Modellierung von Via-Arrays für die Hochfrequenz-Aufbautechnik

vorgelegt von
Diplom-Ingenieur
Michael Buchta
aus Friedrichshafen

von der Fakultät IV - Elektrotechnik und Informatik
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender:	Prof. Dr. H. Henke
1. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. G. Böck
2. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. W. Menzel
3. Gutachter:	Dr.-Ing. habil. W. Heinrich

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 22. Januar 2007

Berlin 2007
D 83

Für meinen Sohn Felix

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Ferdinand-Braun-Institut für Höchstfrequenztechnik (FBH) Berlin der Leibnitz-Gesellschaft. An dieser Stelle möchte ich mich zuerst bei allen Kollegen der Abteilung Mikrowellentechnik bedanken, die mich während der vergangenen Jahre unterstützt haben. Mein herzlicher Dank geht an Herrn W. Heinrich, der mich während der Arbeit stets unterstützte mit fundierten und intensiven Diskussionen, und allen FBH-Kollegen, die mit Interesse den Fortgang der Arbeit begleitet und mich stets mit Spezialwissen bei Problemlösungen aller Art unterstützt haben. Besonders F.-J. Schmückle, P. Talukder, M. Rudolph, M. Braun, T. Tischler, H. Heine und R. Lossy danke ich für Ihre tatkräftige Unterstützung. Hervorheben möchte ich insbesondere die Unterstützung von Herrn R. Doerner bei der experimentellen Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt vor allem meinem Doktorvater Herrn Prof. G. Böck. Die zahlreichen Anregungen sowohl in persönlichen Gesprächen als auch im Rahmen von Vorträgen in seinem Seminar hat viel zum Substanzgewinn dieser Arbeit beigetragen. Bei Herrn Prof. W. Menzel bedanke ich mich herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens. Für die Bereitschaft der Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanke ich mich bei Herrn Prof. Henke. Frau G. Ernst danke ich für ihr freundliches Entgegenkommen.

Schlußendlich möchte ich mich bei meiner Frau für ihre unermüdliche Fürsorge und moralische Unterstützung während der ganzen Zeit bedanken. Und meinem Sohn Felix danke ich für seine Geduld und Verständnis!

Zusammenfassung

Via-Arrays spielen eine wichtige Rolle in planaren Schaltungen und der dazugehörenden Aufbautechnik im Mikrowellen- und Millimeterwellenbereich, vor allem bei Multi-Layer-Aufbauten. Dabei werden Via-Arrays verwendet, um unerwünschte Parallel-Platten-Moden zwischen den einzelnen Metallisierungsebenen zu unterbinden. In Abhängigkeit von der eingesetzten Technologie stößt man jedoch bereits ab 40 GHz auf Resonanzen innerhalb des Via-Arrays, die eine einwandfreie Funktion der Schaltung unmöglich machen. Dies kann zwar mit den heute verfügbaren elektromagnetischen Simulationswerkzeugen untersucht werden. Der dazu notwendige Aufwand und das fehlende quantitative Verständnis der zugrunde liegenden Phänomene verhindern jedoch, dass diese Überlegungen beim Design berücksichtigt werden können, ohne allzu große Sicherheitsmargen einführen zu müssen.

Daher werden in dieser Arbeit Via-Arrays systematisch untersucht mit dem Ziel, analytische Modelle zu entwickeln, die die zugrunde liegenden Phänomene effizient und zugleich exakt beschreiben. Mit Hilfe dieser Modelle kann der Schaltungsdesigner schnell und mit hoher Genauigkeit abschätzen, welche Technologie bis zu welchen Betriebsfrequenzen verwendet werden kann bzw. welches Layout bei vorgegebener Technologie am vorteilhaftesten ist.

Die Ergebnisse beschreiben sowohl die Via-Arrays selbst als auch den parasitären RandEffekt, der durch den technologisch unvermeidlichen Überstand der Metallisierungsflächen am Rand der Struktur verursacht wird. Die vorgestellten Modelle werden mit Hilfe numerischer Simulationen und experimenteller Untersuchungen hinsichtlich ihrer Genauigkeit bewertet und verifiziert. Die sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus Messung und Modell zeigt, dass mit Hilfe der Modelle sowohl die Grenzfrequenz f_{Grenz} des Via-Arrays als auch die Frequenz, ab der der Randeffekt ein merkliches Übersprechen verursacht, effizient und genau bestimmt werden können.

Inhaltsverzeichnis

Häufig verwendete Abkürzungen und Formelzeichen **v**

1 Einleitung **1**
1.1 Via-Arrays in der Aufbautechnik 1
1.2 Ziel der Arbeit 5
1.3 Aufbau der Arbeit 5

2 Methoden zur Modellierung des Via-Arrays **7**
2.1 Numerische Feldberechnungen 7
2.1.1 Verwendete Simulationsmethoden und Software 8
2.1.2 Randbedingungen und Diskretisierung 8
2.2 Analytische Methoden 10
2.2.1 Ansatz des Orthogonalentwicklungsverfahrens 10
2.2.2 Das FLOQUET-Theorem 12
2.3 Größen und Kriterien zum Vergleich der Methoden 14
2.3.1 Streuparameter 14
2.3.2 Ersatzschaltbild (ESB) 15
2.3.3 Die Grenzfrequenz f_{Grenz} 17

3 Modellierung der Elementarzelle **21**
3.1 Das Ersatzschaltbild des einzelnen Via 23
3.1.1 Beschreibung der einzelnen Bauelemente 24
3.1.2 Extraktion der Bauelementwerte mittels numerischer Simulation 26
3.2 Äquivalentes rechteckiges Via 30
3.2.1 Vergleich der Phase des Reflexionsfaktors 32
3.2.2 Vergleich der Bauelementwerte des ESBs 34
3.3 Analytische Beschreibung des einzelnen Vias 38
3.3.1 Beschreibung der Felder 38
3.3.2 Orthogonalentwicklung der Feldkomponenten 42
3.3.3 Konvergenzverhalten und Auswirkung auf die Bauelementwerte des ESBs 45
3.3.4 Vergleich des analytischen Modells mit Simulationen 50

3.4 Abhängigkeit der Bauelementwerte des ESBs von der Via-Geometrie 52
3.4.1 Einfluss der Geometrie auf L_1 . . . 52
3.4.2 Einfluss der Geometrie auf L_2 . . . 53
3.4.3 Einfluss der Geometrie auf C_1 . . . 55
3.5 Erweiterung auf die Elementarzelle . . . 57

4 Modellierung des Via-Arrays 59
4.1 Das *allgemeine 2D-Modell* . . . 59
4.1.1 Resonanzbedingung . . . 63
4.2 Das *quadratische 2D-Modell* . . . 66
4.3 Reduzierung auf Via-Kette: das *1D-Modell* . . . 67
4.3.1 Definition der Elementarzelle der Via-Kette . . . 67
4.3.2 Herleitung der benötigten Wellenkettenmatrizen . . . 68
4.3.3 Übergang zur unendlich ausgedehnten Via-Kette . . . 69
4.3.4 Bestimmung der Grenzfrequenz . . . 69
4.4 Vergleich der Modelle mit Ergebnissen . . . 70
4.4.1 Einfluß des Abstands p auf die Grenzfrequenz . . . 71
4.4.2 Einfluß des Via-Durchmessers d . . . 73
4.4.3 Einfluß des Substrats auf die Grenzfrequenz . . . 74
4.4.4 Schlußfolgerungen . . . 76

5 Randeffekte 79
5.1 Auswirkung auf die Schaltung . . . 80
5.2 Modellierung des Randeffektes . . . 84
5.2.1 Die $\lambda/4$-Resonanz . . . 84
5.2.2 Das Bandleitungsmodell . . . 84
5.3 Genauigkeitsgrenzen der Modelle . . . 87
5.4 Messung des Randeffektes . . . 88
5.4.1 Layout der Strukturen . . . 89
5.4.2 Messung und Diskussion . . . 89

6 Anwendungsbeispiele 91
6.1 Multilayer-LTCC-Modul . . . 91
6.1.1 HF-Eigenschaften des LTCC-Moduls . . . 96
6.1.2 Optimierung des Moduls . . . 96
6.2 Nicht-quadratisches Via-Array . . . 101
6.2.1 Layout der Teststruktur . . . 101
6.2.2 Simulation der Teststruktur . . . 102
6.2.3 Messung . . . 104
6.3 Quadratisches Via-Array . . . 105
6.3.1 Simulation der quadratischen Via-Array-Strukturen . . . 106
6.3.2 Messung der Strukturen . . . 106

7 Zusammenfassung und Ausblick 109

A Die Parallelplatten-Leitung **113**
A.1 Höhere Moden bei der PPL 113
A.2 Herleitung der Leitungs-Matrix 114

B Das erweiterte ESB **115**
B.1 Ein erweitertes ESB 115
B.2 Einsetzen in das quadratische 2D-Array 117
B.3 Einsetzen in das Modell 118
B.4 Geschlossene Formulierung für f_{Grenz} 120

C Theoretische Verifizierung der Modellierung **121**
C.1 Rückführung auf Collin 121
C.2 Rückführung auf Lai et al. 122

Literaturverzeichnis **124**

Häufig verwendete Abkürzungen und Formelzeichen

Formelzeichen

β ..... Ausbreitungskonstante
λ ..... Wellenlänge
λ_n ..... Eigenwerte der entsprechenden Matrix
μ_0 ..... magnetische Feldkonstante
ω ..... Kreisfrequenz
$\underline{Z}$ ..... komplexe Impedanz
ε_0 ..... elektrische Feldkonstante
ε_{eff} ..... effektive Permittivität
A ..... Amplitude der einfallenden Welle
$\underline{A}$ ..... Vektorpotential der entsprechenden H-Welle
a ..... Hilfsvariable, entspricht $p/2$
a_i ..... hinlaufende Welle an Tor i
b ..... Hilfsvariable, entspricht $d/2$
b_i ..... rücklaufende Welle an Tor i
c_0 ..... Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
C_1 ..... Kapazität des ESBs
$\underline{D}'$ ..... Matrix der Phasenänderung der EZ nach Floquet
d ..... Durchmesser eines Vias
D_x ..... Phasenänderung pro EZ in x-Richtung
D_y ..... Phasenänderung pro EZ in y-Richtung
d_{Kreis} ..... Durchmesser des zylindrischen Vias
$\overrightarrow{E}$ ..... elektrisches Feld allgemein
f ..... Frequenz
f_{Grenz} ..... Grenzfrequenz des Via-Arrays
f_{Rand} ..... Randfrequenz, erste Resonanz bedingt durch den Rand r
h ..... Höhe des Vias bzw. Dicke des Substrates
$[\underline{I}]$ ..... Einheitsmatrix
k ..... Wellenzahl
$k_{z_0}^{(1)}$ ..... Wellenzahl der Grundmode in Bereich 1 in z-Richtung
$k_{z_0}^{(2)}$ ..... Wellenzahl der Grundmode in Bereich 2 in z-Richtung

$k_{z_m}^{(1)}$ ..... Wellenzahl der m-ten Mode in Bereich 1 in z-Richtung
$k_{z_n}^{(1)}$ ..... Wellenzahl der n-ten Mode in Bereich 2 in z-Richtung
L_1 ..... Induktivität des ESBs
L_2 ..... Induktivität des ESBs
l_{arith} ..... Seitenlänge des äquivalenten Vias, arithmetischer Mittelwert
l_{Aussen} ..... Seitenlänge des umschreibenden Quadrats
l_{geo} ..... Seitenlänge des äquivalenten Vias, geometrisches Mittel
l_{gleich} ..... Seitenlänge des äquivalenten Vias, gleich dem Durchmesser des zylindrischen Vias
l_{Innen} ..... Seitenlänge des eingeschriebenen Quadrats
l_{quer} ..... Seitenlänge des äquivalenten Vias, gleiche Querschnittsfläche
m ..... Ordnungszahl der Moden im Bereich 1
M_i ..... Endindex der Eigenlösung
n ..... Ordnungszahl der Moden im Bereich 2
p ..... Pitch der Vias zueinander
p_x ..... Pitch der Vias in x-Richtung
p_y ..... Pitch der Vias in y-Richtung
R ..... Amplitude der reflektierten Welle
r ..... Rand vom letzten Via aus bis zum Ende der Metallisierung
r_0 ..... Reflexionsfaktor, aus ESB gewonnen
R_0 ..... Reflexionsfaktor, aus feldtheoretischer Betrachtung gewonnen
$r_{0,magn}$ ..... Reflexionsfaktor des ESBs, magnetische Wand
$\underline{\mathbf{S}}$ ..... komplexe Streumatrix
$S_{11,el}$ ..... S-Parameter, ESB mit PEC-Wand abgeschlossen
$S_{11,magn}$ ..... S-Parameter, ESB mit PMC-Wand abgeschlossen
$[T_{\mathrm{ESB}}]$ ..... Wellenkettenmatrix des ESBs
$[T_{\mathrm{EZ}}]$ ..... Kettenmatrix der Elementarzelle
$[T_{\mathrm{Leitung}}]$ ..... Kettenmatrix der Leitung
$\underline{U}(z)$ ..... komplexe Spannung in Abhängigkeit von z
w ..... Weite der Leitung
w_{eff} ..... Effektive Weite (Bandleitungsmodell)
z ..... Raumrichtung
Z_L ..... Wellenwiderstand der Leitung
$Z_{11,el}$ ..... komplexe Eingangsimpedanz, ESB mit PEC-Wand abgeschlossen
$Z_{11,magn}$ ..... komplexe Eingangsimpedanz, ESB mit PMC-Wand abgeschlossen
Z_{PPL} ..... Wellenwiderstand der PPL

Abkürzungen

μBGA	μ**B**all **G**rid **A**rray, mit Via-Pitch ca. 1,5 mm und kleiner
ABC	**A**bsorbing **B**oundary **C**ondition
Ag	Silber
Au	Gold
BGA	**B**all **G**rid **A**rray
CMOS	**C**omplementary **M**etal **O**xide **S**emiconductor
CPW	**C**o**P**lanar **W**aveguide
CRLH-TL	**C**omposite **L**eft **R**ight **H**and **T**ransmission **L**ine
ESB	**E**rsatz**S**chalt**B**ild
EZ	**E**lementar**Z**elle
F3D	**F**inite Differenzen **3D**imensional, FDFD-Simulator
FDFD	**F**inite-**D**ifference method in **F**requency-**D**omain
FDTD	**F**inite-**D**ifference method in **T**ime-**D**omain
GaAs	**Ga**llium-**A**rsenid
LTCC	**L**ow **T**emperature **C**ofired **C**eramics
MMIC	**M**onolithic **M**icrowave **I**ntegrated **C**ircuit
MWS	**M**icro**w**ave **S**tudio
PEC	**P**erfectly **E**lectric **C**onducting
PMC	**P**erfectly **M**agnetic **C**onducting
PML	**P**erfectly **M**atched **L**ayer
PPL	**P**arallel**P**latten**L**eitung
RB	**R**and**B**edingung
SiGe	**Si**lizium-**Ge**rmanium
SiP	**S**ystem **i**n a **P**ackage
SoC	**S**ystem **o**n a **C**hip
TEM	**T**ransversal **E**lectric and **M**agnetic mode

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Via-Arrays in der Aufbautechnik

Die Einführung der monolithischen Integration von Mikrowellen-Schaltkreisen (MMICs, Monolithic Microwave Integrated Circuit) repräsentiert zweifelsohne eine der Schlüsselinnovationen, ohne die eine derart rapide Entwicklung der Hoch- und Höchstfrequenztechnik, wie sie in den letzten Jahren stattgefunden hat, undenkbar wäre [1–3]. Im Bereich der Millimeterwellen (mm-Wellen), die nach der klassischen Definition den Bereich von 30 GHz bis ca. 300 GHz überstreichen, kommen für die MMICs meistens III-V-Verbundhalbleiter wie Gallium-Arsenid (GaAs), mittlerweile aber auch Silizium-Germanium (SiGe) und sogar Si-CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor auf Silizium) zum Einsatz. Der Ansatz der Realisierung eines kompletten System auf einem Chip (System on a Chip, SoC) wird hier aus Kostengründen meist nicht verwendet, da die Stückzahlen der Systeme relativ gering sind und damit eine vollständige Systemintegration auf einem Chip nicht lohnt - ganz abgesehen davon, dass sie häufig auch an technische Grenzen stößt. Stattdessen verwendet man den Ansatz, ein System auf einem Modul (System in a Package, SiP) zu realisieren. Ein oder mehrere MMICs und evtl. weitere benötigte HF-Elemente werden auf einem speziellen Träger aufgebracht und dieser erst mit der dazugehörigen Digitaltechnik kombiniert [4]. Dieser SiP-Ansatz ermöglicht es einerseits, für die mm-Wellen-Elemente spezielle Aufbautechniken wie z.B. Flip-Chip zu verwenden [5], die zwar kostenintensiver, aber HF-optimiert sind, und andererseits für die weiteren Elemente des Systems herkömmliche kostengünstige Aufbautechniken, wie z.B. Ball Grid Array (BGA), zu verwenden [6]. Dadurch können die Vorteile beider Technologien kombiniert werden.

Beim Entwurf eines SiPs ist zu berücksichtigen, das neben der Massefläche für die HF-Elemente auf dem Modul auch die Kontaktierung an die Digitaltechnik notwendig ist. Dies ist bei der Verwendung von multilayer-fähigen Substraten wie z.B. LTCC (low temperature cofired ceramics) über eine Lötverbindung realisierbar. Dazu muss aber die Massefläche über diese Lötverbindungen mit der Masse-

fläche des Gesamt-Systems verbunden werden. HF-technisch ideal wäre die Verwendung eines durchgängigen Metall-Blocks, was aber meist aus fertigungstechnischen Gründen nur schwer zu realisieren ist. Stattdessen wird eine möglichst hohe Anzahl an Durchkontaktierungen, sog. Vias, zur Masseverbindung verwendet. Diese Vias bilden zusammen das Via-Array, das somit die Masseflächen untereinander verbindet. Ein Via-Array hat hauptsächlich die folgenden drei Funktionen:

- geringe Induktivität nach Masse
- gleiche elektrische Funktion wie ein leitender Block, d.h. idealer Kurzschluss
- thermische Wärmeableitung

Abb. 1.1 stellt einen Einsatz von Via-Arrays in der Aufbautechnik im mm-Wellen-Bereich beispielhaft dar. Das gesamte System ist auf einem gemeinsamen Motherboard untergebracht, auf dem weitere Module oder Chips, die z.B. die Digitaltechnik beherbergen, aufgebracht werden können. Die MMICs, hier als GaAs-MMICs bezeichnet, können über Flip-Chip-Balls mit dem Träger verbunden werden. Der Träger der MMICs ist in Abb. 1.1 als LTCC ausgeführt. Bei Bedarf kann der Träger auch weitere HF-Elemente, wie z.B. Filter, aufnehmen. Der Träger kann nun mit einer Löt-Montagetechnik, wie z.B. Ball Grid Array (BGA), auf das Motherboard montiert werden. Über Signal-Vias wird nun das HF-Signal auf- bzw. vom Träger weggeführt, die Masse-Ebene des LTCC-Trägers, die in der Mitte liegt, wird ebenfalls über Vias an die Unterseite des Substrats geführt. Aus diesem Grund muss der Träger multilayer-fähig sein.

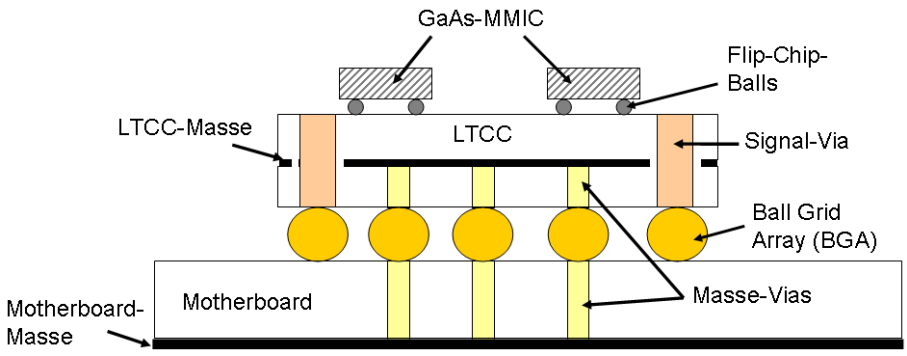

Abbildung 1.1: Ein typisches Anwendungsbeispiel von Via-Arrays zur Unterdrückung unerwünschter Wellenausbreitung. Der Aufbau besteht aus einem Motherboard und einem LTCC-Träger, auf dem GaAs-MMICs aufgebracht sind.

Bei diesem SiP-Ansatz muss der Träger, der die HF-Elemente und MMICs aufnimmt, einen Masse-Layer besitzen. Der Masse-Layer des Trägers muss mit der Masse des Systems bzw. des Motherboards verbunden sein, um die korrekte Funktion der Elemente auf dem Träger und somit des gesamten SiPs zu ermöglichen.

Diese Verbindung kann durch Masse-Via-Arrays realisiert werden, in Abb. 1.1 befindet sich im Motherboard und im LTCC-Träger je ein Via-Array, die beide über ein BGA miteinander verbunden sind.

Da meist aus fertigungstechnischen Gründen kein durchgängiger Metallblock, sondern wie beschrieben ein Via-Array verwendet wird, entstehen die folgenden Probleme:

- Induktivität der Vias
- Ausbildung von Resonanzen, die die Kurzschluss-Funktion beeinträchtigen und somit eine Transmission ermöglichen

Die Vias müssen eine sehr geringe Induktivität aufweisen, damit die Verbindung auch bei sehr hohen Frequenzen eine möglichst niedrige Impedanz besitzt. Neben der eigentlichen Impedanz ist auch die Unterdrückung von Resonanzen im Via-Array selbst ein entscheidender Punkt, vor allem wenn sie in dem Frequenzbereich wirksam sind, in dem sich auch das Signal befindet [7]. Diese Resonanzen sind u.a. stark abhängig von dem Abstand der Vias im Via-Array untereinander. Die Vias bilden zusammen einen periodisch aufgebauten Kettenleiter, der verschiedene Stop- und Durchlass-Bänder besitzen kann. Im Durchlass-Fall stellt das Via-Array keinen Kurzschluss nach Masse mehr dar, sondern einen Wellenleiter. Neben dem Wegfall des Kurzschlusses kann so auch eine Wellenausbreitung im Via-Array stattfinden, in Abb. 1.1 wäre dann z.B. eine Kopplung zwischen den beiden eingezeichneten Signal-Vias durch das Via-Array im LTCC möglich. Durch die zwei parallelen Masse-Flächen im LTCC und im Motherboard kann sich der Parallelplatten-Leitungsmode ausbreiten [8]. Diese mögliche Wellenausbreitung muss vom Via-Array unterbunden werden.

In Abhängigkeit von der eingesetzten Technologie stößt man bereits ab 40 GHz auf Resonanzen innerhalb des Via-Arrays, die eine einwandfreie Funktion aufgrund der beschriebenen Resonanzen unmöglich machen. Die Bestimmung dieser Grenzfrequenz f_{Grenz} für ein gegebenes Via-Array ist derzeit nur durch eine dreidimensionale elektromagnetische Simulation (3D-em-Simulation) möglich. Diese numerischen Simulationen benötigen jedoch entsprechend hohe Zeit- und Rechenkapazität. Dies sprengt meist den vorhandenen zeitlichen Rahmen und macht es somit unmöglich, ohne übergroße Sicherheitsmargen ein System im mm-Wellen-Bereich zu entwerfen. Eine geschlossene Näherung mit guter Genauigkeit für die erste auftretende Resonanz, der Grenzfrequenz f_{Grenz}, würde bereits im Vorfeld bei der Abklärung der benötigten Technologie eine große Vereinfachung darstellen und erheblich dazu beitragen, eine Aufbau-Technologie gezielt bis an ihre Grenzen ausreizen zu können.

Derartige Via-Arrays können durch ihre periodische Struktur auch als electromagnetic bandgap-Strukturen, die eine entsprechende Filtercharakteristik aufweisen,

aufgefasst werden [9, 10]. Sobald der Abstand zwischen zwei Vias die Größenordnung von $\lambda/2$ erreicht, ist der Kurzschluss über die Masseverbindung nicht mehr wirksam [11]. Wie in Abb. 1.2 dargestellt, tritt die Grenzfrequenz f_{Grenz} jedoch deutlich früher auf als mit dem $\lambda/2$-Kriterium berechnet.

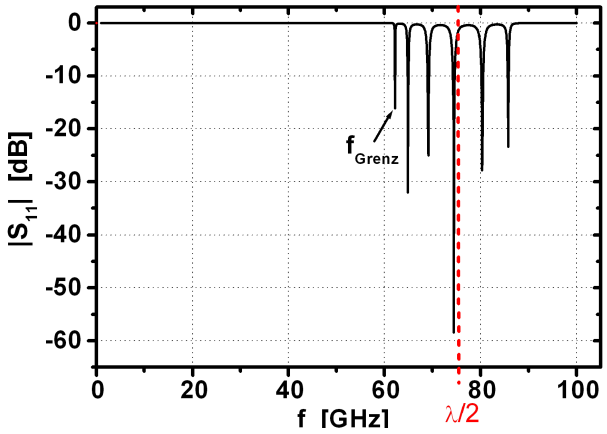

Abbildung 1.2: Grenzfrequenz f_{Grenz} eines Via-Arrays im Vergleich zur $\lambda/2$-Resonanz (gestrichelte Linie).

Diese Abweichung von f_{Grenz} in Richtung niedrigerer Frequenz läßt sich durch die Bandfiltercharakteristik des Via-Arrays, wie in Abb. 1.2 deutlich zu sehen ist, erklären. Daher ist die Beschreibungsweise mit der $\lambda/2$-Resonanz als Grenzfrequenz f_{Grenz} für Via-Arrays in der mm-Wellen-Aufbautechnik in vielen Fällen nicht ausreichend.

Darüber hinaus ergeben sich eine Reihe weiterer Fragen zum Verständnis, ob z.B. ein Via-Array mit unterschiedlichen Abständen der Vias zueinander in x- und y-Richtung (nicht-quadratisch genannt) gegenüber einem Via-Array mit gleichen Abständen (quadratisch genannt) in Bezug auf die Grenzfrequenz f_{Grenz} Vorteile bietet.

Zusätzliche praktische Probleme ergeben sich durch die Tatsache, dass die Vias i.a. einen runden Querschnitt aufweisen. Die häufig verwendeten 3D-em-Simulationsmethoden wie Finite-Differenzen arbeiten jedoch effizienter mit rechteckigen Strukturen. Die Nachbildung von zylindrischen Vias durch ein kartesisches Gitter erfordert deshalb eine erhöhte Anzahl an Gitterpunkten, wodurch der Rechenaufwand steigt. Daher wäre es vorteilhaft, das zylindrische Via durch ein äquivalentes, aber rechteckiges Via zu ersetzen. Dies ist sowohl für numerische Simulationen als auch für eine analytische Beschreibung des Via-Arrays von großer Bedeutung, wurde jedoch in der Literatur nach Kenntnis des Autors noch nicht detailliert untersucht.

Ein weiterer Effekt läßt sich beobachten, wenn die Vias nicht bis zum Rand des Moduls reichen, sondern einen Randstreifen ohne Kontakt entstehen lassen. Gerade beim Einsatz keramischer Substrate muss wegen der Gefahr der Rissbildung das letzte Via einen minimalen Abstand zum Rand einhalten, der oftmals schon ein Viertel der Wellenlänge $\lambda/4$ der Signalfrequenz erreicht. Dieser Rand kann dann zum unerwünschten Wellenleiter mutieren und dadurch ein Überkoppeln von einem Ausgang auf einen Eingang ermöglichen. Gerade bei hoher Verstärkung kleiner Signale kann durch diesen Randeffekt die Funktionalität erheblich gestört werden und die Ursache bislang nur durch intensive 3D-em-Simulationen identifiziert werden. Ein Modell, das dieses Verhalten abbildet und die entsprechende Grenzfrequenz f_{Rand} schnell bestimmen kann, wird den Entwurf eines Aufbaus schon in der Anfangsphase erheblich vereinfachen.

1.2 Ziel der Arbeit

Zur Lösung der im vorherigen Abschnitt aufgeführten Probleme soll die vorliegende Arbeit die Eigenschaften der Via-Arrays in der Aufbautechnik für mm-Wellen-Systeme systematisch untersuchen, einen Beitrag zur Klärung der auftretenden Effekte leisten und eine analytische Näherung zur Designunterstützung bereitstellen, die die zugrunde liegenden Phänomene effizient und genau beschreibt. Der Zeit- und Rechenaufwand, der durch die 3D-em-Simulation eines Aufbaus im mm-Wellen-Bereich benötigt wird, soll damit stark reduziert werden. Mit Hilfe dieser Modelle soll die erste Resonanzfrequenz und damit die Grenzfrequenz f_{Grenz} im praktischen Betrieb abgeschätzt werden können. Der Einfluss auf die Funktionstüchtigkeit der HF-Module kann dann schnell qualitativ und quantitativ beurteilt werden. Der Schaltungsdesigner kann effizient und mit guter Genauigkeit abschätzen, welche Technologie bis zu welchen Signalfrequenzen verwendet werden kann bzw. welches Layout bei von der Technologie vorgegebener Geometrie am vorteilhaftesten ist.

Um die Gültigkeitsgrenzen der entwickelten analytischen Modelle bestimmen zu können, werden diese Modelle nicht nur mit numerischen Simulationen, sondern auch mit Messungen verglichen.

1.3 Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kapitel 2 wird auf die in dieser Arbeit verwendeten numerischen und analytischen Methoden eingegangen und die Größen und Kriterien zum Vergleichen von analytischem Modell und numerischen Simulationen vorgestellt.

Um ein komplettes Via-Array systematisch untersuchen zu können, wird in Kapitel 3 zuerst das Via-Array in Elementarzellen (EZ) unterteilt, bestehend aus einem Via und einer Leitung. Dann wird das Ersatzschaltbild (ESB) des einzelnen Vias mit konzentrierten Bauelementen eingeführt, was eine einfache Beschreibung des elektrischen Verhaltens des Vias ermöglicht. Die Bauelementwerte des ESBs werden mit Hilfe der Orthogonalentwicklung aus den Parametern des Vias analytisch berechnet und mit denen aus numerischen Simulationen mittels Finite Differenzen ermittelten verglichen. Dabei werden die in der Praxis fast ausschließlich verwendeten zylindrischen Vias durch äquivalente rechteckige Vias ersetzt. Der Einfluß der Geometrie des Vias auf die einzelnen Elemente des ESBs wird detailliert untersucht und abschließend werden die Abhängigkeiten bewertet.

Darauf aufbauend wird das ESB in Kapitel 4 auf das allgemeine Via-Array erweitert. Zuerst wird das Via-Array mit unterschiedlichen Abständen der Vias zueinander in x- und y-Richtung (nicht-quadratisch als Grundmuster) untersucht und dabei der Fragestellung nachgegangen, ob die nicht-quadratische Anordnung der Vias in Bezug auf die Grenzfrequenz f_{Grenz} im Allgemeinen vorteilhaft ist. Anschließend werden die daraus gewonnenen Erkenntnisse auf ein quadratisch angeordnetes Via-Array (gleiche Abstände der Vias zueinander in x- und y-Richtung) angewandt. Dies ermöglicht eine geschlossene Formulierung der Grenzfrequenz f_{Grenz} für das quadratische Via-Array, mit dessen Hilfe der Einfluß der Geometrie und des Substrates auf die Grenzfrequenz diskutiert werden kann. Darüber hinaus wird eine weitere Reduzierung auf eine Via-Kette vorgestellt und im Vergleich mit den anderen Modellen diskutiert. Dabei werden die analytischen Resultate stets mit numerischen Finite Differenzen-Simulationen verglichen.

Die Wellenausbreitungseffekte, die aufgrund des Abstandes zwischen dem letzten Via am Rand und dem Rand der Metallisierung entstehen können, werden in Kapitel 5 untersucht. Diese Effekte können neben den Eigenschaften des eigentlichen Via-Arrays ebenfalls eine parasitäre Überkopplung bewirken. Eine geschlossene Formulierung der Randfrequenz f_{Rand}, ab der diese Wellenausbreitung stattfindet, wird entwickelt und diskutiert. Die FD-Simulationsergebnisse und die der geschlossenen Formulierung werden abschließend mit Messungen verglichen und bewertet.

In Kapitel 6 schließlich wird die technische Anwendungsmöglichkeit der hier vorgestellten Modelle und der daraus gewonnenen Erkenntnisse über das Design des Via-Arrays anhand einiger praktischer Beispiele aufgezeigt und mit Hilfe von Messungen bewertet. Es werden Teststrukturen vorgestellt, deren Messungen mit den Ergebnissen der Modelle verglichen und diskutiert werden.

Die Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse schließt diese Arbeit ab.

Kapitel 2

Methoden zur Modellierung des Via-Arrays

In diesem Kapitel werden die theoretische Grundlagen, die für die Beschreibung der elektromagnetischen Eigenschaften der Via-Arrays im Rahmen dieser Arbeit benötigt werden, vorgestellt. Dazu wird zunächst im ersten Abschnitt auf die numerischen Simulationsmethoden und dazu verwendete Werkzeuge eingegangen. Anschließend werden die wichtigsten Aspekte und Grenzen der numerischen Simulationen diskutiert. Im zweiten Abschnitt werden die für diese Arbeit wichtigen analytischen Methoden, Orthogonalentwicklung (Mode Matching) und das Floquet-Theorem, die eine analytische Beschreibung des gesamten Via-Arrays ermöglichen, vorgestellt. Anschließend wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels auf die Kriterien, die im Rahmen dieser Arbeit für die Verifizierung des analytischen Modells benötigt werden, eingegangen.

2.1 Numerische Feldberechnungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfangreiche numerische elektromagnetische Simulationen durchgeführt, um zum einen die Anzahl der notwendigen Prototypen für die Verifizierung der entwickelten Modelle gering zu halten und zum anderen die einzelnen physikalischen Effekte einzeln studieren zu können. Dies wäre mit meßtechnischen Mitteln so kaum gelungen und hätte ein Vielfaches an Ressourcen verschlungen, was auch die Motivation für numerische Simulationen an sich ist. Im ersten Abschnitt werden die dafür verwendeten Methoden und Programme kurz vorgestellt.

Im zweiten Abschnitt werden die notwendigen Vorüberlegungen für die Simulationen erläutert, was vor allem die Randbedingungen und die Diskretisierung betrifft. Sie entscheiden wesentlich über die erzielbare Genauigkeit und die notwendige Rechenzeit.

2.1.1 Verwendete Simulationsmethoden und Software

Für die numerische dreidimensionale Feldberechnung der Elementarzelle des Via-Arrays (vgl. Kap. 3 ab S. 21), des Via-Arrays und ganzer Module (vgl. Kap. 4 ab S. 59) wird im Rahmen dieser Arbeit das institutseigene Programmpaket *F3D* [12] und die kommerzielle Software *MWS* [13] der Fa. *CST*, Darmstadt, herangezogen, wobei das Programmpaket *F3D* auf der Finite-Differenzen-Methode im Frequenzbereich (FDFD Finite-Difference Method in Frequency Domain) und *MWS* auf der Finite-Differenzen-Methode im Zeitbereich (FDTD Finite-Difference Method in Time Domain) beruhen.

Der Code des Programmpakets *F3D* geht auf [14, 15] zurück und wurde am FBH neu geschrieben und weiterentwickelt [12, 16]. Aufgrund der Frequenzbereichsbetrachung können dabei die einzelnen Moden auch an Wellenleitertoren mit inhomogenen Querschnitt sicher getrennt voneinander erfaßt werden. Dadurch ist eine korrekte Berechnung der Kopplungen der Moden untereinander gesichert [16]. Die Berücksichtigung aller ausbreitungsfähigen Moden gestattet dann eine vollständige Beschreibung der grundlegenden physikalischen Effekte. Der Nachteil der Zeitbereichsmethode, wie sie z.B. in *MWS* implementiert ist, liegt einerseits in der nicht garantierten Modenorthogonalität bei inhomogenen Wellenleiterquerschnitten und andererseits in der Abhängigkeit des Zeitschrittes von der kleinsten Diskretisierungsschrittweite, gemäß dem Courant-Stabilitätskriterium [17]. Ein großer Vorteil der Zeitbereichsmethode liegt in der numerischen Effizienz und der schnellen Erfassung von Resonanzen, was bei der Frequenzbereichsmethode sehr viele einzelne Frequenzpunkte und somit Berechnungen erfordern würde. Um die Nachteile zu vermeiden, wurden beide Verfahren bei den Simulationen eingesetzt, wobei darauf geachtet wurde, die Diskretisierung möglichst gleich zu halten, um äquivalente Ergebnisse zu erhalten.

Das kommerzielle Tool *MWS* läuft unter Windows auf einem PC mit zwei Prozessoren und 4 GByte RAM, das Programm *F3D* ist in FORTRAN geschrieben und auf Compaq Alpha-CPUs unter UNIX kompiliert worden. Die Diskretisierung erfolgt hingegen unter Windows mit einem grafischen Editor, der umfangreiche Optionen zur Steuerung der Diskretisierung bietet und auch lokal vom Benutzer modifizierte Gitterzellen ermöglicht. Eine derart umfassende Kontrolle der Diskretierung hat sich für Genauigkeitsbetrachtungen als sehr hilfreich erwiesen.

2.1.2 Randbedingungen und Diskretisierung

Da in beiden Verfahren eine Begrenzung des zu untersuchenden Rechengebietes erforderlich ist, muss die Via-Array-Struktur vor der numerischen Berechnung entsprechend aufbereitet werden. Klassischerweise werden hier ideal elektrisch oder magnetisch leitende Wände eingesetzt [18]. Für die Simulation eines einzelnen Vi-

as als Teil eines Via-Arrays ist das möglich, wenn man das Via-Array als unendlich ausgedehnt annimmt. Allerdings ist am Rand des Via-Arrays keine normale (elektrische Wand) oder tangentiale (magnetische Wand) Ausrichtung der elektrischen Feldstärke $\overrightarrow{E}$ zu erwarten. Um dennoch die elektromagnetischen Felder dort präzise nachbilden zu können, werden absorbierende Randbedingungen (Absorbing Boundary Condition, ABC) verwendet, die einen unendlich ausgedehnten Außenraum emulieren. Die einfallenden Wellen werden hier in einem speziellen, verlustbehafteten Gebiet absorbiert. In beiden verwendeten Software-Tools kommen sogenannte Perfectly-Matched-Layer (PML) als ABC zum Einsatz [19], deren Implementation in *F3D* in [16] detailliert beschrieben ist. Speziell für die Simulation ganzer Module hat die PML den Vorteil, seitlich aus dem Substrat herauslaufende Wellen vollständig zu unterdrücken und somit die Analyse nicht zu verfälschen. Nachteilig wirkt sich lediglich bei als verlustfrei angenommenen Strukturen die Tatsache aus, daß mit der PML ein verlustbehaftetes Material eingebracht wird und somit bei der FDFD-Methode ein komplexwertiges lineares Gleichungssystem gelöst werden muss, was eine erhebliche Steigerung der Rechenzeit und des Speicherbedarfs mit sich bringt.

Das zu untersuchende Rechengebiet wird bei der Simulation mit einem rechteckförmigen Gitter diskretisiert. Dabei wird ein duales kartesisches Gitter verwendet, d.h. die x, y, z-Komponenten der elektrischen Feldstärke $\overrightarrow{E}$ und der magnetischen Flussdichte $\overrightarrow{B}$ sind nach dem Yee-Schema [20] angeordnet. Hierbei sind die elektrischen $\overrightarrow{E}$-Komponenten an den Kantenmitten des sogenannten primären Gitters platziert, während die magnetischen $\overrightarrow{B}$-Komponenten auf den Kantenmitten eines um eine halbe Zellenlänge versetzten sekundären Gitters allokiert werden. Dieser Versatz ist vor allem bei der Implementierung der PML zu berücksichtigen, um die Reflexion am Übergang vom Rechengebiet in die PML möglichst gering zu halten [16].

Bei der FDFD-Methode *F3D* wird an den Toren der Struktur für die Wellenleiterquerschnitte ein zweidimensionales Eigenwertproblem gelöst, das als Ergebnis die Eigenwerte der Moden und damit die Ausbreitungskoeffizienten liefert. Aus den zugehörigen Eigenvektoren, d.h. aus den transversalen elektrischen Feldern an den Toren, können das magnetische Feld sowie die elektrischen Komponenten in Ausbreitungsrichtung berechnet werden. Sind die Felder an den Toren bekannt, so kann ein dreidimensionales Randwertproblem definiert werden. Die Lösung dieses Randwertproblems erfolgt mit dem Verfahren der Finite-Differenzen im Frequenzbereich und liefert die Feldstärkekomponenten sämtlicher innerer Gitterzellen. Hieraus lässt sich das Übertragungsverhalten der Gesamtstruktur ermitteln, beschrieben durch das elektrische Streuverhalten in Form von S-Parametern bzw. der S-Matrix [14].

Da bei der Finiten-Differenzen-Methode im Zeit- und Frequenzbereich die Maxwellschen Gleichungen einschließlich der drei Materialgleichungen eine Umsetzung in eine räumlich diskrete Form erfahren und der Differentialquotient in einen Differenzenquotienten übergeht, wird die gesuchte Lösung nur an endlich vielen Gitterpunkten berechnet. Der reale Feldverlauf wird um so besser nachgebildet, je höher die Gitterpunktzahl gewählt ist. Für eine unendlich hohe Anzahl ergäbe sich der exakte Feldlinienverlauf. Um die elektrische Eigenschaft des Via-Arrays mit hoher Genauigkeit zu bestimmen, ist einerseits ein hoch auflösendes Gitter erforderlich, andererseits steigt der Rechenaufwand mit jedem Gitterpunkt. Es stellt sich somit die Aufgabe, den immensen Aufwand einer Vollwellen-3D-Simulation zu reduzieren und dennoch eine akzeptable Genauigkeit des Ergebnisses zu erzielen, vor allem um Parametervariationen schneller durchführen zu können. Denn bei jeder Strukturänderung muss die gesamte Struktur neu durchgerechnet werden, in der Aufbautechnik sind schnell 15 Stunden und mehr pro Rechnung notwendig. Um einen Überblick zu gewinnen, welcher Parameter welchen Einfluß hat, sind deshalb Näherungen und geschlossene Darstellungen von einzelnen Effekten äußerst wichtig für den Schaltungsdesigner, um schnell entscheiden zu können, ob die gewünschte Technologie bei der anvisierten Signalfrequenz noch einsetzbar ist oder nicht. Wenn dann noch eine feinere Analyse erforderlich ist, kann die Anzahl der Simulationen auf einige wenige reduziert werden. Dafür sind analytische Ansätze, wie sie in dieser Arbeit diskutiert werden, trotz vorhandener leistungsstarker Rechner und ausgereifter Methoden unabdingbar.

2.2 Analytische Methoden

In diesem Abschnitt wird auf die analytischen Methoden eingegangen, die eine geschlossene Beschreibung des gesamten Via-Arrays ermöglichen und die in dieser Arbeit verwendet werden. Dabei wird zuerst die Orthogonalentwicklung [21], die auch unter der Bezeichnung Mode-Matching-Methode bekannt ist, erläutert. Mit diesem Verfahren ist es möglich, das einzelne Via analytisch so zu beschreiben, daß es direkt in ein Ersatzschaltbild (ESB) umgerechnet werden kann. Dieses ESB kann dann mit Hilfe des Theorems von Floquet in eine unendliche Via-Reihe überführt werden und somit das gesamte Via-Array abbilden und speziell seine erste Resonanzfrequenz, die Grenzfrequenz f_{Grenz}, bestimmen.

2.2.1 Ansatz des Orthogonalentwicklungsverfahrens

Die Orthogonalentwicklung ist eine Methode zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes an einem Übergang zweier Wellenleiter. Im folgenden wird kurz auf das Prinzip der Orthogonalentwicklung in Bezug auf die Modellierung des Via-Arrays eingegangen, eine ausführliche Darstellung der Orthogonalentwicklung im allgemeinen findet sich in [21].

Mit den Eigenwellen eines Wellenleiters können alle Felder in diesem Wellenleiter beschrieben werden. Diese Wellen breiten sich in einem längshomogenen Wellenleiter unabhängig voneinander aus. An einer lokalen Störung, d.h. wenn sich in einer Querschnittsebene in axialer Richtung die Füllung und/oder der Querschnitt ändert, wird nur ein Teil jeder Eigenwelle in jeweils dieselbe Eigenwelle reflektiert. Vielmehr verursachen Feldverzerrungen die Anregung höherer bzw. anderer Eigenwellen. Das Einbringen des Vias in die Parallelplattenleitung ist solch ein Fall. Die Felder um solche Anordnungen bestehen immer aus der Superposition vieler, streng genommen unendlich vieler, Eigenwellen. Zur Lösung des Feldproblems ist dann jeweils festzustellen, wie stark die einzelnen Eigenwellen angeregt werden. Dazu wird bei der Methode der Orthogonalentwicklung das Feld an der Trennfläche nach den Feldern der Eigenwellen der angrenzenden Wellenleiter entwickelt. Diese Reihenentwicklung ist möglich, weil die Felder der Eigenwellen in längshomogenen Wellenleitern bei Integration über den Querschnitt *orthogonal* zueinander sind. Darum verschwinden bei der Koeffizientenberechnung der Eigenwellenamplituden alle Integrale bis auf eines.

Die zu analysierende Struktur wird deshalb in einzelne längshomogene Wellenleiter unterteilt, in denen jeweils die vollständige Lösung der Maxwell-Gleichungen als Summe aller Eigenwellen mit noch unbekannten Amplituden dargestellt wird. Die Stetigkeit der Felder an den Grenzflächen wird unter Ausnutzung der orthogonalen Eigenschaften der Eigenfunktionen erfüllt. Dazu werden die Felder des einen Wellenleiters in die Eigenfunktionen des benachbarten Wellenleiters entwickelt. Die Stetigkeitsbedingung geht somit nach dem Koeffizientenvergleich in eine algebraische Beziehung der beteiligten Feldamplituden über.

Bei rechteckförmigen Wellenleiterquerschnitten sind die Eigenfunktionen Cosinus- und Sinus-Terme, die eine einfache Auswertung der Entwicklungsintegrale gestatten. Das Vorgehen ähnelt dann dem bei der Fourier-Reihen-Entwicklung.

Die genannten Stetigkeitsbedingungen bilden ein homogenes Gleichungssystem

$$(A) \cdot \overrightarrow{X} = \overrightarrow{b} \tag{2.1}$$

$\overrightarrow{X}$ enthält die noch zu bestimmenden Amplituden der Wellen, die Elemente der Matrix (A) sind Funktionen der Geometrie und Materialkonstanten. Die rechte Seite $\overrightarrow{b}$ enthält die Amplituden der anregenden Wellen. Anhand dieses Gleichungssystems kann die Streumatrix (S-Matrix) berechnet werden.

Die vollständige Lösung der Maxwell-Gleichungen besteht aus unendlich vielen Summanden, folglich ist das resultierende Gleichungssytem 2.1 vom Rang unendlich. Unter dieser Voraussetzung beschreibt die Orthogonalentwicklung das Problem mathematisch exakt. Zur numerischen Auswertung muß das Gls. 2.1 jedoch

durch ein endliches genähert werden. Das geschieht, indem man im Wellenleiter(i) nur die Eigenlösungen bis zu einem Endindex M_i berücksichtigt. Das System wird damit endlich und kann nach den Unbekannten aufgelöst werden. Die Wahl der M_i bestimmt somit das Konvergenzverhalten, wie später in Kapitel 3.3.3 ab S. 45 für das einzelne Via diskutiert wird.

Die Anwendung der Orthogonalentwicklung wird hier auf Strukturen mit rechteckigen Via-Querschnitt beschränkt, um geschlossen darstellbare Entwicklungsintegrale (Integrale über Sinus- und Cosinus-Funktionen) zu erhalten. Durch Vergrößerung des Endindex M_i kann das Konvergenzverhalten studiert und die Genauigkeit der Finite-Differenzen-Simulationen überprüft werden. Interessanter jedoch ist (und hier liegt der eigentlicher Grund, warum die Orthogonalentwicklung hier zur Anwendung kommt), daß für kleine M_i ($M_i = 1, 2$ u.ä.) das Problem vollständig analytisch gelöst werden kann und damit eine geschlossene Näherung möglich wird. Dies gilt für die Streuparameter und damit auch für die Bauelementwerte des Ersatzschaltbildes (ESB), wie später in Kapitel 3 und 4 näher eingegangen wird.

2.2.2 Das FLOQUET-Theorem

Betrachtet man das Via-Array als unendlich ausgedehnt, so stellt es eine periodische Struktur dar, in der sich die Eigenschaften von Glied zu Glied genau wiederholen. Grundlage für die Betrachtung solcher periodischer Strukturen ist ein von dem französischen Mathematiker FLOQUET im Jahre 1883 formuliertes fundamentales Theorem, das angewandt auf Felder Folgendes besagt:

Für einen gegebenen Ausbreitungsmodus unterscheidet sich das Feld in einem Querschnitt der periodischen Struktur vom Feld in einem um eine räumliche Periode versetzten Querschnitt nur durch eine komplexe Konstante.

Das heißt, wenn das Feld in einer Einheitszelle zwischen $0 \leq z \leq p$ die Feldkomponenten $\overrightarrow{E}(x, y, z)$ und $\overrightarrow{H}(x, y, z)$ besitzt, hat das Feld im Bereich $p \leq z \leq 2p$ die Komponenten $e^{-\gamma p}\overrightarrow{E}(x, y, z - p)$ und $e^{-\gamma p}\overrightarrow{H}(x, y, z - p)$. D.h. sie ändern sich in z-Richtung von Periode zu Periode nach Maßgabe des Übertragungsmaßes $g = \gamma p$ nur um den Faktor $\exp(-g) = \exp(-\gamma p)$. Dabei ist p die räumliche Periodizität, d.h. die Länge der Einheitszelle in z-Richtung. Entsprechendes gilt natürlich auch für Strom- und Spannungsvektoren und für die Wellenamplituden hin- und rücklaufender Wellen.

Für die Verteilung der Spannung $\underline{U}(z)$ z.B. gilt dann nach dem Theorem von FLOQUET:

$$\underline{U}(z + p) = e^{-\gamma p}\underline{U}(z) \tag{2.2}$$

Daraus folgt aber auch, daß gilt

$$e^{\gamma(z+p)}\underline{U}(z+p) = e^{\gamma z}\underline{U}(z) \tag{2.3}$$

$e^{\gamma z}\underline{U}(z)$ ist also (auch für komplexes γ) eine periodische Funktion von z, die sich in eine Fourierreihe entsprechend

$$e^{\gamma z}\underline{U}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \underline{U}_m e^{-j2m\pi z/p} \tag{2.4}$$

entwickeln läßt. Infolgedessen wird $\underline{U}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \underline{U}_m e^{-\gamma_m z}$ mit $\gamma_m = \gamma + j2m\pi/p$.

Die Welle erscheint danach als eine Summe von unendlich vielen Teilwellen mit Ausbreitungskonstanten γ_m. Die Teilwellen existieren aber nicht unabhängig voneinander, sondern gehören als Glieder einer räumlichen Fourierentwicklung alle zu einer bestimmten Welle auf der periodischen Struktur. Sie werden darum auch Raumharmonische dieser Welle genannt. Nur alle diese Teilwellen zusammen erfüllen die Randbedingungen der periodischen Struktur. Während sie sich als Ganzes mit einheitlicher Gruppengeschwindigkeit ausbreiten, laufen die einzelnen Teilwellen mit ganz verschiedenen Phasengeschwindigkeiten. Teilwellen der negativen Ordnung $m < -\beta p/2\pi$ laufen mit ihren Phasen sogar entgegengesetzt zur Ausbreitungsrichtung der Gruppe.

Alternativ zur Darstellung über die Raumharmonischen kann man bei periodischen Strukturen auch der Weg über die Vierpoltheorie beschritten werden, in der eine Einheits- oder Elementarzelle mit der Länge p als Grundlage dient. Damit steht unabhängig von der Periodizität eine Matrixbeschreibung der Elementarzelle zur Verfügung, bei der bereits elementare Zusammenhänge studiert werden können. Dieser Weg wird in der vorliegenden Arbeit gewählt.

Zusammenfassend lassen sich folgende Eigenschaften für die periodischen Strukturen ableiten [8, 22, 23]:

- Es gibt eine unendliche Folge von Durchlaßbändern und Sperrbändern, d.h. für bestimmte Frequenzen können sich Wellen entlang der ideal verlustfreien periodischen Struktur ohne Dämpfung ausbreiten, während für andere Frequenzen nur abklingende Wellen existieren.

- Die elektromagnetischen Felder auf einer periodischen Struktur können einer (räumlichen) Fourieranalyse unterzogen werden, wobei jedes Reihenglied eine unterschiedliche Phasengeschwindigkeit hat, aber alle die gleiche Gruppengeschwindigkeit haben. Es treten auch Komponenten mit Phasengeschwindigkeiten kleiner als der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Mediums auf.

2.3 Größen und Kriterien zum Vergleich der Methoden

In diesem Abschnitt werden alle Größen und Kriterien, die im Rahmen dieser Arbeit für den Vergleich des analytischen Modells mit den numerischen Methode benötigt werden, vorgestellt.

2.3.1 Streuparameter

Um eine rechnerische Behandlung eines Mehrtores zu erleichtern, bedient man sich in der HF-Technik vorzugsweise der Streuparameter, dargestellt in der Streu-Matrix (oder abgekürzt S-Matrix) [24]. Die Streumatrix [$\underline{\mathbf{S}}$] hat bei einer Verzweigung mit n Anschlußleitungen bzw. Toren n Zeilen und n Spalten und im allgemeinen dann den Rang n.

Die S-Matrix eines Eintors ist identisch mit dem komplexen Reflexionsfaktor des Eintors. Die S-Matrix eines Zweitors ist definiert durch

$$\overrightarrow{b} = [\underline{\mathbf{S}}] \cdot \overrightarrow{a} \quad \text{mit } b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \text{ und } b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \tag{2.5}$$

mit den hinlaufenden Wellen a_i bzw. rücklaufenden Wellen b_i am Tor i. Entsprechend hat die S-Matrix eines Viertors gemäß Abb. 2.1 folgende Form

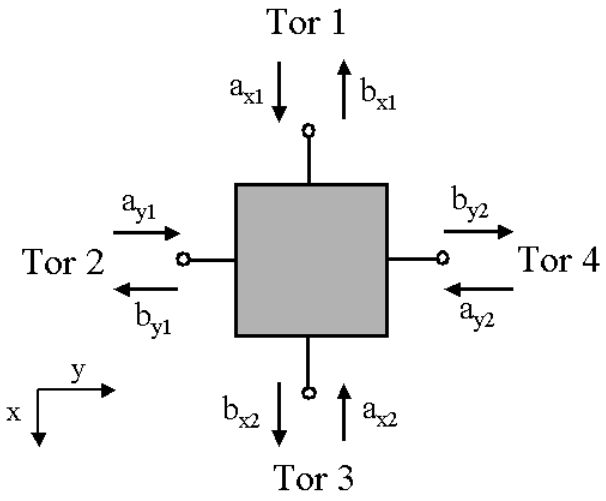

Abbildung 2.1: Aufbau des Viertors, wie es in dieser Arbeit verwendet wird. Die Raumrichtungen x, y sind gleich denen des allgemeinen Via-Arrays, die Torzählung erfolgt im mathematisch positiven Umlaufsinn.

$$\begin{pmatrix} b_{x_1} \\ b_{y_1} \\ b_{x_2} \\ b_{y_2} \end{pmatrix} = ([\underline{S}]) \cdot \begin{pmatrix} a_{x_1} \\ a_{y_1} \\ a_{x_2} \\ a_{y_2} \end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

Die Hauptdiagonal-Elemente $\underline{S}_{ii}$ der Streumatrix [$\underline{\mathbf{S}}$] sind Reflexionskoeffizienten am entsprechenden Zugang, wenn jeweils alle anderen Zugänge angepaßt sind, d.h. in ihnen keine Wellen einfallen. Die Streumatrix ist für reziproke Viertore symmetrisch, somit gilt $S_{ij} = S_{ji}$. Für verlustlose Netwerke ist die Streumatix unitär, d.h. die Inverse ist gleich dem konjugiert Komplexen der Transponierten. Aus Symmetrie und unitärer Eigenschaft der Streumatrix verlustloser Mikrowellenschaltungen lassen sich wichtige Rückschlüsse auf das Verhalten der Schaltung ziehen. Diese Eigenschaften werden in Kap. 4 ab S. 59 zur Berechnung herangezogen.

Der Übergang von den in Gl. 2.6 verwendeten Wellengrößen zu den in einem Ersatzschaltbild verwendeten Strömen und Spannungen erfolgt mit

$$\begin{aligned} \underline{a}_i &= \frac{1}{2}\left[\frac{\underline{U}_i}{\sqrt{Z_i}} + \sqrt{Z_i} \cdot \underline{I}_i\right] \\ \underline{b}_i &= \frac{1}{2}\left[\frac{\underline{U}_i}{\sqrt{Z_i}} - \sqrt{Z_i} \cdot \underline{I}_i\right] \end{aligned} \tag{2.7}$$

Somit läßt sich aus der [$\underline{\mathbf{Z}}$]-Matrix des ESBs die entsprechende [$\underline{\mathbf{S}}$]-Matrix herleiten.

Da in dieser Arbeit Verluste durchweg nicht in Betracht gezogen werden, reicht es bei dem einzelnen Via und somit bei der Betrachtung eines Ein-Tors aus, nur die jeweilige Phase der Streumatrix zu vergleichen, da der Betrag der Reflexion immer Eins sein muss. Diese Tatsache wird in Kap. 3.2 ab S. 30 angewandt. Bei Simulationen mit PML als absorbierender Randbedingung ist diese Aussage nicht mehr möglich, da verlustbehaftete Materialien im Rechengebiet liegen und somit der Betrag der Reflexion nicht unbedingt Eins sein muss, auch wenn die zu untersuchende Struktur verlustfrei ist.

2.3.2 Ersatzschaltbild (ESB)

Alle Mikrowellenschaltungen, die definierte Wellenleiter als Tore haben, können, sobald geeignete Spannungs- und Stromgrößen an den Toren definiert sind, als n-Tor durch ein Ersatzschaltbild (ESB) beschrieben werden. Diese ESB bestehen aus konzentrierten Schaltelementen, also Widerständen, Induktivitäten, Kapazitäten und Leitungen. Häufig ist es sinnvoll, die Topologie des ESBs gemäß den physikalischen Gegebenheiten zu wählen. Beispielsweise wird ein Wellenleiterabschnitt möglichst durch eine Ersatzleitung dargestellt. Darüberhinaus existieren kanonische Beschreibungen. Z.B. können Zweitore durch T-Schaltungen dargestellt werden [24].

Die Vorteile des Ersatzschaltbildes sind die leichte Handhabbarkeit und ein reduzierter numerischer und analytischer Rechenaufwand. Somit stellt das ESB ein vereinfachtes und praktikables Modell dar, die Resultate der Orthogonalentwicklung können mit vertretbaren Fehlern approximiert werden. Ausserdem verspricht eine solche Formulierung des Problems entscheidende Vorteile sowohl im Bereich des rechnergestützten Schaltungsentwurfs (CAD) als auch bei der Betrachtung komplexerer Strukturen, die z.B. wegen des zu erwartenden Aufwandes für die feldtheoretische Analyse nicht in Betracht kommen.

Die Einheitszelle des Via-Array gemäß Abb. 2.1 bildet ein Viertor (Achtpol). Es ist passiv, linear, reziprok und läßt sich durch Ersatzschaltungen darstellen. Die Verwendung eines Ersatzschaltbildes für Via-Arrays an sich stellt keine große Neuerung dar, wenn auch bislang nur einzelne Vias als Durchkontaktierung beschrieben wurden [25] oder ein System on a Package [26].

Die Problematik liegt jedoch in der detallierten Berechnung der einzelnen Elemente, deren quantitative Konstellation die Ergebnisse natürlich grundlegend beeinflußt. Häufig werden dabei fragwürdige Überschlagsrechnungen oder Extraktionsalgorithmen verwendet, um die Bauelementwerte über deren Reflexions- und Transmissionsverhalten aus numerischen Simulationen zu extrahieren. Neben dem Fehler durch die verwendete Feldberechnungsmethode und deren Anwendung auf einem Rechner kommt oftmals ein nicht unerheblicher Fehler bei der Bestimmung der Bauelementwerte hinzu. Demgegenüber basiert die in dieser Arbeit beschriebende Ersatzschaltbild-Entwicklung auf feldtheoretischen Resultaten als verläßlichen Referenzwerte.

Zu beachten ist aber, daß die Bauelementwerte der Ersatzschaltbilder von der Geometrie der ursprünglichen Struktur, hier dem Via-Array, abhängen. Hier setzt die in dieser Arbeit entwickelte geschlossene Beschreibung des Vias mit Hilfe der Orthogonalentwicklung an, um die eigentlich notwendige 3D-Vollwellensimulation des Vias, die eine eingehende Analyse wesentlich erschwert, wie in Kap. 3 gezeigt, vollständig zu ersetzen.

Damit wird mit dem Weg über ein ESB eine Möglichkeit geschaffen, das Verhalten verschiedener Strukturen miteinander zu vergleichen, solange sie hinreichend genau von dem ESB beschrieben wird. Der Vergleich kann sich dann auf die Variation der einzelnen Bauelemente beschränken, die Frequenzabhängigkeit ist dann im Gegensatz zum Vergleich über die Streumatrix implizit im ESB bereits enthalten. Wichtig dabei ist natürlich, dass die Bezugsebenen für die zu vergleichenden Strukturen identisch gewählt werden müssen, um äquivalente Größen zu erhalten.

2.3.3 Die Grenzfrequenz f_{Grenz}

In den folgenden Abschnitten wird kurz das elektromagnetische Verhalten eines Via-Array und die im folgenden untersuchte Grenzfrequenz f_{Grenz} anhand eines Beispiels skizziert. Die Auswirkung dieser Grenzfrequenz auf die Eigenschaften der Schaltung und die bisherigen Abschätzmethoden werden dabei diskutiert.

Die klassische Abschätzung für diese Grenzfrequenz [8,27] beruht auf der Tatsache, daß es sich um eine Resonanz handelt, bei der der Abstand zweier Vias $\lambda/2$ beträgt. In diesem Augenblick erscheinen beide Vias als offen, d.h. es findet kein Kurzschluß statt. Dies kann bei einer gegebenen Länge bzw. Abstand der Vias p und einer wirksamen Permittivität ε_{eff} mit

$$f_{\lambda/2} = \frac{c_0}{2p \cdot \sqrt{\varepsilon_{eff}}} \tag{2.8}$$

berechnet werden, c_0 ist dabei die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. Der Schaltungsdesigner des Moduls weiß dann, daß seine maximale Signalfrequenz f_{max} kleiner sein muss, also

$$f_{max} \ll f_{\lambda/2}. \tag{2.9}$$

um sicherzustellen, dass das Via-Array als niederohmige Masseverbindung wirkt.

Bleibt die Wellenlänge bei der Signalfrequenz groß gegenüber den Via-Abstand, ist eine derartige Abschätzung ausreichend. Im Zuge der kommerziellen Nutzung von mm-Wellen nähern sich jedoch die Wellenlänge den je nach Technologie möglichen minimalen Via-Abständen immer stärker an. Eine Verringerung der Via-Abstände ist häufig nicht möglich, oder nur durch eine Wechsel der Technologie, z.B. von BGA- auf μBGA-Prozess, was jedoch die Zuverlässigkeit senkt und die Kosten erhöht.

Durch diese Situation gewinnt die genaue Kenntnis der Grenzfrequenz und damit des nutzbaren Frequenzbereichs eine große Bedeutung und es ist eine genauere Abschätzung als die mit Gl. 2.9 machbar notwendig.

Im folgendem soll diese Problematik anhand eines Beispiels diskutiert werden. In Abb. 2.2 ist ein Modul als Träger einer HF-Schaltung zu sehen.

Das unterste Trägermaterial besteht aus *Rogers* RO4003 und wird im folgenden als Motherboard bezeichnet. Es beinhaltet die gesamte (digitale) Signalprozessierung auf Zwischenfrequenz-Ebene (ZF-Ebene). Eine MS auf dem Motherboard führt das HF-Signal zum Modul, das selbst aus einem Zwischenträger aus LTCC-Material der Fa. *DuPont* besteht (Low Temperature Cofired Ceramics) und die entsprechenden HF-Chips (MMICs) aufnimmt. Dieses Substrat ist in Abb. 2.2 wie alle anderen Substrate der Übersichtlichkeit halber nur leicht angedeutet. Über ein

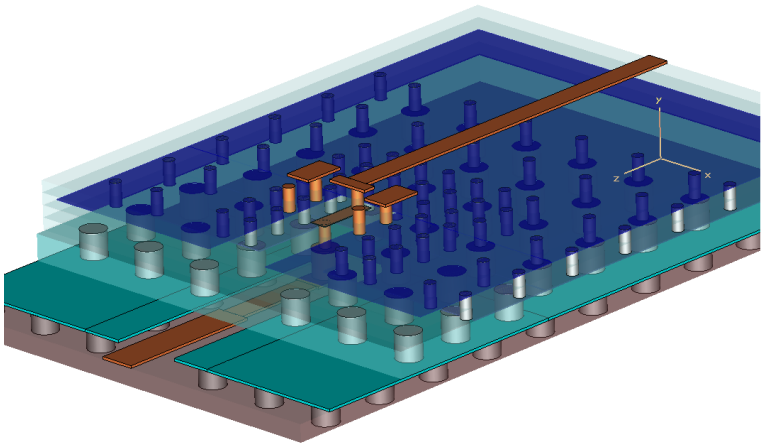

Abbildung 2.2: Beispiel für ein Modul als Träger einer HF-Schaltung. Die untere Platine trägt die Digitalschaltung, über die Microstrip wird das HF-Signal über ein Durchgangsvia auf die Oberfläche des Moduls geführt. Dort befindet sich dann die HF-Schaltung.

μBGA (Micro Ball Grid Array) wird die Masse des Motherboards mit der des LTCC-Zwischenträgers verbunden, das im Zwischenträger über Vias bis zur Mitte des LTCC-Substrats weitergeführt wird. Diese Massefläche ist die Bezugsebene der LTCC-MS, ganz oben zu sehen. Das Signal von der MS auf dem Motherboard wird ebenfalls über ein Ball an ein LTCC-Via geführt und bis zur LTCC-Oberfläche an die dort gelegene MS weitergereicht. Angedeutet sind die vielen Vias im Motherboard und Zwischenträger und die Balls des μBGAs, die neben der mechanischen Stabilität vor allem die Masseverbindung herstellen müssen. Aus technologischen Gründen wird zwischen das μBGA noch ein sog. Underfiller eingebracht, der die mechanische und elektrische Verbindung der beiden Masseflächen durch die Balls bei thermischen Stress verbessert. In Abb. 2.2 ist nur die HF-Eingangs- bzw. Ausgangszelle des Moduls zu sehen, das gesamte Modul hat die Maße 15 mal 15 mm und besitzt rund 300 Balls. Das Resultat nach einer ersten Simulation der HF-Zelle ist in Abb. 2.3 zu sehen.

Neben der nicht immer geringen Reflexion - der Betrag von S_{11} ist zeitweise über -20 dB - bleibt die Transmission $|S_{21}|$ sehr gutmütig bis zu einem plötzlichen Einbruch bei $f = 55,4$ GHz, der schon ab 46,7 GHz die Transmission von Motherboard auf das Modul und wieder auf das Motherboard auf $|S_{21}| = -1dB$ absinken lässt. Die Vermutung, dieser Einbruch läge an dem Design des Übergangs, ließ sich durch Optimierungen und Messungen nicht bestätigen. Lediglich der Bereich unterhalb 46 GHz ließ sich verbessern, die Begrenzung des Einsatzbereichs des Moduls war vielmehr dem minimalen Pitch des BGAs in Kombination mit der Permittivität des LTCC-Materials geschuldet, wie Simulationen mit kleineren Pitches oder kleinerer Permittivität zeigten. Andererseits erkennt man, dass das Verhalten bis zu

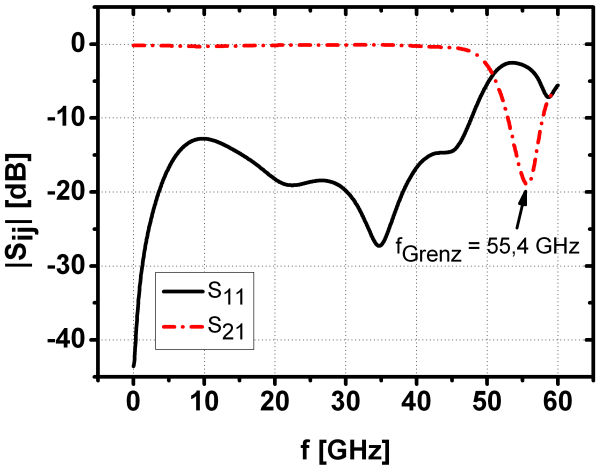

Abbildung 2.3: S-Parameter des Moduls aus Abb. 2.2. Das Modul trägt dabei nur eine Durchgangsleitung von einer HF-Eingangszelle zur HF-Ausgangszelle, die S-Parameter beschreiben somit beide Übergänge, vom Motherboard zum Modul und vom Modul zum Motherboard. Deutlich zu sehen der Einbruch der Transmission bei $f_{Grenz} = 55,4$ GHz.

Frequenzen von 46 GHz, also nur wenig unterhalb der Grenzfrequenz, brauchbar ist. Aus dieser und vergleichbaren Situationen ergibt sich der Bedarf, eine derartige Begrenzung durch die Masseverbindung a priori und mit geringem Aufwand abzuschätzen, um ggf. von vornherein eine andere Technologie zu verwenden oder das Design der Masseverbindungen optimieren zu können.

Einbrüche der Transmission wie in Abb. 2.3 haben zum einen natürlich direkten Einfluß auf das Signalleistungsbudget der Schaltung. Zusätzlich muss man aber beachten, daß die Signalenergie keineswegs einfach verloren geht, sondern in Form eines Parallelplattenleitungsmode (PPL-Mode) weitergeführt wird. Dies wird erst mit Simulationen im Frequenzbereich ersichtlich, wie bereits in Abschnitt 2.1.1 diskutiert wurde. Dieser parasitäre Mode kann, von einem Übergang angeregt, bis zu einem anderen Übergang wandern und dort wieder einkoppeln. Dies verursacht Nebensprechen und eine solche parasitäre Verbindung von Aus- und Eingang begrenzt z.B. die stabile Verstärkung eines Chips im Gehäuse. Somit ist die Funktion des μBGA, eine gute (HF-) Masseverbindung herzustellen, obsolet. Neben der Einkopplung in den zweiten Übergang wird der PPL-Mode auch seitlich abgestrahlt, was eine zusätzliche Problematik für die gesamte Schaltung darstellt. Eine metallische Abschirmung des Moduls auf der Oberseite kann somit Abstrahlungen nicht vermeiden.

Die in dieser Arbeit aufgestellten Modelle sollen dem Schaltungsdesigner die Möglichkeit geben, die Geometrie- und Substratparameter einfach und mit hoher Genau-

rigkeit daraufhin zu überprüfen, ob der Aufbau für die anvisierte Signalfrequenz tauglich sein wird. Vor allem wird vom Schaltungsdesigner schon in der Anfangsphase verlangt, die Fähigkeiten einer vorgegebenen Technologie dahingehend zu überprüfen, oder die noch freien Parameter so zu variieren, daß eine maximale Signalfrequenz vom Modul verarbeitet werden kann.

Kapitel 3

Modellierung der Elementarzelle

Um ein komplettes Via-Array untersuchen zu können, ist es vorteilhaft, es in einzelne Elementarzellen mit jeweils einem einzelnen Via aufzuteilen und diese zuerst zu betrachten. Nimmt man eine unendliche laterale Ausdehnung des Via-Arrays an, können aus dieser Elementarzelle die Eigenschaften des Via-Arrays, wie in Kap. 2 diskutiert, bestimmt werden. Dies spart enorm Rechenzeit und ermöglicht eine genaue Analyse des Via-Arrays. Dazu wird hier ein quadratisches Via-Array mit zylindrischen Vias, wie in Abb. 3.1 dargestellt, zwischen zwei Metallisierungsebenen betrachtet, die hier der Übersichtlichkeit halber nicht eingezeichnet sind.

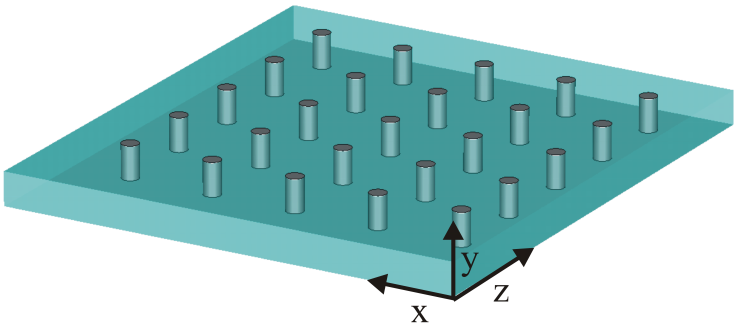

Abbildung 3.1: Ein quadratisches Via-Array mit zylindrischen Vias. Die obere und untere Metallisierungsebene sind zur Erhöhung der Übersicht nicht eingezeichnet.

Für die Untersuchungen in diesem Kapitel werden folgende Annahmen getroffen:

1. alle Vias sind verlustlos
2. Vias sind rund und haben einen Durchmesser d
3. der Abstand Via-Mitte zu Via-Mitte ist p (Pitch) und ist in beiden Koordinaten-Richtungen (x, z) gleich
4. das Via-Array ist in beiden Richtungen unendlich ausgedehnt

5. es wird im ersten Schritt eine 1D-Wellenausbreitung in z-Richtung angenommen

Für die Betrachtungen des Via-Arrays ergeben sich noch weitere Vereinfachungen, die sich aus den obigen Annahmen ableiten lassen:

a.) Substrat-Dicke $h \ll$ Wellenlänge λ und Fokus auf den Frequenzbereich bis zur ersten Grenzfrequenz f_{Grenz}
⇒ nur der Bandleitungsmode wird an den Toren berücksichtigt (Parallel-Platten-Leitungsmode, PPL-Mode) [23]

b.) Symmetrie des Via-Arrays
⇒ Elementarzelle muss nur ein Via beinhalten

Durch die beiden letzten Punkte ist eine Reduzierung des Via-Arrays auf eine Elementarzelle möglich, wie es in Abb. 3.2 skizziert ist.

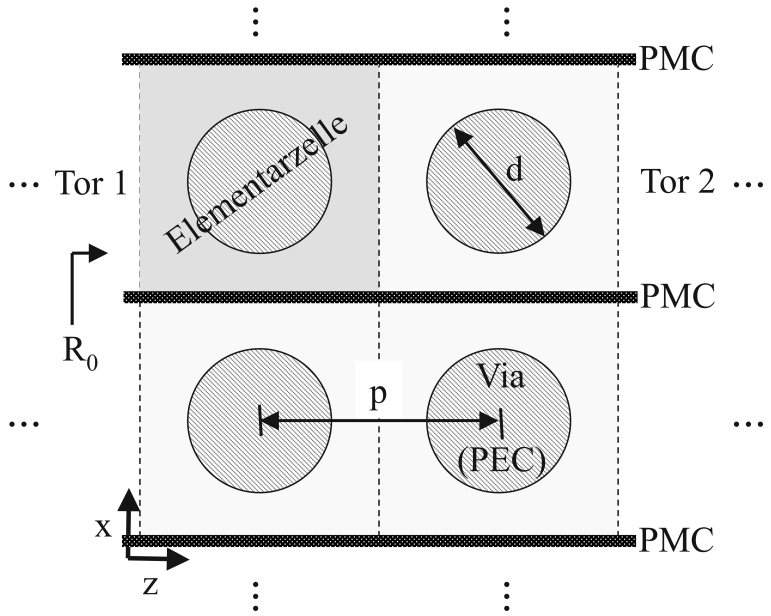

Abbildung 3.2: Elementarzelle eines quadratischen Via-Arrays (nicht maßstäblich). Die zylindrischen Vias haben einen Abstand p zueinander. Die Wellenausbreitung ist in z-Richtung, was zu einer Zwei-Tor-Anordnung führt. Die magnetischen Wände (PMC) sollen die symmetrische Weiterführung des Arrays in x-Richtung ersetzen. Das Via wird als ideal leitend (PEC) angenommen.

Das Via selbst in der Elementarzelle kann mit Hilfe eines ESBs mit konzentrierten Bauelementen beschrieben werden. Die Verbindung zwischen den Vias in einer Via-Array-Umgebung wird ebenfalls als verlustfrei angenommen und durch eine Bandleitung nachgebildet. Da diese Leitung bei den numerischen Simulationen mit berechnet wird, muss diese bei der Extraktion der Bauelementwerte des ESBs

natürlich herausgerechnet werden.

Im folgenden werden zuerst das ESB für das einzelne Via hergeleitet und die einzelnen Bauelemente beschrieben. Die Extraktion der Bauelementwerte erfolgt dann mittels numerischer Simulation unter Verwendung der FDFD-Methode (*F3D*) [12] und der FDTD-Methode (*MWS*) [13]. Dabei haben, wie bereits in Kap. 2 beschrieben, Berechnungen im Zeitbereich gerade bei resonanten Strukturen den Vorteil der schnelleren Bestimmung der Resonanzfrequenzen, im Frequenzbereich ist die Trennung der Moden besser, vor allem bei Strukturen, die klein gegenüber der betrachteten Wellenlänge sind.

Da die Simulation der in der Praxis fast ausschließlich verwendeten zylindrischen Vias bei der Finiten Differenzen-Methode sehr viel Rechenaufwand erfordert, wird deshalb in Abschnitt 3.2 ab S. 30 das zylindrische Via der Elementarzelle durch ein äquivalentes rechteckiges Via ersetzt. Dazu werden verschiedene Ansätze untersucht und ihre Gültigkeit verifiziert. Dies ist sowohl für die wenig aufwendige Simulation der Elementarzelle als auch für die Beschreibung des Via-Arrays von großer Bedeutung. Die Herleitung des analytischen Modells des einzelnen Vias erfolgt dann in Abschnitt 3.3 ab S. 38. In Abschnitt 3.4 wird der Einfluß der Via-Geometrie auf die Bauelementwerte des ESBs herausgearbeitet. Mit Hilfe der in Abschnitt 3.5 analytisch beschriebenen Elementarzelle, die aus einer Leitung und einem einzelnen Via besteht, kann man dann beliebig große Via-Arrays wie in Kapitel 4 ab S. 59 dargestellt, modellieren.

3.1 Das Ersatzschaltbild des einzelnen Via

Die Motivation, ein einzelnes Via durch ein ESB zu beschreiben, liegt in der Reduzierung des numerischen Aufwands. Die Idee ist hier, die Eigenschaften des Vias mit gegebener Geometrie mit Hilfe des ESB zu erfassen. Dazu wird der Reflexionsfaktor des Vias mittels numerischer Simulationen bestimmt und daraus die Bauelementwerte des ESBs extrahiert. Einerseits kann mit Hilfe dieser Bauelementwerte des ESBs das Via-Array aus mehreren Vias in einem Schaltungssimulator nachgebildet und schnell untersucht werden. Die Rechenzeit reduziert sich dann von mehreren Stunden auf einige wenige Minuten. Anderseits läßt sich diese Betrachtung auf eine Elementarzelle, die aus einer Leitung und einem Via besteht, wie in Abschnitt 3.5 dargestellt, erweitern, um anschließend das vollständige Via-Array analytisch beschreiben zu können.

Allgemein wird zur Beschreibung der Durchkontaktierung zweier metallischer Parallelplatten in der Literatur häufig nur eine einzelne Induktivität verwendet [28]. Diese reicht jedoch nicht aus, um die Kopplung der Vias untereinander zu berücksichtigen. Daher wird in dieser Arbeit das Via in einem Via-Array mit Hilfe des in

Abb. 3.3 dargestellten ESB nachgebildet (1D-Fall).

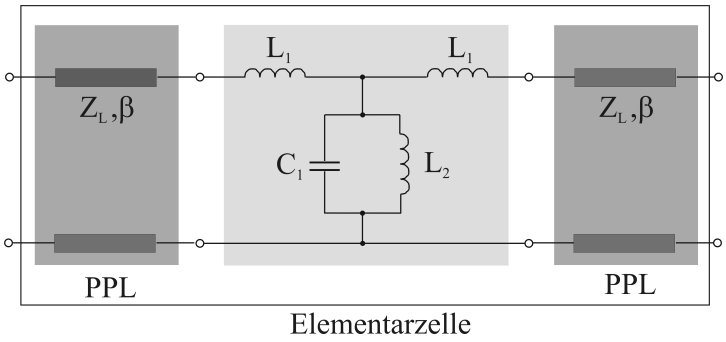

Abbildung 3.3: Die Elementarzelle des Via-Arrays mit den Bandleitungen (PPL) und dem ESB für das einzelne Via.

Die PPL beschreibt mit dem Wellenwiderstand Z_L und der Ausbreitungskonstante β dabei die Verbindung der Vias untereinander, das ESB mit den Induktivitäten L_1 und L_2 und der Kapazität C_1 das Verhalten des Vias. Zusammen ergibt sich die Elementarzelle für das Via-Array.

3.1.1 Beschreibung der einzelnen Bauelemente

Abb. 3.4 stellt die physikalischen Effekte, die die einzelnen Bauelemente in Abb. 3.3 beschreiben, anschaulich dar.

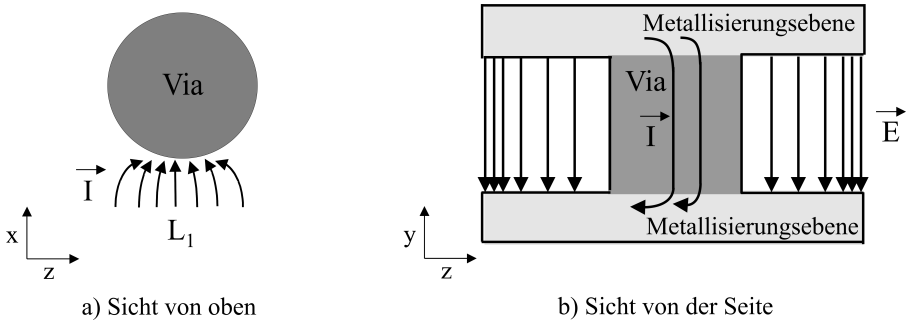

Abbildung 3.4: Die physikalischen Effekte, die die einzelnen Bauelemente im ESB beschreiben.

Die Induktivität L_1 stellt die Einschnürung des Stromes auf der Parallelplattenleitung (PPL) dar (Abb. 3.4a). Diese Stromeinschnürung entsteht durch die Verbindung zur anderen PPL, die dadurch einen Potentialausgleich erfährt. Im Gleichspannungsfall (Frequenz $f = 0$) entspricht dieser Potentialausgleich einem Kurzschluss. Die Summe der Induktivitäten $L_1 + L_2$ beschreibt die Induktivität des Vias

an sich. L_2 ist die Gegeninduktivität, die die Kopplung der beiden Bandleitungen beschreibt (Abb. 3.4b).

Der Strom durch das Via hindurch wird auf den Durchmesser des Vias beschränkt, somit wirkt sich die Verbindung wie eine Induktivität aus. In der Literatur wird eine Durchkontaktierung folgerichtig durch eine einzige Induktivität dargestellt [29]. Addiert man L_1 und L_2, kommt man ungefähr auf den gleichen Wert als wenn man das Via durch eine einzige Induktivität beschreiben würde.

Die Kapazität C_1 repräsentiert gemeinsam mit L_2 einen Parallelschwingkreis, der die Grundresonanz des Vias nachbildet und somit das Verhalten des Vias innerhalb einer PPL-Umgebung besser modelliert. Wie später in Gl. 3.7 auf S. 28 zu sehen ist, beschreibt C_1 die 2. Ordnung in ω des ESBs. Diese Kapazität wird in der Literatur oftmals einem vorhandenen Anschluß-Pad zugeschrieben [30], was hier aber nicht zutrifft. Eine Vernachlässigung der C_1 würde wie später gezeigt, bei hohen Frequenzen zu großen Fehlern führen, bei niedrigen Frequenzen kann C_1 hingegen vernachlässigt werden, da es erst in der 2. Ordnung in ω auftaucht.

Die Bandleitung bzw. Parallelplatten-Leitung (PPL) wird durch den Wellenwiderstand Z_L bzw. Z_{PPL} beschrieben mit

$$Z_{PPL} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} \cdot \frac{h}{w} \tag{3.1}$$

mit den Materialparametern für Permittivität, Permeabilität und der Dicke bzw. Höhe h des Substrats und der Weite w der Bandleitung. Für ein Via-Array muss der laterale Abstand zwischen zwei Vias eingesetzt werden. Die Ausbreitungskonstante der Grundwelle in der PPL β kann bestimmt werden mit

$$\beta = \frac{\omega}{c_0} \cdot \sqrt{\varepsilon_r}. \tag{3.2}$$

Die Ausbreitung der nächsthöheren Moden läßt sich nach [11] S. 297ff. berechnen mit

$$\beta = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} \cdot \sqrt{1 - (\frac{m\pi c_0}{w\omega})^2}, \tag{3.3}$$

wobei $m = 0, 1, 2, \ldots$ die jeweilige Modenordnungszahl darstellt und w die Weite der PPL. Mit $m = 0$ erhält man den Grundmode bzw. Gl. 3.2. Für die Gültigkeit der Elementarzelle muss überprüft werden, ob die Annahme, dass in der PPL nur der Grundmode ausbreitungsfähig ist, zutrifft. Für die meisten Substrate und Geometrien ist das bis zur Grenzfrequenz f_{Grenz}, die meist unterhalb 100 GHz liegt, auch der Fall.

3.1.2 Extraktion der Bauelementwerte mittels numerischer Simulation

Um die Bauelementwerte des ESBs in Abb. 3.3 extrahieren zu können, werden Simulationen mit Hilfe der Finiten Differenzen-Berechnung mit dem Tool *F3D* durchgeführt. Um den hohen Simulationsaufwand zu reduzieren, kann die Elementarzelle in Abb. 3.2 aufgrund der Symmetrie zur Viamitte in x- und z-Richtung wie in Abb. 3.5 dargestellt vereinfacht simuliert werden.

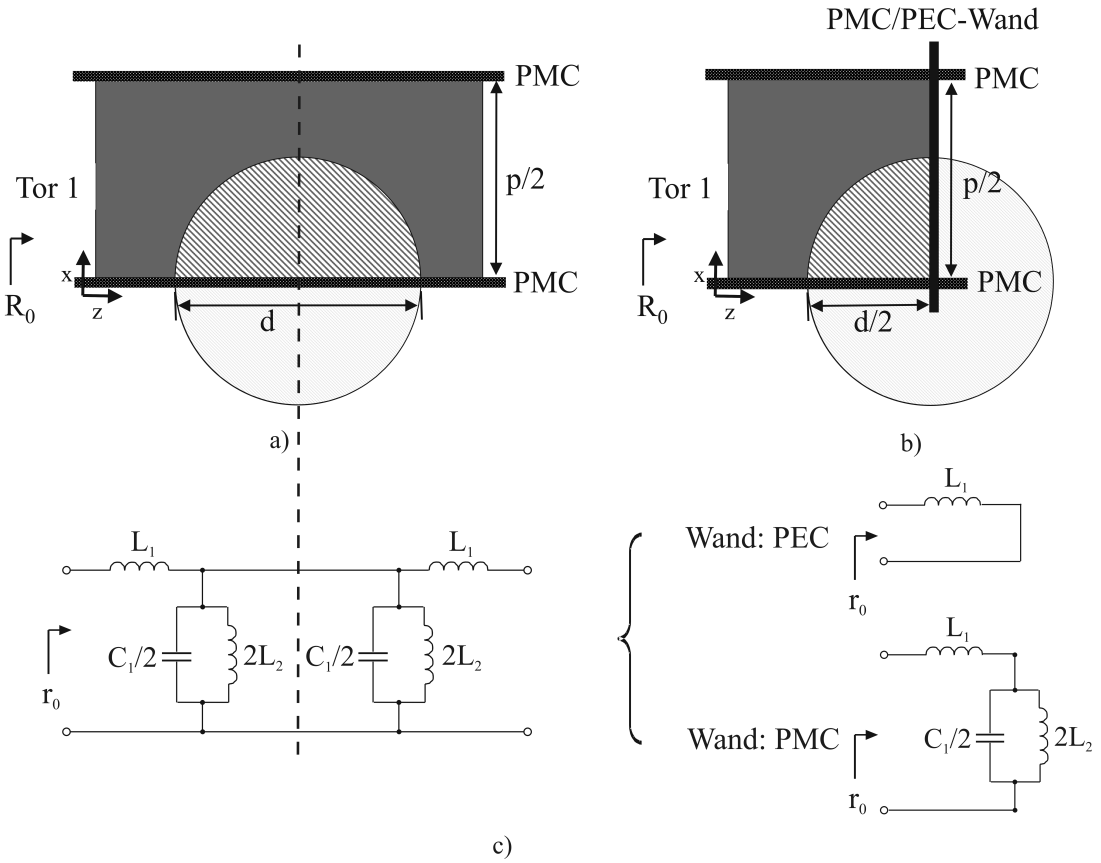

Abbildung 3.5: Zu simulierende Struktur des einzelnen Vias und das zugehörige ESB. a) Vereinfachung zum halben Via aufgrund der Verwendung einer magnetischen Wand (PMC) auf der ersten Symmetrieachse. b) Vereinfachung zum Viertel Via aufgrund der Verwendung einer elektrischen Wand (PEC) oder einer magnetischen Wand (PMC) auf der zweiten Symmetrieachse. c) Das jeweils zugehörige ESB.

Zuerst teilt die magnetische Wand (PMC) in der Mitte des Vias wie in Abb. 3.5a dargestellt die Elementarzelle in zwei identische Hälften auf. Darüber hinaus kann die zu simulierende Anordnung aufgrund der zweiten Symmetrieachse zu einer Viertel Elementarzelle vereinfacht werden, siehe Abb. 3.5b. Dabei muss die rechte

Wand sowohl durch eine elektrische Wand (PEC) als auch eine magnetische Wand (PMC) ersetzt werden, um alle Informationen zu erhalten. Damit reduziert sich das Zwei-Tor-Problem in Abb. 3.5a zu zwei Ein-Tor-Problemen in Abb. 3.5b. Diese Halbierung wird im ESB, wie in Abb. 3.5c gezeigt, durch eine Verdopplung des Schwingkreises im ESB berücksichtigt. Dabei müssen aber L_2 und C_1 im ESB entsprechend aufgeteilt werden. Der Einsatz einer PEC-Wand führt zum Kurzschluß des Schwingkreises C_1 und L_2 und das zugehörige ESB beinhaltet nur die Induktivität L_1. Eine PMC-Wand erzeugt hingegen einen Leerlauf und das zugehörige ESB beinhaltet L_1 und $2 \cdot L_2$ parallel zu $C_1/2$. Die Bestimmung der Bauelementwerte erfolgt dann mittels der entsprechenden nummerischen Simulation. Weil es sich hier um ein Ein-Tor handelt, existiert nur der Streuparameter S_{11} bzw. der Reflexionsfaktor R_0. Dieser wird mittels Simulation für eine gegebene Via-Geometrie und Substratmaterial bestimmt und dem Reflexionskoeffizienten r_0, der für das ESB hergeleitet wird, gleichgesetzt.

Bestimmung von L_1

Um den Wert der Induktivität L_1 zu bestimmen, wird die Elementarzelle in *F3D* mit einer elektrischen Wand als Abschluss wie in Abb. 3.5b dargestellt simuliert und der zugehörigen Reflexionsfaktor R_0 bzw. der Streuparameter S_{11} bestimmt. Da das ESB in diesen Fall nur aus L_1 besteht (siehe Abb. 3.5c) ist der komplexe Widerstand des ESBs $\underline{Z}_{11,el} = j\omega L_1$. Für $S_{11,el}$ gilt dann:

$$S_{11,el} = \frac{\underline{Z}_{11,el} - Z_0}{\underline{Z}_{11,el} + Z_0} \tag{3.4}$$

und Z_0 ist der Wellenwiderstand der Zuleitung. Hier entspricht dies dem Wellenwiderstand der Parallelplattenleitung (PPL) Z_{PPL} aus Gl. 3.1 auf S. 25. Die Weite w enstpricht der Breite der PPL und damit hier der Hälfte der Pitchlänge (Abstand zwischen zwei Vias). Damit läßt sich die Induktivität L_1 wie folgt berechnen:

$$L_1 = j\frac{Z_{PPL}(S_{11,el} + 1)}{\omega(S_{11,el} - 1)} \tag{3.5}$$

$S_{11,el}$ kann aus den numerischen Berechnungen gewonnen werden. Dabei muss die jeweils angesetzte Leitung entsprechend berücksichtigt werden. Es wird ein De-Embedding bis zum Beginn des Vias durchgeführt.

In Abb. 3.6 ist beispielhaft eine Extraktion der Induktivität L_1 in Abhängigkeit von der Frequenz f aufgetragen. Variiert wurde der Durchmesser d des Vias bei gleichbleibendem Pitch p, Höhe h und Permittivität ε_r. Das Deembedding wurde bis zum Rand des Vias durchgeführt.

Die geringe Werteabweichung über der Frequenz zeigt, dass die Beschreibung mittels einer Induktivität hier vollauf gerechtfertigt ist. Die Extraktion von L_1 ist

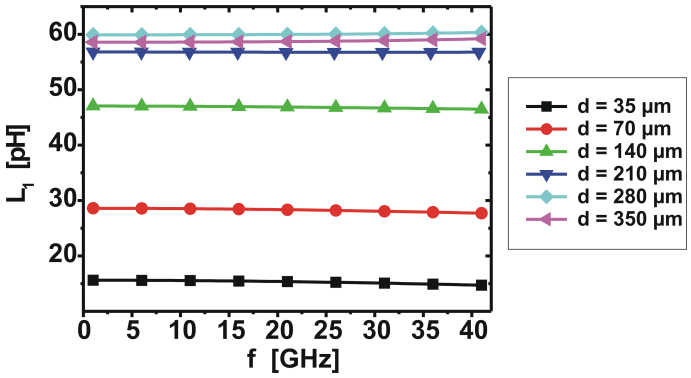

Abbildung 3.6: Extraktion von L_1 aus *F3D*-Simulationen. Das runde Via wurde mit 649.000 Gitterzellen diskretisiert. Die festen Parameter sind $p = 700\mu$m, $h = 270\mu$m, $\varepsilon_r = 8$.

damit sehr einfach und genau durchführbar. Für steigenden Durchmesser steigt L_1 an bis zu einem Maximum bei $d = 280\mu$m, dann fällt L_1 wieder ab. Dieses Verhalten ist in der Tatsache begründet, dass $L_1 + L_2 = L_{\text{Via}}$ ist. Mit zunehmendem d verringert sich die Induktivität L_2 und damit steigt der Einfluß von L_1 auf L_{Via}. Zusätzlich sinkt die Induktivität L_{Via} mit steigendem d, was sich bei L_1 wie oben gezeigt auswirkt. Bei $d = 350\mu$m entspricht der Durchmesser der Hälfte des Pitches, was aus technologischen Gründen i.a. das Limit darstellt. Deshalb werden nur Werte mit $d/p < 0,5$ betrachtet.

Bestimmung von L_2 und C_1

Nach der Bestimmung von L_1 können nun die Bauelementwerte der Induktivität L_2 und der Kapazität C_1 bestimmt werden. Dafür wird die Elementarzelle in *F3D* mit einer magnetischen Wand anstelle einer elektrischen Wand als Abschluss wie in Abb. 3.5b dargestellt, simuliert und der zugehörige Reflexionsfaktor R_0 bzw. der Streuparameter S_{11} bestimmt. Das zugehörige ESB besteht in diesem Fall aus L_1 und $2L_2$ parallel zu $C_1/2$ (siehe Abb. 3.5c). Die Impedanz des ESBs $\underline{Z}_{11,magn}$ ist:

$$\underline{Z}_{11,magn} = j\omega L_1 + \frac{2j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_1} \tag{3.6}$$

Für die Reflexion $S_{11,magn}$ gilt dann:

$$S_{11,magn} = \frac{j\omega L_1 + \frac{2j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_1} - Z_{PPL}}{j\omega L_1 + \frac{2j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_1} + Z_{PPL}} \tag{3.7}$$

L_2 kann somit durch Vernachlässigung der höheren Ordnungen der Kreisfrequenz ω bei sehr niedrigen Frequenzen $f \to 0$ bestimmt werden:

$$L_2 = \frac{j\omega L_1 (S_{11,magn} - 1) + Z_{PPL}(S_{11,magn} + 1)}{\omega(2j - 2jS_{11,magn})} \tag{3.8}$$

Sobald L_2 auf diese Weise bestimmt worden ist, kann Gl. 3.7 nach C_1 umgestellt und anschließend berechnet werden. Ein Resultat einer derartigen Extraktion ist in Abb. 3.7a und b zu sehen. Hier werden die gleichen Parameter wie für Abb. 3.6 verwendet.

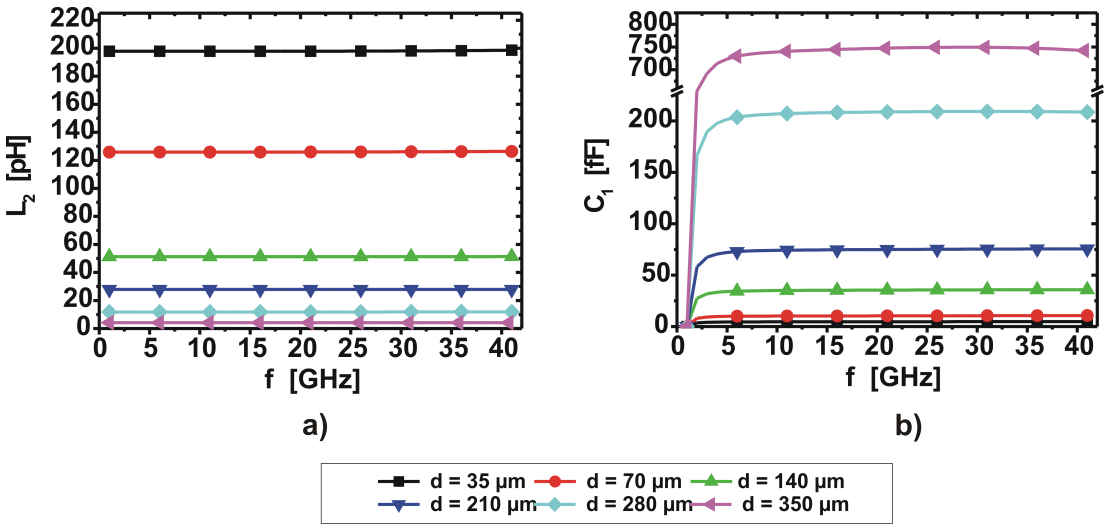

Abbildung 3.7: Extraktion von a) L_2 und b) C_1 aus *F3D*-Simulationen. Das runde Via wurde mit 649.000 Gitterzellen diskretisiert. Die festen Parameter sind $p = 700\mu$m, $h = 270\mu$m, $\varepsilon_r = 8$.

Während die Extraktion von L_2 ähnlich wie bei L_1 problemlos verläuft und somit die Bestimmung einwandfrei durchgeführt werden kann, ist bei C_1 zu beachten, dass der Bauelementwert erst ab einer Frequenz von ca. 10 GHz stabil bestimmbar ist. Bei kleineren Frequenzen wirkt sich die Kapazität kaum auf den Reflexionsfaktor aus, da die Via-Abmessung sehr klein gegenüber der zur Frequenz korrespondierenden Wellenlänge ist. Somit ist die Kapazität wesentlich kleiner als die Leitungskapazität der PPL und daher am Beginn der Frequenzskala praktisch nicht bestimmbar. Bei höheren Frequenzen ist C_1 dann stabil und unabhängig von der Frequenz (für weiter erhöhte Frequenzen würde sich C_1 natürlich wieder ändern). Im Verhältnis zum Via-Durchmesser steigt C_1 mit steigendem d, die Induktivität L_2 verhält sich entgegengesetzt. Eine intensive Diskussion der einzelnen Bauelemente findet in Kap. 3.4 ab S. 52 statt, hier soll nur nochmals für L_2 auf den Zusammenhang wie bei L_1, $L_1 + L_2 = L_{\text{Via}}$ hingewiesen werden.

Somit wurden alle Bauelementwerte des ESB vollständig aus F3D-Simulationen von runden Vias bestimmt und die Extraktion als stabil nachgewiesen.

3.2 Äquivalentes rechteckiges Via

Wie bisher betrachtet haben die Vias in der Praxis i.a. einen runden Querschnitt [31]. Die häufig verwendeten elektromagnetischen Simulationsmethoden wie Finite Differenzen arbeiten jedoch effizienter mit rechteckigen Strukturen. Dadurch wird die Diskretisierung der zu simulierenden Struktur wesentlich einfacher, denn die Nachbildung von zylindrischen Elementen durch ein kartesisches Gitter erfordert eine sehr hohe Anzahl an Gitterpunkten und erhöht somit den Rechenaufwand [32]. Die Erfassung der runden Geometrie ist ein lästiges Problem in vielen numerischen Methoden, es ist zunächst typisch für Methoden mit quaderförmigen Elementarzellen (wie die klassische FD-Implementierung[1]), tritt jedoch in abgeschwächter Form auch bei den Tetraedern auf, die bei der Finite-Elemente-Methode verwendet werden.

Daher wäre es vorteilhaft, das zylindrische Via durch ein äquivalentes rechteckiges Via zu ersetzen, da der Unterschied in dem elektrischen Verhalten zwischen einem rechteckigen und einem zylindrischen Via im betrachteten Frequenzbereich nicht signifikant erscheint. Dies soll im Folgenden genauer untersucht werden. Abb. 3.8 stellt die Diskretisierung für ein zylindrisches (a) und rechteckiges (b) Via in *F3D* anschaulich dar, wobei jeweils nur die Hälfte des Vias abgebildet ist und das rechteckige Via eine Kantenlänge hat, die dem Durchmesser des zylindrischen Vias entspricht. Man sieht deutlich, dass die Anzahl der benötigten Gitterpunkte für ein rechteckiges Via wesentlich kleiner ist als bei dem zylindrischen Via, wo durch die Stufen der Kreisbogen nur angenähert werden kann.

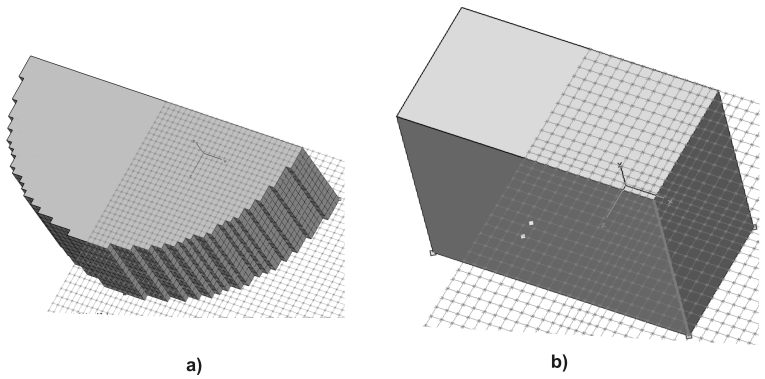

Abbildung 3.8: Veranschaulichung des Unterschieds in der Diskretisierung und somit des Simulationsaufwands eines zylindrischen (a) und rechteckigen (b) Vias in *F3D*.

[1]Zum Teil werden auch (z.B. bei Microwave Studio) teilgefüllte Quader verwendet, die letztendlich auch eine Anpassung der runden Geometrie an das Quadergitter bewirken.

Die Via-Modellierung wird zwar in der Literatur oft behandelt [25, 28, 31, 33], aber leider ist dieses nützliche Detail nirgendwo detailliert betrachtet worden. Aufbauend auf den ersten Untersuchungen, die vom Autor in [32] unternommen wurden, stellt die Analyse in diesem Kapitel die Frage in den Vordergrund, ob ein Via mit rundem Querschnitt durch eines mit rechteckigem ersetzt werden kann. Weiterhin soll das rechteckige Via so dimensioniert sein, dass sich ein äquivalentes elektrisches Verhalten wie beim zylindrischen Via ergibt.

Ansätze für die Bestimmung des äquivalenten rechteckigen Via

Um ein zylindrisches Via (Durchmesser d_{Kreis}) durch ein äquivalentes rechteckiges Via zu ersetzen, sind verschiedene Ansätze möglich und interessant.

Der erste und auch einfachste ist die Verwendung einer Seitenlänge des rechteckigen Vias l_{gleich}, die dem Durchmesser des zylindrischen Vias d_{Kreis} entspricht:

$$l_{gleich} = d_{Kreis} \tag{3.9}$$

Der zweite Ansatz beinhaltet die Gleichsetzung der Querschnittsfläche des zylindrischen Vias mit der des rechteckigen Vias. Damit ist die Seitenlänge des rechteckigen Vias l_{quer}:

$$l_{quer} = d_{Kreis} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4}} \tag{3.10}$$

Weitere Varianten ergeben sich aus der Annährung der Querschnittsfläche des zylindrischen Vias durch einen Mittelwert der Seitenlänge des eingeschriebenen Quadrats l_{Innen} und des umschreibenden Quadrats l_{Aussen} des Kreises, wie in Abb. 3.9 dargestellt. Dieser Mittelwert kann entweder durch das arithmetische oder das geometrische Mittel berechnet werden [34]. Für einen gegebenen Kreisdurchmesser d_{Kreis} ist der arithmetische Mittelwert l_{arith} des korrespondierenden rechteckigen Vias:

$$l_{arith} = d_{Kreis} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + 1}{2} \tag{3.11}$$

Der geometrische Mittelwert l_{geo} des äquivalenten rechteckigen Vias berechnet sich zu

$$l_{geo} = d_{Kreis} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}} \tag{3.12}$$

wobei die beiden Mittelwerte aus den Gln. 3.11 und 3.12 sich nur um einen konstanten Faktor von 1.015 voneinander unterscheiden und deshalb als fast identisch betrachtet werden können.

Um die Gültigkeit und die Genauigkeit dieser vier Ansätze in Bezug auf die Bestimmung eines äquivalenten rechteckigen Vias zu vergleichen, wurden Simulationen

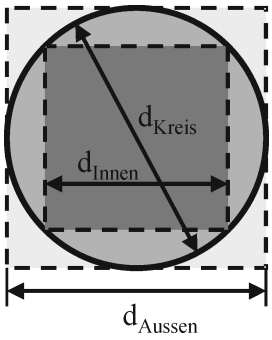

Abbildung 3.9: Das zylindrische Via im Querschnitt als Kreis mit Durchmesser d_{Kreis} und die eingeschriebenen und umschreibenden Quadrate mit den Seitenlängen l_{Innen} und l_{Aussen}.

mittels *F3D* durchgeführt. Damit eine hohe Genauigkeit gewährleistet ist, wurden die Strukturen durch ein sehr feines Gitter diskretisiert. Für die Simulation des zylindrischen Vias wurden rund 600 000 Gitterpunkte und für das rechteckige Via rund 230 000 Gitterpunkte verwendet. Da es sich hier um ein Ein-Tor handelt, wird lediglich der Reflexionsfaktor R_0 benötigt. Die Referenzebene für das De-Embedding wird in die Mitte des Vias gelegt, damit die unterschiedlichen Via-Geometrien bzw. die unterschiedlichen Kantenlängen den Vergleich der Ansätze Gln. 3.9 - 3.12 nicht beeinflussen.

Im folgenden wird zuerst die Phase des Reflexionsfaktors R_0 für die vier verschiedenen Ansätze entsprechend Gln. 3.9-3.12, die sich direkt aus der Simulation ergibt, verglichen. Um eine frequenzunabhängige Bewertung durchführen zu können und damit den Umfang der zu vergleichenden Daten zu reduzieren, wird anschließend das ESB wie in Kap. 3.1 auf S. 24 dargestellt betrachtet und die entsprechenden Bauelementwerte mittels numerischer Simulation jeweils mit PEC- und PMC-Wänden extrahiert und für die vier Ansätze miteinander verglichen.

3.2.1 Vergleich der Phase des Reflexionsfaktors

In Abb. 3.10 ist die Phase des Reflexionsfaktors S_{11} als Funktion der Frequenz dargestellt. Die Kurve *rund* ist für das zylindrische Via mit einem Kreisdurchmesser d_{Kreis}, Kurve *gleich* für das entsprechende äquivalente rechteckige Via mit gleichen Seitenlänge wie der Durchmesser des zylindrischen Vias aus Gl. 3.9, Kurve *quer* für das rechteckige Via mit gleicher Querschnittsfläche wie das zylindrische Via (Gl. 3.10) und die Kurven *arith* und *geo* für jeweils die beiden Mittelwert-Ansätze mittels Gln. 3.11 und 3.12. Hier ist der Pitch p (Abstand zwischen zwei Vias) 700 μm, der Kreisdurchmesser des zylindrischen Vias ist $d_{Kreis} = 140\ \mu m$. Damit ist das Verhältnis Viadurchmesser zu Viaabstand $d/p = 0,2$. Ein 270 μm dickes Substrat mit der relativen Permeabilität $\varepsilon_r = 8$ wird angenommen, was einem üblichen

LTCC-Substrat, siehe [35] entspricht. Abb. 3.10a zeigt die Ergebnisse für den Abschluss mit einer PEC-Wand und Abb. 3.10b für den mit PMC-Wand.

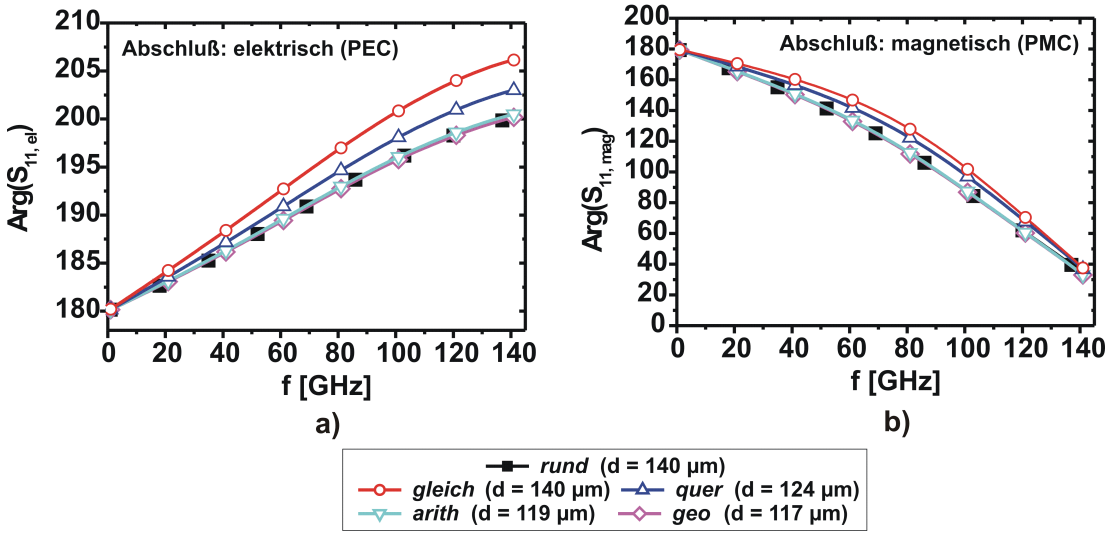

Abbildung 3.10: Phase der Reflexion S_{11} in Abhängigkeit von der Frequenz für den Abschluss mit a) elektrischer (PEC) und b) magnetischer Wand. Vergleich zwischen zylindrischem Via (*rund*) und rechteckigen Näherungen mittels Gl. 3.9 (*gleich*), Gl. 3.10 (*quer*), Gl. 3.11 (*arith*), Gl. 3.12(*geo*); Geometrie des Vias: Pitch p=700 μm, Höhe h=270 μm, Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$.

Vergleicht man die vier verschiedenen Ansätze, sieht man, dass ein rechteckiges Via, das als Seitenlänge den arithmetischen oder geometrischen Mittelwert der Seitenlänge vom eingeschriebenen l_{Innen} und umschreibenden l_{Aussen} Quadraten (Gln. 3.11 und 3.12) hat, das zylindrische Via am besten annähert. Ein rechteckiges Via mit derselben Querschnittsfläche wie das zylindrische Via oder derselben Seitenlänge wie der Kreisdurchmesser des zylindrischen Vias zeigen relativ große Abweichungen. Diese Aussage wird weiter untermauert durch die Ergebnisse in Abb. 3.11, wo die Abweichung in Prozent relativ zu dem zylindrischen Via eingezeichnet sind.

Wenn ein zylindrisches Vias durch ein rechteckiges Via mit der Seitenlänge entsprechend dem arithmetischen und geometrischen Mittelwert angenähert wird, ist die Abweichung über einen großen Frequenzbereich bis zu 150 GHz wie in Abb. 3.11 dargestellt kleiner als 0,25 %. Der Ansatz mit derselben Querschnittfläche zeigt andererseits bis zu 1,5 % Abweichung und der Fehler mit der gleichen Seitenlänge wie der Kreisdurchmesser liegt über 3 %. Dies deutet darauf hin, dass die beiden Mittelwert-Ansätze die beste Annäherung für das zylindrische Via sind, was in dem folgenden Abschnitt weiter detailliert untersucht wird. Festzuhalten ist ferner, dass die resultierenden Abweichungen gering sind, was den Ansatz eines äquivalenten

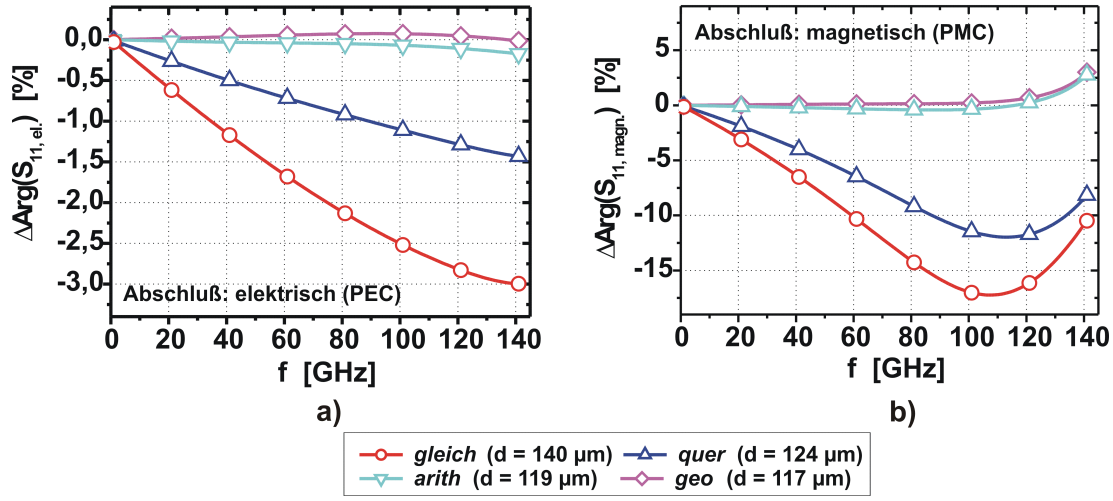

Abbildung 3.11: Abweichung der Phase des Reflexionsfaktors (Abb. 3.10) relativ zu dem zylindrischen Via in Prozent. a) Elektrischer und b) Magnetischer Abschluß.

rechteckigen Vias a posteriori rechtfertigt.

3.2.2 Vergleich der Bauelementwerte des ESBs

Im Gegensatz zu den bisherigen Ergebnissen bietet der Vergleich der Bauelementwerte des ESBs eine frequenzunabhängige Beschreibung der verschiedenen Ansätze. Deshalb ist diese Methode besser geeignet, Variationen in Bezug auf Geometrie des Vias und seine elektrischen Eigenschaften zu untersuchen. Um den gesamten Bereich der Parameter, der in der Praxis von Interesse ist, vollständig abzudecken, wird das Verhältnis der Via-Durchmesser d zu Via-Abstand (Pitch) p (d/p) zwischen 0,05 und 0,5 variiert. Bei dem oberen Limit $d/p = 0,5$ ist der Via-Durchmesser halb so groß wie der Abstand der Vias zueinander, dies ist auch meistens das technologische Limit bei der Herstellung und somit dem Design eines Via-Arrays.

Die restlichen Parameter müssen hier nicht weiter betrachtet werden, weil sie lediglich eine lineare Skalierung der äquivalenten Bauelementen bewirken. Die Dielektrizitätskonstante ε_r beeinflusst nur C_1 und sorgt dafür, dass sich C_1 proportional zu ε_r verändert. Die Dicke des Substrats h verursacht ebenfalls eine einfache lineare Skalierung aller Bauelementwerte von L_1, L_2 und C_1. In beiden Fällen ändern sich die im folgendem gezeigten Ergebnisse zur Beurteilung der Qualität der Annäherung nicht.

Die Induktivität L_1 wird aus der numerischen Simulation für die Struktur, wie in Abb. 3.5c auf S. 26 dargestellt, mit einer PEC-Wand als Abschluss extrahiert. In

Abb. 3.12a sind die Absolutwerte für L_1 als Funktion des Verhältnisses d/p dargestellt. Abb. 3.12b zeigt die prozentuale Abweichungen der Bauelementwerte des ESBs für die vier verschiedenen Ansätze, um ein zylindrisches Via durch rechteckige nach Gln. 3.9 bis 3.12 anzunähern. Die Werte sind relativ zu den Ergebnissen des jeweiligen zylindrischen Vias aufgetragen.

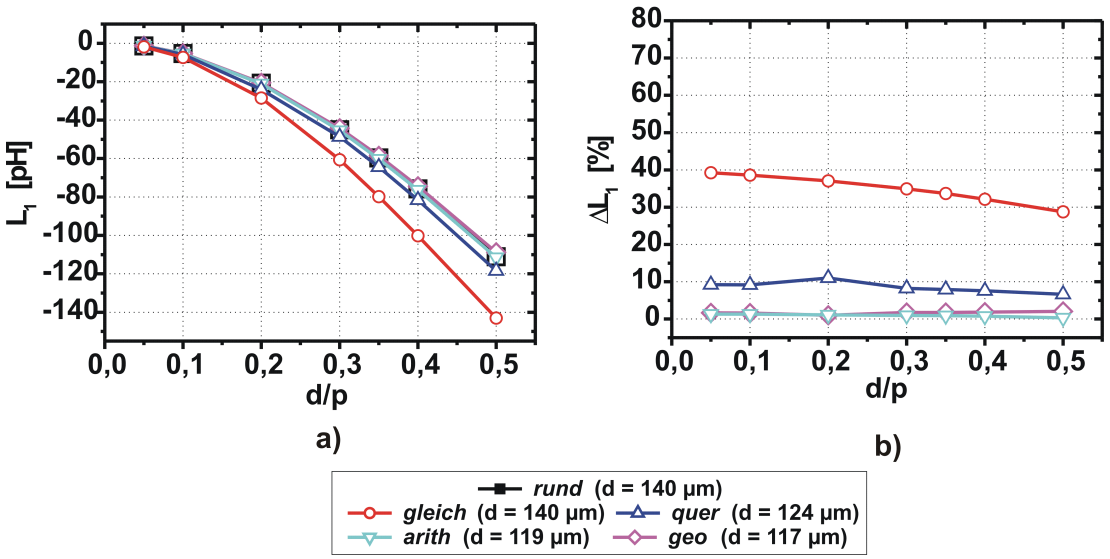

Abbildung 3.12: a) Absolute Ergebnisse der L_1-Werte, extrahiert aus Berechnungen mit *F3D* (Deembedding auf Via-Mitte führt zu negativen Werten). b) Prozentuale Abweichung der L_1-Werte von dem zylindrischen Via.

Zu beachten ist, dass das jeweilige Via bis zur Via-Mitte hin deembedded wurde, daher die negativen Werte für L_1. Elektrisch gesehen entspricht das einer Verkürzung gegenüber dem Referenzfall Via-Kante. Somit ist aber die Vergleichbarkeit der Ergebnisse für die unterschiedlichen Kantenlängen gegeben, die sonst bei Kantenlängen von 294 μm bis 350 μm für $d/p = 0,5$ einen enormen Einfluss auf die Werte hätte. Wie beim Vergleich der Phase des Reflexionsfaktors sind die Ansätze mit dem arithmetischen und dem geometrischen Mittelwert deutlich genauer als die beiden anderen. Die Abweichungen sind kleiner als 2,1 % über den gesamten d/p-Bereich. Die beiden anderen Ansätze zeigen einen deutlich größeren Fehler von 10 bis zu 30 %.

Abb. 3.13 stellt die entsprechenden Daten für die Induktivität L_2 dar. Diese werden aus der numerischen Simulation für die Struktur, wie in Abb. 3.5c auf S. 26 dargestellt mit einer PMC-Wand als Abschluss extrahiert. Wie in Abb. 3.13b zu sehen, steigt die prozentuale Abweichung der Ansätze für L_2 mit wachsendem Verhältniss d/p an. Dies beeinflusst jedoch die Genauigkeit kaum, weil der entsprechende

Induktivitätswert bei größer werdendem Verhältnis d/p sehr klein wird. Wiederum zeigen die Ansätze mit arithmetischem und geometrischem Mittelwert deutlich kleinere Abweichungen, bis zu einem Verhältnis $d/p = 0,2$ bleiben die Abweichungen sogar unter 0,5 %.

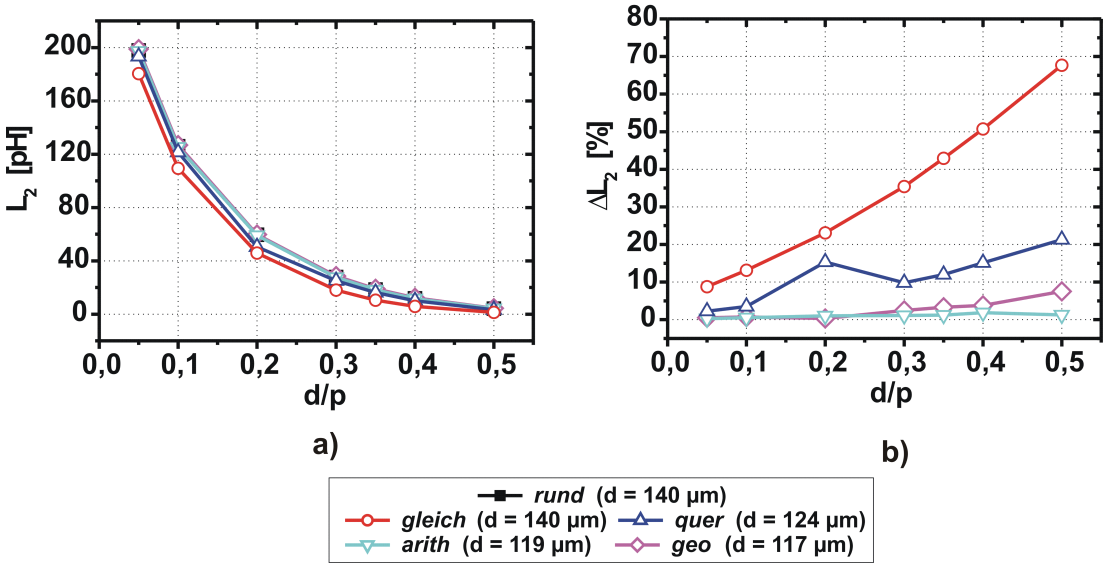

Abbildung 3.13: a) Absolute Ergebnisse der L_2-Werte, extrahiert aus Berechnungen mit *F3D*. b) Prozentuale Abweichung der L_2-Wert.

In Abb. 3.14a ist der Verlauf der Kapazität C_1 als Funktion des Verhältnisses d/p im Bereich 0,05 bis 0,5 dargestellt. Die Abweichung von dem jeweiligen Wert des zylindrischen Vias in Prozent zeigt Abb. 3.14b.

Bis zu $d/p = 0,2$ weicht der Ansatz mit geometrischem Mittelwert weniger als 0.4 % ab und der arithmetische Mittelwert weniger als 2,7 %. Die Fehler der anderen beiden Ansätzen wachsen mit steigendem d/p-Verhältniss. Bei der Bewertung dieser Ergebnisse ist zu beachten, dass der Einfluss von C_1 auf den resultierenden Reflexionsfaktor r_0 des ESBs mit wachsendem d/p immer kleiner wird. Die Erklärung dafür bietet die genaue Betrachtung der Reihenentwicklung des Reflexionsfaktors r_0 nach der Frequenz:

$$\begin{aligned} r_{0,magn} = &-1 + j\omega\frac{2(L_1+2L_2)}{Z_{PPL}} + \omega^2\frac{(L_1+2L_2)^2}{Z_{PPL}^2} \\ &- j\omega^3\left(\frac{2(L_1+2L_2)^2}{Z_{PPL}^3} - \frac{4L_2^2C_1}{Z_{PPL}}\right) + O(\omega^4) \end{aligned} \tag{3.13}$$

Diese Gleichung zeigt, dass C_1 erst im ω^3-Term auftritt. Für steigende d/p, insbesondere für $d/p > 0,35$ wird dieser Term der Reihenentwicklung sehr klein. Damit

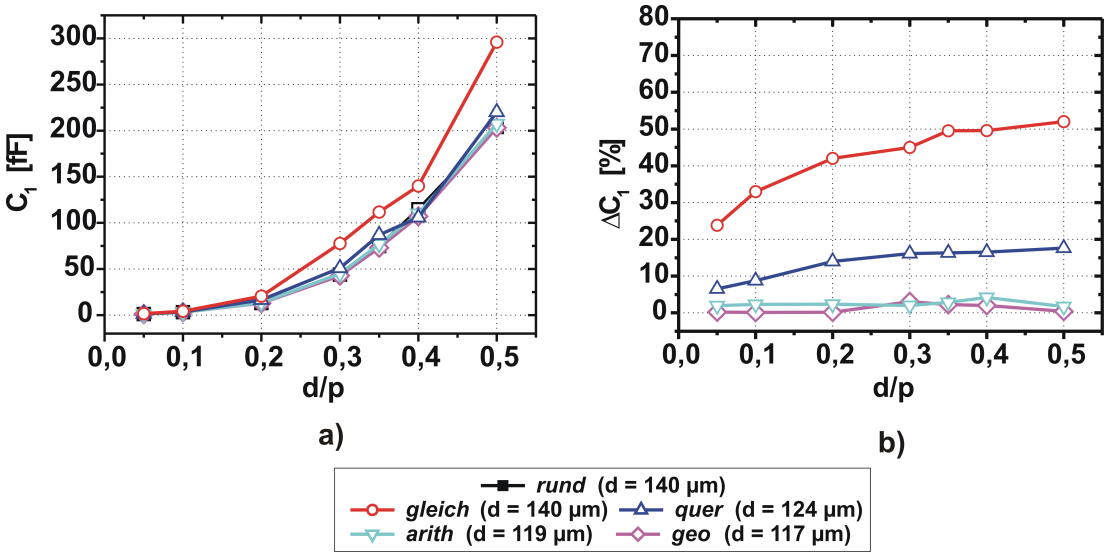

Abbildung 3.14: a) Absolute Ergebnisse der C_1-Werte, extrahiert aus Berechnungen mit *F3D*. b) Prozentuale Abweichung der C_1-Wert.

beeinflusst C_1 die Reflexion r_0 immer weniger, was in einem höheren Fehler durch die endliche numerische Genauigkeit bei der Simulation und Extraktion resultieren kann und andererseits bedeutet, dass C_1 dort höhere relative Fehler beinhalten kann, ohne das Gesamtergebnis merklich zu beeinflussen.

Die bisherigen Untersuchungen haben somit gezeigt, dass bei der numerischen Simulation ein Via mit zylindrischem Querschnitt durch ein solches mit rechteckigem Querschnitt mit guter Genauigkeit über einen großen Frequenzbereich ersetzt werden können. Die Dimensionierung solcher äquivalenten Vias muss jedoch richtig ausgewählt werden. Dafür eignet sich am besten ein rechteckiges Via mit der Seitenlänge gleich dem arithmetischen oder geometrischen Mittelwert der Seitenlängen des eingeschriebenen l_{Innen} und des umschreibenden l_{Aussen} Quadrats, siehe Gl. 3.11 bzw. 3.12 auf S. 31. Damit kann die Diskretisierung der Strukturen mit zylindrischen Vias vereinfacht bzw. die Anzahl der Gitterpunkte und damit die Rechenzeit drastisch reduziert werden. Um z. B. ein zylindrisches Via mit einer 1000 μm langen Parallelplattenleitung vor dem Via zu simulieren, werden 649.000 Gitterpunkte benötigt. Dieselbe Struktur mit einem äquivalenten rechteckigen Via benötigt dagegen nur 229.000 Gitterpunkte. Neben der Rechenzeiteinsparung kann diese Lösungsmöglichkeit auch dafür verwendet werden, um räumliche Anordnungen oder große Strukturen effizient zu untersuchen.

3.3 Analytische Beschreibung des einzelnen Vias

Ziel der analytischen Beschreibung der Vias ist, eine geschlossene Formel für die Bestimmung des Reflexionsfaktors R_0 zu finden, die dann die direkte Darstellung der Bauelementwerte des ESBs ermöglicht. Dabei beschränken sich die Untersuchungen in diesem Abschnitt zuerst auf das einzelne Via. Der Reflexionsfaktor R_0 wird mit Hilfe der Orthogonalentwicklung bestimmt. Anschließend folgt eine Diskussion über die Anzahl der zu berücksichtigten Moden, die für die Konvergenz und somit die genaue Bestimmung des Reflexionsfaktors R_0 von großer Bedeutung ist. Abschließend wird das analytische Modell mit den numerischen Simulationen verglichen.

3.3.1 Beschreibung der Felder

Für die analytische Beschreibung des einzelnen Vias wie in Abb. 3.1 auf S. 21 wird das zylindrische Via zuerst wie zuvor beschrieben durch ein äquivalentes rechteckiges Via ersetzt. Die daraus sich ergebende Anordnung ist in Abb. 3.15 dargestellt.

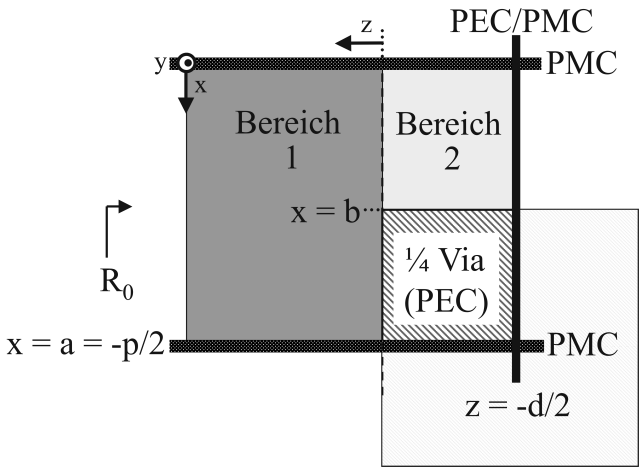

Abbildung 3.15: Die zu betrachtende Anordnung mit einem äquivalenten rechteckigen Via in der Parallelplatten-Leitung. Die Ausbreitungsrichtung ist z. Die beiden *Bereiche 1* und *2* bezeichnen den Bereich vor und neben dem Via, in denen jeweils unterschiedliche Eigenwellen existieren.

Wie bereits in Abschnitt 3.1 diskutiert, reicht es aus Symmetriegründen aus, nur die Gebiete mit einem Viertel des Vias zu betrachten. Die Anordnung in Abb. 3.15 kann dann in zwei Bereiche aufgeteilt werden und die *Bereiche 1* und *2* beinhalten an ihrer Grenze einen Querschnittssprung. Um die Schreibweise zu vereinfachen werden zwei Hilfsvariable a und b eingeführt, wobei a der halben Pitchlänge $(p/2)$ und b der halben Kantenlänge des Vias $(d/2)$ entsprechen.

Durch die Parallelplatten-Leitung am Anfang und Ende der Diskontinuität (das Via) in Abb. 3.15 kann als Anregung nur eine $\underline{E}_y$-Komponente vorhanden sein ([36], S. 140f.). Da diese Feldstärke parallel zu der Kante des Via liegt, wird auch durch das Via keine andere E-Feld-Komponente angeregt. Es gilt also:

$$\overrightarrow{\underline{E}} = \underline{E} \cdot \overrightarrow{e}_y \tag{3.14}$$

Somit kann das Feld in der Struktur mit $\underline{H}_z$-Wellen vollständig dargestellt werden. Durch die Anordnung und die Anregung mit konstantem E_y gilt zusätzlich, dass die Felder in y-Richtung keine Abhängigkeit zeigen, d. h.

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0 \tag{3.15}$$

Somit gilt für die Komponenten der einzelnen $\underline{H}_z$-Wellen:

$$\begin{aligned}
&\underline{E}_x = \underline{E}_z \equiv 0 \\
&\underline{E}_y = -\frac{\partial \underline{A}_z}{\partial x} \\
&\underline{H}_x = -\frac{1}{j\omega\mu}\frac{\partial^2}{\partial z \partial x}\underline{A}_z = +\frac{1}{j\omega\mu}\frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial \underline{A}_z}{\partial x}\right) = \frac{1}{j\omega\mu}\frac{\partial}{\partial z}\underline{E}_y \\
&\underline{H}_y \equiv 0 \\
&\underline{H}_z = -\frac{k^2 - k_z^2}{j\omega\mu}\underline{A}_z
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Dabei ist $\underline{A}_z$ das Vektorpotential der H_z-Welle in z-Richtung, das in $\pm z$-Richtung proportional zu $e^{\mp jkz}$ ist. Hier bezeichnet $k^2 = \omega^2\mu\varepsilon$ die Wellenzahl in z-Richtung.

Außerdem muss natürlich noch die TEM-Mode (Bandleitung) mit $\underline{E}_y = A_0$, $\underline{H}_x = -\frac{k_{z0}}{\omega\mu}A_0$ und $k_{z0}^2 = \omega^2\mu\varepsilon$ berücksichtigt werden (alle anderen Feldkomponenten verschwinden).

Zusätzlich gilt für die beiden Bereiche 1 und 2 folgende Randbedingung (RB):

Bereich 1:
Durch die in Abb. 3.15 gezeigte PMC-Berandung ist $H_z = 0$ für $x = 0$ und $x = a$. Damit gilt für das magnetische Vektorpotential $A_z \sim \sin k_x x$ und $k_x = m\frac{\pi}{a}$ ist die Wellenzahl in x-Richtung. m bezeichnet die Ordnungszahl der höheren Moden mit $m \geq 1$.

Bereich 2:
Durch die in Abb. 3.15 gezeigte obere PMC-Berandung ist $H_z = 0$ für $x = 0$. Damit gilt wie in *Bereich 1* $A_z \sim \sin k_x x$. Zusätzlich gilt durch das ideal leitende Via (PEC-Berandung) für das elektrische Feld hier $E_y = 0$ für $x = b$. Somit ist

$\frac{\partial A_z}{\partial x} \sim \cos k_x x$ identisch null für $x = b$. Dies führt zu $k_x b = (n + \frac{1}{2})\pi$ und damit $A_z \sim \sin\left[\left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{b}x\right]$ mit Ordnungszahl der höheren Moden $n = 1, 2, \ldots$ im *Bereich 2* existiert wegen der Randbedingung bei $x = b$ keine TEM-Mode.

Damit ergeben sich aus Gl. 3.16 die folgenden Feldkomponenten in den beiden Bereichen:

Feldkomponenten im Bereich 1:

$$\begin{aligned}\underline{E}_y^{(1)} = &-\left(A_0^{(1)} e^{+jk_{z_0}^{(1)} z} + R_0^{(1)} e^{-jk_{z_0}^{(1)} z}\right) \\ &- \sum_{m=1}^{M_1} \left(A_m^{(1)} e^{+jk_{z_m}^{(1)} z} + R_m^{(1)} e^{-jk_{z_m}^{(1)}}\right) \frac{m\pi}{a} \cos(\frac{m\pi}{a} x)\end{aligned} \tag{3.17}$$

A steht für die Amplituden der in Abb. 3.15 von links einfallenden und R für die Amplitude der reflektierten Wellen. Wegen der z-Orientierung gemäß Abb. 3.15 läuft die einfallende Welle in -z-Richtung. Der hochgesetzte Index (1) weist darauf hin, daß die zugehörige Größe im *Bereich 1* gilt, das tiefgesetzte 0 weist auf die Beschreibung der Grundmode (Bandleitung) hin, m ist dann die Ordnungszahl für die jeweilige höhere Mode in *Bereich 1*. Dieser Index läuft von 1 bis M_1 (maximale Anzahl der zu berücksichtigten Moden in *Bereich 1*). Für die $\underline{H}_x$-Komponente des Feldes in *Bereich 1* gilt

$$\begin{aligned}\underline{H}_x^{(1)} = &\frac{-jk_{z_0}^{(1)}}{j\omega\mu} \cdot \left(A_0^{(1)} e^{+jk_{z_0}^{(1)} z} - R_0^{(1)} e^{-jk_{z_0}^{(1)} z}\right) \\ &- \frac{1}{\omega\mu} \sum_{m=1}^{M_1} k_{z_m}^{(1)} \left(A_m^{(1)} e^{+jk_{z_m}^{(1)} z} - R_m^{(1)} e^{-jk_{z_m}^{(1)} z}\right) \frac{m\pi}{a} \cdot \cos(\frac{m\pi}{a} x)\end{aligned} \tag{3.18}$$

mit

$$k_{z_m}^{(1)} = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}; \quad k_{z_0}^{(1)} = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}, \tag{3.19}$$

dabei entspricht $k_{z_0}^{(1)}$ der Wellenzahl des Grundmode im *Bereich 1* in z-Richtung und $k_{z_m}^{(1)}$ dementsprechend der Wellenzahl des m-ten Mode. Alle anderen Komponenten sind in diesem Bereich Null.

Feldkomponenten im Bereich 2:

Die Feldkomponenten in *Bereich 2* unterscheiden sich jeweils in der Berandung bei $z = -d/2$. Wie in Abb. 3.15 dargestellt, ist dort entweder eine elektrische (PEC) oder eine magnetische (PMC) Wand. Somit können aus den zwei sich ergebenden Reflexionsfaktoren dann jeweils die Bauelemente des ESB, wie in Abschnitt 3.1 bereits diskutiert (siehe Abb. 3.5c auf S. 26), berechnet werden.

Für die $\underline{E}_y$-Komponente gilt

$$\underline{E}_y^{(2)} = -\sum_{n=1}^{M_2} A_n^{(2)} \left\{ \begin{array}{c} \sin\left(k_{z_n}^{(2)}(z+\frac{d}{2})\right) \\ \cos\left(k_{z_n}^{(2)}(z+\frac{d}{2})\right) \end{array} \right\} (n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b} \cos\left((n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x\right) \tag{3.20}$$

Dabei steht $\sin\left(k_{z_n}^{(2)}(z+d/2)\right)$ für Abschluß mit einer elektrischen Wand bei $z = -d/2$ und $\cos\left(k_{z_n}^{(2)}(z+d/2)\right)$ für Abschluß mit einer magnetischen Wand. Der Index n kennzeichnet die höhere Mode im *Bereich 2*, deren höchster Wert M_2 ist.

Für das $\underline{H}_x^{(2)}$-Feld gilt

$$\underline{H}_x^{(2)} = -\frac{1}{j\omega\mu}\sum_{n=1}^{M_2} A_n^{(2)} k_{z_n}^{(2)} (n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b} \left\{ \begin{array}{c} \cos\left(k_{z_n}^{(2)}(z+\frac{d}{2})\right) \\ -\sin\left(k_{z_n}^{(2)}(z+\frac{d}{2})\right) \end{array} \right\} \cdot \cos\left((n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x\right) \tag{3.21}$$

mit der Wellenzahl

$$k_{z_n}^{(2)} = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \left((n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}\right)^2} \tag{3.22}$$

Somit sind alle Komponenten des Feldes im *Bereich 2* definiert, alle anderen Komponenten sind Null.

Um nun die Amplituden A und R der Komponenten in beiden Bereichen bestimmen zu können, werden noch die folgenden Annahmen bezüglich des Frequenzbereichs getroffen:

- Im *Bereich 1* ist nur die TEM-Mode $(A_0, R_0^{(1)})$ ausbreitungsfähig. Diese Annahme stützt sich auf der Erkenntnis, daß sich in *Bereich 1* eine Parallelplattenleitung befindet und die zu betrachtenden Frequenzen und Geometrien so gestaltet sind, daß kein höherer Mode ausbreitungsfähig ist (siehe Gl. 3.3 auf S. 25).
- In *Bereich 2* ist keine Mode ausbreitungsfähig, da keine TEM-Mode existiert und die höheren Moden wegen der Geometrieannahmen nicht ausbreitungsfähig sind.

Als verbleibende Randbedingung für die Feldkomponenten ist die Stetigkeit aller tangentialen Felder E, H beim Übergang vom *Bereich 1* in den *Bereich 2* und umgekehrt zu erfüllen, also

$$\text{Stetigkeit } z = 0 \text{ für } \underline{E}_y \text{ und } \underline{H}_x \begin{cases} \underline{E}_y \text{ für } 0 \ldots a \\ \underline{H}_x \text{ für } 0 \ldots b \end{cases} \tag{3.23}$$

Außerdem werden im *Bereich 1* nur die Grundwelle mit Amplitude $A_0^{(1)}$ eingespeist, d.h. es gilt $A_m^{(1)} \equiv 0$ für $m \geq 1$.

Für $\underline{E}_y$ erhält man durch die Stetigkeit an dem Übergang *Bereich 1* zu *Bereich 2*

$$\begin{aligned} \underline{E}_{y_{z=0}}^{(1)} &= + \left(A_0^{(1)} + R_0^{(1)} \right) + \sum_{m=1}^{M_1} R_m^{(1)} \frac{m\pi}{a} \cos(\frac{m\pi}{a} x) \\ = \underline{E}_{y_{z=0}}^{(2)} &= \begin{cases} + \sum\limits_{n=1}^{M_2} A_n^{(2)} \left\{ \begin{array}{c} \sin(k_{z_n}^{(2)} \frac{d}{2}) \\ \cos(k_{z_n}^{(2)} \frac{d}{2}) \end{array} \right\} \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{b} \cdot \cos((n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{b} x) \\ 0 \quad (b \leq x \leq a) \end{cases} \end{aligned} \tag{3.24}$$

Für $\underline{H}_x$ gilt analog

$$\begin{aligned} \underline{H}_{x_{z=0}}^{(1)} &= + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot (A_0^{(1)} - R_0^{(1)}) + \frac{1}{\omega\mu} \sum_{m=1}^{M_1} (-A_m^{(1)}) \frac{m\pi}{a} \cos(\frac{m\pi}{a} x) \cdot k_{z_m}^{(1)} \\ = \underline{H}_{x_{z=0}}^{(2)} &= + \frac{1}{j\omega\mu} \sum_{n=1}^{M_2} A_n^{(2)} k_{z_n}^{(2)} (n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{b} \cos((n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{b} x) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ -\sin \end{array} \right\} (k_{z_n}^{(2)} \frac{d}{2}) \end{aligned} \tag{3.25}$$

Somit sind die Felder in beiden Bereichen durch Gl. 3.24 und Gl. 3.25 verknüpft. Die anregende Feldamplitude $A_0^{(1)}$ ist bekannt, die verbleibenden Amplituden müssen bestimmt werden. Das Problem ist, dass auf beiden Seiten der Gl. 3.24 und Gl. 3.25 Funktionen von x mit unterschiedlichem Verlauf stehen und somit eine direkte Auswertung der Amplituden unmöglich ist.

3.3.2 Orthogonalentwicklung der Feldkomponenten

Um Gl. 3.24 und Gl. 3.25 auszuwerten, wird eine Orthogonalentwicklung, wie bereits in Kapitel 2 beschrieben ist, durchgeführt.

Dabei können beide Seiten der Gl. 3.24 und Gl. 3.25 als Fourier-Reihen in Amplituden-Phasenform aufgefaßt werden [37], die folgendes Aussehen hat:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \alpha_n), \quad A_n \geq 0 \text{ für } n \geq 1 \tag{3.26}$$

Ausgeschrieben bedeutet dies für beliebige periodische Funktionen mit der Periode T im Intervall $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$ [38]

$$\begin{aligned} f(t) = A_0 &+ A_1 \cdot \cos(\frac{2\pi}{T} t) + A_2 \cdot \cos(2\frac{2\pi}{T} t) + \ldots + A_n \cdot \cos(n\frac{2\pi}{T} t) + \\ &+ B_1 \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} t) + B_2 \cdot \sin(2\frac{2\pi}{T} t) + \ldots + B_n \cdot \sin(n\frac{2\pi}{T} t) \end{aligned} \tag{3.27}$$

Die einzelnen Koeffizienten werden wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\,dt \\ A_n &= \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\cdot\cos(n\frac{2\pi}{T}t)\,dt, \quad n=1,2,3,\ldots \\ B_n &= \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\cdot\sin(n\frac{2\pi}{T}t)\,dt, \quad n=1,2,3,\ldots \end{aligned} \tag{3.28}$$

Die Eigenfunktion $\cos(\frac{m\pi}{a}x)$ in Gl. 3.24 und $\cos((n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x)$ in Gl. 3.25 entsprechen den Basisfunktionen der Fourierentwicklung. Generell kann man zeigen, dass die Eigenfunktionen in längshomogenen Wellenleitern ein orthogonales Funktionensystem bilden. Diese Tatsache macht man sich beim Verfahren der Orthogonalentwicklung zu nutzen. Somit entwickelt man Gl. 3.24 nach $\cos(\frac{m\pi}{a}x)$, d.h. man bildet

$$\int_{x=0}^{a} f(x)\cdot\cos(\frac{M\pi}{a}x)\,dx \quad \text{mit } M=0,1,\ldots,M_1 \tag{3.29}$$

auf beiden Seiten der Gleichung und erhält für $M=0$

$$\left(A_0^{(1)}+R_0^{(1)}\right)\cdot a = \sum_{n=1}^{M_2} A_n^{(2)} \left\{ \begin{array}{c} \sin \\ \cos \end{array} \right\} (k_{z_n}^{(2)}\frac{d}{2})\cdot e_{0n} \tag{3.30}$$

mit

$$e_{0n} = (n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}\int_{x=0}^{b}\cos((n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x)\,dx \tag{3.31}$$

und für $M \geq 1,\ldots,M_1$:

$$R_M^{(1)}\frac{M\pi}{a}\frac{a}{2} = \sum_{n=1}^{M_2} A_n^{(2)} \left\{ \begin{array}{c} \sin \\ \cos \end{array} \right\} (k_{z_n}^{(2)}\frac{d}{2})\cdot e_{Mn} \tag{3.32}$$

mit

$$e_{Mn} = (n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}\int_{x=0}^{b}\cos(\frac{M\pi}{a}x)\cdot\cos((n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x)\,dx \tag{3.33}$$

Für die Feldkomponente $\underline{H}_x$ wird eine Entwicklung nach

$$\int_{x=0}^{b}\ldots\cos((N-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x)\,dx \quad \text{mit } N=1,\ldots,M_2 \tag{3.34}$$

durchgeführt. Damit ergibt sich für $N=1,\ldots,M_2$

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}(A_0^{(1)}-R_0^{(1)})\cdot\frac{e_{0N}}{(N-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}} - \frac{1}{\omega\mu}\sum_{m=1}^{M_1} R_m^{(1)}k_{z_m}^{(1)}\frac{m\pi}{a}\frac{e_{mN}}{(N-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}} \\ &= \frac{1}{j\omega\mu}A_N^{(2)}k_{z_N}^{(2)}(N-\frac{1}{2})\frac{\pi}{b}\left\{ \begin{array}{c} \cos \\ -\sin \end{array} \right\}(k_{z_N}^{(2)}\frac{d}{2})\frac{b}{2} \end{aligned} \tag{3.35}$$

mit

$$e_{0N} = (N - \frac{1}{2})\frac{\pi}{b}\int_{x=0}^{b} \cos((N - \frac{1}{2})\frac{\pi}{b}x)\,dx \tag{3.36}$$

Somit bilden Gln. 3.30, 3.32 und 3.35 ein lineares Gleichungssystem für $R_0^{(1)}, R_{1\ldots M_1}^{(1)}$ sowie $A_{1\ldots M_2}^{(2)}$ mit $M_1 + 1 + M_2$ Unbekannten und ebenso vielen Gleichungen. Es interessiert nur die Amplitude der Reflexion im *Bereich 1* $R_0^{(1)}$, denn durch die Berandung im *Bereich 2* erhält man eine Struktur mit nur einem Tor. Als Anregung wird $A_0^{(1)} \equiv 1$ gesetzt.

Um das Gleichungssystem nach $R_0^{(1)}$ aufzulösen, wird zunächst Gl. 3.35 nach $A_n^{(2)}$ aufgelöst und in Gl. 3.30 und 3.32 eingesetzt.

Mit den Abkürzungen für den Grundmode

$$\underline{K}_{10} = \frac{j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}{a}\sum_{n=1}^{M_2}\frac{e_{0n}^2}{k_{z_n}^{(2)}(n-\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}}\left\{\begin{array}{c}\tan\\ -\cot\end{array}\right\}\left(k_{z_n}^{(2)}\frac{d}{2}\right) \tag{3.37}$$

und

$$\underline{P}_{0m} = k_{z_m}^{(1)}\frac{m\pi}{a}\sum_{n=1}^{M_2}\frac{e_{0n}\cdot e_{mn}}{k_{z_n}^{(2)}\left(n-\frac{1}{2}\right)^2\frac{\pi^2}{2b}}\left\{\begin{array}{c}\tan\\ -\cot\end{array}\right\}\left(k_{z_n}^{(2)}\frac{d}{2}\right) \tag{3.38}$$

und mit den Abkürzungen für die höheren Moden

$$\begin{aligned} K_{1M} &= \frac{j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}{a}\sum_{n=1}^{M_2}\frac{e_{Mn}e_{0n}}{k_{z_n}^{(2)}\left(n-\frac{1}{2}\right)^2\frac{\pi^2}{2b}}\left\{\begin{array}{c}\tan\\ -\cot\end{array}\right\}\left(k_{z_n}^{(2)}\frac{d}{2}\right)\\ P_{Mm} &= k_{z_m}^{(1)}\frac{m\pi}{a}\sum_{n=1}^{M_2}\frac{e_{Nn}e_{mn}}{k_{z_n}^{(2)}\left(n-\frac{1}{2}\right)^2\frac{\pi^2}{2b}}\left\{\begin{array}{c}\tan\\ -\cot\end{array}\right\}\left(k_{z_n}^{(2)}\frac{d}{2}\right) \end{aligned} \tag{3.39}$$

ergibt sich dann für den Grundmode

$$A_0^{(1)}(1 - K_{10}) + R_0^{(1)}(1 + K_{10}) = -j\frac{1}{a}\sum_{m=1}^{M_1} R_m^{(1)}P_{0m} \tag{3.40}$$

und für die höheren Moden ($N = 1, 2, \ldots, M_1$)

$$A_0^{(1)}(-K_{1M}) + R_0^{(1)}K_{1M} = -\frac{M\pi}{2a}R_M^{(1)} - j\frac{1}{a}\sum_{m=1}^{M_1} R_m^{(1)}P_{Mm} \tag{3.41}$$

Stellt man diese Gleichungen nach $R_0^{(1)}$ um, ergibt sich ein Gleichungssystem mit M_1+1 Gleichungen. Dies stellt nun die Amplitude des Reflexionsfaktors der Anordnung in Abb. 3.15 auf Seite 38 dar. Mit der Anregung im *Bereich 1* im Grundmode

wird $A_0^{(1)} \equiv 1$ gesetzt. Somit ergeben sich mit den obigen Abkürzungen (Gln. 3.37 - 3.39)

$$\begin{aligned} R_0^{(1)} &= -\frac{1-K_{10}}{1+K_{10}} - j\frac{1}{a}\frac{1}{1+K_{10}}\sum_{m=1}^{M_1} R_m^{(1)} P_{0m} \\ R_0^{(1)} &= 1 - \frac{M\pi}{2a}\frac{1}{K_{1M}} R_M^{(1)} - j\frac{1}{aK_{1M}}\sum_{m=1}^{M_1} R_m^{(1)} P_{Mm} \quad \text{mit } M = 1,\ldots,M_1 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Mit dem Gleichungssystem 3.42 wird der Reflexionsfaktor des einzelnen Vias beschrieben. Damit können nun die Bauelementewerte des ESBs in Abb. 3.5c auf Seite 26 wie in Abschnitt 3.1 diskutiert, direkt und ohne aufwendige numerische Simulationen extrahiert werden.

3.3.3 Konvergenzverhalten und Auswirkung auf die Bauelementwerte des ESBs

Um den Reflexionsfaktor $R_0^{(1)}$ des Vias mittels der Orthogonalentwicklung in Gln. 3.42 bestimmen zu können, muss zuerst das Konvergenzverhalten des so berechneten Reflexionsfaktors untersucht werden, da die Anzahl der zu berücksichtigenden höheren Moden M_1 im *Bereich 1* und M_2 im *Bereich 2* nicht unendlich sein kann. Um den Reflexionsfaktor $R_0^{(1)}$ des Vias (näherungsweise) ausrechnen zu können, ist nicht nur das Verhältnis der Anzahl der höheren Moden im *Bereich 1* und *2* zueinander, M_1/M_2, von Interesse, sondern auch die Genauigkeit der Berechnung bei der Berücksichtigung von endlich vielen Moden M_1 und M_2. Deshalb wird im folgenden auch untersucht, bis zu welchen M_1, M_2 die Wellen berücksichtigt werden müssen, damit der resultierende Fehler vertretbar klein bleibt. Dabei wird auch die Auswirkung des Fehlers auf die Bauelementwerte des ESBs diskutiert.

Physikalisch betrachtet wird die notwendige Anzahl der Moden in den beiden Bereichen durch die Wellenzahl $k_{x_n}^{(1)}$ und $k_{x_m}^{(2)}$ bzw. deren Verhältnis zueinander bestimmt. Sie geben die räumliche Wellenlänge in x-Richtung an und lauten:

$$\begin{aligned} k_{x_m}^{(1)} &= m\frac{\pi}{l_1}, \quad m = 1\ldots M_1 \\ k_{x_n}^{(2)} &= \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{l_2}, \quad n = 1\ldots M_2 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Der Parameter l_1 bzw. l_2 entspricht jeweils der Breite der *Bereiches 1* bzw. *2*, der Parameter m bzw. n entspricht dem jeweiligen höheren Mode in *Bereich 1* bzw. *2*. Direkt am Übergang von *Bereich 1* in *Bereich 2* sollte die räumliche Auflösung ungefähr gleich sein, d.h. $k_{x_n}^{(1)} \cong k_{x_m}^{(2)}$. Somit ergibt sich $(n - \frac{1}{2})\frac{\pi}{l_2} \approx m\frac{\pi}{l_1}$ und die Anzahl der höheren Moden m in *Bereich 1* kann bestimmt werden mit

$$m \geq \frac{l_1}{l_2}\left(n - \frac{1}{2}\right) \tag{3.44}$$

Der Übergang von $\cong$ auf $\geq$ wurde gewählt, weil die entsprechenden Konvergenzuntersuchungen im Einklang mit der Literatur zeigen, daß die Wahl eines größeren Wertes für m nur geringfügige Veränderungen zeigen, währenddessen bei Reduzierung von m unter den sich ergebenden Wert eine rapide Verschlechterung der Konvergenz auftritt, siehe Abb. 3.16 bis Abb. 3.18 auf S. 47ff.

Es gibt somit für ein festes Verhältnis der Geometrie nur noch einen Parameter, der sich variieren läßt: die Anzahl der höheren Moden, entweder im *Bereich 1* oder im *Bereich 2*. Zu beachten ist, dass nur natürliche Zahlen als Ergebnis für eine Anzahl höheren Moden möglich sind und somit im Falle einer rationellen Zahl aufzurunden ist. Dabei entspricht l_1 dem Abstand von der Mitte des Vias zur magnetischen Wand und somit dem halben Pitch des Vias, l_2 ist dann die Hälfte der Differenz zwischen Pitch und Durchmesser des Vias,

$$l_1 = \frac{p}{2}, \qquad l_2 = \frac{p-d}{2} \tag{3.45}$$

Der mögliche Wertebereich für $\frac{l_1}{l_2}$ liegt somit wegen $0 < d < p/2$ bei $1 \leqslant \frac{l_1}{l_2} \leqslant 2$ und das Verhältnis für die Anzahl der zu berücksichtigenden höheren Moden ist

$$M_1 \geqslant \frac{p}{p-d}\left(M_2 - \frac{1}{2}\right) \tag{3.46}$$

Die Anzahl der höheren Moden M_1 im *Bereich 1* muss gleich oder größer sein, da wegen dem größeren Bereich Moden mit höherem Index berücksichtigt werden müssen, will man die gleiche räumliche Auflösung erzielen [39]. Somit kann bei gegebener Geometrie das Verhältnis der Moden bestimmt werden. Um dann die tatsächlichen Werte für die maximale Anzahl der zu berücksichtigten Moden M_1 in *Bereich 1* und M_2 in *Bereich 2* festlegen zu können, muss darüberhinaus das Konvergenzverhalten des Reflexionsfaktors in Abhängigkeit der zu berücksichtigten Moden genauer betrachtet und ihre Auswirkung auf die Bauelementwerte des ESBs untersucht werden.

Stellvertretend wird im folgenden eine Via-Array-Geometrie aus der LTCC-Multilayer-Technologie als Referenz gewählt [35], um die Konvergenz des Reflexionsfaktors bei gegebenen Modenanzahl M_1, M_2 diskutieren zu können. Dabei sind die Höhe des Substrats $h = 270\mu$m, die relative Dielektrizitätszahl wird mit $\varepsilon_r = 8$ angenommen, das Via selbst hat den Durchmesser $d = 140\mu$m und der Pitch in dem Via-Array ist $p = 700\mu$m.

In Abb. 3.16a sind die extrahierten Bauelementwerte für L_1 des ESBs für das Referenz-Via in Abhängigkeit der maximalen Anzahl der zu berücksichtigenden Moden M_1 in *Bereich 1* aufgetragen. Die einzelnen Kurven stehen für einen festen Wert für die maximale Anzahl der zu berücksichtigten Moden M_2 in *Bereich 2*. Für alle M_2 nehmen die L_1-Werte mit steigendem M_1 zuerst stark ab und konvergieren

ab den umkreisten Punkten aber sehr schnell gegen einen festen Wert. Um dieses Verhalten genauer zu untersuchen, wird ein Referenzwert für L_1 bei $M_2 = 15$ und somit nach Gl. 3.46 $M_1 = 19$ berechnet und als gestrichelte Linie in Abb. 3.16a eingezeichnet.

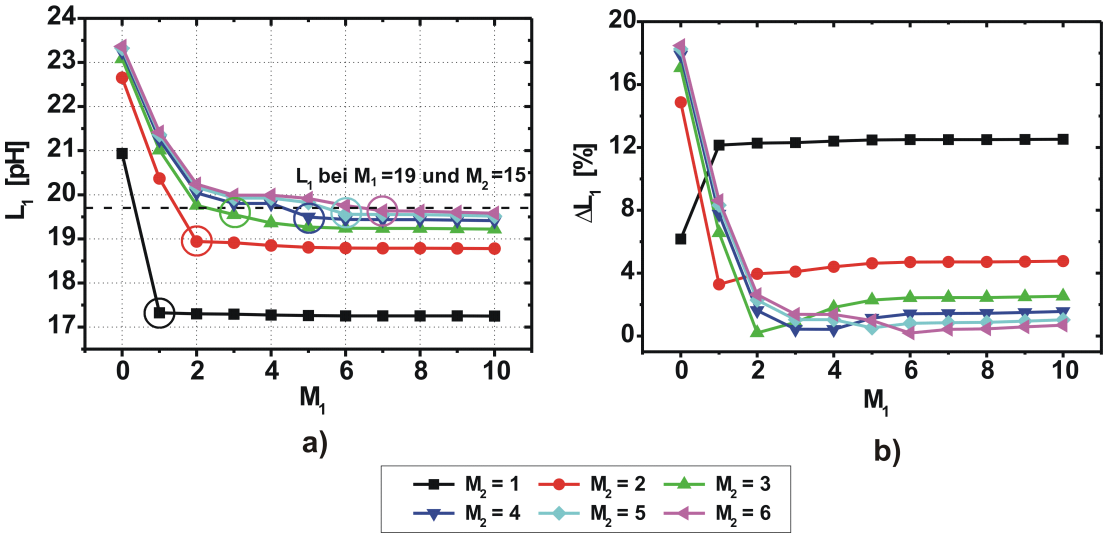

Abbildung 3.16: a) L_1-Werte über die Modenanzahl M_1. Die Via-Array-Geometrie ist $h = 270\mu$m, $\varepsilon_r = 8$, $d = 140\mu$m und $p = 700\mu$m. Gestrichelte Linie zeigt den Referenzwert $L_1 = 19,719pH$ bei $M_2 = 15$ und somit $M_1 = 19$ nach Gl. 3.46, die umkreisten Punkte weisen auf das Wertepaar nach Gl. 3.46 hin. b) Prozentuale Abweichung vom Referenzwert L_1

Deutlich zu sehen ist, dass bei Erhöhung von M_2 das Ergebnis schnell an den angenommenen Referenzwert konvergiert. Trägt man die Abweichung der L_1-Werte zu dem angenommenen Referenzwert in Prozent auf, so sieht man in Abb. 3.16b, dass bereits bei $M_2 = 1$ und $M_1 = 1$ der Wert für L_1 nur um 12 % vom Referenzwert abweicht, bei $M_2 = 2$ und $M_1 = 2$ um 3,9 %.

Ein ähnliches Verhalten wie bei L_1 kann auch bei L_2 und C_1 des ESBs in Abb. 3.17 und Abb. 3.18 beobachtet werden. Bei $M_2 = 1$ und $M_1 = 1$ wird eine Genauigkeit von 8,5 % bzw. 14,4 % bei L_2 bzw. C_1 erreicht, die bei L_1 auftauchende hohe Genauigkeit (6,1 %) bei $M_1 = 0$ wird hier nicht erreicht, was letztenendes bedeutet, dass im Gegensatz zu der Behauptung in [40] immer mindestens eine höhere Mode in *Bereich 1* berücksichtigt werden muss. Darüberhinaus lässt die zueinander gegenlaufende Konvergenzrichtung bei L_2 und C_1 vermuten, dass die hier doch recht hohe Abweichung gegenüber dem Referenzwert bei $M_2 = 1$ bei der Berechnung der Grenzfrequenz später sich nicht in der gleichen Höhe auswirken wird. Grund dafür ist, daß L_2 und C_1 einen Parallel-Schwingkreis bilden. Die Abweichungen von L_2

nach unten und C_1 nach oben gegenüber dem Referenzwert könnten sich beide so ergänzen, dass die resultierende End-Genauigkeit bei der Grenzfrequenz wesentlich geringer sein könnte. Dieser Sachverhalt wird in einem späteren Abschnitt detailierter diskutiert.

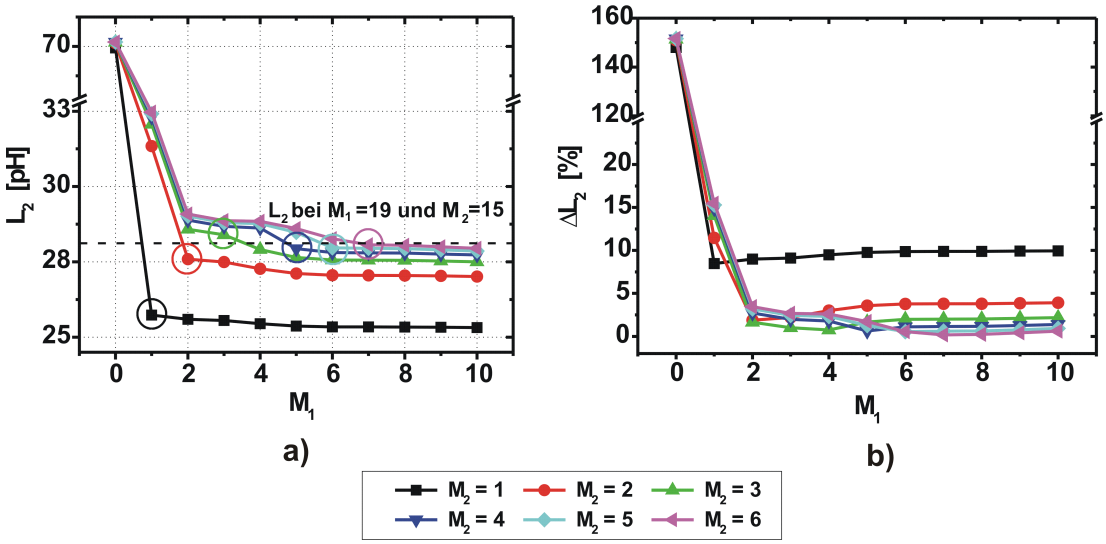

Abbildung 3.17: a) L_2-Werte über der Modenanzahl M_1. Die Via-Array-Geometrie ist $h = 270\mu$m, $\varepsilon_r = 8$, $d = 140\mu$m und $p = 700\mu$m. Gestrichelt eingezeichnet der Referenzwert $L_2 = 28,117pH$ bei $M_2 = 15$ und somit $M_1 = 19$ nach Gl. 3.46 (Grenzwert für $M_1 \to \infty$). b) Prozentuale Abweichung vom Referenzwert L_2

Deshalb wird im folgenden exemplarisch für den Fall, daß jeweils eine höhere Mode zu der jeweiligen Grundmode in beiden *Bereich 1* und *2* berücksichtigt wird ($M_1 = 1$, $M_2 = 1$), der Reflexionsfaktor $R_0^{(1)}$ mittels des Gleichungssystems 3.42 bestimmt. Dabei werden zuerst die Hilfsvariablen aus Gln. 3.42 a und b durch die realen Geometrieparameter Pitch p und Durchmesser bzw. Kantenlänge des Vias d ersetzt.

$$\begin{aligned} a &= \frac{p}{2} \\ b &= \frac{p-d}{2} \end{aligned} \tag{3.47}$$

Für den Reflexionsfaktor des höheren Mode $R_1^{(1)}$ ergibt sich nach Gl. 3.42

$$R_1^{(1)} = \frac{-2\pi\omega p^3 (d - \frac{p}{2})(p-d)(\frac{3p}{2} - d)\sqrt{\varepsilon\mu}}{(p-d)\cos\left(\frac{d\pi}{p}\right)\left(\frac{\pi^2}{2}k_{z_1}^{(1)}p + 4j\omega\sqrt{\varepsilon\mu}(d-p+\pi)\tan\left(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}\right)\right)p^3 + q} \tag{3.48}$$

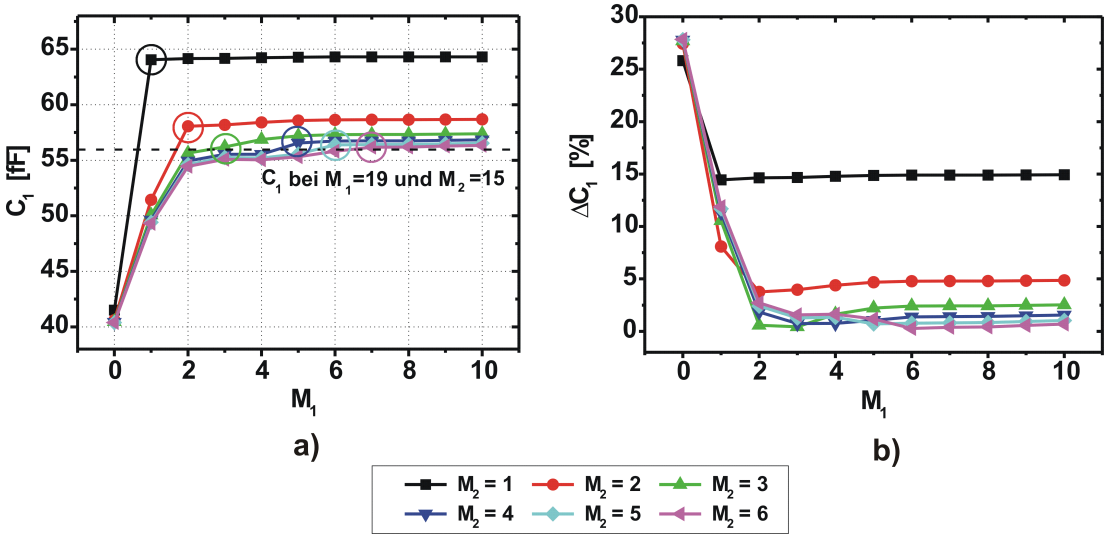

Abbildung 3.18: a) C_1-Werte über der Modenanzahl M_1. Die Via-Array-Geometrie ist $h = 270\mu$m, $\varepsilon_r = 8$, $d = 140\mu$m und $p = 700\mu$m. Gestrichelt eingezeichnet der Referenzwert $C_1 = 55,964fF$ bei $M_2 = 15$ und somit $M_1 = 19$ nach Gl. 3.46 (Grenzwert für $M_1 \to \infty$). b) Prozentuale Abweichung vom Referenzwert C_1

mit der hier frei gewählten Abkürzung

$$q = \left(d^2 - 2pd + \frac{3p^2}{4}\right)^2 \pi^3 \csc(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}) \sec(\frac{d\pi}{p}) \left(4\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sin(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}) - j\frac{\pi}{2}pk_{z_1}^{(1)}\cos(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)})\right)$$

und der aus Gl. 3.19 (S. 40) bekannten Wellenzahl für die höhere Mode $k_{z_1}^{(1)}$. Setzt man die nun bekannte Reflexion $R_1^{(1)}$ in die Gleichung für $R_0^{(1)}$ ein, ergibt sich für den Reflexionsfaktor $R_0^{(1)}$

$$R_0^{(1)} = \frac{4j\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\tan(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}) - \frac{p}{2}\left(\frac{p^2}{4} - (p-d)^2\right)\pi k_{z_1}^{(1)}}{(d-\frac{p}{2})(\frac{3p}{2}-d)(\frac{\pi p}{2}k_{z_1}^{(1)} + 4j\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\tan\left(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}\right))} \left(-\frac{f}{g+h} + \frac{p^2}{4} - (p-d)^2\right) \tag{3.49}$$

mit den gewählten Abkürzungen

$$\begin{aligned} f &= (d-\frac{p}{2})(p-d)^2(\frac{3p}{2}-d)\pi k_{z_1}^{(1)}p^4\cos\left(\frac{\pi(p-d)}{p}\right) \\ g &= p^3(p-d)\cos\left(\frac{\pi(p-d)}{p}\right)\left(\frac{\pi^2}{2}pk_{z_1}^{(1)} + 4jk_{z_0}^{(1)}(d-p+\pi)\tan\left(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}\right)\right) \\ h &= \frac{\left(\frac{p^2}{4}-(p-d)^2\right)^2\pi^3}{\cos\left(\frac{\pi(p-d)}{p}\right)\sin\left(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}\right)}\left(4k_{z_0}^{(1)}\sin\left(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}\right) - \frac{\pi}{2}jpk_{z_1}^{(1)}\cos\left(\frac{d}{2}k_{z_1}^{(1)}\right)\right) \end{aligned} \tag{3.50}$$

und den bereits bekannten Ausdrücken für $k_{z_1}^{(1)}$ und $k_{z_0}^{(1)}$

$$k_{z_0}^{(1)} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

Im folgendem wird das Ergebnis dieser Gleichung mit numerischen Simulationen verglichen, um dann im nächsten Abschnitt 3.4 analytisch untersuchen zu können, welchen Einfluß die einzelnen Geometrie-Abmessungen auf das Reflexionsverhalten des einzelnen Vias bzw. auf die extrahierte Bauelementewerte des ESBs haben.

3.3.4 Vergleich des analytischen Modells mit Simulationen

Um die Ergebisse der Gl. 3.49 zu überprüfen, wurden numerische Simulationen des Via-Arrays mit FDFD (*F3D*) oder FDTD (*MWS*) durchgeführt. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen der numerischen Simulation und des analytischen Modells ist, dass bei den Simulationen ein Stück Leitung vor dem Via mitberechnet wird, was dazu führt, dass man dies beim Umrechnen wieder deembedden muss. Dazu wird eine gemeinsame Referenzebene festgelegt, hier an der ersten Kante des Vias. Abb. 3.19 zeigt exemplarisch die Reflexion eines aus drei Vias in Ausbreitungsrichtung bestehenden Via-Arrays.

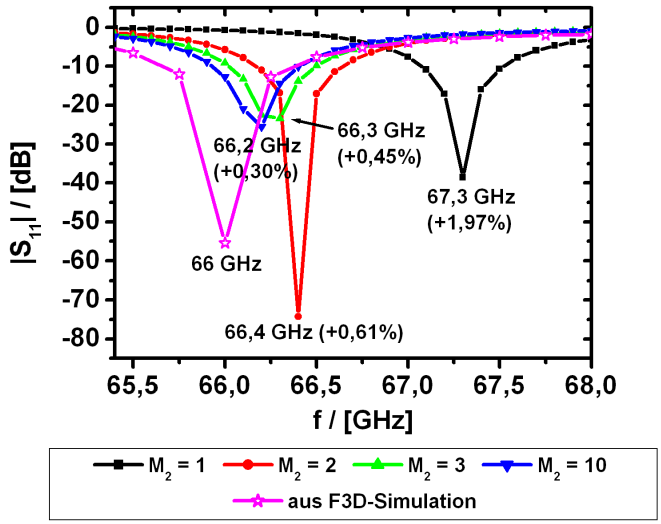

Abbildung 3.19: Reflexion eines aus drei Vias in Ausbreitungsrichtung bestehendes Via-Array. Die Geometrie entspricht dem LTCC-Referenz-Via-Array (p=700 μm, d=140 μm, h=270 μm, ε_r=8). Die Abweichung der ersten Grenzfrequenz f_{Grenz} bei $M_2 = 1$, $M_1 = 1$ von der mit *F3D* ermittelten beträgt knapp 2%.

Der Aufbau des Via-Arrays soll im folgenden als LTCC-Referenz-Aufbau bezeichnet werden. Der Abstand der Vias zueinander ist $p = 700\mu$m, der Via-Durchmesser

beträgt $d = 140\mu$m, die Substrathöhe $h = 270\mu$m und die dielektrische Permittivität $\varepsilon_r = 8$, was dem LTCC-Material der Fa. DuPont entspricht [35]. Dieses Material wird wegen seiner guten HF-Eigenschaften und der Fähigkeit, Multilayer-Schaltungen aufzubauen, oftmals eingesetzt [41]. Abb. 3.19 zeigt die Ergebnisse für verschiedene maximale Modenzahlen M_2 und eine Simulation mit *F3D*, die die erste Grenzfrequenz bei $f_{Grenz} = 66,0$ GHz zeigt. Die Nachbildung mit dem analytischen Modell weist mit steigender Modenzahl eine geringere Abweichung davon auf, was zu erwarten war. Interessant ist jedoch, dass die Abweichung von der FDFD-Simulation bei $M_2 = 1$ wesentlich kleiner ausfällt als es die Konvergenzbetrachtungen in Kap. 3.3.3 haben erwarten lassen. Mit $M_2 = 1$ ist $f_{Grenz} = 67,3$ GHz und somit nur um knapp 2% höher, während die einzelnen Elemente des ESBs Abweichungen von mehr als 14 % (siehe Abb. 3.16, 3.17 und 3.18 auf S. 47ff.) zeigen. Somit kann bei der Bestimmung der Grenzfrequenz f_{Grenz} im folgenden mit $M_2 = 1$ und $M_1 = 1$ gerechnet werden.

Die Beschränkung auf nur drei Vias im obigen Beispiel ist der so wesentlich schnelleren Simulation mit *F3D* geschuldet. Eine Erhöhung der Anzahl der Vias ändert die Grenzfrequenz geringfügig nach unten, siehe Abb. 3.20.

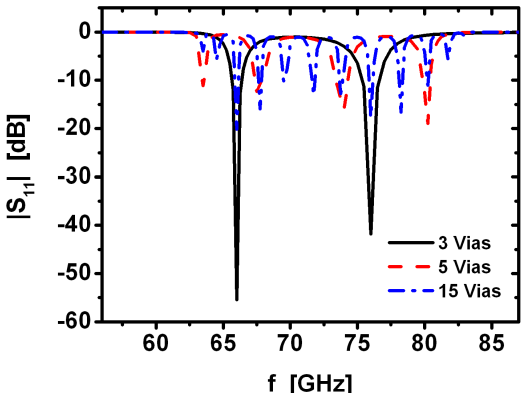

Abbildung 3.20: Reflexion eines aus drei Vias, fünf Vias und 15 Vias in Ausbreitungsrichtung bestehenden Via-Array. Die Geometrie entspricht dem LTCC-Referenz-Via-Array (p=700 μm, d=140 μm, h=270 μm, ε_r=8). Mit steigender Via-Anzahl verbreitert sich der Bereich, in dem das Via-Array nicht länger als Kurzschluss wirkt.

Durch die höhere Anzahl von Vias erhöht sich die Anzahl der Frequenzpunkte, bei denen zwischen zwei Vias sich durch die Kopplung eine Resonanz ausbildet und somit an diesen Punkten das Via-Array nicht mehr einen Kurzschluss darstellt. Zwangsweise wird dadurch der Bereich breitbandiger, in dem das Array als Wellenleiter fungiert. Gleichzeitig reduziert sich die Amplitude der Resonanz, somit ist die Bandbreite nur bei sehr wenigen Vias von der Anzahl abhängig, zwischen

5 Vias und 15 Vias ist der Unterschied praktisch vernachlässigbar. Aus diesem Grund bietet es sich an, die bis hier erfolgten Betrachtungen der Elementarzelle so zu erweitern, dass möglichst ohne Simulationen eine Bestimmung der ersten Grenzfrequenz f_{Grenz} erfolgen kann. Dies wird im folgenden Abschnitt 3.5 mit der Anwendung des Floquet-Theorems durchgeführt.

3.4 Abhängigkeit der Bauelementwerte des ESBs von der Via-Geometrie

Im folgenden wird der Einfluss der Geometrie des Vias auf die Bauelementewerte des ESBs diskutiert. Die Diskussion in diesem Abschnitt beruht auf berechneten Ergebnissen, da eine Extraktion der Bauelementewerte aus Messdaten äußerst schwierig und fehlerbehaftet ist, vor allem, weil in dieser Arbeit nur Vias in einer Via-Array-Umgebung betrachtet werden. Die Diskussion über das Verhalten des Via-Arrays selbst findet man gesondert im folgenden Kapitel 4.

3.4.1 Einfluss der Geometrie auf L_1

Als Ausgangspunkt dient das LTCC-Standard-Via mit Höhe h=270 μm und Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$. In Abb. 3.21a sind die L_1-Werte in Abhängigkeit vom Pitch p für drei verschiedene Via-Durchmesser d dargestellt. In Abb. 3.21b sind entsprechend die L_1-Werte in Abhängigkeit vom Durchmesser des Vias d dargestellt. Dabei ist der Abstand der Vias zueinander (Pitch) p als Parameter variiert worden.

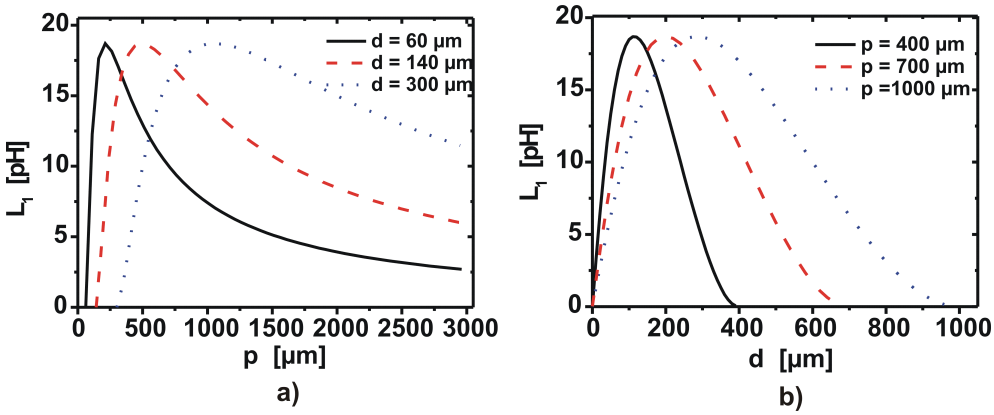

Abbildung 3.21: Einfluss der Geometrie des Vias auf L_1-Werte des ESBs. a) Variation des Pitch p für drei verschiedene Via-Durchmesser d. b) Variation des Via-Durchmesser d für drei verschiedene Pitch-Werte p. Maße des Standard-Vias: Höhe h=270 μm, Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$.

L_1 zeigt bei sehr kleinem Pitch p absolut gesehen große Schwankungen bezüglich des Via-Durchmessers d. Sobald d den Wert von p erreicht hat, muss L_1 Null sein, da dann kein Via-Array sondern ein durchgängiger Block einen idealen Kurzschluß zwischen den beiden Ebenen herstellt und somit die Grenzfrequenz f_{Grenz} gegen Unendlich strebt. Für $d \to 0$ ist $L_1 = 0$, da alles überkoppelt (nur L_2). Für praktische Applikationen ist ein Verhältnis von Durchmesser zu Pitch d/p von maximal 0,5 zu berücksichtigen, größere Vias bei kleinerem Abstand zueinander würden das Substrat mechanisch instabil machen. In einem zweiten Diagramm Abb. 3.22 ist die Abhängigkeit von L_1 von d und p über einen weiten Bereich aufgetragen. Das sich in der Abbildung andeutende zweite Minimum ist bei dem Durchmesser gegen Null zu finden, siehe Abb. 3.21.

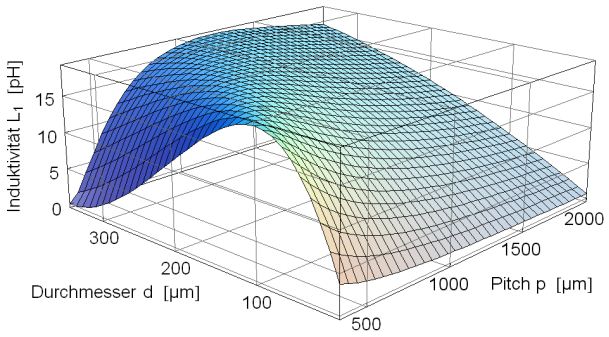

Abbildung 3.22: Einfluss der Geometrie des Vias auf L_1-Werte des ESBs. Maße des Standard-Vias: Pitch p=700 μm, Via-Durchmesser $d = 140\mu$m, Höhe h=270 μm, Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$.

Wie erwartet ist der Einfluß der Permittivität des Substrats ε_r auf L_1 gleich Null, die Induktivität ändert sich nicht bei Variation von ε_r. Die Höhe des Substrates hat hingegen einen Einfluß auf die Reflexion, denn der Wellenwiderstand Z_{PPL} der PPL ist linear proportional zu h und somit auch L_1. Aufgrund dieser Linearität und der Nicht-Abhängigkeit von ε_r wird auf ein Diagramm verzichtet.

3.4.2 Einfluss der Geometrie auf L_2

Bei der Induktivität L_2 wird nur dann eine Nullstelle erwartet, wenn das Via zur idealen Wand entartet, d.h. wenn $p = d$ gilt. In Abb. 3.23a ist L_2 in Abhängigkeit vom Pitch p exemplarisch für drei verschiedene Via-Durchmesser d aufgetragen. Mit steigendem Pitch steigt auch der Wert von L_2, wenn auch deutlich zu sehen ist, dass das breitere Via einen kleineren und auch flacheren Anstieg aufweist. In Abb. 3.23b, wo L_2 in Abhängigkeit vom Via-Durchmesser d für drei verschiedene Pitch-Werte p aufgetragen sind, ist eine deutlich stärkere Abhängigkeit der Induktivität L_2 von d zu beobachten.

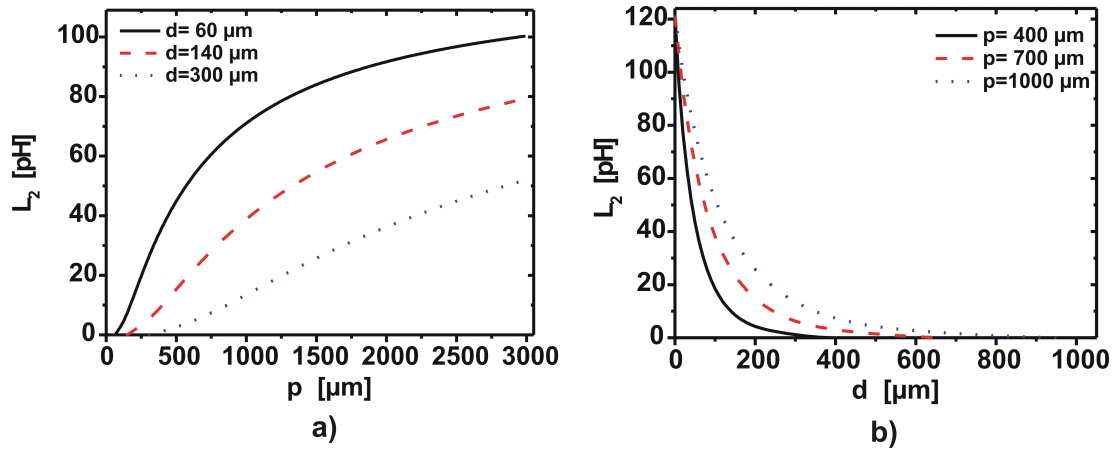

Abbildung 3.23: Einfluss der Geometrie des Vias auf L_2-Werte des ESBs. a) Variation vom Pitch p für drei verschiedene Via-Durchmesser d. b) Variation vom Via-Durchmesser d für drei verschiedene Pitch p. Maße des Standard-Vias: Höhe h=270 μm, Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$.

Für sehr kleine Via-Durchmesser strebt L_2 gegen sehr hohe Werte, was mit einem Stromfaden mit $d = 0$ verglichen werden kann, dessen Induktivität bekannterweise gegen Unendlich strebt [11]. Bei größeren Durchmessern fällt L_2 schnell ab und wird für $d = p$ Null, da dann die Breite des Vias keinen Zwischenraum mehr frei lässt und somit keine Kopplung mehr vorhanden ist. Abb. 3.24 zeigt einen Überblick über die Abhängigkeit von beiden Parametern.

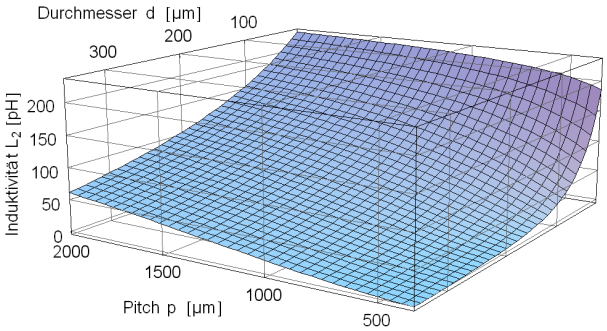

Abbildung 3.24: Einfluss der Geometrie des Vias auf L_2 des ESBs. Hier die Variation von Pitch p und Via-Durchmesser d. Maße des Standard-Vias: Pitch p=700 μm, Via-Durchmesser $d = 140\mu$m, Höhe h=270 μm, Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$.

Der Einfluß der Parameter h und ε_r auf L_2 ist ähnlich wie für L_1, daher wird hier auf eine Abbildung verzichtet. L_2 steigt linear mit der Höhe des Substrates,

während ε_r keinen Einfluß hat. Dieses Verhalten gilt, wie zu erwarten, für beide Induktivitäten des ESBs.

3.4.3 Einfluss der Geometrie auf C_1

Wie in Abb. 3.25a und b dargestellt, wird die Kapazität C_1 stark vom Pitch p und Via-Durchmesser d beeinflußt.

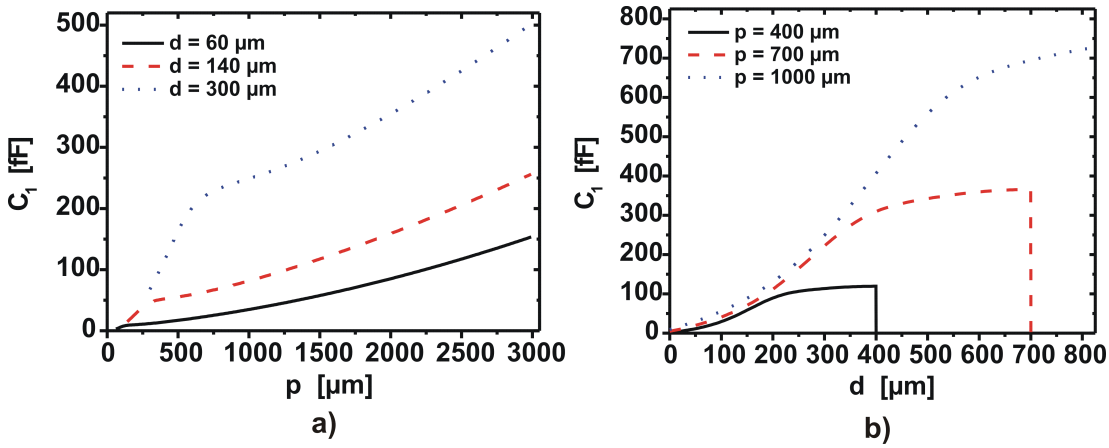

Abbildung 3.25: Einfluss der Geometrie des Vias auf C_1-Werte des ESBs. a) Variation vom Pitch p für drei verschiedene Via-Durchmesser d. b) Variation vom Via-Durchmesser d für drei verschiedene Pitch p. Maße des Standard-Vias: Höhe h=270 μm, Substrat Permeabilität $\varepsilon_r = 8$.

Bei steigendem p erhöht sich C_1 rasch, bis es ab einem bestimmten Punkt einen geringeren Gradienten aufweist, aber weiter monoton wächst. Bei $p = d$ befindet sich eine Nullstelle, ebenso bei $d = 0$. Dieses Verhalten wird bestimmt durch die geometrischen Verhältnisse, wie sie in Abb. 3.26 gezeigt sind. Für den Fall a), für $d \to 0$ ist die Kapazität C_1 Null, das Via entspricht einem Stromfaden und hat eine unendliche Induktivität. Außerdem ist der Abstand von der De-Embedding-Kante bis zur hinteren Berandung ebenfalls Null. Fall b) entspricht dem Normalfall mit $0 < d < p$, die De-Embedding-Kante liegt $d/2$ von der hinteren Berandung entfernt und die Kapazität ist ungleich Null. Der Fall c) zeigt den zweiten Extremfall mit $d = p$. Hier ist der gesamte Raum vom Via erfüllt, also ein idealer Kurzschluss für alle Frequenzen. Auch hier ist die Kapazität Null.

Eine Veränderung der Substrat-Permittivität führt zu einer Änderung von C_1 ähnlich wie bei einem Plattenkondensator, also linear steigend mit ε_r. Die Höhe h hingegen führt zu einer reziproken Änderung, C_1 fällt proportional zu $1/h$ sehr rasch. Bei sehr geringer Höhe bzw. Dicke des Substrates ist C_1 naturgemäß groß.

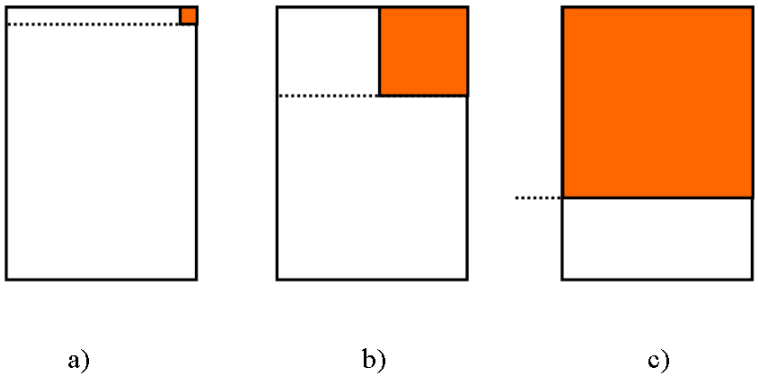

Abbildung 3.26: Skizze mit Aufsicht auf das Vias und der Umgebung. a) Via-Durchmesser strebt gegen Null b) Via-Durchmesser entspricht normalem Wert c) Via-Durchmesser gleich Hälfte des Pitch. Die jeweilige Referenzebene ist gestrichelt eingezeichnet.

Zusammenfassend lassen sich die Abhängigkeiten der drei ESB-Bauelemente wie folgt beschreiben:

- L_1: Funktion von d und p, proportional zu h und unabhängig von ε_r
- L_2: Funktion von d und p, proportional zu h und unabhängig von ε_r
- C_1: Funktion von d und p, proportional zu ε_r und $1/h$

Somit sind die drei Bauelemente des ESBs in ihrer Abhängigkeit von der Via-Geometrie (Durchmesser d, Abstand zueinander p) und der Parameter des Substrats (Höhe h, Permittivität ε_r) diskutiert worden. Mit diesem ESB kann dann mit Hilfe eines Schaltungssimulators wie z.B. *ADS* ein Via-Array aufgebaut, simuliert und die resultierende Grenzfrequenz f_{Grenz} bestimmt werden. Leider würde aber dabei der Vorteil der geschlossenen Beschreibung des Vias verloren gehen und die Analyse des Via-Arrays müßte sich auf ADS-Simulationen stützen. Um diesen Nachteil umzugehen, wird daher im folgenden Abschnitt das analytische Modell für das einzelne Via auf die Elementarzelle in Abb. 3.2, die aus einer Leitung und einem einzelnen Via besteht, erweitert. Mit Hilfe dieses analytischen Modells für die Elementarzelle können dann beliebige Via-Arrays, wie in Kapitel 4 dargestellt, modelliert werden.

3.5 Erweiterung auf die Elementarzelle

Um nun das in Abschnitt 3.3 gewonnene ESB des Vias auf die Elementarzelle in Abb. 3.2 erweitern zu können, muß der longitudinale Abstand Via zu Via, kurz Pitch p, in die Betrachtung einbezogen werden. In diesem Abschnitt wird lediglich das so gewonnene analytische Modell in geeigneter Form mathematisch beschrieben. Mit Hilfe dieses Modells für die Elementarzelle können dann beliebige Via-Arrays modelliert werden.

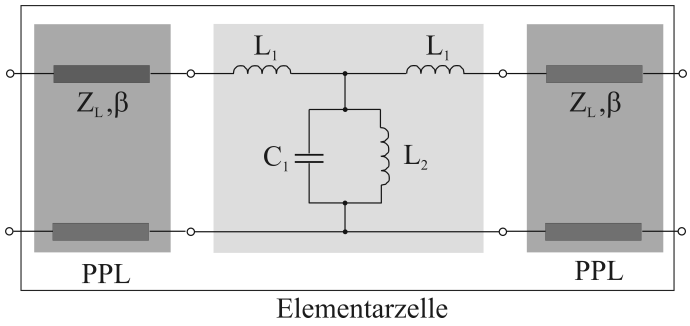

Abbildung 3.27: Die Elementarzelle des Via-Arrays mit den Bandleitungen (PPL) und dem ESB für das einzelne Via.

Die Elementarzelle beinhaltet neben der Beschreibung des Vias auch die Verbindung von Via zu Via in Ausbreitungsrichtung. Im vorliegenden Fall ist dies eine Parallelplattenleitung (PPL), die als Länge den Abstand der Vias zueinander, den Pitch p, besitzt und als verlustfrei angenommen wird. Somit kann die PPL mit dem Wellenwiderstand Z_{PPL} und der Ausbreitungskonstante β_{PPL} wie in Abb. 3.3 bereits dargestellt und in Abb. 3.27 nochmals gezeigt beschrieben werden. Bei der Festlegung der Elementarzelle ist es unerheblich, ob die PPL an einem Tor des ESBs angehängt wird oder auf beide Tore aufgeteilt wird. Wichtig ist nur, dass die Schnittebenen der Elementarzelle äquidistant bleiben.

Um nun die PPL rechnerisch an das ESB des einzelnen Vias anfügen zu können, wird der formale Weg über Wellenkettenmatrizen genommen. Damit reicht nach der Umrechnung eine einfache Matrizenmultiplikation aus, um die Elementarzelle geschlossen zu beschreiben.

Die Elemente des einzelnen Vias in 2 x 2 $[T_{\mathrm{ESB}}]$-Matrix-Darstellung lauten wie

folgt

$$\begin{aligned} T_{11,ESB} &= \frac{1}{S_{21}} = \frac{1}{S_{12}} = \frac{D}{2j\omega L_2 Z_0} \\ T_{12,ESB} &= -\frac{S_{22}}{S_{21}} = -\frac{S_{11}}{S_{21}} = -T_{21,ESB} \\ &= -\frac{2L_1L_2\omega^2 - Z_0^2 r - \omega^2 L_1^2 r^2}{2j\omega L_2 Z_0} \\ T_{22,ESB} &= -\frac{det[S]}{S_{21}} = -\frac{D}{2j\omega L_2 Z_0} \cdot det[S] \\ &= \frac{-(2L_1L_2\omega^2 - Z_0^2 r - \omega^2 L_1^2 r^2)^2 - 4\omega^2 L_2^2 Z_0^2}{2j\omega L_2 Z_0 \cdot D} \end{aligned} \tag{3.51}$$

Dabei gilt für die Abkürzung D

$$D = -2\omega^2 L_1 L_2 + Z_0^2 r - \omega^2 L_1^2 r^2 + j(L_2 + L_1 r) Z_0 \omega \tag{3.52}$$

und für r

$$r = 1 - \omega^2 L_2 C_1. \tag{3.53}$$

Um nun die Matrix für das ESB der Elementarzelle (Abb. 3.3) zu erhalten, muß die als ideal angenommene PPL in die Kettenmatrix gebracht und mit $[T_{\mathrm{ESB}}]$ multipliziert werden. Die Matrix $[T_{\mathrm{Leitung}}]$ lautet

$$[\underline{T}_{\mathrm{Leitung}}] = \begin{pmatrix} e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} & 0 \\ 0 & e^{+j\beta_{\mathrm{PPL}}p} \end{pmatrix} \tag{3.54}$$

Nun kann die Matrix für die Elementarzelle wie folgt berechnet werden:

$$[\underline{T}_{\mathrm{EZ}}] = [\underline{T}_{\mathrm{ESB}}] \cdot [\underline{T}_{\mathrm{Leitung}}] = \begin{pmatrix} T_{11}e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} & T_{12}e^{j\beta_{\mathrm{PPL}}p} \\ T_{21}e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} & T_{22}e^{j\beta_{\mathrm{PPL}}p} \end{pmatrix} \tag{3.55}$$

Damit kann nun ein entsprechendes Via-Array mit gleichen Abständen in x- und y-Richtung modelliert werden.

Kapitel 4

Modellierung des Via-Arrays

Um nun nach der Modellierung des einzelnen Vias ein vollständiges Via-Array nachzubilden, muss das ESB bzw. die Elementarzelle des Vias in geeigneter Weise zusammengeschaltet werden. Dabei wird die periodische Natur des Via-Arrays berücksichtigt. Das Via-Array weist ab einer bestimmten Grenz-Frequenz f_{Grenz} eine Bandpass-Charakteristik auf, was durch Anwendung des Floquet-Theorems nachgebildet wird und auf eine Beschreibung führt, die vergleichbar ist mit der von sog. electromagnetic band gap-Strukturen und von composite right/left-handed metamaterials [42]. Dazu muss auch der Abstand der Vias zueinander, der Pitch p und die Art der Verbindung der Vias zueinander berücksichtigt werden.

In den folgenden Abschnitten wird zuerst ein allgemeiner Ansatz für ein beliebig aufgebautes Via-Array mit den Abständen p_x und p_y der Vias in Ausbreitungs- und Querrichtung untersucht, was auf das *allgemeine 2D-Modell* in Kap. 4.1 führt. Mit diesem Modell wird der Frage nachgegangen, ob durch Variation der Abstände in Ausbreitungsrichtung oder in Querrichtung die gleiche Grenzfrequenz oder eine höhere mit gleicher Technologie erreicht werden kann. Die Reduzierung auf das in der Praxis übliche quadratische Via-Array mit $p_x = p_y$ wird in Kap. 4.2 durchgeführt und als *quadratisches 2D-Modell* bezeichnet. Dabei wird die in Kap. 3.5, S. 57ff. vorgestellte Elementarzelle zur Beschreibung des einzelnen Vias im Via-Array verwendet. Eine weitere Reduzierung des *quadratischen 2D-Modells* von einem quadratischem Via-Array auf das *1D-Modell*, eine Via-Kette mit dem Via-Abstand p und der Breite p, wird in Kap. 4.3 beschrieben. Abschließend werden alle Modelle mit Simulationen in Kap. 4.4 verglichen. Ein Vergleich der theoretischen Modelle mit Messungen erfolgt gesondert in den Abschnitten 6.2 und 6.3.

4.1 Das *allgemeine 2D-Modell*

Bevor ein konkretes ESB für die einzelnen Vias in einem Via-Array verwendet wird, sollen zuerst grundlegende Betrachtungen anhand eines allgemeinen Ansatzes durchgeführt werden, dem *allgemeinen 2D-Modell*. Dabei wird zuerst angenommen,

daß der Abstand der Vias zueinander p in den zwei Raumrichtungen x, y jeweils unterschiedlich ist, es also gilt $p_x \neq p_y$. Des weiteren soll wie in dieser Arbeit generell angenommen Verlustfreiheit gelten. Um damit ein Via-Array darzustellen benötigt man ein Viertor, das in den Raumrichtungen x und y jeweils zwei Tore aufweist, Abb. 4.1.

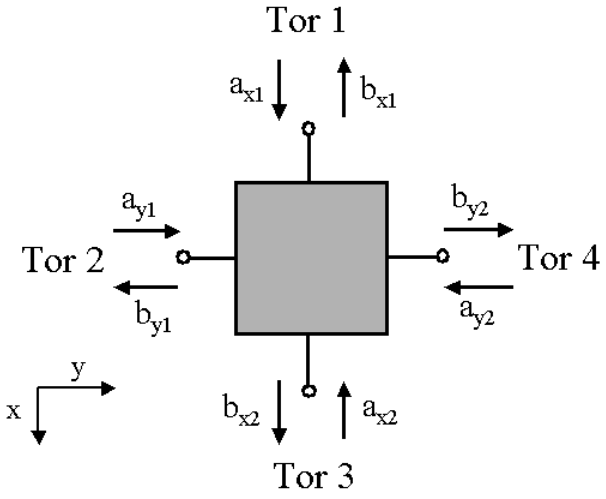

Abbildung 4.1: S-Parameter des allgemeinen Via-Arrays in Wellendarstellung für das *allgemeine 2D-Modell*. In den Ausbreitungsrichtungen x, y jeweils unterschiedliche Via-Abstände p_x, p_y.

Für die ($\underline{\mathbf{S}}_{allg.2D-Modell}$)-Matrix des *allgemeinen 2D-Modells* ergibt sich

$$\begin{pmatrix} b_{x_1} \\ b_{y_1} \\ b_{x_2} \\ b_{y_2} \end{pmatrix} = \left(\underline{\mathbf{S}}_{\mathbf{allg.2D-Modell}}\right) \cdot \begin{pmatrix} a_{x_1} \\ a_{y_1} \\ a_{x_2} \\ a_{y_2} \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

Aufgrund der Reziprozität ergeben sich vorab nützliche Gleichheiten, siehe Abb. 4.2.

Wegen der Forderung nach Reziprozität des Viertors gilt:

$$\underline{S}_{ij} = \underline{S}_{ji} \tag{4.2}$$

Wegen der Symmetrien der Struktur (Tor 1 symmetrisch zu Tor 3 und Tor 2 zu Tor 4) gilt weiter

$$\underline{S}_{21} = \underline{S}_{41} = \underline{S}_{23} = \underline{S}_{43} \tag{4.3}$$

und, in Abb. 4.2 nicht eingezeichnet,

$$\underline{S}_{11} = \underline{S}_{33} \qquad \text{und} \qquad \underline{S}_{22} = \underline{S}_{44} \tag{4.4}$$

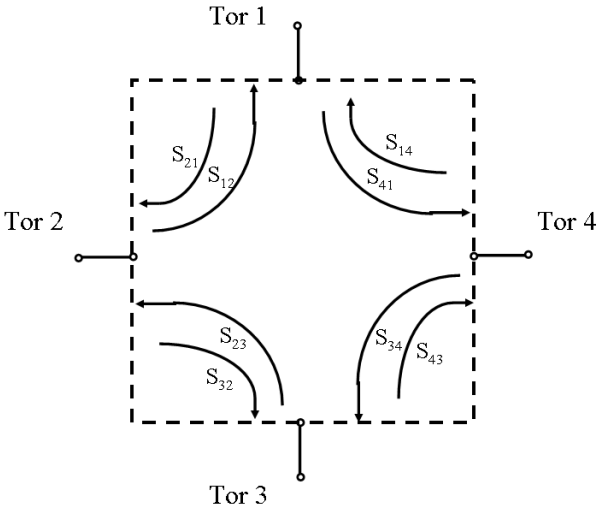

Abbildung 4.2: Gleichheiten der S-Parameter unter Ausnutzung der Symmetrien. Hier nicht dargestellt sind die sich ergebenden Gleichheiten der S-Parameter bei Reflexion.

Somit sind nur noch die Parameter $\underline{S}_{11}, \underline{S}_{12}, \underline{S}_{13}, \underline{S}_{22}$ und $\underline{S}_{24}$ des allgemeinen Viertors frei wählbar und die $\underline{\mathbf{S}}$-Matrix für das Via mit 4 Toren ist vollständig definiert,

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} & S_{12} & S_{24} \\ S_{13} & S_{12} & S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{24} & S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} . \tag{4.5}$$

Nun muß die Tatsache berücksichtigt werden, daß mehrere Vias in jede der zwei Raumrichtungen x, y zum Verhalten beitragen. Wie bereits in Kap. 2.2.2 auf S. 12 gezeigt wird das Theorem von FLOQUET angewendet, womit eine unendliche Ausdehnung des Via-Arrays simuliert wird. Dies ist im Sinne einer Worst-Case-Abschätzung der Grenzfrequenz f_{Grenz} geboten, auch wenn bei sehr wenigen Vias pro Raumrichtung die tatsächliche f_{Grenz} höher liegen kann.
Es gilt also äquivalent zu Gl. 4.1

$$\begin{pmatrix} b_1' \\ b_2' \\ b_3' \\ b_4' \end{pmatrix} = (\underline{S}') \cdot \begin{pmatrix} a_1' \\ a_2' \\ a_3' \\ a_4' \end{pmatrix} . \tag{4.6}$$

und mit D_x, D_y als Phasenänderung pro Zelle ergibt sich für die Wellenausbreitung im Array

$$\begin{aligned} b_1' = a_3' e^{+jD_x} \quad &\leftrightarrow \quad a_3' = e^{-jD_x} b_1' \\ b_2' = a_4' e^{+jD_y} \quad &\leftrightarrow \quad a_4' = e^{-jD_y} b_2' \end{aligned}$$

und so weiter. Daraus leitet sich die $\underline{D}^{'}$-Matrix ab

$$\begin{pmatrix} b_1^{'} \\ b_2^{'} \\ b_3^{'} \\ b_4^{'} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & e^{+jD_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{+jD_y} \\ e^{-jD_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-jD_y} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{(\underline{D}^{'})} \cdot \begin{pmatrix} a_1^{'} \\ a_2^{'} \\ a_3^{'} \\ a_4^{'} \end{pmatrix} . \tag{4.7}$$

Gesucht wird nun e^{-jD_x}, e^{-jD_y}, für die ein Vektor $\vec{a}^{'}$ existiert, der sowohl $(\underline{S}^{'})$ als auch das Floquet-Theorem erfüllt:

$$\vec{b}^{'} = (\underline{S}^{'})\vec{a}^{'} = (\underline{D}^{'}) \cdot \vec{a}^{'}$$

Das führt auf das bekannte Eigenwert-Problem

$$\det |(\underline{S}^{'}) - (\underline{D}^{'})| = 0. \tag{4.8}$$

Mit den willkürlich festgelegten Abkürzungen

$$\begin{aligned} d &= 1 - S_{11}^2 + S_{13}^2 - 4S_{11}S_{12}^2S_{22} + 4S_{12}^2S_{13}S_{22} - S_{22}^2 + S_{11}^2S_{22}^2 - S_{13}^2S_{22}^2 \\ &\quad + 4S_{11}S_{12}^2S_{24} - S_{12}^2S_{13}S_{24} + S_{24}^2 - S_{11}^2S_{24}^2 + S_{13}^2S_{24}^2 \\ c &= -S_{24} + (S_{11} - S_{13}) \cdot \left(-2S_{12}^2 + (S_{11} + S_{13})S_{24}\right) \\ b &= -S_{13} + (S_{22} - S_{24}) \cdot \left(-2S_{12}^2 + (S_{22} + S_{24})S_{13}\right) \\ a &= S_{12}^2 - S_{13}S_{24} \end{aligned} \tag{4.9}$$

ergibt sich daraus schließlich die Eigenwertgleichung

$$\boxed{-4a \cdot \cos D_x \cdot \cos D_y + 2b \cdot \cos D_x + 2c \cdot \cos D_y + d = 0} \tag{4.10}$$

des allgemeinen Vierpols nach Abb. 4.1. Gl. 4.10 gilt somit zusammen mit den Abkürzungen Gl. 4.9 für alle periodischen und reziproken Viertore, ungeachtet der Werte der S-Parameter und damit auch unabhängig von dem für das Viertor in Abb. 4.1 bzw. Abb. 4.2 verwendete ESB.

Um einen Überblick über die Funktion Gl. 4.10 zu erhalten, ist vereinfachend die Funktion $\cos k_{px} \cos k_{py} + \cos k_{px} + \cos k_{py} = r$ in Abb. 4.3 aufgetragen. Dazu wird angenommen, daß

1. sich aus der Symmetrie Tor 1 und 3 zu Tor 2 und 4 die Gleichheit $b = c$ ergibt
2. die Koeffizienten $a, b, c, d \,\epsilon\, \mathbb{R}$ sind
3. die Koeffizienten $4a = 2b = 2c$ gesetzt werden können.

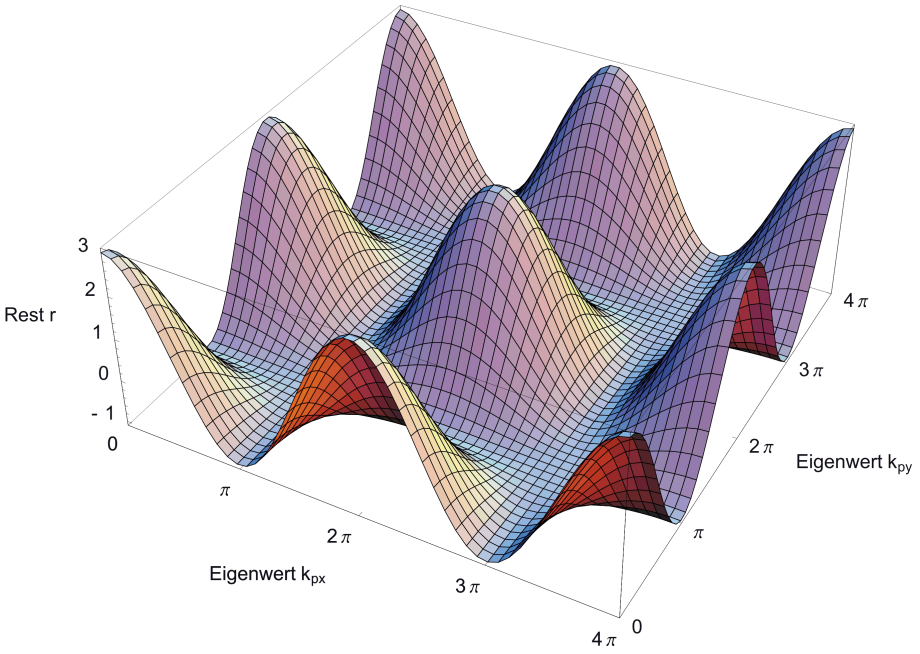

Abbildung 4.3: Plot der Funktion $\cos k_{px} \cos k_{py} + \cos k_{px} + \cos k_{py} = r$ über k_{px}, k_{py} von 0 bis 4π. Der Rest r beinhaltet die additive Komponente d in Gl. 4.10.

Während der erste Punkt sich bei Einsetzen eines beliebigen ESBs durch die geforderte Symmetrie ergibt, sind die Annahmen 2 und 3 nur für spezielle Fälle bzw. ESBs gültig, sie werden aber der Übersichtlichkeit wegen hier angenommen.

Die Eigenwerte k_{px} und k_{py} laufen von $0 \ldots 4\pi$ und der Rest r steht für den additiven Teil von Gl. 4.10, d. Prinzipiell ist somit eine Betrachtung von 0 bis π ausreichend, die Anteile a, b, c und d werden diesen Verlauf nicht entscheidend verändern.

4.1.1 Resonanzbedingung

Um mit Hilfe der Eigenwertgl. 4.10 die erste Resonanz- bzw. Grenzfrequenz f_{Grenz} bestimmen zu können, muss das Ausbreitungsverhalten in der periodischen Struktur betrachtet werden. Durch die Anwendung des FLOQUET-Theorems entspricht D_x bzw. D_y der Ausbreitungskonstante innerhalb des Via-Arrays, die sonst üblicherweise mit k bezeichnet wird, hier aber eine periodische Struktur beschreibt und deshalb bewußt anders gekennzeichnet wird. Hierbei ist für die zu betrachtende Struktur Verlustfreiheit zu fordern, da sonst die Ausbreitungskonstanten nicht rein imaginär bzw. reell, sondern komplex sind. Bei sehr niedrigen Frequenzen $f \to 0$ agiert das Via-Array als idealer Kurzschluss, es kann sich keine Welle ausbreiten und folglich ist die Ausbreitungskonstante imaginär [23]. Bei der ersten Grenzfrequenz f_{Grenz} kehrt sich das Verhalten des Via-Arrays um, es breitet sich

eine Welle aus, somit ist die Ausbreitungskonstante reell. Der Übergang von imaginär zu reell entsteht genau an der gesuchten Frequenz f_{Grenz}. Da der Übergang von einem rein imaginären zu einem reellen Wert stetig erfolgen muss, kann man folgern, dass die Ausbreitungskonstanten D_x und D_y bei der Grenzfrequenz Null sein müssen:

$$D_x = 0 \qquad \text{bzw.} \qquad D_y = 0. \tag{4.11}$$

Mit Gl. 4.11 kann nun Gl. 4.10 eingehender untersucht werden. Dabei ist vor allem interessant, ob es evtl. eine günstigere Lösung für das Layout eines Via-Arrays als die quadratische Anordnung der Vias gibt. Durch die Verwendung einer nichtquadratischen Anordnung könnte man etliche Vias einsparen, was letztenendes die Zuverlässigkeit bei der Fertigung erhöht und somit erhebliche Kosten einsparen kann.

Dafür wird eine Fallunterscheidung durchgeführt, in Fall 1 wird die Wellenausbreitung in x-Richtung gleich Null gesetzt, im Fall 2 in y-Richtung. Somit ergibt sich mit den Abkürzungen aus Gl. 4.9

$$\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad D_y \equiv 0: \quad \left(1 - 2\frac{a}{b}\right) \cdot \cos D_x + \frac{c}{b} + \frac{d}{2b} = 0 \\ &\text{und} \\ &\text{Fall 2:} \quad D_x \equiv 0: \quad \left(\frac{c}{b} - 2\frac{a}{b}\right) \cdot \cos D_y + 1 + \frac{d}{2b} = 0. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Bei der nun folgenden Bestimmung der Grenzfrequenz f_{Grenz} muß D_x bzw. D_y gleich Null sein, wie bereits weiter oben ausgeführt wurde. Für die beiden Fälle ergibt sich

$$\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad D_x = 0: \quad 1 - 2\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{2b} = 0, \\ &\text{Fall 2:} \quad D_y = 0: \quad 1 - 2\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{2b} = 0. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Somit ergibt sich die gleiche Grenzfrequenz f_{Grenz} für beide Raumrichtungen, unabhängig davon, ob der größere Abstand der Vias zueinander (Pitch p_x bzw. Pitch p_y) in Ausbreitungsrichtung oder lateral sitzt. Dies ist umso bemerkenswerter, da somit automatisch der größere Abstand die untere Grenzfrequenz f_{Grenz} festlegt, selbst wenn dieser Abstand lateral zur Wellenausbreitung im Via-Array liegen sollte. Man beachte aber, dass dieses Verhalten nur für die niedrigste Resonanzfrequenz bzw. Grenzfrequenz f_{Grenz} gilt.

Mit Hilfe der Simulation soll dieser Umstand nochmals plausibel gemacht werden. Dazu wird wie in Abb. 4.4 dargestellt ein nicht quadratisches Via-Array mit zwei verschiedenen Via-Abständen p_x, p_y verwendet, dass bei einer zweiten Simulation um 90° gedreht wird.

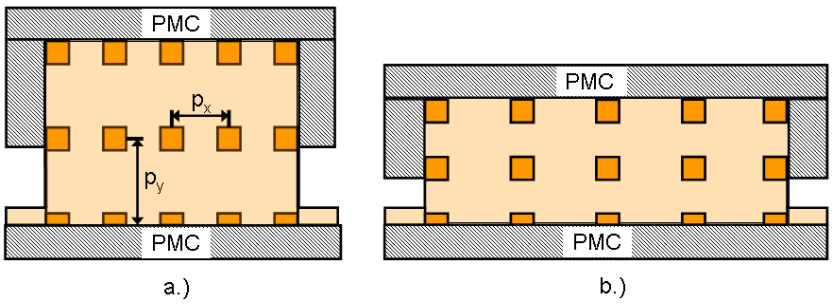

Abbildung 4.4: Skizze der simulierten Struktur. a.) Variante 1 mit $p_x = 350\ \mu$m, $p_y = 700\ \mu$m b.) Variante 2 mit $p_x = 700\ \mu$m, $p_y = 350\ \mu$m. Grau unterlegte Bereiche kennzeichnen die Berandung mit PMC.

Für die beiden Pitches soll für *Variante 1* gelten $p_y = 1/2 \cdot p_x$ bzw. für *Variante 2* genau umgekehrt, mit den Maßen wie in der Bildunterschrift festgelegt. Die Berandung besteht in beide y-Richtungen aus PMC, um eine unendliche Ausdehnung des Via-Arrays nachzubilden. In x-Richtung ist ab der zweiten Via-Zeile PMC als Berandung direkt am Substrat beginnend verwendet worden. Die obere Metallfläche, nur leicht angedeutet in Abb. 4.4, und die untere, nicht eingezeichnet, werden als PEC angenommen, ebenso alle Vias und die beiden Microstrip-Anschlußleitungen links und rechts. Als Substrat wird GaAs angenommen ($\varepsilon_r = 12,9$). Beide Varianten sollten somit nach Gl. 4.13 die gleiche Grenzfrequenz f_{Grenz} aufweisen, obwohl sich in der jeweiligen Ausbreitungsrichtung (von der Microstrip her kommend) der Pitch um den Faktor 2 ändert. Diese Gleichheit bezieht sich ausschließlich auf die Grenzfrequenz f_{Grenz}, der Verlauf über den gesamten Frequenzbereich kann hingegen sehr unterschiedlich sein.

Das Ergebnis in Form der Transmission von *Variante 1* und *2* ist in Abb. 4.5 zu sehen. Die Transmission ist bis ca. 50 GHz nahezu Null (logarithmisch $-\infty$) und weist dann ein Bandpass-Verhalten auf. *Variante 1* besitzt die Grenzfrequenz $f_{Grenz,1} = 53,25$ GHz. *Variante 2* mit dem umgekehrten Verhältnis von p_x zu p_y hat die Grenzfrequenz $f_{Grenz,2} = 52,85$ GHz. Die Abweichung von *Variante 2* von *Variante 1* beträgt somit gerade 0,75 % und ist damit praktisch vernachlässigbar, die Differenz ist der Rechengenauigkeit bzw. der leicht unterschiedlichen Diskretisierung geschuldet. Diese gute Übereinstimmung läßt sich auch für andere Abmessungen und Substrate erzielen. Der weitere Verlauf der Transmission zeigt aber auch deutlich, dass die Übereinstimmung ausschließlich für die Grenzfrequenz gilt, nicht für die Transmission an anderen Frequenzpunkten vor oder nach f_{Grenz}.

Somit ist bewiesen, daß ein nicht quadratisch aufgebautes Via-Array keinen Vorteil besitzt gegenüber einem quadratischem, da die erste Resonanz bzw. Grenzfrequenz f_{Grenz} immer von dem größten Via-Abstand p_{max} bestimmt wird, der kleinere hat

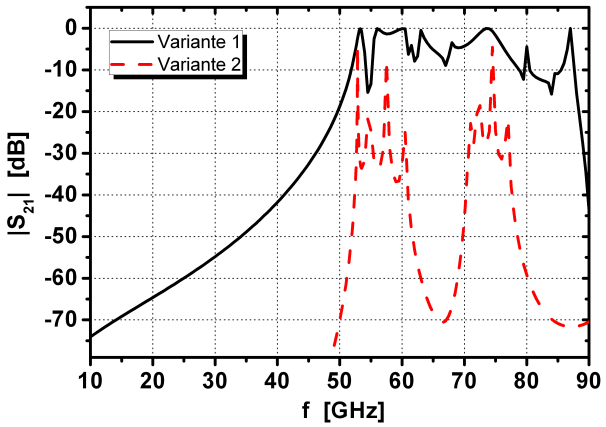

Abbildung 4.5: Ergebnis der simulierten Struktur aus Abb. 4.4.

hingegen keinerlei Einfluß darauf. Für den Entwurf ergibt sich daher die Forderung, den größten Abstand p_{max} so zu wählen, daß f_{Grenz} oberhalb der höchsten vorkommenden Signalfrequenz der Schaltung auf dem Modul liegt. Für die folgenden Betrachtungen reicht es daher aus, lediglich den quadratischen Aufbau zu untersuchen, um eine geschlossene Beschreibung von f_{Grenz} zu entwickeln.

4.2 Das *quadratische 2D-Modell*

Im folgenden wird das Via-Array mit gleichem Abstand der Vias in x- und y-Richtung behandelt. Dieses *quadratische 2D-Modell* wird durch Gleichsetzen der Via-Abstände $p_x = p_y$ in der Beschreibung des *allgemeinen 2D-Modells* aus dem vorherigen Kapitel gewonnen.

Für das *quadratische 2D-Modell* eines quadratisch aufgebauten Via-Arrays gilt somit zusätzlich zu den Gleichheiten aus Reziprozität und der Symmetrie Gln. 4.2ff. von S. 60

$$\begin{aligned} S_{22} &= S_{11} \\ S_{24} &= S_{13} \end{aligned} \tag{4.14}$$

was aus Abb. 4.2 sofort ersichtlich wird. Die Reflexion ist für beide Zweige identisch und für die Transmission von Tor 2 nach 1 gilt das Gleiche wie für die Transmission von Tor 3 nach 1. Daraus folgt für die Abkürzungen Gl. 4.9

$$c = b \tag{4.15}$$

und somit wird aus der Eigenwertgl. 4.10 des *allgemeinen 2D-Modells* die EWGl. des *quadratischen 2D-Modells*

$$-4a \cos D_x \cdot \cos D_y + 2b \cdot \cos D_x + 2b \cdot \cos D_y + d = 0. \tag{4.16}$$

Die Eigenwertgleichung des *quadratischen 2D-Modells* ergibt sich für beliebige Elementarzellen (EZ) des Vias zu

$$\boxed{-\frac{2a}{b}\cos D_x \cdot \cos D_y + \cos D_x + \cos D_y + \frac{d}{2b} = 0}. \tag{4.17}$$

Gl. 4.17 beschreibt nun das quadratische Via-Array. Wie später anhand eines Beispiels gezeigt (Gl. B.10 auf S. 118) wird der Faktor a für bestimmte ESBs mit dem Einsetzen der EZ des Via-Arrays gleich Null und der $\cos \cdot \cos$-Term fällt dann weg. Eine Skizze der Funktion des Modells ist in Abb. B.3 zu sehen.

Für die beiden Fälle aus Gl. 4.13 des *allgemeinen 2D-Modells* zur Bestimmung der Grenzfrequenz f_{Grenz} folgt für das *quadratische 2D-Modell*

$$\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad D_y \equiv 0: \quad \left(1 - 2\frac{a}{b}\right) \cdot \cos D_x + 1 + \frac{d}{2b} = 0 \\ &\text{und} \\ &\text{Fall 2:} \quad D_x \equiv 0: \quad \left(1 - 2\frac{a}{b}\right) \cdot \cos D_y + 1 + \frac{d}{2b} = 0. \end{aligned} \tag{4.18}$$

Beide Fälle des *quadratischen 2D-Modells* haben jeweils das gleiche Ergebnis, wie zu erwarten war. Die Unterscheidung nach D_x, D_y ist somit nicht mehr notwendig, da sich die Welle gleich ausbreiten wird. Das Via-Array ist in den Richtungen x und y identisch aufgebaut und somit ist eine unterschiedliche Ausbreitungskonstante für jeweils D_x und D_y nicht zu erwarten. Der Einfachheit halber wird als Ausbreitungskonstante D_x in den folgenden Betrachtungen weiter verwendet.

4.3 Reduzierung auf Via-Kette: das *1D-Modell*

Die bisherigen Modelle des Via-Arrays sind immer davon ausgegangen, daß sich eine in das Array eingestreute elektromagnetische Welle in beide Richtungen, x und y, ausbreiten kann und dies auch entsprechend berücksichtigt. Es ist aber auch der Fall denkbar, daß sich die Welle lediglich in eine Richtung ausbreitet und somit das Via-Array als Kette von Vias in einer Reihe darstellbar ist. Der Ansatz geht in dem Fall von einem Zweitor aus, verwendet aber für die Beschreibung des Vias das Modell aus Kap. 3.1 ab S. 23ff. Im folgenden wird dieses Modell entwickelt, eine unendliche Ausdehnung mit Hilfe des Theorems von Floquet nachgebildet und die Grenzfrequenz f_{Grenz} bestimmt. Am Schluß wird das so erhaltene Ergebnis mit dem aus Kap. 4.2 verglichen und diskutiert.

4.3.1 Definition der Elementarzelle der Via-Kette

Die Elementarzelle soll neben dem bereits bekannten ESB des Vias aus Kap. 3.1 auch die Verbindung von Via zu Via in Ausbreitungsrichtung beinhalten. Im vorliegenden Fall ist dies eine Parallelplatten-Leitung (PPL), die die Länge p besitzt

und als verlustfrei angenommen wird. Somit kann die PPL mit dem Wellenwiderstand Z_{PPL} und der Ausbreitungskonstante β_{PPL} beschrieben werden, wie bereits in Abb. 3.3 auf S. 24 dargestellt. Diese Zweitor-Schaltung wird nun im folgenden in einer Matrixform analytisch dargestellt. Bei der Festlegung der Einheitszelle ist es unerheblich, ob die Leitung an einem Tor des ESBs angehängt wird oder auf beide Tore aufgeteilt wird. Wichtig ist nur, dass die Schnittebenen äquidistant bleiben [22].

4.3.2 Herleitung der benötigten Wellenkettenmatrizen

Die Berechnung der [T]-Matrix des Ersatzschaltbildes Abb. 3.3 erfolgt mit den S-Parametern des ESBs aus Kap. 3.1.2 (S. 26) und der Umrechungsvorschrift aus [43]. Sie lauten

$$\begin{aligned}
T_{11} &= \frac{1}{S_{21}} = \frac{1}{S_{12}} = \frac{D}{2j\omega L_2 Z_0} \\
T_{12} &= -\frac{S_{22}}{S_{21}} = -\frac{S_{11}}{S_{21}} = -T_{21} \\
&= -\frac{2L_1L_2\omega^2 - Z_0^2 r - \omega^2 L_1^2 r^2}{2j\omega L_2 Z_0} \\
T_{22} &= -\frac{det[S]}{S_{21}} = -\frac{D}{2j\omega L_2 Z_0} \cdot det[S] \\
&= \frac{-(2L_1L_2\omega^2 - Z_0^2 r - \omega^2 L_1^2 r^2)^2 - 4\omega^2 L_2^2 Z_0^2}{2j\omega L_2 Z_0 \cdot D}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Dabei gilt für die frei gewählte Abkürzung D

$$D = -2\omega^2 L_1 L_2 + Z_0^2 r - \omega^2 L_1^2 r^2 + j(L_2 + L_1 r) Z_0 \omega \tag{4.20}$$

und für r

$$r = 1 - \omega^2 L_2 C_1. \tag{4.21}$$

Somit ist das ESB des Vias in die Kettenmatrix [T] umgerechnet worden. Im folgenden wird aber weiterhin T_{11} etc. geschrieben, um die Rechenwege übersichtlicher zu halten.

Um nun die Matrix für die Elementarzelle Abb. 3.3 zu erhalten, muß die als ideal angenommene Parallelplatten-Leitung in die Kettenmatrix gebracht und mit $[T_{\mathrm{ESB}}]$ multipliziert werden. Die Matrix $[T_{\mathrm{Leitung}}]$ lautet nach Gl. A.9 (S. 114)

$$[\underline{T}_{\mathrm{Leitung}}] = \begin{pmatrix} e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} & 0 \\ 0 & e^{+j\beta_{\mathrm{PPL}}p} \end{pmatrix} \tag{4.22}$$

Somit heißt nun die Kettenmatrix für die Elementarzelle Abb. 3.3

$$[\underline{T}_{\mathrm{EZ}}] = \begin{pmatrix} T_{11}e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} & T_{12}e^{j\beta_{\mathrm{PPL}}p} \\ -T_{21}e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} & T_{22}e^{j\beta_{\mathrm{PPL}}p} \end{pmatrix} \tag{4.23}$$

Mit Gl. 4.23 kann nun eine entsprechende Via-Kette mit gleichen Abständen in x-Richtung modelliert werden, wenn nur wenige Vias zu berücksichtigen sind. Um viele Vias nachzubilden wird im nächsten Abschnitt der Schritt zur unendlich ausgedehnten Via-Kette durchgeführt.

4.3.3 Übergang zur unendlich ausgedehnten Via-Kette

Um den Fall einer unendlich langen Viakette berechnen zu können, wird auf das Theorem von Floquet zurückgegriffen [23], um die periodische Struktur zu beschreiben. Das Theorem selbst beschreibt die Wellenausbreitung in periodischen Strukturen, wie in Kap. 2.2.2 auf S. 12 bereits ausgeführt wurde. Hier soll nur das Resultat wiedergegeben werden.

Die charakteristische Eigenwertgleichung läßt sich sofort anschreiben:

$$([\underline{T}_{EZ}] - \lambda[\underline{I}])\,\overrightarrow{x} = 0 \tag{4.24}$$

Die Eigenwerte λ_n der (2,2)-Matrix lassen sich in diesem Fall mit der Determinante der resultierenden $[\underline{T}_{\mathrm{EZ}}]$-Matrix berechnen.

Für die einzelnen Teile der Eigenwertgleichung gilt nun

$$\det[T_{EZ} - \lambda I] = \lambda^2 + \underbrace{(-T_{11}e^{-j\beta_{\mathrm{PPL}}p} - T_{22}e^{j\beta_{\mathrm{PPL}}p})}_{C}\lambda + \underbrace{T_{12}^2 + T_{11}T_{22}}_{E} \tag{4.25}$$

Für E ergibt sich nach Einsetzen des ESBs $E = 1$. Somit lautet die Eigenwertgleichung

$$\lambda^2 + C\lambda + 1 = 0 \tag{4.26}$$

Für diese quadratische Gleichung gilt als Lösung

$$\lambda_{1/2} = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4}}{2} \tag{4.27}$$

Nun ist das Ergebnis der Eigenwertgleichung Gl. 4.24 gleichzusetzen mit der Ausbreitungskonstante der gesamten, sich periodisch wiederholenden Elementarzelle

$$\lambda_{1,2} = e^{-jkp} \tag{4.28}$$

4.3.4 Bestimmung der Grenzfrequenz

Dabei muß beachtet werden, daß sich nur bei einer reellen Ausbreitungskonstante k eine Welle ausbreiten kann. Ist k imaginär, so findet keine Ausbeitung statt. Da sich unterhalb der gesuchten Grenzfrequenz keine Welle im Via-Array ausbreitet, weil das Via-Array als Kurzschluss der beiden Masseflächen agiert und erst bei der

Grenzfrequenz Durchlassverhalten aufweist, gilt bei der gesuchten Grenzfrequenz f_{Grenz}

$$k = 0 \tag{4.29}$$

und somit gilt für die Exponential-Funktion an dieser Stelle

$$e^0 = 1 \tag{4.30}$$

für alle sich ergebenden Eigenwerte der Matrix. Damit ergibt sich

$$\lambda_{1/2} = 1 = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4}}{2} \tag{4.31}$$

was zu den beiden möglichen Lösungen der quadratischen Gleichung

$$\begin{array}{cc} -C + \sqrt{C^2 - 4} = 2 & -C - \sqrt{C^2 - 4} = 2 \\ C = -2 & C = -2 \end{array} \tag{4.32}$$

und somit tatsächlich für beide auf einen reellen Wert, $C = -2$, führt. Somit gilt nun nach Umrechnung der Exponentialfunktionen in trigonometrische [34]

$$(T_{11} + T_{22}) \cos \beta_{\mathrm{PPL}} p + (T_{22} - T_{11}) j \sin \beta_{\mathrm{PPL}} p = 2 \tag{4.33}$$

Für die Klammerterme vor den trigonometrischen Funktionen kann man nun die Werte der Via-Matrix $[T_{\mathrm{ESB}}]$ einsetzen. Somit erhält man die Bestimmungsgleichung der ersten Resonanzfrequenz

$$2 + \frac{d}{2b} = 0. \tag{4.34}$$

Diese Gleichung ist identisch mit Gl. B.13, was auch so sein muss, da sich für $D_x = 0$ aus dem quadratischen Array das 1D-Array ergibt.

Für die Ausbreitungskonstante β in der PPL wird nur der Grundmode berücksichtigt, da wie in Kap. A auf S. 113 dargestellt höhere Moden sich nicht ausbreiten werden.

4.4 Vergleich der Modelle mit Ergebnissen

In diesem Kapitel werden die in den vorherigen Abschnitten vorgestellten Modelle anhand einiger Strukturen miteinander verglichen und diskutiert. Die Simulationsergebnisse stammen von zwei verschiedenen Tools, zum einen die institutseigene FDFD-Software F3D und Microwave Studio der Fa. CST, wie bereits in Kap. 2.1.1 auf S. 8ff. vorgestellt.

4.4.1 Einfluß des Abstands p auf die Grenzfrequenz

In diesem Abschnitt soll der Einfluß des Via-Abstandes bzw. Pitch p auf die Grenzfrequenz f_{Grenz} eines Via-Arrays herausgearbeitet werden. Abb. 4.6 zeigt beispielhaft die Grenzfrequenz bei Variation des Pitches bei festen Maßen für den Via-Durchmesser $d = 140\mu$m, $h = 270\mu$m und $\varepsilon_r = 8$. Die Grenzfrequenz wird mit dem in Kap. 4.2 vorgestellten Modell bestimmt.

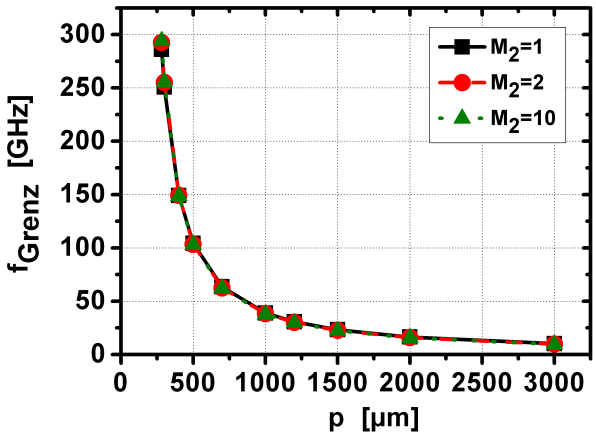

Abbildung 4.6: Variation des Pitches p bei $d = 140$ μm, $h = 270$ μm, $\varepsilon_r = 8$ von $p = 300$ μm bis 3000 μm. Das einzelne Via wurde dabei mit einer Modenanzahl M_2 von 1, 2 und 10 berechnet. Die Auswirkung auf die Grenzfrequenz ist dabei vernachlässigbar.

Die Grenzfrequenz f_{Grenz} geht bei $p \to 2d = 280$ μm gegen Unendlich, da dann ein geschlossener Metallblock statt Vias für den Kurzschluss sorgt. Mit wachsendem Pitch fällt die Grenzfrequenz exponentiell ab und wird für $p \to \infty$ gegen Null streben. Das Via in dem Modell wurde mit drei verschiedenen Modenanzahl M_2 berechnet, die Differenz von f_{grenz} zwischen $M_2 = 1$ und $M_2 = 10$ ist dabei kleiner 3%. Somit kann tatsächlich, wie bereits in Kap. 3.3.3 auf S. 45ff. behauptet, die Berechnung des einzelnen Vias mit $M_2 = 1$ durchgeführt werden ohne allzu große Abweichungen zu erhalten.

Als weiteres Beispiel dient ein Via-Array auf GaAs, dessen Ergebnisse in Abb. 4.7 zu sehen sind. Dabei ist das Standard-Maß des Vias $d = 60\mu$m, das abgedünnte GaAs-Substrat hat die Höhe $h = 100\mu$m und $\varepsilon_r = 12,9$. In Abb. 4.7 ist auch den Verlauf der Orthogonalentwicklung mit $M_2 = 0$ nach einer Veröffentlichung von Yuasa et al. [40] eingezeichnet, in der M_1 fest nur den Grundmode der PPL und M_2 fünf höhere Moden berücksichtigt, was in unserem Fall zu einer Abweichung von 29,1% bis zu 44% gegenüber den Ergebnissen der MWS-Simulation führt. Somit kann eine derartige Vereinfachung nicht nachvollzogen werden, der

Fall $M_2 = 1$ führt hingegen zu Abweichungen von 0,37% bis zu 3,5%, die durchaus tolerabel sind. Die Orthogonalentwicklung führt hierbei noch auf ein handhabbares Gleichungssystem, wobei eine Implementation in einer beliebigen Sprache auch bei $M_2 = 10$ keine Schwierigkeiten bergen sollte.

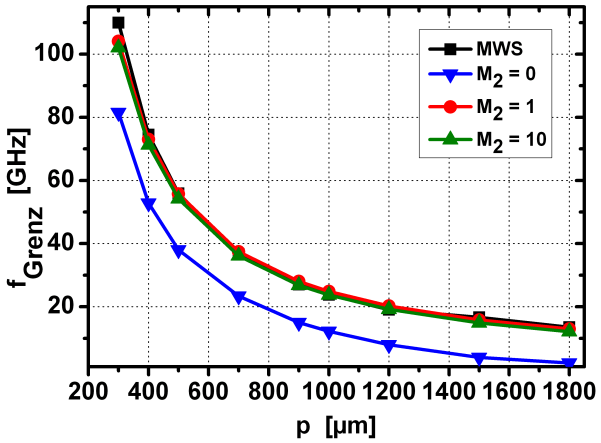

Abbildung 4.7: Variation des Pitches p bei $d = 60\mu$m, $h = 100\mu$m, $\varepsilon_r = 12,9$ von $p = 300\mu$m bis 1800 μm. Die Via-Berechnung erfolgte mit $M_2 = 1$ und 10 mit MATHEMATICA, die Simulation mit MWS.

Der Verlauf von f_{Grenz} gegenüber von p zeigt eine sehr starke Abhängigkeit, speziell bei Via-Abständen kleiner 700μm hat jede Änderung einen enormen Einfluß auf die Grenzfrequenz. Der Entwickler muss deshalb diesen Parameter besondere Aufmerksamkeit schenken, vor allem, da der Via-Abstand in weiten Grenzen gesetzt werden kann. Dies eröffnet eine schnelle Optimierung, indem der Abstand passend zu der höchsten Signalfrequenz gewählt wird. Als Vergleich der drei verschiedenen Varianten, die Grenzfrequenz zu bestimmen, sind die Ergebnisse in Abb. 4.8 gezeigt.

Für die Simulation in ADS wurden 5 Vias mit dem ESB verwendet, die ESB-Elemente wurden mit Gl. 3.42 von S. 45 und $M_2 = 10$ bestimmt. Für die Simulation in MWS wurde ebenfalls ein Via-Array mit 5x5 Vias verwendet, diese beiden Simulationen berücksichtigen also nur ein endliches Via-Array. Die Berechnung mit Gl. B.15 von S. 120 hingegen verwendet durch die Herleitung mit dem FLOQUET-Theorem ein unendlich ausgedehntes Via-Array. Damit lassen sich die Abweichungen der beiden endlichen zu dem unendlichen Via-Array in der Grenzfrequenz erklären, denn je mehr Vias in dem Via-Array berücksichtigt werden, desto breiter wird die Bandbreite des Bandpasses und somit verändert sich auch die erste Resonanz, die Grenzfrequenz f_{Grenz} [44].

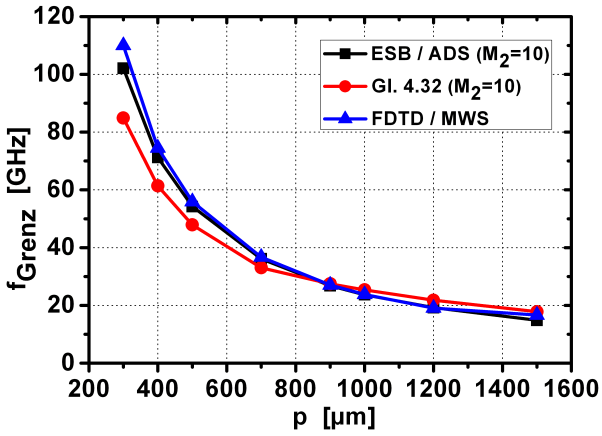

Abbildung 4.8: Variation des Pitches p bei $d = 60\mu$m, $h = 100\mu$m, $\varepsilon_r = 12,9$ von $p = 300\mu$m bis 1500 μm. Die Via-Berechnung erfolgte mit dem ESB in ADS, Gl. B.15 von S. 120 mit MATHEMATICA und die Simulation mit MWS.

4.4.2 Einfluß des Via-Durchmessers d

Wie im vorherigen Abschnitt wird hier nun der Einfluß des Via-Durchmessers d mit Hilfe der geschlossenen Formulierung der Grenzfrequenz diskutiert. Da der Unterschied zwischen den Simulationen in MWS und ADS einerseits und Gl. B.15 von S. 120 andererseits schon im vorherigen Abschnitt besprochen wurde, wird im weiteren Verlauf auf diesen Vergleich verzichtet und nur die Ergebnisse von Gl. B.15 gezeigt.

Nachdem der Einfluß des Via-Durchmessers auf die Bauelemente des ESBs bereits in Kap. 3.4 auf S. 52ff. gezeigt und d als wichtiger Parameter herausgestellt wurde, ist nun in Abb. 4.9 die Abhängigkeit der Grenzfrequenz von d zu sehen. Es wurden vier verschiedene Via-Arrays berechnet, einmal mit LTCC-Substrat ($\varepsilon_r = 8$) und Via-Pitch $p = 700\mu$m und 1000μm und GaAs ($\varepsilon_r = 12,9$) mit ebenfalls 700 und 1000μm Pitch. Alle vier Kurven zeigen prinzipiell das gleiche Verhalten. Für $d = 1\mu$m wird die niedrigste Grenzfrequenz f_{Grenz} erzielt, das sehr schmale Via besitzt wie schon in Abb. 3.23 auf S. 54 gezeigt eine sehr hohe Induktivität L_2 und gleichzeitig eine gegen Null strebende Kapazität C_1 (Abb. 3.25 auf S. 55) und Längsinduktivität L_1 (Abb. 3.21 auf S. 52). Mit größer werdendem Durchmesser steigt auch die Grenzfrequenz an, da sich die Induktivität L_2 verringert und C_1 ansteigt. Die Steigung ist dabei abhängig von dem Pitch und ε_r und geht in ein exponentielles Wachstum über, sobald der Durchmesser ungefähr 1/3 des Pitches erreicht hat (bei $p = 1000\mu$m ab ca. 350μm, bei $p = 700\mu$m ab ca. 240μm) und strebt gegen Unendlich, wenn $d = p$ gilt. Dann wird aus dem Via-Array ein Metallblock, der naturgemäß keine Grenzfrequenz mehr besitzt.

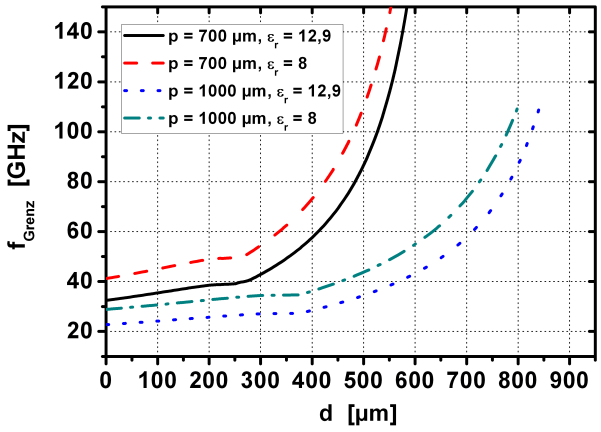

Abbildung 4.9: Variation des Via-Durchmessers d bei $p = 700\mu$m, $p = 1000\mu$m, $\varepsilon_r = 12,9$ und $\varepsilon_r = 8$ von $d = 1\mu$m bis jeweils 100μm unterhalb von p. Die Via-Berechnung erfolgte mit Gl. B.15 von S. 120 mit MATHEMATICA.

Aus technologischen Gründen wird meist nur ein Pitch zu Durchmesser-Verhältnis von 2:1 möglich sein, d.h. für $p = 700\mu$m wird der maximal realisierbare Durchmesser weniger als 350μm betragen, meist sogar noch weniger. In GaAs wird wegen des Plasma-Ätzen oftmals nur ein Durchmesser von maximal 100μm realisiert, denn je länger geätzt werden muss, desto stabiler muss die Lackmaske zum Schutz des restlichen GaAs sein, was nur bis zu einem bestimmten Grad möglich ist [45]. Hinzu kommt der nicht unerhebliche Zeitaufwand für den Ätzvorgang selbst, 1-2μm/min werden maximal erreicht. Hier muss dann ein Kompromiss geschlossen werden zwischen maximalem Via-Durchmesser, dem minimalen Pitch und den Anforderungen der verwendeten Technologie bzw. Substrates.

4.4.3 Einfluß des Substrats auf die Grenzfrequenz

Der Einfluß der Substratdicke h, die auch gleichzeitig der Via-Höhe bzw. Via-Länge entspricht, und der Dielektrizitätskonstante ε_r des Substrats auf die Grenzfrequenz werden im folgenden näher betrachtet. In Kap. 3.4 auf S. 52ff. wurden die einzelnen Bauelemente des ESBs in Abhängigkeit von h und ε_r bereits betrachtet und auf S. 56 zusammengefasst. Die beiden Induktivitäten des ESBs L_1 und L_2 ändern sich dabei proportional zu h und unabhängig von ε_r, die Kapazität C_1 hingegen ist proportional zu ε_r und $1/h$.

Abb. 4.10 zeigt die Variation der Substrathöhe h und die sich ergebende Grenzfrequenz f_{Grenz}. Für beide Via-Pitches p von 700 und 1000μm hat die Substrathöhe h keinen Einfluß auf die Grenzfrequenz. Es stellt sich die für den jeweiligen Pitch typische Grenzfrequenz ein, die auch im weiteren Verlauf von h sich nicht mehr ändert. Dieses Verhalten kann auch bei anderen Strukturen beobachtet werden.

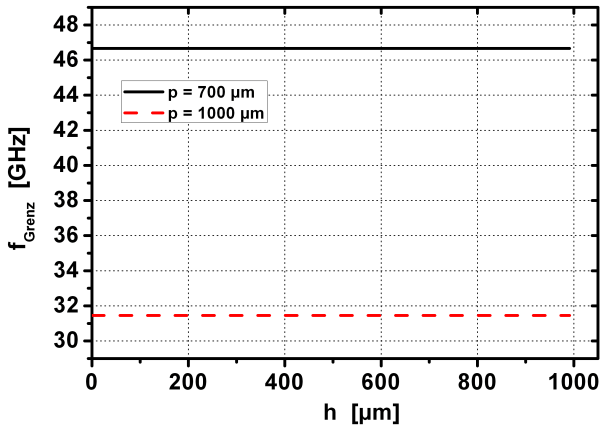

Abbildung 4.10: Variation der Substrathöhe h bei $p = 700\mu$m und $p = 1000\mu$m von $h = 1\mu$m bis 1000μm. Die Via-Berechnung erfolgte mit Gl. B.15 von S. 120 mit MATHEMATICA.

Somit werden die auf S. 56 bereits zusammengefassten Abhängigkeiten der ESB-Bauelemente durch Abb. 4.10 bestätigt, die $1/h$-Abhängigkeit von C_1 und die h-Abhängigkeit der Induktivitäten heben sich exakt auf. Dadurch bleibt die Grenzfrequenz konstant, was für den Entwickler letztenendes bedeutet, dass die Substrathöhe bei den Überlegungen zur Einsetzbarkeit des Via-Arrays bei einer Signalfrequenz keine direkte Rolle spielt.

Bei der Permittivität ε_r des Substrates wird sich keine derartige Unabhängigkeit einstellen, Abb. 4.11 zeigt die sich jeweils einstellende Grenzfrequenz.

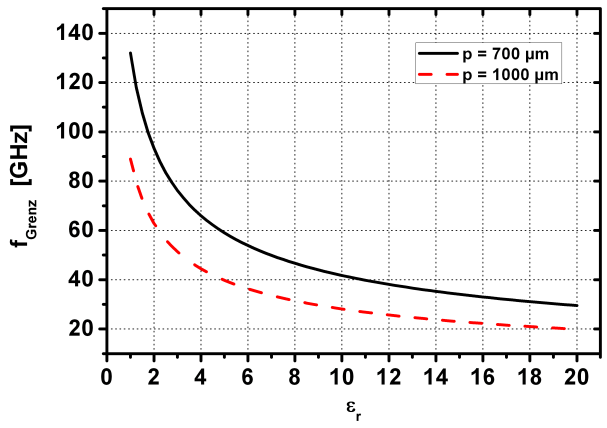

Abbildung 4.11: Variation der Substrat-Permittivität ε_r bei $p = 700\mu$m und $p = 1000\mu$m von $\varepsilon_r = 1$ bis 20. Die Via-Berechnung erfolgte mit Gl. B.15 von S. 120 mit MATHEMATICA.

Für steigende Permittivität sinkt die Grenzfrequenz exponentiell ab, die Kurve kann sogar direkt mit

$$f_{Grenz}(\varepsilon_r) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot f_{Grenz}(\varepsilon_r = 1) \tag{4.35}$$

bestimmt werden. Der Fehler ist dabei kleiner als 0,1 %, somit wird die Abhängigkeit der Grenzfrequenz von der Permittivität mit einer äußerst einfachen Formel beschrieben, die sich aus Gl. B.15 von S. 120 und der analytischen Beschreibung des Vias nur mühselig aber ebenso gewinnen läßt.

4.4.4 Schlußfolgerungen

Im folgenden sollen die bisher gewonnenen Erkenntnisse nochmals zusammengefaßt und daraus entsprechende Anleitungen für den Entwurf von Via-Arrays gewonnen werden.

Der entscheidende Geometrie-Parameter für die Grenzfrequenz f_{Grenz} ist der Pitch p. Je kleiner p gewählt wird, desto höher ist die sich einstellende Grenzfrequenz des Via-Arrays und somit umso höher die mögliche Signalfrequenz der Schaltung, die ihren Massekontakt über das Via-Array erhält. Der minimale Pitch p wird aber oftmals durch die zu verwendende Technologie begrenzt, der Wechsel auf eine andere Technologie ist oftmals verbunden mit höheren Kosten. Zudem erhöht sich mit sinkendem Pitch automatisch die Gesamt-Anzahl der Vias, was über die somit sinkende Zuverlässigkeit des gesamten Via-Arrays aufgrund von Defekten in der Kontaktierung zu höheren Kosten führt. Der Entwickler muss diese zueinander widerstrebenden Parameter für seinen Fall optimieren, wozu die vorliegende Arbeit einen Beitrag leisten soll.

Der Via-Durchmesser d beeinflußt die Grenzfrequenz ebenfalls, ist aber durch den Pitch p und die zu berücksichtigenden Design-Regeln der verwendeten Technologie begrenzt. Je größer der Durchmesser desto höher die resultierende Grenzfrequenz, damit wird ein möglichst großer Via-Durchmesser erstrebenswert.

Das Träger-Substrat, das über seine Via-Array den Massekontakt herstellt, ist mit entscheidend für die Höhe der Grenzfrequenz. Vor allem die Permittivität ε_r ist bestimmend für die Grenzfrequenz, Gl. 4.35 zeigt näherungsweise den Verlauf an. Durch die Wahl eines geeigneten Substrats kann somit schon grundlegend über die ungefähre Höhe der Grenzfrequenz entschieden werden, was eine möglichst frühzeitige Bestimmung von f_{Grenz} notwendig macht und mit der vorliegenden Arbeit erstmals auch möglich wird.

Die Substratdicke h hat keinen direkten Einfluß auf die Grenzfrequenz, daher kann über diesen Parameter nach anderen Gesichtspunkten verfügt werden, die Funktionsweise des Via-Arrays bezüglich f_{Grenz} wird nicht berührt.

Abschließend kann folgende Vorgehensweise für den Entwickler von Aufbauten im mm-Wellen-Bereich empfohlen werden:

1. Festlegen des Substrates und somit von ε_r. Die Grenzfrequenz kann dann bereits mit Gl. 4.35 erstmalig abgeschätzt werden

2. Berechnen der Grenzfrequenz in Abhängigkeit vom möglichen Via-Pitch p mit Gl. B.15 von S. 120

3. Abschließend wird der Via-Durchmesser d nach Maßgabe der Technologie so groß wie möglich festgelegt und die endgültige f_{Grenz} nach Gl. B.15 berechnet

4. Die Substratdicke h kann dann nach mechanischen o.ä. Gesichtspunkten festgelegt werden, wenn nicht durch Schaltungsdesign bereits vorgegeben ist (wie z.B. bei Verwendung von Microstrip-Leitungen)

Kapitel 5

Randeffekte

In der Praxis unterliegt der Einsatz von Via-Arrays in Multilayer-Schaltungen bestimmten technologie-bedingten Beschränkungen. Je nach Substratmaterial sind unterschiedliche Design-Regeln der jeweiligen Technologie einzuhalten und diese können wiederum Auswirkungen auf die elektromagnetischen Eigenschaften bzw. die Grenzfrequenz des Aufbaus haben. Neben den bereits diskutierten Parametern Via-Durchmesser d und Via-Pitch (Abstand zwischen zwei Vias) p, können die Vias wie in Abb. 5.1 dargestellt beispielsweise aus einsichtigen Gründen nicht bis ganz an den Rand des Substrates gesetzt werden. Ebenfalls ragt die Metallisierung in der Praxis über das Via hinaus und dieser Abstand zwischen der Kante des letzten Vias und dem Rand der überstehenden Metallisierung wird in dieser Arbeit als Rand r bezeichnet.

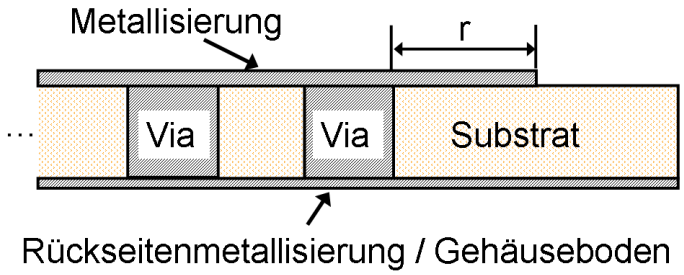

Abbildung 5.1: Skizze zur Veranschaulichung des Randes r. Dieser ist durch den Abstand zwischen der letzten Via-Kante und dem Rand der überstehenden Metallisierung definiert.

Durch diesen Rand r kann eine Wellenausbreitung ermöglicht werden, die durch ein Übersprechen von einem Tor zum anderen das Funktionieren der Schaltung ernsthaft gefährdet und deshalb entsprechend bereits im Schaltungsentwurf berücksichtigt werden muss. Aus diesem Grund wird diese Problematik, hier Randeffekt genannt, in den folgenden Abschnitten zuerst mit Hilfe von 3D-em-Simulationen untersucht, um ihre prinzipielle Auswirkung auf die Schaltung aufzuzeigen. An-

schließend werden zwei analytische Modelle entwickelt, um die so entstehende Resonanzfrequenz f_{Rand} mit einer geschlossenen Formulierung abzuschätzen. Ihre Genauigkeiten werden dann miteinander verglichen und ihre Grenzen diskutiert. Abschließend wird dieser Randeffekt anhand eines Beispiel-Layouts experimentell untersucht und die Resonanzfrequenz f_{Rand} der Struktur aus Messung und analytischer Rechnung miteinander verglichen.

5.1 Auswirkung auf die Schaltung

Um die Auswirkung des Randeffektes auf die Schaltung analysieren zu können, wird im folgenden die in Abb. 5.2 dargestellte Anordnung verwendet. Eine Microstrip-Leitung wird durch fünf in Reihe positionierte Vias gegen Masse kurzgeschlossen, was der Via-Kette aus Kap. 4.3 auf S. 67ff. gleicht. Der Abstand von der Kante des Vias zum Rand der Metallisierung ist r und die Vias zueinander haben einen Abstand p. Der Via-Durchmesser d beträgt 60 μm, ist hier jedoch nicht von Bedeutung, weil die Via-Kette aufgrund des kleinen Pitch von $p = 400$ μm näherungsweise als Wand aufgefaßt werden kann, denn die Grenzfrequenz f_{Grenz} dieser Struktur liegt oberhalb von 110 GHz. Da die Grenzfrequenz f_{Grenz} der Via-Kette sehr groß ist und außerhalb des Bereichs liegt, der für den Randeffekt von Bedeutung ist, dominiert somit prinzipiell der Randeffekt bei diesen Strukturen.

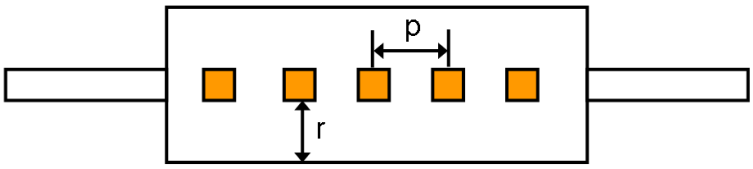

Abbildung 5.2: Für die Untersuchung des Randeffekts verwendeter Aufbau, bestehend aus einer Microstrip links und rechts, einer Leitung mit 5 Vias als Kurzschluss und einem Abstand zum Metallisierungsrand r hin. Um Effekte durch p zu unterdrücken, haben die Vias zueinander einen sehr kleinen Abstand p (hier: $p = 400$ μm).

Abb. 5.3 zeigt das sich einstellende $\vec{E}$-Feld entlang des Randes zwischen der Substratkante und der parallelen Via-Kette für $p = 400$ μm und $r = 200$ μm. Das $\vec{E}$-Feld wird durch verschieden große Pfeile dargestellt. Dabei werden die Feldstärke durch die Größe des Pfeiles und der Betrag der Feldstärke durch die Farben (siehe Legende) dargestellt. Der Aufbau ist gleich dem in Abb. 5.2, der Schnitt erfolgt in der Mitte des mittleren der fünf Kurzschluss-Vias und das Feld wurde bei der Resonanzfrequenz $f_{Rand} = 56$ GHz berechnet, siehe auch Abb. 5.5. Das Feldbild ähnelt auf den ersten Blick stark dem einer Microstrip, die Kurzschluss-Vias in der

Mitte der Leitung stören das $\vec{E}$-Feld am Rand kaum, lediglich die Feldstärke im Via-Bereich ist null, da es als PEC, d.h. verlustfrei leitend, definiert wurde und somit die Via-Kette parallel zum Rand der Metallisierung bei der betrachteten Frequenz einen guten Kurzschluss darstellt. In der Nähe der Via-Kette (Mitte) entspricht das Feld in erster Näherung dem des Rechteckhohlleiters (H_{10}-Welle). An der offenen Seite (links und rechts) hat das $\vec{E}$-Feld wie bereits angemerkt die Form des E-Feldes der Microstrip-Leitung. Das H-Feld hingegen hat die vom Rechteckhohlleiter bekannte reine x-z-Ausdehnung. Ohne Rand ist dieses Feldbild nicht zu beobachten, in dem Falle wirkt die Via-Kette bis zu f_{Grenz} als Kurzschluß.

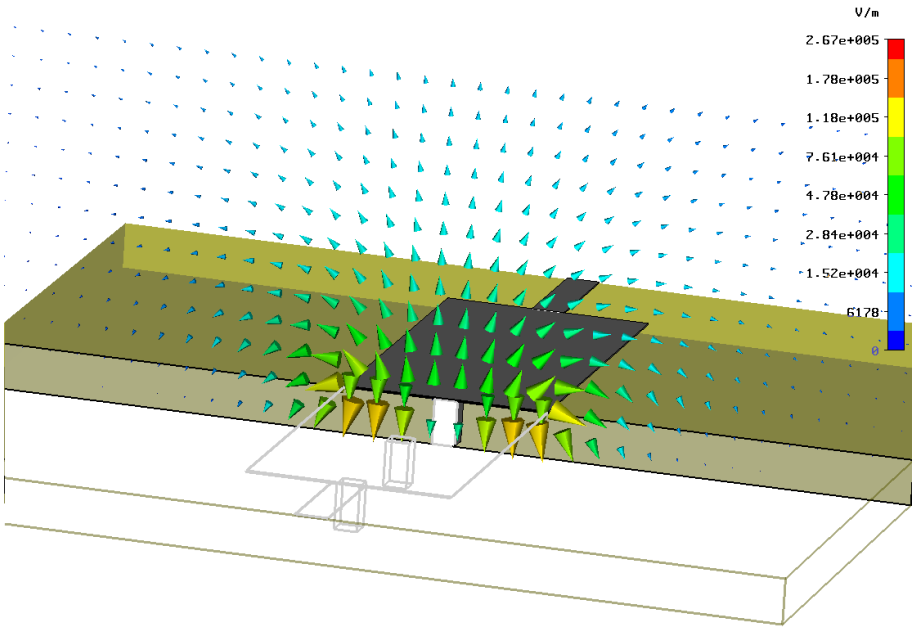

Abbildung 5.3: Feldbild des E-Feldes entlang des Randes der Metallisierung durch das Vorhandensein der parallelen Via-Kette für $r = 200$ μm und Höhe $h = 100$ μm bei der Resonanzfrequenz $f_{Rand} = 56$ GHz, siehe auch Abb. 5.5.

In Abb. 5.4 sind die Äquipotentiallinien des $\vec{E}$-Feldes bei $f_{Rand} = 56$ GHz für die Ausbreitung einer Welle beispielhaft aufgetragen. Beginnend von links oben wird die Phase von 0 bis 180 Grad schrittweise erhöht, die Einspeisung erfolgt von der vorne liegende Microstrip, die nur schematisch eingezeichnet ist. Der Schnitt durch das Substrat erfolgte knapp unterhalb der oberen Oberfläche, deshalb sind alle Metallisierungen nur in grau angedeutet. Die Vias selbst sind natürlich feldfrei, ab dem dritten Bild sieht man in rot, wie sich eine Welle von vorn nach hinten den Rand entlang fortpflanzt. Das Feldmaximum entsteht unterhalb des Randes und reicht nur leicht in die Räume zwischen den Vias hinein.

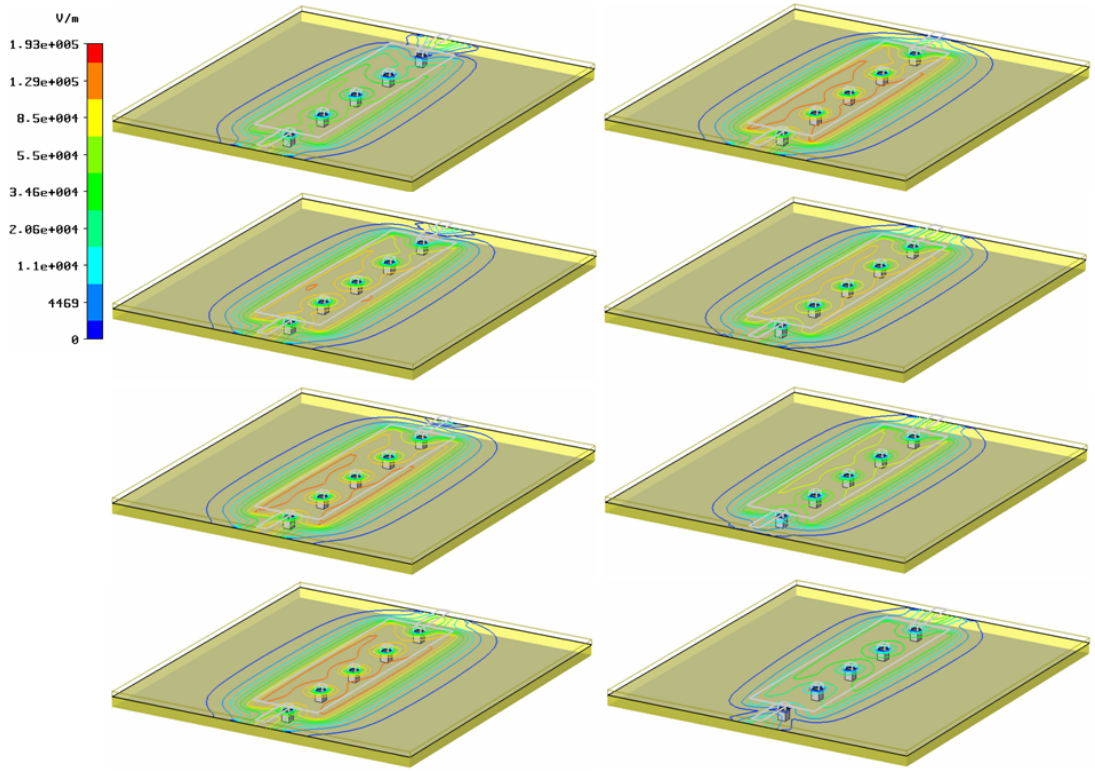

Abbildung 5.4: Wellenführung des E-Feldes entlang des Randes der Metallisierung durch das Vorhandensein der parallelen Via-Kette für $r = 200\ \mu$m, $h = 100\ \mu$m und $\varepsilon_r = 12,9$. Beginnend von links oben wird die Phase von 0 bis 180 Grad variiert.

Um nun diesen Randeffekt qualitativ analysieren zu können, wurden Simulationen durchgeführt, bei denen der Rand r variiert. Der Betrag der Reflexion $|S_{11}|$ in Abhängigkeit von der Frequenz ist exemplarisch in Abb. 5.5 für drei Werte für r aufgetragen. Bei $r = 0$ ist wie zu erwarten keine Resonanz zu sehen, der Via-Abstand $p = 400\ \mu$m sorgt im beobachteten Frequenzbereich für einen guten Kurzschluss und somit eine Reflexion von 0 dB. Bei einem Rand $r = 100\ \mu$m ist bei ca. 80 GHz ein starker Einbruch der Reflexion zu sehen, der darauf hinweist, daß sich die Via-Kette nicht mehr wie ein Kurzschluß auswirkt und somit der zu unterdrückende parasitäre Mode sich ausbreiten kann. Bei der Verdopplung des Randes auf $r = 200\ \mu$m sinkt die Resonanzfrequenz f_{Rand} auf ca. 58 GHz. Diese Werte machen deutlich, daß dem Abstand der Kurzschluss-Vias zum Rand hin beim Entwurf Beachtung geschenkt werden muss, da dadurch im praktisch relevanten Bereich unerwünschte Effekte hervorgerufen werden können.

In Abb. 5.6 ist die durch den Randeffekt hervorgerufene erste Resonanzfrequenz f_{Rand} in Abhängigkeit von r über einen größeren Bereich aufgetragen.

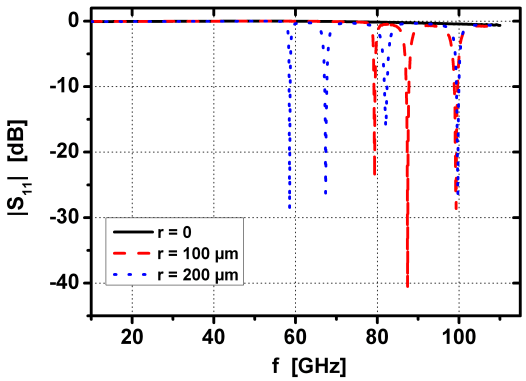

Abbildung 5.5: Betrag der Reflexion $|S_{11}|$ der Teststruktur aus Abb. 5.2. Die Vias zueinander haben den Abstand $p = 400\ \mu$m, das Substrat hat die Höhe $h = 100\ \mu$m und Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r = 12,9$ (GaAs). Der Durchmesser der Vias beträgt $d = 60\ \mu$m.

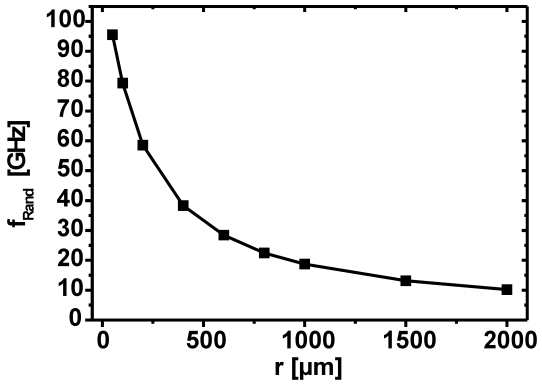

Abbildung 5.6: Die auftretenden Resonanzen in Abhängigkeit der Randbreite r. Zugrunde liegt die Teststruktur aus Abb. 5.2. Es ist die jeweils erste auftretende Resonanzfrequenz aufgetragen, bei $r = 0$ ist die Resonanz jenseits von 110 GHz.

Mit steigendem r sinkt die Resonanzfrequenz f_{Rand} exponentiell ab. Damit kann dieser Randeffekt schnell in den Bereich der Signalfrequenz wandern und dann wie bei den Via-Array-Strukturen durch Übersprechen die Funktion der Schaltung einschränken oder gar unmöglich machen. Speziell wenn auf dem Substrat sich am Eingang ein Vorverstärker mit hohem Verstärkungsfaktor und am Ausgang ein Leistungsverstärker befindet, kann dieses Übersprechen vom Ausgang zum Eingang hin das eigentliche Signal praktisch verschwinden lassen und bei richtiger Phasenlage sogar eine unerwünschte Oszillation anregen. Daher müssen der Randeffekt und die entsprechende Randfrequenz f_{Rand} beim Schaltungsentwurf berücksichtigt werden.

5.2 Modellierung des Randeffektes

Wie oben diskutiert, führt der Bereich zwischen Metallisierungskante und Via-Kette eine Welle, die aber eine untere Grenzfrequenz besitzt. Um diese unerwünschte Transmission der Welle möglichst zu unterdrücken, wird man immer versuchen, die Abmessung von r beim Design der Schaltung so zu wählen, dass die untere Grenzfrequenz hoch genug ist. Deshalb muss die Auswirkung des Randeffektes auf die Schaltung beim Design berücksichtigt werden. Dazu wäre eine geschlossene Formulierung für die aufgrund des Randeffektes entstehende Resonanzfrequenz f_{Rand} von Vorteil.

Im folgenden werden zwei Modelle vorgestellt, die die physikalischen Eigenschaften der Welle am Rand näherungsweise beschreiben und somit verwendet werden können, um die aufgrund des Randeffektes entstehende Resonanzfrequenz f_{Rand} abzuschätzen.

5.2.1 Die $\lambda/4$-Resonanz

Die erste und auch die einfachste Möglichkeit ist, diese Resonanzfrequenz f_{Rand} mit Hilfe der $\lambda/4$-Resonanzfrequenz abzuschätzen. In diesem Fall kann der Aufbau der Struktur in Abb. 5.2 wie folgt vereinfacht werden: die Via-Kette wird durch eine elektrisch leitende Wand ersetzt. Da die Leitungsgeometrie am Rand der Metallisierung in erster Näherung als offen und damit als magnetische Wand betrachtet werden kann, ergibt sich ein Rechteckhohlleiter mit elektrischer/magnetischer Randkonstellation, dessen Grenzfrequenz der $\lambda/4$-Resonanz entspricht. Man erhält also

$$\frac{\lambda_{\text{Substrat}}}{4} = \frac{c_0/\sqrt{\varepsilon_r}}{4 f_{Rand}} = r \tag{5.1}$$

mit c_0 als Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, ε_r als relativer Permittivität und r als Breite des Randes.

5.2.2 Das Bandleitungsmodell

Die genauere Möglichkeit, um die Resonanzfrequenz f_{Rand} abzuschätzen, ist die Verwendung des Bandleitungsmodells der Microstrip. Das Bandleitungsmodell wurde erstmals von Wolff et al. für die Berechnung von verschiedenen Microstrip-Diskontinuitäten eingesetzt [46].

Abb. 5.7 stellt das Prinzip des Bandleitungsmodells anschaulich dar. Das Bandleitungsmodell ersetzt eine Microstrip mit der Weite w durch eine homogene Bandleitung der Weite w_{eff} und schließt sie an den Seiten je mit einer magnetischen

Wand ab. Der Abstand der beiden Leiter ist identisch mit der Substratdicke bei der Microstrip h, das Dielektrikum mit ε_r wird durch eines mit $\varepsilon_{\mathrm{r,\,eff}}$ ersetzt. Durch die Einschließung der seitlichen Randstreuung der Felder muß die Weite w der Microstrip durch eine größere effektive Weite w_{eff} ersetzt werden.

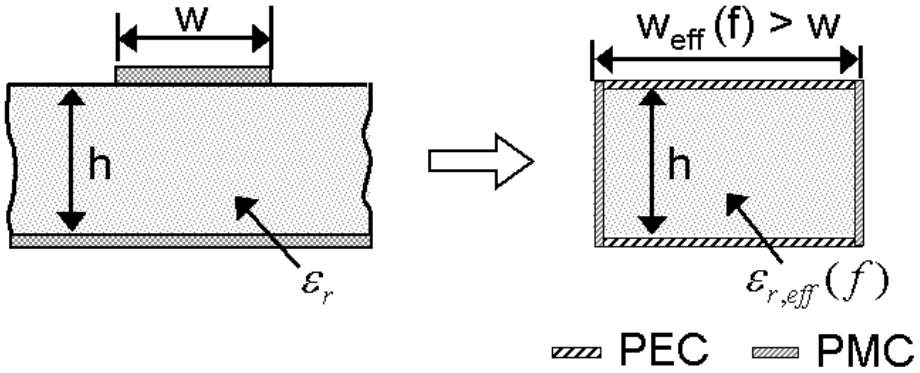

Abbildung 5.7: Links eine Microstrip mit den üblichen Parametern Weite w, Substrathöhe h und relative Permittivität ε_r. Rechts das entsprechende Bandleitungsmodell nach WOLFF mit den neuen Parametern w_{eff} und $\varepsilon_{\mathrm{r,\,eff}}$.

Die Parameter w_{eff} und $\varepsilon_{\mathrm{r,\,eff}}$ werden so dimensioniert, daß das Verhalten der realen Microstrip optimal angepaßt wird.

Dieses Modell kann in dem vorliegenden Fall zur Beschreibung des Randeffektes eingesetzt werden, da damit die Randverzerrungen der Felder besser als durch die Näherung der $\lambda/4$-Resonanz (Gl.5.1) beschrieben werden können. Man ersetzt dazu die physikalischen Werte r durch die effektive Weite w_{eff}, die die Randeffekte mit einbezieht: $w_{eff} = r + x_0$. Daraus ergibt sich für die erste Resonanzfrequenz f_{Rand}

$$f_{Rand} = \frac{c_0}{4 \cdot \sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{1}{r + x_0}. \tag{5.2}$$

wobei x_0 die von Microstrip-Leitungen her bekannte äquivalente Streifenleiterverbreiterung w_{eff} (siehe S. 162ff. in [47]), darstellt. Diese effektive Weite ist über das Bandleitungsmodell bestimmt:

$$w_{eff} = r + x_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{h}{Z_L \cdot \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} \tag{5.3}$$

mit der frequenzabhängigen, effektiven Permittivität $\varepsilon_{r,eff}$ nach KIRSCHNING UND JANSEN [48]

$$\varepsilon_{r,eff} = \varepsilon_r - \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{r,eff,stat}}{1 + P} \tag{5.4}$$

Der Faktor P wird dabei berechnet mit

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot ((0,1844 + P_3 \cdot P_4) \cdot 10f \cdot h)^{1,5763} \tag{5.5}$$

P_1 bis P_4 sind Hilfsgrößen, die durch rechnergestützte Verfahren an die numerischen Ergebnisse einer Hybridwellenanalyse angepaßt wurden. Die zugrunde liegende Dispersionsformel stammt von GETSINGER und wurde aus dem von ihm vorgestellten LSE-Wellen-Dispersionsmodell (longitudinal section electric modes) entwickelt [49].

$$\begin{aligned}
P_1 &= 0,27488 + \frac{w}{h}\left(0,6315 + \left(\frac{0,525}{(1+0,157fh)^{20}}\right)\right) - 0,065683\exp\left(-8,7513\frac{w}{h}\right) \\
P_2 &= 0,33622\left(1 - \exp\left(-0,03442\varepsilon_r\right)\right) \\
P_3 &= 0,0363\exp\left(-4,6\frac{w}{h}\right)\left(1 - \exp\left(-\left(\frac{fh}{3.87}\right)^{4.97}\right)\right) \\
P_4 &= 1 + 2,751\left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon_r}{15,916}\right)^{8}\right)\right)
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Die ebenfalls notwendige statische Permittivität $\varepsilon_{r,eff,stat}$ läßt sich aus einer modifizierten konformen Abbildung von WHEELER gewinnen [50].

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{r,eff,stat} &= \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \cdot \left(1 + \frac{10h}{w}\right)^{-a \cdot b} \\
a &= 1 + \frac{1}{49}\ln\left(\frac{\left(\frac{w}{h}\right)^4 + \left(\frac{w}{52h}\right)^2}{\left(\frac{w}{h}\right)^4 + 0,432}\right) + \frac{1}{18,7}\ln\left(1 + \left(\frac{w}{18,1h}\right)^3\right) \\
b &= 0,564\left(\frac{\varepsilon_r - 0,9}{\varepsilon_r + 3}\right)^{0,053}
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Der Wellenwiderstand Z_L der Bandleitung läßt sich durch Funktionalapproximation mit einem Fehler von maximal 0,3 % [47] berechnen und ergibt sich aus [51]

$$\begin{aligned}
Z_L &= \frac{Z_{L0}}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} \\
Z_{L0} &= Z_L(\varepsilon_r = 1) = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{\frac{w}{h} + 1,98\left(\frac{w}{h}\right)^{0,172}}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Damit sind die zur Berechnung von w_{eff} in Gl. 5.3 benötigten Größen Z_L und $\varepsilon_{\text{r, eff}}$ gegeben.

5.3 Genauigkeitsgrenzen der Modelle

Für den bereits vorgestellten Aufbau auf GaAs (siehe Abb. 5.2 auf S. 80) wurde die aufgrund des Randeffektes entstehende Resonanzfrequenz f_{Rand} aus der 3D-em-Simulation zusammen mit den Resultaten der beiden oben diskutierten Modellen in Abb. 5.8 in Abhängigkeit der Randbreite r aufgetragen.

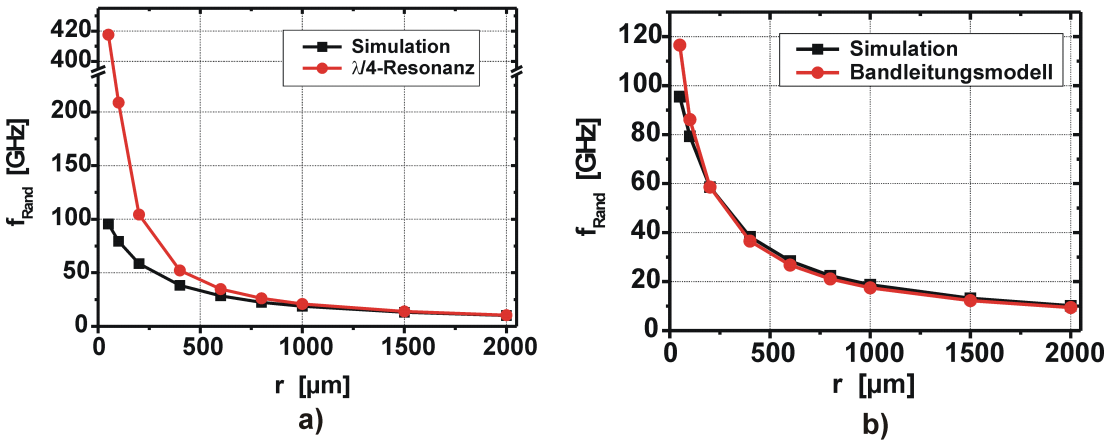

Abbildung 5.8: Die auftretenden Resonanzen in Abhängigkeit der Randbreite r im Vergleich mit den Ergebnisse aus beiden Modelle. a) aus zur Randbreite passenden $\lambda/4$-Resonanz. b) aus Bandleitungsmodell. Zugrunde liegt der Aufbau aus Abb. 5.2.

In Abb. 5.8a sieht man deutlich, daß eine Abschätzung mit der zur Randbreite passenden $\lambda/4$-Resonanz gemäß Gl. 5.1 nicht ausreichend ist. Bei einem kleinen Rand von $r \leq 500$ μm ist die Abweichung mehr als 30% und bei einem großen Rand $r = 1000$ μm liegt der Fehler immer noch bei mehr als 10%. Damit wird es deutlich, dass speziell bei den kleineren Abständen r offensichtlich die Verbreiterung durch die Feldverzerrungen am Übergang vom Substrat zum Freiraum mit berücksichtigt werden muss. Dies entspricht dem physikalischen Sachverhalt, da der Einfluss der Randverzerrungen dann zunimmt.

Bestimmt man die zu erwartende Grenzfrequenz f_{Rand} mit Hilfe des Bandleitungsmodells (Gln. 5.3, 5.4 und 5.8), d.h. mit einer elektrisch wirksamen Randlänge $r + x_0$, erhält man wesentlich bessere Resultate (siehe Abb. 5.8b). Die Ergebnisse stimmen sehr gut mit den Ergebnissen aus der 3D-em-Simulation überein. Über den gesamten Bereich von $r = 100$ μm bis $r = 2000$ μm liegt die Abweichung deutlich unter 5%. Lediglich bei sehr kleinem Rand $r = 50$ μm ist die Abweichung mit fast 20% relativ hoch, aber ein solch kleiner Rand hat eine derart hohe Grenzfrequenz, daß f_{Rand} in den meisten Fällen keine Rolle mehr spielt. Damit kann die aufgrund des Randeffektes entstehende Resonanzfrequenz f_{Rand} gut mit Hilfe des

Bandleitungsmodells abgeschätzt werden.

In Abb. 5.9 sind die zu erwartenden Grenzfrequenzen f_{Rand} in Abhängigkeit von der Rand r bei der Variation der Dielektrizitätskonstanten ε_r dargestellt. Dabei wird die Teststruktur Abb. 5.2 (S. 80) verwendet, aber zwei weitere Substrate aus der mm-Wellen-Technik eingesetzt, mit $\varepsilon_r = 8$ für einen LTCC-Substrat der Fa. *DuPont* und mit $\varepsilon_r = 2,1$ für Teflon. Alle Werte wurden entweder mit dem Modell Gl. 5.2 bzw. mit dem FDTD-Tool MWS berechnet.

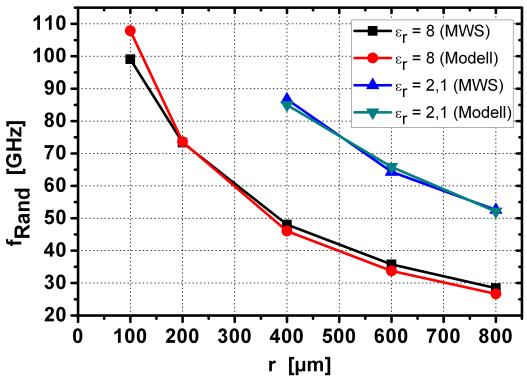

Abbildung 5.9: Die auftretenden Resonanzen f_{Rand} in Abhängigkeit der Randbreite r: Vergleich der Ergebnisse der 3D-em-Simulation mit dem Bandleitungs-Modell. Zugrunde liegt der Aufbau aus Abb. 5.2 (S. 80).

Bei Teflon ist die Abweichung des Modells für f_{Rand} zwischen 0,9% bis 2,3%, wobei f_{Rand} bei $r \leq 200$ μm oberhalb von 110 GHz liegt und deshalb nicht abgebildet ist. Für das LTCC-Substrat weist das Modell eine Abweichung von 0,6% bis 6% auf, speziell bei $r = 100$ μm ist die Abweichung am größten. Das weist darauf hin, dass das verwendete Modell für den Randeffekt f_{Rand} bei Frequenzen oberhalb von ca. 90 GHz zu ungenau wird. Für die Berechnung von Microstrip-Leitungen wird berichtet, dass das Modell von KIRSCHNING et al. bis zu $f \cdot h \leq 3,9\text{GHz}\cdot\text{cm}$ gültig ist [47], was in unserem Falle bei $h = 100$ μm die Grenze auf über 300 GHz legt, die Abweichung ist demnach dem Einsatz des Bandleitungsmodell in unserem Fall geschuldet. Dennoch ist damit eine sehr gute und vor allem sehr schnelle Abschätzung des Randeffekts möglich und eröffnet dem Entwickler bereits im Anfangsstadium eines Entwurfs den parasitären Einfluß dieses Übersprechens abschätzen zu können.

5.4 Messung des Randeffektes

Um die in den vorherigen Abschnitten vorgestellten Überlegungen in der Praxis zu demonstrieren, werden in diesem Abschnitt Strukturen vorgestellt, die den Randef-

fekt meßtechnisch verdeutlichen. Die Meßergebnisse dieser Strukturen werden dann mit denen des Modells verglichen und abschließend diskutiert.

5.4.1 Layout der Strukturen

Um den Randeffekt studieren zu können, wird eine Struktur benötigt, die zum einen ein Via-Array nachbildet, dessen Grenzfrequenz f_{Grenz} so hoch liegt, daß sie die Randfrequenz f_{Rand} nicht überdeckt. Zum anderen muß die Struktur zur Messung gut ankontaktierbar sein. Das Layout für eine solchen Struktur ist in Abb. 5.10 dargestellt.

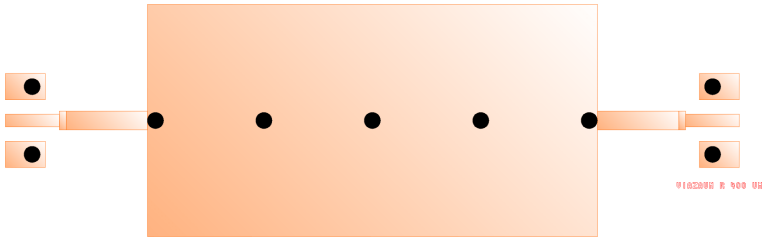

Abbildung 5.10: Layout einer Struktur zur Demonstration des Randeffektes. Der Rand r ist $r = 400$ μm breit, die Kurzschluss-Vias haben einen Pitch $p = 400$ μm.

Die Ankontaktierung der Struktur erfolgt über koplanare Antastpads, die eine schnelle und genaue Messung mit dem vorhandenen Wafer-Prober bis zu 110 GHz ermöglichen. Eine Microstrip-Leitung führt das Signal zu dem eigentlichen Meßobjekt, eine kurzgeschlossene Metallfläche. Die Metallfläche hat eine Breite von 60 μm und dem Rand r und wird über eine Via-Kette, bestehend aus 5 Vias, nach Masse kurzgeschlossen. Die Masse ist hier nicht eingezeichnet. Die Vias haben den Durchmesser $d = 60$ μm und den Pitch $p = 400$ μm zueinander. Die Höhe der Vias ist durch die Substratdicke des GaAs-Wafers vorgegeben und beträgt $h = 100$ μm, der GaAs-Wafer wird zu diesem Zweck abgedünnt.

Durch den Pitch der Vias von $p = 400$ μm befindet sich die Grenzfrequenz der Via-Kette oberhalb von $f_{Grenz} = 110$ GHz. Dies ist die höchste Frequenz, die mit dem zur Verfügung stehenden Equipment gemessen werden kann. Somit können die gemessenen Resonanzen klar dem Randeffekt zugeordnet werden und vor allem die erste Resonanz der Randfrequenz f_{Rand} festgestellt werden.

5.4.2 Messung und Diskussion

Die Messung wird mit einem On-Wafer-Prober der Fa. CASCADE durchgeführt, als Netzwerkanalysator kommt ein 8510C der Fa. HP/AGILENT zum Einsatz. Um

Verfälschungen durch die Ankontaktierung und den Microstrip-Leitungen zu vermeiden, wird bei der Messung ein De-Embedding bis zum Beginn der Metallfläche durchgeführt. Die dafür notwendige Kalibration erfolgt mit Hilfe von On-Wafer-Kalibrationsstrukturen.

Da keine anderen Resonanzeffekte zu erwarten sind, wird die jeweils erste auftretende Resonanz als Randfrequenz f_{Rand} interpretiert. Diese sind in Abb. 5.11 aufgetragen, als Vergleich nochmals die sich aus dem Bandleitungsmodell ergebenden, korrespondierenden Frequenzpunkte.

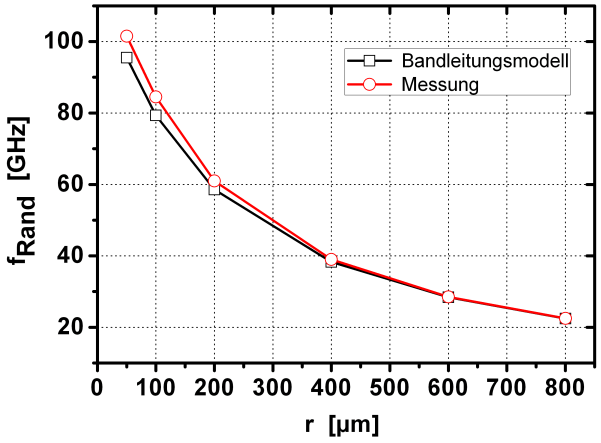

Abbildung 5.11: Die auftretenden Resonanzen in Abhängigkeit der Randbreite r: Vergleich der Messung mit dem Bandleitungsmodell. Zugrunde liegt der Aufbau aus Abb. 5.10.

Aus der Messergebnissen sieht man, daß die sich einstellende Randfrequenz f_{Rand} mit dem größer werdenden Rand von 101,5 GHz bei $r = 50$ μm bis 22,5 GHz bei $r = 800$ μm sinkt. Die Ergebnisse aus Bandleitungsmodell und der Messung zeigen die gleichen Verlauf und stimmen gut überein. Die größte Abweichung von 6,1 % bezogen auf den Meßwert ist lediglich bei dem kleinsten Rand $r = 50$ μm zu sehen. Mit größer werdenden Rand r wird die Abweichung bezogen auf den Meßwert deutlich kleiner (bis zu 0,29 %). Diese gute Übereinstimmung mit den Messwerten bestätigt, daß der Randeffekt mit Hilfe des Bandleitungsmodells Gl. 5.2 auf S. 85 sehr gut beschrieben werden kann. Somit steht für diese Problematik eine geschlossene Formulierung zur Verfügung, mit der der Entwickler schnell und genau den Einfluß von Rändern auf seine Schaltung bestimmen kann.

Kapitel 6

Anwendungsbeispiele

In diesem Kapitel wird zuerst ein Low Temperature Cofired Ceramic-Modul (LTCC-Modul) für MMICs vorgestellt, bei dem Via-Arrays zur Unterdrückung der parasitären Moden eingesetzt werden. Dabei wird nicht nur der Einsatz des Via-Arrays in der Multilayer-Technologie für mm-Wellen-Aufbautechnik anhand des Beispiels demonstriert, sondern auch ausführlich auf die Bedeutung des in dieser Arbeit entwickelten analytischen Modells für Via-Arrays zur Optimierung solcher Aufbauten eingegangen.

Im zweiten Abschnitt wird eine meßtechnische Verifikation der Behauptung durchgeführt, daß nicht-quadratische Via-Arrays keine Vorteile in Bezug auf f_{Grenz} besitzen (siehe Abschn. 4.1.1, S. 63ff.). Die dazu entworfenen Teststrukturen werden erläutert und die Meßergebnisse diskutiert. Der letzte Abschnitt beschreibt den Vergleich des Modells für quadratische Via-Arrays mit Meßergebnissen. Dazu werden das Design des Aufbaus kurz erläutert und die erhaltenen Ergebnisse mit den theoretischen verglichen.

6.1 Multilayer-LTCC-Modul

Eine wichtige Montage-Option der MMICs im Bereich von mm-Wellenlängen ist die Flip-Chip-Technik. Diese Art der Montage hat große Vorteile, was die S-Parameter wie Reflexion und Transition betrifft, da Bond-Drähte ab ca. 20 GHz eine zu starke Induktivität aufweisen und somit die Performance jedes Chips verschlechtern [52, 53]. Leider ist aber die Flip-Chip-Technik aufwendiger und teurer als das konventionelle Drahtbonden. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, wird z.Z. folgendes Konzept verfolgt: Man läßt die HF-kritischen MMICs auf einem Zwischenträger in Flip-Chip-Technik herstellen, um die erwünschten HF-Eigenschaften der Schaltung zu gewährleisten. Anschließend erfolgt die Montage dieses Moduls in einer möglichst kostengünstigen Technik, wie z.B. der bereits aus der schnellen Digitaltechnik bekannten Montagetechnik mit Ball Grid Arrays (BGA).

Dabei sollen die HF-Eigenschaften der Chips durch das Modul nicht bzw. nur sehr wenig beeinflußt werden, was hohe Anforderungen an das Design stellt. Neben geringer Durchlaß-Dämpfung wird eine geringe Reflexion an den Übergängen bei gleichzeitig hoher Bandbreite gefordert. Die durch den Übergang entstehende Abstrahlung muß sich ebenfalls in Grenzen halten. Gleichzeitig soll die Möglichkeit geschaffen werden, MMICs in CPW-Ausführung mit einer Microstrip-Schaltung auf dem eigentlichen Motherboard zu verbinden.

Um diesen Anforderungen gerecht zu werden ist ein Multilayer-Design erforderlich. Dies darf wiederum nicht zu teuer bzw. nicht schwer zu fertigen sein. Unter anderem dürfen die auftretenden Fertigungs-Toleranzen die HF-Eigenschaften nicht zu stark beeinflussen. Darüberhinaus soll das Substratmaterial im konkreten Fall bis zu 44 GHz (höchste vorkommende Signalfrequenz, für die das Modul geeignet sein muß) niedrige dielektrische Verluste aufweisen. Aus diesen beiden Gründen fiel die Wahl des Substratmaterials für das Modul auf Low Temperature Cofired Ceramic (LTCC).

Substratmaterial: LTCC

Die Funktionskeramik LTCC weist prinzipiell niedrige $\tan\delta$-Verluste auf und speziell die einfache und billige Realisierbarkeit von Multilayer-Designs ist ausschlaggebend für die steigende Zahl an Einsätzen der LTCC-Technologie im HF-Bereich [54]. Da aber diese Technologie relativ neu für HF-Anwendungen ist, wird sie im folgenden kurz erläutert. Eine detaillierte Darstellung findet sich z.B. in [27, 55].

Durch die Verwendung von Folien aus einem Glas-Keramik-Komposit kann durch Aufschichtung mehrerer Folien ein Multilayer-Modul entstehen. Jede Folie kann als einzelne Schicht für sich strukturiert werden. Erst nach Laminierung und Erhitzung auf ca. 850°C bilden sie eine Einheit. Die Folien, vor dem Erhitzen oft als *green tape* bezeichnet, können durch einfaches Stanzen und Füllen mit einer Leitpaste durchkontaktiert werden. Für die anschließende Strukturierung wird meist ein Siebdruckverfahren angewandt, bei dem die eigentlichen Leiterbahnen in Form einer Leitpaste aufgetragen werden. Durch das Sintern bei 850°C - 900°C kann hier auch Au- oder Ag-haltige Paste verwendet werden, somit werden eine hohe Leitfähigkeit bzw. geringe ohmsche Verluste erzielt.

Für das Modul wurde das LTCC-Material der Firma *DuPont* 951 verwendet, das eine Höhe von 137 μm pro Schicht hat. Aus mechanischen Gründen wurden 4 Schichten verwendet, was auf eine Gesamtdicke von 548 μm führt. Als relative Permittivität ergibt sich durch Messungen bei 40 GHz $\varepsilon_r = 7,8$. Die Vias im LTCC haben eine Standard-Dicke von 300 μm, schmale Vias mit eine Dicke von 140 μm sind ebenfalls möglich.

Montagetechnik: μBGA

Das Modul soll die MMICs aufnehmen und auf ein Träger-Board aufgelötet werden, das dann seinerseits die weitere Schaltung und die Digitaltechnik aufnehmen soll. Zum Einsatz kommt ein Micro Ball Grid Array (μBGA) als Verbindung zwischen Modul und Träger. Die Balls werden gebildet, indem ein Lotdruck aufgeschmolzen wird, der sich dann zu einem Ball zusammenzieht. Typischerweise hat der Ball die Form einer Halbkugel mit einem Durchmesser, der ungefähr gleich der Ballhöhe ist. In dem hier untersuchten Fall beträgt die Höhe bzw. Durchmesser der Balls $d_{\mathrm{BGA}} = 300\ \mu$m, der minimale Abstand von Ball zu Ball ist $p_{\mathrm{BGA}} = 1000\ \mu$m.

Aufbau des LTCC-Moduls

Das gesamte LTCC-Modul besteht aus zwei gegenüber liegenden, identisch aufgebauten HF-Zellen, in denen die Via-Abstände kleiner sind als im Rest des Moduls, um das ebenfalls über Vias auf die Moduloberfläche geführte HF-Signal ausreichend abschirmen zu können.

Abb. 6.1 zeigt einen seitlichen Schnitt durch den Aufbau.

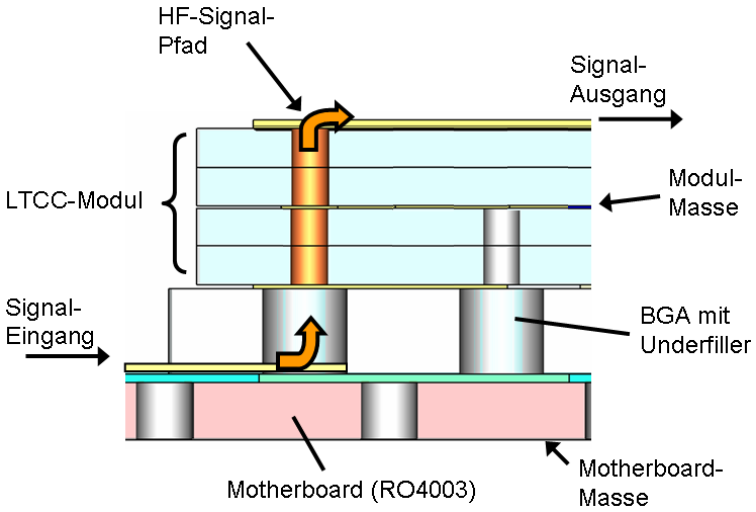

Abbildung 6.1: Eine Ansicht der HF-Eingangszelle mit Träger und dem LTCC-Modul, seitlich betrachtet. Der Signal-Eingang befindet sich auf dem Motherboard, der Signalpfad ist durch Pfeile gekennzeichnet. Die BGA-Balls sind als Zylinder skizziert.

Unten das Trägersubstrat des Motherboards, auf dem das HF-Signal über eine Microstrip-Leitung an das Modul geführt wird. Über einen Ball des BGAs wird das HF-Signal in das LTCC-Modul hinein geführt bis an die oberste Ebene, wo

das HF-Signal wieder über eine Microstrip an die Chips auf dem Modul weiter geführt wird. Neben der Signalführung ist auch die Masseverbindung besonderes wichtig. Die Masse des Motherboards ist mit der Masse des LTCC-Moduls, die sich in der Mitte des LTCC-Substrats befindet, zu verbinden. Dabei müssen parasitäre Wellenausbreitungen unterhalb des LTCC-Moduls und im LTCC-Substrat unterdrückt werden.

In Abb. 6.2 ist eine einzelne HF-Zelle detailliert dargestellt. Als Substrat für das Trägerboard wird das Material der Fa. *Rogers* RO4003 verwendet, hier hell gezeichnet und mit RO abgekürzt. Es besitzt eine Rückseitenmetallisierung und weist gute HF-Eigenschaften auf. Das Signal kommt über eine Microstrip (mit RO-MS abgekürzt) an das Modul heran. Über die BGA-Balls (als breite Zylinder zu sehen) wird dann das Signal und die Masse vom RO4003 an die Unterseite des Moduls geführt.

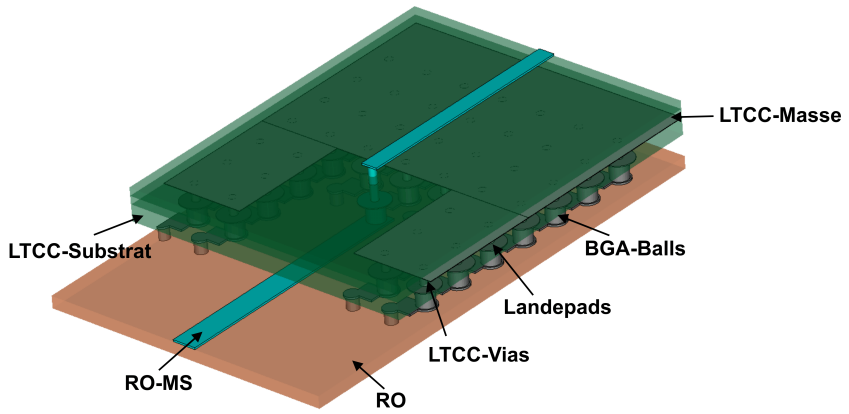

Abbildung 6.2: Eine Ansicht der HF-Eingangszelle mit Träger und dem LTCC-Modul, bei dem das LTCC-Substrat leicht transparent gezeichnet ist.

Das LTCC-Substrat ist der Übersicht halber transparent gezeichnet. Auf den BGA-Balls sind die LTCC-Vias als schmale Zylinder aufgesetzt, dazwischen sind die Landepads. Dieses Via-Array verbindet gemeinsam mit den Vias im Trägerboard die LTCC-Masse mit der Trägerboard-Masse, um zum einen ein einheitliches Bezugspotential herzustellen und zum anderen um parasitäre Moden zu unterbinden, vor allem den Parallel-Platten-Leitungsmode (PPL), der durch die beiden parallel liegenden Masseflächen sich leicht ausbreiten könnte. Die LTCC-Masse ist um das Signalvia herum ausgeschnitten, um das Signal selbst nicht zu beeinflussen. An der Unterseite des LTCC-Moduls werden die Masse und das Signal über Landepads an die LTCC-Vias herangeführt. Die Masse wird bis zur LTCC-Masse in der Mitte des Moduls und das Signal bis an die Oberfläche des LTCC-Moduls geführt.

In Abb. 6.3 ist die Aufsicht auf das gesamte Layout des Moduls zu sehen.

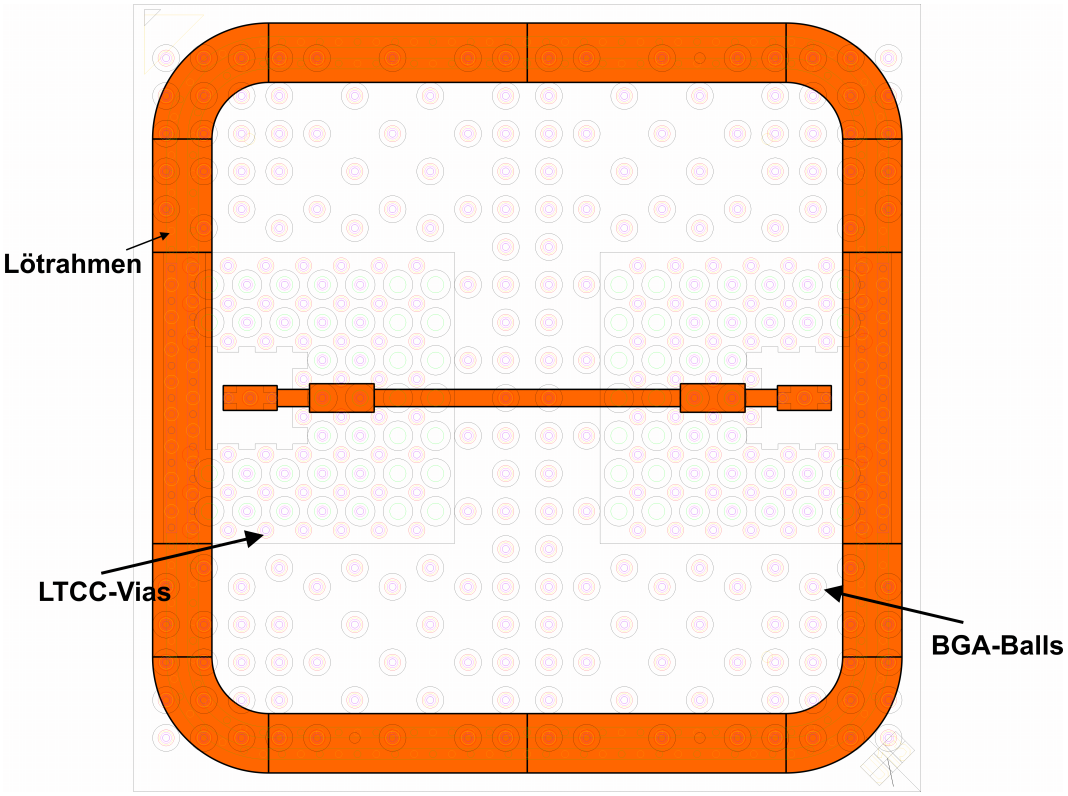

Abbildung 6.3: Das Layout des kompletten Moduls in der Aufsicht. Die Massemetallisierung ist der Übersicht halber nicht eingezeichnet, die Metallisierung auf der Oberfläche des LTCC-Moduls ist gefüllt gezeichnet. Die Maße des Moduls betragen 14,6 mm x 14,6 mm.

Die beiden HF-Zellen sind dadurch gut zu sehen, dass die LTCC-Vias (kleine Kreise) und die BGA-Balls (große Kreise) des Moduls dichter gepackt sind. Die nicht gezeichnete Massefläche ist in diesem Bereich durchgehend und nicht wie im Rest des Moduls als Schachbrettmuster ausgeführt. Dies ist durch den Einsatz der LTCC-Technologie notwendig, da allzu große zusammenhängende Masseflächen in den Innenlagen nicht zuverlässig realisierbar sind. Auf der Oberseite des Moduls sieht man einen Lötrahmen, er soll einen metallisierten Deckel aufnehmen, mit dem die Chips bzw. die Schaltung auf dem Modul hermetisch von der Umwelt abgeschirmt werden kann.

6.1.1 HF-Eigenschaften des LTCC-Moduls

In Abb. 6.4 sind die Meßergebnisse der ersten Version des Moduls im Vergleich zu den Ergebnissen aus der Simulation dargestellt.

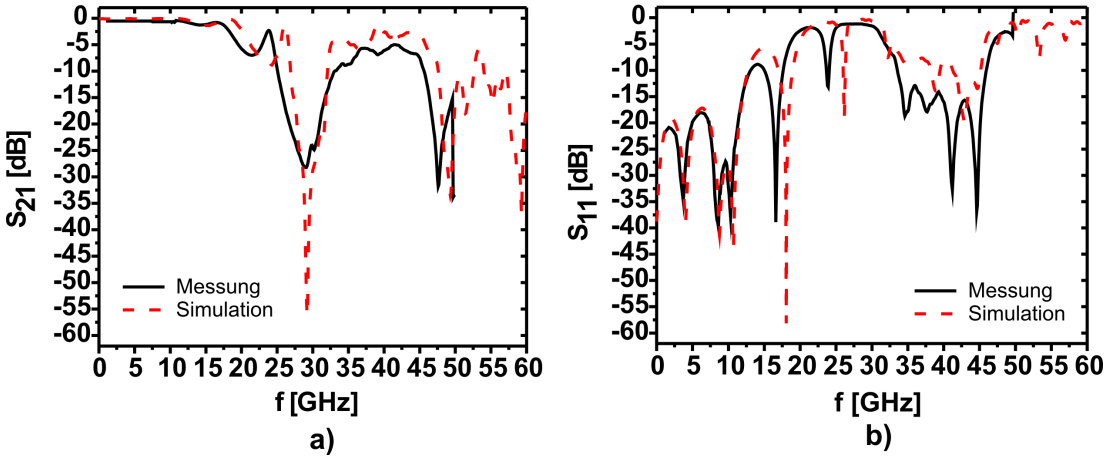

Abbildung 6.4: a) Transmission b) Reflexion des in Abb. 6.3 gezeigten Moduls. Auf dem Modul ist dabei eine Through-Leitung aufgebracht. Zum Vergleich sind die Ergebnisse aus der Simulation als gestrichelte Linie eingezeichnet.

Abb. 6.4a zeigt die Transmission des Moduls sowohl aus der Simulation als auch aus der Messung. Dabei sind beide HF-Zellen über eine Microstrip-Through-Leitung miteinander verbunden. Beide, Messung und Simulation, stimmen sehr gut überein. Sie verdeutlichen aber auch die Grenzen des Layout des Moduls, wenn es wie oben vorgestellt realisiert wird. Bei ca. 29,2 GHz ist ein äußerst starker Einbruch der Transmission zu sehen, was auf eine Resonanz schließen lässt. Bei ca. 47,7 GHz ist die Transmission ebenfalls auf einen Wert von -31 dB in der Messung gesunken. Reziprok dazu die Messung und Simulation der Reflexion in Abb. 6.4b. Im Einsatzbereich von $38 \ldots 43,5$ GHz ist die Reflexion in der Messung nur unterhalb -15 dB, sollte aber unterhalb -20 dB liegen.

Deshalb wird in dem folgenden Abschnitt ausgehend von dem vorgestellten Layout das Modul mit Hilfe des in dieser Arbeit entwickelten analytischen Modells für das Via-Array optimiert. Ziel dabei ist, die HF-Eigenschaften des Moduls, ohne auf eine andere Technologie umsteigen zu müssen, wesentlich zu verbessern.

6.1.2 Optimierung des Moduls

Um mit dem im vorherigen Abschnitt vorgestellten LTCC-Modul das gewünschte HF-Verhalten, d.h. einen möglichst glatten Verlauf bis 43,5 GHz und eine Reflexion besser -20 dB, zu erzielen, wird in diesem Abschnitt das Modul schrittweise

optimiert. Dabei wird das in dieser Arbeit hergeleitete analytische Modell für das Via-Array zur Optimierung verwendet und die bisher gewonnenen Erkenntnisse über Design des Via-Arrays aus vorhergehenden Kapiteln eingesetzt. Abschließend wird das Verhalten des optimierten Moduls mit Hilfe von numerischen Simulationen untersucht.

Änderung des Signalvia-Layouts

Um den Grund des scharfen Einbruchs der Transmission in den Mess- und Simulationsergebnissen des ursprünglichen LTCC-Moduls (Abb. 6.4) bei 30 GHz herauszufinden, wird der in Abb. 6.5 dargestellte Ausschnitt des in Abb. 6.2 gezeigten LTCC-Moduls näher betrachtet.

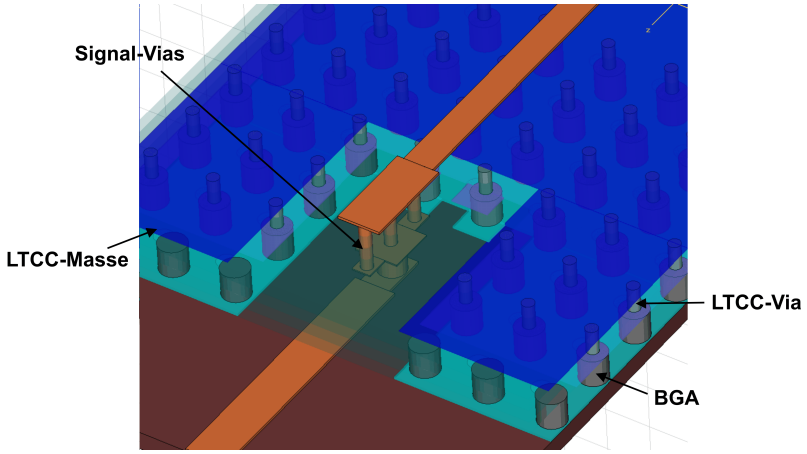

Abbildung 6.5: Detail des Signalvia-Anordnung aus dem in Abb. 6.3 gezeigten Moduls. Um die Induktivität zu reduzieren wurden drei Vias verwendet.

In blau ist die Massefläche in der Mitte des LTCCs gehalten, der fensterartige Ausschnitt ermöglicht dem Signal-Via eine möglichst ungestörte Übertragung des Signals. Das LTCC selbst ist nur angedeutet, das BGA ist hier als Zylinder zu sehen, auf diesen setzen die LTCC-Vias als Masseverbindung auf. Das Signal wird über ein Ball auf die Unterseite des LTCC-Moduls geführt, von wo es über drei parallel angeordnete LTCC-Vias durch das LTCC auf die Oberseite gebracht wird. Drei Vias werden verwendet, um die Induktivität des mit $d = 130\ \mu$m recht dünnen Signalvias zu reduzieren, wobei das Ball einen Durchmesser von $d_{\mathrm{BGA}} = 300\ \mu$m hat.

Entfernt man dasjenige der drei Vias, das dem (in Abb. 6.5 nicht eingezeichneten) Lötrahmen am nächsten ist, ergibt sich die in Abb. 6.6 dargestellte Transmission im Vergleich zu dem ursprünglichen Versuch mit drei Vias.
Während der Einbruch der Transmission bei 49 GHz weitgehend gleich geblieben ist, hat sich der erste Peak von 30 nach ca. 35 GHz verschoben und reicht nur

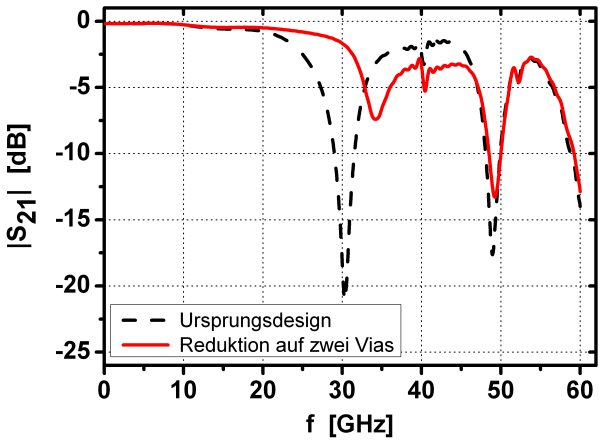

Abbildung 6.6: Ergebnis der Signalvia-Variation des in Abb. 6.5 gezeigten Signalvia-Anordnung. Es werden nur noch zwei Vias verwendet.

noch bis -7 dB anstatt -21 dB. Offensichtlich wirkt sich hier die Anordnung des dritten Vias im Signalweg negativ aus und begrenzt den nutzbaren Frequenzbereich des Moduls unnötig. Andererseits bleibt der Abfall bei 49 GHz davon unberührt, für den offensichtlich ein anderer Effekt verantwortlich ist und der eine weitere Optimierung erfordert.

Variation des Pitch der LTCC-Vias

Aus den in dieser Arbeit bereits aufgezeigten Untersuchungen in Kap. 4 auf S. 59ff geht hervor, dass der Pitch der LTCC-Vias ein wichtiger Designparameter ist. Deshalb wird dies im folgenden variiert, um den starken Einbruch der Transmission zu reduzieren oder zumindest zu höheren Frequenzen zu verschieben. Dabei werden die beiden Via-Arrays in dem Modul, das aus dem BGA und das aus den LTCC-Vias besteht, untersucht. Um eine maximale Unterdrückung des PPL-Modes im BGA zu erreichen, wurde bislang der Pitch des BGA-Vias auf $p_{\mathrm{BGA}} = 700\ \mu\mathrm{m}$ gehalten. Damit ergibt nach den Überlegungen in Kap. 4 mit Gl. B.15 auf S. 120 eine Grenzfrequenz des BGA-Vias (mit $\varepsilon_r \approx 4$ des Underfillers) $f_{\mathrm{Grenz,\ BGA}} = 190$ GHz und somit weit ausserhalb des Signalfrequenz-Bereichs bis 43,5 GHz.

Kritisch ist hingegen die Grenzfrequenz des LTCC-Via-Arrays. Der Pitch der LTCC-Vias wurde im ersten Schritt identisch zu dem des BGAs zu $p_{\mathrm{LTCC\text{-}Via}} = 700\mu\mathrm{m}$ gewählt. Dies ist aus technologischen Gründen vorteilhafter, weil jedes Ball des BGAs direkt unter einem LTCC-Via liegt. Leider führt dieser Pitch jedoch nur auf eine Grenzfrequenz $f_{\mathrm{Grenz,\ LTCC\text{-}Via}} = 46$ GHz. In Abb. 6.4a) ist diese Resonanz auch in der Messung sehr deutlich zu sehen und beschränkt den nutzbaren Frequenzbereich. Folgende Maßnahme, die eine Verschiebung der Resonanz hin zu höheren Frequenzen bewirkt, wird eingesetzt: um gleichzeitig die Vias jeweils di-

rekt auf den BGA-Balls positionieren zu können, wurde der Pitch des BGAs auf $p_{\text{BGA}} = 800\ \mu\text{m}$ erhöhert, was zu einer Grenzfrequenz $f_{\text{Grenz, BGA}} = 160$ GHz führt. Nun verringert man gleichzeitig den Pitch der LTCC-Vias zueinander auf $p_{\text{LTCC-Via}} = 400\ \mu\text{m}$ und die Grenzfrequenz der LTCC-Vias erhöht sich nun auf $f_{\text{Grenz, LTCC-Via}} = 110$ GHz. Abb. 6.7 zeigt den Vergleich der Transmission vor und nach der Pitch-Veränderung[1].

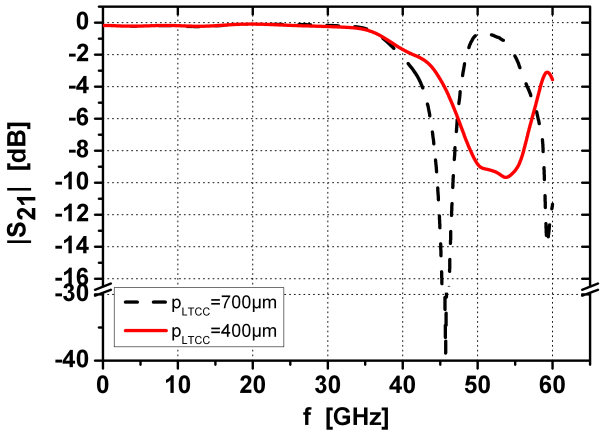

Abbildung 6.7: Ergebnis der Abstands-Variation der LTCC-Via- und BGA-Anordnung. In schwarz das Ergebnis mit BGA-Pitch von $p_{\text{BGA}} = p_{\text{LTCC-Via}} = 700\mu$m, rot gestrichelt $p_{\text{BGA}} = 800\mu$m und $p_{\text{LTCC-Via}} = 400\mu$m.

Die beschriebene Maßnahme wirkt sich stark auf das Verhalten der Transmission aus, wie in Abb. 6.7 zu sehen ist. Die scharfe Resonanz bei 46 GHz verschwindet (schwarze, gestrichelte Linie) und eine Verschiebung hin zu 55 GHz findet statt. Entscheidend ist, dass der Einbruch an Schmalbandigkeit verliert, damit kann dieser Einbruch durch Layoutänderungen an anderer Stelle weiter weg von dem Nutzfrequenzbereich des Moduls verschoben werden, denn der Ursprung ist keine Resonanz mehr, die sich wegen der hohen Güte als schmalbandiger Effekt äußert. Der in Abb. 6.7 beobachtete breitbandige Effekt dürfte eher einer Abstrahlung zuzuordnen sein. Dies wird in Abb. 6.8, wo die Verluste über der Frequenz aufgetragen sind, nochmals verdeutlicht.

Da die Simulation mit lateraler PML-Randbedingungen durchgeführt wurde, sind Verluste ein Zeichen für eine mögliche Abstrahlung. In Abb. 6.8 sind deshalb die Verluste mit

$$\text{loss} = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 \tag{6.1}$$

[1]Hierbei handelt es sich um Simulationen einer vereinfachten Struktur, um Rechenzeit zu sparen. Zusätzlich sind hier bereits einige Änderungen durchgeführt worden, um den Verlauf im Bereich vor f_{Grenz} zu verbessern.

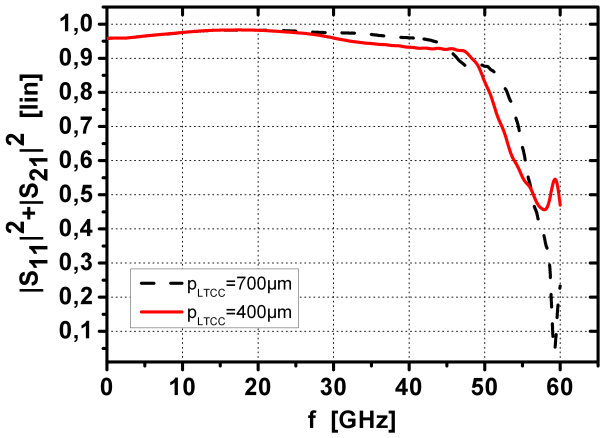

Abbildung 6.8: Verluste für die Abstands-Variation der LTCC-Via- und BGA-Anordnung aus Abb. 6.7.

aus den Streuparametern berechnet. Bis ca. 45 GHz sind die Verluste für beide Fälle gering, ab ca. 50 GHz weisen beide Fälle rasch abfallende Werte für Gl. 6.1 auf (Gl. 6.1 sollte idealerweise gleich eins sein). Bei ca. 60 GHz erfolgt offenbar eine starke Abstrahlung, die aber hier nicht weiter untersucht werden soll.

Somit kann durch eine Vergrößerung des frequenzmäßig unkritischen BGA-Pitches und die Verkleinerung des Pitches der LTCC-Vias das HF-Verhalten des gesamten Moduls deutlich verbessert werden. Durch den vergrößerten Pitch des BGAs erhöht sich sehr wahrscheinlich sogar die Ausbeute in der Fertigung, da weniger Module mit Kontaktproblemen ausfallen werden aufgrund der sog. Coffin Manson-Beziehung, nach der die Ballhöhe quadratisch in die Zuverlässigkeit eingeht [56].

Dieses Beispiel zeigt deutlich den Nutzen des in dieser Arbeit entwickelten analytischen Modells für Via-Arrays. Durch die wesentlich schnellere Bestimmung der Grenzfrequenzen der beteiligten Arrays kann schneller abgeschätzt werden, welche Pitches letztenendes entscheidend sind für das Verhalten im betrachteten Frequenzbereich. Ohne langwierige Simulationsreihen verschiedener Varianten kann sofort der bestimmende Parameter, hier der Pitch der LTCC-Vias, entsprechend geändert werden und erst das finale Ergebnis muss mit einer 3D-em-Simulation bestätigt werden.

Dabei ist der zeitliche Aufwand für Simulationen von Aufbauten im mm-Wellen-Bereich nicht zu unterschätzen. Selbst bei Weglassen fast aller Details erfordert ein derartiges Modul immer noch rund 650.000 Gitterzellen, da sehr kleine Abmessungen und ein großer Simulationsraum zusammenkommen. Auf herkömmlichen PCs muss man den Zeitaufwand dann bereits in Tagen messen, selbst Unix-

Workstations sind ebenfalls nicht unter 24h damit beschäftigt, das Ergebnis einer Simulation zu liefern. Aus diesem Grund sind die Abschätzungsmöglichkeiten, die in dieser Arbeit in Kap. 4 und 5 vorgestellt worden sind, eine große Hilfe und ermöglichen teilweise es überhaupt erst, die entscheidenden Parameter bei einem Problem zu identifizieren und zu optimieren.

6.2 Nicht-quadratisches Via-Array

In diesem Abschnitt soll die bereits in Gl. 4.13 auf S. 64 aufgestellte Behauptung, dass die Grenzfrequenz durch den größeren Pitch der beiden Raumrichtungen p_x, p_y bestimmt ist, unabhängig davon, ob der längere der beiden Abstände p_x, p_y lateral oder in Ausbreitungsrichtung liegt, näher untersucht und experimentell untermauert werden. Dazu werden zuerst die verwendeten Teststrukturen kurz erläutert und deren Simulationsergebnisse vorgestellt. Die dazugehörigen Messergebnisse werden abschließend dargestellt.

6.2.1 Layout der Teststruktur

Die Teststruktur besteht aus einer Metallfläche auf dem Substrat, das mit einem Via-Array mit der darunter liegenden Massefläche kurzgeschlossen ist. Diese Metallfläche ist mit Microstrip-Leitungen an beiden Seiten verbunden, um eine einfache Ankontaktierung bei der Messung der Strukturen zu ermöglichen.

Die Abmaße des Via-Arrays werden durch den Abstand der Vias zueinander, der Pitch p, bestimmt. In x-Richtung, der Ausbreitungsrichtung des Signals von der Microstrip kommend, ist der Pitch p_x, lateral dazu der Pitch p_y in y-Richtung. Um die Ergebnisse aus Gl. 4.13 zu überprüfen, werden zwei gleichartige Strukturen verwendet, bei denen die Werte für p_x und p_y vertauscht werden. Daraus resultiert eine effektive Drehung des Via-Arrays um 90°. In Abb. 6.9 ist das Layout eines derartigen Paares zu sehen.

Dabei ist in Abb. 6.9 a) ein Pitch in x-Richtung von $p_x = 700$ μm und in y-Richtung von $p_y = 500$ μm mit jeweils fünf Vias realisiert. Das Layout in Abb. 6.9 b) weist die vertauschten Werte auf, also $p_x = 500$ μm und $p_y = 700$ μm. Als Substrat wird Gallium-Arsenid (GaAs) verwendet, das in einem Rückseiten-Prozess auf die Dicke von $h = 100$ μm abgedünnt wird. Der Via-Durchmesser beträgt 60 μm und wird durch einen am FBH entwickelten Ätzprozess bewerkstelligt. Details zu der FBH-GaAs-Prozesstechnologie siehe [57]. Die Ankontaktierung ist für eine koplanare Antast-Meßspitze der Fa. Cascade ausgelegt, die Messungen bis 110 GHz ermöglicht.

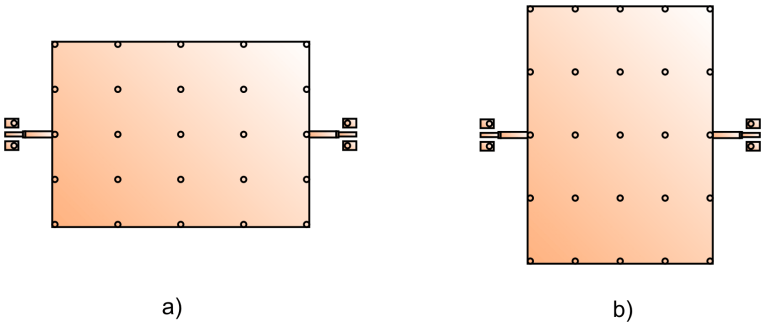

Abbildung 6.9: Layout der Teststrukturen für die Untersuchung nicht-quadratischer Via-Arrays. Hier als Beispiel a) die Struktur mit den Via-Pitches $p_x = 700\mu$m, $p_y = 500\mu$m und b) $p_x = 500\mu$m, $p_y = 700\mu$m und jeweils 5 Vias in x- und y-Richtung.

6.2.2 Simulation der Teststruktur

Die Berechnung zweier nicht-quadratischer Via-Arrays mit 3D-em-Simulation ist bereits in Abb. 4.4 auf S. 65 durchgeführt und das Ergebnis in Abb. 4.5 auf S. 66 gezeigt worden. Die hier durchgeführten Simulationen unterscheiden sich durch den Aufbau der Berandung zu dem dort bereits gezeigten. Die Teststrukturen werden auf ein Substrat aufgebracht und haben eine endliche Anzahl an Vias in dem Array, dadurch muss die Berandung des Simulationsraumes einen angemessenen Abstand zu dem Via-Array einhalten. In Abb. 6.10 ist die Berandung als schwarzer Rahmen zu sehen.

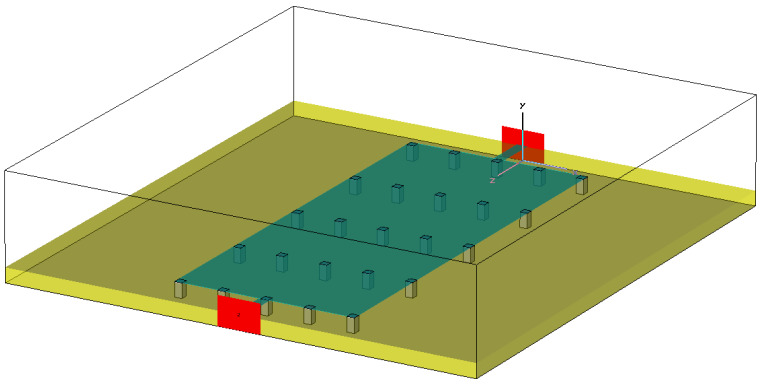

Abbildung 6.10: Skizze eines nicht-quadratischen Via-Arrays in MWS.

Die laterale Berandung ist als PML angesetzt worden, um Resonanzen durch die Berandung zu vermeiden. Der Einsatz von PML als Berandung ist aufgrund der großen Breite der gesamten Struktur notwendig. Nach oben ist ebenfalls ein Ab-

stand einzuhalten, der der Feldcharakteristik der Microstrip geschuldet ist. Die Anregung erfolgt an den in rot gezeichneten Toren und soll so sicherstellen, daß an der Microstrip die Einspeisung erfolgt. Aus Symmetriegründen reicht es aus, nur die Hälfte der Struktur zu simulieren. Die Ergebnisse der beiden Simulationen mit MWS sind in Abb. 6.11 aufgetragen.

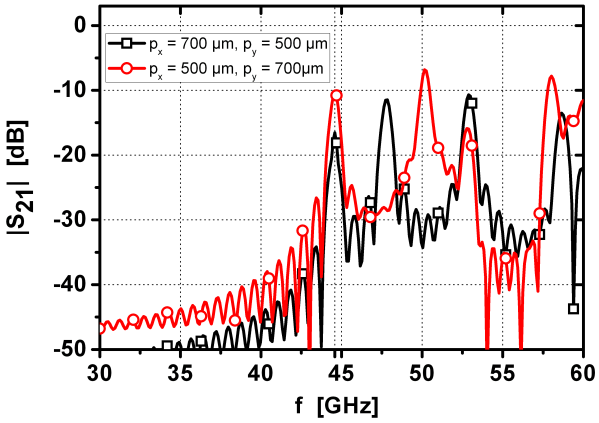

Abbildung 6.11: Simulationsergebnisse der zwei nicht-quadratischen Via-Arrays aus Abb. 6.9.

Die Simulationsergebnisse in Abb. 6.11 zeigen deutlich, daß beide Arrays, trotz der 90°-Drehung, die gleiche Grenzfrequenz f_{Grenz} bei 44,6 GHz besitzen. Wobei der weitere Verlauf des Betrages der Transmission $|S_{21}|$ jedoch hingegen unterschiedlich ist, woauf bereits bei Gl. 4.13 auf S. 64 hingewiesen wurde. Somit ist nochmals durch Simulation nachgewiesen worden, daß die Grenzfrequenz sich unabhängig von der Ausrichtung des nicht-quadratischen Via-Arrays immer auf einen Wert einstellt.

Die Schwingungen der Amplitude des Betrages $|S_{21}|$ im Bereich unterhalb -30 dB wird durch die Begrenzung der Simulation hervorgerufen, bei der die Zahl der Zeitschritte für die Zeitbereichsrechnung durch das Programm MWS beschränkt wird. Dadurch wird die Konvergenz wesentlich beschleunigt, was beim Einsatz von absorbierenden Randbedinungen, hier PML, ansonsten zu sehr hohen Rechenzeiten oder im Extremfall zu keiner Konvergenz und somit zu einem Abbruch der Simulation führen kann. Gerade bei der Simulation von Strukturen mit einer räumlichen Ausdehung, die mehreren Wellenlängen entspricht, kommt es zu erheblichen Problemen bei der Konvergenz. Der Nachteil einer derartigen Beschränkung ist, daß die Ergebnisse speziell im unteren Amplitudenbereich mit einer deutlich sichtbaren Schwingung überlagert ist, wie es in Abb. 6.11 zu beobachten ist. Eine manuelle Erhöhung würde für Abhilfe sorgen, aber die Rechenzeit wesentlich erhöhen, wobei die Genauigkeit in diesem Fall nur unwesentlich gesteigert werden würde.

Da die Simulation weiterer Strukturen immer zu derselben Erkenntnis führt, wird daher hier auf eine Darstellung weiterer Teststrukturen verzichtet.

6.2.3 Messung

Die bereits in den vorangegangenen Abschnitten diskutierte Struktur wird nun im folgenden anhand von Messungen weiter betrachtet. Die Messung selbst wird mit einem On-Wafer-Prober der Fa. CASCADE durchgeführt, als Netzwerkanalysator kommt ein 8510C der Fa. HP/AGILENT zum Einsatz. Die Kalibration erfolgt mit selbst entwickelten On-Wafer-Kalibrationsstrukturen. Damit ist eine durchgängige Messung von 300 MHz bis 110 GHz möglich, was in Abb. 6.12a) gezeigt wird.

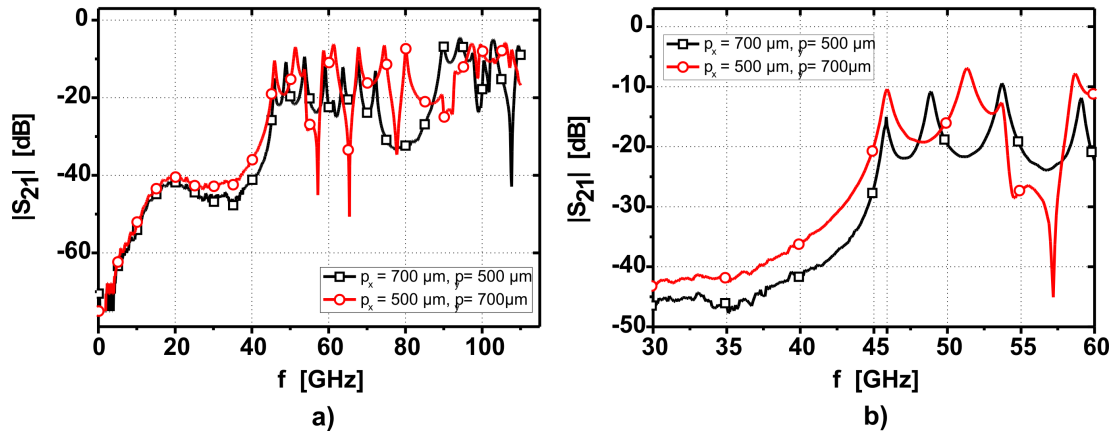

Abbildung 6.12: Messergebnis über den gesamten Frequenzbereich der zwei nicht-quadratischen Via-Arrays aus Abb. 6.12 mit $p_{x,y} = 500$ μm und $p_{y,x} = 700$ μm. a) Gesamter Frequenzbereich, b) Ausschnitt bei f_{Grenz}.

Die beiden Strukturen mit $p_x = 700$ μm, $p_y = 500$ μm und $p_x = 500$ μm, $p_y = 700$ μm werden über den Frequenzbereich von 300 MHz bis 110 GHz dargestellt. Bis ca. 40 GHz ist die Transmission nahezu Null bzw. der Betrag von S_{21} kleiner -40 dB, das Via-Array agiert als Kurzschluss. Oberhalb 45 GHz hingegen zeigt sich, daß das Via-Array eine Transmission von der einen Microstrip-Leitung über das Via-Array zu der zweiten Microstrip-Leitung zuläßt und somit nicht mehr als Kurzschluss der Microstrip-Leitung angesehen werden kann.

Entscheidend ist das Verhalten der beiden Strukturen bei der Grenzfrequenz f_{Grenz}, daher wird in Abb. 6.12b) die Messung in einem schmalen Frequenzbereich um f_{Grenz} gezeigt, die Schrittweite der Messung beträgt 100 MHz. Die Grenzfrequenz liegt für beide Strukturen jeweils bei $f_{Grenz} = 45,9$ GHz und somit auf einem

Frequenzpunkt. Einzig in der Amplitude unterscheiden sich die beiden Strukturen, was aber für die hier vorgestellten Betrachtungen ohne Belang ist. Es ist deutlich zu sehen, daß sich die Verläufe für Frequenzen oberhalb f_{Grenz}, die als die erste Resonanzfrequenz definiert ist, stark voneinander unterscheiden. Dies ist dem unterschiedlichen Aufbau geschuldet. Aber die Aussage, daß sich unabhängig von der Ausrichtung des größeren bzw. kleineren Pitches zur Ausbreitungsrichtung eine Grenzfrequenz f_{Grenz} ausbildet, ist somit messtechnisch belegt. Das bedeutet, daß es im Bezug auf den nutzbaren Frequenzbereich keinen nennenswerten Vorteil gibt, um vom quadratischen Aufbau eines derartigen Via-Arrays abzuweichen.

6.3 Quadratisches Via-Array

Wie im vorherigen Abschnitt soll in diesem Abschnitt die in Kap. 4 vorgestellte Theorie für die Grenzfrequenz f_{Grenz} der quadratischen Via-Arrays messtechnisch untermauert werden. Dazu werden Strukturen auf GaAs untersucht, die bis zur Grenzfrequenz einen Kurzschluß des Signals bewerkstelligen sollen. Das Layout eines der verwendeten Strukturen ist in Abb. 6.13 zu sehen.

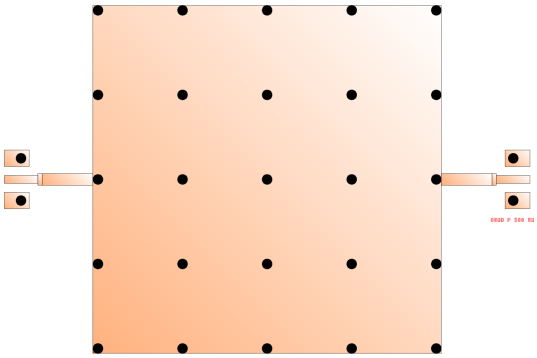

Abbildung 6.13: Layout eines der quadratischen Via-Arrays. Hier ist der Pitch $p = 500$ μm.

Im Gegensatz zum nicht-quadratischen Layout Abb. 6.9 ist in Abb. 6.13 der Pitch in den zwei Raumrichtungen x und y identisch, das Via-Array somit quadratisch. Die Höhe h des GaAs-Substrates beträgt wie in Abschnitt 6.2 100 μm. Die Ankontaktierung erfolgt über koplanare Antast-Pads, die über Microstrip-Leitungen mit dem Via-Array verbunden sind. Das Via-Array selbst besteht aus einer Metallisierung auf der Oberfläche (schattiert gezeichnet) und den Kurzschluss-Vias nach Masse, die als schwarze Punkte eingezeichnet sind. Im Normalfall soll die Messung einen idealen Kurzschluss bis zur Grenzfrequenz f_{Grenz} zeigen. Bei dieser Frequenz beginnt das Via-Array als Wellenleiter zu agieren und entsprechend wird eine Transmission trotz der Kurzschluss-Vias stattfinden.

6.3.1 Simulation der quadratischen Via-Array-Strukturen

Wie bereits in Abschnitt 6.2 erläutert ist auch bei den quadratischen Via-Arrays die Simulation sehr zeitaufwendig und der Einsatz von absorbierenden Randbedingungen wie PML notwendig, was zusätzlichen Rechenaufwand mit sich bringt. Dieser enorme Aufwand kann mit der in dieser Arbeit entwickelten analytischen Modell, f_{Grenz} direkt aus den Werten für Via und Substrat zu berechnen, stark reduziert werden. Wie bereits in Abschnitt 4.4 auf S. 70ff. speziell für die Variation des Pitches p gezeigt wurde, ist bereits mit $M_2 = 1$ eine hinreichende Genauigkeit gegenüber der Simulation mit z.B. MWS oder F3D erreichbar.

Um das vorgestellte Modell mit Hilfe von Messungen zu untermauern, werden quadratische Via-Arrays mit einem Pitch von $p = 400 \ldots 1800$ μm und 5 x 5 Vias verwendet. Die Simulation berücksichtigt die Microstrip-Zu- und Ableitung, nicht jedoch die koplanaren Antastpads. Diese Vorgehensweise ist deshalb möglich, weil bei der Messung dies durch eine geeignete Kalibration berücksichtigt wird.

6.3.2 Messung der Strukturen

Die Messungen sind mit dem gleichen Equipment wie in Abschn. 6.2 beschrieben durchgeführt worden. Die Kalibration erfolgt ebenso durch Strukturen auf dem Wafer, um den Übergang von Antast-Spitze über die koplanaren Antastpads zu der Microstrip-Leitung entsprechend zu berücksichtigen.

Abb. 6.14 zeigt den Vergleich der Grenzfrequenz f_{Grenz} aus der Messung, Simulation und analytische Modelle in Abhängigkeit vom Pitch des Vias.

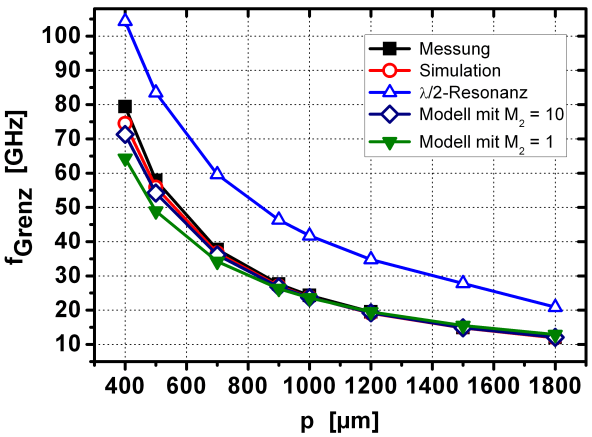

Abbildung 6.14: Vergleich der Grenzfrequenz f_{Grenz} der quadratischen Via-Arrays aus der Messung, Simulation (MWS) und analytische Modelle.

Vergleicht man die Ergebnisse des $\lambda/2$-Kriteriums, das in Gl. 2.9 auf S. 17 vorgestellt wurde, mit der Messung und Simulation (mit MWS), weicht die $\lambda/2$-Resonanzfrequenz stark von der tatsächlichen Grenzfrequenz ab, speziell für die vorgestellte Teststruktur reicht die Abweichung von 31% bis zu 86%. Damit wird nochmals die Notwendigkeit für eine bessere Modellierung der Grenzfrequenz des Via-Arrays verdeutlicht.

Für den Vergleich des in dieser Arbeit entwickelten analytischen Modells mit der Messung und Simulation werden zwei unterschiedlich hohe Modenzahlen $M_2 = 1$ und $M_2 = 10$ gewählt. Näheres zu Anzahl der zu berücksichtigenden höheren Mode siehe Abschn. 3.3.3 auf S. 45ff. und Abb. 4.6 auf S. 71. Je mehr höhere Moden im Bereich 2 berücksichtigt werden, desto kleiner die Abweichung der Grenzfrequenz, aber desto höher der Rechenaufwand. Mit $M_2 = 10$ erreicht man bei $p = 400$ μm eine Abweichung von 10%, und bei $p = 700$ μm unter 3%.

Aber bereits die Ergebnisse des einfachen Modells mit $M_2 = 1$, d.h. mit nur einer höheren Mode im Bereich 2 für die Beschreibung des einzelnen Vias, zeigt schon eine hohe Genauigkeit. Bei Pitch $p = 400$ μm ist sie mit rund 17 % am größten und sinkt aber schon für $p = 1000$ μm auf unter 3 %. Dabei ist zu bedenken, daß das Modell eine unendliche Anzahl von Vias im Via-Array berücksichtigt, während die Messung und die Simulation ein Via-Array bestehend aus 5 x 5 Vias charakterisieren. Daher ist klar, warum das Modell immer eine niedrigere Grenzfrequenz f_{Grenz} ergeben wird als die Messung. Schlussendlich zeigt das Ergebnis, daß die Modellierung sehr gut ist und das Ziel, eine Abschätzung der Grenzfrequenz mit Hilfe einer geschlossenen Lösung zu ermöglichen, erreicht ist.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein grundlegendes Problem der Hochfrequenz-Aufbautechnik behandelt. Dabei werden die elektrischen Eigenschaften von Via-Arrays, die zur Unterdrückung der parasitären Moden in allen Multi-Chip-Modulen-(MCM) und System in a Package- (SiP) Ansätzen zu finden sind, systematisch untersucht. Ab einer bestimmten Frequenz stellt das Via-Array keinen Kurzschluß zur Masse mehr da und die Funktion der Schaltung kann nicht mehr gewährleistet werden. Daher ist eine möglichst genaue Kenntnis der Grenzfrequenz f_{Grenz} von großer Bedeutung. Die Bestimmung von f_{Grenz} ist bislang entweder nur zu ungenau oder nur durch zeit- und rechenintensive 3D-em-Simulationen möglich. Dieser Aufwand kann mit der in dieser Arbeit erstmalig vorgestellten geschlossenen analytischen Formulierung zur Bestimmung von f_{Grenz} stark reduziert werden. Darüber hinaus ermöglicht diese Formulierung es, den Zusammenhang zwischen den entscheidenden Parametern des Via-Arrays wie Pitch der Vias zueinander p, Durchmesser des Vias d und Permittivität des Substrats ε_r zu identifizieren. Somit ist es dem Schaltungsdesigner möglich, sich schon bei den ersten Überlegungen ein genaues Bild von der Verwendbarkeit der anvisierten Technologie zu machen und zu entscheiden, welches Substrat und welche Verbindungstechnik zum Einsatz kommt bzw. ob eine kostengünstigere Technologie bei gegebener Signalfrequenz die Unterdrückung von parasitären Wellenausbreitungen noch sicherstellen kann.

Um das Via-Array systematisch untersuchen zu können, wird zuerst das einzelne Via betrachtet und anschließend werden die daraus gewonnenen Ergebnisse zur Modellierung des Via-Arrays verwendet. Durch die Darstellung eines einzelnen Vias über ein Ersatzschaltbild, das die feldtheoretischen Resultate mit vertretbaren Fehlern approximiert, wird einerseits die Behandlung diffizilerer Strukturen ermöglicht und werden andererseits interessante Perspektiven im Bereich des rechnergestützten Schaltungsentwurfs (CAD) eröffnet. Die Werte der Bauelemente dieses Ersatzschaltbildes werden dabei direkt aus der Geometrie des Vias bestimmt. Die Gültigkeit des Ersatzschaltbildes des Vias für übliche Parameter reicht bis zu 150 GHz.

In der Praxis besitzen Vias einen kreisförmigen Querschnitt. Das Erfassen derartiger kreisförmiger Strukturen führt bei der Nutzung der finiten Differenzen-Methode und anderer, auf Elementarquadern basierender Verfahren zu einem erhöhten numerischen Aufwand und entsprechend erhöhter Rechenzeit. Die Darstellung eines zylindrischen Vias durch ein äquivalentes quaderförmiges Via reduziert den Aufwand deutlich, da dies die Anzahl an notwendigen Gitterzellen stark verringert. Die Untersuchungen zeigen, daß dies prinzipiell möglich ist und daß es eine optimale Annäherung gibt. Dabei wird die Kantenlänge des äquivalenten rechteckigen Vias über den arithmetischen oder geometrischen Mittelwert der Kantenlängen des eingeschriebenen und des umschreibenden Quadrates gebildet. Eine Genauigkeit besser als 0,25 % über einen Frequenzbereich bis zu 150 GHz kann erzielt werden.

Darauf aufbauend wird in dieser Arbeit nachgewiesen, dass ein Via-Array mit unterschiedlichen Abständen der Vias in x- (p_x) und y-Richtung (p_y) (nicht-quadratisch genannt) bezüglich f_{Grenz} keinerlei Vorteile bietet gegenüber einem Via-Array mit gleichen Abständen der Vias in x- und y-Richtung (quadratisch genannt). Der jeweils größte Pitch bestimmt unabhängig von dem Größenunterschied die Grenzfrequenz f_{Grenz}. Deshalb konzentrieren sich die weiteren Untersuchungen auf quadratische Via-Arrays mit $p_x = p_y$, für die erstmalig eine geschlossene Formulierung für die Grenzfrequenz f_{Grenz} hergeleitet wird. Zusammen mit der analytischen Beschreibung des einzelnen Vias kann so direkt aus den Geometrie-Parametern f_{Grenz} mit hoher Genauigkeit bestimmt werden. Diese Möglichkeit wird dann genutzt, um den Einfluss der wichtigsten Design-Parameter des Via-Arrays, wie z.B. Pitch p, Durchmesser d, Permittivität ε_r und Höhe h, auf die Grenzfrequenz f_{Grenz} zu untersuchen und Entscheidungshilfen für den Entwickler aufzustellen. Damit kann bereits im Anfangsstadium abgeschätzt werden, welche der verfügbaren Technologien für den konkreten Fall eingesetzt werden kann bzw. muss, ohne zu große Sicherheitsmargen einplanen zu müssen. Auch für Neuentwicklungen im Bereich der Aufbautechnik, wie z.B. neuartige Substratmaterialien, kann sofort anhand der Möglichkeiten, die derartige Neuentwicklungen bieten, der mögliche Einsatzbereich klar umrissen werden.

Darüber hinaus werden in dieser Arbeit parasitäre Effekte beschrieben, die nicht durch die Gitterstruktur der Via-Arrays verursacht werden, sondern durch den Rand der Struktur. Speziell die Tatsache, dass aus technologischen Gründen die Vias am Rand immer einen Abstand zur Kante der Metallisierung einhalten müssen, führt dazu, dass sich unter bestimmten Umständen eine Welle ausbreiten kann, die dann von einem Signalpfad zu einem anderen übersprechen und so die Funktion des Systems beeinträchtigen kann. Es wird in dieser Arbeit gezeigt, dass durch die Beschreibung über die effektive Weite des Randes die zugehörige Grenzfrequenz f_{Rand} geschlossen bestimmt werden kann, ab der dieses Übersprechen stattfindet. Vergleicht man das Modell mit den Messergebnissen, die maximal um 6% voneinan-

der abweichen, so zeigt sich die gute Übereinstimmung des Modells mit der Wirklichkeit. Die einfache Bestimmung von f_{Rand}, wie sie in dieser Arbeit dargestellt ist, vereinfacht es somit dem Entwickler, diesen Effekt schon in der Entwurfsphase mit zu berücksichtigen.

Weiterhin wird anhand eines realen Problems demonstriert, wie mit der Kombination der beiden in dieser Arbeit hergeleiteten Modelle für f_{Grenz} und f_{Rand} und von 3D-em-Simulationen ein LTCC-Träger als Modul für MMICs für den Frequenzbereich 38-43,5 GHz optimiert werden kann. Abschließend wird mit Hilfe von Teststrukturen das analytische Modell sowohl für das nicht-quadratische wie auch für das quadratische Via-Array messtechnisch verifiziert. Die sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus Messung und Berechnung zeigt, dass mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modells die Grenzfrequenz f_{Grenz} des Via-Arrays sicher bestimmt werden kann.

Anhang A

Die Parallelplatten-Leitung

A.1 Höhere Moden bei der PPL

Zur weiteren Betrachtung wird die Gleichung für die Ausbreitungskonstante der höheren Mode mit dem Index m,

$$\beta = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} \cdot \sqrt{1 - (\frac{m\pi c_0}{a\omega})^2} \tag{A.1}$$

untersucht ([11], S. 297ff). Dabei ist zu beachten, daß sich bei der Parallelplatten-Leitung in dem von uns betrachteten Frequenzbereich keine höheren Moden ausbreiten können. Eine Abschätzung, ab welchem Wert für ω sich höhere Moden ausbreiten können, führt mit den Werten des Referenz-Modells auf

$$\beta = \frac{\sqrt{7,8}}{3} 10^{-8} \omega \sqrt{1 - \frac{9m^2\pi^2}{700} 10^{28} \frac{1}{\omega^2}} \tag{A.2}$$

Der Term unter der Wurzel kann negativ werden und die Wurzel selbst somit imaginär. Es muß also sein

$$1 - \frac{9m^2\pi^2}{700} 10^{28} \frac{1}{\omega^2} \geq 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{9m^2\pi^2}{700} 10^{28} \tag{A.3}$$

und somit gilt für den nächsthöheren Mode $m = 1$

$$\omega_{\text{Grenze}} \geq \sqrt{\frac{9\pi^2}{700} 10^{28}} = 3,56210^{13} \frac{1}{s} \tag{A.4}$$

Das bedeutet nun, daß die Wurzel bei $m = 1$ immer dann imaginär ist, wenn gilt $\omega \leq 3,56210^{13}$. Dies entspricht einer Frequenz von $5,66910^{12}$ Hz, was somit zu der Erkenntnis führt, daß sich im hier untersuchten Frequenzbereich keine höhere Mode ausbreiten kann, denn die gesuchte Grenzfrequenz wird sich unterhalb 138 GHz befinden. In dem uns interessierenden Bereich propagiert nur der TEM-Mode mit der Ausbreitungskonstante

$$\beta = \frac{\omega \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} \tag{A.5}$$

A.2 Herleitung der Leitungs-Matrix

Vorausgesetzt wird eine verlustfreie Leitung der Länge l_{ges} und der Ausbreitungskonstante β, Abb. A.1. Bezugswiderstand für die S-Matrix sei der Wellenwiderstand

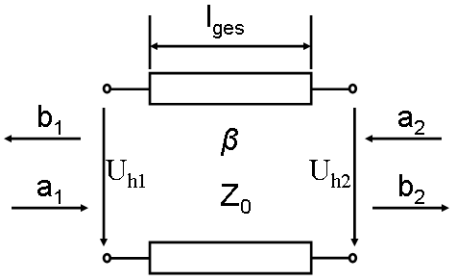

Abbildung A.1: Definition der Ein- und Ausgänge bei einer verlustfreien Leitung.

der Leitung. Eine verlustfreie Leitung ist übertragungssymmetrisch, das bedeutet:

$$\begin{aligned} S_{11} = S_{22} = 0 \qquad & \text{Anpassungssymmetrie} \\ S_{12} = S_{21} \qquad & \text{Übertragungssymmetrie} \end{aligned} \tag{A.6}$$

Somit berechnet sich S_{21} mit

$$\begin{aligned} S_{21} &= \frac{b_2}{a_1}|_{a_2=0} \\ & \quad a_1 = \frac{U_{h1}}{\sqrt{Z_0}} \qquad b_2 = \frac{U_{h2}}{\sqrt{Z_0}} \\ \Rightarrow S_{12} &= S_{21} = \frac{U_{h2}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{\sqrt{Z_0}}{U_{h1}} = \frac{U_{h2}}{U_{h2} \cdot e^{\beta l \text{ges}}} = e^{-\beta \cdot l \text{ges}} \end{aligned} \tag{A.7}$$

was zu der S-Matrix der verlustfreien Leitung führt:

$$[S_{\text{Leitung}}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\beta \cdot l \text{ges}} \\ e^{-\beta \cdot l \text{ges}} & 0 \end{bmatrix} \tag{A.8}$$

Gl. A.8 muß nun, um mit dem ESB des Vias zusammengeschaltet werden zu können, in die entsprechende Wellenkettenmatrix T umgerechnet werden. Dazu wird die Umrechnungsvorschrift aus [43] verwendet und es ergibt sich

$$[T_{\text{Leitung}}] = \begin{bmatrix} e^{-\beta \cdot l \text{ges}} & 0 \\ 0 & e^{+\beta \cdot l \text{ges}} \end{bmatrix} \tag{A.9}$$

Gl. A.9 stellt somit die Leitung zwischen den Vias dar und kann entsprechend angebunden werden.

Anhang B

Das erweiterte ESB für das *quadratische 2D-Modell*

B.1 Ein erweitertes ESB

Die Erweiterung gegenüber dem ESB des Vias in Kap. 3.1 (Abb. 3.3 auf S. 24) besteht aus der Hinzufügung zweier weiterer Tore, so daß nun für jede Richtung x, y jeweils ein Zweitor besteht. Die Bezeichnungen im erweiterten ESB sind in Abb. B.1 definiert. Die Kopplung der zwei neuen Tore in y-Richtung erfolgt über

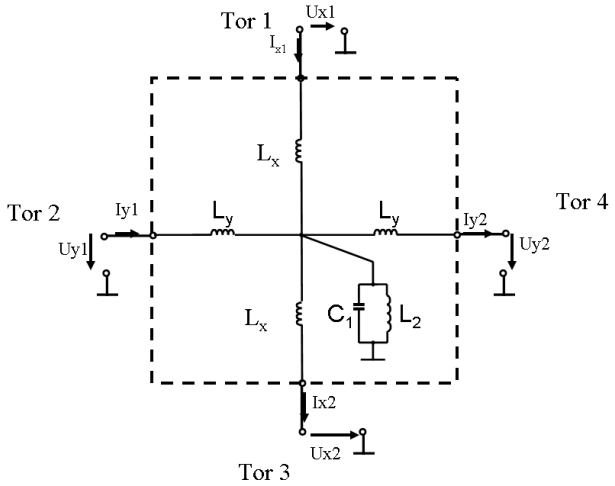

Abbildung B.1: Skizze des erweiterten ESBs des Vias mit Wellenausbreitung in x und y.

die Induktivitäten L_y. Der Parallelschwingkreis aus L_2 und C_1 bleibt gleich, die vorherigen Induktivitäten L_1 werden zu L_x umbenannt. Die prinzipielle Funktionsweise der einzelnen Bauelemente des erweiterten ESBs bleibt wie in Kap. 3.1.1 auf S. 24 gleich. Zu beachten ist, dass die jeweiligen Tore mit den entsprechenden

Wellenwiderständen der jeweiligen Parallelplatten-Leitung abgeschlossen sind und die Allgemeinheit wegen der einfachen Topologie beschränkt ist.

Der erste Reflexionsparameter $\underline{S}_{11}$ läßt sich bestimmen durch

$$\underline{S}_{11} = \frac{Z_{Q,1} + j\omega L_x - Z_{L_x}}{Z_{Q,1} + j\omega L_x + Z_{L_x}} \tag{B.1}$$

mit der frei gewählten Abkürzung

$$Z_{Q,1} = \frac{1}{\frac{1}{Z_M} + \frac{2}{Z_{L_y}+j\omega L_y} + \frac{1}{Z_{L_x}+j\omega L_x}}. \tag{B.2}$$

Der zweite Reflexionsparameter ist durch die Symmetrie

$$\underline{S}_{22} = \frac{Z_{Q,2} + j\omega L_y - Z_{L_y}}{Z_{Q,2} + j\omega L_y + Z_{L_y}} \tag{B.3}$$

mit

$$Z_{Q,2} = \frac{1}{\frac{1}{Z_M} + \frac{2}{Z_{L_x}+j\omega L_x} + \frac{1}{Z_{L_y}+j\omega L_y}} \tag{B.4}$$

festgelegt. Die drei noch fehlenden Parameter lauten

$$\begin{aligned}
\underline{S}_{12} &= \frac{2\sqrt{Z_{L_x} \cdot Z_{L_y}} \cdot Z_{Q,1}}{\left(Z_{L_y} + j\omega L_y\right)\left(Z_{Q,1} + Z_{L_x} + j\omega L_x\right)} \\
\underline{S}_{13} &= \frac{2Z_{L_x} \cdot Z_{Q,1}}{\left(Z_{L_x} + j\omega L_x\right)\left(Z_{Q,1} + Z_{L_x} + j\omega L_x\right)} \\
\underline{S}_{24} &= \frac{2Z_{L_y} \cdot Z_{Q,2}}{\left(Z_{L_y} + j\omega L_y\right)\left(Z_{Q,2} + Z_{L_y} + j\omega L_y\right)}.
\end{aligned} \tag{B.5}$$

An die Beschreibung des Vias müssen nun die Parallelplatten-Leitungen angefügt werden, die in dieser Arbeit als verlustlos angenommen werden. Im Normalfall würde man nun die Kettenmatrix des Vias bilden und mit der Kettenmatrix der Leitung multiplitzieren. Durch die Symmetrien ist aber dieser Weg nicht möglich, da die Kettenmatrix des Vias nicht gebildet werden kann. Deshalb wird stattdessen die Leitung direkt in die S-Parameter-Matrix hinzugefügt. Dazu wird das ESB aus Abb. B.1 um die Leitungen erweitert, wie in Abb. B.2 zu sehen. In x-Richtung sind die Leitungsparameter Z_{Lx}, β_x und die Länge d_x und in y-Richtung die Leitungsparameter Z_{Ly}, β_y und die Länge d_y zu berücksichtigen. Für die reflektierten Wellen gilt

$$\begin{aligned}
b_1' &= b_1 \cdot e^{-j\beta_x d_x} \\
b_2' &= b_2 \cdot e^{-j\beta_y d_y}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

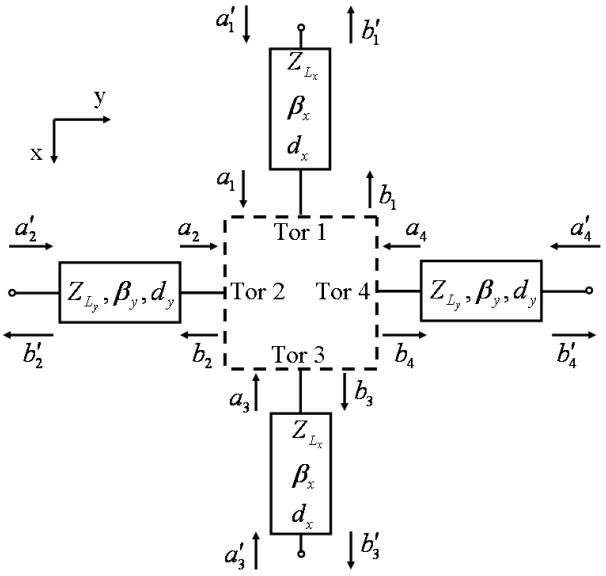

Abbildung B.2: Das allgemeine ESB des Vias mit den Leitungen. a_n steht für die einfallende Welle, b_n für die reflektierte Welle.

und für b_3, b_4 äquivalent. Die einfallenden Wellen $a_n^{'}$ sind ähnlich, aber der Exponent der Exponentialfunktion ist positiv. Mit den willkürlich festgelegten Abkürzungen $e^{-j\beta_x d_x} = e_x$ und $e^{-j\beta_y d_y} = e_y$ ergibt sich für die $\underline{S}'$-Matrix

$$\underline{\mathbf{S}}' = \begin{pmatrix} e_x^2 S_{11} & e_x e_y S_{12} & e_x^2 S_{13} & e_x e_y S_{12} \\ e_x e_y S_{12} & e_y^2 S_{22} & e_x e_y S_{12} & e_y^2 S_{24} \\ e_x^2 S_{13} & e_x e_y S_{12} & e_x^2 S_{11} & e_x e_y S_{12} \\ e_x e_y S_{12} & e_y^2 S_{24} & e_x e_y S_{12} & e_y^2 S_{22} \end{pmatrix}. \tag{B.7}$$

Mit Gl. B.7 ist nun die Einheitszelle des allgemeinen Via-Arrays beschrieben. Mit ihrer Hilfe könnte man bereits in einem Schaltungssimulator wie `ADS` [58] ein Via-Array aufbauen. Dies ist aber nur dann hilfreich, wenn man nur wenige Vias simulieren will. Bei einem BGA mit über 100 Vias wäre dieses Vorgehen ein äußerst mühsamer Weg.

B.2 Einsetzen in das quadratische 2D-Array

Bei Einsetzen des erweiterten ESBs ergibt sich gemäß Gln. B.1 bis B.5 für die EW-Gleichung 4.10 auf S. 62

$$a = 0 \tag{B.8}$$

und somit

$$\boxed{\cos D_x + \cos D_y + \frac{d}{2b} = 0}. \tag{B.9}$$

Diese Funktion kann zur Übersicht geplottet werden, Abb. B.3. Die Funktion

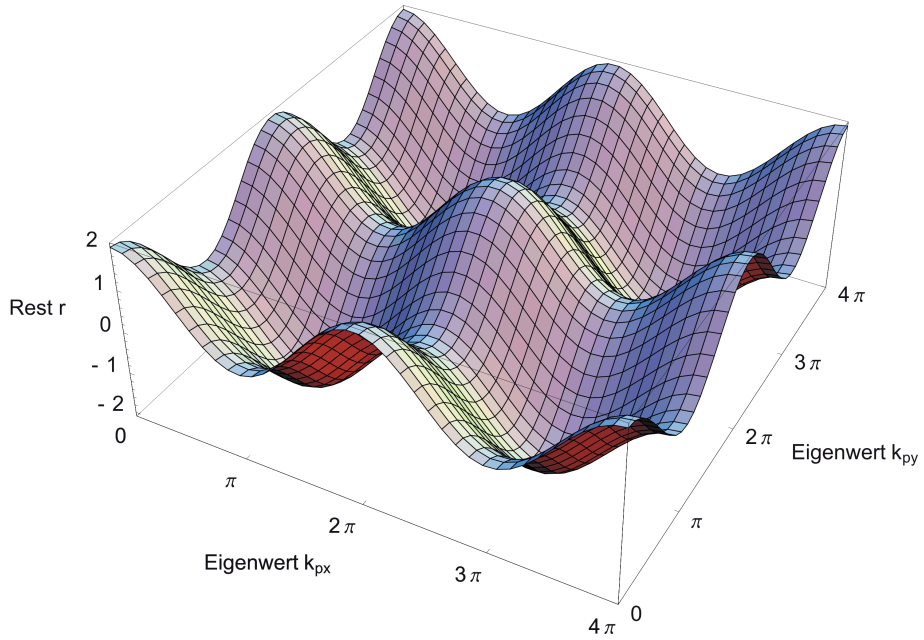

Abbildung B.3: Plot der Funktion $\cos k_{px} + \cos k_{py} = r$ über k_{px}, k_{py} von 0 bis 4π. Der Rest r beinhaltet die additive Komponente $d/2b$ in Gl. 4.17.

$\cos k_{px} + \cos k_{py} = r$ ist im reellen Bereich von 0 bis 4π in Abhängigkeit der beiden Eigenwerte k_{px} und k_{py} für die Wellenausbreitung in $x-$ und $y-$Richtung aufgetragen. Der als Rest r bezeichnete Funktionswert steht für $d/2b$ in Gl. 4.17. Um eine Lösung für Gl. 4.17 zu erhalten, muss, wie in Abb. B.3 am Rest r zu sehen ist, $d/2b$ im Bereich $-2 \ldots +2$ liegen. Da die Eigenwerte zuerst imaginär sind und dann reell werden, ist die Richtung, aus der $d/2b$ kommt, noch unbestimmt, kann aber nur aus -2 oder aus +2 kommen. Dies wird in Kap. 4.3 auf S. 67 weiter eingehend untersucht. In Abb. B.3 ist ebenfalls zu sehen, daß hier eine 2π-Periodizität vorherrscht. Abb. B.4 zeigt die Höhenlinien der Funktion aus Abb. B.3. Das in der Bildmitte verlaufende Quadrat kennzeichnet den Bereich von $r = 0$, in den Ecken in weiß jeweils $r = +2$ und schwarz in der Mitte die Lösung $r = -2$ von Gl. 4.17.

B.3 Einsetzen des erweiterten ESBs in das *quadratische 2D-Modell*

Die Eigenwertgleichung für das vereinfachte Modell Gl. 4.17 mit den Bauelementen des ESBs Gl. B.1, B.3 und B.5 ergibt sich zu

$$-2\frac{a}{b} = 0 \qquad \text{da } a = 0 \tag{B.10}$$

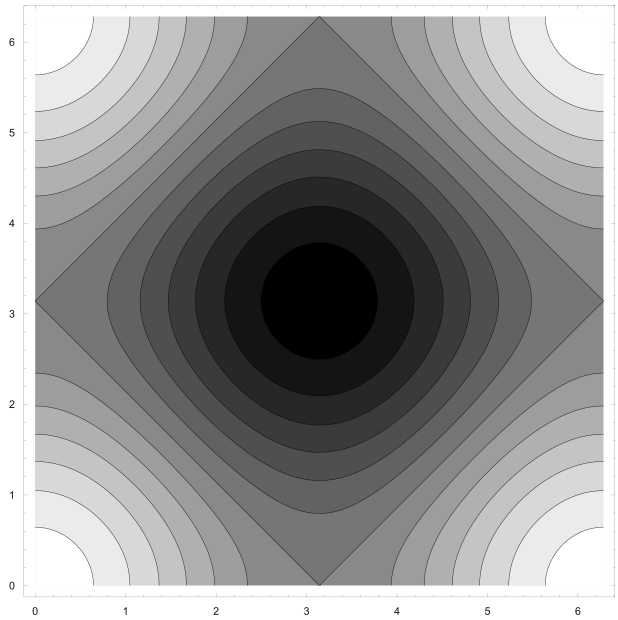

Abbildung B.4: Plot der Höhenlinien der Funktion $\cos k_{px} + \cos k_{py} = r$ über k_{px}, k_{py} von 0 bis 2π. Der Rest r beinhaltet die additive Komponente $d/2b$ in Gl. 4.17. Jede Abstufung entspricht dabei einer Änderung von r um 0,2.

und

$$\begin{aligned}\frac{d}{2b} = \frac{1}{2\omega Z_{L_x} L_3} \cdot \Bigg[& 2\omega Z_{L_x} \cdot \left(-L_x - 2L_3 + \omega^2 L_x L_3 C_1\right) \cdot \cos\left(\frac{2\omega}{v_p} \cdot d_x\right) \\ & + \left(-Z_{L_x}^2 + \omega^2 Z_{L_x}^2 L_3 C_1 + \omega^2 L_x \left(4L_3 + L_x - \omega^2 L_x L_3 C_1\right)\right) \\ & \cdot \sin\left(\frac{2\omega}{v_p} \cdot d_x\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{B.11}$$

mit der Ausbreitungskonstante auf der PPL mit

$$\beta_{PPL} = \frac{\omega}{v_p}$$

und der Phasengeschwindigkeit v_p auf der PPL, der Länge der PPL d_x mit

$$d_x = p_x - d$$

und d hier als Durchmesser des Vias, und dem Wellenwiderstand der PPL $Z_{L_x} = Z_{L_{PPL}}$. Der Term $-2a/b$ wird Null, da bei Einsetzen der EZ der Faktor a Null wird. Durch den quadratischen Aufbau des Via-Arrays wird S_{12} gleich S_{13} und somit ergibt $a = S_{12}^2 - S_{13}S_{24}$ Null.

B.4 Geschlossene Formulierung der Grenzfrequenz f_{Grenz} für das vereinfachte 2D-Modell

Mit der EWGl. 4.17 und der eingesetzten EZ für den additiven Term $d/2b$ in Gl. B.11 kann nun die Grenzfrequenz f_{Grenz} für das *vereinfachte 2D-Modell* bestimmt werden.

Die Anwendung der Resonanzbedingung Gl. 4.11 führt für das *vereinfachte 2D-Modell* allgemein auf

$$2 - 2\frac{a}{b} + \frac{d}{2b} = 0. \tag{B.12}$$

Gl. B.12 stellt somit die mathematische Formulierung der Grenzfrequenz f_{Grenz} ohne Einsetzen einer EZ dar. Die Abkürzungen Gl. 4.9 von S. 62 und die entsprechende EZ des Vias Gl. 3.55 von S. 58 in obige Gl. B.12 eingesetzt und nach f aufgelöst ergibt die gesuchte Grenzfrequenz f_{Grenz}. Dabei wird aus Gl. B.12 mit dem Ergebnis aus Gl. B.10 die Gleichung

$$2 + \frac{d}{2b} = 0. \tag{B.13}$$

Wird nun die EZ des Via-Arrays eingesetzt und nach der Frequenz aufgelöst, so erhält man die Gleichung für die Grenzfrequenz des *vereinfachten 2D-Modells*. Aus Gl. B.11 kann man schon erkennen, daß sich die Frequenz auch in dem $\cos -$ und $\sin -$Term befindet. Eine Reihenentwicklung ist somit leider unumgänglich, wenn direkt nach der Frequenz aufgelöst werden soll. Die Newtonsche Reihenentwicklung liefert bei $n = 4$, d.h. Entwicklung bis zur 5. Potenz eine hinreichend genaue Lösung [59]. Die Bestimmungsgleichung besteht aus den Abkürzungen

$$\begin{aligned}
q &= 6d_x^2 v_p Z_{L_x}(2L_3 + L_x) + 3L_x L_3 C_1 v_p^3 Z_{L_x} + 2d_x^3 Z_{L_x}^2 \\
&\quad + 3d_x v_p^2 \left(4L_x L_3 + L_x^2 + L_3 C_1 Z_{L_x}^2\right) \\
r &= 12 d_x Z_{L_x}(L_x v_p + d_x Z_{L_x}) \\
s &= 15 L_x^2 L_3 C_1 v_p^4 + 10 d_x^3 v_p Z_{L_x}(2L_3 + L_x) + 30 L_x L_3 C_1 d_x v_p^3 Z_{L_x} \\
&\quad + 2d_x^4 Z_{L_x}^2 + 10 d_x^2 v_p^2 \left(4L_3 L_x + L_x^2 + L_3 C_1 Z_{L_x}^2\right)
\end{aligned} \tag{B.14}$$

und der eigentlichen Gleichung

$$f_{Grenz} = \pm \frac{v_p}{\pi\sqrt{8}} \cdot \sqrt{\frac{5q \pm \sqrt{5} \cdot \sqrt{5q^2 - r \cdot s}}{d_x \cdot s}} \tag{B.15}$$

für die Grenzfrequenz f_{Grenz} des *vereinfachten 2D-Modells*. Mit Hilfe der Gleichungen für das ESB Gl. 3.5, Gl. 3.8 und 3.7 auf S. 27f. und der analytischen Bestimmung mit Gl. 3.42 auf S. 45 kann nun direkt aus der Geometrie des Via-Arrays die Grenzfrequenz bestimmt werden.

Anhang C

Theoretische Verifizierung der Modellierung

Um die in den vorherigen Abschnitten entwickelten Modelle für das quadratische und allgemeine Via verifizieren zu können, werden sie in diesem Abschnitt auf bereits bestehende Modelle zurückgeführt bzw. ineinander überführt. Als erster Schritt wird das Modell des quadratischen Via-Arrays auf das von Collin publizierte [23] zurückgeführt. Zum Abschluss wird das allgemeine Via-Array-Modell auf ein von Lai, Caloz, Itoh publiziertes Modell [42] zurückgeführt.

C.1 Rückführung auf Collin

Collin publizierte in seinem Standardwerk [23] S. 613ff. ein allgemein gültiges T-Ersatzschaltbild, das sich auch in anderen Werken finden läßt (z.B. [8]). Anhand der dort publizierten Lösung soll nachgewiesen werden, dass die in dieser Arbeit hergeleitete Lösung für das ESB Abb. 3.3 auf S. 24 damit konsistent ist.

Für ein T-ESB gilt allgemein, bei Berücksichtigung der periodischen Natur,

$$\cosh \gamma l = \frac{Z_{11} + Z_{22}}{2Z_{12}} \tag{C.1}$$

für Abb. C.1. l ist hier die Länge der Elementarzelle aus einer (beliebigen) periodischen Struktur, γ die Ausbreitungskonstante der Elementarzelle. Mit $\gamma l = jD_x$ und $Z_{11} = Z_{22}$ ergibt sich aus obiger Gleichung

$$\cosh(jD_x) = \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \tag{C.2}$$

und mit $Z_{11} = Z_M + j\omega L_x$ und $Z_{12} = Z_M$ eingesetzt folgt

$$\cos D_x = 1 + j\frac{\omega L_x}{Z_M} \tag{C.3}$$

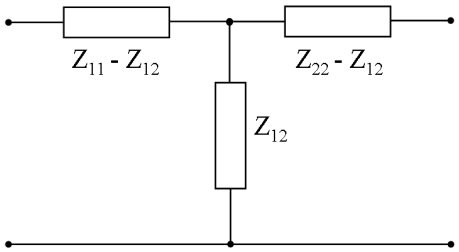

Abbildung C.1: Das allgemeine T-Ersatzschaltbild für ein Abschnitt einer periodischen Struktur, aus [23].

was identisch ist mit Gl. 4.34 auf S. 70, bei der lediglich noch die Leitung der PPL gleich Null gesetzt werden muss.

C.2 Rückführung auf Lai et al.

Lai, Caloz und Itoh publizierten basierend auf verschiedenen Veröffentlichungen [60, 61] in [42] S. 39ff. ein Modell für eine sog. electromagnetic bandgap-Struktur, die die Realisierung eines Meta-Materials mit neuartigen Eigenschaften ermöglicht. Dabei wird eine periodische Anordnung einer Induktivität und Kapazität seriell bzw. parallel zu einer Leitung betrachtet und ein entsprechendes Ersatzschaltbild entwickelt, in dem die Leitung ebenfalls mit ihren Ersatzschaltbild berücksichtigt wird. Dabei werden die parallelen Elemente und die seriellen jeweils zusammengefasst und in eine sog. 2D composite rechts/links-händige Übertragungsleitung (CRLH-TL) zusammengefasst. Die so entstehende 2D-Dispersionsgleichung lautet nach [42]

$$\frac{\left(e^{-jk_x p}-1\right)^2}{e^{-jk_x p}}+\frac{\left(e^{-jk_y p}-1\right)^2}{e^{-jk_y p}}-ZY=0 \tag{C.4}$$

mit der pro Längen-Einheit definierten Impedanz und Admittanz

$$\begin{aligned} Z'(\omega) &= j\left(\omega L'_R-\frac{1}{\omega C'_L}\right) \\ Y'(\omega) &= j\left(\omega C'_R-\frac{1}{\omega L'_L}\right) \end{aligned} \tag{C.5}$$

aus Abb. C.2, das die Elementarzelle der dort verwendeten Struktur darstellt. Im Unterschied zu dem in dieser Arbeit vorgestellten *vereinfachten 2D-Modell* wird die Leitung mit Hilfe des Kapazitäts- und Induktivitätsbelages nachgebildet. Um von dem *quadratischen 2D-Modell* gemäß Kap. 4 auf das Modell von Lai et al. zu gelangen, müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

1. Leitungslängen $p_x, p_y = 0$

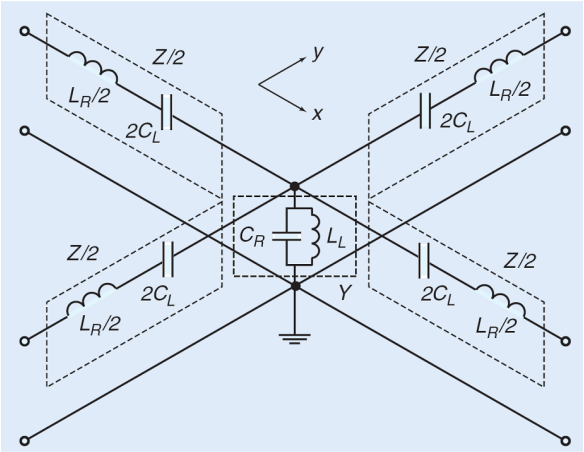

Abbildung C.2: Das Ersatzschaltbild der 2D-CRLH-TL aus [42].

2. $Z/2 = j\omega L_x = j\omega L_y$
3. $Y = 1/Z_M$
4. $e^{-jk_x p} = e^{-jD_x}$ und $e^{-jk_y p} = e^{-jD_y}$

Dann wird Gl. C.4 nach Umformungen und Umrechnung zu trigonometrischen Funktionen zu

$$\cos D_x + \cos D_y - \left(2 + \frac{j\omega L_x}{Z_M}\right) = 0 \tag{C.6}$$

Für eine quadratische Anordnung mit $L_x = L_y$, $Z_{L_x} = Z_{L_y} = Z_L$ und $e_x = e_y = 1$ folgt für Gl. 4.17 der gleiche Ausdruck wie für die obige Gl. C.6. Somit kann man Gl. C.4 als Vereinfachung mit der Leitungslänge Null der in dieser Arbeit vorgestellten Gl. 4.17 auffassen. Die Konsistenz ist damit bewiesen.

Literaturverzeichnis

[1] J. Magarshack. European MMIC activities. *IEEE MTT-S Microwave Symposium Digest*, 2:645–648, Mai 1988.

[2] M. Camiade. Overview on GaAs MMICs for automotive radar. *IEEE GaAs IC Symp. Dig.*, pages 29–32, Oktober 2002.

[3] R. Kohno und K. Takizawa. Overview of Research and Development Activities in NICT UWB consortium. *IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, pages 735–740, September 2005.

[4] A. Matsuzawa. RF-SoC - expectations and required conditions. *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, 50(1):245–253, Januar 2002.

[5] G. Pascariu, P. Cronin, and D. Crowley. Next generation electronics packaging utilizing flip chip technology. *IEEE/CPMT/SEMI 28th Int. Electronics Manufacturing Technology Symp.*, pages 423–426, Juli 2003. IEMT.

[6] Hiura, S., Ishida, M., Kitahara, T., and Yamamoto, T. RF module using MCM-L and BGA technology for 5 ghz WLAN application. *33rd European Microwave Conference*, 3:895–898, Okober 2003.

[7] Fang, J., Zhao, J., and Zhang, J. Shorting via arrays for the elimination of package resonance to reduce power supply noise in multi-layered area-array IC packages. *IEEE Symp. on IC/Package Design Integration Proc.*, pages 116–119, Februar 1998.

[8] H. Meinke and F.W. Gundlach. *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer-Verlag, Berlin, 1962.

[9] J. Shumpert, W. Chappell, and L. Katehi. Parallel-plate mode reduction in conductor-backed slots using electromagnetic bandgap structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, 47(11):2099–2104, November 1999.

[10] J.J. Simpson, A. Taflove, J.A. Mix, and H. Heck. Computational and experimental study of a microwave electromagnetic bandgap structure with waveguiding defect for potential use as a bandpass wireless interconnect. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 14(7):343–345, Juli 2004.

[11] Zinke und Brunswig. *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer-Verlag, 1990.

[12] G. Hebermehl, R. Schlundt, H. Zscheile, and W. Heinrich. Improved numerical methods for the simulation of microwave circuits. *Surveys on Mathematics for Industry*, 9:117–129, 1999.

[13] CST. *Microwave Studio V 5.0*. Darmstadt, http://www.cst.de edition.

[14] A. Christ. *Streumatrixberechnung mit Dreidimensionalen Finite-Differenzen Für Mikrowellen-Chip-Verbindungen und Deren CAS-Modelle*. Dissertation, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 21, Nr. 31, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.

[15] K. Beilenhoff. *Simulation und Modellierung von Leitungs-Diskontinuitäten und -Verzweigungen für monolithisch intergrierte Millimeterwellenschaltungen*. Dissertation, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 9, Nr. 225, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1996.

[16] T. Tischler. *Die Perfectly-Matched-Layer Randbedingung in der Finite-Differenzen-Methode im Frequenzbereich: Implementierung und Einsatzbereiche*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2004.

[17] A. Tavlove. *Computational Electrodynamics: The finite-difference time-domain method*. Artech House, Boston, 2000.

[18] K. Chang, editor. *Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves*. Microwave and optical engineering. John Wiley & Sons, New York, 1992.

[19] J.-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comput. Physics*, 114:185–200, Oktober 1994.

[20] K.S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 14(5):302–307, 1966.

[21] G. Piefke. *Feldtheorie III*. B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1977.

[22] J. Hausner. *Mikrowellenoszillator mit abstimmbarem Bragg-Resonator*. Dissertation, TU München, 1991.

[23] Robert E. Collin. *Field Theory of Guided Waves*. Oxford University Press, Oxford, 1991.

[24] H.-G. Unger. *Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik*, volume 2. Hüthig Verlag, Heidelberg, 2. edition, 1989.

[25] S.-G. Hsu and R.-B. Wu. Full-wave characterization of a through hole via in multi-layered packaging. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-43:1073–1081, May 1995.

[26] Y. Chen, P. Harms, R. Mittra, and W. T. Beyene. An FDTD-Touchstone hybrid technique for equivalent circuit modeling of SOP electronic packages. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-45(10):1911–1918, Oktober 1997.

[27] M. Buchta. Entwicklung eines Reflexionssensors bei 76,5 GHz zur Abstandserfassung im Wellenlängenbereich. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 2001.

[28] D. Koh, H.-B. Lee, and T. Itoh. A hybrid full-wave analysis of via-hole grounds using finite-difference and finite-element time-domain methods. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-45:2217–2223, Dec 1997.

[29] L.L.W. Leung und K.J. Chen. Microwave characterization and modeling of high aspect ratio through-wafer interconnect vias in silicon substrates. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 53(8):2472–, August 2005.

[30] G.A. Kouzaev, N.K. Nikolova, and M.J. Deen. Circular-pad via model based on cavity field analysis. *IEEE Microwave and wireless components letters*, 13(11):481–483, Nov. 2003.

[31] R. H. Jansen. A full-wave electromagnetic model of cylindrical and conical via hole grounds for use in interactive mic/mmic design. *MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pages 1233–1236, June 1992.

[32] M. Buchta und W. Heinrich. On the equivalence between cylindrical and rectangular via-holes in electromagnetic modeling. *submitted*, 2006.

[33] R. Sorrentino, F. Alessandri, M. Mongiardo, G. Avitabile, and L. Roselli. Full-wave modeling of via hole grounds in microstrip by three-dimensional mode matching technique. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-40:2228–2234, Dec 1992.

[34] I. N. Bronstein and K.A. Semendjajew. *Taschenbuch der Mathematik*. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, Leibzig, 25 edition, 1991.

[35] K. Vaed, J. Florkey, S.A. Akbar, M.J. Madou, J.J. Lannutti, and S.S. Cahill. An additive micromolding approach for the development of micromachined ceramic substrates for rf applications. *IEEE Journ. Micromechanical Syst.*, 13(3):514–525, Juni 2004.

[36] J. A. Kong. *Electromagnetic Wave Theory*. John Wiley & Sons, Inc., 2nd edition, 1990.

[37] L. Rade and B. Westergren. *Springers Mathematische Formeln.* Springer Verlag, Berlin, 1996.

[38] K. Simonyi. *Theoretische Elektrotechnik.* VEB Dt. Verlag der Wissenschaften, Berlin, 7 edition, 1979.

[39] W. Heinrich. *Beiträge zur Simulation monolithisch integrierter Höchstfrequenzschaltungen.* Number 136 in Fortschritts-Berichte VDI:21. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1993.

[40] T. Yuasa, T. Nishino, and H. Oh-hashi. Simple design formula for parallel plate mode suppression by ground via-holes. *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pages 641–644, June 2004.

[41] C.-H. Lee, A. Sutono, S. Han, K. Lim, S. Pinel, E.M. Tentzeris, and J. Laskar. A compact ltcc-based ku-band transmitter module. *IEEE Trans. Adv. Packaging*, 25(3):374–384, August 2002.

[42] A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh. Composite right/left-handed transmission line metamaterials. *IEEE Microwave Maganzine*, pages 34–50, September 2004.

[43] M. Neiger. *Grundgebiete der Elektrotechnik (Teil II: Zeitlich Veränderliche Vorgänge in Elektrischen Netzwerken).* Skriptum des Lichttechnischen Instituts, Universität Karlsruhe, 1995.

[44] A. Kilk. Analyse und modellierung von via-hole-anordnungen als massekontakte in der mm-wellen-aufbautechnik. Diplomarbeit, Technische Universität Berlin, Fachgebiet Mikrowellentechnik, September 2002.

[45] C.S. Lin, Y.K. Fang, S.F. Ting, C.L. Wu, and C.S. Chang. A novel etching technology with reactive ion etching system for GaAs via-hole etching applications. *IEEE Trans. Semiconductor Manufacturing*, 16(1):57–59, Februar 2003.

[46] I. Wolff, G. Kompa, and R. Mehran. Calculation method for microstrip discontinuities and t junctions. *Electronics Letters*, 8(7):177–179, 1972.

[47] R. K. Hoffmann. *Integrierte Mikrowellenschaltungen.* Springer-Verlag, Berlin, 1983.

[48] M. Kirschning and R.H. Jansen. Accurate model for effective dielectric constant of microstrip with validity up to millimetre-wave frequencies. *Electronics Letters*, 18(6):272–273, 1982.

[49] W.J. Getsinger. Microstrip dispersion model. *IEEE Trans. of Microwave Theory and Techn.*, MTT-21(1):34–39, 1973.

[50] M.V. Schneider. Microstrip lines for microwave integrated circuits. *Bell Syst. Techn. J.*, 48:1421–1444, Juni 1969.

[51] E. Hammerstad and O. Jensen. Accurate models for microstrip computer-aided design. *IEEE MTT-S Internat. Microwave Symp. Dig.*, pages 407–409, 1980.

[52] Andrea Jentzsch. *Elektromagnetische Eigenschaften von Flip-Chip-Übergängen im Millimeterwellenbereich*. Dissertation, TU Berlin, 2002.

[53] G. Baumann, H. Richter, A. Baumgärtner, D. Ferling, and R. Heilig. 51 Ghz front-end with flip-chip and wire bond interconnections from GaAs MMICs to a planar patch antenna. *Int. Microwave Symp. Digest*, 3:1639–1642, 1995.

[54] M. Ito, K. Maruhashi, K. Ikuina, N. Semba, N. Takahashi, and K. Ohata. Low cost multi-layer ceramic package for flip-chip mmic up to w-band. *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, 1:57–60, 2000.

[55] H. Jantunen. *A novel low temperature co-firing ceramic (LTCC) material for telecommunication devices*. Dissertation, Universität Oulu, Finnland, 2001.

[56] W. Nelson. *Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analyses*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990.

[57] M. Buchta. Optimierung der ohmschen Metallisierungsebene für MESFET-MMICs. Studienarbeit, Universität Karlsruhe, 1999.

[58] Agilent. *Manual of ADS*, 2002.

[59] W. Walter. *Analysis 1*, volume 1. Springer-Verlag, 3 edition, 1992.

[60] G. Eleftheriades, A. Iyer, and P. Kremer. Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines. *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, 50(12):2702–2712, Dezember 2002.

[61] C. Caloz, A. Sanada, and T. Itoh. A novel composite right-/left-handed coupled-line directional coupler with arbitrary coupling level and broad bandwidth. *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, 52(3):980–992, März 2004.