Entwicklung eines numerischen Modells zur Beschreibung von Gasfolienlagern unter Berücksichtigung der Temperatur

vorgelegt von

M. Sc.
Hanns Michel

an der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. Henning Meyer
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Robert Liebich
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Dr. Techn. livre-docente Ilmar Santos

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 26. November 2020

Berlin 2020

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird ein numerisches Modell zur Beschreibung von Eigenschaften radialer Gasfolienlager unter Berücksichtigung der Temperatur entwickelt. Dazu wird die Gleichgewichtslage, in der sich die äußere Belastung und die aus dem Druckfeld resultierenden auf den Rotor wirkende Kraft gerade kompensieren, bei konstanter Last und Drehzahl bestimmt. Aus den Ergebnissen dieser Gleichgewichtslage werden die linearisierten dynamischen Lagerparameter als Reaktion auf angenommene Störungen in den die Gleichgewichtslage bestimmenden Größen berechnet. Mit diesen lässt sich das Stabilitätsverhalten charakterisieren und die Einsatzdrehzahlen von Instabilität ermitteln.

Die Temperatur nimmt auf diese Größen direkten Einfluss, da sie als Variable, in die zur Bestimmung des Druckfelds verwendete Reynolds-Gleichung eingeht und indirekten Einfluss, da auch die ebenfalls enthaltene Viskosität des Schmiermediums üblicherweise temperaturabhängig ist. Darüber hinaus wird in dieser Arbeit festgestellt, dass das Verhältnis zwischen thermischer Aufweitung des Rotors und der Lagerschale ebenfalls einen erheblichen Einfluss hat. Um die Einflüsse verschiedener Annahmen zu Geometrieparametern und Teilmodellen sowie Randbedingungen darstellen zu können, ist das Gesamtmodell modular entwickelt und bietet die Möglichkeit viele Varianten miteinander zu vergleichen. Dies wird im Zuge des Vergleichs mit Datensätzen aus der Literatur und eigenen Messwerten durch die detaillierte Analyse der Auswirkungen von zwei Strukturmodellen (*simple elastic foundation model* und *link-spring*-Modell) für die *bump foil* und zwei Wärmetransportmodellen für die Lagerschale (Wärmewiderstandsmodell und FVM-Modell) demonstriert.

Die Auswirkung der Temperatur auf die linearisierten Lagerparameter und auf die für Gasfolienlager wichtigen Größen Stabilität und Tragfähigkeit werden an verschiedenen Lagerkonfigurationen untersucht. Während sich bei der Stabilität keine eindeutigen Unterschiede ergeben, ist der Einfluss auf die Tragfähigkeit durch die Aufweitung der Lagerkomponenten sehr deutlich.

Der Umfang dieser Vergleiche wird durch den hohen Automatisierungsgrad bei den Abläufen zur Berechnung und den sehr robusten Nelder-Mead-Minimierungsalgorithmus sowie der Beschleunigung durch Ausnutzung von Symmetrie, nicht äquidistantem Netz und Umsetzung zeitkritischer Funktionen in *C*-Code ermöglicht. Durch diese Umsetzung ließe sich der Code während eines Auslegungsprozesses zu Voruntersuchungen und Ermittlung einer Lagerkonfiguration für den Prototypenbau in einer möglichen Anwendung nutzen.

Abstract

In this dissertation a numerical model describing the properties of radial gas foil bearings under consideration of temperature is developed. For this purpose, the equilibrium position in which the external load and the force acting on the rotor resulting from the pressure field compensate each other is determined at constant load and speed. The results are utilized in combination with a perturbation approach to deduce the linearized dynamic bearing parameters. These allow the assessment of the stability behavior and the calculation of the onset speed of instability.

Temperature has a direct influence on these parameters, as it is a quantity in the Reynolds equation used to determine the pressure field, and an indirect influence, as the viscosity of the lubricant, which is also included, is (usually) temperature-dependent. In addition, this work shows that the relationship between thermal expansion of the rotor and the bearing housing also has a considerable influence. In order to be able to represent the influences of different assumptions on geometry parameters and sub models as well as boundary conditions, the overall model is developed in a modular way and offers the possibility to compare many variants with each other by simply changing the settings. This is demonstrated in the course of the comparison with data sets from the literature and own measurements by the detailed analysis of the effects of two structural models (simple elastic foundation model and link-spring model) for the bump foil and two heat transport models for the bearing housing (thermal resistance model and FVM model).

The effect of temperature on the linearized bearing parameters and on the stability as well as the load carrying capacity, which are important for gas foil bearings, are investigated on different bearing configurations. While there are no clear differences in the stability, the influence on the load carrying capacity is very noticeable due to the expansion of the bearing components.

The scope of these comparisons is made possible by the high degree of automation in the calculation processes and the very robust Nelder-Mead minimization algorithm as well as the acceleration by exploiting symmetry, non-equidistant mesh and the conversion of time-critical functions into *C* code. Through this implementation the code could be used during a design process for preliminary investigations and determination of a bearing configuration as prototypes in a possible application.

Inhaltsverzeichnis

Entwicklung eines numerischen Modells zur Beschreibung von Gasfolienlagern unter Berücksichtigung der Temperatur.....

Kurzfassung.....iii

Abstract.....v

Inhaltsverzeichnis.....vi

Nomenklatur.....ix

Abbildungsverzeichnis.....xiii

Tabellenverzeichnis.....xix

1 Einleitung.....21

1.1 Motivation.....23

1.2 Zielsetzung.....24

2 Stand der Technik.....27

2.1 Geschichte und Bauformen von Gaslagern.....27

2.2 Stand der Forschung zu den grundlegenden Eigenschaften der GFL.....31

2.2.1 Strukturmodelle zur Beschreibung der *bump foil*.....31

2.2.2 Lagerparameter und Stabilitätsbetrachtung.....34

2.3 Experimentelle Untersuchungen zur Temperatur und ihres Einflusses auf GFL-Eigenschaften.....35

2.4 Numerische Untersuchungen zur Temperatur und ihres Einflusses auf GFL-Eigenschaften.....39

3 Thermo-hydrodynamische Modellierung.....45

3.1 Druckfeld und Schmierfilm.....45

3.2 Strukturmodelle für die *bump foil*.....51

3.2.1 SEFM nach Heshmat et al. 1983.....51

3.2.2 SEFM nach Iordanoff 1999.....52

3.2.3 Link-Spring-Modell nach Le Lez 2007.....54

3.3 Störansatz nach Lund 1968.....56

3.3.1 Berechnung der linearisierten Lagerparameter.....56

3.3.2 Bewegungsdifferentialgleichung zur Stabilitätsberechnung.....59

3.4 Betriebsbedingte Einflüsse auf die Schmierfilmhöhe.....60

3.5 Randbedingungen für Druck- und Temperaturfeld....63
3.5.1 Druckfeldrandbedingungen....63
3.5.2 Temperaturrandbedingungen....65
3.5.3 *Mixing*-Zone....67
3.6 Temperaturabhängige physikalische Eigenschaften....68
3.7 Modellierung der Wärmeströme in den Lagerkomponenten....71
3.7.1 Fluidfilm....72
3.7.2 Welle....73
3.7.3 Lagerschale mit *top* und *bump foil*....77
3.7.4 Axiale Durchströmung....81

4 Numerische Lösung der thermo-hydrodynamischen Modells....83
4.1 Lösung der Reynolds-Gleichung zur Bestimmung der Druckverteilung und Schmierfilmhöhe....85
4.2 Lösung der FVM-Modelle zur Bestimmung der Temperatur....90
4.2.1 Linearisierung und weitere Behandlung des Quellterms....95
4.2.2 Berechnung FVM-Zellgeometrie....98
4.3 Bestimmung der Gleichgewichtslage....100
4.3.1 Simpson-Regel zur Integration des Druckfelds....101
4.3.2 Nelder-Mead-Algorithmus zur Ermittlung der kräftegleichgewichterfüllenden Exzentrizität....103
4.4 Lösung des Störansatzes von Lund zur Bestimmung der lin. Lagerparameter und Stabilitätsgrenzdrehzahl....112
4.4.1 Berechnung der linearisierten Lagerparameter....112
4.4.2 Lösung des Eigenwertproblems und Ablauf zur Bestimmung der Stabilitätsgrenzdrehzahl....112

5 Validierung des Wärmemodells....117
5.1 Vernetzung und Netzkonvergenzanalyse....118
5.2 Vergleich mit den Messwerten Radil et al. 2004....122
5.3 Vergleich mit den Messwerten von Kim et al. 2012....130
5.4 Vergleich mit den Messwerten von Ruscitto et al. 1978....135
5.5 Vergleich mit am Fachgebietsprüfstand ermittelten Messwerten....142
5.6 Zwischenfazit Temperaturvalidierung....148

6 Berechnung temperaturabhängiger Lagereigenschaften....151
6.1 Berechnung der temperaturabhängigen Lagerparameter und Vergleich mit Larsen et al. 2013....152

6.2 Vergleich mit am Fachgebietsprüfstand ermittelten Lagerparametern.....155
6.3 Stabilitätsanalyse.....157
6.3.1 Stabilitätsanalyse an einer Lagerkonfiguration nach Radil et al. 2004..157
6.3.2 Stabilitätsanalyse an einer Lagerkonfiguration nach Ruscitto et al. 1978 162
6.4 Tragfähigkeit.....168
6.5 Variation der *bump foil*-Dicke zur Beeinflussung der Nachgiebigkeit.....176

7 Benutzeroberfläche.....179

8 Zusammenfassung, Kritik, Fazit und Ausblick.....183
8.1 Zusammenfassung.....183
8.2 Kritische Betrachtung.....191
8.3 Fazit und Ausblick.....194

Literaturverzeichnis.....199

Anhang.....213

A Parametrische Erstellung des Verlaufs des nominalen Spalts bei Verwendung von *shims*.....215

B Weitere Berechnungsvarianten zum Vergleich mit Kapitel 5.2.....217

C Weitere Abbildungen in Ergänzung zu Kapitel 5.3.....221

D Weitere Abbildungen in Ergänzung zu Kapitel 5.4.....225

E Weitere Abbildung in Ergänzung zu Kapitel 5.5.....229

F Beschreibung des GFL-Prüfstands am Fachgebiet.....231

G Ergänzende Abbildungen zur Stabilitätsanalyse.....235

H Übersicht der Einstellungsoptionen im entwickelten numerischen Modell.....241

Nomenklatur

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
C	Programmiersprache *C*
FDM	Finite-Differenzen-Methode
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FVM	Finite-Volumen-Methode
GFL	Gasfolienlager
GUI	*graphical user interface*
LAPACK	*Linear Algebra Package*, Programmbibliothek
LU	Zerlegung in eine untere (*lower*) und obere (*upper*) Dreiecksmatrix
NMA	Nelder-Mead-Algorithmus
Q1	FVM-Wärmetransportmodell der Lagerschale
Q2	Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale
S2	Strukturmodell nach Iordanoff [49]
S3	Strukturmodell nach Le Lez [52]
SEFM	*simple elastic foundation model*, einfaches elastisches Bettungsmodell
TVD	*total variation diminishing*
VDI	Verein Deutscher Ingenieure

Dimensionslose Kennzahlen

Bezeichnung	Bedeutung
Ec	Eckert-Zahl
Gr	Grashof-Zahl
Kn	Knudsen-Zahl
Nu	Nusselt-Zahl
Pe	Péclet-Zahl
Pr	Prandtl-Zahl
$\mathrm{Pr_t}$	turbulente Prandtl-Zahl
Ra	Rayleigh-Zahl
Re	Reynolds-Zahl
St	Stanton-Zahl

Mathematische Notation

Notation	Bedeutung
$\frac{\partial \square_1}{\partial \square_2}$	partielle Ableitung von $\square_1$ nach $\square_2$
$\frac{\partial^2 \square_1}{\partial^2 \square_2}$	zweifache partielle Ableitung von $\square_1$ nach $\square_2$
$\frac{\mathrm{d}\square_1}{\mathrm{d}\square_2}$	totale Ableitung von $\square_1$ nach $\square_2$
$f(\square)$	Funktion von ($\square$)
$\nabla(\square)$	Nabla-Operator
$[\![\square_1, \square_2]\!]$	Maximum aus $\square_1$ und $\square_2$
$\square_1 \,\vert_{\square_2}$	$\square_1$ ausgewertet an bei $\square_2$
$\dot{\square}$	Ableitung nach der Zeit
$\overline{\square}$	Normierte Größe
$\lfloor \square \rfloor$	Abrunden (zur nächste ganzen Zahl)
$\oint_A f(\square)\,\mathrm{d}A$	Oberflächenintegral
$\int_V f(\square)\,\mathrm{d}V$	Volumenintegral, $\iiint f(\square_1, \square_2, \square_3)\,\mathrm{d}\square_1\,\mathrm{d}\square_2\,\mathrm{d}\square_3$
$\boldsymbol{\square}$	Fette Buchstaben bezeichnen Vektoren und Matrizen
$\Delta(\square)$	Differenz
$\lvert\square\rvert$	Absolutwert, Betrag
$\mathrm{A}(\square)$	Diskretisierungsmethode nach [118]
e	Eulersche Zahl
e	Exponentialdarstellung
i	Imaginäre Zahl $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$
$\mathrm{Im}(\square)$	Imaginärteil
$\mathrm{Re}(\square)$	Realteil

Begriffe

Begriff	Bedeutung
isotherm	ohne Berücksichtigung d. Temperatur
anisotherm	unter Berücksichtigung d. Temperatur
Englische Begriffe	In der GFL-Forschung etablierte englische Fachbegriffe sind kursiv gesetzt

Lateinische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung
A	m^2	Fläche
$\boldsymbol{A}_{FVM}$		FVM-Matrix
a_1, a_2		Interpolationsfaktoren zur Linearisierung der Viskosität
b	m	*bump*-Bogenlänge
c_0	µm	nominale Spalthöhe
$C_{1...4}$		Integrationskonstanten
c_f	-	*Fanning*-Reibungsfaktor
c_p	$J(kg{\cdot}K)^{-1}$	spez. isobare Wärmekapazität
c_θ	µm	nominale Spalthöhe bei veränderlichem Spalt in θ-Richtung
D	m	Durchmesser
$D_{(--)}$	N/m	Dämpfungsparameter
$D_{(-)}$	$W(K)^{-1}$	Diffusionskoeffizienten
e	µm	Auslenkung bzw. Exzentrizität
E	$N(m)^{-2}$	Elastizitätsmodul, E-Modul
F	N	Kraft
$F_{(-)}$	$W(K)^{-1}$	Konvektionskoeffizienten
F_B	N	Reaktionskraft Druckfeld
$f_{eig,1}$	Hz	erste Eigenfrequenz
g	$m(s)^{-2}$	Erdbeschleunigung
G	N	res. Kraft Gleichgewichtslage
h	µm	Schmierfilmhöhe
h	$W(m^2{\cdot}K)^{-1}$	Wärmeübergangskoeffizienten
h	m	Intervallbreite (Simpson-Integration)
$\hbar$	$J(kg)^{-1}$	spezifische Enthalpie
h_B	m	*bump*-Höhe
h_c	µm	nachgiebiger Anteil Filmhöhe
h_{op}	µm	fliehkraft- und temperaturbedingter Anteil Filmhöhe
h_r	µm	starrer Anteil Filmhöhe
J		Jacobi-Matrix
$J_{(-)}$	W	Gesamtwärmeströme
k		Zählindex
$K_{(--)}$	N/m	Steifigkeitsparameter
K_B	$N(m)^{-3}$	Steifigkeitskoeffizient *bump foil*
K_f	$N(m)^{-3}$	Steifigkeitskoeffizient (je nach gewähltem Strukturmodell)
K_{fix}	$N(m)^{-3}$	Steifigkeitskoeffizient fixierter *bump*
K_{free}	$N(m)^{-3}$	Steifigkeitskoeffizient frei verschiebbarer *bump*

Symbol	Einheit	Bedeutung
L	m	Länge bzw. Breite des GFL
l_0	m	halbe *bump*-Länge
m	kg	Masse
M_L	$kg(mol)^{-1}$	molare Masse Luft
m_r	kg	Rotormasse
n	min^{-1}	Drehzahl
N	-	Knotenanzahl
p	Pa	Druckfeld
p_a	Pa	Umgebungsdruck
Q	J	Wärme
r	m	Zylinderkoord. radiale Richtung
R	m	Radius
R	$K(W)^{-1}$	Wärmewiderstand
R_B	m	*bump*-Radius
R_g	$J(mol{\cdot}K)^{-1}$	universelle Gaskonstante
R_L	$J(kg{\cdot}K)^{-1}$	spezifische Gaskonstante Luft
s	m	Ausdehnung bzw. Aufweitung
S	$m^3(N)^{-1}$	Nachgiebigkeitskoeffizient
$S_{(-)}$	$W(m)^{-3}$	Quellterm
s_0	m	Abstand zwischen den *bumps*
t	m	Dicke
t	s	Zeit
T	K	Temperaturfeld, dreidim.
T_a	K	Umgebungstemperatur
T_f	K	Temperaturfeld, zweidim.
Tol	% o. abs.	Toleranz prozentual o. absolut
u ($\triangleq v_r$)	$m(s)^{-1}$	Strömungsgeschwindigkeit in x
U_v	$m(s)^{-1}$	Umfangsgeschwindigkeit Welle
v ($\triangleq v_\theta$)	$m(s)^{-1}$	Strömungsgeschwindigkeit in y
V	m^3	Volumen
$v_{(-)}$	$m(s)^{-1}$	Strömungsgeschwindigkeit
w ($\triangleq v_z$)	$m(s)^{-1}$	Strömungsgeschwindigkeit in z
W	N	externe Belastung
$W_{[lf;lr]}$	m	Länge freie Wellenoberfläche, Vorne: *lf*, Hinten: *lr*
x	m	kartesische Koord. x-Richtung
y	m	kartesische Koord. y-Richtung
z	m	kartesische Koord. z-Richtung
z	m	Zylinderkoord. axiale Richtung
$z_{(--)}$		modale Impedanz

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung
α	-	Reflexionskoeffizienten (NMA)
α	K^{-1}	Wärmeausdehnungskoeffizient
β	-	Kontraktionskoeffizient (NMA)
β	°	Auslenkungswinkel
β	K^{-1}	isobarer thermischer Ausdehnungskoeffizient Gas
γ	-	Expansionskoeffizient (NMA)
γ	-	äquivalenter Strukturverlustfaktor
Γ		allgemeiner Diffusionskoeffizient
δ	-	Verkleinerungskoeffizient (NMA)
ε	-	normierte Auslenkung bzw. Exzentrizität
ζ	-	Unterrelaxationsfaktor
η	-	Störfrequenzverhältnis bzw. Anregungsfrequenzverhältnis
θ	-	Zylinderkoord. Umfangsrichtung
θ_B	°	halber *bump*-Winkel
θ_W	°	Kraftangriffswinkel
λ	$W(m{\cdot}K)^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
λ		Eigenwert
Λ	-	*bearing speed number*
λ_{suc}	-	Mischungsparameter *mixing*-Zone
μ	Pa·s	dynamische Viskosität
μ_a	Pa·s	Viskosität der Luft bei Umgebungstemperatur T_a
μ_B	-	Reibungskoeffizient *bump foil*
ν	-	Querkontraktionszahl
ν	$m^2(s)^{-1}$	kinematische Viskosität
ρ	$kg(m)^{-3}$	Dichte
σ	-	*squeeze film number*
τ	-	dimensionslose Zeit
τ	$N(m)^{-2}$	Scherspannung
ϕ	-	allgemeine Transportgröße
ω	s^{-1}	Kreisfrequenz
Ω	s^{-1}	Drehkreisfrequenz des Rotors
Ω	-	Ordnung

Indizes

Index	Bedeutung
0	nominal
0	Größen in der Gleichgewichtslage
a	außen
a, ∞	*ambient*, Umgebungsgrößen
ax	axial
B	*bump(s)*
Bf	*bump foil*
c	fliehkraftbedingt
c	nachgiebig
cont	Kontakt
conv	konvektiv
crit	kritisch
e	Expansion
eff	effektiv
Err	(verbleibender) Fehler
Ff	Fluidfilm
G	Kräftegleichgewicht
hm	*half mesh*, halbes Netz (in z-Richtung)
i	innen
i	Zählindex
in	einströmend
j	Zählindex
kon	Kontraktion
L	Luft
Ls	Lagerschale
m	gemittelt
max	maximal
min	minimal
n	Iterationsschritt
op	im Betrieb
out	ausströmend
p	Druck
P	betrachteter Punkt
r	Koordinate radiale Richtung
r	Reflexion
ref	Referenz
refine	feiner zu vernetzen
res	resultierend
rlx	relaxiert
rot	rotierend
s	Störung
S	Verkleinerung
suc	einziehend
t	thermisch
T	Temperatur
Tf	*top foil*
W	Welle
x	Koordinate x-Richtung
y	Koordinate y-Richtung
z	Koordinate z-Richtung (axial)
ζ	Indizes (mehrere Raumrichtungen)
θ	Koordinate Umfangsrichtung
ξ	Indizes (mehrere Raumrichtungen)

Abbildungsverzeichnis

Abb. 2.1: Darstellung der Bauformen in Anlehnung an [36]. Die *bump foil*-Unterteilungen sind im abgewickelten Zustand dargestellt....29

Abb. 3.1: Skizze des Wirkungsprinzips von GFL (F_B und θ_W s. Kap. 4.3, β s. Kap. 5.4) ([69], bearbeitet)....46

Abb. 3.2: Geometrie der *bump foil* und angedeutete Belastung. Die Parameter h_B, l_0, s_0, t_{Tf} und t_{Bf} müssen dem Programmcode vorgegeben werden....51

Abb. 3.3: Vereinfachte Annahme der *bumps* als individuelle Federn. Mit K_B nach Heshmat et al. [42] bzw. K_{fix} und K_{frei} nach Iordanoff [49]....52

Abb. 3.4: Ersatzfederschaltung für die *bump foil*-Struktur nach [52]....54

Abb. 3.5: Vergleich der fliehkraftbedingten und thermischen Aufweitung mit den Ergebnissen eines FEM-Programms....61

Abb. 3.6: Auswirkung von fliehkraftbedingter und thermischer Aufweitung auf den Nominalspalt....63

Abb. 3.7: Darstellung von Druckfelder für die implementierten Randbedingungsoptionen....64

Abb. 3.8: Darstellung der aus dem Druckfeld und darüber vorgegebenen Strömungsgeschwindigkeiten folgenden Randbedingungen für das Temperaturfeld an den axialen Rändern und der *mixing*-Zone....66

Abb. 3.9: Die Tabellenwerte für trockene Luft aus [103] werden durch Polynome interpoliert....69

Abb. 3.10: Temperaturabhängigkeit der physikalischen Eigenschaften der metallischen Werkstoffe der Lagerkomponenten. Datenblätter: *Inconel 718* [140], *Inconel X750* [142], *Acidur X5CrNi18-10* [143], *42CrMo4* [141], *Incoloy A-286 [139]*, *S235J [144]* 70

Abb. 3.11: Wärmeübergänge des Wärmewiderstandsmodells (Q2) an einer Skizze der später verwendeten Geometrie....78

Abb. 3.12: Wärmewiderstand der *bump foil*-Struktur. Vergleich zwischen Messwerten und Modellen [93]....78

Abb. 3.13: Berücksichtigte Wärmeströme im FVM-Wärmetransportmodell (Q1)....79

Abb. 3.14: Anordnung der Wärmeübergange zwischen den einzelnen finiten Volumen des FVM-Wärmetransportmodells der Lagerschale. Die vergrößerten Ausschnitte verdeutlichen die Komplexität der Anordnung....80

Abb. 3.15: Vergleich der Temperaturen mit und ohne axiale Durchströmung der *bump foil* v_{ax} und der Hohlwelle v_{Wax} und den beiden Wärmetransportmodellen der Lagerschale, Wärmewiderstandsmodell (Q2) und FVM-Wärmemodell (Q1)....82

Abb. 4.1: Ablaufplan zur Darstellung der Interaktion der Programmmodule. Der Ablauf ist durch die Schleifen weitestgehend automatisiert und erlaubt damit die unbeaufsichtigte Berechnung vieler Varianten. Soll eine automatisierte Suche der Stabilitätsgrenzdrehzahl oder der Tragfähigkeit durchgeführt werden, so greifen diese Module in den Ablauf ein und steuern durch Drehzahl- bzw. Belastungsvorschläge. 84

Abb. 4.2: Auswirkungen der Anpassung der Durchsenkung an den axialen Randknoten. Ebenfalls dargestellt ist, mit den fett gedruckten Knotennummern, der Bereich der Netzverfeinerung....88

Abb. 4.3: Skizze zu den FVM-Flächen und den zur Berechnung notwendigen Abmaßen in allen drei Raumrichtungen. Erkennbar ist auch die Zusammensetzung aus Trapezen....99

Abb. 4.4: Die Simpson-Regel in *C* benötigt die geringste Zeit und liefert die gleichen bzw. bessere Ergebnisse als die Alternativen....103

Abb. 4.5: Darstellung des Dreiecks des ersten Simplex für die empfohlene Startexzentrizität ε_1....104

Abb. 4.6: Mögliche Aktionen des Nelder-Mead-Algorithmus zur Manipulation der Simplexform....105

Abb. 4.7: Beispielhafter Verlauf des Simplex in der ε-Ebene und Konvergenz des Kräftegleichgewichts. Startsimplex ist mit dicken Linien markiert (rechts oben). Das Minimum ε_{min} ist mit Werten angegeben....107

Abb. 4.8: Ablaufplan für den Nelder-Mead-Algorithmus. Klassischer Ablaufplan mit durchgezogenen Verbindungen, Ergänzung zur Vermeidung negativer Schmierfilmhöhen mit gestrichelten Linien. Die Anpassungen aus [122] sind gegenüber dem originalen Ablaufplan aus [121] ebenfalls berücksichtigt. Die Darstellung basiert auf [121, 147]....108

Abb. 5.1: Entwicklung der mittleren Fluidfilmtemperatur zur Beurteilung der Konvergenz bei Erhöhung der Knoten in den verschiedenen Richtungen und bei Verwendung eines nicht äquidistanten Netzes oder symmetrischem Netz in *z*-Richtung.121

Abb. 5.2: Messpositionen für [78], $L = 41$ mm....122

Abb. 5.3: Vergleich der Temperaturen für alle Lastfälle und an allen Messpositionen (s. Abb. 5.2) zwischen Berechnungsergebnissen und den Messwerten aus [78] für das SEFM nach Iordanoff (S2)....126

Abb. 5.4: Vergleich der Temperaturen für alle Lastfälle und an allen Messpositionen (s. Abb. 5.2) zwischen Berechnungsergebnissen und den Messwerten aus [78] für das Le Lez-Strukturmodell (S3)....127

Abb. 5.5: Position der Gleichgewichtslage (links) und der Unterschied in den minimalen Schmierfilmhöhen (rechts) im Vergleich zwischen den Strukturmodellen nach Iordanoff (S2) und Le Lez (S3) für eine Auswahl an Lastfällen....128

Abb. 5.6: Sensitivität der Temperatur an Messposition 4 auf die Variation der Parameter Innendurchmesser $R_{W,i}$, Nominalspalt c_0 und Wärmeausdehnungskoeffizient α_{Ls} der Lagerschale. Die Angaben zu letztem ist als Offset gegenüber dem temperaturabhängigen Verlauf des Wärmeausdehnungskoeffizienten von *Acidur X5CrNi18-10* zu verstehen.....129

Abb. 5.7: Vergleich der aktuellen Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen aus San Andrés et al. [23] und Feng et al. [24] an Messposition 4 für beide Strukturmodelle S2 und S3. Die Messwerte aller Lastfälle aus [78] sind ebenfalls aufgetragen (graue Linie mit Fehlertoleranzen).....130

Abb. 5.8: Vergleich der Lagerschalentemperatur über den Umfang in der Mittelebene mit den Messergebnissen von Kim et al. [79]. Oben für c_0 = 40 µm unten für c_0 = 70 µm. Links das FVM- (Q1), rechts das Wärmewiderstandsmodell (Q2) der Lagerschale. Berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3).....132

Abb. 5.9: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den vor dem vorderen Rand des GFL an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Um zu verdeutlichen, dass die Temperaturen auf der Rückseite (hinterer Rand) zwischen GFL und Lagerbock auf der Welle als feste Randbedingung gesetzt sind, ist Bereich in der gesamten simulierten Länge darstellt.....134

Abb. 5.10: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 31,8 µm für beide Strukturmodelle und beide Wärmetransportmodelle bei Umgebungstemperatur T_a = 17,5 °C.....138

Abb. 5.11: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 57 µm für beide Strukturmodelle und beide Wärmetransportmodelle bei Umgebungstemperatur T_a = 17,5 °C.....139

Abb. 5.12: Berechnete Auslenkungswinkel im Vergleich mit den Messwerten von [51]141

Abb. 5.13: Messpositionen der Thermoelemente unter der *bump foil* am Fachgebiets-GFL 143

Abb. 5.14: Temperaturprofile der am Fachgebietsprüfstand untersuchten Lastfälle durch Darstellung aller Messpositionen über den Umfang. Berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) und dem FVM-Wärmetransportmodell (Q1).....144

Abb. 5.15: Temperaturprofile der am Fachgebietsprüfstand untersuchten Lastfälle durch Darstellung aller Messpositionen über den Umfang. Berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) und dem Wärmewiderstandsmodell (Q2).....145

Abb. 6.1: Numerisch berechnete lineare Lagerparameter im Vergleich mit [17].....153

Abb. 6.2: Vergleich zwischen berechneten und am Fachgebietsprüfstand gemessenen Lagerparametern. Links die Steifigkeiten, rechts die Dämpfungen. Da alle Messwerte für Störfrequenzen von 80 – 640 Hz aufgenommenen sind, ist dies die Hauptbeschriftung (in schwarz) der x-Achse. Zusätzlich sind die entsprechenden Störfrequenzverhältnisse angegeben.....156

Abb. 6.3: Einsatzdrehzahl der Instabilität bzw. Grenzdrehzahl aufgetragen über der Belastung an einer Lagerkonfiguration nach [78] im Vergleich zwischen einer isothermen und anisothermen Berechnung sowie einer Berechnung mit nur einem *bump*-Streifen und fünf *bump*-Streifen. Ebenfalls dargestellt ist der verbleibende Spalt mit einer möglichen Korrelation zum Verlauf der Einsatzdrehzahlen.....158

Abb. 6.4: Verlauf der linearisierten Steifigkeiten für verschiedene Lastfälle anisotherm berechnet.....160

Abb. 6.5: Verlauf der linearisierten Steifigkeitswerte für verschiedene Lastfälle isotherm berechnet.....160

Abb. 6.6: Verlauf des nominalen Spalts über den Umfang bei Verwendung von *shims*. 162

Abb. 6.7: Einsatzdrehzahl der Instabilität bzw. Grenzdrehzahl aufgetragen über der Belastung bei einem GFL nach [51] im Vergleich zwischen einer Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der Temperatur. Zusätzlich wird auch der Vergleich mit einem GFL mit *shims* gezogen. Ebenfalls dargestellt ist der verbleibende Spalt mit einer möglichen Korrelation zum Verlauf der Einsatzdrehzahlen.....163

Abb. 6.8: Linearisierte Steifigkeitswerte bei verschiedenen Lastfällen mit *shims* und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet.....165

Abb. 6.9: Linearisierte Steifigkeitswerte bei verschiedenen Lastfällen ohne *shims* und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet.....165

Abb. 6.10: Linearisierte Dämpfungswerte bei verschiedenen Lastfällen ohne *shims* und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet.....166

Abb. 6.11: Linearisierte Dämpfungswerte bei verschiedenen Lastfällen mit *shims* und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet.....166

Abb. 6.12: Darstellung des Druckfelds, Filmhöhe und Temperaturfelds bei Verwendung von *shims*.....168

Abb. 6.13: Gerade noch getragene Belastung ohne Unterschreitung einer Filmhöhe von h_{min} = 5 µm über die Drehzahl aufgetragen (linke *y*-Achse) und der minimal verbleibende Spalt (rechte *y*-Achse). Die Verläufe der isothermen und anisothermen Berechnung schneiden sich jeweils zwischen 40000 min^{-1} und 50000 min^{-1}.....170

Abb. 6.14: Die gerade noch getragene Belastung der GFL mit nominalem Spalt von 31,8 µm und 57 µm ohne Unterschreitung der Filmhöhe von h_{min} = 5 µm mit dem Le Lez-Strukturmodell berechnet (linke *y*-Achse). Zusätzlich ist der minimale verbleibende Spalt, und dort bei den entsprechenden Punkten die jeweils erreichte mittlere Filmtemperatur, auf der rechten *y*-Achse aufgetragen. Die Ergebnisse werden mit [51] verglichen.....172

Abb. 6.15: Maximale Tragfähigkeit über Drehzahl mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) ohne Druckmittelung.....174

Abb. 6.16: Maximale Tragfähigkeit über Drehzahl mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) mit Druckmittelung.....175

Abb. 6.17: Darstellung der Tragfähigkeit und Stabilität bei einer Variation der Nachgiebigkeit der *bump*-Struktur durch Anpassung der *bump foil*-Dicke.....176

Abb. 7.1: Screenshot einer Einstellungsseite der Benutzeroberfläche (Beispiel).....180

Abb. 7.2: Darstellung der vorgefertigten Grafiken zur Darstellung und Auswertung der Ergebnisse.....181

Abb. A.1: Variation der *shim*-Parameter und die Auswirkungen auf den Verlauf des nominalen Spalts $c_\theta(\theta)$.....216

Abb. B.1: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit anderer Temperaturrandbedingungen an den axialen Rändern des GFL. Die Filmhöhe ist mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) berechnet.....217

Abb. B.2: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Befestigung von *top* und *bump foil* am Ende des GFL. Die Filmhöhe ist mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) berechnet.....218

Abb. B.3: Links: Steifigkeitsverteilung für das SEFM nach Iordanoff (S2) mit fünf *bump*-Streifen. Die erhöhte Steifigkeit des ersten *bumps* ist deutlich erkennbar. Rechts: Axialer Schnitt durch eine mit dem Le Lez-Strukturmodell berechnete Filmhöhe, ebenfalls fünf *bump*-Streifen. Einmal mit Berücksichtigung der temperatur- und fliehkraftbedingten Spaltanpassungen an die Betriebsbedingungen (runde Marker) und einmal ohne, also reine Durchsenkung der *bump foil* (eckige Marker).....219

Abb. B.4: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit fünf *bump*-Streifen variierender Steifigkeit berechnet mit dem SEFM nach Iordanoff (S*2*).....219

Abb. B.5: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit fünf *bump*-Streifen variierender Steifigkeit berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3).....220

Abb. C.1: Vergleich der Lagerschalentemperatur über den Umfang in der Mittelebene mit den Messergebnissen von Kim et al. [79]. Oben für c_0 = 40 µm, unten für c_0 = 70 µm. Links das FVM- (Q1), rechts das Wärmewiderstandsmodell (Q2) der Lagerschale. Berechnet mit dem SEFM nach Iordanoff (S2).....221

Abb. C.2: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den auf der Frontseite des Lagers an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Verwendete Berechnungsmodelle im Titel.....222

Abb. C.3: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den auf der Frontseite des Lagers an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Verwendete Berechnungsmodelle im Titel.....222

Abb. C.4: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den auf der Frontseite des Lagers an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Verwendete Berechnungsmodelle im Titel.....223

Abb. D.1: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 31,8 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 15 °C.....225

Abb. D.2: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 57 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 15 °C.....226

Abb. D.3: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 31,8 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = *20* °C.....227

Abb. D.4: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 57 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 20 °C.....228

Abb. E.1: Gemessene Temperaturprofile am Fachgebietsprüfstand im Vergleich mit Berechnungsergebnissen mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) und dem FVM-Wärmemodell (Q1).....229

Abb. E.2: Gemessene Temperaturprofile am Fachgebietsprüfstand im Vergleich mit Berechnungsergebnissen mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) und dem Wärmewiderstandsmodell (Q*2*).....230

Abb. F.1: Prinzipskizze des Prüfstandsaufbaus am Fachgebiet (nicht maßstäblich).....231

Abb. F.2: Foto des Fachgebietsprüfstands. Gut erkennbar, sind die vielen braunen Thermoelemente mit den ockerfarbenen Wimpeln [129].....232

Abb. G.1: Grenzdrehzahlen für ein GFL nach [78] mit dem mittleren verbleibenden Spalt.....235

Abb. G.2: Grenzdrehzahlen für ein GFL nach [51] mit dem mittleren verbleibenden Spalt.....235

Abb. G.3: Linearisierte Dämpfungswerte für verschiedenen Lastfälle aus [78] im Vergleich zwischen einer isothermen und anisothermen Berechnung.....236

Abb. G.4: Linearisierte Steifigkeitswerte an der Geometrie aus [51] mit *shims* und isotherm berechnet.....237

Abb. G.5: Linearisierte Steifigkeitswerte an der Geometrie aus [51] ohne *shims* und isotherm berechnet.....237

Abb. G.6: Linearisierte Dämpfungswerte an der Geometrie aus [51] ohne *shims* und isotherm berechnet.....238

Abb. G.7: Linearisierte Dämpfungswerte an der Geometrie aus [51] mit *shims* und isotherm berechnet.....238

Abb. G.8: Stabilitätskarten in Ergänzung zu den in Kapitel 6.3.1 berechneten Werten. Lagerkonf. nach [78].....239

Abb. G.9: Stabilitätskarten in Ergänzung zu den in Kapitel 6.3.2 berechneten Werten. Lagerkonf. nach [51].....239

Tabellenverzeichnis

Tab. 4.1: Bezeichnung der Nachbarpunkte für FVM.....91

Tab. 4.2: Diskretisierungsmethoden für die FVM.....94

Tab. 5.1: Geometrie- und Werkstoffdaten zur Simulation des in [78] beschriebenen Lagers.....123

Tab. 5.2: Angaben zum temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten von *42CrMo4*.....129

Tab. 5.3: Geometrie- und Werkstoffdaten zur Simulation des in [79] beschriebenen Lagers.....131

Tab. 5.4: Geometrie- und Werkstoffdaten zur Simulation des in [51] beschriebenen Lagers.....136

Tab. 5.5: Lastfälle mit den Belastungen (alle in N) für die beiden nominalen Spalte aus [51]. Die Drehzahl 55500 min^{-1} gehört zu c_0 = 31,8 µm, 60000 min^{-1} gehört zu c_0 = 57 µm.....137

Tab. 5.6: Die Geometrie des am Fachgebiet untersuchten GFL gleichen denen aus Tab. 5.4. Es sind nur abweichenden Werte aufgelistet.....142

Tab. H.1: Tabellarische Übersicht und Erklärungen zu den Einstellungsoptionen des Programmcodes.....241

1 Einleitung

Gaslager sind Gleitlager, bei denen Rotor und Stator im Betrieb durch einen dünnen gasförmigen Schmierfilm vollständig voneinander getrennt werden. Als Maschinenelement eignen sie sich insbesondere zur Lagerung schnelllaufender Rotoren und finden damit vor allem im Bereich des Turbomaschinenbaus Anwendung. Bei Turbomaschinen lassen sich durch höhere Betriebsdrehzahlen im Allgemeinen Wirkungsgradsteigerungen erreichen. Dies wird durch den nahezu reibungsfreien Lauf von Gaslagern im Vergleich zu einer konventionellen Lagerung unterstützt.

Bei Gaslagern wird zwischen aerostatischem und aerodynamischem Wirkprinzip unterschieden. Aerostatische Lager benötigen eine externe Druckversorgung. Der Rotor wird durch Einblasen des bereits unter Druck stehenden Schmiermediums aus zumeist über den Umfang verteilten Düsen im Gleichgewicht gehalten. Es ergeben sich Vorteile für den Verschleiß während des Anlaufens und der maximalen Tragfähigkeit. Nachteilig ist die zu betreibende externe Druckversorgung und der dafür notwendige konstruktive Aufwand und Bauraum sowie der dafür benötigte Energiebedarf, der den Gesamtwirkungsgrad wiederum verringern kann.

Bei aerodynamischen Lagern kann auf eine externe Druckluftversorgung verzichtet werden. Vergleichbar mit klassischen hydrodynamischen Öl-Gleitlagern wird durch den sich drehenden, ausgelenkten Rotor im konvergierenden Spalt zwischen Rotor und Lagerschale eine Spaltströmung induziert. Der dabei entstehende Druck im Schmiermedium trägt den Rotor. Gegenüber den aerostatischen Lagern weisen sie eine verminderte maximal Tragfähigkeit auf. Der beim Anfahren vorhandene Verschleiß vor Abheben des Rotors ist größer, kann aber durch geeignete Beschichtungen vermindert werden [1, 2]. Die folgenden Vorteile gelten teilweise beiden Lagertypen, insbesondere aber für die aerodynamischen, da für sie keine weiteren externen Systeme benötigt werden.

Gaslager sind nicht auf den Betrieb mit Luft als Schmiermedium beschränkt; auch andere Industriegase sind prinzipiell geeignet [3]. Wenn das Prozessgas selbst die Schmierfunktion erfüllt, kann auf ein externes Schmiersystem verzichtet werden und der Aufwand der Abdichtung dieses Gases gegenüber einem Schmierölkreislauf, wie er für konventionelle Wälzlager benötigt wird, entfällt. Eine Verunreinigung des Prozessgases durch Ölpartikel wird damit vermieden[1]. Wenn es nicht um die Verarbeitung eines speziellen Prozessgases geht, ist dies auch bei Luft, als wohl gängigstes Schmierme-

1 Bei aerostatischen Lagern könnte prinzipiell die Gefahr bestehen, dass die Druckluft bereits im externen Druckversorgungssystem durch dort verbaute Komponenten mit ölbasierten Schmiermitteln in Kontakt kommt.

dium, von Vorteil, wenn dadurch nachfolgende Prozessschritte, bspw. in der Lebensmittelindustrie, nicht durch Schmiermittel verunreinigt werden dürfen. Auch für die Zukunftstechnologie Brennstoffzelle könnte dieser Punkt von entscheidender Bedeutung sein, da eine mit Öl verunreinigte Luftzufuhr zur Brennstoffzelle die Leistungsfähigkeit und Lebensdauer stark einschränken kann [4]. Neben dem Vorteil kein Schmiersystem konstruieren und vorsehen zu müssen, entfällt damit auch der Aufwand der regelmäßigen Schmierstoffversorgung. Dadurch und durch den prinzipiell reibungsfreien Betrieb können Wartungsintervalle verlängert werden [5].

Während ölbasierte Schmiermittel nur in einem begrenzten Temperaturbereich die gewünschten Eigenschaften aufweisen, steht Luft als Schmiermedium üblicherweise über einen weiten Temperaturbereich ohne weiteren Aufwand unbegrenzt zur Verfügung. Gaslager eignen sich damit prinzipiell für Tieftemperaturanwendungen in der Kryotechnik bis hin zu hohen Temperaturen bei Turboanwendungen [6].

Um diese Vorteile ausspielen zu können, müssen Gaslager für einen konkreten Anwendungsfall ausgelegt und implementiert werden. Denn neben ihren Vorteilen haben sowohl aerostatische als auch aerodynamische Gaslager auch Nachteile, die ihren breiten Einsatz erschweren. Dazu zählen die erforderlichen geringen Fertigungstoleranzen, selbsterregte Schwingungen und, im Verhältnis zu Wälz- oder Öllagern, begrenzte Tragfähigkeit. Die prinzipielle Eignung des über einen weiten Temperaturbereich gasförmigen Schmiermediums, wird durch die erforderlichen dünnen Schmierspalte eingeschränkt. Die fliehkraftbedingte und thermische Aufweitung des Rotors kann im Betrieb ansteigen, bis der ursprünglich im Stillstand vorhandene nominale Schmierspalt verbraucht ist.

Während in den vorangegangenen Absätzen Gaslager allgemein beschrieben werden, wird sich im Folgenden auf aerodynamisch Gaslager konzentriert und dabei zusätzlich zwischen aerodynamisch Gaslagern mit starrer und nachgiebiger Lagerschale unterschieden. Bei der konstruktiven Umsetzung einer solchen nachgiebigen Lagerschale werden häufig dünne Metallfolien verwendet. Daher der Name Gasfolienlager und die Abkürzung GFL. Konkrete Bauformen werden im folgenden Kapitel 2.1 beschrieben. Die daraus resultierenden Eigenschaften eignen sich, um einige der genannten Nachteile abzumildern. Zwar werden immer noch feine Toleranzen in der Fertigung benötigt, aber durch die Nachgiebigkeit ist das Lager im Stande auf die konkrete Druckverteilung durch Verformung zu reagieren und so über einen weiteren Betriebsbereich einen Schmierfilm mit entsprechender Tragfähigkeit beizubehalten Die maximale Tragfähigkeit kann durch weitere Modifikationen und Anpassungen der lokalen Steifigkeit weiter

gesteigert werden [7]. Darüber hinaus wird über die Verformung und Reibung zusätzliche Dämpfung bereitgestellt, wodurch die Stabilität verbessert wird [8].

Im Betrieb von Gaslagern nehmen verschiedenste Faktoren Einfluss auf das Temperaturverhalten. Zum einen spielt die Umgebungstemperatur bzw. die Temperatur des eingebrachten Schmiermediums selbst eine Rolle. Zum anderen kommt es durch die viskosen Dissipationsprozesse während des Betriebs zu einer Eigenerwärmung im Schmierfilm. Die entstandene Wärme wird über diverse Wärmepfade durch die umliegenden Lagerkomponenten an die Umgebung abgeführt. Die nachgiebige Lagerwand ist in der Lage Veränderungen in der Bauteilgeometrie durch die temperatur- und fliehkraftbedingte Aufweitung in gewissem Maße auszugleichen. Dennoch stellt die verbleibende nominale Spalthöhe eine Limitierung für den Betrieb von GFL dar.

In dieser Arbeit wird deshalb ein Modell zur Beschreibung der Wärmeentstehung, Wärmeströme und die damit verbundene Erwärmung und Geometrieveränderung der Bauteile erstellt und die damit erzielten Ergebnisse präsentiert.

1.1 Motivation

Ein Hindernis auf dem Weg zu einer breiten industriellen Anwendung von GFL ist der immer noch komplexe Auslegungsprozess gegenüber konventionellen Lagerungen. Die Erforschung und Entwicklung von GFL bzgl. entscheidender Größen wie der Tragfähigkeit und der Stabilität (und den dafür benötigten Lagerparametern) wurden zwar durch umfangreiche experimentelle Studien (teilweise auch unter Berücksichtigung der Temperatur) vorangetrieben [8–13]. In den für einen effizienten Auslegungsprozesse notwendigen numerischen Modellen, wird die Temperatur bei der Berechnung dieser wichtigen Kenngrößen allerdings noch selten berücksichtigt [14–19]. Viele ältere numerische Modelle zur Berechnung Wärmeentstehung in GFL beschränken sich auf die Vorhersage der Temperatur und Vergleich mit Temperaturmesswerten aus Experimenten, ohne Einfluss daraus auf weitere Lagereigenschaften zu untersuchen [20–23].

Wenn Aussagen zum Einfluss auf die Tragfähigkeit getroffen werden, so wird häufig die in [10] auf Basis von Experimenten aufgestellte Vermutung eines sinkenden E-Moduls (und damit Steifigkeit) des Folienwerkstoffs bzw. die steigende Viskosität der Luft für die Ab- bzw. Zunahme der Tragfähigkeit bei steigender Temperatur zitiert. Erst in [24] wird stattdessen postuliert, dass die fliehkraftbedingte und thermische Aufweitung der Lagerkomponenten über den dadurch im Betrieb verbleibenden nominalen Spalt den deutlicheren Einfluss auf die Tragfähigkeit hat. Über den ebenfalls temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizient der Lagerkomponenten entsteht damit eine

komplexe Rückkopplung auf den für die Wärmeentstehung maßgeblichen Parameter der Filmhöhe im Betrieb. Diese wird sowohl in den älteren Modellen als auch in neueren, sehr detaillierten Modellen [25] nicht abgebildet.

Natürlich sind diese Angaben nicht absolut zu verstehen und es existieren auch Veröffentlichungen zu numerischen Modellen, in denen Einflüsse der Temperatur diskutiert werden. Einige davon werden im folgenden Kapitel zum Stand der Technik genannt. Dennoch wird der Einfluss der Temperatur in der Literatur überwiegend auf Basis experimenteller Werte erfasst und diskutiert. Dies ist insofern nicht verwunderlich, da dort ein isothermes Verhalten ohnehin nicht einfach vorausgesetzt werden kann. Auf der numerischen Seite wird, aufgrund des deutlich einfacheren Gesamtlagermodells, dagegen gerne von isothermem Verhalten ausgegangen, wenn es um die Beschreibung von komplizierteren Eigenschaften (wie Tragfähigkeit und Stabilität) geht.

Dies mag für einzelne Parameter und Eigenschaften ausreichend sein, da sie sich ggf. ihr prinzipielles Verhalten, auch ohne den Einfluss der Temperatur genau zu kennen, ableiten lässt und auch in Experimenten erkennbar ist. Es kann aber nicht vorausgesetzt werden für jeden Anwendungsfall mit spezifischen Einbau- und Betriebsbedingungen vergleichbare und damit übertragbare Ergebnisse in der Literatur zu finden. Auslegungsprozesse für GFL sind deshalb immer noch häufig von einem zeit- und kostenintensiven Prototypenbau und daran durchgeführten Experimenten zur Ermittlung der passenden Lagergeometrien geprägt. Eine numerische Berechnung, welche die für den Auslegungsprozess relevanten Größen ebenfalls abbilden kann, könnte an dieser Stelle wichtige Anhaltspunkte zur Vorauswahl von zu bauenden Prototypen liefern. Stellt sich dabei heraus, dass eine Größe tatsächlich kaum von der Temperatur beeinflusst wird, so ist dies immer noch ein Erkenntnisgewinn und trägt dazu bei Unsicherheiten im Zuge der Auslegung zu vermindern und das Verständnis über den Betrieb von GFL zu erweitern.

Einen Beitrag zur Vereinfachung dieses Auslegungsprozesses zu leisten motiviert die im folgenden Kapitel beschriebene Zielsetzung der Entwicklung eines numerischen Modells zur Beschreibung der Temperaturentwicklung und Einflüsse dieser auf die weiteren Lagereigenschaften.

1.2 Zielsetzung

Die Zielsetzung wird als Folgerung aus den in der Motivation genannten Punkten formuliert. Zur Unterstützung eines potenziellen Auslegungsprozess soll ein numerisches Modell zur Berechnung von Lagereigenschaften unter Berücksichtigung der Temperatur

entwickelt werden. Dies umfasst die Berechnung der Gleichgewichtslagen, in denen der Rotor im Kräftegleichgewicht einer konstanten Belastung und den Reaktionskräften aus dem Druck im Schmierfilm bei einer stationären Drehzahl läuft. Sie bilden die Grundlage zur weiteren Analyse der Lagereigenschaften. Die maximale Tragfähigkeit lässt sich bereits durch die Beobachtung der Existenz von Gleichgewichtslagen bestimmen. Ist keine Gleichgewichtslage bestimmbar, weil bspw. eine kritische Filmhöhe unterschritten wird, so ist das Lager nicht im Stande die aufgebrachte Belastung zu tragen. Aus der Gleichgewichtslage heraus werden auch durch angenommene Störungen die linearisierten Lagerparameter bestimmt, welche die Grundlage für die Stabilitätsanalyse bilden. Für die Gleichgewichtslage bedeutet dies, dass die Temperatur in den ihr zugrunde liegenden Gleichungen nicht vernachlässigt wird und somit Druckaufbau und sich einstellende Filmhöhe in Abhängigkeit der Temperatur bestimmt werden. Die Temperaturbestimmung im Schmierfilm basiert teilweise selbst auf den Größen wie Druck und Schmierfilmhöhe der Gleichgewichtslage. Darüber hinaus kommt es vor allem auf den Wärmetransport durch die umliegenden Lagerstrukturen an die Umgebung an.

Insgesamt sollen damit die sich gegenseitig beeinflussenden Größen Schmierfilmhöhe und Temperatur erfasst werden. Die Berücksichtigung der relevanten ebenfalls temperaturabhängigen Werkstoffkennwerte soll den beschreibbaren Temperaturbereich erweitern und die allgemeine Güte des Modells verbessern.

Da das Temperaturniveau auch stark von der Geometrie der Lagerkomponenten und den angenommen Randbedingungen abhängig ist, soll diese parametrisiert erstellt werden. Dies betrifft bspw. den Überstand der Welle zu beiden Seiten des Lagers, die Möglichkeit mit Voll- und Hohlwellen rechnen zu können und Annahmen zu thermischen Randbedingungen an den Systemgrenzen.

Im Hinblick auf einen Auslegungsprozess sollen mehrere Lastfälle, d. h. viele Kombinationen aus Belastung und Drehzahl, automatisiert berechnet werden. Eine Möglichkeit zur automatisierten Variation von für das numerische Modelle getroffenen Annahmen bzw. zwischen einzelnen Teilmodellen würde den einfachen Vergleich zwischen diesen ermöglichen. Das gleiche gilt für eine Variation von Geometrieparametern des Lagers, am besten als zusätzliche Option.

Um dies zu ermöglichen, muss zwischen den verschiedenen Teilmodellen und Annahmen größtmögliche Kompatibilität hergestellt bzw. an allen relevanten Stellen Rücksicht auf mögliche spezifische Eigenheiten der Teilmodelle genommen werden. Das numerische Modell soll damit in der Lage sein einen Auslegungsprozess durch eine Anpassung an die spezifische Geometrie und Randbedingungen sowie durch automatisierte Berechnungen über einen weiten Betriebsbereich zu unterstützen.

2 Stand der Technik

Einige Vor- und Nachteile der verschiedenen Bauformen für unterschiedliche Anwendungsfälle werden bereits in der Einleitung genannt. In diesem Kapitel wird genauer auf die Geschichte der Entwicklung und daraus entstandenen Bauformen sowie der Stand der Forschung zu den grundlegenden Eigenschaften und zur Beschreibung dieser, verwendeten Modelle bei GFL eingegangen.

Die Forschungsergebnisse unter Einbezug der Temperatur werden unterteilt in ein Kapitel mit Veröffentlichungen zu experimentell ermittelten Ergebnissen und Veröffentlichungen von numerischen Modellen zur Beschreibung der Temperatur und/oder ihrer Einflüsse. Enthält eine Veröffentlichung experimentelle und numerische Ergebnisse wird versucht nach dem größeren Anteil zu entscheiden oder wird ggf. in beiden Kapiteln zumindest kurz erwähnt.

2.1 Geschichte und Bauformen von Gaslagern

Von Chandra et al. [26] werden 1982 die Meilensteine aus den bis dahin erschienenen früheren Veröffentlichungen zur theoretischen Forschung an Gaslagern zusammengefasst. Demzufolge entwickelten Harrison [27] aus einer Variationsrechnung bzw. Katto und Sado [28] durch eine Transformation bereits im Jahr 1913 bzw. 1952 Lösungen für die nichtlineare kompressible Reynolds-Gleichung für Gaslager mit angenommener unendlicher Breite. Diese Annahme wird von Ausman 1957 [29] durch die Berechnung von Lösungen mit Hilfe einer Störungsrechnung für Lager von endlicher Breite fallen gelassen und 1961 noch weiter verbessert. Im gleichen Zeitraum erarbeiten Sternlicht und Elwell [30] sowie Raimondi [31] einem FEM-Ansatz folgend Lösungen für einen weiten Betriebsbereich von Gaslagern mit endlicher Breite[2].

Stabilitätsprobleme im Betrieb erfordern die Beschäftigung mit Methoden zur Beschreibung und Analyse dieser. Cheng und Trumpler [32] entwickeln dafür 1963 einen Satz von Gleichungen zur Beschreibung der Stabilität im stationären Zustand, um diese in der folgenden Veröffentlichung (Cheng und Pan [33]) mit Hilfe eines Galerkin-Ansatzes zu lösen. Die darin abgeleiteten Erkenntnisse zur Existenz einer Grenzdrehzahl in Abhängigkeit von der Belastung ist heute noch gültig. Für den nominalen Lagerspalt

2 Nicht alle Schriften lagen im Original vor, weshalb hier nur die Angaben aus Chandra et al. [26] wiedergeben werden können.

wird festgestellt, dass keine einfachen Ableitungen zu den Auswirkungen auf die Stabilität getroffen werden können.

Pan [34] wiederum formuliert 1964 das Kriterium für die Stabilität in Form der kritischen Masse (im Sinne einer Belastung) bei einer konstanten Drehzahl, welche zur Vermeidung eines Übergangs in den instabilen Bereich nicht unterschritten werden darf.

In einer verhältnismäßig anschaulichen Veröffentlichung greift Lund 1968 [35] dieses Kriterium auf und verbindet es mit der von ihm entwickelten Störungsrechnung zur Ermittlung der linearisierten Lagerparameter und Stabilitätsgrenze. Es ist weiterhin das Standardverfahren bei stationären Berechnungen.

Die bisher beschriebenen Veröffentlichungen beschäftigen sich noch mit radialen Gaslagern mit starrer Lagerwand. Sie stellen die einfachste Bauart dar und werden in Form von bspw. Spiralrillenlagern und Rayleigh-Stufenlagern gefertigt. Sie finden breite Anwendung bei niedriger Belastung und wenn es auf hohe Präzision bei der Führung ankommt. Die dabei verwendeten sehr schmalen Spalte im Verhältnis zum Durchmesser, werden auf den Betrieb bei einer Drehzahl und Temperatur optimiert. Durch fliehkraftbedingte und thermische Aufweitung sind diese Lager empfindlich in Bezug auf eine Veränderung des nominalen Spalts. Da bei auftretenden Schwingungen die Dämpfung allein aus dem Gasfilm kommen muss, steht bei diesen Lagern kaum Dämpfung zur Verfügung, um *whirl*-Instabilitäten, wie sie auch an bei Öl-Gleitlagern auftreten können, im Betriebsbereich zu vermeiden.

Um die auftretenden Beschränkungen zu überwinden, wurden mit der Entwicklung von Gasfolienlager mit nachgiebiger Lagerschale begonnen. Durch die Nachgiebigkeit dieser Folienstruktur können diese auf Ausrichtungsfehler und Fertigungstoleranzen reagieren, indem sich die Lagerwand unter der Druckbelastung verformt. In gewissen Grenzen gilt dies auch für Spaltveränderungen durch Fliehkraft und Temperatur im Betrieb. Gleichzeitig stellt die Verformung der Folien und die Reibung zwischen ihnen eine Quelle zusätzlicher Dämpfung zur Verbesserung der Stabilität im Betrieb dar. Die Modelle zur mathematischen Beschreibung werden entsprechend komplexer, da nun eine gegenseitige Beeinflussung zwischen dem Druckaufbau im Schmierfilm und der Geometrieänderung des Schmierfilms aufgrund der Verformung der nachgiebigen Folienstruktur vorliegt.

Eine ausführliche Darstellung der Geschichte der Entwicklung von GFL findet sich in [36] und noch ausführlicher im dazugehörigen Vortrag [37]. Dort wird angegeben, dass die erste Erwähnung tragfähiger Gasfilme und Entwicklung vermutlich Ende der 1950er-Jahre und Anfang der 1960er-Jahre in den Laboren von IBM stattfand. Es wer-

den die Namen Baumeister als Namensgeber und Gross als Entwickler erster mathematischer Modelle und Autor des Buchs „*Gas Film Lubrication*“ genannt.

Konstruktiv wurde die nachgiebige Lagerstruktur zunächst durch mehrere über den Umfang verteilte, auf Zug belastete Metallbänder umgesetzt. Diese wurden bei Lagern des *leaf-spring*-Typs und des *bump foil*-Typs schnell durch auf Biegung belastete Elemente ersetzt [36]. Daneben existieren auch noch exotischere Bauformen mit Metallschwämmen als nachgiebige Struktur [38, 39]. Eine Übersicht zu den Bauformen wird in Abb. 2.1 gegeben.

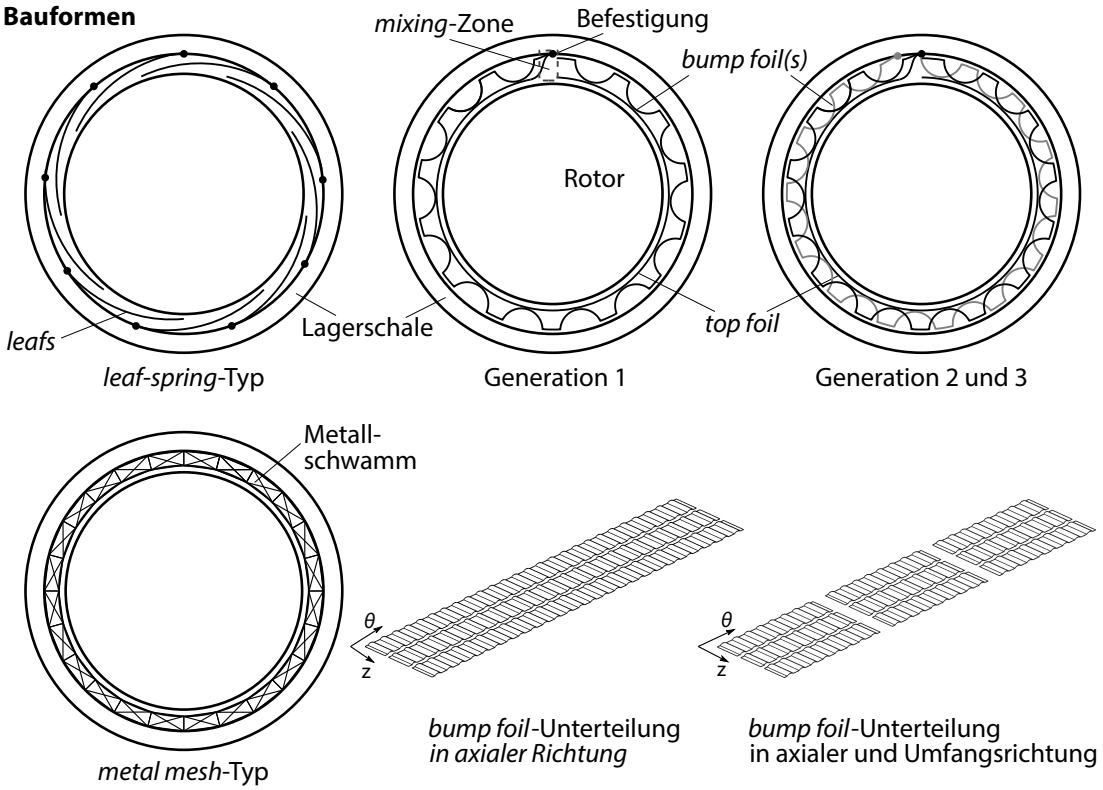

Abb. 2.1: Darstellung der Bauformen in Anlehnung an [36]. Die bump foil-Unterteilungen sind im abgewickelten Zustand dargestellt.

Lager des *leaf-spring*-Typs wurden Mitte der 1960er-Jahre von *Garrett AiResearch* bis zur Praxisreife für den Einsatz in Kühlturbinen bei Luftfahrtanwendungen entwickelt, wo sie weite Verbreitung fanden und sich bewährten [5, 6]. Fortan bilden aber Lager des *bump foil*-Typs den Schwerpunkt der Forschung und Entwicklung. Bei Lagern dieses Typs wird die nachgiebige Struktur aus einer gewellten Metallfolie (engl. *bump foil*), welche von einer glatten Folie (engl. *top foil*) abgedeckt wird, gebildet[3]. Die geometri-

3 Da Veröffentlichungen zum Thema Gasfolienlager (fast) ausschließlich in Englisch verfasst werden und keine äquivalenten anerkannten Begriffe in der deutschen Sprache bekannt sind, werden im weiteren Verlauf der Arbeit die englischen Begriffe *top foil* und *bump foil* sowie *bump* für die einzelnen Bögen der *bump foil* verwendet.

schen Eigenschaften der *bump foil* bestimmen im Wesentlichen die Höhe der Nachgiebigkeit. Die *top foil* bildet eine glatte, runde Oberfläche und verteilt den im Schmierfilm herrschenden Druck auf die darunter liegenden *bumps*. Zur Verbesserung des Anlaufverhaltens und der Langlebigkeit sind diese häufig beschichtet [1, 2].

Um eine weitere Steigerung der Tragfähigkeit zu erreichen, wurden diverse Modifikationen zur Veränderung der lokalen Steifigkeit entwickelt und auf die Geometrie der *bump foil* angewendet. In [36] werden die Lager in Generationen, basierend darauf in wie vielen Richtungen die Steifigkeit der *bump foil* durch Anpassung der Geometrie variiert wird, unterteilt. GFL der ersten Generation weisen eine in axialer und Umfangsrichtung gleichbleibende Steifigkeit auf. Für GFL der zweiten Generation wird die Steifigkeit entweder in axialer oder Umfangsrichtung angepasst. In axialer Richtung kann die *bump foil* dazu bspw. in mehrere Streifen mit unterschiedlichen Abständen zwischen den Bögen der *bumps* unterteilt werden. Auch in Umfangsrichtung ist eine Unterteilung in einzelne *pads* möglich. Alternativ kann der *bump*-Radius auch kontinuierlich entlang des Umfangs variiert werden [8, 40]. Die dritte Generation umfasst GFL bei denen eine Kombination dieser Möglichkeiten vorliegt, also die Steifigkeit sowohl in axialer als auch in Umfangsrichtung variiert wird. Daneben gibt es noch weitere, weniger verbreitete Bauweisen, wie bspw. übereinander gestapelte *bump foils* [41] oder eine versetzte Anordnung von Unterteilungen. Bei der Verwendung mehrere Streifen und/oder *pads* könnten prinzipiell noch weitere grundlegende Maße, wie die *foil*-Dicke oder sogar der Werkstoff geändert werden. Durch die Kombinationsmöglichkeiten dieser Modifikationen steht damit eine fast unbegrenzte Anzahl an Optionen zur Beeinflussung der lokalen Steifigkeit zur Auswahl.

Da radiale GFL keine axialen Kräfte aufnehmen können, wurde bereits früh auch mit der Forschung an axialen GFL, als weitere Bauform, begonnen. *Garrett AiResearch* entwickelte ab Mitte der 1960-Jahre für die angesprochenen Luftfahrtanwendungen auch ein axiales GFL [3]. Bereits 1983 wird in [42] ein numerisches Modell für ein axiales GFL entwickelt und analysiert. Obwohl die Forschung an den beiden Lagerarten teilweise parallel betrieben wurden, bleibt der Forschungsstand zu axialen Gasfolienlagern noch hinter dem der radialen zurück. Für weiterführende Details zur Geschichte, dem Stand der Forschung und den Eigenschaften von axialen GFL, wird auf die Dissertation von Lehn [43] und die Dissertation von Pronobis [44] verwiesen.

2.2 Stand der Forschung zu den grundlegenden Eigenschaften der GFL

Einige der wegweisenden Veröffentlichung sind bereits in den Absätzen zur Geschichte der technischen Entwicklung von GFL erwähnt. In diesem Unterkapitel werden allgemeine Forschungsergebnisse ohne konkrete Berücksichtigung der Temperatur, grob unterteilt in mathematische Modelle zur Beschreibung der nachgiebigen Lagerstruktur und den dazu durch geführten Messungen, sowie Berechnungsmethoden zur Bestimmung der Lagerparameter und dazu durchgeführten Experimenten, dargestellt. In einigen Fällen können Überschneidungen vorliegen, wenn bspw. ein Strukturmodell auch zur Berechnung von Lagerparametern verwendet wird.

2.2.1 Strukturmodelle zur Beschreibung der *bump foil*

Ein Teilbereich der Forschung beschäftigt sich mit der mathematischen Beschreibung der nachgiebigen *bump*-Struktur. In den beiden Veröffentlichungen zu radialen und axialen GFL von 1983 [8] wird die auf Energiemethoden basierende analytische Beschreibung eines einzelnen *bumps* von [45] verwendet, um die *bump*-Struktur als elastische Bettung mit einer uniformen, verteilten, linearen Steifigkeit abzubilden. Dieses Modell bildet die Grundlage für Modelle aus der Kategorie der elastischen Bettung (engl. *simple elastic foundation model*, SEFM). Trotz der Vernachlässigung einiger Effekte, wie der Reibung und der Interaktion zwischen *bumps* sowie den Verzicht auf eine detaillierte Modellierung der *top foil* (es wird angenommen, dass diese permanent aufliegt und der Verformung der *bumps* folgt), kann das grundsätzliche Verhalten der *bump foil* damit beschrieben werden. Es werden Formeln zur Berechnung von Lagerparametern angegeben und die Auswirkungen eines solchen SEFM auf den Verlauf und Lage der minimalen Filmhöhe gezeigt. Im Gegensatz zu starren Gaslagern mit einer klar definierten und über die Breite konstanten minimalen Filmhöhe, liegt bei GFL mit nachgiebiger Lagerstruktur die minimale Filmhöhe, da sie sich der Druckverteilung anpasst, zumeist am Rand vor.

In einer weiterführenden Arbeit [40] wird das Modell um Reibungseffekte erweitert. Es werden die Auswirkungen von theoretischen Einheitsbelastungen auf die Verschiebungen von isoliert betrachteten *bump*-Streifen bei Variation des Reibungskoeffizienten und weiteren Geometrieparametern gezeigt. Ergänzend dazu werden in [46] statische Belastungsmessungen an einzelnen *bump*-Streifen durchgeführt und die Ergebnisse für die dabei ermittelte Steifigkeit mit guter Übereinstimmung mit den theoretischen Berechnungen verglichen. Als Grund für das nichtlineare Steifigkeitsverhalten bei niedri-

gen Belastungen, wird der dabei unzureichende Kontakt zwischen einzelnen *bumps* und *top foil* und Lagerschale identifiziert.

Die in [47] vorgeschlagene zusätzliche Berücksichtigung der Membranspannung hat sich nicht durchgesetzt. Es wird ihr allerdings die Verhinderung der axialen Variation der Durchsenkung zugeschrieben. In vielen späteren Veröffentlichung wird deshalb in guter Näherung von einer in axialer Richtung konstanten Filmhöhe ausgegangen.

Zur Bestimmung von anregungsfrequenzabhängigen Lagerparametern wird der Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitskoeffizient des SEFM nach [42] von [48] um einen Strukturverlustfaktor erweitert. Die Auswirkungen wurden in Darstellungen der Lagerparameter über der Anregungsfrequenz bei variiertem Strukturverlustfaktor gezeigt.

In [49] werden ebenfalls Reibungseffekte zwischen den *bumps* und der *top foil* sowie der Lagerschale berücksichtigt. Zusätzlich wird zwischen einseitig fixierten *bumps* (wie sie an der Befestigung vorkommen) und beidseitig frei verschiebbaren *bumps* unterschieden. Es wird vorgeschlagen zwischen den sich daraus ergebenden unterschiedlichen Steifigkeiten zu interpolieren. Ein Vergleich mit Steifigkeitswerten aus statischen Lastmessungen ergibt erst bei höheren Lasten gute Übereinstimmung. Die Abweichungen bei niedrigen Lasten werden ebenfalls durch den bereits genannten Grund des unzureichenden Kontakts begründet.

Zur Reduktion der SEFM-Annahmen wird in [50] die *top foil* durch eine FE-Modellierung in zwei Varianten, 1D-Balkenelemente und 2D-Schalenelemente, abgebildet. Damit ist prinzipiell eine Durchsenkung in den *bump*-Zwischenräumen möglich. Die Verwendung in dieser Form hat sich nicht durchgesetzt. Vermutlich, weil im Vergleich mit Messwerten zur minimalen Filmhöhe aus [51], die 1D-Balkenelemente nur eine sehr geringe Änderung ergeben und sich für die Ergebnisse der 2D-Schalenelemente kein eindeutiges Verhalten in Bezug auf eine Verbesserung feststellen lassen[4]. Außerdem macht der Einbau des FE-Modells den größten Vorteil der SEFM, die schnelle kurze Berechnungsdauer, zunichte.

Allen bisher besprochenen SEFM (außer bei Integration einer FE-*top foil*) ist gemein, dass sie sich sehr schnell berechnen lassen. Der Verzicht auf eine Berücksichtigung der Interaktion zwischen den *bumps* ermöglicht es alle Eigenschaften in einem die verteilte Nachgiebigkeit darstellenden Koeffizienten zu erfassen. Die Verformung berechnet sich dann durch eine einfache Multiplikation dieses Koeffizienten mit der lokalen Druckdifferenz. Dies ist deutlich schneller als die Lösung eines weiteren Gleichungssystems. Insbesondere für die schnelle Berechnung von statischen Ruhelagen, in denen davon aus-

4 Es wurde außerdem ein anderer als in [51] angegebener nominaler Spalt von 20 µm (statt 31,8 µm) verwendet.

gegangen wird, dass keine (oder nur noch geringe) *bump*-Interaktionen stattfindet, eignen sich SEFM auch weiterhin.

Komplexere Strukturmodelle aus der Kategorie der *link-spring*-Modelle bilden die *bump*-Struktur durch eine Federschaltung ab. Die *top foil* wird auch bei diesen Modellen als der *bump*-Verformung folgend angenommen. Die *bump foil* wird dazu in einzelne Federn unterteilt, deren Steifigkeitskoeffizienten durch eine energetische Betrachtung für verschiedene Einspannungsbedingungen bestimmt werden. Um zu prüfen welche Einspannungsbedingung vorliegt, werden die Reibungskräfte an den *bump*-Füßen und am Übergang zur *top foil* iterativ bestimmt und so der Verschiebungszustand ermittelt.

In [52] wird ein solches Modell mit drei Federn und sechs Freiheitsgraden pro *bump* präsentiert und das Modell in einer nachfolgenden Veröffentlichung um dynamische Eigenschaften [53] erweitert. Das Modell in [54] verwendet eine reduzierte Beschreibung mit nur noch einer Feder pro *bump*, ist aber nicht minder komplex. In Vergleichsrechnungen zeigen beide Modelle gute Übereinstimmung miteinander als auch im Vergleich mit den Messergebnissen zur minimalen Filmhöhe aus [51].

Das Modell in [52] wird in einer recht aktuellen Veröffentlichung [55] von 2019 um die Möglichkeit zur Berücksichtigung von nicht geschlossenen Kontakten zwischen *bump foil* und *top foil* und Lagerschale erweitert. Ein Abheben der Bauteile voneinander wird damit erlaubt und die Analyse von Fertigungsfehlern bei der *bump*-Höhe wird ermöglicht. In einem Vergleich mit den Messergebnissen zur minimalen Filmhöhe aus [51] wird gute Übereinstimmung erreicht, aber keine klare Verbesserung gegenüber bereits bestehenden Modellen [56]. Gerade bei niedrigen Belastungen ergeben sich sogar höhere Abweichungen.

Die nächste Stufe bei der Steigerung des Detailgrads in der Abbildung der *bump foil* stellen FE-basierte Strukturmodelle dar. Die Modelle gehen zunächst auch von einer in permanentem Kontakt mit der *bump foil* stehenden *top foil* und einer konstanten Verformung in axialer Richtung aus. In [57] werden FE-Stab- und Balkenelemente für die bump foil verwendet und damit stationäre und transiente Orbits für unwuchtige Rotoren berechnet. In [58] wird die *bump foil* als ein zweidimensionales FE-Modell aus Plattenelementen zusammengesetzt und damit Hysteresekurven der Verformung bei dynamischer Belastung berechnet. Diese werden mit guter Übereinstimmung mit den ebenfalls durchgeführten Messungen verglichen. In [59] werden dicke Schalenelemente verwendet und dadurch auf die Annahme der konstanten Verformung in axialer Richtung verzichten werden[5].

5 In der genannten Veröffentlichung geht es um axiale GFL. Dort ist es die radiale Richtung.

Während die Verformungen eines einzelnen *bumps* bei den FEM-Modellen immer noch ähnlich zum analytischen Ansatz aus [45] ist, sind insbesondere die Ansätze zur Berücksichtigung von s*tick*-s*lip*-Effekten bei den Reibungskräfte (und damit der Dämpfung) interessant. In [57] wird ein eigener iterativer Algorithmus verwendet. In [58] wird ein nichtlineares Federelement mit von der Dehnung abhängiger Steifigkeit formuliert. In [59] wird eine *penalty*-Methode verwendet.

In einer aktuellen Entwicklungen wird in [60] ein neuer Ansatz zur Beschreibung der *bump foil* gezeigt. Durch eine modale Entkopplung werden die Eigenformen extrahiert. Diese müssen dazu allerdings zunächst durch ein FEM-Programm berechnet werden. Liegen sie für eine konkrete *bump foil*-Geometrie berechnet vor, so kann die Gesamtverformungsantwort auf eine Kraft(-anregung) durch die Überlagerung der Eigenformen ermittelt werden. Bei der Berechnung der minimalen Filmhöhe zeigt das Modell vergleichbare Übereinstimmung mit den Messergebnissen aus [51], wie die anderen bereits besprochenen Strukturmodelle. Obwohl noch mit einer äquivalenten viskosen Reibung gerechnet wird, werden Andeutungen zu Integrationsmöglichkeiten von Coulombscher Reibung gemacht.

2.2.2 Lagerparameter und Stabilitätsbetrachtung

Als Lagerparameter werden die Steifigkeits- und Dämpfungswerte eines Lagers in Reaktion auf eine (periodische) Belastung bezeichnet. Sie werden verwendet, um im Rahmen einer rotordynamischen Betrachtung eine Aussage zur Stabilität machen zu können. Die experimentelle Ermittlung und theoretische Berechnung rückten dementsprechend früh in den Fokus der Forschung zu GFL.

Die an starren Gaslagern entwickelten mathematischen Modelle zur Ermittlung der Lagerparameter und Stabilitätsgrenze werden bereits in Kapitel 2.1 zur Geschichte kurz angerissen. Aus diesen sticht insbesondere die Veröffentlichung von Lund [35] heraus. Mit diesem, oder sehr vergleichbaren Ansätzen, werden in [47, 61–63] linearisierte, von der Belastung, Drehzahl und Anregungsfrequenz abhängige Steifigkeits- und Dämpfungsparameter ermittelt.

Auf experimenteller Seite wird in [64–66] eine Messmethode zur Identifikation der Lagerparameter an einer nicht rotierenden Welle entwickelt und eine Amplituden- und Frequenzabhängigkeit der Parameter festgestellt.

In [19] wird der Lundsche Ansatz ebenfalls verwendet und auch die Einsatzdrehzahlen der Instabilität berechnet. Die Ergebnisse werden mit denen aus transienten Berechnungen verglichen. Dabei zeigt sich, dass die mittels des linearen Ansatzes berechneten Eigenfrequenzen des Rotor-Lager-Systems gute Übereinstimmung zeigen, die Einsatz-

drehzahl der Instabilität hingegen jedoch nicht. In [67, 68] wird wiederum gute Übereinstimmung von mit linearisierten Lagerparametern berechneten mit gemessenen Einsatzdrehzahlen bei leicht belasteten GFL festgestellt. Diese Diskrepanz in den Aussagen und die auftretenden Abweichungen führten zu weiteren Untersuchungen in diesem Bereich. In [69] wird ebenfalls ein Vergleich zwischen linearisiert und transient berechneten Einsatzdrehzahlen mit weitestgehend guter Übereinstimmung durchgeführt. Größere Abweichungen liegen bei hochbelasteten Lagern vor. Eine ergänzende experimentelle Ermittlung bestätigte die Einsatzdrehzahl [70].

In [71] wird dies ebenfalls zum Anlass genommen den Unterschieden im Detail auf den Grund zu gehen. In einem akribischen Vergleich konnten, auch für den Autor überraschend, signifikante Unterschiede zwischen dem auf linearisierten Lagerparametern basierenden und dem transienten Verfahren identifiziert werden. Da die größten Abweichungen zumeist bei hohen Belastungen zu Tage treten, wird die Vermutung aufgestellt, dass die Unterschiede aus der Vernachlässigung der Auswirkungen der Strukturverformung auf den Stördruck stammen.

In einer sehr aufwendigen Erweiterung der (ohnehin schon komplexen) Lundschen Störungsansätze werden diese in [72] entsprechend erweitert und dadurch die genannte Vermutung überprüft. Während sich für quasi starre Lager, wie erwartet, fast keine Unterschiede ergeben, zeigt sich für relativ weiche Lager eine deutliche Reduktion der Abweichungen zwischen linearisiertem und transientem Verfahren.

In [73] werden die Unterschiede hingegen auf eine formal unterschiedliche Formulierung der Dämpfung zwischen den beiden Ansätzen zurückgeführt. Durch eine Modifikation des üblicherweise verwendeten Nachgiebigkeitskoeffizienten, gelingt es die Abweichungen zwischen den linear und transient berechneten Einsatzdrehzahlen deutlich zu verringern. Bei hohen Belastungen und weicher *bump*-Struktur, also hohen Durchsenkungen, verbleiben allerdings weiterhin die größten Abweichungen.

Durch eine Kombination der beiden zuletzt genannten Verfahren in [74] können auch diese Abweichungen eliminiert werden.

2.3 Experimentelle Untersuchungen zur Temperatur und ihres Einflusses auf GFL-Eigenschaften

Experimentelle Untersuchungen zur Temperatur von GFL laufen in den meisten Fällen nach einem ähnlichen (Referenz-)Schema ab: Belastung und Drehzahl werden variiert und dabei die Temperatur (und ggf. weitere Messwerte von Interesse) an einer oder

mehrere Stellen im oder am GFL aufgezeichnet. Einzelne Untersuchungen arbeiten zusätzlich mit eingeleiteter Kühlluft oder variierenden Umgebungstemperaturen.

In einer wegweisenden Messkampagnen nach diesem Schema werden bereits 1978 in [51] Messungen an Lagern mit zwei verschiedenen nominalen Spalten durchgeführt. Bei den Messungen zur Ermittlung der Tragfähigkeit durch Steigerung der Belastung bei konstanten Drehzahlen wurden nicht nur die Temperaturen aufgezeichnet, sondern auch, in einer (nach Kenntnisstand des Autors) von anderen Wissenschaftlern nie mehr wiederholten Messung, die Filmhöhe über den Umfang an zwei Positionen im Betrieb gemessen und daraus die minimalen Filmhöhen extrahiert. Die Daten bieten die einmalige Möglichkeit gleichzeitig mit den beiden sich gegenseitig stark beeinflussenden Größen minimale Filmhöhe und Temperatur zu vergleichen (und das für zwei nominale Spalte). Darüber hinaus wird die Tragfähigkeit bei erhöhter Umgebungstemperatur und Verwendung von Kühlluft untersucht. Die in dieser Arbeit verwendete Lager- und *bump foil*-Geometrie sowie der Vergleich mit den ermittelten Daten haben sich zu einer Referenz im Bereich der GFL-Forschung entwickelt. Auch in der vorliegenden Dissertationsschrift wird mit den Daten aus [51] verglichen.

Während eine höhere Tragfähigkeit von GFL bei Steigerung der Drehzahl logisch erscheint, lieferte die Untersuchung in [10] kein eindeutiges Ergebnis. Es wird das Verlustmoment und die Tragfähigkeit zwischen Umgebungstemperaturen von 20 °C bis 70 °C bei Drehzahlen bis zu 70000 min^{-1} untersucht. Dabei wird zunächst eine steigende Tragfähigkeit bei höheren Umgebungstemperaturen festgestellt, was durch die ebenfalls gestiegene Viskosität der Luft begründet wird. Allerdings nimmt die Tragfähigkeit bei weiterer Erhöhung der Umgebungstemperatur nicht mehr zu, sondern ab. Als Begründung wird die Abnahme des E-Moduls des *bump foil*-Werkstoffs angegeben. Beide Begründungen werden in späteren Veröffentlichungen teilweise zitiert.

In [75] werden für zwei recht große Lager mit unterschiedlichem nominalen Spalt Belastungen zwischen 355 N und 1800 N und Drehzahlen bis 30000 min^{-1} untersucht. Während den Temperaturmessungen wird das Lager von axial eingeleiteter Kühlluft durchströmt. Im Vergleich mit einem ebenfalls entwickelten Berechnungsmodells ergeben sich Abweichungen zwischen rund 8 % und 20 %.

Bei Untersuchungen zu den Auswirkungen des nominalen Spalts auf die Tragfähigkeit wird in [76] bereits festgestellt, dass es bei GFL mit kleinem nominalen Spalt zum Versagen aufgrund der thermischen Aufweitung des Rotors kommen kann. Ab einer gewissen Temperatur bzw. Schmierfilmhöhe nimmt der Mechanismus einen sich selbst verstärkenden Charakter an: Die geringe Schmierfilmhöhe ist die Ursache für die Wärmeproduktion im Schmierspalt, welcher durch die Aufweitung der Welle weiter verrin-

gert wird, was zu einer Steigerung der Temperatur führt. Die steigende Viskosität von Gasen bei höheren Temperaturen verstärkt den Effekt. Obwohl keine klassische Instabilität im rotordynamischen Sinne, ist dies ein Anzeichen, dass die Temperatur bei der Auslegung von GFL nicht vernachlässigt werden kann, wenn aus welchen Gründen auch immer ein erhöhtes Temperaturniveau zu erwarten ist.

Nachdem ein solches Versagen bei Untersuchungen in [76] auftrat, wird es in [77] im Detail untersucht. Als Gründe für das Versagen wird der Betrieb eines ungeeigneten GFL-Designs in einem extremen Belastungszustand identifiziert: Es wurde eine sehr dünnwandige Hohlwelle verwendet, was zum einen zu einer hohen Fliehkraftaufweitung und zum anderen für einen schlechten Wärmeabtransport in axialer Richtung sorgte[6]. Diese Kombination führte zu hohen Temperaturgradienten in axialer Richtung und einer axial sehr ungleichmäßigen thermischen Aufweitung der Welle. In Konsequenz dieser Erkenntnisse lautet die Schlussfolgerung, dass die Berücksichtigung der Temperatur, speziell bei Leichtbaukonstruktionen mit Hohlwellen, eine entscheidende Rolle für den sicheren Betrieb von GFL spielt.

Eine weitere häufig zitierte Quelle von Messwerten sind die Untersuchungen in [78]. Nach dem angesprochenen Referenzschema werden die Belastungen über einen besonders weiten Bereich von Belastungen (9 N – 222 N) und Drehzahlen (20000 min^{-1} – 50000 min^{-1}) variiert. Eine Besonderheit stellt die Anzahl der Messpositionen dar. Es wurden neun Thermoelemente axial und entlang des Umfangs im Bereich der höchsten Belastung verteilt. Damit lässt sich nicht nur eine mittlere Temperatur für das Lager, sondern auch eine Temperaturprofil im gemessenen Bereich angeben. Eine externe Erwärmung oder Kühlung des Rotors oder der Umgebungstemperatur fand nicht statt. Die Temperaturentwicklung im Schmierfilm ergab sich rein aus der Eigenerwärmung durch die viskose Dissipation.

In [79] werden die Temperatur für zwei GFL mit unterschiedlichen nominalen Spalten für jeweils drei Belastungen (58,9 N, 78,5 N, 98,1 N) und Drehzahlen (5000 min^{-1}, 10000 min^{-1}, 15000 min^{-1}) gemessen. Sie wird für vier über den Umfang verteilten Messpositionen (45 – 315°) auf der Außenseite der Lagerschale erfasst. Obwohl die Messpositionen damit etwas weiter vom Schmierfilm entfernt sind, lässt sich eine Variation der Temperatur über den Umfang mit einem Maximum im hochbelasteten Bereich feststellen. Auch die Temperatur auf der Wellenoberfläche vor und hinter dem Lager wird durch Infrarotthermometer gemessen.

6 Im konkret beschriebenen Versagensfall führte eine zum Auswuchten eingebrachte Schraube zu einer zusätzlichen lokalen Fliehkrafterhöhung, sodass es zu einem lokalen (statt eines über den gesamten Umfang verlaufenden) Kontakt zwischen Welle und *top foil* kam. Der Schaden bestand letztlich in einem an dieser Stelle eingebrannten Loch in der Welle.

Neben den Messkampagnen zur Tragfähigkeit und der Temperaturentwicklung werden auch Experimente zur Ermittlung der Steifigkeits- und Dämpfungsparameter unter Berücksichtigung der Temperatur durchgeführt. Dabei ist zum einen zwischen Messungen mit statischer oder dynamischer Belastung (Anregung) und zum anderen auch zwischen Messungen an isoliert betrachteten *bump*-Streifen und stillstehenden sowie rotierenden Rotoren unterschieden worden. Entsprechend werden statische oder dynamische Parameter ermittelt.

In [13] werden die statische Steifigkeit in vertikaler Richtung bei verschiedenen Drehzahlen und Umgebungstemperaturen bis 550 °C ermittelt. Koppelsteifigkeiten und -dämpfungen werden nicht gemessen. In einer ergänzenden Veröffentlichung [80] werden auch Messergebnisse für die dynamische Steifigkeit und Dämpfung in vertikaler Richtung angegeben. Es wird eine sinkende Steifigkeit mit zunehmender Temperatur festgestellt. Während die Steifigkeiten mit guter Genauigkeit erfasst werden, weisen die Dämpfungen recht große Messfehlertoleranzen auf.

In [81] werden die an einem isolierten *bump*-Streifen gemessenen Steifigkeits- und Dämpfungswerte über eine Temperaturbereich von 20 °C bis 500 °C mit guter Übereinstimmungen mit einer entsprechenden FEM-Berechnung (mit Berücksichtigung der temperaturabhängigen Werkstoffwerte) verglichen. Für beide wird ein deutlicher Abfall bei steigender Temperatur festgestellt.

In [11] werden Messungen zur Ermittlung der statischen und dynamischen Steifigkeit an einem stillstehenden, aber beheizbaren Rotor durchgeführt. Bei Fremderwärmung des Rotors wird eine sinkende statische Steifigkeit festgestellt. Während bei der dynamischen Steifigkeit zunächst ein Anstieg vorliegt, sinkt sie wiederum bei steigender Temperatur. Beides wird mit der überproportionalen thermischen Aufweitung der Lagerschale gegenüber dem Rotor begründet. Die äquivalente viskose Dämpfung sinkt mit steigender Temperatur.

Für einen Lastfall von 30 N bei 12000 min^{-1} werden in [82] die dynamischen Lagerparameter für Anregungsfrequenzen von 120 Hz bis 180 Hz und einer Wellentemperatur (beheizt) von rund 50 – 190 °C ermittelt. Bei Steigerung der Temperatur wird für die Hauptsteifigkeit K_{xx} ein Anstieg, für K_{yy} keine Veränderung festgestellt. Bei die Dämpfungen D_{xx} und D_{yy} zeigt sich eine deutliche Verringerung. Für die Koppelsteifigkeiten und -dämpfungen lässt sich kein klares Muster erkennen.

Um eine Abhilfe gegen auftretende axiale Temperaturgradienten zu finden, werden in verschiedenen Veröffentlichungen Methoden zur Kühlung mittels eingeleiteter Kühlluft untersucht. In [83] werden drei Einbringungsarten der Kühlluft verglichen. Zwei der Methoden kühlen über eine direkte oder indirekte Einleitung in die Hohlwelle. Die drit-

te, welcher die beste Reduktion der axialen Gradienten attestiert wird, durch eine direkte Durchströmung der *bump foil* (und damit vermutlich zum Teil auch den Schmierfilm).

Statt einer axialen Einbringung, wird in [84] die Einleitung der Kühlluft durch eine radiale Bohrung im Bereich der *top* und *bump foil*-Befestigung untersucht. Die Temperaturen werden für die Kombinationen aus drei Drehzahlen und Mengen an eingebrachter Kühlluft an drei Messpositionen in axialer Richtung gemessen. Aus den Messwerten wird direkt der damit erreichte maximale Temperaturgradient berechnet. Wie erwartet, lässt er sich durch den höchsten Kühlstrom auf den niedrigsten Wert senken.

In [85] wird die Welle extern beheizt und eine begrenzte Wirksamkeit der GFL-Kühlung bei niedrigen Wellentemperaturen, aber eine effektive bei hohen Wellentemperaturen festgestellt.

Generell kann aus allen Veröffentlichungen mit Durchströmung geschlossen werden, dass eine Kühlung mittels eingebrachter Luft möglich und dem Abbau axialer Gradienten förderlich ist, woraus sich eine gleichmäßigere thermische Ausdehnung ergibt. Dabei ist aber zu bedenken, dass je nach konkretem Anwendungsfall möglicherweise keine ausreichend kalte Luft zur Verfügung steht bzw. deren Entnahme aus einem Turboprozess den Wirkungsgrad dieses Prozesses verschlechtern kann. Werden externe System zur Bereitstellung von Kühlluft benötigt, entfällt einer der möglichen Vorteile von GFL prinzipiell ohne externe Systeme betrieben werden zu können.

Im in dieser Arbeit entwickelten numerischen Modell wird zwar die Möglichkeit einer axialen Durchströmung (sowohl der *bump foil* als auch einer möglichen Hohlwelle) vorgesehen und auch die notwendigen Wärmeübergangskoeffizienten aus geeigneten empirischen Modellen ermittelt, letztendlich wird sich aber auf die Validierung und Untersuchung eines Modells ohne Durchströmung konzentriert[7].

2.4 Numerische Untersuchungen zur Temperatur und ihres Einflusses auf GFL-Eigenschaften

Bei numerischen Berechnungen besteht die Schwierigkeit in der Kopplung der sowohl druck- als auch temperaturabhängigen Reynolds-Gleichung (Gl. 3.9) mit der Energiegleichung, welche den Energietransport und damit die Temperaturverteilung im Fluidfilm des Lagers beschreibt. Das Standardvorgehen zur Kopplung von Reynolds-Gleichung und Energietransportgleichung ist eine iterative Lösung der jeweiligen Gleichung

7 Bei der Vorstellung der numerischen Modelle zur Beschreibung der Wärmeströme wird die Implementierung einer axialen Durchströmung dennoch in einem kurzen Vergleich demonstriert.

unter Verwendung der Ergebnisse aus dem letzten Berechnungsschritt der jeweils anderen, bis eine Fehlergrenze unterschritten ist.

In [86] wird 1960 für ein unendlich breit angenommenes Lager bei gleicher Temperatur für Rotor und Lagerschale gezeigt, dass kein Temperaturgradient in axialer und radialer Richtung vorliegt. Darauf basierend, wird bei vielen numerischen Berechnungen immer noch von isothermem Verhalten ausgegangen. Beide Voraussetzung bedeuten allerdings eine starke Einschränkung der Gültigkeit und wie die im vorangegangenen Kapitel 2.3 beschriebenen Experiment und Messergebnisse gezeigt haben, können bei GFL durchaus hohe Temperaturen (bis zum Versagen) auftreten.

Durch eine adiabat betrachtete Reynolds-Gleichung, mit Berücksichtigung einer variablen Viskosität, und einer davon entkoppelt gelösten Energietransportgleichung, gelingt es in [87] dimensionslose Temperaturanstiege, unabhängig vom verwendeten Schmierstoff, für Axiallager zu berechnen. Die Entkopplung geschieht über die Vernachlässigung der Druckgradienten in der Schmierströmung, welche dadurch zu einer Couette-Strömung wird[8].

In [75] wird diese, nun Couette-Approximation genannte, Methode verwendet, um den Temperaturverlauf über den Umfang eines GFL zu berechnen. Dazu wird eine Energiebilanz über die ein- und ausströmenden Wärmeströme für den Schmierfilm aufgestellt. Als Voraussetzung für die Bilanz wird angegeben, dass der Wärmeabtransport an den Randbedingungen nur linear verteilt erfolgen darf und die Wärmeleitung im Schmierfilm vernachlässigbar ist. Die damit ermittelten maximalen Temperaturen (in der Lagermitte) werden mit den bereits beschriebenen Messwerten aus [20] verglichen.

Mit der Methode aus [75] wird in [21] die Temperaturverteilung über den Umfang in der Lagermitte berechnet, um diese, wie bereits in [75] vorgeschlagen, in axialer Richtung zu erweitern. Als Randbedingung für die Energietransportgleichung in axialer Richtung wird davon ausgegangen, dass das Lager im Bereich subambienten Drucks an den Rändern Luft mit Umgebungstemperatur einzieht. Damit werden die Abweichungen zwischen der Berechnung und den experimentellen Daten aus [20] verringert. In hohen Drehzahlbereichen wird eine gesteigerte Tragfähigkeit bei Berücksichtigung der Temperatur gegenüber einem isotherm berechneten GFL festgestellt.

In [88] wird ein dreidimensionales Modell zur Berechnung der Temperaturverteilung im Fluidfilm entwickelt. Als Neuerung wird das Konzept einer *mixing*-Zone im Bereich der Befestigung von *top* und *bump foil* aus [89] aufgegriffen und eingeführt. In dieser vermischt sich die rezirkulierende Luft mit seitlich einströmender Umgebungsluft. Über

8 Sowohl der Druckgradient in axialer als auch Umfangsrichtung wird bei der Couette-Strömung vernachlässigt.

eine Massenstrombilanz wird die Temperatur für die Randbedingung am Einlass der *top foil* bestimmt. Die Randbedingungen in radialer Richtung werden nicht mehr als Temperatur gesetzt, sondern werden durch die Wärmeströme durch die Welle und die Lagerschale und erst von dort an die Umgebung gebildet. Die fliehkraftbedingte und thermischen Aufweitung wird ebenfalls berücksichtigt. Abschließend werden Auswirkungen der Temperatur auf die linearisierten Lagerparameter untersucht und ein Anstieg von Steifigkeit und Dämpfung bei Berücksichtigung der Temperatur und hohen Drehzahlen dokumentiert.

In [90] wird das Konzept der *mixing*-Zone von [88] mit einem Modell sehr ähnlich dem aus [21] kombiniert. Die Berechnung der Temperatur erfolgt getrennt in radialer, axialer und umlaufender Richtung und wird erst durch ein iteratives Vorgehen ins Gleichgewicht gebracht. Der Übergang zum Rotor wird adiabat angenommen. Obwohl von einer (sehr) guten Übereinstimmung mit den Messwerten von [78] gesprochen wird, lässt die dargestellte Abbildung Zweifel aufkommen, da die eingetragenen Messwerte nicht zur Achsenbeschriftung passen und auch diese selbst nicht bis zur maximalen in [78] verwendeten Belastung reicht.

In [23] wird eine konstante Temperatur über die Filmhöhe angenommen und entsprechend eine zweidimensionale Temperatur in Axial- und Umfangsrichtung berechnet. Es wird eine Schaltung aus Wärmewiderständen zur Beschreibung der Wärmflüsse durch die komplexe Struktur der *bump foil* und der Lagerschale entwickelt. Auch die Welle, welche dadurch prinzipbedingt nur eine Hohlwelle sein kann, wird als Wärmewiderstand abgebildet. Eine Beschränkung des Modells ist der rein in radialer Richtung erfolgende Wärmetransport. Die benötigten Wärmeübergangskoeffizienten werden aus empirischen Formeln entsprechender Geometrien aus der Literatur berechnet. Statt einer Massenstrombilanz zur Bestimmung der Temperaturrandbedingung in der *mixing*-Zone, wird ein empirisch ermittelter Faktor eingesetzt. Fliehkraftbedingte und thermische Aufweitungen werden ebenfalls berücksichtigt[9]. Der Vergleich mit den Messergebnissen von [78] ergibt eine akzeptable Übereinstimmung. In zwei folgenden Veröffentlichungen [85, 91] wird ein Vergleich mit guter Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten gezeigt und im Weiteren die Berechnung unter Berücksichtigung der Temperatur zur Auslenkung, minimale Filmhöhe sowie Steifigkeits- und Dämpfungsparameter dargestellt.

In [22] wird ein recht komplexes Modell zur Beschreibung der Wärmeflüsse durch die *bump foil*, bei dem alle Wärmeübergänge zwischen der *top* und *bump foil* und den

9 Die thermische Aufweitung von Hohlwelle und Lagerschale wird allerdings mit einer falschen Formel unter Einbezug des Innenradius bzw. Außenradius berechnet (s. Kapitel 3.4).

durch die *bump foil* gebildeten Kanälen und der Lagerschale erfasst werden, verwendet. Für die Wärmeübergangskoeffizienten werden Formeln aus der Literatur angegeben. Der Kontaktwärmewiderstand wird in einer eigenen Messung in Abhängigkeit vom Druck ermittelt. Für die Hohlwelle wird unabhängig voneinander eindimensionaler radialer und axialer Wärmetransport angenommen. Die Wärmebilanz zwischen den Komponenten muss iterativ ermittelt werden. Der Bedeutung der axialen Temperaturverteilung und daraus folgende ungleichmäßige Ausdehnung der Welle wird durch eine Abbildung Rechnung getragen. Für die *mixing*-Zone wird das bereits in [88] beschriebene Modell verwendet. Das Modell macht einen sehr ausgereiften Eindruck und liefert in einem Vergleich mit den Messwerten aus [78] in einem einzigen dargestellten Lastfall rechte gute Übereinstimmung, sowohl für die Lagermitte als auch an einem der Ränder. Wie die Übereinstimmung am anderen Rand und den weiteren Lastfällen wäre, bleibt unklar. Eine Variation des nominalen Spalts zeigt eine deutliche Korrelation mit der Temperatur, je kleiner der nominale Spalt, desto höher die erreichten Temperaturen. Zusätzlich wird der Effekt einer Kühlströmung untersucht und eine absinkende Effektivität bei immer weiterer Erhöhung dieser festgestellt.

In einer folgenden Veröffentlichung [92] wird ein transientes Modell der Wärmeströme entwickelt. Die iterative Kopplung mit der Reynolds-Gleichung kann bestehen bleiben, da der transiente Temperaturanteil darin als vernachlässigbar angesehen wird, sobald eine Gleichgewichtslage gefunden ist. Mit diesem Modell wird es möglich Temperaturverläufe über die Zeit zu berechnen. Diese zeigen im Vergleich mit Messwerten gute Übereinstimmung in mehreren Testszenarien.

Durch eine Kombination eines Wärmewiderstandsmodells (vergleichbar mit dem aus [23]) mit dem Strukturmodell aus [54] werden in [24] die Ergebnisse aus der früheren Veröffentlichung beim Vergleich mit den Messwerten von [78] verbessert. Bemerkenswert ist vor allem die detaillierte Analyse zum Einfluss der Temperatur auf die minimale Filmhöhe über Faktoren wie den Wärmeausdehnungskoeffizient der verwendeten Werkstoffe.

In [25] wird ein im Aufbau mit dem aus [22] vergleichbares, sehr detailliertes Modell entwickelt. Statt auf die etablierte *mixing*-Zone zurückzugreifen, wird ein alternatives Modell auf Basis von CFD-Rechnungen abgeleitet. Aus einer Massenstrombilanz wird ein Mischungsparameter aufgestellt und über einen durch diesen bestimmten Bereich zwischen der Umgebungstemperatur am Rand und der Temperatur im Inneren in axialer Richtung linear interpoliert. Es ergibt sich eine, im Vergleich mit der älteren Temperaturrandbedingungssetzung über die gesamte Lagerbreite, realistischere Temperaturverteilung. Obwohl der berechnete Kontaktwärmewiderstand nicht zu den Messwerten

von [22] passt, ergibt sich aus seiner Verwendung gegenüber der Vernachlässigung beim Vergleich mit den Messwerten von [79] eine bessere Übereinstimmung also ohne.[10]

In einer umfangreichen Analyse werden in [94] für drei Lagerschalenformen (rund, elliptisch, polygonal) Ergebnisse einer isothermen und anisothermen Berechnung zu den Exzentrizitäten und allen Lagerparametern im Detail verglichen. Im Vergleich der Temperaturen mit Messergebnissen aus [95] bzw. der Lagerparameter aus [96] zeigt sich gute Übereinstimmung. Es wird vermutet, dass die thermische Aufweitung eine entscheidende Rolle spielen könnte und es wird darauf hingewiesen, dass diese für eine eventuell eingespannte Lagerschale schwer zu erfassen sein wird. Für die Lagerparameter wird nur eine schwache Abhängigkeit von der Temperatur festgestellt, was auf eine Kombination aus Effekten zurückgeführt wird. Zwar ändert sich mit der Temperatur die Exzentrizität, gleichzeitig aber auch das Druckprofil. Da alle Effekte in die Berechnung der Lagerparameter eingehen, scheint eine gewisse Kompensation stattzufinden.

In [43] werden einige der in den zuvor genannten Quellen beschriebenen, komplexen Modellierungen aufgegriffen, für axiale GFL adaptiert und weiterentwickelt. Dennoch gelingt eine Rückführung auf ein Wärmewiderstandsmodell mit schneller Berechnungszeit. Bemerkenswert ist vor allem die detaillierte Berechnung der Kontaktwärmewiderstände, welche mit guter Übereinstimmung mit den Messwerten aus [57] verglichen werden.

10 Der Wärmewiderstand passt ebenfalls nicht zu den später in [93] mit einem dort entwickelten Kontaktwärmewiderstandsmodell berechneten Werten (s. Kapitel 3.7.3).

3 Thermo-hydrodynamische Modellierung

Die Vorhersage des Lagerverhaltens auf Basis von numerischen Berechnungen erfordert die Beschreibung der im GFL stattfindenden physikalischen Vorgänge durch ein mathematisches Modell. Im Betrieb eines GFL sind eine Vielzahl an Effekten beteiligt. Die Interaktion von Druckfeld und Schmierfilmhöhe bei einer bestimmten Drehzahl wird durch die Reynolds-Gleichung 3.9 beschrieben. Charakteristisch für ein GFL ist die elastische Lagerwandstruktur. Der Einfluss des Drucks auf die Verformung der *bump foil* und die dadurch veränderliche Schmierfilmhöhe wird durch eine Schmierfilmfunktion (Gl. 3.12) erfasst. Über die ideale Gasgleichung findet auch die Temperatur Eingang in die Reynolds-Gleichung. Darüber hinaus ist die ebenfalls beteiligte Viskosität bei Gasen (in dieser Arbeit wird von trockener Luft ausgegangen) auch temperaturabhängig.

In den folgenden Unterkapiteln, werden die zur Modellierung der genannten Effekte verwendeten Gleichungen und die dazwischen bestehenden Zusammenhänge im Detail erläutert.

3.1 Druckfeld und Schmierfilm

Durch die Viskosität des Gases, wird dieses bei drehendem Rotor in den Spalt zwischen Rotor und Lagerschale gezogen. Der sich bildende Schmierfilmkeil in der Engstelle steht unter Druck und trägt den Rotor. Der Vorgang wird durch die Skizze in Abb. 3.1 beschrieben. Aus der eine Strömung eines linear-viskosen Fluids beschreibenden Navier-Stokes-Gleichung wird über vereinfachende Annahmen die Reynolds-Gleichung abgeleitet. Diese von Osborne Reynolds 1886 aufgestellte Gleichung ist die Grundgleichung der Schmierfilmtheorie. Durch die Erweiterung von Harrison (1913) auf kompressible Fluide lässt sie sich auch für Gase einsetzen. Die vollständige Herleitung und Darstellung der Navier-Stokes-Gleichung sowie eine detaillierte Besprechung der Annahmen ist in [97] beschrieben. Hier wird lediglich die Herleitung in einem zunächst kartesischen Koordinatensystem ab dem in [97] gewählten Ausgangspunkt wiedergegeben. Durch die speziellen Strömungsverhältnisse und die Geometrie eines sehr dünnen Schmierspalts c_0 gegenüber den Lagerabmessungen Radius R_0 und Breite L werden auf dem Weg zum Ausgangspunkt Terme der Navier-Stokes-Gleichung mit der Größenordnung $\frac{c_0}{R_0}$, $\frac{c_0}{L}$ und höher vernachlässigt. Damit fallen die Einflüsse aus einem äußeren Kraftfeld (bspw. Gravitation) und die Trägheitsterme, sowie alle Viskositätsterme ohne Gradienten über die Spalthöhe weg. Die Navier-Stokes-Gleichungen in kartesischen Ko-

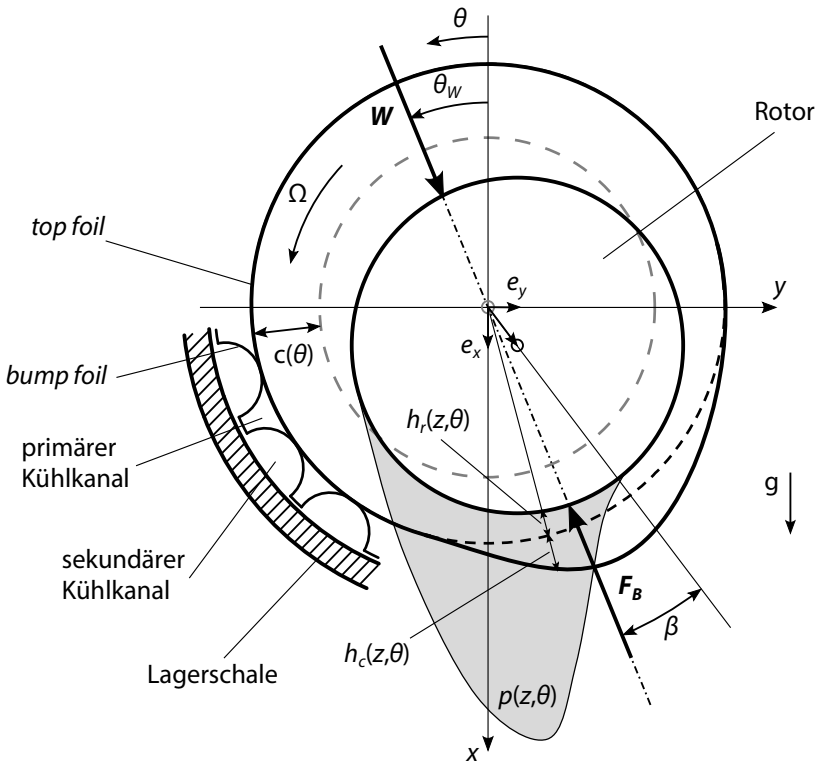

Abb. 3.1: Skizze des Wirkungsprinzips von GFL ($\mathbf{F_B}$ und θ_W s. Kap. 4.3, β s. Kap. 5.4) ([69], bearbeitet)

ordinaten[11] mit einer entlang der y-Richtung angenommen Strömung im Spalt vereinfacht sich dadurch deutlich [97]. In einem stationären Zustand reduzieren sich die Gleichungen auf zwei Dimensionen; der Druck ist konstant über die Spalthöhe (Gl. 3.1).

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(T_f)\frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(T_f)\frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Durch die Reduktion auf ein zweidimensionales Problem wird auch die Temperatur T_f und die Viskosität $\mu(T_f)$ als konstant über die Spalthöhe angesehen. Die hier noch explizit angegeben Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur wird in den folgenden Gleichungen teilweise weggelassen. Die ersten beiden Gleichungen aus Gl. 3.1 können dann direkt zweifach integriert werden, um Ausdrücke für die Geschwindigkeitskomponenten v und w zu finden.

11 Das hier gedachte kartesische Koordinatensystem entspricht nicht dem Rotorkoordinatensystem aus Abb. 3.1, sondern wird nur (kurz) für die Aufstellung der Strömungsgeschwindigkeit verwendet. Im Weiteren werden die Bezeichnungen eines Zylinderkoordinatensystems verwendet, welches durch die Vernachlässigung der Krümmung einem kartesischen Koordinatensystem entspricht, s. Gl. 3.4.

$$\begin{aligned} v(x) &= \frac{x^2}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial y} + C_1 x + C_2 \\ w(x) &= \frac{x^2}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial z} + C_3 x + C_4 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Mit den Randbedingungen:

$$\begin{aligned} &v(x=0, y,z) = U_v = \Omega R_0, && v(x=h, y,z) = 0 \\ &w(x=0, y,z) = 0, && w(x=h, y,z) = 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

lassen sich die Integrationskonstanten $C_{1...4}$ bestimmen und folgende Geschwindigkeiten angeben (Gl. 3.4).

$$\begin{aligned} v(x) &= \frac{\left(x^2 - xh\right)}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial y} + \Omega R_0\left(1 - \frac{x}{h}\right) \\ \hat{=}\, v_\theta(r) &= \frac{\left(r^2 - rh\right)}{2\mu}\frac{1}{R_0}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \Omega R_0\left(1 - \frac{r}{h}\right) \\ w(x) = v_z(r) &= \frac{\left(x^2 - xh\right)}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial z} \\ \hat{=}\, v_z(r) &= \frac{\left(r^2 - rh\right)}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Die Wahl der Randbedingungen mit der drehenden Welle mit Umfangsgeschwindigkeit $U_v = \Omega R_0$ bei x = 0 und der stehenden *top foil* bei x = 0 entspricht der späteren Konfiguration im Lager. Lagerschale und Welle bewegen sich in axialer Richtung nicht zueinander. Die so berechneten Geschwindigkeiten können deshalb bei der Lösung der Energietransportgleichung in gleicher Form zur Berechnung des konvektiven Wärmetransports und der Quellterme verwendet werden (s. 4.2.1). Die dort verwendeten Bezeichnungen $v_z(r)$ und $v_\theta(r)$ sind zusätzlich angegeben. Die Geschwindigkeit $v_r(r)$ ist gegenüber den anderen beiden vernachlässigbar [23].

Die Geschwindigkeiten werden in die allgemeine Kontinuitätsgleichung in integraler Form eingesetzt.

$$\int_0^h \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right) \mathrm{d}x = 0 \tag{3.5}$$

Die Reihenfolge von Integration und Differentiation wird getauscht und die Dichte ρ wird als Mittelwert über die Spalthöhe angenommen. Für die Geschwindigkeiten gelten die bereits genannten Randbedingungen aus Gl. 3.3. Zusätzlich begrenzen Welle und *top foil* die Geschwindigkeit u(x=0, y, z) = 0 und u(x=h, y, z) = 0.

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\rho h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial y} + \Omega R_0\left(h - \frac{h}{2}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\rho h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right) = 0 \tag{3.6}$$

Das Ergebnis der Integration wird zusammengefasst und durch Sortierung in die bekannte Form der Reynolds-Gleichung gebracht.

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\Omega R_0\frac{\partial(\rho h)}{\partial y} + 12\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \tag{3.7}$$

In dieser Form stehen auf der linken Seite die Poiseuille-Terme, die den Strömungsanteil aufgrund der Druckgradienten in den beiden verbleibenden Richtungen beschreiben. Der erste Term auf der rechten Seite wird Couette-Term genannt und beschreibt den Strömungsanteil aufgrund des aufgeprägten Geschwindigkeitsprofil aus der Bewegung der Oberflächen. Der zweite Term auf der rechten Seite stellt den instationären Anteil dar, entsprechend entfällt er für stationäre Probleme. Alle Terme enthalten die Dichte ρ. Unter Voraussetzung der Annahme, dass sich das im Lager befindliche Gas wie ein ideales Gas verhält, kann die Dichte ρ durch die Beziehung der idealen Gasgleichung (Gl. 3.8)ersetzt werden.

$$\rho = \frac{p}{R_L T_f} = \frac{M_L p}{R_g T_f} \tag{3.8}$$

Für viele Gase und auch für trockene Luft ist diese Annahme gerechtfertigt. Am Beispiel für Luft ist R_L darin die spezifische Gaskonstante für Luft bzw. M_L die molare Masse für Luft und R_g die allgemeine Gaskonstante. Durch Einsetzen der Beziehung 3.8 in die Reynolds-Gleichung kann nun der Temperatureinfluss erfasst werden. Zur Erinnerung an die Temperaturabhängigkeit der Viskosität ist diese in der folgenden Gleichung 3.9 nochmals explizit angegeben.

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{ph^3}{\mu\left(T_f\right)T_f}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + \frac{1}{R_0^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{ph^3}{\mu\left(T_f\right)T_f}\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) = 6\Omega\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{ph}{T_f}\right) + 12\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{ph}{T_f}\right) \tag{3.9}$$

Gl. 3.9 ist im Zylinderkoordinatensystem angegeben. Die axiale Richtung bleibt mit dem Buchstaben z bezeichnet, die y-Richtung wird mit $y = R_0\theta$ und $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{R_0\partial\theta}$ zur Umfangsrichtung. Durch Normierung mit den folgenden Größen:

$$\begin{aligned} \overline{z} &= \frac{z}{R_0}, & \overline{h} &= \frac{h}{c_0}, & \tau &= \frac{t}{\omega_s}, \\ \overline{p} &= \frac{p}{p_a}, & \overline{T}_f &= \frac{T_f}{T_a}, & \overline{\mu} &= \frac{\mu}{\mu_a}, \end{aligned} \tag{3.10}$$

lassen sich alle dimensionsbehafteten Größen in zwei Kennzahlen zusammenfassen. Die normierenden Größen sind der Lagerradius R_0, der nominelle Lagerspalt c_0, die Störkreisfrequenz ω_s (auch Anregungskreisfrequenz), der Umgebungsdruck p_a, die Umgebungstemperatur T_a und Umgebungsviskosität μ_a.

$$\frac{\partial}{\partial\overline{z}}\left(\frac{\overline{p}\overline{h}^3}{\overline{\mu}\left(\overline{T}_f\right)\overline{T}_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial\overline{z}}\right)+\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\overline{p}\overline{h}^3}{\overline{\mu}\left(\overline{T}_f\right)\overline{T}_f}\frac{\partial\overline{p}}{\partial\theta}\right)=\Lambda\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\overline{p}\overline{h}}{\overline{T}_f}\right)+\sigma\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\overline{p}\overline{h}}{\overline{T}_f}\right) \quad (3.11)$$

Gl. 3.11 ist die normierte Reynolds-Gleichung mit der *bearing speed number* genannten Kennzahlen $\Lambda = \frac{6\mu\Omega R_0^2}{p_a c_0^2}$ und der *squeeze film number* genannten Kennzahl $\sigma = \frac{12\mu\omega_s R_0^2}{p_a c_0^2}$. Für die Bestimmung der stationären Gleichgewichtslage spielt der instationäre Term und damit auch die *squeeze film number* keine Rolle. Er wird aber in Kapitel 3.3.1 bei Aufstellung der Gleichung 1.-Ordnung benötigt und die *squeeze film number* findet darüber Eingang in diese Gleichung. Die Reynolds-Gleichung 3.11 ist damit in der Form, wie sie auch im Programmcode verwendet wird. Als nichtlineare partielle Differentialgleichung wird sie numerisch gelöst, um das Druckfeld $\overline{p}(\overline{z},\theta)$ zu bestimmen.

Allerdings hängt die darin enthaltene Schmierfilmhöhe $\overline{h}(\overline{z},\theta)$ durch die Nachgiebigkeit der Lagerstruktur bei GFL vom Druck ab und muss deshalb für jede Iteration mit dem aktuellen Druck neu bestimmt werden. Dafür wird die Schmierfilmfunktion aufgestellt.

$$\overline{h}(\overline{z},\theta)=\underbrace{\frac{c_\theta(\theta)}{c_0}+\varepsilon_x\cos(\theta)+\varepsilon_y\sin(\theta)}_{\overline{h}_r(\theta)}+\overline{h}_c(\overline{z},\theta)+\overline{h}_{op}(\overline{z},\theta,\Delta T,\Omega) \quad (3.12)$$

Die Schmierfilmfunktion wird aus dem starren Anteil $\overline{h}_r(\theta)$, dem Anteil aus der Lagerstrukturverformung $\overline{h}_c(\overline{z},\theta)$ und der Spaltverformung durch Einflüsse während des Betriebs $\overline{h}_{op}(\overline{z},\theta)$ gebildet. In dieser Funktion ist die Definition des nominalen Lagerspalts c_0 gut erkennbar. Er stellt den Abstand zwischen Welle und *top foil* bei einer Auslenkung von $e_x = e_y = 0$ dar, wenn keine Strukturverformung und keine sonstigen Einflüsse aus dem Betrieb $h_c = h_{op} = 0$ vorliegen. In die Schmierfilmfunktion wird er als Quotient aus dem nominalen Lagerspalt c_0 und der Funktion $c_\theta(\theta)$ eingeführt. Für eine konventionelle Lagerkonfiguration entspricht $c_\theta(\theta) = c_0$, d. h. dem auf eins normierten Lagerspalt. Für $c_\theta(\theta)$ kann aber auch eine beliebige Funktion zur Modifikation der Verteilung des nominalen Lagerspalts über den Umfang vorgegeben werden. Die parametrisierte Erstellung einer nominalen Spaltfunktion unter Berücksichtigung von *shims* wird im Anhang A ausführlich beschrieben. Der Einfluss von *shims* auf das Stabilitätsverhalten wird in Kapitel 6.3.2 untersucht.

Die Anteile mit den normierten Exzentrizitäten:

$$\varepsilon_x = \frac{e_x}{c_0}, \qquad \varepsilon_y = \frac{e_y}{c_0} \tag{3.13}$$

werden durch die durch die Multiplikation mit den trigonometrischen Funktion $\cos(\theta)$ und $\sin(\theta)$ auf die Raumrichtungen verteilt. Die Anteile beschreiben die lokale Veränderung der Spaltgeometrie durch die Auslenkung der Welle in der Lagerschale. Der nachgiebige Anteil $\overline{h}_c(\bar{z},\theta)$ erfasst die druckabhängige Verformung der *bump foil* und darüber liegenden *top foil*. Das gewählte Strukturmodell beschreibt die Berechnung der Verformung aus dem lokal herrschenden Druck. Je nach Strukturmodell und/oder Annahme zur axialen Druckmittelung kann die Verformung der *bump*-Struktur nur von θ abhängen oder in beiden Richtungen variabel sein (s. Kap. 3.2). Der letzte Anteil fast die Einflüsse auf die Spaltverformung während des Betriebs zusammen. Darin enthalten ist die zentrifugale Aufweitung der Welle und die thermische Aufweitung von Welle, *top foil*, *bump foil* und Lagerschale. Diese Effekte spielen bei Berücksichtigung der Temperatur eine relative große Rolle, speziell bei der Ermittlung der maximalen Tragfähigkeit. Sie werden in Kapitel 3.4 ausführlicher beschrieben.

Ein wichtiger Aspekt dieser Arbeit ist die Berücksichtigung der Temperatur und ihrer Auswirkungen auf die Komponenten und das Verhalten des Lagers. Der Gesamteinfluss ist sehr komplex, da die Temperatur bspw. über die gerade beschrieben thermische Aufweitung der Komponenten die Filmhöhe und damit die viskose Dissipation aus der Scherung als ihren Entstehungsprozess selbst maßgeblich beeinflusst. Zur Berechnung der Temperaturverteilung muss die Energietransportgleichung (Gl. 3.14) für den Schmierfilm gelöst werden [98].

$$\begin{aligned}\underbrace{\rho(T)c_p(T)\left(v_z\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{v_\theta}{R_0}\frac{\partial T}{\partial \theta}+v_r\frac{\partial T}{\partial r}\right)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\lambda(T)\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{1}{R_0^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right)}_{\text{Diffusion}} \\ + \underbrace{\left(v_z\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{v_\theta}{R_0}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)}_{\text{Volumenarbeit}} + \underbrace{\mu(T)\left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\right)^2\right]}_{\text{Viskose Dissipation}}\end{aligned} \tag{3.14}$$

Volumenarbeit und viskose Dissipation fungieren als Quellterme und sind damit für die Wärmeentstehung im Lager verantwortlich. Die konvektiven und diffusiven Wärmeflüsse beschreiben die Wärmeflüsse und damit die Temperaturverteilung. Beeinflusst werden die Wärmeflüsse durch die angenommen Randbedingungen am Schmierfilm. Eine detailliertere Beschreibung der Terme und das Vorgehen zur Diskretisierung und Lösung der Energietransportgleichung erfolgt im Kapitel 4.2.

3.2 Strukturmodelle für die *bump foil*

Es existieren diverse Modelle unterschiedlicher Komplexität zur Beschreibung des nachgiebigen Strukturverhaltens der *bump foil*. In dieser Arbeit kommen hauptsächlich zwei Strukturmodelle zur Anwendung. Ein einfaches Strukturmodell nach Iordanoff aus der Kategorie der s*imple elastic foundation*-Modelle (SEFM) und ein Modell nach Le Lez aus der *Link-Spring*-Kategorie mit einer Modellierung der *bump foil* aus miteinander verbundenen Federelementen [49, 52]. Neben diesen beiden Modellen ist der Programmcode auch in der Lage starre Gasfolienlager und ein weiteres SEFM nach Heshmat et al. zu berechnen [9, 40, 42]. Die Art der Implementierung erlaubt den einfachen Wechsel zwischen den Strukturmodellen. Die zur Beschreibung der *bump foil*-Geometrie notwendigen Parameter sind in Abb. 3.2 abgebildet (Parameter in Fett, müssen dem Programmcode als Eingabewerte vorliegen). Im Folgenden werden die Strukturmodelle mit ihren wesentlichen Annahmen und Eigenschaften detaillierter beschrieben. Für die Gesamtheit der Annahmen und Einschränkungen wird auf die entsprechende Literatur verwiesen. Wenn Aussagen zum Steifigkeitsverhalten getroffen werden, sind diese allgemein zu verstehen, auch wenn bei der analytischen Ableitung, oder bei der späteren Implementierung in den Berechnungscode, teilweise die Nachgiebigkeit als Kehrwert der Steifigkeit verwendet wird.

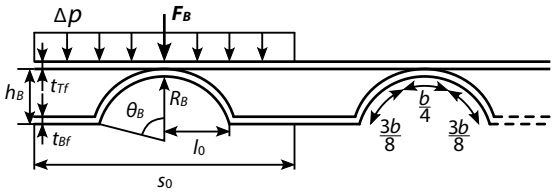

Abb. 3.2: Geometrie der bump foil und angedeutete Belastung. Die Parameter h_B, l_0, s_0, t_{Tf} und t_{Bf} müssen dem Programmcode vorgegeben werden.

3.2.1 SEFM nach Heshmat et al. 1983

Das SEFM nach Heshmat et al. [9, 40, 42] bricht die komplexe *bump*-Struktur herunter, indem die Steifigkeit eines einzelnen *bumps* berechnet wird und diese Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit im Sinne einer elastischen Bettung über den Lagerbereich verteilt wird (s. Abb. 3.4) Die Durchsenkung der *bump foil* lässt sich somit einfach aus der Multiplikation der auf die Fläche bezogenen Nachgiebigkeit S und dem darauf wirkenden Überdruck Δp berechnen.

$$\overline{h}_c(z,\theta) = \overline{S}\Delta p = \overline{S}\left(\overline{p}(z,\theta) - \overline{p}_a\right) \tag{3.15}$$

Bei der Berechnung der Einzelsteifigkeit werden folgende Annahmen getroffen:

- Die *bump*-Steifigkeit ist linear und unabhängig von der Durchsenkung

- Reibungseffekte zwischen *top foil*, *bump foil* und Lagerschale werden bei Berechnung der *bump*-Steifigkeit vernachlässigt
- Die *top foil* senkt sich zwischen den *bumps* nicht durch und folgt diesen in ihrer Bewegung
- Die Durchsenkung an einer Stelle hängt nur von der lokalen Belastung ab, d. h. es gibt keine Interaktion zwischen benachbarten *bumps*

Unter diesen Annahmen berechnet sich die auf die Fläche bezogene Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit zu:

$$K_B = \frac{E_B}{2s_0\left(1-\nu_B^2\right)}\left(\frac{t_{Bf}}{l_0}\right)^3, \qquad \overline{S} = \frac{p_a}{K_B c_0} \tag{3.16}$$

Das Modell zeichnet sich vor allem durch seine einfache Implementierung in den Berechnungscode und zeiteffiziente Lösung während des Programmablaufs aus. Durch die Addition einer den Reibungseffekten innerhalb der *bump foil* äquivalenten viskosen Dämpfung lässt sich die Dämpfung innerhalb des Lagers abbilden. Dies ist insbesondere bei der Berechnung der linearen Lagerparameter mit Hilfe des Störungsansatzes von Lund relevant (s. Kap. 3.3.1). Auch die Berechnung eines Lagers mit in Längs- und Umfangsrichtung unterteilter *bump foil* ist mit verhältnismäßig geringem Aufwand möglich, da prinzipiell jedem Berechnungsknoten eine individuelle Steifigkeit vorgegeben werden kann.

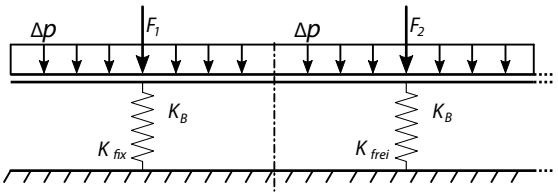

Abb. 3.3: Vereinfachte Annahme der bumps als individuelle Federn. Mit K_B nach Heshmat et al. [42] *bzw. K_{fix} und K_{frei} nach Iordanoff [49].*

3.2.2 SEFM nach Iordanoff 1999

Iordanoff geht grundsätzlich einen ähnlichen Weg wie das SEFM nach Heshmat et al., in dem die *bump*-Struktur als elastische Bettung modelliert wird [49]. Allerdings wird bei der analytischen Ableitung der *bump*-Steifigkeit zwischen beidseitig frei verschiebbaren und einseitig fixierten *bumps*, wie sie an der Befestigung des ersten *bumps* vorliegen, unterschieden. Der Einfluss des Reibungskoeffizienten zwischen *bump foil* und Lagerschale wird ebenfalls erfasst. Im Vergleich mit dem SEFM nach Heshmat et al. ergeben sich durch die Berücksichtigung dieser Effekte für den ersten *bump* (mit einem einseitig eingespannten *bump*-Fuß) eine etwa verdoppelte Steifigkeit K_{fix} und im Weiteren für die frei-frei gelagerten *bumps* eine bei üblichen Reibungskoeffizienten (bspw. $\mu_B = 0{,}1$) leicht erhöhte Steifigkeit K_{frei}. (Gl. 3.17).

$$K_{fix} = \frac{E_B \sin^3(\theta_B)}{12 s_0 J(\mu_B,\theta_B)(1-\nu_B)^2}\left(\frac{t_{Bf}}{l_0}\right)^3, \quad K_{frei} = \frac{E_B \sin^3(\theta_B)}{6 s_0 I(\mu_B,\theta_B)(1-\nu_B)^2}\left(\frac{t_{Bf}}{l_0}\right)^3 \tag{3.17}$$

Darin enthalten sind die Faktoren:

$$\begin{aligned}
J &= y_a\left[(\cos(\theta_B)-1)\sin(\theta_B)+\mu_B\cos(\theta_B))+\frac{\mu_B(1-\cos(2\theta_B))}{4}\right] \\
&\quad + (1-y_a)\left(\frac{\theta_B}{2}-\frac{\sin(2\theta_B)}{4}\right) \\
y_a &= \frac{-\left(\frac{3\sin(2\theta_B)}{4}-\frac{\theta_B}{2}-\sin(\theta_B)\right)}{2\theta_B\sin(\theta_B)\left(\sin(\theta_B)+\mu_B\cos(\theta_B)-2\mu_B\sin^2(\theta_B)+\theta_B-\frac{\sin(2\theta_B)}{2}\right)} \\
I &= \left(A^2+\frac{1+\mu_B^2}{2}\right)\theta_B-\frac{(1-\mu_B^2)\sin(2\theta_B)}{4}-\frac{\mu_B(\cos(2\theta_B)-1)}{2} \\
&\quad - 2A\left[1-\cos(\theta_B)+\mu_B\sin(\theta_B)\right] \\
A &= \sin(\theta_B)+\mu_B\cos(\theta_B)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Die damit berechnete Steifigkeit wird bei der Implementierung erneut im Sinne einer elastischen Bettung als verteilte Steifigkeit den Berechnungsknoten zugeordnet. In [49] wird auf Basis von [40, 46] vorgeschlagen linear über die *bumps* zu interpolieren. In einer späteren Veröffentlichung [18] wird ohne Interpolation für alle *bumps* mit der Steifigkeit K_{frei} eines freien *bumps* gearbeitet und damit gute Ergebnisse präsentiert. Ob eine Interpolation, und falls ja in welcher Art und Weise, am besten ist, ist deshalb nicht eindeutig zu sagen. In dieser Arbeit wird die erhöhte Steifigkeit K_{fix} des befestigten *bumps* auch nur für diesen verwendet, allen folgenden freien *bumps* wird die niedrigere Steifigkeit K_{frei} zugeordnet. In Abb. B.3 im Anhang B findet sich eine Darstellung des dann entstehenden Steifigkeitsfelds (der dargestellte Fall zeigt ein Feld mit fünf *bump*-Streifen). In den vielen Vergleichen in den späteren Kapiteln zwischen mit dem Iordanoff- und dem Le Lez-Strukturmodell berechneten Ergebnissen zeigen sich häufig vernachlässigbare oder keine Unterschiede. Falls Unterschiede festgestellt werden, lassen diese sich häufig auf ein etwas weicheres Verhalten des Iordanoff- gegenüber dem Le Lez-Strukturmodell zurückführen. Eine Interpolation würde das Iordanoff-Strukturmodell etwas steifer und damit noch ähnlicher zum Le Lez-Strukturmodell machen.

Da das SEFM nach Iordanoff weiterhin keine Interaktion zwischen den *bumps* berücksichtigt erhöht sich der zeitliche Berechnungsaufwand gegenüber dem SEFM nach Heshmat et al. nicht. Durch das üblicherweise etwas steifere Verhalten dauert die Suche nach der Gleichgewichtslage trotzdem meist minimal länger. Zur Berechnung der linearen Lagerparameter nach Lund wird die Strukturdämpfung über eine äquivalente viskose Dämpfung beschrieben (s. Kap. 3.3.1).

3.2.3 Link-Spring-Modell nach Le Lez 2007

Das Strukturmodell von Le Lez zählt zu den *Link-Spring*-Modellen [52]. Es bildet die *bump*-Struktur ab, in dem es diese durch eine äquivalente Federschaltung ersetzt (s. Abb. 3.4). Die Verbindungspunkte an den Federenden stellen die Freiheitsgrade der Federschaltung dar. An ihnen greifen die Reibungskräfte und Kräfte aus dem Druck im Schmierfilm an und für sie werden die Verschiebungen in vertikaler (v) und horizontaler Richtung (u) (bzw. radialer und Umfangsrichtung) bestimmt. Die Steifigkeit der beteiligten Einzelfedern wird je nach Randbedingung analytisch bestimmt und zur Steifigkeitsmatrix zusammengesetzt. Der Schmierfilm muss nicht notwendigerweise mit einer zur Anzahl der Freiheitsgrade in der Federschaltung passenden Feinheit vernetzt sein, bzw. kann auch deutlich feiner vernetzt werden. In diesem Fall wird die auf den individuellen *bump* wirkende Kraft durch Interpolation und Integration des Drucks über die entsprechende Fläche bestimmt (vergleichbar mit der Darstellung in Abb. 3.2). Da das Strukturmodell ein zweidimensionales Modell mit Freiheitsgraden in radialer und Umfangsrichtung ist und nicht mehr von einer flächenbezogenen verteilten Steifigkeit ausgegangen wird, sind die Verschiebungen in axialer Richtung konstant. Entsprechend muss der Druck zur Bestimmung der wirkenden *bump*-Kraft über die axiale Richtung gemittelt (bzw. bei nicht-äquidistanten Netz integriert) werden. Die Interaktion der *bumps* untereinander wird über die Verbindung der Federn an ihren Enden sichergestellt. Damit beeinflusst das Verschiebungsverhalten eines *bumps* das seiner Nachbarn. Zur Bestimmung eines Verschiebungszustands wird das Gleichungssystem aus Steifigkeitsmatrix und den externen Kräften aus Reibung und Druckfeld gelöst. Entscheidend dabei ist das iterative Vorgehen, da im Voraus nicht gesagt werden kann, welche *bumps* sich unter der Belastung bewegen (und falls ja in welche Richtung) und welche nicht, und dieses Verhalten aufgrund der angesprochenen Interaktion Auswirkungen auf die umliegenden Nachbarn hat. Der Algorithmus beginnt mit der Annahme, dass sich alle *bumps* in positiver horizontaler Richtung (Umfangsrichtung) bewegen. Wird nach Lösung des Gleichungssystems festgestellt, dass negative Verschiebungen in den horizontalen Freiheitsgraden vorliegen, so wird das Vorzeichen der entsprechenden Reibungskräfte negiert und das Gleichungssystem erneut gelöst. Ergeben sich kein Vorzeichenwechsel mehr, so ist ein Verschiebungszustand im Gleichgewicht gefunden und der Al-

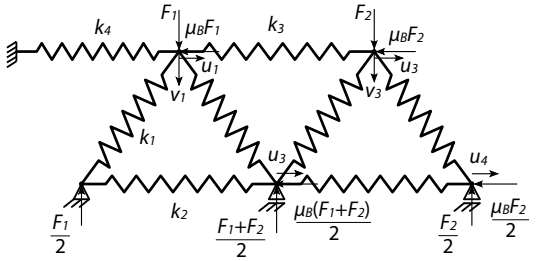

Abb. 3.4: Ersatzfederschaltung für die bump foil-Struktur nach [52]

gorithmus bricht ab. Wechselt ein horizontaler Freiheitsgrad während den Durchläufen zweimal hintereinander seine Richtung, so wird angenommen, dass die Reibungskräfte ausreichend hoch sind, um den Knoten zu fixieren. Der entsprechende Freiheitsgrad wird gesperrt. Der Algorithmus wird mit dem um einen Freiheitsgrad reduzierten Gleichungssystem fortgesetzt. Da nun ein zur Bestimmung der Durchsenkung bei der Ermittlung der Schmierfilmhöhe iterativ ein weiteres (wenn auch kleines) Gleichungssystem gelöst werden muss, verlängert sich die Berechnungszeit gegenüber den beiden einfacheren SEFM.

Die sich bei Le Lezs Modell ergebende Steifigkeit liegt üblicherweise höher als bei den anderen beiden beschriebenen Modellen. Bedingt wird dies durch die detaillierte Abbildung der Reibungseffekte und die Interaktion der *bumps* untereinander. Während sein Strukturmodell im Vergleich mit dem SEFM nach Iordanoff (wie Le Lez selbst beschreibt) nur geringen Einfluss auf die minimale Filmhöhe unter variierender Belastung hat, unterscheiden sich die Exzentrizitäten von Gleichgewichtslagen deutlich. Die weicheren SEFM lassen deutlich größere Exzentrizitäten zu als das Le Lez-Modell.

Der Ansatz von Lund zur Ermittlung der Lagerparameter erfordert eine einfache Angabe der Steifigkeit (verteilte Steifigkeit) wie sie die SEFM liefern. Der Einbau der sich während der Berechnung ständig veränderten Steifigkeitsmatrix des Le Lez-Modells ist nicht ohne Weiteres möglich. Für die Reaktion auf die Störungen wird also immer von einer verteilten Steifigkeit nach dem SEFM von Iordanoff ausgegangen. Dies bedeutet allerdings nicht, dass das Le Lez-Modell keinen Einfluss auf die Lagerparameter hat. Da der Ansatz von Lund auf der Annahme von kleinen Auslenkungen um die Gleichgewichtsgewichtslage herum basiert, nimmt das Le Lez-Modell über die Lösung der Gleichung 0.-Ordnung zur Bestimmung der Gleichgewichtsexzentrizitäten Einfluss. Zusätzlich ist im Programmcode eine Funktionalität vorgesehen, um nach Bestimmung der Gleichgewichtslage aus der wirkenden Belastung und der zugehörigen Verschiebung eine äquivalente, verteilte Steifigkeit für das Le Lez-Modell zu berechnen. Wegen der dafür notwendigen Interpolationen und Annahmen sowie der generell geringeren Erfahrung mit diesem Vorgehen, wurde dieser Ansatz nicht weiterverfolgt. Für den Ansatz von Lund zur Bestimmung der Lagerparameter wird daher die verteilte Steifigkeit des SEFM nach Iordanoff verwendet. Die zugrunde liegende Gleichgewichtslage kann entweder mit dem SEFM nach Iordanoff oder mit dem Le Lez-Modell berechnet werden. Für den letzteren Fall enthalten die Lagerparameter dann Einflüsse aus einer Kombination der beiden Strukturmodelle.

3.3 Störansatz nach Lund 1968

Bei der Vorstellung des Standes der Technik wird der Störansatz nach Lund als wegweisende Veröffentlichung [35] hervorgehoben, da er weiterhin das Standardverfahren zur Berechnung der linearisierten Lagerparameter und der darauf basierenden linearen Stabilitätsanalyse ist. In den folgenden beiden Unterkapiteln 3.3.1 und 3.3.2 wird der theoretische Hintergrund dargestellt, während die Lösung im Unterkapitel 4.4 besprochen wird.

3.3.1 Berechnung der linearisierten Lagerparameter

Unter dem Begriff Lagerparameter werden die Haupt- und Koppelsteifigkeiten, sowie entsprechend Dämpfungen, zusammengefasst. Sie beeinflussen den Orbit und das Schwingungsverhalten des Lagers. In einem nachfolgenden Schritt dienen sie darüber hinaus zur Bestimmung der Stabilitätsgrenze. Bestimmt werden sie über das Verfahren von Lund [35]. Das Verfahren nimmt an, dass sich unter einem konstanten Lastfall, als Kombination aus einer konstanten Belastung und Drehzahl, eine stationäre Gleichgewichtslage mit entsprechend konstanter Auslenkung einstellt. Die Größen der Gleichgewichtslage werden in den folgenden Gleichungen 3.19 – 3.28 durch den Index 0 gekennzeichnet. Zur Beschreibung einer dynamischen Bewegung um diese Gleichgewichtslage ($\varepsilon_{x,0}$, $\varepsilon_{y,0}$) werden die Auslenkungen durch harmonische Störungen ($\Delta\varepsilon_x e^{i\tau}$, $\Delta\varepsilon_y e^{i\tau}$) überlagert (Gl. 3.19).

$$\begin{aligned} e_x &= e_{x,0} + \Delta e_x e^{i\omega_s t}, & e_y &= e_{y,0} + \Delta e_y e^{i\omega_s t} \\ \varepsilon_x &= \varepsilon_{x,0} + \Delta\varepsilon_x e^{i\tau}, & \varepsilon_y &= \varepsilon_{y,0} + \Delta\varepsilon_y e^{i\tau} \end{aligned} \tag{3.19}$$

Dabei wird angenommen, dass die Amplituden der Auslenkung wesentlich kleiner sind als der nominelle Spalt bzw. generell klein gegenüber der Auslenkung sind (Gl. 3.20).

$$\begin{aligned} \Delta e_x e^{i\omega_s t} &\ll c_0, & \Delta e_y e^{i\omega_s t} &\ll c_0 \\ \Delta\varepsilon_x e^{i\tau} &\ll 1, & \Delta\varepsilon_y e^{i\tau} &\ll 1 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Die Frequenzabhängigkeit der Lagerparameter steckt in der Vorgabe der Kreisfrequenz der Störung ω_S. Die Auswirkungen der Störungsamplituden auf den Druck und die Filmhöhe sowie die Strukturverformung werden in den Gl. 3.21, 3.22 und 3.23 dargestellt.

$$\overline{p} = \overline{p}_0 + \left(\overline{p}_x \Delta\varepsilon_x + \overline{p}_y \Delta\varepsilon_y\right) e^{i\tau} = \overline{p}_0 + \Delta\overline{p} e^{i\tau} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}\overline{h} &= 1 + \varepsilon_{x,0}\cos(\theta) + \varepsilon_{y,0}\sin(\theta) + \overline{h}_{c_0} \\ &\quad + \Delta\varepsilon_x \cos(\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau} + \Delta\varepsilon_y \sin(\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau} + \left(\overline{h}_{c,x}\Delta\varepsilon_x + \overline{h}_{c,y}\Delta\varepsilon_y\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau} \\ &= \overline{h}_0 + \underbrace{\left(\cos(\theta) + \overline{h}_{c,x}\right)}_{\overline{h}_x}\Delta\varepsilon_x + \underbrace{\left(\sin(\theta) + \overline{h}_{c,y}\right)}_{\overline{h}_y}\Delta\varepsilon_y\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau} = \overline{h}_0 + \Delta\overline{h}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau}\end{aligned} \tag{3.22}$$

$$\Delta\overline{h}_c = \underbrace{\overline{S}\left(\overline{p}_x\Delta\varepsilon_x\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau}}_{\overline{h}_{c,x}} + \underbrace{\overline{S}\left(\overline{p}_y\Delta\varepsilon_y\right)}_{\overline{h}_{c,y}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau} = \overline{S}\Delta\overline{p}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tau} \tag{3.23}$$

Darin enthalten ist die normierte Nachgiebigkeit $\overline{S}$ welche unter Berücksichtigung eines Strukturverlustfaktors γ von den SEFM übernommen wird.

$$\overline{S} = \frac{p_a}{K_f c_0\left(1 + \mathrm{i}\gamma\right)} \qquad \text{mit} \qquad \gamma = \frac{K_{f,1}\omega_s}{D_{f,1}} \tag{3.24}$$

Der Strukturverlustfaktor stellt eine äquivalente viskose Dämpfung für einen angenommen Einmassenschwinger (mit Steifigkeit $K_{f,1}$ und Dämpfung $D_{f,1}$) als *bump foil* dar. In [99] wird auf Basis von experimentellen Daten ein Bereich von $\gamma = 0{,}06 - 0{,}2$ ermittelt, gleichzeitig aber auch auf [100] mit einer Bereichsangabe von $\gamma = 0{,}2 - 0{,}6$ verwiesen. In [101] wird für eine numerischen Rechnungen $\gamma = 0{,}25$ verwendet. Für die in Kapitel 3.3.1 vorgestellten Lagerparameter wird der Strukturverlustfaktor γ über den gesamten Bereich von $\gamma = 0{,}05 - 0{,}6$ variiert. Dabei zeigt sich ein verhältnismäßig geringer Einfluss des Strukturverlustfaktors γ auf die Lagerparameter. Die beste Übereinstimmung liegt dort bei $\gamma = 0{,}2$ vor, weshalb dieser Wert für die sich anschließenden Stabilitätsberechnungen verwendet wird. Aus der Gl. 3.23 ergibt sich zusätzlich eine wichtige Einschränkung für die möglichen Strukturmodelle, da hier zur Berechnung nur ein linearer Zusammenhang, wie sie die SEFM liefern, verwendet werden kann. Die ebenfalls zur Berechnung der Lagerparameter benötigte Lösung der stationären Gleichgewichtslage kann dennoch mit einem komplexeren nichtlinearen Strukturmodell, wie dem Le Lez-Modell, berechnet werden, und nimmt dann darüber Einfluss auf die Lagerparameter.

Der Ansatz von Lund wurde ursprünglich aus einer isothermen Betrachtung des GFL entwickelt. Zur Berücksichtigung der Temperatur und Viskosität müsste eigentlich auch die Auswirkung der Störung auf diese erfasst werden. Da die Störauslenkungen die Temperatur allerdings nur indirekt über die Kopplung der Reynolds- mit der Energietransportgleichung beeinflussen, wird davon ausgegangen, dass diese vernachlässigt werden können. Ebenfalls nicht berücksichtigt wird eine eventuelle Rückkopplung der Strukturstörung $\Delta\overline{h}_c$ auf den Druck, wie sie in [71, 72] untersucht wird.

Auch der gestörte Druck und die Filmhöhe, sowie die Strukturverformung müssen die Reynolds-Gleichung erfüllen. Beim Einsetzen des gestörten Drucks und der Filmhöhe in die Reynolds-Gleichung werden, aufgrund der Annahme kleiner Störamplituden Terme höherer Ordnung $O(\Delta x^2)$ vernachlässigt und die Gleichungen damit linearisiert. Daraus leitet sich auch die Bezeichnung „linearisierte Lagerparameter“ ab. Sie sind damit nominell nur in einem kleinen Bereich um die Ruhelage herum gültig. Nach dem Einsetzen lässt sich die Reynolds-Gleichung in die Gleichung 0.-Ordnung (Gl. 3.25) und 1.-Ordnung (Gl. 3.26) aufteilen.

$$\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^3}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \overline{z}}\right)+\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^3}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \theta}\right)=\Lambda\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0}{\overline{T}_{f,0}}\right) \tag{3.25}$$

Die dargestellte Gleichung 3.25 0.-Ordnung enthält nur die Terme ohne Störanteil und entspricht der bereits in Kapitel 3.1 gezeigten zur Bestimmung der Gleichgewichtslage verwendeten Gl. 3.9. Nach Berechnung einer Gleichgewichtslage sind die darin enthalten Größen $\overline{p}_0$ und $\overline{h}_0$ sowie $\overline{T}_{f,0}$ und $\overline{\mu}_0$ somit bekannt.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^3}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \Delta\overline{p}}{\partial \overline{z}}+3\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^2\Delta\overline{h}}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \overline{z}}+\frac{\overline{h}_0^3\Delta\overline{p}}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \overline{z}}\right)+\\
&\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^3}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \Delta\overline{p}}{\partial \theta}+3\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^2\Delta\overline{h}}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \theta}+\frac{\overline{h}_0^3\Delta\overline{p}}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \theta}\right)=\\
&\Lambda\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\overline{p}_0\Delta\overline{h}}{\overline{T}_{f,0}}+\frac{\overline{h}_0\Delta\overline{p}}{\overline{T}_{f,0}}\right)+\mathrm{i}\sigma\left(\frac{\overline{p}_0\Delta\overline{h}}{\overline{T}_{f,0}}+\frac{\overline{h}_0\Delta\overline{p}}{\overline{T}_{f,0}}\right)
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Gleichung 3.26 ist die Gleichung 1.-Ordnung und enthält alle Terme, welche durch einen Störanteil beeinflusst werden. Unter Voraussetzung einer beliebigen harmonischen Störung lässt sich Gleichung 3.26 in die beiden Richtungen x und y aufteilen. Zusammengefasst lässt sich die Aufteilung durch die Verwendung der Abkürzung $\xi \in [x,y]$ und $\overline{h}_x = \cos(\theta) + \overline{h}_{c,x}$, $\overline{h}_y = \sin(\theta) + \overline{h}_{c,y}$ dennoch kompakt darstellen [18].

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^3}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \Delta\overline{p}_\xi}{\partial \overline{z}}+\frac{\overline{h}_0^3\Delta\overline{p}_\xi}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \overline{z}}\right)+\\
&\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^3}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \Delta\overline{p}_\xi}{\partial \theta}+\frac{\overline{h}_0^3\Delta\overline{p}_\xi}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \theta}-\Lambda\frac{\overline{h}_0\Delta\overline{p}_\xi}{\overline{T}_{f,0}}\right)-\mathrm{i}\sigma\left(\frac{\overline{h}_0\Delta\overline{p}_\xi}{\overline{T}_{f,0}}\right)=\\
&-\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\left(3\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^2\Delta\overline{h}_\xi}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \overline{z}}\right)+\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\Lambda\frac{\overline{p}_0\Delta\overline{h}_\xi}{\overline{T}_{f,0}}-3\frac{\overline{p}_0\overline{h}_0^2\Delta\overline{h}_\xi}{\overline{\mu}_0\overline{T}_{f,0}}\frac{\partial \overline{p}_0}{\partial \theta}\right)+\mathrm{i}\sigma\left(\frac{\overline{p}_0\Delta\overline{h}_\xi}{\overline{T}_{f,0}}\right)
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Neben Störanteilen enthält die Gleichung 1.-Ordnung auch die bereits bekannten Größen aus der Gleichgewichtslage. Damit verbleibt der (komplexe) Störddruck $\Delta\overline{p}_\xi$ selbst und in Form seiner Ableitungen nach den beiden Richtungen z und θ als unbekannte Größe erhalten. Die Gleichung(en) 3.27 sind damit eine lineare partielle Differentialgleichung in $\Delta\overline{p}_\xi$ und wird entsprechend für beide Raumrichtung x und y gelöst.

Gemäß Lunds Ansatz werden die linearisierten Lagerparameter über eine Betrachtung des Kräftegleichgewichts in und um die stationäre Ruhelage herum bestimmt.

$$F_\xi = F_{\xi,0} + \Delta F_\xi \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} \tag{3.28}$$

Die Kräfte der Ruhelage werden analog dem später in Kapitel 4.3.1 beschriebenen Vorgehen bestimmt und die linearisierten Lagerparameter aus den durch die Störungen verursachten Reaktionskräften abgeleitet.

$$\begin{aligned} \Delta F_x \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} &= -K_{xx}\Delta e_x \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} - D_{xx}\frac{\mathrm{d}e_x}{\mathrm{d}t} - K_{xy}\Delta e_y \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} - D_{xy}\frac{\mathrm{d}e_y}{\mathrm{d}t} \\ \Leftrightarrow \Delta F_x &= -K_{xx}\Delta e_x - \mathrm{i}\omega_s D_{xx}\Delta e_x - K_{xy}\Delta e_y - \mathrm{i}\omega_s D_{xy}\Delta e_y \\ \Delta F_y &= -K_{yy}\Delta e_y - \mathrm{i}\omega_s D_{yy}\Delta e_y - K_{yx}\Delta e_x - \mathrm{i}\omega_s D_{yx}\Delta e_x \end{aligned} \tag{3.29}$$

Die Reaktionskräfte auf die Störung wiederum berechnen sich aus den Störddruckanteilen in den jeweiligen Richtungen, die ebenso über die Lageroberfläche integriert werden.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{K}(\omega_s)} + \mathrm{i}\omega_s \underbrace{\begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{D}(\omega_s)} = -\frac{R_0^2 p_a}{c_0} \int_0^{L/R_0} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \overline{p}_x \cos(\theta) & \overline{p}_y \cos(\theta) \\ \overline{p}_x \sin(\theta) & \overline{p}_y \sin(\theta) \end{bmatrix} \mathrm{d}\overline{z}\mathrm{d}\theta \tag{3.30}$$

Über eine Zuordnung der Real- und Imaginärteilen beiderseits des Gleichheitszeichens ergeben sich die linearisierten Lagerparameter in Abhängigkeit der Drehfrequenz Ω und der Störfrequenz ω_S. Der erste Index bezeichnet dabei die Reaktion auf eine Störung aus der Richtung des zweiten Index.

3.3.2 Bewegungsdifferentialgleichung zur Stabilitätsberechnung

Durch eine Stabilitätsanalyse wird untersucht, ob ein bestimmtes GFL unter der gewählten Belastung ab einer bestimmten Drehzahl zu instabilem Verhalten durch selbsterregte Schwingungen neigt. Sie ist eine Fortführung des Ansatzes von Lund und schließt sich an die Bestimmung der linearisierten Lagerparameter an, indem diese in die Bewegungsdifferentialgleichung eines symmetrischen Rotors eingesetzt werden.

$$\begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\ddot{e}_x \\ \Delta\ddot{e}_y \end{Bmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} = \begin{Bmatrix} F_{x,0} + \Delta F_x \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} \\ F_{y,0} + \Delta F_y \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_r g \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.31}$$

Da die Gleichgewichtslage durch die Lösung der Gleichung 0.-Ordnung bereits erfüllt ist, verschwinden darin alle zeitunabhängigen Größen. Aus den verbleibenden Größen werden die zeitabhängigen Kräfte durch die linearisierten Lagerparameter ersetzt.

$$-\begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix} \omega_s^2 \begin{Bmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix} \mathrm{i}\omega_s \begin{Bmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.32}$$

Zur Bestimmung der Stabilität dieser Bewegungsdifferentialgleichung ist das Eigenwertproblem zu lösen. Die Alternativen bei den Lösungsmethoden und das Vorgehen zur automatisierten Bestimmung werden im entsprechenden Kapitel 4.4.2 erläutert.

Die Aussage des Verfahrens zur Bestimmung der Stabilitätsgrenze ist beschränkt auf kleine harmonische Störungen um die Gleichgewichtslage herum. Außerdem lässt sich aus dem Verfahren keine Aussage über das Verhalten des Rotors bei Überschreiten der Stabilitätsgrenze ableiten. Der Rotor könnte nach einer Phase der Instabilität in einen wiederum stabilen Grenzzustand mit erhöhtem Niveau der Schwingungsamplituden übergehen oder auch Aufschwingen, bis es zu einem Kontakt zwischen Welle und Lagerwand und damit vermutlich zur Zerstörung des Lagers kommt.

3.4 Betriebsbedingte Einflüsse auf die Schmierfilmhöhe

In der Schmierfilmfunktion fasst die Variable h_{op} die thermischen und fliehkraftbedingten Einflüssen auf die Schmierfilmhöhe zusammen. Diesen Einflüssen wird häufig nur geringe Bedeutung beigemessen, wenn bspw. die Fliehkraftaufweitung nicht angesprochen oder von isothermen Verhalten für das gesamte Lager ausgegangen wird. Bei den für GFL üblicherweise hohen Drehzahlen kann die Fliehkraftaufweitung der Welle allerdings bereits mehrere Mikrometer betragen und damit eine relevante Größe im Verhältnis zu den ebenfalls nur Mikrometer hohen nominalen Schmierspalten annehmen. Insbesondere falls es sich um eine Hohlwelle handelt. Die Aufweitung lässt sich durch eine analytische Formel (Gl. 3.33) für Scheiben relativ einfach und schnell berechnen [102]. Für Innenradius $R_{W,i} = 0$ wird eine Vollwelle berechnet, für $R_{W,\mathrm{i}} > 0$ eine Hohlwelle.

$$\begin{aligned} s_c &= \frac{\rho_W \Omega^2 R_{W,a}}{8 E_W} \left[(1 - \nu_W) A_1 + (1 + \nu_W) A_2 - \left(1 - \nu_W^2\right) R_{W,a}^2 \right] \\ \text{mit} \qquad A_1 &= (3 + \nu_W) \left(R_{W,a}^2 + R_{W,i}^2 \right), \qquad A_2 = (3 + \nu_W) R_{W,i}^2 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Darin ist $R_{W,a}$ der Außenradius, ρ_W die Dichte, ν_W die Poisson-Zahl und E_W das E-Modul des Wellenwerkstoffs. Ein Vergleich der Ergebnisse mit in einem FEM-Programm durchgeführten Berechnungen zeigt im dargestellten Beispiel in Abb. 3.5 gute Übereinstimmung. Allerdings muss erwähnt werden, dass die Formel nur die freie Aufweitung einer Scheibe beschreibt. Es können keine weiteren Randbedingungen oder ein komplexere Geometrie, wie bspw. eine nur teilweise vorliegende Hohlwelle berücksichtigt werden.

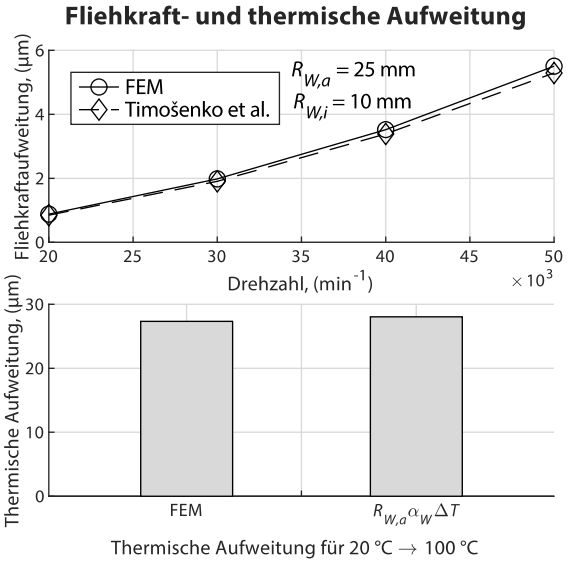

Abb. 3.5: Vergleich der fliehkraftbedingten und thermischen Aufweitung mit den Ergebnissen eines FEM-Programms

Der Einfluss der Temperatur ist deutlich komplexer, da eine Interaktion mehrerer Effekte vorliegt. Durch Erwärmung des Lagers im Betrieb unterliegen alle Komponenten einer thermischen Aufweitung. Im Programmcode wird die linear-elastische Aufweitung gemäß des Wärmeausdehnungskoeffizienten der Bauteilwerkstoffe berechnet. Sofern verfügbar, wird auch die Temperaturabhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten berücksichtigt (in den folgenden Gleichungen wird dies explizit angegeben $\alpha(T)$).

Während die Aufweitungen der *top* und *bump foil* sehr gering ausfallen, kann die Interaktion zwischen der Wellen- und Lagerschalenaufweitung die Schmierfilmfunktion in relevantem Maße beeinflussen.

Die Interaktion ist deshalb so komplex, weil sich Welle und Lagerschale im Werkstoff (und damit temperaturabhängigem Wärmeausdehnungskoeffizient) und Temperatur (je nach Geometrie und Randbedingungen) deutlich unterscheiden können, und dies die Schmierfilmhöhe als maßgebliche Größe für die Wärmeentstehung direkt beeinflusst. In den folgenden Gleichungen wird die Temperaturabhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{(\cdot)}(T_{(\cdot)})$ deshalb jeweils explizit angegeben.

Zur Berechnung der Aufweitung der *top foil*-Dicke t_{Tf} wird die Temperaturdifferenz zwischen Umgebungstemperatur T_a und mittlerer *top foil*-Temperatur $T_{Tf,m}$ verwendet (Gl. 3.34).

$$s_{Tf,t} = \alpha_{Tf}(T_{Tf,m})\, t_{Tf}(T_{Tf,m} - T_a) \tag{3.34}$$

Für die *bump foil* wird angenommen, dass sich ihre Höhe h_B mit der mittleren *bump foil*-Temperatur aufweitet.

$$s_{Bf,t} = \alpha_{Bf}(T_{Bf,m})\, h_B (T_{Bf,m} - T_a) \tag{3.35}$$

Der Außenradius der Welle $R_{W,a}$ weitet sich mit der Temperaturdifferenz zwischen der radial gemittelten Temperatur $T_{W,m}$ im Bereich des Lagers und der Umgebungstemperatur auf. Da für die Welle auch angenommen wird, dass sie sich aufgrund der hohen Drehzahl in Umfangsrichtung gleichmäßig erwärmt und deshalb nur zweidimensional modelliert wird, liegt indirekt auch eine Mittelung in Umfangsrichtung vor.

$$s_{W,t} = \alpha_W (T_{W,m})\, R_{W,a} (T_{W,m} - T_a) \tag{3.36}$$

Die angegebene Formel ist sowohl für Voll- als auch für Hohlwellen gültig, da die Aufweitung des Außenradius unabhängig vom Innenradius $R_{W,i}$ ist. Die Aufweitung der Lagerschale berechnet sich analog.

$$s_{Ls,t} = \alpha_{Ls}(T_{Ls,m})\, R_{Ls,i} (T_{Ls,m} - T_a) \tag{3.37}$$

Die Vergrößerung des Innenradius der Lagerschale $R_{Ls,i}$ ist ebenfalls unabhängig vom Außenradius $R_{Ls,a}$. Zur Bestimmung der Temperaturdifferenz zur Umgebungstemperatur, wird die in radialer und axialer Richtung gemittelte Lagerschalentemperatur verwendet. In axialer Richtung müsste nicht gemittelt werden. Aber in der Auswertung des FVM-Wärmemodells der Lagerschale mit einer detaillierten Modellierung der axialen Temperaturgradienten zeigt sich, dass diese vernachlässigbar sind.

Bei Temperaturen, die bei hohen Drehzahlen im GFL auftreten, kann die thermische Aufweitung der Bauteile zum limitierenden Faktor für den Betrieb eines GFL werden. Dem kann entgegengewirkt werden, wenn bei der Auslegung von GFL folgende Faktoren beachtet werden:

- Der Wärmeausdehnungskoeffizient des Lagerschalenwerkstoffs sollte größer sein als der des Wellenwerkstoffs.
- Zusätzlicher Wärmeeintrag in die Welle durch weitere Einflüsse ist zu vermeiden, bzw. ausreichende Wärmeabfuhr aus der Welle durch freie Oberflächen.
- Die Lagerschale sollte sich frei ausdehnen können, um der Welle Raum zu geben.
- Bei ähnlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten sollte durch geeignete Steuerung der Wärmeflüsse eine ähnliche Temperatur in Welle und Lagerschale angestrebt werden.

Bei grober Missachtung der genannten Faktoren, kann es durch die verhältnismäßig große Aufweitung der Welle gegenüber der Lagerschale zu einer Verringerung der mini-

malen Schmierfilmhöhe bis zum Verlust der Tragfähigkeit des Lagers kommen. Dann droht ein Anstreifen der Welle an der *top foil* bei hohen Drehzahlen und infolgedessen eine Zerstörung des Lagers. Ein weiterer Faktor ist der axiale Temperaturgradient in der Welle zwischen dem Lagermittelpunkt und den Rändern. Liegt dort, bspw. durch die Wärmeabfuhr über die freie Oberfläche der Welle ein hoher Gradient vor, kommt es zu einer ungleichmäßigen Aufweitung in radialer über die axiale Richtung in der Welle, welche zu einem nicht tragfähigen Schmierfilm führen kann. Für einen beispielhaften gewählten Lastfall ist die Auswirkung von h_{op} auf den ursprünglichen Nominalspalt in Abb. 3.6 dargestellt. In der Abb. 3.6 sind auch die Größen verbleibender nominaler Spalt im Betrieb $c_{op}(z)$, mittlerer verbleibender nominaler Spalt $c_{op,m}$ und minimaler verbleibender Spalt $c_{op,min}$ dargestellt. Diese spielen bei der späteren Analyse und Interpretation der Ergebnisse zur Stabilität und Tragfähigkeit eine Rolle (s. Kap. 6.3 und 6.4).

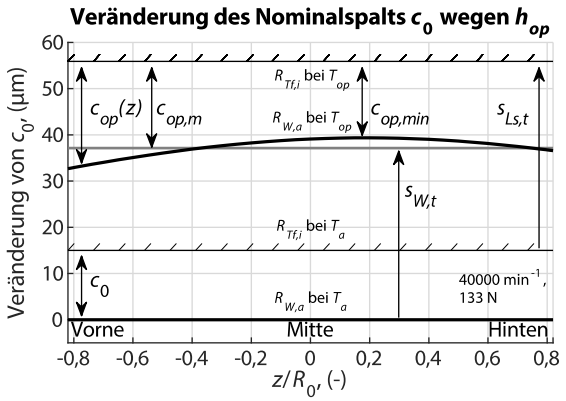

Abb. 3.6: Auswirkung von fliehkraftbedingter und thermischer Aufweitung auf den Nominalspalt.

3.5 Randbedingungen für Druck- und Temperaturfeld

Alle in dieser Arbeit verwendeten mathematischen Modelle, zur Beschreibung der physikalischen Vorgänge, erfordern Annahmen und Randbedingungen an den Grenzen des beschriebenen Gebiets. In diesem Kapitel werden die üblicherweise zur Berechnung von GFL verwendeten Randbedingungen für das Druck- und Temperaturfeld erläutert. Wenn für bestimmte Berechnungen zum Vergleich mit experimentellen Daten spezielle Randbedingungen verwendet werden, sind diese im entsprechenden Kapitel beschrieben.

3.5.1 Druckfeldrandbedingungen

Als Standard wird für das Druckfeld, sowohl an den axialen Rändern als auch an den Rändern zur *mixing*-Zone, Umgebungsdruck p_a angenommen. Als *mixing*-Zone wird der Bereich zwischen dem Ende der *top foil* und *bump foil* ($\theta = \theta_{Tf}$) und der Befestigung ($\theta = 0°$) dieser an der Lagerschale bezeichnet. Die Größe der *mixing*-Zone kann im Programmcode durch die Angabe des Winkels vom Umfang, den sie einnehmen soll, angepasst werden. In diesem Bereich ist der Spalt zwischen Welle und Lagerschale wesent-

lich größer als der nominale Spalt zwischen Welle und *top foil*, was die Annahme von Umgebungsdruck p_a rechtfertigt.

$$\begin{aligned} p(z=0) &= p(z=L) = p_a \\ p(\theta=0) &= p(\theta=\theta_{Tf}) = p_a \end{aligned} \tag{3.38}$$

Da bei den SEFM die Auslenkung von der lokalen Druckdifferenz zwischen Überdruck und Umgebungsdruck ($\Delta p = p(z,\theta) - p_a$) abhängt, ergibt sich aus dieser Randbedingung direkt eine Auslenkung von null an den axialen Lagerrändern. Dieses Verhalten ist aufgrund der *top foil*-Steifigkeit nicht realistisch, weshalb bei der Beschreibung der Berechnung der Durchsenkung in Kapitel 4.1 Möglichkeiten zum Umgang damit gezeigt werden.

Bei der Berechnung der aus dem Druckfeld resultierenden Kraft auf den Rotor (s. Kap. 4.3.1), wird die sogenannte Gümbel-Randbedingung angewendet (s. [71, 97]). Sie basiert auf der Annahme, dass der subambiente Druck durch ein Abheben der *top foil* ausgeglichen wird und deshalb keine Zugkräfte übertragen werden. Sie kommt auch bei der Berechnung der Kräfte im Zuge der Bestimmung der linearisierten Lagerparameter zur Anwendung.

Neben der oben beschrieben Standardrandbedingung sind weitere Optionen für Randbedingung vollständig implementiert, d. h. es durch eine einfache Änderung in

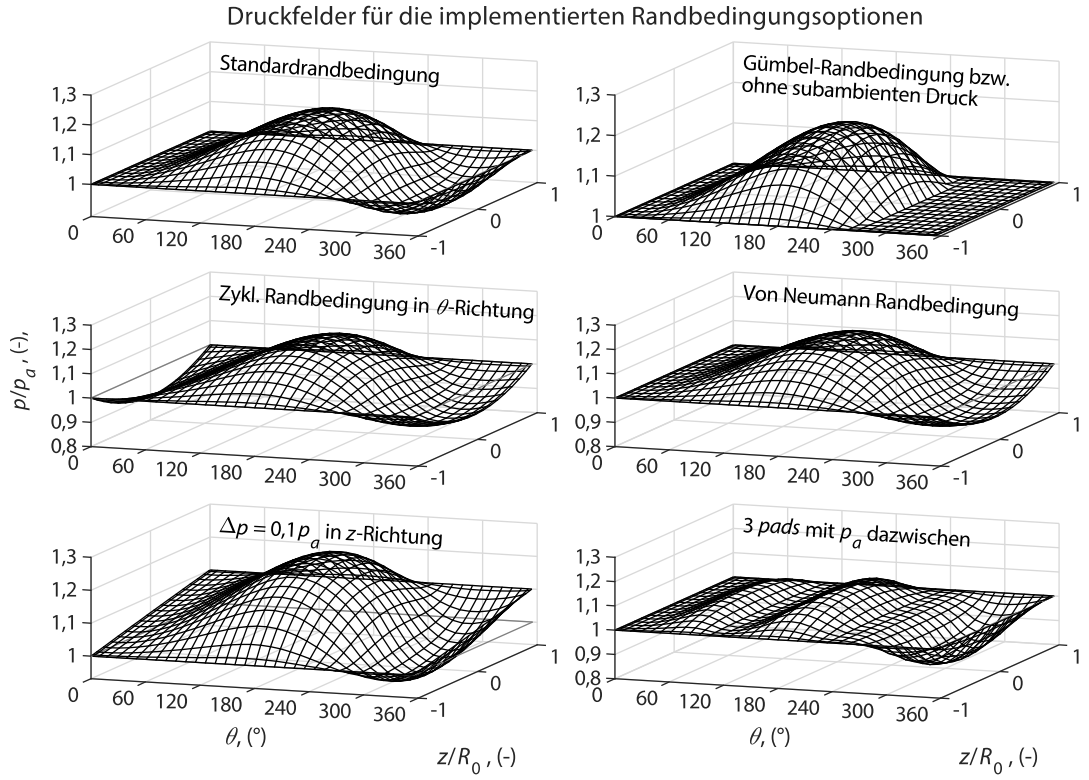

Abb. 3.7: Darstellung von Druckfelder für die implementierten Randbedingungsoptionen

den *solver*-Einstellungen zwischen ihnen gewechselt werden[12]. Beispielhafte Darstellungen von Druckfeldern aller Randbedingungsoptionen sind in Abb. 3.7 dargestellt.

Die Gümbel-Randbedingung kann über eine separate *solver*-Einstellung auch bereits während den Iterationen zur Bestimmung des Drucks gesetzt werden. Dies ist keine gängige Annahme und wurde nur der Vollständigkeit halber implementiert. Aber selbst bei Verwendung dieser Randbedingung, wird das Druckfeld mit den subambienten Bereichen zur Lösung der Temperatur übergeben, da die Bereiche zur Setzung der Temperaturrandbedingungen an den Rändern erforderlich sind.

Statt mit Umgebungsdruck, kann im Bereich der *top* und *bump foil*-Befestigung mit einer zyklischen Randbedingung gerechnet werden, falls dort keine (ausgeprägte) *mixing*-Zone vorliegt. Diese Option wurde ursprünglich implementiert, da für Messungen am Fachgebiet ein GFL mit einem über der Befestigung der *top foil* aufliegenden Ende der *top foil* durchzuführen. Letztlich kam diese Randbedingung nicht zum Einsatz, da die Lager doch mit einem Abstand zwischen *top foil*-Befestigung und freiem Ende gebaut wurden.

Als weitere Option, kann für das Ende der *top foil* ($\theta = \theta_{Tf}$) eine Neumann-Randbedingung, also ein konstanter Druckgradient $\left.\frac{\partial p}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_{Tf}} = 0$ vorgegeben werden. Auch diese Option kam bei den Berechnungen in dieser Arbeit nicht zum Einsatz, bietet aber die Möglichkeit damit in zukünftige Berechnungen zu experimentieren.

3.5.2 Temperaturrandbedingungen

Die Temperaturrandbedingungen für den Fluidfilm sind schwieriger festzulegen als die Randbedingungen für das Druckfeld. In radialer Richtung wird der Fluidfilm durch die Welle und die *top foil* begrenzt. Die Randbedingungen an diesen Stellen wird durch Temperatur dieser Komponenten und die jeweiligen Wärmeübergangskoeffizient bestimmt (s. Kapitel 3.7). An den axialen Rändern wird in Abhängigkeit des vorliegenden axialen Druckgradienten entschieden, ob Luft einströmt und somit Umgebungstemperatur als Randbedingung gesetzt wird, oder nicht.

$$\begin{aligned} T(z=0,\theta) &= T_a \quad \text{falls} \quad \frac{\partial p(z=0,\theta)}{\partial z} \leq 0 \\ T(z=L,\theta) &= T_a \quad \text{falls} \quad \frac{\partial p(z=L,\theta)}{\partial z} \geq 0 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Liegt eine *mixing*-Zone vor, so wird die dort angenommene Vermischung der rezirkulierenden Luft mit angesaugter Frischluft und das sich darauf einstellende Temperatur-

12 Eine einfache Änderung bedeutet die Änderung einer Zahl, meist 0 oder 1. Alles Weitere wird durch entsprechende Fallunterscheidungen an den relevanten Stellen berücksichtigt.

profil im Folgenden, eigenständigen Unterkapitel 3.5.3 beschrieben. Wird für das Druckfeld mit einer zyklischen Randbedingung gerechnet, weil bspw. Eine durchgängige *top foil* ohne *mixing*-Zone vorliegt, so wird diese zyklische Randbedingung auch auf die Berechnung der Temperatur im Fluidfilm übertragen. Das Vorgehen wird durch Abb. 3.8 erläutert, in der ein Druckfeld, die zugehörigen Geschwindigkeitsfelder und die darüber begründeten Randbedingungen für das ebenfalls gezeigte Temperaturfeld, dargestellt sind.

Die Auswahl der Systemgrenze für die weiteren Komponenten des Lagers ist nicht trivial zu beantworten, muss aber getroffen werden, um die Wärmeströme im Fluidfilm und durch die Lagerkomponenten definieren zu können. Die Frage, die sich dabei stellt, ist ab wann Umgebungstemperatur oder eine andere vorzugebende Temperatur angenommen werden kann. Für den typischen Aufbau eines GFL-Prüfstands mit einer aus einem Lagerbock überkragenden Welle und darauf laufendem Test-GFL, wird für die Kontaktflächen zwischen *top* und *bump foil* sowie Lagerschale und Wellenaußenoberfläche mit der umgebenden Luft Umgebungstemperatur T_a angenommen. Während dies für die Lagerschale und Welle bei freier Positionierung des Prüfstands in einem ausreichend großen und belüfteten Raum sicherlich eine geeignete Annahme ist, lässt sich die Frage, ob es in den Kanälen um die *bump*-Struktur herum nicht zu einem Wärmestau

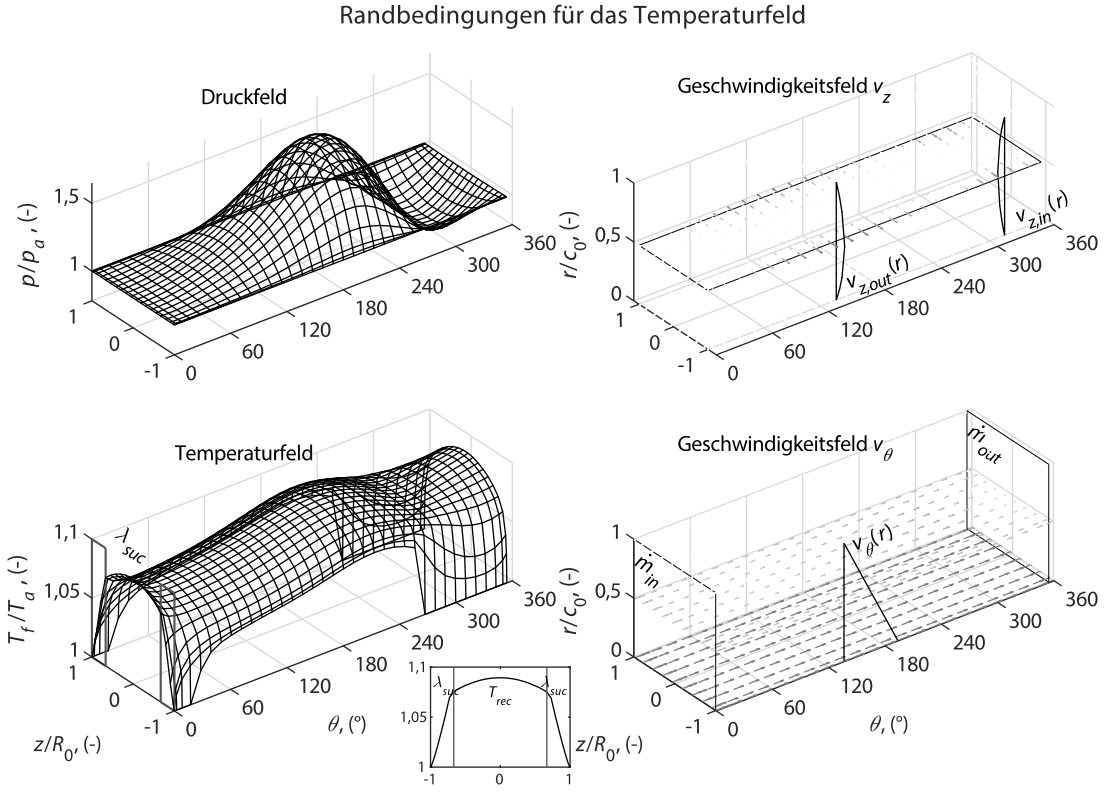

Abb. 3.8: Darstellung der aus dem Druckfeld und darüber vorgegebenen Strömungsgeschwindigkeiten folgenden Randbedingungen für das Temperaturfeld an den axialen Rändern und der mixing-Zone

kaum sehr schwer beantworten, sodass diese Annahme diskutierbar ist und bleibt. Ebenfalls schwierig zu erfassen ist ein möglicherweise vorhandener Wärmestrom innerhalb der Welle in Richtung des Lagerbocks. Dies wird zusätzlich erschwert, falls die Wärmeproduktion und Temperaturverteilung im Lagerbock, bspw. durch Wälzlager mit entsprechender Schmierung (und damit Kühlung), unbekannt ist. Der Programmcode enthält dafür die Möglichkeit eine feste Temperatur, bspw. aus Messungen mit Pyrometern, auf der Wellenaußenoberfläche zu setzen und/oder mit adiabaten Randbedingungen zu arbeiten.

Das Problem der Systemgrenze wird umso schwieriger, je komplexer der Aufbau des Prüfstands ist und das GFL tief in der Konstruktion eingebettet ist. Dies trifft auch auf mögliche konkrete Anwendungsfälle in Maschinen zu, wo häufig weitere Wärmequellen und -pfade vorliegen dürften.

3.5.3 *Mixing*-Zone

Die *mixing*-Zone ist der Bereich zwischen dem Ende der *top foil* ($\theta = \theta_{Tf}$) und ihrer Befestigung ($\theta = 0$). In [78] wird auf Basis der dort gemessenen Temperaturverteilung von einem Luftstrom in der Mitte des Lagers ausgegangen, der das Lager nicht verlässt, sondern vollständig rezirkuliert. Ein in [25] vorgeschlagenes *mixing*-Zone-Modell berücksichtigt dies, indem nur am axialen Rand der *mixing*-Zone ein Temperaturverlauf aus einer Betrachtung der Massenströme angenommen wird, statt, wie es in vielen älteren Veröffentlichungen gemacht wird [22–24, 88], eine gemittelte *mixing*-Temperatur über den gesamten Spaltquerschnitt zu setzen. Die Massenströme und der daraus berechnete *mixing*-Parameter λ_{suc} werden in [25] durch CFD-Simulationen bestimmt. In dieser Arbeit werden sie direkt aus den Strömungsgeschwindigkeiten im Querschnitt der *top foil*-Befestigung und -ende berechnet, ohne dass auf ein externes CFD-Programm zurückgegriffen werden muss (Gl. 3.40).

$$\dot{m}_{[in,out]} = \int_0^L \left. \frac{\Omega R_0 h(z,\theta)\rho(z,\theta)}{2} - \frac{1}{R_0}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{h^3(z,\theta)\rho(z,\theta)}{12\mu} \right|_{\theta \in [0,\theta_{Tf}]} \mathrm{d}z \tag{3.40}$$

Um die Massenerhaltung zu erfüllen, muss ein Unterschied zwischen den Massenströmen $\dot{m}_{in}$ und $\dot{m}_{out}$ durch einen einströmenden Massenstrom $\dot{m}_{suc}$ an beiden Seiten des Lagers ausgeglichen werden (deshalb der Faktor 0,5 in der folgenden Gleichung)[13].

13 Für sehr asymmetrische Lastfälle mit stark variierender Spalthöhe (was aber vermutlich ohnehin ein Problem darstellt), wäre es ggf. besser schon den ein- und ausströmenden Massenstrom für beide Lagerhälften getrennt zu berechnen und anschließend auch zwei getrennte *mixing*-Parameter $\lambda_{suc,1,2}$ zu definieren. Dies gilt auch, falls mit einer axialen Durchströmung oder Druckdifferenz über die beiden Lagerseiten gerechnet wird. In diesen Fällen besteht noch Verbesserungspotential für das Modell.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{suc,ges} &= \dot{m}_{suc,1} + \dot{m}_{suc,2} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \\ \dot{m}_{suc,1} &= \dot{m}_{suc,2} = 0{,}5\left(\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}\right) \end{aligned} \tag{3.41}$$

Der *mixing*-Parameter λ_{suc} wird aus dem Verhältnis des einströmenden Massenstroms und dem Massenstrom am Einlass des Lagers berechnet.

$$\lambda_{suc} = \frac{\dot{m}_{suc,1}}{\dot{m}_{in}} \tag{3.42}$$

Aus ihm wird die Länge des Mischbereichs berechnet über den ein linearer Anstieg der Temperatur von der Umgebungstemperatur am Rand zur rezirkulierenden Temperatur, welche an der Abströmkante der *top foil* abgegriffen wird, angenommen. Diese Methode erlaubt eine angemessene Kühlung des Luftstroms, und damit des Lagers mit einem realistisch erscheinenden Temperaturprofil, ohne eine konstante Mischtemperatur im gesamten Eintrittsquerschnitt des Lagers setzen zu müssen. Die Auswirkungen des Vorgehens sind in der bereits zuvor gezeigten Abb. 3.8 ebenfalls eingetragen. In der Darstellung der Strömungsgeschwindigkeit v_θ sind die Querschnitte der Massenströme gezeigt und in der Darstellung des Temperaturfelds und dem noch mal vergrößerten Bereich ist der Verlauf der Temperatur in axialer Richtung erkennbar.

3.6 Temperaturabhängige physikalische Eigenschaften

In dieser Arbeit wird großer Wert auf die Abbildung der Temperaturabhängigkeit der relevanten physikalisch Eigenschaften gelegt. Fast alle physikalischen Eigenschaften der beteiligten Materialien und Medien sind mehr oder weniger temperaturabhängig. Dies umfasst sowohl die Eigenschaften des gasförmigen Schmiermediums, in dieser Arbeit wird für alle Berechnungen trockene Luft verwendet, als auch die metallischen Materialien der Lagerbauteile. Für die Dichte und den Ausdehnungskoeffizienten wird angenommen, dass sich die Luft wie ein ideales Gas verhält. Dann kann die Dichte ρ nach der idealen Gasgleichung (Gl. 3.43) aus Druck und Temperatur berechnet werden.

$$\rho = \frac{p}{R_L T} \tag{3.43}$$

Darin ist $R_L = 287{,}12\ \frac{J}{kgK}$ die spezifische Gaskonstante für trockene Luft. Der Ausdehnungskoeffizient β ist bei einem idealen Gas der Kehrwert aus der Temperatur (in Kelvin) (Gl. 3.44) [103].

$$\beta = \frac{1}{T} \tag{3.44}$$

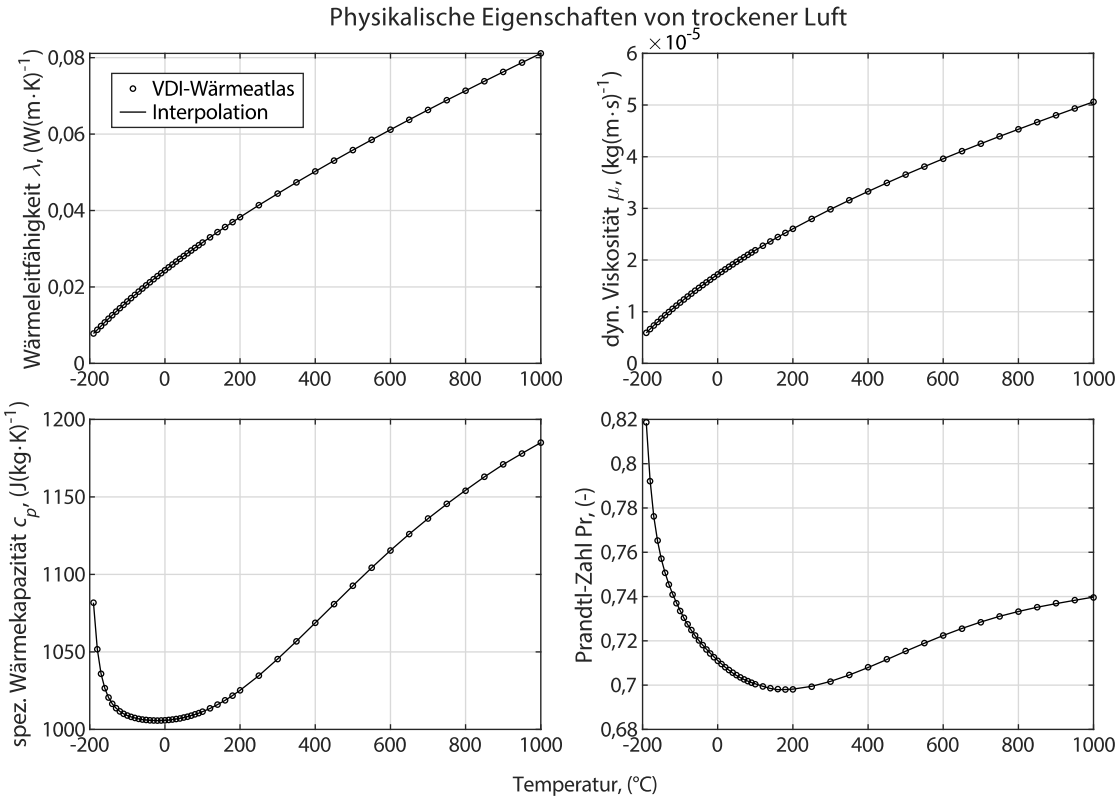

Abb. 3.9: Die Tabellenwerte für trockene Luft aus [103] werden durch Polynome interpoliert

Für die weiteren Werte Wärmeleitfähigkeit λ, dynamische Viskosität μ, Wärmekapazität c_p und Prandtl-Zahl Pr wird die Tabelle aus dem VDI-Wärmeatlas für trockene Luft verwendet [103]. Um zu jedem Zeitpunkt der Berechnung den aktuellen Wert der physikalisch Eigenschaft in Abhängigkeit der Temperatur ermitteln zu können, werden die Tabellenwerte durch Polynome mit Hilfe der *Matlab*-Funktion *polyfit.m*, welche die entsprechenden Koeffizienten berechnet, interpoliert (s. Abb. 3.9). Die *Matlab*-Funktion *polyval.m* berechnet daraus (im Programmcode dann *polyval_q.m* genannt) bei Vorgabe einer Temperatur wieder die entsprechende physikalische Eigenschaft. Im Programmcode wird eine, dann *polyval_q.m* genannte, durch den Verzicht auf nicht relevante Sicherheitsabfragen, modifizierte und damit schnellere Variante von *polyval.m* verwendet. Die Funktion *polyval_q.m* arbeitet punktweise, d. h. es kann ihr eine skalare Temperatur oder ein ganzes Temperaturfeld übergeben und die physikalischen Eigenschaften in allen Punkten berechnet werden.

Auf ähnliche Weise wird auch mit den physikalischen Eigenschaften der metallischen Lagerbauteilen verfahren. Die relevanten Eigenschaften sind hier das E-Modul E, Wärmeleitfähigkeit λ und der Wärmeausdehnungskoeffizient α. Dabei wird das E-Modul nur für Wellenwerkstoffe (fliehkraftbedingte Aufweitung) und für den Werkstoff der *top* und *bump foil* (Steifigkeit für die Strukturmodelle) benötigt. Thermospannungen in der

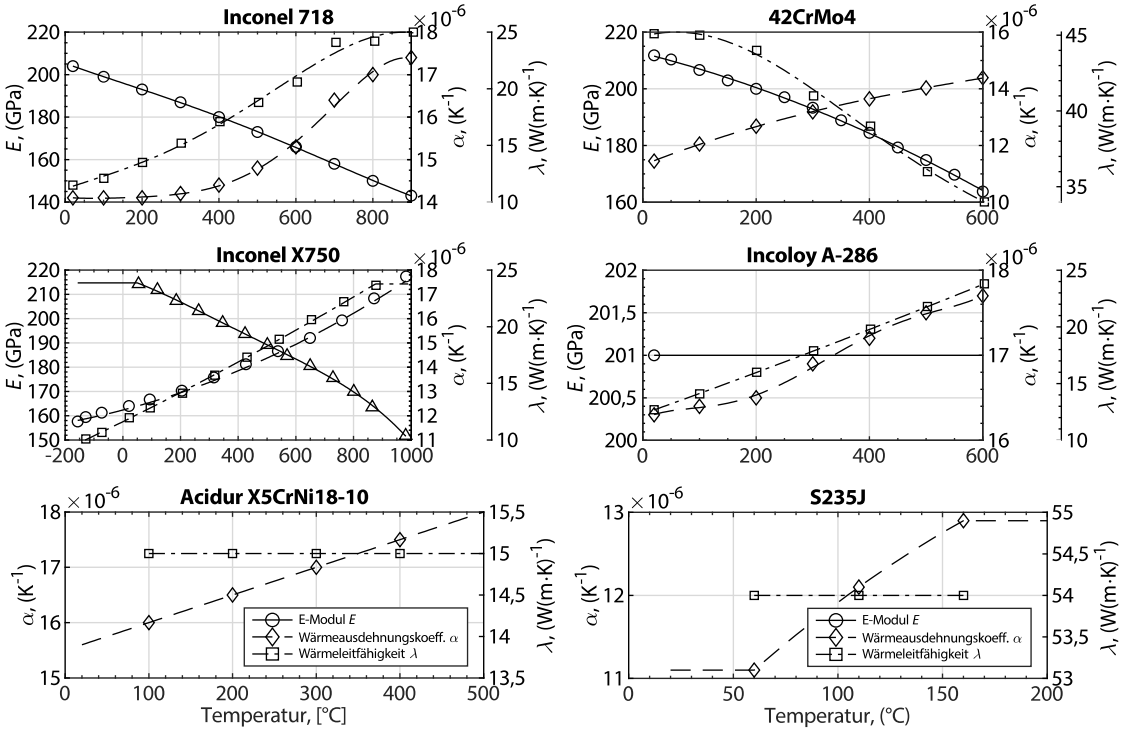

Abb. 3.10: Temperaturabhängigkeit der physikalischen Eigenschaften der metallischen Werkstoffe der Lagerkomponenten. Datenblätter: Inconel 718 [140], Inconel X750 [142], Acidur X5CrNi18-10 [143], 42CrMo4 [141], Incoloy A-286 [139], S235J [144]

Lagerschale werden nicht berechnet, weshalb dort kein E-Modul angeben werden muss. Speziell der Wärmeausdehnungskoeffizient α spielt bei der Berechnung der Temperatur im Lager eine große Rolle, da hier die Kombination des Wellen- und Lagerwerkstoffs zum Tragen kommt. Beide Bauteile werden von der im Fluidfilm entstehenden Wärme durchströmt und heizen sich auf. Von positiven Wärmeausdehnungskoeffizienten ausgehend, beginnt sich die Welle in den Fluidfilm hinein auszudehnen. Die Lagerschale erwärmt sich ebenfalls und dehnt sich aus, vergrößert damit den Fluidfilm[14]. Die Komplexität erwächst dabei aus der Tatsache, dass die Filmhöhe selbst der Haupteinflussfaktor für die entstehende Wärme und damit das Temperaturniveau ist, sowie den temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten. Neben dem Standardwerkstoff *Inconel X750* für die *top* und *bump foil* sind in Abb. 3.10 auch die Verläufe dieser Eigenschaften für die Werkstoffe *Inconel 718* und *Acidur X5CrNi18-10* dargestellt, welche vermutlich (oder ähnliche) von [78] für Welle und Lagerschale verwendet werden. Interessant an dieser Werkstoffkombination ist der bis ca. 200 °C relativ konstante Wärmeausdehnungskoeffizient von *Inconel 718* im Zusammenspiel mit dem recht hohen Wärmeausdehnungskoeffizient von *Acidur X5CrNi18-10*. Erst diese Kombination ermöglicht es

14 Die Ausdehnung von *top* und *bump foil* wird auch berücksichtigt, ist aber durch die dünne Geometrie im Verhältnis so klein, dass auf diese bei den Erläuterungen dazu nicht weiter eingegangen wird.

(u. a.) über den weiten Last- und Drehzahlbereich aus [78] akzeptable Niveaus und Anstiege für die Temperatur zu berechnen und verdeutlicht die Bedeutung des (temperaturabhängigen) Wärmeausdehnungskoeffizienten. Zusätzliche Details und Erläuterungen sowie die für eine konkrete Berechnung tatsächlich verwendeten Werkstoffe werden in dem entsprechenden Kapitel genannt.

3.7 Modellierung der Wärmeströme in den Lagerkomponenten

Die üblicherweise hohen Drehzahlen verursachen durch die kleinen Schmierspalte einen starken Geschwindigkeitsgradienten und hohe Scherung in radialer Richtung im Fluid. Zusätzlich wird das Fluid durch die Spaltgeometrie speziell im Bereich der Belastungsrichtung komprimiert. Die Terme der Volumenarbeit und viskose Dissipation Gl. 3.14 erfassen diese Effekte. Beides sorgt für eine Wärmeproduktion im Fluidfilm und damit eine Erhöhung der Temperatur. Es wird angenommen, dass ein Fluid- und damit Wärmeaustausch an den axialen Lagerrändern und im Besonderen in der *mixing*-Zone stattfindet. Des Weiteren fließen Wärmeströme über die Lagerkomponenten Welle und durch die *top* und *bump foil* sowie Lagerschale in Richtung der mit Umgebungstemperatur angenommenen Umgebung. Die Erfassung dieser Wärmeströme erfordert eine Vielzahl an Modellen und Annahmen zu den Wärmeübergängen zwischen den Einzelkomponenten und speziell im Bereich der *top* und *bump foil*. Der Wärmepfad durch die Lagerschale wird deshalb durch zwei Modelle mit unterschiedlichem Detailgrad und sehr unterschiedlicher Berechnungszeit abgebildet. Das einfache Modell ist ein Widerstandsmodell, bei dem die Wärmewiderstände der beteiligten Komponente in einer Schaltung zusammengefasst werden. Das detaillierte Modell bildet die verschachtelte Struktur aus *top* und *bump foil* im Verbund mit der Lagerschale in vollständig durch Finite-Volumen ab. Auch für die Welle gibt es ein Widerstands- und Finite-Volumen-Modell. Allerdings ist hier das detaillierte Finite-Volumen-Modell als Standard zu betrachten, da es durch die Reduktion auf zwei Dimensionen relativ schnell zu lösen und damit gegenüber dem Widerstandsmodell kaum im Nachteil ist.

Allgemein lässt sich ein Wärmestrom $\dot{Q}_{(-)}$ durch folgende Gl. 3.45 beschreiben:

$$\dot{Q}_{(-)} = \frac{1}{R_{Q_{(-)}}} \Delta T = h_{(-)} A_{(-)} \Delta T \qquad \text{mit} \qquad h_{(-)} = \mathrm{Nu} \frac{\lambda_{(-)}}{L_{ref,(-)}} \tag{3.45}$$

Die Wärmestrombilanz muss an jeder Übergangsfläche $A_{(\cdot)}$ zwischen den Komponenten im Gleichgewicht sein. Die Schwierigkeit liegt in der Ermittlung eines geeigneten Wär-

meübergangskoeffizienten, die üblicherweise aus experimentell ermittelten Nusselt-Zahlen $\mathrm{Nu}_{(\cdot)}$ abgeleitet werden. Der Wärmeübergangskoeffizient wird anschließend aus der Wärmeleitfähigkeit und einer Referenzlänge der gegebenen Geometrie berechnet. Am Übergang werden die physikalischen Eigenschaften der Luft mit der mittleren Temperatur des Übergangspaars bestimmt. In den der Notation der Gleichungen in den folgenden Kapiteln werden die physikalischen Eigenschaften der Luft ohne kennzeichnenden Index verwendet.

3.7.1 Fluidfilm

Im Fluidfilm gibt es einen Wärmeübergang vom Fluid auf die Welle und die *top foil*. Der dafür verwendete Wärmeübergangskoeffizient wird aus der Reynolds-Colburn-Analogie zwischen Fluidreibung und Wärmeübertragung abgeleitet (vgl. [23]). Dabei wird dem Vorgehen aus [104] gefolgt und die dort angegebenen Gleichungen 3.46–3.49 verwendet.

$$\text{Reynolds-Colburn:} \qquad \mathrm{St} \cdot f(\mathrm{Pr}) = \frac{c_f}{2} \tag{3.46}$$

$$\text{Stanton-Zahl:} \qquad \mathrm{St} = \frac{h_{[(Ff,W_a);(Ff,Tf)]}}{\rho U_v c_p} \tag{3.47}$$

$$\text{Reibungsbeiwert:} \qquad c_f = 2\frac{\tau}{\rho U_v^2} \tag{3.48}$$

$$\text{Scherspannung:} \qquad \tau = \mu \frac{U_v}{c_0} \frac{\partial \overline{v}_\theta}{\partial \overline{r}} \tag{3.49}$$

In [104] wird auch gezeigt, dass $f(\mathrm{Pr}) = \mathrm{Pr}$, falls $\frac{R_0}{R_{W,a}} \to 1$, was in einem GFL mit den sehr dünnen Schmierspalten erfüllt ist. Durch Einsetzen der Gl. 3.46–3.49 ineinander und Umstellen, werden die Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Fluidfilm und Welle $h_{Ff,W,a}$ und zwischen Fluidfilm und *top foil* $h_{Ff,Tf}$ bestimmt (Gl. 3.50).

$$h_{Ff,W_a} = \frac{\lambda}{h(\overline{z},\theta)c_0} \left.\frac{\partial \overline{v}_\theta}{\partial \overline{r}}\right|_{r=0} \qquad \text{und} \qquad h_{Ff,Tf} = \frac{\lambda}{h(\overline{z},\theta)c_0} \left.\frac{\partial \overline{v}_\theta}{\partial \overline{r}}\right|_{r=1} \tag{3.50}$$

Die Koeffizienten ähneln sehr dem Ausdruck für einfache Wärmeleitung $\left(\frac{\lambda}{h(\overline{z},\theta)c_0}\right)$, was realistisch ist, wenn die in [105] gegebene Erklärung beachtet wird, dass die Konvektion keinen Effekt auf die Wärmeübertragung in einer Taylor-Couette-Strömung mit konstantem Schmierspalt und Strömungsgeschwindigkeit hat. Anschaulich folgt die Erklärung aus der Vorstellung, dass ein beliebig gewähltes Kontrollvolumen von einem kon-

stanten konvektiven Wärmestrom durchströmt wird. Also der gleiche Wärmestrom in das Kontrollvolumen ein- wie ausströmt. Das im nicht konstanten Spalt vorliegende nicht konstante Geschwindigkeitsprofil wird durch den normierten Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial \overline{v}_\theta}{\partial \overline{r}}$ berücksichtigt.

Mit diesen Koeffizienten werden die Wärmeströme an den radialen Rändern des Fluidfilm berechnet.

$$\dot{Q}_{Ff,W_a} = h_{Ff,W_a} A_{W_a} \left(T_{Ff}\big|_{\overline{r}=0} - T_W\big|_{r_W = R_{W_a}} \right) \tag{3.51}$$

$$\dot{Q}_{Ff,Tf} = h_{Ff,Tf} A_{Tf} \left(T_{Ff}\big|_{\overline{r}=1} - T_{Tf} \right) \tag{3.52}$$

Der Wärmestrom $\dot{Q}_{Ff,Tf}$ wird in dieser Form nur für das FVM-Wärmemodell der Lagerschale verwendet. Für das Wärmewiderstandsmodell wird der Wärmeübergangskoeffizient $h_{Ff,Tf}$ zusammen mit den der anderen Komponenten (*top* und *bump foil* sowie Lagerschale) zu einem äquivalenten Gesamtwärmewiderstand (bzw. Gesamtübertragungsfaktor) zusammengefasst.

3.7.2 Welle

Wärmewiderstandsmodell der Welle

Das Wärmewiderstandsmodell kann lediglich einen radialen Wärmestrom zu einer vorzugebenden Randbedingung im Inneren berücksichtigen. Für die Geometrie der Welle bedeutet dies, dass lediglich eine Hohlwelle im Lagerbereich abgebildet werden kann. Die Hohlwelle ist erforderlich, weil für das Widerstandsmodell eine Randbedingung angegeben werden muss. Eine axiale Ausdehnung der Welle über das Lager hinaus ergibt wenig Sinn, da die axialen Wärmeströme nicht abgebildet werden und deshalb keine Wärme über eventuell vorhandene, freie Wellenoberflächen in diesem Bereich abgegeben werden kann. Die Wärmeleitfähigkeit der Welle wird in den Wärmeübertragungskoeffizient durch eine zylindrische Wand umgerechnet.

$$h_{\lambda_W} = \frac{\lambda_W}{\log\left(\frac{R_{W,a}}{R_{W,i}}\right)} \tag{3.53}$$

Mit den Wärmeübergängen vom Fluidfilm auf die Wellenaußenoberfläche $h_{Ff,W,a}$ und von der Welleninnenoberfläche an die Umgebung $h_{W,i,\infty}$ lässt sich der Gesamtwärmewiderstand als Reihenschaltung der Einzelwärmewiderstände aufschreiben.

$$R_{Q,W} = \frac{1}{A_{W_a}} \left(\frac{1}{h_{Ff,W_a}} + \frac{R_{W_a}}{h_{\lambda_W}} + \frac{R_{W_a}}{R_{W_i} h_{W_i,\infty}} \right) \tag{3.54}$$

Darin ist $A_{W,a}$ die Oberfläche an der Außenseite der Welle innerhalb des Lagers die gewählte Bezugsfläche. Als Randbedingung für den Fluidfilm wird der Gesamtwärmewiderstand in Form des Gesamtwärmeübergangskoeffizienten benötigt.

$$h_{W,ges} = \frac{1}{A_{W_a} R_{Q,W}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_{Ff,W_a}} + \frac{R_{W_a}}{h_{\lambda_W}} + \frac{R_{W_a}}{R_{W_i} h_{W_i,\infty}} \right)} \tag{3.55}$$

Der so ermittelte Wärmeübergangskoeffizient wird bei Berechnung der Temperaturverteilung im Fluidfilm mittels der FVM als Randbedingung angebracht.

FVM-Modell der Welle

Das FVM-Modell wird entwickelt, um die größten Nachteile des Wärmewiderstandsmodells zu kompensieren: Berücksichtigung der axialen Wärmeleitung und die Möglichkeit zur Berechnung von Vollwellen. Dazu wird die Welle in radialer und axialer Richtung durch Finite Volumen diskretisiert. Die Netzerstellung erfolgt voll automatisiert und orientiert sich dabei an der Vernetzung des Fluidfilms innerhalb des Lagers. Auch zum Außenradius hin kann zusätzlich ein nicht äquidistantes Netz erstellt werden. Der Überstand der Welle zu beiden Seiten des Lagers kann parametrisiert vorgegeben werden. Die Umfangsrichtung wird nicht vernetzt, da wegen der hohen Drehzahl eine homogene Temperaturverteilung in dieser Richtung angenommen wird. Da für die Welle Rotationssymmetrie vorausgesetzt werden kann, genügt es außerdem eine Hälfte der Welle zu berechnen. Durch die Ausnutzung dieser Voraussetzungen bleibt das zu lösende Gleichungssystem relativ übersichtlich und die Berechnungszeit im Rahmen. Die axialen Wärmeleitung ermöglicht die Berücksichtigung von konvektiven Randbedingungen an der aus dem Lager herausragenden freien Wellenaußenoberfläche und, falls vorhanden, an einer Wellenstirnfläche. Der Wärmeübertragungskoeffizient für die rotierende Wellenaußenoberfläche wird nach [106] mit den folgenden Gleichungen 3.56–3.58 berechnet.

$$\begin{aligned} \mathrm{Nu}_{W_a} &= \frac{1}{2} \frac{c_f \mathrm{Re}_{D_{W,a}} \mathrm{Pr}}{c_1 + c_2 \sqrt{c_f/2}} \left[\frac{1}{\mathrm{Pr}_t} - \mathrm{Ec} \left(c_3 + c_4 \sqrt{\frac{c_f}{2}} + c_5 \frac{c_f}{2} \right) \right] \\ c_1 &= 1{,}002, \quad c_2 = 6{,}8036, \quad c_3 = 1{,}003, \quad c_4 = 13{,}6246, \quad c_5 = 7{,}241, \\ \text{mit} \quad \mathrm{Re}_{D_{W,a}} &= \frac{U_v D_{W,a}}{\nu}, \quad \mathrm{Pr}_t = 0{,}57 \quad \text{und} \quad \mathrm{Ec} = \frac{U_v^2}{2 c_p \left(T_{W_a} - T_a \right)} \end{aligned} \tag{3.56}$$

Darin ist Pr_t die turbulente Prandtl-Zahl und Ec die Eckert-Zahl. Die Reynolds-Zahl $\mathrm{Re}_{D,W,a}$ wird mit dem Wellenaußendurchmesser $D_{W,a}$ als Bezugsdurchmesser berechnet. Der Reibungsfaktor c_f durch ein Newton-Verfahren iterativ aus der Gl. 3.57, nach [107]

und basierend auf einem durch [108] gefundenen empirischen Zusammenhang bestimmt.

$$\frac{1}{\sqrt{c_f}} = -0{,}6 + 4{,}07 \log\left(\mathrm{Re}_{R_{W,a}} \sqrt{c_f}\right) \qquad \text{mit} \qquad \mathrm{Re}_{R_{W,a}} = \frac{U_v R_{W,a}}{\nu} \tag{3.57}$$

Der Wärmeübergangskoeffizient $h_{W,a,\infty}$ berechnet sich aus der Nusselt-Zahl $\mathrm{Nu}_{W,a}$ und Wärmeleitfähigkeit λ_W der Welle und dem Wellenaußendurchmesser $D_{W,a}$ mit Gl. 3.58.

$$h_{W_a,\infty} = \mathrm{Nu}_{W_a} \frac{\lambda_W}{D_{W,a}} \tag{3.58}$$

Die in Gl. 3.56 mit einem negativen Vorzeichen eingehende Eckert-Zahl Ec sorgt bei hohen Reynolds-Zahlen für einen Abfall der Nusselt-Zahl und damit des Wärmeübergangskoeffizienten. Auch wird die Nusselt-Zahl durch die Eckert-Zahl abhängig von der vorliegenden Temperaturdifferenz zwischen Welle $T_{W,a}$ und T_a, weshalb sich keine allgemeinen Grenzen der Reynolds-Zahl für die Gültigkeit der Gl. 3.56 angeben lassen. Die Erklärung für den Wechsel im Verhalten ist die bei hohen Reynolds-Zahlen auftretende viskose Dissipation in der Grenzschicht. Anschaulich gesprochen ist eine beheizte, drehende Welle dann nicht mehr in der Lage ihre Wärme an die Umgebung abzugeben, sondern wird durch die in der Grenzschicht entstehende Wärme zusätzlich aufgeheizt. Der Effekt ist in [106] erstmals erfasst und wird in [109–111] weiter untersucht, ergänzt und bestätigt. Durch die Implementierung der oben genannten Formel, käme der Effekt auch in dieser Arbeit zur Anwendung. Allerdings befindet sich, nach bestem Wissen, keine der durchgeführten Berechnungen bei gefundener Gleichgewichtslage in diesem Grenzbereich. Lediglich bei der Initialisierung, wenn keine Temperaturdifferenz vorliegt, würde die dann gegen unendlich gehende Eckert-Zahl eine negativen Wärmeübertragungskoeffizienten ergeben. Dies wird durch die Forderung:

$$h_{W_a,\infty} = [\![h_{W_a,\infty}, 0]\!] \tag{3.59}$$

verhindert. Darüber hinaus wird in den genannten Quellen [109–111] zwar der Abfall des Wärmeübergangskoeffizienten diskutiert und auch der Übergang zu negativen Nusselt-Zahlen vorhergesagt. Allerdings bleibt dieser letzte Punkt deutlich schwieriger zu erfassen und wird nur mit sehr spärlichen experimentellen Daten untermauert. Eine allgemeine Anwendbarkeit bleibt deshalb fraglich und wird im Rahmen dieser Arbeit durch die genannte Forderung 3.59 auch während den Iterationen nicht zugelassen. Im Zweifelsfall muss dies für zukünftige Berechnungen beachtet und ggf. für jeden Einzelfall beurteilt und im Programmcode angepasst werden.

Für die Wärmeabgabe über eine möglicherweise vorhandene Stirnfläche der Welle wird die Nusselt-Zahl gemäß Gl. 3.60 nach [112] bestimmt.

$$\mathrm{Nu}_{W_F} = \begin{cases} 0{,}326\left(\mathrm{Re}_{R_{W,a}}\right)^{0,5}, & \text{falls} \quad \mathrm{Re}_{R_{W,a}} < 2{,}5\mathrm{e}5 \\ 8{,}01\mathrm{e}{-14}\left(\mathrm{Re}_{R_{W,a}}\right)^{2,8}, & \text{falls} \quad 2{,}5\mathrm{e}5 \le \mathrm{Re}_{R_{W,a}} \le 3{,}2\mathrm{e}5 \\ 0{,}163\left(\mathrm{Re}_{R_{W,a}}\right)^{0,8}, & \text{falls} \quad 3{,}2\mathrm{e}5 < \mathrm{Re}_{R_{W,a}} \end{cases} \tag{3.60}$$

Daraus folgt der Wärmeübergangskoeffizient $h_{W.F,\infty}$ mit der Wärmeleitfähigkeit der Welle und λ_W dem Wellenaußenradius $R_{W,a}$.

$$h_{W_F,\infty} = \mathrm{Nu}_{W_F} \frac{\lambda_W}{R_{W,F}} \tag{3.61}$$

Bei Vorliegen einer Hohlwelle kann auch durch den Welleninnenradius $R_{W,i}$ Wärme an die Umgebung abgegeben werden. In [113] wird dafür die folgende Gl. angegeben.

$$\mathrm{Nu}_{W_i} = \begin{cases} 0{,}01963\left(\mathrm{Re}_{ax,D_{W,i}}\right)^{0,9285} + 8{,}5101\mathrm{e}{-6}\left(\mathrm{Re}_{rot,D_{W,i}}\right)^{1,4513}, \\ \quad \text{falls} \quad 0 < \mathrm{Re}_{ax,D_{W,i}} < 3\mathrm{e}4 \quad \text{und} \quad 1{,}6\mathrm{e}3 < \mathrm{Re}_{rot,D_{W,i}} < 2{,}77\mathrm{e}5 \\ 2{,}85\mathrm{e}{-4}\left(\mathrm{Re}_{rot,D_{W,i}}\right)^{1,19}, \quad \text{falls} \quad \mathrm{Re}_{rot,D_{W,i}} \ge 2{,}77\mathrm{e}5 \end{cases} \tag{3.62}$$

Darin wird auch eine axiale Durchströmung berücksichtigt, welche aber in dieser Arbeit nicht validiert wird. Die axiale Reynolds-Zahl $\mathrm{Re}_{ax,D,W,i}$ beträgt deshalb in allen diesbezüglichen Rechnungen immer null und die Nusselt-Zahl wird lediglich mit rotatorischen Reynolds-Zahl $\mathrm{Re}_{rot,D,W,i}$ berechnet. Der Wärmeübergangskoeffizient $h_{W.i,\infty}$ wird erneut aus der Wärmeleitfähigkeit und dem Welleninnendurchmesser $D_{W,i}$ berechnet.

$$h_{W_i,\infty} = \mathrm{Nu}_{W_i} \frac{\lambda_W}{D_{W_i}} \tag{3.63}$$

Damit liegen Gleichungen zur Bestimmung des konvektiven Wärmeübergangs für alle freien Oberflächen der Welle vor. Der Wärmeübergang von einem ausschließlich durch GFL gelagerter, einfachen Rotor, wie er in Prüfständen verwendet wird, lässt sich durch eine Kombination dieser Formeln beschrieben. Komplizierte Geometrien wie Absätze, Sicherungselement oder auch Laufräder werden nicht erfasst und würden zusätzliche, vermutlich deutlich kompliziertere, Modelle erfordern. Viele GFL-Prüfstände zur Ermittlung experimenteller Daten sind außerdem in Form eines Lagerbocks mit konventionellen Wälzlagern zur Lagerung einer Welle und darauf laufendem Test-GFL aufgebaut. In einem solchen Fall ist die Erfassung des durch die Welle axial Richtung Lagerbock transportierten Wärmestroms schwierig, da üblicherweise der Wärmeeintrag auch innerhalb des Lagerbocks unbekannt ist. Um mit einer solchen Situation umzugehen, kann die Temperatur zwischen dem zu vermessenden GFL und dem Lagerbock (mit

vertretbarem Aufwand allerdings nur an der Wellenoberfläche) gemessen werden. Im numerischen Modell kann eine so gemessene Temperatur als feste Randbedingung an der entsprechenden Stelle gesetzt werden.

3.7.3 Lagerschale mit *top* und *bump foil*

Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale

Das Wärmewiderstandsmodell fasst die Komponenten *top foil*, *bump foil* und Lagerschale in einer Kombination aus Reihen- und Parallelschaltung von Wärmewiderständen zusammen [23]. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird es (teilweise) mit Q2 als Abkürzung bezeichnet. Der Wärmeübergang durch die *top foil* wird mit der Wärmeleitfähigkeit des *top foil*-Werkstoffs λ_{Tf} als Wärmeleitung durch eine dünne Platte mit der Dicke t_{Tf} modelliert (Gl. 3.64).

$$h_{Tf} = \frac{\lambda_{Tf}}{t_{Tf}} \tag{3.64}$$

Der Wärmeübergang durch die komplexe Struktur der *bump foil* wird in [93] ausführlich analysiert. Dort wird vorgeschlagen die *bump foil* selbst auch als Reihenschaltung von Wärmewiderständen zu modellieren. Im Gegensatz zu [25], wo ausschließlich die metallischen Mikrokontakte berücksichtigt werden, wird in [93] festgestellt, dass diese Mikrokontakte nahezu vernachlässigbar sind gegenüber dem Wärmeübergang durch die Luft im Bereich der Kontakte ($R_{Tf,L}$, $R_{bf,L}$). Der Wärmewiderstand für einen halben *bump*-Bogen wird deshalb durch die folgende Reihenschaltung abgebildet[15].

$$R_{Bf,eff} = R_{Tf,L} + R_{Bf} + R_{Bf,L} \quad \text{mit} \quad R_{Bf} = \frac{R_B \theta_B}{\lambda_{Bf} A_{Bf}},\ A_{Bf} = t_{Bf} L \tag{3.65}$$

Ein Vergleich mit von [22] gemessenen Wärmewiderständen zeigt eine deutlich bessere Übereinstimmung, als mit den Werten aus [25] (s. Abb. 3.12, die Werte von [25] sind mit 10^{-1} multipliziert, um in das Diagramm zu passen). Die Methode zur Bestimmung des Wärmewiderstands führt zu einem konstanten Verlauf des Wärmewiderstands. Um die Druckabhängigkeit zu erhalten, werden die experimentellen von [22] ermittelten Daten durch eine Hyperbel interpoliert. Die Asymptote der Hyperbel wird durch die Methode nach [93] bestimmt. Das Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale ist nicht in der Lage diskrete Kontakte abzubilden. Der Wärmewiderstand der *bump foil* muss deshalb über die Fläche verteilt werden, um einen äquivalenten Wärmeübergangskoeffizienten zu erhalten.

15 Die Länge $R_B\theta_B$ in Gl. 3.65 entspricht der Länge eines halben *bump*-Bogens.

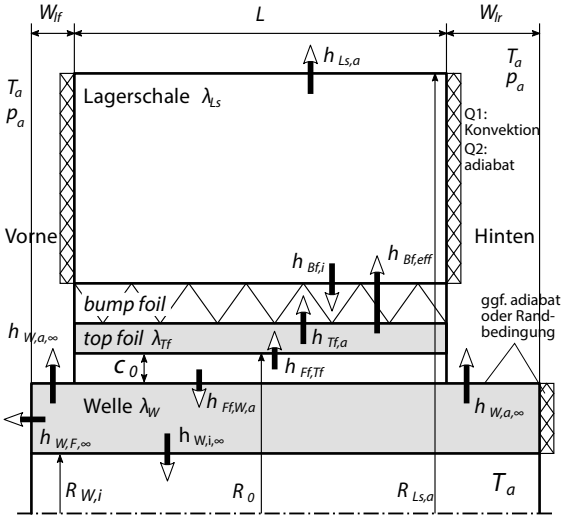

Abb. 3.11: Wärmeübergänge des Wärmewiderstandsmodells (Q2) an einer Skizze der später verwendeten Geometrie

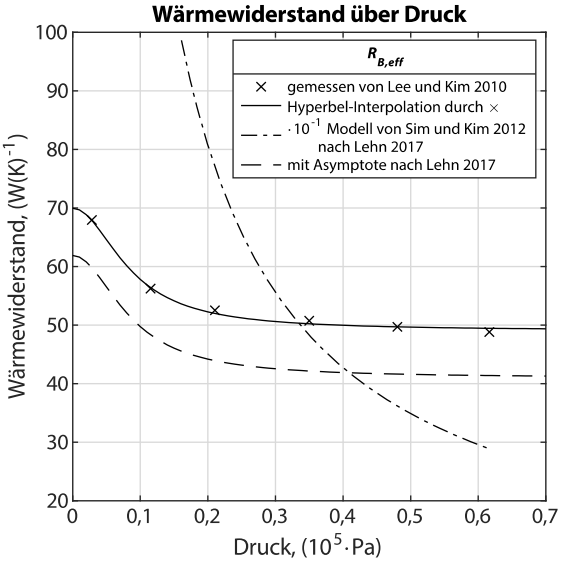

Abb. 3.12: Wärmewiderstand der bump foil-Struktur. Vergleich zwischen Messwerten und Modellen [93]

$$h_{Bf,eff} = \frac{1}{R_{Bf,eff} A_{eff}} \quad \text{mit} \quad A_{eff} = 2 N_{Bf} t_{Bf} L \tag{3.66}$$

Die Fläche A_{eff} ist der Querschnitt eines *bump*-Bogens multipliziert mit der doppelten Anzahl der *bumps*, da jeder *bump* aus zwei Bögen besteht. Dieses Vorgehen verteilt den Wärmeübergang über die gesamte Lagerfläche, anstatt diskreter Kontaktstellen.

In der als Kreisring angenommenen Lagerschale wird nur radiale Wärmeleitung berücksichtigt.

$$h_{Ls} = \frac{\lambda_{Ls}}{\ln\left(\frac{R_{Ls,a}}{R_{Ls,i}}\right)} \tag{3.67}$$

Der konvektive Wärmeübergang von der *top* ($T_{f,a}$) und *bump foil* ($B_{f,i}$) an die Kanäle um die *bump foil* wird, wie auch der Übergang von der Lagerschalenaußenmantelfläche (*Ls,a*), vereinfacht durch den konvektiven Wärmeübergang eines horizontalen Zylinders abgebildet (Gl. 3.68). In den Klammern des letzten Satzes sind die Indizes für die mit dem Index *i* gekennzeichneten Größen den folgenden Gl. 3.68–3.70 angegeben.

$$\mathrm{Nu}_i = 0{,}6 + 0{,}387 \left(\frac{\mathrm{Gr}_i \mathrm{Pr}_i}{\left[1 + (0{,}559/\mathrm{Pr}_i)^{9/16}\right]^{16/9}} \right)^{\frac{1}{3}}, \qquad 10^5 \le \mathrm{Gr}_i \mathrm{Pr}_i \le 10^{12} \tag{3.68}$$

Darin ist Pr_i die Prandtl-Zahl der Luft und Gr_i die durch Gl. 3.69 angegebene Grashof-Zahl.

$$\mathrm{Gr}_i = \frac{\mathrm{g}\beta\left(2R_i\right)^3\left(T_i - T_a\right)}{\nu^2}, \qquad \text{mit} \qquad \beta \approx \frac{1}{T_{m,i}} = \frac{1}{0{,}5\left(T_i + T_a\right)} \tag{3.69}$$

Der Wärmeübergangskoeffizient für alle gerade genannten Fälle wird dann durch Gl. 3.70 angegeben.

$$h_i = \mathrm{Nu}_i \frac{\lambda}{2R_i} \tag{3.70}$$

Alle der zuvor genannten Wärmeübergangskoeffizienten werden mit ihren jeweiligen Radien im Verhältnis zur Bezugsoberfläche $A_{ref} = 2\pi R_0 L$ skaliert und in der folgenden Reihen- und Parallelschaltung angeordnet.

$$R_{eff} = \left(\frac{1}{h_{Ff,Tf}} + \frac{1}{h_{Tf}} + \frac{R_0}{h_{Tf,a}R_{Tf,a} + h_{Bf,i}R_{Bf,i} + \frac{1}{\frac{1}{h_{Bf,eff}R_0} + \frac{1}{h_{Ls}} + \frac{1}{h_{Ls,a}R_{Ls,a}}}} \right) \frac{1}{A_{ref}} \tag{3.71}$$

Der so berechnete Wärmewiderstand R_{eff}, bzw. der daraus berechnete Wärmeübergangskoeffizient h_{eff} bildet den gesamten Wärmestrom durch die *top* und *bump foil* sowie die Lagerschale bis zur Umgebungstemperatur ab.

$$\dot{Q}_{eff} = \frac{1}{R_{eff}}\left(T_{Ff,Tf} - T_a\right) = h_{eff}A_{ref}\left(T_{Ff,Tf} - T_a\right) \tag{3.72}$$

Die Wärmeübergänge für dieses Modell sind an einer allgemeinen, aber mit den später verwendeten Geometriegrößen, beschrifteten Skizze in Abb. 3.11 zu sehen.

FVM-Wärmetransportmodell für die Lagerschale

Das in dieser Arbeit entwickelte, detaillierte Wärmetransportmodell (im Folgenden auch mit Q1 abgekürzt bezeichnet) geht bei der Abbildung der Wärmeübertragungsprozesse rund um die *bump foil* viel tiefer ins Detail und beschreibt zusätzlich den Wärmetransport ohne Einschränkung der Richtung. Dies wird durch eine vollständige Anwendung der FVM auf jeden kleinen Abschnitt und Bereich der *bump foil* erreicht. Alle in Abb. 3.13 gezeigten Wärmeübergange werden individuell berücksichtigt. Das Vorgehen ist ähnlich zu dem in [25] gezeigten, umfasst allerdings mehr Wärmepfade, speziell von und zu den Luftkanälen unter der *bump foil*. Die Wärmeübertragung in Abb. 3.13 werden aus ihrer Wärmeleitfähigkeit bzw. Konvektion, Übertragungslänge und Übertragungsquerschnitt berechnet. Alle konvektiven Wärme-

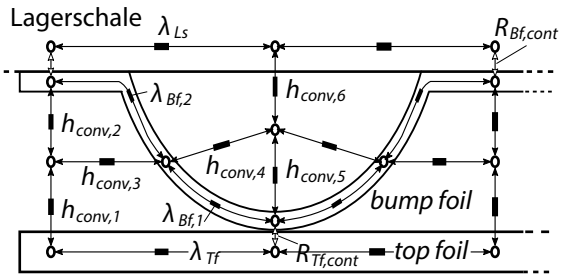

Abb. 3.13: Berücksichtigte Wärmeströme im FVM-Wärmetransportmodell (Q1)

übertragungskoeffizient $h_{conv,j}$ werden aus der Gl. 3.73 für die Nusselt-Zahl von beliebig geformten Flächen und Orientierung in Kombination mit ihren jeweiligen Übertragungsflächen A_j berechnet [114].

$$h_{conv,j} = \mathrm{Nu}_j \frac{\lambda}{\sqrt{A_j}} \quad \text{mit} \quad \mathrm{Nu}_j = 0{,}5\left(2{,}257 + (0{,}382 + 0{,}57)\left(\mathrm{Gr}_j \mathrm{Pr}_j\right)^{\frac{1}{4}}\right) \tag{3.73}$$

Der Kontaktwiderstand $R_{Bf,eff}$ aus der Hyperbel-Interpolation durch die Messwerte von [22] mit der Asymptote nach [93] wird entsprechend der Anteile nach [93] aufgeteilt, um separate Werte für $R_{Tf,L}$ und $R_{Bf,L}$ zu erhalten. Sie entsprechen im FVM-Wärmetransportmodell den Kontaktwärmewiderständen $R_{Tf,cont}$ und $R_{bf,cont}$.

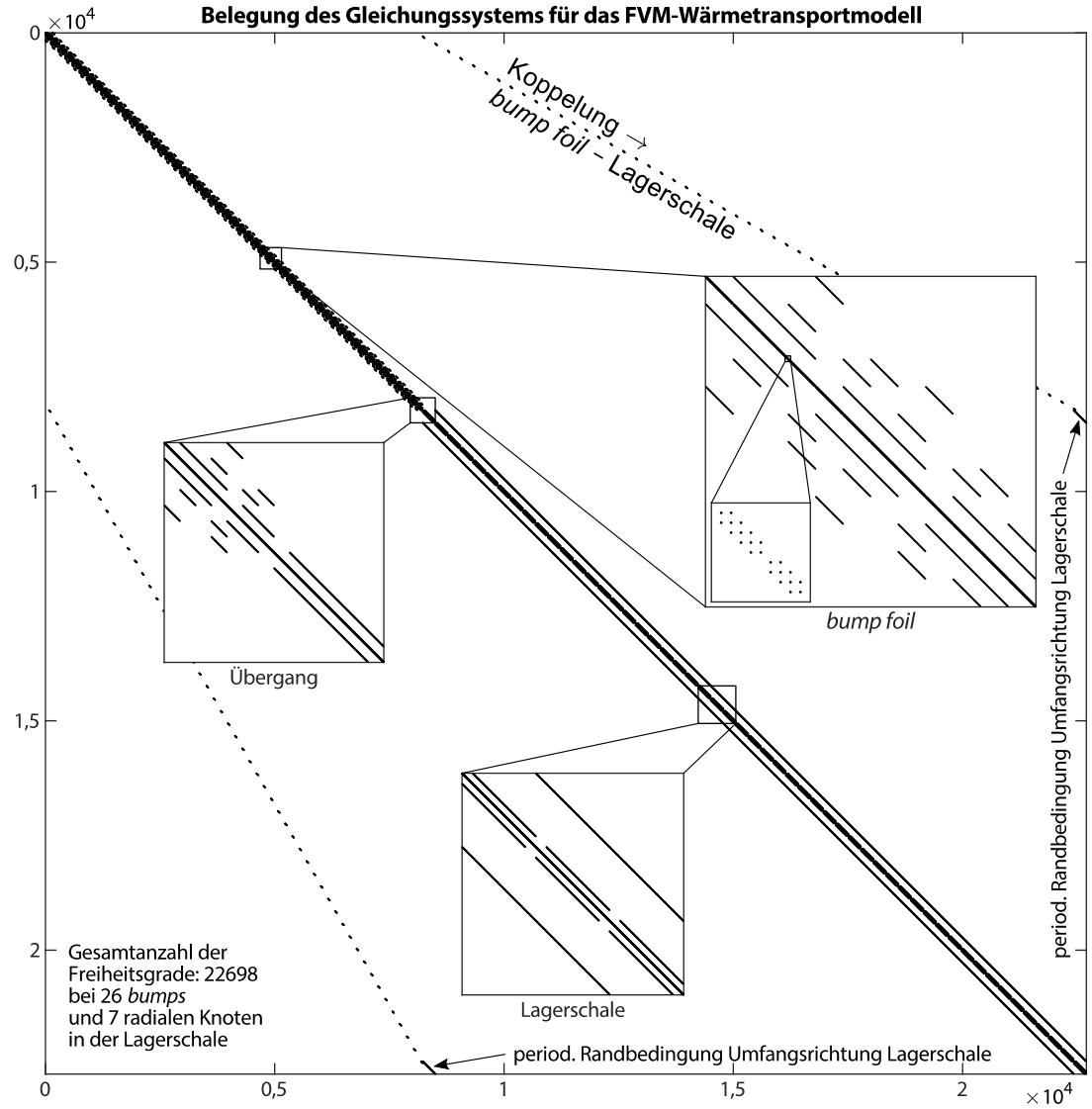

Abb. 3.14: Anordnung der Wärmeübergange zwischen den einzelnen finiten Volumen des FVM-Wärmetransportmodells der Lagerschale. Die vergrößerten Ausschnitte verdeutlichen die Komplexität der Anordnung.

Die Anordnung der Freiheitsgrade in Form eines Gleichungssystems ist für eine allgemeine Knoten- und *bump*-Anzahl in allen Richtungen und unter Beachtung der Randbedingungen außerordentlich komplex. Insbesondere die Verknüpfung der Kontaktstellen mit der Lagerschale. Um davon eine Vorstellung zu ermöglichen, ist in Abb. 3.14 das Gleichungssystem für ein Beispiel mit 26 *bumps* und sieben Knoten in radialer Richtung der Lagerschale dargestellt. Die Vergrößerungen zeigen die in der Gesamtabbildung nicht erkennbare Anordnung im Detail. Aus dieser Abb. 3.14 ist bereits zu erahnen, dass sich der Zeitaufwand zur Berechnung von Gleichgewichtslagen unter Berücksichtigung der Temperatur stark erhöht. Nicht nur muss ein weiteres Gleichungssystem mit vielen Freiheitsgraden gelöst während den Iterationen gelöst werden, sondern es wurde auch beobachtet, dass sich das Temperaturgleichgewicht langsamer einstellt als beim Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale. In Anbetracht der häufig geringen Unterschiede zwischen den Wärmetransportmodellen bei der späteren Präsentation der Ergebnisse, ist es fraglich, ob der hohe Entwicklungsaufwand gerechtfertigt war. Auf der anderen Seite bestätigt das FVM-Wärmemodell die Ergebnisse des Wärmewiderstandsmodell, da sich die Berechnungsmethoden sehr stark unterscheiden und dennoch vergleichbare Ergebnisse erbringen.

3.7.4 Axiale Durchströmung

Wie bereits angesprochen, konzentriert sich diese Arbeit auf die Validierung des Temperaturmodells mit Messwerten ohne axiale Durchströmung. Dennoch ist diese im entwickelten Modell weitestgehend implementiert. Um dies zu demonstrieren, wird hier ein als Beispiel zu verstehender Vergleich zwischen Berechnungen mit und ohne axiale Durchströmung von *bump foil* bzw. Hohlwelle und beiden Wärmetransportmodellen der Lagerschale gezeigt. Die Vorstellung erfolgt hier im Kapitel der Wärmetransportmodelle, da sie nicht im direkten Vergleich mit Messwerten stehen. Die Lagergeometrie entspricht der später in Kapitel 5.4 verwendeten. Dargestellt sind die Lastfälle von 5 N bis 50 N für die drei Drehzahlen 20000 min^{-1}, 50000 min^{-1} und 80000 min^{-1} berechnet bei einer Umgebungstemperatur von $T_a = 20$ °C. Zunächst wird festgestellt, dass beide Wärmetransportmodelle der Lagerschale trotz ihrer deutlichen Unterschiede in der Modellierung weitestgehend gleiche Temperaturen für alle Lastfälle liefern. Zur Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten wird für die axiale Durchströmung eine Strömungsgeschwindigkeit von $v_{ax} = v_{W,ax} = 10\ \mathrm{ms}^{-1}$ angenommen. Die Abweichungen betragen höchstens rund 2 K. Bei Betrachtung der Ergebnisse mit axialer Durchströmung wird der kühlende Einfluss sofort erkennbar. Die Ergebnisse beider Wärmetransportmodell bleiben vergleichbar, gehen aber speziell bei der höchsten Drehzahl etwas aus-

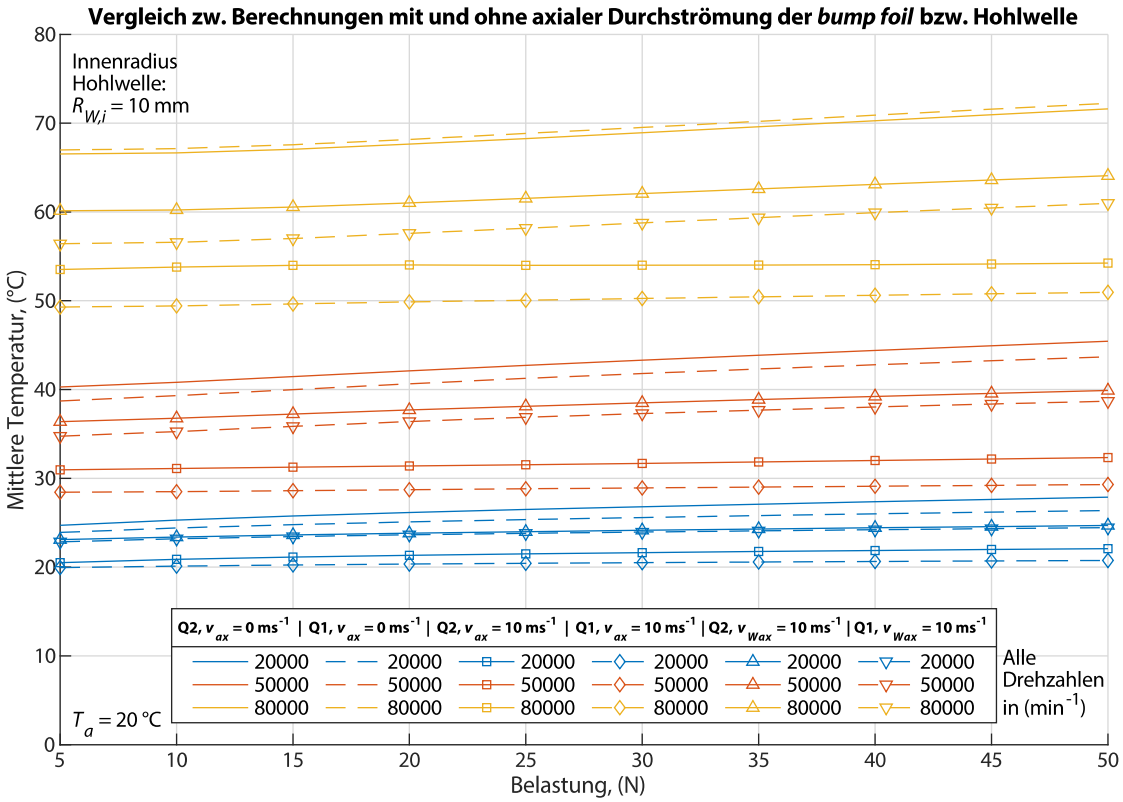

Abb. 3.15: Vergleich der Temperaturen mit und ohne axiale Durchströmung der bump foil v_{ax} und der Hohlwelle v_{Wax} und den beiden Wärmetransportmodellen der Lagerschale, Wärmewiderstandsmodell (Q2) und FVM-Wärmemodell (Q1).

einander. Die Durchströmung der *bump foil* scheint effektiver zu sein als die der Hohlwelle. Hierzu muss allerdings bemerkt werden, dass durch die Vorgabe der Strömungsgeschwindigkeiten nicht notwendigerweise von einer äquivalenten Kühlung auszugehen ist. Massenströme würden eine bessere Vergleichbarkeit herstellen. Allerdings ist die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit in den *bump*-Kanälen unter Beachtung der Wandreibung und einem möglichen Wechseln zwischen laminarer und turbulenter Strömung nicht trivial und wurde nicht weiterverfolgt. In einer experimentellen Untersuchung zur Effektivität von Kühlungsmethoden in [83] wird allerdings ebenfalls festgestellt, dass die Durchströmung der *bump foil* effektiver ist als eine indirekte Kühlung über die Welle.

4 Numerische Lösung der thermo-hydrodynamischen Modells

Die im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Modelle erfordern aufgrund der vorliegenden Nichtlinearitäten und der komplexen Interaktion zwischen ihnen numerisches, iteratives Lösungsverfahren. Reynolds- und Energietransportgleichung sind nichtlineare partielle Differentialgleichungen und werden üblicherweise numerisch gelöst. In dieser Arbeit wird die Finite-Differenzen-Methode für die Reynolds-Gleichung und die Finite-Volumen-Methode zur Diskretisierung und damit Linearisierung der auftretenden Gradienten verwendet. Bei der Lösung der Reynolds-Gleichung ist zu beachten, dass die darin enthaltene und vom Druck beeinflusste Schmierfilmhöhe ein iteratives Vorgehen erfordert. Zusätzlich muss ein gefundenes Druckfeld (und zugehörige Schmierfilmhöhe) das Kräftegleichgewicht zwischen äußerer Belastung und aus der Druckverteilung auf den Rotor wirkenden Kräften erfüllen. Dazu wird die Exzentrizität, welche ebenfalls in die Schmierfilmfunktion eingeht, durch den Nelder-Mead-Algorithmus variiert. Die Bestimmung einer solchen Gleichgewichtslage erfolgt zunächst bei einer angenommenen konstanten Temperatur (und damit Viskosität). Erst im Anschluss wird mit dem Druckfeld, Schmierfilmhöhe und Geschwindigkeitsverteilung der Wärmetransport und damit die Temperaturverteilung im Schmierfilm mit Hilfe der Energietransportgleichung bestimmt. Die Temperatur im Schmierfilm breitet sich durch die umliegenden Lagerkomponenten bis zur gewählten Systemgrenze, mit teilweise von der Temperatur abhängigen Randbedingungen, aus, sodass durch einen iterativen Prozess ein Temperaturgleichgewicht gefunden werden muss. Erst wenn ein solches Temperaturgleichgewicht gefunden wurde, wird die Reynolds-Gleichung erneut mit der nun gefunden Schmierfilmtemperatur gelöst. Der Ablauf wird vorgesetzt bis die Änderungen in Druck- und Temperaturfeld unter ihre vorgegebene Toleranzen Tol_{pT} gefallen sind Gl. 4.1.

$$p_{pT_{Err}} = \left| \frac{p_i}{p_{i-1}} - 1 \right| \leq 0{,}01\,\% = Tol_{pT} \qquad T_{f_{Err}} = \left| \frac{T_{f_i}}{T_{f_{i-1}}} - 1 \right| \leq 0{,}01\,\% = Tol_{pT} \quad (4.1)$$

Durch diesen Ablauf wird eine Gleichgewichtslage für einen bestimmten Lastfall, unter Berücksichtigung der Temperatur im Schmierfilm und den umliegenden Lagerkomponenten ermittelt.

An die Bestimmung der Gleichgewichtslage schließt sich die Bestimmung der linearisierten Lagerparameter gemäß dem Ansatz von Lund angenommene Störungen um die

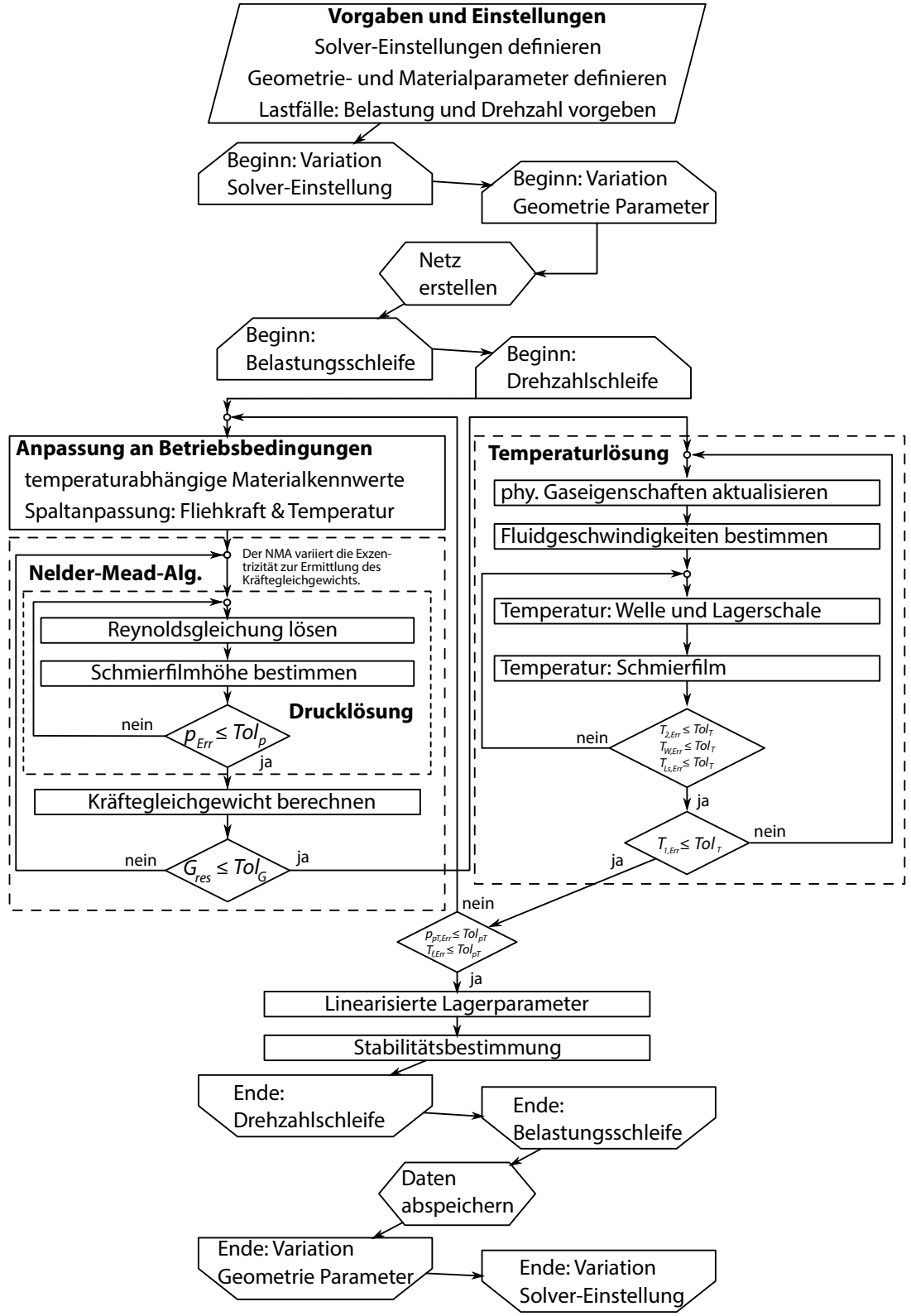

Abb. 4.1: Ablaufplan zur Darstellung der Interaktion der Programmmodule. Der Ablauf ist durch die Schleifen weitestgehend automatisiert und erlaubt damit die unbeaufsichtigte Berechnung vieler Varianten. Soll eine automatisierte Suche der Stabilitätsgrenzdrehzahl oder der Tragfähigkeit durchgeführt werden, so greifen diese Module in den Ablauf ein und steuern durch Drehzahl- bzw. Belastungsvorschläge.

Gleichgewichtslage herum an. Die Lagerparameter sind sowohl durch die Gleichgewichtslage als auch durch die mit Störungen überlagerte Reynolds-Gleichung (1.-Ordnung) von der Temperatur abhängig.

In einer Fortführung des Ansatzes von Lund kann auf Basis der linearisierten Lagerparameter bestimmt werden, ob sich das Lager stabil oder instabil verhält. Da die Gleichgewichtslage für eine bestimmte Belastung und Drehzahl berechnet wird, gilt die Aussage zur Stabilität auch nur für diesen Lastfall. Um für eine konkrete Belastung die Einsatzdrehzahl der Instabilität zu finden, muss die Drehzahl so lange variiert werden, bis innerhalb einer vorzugebenden Toleranz sowohl eine stabile und als auch eine instabile Drehzahl gefunden ist. Da für jede Kombination aus Belastung und Drehzahl der vollständige Ablauf aus Bestimmung der Gleichgewichtslage (unter Temperaturberücksichtigung), linearisierte Lagerparameter und iterative Berechnung der Grenzdrehzahl der Stabilität durchlaufen werden muss, sind Berechnungen für einen großen Parametersatz zeitaufwendig. Die Variation der Drehzahl erfolgt deshalb nicht nur für eine Belastung, sondern für eine alle vorgegebenen Belastungen automatisiert. Darüber hinaus ist eine automatisierte Variation einer *solver*-Einstellung und eines geometrischen Parameters (auch in Kombination) möglich. Ein Ablaufplan zur Darstellung der Interaktion zwischen den Programmmodulen und der Reihenfolge der Schleifen ist in Abb. 4.1 dargestellt. Zur Beschleunigung der Konvergenz eines Lastfalls, wird bei Berechnung mehrerer Lastfälle, auf den ähnlichsten zuvor bereits berechneten Lastfall zurückgegriffen und dessen Ergebnisse zur Initialisierung verwendet. Bei der Verwendung der Exzentrizität muss allerdings aufgepasst werden, dass nicht zu große Exzentrizität vorgeben werden, die den zur Suche nach der Exzentrizität verwendeten Nelder-Mead-Algorithmus scheitern lassen, weil bereits eine Durchdringung vorliegt. Eine solche Situation wird durch mehrere Abfangmechanismen versucht zu vermeiden, zuletzt indem ggf. doch aus der ursprünglich, bei Berechnungsstart vorgegebenen Startexzentrizität begonnen wird. Sollte auch das nicht zur Konvergenz führen, muss sich der Berechnungsverlauf im Detail angeschaut werden.

4.1 Lösung der Reynolds-Gleichung zur Bestimmung der Druckverteilung und Schmierfilmhöhe

Die Reynolds-Gleichung, eine nichtlineare partielle Differentialgleichung, wird zur Lösung durch Diskretisierung in ein lineares Gleichungssystem überführt. Aufgrund des strukturierten Netzes bietet sich die dafür relativ einfach zu implementierende Finite-

Differenzen-Methode an. Allerdings ist dabei zu beachten, dass zumindest in z-Richtung ein nicht äquidistantes Netz empfehlenswert und in θ-Richtung möglich ist (s. Kap. 5.1). Die Diskretisierung wird allgemein an der stellvertretenden Variablen x dargestellt. Der Differentialquotient wird durch eine Taylor-Reihenentwicklung mit Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung $O(\Delta x^2)$ gebildet. Bei Verwendung zentraler Differenzen ergibt sich die erste Ableitung (Gl. 4.2) zu:

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_i \approx \frac{\overbrace{\frac{1}{2}(f_{i+1}+f_i)}^{f_{i+1/2}} - \overbrace{\frac{1}{2}(f_i+f_{i-1})}^{f_{i-1/2}}}{\frac{1}{2}(x_{i+1}+x_i)-\frac{1}{2}(x_i+x_{i-1})} = \frac{f_{i+1}-f_{i-1}}{x_{i+1}-x_{i-1}} \tag{4.2}$$

Bereits bei der ersten Ableitung werden Halbschritte verwendet, damit die folgende zweite Ableitung (Gl. 4.3) mit ebenfalls zentralen Differenzen nicht von den direkten Nachbarknoten entkoppelt wird.

$$\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_i \approx \frac{\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i+1/2} - \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i-1/2}}{x_{i+1/2}-x_{i-1/2}} = \frac{2}{(x_{i+1}-x_{i-1})}\left(\frac{f_{i+1}-f_i}{x_{i+1}-x_i} - \frac{f_i-f_{i-1}}{x_i-x_{i-1}}\right) \tag{4.3}$$

Die Herleitung der allgemeinen Diskretisierungsvorschrift folgt der Darstellung in [115]. In dieser Quelle wird ebenfalls ausgeführt, dass die Anwendung der Diskretisierungsvorschrift auf ein nicht äquidistantes Netz nicht zu einem formalen Verlust bei der Fehlerordnung führt, wenn das Netz systematisch verfeinert wird. Eine solche systematische Verfeinerung erfolgt im Bereich hoher Druckgradienten an den axialen Rändern des Lagers. Über eine *solver*-Einstellung (z. B. *z_refine* für die z-Richtung) kann eingestellt werden wie viele Randknoten der lokalen Verfeinerung unterliegen. An den äußersten Randknoten x_1 und x_N können die zentralen Differenzen nicht angewendet werden, weil die Punkte x_{i-1} bzw. x_{i+1} nicht existieren. Für diese Randknoten werden deshalb Vorwärts- bzw. Rückwärtsdifferenzen verwendet (Gl. 4.4 und 4.5).

$$\text{Vorwärts}: \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_i \approx \frac{f_{i+1}-f_i}{x_{i+1}-x_i} \tag{4.4}$$

$$\text{Rückwärts}: \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_i \approx \frac{f_i-f_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \tag{4.5}$$

Die Diskretisierungsvorschrift wird auf die stationäre Reynolds-Gleichung (Gl. 3.9) in den beiden Koordinatenrichtung z und θ angewendet. Wie gerade beschrieben, kommen zentrale Differenzen für $i \in [2, N_z - 1]$ und $j \in [2, N_\theta - 1]$ und Vorwärts- bzw. Rückwärtsdifferenzen für $i = 1$, $j = 1$ bzw. $i = N_z$, $j = N_\theta$ zur Anwendung. Für den Knoten *i,j* ergibt sich damit:

$$
\begin{aligned}
f_{i,j} = {} & \frac{2}{\overline{z}_{i+1} - \overline{z}_{i-1}} \left(\frac{\overline{p}_{i+1,j} - \overline{p}_{i,j}}{\overline{z}_{i+1} - \overline{z}_{i}} \left(\frac{\overline{p}\overline{h}^3}{\overline{\mu}\overline{T}_f} \right)_{i+1/2,j} - \frac{\overline{p}_{i,j} - \overline{p}_{i-1,j}}{\overline{z}_{i} - \overline{z}_{i-1}} \left(\frac{\overline{p}\overline{h}^3}{\overline{\mu}\overline{T}_f} \right)_{i-1/2,j} \right) \\
& + \frac{2}{\theta_{j+1} - \theta_{j-1}} \left(\frac{\overline{p}_{i,j+1} - \overline{p}_{i,j}}{\theta_{j+1} - \theta_{j}} \left(\frac{\overline{p}\overline{h}^3}{\overline{\mu}\overline{T}_f} \right)_{i,j+1/2} - \frac{\overline{p}_{i,j} - \overline{p}_{i,j-1}}{\theta_{j} - \theta_{j-1}} \left(\frac{\overline{p}\overline{h}^3}{\overline{\mu}\overline{T}_f} \right)_{i,j-1/2} \right) \\
& - \frac{2}{\theta_{j+1} - \theta_{j-1}} \Lambda \left(\left(\frac{\overline{p}\overline{h}}{\overline{\mu}\overline{T}_f} \right)_{i,j+1/2} - \left(\frac{\overline{p}\overline{h}}{\overline{\mu}\overline{T}_f} \right)_{i,j-1/2} \right)
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

Obwohl eigentlich sowohl der Druck $\overline{p}$ als auch die Schmierfilmhöhe $\overline{h}$ unbekannt sind, wird zunächst nur der Druck $\overline{p}$ als Unbekannte betrachtet und durch ein Newton-Verfahren linearisiert und in ein Gleichungssystem überführt. In Gl. 4.6 stehen bereits alle Terme der diskretisierten stationären Reynolds-Gleichung auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens. Zur Lösung der Gleichung ist die Größe $f_{i,j}$ auf der linken Seite des Gleichheitszeichens zu minimieren. Dazu wird $f_{i,j}$ in jedem Knoten *i,j* als Funktion von den Nachbarknoten aufgefasst.

$$
f_{i,j} = f(\overline{p}_{i-1,j}, \overline{p}_{i+1,j}, \overline{p}_{i,j}, \overline{p}_{i,j-1}, \overline{p}_{i,j+1}) \tag{4.7}
$$

Der Wert für den nächsten Iterationsschritt n+1 lässt sich dann gemäß des Newton-Verfahrens aus den partiellen Ableitungen und den Druckdifferenzen zwischen Nachbarpunkten darstellen.

$$
\begin{aligned}
f_{i,j}^{n+1} = f_{i,j}^{n} & + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial \overline{p}_{i-1,j}} \right)^n \left(\overline{p}_{i-1,j}^{n+1} - \overline{p}_{i-1,j}^{n} \right) + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial \overline{p}_{i+1,j}} \right)^n \left(\overline{p}_{i+1,j}^{n+1} - \overline{p}_{i+1,j}^{n} \right) \\
& + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial \overline{p}_{i,j}} \right)^n \left(\overline{p}_{i,j}^{n+1} - \overline{p}_{i,j}^{n} \right) \\
& + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial \overline{p}_{i,j-1}} \right)^n \left(\overline{p}_{i,j-1}^{n+1} - \overline{p}_{i,j-1}^{n} \right) + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial \overline{p}_{i,j+1}} \right)^n \left(\overline{p}_{i,j+1}^{n+1} - \overline{p}_{i,j+1}^{n} \right)
\end{aligned}
\tag{4.8}
$$

Zur Lösung des Gleichungssystems werden die partiellen Ableitungen in der Jacobi-Matrix J^n zusammengefasst und die Druckdifferenzen in einem Differenzdruckvektor $\Delta\overline{p}^n$.

$$
\boldsymbol{J}^n \Delta \overline{p}_{i,j}^{\,n} = f_{i,j}^{n} \tag{4.9}
$$

Der *backslash*-Operator in *Matlab* ist die Standardmethode zur Lösung von linearen Gleichungssystem. Der Operator fasst eine Vielzahl an Lösungsalgorithmen zusammen und entscheidet auf Basis einer Analyse der übergebenen Matrix, welcher davon zur Anwendung kommt. Sowohl die Auswahl als auch die zur Anwendung kommenden Lösungsalgorithmen sind sehr effizient und sehr schnell. Trotzdem erfordert der *back-*

slash-Operator (auch durch die häufigen Aufrufe) einen erheblichen Anteil an der Berechnungszeit einer typischen Berechnung. Die Verwendung von einer dünn besetzten Matrix für J^n sorgt für eine erhebliche Beschleunigung. Zur Definition der dünn besetzten Matrix wird die in *C* geschriebene Funktion *fsparse.c* über die *MEX*-Schnittstelle eingebunden [116]. Diese ist deutlich schneller als die native *Matlab*-Funktion zur Erstellung von dünn besetzten Matrizen *spdiags.m*. Im Falle des Gleichungssystems aus Gl. 4.9 entscheidet sich der *backslash*-Operator für eine LU-Zerlegung. Eine weitere, wenn auch nur noch geringe, Zeitersparnis ergibt sich damit aus der Durchführung einer LU-Zerlegung vor Anwendung des *backslash*-Operators.

Das Ergebnis des Gleichungssystems ist die Druckdifferenz $\Delta\overline{p}^n$, welche zur Berechnung der Druckverteilung für den nächsten Iterationsschritt n+1 benötigt wird.

$$\overline{p}_{i,j}^{\,n+1} = \overline{p}_{i,j}^{\,n} + \Delta\overline{p}_{i,j}^{\,n} \tag{4.10}$$

Mit der nun bekannten Druckverteilung $\overline{p}_{i,j}^{\,n+1}$ wird die Strukturverformung $\overline{h}_c$ gemäß dem gewählten Strukturmodell berechnet (s. Kap. 3.2). Für die axialen Rändern muss kein Druck berechnet werden, da die Randbedingungen (s. Kap. 3.5.1) dort Umgebungsdruck vorgeben. Bei Verwendung der SEFM ergibt sich daraus das Problem, dass die Durchsenkung an den Rändern immer Null beträgt. Selbst bei einer sehr weich angenommen *top foil* ist dieses Verhalten nicht realistisch, da diese immer für eine Verteilung der Druckbelastung sorgen wird. Die Durchsenkung der äußersten Randknoten $i = [1, N_z]$ muss deshalb angepasst werden, da die weitere Lösung eine vorhandene Schmierfilmhöhe erfordert. Eine Möglichkeit ist es den äußersten Randknoten die Durchsenkung ihrer axialen, inneren Nachbarknoten zuzuweisen. Am Rand entsteht dadurch ein markanter Knick, weshalb die Durchsenkung unter Verwendung der Funktion *smooth2a.m* [117] mit einer gleitenden Durchschnittsbildung geglättet wird. Über die Anzahl der zur Durchschnittsbildung einzubeziehenden Knoten kann so eingestellt werden, wie steif sich die *top foil* verhalten soll, ohne dies konkret zu simulieren. Die Auswirkungen der Maßnahmen zur Anpassung der Randknotendurchsenkung sind für einen Beispielfall in Abb. 4.2 dargestellt. Während für die Berechnungen mit dem Le Lez-Strukturmodell prinzipbedingt immer

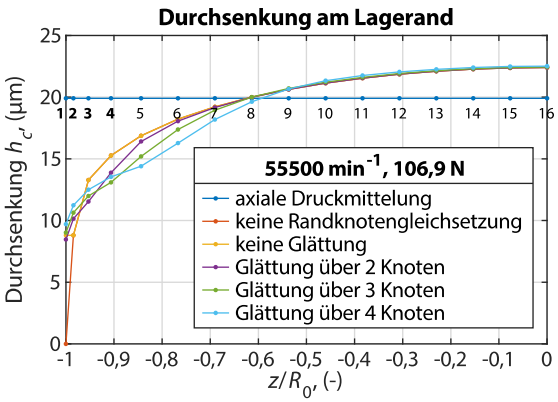

Abb. 4.2: Auswirkungen der Anpassung der Durchsenkung an den axialen Randknoten. Ebenfalls dargestellt ist, mit den fett gedruckten Knotennummern, der Bereich der Netzverfeinerung.

axial gemittelt wird (s. Kap. 3.2.3), wird für Berechnungen mit den SEFM entweder ebenfalls axial gemittelt, um mit dem Le Lez-Strukturmodell vergleichen zu können oder mit einer Glättung über drei Knoten gerechnet. Die Wahl der Mittelung über drei Knoten wird nicht durch die tatsächliche Steifigkeit der *top foil* begründet, sondern durch die in Abb. 4.2 darstellten Verläufe. Eine Glättung über zwei Knoten verringert die Durchsenkung am Randknoten wieder minimal unter die zuvor auf den Nachbarknoten gleichgesetzte Durchsenkung. Ab einer Glättung über drei Knoten passiert dies nicht mehr. Der entstehende Knick am Knoten 4 bei Glättung über drei Knoten wird als vernachlässigbar angesehen. Eine Glättung über vier Knoten verstärkt und verschiebt diesen Knick zu Knoten 5. Zur Mitte des Lagers hin unterscheiden sich die Glättungen nicht mehr voneinander. Eine Glättung über drei Knoten scheint damit die beste Wahl, um die Eigenschaft der SEFM eine axial variierende Durchsenkung abbilden zu können, zu erhalten[16]. Mit der so bestimmten Strukturverformung $\overline{h}_c$ wird mit Hilfe der Schmierfilmfunktion (Gl. 3.12) die neue Schmierfilmhöhe $\overline{h}^{n+1}$ ausgerechnet, welche für die nächste Diskretisierung der Reynolds-Gleichung benötigt wird.

Die Iteration wird fortgesetzt, bis die Abweichung zwischen zwei Iterationsschritten in allen Knoten unter eine Toleranz von Tol_p = 1e-6 gefallen ist. Formal lässt sich das Konvergenzkriterium wie folgt aufschreiben:

$$p_{err} = \left[\!\left[\left| \overline{p}_{i,j}^{\,n} - \overline{p}_{i,j}^{\,n-1} \right| \right]\!\right] \leq Tol_p = 1\text{e}{-6} \tag{4.11}$$

Um einen konvergierenden Iterationsfortschritt zu erreichen, ist es notwendig mit einer Unterrelaxation für die Filmhöhe zu arbeiten. Dabei wird zwischen zwei Iterationsschritten nur ein gewisser Anteil der neu berechneten Schmierfilmhöhe $\overline{h}^{n+1}$ übernommen.

$$\overline{h}_{rlx}^{\,n+1} = \zeta_h \overline{h}^{\,n+1} + (1 - \zeta_h)\overline{h}^{\,n} \tag{4.12}$$

Die Wahl des Unterrelaxationsfaktor $\zeta_h \in [0, 1[$ muss auf Basis von Erfahrung getroffen werden. Bei einem Unterrelaxationsfaktor nahe Null, wird nur ein geringer Teil des neuen Ergebnisses übernommen und die Berechnungszeit verlängert sich. Bei einem Unterrelaxationsfaktor nahe Eins kommt es (eigentlich immer) zu Konvergenzproblemen. Als Anhaltspunkt kann die geschätzte Auslastung der Tragfähigkeit verwendet werden. Für hochbelastete Lager wird während der Entwicklung des Programmcodes und der

16 Darüber hinaus ist im Programmcode ein Verfahren implementiert, um die Durchsenkung am axialen Rand durch eine Extrapolation des Gradienten im Inneren zu berechnen. Es kann gewählt werden zwischen welchen Knoten der Gradient abgegriffen werden soll. Da das Verfahren ist von der Implementierung deutlich komplizierter und ebenso willkürlich ist wie die Glättung per gleitendem Durchschnitt, kam es nicht zum Einsatz.

Berechnung der Ergebnisse dieser Arbeit ein Unterrelaxationsfaktor von $\zeta_h = 0{,}05$ verwendet. Aber selbst leicht belastete Lager benötigen normalerweise noch $\zeta_h = 0{,}5$. Eine Unterrelaxation für den Druck ist zwar implementiert, kommt aber nicht zur Anwendung, da sie sich nicht als notwendig erwies. Möglicherweise ließe sich durch eine optimierte Kombination aus Druck- und Schmierfilmunterrelaxation das Konvergenzverhalten noch beschleunigen. Allerdings hängt dies immer vom konkreten Lager und Belastungsfall ab und ist deshalb schwer allgemein zu beantworten.

Die Konvergenz der Iteration hängt auch von den gewählten Startwerten ab. Falls noch kein vergleichbarer Lastfall berechnet wurde, wird zu Beginn einer neuen Berechnung der Druck in jedem Berechnungsknoten $\overline{p}_{i,j} = 1$ gesetzt. Die initiale Schmierfilmhöhe berechnet sich aus dieser Anfangsdruckverteilung, der betriebsbedingten Spaltanpassung $\overline{h}_{op}$ und der gewählten Startexzentrizität. Eine Empfehlung für die Startexzentrizität wird im Kapitel 4.3.2 gegeben. Für alle weiteren Berechnung werden konvergierte Druckfelder und Schmierfilmhöhen von zuvor berechneten Iterationen als Startwerte verwendet. Auch bei der Berechnung mehrere Lastfälle werden automatisch die vermutlich besten Startwerte (auch für die Startexzentrizität) aus den bereits berechneten Lastfällen ausgewählt. Bei der Beschreibung des Vorgehens zur Ermittlung der Druckverteilung muss beachtet werden, dass eine konvergierte Druckverteilung (mit zugehöriger Schmierfilmhöhe) noch nicht bedeutet, dass diese das Kräftegleichgewicht erfüllen muss, weil sie bei konstanter Exzentrizität berechnet wird. Erst die iterative Variation ermittelt die zum Kräftegleichgewicht passende Exzentrizität (s. Kap. 4.3)

4.2 Lösung der FVM-Modelle zur Bestimmung der Temperatur

Die allgemeine Transportdifferentialgleichung Gl. 4.13 lässt sich zur Beschreibung einer Vielzahl physikalischer Transportvorgänge verwenden, indem die Transportgröße ϕ und der zugehörige Diffusionskoeffizient Γ an das spezifische Problem angepasst werden.

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v} \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \tag{4.13}$$

Um eine Temperaturverteilung für den Fluidfilm zu erhalten, muss der Energietransport in Form der Enthalpie innerhalb des Fluidfilms betrachtet werden (Gl. 4.14). Unter Voraussetzung eines idealen Gases, wird die Enthalpie zur Transportgröße $\phi = \hbar$ und der Quotient aus der Wärmeleitfähigkeit und der isobaren Wärmekapazität zum Diffu-

sionskoeffizient $\Gamma = \frac{\lambda}{c_p}$. Der instationäre Anteil $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$ fällt weg, da nur stationäre Zustände berechnet werden.

$$\nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v} \hbar) = \nabla \cdot \left(\frac{\lambda}{c_p} \nabla \hbar \right) + S_{\hbar} \tag{4.14}$$

Wird nun zusätzlich eine konstante Wärmekapazität c_p vorausgesetzt, so gilt $\hbar = c_p T$ und es kann ebenso gut die Temperatur als unabhängige Größe verwendet werden.

$$\underbrace{\nabla \cdot \left(\rho \boldsymbol{v} c_p T \right)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\nabla \cdot (\lambda \nabla T)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{S_T}_{\text{Quellterm}} \tag{4.15}$$

In der so erhaltenen Gl. 4.15 beschreiben die Anteile Konvektion und Diffusion die Art des Energietransports, während der Quellterm alle Arten der Wärmeerzeugung für die jeweilige Transportgröße erfasst. Die Behandlung des Quellterms wird ausführlich in Kapitel 4.2.1 beschrieben.

Zur Lösung dieser partiellen Differentialgleichung, wird die in der Strömungsmechanik bewährte Finite-Volumen-Methode (FVM) angewendet. Das Vorgehen und die Notation orientieren sich an der Darstellung in [118]. Unter Verwendung des Gaußschen Integralsatzes lässt sich das Integral über die Divergenz eines Vektorfelds in ein Integral über die Flüsse durch die Oberfläche überführen.

$$\oint_A \rho \boldsymbol{v} c_p T \mathrm{d}A = \oint_A \lambda \nabla T \mathrm{d}A + \int_V S_T \mathrm{d}V \tag{4.16}$$

Für die Reynolds-Gleichung wird die Temperatur in den Knotenpunkten des bereits berechneten Drucks (und der Filmhöhe) benötigt. Um diese Knotenpunkte herum wird das Berechnungsgebiet in die namensgebenden finiten Volumen (oder Zellen) unterteilt. Zur Berechnung der Integrale über alle Volumen wird ein linearer Verlauf der Temperatur zwischen den im Mittelpunkt der Volumen liegenden Knotenpunkten angenommen. Um bündig mit dem Berechnungsgebiet abzuschließen, werden die Volumen an den Rändern bzw. Ecken des Berechnungsgebiet als Halbvolumen bzw. Viertelvolumen ausgeführt. Die so diskretisierten Gleichungen erfüllen das Erhaltungsprinzip für jedes einzelne Volumen und damit auch bei beliebiger Netzfeinheit (also auch bei groben Netzen) für das gesamte Berechnungsgebiet. Im Folgenden werden die Bezeichnungen für ein Zylinderkoordinatensystem verwendet, obwohl Energietransportgleichung des Fluidfilms im Programmcode aufgrund des geringen Spalts und

Tab. 4.1: Bezeichnung der Nachbarpunkte für FVM

	Negative Richtung	**Positive Richtung**
z-Richtung	West (W)	Ost (O bzw. East E)
θ-Richtung	Nord (N)	Süd (S)
r-Richtung	Bottom (B)	Top (T)

Die Kontrollvolumenseitenflächen werden mit den entsprechenden Kleinbuchstaben bezeichnet.

der deshalb vernachlässigbaren Krümmung in kartesischen Koordinaten berechnet wird. Die Bezeichnung der Nachbarpunkte folgt einer Kompass-Notation aus Tab. 4.1. Die stationäre Transportgleichung lässt sich auf Basis der Gesamtströme notieren, indem der diffusive Wärmetransport von der rechten auf die linke Seite gebracht und der Quellterm damit isoliert wird:

$$\frac{\partial J_z}{\partial z} + \frac{1}{R_0}\frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial J_r}{\partial r} = S_T \tag{4.17}$$

mit den Gesamtwärmeströmen 4.18:

$$J_z = \rho v_z c_p T - \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \qquad J_\theta = \rho v_\theta c_p T - \lambda \frac{\partial T}{R_0 \partial \theta} \qquad J_r = \rho v_r c_p T - \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \tag{4.18}$$

Die Anwendung des Gaußschen Integralsatzes (Gl. 4.16)auf Gl. 4.17 ergibt:

$$J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b = S_T \Delta V \tag{4.19}$$

Darin bezeichnen die Größen J_e, J_w, J_n, J_s, J_t und J_b den jeweiligen Gesamtwärmefluss integriert über die entsprechende Volumenseitenfläche (bspw. $J_e = J_z A_e = \int_e J_z R_0 \mathrm{d}\theta \mathrm{d}r$)[17]. Da im stationären Zustand auch die Kontinuitätsgleichung erfüllt sein muss, wird diese bei der Diskretisierung ebenfalls berücksichtigt. Sie wird auf gleiche Weise integriert (Gl. 4.20):

$$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b = 0 \tag{4.20}$$

Für die darin enthaltenen, konvektiv transportierten Energie:

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho v_z c_p)_e \, R_0 \Delta\theta \Delta r & F_w &= (\rho v_z c_p)_w \, R_0 \Delta\theta \Delta r \\ F_n &= (\rho v_\theta c_p)_w \, \Delta z \Delta r & F_s &= (\rho v_\theta c_p)_s \, \Delta z \Delta r \\ F_t &= (\rho v_r c_p)_t \, \Delta z R_0 \Delta\theta & F_b &= (\rho v_r c_p)_b \, \Delta z R_0 \Delta\theta \end{aligned} \tag{4.21}$$

wird angenommen, dass der Strom ($\rho v c_P$) jeweils über der gesamten zugehörigen Volumenseitenfläche vorliegt. Aus der Multiplikation der Kontinuitätsgleichung mit T_P und Subtraktion von der Energietransportgleichung ergibt sich die folgende Darstellung (Gl. 4.22):

$$\begin{aligned} (J_e - F_e T_P) - (J_w - F_w T_P) + (J_n - F_n T_P) - (J_s - F_s T_P) + \\ (J_t - F_t T_P) - (J_b - F_b T_P) = (S_C + S_{T_P} T_P) \, \Delta V \end{aligned} \tag{4.22}$$

Die dabei zusätzlich erfolgte Aufspaltung des Quellterms in einen temperaturabhängigen und -unabhängigen Anteil, wird im folgenden Unterkapitel 4.2.1 erklärt. In dieser

17 Die Volumenseitenflächen werden in dieser Ableitung der Diskretisierungskoeffizienten als Produkt aus den beiden jeweiligen Strecken dargestellt. Für die Berechnung der Volumenseitenflächen muss beachtet werde, dass die Spalthöhe axial und in Umfangsrichtung nicht konstant ist. Für die Programmierung bietet es sich an die Volumenseitenflächen zusammenzufassen, s. Kap. 4.2.2.

Darstellung lassen sich die Koeffizienten, bei Annahme eines linearen Verlaufs der Temperatur zwischen den Knotenpunkten, wiederum zusammenfassen. Die Gesamtenergieflüsse durch die einzelnen Volumenseitenflächen ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} J_e - F_e T_p &= a_E \left(T_P - T_E\right) & J_w - F_w T_p &= a_W \left(T_W - T_P\right) \\ J_n - F_n T_p &= a_N \left(T_P - T_N\right) & J_s - F_s T_p &= a_S \left(T_S - T_P\right) \\ J_t - F_t T_p &= a_T \left(T_P - T_T\right) & J_b - F_b T_p &= a_B \left(T_B - T_P\right) \end{aligned} \tag{4.23}$$

worin

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|\mathrm{Pe}_e|) + [\![-F_e,0]\!] & a_W &= D_w A(|\mathrm{Pe}_w|) + [\![F_w,0]\!] \\ a_N &= D_n A(|\mathrm{Pe}_n|) + [\![-F_n,0]\!] & a_S &= D_s A(|\mathrm{Pe}_s|) + [\![F_s,0]\!] \\ a_T &= D_t A(|\mathrm{Pe}_t|) + [\![-F_t,0]\!] & a_B &= D_b A(|\mathrm{Pe}_b|) + [\![F_b,0]\!] \end{aligned} \tag{4.24}$$

Mit der Notation $[\![\square,\square]\!]$ wird das Maximum aus den beiden Argumenten ausgewählt. Die Koeffizienten D_e, D_w, D_n, D_s, D_t und D_b beschreiben die Wärmeleitung (Diffusion) durch die jeweilige Volumenseitenfläche.

$$\begin{aligned} D_e &= \frac{\lambda_e R_0 \Delta\theta \Delta r}{(\delta z)_e} & D_w &= \frac{\lambda_w R_0 \Delta\theta \Delta r}{(\delta z)_w} \\ D_n &= \frac{\lambda_n \Delta z \Delta r}{(R_0 \delta\theta)_n} & D_s &= \frac{\lambda_s \Delta z \Delta r}{(R_0 \delta\theta)_s} \\ D_t &= \frac{\lambda_t \Delta z R_0 \Delta\theta}{(\delta r)_t} & D_b &= \frac{\lambda_b \Delta z R_0 \Delta\theta}{(\delta r)_b} \end{aligned} \tag{4.25}$$

Mit den so gefunden Koeffizienten lautet die abschließende Diskretisierung:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + a_T T_T + a_B T_B + S_C \Delta V \tag{4.26}$$

mit

$$\mathrm{a}_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B - S_P \Delta V \tag{4.27}$$

Wenn $S_P = 0$, ergibt in dieser Notation die Summe der Nachbarkoeffizienten a_e, a_w, a_n, a_s, a_t und a_b gerade den Wert a_P innerhalb einer Zelle (Gl. 4.27). Im vorliegenden Anwendungsfall ist zwar $S_P \neq 0$, dennoch hilft diese Forderung, von [118] als „Regel 4“ bezeichnet, bei der Programmierung. So kann relativ einfach die Besetzung der für das Gleichungssystem benötigten Matrix überprüft werden, bevor der Quelltermanteil S_P addiert wird. Die verwendete Notation aus Gl. 4.23–4.27 erlaubt außerdem durch die Verwendung der Funktion $A(|\mathrm{Pe}|)$ die kompakte Darstellung verschiedener Diskretisierungsmethoden, welche in Tab. 4.2 aufgeführt sind. Neben den häufig verwendeten Aufwind- und Zentrale-Differenzen-Diskretisierungsverfahren und dem Exponential-Verfahren, welches die exakte Lösung für den eindimensionalen Fall abbildet, sind dar-

Tab. 4.2: Diskretisierungsmethoden für die FVM

Verfahren	**Formel für** $A(\lvert\mathrm{Pe}\rvert)$
Zentrale-Differenzen	$1 - 0{,}5\lvert\mathrm{Pe}\rvert$
Aufwind-Differenzen	1
Hybrid	$[\![0, 1 - 0{,}5\lvert\mathrm{Pe}\rvert]\!]$
Power law	$[\![0, (1 - 0{,}5\lvert\mathrm{Pe}\rvert)^5]\!]$
Exponential	$\lvert\mathrm{Pe}\rvert/[\![\exp(\lvert\mathrm{Pe}\rvert - 1)]\!]$

über auch das Hybrid-Verfahren und das *Powerlaw*-Verfahren definierbar. Die beiden zuletzt genannten Verfahren greifen dabei das Aufwind- und Zentrale-Differenzen-Verfahren auf, indem sie durch Fallunterscheidungen auf Basis der Péclet-Zahl Pe zwischen den beiden Verfahren interpoliert und sich so dem Exponential-Verfahren bei geringerem Berechnungsaufwand annähern. Die Péclet-Zahl beschreibt das Verhältnis zwischen konvektivem und diffusivem Wärmetransport. Das Hybrid-Verfahren geht davon aus, dass sich der diffusive Wärmetransport (Wärmeleitung) ab einer Péclet-Zahl größer als $\lvert 2\rvert$ nicht gegen die Strömungsrichtung durchsetzt, also vernachlässigt werden kann. D. h. ab einer Péclet-Zahl größer als $\lvert 2\rvert$ wechselt das Hybrid-Verfahren vom Zentrale-Differenzen-Verfahren auf das Aufwind-Verfahren. Statt einem harten Wechsel zwischen den beiden Verfahren beschreibt das *Powerlaw*-Verfahren eine Annäherung an das Exponential-Verfahren bis zu Péclet-Zahl von $\lvert 10\rvert$. Über einer Péclet-Zahl von $\lvert 10\rvert$ wird ausschließlich konvektiver Wärmetransport berücksichtigt. Die für das in dieser Arbeit verwendete *Powerlaw*-Verfahren notwendigen Fallunterscheidungen sind am Beispiel des Koeffizienten a_E in Gl. 4.28 bzw. in Tab. 4.2 allgemein in kompakter Form angegeben.

$$a_E = \begin{cases} -F_e, & -10 > \mathrm{Pe}_e \\ D_e(1 - 0{,}1\mathrm{Pe}_e)^5 - F_e, & -10 \le \mathrm{Pe}_e < 0 \\ D_e(1 + 0{,}1\mathrm{Pe}_e)^5, & 0 \le \mathrm{Pe}_e \le 10 \\ 0, & 10 < \mathrm{Pe}_e \end{cases} \tag{4.28}$$

Die bei GFL üblicherweise vorliegenden hohen Drehzahlen sorgen für hohe Strömungsgeschwindigkeiten in weiten Bereichen des Lagers, was einen Einsatz des Aufwind-Verfahrens erlauben würde[18]. Speziell an den Rändern und/oder an den Übergängen zur *mixing*-Zone kann allerdings nicht ausgeschlossen werden, dass aufgrund der Randbedingungen geringere Strömungsgeschwindigkeiten vorliegen. Zur Berücksichtigung des diffusiven Wärmetransports in diesen Bereichen geringer Strömungsgeschwindigkeit, kommt in dieser Arbeit *Powerlaw*-Verfahren zur Anwendung[19].

18 Testweise durchgeführte Berechnungen mit dem Aufwind-Verfahren ergaben in den untersuchten Fällen vernachlässigbare Unterschiede in den festgestellten Temperaturen.

19 Die testweise Implementierung eines *total variation diminishing*-Verfahrens (TVD), welches durch die Wahl einer geeigneten Interpolationsfunktion zu einem Verfahren zweiter Ordnung wird, zeigt keine grundsätzlich anderen Ergebnisse in Temperaturniveau und -verteilung. Deshalb und aufgrund der geringeren Erfahrung mit dem Verfahren wird auf eine weitere Verfolgung dieser Methode verzichtet. Eine Beschreibung des Verfahrens findet sich bspw. in [119].

Wird die dargestellte Diskretisierung in die Koeffizienten aus Gl. 4.26 und 4.27 auf alle Zellen im gesamte Berechnungsgebiet des Fluidfilms angewendet, können die Koeffizienten in Form eines linearen Gleichungssystems mit der gesuchten Temperatur $\boldsymbol{T}$ als Unbekannte überführt werden.

$$[\boldsymbol{A}_{FVM}]\{\boldsymbol{T}\} = \{\boldsymbol{S}_C\} \tag{4.29}$$

Der Einbau von Randbedingungen erfolgt am Übergang zur Welle bzw. zur *top foil* und Lagerschale über die Quellterme, indem dort der entsprechende Wärmestrom addiert wird. Eine feste Temperatur als Randbedingung an den Seitenrändern wird gesetzt, indem diese an den entsprechenden Positionen (s. Kap. 3.5.2) direkt in den Quelltermvektor S_C auf der rechten Seite eingetragen wird. In der Hauptdiagonalen der Koeffizientenmatrix $\mathbf{A}_{FVM}$ wird in der zugehörigen Zeile eine 1 eingetragen. Alle anderen Einträge der Zeile mit den Einflüssen der Nachbarzellen auf diese Zelle werden auf 0 gesetzt. Bei der Lösung des Gleichungssystem mit Hilfe des *backslash*-Operator in *Matlab* ergibt sich so gerade die gesetzte Randbedingungstemperatur.

Die hier gewählte Darstellung orientiert sich sehr eng an der von [118]. Zum einen, weil diese zu den besten Darstellungen gehört, zum anderen, weil auch der Programmcode diesem Vorgehen sehr eng folgt. Eine weitere gute Darstellung, unter anderem auch mit mehr Beispielen, findet sich in [119] und auch [115].

Das beschriebene Verfahren wird analog auch auf die weiteren durch die FVM diskretisierten Lagerkomponenten angewendet. Beide Iterationsschleifen, die zur Berechnung des Temperaturgleichgewichts zwischen den Lagerkomponenten ($T_{2,Err}$) und die zur Aktualisierung der temperaturabhängigen physikalischen Eigenschaften der Luft ($T_{1,Err}$), werden fortgesetzt, bis die Ergebnisse unter die vorgegebene Toleranz Tol_T = 0,01 K fallen Gl. 4.30.

$$\begin{aligned} T_{1_{Err}} &= |T_i - T_{i-1}| \leq Tol_T & \qquad T_{2_{Err}} &= |T_i - T_{i-1}| \leq Tol_T \\ T_{W_{Err}} &= |T_{W_i} - T_{W_{i-1}}| \leq Tol_T & \qquad T_{Ls_{Err}} &= |T_{Ls_i} - T_{Ls_{i-1}}| \leq Tol_T \end{aligned} \tag{4.30}$$

4.2.1 Linearisierung und weitere Behandlung des Quellterms

Der im Rahmen der FVM eingeführte Quellterm S_T ist von zentraler Bedeutung für alle in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen. In ihm werden die Wärmeentstehungsprozesse während des Betriebs erfasst und bildet damit den Ausgangspunkt für die Betrachtung der Wärmeströme durch die Lagerkomponenten. Die Wärmeentstehung wird als Mittelwert im Mittelpunkt einer Berechnungszelle aufgefasst und durch eine Multiplikation mit dem jeweiligen finiten Volumen näherungsweise integriert Gl. 4.31 (für einen linearen und/oder konstanten Verlauf wäre die Integration exakt).

$$\int_V S_T \mathrm{d}V \approx S_T \Delta V \approx \left(S_C + S_P T_P\right) \Delta V \tag{4.31}$$

Zwei Wärmeentstehungsprozesse, die Volumenarbeit und die viskose Dissipation, bilden den Quellenterm.

$$S_T = \underbrace{\left(v_z \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{v_\theta}{R_0} \frac{\partial p}{\partial \theta}\right)}_{\text{Volumenarbeit}} + \underbrace{\mu(T) \left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\right)^2\right]}_{\text{Viskose Dissipation}} \tag{4.32}$$

Ein positiver Druckgradient sorgt für eine Erwärmung des Fluids durch Kompression. Ein negativer Druckgradient entzieht dem Fluid Wärme durch Expansion. Im Verlauf der mittleren Fluidfilmtemperatur ist dies am Anstieg der Temperatur bis zur Stelle minimaler Filmhöhe in Umfangsrichtung und dem anschließenden Abfall im divergierenden Spalt durch Entspannung erkennbar (s. Abb. 3.8). Der folgende erneute Anstieg bis zur *mixing*-Zone lässt sich durch die Kompressionsarbeit gegen den dort angenommenen Umgebungsdruck erklären. Da der Druck über die Spalthöhe als konstant angenommen wird, liegt in dieser Richtung kein Druckgradient $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$ vor.

Der zweite Wärmeentstehungsprozess ist die viskose Dissipation. Die Kombination aus hohen Drehzahlen (hoher Strömungsgeschwindigkeit) und dünnem Schmierspalt verursacht in GFL hohe Geschwindigkeitsgradienten radialer Richtung. Über die Multiplikation mit der Viskosität wird daraus die Schubspannung (Reibung) für die beiden Geschwindigkeitskomponenten entlang des Umfangs und in axialer Richtung berechnet. Die Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung v_r ist gegenüber den anderen beiden Komponenten vernachlässigbar gering, wodurch alle Geschwindigkeitsgradienten mit Beteiligung dieser wegfallen $\left(\frac{\partial v_r}{\partial z}, \frac{\partial v_r}{\partial \theta}, \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0\right)$. Ebenfalls vernachlässigbar gering sind die Geschwindigkeitsgradienten in axialer und Umfangsrichtung $\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}, \frac{\partial v_\theta}{\partial z}, \frac{\partial v_z}{\partial \theta}, \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0\right)$ [21]. Dies sind auch in der weiteren Literatur gängige Annahmen [22, 25, 90]. In dieser Arbeit lassen sie sich ohne erkennbaren Einfluss auf die Ergebnisse verwenden.

Durch die nichtlineare Temperaturabhängigkeit der Viskosität $\mu(T)$, liegt formell ein nichtlinearer Quellterm vor, der für das lineare FVM-Gleichungssystem linearisiert werden muss. Prinzipiell sind viele Arten der Linearisierung möglich, bei der die Viskosität in einen konstanten und einen linear von der Temperatur abhängigen Anteil aufgeteilt wird.

$$\mu(T) = a_1 T + a_2 \tag{4.33}$$

Der nicht abhängige Anteil a_2 bildet zusammen mit der ebenfalls nicht von der Temperatur abhängigen Volumenarbeit den konstanten Quelltermanteil S_C (Gl. 4.34). Bei der Lösung des Gleichungssystems 4.29 steht dieser Anteil auf der rechten Seite.

$$S_C = \left(v_z \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{v_\theta}{R_0} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + a_2 \left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right)^2 \right] \tag{4.34}$$

Der temperaturabhängige Anteil S_P (Gl. 4.35) muss formell auf der linken Seite des Gleichungssystems berücksichtigt werden.

$$S_P = a_1 \left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right)^2 \right] \tag{4.35}$$

Wie in Gl. 4.27 dargestellt, wird er von den Koeffizienten a_P subtrahiert, welche auf die Hauptdiagonale des Gleichungssystems geschrieben werden. Allerdings ist dabei zu beachten, dass eine starke positive Abhängigkeit mit großen Werten für S_P dazu führen könnten, dass diese gegenüber den weiteren Summanden der Nachbarzellen dominieren, und dadurch die Einträge für a_P negativ werden. Sollte eine solche Situation eintreten, kann es zu einer divergierenden Lösung kommen. Um dies zu verhindern, wird bei der Linearisierung für S_P ein negatives Vorzeichen gefordert [118].

Aus den in [103] tabellierten Werte für die Viskosität in Abhängigkeit von der Temperatur ist ersichtlich, dass ein positiver Zusammenhang zwischen Viskosität und Temperatur vorliegt (s. Abb. 3.9). Sie bilden die Grundlage für eine Interpolation zur Ermittlung der Koeffizienten a_1 und a_2. Auf Basis der Temperatur aus dem letzten Iterationsschritt, wird zwischen den beiden nächstgelegenen in der Tabelle angegeben Datenpunkten linear interpoliert. Damit ergibt sich eine abschnittsweise lineare Interpolation der Viskosität über den gesamten, tabellierten Temperaturbereich. Durch die positive Abhängigkeit der Viskosität der Luft (bzw. allgemein von Gasen) wird der Koeffizient a_1 und damit S_P positiv. Anschaulich gesprochen liegt hier ein sich selbst verstärkender Zusammenhang vor, da es durch den Anstieg der Temperatur zu einem Anstieg der Viskosität und damit zu einem weiteren Anstieg der Wärmeerzeugung und damit Temperatur kommt. Trotzdem muss es dadurch nicht zwingend zur Divergenz der Lösung kommen. Solange zwischen den Iterationsschritten nur kleine Temperaturunterschiede auftreten, weil bspw. ein ausreichender Wärmeabtransport stattfindet, kann diese unter Umständen weiterhin konvergieren.

In [118] wird für eine positive Abhängigkeit als bewährtes Vorgehen vorgeschlagen den temperaturabhängigen Anteil, statt in der Koeffizientenmatrix auf der linken Seite, zusammen mit dem temperaturabhängigen Anteil auf der rechten Seite zu berücksichtigen. Dazu wird er mit der Temperatur aus dem letzten Iterationsschritts multipliziert

und addiert. Da bei Konvergenz der iterativen Lösungsfindung der Unterschied zwischen den berechneten Temperaturen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Iterationsschritten immer kleiner wird, wird auch der Fehler, der durch die Berechnung der Viskosität mit den Werten aus dem vorangegangenen Schritt gemacht wird, immer kleiner und letztlich vernachlässigbar. Im Programmcode kann mit der *solver*-Einstellung *stabilize_LGS* zwischen der möglicherweise divergierenden Linearisierungsmethode und der Empfehlung aus [118] gewechselt werden. In den, während der Implementierung des bewährten Vorgehens zur Vermeidung von positivem S_P, durchgeführten Testrechnungen, ergaben sich maximale Unterschiede von 0,01 K an einzelnen Berechnungsknoten. Das bewährte Vorgehen zur Stabilisierung ist deshalb bei allen weiteren Berechnungen als Standard aktiviert.

4.2.2 Berechnung FVM-Zellgeometrie

Durch die Annahme, dass die bei der FVM betrachteten konvektiven und diffusiven Flüsse auf der gesamten Fläche ihrer zugehörigen Volumenseite anliegen, können diese bei Anwendung des Gaußschen Integralsatzes einfach miteinander multipliziert werden. Daraus ergeben sich die in Kapitel 4.2 beschrieben und zur Darstellung der finalen Diskretisierungsvorschrift verwendeten Koeffizienten F_ξ und D_ξ mit $\xi \in [e, w, n, s, t, b]$. In der dort verwendeten Kompassnotation sind die Flächen den Richtungen wie folgt zugeordnet:

- Ost (*East*, e), West (w): $A_{\theta,r} = R_0 \Delta\theta \Delta r$
- Nord (n), Süd (s): $A_{z,r} = \Delta z \Delta r$
- *Top* (t), *Bottom* (b): $A_{z,\theta} = \Delta z R_0 \Delta\theta.$

Bei der Berechnung der Flächen ist zu beachten, dass die Spalthöhe axial und in Umfangsrichtung nicht konstant ist. In diesen beiden Richtungen ($A_{\theta,r}$, $A_{z,r}$) werden die jeweiligen Seitenflächen deshalb aus zwei Trapezen zusammengesetzt. Dies ist beispielhaft in Gl. 4.36 und 4.37 am Beispiel der z,r- und θ,r-Ebene für die Flächen A_s und A_e dargestellt. Die Abb. 4.3 enthält eine Skizze der Flächen in allen drei Richtung.

$$A_{s_{i,j}} = A_{z,r_{i,j}} = \underbrace{\frac{(z_i - z_{i-1})}{2} \frac{\left(h_{i-0,5,j-0,5} + h_{i,j-0,5}\right)}{2}}_{A_{z,r_{i,j},1}} + \underbrace{\frac{(z_{i+1} - z_i)}{2} \frac{\left(h_{i,j-0,5} + h_{i+0,5,j-0,5}\right)}{2}}_{A_{z,r_{i,j},2}} \tag{4.36}$$

$$A_{e_{i,j}} = A_{\theta,r_{i,j}} = \underbrace{R_0\left(\theta_j - \theta_{j-0,5}\right)\frac{\left(h_{i+0,5,j-0,5} + h_{i+0,5,j}\right)}{2}}_{A_{\theta,r_{i,j},1}} + \underbrace{R_0\left(\theta_{j+0,5} - \theta_j\right)\frac{\left(h_{i+0,5,j-0,5} + h_{i+0,5,j+0,5}\right)}{2}}_{A_{\theta,r_{i,j},2}} \tag{4.37}$$

Die Flächen werden auch im Programmcode zunächst mit der jeweiligen gesamten Spalthöhe berechnet und erst anschließend durch die Multiplikation mit den Abständen

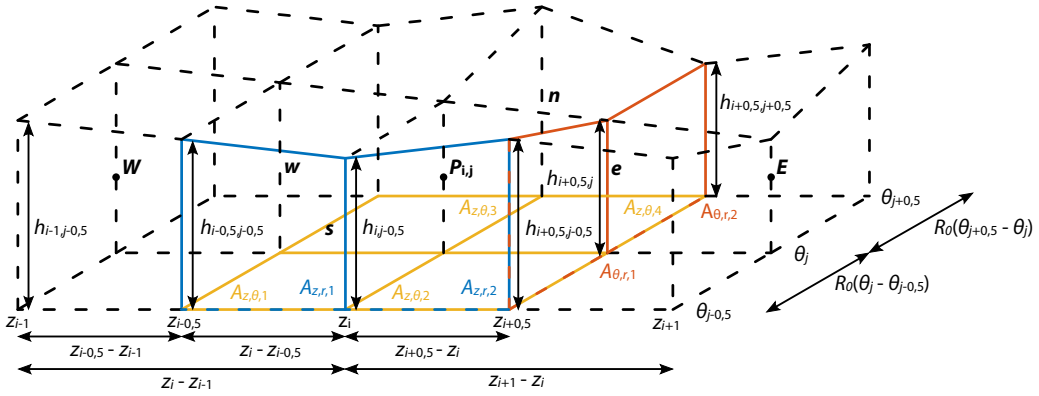

Abb. 4.3: Skizze zu den FVM-Flächen und den zur Berechnung notwendigen Abmaßen in allen drei Raumrichtungen. Erkennbar ist auch die Zusammensetzung aus Trapezen.

der Zellenseitenflächen in r-Richtung auf die Zellen aufgeteilt. Die in den Gl. 4.36 und 4.37 dargestellten Höhen entsprechenden dann (beispielsweise):

$$h_{i,j-0,5} = \left(r_{i,j-0,5,k+0,5} - r_{i,j-0,5,k-0,5}\right) \tag{4.38}$$

Für die zur r-Richtung senkrechten Flächen $A_{z,\theta}$ ist es nicht erforderlich mit Trapezen zu rechnen. Hier genügen einfache Rechtecke. Durch die Lage der Zellenseitenflächen zwischen den Knotenkoordinaten müssen die Flächen dennoch aus zwei Rechtecken (bzw. sogar vier, bei ungleichmäßigem Netz in θ-Richtung) zusammengesetzt werden (Gl. 4.39).

$$A_{b_{i,j}} = A_{z,\theta_{i,j}} = \underbrace{R_0\left(\theta_j - \theta_{j-0,5}\right)\left(z_i - z_{i-0,5}\right)}_{A_{z,\theta_{i,j},1}} + \underbrace{R_0\left(\theta_j - \theta_{j-0,5}\right)\left(z_{i+0,5} - z_i\right)}_{A_{z,\theta_{i,j},2}} + \underbrace{R_0\left(\theta_{j+0,5} - \theta_j\right)\left(z_i - z_{i-0,5}\right)}_{A_{z,\theta_{i,j},3}} + \underbrace{R_0\left(\theta_{j+0,5} - \theta_j\right)\left(z_{i+0,5} - z_i\right)}_{A_{z,\theta_{i,j},4}} \tag{4.39}$$

Mit der Annahme, dass die Zellen näherungsweise einem Quader entsprechen, werden die Flächen $A_{z,\theta}$ auch zur Berechnung des Volumens der einzelnen Zellen verwendet. Dazu werden sie mit den Zellhöhen im Zellknoten multipliziert.

$$\Delta V_{i,j} = A_{z,\theta_{i,j}} \left(r_{i,j,k+0,5} - r_{i,j,k-0,5} \right) \tag{4.40}$$

Die so berechneten Volumen entsprechen damit nicht genau der Geometrie, da der Spalt in Umfangsrichtung (und je nach Strukturmodell und getroffenen Annahmen auch in axialer Richtung) variiert und das Volumen deshalb streng genommen kein exakter Quader ist. Bei feinem Netz ist dieser Fehler vernachlässigbar, da die Variation der Spalthöhe dann relativ sanft erfolgt. Das Gesamtvolumen des Spalts bleibt davon unberührt und wird richtig berechnet. Darüber hinaus ist die Methode der Integration der Quellterme ebenfalls nur eine näherungsweise Approximation über die Mittelpunktsregel, da die Größe der Quellterme im Rest des Volumens nicht bekannt ist. Die Genauigkeit der Volumenberechnung wird deshalb als ausreichend erachtet.

4.3 Bestimmung der Gleichgewichtslage

Für den sicheren Betrieb eines GFL ist entscheidend wie sich ein GFL unter den Anforderungen eines Lastfalls verhält. Als Lastfall wird hier die Kombination aus einer stationären Drehzahl und einer Belastung bezeichnet, wobei die Belastung aus dem Rotoreigengewicht m_r und weiteren externen Kräften zusammengesetzt sein kann. Damit sich eine Druckverteilung und damit tragfähiger Schmierfilm bildet, ist ein exzentrischer Lauf des Rotors im Lager erforderlich.

Eines der grundlegenden Ziele des entwickelten Berechnungscodes ist deshalb die Bestimmung der Exzentrizität, bei der sich ein Kräftegleichgewicht zwischen den aus der Druckverteilung auf den Rotor wirkenden Kräften F_x, F_y und der Belastung W_x, W_y einstellt. Dazu wird die zunächst zur Berechnung eines Druckfeld in Kapitel 4.1 als konstant angenommene Exzentrizität variiert.

$$\boldsymbol{G} = \begin{Bmatrix} G_x \\ G_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x + W_x \\ F_y + W_y \end{Bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{4.41}$$

Für einen Standardfall mit nur in x-Richtung wirkendem Rotoreigengewicht m_r wird $W_x = m_r g$ und $W_y = 0$ gesetzt. Dabei ist g die Erdbeschleunigung. Alternativ kann das Koordinatensystem über den Kraftangriffswinkel θ_W gedreht werden. Die aus der Druckverteilung auf den Rotor wirkenden Kräfte werden durch eine Integration bestimmt (Gl. 4.42).

$$\boldsymbol{F_B} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = R_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{L} \left(p(z,\theta) - p_a \right) \begin{Bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{Bmatrix} \mathrm{d}z\mathrm{d}\theta \tag{4.42}$$

Da die Integration der Druckverteilung aufgrund des ungleichmäßigen Netzes nicht trivial ist, wird die dafür implementierte Simpson-Regel in einem eigenen Unterkapitel 4.3.1 beschrieben. Der Einfluss der Exzentrizität steckt in der Druckverteilung $p(z,\theta)$ und ihrer zugehörigen Schmierfilmhöhe $h(z,\theta)$, welche direkt durch die Exzentrizitätsanteile ε_x und ε_y beeinflusst werden (Gl. 3.12). Steht die Berechnungsvorschrift zur Bestimmung von Druckverteilung und den daraus folgenden Kräften fest, so kann die Suche nach der passenden Exzentrizität als Minimierungsproblem aufgefasst werden (Gl. 4.41). Die Beschreibung der zur Lösung des Minimierungsproblems verwendeten Nelder-Mead-Algorithmus erfolgt in Kapitel 4.3.2.

4.3.1 Simpson-Regel zur Integration des Druckfelds

Als Lösung der Reynolds-Gleichung liegt die Druckverteilung in Form diskreter Druckwerte in den Berechnungsknoten vor. Um daraus die auf den Rotor wirkende Kraft (bzw. Kräfte in x- und y-Richtung) zu ermitteln, muss diese mit einem geeigneten Verfahren numerisch integriert werden. Die durch die Wahl des Netzes bereits festgelegten Knoten werden als Stützstellen bzw. Intervalle für eine Integration durch die Simpson-Regel verwendet. Gegenüber der einfacheren Trapezregel, welche nur lineare Funktionen exakt integrieren kann, bietet die Simpson-Regel den Vorteil Polynome bis zum dritten Grad exakt integrieren zu können. Hohe Gradienten (wie sie insbesondere an den Rändern vorkommen) lassen sich damit bei gegebenem Netz besser abbilden. Allerdings ergeben sich aus der Simpson-Regel zwei Schwierigkeiten. Zum einen wird sie häufig nur in ihrer kompakten Form für äquidistante Stützstellen angegeben und zum anderen nur für eine ungerade Anzahl Stützstellen (bzw. gerade Anzahl Intervalle). Da im Berechnungscode an den Rändern eine lokale Verfeinerung des Netzes eingestellt werden kann und auch für die Anzahl der Berechnungsknoten, außer einer Mindestanzahl von mehr als vier Knoten (in z- und θ-Richtung) keine Vorgaben gemacht wird, muss die Aufstellung der Simpson-Regel diese Besonderheiten berücksichtigen.

Über die *File-Exchange*-Plattform *Matlab Central* lässt sich die Funktion s*imps.m* beziehen, welche diese Anforderung erfüllt [120]. Sie ist allerdings verhältnismäßig zeitaufwendig, was durch die sehr häufigen Aufrufe[20] auch im Rahmen der Gesamtberechnungszeit ins Gewicht fällt. Die Implementierung der Simpson-Regel in *C* (*mxSimps.m*) und Einbindung über die *Matlab-MEX*-Schnittstelle bringt eine deutliche Zeitersparnis.

20 Zur Berechnung der auf den Rotor wirkenden resultierende Kraft muss das Druckfeld über die z- und θ-Richtung integriert werden. Dies geschieht getrennt in den beiden Richtungen (x und y) des Rotorkoordinatensystems. Insgesamt kommt die Integrationsfunktion zur Berechnung für einen Exzentrizitätspunkt vier Mal zur Anwendung. Wie im Folgenden noch beschrieben wird, müssen zur Bestimmung der Gleichgewichtslage viele Exzentrizitätspunkte iterativ abgesucht werden.

Bei einer ungeraden Anzahl an Stützstellen x (gerade Anzahl an Intervallen N) wird in der kompakten Darstellung der Simpson-Regel nach Gl. 4.43 vorgegangen. Dabei sind die Intervallbreiten mit h_i bezeichnet.

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x &= \sum_{i=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} \left(\alpha_i f(x_{2i-1}) + \beta_i f(x_{2i}) + \gamma_i f(x_{2i+1})\right) \\
\alpha_i &= \frac{h_i + h_{i+1}}{6h_i} \cdot (2h_i - h_{i+1}) \\
\beta_i &= \frac{h_i + h_{i+1}}{6h_i} \cdot \frac{(h_i + h_{i+1})^2}{h_{i+1}} \\
\gamma_i &= \frac{h_i + h_{i+1}}{6h_i} \cdot \frac{h_i\,(2h_{i+1} - h_i)}{h_{i+1}}
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Liegt eine gerade Anzahl an Stützstellen (ungerade Anzahl an Intervallen) vor, so wird bis zum vorletzten Intervall die gleiche Vorschrift (Gl. 4.43) verwendet (deshalb das Abrunden $N/2$ über dem Summenzeichen). Das letzte Intervall wird durch eine weitere quadratische Interpolation durch die letzten drei Stützstellen ($x_{N\text{-}1}$, x_N, x_{N+1}) erfasst und addiert. Dazu wird das Gleichungssystem 4.44 gelöst.

$$\begin{bmatrix} x_{N-1}^2 & x_{N-1} & 1 \\ x_N^2 & x_N & 1 \\ x_{N+1}^2 & x_{N+1} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_N \\ \beta_N \\ \gamma_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_{N-1}) \\ f(x_N) \\ f(x_{N+1}) \end{pmatrix} \tag{4.44}$$

Die Funktion *simps.m* löst dies elegant durch die Verwendung des *backslash*-Operators in *Matlab*. Um einen vergleichbaren Lösungsalgorithmus zu erhalten, müssten bei der *C*-Codegenerierung weitere Bestandteile der Programmbibliothek *LAPACK* eingebunden werden. Es lässt sich aber auch eine analytische Lösung (Gl. 4.45) ermitteln und wird somit im Programmcode verwendet.

$$\begin{aligned}
\alpha_N &= \frac{h_N\left(x_N x_{N+1}^2 - x_N^2 x_{N+1}\right)}{h_{N-1}h_N(h_{N-1}+h_N)} - \frac{x_N^3 - x_{N+1}^3}{3h_{N-1}(h_{N-1}+h_N)} - \frac{\left(x_N^2 - x_{N+1}^2\right)^2}{2h_{N-1}h_N(h_{N-1}+h_N)} \\
\beta_N &= \frac{\left(x_{N-1}^2 - x_{N+1}^2\right)\left(x_N^2 - x_{N+1}^2\right)}{2h_{N-1}h_N(h_{N-1}+h_N)} - \frac{h_N\left(x_{N-1}x_{N+1}^2 - x_{N-1}^2 x_{N+1}\right)}{h_{N-1}h_N(h_{N-1}+h_N)} + \frac{x_N^3 - x_{N+1}^3}{3h_{N-1}h_N} \\
\gamma_N &= \frac{h_N\left(x_{N-1}x_N^2 - x_{N-1}^2 x_N\right)}{h_{N-1}h_N(h_{N-1}+h_N)} - \frac{x_N^3 - x_{N+1}^3}{3h_N(h_{N-1}+h_N)} - \frac{\left(x_{N-1}^2 - x_N^2\right)\left(x_N^2 - x_{N+1}^2\right)}{2h_{N-1}h_N(h_{N-1}+h_N)}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Im Vergleich der Ergebnisse der Integrationsfunktionen *simps.m* und *mxSimps.m* in Abb. 4.4 ist zusätzlich auch die nativ in *Matlab* vorhandene Funktion *trapz.m* zur numerischen Integration mit Hilfe der Trapezregel aufgeführt. Während die Ergebnisse der beiden auf der Simpson-Regel basierenden Funktionen nicht unterscheidbar sind, nä-

hern sich die Ergebnisse der Trapezregel erst bei feinerem Netz den anderen an. Die Berechnungszeit für jeweils 10000 Aufrufe der Funktionen ist auf der zweiten *y*-Achse aufgeführt. Zur besseren Vergleichbarkeit ist in den Balken der prozentuale Anteil der Berechnungszeit gegenüber der Funktion *simps.m* (Funktion mit der längsten Berechnungszeit) dargestellt. Je nach Netzgröße, wird im Durchschnitt für einen Aufruf von *mxSimps.m* nur noch rund 5 % – 10 % der Zeit von *simps.m* benötigt, was einer Beschleunigung um den Faktor 10 – 20 entspricht. Damit ist die *MEX*-Funktion auch schneller gegenüber der einfacheren und ungenaueren *trapz.m*. Die Darstellung der Berechnungszeiten soll auch für die anderen, im Zuge dieser Arbeit durch die *MEX*-Schnittstelle in *C* umgesetzte Funktionen, einen Eindruck über die dabei erzielbaren Zeitgewinne vermitteln.

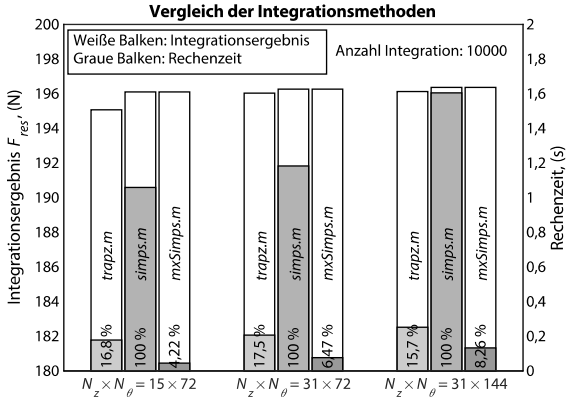

Abb. 4.4: Die Simpson-Regel in C benötigt die geringste Zeit und liefert die gleichen bzw. bessere Ergebnisse als die Alternativen

4.3.2 Nelder-Mead-Algorithmus zur Ermittlung der kräftegleichgewichterfüllenden Exzentrizität

Der Nelder-Mead-Algorithmus (NMA), auch Downhill-Simplex-Verfahren (DHS) genannt, ist ein iteratives Verfahren zur unbeschränkten Minimierung *n*-dimensionaler nichtlinearer Funktionen [121]. Die Kräfte F_x und F_y aus Gl. 4.41, 4.42 und damit das Kräftegleichgewicht G_x und G_y müssen numerisch bestimmt werden. Das häufig zur Minimierung verwendete Newton-Raphson-Verfahren benötigt die aus den partiellen Ableitungen gebildete Jacobi-Matrix zur Berechnung des nächsten Iterationsschritts (vergleichbar mit dem Vorgehen aus Gl. 4.9). Da keine explizite Abhängigkeit zwischen dem Kräftegleichgewicht G_x und G_y und den Exzentrizitäten ε_x und ε_y angegeben werden kann, muss die Jacobi-Matrix numerisch bestimmt werden. Bei einer angenommen Diskretisierung zweiter Ordnung der partiellen Ableitungen müssten zur Bestimmung der Jacobi-Matrix vier Druckverteilung nach dem in Kapitel 4.1 beschrieben Vorgehen berechnet. Zwar muss die Jacobi-Matrix nicht notwendigerweise für jeden Iterationsschritt neu berechnet werden, aber das Newton-Raphson-Verfahren bleibt trotzdem sehr zeitaufwendig. Besonders falls noch höhere Diskretisierungsordnungen erforderlich sind, um eine stabile Konvergenz zu erreichen.

Der NMA bietet gegenüber dem Newton-Raphson-Verfahren den großen Vorteil ohne (numerische) Ableitung auszukommen. Stattdessen wird sich dem Optimum über einen Vergleich von berechneten Funktionswerten genähert. Er ist außerdem relativ robust gegenüber schlecht gewählten Startwerten. Der folgende Ablauf basiert auf [122], worauf auch die Implementierung der *Matlab*-Funktion *fminsearch.m*, welche ebenfalls einen Nelder-Mead-Algorithmus enthält, beruht.

Zur Bestimmung der Gleichgewichtslage muss die Differenz zwischen der Belastung und der Kraft aus dem Druckfeld minimiert werden.

$$G_{res} = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \stackrel{!}{=} 0 \tag{4.46}$$

Die Startexzentrizität ε_x und ε_y ist aufgeteilt in die Anteile in x- und y-Richtung. Es liegt deshalb ein zweidimensionales Minimierungsproblem ($n = 2$) vor. Zur Initialisierung wird aus der Startexzentrizität das erste Simplex mit n+1 Punkten konstruiert. Dazu werden die Werte der Startexzentrizität nacheinander um 5 % reduziert (bei $\varepsilon_x \neq 0$, $\varepsilon_y \neq 0$[21]). Bei einer, wie im vorliegen Fall von ε_x, ε_y, Minimierung eines zweidimensionalen Problems, ist die Figur ein Dreieck in der Ebene (s. Abb. 4.5). Bei drei Parametern entspricht sie einem Tetraeder im Raum. Bei mehr als vier Parametern ist die Figur nicht mehr auf einfache Weise anschaulich zu beschreiben. Die Wahl der Größe der Variation von 5 % ist dabei zunächst beliebig, hat sich aber in den durchgeführten Berechnungen als geeignet erwiesen. Ein kleinerer Wert macht selten Probleme, verlängert allerdings unter Umständen die Berechnungszeit, da der Algorithmus länger braucht, um den Bereich um die Startexzentrizität zu verlassen. Von entscheidender Bedeutung bei der Initialisierung ist, dass die beiden aus der Startexzentrizität berechneten, weiteren Exzentrizitäten $\boldsymbol{\varepsilon}_1$, $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ kleiner sind, da zu große Exzentrizitäten bereits hier zu negative Schmierfilmhöhen führen können, die als Lösung nicht zulässig sind. Dies wird insbesondere wichtig, wenn der NMA nach dem ersten Durchlauf der Druck-Temperatur-Iterati-

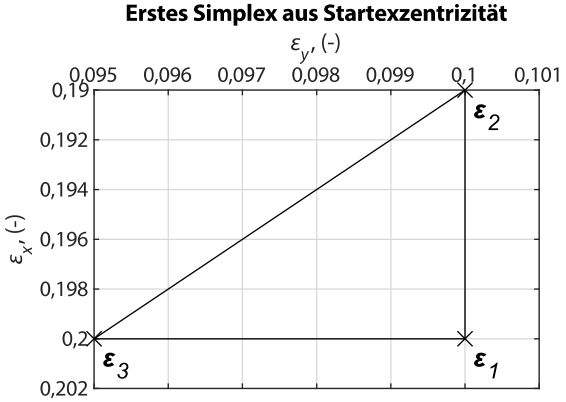

Abb. 4.5: Darstellung des Dreiecks des ersten Simplex für die empfohlene Startexzentrizität $\boldsymbol{\varepsilon}_1$

21 Ist einer der Werte gleich null, wird 0,00025 addiert. Da dieser Wert allerdings sehr klein ist, benötigt der Algorithmus meist etwas länger, um die Startwerte zu verlassen. Es wird deshalb empfohlen mit kleinen Werten, aber ungleich null zu starten. Zusätzlich kann die erwartete Auslenkungsrichtung aufgrund der Belastung und Drehrichtung berücksichtigt werden. Eine konkrete Empfehlung für den angenommen Standardfall mit Belastung in positiver x-Richtung und positiver Drehrichtung um die z-Achse lautet $\varepsilon_x = 0{,}2$, $\varepsilon_y = 0{,}1$.

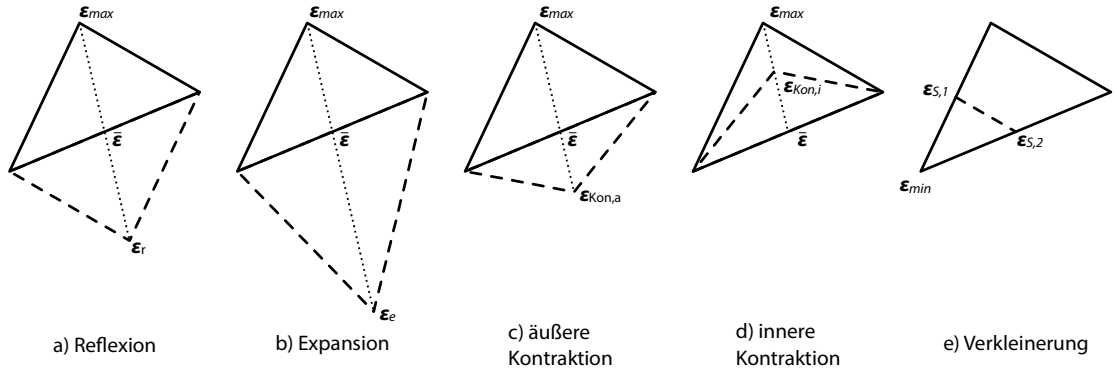

Abb. 4.6: Mögliche Aktionen des Nelder-Mead-Algorithmus zur Manipulation der Simplexform

on erneut mit den nun berechneten Temperaturen aufgerufen wird. Da die Temperatur üblicherweise zu einer Verringerung der Schmierfilmhöhe führt (s. Kap. 3.4) und die Gleichgewichtsexzentrizität der letzten Druck-Temperatur-Iteration als Startpunkt für das erste Simplex der zweiten Druckiteration verwendet wird, könnte ein Aufspannen des Simplex in Richtung größerer Exzentrizitäten zu negativen Schmierfilmhöhen führen. Darüber hinaus wird für jedes erste Simplex im Ablauf des NMA der Wert der Exzentrizitäten begrenzt, in dem die diese im Zweifelsfall so lange radial in Richtung der Lagermitte geschoben werden, bis für alle drei Punkte eine positive Filmhöhe vorliegt. Dabei wird schrittweise vorgegangen und nur soweit wie nötig aber in zunehmend größeren Schritten Richtung Lagermittelpunkt verschoben. Reichen 100 Schritte nicht aus, wird zuletzt versucht aus dem Lagermittelpunkt mit $\varepsilon_x = 0$, $\varepsilon_y = 0$ zu starten. Wird auch damit kein Punkt mit positiver Filmhöhe gefunden, liegt meistens ein Fall vor bei dem sich die Welle soweit ausgedehnt hat, dass sie nicht mehr ins Lager passt. Gegenüber dem klassischen Ablauf ist diese Anpassung im Ablaufplan mit gestrichelten Linien ergänzt Abb. 4.8. Daraus ist auch ersichtlich, dass sie nur bei der Erstellung des ersten Startsimplex zu Beginn einer Druckfeldberechnung greifen. Weitere Maßnahmen und Anpassungen am Algorithmus, um diverse Konvergenzprobleme zu verhindern, werden im weiteren Verlauf beschrieben.

Nach der Erstellung des Startsimplex und Berechnung der zugehörigen Funktionswerte, werden die das Startsimplex bildenden Punkte in der Reihenfolge ihrer Funktionswerte von klein nach groß sortiert. Anschließend entscheidet der NMA auf Basis von Funktionswertvergleichen zwischen verschiedenen Aktionen zur Manipulation der Form des Simplex. Die möglichen Aktionen zur Manipulation des Simplex sind in Abb. 4.6 dargestellt. Anschaulich gesprochen verschiebt der NMA das Dreieck bzw. zieht es zusammen, indem der Punkt mit dem höchsten (schlechtesten) Funktionswert durch einen Punkt mit einem niedrigeren (besseren) Funktionswert ersetzt wird (Reflexion,

Expansion, innere und äußere Kontraktion). Nur falls dabei kein kleinerer Funktionswert gefunden wird, wird eine Verkleinerung durchgeführt, bei der der Punkt mit dem kleinsten Funktionswert behalten und alle anderen Punkte zu diesem hingezogen werden. Dies geschieht so lange bis die vorgegebene Fehlertoleranz Tol_G unterschritten wird. Die Fallunterscheidungen zur Entscheidung welcher Schritt durchgeführt wird, sind im Ablaufplan in Abb. 4.8 dargestellt. Der erste Schritt nach Aufstellung und Berechnung des Startsimplex ist die Reflexion. In der Erwartung eines besseren Funktionswerts wird der schlechteste Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_{max}$ am Mittelpunkt zwischen den anderen Punkten $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \sum_i^n \frac{\varepsilon_i}{n}$ mit Hilfe des Reflexionskoeffizienten α gespiegelt.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = (1 + \alpha)\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} - \alpha\boldsymbol{\varepsilon}_{max} \tag{4.47}$$

Ist der Funktionswerte $\boldsymbol{G}_r$ am reflektierten Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ kleiner als das der bisher kleinste Funktionswert des Simplex $\boldsymbol{G}_{min}$, scheint die Richtung zu stimmen und es wird eine Expansion berechnet. Der schlechteste Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_{max}$ wird wiederum durch den Mittelpunkt der anderen Punkte (über den reflektierten Punkt hinaus) mit Hilfe des Expansionskoeffizienten γ expandiert.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = (1 + \gamma)\boldsymbol{\varepsilon}_r - \gamma\boldsymbol{\varepsilon}_{max} \tag{4.48}$$

Ist der Funktionswert des expandierten Punkts $\boldsymbol{G}_e$ kleiner als der bisher kleinste Funktionswert des Simplex $\boldsymbol{G}_{min}$, wird der Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_{max}$ mit dem bisher höchsten Funktionswert $\boldsymbol{G}_{max}$ durch den expandierten Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ ersetzt. Andernfalls wird durch den reflektierten Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ ersetzt. Anschließend wird überprüft, ob ein akzeptables Minimum erreicht ist. Falls nicht, ist damit ein Durchlauf des NMA beendet (linker Arm im Ablaufplan 4.8) und es wird ein neuer Durchlauf mit dem aktualisierten Simplex gestartet.

Ist der Funktionswerte $\boldsymbol{G}_r$ des reflektierten Punkts größer (oder gleich) als der bisher kleinste Funktionswert $\boldsymbol{G}_{min}$, aber kleiner als der höchste Funktionswerte $\boldsymbol{G}_{max}$ des Simplex, wird der reflektierte Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_r$, ebenfalls als Ersatz für den schlechtesten $\boldsymbol{\varepsilon}_{max}$ akzeptiert. Anschließend wird überprüft, ob die Toleranz erfüllt ist und andernfalls die nächste Iteration mit dem aktualisierten Simplex gestartet (mittlerer Arm im Ablaufdiagramm 4.8).

Ist der Funktionswert $\boldsymbol{G}_r$ des reflektierten Punkts $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ größer als (oder gleich) alle Funktionswerte $\boldsymbol{G}_i$ außer dem größten (schlechtesten) des aktuellen Simplex, wird eine Kontraktion durchgeführt (rechter Arm im Ablaufplan 4.8). Innerhalb der Kontraktion wird weiter unterschieden, aber beide Varianten (s. Abb. 4.6 c) und d)) münden, wenn sie nicht erfolgreich sind, ein einer Verkleinerung. Ist der Funktionswert $\boldsymbol{G}_r$ des reflektierten Punkts $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ kleiner als der höchste Funktionswert des Simplex $\boldsymbol{G}_{max}$ wird eine äußere Kontraktion mit Hilfe des Kontraktionskoeffizienten β durchgeführt.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{kon,a} = \beta\boldsymbol{\varepsilon}_r - (1-\beta)\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{4.49}$$

Ist der Funktionswert $\boldsymbol{G}_{kon,a}$ des durch äußere Kontraktion berechneten Punkts $\boldsymbol{\varepsilon}_{kon,a}$ kleiner (oder gleich) als der Funktionswert $\boldsymbol{G}_r$ des reflektierten Punkts $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ wird dieser akzeptiert, überprüft, ob ein Minimum vorliegt und ggf. eine neue Iteration gestartet. Andernfalls kommt es zu einer Verkleinerung.

Eine innere Kontraktion wird durchgeführt, wenn der Funktionswert $\boldsymbol{G}_r$ des reflektierten Punkts $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ größer (oder gleich) als der höchste Funktionswert $\boldsymbol{G}_{max}$ des aktuellen Simplex ist. Es wird ebenfalls der Kontraktionskoeffizient β verwendet.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{kon,i} = \beta\boldsymbol{\varepsilon}_{max} - (1-\beta)\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{4.50}$$

Akzeptiert wird der durch innere Kontraktion gefundene Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_{kon,i}$, wenn sein Funktionswert $\boldsymbol{G}_{kon,i}$ kleiner ist als der bisher höchste Funktionswert $\boldsymbol{G}_{max}$. Andernfalls wird ebenfalls eine Verkleinerung durchgeführt.

Für die Verkleinerung bleibt der Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_{min}$ mit dem niedrigsten Funktionswert $\boldsymbol{G}_{min}$ erhalten. Alle anderen werden um den Verkleinerungskoeffizienten δ in Richtung des besten Punkts $\boldsymbol{\varepsilon}_{min}$ verschoben.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{S,i} = \delta(\boldsymbol{\varepsilon}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{max}) \tag{4.51}$$

Anschließend wird überprüft, ob ein Minimum vorliegt und ggf. eine neue Iteration mit dem aktualisierten Simplex gestartet. Ein beispielhafter Verlauf der Bewegung des Simplex (das Dreieck) und das dabei konvergierende Kräftegleichgewicht ist in Abb. 4.7 dargestellt. Gut erkennbar ist in dieser Abb. 4.7 auch das mit dickeren Linien markierte Startsimplex und das letztendlich gefundene Minimum $\boldsymbol{\varepsilon}_{min}$, um das sich das Simplex zusammenzieht.

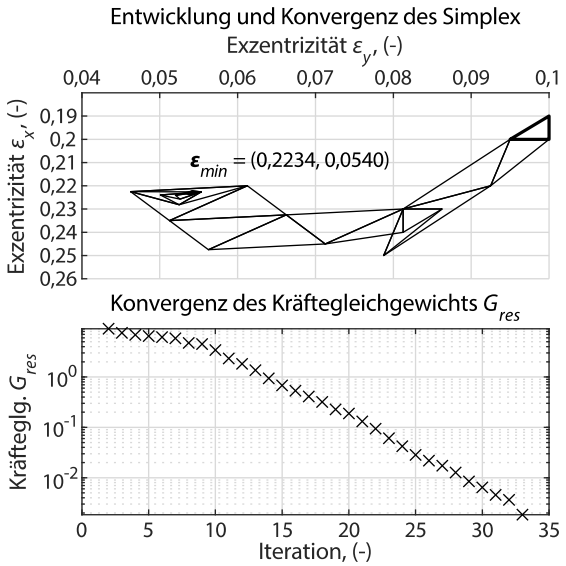

Abb. 4.7: Beispielhafter Verlauf des Simplex in der $\boldsymbol{\varepsilon}$-Ebene und Konvergenz des Kräftegleichgewichts. Startsimplex ist mit dicken Linien markiert (rechts oben). Das Minimum $\boldsymbol{\varepsilon}_{min}$ ist mit Werten angegeben.

Wie bereits erwähnt, folgt der ausgeführte Ablauf dem Vorgehen aus [122] und übernimmt somit auch die dort erwähnte Änderung gegenüber dem originalen NMA aus [121] von 1965. So akzeptiert der originale NMA den während des Expansionsschritts berechneten Punkt $\boldsymbol{\varepsilon}_e$, wenn sein Funktionswert $\boldsymbol{G}_e$ kleiner ist als der niedrigste Funktions-

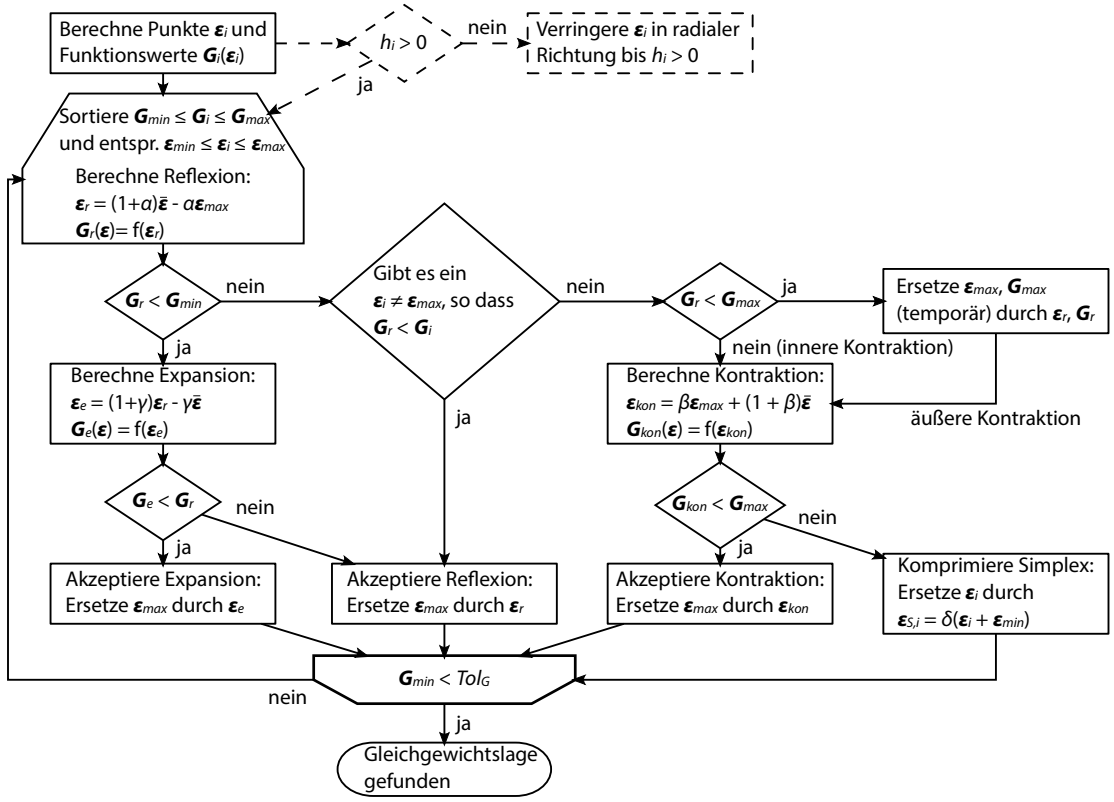

Abb. 4.8: Ablaufplan für den Nelder-Mead-Algorithmus. Klassischer Ablaufplan mit durchgezogenen Verbindungen, Ergänzung zur Vermeidung negativer Schmierfilmhöhen mit gestrichelten Linien. Die Anpassungen aus [122] sind gegenüber dem originalen Ablaufplan aus [121] ebenfalls berücksichtigt. Die Darstellung basiert auf [121, 147].

wert $\boldsymbol{G}_{min}$ des aktuellen Simplex. Stattdessen wird im beschriebenen Ablauf der bessere der beiden Punkte aus Reflexion $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ oder Expansion $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ akzeptiert, falls beide einen niedrigeren Funktionswert, als den des aktuellen besten Punktes aufweisen. Dies ist eine gängige Anpassung in neueren Veröffentlichungen zum NMA [123–125].

Bereits in der Veröffentlichung von Nelder und Mead wird die Größe der Koeffizienten (α, β, γ, δ) zur Steuerung der Reflexion, Expansion, Kontraktion und der Verkleinerung variiert und diskutiert. Letztlich wird dort eine Empfehlung von $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}5$, $\gamma = 2$, $\delta = 0{,}5$ für die Koeffizienten gegeben. Diesem Vorschlag wird in dieser Arbeit und auch in anderer Literatur gefolgt [123–125]. Die Verwendung von den in [126] für zweidimensionale Probleme berechneten Koeffizienten brachte keine eindeutige Verbesserung für die durchgeführten Berechnungen und diese werden deshalb nicht weiter berücksichtigt. Prinzipiell können die Koeffizienten variiert werden, falls Konvergenzprobleme auftreten. Eine Lösung für alle Konvergenzprobleme sind sie allerdings nicht und meistens sind diese an anderen Stellen, wie bspw. ungünstigen Startbedingungen, ungünstige Kombination aus Drehzahl und Belastung oder nicht ausreichender Wärmeabtransport zu suchen.

Grundsätzlich ist die Eigenschaft der Unbeschränktheit des NMA bei der Suche nach dem Kräftegleichgewicht von Vorteil. Zwar sind die Exzentrizitäten durch die Lagerabmessungen begrenzt, durch die nachgiebige *bump*-Struktur sind diese Grenzen allerdings nicht im Voraus bekannt. Speziell bei hoch belasteten Lagern an der Grenze ihrer Tragfähigkeit spielt dies eine große Rolle, da die dabei auftretenden Strukturverformungen die Grenzen (der Exzentrizitäten) maßgeblich verschieben. Für das Zusammenspiel zwischen der zu minimierenden Funktion und dem Ablauf des NMA werden deshalb drei Maßnahmen implementiert, um zu große Exzentrizitäten, die zu einem Zusammenbruch des Schmierfilms und Druckfelds führen, zu verhindern. Als wichtigste Maßnahme hat sich erwiesen bei jeder Iteration zur Berechnung des Druckfelds drei Bedingungen zu überprüfen.

Die Schmierfilmhöhe darf nicht unter null fallen. Dies kann passieren, falls vom NMA ein Punkt mit (zu) großer Exzentrizität vorgeschlagen wird. Der Unterrelaxationsparameter ζ_h bei der Aktualisierung der Schmierfilmhöhe während der iterativen Bestimmung des Druckfelds spielt dann eine wichtige Rolle, da durch ihn starke Änderungen in der Schmierfilmhöhe abgemildert werden (s. Kap. 4.1 und die folgenden Absätze). Ist es trotzdem nicht möglich positive Schmierfilmhöhe zu erreichen, wird der Exzentrizitätspunkt verworfen.

Für die zweite Bedingungen wird überprüft, ob eine unzulässig hohe Strukturverformung h_c vorliegt. Bei starken Druckgradienten, wie sie insbesondere bei Lagern an ihrer Belastungsgrenze vorkommen, kann es unter Umständen, bedingt durch die Diskretisierung, zu extremen und völlig unrealistischen Druckspitzen kommen. Solche Druckspitzen lassen sich am einfachsten über ihre Auswirkung auf die Strukturverformung erkennen, da entsprechend extreme Strukturverformungen auftreten. Offensichtlich ist diese in der Praxis selbst im Extremfall durch die Lagerschale begrenzt. Falls eine höhere Strukturverformung h_c als die *bump*-Höhe h_B auftritt, wird die Druckiteration abgebrochen und der Exzentrizitätspunkt verworfen.

Die dritte Bedingung ist eine Erweiterung der zweiten Bedingung. Neben unrealistisch hohen positiven Druckspitze können auch negative Druckspitzen auftreten. Da der Druck auf Umgebungsdruck normiert ist, sind Werte kleiner als Null nicht realistisch.

Tritt eine der Bedingungen ein, wird die Druckiteration abgebrochen und das Druck- und Schmierfilmfeld auf die Werte der letzten vollständig konvergierten Berechnung zurückgesetzt. Das Ergebnis des Kräftegleichgewichts für diesen Exzentrizitätspunkt wird auf $G_{res} = W_{res} + 1$ gesetzt. Damit wird dem unzulässig hohen Exzentrizitätspunkt ein Funktionswerte höher als die Belastung selbst zugewiesen. Da der NMA durch seinen Ablauf versucht hohe Funktionswerte zu ersetzen, wird dadurch automatisch eine

andere Richtung für die weitere Suche eingeschlagen. Problematisch wird es allerdings, wenn mehr als ein Punkt des aktuellen Simplex durch die oben beschriebenen Maßnahmen verworfen wird. Dann haben zwei Punkte den exakt gleichen Funktionswert und der Algorithmus tendiert dazu sich festzufahren. Versuche dem Funktionswert einen um eine Zufallszahl modifizierten Wert zuzuweisen, um die eindeutige Sortierung der Funktionswerte zu erhalten, haben sich nicht als zuverlässig erwiesen. Stattdessen werden nach einem Durchlauf des NMA zwei Bedingungen überprüft. Zum einen, ob (mindestens) zwei identische Funktionswerte vorliegen. Zum anderen, ob zwei identische Exzentrizitätspunkte vorliegen. Zwei identische Funktionswerte entstehen vor allem, wenn durch die oben beschriebenen Maßnahmen dem Ergebnis des Kräftegleichgewichts der gleiche Wert zugewiesen wird. In diesem Fall ist es einfach zwei identische Werte zu finden, weil diese voneinander abgezogen auch numerisch exakt null ergeben. In seltenen Fällen konvergierte der NMA gegen einen Wert (interessanterweise dann häufig gegen 0,00105 N) knapp oberhalb der (üblicherweise) gesetzten Fehlertoleranz von $Tol_G = 0{,}001$ N. Es konnte nicht ermittelt werden, ob diese Nähe zufällig entsteht oder einen tieferen Hintergrund hat. Natürlich wäre es möglich in diesem Fall die willkürlich gewählte Fehlertoleranz Tol_G minimal anzuheben. Der Grund für die in diesem Fall ausbleibende Konvergenz liegt in den zu ähnlichen Exzentrizitätspunkten. Die Entscheidung ab wann zwei Punkte als gleich anzusehen sind, ist allerdings nicht so einfach zu treffen wie bei den Funktionswerten. Numerisch wird zwischen den Punkten praktisch immer eine minimale Differenz vorliegen. Außerdem ist der Ablauf des NMA gerade darauf ausgelegt, dass sich alle drei Punkte des Simplex auf einen Punkt zusammenziehen. Zwei Punkte dürfen also weder zu früh (da sonst der Ablauf des NMA gestört wird) noch zu spät (da sonst das Konvergenzproblem nicht behoben wird) als gleich angesehen werden. Eine Rundung auf die neunte Nachkommastelle hat sich als guter Kompromiss für Gleichheit von zwei Punkten erwiesen. Der Rundungsparameter kann in den *solver*-Einstellungen angepasst werden, falls zukünftige Berechnungen Änderungen erforderlich machen.

Tritt eine der beiden Bedingungen ein, wird für den nächsten Durchlauf des NMA, ausgehend vom aktuell besten Punkt, ein neues zufallsbestimmtes Simplex initialisiert (im Zweifelsfall bis die Obergrenze an zulässigen NMA-Iterationen erreicht ist), in der Hoffnung dabei wieder ein Simplex mit zulässigen Exzentrizitäten zu finden. Damit wird dem Algorithmus die Möglichkeit gegeben sich dem Minimum nochmals auf einem anderen Weg zu nähern und möglicherweise doch eine Konvergenz zu erreichen. Gelingt dies nicht, müssen die Ursachen (bspw. ungünstiger Lastfall mit zu geringem Wärmeabtransport und starker thermischer Aufweitung) im Detail betrachtet werden.

Erst durch das Zusammenspiel der beschriebenen Maßnahmen zur Verbesserung der Robustheit, wird für die in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen Konvergenz erreicht. Dies gilt insbesondere für die Berechnungen bei hohen Belastungen und Drehzahlen, und dann auch hohen Temperaturen, bei denen, bedingt durch alle drei Faktoren, kleine Schmierfilmhöhen auftreten.

Als weitere Möglichkeit zur Beschränkung wird in [123] vorgeschlagen durch den Reflexions- oder Expansionsschritt berechnete Punkte, die außerhalb der zulässigen Grenzen liegen, auf den zulässigen Grenzwert zurückzusetzen. Für das Minimierungsproblem des Kräftegleichgewichts liegen aufgrund der nachgiebigen *bump*-Struktur keine im Voraus bekannten zulässigen Grenzen vor, sondern diese ergeben sich erst dynamisch während den Iterationen aus der berechneten Strukturverformung. Auf Basis eines bereits berechneten Druckfelds aus der letzten Iteration kann mit Hilfe der zugehörigen Strukturverformung abgeschätzt werden, ob ein durch Reflexion oder Expansion vorgeschlagener Punkt zu einer negativen Schmierfilmhöhe führen wird. Sollte dies eintreten, werden die Koordinaten des ursprünglich vorgeschlagen Punktes radial in Richtung Ursprung verschoben, bis wieder eine positive Schmierfilmhöhe vorliegt. Allerdings wird durch die Abschätzung auf Basis einer alten Strukturverformung gleichzeitig der Suchbereich künstlich beschränkt. Denn die eigentliche Exzentrizitätsgrenze für den vorgeschlagenen Punkt, könnte sich während der Druckfeld- und Schmierfilm-Iteration durch die Anpassung der Strukturverformung noch ändern. So kann es bei Verwendung dieser zweiten Maßnahme in Grenzfällen passieren, dass keine Gleichgewichtslage gefunden werden kann, obwohl ohne diese künstliche Beschränkung (nur durch die erste, vorher beschriebene, Maßnahme beschränkt) eine Gleichgewichtslage gefunden wird. Obwohl diese zweite Maßnahme damit schlechter funktioniert als die erste, verbleibt die Implementierung im Code, denn sie eignet sich zur Suche nach einer Gleichgewichtslage unter konkreter Vorgabe einer minimal zulässigen Schmierfilmhöhe. Über einen Kontrollparameter in den *solver*-Einstellungen ist sie zu- oder abschaltbar. Die erste Maßnahme bleibt dauerhaft aktiv, weil eine negative Schmierfilmhöhe während der Berechnungen in jedem Fall verhindert werden muss.

Die Maßnahmen und Anpassungen zur Verbesserung der Robustheit und des Konvergenzverhaltens sind notwendig für die Berechnung von hoch belasteten Lagern an der Grenze ihrer Tragfähigkeit, und allgemein bei auch für GFL relativ niedrigen verbleibenden nominalen Spalten (ggf. bedingt durch den Fliehkraft- oder Temperatureinfluss, s. 3.4). Für Berechnungen, die sich nicht in diesem Bereich erfolgen, werden die Maßnahmen nicht aktiv und der NMA läuft ohne weitere Einschränkungen bis zur Erfüllung der Toleranz Tol_G durch seinen Ablaufplan 4.8.

4.4 Lösung des Störansatzes von Lund zur Bestimmung der lin. Lagerparameter und Stabilitätsgrenzdrehzahl

Die Bestimmung der Stabilitätsgrenze für einen Lastfall teilt sich auf in die Berechnung der linearisierten Lagerparameter und die Verwendung dieser zur Lösung des Eigenwertproblems und Ermittlung der Stabilität.

4.4.1 Berechnung der linearisierten Lagerparameter

Die Berechnung der Lagerparameter erfolgt nach dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Vorgehen. Nach Aufteilung der mit Störgrößen überlagerten Reynolds-Gleichung in eine Gleichung 0.- und 1.-Ordnung, muss die Gleichung 1.-Ordnung gelöst werden. Voraussetzung dafür ist die Kenntnisse der die Gleichung 0.-Ordnung erfüllenden, bei der Bestimmung der Gleichgewichtslage bestimmten Größen Druckfeld $\overline{p}_0$, Schmierfilmhöhe $\overline{h}_0$, Temperaturfeld $\overline{T}_{f,0}$ und Viskosität $\overline{\mu}_0$. Zu Lösen bleibt die Gleichung 1.-Ordnung. Diese Differentialgleichung in $\Delta\overline{p}_\xi$ lässt sie sich in der diskretisierten Form aus Gl. 3.27 als lineares Gleichungssystem für beide Raumrichtungen x und y durch den *backslash*-Operator in *Matlab* lösen. Das Ergebnis sind die Stördrücke in den beiden Raumrichtungen $\Delta\overline{p}_x$ und $\Delta\overline{p}_y$. Diese werden entsprechend der Gl. 3.28 – 3.30 verwendet, um über ein Kräftegleichgewicht die linearisierten Lagerparameter zu bestimmen.

Da die linearisierten Lagerparameter von der Störfrequenz abhängig sind wird dieses Vorgehen für alle vorgegeben Störfrequenzen bzw. Störfrequenzverhältnis durchgeführt. Die Berechnung eines Bereichs von Störfrequenzen ist notwendig, um in der sich anschließenden Stabilitätsberechnung nach einer Übereinstimmung mit der Eigenfrequenz zu suchen.

4.4.2 Lösung des Eigenwertproblems und Ablauf zur Bestimmung der Stabilitätsgrenzdrehzahl

Die Bestimmung der Stabilitätsgrenzdrehzahl erfordert die Lösung des Eigenwertproblems der Bewegungsdifferentialgleichung 3.30 aus Kapitel 3.3.1. Hierzu werden zwei Lösungsansätze verfolgt. Das allgemeine Eigenwertproblem lässt sich mit Hilfe der *Matlab*-Funktion *polyeig.m* effizient lösen. Im Falle der hier betrachteten Selbstanregung ist nicht nur das Vorzeichen des Realteils von Bedeutung, sondern auch die Übereinstimmung zwischen Störfrequenz und berechneter Eigenfrequenz. Der Schnittpunkt muss

grafisch ermittelt werden. Die Verwendung und den Einsatz dieser Methode in dieser Arbeit wird weiter unten beim Vorgehen zur Suche der Stabilitätsgrenze beschrieben.

Lund [35] verfolgt einen etwas anderen Ansatz und verwendet die Bedingung der übereinstimmenden Eigenfrequenz und Störfrequenz bereits bei der Berechnung der Eigenwerte. Daraus ergibt sich, ob eine berechnete Drehzahl im Rahmen des Verfahrens stabil oder instabil ist. Das Vorgehen nach Lund wird im Folgenden beschrieben.

Um die Bewegungsdifferentialgleichung 3.32 in der Form eines Eigenwertproblems zu bringen, werden die harmonischen Störansätze $\delta x = \Delta e_x \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t}$, $\delta y = \Delta e_y \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_s t}$ eingeführt und die linearisierten Lagerparameter zu modalen Impedanzen $z_{\xi\zeta} = K_{\xi\zeta} + \mathrm{i}\omega_S D_{\xi\zeta}$ mit $\xi \in [x,y]$ und $\zeta \in [x,y]$ zusammengefasst.

$$\begin{bmatrix} z_{xx} - m_r\omega_s^2 & z_{xy} \\ z_{yx} & z_{yy} - m_r\omega_s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{4.52}$$

Unter Voraussetzung einer nicht-trivialen Lösung (also $\Delta e_x \neq 0$, $\Delta e_y \neq 0$) befindet sich das Lager an der Grenze zur Instabilität, wenn die Determinante der Matrix in Gl. 4.52 verschwindet. Dazu wird die Größe $m\omega_S^2 = \lambda$ gesetzt und das charakteristische Polynom gelöst.

$$\lambda_{1,2} = \frac{\left(z_{xx} + z_{yy}\right)}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(z_{xx} - z_{yy}\right)^2 + z_{xy}z_{yx}} \tag{4.53}$$

Da das charakteristische Polynom ein Polynom zweiten Grades ist, liegen die Lösungen für λ paarweise vor. Sie stellen den Gleich- und Gegenlaufanteil der Störung bezogen auf die Rotordrehrichtung dar. Laut [35] spielt für eine Stabilitätsbetrachtung nur der Gleichlaufanteil (Minuszeichen) eine Rolle. Der Argumentation von [35] folgend, muss an der Grenze zur Instabilität $\lambda = m\omega_S^2$ vorliegen, also real sein. Somit muss der Imaginärteil für diesen Fall verschwinden. Durch die Variation der Störkreisfrequenz ω_S wird die kritische Störkreisfrequenz ω_{crit} ermittelt, bei der dieser Fall eintritt.

$$\lambda_{crit} = m_r\omega_{crit}^2 = m_r\left(\mathrm{Re}\left(\omega_s = \omega_{crit}\right) + \mathrm{i}\underbrace{\mathrm{Im}\left(\omega_s = \omega_{crit}\right)}_{\stackrel{!}{=}0}\right)^2 \tag{4.54}$$

Entsprechend werden die zugehörige Steifigkeit bzw. Masse als kritische Steifigkeit K_{crit} bzw. kritische Masse m_{crit} bezeichnet (Gl. 4.55).

$$K_{crit} = m\omega_{crit}^2 \qquad \text{und} \qquad m_{crit} = \frac{K_{crit}}{\omega_{crit}^2} \tag{4.55}$$

Da die Steifigkeit und Dämpfung, wie in der Beschreibung zur Ermittlung der linearisierten Lagerparameter in Gl. 3.30 gezeigt, selbst von der Drehzahl und Störkreisfrequenz abhängig sind, muss iterativ vorgegangen werden, um die Stabilitätsgrenzdrehzahl für eine bestimmte Belastung zu finden. Zunächst wird für eine bestimmten Drehkreisfrequenz Ω ($\Omega = 2\pi n$) und Belastung die Gleichgewichtslage und damit die Lösungen zur Gleichung 0.-Ordnung ermittelt. Diese wird benötigt, um die linearisierten Lagerparameter für einen vorzugebenden Bereich von Störkreisfrequenzen ω_S zu bestimmen. Alternativ kann auch ein Störfrequenzverhältnis $\eta = \frac{\omega_s}{\Omega}$ vorgegeben werden, um für verschieden Drehzahlen die gleichen Verhältnisse beizubehalten. Daraus folgend, lassen sich die Eigenwerte (für das grafische Verfahren) und die modale Impedanz (für das Verfahren nach Lund) berechnen.

Um an der Grenze zur Instabilität feststellen zu können, ob ein Übergang von stabil zu instabil oder instabil zu stabil vorliegt, wird in [34] in Ergänzung zum Verfahren von Lund eine Variationsrechnung durchgeführt. Als Ergebnis zeigt sich, dass bei Vorliegen eines positiven Gradienten der modalen Dämpfung eine infinitesimale Erhöhung der Lagerbelastung (also der Rotormasse) zu einer Instabilität führt. Bei Vorliegen eines negativen Gradienten führt eine infinitesimale Verringerung der Lagerbelastung zu einer Instabilität.

Für das Verfahren nach Lund wird somit die Störkreisfrequenz gesucht, bei der ein Übergang von negativer zu positiver modaler Dämpfung vorliegt und diese gerade verschwindet. Da der Verlauf nur in der für die Störkreisfrequenz (bzw. für das Störfrequenzverhältnis) vorgegebenen Schrittweite vorliegt, wird zur genaueren Bestimmung deutlich feiner interpoliert (*Matlab*-Funktion *makima.m* mit 10000 Stützstellen [101]). Eine so gefundene Störkreisfrequenz (bzw. Störfrequenzverhältnis) wird zur Bestimmung der kritischen Steifigkeit und der zur Beurteilung der Stabilität verwendeten kritischen Masse verwendet. Wird keine kritische Störkreisfrequenz (bzw. Störfrequenzverhältnis) gefunden, liegt auch keine kritische Masse vor und die betrachtete Drehzahl wird als stabil angesehen.

Zusammenfassend lässt sich auf Basis der nach Lund bestimmten kritischen Masse beurteilen, ob sich ein Rotor in einem gegebenen Lastfall stabil oder instabil verhält. Umgekehrt lässt sich bei gegebener Rotormasse (bzw. Lagerbelastung) die Grenzdrehzahl zur Instabilität ermitteln.

Die Ermittlung einer konkreten Stabilitätsgrenze bei Vorgabe einer Belastung ist relativ aufwendig. Zwar geht die sukzessive Berechnung der linearisierten Lagerparameter und die Berechnungen zur Entscheidung, ob das Lager bei dieser Belastung und Dreh-

zahl stabil oder instabil ist relativ schnell, aber die Bestimmung der Gleichgewichtslage für jede Belastungs-Drehzahl-Kombination ist dagegen zeitintensiv. Um eine konkrete Stabilitätsgrenzdrehzahl für eine Belastung zu finden, muss die Drehzahl auf Basis der Information über das Stabilitätsverhalten bereits berechneter Drehzahl variiert werden, bis zwischen einer gerade noch stabilen und einer gerade instabilen Drehzahl nur noch eine vorzugebende Abweichung vorliegt. Um diese Suche nicht manuell durchführen zu müssen, wird in dieser Arbeit ein Ablauf entwickelt, um nach Abschluss einer Stabilitätsbetrachtung automatisiert die nächste, zu berechnende Drehzahl vorzuschlagen. Die Suche kann über die Vorgabe einer oder mehrerer Drehzahlen gestartet werden. Der Algorithmus wählt anschließend die Suchrichtung und/oder Suchbereich aus. Es können auch mehrere Belastungen vorgeben werden. Dann erfolgt die Suche nach der jeweiligen Stabilitätsgrenze in einer Schleife über alle Belastungen. Wird zunächst nur eine Startdrehzahl vorgegeben, wird je nachdem, ob für diese stabiles oder instabiles Verhalten auf Basis der kritischen Masse festgestellt wird, höher bzw. tiefer gesucht. Liegen mindestens zwei berechnete Drehzahlen vor, können drei Fälle eintreten:

- Alle Drehzahlen sind stabil, es muss eine höhere Drehzahl berechnet werden.
- Die vorletzte Drehzahl ist stabil, die zuletzt berechnet Drehzahl ist instabil, bzw. die vorletzte ist instabil und die zuletzt berechnete Drehzahl ist stabil, es muss bei einer Drehzahl zwischen diesen beiden gesucht werden.
- Alle Drehzahlen sind instabil, es muss bei einer niedrigeren Drehzahl gesucht werden.

Die Eingrenzung des Suchintervalls erfolgt über die bisher gefundene höchste stabile und niedrigste instabile Drehzahl. Zusätzlich wird der Ablauf durch eine vorzugebende minimale und maximale Drehzahl begrenzt, um sicherzustellen, dass nur in einem physikalisch sinnvollen Bereich gesucht wird und es nicht durch Lastfälle ohne Konvergenz bei der Suche nach der Gleichgewichtslage zum Abbruch des Ablaufs kommt.

Durch die wenigen Fallunterscheidungen und schlichte Halbierung des Intervalls zur Ermittlung der nächsten Drehzahl, ist der Ablauf bewusst einfach gestaltet, da er sich damit als wesentlich robuster in den in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsfällen erwies. Eine ursprünglich verwendete Inter- bzw. Extrapolation der nächsten Drehzahl über die bereits bestimmten kritischen Massen funktioniert erst, wenn bereits Drehzahlen nahe der Grenzdrehzahl untersucht wurden. Liegen die bisher untersuchten Drehzahlen noch weit von der Grenzdrehzahl entfernt, ergeben sich durch den nichtlinearen Verlauf der kritischen Masse schlechte Schätzungen für die nächste Drehzahl. Insbesondere unterhalb der Grenzdrehzahl liegt unter Umständen keine kritische Masse vor und

damit auch keine Möglichkeit für eine Verwendung zur Interpolation. Das Inter- und Extrapolations-Verfahren ist damit nicht allgemein robust und wurde deshalb verworfen.

Als weitere Idee zur Beschleunigung der Suche, bietet sich die Schätzung der nächsten, zu berechnenden Drehzahl mit Hilfe eines grafischen Verfahrens an. Dazu wird mit Hilfe der *Matlab*-Funktion *polyeig.m* das Eigenwertproblem gelöst und die Eigenwerte für alle Störkreisfrequenzen (bzw. Störfrequenzverhältnisse) bestimmt. Die Funktion verwendet den Standard-Exponentialansatz $z(t) = \tilde{z}e^{\lambda(\Omega,\omega_s)t}$. Bei Verwendung dieses Ansatzes werden zur Beurteilung der Stabilität die Realteile der Eigenwerte betrachtet. Ist ein Realteil negativ klingen auftretende Schwingungen ab, ist er positiv klingen sie auf. Bei Selbstanregung in GFL tritt die Instabilität allerdings nicht beim Eigenwert mit niedrigster Schwingfrequenz und positivem Realteil auf, sondern nur, wenn die durch den Imaginärteil angegebene Schwingfrequenz auch mit der Störfrequenz übereinstimmt. Dazu werden die Realteile über der Drehzahl und Störfrequenz in einem Konturplot zusammen mit den von der Drehzahl und Störfrequenz abhängigen Eigenfrequenz dargestellt. Der Schnittpunkt zwischen dem Eigenfrequenzverlauf und der Grenze zum Bereich mit Realteilen größer Null markiert den Punkt des Einsatzes der Instabilität. Prinzipiell steht damit die Grenzdrehzahl direkt fest. Eine so gefundene Drehzahl ist aber immer abhängig von den zuvor berechneten und zur Erstellung des Konturplot verwendeten Drehzahlen. Für Bereiche zwischen den berechneten Drehzahlen wird bei der Erstellung des Konturplots interpoliert. Das grafische Verfahren liefert also schnell eine gute Schätzung, um damit aber ein belastbares Ergebnis zu erhalten, muss mit entsprechend feiner Schrittweite und ggf. über einen weiten Drehzahlbereich gerechnet werden. Entsprechend zeitaufwendig ist das Verfahren, speziell wenn nacheinander viele Belastungen berechnet werden sollen.

Da das Verfahren bei fehlender Eigenfrequenz oder irregulär geformten Bereichen mit positivem Realteil teilweise keine oder nur schlechte Vorschläge liefert, kann vor dem Start einer Stabilitätssuche ausgewählt werden, wie oft das grafische Verfahren einen Vorschlag machen darf, bevor das robuste Verfahren auf Basis der kritischen Massen nach Lund übernimmt. Bei den in dieser Arbeit dargestellten Ergebnissen zur Stabilität, werden die mit dem grafischen Verfahren erstellten Stabilitätskarten nur zur Veranschaulichung des Verhaltens und Überprüfung der gefundenen Grenzdrehzahlen dargestellt (s. Anhang G, Abb. G.8–G.9).

5 Validierung des Wärmemodells

Als Validierung eines Programmcodes wird der Vergleich von damit berechneten Ergebnissen mit Messergebnissen aus einem Experiment an einem GFL-Prüfstand bezeichnet. Bietet der Programmcode eine gewisse Flexibilität bzgl. der Einstellungen zu Annahmen und Randbedingungen lassen sich die realen Verhältnisse an verschiedenen Prüfständen abbilden. Trotzdem liegt gerade in der korrekten Abbildung dieser Verhältnisse die Schwierigkeit bei der Übertragung in ein numerisches Model. Häufig sind die numerischen Modelle mit Annahmen behaftet, gelten nur in einem begrenzten Wertebereich oder sind nur an grundsätzlich ähnlichen, aber nicht den exakten, Geometrien aufgestellt worden. Die Übertragbarkeit muss für jedes einzelne Modell durchdacht werden. Insbesondere bei den Wärmetransportmodellen bleibt sie dennoch teilweise fraglich, muss aber akzeptiert werden, da keine besseren Alternativen bekannt sind. Auch auf Seite der Messung ist nicht immer klar, ob den Ergebnissen getraut werden kann. Dies beginnt bei der Messgenauigkeit der verwendeten Sensoren innerhalb ihres Messbereichs und allen weiteren in der Messkette beteiligten (elektronischen) Komponenten und setzt sich fort bis zu systematischen Fehlern, wie bspw. nicht beachteten (oder erfassten) Einflüssen. Dies gilt insbesondere für Messdaten aus der Literatur mit fehlenden Angaben zu relevanten Eigenschaften, zur generellen Prüfstandskonstruktion oder auch Messposition. Gerade letztere ist allerdings bei GFL teilweise schwer zu ermitteln. Auch wenn die Messposition makroskopisch bekannt ist (bspw. durch Angabe des Umfangswinkels und der Einschubtiefe unter die *bump foil*), ist der mikroskopische Kontaktstatus zwischen den zumeist verwendeten Thermoelementen und der *bump foil* aufgrund schwierigen Zugangs bei den kleinen Geometriedimensionen nicht überprüfbar. Natürlich könnte eine Thermoelementspitze verklebt werden, was aber möglicherweise zu einer unerwünschten Beeinflussung der lokalen Steifigkeit führt und auch nicht garantieren würde, dass sich die Verklebung wegen den auftretenden Vibrationen im Betrieb löst. Nur weil gemessen wurde, bedeutet das nicht, dass damit auch die Werte ermittelt sind, welche beabsichtigt waren.

Der entwickelte Programmcode soll in der Lage sein die Wärmeströme und damit Temperaturverhältnisse in einem GFL zu beschreiben. Da er eine relative flexible Definition der Einstellungen, Randbedingungen und Geometrien erlaubt, ist es möglich mit den Messergebnissen aus drei Literaturquellen [51, 78, 79] und denen an einem am Fachgebiet vorhandenen Prüfstand ermittelten Messergebnissen zu vergleichen. Die grundlegenden Modelle, wie bspw. die der Wärmeübertragung, bleiben dabei unverän-

dert und müssen deshalb in der Lage sein alle Prüfstände nur durch die Anpassung der Randbedingungen und Geometrie abzubilden. Besonderer Wert wird in dieser Arbeit auf den Vergleich mit allen in den genannten Quellen dokumentierten Konfigurationen und Lastfällen gelegt, d. h. es werden auch die Fälle gezeigt, bei denen nur eine mäßige Übereinstimmung vorliegt. Damit soll der Eindruck vermieden werden, dass bewusst die Konfigurationen und Lastfälle mit der besten Übereinstimmung für eine Darstellung selektiert werden und zeigt damit auch die Grenzen und möglicherweise bei zukünftigen Anwendungen erwartbaren Abweichungen auf. Trotz der weiter oben angesprochenen Unsicherheiten und den, bei den Vergleichen dokumentierten, Abweichungen wird die Temperatur, als zentrale Größe dieser Arbeit, damit auf eine breite Basis gestellt.

Alle weiteren Lagerparameter von Interesse (auch über die in dieser Arbeit gezeigten hinaus) können somit im Anschluss unter der Berücksichtigung der Temperatur ermittelt werden. Teilweise enthalten die folgenden Kapitel zur Validierung bereits wichtige Erkenntnisse zur Anwendbarkeit der Struktur- und Wärmetransportmodelle der Lagerschale sowie der Sensitivität einzelner Parameter, da diese sich gut im Vergleich mit Messwerten diskutieren lassen. Diese Erkenntnisse lassen sich bereits zu den wichtigen Ergebnissen dieser Arbeit zählen. Ebenso werden bei Vorstellung weiterer Ergebnisse in Kapitel 6 in einigen Fällen weitere Vergleiche mit Messwerten oder berechneten Werten aus Literaturquellen gezogen. Im folgenden Kapitel wird zunächst überprüft, wie sich die Vernetzung auf die Temperatur im Fluidfilm auswirkt.

5.1 Vernetzung und Netzkonvergenzanalyse

Bei der Beschreibung der Gleichungen in Kapitel 4.1 und 4.2 wird bereits auf die zur Linearisierung (und damit zur Lösung) notwendige und verwendete Diskretisierung eingegangen. Grundsätzlich muss bei der Vernetzung des Berechnungsgebiets ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Berechnungsdauer gefunden werden. Eine feinere Vernetzung (geringere Abstände zwischen Berechnungsknoten) ist in der Lage auch hohe Gradienten trotz der Linearisierung akkurat abzubilden. Gleichzeitig stellt jeder zusätzliche Knoten einen weiteren Freiheitsgrad dar und vergrößert damit das zu lösende Gleichungssystem. Während die einmalige Lösung eines Gleichungssystems auch mit verhältnismäßig feiner Vernetzung mit üblichen PCs nur wenige Millisekunden benötigt, summieren sich diese, durch die vielen Gleichungssysteme für die verschiedenen Komponenten und vor allem durch die notwendige iterative Berechnung, schnell zu einer hohen Gesamtdauer auf. Insbesondere wenn mehrere Lastfälle und Varianten gerechnet werden. Ab einer gewissen Knotenanzahl ergibt eine weitere Verfeinerung kei-

nen Sinn mehr, da die Erhöhung der Berechnungsdauer nicht mehr im Verhältnis zur damit erzielten Änderung der Ergebnisse steht. Zur Ermittlung einer ausreichenden Netzfeinheit wird üblicherweise eine Konvergenzanalyse durchgeführt, bei der die Knotenanzahl (in den verschiedenen Raumrichtungen) schrittweise erhöht und der Einfluss auf das Berechnungsergebnis und die -dauer betrachtet wird.

In den meisten Lehrbüchern werden die Diskretisierungsmethoden nur anhand einer äquidistanten Vernetzung mit gleichen Abständen zwischen den Knoten beschrieben. Dies hat den Vorteil, dass sich Formeln in einer kompakten Schreibweise notieren lassen, weil sich bspw. Knotenabstände als konstante Faktoren ausklammern lassen, statt diese jeder Diskretisierungseinheit individuell zuordnen zu müssen. Die Aufteilung des Berechnungsgebiets und die Umsetzung der Gleichungen in einen Programmcode ist durch die deutlich bessere Verfügbarkeit von auf einem äquidistantem Netz basierenden Formeln in der Literatur und die generell kompaktere Form wesentlich einfacher. Eine Idee zur Verbesserung der Abbildung hoher Gradienten ohne die Knotenanzahl dabei unnötig zu erhöhen ist es, das Netz nur in den Bereichen zu verfeinern, in denen diese hohen Gradienten erwartet werden. Üblicherweise liegen diese im Bereich von Randbedingungen bzw. Übergangsbedingungen zu benachbarten Bauteilen vor. In dieser Arbeit wird dieses Konzept über alle Bereiche der Berechnung umgesetzt. Dadurch ergibt sich ein nicht zu unterschätzender Mehraufwand in der Programmierung und Validierung. Dies beginnt bei der Aufteilung des Berechnungsgebiets auf Basis der vorzugebenden Parameter Knotenanzahl und Anzahl der Knoten im feiner zu vernetzenden Randbereich. Dabei werden nicht einfach zwei konstante Abstände, ein kleinerer für den Randbereich und ein größerer für den inneren Bereich des Lagers verwendet, sondern der Knotenabstand wird vom Rand zum Inneren hin graduell vergrößert. Diese graduelle Vergrößerung verteilt einen entstehende Diskretisierungsfehler, statt einen scharfen Übergang zu verursachen. Die Umsetzung dieser graduellen Vergrößerung unter Berücksichtigung der weiteren einstellbaren Optionen, wie die Verwendung einer Symmetrierandbedingung in axialer Richtung und einer in Axial- und Umfangsrichtung unterteilten *bump foil* (mehrere *bump*-Streifen und -abschnitte) ist nicht trivial. Konkret wird am Beispiel der axialen Richtung zunächst immer die Knotenanzahl eines Lager mit axialer Symmetrie $N_{z,hm}$ vorgegeben (der Index *hm* soll dabei an *half mesh* erinnern). Der Abstand zwischen Randknoten und seinem inneren Nachbarn wird auf $\frac{L}{2N_{z,hm}N_{z,refine}R_0}$ gesetzt. Jeder folgende Abstand wird doppelt so groß, bis alle feiner zu vernetzenden Randknoten $N_{z,refine}$ gesetzt sind. Die verbleibende Lagerbreite bis zur Mitte des Lagers wird gleichmäßig auf die verbleibenden Knoten ($N_{z,hm}$ - $N_{z,refine}$) aufgeteilt. Ist $N_{z,refine} = 0$ gesetzt, wird automatisch ein äquidistantes Netz erzeugt. Soll ein asymmetrischer Last-

fall gerechnet werden, wird die Verteilung anschließend an der Mittellinie gespiegelt. Durch diese Vorgehensweise ist garantiert, dass, unabhängig von der gewählten Knotenanzahl und Optionen, die Mittellinie des Lagers mit Knoten belegt ist. Ein Lager mit asymmetrischem Lastfall erhält damit $N_z = (2N_{z,hm} - 1)$ Knoten auf der Gesamtbreite L des Lagers.

Abb. 5.1 zeigt die Ergebnisse der Konvergenzanalyse für den Lastfall 133 N, 40000 min^{-1}. Der Lastfall stammt aus den im folgenden Kapitel 5.2 verwendeten Lastfällen aus [78]. Ausgehend von einer Referenzvernetzung mit $N_{z,hm} = 16(4)$ (bzw. $N_z = 31(4)$), $N_\theta = 72(12)$, $N_r = 12(4)$ und $N_{rw} = 9(3)$ wird die Variation der Knotenanzahl in jeder Richtung gezeigt. Die in Klammern angegebenen Zahlen bezeichnen die in der jeweiligen Richtung feiner vernetzten Randknoten. Auf der x-Achse ist die Knotenanzahl aufgetragen. Auf der linken y-Achse die mittlere Fluidfilmtemperatur und auf der rechten y-Achse die Berechnungsdauer[22]. Sowohl für äquidistantes als auch nicht äquidistantes Netz ist für die Knotenanzahlen N_z, N_r, N_{rw} ein Verlauf gegen einen Grenzwert erkennbar. Dabei zeigen sich die Vorteile der Umsetzung eines nicht äquidistanten Netzes. Für alle gerade genannten Knotenbezeichnungen beginnen die Ergebnisse mit nicht äquidistantem Netz bereits näher am späteren Endwert und laufen im Weiteren deutlich schneller gegen diesen. Besonders deutlich wird dies bei N_r, wo bereits für die Konfiguration $N_r = 9(3)$ nahezu der Endwert eines doppelt so feinen Netzes erreicht wird. Die Berechnungsdauer (in Abb. 5.1 in gestrichelten grauen Linien auf den rechten y-Achsen eingetragen) erhöht sich durch die Verwendung des nicht äquidistanten Netzes nicht. Die verbleibenden marginalen Unterschiede in den Berechnungsdauern lassen sich durch die zur Konvergenz benötigten Iterationsschritte, welche zwischen den beiden Netzen minimal unterschiedlich sein können, erklären. Außerdem spielt dabei die Gesamtauslastung des Rechners eine Rolle, da ggf. parallele Rechnungen in anderen *Matlab*-Instanzen und Hintergrundprozesse die Berechnungsdauer beeinflusst haben können.

Der Verlauf für die Knotenanzahl N_θ verlangt eine eigene Betrachtung. Zwar unterscheiden sich die mittleren Fluidfilmtemperaturen für feinere Netze nur noch um wenige Zehntel Grad, aber trotz deutlicher Verfeinerung, stellt sich kein Verlauf gegen einen

22 Die in [78] berechneten Lastfälle konvergieren aufgrund der hohen Belastung und der dabei auftretenden Temperatur teilweise nur schlecht. Zusätzlich provoziert die weite Variation der Knotenanzahlen ungünstige Vernetzung, die die Konvergenz weiter verschlechtern. Damit alle Knotenanzahlvariationen durchlaufen, sind die Berechnungen mit einer Unterrelaxation von $\zeta_{pT,p} = 0{,}49$ für das Druckfeld und $\zeta_{pT,T} = 0{,}1$ für das Temperaturfeld gerechnet. Diese relativ niedrigen Unterrelaxationsfaktoren verlängern die Berechnungsdauer erheblich. Da sie aber für alle Berechnungen konstant gehalten werden, ist dennoch ein Vergleich der Berechnungsdauern möglich. Für gut konvergierende Lastfälle ohne Notwendigkeit der Unterrelaxation darf eine deutliche verkürzte Berechnungsdauer erwartet werden.

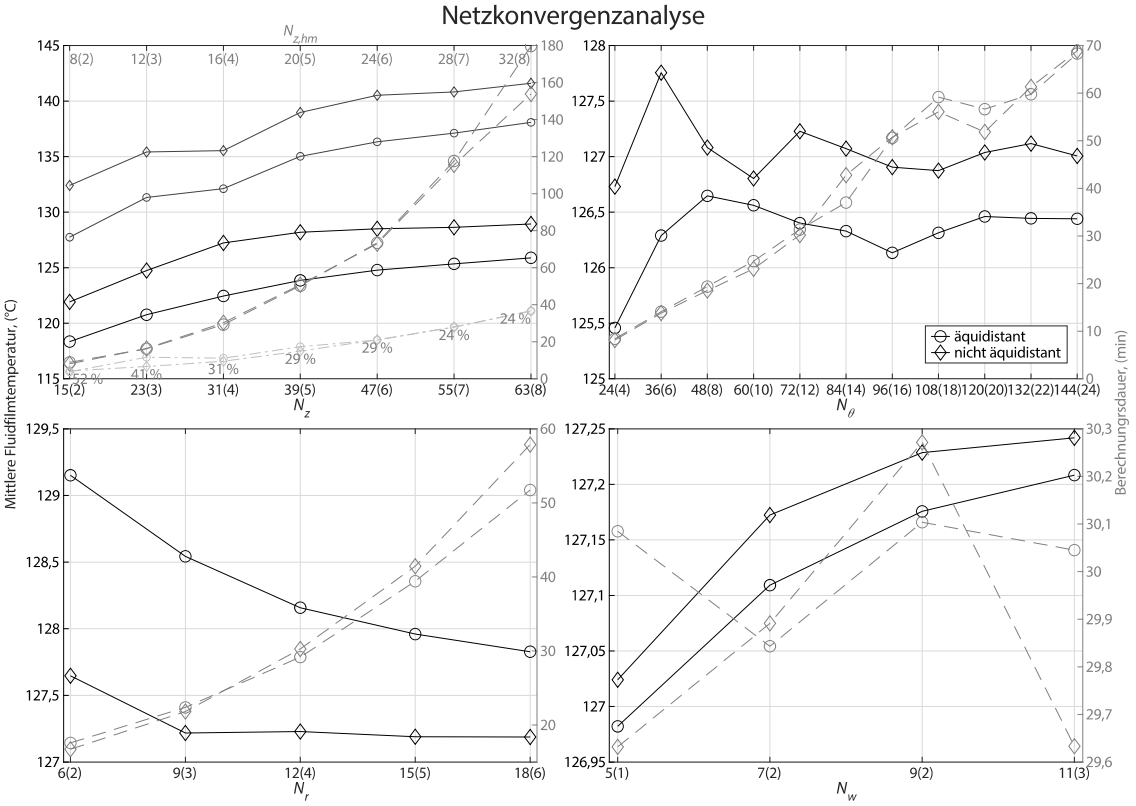

Abb. 5.1: Entwicklung der mittleren Fluidfilmtemperatur zur Beurteilung der Konvergenz bei Erhöhung der Knoten in den verschiedenen Richtungen und bei Verwendung eines nicht äquidistanten Netzes oder symmetrischem Netz in z-Richtung

eindeutig erkennbaren Endwert ein. Eine Erklärung ist vermutlich die spezielle Setzung der Randbedingung in Abhängigkeit der Druckgradienten am axialen Rand (s. Kap. 3.5.2). Ein Knoten mehr oder weniger für den Umgebungstemperatur gesetzt wird, beeinflusst deshalb, insbesondere bei einer geringen Knotenanzahl in dieser Richtung, die mittlere Fluidfilmtemperatur noch verhältnismäßig stark. Vorteile einer nicht äquidistant Vernetzung lassen sich aus den Verläufen für N_θ ebenfalls nicht eindeutig ableiten, sodass hierfür keine Empfehlung ausgesprochen wird.

Für die *z*-Richtung sind in der Abb. 5.1 mit kleineren Markern und auf der oberen *x*-Achse zusätzlich die Ergebnisse und Berechnungsdauern (strichpunktierte graue Linie) für einen mit halbem Netz und symmetrisch angelegtem Lastfall dargestellt. Dazu wird auf beiden Seiten ein symmetrischer Überstand für die Welle gesetzt (W_{lf} = W_{lr} = 3,5 mm statt W_{lf} = 1,5 mm, W_{lr} = 3,5 mm) und der Wärmestrom durch beide Wellenstirnseiten unterbunden (statt des konvektiven Wärmeabtransports an der Frontseite). Leider kann damit für die Temperaturergebnisse keine Übereinstimmung mit den zuvor berechneten Lastfällen erwartet werden. Die Ergebnisse zeigen aber, dass die aufwendige Implementierung der Symmetrierandbedingung in allen Bereichen des Programmcodes eine deutliche Verringerung der Berechnungsdauer bewirkt. An der strichpunk-

tierten Linie ist zusätzlich das Verhältnis der Berechnungsdauern gegenüber den Rechnungen mit vollem Netz notiert. Bei der kleinsten Knotenanzahl ist die Berechnungsdauer, wie zu erwarten nur rund halb so lang (52 % bei $N_{z,hm} = 8$ zu $N_z = 15$). Bei höheren Knotenanzahlen benötigen die Berechnungen mit halbem Netz nur bis zu rund einem Viertel der Zeit (24 % bei $N_{z,hm} \geq 28$ zu $N_z \geq 55$). Erlaubt ein Lastfall also die Ausnutzung der Symmetrie und damit die Berechnung mit halbiertem Netz, wird empfohlen diese Möglichkeit zu nutzen.

Die an diesem Lastfall dargestellte Konvergenzanalyse erforderte insgesamt 54 Rechnungen mit vollem Netz und zusätzlich zwölf Rechnungen für das halbe Netz mit Symmetrie. Aufgrund des Umfangs steht diese Konvergenzanalyse stellvertretend für alle anderen durchgeführten Berechnungen. Sollten spätere Anwender des Programmcodes Zweifel an der Netzkonvergenz für ihren spezifischen Anwendungsfall haben, ist eine Netzkonvergenzanalyse, ggf. für die Ergebnis von besonderem Interesse, durchzuführen. Durch die automatisierte, parametrische Netzerstellung bei Vorgabe der Knotenanzahlen ist dies leicht durchführen. Aktuell müssen die Knotenanzahlen dafür noch manuell angegeben werden. Eine Erweiterung um eine auch dahingehend automatisierte Netzkonvergenzanalyse, durch in Schleifen vorgegebene Knotenanzahlen, wäre aber denkbar.

5.2 Vergleich mit den Messwerten Radil et al. 2004

In [78] werden Temperaturen über einen weiten Last- und Drehzahlbereich gemessen. Die Daten eignen sich damit zur Auslotung der Gültigkeit des numerischen Modells in Extrembereichen. Die Ausschnitte der Daten werden deshalb auch in anderen Veröffentlichungen gerne zur Validierung verwendet [18, 24]. Eine weitere Besonderheit ist die Anzahl von neun im hochbelasteten Bereich und über die Breite verteilten Messpositionen. Somit kann in diesem Bereich nicht nur das Temperaturniveau, sondern auch das konkrete Temperaturprofil, insbesondere auch an den axialen Rändern, beurteilt werden. Leider liegen neben den grundsätzlichen Abmessungen wie Durchmesser und Länge bzw. Breite keine Angaben zu der Geometrie der *bump foil* oder den verwendeten Werkstoffen vor. Deshalb werden sie durch Angaben aus anderen Veröffentlichungen des Forschungsinstituts von [78] und/oder gängigen Geometrien wie sie auch in anderen Veröffentlichungen verwendet werden ergänzt. Die ver-

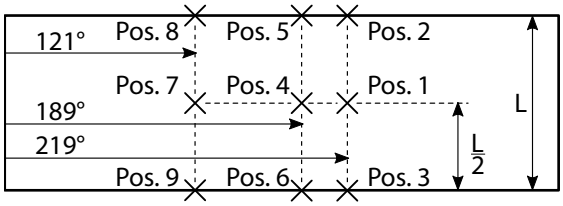

Abb. 5.2: Messpositionen für [78], L = 41 mm

Tab. 5.1: Geometrie- und Werkstoffdaten zur Simulation des in [78] beschriebenen Lagers

Geometrie	**Variable**	**Wert**	**Einheit**	**Quelle**
nominaler Radius	R_0	25	mm	[78]
Lagerbreite	L	41	mm	
nominaler Spalt	c_0	15	µm	-
Welleninnenradius	$R_{W,i}$	10	mm	-
Wellenaußenradius	$R_{W,a} = R_0 - c_0$		mm	
freie überstehende Welle, Vorne	W_{lf}	1,5	mm	-
freie überstehende Welle, Hinten	W_{lr}	3,5	mm	-
Lagerschalenaußenradius	$R_{Ls,a}$	50	mm	-
bump-Abstand	s_0	4,064	mm	[23, 24, 51]
halbe *bump*-Länge	l_0	1,778	mm	
bump-Höhe	h_B	0,508	mm	[51]
top und *bump foil*-Dicke	t_{Tf}, t_{Bf}	126	µm	[23, 24, 51]
Umgebungstemperatur	T_a	20	°C	[78]
Umgebungsdruck	p_a	101325	Pa	-
Werkstoffe	Temperaturabhängigkeit der Werkstoffeigenschaften in Abb. 3.10			
Welle	*Inconel 718*			[77]
Lagerschale	*Acidur X5CrNi18-10*			-
top und *bump foil*	*Inconel X750*			[77]

wendeten Geometrien sind in Tab. 5.1 zusammengefasst. Als Lastfälle werden die Kombinationen aus den Belastungen 9 N, 44 N, 89 N, 133 N, 178 N, 222 N und Drehzahlen 10000 min^{-1}, 20000 min^{-1}, 30000 min^{-1}, 40000 min^{-1}, 50000 min^{-1} betrachtet.

In [78] wird das verwendete Lager lediglich als Lager der dritten Generation mit einer Unterteilung der *bump foil* in Axial- und Umfangsrichtung beschrieben. Allerdings ohne nähere Angaben zur konkreten Geometrie der Unterteilungen oder zu den *bumps* zu machen. Üblicherweise soll durch eine Unterteilung der *bump foil* eine Anpassung der Steifigkeitsverteilung an das erwartete Druckfeld erreicht werden. Für die Steifigkeitsverteilung und -charakteristik wird deshalb angenommen, dass sie so konfiguriert ist, dass sich eine konstante Durchsenkung in axialer Richtung ergibt. Um dies zu erreichen, wird bei Berechnung der Durchsenkung der Druck in axialer Richtung gemittelt. Alternativ kann diese Annahme, zumindest teilweise, durch die Steifigkeit der *top foil* begründet werden, die die Druckbelastung auf alle *bump foil* Abschnitte verteilt. Die Annahme der axialen Druckmittelung ist auch in anderen Veröffentlichungen eine häufig getroffene Annahme [14, 18, 50, 52, 127]. Der nominale Spalt ist eine entscheidende Kenngröße eines GFL[23]. Leider wird zum nominalen Spalt des verwendeten Lagers le-

23 In den folgenden Unterkapiteln 5.3 und 5.4 werden dazu jeweils zwei Lager mit gleichen nominalen Durchmessern und Breiten, aber unterschiedlichen nominalen Spalten untersucht. Der große Einfluss des nominalen Spalts auf die Temperatur wird aus den dort dargestellten Ergebnissen ersichtlich.

diglich gesagt, dass das Lager vorgespannt sei. Es wird nicht erklärt, was Vorspannung für dieses Lager bedeutet. Üblicherweise wird darunter entweder ein Übermaß der Welle gegenüber dem nominalen Durchmesser bis zur *top foil* vorliegt, oder zumindest in Teilen des Lagers durch den Einschub von dünnen Metallplättchen unter die *bump foil* ein lokales Übermaß erzeugt wird. Erst im Betrieb stellt sich dann durch die Druckbelastung und daraus folgender Verformung der *bump foil* ein durchgängiger Schmierfilmspalt ein. Ein Hersteller von kommerziell vertriebenen GFL empfiehlt die Verwendung von vorgespannten Lagern für vertikal gelagerte Rotoren, bei denen die Schwerkraft nicht für eine bevorzugte Belastungsrichtung sorgt [128]. Der Grund für die Verwendung eines vorgespannten Lagers für diese Testreihe bleibt unklar. Da der Programmcode nicht für Berechnungen mit erst im Betrieb vorhandenem Schmierspalt ausgelegt ist, wird der nominelle Spalt so niedrig wie möglich angenommen, wie eine Berechnung aller Lastfälle, im Zusammenspiel mit den restlichen Geometrie- und Werkstoffparametern, gerade noch möglich ist. Dies wird mit einem nominalen Spalt von $c_0 = 15$ µm erreicht. Geringere nominale Spalte führen im Betrieb zu so geringen Filmhöhen, dass kein tragfähiger Schmierfilm mehr vorliegt.

Die *bump foil*-Geometrie wird analog zu [23] und [24] gewählt, allerdings unter Berücksichtigung der in der ursprünglichen Quelle [51] gegebenen *bump*-Höhe von h_B = 0,508 mm, anstatt 0,58 mm. Durch die hohe Konvektion hat die freie Oberfläche der Welle einen großen Einfluss auf die Ergebnisse. Da die Überstände der Welle aus dem Lager heraus (vorne und hinten) in der Quelle nicht angegeben sind, können diese nur von der dort vorhandenen Abbildung (*Fig.* 5 in [78]) abgeleitet werden. Allerdings ist auch bei dieser Abbildung fraglich, ob sie dem konkret verwendeten Prüfstandsaufbau entspricht, da sie ohne Änderungen, aber unter Angabe anderer Geometriedaten, auch in weiteren Veröffentlichungen des Forschungsinstituts verwendet wird [10, 13]. Eine Welle mit zumindest passendem Außendurchmesser ist wiederum in [77] (der Autor gehört zum selben Forschungsinstitut) abgebildet. Allerdings ebenfalls ohne daraus ermittelbare freie Wellenoberfläche.

Die Wahl von W_{lf} = 1,5 mm und W_{lr} = 3,5 mm scheint nach *Fig.* 5 aus [78] realistisch und ergibt im Zusammenspiel mit den weiteren Annahmen zu Geometrie- und Werkstoffparametern gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen (auch und insbesondere für das axiale Temperaturprofil). Aus [77] wird auch abgeleitet, dass die Welle vermutlich aus dem Werkstoff *Inconel 718* gefertigt ist. Dieser Werkstoff wäre auch eine geeignete Annahme für das Lagergehäuse, allerdings muss in Rechnungen unter Verwendung dieses Werkstoffs der nominale Spalt deutlich erhöht werden, damit das Lager bei hohen Drehzahlen und Lasten in Folge der zu geringen thermischen Aufweitung der

Lagerschale (durch die dort niedrigeren Temperaturen) nicht blockiert. Eine Voraussetzung, um alle Lastfälle berechnen zu können, ist also ein Lagerschalenwerkstoff mit relativ hohem Wärmeausdehnungskoeffizient, wie sie bspw. Edelstähle besitzen. Konkret wird für diese Berechnung der Edelstahl *Acidur X5CrNi18-10* gewählt (in [24] wird ebenfalls ein nicht näher beschriebener Edelstahl verwendet). Damit wird eine gute Übereinstimmung, insbesondere bzgl. des Anstiegs der Temperatur über die Belastung, erreicht. Auch weitere Werkstoffpaarungen für Welle und Lagerschale wurden untersucht, aber letztlich wird nur mit der bereits genannten Kombination aus *Inconel 718* für die Welle und *Acidur X5CrNi18-10* das Temperaturniveau und -anstieg bei höheren Lasten abgebildet[24]. Des Weiteren werden in [78] keine Angaben zur Temperatur der Welle zwischen Testlager und dem eigentlichen Lagerbock für die Welle mit seinen wassergekühlten Keramikwälzlagern gemacht. Es ist somit unklar, ob ein positiver oder negativer Wärmestrom in dieser Richtung vorliegt. Für diesen Übergang wird deshalb angenommen, dass er sich adiabat verhält.

Die Abb. 5.3 und 5.4 enthalten die Ergebnisse für alle Drehzahlen, Belastungen und an allen mit Thermoelementen versehenen Messpositionen, berechnet mit den Strukturmodellen nach Iordanoff (S2) und nach Le Lez (S3) und dem Wärmewiderstandsmodell für die Lagerschale (Q2). Die beiden Strukturmodelle unterscheiden sich bzgl. der Temperatur kaum voneinander. Beide sind grundsätzlich in der Lage das Niveau und den Anstieg der Temperatur über alle Drehzahlen und Lasten abzubilden. Obwohl sie zu sehr unterschiedlichen Auslenkungen führen, bleibt der Unterschied in der minimalen Filmhöhe unter 1 µm, wie in Abb. 5.5 zusehen ist (s. auch [52]).

Da die viskose Wärmeproduktion maßgeblich vom Gradienten der Geschwindigkeit über die Filmhöhe abhängig ist, ist darin der Grund für die ähnlichen Temperaturen zu finden.

Im groben Überblick unterschätzen beide Strukturmodelle die Temperaturen bei den niedrigeren Drehzahlen 20000 min^{-1}, 30000 min^{-1} und überschätzen sie für die höchste Drehzahl 50000 min^{-1}. Die beste Übereinstimmung wird für die meisten Thermoelementen bei einer Drehzahl 40000 min^{-1} erreicht. An Thermoelementen, wo gute Übereinstimmung für die Drehzahl 30000 min^{-1} erzielt wird, liegen dafür größere Abweichungen bei den höheren Drehzahlen 40000 min^{-1} und 50000 min^{-1} vor. Im Zuge der Validierungen werden diverse weitere Varianten, Konfigurationen, Annahmen und *solver*-Einstellungen getestet. Die dabei erzielten Ergebnisse unterscheiden sich entweder

24 In [23] wird zwar *Inconel 718* für Welle und Lagerschale verwendet, die Berechnung aller Lastfälle, ist dort aber vermutlich nur deshalb möglich, weil die Aufweitung der Lagerschale mit einer fehlerhaften Formel ($s_{Ls,t} \neq \alpha_{Ls}(T_{Ls,m})(R_{Ls,a} - R_{Ls,i})(T_{Ls,m} - T_a)$ sondern $s_{Ls,t} = \alpha_{Ls}(T_{Ls,m})R_{Ls,i}(T_{Ls,m} - T_a)$) berechnet wird.

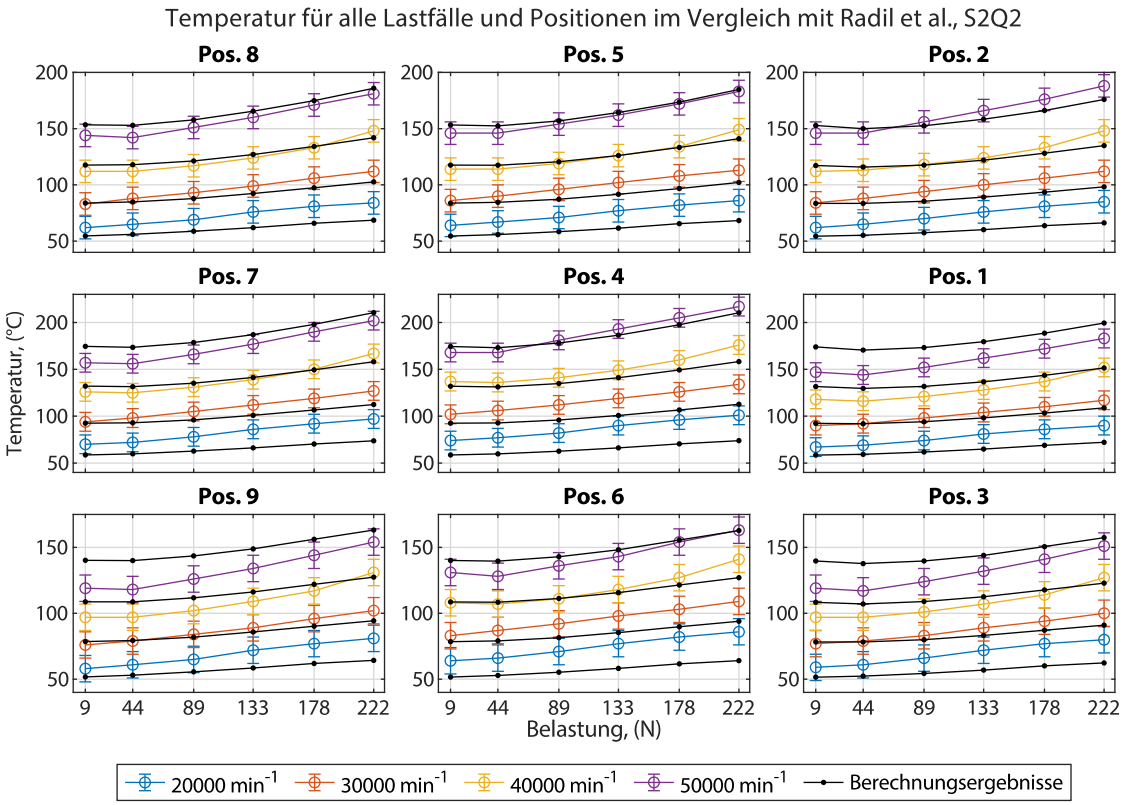

Abb. 5.3: Vergleich der Temperaturen für alle Lastfälle und an allen Messpositionen (s. Abb. 5.2) zwischen Berechnungsergebnissen und den Messwerten aus [78] für das SEFM nach Iordanoff (S2)

nicht wesentlich von den hier bereits dargestellten oder sorgen nur für manche Lastfälle für eine Verbesserung in anderen für eine Verschlechterung. Als Auswahl aus diesen zusätzlichen Varianten sind im Anhang B eine Konfiguration mit in fünf *bump*-Streifen unterteilter *bump foil*, eine mit Befestigung der *top* und *bump foil* am Ende der Lagers und eine mit Annahme einer mittleren Temperatur aus Umgebungs- und Wellentemperatur an den axialen Rändern dargestellt.

Für die verbleibenden Abweichungen in den Abb. 5.4 und Abb. 5.3 kommen durch die fehlende Angabe vieler Geometriegrößen und nicht abschließend ermittelbarer Randbedingungen eine Vielzahl von Erklärungen in Frage. Wie bereits erwähnt, hat die Schmierfilmhöhe einen entscheidenden Einfluss auf die Temperaturen. Somit haben auch alle im Betrieb die Schmierfilmhöhe beeinflussenden Faktoren einen entsprechenden Einfluss. Allerdings sind die gegenseitigen Abhängigkeiten zwischen diesen Faktoren schwer zu erfassen. Das verwendete Lager dritter Generation könnte eine speziell angepasste und anders als angenommene Steifigkeitsverteilung in axialer und Umfangsrichtung mit entsprechend großem Einfluss auf die lokale Schmierfilmhöhe im Betrieb haben. Die höheren Temperaturen in der Messung bei geringeren Drehzahlen könnten durch Festkörperreibung erklärt werden, da dann noch kein ausreichender Druck vor-

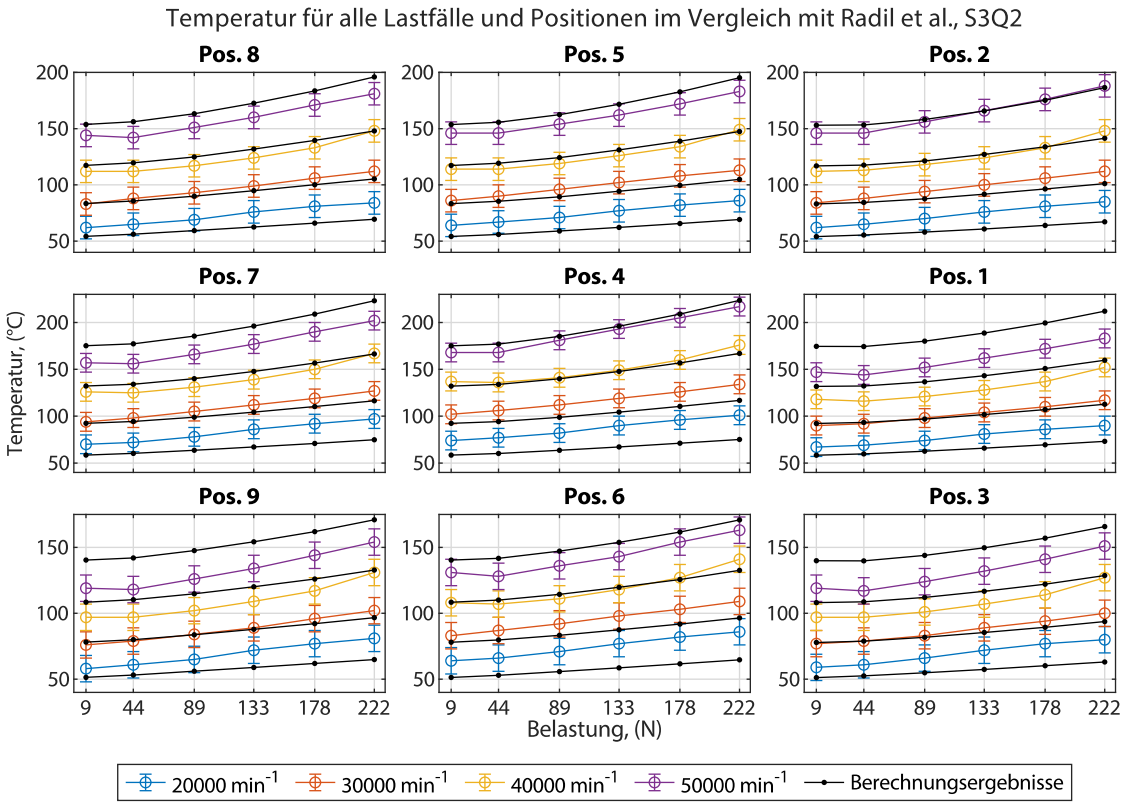

Abb. 5.4: Vergleich der Temperaturen für alle Lastfälle und an allen Messpositionen (s. Abb. 5.2) zwischen Berechnungsergebnissen und den Messwerten aus [78] für das Le Lez-Strukturmodell (S3)

handen ist, um die Vorspannung des Lagers zu überwinden. Viele der verwendeten Wärmeübergangskoeffizienten zeigen eine nichtlineare Abhängigkeit von der Drehzahl. Zwar werden die Wärmeübergangskoeffizienten mit Hilfe von dimensionslosen Kennzahlen ausgedrückt und berechnet, allerdings bleibt trotzdem fraglich, ob diese teilweise an wesentlich größeren Geometrien empirisch ermittelten Zusammenhänge auf die relativ kleinen Geometriegrößen bei GFL übertragbar sind.

Der konkrete Einfluss des (unbekannten) Innendurchmessers auf die Temperatur ist schwer vorhersagbar, da er auf verschiedene Arten Einfluss nimmt. Auf der einen Seite vergrößerte sich mit steigendem Durchmesser die Konvektionsoberfläche im Inneren der Welle, was zu niedrigeren Temperaturen führt. Auf der anderen Seite erhöht sich dadurch die fliehkraftbedingte Aufweitung und es verringert sich die Konvektionsoberfläche an der Stirnseite der Welle, was zu höheren Temperaturen führt. In der vorliegenden Konfiguration nach [78] führt eine Vergrößerung des Innendurchmessers zu niedrigeren Temperaturen, wie in Abb. 5.6 zu sehen ist. Dabei zeigt sich auch die hohe Sensitivität der Temperaturen bzgl. dieses Parameters. Die aus dem Lager herausragende freie Oberfläche am Außenradius der Welle hat ebenfalls einen großen Einfluss, speziell auf die Temperaturen an den axialen Rändern.

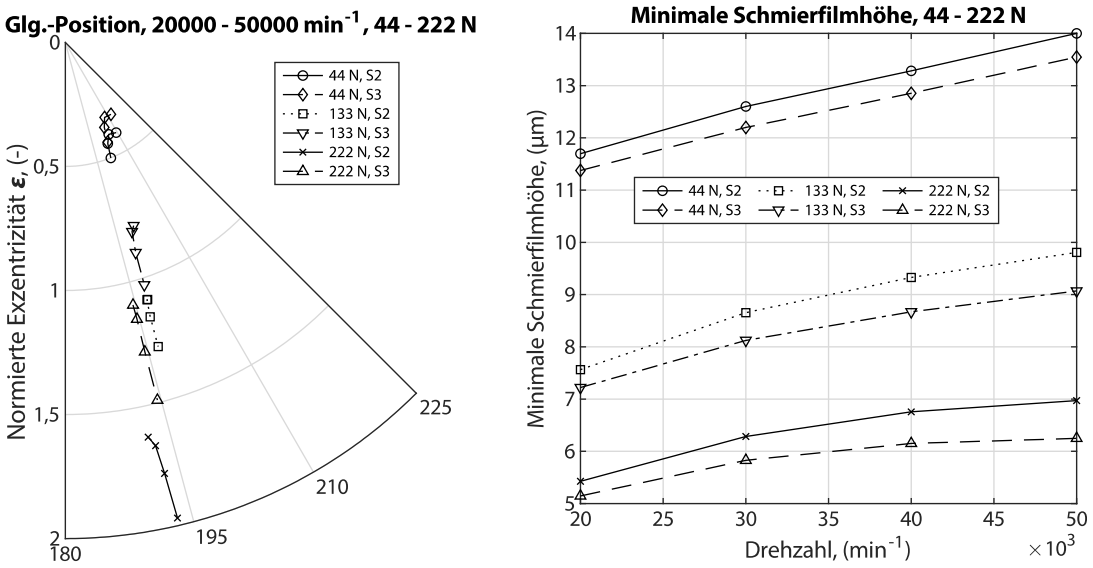

Abb. 5.5: Position der Gleichgewichtslage (links) und der Unterschied in den minimalen Schmierfilmhöhen (rechts) im Vergleich zwischen den Strukturmodellen nach Iordanoff (S2) und Le Lez (S3) für eine Auswahl an Lastfällen

Obwohl von einem vorgespannten Lager gesprochen wird, ist für die numerische Berechnung ein nominaler Spalt erforderlich und muss dementsprechend abgeschätzt werden. Der verwendete Wert von c_0 = 15 µm stellt dabei einen verhältnismäßig kleinen nominellen Spalt dar. Ohnehin ist der nominale Spalt ein schwer zu erfassender Parameter. Zur Messung wird üblicherweise die zur Auslenkung der Welle gegen die *bump*-Struktur benötigte Kraft in einem Diagramm dargestellt. Als nominaler Spalt wird die Auslenkung bezeichnet, bei der sich ein markanter Anstieg der benötigten Kraft zeigt. Da dafür interpretiert werden muss ab wann ein solcher Anstieg markant ist, lässt sich damit kein exakter Wert feststellen. Wie in Abb. 5.6 zu sehen, haben bereits kleine Änderungen (gegenüber dem ursprünglich verwendeten Wert von c_0 = 15 µm) einen verhältnismäßig großen Einfluss und größere Änderungen (Nominale Spalte von c_0 = 10 µm und c_0 = 20 µm) verändern das Niveau und den Anstieg der Temperatur vollständig.

Der Wärmeausdehnungskoeffizient des Wellen- und Lagerschalenwerkstoffs ist ebenfalls sehr sensitiv. Um dies zu zeigen, wird der Wärmeausdehnungskoeffizient der Lagerschale α_{Ls} variiert, indem ein Offset (-5e-6 – +2e-6 K^{-1}) zum eigentlichen Verlauf (s. *Acidur X5CrNi18-10* in Abb. 3.10) addiert wird. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.6 dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass -2e-6 K^{-1} der erste Werte ist für den das GFL nicht blockiert. Zuvor scheint das GFL durch die starke Aufweitung der Welle gegenüber der Lagerschale zu blockieren. Da der Spalt in diesem Fall sehr klein ist, werden sehr hohe Temperaturen erreicht. Für einen positiven Offset von +2e-6 K^{-1} ändert den Temperaturverlauf zwar nicht auf so extreme Art wie der negative Offset, trotzdem bleibt die Temperatur deutlich niedriger, da sich die Lagerschale stärker aufweitet und damit die

Schmierfilmhöhe vergrößert. Aus der Abb. 5.6 und dieser Betrachtung wird damit auch die sehr komplexe Interaktion zwischen der thermischen Ausdehnung der Welle und Lagerschale erkennbar, da diese direkt auf die Schmierfilmhöhe als Haupteinflussfaktor für das Temperaturniveau wirken. Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten selbst trägt zusätzlich zur Komplexität bei. Darüber hinaus sind Angaben zum Wärmeausdehnungskoeffizient (insbesondere über größere Temperaturbereiche) für wenig verwendete Werkstoff teilweise schwer zu finden. Für den in Tab. 5.2 beispielhaft beschriebenen häufig verwendeten Werkstoff *42CrMo4* wiederum gibt es teilweise abweichende Angaben von bis zu Δ1e-6 K^{-1} von verschiedenen Herstellern.

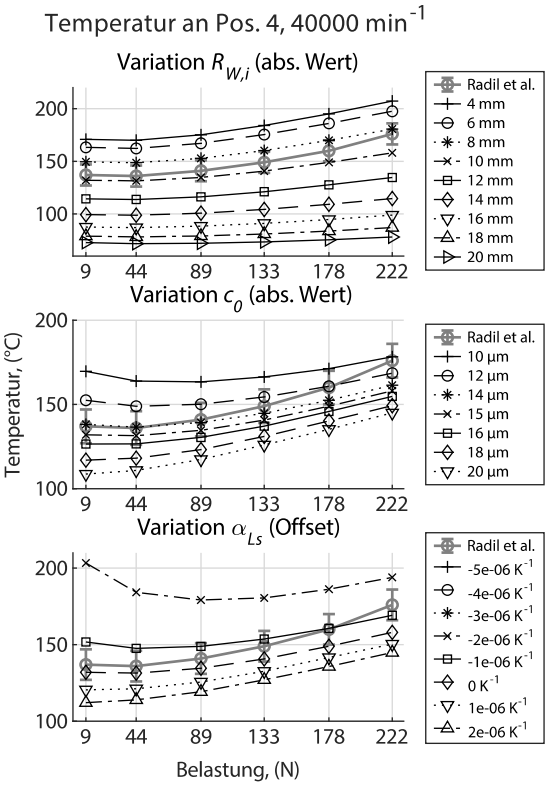

Abb. 5.6: Sensitivität der Temperatur an Messposition 4 auf die Variation der Parameter Innendurchmesser $R_{W,i}$, Nominalspalt c_0 und Wärmeausdehnungskoeffizient α_{Ls} der Lagerschale. Die Angaben zu letztem ist als Offset gegenüber dem temperaturabhängigen Verlauf des Wärmeausdehnungskoeffizienten von Acidur X5CrNi18-10 zu verstehen.

Tab. 5.2: Angaben zum temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten von 42CrMo4.

Hersteller	20–100°C	20–200°C	20–300°C	20–400°C
[146]	11,1	12,1	12,9	13,5
[145]	12,1	12,7	13,2	13,6

Die Annahme einer adiabaten Randbedingung in der Welle am Übergang zum Lagerbock ist fraglich. Da dort keine Temperaturen erfasst wurden, ist es prinzipiell vorstellbar, dass es in Abhängigkeit von der Drehzahl zu einem Wärmefluss in Richtung des GFL oder von diesem weg in Richtung des Lagerbocks kommt, je nachdem wie viel Wärme in den Wälzlagern im Lagerbock produziert und wie diese abtransportiert wird.

Die Quellen [23] und [24] beschränken sich auf die Darstellung der Ergebnisse für das zentrale Thermoelement an Position 4, kommen aber generell zu ähnlichen Ergebnissen, wie in dieser Arbeit präsentiert. Im detaillierten Vergleich mit den dort präsentierten Ergebnissen in Abb. 5.7 zeigt sich eine schlechtere Übereinstimmung bei den niedrigen Drehzahlen, aber eine bessere bei den höheren. Die Anstiege sind vergleichbar mit denen aus [24], was vermutlich an der ähnlichen Werkstoffkombination liegt. Die Anstiege aus [23] passen schlechter zu den Messergebnissen. Die Ermittlung von

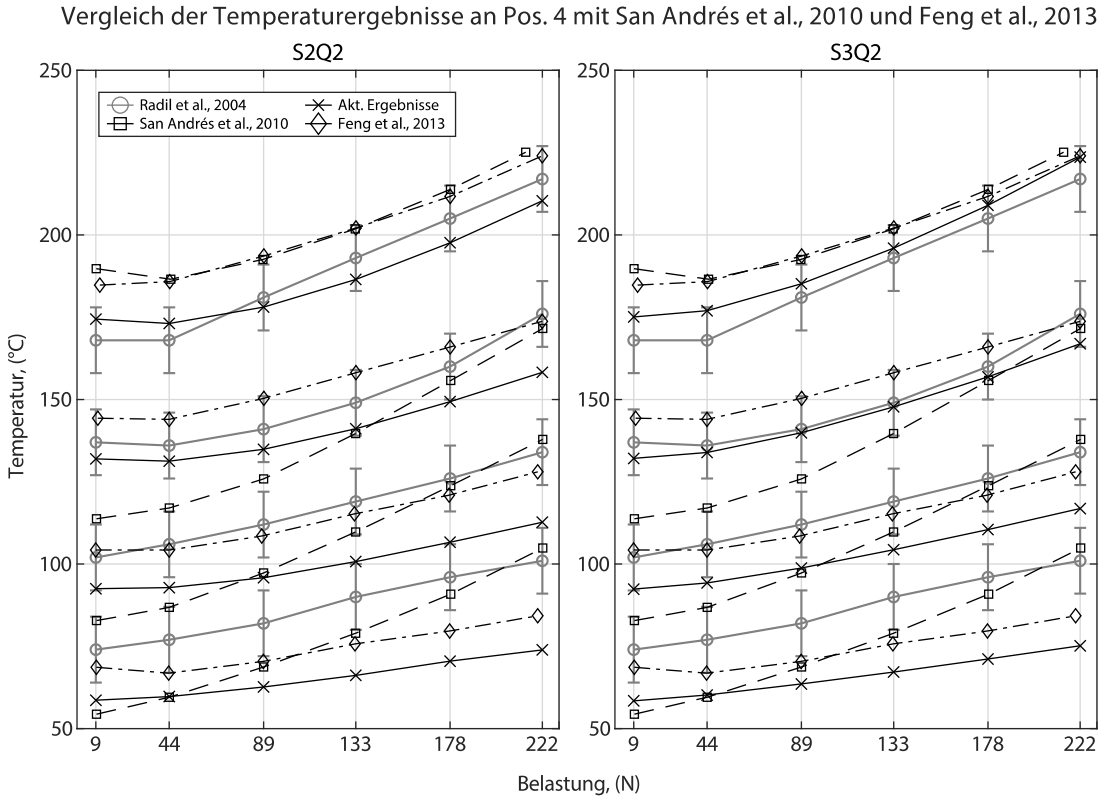

Abb. 5.7: Vergleich der aktuellen Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen aus San Andrés et al. [23] und Feng et al. [24] an Messposition 4 für beide Strukturmodelle S2 und S3. Die Messwerte aller Lastfälle aus [78] sind ebenfalls aufgetragen (graue Linie mit Fehlertoleranzen).

geeigneten Einstellungen und Parameterkombination, um nicht nur an Position 4, sondern an allen Messpositionen, akzeptable Überstimmung mit den Messwerten zu erreichen ist deutlich schwieriger. Dies gilt besonders für die Lagerränder. Für den entwickelten Programmcode wird dies mit den gezeigten Einstellungen erreicht. Somit wird für diesen Programmcode gezeigt, dass er nicht nur für die zentrale Messposition 4 mit den Messwerten und Berechnungsergebnissen aus der Literatur vergleichbare Ergebnisse erzielt, sondern darüber hinaus auch die Temperaturverteilung in weiteren Bereichen des Lagers abbilden kann.

5.3 Vergleich mit den Messwerten von Kim et al. 2012

In der Veröffentlichung von Kim et al. [79] werden Messwerte für eine Kombination aus drei Belastungen (58,9 N, 78,5 N, 98,1 N) und Drehzahlen (5000 min^{-1}, 10000 min^{-1}, 15000 min^{-1}) sowie für zwei Lager mit einem nominellen Spalt von 40 µm und 70 µm. Damit umfassen die Lastfälle einen deutlich kleineren Betriebsbereich als in [78], speziell die Drehzahlen sind deutlich niedriger und liegen näher beieinander. Die Tempera-

Tab. 5.3: Geometrie- und Werkstoffdaten zur Simulation des in [79] beschriebenen Lagers

Geometrie	**Variable**	**Wert**	**Einheit**	**Quelle**
nominaler Radius	$R_0 = R_{W,a} + c_0$		mm	
Lagerbreite	L	45	mm	
nominaler Spalt	c_0	[40, 70]	µm	
Welleninnenradius	$R_{W,i}$	10	mm	
Wellenaußenradius	$_{RW,a}$	30	mm	
freie überstehende Welle, Vorne	W_{lf}	14,5	mm	
freie überstehende Welle, Hinten	W_{lr}	35	mm	[79]
Lagerschalenaußenradius	$R_{Ls,a}$	50	mm	
bump-Abstand	s_0	4,3	mm	
halbe *bump*-Länge	l_0	2,3	mm	
bump-Höhe	h_B	0,4	mm	
top und *bump foil*-Dicke	t_{Tf}, t_{Bf}	120	µm	
Umgebungstemperatur	T_a	30	°C	
Umgebungsdruck	p_a	101325	Pa	-
Werkstoffe	Temperaturabhängigkeit der Werkstoffeigenschaften in Abb. 3.10			
Welle	*Inconel 718*			
Lagerschale	*Inconel 718*			[79]
top und *bump foil*	*Inconel X750*			

turen werden an der Außenseite der Lagerschale an den Rändern und in der Mitte, sowie an vier Position entlang des Umfangs gemessen. Durch die Auswahl der Lastfälle und die Messung der Temperatur an der Lagerschalenaußenseite, sowie auch die generell andere Lagergeometrie mit deutlich größeren nominalen Spalten unterscheiden sich die hier dokumentierten Temperaturen deutlich von denen in [78]. Nur die Temperaturen für die Messpositionen in der Mitte der Lagerschale werden tabelliert angegeben, aus den Abbildungen ist aber erkennbar, dass sich die Temperaturen an den Rändern kaum davon unterscheiden. Die Temperaturen auf der Oberfläche der Welle zwischen Test-GFL und Lagerbock werden durch ein Infrarotthermometer gemessen. Da diese Temperaturen also aus der Messung bekannt sind, werden sie in der numerischen Berechnung als Randbedingung gesetzt. Auf der aus der Front des Lagers herausragenden Welle wird die Temperatur ebenfalls mit einem Infrarotthermometer gemessen. Diese Temperatur wird zum Vergleich mit Berechnungsergebnissen verwendet. Im Inneren der Hohlwelle wird nur der Wärmestrom durch den Innenradius abgebildet, die freie Stirnfläche im Inneren der Hohlwelle wird adiabat angenommen. Alle weiteren verwendeten Geometrien und Eigenschaften sind in Tab. 5.3 aufgelistet.

Auch diese Berechnungen werden mit beiden Strukturmodellen (Iordanoff, Abkürzung S2 und Le Lez, Abkürzung S3) durchgeführt. Da die mit den beiden Strukturmo-

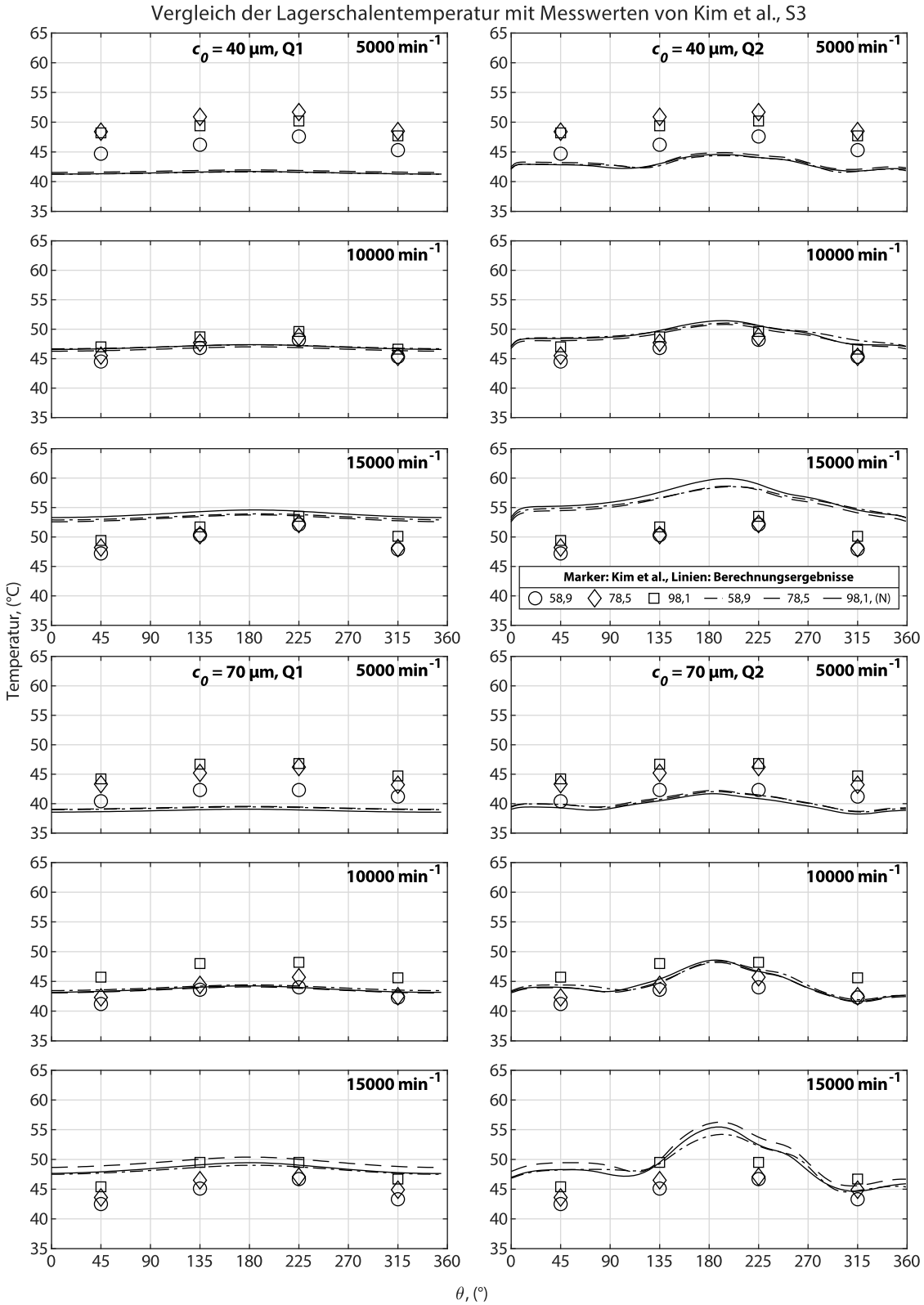

Abb. 5.8: Vergleich der Lagerschalentemperatur über den Umfang in der Mittelebene mit den Messergebnissen von Kim et al. [79]. Oben für c_0 = 40 µm unten für c_0 = 70 µm. Links das FVM- (Q1), rechts das Wärmewiderstandsmodell (Q2) der Lagerschale. Berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3).

dellen erzielten Temperaturen nicht voneinander unterscheidbar sind, werden hier nur die Ergebnisse für das Le Lez-Strukturmodell dargestellt (Abb. 5.8). Die Abbildungen mit den Ergebnissen für das SEFM nach Iordanoff befinden sich im Anhang 2.2.2. Die Abb. 5.8 enthält auch die Ergebnisse für beide untersuchten nominalen Spalte und für beide Wärmetransportmodelle der Lagerschale. Das Wärmewiderstandsmodell (Q2) und das FVM-Wärmemodell (Q1) der Lagerschale liefern grundsätzlich ähnliche Temperaturniveaus für alle Lastfälle. Allerdings unterscheiden sie sich deutlich im Temperaturverlauf entlang des Umfangs. Dies wird durch die Vernachlässigung der Wärmeleitung in Umfangsrichtung der Lagerschale beim Wärmewiderstandsmodell erklärt. Beim FVM-Wärmemodell sorgt diese Wärmeleitung für eine Glättung des Temperaturverlaufs.

Wie bereits im Vergleich mit [78], liegen die berechneten Temperaturen etwas zu niedrig für niedrige und etwas zu hoch für hohe Drehzahlen, aber im Allgemeinen stimmen die Temperaturniveaus für beide nominalen Spalte. Die beste Übereinstimmung wird bei $c_0 = 40$ µm für 10000 min^{-1} erreicht, bzw. bei $c_0 = 70$ µm für 10000 min^{-1} und 15000 min^{-1}. Zwei der Autoren von [79] zeigen in [25] ebenfalls genau diese Lastfälle mit guter Übereinstimmung. Die verbleibenden Lastfälle ($c_0 = 40$ µm bei 5000 min^{-1} und 15000 min^{-1}, sowie $c_0 = 70$ µm bei 5000 min^{-1}), für die in der dieser Arbeit eine weniger gute Übereinstimmung vorliegt, werden dort nicht dokumentiert. Interessanterweise zeigen Ergebnisse in [10] eine deutlich breitere Auffächerung der Temperaturniveaus für die Belastungen und passen damit etwas besser zu den gemessenen Werten. Die Auffächerung wird auf das Kontaktmodell zurückgeführt, welches allerdings bei separater Betrachtung und Vergleich mit gemessen Wärmewiderständen keine gute Übereinstimmung liefert, wie von [93] gezeigt (s. Abb. 3.12). Die Verwendung eines von [93] entwickelten Wärmekontaktmodell verbessert die Temperaturniveaus auch für das Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale, kann allerdings dennoch nicht die Auffächerung der Temperaturen abbilden. Warum das bei separater Betrachtung schlechtere Wärmekontaktmodell von [25] im Gegensatz zum verbesserten Modell von [93] eine bessere passende Auffächerung für das Gesamtmodell liefert, kann abschließend nicht mit Sicherheit begründet werden. Ein Grund ist vermutlich die deutlich ausgeprägtere Druckabhängigkeit des Wärmekontaktmodells, was nicht nur zur stärkeren Auffächerung, sondern auch die größere Variation entlang des Umfangs erklärt. Trotz dieser Unstimmigkeit sind beide Wärmeleistungsmodelle in der Lage das generelle Temperaturniveau der Messungen aus [79] abzubilden. Eine Erklärung für die höheren Temperaturen in der Messung bei der sehr niedrigen Drehzahl von 5000 min^{-1}, könnte erneut eine Festkörperreibung sein. Die auf der Welle vor dem Lager gemessenen Temperaturen sind

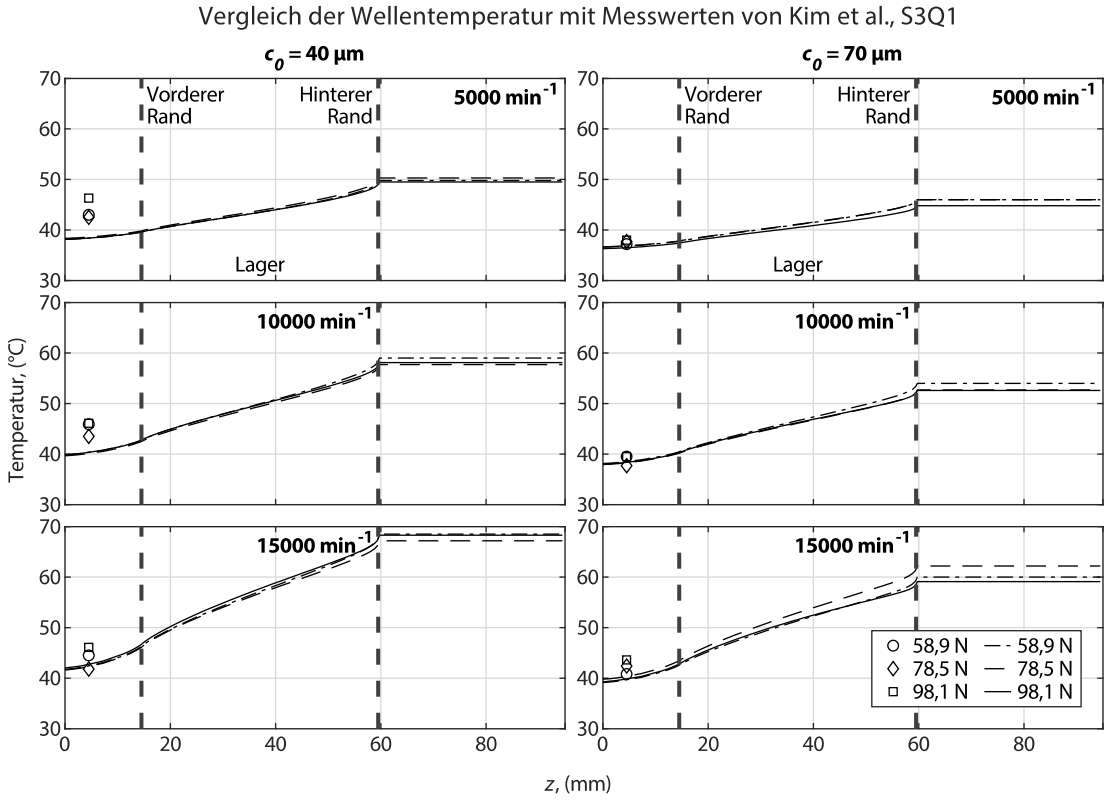

Abb. 5.9: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den vor dem vorderen Rand des GFL an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Um zu verdeutlichen, dass die Temperaturen auf der Rückseite (hinterer Rand) zwischen GFL und Lagerbock auf der Welle als feste Randbedingung gesetzt sind, ist Bereich in der gesamten simulierten Länge darstellt.

für beide nominalen Spalte $c_0 = 40$ µm und $c_0 = 70$ µm in Abb. 5.9 dargestellt. Da das Wärmetransportmodell der Lagerschale nur vernachlässigbar geringen Einfluss auf die Wellentemperatur hat, wird die entsprechende Abbildung in den Anhang C verschoben. Für den nominalen Spalt von $c_0 = 70$ µm ergibt sich eine etwas bessere Übereinstimmung mit den gemessenen Werten aus [25], als für den nominalen Spalt von $c_0 = 40$ µm. Die Übereinstimmung ist vergleichbar mit der in [25] für $c_0 = 70$ µm ermittelten, Werte für $c_0 = 40$ µm werden dort nicht gezeigt.

Der Vergleich mit den Messwerten am gut dokumentierten Prüfstand aus [25] zeigt für die meisten Lastfälle gute Übereinstimmung für das Temperaturniveau für die beiden implementierten Wärmetransportmodelle der Lagerschale. Auch die Anwendbarkeit des Wärmetransportmodell der Welle wird nicht nur indirekt durch seine Auswirkungen auf die Temperaturen im Fluidfilm, sondern direkt durch den Vergleich mit auf der Welle gemessenen Temperaturen bestätigt. Von besonderer Bedeutung ist, dass die gute Übereinstimmung für viele Lastfälle für zwei Konfigurationen des nominalen Spalts, ein sehr sensibler Parameter, erreicht wird. Verbleibende Abweichungen könnten möglicherweise dennoch, wie bereits beim Vergleich in Kapitel 5.2 angesprochen, auf

Unsicherheiten bei der Bestimmung des nominalen Spalts zurückführen, da dieser messtechnisch relativ schwer zu erfassen ist. Für die beiden Strukturmodelle nach Iordanoff (S2) und Le Lez (S3) wird erneut bestätigt, dass beide, aufgrund der vergleichbaren Filmhöhen, sehr ähnliche Temperaturen ergeben. In diesem Fall sind die damit berechneten Temperaturen quasi ununterscheidbar voneinander.

5.4 Vergleich mit den Messwerten von Ruscitto et al. 1978

Bereits 1978 wurden in [51] umfangreiche Messungen an einem GFL durchgeführt. Die dabei verwendeten Geometrieparameter haben sich seitdem teilweise zum Standard für Testlager in der Forschung entwickelt. Besondere Bedeutung bekommt dieser Bericht, da er vermutlich der einzige mit direkt im Betrieb gemessenen minimalen Filmhöhen ist. Erreicht wurde dies über zwei in der drehenden Welle verbauten kapazitive Abstandssensoren mit einer Datenübertragung über Schleifringe. Während der Messungen bei Umgebungstemperatur von verschiedenen Lastfällen zur Ermittlung der minimalen Filmhöhe, wurden auch die Temperatur im Lager gemessen. Eine Skizze im Bericht deutet an, dass die Thermoelemente axial unter die *bump foil* geschoben wurden. Die exakte Messposition lässt sich daraus allerdings nicht ableiten, deshalb wird zum Vergleich mit den Messergebnissen die mittlere Fluidfilmtemperatur herangezogen.

Ein GFL in der Konfiguration nach Tab. 5.4 wird auf einer überkragenden Welle, welche in einem Lagerbock durch Wälzlager gelagert wird, vermessen. Die Wälzlager werden durch Öl geschmiert und somit auch gekühlt. Die Definition einer klaren Systemgrenze und Randbedingung, ist deshalb ähnlich schwierig, wie bereits bei [78] begründet. In diesem Fall wird auf Basis von Testrechnungen entschieden die Umgebungstemperatur in einem Abstand von 30 mm zum Lager auf der Wellenoberfläche als Randbedingung zu setzen. Der Abstand von 30 mm wird anhand einer Skizze im Bericht gewählt[25]. Aus der gleichen Skizze wird das freie Wellenstück an der Vorderseite zu 5 mm und der Innenradius zu 10 mm festgelegt. Auch die Positionen für die Messung der minimalen Filmhöhe geht aus dieser Skizze hervor: In der Mitte und in einem Abstand von 6,5 mm vom vorderen Außenrand des Lagers. Die weiteren Geometriedaten werden im Bericht explizit angegeben. Nur für den Außenradius der Lagerschale muss noch ein Wert angenommen werden. Der Wellenwerkstoff wird im Bericht selbst nicht erwähnt, aber aus einem unter Beteiligung des Autors von [51] zwei Monate später erstellten Bericht [1] als Edelstahl A-286 abgeleitet. Auffällig ist der für Stahl relativ hohe

25 Die Skizze befindet sich auf Seite 58 der PDF-Version des Berichts [51]. Wegen der schlechten Scanqualität ist auf dieser Seite weder die Beschriftungsnummer noch die Seitenzahl lesbar.

Tab. 5.4: Geometrie- und Werkstoffdaten zur Simulation des in [51] beschriebenen Lagers

Geometrie	**Variable**	**Wert**	**Einheit**	**Quelle**
nominaler Radius	R_0	19,05	mm	[51]
Lagerbreite	L	38,1	mm	
nominaler Spalt	c_0	31,8 und 57	µm	
Welleninnenradius	$R_{W,i}$	10	mm	
Wellenaußenradius	$R_{W,a} = R_0 - c_0$		mm	
freie überstehende Welle, Vorne	W_{lf}	5	mm	
freie überstehende Welle, Hinten	W_{lr}	30	mm	
Lagerschalenaußenradius	$R_{Ls,a}$	50	mm	
bump-Abstand	s_0	4,572	mm	
halbe *bump*-Länge	l_0	1,778	mm	
bump-Höhe	h_B	0,508	mm	
top und *bump foil*-Dicke	t_{Tf}, t_{Bf}	101,6	µm	
Umgebungstemperatur	T_a	17,5	°C	-
Umgebungsdruck	p_a	101325	Pa	-
Werkstoffe	Temperaturabhängigkeit der Werkstoffeigenschaften in Kap. 3.6			
Welle	*A286*			[1]
Lagerschale	*S235*			-
top und *bump foil*	*Inconel X750*			[51]

Wärmeausdehnungskoeffizient. Der Werkstoff der Lagerschale ist in [51] ebenfalls nicht genannt. Es wird deshalb der gängige Baustahl S235J mit relativ geringem Wärmeausdehnungskoeffizient angenommen. Die Verläufe der temperaturabhängigen Werkstoffeigenschaften sind in Abb. 3.10 dargestellt. Die Bedeutung der Wärmeausdehnungskoeffizienten wird bereits beim Vergleich mit den Messwerten von [78] detailliert besprochen. Die Umgebungstemperatur ist leider nur mit diesem Begriff, aber nicht mit einem konkreten Zahlenwert angegeben. Anzunehmen wären vermutlich 20 °C. Mit dieser Annahme wird für das FVM-Wärmemodell der Lagerschale (Q1) eine gute bis sehr gute Übereinstimmung erreicht. Für das Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale (Q2) ergeben sich damit allerdings tendenziell zu hohe Temperaturen. Es wurden deshalb versuchsweise Berechnungsergebnisse mit einer Umgebungstemperatur von $T_a = 15$ °C durchgeführt. Als Raumtemperatur ist dies vermutlich zu niedrig, aber die damit erzielten Ergebnisse mit dem Wärmewiderstandsmodell (Q2) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung, speziell bei den Drehzahlen 30000 min^{-1} und 45000 min^{-1} für das Lager mit nominalem Spalt von $c_0 = 31{,}8$ µm[26]. Im Folgenden werden die Ergebnisse für eine angenommene Umgebungstemperatur von $T_a = 17{,}5$ °C als Kompromiss für beide nomina-

26 Der Bericht ist im April 1978 erschienen. Davon ausgehend, dass die dafür durchgeführten Messungen in den Monaten zuvor in Latham, New York, USA durchgeführt wurden, sind eher kältere Umgebungstemperaturen nicht unwahrscheinlich.

len Spalte, Wärmetransportmodelle und Lastfälle mäßige bis sehr gute Übereinstimmung ermittelt wird. Die weiteren vollständigen Ergebnisse für $T_a = 15$ °C und $T_a = 20$ °C befinden sich im Anhang D.

In [51] werden untersuchte zwei Lager mit einem nominalen Spalt von $c_0 = 31{,}8$ µm und $c_0 = 57$ µm bei jeweils drei Drehzahlen und einer variierenden Anzahl von Belastungen zwischen rund 4 – 200 N vermessen (s. Tab. 5.5).

Tab. 5.5: Lastfälle mit den Belastungen (alle in N) für die beiden nominalen Spalte aus [51]. Die Drehzahl 55500 min^{-1} gehört zu $c_0 = 31{,}8$ µm, 60000 min^{-1} gehört zu $c_0 = 57$ µm.

	30000 min^{-1}	45000 min^{-1}	55500 min^{-1} | 60000 min^{-1}
31,8 µm	4,4; 18,9; 41,4; 63,4; 76,7; 90,1; 103,4; 116,8; 130,1; 143,5	4,4; 18,9; 41,4; 66,0; 86,5; 108,8; 122,1; 135,4; 148,8; 163,0; 178,2; 191,5; 200,4	18,9; 57,2; 79,4; 106,9; 129,2; 142,5; 155,9; 169,3; 185,2; 198,6
57 µm	4,4; 18,9; 41,4; 63,4; 72,3; 81,2; 90,1; 99,0; 107,8	4,4; 18,9; 41,4; 54,0; 76,2; 111,8; 125,1; 142,3; 155,7; 169,0; 182,4; 194,0; 203,8	18,9; 41,1; 67,2; 93,2; 123,7; 145,9; 159,2; 174,3

Zunächst werden die berechneten Filmhöhen mit den Messergebnissen verglichen. Da sich die berechneten Filmhöhen für beide Strukturmodelle und für beide nominalen Spalte ($c_0 = 31{,}8$ µm und $c_0 = 57$ µm) grundsätzlich ähnlich verhalten, lassen sich die Verläufe gemeinsam betrachten. Auf die Besonderheiten und Gründe für Unterschiede zwischen den Strukturmodellen wird im Anschluss im Detail eingegangen. Die Verläufe sind in Abb. 5.10 für $c_0 = 31{,}8$ µm und in Abb. 5.11 für $c_0 = 57$ µm dargestellt. In den Abbildungen beinhalten die Diagramme auf der linken Seite die Ergebnisse für das SEFM nach Iordanoff (S2), auf der rechten Seite die für das Le Lez-Strukturmodell. Im oberen Teil sind die Ergebnisse für das FVM-Wärmemodell der Lagerschale (Q1) dargestellt, im unteren Teil die für das Wärmewiderstandsmodell (Q2).

Für niedrige Lasten (den ersten beiden Belastungsschritten) und bei den ersten beiden Drehzahlen liegen hohe Abweichungen zwischen Rechnung und Messung vor. Ab dem dritten Belastungsschritt ($\boldsymbol{W}_{res} > 18{,}9$ N) passen die berechneten Filmhöhen für alle Drehzahlen und beide nominalen Spalte gut bis sehr gut zu den Messwerten. Bei einzelnen Lastfällen bildet das etwas steifere Le Lez-Strukturmodell mit den etwas geringeren berechneten Filmhöhen die Messergebnisse etwas besser ab. Die Messergebnisse für die minimale Filmhöhe an den beiden Messpositionen (vorderer Rand und Mitte des Lagers) unterscheiden sich bei den niedrigeren beiden Drehzahlen meist nur um wenige Mikrometer. Erst bei der höchsten Drehzahl liegen sie etwas weiter auseinander. Für alle Drehzahlen ist erkennbar, dass sich der Unterschied zwischen den Messpositionen bei höheren Lasten verringert. Die Berechnungsergebnisse zeigen ein ähnliches Bild, aber einen noch geringeren Unterschied zwischen den beiden Messpositionen. Der Unterschied der Filmhöhen an den beiden Positionen wird in den Berechnungsergebnissen

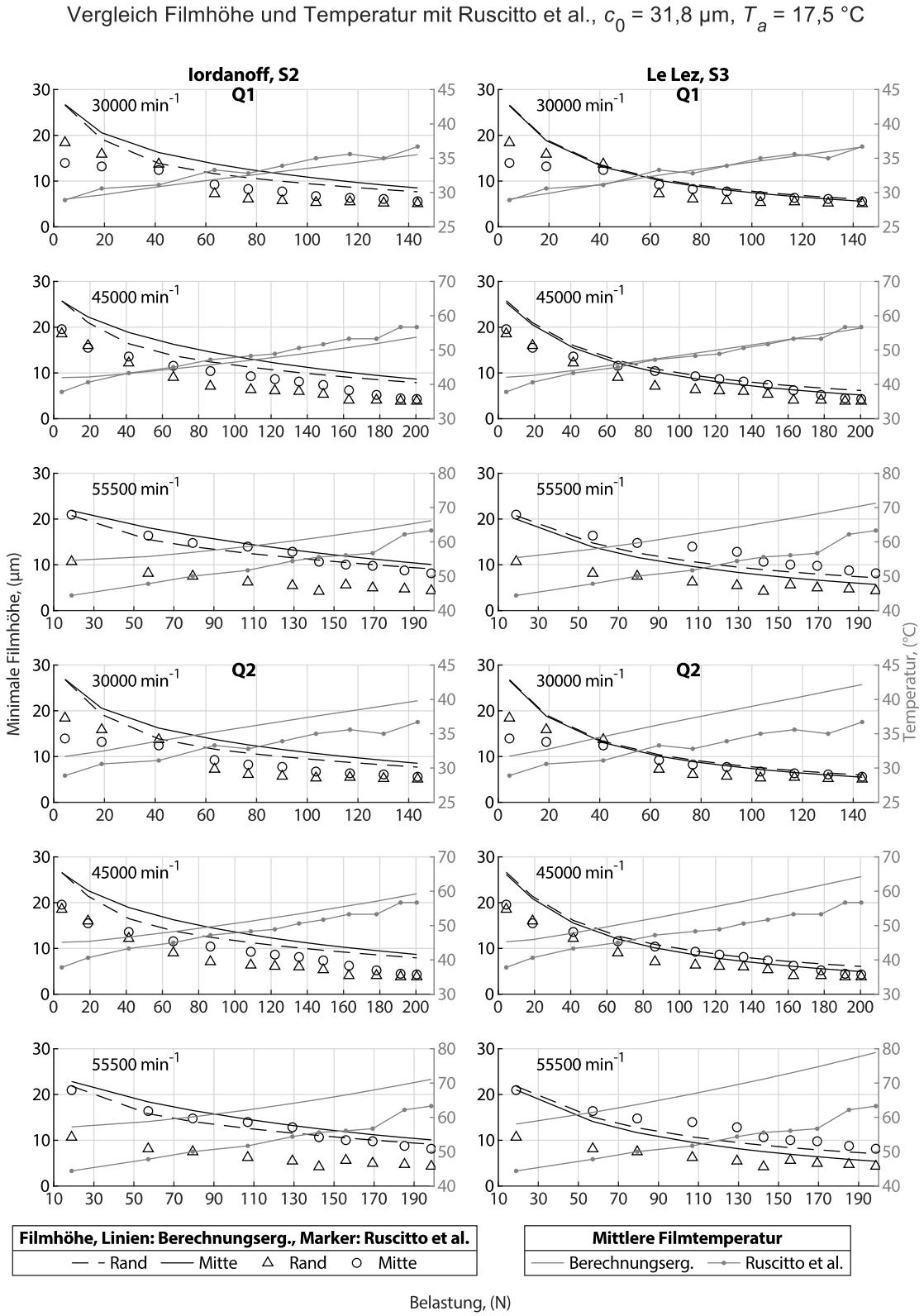

Abb. 5.10: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 31,8 µm für beide Strukturmodelle und beide Wärmetransportmodelle bei Umgebungstemperatur T_a = 17,5 °C

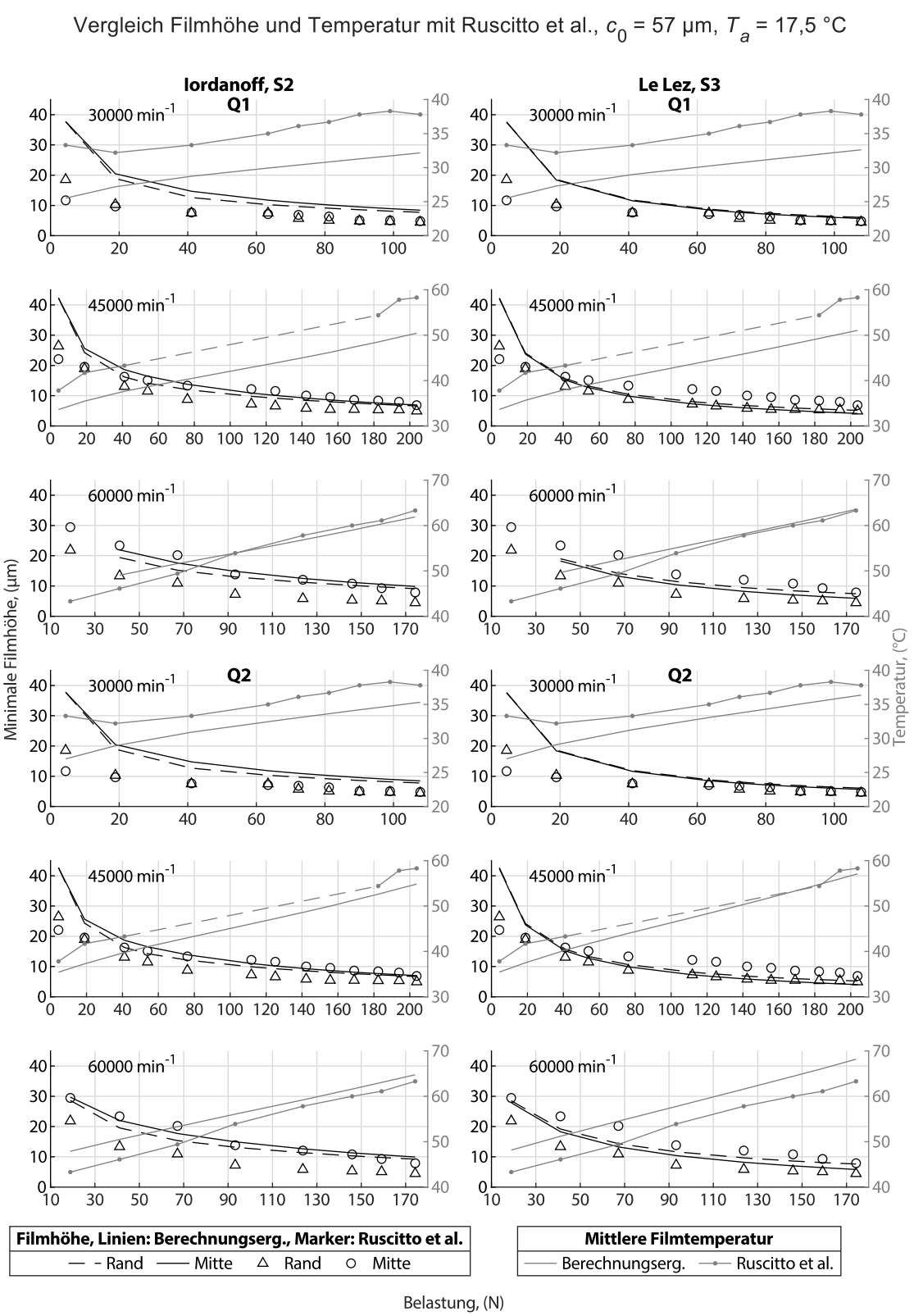

Abb. 5.11: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 57 µm für beide Strukturmodelle und beide Wärmetransportmodelle bei Umgebungstemperatur T_a = 17,5 °C

vor allem durch die für das jeweilige Strukturmodell getroffenen Annahmen beeinflusst. Die Durchsenkung an den axialen Randknoten wird im SEFM nach Iordanoff auf die Werte des innen liegenden Nachbarknotens gesetzt. Anschließend wird die Durchsenkung, zur Simulation einer biegesteifen *top foil*, durch eine gleitende axiale Mittelung über drei Knoten geglättet. Das Le Lez-Strukturmodell verlangt prinzipbedingt eine axiale Druckmittelung und resultiert deshalb immer in einer axial konstanten Durchsenkung (s. Kap. 3.2.3). Die auch für dieses Modell erkennbaren Unterschiede zwischen den beiden Positionen stammen aus der axial ungleichmäßigen Erwärmung und damit Ausdehnung der Welle. Da diese in der Mitte wärmer wird als weiter außen, ist dort die minimale Filmhöhe für das Le Lez-Strukturmodell geringer. Dies steht im Widerspruch zu den Messwerten, was aber erst bei der höchsten Drehzahl und hohen Lasten deutlicher zu erkennen ist. Da dort das SEFM nach Iordanoff die Unterschiede zwischen vorderer Messposition und Mitte allerdings auch besser abbilden kann und das Niveau der minimalen Filmhöhe für das Le Lez-Strukturmodell generell besser übereinstimmt wird dieser Nachteil nicht als signifikant erachtet. Für das Lager mit dem kleineren nominalen Spalt ist in der Quelle auch der Auslenkungswinkel β für eine Auswahl an Lastfällen dokumentiert. Der Vollständigkeit halber, wird dieser hier deshalb ebenfalls unter Verwendung des Wärmewiderstandsmodells (Q2) und des Le Lez-Strukturmodell (S3) gezeigt. Ebenso wie bei den Filmhöhen wird bei den niedrigen Belastungen eine hohe Abweichung festgestellt. Erst ab etwas höheren Belastungen stimmen die berechneten Auslenkungswinkel besser mit den Messwerten überein (s. Abb. 5.12).

Während sich die beiden Lager mit nominalem Spalt von $c_0 = 31{,}8$ µm und $c_0 = 57$ µm beim Vergleich der minimalen Filmhöhen recht ähnlich verhalten, muss für den Temperaturvergleich zwischen ihnen unterschieden werden. Die Temperaturen sind ebenfalls in Abb. 5.10 und Abb. 5.11 auf der rechten y-Achse dargestellt[27]. Für den nominalen Spalt von $c_0 = 31{,}8$ µm zeigen beide Wärmetransportmodelle der Lagerschale (Q1, Q2) für die Drehzahlen 30000 min^{-1} und 45000 min^{-1} über den gesamten Lastbereich gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Temperaturen. Speziell die mit dem FVM-Wärmemodell (Q1) berechneten Werte stimmen sehr gut überein und das sogar für beide Strukturmodelle. Berechnungen mit dem Wärmewiderstandsmodell ergeben etwas höhere Temperaturen. Trotzdem liegen die Abweichungen zumeist noch deutlich unter 5 K. Bei der höchsten Drehzahl von 55500 min^{-1} zeigen beide Modelle eine deutlich höhere Abweichung im Niveau der Temperaturen, bilden aber dennoch den Anstieg sehr gut ab. Das Lager mit nominalem Spalt von $c_0 = 57$ µm zeigt

27 Die Skalierung der Temperaturachse ist an das jeweilige Temperaturniveau angepasst. Bei der optischen Beurteilung der Abweichungen zwischen verschieden Diagrammen ist deshalb immer auf die Skalierung zu achten.

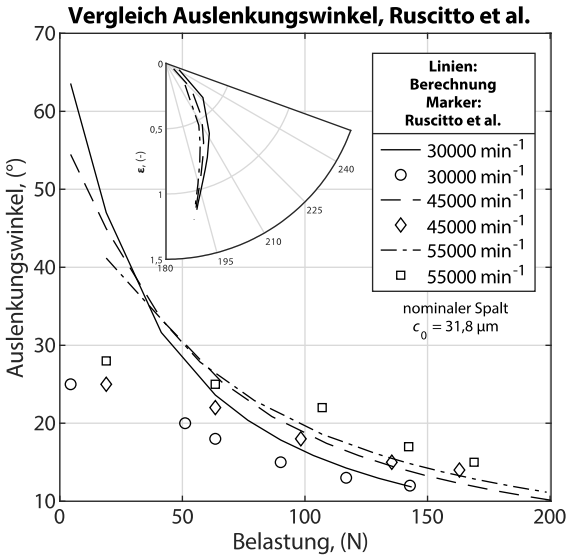

Abb. 5.12: Berechnete Auslenkungswinkel im Vergleich mit den Messwerten von [51]

hingegen gerade für die höchste Drehzahl (von 60000 min^{-1}) eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Temperaturmessung und -berechnung. Für die beiden niedrigeren Drehzahlen zeigt hier das Wärmewiderstandsmodell die etwas bessere Übereinstimmung. Aber auch beim FVM-Wärmemodell betragen die Abweichungen nur rund 5 K. Die Anstiege der Temperatur werden weiterhin sehr gut abgebildet, lediglich das Niveau ist verschoben. Für die niedrigste Belastung bei der höchsten Drehzahl, kann mit dem FVM-Wärmemodell kein Ergebnis berechnet werden. Das Wärmekontaktmodell des FVM-Wärmemodells ist stärker vom Druck abhängig. Bei so niedriger Last in Kombination mit der hohen Drehzahl ist der Anpressdruck nicht hoch genug, um eine ausreichende Wärmeabfuhr für eine Konvergenz der Berechnung zu erreichen.

Für den gestrichelten Bereich im Temperaturverlauf für 45000 min^{-1} am Lager mit nominalem Spalt von $c_0 = 57$ µm funktionierte, laut [51], das Messequipment nicht, weshalb keine Daten vorliegen.

Die Betrachtung der Berechnungs- und Messergebnisse verdeutlicht den Zusammenhang zwischen minimaler Filmhöhe und der Temperatur. Bei kleinerer Filmhöhe sorgt die dann höhere Scherung im Fluid für eine höhere viskose Dissipation und damit höheres Temperaturniveau. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Messwerten von [51] ist deshalb besonders wertvoll, da sie nicht nur die jeweiligen Verläufe der minimalen Filmhöhen und Temperaturen, sondern auch den Zusammenhang zwischen den beiden Größen mit guter bis sehr guter Übereinstimmung für zwei nominale Spalte abbilden. Dies gelingt für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle. Die Steigerung der Temperatur hin zu höheren Lasten wird, auch wenn Abweichungen im Temperaturniveau bei einzelnen Konfigurationen vorliegen, korrekt wiedergegeben. Da die Umgebungstemperaturen in [51] weder getrennt für die Lastfälle noch allgemein angegeben sind, kann nicht ausgeschlossen werden, dass während der Messungen unterschiedliche Umgebungstemperaturen vorlagen. Wie bereits bei der Argumentation für die Präsentation der Ergebnisse bei T_a = 17,5 °C besprochen, führt eine Variation der Umgebungstemperatur von ±2,5 K zu einer Parallelverschiebung des berechneten Temperaturver-

laufs. Bei der großen Anzahl an Lastfällen und den beiden untersuchten Lagern ist es wahrscheinlich das für die Messungen mehr als ein Tag benötigt wurde. Eine Variation der Umgebungstemperatur von ±2,5 K ist selbst innerhalb eines Tages nicht ungewöhnlich. Es ist also gut möglich, dass dies die Erklärung für die verbleibenden Abweichungen in den Temperaturniveaus ist.

5.5 Vergleich mit am Fachgebietsprüfstand ermittelten Messwerten

An einem ursprünglich zur Parameteridentifikation eingerichteten zum Fachgebiet gehörenden Prüfstand werden Thermoelemente angebracht, um einen weiteren Datensatz zum Vergleich mit Ergebnissen des numerischen Modells zu erhalten[28]. Die Lagergeometrie entspricht weitestgehend der von [51], abweichende Größen sind in Tab. 5.6 zusammengefasst. Untersucht werden die Drehzahlen 15000 min^{-1}, 20000 min^{-1}, 25000 min^{-1} und 30000 min^{-1} bei einer Belastung von 3 N, 6 N und 9 N. Sowohl Drehzahl als auch Belastung unterliegen Beschränkungen. Während die Drehzahl über einen relativ weiten Bereich variiert werden kann, ist für die Belastungen bereits im Voraus festzustellen, dass diese insgesamt zu niedrig und zu wenig variiert sind, um daraus auf den konkreten Einfluss der Belastung zu schließen. Die Drehzahlen werden durch den die Welle tragenden Lagerbock beschränkt. Für die Temperaturmessungen muss gewartet werden bis sich bei stationärem Betrieb eine stationäre Temperatur an den Messstellen unter der *top foil* einstellt. Bei höheren Drehzahlen besteht die Gefahr, dass die Temperatur an den Wälzlagern im Lagerbock trotz Öl-Luft-Schmierung über den für sie zulässigen Wert steigt, bevor sich am GFL eine stationäre Temperatur einstellt. Für das untersuchte am Fachgebiet gefertigte GFL wird die statische Belastung auf Empfehlung des den Prüfstand betreuenden Kollegen auf 9 N begrenzt, da sonst die Gefahr besteht, dass das Lager sperrt und dabei zerstört wird. Dies konnte nicht riskiert werden, da das Lager von ihm für weitere Untersuchungen benötigt wird. Trotzdem lassen sich an den aufge-

Tab. 5.6: Die Geometrie des am Fachgebiet untersuchten GFL gleichen denen aus Tab. 5.4. Es sind nur abweichenden Werte aufgelistet.

Geometrie	**Variable**	**Wert**	**Einheit**
Welleninnenradius	$R_{W,i}$	12,5	mm
Freie überstehende Welle, vorne	$W_{lf} = W_{lr} = 0$ wegen der Verwendung der Pyrometermesswerte als Randbedingung		
Freie überstehende Welle, hinten			
Umgebungstemperatur	T_a	22,5	mm
Werkstoffe	Phys. Eigenschaften s. Abb. 3.6		
Welle	*42CrMo4*		
Lagerschale	*S235JR*		
top und *bump foil*	*Inconel X750*		

28 Eine kurze Beschreibung des Prüfstands befindet sich im Anhang F. Für eine ausführliche Beschreibung wird auf [129] verwiesen.

nommenen Messwerten weitere Erkenntnisse gewinnen, unter anderem weil sehr viele Messpositionen erfasst werden. Die Messpositionen sind in Abb. 5.13 dargestellt.

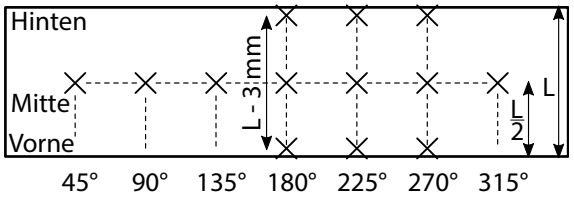

Abb. 5.13: Messpositionen der Thermoelemente unter der bump foil am Fachgebiets-GFL

Die Thermoelemente mit des Typs *T* sind mit einem Drahtdurchmesser von 0,08 mm sind trotz Isolierung dünn genug, um in die Zwischenräume unter *top* und *bump foil* geschoben zu werden. Auf diese Weise werden sieben Thermoelemente entlang des Umfangs (alle 45° von 45° bis 315°) in die Mittelebene des Lagers geschoben. Die Welle dreht in positiver θ-Richtung, wodurch das Druck- und Temperaturmaximum im Bereich der Positionen 180°, 225° und 270° erwartet wird. An diesen Positionen werden in einem Abstand von etwa 1,5 mm vom jeweiligen Rand weitere Thermoelemente platziert. Idealerweise würden die Thermoelementspitzen in direktem Kontakt mit der *top* bzw. *bump foil* stehen. Aufgrund der sehr kleinen geometrischen Abmessungen lässt sich der konkrete Kontaktzustand nach der Platzierung nicht mehr kontrollieren. Um den Wärmeübergang ohne direkten Kontakt zu verbessern, werden die Thermoelementspitzen mit einem Tropfen Wärmeleitpaste versehen, bevor sie platziert werden.

Die Temperatur der Welle wird zu beiden Seiten des GFL durch ein Pyrometer erfasst. Die Wellentemperaturen werden, analog zum Vorgehen beim Vergleich mit [25], als Randbedingung für die zu vergleichende Berechnung verwendet. Die Temperaturen werden mit beiden Struktur- und Wärmetransportmodellen berechnet. Das GFL läuft auf einer Nabe, die über einen Ringfederverband auf der durch den Lagerbock getragenen Welle angebracht ist. Da die komplexe Geometrie des Ringfederverbands nicht durch den Berechnungscode abgebildet werden kann, wird die Nabe als Hohlwelle modelliert, um die fliehkraftbedingte Aufweitung adäquat zu berücksichtigen. Am Innendurchmesser dieser angenommenen Hohlwelle wird der konvektive Wärmeübergang deaktiviert. Die Ergebnisse der Messungen im Vergleich mit berechneten Werten werden in der folgenden Abb. 5.13 und Abb. 5.14 für das Widerstands- und das FVM-Wärmetransportmodell unter Verwendung des Le Lez-Strukturmodell dargestellt. Im Vergleich mit unter Verwendung des SEFM nach Iordanoff berechneten Ergebnissen zeigen sich für die Interpretation vernachlässigbare Unterschiede (s. Anhang E).

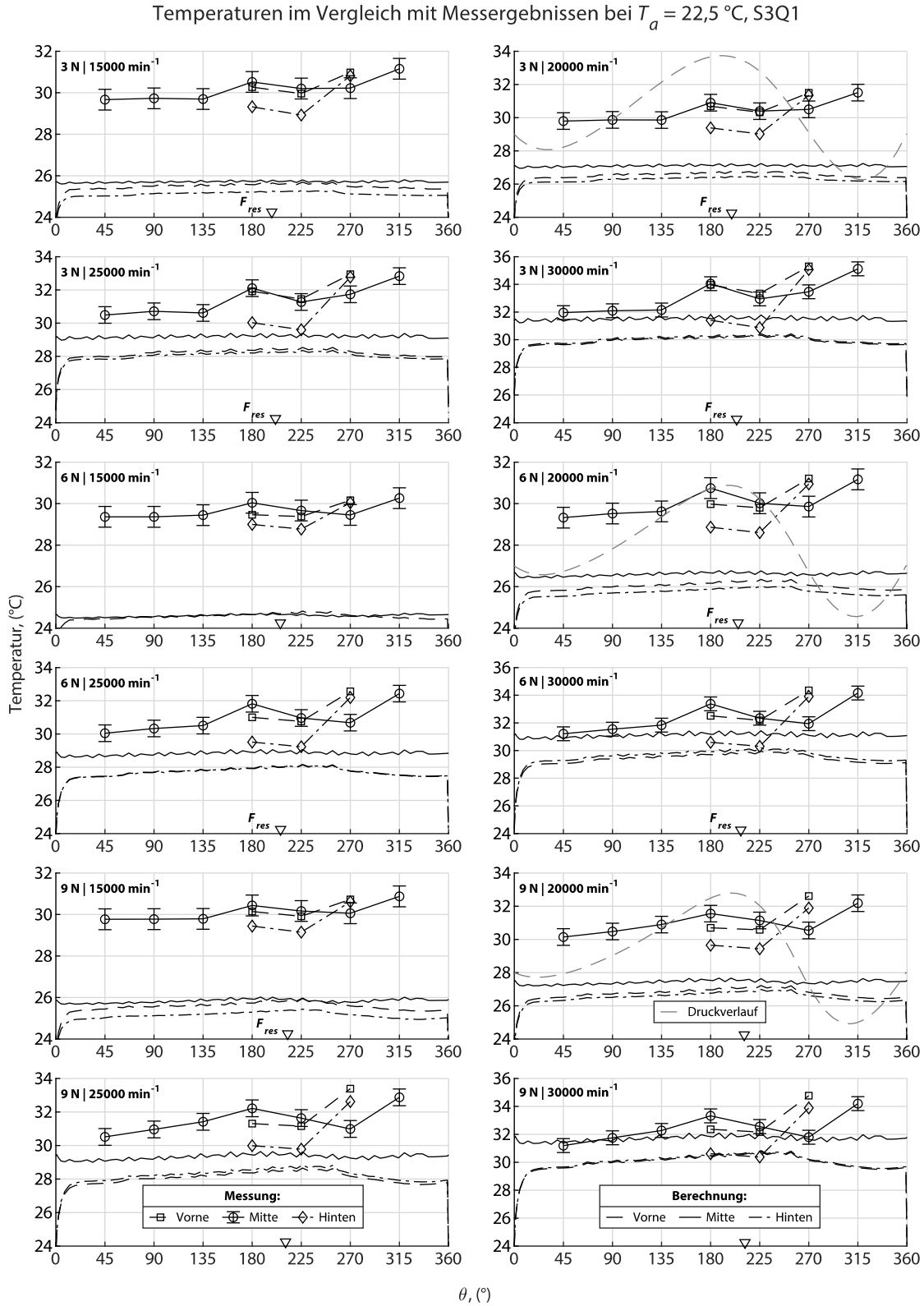

Abb. 5.14: Temperaturprofile der am Fachgebietsprüfstand untersuchten Lastfälle durch Darstellung aller Messpositionen über den Umfang. Berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) und dem FVM-Wärmetransportmodell (Q1)

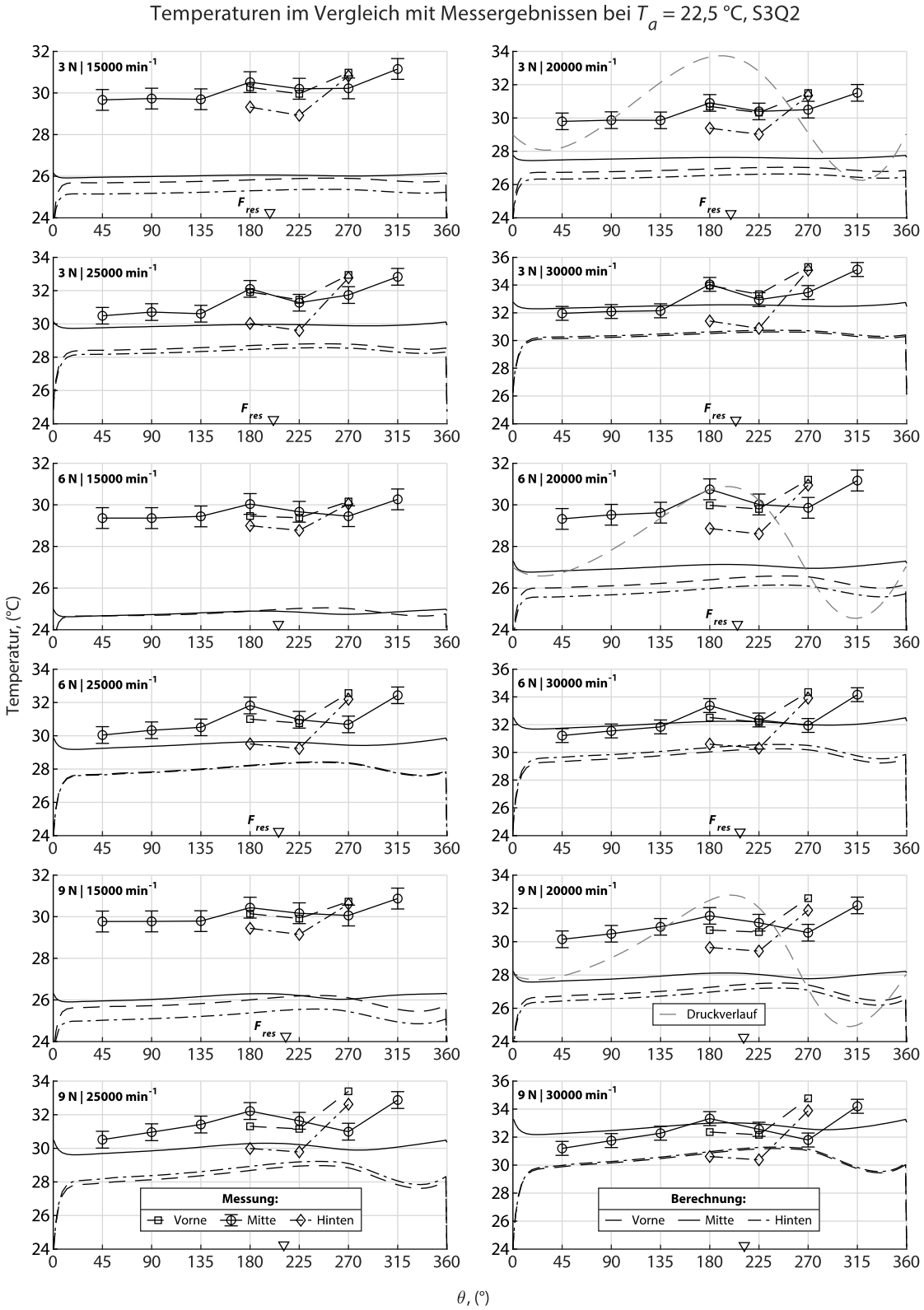

Abb. 5.15: Temperaturprofile der am Fachgebietsprüfstand untersuchten Lastfälle durch Darstellung aller Messpositionen über den Umfang. Berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) und dem Wärmewiderstandsmodell (Q2)

Die Messtoleranz der verwendeten Thermoelemente beträgt ±0,5 K und wird in den Abbildungen nur für die Temperaturen in der Mittelebene dargestellt, um diese im hochbelasteten Bereich übersichtlich zu halten. Die Umgebungstemperatur während der Messung wurde ebenfalls gemessen und beträgt für alle Messungen $T_a = 22{,}5$ °C und wird so im Berechnungscode verwendet. Beide Wärmetransportmodell für die Lagerschale zeigen ein ähnliches Verhalten bei fast identischen Temperaturniveaus. Beim Wärmewiderstandsmodell ist die Variation der Temperatur über den Umfang zwischen den Messpositionen stärker ausgeprägt als beim FVM-Wärmemodell, da die im FVM-Wärmemodell berücksichtigte Wärmeleitfähigkeit in Umfangsrichtung der Lagerschale für eine Glättung sorgt. Am leicht gezackten Temperaturverlauf des FVM-Wärmemodells zeigt sich die detaillierte Abbildung der *bump*-Kontaktstellen. Zwischen 225° und 270° fallen die Temperaturen an den Rändern deutlich ab, da ab hier in der Modellierung durch den Druckabfall Umgebungsluft (mit Umgebungstemperatur) angesogen wird.

Die gemessenen Temperaturen verändern sich sowohl über die Belastung als auch über die Drehzahl nur in geringem Maße. Bei den Belastungen wird dies durch die bereits angesprochene zu geringe Variation der Belastung erklärt. Darüber hinaus werden die Temperaturen am GFL durch die auf der Welle als Randbedingungen angebrachten Messwerte der Pyrometer beeinflusst. Da diese Pyrometermesswerte über die Drehzahl ebenfalls nur gering steigen, überträgt sich dieses Verhalten auch auf das GFL. Eine Erklärung könnte sein, dass die mit zunehmender Drehzahl steigende Konvektion auf der freien Wellenoberfläche die Wellentemperatur weitestgehend konstant hält. In diesem Zusammenhang spielt sicherlich auch die Öl-Luft-Minimalmengenschmierung und dafür notwendige auf die Welle treffende Sperrluft im Lagerbock eine schwer zu erfassende Rolle.

Auch entlang des Umfangs variieren die Temperaturen in der Mittelebene nur in geringem Maße. Für die meisten Lastfälle steigt die Temperatur in der Mittelebene bis zur Position 180° an, fällt dann im Bereich der Positionen 225° und 270° etwas ab, um anschließend zur letzten Position 315° nochmals anzusteigen. Im Vergleich mit den berechneten Temperaturergebnissen lässt sich dieses Verhalten auch dort erkennen. Mit steigender Belastung und Drehzahl prägt sich dieser Verlauf zunehmend stärker aus. Beim Wärmewiderstandsmodell ist dies deutlicher erkennbar als beim FVM-Wärmemodell. Erklärt wird der Verlauf durch den Druckanstieg und die damit verbundene Erwärmung bis etwa 180°, dem Beginn des Bereichs mit dem höchsten Druck. Um diesen Bereich zu verdeutlichen, ist der Kraftangriffswinkel in den Abb. 5.14 und Abb. 5.15 durch ein auf der Spitze stehendes Dreieck (F_{res}) gekennzeichnet. Zusätzlich ist der nor-

mierte Druckverlauf (in grau) in der Mitte der Lagerschale in den Diagrammen für 20000 min^{-1} beispielhaft dargestellt. Da anschließend der Druck abfällt, sinkt die Temperatur etwas. Der wiederum folgende Anstieg der berechneten Temperatur in der Mittelebene wird durch die Verdichtung gegen den (und damit Erwärmung) in der *mixing*-Zone angenommene Umgebungsdruck erklärt. Bei Position 315° erreichen sie bereits wieder die zuvor erreichte Temperatur im Bereich des Kraftangriffs und steigen anschließend noch weiter an. Im Gegensatz dazu liegen die gemessenen Temperaturen in der Mittelebene an Position 315° dort bereits geringfügig höher als im Bereich des Kraftangriffs. Welcher der Punkte der höhere ist, ist aufgrund der Messtoleranz nicht eindeutig bestimmbar. Interessant ist, dass hohe Temperaturen somit nicht nur, wie ursprünglich vermutet, im Bereich des Kraftangriffs zu finden sind.

Wie erwartet, liegen die Temperaturen am Lagerrand sowohl in der Messung als auch in der Berechnung zumeist niedriger als die Temperaturen in der Mittelebene (zumindest für die Positionen 180° und 215°). In der Messung ist dies für die Temperaturen am hinteren Rand recht eindeutig, während die Temperaturen am vorderen Rand teilweise auf dem Niveau der Mittelebene verbleiben. Die beide berechneten Randtemperaturen liegen je nach Drehzahl etwa 1 – 2 K niedriger als die Temperaturen in der Mittelebene. Auch in den Fällen, in denen das Temperaturniveau der Berechnungen nicht mit den Messungen übereinstimmt, findet sich dieser Abstand von 1 – 2 K zwischen der Temperatur in der Mittelebene und dem hinteren Rand zumeist wieder. Der anschließende Anstieg der Temperatur an beiden Rändern an der Position 270° wird von den Berechnungsergebnissen, die an den Rändern ihr Maximum kurz vor 270° haben, zumindest nachgebildet, allerdings nicht in mit den Messergebnissen vergleichbarer Höhe. Als Erklärung für diesen Anstieg der Randtemperaturen wird das Ausströmen der zuvor in der Mitte des Lagers im Bereich des Kraftangriffs erwärmten Fluids angesehen. Ein Argument für diese Erklärung ist die für viele Lastfälle vergleichbare Temperatur (im Rahmen der Messtoleranz) in der Mitte des Lagers an Position 180° und den Randtemperaturen an Position 270°. Warum der Anstieg in den gemessenen Temperaturen in manchen Lastfällen so markante und auch deutlich ausgeprägter auftritt als in den berechneten Temperaturen kann, außer möglicherweise durch die Messtoleranz, nicht erklärt werden. Es kann aber festgestellt werden, dass das Verhalten in sich konsistent ist, da der Anstieg sowohl am vorderen als auch hinteren Rand beobachtet wird.

Trotz dieser detaillierten Analyse sei darauf hingewiesen, dass die Beobachtungen und Schlüsse auf einem bei den Belastungen eingeschränkten Bereich und teilweise auch nur auf Basis von wenigen Zehntel Grad Celsius getroffen werden. Die umfangreiche Erfassung der Temperatur an vielen Messpositionen erlaubt die Abbildung des Tem-

peraturprofils über weite Teile des Lagers. Auch wenn das Temperaturniveau nicht für alle Lastfälle gute Übereinstimmung zeigt, wird doch der Verlauf der Messung durch die Berechnung weitestgehend gut getroffen. Besonders interessant ist, dass der in den Berechnungen auftretende Temperaturanstieg im Bereich der Verdichtung gegen die *mixing*-Zone auch in den Messwerten auftritt.

5.6 Zwischenfazit Temperaturvalidierung

Die Validierung der Temperaturberechnung wird drei Messkampagnen aus der Literatur und einer eigenen, an einem am Fachgebiet stehenden Prüfstand durchgeführt.

Im Vergleich mit den Messergebnissen von [78] wird das prinzipielle Verhalten und teilweise auch Temperaturniveau für die meisten Messpositionen gut abgebildet. Um eine solche Übereinstimmung zu erreichen, müssen allerdings viele nicht angegeben Parameter entsprechend geschätzt bzw. gewählt werden. Die Annahme dieser Parameter führt zu ähnlichen Ergebnissen wie die Validierungsversuche in anderen Veröffentlichungen [23, 24]. Für niedrige Drehzahlen wird die Temperatur unterschätzt, für hohe überschätzt.

Im Vergleich mit den Messergebnissen von [79] zeigt sich das gleiche Verhalten. Leichte Unterschätzung für die niedrige Drehzahl, leicht Überschätzung für die hohe Drehzahl. Die mittlere Drehzahl wird durch die Berechnungsergebnisse gut abgebildet. Bei dieser Messung wird an der Außenseite der Lagerschale, statt direkt im Bereich der *top* bzw. *bump foil* gemessen. Der Einfluss der Belastung auf die Temperatur ist wenig ausgeprägt. Außerdem bildet das Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale unter Vernachlässigung der Wärmeleitung in Umfangsrichtung den Temperaturverlauf in Umfangsrichtung besser ab als das FVM-Wärmemodell. Der axiale Temperaturverlauf in der Welle wird nur durch einen Messwert vor dem Lager validiert, da der zweite Messwert hinter dem Lager als Randbedingung verwendet wird. Die Übereinstimmung wird als ausreichend erachtet. Für die Validierung von Vorteil ist, dass die Parameter und Randbedingungen gut dokumentiert sind, sodass die Übereinstimmung mit wenigen Annahmen erreicht wird. Festzustellen ist dabei, dass dies für zwei Lager mit unterschiedlichem nominalem Spalt, mit seinem großen Einfluss auf fast alle Lagereigenschaften, gelingt.

Der Messdatensatz aus [51] ist von besonderem Wert für die Validierung in dieser Arbeit. Zum einen definierte [51] mit der verwendeten Lagergeometrie und dem nominalen Spalt von c_0 = 31,8 µm die häufig verwendete Standardgeometrie in der GFL-Forschung. Zum anderen wird neben der Temperatur auch die minimale Filmhöhe wäh-

rend des Betriebs für zwei Lager mit unterschiedlichem nominalen Spalt und für eine große Anzahl von Lastfällen gemessen. Durch den engen Zusammenhang zwischen minimaler Filmhöhe und Temperatur ist die gute bis sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung für beide Strukturmodelle und Wärmetransportmodelle der Lagerschale ein starker Beleg für die Tauglichkeit des entwickelten Temperaturmodells. Passt das Temperaturniveau der Berechnung weniger gut zu dem der Messung wird dennoch weiterhin der Anstieg der Temperatur sehr gut abgebildet. Als Grund für die Niveauabweichungen werden durch weitere Berechnungen möglicherweise unterschiedliche Umgebungstemperaturen identifiziert.

Durch die Verwendung von 13 axial und über den Umfang verteilten Messpositionen am Fachgebietsprüfstand, gelingt es das Temperaturprofil über einen weiten Bereich des Lagers abzubilden. Die Belastungen werden leider nur auf einem niedrigen Niveau und wenig variiert. Auch für diese Messkampagne stimmen Messung und Berechnung erst für höhere Drehzahlen gut überein. Mit wenigen Ausnahmen wird das Temperaturprofil über den Umfang aber für alle Drehzahlen und für beide Wärmetransportmodelle der Lagerschale befriedigend abgebildet. Die Verläufe lassen sich durch die Lage des Kraftangriffs und den Druckverlauf erklären. Für die in den Messungen höheren Temperaturen bei niedrigen Drehzahlen gegenüber den Berechnungsergebnissen werden Festkörperreibungseffekte vermutet.

Trotz der angesprochenen Einschränkungen und Annahmen wird das Temperaturmodell durch die Breite der zur Validierung verwendeten Messwerte, Lastfälle und Lagerkonfigurationen als ausreichend validiert betrachtet, um damit die weiteren Analysen durchzuführen.

6 Berechnung temperaturabhängiger Lagereigenschaften

Während das letzte Kapitel 5 beim Vergleich von berechneten Temperaturergebnissen mit Messwerten die Hintergründe zur und Einflüsse auf die Temperaturentwicklung in GFL beschreibt, wird es im folgenden Kapitel um die Auswirkung der Temperatur auf weitere Lagereigenschaften gehen.

Ob ein GFL die Belastung bei einer bestimmten Drehzahl tragen kann, hängt davon ab, ob eine ausreichend hohe Filmhöhe vorliegt oder der Fluidfilm unter der Belastung zusammenbricht. Durch den Einfluss der Temperatur auf den nominalen Spalt im Betrieb durch die Interaktion der Aufweitung von Welle und Lagerschale ergeben sich deutliche Unterschiede zwischen einer Betrachtung ohne und mit Berücksichtigung der Temperatur.

Unter dem Oberbegriff Lagerparameter werden die Haupt- und Koppelsteifigkeiten sowie -dämpfungen zusammengefasst. Sie beschreiben die Reaktion des GFL auf eine Anregung und sind selbst aber wiederum von der Anregungsfrequenz abhängig. Numerisch werden sie durch den Ansatz von Lund (s. Kap. 3.3) durch angenommen Störungen um die Gleichgewichtslage herum bestimmt. Da die Position der Gleichgewichtslage wiederum von der Temperatur beeinflusst wird, hängen die Lagerparameter indirekt ebenfalls von der Temperatur ab.

Die Lagerparameter bilden die Grundlage für eine Stabilitätsbetrachtung. Durch die gerade erwähnte Abhängigkeit der Lagerparameter von der Temperatur überträgt sich diese Abhängigkeit somit auch auf die Stabilitätsbetrachtung. Für ausgewählte Lager wird deshalb die Grenzdrehzahl des Einsatzes subharmonischer Schwingungen nach der linearen Theorie von Lund in Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Temperatur vergleichen. Darüber hinaus wird der Einfluss von dünnen Metallstreifen (engl. *shims*), welche zur lokalen Verringerung des nominalen Spalts unter die *bump foil* geschoben werden, auf die Stabilität untersucht.

Die im Folgenden vorgestellten Ergebnisse werden in Fällen, wo dies möglich ist, durch weitere Ergebnisse aus der Literatur oder aus durch Messungen am Fachgebiet ermittelten Ergebnissen ergänzt. Damit wird an die Validierung aus dem letzten Kapitel 5 angeschlossen und die Möglichkeit zur Einordnung der Ergebnisse in einen größeren Kontext erreicht werden.

6.1 Berechnung der temperaturabhängigen Lagerparameter und Vergleich mit Larsen et al. 2013

Zur Validierung der Implementierung des Ansatzes von Lund zur Berechnung der Lagerparameter wird mit den Ergebnissen von [17] verglichen. Da in [17] wiederum mit sehr guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus [18] vergleicht, wird indirekt auch mit dieser Veröffentlichung verglichen. Entsprechend der Annahme in diesen Veröffentlichungen wird der Vergleich bei isothermen Bedingungen gezogen. D. h. der Fluidfilm und das GFL erwärmen sich während des Betriebs nicht. Im Anschluss an diesen Vergleich wird darüber hinaus der Einfluss der Temperatur auf die Lagerparameter gezeigt. Dazu werden zwei Sätze von Randbedingungen gesetzt, die zu einem moderaten bzw. starken Temperaturanstieg im GFL führen. Die Annahmen im Bereich des axialen Randes (ein- oder ausströmende Luft) und der *mixing*-Zone bleiben unverändert. Um den moderaten Temperaturanstieg zu erreichen, wird angenommen, dass die Vollwelle zu beiden Seiten 5 mm aus dem Lager herausragt. Neben der Wärmeabfuhr durch die Lagerschale wird damit auch über die Welle und die freie Fläche am Außenradius Wärme an die Umgebung abgeführt. Um die Lagerparameter bei hoher Lagertemperatur darzustellen, wird angenommen, dass sich die Welle adiabat verhält. D. h. keine Wärme in Richtung der Welle abfließt. Auch wenn diese Annahme an dieser Stelle nur zur Provokation einer hohen Temperatur dient, ist der Betrieb eines GFL bei hoher Temperatur nicht unrealistisch. Bspw. könnte die Welle eines Turboladers bereits selbst eine höhere Temperatur aufweisen und den Fluidfilm dadurch zusätzlich erwärmen. Ein Wärmeabtransport aus dem GFL durch die Welle wäre dann nicht möglich und die Annahme einer adiabaten Welle wäre dann sogar als optimistisch zu werten.

In [17] und [18] wird der Lastfall 30 N bei 40000 min^{-1} berechnet[29]. Die Ergebnisse im Vergleich mit den beschriebenen Randbedingungen sind in der Abb. 6.1 untereinander dargestellt. Auf der linken Seite sind die Steifigkeiten, auf der rechten Seite die Dämpfungen dargestellt. Die Legende gibt die entsprechenden Indizes der Lagerparameter an (s. Kapitel 3.3.1) und gilt entsprechend für die gesamte Abbildung. Der direkte Vergleich ist zwischen [17] und den isotherm berechneten Ergebnissen in den Diagrammen der zweiten Zeile zu ziehen. Sowohl die Verläufe als auch Eckwerte aller Lagerparameter stimmen weitestgehend sehr gut überein. Kleine Abweichungen liegen bei der Hauptsteifigkeit K_{xx} vor, die bei niedrigem Störfrequenzverhältnis etwas höher liegt. Die

29 In [17] wird eine Drehzahl von 30000 min^{-1} angegeben. Dabei handelt es sich aller Wahrscheinlichkeit nach um einen Tippfehler, da in der ursprünglichen Quelle [18] und auch beim erneuten Abdruck in der Dissertation [130] des Autors von [17] 40000 min^{-1} angegeben wird.

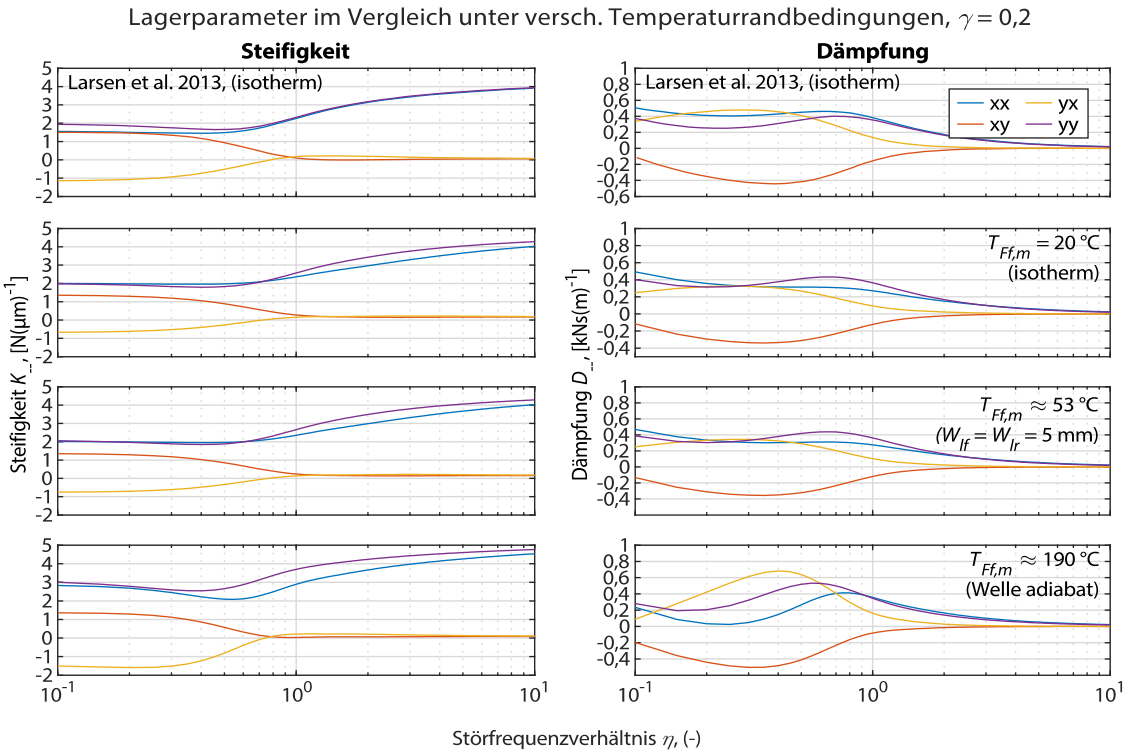

Abb. 6.1: Numerisch berechnete lineare Lagerparameter im Vergleich mit [17]

Hauptsteifigkeit K_{yy} liegt bei hohem Störfrequenzverhältnis etwas höher. Bei den Dämpfungen ist der Verlauf der Hauptsteifigkeit D_{yy} etwas anders. Im Bereich des Störfrequenzverhältnis $\eta = 0{,}2 - 1$ prägt sich in den hier berechneten Ergebnissen ein etwas stärkere Anstieg gegenüber den Ergebnissen von [17] aus. Ein ähnliches Verhalten ist in den Ergebnissen von [17] im Verlauf für die Dämpfung D_{yx} im Bereich $\eta = 0{,}2 - 0{,}7$ zu erkennen. Als Ursache für die Abweichungen wird die Verwendung eines unterschiedlichen Strukturmodells gesehen. Während [17] ein einfaches SEFM verwendet (ohne die Erweiterungen nach Iordanoff), werden alle hier dargestellten Lagerparameter auf Basis einer mit dem Le Lez-Strukturmodell ermittelten Gleichgewichtslage bestimmt. Die Abweichungen in den Dämpfungen werden zusätzlich durch die Annahme des Strukturverlustfaktors mit $\gamma = 0{,}2$ erklärt, für den sich in [17] keine Angabe findet. In der zweiten Quelle [18] wird auf die Angabe eines Bereichs von $\gamma = 0{,}2 - 0{,}6$ in [131] verwiesen. Zur Überprüfung, ob die Wahl einer anderen Annahme bessere Übereinstimmung liefert, wird der Strukturverlustfaktor zwischen $\gamma = 0{,}05 - 0{,}6$ variiert. Mit $\gamma = 0{,}2$ wird die beste Übereinstimmung erreicht, weshalb auf die Darstellung der anderen Werte verzichtet wird. Durch die gute Übereinstimmung mit [17] (und damit auch [18]) wird davon ausgegangen, dass der Ansatz von Lund zur Bestimmung der linearen Lagerparameter grundlegend korrekt implementiert ist.

Im Fall der isotherm berechneten Ergebnisse findet keine Erwärmung (und damit auch keine Auswirkungen der Erwärmung, wie bspw. die Aufweitung von Komponenten) statt. Die Angabe der mittleren Temperatur von $T_{Ff,m}$ = 20 °C entspricht damit der Umgebungstemperatur und dient nur der Vergleichbarkeit mit den im Folgenden besprochenen Fällen unter Berücksichtigung der Temperatur. Die Annahme des Wärmetransports durch die Welle und durch die freie aus dem Lager herausragende Wellenoberfläche in die Umgebung führt auf eine mittlere Fluidfilmtemperatur von $T_{Ff,m}$ = 53 °C. Dieser moderate Temperaturanstieg zeigt nur minimale Änderungen in den Verläufen der Lagerparameter. Bspw. steigt die Dämpfung D_{yx} im Bereich der Störfrequenzverhältnisse von η = 0,2 – 0,5 minimal an. Erst bei Annahme einer adiabaten Welle und einem damit verbundenen deutlichen Temperaturanstieg auf $T_{Ff,m}$ = 190 °C zeigen sich sowohl in den Steifigkeiten als auch in den Dämpfungen deutlichere Unterschiede. Das Niveau der Hauptsteifigkeiten K_{xx} und K_{yy} steigt speziell im Bereich der niedrigen Störfrequenzverhältnisse von 2 N(µm)$^{-1}$ auf 3 N(µm)$^{-1}$ an und liegt auch bei hohen Störfrequenzverhältnissen höher. Die Koppelsteifigkeit K_{yx} sinkt bei niedrigem Störfrequenzverhältnis etwas ab, K_{xy} bleibt weitestgehend unbeeinflusst. Bei den Dämpfungen ist vor allem der Anstieg von D_{yx} im Bereich η = 0,1 – 0,9 markant. Auch der Verlauf der beiden Dämpfungen D_{xx} und D_{yy} ändert sich in diesem Bereich. Insbesondere sinkt die Dämpfung D_{xx} im Bereich η = 0,2 – 0,3 auf einen Wert nahe Null ab.

Für Störfrequenzverhältnisse größer als Eins laufen alle Dämpfungen und beide Koppelsteifigkeiten K_{xy} und K_{yx} gegen Null. Nur die beiden Hauptsteifigkeiten K_{xx} und K_{yy} behalten einen steigenden Verlauf bei.

Zum Einfluss der Temperatur wird festgestellt, dass ein moderater Temperaturanstieg zu keiner wesentlichen Veränderung der Verläufe der Lagerparameter führt. Erst ein deutlicher Temperaturanstieg führt zu einem erkennbaren Einfluss auf die Verläufe. Bei Angabe von Lagerparametern ist es deshalb angebracht auch die entsprechenden Randbedingungen und das dabei erreichte Temperaturniveau zu nennen. Der exakte Grund, warum sich die Verläufe der Lagerparameter auf die dargestellte Art und Weise ändern, lässt sich aus dieser Betrachtung nicht ableiten, da die Temperatur auf vielfältige Weise Eingang in die Lagerparameterberechnung findet. Sie geht wie in Kapitel 3.3.1 gezeigt, direkt als Parameter in die Störungsgleichung 1.-Ordnung ein. Zusätzlich ist die darin enthaltene Viskosität abhängig von der Temperatur. Mit steigender Temperatur nimmt diese zu und könnte damit ein Grund für die Veränderung der Steifigkeits- und Dämpfungsparameter sein. Zuvor finden die Temperatur und Viskosität bereits Eingang in die zur Bestimmung der Gleichgewichtslage gelösten Gleichung 0.-Ordnung. Über diese

Gleichung kommen somit potenziell auch alle anderen indirekte Einflüsse, wie bspw. Die Aufweitung der Lagerkomponenten zum Tragen.

6.2 Vergleich mit am Fachgebietsprüfstand ermittelten Lagerparametern

Der implementiert und durch den Vergleich mit Ergebnissen aus [17] abgesicherte Ansatz von Lund wird verwendet, um die Lagerparameter für ein am Fachgebiet vermessenes GFL zu berechnen. Die Messkampagne zur Bestimmung der Lagerparameter wird von Djoko Kayo an einem GFL-Prüfstand am Fachgebiet durchgeführt. Ein Überblick über den Aufbau des Prüfstands wird im Anhang F gegeben. Für eine genauere Beschreibung des Prüfstands und der Vorgehensweise zur experimentellen Ermittlung der Lagerparameter wird auf die Dissertation von Djoko Kayo verwiesen [129].

Die Lagerparameter werden bei einer statischen Belastung von 10 N über eine Drehzahlspanne von 10000 min^{-1} bis 30000 min^{-1} gemessen. In Abb. 6.2 werden auf der linken Seite die Steifigkeiten, auf der rechten Seite die Dämpfungen dargestellt. Die Drehzahlspanne ist in Schritten von 5000 min^{-1} unterteilt die untereinander dargestellt sind. Bei der Messung der Lagerparameter wird für alle Drehzahlen mit einer Störfrequenz in Schritten von 20 Hz in einem Bereich zwischen 80 – 640 Hz angeregt. Über diesen Bereich werden die Lagerparameter aufgetragen. Zusätzlich ist in klein grauen Zahlen das entsprechende Störfrequenzverhältnis angegeben. Dargestellt sind die Ergebnisse, die mit einem Strukturverlustfaktor von $\gamma = 0{,}2$ berechnet sind. Eine Parametervariation des Strukturverlustfaktors zwischen $\gamma = 0{,}05 – 0{,}6$ erbringt keine wesentlich verbesserte Übereinstimmung.

Zunächst lässt sich feststellen, dass sich die Verläufe der Steifigkeiten weder in der Messung noch in den berechneten Werten durch den Anstieg der Drehzahl grundlegend verändern. Bei höheren Störfrequenzen ab etwa 480 Hz ist in den Hauptsteifigkeiten K_{xx} und K_{yy} ein Absinken zu erkennen. Im Bereich niedriger Störfrequenzen bis etwa 320 Hz überschätzen die berechneten Hauptsteifigkeiten die gemessenen etwas. Für den Bereich zwischen 320 – 480 Hz besteht zumeist die geringste Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Werten. Die gemessene Koppelsteifigkeiten liegen über weite Bereiche nahe Null. Nur im Bereich zwischen 480 – 560 Hz treten auffällige Ausschläge auf. Da die berechneten Koppelsteifigkeiten von ihren Anfangswerten bei niedrigen Störfrequenzen gegen Null bei höheren Störfrequenzen laufen, wird, je nach Drehzahl,

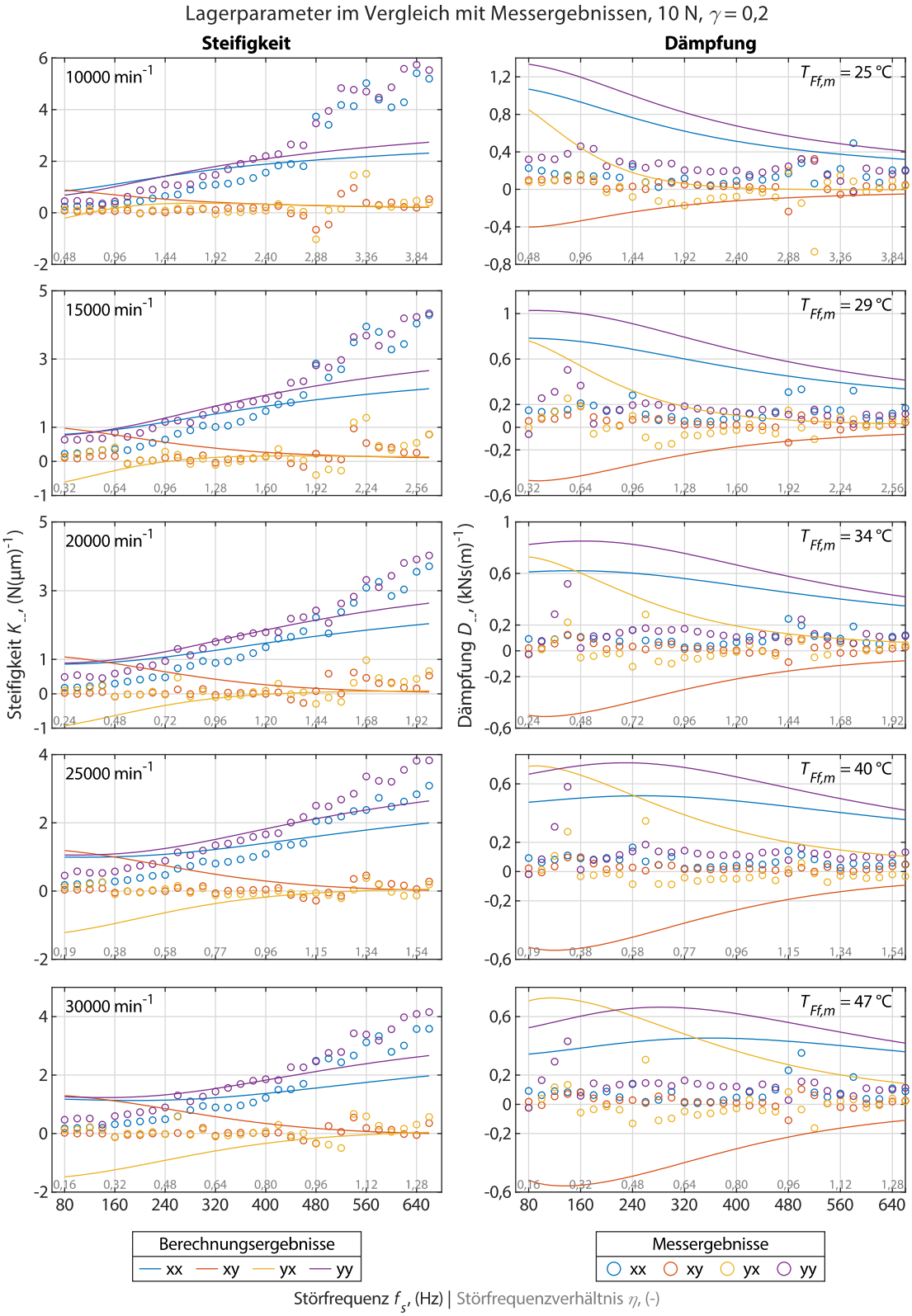

Abb. 6.2: Vergleich zwischen berechneten und am Fachgebietsprüfstand gemessenen Lagerparametern. Links die Steifigkeiten, rechts die Dämpfungen. Da alle Messwerte für Störfrequenzen von 80 – 640 Hz aufgenommenen sind, ist dies die Hauptbeschriftung (in schwarz) der x-Achse. Zusätzlich sind die entsprechenden Störfrequenzverhältnisse angegeben.

erst ab einer höheren Störfrequenz Übereinstimmung mit den gemessenen erreicht. Je höher die Drehzahl ist, desto langsamer streben die Koppelsteifigkeiten gegen Null.

Auf der Seite der Dämpfungen wird nur eine schlechte Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten erreicht. Dämpfungen sind messtechnische notorisch schwierig zu erfassen. Auch die hier dargestellten Werte zeigen keine klar erkennbaren Verläufe. Sie verbleiben meistens über den gesamten Störfrequenzbereich in der Nähe von Null und zeigen nur vereinzelte Ausschläge. Mit viel Fantasie kann für die Hauptdämpfung D_{xx} eine Ähnlichkeit der Verläufe, aber auf sehr unterschiedlichem Niveau festgestellt werden. Da alle berechneten Dämpfungen für hohe Störfrequenzen gegen Null streben, näheren sich dort die Verläufe den gemessenen Werten an. Eine abschließende Bewertung bzgl. der Qualität des rechnerischen Ansatzes und der Messmethodik bzw. Rückführung der Abweichungen auf konkrete Größen oder Ursachen ist aufgrund der vielfältigen Einflüsse sowohl in der Berechnung als auch in der Messung schwierig und wird hier nicht weiter durchgeführt oder untersucht.

6.3 Stabilitätsanalyse

Die Auswirkung der Temperatur auf die Stabilität wird an zwei GFL und zwei Bedingungen numerisch untersucht. Da die Lagerbelastung ein einflussreicher Parameter bei der Stabilitätsuntersuchung ist, bietet sich die Lagerkonfiguration aus [78] an, da hier ein sehr weiter Bereich von Lagerbelastungen untersucht wurde. Außerdem wird durch die Randbedingungen, wie bei der Temperaturbetrachtung in Kapitel 5.2 gezeigt, bei den verschiedenen Drehzahlen eine weite Spanne an Temperaturen erreicht. Als zweites wird mit einem zu dem in [51] verwendeten, ähnlichen GFL verglichen, da die dort verwendete Lagergeometrie sich als Standardgeometrie in der GFL-Forschung etabliert hat und auch mit dem am Fachgebiet gefertigten Lager vergleichbar ist. An diesem Lager wird darüber hinaus der Einfluss von zur lokalen Versteifung unter die *bump foil* geschobenen Metallplättchen (*shims*) untersucht.

6.3.1 Stabilitätsanalyse an einer Lagerkonfiguration nach Radil et al. 2004

Der Verlauf der Grenzdrehzahlen ist in der folgenden Abb. 6.3 auf der linken y-Achse über die Belastungen auf der x-Achse dargestellt. Die Ergebnisse basieren auf einer Berechnung mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) bei einer Umgebungstemperatur von $T_a = 20$ °C. Zunächst wird die bereits in Kapitel 5.2 untersuchte Konfiguration mit ei-

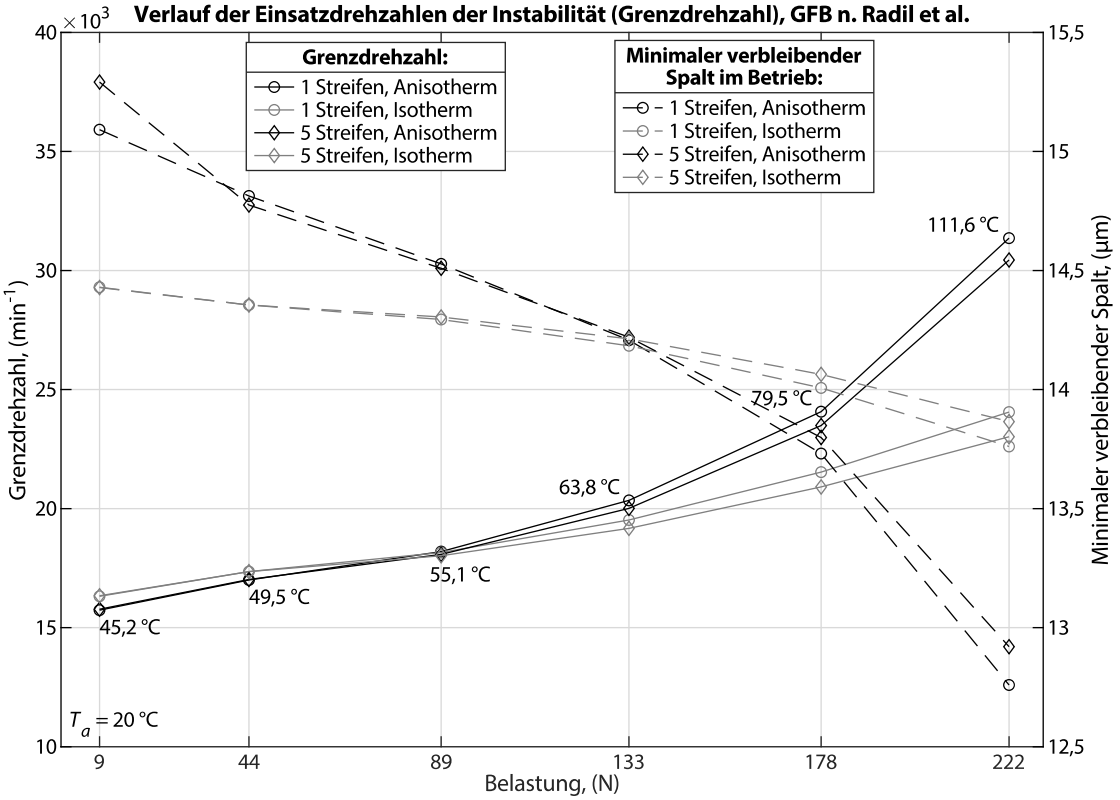

Abb. 6.3: Einsatzdrehzahl der Instabilität bzw. Grenzdrehzahl aufgetragen über der Belastung an einer Lagerkonfiguration nach [78] im Vergleich zwischen einer isothermen und anisothermen Berechnung sowie einer Berechnung mit nur einem bump-Streifen und fünf bump-Streifen. Ebenfalls dargestellt ist der verbleibende Spalt mit einer möglichen Korrelation zum Verlauf der Einsatzdrehzahlen.

nem *bump*-Streifen beschrieben. Wie erwartet, steigt die Einsatzdrehzahl mit zunehmender Belastung an. Während der Anstieg im isothermen Fall nur schwach nichtlinear verläuft, ergibt sich für den anisothermen Fall ein deutlich nichtlinearer Anstieg. Bis zur Belastung mit 133 N liegen die Einsatzdrehzahlen auf vergleichbarem Niveau. Erst bei 178 N und bei der höchsten Belastung mit 222 N liegen die Einsatzdrehzahlen im anisothermen Fall deutlich über denen im isothermen Fall. Um einen zusätzlichen Eindruck über die im anisothermen Fall erreichten Temperaturen zu geben, ist die gemittelte Filmtemperatur neben der, bei der jeweiligen Belastung, erreichten Einsatzdrehzahl angegeben. Die Temperatur und die von ihr abhängige Viskosität findet direkten Eingang in die zur Bestimmung der Gleichgewichtslage und linearisierten Lagerparameter zu lösende Reynolds-Gleichung. Darüber hinaus wird in dieser Arbeit die Temperaturabhängigkeit vieler Materialparameter berücksichtigt. Besonders die Veränderung des nominalen Spalts durch die temperaturbedingte Aufweitung der Welle und Lagerschale steht in wechselseitigem Einfluss mit der Temperaturentwicklung selbst. Gleichzeitig ergeben sich aus einer veränderten Lagergeometrie andere Exzentrizitäten für die Gleichgewichtslagen, die die Basis für die Berechnung der linearisierten Lagerparameter darstel-

len. Der Einfluss der Temperatur lässt sich deshalb nicht auf eine einzige Größe zurückführen. Mit der Darstellung des im Betrieb minimalen verbleibenden Spalts $c_{op,min}$ auf der rechten y-Achse in Abb. 6.3 wird dies dennoch versucht. Er berechnet sich aus dem nominalen Spalt und den betriebsbedingten Spaltanpassungen, wie fliehkraftbedingte und thermische Aufweitung (s. Kap. 3.4 und Abb. 3.6). Obwohl der mittlere verbleibende Spalt $c_{op,m}$ (s. Anhang G) bei der Lagerkonfiguration nach [78] in der anisothermen Berechnung durch die starke Aufweitung der Lagerschale (hoher Wärmeausdehnungskoeffizient) ansteigt, sinkt der minimale verbleibende Spalt. Dies deutet auf eine in axialer Richtung sehr ungleichförmige radiale Aufweitung der Welle hin. In der isothermen Berechnung sorgt lediglich die Fliehkraft für eine in axialer Richtung gleichmäßige radiale Aufweitung der Welle und eine Verringerung des verbleibenden Spalts (minimal und gemittelt sind hier identisch). Der Anstieg des minimalen verbleibenden Spalts in der anisothermen Berechnung ergibt Sinn, da sich bei der Konfiguration nach [78] die Lagerschale durch den hohen Wärmeausdehnungskoeffizient stark aufweitet. Im Gegensatz dazu verkleinert er sich in der isothermen Berechnung, weil nur die Fliehkraft für eine Aufweitung der Welle sorgt. Bei der niedrigsten Belastung von 9 N mit noch niedriger Grenzdrehzahl von rund 16000 min^{-1} ist dies gut erkennbar, da hier der Wert des minimal verbleibenden Spalts noch nahe dem Wert von 15 µm des nominalen Spalts liegt.

Zwischen dem minimalen verbleibenden Spalt und Einsatzdrehzahl liegt sowohl in der anisothermen als auch in der isothermen Berechnung möglicherweise ein Zusammenhang vor. Die Verläufe des minimalen verbleibenden Spalts und die der Grenzdrehzahlen schneiden sich jeweils im Bereich zwischen 89 N und 133 N. Während beiden niedrigen Belastungen die isotherme Berechnung den kleineren minimalen verbleibenden Spalt und höhere Grenzdrehzahlen aufweist, ist dies bei den höheren Belastungen umgekehrt. Daraus lässt sich bei dieser Lagerkonfiguration möglicherweise schließen, dass ein kleinerer minimaler verbleibender Spalt für ein verbessertes Stabilitätsverhalten sorgt. Dies ergibt insofern Sinn, als dass Lager mit kleineren nominalen Spalten tendenziell steifer sind.

Weitere Schlüsse lassen sich aus den Verläufen der linearisierten Lagerparameter ziehen (s. Abb. 6.5 und Abb. 6.4). Um die Entwicklung der Verläufe beurteilen zu können, müssen mehrere Lastfälle dargestellt werden. Gleichzeitig sollen die Diagramme auch nicht überladen werden, weshalb eine reduzierte Auswahl der Lastfälle gezeigt wird. Für die Hauptsteifigkeiten lässt sich feststellen, dass diese mit zunehmender Belastung ansteigen, mit steigender Drehzahl allerdings fallen (letzteres wird bei der Betrachtung der Abb. 6.9 im folgenden Kapitel deutlicher). Tendenziell sorgen höhere Steifigkeitswerten

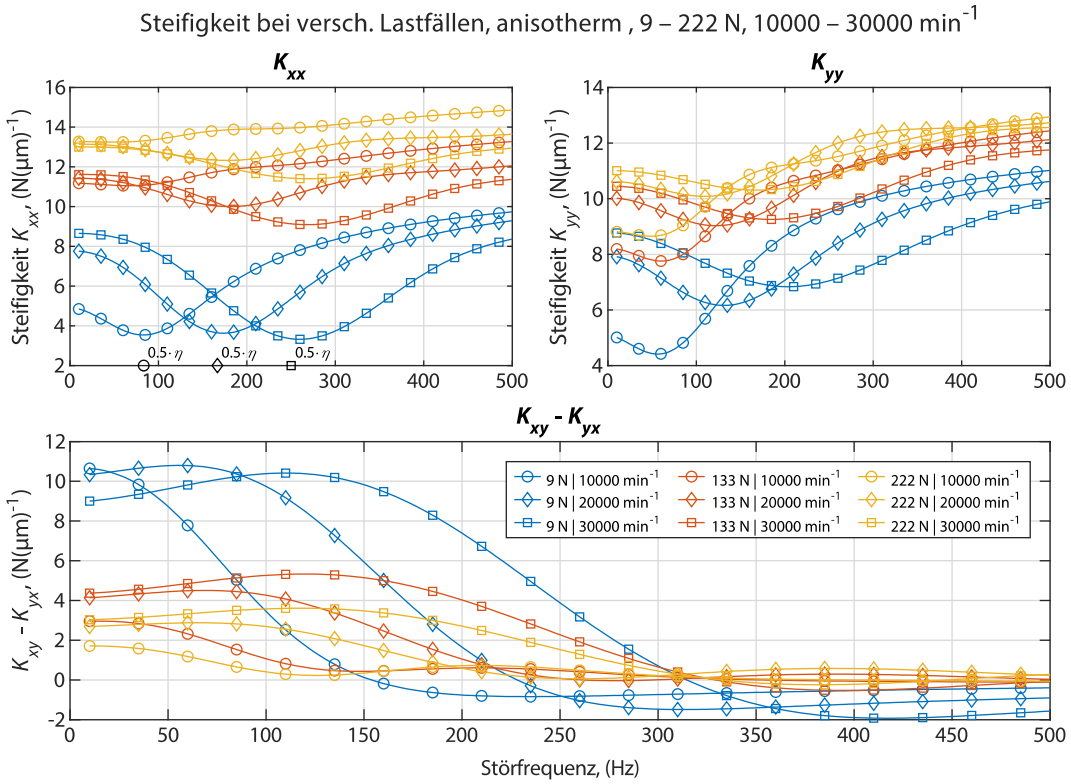

Abb. 6.4: Verlauf der linearisierten Steifigkeiten für verschiedene Lastfälle anisotherm berechnet

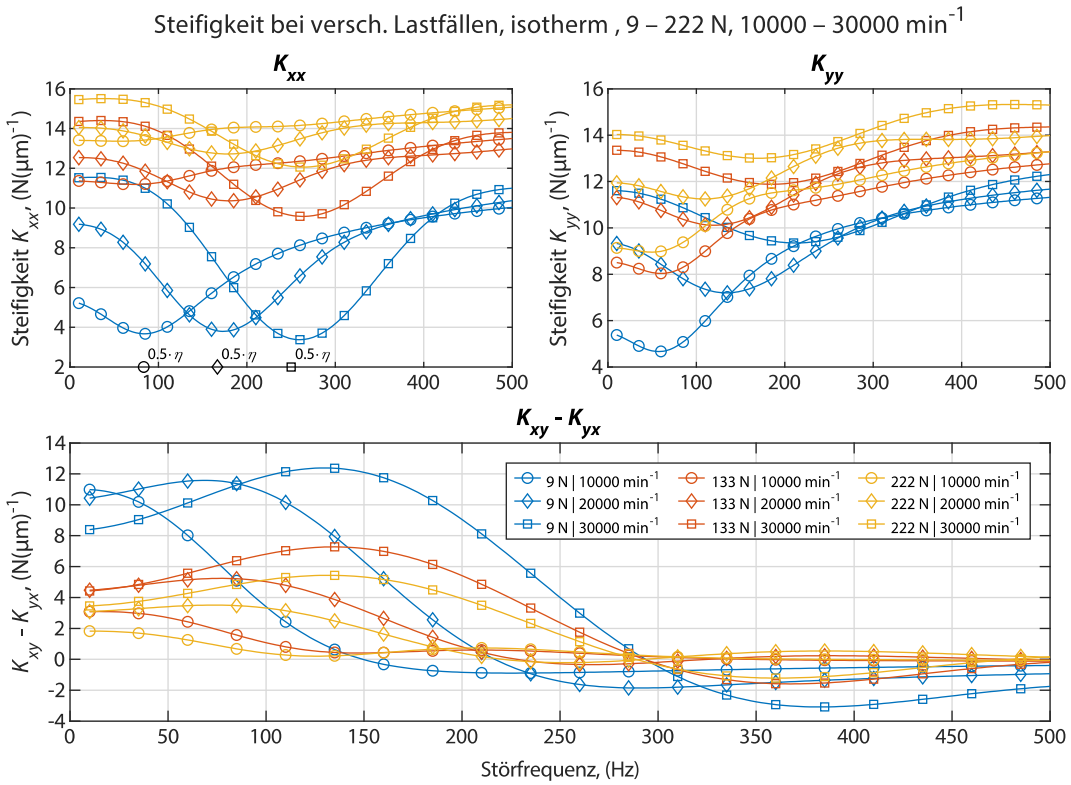

Abb. 6.5: Verlauf der linearisierten Steifigkeitswerte für verschiedene Lastfälle isotherm berechnet

für ein verbessertes Stabilitätsverhalten mit höheren Grenzdrehzahlen. Auffällig im Verlauf, besonders bei der niedrigsten Belastung (9 N), sind die markanten Einbrüche der Hauptsteifigkeiten bei den entsprechend mit $0{,}5\eta$ markierten Stellen, dem typischen Störfrequenzverhältnis von *whirl*-Instabilitäten. Hier beträgt die Störfrequenz gerade die Hälfte der Drehfrequenz. Dies könnte der Grund sein, warum niedrig belastete Lager früher zu subharmonischen Schwingungen neigen. Die Koppelsteifigkeiten K_{xy}, K_{yx} werden als Differenz K_{xy} - K_{yx} dargestellt. In [132] wird eine schiefsymmetrische Steifigkeitsmatrix ($K_{xy} \approx -K_{yx}$) als potenziell destabilisierend beschrieben. Ein Verschwinden der Differenz aus K_{xy} - K_{yx}, wird (im Inertialsystem) deshalb als stabilisierend gewertet (vgl. [48]). Für den Vergleich zwischen isothermer und anisothermer Berechnung sind für die Belastungen die Verläufe mit ähnlicher Drehzahl wie die spätere Grenzdrehzahl von Bedeutung. Für die Belastung 9 N ist das der Verlauf für Drehzahl 10000 min^{-1}, für die Belastung 133 N ist es die Drehzahl 20000 min^{-1} und für 222 N die Drehzahl 30000 min^{-1}. Für die ersten beiden Belastungen ist in der Differenz der Koppelsteifigkeiten kein großer Unterschied erkennbar. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da sich auch die Grenzdrehzahlen zwischen isothermer und anisothermer Betrachtung kaum unterscheiden. Erst für die höchste Belastung liegt der Verlauf für 222 N, 30000 min^{-1} in der anisothermen Berechnung niedriger als in der isothermen Berechnung. Erst für diesen Fall wird dann auch eine deutlich höhere Grenzdrehzahl festgestellt. Ein weiterer Unterschied hätte sich bei der Betrachtung der linearisierten Dämpfungsparameter ergeben können. Da die dabei festgestellten Unterschiede zwischen isothermer und anisothermer Berechnung aber sehr gering sind, werden diese nur im Anhang G in Abb. G.3 dargestellt.

Auffällig ist, dass die hier berechneten Grenzdrehzahlen niedriger sind als die in [78] untersuchten Drehzahlen. Dort wird selbst für die niedrigste Belastung eine Drehzahl von 50000 min^{-1} betrachtet. Die für [78] unbekannte *bump foil*-Konfiguration, speziell die Unterteilung der *bump foil* in axialer und Umfangsrichtung und die daraus resultierende lokal angepasste Steifigkeit, verändern möglicherweise signifikant das Stabilitätsverhalten. Denkbar ist auch, dass das Lager oberhalb der Einsatzdrehzahl in einen stabilen Grenzzyklus übergeht, der von der linearen Stabilitätsbetrachtung nicht erfasst werden kann. In Ergänzung zur Konfiguration mit einem *bump*-Streifen in axialer Richtung (Lager erster Generation) ist in der Abb. 6.3 deshalb auch die bereits bei der Temperaturbetrachtung gezeigt Konfiguration mit fünf *bump foil*-Streifen dargestellt. Ebenfalls wie bereits in Kapitel 5.2 festgestellt, liegen nur wenige bzw. für die *bump foil*-Dimensionen quasi keine Angaben vor und können deshalb nur geschätzt werden. Im Wesentlichen ist sowohl im anisothermen als auch isothermen Fall kein großer Unterschied zur

Konfiguration mit einem *bump foil*-Streifen erkennbar. Der Verlauf der Stabilitätsgrenzdrehzahlen ist für niedrige Belastungen nicht voneinander unterscheidbar. Ab der Belastung von 133 N ergeben sich (auch für die folgenden Belastungen) leicht verringerte Einsatzdrehzahl. Der Unterschied zwischen der Berechnung mit einem oder fünf *bump*-Streifen bleibt aber deutlich geringer als zwischen einer isothermen und anisothermen Berechnung. Der bereits vorgeschlagene Zusammenhang zwischen einem kleineren minimalen verbleibenden Spalt und dadurch höheren Grenzdrehzahlen, lässt sich auch im Vergleich zwischen den Konfigurationen mit einem und fünf Streifen beobachten.

Weitere Konfigurationen werden nicht berechnet, da die jeder zusätzlichen geschätzter Geometrieparameter für weitere *bump foil*-Unterteilungen und die daraus folgenden Kombinationsmöglichkeiten eine solche Untersuchung beliebig erscheinen lassen.

6.3.2 Stabilitätsanalyse an einer Lagerkonfiguration nach Ruscitto et al. 1978

Als zweites Lager wird die in [51] verwendete Geometrie (mit den entsprechenden Ergänzungen, siehe Kapitel 5.5) mit einem nominalen Spalt von $c_0 = 57$ µm untersucht. Durch die Wahl des größeren nominalen Spalts lässt sich auch eine Konfiguration mit zusätzlichen *shims* mit einer Dicke von 25 µm untersuchen. Diese dünnen Metallplättchen werden unter *bump foil* geschoben und verringern den nominalen Spalt. Damit sollen mehrere konvergierende Spalte im Schmierfilm mit lokal ausgeprägten Druckspitzen erzeugt werden. Die weiteren zur Beschreibung der *shims* notwendigen Parameter sind in der Abb. 6.6 zusammengefasst und der damit erzeugte Verlauf dargestellt. Im Anhang A befindet sich eine Beschreibung der zur Erstellung des Verlaufs verwendeten Funktion. Die konkrete Ausprägung der *shims* lässt vollständig durch die angegebenen Parameter beschreiben. Sie erlauben aber auch eine deutliche Variation.

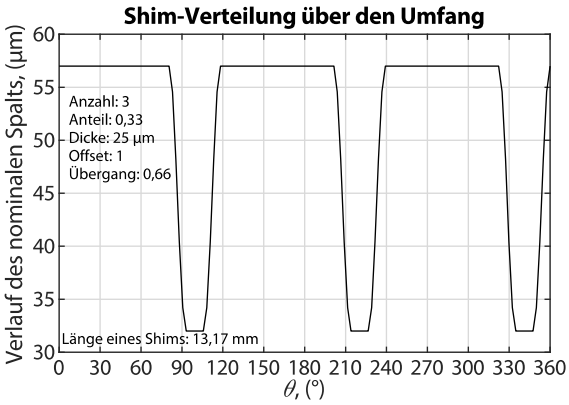

Abb. 6.6: Verlauf des nominalen Spalts über den Umfang bei Verwendung von shims

Für beide Konfigurationen wird mit einer Schrittweite von 5 N ein Lastbereich von 5 bis 50 N berechnet. Die dabei erreichten Einsatzdrehzahlen sind in der Abb. 6.7 dargestellt. Die Beschränkung auf 50 N als Belastung wird mit den dabei bereits sehr hohen

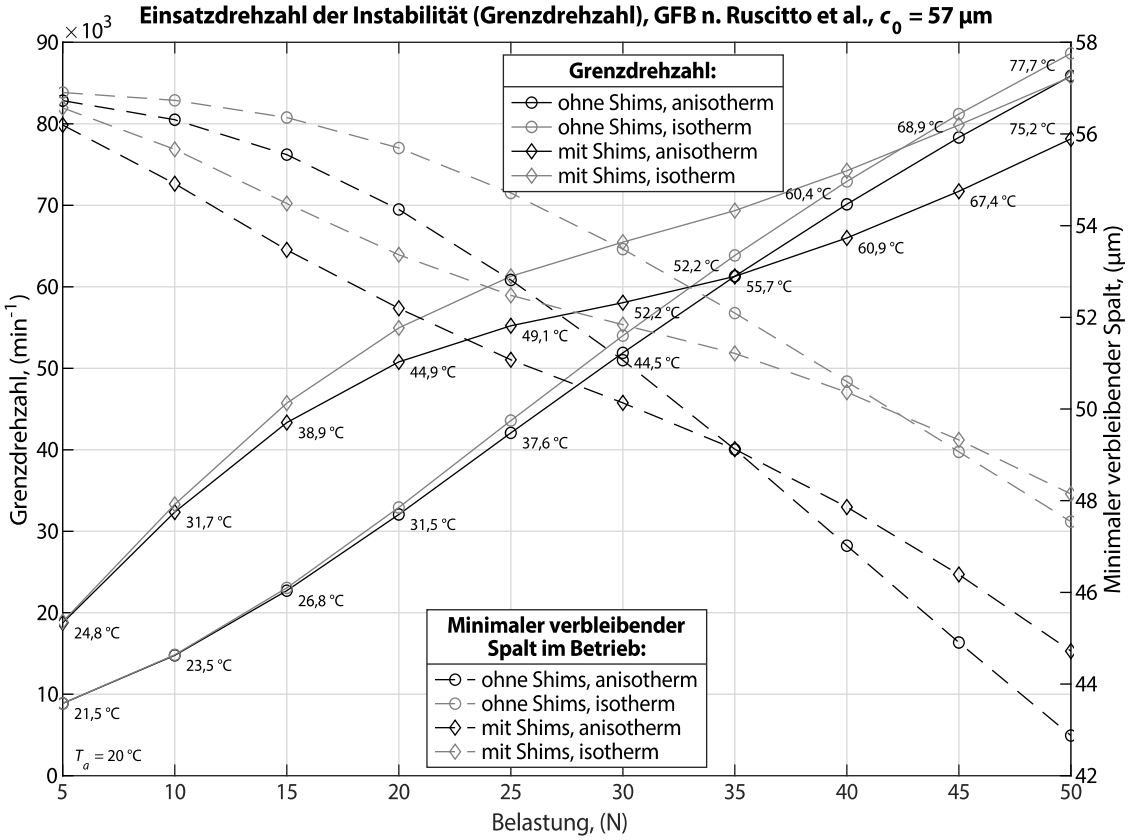

Abb. 6.7: Einsatzdrehzahl der Instabilität bzw. Grenzdrehzahl aufgetragen über der Belastung bei einem GFL nach [51] im Vergleich zwischen einer Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der Temperatur. Zusätzlich wird auch der Vergleich mit einem GFL mit shims gezogen. Ebenfalls dargestellt ist der verbleibende Spalt mit einer möglichen Korrelation zum Verlauf der Einsatzdrehzahlen.

erreichten Einsatzdrehzahl der Instabilität (von rund 80000 min^{-1} – 90000 min^{-1}) begründet.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen zur Lagergeometrie aus [78] werden hier im Vergleich zwischen isothermer und anisothermer Berechnung (unabhängig von der Verwendung von *shims*) für alle Belastungen in der isotherme Berechnung höhere Einsatzdrehzahlen erreicht. Im Falle des Lagers ohne *shims* liegen sie aber selbst bei der maximalen Belastung von 50 N nur geringfügig über den Ergebnissen der anisothermen Berechnung. Der Verlauf des Anstiegs ist isotherm und anisotherm gerechnet fast linear. Der Verläufe der Einsatzdrehzahlen mit *shims* liegen bei niedrigen Belastungen deutlich über denen ohne *shims* und steigen zunächst stark an. Im Bereich mittlerer Belastungen (25 - 35 N) zeigen sie einen Wendepunkt und steigen danach zwar weiter an, fallen aber bei hohen Belastungen unter den entsprechenden Verlauf ohne *shims*. Der Schnittpunkt liegt bei der anisothermen Rechnung ziemlich genau bei der Belastung 35 N. Für die isotherme Rechnung erst zwischen 40 N und 45 N. Um eine Einordnung der erreichten Temperatur zu ermöglichen, ist an den anisothermen Einsatzdrehzahlen die mittlere

Fluidfilmtemperatur angegeben. Im Bereich der Schnittpunkte kann hier die Erkenntnis abgeleitet werden, dass eine höhere mittlere Temperatur nicht notwendigerweise eine höhere Einsatzdrehzahl bedeutet. Im Schnittpunkt bei 35 N gehört der Wert 52,2 °C zum Verlauf ohne *shims*, der Wert 55,7 °C zum Verlauf mit *shims*. Trotz fast identischer Einsatzdrehzahl werden also unterschiedliche Temperaturen erreicht. Grund für die erhöhte mittlere Temperatur bei der Verwendung von *shims* ist die lokal verringerte Filmhöhe und die dadurch erhöhte Scherung. Obwohl durch die *shims* auch weitere Bereiche mit Unterdruck und damit Einströmgebieten am Rand entstehen, scheint der zusätzliche Wärmeeintrag ausreichend, um bereits bei niedrigeren Drehzahlen höhere mittlere Temperaturen zu verursachen. Erkennbar ist dies bei der Belastung mit 40 N. Dort liegt die Einsatzdrehzahl ohne *shims* etwa 5000 min^{-1} höher als mit *shims*, gleichzeitig ist allerdings die mittlere Temperatur ohne *shims* mit 60,4 °C zu 60,9 °C mit *shims* minimal geringer.

Auf der rechten *y*-Achse sind erneut die im Betrieb minimalen verbleibenden Spalte aufgetragen, da hier erneut eine gewisse Ähnlichkeit in den Verläufen erkennbar ist. Andere ebenfalls in Frage kommende Größen, wie die minimale Filmhöhe, Exzentrizität und der mittlere (bzw. maximale) Druck wurden auch für die Darstellung in Erwägung gezogen. Der Verlauf des verbleibenden Spalts ist aber der einzige von den genannten Größen, der neben einem erkennbaren Wendepunkt im mittleren Lastbereich (mit *shims*) auch vergleichbare Schnittpunkte bei höheren Lasten aufweist. Erkennbar ist, dass hier sowohl für den isothermen als auch anisothermen Fall ein sinkender minimaler verbleibender Spalt vorliegt. Die isothermen Verläufe mit und ohne *shims* schneiden sich, wie die der Einsatzdrehzahlen, zwischen einer Belastung von 40 N bis 45 N. Bei den anisothermen Verläufen liegt der Schnittpunkt jeweils ziemlich genau bei der Belastung mit 35 N. In diesem Vergleich tritt erneut das bereits im letzten Unterkapitel 6.3.1 beschriebene Verhalten auf, dass eine geringerer minimaler verbleibender Spalt zu höheren Grenzdrehzahlen führt. Diese Begründung trifft hier allerdings nicht beim Vergleich zwischen den isothermen und anisothermen Verläufen zu. Die anisothermen Berechnungen erzielen die kleineren minimalen verbleibenden Spalte, aber auch die niedrigeren Grenzdrehzahlen. Eine vergleichbare Korrelation zu 6.3.1 wird erst erreicht, wenn statt dem minimalen verbleibenden Spalt der mittlere verbleibende Spalt betrachtet wird (s. Abb. G.2 im Anhang G). Es kann nicht abschließend angegeben werden, warum sich dieser mögliche Zusammenhang zwischen den verbleibenden Spalten und den erreichten Grenzdrehzahlen so darstellt, wie er hier präsentiert wird. Die Rückführung des komplexen Stabilitätsverhaltens auf einen einzigen Parameter scheint aller-

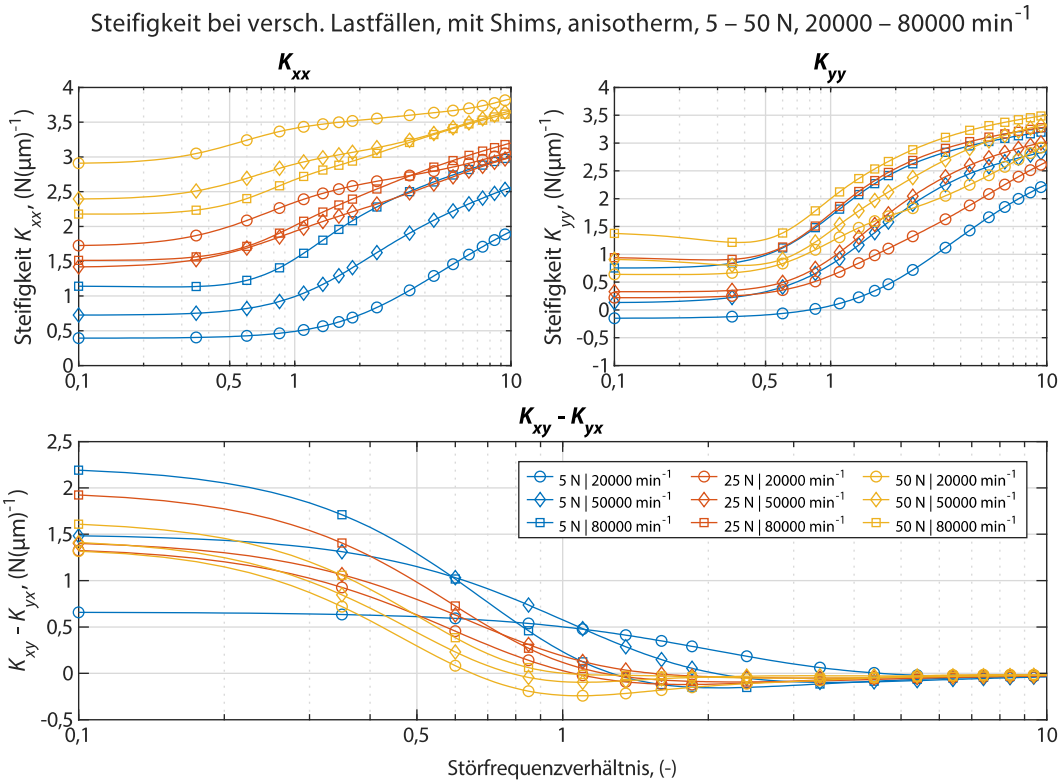

Abb. 6.8: Linearisierte Steifigkeitswerte bei verschiedenen Lastfällen mit shims und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet

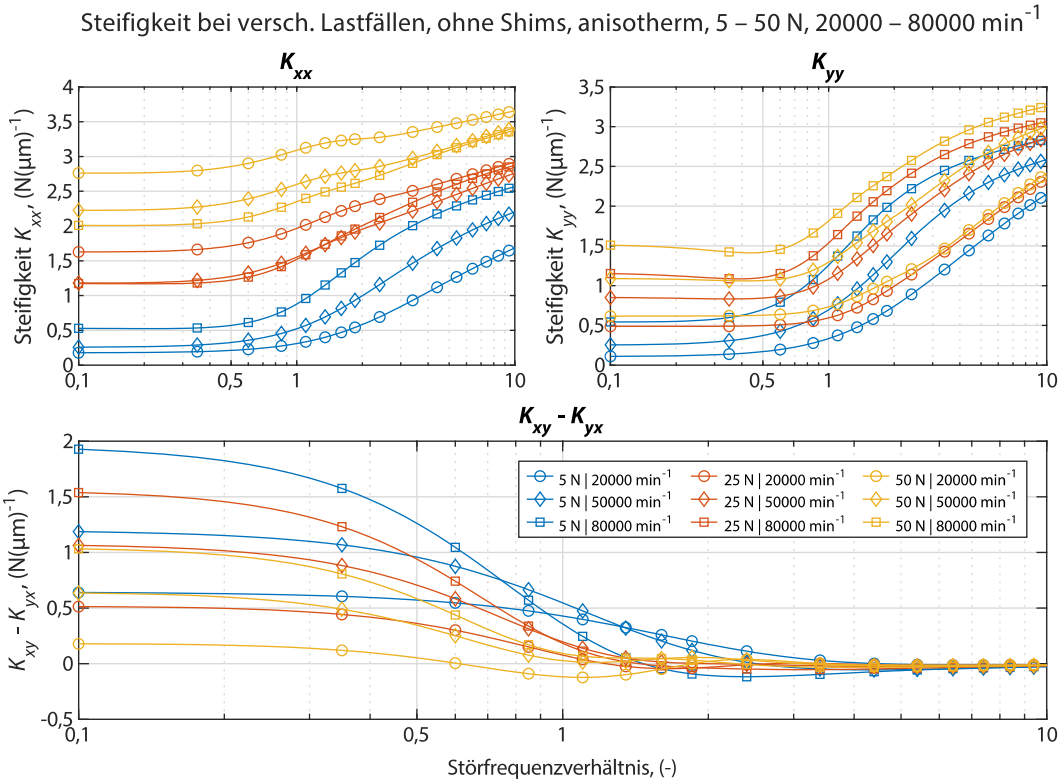

Abb. 6.9: Linearisierte Steifigkeitswerte bei verschiedenen Lastfällen ohne shims und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet.

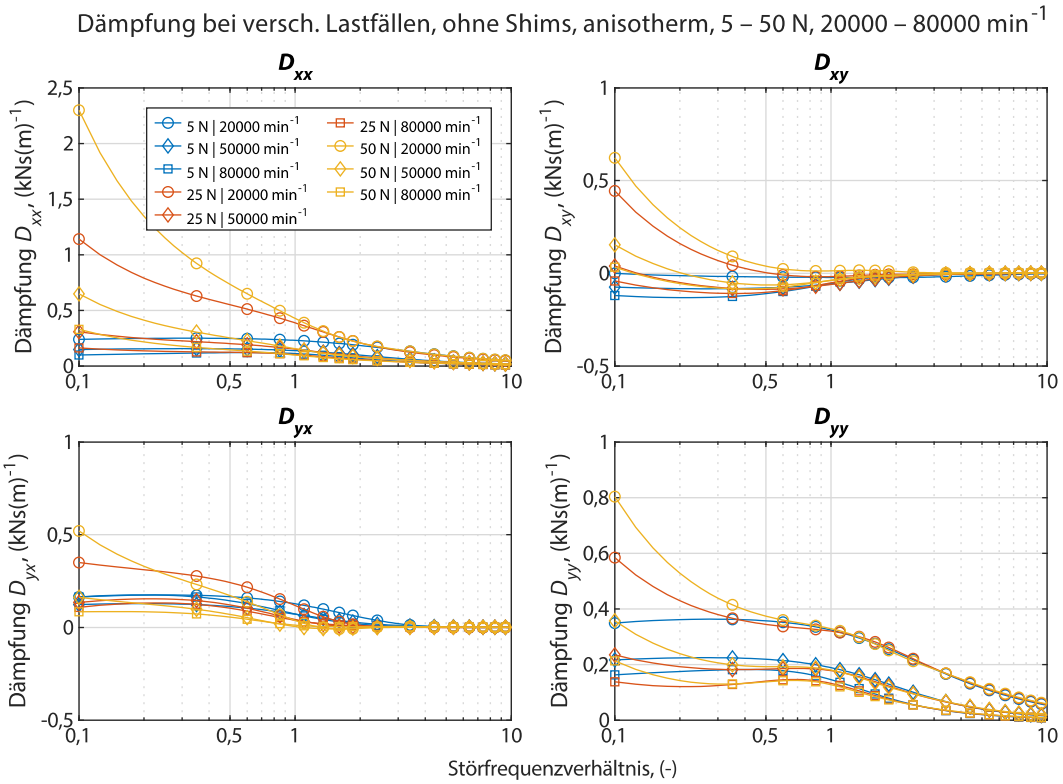

Abb. 6.10: Linearisierte Dämpfungswerte bei verschiedenen Lastfällen ohne shims und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet

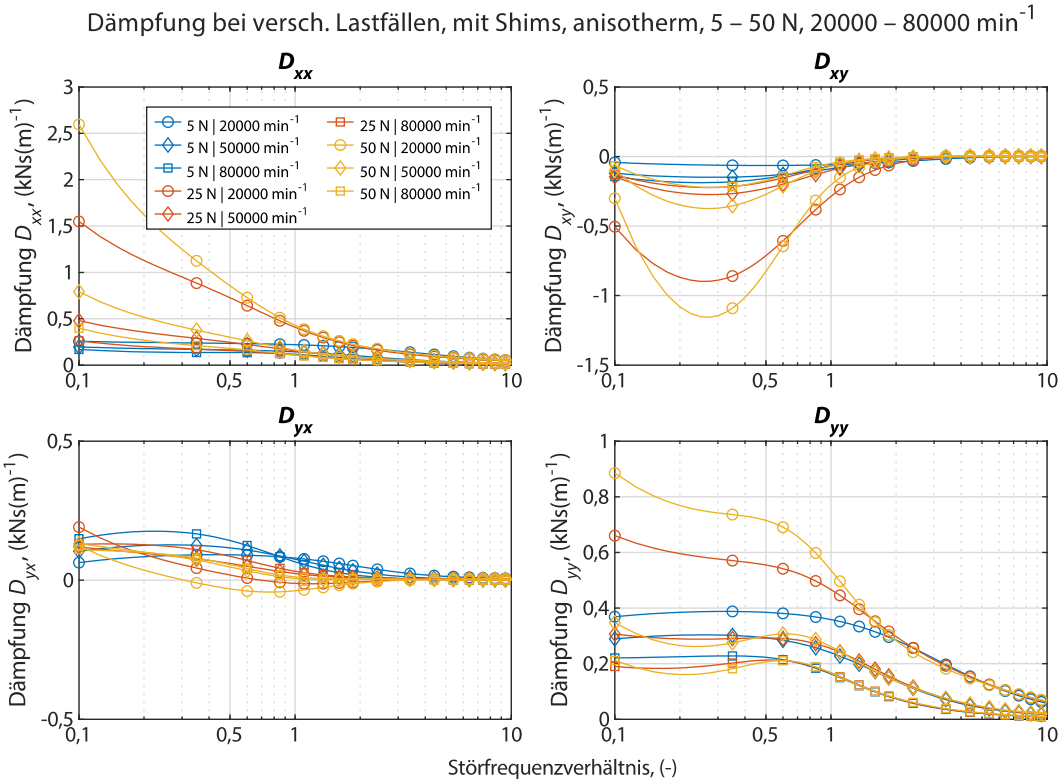

Abb. 6.11: Linearisierte Dämpfungswerte bei verschiedenen Lastfällen mit shims und unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet

dings ohnehin abwegig. Die beschriebenen Gemeinsamkeiten werden aber als Indiz für einen bestehenden Zusammenhang gewertet.

Zur weiteren Erläuterung der Ergebnisse werden die linearisierten Lagerparameter der anisothermen Berechnungen mit und ohne *shims* dargestellt. Die Darstellung der isothermen Ergebnisse befindet sich im Anhang G, da sich im Vergleich (wie auch bei den Grenzdrehzahlen) keine wesentlichen Unterschiede erkennen lassen. Die Verwendung von *shims* ergibt bei niedrigen Belastungen deutlich höhere Einsatzdrehzahlen der Instabilität, im späteren Verlauf bei hohen Belastungen sinken sie allerdings unter die Einsatzdrehzahlen ohne *shims*. Die linearisierten Lagerparameter werden dementsprechend auf Anzeichen zur Erklärung dieses Verhaltens untersucht. Bei der Betrachtung der Hauptsteifigkeit K_{xx} fällt auf, dass diese speziell für die niedrigeren beiden dargestellten Belastungen 5 N und 25 N deutlich ansteigen. Bei der höchsten Belastung von 50 N bleibt der Anstieg deutlich geringer. Wird weiterhin davon ausgegangen, dass eine erhöhte Hauptsteifigkeit (speziell in Belastungsrichtung) stabilisierend wird, könnte dies den Anstieg der Grenzdrehzahlen bei den niedrigen Grenzdrehzahlen erklären. Aus den Diagrammen der Hauptsteifigkeit K_{yy} ergibt sich kein interpretierbarer Zusammenhang, auch weil sich keine großen Unterschiede zwischen der Darstellung mit und ohne *shims* zeigen. Das Auftreten einer kleinen negativen Steifigkeit für den Lastfall 5 N, 20000 min^{-1} scheint ohne schädlichen Einfluss auf die Stabilität zu bleiben. Die destabilisierende Wirkung einer hohen Differenz bei den Koppelsteifigkeiten liefert möglicherweise eine Erklärung für die bei höherer Belastung abfallenden Grenzdrehzahlen.

Während die Differenzen der Koppelsteifigkeiten der niedrigsten Belastung 5 N sehr wenig und die der Belastung 25 N auch nur gering ansteigen, steigen die der höchste Belastung 50 N bei der Verwendung von *shims* deutlich an. Der geringe Anstieg bei den niedrigen beiden Lasten wird scheinbar durch den Anstieg der Hauptsteifigkeit K_{xx} kompensiert, was im Resultat zu eine höheren Einsatzdrehzahlen der Instabilität gegenüber einem Lager ohne *shims* führt. Bei der hohen Belastung kommt es nur zu einem kleinen Anstieg der Hauptsteifigkeit, der den Anstieg der Differenzen der Koppelsteifigkeiten nicht kompensieren kann und damit zu verringerten Einsatzdrehzahl der Instabilität gegenüber einem Lager ohne *shims* führt.

Der Vollständigkeit halber sind in Abb. 6.8 und Abb. 6.11 auch die linearisierten Dämpfungsparameter mit und ohne *shims* dargestellt. Die größten Unterschiede zeigen sich bei der Drehzahl 20000 min^{-1} bei den Belastungen 25 N und 50 N, besonders bei den Parametern D_{xy}, D_{yx}, und D_{yy}. Dort ist für D_{xy} ein starkes Absinken bei Störfrequenzverhältnissen bis Eins zu erkennen. Im Gegenzug dazu steigt der Parameter D_{yx}, D_{yy} ebenfalls bei niedrigen Störfrequenzverhältnissen deutlich an. Ein Ansteigen der Dämp-

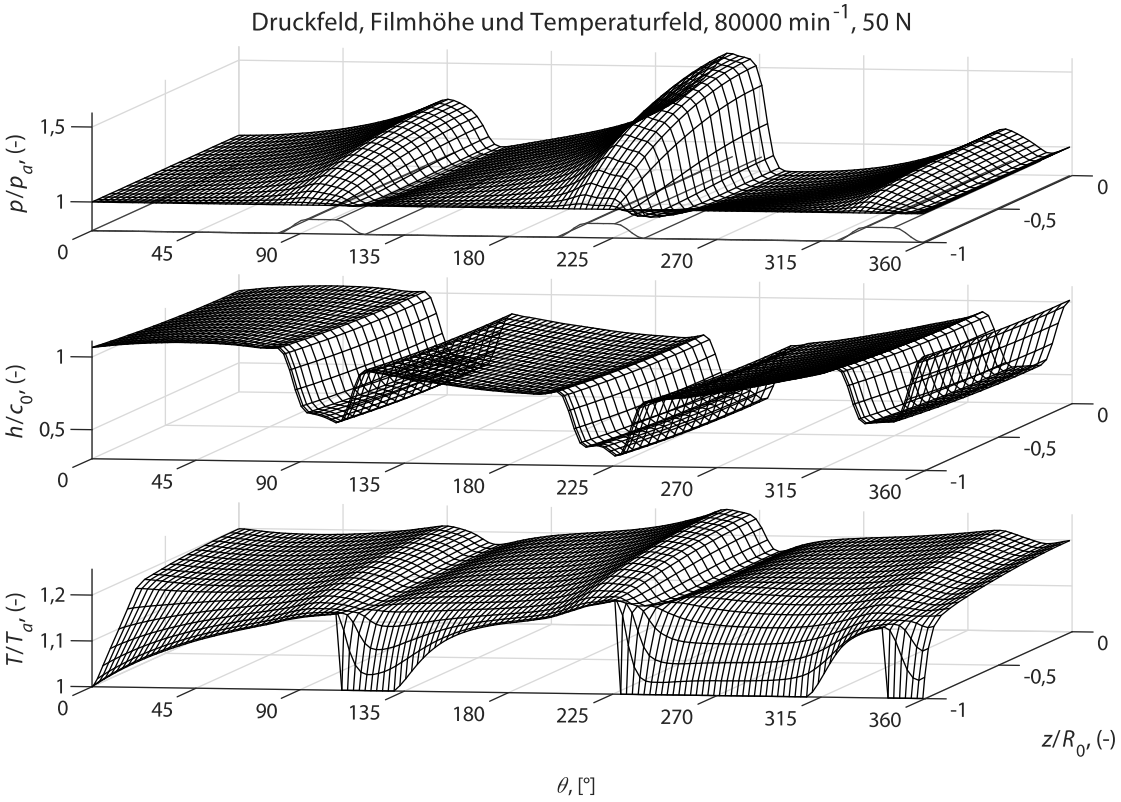

Abb. 6.12: Darstellung des Druckfelds, Filmhöhe und Temperaturfelds bei Verwendung von shims

fung mag der Stabilität dienlich sein. Aus den Dämpfungen ergibt sich dazu aber kein einheitliches Bild, weshalb die konkrete Rückführung auf die Verläufe der Dämpfungsparameter nicht gelingt.

Bei der Verwendung von *shims* könnte vermutet werden, dass durch die mehrfach auftretende Spaltverengung die Temperatur im GFL steigt. Dies ist tritt in den durchgeführten Berechnungen nicht auf, wie an den angetragenen Temperaturen abgelesen werden kann. Dies lässt sich durch die in dieser Arbeit verwendete Randbedingung der axialen Einströmung in Unterdruckgebieten erklären, da durch die *shims* mehrere davon erzeugt werden. Im dazu dargestellten Druckfeld in Abb. 6.12 sind die *shims* (nicht maßstäblich) angedeutet. Die Auswirkungen sind auch in den ebenfalls gezeigten Feldern für Filmhöhe und Temperatur gut erkennbar.

6.4 Tragfähigkeit

Ein tragfähiger Schmierfilm wird in hydrodynamischen Gleitlagern erst durch den Druckaufbau im keilförmig zulaufenden Spalt im belasteten Bereich erzeugt. Die Tragfähigkeit eines GFL ist deshalb abhängig von der Drehzahl, bzw. bei einer vorgegebenen Drehzahl kann nur eine zu ermittelnde Belastung getragen werden, bevor es zu einem

Zusammenbruch des Schmierfilms kommt. In dieser Arbeit wird eine minimale Filmhöhe von $h_{min} = 5$ µm als Grenze der Tragfähigkeit definiert. Die Wahl des Wertes von 5 µm basiert auf den Messwerten aus [51] und findet auch in der Literatur zu axialen GFL Anwendung [133–135][30]. In [51] werden zwar noch etwas geringere Filmhöhen von rund 4 µm gemessen, in Anbetracht weiterer Unsicherheiten, wie bspw. Fertigungstoleranzen und Oberflächenrauheiten sind 5 µm aber eine konservative Annahme. Die im Folgenden gezeigten Ergebnisse sprechen außerdem für eine Verwendung der axialen Druckmittelung beim SEFM nach Iordanoff, bzw. wie sie beim Le Lez-Strukturmodell ohnehin zur Anwendung kommt. D. h. die in den Messwerten geringeren Durchsenkungen an den axialen Rändern werden nicht perfekt abgebildet. Dies spricht ebenfalls für die minimal höhere Annahme von 5 µm als minimale Filmhöhe. Im Weiteren zeigt sich, dass dadurch mit den axial druckgemittelten Strukturmodellen sehr gute Übereinstimmung erreicht wird.

Die Bestimmung der Tragfähigkeit erfordert eine Umstrukturierung des zur Berechnung mehrerer Lastfälle eigentlich als Standard vorgesehen Programmablaufs. Statt zunächst die Belastung konstant zu halten und alle gewünschten (oder bei der Stabilitätssuche erforderlichen) Drehzahlen zu berechnen und erst anschließend zur nächsten Belastung zu wechseln, muss hier bei einer konstanten Drehzahl die Belastung so lange variiert werden, bis die Toleranz zur Ermittlung der Tragfähigkeit unterschritten ist. Solange die minimale Filmhöhe nicht unterschritten wird, wird die Belastung erhöht. Wird bei einer Belastung eine minimale Filmhöhe $h_{min} < 5$ µm unterschritten, wird die Belastung wieder verringert. Dies wird fortgeführt bis zwischen zwei Belastungen nur noch eine Differenz von $Tol_W = 1$ N vorliegt.

In der Abb. 6.13 sind die Ergebnisse für eine Lagergeometrie aus [78] (s. Tab. 5.3) dargestellt. Zusätzlich zu den in [78] berechneten Drehzahlen wird der Bereich um die Drehzahlen 10000 min^{-1} und 60000 min^{-1} erweitert. Die Tragfähigkeit der isothermen Berechnung steigt zunächst bis zur Drehzahl von 30000 min^{-1} an. Dies ergibt Sinn, da bei höheren Drehzahlen ein höherer Druck im Schmierfilm erzeugt wird, der entsprechend in der Lage ist eine größere Last zu tragen. Anschließend sinkt die Tragfähigkeit jedoch stark ab und fällt schon bei 50000 min^{-1} unter die der anisothermen Berechnung.

30 Die Vorgehensweise zur Ermittlung des höheren Werts von h_{min} =10,5 µm in [14] wird aus mehreren Gründen als nicht geeignet erachtet. Er wurde rückwärts aus einem angeblich in [136] gemessenen Lastfall 210 N bei 45000 min^{-1} an der Grenze der Tragfähigkeit berechnet. Eine nach den Begriffen „210“, „45“ und „*load carrying*“ durchgeführte Suche sowie eine Sichtung der Abbildungen in der angegebenen Quelle [136], ergab keinen Hinweis auf die referenzierten Ergebnisse. Das in der Quelle [136] verwendete GFL ist ein GFL der *leaf-spring*-Bauform anstelle einer *bump foil*. Der bei der inversen Berechnung angenommene nominale Spalt stammt aus anderen Quellen als der Lastfall. Aus diesen Gründen wird der Wert von [14] nicht berücksichtigt.

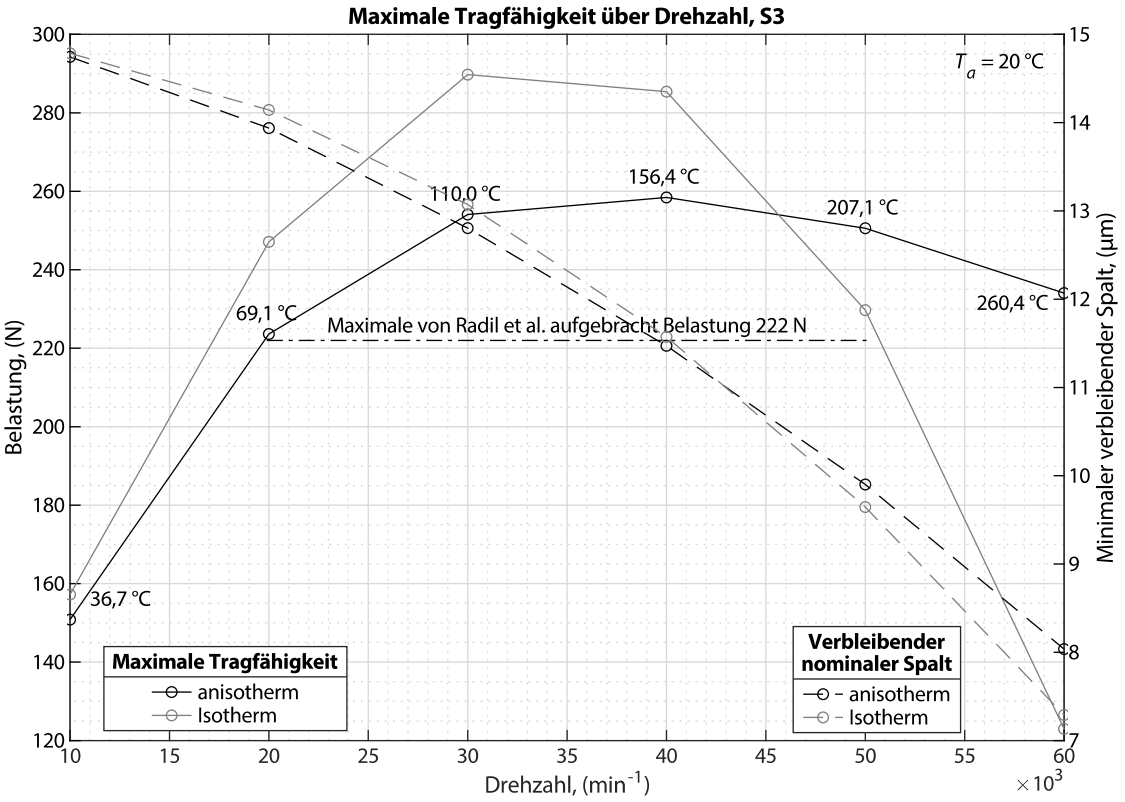

Abb. 6.13: Gerade noch getragene Belastung ohne Unterschreitung einer Filmhöhe von h_{min} = 5 µm über die Drehzahl aufgetragen (linke y-Achse) und der minimal verbleibende Spalt (rechte y-Achse). Die Verläufe der isothermen und anisothermen Berechnung schneiden sich jeweils zwischen 40000 min^{-1} und 50000 min^{-1}.

Bei der höchsten berechneten Drehzahl von 60000 min^{-1} liegt sie sogar unter der der Tragfähigkeit der niedrigsten Drehzahl. Die Tragfähigkeit in der anisothermen Berechnung steigt etwas langsamer an als die der isothermen und beginnt erst oberhalb von 40000 min^{-1} abzusinken. Sie bricht dabei aber nicht so massiv ein, wie die der isothermen Berechnung. Bei 60000 min^{-1} beträgt sie immer noch rund 235 N. Um das Temperaturniveau einschätzen zu können, ist dieses an der jeweils erreichten Tragfähigkeit angetragen.

Der Unterschied im Verhalten zwischen den beiden Berechnungsvarianten lässt sich durch die Ausdehnung der Lagerkomponenten erklären. Der verhältnismäßig kleine nominale Spalt von c_0 = 15 µm wird in der isothermen Berechnung bei hohen Drehzahlen von der Fliehkraftaufweitung überwunden. In der anisothermen Berechnung sorgt die gegenüber der Welle höhere Ausdehnung der Lagerschale (Werkstoff *Acidur X5CrNi18-10* mit hohem Wärmeausdehnungskoeffizient) für einen mit steigender Temperatur vergrößerten, mittleren verbleibenden Spalt[31]. Dennoch gibt es Bereiche des GFL, in denen der minimal verbleibende Spalt (rechte *y*-Achse in Abb. 6.13) weiter absinkt, wes-

31 Dargestellt in der ergänzenden Abb. G.1 zur Stabilitätsanalyse im Anhang G.

halb es auch in der anisothermen Berechnung zu einem Abfall der Tragfähigkeit bei höheren Temperaturen kommt. Der Schnittpunkt zwischen dem isothermen und anisothermen Verlauf des minimal verbleibenden Spalts liegt, wie der der Tragfähigkeiten, zwischen 40000 min^{-1} und 50000 min^{-1}. Es soll auch hier nicht der Eindruck erweckt werden, der minimal verbleibende Spalt wäre der einzige beeinflussende Parameter. Für das Vorliegen von weiteren beteiligten Parametern spricht, dass hier selbst beim größten Unterschied zwischen den Tragfähigkeiten bei 60000 min^{-1} nur ein sehr kleiner Unterschied von knapp 1 µm zwischen den minimal verbleibenden Spalten vorliegt. Es scheint unwahrscheinlich, dass dieser kleine Unterschied allein verantwortlich sein soll. Der minimal verbleibende Spalt wird dennoch wegen des übereinstimmenden Schnittpunkts und weil er bereits in der Stabilitätsanalyse betrachtet wird, dargestellt.

Als weiterer Eintrag ist die Linie für 222 N, der für alle Drehzahlen in [78] maximalen verwendeten Belastung, eingezogen. Für die niedrigste in [78] untersuchte Drehzahl liegt die berechnete Tragfähigkeit mit rund 224 N gerade darüber. In der Quelle wird zwar auch eine durch eine Daumenregel aus [7] berechnete maximale Tragfähigkeit von 456 N angegeben, es stellt sich jedoch Frage, warum dann nur bis 222 N gemessen wurde. Die Daumenregel berücksichtigt allerdings weder thermische noch fliehkraftbedingte Effekte und wird deshalb weder durch die isotherme noch anisotherme Tragfähigkeitsberechnung wiedergegeben werden. Es wird daher vermutet, dass in den Messungen mit 222 N ebenfalls die Tragfähigkeit erreicht war, auch wenn dies in der Veröffentlichung nicht explizit genannt wird. Falls diese Vermutung zutrifft, ist der entwickelte Programmcode in der Lage die Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Temperatur mit guter Übereinstimmung zu berechnen.

Als zweite Konfiguration wird die Geometrie aus [51] untersucht. Zu beachten ist, dass bei dieser Konfiguration die Werkstoffpaarung zwischen Welle und Lagerschale für eine Verringerung es verbleibenden Spalts bei steigender Temperatur sorgt. Diese Messwerte sind hier wieder von besonderem Wert, da in dieser Veröffentlichung die Lager bis zur Grenze ihrer Tragfähigkeit belastet und gleichzeitig Filmhöhen und Temperaturen gemessen wurden. Die Ergebnisse einer isothermen und anisothermen Berechnung sind in der Abb. 6.14 dargestellt. Der vermessene Drehzahlbereich von 30000 min^{-1} bis 60000 min^{-1} wird in der Berechnung deutlich erweitert, indem Drehzahlen von 10000 min^{-1} bis 100000 min^{-1} berechnet werden.

Die Verläufe der isothermen und anisothermen Berechnung unterscheiden sich für beide nominalen Spalte deutlich voneinander. Während die Verläufe in der isothermen Rechnung über den gesamten Drehzahlbereich fast linear ansteigen, laufen die Verläufe der anisothermen Rechnungen schnell gegen ein oberes Limit. Für den nominalen Spalt

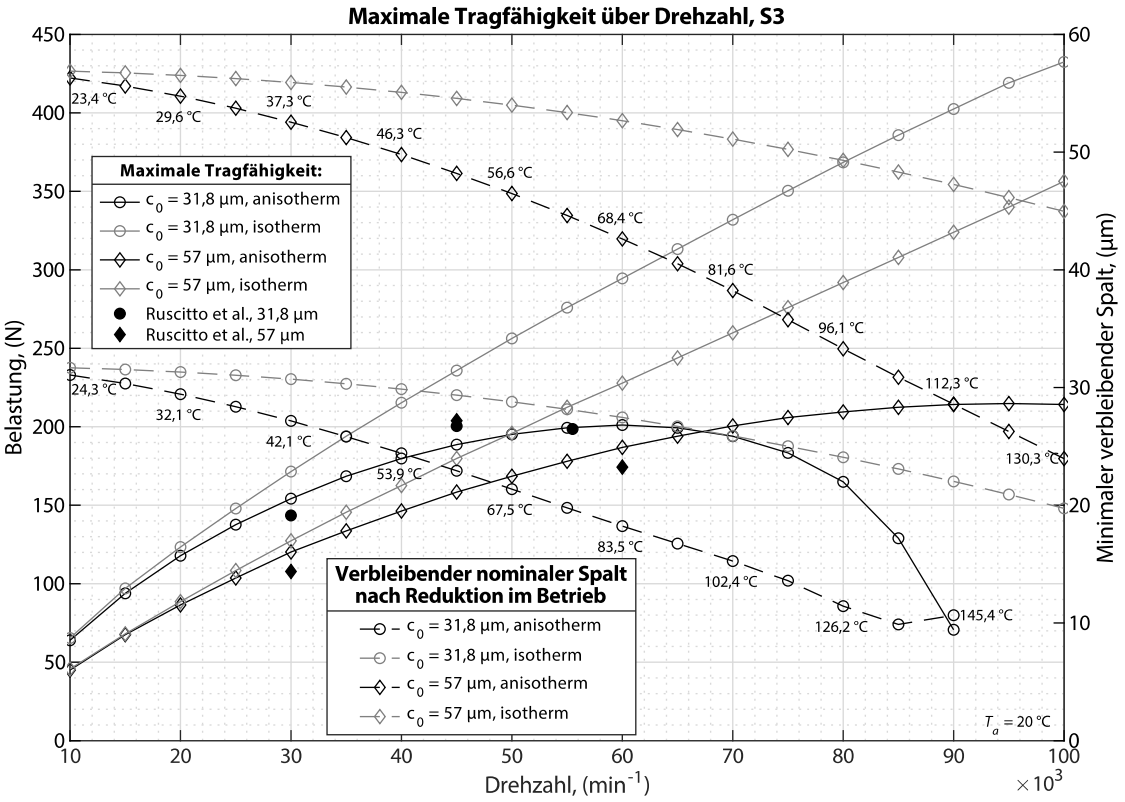

Abb. 6.14: Die gerade noch getragene Belastung der GFL mit nominalem Spalt von 31,8 µm und 57 µm ohne Unterschreitung der Filmhöhe von h_{min} = 5 µm mit dem Le Lez-Strukturmodell berechnet (linke y-Achse). Zusätzlich ist der minimale verbleibende Spalt, und dort bei den entsprechenden Punkten die jeweils erreichte mittlere Filmtemperatur, auf der rechten y-Achse aufgetragen. Die Ergebnisse werden mit [51] verglichen.

von 57 µm wird das obere Limit von etwa 215 N gerade am Ende des berechneten Drehzahlbereichs erreicht[32]. Für den nominalen Spalt von 31,8 µm wird das Maximum von ca. 200 N zwischen 55000 min^{-1} und 65000 min^{-1} erreicht, bevor die Tragfähigkeit anschließend stark abfällt.

Um die Ergebnisse einordnen zu können, sind mit ausgefüllten Markern zusätzlich die in [51] maximal aufgebrachten Belastungen bei den jeweiligen Drehzahlen eingetragen[33]. Für die Drehzahl 55000 min^{-1} wird für c_0 = 31,8 µm sehr gute Übereinstimmung erreicht. Eine große Abweichung liegt allerdings für 45000 min^{-1} bei c_0 = 57 µm vor. Für die verbleibenden Lastfälle beträgt die Abweichung etwa 10 N. Es ist aber deutlich erkennbar, dass die anisotherme Berechnung wesentlich bessere Übereinstimmung erzielt, denn nach der isothermen Berechnung hätten die Lager deutlich höher belastet werden können.

32 In der Abb. 6.14 ist es schwer erkennbar, aber die Tragfähigkeit des Lagers in der anisothermen Berechnung mit c_0 = 57 µm ist bei 100000 min^{-1} minimal niedriger als bei 95000 min^{-1}.

33 Nominaler Spalt c_0 = 31,8 µm: 30000 min^{-1}, 45000 min^{-1}, 55500 min^{-1}
Nominaler Spalt c_0 = 57 µm: 30000 min^{-1}, 45000 min^{-1}, 60000 min^{-1}, s. Tab. 5.5

Der starke Abfall der Tragfähigkeit (für $c_0 = 31{,}8$ µm) wird durch die zusätzlich auf der rechten y-Achse aufgetragenen Größe des minimal verbleibenden Spalts im Betrieb erklärt. Neben der fliehkraftbedingten Aufweitung der Welle in der isothermen Berechnung, sorgt in der anisothermen Berechnung die temperaturbedingte Aufweitung der Welle zusätzlich für eine Verringerung des nominalen Spalts. Die Aufweitung der Lagerschale kompensiert dies nicht. Im Resultat sinkt der minimal verbleibende Spalt deutlich schneller als in der isothermen Rechnung. An den Verläufen ist zusätzlich an jedem zweiten Lastfall die dabei erreichte mittlere Filmtemperatur angetragen. Dies verdeutlicht den kleiner werdenden minimalen verbleibenden Spalt mit steigender Temperatur. Die Temperaturergebnisse befinden sich erneut ebenfalls in guter Übereinstimmung mit Messwerten aus [51]. Auf die Darstellung in der Abb. 6.14 wird aber verzichtet, um diese übersichtlich zu halten. Sie finden sich in den Abb. 5.10 und Abb. 5.11.

Für $c_0 = 31{,}8$ µm ist im anisothermen Verlauf bei den letzten beiden dargestellten Drehzahlen 85000 min^{-1} und 90000 min^{-1} ein minimaler Anstieg des verbleibenden Spalts erkennbar. In einer Detailbetrachtung der Ergebnisse zeigt sich, dass hier die Toleranz von $Tol_W = 1$ N für die Abweichungen zwischen den Belastungen nicht klein genug ist, um damit die Vorgabe der minimal zulässigen Filmhöhe von 5 µm gut zu treffen. Die Bestimmung der Tragfähigkeit ist deshalb nicht weniger korrekt, denn diese hält trotzdem die Toleranz von 1 N ein. Vermutlich hätte sich aber bei 90000 min^{-1} eine noch etwas höhere Temperatur und damit geringerer verbleibender Spalt eingestellt. Dies wurde in einer einzelnen Berechnung mit einer Toleranz von 0,1 N bestätigt, aber hier nicht dargestellt. Aus diesem Verhalten lässt sich ableiten, dass die minimale Filmhöhe bei hoher Drehzahl sehr sensibel auf eine Veränderung der Belastung reagiert.

Die Tragfähigkeit wird auch mit den SEFM nach Iordanoff berechnet (Abb. 6.16 und 6.15). Dabei zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen einer Berechnung mit Annahme einer axialen Druckmittelung und ohne. Die Berechnung mit axialer Druckmittelung zeigt eine etwas schlechtere Übereinstimmung mit den Messergebnissen als das (ebenfalls druckgemittelte) Le Lez-Strukturmodell, zeigt aber weiter gute Übereinstimmung. Im Gegensatz dazu ist das nicht druckgemittelte SEFM nach Iordanoff nicht in der Lage eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten zu erreichen. Der Grund dafür liegt im zur Bestimmung der Tragfähigkeit verwendeten Kriterium der minimalen Filmhöhe. Ohne Druckmittelung wird die minimale Filmhöhe an den axialen Ränder schnell unterschritten, weil dort, trotz der in Kapitel 4.1 beschriebenen Maßnahmen zur Anpassung, eine sehr geringe Durchsenkung der *bump foil* vorliegt. Dies spricht zum einen dafür, dass die Druckmittelung eine geeignete Annahme und kein Nachteil des Le Lez-Strukturmodells ist und zum anderen dafür, das SEFM nach Iordanoff nur mit

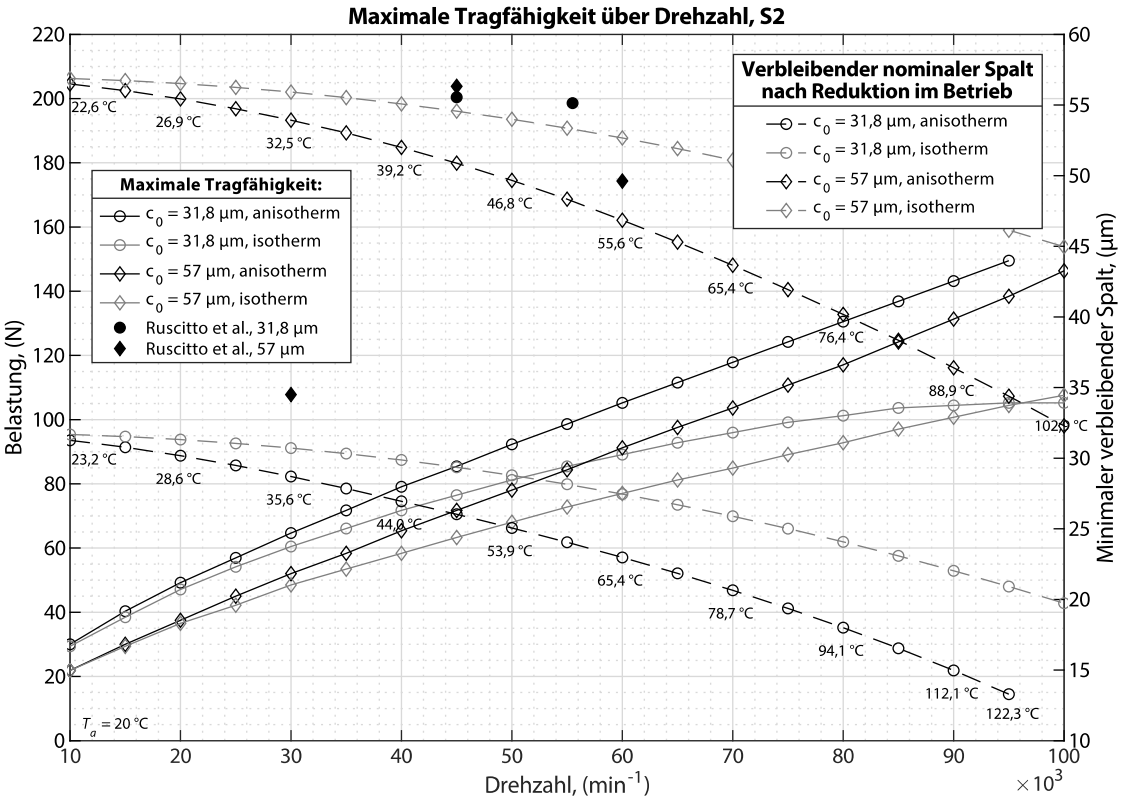

Abb. 6.15: Maximale Tragfähigkeit über Drehzahl mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) ohne Druckmittelung

Druckmittelung zu verwenden. Auffällig ist auch, dass sich für das SEFM nach Iordanoff mit Druckmittelung eine gesteigerte Tragfähigkeit bei hohen Drehzahlen ergibt. Durch das tendenziell weichere Verhalten dieses Strukturmodells, scheint die Verformung der *bump*-Struktur die Aufweitung der Lagerkomponenten über einen weiteren Bereich ausgleichen zu können. Diese Feststellung wird im folgenden Kapitel 6.5 detaillierter betrachtet.

Aus den präsentierten Ergebnissen lässt sich die Erkenntnis (wie auch in [24, 76]) bestätigen, dass die Tragfähigkeit eines GFL eine starke Abhängigkeit vom nominalen Spalt aufweist. Dies wird bereits aus der Betrachtung der beiden untersuchten nominalen Spalte ersichtlich. Der kleinere nominale Spalt von c_0 = 31,8 µm ist zunächst in der Lage im isothermen und anisothermen Fall die höheren Belastungen zu tragen. Da der nominale Spalt im anisothermen Fall von der Temperatur abhängig ist und in der Abb. 6.14 als minimaler verbleibender Spalt eingetragen ist, lässt sich grob ein "optimaler nominaler Spalt", bei dem die maximale Tragfähigkeit vorliegt, ableiten. Dieser liegt, wie am Verlauf der maximalen Tragfähigkeit beim nominalen Spalt von c_0 = 31,8 µm abgelesen werden kann, im Bereich von 55000 min^{-1} bis 60000 min^{-1} zwischen rund 18 µm und 20 µm. Die Aussage lässt sich so allerdings nicht perfekt auf die Lagergeometrie verallgemeinern, sonst müsste der Verlauf des minimal verbleibenden Spalts für

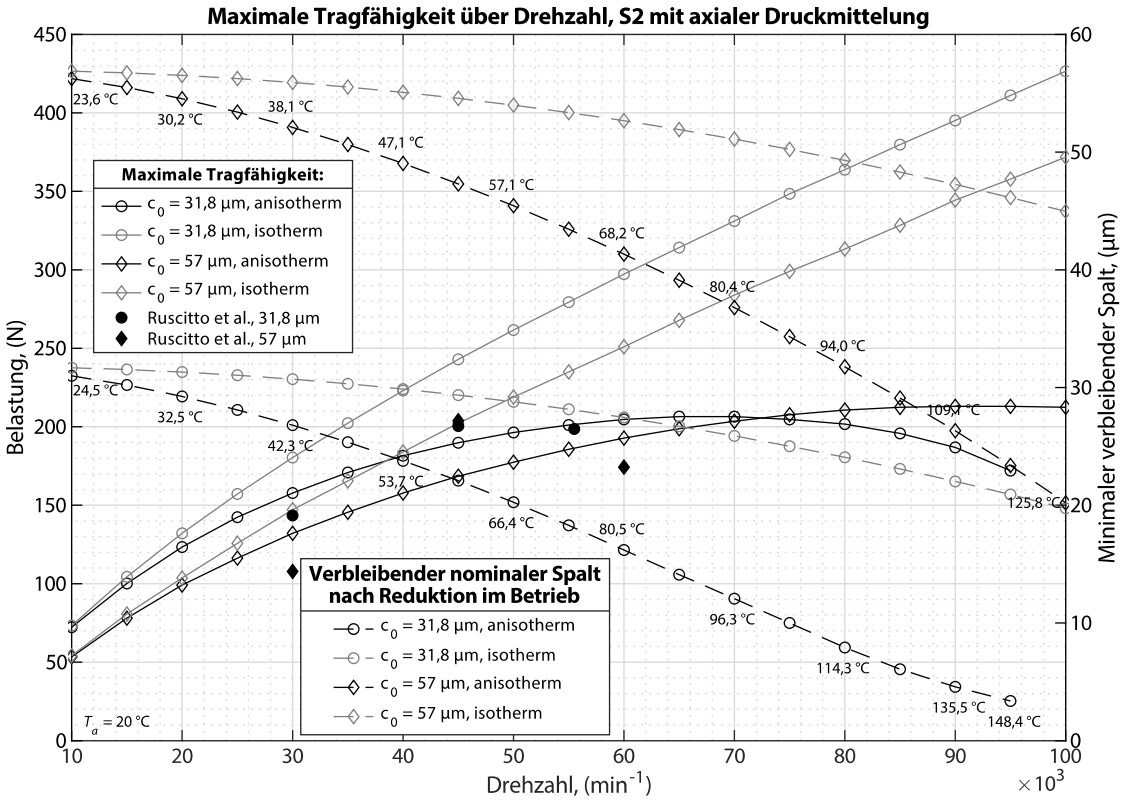

Abb. 6.16: Maximale Tragfähigkeit über Drehzahl mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) mit Druckmittelung

c_0 = 57 µm, der erst am Ende der Drehzahlspanne die maximale Tragfähigkeit erreicht, dort den gleichen minimal verbleibenden Spalt aufweisen. Abgelesen wird hier aber etwa 23 – 25 µm. Eine perfekte Übereinstimmung kann aber auch nicht erwartet werden, da die maximale Tragfähigkeit bei sehr unterschiedlichen Drehzahlen vorliegen. Hier spielen vermutlich weitere Parameter, wie der Betrag und die Lage der Exzentrizität sowie die in axialer Richtung ungleichmäßige Verformung der Welle und damit des Schmierspalts (s. Kap. 3.4 und Abb. 3.6) eine Rolle. Als Indikator im Auslegungsprozess ist eine solche Betrachtung der Tragfähigkeit und optimalen Spalts möglicherweise dennoch interessant. Trotzdem bleibt die Auslegung eines Lager mit konstant hoher Tragfähigkeit über einen weiten Drehzahlbereich komplex, denn der Werkstoff der Welle und Lagerschale mit ihren zusätzlich temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten und unter Berücksichtigung vermutlich ungleichmäßigen Erwärmung, müsste so abgestimmt werden, dass sich über einen weiten Temperaturbereich ein konstanter verbleibender nominaler Spalt im Bereich des beschriebenen Optimums einstellt. Für einen konkreten Anwendungsfall dürfte sich dabei insbesondere die Definition der thermischen Randbedingungen und damit einhergehend die Erfassung der thermischen Aufweitung, ggf. unter Berücksichtigung einer mechanischen Behinderung der Aufweitung, als schwierig erweisen.

6.5 Variation der *bump foil*-Dicke zur Beeinflussung der Nachgiebigkeit

Bei der Untersuchung zur Tragfähigkeit zeigt sich im direkten Vergleich eine gesteigerte Tragfähigkeit für das tendenziell weichere SEFM nach Iordanoff. Diese Auffälligkeit wird zum Anlass genommen die Auswirkungen einer weicheren *bump*-Struktur auf die Tragfähigkeit und die Stabilität zu untersuchen. Die *bump foil*-Dicke hat den deutlichsten Einfluss auf die Nachgiebigkeit und wird deshalb als variierte Größe ausgewählt. Die Ergebnisse für die Tragfähigkeit sind in Abb. 6.17 auf der linken Seite, die für die Grenzdrehzahlen auf der rechten Seite dargestellt. Für die Tragfähigkeit wird die Übersicht durch ein starres Lager und ein GFL mit einer *bump*-Struktur aus einem Material mit geringerem E-Modul ergänzt[34].

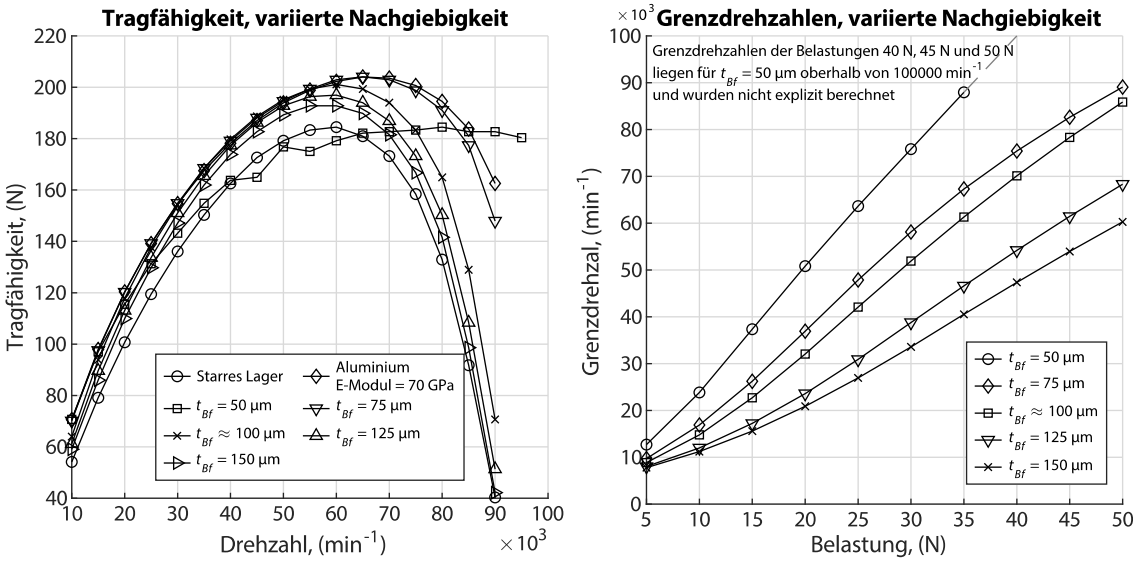

Abb. 6.17: Darstellung der Tragfähigkeit und Stabilität bei einer Variation der Nachgiebigkeit der bump-Struktur durch Anpassung der bump foil-Dicke

Auf den ersten Blick ergibt sich aus der Verringerung der Nachgiebigkeit sowohl für die Tragfähigkeit als auch für die Stabilität ein positiver Einfluss. Die Tragfähigkeiten bleibt bei der dünnsten *bump foil*-Dicke bis zu hohen Drehzahlen relativ konstant (wobei die Drehzahl von 100000 min^{-1} für keine Konfiguration berechnet werden kann). Für die Stabilität sind die Ergebnisse der verschiedenen *bump foil*-Dicken klar gestaffelt. Je weicher die *bump*-Struktur, desto höher liegen die Grenzdrehzahlen. Die Ergebnisse belegen die grundsätzliche Idee, welche zur Entwicklung von Gaslagern mit nachgiebiger

34 Als Beispiel wird ohne konkrete Spezifikation des Werkstoffs das Material Aluminium verwendet, da dessen E-Modul mit etwa 70000 Nmm^{-2} rund ein Drittel des üblichen Stahlwerkstoffs *Inconel X750* beträgt. Damit wird nicht gesagt, dass Aluminium ein prinzipiell für die *bump foil* geeignetes Material wäre.

Lagerwand führten: gesteigerte Tragfähigkeit und Stabilität. Es stellt sich dabei die Frage, ob die Nachgiebigkeit nicht prinzipiell immer weiter gesteigert werden sollte bzw. könnte. Zunächst ergibt sich schon aus der Betrachtung der Ergebnisse eine Einschränkung, denn die dünnste *bump foil* bietet zwar den oben genannten Vorteil, zeigt aber eine geringere maximale Tragfähigkeit über den untersuchten Drehzahlbereich. Diese wird von der von der zweitdünnsten bump foil mit $t_b = 75$ µm (bei ansonsten gleicher Lagergeometrie) erreicht. Zusätzliche Einschränkungen ergeben sich sicherlich aus konstruktiver und fertigungstechnischer Sicht.

Auf der einen Seite wird dies bereits durch die zulässige Exzentrizität für weitere Maschinenelemente auf der Welle, wie bspw. Laufräder, eine Grenze gesetzt, da eine zunehmende Nachgiebigkeit auch eine erhöhte Exzentrizität bewirkt. Auf der anderen Seite dürfte die Fertigung der *bump foils* eine Grenze darstellen, denn je dünner die Folie, desto empfindlicher dürfte sie sich beim Pressen verhalten. Aber auch im Betrieb könnte es bei sehr nachgiebiger Struktur zu einer Überschreitung der Streckgrenze kommen und plastische Verformung auftreten [130]. Diese Punkte können vom entwickelten numerischen Modell nicht direkt berechnet werden, sind aber bei einem Auslegungsprozess zu bedenken.

7 Benutzeroberfläche

In diesem etwas isoliert stehenden Kapitel wird ein Überblick über die zur Bedienung des Programmcodes entwickelte Benutzeroberfläche (*graphical user interface*, GUI) gegeben. Die Idee zu einer solchen Entwicklung entstand aus der immer weiterwachsenden Anzahl an Einstellungsmöglichkeiten und der dadurch zunehmenden Unübersichtlichkeit im textbasierten Programmcode[35]. Die entwickelte Benutzeroberfläche befindet sich im Zustand einer Alpha-Version und enthält sicherlich noch Fehler, welche es zu beheben gilt. Die dazu genannten Überlegungen und Vorschläge sind bereits im Sinne eines Ausblicks zu verstehen.

Eine Benutzeroberfläche bietet die Möglichkeit die Vielzahl der Einstellmöglichkeiten, Optionen und Geometrieparameter strukturiert darzustellen und bedienen zu können. Eine solche wurde, parallel zu den letzten Bearbeitungsschritten dieser Arbeit, durch eine Abschlussarbeit am Fachgebiet entworfen [137]. Um den Einstieg in die Bedienung der Benutzeroberfläche (oder auch des Programmcodes) zu erleichtern, werden die Einstellungsoptionen zu den implementierten *solver*-Einstellungen und Randbedingung Anhang H, Tab. H.1 tabellarisch zusammengefasst.

Der Ansatz zum Entwurf der Benutzeroberfläche ist es den Arbeitsprozess zur Durchführung einer GFL-Berechnung auch für nicht an der Entwicklung des Programmcodes beteiligten Personen zugänglich zu machen. Gestaltung und Design erfolgte deshalb nach *Usability*-Gesichtspunkten. Vergleichbar zu kommerziell Simulationsprogrammen, spiegeln die Menüpunkte auf der linken Seite den typischen Ablauf eines Arbeitsprozesses wider. Zunächst werden die Einstellungen zu Annahmen und Randbedingungen definiert. Auf der rechten Seite werden die entsprechenden Untermenüs mit den Einstellungs- und Auswertungsoptionen gezeigt. Der Screenshot in Abb. 7.1 zeigt beispielhaft eine solche Ansicht. Darin ist auch erkennbar, dass Geometrieparameter durch kleine Skizzen innerhalb des Programms visualisiert werden. Zur Anpassung von Einstellungen werden kontextabhängig verschiedene Methoden verwendet. Mit Buttons wird zwischen sich gegenseitig ausschließenden Zuständen umgeschaltet. Beispiele sind die Auswahl eines Strukturmodells oder einer Berechnung mit oder ohne Temperatureinfluss. Umfangreichere Geometrieparameter zu den verschiedenen Bauteilen, werden in Tabellen eingetragen. Dabei unterstützen teilweise, wie auch in Abb. 7.1 zu erkennen ist, kleine Skizzen bei der Visualisierung der Größen. Physikalische Eigenschaften können aus einem *drop*-d*own*-Menü ausgewählt und für verschiedene Werk-

35 Es wurde auch im Programmcode versucht diese zu bündeln und nach Art der Einstellung in wenigen Dateien strukturiert abzulegen, aber Verbesserungspotenzial besteht natürlich.

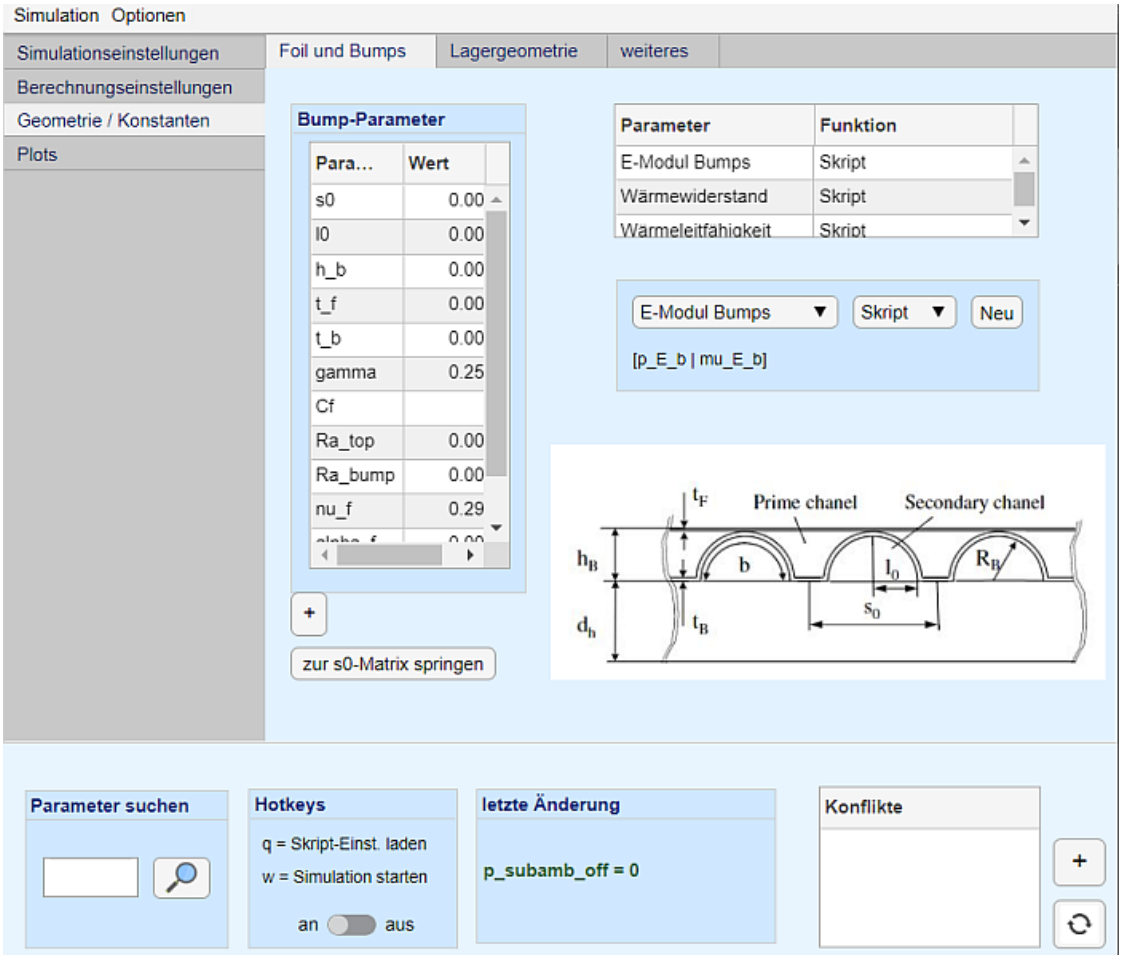

Abb. 7.1: Screenshot einer Einstellungsseite der Benutzeroberfläche (Beispiel)

stoffe hinzugefügt werden. Die Benutzeroberfläche legt daraus eine Bibliothek an, die auch bei späteren Berechnungen verwendet werden kann. Auch die weiteren vorgenommenen Einstellungen eines aktuellen Projekts können gespeichert und zu einem späteren Zeitpunkt vorgesetzt werden.

Befinden sich alle Einstellungen und Geometriedaten im gewünschten Zustand, kann aus der oberen Leiste über *Simulation* und *Simulation starten* eine Berechnung gestartet werden. Auch über die Benutzeroberfläche lassen sich die diversen Schleifen zur Variation von Lastfällen, *solver*- und Geometrieparametereinstellungen und automatisierter Suche vorgeben. Auf Basis dieser Vorgaben (der Anzahl, es erfolgt keine Zeitschätzung, weil diese vom unbekannten Konvergenzverhalten abhängt) wird der Fortschritt über einen Fortschrittsbalken visualisiert. Der automatisierte Ablauf ist so gestaltet, dass selbst nicht konvergierte Lastfälle oder Fehler kein Problem darstellen und den Ablauf nicht abbrechen. Stattdessen wird zum nächsten übergegangen und versucht für diesen eine Lösung zu finden.

Die Berechnungsergebnisse werden in dem bereits durch den Programmcode definierten Format in einer einzigen strukturierten Datei gespeichert. Diese enthält sämtliche Angaben zu Einstellungen, verwendete Geometrien und berechneten Ergebnisse. Der Dateiname enthält in verkürzter Form das Datum (und Uhrzeit), ggf. variierte Einstellungen oder Parameter, Lastfälle und Netzeinstellungen. Diese Bündelung und Benennung erleichtert den Umgang mit den Berechnungsergebnissen erheblich.

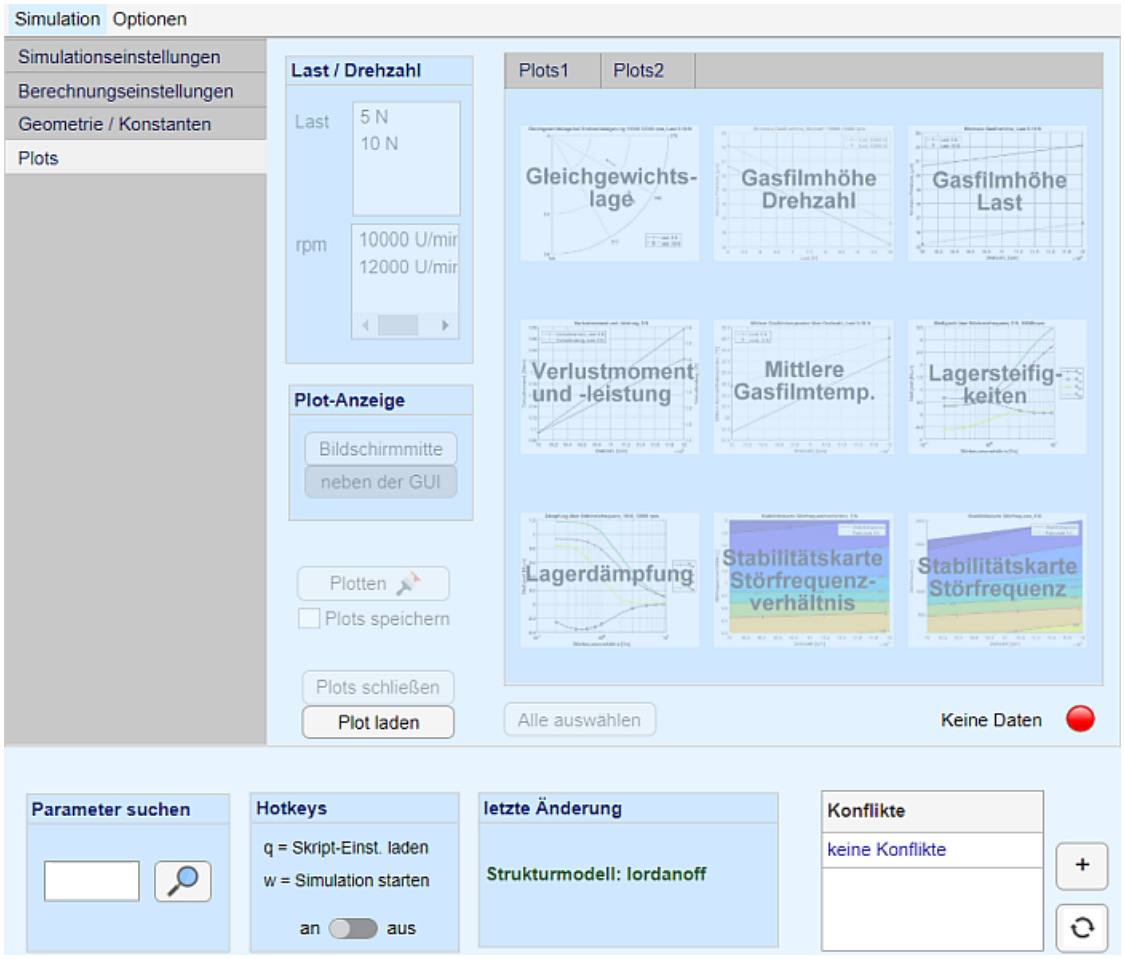

Abb. 7.2: Darstellung der vorgefertigten Grafiken zur Darstellung und Auswertung der Ergebnisse

Zur Auswertung der Daten steht eine Reihe vorgefertigter Grafiken zur Verfügung. Es kann ausgewählt werden, welche dieser Grafiken erstellt und welche Lastfälle in diesen Grafiken enthalten sein sollen (s. Abb. 7.2). Es besteht auch die Möglichkeit durchgeführte Vergleichsrechnungen in kombinierten Grafiken oder getrennt darzustellen. Die Beschriftung der Legenden in den Grafiken und die Dateinamen der abgespeicherten Grafiken erfolgt ebenfalls automatisch auf Basis der dargestellten Daten.

Die Benutzeroberfläche wird um weitere, im unteren Bereich der Abb. 7.1 dargestellte, Funktionen ergänzt. Dazu zählt die Möglichkeit nach einem Variablennamen zu suchen und das entsprechende Untermenü und Reiter anzeigen zu lassen. Optional kön-

nen *hotkeys* verwendet werden. Zwei sind schon definiert, nach dem gleichen Prinzip ließen sich weitere ergänzen. Die Anzeige der letzten Änderung hilft bei der Nachvollziehbarkeit und verdeutlicht den aktuellen Einstellungszustand dieser. Zuletzt ist eine Konfliktanzeige vorhanden, in der manuell oder vor Start einer Berechnung inkompatible Einstellungen gesucht und aufgerufen werden können. Zum Beispiel kann bei Verwendung von Unterteilungen der *bump foil* nicht mit dem FVM-Wärmemodell gerechnet werden[36].

Die konkrete Ausarbeitung und alle Details zum Entscheidungsprozess beim Design, können hier nicht in Gänze wiedergegeben werden. Dazu wird auf die Abschlussarbeit von Christian Flegel verwiesen. Aber alle grundlegenden Funktionen sind implementiert und es wurde demonstriert, dass Berechnungen und Auswertungen durchgeführt werden können. Dies begründet die Bezeichnung als Alpha-Version. Bei ausgiebiger Verwendung sind aber sicherlich noch Fehler, seien sie kosmetischer Natur oder tatsächliche Ablauffehler, zu finden. Die nächsten Schritte wären die Behebung dieser Fehler und der Einbau der letzten Fehler- und Ablaufverbesserungen des Berechnungscodes. In den meisten Fällen dürfte sich das auf den Austausch der alten Dateien der Unterfunktion durch die aktuelleren und das Anlegen weitere Menüs für neue Funktionen beschränken. Schwierigkeiten, die dabei auftreten können, sind fehlende Variablendefinitionen oder Definitionen in der falschen Reihenfolge, welche sich aber sukzessive abarbeiten und beheben lassen sollten.

Anschließend sollte eine Beta-Version der Benutzeroberfläche durch versierte, aber nicht speziell geschulte Anwender getestet werden, um auch tieferliegende Fehler und Schwierigkeiten in der Bedienung zu ermitteln und beheben zu können.

36 Da das FVM-Modell jede Kontaktstelle der *bump foil* direkt abbildet, wäre es sehr kompliziert das Gleichungssystem unter Berücksichtigung von Unterteilungen aufzubauen. Möglicherweise könnte hier eine Aufteilung der Lagerschale und der *bump foil*-Unterteilungen in Subsysteme und einen iterativen Temperaturausgleich zwischen ihnen die Programmierung vereinfachen. Die Auswirkungen auf die Berechnungszeit einer solchen Entkopplung sind schwer abzuschätzen.

8 Zusammenfassung, Kritik, Fazit und Ausblick

Die folgenden Unterkapitel geben einen Überblick über den Inhalt dieser Arbeit und das Vorgehen zur Ermittlung dessen. Dabei werden die bearbeiteten Aspekte, wesentlichen Punkte und daraus abgeleiteten Schlüsse zusammengefasst. Entsprechend schließt sich eine kritische Bewertung dieser Ergebnisse und Schlüsse an. Beschränkungen der Aussagekraft und die Übertragbarkeit der Ergebnisse werden erläutert. Im Rahmen dieser kritischen Betrachtung und dem folgenden Fazit und Ausblick werden auch mögliche Verbesserungen und Erweiterungen des Modells besprochen.

8.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Beschreibung der Temperaturentwicklung in GFL und den Auswirkungen dieser auf die Lagereigenschaften.

Zur Berechnung des Druckfelds wird die Reynolds-Gleichung durch die Finite-Differenzen-Methode diskretisiert und durch das Newton-Raphson-Verfahren gelöst. Neben der Standardrandbedingung mit Umgebungsdruck an allen Rändern (auch im Bereich der *mixing*-Zone) sind diverse weitere Randbedingungsoptionen implementiert. Auch Kombinationen (im sinnvollen Rahmen) dieser sind möglich und bieten damit die Möglichkeit eine breite Spanne an möglichen Betriebs- und Einbaubedingungen sowie *solver*-Einstellungen und Annahmen zu Randbedingungen zu untersuchen. Die ebenfalls zur Lösung der Reynolds-Gleichung benötigte Schmierfilmhöhe wird aus der Schmierfilmgleichung mit Anteilen aus der Auslenkung des Rotors, der druckbedingten Durchsenkung, der nachgiebigen *bump*-Struktur sowie mit entscheidendem Einfluss der fliehkraftbedingten und thermischen Aufweitung berechnet. Dieser Einfluss zeigt sich im weiteren Verlauf der Arbeit bei der Berechnung der Temperaturen selbst und der Betrachtung der Tragfähigkeit und Stabilität. Die Berücksichtigung dieses Einflusses ist essenziell, da auch in experimentellen Versuchen bereits ein Versagen aufgrund thermischer Einflüsse auftrat.

Zur Beschreibung der Nachgiebigkeit der *bump*-Struktur sind zwei Strukturmodelle implementiert. Das SEFM nach Iordanoff und das *link-spring*-Modell nach Le Lez. Die Vorteile des SEFM sind die einfachere Beschreibung und Verteilung der Steifigkeit auf die Berechnungsknoten und die schnelle Lösung, da kein zusätzliches Gleichungssystem gelöst werden muss. Es ist außerdem in der Lage eine in axialer Richtung variierende Durchsenkung abzubilden. Wie stark diese Variation berücksichtigt werden soll, kann

durch einen Parameter eingestellt werden. In der späteren Betrachtung der Tragfähigkeit erweist sie sich allerdings ohnehin als nachteilig. Das Le Lez-Strukturmodell ist das nominell höherwertige Verfahren und ist in der Lage die individuellen *bumps* abzubilden. Allerdings ist zur Bestimmung der Durchsenkung ein weiteres Gleichungssystem iterativ zu lösen, was die Berechnungszeit etwas verlängert. Beide Strukturmodelle werden im weiteren Verlauf der Arbeit immer wieder miteinander verglichen. Der größte Unterschied ergibt sich in den Exzentrizitäten bei aber vergleichbaren minimalen Filmhöhen und deshalb ebenfalls vergleichbarer Temperaturentwicklung.

Die im Schmierfilm entstehende Wärme breitet sich durch die umliegenden Lagerkomponenten aus. Dazu sind jeweils zwei Modelle zur Beschreibung der Wärmeströme durch die Welle und die Lagerschale implementiert.

Die Modellierung der Wärmeströme durch das Lager erfolgt durch jeweils zwei Modelle, ein Wärmewiderstandsmodell und ein FVM-Wärmemodell, für Welle und Lagerschale. Für die Welle ist das FVM-Wärmemodell klar zu bevorzugen, da nur mit diesem ein axialer Wärmetransport und damit Wärmeabfuhr durch die freie Wellenoberfläche berücksichtigen werden kann. Außerdem können mit diesem auch Vollwellen berechnet werden. Durch die Reduktion auf ein zweidimensionales Netz und Ausnutzung von Symmetrie sowie der schnellen Konvergenz schon bei geringer Knotenanzahl lässt es sich sehr schnell lösen. Das Wärmewiderstandsmodell für die Welle existiert deshalb mehr der Vollständigkeit halber. Die Länge der Welle und die angenommenen Randbedingungen können auf einfache Art und Weise angepasst. Es kann auch mit einer vollständig adiabaten Welle gerechnet werden. Bei der Lagerschale ist die Auswahl zwischen den Wärmetransportmodellen weniger eindeutig. Das Wärmewiderstandsmodell bildet über eine Verschaltung von Wärmewiderständen nur einen rein radial erfolgenden Wärmetransport ab. Das FVM-Wärmemodell erlaubt auch Wärmetransport in Axial- und Umfangsrichtung. Speziell die Temperaturen in der Lagerschale sind deshalb deutlich ausgeglichener. In beide Modelle ist das Kontaktwärmemodell aus [93] mit entsprechenden Anpassungen und Annahmen implementiert und berücksichtigen damit auch die Abhängigkeit des Wärmetransports durch die *bump foil* vom Druck. Weitere Gemeinsamkeiten und Unterschiede werden bei der Zusammenfassung der Validierungsergebnisse in einem der folgenden Absätze beschrieben.

Die Randbedingungen für das Temperaturfeld im Schmierfilm werden auf Basis der ein- und ausströmenden Massenströme festgelegt, welche direkt berechnet werden. An den axialen Rändern bedeutet dies, dass dort Umgebungstemperatur bei Vorliegen von Unterdruck im Lagerinneren gesetzt wird. Bei der *mixing*-Zone ergibt sich aus der, auf einen durch die Massenströme beschränkten Bereich, erfolgende Zuströmung ein realis-

tisches Bild der Temperatur, statt einer konstanten Setzung der Temperatur über die gesamten Lagerbreite.

Zur Lösung des numerischen Modells wird iterativ vorgegangen. Bei zunächst konstanter Temperatur (und Viskosität) und unter Vorgabe einer Exzentrizität, wird das Druckfeld unter Verwendung finiter Differenzen gelöst. Über die Schmierfilmfunktion wird die Filmhöhe angepasst und die Iterationen fortgesetzt, bis das Druckfeld konvergiert. Für dieses Druckfeld wird die resultierende Kraft auf den Rotor bestimmt. Diese Kraft muss mit der äußeren Belastung ins Gleichgewicht gebracht werden, um eine Gleichgewichtslage zu finden. Dazu wird die Exzentrizität durch den Nelder-Mead-Algorithmus variiert.

Ein entscheidender Vorteil des Algorithmus ist es, ohne Ableitung nur über den Vergleich der Ergebnisse der Zielfunktion zu einem Minimum zu laufen. Das Verfahren ist damit (bei vernünftigen Startbedingungen) robust und es kann auf die zeitaufwendige Berechnung von Jacobi-Matrizen, wie sie für ein Newton-Raphson-Verfahren benötigt würden, verzichtet werden. Der NMA sucht prinzipiell unbeschränkt, was ein Vorteil ist, da die konkrete Grenze der Exzentrizitäten durch die Nachgiebigkeit der bump-Struktur im Voraus nicht bekannt ist. Es darf allerdings auch nicht zu einer Durchdringung der Bauteile und unzulässig kleinen Filmhöhen kommen. Zur Implementierung dieser Beschränkung wird das Resultat des Kräftegleichgewichts auf einen hohen Wert gesetzt, falls ein solches Verhalten auftritt. Durch den Ablauf des Algorithmus orientiert sich dieser bei der Suche dann automatisch neu in eine Richtung mit zulässigen Filmhöhen. Diese Modifikation ist essenziell zur Bestimmung von Gleichgewichtslagen bei hoher Belastung, hohen Temperaturen oder sonstigen Faktoren, die für eine geringe Schmierfilmhöhe im Betrieb sorgen. Weiteren Schwierigkeiten bei der Konvergenz des NMA durch zu ähnliche Punkte oder Funktionswerte, werden durch eine zufallsbasierte Methode zur Vorgabe frischer Exzentrizitätswerte weitestgehend verhindert. Trotzdem kann eine solche Situation nicht vollkommen ausgeschlossen werden, weshalb auch diese Methode durch Parameter angepasst werden kann. Wird auch dann keine Gleichgewichtslage gefunden, spricht dies dafür, dass bei diesem vorgegebenen Lastfall tatsächlich keine existiert, weil bspw. entweder bei gegebener Belastung die Drehzahl zu gering oder bei gegebener Drehzahl die Belastung zu hoch ist (weitere Faktoren darüber hinaus sind aber ebenfalls nicht auszuschließen).

Ist die Gleichgewichtslage bei konstanter Temperatur bestimmt, wird das entsprechende Druckfeld und Schmierfilmhöhe zur Bestimmung der Temperatur verwendet. Dazu werden die Strömungsgeschwindigkeiten im Schmierfilm und daraus die Wärmeentwicklung aufgrund der viskosen Dissipation berechnet. In einer inneren Iterations-

schleife wird ein thermisches Gleichgewicht zwischen dieser Wärmeentwicklung und dem Abtransport der Wärme durch die umliegenden Lagerkomponenten hergestellt. Eine äußere Iterationsschleife passt die physikalischen Eigenschaften der Luft an. Die Temperaturberechnung ist beendet, wenn für beide Schleifen die Fehlertoleranz unterschritten ist. Ein so bestimmtes Temperaturfeld wird zur Berechnung einer neuen und somit temperaturabhängigen Gleichgewichtslage verwendet. Die Iterationen zwischen Druck- und Temperatur werden ebenfalls fortgesetzt bis die Fehlertoleranz unterschritten ist.

Im gesamten Berechnungsablauf werden alle relevanten physikalischen Eigenschaften der Luft und der beteiligten Werkstoffe ständig (bzw. zumindest innerhalb der Iterationsschleifen) an die aktuelle lokale Temperatur angepasst. Dies hat insbesondere Auswirkungen auf den Wärmeausdehnungskoeffizienten, dessen großer Einfluss im Zuge der Validierung gezeigt wird (s. Abb. 5.6). Da dadurch die Aufweitung der Lagerkomponenten (und damit die Schmierfilmhöhe) selbst ebenfalls von der Temperatur abhängt, liegt hier ein sehr komplexer Zusammenhang vor. Auch bzgl. der weiteren betrachteten Parameter nominaler Spalt und Innenradius der Hohlwelle, erweist sich die Temperatur sehr sensitiv.

Um das numerische Model zur Berechnung der Temperatur auf eine breite Basis zu stellen, wird es mit mehreren Datensätzen aus veröffentlichen Messungen verglichen. Der Datensatz von [78] umfasst einen weiten Drehzahl- und Belastungsbereich. Die Angabe von mehreren Messpositionen im hochbelasteten Bereich verteilt in axialer und umlaufender Richtung ermöglicht den Vergleich des Temperaturprofils. Leider sind viele Geometrieparameter in der Quelle nicht angegeben. Dennoch kann auch bei einer Schätzung der unbekannten Größen für viele Messpositionen, insbesondere bei mittleren Drehzahlen, akzeptable bis gute Übereinstimmung erreicht werden. Der zur Festlegung der Parameter erforderliche Aufwand ist nicht zu unterschätzen, wenn, wie in dieser Arbeit, die Temperatur nicht nur an einer Messposition, sondern an allen (insbesondere auch denen am Rand) im Datensatz dokumentierten, gezeigt wird. Dies wird auch durch die Parametervariation des nominalen Spalts, des Wärmeausdehnungskoeffizienten und des Innenradius der Hohlwelle mit großem Einfluss auf die Temperatur belegt. Darüber hinaus werden weitere Ergebnisse zu verschiedenen *solver*-Einstellungen und Annahmen, welche aber nur begrenzte Auswirkungen haben, dargestellt.

Beim Vergleich mit den Messwerten aus [79] zeigen sich die Unterschiede zwischen den beiden Wärmetransportmodelle der Lagerschale, da hier auf der Außenseite der Lagerschale gemessen wurde. Die gemessene Variation der Temperaturen über den Umfang kann nur durch das Wärmewiderstandsmodell abgebildet werden. Das FVM-Wär-

memodell sorgt durch die Berücksichtigung der Wärmeleitung in axialer und umlaufender Richtung für einen Ausgleich der Temperaturen. Grundsätzlich wird aber ein je nach Lastfall und nominalem Spalt vergleichbares Temperaturniveau erreicht, ebenso wie bei den Messwerten auf der Welle.

Von besonderer Bedeutung ist der Vergleich der Ergebnisse des numerischen Modells und den Messwerten von [78], da hier neben der Temperatur auch der minimale Spalt während des Betriebs für mehrere Drehzahlen über einen weiten Lastbereich gemessen wurde. Darüber hinaus stehen die Messwerte von zwei Lagern mit unterschiedlichem nominalen Spalt zur Verfügung. Über den gesamten Vergleich mit beiden Struktur- und Wärmetransportmodellen ergibt sich eine gute bis teilweise sehr gute Übereinstimmung, sowohl zwischen den Werten für die minimale Filmhöhe als auch für die Temperatur. Da beide Größen in engem Zusammenhang stehen, spricht dies für eine gute Abbildung eines GFL durch das numerische Modell.

Im letzten Vergleich werden an einem zum Fachgebiet gehörenden Prüfstand ermittelte Messwerte verwendet. Dabei sind die Belastungen beschränkt, da eine Beschädigung des GFL vermieden werden musste. Im Vergleich wird eine gute Übereinstimmung, teilweise sehr gute Übereinstimmung erreicht. Durch die Verwendung von 13 Thermoelementen kann das Temperaturprofil über den gesamten Lagerbereich erfasst werden. Dabei zeigt sich auch in den Messwerten ein, bisher nur in den berechneten Werten beobachteter, Temperaturanstieg vor der *mixing*-Zone. Der Anstieg wird durch die Verdichtung gegen den in der *mixing*-Zone angenommenen Umgebungsdruck begründet. Bei der niedrigen Belastung wird das Temperaturniveau noch nicht exakt vergleichbar, aber beide Wärmetransportmodelle können das Temperaturprofil abbilden. Zwischen den beiden Strukturmodellen zeigt sich kein wesentlicher Unterschied.

Insgesamt ist es bemerkenswert, dass beide Wärmetransportmodelle für viele betrachtete Lastfälle sehr ähnliche Ergebnisse liefern, da sich die Verfahren im Grundsatz sehr deutlich voneinander unterscheiden und teilweise sehr unterschiedlichen Annahmen und Beschränkungen unterliegen. Eine klare Empfehlung für das eine oder das andere Verfahren lässt sich deshalb nicht aussprechen. Stattdessen wird die Übereinstimmung als weiterer Beleg für die grundsätzliche Tauglichkeit beider Modelle gewertet. Für eine Berechnung und im Zuge eines Auslegungsprozesses erlauben die mit dem Wärmewiderstandsmodell der Lagerschale berechneten Ergebnisse eine schnelle Einschätzung der zu erwartenden Temperaturen. Das FVM-Wärmemodell ist dagegen deutlich detaillierter und kann deshalb in Zukunft ggf. auftretende weitere Randbedingungen berücksichtigen oder auf generell komplexere Geometrien erweitert werden.

Die Ähnlichkeit der Modelle zeigt sich auch bei Betrachtung der Ergebnisse einer angenommenen axialen Durchströmung. Die dafür benötigten Modelle sind implementiert, werden aber nicht im Detail untersucht. Dennoch kann gezeigt werden, dass sich ein die Modelle der Durchströmung prinzipiell physikalisch sinnvoll verhalten und darüber eine Kühlung des GFL erreicht wird.

Für einen Auslegungsprozess liefert die Netzkonvergenzanalyse einen Überblick über die zu erwartende Sensitivität der Temperatur bzgl. der verwendeten Knotenanzahlen in den verschiedenen Richtungen und Lagerkomponenten. Darüber hinaus zeigt sich der Vorteil der implementierten, nicht äquidistanten Vernetzung, da damit früher eine Konvergenz in den Temperaturwerten erreicht wird. Für besonders schnelle Berechnungen kann, falls diese tatsächlich vorliegt oder für zunächst überschlägige Ergebnisse, unter Ausnutzung axialer Symmetrie mit halbiertem Netz gerechnet werden. Solche Berechnungen sind über den erwartbaren Faktor zwei hinaus schneller und sind damit eine interessante Option für Auslegungsprozesse.

Eine bestimmte Gleichgewichtslage wird zur Berechnung der linearisierten Lagerparameter nach dem Verfahren von Lund verwendet. Diese sind damit ebenfalls von der Temperatur abhängig. In einem Vergleich mit den Ergebnissen einer numerischen isothermen Berechnung aus [17] zeigt sich gute Übereinstimmung bei niedrigen Temperaturen. Bei Setzung von angenommenen Randbedingungen, die zu einer deutlichen Erhöhung der Temperatur führen, wird ein Unterschied zwischen den Ergebnissen erkennbar. Die Lagerparameter sind somit nicht unabhängig von der Temperatur.

Die berechneten Lagerparameter werden auch mit den am Fachgebietsprüfstand ermittelten Messwerten verglichen. Die entsprechenden Messungen wurden von Djoko Kayo durchgeführt und in [129] dokumentiert. Dabei zeigt sich nur für die Hauptsteifigkeiten in einem Störfrequenzbereich zwischen 240 Hz und 480 Hz gute Übereinstimmung. Die Koppelsteifigkeiten liegen in der Messung über dem gesamten Störfrequenzbereich nahe null. In der Berechnung sinken sie erst bei höheren Störfrequenzen gegen null. Bei den Dämpfungen kann nicht von einer guten Übereinstimmung gesprochen werden.

Da das Stabilitätsverhalten auf den berechneten Lagerparametern basiert, wird dieses ebenfalls auf eine Temperaturabhängigkeit überprüft. In einer Betrachtung dessen für eine Lagerkonfiguration nach [78] ergeben sich, vergleichbar zu den Lagerparameter, auch erst bei höheren Temperaturen Unterschiede in den Grenzdrehzahlen zwischen isothermer und anisothermer Berechnung. In der anisothermen Berechnung werden die höheren Grenzdrehzahlen erreicht. Auffällig ist allerdings, dass die ermittelten Grenzdrehzahlen unterhalb derer, bei den Messungen zur Temperatur verwendeten, lie-

gen. Das GFL scheint hier entweder in einen von der linearen Stabilitätsanalyse nicht berechenbaren Grenzzyklus überzugehen oder die Verwendung mehrerer *bump*-Streifen zur Beeinflussung der lokalen Steifigkeitsverteilung verbessert das Stabilitätsverhalten. Ein weiterer Grund könnte die unbekannte und so nicht modellierbare Vorspannung des GFL sein. Der Vergleich mit einer Berechnung unter Annahme einer axialen Unterteilung der *bump foil* in fünf Streifen (und dafür geratenen Parameter) liefert keine wesentlichen neuen Erkenntnisse. Weitere Untersuchungen dazu werden, aufgrund der Vielzahl an möglichen Parameterkombinationen, nicht unternommen.

Die Stabilitätsuntersuchung für eine Lagerkonfiguration ähnlich der in [51] verwendeten, zeigt grundsätzlich ein vergleichbares Verhalten: eine ansteigende Grenzdrehzahl mit zunehmender Belastung. Allerdings liegen hier die isotherm berechneten Grenzdrehzahlen in der Standardkonfiguration geringfügig oberhalb der anisotherm berechneten.

Da neben der Belastung und den Lagerparametern keine weiteren Größen direkt in die Stabilitätsanalyse eingehen, wird für beide Konfigurationen nach Auffälligkeiten in den Verläufen der Lagerparameter über die Störfrequenz bzw. das Störfrequenzverhältnis (für eine Auswahl von Lastfällen) gesucht. Bei genauer Betrachtung können für die Lagerkonfiguration nach [78] etwas verringerte Hauptsteifigkeiten, aber eine schneller sinkende Differenz aus den Koppelsteifigkeiten beobachtet werden. Letzteres scheint den Verlust an Hauptsteifigkeit zu kompensieren und insgesamt in der anisothermen Berechnung für die höheren Grenzdrehzahlen zu sorgen.

Da sich die Grenzdrehzahlen in der Standardkonfiguration nach [51] zwischen isothermer und anisothermer Berechnung kaum unterscheiden, lässt sich auch in den Lagerparametern kein wesentlicher Unterschied feststellen. Interessanter ist der Vergleich mit einem durch *shims* modifizierten GFL. Hier ergeben sich bei niedrigen Belastungen deutlich erhöhte Grenzdrehzahlen. Allerdings kommt es im weiteren Verlauf der Belastungserhöhung zu einem Wechsel und die Grenzdrehzahlen fallen unter die der ursprünglichen Lagerkonfiguration. Die Rückführung auf Ursachen in den Verläufen der Lagerparameter ist, trotz beobachtbaren Unterschieden, etwas schwieriger. *Shims* erhöhen die Hauptsteifigkeiten speziell bei niedrigen Lasten. Die dabei etwas erhöhte Differenz in den Koppelsteifigkeiten scheint sich noch nicht negativ auszuwirken. Sie kommt allerdings bei hohen Belastungen zum Tragen, wo sie für die anisotherme Berechnung (wie dann auch die Grenzdrehzahlen) unter der isothermen Rechnung liegt.

Über die Betrachtung der Lagerparameter hinaus, wird versucht das Stabilitätsverhalten in einen Zusammenhang mit dem minimal verbleibenden Spalt, welcher von der Temperatur über die Aufweitung der Lagerkomponenten stark beeinflusst wird, zu brin-

gen. Hier ergeben sich ähnliche Schnittpunkte zwischen den Verläufen. Die Rückführung auf einen einzelnen, nicht direkt in die Stabilitätsberechnung eingehenden Parameter, welcher ebenfalls mit vielen anderen Größen verknüpft ist, ist allerdings schwierig. Er wird aber bei der Stabilität betrachtet, da er bei der folgenden Tragfähigkeitsuntersuchung eine bedeutende Rolle einnimmt.

Zuletzt wird die Auswirkung der Temperatur auf die Tragfähigkeit untersucht. Eine adaptierte Version des Ablaufs zur Bestimmung der Grenzdrehzahlen wird angewandt, um die bei einer konstanten Drehzahl maximal ertragbare Belastung zu ermitteln, bevor es zum Zusammenbruch des Schmierfilms kommt. Auch die Tragfähigkeit wird wieder an den beiden Lagerkonfigurationen aus [78] und [51] untersucht. Aus den Ergebnissen lassen sich mehrere Erkenntnisse ableiten. Bei der Lagerkonfiguration aus [78] sorgt die Berücksichtigung der Temperatur durch die Besonderheit der sich stark aufweitenden Lagerschale für eine Erhöhung der Tragfähigkeit, da so mehr Platz für die Aufweitung der Welle bleibt. Im Vergleich mit der in [78] maximal aufgebrachten Belastung, scheint diese passend gewählt, da die berechnete Tragfähigkeit bei der niedrigsten Drehzahl gerade ausreicht, um diese zu tragen.

An der Lagerkonfiguration aus [51] lässt sich die Tragfähigkeit durch die Datensätze für zwei nominale Spalte noch detaillierter untersuchen. Bei isothermer Berechnung steigen die Tragfähigkeiten über den gesamten untersuchten Drehzahlbereich immer weiter an. Unter Berücksichtigung der Temperatur ergibt sich hingegen ab einer gewissen Drehzahl und damit einhergehenden Temperatur ein deutlicher Abfall. Der Abfall wird auf die stärkere Aufweitung der Welle gegenüber der Lagerschale zurückgeführt, wodurch sich der minimale verbleibende Spalt verringert, bis kein tragfähiger Schmierfilm mehr erreicht wird. Das GFL mit geringerem nominalem Spalt erreicht seine maximale Tragfähigkeit bei niedrigeren Drehzahlen als das GFL mit dem größeren nominalen Spalt. Mit einer Ausnahme wird eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Tragfähigkeiten und der in [51] ebenfalls zur Ermittlung der Tragfähigkeit maximal aufgebrachten Belastung bei jeweils drei Drehzahlen erreicht.

Darüber hinaus lässt sich feststellen, dass das SEFM nach Iordanoff ohne axiale Druckmittelung nicht zur Bestimmung der Tragfähigkeit geeignet ist (zumindest nicht mit dem hier angewandten Verfahren). Die hier gesetzte Druckrandbedingung (Umgebungsdruck) führt, trotz Anpassungen, zu einer geringen Durchsenkung und damit deutlich früher zu einer Unterschreitung der zulässigen minimalen Filmhöhe. Eine axiale Druckmittelung verbessert die Ergebnisse auf ein vergleichbares, aber nicht ganz erreichtes, Niveau des Le Lez-Strukturmodells.

Auffällig ist die erhöhte Tragfähigkeit des SEFM nach Iordanoff mit Druckmittelung gegenüber dem Le Lez-Strukturmodell bei hohen Drehzahlbereichen beim kleineren der nominalen Spalte. Diese Auffälligkeit tritt erst oberhalb der dokumentierten Messwerte auf, weshalb sich nicht ableiten lässt, welches Modell hier die bessere Übereinstimmung liefern würde.

Aus dieser Feststellung heraus wird allerdings die Auswirkung einer nachgiebigeren *bump*-Struktur auf die Stabilität und Tragfähigkeit durch eine Variation der *bump foil*-Dicke untersucht. Grundsätzlich lässt sich dabei der ursprüngliche Grund für die Entwicklung von GFL nachvollziehen: Eine nachgiebigere Lagerstruktur sorgt für eine erhöhte Tragfähigkeit und eine verbesserte Stabilität. Bei der Tragfähigkeit kann die erhöhte Nachgiebigkeit die Veränderung des nominalen Spalts durch die Betriebsbedingungen über einen weiteren Bereich kompensieren. Allerdings wird eine geringere maximale Tragfähigkeit bei ansonsten gleicher Lagergeometrie erreicht. Auch weitere Beschränkungen aus konstruktiver und fertigungstechnischer Sicht dürften für eine Begrenzung der Nachgiebigkeit sprechen.

8.2 Kritische Betrachtung

Alle physikalischen und numerischen Modelle unterliegen Annahmen und Beschränkungen bzgl. ihrer Anwendung auf die zu beschreibenden Vorgänge. Dies gilt auch für die in dieser Arbeit verwendeten Modelle und die jeweiligen Beschränkungen und Annahmen werden im Zuge ihrer Vorstellung in den einzelnen Kapiteln bereits genannt. Auch bei Vorstellung der damit erzielten Ergebnisse wird auf Unzulänglichkeiten der Modelle eingegangen, falls diese sichtbar werden. In diesem Kapitel werden weitere, über die bereits genannten, hinausgehende Punkte, in grober Reihenfolge der Kapitel, angesprochen, welche bei der Beurteilung von mit dem numerischen Modell berechneten Ergebnissen oder zukünftigen Adaptierungen kritisch zu überprüfen sind.

Die Modellierung des Druckfelds und der Schmierfilmhöhe beinhaltet die Annahmen, welche bei der Ableitung der Reynolds-Gleichung aus der Navier-Stokes-Gleichung getroffen werden. Sie stellt aber die gängige Vorgehensweise dar. Auch die verwendete Standardrandbedingung zählt dazu. Für jede Anwendung ist allerdings zu hinterfragen, ob ggf. eine der anderen implementierten Randbedingungsoptionen eine bessere Abbildung verspricht.

Die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeiten beruht ebenfalls direkt auf der Ableitung der Reynolds-Gleichung und enthält deshalb vergleichbare Annahmen. Durch den dünnen Schmierfilm kann seine Krümmung vernachlässigt werden und das Modell

entspricht der Überlagerung der theoretisch gut beschriebenen Couette- und Poiseuille-Strömung und wird deshalb als ausreichend erachtet. An dieser Stelle wird dennoch noch mal darauf hingewiesen kritisch mit dem Strömungsmodell umzugehen, da die Wärmeproduktion über die viskose Dissipation und damit die Grundlage für die Betrachtung der Wärmeströme und Temperatur aus den Strömungsgeschwindigkeiten folgt.

Fraglich ist außerdem, ob sich das Gas im dünnen Schmierspalt noch wie eine Kontinuumsströmung verhält. Mit der Knudsen-Zahl Kn kann dies beurteilt werden. Für hohe Temperaturen und geringe Filmhöhen liegt diese im Bereich von rund Kn = 0,02 und damit gerade über der Grenze für eine Gleitströmung von 0,01. In [138] wird eine zur Berücksichtigung dieser Effekte modifizierte Reynolds-Gleichung verwendet, aber erst bei sehr hohen Temperaturen relevante Unterschiede festgestellt. In dieser Arbeit ist diese Modifikation nicht implementiert, da sie nicht gängig ist. Es wäre aber möglich sie einzubauen.

Die zur Beschreibung der Schmierfilmhöhe verwendete Schmierspaltfunktion enthält den nominalen Spalt. Dieser ist eine sehr charakteristische Größe für viele Eigenschaften eines GFL, allerdings fertigungstechnisch aufwendig genau herzustellen und messtechnisch schwer zu erfassen. Um einen Vergleich zwischen einer Berechnung und Messung zu ziehen, ist eine genaue Kenntnis sehr hilfreich. Auf die Schmierfilmfunktion hat auch die Aufweitung der Lagerkomponenten einen deutlichen Einfluss. Während für die Welle noch in guter Näherung von einer freien thermischen Ausdehnung ausgegangen werden kann, ist dies bei der Lagerschale wesentlich kritischer zu sehen. Diese kann, bspw. in einer größeren Konstruktion eingebettet, in ihrer Aufweitung erheblich behindert werden oder gänzlich anderen Temperaturgradienten unterliegen als bei freier Konvektion an die Umgebung. Die Berücksichtigung einer Behinderung der Aufweitung, würde allerdings die Berechnung des mechanischen Spannungszustands in der Lagerschale und Kenntnis der umliegenden Konstruktion erfordern. Je nach Komplexität dieser, wäre dies analytisch nur noch schwer beschreibbar und eine FEM-Berechnung erfordern. Die dafür benötigten Wärmeausdehnungskoeffizienten müssen nicht nur in ihrer Größe, sondern auch in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur bekannt sein. Auch die Fliehkraftaufweitung muss nicht notwendigerweise, wie in dieser Arbeit angenommen, gleichmäßig erfolgen, sondern kann durch lokale Effekte (wie die in [77] erwähnte Auswuchtschraube, Absätze in der Welle oder einer möglicherweise nur teilweise vorliegenden Hohlwelle) beeinflusst werden.

Für alle aus empirischen Formeln abgeleiteten Wärmeübergangskoeffizienten ist fraglich, inwieweit diese tatsächlich übertragbar und skalierbar sind. Dies scheint weitestge-

hend gegeben, da beide Wärmetransportmodelle durchaus vergleichbare Temperaturen zeigen, obwohl sie teilweise auf sehr unterschiedliche Wärmeübergangskoeffizienten und Annahmen setzen. Oftmals sind die in den Literaturquellen verwendeten Messaufbauten wesentlich größer als die verhältnismäßig kleinen Abmessungen bei GFL. Durch die Verwendung dimensionsloser Kennzahlen lassen sie sich dennoch in gewissen Grenzen übertragen. Dennoch ist dies nicht trivial, da teilweise von relativ einfachen Geometrien (wie sie für eine Messung erforderlich ist) auf die GFL-Geometrien übertragen werden muss. Für manche Vorgänge lassen sich mehrere empirische Formeln finden, die aber nicht notwendigerweise vergleichbare Ergebnisse zeigen, für andere nur eine einzelne Quelle. Wenn mehrere Quellen vorliegen wird die Vergleichbarkeit teilweise durch die fehlenden Angaben von Bezugsgrößen (bspw. Längen oder Flächen) erschwert. Diesem Problem könnte möglicherweise durch die Verwendung lokaler Wärmeübergangskoeffizienten begegnet werden. Für diese Arbeit kam diese Idee allerdings zu spät, da dann alle Ergebnisse neu berechnet hätten werden müssen. Der Einbau sollte prinzipiell nicht allzu kompliziert sein, da die Wärmeübergangskoeffizienten jeweils (für beide Wärmetransportmodelle) an einer Stelle berechnet werden. Aber da es dennoch eine größere Änderung des gesamten Modells darstellt, ist schwer abzuschätzen, welche Teile des Programmcodes ebenfalls angepasst werden müssen, wenn weiterhin *solver*-Einstellungen kompatibel gehalten werden sollen.

Der ohnehin robuste Nelder-Mead-Algorithmus findet durch die beschriebenen Modifikationen sehr zuverlässig ein Minimum für das Kräftegleichgewicht. Es kann aber weder garantiert werden, dass nicht dennoch eines existiert, falls keines gefunden wird, noch, dass ein gefundenes Minimum ein globales Minimum darstellt. Es spricht allerdings auch nichts dagegen, dass sich der Rotor eines GFL in einem lokalen Minimum befindet.

Bei der Ermittlung der Lösung für das Temperaturgleichgewicht zwischen den Lagerkomponenten werden teilweise Mittelungen und Interpolationen notwendig, bspw. beim Übergang vom Netz des Schmierfilms auf das Netz des FVM-Wärmemodells. Dabei entstehen, häufig an den Rändern, teilweise unrealistisch Ergebnisse, welche durch Abfangmechanismen verhindert werden. Es kann aber nicht ausgeschlossen werden, dass dies in speziellen Fällen erneut auftritt und in den Ergebnissen sichtbar wird.

In jedem Vergleich mit experimentellen Daten verbleiben je nach Lastfall mehr oder weniger große Abweichungen. Um diesen weiter auf den Grund zu gehen, müssten die Unterschiede zwischen den Einstellungen und Annahmen zur Modellierung und dem tatsächlichen Aufbau des Prüfstands und der Durchführung der Messungen erstens genauer bekannt sein und sich zweitens auch in geeigneter Art und Weise reduzieren las-

sen. Dies scheitert häufig bereits an nicht ausreichend dokumentierten Geometrien oder weiteren Angaben zu den Messbedingungen zum Zeitpunkt der Messung. Ganz allgemein ist das Ziehen einer Systemgrenze (und damit der Randbedingungen) für die Temperatur wesentlich schwieriger als bspw. für den Druck im Lager. Das größte Problem dürfte die bereits angesprochene Abgrenzung des GFL gegenüber weiteren Wärmequellen sein. Bei den Prüfständen im klassischen Aufbau mit einem in einem Lagerbock durch Wälzlager getragenen Rotor sorgen bspw. diese für eine zusätzliche Wärmequelle. Wird stattdessen ein rein durch GFL gelagerter Rotor durch eine Luftturbine angetrieben, so dürfte diese für eine nicht unerhebliche Beeinflussung der Temperatur des Gesamtsystems sorgen. Diese Unterschiede zwischen Modell und Messung sowie die schwer zu erfassenden Wärmeströme ließen sich vermutlich erst durch einen speziell dafür entwickelten und eingerichteten Prüfstand eingrenzen. Dabei müssten auch die verwendeten Werkstoffe mit ihren temperaturabhängigen Eigenschaften genaustens bekannt sein.

Die neusten Erkenntnisse bezüglich der Unterschiede zwischen der Berechnung der Stabilität auf Basis der linearisierten Lagerparameter und der Ableitung aus einer transienten Berechnung wurden erst im Zeitraum der Bearbeitung dieser Arbeit veröffentlicht und sind deshalb nicht berücksichtigt. Da allerdings auch noch keine transienten Berechnungen zur Ermittlung der Grenzdrehzahlen unter Berücksichtigung der Temperatur durchgeführt wurden, kann ohnehin noch nicht mit solchen Ergebnissen verglichen werden. Sollte sich herausstellen, dass bei einem solchen Vergleich keine gute Übereinstimmung erzielt wird, können diese Erkenntnisse ggf. implementiert werden. Dennoch dürften die qualitativen Aussagen dieser Arbeit Bestand haben.

Bei den Tragfähigkeiten ist die Wahl der Untergrenze für die minimalen Filmhöhe diskutabel. Allerdings liegt die verwendete Untergrenze auf vergleichbarer Höhe mit Messwerten und mit ihr können die gemessenen Tragfähigkeiten mit sehr guter Übereinstimmung berechnet werden. Sollten sich daran Zweifel ergeben, kann diese natürlich ohne großen Aufwand angepasst werden.

8.3 Fazit und Ausblick

Das entwickelte numerische Modell zur Beschreibung des GFL-Verhaltens unter Berücksichtigung der Temperatur ist durch die Verwendung verschiedener Struktur- und Wärmetransportmodelle und durch den Vergleich mit mehreren, an verschiedenen Prüfständen und Lagergeometrien ermittelten Datensätzen, vieler Lastfälle auf eine solide Basis gestellt. An allen relevanten Stellen wird auf die Temperatur als Einflussfaktor

geachtet. Dabei stellt sich heraus, dass insbesondere die thermische Aufweitung der Lagerkomponenten und die damit verbundenen temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten in einem komplexen Zusammenspiel stehen. Da die Schmierfilmhöhe eine entscheidende Größe für viele weitere Lagereigenschaften und Lagerparameter darstellt, nimmt die Temperatur auch auf sie indirekten, aber teilweise erheblichen, Einfluss. Dies wird an den beiden für Anwendungen sehr relevanten Eigenschaften Stabilität und Tragfähigkeit gezeigt.

Das entwickelte numerische Modell ist darüber hinaus durch seinen modularen Aufbau und Strukturierung in der Lage einen Auslegungsprozess zu unterstützen. Dazu tragen folgende Punkte bei:

- Konsequente Automatisierung der Berechnungsabläufe für Lastfälle, Bestimmung der Grenzdrehzahlen und Tragfähigkeiten, Geometrieparametern und *solver*-Einstellungen. Auch Kombinationen sind möglich.
- Robuste Algorithmen und diverse Abfangmechanismen für Sondersituationen, welche bei einer Variation über weite Bereiche auftreten können oder falls ungünstige Startbedingungen vorgegeben werden.
- Relativ variable Vorgabe der Geometrie und weitestgehende Kompatibilität zwischen Annahmen zu *solver*-Einstellungen und Randbedingungen
- Automatische Vernetzung unter Berücksichtigung der gewählten Einstellungen und Geometrie
- Beschleunigung zeitkritischer Funktionen durch eine Umsetzung in *C* und Einbindung über die *MEX*-Schnittstelle
- Beschleunigung der Berechnungen durch nicht äquidistantes Netz und möglicher Ausnutzung axialer Symmetrie
- Speicherung aller zu einer Berechnung gehörenden Daten, inklusive gewählter Einstellungen und verwendeter Geometrie in einer strukturierten Datei mit automatisierter Dateibenennung unter Verwendung des Datums, der ggf. variierten Größen, den Lastfällen und dem Netz um einen schnellen Überblick zu liefern. Nachvollziehbarkeit und Auswertung werden dadurch deutlich erleichtert.

Die vorgestellten Punkte können eine Eingrenzung der zu testenden Prototypen bei der Entwicklung eines GFL für einen konkreten Anwendungsfall ermöglichen. Aufgrund der Vielzahl an möglichen Einbau- und Randbedingungen, kann aber nicht garantiert werden, wirklich alle adäquat abbilden zu können. Ein Prototypenbau der aussichtsreichsten Konfiguration und Test im realen Anwendungsfall ist weiterhin zu empfehlen.

Der Ausblick ergibt sich aus den in der Zusammenfassung, kritischen Bewertung und zuletzt hier genannten Punkten heraus. Im Prinzip ließe sich schon durch diese Arbeit

eine Trennung zwischen Softwareentwicklung und der Entwicklung der numerischen Modelle ziehen. Diese Trennung sollte in Zukunft noch viel deutlicher erfolgen. Dazu wäre es angebracht den bestehenden Programmcode mit den nun gewonnenen Kenntnissen nochmal grundlegend zu überarbeiten, aufzuräumen, mit einer stringenten Struktur zu versehen und die Modularität weiter zu erhöhen. Dabei sind alle im Laufe der Entwicklung entstandenen „schnellen Lösungen" durch möglichst allgemeine Funktionen mit klaren Schnittstellen zu ersetzen. Gerade die in den letzten Zügen der Bearbeitung implementierten Funktionen müssen diesbezüglichen untersucht und auch in die Benutzeroberfläche übertragen werden. Bei einem solchen Unterfangen wäre auch der Wechsel zur bzw. der Beginn mit der Verwaltung des Programmcodes mittels eines Versionsverwaltungsdienstes, wie bspw. *GitHub*, zu empfehlen. Dies würde neben der Erweiterbarkeit und Verbesserung von *bugs* auch die Wartbarkeit und Pflege deutlich vereinfachen. In einer Weiterentwicklung des Programmcodes wäre es möglich die seit wenigen Monaten an der TU Berlin allgemein verfügbaren Lizenzen für die *Matlab-Toolboxen Coder* und *Parallel Computing* zu verwenden, um nach der Unterteilung in weitere Module diese automatisch in *C*-Code übersetzten zu lassen bzw. die automatisierten seriellen Schleifen in parallele Schleifen zu übertragen. Dies würde vermutlich nochmals für eine deutliche Beschleunigung sorgen.

Auch auf der Seite der physikalischen Modelle besteht noch Potenzial zur Weiterentwicklung. Durch den identifizierten großen Einfluss der Aufweitung der Lagerkomponenten wäre ein Modell mit Berücksichtigung der Aufweitungsbehinderung erstrebenswert, bzw. allgemein ein genaueres Modell zur Berechnung der ggf. auch lokal unterschiedlichen Aufweitung hilfreich. Die besten Ergebnisse für allgemeine Randbedingungen sind vermutlich von einem FEM-Modell zu erwarten. Die Berechnungszeit würde sich dadurch sicherlich erhöhen, allerdings muss die Aufweitung nur beim Wechsel zwischen Druck- und Temperaturlösung berechnet werden. In vernünftig konvergierenden Berechnungen also nicht allzu oft und könnte damit noch im Rahmen bleiben.

Da die Wärmeströme durch die entwickelten FVM-Wärmetransportmodelle ohnehin vernetzt und damit aufgeteilt in kleine Bereiche berechnet werden, bietet sich der Übergang auf lokale Wärmeübergangskoeffizienten an. Dies könnte zielführend bei der Reduktion der Unsicherheiten bzgl. der Übertragbarkeit von, an konkreten Geometrien ermittelten, Wärmeübergangskoeffizienten sein.

Die weitestgehend implementierte axiale Durchströmung der *bump foil* und Hohlwelle sollte durch Modelle ergänzt werden, um die Strömungsgeschwindigkeit in ihnen aus unterschiedlichen Vorgaben zu berechnen. Gängige Vorgaben sind Massenströme, Vo-

lumenströme oder Druckdifferenzen. Die Beachtung der Reibung, der Erwärmung während der Durchströmung, der Machzahl und einem möglichen Wechsel zwischen laminarer und turbulenter Durchströmung mit den entsprechenden Auswirkungen auf die Wärmeübergangskoeffizienten ist nicht trivial, lässt sich aber möglicherweise durch einschränkende Annahmen und den Gleichungen aus der Gasdynamik lösen.

Nicht zuletzt wäre auch die weitere Ermittlung von Messdaten an einem spezialisierten Prüfstand zum erneuten Vergleich mit einem weiterentwickelten Modell interessant. Bei modularer Gestaltung (allerdings ohne die einfache Gestaltung aufzugeben, da sonst die Systemgrenze wieder schwierig zu ziehen wird) könnte der Prüfstand oder ggf. Teile des Prüfstands auch zum Test von Prototypen verwendet werden.

Durch Bearbeitung der angesprochenen Punkte, ließe sich das entwickelte numerische Modell zu einem Softwareprodukt zur Auslegung radialer GFL für allgemeine Anwendungen entwickeln.

Literaturverzeichnis

1. BHUSHAN, B., RUSCITTO, D. und GRAY, S. NASA-CR-135402, CONS/9427-2: *Hydrodynamic air lubricated compliant surface bearing for an automotive gas turbine engine 2: Materials and coatings* [online]. Technical Report. Latham, NY, United States: Mechanical Technology, Inc., 1978.
2. DELLACORTE, C., FELLENSTEIN, J. A. und BENOY, P. A. Evaluation of Advanced Solid Lubricant Coatings for Foil Air Bearings Operating at 25 and 500 °C. *Tribology Transactions*. Januar 1999. **42**(2), 338–342. doi: 10.1080/10402009908982226.
3. AGRAWAL, Giri L. Foil Air Bearings Cleared to Land. *Mechanical Engineering*. 1 Juli 1998. **120**(07), 78–80. doi: 10.1115/1.1998-JUL-8.
4. ARENDT, Martin. Regelungstechnische Optimierung der Steuerung eines Brennstoffzellensystems im dynamischen Betrieb. [online]. 24 Januar 2013.
5. AGRAWAL, Giri L. Foil Air/Gas Bearing Technology — An Overview. In: *Volume 1: Aircraft Engine; Marine; Turbomachinery; Microturbines and Small Turbomachinery* [online]. Orlando, Florida, USA: American Society of Mechanical Engineers, 2 Juni 1997. ISBN 978-0-7918-7868-2.
6. BARNETT, M. A. und SILVER, A. Application of Air Bearings to High-Speed Turbomachinery. In: *SAE Technical Paper 700720* [online]. 1 Februar 1970.
7. DELLACORTE, Christopher und VALCO, Mark J. *Load Capacity Estimation of Foil Air Journal Bearings for Oil-Free Turbomachinery Applications* [online]. 2000.
8. HESHMAT, H., SHAPIRO, W. und GRAY, S. Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability. *Journal of Lubrication Technology*. 1 April 1982. **104**(2), 149–156. doi: 10.1115/1.3253173.
9. HESHMAT, H., WALOWIT, J. A. und PINKUS, O. Analysis of Gas-Lubricated Foil Journal Bearings. *Journal of Lubrication Technology*. 1 Oktober 1983. **105**(4), 647–655. doi: 10.1115/1.3254697.
10. DELLACORTE, Chris. A New Foil Air Bearing Test Rig for Use to 700 °C and 70,000 rpm. *Tribology Transactions*. Januar 1998. **41**(3), 335–340. doi: 10.1080/10402009808983756.
11. KIM, Tae Ho, BREEDLOVE, Anthony W. und SAN ANDRÉS, Luis. Characterization of a Foil Bearing Structure at Increasing Temperatures: Static Load and Dynamic Force Performance. *Journal of Tribology*. 1 Oktober 2009. **131**(4), 041703. doi: 10.1115/1.3195042.
12. DELLACORTE, Christopher. Stiffness and Damping Coefficient Estimation of Compliant Surface Gas Bearings for Oil-Free Turbomachinery. *Tribology Transactions*. Juli 2011. **54**(4), 674–684. doi: 10.1080/10402004.2011.589966.

13. HOWARD, Samuel A., DELLACORTE, Christopher, VALCO, Mark J., PRAHL, Joseph M. und HESHMAT, Hooshang. Steady-State Stiffness of Foil Air Journal Bearings at Elevated Temperatures. *Tribology Transactions*. Januar 2001. **44**(3), 489–493. doi: 10.1080/10402000108982486.

14. PENG, Z.-C. und KHONSARI, M. M. Hydrodynamic Analysis of Compliant Foil Bearings With Compressible Air Flow. *Journal of Tribology*. 1 Juli 2004. **126**(3), 542–546. doi: 10.1115/1.1739242.

15. GENG, Haipeng, QI, Shemiao und YU, Lie. Numerical Calculation of the Structural Stiffness of Gas Foil Bearings. In: *Volume 6: Structures and Dynamics, Parts A and B* [online]. Glasgow, UK: ASMEDC, 10 Oktober 2010. S. 235–240. ISBN 978-0-7918-4401-4.

16. HOFFMANN, Robert, PRONOBIS, Tomasz und LIEBICH, Robert. A numerical performance analysis of a gas foil bearing including structural modifications by applying metal shims. In: *11th International Conference on Vibrations in Rotating Machines*. Magdeburg, Deutschland, 23 Februar 2015. S. 13.

17. LARSEN, Jon Steffen und SANTOS, Ilmar. Compliant Foil Journal Bearings - Investigation of Dynamic Properties. In: *SIRM 2013: 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machines* [online]. 2013.

18. KIM, Tae Ho und SAN ANDRÉS, Luis. Heavily Loaded Gas Foil Bearings: A Model Anchored to Test Data. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Januar 2008. **130**(1), 012504. doi: 10.1115/1.2770494.

19. KIM, Daejong. Parametric Studies on Static and Dynamic Performance of Air Foil Bearings with Different Top Foil Geometries and Bump Stiffness Distributions. *Journal of Tribology*. 1 April 2007. **129**(2), 354–364. doi: 10.1115/1.2540065.

20. SALEHI, Mohsen und HESHMAT, Hooshang. On the Fluid Flow and Thermal Analysis of a Compliant Surface Foil Bearing and Seal. *Tribology Transactions*. Januar 2000. **43**(2), 318–324. doi: 10.1080/10402000008982346.

21. PENG, Z-C. und KHONSARI, M. M. A Thermohydrodynamic Analysis of Foil Journal Bearings. *Journal of Tribology*. 1 Juli 2006. **128**(3), 534–541. doi: 10.1115/1.2197526.

22. LEE, Donghyun und KIM, Daejong. Thermohydrodynamic Analyses of Bump Air Foil Bearings With Detailed Thermal Model of Foil Structures and Rotor. *Journal of Tribology*. 1 April 2010. **132**(2), 021704. doi: 10.1115/1.4001014.

23. SAN ANDRÉS, Luis und KIM, Tae Ho. Thermohydrodynamic Analysis of Bump Type Gas Foil Bearings: A Model Anchored to Test Data. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* [online]. 1 April 2010. **132**(4). doi: 10.1115/1.3159386.

24. FENG, Kai und KANEKO, Shigehiko. A Thermohydrodynamic Sparse Mesh Model of Bump-Type Foil Bearings. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Februar 2013. **135**(2), 022501. doi: 10.1115/1.4007728.

25. SIM, Kyuho und KIM, Tae Ho. Thermohydrodynamic analysis of bump-type gas foil bearings using bump thermal contact and inlet flow mixing models. *Tribology International*. April 2012. **48**, 137–148. doi: 10.1016/j.triboint.2011.11.017.

26. CHANDRA, M., MALIK, M. und SINHASAN, R. Gas bearings part I: Dynamic analysis and solution method. *Wear*. Juli 1983. **88**(3), 255–268. doi: 10.1016/0043-1648(83)90297-1.

27. HARRISON, W. J. *The hydrodynamical theory of lubrication with special reference to air as a lubricant.* [online]. Cambridge: Univ. press, 1913. Transactions of the Cambridge philosophical society.

28. KATTO, Y. und SODA, N. Theory of lubrication by compressible fluids with special reference to air lubrication. In: *Proc. 2nd Jpn. Congr. on Applied Mechanics*. Tokyo, 1952. S. 267–270.

29. AUSMAN, J. S. An Improved Analytical Solution for Self-Acting, Gas-Lubricated Journal Bearings of Finite Length. *Journal of Basic Engineering*. 1 Juni 1961. **83**(2), 188–192. doi: 10.1115/1.3658920.

30. STERNLICHT, B. und ELWELL, R. Theoretical and Experimental Analysis of Hydrodynamic Gas-Lubricated Journal Bearings. *Tans. ASME*. 1958. **80**, 865–875.

31. RAIMONDI, A. A. A Numerical Solution for the Gas Lubricated Full Journal Bearing of Finite Length. *ASLE Transactions*. Januar 1961. **4**(1), 131–155. doi: 10.1080/05698196108972427.

32. CHENG, H. S. und TRUMPLER, P. R. Stability of the High-Speed Journal Bearing Under Steady Load: 2—The Compressible Film. *Journal of Engineering for Industry*. 1 August 1963. **85**(3), 274–279. doi: 10.1115/1.3669860.

33. CHENG, H. S. und PAN, C. H. *Stability Analysis Of Gas Lubricated Self-Acting Plain Cylindrical Journal Bearings Of Finite Length, Using Galerkin's Method* [online]. Mechanical Technology Inc Latham Ny, 1963.

34. PAN, C. H. T. 64TR58: *Spectral Analysis Of Gas Bearing Systems For Stability Studies* [online]. Mechanical Technology Inc Latham Ny, 1964.

35. LUND, J. W. Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings. *Journal of Lubrication Technology*. 1 Oktober 1968. **90**(4), 793–803. doi: 10.1115/1.3601723.

36. DELLACORTE, Christopher. Technical Development Path for Foil Gas Bearings. In: *International Joint Tribology Conference* [online]. Miami, FL, United States, 20 Oktober 2008.

37. DELLACORTE, Christopher. Technical Development Path for Gas Foil Bearings. [online]. 20 Juni 2016.

38. SAN ANDRÉS, Luis, CHIRATHADAM, Thomas Abraham und KIM, Tae-Ho. Measurement of Structural Stiffness and Damping Coefficients in a Metal Mesh Foil Bearing. In: *Structures and Dynamics, Parts A and B* [online]. Orlando, Florida, USA, 8 Juni 2009. S. 763–771. ISBN 978-0-7918-4887-6.

39. SAN ANDRÉS, Luis und CHIRATHADAM, Thomas Abraham. A Metal Mesh Foil Bearing and a Bump-Type Foil Bearing: Comparison of Performance for Two Similar Size Gas Bearings. In: *Structures and Dynamics, Parts A and B* [online]. Copenhagen, Denmark, 11 Juni 2012. S. 859–869. ISBN 978-0-7918-4473-1.

40. KU, C.-P. Roger und HESHMAT, H. Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis: Part I—Theoretical Model Including Strip and Variable Bump Foil Geometry. *Journal of Tribology*. 1 April 1992. **114**(2), 394–400. doi: 10.1115/1.2920898.

41. HESHMAT, H. Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearings: High Speed and Load Capability. *Journal of Tribology*. 1 April 1994. **116**(2), 287–294. doi: 10.1115/1.2927211.

42. HESHMAT, H., WALOWIT, J. A. und PINKUS, O. Analysis of Gas Lubricated Compliant Thrust Bearings. *Journal of Lubrication Technology*. 1 Oktober 1983. **105**(4), 638–646. doi: 10.1115/1.3254696.

43. LEHN, Andreas. *Air foil thrust bearings: A thermo-elasto-hydrodynamic analysis* [online]. Dissertation. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, 2017.

44. PRONOBIS, Tomasz. *Dynamisches Verhalten von Rotoren in axialen Gasfolienlagern - Eine numerische Untersuchung*. Dissertation. Berlin: Technische Universität Berlin, 2021. (noch nicht veröffentlicht)

45. WALOWIT, J. A. und ANNO, James N. *Modern developments in lubrication mechanics*. London: Applied Science Publishers, 1975. ISBN 978-0-85334-592-3. TJ1075 .W34 1975

46. KU, C.-P. Roger und HESHMAT, Hooshang. Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis—Part II: Experimental Investigation. *Journal of Tribology*. 1 Juli 1993. **115**(3), 364–369. doi: 10.1115/1.2921644.

47. PENG, J.-P. und CARPINO, M. Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings. *Journal of Tribology*. 1 Januar 1993. **115**(1), 20–27. doi: 10.1115/1.2920982.

48. SAN ANDRÉS, Luis. Turbulent Flow Foil Bearings for Cryogenic Applications. *Journal of Tribology*. 1 Januar 1995. **117**(1), 185–195. doi: 10.1115/1.2830598.

49. IORDANOFF, I. Analysis of an Aerodynamic Compliant Foil Thrust Bearing: Method for a Rapid Design. *Journal of Tribology*. 1 Oktober 1999. **121**(4), 816–822. doi: 10.1115/1.2834140.

50. SAN ANDRÉS, Luis und KIM, Tae Ho. Analysis of gas foil bearings integrating FE top foil models. *Tribology International*. Januar 2009. **42**(1), 111–120. doi: 10.1016/j.triboint.2008.05.003.

51. RUSCITTO, D., MC CORMICK, J. und GRAY, S. NASA-CR-135368, CONS/9427-1: *Hydrodynamic air lubricated compliant surface bearing for an automotive gas turbine engine. 1: Journal bearing performance* [online]. Latham, NY, United States: Mechanical Technology, Inc., 1978. Technical Report.

52. LE LEZ, Sébastien, ARGHIR, Mihaï und FRÊNE, Jean. A New Bump-Type Foil Bearing Structure Analytical Model. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Oktober 2007. **129**(4), 1047–1057. doi: 10.1115/1.2747638.

53. LE LEZ, Sébastien, ARGHIR, Mihaï und FRÊNE, Jean. A Dynamic Model for Dissipative Structures used in Bump-Type Foil Bearings. *Tribology Transactions*. 22 Dezember 2008. **52**(1), 36–46. doi: 10.1080/10402000802065345.

54. FENG, Kai und KANEKO, Shigehiko. Analytical Model of Bump-Type Foil Bearings Using a Link-Spring Structure and a Finite-Element Shell Model. *Journal of Tribology*. 1 April 2010. **132**(2), 021706. doi: 10.1115/1.4001169.

55. ARGHIR, Mihaï und BENCHEKROUN, Omar. A simplified structural model of bump-type foil bearings based on contact mechanics including gaps and friction. *Tribology International*. 1 Juni 2019. **134**, 129–144. doi: 10.1016/j.triboint.2019.01.038.

56. ARGHIR, Mihaï und BENCHEKROUN, Omar. A New Structural Bump Foil Model With Application From Start-Up to Full Operating Conditions. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* [online]. 1 Oktober 2019. **141**(10). doi: 10.1115/1.4044685.

57. LEE, Dong-Hyun, KIM, Young-Cheol und KIM, Kyung-Woong. The Dynamic Performance Analysis of Foil Journal Bearings Considering Coulomb Friction: Rotating Unbalance Response. *Tribology Transactions*. 13 Februar 2009. **52**(2), 146–156. doi: 10.1080/10402000802192685.

58. LARSEN, Jon S., VARELA, Alejandro C. und SANTOS, Ilmar F. Numerical and experimental investigation of bump foil mechanical behaviour. *Tribology International*. Juni 2014. **74**, 46–56. doi: 10.1016/j.triboint.2014.02.004.

59. LEHN, Andreas, MAHNER, Marcel und SCHWEIZER, Bernhard. Elasto-gasdynamic modeling of air foil thrust bearings with a two-dimensional shell model for top and bump foil. *Tribology International*. August 2016. **100**, 48–59. doi: 10.1016/j.triboint.2015.11.011.

60. BIN HASSAN, M.F. und BONELLO, P. A new modal-based approach for modelling the bump foil structure in the simultaneous solution of foil-air bearing rotor dynamic problems. *Journal of Sound and Vibration*. Mai 2017. **396**, 255–273. doi: 10.1016/j.jsv.2017.02.028.

61. PENG, J.-P. und CARPINO, M. Finite Element Approach to the Prediction of Foil Bearing Rotor Dynamic Coefficients. *Journal of Tribology*. 1 Januar 1997. **119**(1), 85–90. doi: 10.1115/1.2832484.

62. CARPINO, Marc und TALMAGE, Gita. Prediction of Rotor Dynamic Coefficients in Gas Lubricated Foil Journal Bearings with Corrugated Sub-Foils. *Tribology Transactions*. September 2006. **49**(3), 400–409. doi: 10.1080/10402000600781416.

63. KIM, Tae Ho und ANDRÉS, Luis San. Analysis of advanced gas foil bearings with piecewise linear elastic supports. *Tribology International*. August 2007. **40**(8), 1239–1245. doi: 10.1016/j.triboint.2007.01.022.

64. HESHMAT, Hooshang und KU, C.-P. Roger. Structural Damping of Self-Acting Compliant Foil Journal Bearings. *Journal of Tribology*. 1 Januar 1994. **116**(1), 76–82. doi: 10.1115/1.2927050.

65. KU, C. P. Roger und HESHMAT, H. Effects of Static Load on Dynamic Structural Properties in a Flexible Supported Foil Journal Bearing. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1 Juli 1994. **116**(3), 257–262. doi: 10.1115/1.2930422.

66. KU, C.-P. Roger und HESHMAT, Hooshang. Effects of Frequency on Structural Stiffness and Damping in a Self-Acting Compliant Foil Journal Bearing. In: *Volume 5: Manufacturing Materials and Metallurgy; Ceramics; Structures and Dynamics; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education; General* [online]. The Hague, Netherlands: American Society of Mechanical Engineers, 13 Juni 1994. S. V005T14A015. ISBN 978-0-7918-7887-3.

67. SCHIFFMANN, J. und SPAKOVSZKY, Z. S. Foil Bearing Design Guidelines for Improved Stability. *Journal of Tribology*. 1 Januar 2013. **135**(1), 011103. doi: 10.1115/1.4007759.

68. ANDRÉS, Luis San und KIM, Tae Ho. Forced nonlinear response of gas foil bearing supported rotors. *Tribology International*. August 2008. **41**(8), 704–715. doi: 10.1016/j.triboint.2007.12.009.

69. HOFFMANN, Robert, PRONOBIS, Tomasz und LIEBICH, Robert. Non-linear Stability Analysis of a Modified Gas Foil Bearing Structure. In: PENNACCHI, Paolo (Hrsg.), *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics* [online]. Cham: Springer International Publishing, 2015. S. 1259–1276. Mechanisms and Machine Science. ISBN 978-3-319-06589-2.

70. HOFFMANN, Robert, MUNZ, Oliver, PRONOBIS, Tomasz, BARTH, Enrico und LIEBICH, Robert. A valid method of gas foil bearing parameter estimation: A model anchored on experimental data. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. Dezember 2018. **232**(24), 4510–4527. doi: 10.1177/0954406216667966.

71. LARSEN, Jon S., SANTOS, Ilmar F. und VON OSMANSKI, Sebastian. Stability of rigid rotors supported by air foil bearings: Comparison of two fundamental approaches. *Journal of Sound and Vibration*. Oktober 2016. **381**, 179–191. doi: 10.1016/j.jsv.2016.06.022.

72. VON OSMANSKI, Sebastian, LARSEN, Jon S. und SANTOS, Ilmar F. The Classical Linearization Technique's Validity for Compliant Bearings. In: CAVALCA, Katia Lucchesi und WEBER, Hans Ingo (Hrsg.), *Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM* [online]. Cham: Springer International Publishing, 2019. S. 177–191. Mechanisms and Machine Science. ISBN 978-3-319-99261-7.

73. PRONOBIS, Tomasz und LIEBICH, Robert. Comparison of stability limits obtained by time integration and perturbation approach for Gas Foil Bearings.

Journal of Sound and Vibration. Oktober 2019. **458**, 497–509. doi: 10.1016/j.jsv.2019.06.034.

74. VON OSMANSKI, Sebastian, LARSEN, Jon S. und SANTOS, Ilmar F. Multi-domain stability and modal analysis applied to Gas Foil Bearings: Three approaches. *Journal of Sound and Vibration*. April 2020. **472**, 115174. doi: 10.1016/j.jsv.2020.115174.

75. SALEHI, Mohsen, SWANSON, Erik und HESHMAT, Hooshang. Thermal Features of Compliant Foil Bearings—Theory and Experiments. *Journal of Tribology*. 1 Juli 2001. **123**(3), 566–571. doi: 10.1115/1.1308038.

76. RADIL, Kevin, HOWARD, Samuel A. und DYKAS, Brian. ARL-TR-2769: *The Role of Radial Clearance on the Performance of Foil Air Bearings* [online]. Technical Report. Cleveland, Ohio: U.S. Army Research Laborator, Glenn Research Center, 2002.

77. DYKAS, Brian und HOWARD, Samuel A. Journal Design Considerations for Turbomachine Shafts Supported on Foil Air Bearings. *Tribology Transactions*. Januar 2004. **47**(4), 508–516. doi: 10.1080/05698190490493391.

78. RADIL, Kevin und ZESZOTEK, Michelle. An Experimental Investigation into the Temperature Profile of a Compliant Foil Air Bearing. *Tribology Transactions*. Januar 2004. **47**(4), 470–479. doi: 10.1080/05698190490501995.

79. KIM, Tae Ho, SONG, Jin Woo, LEE, Yong-Bok und SIM, Kyuho. Thermal Performance Measurement of a Bump Type Gas Foil Bearing Floating on a Hollow Shaft for Increasing Rotating Speed and Static Load. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Februar 2012. **134**(2), 024501. doi: 10.1115/1.4004401.

80. HOWARD, Samuela, DELLACORTE, Christopher, VALCO, Mark J., PRAHL, Joseph M. und HESHMAT, Hooshang. Dynamic Stiffness and Damping Characteristics of a High-Temperature Air Foil Journal Bearing. *Tribology Transactions*. Januar 2001. **44**(4), 657–663. doi: 10.1080/10402000108982507.

81. LEE, Yong-Bok, JO, Jun-Hyeon, PARK, Dong-Jin, KIM, Chang-Ho und RHIM, Yoon-Chul. Dynamic Characteristics of Bump Foils Considering With Thermal Effect in Air Foil Bearings. In: *Part B: Magnetic Storage Tribology; Manufacturing/Metalworking Tribology; Nanotribology; Engineered Surfaces; Biotribology; Emerging Technologies; Special Symposia on Contact Mechanics; Special Symposium on Nanotribology* [online]. San Antonio, Texas, USA: ASME, 2006. S. 1327–1335. ISBN 978-0-7918-4259-1.

82. SIM, Kyuho, LEE, Yong-Bok, SONG, Jin Woo, KIM, Jong-Baeg und KIM, Tae Ho. Identification of the dynamic performance of a gas foil journal bearing operating at high temperatures. *Journal of Mechanical Science and Technology*. Januar 2014. **28**(1), 43–51. doi: 10.1007/s12206-013-0945-6.

83. RADIL, Kevin, DELLACORTE, Chris und ZESZOTEK, Michelle. Thermal Management Techniques for Oil-Free Turbomachinery Systems. *Tribology Transactions*. 26 Juni 2007. **50**(3), 319–327. doi: 10.1080/10402000701413497.

84. RADIL, Kevin und BATCHO, CDT Zach. ARL-MR-0749: *A Novel Thermal Management Approach for Radial Foil Air Bearings*. Cleveland, Ohio, USA: National Aeronautics And Space Administration, Glenn Research Center, 2010.

85. SAN ANDRÉS, Luis, RYU, Keun und KIM, Tae Ho. Thermal Management and Rotordynamic Performance of a Hot Rotor-Gas Foil Bearings System—Part I: Measurements. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Juni 2011. **133**(6), 062501. doi: 10.1115/1.4001826.

86. ELROD, JR., Harold G. und BURGDORFER, Albert. I-A2049-10: *Refinements of the Theory of the infinitely-long, self-acting, gas-lubricated Journal Bearing*. Interim Report. Philadelphia, Pennsylvania, USA: The Franklin Institute, 1960.

87. PINKUS, Oscar und BUPARA, Sargit S. Adiabatic Solutions for Finite Journal Bearings. *Journal of Lubrication Technology*. 1 Oktober 1979. **101**(4), 492–496. doi: 10.1115/1.3453400.

88. SIM, Kyuho und KIM, Daejong. Thermohydrodynamic Analysis of Compliant Flexure Pivot Tilting Pad Gas Bearings. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Mai 2008. **130**(3), 032502. doi: 10.1115/1.2836616.

89. KNIGHT, J. D. und BARRETT, L. E. Analysis of Tilting Pad Journal Bearings With Heat Transfer Effects. *Journal of Tribology*. 1 Januar 1988. **110**(1), 128–133. doi: 10.1115/1.3261550.

90. FENG, Kai und KANEKO, Shigehiko. Thermohydrodynamic Study of Multiwound Foil Bearing Using Lobatto Point Quadrature. *Journal of Tribology*. 1 April 2009. **131**(2), 021702. doi: 10.1115/1.3070579.

91. SAN ANDRÉS, Luis, RYU, Keun und KIM, Tae Ho. Thermal Management and Rotordynamic Performance of a Hot Rotor-Gas Foil Bearings System—Part II: Predictions Versus Test Data. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Juni 2011. **133**(6), 062502. doi: 10.1115/1.4001827.

92. LEE, Donghyun, KIM, Daejong und SADASHIVA, Ramesh P. Transient Thermal Behavior of Preloaded Three-Pad Foil Bearings: Modeling and Experiments. *Journal of Tribology*. 1 April 2011. **133**(2), 021703. doi: 10.1115/1.4003561.

93. LEHN, Andreas, MAHNER, Marcel und SCHWEIZER, Bernhard. A Contribution to the Thermal Modeling of Bump Type Air Foil Bearings: Analysis of the Thermal Resistance of Bump Foils. *Journal of Tribology*. 1 November 2017. **139**(6), 061702. doi: 10.1115/1.4036631.

94. PAULSEN, Bo Terp, MOROSI, Stefano und SANTOS, Ilmar F. Static, Dynamic, and Thermal Properties of Compressible Fluid Film Journal Bearings. *Tribology Transactions*. 10 Januar 2011. **54**(2), 282–299. doi: 10.1080/10402004.2010.538490.

95. DOWSON, D., HUDSON, J. D., HUNTER, B. und MARCH, C. N. Paper 3: An Experimental Investigation of the Thermal Equilibrium of Steadily Loaded Journal Bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings*. Juni 1966. **181**(2), 70–80. doi: 10.1243/PIME_CONF_1966_181_034_02.

96. ARGHIR, Mihaï, LE LEZ, Sébastien und FRÊNE, Jean. Finite-volume solution of the compressible Reynolds equation: Linear and non-linear analysis of gas bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. Juli 2006. **220**(7), 617–627. doi: 10.1243/13506501JET161.

97. HAMROCK, Bernard J., SCHMID, Steven R. und JACOBSON, Bo O. *Fundamentals of fluid film lubrication*. 2nd ed. New York: Marcel Dekker, 2004. Mechanical Engineering, 169. ISBN 978-0-8247-5371-9. TJ1063 .H35 2004

98. MOROSI, Stefano und SANTOS, Ilmar F. No. S137: *From Hybrid to Actively-Controlled Gas Lubricated Bearings – Theory and Experiment*. DCAMM Special Report. Lyngby, Denmark: DTU Mechanical Engineering, 2011.

99. RUBIO, Dario und SAN ANDRÉS, Luis. Structural Stiffness, Dry Friction Coefficient, and Equivalent Viscous Damping in a Bump-Type Foil Gas Bearing. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 April 2007. **129**(2), 494–502. doi: 10.1115/1.2360602.

100. KU, C.-P. Roger. Dynamic Structural Properties of Compliant Foil Thrust Bearings - Comparison Between Experimental and Theoretical Results. *Journal of Tribology*. 1 Januar 1994. **116**(1), 70–75. doi: 10.1115/1.2927049.

101. Modified Akima piecewise cubic Hermite interpolation - MATLAB makima - MathWorks Deutschland. [online]. https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/makima.html

102. TIMOSHENKO, Stepan P. und GOODIER, James N. *Theory of elasticity*. 3. ed., McGraw-Hill classic textbook reissue. New York: McGraw-Hill, 1987. Engineering societies monographs. ISBN 978-0-07-064720-6.

103. VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE und VDI-GESELLSCHAFT VERFAHRENSTECHNIK UND CHEMIEINGENIEURWESEN (Hrsg.). *VDI-Wärmeatlas: mit 320 Tabellen*. 11., bearb. und erw. Aufl. Berlin: Springer Vieweg, 2013. Springer Reference. ISBN 978-3-642-19980-6.

104. KEDIA, Rajesh. *An investigation of velocity and temperature fields in Taylor-Couette flows*. Thesis. Pasadena, California, USA: California Institute of Technology, 1997.

105. GERSTEN, Klaus und HERWIG, Heinz. *Strömungsmechanik: Grundlagen der Impuls-, Wärme- und Stoffübertragung aus asymptotischer Sicht*. Nachdr. Wiesbaden: Vieweg & Teubner, 2014. Grundlagen und Fortschritte der Ingenieurwissenschaften. ISBN 978-3-322-93971-5.

106. GEROPP, D. Der turbulente Wärmeübergang am rotierenden Zylinder. *Ingenieur-Archiv*. 1 Juli 1969. **38**(4), 195–203. doi: 10.1007/BF00536164.

107. DORFMAN, L. A. *Hydrodynamic resistance and the heat loss of rotating solids*. Edinburgh: Oliver & Boyd, 1963. ISBN 978-0-05-000837-9.

108. THEODORSEN, Theodore und REGIER, Arthur. NACA-TR-793: *Experiments on Drag of Revolving Disks, Cylinders, and Streamline Rods at High Speeds* [online].

Technical Report. Langley Field, VA, United States: National Advisory Committee for Aeronautics. Langley Aeronautical Lab., 1944.

109. GSCHWENDTNER, M. A. The Eckert number phenomenon: Experimental investigations on the heat transfer from a moving wall in the case of a rotating cylinder. *Heat and Mass Transfer*. 1 Mai 2004. **40**(6), 551–559. doi: 10.1007/s00231-003-0437-9.

110. GSCHWENDTNER, M. A. The Eckert number phenomenon - an experimental investigation of the heat transfer from a rotating cylinder in a cross-flow. In: *Proceedings of the International Conference on Advances in Heat Transfer* [online]. Karunya, India: Macmillan (India), 2006. S. 219–225.

111. SPRENGER, Martin. *Strömungs- und Wärmeübergangseffekte an der rotierenden temperierten Zylinderwelle unter Beachtung von Geometrieeinflüssen* [online]. Monografie. München: Univ. der Bundeswehr, 2006.

112. CARDONE, G., ASTARITA, T. und CARLOMAGNO, G. M. Heat Transfer Measurements on a Rotating Disk. *International Journal of Rotating Machinery*. 1997. **3**(1), 1–9. doi: 10.1155/S1023621X97000018.

113. SEGHIR-OUALI, S., SAURY, D., HARMAND, S., PHILLIPART, O. und LALOY, D. Convective heat transfer inside a rotating cylinder with an axial air flow. *International Journal of Thermal Sciences*. 1 Dezember 2006. **45**(12), 1166–1178. doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2006.01.017.

114. YOVANOVICH, M. Michael und JAFARPUR, Khosrow. Bounds on Laminar Natural Convection from Isothermal Disks and Finite Plates of Arbitrary Shape for all Orientations and Prandtl Numbers. In: *ASME Winter Annual Meeting*. New Orleans, Louisiana: HTD-Vol. 264, 28 Dezember 1993.

115. FERZIGER, J. H. und PERIĆ, M. *Numerische Strömungsmechanik* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. ISBN 978-3-540-67586-0.

116. ENGBLOM, Stefan. stefanengblom/stenglib. *stenglib* [online]. 9 Mai 2020. https://github.com/stefanengblom/stenglib

117. REEVES, Greg. smooth2a. [online]. https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/23287-smooth2a

118. PATANKAR, Suhas V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Hemisphere Publ. Co, 1980. Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. ISBN 978-0-89116-522-4.

119. VERSTEEG, H. K. und MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. 2nd ed. Harlow, England; New York: Pearson Education Ltd, 2007. ISBN 978-0-13-127498-3. QA911 .V47 2007

120. GARCIA, Damien. Simpson's rule for numerical integration. [online]. https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25754-simpson-s-rule-for-numerical-integration

121. NELDER, J. A. und MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*. 1 Januar 1965. **7**(4), 308–313. doi: 10.1093/comjnl/7.4.308.

122. LAGARIAS, Jeffrey, REEDS, James, WRIGHT, Margaret und WRIGHT, Paul. Convergence Properties of the Nelder–Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal on Optimization*. 21 Dezember 1998. **9**, 112–147. doi: 10.1137/S1052623496303470.

123. LUERSEN, M.A., LE RICHE, R. und GUYON, F. A constrained, globalized, and bounded Nelder–Mead method for engineering optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 1 Mai 2004. **27**(1), 43–54. doi: 10.1007/s00158-003-0320-9.

124. PRICE, C. J., COOPE, I. D. und BYATT, D. A Convergent Variant of the Nelder–Mead Algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 1 April 2002. **113**(1), 5–19. doi: 10.1023/A:1014849028575.

125. BŰRMEN, Árpád, PUHAN, Janez und TUMA, Tadej. Grid Restrained Nelder–Mead Algorithm. *Computational Optimization and Applications*. Juli 2006. **34**(3), 359–375. doi: 10.1007/s10589-005-3912-z.

126. KOSHEL, R. John. Enhancement of the downhill simplex method of optimization. In: *International Optical Design Conference* [online]. Tucson, Arizona: OSA, 2002. S. ITuC2. ISBN 978-1-55752-714-1.

127. VON OSMANSKI, Sebastian, LARSEN, Jon S. und SANTOS, Ilmar F. A fully coupled air foil bearing model considering friction – Theory & Experiment. *Journal of Sound and Vibration*. Juli 2017. **400**, 660–679. doi: 10.1016/j.jsv.2017.04.008.

128. MSI - Foil Bearings by Mechanical Solutions Inc. Testing & Troubleshooting. [online]. https://energy-xprt.com/products/msi-foil-bearings-171194

129. DJOKO KAYO, Gervais Cédric. *Experimentelle Untersuchungen des dynamischen Verhaltens von Gasfolienlagern und dessen konstruktive Beeinflussbarkeit*. Dissertation. Berlin: Technische Universität Berlin, 2021. (noch nicht veröffentlicht)

130. LARSEN, Jon Steffen. *Nonlinear Analysis of Rotors Supported by Air Foil Journal Bearings – Theory and Experiments* [online]. DTU Mechanical Engineering, 2014. ISBN 978-87-7475-402-2.

131. KU, C.-P. Roger. An Experimental and Theoretical Study of the Dynamic Structural Stiffness in Compliant Foil Journal Bearings. In: *ASME 14th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise*. Albuquerque, 1993.

132. GASCH, Robert, NORDMANN, Rainer und PFÜTZNER, Herbert. *Rotordynamik*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. ISBN 978-3-540-33884-0.

133. FENG, Kai, LIU, Liang-Jun, GUO, Zhi-Yang und ZHAO, Xue-Yuan. Parametric study on static and dynamic characteristics of bump-type gas foil thrust bearing for oil-free turbomachinery. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,*

Part J: Journal of Engineering Tribology. Oktober 2015. **229**(10), 1247–1263. doi: 10.1177/1350650115577026.

134. GAD, Abdelrasoul M. und KANEKO, Shigehiko. Performance characteristics of gas-lubricated bump-type foil thrust bearing. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. Juni 2015. **229**(6), 746–762. doi: 10.1177/1350650114564709.

135. KIM, Tae Ho, LEE, Yong-Bok, KIM, Tae Young und JEONG, Kyong Ho. Rotordynamic Performance of an Oil-Free Turbo Blower Focusing on Load Capacity of Gas Foil Thrust Bearings. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1 Februar 2012. **134**(2), 022501. doi: 10.1115/1.4004143.

136. STROM, Thomas. NASA CR-180891: *Advanced Gas Turbine (AGT) technology development project* [online]. Final Report. Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, 1987.

137. FLEGEL, Christian. *Konzept und Implementierung einer grafischen Benutzeroberfläche zur Durchführung und Auswertung eines ingenieurtechnischen Simulationsverfahrens für Gasfolienlager*. Masterarbeit. Berlin: Technische Universität Berlin, 2020.

138. LEE, Yong-Bok, KWAK, Hyun-Duck, KIM, Chang-Ho und LEE, Nam-Soo. Numerical prediction of slip flow effect on gas-lubricated journal bearings for MEMS/MST-based micro-rotating machinery. *Tribology International*. Februar 2005. **38**(2), 89–96. doi: 10.1016/j.triboint.2004.01.003.

139. Special Metals Incoloy A-286. [online]. 25 Juni 2020. http://216.71.103.52/documents/Incoloy%20alloy%20A-286.pdf

140. Special Metals Incoloy 718. [online]. 25 Juni 2020. https://www.specialmetals.com/assets/smc/documents/inconel_alloy_718.pdf

141. Dr. Sommer Werkstofftechnik 42CrMo4. [online]. 25 Juni 2020. https://marktspiegel.werkstofftechnik.com/fileadmin/_dr.sommer_werkstofftechnik/pdf/software/42CrMo4_1_7225.pdf

142. Special Metals Inconel X750. [online]. 25 Juni 2020. https://www.specialmetals.com/assets/smc/documents/alloys/inconel/inconel-alloy-x-750.pdf

143. Acidur X5CrNi18-10. *DEW-Stahl Acidur X5CrNi18-10* [online]. https://www.dew-stahl.com/fileadmin/files/dew-stahl.com/documents/Publikationen/Werkstoffdatenblaetter/RSH/1.4301_de.pdf

144. Thyssen Krupp S235. [online]. 25 Juni 2020. https://de.materials4me.com/media/pdf/e7/7d/30/Werkstoffdatenblatt_zum_Werkstoff_S235JR.pdf

145. Dörrenberg Edelstahl 1.7225. [online]. 7 Juni 2020. https://www.doerrenberg.de/wp-content/uploads/2020/02/1.7225_de_01.pdf

146. Abrams Premium Stahl 1.7225. [online]. 7 Juni 2020. http://www.premium-stahl.de/images/filedownloads/de/datenblaetter/1.7225.pdf

147. Downhill-Simplex-Verfahren. *Wikipedia* [online]. 24 April 2020. https://de.wikipedia.org/wiki/Downhill-Simplex-Verfahren#/media/Datei:Downhillsimplex-flowchart.svg

Anhang

A Parametrische Erstellung des Verlaufs des nominalen Spalts bei Verwendung von *shims*

Die Verwendung von *shims* (dünne Metallplättchen) verspricht eine einfache Möglichkeit die Stabilität eines GFL verbessern. Dies wird in Kapitel 6.3.2 gezeigt. Dazu werden die *shims* unter die *bump foil* geschoben und dadurch lokal der nominale Spalt verringert. Da der Verbund aus top und bump foil noch über den *shims* liegt, wird die Verringerung nicht in harten Stufen erfolgen, sondern die *bump* und *top foil* werden einem gewissen Verlauf folgen. Wie dieser Verlauf genau aussehen wird, ist nicht einfach zu bestimmen. Im Programmcode wird die zur Beschreibung des Verlaufs verwendete Funktion $c_\theta(\theta)$ deshalb vollständig parametrisiert erstellt. Nicht nur die Anzahl, sondern auch die Länge, Dicke und die Lage sowie der Übergang können variiert werden. Einzige Voraussetzung ist, dass die Anzahl der Knoten in θ-Richtung N_θ ohne Rest durch die Anzahl der *shims* teilbar ist. Die Einschränkung sollte aber nie eine Rolle spielen, da sicherlich immer deutlich mehr Knoten als *shims* verwendet werden[37]. Die Parameter Länge, Lage und Übergang sind normiert auf einen Bereich zwischen null und eins. Die Länge wird also indirekt über den Anteil eines *shims* innerhalb seines Bereichs definiert. Eine Länge von 0,5 bei zwei *shims* würde für einen *shim* bedeuten, dass er ein Viertel des Umfangs einnimmt. Die Länge umfasst auch die Übergänge. Die Lage (Offset) beschreibt die Position innerhalb eines *shim*-Bereichs. Dabei bedeutet null am Anfang des Bereichs, und eins eine Position ganz am Ende des Bereichs. Die Vorgabe eines Übergangs von null ergibt einen sanften Übergang zwischen dem eigentlich nominalen Spalt und dem verringerten Bereich. Die Parameter Anzahl und Dicke sind selbsterklärend.

Konkret modelliert wird der *shim*-Bereich durch die Fensterfunktion eines Tukey-Fensters aus der Schwingungsmesstechnik. Das Tukey-Fenster wird durch die Laufvariable x und dem Anstieg r in der Gl. A.1 definiert.

$$w(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{r}\left[x - \frac{r}{2}\right]\right)\right), & \text{falls} \quad 0 \le x < \frac{r}{2} \\ 1, & \text{falls} \quad 0 \le x < \frac{r}{2} \\ \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{r}\left[x - 1 + \frac{r}{2}\right]\right)\right), & \text{falls} \quad 1 - \frac{r}{2} \le x < 1 \end{cases} \tag{A.1}$$

37 Wird die Forderung nicht eingehalten, wird eine beschreibende Fehlermeldung ausgegeben. Die Knotenanzahl kann dann leicht angepasst werden. Es wäre auch möglich die vorgegebene Knotenanzahl auf die nächstgrößere, ohne Rest durch die Anzahl der *shims* teilbare Zahl zu runden. Diese Funktionalität ist für N_θ bereits für Berechnungen mit unterteilten *bump foils* in θ-Richtung implementiert, da hier auch die Knotenanzahl ohne Rest durch die Anzahl der Unterteilungen teilbar sein muss. Beide Optionen sollten prinzipiell funktionieren, wurden aber nicht ausgiebig erprobt und deshalb auf die Rundung für die *shims* verzichtet, um keine Inkompatibilitäten zu erzeugen.

In der Abb. A.1 ist eine Variation jedes Parameters und die entsprechende Auswirkung auf den Verlauf dargestellt.

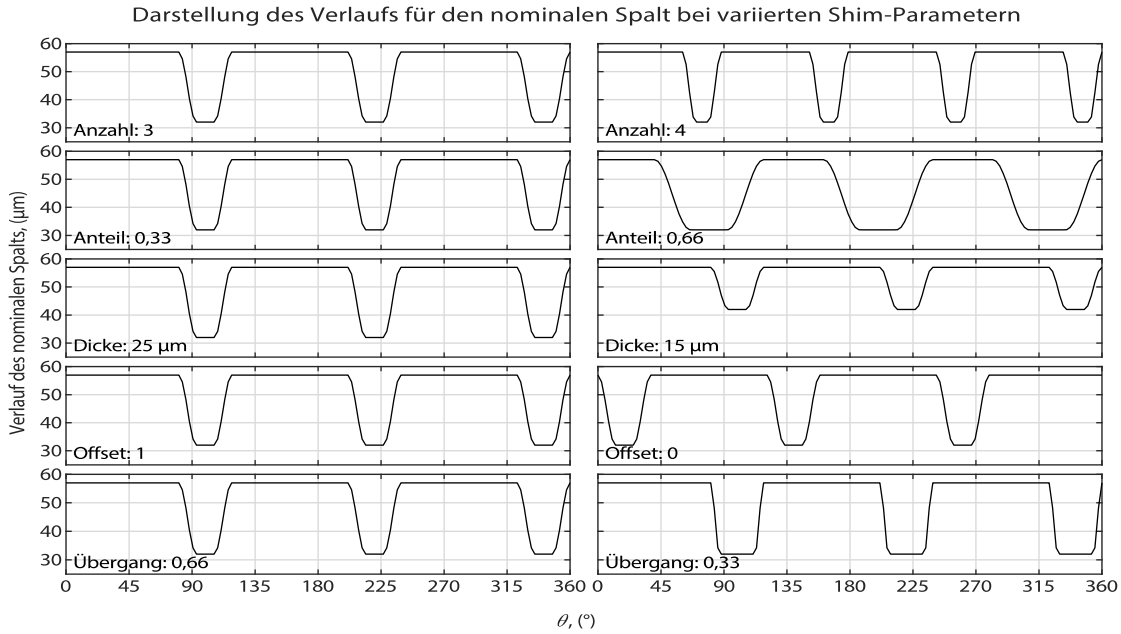

Abb. A.1: Variation der shim-Parameter und die Auswirkungen auf den Verlauf des nominalen Spalts $c_\theta(\theta)$

B Weitere Berechnungsvarianten zum Vergleich mit Kapitel 5.2

In Kapitel 5.2 werden ausführlich die Einflüsse auf und mögliche Erklärungen für die Abweichungen zwischen den berechneten Ergebnissen und den Messergebnissen aus [78] besprochen. In diesem kurzen Kapitel werden nun drei weitere Varianten gezeigt, um eine noch umfangreichere Einordnung zu erlauben.

In der ersten Variante wird die Randbedingung an den axialen Seitenrändern angepasst. Statt der Annahme von Umgebungstemperatur für die in den Unterdruckgebieten angesaugten Luft wird der Mittelwert zwischen der Wellentemperatur (an dieser Stelle) und der Umgebungstemperatur verwendet.

$$T_{ax} = \left(1 - \lambda_{ax,suc}\right)\, T_{W,a}\big|_{z \in [0,L]} + \lambda_{ax,suc}\, T_a \qquad \text{mit} \qquad \lambda_{ax,suc} = 0{,}5 \tag{B.1}$$

Dies führt entsprechend zu etwas höheren Temperaturen als in Kapitel 5.2 dargestellt. Besonders bei den niedrigeren Drehzahlen 20000 min^{-1} und 30000 min^{-1} verbessert dies die Übereinstimmung. Für einige der Messpositionen bei den hohen Drehzahlen wer-

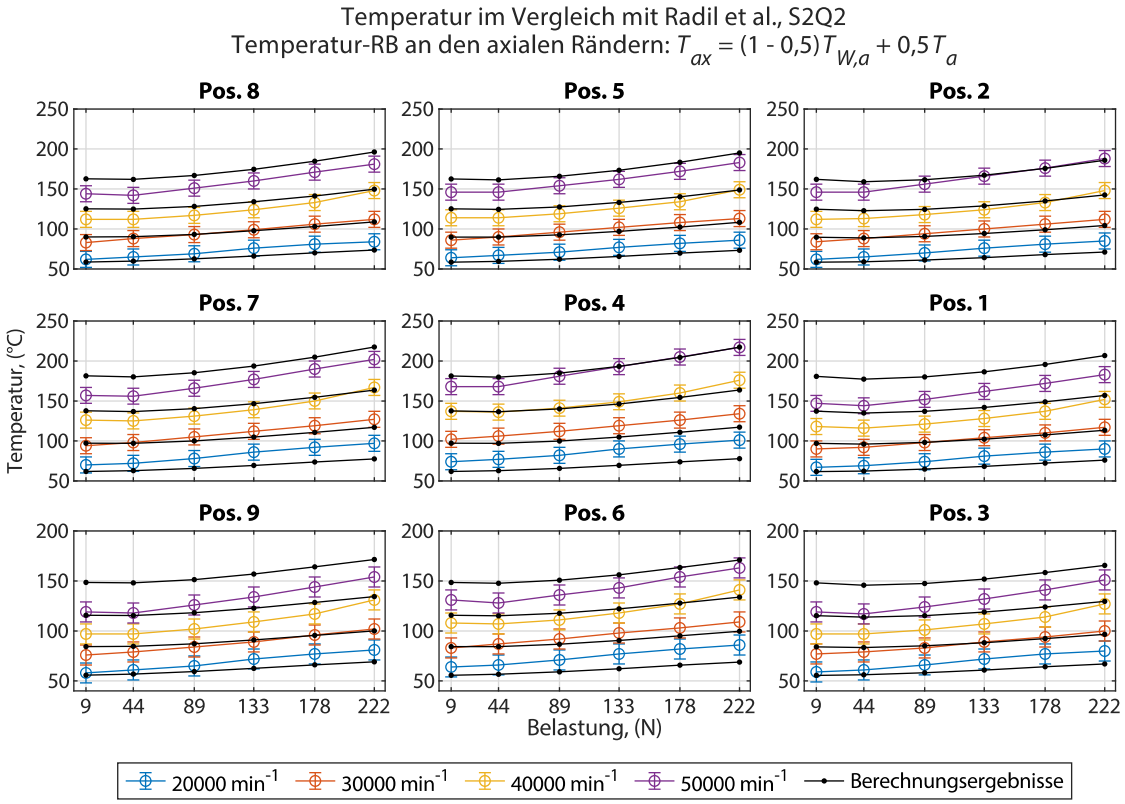

Abb. B.1: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit anderer Temperaturrandbedingungen an den axialen Rändern des GFL. Die Filmhöhe ist mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) berechnet.

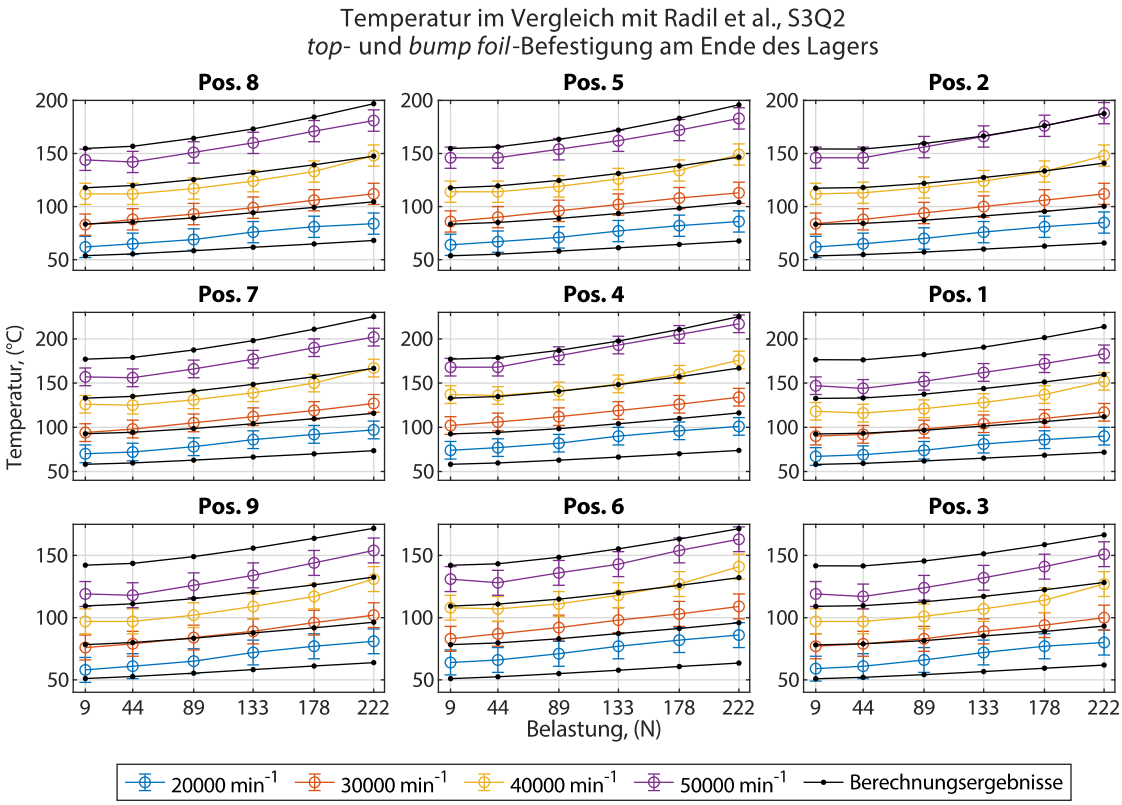

Abb. B.2: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Befestigung von top und bump foil am Ende des GFL. Die Filmhöhe ist mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3) berechnet.

den dann aber noch höhere Temperaturen und damit Abweichungen erreicht. Da die Idee zur Umsetzung dieser Variante erst spät entstand, wurde sie nicht im gleichen Maße mit weiteren Parametervariationen und -kombinationen getestet, wie die in Kapitel 5.2 dargestellten. Zumal die Wahl des Parameters $\lambda_{ax,suc}$ mit 0,5 nur willkürlich erfolgt. Prinzipiell wäre, zur Variation des Mischungsverhältnisses zwischen Umgebungstemperatur und Wellentemperatur, auch jeder andere Wert zwischen 0 und 1 für den Faktor denkbar. Der Programmcode ist deshalb so gestaltet, dass dieser Faktor bei der Definition der *solver*-Einstellungen vorgegeben werden kann und es steht damit frei diesen Faktor durch die automatisierte *solver*-Einstellungsvariationsroutine für viele Werte berechnen zu lassen.

Die nächste Variante zeigt die Ergebnisse für eine Berechnung mit Annahme der *top* und *bump foil* Befestigung am Ende des GFL: Die Welle dreht sich als auf die Befestigung zu. Die Ergebnisse unterscheiden sich nur minimal von den in Kapitel 5.2 gezeigten, weshalb sich hier auf die Ergebnisse für das Le Lez-Strukturmodell beschränkt wird. Auch diese Variante ist als *solver*-Einstellung implementiert, sodass einfach umgeschaltet werden kann. Alle dafür notwendigen Anpassungen in den Strukturmodellen werde vollautomatisiert durchgeführt.

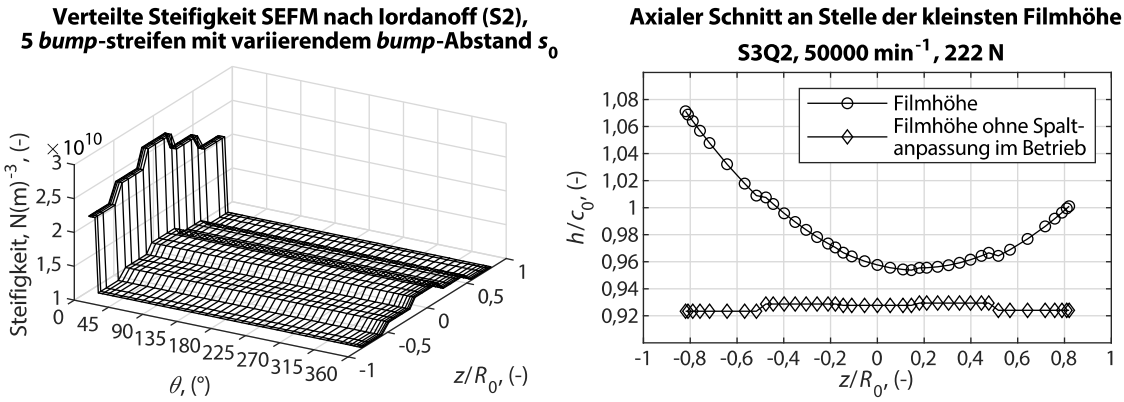

Abb. B.3: Links: Steifigkeitsverteilung für das SEFM nach Iordanoff (S2) mit fünf bump-Streifen. Die erhöhte Steifigkeit des ersten bumps ist deutlich erkennbar. Rechts: Axialer Schnitt durch eine mit dem Le Lez-Strukturmodell berechnete Filmhöhe, ebenfalls fünf bump-Streifen. Einmal mit Berücksichtigung der temperatur- und fliehkraftbedingten Spaltanpassungen an die Betriebsbedingungen (runde Marker) und einmal ohne, also reine Durchsenkung der bump foil (eckige Marker).

Die dritte Variante berechnet das GFL unter Annahme einer in fünf Streifen unterteilten *bump foil*. Aus einer Abbildung in [78] lässt sich die Anzahl der Streifen schätzen. Die genaue Unterteilung bleibt und ob und wenn ja welche Geometrieparameter sich zwischen den *bump foil*-Streifen unterscheiden bleibt unklar. Hier wird angenommen, dass am Rand des GFL Streifen mit vergrößertem *bump*-Abstand verwendet werden. Damit

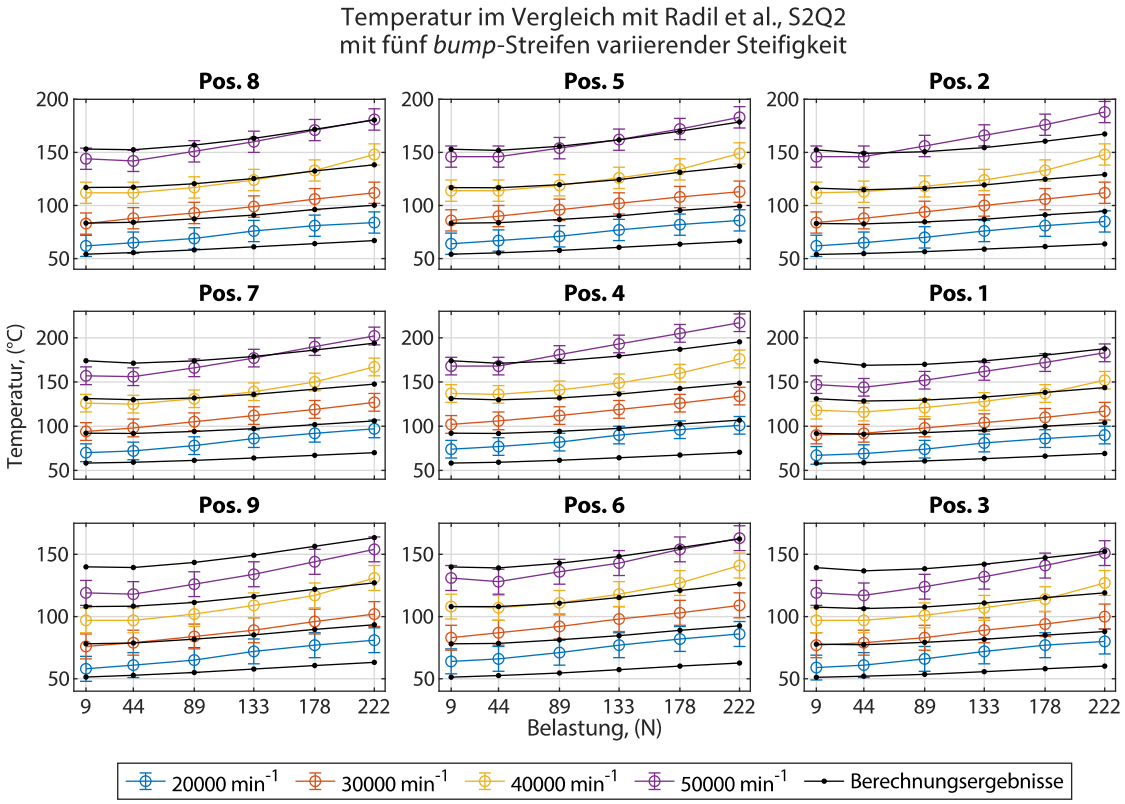

Abb. B.4: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit fünf bump-Streifen variierender Steifigkeit berechnet mit dem SEFM nach Iordanoff (S2)

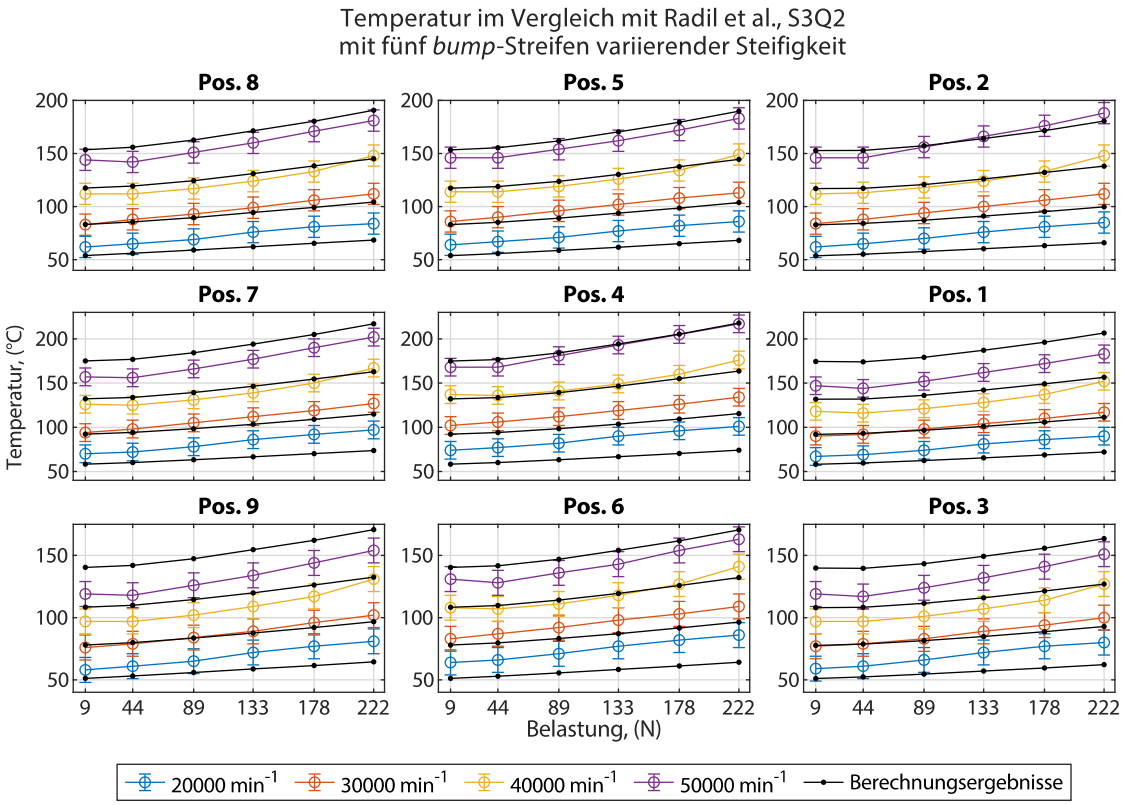

Abb. B.5: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit fünf bump-Streifen variierender Steifigkeit berechnet mit dem Le Lez-Strukturmodell (S3)

wird die lokale Steifigkeit zu den Rändern hin verringert. Im Zusammenspiel, mit dem zum Rand hin abnehmenden Druck, sollte dies für einen axialen Ausgleich der Filmhöhe sorgen. Würde dieser Ausgleich perfekt gelingen, führt dies zur in Kapitel 5.2 getroffenen Annahme einer über die Breite des Lagers konstanten Durchsenkung. Für das Iordanoff-Strukturmodell lässt sich das Feld der verteilten Steifigkeit (in $N(m)^{-3}$) einfach im linken Teil der Abb. B.3 darstellen. Für das Le Lez-Strukturmodelle ist eine einfache Darstellung nicht möglich, aber auch für dieses Modelle werden in dieser Variante fünf individuelle *bump*-Streifen berechnet. Dies wird rechts in Abb. B.3 gezeigt. Darin wird ein axialer Schnitt durch die Filmhöhe gezeigt. Die erste Linie (runde Marker) zeigt die Filmhöhe mit allen Einflüssen, für die zweite Linie (eckige Marker) wird die Spaltveränderung während des Betriebs herausgerechnet, es verbleibt die Filmhöhe aufgrund von Auslenkung der Welle und Durchsenkung der *bump foil*. In beiden Verläufen ist die axiale Unterteilung in Streifen schwach erkennbar. Gleichzeitig wird deutlich, wie stark der Einfluss der Spaltanpassung durch den Betrieb auf die Filmhöhe ist.

Obwohl die Auswirkungen auf die Temperatur überschaubar bleiben, werden dennoch die Ergebnisse für beide Strukturmodelle gezeigt, da diese hier relativ direkt beeinflusst werden.

C Weitere Abbildungen in Ergänzung zu Kapitel 5.3

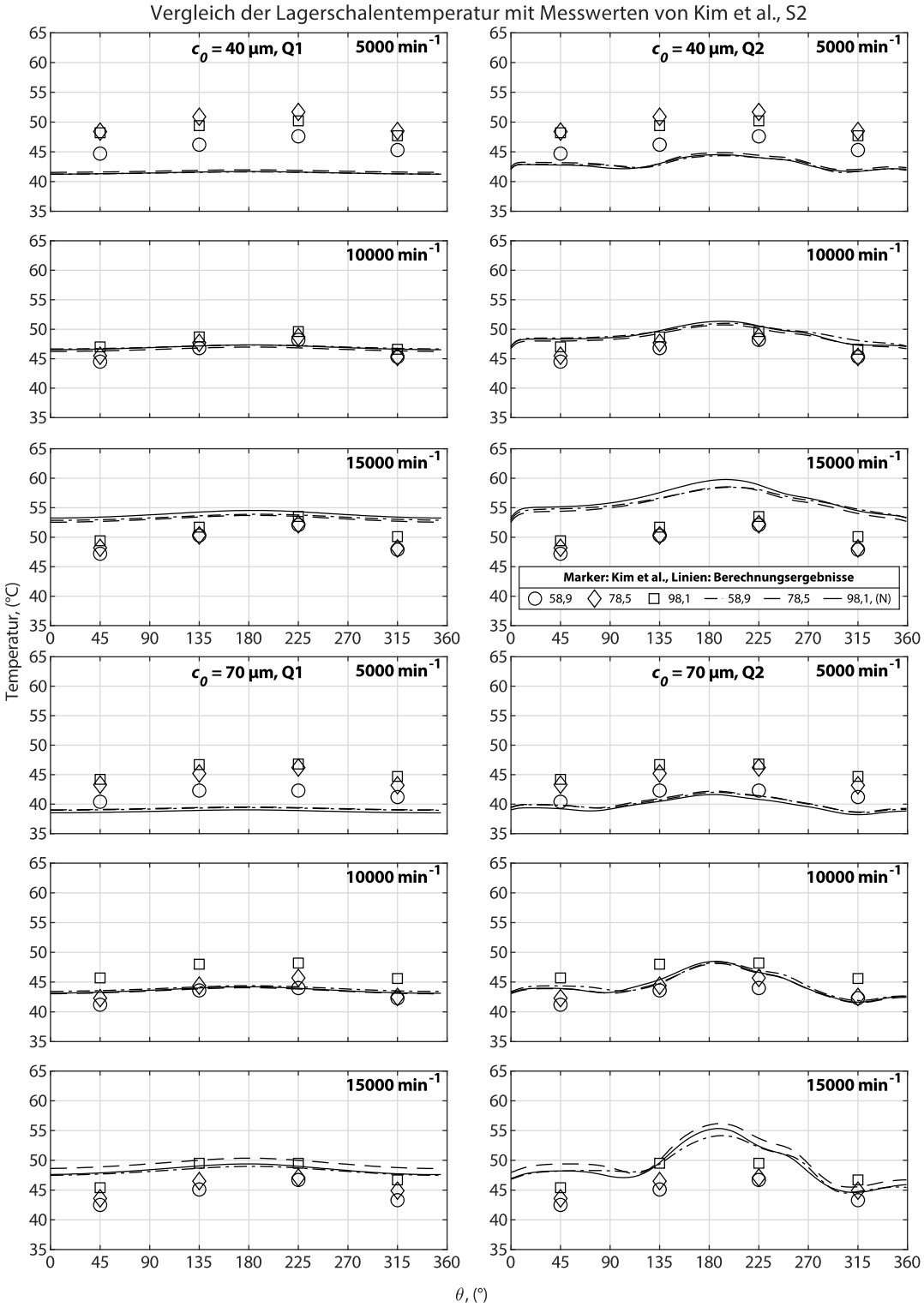

Abb. C.1: Vergleich der Lagerschalentemperatur über den Umfang in der Mittelebene mit den Messergebnissen von Kim et al. [79]. Oben für c_0 = 40 µm, unten für c_0 = 70 µm. Links das FVM- (Q1), rechts das Wärmewiderstandsmodell (Q2) der Lagerschale. Berechnet mit dem SEFM nach Iordanoff (S2).

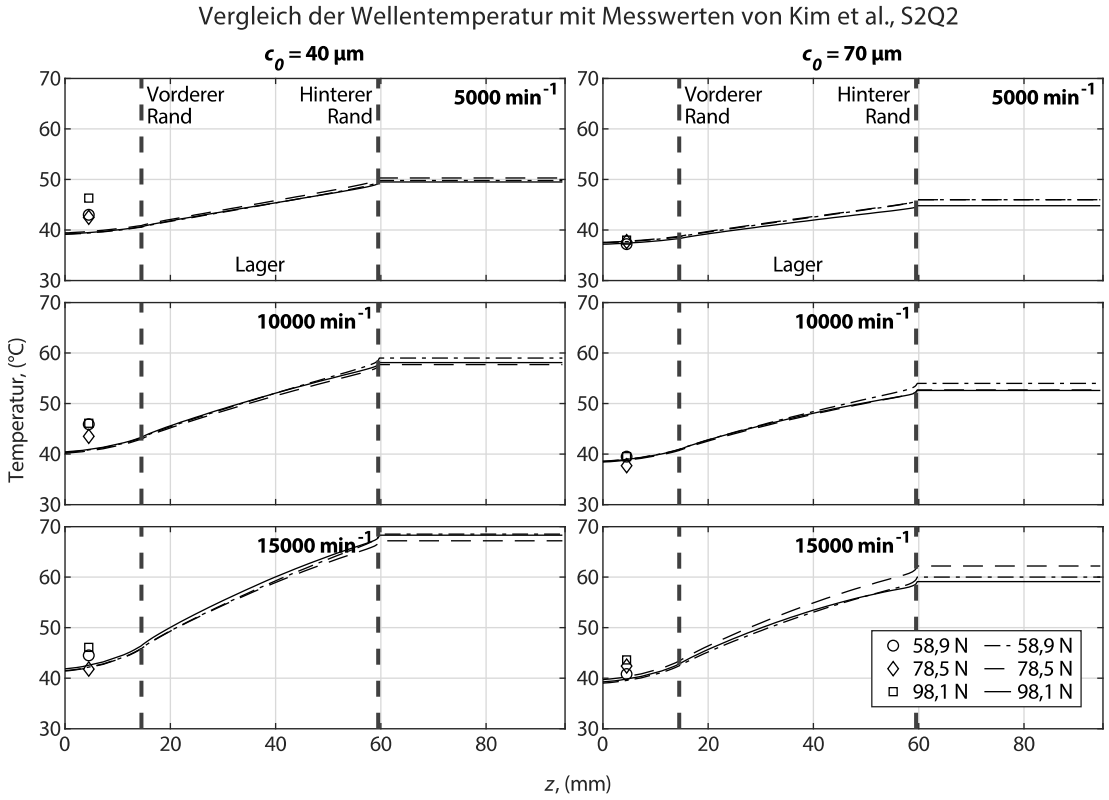

Abb. C.2: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den auf der Frontseite des Lagers an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Verwendete Berechnungsmodelle im Titel.

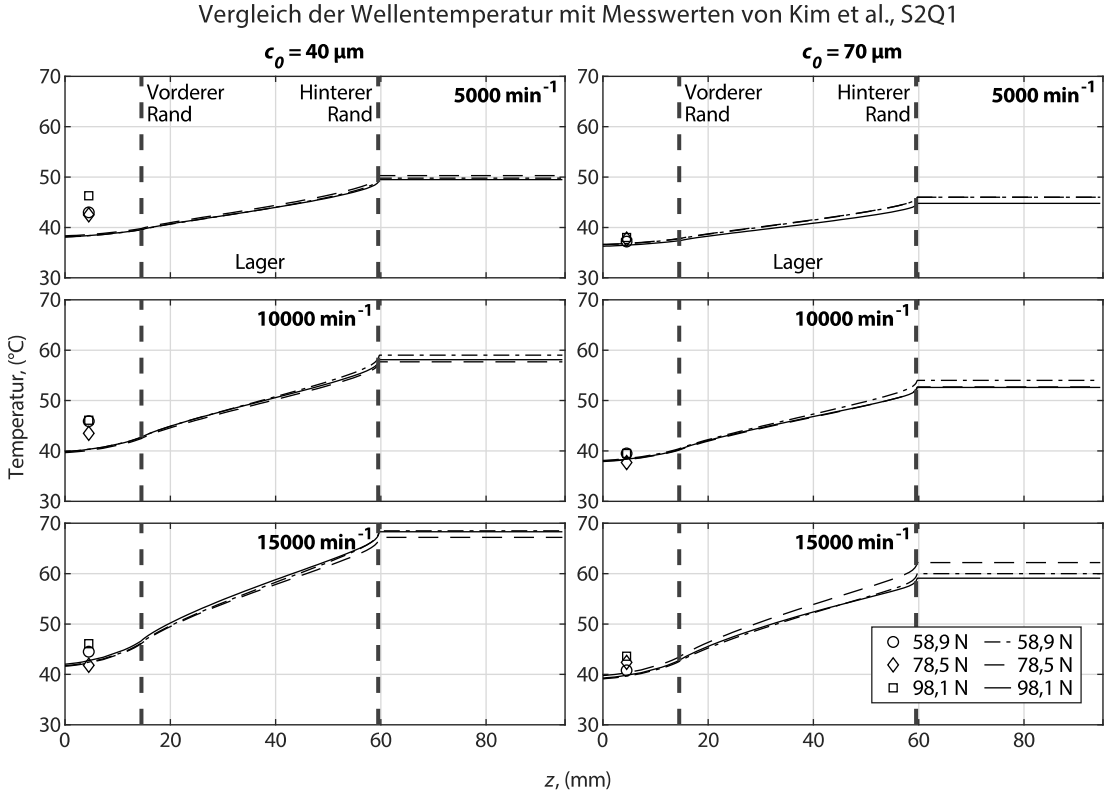

Abb. C.3: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den auf der Frontseite des Lagers an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Verwendete Berechnungsmodelle im Titel.

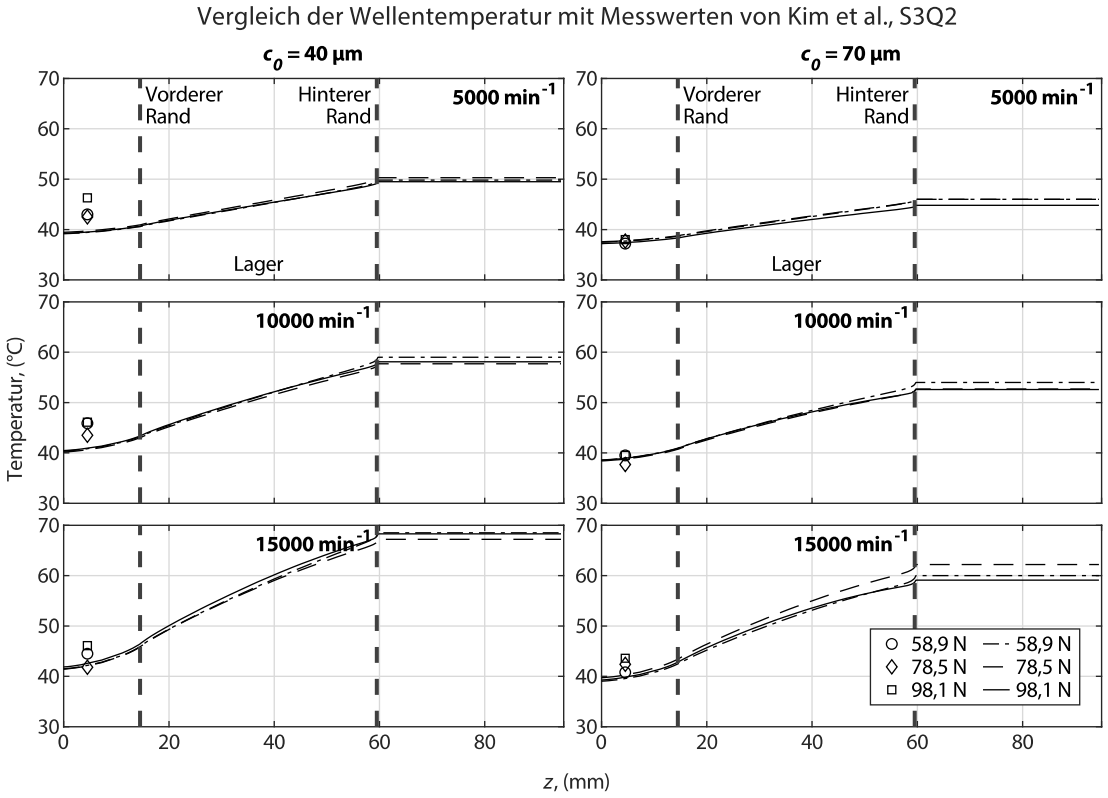

Abb. C.4: Vergleich der berechneten Temperaturen entlang der Welle mit den auf der Frontseite des Lagers an der Welle gemessenen Temperaturen aus [79]. Verwendete Berechnungsmodelle im Titel.

D Weitere Abbildungen in Ergänzung zu Kapitel 5.4

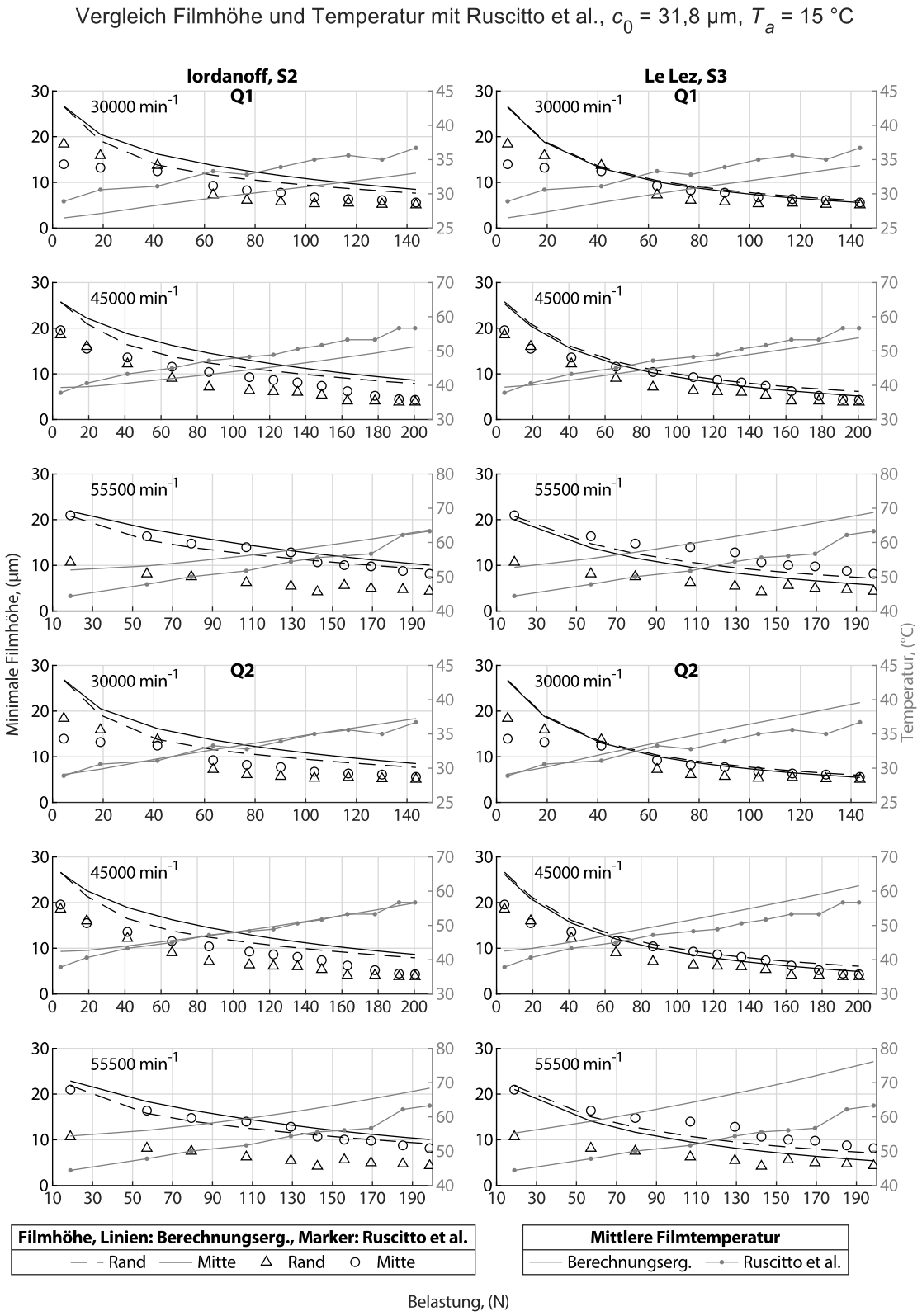

Abb. D.1: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 31,8 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 15 °C

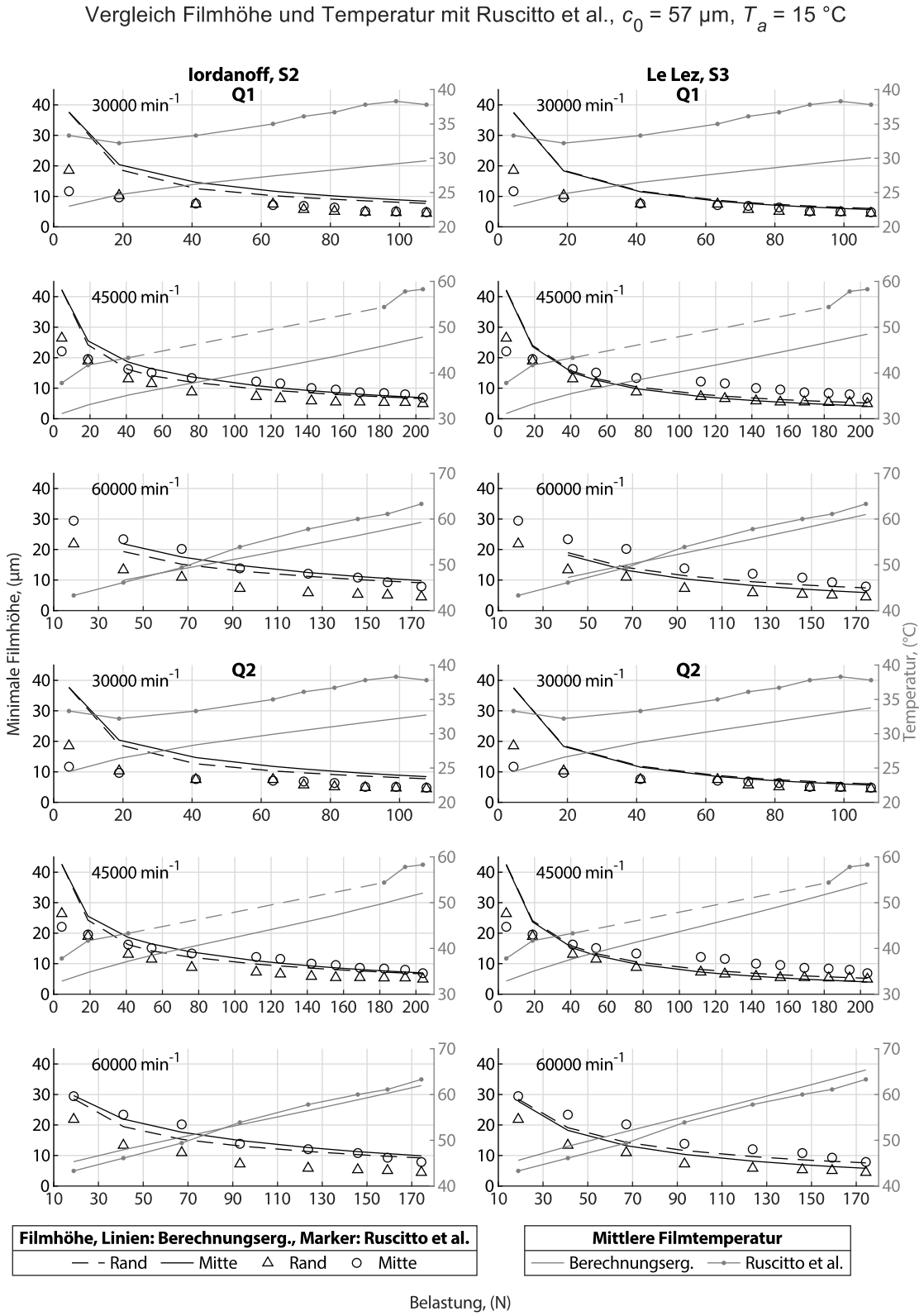

Abb. D.2: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] für den nominalen Spalt c_0 = 57 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 15 °C

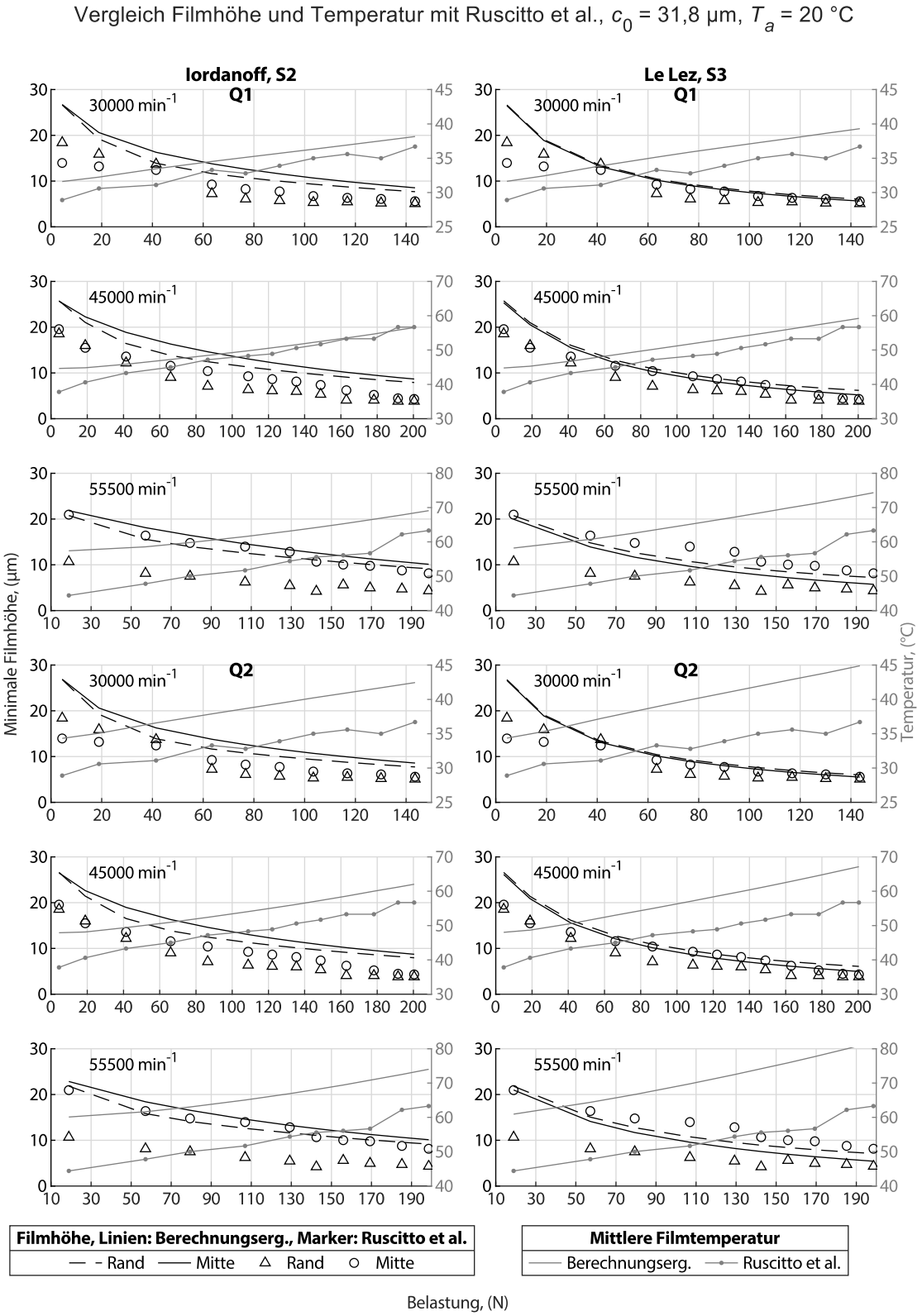

Abb. D.3: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] *für den nominalen Spalt c_0 = 31,8 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 20 °C*

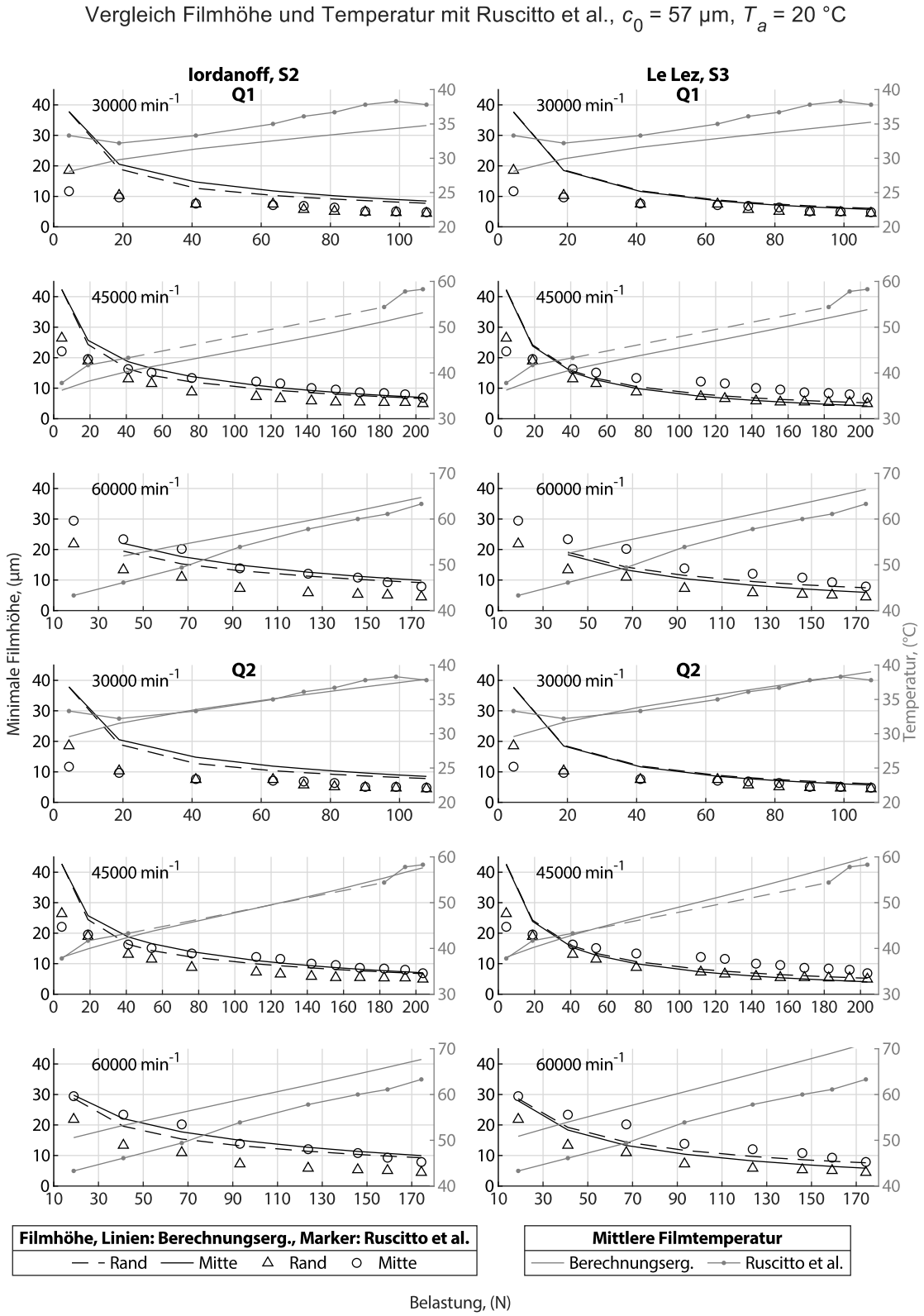

Abb. D.4: Filmhöhe am Lagerrand und -mitte sowie mittlere Filmtemperatur für alle Lastfälle aus [51] *für den nominalen Spalt c_0 = 57 µm für beide Struktur- und Wärmetransportmodelle bei T_a = 20 °C*

E Weitere Abbildung in Ergänzung zu Kapitel 5.5

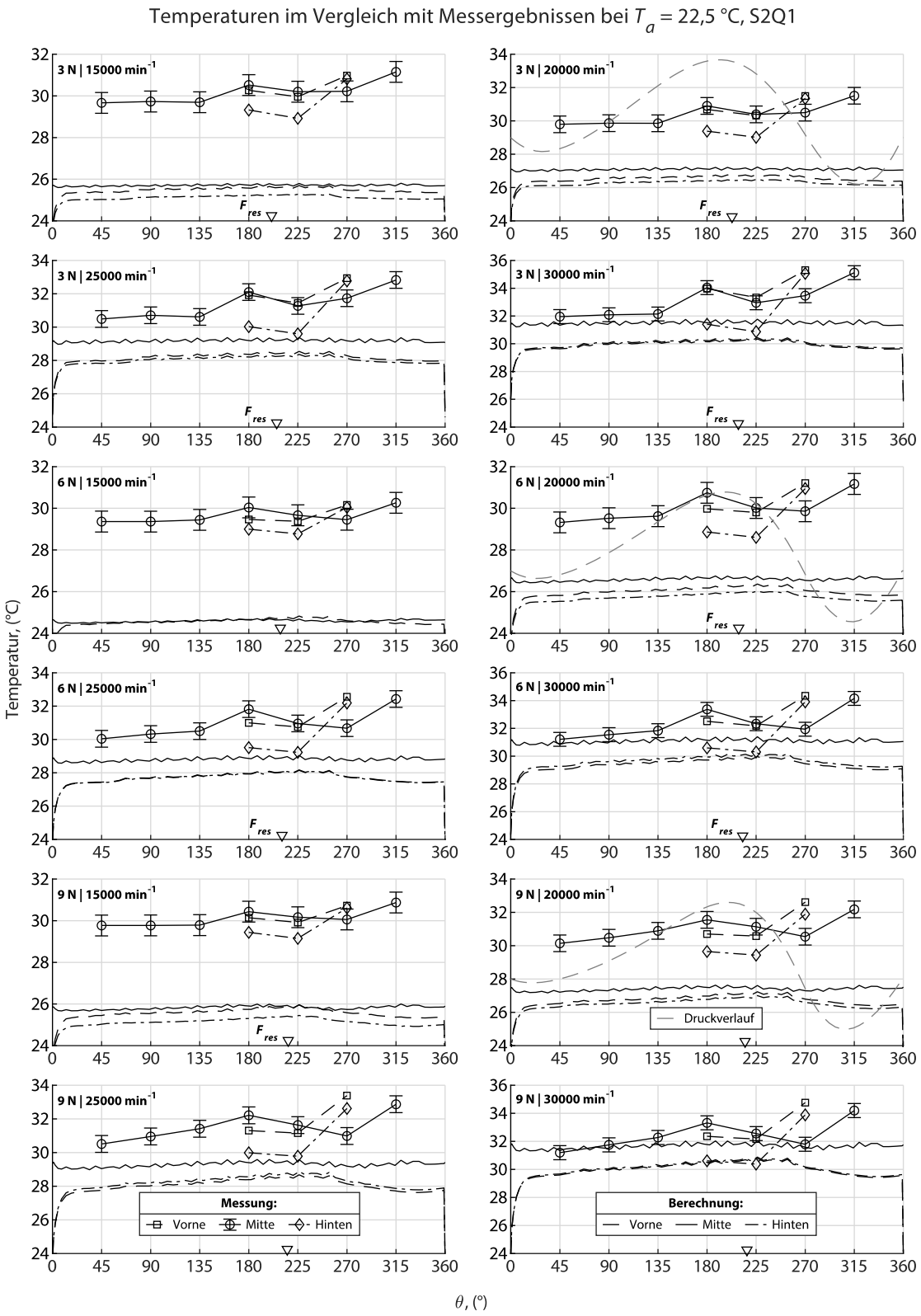

Abb. E.1: Gemessene Temperaturprofile am Fachgebietsprüfstand im Vergleich mit Berechnungsergebnissen mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) und dem FVM-Wärmemodell (Q1)

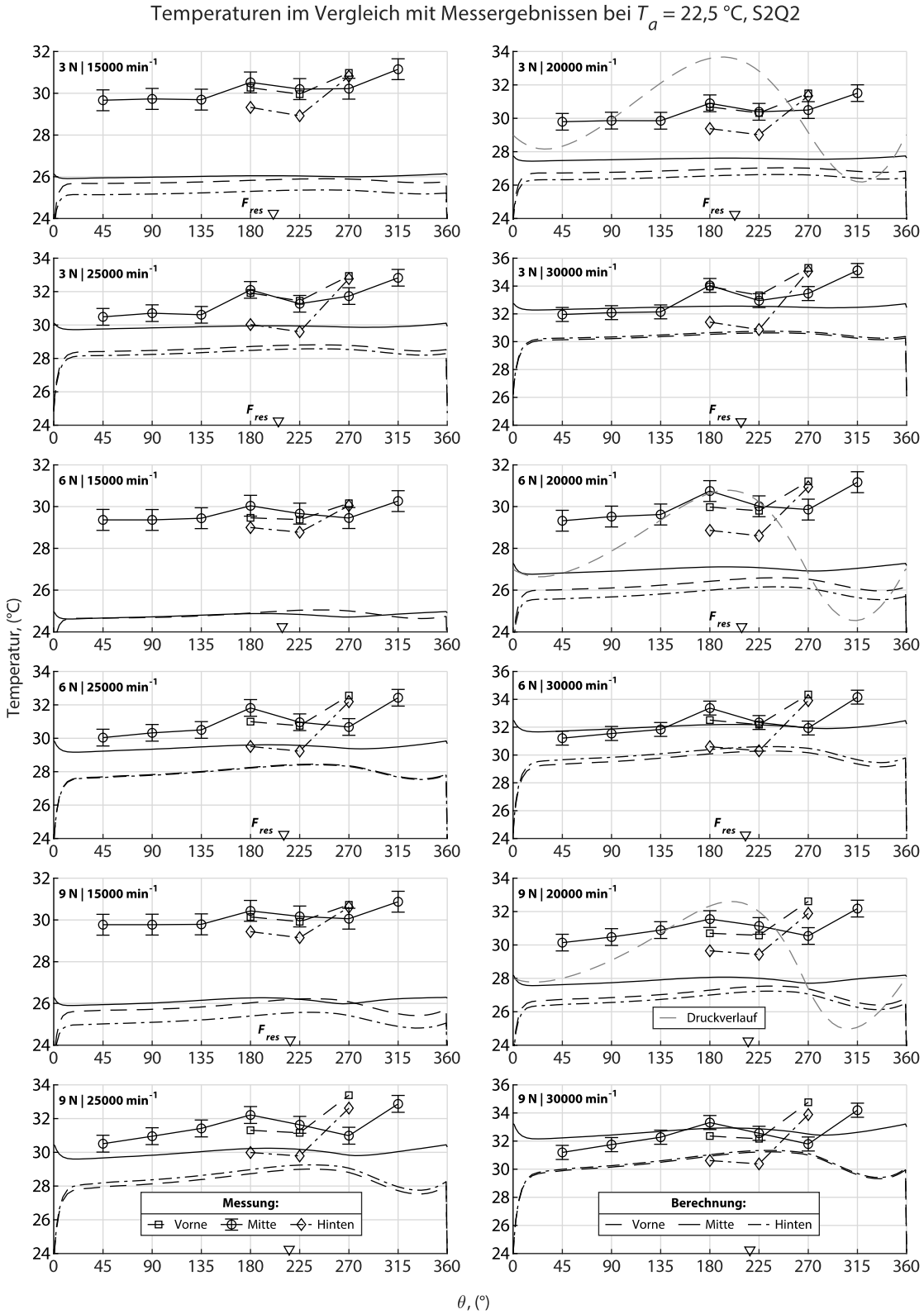

Abb. E.2: Gemessene Temperaturprofile am Fachgebietsprüfstand im Vergleich mit Berechnungsergebnissen mit dem SEFM nach Iordanoff (S2) und dem Wärmewiderstandsmodell (Q2)

F Beschreibung des GFL-Prüfstands am Fachgebiet

Zur messtechnischen Untersuchung von GFL-Lagern ist am Fachgebiet ein Prüfstand eingerichtet. Der Prüfstand besitzt grundlegend den klassischen Aufbau wie er in vielen Veröffentlichungen in ähnlicher Art und Weise verwendet wird. Eine Prinzipskizze ist in Abb. F.1 dargestellt. In einer zentralen Lagereinheit wird eine Welle konventionell durch Wälzlager gelagert. Um einen Betrieb bis zu hohen Drehzahlen von 50000 min^{-1} zu ermöglichen, werden bei der Lagereinheit vorgespannte Spindellager verwendet. Eine ursprüngliche verwendete hydrodynamische Lagerung erfüllte nicht die Anforderungen an das für die dynamischen Messungen notwendige Schwingungsniveau. Auf der einen Seite der Lagereinheit ist Welle über eine Kupplung mit ein Asychronmotoer der Firma *ATE GmbH&Co. KG* verbunden. Auf der anderen Seite der Lagereinheit ragt die Welle aus dieser heraus. Auf diesem überkragenden Ende ist über eine Ringfeder-Welle-Nabenverbindung (nicht dargestellt in Abb. F.1) die Nabe angebracht, auf der das zu untersuchende GFL läuft. Das GFL sitzt in einer Lagerschale, die über eine Zugeinrichtung aufgehängt ist. Durch die Zugeinrichtung kann das GFL mit Hilfe eines Pneumatikzylinders mit einer variablen statischen Belastung beaufschlagt werden. Dies ist auch während des Betriebs möglich. Die aufgebrachte Last wird über eine Kraftmessdose im Zugseil erfasst. Während der Messung der dynamischen Lagerparameter wird das Lager durch zwei s*haker* in zwei Richtungen mit variabler Frequenz angeregt. Die Anregungskraft wird durch Kraftmessdosen in den Verbindungsstangen der *shaker* erfasst. Die Reaktion des Lagers auf die Anregung wird durch optische Wegsensoren und piezoelektrische Beschleunigungssensoren aufgenommen. Aus der Übertragungsfunktion werden die dynamischen Lagerparameter berechnet. Die Messapparatur zur Ermittlung der dynamischen Lagerparameter ist nicht dargestellt, findet sich aber ausführlich in [129].

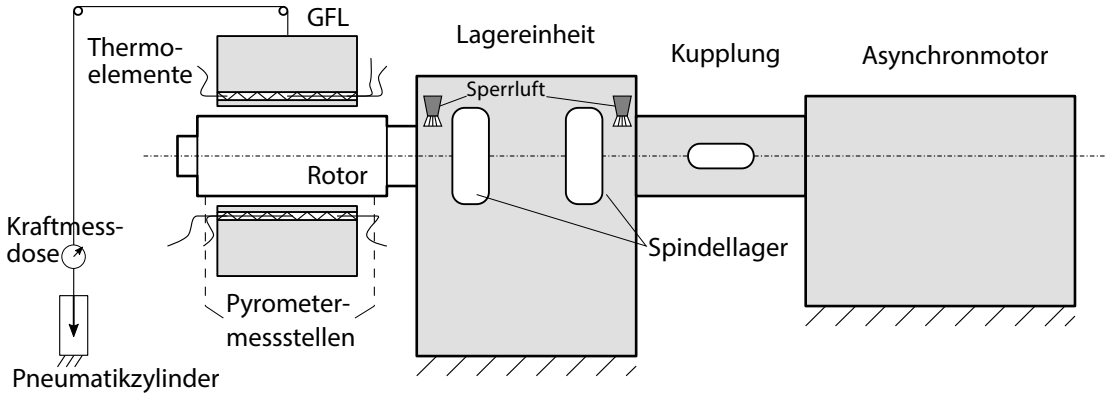

Abb. F.1: Prinzipskizze des Prüfstandsaufbaus am Fachgebiet (nicht maßstäblich)

Für die Messung der Temperatur werden 13 Thermoelemente axial unter die *bump foil* geschoben und an den Rändern und Mitte des GFL platziert. Die genauen Messpositionen sind in Abb. 5.13 dargestellt. Ein weiteres Thermoelement misst die Umgebungstemperatur während der Messung. Die Temperatur an der Oberfläche der Welle wird über jeweils ein Pyrometer vor und hinter dem GFL gemessen.

Einschränkungen für den Prüfstand ergeben sich aus den vorgespannten Spindellager, die für einen Betrieb bei hohen Drehzahlen in geeigneter Weise geschmiert und gekühlt werden müssen. Diese dürfen allerdings nicht durch einen Ölsumpf geflutet werden, da die Wälzkörper sonst aufschwimmen und nicht mehr abrollen, was im Folgenden zu harten Kontakten mit den Laufbahnen führen kann. Die Schmierung wird deshalb durch eine Öl-Luft-Minimalmengenschmierung sichergestellt. Dazu wird Druckluft unter einem Druck von 6 bar mit einer kleinen Menge Öl angereichert und zu den Lagern geführt. Um einen Austritt des Öl-Luft-Gemischs aus der Lagereinheit zu verhindern, wird im Bereich der Lagerdeckel zusätzlich Druckluft als Sperrluft eingeleitet. Trotz dieser Maßnahmen heizt sich der Prüfstand bei maximaler Drehzahl sehr schnell auf, weshalb davon abgeraten wird eine Drehzahl von 45000 min^{-1} zu überschreiten, bzw. hohe Drehzahlen nur für kurze Zeiträume zu fahren. Daraus ergeben sich für die Temperaturmessungen zwei Einschränkungen. Zum einen können hohe Drehzahlen nicht untersucht werden, weil zur Messung einer aussagekräftigen Temperatur gewartet

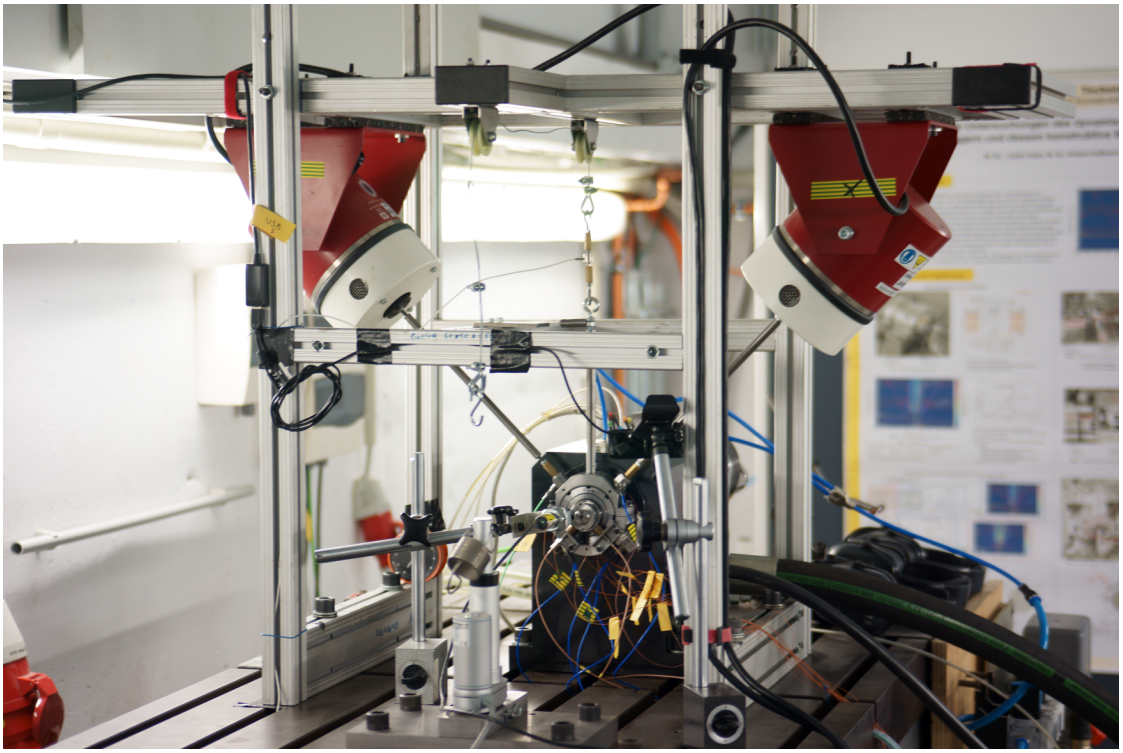

Abb. F.2: Foto des Fachgebietsprüfstands. Gut erkennbar, sind die vielen braunen Thermoelemente mit den ockerfarbenen Wimpeln [129].

werden muss bis sich ein Temperaturgleichgewicht im Lager eingestellt hat. Zum anderen lässt sich der Einfluss der Kühlung durch die Öl-Luft-Minimalmengenschmierung auf die Temperatur der Welle und damit auch auf die Temperatur im Fluidfilm des untersuchten GFL schwer erfassen. In den für diese Arbeit durchgeführten Temperaturmessungen wird deshalb die Temperatur an der Wellenoberfläche zwischen der Lagereinheit und dem GFL durch ein Pyrometer erfasst und diese als Randbedingung für die Berechnungen verwendet.

Eine wesentlich ausführlichere Beschreibung befindet sich in der Dissertation von Djoko Kayo, der sich mit der Messung der dynamischen Lagerparameter an diesem Prüfstand beschäftigt [129].

G Ergänzende Abbildungen zur Stabilitätsanalyse

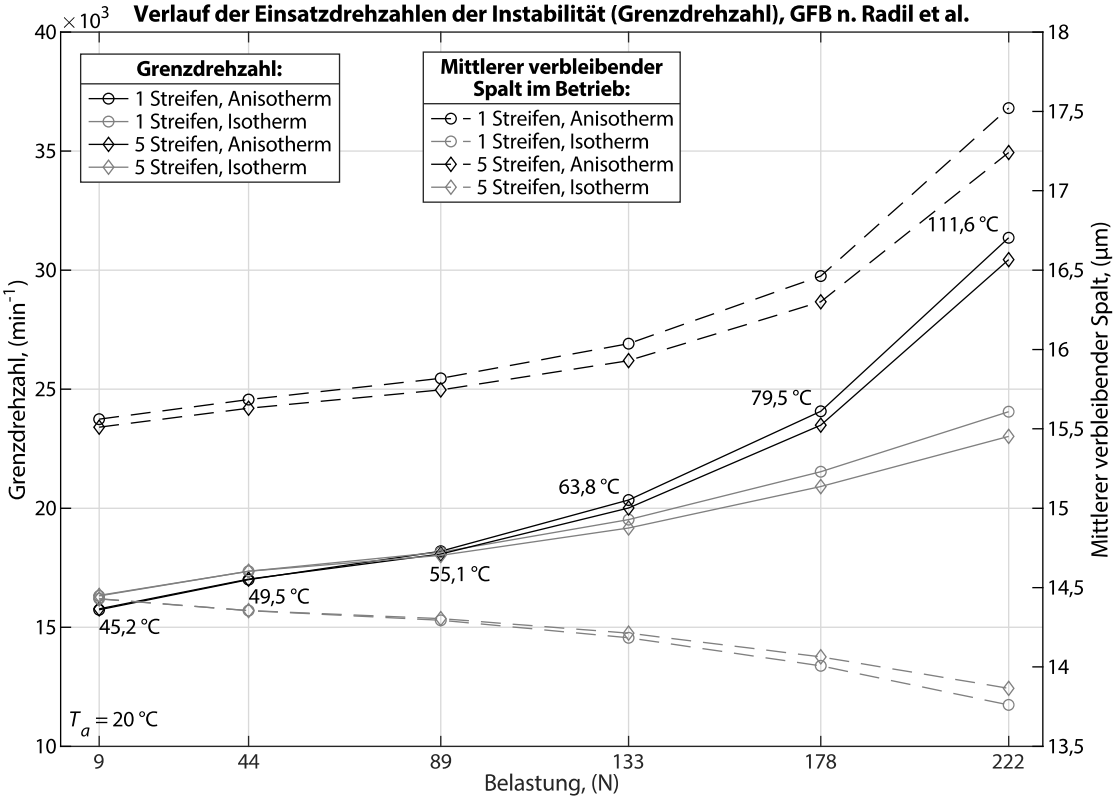

Abb. G.1: Grenzdrehzahlen für ein GFL nach [78] mit dem mittleren verbleibenden Spalt

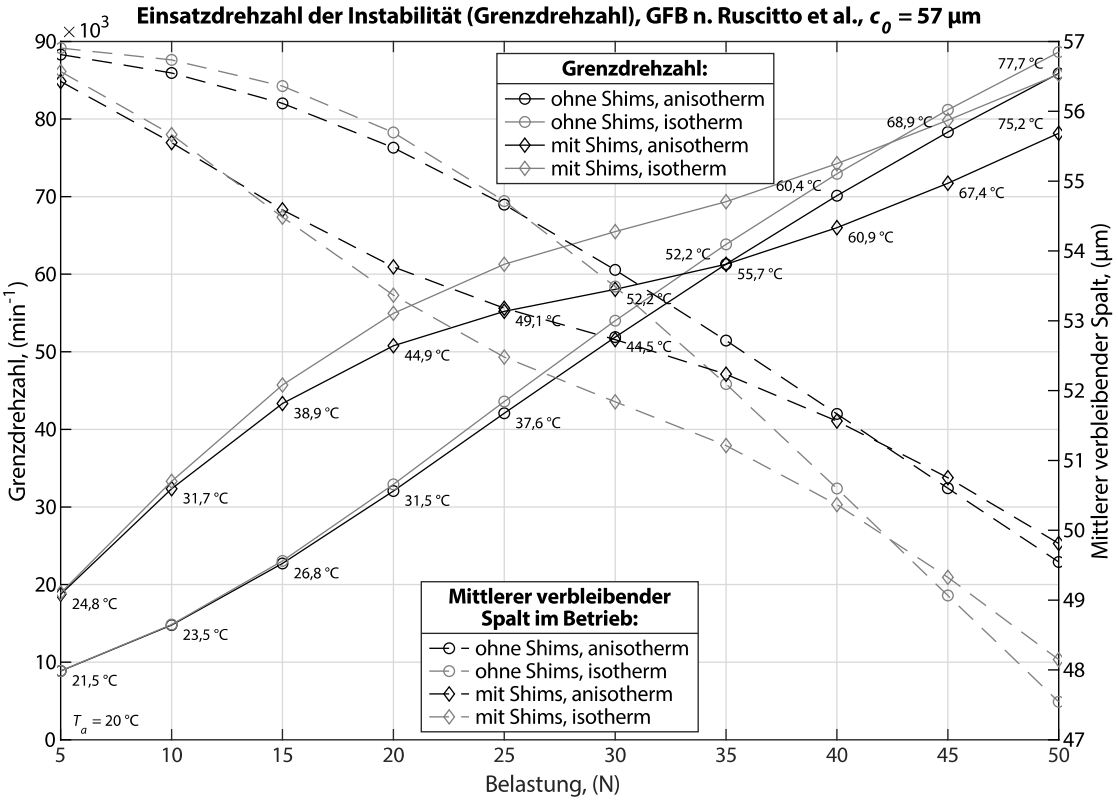

Abb. G.2: Grenzdrehzahlen für ein GFL nach [51] mit dem mittleren verbleibenden Spalt

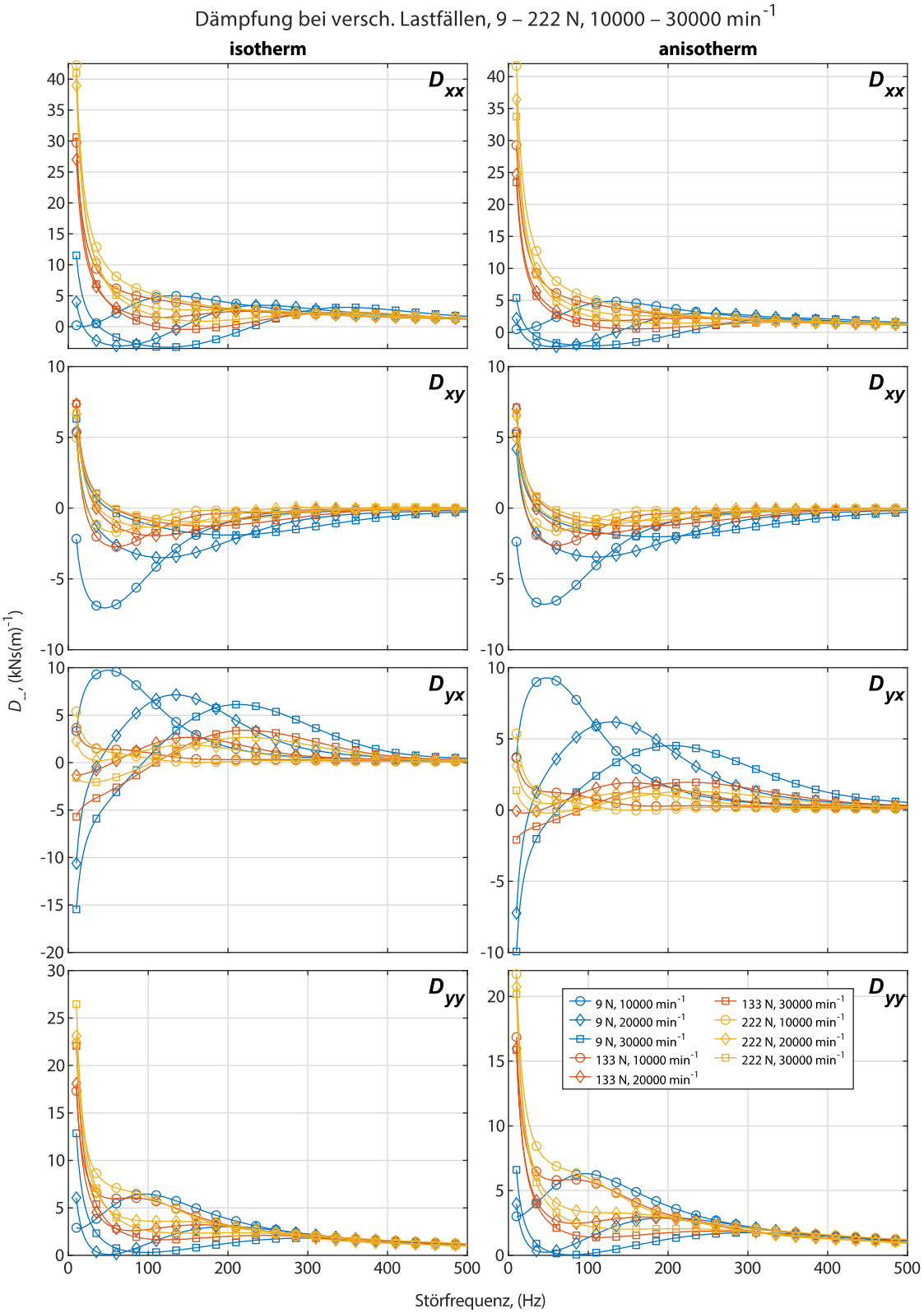

Abb. G.3: Linearisierte Dämpfungswerte für verschiedenen Lastfälle aus [78] im Vergleich zwischen einer isothermen und anisothermen Berechnung

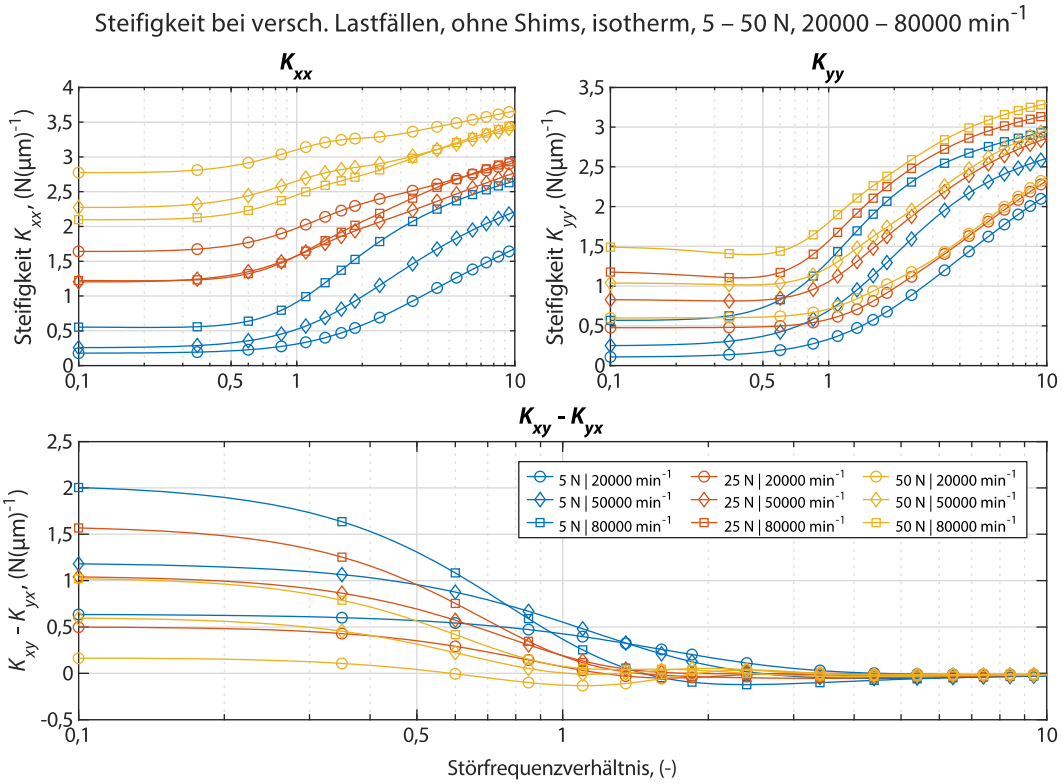

Abb. G.5: Linearisierte Steifigkeitswerte an der Geometrie aus [51] ohne shims und isotherm berechnet

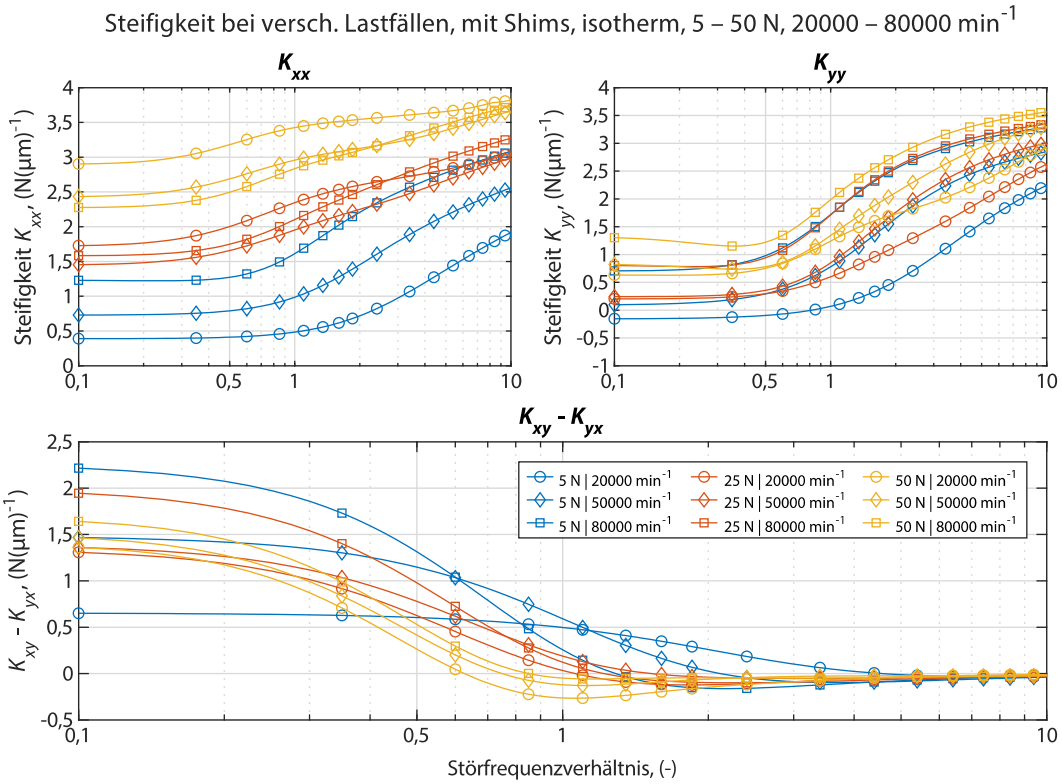

Abb. G.4: Linearisierte Steifigkeitswerte an der Geometrie aus [51] mit shims und isotherm berechnet

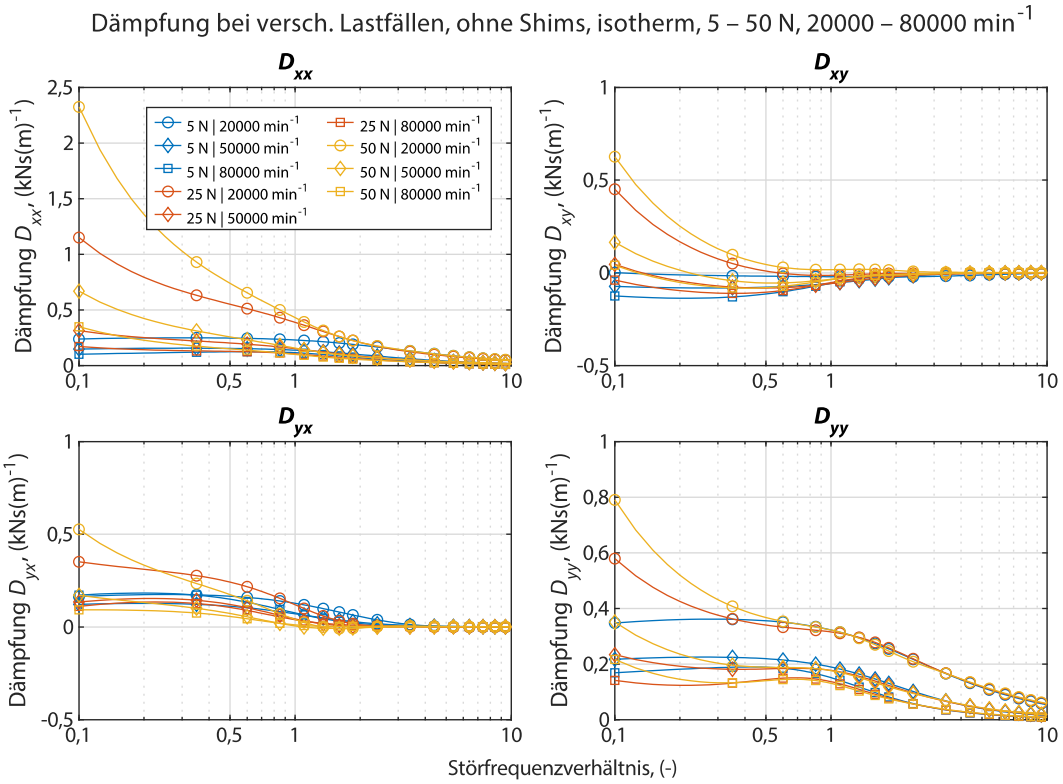

Abb. G.6: Linearisierte Dämpfungswerte an der Geometrie aus [51] ohne shims und isotherm berechnet

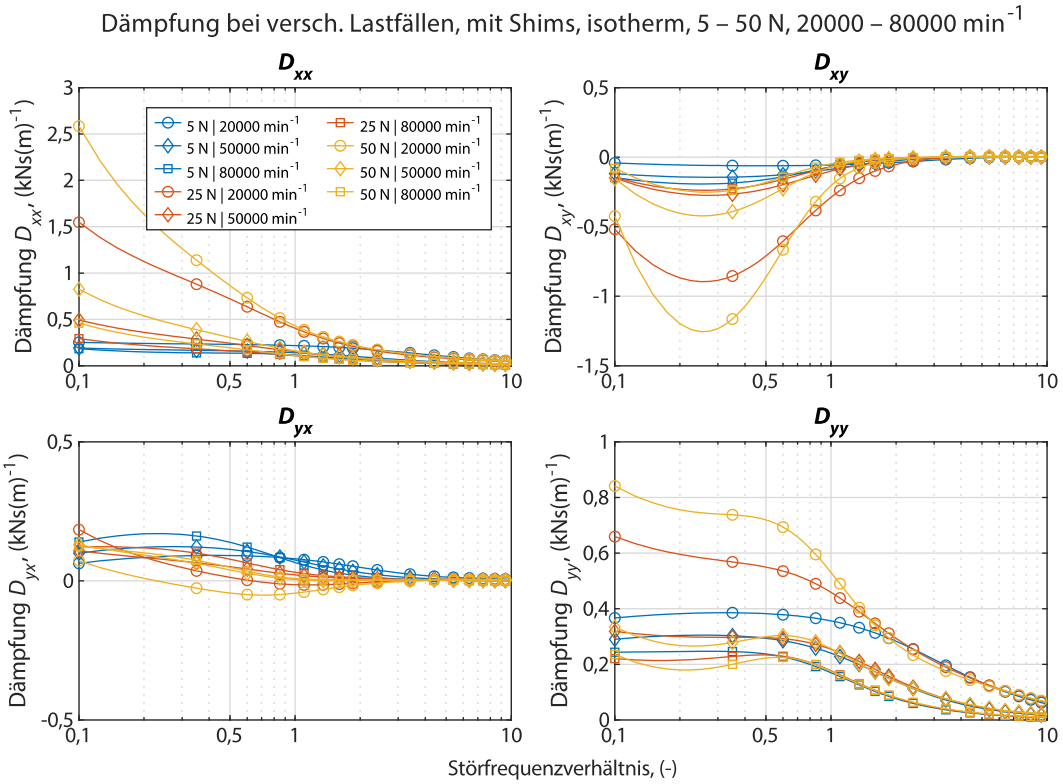

Abb. G.7: Linearisierte Dämpfungswerte an der Geometrie aus [51] mit shims und isotherm berechnet

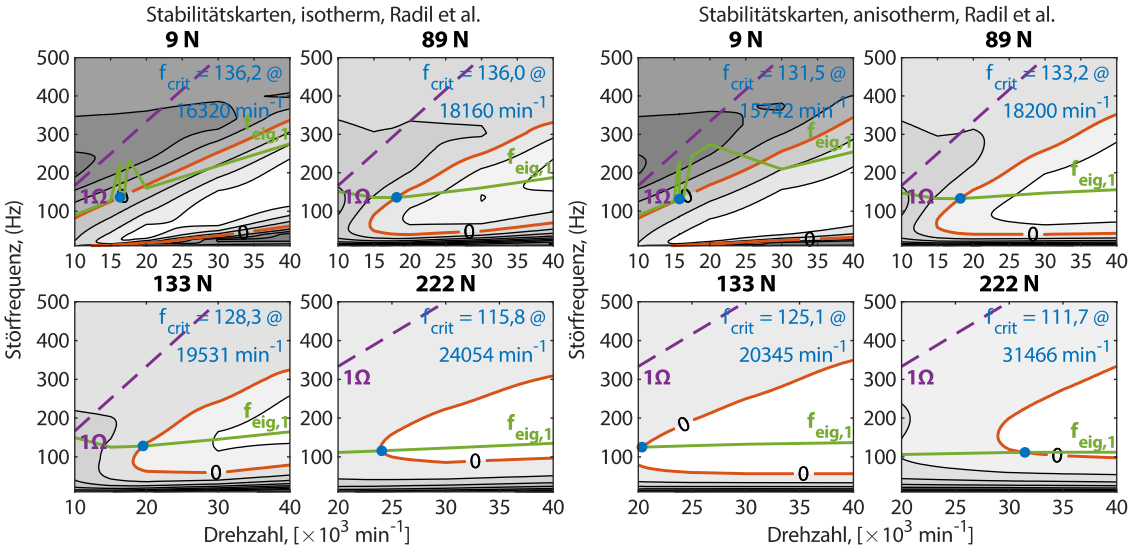

Abb. G.8: Stabilitätskarten in Ergänzung zu den in Kapitel 6.3.1 berechneten Werten. Lagerkonf. nach [78].

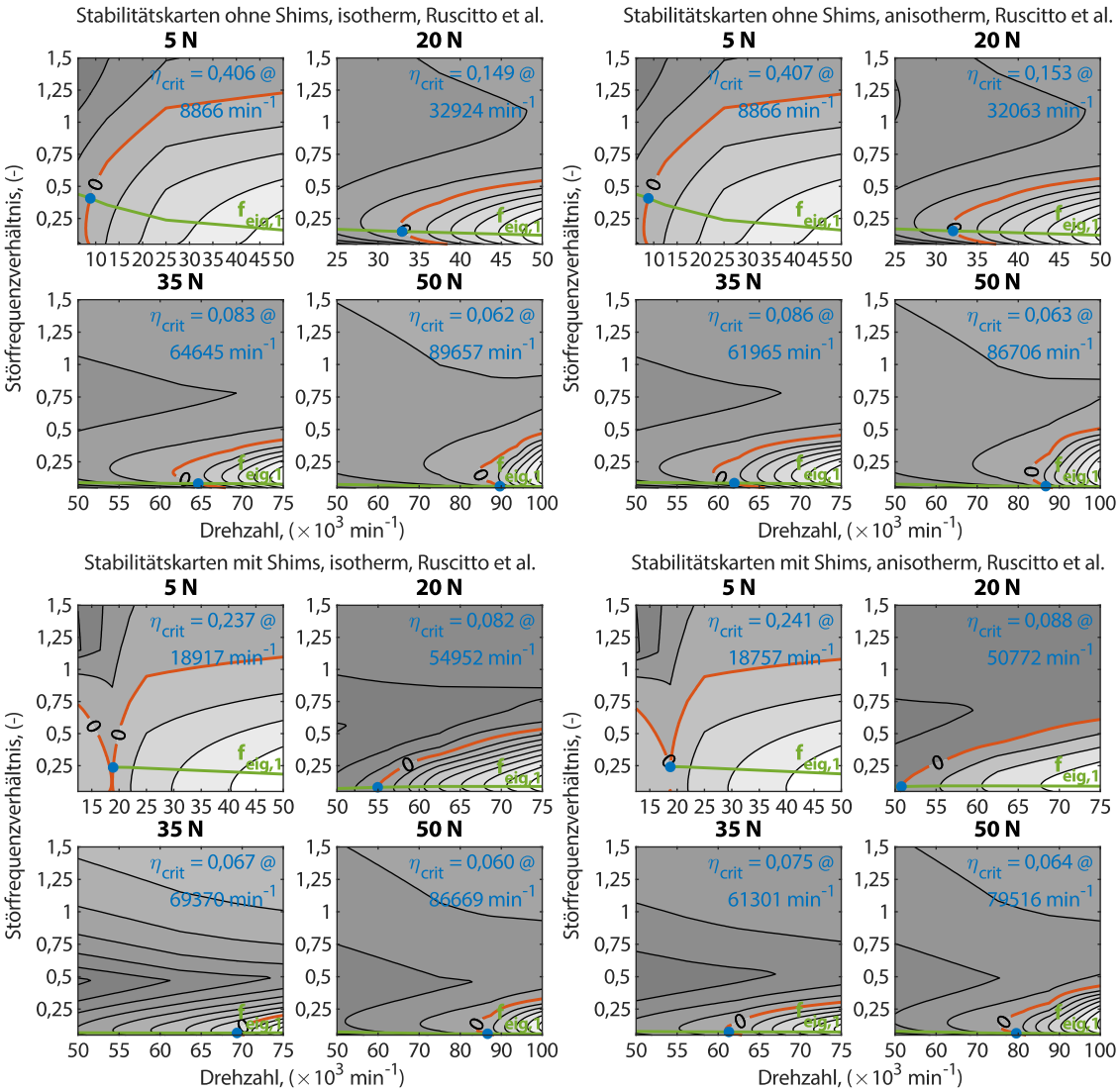

Abb. G.9: Stabilitätskarten in Ergänzung zu den in Kapitel 6.3.2 berechneten Werten. Lagerkonf. nach [51].

H Übersicht der Einstellungsoptionen im entwickelten numerischen Modell

Zur Erleichterung in den Einstieg und den Umgang mit dem entwickelten numerischen Modell werden in der folgenden Tab. H.1 mit den Bezeichnungen, wie sie im Programmcode verwendet werden, die möglichen Einstellungsoptionen aufgelistet. Für viele von ihnen wird über einen booleschen Wert über ihre Aktivierung (1) oder Deaktivierung (0) entschieden. Sollten die Auswirkungen nicht aus dem Kontext hervorgehen, werden diese in der Erklärung erläutert. Ein Teil der Werte trifft eine Auswahl zwischen mehreren Optionen, geben eine Intervall oder die verwendeten Standardwerte an. Falls auf Basis, der mit dem numerischen Modell gesammelten Erfahrung, eine Empfehlung für einen Einstellung angegeben werden kann, ist der entsprechende Wert fett markiert. Wird bei mehreren Werten keiner markiert oder ist das Feld leer, ist eine Auswahl auf Basis des zu berechnenden Lastfalls zu treffen.

Tab. H.1: Tabellarische Übersicht und Erklärungen zu den Einstellungsoptionen des Programmcodes

Einstellung	Werte	Erklärung
ANMS_maxIt	250	Maximale Iterationen, bevor NMA auch ohne Konvergenz abgebrochen wird
ANMSopts.alpha	1	Reflexionskoeffizient für den NMA
ANMSopts.beta	0,5	Kontraktionskoeffizient für den NMA
ANMSopts.Constrain	0, 1	Beschränkung des NMA auf eine minimale Filmhöhe. 0: deaktiviert, 1: aktiviert
ANMSopts.delta	0,5	Verkleinerungskoeffizient für den NMA
ANMSopts.gamma	2	Expansionskoeffizient für den NMA
ANMSopts.minh		Anteil von c_0 auf den der NMA durch *ANMSopts.minh* beschränkt wird
ANMSopts.RandomRestart	0, **1**	Neustart des NMA, falls sich die berechneten Exzentrizitäten oder Funktionswerte vor Toleranzunterschreitung zu ähnlich wurden. Sehr wichtig bei hochbelasteten Lagern, aber teilweise schwierig zu erkennen, ob ab wann benötigt.
ANMSopts.SamePoint	9	Nachkommastellen, ab denen zwei Exzentrizitäten oder Funktionswerte als identisch angesehen werden und ein Neustart des NMA ausgeführt wird
ANMSopts.ShowConv	**0**, 1	Anzeige des Konvergenzverhaltens. Hilft beim Erkennen von Konvergenzproblemen, verlangsamt aber die Berechnung.
ANMSopts.usual_delta	0,05	Anteil um den die vorgegebene Startexzentrizität zur Erstellung des ersten Simplex variiert wird

Einstellung	Werte	Erklärung
ANMSopts.zero_term_delta	0,00025	Wert um den die vorgegebene Startexzentrizität zur Erstellung des ersten Simplex variiert wird, falls einer der Einträge 0 beträgt
Bfax_flow	**0**, 1	Berechnung mit axialer Durchströmung. Alpha-Stadium. Funktioniert prinzipiell, ist aber nicht validiert
cmprParam	0, 1	Automatisierte Parametervariation
cmprSolvSett	0, 1	Automatisierte *solver*-Einstellungen
corr_h_temp_switch	0, **1**	Spaltanpassungen (aufgrund von Fliehkraft und Temperatur) deaktivieren (0) oder aktivieren (1).
cyBC	**0**, 1	Zyklische Randbedingung für das Druck- und Temperaturfeld
Disc_Method	**1**, 2	Diskretisierungsmethode für die FVM des Fluidfilms. 1: *Powerlaw*, 2: TVD. TVD ist im Alpha-Stadium, funktioniert, wurde aber nicht verwendet.
do_lin_bearing_params	0, 1	Berechnung der linearisierten Lagerparameter. 1 ist Voraussetzung, um eine Stabilitätsanalyse durchführen zu können
Do_stbsrch	0, 1	Automatisierte Bestimmung der Stabilitätsgrenzdrehzahl
draw_mesh	**0**, 1	Zur Kontrolle, beim Start einer Berechnung das erstellte Netz anzeigen
excessiveSearch	0, 1	Bei 1 wird nicht nur die Toleranz der Stabilitätsgrenzdrehzahl erfüllt, sondern weitergesucht, bis sowohl eine stabile als auch instabile Drehzahl innerhalb der Toleranz gefunden wurde.
FixPos	**0**, 1	Festlegung der Befestigungsposition in Drehrichtung. 0: am Anfang der *foils*, 1: am Ende der *foils*
Guembel	0, **1**	Gümbel-Randbedingung bei der Berechnung der Reaktionskraft aus dem Druckfeld. Schneidet Bereiche subambienten Drucks ab.
hc_grad	[**0**, $\lfloor N_z/2 \rfloor$]	0: deaktiviert, ansonsten Knoten, an dem der Gradient zur Extrapolation der Durchsenkung aus dem Inneren hin zum Rand abgegriffen wird. Je höher der Wert, desto größere wird (üblicherweise) die Durchsenkung am Rand. Steht in Konkurrenz zur einfachen Glättung mit *smooth_hc*. Nicht empfohlen.
hc_LiftOff	**0**, 1	Abheben der *top foil* erlauben oder auf 0 setzen. 0: Negative Werte auf 0 setzen, 1: Negative Werte erlaubt
hc_rand_equal	0, **1**	Axiale Randknoten auf den Wert ihres inneren Nachbarn setzen. 1: Gleichsetzen, 0: nicht gleichsetzen
heat_coeffs_ax_mean	**0**, 1	Axiale Mittelung der Wärmeübergangskoeffizienten. 0: Keine Mittelung, 1: Mittelung. Nicht mehr benötigt, kaum verwendet.
hZm_p	0, 1	Axiale Symmetrierandbedingung für das Druckfeld. Eigentlich ergibt es keinen Sinn *hZm_p* unabhängig von *hZm_T* einstellen zu können, aber für nur leichte Asymmetrie im Temperaturfeld, ergeben sich kaum Auswirkungen für das Druckfeld. 0: deaktiviert, volles Netz, 1: aktiviert, halbes Netz
hZm_T	0, 1	Axiale Symmetrierandbedingung für das Druckfeld. 0: deaktiviert, volles Netz, 1: aktiviert, halbes Netz
Iord_Interp	0, 1	Interpolation für das SEFM nach Iordanoff. 0: keine Interpolation, 1: lineare Interpolation
Isotherm	0, 1	Berechnung mit (0, anisotherm) oder ohne Temperatur (1, isotherm)
LambdaSideMix	[0, 1]	Gewichtungsfaktor zwischen Wellen- und Umgebungstemperatur an den axialen Rändern. 0: Wellentemperatur, 1: Umgebungstemperatur

Einstellung	Werte	Erklärung
LS_t_expansion	0, 1, 2, 3, **4**	Art der Temperaturmittelung zur Berechnung der Aufweitung (0: keine Aufweitung) der Lagerschale. Es wird immer radial gemittelt, anschließend: 1: geglättetes axiales Mittel, 2: Umfangsmittelung, 3: axiales Mittel, 4: volle Mittelung
max_iter_T2	1500	Maximale Iterationen, bevor die (innere) Schleife zur Berechnung des Temperaturgleichgewichts abgebrochen wird
MaxItrStbSrch	30	Maximale Iterationen zur Bestimmung einer Stabilitätsgrenzdrehzahl
maxStbRPM		Obere Begrenzung der Drehzahlen bei der Suche nach der Stabilitätsgrenzdrehzahl
minStbRPM		Untere Begrenzung der Drehzahlen bei der Suche nach der Stabilitätsgrenzdrehzahl
n_pads	≥ 1	Anzahl der *bump foil*-Unterteilungen in Umfangsrichtung, mind. 1
n_strips	≥ 1	Anzahl der *bump foil*-Unterteilungen in axialer Richtung, mind. 1
p_BC_Pads	0, 1	Bei in Umfangsrichtung unterteilter *bump foil* (mehreren *pads*), kann über diese Einstellung entschieden werden, ob zwischen den *pads* Umgebungsdruck (0) angenommen werden soll, oder nicht (1)
p_mittelung	0, **1**	Druckmittelung bei der Berechnung der Durchsenkung aktivieren (1) oder deaktivieren (0). Ergibt bei 1 konstante Durchsenkung in axialer Richtung.
p_Neumann	**0**, 1	Von-Neumann-Randbedingung während der Iterationen zur Berechnung des Druckfelds anwenden
p_subamb_off	**0**, 1	Subambienten Druck bei den Iterationen zur Berechnung des Druckfeld abschneiden
ParaName		Zu variierender Parameter
ParaVarRange		Spanne über die der ausgewählte Parameter bei einer automatisierten Parametervariation variiert wird
Pertub_eta_or_om	0, 1	Vorgabe von Störkreisfrequenzen (0) oder Störfrequenzverhältnissen (1)
Q_Model	1, 2	Wärmetransportmodell für die *bump foil* und Lagerschale. 1: FVM-Modell, 2: Widerstandsmodell
r_refine	0, $\lfloor N_r/2 \rfloor$	Anzahl Knoten für die in *r*-Richtung ein feineres Netz erstellt wird[38]
reduceVthAtzEdge	**0**, 1	Reduktion der Strömungsgeschwindigkeit am axialen Rand auf die Hälfte. Es könnte eine sinnvolle Annahme sein, dass die Strömung am axialen Rand durch die stillstehende Luft (bzw. durch die Welle mitgerissen) außerhalb des Lagers gebremst wird. Teilweise wurden an den axialen Rändern Temperaturspitzen beobachtet, weil dort durch die geringe Filmhöhe (beim SEFM nach Iordanoff ohne Druckmittelung) hohe Scherung und Wärmeproduktion vorliegt. Diese können hiermit vermindert werden.
ReInit	**0**, 1	Reinitialisierung der Startwerte für jeden Lastfall durch die ursprünglich gesetzten (1) oder Verwendung der Ergebnisse des ähnlichsten, bereits berechneten Lastfalls (0).
rls_refine	0, $\lfloor N_{rls}/2 \rfloor$	Anzahl Knoten für die radial in der Lagerschale ein feineres Netz erstellt wird[38]
rw_refine	0, $\lfloor N_{rw}/2 \rfloor$	Anzahl Knoten für die radial in der Welle ein feineres Netz erstellt wird[38]
save_data	0, **1**	Berechnungsergebnisse abspeichern (1) oder nicht abspeichern (0)
shaftBC	0, 1	Temperaturrandbedingung auf der Wellenoberfläche setzen (1) oder nicht (0)

38 Eine Empfehlung für die feiner zu vernetzende Knoten beträgt, je nach Richtung: $1/4 \cdot N_{hm,z}$, $0 \cdot N_\theta$, $1/3 \cdot N_r$, [1,4] für Welle, [1,4] für die Lagerschale, falls das FVM-Wärmemodell verwendet wird.

Einstellung	Werte	Erklärung
Shims	0, 1	Berechnung mit (1) oder ohne (0) *shims*. Falls mit *shims* gerechnet wird müssen die sie definierende Parameter definiert sein.
ShowConv_T	1000	Iteration ab der das Konvergenzverhalten der Temperatur angezeigt wird. Hilft bei der Suche nach Konvergenzproblemen, dafür ggf. verringert.
ShowShims	0, 1	Anzeige des durch die *shim*-Parameter erzeugten Verlaufs für den nominalen Spalt
smooth_h_ax	**0**, 1	Axiale Mittelung der Filmhöhe zur Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten. 0: Keine Mittelung, 1: Mittelung. Nicht mehr benötigt, kaum verwendet.
smooth_hc	0, $\lfloor N_z/2 \rfloor$	Anzahl der Knoten, über die zur Berechnung einer realistischeren Durchsenkung am axialen *top foil*-Rand gemittelt wird, ohne diese konkret simulieren.
SolvSettName		Zu variierende *solver*-Einstellung
SolvSett-Range		Werte für die zu variierende, ausgewählten *solver*-Einstellung
stabilize_T_LGS	0, **1**	Berücksichtigung des temperaturabhängigen Quellterms auf der linken (0) oder rechten Seite (1) des Gl.-systems.
StbSrch_Tol	10	Toleranz in min^{-1} bei der Suche der Stabilitätsgrenzdrehzahl
StructMod	0, 1, **2, 3**	Strukturmodells für die *bump foil*. 0: Starr, 1: SEFM nach Heshmat et al. [40], 2: SEFM nach Iordanoff [49], 4: *link-spring*-Modell nach Le Lez [52]
th_refine	0, $\lfloor N_\theta/2 \rfloor$	Anzahl Knoten für die in θ-Richtung ein feineres Netz erstellt wird[38]
Top_Foil_FE	**0**, 1	Modellierung der *top foil* durch FEM. Implementierung im Alpha-Stadium. Läuft prinzipiell, aber verlängert die Berechnungszeit dramatisch. Ohne künstliche Erhöhung ergeben sich starke Durchsenkungen zwischen den *bumps*. Nicht empfohlen.
v_Wax	≥ 0	Bei Werten > 0 wird mit Durchströmung der Welle gerechnet. Der Wert gibt dann die Strömungsgeschwindigkeit in $m(s)^{-1}$ an.
vr_Model	**0**, 1	Berücksichtigung der Strömungsgeschwindigkeit in r-Richtung des Fluidfilms
W_ax_adia	0, 1, 2	Wärmestrom durch die Wellenstirnseiten. 0: beide Seiten adiabat, 1: Wellenstrom durch eine Stirnseite, 2: Wärmstrom durch beide Stirnseiten.
W_Model	0, **1**, 2	Wärmetransportmodell für die Welle. 0: Adiabate Welle, 1: FVM-Wärmemodell, 2: Widerstandsmodell
z_refine	0, $\lfloor N_z/2 \rfloor$	Anzahl Knoten für die in z-Richtung ein feineres Netz erstellt wird[38]
Zeta_h	]0, 1]	Unterrelaxation für das Druckfeld bei der iterativen Bestimmung des Druckfelds. Selbst schwach belastete Lager benötigen häufig Werte von 0,5, hochbelastete bis 0,05.
Zeta_p	]0, **1**]	Unterrelaxation des Druckfelds bei der iterativen Bestimmung des Druckfelds
Zeta_T	]0, **1**]	Unterrelaxation der Fluidfilmtemperatur, 1 funktioniert fast immer
Zeta_TLs	]0, **1**]	Unterrelaxation der Lagerschalentemperatur, 1 funktioniert fast immer
Zeta_Tpt_p	]0, 1]	Unterrelaxation des Druckfelds beim Wechsel zwischen Druckberechnung und Temperaturberechnung
Zeta_Tpt_T	]0, 1]	Unterrelaxation des Temperaturfelds beim Wechsel zwischen Druckberechnung und Temperaturberechnung
Zeta_Tw	]0, **1**]	Unterrelaxation der Wellentemperatur, 1 funktioniert fast immer