Untersuchung zum Potential höherwertiger Turbulenzmodelle für den aerodynamischen Entwurf

vorgelegt von

Diplom-Ingenieur Univ.
Martin Franke
aus München

Von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
– Dr.-Ing. –

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuß:

Vorsitzender:	Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. A Dillmann
Berichter:	Prof. Dr.-Ing. F. Thiele
Berichter:	Dr. K. Becker

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 13. März 2003

Berlin 2003
D 83

Zusammenfassung

Die Anforderungen an die Genauigkeit numerischer Strömungssimulationsverfahren im Flugzeugentwurf haben in den vergangenen Jahren signifikant zugenommen. Hierbei werden industrieseitig Verfahren gefordert, die in der Lage sind, dreidimensionale, reibungsbehaftete, turbulente Strömungen um aerodynamische Konfigurationen mit garantierter, d.h. zuverlässig einschätzbarer Genauigkeit zu berechnen. Hieraus ergibt sich zwangsläufig die Notwendigkeit einer angemessenen Darstellung turbulenter Effekte, die sich nicht auf anliegende Grenzschichten beschränkt, sondern auch in der Lage ist, Phänomene wie druckinduzierte Ablösung oder Stoß-Grenzschicht-Interaktion korrekt vorherzusagen. Um zu einer verbesserten Turbulenzdarstellung zu gelangen, sind im letzten Jahrzehnt Modelle entwickelt worden, die sich gegenüber den üblicherweise verwendeten Standardmodellen durch einen erweiterten Gültigkeitsbereich und mithin verbesserte Vorhersageeigenschaften auszeichnen. Hierbei sind insbesondere Ansätze von Interesse, die diese Aufgabe ohne schwerwiegende Defizite hinsichtlich Effizienz und Robustheit erfüllen. Aus diesem Grund empfehlen sich Modelle, die zwar weiterhin auf der linearen Boussinesq-Annahme beruhen, aber durch eine Parametrisierung der Koeffizienten der Stress-Strain-Beziehung und/oder der Transportgleichungen zu einer den Standardansätzen überlegenen Repräsentation turbulenter Effekte gelangen.

In dieser Arbeit werden verschiedene höherwertige lineare Transportgleichungs-Turbulenzmodelle hinsichtlich ihrer Vorhersagefähigkeit in aerodynamischen Strömungen mit dem Ziel untersucht, diese Ansätze der aerodynamischen Anwendung zuzuführen sowie ihre Eignung für Problemstellungen zu evaluieren, die für den heutigen Flugzeugentwurf von Bedeutung sind. Zu diesem Zweck wurden sechs verschiedene Ein- und Zweigleichungsmodelle in einen bekannten aerodynamischen Strömungslöser implementiert. Nach einer eingehenden Validierung an Profilumströmungen werden dreidimensionale Fälle sowohl im Hochauftriebsbereich als auch im Reiseflug betrachtet, um zu Aussagen zu gelangen, inwiefern sich vorteilhafte Modellierungseigenschaften aus dem Zweidimensionalen erhalten. Die Effizienz der Ansätze wird anhand dieser Fälle ebenfalls quantifiziert. Aktuelle technische Anwendungsfälle runden das Bild ab.

Die Untersuchungen zeigen, daß die Vorteile höherwertiger Turbulenzmodelle auch im Dreidimensionalen vorhanden sind, da sich die prinzipiellen Modelleigenschaften auch an komplexen Konfigurationen bewähren. Dies gilt sowohl für den Hochauftriebs- als auch für den Reiseflugbereich, allerdings sind quantitative Vorhersagen deutlich schwerer zu treffen als bei Profilumströmungen. Der Mehraufwand an Rechenzeit bleibt begrenzt, so daß ein Einsatz dieser höherwertigen Ansätze in der Praxis vorteilhaft ist. Es werden Empfehlungen für die geeignete Modellauswahl gegeben und noch offene Problemkreise angerissen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik der Technischen Universität Berlin in der Arbeitsgruppe Numerische Methoden der Thermo- und Fluidmechanik von Herrn Prof. Dr.-Ing. F. Thiele, dem ich für seine langjährige Unterstützung und Förderung herzlich danken möchte.
Mein besonderer Dank gilt auch Herrn Dr. K. Becker von Airbus Deutschland für die Begutachtung sowie Herrn Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. A. Dillmann für die Übernahme des Vorsitzes im Promotionsausschuß.
Weiterhin möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Insbesondere sind hier Herr Dr.-Ing. T. Rung, der mir in Bezug auf die Grundlagen der Turbulenzmodellierung hilfreich zur Seite stand, Herr Dipl.-Ing. J. Beutner für die vielen anregenden Diskussionen sowie Herr Dipl.-Ing. M. Schatz und Herr Dipl.-Inf. L. Oergel, die die kritische Durchsicht der Arbeit übernahmen, zu erwähnen.
Die Berechnung der großen Testfälle wurde zumeist auf der CRAY T3E des Konrad-Zuse-Zentrums für Informationstechnik Berlin (ZIB) vorgenommen. Hier gilt mein Dank insbesondere Herrn Dr.-Ing. W. Baumann, der mich in Fragen des Software Engineering und Supercomputing unterstützt hat.

Berlin, im März 2003 Martin Franke

Symbolverzeichnis

Dieses Symbolverzeichnis erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern stellt die wichtigen Variablen zusammen. Die untersuchten Turbulenzmodelle zeichnen sich durch eine Vielfalt verschiedener Konstanten und Koeffizienten aus, die im Rahmen der jeweiligen Modellbeschreibung aufgeführt sind.

Lateinische Bezeichnungen

a	Schallgeschwindigkeit
C_p	Druckbeiwert
C_μ	Anisotropieparameter
$C_{\omega 1}, C_{\omega 2}$	Koeffizienten der Längenmaßgleichung
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$\underline{D}_{i,j,k}$	Operator der künstlichen Dissipation
$\underline{d}_{i,j,k}$	dissipativer Fluß
E	spezifische Gesamtenergie
e	spezifische innere Energie
$\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$	Einheitsvektoren im kartesischen Koordinatensystem
$\underline{\underline{F}}$	Flußdichtetensor
$\underline{G}_{i,j,k}$	Gesamtfluß einer Elementarzelle
$\underline{g}_{i,j,k}$	Fluß durch Zellseitenfläche
H	spezifische Gesamtenthalpie
h	spezifische Enthalpie
k	turbulente kinetische Energie
$k^{(2)}, k^{(4)}$	Konstanten der künstlichen Dissipation
k_R^+	dimensionslose Sandrauhigkeit
l_t	turbulentes Längenmaß
Ma	Machzahl
$\underline{n}$	äußerer Normaleneinheitsvektor
P_{tu}	Produktion turbulenter kinetischer Energie
$\underline{P}_{i,j,k}$	Residuen
Pr	Prandtlzahl
Pr_t	turbulente Prandtlzahl
p	Druck
$\underline{Q}_{i,j,k}$	Quellterme
q_i	Wärmestrom
R	spezifische Gaskonstante
$\underline{R}_{i,j,k}$	Nettofluß über die Berandung des Kontrollvolumens
Re	Reynoldszahl
$\mathcal{S}$	Oberfläche des Kontrollvolumens
S	Invariante der Scherrate
S_{ij}	Deformationsgeschwindigkeits- oder Scherratentensor
$\widetilde{S_{ij}}$	spurfreier Scherratentensor

Tu	Turbulenzgrad
t	Zeit
$\underline{U}$	Geschwindigkeitsvektor
u, v, w	kartesische Geschwindigkeitskomponenten
$\mathcal{V}$	Kontrollvolumen
$\underline{V}_{i,j,k}$	Kontrollvolumen der diskretisierten Gleichung
$\underline{W}$	Vektor der konservativen Variablen
x, y, z	kartesische Koordinaten
y	Wandabstand
y^+	dimensionsloser Wandabstand

Griechische Bezeichnungen

α	Anstellwinkel
$\alpha_{1,\ldots,5}$	Runge-Kutta-Koeffizienten
γ	Adiabatenexponent
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
ε	Dissipationsrate
$\epsilon^{(2)}_{i,j,k}, \epsilon^{(4)}_{i,j,k}$	adaptive Koeffizienten der künstlichen Dissipation
κ	von-Karman-Konstante
λ	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda^i, \lambda^j, \lambda^k$	Spektralradien der Jakobi-Matrix
μ	dynamische Zähigkeit
μ_e	effektive Zähigkeit
μ_t	Wirbelzähigkeit
ν	kinematische Zähigkeit
$\tilde{\nu}$	Turbulenzvariable des Spalart-Allmaras-Modells
Ω	Invariante der Wirbelstärke
Ω_{ij}	Wirbelstärketensor
ρ	Dichte
σ_k	Diffusionskonstante der k-Turbulenzgleichung
σ_ω	Diffusionskonstante der ω-Turbulenzgleichung
τ_{ij}	molekulare Reibungsspannungen
$\tau_{ij,e}$	effektive Reibungsspannungen
$\tau_{ij,t}$	Reynoldsspannungen
ω	spezifische Dissipationsrate

Obere Indizes

$\overline{(\,)}$	gemittelte Größen
$(\,)'$	Reynolds-Fluktuation
$(\,)''$	Favre-Fluktuation
$(\,)^c$	konvektiver Anteil
$(\,)^i, (\,)^j, (\,)^k$	Projektion in Koordinatenrichtung
$(\,)^{(n)}$	Zeitschritt n
$(\,)^v$	viskoser Anteil

Untere Indizes

$(\,)_0$	Ruhegrößen
$(\,)_\infty$	Fernfeldgrößen
$(\,)_{diag}$	Diagonalelemente
$(\,)_e$	Effektivgrößen
$(\,)_i$	Vektorkoordinate
$(\,)_{ij}$	Tensorkoordinate
$(\,)_{i,j,k}$	Größen in Zelle (i, j, k)
$(\,)_{ref}$	Referenzgrößen
$(\,)_t$	turbulente Größen
$(\,)_w$	Wandgrößen

Abkürzungen

BSL	Baseline
DES	Detached-Eddy Simulation
DNS	Direkte Numerische Simulation
DOC	Direct Operation Costs
EASM	Explizites Algebraisches Spannungsmodell
EARSM	Explizites Algebraisches Reynolds-Spannungsmodell (Wallin)
EVM	Eddy-Viscosity Model (Wirbelzähigkeitsmodell)
LEA	Linearized Explicit Algebraic Stress Model
LES	Large-Eddy Simulation (Grobstruktursimulation)
LLR	Local Linear Realizable
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RSTM	Reynolds-Spannungs-Transport-Modell
SA	Spalart-Allmaras
SALSA	Strain-Adaptive Linear Spalart Allmaras
SGS	Subgrid-Scale Model (Feinstrukturmodell)
SST	Shear-Stress Transport

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Stand der Forschung **1**
1.1 Numerische Berechnung aerodynamischer Strömungen . . . 1
1.2 Gegenwärtige Probleme im aerodynamischen Entwurf . . . 2
1.3 Darstellung turbulenter Effekte . . . 4
1.4 Motivation und Ziel . . . 7

2 Strömungsphysikalische Modellbildung **9**
2.1 Grundgleichungen . . . 9
2.2 Statistische Mittelung . . . 11
2.3 Wirbelzähigkeitsprinzip . . . 13
2.4 Turbulenzmodellierung . . . 14
2.5 Transportgleichungsmodelle . . . 16
2.5.1 Wilcox $\boldsymbol{k}$-$\boldsymbol{\omega}$ . . . 17
2.5.2 Spalart-Allmaras . . . 18
2.5.3 SALSA . . . 19
2.5.4 Menter SST $\boldsymbol{k}$-$\boldsymbol{\omega}$ . . . 20
2.5.5 LLR $\boldsymbol{k}$-$\boldsymbol{\omega}$ . . . 22
2.5.6 SKW L-EARSM (2D) . . . 23
2.5.7 LEA $\boldsymbol{k}$-$\boldsymbol{\omega}$ . . . 25
2.6 Lokalität . . . 26

3 Numerisches Verfahren **27**
3.1 Raumdiskretisierung . . . 27
3.1.1 Konvektive Flüsse . . . 28
3.1.2 Viskose Flüsse . . . 30
3.2 Zeitintegration . . . 30
3.3 Randbedingungen . . . 31
3.4 Behandlung der Turbulenzgleichungen . . . 32
3.4.1 Raumdiskretisierung . . . 32
3.4.2 Zeitintegration . . . 32
3.4.3 Transition . . . 33
3.4.4 Randbedingungen . . . 33
3.4.5 Limitierungen . . . 35
3.5 Wandabstandsberechnung . . . 36

4 Basisvalidierung an Profilumströmungen **39**
4.1 ONERA A . . . 39
4.1.1 Modellvergleich . . . 40
4.1.2 Bewertung . . . 41
4.2 RAE 2822 . . . 42
4.2.1 Modellvergleich . . . 42
4.2.2 Bewertung . . . 44
4.3 Modellbewertung . . . 45

5 Validierung an dreidimensionalen Konfigurationen 47
5.1 Flügel-Rumpf-Konfiguration 47
5.2 Angestellter Sphäroid 49
5.3 ONERA M6 Flügel 50
5.4 DLR F4 Flügel-Rumpf-Konfiguration 51
5.5 Modellbewertung 52

6 Performance 55

7 Technische Anwendungsfälle 57
7.1 Dreikomponentenprofile 57
7.1.1 Startkonfiguration 57
7.1.2 Landekonfiguration 58
7.2 Flügel-Rumpf-Pylon-Triebwerksgondel-Konfiguration 60
7.3 Modellbewertung 61

8 Zusammenfassung und Ausblick 63

Literatur 67

Abbildungen 79

1 Einleitung und Stand der Forschung

1.1 Numerische Berechnung aerodynamischer Strömungen

Die Anforderungen an den Flugzeugentwurf in Hinblick auf Leistungsfähigkeit und Effizienz nicht nur des Produkts, sondern auch des Entwurfsprozesses selbst, sind in der Entwicklungsgeschichte der Transportflugzeuge kontinuierlich gestiegen. Dies liegt darin begründet, daß neue Transportflugzeuge, die auf dem Markt erfolgreich sein sollen, in der Regel höhere Leistungen, niedrigere Betriebskosten und eine dem Einsatzzweck angepaßtere Größe aufweisen müssen als die bereits im Einsatz befindliche Generation. Wie in [113] dargelegt, zeigt ein Blick auf die Geschichte der Flugzeugentwicklung seit den vierziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts, daß erfolgreiche Transportflugzeuge bei gesteigerten Leistungen bezüglich Reichweite, Fluggeschwindigkeit oder Flugkomfort nahezu immer niedrigere DOCs (Direct Operation Costs) als das entsprechende Vorgängermodell aufwiesen und Ausnahmen von dieser Regel nur ein begrenzter kommerzieller Erfolg beschieden war. Diese Entwicklung in Kombination mit dem Paradigmenwechsel vom "technology push" zum "market pull" vor ca. 20 Jahren hat dazu geführt, daß heutzutage nicht nur sehr hohe Leistungsansprüche an neue Flugzeuge bestehen, sondern entsprechende Leistungsgarantien durch den Hersteller auch immer früher und immer genauer abgegeben werden müssen. Hieraus ergibt sich die Forderung, daß der Entwurfsprozeß selbst immer leistungsfähiger und effizienter gestaltet werden muß, da die Entwicklungskosten über den Fluggerätepreis unmittelbar Eingang in die DOCs finden [64].

Da Windkanalversuche teuer und die Anwendung analytischer Verfahren nur in begrenztem Rahmen möglich ist, hat sich die numerische Simulation bereits frühzeitig als drittes Standbein der angewandten Aerodynamik etabliert. Die Entwicklung numerischer Verfahren reicht bis in die fünfziger Jahre zurück, als die Panelmethode bei Douglas Aircraft entwickelt wurde [116]. Mit der Verfügbarkeit von Computern, die leistungsstark genug waren, derartige Berechnungen durchzuführen, fanden Methoden, die auf der linearisierten Potentialgleichung zur Berechnung sub- und supersonischer Strömungen basierten, ab Mitte der sechziger Jahre Einzug in den Flugzeugentwurf und ergänzten die bis dahin üblichen Traglinien- und Tragflächenverfahren [46, 90, 139]. Diese Ansätze wurden in den Siebzigern zur Berechnung transsonischer Strömungen dahingehend erweitert, die volle Potentialgleichung zu lösen [75, 76]. Sie haben bis heute große Bedeutung im Flugzeugentwurf, da sie innerhalb ihres Gültigkeitsbereichs sehr schnell Antworten liefern können. Für eine Darstellung dieser Methoden auch im Vergleich zu den im folgenden beschriebenen Feldverfahren sei auf [49] verwiesen.

Gleichzeitig wurden Anstrengungen unternommen, Feldverfahren zur Lösung der Euler-Gleichungen zu entwickeln. Bereits um 1980 standen effiziente Schemata zur räumlichen Diskretisierung zur Verfügung [48, 88, 122, 126, 127], die es zusammen mit expliziten und impliziten Zeitintegrationsverfahren erlaubten, Simulationsprogramme zur Berechnung der zwei- und dreidimensionalen Euler-Gleichungen zu entwickeln [54, 65, 89, 97]. Die Anwendung dieser Verfahren auf komplexe Konfigurationen war in den späten achtziger Jahren Stand der Technik und wurde auch später noch erfolgreich eingesetzt, siehe z.B. [8, 9, 33, 57, 84, 97].

Allen bisher beschriebenen Methoden ist gemein, daß Gleichungen gelöst werden, die eine nichtviskose Strömung beschreiben. Auch wenn diese Annahme bei hohen Reynoldszahlen,

wie sie üblicherweise an Flugzeugen auftreten, für weite Bereiche der Strömung eine akzeptable Näherung darstellt, so lassen sich doch entscheidende Effekte wie Ablösungen an Hochauftriebs- oder Stoß-Grenzschicht-Interaktionen an Reiseflugkonfigurationen nicht beschreiben. Aus diesem Grund wurde Ansätzen, die viskose Phänomene darstellen können, ebenfalls seit den siebziger Jahren verstärkte Aufmerksamkeit geschenkt. Neben nichtinteragierenden Kopplungen von nichtviskosen und Grenzschicht-Verfahren [28] gewannen in den Achtzigern insbesondere interaktive Kopplungen an Bedeutung, die die Verdrängungsdicke der Grenzschicht bei der Berechnung des nichtviskosen Strömungsfeldes berücksichtigen [23, 40]. Der Vorteil derartiger Ansätze gegenüber Verfahren zur Feldlösung der Navier-Stokes-Gleichungen liegt in der Tatsache, daß sie ca. zwei bis drei Größenordnungen schneller sind [24]. Allerdings sind sie zumindest im Dreidimensionalen nicht in der Lage, z.B. massive Ablösung oder Stoß-Grenzschicht-Interaktionen zu beschreiben, so daß sie sich nur bedingt für Rechnungen im Off-Design eignen.

Vor dem Hintergrund der anhaltenden Steigerung der verfügbaren Rechenleistung rückte in den späten achtziger Jahren die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen in den Mittelpunkt der Forschungsaktivitäten. Vorhandene Euler-Verfahren wurden entsprechend erweitert, in der Regel aufgrund des begrenzten verfügbaren Speicherplatzes zuerst in der Thin-Layer-Form, später dann zur Lösung der vollen Navier-Stokes-Gleichungen, z.B. [91, 97], und bereits in den frühen neunziger Jahren in Pilotrechnungen an praxisnahen Testfällen angewendet [19, 39, 62, 143]. In den vergangenen Jahren konzentrierte sich die Forschung darauf, Navier-Stokes-Verfahren für den Einsatz an komplexen Konfigurationen im Flugzeugentwurf weiterzuentwickeln, wie eine Vielzahl an Veröffentlichungen belegt, siehe z.B. [2, 6, 13, 38, 67, 73, 81, 85, 92, 112, 134, 141]. Dabei liegt der Schwerpunkt oft auf Programmsystemen, die für den vorhersagbar reproduzierbaren und zuverlässigen industriellen Einsatz entwickelt werden [42, 57, 58, 79, 80, 97, 111, 129]. Nichtsdestoweniger bestehen bis dato Probleme in Hinblick auf die Darstellung von Transition (die im Rahmen dieser Arbeit ausgeklammert wird, da sie einen eigenen, gesonderten Themenkreis darstellt) und Turbulenz, die – neben den auch auf Supercomputern der neuesten Generation erheblichen Rechenzeit- und Speicherplatzanforderungen – die Einführung von Navier-Stokes-Lösern als Routineverfahren bisher verhinderten. Ein Einblick in den aktuellen Status von CFD im aerodynamischen Entwurfsprozeß findet sich z.B. in [7, 15, 50, 130]. Bevor jedoch auf die Simulation bzw. Modellierung turbulenter Mechanismen eingegangen werden kann, ist der Status der numerischen Problemstellungen darzustellen, die für den aerodynamischen Entwurf heutzutage von Interesse sind.

1.2 Gegenwärtige Probleme im aerodynamischen Entwurf

In der Vergangenheit waren – auch aufgrund des begrenzten Gültigkeitsbereichs der verfügbaren numerischen Verfahren – numerische Strömungssimulationen auf den Entwurfspunkt im Reiseflug beschränkt, der sich durch nichtabgelöste Strömung auszeichnet. Der Einfluß viskoser Effekte bleibt hierbei auf den anliegenden Grenzschichtbereich beschränkt, während weite Teile des Strömungsfeldes nichtviskos berechenbar sind. Bis heute werden für derartige Berechnungen im industriellen Einsatz Potential- und Eulerverfahren sowie Euler-Grenzschicht-Kopplungen eingesetzt. Mit der zunehmenden Verfügbarkeit von Navier-Stokes-Lösern rücken jedoch weitergehende Ziele in den Vordergrund.

Der erste wichtige Themenkreis ist die Widerstandsvorhersage im transsonischen Reiseflug, wo industrieseitig eine Genauigkeit von zwei bis drei Prozent angestrebt wird. Von entscheidender Bedeutung ist hierfür eine korrekte Vorhersage der Stoßlage auf der Oberseite des Flügels sowie der zugehörigen Stoß-Grenzschicht-Interaktion, da dies selbst in anliegenden Strömungen einen unmittelbaren Einfluß auf den Reibungswiderstand hat. Neben diesem ist auch der induzierte Widerstand von Bedeutung, der sich als die Energie interpretieren läßt, die bei endlichen Flügeln in die Flügelspitzenwirbel fließt und mithin zusätzlich aufgewendet werden muß. Eine korrekte Widerstandsvorhersage kann nur gelingen, wenn beide Phänomene hinreichend genau durch die numerische Berechnung wiedergegeben werden. Im Entwurf wird außerdem in Hinblick auf den Wellenwiderstand angestrebt, die Stöße im transsonischen Reiseflug möglichst schwach zu halten und – unabhängig davon – stoßinduzierte Ablösung auf dem Flügel zu vermeiden. Hieraus ergibt sich, daß ein numerisches Verfahren diese Phänomene möglichst genau auflösen muß. Vor diesem Hintergrund kommt der Entwicklung zuverlässiger Navier-Stokes-Löser inklusive einer adäquaten Darstellung turbulenter Effekte eine besondere Bedeutung zu [1, 34, 35, 73, 81, 85], wenngleich aus Kostengründen auch außerhalb des Entwurfspunktes im industriellen Auslegungsprozeß bis dato Verfahren zum Einsatz kommen, die auf Euler- oder Potentialtheorie-Grenzschicht-Kopplungen basieren [82].

Noch bedeutsamer wird der Einfluß der korrekten Beschreibung turbulenter Phänomene in Hochauftriebsströmungen. Die Hochauftriebsphase bei Start und Landung eines Flugzeuges stellt ganz besonders hohe Anforderungen an die aerodynamische Leistungsfähigkeit der Tragflügel. Üblicherweise werden die Tragflügel dazu mit speziellen Klappensystemen ausgerüstet, die neben einer Flächenvergrößerung insbesondere auch die während der Start- und Landephase erforderlichen hohen Auftriebsbeiwerte durch eine Vergrößerung der Wölbung sicherstellen sollen. Hierbei ist die Aerodynamik von Mehrkomponentenflügeln mit ihren typischen und ausgeprägten strömungsmechanischen Wechselwirkungen zwischen Vorflügel, Hauptprofil und Hinterkantenklappen von entscheidender Bedeutung. Nur mit genauer und detaillierter Kenntnis dieser Strömungsvorgänge kann eine optimale Auslegung für den Hochauftriebsfall erfolgen, was mit höchsten Anforderungen an die Güte der im Entwurfsprozeß verwendeten numerischen Simulationsverfahren und auch deren geometrische Flexibilität verbunden ist. Dies ist insbesondere von Bedeutung vor dem Hintergrund, daß die Auslegung des Flügels primär für den Reiseflug erfolgt und mithin zusätzliche Nebenbedingungen beim Entwurf des Hochauftriebssystems entstehen. Wie in [78] beschrieben, führt dies dazu, daß scheinbar kleine Detailänderungen am Reiseflugentwurf das projektierte Hochauftriebssystem der vorhergehenden Konfiguration unbrauchbar machen können.

Während Startkonfigurationen, deren strömungsmechanisches Verhalten oft durch Kompressibilitätseffekte dominiert ist, heutzutage vergleichsweise genau berechnet werden können [30, 77, 93], stellen Landekonfigurationen nach wie vor eine Herausforderung dar [20, 41, 61, 98, 144], da hier viskose Effekte dominieren. Insbesondere die Interaktion viskoser Nachläufe sowie das Auftreten konfluenter Grenzschichten und druckinduzierter Ablösungen stellen besondere Anforderungen an die Turbulenzdarstellung. Im Zweidimensionalen konzentrieren sich die Anstrengungen auf die akkurate Maximalauftriebsvorhersage von Mehrelementprofilen; dreidimensionale Rechnungen von Start- und Landekonfigurationen wie z.B. [92] sind nach wie vor als Pilotanwendungen zu sehen.

Beiden Themenkreisen ist gemein, daß der wirklichkeitsnahen Darstellung turbulenter Mechanismen besondere Bedeutung zukommt, wobei die betrachteten aerodynamischen Strömungen oft durch die primäre Schubspannung dominiert sind. Aus diesem Grund haben elaborierte Ansätze, die zum Teil bei Innenströmungen verfolgt werden, in außenaerodynamischen Anwendungen bisher vergleichsweise wenig Verbreitung gefunden. Im folgenden seien die zur Zeit aktuellen Ansätze kurz vorgestellt und erläutert.

1.3 Darstellung turbulenter Effekte

Turbulente Strömungen sind durch kleine Schwankungsbewegungen gekennzeichnet, die einer Hauptströmung überlagert sind. Diese Beschreibung setzt zwar eine klare Skalentrennung zwischen Hauptströmung und Schwankungsbewegungen voraus, die in instationären Strömungen keinesfalls immer gegeben ist. Da sich die vorliegende Untersuchung aber auf stationäre Strömungen beschränkt, kann von dieser Definition ausgegangen werden. Grundsätzlich stellen die Navier-Stokes-Gleichungen eine hinreichende Beschreibung viskoser Strömungen kontinuierlicher Medien einschließlich turbulenter Effekte dar. Analytische Lösungen lassen sich jedoch nur in Ausnahmefällen bestimmen. Um detaillierte Einblicke in die strömungsphysikalischen Prozesse einer Problemstellung zu gewinnen, liegt es daher nahe, mittels Direkter Numerischer Simulation (DNS) das komplette Strömungsfeld einschließlich der turbulenten Schwankungsbewegungen zu simulieren. Der Aufwand für eine DNS ist jedoch derart hoch (der Gesamtaufwand skaliert mit $Re^{\frac{11}{4}}$, [63]), daß DNS auf absehbare Zeit auf einfache Geometrien bei niedrigen Reynoldszahlen beschränkt bleiben. Geht man davon aus, daß sich Berechnungsalgorithmen und Computerhardware auch in Zukunft mit der heute bekannten Geschwindigkeit weiterentwickeln werden, so ist mit der Durchführbarkeit einer DNS um einen Flügel bei realistischen Reynoldszahlen um das Jahr 2080 zu rechnen [117]. Die Bedeutung der DNS liegt also somit bis auf weiteres nicht in der Vorhersage praxisrelevanter Strömungen, sondern in der Anwendung als "numerisches Experiment", das wertvolle Daten zur Kalibrierung anwendungsnäherer Ansätze der Turbulenzdarstellung liefern kann.

Um den Aufwand der Simulation zu reduzieren, ohne dabei den Vorteil der instationär aufgelösten Darstellung zumindest der makroskopisch relevanten Wirbelstrukturen zu verlieren, ist die Grobstruktursimulation (Large-Eddy Simulation, LES) entwickelt worden. Bei diesem Verfahren werden die großen, anisotropen Wirbel der Strömung, die im wesentlichen durch die Geometrie bestimmt werden und mithin die Strömungscharakteristik bestimmen, direkt aufgelöst, während die nicht durch das Rechennetz erfaßten, kleinen, isotropen Wirbel durch Feinstrukturmodelle (Subgrid-Scale (SGS) Models) beschrieben werden. Da die Kaskade, die den Energietransfer von den großen zu den kleinen Strukturen beschreibt, somit mit einem Abbau von Anisotropie einhergeht, werden als SGS-Modelle einfache, zumeist algebraische Ansätze verwendet.

Anwendungen von LES sind zur Zeit allerdings ebenfalls zumeist auf einfache Geometrien und kleinere Reynoldszahlen begrenzt. Dies liegt darin begründet, daß sich die derzeit typischerweise verwendeten SGS-Modelle in praxisnahen Strömungen ausnahmslos als unzureichend erweisen, wie z.B. Berechnungen an Profilumströmungen gezeigt haben [21, 108, 109]. Das führt dazu, daß in aerodynamischen Problemstellungen, die sich durch sehr dünne Wandgrenzschichten auszeichnen, die Wandauflösung nahezu der einer DNS entsprechen

muß, um den negativen Einfluß des SGS-Modells zu begrenzen. Für das oben erwähnte Problem der Flügelumströmung bei realistischen Reynoldszahlen ist nach einer entsprechenden Abschätzung die Durchführbarkeit von LES-Rechnungen nicht vor 2045 zu erwarten [117]. Insgesamt läßt sich sagen, daß zwar langfristig mit einem hohen Anwendungspotential, mittelfristig jedoch nicht mit einer Verfügbarkeit von LES für den Flugzeugentwurfsprozeß gerechnet werden kann.

Wie die vorangegangenen Ausführungen zeigen, eignen sich zur Zeit weder DNS noch LES, deren Stand der Technik eingehend in [12] beschrieben wird, zur Anwendung im Flugzeugentwurf. Dies wird sich in näherer Zukunft auch nicht ändern, wie auch in jüngsten Veröffentlichungen festgestellt wird [25]. Eine Ausnahme hiervon stellen möglicherweise nicht-zonale, hybride Techniken dar, auf die am Ende dieses Kapitels noch einzugehen sein wird.

Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Simulationsverfahren greifen die zur Zeit in der Anwendung befindlichen Verfahren zur Lösung der Reynoldsgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS) auf einen statistischen Ansatz zurück, bei dem der Einfluß der turbulenten Schwankungsbewegungen auf die Hauptströmung durch Mittelung der Gleichungen beschrieben wird [87]. Hierbei treten zweite statistische Momente, die sogenannten Reynoldsspannungen auf. Dieses Vorgehen ist in technisch relevanten Zusammenhängen sinnvoll, da hier zumeist nur die statistisch gemittelten Eigenschaften der Strömung von Bedeutung sind; nahezu alle Programme zur Berechnung technischer Strömungen basieren demzufolge auf dem RANS-Ansatz. Stellt man die Transportgleichungen für die Reynoldsspannungen auf, treten weitere sowie höhere statistische Momente auf, so daß das Gleichungssystem nicht geschlossen werden kann. Aufgrund dieser als Schließungsproblem bezeichneten Eigenschaft ist es notwendig, die Schließungskette an einer gewissen Stelle abzubrechen und die auf dieser Stufe nicht geschlossenen Terme zu modellieren, wobei der Modellierungsaufwand bei höheren Momenten unverhältnismäßig groß wird. Aus diesem Grund wird die Schließungskette in der Praxis entweder durch die Modellierung der Reynoldsspannungen oder die in ihren Transportgleichungen auftretenden höheren Momente abgebrochen. Ersteres führt zur Klasse der Wirbelzähigkeitsmodelle (Eddy-Viscosity Models, EVM), letzteres zu den Reynoldsspannungs-Transportgleichungsmodellen (Reynolds-Stress Transport Models, RSTM).

Da im industriellen Entwurfsprozeß kein entscheidender Prioritätsunterschied zwischen Genauigkeit und Effizienz besteht, werden bis heute zumeist niederparametrige EVM verwendet. Lag der Schwerpunkt der im aerodynamischen Entwurf eingesetzten Modelle bis vor einiger Zeit noch bei algebraischen Modellen wie z.B. Cebeci-Smith [16] und Baldwin-Lomax [4] beziehungsweise Degani-Schiff [22] für wirbeldominierte Strömungen und Halbgleichungsmodellen wie Johnson-King [52], so haben sich in den letzten Jahren Modelle durchgesetzt, die eigene Transportgleichungen für die turbulenten Größen lösen. Im aerodynamischen Bereich sind hier insbesondere das Standard-k-ω-Modell von Wilcox [135], das SST (Shear-Stress Transport) k-ω-Modell von Menter [68, 69] und das Eingleichungsmodell von Spalart und Allmaras [119, 120] zu nennen. Insbesondere die letzteren beiden stellen heute die Standardmodelle in aerodynamischen Simulationen dar [18, 118]. Der Einsatz dieser Modelle führt auf ein Gleichungssystem, das sich durch eine im Vergleich zu RSTM hohe numerische Stabilität auszeichnet und für das heute effizientere Lösungsalgorithmen zur Verfügung stehen. Nichtsdestoweniger haben diese Modelle konzeptionelle Defizite, die zu einer unbe-

friedigenden Vorhersage z.B. von abgelösten oder ablösenahen Strömungen führen. Das SST k-ω-Modell nimmt hier allerdings eine Sonderrolle ein, auf die zu einem späteren Zeitpunkt noch einzugehen sein wird, da es spezifisch zur Berücksichtigung von Schubspannungstransport entworfen wurde und mithin in scherdominierten Außenumströmungen sehr erfolgreich eingesetzt wird.

Unter den statistischen Turbulenzmodellen haben die RSTM den höchsten Grad an Allgemeingültigkeit [60]. Aufgrund der Tatsache, daß RSTM sechs zusätzliche Gleichungen für die einzelnen Komponenten des Reynoldsspannungstensors sowie eine weitere Gleichung für die Dissipationsrate benötigen und der Rechenzeit- und Speicheraufwand mithin enorm hoch ist, haben sich diese Modelle in praxisnahen Strömungslösern bisher nicht durchsetzen können. Erschwerend kommt hinzu, daß die Transportgleichungen der RSTM eng gekoppelt, hochgradig nichtlinear und somit numerisch sehr steif sind. Gleichfalls nicht zu vernachlässigen ist der Implementierungsaufwand, der deutlich höher als bei EVM ist.

In den letzten Jahren haben folglich Wirbelzähigkeitsmodelle, die auf einer nichtlinearen Formulierung der Stress-Strain-Beziehung beruhen, an Bedeutung gewonnen. Beispielhaft sei hier die Klasse der Expliziten Algebraischen Spannungsmodelle (EASM) genannt, die auf einer mathematisch stringenten Herleitung aus linearen RSTM beruhen [37, 83, 105, 131, 132]. Für strukturell stationäre Turbulenz lassen sich die Transportgleichungen der Reynoldsspannungen in ein implizites algebraisches Gleichungssystem überführen, welches mittels des mathematischen Kalküls der Darstellungstheorie in einen expliziten Zusammenhang zwischen Spannungen und Geschwindigkeitsgradienten umgeformt werden kann, siehe z.B. [63, 104]. Diese rigorose Form der Herleitung bewahrt die korrekte Darstellung von Produktions- und Umverteilungsmechanismen. Gleichzeitig sind die numerischen Eigenschaften denen linearer EVM vergleichbar. Nichtsdestoweniger befindet sich die Validierung an komplexen aerodynamischen Testfällen noch in einem vergleichsweise frühen Stadium – erste Pilotanwendungen finden sich z.B. in [3, 34, 98, 99, 105, 131] –, so daß das reale Verbesserungspotential in praxisnahen aerodynamischen Strömungen bisher unklar bleibt [118]. Eine interessante Variante stellen die linearisierten EASM dar, bei denen der Einfluß der nichtlinearen Terme vernachlässigt wird. Wie sich bei der Berechnung transsonischer Profilumströmungen gezeigt hat, wird ein großer Teil der verbesserten Vorhersage bereits durch den linearen Rumpf erzielt [105, 131]. Dies liegt in der Tatsache begründet, daß derartige Strömungen durch die primäre Schubspannung dominiert sind.

Ein neuer Ansatz, der die Stärken der LES und der RANS-Modellierung vereinen soll, ist in den letzten Jahren unter dem Begriff Detached-Eddy Simulation (DES) bekanntgeworden [115, 124]. Aufgrund der Tatsache, daß die in RANS-Verfahren zur Anwendung kommenden Turbulenzmodelle das gesamte Spektrum turbulenter Bewegungen abdecken, sind RANS-Ansätze gut zur Vorhersage wandgebundener Scherschichten bzw. moderater Ablösungen geeignet, versagen jedoch zwangsläufig bei der Darstellung massiver Strömungsablösung. Im Gegensatz hierzu lassen sich mit dem Ansatz der Large-Eddy Simulation freie große energietragende Wirbel gut vorhersagen, während der Rechenaufwand für wandgebundene Scherschichten, wie oben erwähnt, oft dem der Direkten Numerischen Simulationen (DNS) gleichkommt. Aus diesen Gründen wird vorgeschlagen, für instationäre Strömungen einen hybriden Ansatz zu verwenden, der die anliegende Grenzschicht mit einem RANS-Verfahren und die abgelösten, instationären Wirbel mit LES berechnet. DES weist hier einen vielver-

sprechenden Weg, da in einem nichtzonalen Ansatz netz- und strömungsabhängig zwischen dem RANS- und dem LES-Bereich geblendet wird. In jüngster Zeit sind erste beeindruckende Ergebnisse für anwendungsnahe Konfigurationen bekannt geworden [32, 121]. Da diese Ansätze aber zum einen schwerpunktmäßig für instationäre Strömungen entwickelt wurden und zum anderen im Aufwand eher der LES als den RANS-Verfahren vergleichbar sind, werden sie hier nicht weiter behandelt.

1.4 Motivation und Ziel

Die vorliegende Arbeit verfolgt zwei Ziele. Zum einen soll sie einen Beitrag leisten, die Eignung verbesserter Darstellungen turbulenter Transportvorgänge in anwendungsorientierten Berechnungsverfahren zu evaluieren. Im Unterschied zu vielen bekannten Untersuchungen soll dies nicht nur an wohldefinierten, einfachen Testfällen, sondern auch an komplexen Konfigurationen erfolgen, wobei besonderes Augenmerk auf die Vorhersagefähigkeit in Hinblick auf die oben dargestellten Problemstellungen gerichtet wird. Zum anderen soll sie die betrachteten höherwertigen Turbulenzmodelle unmittelbar der aerodynamischen Anwendung zuführen. Aus diesem Grund ist die Untersuchung auf der Basis eines für Industrieanwendungen entwickelten Strömungslösers (FLOWer, [6, 57]) erfolgt, dessen Eignung für Navier-Stokes-Rechnungen an aerodynamisch relevanten Konfigurationen mit den Standardmodellen von Baldwin und Lomax [4] und Wilcox [135] bereits nachgewiesen war.

Ausgehend von der Tatsache, daß die Effizienz der untersuchten Ansätze zur Darstellung turbulenter Effekte derjenigen konventioneller Modellierungstechniken entsprechen sollte, ergibt sich die Randbedingung, daß sowohl Berechnungsaufwand als auch Konvergenzverhalten nicht erheblich größer bzw. schlechter sein dürfen als bei Standardansätzen. Dies führt nahezu zwangsläufig auf die Verwendung von linearen Wirbelzähigkeitsmodellen. Es sollen drei verschiedene Modellklassen, die als repräsentativ für die aktuell in der Praxis verwendeten Modellierungstechniken gelten können, zur Bewertung herangezogen werden. Die erste Klasse umfaßt Eingleichungsmodelle, die eine Transportgleichung für eine modifizierte Wirbelzähigkeit lösen. Die grundlegende, in der aerodynamischen Anwendung akzeptierte Formulierung eines derartigen Modells stammt von Spalart und Allmaras [119, 120]. In den letzten Jahren sind eine ganze Reihe von Modifikationen dieses Modells bekannt geworden, von denen die Erweiterung des Modells auf Nichtgleichgewichtszustände von Rung, SALSA [100], als vielversprechender Ansatz mit einbezogen wird. Die zweite Klasse beinhaltet Zweigleichungsmodelle, die in einem "Bottom-Up"–Ansatz versuchen, zu einer konsistenteren Beschreibung der Stress-Strain-Verteilungen zu gelangen. Für diese Modelle sei in dieser Arbeit der Begriff erweiterte Zweigleichungsmodelle eingeführt. Das bekannteste Beispiel hierfür ist das SST k-ω-Modell von Menter [68, 69], das den Transport der dominierenden Schubspannung berücksichtigt. Das LLR k-ω-Modell von Rung [106] gelangt aus Realisierbarkeitserwägungen zu einem ähnlichen Ansatz und zeichnet sich durch seine wandabstandsunabhängige Formulierung aus. Als dritte Modellklasse sollen hier linearisierte EASM betrachtet werden, die aus RSTM abgeleitet wurden und mithin einen "Top-Down"–Ansatz repräsentieren. Hierbei kommen das linearisierte EARSM von Wallin [131] sowie das sich durch seine einfachere Formulierung auszeichnende LEA k-ω-Modell von Rung [105] zum Einsatz. Die hier eingeführte Einteilung der Zweigleichungsmodelle ist sicherlich bis zu einem gewissen Grad als willkürlich anzusehen, da der "Bottom-Up"– und der "Top-Down"–Ansatz durchaus zu ähnlichen Mo-

dellen führen können. Die Unterscheidung wird dennoch getroffen, um zu einer praktikablen Klassifizierung der Zweigleichungsmodelle zu gelangen.

Nach einem grundlegenden Vergleich der Modelleigenschaften am ONERA A-Profil bei Maximalauftrieb sowie dem superkritischen RAE 2822 Profil in transsonischer Strömung erfolgt eine Modellvorauswahl in Hinblick auf die Anwendbarkeit. Anschließend werden Berechnungen an einer generischen Flügel-Rumpf-Konfiguration mit Vorderkantenablösung und einem generischen Rumpf im Unterschallbereich sowie dem ONERA M6-Flügel und der DLR F4 Flügel-Rumpf-Konfiguration unter Reiseflugbedingungen betrachtet. Hier werden auch Aussagen zur Anwendbarkeit und Effizienz auf Parallelrechnern gemacht. Als industrienahe Anwendungen werden Dreikomponentenprofile in Start- und Landekonfiguration sowie ein Flügel-Rumpf-Pylon-Triebwerksgondel-Fall mit verschiedenen Modellen präsentiert. Aus den gewonnenen Erkenntnissen werden die Modelle in einer abschließenden Betrachtung in Hinblick auf ihre industrielle Einsetzbarkeit bewertet.

2 Strömungsphysikalische Modellbildung

2.1 Grundgleichungen

Die Strömung kontinuierlicher Fluide wird im allgemeinen Fall durch die Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben, die aus den fundamentalen physikalischen Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie hergeleitet werden können. Auch wenn historisch gesehen nur die Impulserhaltungsgleichungen als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet werden, so hat sich der Begriff in der modernen Literatur für das komplette Gleichungssystem durchgesetzt. Eine ausführliche Darstellung findet sich z.B. in [5].

In Abwesenheit von äußeren Kräften, Wärmezufuhr, Massendiffusion und chemischen Reaktionen (für eine allgemeine Formulierung siehe z.B. [10]) lauten die Navier-Stokes-Gleichungen für dreidimensionale, kompressible Medien in integraler, konservativer Formulierung:

$$\iiint_{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} \underline{W} \, d\mathcal{V} + \iint_{\mathcal{S}} \underline{\underline{F}} \cdot \underline{n} \, d\mathcal{S} = 0 \tag{1}$$

$\underline{W}$ bezeichnet hier den Vektor der konservativen Variablen:

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \tag{2}$$

und $\underline{\underline{F}}$ den Tensor der Flußdichte, der in seine konvektiven und viskosen Anteile aufgespaltet wird:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}^c - \underline{\underline{F}}^v \tag{3}$$

mit

$$\underline{\underline{F}}^c = \begin{bmatrix} \rho\, u\, \underline{e}_x & + & \rho\, v\, \underline{e}_y & + & \rho\, w\, \underline{e}_z \\ \rho\,(u^2+p)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(u\, v)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(u\, w)\, \underline{e}_z \\ \rho\,(u\, v)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(v^2+p)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(v\, w)\, \underline{e}_z \\ \rho\,(u\, w)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(v\, w)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(w^2+p)\, \underline{e}_z \\ \rho\,(u\, H)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(v\, H)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(w\, H)\, \underline{e}_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

und

$$\underline{\underline{F}}^v = \begin{bmatrix} 0 & + & 0 & + & 0 \\ \tau_{xx}\, \underline{e}_x & + & \tau_{xy}\, \underline{e}_y & + & \tau_{xz}\, \underline{e}_z \\ \tau_{yx}\, \underline{e}_x & + & \tau_{yy}\, \underline{e}_y & + & \tau_{yz}\, \underline{e}_z \\ \tau_{zx}\, \underline{e}_x & + & \tau_{zy}\, \underline{e}_y & + & \tau_{zz}\, \underline{e}_z \\ \Psi_x\, \underline{e}_x & + & \Psi_y\, \underline{e}_y & + & \Psi_z\, \underline{e}_z \end{bmatrix}, \tag{5}$$

wobei

$$\begin{aligned}\Psi_x &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \\ \Psi_y &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \\ \Psi_z &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z\end{aligned} \tag{6}$$

Die spezifische Gesamtenthalpie H ergibt sich zu

$$H = E + \frac{p}{\rho}, \tag{7}$$

wobei E die spezifische Gesamtenergie bezeichnet, die sich aus der spezifischen inneren Energie e und der kinetischen Energie wie folgt berechnet:

$$E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2). \tag{8}$$

Nimmt man an, daß das Fluid – für die hier vorliegende Betrachtung Luft – thermisch und kalorisch ideal ist, so gilt mit der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen $c_v = 0.717$ kJ/kgK:

$$e = c_v T \tag{9}$$

und mit der Gaskonstante $R = 287$ J/kgK und dem Adiabatenexponenten $\gamma = 1.4$

$$\begin{aligned}p &= \rho R T \\ &= (\gamma - 1)\rho \left[E - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right].\end{aligned} \tag{10}$$

Die Normalspannungen in den viskosen Flüssen ergeben sich durch das Newton'sche Reibungsgesetz unter Benutzung der Stokes'schen Hypothese [123] zu:

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right),\end{aligned} \tag{11}$$

die Schubspannungen zu

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\end{aligned} \tag{12}$$

Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitung wird mittels des Fourier-Gesetzes formuliert:

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \qquad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \qquad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \tag{13}$$

Sowohl die Zähigkeit μ als auch die Wärmeleitfähigkeit λ sind abhängig von den thermodynamischen Zustandsgrößen. Für Luft kann bei typischen aerodynamischen Problemen die Druckabhängigkeit vernachlässigt werden. Bestimmt man die Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit μ nach dem Ansatz von Sutherland [125],

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{T_{ref} + C}{T + C} \tag{14}$$

mit $C = 110$ K, $T_{ref} = 280$ K und $\mu_{ref} = 1.75 \cdot 10^5$kg/ms für Luft, so kann man die Wärmeleitfähigkeit unter Verwendung der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck, $c_p = 1.005$ kJ/kgK, zu

$$\lambda = \mu \frac{c_p}{Pr} \tag{15}$$

setzen. Die Prandtlzahl wird als konstant angenommen und für Luft typischerweise zu $Pr = 0.72$ gesetzt.

Für die im Zusammenhang mit Turbulenzmodellierung vorzunehmenden Betrachtungen ist es oft von Vorteil, zur mathematischen Darstellung auf die Indexschreibweise zurückzugreifen, da dies zu einer erheblich knapperen Darstellung führt. Die Beziehungen für den Spannungstensor, Gleichungen (11) und (12) lassen sich in Indexschreibweise wie folgt zusammenfassen:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \delta_{ij} \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k}, \tag{16}$$

die Wärmeleitung, Gleichungen (13), wird entsprechend formuliert:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{17}$$

2.2 Statistische Mittelung

Die im vorangehenden skizzierten Navier-Stokes-Gleichungen stellen im Zusammenhang mit dem Stoffgesetz eine vollständige Beschreibung der Strömung kontinuierlicher Medien dar. Da in der Praxis aber zum einen eine komplette Simulation turbulenter technischer Strömungen aus Effizienzgründen derzeit nicht möglich ist und zum anderen das Interesse des Entwurfsingenieurs zumeist auf den Einfluß der turbulenten Schwankungsbewegungen auf die Hauptströmung und somit auf Werte wie z.B. Druck- und Wandreibungsbeiwert beschränkt ist, basieren fast alle anwendungsorientierten Programme zur Strömungssimulation auf einer statistischen Betrachtungsweise, wobei die in den Bilanzgleichungen auftretenden statistischen Momente durch semi-empirische Ansätze modelliert werden. Hierbei wird von einer sogenannten Ensemble-Mittelung ausgegangen, in der eine hinreichend große Anzahl von

Instanzen einer Strömung, z.B. als mehrere Versuchsdurchläufe vorstellbar, in die Mittelung einfließen.

Die klassische Reynolds-Mittelung [87] spaltet dabei die Geschwindigkeiten in einen mittleren und einen Schwankungsanteil auf:

$$u = \overline{u} + u' \qquad v = \overline{v} + v' \qquad w = \overline{w} + w' \tag{18}$$

Gleiches gilt für Druck, Dichte und Temperatur:

$$p = \overline{p} + p' \qquad \rho = \overline{\rho} + \rho' \qquad T = \overline{T} + T' \tag{19}$$

wobei für alle Größen gilt, daß der Mittelwert des Schwankungsanteils Null ist:

$$\overline{u'} = 0 \qquad \overline{v'} = 0 \qquad \overline{w'} = 0 \qquad \overline{p'} = 0 \qquad \overline{\rho'} = 0 \qquad \overline{T'} = 0 \tag{20}$$

In kompressiblen Strömungen ist eine massengewichtete Mittelung von Vorteil, wie sie von Favre [29] aufgestellt wurde. Hierbei werden der Druck, die Dichte und die Temperatur weiterhin konventionell gemittelt [107] (andere Quellen mitteln allerdings auch die Temperatur massengewichtet, siehe z.B. [128]),

$$p = \overline{p} + p' \qquad \rho = \overline{\rho} + \rho' \qquad T = \overline{T} + T' \tag{21}$$

während die Geschwindigkeiten sowie die spezifische Energie und Enthalpie massengewichtet gemittelt werden:

$$u = \overline{u} + u'' \qquad v = \overline{v} + v'' \qquad w = \overline{w} + w'' \qquad e = \overline{e} + e'' \qquad h = \overline{h} + h'' \tag{22}$$

wobei gilt:

$$\overline{\rho u''} = 0 \qquad \overline{\rho v''} = 0 \qquad \overline{\rho w''} = 0 \qquad \overline{\rho e''} = 0 \qquad \overline{\rho h''} = 0 \tag{23}$$

$$\overline{p'} = 0 \qquad \overline{\rho'} = 0 \qquad \overline{T'} = 0 \tag{24}$$

Für inkompressible Strömungen (konstante Dichte) sind beide Mittelungen identisch. Wie jedoch in [104] dargelegt, läßt sich unter Zuhilfenahme der Morkovin-Hypothese [74], die eine Abschätzung der Dichtefluktuationen in schwach kompressiblen Medien erlaubt, zeigen, daß bei den moderaten Machzahlen, $Ma = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}/a$ mit a als Schallgeschwindigkeit, die bei Transportflugzeugkonfigurationen auftreten, die Dichtefluktuationen vernachlässigbar sind. Dies führt zu einer Identität beider Mittelungsformen. Laut [107] werden die Vorteile der Favre-Mittelung erst bei hypersonischen Machzahlen spürbar; in [128] wird ausgeführt, daß diese Annahme auch schon bei supersonischen Scherschichten versagt. Da in diesen Untersuchungen jedoch nur sub- und transsonische Strömungen ($Ma < 1.5$) betrachtet werden, können im weiteren die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes (RANS) Gleichungen verwendet werden. Dabei werden die Überstriche, die die gemittelten Größen kennzeichneten, der Übersichtlichkeit der Darstellung halber weggelassen.

2.3 Wirbelzähigkeitsprinzip

Durch die Mittelung der Navier-Stokes-Gleichungen treten turbulente Scheinspannungen auf, die zu den laminaren Spannungen addiert werden [107, 136]:

$$\tau_{ij,t} = -\overline{\rho u_i' u_j'} \qquad \tau_{ij,e} = \tau_{ij} + \tau_{ij,t} \tag{25}$$

Diese Terme – auch als Reynoldsspannungen oder zweite statistische Momente bezeichnet – gehen als neue Unbekannte in das Gleichungssystem ein, die modelliert, d.h. in Abhängigkeit der gemittelten Größen sowie ihrer Ableitungen dargestellt werden müssen. Lineare EVM beruhen auf der Boussinesq-Hypothese [11], die analog zur laminaren Zähigkeit, die durch das Newton'sche Reibungsgesetz beschrieben wird, eine skalare Wirbelzähigkeit einführt,

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = 2\mu_t \left(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij} S_{kk} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k \tag{26}$$

wobei k die turbulente kinetische Energie

$$k = \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \tag{27}$$

und S_{ij} den Deformationsgeschwindigkeits- oder Scherratentensor bezeichnet:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{28}$$

Definiert man die effektive Zähigkeit als Summe aus laminarer und Wirbelviskosität,

$$\mu_e = \mu + \mu_t \tag{29}$$

so lassen sich die resultierenden Spannungen wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx,e} &= 2\mu_e \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2}{3}\rho k \\
\tau_{yy,e} &= 2\mu_e \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2}{3}\rho k \\
\tau_{zz,e} &= 2\mu_e \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2}{3}\rho k
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{xy,e} &= \tau_{yx,e} = \mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\
\tau_{xz,e} &= \tau_{zx,e} = \mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
\tau_{yz,e} &= \tau_{zy,e} = \mu_e \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
\end{aligned} \tag{31}$$

Auch diese Ausdrücke seien hier im Interesse einer kompakteren Darstellung in Indexschreibweise eingeführt:

$$\tau_{ij,e} = 2\mu_e \left(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij} S_{kk} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k \tag{32}$$

Die laminare Zähigkeit wird weiterhin mit Hilfe des Sutherland-Gesetzes (14) dargestellt. Die Wärmeleitfähigkeit muß modifiziert werden,

$$\lambda_e = \mu \frac{c_p}{Pr} + \mu_t \frac{c_p}{Pr_t}, \tag{33}$$

um die Abhängigkeit von der Wirbelzähigkeit mit zu berücksichtigen. Die Prandtlzahlen werden zu $Pr = 0.72$ und $Pr_t = 0.9$ gesetzt [136].

Ersetzt man die Normal- und Schubspannungen (11) und (12) in den Navier-Stokes-Gleichungen (1) bis (6) durch die obigen Ausdrücke (30) und (31) sowie die Wärmeleitfähigkeit (15) durch (33), so erhält man die RANS-Gleichungen in linearer Wirbelzähigkeitsformulierung. Es ist allerdings zu beachten, daß das Schließungsproblem durch die Wirbelviskositätsannahme keinesfalls behoben ist, sondern nur in die adäquate Bestimmung der Wirbelzähigkeit μ_t verlagert wird.

2.4 Turbulenzmodellierung

Die Wirbelviskosität wird aus dimensionalen Gründen zumeist in ein turbulentes Geschwindigkeitsmaß, welches typischerweise auf der turbulenten kinetischen Energie k basiert, und ein turbulentes Längenmaß l_t zerlegt. Man kann somit schreiben [136]:

$$\mu_t \sim \rho k^{1/2} l_t \tag{34}$$

Die einfachste Form der Wirbelzähigkeitsmodellierung stellen algebraische Turbulenzmodelle dar [4, 16], die die Wirbelviskosität direkt aus den Größen des Hauptströmungsfeldes ermitteln. Diese Modelle weisen klare strukturelle Defizite auf, da sie auf einer lokalen Betrachtungsweise beruhen und Transporteffekte völlig vernachlässigt werden. Aus diesem Grund ist man heute dazu übergegangen, Transportgleichungsmodelle zu verwenden, die entweder direkt eine Gleichung für die turbulente Zähigkeit [119, 120] oder jeweils eine Gleichung für die Geschwindigkeits- und die Längenmaßvariable lösen. Weite Verbreitung haben Modelle gefunden, die die Geschwindigkeitsmaßvariable auf der turbulenten kinetischen Energie k basieren. In einem Ansatz, der auf Jones und Launder [53] zurückgeht, kommt als Längenmaßvariable die Dissipationsrate

$$\varepsilon \sim \frac{k^{3/2}}{l_t} \tag{35}$$

zur Anwendung. Die Wirbelzähigkeit wird in diesen klassischen k-ε-Modellen als

$$\mu_t = C_\mu \cdot \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \tag{36}$$

gesetzt, wobei $C_\mu = 0.09$ als Anisotropieparameter bezeichnet wird. In anwendungsorientierten aerodynamischen Lösern haben sich jedoch Modelle durchgesetzt, die auf der spezifischen Dissipationsrate

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k \cdot C_\mu} \tag{37}$$

basieren und somit auf die Wirbelzähigkeitsbeziehung

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \tag{38}$$

führen. Diese weisen eine inhärente Konsistenz zu den Gesetzmäßigkeiten der viskosen Unterschicht und des logarithmischen Bereichs einer Grenzschicht auf und haben somit Vorteile bei der Berechnung ablösenaher oder abgelöster Strömungen. Zudem sind sie oft einfacher lokal – im Sinne von wandabstandsunabhängig – formulierbar und lassen sich leichter implementieren (z.B. hinsichtlich der Randbedingungen). Die Transportgleichungen werden im k-ω-Zusammenhang wie folgt formuliert:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}\Big) = P_{tu} - C_\mu \rho \omega k \tag{39}$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) = C_{\omega 1} P_{tu}\frac{\omega}{k} - C_{\omega 2}\rho\omega^2 \tag{40}$$

Die diffusiven Beiträge werden durch ein Gradienten-Diffusionsmodell mit den Prandtlzahlen σ_k und σ_ω, die als konstant angenommen werden, beschrieben [136]. Der Quellterm der Geschwindigkeitsmaßgleichung (39) setzt sich aus einem Produktions- und einem Destruktionsterm zusammen. Der Quellterm der Längenmaßgleichung (40) wird entsprechend modelliert, wobei die Konstanten $C_{\omega 1}$ und $C_{\omega 2}$ eingeführt werden müssen, die empirisch bestimmt werden. Während $C_{\omega 2}$ aus dem experimentell untersuchten Abklingverhalten homogener Turbulenz in scherfreier Grundströmung bestimmt wird, folgt $C_{\omega 1}$ aus der Betrachtung einer homogenen Scherung im Gleichgewichtszustand. Für die Konstanten σ_k, σ_ω, $C_{\omega 1}$ und $C_{\omega 2}$ kann aber kein definierter Wert festgelegt werden, die geeignete Auswahl aus dem durch die Experimente vorgegebenen Wertebereich liegt im Ermessen des Modellentwicklers. Detaillierte Beschreibungen hierzu finden sich u.a. in [104, 136].

P_{tu} stellt die Produktion turbulenter kinetischer Energie dar und beschreibt den Zuwachs von selbiger infolge der Wechselwirkung zwischen den Reynoldsspannungen und den Geschwindigkeitsgradienten der Hauptströmung:

$$P_{tu} = -\overline{\rho u_i' u_j'}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{41}$$

Mit der Boussinesq-Hypothese, Gleichung (26), die hier in Abhängigkeit vom spurfreien Scherratentensor

$$\widetilde{S_{ij}} = S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{kk} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{42}$$

ausgedrückt wird,

$$-\overline{\rho u_i u_j} = 2\mu_t \widetilde{S_{ij}} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \tag{43}$$

folgt somit bei Verwendung der Zerlegung

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \widetilde{S_{ij}} + \Omega_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}, \tag{44}$$

mit Ω_{ij} als Wirbelstärketensor

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{45}$$

für den Produktionsterm

$$P_k = 2\mu_t \widetilde{S_{ij}}\left(\widetilde{S_{ij}} + \Omega_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) - \frac{2}{3}\rho k \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 2\mu_t \widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}} - \frac{2}{3}\rho k \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{46}$$

Diese Vereinfachung läßt sich durchführen, da folgende Identitäten immer erfüllt sind:

$$\widetilde{S_{ij}} \cdot \Omega_{ij} = 0 \qquad \widetilde{S_{ij}} \cdot \left(\frac{1}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) = 0 \tag{47}$$

Der Term $S = \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}}$ ist die Invariante der Scherrate mit

$$\begin{aligned} 2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}} \;=\; & \frac{4}{3}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right. \\ & \left. - \left(\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial w}{\partial z}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right] \\ & + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \end{aligned} \tag{48}$$

Die Darstellung des Produktionsterms nach (46) sei hier nochmal zusammengefaßt:

$$P_k = \mu_t S^2 - \frac{2}{3}\rho k\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \tag{49}$$

Sie wird in dieser Form in allen weiteren Betrachtungen herangezogen.

2.5 Transportgleichungsmodelle

Als Stand der Technik haben sich die im vorangegangenen Kapitel dargestellte Zweigleichungstechnik, bei der je eine Gleichung für das Geschwindigkeits- und das Längenmaß gelöst wird, sowie alternativ eine Eingleichungsmodellierung, bei der die Wirbelzähigkeit direkt als Variable auftritt, etabliert. Algebraische Modelle wie Cebeci-Smith [16], Baldwin-Lomax [4] oder Degani-Schiff [22] sowie Halbgleichungsmodelle wie Johnson-King [52] werden allgemein

als überholt angesehen. Nichtsdestoweniger war den Standard-Transportgleichungsmodellen nur bedingter Erfolg beschieden, da sie hinsichtlich ihres Gültigkeitsbereichs oft zu restriktiv formuliert sind. Insbesondere die Annahme eines konstanten Anisotopieparameters $C_\mu = 0.09$, der sich aus der Betrachtung wandgebundener Scherschichten ergibt, erweist sich als problematisch. Dies führte zur Entwicklung einer Reihe von Modellen, die versuchen, diese Defizite zu überwinden.

Im Rahmen dieser Untersuchung soll die Vorhersagefähigkeit höherwertiger linearer Modelle bestimmt und miteinander sowie mit dem Standardmodell nach Wilcox verglichen werden. Besonderes Augenmerk wird hierbei auf die drei bereits in der Einleitung erwähnten Modellklassen gerichtet. Dies sind zum einen Eingleichungsmodelle für eine modifizierte Wirbelzähigkeit, die auf dem Ansatz von Spalart und Allmaras basieren, Zweigleichungsmodelle, die vermittels eines variablen Anisotropieparameters anstreben, zu konsistenteren Stress-Strain-Verteilungen zu gelangen sowie linearisierte explizite algebraische Spannungsmodelle. Neben den bekannten Modellen wie Spalart-Allmaras [119, 120], Menter SST k-ω [68, 69] sowie Wallin L-EARSM [131] werden hier Vorschläge von Rung [100, 105, 106] betrachtet, der sich in seinen Modellierungsansätzen sehr um einfache Formulierungen sowie, wo immer möglich, Wandabstandsunabhängigkeit bemüht hat und die aus diesem Grund als besonders praxisnah eingestuft werden können.

Das Wilcox k-ω-Modell [135] war in dem hier verwendeten numerischen Verfahren, auf das im nächsten Kapitel einzugehen sein wird, als Standardmodell implementiert. Es sei im folgenden kurz dargestellt. Die anderen, im Anschluß beschriebenen Modelle wurden im Rahmen der vorliegenden Untersuchung in das Simulationsprogramm integriert.

2.5.1 Wilcox k-ω

Das k-ω-Modell nach Wilcox [135] wird in dieser Untersuchung als Basismodell verwendet. Das Modell ist wie folgt formuliert:
Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \tag{50}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}\Big) = P_{tu} - C_\mu \rho\omega k \tag{51}$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) = C_{\omega 1} P_{tu}\frac{\omega}{k} - C_{\omega 2}\rho\omega^2 \tag{52}$$

Koeffizienten:

$$C_\mu = 0.09 \qquad C_{\omega 1} = 0.5556 \qquad C_{\omega 2} = 0.075 \qquad \sigma_k = 0.5 \qquad \sigma_\omega = 0.5 \tag{53}$$

Das Modell zeichnet sich durch seine einfache Formulierung aus, die auf Dämpfungsfunktionen verzichtet. Es weist eine inhärente Konsistenz bezüglich der Darstellung des semiviskosen und logarithmischen Bereichs der Grenzschicht auf und kann sowohl kompressible

als auch inkompressible Wandgrenzschichten mit einem einheitlichen Koeffizientensatz handhaben [104]. Bei Strömungen mit Druckanstieg zeigt sich das Modell auch als den klassischen k-ε-Ansätzen überlegen. Allerdings deckt sich das asymptotische Verhalten der Turbulenzvariablen bei Annäherung an die Wand nicht mit experimentellen Ergebnissen, weswegen das Modell von Wilcox mittels Dämpfungsfunktionen modifiziert wurde [137]. Da diese Korrekturen jedoch nur geringen Einfluß auf anwendungsrelevante Größen wie Schubspannung und Geschwindigkeitsverteilung haben, wird von einer Anpassung des Modells im Rahmen dieser Studie abgesehen.

Zur Steigerung der numerischen Effizienz insbesondere in transsonischen Strömungen schlägt Rudnik vor, den Koeffizienten $C_{\omega 2} = 0.071$ zu setzen [91]. Da dies auch Vorteile hinsichtlich der Vorhersage abgelöster Strömungen bietet, wie zu einem späteren Zeitpunkt am ONERA A-Profil zu zeigen sein wird, ist dieser Wert in dieser Arbeit für alle k-ω-Modelle mit Ausnahme des LLR-Modells sowie des vollständigen Menter SST-Ansatzes übernommen worden.

Zwei wesentliche Schwächen des Wilcox k-ω-Modells wurden in den neunziger Jahren identifiziert. Zum einen hat sich gezeigt, daß eine erhebliche Abhängigkeit der Lösung von der Fernfeldvorgabe von ω besteht, die sich insbesondere bei der Vorhersage freier Scherschichten auswirkt, zum anderen ist das Modell bei der Berechnung von Strömungen mit positiven Druckgradienten zwar algebraischen Ansätzen überlegen, liefert aber dennoch unbefriedigende Ergebnisse. Dies motivierte Weiterentwicklungen wie das SST-Modell von Menter, auf das zu einem späteren Zeitpunkt einzugehen sein wird.

2.5.2 Spalart-Allmaras

Das Spalart-Allmaras-Modell [119, 120] ist zur Zeit eines der populärsten Modelle in der aerodynamischen Anwendung, für die es auch explizit entwickelt wurde. Es handelt sich hierbei um ein Transportgleichungsmodell, in dem eine zusätzliche Gleichung für eine modifizierte Wirbelzähigkeit gelöst wird.

Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \tag{54}$$

Transportgleichung:

$$\frac{D\rho\tilde{\nu}}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu + \rho\tilde{\nu}}{\sigma} \cdot \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right) = c_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} - c_{w1} f_w \rho \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 + \frac{c_{b2}\rho}{\sigma}\left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2 \tag{55}$$

Argumente:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \qquad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \qquad f_w = g\left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}\right]^{1/6} \tag{56}$$

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \qquad g = r + c_{w2}(r^6 - r) \qquad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 y^2} \tag{57}$$

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 y^2} f_{v2} \qquad \Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{58}$$

Koeffizienten:

$$c_{b1} = 0.1355 \qquad c_{b2} = 0.622 \qquad c_{v1} = 7.1 \qquad \sigma = 0.6667 \tag{59}$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} \qquad c_{w2} = 0.3 \qquad c_{w3} = 2.0 \qquad \kappa = 0.41 \tag{60}$$

Das Modell, zu dem inzwischen verschiedene Modifikationen bestehen (z.B. [26]), hat – neben dem SST k-ω-Modell – weite Verbreitung gefunden, da es sich in Grenzschichten mit positiven Druckgradienten bewährt und zugleich als robust und effizient herausgestellt hat [94, 98]. Wie in [41] an einem Mehrkomponentenprofil dargestellt, liegen die Stärken des Modells in der Vorhersage anliegender Grenzschichten, Nachläufe sowie der Mischungsregion von Grenzschichten und Nachläufen. Auch wenn es Schwächen in der Vorhersage von Ablösungen aufweist, auf die bei der Validierung noch einzugehen sein wird, trägt die Tatsache, daß das Modell inzwischen von einer Mehrzahl der Gruppen, die in aerodynamischen CFD-Anwendungen aktiv sind, verwendet wird, dazu bei, den Gültigkeitsbereich und das Modellverhalten sehr genau einschätzen zu können. Auf die Verwendung des in der Originalformulierung enthaltenen Transitionsmodells wird in dieser Untersuchung verzichtet.

2.5.3 SALSA

Da sich das Spalart-Allmaras-Modell weiter Verbreitung erfreut, wird zusätzlich zu den beschriebenen Ansätzen ein erweitertes Eingleichungsmodell betrachtet. Das SALSA (**S***train-***A***daptive* **L***inear* **S***palart* **A***llmaras*) Modell [100] von Rung setzt auf der Formulierung des Spalart-Allmaras-Modells auf, bietet aber einen erweiterten Gültigkeitsbereich in Bezug auf Nichtgleichgewichtszustände. Wie alle Einparametermodelle beinhaltet auch das Spalart-Allmaras-Modell die Annahme des lokalen Gleichgewichts von Produktion und Dissipation von turbulenter Energie. Um auch Nichtgleichgewichtszustände wirklichkeitsnäher erfassen zu können, wird zur Erweiterung des Gültigkeitsbereichs eine flexiblere Darstellung der Produktion durch die Rekonstruktion von P/ε aus der Mischungsweghypothese eingeführt. Dieser Ansatz bietet allerdings nur in dem Teil des Rechengebietes Vorteile, in dem der Wandnormalenabstand Rückschlüsse auf das Turbulenzfeld zuläßt. Das Modell wurde weiterhin auf kompressible Strömungen erweitert.

Die Modifikation erfolgt im wesentlichen über die Einführung eines Anisotropieparameters in den Produktionsterm, der die Produktion exzessiver Scherraten sowie eine unerwünschte Wanddämpfung verhindern soll:

$$P = c_{b1} \cdot \rho \cdot \tilde{S} \cdot \tilde{\nu} \cdot C_{\mu}^{*} \tag{61}$$

wobei

$$C_\mu^* = \sqrt{\max\left(\left(1.01 \cdot \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 y^2}\right)^{0.65}, \left(1 - \tanh\frac{\chi}{68}\right)^{0.65}\right)} \tag{62}$$

Der Dissipationsterm muß entsprechend formuliert werden:

$$D = c_{w11} f_w \rho \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \tag{63}$$

mit

$$c_{w11} = C_\mu^* \cdot \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} \tag{64}$$

Darüberhinaus finden eine Kompressibilitätskorrektur, basierend auf der Ruhedichte $\rho_{0,\infty}$, sowie eine obere Schranke Eingang in den Parameter r:

$$r = \min\left(1, \sqrt{\frac{\rho_{0,\infty}}{\rho}} \cdot \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 y^2}\right) \qquad \rho_{0,\infty} = \rho_\infty \cdot \left(1 + (\gamma - 1)\frac{Ma^2}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \tag{65}$$

In engerer Anlehnung an die übliche Formulierung basiert $\tilde{S}$ im Gegensatz zum Originalmodell wieder auf der Invariante der Scherrate:

$$\tilde{S} = \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}} \tag{66}$$

Das Modell wurde in jüngster Zeit überarbeitet [14], diese neue Formulierung konnte jedoch in diese Arbeit keinen Eingang mehr finden.

2.5.4 Menter SST *k-ω*

Das SST $k-\omega$–Modell nach Menter [68, 69] hat in anwendungsnahen CFD–Verfahren, ähnlich wie das Spalart-Allmaras-Modell, starke Verbreitung gefunden. Im Gegensatz zu letzterem liegen jedoch die Stärken dieses Ansatzes eher in der Vorhersage abgelöster Strömungen [98].

Das Modell besteht aus zwei Teilen, dem BSL (Baseline)–Modell und der SST (Shear-Stress Transport)–Modifikation. Das BSL–Modell verwendet das Original–$k-\omega$–Modell in der semiviskosen Unterschicht und dem Log-Layer und schaltet im Außenbereich allmählich auf ein Standard–$k-\varepsilon$–Modell um. Es ist in seinen Eigenschaften in Grenzschichtströmungen der Originalformulierung sehr ähnlich, vermeidet jedoch dessen Freistromabhängigkeit durch die Insensitivität des $k-\varepsilon$–Ansatzes. Um die Modelleigenschaften bei Grenzschichtströmungen mit positiven Druckgradienten zu verbessern, wurde die SST–Modifikation eingeführt, die den Transport der dominierenden Schubspannung vermittels der Bradshaw-Beziehung berücksichtigt. Diese setzt die Schubspannung in Proportionalität zur turbulenten kinetischen Energie und führt zu einer Begrenzung ersterer in derartigen Strömungen. Das Gesamtmodell mit beiden Modifikationen wird allgemein als Menter SST–Modell bezeichnet und ist mathematisch wie folgt formuliert, wobei die Koeffizienten der ω–Gleichung durchgängig als $C_{\omega 1}$ und $C_{\omega 2}$ bezeichnet werden.

Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = f_\mu \cdot \rho \frac{k}{\omega} \tag{67}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k^*})\frac{\partial k}{\partial x_j}\Big) = P_{tu} - \rho C_\mu \omega k \tag{68}$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega^*})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) = P_{tu} \cdot \frac{\rho C_{\omega 1}^*}{\mu_t} - \rho C_{\omega 2}^* \omega^2 + 2(1-F_1)\frac{\rho}{\sigma_\omega^a \omega}\Big(\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) \tag{69}$$

BSL-Blending:

$$\begin{array}{l} \sigma_k^* \;\; = F1 \cdot \;\sigma_k^i \;\; + (1-F1) \cdot \;\sigma_k^a \\ \sigma_\omega^* \;\; = F1 \cdot \;\sigma_\omega^i \;\; + (1-F1) \cdot \;\sigma_\omega^a \\ C_{\omega 1}^* = F1 \cdot C_{\omega 1}^i + (1-F1) \cdot C_{\omega 1}^a \\ C_{\omega 2}^* = F1 \cdot C_{\omega 2}^i + (1-F1) \cdot C_{\omega 2}^a \end{array} \tag{70}$$

SST-Funktion:

$$f_\mu = 1/\max\left(1, \frac{F2 \cdot \Omega}{0.30 \cdot \omega}\right) \qquad \Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{71}$$

Übergangsfunktionen:

$$F1 = \tanh(arg_1^4) \qquad F2 = \tanh(arg_2^2) \tag{72}$$

Argumente:

$$arg1 = \min\left[\max\left(arg111; arg112\right); arg12\right] \qquad arg2 = \max\left[2 \cdot arg111; arg112\right]$$

$$arg111 = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega y} \qquad arg112 = \frac{500\mu}{\rho\omega y^2} \qquad arg12 = \frac{4\rho k}{\sigma_\omega^a K D_{k\omega} y^2}$$

Kreuzdiffusionsterm:

$$KD_{k\omega} = \max\left[\frac{2\rho}{\sigma_\omega^a \omega} \cdot \Big(\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big); 10^{-20}\right] \tag{73}$$

Koeffizienten:

	C_μ	σ_k	σ_ω	$C_{\omega 1}$	$C_{\omega 2}$
innen (i)	0.09	1.1765	2.0	0.5556	0.075
außen (a)	0.09	1.0	1.167	0.44	0.0828

Um den Einfluß der SST-Modifikation zu isolieren, kommt auch eine Variante des Modells zum Einsatz, in der der BSL-Teil ausgeschaltet wird, die SST-Formulierung mithin auf den Wilcox-Gleichungen aufsetzt. Der Koeffizient $C_{\omega 2}$ wird dann zu 0.071 gesetzt. In den in dieser Studie betrachteten Außenströmungen ohne Strahlen ist die Fernfeldabhängigkeit als unkritisch zu sehen, der Kreuzdiffusionsterm hat ebenfalls nahezu keinen Einfluß.

2.5.5 LLR *k-ω*

Das LLR (**L***ocal* **L***inear* **R***ealizable*) k-ω-Modell von Rung [106] ist ein lokales, lineares Zweigleichungsmodell, das aus Realizability- und Nichtgleichgewichts-Zwangsbedingungen hergeleitet wurde und eng an das realisierbare k-ε-Modell von Shih u.a. [114] angelehnt ist. Die Koeffizienten sowohl der Stress-Strain-Beziehung als auch der Transportgleichungen selbst sind nicht konstant, sondern als Funktionen der dimensionslosen Invarianten der Deformationsgeschwindigkeits- und Wirbelstärketensoren formuliert.

Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = C_\mu \cdot \rho \frac{k}{\omega} \tag{74}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}\Big) = P_k - \beta_k \rho\omega k \tag{75}$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) = P_\omega - \beta_\omega \rho\omega^2 \tag{76}$$

Anisotropieparameter:

$$C_\mu = \frac{f_\mu}{(B_s + A_s)\,\tilde{U}} \qquad \tilde{U} = \frac{\sqrt{0.5\ (S^2 + \Omega^2)}}{\omega} \qquad f_\mu = \frac{1/80 + R_\mu}{1 + R_\mu} \tag{77}$$

Hilfsbeziehungen:

$$R_\mu = \left(\frac{R_t}{70}\right)^\alpha \qquad \alpha = 0.5 + 1.6 \cdot (3(R_t/150)^2 - 2(R_t/150)^3) \tag{78}$$

$$A_s = 3\cos\left[\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{\sqrt{6}S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{(S_{ij}S_{ij})^{1.5}}\right)\right] \tag{79}$$

$$B_s = \max\left(\frac{C_s}{\tilde{U}}, \frac{181}{140 + \left(\frac{S}{\omega}\right)^2}\right) \qquad C_s = 8 - 4.1 \cdot \tanh\left(\frac{S}{1.8 \cdot \omega}\right) \tag{80}$$

$$R_t = \frac{k}{\omega\nu} \qquad S = \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}} \qquad \Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{81}$$

Quellterme und Koeffizienten der Transportgleichungen:

$$P_k = \mu_t S^2 \qquad P_\omega = \rho S^2 \sqrt{C_\mu} f_1 \left[c_1 - \frac{C_\mu S}{\omega}\right] \qquad c_1 = \max\left[0.43, \frac{S/\omega}{S/\omega + 4.265}\right] \tag{82}$$

$$\beta_k = \frac{\frac{0.83}{3} + R_k}{1 + R_k} \qquad \beta_\omega = \frac{1.83}{1 + \sqrt{C_\mu \mu/(\mu + \mu_t)}} - 1 \qquad f_1 = \frac{1/90 + (R_t/70)^2}{1 + (R_t/70)^2} \tag{83}$$

$$R_k = \left[A^* \ (R_t/100)^{2.5}\right] + \left[(1 - A^*) \ (R_t/100)^{0.5}\right] \qquad A^* = \tanh\left(4 \ \sqrt{R_t/100}\right) \tag{84}$$

$$\sigma_k = 2.0 \qquad \sigma_\omega = 2.0 \tag{85}$$

Durch die Formulierung der Dämpfungsfunktionen in Abhängigkeit von der turbulenten Reynoldszahl gelingt eine lokale, wandabstandsunabhängige Formulierung. Die Koeffizienten wurden an verfügbare DNS-Daten einer Kanalströmung angepaßt, um ein korrektes asymptotisches Verhalten des Modells zu gewährleisten. Der variable Anisotropieparameter C_μ gewährt die Realisierbarkeit des Ansatzes. Die Motivation hierfür kann mit der des SST-Ansatzes von Menter verglichen werden, wobei durch die Adaption des allgemeingültiger formulierten Shih-Ansatzes erreicht werden soll, konsistente Stress-Strain-Verteilungen nicht nur in ebenen Scherströmungen, sondern auch in allgemeineren Strömungssituationen zu erzielen. Unter Realisierbarkeit versteht man in diesem Zusammenhang die Tatsache, daß die Reynoldsspannungen fundamentalen statistischen Zusammenhängen genügen müssen. Zum einen bedeutet das, daß keine negative Varianz zulässig ist,

$$\overline{u_\alpha'^2} \geq 0. \tag{86}$$

Da es sich hierbei um Anteile der turbulenten kinetischen Energie handelt, läßt sich dies unmittelbar als Forderung interpretieren, daß Energie nie negativ sein kann. Das zweite Prinzip beruht auf der Tatsache, daß die Reynoldsspannungen die Schwarz'sche Ungleichung erfüllen müssen:

$$\overline{u_\alpha'^2} \ \overline{u_\beta'^2} - (\overline{u_\alpha' u_\beta'})^2 \geq 0 \tag{87}$$

Für eine ausführliche Beschreibung der Realizability linearer Stress-Strain-Beziehungen siehe [101].

2.5.6 SKW L-EARSM (2D)

Das L-EARSM (**L***inearized* **E***xplicit* **A***lgebraic* **R***eynolds* **S***tress* **M***odel*) von Wallin [131] beruht auf dem linearen Rumpf eines EASM. Basis ist hier das selbstkonsistente EARSM von Wallin und Johannson [132]. Für dieses Modell existieren verschiedene Ausbaustufen. Aufgrund der Tatsache, daß hier nur die lineare Variante zur Anwendung kommt, wird die einfachste Version, die sich auf 2D-Hauptströmungen bezieht, betrachtet. Als Hintergrundmodell wurde die Standard-k-ω-(SKW)-Formulierung gewählt, weswegen das Modell in Konsistenz zur Nomenklatur von Wallin als SKW L-EARSM (2D) bezeichnet wird. Wie von Wallin beschrieben [131], führt dies im nichtlinearen Kontext auf qualitativ falsche Profile der turbulenten kinetischen Energie sowie der Reynoldsspannungen im Wandnahbereich, allerdings

werden anwendungsrelevante Größen wie die Geschwindigkeitsprofile und die Wandreibung korrekt vorhergesagt.

Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = -\frac{1}{2}\beta_1 \rho k \tau \tag{88}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}\Big) = P_{tu} - C_\mu \rho \omega k \tag{89}$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) = C_{\omega 1} P_{tu}\frac{\omega}{k} - C_{\omega 2}\rho\omega^2 \tag{90}$$

Turbulentes Zeitmaß:

$$\tau = \max\left(\frac{k}{\varepsilon}, C_\tau\sqrt{\frac{\mu}{\rho\varepsilon}}\right) \qquad \varepsilon = C_\mu \omega k \qquad C_\tau = 6.0 \tag{91}$$

Funktionen:

$$\beta_1 = -\frac{6}{5}\frac{N}{N^2 - 2II_\Omega} \tag{92}$$

$$N = \begin{cases} \frac{C_1'}{3} + \left(P_1 + \sqrt{P_2}\right)^{1/3} + \left(P_1 - \sqrt{P_2}\right)^{1/3} & , P_2 \geq 0 \\ \frac{C_1'}{3} + 2\left(P_1^2 - P_2\right)^{1/6}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}}\right)\right) & , P_2 < 0 \end{cases} \tag{93}$$

$$P_1 = \left(\frac{{C_1'}^2}{27} + \frac{9}{20}II_S - \frac{2}{3}II_\Omega\right)C_1' \qquad C_1' = \frac{9}{4}(c_1 - 1) \qquad c_1 = 1.8 \tag{94}$$

$$P_2 = P_1^2 - \left(\frac{{C_1'}^2}{9} + \frac{9}{10}II_S + \frac{2}{3}II_\Omega\right)^3 \tag{95}$$

Invarianten:

$$II_S = S_{ij}^* S_{ji}^* \qquad II_\Omega = \Omega_{ij}^* \Omega_{ji}^* \tag{96}$$

$$S_{ij}^* = \tau\widetilde{S_{ij}} \qquad \Omega_{ij}^* = \tau\Omega_{ij} \tag{97}$$

Koeffizienten:

$$C_\mu = 0.09 \qquad C_{\omega 1} = 0.5556 \qquad C_{\omega 2} = 0.071 \qquad \sigma_k = 0.5 \qquad \sigma_\omega = 0.5 \tag{98}$$

Wie man sieht, enthält das Modell eine Fallunterscheidung, Gleichung (93), die aus der Lösung der sich aus der Selbstkonsistenz ergebenden kubischen Gleichung herrührt und sich negativ auf die Performance in einem numerischen Verfahren auswirken dürfte.

2.5.7 LEA *k-ω*

Das LEA (**L***inearized* **E***xplicit* **A***lgebraic Stress Model*) *k*-ω-Modell von Rung stellt ebenfalls einen linearen Rumpf eines nichtlinearen EASM dar, welches als generalisiertes Zweiparametermodell aufgefaßt werden kann [105]. Das nichtlineare Modell ist lokal formuliert und beachtet das Realizability-Prinzip. Die Darstellung von Nichtgleichgewichtszuständen ist quasi-selbstkonsistent formuliert, was im Gegensatz zur selbstkonsistenten Darstellung auf einen weniger aufwendigen Ansatz führt, siehe [104]. Eingehende Darstellungen der Entwicklung des nichtlinearen Ansatzes finden sich in [102, 104], Anwendungen des zugehörigen quadratischen Modells in [34, 141]. Der LEA-Ansatz kann mit verschiedenen Hintergrundmodellen kombiniert werden, hier wird das Wilcox *k*-ω-Modell verwendet.

Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = \frac{C_\mu^*}{C_\mu} \cdot \rho \frac{k}{\omega} \tag{99}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}\Big) = P_{tu} - C_\mu \rho \omega k \tag{100}$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\Big) = C_{\omega 1} P_{tu} \frac{\omega}{k} - C_{\omega 2} \rho \omega^2 \tag{101}$$

Anisotropieparameter:

$$C_\mu^* = \frac{\beta_1}{1 - \frac{2}{3}\eta^2 + 2\xi^2} \tag{102}$$

Funktionen:

$$\eta^2 = \frac{\beta_3^2 \cdot S^2}{8} \qquad \xi^2 = \frac{\beta_2^2 \cdot \Omega^2}{2} \tag{103}$$

$$\beta_1 = \frac{\frac{4}{3} - C_2}{2g} \qquad \beta_2 = \frac{2 - C_4}{2g} \qquad \beta_3 = \frac{2 - C_3}{g} \tag{104}$$

$$g = f_g \cdot (C_1 - 1) + \frac{S^2}{4 + 1.83\sqrt{0.8\Omega^2 + 0.2S^2}} \tag{105}$$

$$f_g = 1 + 0.95\left(1 - \tanh\left(\frac{S^2}{4.6225}\right)\right) \tag{106}$$

$$C_1 = 2.6 \qquad C_2 = \max\left(0.4, 1.5 \cdot \frac{S^{1.7}}{17.1 + 1.875 \cdot S^{1.7}}\right) \tag{107}$$

$$C_3 = 1.25 \qquad C_4 = 0.45 \tag{108}$$

Dimensionslose Invarianten:

$$S = \frac{1}{C_\mu \cdot \omega} \cdot \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}} \qquad \Omega = \frac{1}{C_\mu \cdot \omega} \cdot \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{109}$$

Koeffizienten:

$$C_\mu = 0.09 \qquad C_{\omega 1} = 0.5556 \qquad C_{\omega 2} = 0.071 \qquad \sigma_k = 0.5 \qquad \sigma_\omega = 0.5 \tag{110}$$

2.6 Lokalität

Ein wesentliches Kriterium für die praktische Anwendbarkeit von Turbulenzmodellen stellt die lokale Formulierung dar. Auch wenn unter diesem Begriff oft nur die Unabhängigkeit des Modells von der Wandschubspannung verstanden wird, so soll hier ein erweiterer Lokalitätsbegriff benutzt werden, der die Unabhängigkeit von wandtopographischen Größen einschließt. Wie im nächsten Kapitel dargelegt, kann die Wandabstandsberechnung in 3D äußerst aufwendig sein. Auch wenn diese Berechnung für jedes Rechennetz nur genau einmal durchgeführt werden muß, so wird Lokalität hiermit eine wünschenswerte Modelleigenschaft. Während sich Eingleichungsmodelle, die nach [136] als unvollständig anzusehen sind, einer lokalen Formulierung prinzipiell verschließen, kann diese auch bei höherwertigen Zweigleichungsmodellen wie hier den LLR- und linearisierten EASM-Ansätzen erreicht werden.

3 Numerisches Verfahren

Ausgehend von einem bekannten anwendungsorientierten Strömungslöser für aerodynamische Simulationen konzentrieren sich die Untersuchungen auf die Turbulenzmodellimplementierung, -validierung und -evaluierung in einem Simulationssystem, das im praktischen Flugzeugentwurf Verwendung findet. Für diese Studie kam hierzu das FLOWer-Programm zur Anwendung, das im Rahmen eines nationalen Verbundvorhabens zwischen Luftfahrtindustrie, Großforschung und Universitäten entwickelt wurde und aktuell in der Industrie angewendet wird [2, 6, 57, 58]. Nichtsdestoweniger ist es an dieser Stelle notwendig, die Eigenschaften des Verfahrens zu beschreiben, da die verwendete Numerik bekanntlich einen nicht zu unterschätzenden Einfluß auf die Vorhersage von Strömungsvorgängen hat. Insbesondere für komplexe physikalische Strömungen ergibt sich ein erheblicher Einfluß der Numerik, wie sich in Codevergleichen gezeigt hat [42]. Die Beschreibung, die sich an [56] anlehnt, beschränkt sich auf die numerischen Eigenschaften des Programmsystems, die für die vorliegende Studie von Bedeutung sind.

FLOWer ist ein dreidimensionales, kompressibles Verfahren auf Basis der integralen Formulierung der Navier-Stokes-Gleichungen, wobei die Approximation der Gleichungen in Raum und Zeit getrennt vorgenommen ist ("Method of Lines", [48]). Der Löser ist in dimensionslosen Variablen formuliert, wobei als Normierungsgrößen eine charakteristische Länge C sowie die Freistromgrößen Dichte ρ_∞, Druck p_∞ und Temperatur T_∞ vorgegeben werden. Diese konsistente Wahl der Normierung stellt im Gegensatz zu Möglichkeiten, die nicht nur auf wenigen Basisgrößen beruhen (siehe z.B. [45]), sicher, daß keine zusätzlichen Faktoren in die Gleichungen einfließen. Das Verfahren ist sowohl auf Vektor- als auch auf Parallelrechnern einsetzbar, wobei die Parallelisierung durch Gebietszerlegung realisiert ist.

Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde der Code zur Integration der betrachteten Turbulenzmodelle im wesentlichen unverändert übernommen. Eigene Ergänzungen betrafen die Portierung auf eine CRAY T3E, um anwendungsnahe Fälle mit bis zu 8 Millionen Gitterpunkten untersuchen zu können sowie die weiter unten vorgestellte Schwarz'sche Limitierung. Einige der hier betrachteten Turbulenzmodelle erfordern die Bestimmung des kürzesten Wandabstands. Hierzu wird am Ende des Kapitels eine Methode vorgestellt, die für diese Studie in das numerische Verfahren integriert wurde.

3.1 Raumdiskretisierung

Die Raumdiskretisierung erfolgt mittels einer Finite-Volumen-Diskretisierung auf nichtüberlappenden, körperangepaßten, strukturierten Rechennetzen, wobei das Verfahren die Verwendung von Multiblock-Topologien erlaubt. Die Erhaltungsgleichungen werden in integraler Form auf jede Zelle angewandt, hierdurch wird die Konservativität des Schemas sichergestellt. Verschiedene Metriken sind in FLOWer implementiert, wobei als Standardmetrik ein Zelleckpunktschema ("Cell-Vertex-Metrik") verwendet wird, in dem die konservativen Variablen in den Netzknoten gespeichert werden und eine Superzelle aus den acht den Knoten umgebenden Elementarzellen das Kontrollvolumen bildet. Diese Metrik zeichnet sich insbesondere bei Netzdiskontinuitäten durch eine höhere Genauigkeit als das klassische Zellmittelpunktschema ("Cell-Centered-Metrik") aus [89]. Allerdings ist der Preis eine geringere

numerische Stabilität, sofern das Netz singuläre Punkte aufweist, an denen aus geometrischen oder topologischen Gründen die Flußbilanz nicht mehr eindeutig aufgestellt werden kann. Bedauerlicherweise treten derartige Netzsingularitäten bei komplexen Konfigurationen sehr häufig auf.

Die Raumdiskretisierung führt auf ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen für die zeitliche Änderung der konservativen Variablen in jedem Netzpunkt (i,j,k):

$$\frac{d}{dt}\underline{W}_{i,j,k} = -\frac{1}{V_{i,j,k}}\left(\underline{R}^c_{i,j,k} - \underline{R}^v_{i,j,k}\right) \tag{111}$$

Hierbei repräsentiert $\underline{W}_{i,j,k} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$ die konservativen Variablen und $\underline{R}^c_{i,j,k}$ und $\underline{R}^v_{i,j,k}$ jeweils die approximierten konvektiven und viskosen Flüsse.

3.1.1 Konvektive Flüsse

In der Cell-Vertex-Formulierung ist der Beitrag der konvektiven Flüsse eine Funktion der diskreten Flußbilanzen der umliegenden acht Zellen [89], siehe Abbildung 1:

$$\begin{aligned}\underline{R}^c_{i,j,k} &= \underline{G}_{i,j,k} + \underline{G}_{i-1,j,k} + \underline{G}_{i,j-1,k} + \underline{G}_{i-1,j-1,k} + \\ &\quad \underline{G}_{i,j,k-1} + \underline{G}_{i-1,j,k-1} + \underline{G}_{i,j-1,k-1} + \underline{G}_{i-1,j-1,k-1}\end{aligned} \tag{112}$$

wobei $\underline{G}_{i,j,k}$ die konvektiven Flüsse der Netzzelle mit den Eckpunkten

$$\begin{aligned}&(i,j,k),(i,j+1,k),(i,j,k+1),(i,j+1,k+1),\\ &(i+1,j,k),(i+1,j+1,k),(i+1,j,k+1),(i+1,j+1,k+1)\end{aligned}$$

darstellt. Analog stellt $V_{i,j,k}$ die Summe der Volumina der acht Zellen dar, die um den Knoten (i,j,k) liegen. Der Gesamtfluß in einer Elementarzelle ergibt sich aus der Summe über die konvektiven Flüsse aller Oberflächenelemente:

$$\begin{aligned}\underline{G}_{i,j,k} &= \underline{g}^i_{i+1,j,k} - \underline{g}^i_{i,j,k} + \underline{g}^j_{i,j+1,k} \\ &- \underline{g}^j_{i,j,k} + \underline{g}^k_{i,j,k+1} - \underline{g}^k_{i,j,k}\end{aligned} \tag{113}$$

Die Flüsse durch eine Zellfläche, z.B. $S^i_{i+1,j,k}$ werden mithilfe arithmetischer Mittelwerte der Flußgrößen in den zugehörigen Netzknoten gebildet, z.B.:

$$\underline{g}^i_{i+1,j,k} = \frac{1}{4}\underline{S}^i_{i+1,j,k} \cdot \left(\underline{\underline{F}}^c_{i+1,j,k} + \underline{\underline{F}}^c_{i+1,j+1,k} + \underline{\underline{F}}^c_{i+1,j,k+1} + \underline{\underline{F}}^c_{i+1,j+1,k+1}\right), \tag{114}$$

mit $\underline{S}^i_{i+1,j,k}$ als Oberflächenvektor der Zellfläche, der durch Projektion der Fläche in die i-Koordinatenebene entsteht. Die Berechnung für die anderen Zellflächen erfolgt entsprechend.

Wie man aus den Gleichungen (112) und (113) sieht, heben sich die Flüsse über die inneren Zellflächen auf, so daß $\underline{R}^c_{i,j,k}$ die Flußbilanz über die Superzelle aus den acht den Knoten (i,j,k) umgebenden Elementarzellen darstellt. Das Schema ist auf glatten Rechengittern von zweiter Ordnung genau.

Die Flußberechnung auf der Basis zentraler Differenzen ist mangels Dissipation nicht in der Lage, hochfrequente Oszillationen, die als Störung in der Lösung auftreten können, zu dämpfen. Aus diesem Grund muß künstliche Dissipation in das Verfahren eingebracht werden, um

diese unerwünschten Schwingungen zu unterdrücken. Die klassische Methode hierfür ist das skalare Dissipationsmodell von Jameson u.a. [48], welches auf einem Blending von Differenzen zweiter und vierter Ordnung basiert. Die künstlichen Dissipationsterme $\underline{D}_{i,j,k}$ werden in Gleichung (111) eingebracht:

$$\frac{d}{dt}\underline{W}_{i,j,k} = -\frac{1}{V_{i,j,k}}\left(\underline{R}^c_{i,j,k} - \underline{R}^v_{i,j,k} - \underline{D}_{i,j,k}\right) \tag{115}$$

Der dissipative Operator wird definiert als

$$\begin{aligned}\underline{D}_{i,j,k} &= \underline{d}^i_{i+\frac{1}{2},j,k} - \underline{d}^i_{i-\frac{1}{2},j,k} + \underline{d}^j_{i,j+\frac{1}{2},k} \\ &- \underline{d}^j_{i,j-\frac{1}{2},k} + \underline{d}^k_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \underline{d}^k_{i,j,k-\frac{1}{2}}\end{aligned} \tag{116}$$

Der dissipative Fluß in $\underline{d}^i_{i+\frac{1}{2},j,k}$ ist wie folgt gegeben (andere Flüsse entsprechend):

$$\begin{aligned}\underline{d}^i_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \alpha_{i+\frac{1}{2},j,k}\cdot \\ &\Big[\epsilon^{(2)}_{i+\frac{1}{2},j,k}\left(\underline{W}_{i+1,j,k} - \underline{W}_{i,j,k}\right) - \\ &\epsilon^{(4)}_{i+\frac{1}{2},j,k}\left(\underline{W}_{i+2,j,k} - 3\underline{W}_{i+1,j,k} + 3\underline{W}_{i,j,k} - \underline{W}_{i-1,j,k}\right)\Big]\end{aligned} \tag{117}$$

Die adaptiven Koeffizienten $\epsilon^{(2)}_{i+\frac{1}{2},j,k}$ und $\epsilon^{(4)}_{i+\frac{1}{2},j,k}$ werden an den lokalen Druckgradienten angepaßt:

$$\epsilon^{(2)}_{i+\frac{1}{2},j,k} = k^{(2)}\cdot\max(\psi_{i+2,j,k}, \psi_{i+1,j,k}, \psi_{i,j,k}, \psi_{i-1,j,k}) \tag{118}$$

$$\epsilon^{(4)}_{i+\frac{1}{2},j,k} = \max(0, k^{(4)} - \epsilon^{(2)}_{i+\frac{1}{2},j,k}) \tag{119}$$

$$\psi_{i,j,k} = \frac{|p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}|}{|p_{i+1,j,k} + 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}|} \tag{120}$$

Die Konstanten $k^{(2)}$ und $k^{(4)}$ werden typischerweise zu 1/2 und 1/64 gesetzt. In Regionen mit geringen Druckgradienten ist $\epsilon^{(2)}$ proportional zum Quadrat der Maschenweite des Gitters und somit klein, hingegen ist $\epsilon^{(4)}$ von Ordnung eins. Der dissipative Fluß entsprechend Gleichung (117) ist somit von dritter Ordnung. In Regionen, in denen sich der Druck stark ändert, wie z.B. in der Nähe von Stößen, ist der Drucksensor (120) von Ordnung eins, wodurch mittels Gleichung (119) der Term dritter Ordnung in (117) abgeschaltet wird. Das Schema ist somit an diesen Stellen von erster Ordnung genau. Eine detaillierte Sensitivitätsstudie findet sich in [54].
Der Koeffizient $\alpha_{i+\frac{1}{2},j,k}$ in Gleichung (117) wird mit den Spektralradien der Jacobi-Matrix der Flüsse skaliert:

$$\begin{aligned}\lambda^i_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \left|\underline{U}\cdot\underline{S}^i_{i+\frac{1}{2},j,k}\right| + a\cdot\left|\underline{S}^i_{i+\frac{1}{2},j,k}\right| \\ \lambda^j_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \left|\underline{U}\cdot\underline{S}^j_{i+\frac{1}{2},j,k}\right| + a\cdot\left|\underline{S}^j_{i+\frac{1}{2},j,k}\right| \\ \lambda^k_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \left|\underline{U}\cdot\underline{S}^k_{i+\frac{1}{2},j,k}\right| + a\cdot\left|\underline{S}^k_{i+\frac{1}{2},j,k}\right|\end{aligned} \tag{121}$$

Hierbei bedeuten $\underline{U} = (u, v, w)^T$ die kartesischen Geschwindigkeiten, a die lokale Schallgeschwindigkeit und $\underline{S}$ die projizierten Zellflächenvektoren. Mit Hilfe eines Skalierungsfaktors nach Martinelli [66], der für große Zellseitenverhältnisse greift, wie sie im Grenzschichtbereich von Navier-Stokes-Netzen gegeben sind,

$$\Psi^i_{i+\frac{1}{2},j,k} = 1 + \max\left(\left(\frac{\lambda^j_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\lambda^i_{i+\frac{1}{2},j,k}}\right)^{\varphi}, \left(\frac{\lambda^k_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\lambda^i_{i+\frac{1}{2},j,k}}\right)^{\varphi}\right) \tag{122}$$

wird der Koeffizient $\alpha_{i+\frac{1}{2},j,k}$ zu

$$\alpha_{i+\frac{1}{2},j,k} = \lambda^i_{i+\frac{1}{2},j,k}\Psi^i_{i+\frac{1}{2},j,k} \tag{123}$$

Der Exponent φ wird typischerweise zu 0.5 gesetzt, um ein robustes Schema zu erreichen.

3.1.2 Viskose Flüsse

Die Berechnung der viskosen Flüsse kann aufgrund ihres elliptischen Charakters durch einfache zentrale Differenzen erfolgen. Hierzu wird eine kompakte Zelle um jeden Netzknoten evaluiert, siehe Abbildung 2. Die viskosen Flüsse enthalten erste Ableitungen der Strömungsvariablen, die durch eine lokale Transformation in krummlinige Koordinaten ausgewertet werden:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial x} \tag{124}$$

Die Ableitungen $\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}$ und $\frac{\partial\Phi}{\partial\zeta}$ werden zentral approximiert.

Da der verfügbare Speicherplatz in der Vergangenheit stark beschränkt war und erfahrungsgemäß zusätzlicher Speicher in der Regel für eine Erhöhung der Punktanzahl des Rechengitters anstatt einer genaueren physikalischen Darstellung genutzt wird, enthält das Verfahren die Option, die viskosen Terme einzeln zuzuschalten. Geschieht dies nur in wandnormaler Richtung, so erhält man eine Thin-Layer-Approximation. Die nächsthöhere Stufe ist die Full-Thin-Layer-Näherung, bei der zwar alle drei Raumrichtungen Berücksichtigung finden, die Tangentialableitungen aber vernachlässigt werden. Erst durch eine zusätzliche Auswertung dieser Terme gelangt man zu einer vollständigen Darstellung der Navier-Stokes-Gleichungen. Auch wenn in vielen Fällen von Außenströmungen mit wandgebundenen Scherschichten der Thin-Layer-Ansatz hinreichend genau erscheint, so ist insbesondere bei komplexer Strömungsphysik eine Full-Navier-Stokes-Auswertung vorzuziehen, zumal das Speicherplatzproblem heute nicht mehr als derart kritisch anzusehen ist. Alle in dieser Studie vorgenommenen Rechnungen stützen sich auf diese höchste Approximationsstufe.

3.2 Zeitintegration

Die Zeitintegration für stationäre Strömungen erfolgt mittels eines expliziten Runge-Kutta-Verfahrens, wobei üblicherweise ein Fünfstufenschema angewandt wird. Schreibt man die Gleichung (115) als

$$\frac{d}{dt}\underline{W}_{i,j,k} + \underline{P}_{i,j,k} = 0 \tag{125}$$

mit dem Residuum

$$\underline{P}_{i,j,k} = -\frac{1}{V_{i,j,k}}\left(\underline{R}^c_{i,j,k} - \underline{R}^v_{i,j,k} - \underline{D}_{i,j,k}\right) \tag{126}$$

so läßt sich das Schema wie folgt formulieren:

$$\begin{array}{rcl}
\underline{W}^{(0)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(n)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(1)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \alpha_1 \Delta t \underline{P}^{(0)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(2)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \alpha_2 \Delta t \underline{P}^{(1)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(3)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \alpha_3 \Delta t \underline{P}^{(2)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(4)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \alpha_4 \Delta t \underline{P}^{(3)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(5)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \alpha_5 \Delta t \underline{P}^{(4)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(n+1)}_{i,j,k} & = & \underline{W}^{(5)}_{i,j,k}
\end{array} \tag{127}$$

mit den Koeffizienten

$$\alpha_1 = 1/4 \qquad \alpha_2 = 1/6 \qquad \alpha_3 = 3/8 \qquad \alpha_4 = 1/2 \qquad \alpha_5 = 1 \tag{128}$$

Die Flüsse müssen nicht auf jeder Stufe ausgewertet werden. Es hat sich bewährt, die konvektiven Flüsse auf jeder Stufe zu berechnen, während die viskosen Flüsse nur auf der ersten Stufe ermittelt und dann festgehalten werden. Die künstliche Dissipation wird typischerweise in der ersten, dritten und fünften Stufe bestimmt. Weiterhin ist die Möglichkeit vorgesehen, die dissipativen Flüsse zu wichten. Zur Konvergenzbeschleunigung stehen lokale Zeitschritte, implizites Residuenglätten sowie ein effizientes Mehrgitterverfahren zur Verfügung [55, 56].

3.3 Randbedingungen

Da in dieser Untersuchung stationäre Außenströmungen ohne Triebwerke betrachtet werden, beschränken sich die angewandten Randbedingungen auf vier verschiedene Typen. Als Körperrandbedingung wird eine Haftbedingung verwendet, bei der die Geschwindigkeiten an der Körperoberfläche gleich Null gesetzt werden und kein Massen- oder Energiefluß durch die Berandung gestattet wird. Als Fernfeldrandbedingung kommt eine Extrapolation charakteristischer Variablen zum Einsatz [54, 55], wahlweise kann für Strömungen mit Auftrieb eine Wirbelkorrektur hinzugeschaltet werden. Für symmetrische Konfigurationen wie z.B. Flugzeuge oder bestimmte Flugzeugkomponenten ist es sinnvoll, nur einen Teil der Geometrie zu berechnen und an der Symmetrieebene eine Spiegelrandbedingung zu setzen. An Blockberandungen wird eine Cut-Bedingung benutzt, die die konservativen Variablen sowie die Wirbelzähigkeit in den zwei einem Randpunkt benachbarten Knoten überträgt, um die Ordnung des Verfahrens nicht zu reduzieren.

3.4 Behandlung der Turbulenzgleichungen

Die Transportgleichungen der Turbulenzvariablen unterscheiden sich von den fünf Gleichungen der Hauptströmungen im wesentlichen durch ihre Quellltermdominiertheit und können im Raum diskretisiert wie folgt angeschrieben werden:

$$\frac{d}{dt}\underline{W}_{i,j,k} = -\frac{1}{V_{i,j,k}}\left(\underline{R}^c_{i,j,k} - \underline{R}^v_{i,j,k}\right) + \underline{Q}_{i,j,k} \tag{129}$$

3.4.1 Raumdiskretisierung

Die Dominanz des Quellterms führt dazu, daß die konvektiven Terme nicht notwendigerweise durch ein Schema zweiter Ordnung approximiert werden müssen, sondern ein Upwind-Schema erster Ordnung oft hinreichend ist. Für die in dieser Studie vorgenommenen Rechnungen wurde aus diesem Grund der approximierte Riemann-Löser von Roe [88] gewählt.

$$\underline{R}^c_{i,j,k} = \underline{R}^c_{i+\frac{1}{2},j,k} - \underline{R}^c_{i-\frac{1}{2},j,k} + \underline{R}^c_{i,j+\frac{1}{2},k} - \underline{R}^c_{i,j-\frac{1}{2},k} + \underline{R}^c_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \underline{R}^c_{i,j,k-\frac{1}{2}} \tag{130}$$

Die Auswertung erfolgt wiederum auf einer kompakten Zelle, wobei der Fluß für eine Turbulenzgröße Φ durch die Seitenfläche $i + 1/2$ wie folgt bestimmt wird (andere Flüsse entsprechend):

$$\underline{R}^c_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{1}{2}\Lambda\left((\rho\Phi)_{i+1,j,k} + (\rho\Phi)_{i,j,k}\right) - \frac{1}{2}|\Lambda|\left((\rho\Phi)_{i+1,j,k} - (\rho\Phi)_{i,j,k}\right) \tag{131}$$

$$\Lambda = \frac{\underline{T}_{i+\frac{1}{2},j,k} \cdot \underline{S}^{(i)}_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\rho_{i+\frac{1}{2},j,k}} \tag{132}$$

$$\underline{T}_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \rho_{i,j,k}u_{i,j,k} + \rho_{i+1,j,k}u_{i+1,j,k} \\ \rho_{i,j,k}v_{i,j,k} + \rho_{i+1,j,k}v_{i+1,j,k} \\ \rho_{i,j,k}w_{i,j,k} + \rho_{i+1,j,k}w_{i+1,j,k} \end{pmatrix} \qquad \rho_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{1}{2}\left(\rho_{i,j,k} + \rho_{i+1,j,k}\right) \tag{133}$$

Die Berechnung der viskosen Flüsse erfolgt äquivalent der Gleichungen der Hauptströmung, die Quellterme sind durch die entsprechenden Ausdrücke in den Turbulenzgleichungen gegeben und werden unmittelbar im zugehörigen Netzknoten ausgewertet, wobei die notwendigen Ableitungen in lokalen krummlinigen Koordinaten bestimmt werden.

3.4.2 Zeitintegration

Die Zeitintegration kann auch für die Turbulenzgleichungen mit dem oben beschriebenen fünfstufigen Runge-Kutta-Verfahren erfolgen, wobei dies im Mehrgittermodus zu Stabilitätsproblemen führt. Aus diesem Grund basiert die Zeitintegration in dem verwendeten Verfahren auf einem punktimpliziten Schema. Formuliert man Gleichung (129) um

$$\frac{\Delta\underline{W}_{i,j,k}}{\Delta t} = \underline{R}_{i,j,k} + \underline{Q}_{i,j,k} \qquad \underline{R}_{i,j,k} = -\frac{1}{V_{i,j,k}} \cdot \left(\underline{R}^c_{i,j,k} - \underline{R}^v_{i,j,k}\right) \tag{134}$$

wobei $\underline{R}_{i,j,k}$ die gesamten konvektiven und viskosen Terme und $\underline{Q}_{i,j,k}$ die Quellterme bezeichnen, so läßt sich diese Gleichung in $\underline{W}$ linearisieren und nach $\Delta\underline{W}_{i,j,k}$ auflösen:

$$\Delta\underline{W}_{i,j,k} = \left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{\partial\underline{R}}{\partial\underline{W}} - \frac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right]^{-1} \cdot \left[\underline{R}_{i,j,k} + \underline{Q}_{i,j,k}\right] \tag{135}$$

Setzt man

$$\frac{\partial\underline{R}}{\partial\underline{W}} \approx 0; \qquad \left(\frac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right)_{ij} \approx 0 \qquad i \neq j \tag{136}$$

so kann man das Runge-Kutta-Schema (127) umformulieren:

$$\begin{aligned}
\underline{W}^{(0)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(n)}_{i,j,k} \\
\underline{W}^{(1)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \left[\tfrac{1}{\alpha_1\Delta t} - \left(\tfrac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right)_{diag}\right]^{-1} \left[\underline{R}^{(0)}_{i,j,k} + \underline{Q}^{(0)}_{i,j,k}\right] \\
\underline{W}^{(2)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \left[\tfrac{1}{\alpha_1\Delta t} - \left(\tfrac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right)_{diag}\right]^{-1} \left[\underline{R}^{(1)}_{i,j,k} + \underline{Q}^{(1)}_{i,j,k}\right] \\
\underline{W}^{(3)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \left[\tfrac{1}{\alpha_1\Delta t} - \left(\tfrac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right)_{diag}\right]^{-1} \left[\underline{R}^{(2)}_{i,j,k} + \underline{Q}^{(2)}_{i,j,k}\right] \\
\underline{W}^{(4)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \left[\tfrac{1}{\alpha_1\Delta t} - \left(\tfrac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right)_{diag}\right]^{-1} \left[\underline{R}^{(3)}_{i,j,k} + \underline{Q}^{(3)}_{i,j,k}\right] \\
\underline{W}^{(5)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(0)}_{i,j,k} - \left[\tfrac{1}{\alpha_1\Delta t} - \left(\tfrac{\partial\underline{Q}}{\partial\underline{W}}\right)_{diag}\right]^{-1} \left[\underline{R}^{(4)}_{i,j,k} + \underline{Q}^{(4)}_{i,j,k}\right] \\
\underline{W}^{(n+1)}_{i,j,k} &= \underline{W}^{(5)}_{i,j,k}
\end{aligned} \tag{137}$$

Die Quellterme sowie ihre zugehörigen Ableitungen werden in der Regel nur in der ersten Stufe bestimmt und dann konstant gehalten.

3.4.3 Transition

Das numerische Verfahren enthält keine Modelle zur Transitionsvorhersage. Aus diesem Grund ist es notwendig, die Transition direkt zu setzen, was über geometrische Eingaben und das Markieren ("Flaggen") aller Netzpunkte erfolgt. Ist ein Knoten als laminar markiert, so wird im numerischen Verfahren sichergestellt, daß bei der Berechnung der Quellterme die Produktion turbulenter kinetischer Energie die Dissipation nicht übersteigen kann. Die Unterdrückung der Generierung von Wirbelzähigkeit erfolgt also indirekt; im Gegensatz zur direkten Abschaltung lassen sich so konfluente Grenzschichten bei komplexen Geometrien wie z.B. Mehrkomponentenprofilen physikalisch stimmig simulieren.

3.4.4 Randbedingungen

Die Werte der Turbulenzvariablen am Fernfeldrand werden im Gegensatz zu den Größen der Hauptströmung nicht extrapoliert, sondern unmittelbar vorgegeben. Für die Zweigleichungsmodelle wird hierbei die ursprünglich für das Wilcox-Modell im Verfahren implementierte Methode verwendet, die auf einer Vorgabe von Turbulenzgrad und Längenmaß beruht [91].

Mit der Definition des Turbulenzgrades als [107]

$$Tu = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)}\frac{1}{\underline{U}_\infty} \tag{138}$$

folgt unmittelbar

$$k_\infty = \frac{3}{2}Tu^2\underline{U}_\infty^2 \tag{139}$$

Aus der Definition der Dissipationsrate ε (35) bzw. der spezifischen Dissipationsrate ω (37) ergibt sich die Vorgabe

$$\omega_\infty = \frac{\sqrt{k}}{l_t} \tag{140}$$

Die Initialisierung wird wie folgt vorgenommen:

$$Tu = 0.005 \qquad l_t/l_{ref} = 0.00001 \tag{141}$$

wodurch der Wertebereich der Wirbelzähigkeit am Fernfeldrand auf

$$0.01 \leq \mu_t/\mu \leq 0.1 \tag{142}$$

begrenzt wird. Für die Eingleichungsmodelle wird dieses Verhältnis unmittelbar vorgegeben, allerdings aus Konvergenzgründen mit einem niedrigeren Wert ($\mu_t/\mu = 0.00001$).

Die Fernfeldwerte werden bei den k-ω-Modellen auch zur Initialisierung des Rechengebietes herangezogen. Bei den Spalart-Allmaras-Modellen wird dieser niedrige Wert nur im laminar gesetzten Bereich verwendet, während in der turbulent geflaggten Region $\mu_t/\mu = 50$ gesetzt wird. Dies ist numerisch vorteilhaft, da der Quellterm in den relevanten Bereichen sofort anspringt, wohingegen die überschüssige Wirbelzähigkeit aus den restlichen Gebieten innerhalb weniger Iterationen bzw. Mehrgitterzyklen hinauskonvektiert wird.

Alle implementierten Modelle stützen sich auf eine low-Reynolds-Formulierung, bei der die viskose Unterschicht aufgelöst wird, mithin ein $y^+ := \rho u_\tau y/\mu \approx 1$ des wandnächsten Punktes sichergestellt werden muß. Weiterhin sollte die viskose Unterschicht ($y^+ < 11.225$) mit ungefähr fünf Punkten aufgelöst sein.

Als Wandrandbedingung wird bei den Eingleichungsmodellen die modifizierte Wirbelzähigkeit gleich Null gesetzt. Gleiches gilt für die Wandrandbedingung für k in den Zweigleichungsmodellen. Die spezifische Dissipationsrate ω wird nach [136] in Abhängigkeit von der Oberflächenrauhigkeit und der Wandschubspannungsgeschwindigkeit $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$ formuliert:

$$\omega_w = \frac{u_\tau^2\rho}{\mu} \cdot S_R \tag{143}$$

Der Koeffizient S_R wird in Abhängigkeit von der dimensionslosen Sandrauhigkeit k_R^+ definiert:

$$S_R = \begin{cases} \left(50/k_R^+\right)^2; & k_R^+ < 25 \\ 100/k_R^+; & k_R^+ \geq 25 \end{cases} \tag{144}$$

Wird die Sandrauhigkeit zu $k_R^+ < 5$ gesetzt, so kann die Oberfläche als hydraulisch glatt angesehen werden. In dieser Studie wird $k_R^+ = 5$ vorgeschrieben. Der Vorteil dieser Formulierung liegt darin, daß in dem verwendeten Cell-Vertex-Schema der Wert von ω direkt an der Wand vorgegeben werden kann und nur mittelbar (über u_τ) vom Wandabstand des ersten wandnächsten Punktes abhängt.

3.4.5 Limitierungen

Die Turbulenzvariablen k und ω bzw. $\tilde{\nu}$ können aus Gründen ihrer physikalischen Definition niemals negativ werden, was jedoch durch das numerische Verfahren nicht garantiert wird. Aus diesem Grund sind k und ω im Originalverfahren wie folgt begrenzt, was im Rahmen dieser Studie für die Eingleichungsmodelle übernommen wurde:

$$\Phi_{lim} = 0.00001 \cdot \Phi_\infty \tag{145}$$

Wie in [91] ausgeführt, unterliegt diese Limitierung einem Spannungsfeld zwischen Robustheit und Genauigkeit. Für die numerische Stabilität sind vergleichsweise hohe Grenzen wünschenswert. Andererseits fordert die korrekte physikalische Darstellung insbesondere in der viskosen Unterschicht Werte, die deutlich unter den Freistromwerten liegen können.

In jüngster Zeit haben Limitierungen der Turbulenzgleichungen, die sich an physikalischen Zusammenhängen orientieren, an Bedeutung gewonnen. Für diese Untersuchung wurde der Ansatz von Rung herangezogen, der aus Realisierbarkeitsbetrachtungen einen Limiter für die ω-Gleichung ableitet [101]. Hierbei wird aus der Betrachtung der Schwarz'schen Ungleichung (87) durch Einsetzen der Eddy-Viscosity-Annahme eine integrale Form abgeleitet, die sich für Zweigleichungsmodelle sehr einfach implementieren läßt und der Stabilität des Verfahrens insbesondere auf schlechten Rechengittern zuträglich ist.

Ausgehend von der Schwarz'schen Ungleichung, Gleichung (87)

$$\overline{u_\alpha'^2}\,\overline{u_\beta'^2} - (\overline{u_\alpha' u_\beta'})^2 \geq 0$$

läßt sich nach Rung im linearen Boussinesq-Rahmen folgende Beziehung evaluieren:

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} (\overline{u_\alpha' u_\beta'})^2 &= \left(\frac{2}{3}k\delta_{ij} - 2\nu_t \widetilde{S}_{ij}\right)\left(\frac{2}{3}k\delta_{ij} - 2\nu_t \widetilde{S}_{ij}\right) \\ &= \frac{4}{3}k^2 + 4\nu_t^2 \widetilde{S}_{ij}\widetilde{S}_{ij} \\ &= \frac{4}{3}k^2 + 2\nu_t^2 S^2 \end{aligned} \tag{146}$$

Setzt man (146) in (87) ein, so ergibt sich

$$\overline{u'^2_\alpha}\,\overline{u'^2_\beta} \geq \frac{4}{3}k^2 + 2\nu_t^2 S^2 \tag{147}$$

und mit $\overline{u_i^2} = 2k$ folgt

$$4k^2 \geq \frac{4}{3}k^2 + 2\nu_t^2 S^2 \tag{148}$$

Im k-ω-Zusammenhang läßt sich diese Beziehung darstellen als

$$\omega \geq \frac{\sqrt{3}}{2} S \tag{149}$$

Diese Limitierung wurde neben der ursprünglich vorhandenen, oben skizzierten Begrenzung in das numerische Verfahren integriert. Die untere Schranke für die k-Gleichung blieb hierbei unverändert.

3.5 Wandabstandsberechnung

Viele der in dieser Studie untersuchten Turbulenzmodelle benötigen den geringsten Abstand eines gegebenen Netzpunktes zu einer Wand. Während dieser in zweidimensionalen Profilumströmungen oft noch einfach ermittelt werden kann, ist die Bestimmung für dreidimensionale Strömungen um komplexe Konfigurationen keinesfalls trivial. Eine Berechnung entlang wandnormaler Netzlinien kann hier nicht als hinreichend genau angesehen werden. Aus diesem Grund benutzt das Verfahren ursprünglich einen Ansatz, der den geringsten geometrischen Abstand zwischen dem betrachteten Feldpunkt und allen Wandknoten ermittelt und das daraus resultierende Minimum bestimmt. In dieser Arbeit ist zusätzlich ein Ansatz implementiert worden, der eine hinreichend genaue Bestimmung des geringsten Wandabstands erlaubt und von Xue [140] vorgeschlagen worden ist. Er ist genauer, aber auch erheblich rechenzeitaufwendiger und sei im folgenden kurz skizziert.

Es seien Oberflächensegmente betrachtet, die durch vier umliegende Punkte definiert werden. Um die Berechnung zu vereinfachen, wird im Dreidimensionalen davon ausgegangen, daß die vier definierenden Punkte nahezu in einer Ebene liegen, was bei nicht grob verzerrten Netzen nicht zu einem intolerablen Fehler führen sollte. Ansonsten müßte jedes Oberflächensegment in zwei Dreiecke unterteilt werden, was nicht nur die Anzahl der zu betrachtenden Segmente verdoppeln, sondern auch den Algorithmus weiter verkomplizieren würde. Es wird also davon ausgegangen, daß durch das Oberflächensegment nahezu eine Ebene aufgespannt wird.

Betrachtet man Abbildung 3, so ist $\underline{x}_w$ der Mittelpunkt des Oberflächensegments, $\underline{x}_p$ der Feldpunkt und $\underline{x}$ der Fußpunkt des Lotes vom Feldpunkt auf die durch das Oberflächensegment definierte Ebene. Zur Bestimmung des interessierenden Abstands $y = |\underline{d}|$ geht man wie folgt vor: Zuerst werden die Vektoren vom Segmentmittelpunkt zu den Mittelpunkten der Segmentseitenkanten $\underline{w}_1$, $\underline{w}_2$ bestimmt.
Es lassen sich nun folgende Beziehungen aufstellen:

$$\underline{d}_c = \underline{x}_p - \underline{x}_w \tag{150}$$

$$\underline{x} = \underline{x}_w + \alpha \cdot \underline{w}_1 + \beta \cdot \underline{w}_2 \tag{151}$$

Durch Multiplikation einmal mit $\underline{w}_1$ und einmal mit $\underline{w}_2$ lassen sich zwei Gleichungen gewinnen, mit deren Hilfe sich die beiden Unbekannten α, β bestimmen lassen. Somit ist dann sowohl $d_c = |\underline{d}_c|$ als auch $d_f = |\underline{x} - \underline{x}_w|$ bekannt. Von Interesse ist nun die Länge $s = |\underline{s}|$. Diese berechnet sich wie folgt:

$$s = |f_1 \underline{w}_1 + f_2 \underline{w}_2| \tag{152}$$

mit

$$f_1 = \frac{\alpha}{|\alpha|} \cdot \max(0, |\alpha| - 1) \tag{153}$$

und

$$f_2 = \frac{\beta}{|\beta|} \cdot \max(0, |\beta| - 1) \tag{154}$$

Somit sind alle wichtigen Größen bekannt und nach Pythagoras folgt:

$$x_n^2 = |\underline{x}_n|^2 = d_c^2 - d_f^2 \tag{155}$$

$$y^2 = s^2 + x_n^2 \tag{156}$$

Die komplizierte Formulierung für f_1 und f_2 dient dazu, sicherzustellen, daß im Fall entweder $|\alpha| \leq 1$ oder $|\beta| \leq 1$ zur Bestimmung von s statt $(|\alpha| - 1)$ bzw. $(|\beta| - 1)$ der Faktor gleich Null gesetzt wird. Somit ist gewährleistet, daß der kürzeste Abstand in diesem Fall immer senkrecht auf der entsprechenden Segmentkante steht bzw. im Falle, daß beide Faktoren gleichzeitig kleiner als eins sind, das Lot als kürzester Abstand ermittelt wird.

Die in der vorliegenden Untersuchung verwendete Methode führt sicherheitshalber beide Berechnungen durch und nimmt das resultierende Minimum.

4 Basisvalidierung an Profilumströmungen

Eine komplette Validierung der in Kapitel 2 vorgestellten Modelle an dreidimensionalen Konfigurationen kann im Rahmen dieser Untersuchungen nicht vorgenommen werden. Dies liegt zum einen daran, daß die Bearbeitung derartiger Testfälle mit sehr großem Aufwand verbunden ist. Zum anderen sind für die Mehrzahl der Fälle oft nur Druckmessungen gegeben. Darüberhinaus lassen sich im Dreidimensionalen zumeist weder physikalische Effekte deutlich trennen, noch sind Eigenschaften, die sich aus der Modellierung ergeben, klar zu isolieren.

In dieser Arbeit wird aus den vorgenannten Gründen ein anderer Weg beschritten. In einem ersten Schritt werden die vorgestellten Modelle auf breiter Basis anhand eines Profils im Maximalauftriebsbereich sowie eines superkritischen Profils unter Reiseflugbedingungen untersucht, um spezifische Vorhersageeigenschaften zu isolieren. Bei beiden ist zur Vereinfachung die Hinterkante geschlossen worden. Im Rahmen der Bewertung erfolgt eine Auswahl, bei der repräsentative Modelle bestimmt werden. Mit diesen wird schwerpunktmäßig die 3D-Validierung vorgenommen, wobei auch hier sowohl Hochauftriebs- als auch Reiseflugfälle betrachtet werden. Eine anschließende beispielhafte Darstellung technischer Anwendungsfälle rundet das Bild ab.

Um der besseren Darstellbarkeit willen werden die Modellbezeichnungen in den Abbildungen abgekürzt. Dabei steht SA für Spalart-Allmaras, SST+Wilcox für die SST-Modifikation auf der Basis der Wilcox-Gleichungen, Menter SST für das komplette Modell inklusive BSL-Ansatz sowie L-EARSM für das SKW L-EARSM (2D) von Wallin. Der Terminus k-ω wird aus Gründen der Kürze oft weggelassen. Alle in dieser Studie verwendeten Rechennetze sind low-Reynolds-Netze, die ein $y^+ \approx 1$ garantieren. Sollte das in Teilbereichen der Geometrie nicht der Fall sein, so wird entsprechend darauf hingewiesen.

4.1 ONERA A

Als Hochauftriebs-Basistestfall ist das ONERA A-Profil, Abbildung 4, bei einer Anströmung von $Ma = 0.15$, $Re = 2 \cdot 10^6$ und $\alpha = 13.3^o$ gewählt worden, das bereits in europäischen Vergleichen von CFD-Verfahren und Turbulenzmodellen Anwendung gefunden hat [44]. Dieser Fall – obwohl geometrisch einfach – zeichnet sich durch eine vergleichsweise komplexe Strömungssituation aus. Unmittelbar vor der Transition auf der Profiloberseite kommt es zu einer kleinen laminaren Ablösung. Die Strömung legt nach dem laminar–turbulenten Umschlag sofort wieder an, um dann bei ungefähr 82% der Sehnenlänge wieder abzulösen und eine Rezirkulationsblase zu bilden. Die Rezirkulation an der Hinterkante führt zu einer Entwölbung des Profils und somit zu einer Verringerung der Zirkulation einhergehend mit einer Reduktion der Saugspitze. Insofern ist es für die numerische Vorhersage eines Turbulenzmodells von entscheidender Bedeutung, inwiefern diese druckinduzierte Ablösung wiedergegeben werden kann, deren Beschreibung entscheidend von der Modellfähigkeit zur Erfassung von Nichtgleichgewichtszuständen abhängt.

Das verwendete Netz, das vom DLR zur Verfügung gestellt wurde, enthielt $353 \cdot 65$ Punkte. Während die Transition im Experiment auf der Druckseite des Profils bei 30% Sehnenlänge fixiert wurde, ließ man auf der Saugseite freie Transition zu, die bei ca. 12% Sehnenlänge eintrat. Beide Transitionslagen wurden in den Rechnungen vorgeschrieben. Folgende Modelle

kamen zur Anwendung: Spalart-Allmaras, SALSA, LLR k-ω, Menter SST k-ω, SST+Wilcox k-ω, LEA k-ω und Wilcox k-ω als Referenz. Auf den Vergleich mit SKW L-EARSM wird hier verzichtet, da die linearisierten EASM in der vorliegenden Formulierung (Wilcox-Basis) schwerpunktmäßig für transsonische Strömungen entwickelt wurden, mithin – wie anhand des LEA-Ansatzes gezeigt wird – eine exzellente Vorhersagequalität für Hochauftriebsströmungen nicht zu erwarten ist. Außerdem wird der Vergleich zwischen dem vollständigen Menter SST k-ω und der SST+Wilcox-Formulierung gesondert präsentiert und aus Gründen der Übersichtlichkeit getrennt behandelt.

4.1.1 Modellvergleich

Die Abbildungen 5 bis 10 stellen die Verteilung des Druckbeiwerts, die Abbildungen 11 bis 14 die des Reibungsbeiwertes auf der Oberfläche des Profils dar. Der Übersichtlichkeit halber sind die Daten getrennt nach Ein- und Zweigleichungsmodellen aufgetragen, wobei Wilcox k-ω als Referenz in beiden Darstellungen gegeben ist.

Die kleine, laminare Ablöseblase vor der Transitionsstelle kann in diesen Rechnungen nicht aufgelöst werden, dieser Effekt ist jedoch offenbar modellunabhängig, vergleiche Abbildungen 11 und 12. Es liegt nahe, die Ursache hierfür in der Numerik zu suchen; wahrscheinlich ist die Kombination aus Metrik und Implementierung der künstlichen Dissipation hierfür verantwortlich. Deutliche Modellunterschiede treten hingegen bei der Vorhersage der Rezirkulationsblase an der Hinterkante auf. Wie man aus den Reibungsbeiwerten sieht, Abbildungen 13 und 14, wird diese in angemessener Güte nur durch die Modelle SALSA, LLR k-ω und SST+Wilcox k-ω gefunden, während sie durch die anderen Ansätze unterbewertet wird. Spalart-Allmaras und LEA k-ω finden die Hinterkantenablösung erst bei ca. 90%, Wilcox k-ω schneidet mit fast 95% am schlechtesten ab. Dies äußert sich ebenfalls in dem durch die Ablösung induzierten Druckplateau im Hinterkantenbereich, Abbildungen 9 und 10, sowie der Vorhersage der Saugspitze, Abbildungen 7 und 8. Die Oszillationen des Druckbeiwertes nahe der Saugspitze sind vermutlich auf das Netz zurückzuführen. Zu diesen Werten ist weiterhin zu sagen, daß die experimentell ermittelten Reibungsbeiwerte eine Hinterkantenablösung jenseits von 95% nahelegen. Dies wird jedoch durch die Messungen der Geschwindigkeitsprofile, die im Gegensatz zum Reibungsbeiwert direkt gemessen werden können und folglich als vertrauenswürdiger anzusehen sind, nicht bestätigt, die Ablösung erfolgt deutlich stromauf von 90% Sehnenlänge. Betrachtet man somit ausgewählte Geschwindigkeitsprofile auf der Saugseite, Abbildungen 15 und 16, so erkennt man, daß Wilcox und Spalart-Allmaras die Geschwindigkeitsverteilung vergleichsweise schlecht wiedergeben, LEA etwas besser und SALSA zumindest im Wandnahbereich relativ gut liegt. Allerdings sind nur LLR und SST+Wilcox in der Lage, die Profile korrekt vorherzusagen.

Der Grund hierfür ist in der Qualität der Wiedergabe der Schubspannungsverteilung $\overline{u'v'}$ zu sehen, siehe Abbildungen 17 und 18. Auffällig ist hier, daß die Lösung der Eingleichungsmodelle nicht sehr gut mit den experimentell ermittelten Daten übereinstimmt, Abbildung 17. So liegt z.B. der Betrag der von den Eingleichungsmodellen vorhergesagten Schubspannungen 200% – 300% über den gemessenen Werten. Bemerkenswert ist allerdings die Tatsache, daß es dem SALSA-Modell trotz der falschen Schubspannungsdarstellung gelingt, die Geschwindigkeiten in Wandnahbereich sinnvoll wiederzugeben. Für Zweigleichungsmodelle

ergibt sich ein vorteilhafteres Bild, Abbildung 18. Die vom LLR–Modell sowie der Kombination SST+Wilcox weitgehend korrekt wiedergegebenen Schubspannungen erlauben eine in Strömungsrichtung fortschreitende Schwächung des wandnahen Impulses, was auch zu einer besseren Vorhersage der Ablösung im Hinterkantenbereich führt. Dies gelingt mit dem LEA-Ansatz nur sehr bedingt und mit dem Wilcox-Modell gar nicht.

Interessant ist die quantitative Vergleichbarkeit der Vorhersage von LLR und SST. Rung [104] weist in diesem Zusammenhang darauf hin, daß die Formulierung des Koeffizienten $C_{\omega 1}$ einen erheblichen Einfluß auf die Darstellung von Nichtgleichgewichtszuständen hat und zeigt, daß die Formulierungen in beiden Modellen im wesentlichen auf eine sehr ähnliche Abhängigkeit von der Invariante der Scherrate führen. Weiterhin arbeiten beide Modelle mit einem variablen Anisotropieparameter C_μ, die in diesem Fall offenbar sehr ähnlich wirken.

In einer zusätzlichen Betrachtung werden verschiedene Varianten des Menter-Modells miteinander verglichen. Ziel dieser Rechnungen ist die Isolierung des Einflusses der verschiedenen Modellanteile sowie insbesondere der Modellkonstanten. Die Bilder 19 bis 22 zeigen die berechneten Druck- und Reibungsbeiwerte für verschiedene Versionen des SST–Modells sowie das Basismodell von Wilcox zum Vergleich. In der oben verwendeten SST+Wilcox-Version war eine deutlich verbesserte Vorhersage der Ablöseblase im Hinterkantenbereich erzielt worden. Wie man sieht, ist das vollständige Menter SST–Modell nicht in der Lage, diese Eigenschaft beizubehalten. Man sieht vielmehr, daß sich die berechneten Werte nur unwesentlich von denen des Wilcox–Modells unterscheiden.

Dies ist unter anderem auf den veränderten Koeffizientensatz zurückzuführen. Die Wahl der Koeffizienten $C_{\omega 1}$ und $C_{\omega 2}$ hat bekannterweise große Auswirkungen auf das Modellverhalten [59, 104]. Um zu einer Aussage in Hinblick auf das Modellverhalten insbesondere im Vergleich zu der SST+Wilcox-Implementierung zu gelangen, wurden Vergleichsrechnungen mit veränderten Koeffizienten durchgeführt. Wie man ebenfalls den Bildern 19 bis 22 entnimmt, führt eine Absenkung des Koeffizienten der Destruktionsrate im Quellterm der ω-Gleichung von $C_{\omega 2} = 0.075$ auf $C_{\omega 2} = 0.071$ im Innenbereich (wie in [91] zur Steigerung der numerischen Effizienz für Wilcox k-ω eingeführt) bereits zu einer besseren Vorhersage. Setzt man diesen Koeffizientensatz für das gesamte Strömungsfeld und schaltet mithin die Zweischichtenformulierung ab, so ergibt sich trotz Kreuzdiffusionsterm (KD) das von der oben verwendeten SST+Wilcox-Formulierung bekannte, sehr gute Ergebnis. Diese Aussagen werden durch die Geschwindigkeits- und Reynoldsspannungsprofile in den Bildern 23 und 24 bestätigt. Der Kreuzdiffusionsterm spielt hier mithin eine vernachlässigbare Rolle. Das Bemerkenswerte an diesen Ergebnissen ist, daß die SST-Modifikation offenbar nur voll zum Tragen kommt, wenn der Koeffizientensatz entsprechend angepaßt ist. In diesem Zusammenhang ist auch erwähnenswert, daß Spalart sogar davon spricht, daß Modelle mit verändertem Koeffizientensatz strenggenommen als neue Modelle aufzufassen sind [118]. Dies wird durch die vorliegenden Resultate eindrucksvoll bestätigt.

4.1.2 Bewertung

Die Untersuchungen am ONERA A, die in ihrer Tendenz in guter Übereinstimmung mit einer jüngst bekanntgewordenen Arbeit [51] sind, die das BSL-, das SST- sowie das nichtlineare EARSM von Wallin miteinander vergleicht, belegen, daß alle im Rahmen dieser Untersu-

chung implementierten Ansätze gegenüber Wilcox k-ω verbesserte Vorhersagen liefern. Modelle, die an den Schubspannungstransport angepaßt sind, erweisen sich bei der Wiedergabe von Strömungen mit druckinduzierter Ablösung als überlegen, sofern der veränderte Koeffizient $C_{\omega 2}$ verwendet wird. Das linearisierte EASM (LEA k-ω) ist, obwohl der lineare Term in scherdominierten, zweidimensionalen Strömungen ausschlaggebend ist, nicht in der Lage, die druckinduzierte Ablösung hinreichend genau vorherzusagen, wahrscheinlich aufgrund seiner Basierung auf den Original-Wilcox-Gleichungen, d.h. insbesondere des unveränderten Produktionsterms der ω-Gleichung. Dies unterstreicht die Bedeutung der adäquaten Modellierung der Längenmaßgleichung.

4.2 RAE 2822

Die Basisvalidierung für Reiseflugbedingungen findet an den Standardtestfällen RAE 2822 Cases 9 und 10 statt, die als repräsentative Modellbeispiele für transsonische Strömungen gelten [17], wenngleich die Datenbasis unter Windkanaleinflüssen leidet, deren quantitative Korrektur nicht gesichert ist. In diesen Untersuchungen wird die gleiche Anstellwinkelkorrektur wie in [91] verwendet. Beide Fälle weisen ein ausgeprägtes Überschallgebiet auf der Saugseite aus, Abbildungen 25 und 26, welches bei ca. 55% Profiltiefe mit einem Verdichtungsstoß endet, wobei die in beiden Fällen vorhandene Stoß-Grenzschicht-Interaktion [107] jeweils verschieden stark ausfällt und zu unterschiedlichem Ablöseverhalten führt. Case 9 ($Ma = 0.73$, $Re = 6.5 \cdot 10^6$ und $\alpha = 2.8^o$) wird keine oder eine schwache Ablösung zugeordnet, die turbulente Strömung ist weitestgehend im Gleichgewicht. Case 10 ($Ma = 0.75$, $Re = 6.2 \cdot 10^6$ und $\alpha = 2.8^o$) weist hingegen eine ausgeprägte stoßinduzierte Ablösung auf.

Es kam ein vom DLR zu Validierungszwecken generiertes Netz mit $321 \cdot 65$ Punkten zur Anwendung. Die Transition wird in beiden Fällen bei 3% Sehnenlänge fixiert. Turbulenzmodellseitig kamen hier ebenfalls Spalart-Allmaras, SALSA, LLR k-ω, SST+Wilcox k-ω, LEA k-ω und Wilcox k-ω als Referenz zum Einsatz. Da die linearisierten EASM in der hier untersuchten Form spezifisch für derartige Strömungen entwickelt wurden, wird zusätzlich das SKW L-EARSM (2D) in die Betrachtungen einbezogen. Ein zusätzlicher Vergleich zwischen SST+Wilcox und dem vollständigen Menter-Modell dient wie beim ONERA A der Identifikation der Einflüsse der verschiedenen Modellbestandteile.

4.2.1 Modellvergleich

Die Druckverteilungen für Case 9 sind in den Abbildungen 27 und 28 gegeben. Man sieht eine insgesamt gute Übereinstimmung für alle untersuchten Modelle. Die Saugspitze wird hinreichend genau getroffen, der sich anschließende Druckanstieg wird hingegen von allen Modellen unterschätzt. Die Vorhersage der Stoßlage gelingt mit dem Standardmodell nach Wilcox am besten. Nur unwesentlich schlechter ist die Vorhersage des SKW L-EARSM. LEA k-ω und SALSA liegen wiederum ein Stück stromauf. Bemerkenswert ist die Tatsache, daß SALSA sogar etwas besser liegt als Spalart-Allmaras, während die erweiterten Zweigleichungsmodelle LLR und SST+Wilcox den Stoß identisch ca. 5% zu weit stromauf vorhersagen. Das Druckniveau nach dem Stoß auf der Saugseite wird durch alle Modelle überbewertet, eine Tatsache, die aufgrund der Unklarheiten bezüglich der Anstellwinkelkorrektur aber nicht klar der Simulationsqualität angelastet werden kann. Der Druck an der Hinterkante hingegen

wird durch Spalart-Allmaras, SALSA, LLR und SST+Wilcox wiederum sehr gut getroffen, während die Modelle auf Basis der Wilcox-Gleichungen, die mit einem unmodifizierten Produktionsterm der ω-Gleichung arbeiten (Wilcox, LEA und SKW L-EARSM), einen zu hohen Druck vorhersagen.

Der Blick auf die Reibungsbeiwerte in Abbildungen 29 und 30 zeigt, daß mit Ausnahme des SALSA-Modells keine stoßinduzierte Ablösung gefunden wird. Das Niveau des Beiwerts vor dem Verdichtungsstoß wird von allen Modellen mit akzeptabler Genauigkeit vorhergesagt, wobei aber SALSA und SST+Wilcox zu tief und Spalart-Allmaras zu hoch liegt. Über die Genauigkeit nach dem Stoß kann wenig ausgesagt werden, da die Messungen in diesem Bereich mit großen Unsicherheiten behaftet sind.

Betrachtet man die Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht auf der Saugseite in ausgewählten Schnitten senkrecht zur Oberfläche, Abbildungen 31 und 32, so sieht man, daß im ersten Schnitt bei $x/c = 0.498$, der sich vor dem Verdichtungsstoß befindet, alle Modelle in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sind. Der nächste Schnitt, $x/c = 0.574$, befindet sich in der Region unmittelbar nach dem Stoß. Auffällig ist hier, daß das Geschwindigkeitsniveau auch außerhalb der Grenzschicht in allen Rechnungen unterbewertet wird, der Stoß mithin zu stark berechnet wird bzw. ein Unterschwingen stattfindet. Das gilt – mit Ausnahme des Wilcox-Basismodells und des SKW L-EARSM – auch innerhalb der Grenzschicht. Allgemein muß festgestellt werden, daß keines der Modelle hinreichend gute Vorhersagen liefert. Dies muß allerdings im Licht der in den Ausführungen zur Druckverteilung gemachten Aussagen in Hinblick auf die Anstellwinkelkorrektur gesehen werden. Zur Profilhinterkante wird dieses Problem immer geringer, auf den letzten 10% Profiltiefe (Schnitte $x/c = 0.9$ und $x/c = 1.0$) wird das Niveau der Außenströmung gut getroffen. Im Wandnahbereich sind allerdings nur Wilcox, SKW L-EARSM und – mit Abstrichen – LEA k-ω in der Lage, eine gute Vorhersage des Geschwindigkeitsprofils zu erzielen, während die Eingleichungs- sowie die beiden erweiterten Zweigleichungsmodelle ein deutliches Impulsdefizit aufweisen.

Wie man den Druckverteilungen für Case 10 entnimmt, Abbildungen 33 und 34, sind die Unterschiede zwischen den Turbulenzmodellen deutlich größer als bei Case 9. Dies ist ein eindeutiger Indikator für die Tatsache, daß dieser Fall deutlich höhere Anforderungen an die Modellierungsgüte stellt. Die Saugspitze wird durch alle Modelle unterbewertet, das Druckniveau vor dem Stoß hingegen als zu hoch berechnet, wobei in diesem Bereich die beste Übereinstimmung durch das LLR-Modell gefunden wird. Die Streuung bei der Vorhersage der Stoßlage ist hier deutlich höher als bei Case 9. Es fällt auf, daß hier die Modelle LLR und SST+Wilcox k-ω nur geringfügig stromauf des Experiments liegen, während die Wilcox-Stoßlage um ca. 8% Profiltiefe zu weit stromab liegt. SKW L-EARSM liegt etwas besser, Spalart-Allmaras, SALSA und LEA finden den Stoß nur geringfügig stromab der Messungen. Das Druckniveau stromab des Verdichtungsstoßes wird von allen Modellen deutlich zu hoch vorhergesagt, allerdings erreichen Spalart-Allmaras, SALSA, LLR und SST+Wilcox an der Hinterkante nahezu das korrekte Drucklevel.

Wendet man die Aufmerksamkeit den Verteilungen des Reibungsbeiwertes zu, Abbildungen 35 und 36, so sieht man, daß alle Ansätze eine massive stoßinduzierte Ablösung finden. Interessant ist hier, daß der experimentell durch Strömungsvisualisierung ermittelte Ablösebereich zwischen 62% und 72% Profiltiefe liegt. Dies wird von keinem Modell ermittelt, in

allen Fällen erfolgt die Ablösung unmittelbar nach dem Stoß. SST+Wilcox trifft den Wiederanlegepunkt am besten. Die Eingleichungsmodelle, die bei der Druckvorhersage relativ erfolgreich sind, finden sogar eine offene Ablösung; Case 10 ist einer der wenigen Fälle, in denen das Spalart-Allmaras-Modell bekanntermaßen versagt [133]. Für das Niveau des Reibungsbeiwertes vor dem Stoß gilt das bereits für Case 9 Gesagte, nach dem Stoß lassen die Meßwerte keine quantitativen Aussagen zu.

Die Geschwindigkeitsprofile, Abbildungen 37 und 38, die hier nur in den letzten drei Stationen ausgewertet werden, lassen nur bedingt Rückschlüsse auf die Modellierungsqualität zu. Im ersten der drei Schnitte, $x/c = 0.75$, der sich wenig stromab der experimentell bestimmten Wiederanlegestelle befindet, wird das Geschwindigkeitsniveau von allen Modellen gleichermaßen stark überschätzt, eine Tatsache, die auch bereits in [91] beschrieben wird. In den beiden Stationen nahe und an der Hinterkante ist die Vorhersagequalität wieder deutlich besser. Die offene Ablösung der Eingleichungsmodelle ist hier nur an der Hinterkante erkennbar, was der Interpolation in der Auswertung zugeschrieben werden muß. Die allgemein beste Vorhersage der Profile findet sich für das Wilcox-Modell, obwohl es die schlechteste Druckvorhersage liefert.

Auch für das RAE 2822 werden vergleichende Untersuchungen zu verschiedenen Versionen des Menter-Modells präsentiert. Die Bilder 39 bis 42 zeigen die berechneten Druck- und Reibungsbeiwerte für Cases 9 und 10 mit verschiedenen Versionen des SST–Modells sowie dem Basismodell von Wilcox als Referenz. Verglichen werden jeweils das Menter SST $k-\omega$–Modell und die Kombination SST+Wilcox mit und ohne Kreuzdiffusionsterm (KD). Auffälligstes Merkmal der Menter-SST-Lösung ist die Tatsache, daß in beiden Fällen der Reibungsbeiwert vor dem Stoß auf demselben Level vorhergesagt wird wie durch die anderen Modelle, während die Kombination SST+Wilcox niedrigere Werte errechnet. Die Stoßlage verschiebt sich im Vergleich zu SST+Wilcox in beiden Fällen nach hinten, so daß in beiden Fällen eine verbesserte Vorhersage erreicht wird. Der Kreuzdiffusionsterm hat auch hier keinen Einfluß. Die Ergebnisse des vollständigen Modells sind konsistent zu den eingehenden Untersuchungen in [91].

4.2.2 Bewertung

Im Gegensatz zum Hochauftriebsfall erweist sich kein Modell für das superkritische RAE 2822-Profil als deutlich überlegen. Das Standard-k-ω-Modell von Wilcox liefert gute Voraussagen für den nicht abgelösten Fall, während bei starker Stoß-Grenzschicht-Interaktion die Bestimmung der Stoßlage nicht gelingt. Beide Eingleichungsmodelle zeigen gute Vorhersagen des Drucks und der Stoßlagen, die offene Ablösung bei Case 10 muß aber als sehr problematisch angesehen werden. Beide linearisierten EASM liefern eine ähnliche Tendenz, die in einer Verbesserung der Vorhersage gegenüber Wilcox k-ω bei Case 10 resultiert, ohne dafür einen ähnlich hohen Preis wie LLR k-ω oder SST+Wilcox bei Case 9 zahlen zu müssen. Für den unterkritischen Fall ergibt SKW L-EARSM, für den überkritischen Fall das LEA-Modell die bessere Vorhersage. Im Gegensatz zum Hochauftriebsfall erweist sich das vollständige Menter SST-Modell als deutlich besser als die Kombination SST+Wilcox.

4.3 Modellbewertung

Wie die Basisvalidierung gezeigt hat, ist unter den verwendeten Modellen keines, welches auch nur bei Profilumströmungen als allgemeingültig angesehen werden kann. Alle hier untersuchten höherwertigen Turbulenzmodelle haben ihre respektiven Stärken und Schwächen, die hier nochmals nach Modellen geordnet zusammengefaßt werden sollen. Im Anschluß erfolgt eine Auswahl derjenigen Ansätze, die für die dreidimensionalen Berechnungen herangezogen werden.

- **Spalart-Allmaras**
  Im Vergleich zu Wilcox k-ω wird eine geringfügig verbesserte Vorhersage der druckinduzierten Ablösung beim ONERA A erzielt. Die Vorhersage der Stoßlage gelingt deutlich besser, allerdings wird bei starker Stoß-Grenzschicht-Interaktion eine offene Ablösung berechnet, was als Modellversagen für derartige Fälle gewertet werden muß. Spalart-Allmaras ist als Eingleichungsmodell weniger rechenzeit- und speicheraufwendig (ca. 15% Reduktion) als Wilcox k-ω, ist aber dafür wandabstandsabhängig. Der Einsatz empfiehlt sich vornehmlich für Anwendungen ohne oder mit geringer Ablösung.

- **SALSA**
  Das SALSA-Modell erweist sich als deutlich überlegen bei der Bestimmung der druckinduzierten Ablösung, im transsonischen Bereich ist die Vorhersage der des Spalart-Allmaras-Modells nahezu vergleichbar. Dies schließt auch die offene Ablösung bei starker Interaktion ein. Das Modell ist nur geringfügig teurer als das Basismodell – eine Quantifizierung erfolgt zu einem späteren Zeitpunkt anhand größerer Testfälle – und ebenfalls wandabstandsabhängig. Hinsichtlich des Einsatzbereichs bieten sich – neben den bereits mit Spalart-Allmaras rechenbaren Fällen – insbesondere zusätzlich subsonische Strömungen mit druckinduzierter Ablösung an.

- **Menter SST k-ω**
  Dieses Modell besteht aus der BSL- und der SST-Modifikation, deren Einfluß hier getrennt untersucht wurden. Betrachtet man nur den SST-Anteil im Zusammenhang mit einem Basismodell von Wilcox, so ergeben sich hervorragende Vorhersageeigenschaften hinsichtlich der druckinduzierten Ablösung beim ONERA A. Für das superkritische Profil unter Reiseflugbedingungen ist das Bild weniger positiv. Die Stoßlage ist bei starker Interaktion relativ gut, während sie bei schwacher Interaktion deutlich zu weit stromauf berechnet wird. Weiterhin liegt der Reibungsbeiwert vor dem Stoß etwas zu niedrig. Diese Probleme werden durch die zusätzliche Berücksichtigung des BSL-Anteils behoben, wohingegen sich die Stoßlagen nicht nur geringfügig verbessern. Dafür wird die druckinduzierte Ablösung beim Hochanstellwinkelfall nicht mehr adäquat gefunden. Während das SST+Wilcox-Modell somit für den Hochauftriebsfall gute Ergebnisse liefert, ist im Transsonischen das vollständige Modell vorzuziehen. Negativ für die Berechnung großer Fälle wirkt sich jedoch die Wandabstandsabhängigkeit aus.

- **LLR k-ω**
  Das LLR-Modell ist in seinen Eigenschaften bei den hier betrachteten Profilumströmungen dem SST+Wilcox-Ansatz vergleichbar, wobei die Vorhersage des Reibungsbeiwer-

tes vor dem Stoß beim RAE 2822 besser gelingt. Die Berechnung der druckinduzierten Ablösung liefert sehr gute Ergebnisse, während die Stoßlage bei schwacher Interaktion auch für diesen Fall zu weit stromauf liegt. Trotz der vergleichsweise aufwendigen Formulierung zeichnet sich das Modell durch seine Wandabstandsunabhängigkeit aus, weswegen es besonders für große Anwendungen auf Parallelrechnern eignet. Dies gilt insbesondere für subsonische Strömungen mit druckinduzierter Ablösung.

- **LEA k-ω**
  Für die druckinduzierte Ablösung ist das Modell aufgrund der identischen Formulierung der Längenmaßgleichung nur geringfügig besser als das Wilcox-Basismodell. In den beiden transsonischen Fällen hingegen ist zu bemerken, daß die Stoßlage sowohl bei starker als auch bei schwacher Interaktion akzeptable Ergebnisse liefert. Dies bedeutet bei starker Wechselwirkung eine deutliche Verbesserung gegenüber Wilcox k-ω, wohingegen die Verschlechterung bei schwacher Interaktion tolerabel bleibt. Da auch dieses Modell wandabstandsunabhängig formuliert ist, bietet es sich insbesondere für große transsonische Berechnungen an.

- **SKW L-EARSM (2D)**
  Dieser Ansatz ist dem LEA-Modell in seinen Eigenschaften sehr ähnlich, wobei der Unterschied zu Wilcox weniger stark ausgeprägt ist. Weiterhin enthält die Formulierung des Modells eine Fallunterscheidung, wenngleich auch hier keine Wandabstandsabhängigkeit gegeben ist.

In Hinblick auf die in der Einleitung zu diesem Kapitel getroffenen Aussagen können nicht alle Modelle an allen dreidimensionalen Testfällen untersucht werden. Um zu bewerten, inwiefern sich die Eigenschaften der hier vorgestellten Turbulenzmodelle in dreidimensionale Berechnungen übertragen lassen, werden an einer Flügel-Rumpf-Konfiguration Vergleiche von Spalart-Allmaras, SALSA, LLR-, LEA- und Menter SST-k-ω mit Wilcox k-ω vorgenommen. SST+Wilcox und SKW L-EARSM (2D) werden nicht berücksichtigt, da sie in ihren Eigenschaften dem LLR- bzw. dem LEA-Modell sehr ähnlich sind. Validierungsrechungen an einem Sphäroiden vertiefen dieses Bild in Hinblick auf die erweiterten Zweigleichungsmodelle.

Diese breite Validierung kann aus Gründen des hohen Aufwands nicht für die großen transsonischen Fälle, die auf einem Parallelrechner bearbeitet wurden, fortgeführt werden. Eine Konzentration auf bestimmte Modelle ist somit notwendig. Für die weiteren Berechnungen ist somit die Frage, ob ein Modell als Repräsentant einer Modellklasse aufgefaßt werden kann, von entscheidender Bedeutung. Weiterhin wird aufgrund der Tatsache, daß die Wandabstandsberechnung im Dreidimensionalen ausgesprochen aufwendig ist, lokalen Modellen der Vorzug gegeben. Es sind dies das LLR k-ω als Repräsentant eines erweiterten Zweigleichungsmodells sowie das LEA k-ω, das die Klasse der linearisierten EASM vertritt. Geht man von dem von Wilcox [138] eingeführten Kriterium aus, daß in Ermangelung eines universellen Ansatzes ein gegebenes Turbulenzmodell “gut genug” für eine entsprechende Klasse von Anwendungen sein muß, ergeben sich aus den oben gemachten Aussagen hinsichtlich dieser Ansätze, daß LLR insbesondere für Hochauftriebs- und LEA für Reiseflugströmungen zu empfehlen ist. Es wird im nächsten Kapitel zu klären sein, ob dies auch für dreidimensionale Berechnungen gilt.

5 Validierung an dreidimensionalen Konfigurationen

Die hier vorgestellten Testfälle dienen zur Untersuchung der Übertragbarkeit der im Zweidimensionalen bestimmten Modelleigenschaften auf anwendungsnahe, dreidimensionale Geometrien. Schwerpunkt der in diesem Kapitel vorgestellten Berechnungen ist zum einen die Evaluierung der korrekten Darstellung der Grenzschicht inklusive der Fähigkeit zur Vorhersage druckinduzierter Ablösungen, zum anderen die adäquate Repräsentation von Stoß-Grenzschicht-Interaktionen. Da der Aufwand dieser Rechnungen erheblich über dem der Profilsimulationen liegt, kann hier zumeist nur eine Auswahl der beschriebenen Turbulenzmodelle einbezogen werden. Für den ersten Fall einer Flügel-Rumpf-Konfiguration werden nichtsdestoweniger fast alle im vorangegangenen Kapitel validierten Modelle verwendet. Eine Untersuchung an einem angestellten Sphäroid, in der spezifisch die Eigenschaften erweiterter Ein- und Zweigleichungsmodelle beleuchtet werden, schließt sich an. Die Validierung unter Reiseflugbedingungen wird an einem Flügel sowie einer weiteren Flügel-Rumpf-Konfiguration vorgenommen. Da es sich bei beiden transsonischen Testfällen um vergleichsweise große Netze handelt, kommen nur Turbulenzmodelle zur Anwendung, die ohne Wandabstandsberechnung auskommen. Es sind dies das LLR k-ω-Modell als Vertreter der erweiterten Zweigleichungsmodelle sowie das LEA k-ω-Modell als Repräsentant der Klasse linearisierter EASM. Vergleichsbasis ist in allen Fällen das Wilcox-Modell.

Es ist anzumerken, daß diese dreidimensionalen Validierungen unter verschiedenen Problemen leiden. Insbesondere bei älteren Testfällen, die nicht spezifisch zur CFD- bzw. Turbulenzmodellvalidierung vermessen wurden, liegen oft nur Druckverteilungen als Referenz vor. Ein weiteres Manko dieser anwendungsnahen Fälle ist die Tatsache, daß strukturierte dreidimensionale Rechengitter, wie sie typischerweise im industriellen Bereich verwendet werden, oft unter Defiziten wie z.B. stark verscherten Zellen oder mangelndem Abstand zum Fernfeld leiden. Dies liegt zum einen darin begründet, daß die hohe Qualität von 2D-Netzen insbesondere bei komplexen Geometrien kaum erreichbar ist. Zum anderen folgt aus der Industrieanforderung nach Effizienz, daß die für die Netzgenerierung zur Verfügung stehende Zeit stark begrenzt ist. Vor diesem Hintergrund ist es von besonderer Bedeutung, die Vorhersagequalität höherwertiger Modellierungsansätze unter diesen Bedingungen zu evaluieren.

5.1 Flügel-Rumpf-Konfiguration

Als erster dreidimensionaler Hochauftriebsfall wird eine generische Flügel-Rumpf-Konfiguration betrachtet. Dieser Fall ist deswegen von Interesse, weil er bereits bei einem vergleichsweise moderaten Anstellwinkel von $\alpha = 10^o$ eine massive Vorderkantenablösung im Außenbereich des Flügels aufweist. Aufgrund dieser Eigenschaft kann diese Geometrie als Beispiel für einen Fehlentwurf genommen werden, da ein derartiges Verhalten für eine neue Flugzeugkonstruktion als inakzeptabel gelten muß. Die Bedeutung für die Validierung numerischer Ansätze liegt in der Frage, ob ein Verfahren in der Lage ist, diese Ablösung zu erkennen, um eine derartige Geometrie frühzeitig aus dem Entwurfsprozeß auszuschließen. Zur Validierung stehen Druckverteilungen in ausgewählten Profilschnitten und ein Anstrichbild der Flügeloberseite zur Verfügung.

Die Konfiguration ist in Abbildung 43 gegeben. Die Anströmparameter sind zu $Ma = 0.198$, $Re = 2.7 \cdot 10^6$ und $\alpha = 10^o$ gesetzt. Das Netz, welches von Airbus Deutschland zur Verfügung

gestellt und von Yan geglättet wurde [142], besteht aus 48 Blöcken mit jeweils $25 \cdot 45 \cdot 45$, mithin also ca. 2.3 Millionen Netzknoten, wobei davon 33.882 Oberflächenknoten sind. Da eine Auflösung finiter Hinterkanten in 3D zu einer erheblichen Erhöhung der Punktanzahl und ein geometrisch nicht geschlossener Cut zu starken Oszillationen führen würde, ist die Flügelhinterkante hier bereits durch Airbus geometrisch geschlossen worden. Ein $y^+ \approx 1$ wird nur auf dem Flügel gewährleistet, auf dem Rumpf wird stellenweise nur ein y^+ erreicht, das um bis zu einer Größenordnung darüber liegt. Da keine experimentell ermittelten Transitionslagen bekannt sind, sind die Rechnungen vollturbulent ausgeführt. Sicherlich ist dies gerade in subsonischen Hochauftriebsströmungen nicht unproblematisch, dies entspricht allerdings dem Vorgehen in der anwendungsorientierten Strömungsvorhersage. Die Rechnungen umfassen die Eingleichungsmodelle Spalart-Allmaras und SALSA sowie Menter SST, LEA und LLR k-ω. Das Standard-Wilcox-Modell dient auch hier als Referenz. Die Simulationen mit den lokalen Ansätzen wurden auf einer CRAY T3E-900, mit den Eingleichungsmodellen auf einer NEC SX-4 und die Menter SST-Rechnung auf einer NEC SX-5 vorgenommen. Da dieser Fall bestimmten Restriktionen unterliegt, müssen die Achsbeschriftungen weggelassen werden.

Vergleicht man die Druckverteilungen in Profilschnitten nahe der Flügelspitze sowie die Stromlinienbilder der Rechnungen mit dem experimentell ermittelten Anstrichbild, Abbildungen 44 bis 46, so sieht man, daß kein Modell in der Lage ist, die exakte Lage der Vorderkantenablösung auf dem Flügel wiederzugeben. Nichtsdestoweniger sind LEA und LLR $k-\omega$ in der Lage, eine derartige Ablösung zu finden. Diese ist bei LEA weniger ausgeprägt, dafür aber in der topologischen Struktur näher am Experiment als bei LLR. Wilcox zeigt überhaupt keine Ablösung an der Vorderkante, sondern nur eine sehr kleine im Hinterkantenbereich. Das Menter SST-Modell liefert eine Vorhersage, die nahezu identisch mit Wilcox k-ω ist, die SST-Modifikation ist hier, wie aus den 2D-Ergebnissen zu erwarten, nicht hinreichend wirksam. Die beiden Eingleichungsmodelle liefern nur eine marginale Ablösung nahe der Hinterkante, wobei nahezu kein Unterschied zwischen SALSA und Spalart–Allmaras zu sehen ist, das gute Ergebnis aus [14] kann hier nicht reproduziert werden. Dies ist insofern überraschend, da die SALSA–Ergebnisse in den bisher betrachteten Fällen in der Regel zu Verbesserungen führten. Das LLR-Ergebnis muß als das beste angesehen werden, da es die spannweitige Ausbreitung der Ablösung am besten vorhersagt, wenngleich topologische Unterschiede zu erkennen sind. Die LEA-Lösung erzielt die beste Wiedergabe der Strömungstopologie, unterschätzt aber die spannweitige Ausdehnung. Die Resultate für diese beiden Modelle sowie für das Menter-Modell im Vergleich zu Wilcox k-ω stimmen ziemlich gut mit dem überein, was man aus den Ergebnissen des ONERA A-Profils erwarten würde. Dies gilt mit der oben gemachten Einschränkung hinsichtlich des SALSA-Ansatzes auch für die Eingleichungsmodelle.

Neben der Tatsache, daß die Transition unberücksichtigt bleibt, leiden die Berechnungen, unter den typischen, in der Einleitung zu diesem Kapitel bereits erwähnten Netzdefiziten. Wie oben gesagt, ist der dimensionslose Wandabstand y^+ auf dem Rumpf um ca. eine Größenordnung höher als auf den Flügel. Der Fernfeldrand ist quer zur Anströmung nur ca. eine Rumpflänge von der Geometrie entfernt. Außerdem enthält das Netz auch nach Glättung noch relativ stark verscherte Zellen, das Oberflächennetz an der Flügelspitze zeigt ebenfalls eine starke Verscherung, und die Blockkante, die vom Eckpunkt der Flügelseiten- und

-vorderkante ins Fernfeld läuft, schwingt im Wandnahbereich. Diese Defizite sind nicht untypisch für industrielle Rechengitter, so daß Aussagen zur Turbulenzmodellgüte, die an diesem Fall getroffen werden, durchaus repräsentativen Charakter haben.

5.2 Angestellter Sphäroid

Um spezifische Aussagen über die Vorhersagequalität erweiterter Turbulenzmodelle bei druckinduzierten Ablösephänomenen zu treffen, wurde als zusätzlicher Testfall ein angestellter Sphäroid gerechnet, der ebenfalls zu den Standardgeometrien zur Bewertung von Turbulenzmodellen gehört [44] und als generischer Rumpf aufgefaßt werden kann. Im Gegensatz zu vielen anwendungsnahen Geometrien stehen hier nicht nur Druckverteilungen, sondern auch Reibungsbeiwerte und der lokale Winkel der Oberflächenstromlinien zur Verfügung. Der Sphäroid hat ein Achsenverhältnis von 1:6 und eine Länge von $2a = 2.4$ Metern. Die Anströmparameter wurden zu $Ma = 0.17$, $Re = 7.7 \cdot 10^6$ und $\alpha = 10^o$, die Transition bei $x = 0.24$ Metern gesetzt. Schwerpunkt der Untersuchungen ist der Vergleich der höherwertigen Modelle mit den zugehörigen Standardmodellen (SALSA mit Spalart-Allmaras, LLR mit Wilcox $k - \omega$). Hardwarebasis der Rechnungen ist eine NEC SX-4.

Es wurde das in den Untersuchungen aus [44] verwendete Netz mit $97 \cdot 65 \cdot 81$ Punkten übernommen. Abbildung 47 zeigt exemplarisch die mit LLR $k - \omega$ ermittelte Oberflächendruckverteilung sowie Wandstromlinien, Abbildung 48 eine Detailansicht im hinteren Rumpfbereich für die verschiedenen Turbulenzmodelle. Man erkennt, daß sich der Testfall trotz der vergleichsweise einfachen Geometrie durch eine hinreichend komplexe Strömungsphysik auszeichnet, die eine druckinduzierte Ablösung im hinteren Bereich des Sphäroids einschließt.

Abbildung 49 zeigt die Druckverteilung über dem Umfangswinkel Φ (mit $\Phi = 0$ an der Unterseite der Geometrie) in verschiedenen Schnitten senkrecht zur Längsachse des Körpers. Wie man sieht, wird der Druckbeiwert in den vorderen Schnitten durch alle Modelle nahezu identisch vorhergesagt. Gleichfalls erkennbar ist ein Offset, der sich auch in allen durch verschiedene Partner in [44] präsentierten Ergebnissen findet. Im Schnitt $x/2a = 0.94$ werden jedoch Unterschiede zwischen den Modellen erkennbar. Auffällig ist, daß SALSA und LLR das Druckbeiwertmaximum "eher", d.h. bei einem kleineren Umfangswinkel erreichen als die Standardmodelle. Allerdings wird das Druckniveau an der Oberseite des Sphäroids ($\Phi = 180^o$) durch die Standardmodelle besser getroffen. Betrachtet man die Verteilung des Reibungsbeiwerts, Abbildung 50, so sieht man, daß in den hinteren Schnitten das Minimum durch das jeweilige höherwertige Modell (SALSA, LLR) besser getroffen wird als durch das vergleichbare Standardmodell (Spalart-Allmaras, Wilcox). Im Schnitt $x/2a = 0.94$ wird das Minimum durch SALSA sogar besser vorhergesagt als durch Wilcox $k-\omega$. Weiterhin wird der Wandschubspannungswinkel mit Messungen verglichen, Abbildung 51. In den vier vorderen Schnitten ist für alle Modelle eine gute Übereinstimmung mit den Messungen festzustellen, wobei das Minimum nahe $\Phi = 180^o$ durch LLR und SALSA etwas besser getroffen wird. Im hintersten Schnitt zeigen die experimentellen Daten eine sehr komplexe Verteilung, da dieser Schnitt durch das Ablösegebiet läuft. Hier ist kein Modell in der Lage, die Messungen quantitativ nachzuvollziehen. LLR $k - \omega$ sagt hier ein deutliches Minimum vorher, das so im Experiment nicht gefunden wird. Im oberen Bereich $\Phi > 120^o$ sind jedoch nur LLR und SALSA in der Lage, ein lokales Maximum zu finden, das auch in den Messungen existiert.

Dieser Fall demonstriert zwei wichtige Tatsachen. Primär ist festzustellen, daß sich die zum Teil hervorragende quantitative Übereinstimmung, die sich in den zweidimensionalen Profilumströmungen zeigte, nicht reproduzierbar ist. Dies ist darauf zurückzuführen, daß lineare Wirbelzähigkeitsmodelle zur Darstellung der primären Schubspannung konstruiert sind, deren Dominanz in 3D nicht mehr per se vorausgesetzt werden kann. Weiterhin erfolgte die Modellierung und Kalibrierung oft an 2D-Fällen.

Nichtsdestoweniger fällt auf, daß die höherwertigen Ansätze in der Lage sind, zumindest qualitativ Strömungsphänomene darzustellen, die von den Basismodellen nicht oder schlechter aufgelöst werden. Insbesondere der Verlauf des Wandschubspannungswinkels im Bereich der Ablösung wird durch SALSA und LLR besser erfaßt, wobei das LLR-Modell zu einer deutlichen quantitativen Überbewertung neigt. In Hinblick auf die Vorhersage des Druck- und des Reibungsbeiwertes ist allerdings festzustellen, daß die Modellunterschiede im Vergleich zur Diskrepanz zum Experiment klein bleiben.

5.3 ONERA M6 Flügel

Der ONERA M6-Flügel [110] gehört seit vielen Jahren zur Standard-Testsuite für CFD-Validierungen, siehe z.B. [94, 95, 134], und stellt das dreidimensionale Äquivalent zum RAE 2822-Profil dar. Die Berechnungen werden bei $Ma = 0.84$, $Re = 11.7 \cdot 10^6$ und zwei verschiedenen Anstellwinkeln vorgenommen; der kleinere der beiden, $\alpha = 3.06^o$, beläßt die Strömung anliegend, bei dem größeren, $\alpha = 5.06^o$, kommt es zu einer ausgeprägten stoßinduzierten Ablösung. Im Gegensatz zu [91], wo ein ähnlicher Vergleich vorgenommen wird, ist der Anstellwinkel $\alpha = 6.06^o$ hier nicht berücksichtigt worden, da dieser Fall vermutlich instationär ist [94]. Da im Experiment keine Transitionslagen bestimmt wurden, ist auch dieser Fall vollturbulent gerechnet. Dieses Vorgehen ist im Gegensatz zu Hochauftriebsströmungen bei transsonischer Anströmung oft unkritisch, da viel kürzere laminare Lauflängen auftreten.

Das verwendete Netz hat 44 Blöcke mit je $17 \cdot 65 \cdot 33$, also insgesamt ca. 1.5 Millionen Punkten sowie 16.705 Oberflächenknoten, die Berechnungen fanden auf einer CRAY T3E-900 statt. Angestrebt wurde eine Punktverteilung, die ein $y^+ \approx 1$ für den ersten Punkt sowie fünf bis acht Punkte im Bereich $y^+ < 12$ garantierte. Die Auflösung des Flügels in Strömungsrichtung ist mit 353 Punkten zweidimensionalen Profilumströmungen vergleichbar, die spannweitige Auflösung mit 65 Punkten hingegen nicht.

Bei $\alpha = 3.06^o$, Abbildung 52, wird die Strömung durch eine λ-Stoßstruktur dominiert, wobei die Vereinigung der beiden Stöße bei ca. 85% der Halbspannweite stattfindet. Hinter dem zweiten Stoß ist die Strömung nahezu zweidimensional ohne Ablösung. Abbildung 53 zeigt die Druckverteilung in den drei in Abbildung 52 markierten ausgewählten Schnitten. Man sieht, daß alle drei Modelle nahezu identische Vorhersagen machen, sowohl die Saugspitze als auch die Stoßlagen werden sehr gut vorhergesagt. Nur im Schnitt $\eta = 0.80$ weicht die berechnete von der gemessenen Druckverteilung ab. Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß dieser Schnitt sehr nahe an der Position der Stoßvereinigung liegt, die offensichtlich spannweitig nicht korrekt vorhergesagt wird. Dies ist wiederum wahrscheinlich auf die zu geringe Netzauflösung im Spannweitenrichtung zurückzuführen.

Im Gegensatz dazu findet die Vereinigung der beiden Stöße bei $\alpha = 5.06^o$ bei ca. 62% der Halbspannweite statt, siehe Abbildung 54, wobei es im Flügelaußenbereich zu einer stoßin-

duzierten Ablösung kommt. Abbildung 55 zeigt die Druckverteilung in den in Abbildung 54 angezeigten drei Schnitten. Die Übereinstimmung mit den Messungen ist nicht mehr ganz so gut wie im anliegenden Fall, insbesondere im innersten Schnitt wird das Druckniveau von allen Modellen gleichermaßen unterschätzt. Im Bereich der stoßinduzierten Ablösung kommen die Modellunterschiede zum Tragen. Hier schneidet das LLR-Modell am besten ab, während LEA zwischen LLR und Wilcox liegt, welches den vereinigten Stoß zu weit stromab vorhersagt.

Das Bild, das insbesondere der abgelöste Fall bietet, Abbildung 53, ist vergleichbar mit den Ergebnissen des RAE 2822 Case 10, wo sich im Fall der stoßinduzierten Ablösung ein sehr ähnliches Verhältnis des Verhaltens der einzelnen Modelle ergibt. Der anliegende Fall, Abbildung 55, zeigt jedoch in Konsistenz zu anderen Studien, z.B. [94], ein anderes Verhalten als RAE 2822 Case 9. Es kann aufgrund der schmalen experimentellen Datenbasis nur spekuliert werden, worauf dies zurückzuführen ist. Die Tatsache, daß nahezu keine Modellunterschiede auftreten, läßt allerdings auf eine schwächere Interaktion zwischen Stoß und Grenzschicht schließen, als das bei RAE 2822 Case 9 der Fall ist, die Stoßlage mithin weitgehend unbeeinflußt von der Grenzschicht bleibt.

5.4 DLR F4 Flügel-Rumpf-Konfiguration

Als zweiter dreidimensionaler transsonischer Testfall wurde der DLR F4, eine Flügel-Rumpf-Konfiguration, gewählt. Auch dies ist ein Standardtestfall [44], der erst jüngst als Modellbeispiel in einem Seminar für Widerstandsvorhersage verwendet wurde (siehe z.B. Beitrag in [85]). Als Anströmparameter wurden $Ma = 0.75$, $Re = 3.0 \cdot 10^6$ und $\alpha = 0.93^o$ gesetzt, was transsonischen Windkanalbedingungen entspricht.

Zur Berechnung dieses Testfalls wurde ein Netz mit geschlossener Flügelhinterkante mit 128 Blöcken à $25 \cdot 65 \cdot 33$, mithin insgesamt ca. 6.8 Millionen Punkten und 63.668 Oberflächenknoten durch Airbus Deutschland zur Verfügung gestellt. Ähnlich wie bei der generischen Flügel-Rumpf-Hochanstellwinkelkonfiguration sind auch hier die Zellen zum Teil stark verschert, zusätzlich ist die Rumpfoberfläche nahe der Flügelvorderkante nicht geometrisch glatt. Dennoch konnten aussagekräftige Berechnungen durchgeführt werden, da das Netz in weiten Bereichen des Außenflügels eine brauchbare Qualität aufwies. Ein $y^+ \approx 1$ ist über dem Flügel gegeben. Dieser Fall ist bereits so groß, daß er sinnvoll nur auf Parallelrechnern zu bewältigen ist. Hier kam wiederum eine T3E-900 zur Anwendung. Die Transition wird gemäß dem Experiment fixiert.

Abbildung 56 zeigt die Oberflächendruckverteilung und -stromlinien für eine Rechnung mit dem LEA $k-\omega$-Modell. Deutlich erkennbar sind die Stauzonen an der Rumpfnase und dem Cockpit, die Ablöselinie im hinteren Rumpfbereich ("Squeeze-off Separation") sowie der Stoß auf der Flügeloberseite. Ein Vergleich der berechneten mit den gemessenen Druckverteilungen in Flügelschnitten, Abbildung 57, zeigt eine deutliche Verbesserung der Vorhersagequalität des LLR und des LEA $k-\omega$-Modells gegenüber dem Standardmodell von Wilcox. Die Saugspitze wird von allen Modellen getroffen. Im ersten Schnitt nahe der Flügelmitte, $\eta = 0.409$, wird die Stoßlage durch LLR und LEA nahezu exakt vorhergesagt, während sich die Wilcox-Lösung deutlich zu weit stromab befindet. Zur Flügelspitze hin wird die Vorhersage der höherwertigen Modelle immer schlechter, wobei LLR besser als LEA und Wilcox

auch hier am weitesten hinten liegt. Auf der Druckseite wird das "Rear-Loading" durch alle Modelle überbewertet. Die modellunabhängige Verschlechterung der Vorhersagequalität zur Flügelspitze hin läßt sich höchstwahrscheinlich auf die unbekannte Verwindung des Flügels unter den aerodynamischen Lasten im Windkanal, mithin der falschen Geometriedarstellung zurückführen. Weiterhin ist das Netz, welches im Rahmen eines Parallelisierungsprojektes generiert wurde und die hohe Punktzahl nicht aus Gründen der physikalischen Auflösung, sondern aus Gründen der Demonstration der parallelen Rechenperformance des Verfahrens hat, hier suboptimal gestaltet. Ein verbessertes Netz steht jedoch nicht zur Verfügung. Weiterhin ist fraglich, ob die Schließung der Hinterkante hier einen Einfluß hat. Da die Probleme jedoch offenbar ihre Ursachen nicht in der Modellierung selbst haben, sollen sie an dieser Stelle nicht weiter verfolgt werden.

Ein interessantes Strömungsphänomen findet sich an der Flügelhinterkante nahe der Flügelwurzel. Wie Abbildung 58 zeigt, existiert an dieser Stelle ein Rezirkulationsbereich mit Ablösung. LEA und Wilcox $k-\omega$ liefern qualitativ das gleiche Ergebnis mit einer deutlich ausgeprägten fokusartigen Ablösung, wobei quantitativ der Ablösebereich durch LEA größer vorhergesagt wird. Das LLR $k-\omega$-Resultat unterscheidet sich hiervon jedoch deutlich. Auch hier ist eine fokusartige Ablösung zu sehen, sie ist jedoch räumlich erheblich weniger ausgedehnt als bei den anderen beiden Modellen. Der Großteil des rezirkulierten Fluids bleibt anliegend und verläßt den Flügel nicht über den Fokus, sondern über die Hinterkante. Da leider keine Anstrichbilder o. ä. zur Verfügung stehen, ist es *ad hoc* nicht möglich, eine Aussage darüber zu treffen, welche Topologie die physikalisch korrekte Lösung darstellt. Eine klare Bewertung der Vorhersagequalität der verschiedenen Turbulenzmodelle kann somit an dieser Stelle nicht gegeben werden. Auch wenn die Vorhersage der Stoßlage eine Überlegenheit des LLR-Modells gegenüber dem LEA-Ansatz nahezulegen scheint, so kann dies mit dieser topologischen Unsicherheit nicht abschließend geklärt werden.

5.5 Modellbewertung

Wie die vorangegangenen Ausführungen zeigen, lassen sich die Vorhersageeigenschaften, die in Profilumströmungen klar isolierbar sind, nicht ohne weiteres auf dreidimensionale Konfigurationen übertragen. Dies hat mehrere Ursachen. Erstens sind die Strömungen oft durch das gleichzeitige Auftreten mehrerer physikalischer Effekte gekennzeichnet. Zweitens treten ausgeprägt dreidimensionale Strömungszustände auf, in denen die Voraussetzung einer dominierenden Schubspannung nicht mehr gültig ist. Drittens ist die Transitionslage oft nicht bekannt, so daß vollturbulent gerechnet wird. Da die Transition bei dieser Vorgehensweise durch die meisten Modelle bei Reynoldszahlen vorhergesagt wird, die mindestens eine Größenordnung zu klein ist [136], muß insbesondere bei den langen laminaren Lauflängen, die sich bei Hochauftriebsströmungen ergeben, davon ausgegangen werden, daß der Einfluß auf den Impuls- und Energiehaushalt der Grenzschicht erheblich ist. Viertens ist bei transsonischen Strömungen das Niveau der Stoß-Grenzschicht-Interaktion in der Regel spannweitig nicht konstant, so daß keine einheitliche Vorhersagequalität der Stoßlage über den ganzen Flügel gelingt. Fünftens sind schließlich Probleme zu nennen, die sich aus der Netzauflösung sowie der möglicherweise unter den aerodynamischen Lasten verformten und somit unbekannten Geometrie ergeben.

Diese Faktoren bewirken, daß eine klare und eindeutige Bewertung der Transportgleichungsmodelle für die hier vorgestellten dreidimensionalen Konfigurationen nicht mehr gelingt. Die Aussagen, die hinsichtlich der Vorhersagequalität getroffen werden können, haben somit zwangsläufig einen unschärferen Charakter.

- **Spalart-Allmaras**
  Im Vergleich zu Wilcox k-ω wird für die hier untersuchten Strömungen mit druckinduzierter Ablösung keine Verbesserung gefunden, die Vorhersagen sind weitgehend identisch. Zudem ist die im Dreidimensionalen sehr aufwendige Berechnung des Wandabstands vonnöten, die die Anwendung auf große Fälle erschwert.

- **SALSA**
  Das SALSA-Modell führt im Vergleich zu Spalart-Allmaras bei dem Sphärioden zu einer qualitativ besseren Berechnung, während dies für die subsonische Flügel-Rumpf-Konfiguration nicht der Fall ist. Dies läßt darauf schließen, daß die Vorhersagefähigkeit des Modells wesentlich von der Transitionssetzung abhängt, während im vollturbulenten Fall die vergleichsweise größere Dissipativität des Spalart-Allmaras-Ansatzes, die auch für die Robustheit verantwortlich sein dürfte, eine Wirksamkeit der SALSA-Modifikation verhindert. Hinsichtlich der Wandabstandsberechnung gilt das für das Basismodell Gesagte.

- **Menter SST k-ω**
  Der vollständige Menter-Ansatz liefert für den hier untersuchten Fall eine Vorhersage, die mit der des Wilcox-Modells identisch ist. Dies ist in Einklang mit den Erwartungen, die sich aus den Ergebnissen der Profilumströmungen ergeben. Auch dieses Modell benötigt den kürzesten Wandabstand.

- **LLR k-ω**
  Das LLR-Modell zeigt hinsichtlich der hier untersuchten Strömungen die besten Vorhersageeigenschaften. Die qualitative Vorhersage der Hochauftriebsströmungen gelingt mit diesem Ansatz am ehesten, auch wenn keine quantitative Übereinstimmung erreicht wird. Die berechneten Stoßlagen sind bei den hier untersuchten 3D-Fällen ebenfalls näher am Experiment als mit den anderen untersuchten Modellen, bei starker Interaktion wird sogar eine sehr gute Vorhersage erzielt. Die lokale Formulierung erweist sich als vorteilhaft für große Fälle.

- **LEA k-ω**
  Die Vorhersagen mit diesem Modell sind ebenfalls besser als mit dem Wilcox-Ansatz, wenngleich sie nicht die Qualität der LLR-Vorhersagen erreichen. Diese Aussage ist jedoch unter der Einschränkung zu sehen, daß hier kein Fall berechnet wurde, der in seinen Eigenschaften dem RAE 2822 Case 9 entspricht, d.h. eine merkliche Stoß-Grenzschicht-Interaktion, die aber gerade noch nicht zur Ablösung führt. Hier dürfte das LEA-Modell dem LLR-Ansatz überlegen sein. Auch für dieses Modell ist die lokale Formulierung aus den genannten Gründen von Vorteil.

6 Performance

Zusätzlich zur Evaluierung der Vorhersageeigenschaften ist es nötig, die Anwendbarkeit höherwertiger Turbulenzmodellierungsansätze in Sinne der Computer-Performance nachzuweisen. Zu diesem Zweck werden zum einen der Mehrbedarf an Rechenzeit quantifiziert, zum anderen die Leistungsdaten auf einem vergleichsweise modernen Massiv-Parallelrechner ermittelt. Um dieses zu leisten, erwies es sich als notwendig, das bereits parallelisierte Verfahren auf die in den Kapiteln zur Validierung angesprochene T3E-900 zu portieren. Als Basis für diese Daten dienen hierzu die Rechnungen an den beiden Flügel-Rumpf-Konfigurationen sowie dem ONERA M6, deren Strömungsphysik in den vorangegangen beiden Kapiteln dargestellt wurde.

Betrachtet man die Formulierung der höherwertigen Ansätze, so fällt auf, daß durch die Verwendung invariantenbasierter Koeffizienten und Dämpfungsfunktionen ein Mehraufwand an Rechenzeit entstehen muß. Dies liegt nicht in der Berechnung der Invarianten selbst begründet, die auch für die Basismodelle Wilcox k-ω (bzw. Baldwin-Lomax) benötigt werden, sondern in der Formulierung der Dämpfungsfunktionen und der Koeffizienten selbst, die oft auf höheren und mithin rechenintensiven mathematischen Funktionen beruhen.

Da eine Gleichung weniger zu lösen ist, ist Spalart-Allmaras um ca. 15% billiger als Wilcox k-ω. Wie die weitere Auswertung der Berechnungen ergab, benötigt das LLR-Modell trotz seiner komplexen Formulierung nur ca. 25%, das LEA-Modell ca. 17% mehr Rechenzeit als Wilcox k-ω bei nahezu gleichen Speicheranforderungen; SALSA ist sogar nur 3% teurer als Spalart-Allmaras. Dies ist bei den Eingleichungsmodellen nicht wirklich überraschend, da der zusätzliche Rechenaufwand begrenzt bleibt. Die vergleichsweise gute Performance der höherwertigen Zweigleichungsmodelle liegt im wesentlichen daran, daß der erhöhte Rechenbedarf zumindest teilweise durch höhere Rechengeschwindigkeit ausgeglichen wird, wie die Gleitkommaleistungsdaten auf der T3E zeigen, die in Tabelle 1 für den Hochauftriebsfall und Tabelle 2 für die Reiseflugfälle zusammengefaßt sind.

Fall	Gen. F-R		
Anzahl und Größe der Blöcke	48 - 50.625 Pts.		
Modell	Wilcox	LEA	LLR
Performance pro PE [MFLOPS]	53.9	55.6	58.0
Gesamtperformance [GFLOPS]	2.64	2.73	2.84

Tabelle 1: Vergleich der Gleitkommaleistung für die Hochanstellwinkelkonfiguration

Weiterhin ist die Skalierung des Verfahrens auf Parallelrechnern von Interesse, die auch bei der Verwendung komplexerer Ansätze zur Turbulenzdarstellung nicht zusammenbrechen sollte. Dies wurde mit dem LLR-Modell, welches den größten Mehrbedarf an Rechenzeit hat, am DLR F4 untersucht. Dabei wurde die benötigte Zeit pro Iteration in Sekunden auf dem verwendeten Netz mit 128 Blöcken sowie einem einmal vergröberten Netz mit ca. 850.000 Punkten und 16 Blöcken auf der CRAY T3E-900 gemessen. Die Werte sind Tabelle 3 zu entnehmen.

Fall	ONERA M6			DLR F4		
Anzahl und Größe der Blöcke	44 - 36.465 Pts.			128 - 53.625 Pts.		
Modell	Wilcox	LEA	LLR	Wilcox	LEA	LLR
Performance pro PE [MFLOPS]	51.6	53.5	56.3	53.9	56.2	58.7
Gesamtperformance [GFLOPS]	2.32	2.41	2.53	6.95	7.24	7.57

Tabelle 2: Vergleich der Gleitkommaleistung für den ONERA M6 und den DLR F4

Wie man sieht, skaliert der Code sehr gut, d.h. auch bei 128 Blöcken verlängert sich die benötigte Zeit pro Iteration nur geringfügig. Dies gilt für das LLR-Modell ebenso wie für die Wilcox-Basis. Insofern ist festzustellen, daß trotz der erheblich aufwendigeren Algorithmen des LLR–Modells aufgrund der Begrenzung des zeitlichen Mehraufwands auf ca. 25% und der guten Skalierung derartige Berechnungen im praxisrelevanten Rahmen liegen. Dies gilt insbesondere, wenn man hochrechnet, daß eine Rechnung mit 6.8 Millionen Punkten und 1.000 Iterationen in gut vier Stunden durchzuführen ist.

Modell/Blöcke	16	128
Wilcox $k-\omega$	11	12
LLR $k-\omega$	14	15

Tabelle 3: Zeit pro Iteration in Sekunden für verschiedene Turbulenzmodelle

7 Technische Anwendungsfälle

Im Anschluß an die erfolgte Evaluierung der implementierten Modellansätze soll im folgenden ihre Anwendung auf heutzutage relevante, praxisnahe Problemstellungen folgen. Dies sind insbesondere Rechnungen an Mehrkomponentenprofilen sowie Konfigurationen, die ihre Komplexität durch die Integration mehrerer Baugruppen erhalten. Leider unterliegen zwei der drei hier vorgestellten Fälle bestimmten Restriktionen, so daß die Vergleiche zwischen Rechnungen und Experimenten nur qualitativ, d.h. ohne Skalen an den Graphen, gegeben werden können. Ziel ist hier aber weniger eine detaillierte Validierung der einzelnen Modelle, die in den vorangegangenen Kapiteln geleistet wurde. Die Aufgabe liegt darin, zu untersuchen, inwiefern die beschriebenen Ansätze praxistauglich sind.

7.1 Dreikomponentenprofile

Mehrkomponentenprofile dienen zur Bereitstellung spezifischer aerodynamischer Eigenschaften während der Start- und Landephase eines Flugzeugs, wobei die Anforderungen während dieser Flugphasen nicht identisch sind. Landekonfigurationen werden ausgelegt, um einen maximalen Auftriebsbeiwert zu erzielen, wohingegen Startkonfigurationen auf eine maximale Gleitzahl hin optimiert sind [31]. Landekonfigurationen weisen somit typischerweise einen größeren Klappenausschlag auf. Die Komplexität der Strömung ergibt sich aus der Tatsache, daß eine Vielzahl von Phänomenen, die in den einfachen Testfällen isoliert auftreten, hier zusammen präsent sind. Zu nennen wären Kompressibilitätseffekte, Transition, Stoß-Grenzschicht-Interaktion, Interaktion viskoser Nachläufe, Konfluenz von Grenzschichten und Nachläufen sowie Strömungsablösung. Während Startkonfigurationen, deren strömungsmechanisches Verhalten oft durch Kompressibilitätseffekte dominiert ist, heutzutage vergleichsweise genau berechnet werden können [30, 77, 93], stellen Landekonfigurationen nach wie vor eine Herausforderung dar [20, 41, 61, 98, 144], da hier viskose Effekte dominieren. Beide Arten von Konfiguration werden im folgenden betrachtet.

7.1.1 Startkonfiguration

Als Startkonfiguration wird ein Dreikomponentenprofil gewählt, das in der Literatur als L1T2 bekanntgeworden [72] und bereits mehrfach untersucht worden ist [77, 91]. Aus [77] ist bekannt, daß diese Geometrie ihren Maximalauftrieb bei $\alpha = 22°$ erreicht, wobei der Stall durch eine stoßinduzierte laminare Ablösung auf dem Vorflügel ohne anschließendes Wiederanlegen hervorgerufen wird. Hier wird ein Anstellwinkel berechnet, der nur wenig unter dem Maximalauftrieb liegt, siehe Abbildung 59.

Die Anströmparameter werden zu $Ma = 0.197$, $\mathrm{Re} = 3.52 \cdot 10^6$ und $\alpha = 20.18°$ gesetzt. Das Netz, welches vom DLR erzeugt wurde, enthält ca. 70.000 Punkte und 6 Blöcke, ein $y^+ \approx 1$ ist über weite Teile der Geometrie gewährleistet. Die Rechnungen sind vollturbulent vorgenommen worden, eine Vorgehensweise, die hier weniger kritisch ist als bei Landekonfigurationen. Turbulenzmodellseitig werden Spalart-Allmaras und SALSA sowie LLR, SST+Wilcox und LEA k-ω evaluiert. Wilcox k-ω dient wie in allen anderen Fällen als Referenz. Das vollständige Menter SST-Modell wird hier aufgrund der bisher dargestellten Eigenschaften in Hinblick auf Hochauftriebsströmungen nicht betrachtet.

Die Abbildungen 60 und 61 vergleichen die berechneten mit den gemessenen Druckverteilungen jeweils für Ein- und Zweigleichungsmodelle. Man sieht, daß zwischen den verschiedenen Modellen nahezu keine Unterschiede zu sehen sind; die Vorhersage stimmt bis auf leichte Abweichungen an der Saugspitze und der Hinterkante des Slats hervorragend mit den Messungen überein. Die bereits erwähnten Studien [77, 91] zeigen exakt dieselben Vorhersageeigenschaften. Diese gute Vorhersage ist darauf zurückzuführen, daß dieser Testfall keine ausgeprägten Ablösungen enthält und somit zumindest die Vorhersage des Druckbeiwertes durch alle Modelle bewerkstelligt werden kann.

7.1.2 Landekonfiguration

Landekonfigurationen sind, wie bereits oben angemerkt, aufgrund der Dominanz viskoser Effekte wesentlich kritischer bezüglich der adäquaten numerischen Berechnung. Aus diesem Grund gelingt die Maximalauftriebsvorhersage mit den üblicherweise verwendeten Turbulenzmodellen nicht. Zur Bewertung der höherwertigen Turbulenzmodelle wird ein generisches Dreikomponenten-Hochauftriebsprofil in Landekonfiguration bei einer Anströmung von $Ma = 0.2$ und $Re = 4.1 \cdot 10^6$ untersucht, Abbildung 62. Dabei wird ein Anstellwinkelbereich betrachtet, der von einem vergleichsweise kleinen Winkel (hier als α_1 bezeichnet) über den Maximalauftrieb (α_2) bis in den Post-Stall-Bereich (α_3) reicht. Ziel dieser Simulationen ist die Evaluierung der Fähigkeit der einzelnen Turbulenzmodelle zur Bestimmung des Maximalauftriebs sowie - zumindest qualitativ - der Auftriebscharakteristik jenseits des Maximalauftriebs. Die Berechnungen wurden auf einem vom DLR zur Verfügung gestellten Netz mit 75177 Punkten und 9 Blöcken durchgeführt. Die für low-Re-Modelle üblicherweise gestellte Bedingung $y^+ \approx 1$ am ersten Gitterpunkt wurde angestrebt, konnte jedoch nicht auf der ganzen Geometrie erfüllt werden, so daß lokal ein $y^+ \approx 4$ toleriert werden muß. Zwei weitere Vereinfachungen müssen vorgenommen werden. Zum einen wurden die Simulationen vollturbulent gerechnet, da keine Angaben zu den Transitionslagen gegeben waren. Zum anderen sind bereits stationäre Rechnungen derart zeitaufwendig, daß auf eine instationäre Betrachtungsweise verzichtet werden mußte. Aus diesem Grund erfolgte nach Erreichen der Konvergenz eine Mittelung der Auftriebsbeiwerte über eine hinreichende Anzahl von Mehrgitterzyklen.

Als Turbulenzmodelle kommen Spalart-Allmaras, SALSA, LEA $k-\omega$ und LLR $k-\omega$ zur Anwendung. Abbildung 63 zeigt die berechneten Auftriebsbeiwerte im Vergleich zu den Messungen über dem betrachteten Anstellwinkelbereich. Hierbei sind deutliche Modellunterschiede zu sehen. Im Bereich kleiner Anstellwinkel (α_1) stimmen alle Modelle bis auf SALSA vergleichsweise gut mit den Experimenten überein. Die SALSA-Vorhersage hingegen liegt deutlich zu tief. In diesem Bereich ist die Strömung auf dem Flap abgelöst, was im wesentlichen durch alle Modelle wiedergegeben wird. Die durch SALSA vorhergesagte Ablöselänge ist aber offensichtlich zu groß, wodurch die Saugspitze nicht nur auf dem Flap, sondern auch auf dem Slat sowie auf dem Hauptprofil vermindert wird. Vergrößert man den Anstellwinkel, so legt die Strömung auf der Klappe wieder an. Bis zum Maximalauftrieb (α_2) bleibt die Strömung auf der gesamten Geometrie anliegend, siehe Abbildung 62, so daß alle Turbulenzmodelle mit Ausnahme von LLR $k-\omega$ im Prinzip zu gleichen Vorhersagen kommen. Der mit LLR $k-\omega$ bestimmte Auftriebsbeiwert ist zu niedrig, da sich ein abgelöstes Rezirkulationsgebiet bildet, welches die Zirkulation über der gesamten Geometrie beeinflußt.

Wird der Anstellwinkel weiter vergrößert (α_3), so ergibt sich für LLR $k-\omega$ und SALSA ein scharfer Einbruch im Auftrieb, der durch LEA $k-\omega$ und Spalart-Allmaras nicht gefunden wird. Der Grund für diesen Einbruch ist jedoch für beide Modelle verschieden. Bei den SALSA-Rechnungen ist im Stall-Bereich die Strömung auf dem Flap anliegend, jedoch findet sich eine Ablösung auf der Oberseite des Slat, die zu einer signifikanten Reduktion der Saugspitze auf dem Slat sowie des Druckniveaus über der gesamten Geometrie führt. Wie man in den Abbildungen 64 und 65 sieht, wird diese Strömungssituation durch SALSA aufgelöst, während sie in den Spalart-Allmaras-Rechnungen nicht zu sehen ist. Außerdem zeigen die SALSA-Rechnungen ein abgelöstes Rezirkulationsgebiet, das Spalart-Allmaras nicht findet. Für das LLR $k-\omega$ Modell hingegen ergibt sich jenseits des Maximalauftriebs eine sehr große abgehobene Rezirkulationszone, die sich nicht nur über den gesamten Flap, sondern auch bis auf das Hauptprofil erstreckt. Insofern werden im Stall-Bereich durch LLR $k-\omega$ und SALSA unterschiedliche Strömungstopologien vorhergesagt. Da, wie in der [144] bemerkt, die physikalischen Mechanismen, die bei Mehrkomponentenprofilen in Landekonfiguration zum Zusammenbruch des Auftriebs führen, nicht hinreichend bekannt sind, kann hier nicht entschieden werden, welche Topologie die richtige ist.

Die Qualität der LLR-Rechnungen verbessert sich erheblich, wenn man die Schwarz'sche Limitierung zuschaltet, Abbildung 66. Ein Vergleich zwischen der unlimitierten und der limitierten Lösung findet sich in den Abbildungen 67 und 68. Die Saugspitzen auf dem Slat sind größer als beim unlimitierten Modell. Die abgelösten Wirbelstrukturen über dem Flap hingegen sind kleiner und induzieren einen geringeren Unterdruck.

Ausgehend von den Ergebnissen auf dem groben Netz wurden die Rechnungen auf einem feinen Gitter mit ca. 343.000 Punkten exemplarisch mit der limitierten Variante des LLR-Modells durchgeführt, um zu sehen, ob sich bei genauerer Auflösung die Vorhersageeigenschaften prinzipiell verbessern. Die Auftriebsverteilung findet sich in Abbildung 69. Wie man sieht, wird der prinzipielle Verlauf der Kurve, insbesondere der Auftriebszusammenbruch jenseits des Maximalauftriebs, deutlich besser getroffen als auf dem groben Gitter. Betrachtet man die Druckverteilungen, Abbildung 70, so sieht man, daß für α_1 und α_2 keine wesentlichen Unterschiede zu den Rechnungen auf dem groben Netz bestehen. Für α_3 hingegen wird eine auch auf dem Hauptflügel abgelöste Strömung vorhergesagt.

Da, wie oben bemerkt, die auftriebsbegrenzenden physikalischen Mechanismen an derartigen Konfigurationen bis dato nicht wirklich bekannt sind [144] und die Rechnungen außerdem unter den oben genannten Einschränkungen bezüglich Transition und Instationarität durchgeführt worden sind, läßt sich hier keine abschließende Bewertung der Turbulenzmodelle vornehmen. Dennoch ist festzuhalten, daß LLR $k-\omega$ und SALSA sowohl den Anstellwinkel des Maximalauftriebs sowie qualitativ den Auftriebseinbruch im Stall-Bereich vorhersagen können. Allerdings hat das *a posteriori* Erzwingen der Realisierbarkeit durch den Schwarz-Limiter einen deutlichen Einfluß auf die Vorhersagegüte des LLR-Modells, die in den Validierungsfällen nicht zu beobachten ist. Im Gegensatz dazu verhält sich LEA $k-\omega$, das vielversprechende Ergebnisse an anderen, insbesondere transsonischen Konfigurationen gezeigt hat, hier wie ein Standardmodell. Dies ist wahrscheinlich auf die auch aus den Validierungsrechnungen bekannte Tatsache zurückzuführen, daß das LEA-Modell auf den Original-Transportgleichungen von Wilcox aufgesetzt ist.

7.2 Flügel-Rumpf-Pylon-Triebwerksgondel-Konfiguration

Bei dieser bereits sehr praxisnahen Konfiguration, die kurz als WBPN bezeichnet werden soll, handelt es sich um die komplizierteste, die in dieser Untersuchung betrachtet wird. Unter dem Flügel ist mittels eines Pylons eine Durchflußgondel montiert. Dieser Fall, der bereits in einem europäischen Projekt zur Weiterentwicklung anwendungsorientierter Strömungslöser verwendet wurde [42], dient der Demonstration der Durchführbarkeit derartiger Berechnungen auf Parallelrechnern mit höherwertigen Turbulenzmodellen. Hierbei werden zwei Fälle betrachtet, die im folgenden mit Fall 1 bzw. Fall 2 bezeichnet werden. Bei Fall 1 wird eine Anströmung von $Ma = 0.5$, $Re = 8.4 \cdot 10^6$ pro Meter und $\alpha = 2.0°$ berechnet. Die Strömung ist in diesem subkritischen Fall völlig anliegend, es bildet sich auch kein Verdichtungsstoß auf der Flügeloberseite. Fall 2 ist mit $Ma = 0.8$, $Re = 10.8 \cdot 10^6$ pro Meter und $\alpha = 2.2°$ wesentlich anspruchsvoller, da es sich hier um eine ausgeprägte transsonische Strömung mit einem starken Stoß auf dem Flügel handelt.

Das Netz, das von Airbus Deutschland zur Verfügung gestellt wurde, besteht aus ca. 5.3 Millionen Punkten und wurde zum Zwecke der Parallelisierung in 78 stark unterschiedlich große Blöcke unterteilt. Der dimensionslose Wandabstand des ersten Punktes ist in weiten Teilen $y^+ \approx 1$, nur im hinteren Bereich des Rumpfes müssen höhere y^+ toleriert werden. In Ermangelung einer für eine derart komplexe Konfiguration hinreichenden Transitionssetzung wird auf eine vollturbulente Betrachtungsweise zurückgegriffen, die zumindest hinsichtlich der Druckbeiwerte hier wesentlich unkritischer ist als bei dem vorher betrachteten Mehrkomponentenprofil. Da das Gitter nicht mehrgittertauglich ist, konnten nur Eingitter-Rechnungen auf dem feinsten Netz vorgenommen worden. Durch den hierdurch gegebenen, sehr hohen Aufwand muß die Auswahl der zur Anwendung kommenden Turbulenzmodelle zwangsläufig auf LEA und LLR k-ω beschränkt bleiben. Für Fall 1 werden Simulationen mit beiden Modellen vorgestellt. Bei den Rechnungen für Fall 2 mit LLR k-ω verhinderten schwache Oszillationen an der Hinterkante eine stationäre Lösung, so daß hier nur LEA k-ω präsentiert werden kann. Da aber für Fall 2 externe Daten vorliegen, werden vollturbulente Rechnungen mit Wilcox k-ω und dem in dieser Arbeit ebenfalls vorgestellten SKW L-EARSM (2D) in den Vergleich einbezogen, die von Airbus Deutschland (vormals DASA-A) im Rahmen von [42] auf einem sehr ähnlichen Netz durchgeführt wurden. Für Fall 1 liegen vergleichbare Daten leider nicht vor.

Abbildungen 71, 72 und 73 zeigen die Verteilung des Druckbeiwerts sowie Oberflächenstromlinien für Fall 1. Die glatte Verteilung des Druckes auf der Flügeloberseite, die auf die Abwesenheit von Stößen hindeutet, sowie die Tatsache, daß die Strömung an der Gondel nicht abgelöst ist, sind klar erkennbar. Wendet man sich den Druckverteilungen in ausgewählten Profilschnitten in Abbildung 74 zu, so sieht man, daß in diesem gutmütigen Fall keine Unterschiede in der Vorhersage zwischen LLR und LEA k-ω bestehen. Die Saugspitze wird ausnahmslos unterbewertet, was mit hoher Wahrscheinlichkeit auf eine nicht hinreichende Netzfeinheit schließen läßt. Stromab sowie in weiten Bereichen der Unterseite hingegen ergibt sich eine hervorragende Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, so daß der Hinterkantendruck ebenfalls korrekt vorhergesagt wird.

Betrachtet man Fall 2, der in den Abbildungen 75, 76 und 77 dargestellt ist, so sieht man, daß sich auf der Flügeloberseite ein deutlicher Stoß ausbildet. Gleichfalls ist die erhebliche Be-

einflussung des Stoßes durch die Triebwerksgondel zu sehen. An der Gondel selbst bleibt die Strömung auch in diesem Fall anliegend. Für den Vergleich der Druckbeiwerte in ausgewählten Profilschnitten, siehe Abbildung 78, für den auch Ergebnisse von Airbus Deutschland mit Wilcox k-ω und SKW L-EARSM (2D) herangezogen werden, erkennt man eine generell gute Übereinstimmung mit den Meßwerten. Die Stoßlage selbst wird im Innenbereich zu weit stromab, im Außenbereich hingegen etwas zu weit stromauf bestimmt, was darauf schließen läßt, daß die Stärke der Stoß-Grenzschicht-Interaktion über die Spannweite variiert. Auch in diesem Fall läßt sich allerdings nicht ausschließen, daß sich der Flügel bei den Experimenten im Windkanal unter den aerodynamischen Lasten verformt hat. Die Tatsache, daß LEA k-ω den Stoß stromauf von Wilcox vorhersagt und SKW L-EARSM (2D) dazwischen liegt, entspricht dem, was aufgrund der zweidimensionalen Berechnungen am RAE 2822 zu erwarten ist.

Die Rechnungen an dieser Konfiguration demonstrieren eindrucksvoll die grundsätzliche Anwendbarkeit höherwertiger Ansätze auf komplexe aerodynamische Geometrien. Aufgrund der Tatsache, daß das Netz nicht mehrgitterfähig ist und in einigen Bereichen stark verscherte Zellen aufweist, erweisen sich die Rechnungen jedoch als ausgesprochen aufwendig, pro Fall waren mehrere Wochen Rechenzeit notwendig. Dies verdeutlicht die z.B. in [42] formulierte Forderung nach erhöhter Effizienz und Robustheit bei gleichzeitiger Beibehaltung der Genauigkeit.

7.3 Modellbewertung

Die in Hinblick auf die Validierung getroffenen Aussagen werden durch die technischen Anwendungfälle bestätigt. Aufgrund der aufwendigen Wandabstandsberechnung sind generell nur die lokal formulierten Modelle zur Anwendung an komplexen 3D-Konfigurationen geeignet. Wie der Fall der Flügel-Rumpf-Pylon-Gondel-Konfiguration zeigt, entsprechen die Modelleigenschaften den Erwartungen, die sich aus den Validierungsrechnungen ergeben. Dies ist insbesondere bei der transsonischen Anströmung bemerkenswert, da die Ergebnisse zwar mit dem gleichen Basisverfahren, aber dennoch mit anderen Versionen von verschiedenen Institutionen gewonnen wurden.

Die Ergebnisse der Dreikomponentenprofile deuten darauf hin, daß bei Strömungen, die durch viskose Phänomene dominiert sind, der adäquaten Transitionsdarstellung eine entscheidende Bedeutung zukommt, da diese einen wesentlichen Einfluß auf die korrekte Wiedergabe des Impuls- und Energiehaushaltes der Grenzschichten und Nachläufe hat. Aussagen zur Modellgüte lassen sich unter dieser Voraussetzung nur unter größten Einschränkungen treffen. Auch wenn das SALSA- sowie das LLR-Modell den Auftriebszusammenbruch nach dem Maximalauftrieb treffen, können diese Ergebnisse aufgrund der Tatsache, daß unterschiedliche physikalische Mechanismen als Ursache hierfür vorhergesagt werden, nicht wirklich zur Modellbewertung herangezogen werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellte Untersuchung befaßt sich mit der Validierung und Bewertung neuerer, höherwertiger linearer bzw. linearisierter Transportgleichungsmodelle zur Darstellung von Turbulenz in Hinblick auf die industrielle Anwendung. Dies soll zum einen eine qualifizierte Aussage über das Potential derartiger Modelle liefern, diese zum anderen aber auch prinzipiell für den aerodynamischen Entwurf verfügbar machen. Diese Ziele bekommen insbesondere vor dem Hintergrund, daß mit einem Ersatz der RANS-Verfahren durch Simulationen (DNS bzw. LES) in näherer Zukunft nicht realistisch zu rechnen ist, besondere Bedeutung. Zu diesem Zweck wurden verschiedene Ein- und Zweigleichungsansätze in ein existierendes, anwendungsorientiertes Strömungslösungsverfahren implementiert. Da eine komplette Validierung an einer Reihe von industrienahen dreidimensionalen Konfigurationen nicht praktikabel ist, wurde hier eine andere Vorgehensweise gewählt. In einem ersten Schritt wurden Berechnungen an Profilumströmungen vorgenommen, wobei ein Fall repräsentativ für das Modellverhalten im Hochauftrieb, der andere für das Verhalten unter Reiseflugbedingungen ist. Hierdurch konnten Aussagen in Hinblick auf isolierte Strömungsphänomene getroffen werden. Eine repräsentative Auswahl bildete den Kern der dreidimensionalen Validierungen, wobei zumindest für Hochauftriebskonfigurationen weitere Modelle hinzugezogen wurden, um die an den Profilumströmungen gewonnenen Aussagen zu verifizieren. Schließlich wurde die Rechenperformance ausgewählter Modelle evaluiert und die Einsetzbarkeit an industrierelevanten Fragestellungen demonstriert.

Transportgleichungsturbulenzmodelle sind typischerweise an bestimmten, wohldefinierten Basisströmungen kalibriert worden. Diese Tatsache wird durch die im Zweidimensionalen durchgeführten Berechnungen widergespiegelt, in denen sich die spezifischen Strömungseigenschaften klar isolieren lassen. Während die Modelle, die wie LLR oder SST-Wilcox k-ω schwerpunktmäßig auf die Berücksichtigung des Schubspannungstransports ausgerichtet sind, ihre Stärken bei der Vorhersage druckinduzierter Ablösungen im Unterschall haben, eignen sich die linearisierten EASM, sofern sie wie in dieser Untersuchung auf den Standard-Wilcox-Gleichungen beruhen, insbesondere zur Berechnung von Stoß-Grenzschicht-Interaktionen, da sie im Gegensatz zu den erweiterten Zweigleichungsmodellen sowohl unterkritische als auch überkritische Zustände vergleichsweise gut darstellen können. Das SALSA-Modell nimmt insofern eine Sonderstellung ein, als daß es druckinduzierte Ablösungen deutlich besser vorhersagen kann als das Originalmodell von Spalart-Allmaras. Die transsonischen Ergebnisse sind zumindest hinsichtlich des Druckes dem Originalmodell vergleichbar. Aus den 2D-Betrachtungen läßt sich folgern, daß Spalart-Allmaras und insbesondere SALSA das "Gut-genug"-Kriterium von Wilcox nahezu erfüllen, wobei die offene Ablösung bei starker Stoß-Grenzschicht-Interaktion als Manko gewertet werden muß. Hinsichtlich der Zweigleichungsmodelle wird das LLR-Modell als vielversprechend für druckinduzierte Ablösung, das LEA-Modell als vorteilhaft für transsonische Strömungen gesehen. SST+Wilcox, das hier vergleichbare Ergebnisse wie LLR liefert, leidet unter der Tatsache, daß der Wandabstand benötigt wird. Das komplette Menter SST-Modell, welches ebenfalls nichtlokal ist, kann wiederum mit dem LEA-Ansatz verglichen werden.

Wie die Berechnung und Auswertung dreidimensionaler Testfälle gezeigt hat, lassen ich die wohldefinierten Modelleigenschaften nicht unmittelbar aus den 2D-Resultaten übertragen.

Ein Problem stellt hier sicherlich die Tatsache dar, daß lineare Wirbelzähigkeitsmodelle zur möglichst genauen Darstellung der dominanten Schubspannung ausgelegt sind. Sofern die Strömung lokal nahezu zweidimensional ist, führt dies nicht zu Nachteilen. Diese Voraussetzung ist jedoch keinesfalls immer gegeben. Insbesondere bei Auftreten von Ablösephänomenen treten hochgradig dreidimensionale Grenzschichtzustände auf, die sich nicht mehr adäquat erfassen lassen. Nichtsdestoweniger konnte gezeigt werden, daß sich durch den Einsatz der höherwertigen Ansätze verbesserte Einsichten in die Aerodynamik auch komplexer Konfigurationen erzielen lassen, wenngleich keiner der im Rahmen dieser Untersuchung implementierten Ansätze auch nur annähernd als universell bezeichnet werden kann. Dies macht es auch schwierig, eindeutige Empfehlungen für den Einsatz der untersuchten Modelle im aerodynamischen Entwurf abzugeben. Die Eingleichungsmodelle, die bereits bei transsonischen Profilumströmungen Probleme aufwiesen, versagen bei der Berechnung der dreidimensionalen Vorderkantenablösung, so daß Zweigleichungsmodelle allgemein als vorteilhafter anzusehen sind. Dies ist auch in Hinblick auf die Vermeidung der Wandabstandsberechnung sinnvoll. Da im Hochauftriebsbereich die Darstellung druckinduzierter Ablösung von entscheidender Bedeutung ist, muß unter den gegebenen Umständen das LLR k-ω als bestes Modell empfohlen werden, wenngleich auch mit diesem Ansatz im Dreidimensionalen keine quantitativ exakten Vorhersagen gelingen. Für transsonische Strömungen sollte LEA k-ω bevorzugt werden. Auch wenn die Stoßvorhersage bei starker Interaktion im Vergleich zu LLR schlechter ist, sind die Abweichungen bei schwächerer Wechselwirkung deutlich geringer. Im Zweifelsfall wird es jedoch unvermeidbar sein, einen Fall, für den keine experimentellen Daten vorliegen, mit verschiedenen Modellen zu rechnen, um anhand der bekannten Modelleigenschaften Rückschlüsse auf die Strömung ziehen zu können.

Es konnte nachgewiesen werden, daß die betrachteten Transportgleichungsmodelle in ihrem Aufwand nicht erheblich über dem Standardansatz von Wilcox liegen. Die Eingleichungsmodelle nehmen naturgemäß eine Ausnahmestellung ein, da sie aufgrund der Tatsache, daß nur eine Transportgleichung zu lösen ist, billiger als Wilcox k-ω sind. Die Einschränkungen, denen somit höherwertige Turbulenzmodelle in Hinblick auf den Einsatz in der aerodynamischen Anwendung unterliegen, sind somit nicht größer als bei Standardansätzen. Aus den bisher getroffenen Schlußfolgerungen ergibt sich mithin, daß die Verwendung höherwertiger Turbulenzmodelle im industriellen Entwurfsprozeß empfohlen werden kann. Nichtsdestotrotz bleiben Probleme, die im folgenden kurz angerissen werden sollen.

Es hat sich insbesondere im Dreidimensionalen herausgestellt, daß die Stabilität und Robustheit turbulenter Rechnungen zu wünschen übrig läßt. Ein zum Teil ausnehmend hoher Aufwand, verbunden mit einem nicht zu vernachlässigenden Vorwissen hinsichtlich des Löserverhaltens, war oft notwendig, um konvergente Lösungen zu erzielen. Die in dieser Untersuchung zur Konvergenzstabilisierung oft verwendete Schwarz'sche Limitierung erwies sich in dieser Hinsicht als hilfreich. Weitere verfolgenswerte Ansätze zur Verbesserung der oben genannten Eigenschaften können z.B. das Positivity-Schema von Eliasson und Wallin [27] sowie universelle Wandrandbedingungen sein, die nicht auf einen definierten dimensionslosen Wandabstand der wandnächsten Punkte angewiesen sind. Beispiele für derartige Randbedingungen finden sich z.B. bei Grotjans und Menter [43] oder Rung [103]. Wie in [42] dargestellt, ist jedoch davon auszugehen, daß strukturierte RANS-Löser ihre Grenzen hinsichtlich Effizienz und Robustheit weitgehend erreicht haben.

Die Frage, inwiefern der Übergang zu anderen, fortgeschritteneren Formen der Turbulenzdarstellung erhebliche Verbesserungen leisten kann, ist an dieser Stelle nicht abschließend zu beantworten. In jüngerer Zeit sind Ansätze bekannt geworden, die anstreben, nichtlineare EASM in die industrielle Anwendung zu überführen. Beispiele hierfür finden sich z.B. bei Rumsey u.a. [98, 99] oder Wallin [131, 132]. Es ist jedoch offenbar davon auszugehen, daß auch auf diesem Wege kein universeller Ansatz gefunden wird und die Verbesserungen gegenüber linearisierten EASM zumindest in scherdominierten Außenströmungen begrenzt bleiben. Die Anwendung kompletter RSTM fand bis dato aufgrund des hohen Rechenzeit- und Hauptspeicherbedarfs, der geringen numerischen Stabilität und des großen Implementierungsaufwands kaum Verbreitung. Der bereits in der Einleitung vorgestellte DES-Ansatz [115, 124] hat vielversprechende Pilotergebnisse geliefert [32, 121], inwieweit der höhere Aufwand bei stationären Strömungen gerechtfertigt ist, bleibt zu klären. Durbin [25] geht davon aus, daß auch DES in näherer Zukunft im Anwendungsbereich nicht zum Tragen kommt.

Ein insbesondere im Hochauftrieb nicht zu unterschätzendes Problem stellt die Frage nach einer adäquaten Transitionsmodellierung dar. Die hier zum Teil erheblichen laminaren Lauflängen in Kombination mit der Tatsache, daß die Transitionsstellen *a priori* oft unbekannt sind, führen dazu, daß eine vollturbulente Berachtungsweise eingesetzt wird. Diese wird jedoch der physikalischen Problemstellung nur unzureichend gerecht. Hirsch [47] bemerkte bereits 1990, daß, wie auch immer die numerischen Qualitäten eines Navier-Stokes-Lösers aussehen, die Resultate sehr stark vom Transitionsmodell abhängen werden und hier noch erheblicher Forschungsbedarf besteht. Dies gilt auch heute ohne Abstriche, und die Forderung nach einer im ingenieurmäßigen Sinne zuverlässigen Transitionsmodellierung wird in der nahen Zukunft weiter an Bedeutung zunehmen.

Literatur

[1] Agrawal, S. und Narducci, R.: Drag Prediction Using Nonlinear Computational Methods. *AIAA-Paper 2000-0382*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[2] Aumann, P.; Barnewitz, H.; Schwarten, H.; Becker, K.; Heinrich, R.; Roll, B.; Galle, M.; Kroll, N.; Gerhold, Th.; Schwamborn, D. und Franke, M.: MEGAFLOW: Parallel Complete Aircraft CFD. In: *Parallel Computing, Special Issues on Applications, "Parallel Computing in Aerospace"*, Elsevier, Vol. 27(4), 2001, S. 415-440.

[3] Bartels, R.E. und Gatski, T.B.: Prediction of Transonic Vortex Flows Using Linear and Nonlinear Turbulent Eddy Viscosity Models. *NASA Technical Memorandum TM-2000-210282*, 2000.

[4] Baldwin, B.S. und Lomax, H.: Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. *AIAA Paper 78-257*, 16th Aerospace Sciences Meeting, Huntsville, USA, 1978.

[5] Batchelor, K.G.: *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1967.

[6] Becker, K.; Kroll, N.; Rossow, C.C. und Thiele F.: Numerical Flow Calculation for Complete Aircraft - The MEGAFLOW Project. *DGLR-Jahrestagung*, DGLR-JT98-043, Bremen, 1998.

[7] Becker, K.: Perspectives for CFD. *DGLR-Jahrestagung*, DGLR-2002-013, Stuttgart, 2002.

[8] Benmeddour, A.; Fortin, F. und Tang, F.C.: CFD Prediction of the CF-18/330 EFT Mutual Aerodynamic Interference. *AIAA-Paper 2000-0128*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[9] Berglind, T.: Flow Simulation Around a Realistic Fighter Airplane Configuration. *ICAS-Paper 90-6.4.1*, Stockholm, Schweden, 1990.

[10] Bird, R.B.; Stewart, W.E. und Lightfoot, E.N.: *Transport Phenomena*. Wiley, New York, USA, 1960.

[11] Boussinesq, J.: Essai sur la théorie des eaux courantes. *Memoires Acad. des Sciences* **23** (1), Paris, 1872.

[12] Breuer, M.: *Direkte Numerische Simulation und Large-Eddy Simulation turbulenter Strömungen auf Hochleistungsrechnern*. Habilitation, Universität Erlangen-Nürnberg, 2001. *auch*: Shaker, Aachen, 2002.

[13] Brodersen, O.; Monsen, E.; Ronzheimer, A.; Rudnik, R. und Rossow, C.-C.: Computation of Aerodynamic Coefficients for the DLR-F6 Configuration Using MEGAFLOW. In: Nitsche, W.; Heinemann, H.-J. und Hilbig, R. (Hrsg.): New Results in Numerical and Experimental Fluid Dynamics II, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 72, Vieweg, Braunschweig, 1999, S. 85-92.

[14] Bunge, U.; Rung, T.; Schatz, M. und Thiele, F.: Restatement of the Spalart-Allmaras Eddy-Viscosity Model in a Strain-Adaptive Formulation. Eingereicht als *Technical Note* zur Veröffentlichung im *AIAA Journal*, 2003.

[15] Chakravarthy, S.; Goldberg, U.; Batten, P.; Palaniswarmy, S. und Peroomian, S.: Some recent Progress in Practical Computational Fluid Dynamics. *AIAA-Paper 2001-0136*, 39th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[16] Cebeci, T. und Smith, A.M.O.: *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. Academic Press, New York, 1974.

[17] Cook, P.H.; McDonald, M.A. und Firmin, M.C.P.: Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions and Boundary Layer and Wake Measurements. In: *AGARD AR-138*, 1979.

[18] Cosner, R.R.: Assessment of Vehicle Performance Predictions Using CFD. *AIAA-Paper 2000-0384*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[19] Cummings, R.M.; Schiff, L.B.; Rizk, Y.M. und Chaderjian, N.M.: Numerical Simulation of High-Incidence Flow over the F-18 Aircraft. *ICAS-Paper 90-3.3.1*, Stockholm, Schweden, 1990.

[20] Czerwiec, R.; Edwards, J.R.; Rumsey C.L.; und Hassan, H.A.: Theory and Experiment of Multielement Airfoils - A Comparison. *AIAA-Paper 2000-0985*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[21] Davidson, L.: LESFOIL: A European Project on Large Eddy Simulations Around a High-lift Airfoil at High Reynolds Number. ECCOMAS 2000, 11.-14.9.2000, Barcelona, Spanien.

[22] Degani, D. und Schiff, L.: Computation of Turbulent Supersonic Flows around Pointed Bodies Having Crossflow Separation. *Journal of Computational Physics* **66**, 1986, S. 173-196.

[23] Drela, M. und Giles, M.B.: Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils. *AIAA Journal* **25**, 1987, S. 1347-1355.

[24] Drela, M.: Elements of Airfoil Design Methodology. In: Henne, P.A. (Hrsg.): Applied Computational Aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 125, AIAA, Washington, USA, 1990, S. 167-189.

[25] Durbin, P.A.: A Perspective on Recent Developments in RANS Modeling. In: Rodi, W. und Fueyo, N. (Hrsg.): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 5*, Elsevier, Amsterdam, 2002, S. 3-16.

[26] Edwards, J.R. und Chandra, S.: Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields. *AIAA Journal* **34** (4), 1996, S. 756-763.

[27] Eliasson, P. und Wallin, S.: A Robust and Positive Scheme for Viscous, Compressible Steady State Solutions with Two-Equation Turbulence Models. *FFA TN 1999-81*, 1999; *auch*: In: Wallin, S.: Engineering Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models. Dissertation, KTH Stockholm, 2000.

[28] Eppler, R. und Somers, D.M.: A Computer Program for the Design and Analysis of Low-Speed Airfoils. *NASA TM-80210*, 1980.

[29] Favre, A.: Équations des gaz turbulents compressibles. *J. de Méchanique* **4**, 1965, S. 361-390 (Teil 1) und 391-421 (Teil 2).

[30] Fejtek, I.: Summary of Code Validation Results for a Multiple Element Airfoil Test Case. *AIAA-Paper 97-1932*, 28th AIAA Fluid Dynamics Conference, Atlanta, USA, 1997.

[31] Flaig, A. und Hilbig, R.: High-Lift Design for Large Civil Aircraft. In: *AGARD CP-515*, 1993, S. 31.1-31.12.

[32] Forsythe, J.R.; Squires, K.D.; Wurtzler, K.E. und Spalart, P.R.: Detached-Eddy Simulation of a Fighter Aircraft at High Alpha. *AIAA-Paper 2002-0591*, 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2002.

[33] Franke, M: Numerical Simulation of the X-31A Flow Characteristics. In: Körner, H. und Hilbig, R. (Hrsg.): New Results in Numerical and Experimental Fluid Dynamics, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 60, Vieweg, Braunschweig, 1997, S. 157-164.

[34] Franke, M.; Rung, T.; Xue, L. und Thiele, F.: Application of parallel numerical flow solvers invoking advanced turbulence-transport models to aircraft components. In: Bungartz, H.-J.; Durst, F. und Zenger, C. (Hrsg.): High Performance Scientific and Engineering Computing, *Lecture Notes in Computational Sciences and Engineering*, Vol. 8, Springer, Berlin, 1999, S. 81-90.

[35] Franke, M.; Rung, T.; Elsholz, E.; Aumann, P. und Thiele, F.: Numerical Simulation of Three-Dimensional Transonic Flows Using Advanced Turbulence-Transport Models. In: Nitsche, W.; Heinemann, H.-J. und Hilbig, R. (Hrsg.): New Results in Numerical and Experimental Fluid Dynamics II, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 72, Vieweg, Braunschweig, 1999, S. 154-161.

[36] Franke, M.; Rung, T.; Schatz, M. und Thiele, F.: Numerical Simulation of High-Lift Flows Employing Improved Turbulence Modelling. ECCOMAS 2000, 11.-14.9.2000, Barcelona, Spanien.

[37] Gatski, T.B. und Speziale, C.G.: On Explicit Algebraic Stress Models for Complex Turbulent Flows. *Journal of Fluid Mechanics* **254**, 1993, S. 59-75.

[38] Gerhold, T. und Evans, J.: Efficient Computation of 3D-Flows for Complex Configurations with the DLR-TAU Code Using Automatic Adaptation. In: Nitsche, W.; Heinemann, H.-J. und Hilbig, R. (Hrsg.): New Results in Numerical and Experimental Fluid

Dynamics II, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 72, Vieweg, Braunschweig, 1999, S. 178-185.

[39] Ghaffari, F.: Navier-Stokes, Flight, and Wind Tunnel Flow Analysis for the F/A-18 Aircraft. *NASA Technical Paper 3478*, 1994.

[40] Giles, M.B. und Drela, M.: Two-Dimensional Transonic Aerodynamic Design Method. *AIAA Journal* **25**, 1987, S. 1199-1206.

[41] Godin, P.; Zingg, D.W. und Nelson, T.E.: High-Lift Aerodynamic Computations with One- and Two-Equation Turbulence Models. *AIAA Journal*,**35** (2), 1997, S. 237-243.

[42] Gould, A.; Courty, J.-C.; Sillen, M.; Elsholz, E. und Abbas, A.: The AVTAC Project - A Review of European Aerospace CFD. ECCOMAS 2000, 11.-14.9.2000, Barcelona, Spanien.

[43] Grotjans, H. und Menter, F.R.: Wall Functions for General Application CFD Codes. In: Papailiou K.D. u.a.: *Computational Fluid Dynamics '98*, Proc. Fourth European Computational Fluid Dynamics Conference, Athen, Griechenland; Wiley, Chichester, 1998, S. 1112-1117.

[44] Haase, W.; Chaput, E.; Elsholz, E.; Leschziner, M. und Muller, E.: ECARP - European Computational Aerodynamics Research Projects: Validation of CFD Codes and Assessment of Turbulence Models. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 58, Vieweg, Braunschweig, 1997.

[45] Hellsten, A.: Implementation of a One-Equation Turbulence Model into the FINFLO Flow Solver. Helsinki University of Technology, Laboratory of Aerodynamics, *Report No B-49, Series B*, 1996.

[46] Hess, J.L. und Smith, A.M.O.: Calculation of Non-Lifting Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Bodies. *Douglas Aircraft Rept. ES 40622*, 1962.

[47] Hirsch, C.: *Numerical Computation of Internal and External Flows*. Vol. 2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows. Wiley, Chichester, England, 1990.

[48] Jameson, A; Schmidt, W und Turkel, E.: Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes. *AIAA Paper 81-1259*, 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, USA, 1981.

[49] Jameson, A: Full Potential, Euler and Navier-Stokes Schemes. In: Henne, P.A. (Hrsg.): Applied Computational Aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 125, AIAA, Washington, USA, 1990, S. 39-88.

[50] Jameson, A. und Vassberg, J.C.: Computational Fluid Dynamics for Aerodynamic Design: Its Current and Future Impact. *AIAA-Paper 2001-0538*, 39th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[51] Jirásek, A.; Eliasson, P. und Wallin, S.: Computational Study of the High-Lift A-Airfoil. *AIAA-Paper 2001-0708*, 39th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[52] Johnson, D.A. und King, L.S.: A New Turbulence Closure Model for Boundary-Layer Flows with Strong Adverse Pressure Gradients and Separation. *AIAA-Paper 84-0175*, 1984.

[53] Jones, W.P. und Launder, B.E.: Prediction of Laminarization with a Two-Equation Turbulence Model. *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 1972, S. 301-314.

[54] Kroll, N. und Jain, R.K.: *Solution of Two-Dimensional Euler Equations - Experience with a Finite Volume Code*. DFVLR-FB 87-41, 1987.

[55] Kroll, N. und Rossow, C.: Foundations of Numerical Methods for the Solution of Euler Equations. In: *Fundamentals and Application of Numerical Methods for Solution of Euler Equations in Design Aerodynamics*. CCG-Lehrgang F6.03, 1989.

[56] Kroll, N.; Radelspiel, R. und Rossow, C.C.: Accurate and Efficient Flow Solvers for 3D Applications on Structured Meshes. In: Computational Fluid Dynamics. *VKI Lecture Series 1994-05*, Rhode-St-Genèse, Belgien, 1994.

[57] Kroll, N.; Rossow, C.C.; Becker, K. and Thiele, F.: MEGAFLOW - A Numerical Flow Simulation System. *ICAS-Paper 98-2.7.4*, Melbourne, Australien, 1998.

[58] Kroll, N.; Rossow, C.C.; Becker, K. and Thiele, F.: The MEGAFLOW Project. *Aerosp. Sci. Technol.* **4** (2000), 2000, S. 223-237.

[59] Leschziner, M.A.: Two-Equation Models for High-Reynolds-Number Flow. In: Introduction to the Modeling of Turbulence. *VKI Lecture Series 1993-02*, Rhode-St-Genèse, Belgien, 1993.

[60] Leschziner, M.A.: Statistical Turbulence Modelling for the Computation of Physically Complex Flows. In: Recent Developments in Numerical Methods for Turbomachinery Flows. *VKI Lecture Series 2002-01*, Rhode-St-Genèse, Belgien, 2001.

[61] Lin, J.C. und Dominik, C.J.: Parametric Investigation of a High-Lift Airfoil at High Reynolds Numbers. *Journal of Aircraft*,**34** (4), 1997, S. 485-491.

[62] Longo, J.M.A.: Viscous Transonic Flow Simulation Around a Transport Aircraft Configuration. *DGLR-Jahrestagung*, 92-03-032, Bremen, 1992.

[63] Lübcke, H.: *Entwicklung expliziter Darstellungen zweiter statistischer Momente zur numerischen Simulation turbulenter Strömungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2001; *auch*: Shaker, Aachen, 2001.

[64] Madelung, G.: Luftfahrttechnik. Skriptum zur Vorlesung, TU München, 1988.

[65] Manna, M.: *A Three Dimensional High Resolution Compressible Flow Solver*. Dissertation, Université Catholique de Louvain, Belgien, 1992.

[66] Martinelli, L. und Jameson, A.: Validation of a Multigrid Method for the Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations. *AIAA Paper 88-0414*, 1988.

[67] Mavriplis, D.: Parallel Unstructured Mesh Analysis of High-Lift Configurations. *AIAA Paper 2000-0923*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[68] Menter, F.R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal* **32** (8), 1994, S. 1598-1605.

[69] Menter, F.R. und Rumsey, C.L.: Assessment of Two-Equation Turbulence Models for Transonic Flows. *AIAA Paper 94-2343*, 25th AIAA Fluid Dynamics Conference, Colorado Springs, USA, 1994.

[70] Menter, F.R.: Eddy Viscosity Transport Equations and Their Relation to the $k - \varepsilon$ Model. *Journal of Fluids Engineering* **119**, 1997, S. 876-884.

[71] Monsen, E. und Rudnik, R.: Investigation of the Blunt Trailing Edge Problem for Supercritical Airfoils. *AIAA Paper 95-0089*, 33th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 1995.

[72] Moir, I.R.M.: Measurements on a Two-Dimensional Aerofoil with High-Lift Devices. In: A Selection of Experimental Test Cases for the Validation of CFD Codes. *AGARD Advisory Report AR 303*, Vol. II, 1994.

[73] Monsen, E; Franke, M.; Rung, T.; Aumann, P. und Ronzheimer, A.: Assessment of Advanced Transport-Equation Turbulence Models for Aircraft Aerodynamic Performance Prediction. *AIAA Paper 99-3701*, 30th AIAA Fluid Dynamics Conference, Norfolk, USA, 1999.

[74] Morkovin, M.V.: Effects of Compressibility on Turbulent Flows. In: Favre, A. (Hrsg.): Méchanique de la Turbulence. CNRS, Paris, 1962, S. 367-380.

[75] Murman, E.M. und Cole, J.D.: Calculation of Plane Steady Transonic Flows. *AIAA Journal* **9** (1), 1971, S. 114-121.

[76] Murman, E.M.: Analysis of Embedded Shock Waves Calculated by Relaxation Methods. *AIAA Journal* **12** (5), 1974, S. 626-633.

[77] Nelson, T.E.; Godin, P; De Rango, S. und Zingg, D.W.: Flow Computations For A Three-element Airfoil System. *CASI J.* **45**, 1999, S. 132-139.

[78] Nield, B.N.: An Overview of the 777 High Lift Aerodynamic Design. In: *Proceedings of the High Lift and Separation Control Conference*, Royal Aeronautical Society, Bath, England, 1995, S. 1.11 - 1.14.

[79] Oki, Y.; Sakata, T.; Uchiyama, N.; Kaiden, T. und Andoh, T.: Numerical Simulation of Transonic Flow past an F-16A Aircraft Configuration Using CASPER. *AIAA-Paper 2000-0125*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[80] Oskam, B. und Sloof, J.W.: Recent Advances in Computational Aerodynamics at NLR. *AIAA-Paper 98-0138*, 1998.

[81] Peavey, C.: Drag Prediction of Military Aircraft Using CFD. *AIAA-Paper 2000-0383*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[82] Pfeiffer, N.J.: The Use of CFD in the Design Process for Configuration Drag. *AIAA-Paper 2000-0383*, 38th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2000.

[83] Pope, S.B.: A More General Effective Viscosity Hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics* **72**, 1975, S. 331-340.

[84] Raj, P.: Aerodynamic Analysis Using Euler Equations: Capabilities and Limitations. In: Henne, P.A. (Hrsg.): Applied Computational Aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 125, AIAA, Washington, USA, 1990, S. 679-700.

[85] Rakowitz, M.; Sutcliffe, M.; Eisfeld, B.; Schwamborn, D.; Bleecke, H. und Fassbender, J.: Structured and Unstructured Computations on the DLR-F4 Wing-Body Configuration. *AIAA Paper 2002-0837*, 40th Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2002.

[86] Redeker, G.; Müller, R.; Ashill, P.R.; Elsenaar, A. und Schmitt, V.: Experiments on the DFVLR F4 Wing-Body Configuration in Several European Windtunnels. *AGARD-FDP Symposium*, Neapel, Italien, 1987.

[87] Reynolds, O.: On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Ser. A, **186-I**, 1894, S. 123-164.

[88] Roe, P.L.: Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes. In: *Journal of Computational Physics*, **43**, 1981, S. 357-372.

[89] Rossow, C.-C.: Berechnung von Strömungsfeldern durch Lösung der Euler-Gleichungen mit einer erweiterten Finite-Volumen Diskretisierungsmethode. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1989; *auch*: DLR Forschungsbericht 89-38, 1989.

[90] Rubbert, P.E. und Saaris, G.R.: A General Three-Dimensional Potential Flow Method Applied to V/STOL Aerodynamics. *Society of Automotive Engineers Paper 680304*, 1968.

[91] Rudnik, R.: *Untersuchung der Leistungsfähigkeit von Zweigleichungs-Turbulenzmodellen bei Profilumströmungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2000; *auch*: DLR Forschungsbericht 97-49, 1997.

[92] Rudnik, R; Ronzheimer, A. und Raddatz, J.: Numerical Flow Simulation for a Wing/Fuselage Transport Aircraft Configuration with Deployed High-Lift System. In: Nitsche, W.; Heinemann, H.-J. und Hilbig, R. (Hrsg.): New Results in Numerical and Experimental Fluid Dynamics II, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 72, Vieweg, Braunschweig, 1999, S. 363-370.

[93] Rudnik, R; Ronzheimer, A.; Schenk, M. und Rossow, C.-C.: Berechnung von zwei- und dreidimensionalen Hochauftriebskonfigurationen durch Lösung der Navier-Stokes Gleichungen. *DGLR-Jahrestagung*, DGLR-JT96-104, Dresden, 1996.

[94] Rumsey, C.L. und Vatsa, V.N.: A Comparison of the Predictive Capabilities of Several Turbulence Models Using Upwind and Central-Difference Computer Codes. *AIAA Paper 93-0192*, 31st Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 1993.

[95] Rumsey, C.L. und Vatsa, V.N.: Comparison of the Predicitve Capabilities of Several Turbulence Models. *Journal of Aircraft* ,**32** (3), 1995, S. 510-514.

[96] Rumsey, C.L.; Sanetrik, M.D.; Biedron, R.T.; Melson, N.D. und Parlette, E.B.: Efficiency and Accuracy of Time-Accurate Turbulent Navier-Stokes Computations. *AIAA Paper 95-1835*, 13th Applied Aerodynamics Conference, San Diego, USA, 1995.

[97] Rumsey, C.L.; Biedron, R.T. und Thomas, J.L.: CFL3D: Its History and Some Recent Applications. *NASA Technical Memorandum 112861*, 1997.

[98] Rumsey, C.L.; Gatski, T.B.; Ying, S.X. und Bertelrud, A.: Prediction of High-Lift Flows Using Turbulent Closure Models. *AIAA-Paper 97-2260*, 15th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Atlanta, USA, 1997.

[99] Rumsey, C.L. und Gatski, T.B.: Recent Turbulence Model Advances Applied to Multielement Airfoil Computations. *AIAA-Paper 2000-4323*, 18th AIAA Applied Aerodynamics Meeting, Denver, USA, 2000.

[100] Rung, T.: *Persönliche Kommunikation*, 1998.

[101] Rung, T.: *Realizability linearer Stress-Strain Beziehungen.* Institutsbericht 04/98, Hermann-Föttinger-Institut, TU Berlin, 1998.

[102] Rung, T.; Fu, S. und Thiele, F.: On the Realizability of Non-Linear Stress-Strain Relationships for Reynolds-Stress Closures. *Flow, Turbulence and Combustion* **60**, 1999, S. 333-359.

[103] Rung, T.: *Formulierung universeller Wandrandbedingungen für Transportgleichungsturbulenzmodelle.* Institutsbericht 03/99, Hermann-Föttinger-Institut, TU Berlin, 1999.

[104] Rung, T.: *Entwicklung anisotroper Wirbelzähigkeitsbeziehungen mit Hilfe von Projektionstechniken.* Dissertation, Technische Universität Berlin, 2000; *auch*: Shaker, Aachen, 2000.

[105] Rung, T.; Lübcke, H.; Franke, M.; Xue, L.; Thiele, F. und Fu, S.: Assessment of Explicit Algebraic Stress Models in Transonic Flows. In: Rodi, W. und Laurence, D. (Hrsg.): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, Elsevier, Amsterdam, 1999, S. 659-668.

[106] Rung T. und Thiele, F.: Computational Modelling of Complex Boundary-Layer Flows. In: *Proc. 9th Intl. Symposium on Transport Phenomena in Thermal-Fluid Engineering*, Singapur, 1996.

[107] Schlichting, H. und Gersten, K.: *Grenzschicht-Theorie.* Springer, Berlin, 1997.

[108] Schmidt, S.: *Grobstruktursimulation turbulenter Strömungen in komplexen Geometrien und bei hohen Reynoldszahlen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2000; *auch*: Mensch und Buch, Berlin, 2000.

[109] Schmidt, S.; Franke, M. und Thiele, F.: Assessment of SGS Models in LES Applied to a NACA 4412 Airfoil. *AIAA-Paper 2001-0434*, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[110] Schmitt, V. und Charpin, F.: Pressure Distributions on the ONERA M6 Wing at Transonic Mach Numbers. In:*AGARD Advisory Report AR 138*, 1979.

[111] Schmitt, V und Destarac, D.: Recent Progress in Drag Prediction and Reduction for Civil Transport Aircraft at ONERA. *AIAA-Paper 98-0137*, 1998.

[112] Sermeus, K.; Deconinck, H.; Carte, G. und Lanteri, S.: A Parallel Multigrid Accelerated Multidimensional Upwind Solver for 3D High Reynolds Number Flows on Unstructured Grids. *AIAA-Paper 2001-0137*, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[113] Shevell, R.S.: *Fundamentals of Flight*. Second Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, USA, 1993.

[114] Shih, T.H.; Liou, W.W.; Shabbir, A.; Yang, Z. und Zhu, J.: A New $k-\varepsilon$ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. *Computers & Fluids* **24** (3), 1995, S. 227-238.

[115] Shur, M.; Spalart, P.R.; Strelets, M. und Travin, A.: Detached-Eddy Simulation of an Airfoil at High Angle of Attack. In: Rodi, W. und Laurence, D. (Hrsg.): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, Elsevier, Amsterdam, 1999, S. 669-678.

[116] Smith, A.M.O.: The Panel Method: Its Original Development. In: Henne, P.A. (Hrsg.): Applied Computational Aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 125, AIAA, Washington, USA, 1990, S. 3-17.

[117] Spalart, P.R.: Strategies for Turbulence Modelling and Simulations. In: Rodi, W. und Laurence, D. (Hrsg.): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, Elsevier, Amsterdam, 1999, S. 3-17.

[118] Spalart, P.R.: Trends in Turbulence Treatments. *AIAA Paper 2000-2306*, Fluids 2000, Denver, USA, 2000.

[119] Spalart, P.R. und Allmaras, S.R.: A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA-Paper 92-0439*, 30th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 1992.

[120] Spalart, P.R. und Allmaras, S.R.: A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *La Recherche Aérospatiale* **1**, 1994, S. 5-21.

[121] Squires, K.D.; Forsythe, J.R.; Morton, S.A.; Strang, W.Z.; Wurtzler, K.E.; Tomaro, R.F.; Grismer, M.J. und Spalart, P.R.: Progress on Detached-Eddy Simulation of Massively Separated Flows. *AIAA-Paper 2002-1021*, 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2002.

[122] Steger, J.L und Warming, R.F.: Flux Vector Splitting of the Inviscid Gas Dynamics Equations with Applications to Finite Difference Methods. *Journal of Computational Physics* **40**, 1981, S. 263-293.

[123] Stokes, G.C.: On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids. *Trans. Cambr. Phil. Soc.* **8**, 1849, S. 287-319.

[124] Strelets, M.: Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows. *AIAA-Paper 2001-0789*, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[125] Sutherland, D.M.: The Viscosity of Gases and Molecular Forces. *Phil. Mag. Ser.* **36** (5), 1893, S. 507-530.

[126] van Leer, B.: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V: A Second Order Sequel to Godunov's Method. In: *Journal of Computational Physics* **31** (1), 1979, S. 101-136.

[127] van Leer, B.: Flux Vector Splitting for the Euler Equations. In: Proceedings of the *8th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, 1982.

[128] Vandromme, D.: Turbulence Modeling for Compressible Flows and Implementation in Navier-Stokes Solvers. In: Introduction to the Modeling of Turbulence. *VKI Lecture Series 1993-02*, Rhode-St-Genèse, Belgien, 1993.

[129] Vos, J.B.; Rizzi, A.W.; Corjon, A.; Chaput, E. und Soinne, E.: Recent Advances in Aerodynamics inside the NSMB (Navier-Stokes Multi Block) Consortium. *AIAA-Paper 98-0225*, 1998.

[130] Vos, J.B.; Rizzi, A.; Darracq, D. und Hirschel, E.H.: Navier-Stokes Solvers in European Aircraft Design. *Progress in Aerospace Sciences* **38** (8), 2002, S. 601-697.

[131] Wallin, S.: An Efficient Explicit Algebraic Reynolds Stress k-ω Model (EARSM) for Aeronautical Applications. *FFA TN 1999-71*, 1999; *auch*: In: Wallin, S.: Engineering Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models. Dissertation, KTH Stockholm, 2000.

[132] Wallin, S. und Johannson, A.V.: An Explicit Algebraic Reynolds Stress Model for Incompressible and Compressible Turbulent Flows. *Journal of Fluid Mechanics* **403**, 2000, S. 89-132; it auch: In: Wallin, S.: Engineering Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models. Dissertation, KTH Stockholm, 2000.

[133] Wallin, S.: *Persönliche Kommunikation*, 2002.

[134] Wang, Q.; Massey, S.; Abdol-Hamid, K.S. und Frink, N.T.: Solving Navier-Stokes Equations with Advanced Turbulence Models on Three-Dimensional Unstructured Grids. *AIAA-Paper 99-0156*, 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 1999.

[135] Wilcox, D.C.: Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. *AIAA Journal* **26**, 1988, S. 1299-1310.

[136] Wilcox, D.C.: *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., La Cañada, CA, USA, 1993.

[137] Wilcox, D.C.: Comparison of Two-Equation Turbulence Models for Boundary Layers with Pressure Gradient. *AIAA Journal* **31**, 1993, S. 1414-1421.

[138] Wilcox, D.C.: Turbulence Modeling: An Overview. *AIAA-Paper 2001-0724*, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[139] Woodward, F.A.: An Improved Method for the Aerodynamic Analysis of Wing-Body-Tail Configurations in Subsonic and Supersonic Flow, Part I – Theory and Application. *NASA CR-2228*, 1973.

[140] Xue, L.: *Persönliche Kommunikation*, 1996.

[141] Xue, L.: *Entwicklung eines effizienten parallelen Lösungsalgorithmus zur dreidimensionalen Simulation komplexer turbulenter Strömungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1998.

[142] Yan, J.; Xue, L. und Thiele, F.: Performance of Multigrid Method in Biharmonic Grid Generation. *Proceedings of the 6th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations*, Greenwich, England, 1998.

[143] Yeh, D.T.; George, M.W.; Clever, W.C.; Tam, C.K. und Woan, C.J.: Numerical Study of the X-31 High Angle-of-Attack Flow Characteristics. *AIAA-Paper 91-1630*, 22nd Fluid Dynamics, Plasma Dynamics & Lasers Conference, Honolulu, USA, 1991.

[144] Ying, S.X.; Spaid, F.W.; McGinley, C.B. and Rumsey, C.L.: Investigation of Confluent Boundary Layers in High-Lift Flows. *Journal of Aircraft* **36** (3), 1999, S. 550-562.

Abbildungen

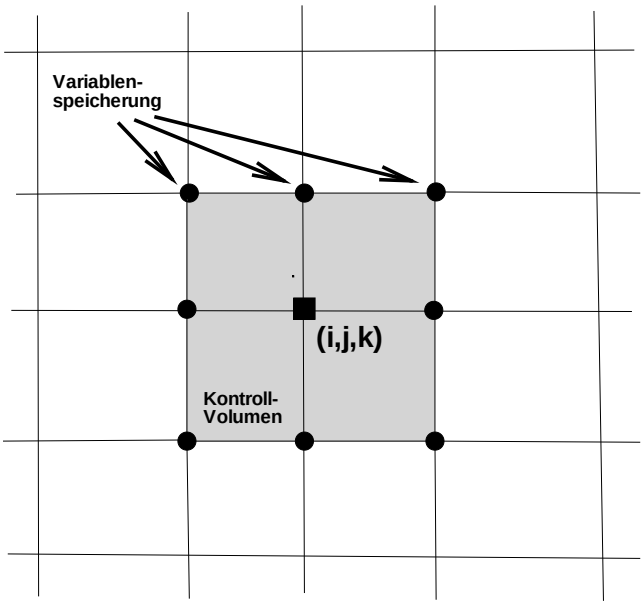

Abbildung 1: Prinzipskizze zur Berechnung der konvektiven Flüsse

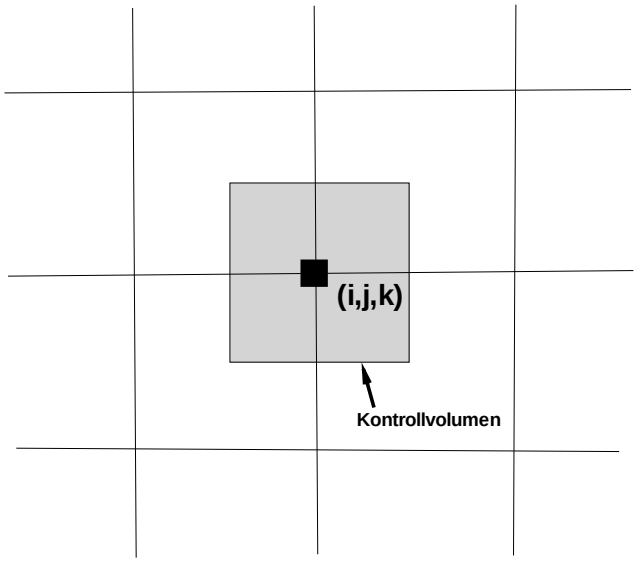

Abbildung 2: Prinzipskizze zur Berechnung der viskosen Flüsse

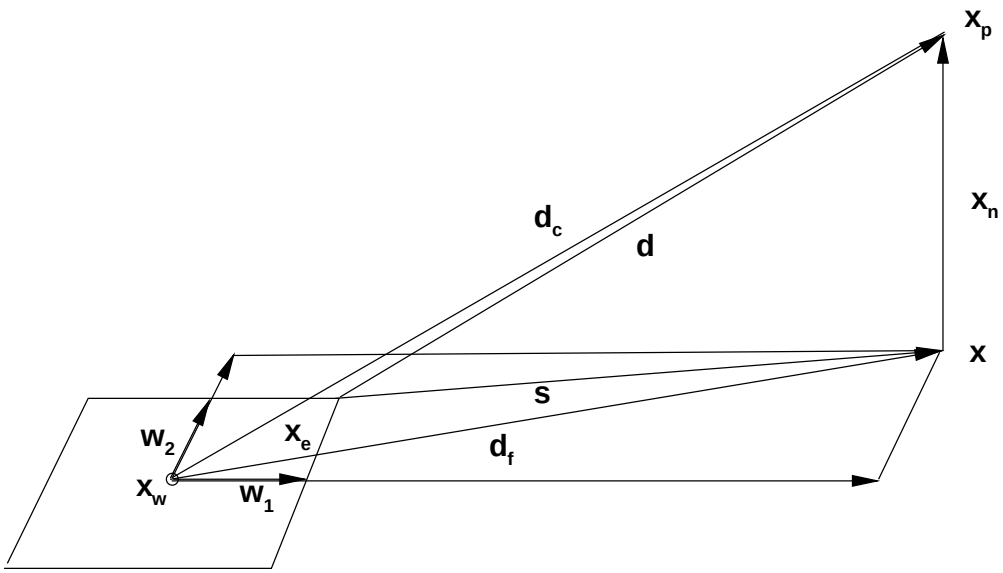

Abbildung 3: Prinzipskizze zur Wandabstandsberechnung nach Xue

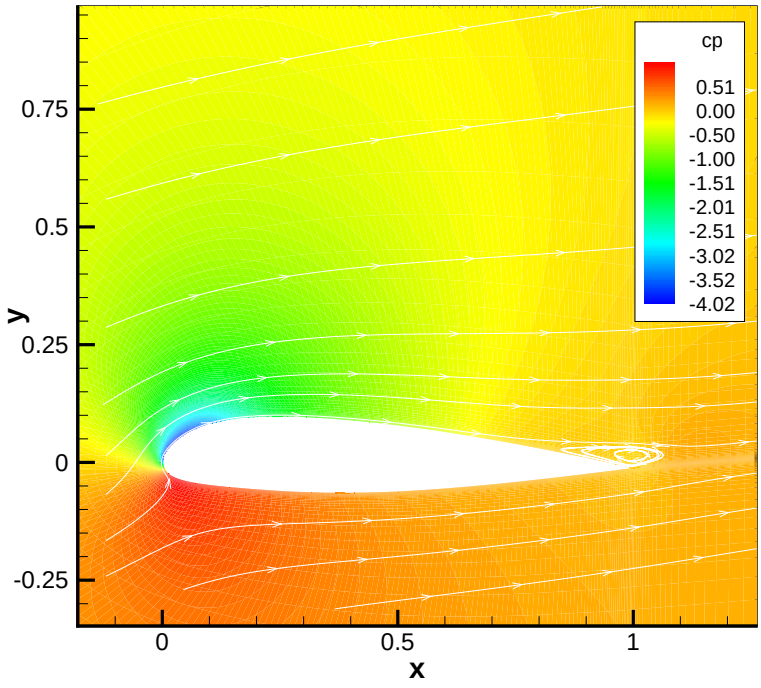

Abbildung 4: ONERA A: Druckverteilung und Stromlinien um das Profil

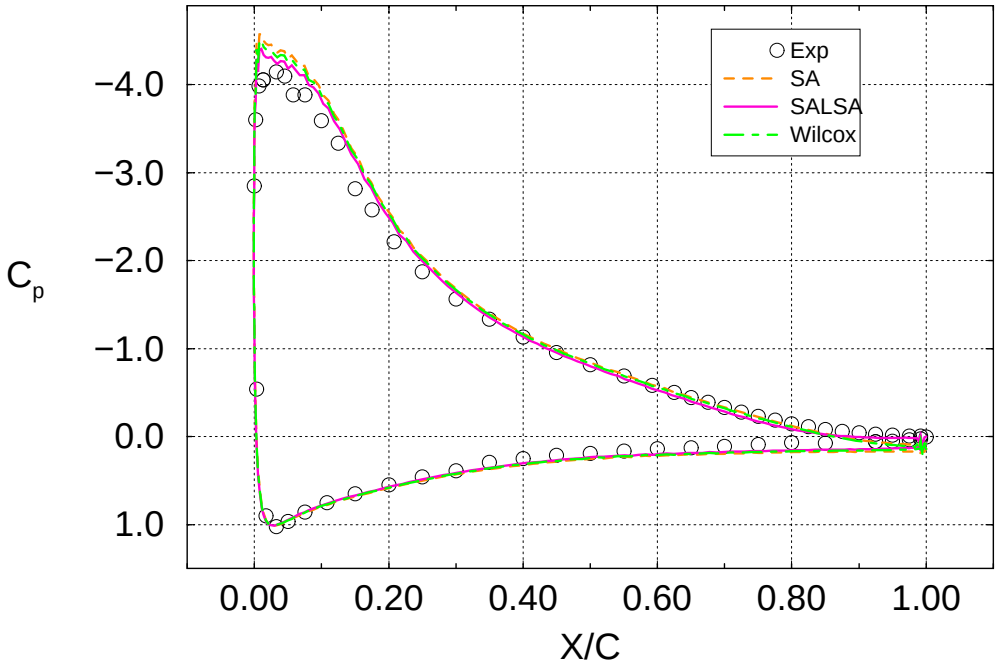

Abbildung 5: ONERA A: Druckbeiwert für Eingleichungsmodelle

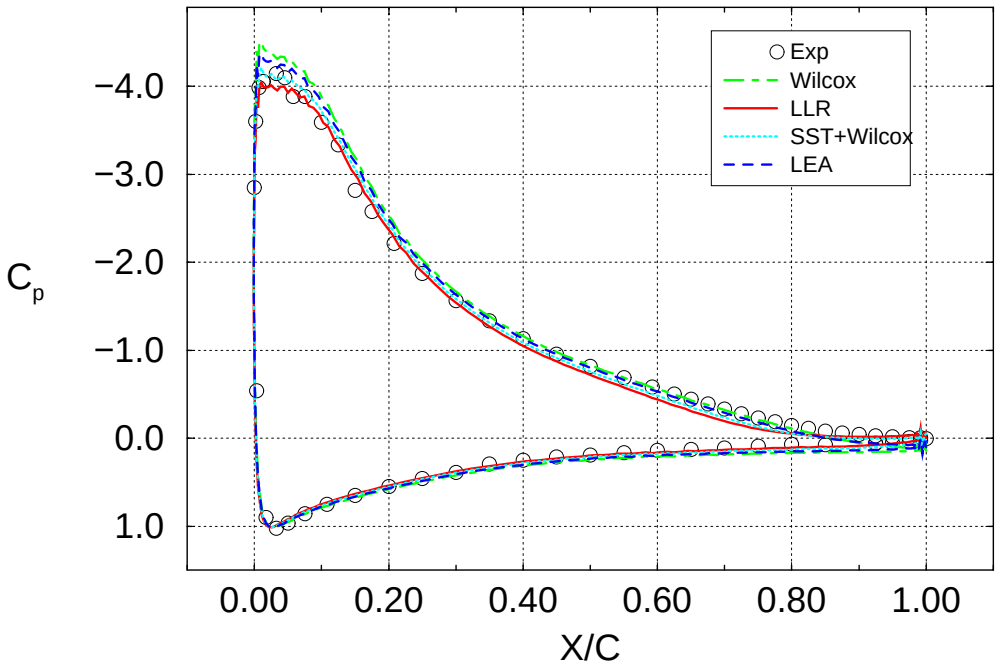

Abbildung 6: ONERA A: Druckbeiwert für Zweigleichungsmodelle

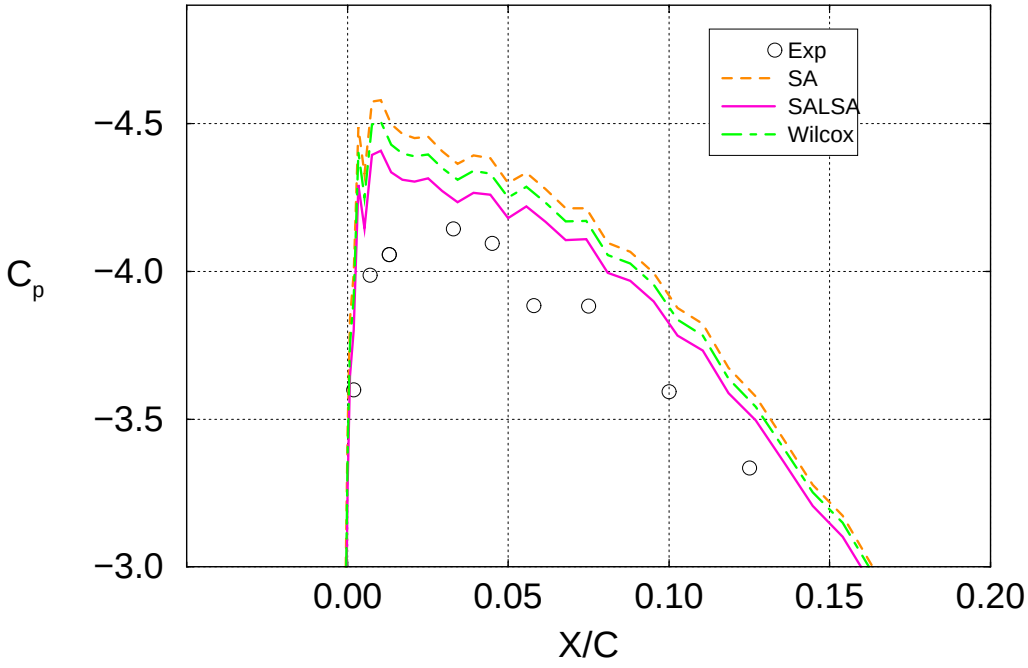

Abbildung 7: ONERA A: Druckbeiwert für Eingleichungsmodelle, Detailansicht in der Saugspitzenzone

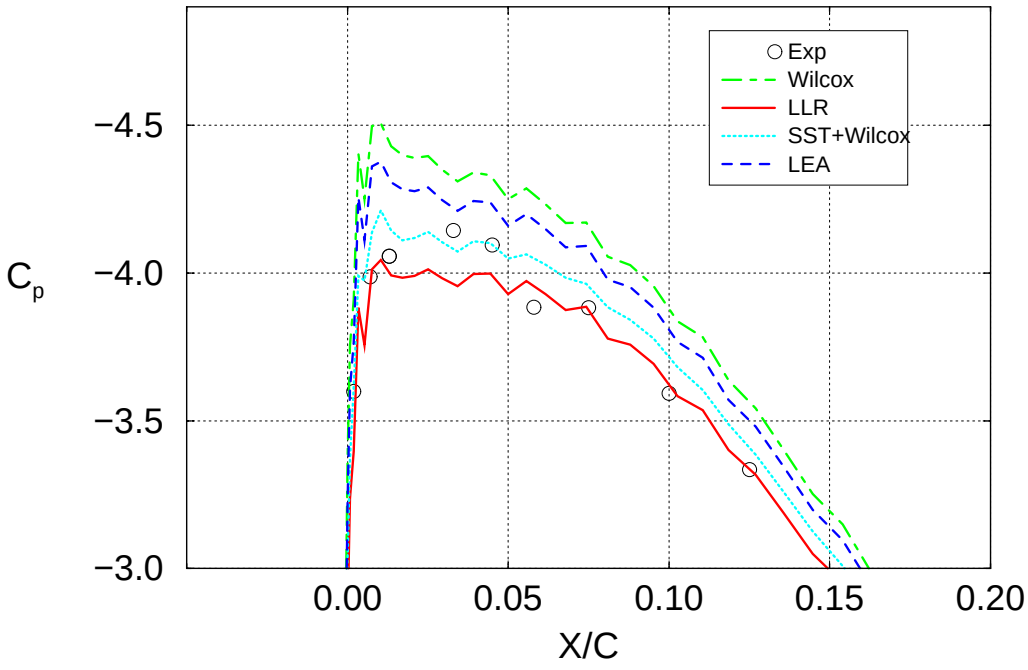

Abbildung 8: ONERA A: Druckbeiwert für Zweigleichungsmodelle, Detailansicht in der Saugspitzenzone

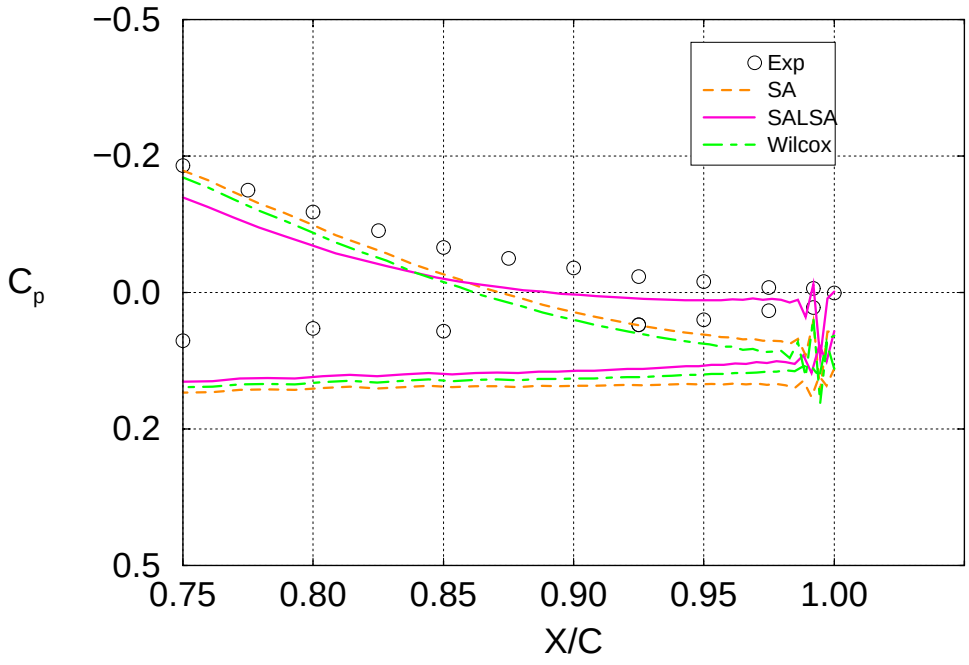

Abbildung 9: ONERA A: Druckbeiwert für Eingleichungsmodelle, Detailansicht an der Hinterkante

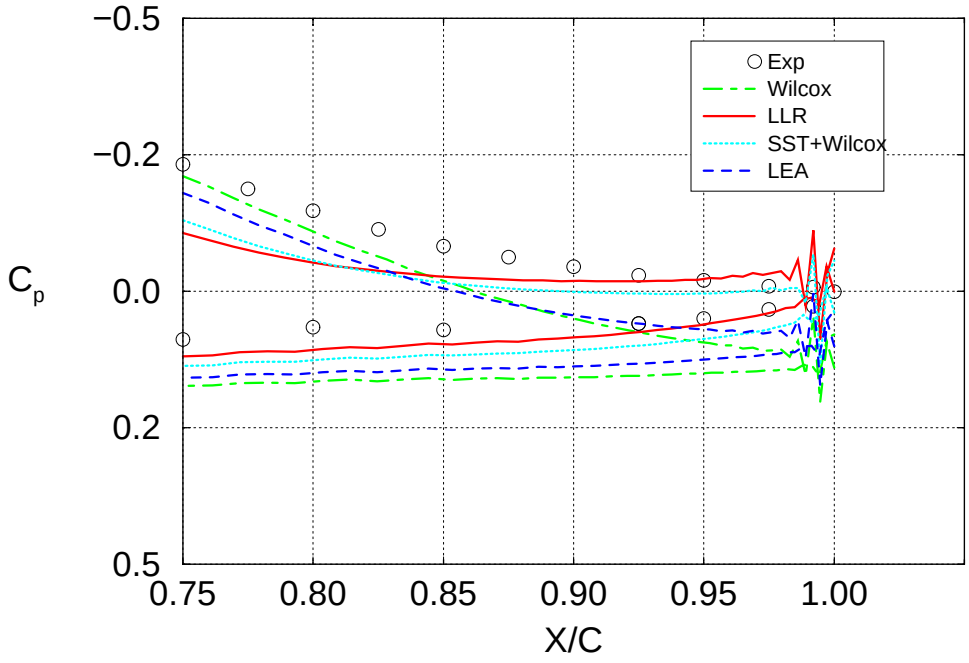

Abbildung 10: ONERA A: Druckbeiwert für Zweigleichungsmodelle, Detailansicht an der Hinterkante

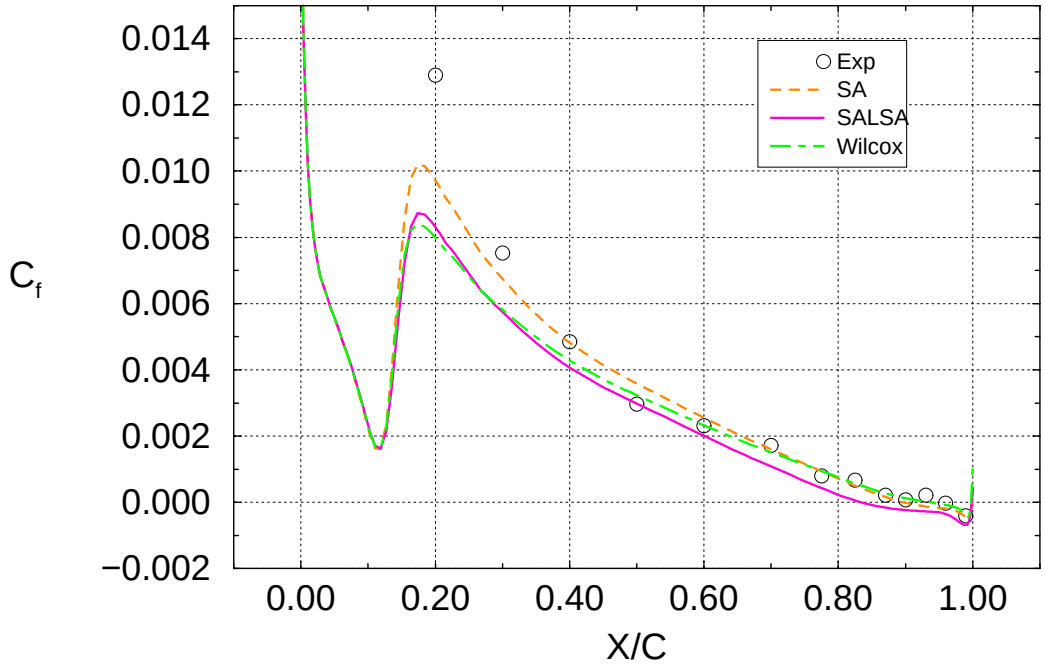

Abbildung 11: ONERA A: Reibungsbeiwert für Eingleichungsmodelle

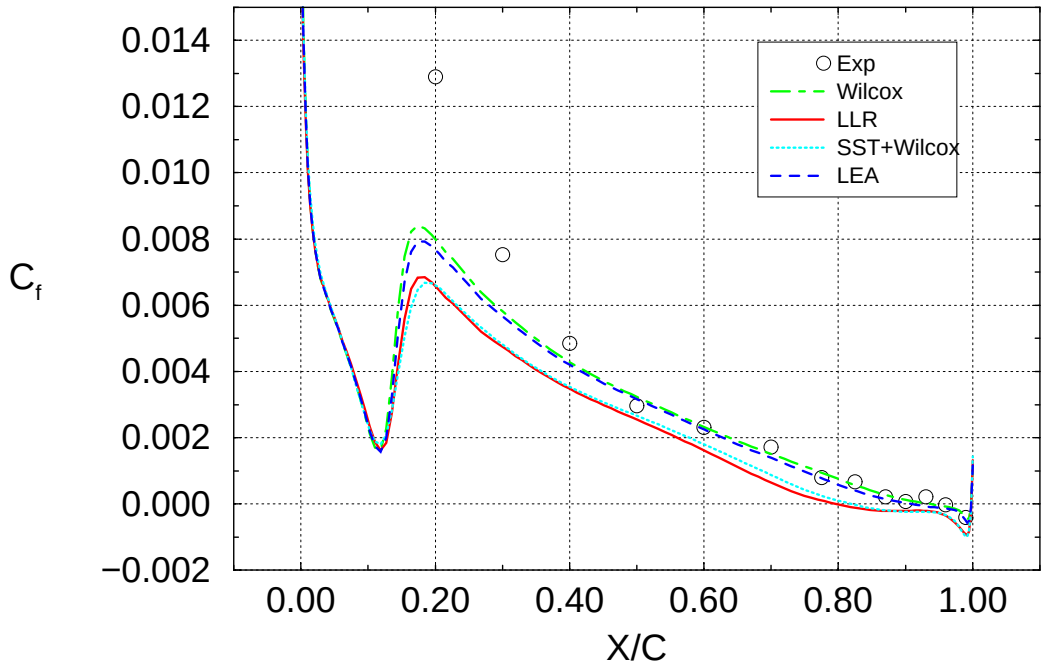

Abbildung 12: ONERA A: Reibungsbeiwert für Zweigleichungsmodelle

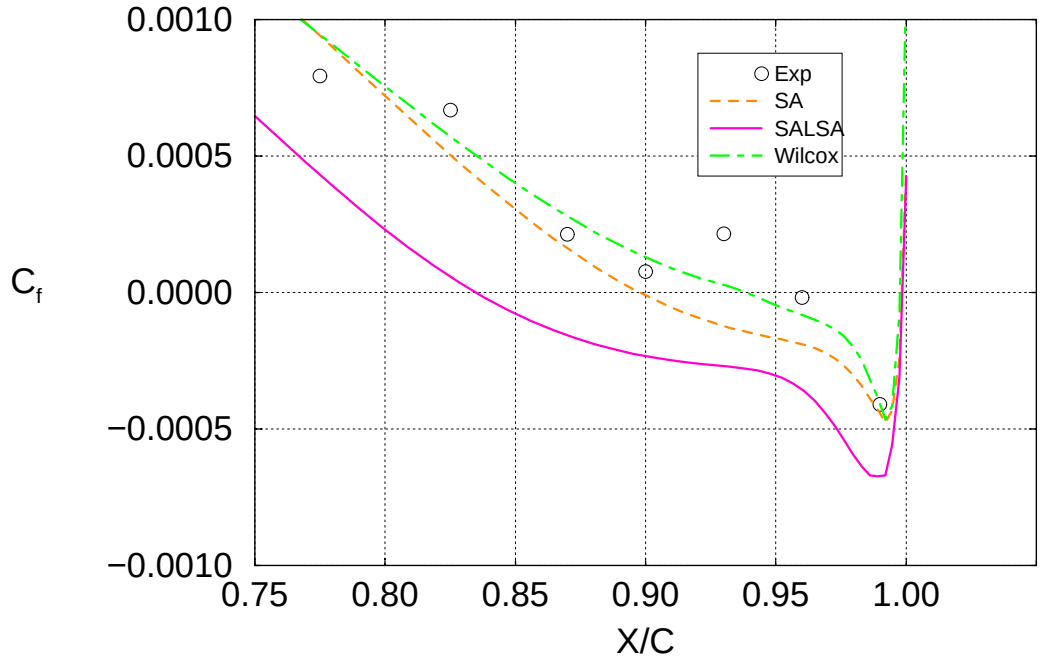

Abbildung 13: ONERA A: Reibungsbeiwert für Eingleichungsmodelle, Detailansicht an der Hinterkante

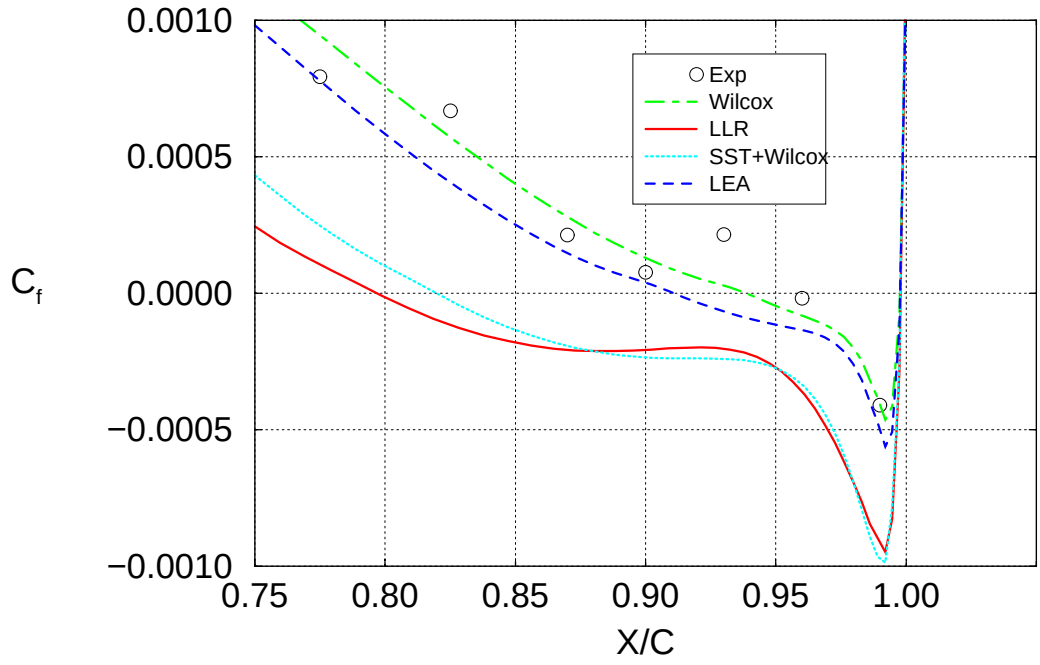

Abbildung 14: ONERA A: Reibungsbeiwert für Zweigleichungsmodelle, Detailansicht an der Hinterkante

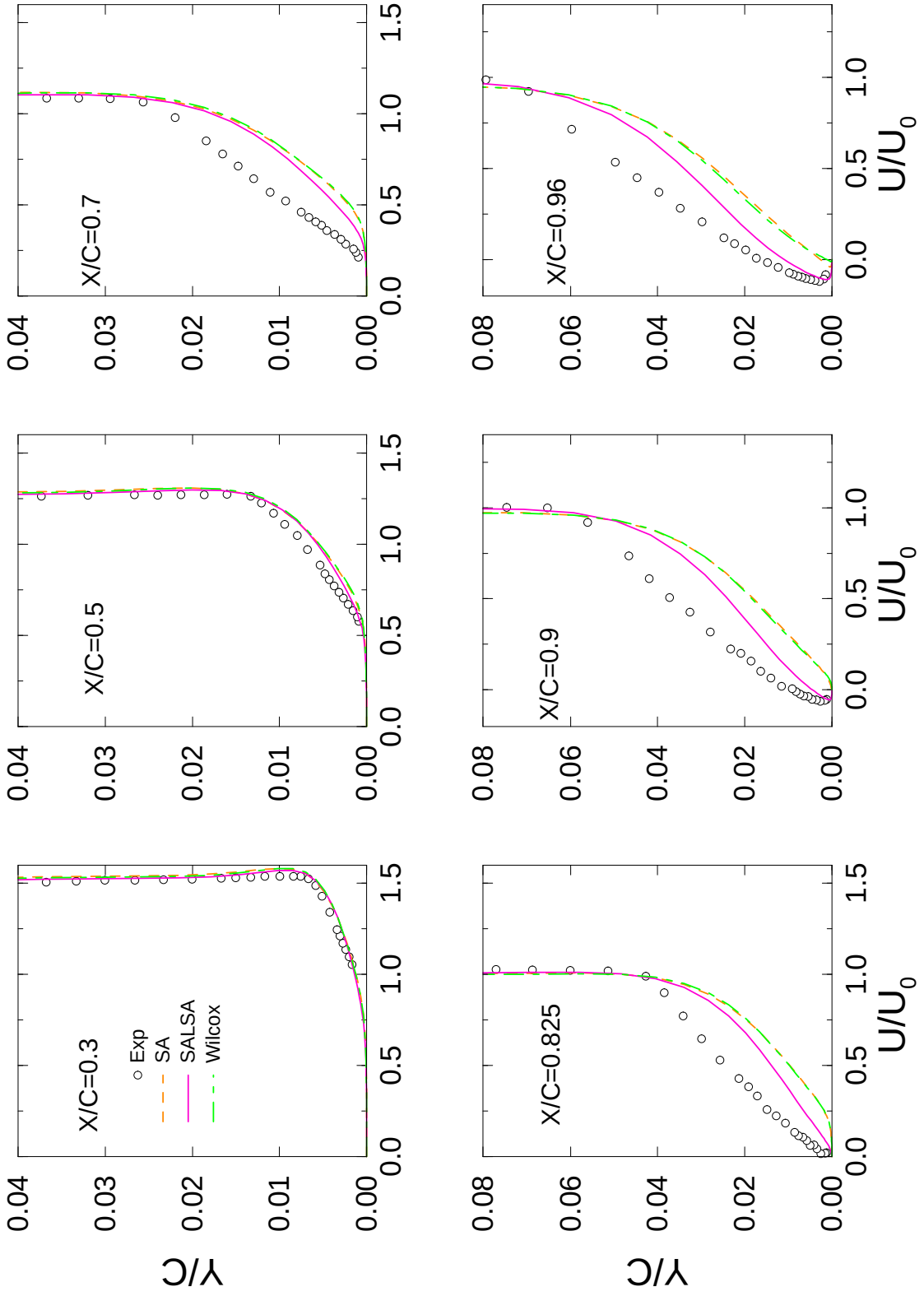

Abbildung 15: ONERA A: Geschwindigkeitsprofile für Eingleichungsmodelle

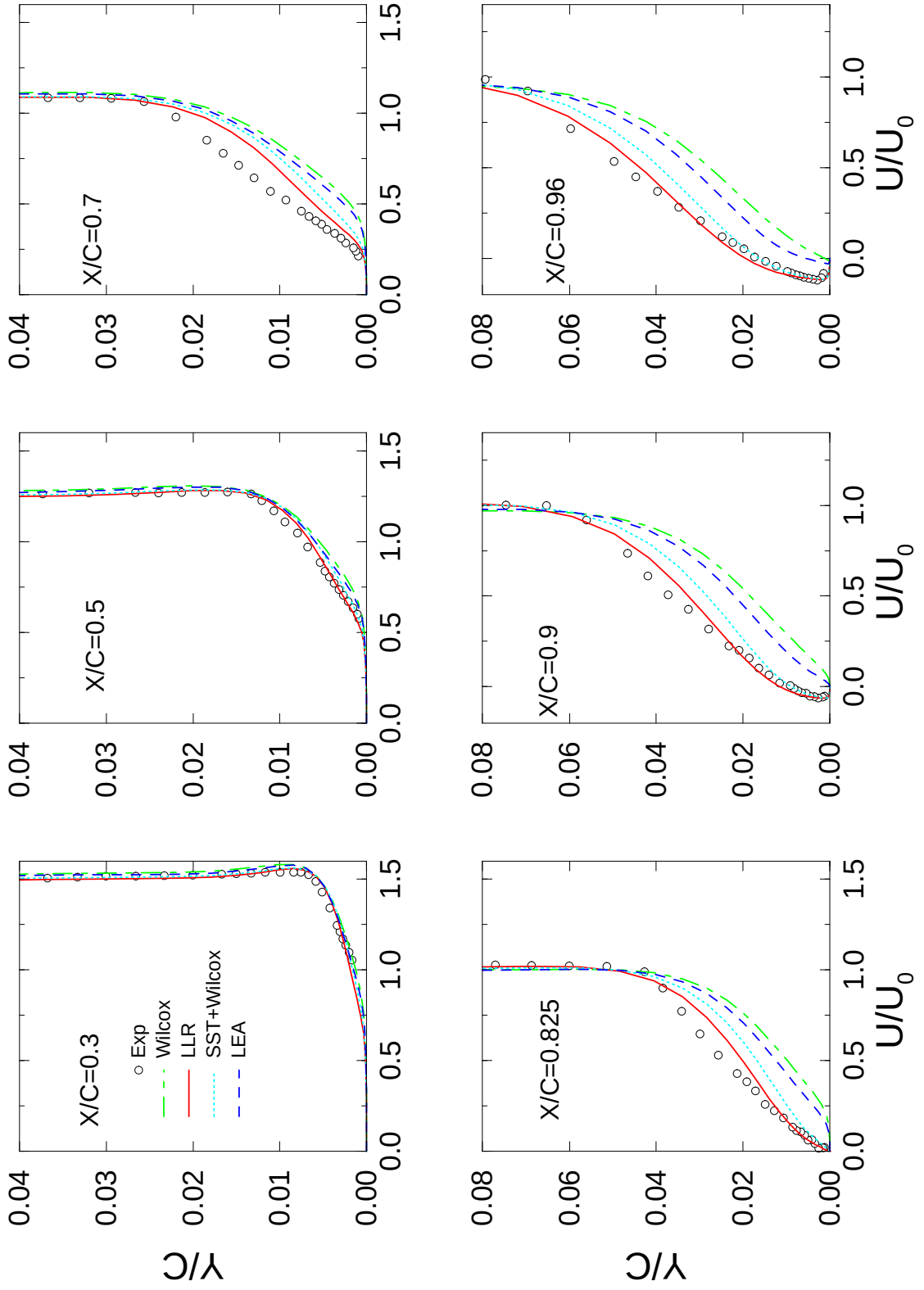

Abbildung 16: ONERA A: Geschwindigkeitsprofile für Zweigleichungsmodelle

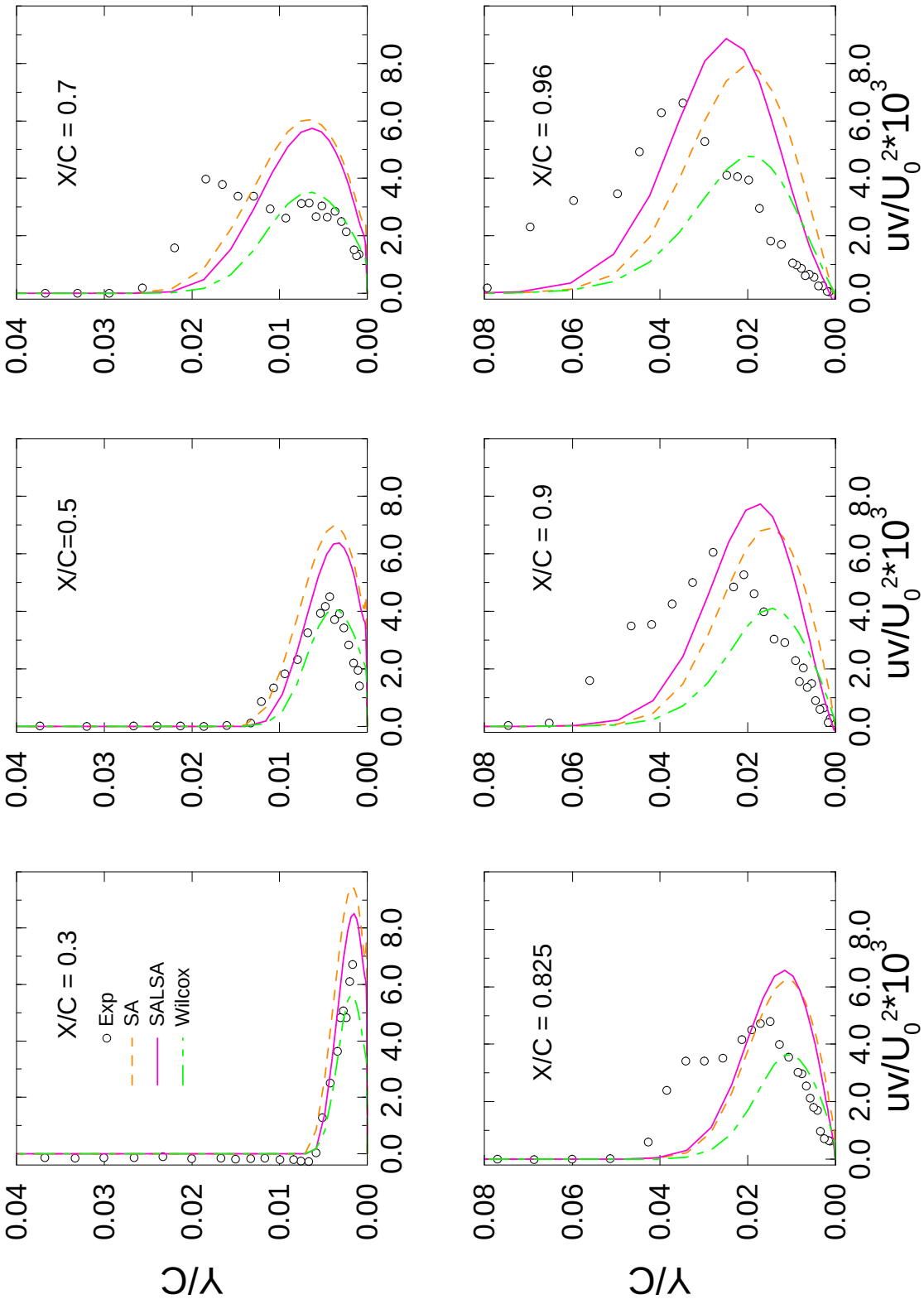

Abbildung 17: ONERA A: Schubspannungsprofile für Eingleichungsmodelle

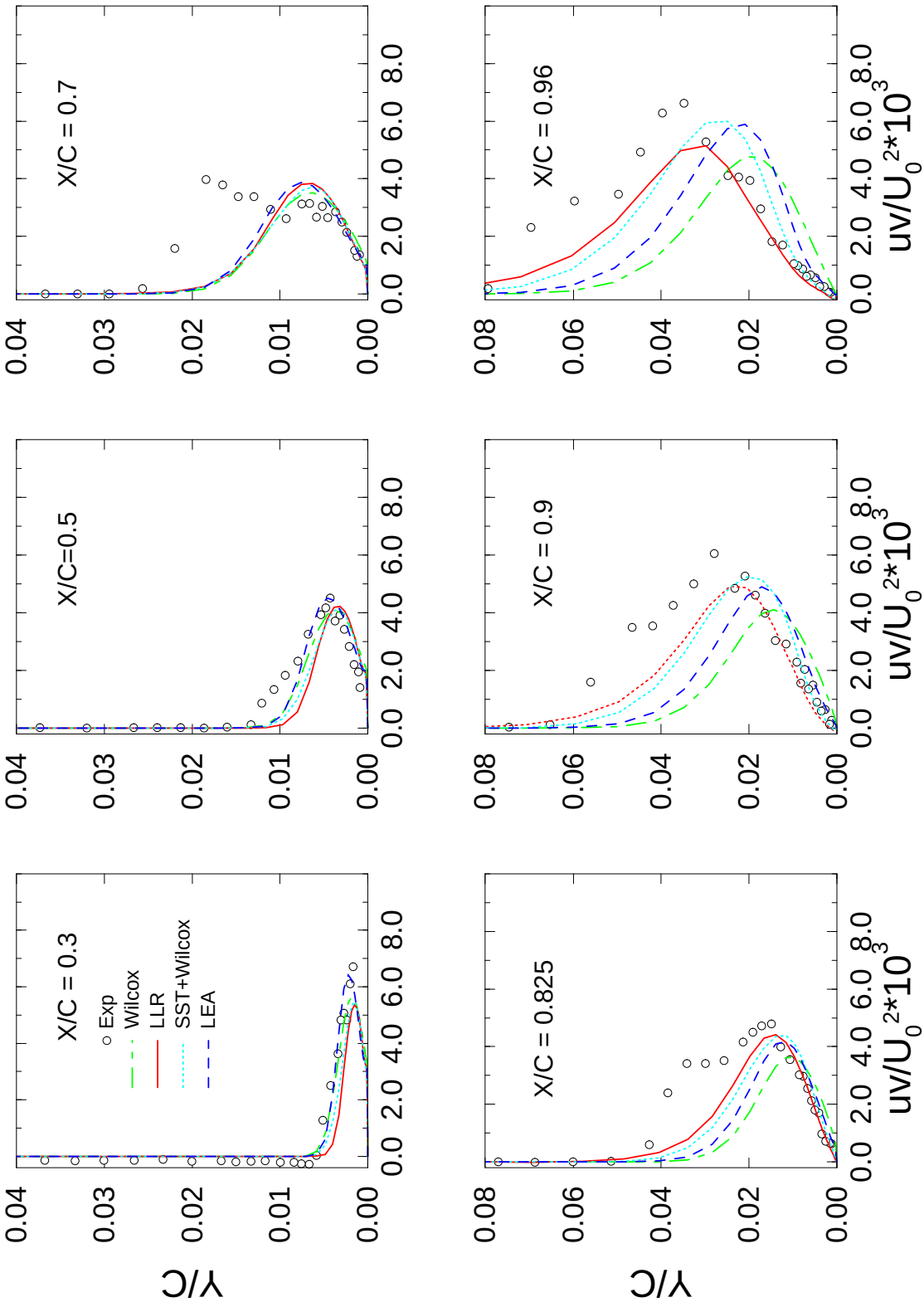

Abbildung 18: ONERA A: Schubspannungsprofile für Zweigleichungsmodelle

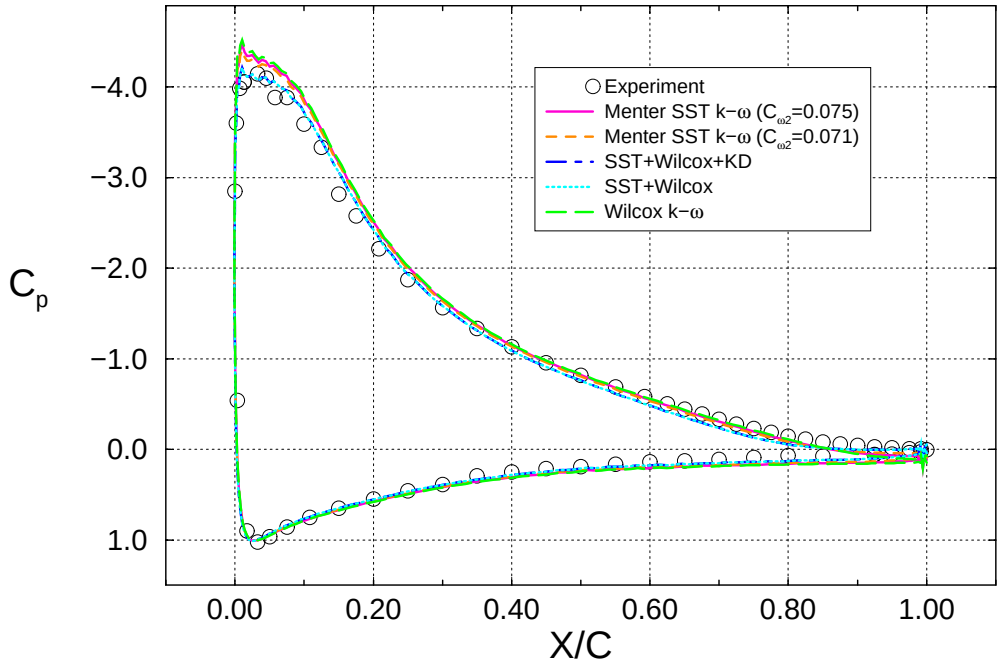

Abbildung 19: ONERA A: Druckbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells

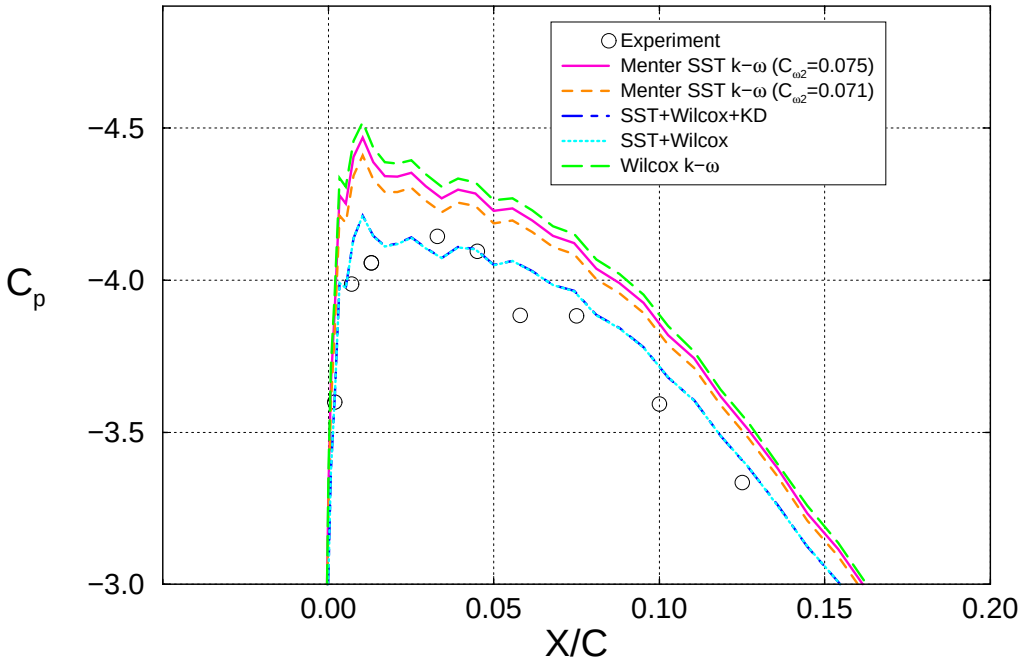

Abbildung 20: ONERA A: Druckbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells, Detailansicht in der Saugspitzenzone

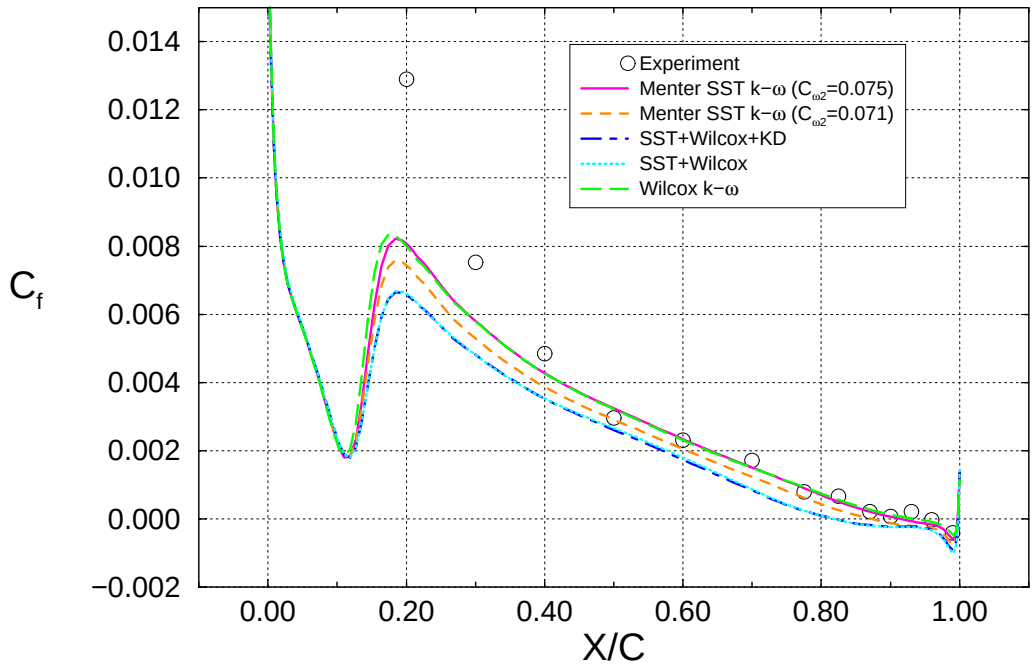

Abbildung 21: ONERA A: Reibungsbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells

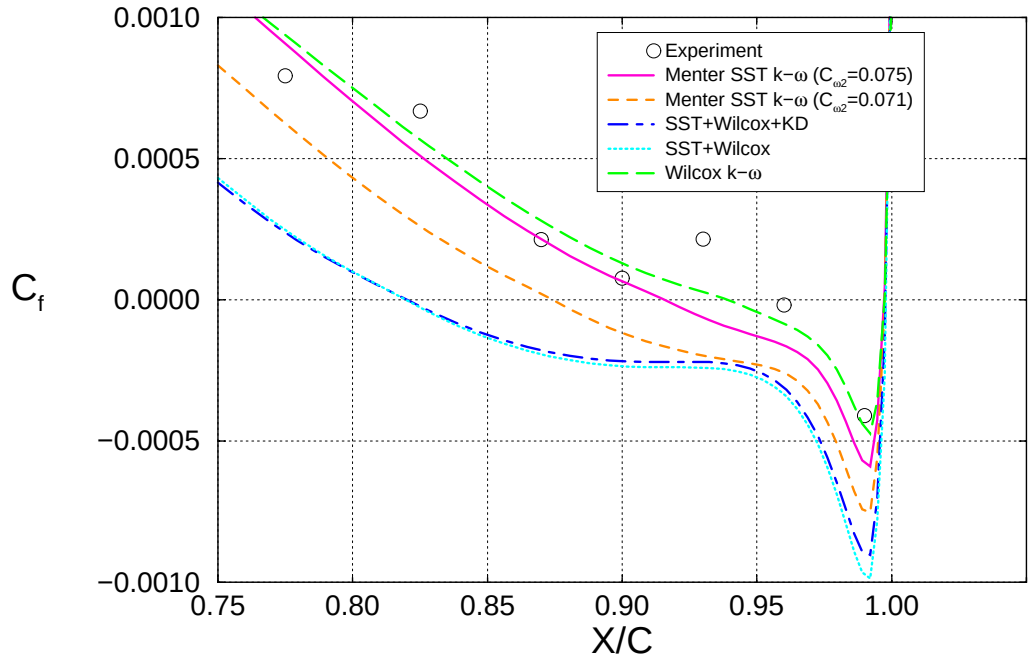

Abbildung 22: ONERA A: Reibungsbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells, Detailansicht im Hinterkantenbereich

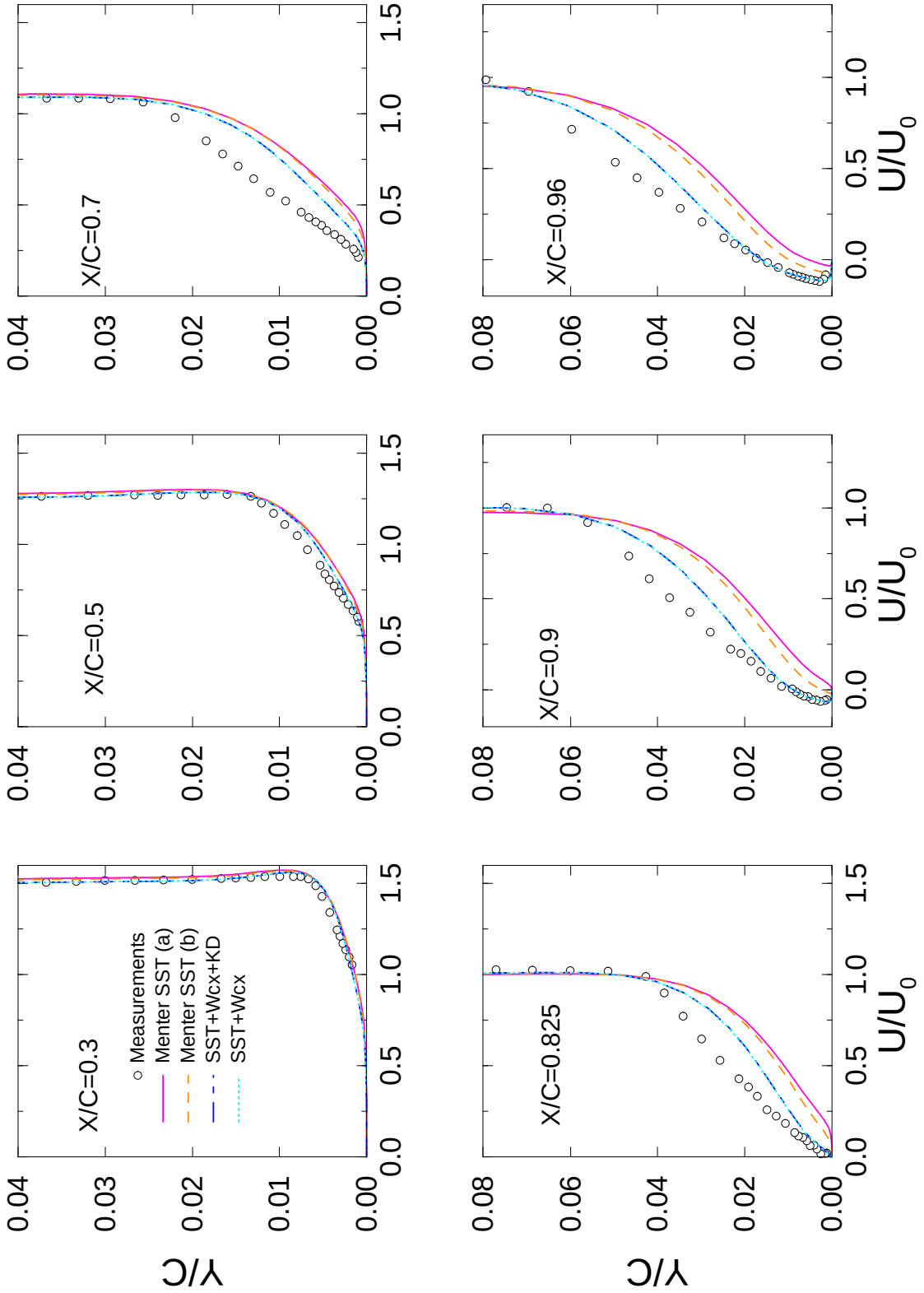

Abbildung 23: ONERA A: Geschwindigkeitsprofile für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells; a: $C_{\omega 2} = 0.075$, b: $C_{\omega 2} = 0.071$

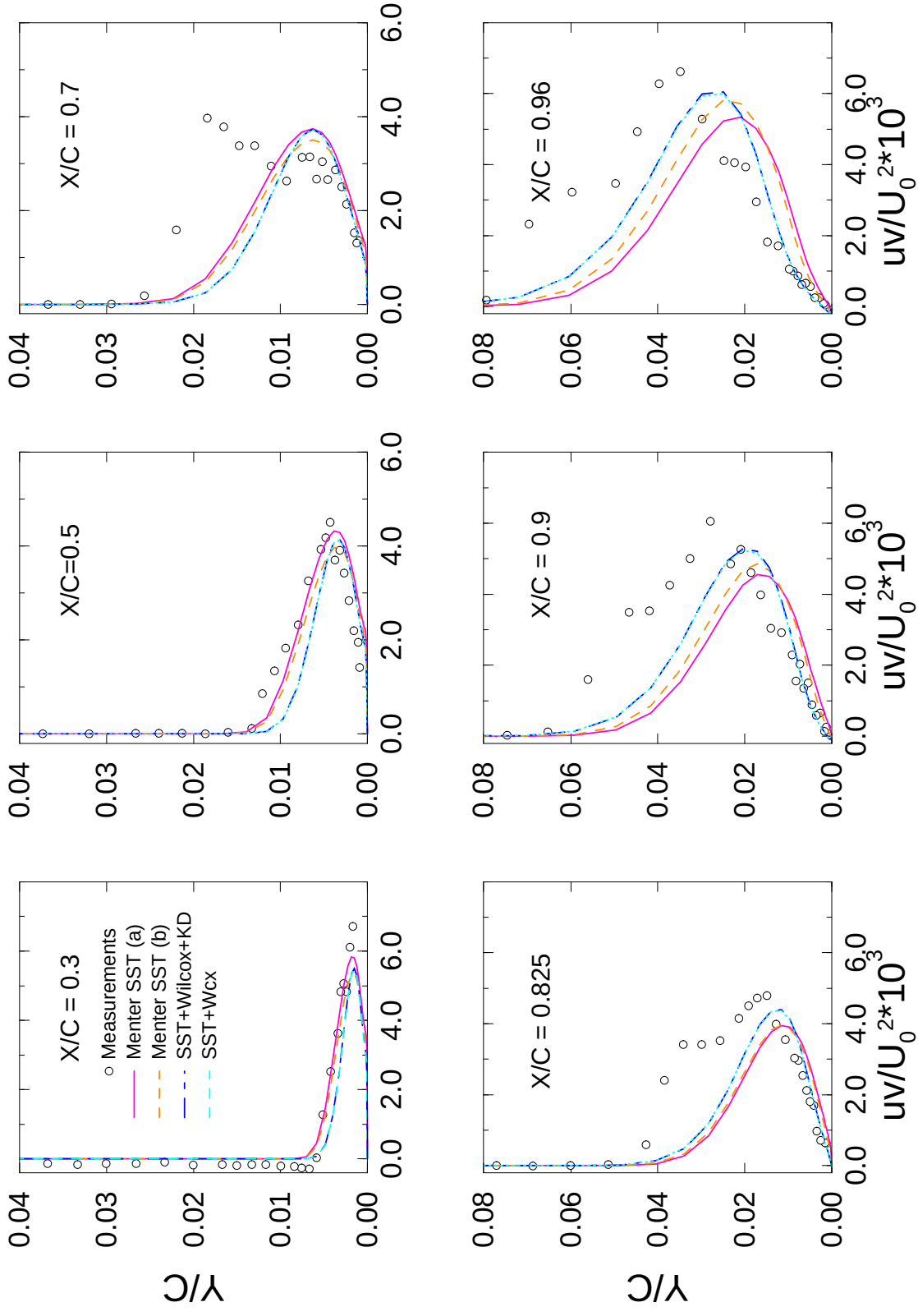

Abbildung 24: ONERA A: Schubspannungsprofile für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells; a: $C_{\omega 2} = 0.075$, b: $C_{\omega 2} = 0.071$

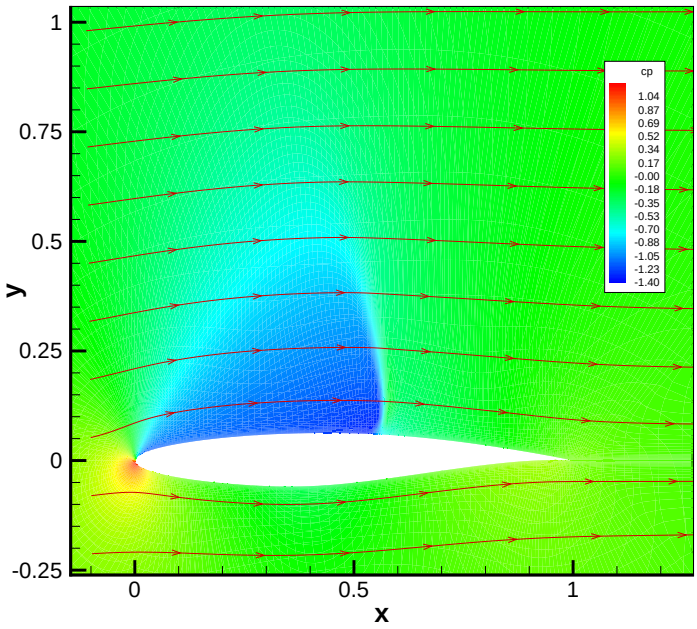

Abbildung 25: RAE 2822 Case 9: Druckverteilung und Stromlinien um das Profil

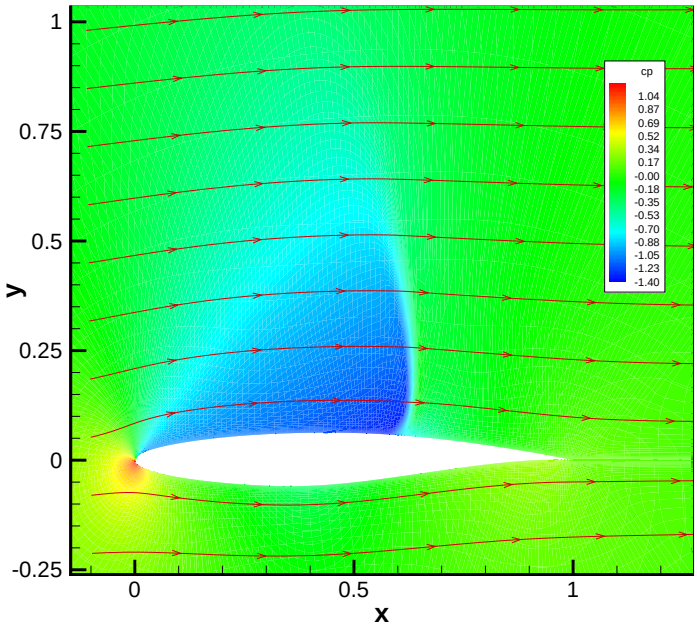

Abbildung 26: RAE 2822 Case 10: Druckverteilung und Stromlinien um das Profil

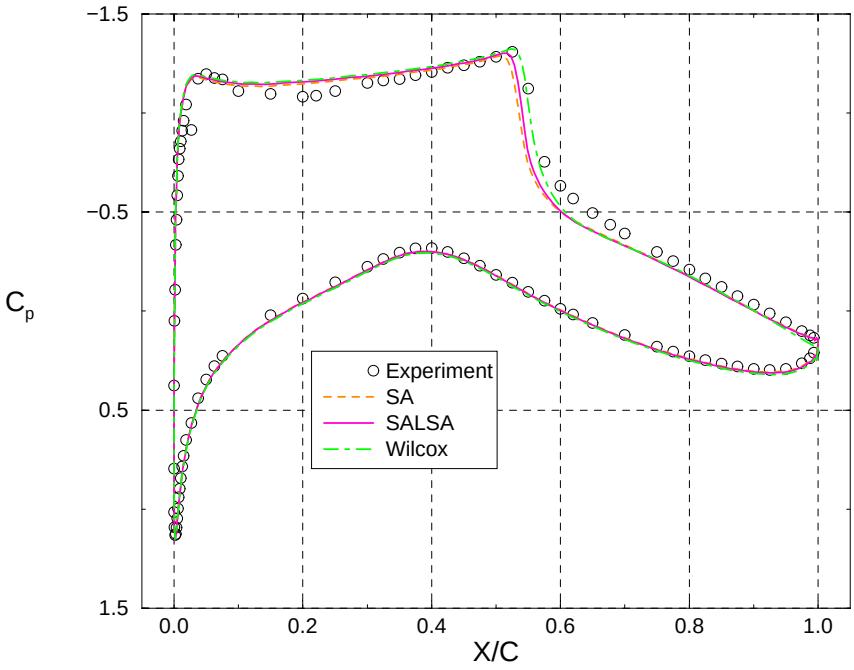

Abbildung 27: RAE 2822 Case 9: Druckbeiwert für Eingleichungsmodelle

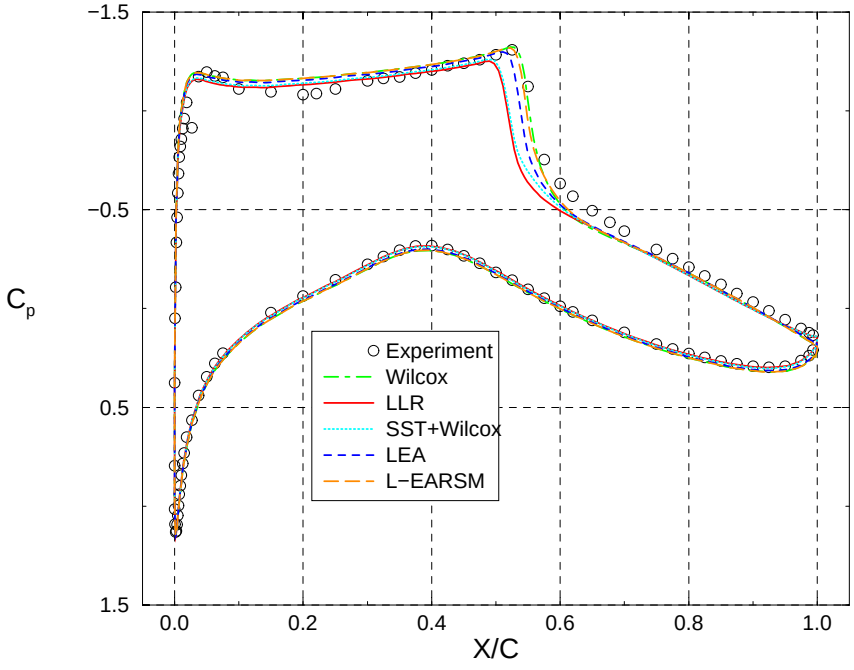

Abbildung 28: RAE 2822 Case 9: Druckbeiwert für Zweigleichungsmodelle

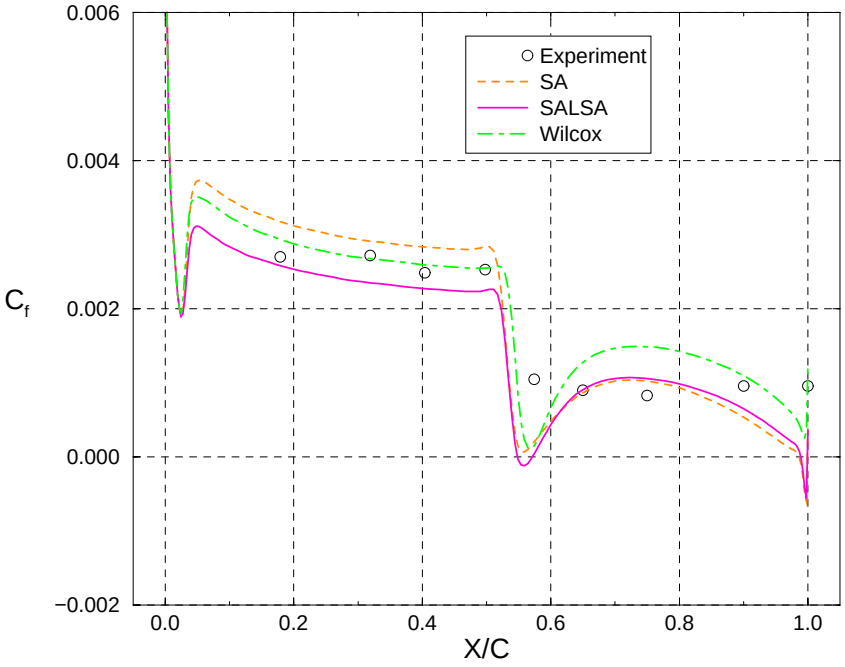

Abbildung 29: RAE 2822 Case 9: Reibungsbeiwert für Eingleichungsmodelle

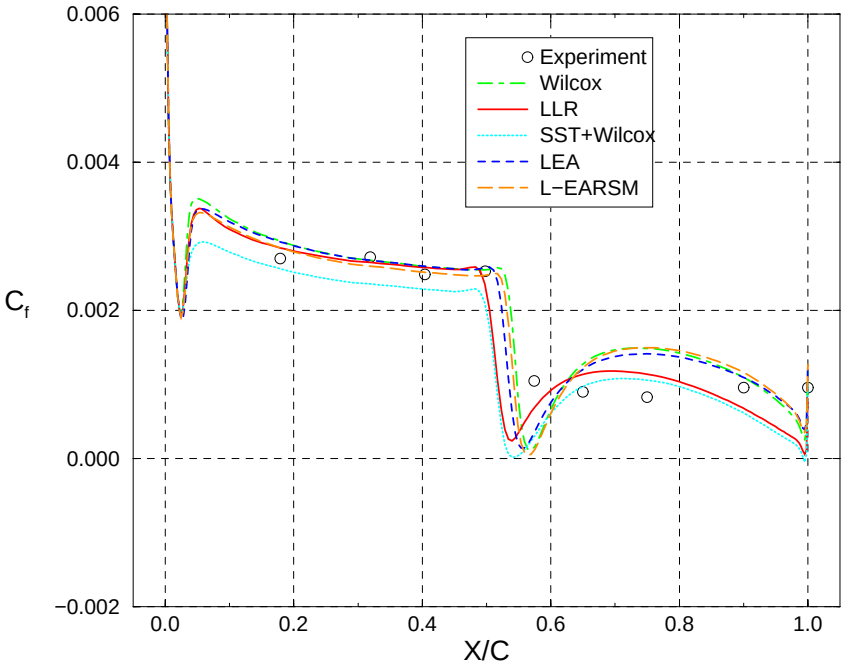

Abbildung 30: RAE 2822 Case 9: Reibungsbeiwert für Zweigleichungsmodelle

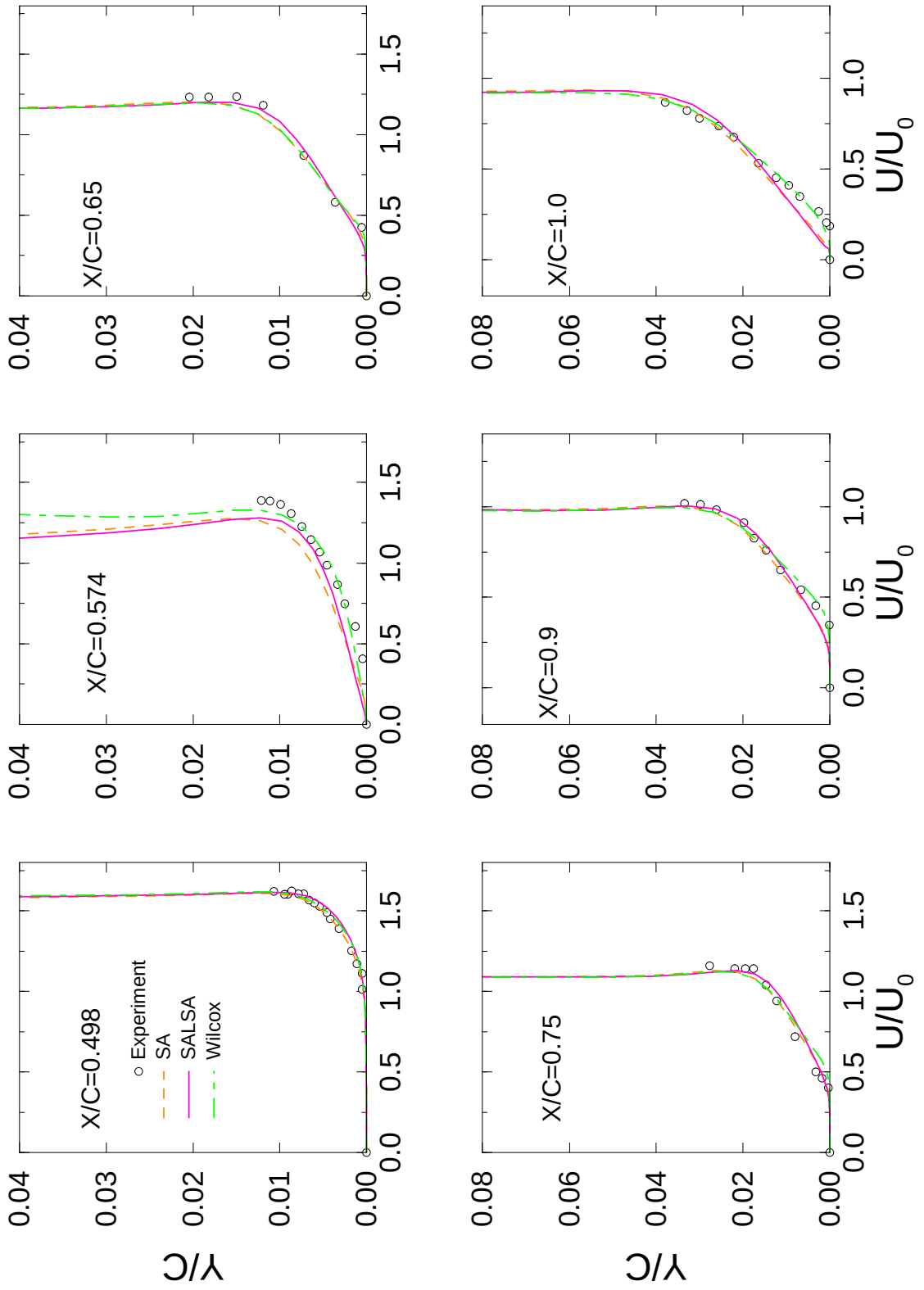

Abbildung 31: RAE 2822 Case 9: Geschwindigkeitsprofile für Eingleichungsmodelle

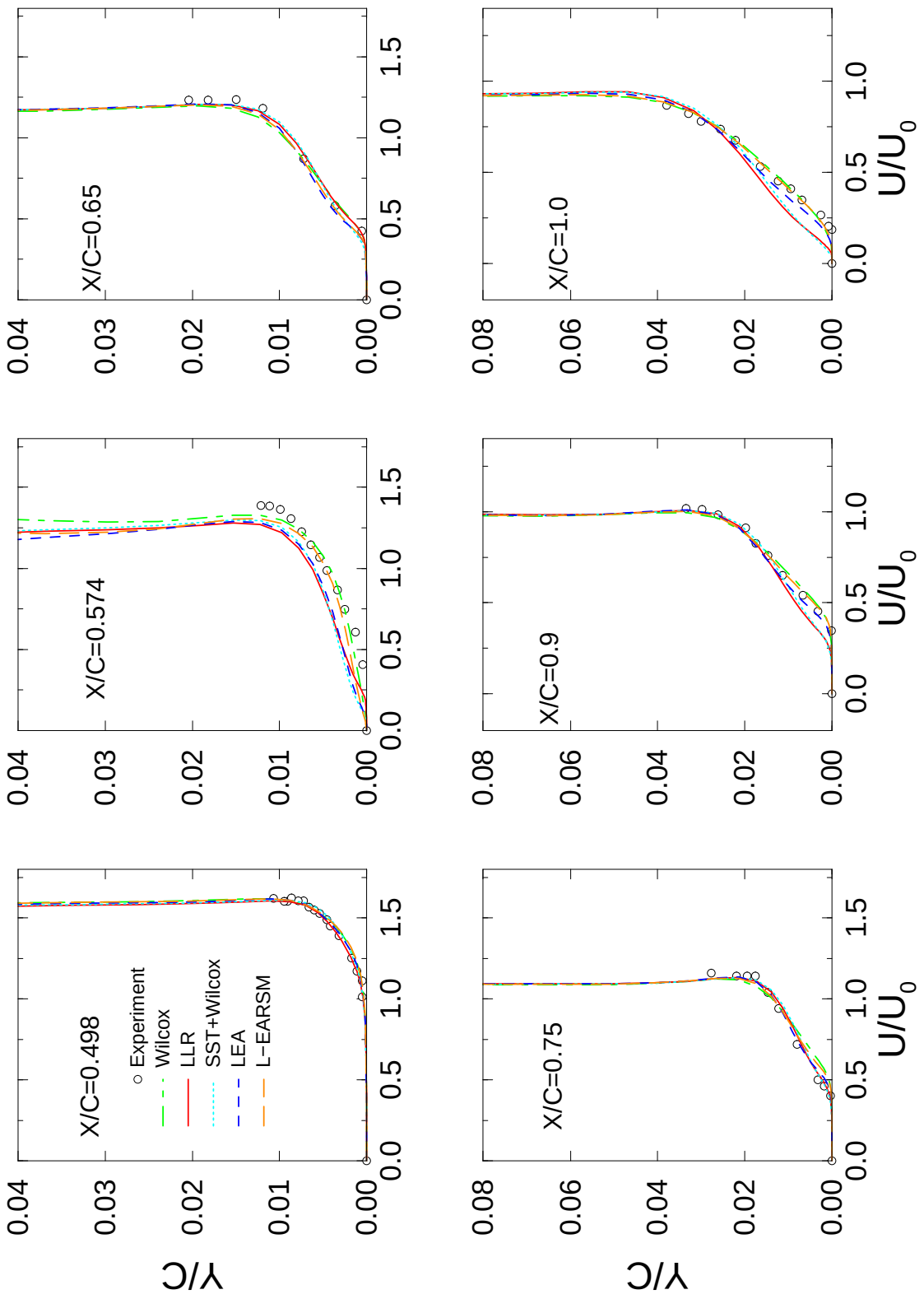

Abbildung 32: RAE 2822 Case 9: Geschwindigkeitsprofile für Zweigleichungsmodelle

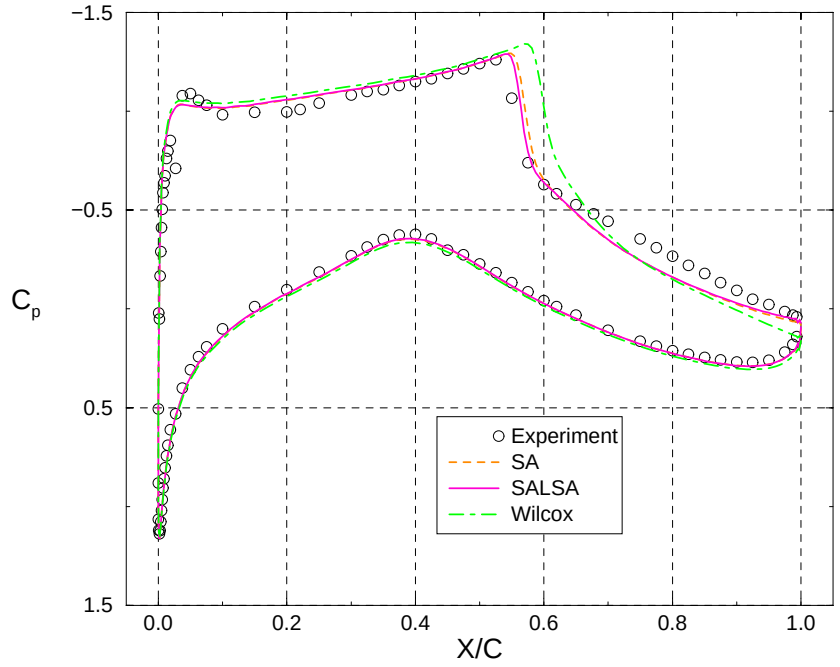

Abbildung 33: RAE 2822 Case 10: Druckbeiwert für Eingleichungsmodelle

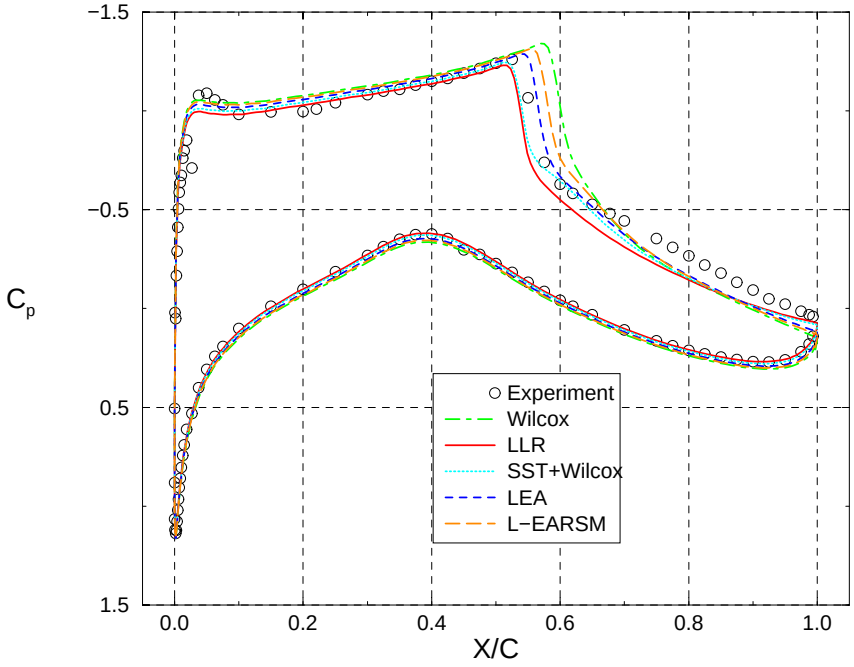

Abbildung 34: RAE 2822 Case 10: Druckbeiwert für Zweigleichungsmodelle

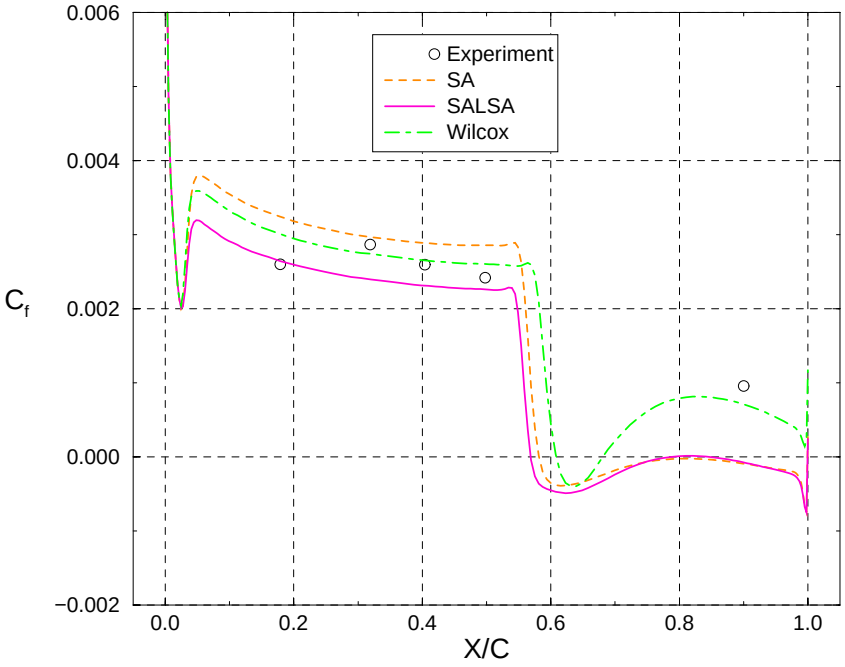

Abbildung 35: RAE 2822 Case 10: Reibungsbeiwert für Eingleichungsmodelle

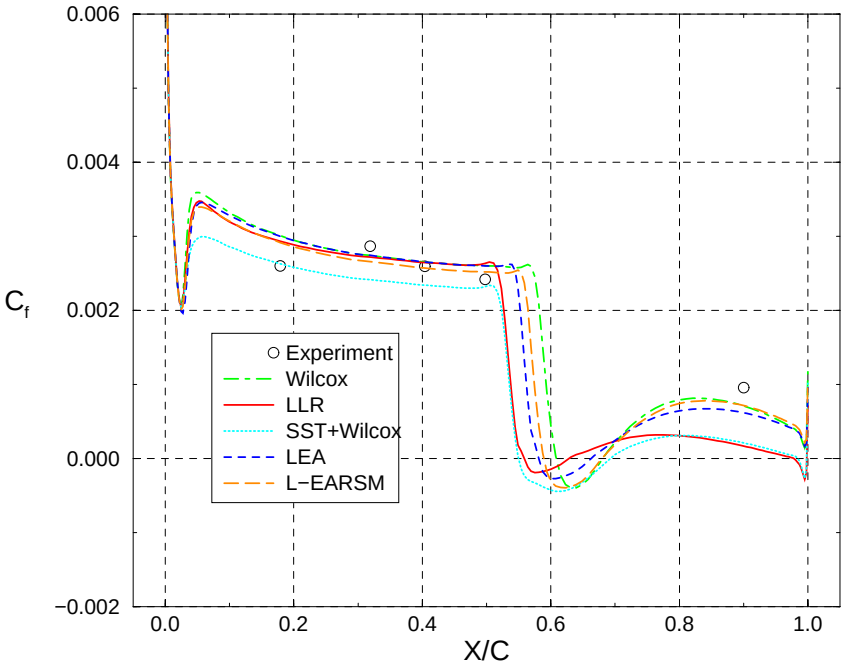

Abbildung 36: RAE 2822 Case 10: Reibungsbeiwert für Zweigleichungsmodelle

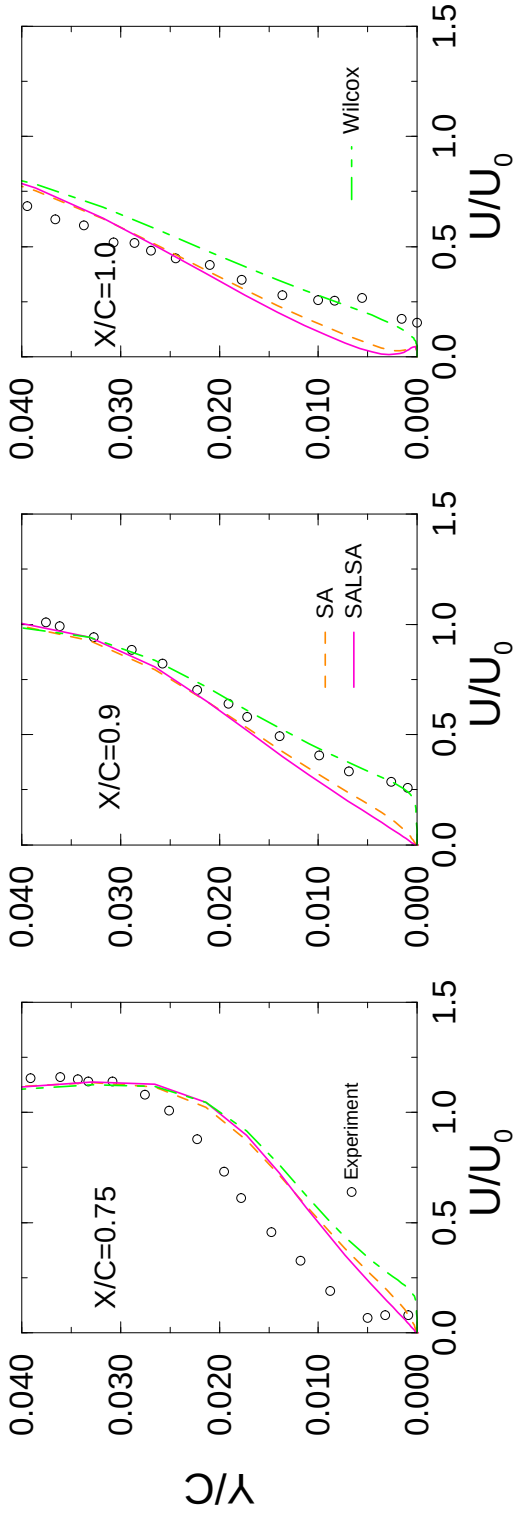

Abbildung 37: RAE 2822 Case 10: Geschwindigkeitsprofile für Eingleichungsmodelle

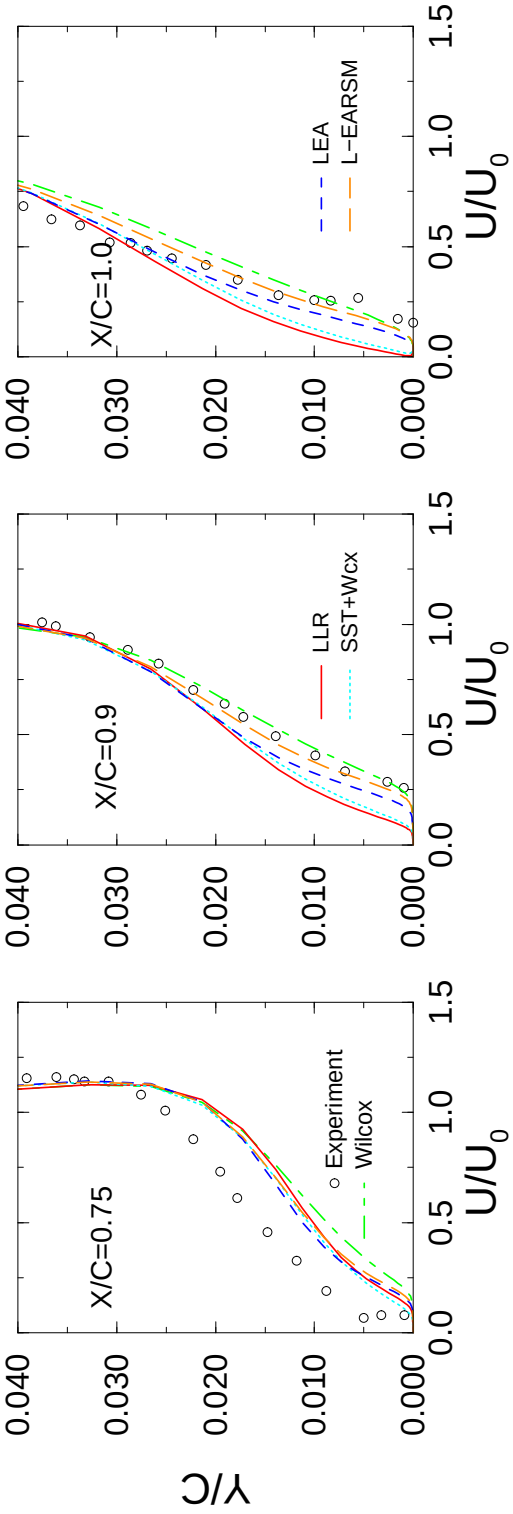

Abbildung 38: RAE 2822 Case 10: Geschwindigkeitsprofile für Zweigleichungsmodelle

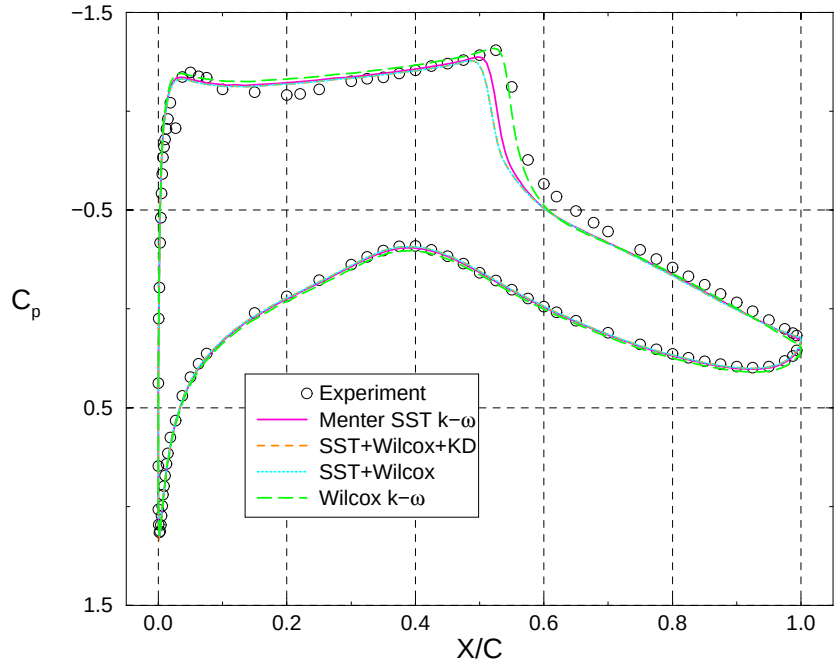

Abbildung 39: RAE 2822 Case 9: Druckbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells

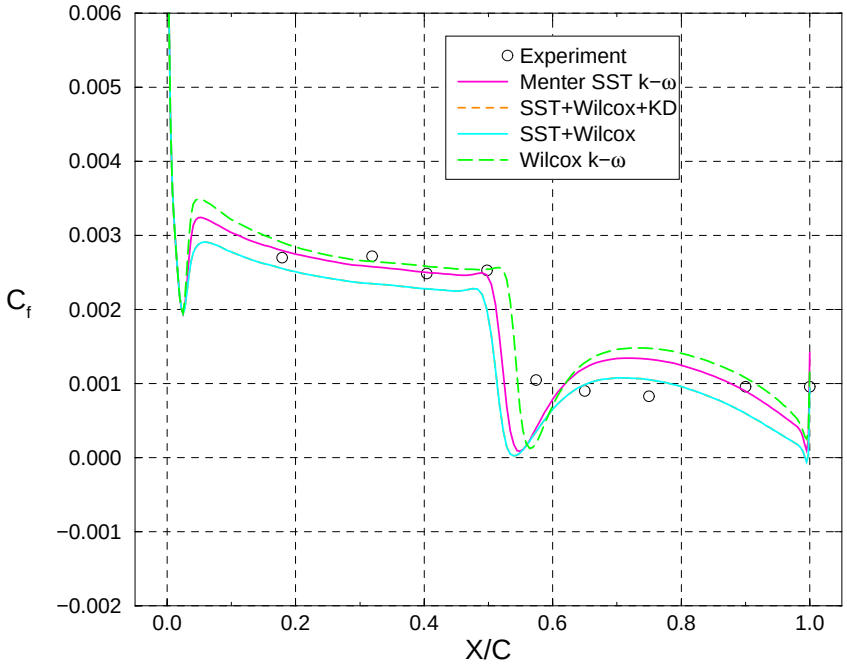

Abbildung 40: RAE 2822 Case 9: Reibungsbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells

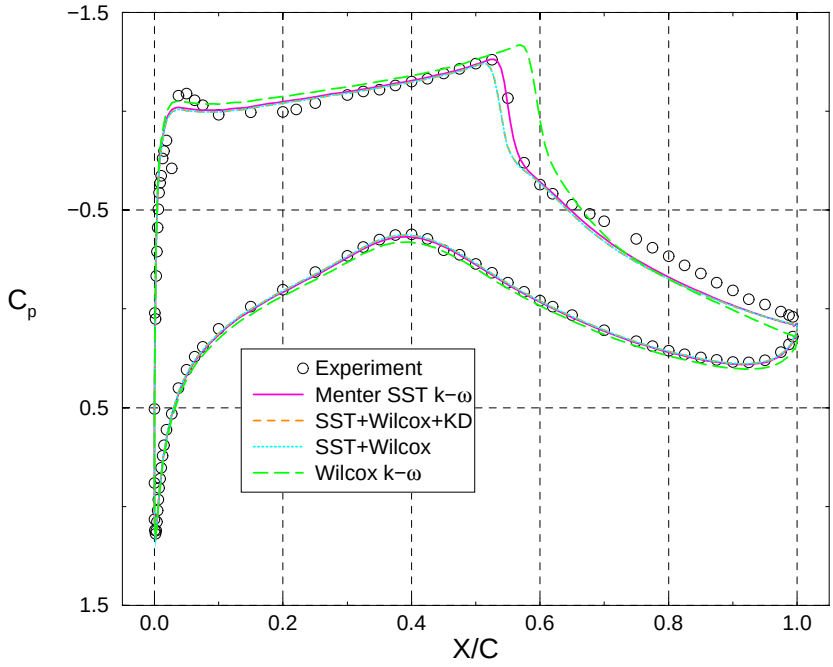

Abbildung 41: RAE 2822 Case 10: Druckbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells

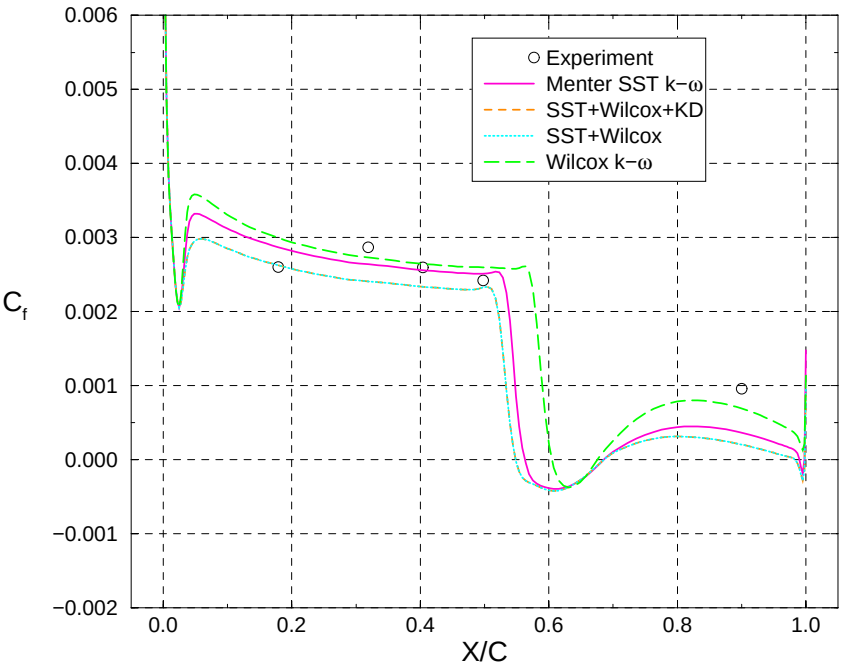

Abbildung 42: RAE 2822 Case 10: Reibungsbeiwert für verschiedene Versionen des Menter SST-Modells

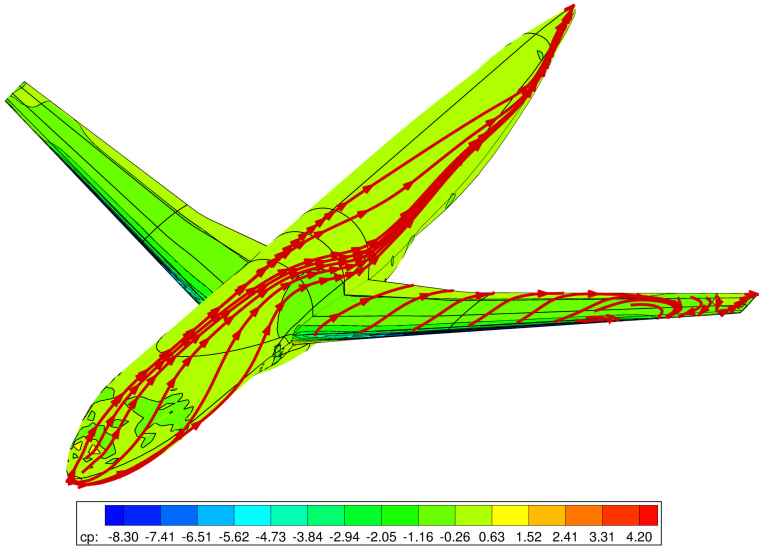

Abbildung 43: Flügel-Rumpf-Konfiguration: Oberflächendruckverteilung und Stromlinien für das LLR $k-\omega$ Modell

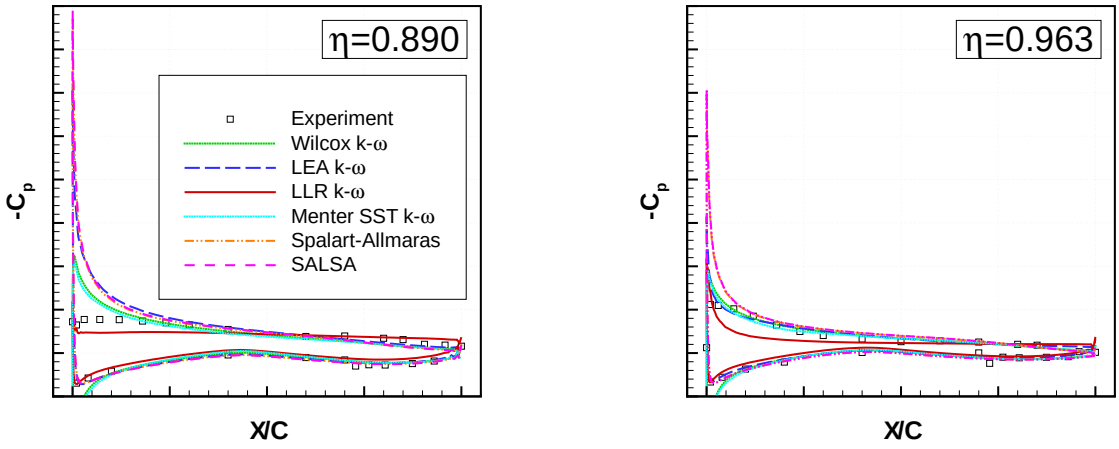

Abbildung 44: Flügel-Rumpf-Konfiguration: Druckverteilung in ausgewählten Profilschnitten

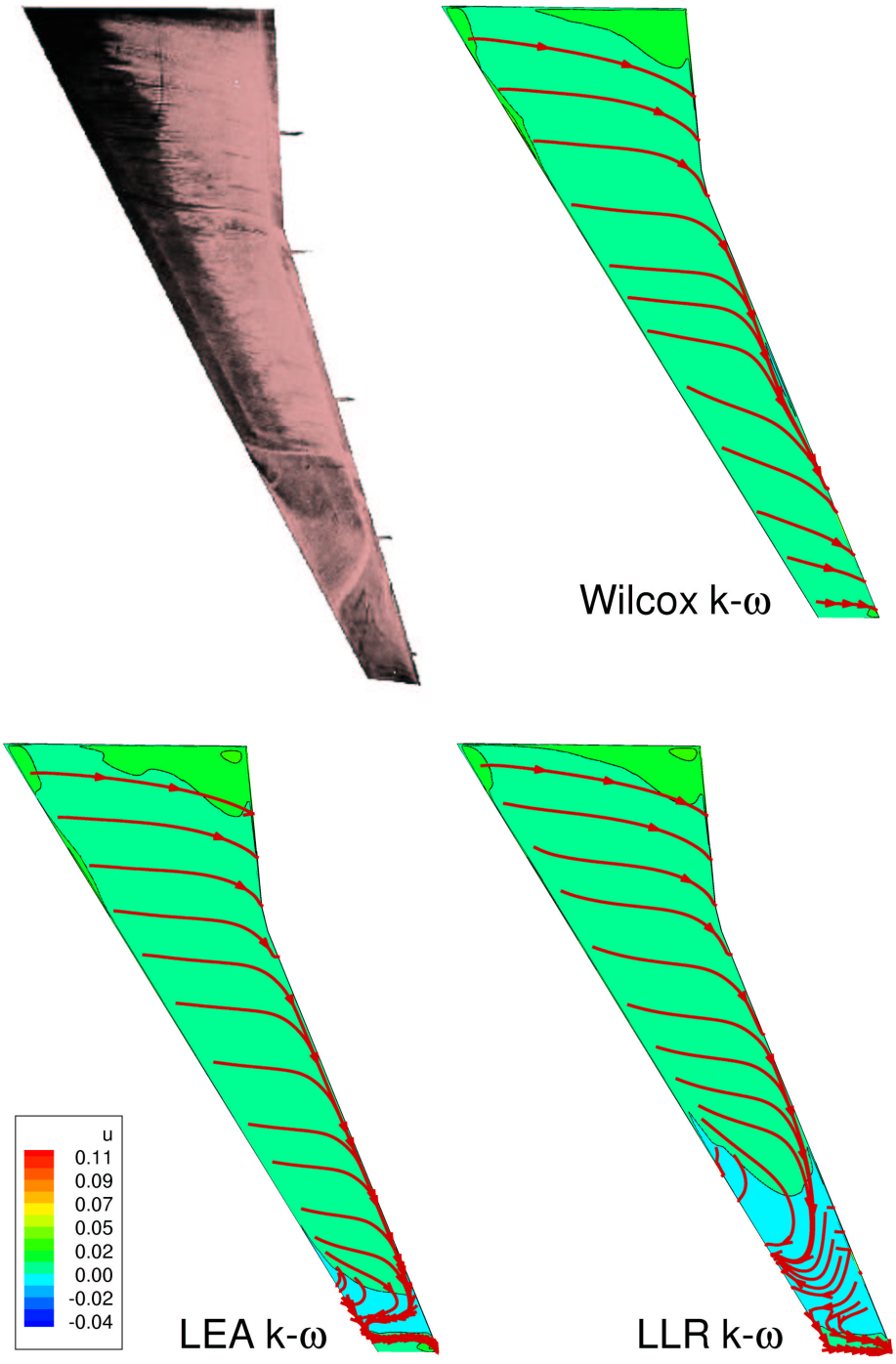

Abbildung 45: Flügel-Rumpf-Konfiguration: Oberflächenstromlinien und dimensionslose Geschwindigkeitsverteilung in Strömungsrichtung, Vergleich mit Anstrichbild, Teil 1

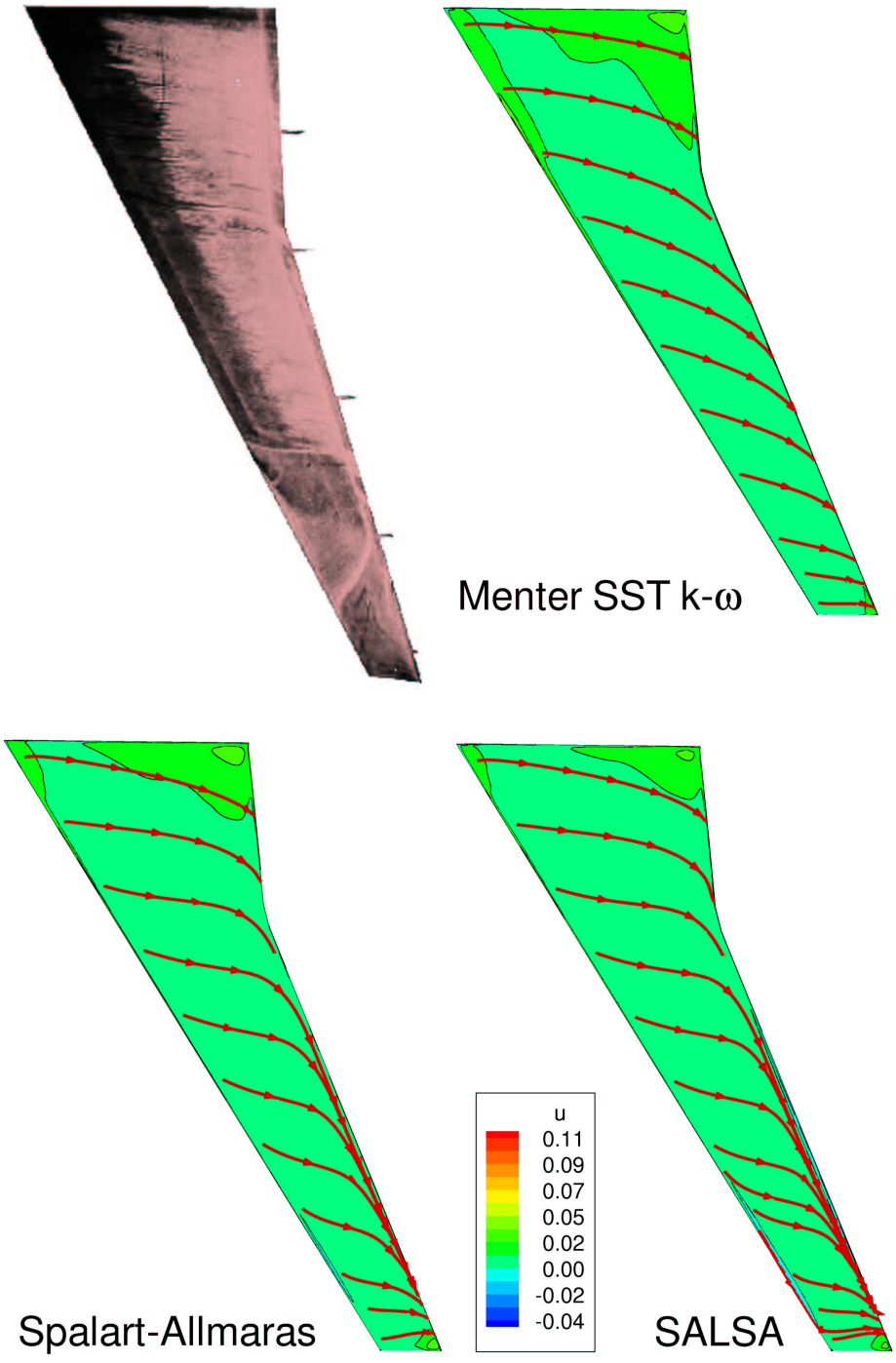

Abbildung 46: Flügel-Rumpf-Konfiguration: Oberflächenstromlinien und dimensionslose Geschwindigkeitsverteilung in Strömungsrichtung, Vergleich mit Anstrichbild, Teil 2

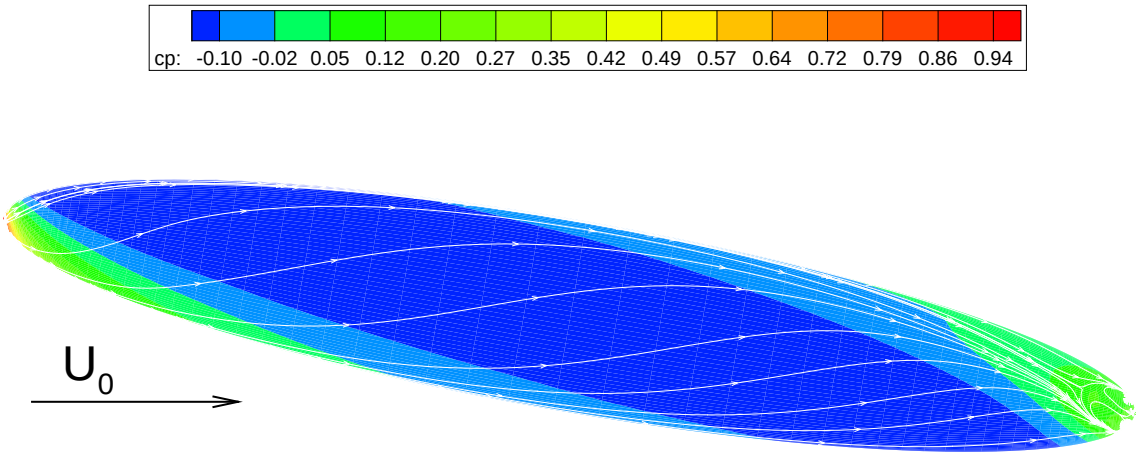

Abbildung 47: Angestellter Sphäroid: Oberflächendruck und Stromlinien für $\alpha = 10^o$

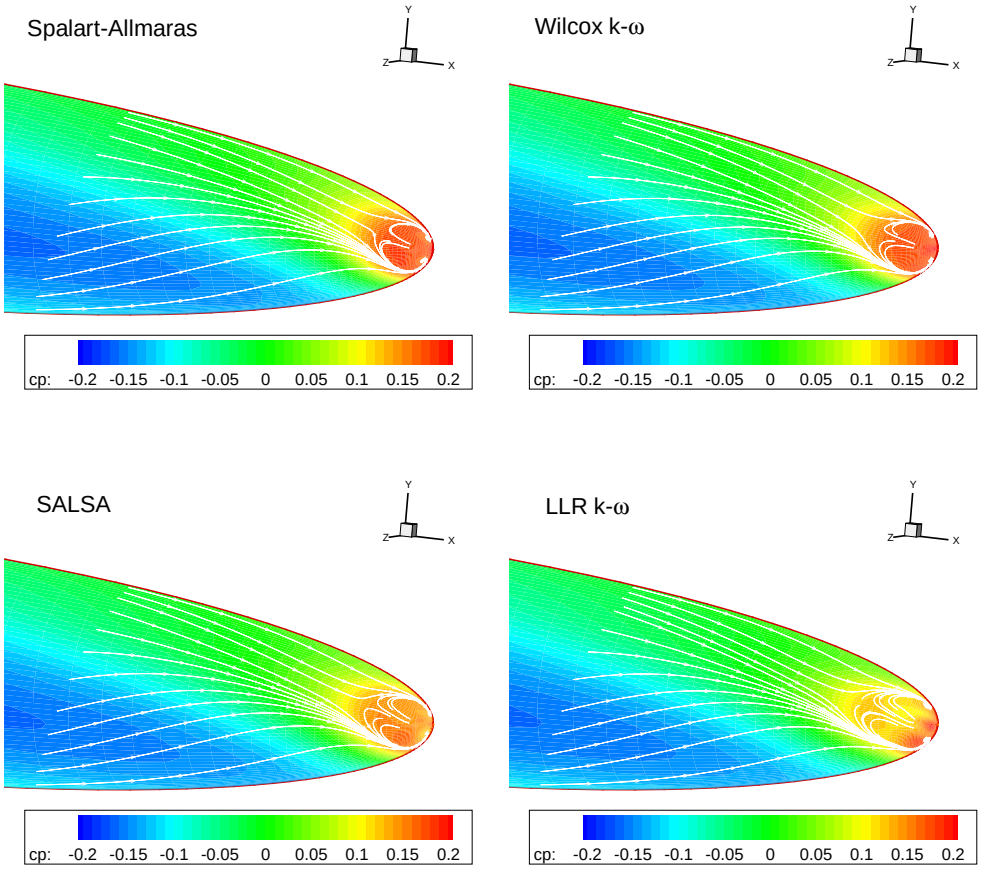

Abbildung 48: Angestellter Sphäroid: Detailansicht im Ablösebereich

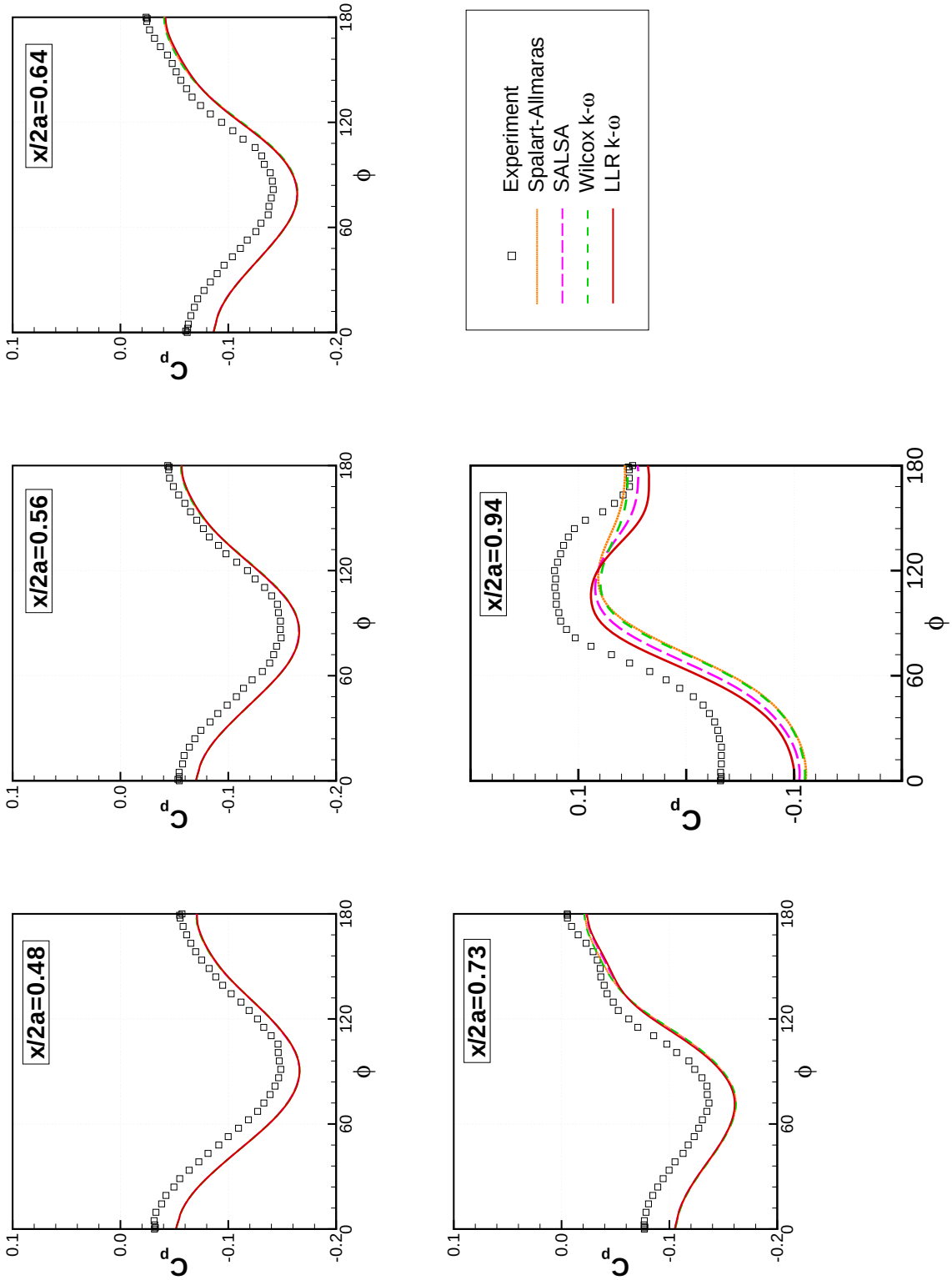

Abbildung 49: Angestellter Sphäroid: Druckverteilung in Schnitten senkrecht zur Längsachse

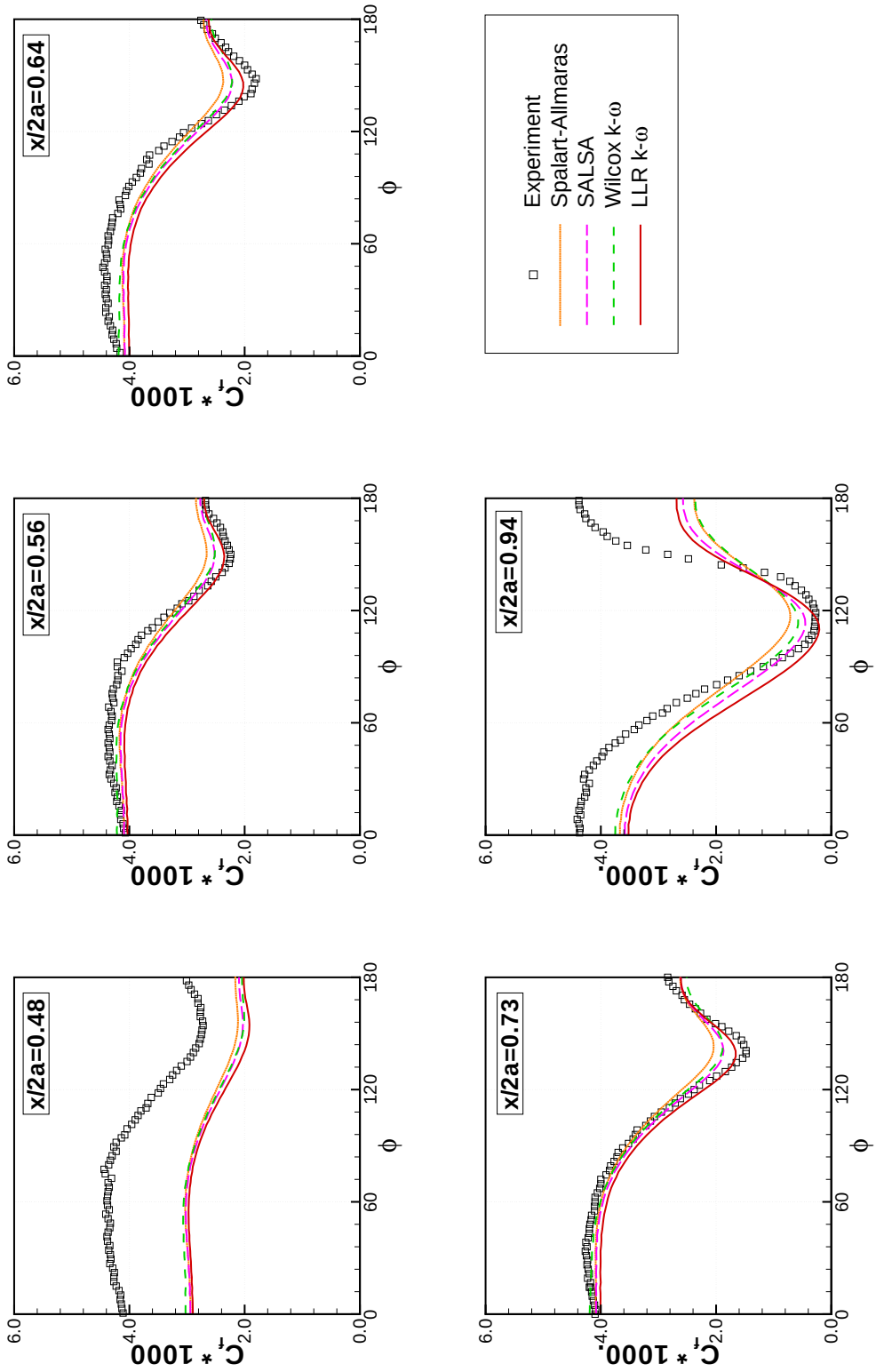

Abbildung 50: Angestellter Sphäroid: Verteilung des Reibungsbeiwerts in Schnitten senkrecht zur Längsachse

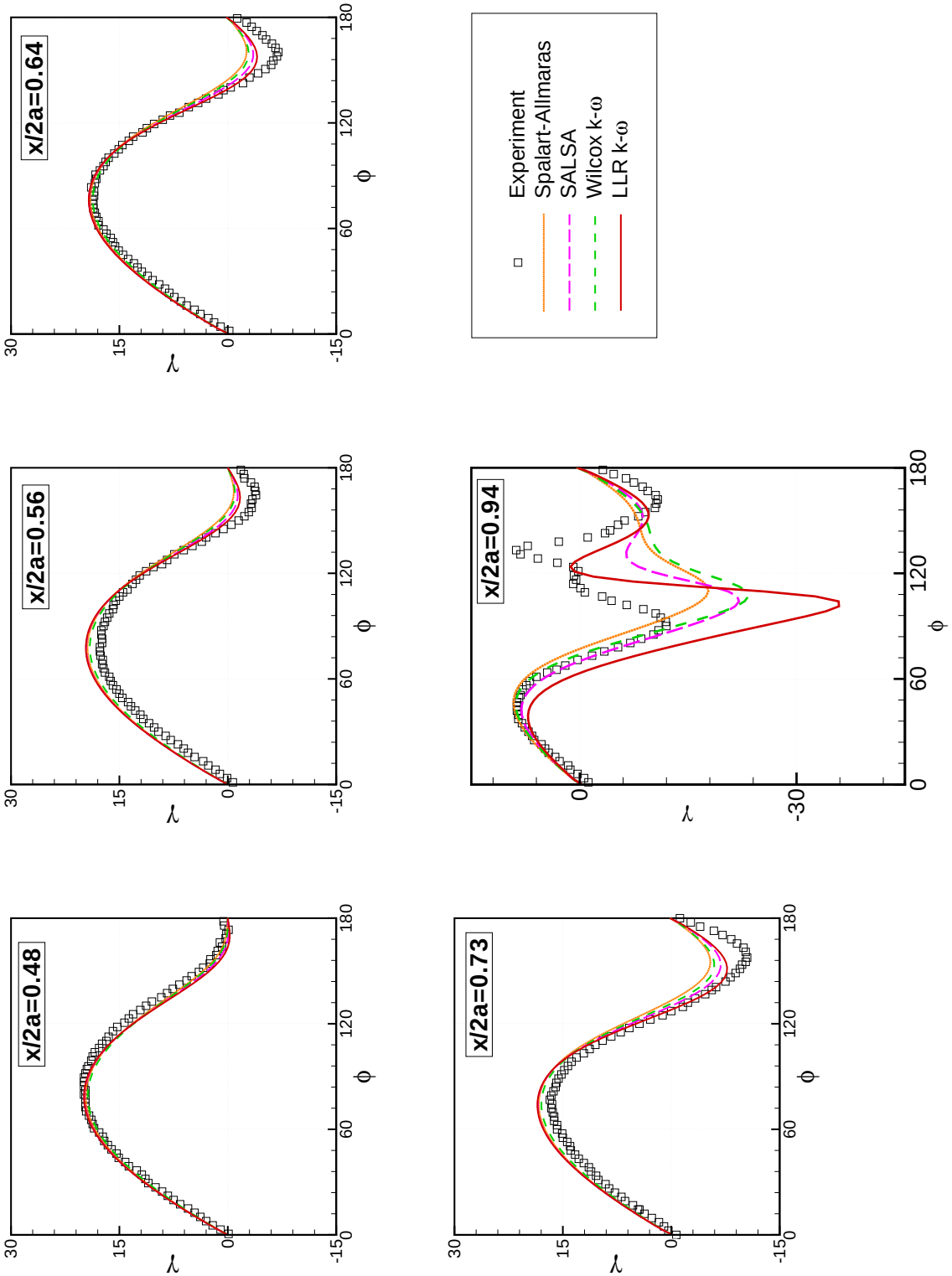

Abbildung 51: Angestellter Sphäroid: Wandschubspannungswinkel in Schnitten senkrecht zur Längsachse

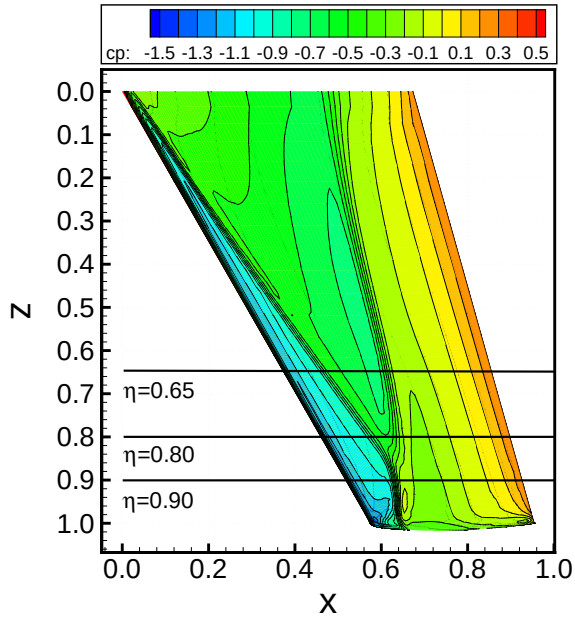

Abbildung 52: ONERA M6: Oberflächendruckverteilung für $\alpha = 3.06^o$

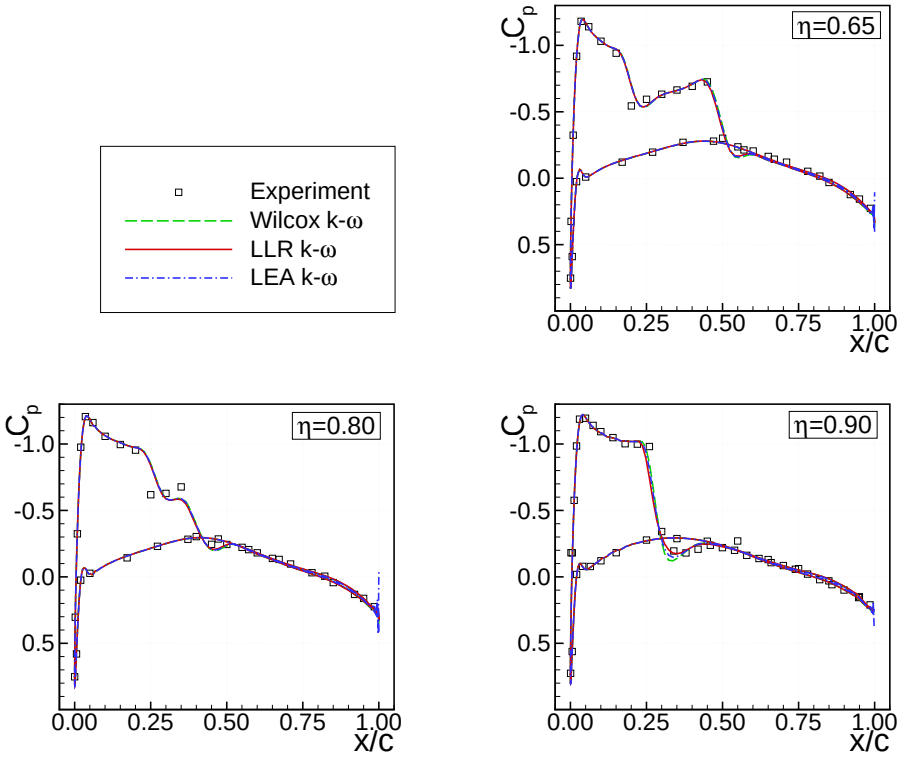

Abbildung 53: ONERA M6: Druckverteilung in ausgewählten Profilschnitten für $\alpha = 3.06^o$

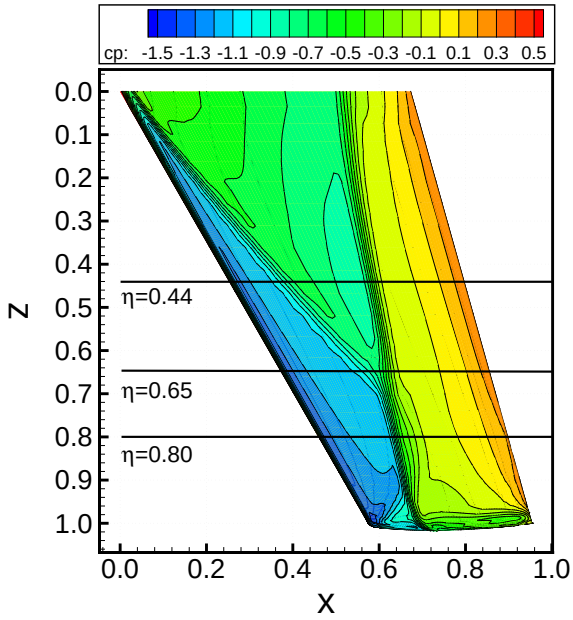

Abbildung 54: ONERA M6: Oberflächendruckverteilung für $\alpha = 5.06^o$

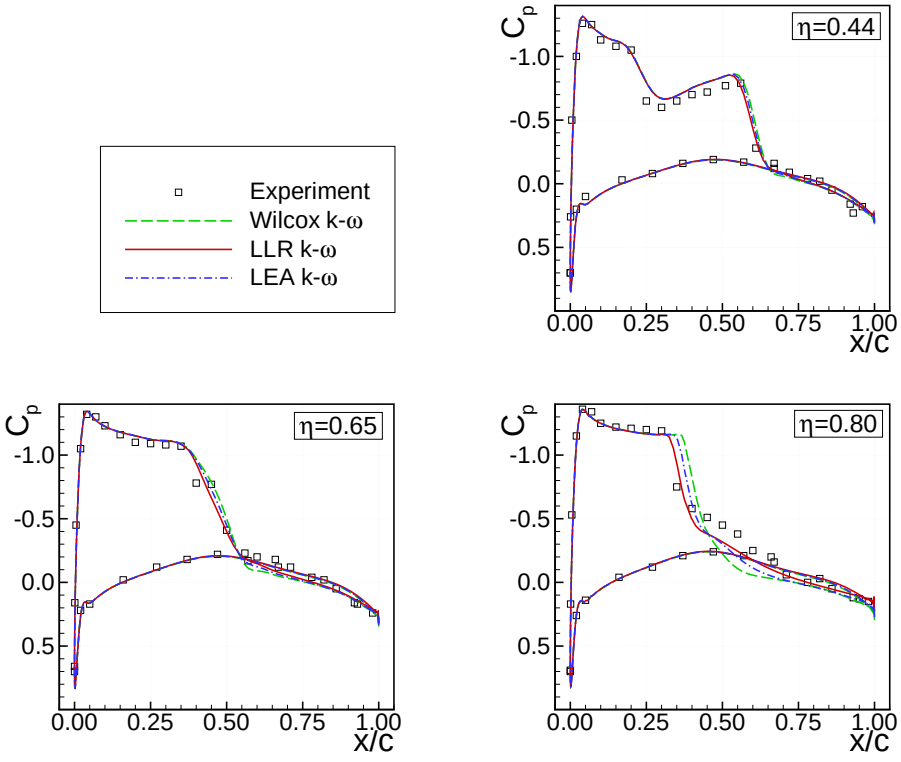

Abbildung 55: ONERA M6: Druckverteilung in ausgewählten Profilschnitten für $\alpha = 5.06^o$

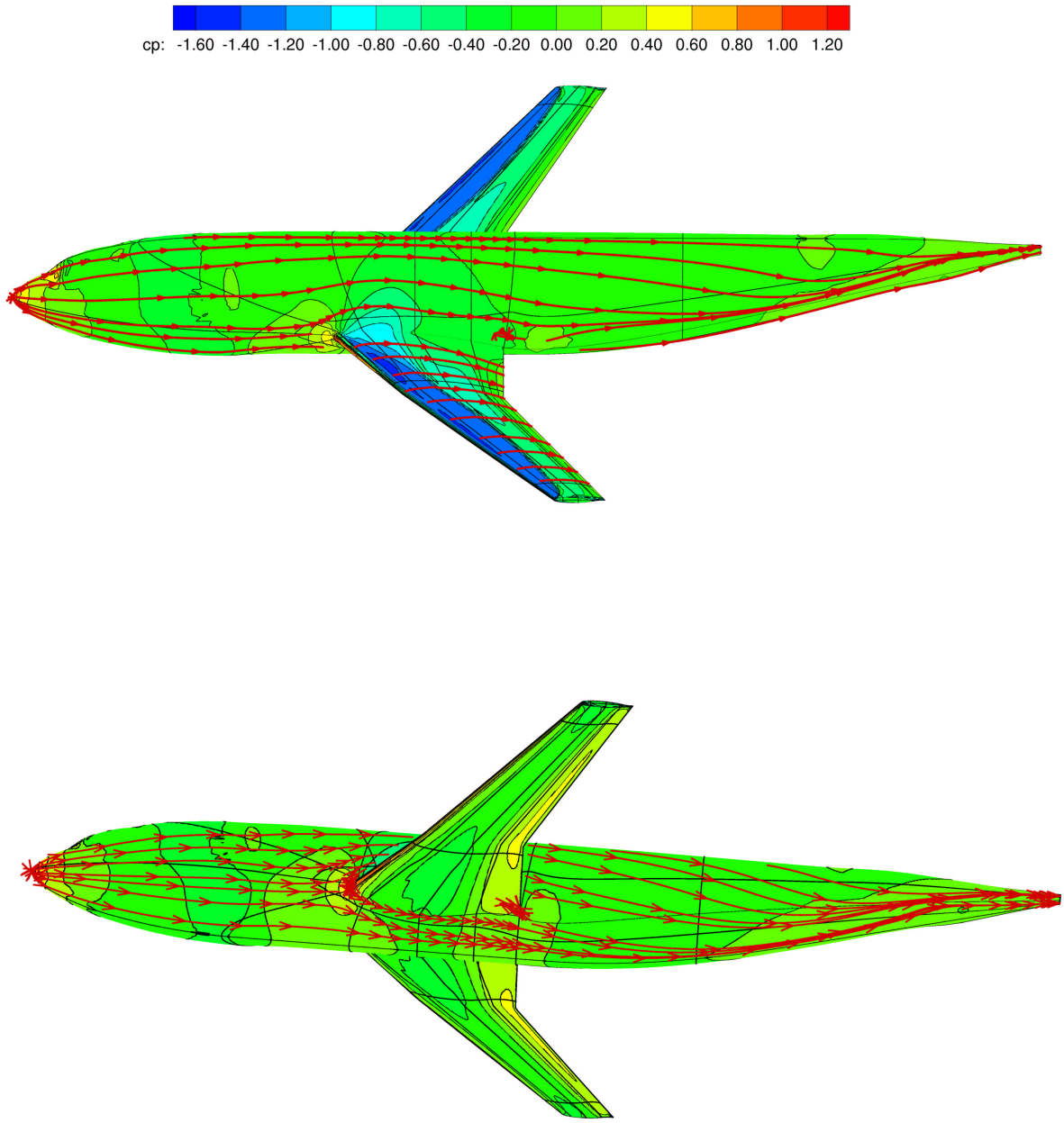

Abbildung 56: DLR F4: Oberflächendruckverteilung und Stromlinien für das LEA $k - \omega$ Modell

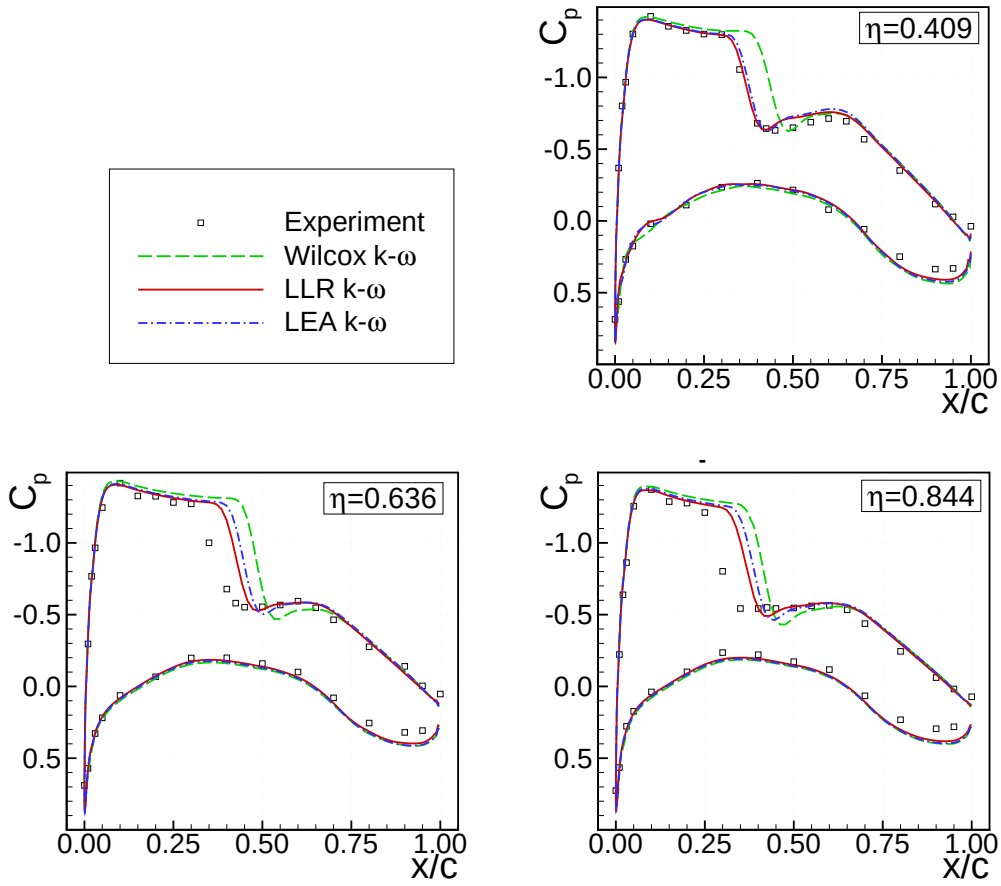

Abbildung 57: DLR F4: Druckverteilung in ausgewählten Profilschnitten

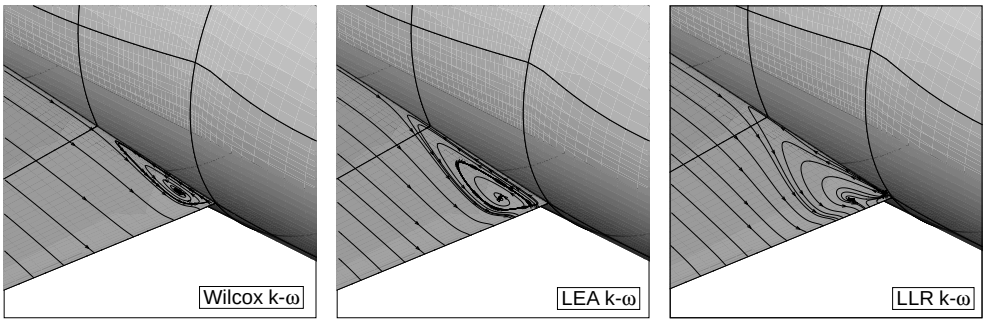

Abbildung 58: DLR F4: Detail der fokusartigen Ablösung an der Flügelwurzel

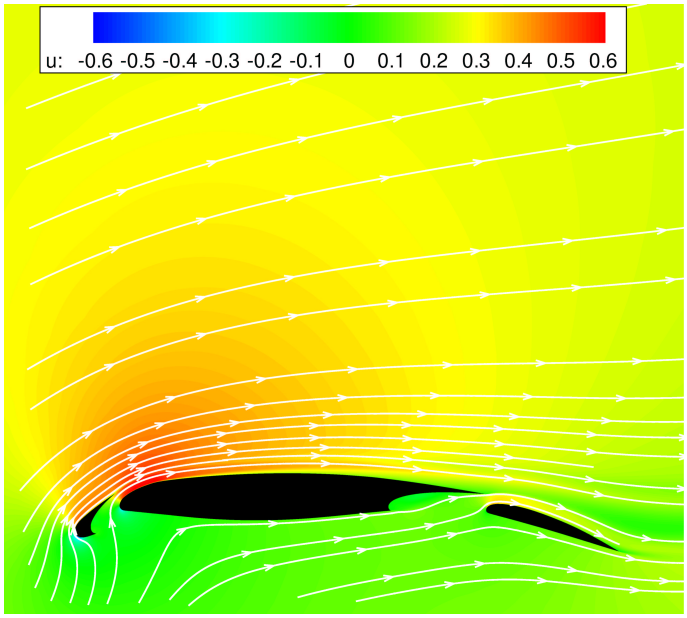

Abbildung 59: L1T2: Dimensionslose Geschwindigkeiten und Stromlinien

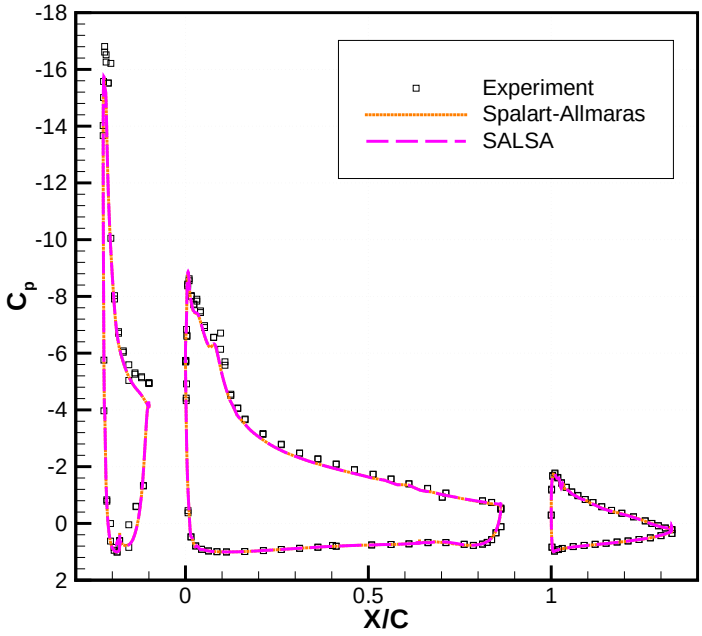

Abbildung 60: L1T2: Druckbeiwert für Eingleichungsmodelle

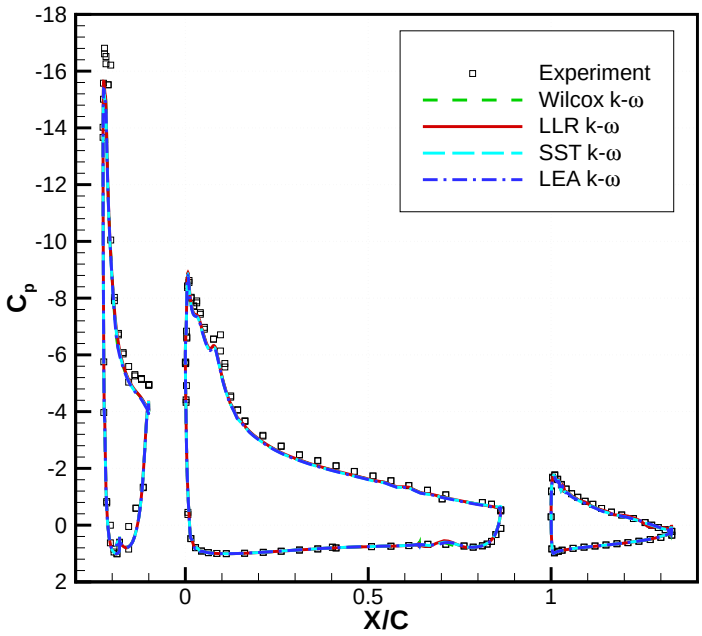

Abbildung 61: L1T2: Druckbeiwert für Zweigleichungsmodelle

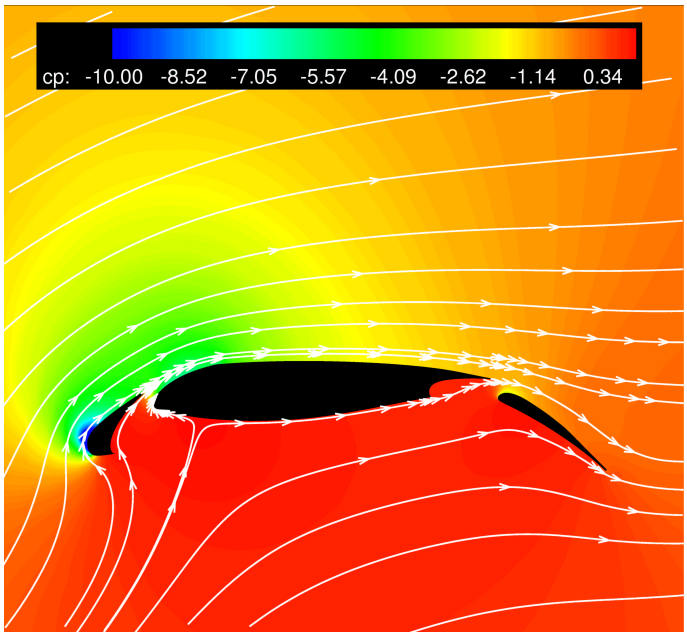

Abbildung 62: Landekonfiguration: Strömung bei Maximalauftrieb

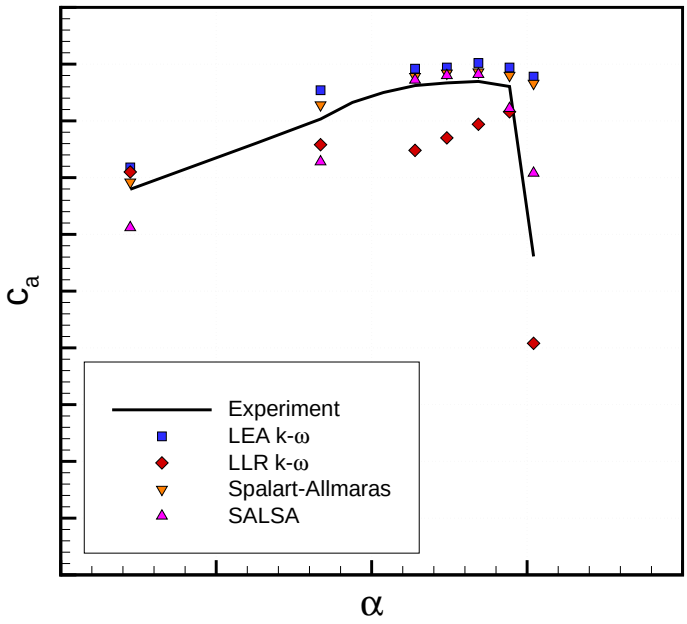

Abbildung 63: Landekonfiguration: Auftriebsbeiwert für verschiedene Modelle

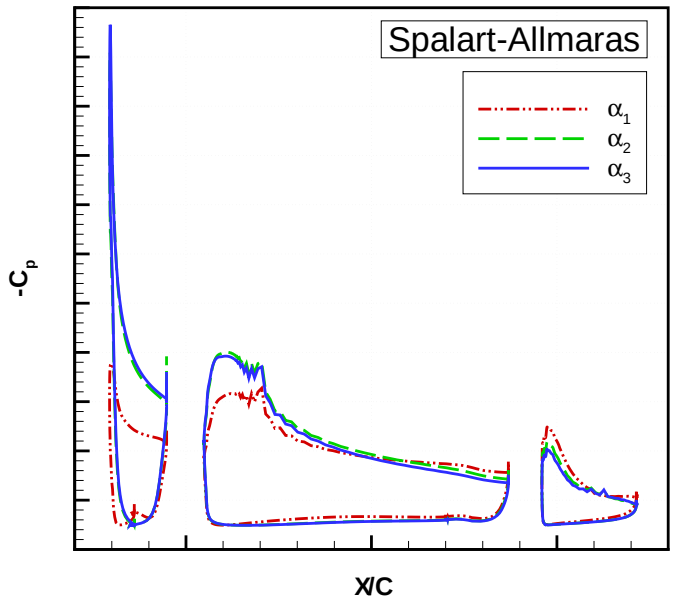

Abbildung 64: Landekonfiguration: Druckverteilung für verschiedene Anstellwinkel, Spalart-Allmaras

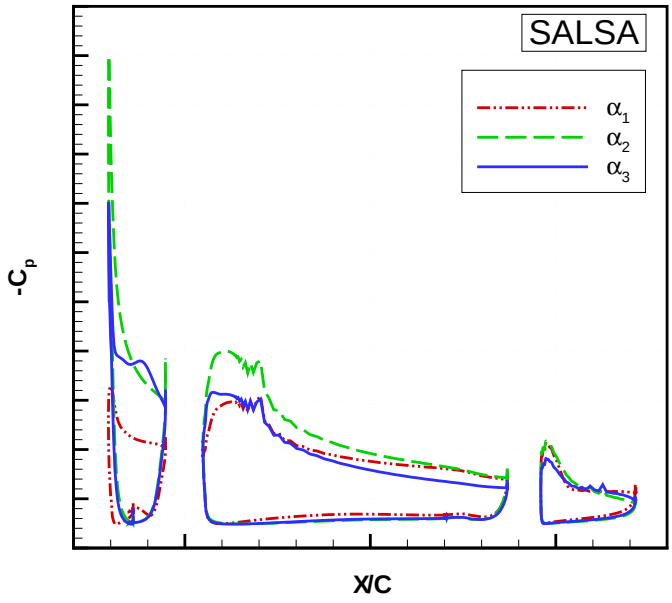

Abbildung 65: Landekonfiguration: Druckverteilung für verschiedene Anstellwinkel, SALSA

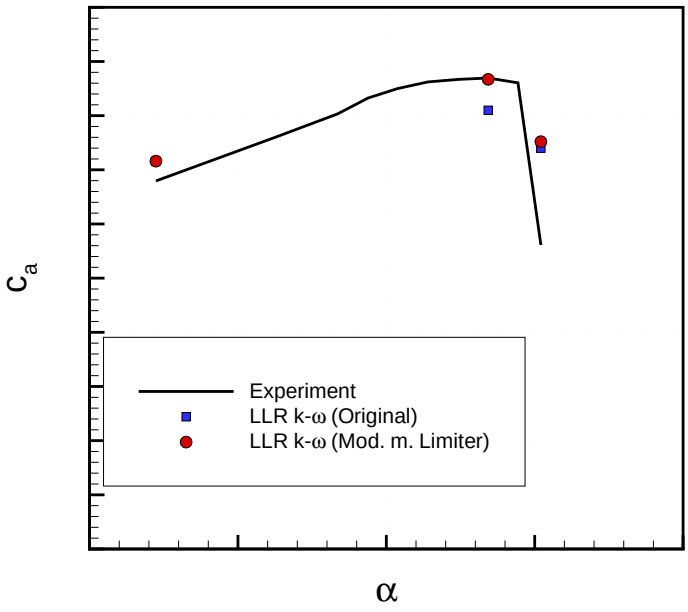

Abbildung 66: Landekonfiguration: Auftriebsbeiwert für LLR k-ω, Einfluß des Schwarz'schen Limiters

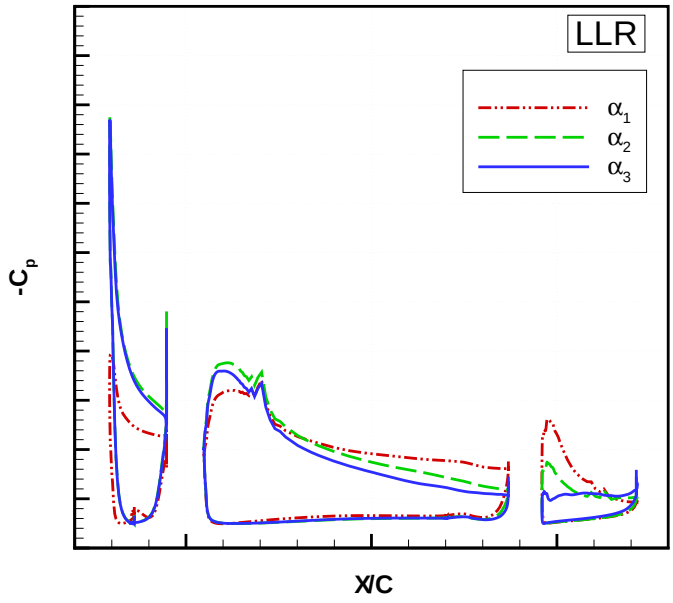

Abbildung 67: Landekonfiguration: Druckverteilung für verschiedene Anstellwinkel, LLR k-ω

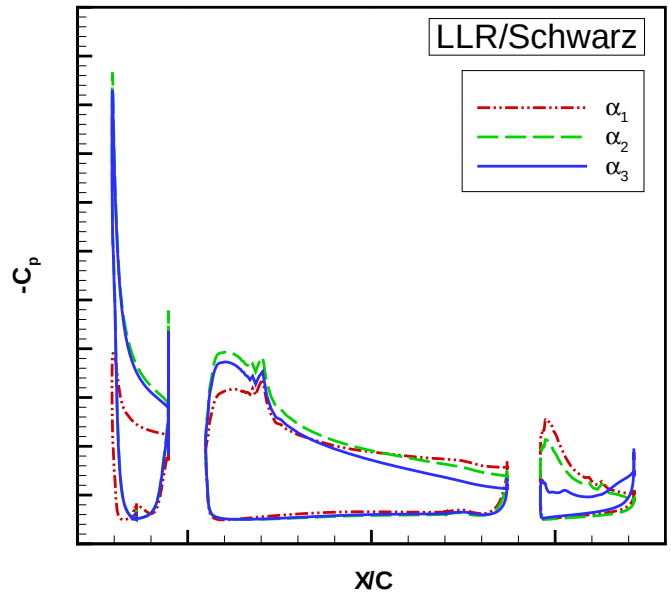

Abbildung 68: Landekonfiguration: Druckverteilung für verschiedene Anstellwinkel, LLR k-ω mit Schwarz-Limiter

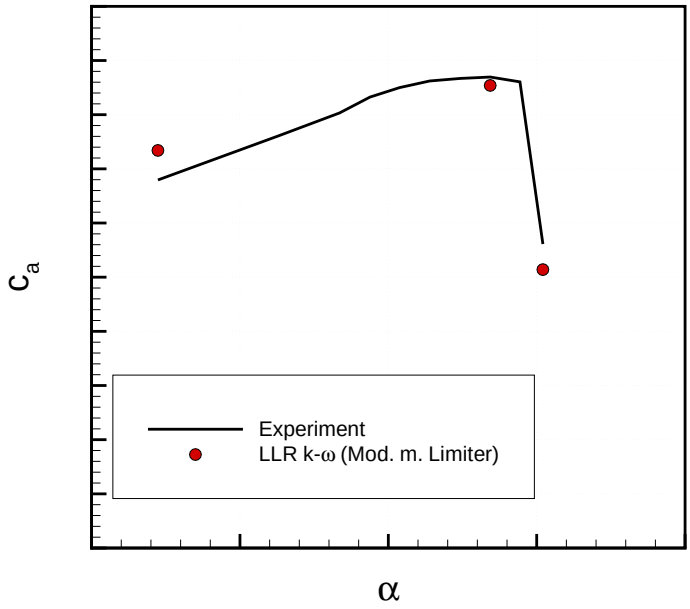

Abbildung 69: Landekonfiguration: Auftriebsbeiwert für LLR k-ω, feines Netz

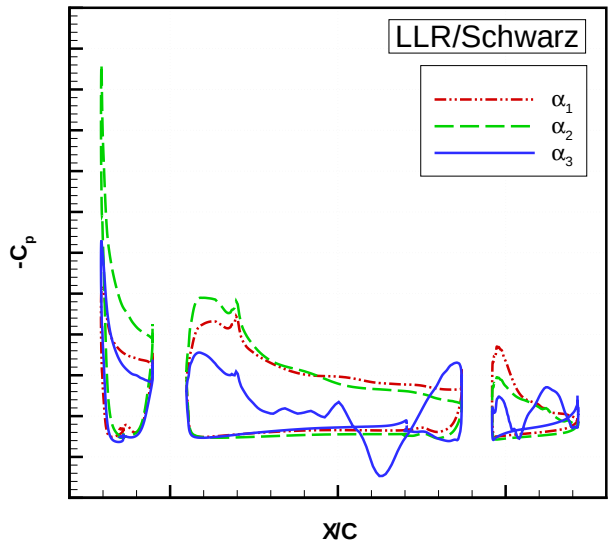

Abbildung 70: Landekonfiguration: Druckverteilung für verschiedene Anstellwinkel, LLR k-ω, feines Netz

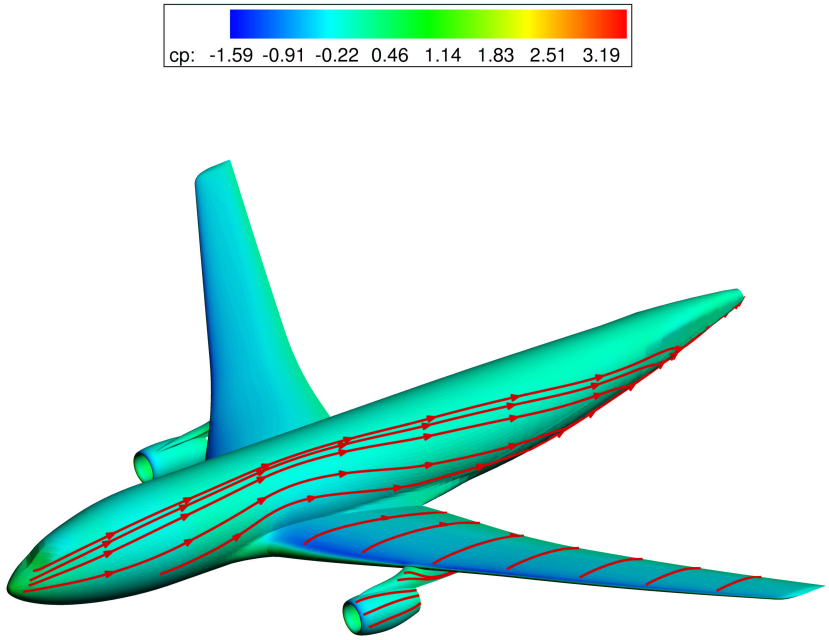

Abbildung 71: WBPN: Fall 1, Druckverteilung und Stromlinien

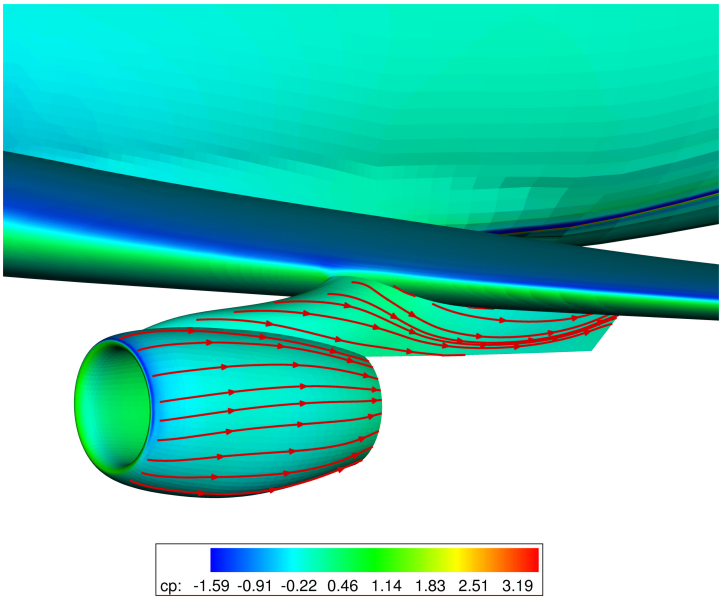

Abbildung 72: WBPN: Fall 1, Druckverteilung und Stromlinien an der Außenseite der Gondel

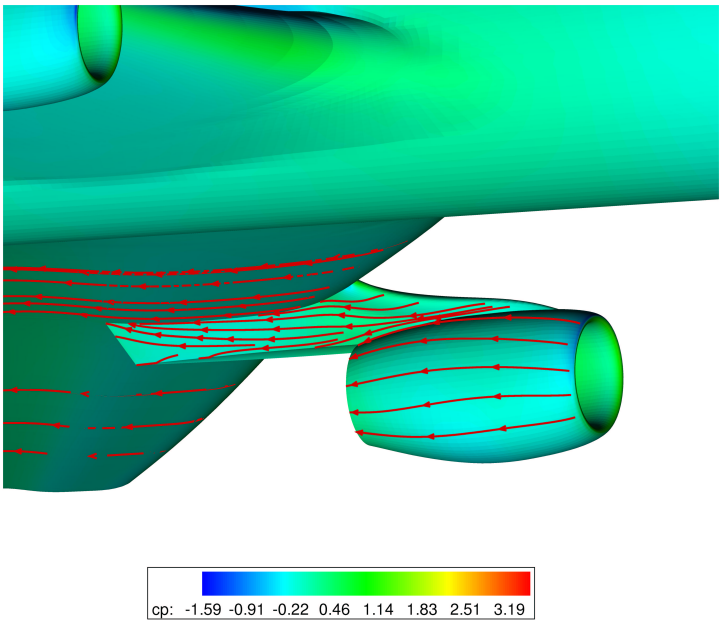

Abbildung 73: WBPN: Fall 1, Druckverteilung und Stromlinien an der Innenseite der Gondel

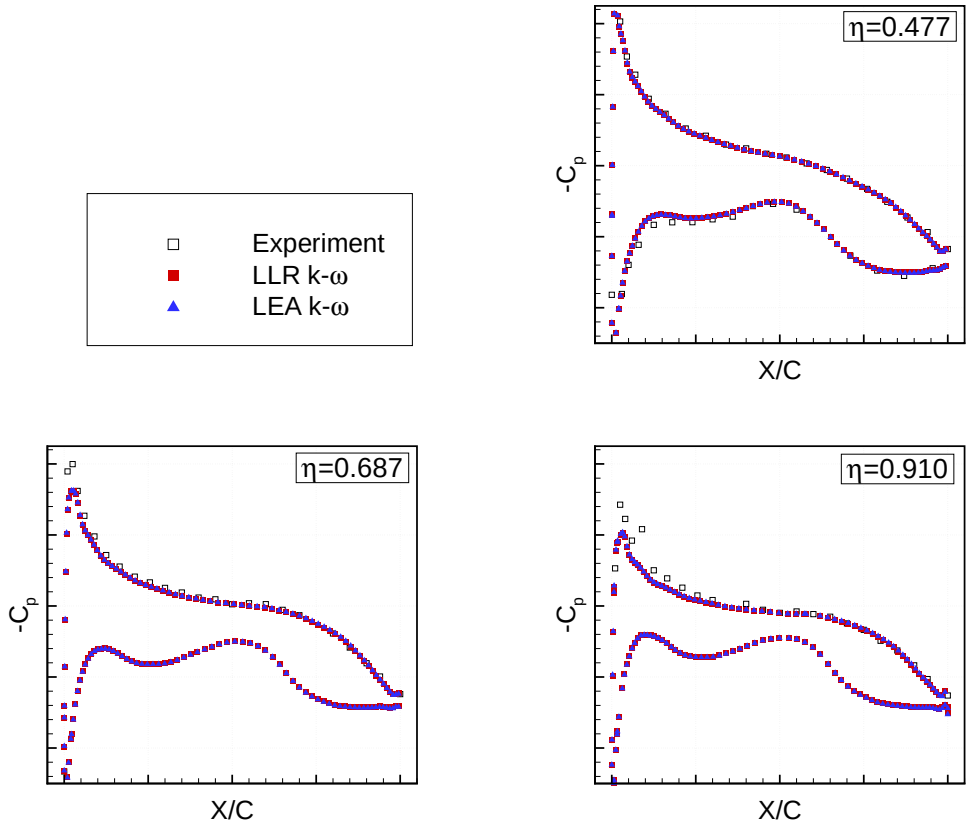

Abbildung 74: WBPN: Fall 1, Druckverteilung in ausgewählten Profilschnitten

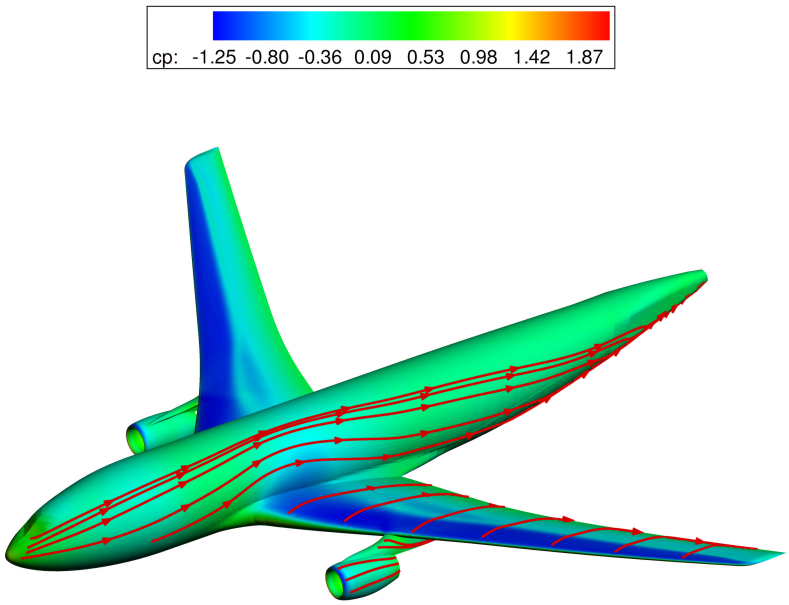

Abbildung 75: WBPN: Fall 2, Druckverteilung und Stromlinien

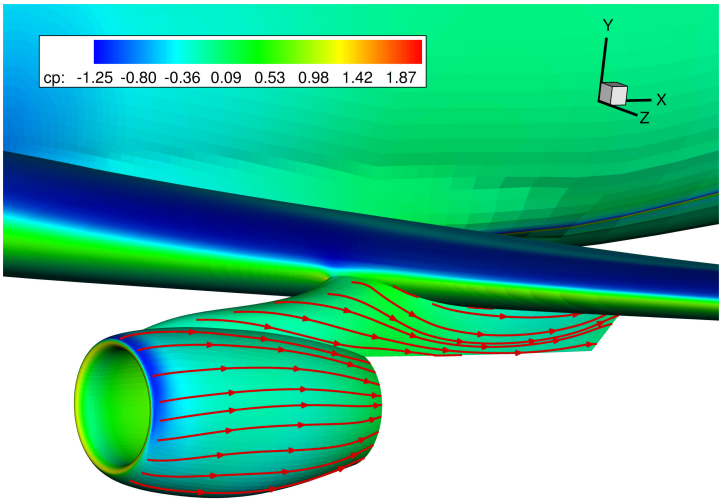

Abbildung 76: WBPN: Fall 2, Druckverteilung und Stromlinien an der Außenseite der Gondel

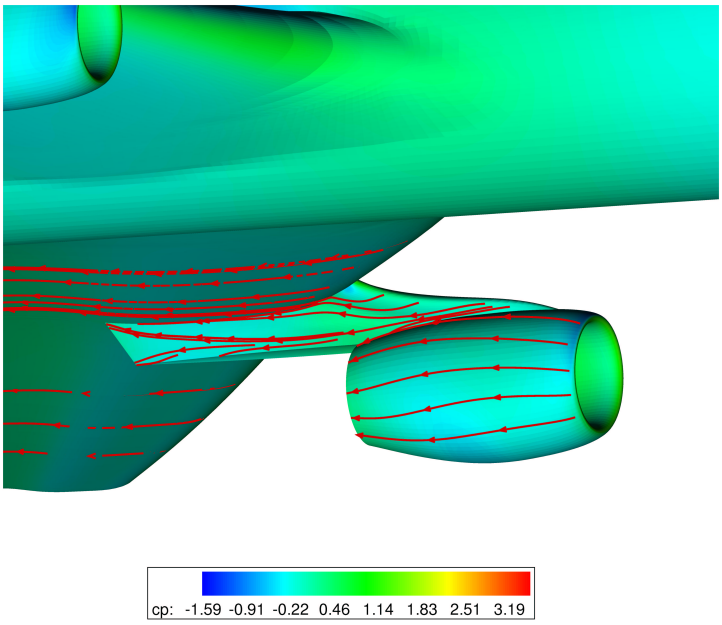

Abbildung 77: WBPN: Fall 2, Druckverteilung und Stromlinien an der Innenseite der Gondel

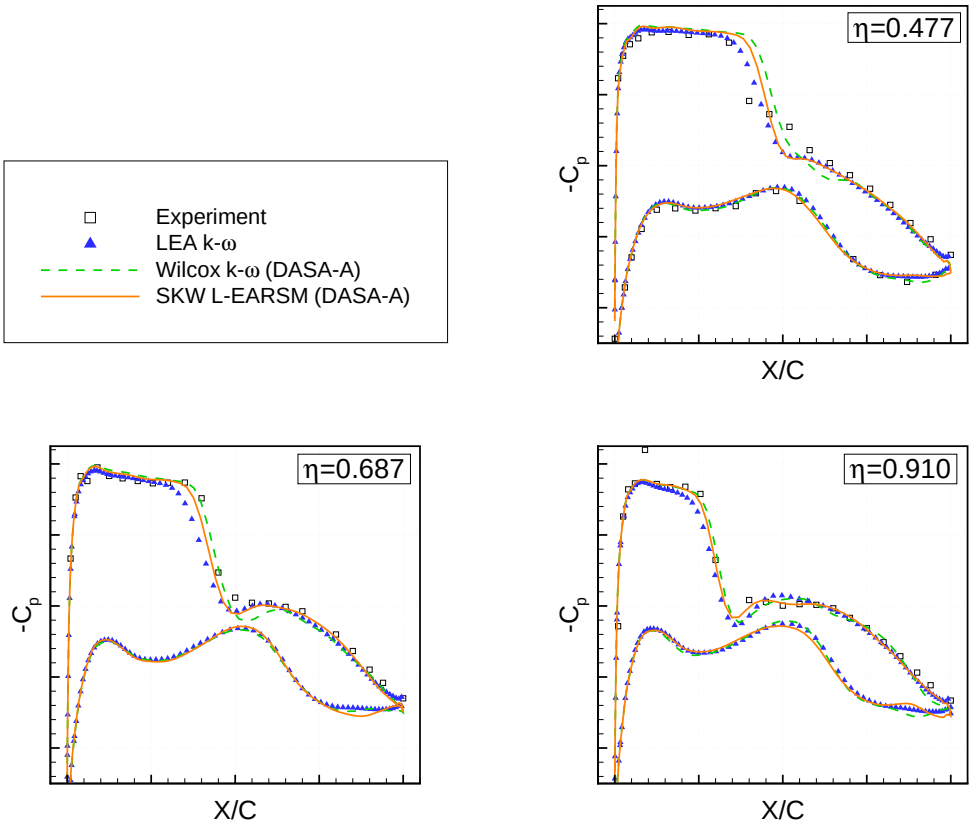

Abbildung 78: WBPN: Fall 2, Druckverteilung in ausgewählten Profilschnitten