Aktive Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit pneumatischen Aktuatoren

von Diplom-Ingenieur
Achim Bleicher
aus Mutlangen

von der Fakultät VI - Planen Bauen Umwelt
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Volker Schmid
Gutachter: Prof. Dr. sc. techn. Mike Schlaich
Gutachter: Prof. Dr. sc. techn. Jan G. Korvink
Gutachter: Dr. Thomas Schauer

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 11.03.2011

Berlin 2011

D 83

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Entwerfen- und Konstruieren Massivbau der Technischen Universität Berlin.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Mike Schlaich, der mir an seinem Fachgebiet einen idealen Rahmen bot, um dieses Thema zu bearbeiten. Er betreute die Arbeit mit fachlichen und interdisziplinären Denkanstößen und ließ mir dabei die Möglichkeit, thematische Freiräume zu gestalten. Für die Übernahme des Mitberichts und hilfreichen Anmerkungen danke ich Prof. Jan G. Korvink vom Institut für Mikrosystemtechnik der Universität Freiburg. Weiterhin bedanke ich mich sehr herzlich bei Dr. Thomas Schauer vom Fachgebiet Regelungssysteme der Technischen Universität Berlin für die Betreuung und die Übernahme des Mitberichts. Er unterstützte die Arbeit mit vielen wertvollen Anregungen und Diskussionen, die mir insbesondere den Einstieg in das umfangreiche Gebiet der Regelungstechnik erleichterten. Mein Dank gilt auch dem Leiter des Fachgebiets Prof. Jörg Raisch, der diese interdisziplinäre Zusammenarbeit unterstützte. Ebenfalls bedanke ich mich bei Prof. Volker Schmid für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Ein besonderer Dank für die intensive Unterstützung und Förderung geht auch an Prof. Annette Bögle. Durch zahlreiche fachliche Diskussionen, wertvolle Hinweise und die kritische Durchsicht beeinflusste sie die Arbeit nachhaltig. Zudem danke ich ihr für die bereichernde Zusammenarbeit in der Lehre und bei der Durchführung zahlreicher Exkursionen.

Ein Teil dieser Arbeit entstand während eines halbjährigen Forschungsaufenthaltes an der University of Tokyo am Bridge & Structure Laboratory bei Prof. Yozo Fujino. Für die freundliche Aufnahme, sein großes Interesse und die hilfreichen Anregungen gilt mein besonderer Dank. Außerdem danke ich der Japan Society for the Promotion of Science, die diesen Aufenthalt durch ein Forschungsstipendium unterstützt hat.

Für die finanzielle Unterstützung zum Bau der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen bedanke ich mich bei den Sponsoren, dem Deutschen Institut für Bautechnik sowie der Firma Carbo-Link. Für die großzügige materielle Unterstützung zur Realisierung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Aktuatoren gilt mein besonderer Dank dem Leiter des Corporate Design bei der Festo AG, Dipl.-Ing. Markus Fischer.

Für die Hilfe beim Aufbau mehrerer Experimente sowie bei der Erstellung von Brückenbauteilen danke ich den Mitarbeitern der Werkstatt des Instituts für Bauingenieurwesen sowie den Tutorinnen und Tutoren am Fachgebiet. Weiter möchte ich allen Verfassern der von mir mitbetreuten Diplom- und Studienarbeiten für die fachlichen Diskussionen und den konstruktiven Austausch danken. Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern am Fachgebiet danke ich herzlich für die kollegiale und freundliche Zusammenarbeit.

Meiner Familie und meinen Freunden danke ich für die fortwährende Unterstützung. Ein inniger Dank gebührt Dörte, die mich stets mit Rat und Tat unterstützte und mir während dieser Zeit große Geduld entgegenbrachte.

Kurzfassung

Neue Materialien und Technologien erlauben nicht nur Entwurf und Konstruktion ultraleichter und schlanker, sondern auch nachhaltiger Brücken. Um ihre hohe Schwingungsanfälligkeit zu reduzieren, wurde eine aktive Schwingungskontrolle entwickelt und an einem Prototypen realisiert. Dafür wurde mit dem höchstfesten Material kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff eine Spannbandbrücke gebaut, die mit nur einem Millimeter statischer Bauhöhe 13 m weit spannt und Fußgängerlasten von bis zu 5 kN/m^2 trägt. Bei diesem rein zugbeanspruchten Tragwerk kann die hohe Zugfestigkeit der Kohlenstofffasern in Form von CFK-Lamellen ideal genutzt werden. Die äußerst geringe Dehnsteifigkeit der optimal ausgenutzten CFK-Lamellen und die geringe Strukturdämpfung der sehr leichten und filigranen Spannbandbrücke führen jedoch schon unter normalem Fußgängerverkehr zu einer außergewöhnlich hohen Schwingungsanfälligkeit in mehreren Eigenfrequenzen.

Das Konzept zur aktiven Schwingungskontrolle beinhaltet den geregelten Eintrag von Kräften, die durch Einbindung von Aktuatoren in die ohnehin erforderliche Geländerkonstruktion aufgebracht werden. Zum Einsatz kommt ein „künstlicher Muskel“, ein neuartiger, biologisch inspirierter, extrem leichter und gleichzeitig kraftstarker pneumatischer Zugaktuator. Dieser erzeugt Dämpfungskräfte bei der Aufwärtsbewegung der schwingenden Brücke. Neben Aktuatoren besteht das Gesamtsystem der aktiven Schwingungskontrolle aus Sensoren und einer Regelung. Das Konzept für die hier erforderliche Mehrgrößenregelung basiert auf einer Kaskadenregelung. Diese besteht aus inneren Schleifen zur Regelung der Kräfte der pneumatischen Muskeln und einer äußeren Schleife zur Regelung beziehungsweise zur Kontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen. Der Entwurf beider Regelungen erfolgt modellbasiert.

Zunächst wird ein analytisches Modell der Spannbandbrücke mit einer Beschreibung für die angreifenden Aktuatorenkräfte entwickelt. Die experimentelle Verifizierung des Modells zeigt, dass ein linearisiertes diskretes 8-Platten-Modell das vertikale Eigenschwingungsverhalten der Spannbandbrücke sehr gut abbildet. Die Kraftregelung des pneumatischen Muskels basiert auf einem nichtlinearen analytischen Modell des Aktuator-Systems. Anhand des Entwurfsverfahrens der exakten Ein-/ Ausgangslinearisierung wird gezeigt, dass die Nichtlinearitäten des Aktuator-Systems durch eine nichtlineare Regelung linearisiert werden können. Es stellt sich jedoch heraus, dass die Zeitkonstante der linearen Aktuatordynamik nicht vernachlässigbar ist und deshalb beim Entwurf der Regelung und im Regelalgorithmus zur Kontrolle der Eigenschwingungen berücksichtigt werden muss. Dieser Entwurf erfolgt mit Hilfe von Wurzelortskurven auf Basis der analytischen Beschreibung der Eigenschwingungen und der linearen Aktuatordynamik. Er liefert die Regelparameter für die zeitverzögerten modalen Geschwindigkeitsrückführungen der Mehrgrößenregelung. Die modalen Regelgrößen werden über einen Kalman-Filter beobachtet.

Zur Bestätigung der modellbasierten Regelungen und der analytischen Modelle wird die aktive Schwingungskontrolle an der entwickelten Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen realisiert. Der Vergleich der Ergebnisse aus der Simulation und dem Experiment nach einer definierten Anregung veranschaulicht die Qualität der analytischen Modelle und Regelungen. Unter fußgängerinduzierten Schwingungen bestätigen sich sowohl die Funktionsfähigkeit in der Praxis als auch das Potential aktiver Systeme zur Schwingungskontrolle. Die Beschleunigungsamplituden werden effizient auf ein komfortables Maß reduziert. Letztendlich zeigen die Ergebnisse, dass aktiver Leichtbau der Vision „null“ Bauhöhe und „unendliche“ Steifigkeit einen Schritt näher kommt.

Abstract

New materials and technologies allow not only the building of ultra-light and slender bridges, they also enable the construction of sustainable bridges. Aiming at a reduction of their more complex and high vibration sensitivity, a new active vibration control approach was developed and applied to a prototype; both will be presented in this thesis. By using high-strength carbon fibre reinforced plastic (CFRP), a very light and flexible stress ribbon foot-bridge having a span of 13 m and a structural height of only 1 mm was built in the lab of the Chair of Conceptual and Structural Design of the Berlin Institute of Technology. The high-strength CFRP ribbons are ideally suited for this purely tensioned bridge. However, the extremely low extensional stiffness of the optimally designed and exploited CFRP cross section as well as the bridge's extremely low structural damping, even under ordinary pedestrian traffic, lead to an unusually high vibration sensitivity in several modes.

In order to counteract the high level of pedestrian-induced vibrations, an active vibration control concept is developed. This concept includes the embedding of smart actuators into the handrail, which is required anyway. Here, biologically inspired, extremely light and powerful artificial muscles are used. These pulling only actuators generate damping forces during the upward movement of the vibrating bridge. An active vibration control system consists of actuators, sensors and a controller. The multi-variable control concept is based on a cascaded control consisting of subsidiary loops to control the force of the pneumatic muscles and the outer loop to finally control the first three vertical modes of the bridge. The design of both controls is model-based.

First, a reduced discretized analytical model for the stress ribbon bridge is developed. To verify the analytical prediction, experiments without control are conducted. They show that a linearized 8-plate-model describes the natural modes and frequencies sufficiently exact. Secondly, the force control of the actuator system is based on a nonlinear analytical model of the pneumatic muscle, the valve characteristic and the pressure build-up. To handle the nonlinearities of the actuator system, a nonlinear force controller is designed based on exact linearization methods. It is observed that the time constant of the linearized actuator system is not negligible and has to be considered in the control design and control algorithm of the outer loop as well. This control design is done with the root locus method based on the analytical model of the bridge's natural modes and the linear actuator dynamics. Finally, a delayed modal velocity feedback control for multimodal vibrations is achieved. Therefore, the controlled variables respectively modal velocities are estimated with a Kalman filter.

The analytical models and model-based controllers are verified by experiments. Thus, the active system is implemented in a real-time environment on the developed CFRP stress ribbon bridge. The comparison between simulation and experiment of the entire closed-loop control after actuator-induced vibrations show the quality of the models and the control rules. Stability and performance of the active vibration control system is demonstrated under pedestrian-induced vibrations. The results show that acceleration amplitudes are efficiently reduced to a comfortable level in the first three vertical modes without significant spillover effects in higher modes. Finally, the findings show that active controlled lightweight structures are one step closer to the vision of "zero" structural height and "infinite" stiffness.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 1

2 Spannbandbrücke aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff 5

2.1 Einleitung 5

2.2 Spannbandbrücken 6
2.2.1 Entwicklungsgeschichte der Spannbandbrücke 6
2.2.2 Statisches Tragverhalten von Spannbandbrücken 8
2.2.3 Dynamisches Tragverhalten von Spannbandbrücken 10

2.3 Kohlenstofffaserverstärkte-Kunststoff-Lamellen (CFK-Lamellen) 13
2.3.1 Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe in der Anwendung 13
2.3.2 CFK-Lamellen 14
2.3.3 Verankerung von CFK-Lamellen 16

2.4 Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen 20
2.4.1 Entwurf, Modellbildung, Berechnung, Bemessung, konstruktive Durchbildung und Bau eines Prototyps 20
2.4.2 Finite-Element-Modell der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen 22
2.4.3 Statisches Tragverhalten der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen 23
2.4.4 Dynamisches Tragverhalten der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen 24
2.4.5 Experimentelle Ermittlung der Strukturdämpfung 27
2.4.6 Experimentelle Ermittlung fußgängerinduzierter Schwingungen 29

3 Stand der Technik und der Forschung 31

3.1 Einleitung 31

3.2 Ansätze zur Reduktion von Schwingungen 31

3.3 Passive Systeme 33

3.4 Aktive und semi-aktive Systeme 36
3.4.1 Semi-aktive Systeme 37
3.4.2 Aktive Systeme 39

4 Konzept zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln 41

4.1 Einleitung 41

4.2 Konzept zur Kontrolle der Brückenschwingungen 41

4.3 Der pneumatische Muskel als Aktuator 44
4.3.1 Entwicklungsgeschichte des pneumatischen Muskels 44
4.3.2 Aufbau, Funktion und Eigenschaften 45

4.4 Konzept zur Regelung der Kraft des pneumatischen Muskels und der Brückenschwingungen 47

4.5 Entwicklungsschritte zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln 50

5 Modellbildung der Brücke 53

5.1 Einleitung 53

5.2 Grundlagen und Entwicklungsschritte der Modellbildung 53
5.2.1 Klassifizierung dynamischer Systeme 53
5.2.2 Methoden der Modellbildung und Modellreduktion 54
5.2.3 Methoden zum Aufstellen von Bewegungsdifferentialgleichungen 55
5.2.4 Linearisierung von Bewegungsdifferentialgleichungen 57
5.2.5 Zustandsraumdarstellung 57

5.3 Modellentwicklung zur aktiven Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit mehreren Aktuatoren 60
5.3.1 Modellvarianten 60
5.3.2 8-Platten-Modell 61

5.4 Modellanalyse und Modellvalidierung 69

6 Modellbildung des Aktuator-Systems 71

6.1 Einleitung 71

6.2 Kraft-, Volumen- und Reibungsverhalten des pneumatischen Muskels 71
6.2.1 Kraftkennfeld 71
6.2.2 Volumenkennfeld 72
6.2.3 Reibungsverhalten 72

6.3 Aufbau und Funktionsweise von Proportionalventilen zur Kraftregelung 73
6.3.1 Proportional-Druckregelventil für die vereinfachte Kraftregelung 73
6.3.2 Proportional-Wegeventil für die exakte Kraftregelung 74

6.4 Gesamtmodell des Aktuator-Systems unter Verwendung eines Proportional-Wegeventils 76
6.4.1 Kraftaufbau 76
6.4.2 Druckaufbaudynamik 76
6.4.3 Nichtlineares Modell des Aktuator-Systems 77

7 Kraftregelung des pneumatischen Aktuators 79

7.1 Einleitung 79

7.2 Vereinfachte Kraftregelung mit dem Proportional-Druckregelventil 79
7.2.1 Approximation der geregelten Druckdynamik 80

7.3 Exakte Kraftregelung mit hochdynamischem Proportional-Wegeventil mit Hilfe der Ein-/ Ausgangslinearisierung 81
7.3.1 Reglerentwurf mit Hilfe der Ein-/ Ausgangslinearisierung 81
7.3.2 Spezifizierung der Regelungsanforderungen und Simulation der Kraftregelung 83
7.3.3 Verifizierung der Kraftregelung 85

8 Reglerentwurf und Simulation der aktiven Schwingungskontrolle 87

8.1 Einleitung 87

8.2 Modale Zustandsraumdarstellung und Zustandsbeobachtung 87
8.2.1 Transformation physikalischer Zustände in modale Zustände 87
8.2.2 Der Kalman-Filter zur Beobachtung modaler Zustände 89

8.3 Optimale Positionierung von Sensoren und Aktuatoren 90
8.3.1 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 90
8.3.2 Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsanalyse mit Hilfe der Gramschen Matrix und der H_2 - Norm 91

8.4 Grundlagen des Reglerentwurfs 95
8.4.1 Entwurfsverfahren 95
8.4.2 Modale Regelkonzepte 97
8.4.3 Berücksichtigung von Zeitverzögerungen und Totzeiten 98

8.5 Entwurf modaler Regelkonzepte anhand der Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der Aktuatordynamik und Abweichungen vom Arbeitspunkt 99
8.5.1 Wurzelortskurven unter Berücksichtigung von Totzeiten in der Regelung 100
8.5.2 Wurzelortskurven unter Berücksichtigung von Totzeiten in der Regelung sowie Totzeiten und Zeitverzögerungen aus der Aktuator- und Sensordynamik 102
8.5.3 Modaler Reglerentwurf für die erste Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar – Eingrößenregelung, Setup A 103
8.5.4 Modaler Reglerentwurf für die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen mit drei Aktuatoren-Paaren – Mehrgrößenregelung, Setup B 106

8.6 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle bei definierter Anregung 110
8.6.1 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar 111
8.6.2 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren, Setup B 112

9 Experimentelle Verifikation 115

9.1 Einleitung 115

9.2 Instrumentierung und Signalverarbeitung für die aktive Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln 115
9.2.1 Umsetzung der Regelung mit dem PC 116
9.2.2 Sensoren 117
9.2.3 Reduktion von Sensoren durch modellbasierte Schätzverfahren 118
9.2.4 Aktuatoren 119

9.3 Vergleich von Experiment und Simulation bei definierter Anregung durch Aktuatoren 120
9.3.1 Verifizierung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar, Setup A1 120
9.3.2 Verifizierung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar, Setup A2 123
9.3.3 Verifizierung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren, Setup B 125

9.4 Experimentelle Ergebnisse der aktiven Schwingungskontrolle bei fußgängerinduzierten Schwingungen 132
9.4.1 Fußgängerinduzierte Schwingungen mit und ohne aktiver Schwingungskontrolle bei Anregung der ersten Eigenschwingung, Setup A1 und A2 132
9.4.2 Fußgängerinduzierte Schwingungen mit und ohne aktiver Schwingungskontrolle bei Anregung der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung, Setup B 133
9.4.3 Zusammenfassung der Ergebnisse aus der aktiven Kontrolle fußgängerinduzierter Schwingungen 135

10 Zusammenfassung und Ausblick 137

10.1 Zusammenfassung 137

10.2 Ausblick 139

Literatur 143

Anhang 161

A.1 Symbolverzeichnis 162

A.2 Lösungen für die Eigenschwingungen eines durchhängenden Seiles 168

A.3 Ableitung des Zustandsraummodells aus den Bewegungsdifferentialgleichungen 170

A.4 Parameter zur Modellbildung des pneumatischen Muskels 171

A.5 Kraftregelung des pneumatischen Aktuators 173

A.6 Erweiterung des Zustandsraummodells unter Berücksichtigung einer linearen Aktuatordynamik 175

A.7 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle 176

A.8 Experimentelle Verifikation der aktiven Schwingungskontrolle 181

1 Einleitung

Aktiver Leichtbau ist Ziel dieser vorliegenden Arbeit und Antwort auf die heutigen material- und fertigungstechnologischen Entwicklungen, die den Entwurf und Bau immer leichter werdender Tragwerke ermöglichen. Leichtbau ist das Ergebnis konsequenter Material- und Strukturoptimierung. Die daraus folgende effiziente Materialausnutzung führt zu ressourcensparsamen und deshalb nachhaltigen Konstruktionen. Derzeit stößt diese Optimierung an konstruktive Grenzen; insbesondere da sich infolge der Minimierung des Konstruktionsgewichts die Sensibilität der Tragstruktur gegenüber zeitlich und örtlich veränderlicher Lasten erhöht, also die Schwingungsanfälligkeit steigt. Eine konsequente Weiterentwicklung muss daher auf die aktive Beeinflussung der Tragwerksantwort auf beliebige Einwirkungen hinzielen. Die Herausforderungen eines derartigen aktiven Leichtbaus werden in dieser Arbeit an einer Spannbandbrücke mit aktiver Schwingungskontrolle erörtert.

Spannbandbrücken gehören zu den idealen Leichtbaukonstruktionen und ihre konstruktive Umsetzung ist an die Lösung der Schwingungsproblematik gebunden. Ohne den Brückentyp gestalterisch verändern zu wollen bleiben nicht viele Möglichkeiten, die fußgängerinduzierten Schwingungen auf ein verträgliches und komfortables Maß zu reduzieren. Bei den bisher gebauten Spannbandbrücken wurden die Schwingungen durch Masse und Steifigkeit klein gehalten. Bei anderen leichten Fußgängerbrücken werden auch die üblichen bekannten passiven Dämpfungssysteme wie Schwingungstilger oder Schwingungsdämpfer eingesetzt. Funktionsbedingt sind diese Systeme entweder auf genau eine spezifische Eigenfrequenz oder auf ein bestimmtes Geschwindigkeitsspektrum eingestellt. Selbst wenn es gelingt, diese passiven Dämpfungssysteme zur Reduktion der Schwingungen elegant in das Tragwerk zu integrieren, widerspricht die Funktionsweise der passiven Schwingungstilger mit ihrer zusätzlich notwendigen Masse den Prinzipien der Leichtbauweise. Zudem treten unter veränderlicher Verkehrsbelastung Frequenzverschiebungen auf, dieser Effekt ist umso größer, je leichter die Konstruktion ist. Infolge dessen verschieben und konzentrieren sich bei leichter werdenden Konstruktionen auch die Eigenfrequenzen in das von Fußgängern leicht anregbare Frequenzspektrum. Dadurch müssen mehrere Eigenfrequenzen gleichzeitig gedämpft werden. Diese bei extrem leichten Tragwerken auftretenden komplexen Interaktionen zwischen Einwirkung und Tragwerksantwort lassen sich effektiv nur mit aktiven Systemen kontrollieren.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde für einen solchen extremen Leichtbau das Potential höchstfester Carbonfasern optimal ausgenutzt, indem die Haupttragelemente einer Spannbandbrücke erstmalig aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff in Form von CFK-Lamellen realisiert wurden. Die filigranen und eleganten Spannbandbrücken weisen im Allgemeinen nur eine geringe Steifigkeit und Strukturdämpfung auf. Dadurch sowie durch die äußerst geringe Dehnsteifigkeit der hier verwendeten nur ein Millimeter dünnen CFK-Lamellen, kommt es zu einer außergewöhnlich hohen Schwingungsanfälligkeit in mehreren Eigenfrequenzen. Folglich ist ein Konzept zur aktiven Kontrolle mehrerer Eigenfrequenzen der Spannbandbrücke Ziel dieser Arbeit. Dieses Konzept beinhaltet die Integration von Aktuatoren als aktives Element zur Schwingungskontrolle in die Struktur der Spannbandbrücke. Konkret werden hierfür Aktuatoren in die sowieso nötige Geländerkonstruktion integriert. Um die Struktur und das aktive System optimal aufeinander abzustimmen, müssen die Aktuatoren und die Auslegung der notwendigen Geländerkonstruktion zusammen entworfen werden.

Verfolgt man die Prinzipien des Leichtbaus auch für aktive Systeme konsequent weiter, dann muss auch der Aktuator diesen Prinzipien gehorchen. Der hier eingesetzte pneumatische Muskel, ein biologisch inspirierter, extrem leichter und gleichzeitig kraftstarker, pneumatischer Zugaktuator, ist Leichtbau. Zudem erfordern die Prinzipien der Leichtbauweise eine Optimierung der erforderlichen Aktuatoren und Sensoren hinsichtlich Anzahl und Platzierung.

Zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle am realen Brückenbauwerk müssen daher Theorien, Methoden und Werkzeuge aus verschiedenen Themengebieten zusammengeführt und weiterentwickelt werden. Diese umfassen die Regelungstechnik, die Sensorik, die Aktuatorik, die Signalverarbeitung (Elektrotechnik) sowie die Strukturdynamik und den konstruktiven Ingenieurbau. Die hier angewendeten Werkzeuge für die optimale Auslegung sogenannter adaptronischer beziehungsweise mechatronischer Systeme sind die analytische Modellbildung, die experimentelle Identifikation, der modellbasierte Reglerentwurf, die Simulation und letztendlich die experimentelle Verifikation. Die Entwicklungsschritte zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle sowie zur Realisierung des Prototypen sind wie folgt gegliedert.

Gliederung / Aufbau der Arbeit

Zunächst wird in Kapitel 2 der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Prototyp Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen vorgestellt. Insbesondere wird der Einfluss der verwendeten dehnweichen CFK-Bänder auf das statische und dynamische Tragverhalten erläutert.

Im anschließenden Kapitel 3 werden verschiedene Systeme zur Beeinflussung von Schwingungen behandelt. Diese lassen sich in passive, semi-aktive und aktive Systeme klassifizieren. Die passiven Systeme sind Stand der Technik, wohingegen die semi-aktiven und aktiven Systeme aktueller Stand der Forschung sind.

In Kapitel 4 wird das entwickelte Konzept zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln vorgestellt. Das Grundkonzept besteht darin, den vorherrschenden Schwingungen dämpfende Kräfte entgegenzusetzen, das heißt während der Aufwärtsbewegung der Brücke werden Dämpfungskräfte durch die im Geländer integrierten pneumatischen Muskeln erzeugt, wodurch die Schwingungen reduziert werden. Zur Auslegung des aktiven Systems werden die Eigenschaften und die Funktionsweise pneumatischer Muskeln erläutert. Das entwickelte Regelungskonzept zur Kontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen basiert auf einer Kaskadenregelung, die aus einer inneren Kraftregelung und einer äußeren Regelung zur Kontrolle der Eigenschwingungen besteht.

Die Modellbildung von Brücke und Aktuator stellt ein wesentliches Element im Entwicklungsprozess des aktiven Systems dar. In Kapitel 5 wird nach einer kurzen Einführung in die Grundlagen der Modellbildung ein analytisches Modell entwickelt, das die physikalischen Eigenschaften und Zusammenhänge zwischen den auftretenden Schwingungen und den eingetragenen Aktuatorenkräften beschreibt. Das nichtlineare analytische Modell wird um die Ruhelage linearisiert und in die Zustandsraumdarstellung transformiert. Im Anschluss wird das freie Schwingungsverhalten des Modells simuliert und durch das experimentell identifizierte Schwingungsverhalten validiert.

In Kapitel 6 wird die Modellbildung des Aktuator-Systems bestehend aus pneumatischem Muskel, Ventil und dem Betriebsmedium Druckluft erläutert. Aus den physikalischen Gesetzmäßigkeiten des Massenflusses, der Druckaufbaudynamik und des Kraft-Kontraktions-Ver-

haltens des pneumatischen Muskels wird ein analytisches Gesamtmodell des Aktuator-Systems gebildet, das beachtliche Nichtlinearitäten aufweist.

Mit Hilfe der exakten Ein-/ Ausgangslinearisierung in Kapitel 7 werden die Nichtlinearitäten durch einen nichtlinearen Regler kompensiert, wodurch der Kraftregelung des pneumatischen Muskels eine lineare Charakteristik aufgeprägt wird. Im Vergleich zu elektrischen Aktuatoren ist die Zeitkonstante des linearisierten Regelstreckenverhaltens nicht vernachlässigbar und muss daher beim Entwurf der äußeren Schleife der Kaskadenregelung berücksichtigt werden.

Der Reglerentwurf zur Kontrolle der Eigenschwingungen in Kapitel 8 basiert auf einem modalen Regelungskonzept. Die optimalen Reglerparameter für die zu kontrollierenden Eigenschwingungen werden unter Berücksichtigung der linearen Aktuatordynamik mit Hilfe von Wurzelortskurven ermittelt.

Zur Analyse des Regelkreisverhaltens wird die aktive Schwingungskontrolle bei definierter Anregung simuliert. Deren experimentelle Verifikation ist Bestandteil der Ausführungen in Kapitel 9. Die Ergebnisse der aktiven Schwingungskontrolle bei fußgängerinduzierten Schwingungen bilden den Abschluss des Kapitels.

In Kapitel 10 wird nach der Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse ein Ausblick auf die weitere Forschung gegeben.

Fragestellungen / Ziele

Folgende Fragestellungen zum Entwurf und zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle werden im Rahmen dieser Arbeit beantwortet:

- Welchen Einfluss haben kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe als Haupttragelement auf das statische und dynamische Tragverhalten der Spannbandbrücke?
- Welches Potential haben aktive Systeme zur Kontrolle von Brückenschwingungen? Sind pneumatische Muskeln als Aktuator geeignet, um fußgängerinduzierte Schwingungen aktiv kontrollieren zu können?
- Wo müssen die Sensoren und Aktuatoren angebracht werden, um die Schwingungen bestmöglich beobachten und optimal beeinflussen zu können? Wie kann deren Anzahl minimiert werden?
- Wie sehr erforderlich sind analytische Modelle? Mit welcher Genauigkeit müssen die physikalischen Vorgänge innerhalb der analytischen Modelle abgebildet werden?
- Wie ist die Regelung auszulegen, um das nichtlineare zeitverzögerte Kraftverhalten des pneumatischen Aktuators gekoppelt an die Brückendynamik zu regeln?
- Welche Regelungskonzepte sind geeignet, um Schwingungen zeitlich veränderlicher Strukturen zu beeinflussen?
- Wie gut können die entwickelten analytischen Modelle durch Experimente verifiziert werden?

2 Spannbandbrücke aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff

2.1 Einleitung

Spannbandbrücken gehören zu den leichtesten und elegantesten Brückenbauwerken, da das tragende Band direkt begangen wird – weniger geht nicht. Üblicherweise besteht das gespannte Band aus Stahlblechen oder -seilen mit darauf liegenden Betonplatten oder aus einem vorgespannten Betonband. In Abschnitt 2.2.1 werden diese Konstruktionsweisen im Rahmen eines geschichtlichen Rückblicks kurz beschrieben. Anschließend werden die Grundlagen für das Verständnis des statischen und dynamischen Tragverhaltens von Spannbandbrücken in den Abschnitten 2.2.2 und 2.2.3 dargelegt. Es wird ersichtlich, dass höchst zugfeste Materialien wie kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe (CFK) geradezu ideal geeignet sind, um die Kräfte des hauptsächlich zugbeanspruchten Brückentragwerks aufzunehmen. Im Vergleich zu gewöhnlichem Baustahl können mit diesem Werkstoff wegen seiner zirka zehnmal größeren Zugfestigkeit bei einem Fünftel des Eigengewichts, größere Spannweiten und schlankere Querschnitte realisiert werden.

Das Potential kohlenstofffaserverstärkter Kunststoffe wurde im Bauwesen jedoch noch nicht ausgeschöpft, was sich darin zeigt, dass das bisherige Hauptanwendungsgebiet die nachträgliche Verstärkung ist (Abschnitt 2.3.1). Hierfür kommen vor allem CFK-Lamellen zum Einsatz, da diese flächig mit dem zu verstärkenden Bauteil verklebt werden können. Für den Einsatz als zugbeanspruchtes Haupttragelement bietet diese Querschnittsform im Vergleich zu einem Drahtquerschnitt zwei wesentliche Vorteile: Zum einen können Umlenkungen mit kleineren Umlenkradien ausgebildet werden, da die Biegespannungen eines sehr dünnen Lamellenquerschnittes gering sind wenn er umgelenkt wird. Zum anderen ist es einfacher, die Kraft aus dem Querschnitt herauszuführen und zu verankern (Abschnitt 2.3.2). Lösungen zur Verankerung von CFK-Lamellen werden in Abschnitt 2.3.3 erläutert und diskutiert.

In Abschnitt 2.4 werden die Erkenntnisse aus Abschnitt 2.2 und 2.3 zusammengeführt, woraus die erste Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen hervorgeht. Entwurf, Modellbildung, Berechnung, Bemessung, konstruktive Durchbildung und Bau des Prototyps werden in Abschnitt 2.4.1 erläutert. Das statische und dynamische Verhalten dieser Brücke wird in den darauf folgenden Abschnitten 2.4.2 bis 2.4.6 untersucht. Daraus lässt sich folgendes Fazit ableiten:

- Aufgrund der geringen Dehnsteifigkeit sind die Eigenfrequenzen niedriger, wodurch mehrere Eigenschwingungen durch Fußgänger angeregt werden können.
- Fußgänger können aufgrund der geringen Dehnsteifigkeit und der geringen Strukturdämpfung sehr große Beschleunigungsamplituden in mehreren vertikalen Eigenschwingungen hervorrufen.
- Je leichter der Gehbelag ausgeführt wird, desto stärker hängen die dynamischen Eigenschaften der Brücke von der Verkehrsbelastung ab, das heißt die Eigenfrequenzverschiebungen unter wechselnder Verkehrsbelastung werden deutlicher.

2.2 Spannbandbrücken

2.2.1 Entwicklungsgeschichte der Spannbandbrücke

Die Spannbandbrücke lässt sich als reduzierte Variante einer Hängebrücke beschreiben. Dafür verschmelzen Tragseil und Versteifungsträger zu einem gespannten Band, das direkt begangen wird. Ein sehr leichtes und elegantes Brückentragwerk entsteht.

Spannbandbrücken gehören zu den ältesten Brücken, da sie einfach im lokalen Selbstbau aus Naturfasern gebaut werden können. Die Inka-Brücke am Zugang zur Ruinenstadt Machu Picchu in Peru ist wohl die bekannteste Naturfaser-Spannbandbrücke (Bild 2.1). Sie wird seit ungefähr fünfhundert Jahren von den Dorfbewohnern gewartet und neu gebaut, um die alte Tradition und Handwerkskunst weiterzugeben. Hier besteht das Tragwerk aus vier unteren Naturfaserseilen, die mit Reisigmatten belegt als Gehweg dienen und zwei oberen seitlich angeordneten Naturfaserseilen als Geländer [Rut10], [Inc10]. Bei solchen Brücken wurden gelegentlich auch Natursteinplatten auf die Reisigmatten gelegt, um das Eigengewicht zu erhöhen und damit die Brücke zu stabilisieren.

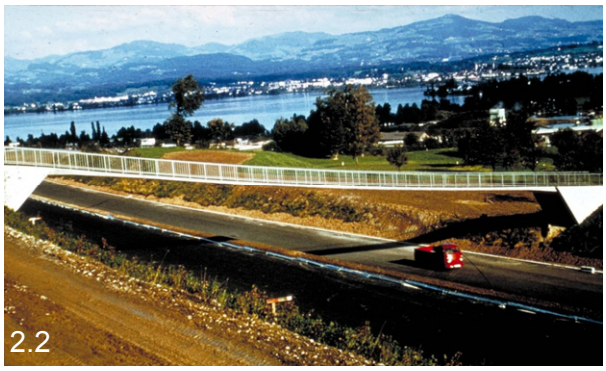
Im Gegensatz zu dieser sehr einfachen Bauweise bestehen die ersten modernen Spannbandbrücken aus einem vorgespannten Betonband. Ein frühes Beispiel dafür ist die Fußgängerbrücke in Bircherweid bei Pfäffikon in der Schweiz (1965) von René Walther und Hans Mory (Bild 2.2). Das Spannbetonband mit einer mittleren Bauhöhe von nur $15\,\mathrm{cm}$ und einer Spannweite von $48\,\mathrm{m}$ überführt eine Autobahn [BS08a]. Schon einige Jahre zuvor (1958) wurde der erste ausführungsreife Entwurf einer dreifeldrigen Spannbandbrücke aus „modernen“ Baumaterialien mit einer maximalen Spannweite von $409\,\mathrm{m}$ bei $30\,\mathrm{cm}$ Bauhöhe von Ulrich Finsterwalder bei Dyckerhoff & Widmann zur Überbrückung des Bosporus konzipiert (Bild 2.3), [Fin60], [Dic06]. Weil der Entwurf wohl zu kühn erschien, wurde jedoch eine Hängebrücke gebaut. Später (1970) entwarf und baute dann Finsterwalder eine dreifeldrige Spannbandbrücke in Freiburg, welche die Innenstadt mit einem Park verbindet. Das vorgespannte Betonband mit einer Bauhöhe von $25\,\mathrm{cm}$ spannt $25.5 - 30.0 - 34.5\,\mathrm{m}$ weit [BN72].

In den darauffolgenden Jahren wurden Spannbandbrücken weltweit entworfen und realisiert, wobei das gespannte Band meistens als vorgespanntes Betonband entweder in Ortbetonbauweise oder mit Betonfertigteilen ausgebildet wurde [Str05], [Fib05], [BS08a]. In Tschechien und in den USA entwarf Jiri Strasky eine Vielzahl an Spannbandbrücken. Bei den meisten dieser Brücken wurden die Betonfertigteile zunächst an tragende Seile gehängt, anschließend wurden die Fugen vergossen und der gesamte Querschnitt wurde mit zusätzlichen Spanngliedern vorgespannt. Genannt sei hier die dreifeldrige Fußgängerbrücke in Prag-Troja (1984) mit Spannweiten von $85.5 - 96.0 - 67.5\,\mathrm{m}$ bei einer Bauhöhe von $30\,\mathrm{cm}$. An dieser Brücke wurde das statische Tragverhalten durch Belastungstests mit mehreren schweren Fahrzeugen intensiv untersucht (Bild 2.4), [Str05]. Die Sumitomo (Mitsui) Construction Company realisierte Ende der 80er und Anfang der 90er Jahre einige Spannbandbrücken in Japan, unter anderem die außergewöhnliche Kikko Brücke (1991) bei Tsu. Diese Fußgängerbrücke überspannt einen Teich auf einem Golfgelände in drei Richtungen, wobei sich die Spannbänder über der Mitte des Teiches treffen (Bild 2.5), [AO94].

Einen an die ursprünglichen Spannbandbrücken angelehnten konstruktiven Ansatz wählten die Ingenieure Jörg Schlaich und Rudolf Bergermann. Sie entwarfen für die Landesgartenschau 1992 in Pforzheim eine Spannbandbrücke, die aus Stahlbändern und darauf liegenden dünnen Betonplatten als Gehbelag besteht. Mit einer Blechstärke von $40\,\mathrm{mm}$ und den

darauf liegenden Betonplatten mit einer Höhe von $10\,\mathrm{cm}$, ist die Pforzheimer Brücke (1991) bei einer Spannweite von $50\,\mathrm{m}$ deutlich schlanker als die bisher mit einem Spannbetonband ausgeführten Spannbandbrücken. Die Montage ist erleichtert, da nur vorgefertigte Betonplatten auf das Band aufgelegt und verschraubt werden müssen [SB94]. Für die Internationale Gartenbauausstellung (IGA) in Rostock 2003 wurde vom Ingenieur Mike Schlaich eine dreifeldrige Spannbandbrücke mit Spannweiten von $27.0 - 38.0 - 27.0\,\mathrm{m}$ entworfen, deren Gehbelag ebenfalls aus von Stahlbändern getragenen Betonplatten besteht. Die an den Zwischenauflagern durch Umlenkung hervorgerufene Biegebeanspruchung der Stahlbänder wird mit Hilfe von Blattfedern elegant reduziert (Bild 2.6), [Sch03], [BSF03].

Eine Kombination aus den zwei bisher genannten Konstruktionsweisen ist die vierfeldrige Spannbandbrücke über die Aare (2010), entworfen vom Ingenieurbüro Conzett Bronzini Gartmann. Das in Verbundbauweise ausgeführte $217\,\mathrm{m}$ lange Spannband mit einer maximalen Spannweite von $78\,\mathrm{m}$ besteht aus $40\,\mathrm{mm}$ dicken Stahlbändern, die über Kopfbolzendübel mit einem darüberliegenden nachträglich vorgespannten, im Mittel $18.5\,\mathrm{cm}$ hohen, Betonband verbunden sind [Bro10].



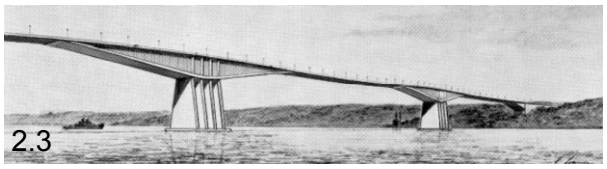


Bild 2.1: Inka Brücke zum Machu Picchu, Peru [Inc10]
Bild 2.2: Bircherweid-Brücke bei Pfäffikon, Schweiz [Fib05]
Bild 2.3: Entwurf einer Spannbandbrücke über den Bosporus [Dic06]
Bild 2.4: Prag-Troja-Brücke, Tschechien [Str05]
Bild 2.5: Kikko Brücke bei Tsu, Japan
Bild 2.6: Nordbrücke auf dem IGA Gelände in Rostock [BSF03]

Neben diesen klassischen Spannbandbrücken aus Stahl und Beton wurde 1986 eine Spannbandbrücke aus Holz mit einer maximalen Spannweite von $73\,\mathrm{m}$ über den Main-Donau-Kanal bei Essing von Richard J. Dietrich (Architekt) und Heinz Brüninghoff (Ingenieur) konzipiert. Die rund $40\,\mathrm{m}$ langen vorgefertigten Brettschichtholzbalken mit einer Höhe von $65\,\mathrm{cm}$ wurden mit einer vor Ort hergestellten Keilzinkverbindung zu einem $192\,\mathrm{m}$ langen Spannband zusammengefügt. Zur Übertragung der Kraft aus dem Band in das Widerlager wurden große Nagelbleche erforderlich [Brü93]. Zwanzig Jahre später wurde von Richard J. Dietrich und dem Ingenieurbüro Fichtner+Köppl im Rahmen der Bundesgartenschau in Gera 2007 eine dreifeldrige Spannbandbrücke aus Holz mit einer Gesamtlänge von $225\,\mathrm{m}$ und einer maximalen Spannweite von $65\,\mathrm{m}$ entworfen. Die vorgefertigten bis zu $30\,\mathrm{m}$ langen blockverleimten Brettschichtholzträger mit einer Bauhöhe von $50\,\mathrm{cm}$ wurden durch sehr aufwändige gelenkige und biegesteife Stahlkonstruktion zu einem Band verbunden [Wer06]. Obwohl die Reißlängen – die Länge, die ein Faden erreicht, wenn er unter Eigenlast reißt - von Brettschichtholz (GL36) und hochfestem Baustahl (S460) ähnlich sind, was für den Einsatz von Brettschichtholz für Zugelemente spricht, stellt sich die Frage, ob die hier angewandte Fügetechnik werkstoffgerechtem Konstruieren entspricht. Unter ästhetischen Gesichtspunkten bleibt festzuhalten, dass der Reiz der äußerst schlank realisierbaren Spannbandbrücken durch den bis zu dreimal höheren Holzquerschnitt verloren geht.

2.2.2 Statisches Tragverhalten von Spannbandbrücken

Reduziert auf die zweidimensionale Ansicht, entspricht das Tragverhalten einer Spannbandbrücke dem eines dehn- und biegesteifen Seiles (Bild 2.7 und Bild 2.8) oder dem eines ausschließlich dehnsteifen Seiles (Bild 2.9), wobei die relativ geringe Biegesteifigkeit des Stahlbandes oder -seiles vernachlässigt wird. Zur Berechnung der Zug- und Biegebeanspruchung im Spannband wird die Seil- und die Biegetheorie angewendet [Bau72], [EPN73], [Pet00], [Str05].

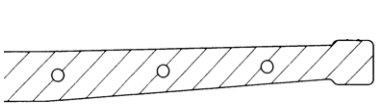


Bild 2.7: Spannbetonbandquerschnitt Bircherweid [BS08a]

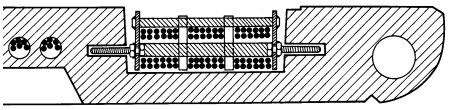


Bild 2.8: Spannbetonbandquerschnitt Prag-Troja [Str05]

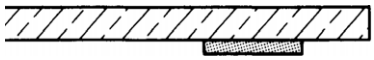


Bild 2.9: Stahlband mit nur aufliegenden Betonplatten, Pforzheim [BS08a]

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird eine Spannbandbrücke nach dem Konstruktionsprinzip der Pforzheimer Brücke betrachtet, deren Biegesteifigkeit vernachlässigt werden kann. Daher wird an dieser Stelle zunächst das statische Tragverhalten eines horizontal hängenden dehnsteifen Seiles dargestellt. Dieses beschreibt das Tragverhalten der hier betrachteten Spannbandbrücke ausreichend genau. Im anschließenden Abschnitt 2.2.3 wird das statische Tragverhalten um das dynamische Tragverhalten erweitert.

Unter Gleichlast $\tilde{q}$ ist die Seilgleichung im $\tilde{x},\tilde{y}$-Koordinatensystem (Bild 2.10) gegeben [Pet00]:

$$-H_s \frac{\mathrm{d}^2 \tilde{y}(\tilde{x})}{\mathrm{d}\tilde{x}^2} = \tilde{q} \tag{2.1}$$

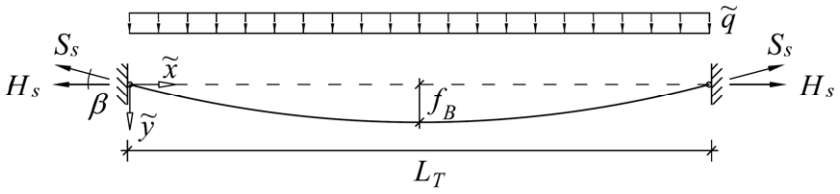


Bild 2.10: Hängendes Seil unter Gleichlast

Die statische Horizontalkaft im Seil ist H_s. Durch zweimalige Integration von Gleichung (2.1) und Einsetzen der Randbedingungen folgt die Seilgleichung (2.2) mit L_T als Spannweite.

$$\tilde{y}(\tilde{x}) = -\frac{\tilde{q}}{2H_s}\tilde{x}^2 + \frac{\tilde{q}\cdot L_T}{2H_s}\tilde{x} \tag{2.2}$$

Aus der Parabelgleichung (2.2) errechnet sich bei $\tilde{x} = L_T/2$ der Stich f_B zu

$$\tilde{y}(L_T/2) = f_B = \frac{\tilde{q}\cdot L_T^2}{8H_s} \tag{2.3}$$

beziehungsweise durch Umformen die statische Horizontalkraft H_s zu

$$H_s = \frac{\tilde{q}\cdot L_T^2}{8f_B} \tag{2.4}$$

Die statische Seilkraft $S_s(\tilde{x})$ hängt von der Neigung $\beta(\tilde{x})$ des Seiles ab, die am Auflager maximal ist.

$$S_s(\tilde{x}) = H_s\sqrt{1+\frac{\mathrm{d}\tilde{y}^2}{\mathrm{d}\tilde{x}^2}} = H_s\sqrt{1+\tan^2\beta(\tilde{x})} \tag{2.5}$$

Aus Gleichung (2.4) erkennt man, dass ein Seil leicht durchhängen muss, da andernfalls die Horizontalkomponente der Seilkraft unendlich groß ist. Es muss also ein Stich gewählt werden, der einen Kompromiss zwischen großer und deshalb teuer zu verankernder Seilkraft und zu bewältigender Seilneigung darstellt. Aus diesem Grund kommen Spannbandbrücken fast ausschließlich bei Fußgängerbrücken zum Einsatz, dort sind größere Neigungen als bei Straßenbrücken oder gar Bahnbrücken möglich. In der Regel wählt man für Fußgängerbrücken einen Stich $f_B \le L_T/50$, weil so selbst an der steilsten Stelle am Widerlager die Neigung unter Eigengewicht kleiner als $8\,\%$ bleibt.

Die Gesamtsteifigkeit des Seiles setzt sich zusammen aus der Seilkraft in Abhängigkeit von der Seilgeometrie (geometrische Steifigkeit) und aus der Dehnsteifigkeit des Seilquerschnitts (elastische Steifigkeit). Aufgrund der Kinematik des Seiles, passt sich die Seilgeometrie der Belastungsverteilung an. Die zu einer Gleichlast passende Seilgeometrie ist die Parabel. Erst wenn sich diese „lastaffine“ Seilgeometrie einstellt herrscht Gleichgewicht. Wird die gleichmäßig verteilte Last vergrößert, steigt die Kraft im Seil, was zu elastischer Dehnung und Durchhangsvergrößerung führt. Die Parabelform aber bleibt erhalten. Wird die Last anders verteilt, ändert sich die Geometrie des Seiles bis die Form wieder lastaffin ist und Gleichgewicht herrscht. Diese Verformungen, die ohne elastische Dehnung entstehen werden als „dehnungslos“ bezeichnet und sind charakteristisch für Seiltragwerke.

Die auf Fußgängerbrücken einwirkenden statischen Lasten treten sowohl gleichmäßig (Eigengewicht, gleichmäßiger Fußgängerverkehr, Schnee) als auch einzeln verteilt (Fußgängergruppen, Rettungsfahrzeug) auf. Die durch die letztgenannten Einzellasten hervorge-

rufenen dehnungslosen Vertikalverformungen sind in Auflagernähe maximal und lassen sich sowohl über die Geometrie als auch über die Seilkraft beeinflussen. Sie können durch ein kleineres Stich-Spannweiten-Verhältnis und ein größeres Verhältnis aus Gleichlast / Einzellast, also mehr Seilkraft aus Gleichlast, klein gehalten werden. Die Vertikalverformungen infolge elastischer Dehnung hängen von der Dehnsteifigkeit des Spannbandes ab und sind maximal in Feldmitte. In Abschnitt 2.4.3 wird dieser Einfluss im Rahmen einer Parameterstudie untersucht. Zur Berechnung der Vertikalverformungen aus elastischer Dehnung wird auf die bereits genannte Literatur sowie auf [SBB10] verwiesen. Der Einfluss der Vertikalverformungen aus elastischer Dehnung auf die Gesamtsteifigkeit und damit auf die Eigenfrequenz wird im nächsten Abschnitt 2.2.3 und Abschnitt 2.4.4 diskutiert.

2.2.3 Dynamisches Tragverhalten von Spannbandbrücken

Eigenschwingungen (freie Schwingungen)

Die Untersuchung des Eigenschwingungsverhaltens von Seilen geht zurück auf Galilei, der bereits 1638 Saitenschwingungen untersuchte [Tha04]. Bei der linearen Saitentheorie werden der Eigengewichtsdurchhang vernachlässigt und die Amplituden als so klein angenommen, dass die Kraftänderung in der Saite unberücksichtigt bleibt.

Bei durchhängenden Seilen und größeren Schwingungsamplituden, vor allem bei symmetrischen Eigenschwingungen, kann es jedoch erforderlich werden, die Änderung der Seilkraft zu berücksichtigen. Eine geschlossene lineare Theorie zur Beschreibung der antimetrischen und symmetrischen Eigenschwingungen durchhängender Seile unter Berücksichtigung der Seilkraftänderung wurde von Irvine et al. [IC74] entwickelt. Zur Anwendung dieser Theorie wird ein Seil mit nur sehr geringem, parabelförmigen Durchhang und konstanter Massenbelegung vorausgesetzt. Die auftretenden Schwingungsamplituden sind vergleichsweise gering. Die partielle Seil-Differentialgleichung unter Vernachlässigung horizontaler Schwingungen ohne Dämpfung ist wie folgt gegeben:

$$H_s \frac{\mathrm{d}^2\tilde{\eta}(\tilde{x},t)}{\mathrm{d}\tilde{x}^2} + H(\tilde{x},t)\frac{\mathrm{d}^2\tilde{y}(\tilde{x})}{\mathrm{d}\tilde{x}^2} - \mu\ddot{\tilde{\eta}} = 0 \tag{2.6}$$

$$H(\tilde{x},t) = \frac{\tilde{q}\cdot EA}{H_s\cdot\ell}\cdot\int_0^{L_T}\tilde{\eta}(\tilde{x},t)\,\mathrm{d}\tilde{x} \tag{2.7}$$

Hierbei ist $\tilde{\eta}(\tilde{x},t)$ die von der statischen Gleichgewichtslage gemessene vertikale Schwingungskoordinate, $H(\tilde{x},t)$ ist die durch die Schwingung verursachte Seilkraftänderung, $\mu = \tilde{q}/g$ ist die konstante Massebelegung, wobei g die Erdbeschleunigung ist, EA ist die Dehnsteifigkeit und $\ell = L_T\left(1+8\left(f_B/L_T\right)^2\right)$ ist eine Abkürzung.

Die Lösung für die symmetrischen Eigenschwingungen ist aufwändig, da sie aus einer transzendenten Gleichung in Abhängigkeit vom fundamentalen Seilparameter λ^2 bestimmt wird. Die Lösung für die symmetrischen und die antimetrischen Eigenschwingungen wird daher im Anhang A.2 dargestellt. Der fundamentale Seilparameter, der die geometrischen und die elastischen Seileigenschaften beinhaltet, charakterisiert die Straffheit eines Seiles und bestimmt damit die Form der ersten Eigenschwingung. Bei Werten von $\lambda^2 > 4\pi^2$ ist die erste Eigenschwingung antimetrisch, bei $\lambda^2 < 4\pi^2$ symmetrisch. Folglich bewirkt ein geringes Stich-Spannweiten-Verhältnis und / oder eine geringe Dehnsteifigkeit ein symmetrisches Schwingungsverhalten der ersten Eigenfrequenz.

$$\lambda^2 = \frac{\left(8\frac{f_B}{L_T}\right)^2 L_T}{\frac{H_s \ell}{EA}} \tag{2.8}$$

Alternativ dazu wurde von Bauer [Bau78] ein anschaulicher und zugleich praktischer Ansatz zur Ermittlung der Eigenfrequenzen eines Spannbandes mit sehr geringem Durchhang entwickelt. In die Gleichung gehen die einzelnen Steifigkeitsanteile getrennt ein, so kann auch die Biegesteifigkeit EI eines beispielsweise vorgespannten Betonbandes berücksichtigt werden. Für diese Ermittlung werden die folgenden Annahmen getroffen: Das Spannband sei so flach, dass ein Bogenelement des Bandes ungefähr gleich dem Sehnenelement gesetzt werden kann. Beim Schwingungsvorgang werden nur die lotrechten Verschiebungen, nicht aber die waagerechten Verschiebungen und Verdrehungen des Bandes berücksichtigt. Der Querschnitt des Bandes sei doppeltsymmetrisch. Die Ermittlung der Eigenfrequenzen unter diesen Annahmen wurde für die gelenkige und die eingespannte Lagerung untersucht. Für eine beidseitig gelenkige Lagerung unter Berücksichtigung des Einflusses einer Bandlängenänderung und der damit verbundenen Horizontalkraftänderung berechnet sich die i-te Eigenkreisfrequenz ω_i wie folgt:

$$\omega_i = \sqrt{\omega_{i,S}^2 + \omega_{i,E}^2 + \omega_{i,B}^2} = \sqrt{\underbrace{\frac{H_s}{\mu}\cdot\frac{i^2\pi^2}{L_T^2}}_{\substack{\text{Anteil geometrischer Steifigkeit}\\ \text{(Saite)}}} + \underbrace{\frac{\tilde{q}^2 EA}{\mu H_s^2}\cdot\frac{8}{i^2\pi^2}}_{\text{Anteil elastischer Steifigkeit}} + \underbrace{\frac{EI}{\mu}\cdot\frac{i^4\pi^4}{L_T^4}}_{\text{Anteil aus Biegung}}} \tag{2.9}$$

Die symmetrische Schwingungsform mit $i = 1$ ist nicht notwendigerweise jene mit der kleinsten Eigenfrequenz. Bei Werten von $\lambda^2 > 4\pi^2$ ist die antimetrische Schwingungsform mit $i = 2$ die mit der kleinsten Eigenfrequenz. Da sich bei antimetrischen Schwingungsformen keine Seilkraftänderung einstellt, ist der mittlere Term in Gleichung (2.9) Null. Den gleichen Ansatz beschreibt auch Strasky [Str05].

Sobald die bisher genannten Voraussetzungen (Seil mit nur einem sehr geringem Durchhang und kleinen Schwingungsamplituden) nicht erfüllt sind oder das Eigenschwingungsverhalten von erzwungenen Schwingungen überlagert wird, kann eine nichtlineare Schwingungstheorie erforderlich werden. Die in diesem Zusammenhang zu betrachtenden partiellen Differentialgleichungen zur Darstellung linearer und nichtlinearer Seilschwingungen werden in dieser Arbeit jedoch nicht weiter verfolgt, da ein diskretes Modell zur Beschreibung der Seil- beziehungsweise Spannband-Schwingungen entwickelt wird (Kapitel 5).

Wenn man die lineare und nichtlineare Schwingungstheorie von Seilen weiter verfolgen möchte, sind die folgenden Literaturstellen von Interesse: In Petersen [Pet00] wird das Schwingungsverhalten von Seilen sehr ausführlich behandelt. Ergänzend bietet die Arbeit von Thalheim [Tha04] einen Überblick über die Schwingungstheorien von Seilen und gibt nichtlineare Ansätze dafür. Sie liefert ferner einen Beitrag zur Beschreibung des räumlichen Schwingungsverhaltens von Seilen auf der Basis der Kontinuumsmechanik. Des Weiteren sei die Arbeit von Starossek [Sta92] zur Brückendynamik von Seilbrücken genannt und die Untersuchungen zum nichtlinearen Seil-Schwingungsverhalten von Hagedorn et al. [HS80] und Takashashi et al. [TK87a], [TK87b]. Warnitchai et al. [WFS95] berücksichtigen in den nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen zur Beschreibung der gekoppelten Seil-Schwingungen in der Ebene und aus der Ebene auch eine proportionale Dämpfung.

Fußgängerinduzierte Schwingungen (erzwungene Schwingungen)

Fußgänger üben auf Brücken eine zeitlich und örtlich veränderliche Belastung aus, die Schwingungen hervorrufen kann. Deutlich spürbar sind diese Schwingungen vor allem dann, wenn die Strukturdämpfung gering ist und die Eigenfrequenz bei vertikalen Eigenformen im Bereich der Schrittfrequenz und bei horizontalen Eigenformen im Bereich der halben Schrittfrequenz liegt. Untersuchungen von Bachmann et al. [BA87] ergaben, dass die Schrittfrequenz im Bereich zwischen $1.6 - 2.4\ \mathrm{Hz}$ liegt. Der Bereich wurde durch Feldversuche von Butz [But06] auf $1.3 - 2.4\ \mathrm{Hz}$ erweitert.

Der zeitliche Verlauf der eingetragenen Bodenkontaktkräfte kann annähernd als periodische Last approximiert werden, die mit einer Fourierreihenentwicklung in harmonische Anteile zerlegt werden kann [BA87]. Experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung eines Lastmodells ausgehend von Bodenkontaktkräften eines Fußgängers wurden von Butz durchgeführt [But06]. Mit beiden Schritt-für-Schritt Lastmodellen können fußgängerinduzierte Schwingungen simuliert werden. Die Schwingungsantwort setzt sich dann aus dem transienten Eigenschwingungsanteil und dem stationären erzwungenen Anteil aus der Fußgängerbelastung zusammen.

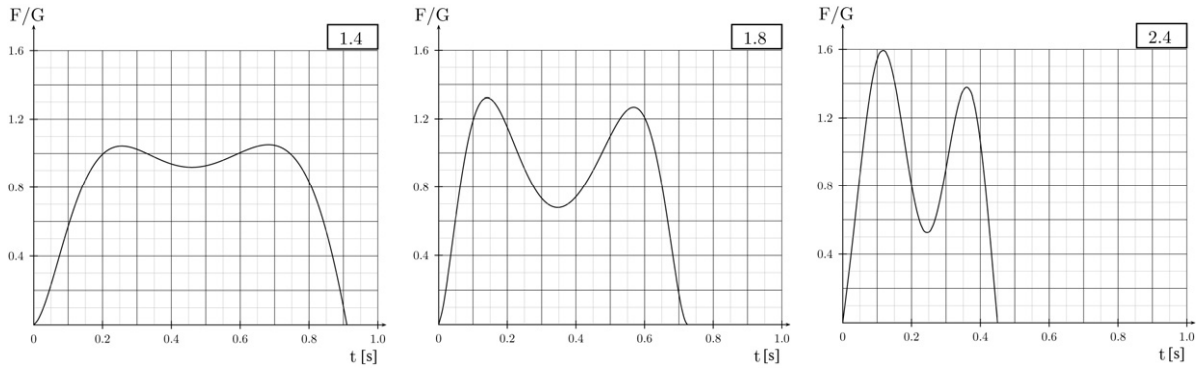


Bild 2.11: Mit Polynomen approximierte Bodenkontaktkräfte für einen Schritt in Anlehnung an Butz, exemplarisch für Schrittfrequenzen von $1.4\ \mathrm{Hz}$, $1.8\ \mathrm{Hz}$ und $2.4\ \mathrm{Hz}$, [Har07]

Für den Entwurf und die Bemessung der im Abschnitt 2.4 vorgestellten Spannbandbrücke wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Finite-Element-Modell entwickelt (Abschnitt 2.4.2). Anhand dieses Modells wurden fußgängerinduzierte Schwingungen mit dem Schritt-für-Schritt Lastmodell simuliert (Bild 2.11). Hierfür wurden Schrittfrequenzen im Bereich von $1.3 - 2.4\ \mathrm{Hz}$ untersucht. Die simulierten Ergebnisse konnten nur qualitativ bestätigt werden, da die approximierten Bodenkontaktkräfte nicht exakt auf die Brücke aufgebracht werden können [Har07]. Daher wurden die Simulationen in Abschnitt 8.6 mit dem entwickelten analytischen Modell der Brücke (Kapitel 5) unter Fußgängerverkehr und aktiver Schwingungskontrolle nicht durchgeführt. Das Finite-Element-Modell war aber für die in Abschnitt 2.4.2 beschriebenen Berechnungen erforderlich.

Die hier erläuterten Grundlagen zum statischen und dynamischen Tragverhalten von Spannbandbrücken werden im nächsten Abschnitt angewandt, um den Einfluss der Dehnsteifigkeit des dehnweichen Spannbandes aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff zu untersuchen.

2.3 Kohlenstofffaserverstärkte-Kunststoff-Lamellen (CFK-Lamellen)

2.3.1 Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe in der Anwendung

Kohlenstofffasern wurden zum ersten Mal um 1890 von Thomas Alva Edison als elektrische Glühfäden eingesetzt. Jedoch gelang es dem britischen Luftfahrtunternehmen Royal Aircraft Establishment erst 1955, Fasern mit gerichteten Gitterstrukturen herzustellen, wodurch hohe Elastizitätsmodule und Festigkeiten erzielt werden können [Wik10]. Mit dieser Entwicklung wurden Kohlenstofffasern zunehmend in der Luft- und Raumfahrt eingesetzt, da die hohe Festigkeit des Materials von bis zu $\approx 7000\ \mathrm{N/mm^2}$ und die geringe Wichte von $\approx 18\ \mathrm{kN/m^3}$ vor allem bei beweglichen Konstruktionen Energieeinsparungen ermöglichen. Zwischenzeitlich wird das Material im Fahrzeugbau, in der Medizintechnik und für Sportgeräte genutzt, oftmals auch im Hinblick auf die „moderne“ Oberflächenstruktur.

Im Bauwesen wird das Material bisher fast ausschließlich zur nachträglichen Verstärkung bestehender Tragstrukturen verwendet [Mei92], [Ber99], [Mei01], [LWM02], [Bor02], [Ber03], [Kel03], [HGD+04], [KGH04], [Ber05a], [Ber05b], [DHT05], [COB07], [Ber09]. Das Spektrum umfasst unter anderem die Verstärkung biege- und querkraftbeanspruchter Tragstrukturen durch vollflächig aufgeklebte schlaffe oder vorgespannte CFK-Lamellen sowie vorgespannte CFK-Lamellen, die nur an den Enden verankert sind. Durch die Vorspannung kann die Gebrauchstauglichkeit verbessert werden (verminderte Rissbildung und Verformung). Betonstützen werden mit CFK-Gelegen oder -Geweben umwickelt, wodurch ein mehraxialer Spannungszustand mit höherer Tragfähigkeit erzeugt werden kann. In den genannten Fällen ist der Querschnitt des Materials oftmals kaum ausgenutzt, so dass wirtschaftliche Anwendungen des noch teuren Materials eingeschränkt sind.

Als Haupttragelement kamen CFK-Drähte erstmals 1995 bei der Storchenbrücke in Winterthur zum Einsatz [MMB96]. Bei dieser Schrägseilbrücke wurden zu Testzwecken zwei CFK-Paralleldrahtbündel von insgesamt 24 Schrägseilen installiert (Bild 2.12). Ähnliche Spannglieder wurden bei weiteren Brücken als Schrägseil, Unterspannung und externe Spannglieder genutzt (Tab. 2.1).

Für Spannbandbrücken wurden kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe in Form von Drähten oder Lamellen noch nicht verwendet, obwohl die Spannbandbrücke als geradezu idealer, rein zugbeanspruchter Tragwerkstyp für den Einsatz hochfester kohlenstofffaserverstärkter Kunststoffe naheliegend ist [Sch03].

Bild 2.12: CFK-Paralleldrahtbündel der Strochenbrücke [MWS00]

Tab. 2.1: Brücken mit Spanngliedern aus CFK-Drähten

Brücke, Ort, Baujahr, max. Spannweite	Einsatz	Art	Hersteller	Zugfestigkeit [N/mm²]	Bruchlast [kN]
Storchenbrücke (Straße), Winterthur, CH, 1996, 63 m, [Mei99], [MMB96]	Schrägseil	241 Drähte Ø 5 mm	EMPA / BBRV	3300	15600
Fußgängerbrücke über die Kleine Emme, CH, 1998, 47 m, [Mei99], [MWS00]	Unterspannung im Untergurtrohr	91 Drähte Ø 5 mm	EMPA / BBRV	3300	5890
Passerelle des Neigles, Fribourg, CH, 1998, 111 m, [MWS00], [Mai97]	Tragseil der Hängebrücke	Litzen (7 Drähte)	Tokyo Rope	2100	160
Straßenbrücke über den Ri di Verdasio, CH, 1999, 38 m, [Mei99], [MWS00]	Spannglieder im Hohlkasten	19 Drähte Ø 5 mm	EMPA / BBRV	3300	1230
Fußgängerbrücke, Herning DK, 1999, 40 m, [CHJ+99], [Cow10]	Schrägseil Spannglied	Litzen (37 Drähte) Litzen (7 Drähte)	Tokyo Rope	1870 2100	1410 160
Dintelhavenbrücke (Straße), NL, 2001, 185 m, [VKG03]	Spannglieder im Hohlkasten	91 Drähte Ø 5 mm	EMPA / BBRV	3300	5890
Bridge Street Bridge, USA, 2002, 21 m, [GNN+02]	Spannglieder im PI-Träger Bewehrung	Litzen (37 Drähte) Litzen (7 Drähte) Stäbe Ø 10 mm	Tokyo Rope	1870 2100 2860	1410 160 205
Laroin Fußgängerbrücke, F, 2002, 110 m, [Gef02]	Schrägseil	2x7 / 3x7 Drähte Ø 6 mm	Freyssinet	≈ 2800	≈ 1110/ ≈ 1660

Die Verankerung von hochfesten Zugelementen mit Bauteilen meist minderer Festigkeit ist im Allgemeinen immer problematisch. Schon die Verankerung hochfester Stahldrähte zeigt, wie auftragend und gestalterisch unbefriedigend der Gabelseilkopf in Relation zum dünnen Seilquerschnitt ist. Im Vergleich zu Stahldrähten reagieren kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe deutlich sensibler auf Querpressung. Folglich ist der Aufwand zur Übertragung der noch größeren Kraft im CFK-Draht über die sehr kleine Oberfläche deutlich höher. Eine gestalterisch befriedigende Ausbildung wird umso schwieriger, Hier ist noch Optimierungsbedarf vorhanden, um den Vorteil des hochfesten Werkstoffes voll auszureizen.

Besonderes Augenmerk ist auch auf die zusätzliche Biegebeanspruchung an Umlenkungen zu legen. Umlenkungen sind bei mehrfeldrigen Spannbandbrücken an den Auflagern (Bild 2.6), bei Extradosed Brücken am Mastkopf und bei extern vorgespannten mehrfeldrigen Hohlkastenbrücken im Stützbereich erforderlich. Unter wechselnder Verkehrsbelastung treten hier Ermüdungsbeanspruchungen auf. Um diese zu minimieren, müssen Sättel mit großen Radien ausgebildet werden. Alternativ dazu rufen äußerst flache Querschnitte, wie Lamellen, die keine / kaum Biegesteifigkeit haben, keine / kaum Biegebeanspruchung hervor. Hier steckt das große Potential von CFK-Lamellen, das im Rahmen dieser Arbeit durch den Bau einer Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen ausgeschöpft wird (Abschnitt 2.4). Im Folgenden werden daher kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe in Form von Lamellen betrachtet.

2.3.2 CFK-Lamellen

Kohlenstofffasern werden aus kohlenstoffhaltigen Ausgangsmaterialien durch stufenweises Verkoken hergestellt. Bei den Ausgangsmaterialien handelt es sich entweder um ein Pech oder PAN (Polyacrylnitril). Daraus entstehen sogenannte pitch-based-carbon-fibres oder

PAN-based-carbon-fibres. Der größte Teil der erzeugten Kohlenstofffasern wird aus PAN hergestellt. Im Wesentlichen werden sie in den folgenden vier Schritte erzeugt: Zuerst wird das organische Ausgangsmaterial stabilisiert, wodurch die längsorientierte Faserstruktur verstärkt wird. Anschließend werden die stabilisierten Fasern durch Verkokung in reine Kohlenstofffasern umgewandelt. Danach werden die Fasern auf bis zu $3000°C$ aufgeheizt, je höher die Temperatur, desto höher der E-Modul und desto geringer der Durchmesser (Bild 2.14). Zwischen $1200°C$ und $1600°C$ wird die maximale Festigkeit erreicht. Bei höheren Temperaturen nimmt die Festigkeit wieder ab und der E-Modul steigt weiter. Da an allen Eigenschaften nicht gleichzeitig optimiert werden kann, werden verschiedene Fasertypen fabriziert. Eine Klassifizierung der verschiedenen Fasertypen ist in der Literatur zu finden [BGR+80], [Ber03], [Kre09]. Zum Schluss erfolgen eine Oberflächenbehandlung und eine Beschichtung, um die Haftung zur Matrix und die Weiterverarbeitung zu verbessern.

Um „endlose“ kohlenstofffaserverstärkte-Kunststoff-Lamellen (Bild 2.13) herzustellen, wird das Strangziehverfahren (Pultrusionsverfahren) nachgeschaltet. Bei diesem Verfahren werden die Langfasern mit einer Kunststoffmatrix getränkt und unidirektional durch ein Formwerkzeug gezogen. Anschließend erfolgt die Aushärtung unter Druck und Temperatur. In Lamellenform sind derzeit Dicken von $\approx 0.1\,\text{mm}$ bis $20\,\text{mm}$ und Breiten von $25\,\text{mm}$ bis $400\,\text{mm}$ erhältlich. Die Kunststoffmatrix – verwendet werden Duroplaste (Epoxidharze) oder Thermoplaste (Polyamide) – schützt die Fasern vor Umwelteinflüssen und Beschädigungen beim Verarbeiten. Die spezifischen Eigenschaften hängen letztendlich von der verwendeten Faser, dem Faservolumenanteil und der Matrix ab. In Tab. 2.2 sind die Eigenschaften einer CFK-Lamelle aufgeführt, die in Abschnitt 2.4 für den Bau der Spannbandbrücke verwendet wird. Weitere wesentliche Eigenschaften kohlenstofffaserverstärkter Kunststoffe sind in Tab. 2.3 zusammengefasst.

Tab. 2.2: Eigenschaften der verwendeten CFK-Lamelle und der Kohlenstofffaser

	CFK-Lamelle [Win06]	Kohlenstofffaser: Toray T700S [Tor10]
Querschnitt	$\approx 0.1 / 50$ mm	$\varnothing$ 7 µm
Zugfestigkeit	3000 N/mm²	4900 N/mm²
E-Modul	170000 N/mm²	230000 N/mm²
Bruchdehnung	1.8 %	2.1 %
Wichte	16 kN/m³	17.7 kN/m³
Fasergehalt	≈ 60 Vol-% (≈ 10-15 Faserlagen)	
Thermoplastische Matrix	Polyamid PA12	
Wärmeausdehnung	≈ 0 K⁻¹	$-0.38 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹
Kohlenstoffgehalt		93 %

Bild 2.13: CFK-Lamelle $\approx 0.1 / 50$ mm

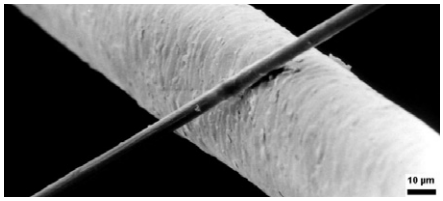


Bild 2.14: Kohlenstofffaser $6\,\mu\text{m}$ im Vergleich zu einem Haar $50\,\mu\text{m}$ [Wik10]

Tab. 2.3: Wesentliche Eigenschaften kohlenstofffaserverstärkter Kunststoffe

Vorteile	Nachteile
hohe Zugfestigkeit bei relativ hohem E-Modul	anisotropes Materialverhalten
niedrige Wichte	sprödes Materialverhalten ohne plastische Reserven
keine Korrosion	geringe Scherfestigkeit
sehr gutes Ermüdungsverhalten	UV-lichtempfindlich: Faser zersetzt sich, Matrix versprödet
Lieferlänge nahezu unbegrenzt	
einfacher Transport	

2.3.3 Verankerung von CFK-Lamellen

Wie bereits in Abschnitt 2.3.1 erwähnt, sind kraftschlüssige Verankerungen zwischen CFK-Zugelementen und dem anzubindenden Bauteil deutlich schwieriger herzustellen als bei Spanngliedern aus Stahl. Das isotrope, elastisch-plastische und duktile Werkstoffverhalten von Stahl lässt verschiedene Materialbearbeitungen ohne Festigkeitsverluste zu. Des Weiteren können die im Lasteinleitungsbereich stets auftretenden Dehnungsdifferenzen zwischen Spannglied und Verankerungskörper vom Stahl durch plastische Verformungen ausgeglichen werden. Im Gegensatz dazu weisen unidirektionale CFK-Lamellen ein anisotropes, linear elastisches und sprödes Materialverhalten auf. Außerdem reagieren sie sehr empfindlich auf hohe Querpressung und Kerbung, die zur Kappung von Fasern führen. Für eine werkstoffgerechte Verankerung können daher die bekannten Lösungen aus dem Stahlbau nicht einfach übertragen werden. Gerade die einfache Lösung, die Lamelle mit einer Klemmplatte auf die Verankerung zu pressen und die Lamellenkraft über Reibung zu verankern, verursacht hohe Schubspannungen. Zusammen mit dem Anpressdruck reduzieren diese die Tragfähigkeit der Lamelle stark (Bild 2.15). Bei zunehmender Lamellendicke wird es zudem auch immer schwieriger, die Kraft aus jeder Faser über die Matrix durch Schubspannungen zur lastabtragenden Oberfläche zu führen.

Eine Zusammenstellung der prinzipiellen Möglichkeiten zur Krafteinleitung und Fügetechnik bei Faserverbundwerkstoffen und die theoretischen Hintergründe sind in der Literatur zu finden [Sch07]. Frühe Entwicklungen stammen aus dem Bereich der Luft- und Raumfahrt. Ein erwähnenswerter Ansatz ist die Verstärkung mehrlagiger CFK-Lamellen mit dünnem Titanblech zur Realisierung einer Bolzenverbindung [WK02].

Auch im Bauwesen haben in den letzten Jahren verschiedene Forschungseinrichtungen und Unternehmen für dieses Material Verankerungslösungen mit unterschiedlichen Ansätzen entwickelt. Zur Verankerung von CFK-Drähten sind Ansätze und bereits erteilte Patente in der Literatur zu finden [MMK98], [MWS00], [HGD+04], [Kol06]. Gleiches gilt für die Entwicklungen und Zulassungen von Endverankerungssystemen für die nachträgliche Verstärkung mit vorgespannten CFK-Lamellen [KBG04], [AM05a], [Ber09]. Im Folgenden werden nun Verankerungen für CFK-Lamellen zum Einsatz als freies Zugglied vorgestellt.

Das Ingenieurbüro Leonhardt, Andrä und Partner (LAP) entwickelte über mehrere Zwischenschritte, teilweise mit Klemmung und Klebung („Leoba–CarboDur 2“), einen „Dehnungs-Klemm-Anker“, bei dem mehrere in Reihe geschaltete Klemmsteifen die zu verankernde Kraft übertragen (Bild 2.16). Zwischen den Klemmstreifen sind dehnbare Bereiche angeordnet, die eine annähernd gleichmäßige Schubspannungsverteilung im Klemmbereich ermöglichen [AM05b].

Am Institut für Tragkonstruktionen der TU Wien wurde die Keilverankerung „Composite wedge system“ entwickelt, welche dem Verankerungsprinzip bei Litzen im Spannbetonbau entspricht (Bild 2.17). Ein spezieller Keil aus zwei verschiedenen Materialschichten mit unterschiedlicher Dicke und E-Modul verteilt die Anpressdrücke in der Kontaktfläche gleichmäßig auf die CFK-Lamelle. Die Kraft in der Lamelle kann entsprechend dem Anpressdruck über gleichmäßige Schubspannungen in den Verankerungskörper eingeleitet werden [Bur04], [Bur05a], [Bur05b].

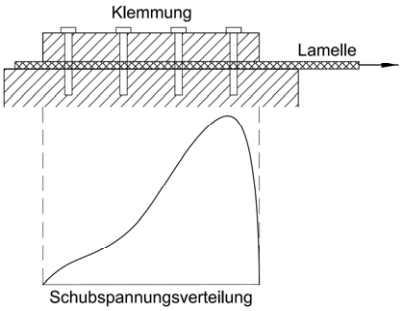


Bild 2.15: Schubspannungsverteilung bei einfacher Klemmung

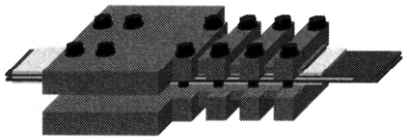


Bild 2.16: „Dehnungs-Klemm-Anker“ [AM05b]

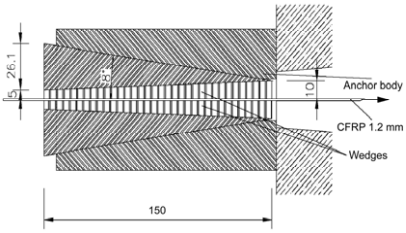


Bild 2.17: Keilverankerung „Composite wedge system“ [Bur05b]

Bei den bisher beschriebenen Entwicklungen erfolgt die Kraftübertragung mittels Klemmung. Um hierbei einen hohen Wirkungsgrad zu erhalten, ist eine relativ aufwändige Verankerung erforderlich, die sowohl in Längs- als auch in Querrichtung eine gleichmäßige Schubbeanspruchung der Lamelle gewährleistet.

Im Rahmen dieser Arbeit und der Diplomarbeit von Meinhard [Mei06] wurden Versuche durchgeführt, um CFK-Lamellen für eine Spannbandbrücke (Abschnitt 2.4) mit Hilfe von Klemmung und Klebung zu verankern. Die Klemmverankerung wurde für eine Lamelle des Typs Sika CarboDur S612 [Sik05] mit einer Breite von $60\,\mathrm{mm}$ und einer Dicke von $1.2\,\mathrm{mm}$ entwickelt. Der Mittelwert der Zugspannung beträgt $3100\,\mathrm{N/mm^2}$, die rechnerische Bruchlast demzufolge $223\,\mathrm{kN}$. Für die fünfte Versuchsreihe wurde eine zweiteilige Verankerung wie in Bild 2.18 dargestellt entwickelt, um die Schubbeanspruchung auf zwei Verankerungen zu verteilen. Die Versuchsdurchführung wurde in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase übertragen nur die beiden äußeren Klemmplatten Kräfte. Die beiden inneren Klemmplatten sind zwar mit der Lamelle verklebt, aber es wird noch keine Kraft eingeleitet, da sie nicht mit der Zugmaschine verbunden sind. Erst bei einer Zugkraft von $100\,\mathrm{kN}$ wurden die inneren Klemmplatten kraftschlüssig mit der Zugmaschine verbunden (zweite Phase). Nach weiterer Laststeigerung erfolgte der Bruch bei $250\,\mathrm{kN}$ und lag damit über der rechnerischen Bruchlast (Bild 2.19). Das Kraft-Dehnungs-Diagramm des Versuches ist in Bild 2.20 dargestellt. Trotz erfolgreicher Versuchsdurchführung und quasi Erfüllung der Forderung nach ETAG 013 [ETA02], Lamellenbruch vor Verankerungsbruch, wurde diese Klemm- und Klebeverankerung nicht weiterverfolgt, da analog der bereits erläuterten Verankerungslösungen von LAP und der TU Wien die Kraftübertragung mittels Klemmung erfolgt. Diese stellt nach Meinung des Verfassers keine fasergerechte Verankerung dar.

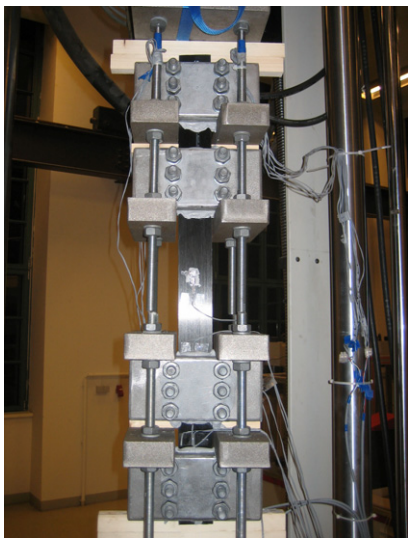


Bild 2.18: Versuchsaufbau V5 mit zweiteiliger Verankerung jeweils oben und unten

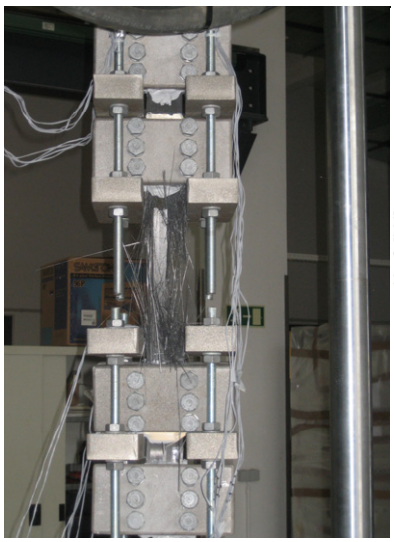


Bild 2.19: Bruchzustand V5

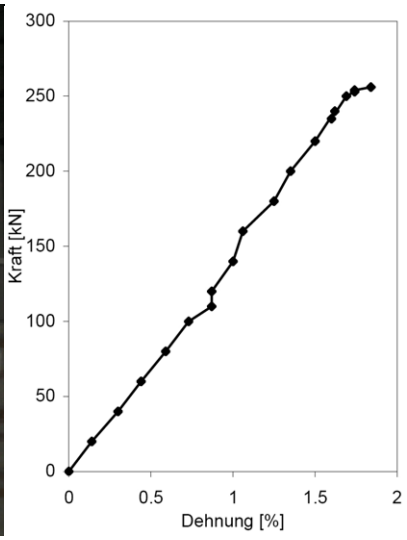


Bild 2.20: Kraft-Dehnungs-Diagramm V5

Die Forderung nach einem fasergerechten Anschluss erfüllen die Schlaufenanschlüsse am besten. Die ersten Anschlüsse dieser Art wurden aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) für hochbelastete Rotorblattanschlüsse entwickelt [Hüt60]. Diese Anschlussart überträgt die Zugkräfte optimal, da die Fasern in Beanspruchungsrichtung angeordnet sind. Diesem Prinzip folgend wurde an der EMPA in Dübendorf, Schweiz ein direkt einsetzbares Zugelement aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff ohne zusätzlichen Verankerungskörper entwickelt und im Jahre 1998 patentiert [MW98], [WMM98], [Win99], [MW01], [Win03], [Mot08]. Zwischenzeitlich wird das Schlaufenzugelement (Bild 2.21) von der Firma Carbo-Link, einer Spin-Off Firma der EMPA Dübendorf, fabriziert und in mehreren Bereichen erfolgreich eingesetzt [Car10].

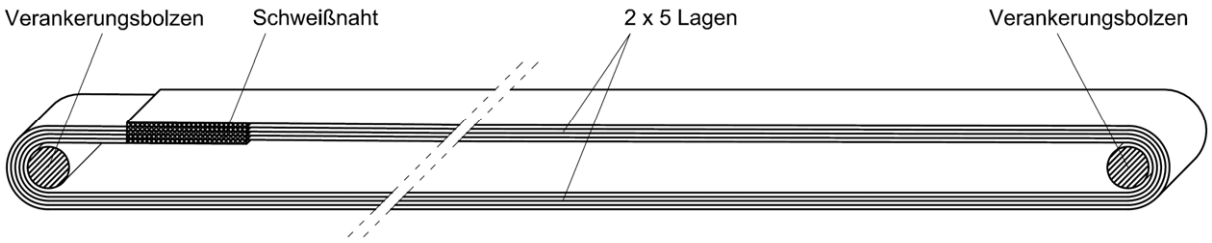


Bild 2.21: Schlaufenzugelement mit 2 x 5 Lagen

Das Schlaufenzugelement wird aus einer sehr dünnen CFK-Lamelle hergestellt indem diese mehrmals um zwei Verankerungsbolzen geführt wird. So entsteht eine mehrlagige geschlossene Schlaufe. Die $\approx 0.1\,\mathrm{mm}$ dünne Lamelle besteht aus unidirektional angeordneten Kohlenstofffasern und einer Matrix aus Polyamid, einem thermoplastischen Kunststoff. Die beiden Enden des mehrlagigen Bandes werden kraftschlüssig mit den darunter- beziehungsweise darüberliegenden Lagen verschweißt. Außerhalb des verschweißten Bereichs besteht kein Verbund zwischen den einzelnen Lagen. Dadurch sind Relativverschiebungen zwischen den einzelnen Lagen für eine gleichmäßige Beanspruchung der Lamellen möglich, vorausgesetzt die Reibung zwischen den Lamellen ist nicht zu groß. Auf diese Weise können Zugelemente hergestellt werden, deren Tragfähigkeit über die Anzahl der Lagen individuell

gesteuert werden kann. Das „two-in-one“-Element, das nur mit einem Bolzen verankert wird, hat zwei wesentliche Vorteile:

- Die zu verankernde Kraft an den beiden Enden beträgt nur einen Bruchteil der zu übertragenden Kraft des Zugelementes (Flaschenzugprinzip), bei zehn Lagen also nur ein Zehntel.
- Die zusätzliche Biegebeanspruchung an den Verankerungsbolzen oder an den Umlenkungen ist aufgrund der äußerst dünnen Lamelle deutlich geringer. Es können kleinere Radien, also kompaktere Verankerungen oder Umlenkungen realisiert werden.

Um den Einfluss der Lamellendicke zu verdeutlichen, sind in Bild 2.22 für die drei gängigsten Lamellen auf dem Markt, die Biegespannung σ_M in Abhängigkeit vom Bolzenradius R_v dargestellt. Für eine Lamelle der Höhe h_L mit einem Elastizitätsmodul (E-Modul) E ist die Biegespannung an der Umlenkung wie folgt gegeben:

$$\sigma_M = \frac{E \cdot h_L}{2 \cdot R_v} \tag{2.10}$$

Bei einem Bolzenradius von $R_v = 40\,\mathrm{mm}$ erhält die dünnste Lamelle mit $h_L = 0.1\,\mathrm{mm}$ lediglich $10\,\%$ Biegespannung (Bild 2.22). Allerdings ist zu berücksichtigen, dass radiale Querdruckspannungen $\sigma_\perp$ die Tragfähigkeit der Lamellen reduzieren. Unter Vernachlässigung von Reibung zwischen Lamelle und Bolzen, sind diese wie folgt gegeben, wobei b_L die Breite der Lamelle ist.

$$\sigma_\perp = \frac{H_s}{2 \cdot R_v \cdot b_L} \tag{2.11}$$

Im Falle eines Bolzens mit Radius $40\,\mathrm{mm}$ können aufgrund der beschriebenen Querdruckspannungen jedoch nur $\approx 60\,\%$ der Zugfestigkeit, also $\approx 1800\,\mathrm{N/mm^2}$ angesetzt werden. Hier besteht weiterer Forschungsbedarf. Die Tragfähigkeit des Anschlusses könnte zum Beispiel verbessert werden, indem ein elliptischer Verankerungsbolzen ausgebildet wird. Ein größerer Radius am Berührungspunkt bei einem Umlenkwinkel $\varphi = 0°$ verursacht geringere Querdruckspannungen. Mit zunehmendem Umlenkwinkel wird die Zugkraft H_s über Reibungskräfte weiter abgebaut, so dass bei $\varphi = 90°$ auch geringere Querdruckspannungen auftreten.

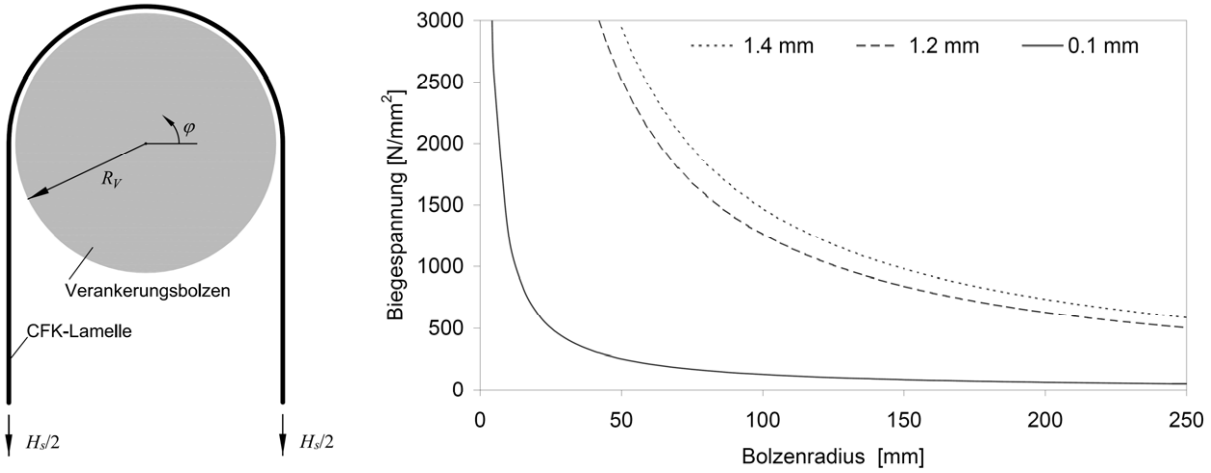


Bild 2.22: Biegespannung in Abhängigkeit von Lamellendicke und Bolzenradius

Analytische und numerische Berechnungen zur Untersuchungen der Spannungen am Verankerungsbolzen und zur Auslegung von Faserverbundschlaufen sind in der Literatur zu finden [Win99], [Ehr04], [Hav07], [Sch07].

2.4 Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen

2.4.1 Entwurf, Modellbildung, Berechnung, Bemessung, konstruktive Durchbildung und Bau eines Prototyps

Im Rahmen der Arbeit wurde eine Brücke als Prototyp entworfen, modelliert, berechnet, bemessen, konstruktiv durchgebildet und gebaut. Zur „Langen Nacht der Wissenschaften“ im Mai 2006 wurde sie erstmalig der Öffentlichkeit präsentiert. Die wesentlichen Erkenntnisse aus der Realisierung wurden bereits veröffentlicht [SB07].

Die Randbedingungen für diesen Prototyp wurden maßgeblich durch die Größe und Beanspruchbarkeit des Aufspannfeldes in der Versuchshalle (Peter-Behrens-Halle) des Instituts für Bauingenieurwesen der TU Berlin bestimmt. Im Raster von $1 \text{ x } 1 \text{ m}$ können Vertikal- und Horizontalkräfte über Spannpunkte in die Bodenplatte eingeleitet werden. Daher wurden CFK-Bänder entsprechend im Abstand von einem Meter angeordnet, die von jeweils zwei Widerlagerkästen je Seite getragen werden. Als Stich/Spannweiten-Verhältnis wurde $1/60$ gewählt, um am Widerlager eine Steigung von $\approx 7.5\,\%$ nicht zu überschreiten. Die lichte Spannweite beträgt $L_T = 13.05 \text{ m}$. Auf den Spannbändern liegen Platten aus weißem GFK-bewehrtem Beton (Bild 2.23).

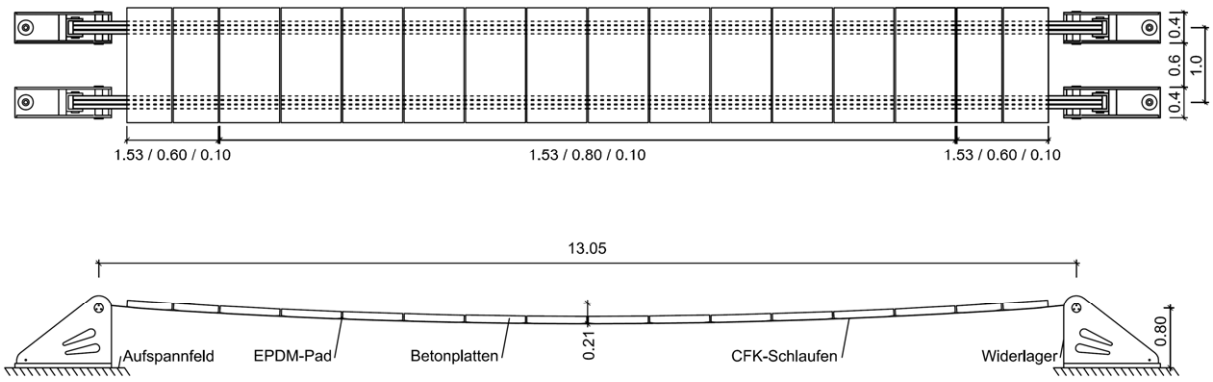


Bild 2.23: Draufsicht und Seitenansicht der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen

Die Brücke wurde für Lasten nach DIN-Fachbericht 101 [DIN03] dimensioniert, das heißt für Verkehrslasten von 5 kN/m^2. Die Berechnung erfolgte mit Hilfe der Seilgleichungen (Abschnitt 2.2.2) und einem Finite-Element-Modell (Abschnitt 2.4.2). Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich unter Volllast eine Normalkraft von 530 kN. Diese wird von den in Abschnitt 2.3.3 und Bild 2.21 erläuterten werkstoffgerechten CFK-Schlaufen aufgenommen. Das gewählte Schlaufenzugelement besteht aus $2 \text{ x } 5$ Lagen mit einer Breite von 50 mm und einer Gesamtdicke von $\approx 1.1 \text{ mm}$, wodurch es eine sehr geringe Dehnsteifigkeit von 8 MN hat. Bei einer Tragfähigkeit von 105 kN werden sechs Schlaufenzugelemente, jeweils drei pro Widerlager, angeordnet. An den Widerlagern werden die $2 \text{ x } 5$ Lagen über eine Umlenkrolle $\varnothing 100 \text{ mm}$ zusammengeführt und über Führungsbuchsen $\varnothing 80 \text{ mm}$ auf einem Bolzen $\varnothing 60 \text{ mm}$ verankert. Die Führungsbuchsen verhindern ein seitliches Verschieben der einzelnen Lamellen. Der Verankerungsbolzen wird von einem U-förmigen Laschenanschluss gehalten, der mit hochfesten Schrauben an zwei Quertraversen angeschlossen ist. Von dort

werden die Kräfte über zwei Seitenbleche des Widerlagerkastens zu zwei Spannpunkten geführt (Bild 2.24 und Bild 2.25). Der Gehbelag, bestehend aus sechzehn aneinandergereihten weißen Betonplatten in zwei Größenabmessungen, wurde im Betonlabor des Instituts hergestellt. Im Bereich der Widerlager sind wegen der größeren Neigungsänderung jeweils zwei kleine Platten angeordnet. Um Kerbungen an den CFK-Bändern zu vermeiden, wurden höchste Anforderungen an die Betonoberfläche gestellt: Eine sehr glatte Oberfläche wurde durch Verwendung einer Stahlschalung erreicht. Um Kerbungen an den CFK-Bändern bei einseitiger Belastung der Platten zu vermeiden, wurden die aneinanderliegenden langen Kanten an der Plattenunterseite ausgerundet (Bild 2.27 oben).

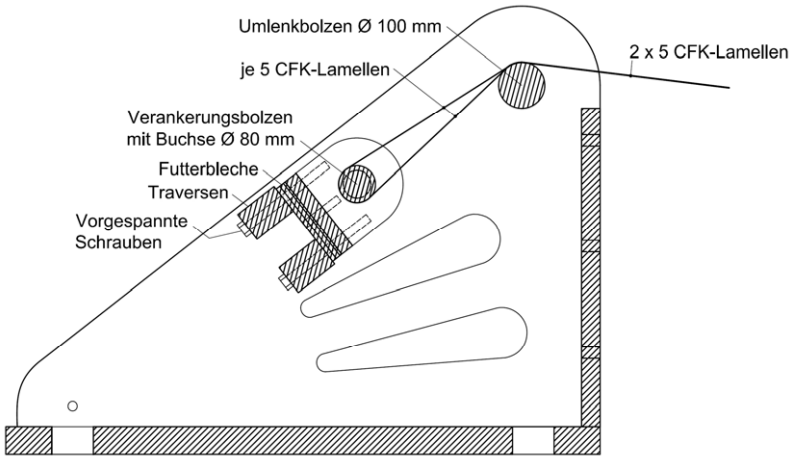


Bild 2.24: Schnitt durch Widerlager / Verankerung

Bild 2.25: Verankerung

Bild 2.26: Vorgespannte Bänder

Bild 2.27: Ausrundung der Platten, Anschluss Lamellen / Platte

Die Betonplatten wurden mit GFK-Stäben bewehrt und es wurden GFK-Einbauteile zur Befestigung der CFK-Bänder vorgesehen. Die Verbindung zwischen CFK-Band und Platte erfolgt über geringe Klemmkräfte mittels GFK-Flachprofil, um auch hier ein gegenseitiges Verschieben der einzelnen Lagen untereinander zu verhindern. Das Flachprofil liegt quer unter den drei Bändern und ist mit zwei GFK-Schrauben am GFK-Einbauteil der

darüberliegenden Platte befestigt. In jeder Betonplatte sind vier Einbauteile angeordnet. Zwischen Betonplatte / CFK-Band und Flachprofil / CFK-Band ist zum Schutz ein weicher Kunststoff angeordnet (Bild 2.27 unten).

Zur Montage der Brücke wurden zuerst die Widerlager ausgerichtet und mit Spannstangen am Aufspannfeld befestigt, um die Horizontalkräfte über Reibung in die Spannpunkte zu leiten. Anschließend wurden nach und nach die konfektionierten Schlaufen, drei pro Widerlagerseite, über die Umlenkrolle in den Verankerungsbolzen von Hand eingeführt. Dieser Montageschritt zeigte wie vorteilhaft dieses Verankerungsprinzip gegenüber aufwendigem Kleben und Klemmen ist. Auch der Gewichtsvorteil gegenüber Stahl wurde hierbei deutlich. Beim Einbau von Stahl-Lamellen wären Hebezeuge und Hilfsunterstützungen notwendig gewesen.

Damit sich unter Eigengewicht der gewählte Durchhang $f_B = 0.21\,\mathrm{m}$ infolge elastischer Dehnung einstellt, müssen die CFK-Bänder verkürzt eingebaut werden. Mit Pressen, die sich über die Quertraversen am Widerlager abstützen, wird der U-förmige Laschenanschluss mit dem Verankerungsbolzen und den drei Schlaufen verschoben. Die CFK-Bänder erhalten dadurch im Mittel eine Vordehnung von $6.5\,‰$. Das Vorspannen wurde mit Dehnmessstreifen überprüft, um zu beobachten, ob alle drei Schlaufen, die auf einem Bolzen verankert sind, gleichmäßig gedehnt wurden. Hierzu wurden Dehnmessstreifen auf der obersten und untersten Lamelle vor und nach der Umlenkrolle angebracht (Bild 2.25 und Bild 2.26). Ausgehend vom Mittelwert traten maximale Abweichungen von $\pm 7\,\%$ auf. Anschließend wurden zum Toleranzausgleich Futterbleche zwischen der Traverse und dem U-förmigen Laschenanschluss eingelegt. Mit hochfesten Schrauben wurde eine vorgespannte Verbindung zwischen Laschenanschluss und Traversen hergestellt. Auf der zweiten Widerlagerseite wurde analog verfahren.

Zuletzt wurden die vorab gefertigten Betonplatten in Brückenmitte beginnend auf die vorgespannten Bänder aufgelegt und ausgerichtet. Zwischen den einzelnen Platten wurden zwei EPDM-Pads (Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk) angeordnet, um ein Abplatzen der Betonkanten zu vermeiden. Zum Schluss wurden die Bänder mit den GFK-Flachprofilen an die Betonplatten geklemmt (Bild 2.27 unten).

2.4.2 Finite-Element-Modell der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen

Zur Analyse des statischen und dynamischen Tragverhaltens der Spannbandbrücke wurde ein räumliches Finite-Element-Modell mit dem Programmsystem SOFISTIK [SOF10] erstellt, das Grundlage für die folgenden Berechnungen war:

- Schnittkräfte im Spannband aus verschiedenen Lastfallkombinationen (Abschnitt 2.4.1)
- Verformungen unter gleichmäßig verteilter Belastung und Einzellast (Abschnitt 2.4.3)
- Eigenfrequenzen und Eigenformen (Abschnitt 2.4.4)
- Fußgängerinduzierte Schwingungen (Abschnitt 2.2.3)
- Einfluss von Aktuatorenkräften, die auf Höhe des Geländerholms angreifen; Voruntersuchungen (Kapitel 4)

Im Finite-Element-Modell (FE-Modell) wurden die CFK-Bänder durch $5\,\mathrm{cm}$ lange Fachwerk-Elemente und die Betonplatten durch ebenso lange Quad-Elemente abgebildet. Im Gehbereich wurden die Quad-Elemente feiner unterteilt, um die in Bild 2.11 dargestellten Boden-

kontaktkräfte mit variierender Schrittlänge aufbringen zu können. Die Klemmung zwischen den CFK-Bändern und der Betonplatte erfolgt mit Stab-Elementen. Die zwischen den Betonplatten liegenden EPDM-Pads wurden im Modell nicht abgebildet, da sie einen geringen Einfluss auf die Steifigkeit und somit auf die Eigenfrequenz haben [BS08b]. Das Dämpfungsvermögen der Brücke wurde über experimentell identifizierte modale Dämpfung berücksichtigt (Abschnitt 2.4.5).

2.4.3 Statisches Tragverhalten der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen

Das prinzipielle statische Tragverhalten von Spannbandbrücken wurde bereits in Abschnitt 2.2.2 erläutert. Nun muss hier der beachtliche Einfluss der geringen Dehnsteifigkeit von CFK-Lamellen etwas ausführlicher untersucht werden. Dazu werden die vertikalen Verformungen aus elastischer Dehnung einer Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen und mit Stahl-Lamellen berechnet (Zugfestigkeit der CFK-Lamelle $f_{u,d,CFK} = 1800\ \mathrm{N/mm^2}$, $EA_{CFK} = 48\ \mathrm{MN}$; Streckgrenze von Stahl S355 $f_{y,d} = 327\ \mathrm{N/mm^2}$, $EA_{Stahl} = 520\ \mathrm{MN}$). In Bild 2.28 sind die vertikalen Verformungen aus elastischer Dehnung dargestellt, die sich aus einer gleichmäßig verteilten Belastung von $5\ \mathrm{kN/m}$ ergeben. Das dimensionslos ausgedrückte Verhältnis v_z/f_B von vertikaler Verformung v_z zum maximalen Durchhang $f_B =$ konstant ist über die halbe Spannweite und verschiedene Stich/Spannweiten-Verhältnisse f_B/L_T aufgetragen. Im selben Diagramm sind zum weiteren Vergleich die dehnungslosen Vertikalverformungen, resultierend aus einer Einzellast unter Annahme unendlicher Dehnsteifigkeit eines masselosen Spannbandes, dargestellt. Sie sind nahezu unabhängig von den hier betrachteten f_B/L_T Verhältnissen.

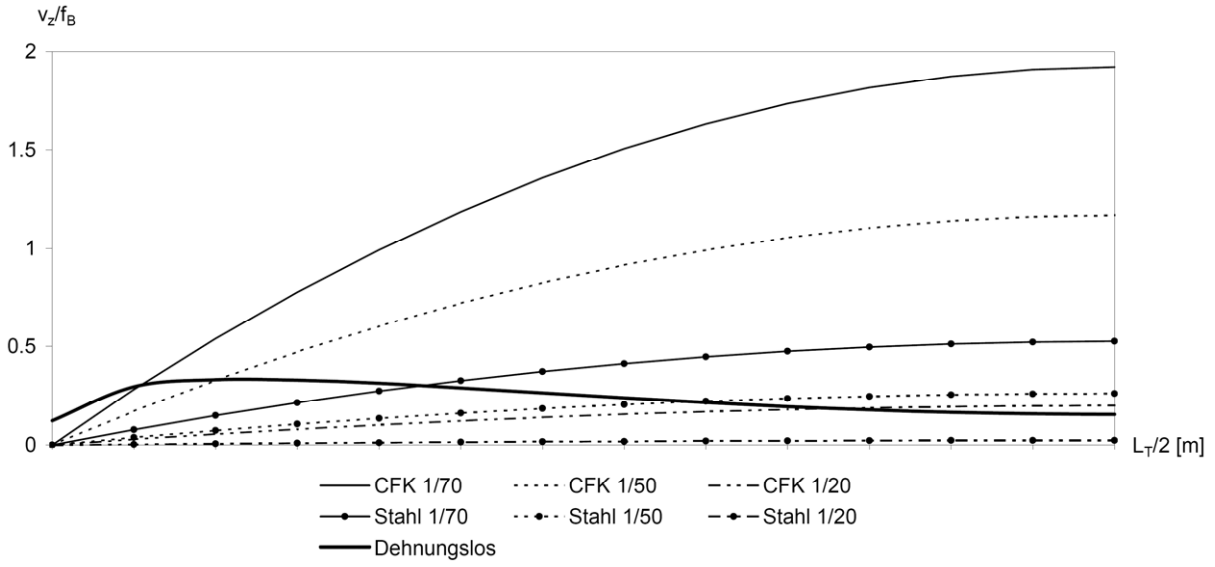


Bild 2.28: Vertikalverformungen v_z/f_B aus Verformungen infolge elastischer Dehnung und dehnungslosen Verformungen für CFK und Stahl bei verschiedenen Stich/Spannweiten-Verhältnissen

Vergleicht man nun eine Brücke mit CFK-Lamellen und Stahl-Lamellen, führt die ungefähr elfmal kleinere Dehnsteifigkeit der CFK-Lamellen zu viermal größeren Vertikalverformungen aus elastischer Dehnung bei einem Verhältnis $f_B/L_T = 1/50$ in Feldmitte. Die dehnungslosen Vertikalverformungen sind hingegen klein. Umgekehrt ist im auflagernahen Bereich der Einfluss dehnungsloser Vertikalverformungen groß, wohingegen die Vertikalverformungen aus elastischer Dehnung klein sind. Für die statische Gebrauchstauglichkeit ist die beschränkte

Steigung am Brückenende relevant. Die große Vertikalverformung aus elastischer Dehnung in Feldmitte ist dagegen weniger problematisch. Hinsichtlich der dynamischen Gebrauchstauglichkeit spielen die großen elastischen Dehnungen allerdings eine entscheidende Rolle. Fußgängerinduzierte Schwingungen bewirken dadurch deutlich größere Schwingungsamplituden, wie auch in den folgenden Abschnitten noch gezeigt wird.

Statische Belastungstests wurden zuerst mit Zementsäcken und anschließend mit Mitarbeitern und Studierenden des Instituts für Bauingenieurwesen durchgeführt (Bild 2.29). Die Brücke wurde dabei mit $\approx 3.5\,\mathrm{kN/m^2}$ belastet.

Bild 2.29: Belastungstest mit Mitarbeitern und Studierenden des Instituts für Bauingenieurwesen

2.4.4 Dynamisches Tragverhalten der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen

Die Grundlagen zum dynamischen Tragverhalten von Spannbandbrücken wurden bereits in Abschnitt 2.2.3 erläutert. Zur Analyse des Schwingungsverhaltens der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen wurden drei Untersuchungen durchgeführt:

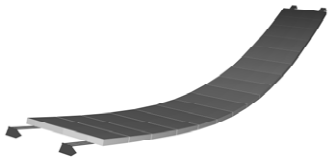
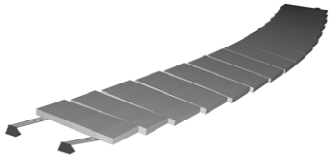
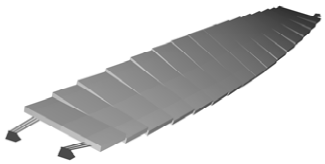
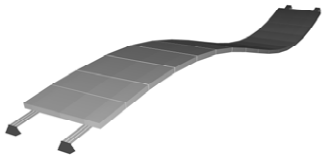
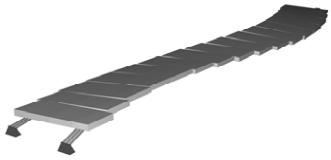
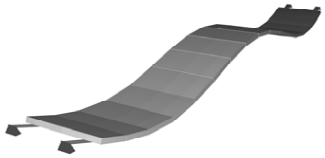
- Numerische Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenformen, wobei die Eigenfrequenzen experimentell verifiziert wurden
- Parameterstudie zur Analyse des Einflusses der Steifigkeitsanteile eines Spannbandes aus CFK- und Stahl-Lamellen auf die erste Eigenfrequenz
- Experimentelle Ermittlung der ersten Eigenfrequenz unter Variation der Verkehrslast

Numerische Berechung der Eigenformen und Eigenfrequenzen

Im Folgenden werden die Ergebnisse aus der numerischen Berechnung basierend auf dem FE-Modell aus Abschnitt 2.4.2 vorgestellt. In Tab. 2.4 sind die ersten sechs Eigenfrequenzen und Eigenformen der Spannbandbrücke dargestellt, die unter Eigengewicht berechnet wurden. Im Rahmen der aktiven Schwingungskontrolle werden nur die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen weiter betrachtet. Diese schwingen lediglich in der vertikalen Ebene, wohingegen die horizontalen Eigenformen mit einer leichten Rotationsbewegung (Torsion) gekoppelt sind und umgekehrt. Diese Kopplungseffekte resultieren aus dem leichten Durchhang des gespannten Bandes.

Die experimentell identifizierten Eigenfrequenzen sind ebenfalls in Tab. 2.4 aufgeführt. Diese wurden mit Hilfe einer Fast-Fourier-Transformation (FFT) aus Beschleunigungssignalen nach ambienter und gezielter Anregung von Eigenschwingungen ermittelt. Dazu wurde die Software DIAdem zur Datenverwaltung und Analyse verwendet [DIA10]. Vergleicht man die numerisch ermittelten Eigenfrequenzen mit den experimentell ermittelten Eigenfrequenzen, treten maximale Abweichungen von $4.5\,\%$ auf. Das Eigenschwingungsverhalten der Spannbandbrücke wird durch das FE-Modell sehr gut abgebildet.

Tab. 2.4: Numerisch und experimentell ermittelte Eigenfrequenzen und Eigenformen

Nr.	Eigenform FE-Modell		Eigenfrequenz FE-Modell [Hz]	Eigenfrequenz Experiment [Hz]	Abweichung [%]
1.		vertikal symmetrisch	1.33	1.34	-0.7
2.		horizontal symmetrisch	1.48	1.55	-4.5
3.		Torsion symmetrisch	2.02	2.00	+1.0
4.		vertikal antimetrisch	2.44	2.48	-1.6
5.		horizontal antimetrisch	2.97	3.08	-3.6
6.		vertikal symmetrisch	3.67	3.75	-2.1

Parameterstudie zur Analyse des Einflusses der Steifigkeitsanteile eines Spannbandes auf die erste Eigenfrequenz

Grundlage für die Parameterstudie ist Gleichung (2.9) zur Ermittlung der Eigenfrequenzen eines flachen Spannbandes nach Bauer [Bau78]. Die Studie wird für die Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen und zum Vergleich für eine Spannbandbrücke mit Stahl-Lamellen durchgeführt (Spannweite $13.05\,\mathrm{m}$). Zu betrachtende Größe der Studie ist die Gesamtsteifigkeit des Spannbandes, die sich in Abhängigkeit von der Konstruktionsweise aus verschiedenen Steifigkeitsanteilen zusammensetzt: $EA_{CFK} = 48\,\mathrm{MN}$, $EA_{Stahl} = 520\,\mathrm{MN}$, $EA_{Beton} = 5661\,\mathrm{MN}$ und $EI_{Beton} = 4.72\,\mathrm{MNm^2}$ ($E_{Beton} = 37000\,\mathrm{MN/m^2}$, $A_{Beton} = 1.53\,\mathrm{m} / 0.1\,\mathrm{m}$). Es werden vier Konstrukti-

onsweisen (KW) untersucht, wobei zwei davon theoretische Beispiele sind, um Steifigkeitseinflüsse aufzuzeigen:

- Gespannte Lamelle mit darauf liegenden Betonplatten („Prinzip Pforzheim“, Bild 2.9), KW 1
- Gespannte Lamelle mit einer darauf liegenden biegesteif ausgebildeten Betonplatte unter Vernachlässigung der Dehnsteifigkeit, theoretisches Beispiel, KW 2
- Gespannte Lamelle, mit einer darauf liegenden schubsteif verbundenen und vorgespannten Betonplatte unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit, theoretisches Beispiel, KW 3
- Gespannte Lamelle, mit einer darauf liegenden schubsteif verbundenen und vorgespannten Betonplatte unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit („Prinzip Prag-Troja“, Bild 2.8), KW 4

In Tab. 2.5 sind die Ergebnisse der Parameterstudie für die erste Eigenfrequenz f_1 zusammengestellt.

Tab. 2.5: Analytisch ermittelte erste Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Steifigkeitsanteile des Spannbandes nach Gleichung (2.9)

KW	Gesamtsteifigkeit Spannband (Eigenform)		Eigenfrequenz [Hz]	Gesamtsteifigkeit	Anteil geometr. Steifigkeit	Anteil elast. Steifigkeit	Anteil aus Biegung
			f_1	ω_1^2	$\omega_{1,S}^2$	$\omega_{1,E}^2$	$\omega_{1,B}^2$
1	EA_{CFK}	(symmetrisch)	1.33	69 (100 %)	57 (82 %)	12 (18 %)	0 (0 %)
	EA_{Stahl}	(symmetrisch)	2.19	190 (100 %)	57 (30 %)	133 (70 %)	0 (0 %)
2	$EA_{CFK} + EI_{Beton}$	(symmetrisch)	1.74	120 (100 %)	57 (48 %)	12 (10 %)	50 (42 %)
	$EA_{Stahl} + EI_{Beton}$	(symmetrisch)	2.47	240 (100 %)	57 (24 %)	133 (55 %)	50 (21 %)
3	$EA_{CFK} + EA_{Beton}$	(antimetrisch)	2.40	228 (100 %)	228 (100 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
	$EA_{Stahl} + EA_{Beton}$	(antimetrisch)	2.40	228 (100 %)	228 (100 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
4	$EA_{CFK} + EA_{Beton} + EI_{Beton}$	(antim.)	5.12	1033 (100 %)	228 (22 %)	0 (0 %)	805 (78 %)
	$EA_{Stahl} + EA_{Beton} + EI_{Beton}$	(antim.)	5.12	1033 (100 %)	228 (22 %)	0 (0 %)	805 (78 %)

Zunächst wird der Einfluss der Dehnsteifigkeit betrachtet. KW 1 zeigt den Einfluss der geringen Dehnsteifigkeit der CFK-Lamellen sehr deutlich und damit, dass die Brücke ihre Steifigkeit überwiegend aus geometrischer Steifigkeit erhält. Wird in beiden Fällen die Dehnsteifigkeit durch ein dehnsteifes Betonband gesteigert (KW 3), wechselt das Spannband in die antimetrische Eigenform (fundamentaler Seilparameter, Gleichung (2.8)), in der die elastische Steifigkeit in beiden Fällen keinen weiteren Einfluss hat. Eine Frequenzerhöhung erfolgt daher materialunabhängig durch die größere geometrische Steifigkeit dieser Eigenform. Im Vergleich zur KW 1 verdoppelt sich die erste Eigenfrequenz der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen nahezu.

Eine zusätzliche Biegesteifigkeit (KW 2) bei der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen führt ebenfalls zu einer Frequenzerhöhung, die jedoch im Vergleich zu einer hohen Dehnsteifigkeit geringer ausfällt. Wird ein biegesteifes Spannband mit großer Dehnsteifigkeit ausgebildet, so dass die erste Eigenform antimetrisch schwingt, versechzehnfacht sich der Einfluss der Biegesteifigkeit im Vergleich zur symmetrischen Eigenform. Die Eigenfrequenz der Spannbandbrücke ist im Vergleich zur KW 1 ungefähr viermal größer.

Als Fazit lässt sich festhalten, dass eine höhere erste Eigenfrequenz vor allem über einen Wechsel in die antimetrische Schwingungsform durch höhere Dehnsteifigkeit erreicht wird. Schwingt die erste Eigenfrequenz antimetrisch ist eine weitere Erhöhung nur durch zusätzliche Biegesteifigkeit möglich, da die Dehnsteifigkeit bei antimetrischen Eigenschwingungen keinen Einfluss hat.

Experimentelle Ermittlung der ersten Eigenfrequenz unter Variation der Verkehrslast

Das Eigenschwingungsverhalten einer Spannbandbrücke, also Eigenfrequenz und Eigenform, wird vorwiegend von der Steifigkeit und der Masse beeinflusst. Die Strukturdämpfung ist bei diesem Tragwerkstyp relativ gering und beeinflusst das Eigenschwingungsverhalten nur untergeordnet. Ist der Verkehrslastanteil klein im Verhältnis zum Eigengewicht, verschieben sich die Eigenfrequenzen nur unwesentlich bei veränderlicher Verkehrsbelastung. Bei einem hohen veränderlichen Verkehrslastanteil ist die Masse Funktion der Zeit. Zudem verursacht die hohe, zeitlich veränderliche Masse große Vertikalverformungen infolge elastischer Dehnung, die Geometrie- und Seilkraftänderungen zur Folge haben, so dass die geometrische Steifigkeit ebenfalls Funktion der Zeit ist. In diesem Fall spricht man von zeitvarianten, das heißt zeitabhängigen Systemen. Die Eigenfrequenz ist somit Funktion der Zeit. Für die Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen ist die Eigenfrequenz in Abhängigkeit des Verkehrslastanteils bis zu einer Verkehrslast von $3.5\,\mathrm{kN/m^2}$ in Tab. 2.6 dargestellt. Die Lastfläche der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen beträgt $1.1\,\mathrm{m} / 12\,\mathrm{m}$. Wird die Spannbandbrücke unter sehr dichtem Personenverkehr mit $\approx 1\,\mathrm{Person/m^2}$ [HIV10] belastet, was einem Verkehrslast / Gesamtlast-Verhältnis von $\approx 24\,\%$ entspricht, verschiebt sich die Eigenfrequenz um $\approx$ -8 %. Werden in einem nächsten Schritt die schweren Betonplatten der Spannbandbrücke durch einen leichten Überbau, beispielsweise aus Faserverbundwerkstoffen ersetzt, können noch größere Eigenfrequenzverschiebungen auftreten.

Tab. 2.6: Experimentell ermittelte ersten Eigenfrequenz unter Variation der statischen Verkehrslast

Statische Verkehrslast [kN/m²]	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
Verkehrslast / Gesamtlast [%]	0	14	24	33	39	45	49	53
1. Eigenfrequenz [Hz]	1.34	1.27	1.23	1.20	1.17	1.15	1.13	1.12
Frequenzdifferenz [Hz]	0	-0.07	-0.11	-0.14	-0.17	-0.19	-0.21	-0.22
Frequenzdifferenz [%]	0	-5.2	-8.2	-10.4	-12.7	-14.2	-15.7	-16.4

2.4.5 Experimentelle Ermittlung der Strukturdämpfung

Als Dämpfung wird der Mechanismus bezeichnet, bei dem Energie aus einer äußeren Anregung dissipiert wird, also Schwingungsenergie in eine andere Energieform wie Wärme umgewandelt wird. Die gesamte Dämpfung hängt von mehreren Dämpfungsmechanismen ab. In dieser Arbeit werden unter dem Oberbegriff Strukturdämpfung (Eigendämpfung) die Materialdämpfung, die Dämpfung in Anschlüssen und Verbindungen sowie die Dämpfung durch die Auflager- und Umgebungsbedingungen zusammengefasst. Die Abbildung dieser Dämpfungsmechanismen in Form von analytischen Modellen ist äußerst komplex. Daher wird im Allgemeinen die Dämpfung durch experimentelle Identifikation bestimmt und über die modale Dämpfung in Form des logarithmischen Dekrements Λ oder der Lehrschen Dämpfung ζ ausgedrückt. Zur Ermittlung von Dämpfungswerten stehen Verfahren aus der Literatur zur Verfügung [BAD+95], [Bea96], [VB05].

Die Dämpfungswerte der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen wurden über Ausschwingversuche ermittelt. Hierzu wurde jeweils eine Eigenschwingung angeregt und anschließend die abklingende Beschleunigungsamplitude gemessen. Mit Hilfe einer Fast-Fourier-Transformation (FFT) wurde ein Amplitudenspektrum erzeugt, um den Frequenzinhalt zu identifizieren. Bei der gezielten Anregung höherer Eigenschwingungen wurden oftmals auch tiefere Eigenschwingungen angeregt, weshalb die gemessenen Signale mit einem Bandpass im relevanten Frequenzbereich gefiltert wurden. Anschließend wurde eine Hüllkurve über die abklingenden Beschleunigungsamplituden gelegt. Mittels exponentieller Regression wurden die Parameter einer natürlichen Exponentialfunktion bestimmt, die das Abklingverhalten linearer Schwingungen beschreibt. Im Falle nichtlinearer Schwingungen ist die Beschreibung des Abklingverhaltens mit einer natürlichen Exponentialfunktion ungenau, wodurch die ermittelten Dämpfungswerte fehlerbehaftet sein können. In Bild 2.30 ist beispielhaft das Abklingverhalten der sechsten Eigenschwingung mit $3.75\,\mathrm{Hz}$, die zugehörige Hüllkurve und die exponentielle Regression dargestellt.

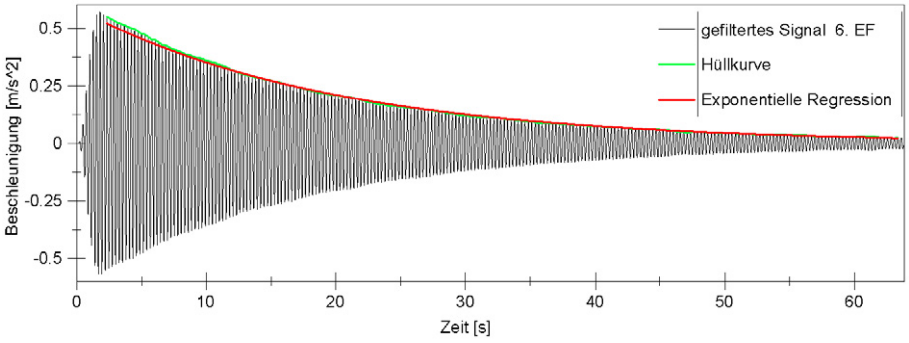


Bild 2.30: Abklingverhalten der sechsten Eigenschwingung (vertikal) mit $3.75\,\mathrm{Hz}$

Das logarithmische Dekrement Λ_j der j-ten Eigenschwingung errechnet sich aus dem Exponenten b_j der exponentiellen Regression und der Eigenkreisfrequenz $\omega_j = 2\pi f_j$, wobei f_j die Eigenfrequenz ist, wie folgt:

$$\Lambda_j \approx \left(2\pi \cdot \mathrm{b}_j\right) / \omega_j \tag{2.12}$$

In Tab. 2.7 sind die experimentell indentifizierten logarithmischen Dekremente und die Lehrschen Dämpfungen $\zeta_j = \Lambda_j / 2\pi$ für die ersten sechs Eigenschwingungen resultierend aus kleinen Beschleunigungsamplituden $\leq 1\,\mathrm{m/s^2}$ zusammengestellt. Bei der Auswertung konnte beobachtet werden, dass größere Beschleunigungsamplituden eine etwas höhere Dämpfung von bis zu $\approx 20\,\%$ hervorrufen. Das logarithmische Dekrement der fünften Eigenschwingung konnte nicht ermittelt werden, da die Schwingung kritisch gedämpft wurde, das heißt die Abklingkurve folgt einer aperiodischen Bewegung. Als Ergebnis der Auswertung lässt sich festhalten, dass vor allem die vertikalen Eigenschwingungen ein sehr geringes Dämpfungsvermögen haben. An dieser Stelle ist jedoch auch anzumerken, dass die noch fehlende Geländerkonstruktion einen Beitrag zur Strukturdämpfung leisten wird.

Tab. 2.7: Experimentell identifizierte Dämpfung

Nr.	Eigenfrequenz f_j [Hz]	Logarithmisches Dekrement Λ_j [-]	Lehrsche Dämpfung ζ_j [%]
1.	1.34	0.0044	0.07
2.	1.55	0.3592	5.72
3.	2.00	0.1238	1.97
4.	2.48	0.0166	0.26
5.	3.08	-	-
6.	3.75	0.0266	0.42

Exkurs zum Dämpfungsverhalten von Fußgängerbrücken

Zum Vergleich der experimentell ermittelten Dämpfungswerte der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen sind in Bild 2.31 und Bild 2.32 experimentell identifizierte Dämpfungswerte von Fußgängerbrücken in Abhängigkeit von der Frequenz und der Spannweite dargestellt [SHB$^+$09]. Zu erkennen ist, dass vor allem die Strukturdämpfung von leichten Fußgängerbrücken aus Stahl sehr gering ist. Etwas höher, aber immer noch gering, ist die Dämpfung bei Stahlbetonbrücken und Spannbandbrücken, bedingt durch die Reibung in den Rissen und die Reibung zwischen dem Stahlband und dem Gehbelag. Bei Spannbandbrücken konnte oftmals das Dämpfungsverhalten durch sekundäre Tragwerkskomponenten verbessert werden. Beispielsweise wurde bei der Fußgängerbrücke der Glacisbrücke in Ingolstadt durch Einbau eines Maschendrahtgeländers, das die Schwingungsenergie durch Reibung zwischen den Drähten dissipiert, die Lehrsche Dämpfung auf $1.7 - 2.1\,\%$ verdoppelt [SSW99], [Fib05].

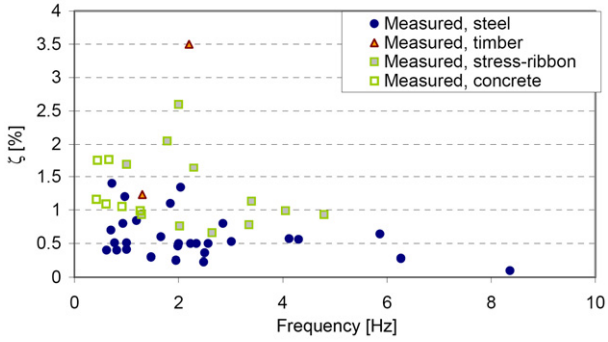


Bild 2.31: Experimentell identifizierte Dämpfung (Lehrsche Dämpfung ζ) in Abhängigkeit der Eigenfrequenz unter Gebrauchslasten [SHB$^+$09]

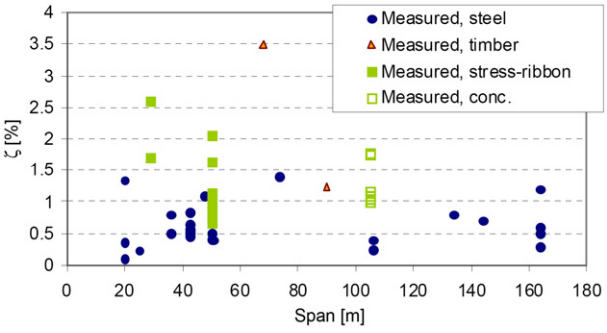


Bild 2.32: Experimentell identifizierte Dämpfung (Lehrsche Dämpfung ζ) in Abhängigkeit der Spannweite unter Gebrauchslasten [SHB$^+$09]

2.4.6 Experimentelle Ermittlung fußgängerinduzierter Schwingungen

Sowohl die sehr geringe Strukturdämpfung der vertikalen Eigenschwingungen als auch die geringe Steifigkeit der Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen sind verantwortlich dafür, dass bei fußgängerinduzierten Anregungen im Bereich der Strukturresonanzfrequenzen große Schwingungsamplituden auftreten. Die erste Eigenschwingung (vertikal) mit $1.34\,\mathrm{Hz}$, die dritte Eigenschwingung (Torsion) mit $2.00\,\mathrm{Hz}$ und die vierte Eigenschwingung (vertikal) mit $2.48\,\mathrm{Hz}$ lassen sich durch einen Fußgänger, der mit einer Schrittfrequenz entsprechend der

genannten Eigenfrequenzen die Brücke überquert, relativ leicht anregen. Prinzipiell lassen sich diese Eigenfrequenzen auch mutwillige und gezielt anregen (Lastfall Vandalismus). Die sechste Eigenschwingung (vertikal) mit $3.75\,\mathrm{Hz}$ kann durch Gehen weniger stark angeregt werden, da die Eigenfrequenz außerhalb des Bereichs der Fußgängerschrittfrequenzen liegt (Abschnitt 2.2.3). Eine mutwillige Anregung führt jedoch zu recht hohen Schwingungsamplituden. Die niedrigste horizontale Eigenschwingung mit $1.55\,\mathrm{Hz}$ liegt außerhalb des Bereichs der halben Fußgängerschrittfrequenz und wird ebenfalls weniger stark angeregt. Zudem werden auftretende Schwingungsamplituden der horizontalen Eigenschwingungen durch die hohe Strukturdämpfung in horizontaler Richtung klein gehalten.

Zur Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit, also des Komforts bezüglich der Wahrnehmbarkeit von Schwingungen beim Überschreiten der Brücke, wird üblicherweise die Beschleunigung benutzt. Zur Messung der Beschleunigungen wurden Beschleunigungssensoren in Brückenmitte und im Viertelspunkt der Brücke angeordnet, da dort die maximalen Beschleunigungsamplituden zu erwarten sind. Die durchgeführten Versuche zeigten, dass Fußgänger sehr leicht Beschleunigungsamplituden von ungefähr $6\,\mathrm{m/s^2}$ in den ersten drei vertikalen Eigenschwingungen und der Torsionseigenschwingung hervorrufen können. Diese Beschleunigungen sind deutlich spürbar und hinsichtlich der Gebrauchstauglichkeit nicht akzeptabel. Um die Dauerhaftigkeit und die Gebrauchstauglichkeit (Komfort) zu gewährleisten, sind insofern zusätzliche Maßnahmen notwendig, die im folgenden Kapitel 3 diskutiert werden.

Exkurs zur Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit

Zur Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit existieren in der Literatur Leitfäden und Bemessungsvorschläge [Fib05], [But06], [Set06], [SYN08a], [HIV10]. Im Leitfaden HiVoSS [HIV10] (Human induced Vibrations of Steel Structures) wird für die Bemessung von Fußgängerbrücken empfohlen, die Gebrauchstauglichkeit einer Brücke mit Fußgängerverkehr zu untersuchen, wenn die Eigenfrequenzen bei Vertikal- und Längsschwingungen im Bereich von $1.25 - 2.30\,\mathrm{Hz}$ und bei seitlichen (horizontalen) Schwingungen im Bereich von $0.50 - 1.20\,\mathrm{Hz}$ liegen. Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit erfolgt durch Festlegung der wesentlichen Bemessungssituation. Eine Bemessungssituation wird durch eine erwartete Verkehrsklasse (Fußgängerdichte) und eine gewählte Komfortklasse beschrieben. Die Komfortklassen werden durch Bandbreiten auftretender Beschleunigungen definiert und sind in Tab. 2.8 dargestellt. Das Empfinden von Komfort variiert bei unterschiedlichen Brückentypen, was die Komfortklassen nicht abbilden [Fib05].

Der Lastfall Vandalismus (Tab. 3.1) spielt bei der Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit weniger eine Rolle, sondern muss vielmehr im Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt werden. Hintergrund ist dabei, dass große Beschleunigungen eine zusätzliche Beanspruchung hervorrufen.

Tab. 2.8: Definierte Komfortklassen für vertikale Beschleunigungen [HIV10]

Komfortklasse (CL)	Grad des Komforts	$\underline{\ddot{x}}_{limit}$ vertikal $[\mathrm{m/s^2}]$
1.	Maximum	< 0.50
2.	Mittel	$0.50 - 1.00$
3.	Minimum	$1.00 - 2.50$
4.	Nicht akzeptabel	> 2.50

3 Stand der Technik und der Forschung

3.1 Einleitung

Zur Reduktion der Schwingungsanfälligkeit leichter Brückentragwerke mit niedriger Strukturdämpfung stehen mehrere Ansätze zur Verfügung. Die prinzipielle Wirkungsweise dieser Ansätze wird in Abschnitt 3.2 erläutert. Ein erster Ansatz verfolgt das Ziel, das Tragwerk bereits im Entwurfsprozess über eine optimale Steifigkeits- und Masseverteilung so auszulegen, dass es weniger anfällig auf dynamische Verkehrslasten reagiert. Unter den Prämissen des Leichtbaus ist dieser Spielraum jedoch stark begrenzt. Ein zweiter Ansatz erfordert zusätzliche Systeme, die dem Tragwerk Schwingungsenergie entziehen. Diese Dämpfungssysteme lassen sich in passive, aktive, semi-aktive und hybride Systeme unterteilen.

Im Brückenbau kommen vorwiegend passive Systeme wie beispielsweise Schwingungstilger und Schwingungsdämpfer zum Einsatz (Abschnitt 3.3). Schwingungstilger können einfach an die Tragstruktur gehängt werden. Ihr Wirkungsbereich ist jedoch auf eine Eigenschwingung begrenzt. Passive viskose Fluiddämpfer wirken hingegen frequenzunabhängig. Allerdings sind sie bei niedrigen Geschwindigkeiten innerhalb eines breit zu dämpfenden Frequenzspektrums ineffektiv. Zudem schränkt die erforderliche Relativbewegung zwischen zwei Anbindungspunkten ihre Einsetzbarkeit ein. Aktuell werden zur Reduktion von Schwingungen bei Spannbandbrücken keine passiven Systeme eingesetzt, weil sie insbesondere das Erscheinungsbild und damit die Leichtigkeit des Tragwerks stark beeinträchtigen.

Eine optimale Dämpfung innerhalb eines breiten Frequenzspektrums oder bei Frequenzverschiebungen infolge veränderlicher Verkehrsbelastung kann nur mittels semi-aktiver oder aktiver Systeme erzielt werden. Die Funktionsweise dieser geregelten Systeme wird in Abschnitt 3.4 erläutert. Bisherige Entwicklungen und Anwendungen von semi-aktiven Systemen werden in Abschnitt 3.4.1 und von aktiven Systemen in Abschnitt 3.4.2 beschrieben. Die Literaturrecherche zeigt jedoch, dass beide Systeme fast ausschließlich in Gebäuden und Brückenpylonen zur Kontrolle erdbeben- und windinduzierter Schwingungen realisiert wurden. Hierzu werden die aktiven Systeme immer in Kombination mit zusätzlicher Masse eingesetzt. Noch nicht realisiert wurden aktive Systeme zur Schwingungskontrolle von Brückenüberbauten, vielmehr wurden die bisherigen Ansätze und Entwicklungen nur theoretisch und im sehr kleinen Labormaßstab untersucht.

3.2 Ansätze zur Reduktion von Schwingungen

Die zur Verbesserung des Schwingungsverhaltens zur Verfügung stehenden Ansätze lassen sich zwei grundlegenden Prinzipien zuordnen: Entweder werden die Schwingungen durch Steifigkeit und / oder Masse unterbunden oder sie werden gezielt durch zusätzliche Systeme beeinflusst beziehungsweise reduziert.

„Unterbinden“ von Schwingungen durch Masse und Steifigkeit

Durch eine reine Massenerhöhung sinkt das Verhältnis zwischen der Erregungskraft der Fußgänger und der Trägheitskraft der Brücke, was bedeutet, dass die eingetragene Energie nicht ausreicht, um das schwere Tragwerk anzuregen. Mit einer Erhöhung der Steifigkeit erhöht sich die Eigenfrequenz, wodurch die Möglichkeit besteht, das Brückentragwerk in einen unkritischeren höheren Frequenzbereich abzustimmen. Die Schrittfrequenz von Fuß-

gängern im Bereich von $1.3 - 2.4\,\mathrm{Hz}$ liegt dann optimalerweise tiefer als die maßgebenden Eigenfrequenzen des Tragwerks.

Mit diesem Ansatz wird beispielsweise das Schwingungs- und Verformungsverhalten von Spannbandbrücken bereits in der Entwurfsphase beeinflusst [Str05], [BS08a]. Einerseits wird das gespannte Band mit Masse in Form von Betonplatten stabilisiert. Andererseits wird das Spannband als biegesteifes und vorgespanntes Band ausgebildet, wobei die Geländersteifigkeit einen nicht unerheblichen Einfluss hat. Für beide Maßnahmen ist zusätzliches Material erforderlich, unter anderem ist der Bandquerschnitt zur Abtragung der „toten" Masse zu vergrößern. Alternativ kann durch zusätzliche Seilabspannungen die Steifigkeit erhöht werden, was jedoch zu einem anderen Tragwerkstyp, der Seilbinderbrücke, führt. In Tab. 3.1 sind fußgängerinduzierte Beschleunigungen und Lehrsche Dämpfungen von drei Spannbandbrücken zusammengestellt. Die Beschleunigungsamplituden konnten durch den genannten Ansatz klein gehalten werden.

Tab. 3.1: Gemessene fußgängerinduzierte Beschleunigungen und experimentell identifizierte Lehrsche Dämpfungen von Spannbandbrücken

Spannbandbrücke, Spannweite (S), Breite (B)	Personen, Schrittfrequenz, Art der Anregung	max. vertikale Beschleunigung	Eigenfrequenz, -form, Lehrsche Dämpfung
Eutinger Waagsteg, Pforzheim, S: 67.6 m, B: 2.9 m [SYN08b]	1 Person, 2.0 Hz, Gehen	$0.30\ \mathrm{m/s^2}$	2.02 Hz, 3. Vertikal, 0.8 %
	1 Person, zufällig, Joggen	$0.41\ \mathrm{m/s^2}$	
	2 - 4 Personen, 1.3 Hz, Vandalismus	$1.98\ \mathrm{m/s^2}$	1.29 Hz, 1. Vertikal, 0.9 %
	2 - 4 Personen, 2.0 Hz, Vandalismus	$5.11\ \mathrm{m/s^2}$	2.02 Hz, 3. Vertikal, 0.8 %
Glacisbrücke, Ingolstadt, S: 42/76/46 m, B: 3.5 m [SSW99]	6 Personen, Gehen, Hüpfen	$0.40 - 0.60\ \mathrm{m/s^2}$	1.30 Hz, 1. Vertikal, 1.4 % - 2.0 %
FEUP, zweifeldrig, Porto S: 30/28 m, B: 3.8 m [SYN08a]	1 Person, 2.0 Hz, Gehen	$1.30\ \mathrm{m/s^2}$	2.10 Hz, 2. Vertikal, 1.5 %

Der Ansatz Tragsysteme durch Masse und / oder Steifigkeit zu stabilisieren ist allerdings begrenzt. Folglich kann auch das Schwingungsverhalten nur in einem beschränkten Umfang verbessert werden. Zudem widersprechen beide Ansätze den Prinzipien des Leichtbaus und sind aufgrund der hohen Bindung von Ressourcen nicht mehr zeitgemäß. Aktuellere Ansätze beziehungsweise Systeme ermöglichen, Schwingungen mit deutlich weniger Masse und Steifigkeit gezielter zu beeinflussen und effizienter zu reduzieren. Diese Systeme werden im Folgenden beschrieben.

Dämpfen von Schwingungen durch zusätzliche Systeme

Die zusätzlichen Dämpfungssysteme werden unter anderem nach Housner [HBC+97] in passive, aktive, semi-aktive und hybride Systeme unterschieden:

Passive Systeme benötigen keine externe Energiezufuhr. Sie reagieren direkt auf die Tragwerksbewegung, indem die Schwingungsenergie durch Umwandlung in kinetische Energie (Schwingungstilger) oder in Reibungswärme (Schwingungsdämpfer) dissipiert wird. Die Eigenschaften und Funktionsweisen passiver Systeme werden in Abschnitt 3.3 ausführlicher behandelt.

Im Gegensatz dazu erfordern aktive Systeme eine externe Energiezufuhr, um Aktuatorkräfte beispielsweise hydraulisch, elektromechanisch oder pneumatisch zu erzeugen. Diese Aktuatorkräfte können schwingende Systeme stabilisieren (Kapitel 4). Grundsätzlich können aktive Systeme in allen vier Sektoren des Geschwindigkeits-Kraft-Diagramms wirken und Kräfte

erzeugen. Das bedeutet, sie können dem System Energie entziehen aber auch zuführen und es damit destabilisieren. Bei einem Ausfall der externen Energiezufuhr ist keine Schwingungskontrolle möglich.

Mit semi-aktiven Systemen besteht die Möglichkeit, mit relativ geringem externen Energieaufwand die passiven Eigenschaften des Aktuators, wie zum Beispiel die Viskosität oder die Steifigkeit, zu manipulieren. Sie können dem System nur Energie entziehen, also keine Destabilisierung bewirken. In vielen Fällen können sie mit Batterien betrieben werden, was von Vorteil ist, wenn die Hauptenergieversorgung beispielsweise bei einem Erdbeben ausfällt. Unabhängig davon wirkt immer eine passive Grunddämpfung. In Abschnitt 3.4 werden die semi-aktiven und aktiven Systeme zunächst gemeinsam näher betrachtet, da sie eine Regelung erfordern.

Hybride Systeme setzen sich additiv aus einem aktiven und einem passiven System zusammen. Das passive System trägt dazu bei, dass der externe Energieaufwand klein gehalten wird und eine Grunddämpfung bei einem Energieausfall vorhanden ist. Das aktive System verbessert die Dämpfungseigenschaften und deren Robustheit bis zu einem Grad, der mit einem rein passiven System nicht erreichbar wäre. Als Beispiel sei der hybride Massendämpfer, eine Kombination aus einem Feder-Masse-System und einem geregelten Aktuator, genannt. Hybride Systeme werden im Folgenden nicht weiter behandelt, da sie vor allem zur Dämpfung von Gebäudeschwingungen eingesetzt werden.

Einen Überblick über die verschiedenen zusätzlichen Systeme gibt die sehr umfangreiche Literatur von Soong et al. [SC94], Housner et al. [HBC+97] und Datta [Dat03]. Realisierte Dämpfungsmaßnahmen werden auch in den Übersichten von Sakamoto et al. [SKK00], Soong et al. [SS02] und Spencer et al. [SN03] vorgestellt, allerdings beschreiben diese fast ausschließlich Systeme zur Reduktion erdbeben- und windinduzierter Schwingungen von Gebäuden und Türmen.

3.3 Passive Systeme

Die theoretischen Grundlagen zur Auslegung passiver Systeme sind in der Literatur dargestellt [Pet00], [Pet01], [Har52]. Passive Systeme zur Reduktion von Brückenschwingungen bilden den Stand der Technik und werden unter anderem in der SYNPEX Richtline [SYN08a] und in der Arbeit von Reiterer [Rei04] behandelt. Im Wesentlichen lassen sie sich in Schwingungstilger und Schwingungsdämpfer unterteilen.

Schwingungstilger

Bei Schwingungstilgern unterscheidet man zwischen den sogenannten Feder-Masse-Systemen (Tuned Mass Dampers, TMDs), den Pendel-Systemen und den vereinzelt verwendeten Flüssigkeitstilgern. Die Funktionsweise des Feder-Masse-Systems stellt sich wie folgt dar: Die zusätzliche Masse des Tilgers wird mit einer üblichen Toleranz von $\pm 0.05\,\mathrm{Hz}$ auf die zu dämpfende Eigenschwingung abgestimmt und liegt im Bereich von ca. $2\text{-}5\,\%$ der modalen Masse. Die Tilgermasse bildet mit der Tilgerfeder ein schwingendes System, das sich gegenphasig zur Eigenschwingung bewegt, wodurch der schwingenden Struktur Energie entzogen wird. Um eine optimale Dämpfung zu erreichen, wird der Schwingungstilger nach dem Einbau feinjustiert. Demzufolge ist für jede zu dämpfende Eigenschwingung genau ein Feder-Masse-System erforderlich. Das beschriebene Feder-Masse-System wird gelegentlich durch ein viskoses Dämpfungselement erweitert, um die Bewegung der

schwingenden Masse zu begrenzen. Das als Feder-Masse-Dämpfer bezeichnete passive System entspricht einem Kelvin-Voigt-Modell. In der Literatur wird die Dimensionierung von Schwingungstilgern ausführlicher behandelt [DD10], [Pet00], [Pet01], [Har52], [Mei09].

In Tab. 3.2 sind realisierte passive Dämpfungsmaßnahmen an Fußgängerbrücken zusammengestellt. Durch die eingebauten Schwingungstilger konnte die Dämpfung um bis zu Faktor 18 vergrößert werden.

Tab. 3.2: Passive Dämpfungsmaßnahmen an Fußgängerbrücken [DFF+01] 1), [BGK+02] 2), [Set06] 3), [CCM07] 4), [SHB+09] 5), [HIV10] 6), [CCM+10a] 7), [CCM+10b] 8)

Typ, Spannweite (S), Breite (B)	Eigenfrequenz [Hz] Eigenform	Dämpfungsmaßnahme	Lehrsche Dämpfung [%] Faktor	
Solférino, Paris, Bogenbrücke (Stahl), S: 106 m, B: 12-15 m 3) 5) 6)	0.81, Horizontal 1.94, Torsion 2.22, Torsion	6 x 2.5 t Pendelmassen 4 x 2.5 t vert. wirk. Massen 4 x 1.9 t vert. wirk. Massen	0.4 → 3.5 0.5 → 3.0 0.5 → 2.0	9 6 4
Stade de France, Paris, Hohlkastenbrücke (Stahl), S: 50/64/54 m, B: 11 m 3) 5)	1.95, Vertikal	1 x 2.4 t vert. wirk. Masse je Feld	0.2 - 0.3 → 4.3 - 5.3	18
Bellagio - Bally's, Las Vegas, Trogbrücke (Stahl), S: 46 m 2) 3) 5)	1.70 - 2.20, Vertikal	6 vert. wirk. Massen	0.5 → 8.0	16
Pedro - Inês, Coimbra, Spanien, Bogenbrücke (Stahl), S: 31/64/110/64 m, B: 4 m 4) bis 8)	0.85, Horizontal 1.74 - 3.17, Vertikal	6 x 2.5 t horiz. wirk. Massen 6 vert. wirk. Massen	0.5 → 4.0 0.3 - 2.2 → 3.0 - 6.0	8 4
Millennium, London, Spannband- / Hängebrücke, S: 108/144/81 m, B: 4 m 1) 5) 6)	0.80, Horizontal 0.48, Horizontal 1.03, Horizontal 1.15 - 2.32, Vertikal	37 horiz. wirk. viskose Dämpfer 8 x 2.5 t Pendelmassen 52 vert. wirk. Massen (1 - 3 t)	20 nicht wahrnehmbar	

Schwingungsdämpfer

Zur Kategorie der Schwingungsdämpfer gehören die metallischen Dämpfer, die Reibungsdämpfer, die viskoelastischen Dämpfer und die viskosen Fluiddämpfer, die grundsätzlich unabhängig von den Eigenfrequenzen Dämpfungskräfte erzeugen können. Die metallischen Dämpfer dissipieren Bewegungsenergie über plastische Materialverformungen, die Reibungsdämpfer wandeln die Bewegungsenergie in Reibungswärme um. Üblicherweise werden diese beiden Dämpferarten zur Energiedissipation bei seismischer Beanspruchung eingesetzt [HBC+97], [SS02]. Reibungsdämpfer wurden jedoch beispielsweise auch bei der Katzbuckelbrücke in Duisburg in Auflagernähe eingebaut [BSF03], [Fib05].

Viskoelastische Dämpfer dissipieren Energie über Schubverformungen eines viskoelastischen Materials (Polyester, Polyurethan, Polyamid). Diese Art von Dämpfer wird sowohl für seismische Beanspruchungen als auch windinduzierte Schwingungen verwendet [HBC+97], [SS02].

Anstelle eines viskoelastischen Feststoffmaterials werden bei viskosen Fluiddämpfern Flüssigkeiten zur Energiedissipation verwendet. Prinzipiell besteht der Dämpfer aus einem Kolben und einem Zylinder, der mit einer viskosen Flüssigkeit (Öl, Silikon) gefüllt ist. Man unterscheidet zwei Dämpfertypen: Beim ersten Typ wird die Bewegungsenergie durch Verformung und Verdrängung einer viskosen Substanz in Wärme umgewandelt. Die Dämpfungskraft hängt von der Viskosität des Fluids ab. Beim zweiten Dämpfertyp wird die Flüssigkeit durch Öffnungen oder Ventile von einer Zylinderkammer in die andere verdrängt, wo-

durch die Bewegungsenergie ebenfalls in Wärme umgewandelt wird. Die Dämpfungskraft wird über die Dichte des Fluids und die Größe / Anzahl der Öffnungen oder die Ventildurchlässigkeit eingestellt. Bei diesem Typ lassen sich Temperaturänderungen leichter ausgleichen. Im Vergleich zum Schwingungstilger, der lediglich an der Tragstruktur hängt, ist bei viskosen Dämpfern eine Kolbenbewegung zur Erzeugung von Dämpfungskräften notwendig. Bei der Glacisbrücke in Minden dient die Relativbewegung zwischen Gehfläche und Mast zur Dämpfung der Brücke mittels viskoser Dämpfer [BSF03], [Fib05]. Bei der Simone-de-Beauvoir-Brücke in Paris kommt auch ein viskoser Dämpfer zum Einsatz, um die horizontale Relativbewegung zwischen Brückenüberbau und Widerlager zu dämpfen [BCM+02]. Die Millennium-Brücke in London ist ein weiteres Beispiel (Tab. 3.2), [DFF+01]. Daneben werden viskose Fluiddämpfer auch zur Reduzierung windinduzierter Schwingungen von Schrägseilen genutzt [Cae07].

Bei Fußgängerbücken gestaltet sich die Verwendung von viskosen Fluiddämpfern manchmal schwierig, da die auftretenden Geschwindigkeitsamplituden oftmals klein sind beziehungsweise der Dämpfer nicht immer an Stellen der maximalen Amplituden angebracht werden kann. Ein viskoser Fluiddämpfer, der eine nahezu lineare Beziehung zwischen Dämpferkraft F_D und Geschwindigkeit $\underline{\dot{x}}$ aufweist, kann demzufolge bei kleinen Geschwindigkeiten auch nur kleine Dämpferkräfte erzeugen. In Gleichung (3.1) ist die lineare Beziehung mit c_D als Dämpfungskonstante gegeben.

$$F_D = c_D \cdot \underline{\dot{x}} \tag{3.1}$$

Viskose Fluiddämpfer werden deshalb oftmals so ausgelegt, dass sie einer nichtlinearen Dämpferkennlinie folgen:

$$F_D = c_D \cdot \left|\underline{\dot{x}}\right|^{\varepsilon} \cdot \operatorname{sgn}\left(\underline{\dot{x}}\right) \tag{3.2}$$

Wobei $\operatorname{sgn}(\cdot)$ die Signumfunktion (Vorzeichenfunktion) ist und ε der Exponent, der Werte im Bereich $0.3 \text{-} 1.0$ annehmen kann [DT08], [SHL07]. Bei niedrigen Geschwindigkeiten werden dann schneller höhere Dämpferkräfte erzeugt, bei hohen Geschwindigkeiten reagiert der Dämpfer etwas langsamer, wodurch zu große Krafteinträge und mögliche Beschädigungen verhindert werden. In Bild 3.1 sind die lineare Dämpferkennlinie (3.1) mit $c_D = 14300\ \mathrm{Ns/m}$ und die nichtlineare Dämpferkennlinie (3.2) mit $c_D = 6200\ \mathrm{Ns/m}$ und $\varepsilon = 0.4$ dargestellt. Die Dämpfungskonstanten und der Exponent wurden so gewählt, dass bei $\underline{\dot{x}} = 0.25\ \mathrm{m/s}$ eine Dämpferkraft $F_D \approx 3500\ \mathrm{N}$ erzeugt wird.

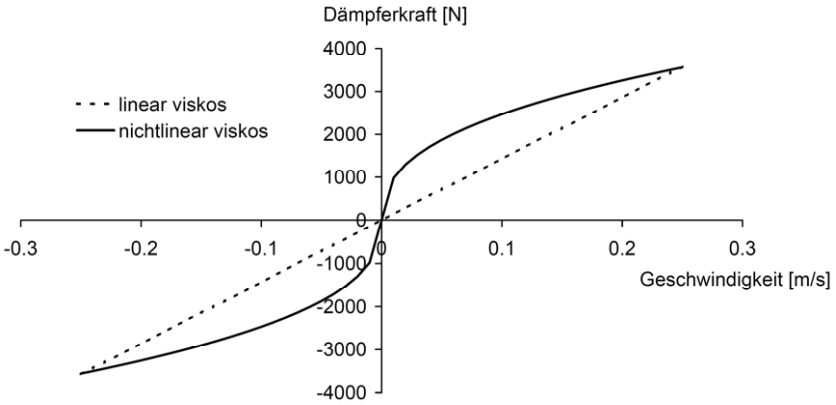


Bild 3.1: Dämpferkennlinien eines linear viskosen und eines nichtlinear viskosen Dämpfers

Die realisierbaren Dämpferkräfte sind trotz nichtlinearer Dämpferkennlinie im Bereich kleiner Geschwindigkeiten immer noch relativ niedrig. Diese Charakteristik verschärft sich, wenn ein Dämpfer auch höhere Eigenfrequenzen dämpfen soll, wodurch sich das Geschwindigkeitsspektrum vergrößert. Für harmonische Schwingungen ist dieser Zusammenhang durch $\underline{\dot{x}} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \underline{x}$ gegeben. Ein breiteres Dämpfungsfeld bieten die im nächsten Abschnitt erläuterten aktiven und semi-aktiven Systeme.

3.4 Aktive und semi-aktive Systeme

Obwohl sich aktive und semi-aktive Systeme in ihrer Wirkungsweise unterscheiden, erscheint es in dieser Arbeit sinnvoll, sie zunächst gemeinsam zu betrachten, da in beiden Fällen die aktive Eigenschaft des Aktuators eine Regelung erfordert. Nach DIN 19226-Teil 1 ist „Regelung“ wie folgt definiert [DIN94]: „Das Regeln, die Regelung, ist ein Vorgang, bei dem fortlaufend eine Größe, die Regelgröße, erfasst, mit einer anderen Größe, der Führungsgröße, verglichen und im Sinne einer Angleichung an die Führungsgröße beeinflusst wird. Kennzeichen für das Regeln ist der geschlossene Wirkungsablauf, bei dem die Regelgröße im Wirkungsweg des Regelkreises fortlaufend sich selbst beeinflusst.“ Dieses Grundprinzip ist in Bild 3.2 dargestellt. Der Reglerentwurf ist ein wesentlicher Bestandteil bei der Auslegung einer aktiven Schwingungskontrolle, da die Regelung das dynamische Systemverhalten und dessen Stabilität maßgeblich beeinflusst.

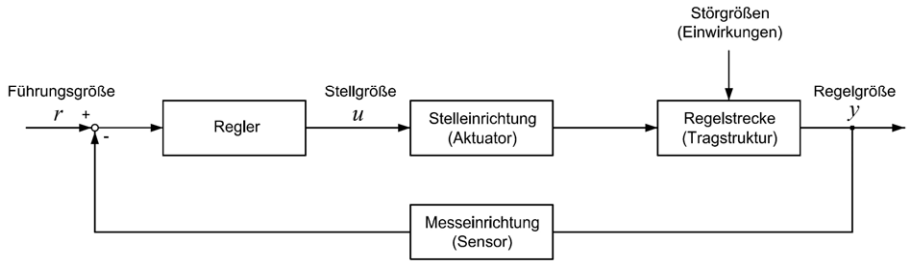


Bild 3.2: Grundprinzip der Regelung

Aktuator, Sensor und Regelung sind folglich die Komponenten sowohl eines aktiven als auch eines semi-aktiven Systems, über die es auch definiert werden kann. Daneben nennt Rogers [Rog99] eine zweite Definition, die sich nach dem angestrebten Ziel ausrichtet und nicht notwendigerweise die genannten Komponenten erfordert. Beispielsweise erzielen biologisch inspirierte Materialien oder Mechanismen ihre Aktivität beziehungsweise ihre Anpassungsfähigkeit über Veränderungen in der Mikrostruktur (z.B. Formgedächtnislegierungen [Jan10]) oder der Makrostruktur (z.B. Fin-Ray Effekt® [Fin00]). Im Weiteren werden jedoch nur aktive und semi-aktive Systeme betrachtet, die der ersten Definition folgen und die Komponenten Aktuator, Sensor und Regelung beinhalten. Zunächst erfolgt eine Zusammenstellung von Literatur, die system- und fachgebietsübergreifend die benannten Komponenten behandelt.

Aufgabe des Aktuators ist die Umwandlung der Eingangsgröße (z.B. elektrische Energie) in eine andersartige Ausgangsgröße (z.B. Kraft, Bewegung). Konventionelle Aktuatoren erzeugen die Kraft elektromechanisch, hydraulisch oder pneumatisch [Bea07]. Innovative Aktuatoren arbeiten beispielsweise mit dem piezoelektrischen Effekt oder dem Formgedächtniseffekt. Die Vielfalt der Aktuatorik wird sehr umfangreich von Janocha [Jan07], [Jan10], Jendritza [Jen95], Preumont [Pre02] und Isermann [Ise08] beschrieben.

Der Sensor wandelt physikalische Eigenschaften (z.B. Druck, Dehnung, Beschleunigung) in elektrische Signale (z.B. Spannung, Strom) um. Neben den passiven Sensoren, die eine von

außen zugeführte Hilfsenergie, beispielsweise durch einen Widerstand in eine Messgröße umwandeln, existieren die aktiven Sensoren. Diese erzeugen beispielsweise nach dem piezoelektrischen Effekt ein elektrisches Signal [Jan07], [Ise08].

Die klassischen Regelungsstrategien zur aktiven Schwingungskontrolle basieren auf einer konstanten Rückführung [Soo90], [FEN97], [CSG98], [Pre02], [PS08], [CJL08]. Die adaptive Regelung stellt eine Erweiterung im Hinblick auf die Anpassungsfähigkeit der Regelparameter bei großen Änderungen in der Systemdynamik dar [ÅW95], [CSG98], [Jan07]. Eine konstante Rückführung würde bei großen Änderungen eine unzufriedenstellende Regelung liefern.

Im nächsten Abschnitt 3.4.1 werden bisherige Anwendungen von semi-aktiven Systemen zur Schwingungsdämpfung beschrieben. Aktive Systeme zur Schwingungskontrolle werden in Abschnitt 3.4.2 behandelt.

3.4.1 Semi-aktive Systeme

Semi-aktive Systeme zur Schwingungsdämpfung von Tragstrukturen sind je nach Systemtyp und Anwendungsgebiet Stand der Technik oder noch Stand der Forschung. Erste Anwendungen von semi-aktiven Systemen zur Schwingungsdämpfung von Tragstrukturen wurden von Hrovat et al. [HBR83] vorgeschlagen, eine Beschreibung und einen Überblick über die verschiedenen semi-aktiven Systeme gibt Symans et al. [SC99]. Darin werden semi-aktive Systeme zur Steifigkeitsbeeinflussung, semi-aktive Elektro-Rheologische (ER) und Magneto-Rheologische (MR) Dämpfer, semi-aktive Reibungsdämpfer, semi-aktive Fluiddämpfer und semi-aktive Feder-Masse-Dämpfer vorgestellt. Die benannten Systeme werden ebenfalls vorwiegend zur Dämpfung wind- und erdbebeninduzierter Schwingungen eingesetzt [DSS+96], [HBC+97], [DSS+98], [SS02], [RG02], [SN03], [WWS+06], [GCL06], [Mul07]. Ein Beispiel für die Anwendung zur Reduktion von verkehrsinduzierten Spannungsspitzen stellt der Einbau von semi-aktiven Hydraulikdämpfern an der I-35 Highway Brücke in Oklahoma, USA dar [PSH96], [PSL+99]. Für eine Fußgängerbrücke wurde ein semi-aktiver Magneto-Rheologischer Dämpfer in Kombination mit einem Feder-Masse-Dämpfer (TMD) von Seiler et al. [SFH02] und Occhiuzzi et al. [OSS02] vorgeschlagen und numerisch untersucht. Als Ergebnis wurde festgestellt, dass der MR Dämpfer bei einem genau eingestellten TMD keine Verbesserung bewirkt, sondern nur bei einem schlecht eingestellten TMD.

Bei der Eiland-Brücke in Kampen, Holland wurde versuchsweise ein semi-aktiver Magneto-Rheologischer Dämpfer zur Reduktion der ersten Seil-Eigenschwingung mit $0.85\,\mathrm{Hz}$ eingebaut [WDN05]. Der MR Dämpfer wurde etwa $1.6\,\mathrm{m}$ über dem Brückendeck an einem $163\,\mathrm{m}$ langen Seil aus Litzen der Bauart Dywidag Dyna Grip befestigt. Das Magneto-Rheologische Fluid mit mikrofeinen magnetisierbaren Partikeln in Öl kann seine Scherfestigkeit durch Aufbringen eines Magnetfeldes ändern. Die Dämpferkraft kann zwischen der Kraft aus der Grundreibung des Fluids $5\,\mathrm{kN}\,(0\,\mathrm{A})$ und der maximalen Kraft $\approx 45\,\mathrm{kN}\,(4\,\mathrm{A})$ geregelt werden. Die optimale Dämpferkraft wurde experimentell bestimmt und liegt bei $\approx 7.7\,\mathrm{kN}\,(0.4\,\mathrm{A})$, wodurch die Seildämpfung von $0.96\,\%$ um einen Faktor 9 auf $\approx 8\,\%$ erhöht wurde. Der MR Dämpfer wird mit einer einfachen Ein/Aus-Schaltung gesteuert, die zwischen Seil- und Brückendeckschwingung unterscheidet und den MR Dämpfer erst dann aktiviert, wenn eine Seilschwingung auftritt. So ist im ausgeschalteten Modus das Seil mit dem Brückendeck weicher verbunden, was Koppelschwingungen zwischen beiden minimiert und mit der Grundreibung eine um Faktor 4 höhere Dämpfung erzielt. Ähnliche MR Dämpfer werden bei der Franjo-Tudjman-Brücke in Dubrovink, Kroatien und der Sutong-Brücke bei Shanghai,

China eingesetzt [HNW06], [BH10]. Vorausgehende Untersuchungen wurden an der Empa Dübendorf in der Schweiz durchgeführt [WFM05].

Das Leistungsvermögen Magneto- und Elektro-Rheologischer Dämpfer ist nicht nur auf eine Eigenschwingung beschränkt, sondern es können frequenzunabhängige Dämpferkräfte erzeugt werden. Das Dämpferkennfeld von Magneto- und Elektro-Rheologischen Dämpfern lässt sich über das Bingham-Modell beschreiben. Dieses Modell setzt sich aus einem Coulomb-Modell (Reibung) und einem parallel geschalteten Newton-Modell (viskoser Dämpfer) zusammen [Pet00], [Pre02]. Die Beschreibung des Bingham-Modells ist in Gleichung (3.3) gegeben und in Bild 3.3 dargestellt.

$$F_D = c_D \cdot \underline{\dot{x}} + F_C\left(u_M\right) \cdot \operatorname{sgn}\left(\underline{\dot{x}}\right) \tag{3.3}$$

$F_C\left(u_M\right)$ entspricht der Reibungskraft, die über das Magneto- oder Elektro-Rheologische Fluid geregelt werden kann. Dadurch können im Gegensatz zur viskosen oder nichtlinear viskosen Dämpfung (Bild 3.1) innerhalb eines breiten Frequenzspektrums schon bei niedrigen Geschwindigkeiten deutlich höhere Dämpferkräfte erzielt werden. Weitere Modelle, die unter anderem das Dämpferkennfeld im Bereich kleiner Geschwindigkeiten genauer beschreiben, sind der Literatur zu entnehmen [DSS+96], [SDS+97], [DS97], [DSS+98], [SC99], [ZKL+09].

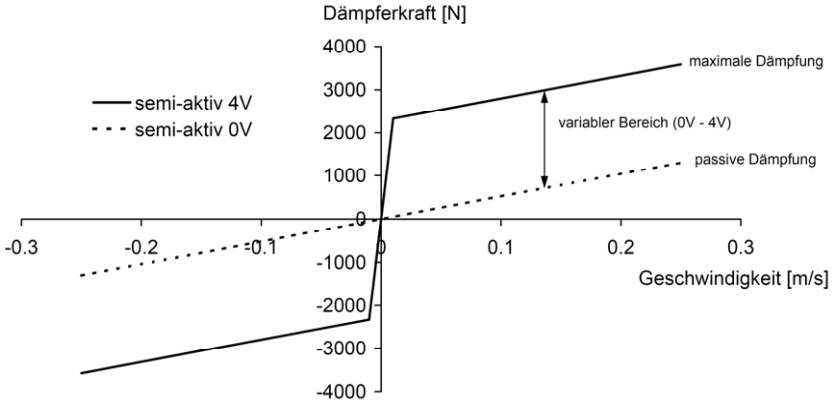


Bild 3.3: Dämpferkennfeld, das durch das Bingham-Modell beschrieben wird (RheDamp® 63 Dämpfer)

Das in Bild 3.3 dargestellte Dämpferkennfeld entspricht dem RheDamp® 63 Dämpfer der Firma Fludicon, einem semi-aktiven Elektro-Rheologischen Dämpfer [Flu10]. Hier wird $F_C\left(u_M\right)$ in Abhängigkeit von der Spannung im Bereich $0\,\mathrm{V} \le u_M \le 4\,\mathrm{V}$ geregelt.

Im Rahmen dieser Arbeit und der Diplomarbeit von Severin [Sev11] wurde mit diesem Dämpferkennfeld eine semi-aktive Schwingungsdämpfung für die Spannbandbrücke mit CFK-Lamellen entworfen. Der Entwurf beinhaltet eine Positionierung von zwei ER Dämpfern in Brückenmitte, um die erste Eigenschwingung (vertikal) mit $1.34\,\mathrm{Hz}$ und die sechste Eigenschwingung (vertikal) mit $3.75\,\mathrm{Hz}$ zu dämpfen. Erste simulative Untersuchungen lieferten aussichtsreiche Ergebnisse.

3.4.2 Aktive Systeme

Erste Überlegungen über den Einsatz aktiver Systeme zur Schwingungskontrolle im Bauwesen beschreiben Kobori et al. [KM60]. Realisiert wurde die erste aktive Schwingungskontrolle 1989 für ein Gebäude im Kyobashi Seiwa Building in Tokyo [HBC+97]. Zwei Aktive-Masse-Dämpfer (AMD) im elften Stock reduzieren dort wind- und erdbebeninduzierte Schwingungen. Die Stabilisierung erfolgt dabei über Trägheitskräfte der vom Aktuator beschleunigten Masse. Das Erdbeben in Kobe, Japan im Jahr 1995 leitete die Wende von konventionellen erdbebenresistenten Tragwerken zu Tragwerken mit kontrolliertem Antwortverhalten ein [SKK00]. Sowohl für den dynamischen Lastfall Erdbeben als auch für den Lastfall Wind wurden seitdem Aktive-Masse-Dämpfer und Hybride-Masse-Dämpfer (HMD) entwickelt, die in hohen Türmen, Hochhäusern sowie Masten und Pylonen realisiert werden konnten [SC94], [HBC+97], [SKK00], [SS02], [SN03], [Dat03], [PS08].

Seiltragwerke wie Schrägseil- und Hängebrücken werden für immer größere Spannweiten entworfen. Die Schlankheit des Überbaus und des Pylons sowie die Beweglichkeit der langen Seile machen sie empfindlich für wind- und verkehrsinduzierte Schwingungen [Fuj02]. Die Reduzierung der Schwingungsamplituden dieser Tragwerkskomponenten ist daher seit längerer Zeit Gegenstand intensiver Forschung:

- Zum einen versucht man, die windinduzierten Flatterschwingungen des Überbaus durch passive und aktive Maßnahmen in den Griff zu bekommen. Zu den aktiven Maßnahmen gehört die Schwingungskontrolle mit Klappen entlang des Überbaus, um ein optimales aerodynamisches Verhalten zu erzielen [Ost92], [KS00], [Sch04]. Ähnlich der Aktiven-Masse-Dämpfer funktionieren auch die von Körlin [Kör06] untersuchten rotationsfähigen Dämpfermassen, die im Brückenquerschnitt exzentrisch angeordnet sind und Trägheitskräfte zur Stabilisierung erzeugen [SS08].

- Eine aktive Kontrolle der Verformungen des Überbaus von Schrägseilbrücken wird von Korvink und Schlaich vorgeschlagen [KS00], [Sch04]. Mittels aktiv geregelter Pressen, die in der Seilverankerung eingebaut sind, sollen die Verformungen infolge von Zugüberfahrten klein gehalten werden, um quasi unendliche Steifigkeit zu erreichen. Das gleiche Ziel, jedoch für einen flexiblen Träger, verfolgt die durch Auflagerverschiebung induzierte aktive Verformungskontrolle von Sobek et al. [SHT00].

- Die Seile einer Schrägseilbrücke können einerseits durch Wind und andererseits durch Verkehr über die Kopplung mit dem Überbau angeregt werden. Zur Kontrolle der Seilschwingungen untersuchten Fujino et al. den Einfluss von Seilkraftänderungen, die ein Aktuator an der Seilverankerung erzeugt [FWP93], [SF95]. Mit dieser Methode können jedoch nur symmetrische Eigenschwingungen kontrolliert werden. Experimentelle Untersuchungen an einem idealen Modell unter idealen Randbedingungen bestätigten dieses Ergebnis und zeigten auch, dass nur die erste Eigenschwingung in der Ebene effektiv kontrolliert werden kann [FS94]. Zur Regelung der Aktuatorenkraft wurde eine klassische Zustandsregelung mittels Optimaler Regelung (Abschnitt 8.4) entworfen.

- Die Interaktion zwischen Seil und Überbau unter Einfluss von Seilkraftänderungen an der Seilverankerung wurde auch von Warnitchai et al. [WFP+93] an einem einfachen Träger-Seil-Modell analytisch und experimentell untersucht. Der Fokus lag hierbei auf der Kontrolle der ersten vertikalen Biegeschwingung des Überbaus. Diese konnte effektiv um $\approx 90\,\%$ reduziert werden, so lange die Seilschwingungen klein sind und

einen geringen Einfluss auf die Überbauschwingungen haben. Die Regelung basierte auf einer Zustandsrückführung mit einem nicht kollokierten Sensor-Aktuator-Paar (Abschnitt 8.4.2).

- Achkire, Preumont und Bossens untersuchten den gleichen Sachverhalt [AP96], [Ach97], [ABP98], [BP01], [Pre02]. Im Gegensatz zu Warnitchai basiert die Regelung auf einer Kraftrückführung, wobei der Kraftsensor mit dem Aktuator kollokiert ist. Dieser Ansatz gewährleistet ein stabiles Regelverhalten. Die Regelung zur Kontrolle der ersten vertikalen Biegeschwingung des Überbaus wurde mittels Wurzelortskurve (Abschnitt 8.4.1) entworfen. Die vertikalen Brückenverformungen konnten um $\approx 80\,\%$ reduziert werden.

- An dieser Stelle ist auch die auf Kraftrückführung basierte Schwingungskontrolle eines Fachwerkturms mit piezoelektrischen Aktuatoren und Kraftsensoren zu nennen, die im Labormaßstab (Höhe $\approx 1.7\,\mathrm{m}$) entwickelt wurde [Pre02], [SSL06], [Mar07]. In ähnlicher Weise und Größe wurde eine aktive Schwingungskontrolle für eine dreistöckige Tensegrity Struktur entworfen [CAB^{+}04].

- In anderen Fachbereichen, wie dem Automobilbau und dem Flugzeugbau, werden aktive Systeme zur Schwingungskontrolle ebenfalls entwickelt und realisiert. Stellvertretend dafür sei die Entwicklung einer aktiven Schwingungskontrolle für eine dreh- und ausziehbare Feuerwehrleiter in Leichtbauweise genannt. Diese wurde am Institut für Systemdynamik der Universität Stuttgart in Kooperation mit IVECO Magirus entwickelt. Im Rahmen der Untersuchungen wurden diskrete und verteilte Modelle der Feuerwehrleiter entwickelt, die Grundlage für unterschiedliche modellbasierte Reglerentwürfe waren [SLH02], [ASB^{+}02][LSA06], [LS07], [KZS07], [ZS08], [ZKS08].

Bis auf die eingangs genannten Aktiven- und Hybriden-Masse-Dämpfer in Brückenpylonen wurden noch keine aktiven Systeme zur Schwingungskontrolle von Brückentragwerken realisiert. Ein paar Gründe seien hier kurz genannt: Zum einen bevorzugen Bauherren eine robuste und wartungsarme Brücke, die auch bei einem Energieausfall funktioniert. Es fehlen also noch redundante Konzepte für einen Systemausfall. Des Weiteren fehlen auch Kosten-Nutzen-Vergleiche zwischen herkömmlichen schweren, steifen und robust ausgebildeten Tragwerken und leichten aktiv geregelten Tragwerken. Zum anderen mangelt es bisher an Vertrauen in diese Systeme, die in anderen Bereichen längst akzeptiert wurden.

4 Konzept zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln

4.1 Einleitung

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Konzept können fußgängerinduzierte Schwingungen einer Spannbandbrücke aktiv kontrolliert beziehungsweise reduziert werden. Die Kontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen wird durch horizontale Krafteinträge auf Höhe des Geländerholms realisiert (Abschnitt 4.2). Die Kräfte werden dabei durch einen oder mehrere kontrahierende pneumatische Muskeln erzeugt. Diese stellen extrem leichte und gleichzeitig kraftstarke Aktuatoren dar (Abschnitt 4.3). Zur Regelung des nichtlinearen Kraftverhaltens des pneumatischen Muskels wird ein Regelungskonzept entwickelt, das auf einer Kaskadenregelung basiert. Diese Regelung besteht aus einem inneren Regelkreis, der die Kraft des pneumatischen Muskels regelt, und einem äußeren Regelkreis, der die Brückenschwingungen regelt beziehungsweise kontrolliert (Abschnitt 4.4). Der Entwurf beider Regelungen erfolgt modellbasiert, was bedeutet, dass ein detailliertes analytisches Modell des Aktuator-Systems, bestehend aus Ventil, pneumatischem Muskel und dem Betriebsmedium Druckluft, als auch der Spannbandbrücke unter Einwirkung aktiver Kräfte zur Schwingungskontrolle notwendig ist. Die Modellbildung spielt somit eine wesentliche Rolle in der konzeptionellen Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle. Die dafür erforderlichen Entwicklungsschritte sind in Abschnitt 4.5 in einem Flussdiagramm dargestellt.

4.2 Konzept zur Kontrolle der Brückenschwingungen

Die Untersuchung des Schwingungsverhaltens der Spannbandbrücke in Abschnitt 2.4.6 hat gezeigt, dass Fußgänger deutliche Schwingungen, vor allem in den ersten drei vertikalen Eigenschwingungen und in der ersten Torsionseigenschwingung, erzeugen können. Die Torsionseigenschwingung wird vorerst nicht weiter betrachtet, kann aber durch eine einfache Erweiterung im Konzept berücksichtigt werden. Ziel dieser Arbeit ist zunächst die Reduktion der Schwingungsamplituden der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen.

Der Grundgedanke besteht darin, auf Höhe des Geländerholms beidseitig horizontal wirkende Kräfte einzuleiten. Die Horizontalkräfte erzeugen über den Hebelarm zur Schwerachse der Platten ein Moment, das, aufgeteilt in ein Kräftepaar, Vertikalkräfte hervorruft. Der Abstand des Kräftepaars wird im Folgenden noch erläutert, da er von der Position der Aktuatoren und den zu kontrollierenden Eigenschwingungen abhängt. Werden die Vertikalkräfte zur „richtigen“ Zeit und an der „richtigen“ Position eingetragen, wirken sie als Dämpfungskräfte und reduzieren die Schwingungsamplituden. Der Ansatz wird am Beispiel der ersten Eigenschwingung erläutert, das Prinzip funktioniert jedoch auch für höhere Eigenschwingungen.

Die „richtige“ Zeit lässt sich aus den wirkenden Kräften in der Bewegungsgleichung herleiten. In Gleichung (4.1) ist die Bewegungsgleichung eines Einmassenschwingers unter einer zeitlich veränderlichen Erregungskraft $F_E(t)$ und einer zusätzlich eingetragenen zeitlich veränderlichen Aktuatorkraft $F_A(t)$ zur aktiven Schwingungskontrolle aufgeführt. Wobei $\underline{x}$ die Position, $\dot{\underline{x}}$ die Geschwindigkeit, $\ddot{\underline{x}}$ die Beschleunigung, ω die Eigenkreisfrequenz und ζ die Lehrsche Dämpfung darstellen. Wirkt die Aktuatorkraft negativ proportional zur

Geschwindigkeit, fungiert sie als Dämpfungskraft. Wirkt sie hingegen positiv proportional zur Geschwindigkeit, erzeugt der Aktuator eine Erregungskraft und destabilisiert das System.

$$\ddot{\underline{x}} + 2\zeta\,\omega\,\dot{\underline{x}} + \omega^2\,\underline{x} = F_E(t) + \underbrace{F_A(t)}_{-k_v\cdot\dot{\underline{x}}} \quad \rightarrow \quad \ddot{\underline{x}} + (2\zeta\,\omega + k_v)\cdot\dot{\underline{x}} + \omega^2\,\underline{x} = F_E(t) \tag{4.1}$$

Generell können damit geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskräfte ähnlich der viskosen Dämpfung erzeugt werden. Der hier verwendete pneumatische Muskel ist ein reiner Zugaktuator, der nur Zugkräfte erzeugen kann (Abschnitt 4.3), wodurch die dämpfende Wirkung auf die halbe Periodendauer beschränkt ist. Diese Charakteristik ist auch in Bild 4.1 dargestellt, in dem der qualitative Zusammenhang zwischen der Erregungskraft (Vertikalkraft aus Fußgängerverkehr), der Aktuatorkraft sowie den Zuständen Geschwindigkeit und Position über die Zeit aufgetragen ist, wobei die in Gravitationsrichtung wirkenden Kräfte negativ aufgetragenen sind. Überträgt man diese Wirkungsweise auf die Spannbandbrücke, dann muss die Aktuatorkraft proportional zum positiven Geschwindigkeitsverlauf eingetragen werden, was mit der gleichzeitigen Aufwärtsbewegung der Brücke verbunden ist. Auf das Regelungskonzept zur Ermittlung der geschwindigkeitsproportionalen Aktuatorkraft beziehungsweise des proportionalen Verstärkungsfaktor k_v in Gleichung (4.1) wird in Abschnitt 4.4 und Abschnitt 8.4 eingegangen.

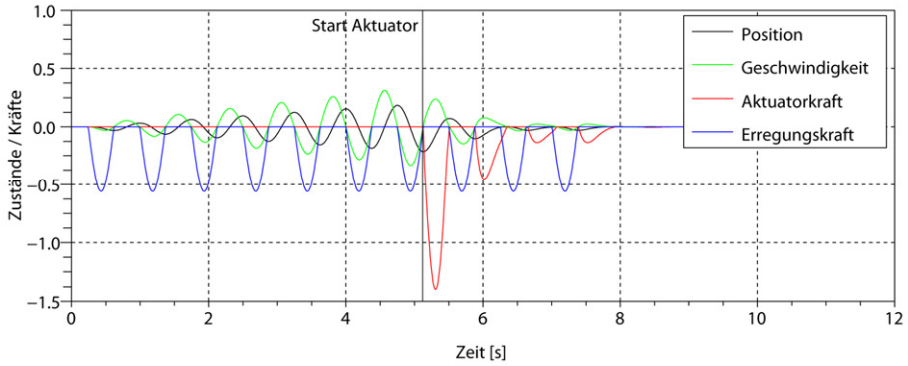


Bild 4.1: Qualitativer Zusammenhang zwischen der Erregungskraft, der Aktuatorkraft und den Zuständen eines Einmassenschwingers

Neben der zeitlichen Abstimmung ist die Position eines Aktuators beziehungsweise sind die Positionen mehrerer Aktuatoren absolut und relativ zueinander bestimmend für die Beeinflussbarkeit einzelner Eigenschwingungen. Die Positionierung eines Aktuatoren-Paars zur Kontrolle einer Eigenschwingung (Eingrößenregelung) kann noch intuitiv vorgenommen werden, da bekannt ist, dass sich ein Tragwerk am leichtesten in Schwingung versetzen lässt, wenn die Erregungskräfte in der Nähe der maximalen Amplituden der Eigenform eingetragen werden. Ähnliches gilt natürlich für die Aktuatorenkräfte, die optimalerweise eine „äquivalente Gegenschwingung“ in der jeweils angeregten Eigenschwingung erzeugen sollten. Für die erste vertikale Eigenschwingung wäre das die Brückenmitte, für die zweite Eigenschwingung wäre das der Viertelspunkt und für die dritte Eigenschwingung der Sechstelspunkt oder die Brückenmitte.

Werden mehrere in Reihe geschaltete Aktuatoren zur Kontrolle mehrerer Eigenschwingungen verwendet (Mehrgrößenregelung), die miteinander interagieren, dann fällt eine intuitive Festlegung der optimalen Position deutlich schwerer. In diesem Fall kann die sogenannte Gramsche Matrix für die Steuerbarkeit ermittelt werden, mit der eine qualitative Aussage über die optimale Position getroffen werden kann (Abschnitt 8.3.2). Die Anwendung der

Gramschen Matrix setzt jedoch eine analytische Beschreibung der Spannbandbrücke und möglicher angreifender Aktuatorenkräfte voraus (Kapitel 5). Die optimale Position kann daher nur über mehrere Iterationsschritte gefunden werden.

Bei der Positionierung der Aktuatoren ist zu berücksichtigen, dass der Einflussbereich der Aktuatorenkräfte die Wellenlänge nicht überschreitet, wobei die Wellenlänge definiert ist als die Länge zwischen zwei Schwingungsknoten einer Eigenform. Nur dann können phasenverschobene Aktuatorenkräfte untereinander eingetragen werden.

Ausgehend von den aufgeführten Überlegungen wurden schließlich zwei Konfigurationen zur Kontrolle einer und mehrerer Eigenschwingungen entwickelt. Erstens Setup A mit einem Aktuatoren-Paar in Brückenmitte zur Kontrolle der ersten symmetrischen Eigenschwingung (Bild 4.2). Und zweitens Setup B mit einem Aktuatoren-Paar in der Mitte und jeweils einem Aktuatoren-Paar in den Viertelspunkten der Brücke zur Kontrolle der ersten und dritten symmetrischen Eigenschwingung sowie der zweiten antimetrischen Eigenschwingung (Bild 4.3).

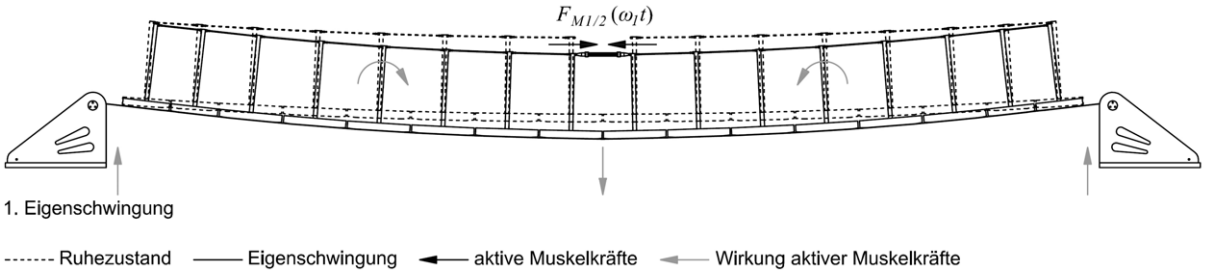


Bild 4.2: Setup A mit einem Aktuatoren-Paar zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung

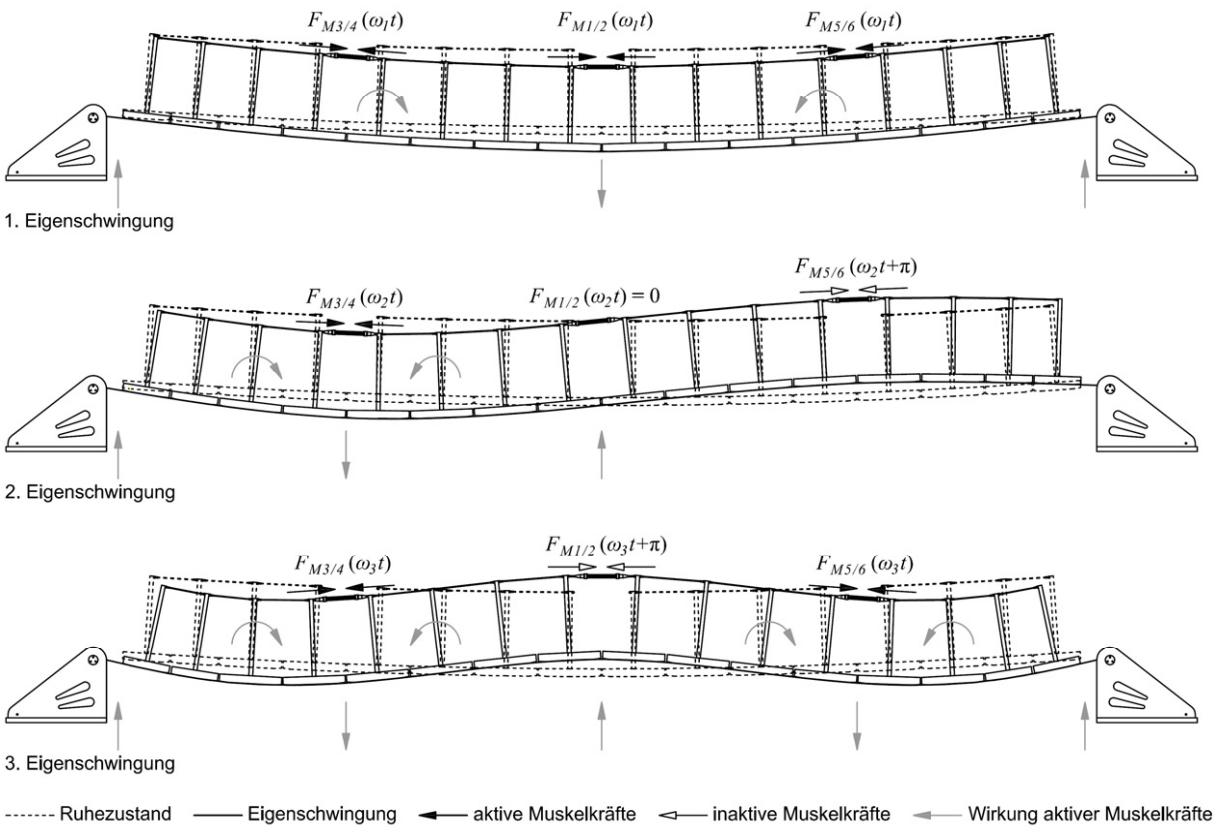


Bild 4.3: Setup B mit drei Aktuatoren-Paaren zur Kontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen

Die Positionierung der Aktuatoren im Geländerholm unterteilt das Geländer in zwei (Setup A) beziehungsweise vier (Setup B) Segmente. Dadurch wird die gering vorhandene Biegesteifigkeit des Geländers durchbrochen, was natürlich mit einer Erhöhung der Schwingungsanfälligkeit verbunden ist. Die verbleibenden horizontalen Pendelstäbe des Geländers leiten die einwirkenden Aktuatorenkräfte bis zum nächsten Aktuator.

Unter Setup B wird jede Eigenschwingung aus einer Kombination von Aktuatorenkräften kontrolliert. Zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung wirken alle Aktuatoren gleichzeitig, wohingegen zur Kontrolle der zweiten Eigenschwingung die Aktuatorkraft $F_{M5/6}$ um $\pi = 180\,°$ phasenverschoben zur Aktuatorkraft $F_{M3/4}$ eingetragen werden muss. Zur Kontrolle der dritten Eigenschwingung muss die Kraft $F_{M1/2}$ phasenverschoben zu $F_{M3/4}$ sowie $F_{M5/6}$ erzeugt werden. Die Momentenwirkungen aus den angreifenden Aktuatorenkräften erzeugen dann, aufgeteilt in Kräftepaare, annähernd die in Bild 4.2 und Bild 4.3 eingezeichneten Vertikalkräfte. Die nach oben gerichteten Vertikalkräfte arbeiten gegen das Eigengewicht und tragen nicht zur Schwingungskontrolle bei. Ihre Wirkung hat eher destabilisierend Einfluss wie beispielsweise die leichte Anregung der dritten Eigenschwingung während der Kontrolle der zweiten Eigenschwingung zeigt (Bild A.35).

4.3 Der pneumatische Muskel als Aktuator

Das aktive Element zur Schwingungskontrolle der Spannbandbrücke bildet der Aktuator. Pneumatische Aktuatoren lassen sich unterscheiden in den pneumatischen Zylinder, der Zug- und Druckkräfte erzeugen kann, und den pneumatischen Muskel, der nur Zugkräfte erzeugen kann. Der pneumatische Muskel wurde vom biologischen Muskel abgeleitet und besteht aus einem Gummischlauch, der sich durch Aufbau eines Innendrucks verkürzt. Die Bezeichnung Muskel liegt nahe, da auch der biologische Muskel durch eine Verkürzung der Muskelfasern nur Zugkräfte erzeugen kann und einen Gegenspieler (Antagonisten) zur Erzeugung von Zug- und Druckkräften benötigt.

Bisher wurden pneumatische Muskeln nicht zur Schwingungskontrolle von Bauwerken eingesetzt. Verfolgt man die Prinzipien des Leichtbaus auch bei aktiven Systemen konsequent weiter, dann muss auch der Aktuator in das Konzept Leichtbau passen. Der pneumatische Muskel schafft dies durch ein deutlich höheres Kraft / Eigengewicht-Verhältnis im Vergleich zu gewöhnlichen Aktuatoren. Zudem passt das Betriebsmedium Luft hervorragend zu den Prinzipien, die Wahl des pneumatischen Muskels als Aktuator ist insofern konsequent. Der nächste Abschnitt 4.3.1 gibt einen kurzen Überblick zur Entwicklungsgeschichte des pneumatischen Muskels. In Abschnitt 4.3.2 werden Aufbau, Funktion und Eigenschaften des verwendeten pneumatischen Muskels im Detail erläutert.

4.3.1 Entwicklungsgeschichte des pneumatischen Muskels

Im Jahr 1875 demonstrierte Reuleaux [Reu75] durch Aneinanderreihung von Gummischläuchen das Funktionsprinzip biologischer Muskeln (Bild 4.4). In die Gummischläuche wurde Luft geblasen, wodurch eine Verkürzung, also eine Kontraktion, erzielt wurde. Am Orthopädischen Zentrum in Heidelberg wurde dann im Jahr 1948 ein Prothesenarm entwickelt, der über einen mit Druckluft befüllten „Dehnkörper“ betrieben wurde. Schließlich entwickelte im Jahre 1957 McKibben am Rancho Los Amigos Hospital in Los Angeles einen pneumatischen Muskel als Antrieb für Armprothesen. Dieser wird als McKibben-Muskel oder auch „Rubbertuator“ bezeichnet und bildete die Grundlage für viele Weiterentwicklungen (Bild 4.5). Der Gummischlauch wurde mit einem rautenförmigen Netz aus nicht dehnbaren Fäden über-

zogen. Dadurch konnte unter Druckluftbefüllung eine Verkürzung um etwa 20 % und eine beachtliche Zugkraft erzielt werden. Für Forschungszwecke wurde 1969 am Humanoid Robotics Institute der Waseda Universität in Tokyo die Laufmaschine WAP-1 entwickelt, die mit künstlichen Gummimuskeln betrieben wurde (Bild 4.6). Die Firma Festo in Esslingen, Deutschland, entwickelte den sogenannten Fluidic Muscle unter Einhaltung internationaler Sicherheitsstandards bis zur Serienreife. Seit 1996 wird der Fluidic Muscle kommerziell vertrieben. Er unterscheidet sich in seiner Wirkungsweise nicht wesentlich vom McKibben-Muskel, der seit 1990 durch die Shadow Robot Company in England angeboten wird [Hes03], [Hil09].

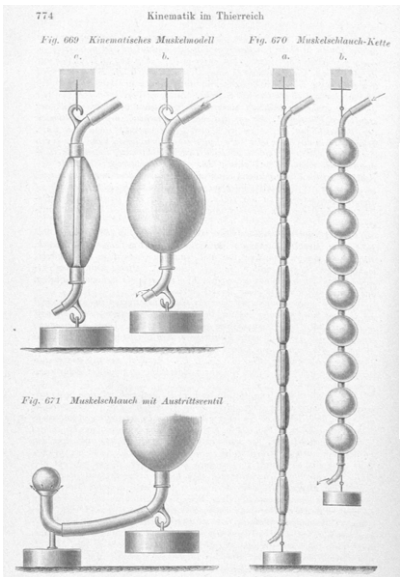


Bild 4.4: Muskelmodell von Reuleaux [Reu75]

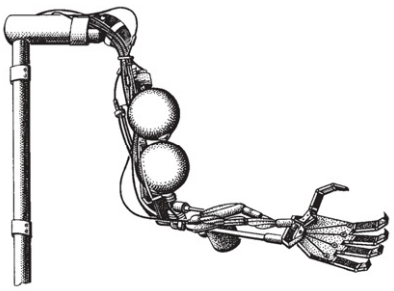


Bild 4.5: Prothesenhand mit McKibben-Muskel [Hes03]

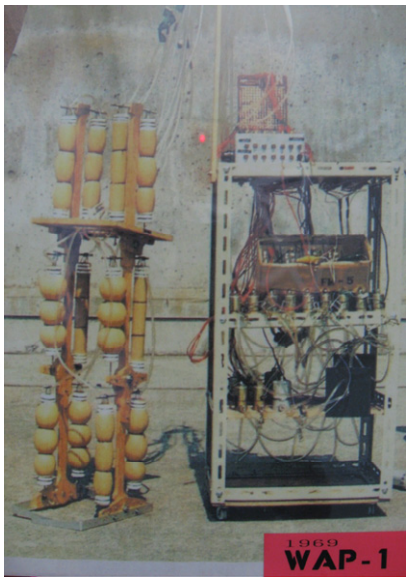


Bild 4.6: Laufmaschine, Waseda Universität, Tokyo

4.3.2 Aufbau, Funktion und Eigenschaften

In dieser Arbeit wird der pneumatische Muskel beziehungsweise Fluidic Muscle der Firma Festo verwendet [FES10], [Hes03]. Das Kontraktionssystem besteht aus einem druckdichten, flexiblen, elastischen Schlauch aus Chloropren-Kautschuk mit einem rautenförmig eingebetteten Netz aus Aramidfasern und Anbindungsstücken an den Enden (Bild 4.7).

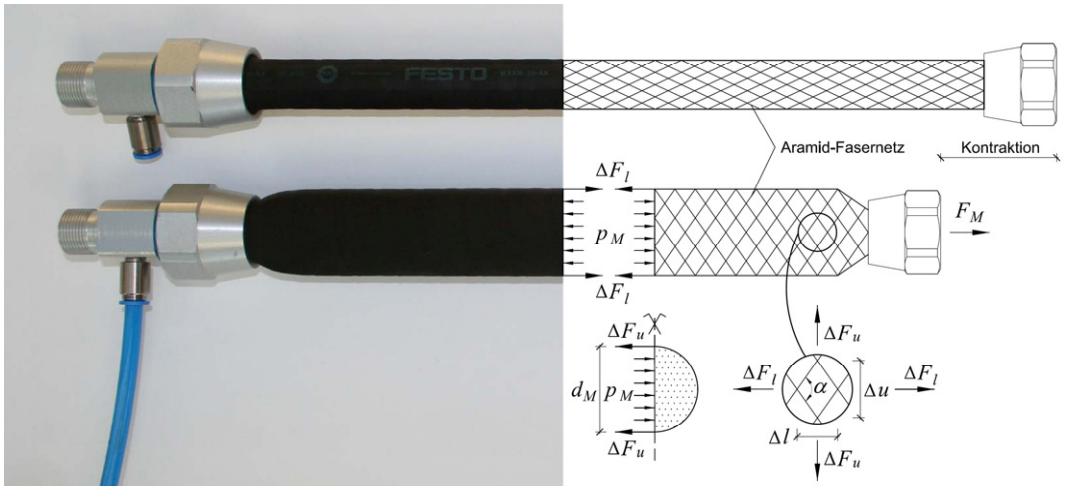


Bild 4.7: Wirkungsweise des Fluidic Muscle, in Anlehnung an Hesse [Hes03]

Durch Aufbringen eines Innendrucks p_M dehnt sich der Schlauch in Radialrichtung Δu nahezu zylinderförmig aus und verkürzt sich in Längsrichtung Δl. Die rautenförmige Faserumspinnung sorgt dafür, dass die radial wirkende Kraft ΔF_u in eine Längskraft ΔF_l umgesetzt wird. Mit steigendem Innendruck vergrößert sich das Volumen und der Faserwinkel α, wodurch die aufbaubare Zugkraft F_M nichtlinear abnimmt. Wird ein Faserwinkel $\alpha = 54.7°$ erreicht, ist die Zugkraft auf Null abgesunken. Der künstliche Muskel hat sich dann um ca. $25\,\%$ verkürzt [Hes03], [FES10]. Der Fluidic Muscle ist in drei Baugrößen mit Durchmesser d_M von $10\,\mathrm{mm}$, $20\,\mathrm{mm}$ und $40\,\mathrm{mm}$ im drucklosen Zustand bei variablen Schlauchlängen (Nennlägen) von bis zu $9\,\mathrm{m}$ erhältlich. Der größte Muskel mit $40\,\mathrm{mm}$ Innendurchmesser kann eine theoretische Kraft von bis zu $6000\,\mathrm{N}$ bei einem maximal zulässigen Betriebsdruck von $6\,\mathrm{bar}$ im nicht kontrahierten Zustand erzeugen. Das Kraftverhalten eines Fluidic Muscle DMSP-40-356N mit $40\,\mathrm{mm}$ Durchmesser und einer Nennlänge von $356\,\mathrm{mm}$ ist in Abhängigkeit von der Kontraktion und dem Absolutdruck in Bild 4.8 dargestellt. Der Arbeitsbereich dieses Typs ist auf $6000\,\mathrm{N}$ sowie auf eine maximale Kontraktion von $25\,\%$ und eine maximale Dehnung von $5\,\%$ begrenzt [FES10].

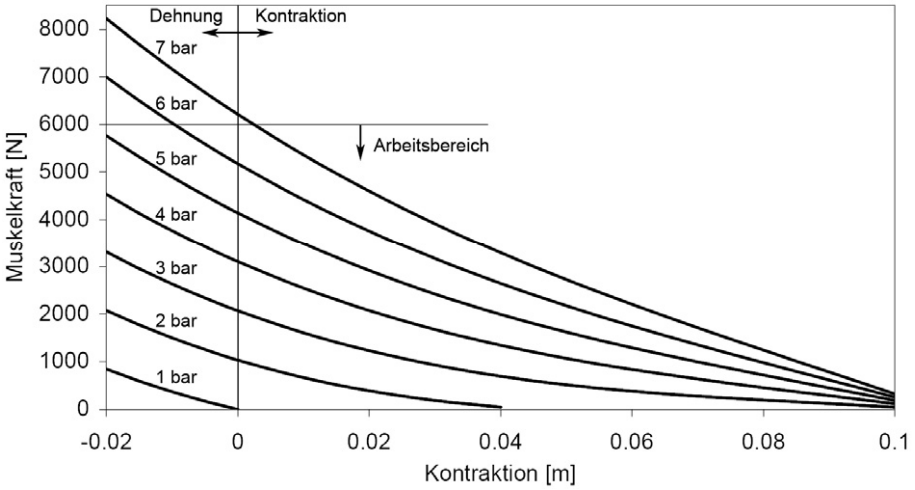


Bild 4.8: Nichtlineares Kraft-Verformungs-Verhalten (Kraftkennfeld) des Fluidic Muscle DMSP-40-356N

Die Einsatzmöglichkeiten pneumatischer Muskeln sind vielseitig [Hes03]. Das Haupteinsatzgebiet liegt im Bereich der Robotik und der Automatisierung von Positionierungs-, Greif- und Hebevorgängen. Über den regelbaren Innendruck kann der Aktuator auf verschiedene Weisen betrieben werden. Einerseits können Kräfte erzeugt werden, wie zum Beispiel für die aktive Schwingungskontrolle, und andererseits kann die Steifigkeit über den Innendruck variiert werden, wodurch der Muskel als steifigkeitsvariables Element (adaptive Feder) eingesetzt werden kann.

Im Vergleich zu pneumatischen Zylindern und anderen Aktuatoren dieser Baugröße besticht der Fluidic Muscle durch das sehr geringe Eigengewicht ($800\,\mathrm{g}$ bei einer Nennlänge von $360\,\mathrm{mm}$) und erreicht dadurch ein deutlich höheres Kraft / Eigengewicht Verhältnis. Im Vergleich zu Pneumatikzylindern kann eine bis zu zehnfach höhere Anfangskraft erzeugt werden. Weitere Vor- und Nachteile sind in Tab. 4.1 zusammengefasst.

Entscheidend für die aktive Schwingungskontrolle ist die Frequenz, mit der die Muskelkraft erzeugt werden kann. Diese hängt von zahlreichen Parametern ab, unter anderem vom Kontraktionsgrad des Muskels, von der Höhe der geforderten Kraft, der Druckaufbaudynamik, der Ventildynamik und der Druckluftversorgung. Unter Aspekten der Gebrauchs-

tauglichkeit sind Arbeitsfrequenzen im Bereich von $3\,\mathrm{Hz}$ ohne Beeinträchtigung der Lebensdauer möglich [Hes03]. Der pneumatische Muskel eignet sich somit prinzipiell als Aktuator zur Kontrolle von fußgängerinduzierten Schwingungen.

Tab. 4.1: Eigenschaften des Fluidic Muscle [Hes03], [FES10]

Vorteile
Bis zu zehnfach höhere Anfangskraft bei ca. zwanzigfach geringerem Eigengewicht im Vergleich zu Pneumatikzylindern mit gleichem Durchmesser
Hohe Bewegungsdynamik aufgrund des geringen Eigengewichts (bis zu $50\,\mathrm{m/s^2}$)
Max. Hysterese / Relaxation $\leq 3\,\%$ der Nennlänge
Wartungsarm durch geschlossenen Aufbau
Keine gegeneinander beweglichen Teile, wodurch auch eine reibungsfreie und gleichförmige Bewegung ohne Stick-Slip-Effekt (Haftgleiteffekt) bei niedrigen Geschwindigkeiten möglich ist (kein Schmiermitteleinsatz)
Hohe Lebensdauer auch in staubiger und schmutziger Umgebung mit bis zu zehn Millionen Arbeitszyklen bei einer Kontraktion $< 10\,\%$
Gute Witterungsbeständigkeit, Temperaturbereiche von $-5°\mathrm{C}$ bis $+60°\mathrm{C}$
Hohe Kontraktionslänge im Vergleich zu anderen Aktuatoren
Besitzt eine passive Nachgiebigkeit
Einfache Herstellung beliebiger Aktuatorlängen
Nachteile
Reiner Zugaktuator
Maximale Kraft sinkt in Abhängigkeit von der Kontraktion
Betriebsmedium Druckluft muss bereitgestellt werden (Kompressor)
Nichtlineares Kraft-Verformungs-Verhalten, welches eine anspruchsvollere Regelungstechnik erfordert
Zusätzlicher Schutz vor scharfkantigen mechanischen äußeren Verletzungen erforderlich (Vandalismus)

4.4 Konzept zur Regelung der Kraft des pneumatischen Muskels und der Brückenschwingungen

Das nichtlineare Kraft-Verformungs-Verhalten des pneumatischen Muskels erfordert eine separate Kraftregelung. Der Kraftaufbau des pneumatischen Muskels ist im Wesentlichen von der Druckaufbaudynamik abhängig. Diese hängt unter anderem von der Kontraktion und deren zeitlicher Ableitung ab, die wiederum mit der Bewegungsdynamik der Brücke gekoppelt ist. In Gleichung (4.2) ist dieser Zusammenhang in prinzipieller Form und unter Vernachlässigung der Eigengewichts- und Reibungskräfte des Aktuators wiedergegeben.

$$\underbrace{M \cdot \ddot{s}_M + D \cdot \dot{s}_M + K \cdot s_M}_{\text{Bewegungsdynamik der Brücke}} = F_M\left(p_M, s_M\right) \tag{4.2}$$

Die Berücksichtigung der Bewegungsdynamik der Brücke innerhalb der Regelstrecke des Kraftaufbaus würde eine Beschreibung der Brückendynamik in Abhängigkeit von der Muskelkontraktion s_M erfordern, Gleichung (4.2), was zu einer komplexen Regelstrecke führt. Dieser Ansatz macht den Entwurf für eine Kraftregelung unnötig kompliziert. Stattdessen wird die gemessene oder geschätzte Muskelkontraktion als zeitvariante Systemgröße in der Kraftregelung berücksichtigt. Demzufolge kann eine weniger aufwändige Kaskadenregelung (Kapitel 7) entworfen werden, die aus einem inneren Regelkreis zur Regelung der Kraft und

einem äußeren Regelkreis zur Regelung der Brückenschwingungen besteht. Die gesamte Regelstrecke wird damit in zwei kleinere, überschaubarere Teilstrecken untergliedert, bei gleichzeitig hoher Regelgenauigkeit. Die Verbindung beider Teilstrecken erfolgt über die Stellgröße der äußeren Regelung (Führungsregler), die zugleich die Regelgröße (Führungsgröße) für die innere Regelung (Folgeregler) ist. Beide Regelungen konnten dadurch auch separat voneinander entworfen werden. Eine Kaskadenregelung kann jedoch nur dann funktionieren, wenn der innere Regelkreis schneller ausgelegt wird als der äußere Regelkreis [Föl94].

Das Prinzip der Kaskadenregelung für die aktive Schwingungskontrolle ist in Bild 4.9 dargestellt. Der äußere Regelkreis ermittelt die Soll-Kraft $F_{M,ref}$ (Index ref) zur Kontrolle der Brückenschwingungen in Abhängigkeit vom Schwingungszustand beziehungsweise vom Systemausgang y. Der innere Regelkreis regelt die Steuerschieberposition u_v in Abhängigkeit von der geforderten Muskelkraft $F_{M,ref}$. Die Steuerschieberposition regelt den Luftstrom für den Druckaufbau und damit die Kraft F_M im pneumatischen Muskel. Die Soll-Größe zur Regelung der Brückenschwingungen ist r. Da die Brückenschwingung auf Null ausgeregelt werden soll, ist $r = 0$. In den weiteren Betrachtungen dieser Arbeit kann daher dieser Soll-Ist-Vergleich entfallen. Die spezifischen Anforderungen an die Kraftregelung, vor allem die erforderliche Bandbreite der Regelung, ergeben sich aus dem äußeren Regelkreis. Das heißt, die Frequenz des inneren Regelkreises muss mindestens so schnell sein wie die des äußeren Regelkreises zur Kontrolle der Eigenschwingungen.

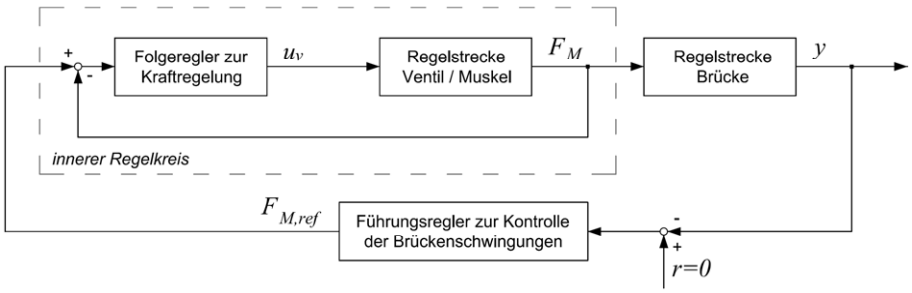


Bild 4.9: Prinzip der Kaskadenregelung für die aktive Schwingungskontrolle beispielhaft für die Eingrößenregelung (Setup A)

Die ausgeprägten Nichtlinearitäten des Aktuator-Systems erfordern einen Reglerentwurf, der auf einem nichtlinearen analytischen Modell des Aktuator-Systems basiert (Kapitel 6). Dies gilt vor allem dann, wenn eine Kraftregelung mit hoher Dynamik erforderlich ist. Für das Aktuator-System wird deshalb ein analytisches Modell entwickelt, welches das nichtlineare Verhalten widerspiegelt. Darauf basierend wird eine Kraftregelung entworfen mit dem Ziel, das nichtlineare Verhalten des Aktuator-Systems zu kompensieren. Das Ergebnis der sogenannten Ein-/ Ausgangslinearisierung ist ein nichtlineares Reglergesetz, wodurch das geregelte Aktuator-System als lineares System erster Ordnung beschrieben werden konnte (Kapitel 7). Zur Identifikation der Zeitkonstante wurde die Kraftregelung experimentell verifiziert. Es konnte eine beachtliche Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik festgestellt werden. Folglich muss diese beim Entwurf des äußeren Regelkreises berücksichtigt werden.

Ziel der äußeren Regelschleife ist die Reduzierung der Schwingungsamplituden der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen. Ausgangspunkt des Reglerentwurfs ist ein analytisches Modell der Brücke, das die Eigenschwingungscharakterisitk, repräsentiert durch die Eigenfrequenz und die Eigenform, wiedergibt. Genau genommen variiert die Eigenschwingungs-

charakteristik der Spannbandbrücke in Abhängigkeit von der Belastungssituation, was bedeutet, dass die dynamischen Systemgrößen wie Masse und Steifigkeit zeitvariant, das heißt zeitabhängig sind. Diese Charakteristik erfordert ein Modell mit zeitvarianten Systemgrößen. Eine darauf basierende adaptive Regelung kann auf diese Zeitabhängigkeit gezielt reagieren und ein besseres Regelverhalten hervorbringen. Åsröm et al. [ÅW95] charakterisieren eine adaptive Regelung als eine Regelung mit anpassungsfähigen Regelparameter und einem Mechanismus für die Anpassung der Regelparameter. Alternativ können die zeitvarianten Systemgrößen über eine sogenannte robuste Regelung berücksichtigt werden. Eine robuste Regelung zeichnet sich dadurch aus, dass der entworfene statische Regler trotz variierender Systemgrößen das gewünschte Regelverhalten erzielt. Statisch bedeutet in diesem Fall, dass die eingestellte Reglerverstärkung oder Reglerdynamik konstant ist. Eigenfrequenzverschiebungen kann der Regler unabhängig davon weitergeben, was bedeutet, dass die Stellgröße, hier also die Kraftforderung der äußeren Regelung, die Eigenfrequenzverschiebung beinhaltet. Ein solcher Regler wird auch eine von der Frequenz abweichende ausreichende Dämpfung erzielen.

Inwieweit eine robuste Regelung eine adaptive Regelung ersetzen kann, hängt von der Zeitvarianz der Regelstrecke, also der Brücke ab. Wie in Abschnitt 2.4.4 erläutert, treten bei der Spannbandbrücke aufgrund variierender Verkehrsbelastung Eigenfrequenzverschiebungen von $\approx 8\,\%$ bei $\approx 1\,\mathrm{Person}/\mathrm{m}^2$ auf. Diese Abweichungen erlauben es noch, die Regelung als robuste Regelung auszulegen und folglich ist ein zeitinvariantes Modell ausreichend.

Das Ergebnis der Modellentwicklung in Kapitel 5 ist ein lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell der Brücke. Für den Entwurf von modalen Regelungen wird das Zustandsraummodell in ein modales Zustandsraummodell transformiert (Abschnitt 8.2). In dieser Darstellungsform wird jede Eigenschwingung unabhängig von den anderen Eigenschwingungen durch Block-Komponenten in Matrizenform dargestellt. Das Eigenschwingungsverhalten wird in dieser Darstellungsform eindeutig durch die Zustände „modale Position“ und „modale Geschwindigkeit“ beschrieben.

Auf der Rückführung dieser beiden Zustände bauen die klassischen modellbasierten Regelkonzepte wie die Zustandsrückführung auf. Diese Konzepte können hier jedoch nicht verwendet werden, da eine statische Verkehrsbelastung eine relativ große statische Vertikalverformung infolge elastischer Dehnung der CFK-Lamellen verursacht. Bei einer Zustandsrückführung würde der proportionale Regler auch den statischen Anteil verstärkt zurückführen, obwohl die Aktuatorkraft die statischen Vertikalverformungen nicht kompensieren kann. Um das spezielle Tragverhalten zu berücksichtigen, wird ein modaler Regler entworfen, der nur auf einer modalen Geschwindigkeitsrückführung basiert. Eine direkte proportionale Geschwindigkeitsrückführung kann jedoch nicht realisiert werden, da die bereits angesprochene Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik die Regelgüte negativ beeinflusst. Schließlich wurde für jede zu regelnde Eigenschwingung eine separate modale Geschwindigkeitsrückführung mit Hilfe von Wurzelortskurven entworfen. Die Aktuatordynamik wird durch Einführung einer Totzeit im Regler berücksichtigt, die dafür sorgt, dass die modale Geschwindigkeit mit der modalen Kraftforderung trotz Zeitverzögerung des Aktuators in Phase ist (Abschnitt 8.5). Im Vergleich zur Regelung ohne zusätzliche Totzeit, vergrößert die Totzeit die Phasenreserve, wodurch ein stabiles und robustes Regelverhalten erreicht werden konnte. Die physikalische Kraftforderung erhält man aus der Rücktransformation der modalen Kraftforderung. Für die Mehrgrößenregelung bedeutet das, dass drei modale Kraftforderungen zur Kontrolle von drei Eigenschwingungen mindestens drei physikalische Aktua-

toren erfordern. Das Entwurfsverfahren zur Mehrgrößenregelung wird in Abschnitt 8.5.4 ausführlicher erläutert.

Die Erläuterungen zum Konzept zur Regelung der Kraft des pneumatischen Muskels und der Brückenschwingungen zeigten deutlich, dass für den Entwurf der Regelungen analytische Modelle der Regelstrecken erforderlich sind. Darüber hinaus wird das analytische Modell der Brücke für zwei weitere Entwicklungsschritte benötigt. Zum einen zur Ermittlung der optimalen Position der Sensoren und Aktuatoren (Abschnitt 8.3), zum anderen für den Entwurf eines Kalman-Filters. Mit dem Kalman-Filter werden die modalen Zustandsgrößen, wie die modale Geschwindigkeit, die direkt nicht messbar sind, aus messbaren Zuständen rekonstruiert (Abschnitt 8.2.2).

Anmerkung: Die entwickelten Modelle in dieser Arbeit folgen dem Weg der theoretischen Modellbildung. Der theoretischen Modellbildung liegen die physikalischen Grundgesetze zugrunde. Bei mechanischen Systemen wird über die Erhaltungssätze für Energie und Impuls eine Bewegungsdifferentialgleichung hergeleitet. Systeme, die durch Umwandlung von Energieformen Arbeit verrichten, werden über die Hauptsätze der Thermodynamik beschrieben. Alternativ können Modelle durch experimentelle Analyse oder Identifikation aufgestellt werden. Dafür wird auf das reale System eine vorgegebene Eingangsgröße aufgebracht (z.B. Kraft) und die Ausgangsgröße (z.B. Verformung) wird gemessen. Das experimentell gewonnene Black-Box-Modell reproduziert dann für eine gegebene Eingangsgröße die gemessene Ausgangsgröße. Beim zuletzt genannten Weg erhält man ein Modell, welches nur Zahlenwerte enthält, der funktionale Zusammenhang bleibt jedoch weitestgehend unbekannt. Aus diesem Grund wurde der Weg der theoretischen Modellbildung gewählt. Grundlagen zur theoretischen und experimentellen Modellbildung sind in der Literatur zu finden [Ise08].

4.5 Entwicklungsschritte zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln

Die einzelnen Entwicklungsschritte zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle sind im Flussdiagramm in Bild 4.10 dargestellt. Ein analytisches Modell zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Spannbandbrücke unter Einwirkung aktiver Kräfte zur Schwingungskontrolle wird in Kapitel 5 entwickelt. Das Ergebnis ist ein lineares ebenes Modell mit sieben vertikalen Freiheitsgraden, das durch Transformation in die Zustandsraumdarstellung gebracht wird. Das dynamische Verhalten des Modells wird durch Experimente unter freier Schwingung validiert. Ehe die Regelung zur Kontrolle der Brückenschwingungen, basierend auf dem Modell der Spannbandbrücke, entworfen werden kann, muss das dynamische Verhalten des Aktuator-Systems untersucht werden, da dessen Einfluss im äußeren Regelkreis und damit im Reglerentwurf berücksichtigt werden muss. Ein nichtlineares Modell des Aktuator-Systems wird in Kapitel 6 entwickelt. Dieses besteht im Wesentlichen aus drei physikalischen Modellen: Dem Modell des Massenflusses in Abhängigkeit von der Ventilcharakteristik, dem Modell der Druckaufbaudynamik und dem Modell für den Kraftaufbau im pneumatischen Muskel. Darauf basierend wird in Kapitel 7 eine Kraftregelung entworfen, die als Ergebnis ein nichtlineares Regelgesetz und ein linearisiertes Modell (PT_1-Element) des geregelten Aktuator-Systems hervorbringt. Das linearisierte Aktuator-Systems und die Beschreibung der jeweiligen Eigenschwingung im modalen Zustandsraum bilden in Kapitel 8 die Basis für den Entwurf der Brückenregelung anhand von Wurzelortskurven. Aus den Wurzelortskurven werden die optimalen Regelparameter für eine modale Geschwindigkeits-

rückführung abgeleitet. Das Gesamtsystem besteht aus dem modalen Zustandsraummodell, dem Kalman-Filter zur Rekonstruktion der modalen Zustände sowie der modalen Geschwindigkeitsrückführung zur Kontrolle der Brückenschwingungen. Es wird einerseits in Kapitel 7 mit dem nichtlinearen Modell des Aktuator-Systems und der nichtlinearen Kraftregelung simulativ analysiert und andererseits in Kapitel 8 mit dem linearisierten Modell des Aktuator-Systems. Sowohl für die Simulation in Kapitel 7 wie auch in Kapitel 8 wird das Brückenmodell zunächst über den Aktuator definiert angeregt und anschließend aktiv kontrolliert.

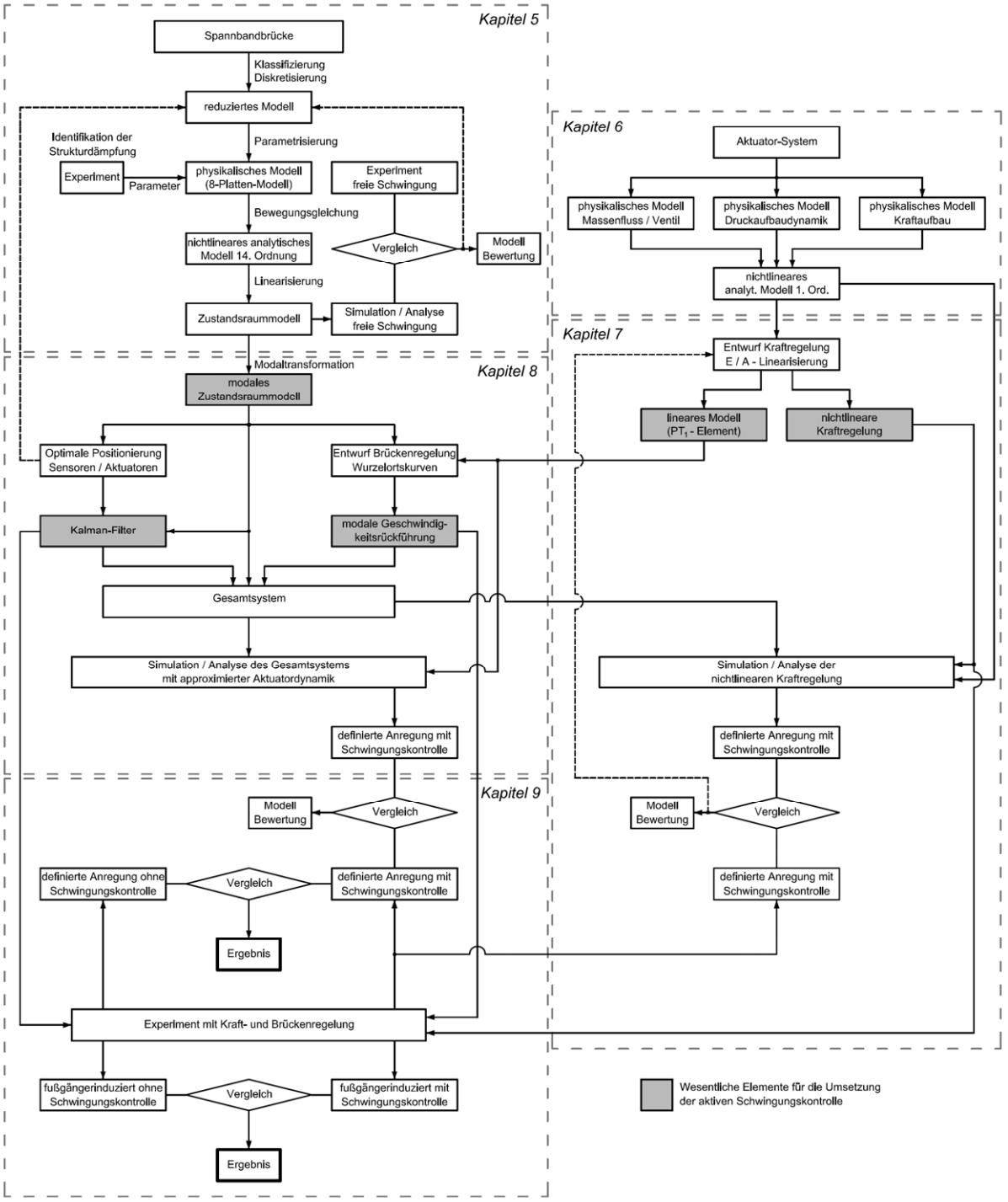


Bild 4.10: Entwicklungsschritte zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln

Diese Art der Anregung wurde gewählt, um die Ergebnisse aus der Simulation mit den Ergebnissen aus dem Experiment besser vergleichen zu können. Die experimentelle Verifizierung der Kraftregelung erfolgt in Kapitel 7, wobei Abweichungen eine Anpassung der Spezifikation der Kraftregelung zur Folge haben. Die experimentelle Verifizierung der Brückenregelung erfolgt in Kapitel 9. Die Effektivität der aktiven Schwingungskontrolle wird dort über zwei verschiedene Experimente demonstriert: Erstens durch den Vergleich der abklingenden Schwingungsamplituden bei definierter Anregung mit und ohne Schwingungskontrolle (Vergleich der Lehrschen Dämpfung). Zweitens durch Gegenüberstellung der maximalen Schwingungsamplituden aus fußgängerinduzierter Schwingung.

5 Modellbildung der Brücke

5.1 Einleitung

Dieses Kapitel befasst sich mit der Entwicklung eines analytischen Modells zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Spannbandbrücke unter Einwirkung aktiver Kräfte zur Schwingungskontrolle. Ziel der Modellierung ist die wirklichkeitsnahe Beschreibung der physikalischen Eigenschaften und Zusammenhänge zwischen den aktiven Kräften (Eingangsgrößen) und den auftretenden Schwingungsamplituden (Ausgangsgrößen). Ein analytisches Modell bietet unter anderem die Möglichkeit

- das Schwingungsverhalten der Spannbandbrücke zu analysieren (Abschnitt 5.3 und Abschnitt 5.4),
- das Schwingungsverhalten durch Festlegung von Anfangsbedingungen zu simulieren (Durch Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse mit Ergebnissen aus Experimenten kann das Modell validiert werden (Abschnitt 5.4)),
- modellbasierte Regelungen zu entwerfen und das Regelverhalten zu analysieren (Kapitel 8),
- die Anordnung von Sensoren und Aktuatoren zu optimieren (Abschnitt 8.3) und
- nicht messbare Systemzustände z.B. durch einen Kalman-Filter zu beobachten (Abschnitt 8.2.2).

Aus diesen Möglichkeiten leiten sich die Anforderungen an das Modell ab.

Da es sehr unterschiedliche Methoden der Modellbildung gibt, werden in Abschnitt 5.2 zunächst die Grundlagen und Entwicklungsschritte zur Modellbildung behandelt. In Abschnitt 5.3 wird ein analytisches 8-Platten-Modell von der Spannbandbrücke abgeleitet, das die Beschreibung der Einwirkungen mehrerer Aktuatorenkräfte entlang der Brücke beinhaltet. Das nichtlineare Modell wird um die Ruhelage linearisiert, da sich dynamische Systeme in Form von linearen Differentialgleichungen leichter analysieren lassen und diese sich beim Entwurf von Regelungen als vorteilhaft erweisen. In Abschnitt 5.4 wird das Modell durch experimentelle Ergebnisse validiert. Ein Teil der Ergebnisse wurde bereits veröffentlicht [BSF+11].

5.2 Grundlagen und Entwicklungsschritte der Modellbildung

5.2.1 Klassifizierung dynamischer Systeme

Das dynamische System Spannbandbrücke wurde in Kapitel 2 bereits erläutert. Es wurde gezeigt, dass unter Vernachlässigung der Torsion das räumliche System auf ein ebenes System reduziert werden kann. Das dynamische Verhalten entspricht somit dem eines dehnsteifen und biegeschlaffen Seiles mit kleinem Stich. Dieses „ideale“ Verhalten wird jedoch durch die Biegesteifigkeit des Geländers „gestört“. Der Einfluss dieser Störung wird in den folgenden Abschnitten diskutiert.

Zur Herleitung und Charakterisierung möglicher Modelle wird eine Klassifizierung anhand des hängenden Seiles zwischen zwei Punkten vorgenommen. Das hängende Seil gehört zu den *verteilten Systemen*. Bei diesen Systemen hängen die Zustandsgrößen (Verformung,

Geschwindigkeit) neben der Zeit zusätzlich vom Ort ab. Die Beschreibung des Systems erfolgt durch partielle Differentialgleichungen (Abschnitt 2.2.3). Sind die exakten Zustandsgrößen verteilter Systeme nicht an jedem Ort erforderlich, kann das Seil *diskretisiert*, also in Teilsysteme aufgeteilt werden. Innerhalb der Teilsysteme können konzentrierte Zustände angenommen werden. In Abhängigkeit der Diskretisierung kann ein *Mehrfreiheitsgradsystem* oder *Einfreiheitsgradsystem* entstehen. Die mathematische Beschreibung erfolgt dann mittels gewöhnlicher Differentialgleichungen. Ist der Seildurchhang sehr klein im Verhältnis zur Spannweite, kann der Einfluss der dynamischen Seilkraftänderung auf die Zustandsgrößen vernachlässigt werden. Das ursprünglich *nichtlineare Verhalten* des Seils kann dann vereinfacht über das *lineare Verhalten* der Saite beschrieben werden. Verändert sich die Massenbelegung beziehungsweise der Belastungszustand des Seils mit der Zeit, dann werden die ursprünglich *zeitinvarianten* Systemeigenschaften *zeitvariant*, d.h. zeitabhängig.

5.2.2 Methoden der Modellbildung und Modellreduktion

Im Folgenden werden die gängigen theoretischen Verfahren der Modellbildung kurz beschrieben. Im Wesentlichen verfolgen diese die Diskretisierung und Modellreduktion, um eine endliche Anzahl an Freiheitsgraden zu erhalten.

In der Baudynamik werden kontinuierliche *Systeme mit elastischem Verhalten* mit den Grundgleichungen der Elastomechanik beschrieben. Die einzelnen Elemente, wie Seile, Balken, Scheiben, Platten oder Schalen, können dann durch partielle Differentialgleichungen beschrieben werden, die jedoch nur für einfache Geometrien exakt lösbar sind (kontinuierliche Massenmethode). Für die Beschreibung komplexer Systeme greift man auf Näherungsverfahren zurück. Ein Näherungsverfahren ist das Rayleigh-Ritz-Verfahren, das für eine vorgegebene Anzahl an Freiheitsgraden mit Hilfe eines Verschiebungsansatzes eine Ersatzsteifigkeitsmatrix und eine Ersatzmassenmatrix bildet [Gas89], [Mei01]. Daneben können aus der kontinuierlichen Massenmethode Verfahren wie die konsistente Massenmethode oder die konzentrierte Massenmethode abgeleitet werden, die eine diskrete Lösung liefern [Ram97]. Beide Verfahren sind in vielen FE-Programmen (z.B. Sofistik) für dynamische Berechnungen implementiert.

Mit der konzentrierten Massenmethode wird die verteilte Masse jeweils an einzelnen Punkten zu Punktmassen zusammengefasst (lumped mass) [Gas87]. Die Massenmatrix ist bei dieser Methode meist eine Diagonalmatrix, da die Rotationsfreiheitsgrade vernachlässigt werden. Treten in der Massenmatrix unbesetzte Freiheitsgrade auf, können diese durch die Methode der statischen Kondensation reduziert werden. Zur Erläuterung wird die Anwendung der Methode der konzentrierten Massen an einem Seil kurz dargestellt (Bild 5.1). Das dehnsteife Seil mit verteilter Massenbelegung kann durch eine Kette von Punktmassen ersetzt werden. Die Punktmassen können durch masselose Federn verbunden werden. Die Steifigkeit der in Reihe geschalteten Federn errechnet sich aus der Steifigkeit des ursprünglichen Seiles. Die Genauigkeit des diskretisierten Modells hängt dann von der Anzahl der Punktmassen ab.

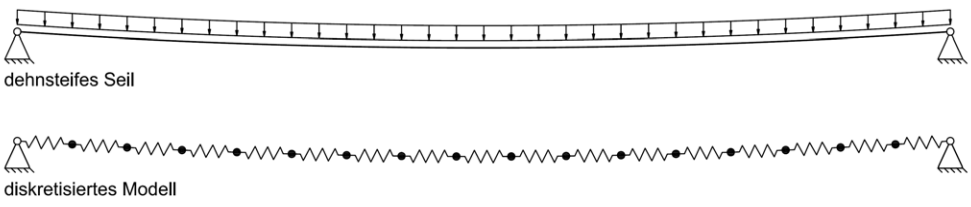


Bild 5.1: Dehnsteifes Seil und diskretisiertes Modell

Die Methode der konzentrierten Massen stellt den Übergang zu *Systemen mit starren Körpern (rigid body systems) / Mehrkörpersystemen* dar. Ein Mehrkörpersystem besteht aus mehreren beweglichen Körpern, die untereinander durch masselose Gelenke oder Koppelelemente wie Feder- und Dämpferelemente verbunden sind. Gelenke oder Koppelelemente führen zu Bewegungseinschränkungen der einzelnen Körper und rufen daher Reaktionskräfte und Reaktionsmomente hervor. Der Körper selbst besitzt keine elastischen Eigenschaften und verkörpert die Masse und die Massenträgheit. Eines der einfachsten Beispiele eines Mehrkörpersystems ist der Zwei-Massen-Schwinger. Die Modellierungsmethode durch Mehrkörpersysteme wird vorwiegend in der Mechatronik verwendet. Beispielsweise werden Roboter in der Industrie durch Mehrkörpersysteme modelliert, die oftmals durch Sensor- und Aktuatormodelle erweitert werden. Darstellungen von verschiedenen mechatronischen Modellen sind in der Literatur zu finden [Rod06].

5.2.3 Methoden zum Aufstellen von Bewegungsdifferentialgleichungen

Im folgenden Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen zur Aufstellung von Bewegungsdifferentialgleichungen behandelt. Wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben, lassen sich Spannbandbrücken der Gruppe verteilter nichtlinearer zeitvarianter Systeme zuordnen. Mit Vorgriff auf Abschnitt 5.3.1 kann die hier vorliegende Spannbandbrücke durch die einzelnen biegesteifen Betonplatten als diskretes System betrachtet werden. Außerdem werden die zeitvarianten Systemeigenschaften an dieser Stelle vernachlässigt. Insofern können die Methoden zum Aufstellen von Bewegungsdifferentialgleichungen auf zeitinvariante diskrete Systeme beschränkt werden. Folglich wird das Modell durch eine gewöhnliche Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten beschrieben.

Newton Mechanik

In der klassischen Mechanik stehen zur Herleitung von Bewegungsdifferentialgleichungen (im Folgenden Differentialgleichung, kurz DGL genannt) verschiedene Methoden zur Verfügung. Die bekannteste und übliche Methode in der Baudynamik stellt die Newtonsche Mechanik dar [Nol06a], [Kuy05]. Diese befasst sich mit Systemen von Punktmassen, von denen jede durch die Newton'sche Bewegungsgleichung der Form

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i + \sum_{j \neq 1} \mathbf{Z}_{ij} \qquad \{i = 1, 2, ..., N\} \tag{5.1}$$

beschrieben wird. Auf die Punktmassen m_i wirkt die äußere Kraft $\mathbf{F}_i$ und die von Masse j auf Masse i ausgeübte Zwangskraft $\mathbf{Z}_{ij}$. Die Lage der i-ten Punktmasse wird im dreidimensionalen Raum durch den Ortsvektor $\mathbf{r}_i$ beschrieben.

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} w_i & y_i & z_i \end{pmatrix}^T \qquad \{i = 1, 2, ..., N\} \tag{5.2}$$

Bei N Punktmassen ergibt sich ein gekoppeltes System von $3N$ Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

Hingegen sind zur vollständigen Beschreibung eines starren Körpers beziehungsweise Festkörpers im Raum drei Translationen und drei Rotationen, also sechs unabhängige Freiheitsgrade nötig und folglich $6N$ Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Für die Ebene reduziert sich die Anzahl auf zwei Translationen und eine Rotation, also $3N$ Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

Bei komplexen Systemen mit einer Vielzahl an Punktmassen oder starren Körpern, die über Federn und Gelenke miteinander verbunden sind (Abschnitt 5.3.2), steigt die Zahl der Zwangskräfte und damit der Aufwand, diese DGLs aufzustellen. Eine elegante Methode diese Zwangskräfte zu umgehen bietet die Lagrange Mechanik. Mit dieser Methode wird das System über die Größe Energie beziehungsweise Arbeit durch eine skalare Funktion beschrieben. Diese Betrachtungsebene kann unter anderem für die aktive Schwingungskontrolle mit dem Ziel der Energiedissipation von Vorteil sein.

Lagrange Mechanik

Im Folgenden wird die Methode zur Herleitung von Differentialgleichungen mittels der Lagrange-Gleichungen erläutert. Die detaillierten Herleitungen der Lagrange-Gleichungen aus dem d'Alembertschen Prinzip sind in der Literatur aufgeführt [Nol06b]. Zur Aufstellung von DGLs dissipativer Systeme mit holonomen, d.h. unabhängigen Zwangsbedingungen werden die Lagrange-Gleichungen zweiter Art mit der Erweiterung auf nicht-konservative Systeme verwendet:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial q_j}=\sum Q_j \qquad \left\{j=1,2,...,n_q\right\} \tag{5.3}$$

$$\mathrm{L}\left(q_j,\dot{q}_j,t\right)=T\left(q_j,\dot{q}_j,t\right)-V\left(q_j,\dot{q}_j,t\right) \qquad \left\{j=1,2,...,n_q\right\} \tag{5.4}$$

Die Lagrange Funktion L ist definiert als Differenz von kinetischer Energie T und potentieller Energie V des Systems, die von den generalisierten Koordinaten q_j, deren zeitlichen Ableitungen $\dot{q}_j$ und der Zeit t abhängt. Unter den holonomen Zwangsbedingungen versteht man Verknüpfungen der Teilchenkoordinaten in der Form

$$\mathrm{f}_i\left(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,...,\mathbf{r}_N\right)=0 \qquad \left\{i=1,2,...,n_c\right\} \tag{5.5}$$

Aus diesen n_c holonomen Zwangsbedingungen lassen sich dann für die Ebene

$$n_q=3N-n_c \tag{5.6}$$

gänzlich unabhängige generalisierte Koordinaten q_j, $\left\{j=1,2,...,n_q\right\}$ ableiten. Die Anzahl n_q generalisierter Koordinaten entspricht dann n_q Freiheitsgraden. Die Art der generalisierten Koordinaten ist dabei beliebig. Je nach Problemstellung können es Positionen, Winkel, etc. sein.

Die generalisierten Kräfte Q_j sind definiert durch

$$Q_j=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_i\cdot\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_j} \qquad \left\{j=1,2,...,n_q\right\} \tag{5.7}$$

In dieser allgemeinen Form lassen sich konservative Kräfte, die sich aus einem Potential ableiten lassen und nicht-konservative beziehungsweise dissipative Kräfte berücksichtigen. Zu den nicht-konservativen Kräften zählen die Dämpfungskräfte aus der Strukturdämpfung und die eingetragenen Aktuatorenkräfte, die allgemein als Eingänge $\mathbf{u}$ bezeichnet werden.

Mit der Lagrange Gleichung (5.3) lassen sich dann n_q gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung herleiten. Unter der Annahme nichtlinearen Systemverhaltens haben sie die allgemeine Form

$$\mathrm{f}_j\left(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\ddot{\mathbf{q}},\mathbf{u}\right)=0 \qquad \left\{j=1,2,...,n_q\right\} \tag{5.8}$$

wobei $\mathbf{q}$ der Vektor der generalisierten Koordinaten und wie folgt gegeben ist:

$$\mathbf{q}=\begin{pmatrix} q_1 & \cdots & q_{n_q}\end{pmatrix}^T \tag{5.9}$$

5.2.4 Linearisierung von Bewegungsdifferentialgleichungen

Dynamische Systeme lassen sich in Form von linearen Differentialgleichungen leichter analysieren und erweisen sich als vorteilhaft beim Entwurf von Regelungen. Oftmals ist nur das dynamische Verhalten in einem begrenzten Arbeitsbereich von Interesse. So kann unter der Annahme, dass die auftretenden Schwingungsamplituden nicht zu groß werden, ein linearisiertes Modell in diesem Arbeitsbereich eine gute Näherung darstellen. Ob das lineare Modell das wirkliche dynamische Verhalten ausreichend genau beschreibt, ist durch eine Validierung zu prüfen [Lun06].

Für die Linearisierung muss zunächst der Arbeitspunkt beziehungsweise die Ruhelage $\mathbf{q}_0$ bestimmt werden. Dazu werden alle zeitlichen Ableitungen und die Eingänge in den Differentialgleichungen (5.8) zu Null gesetzt $\left(\dot{\mathbf{q}}=\dot{\mathbf{q}}_0=\mathbf{0},\ddot{\mathbf{q}}=\ddot{\mathbf{q}}_0=\mathbf{0},\mathbf{u}=\mathbf{u}_0=\mathbf{0}\right)$ und das verbleibende nichtlineare Gleichungssystem gelöst.

$$\mathrm{f}_j\left(\mathbf{q}_0,\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{0}\right)\equiv 0 \qquad \left\{j=1,2,...,n_q\right\} \tag{5.10}$$

Die linearisierten Differentialgleichungen $\tilde{\mathrm{f}}_j$ ergeben sich dann über eine Taylor-Reihenentwicklung aus den partiellen Ableitungen von f_j an der Ruhelage (RL).

$$\tilde{\mathrm{f}}_j=\left(\frac{\partial \mathrm{f}_j}{\partial\ddot{\mathbf{q}}}\right)\Bigg|_{\mathrm{RL}}\cdot\Delta\ddot{\mathbf{q}}+\left(\frac{\partial \mathrm{f}_j}{\partial\dot{\mathbf{q}}}\right)\Bigg|_{\mathrm{RL}}\cdot\Delta\dot{\mathbf{q}}+\left(\frac{\partial \mathrm{f}_j}{\partial\mathbf{q}}\right)\Bigg|_{\mathrm{RL}}\cdot\Delta\mathbf{q}+\left(\frac{\partial \mathrm{f}_j}{\partial\mathbf{u}}\right)\Bigg|_{\mathrm{RL}}\cdot\Delta\mathbf{u}=0$$

$$\left\{j=1,2,...,n_q\right\} \tag{5.11}$$

Anstelle der Originalgrößen $\mathbf{q}$ und $\mathbf{u}$ stehen im linearisierten Modell die Abweichungen Δ dieser Größen von der Ruhelage.

$$\Delta\ddot{\mathbf{q}}=\ddot{\mathbf{q}}-\ddot{\mathbf{q}}_0=\ddot{\mathbf{q}} \quad \Delta\dot{\mathbf{q}}=\dot{\mathbf{q}}-\dot{\mathbf{q}}_0=\dot{\mathbf{q}} \quad \Delta\mathbf{q}=\mathbf{q}-\mathbf{q}_0=\mathbf{q} \quad \Delta\mathbf{u}=\mathbf{u}-\mathbf{u}_0=\mathbf{u} \tag{5.12}$$

5.2.5 Zustandsraumdarstellung

In der Baudynamik werden dynamische Systeme üblicherweise durch Differentialgleichungen beschrieben und analysiert. In der Regelungstechnik hingegen wird das Differentialgleichungssystem als Übertragungsfunktion im Frequenzbereich oder als Zustandsraum dargestellt. Die sogenannte Zustandsraumdarstellung kann aus gewöhnlichen Differentialgleichungen n-ter Ordnung abgeleitet werden, da jede gewöhnliche Differentialgleichung n-ter Ordnung in ein System von n Differentialgleichungen erster Ordnung überführt werde kann [Lun06]. Alternativ kann das Zustandsraummodell auch direkt aus den physikalischen Zu-

sammenhängen des Systems abgeleitet werden, um die Differentialgleichungen als Zwischenschritt zu umgehen. Ein Vorteil dieser Beschreibung ist unter anderem die übersichtliche Darstellung der Systemzustände, die gut interpretierbar sind. Außerdem ist diese Darstellung in Form von Matrizen und Vektoren für eine rechnergestützte Verarbeitung sehr gut geeignet. In Anhang A.4 ist die Ableitung eines linearen Zustandsraummodells aus einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung erläutert. Die Ableitungsvorschrift für ein lineares und nichtlineares Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung wird kurz aufgeführt. Bei mechanischen Systemen werden als Zustandsvektor $\mathbf{x}$ üblicherweise die Position q beziehungsweise die generalisierte Koordinate und deren zeitliche Ableitung die Geschwindigkeit $\dot{q}$ gewählt:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \tag{5.13}$$

Mit der Ableitungsvorschrift

$$\dot{\mathbf{x}}_{n-1} = \frac{\mathrm{d}^{n-1} q}{\mathrm{d}t^{n-1}} = x_n \tag{5.14}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_n = \frac{\mathrm{d}^{n} q}{\mathrm{d}t^{n}} \tag{5.15}$$

erhält man die zeitliche Ableitung des Zustandsvektors

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} \tag{5.16}$$

und folglich zwei Differentialgleichungen erster Ordnung. Treten mehr als eine Eingangs- und Ausgangsgröße auf, spricht man von einem MIMO-System (Multiple Input, Multiple Output). Die allgemeine lineare Form des Zustandsraummodells zur Beschreibung von Mehrgrößensystemen mit n_q Freiheitsgraden lautet:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{x}_0 \tag{5.17}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \tag{5.18}$$

Wobei $\mathbf{x}$ den Zustandsvektor der Dimension $\left(2n_q, 1\right)$, $\mathbf{u}$ den Eingangsvektor der Dimension $\left(n_a, 1\right)$ und $\mathbf{y}$ den Ausgangsvektor der Dimension $\left(n_s, 1\right)$, mit $n_a =$ Anzahl der Aktuatoren und $n_s =$ Anzahl der Systemausgänge, darstellt. Die Systemmatrix $\mathbf{A}$ der Dimension $\left(2n_q, 2n_q\right)$ enthält die Beschreibung der dynamischen Eigenschaften Masse, Steifigkeit und Dämpfung zugehörig zu den Zuständen. Über die Stellmatrix $\mathbf{B}$ der Dimension $\left(2n_q, n_a\right)$ werden die Eingänge u_i, $\left\{i = 1, 2, ..., n_a\right\}$ mit den Zuständen verknüpft. Mit der Beobachtungsmatrix $\mathbf{C}$ der Dimension $\left(2n_q, n_s\right)$ wird der Zusammenhang zwischen den Zuständen und den Ausgängen beschrieben. Die Durchgangsmatrix $\mathbf{D}$ der Dimension $\left(n_s, n_a\right)$ beschreibt die Durchgriffe und ist bei den hier betrachteten Systemen gleich Null.

Die allgemeine nichtlineare Form des Zustandsraummodells erhält man über die oben genannte Ableitungsvorschrift. Die nichtlinearen DGLs werden gegebenenfalls in den höchsten Ableitungen entkoppelt und nach diesen aufgelöst. Dabei stellt $\mathbf{f}$ eine Vektorfunktion dar:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{5.19}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{5.20}$$

Der Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} q_1 & \dot{q}_1 & \cdots & q_{n_q} & \dot{q}_{n_q} \end{pmatrix}^T$ enthält die generalisierten Koordinaten und deren zeitlichen Ableitungen. Ausgehend von der nichtlinearen DGL bestehen nun zwei Möglichkeiten, um zur linearen Zustandsraumdarstellung zu gelangen. Der erste Weg führt über die Linearisierung nach Abschnitt 5.2.4 zur linearen DGL, die anschließend in die Zustandsraumdarstellung überführt wird. Der zweite Weg umgeht die Linearisierung der DGL, indem aus der nichtlinearen DGL ein nichtlineares Zustandsraummodell abgeleitet wird. In Anlehnung an die Linearisierung der DGLs in Abschnitt 5.2.4, ist zuerst der Arbeitspunkt $\mathbf{x}_0$ für $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$ durch Lösen der folgenden Gleichung zu berechnen:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = \mathbf{0} \tag{5.21}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \tag{5.22}$$

Bewegt sich das Modell mit geringen Abweichungen um den Arbeitspunkt, dann kann die lineare Zustandsraumdarstellung mit Hilfe der Jacobi-Matrix, Gleichungen (5.23) bis (5.26) ermittelt werden. Die Differentialquotienten beschreiben Ableitungen eines Vektors nach einem Vektor und stellen demzufolge Matrizen dar.

$$\mathbf{A} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathrm{f}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathrm{f}_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{f}_1}{\partial x_{2n_q}} \\ \frac{\partial \mathrm{f}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathrm{f}_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{f}_2}{\partial x_{2n_q}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \mathrm{f}_{2n_q}}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathrm{f}_{2n_q}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{f}_{2n_q}}{\partial x_{2n_q}} \end{pmatrix}\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \tag{5.23}$$

$$\mathbf{B} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathrm{f}_1}{\partial u_1} & \frac{\partial \mathrm{f}_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{f}_1}{\partial u_{n_a}} \\ \frac{\partial \mathrm{f}_2}{\partial u_1} & \frac{\partial \mathrm{f}_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{f}_2}{\partial u_{n_a}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \mathrm{f}_{2n_q}}{\partial u_1} & \frac{\partial \mathrm{f}_{2n_q}}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{f}_{2n_q}}{\partial u_{n_a}} \end{pmatrix}\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \tag{5.24}$$

$$\mathbf{C} = \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right)\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \tag{5.25}$$

$$\mathbf{D} = \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right)\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \tag{5.26}$$

5.3 Modellentwicklung zur aktiven Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit mehreren Aktuatoren

In Kapitel 4 wurde das Konzept zur Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle erläutert. Es wurden zwei Konfigurationen (Setups) entwickelt: Setup A mit einem Aktuatoren-Paar in der Mitte der Brücke zur Kontrolle der symmetrischen Eigenschwingungen. Und Setup B mit einem Aktuatoren-Paar in der Mitte und jeweils einem Aktuatoren-Paar in den Viertelspunkten der Brücke zur Kontrolle der symmetrischen und antimetrischen Eigenschwingungen. Die Torsionsschwingungen werden nicht berücksichtigt. Folglich kann aus der räumlichen Tragstruktur ein ebenes Modell entwickelt werden.

Über mehrere Iterationsschritte, die in Abschnitt 5.3.1 kurz dargestellt sind, wurde ein 8-Platten-Modell mit sieben vertikalen Freiheitsgraden entwickelt. Das Modell beschreibt das dynamische Verhalten beider Setups sehr gut. Die differierende Anzahl an Aktuatoren je Setup erfordert eine individuelle Beschreibung der Eingangsgrößen. Des Weiteren differiert die Systembeschreibung je Setup, da die Strukturdämpfung aufgrund der strukturellen Unterschiede im Geländeraufbau unterschiedlich ist. Folglich lässt sich für jedes Setup ein eigenes Modell ($\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ Matrix) ableiten.

5.3.1 Modellvarianten

Die Tragstruktur der Spannbandbrücke ohne Geländer lässt sich als eine Kette aneinandergereihter starrer Körper, also diskret beschreiben. Es stellt sich die Frage, mit welcher Genauigkeit, also mit wie vielen Freiheitsgraden, die Brücke approximiert werden muss. Es ist zu entscheiden, ob jede einzelne Betonplatte als Starrkörper zu betrachten ist, oder ob mehrere Betonplatten zu einem Starrkörper zusammengefasst werden können. Zunächst wurde zur Beschreibung und Kontrolle der ersten vertikalen Eigenschwingung ein 2-Platten-Modell mit einem vertikalen Freiheitsgrad beziehungsweise einer generalisierten Koordinate entwickelt. Mindestens vier Platten sind notwendig, um die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen beschreiben und kontrollieren zu können (Bild 5.2).

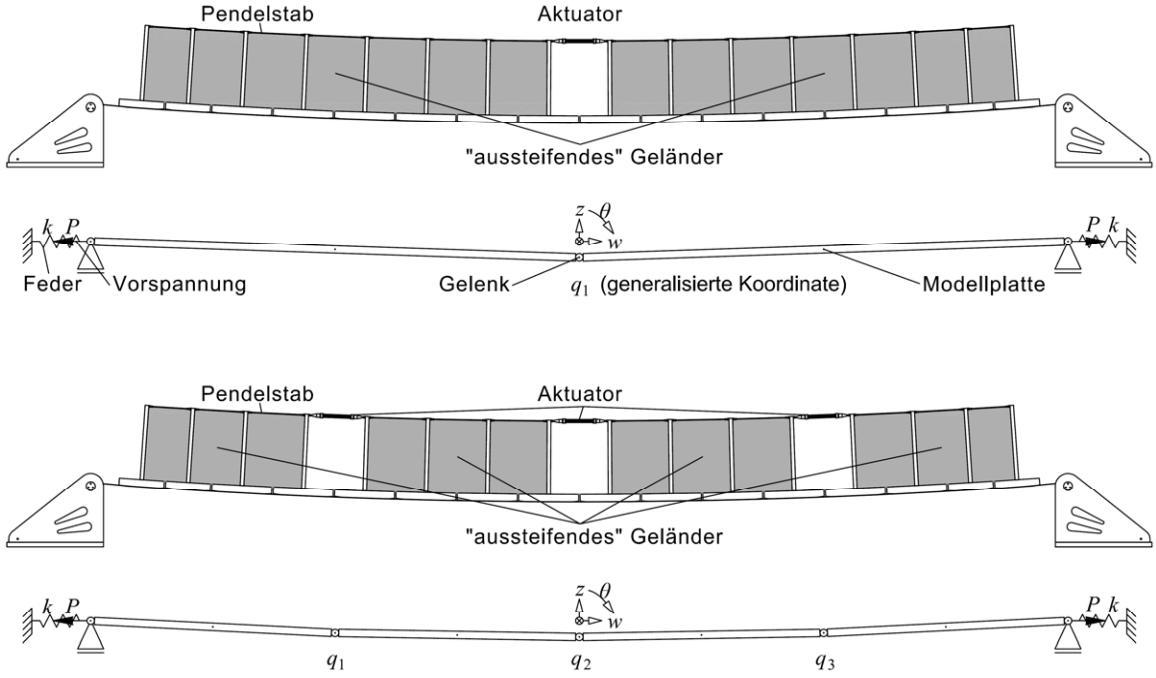


Bild 5.2: 2-Platten-Modell und 4-Platten-Modell

Die Diskretisierung wurde entsprechend der Platzierung der Aktuatoren im Geländer gewählt, die das Geländer in zwei beziehungsweise vier Segmente unterteilen. Die Biegesteifigkeit des Geländers fließt auf diese Weise in die Modellbildung mit ein, die steife Kopplung der Platten innerhalb der Segmente ist jedoch nicht gänzlich gerechtfertigt. Für das 2- und 4-Platten-Modell wurden die Bewegungsgleichungen analog zu Abschnitt 5.3.2 ermittelt und daraus die Eigenfrequenzen berechnet. In Tab. 5.1 sind die errechneten Eigenfrequenzen der beiden Modelle und die experimentell ermittelten Eigenfrequenzen der Spannbandbrücke ohne Geländer, von Setup A und von Setup B aufgeführt. Es ist festzustellen, dass die Abweichungen der Eigenfrequenzen mit zunehmendem Reduktionsgrad steigen. Wie aus dem 4-Platten-Modell ersichtlich, können die sinusförmigen Eigenformen, vor allem die ersten drei, nur ungenau abgebildet werden. Insofern ist eine feinere Diskretisierung erforderlich. Das entwickelte 8-Platten-Modell, das die wesentlichen Freiheitsgrade abbildet, wird im nächsten Abschnitt detailliert beschrieben.

Tab. 5.1: Experimentell (Exp.) ermittelte Eigenfrequenzen der Brücke ohne Geländer, von Setup A und B sowie berechnete Eigenfrequenzen des 2- und 4-Platten-Modells

Nr. Eigenform	Eigenfrequenzen [Hz]				
	Exp. o. Geländer	Exp. Setup A	2-Platten-Modell	Exp. Setup B	4-Platten-Modell
1. vertikal symmetrisch	1.34	1.35	1.42	1.32	1.35
2. vertikal antimetrisch	2.48	2.76	-	2.45	2.72
3. vertikal symmetrisch	3.75	4.08	-	3.76	4.33

5.3.2 8-Platten-Modell

Das nun folgende 8-Platten-Modell ist ein Kompromiss aus bestmöglichem Ergebnis und Aufwand. Aus den sechzehn Betonplatten - zwölf große Platten und vier kleine Platten - wird ein Starrkörper-Modell, bestehend aus acht gleichgroßen Betonplatten mit einer Länge von $L = 1.631\,\mathrm{m}$ abgeleitet. Die freie CFK-Bandlänge zwischen der letzten Platte und dem Auflager wird vernachlässigt. Im Modell sind die einzelnen Platten untereinander durch Gelenke verbunden und bilden somit eine Gelenkkette. Die Lagerung an den beiden Enden der Gelenkkette wird vertikal fest und horizontal nachgiebig ausgelegt. Die Nachgiebigkeit in Form einer horizontalen Feder je Auflagerseite repräsentiert die Dehnsteifigkeit der CFK-Lamellen. Die elastischen Dehnungen der CFK-Lamellen erfolgen damit konzentriert an den Lagern, so dass die CFK-Lamellen selbst nicht modelliert werden. Diese vereinfachte Abbildung der elastischen Steifigkeit hat einen Grund. Unter der Annahme einer starren Klemmung zwischen den Lamellen und der Betonplatte treten elastische Dehnungen nur zwischen den Platten auf. Die Anordnung von Federn zwischen jeder Modellplatte bilden die elastischen Dehnungen der CFK-Lamellen zwar realistischer ab, ein entsprechendes Modell hat jedoch deutlich mehr Freiheitsgrade ohne wirklich bessere Ergebnisse zu liefern (Tab. 5.4). Die Ausblendung unwesentlicher Parameter trägt insofern zur Fokusierung auf wesentliche Ergebnisse bei, erhöht die Übersichtlichkeit und reduziert den Rechenaufwand zur Herleitung des analytischen Modells erheblich. Die horizontale Nachgiebigkeit der Auflager im Modell führt zu einer veränderlichen Spannweite, deren Einfluss auf die dynamischen Eigenschaften beziehungsweise für die Berechnung der Eigenfrequenzen jedoch vernachlässigbar gering ist (Tab. 5.4).

Die Aktuatorenkräfte AC_i werden auf Höhe des Geländerholms ausgehend von der Muskelkraft u eingetragen. Bei gleicher Biegesteifigkeit der Geländerpfosten kann davon ausgegangen werden, dass die Muskelkraft gleichmäßig in die einzelnen Geländerpfosten eingeleitet wird und an der Pfosteneinspannung als Querkraft und Moment wirkt. Der Normalkraftanteil wird aufgrund der geringen horizontalen Neigung vernachlässigt. Unter Setup A erzeugt nur ein Muskel in Brückenmitte Aktuatorenkräfte. Die auf die Geländerpfosten wirkenden Aktuatorenkräfte ergeben sich bei Setup A zu $AC_1 = u/4$ (Bild 5.3). Unter Setup B erzeugen drei Muskeln Aktuatorenkräfte (Bild 5.4). Die Kraftverteilung bei Setup B erfolgt im Modell nur bis zum jeweils nächsten Muskel mit $AC_1 = u_1/2$, $AC_2 = u_2/2$ und $AC_3 = u_3/2$. Eine mögliche Kraftübertragung über die Aktuatoren ist nicht zu berücksichtigen, da die Kraftregelung dafür sorgt, dass die geforderte Kraft am Aktuator eingetragen wird (Abschnitt 6.4.1).

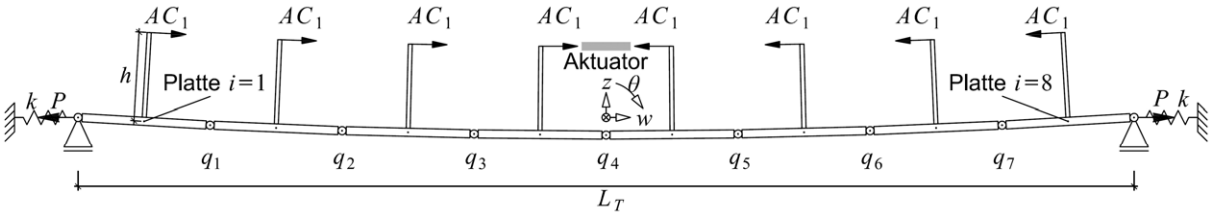


Bild 5.3: Modell Setup A

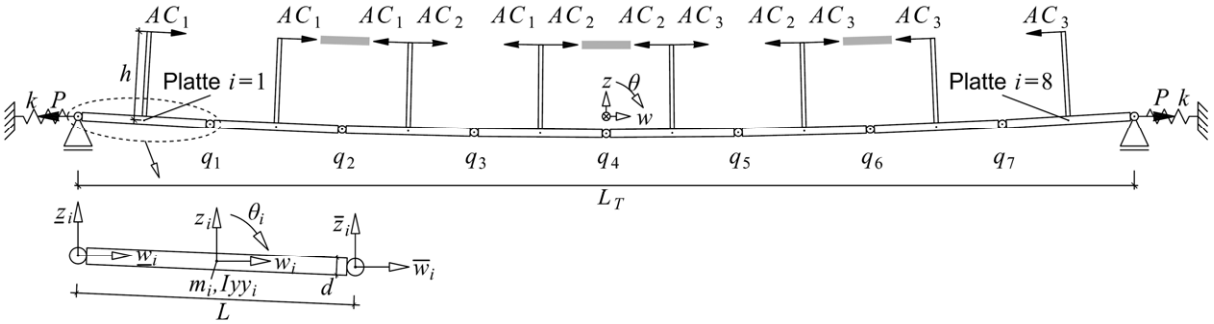


Bild 5.4: Modell Setup B, ferner werden die Koordinaten bzgl. einer Betonplatte i definiert

Modellparameter

Im Folgenden werden aus den dynamischen Eigenschaften der Brücke die Modell-Parameter abgeleitet. Die Parameter der Brücke und die Parameter des 8-Platten-Modells sind in Tab. 5.2 zusammengestellt. Das Gesamtgewicht der Brücke einschließlich Geländer beträgt $M_T = 4336\,\mathrm{kg}$. Das Gewicht jeder Modellplatte beträgt bei gleichmäßiger Verteilung auf acht Platten

$$m_i = M_T/8 = 542\,\mathrm{kg} \qquad \{i = 1 \ldots 8\} \qquad (5.27)$$

Das Massenträgheitsmoment jeder Modellplatte errechnet sich aus:

$$Iyy_i = 1/12 \cdot m_i \cdot \left(L^2 + d^2\right) = 120\,\mathrm{kgm}^2 \qquad \{i = 1 \ldots 8\} \qquad (5.28)$$

Die Steifigkeit der Brücke wird durch drei Komponenten beeinflusst: Biegesteifigkeit, elastische Steifigkeit und geometrische Steifigkeit. Die aus dem Geländer resultierende geringe Biegesteifigkeit wird vernachlässigt. Die elastische Steifigkeit errechnet sich aus der

Dehnsteifigkeit der sechs CFK-Lamellen und beträgt $EA = 48\ \mathrm{MN}$. Im Modell wird die elastische Steifigkeit über eine horizontal angeordnete Feder an jedem Auflager berücksichtigt. Die Federsteifigkeit errechnet sich aus der Dehnsteifigkeit zu:

$$k = EA/\left(L_T/2\right) = 7\,356\,000\ \mathrm{N/m} \tag{5.29}$$

Die geometrische Steifigkeit resultiert aus der Zugkraft in den CFK-Lamellen im verformten Zustand. Wie in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, werden die CFK-Lamellen vorgedehnt, um unter Eigengewicht den gewünschten Stich $f_B = 0.217\ \mathrm{m}$ zu erhalten. Die zur Vordehnung äquivalente Vorspannung wird im Modell in Form einer horizontalen Kraft $P = 300\,000\ \mathrm{N}$ an jeder Auflagerseite berücksichtigt.

Tab. 5.2: Modell-Parameter des 8-Platten-Modells

Parameter		Brücke	8-Platten-Modell
Spannweite [m]	L_T	13.05	13.05
Plattenlänge [m]	L	4 x 0.60 / 12 x 0.80	8 x 1.63
Plattenhöhe [m]	d	0.10	0.10
Gesamtgewicht inkl. Geländer [kg]	M_T	4336	4336
Plattengewicht inkl. Geländer [kg]	m_i	4 x 220 / 12 x 288	8 x 542
Massenträgheitsmoment der Platte [kgm^2]	Iyy_i	4 x 6.8 / 12 x 15.7	8 x 120
Dehnsteifigkeit CFK-Lamellen [MN]	EA	48	
Federsteifigkeit [N/m]	k		7 356 000
Vorspannung [N]	P	300 000	300 000
Höhe Geländerpfosten [m]	h	1.09	1.09

Die Strukturdämpfung der Brücke wurde in Abschnitt 2.4.5 behandelt. Wie dort diskutiert, ist die detaillierte Identifikation und mathematische Beschreibung der verschiedenen Dämpfungsmechanismen äußerst komplex. Daher wird die Strukturdämpfung in Form von modaler Dämpfung berücksichtigt. Für Setup A und Setup B werden jeweils die logarithmischen Dekremente Λ_j und daraus die Lehrsche Dämpfung $\zeta_j = \Lambda_j/2\pi$ der j-ten Eigenschwingung bestimmt. Die Lehrsche Dämpfung ist auch über den Dämpfungsquotient definiert:

$$\zeta_j = \frac{D_{m_j}}{D_{kr}} \qquad \{j = 1 \ldots 7\} \tag{5.30}$$

Wobei $D_{kr} = 2 \cdot M_{m_j} \cdot \omega_j$ die kritische Dämpfung darstellt, die die Schwingung in der kürzest möglichen Zeit bis zur Ruhe dämpft. Der Dämpfungskoeffizient D_{m_j} berechnet sich wie folgt:

$$D_{m_j} = 2 \cdot \zeta_j \cdot M_{m_j} \cdot \omega_j \qquad \{j = 1 \ldots 7\} \tag{5.31}$$

M_{m_j} ist die modale Masse und ω_j die Eigenkreisfrequenz der j-ten Eigenschwingung. Die modale Masse lässt sich aus Gleichung (5.56) bestimmen. In Tab. 5.3 sind die logarithmischen Dekremente und die Lehrsche Dämpfung zusammengestellt.

Tab. 5.3: Experimentell ermittelte logarithmische Dekremente Λ_j und Lehrsche Dämpfungen ζ_j von Setup A und Setup B

Nr.	Eigenform	Setup A		Setup B	
		Λ_j [-]	ζ_j [%]	Λ_j [-]	ζ_j [%]
1.	vertikal symmetrisch	0.0136	0.22	0.0047	0.07
2.	vertikal antimetrisch	0.0253	0.40	0.0084	0.13
3.	vertikal symmetrisch	0.0414	0.66	0.0138	0.22
4.	vertikal antimetrisch	0.0166	0.26	0.0055	0.09
5.	vertikal symmetrisch	0.0428	0.68	0.0190	0.30
6.	vertikal antimetrisch	0.0506	0.81	0.0064	0.10
7.	vertikal symmetrisch	0.0026	0.04	0.0041	0.07

Herleitung der Bewegungsdifferentialgleichung für das 8-Platten-Modell

Zwangsbedingungen / Generalisierte Koordinaten

Das beschriebene ebene Brückenmodell besteht aus $N = 8$ diskreten Massen, die mit $n_c = 16$ geometrischen Zwangsbedingungen untereinander verknüpft sind. Mittels Gleichung (5.6) lassen sich $n_q = 8$ Freiheitsgrade beziehungsweise generalisierte Koordinaten ermitteln. Als generalisierte Koordinaten q_j werden die sieben vertikalen Positionen an den Gelenken gewählt. Der horizontale Freiheitsgrad, der eine Verschiebung des gesamten 8-Platten-Modells in horizontaler Richtung zulässt wird vernachlässigt, weil der Einfluss horizontal schwingender Massen auf das vertikale Schwingungsverhalten vernachlässigt werden kann. Auch für die aktive Schwingungskontrolle der vertikalen Schwingungen spielt er keine Rolle, da er durch die gewählte Aktuatorenanordnung nicht kontrolliert werden kann. Alternativ zu den vertikalen Positionen könnten auch Drehwinkel in den jeweiligen Massenschwerpunkten der Platten gewählt werden. Die sieben generalisierten Koordinaten sind den lokalen Platten-Koordinaten wie folgt zugeordnet (Bild 5.3 und Bild 5.4):

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 & q_6 & q_7 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \overline{z}_1 & \overline{z}_2 & \overline{z}_3 & \overline{z}_4 & \overline{z}_5 & \overline{z}_6 & \overline{z}_7 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \underline{z}_2 & \underline{z}_3 & \underline{z}_4 & \underline{z}_5 & \underline{z}_6 & \underline{z}_7 & \underline{z}_8 \end{pmatrix}^T \tag{5.32}$$

Der geometrische Zusammenhang zwischen elastischer und geometrischer Steifigkeit und den generalisierten Koordinaten erfordert eine nichtlineare Beschreibung, die wiederum das nichtlineare Verhalten der Spannbandbrücke widerspiegelt. Für kleine Drehwinkel θ_i kann eine Approximation der Cosinusfunktion verwendet werden. Diese erfolgt über eine Taylorreihenentwicklung mit Abbruch der Reihe nach dem zweiten Glied. Der für kleine Winkel gängige Abbruch der Taylorreihe nach dem ersten Glied wird nicht verwendet, da die Steifigkeitsterme in den Ableitungen der Lagrange Gleichungen verschwänden.

$$\cos(\theta_i) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\theta_i^{2n}}{(2n)!} = \frac{\theta_i^0}{0!} - \frac{\theta_i^2}{2!} + \ldots \approx 1 - \frac{1}{2}\theta_i^2 \qquad \{i = 1 \ldots 8\} \tag{5.33}$$

$$\sin(\theta_i) \approx \theta_i \qquad \{i = 1 \ldots 8\} \tag{5.34}$$

Die übrigen Koordinaten hängen unter Beachtung der Zwangsbedingungen wie folgt zusammen:

$$z_i = \frac{1}{2}\left(\underline{z}_i + \overline{z}_i\right) \qquad \{i = 1 \ldots 8\} \tag{5.35}$$

$$\theta_i = \frac{1}{L}\left(\underline{z}_i + \overline{z}_i\right) \qquad \{i = 1 \ldots 8\} \tag{5.36}$$

Wobei $\underline{z}_1 = \overline{z}_8 = 0$ ist. Die horizontalen Koordinaten der Federn an den Widerlagern bestimmen sich aus:

$$\underline{w}_1 = \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{1}{2}\theta_i^2 L\right) \tag{5.37}$$

$$\overline{w}_8 = -\sum_{i=5}^{8}\left(\frac{1}{2}\theta_i^2 L\right) \tag{5.38}$$

Lagrange Funktion

Zur Aufstellung der Lagrange Funktion nach Gleichung (5.4) wird die kinetische Energie T und die potentielle Energie V des 8-Platten-Modells gemäß Gleichung (5.39) und (5.40) berechnet, wobei g die Erdbeschleunigung ist. Wie eingangs erwähnt wird der Einfluss horizontal schwingender Massen vernachlässigt.

$$T = \sum_{i=1}^{8} 1/2\, m_i\, \dot{z}_i^{\,2} + \underbrace{\sum_{i=1}^{8} 1/2\, m_i\, \dot{w}_i^{\,2}}_{\approx 0} + \sum_{i=1}^{8} Iyy_i\, \dot{\theta}_i^2 \tag{5.39}$$

$$V = \sum_{i=1}^{8}\left(m_i\, g\, z_i\right) + 1/2\, k\left(\underline{w}_1\right)^2 + 1/2\, k\left(\overline{w}_8\right)^2 \tag{5.40}$$

Generalisierte Kräfte

Bei den hier zu berücksichtigenden generalisierten Kräften unterscheidet man zwischen den Potentialkräften und den nicht-konservativen beziehungsweise dissipativen Kräften. Zu den Potentialkräften zählen die Kräfte aus der Vorspannung P der CFK-Lamellen:

$$Q_j^{(P)} = F_{\underline{w}_1} \cdot \frac{\partial \underline{w}_1\left(q_j\right)}{\partial q_j} + F_{\overline{w}_8} \cdot \frac{\partial \overline{w}_8\left(q_j\right)}{\partial q_j} \qquad \{j = 1 \ldots 7\} \tag{5.41}$$

$$F_{\underline{w}_1} = -P \tag{5.42}$$

$$F_{\overline{w}_8} = P \tag{5.43}$$

Die nicht-konservativen Kräfte aus der Strukturdämpfung werden hier nicht in Form generalisierter Kräfte berücksichtigt, sondern am Ende dieses Abschnitts in Form modaler Dämpfung. Ein phänomenologischer Ansatz zur Berücksichtigung von Reibungskräften in den Lagrange Gleichungen in Form generalisierter Kräfte ist in der Literatur [Nol06b] aufgeführt. Generalisierte Kräfte nicht-konservativer Natur werden je nach Setup über n_a Aktuatoren eingetragen.

$$Q_j^{(AC)} = \sum_{i=1}^{8} \left(F_{w_i} \cdot \frac{\partial w_i(q_j)}{\partial q_j} + F_{\theta_i} \cdot \frac{\partial \theta_i(q_j)}{\partial q_j} \right) \qquad \{j = 1 \dots 7\} \tag{5.44}$$

$$F_{w_i} = F_{w_i}\left(AC_{n_a}, \theta_i\right) \tag{5.45}$$

$$F_{\theta_i} = F_{\theta_i}\left(AC_{n_a}, \theta_i, h\right) \tag{5.46}$$

Für Setup A gilt $\{n_a = 1, i = 1 \dots 8\}$ und für Setup B $\{n_a = 1 \dots 3, i = 1 \dots 8\}$.

Mit den Lagrange Gleichungen zweiter Art (5.3) wurden $n_q = 7$ nichtlineare gekoppelte Differentialgleichungen zweiter Ordnung hergeleitet. Eine Entkopplung der Gleichungen erfolgte in der höchsten Ableitung. Auf eine Darstellung der entkoppelten Gleichungen wird aufgrund der komplexen Form verzichtet.

$$\mathrm{f}_j\left(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}\right) = 0 \qquad \{j = 1 \dots 7\} \tag{5.47}$$

Für Setup A gilt $\mathbf{u} = u_1 = 4 \cdot AC_1$ und für Setup B $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 \cdot AC_1 & 2 \cdot AC_2 & 2 \cdot AC_3 \end{pmatrix}^T$, wobei u die vom pneumatischen Muskel erzeugte Kraft ist (Bild 5.3 und Bild 5.4).

Zustandsraumdarstellung

Bei der ungedämpften Brücke treten in Feldmitte vertikale Schwingungsamplituden von $\approx \pm 0.06\,\mathrm{m}$ auf. Für die auflagernahe Platte lässt sich daraus eine Drehwinkeländerung von $\approx \pm 1.1°$ errechnen. Infolge der aktiven Schwingungskontrolle wird diese Winkeländerung noch kleiner ausfallen, so dass derartige Abweichungen beziehungsweise Störungen der Regelgrößen vom Arbeitspunkt vernachlässigt werden können. Deutlich größer sind jedoch die vertikalen Verformungen infolge der elastischen Dehnung der CFK-Lamellen durch eine statische Verkehrsbelastung. Bei einer Verkehrsbelastung von $3.5\,\mathrm{kN/m^2}$ tritt eine statische vertikale Verformung von $\approx 0.16\,\mathrm{m}$ auf. Das entspricht einer Drehwinkeländerung von $\approx 2.8°$. Diese möglichen Abweichungen haben einen Einfluss auf die Schätzung der Zustände und die Regelung (Kapitel 8). Für die Schätzung der Zustände ist der Gültigkeitsbereich des Modells zu klären, der hier heuristisch bestimmt wurde. Für die Regelung ist gegebenenfalls eine Korrektur der Stellgrößen erforderlich, um den Einfluss der Störgrößenänderungen zu kompensieren.

Der Zustandsvektor zur Ableitung des nichtlinearen Zustandsraummodells enthält die sieben generalisierten Koordinaten des 8-Platten-Modells und ihre jeweilige erste zeitliche Ableitung.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{13} & x_{14} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} q_1 & \dot{q}_1 & \cdots & q_7 & \dot{q}_7 \end{pmatrix}^T \tag{5.48}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{13} \\ \dot{x}_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \mathrm{f}_2\left(x_1, \cdots, x_{14}, \mathbf{u}\right) \\ \vdots \\ x_{14} \\ \mathrm{f}_{14}\left(x_1, \cdots, x_{14}, \mathbf{u}\right) \end{pmatrix} \tag{5.49}$$

Arbeitspunkt

Der Arbeitspunkt lässt sich durch Gleichung (5.21) berechnen, in der alle zeitlichen Ableitungen und die Eingangsgrößen zu Null gesetzt werden. Als Ergebnis erhält man den Zustandsvektor $\mathbf{x}_0$ am Arbeitspunkt. Der Wert im Zustandsvektor $x_{7,0} = -0.209\,\mathrm{m}$ stimmt mit dem Stich unter Eigengewicht $f_B = -0.21\,\mathrm{m}$ sehr gut überein.

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} -0.091 & 0 & -0.157 & 0 & -0.196 & 0 & -0.209 & 0 & -0.196 & 0 & -0.157 & 0 & -0.091 & 0 \end{pmatrix}^T \quad (5.50)$$

Bestimmung der linearisierten Zustandsraumdarstellung

Mit den Jacobi Matrizen, Gleichung (5.23) und (5.24) lassen sich nun theoretisch die $\mathbf{A}$-Matrix und $\mathbf{B}$-Matrix der linearen Zustandsraumdarstellung berechnen. Die so ermittelte $\mathbf{A}$-Matrix beinhaltet jedoch noch keine Strukturdämpfung. Diese wird im späteren Verlauf über die modale Dämpfung berücksichtigt. Die $\mathbf{B}$-Matrix ist unabhängig von der Strukturdämpfung und wird deshalb mit Gleichung (5.24) ermittelt. Für Setup A und Setup B hat sie die folgende Form, wobei $\times$ die Einträge der Matrix sind:

$$\mathbf{B}_A = \begin{bmatrix} 0 \\ \times \\ 0 \\ \times \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \times \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \times & \times & \times \\ 0 & 0 & 0 \\ \times & \times & \times \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ \times & \times & \times \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B}_A \in \mathbb{R}^{14\times 1}, \quad \mathbf{B}_B \in \mathbb{R}^{14\times 3} \quad (5.51)$$

Zur Berücksichtigung der Strukturdämpfung in der $\mathbf{A}$-Matrix wird hier der Weg über die linearisierten Differentialgleichungen genommen. Zunächst wird aus den linearisierten Differentialgleichungen die Massenmatrix $\mathbf{M}$ und die Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ extrahiert. Durch Berechnen der Determinante nach Gleichung (5.52) und Lösen der charakteristischen Gleichung, werden die Eigenkreisfrequenzen ω_j und daraus die Eigenfrequenzen f_j ermittelt [Pet00]. Die Berechnung wird mit Hilfe der Software Mathematica [Mat5.1] durchgeführt.

$$\det\left(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\right) = 0 \quad (5.52)$$

$$f_j = \omega_j / 2\pi \qquad \{j = 1 \ldots 7\} \quad (5.53)$$

Die nichttriviale Lösung von Gleichung (5.54) liefert die Eigenvektoren $\boldsymbol{\phi}_j$ und die Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi}$.

$$\left(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\right)\boldsymbol{\Phi} = 0 \quad (5.54)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_7 & \cdots & \boldsymbol{\phi}_2 & \boldsymbol{\phi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{71} & \cdots & \phi_{21} & \phi_{11} \\ \phi_{72} & \cdots & \phi_{22} & \phi_{12} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \phi_{77} & \cdots & \phi_{27} & \phi_{17} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

Damit lässt sich die modale Massenmatrix $\mathbf{M}_m$ und die modale Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_m$ berechnen:

$$\mathbf{M}_m = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{M}\, \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} M_{m_7} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & M_{m_2} & & \\ & & & M_{m_1} & \end{bmatrix} \tag{5.56}$$

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K}\, \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} K_{m_7} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & K_{m_2} & & \\ & & & K_{m_1} & \end{bmatrix} \tag{5.57}$$

Die modale Dämpfungsmatrix $\mathbf{D}_m$ mit den Werten aus Tab. 5.3 und Gleichung (5.31) ist wie folgt gegeben:

$$\mathbf{D}_m = \begin{bmatrix} D_{m_7} & & & \\ & \ddots & & \\ & & D_{m_2} & \\ & & & D_{m_1} \end{bmatrix} \tag{5.58}$$

Das lineare Gleichungssystem zur Beschreibung der Bewegungsdifferentialgleichungen unter Berücksichtigung der Strukturdämpfung, Gleichung (5.59), setzt sich aus der Massenmatrix $\mathbf{M}$, der Dämpfungsmatrix $\mathbf{D} = \left(\mathbf{\Phi}^{-1}\right)^T \mathbf{D}_m\, \mathbf{\Phi}^{-1}$ und der Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ zusammen.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{0} \tag{5.59}$$

Um aus dieser Beschreibung die Zustandsraumdarstellung abzuleiten wird das Gleichungssystem nach den einzelnen generalisierten Koordinaten $\ddot{q}_j$ aufgelöst. Mit der Ableitungsvorschrift aus Gleichung (5.14) und (5.15) erhält man die $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{14\times 14}$-Matrix unter Berücksichtigung der Strukturdämpfung, wobei $\times$ die Einträge der Matrix sind.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \ddot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_7 \\ \ddot{q}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \times & \times & \times & \times & \cdots & \cdots & \times & \times \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \times & \times & \times & \times & \cdots & \cdots & \times & \times \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ \times & \times & \times & \times & \cdots & \cdots & \times & \times \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ \dot{q}_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ q_7 \\ \dot{q}_7 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \tag{5.60}$$

5.4 Modellanalyse und Modellvalidierung

Im folgenden Abschnitt wird durch die Modellvalidierung der Nachweis erbracht, dass das entwickelte analytische 8-Platten-Modell geeignet ist, das dynamische Verhalten der Spannbandbrücke ohne aktive Schwingungskontrolle zu beschreiben. Dafür werden zunächst die Eigenfrequenzen des 8-Platten-Modells mit den experimentell ermittelten Eigenfrequenzen der Brücke ohne Geländer verglichen (Tab. 5.4). Der Fokus ist auf die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen gerichtet, da diese kontrolliert werden. Mit einer maximalen Abweichung von $2.6\,\%$ approximiert das 8-Platten-Modell das Eigenschwingungsverhalten der Brücke ohne Geländer sehr gut. Ebenso wird gezeigt, dass das 8-Platten-Modell das Schwingungsverhalten der Brücke mit Geländer unter Setup A und Setup B sehr gut beschreibt. Mit Ausnahme der zweiten und dritten Eigenfrequenz der Brücke unter Setup A, sind die Abweichungen zwischen den gemessenen Werten und den auf Basis des 8-Platten-Modells ermittelten Werten kleiner als $3.5\,\%$. Der Einfluss der Geländersteifigkeit bei Setup A auf die zweite und dritte Eigenfrequenz ist zu erkennen, allerdings werden die zugehörigen Eigenschwingungen unter diesem Setup nicht kontrolliert. Daher sind die Abweichungen nicht weiter relevant. Die Eigenkreisfrequenzen ω_j und die Eigenfrequenzen f_j des Modells wurden mit Gleichung (5.61) berechnet, wobei $\mathbf{E}$ die Einheitsmatrix und $\mathbf{A}$ die Systemmatrix aus Gleichung (5.60) ist. Diese sind nahezu identisch mit den Eigenkreisfrequenzen des Modells ohne Strukturdämpfung nach Gleichung (5.54), weswegen keine neue Variable eingeführt wird.

$$\det\left(\mathbf{A}-\omega^2\mathbf{E}\right)=0 \tag{5.61}$$

Tab. 5.4: Berechnete Eigenfrequenzen des 8-Platten-Modells sowie experimentell (Exp.) ermittelte Eigenfrequenzen der Brücke ohne Geländer, der Brücke unter Setup A, der Brücke unter Setup B sowie deren prozentualen Abweichungen zum 8-Platten-Modell

Nr.	Eigenform	Eigenfrequenz f_j [Hz]						
		8-Platten-Modell	Exp. Brücke ohne Geländer		Exp. Brücke Setup A		Exp. Brücke Setup B	
1.	vertikal symmetrisch	1.33	1.34	+0.8 %	1.35	+1.5 %	1.32	- 0.8 %
2.	vertikal antimetrisch	2.54	2.48	- 2.4 %	2.76	+8.7 %	2.45	- 3.5 %
3.	vertikal symmetrisch	3.85	3.75	- 2.6 %	4.08	+6.0 %	3.76	- 2.3 %
4.	vertikal antimetrisch	5.34	4.98		5.53		4.89	
5.	vertikal symmetrisch	6.98	6.32		7.08		6.64	
6.	vertikal antimetrisch	8.67	7.53		8.60		8.65	
7.	vertikal symmetrisch	10.09	8.74		9.43		9.78	

Um den Nachweis zu erbringen, dass die Strukturdämpfung der Brücke im Modell richtig abgebildet wurde, wird das Ausschwingverhalten der ersten drei Eigenschwingungen zwischen Modell und Brücke verglichen. Hierzu wird das Schwingungsverhalten des Modells nach einer Auslenkung durch Anfangsbedingungen simuliert. Die Auslenkung erfolgt in der jeweiligen Eigenform, so dass das Modell eine maximale Anfangsbeschleunigung von $3\,\mathrm{m/s^2}$ aufweist. Die Brücke wurde in der jeweiligen Eigenform ebenso auf $3\,\mathrm{m/s^2}$ angeregt. Die gemessenen Beschleunigungssignale wurden zusätzlich mit einem Bandpass gefiltert, um sicherzustellen, dass nur die jeweils angeregte Eigenschwingung im Signal enthalten ist.

Die experimentellen Ergebnisse unter Setup A und die Ergebnisse der simulierten Ausschwingversuche (freie Schwingung) sind in Bild 5.5 dargestellt. Das Ausschwingverhalten zwischen Modell und Brücke ist nahezu identisch.

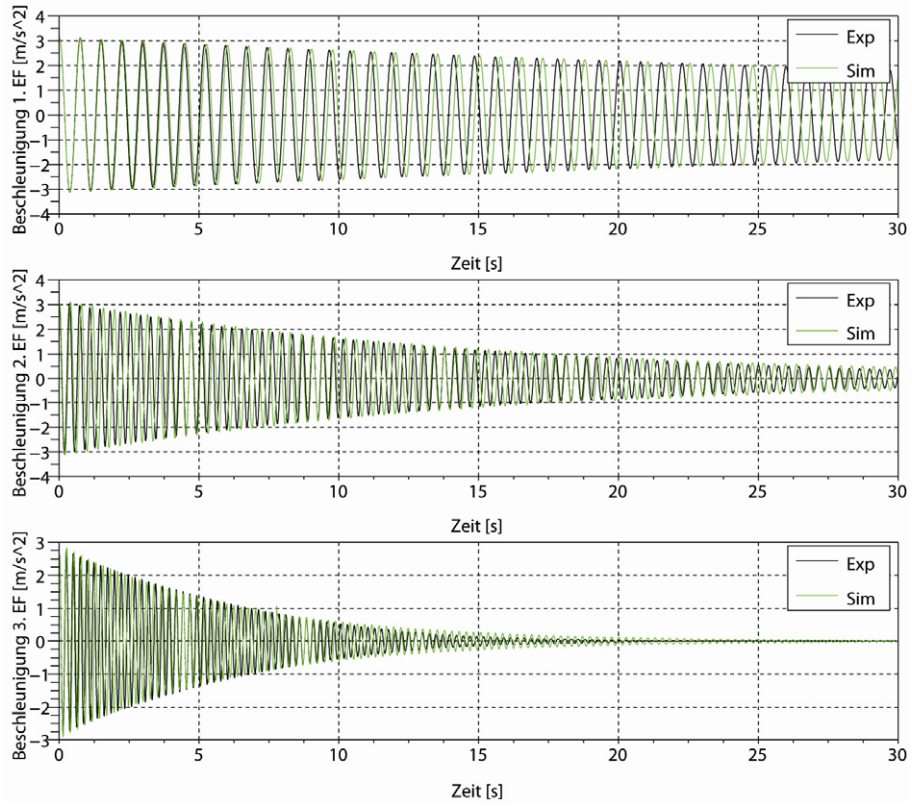


Bild 5.5: Vergleich des Ausschwingverhaltens zwischen Experiment (Exp) und Simulation (Sim) der ersten drei Eigenschwingungen

6 Modellbildung des Aktuator-Systems

6.1 Einleitung

Das Aktuator-System, bestehend aus Ventil, pneumatischem Muskel und dem Betriebsmedium Druckluft, bildet ein dynamisches System, das durch starke Nichtlinearitäten geprägt ist. Um die Kraft des Aktuators unter Beachtung dieser Nichtlinearität regeln zu können, werden im Rahmen der Arbeit zwei modellbasierte Kraftregelungen entworfen:

Die erste Kraftregelung, im Folgenden als „vereinfachte Kraftregelung“ bezeichnet, wird mit einem Proportional-Druckregelventil umgesetzt (Kapitel 7). Der integrierte Druckregler im Ventil regelt den Druck proportional zur Regelgröße, so dass eine detaillierte analytische Beschreibung des Massenflusses und der Druckaufbaudynamik entfallen kann. Um die Kraft des Aktuators als Funktion der Kontraktion und des Drucks regeln zu können, ist lediglich ein Modell zur Beschreibung des Kraftaufbaus erforderlich.

Für die zweite „exakte Kraftregelung“ wird ein Proportional-Wegeventil verwendet. Dieses Ventil steuert durch Vorgabe der Steuerschieberposition die Ventilöffnung und damit den Massenfluss durch das Ventil. Um eine modellbasierte Kraftregelung entwerfen zu können, ist eine analytische Beschreibung der Einzelkomponenten, bestehend aus Massenfluss-, Druckaufbau- und Kraftaufbaudynamik, erforderlich. Wie bei der Modellbildung der Brücke in Kapitel 5 wird auch hier aus den physikalischen Grundgesetzen ein analytisches Modell entwickelt. Im Gegensatz zum Brückenmodell wird das Aktuatormodell nicht über den Lagrange Formalismus hergeleitet, sondern durch Zusammenfügen der einzelnen Komponenten, weil es separat beschreibbare Vorgänge sind. Das Ergebnis dieser Modellbildung ist eine nichtlineare Systembeschreibung mit linearem Stellgrößeneingang in Form eines SISO Systems (Single Input Single Output).

Zunächst wird in Abschnitt 6.2 das approximierte Kraft-, Volumen- und Reibungsverhalten des pneumatischen Muskels beschrieben. Der Aufbau und die Funktionsweise der beiden verwendeten Ventile wird in Abschnitt 6.3 vorgestellt. Für die exakte Kraftregelung wird das Gesamtmodell des Aktuator-Systems unter Verwendung des Proportional-Wegeventils in Abschnitt 6.4 hergeleitet. Der Reglerentwurf für beide Kraftregelungen erfolgt im Kapitel 7.

6.2 Kraft-, Volumen- und Reibungsverhalten des pneumatischen Muskels

6.2.1 Kraftkennfeld

Mit der Modellbildung pneumatischer Muskeln befassen sich die Autoren [CH96], [TL00], [DL00] und [NBV04]. Neumann [NBV04] beschreibt die Funktionsweise des pneumatischen Muskels näherungsweise mit einem pneumatischen Zylinder mit Federrückstellung. Der Kraftaufbau ist jedoch im Vergleich zum pneumatischen Zylinder stark nichtlinear von der Kontraktion und dem Muskelinnendruck abhängig. Das Kraftkennfeld kann in zwei Bereiche unterteilt werden, dem Hauptanwendungsbereich, in dem der Muskel durch zunehmenden Innendruck kontrahiert, und den Bereich der negativen Kontraktion, in dem der Muskel durch eine äußere Kraft ohne Innendruck gedehnt wird. Die beiden Bereiche lassen sich durch zwei verschiedene Funktionen beschreiben. Nach Angaben des Herstellers kann das

gesamte Kraftkennfeld alternativ auch durch die Funktion F_M des Hauptanwendungsbereichs approximiert werden:

$$F_M\left(p_M, s_M\right) = \left(p_M - p_0\right) \cdot A_v - \left(c_1 + c_{1p} \cdot p_M\right) \cdot s_M - c_2 \cdot s_M^2 - c_3 \cdot s_M^3 \tag{6.1}$$

In Gleichung (6.1) ist p_M der Muskelinnendruck (Absolutdruck), s_M die Muskelkontraktion (absolute Längenänderung), p_0 der Atmosphärendruck, A_v die virtuelle Zylinderfläche und c_{1p} sowie c_i sind Kontraktionskonstanten. Das Kraftkennfeld für den pneumatischen Muskel DMSP-40-356N [FES10] nach Gleichung (6.1) wurde bereits in Bild 4.8 abgebildet. Die zugehörigen Parameter wurden vom Hersteller zur Verfügung gestellt und sind im Anhang A.4, Tab. A.2 aufgeführt [Neu10].

6.2.2 Volumenkennfeld

Die Kontraktion des Muskels ist mit einer Volumenvergrößerung verbunden. Das Volumen kann durch ein Polynom dritter Ordnung beschrieben werden und wird vom Muskelinnendruck vernachlässigbar beeinflusst [Hil09], [HSN+02]. Vereinfachend kann das Volumen V_M auch durch ein Polynom zweiter Ordnung nach Gleichung (6.2) beschrieben werden [Neu10].

$$V_M\left(s_M\right) = v_0 + v_1 \cdot s_M + v_2 \cdot s_M^2 \tag{6.2}$$

Die Volumenkonstanten v_i für den pneumatischen Muskel DMSP-40-356N sind im Anhang A.4, Tab. A.2 aufgeführt. Das Volumenkennfeld ist in Bild 6.1 dargestellt. Bei maximaler Kontraktion steigt das Volumen auf über $200\,\%$ des Ausgangsvolumens an.

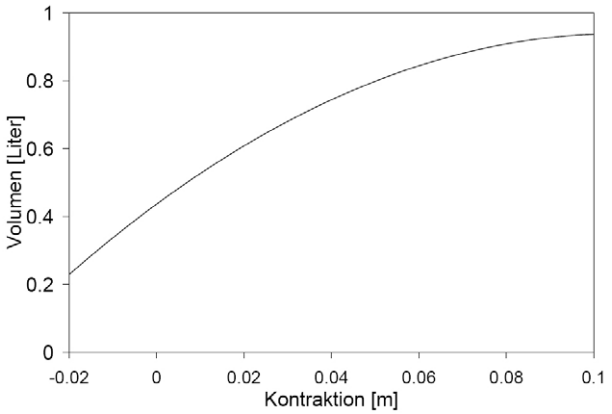


Bild 6.1: Volumenkennfeld des Fluidic Muscle DMSP-40-356N

6.2.3 Reibungsverhalten

Durch die Winkeländerung der eingebetteten Aramidfasern treten beim pneumatischen Muskel während der Kontraktion Reibungseffekte innerhalb des Kautschuk-Schlauches auf, die der Muskelkraft entgegenwirken. Zur Beschreibung von Reibungseffekten wird auf ein Reibungsmodell zurückgegriffen, das Coulombsche und viskose Reibung beinhaltet [OAW+98]. Die Reibungskraft F_R ist wie folgt gegeben.

$$F_R\left(\dot{s}_M\right) = \begin{cases} f_{RG_1} \cdot \dot{s}_M + f_{RG_0} \cdot \operatorname{sgn}\left(\dot{s}_M\right), & \dot{s}_M \neq 0 \\ f_e, & \dot{s}_M = 0,\ \left|f_e\right| \leq f_{RH} \\ f_{RH} \cdot \operatorname{sgn}\left(f_e\right), & \dot{s}_M = 0,\ \left|f_e\right| > f_{RH} \end{cases} \tag{6.3}$$

Die Parameter von Gleichung (6.3) wurden im Rahmen dieser Arbeit und der Studienarbeit von Hülse [Hül09] durch Experimente an einem hängenden Muskel MAS-20-451 identifiziert. Der hängende Muskel wurde bei Druckvorgaben im Bereich von $0\,\mathrm{bar}$ bis $6\,\mathrm{bar}$ mit angehängten Lasten im Bereich von $0\,\mathrm{kg}$ bis $60\,\mathrm{kg}$ belastet. Exemplarisch ist in Bild 6.2 die Verteilung der Reibungskräfte für Druckvorgaben von $3\,\mathrm{bar}$ dargestellt. Daraus lässt sich eine Haftreibungskonstante $f_{RH} = 75\,\mathrm{N}$ und Gleitreibungskonstanten $f_{RG_0} = 75\,\mathrm{N}$ und $f_{RG_1} = 10\,\mathrm{N}$ ableiten, wobei $\mathrm{sgn}(\cdot)$ die Signumfunktion (Vorzeichenfunktion) ist und f_e die angreifende Kraft, die den Reibvorgang in Bewegung setzt.

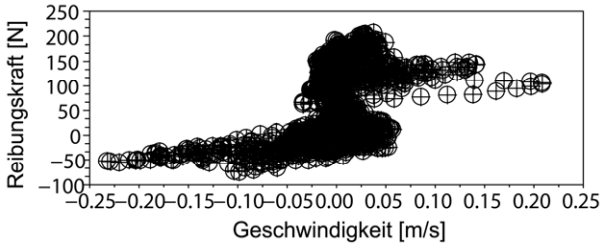


Bild 6.2: Experimentelle Identifikation der Reibungskräfte des Fluidic Muscle MAS-20-451

6.3 Aufbau und Funktionsweise von Proportionalventilen zur Kraftregelung

Proportionalventile werden auch Stetigventile genannt, da sie nicht diskret schalten (auf / zu), sondern einen stetigen Übergang der einzelnen Schaltstellungen zulassen. Dadurch ist eine kontinuierliche Steuerung der Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Eingangsgröße möglich.

6.3.1 Proportional-Druckregelventil für die vereinfachte Kraftregelung

Das Proportional-Druckregelventil regelt den Druck p_M durch einen integrierten Drucksensor. Mit der Baugröße VPPM-6F-L-1-F-0L6H-A4P-S1 [FES10] lassen sich Drücke im Bereich von $0\,\mathrm{bar}$ bis $6\,\mathrm{bar}$ regeln. Die Sollwerteingabe $p_{M,ref}$ erfolgt über ein analoges Stromsignal im Bereich von $4\,\mathrm{mA}$ bis $20\,\mathrm{mA}$. Der prinzipielle Signalfluss der bereits integrierten Druckregelung ist in Bild 6.3 dargestellt. Darin ist $\dot{m}_v$ der Massenfluss der Druckluftversorgung mit dem Versorgungsdruck p_v und $p_{M,act}$ der gemessene Druck (Index act für gemessen).

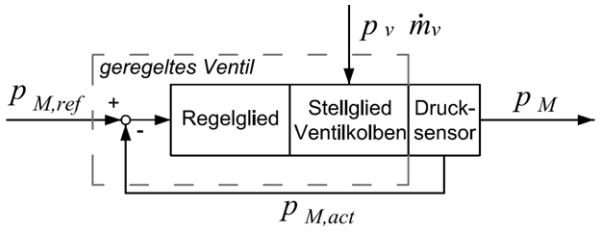


Bild 6.3: Integrierte Druckregelung des Proportional-Druckregelventils VPPM

Durch Verwendung dieser Ventilart ist eine detaillierte analytische Beschreibung des Massenflusses und der Druckaufbaudynamik nicht erforderlich. Die Kraftregelung unter Verwendung des Proportional-Druckregelventils wird in Abschnitt 7.2 erläutert.

6.3.2 Proportional-Wegeventil für die exakte Kraftregelung

Im Unterschied zum Proportional-Druckregelventil erfolgt die Ansteuerung des Ventils durch die Vorgabe einer Ventilschieberposition. Damit kann der Luftstrom, der durch das Ventil fließt, kontinuierlich gesteuert werden. Das Ventil MYPE-5-1/4-420-B [FES10] ist ein 5/3-Proportional-Wegeventil, das heißt, es besitzt fünf Anschlüsse und drei Schaltstellungen. Dadurch lassen sich zum Beispiel zwei gegenläufig wirkende Muskeln betreiben, die bei entsprechendem Aufbau sowohl Zug- wie auch Druckkräfte erzeugen können [Hil09]. Für die hier entwickelte Kraftregelung werden nur drei Anschlüsse und zwei Schaltstellungen verwendet: Belüften und Entlüften einer Antriebskammer für einen pneumatischen Muskel (Bild 6.4). Die übrigen zwei Anschlüsse werden durch Verschlussschrauben geschlossen.

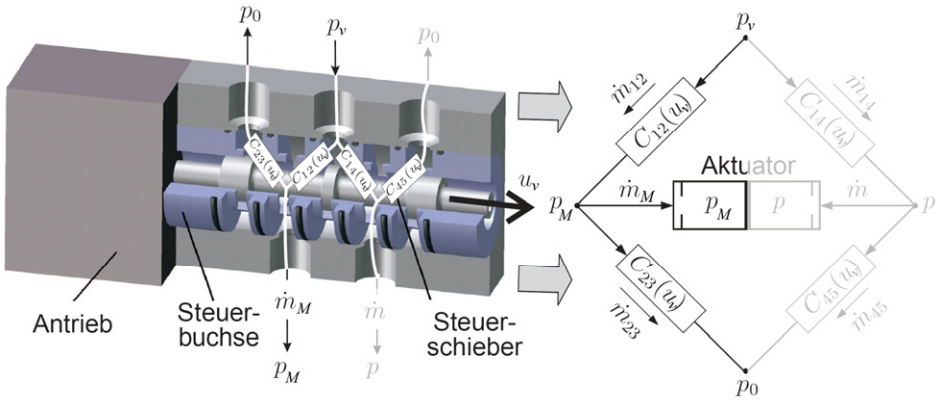


Bild 6.4: Schematischer Schnitt durch ein 5/3-Proportional-Wegeventil und das zugehörige Modell für die von der Steuerschieberposition u_v abhängigen Leitwerte $C_{12}(u_v), C_{23}(u_v)$ [Hil09], angepasst für eine Antriebskammer

Der Massenfluss $\dot{m}_M$ durch das Ventil ist das Ergebnis der Superposition der Massenflüsse $\dot{m}_{12}$ und $\dot{m}_{23}$. Zur mathematischen Beschreibung des Massenflusses wird das Durchflussgesetz idealer Düsen unter Vernachlässigung von Temperatureffekten nach Gleichung (6.4) verwendet [ISO89].

$$\dot{m}_M = C_{12}(u_v)\,\rho_0\,p_{prim}\,\psi\left(\frac{p_{sek}}{p_{prim}}, b_{12}(u_v)\right) - C_{23}(u_v)\,\rho_0\,p_{prim}\,\psi\left(\frac{p_{sek}}{p_{prim}}, b_{23}(u_v)\right) \tag{6.4}$$

Um den Rechenaufwand für die später simulierte Kraftregelung gering zu halten, werden in Anlehnung an die Arbeit von Hildebrandt [Hil09] folgende Modellvereinfachungen vorgenommen:

Die Leitwerte $C_{12}(u_v)$ und $C_{23}(u_v)$ sind nichtlineare Funktionen der Steuerschieberposition u_v. Vereinfacht werden symmetrische Belüftungs- und Entlüftungsleitwerte angenommen: $C(u_v) \triangleq C_m \cdot C_n(u_v) = C_{12}(u_v) = C_{23}(-u_v)$, wobei C_m der maximale Leitwert und $C_n(u_v)$ die normierte Leitwertfunktion ist. Ventilleckageeffekte werden für die Modellbildung vernachlässigt. Um trotz nichtlinearen Verlaufs der Leitwerte einen linearen Verlauf der Steuerschieberposition im Bereich von $\{-1 \le u_v \le 1\}$ durch Vorgabe eines Stroms $\{4\,\mathrm{mA} \le i_{soll} \le 20\,\mathrm{mA}\}$ zu erreichen, wird die Inverse der normierten Leitwertfunktion $C_n^{-1}(u_v)$ berechnet, siehe Gleichung (6.5) und (6.6). Diese wird am Ausgang des Reglers, also vor der Ventilansteuerung, eingebracht. Die approximierte Leitwertfunktion, die inverse Leitwertfunktion und der maximale Leitwert sind im Anhang A.4 dargestellt.

$$C_{12}(u_v) = \begin{cases} 0, & u_v \le 0 \\ C_m \cdot C_n^{-1}\left(C_n(u_v)\right) = C_m \cdot u_v, & u_v > 0 \end{cases} \tag{6.5}$$

$$C_{23}(u_v) = \begin{cases} C_m \cdot C_n^{-1}\left(C_n(u_v)\right) = C_m \cdot u_v, & u_v \le 0 \\ 0, & u_v > 0 \end{cases} \tag{6.6}$$

Die Durchflussfunktion $\psi(q_b, b)$ in Gleichung (6.7) beschreibt die druckabhängige Strömung im engsten Querschnitt einer idealen Düse. Es wird vereinfacht ein konstantes kritisches Druckverhältnis $b = b_{12}(u_v) = b_{23}(u_v)$ verwendet.

$$\psi(q_b, b) = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\dfrac{q_b - b}{1 - b}\right)^2}, & q_b \ge b \quad \text{(unterkritischer Bereich)} \\ 1, & q_b < b \quad \text{(überkritischer Bereich)} \end{cases} \tag{6.7}$$

Hierbei ist $q_b = p_{sek} / p_{prim}$ das Verhältnis aus dem Druck nach dem Strömungswiderstand p_{sek} und dem Druck vor dem Strömungswiderstand p_{prim} (Bild 6.5).

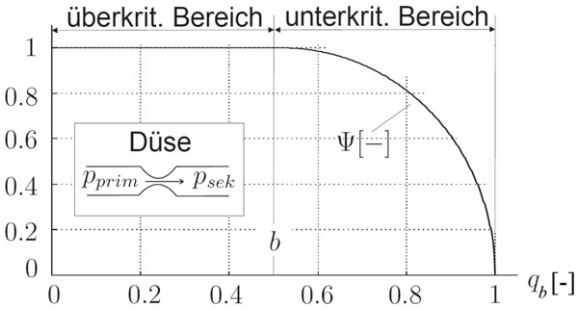


Bild 6.5: Grafische Darstellung der Durchflussfunktion einer idealen Düse mit $b_{ideal} = 0.528$ [Hil09]

Mit dem Vorzeichenwechsel von u_v, also dem Wechsel von Entlüften und Belüften, ändern sich die Zuordnungen von p_v, p_0 und p_M zu p_{prim} und p_{sek} in Gleichung (6.4) und (6.7). Der Massenfluss hängt dabei nichtlinear vom Muskelinnendruck ab. Für Belüften und Entlüften lauten die Massenflussgleichungen (6.8) und (6.9) nach der Modellvereinfachung dann wie folgt:

$$\dot{m}_M(p_M, u_v) = C_m \rho_0 p_v \psi\left(\frac{p_M}{p_v}, b\right) \cdot u_v \qquad \text{Belüften: } u_v \ge 0 \tag{6.8}$$

$$\dot{m}_M(p_M, u_v) = C_m \rho_0 p_M \psi\left(\frac{p_0}{p_M}, b\right) \cdot u_v \qquad \text{Entlüften: } u_v < 0 \tag{6.9}$$

Hierbei ist $\rho_0 = 1.293\ \mathrm{kg/m^3}$ die Luftdichte unter Normalbedingungen. Für das verwendete Ventil sind die Parameter C_m und b im Anhang A.4, Tab. A.3, zu finden.

Das Ausgangssignal der Regelung beeinflusst die Steuerschieberposition nur indirekt über einen unterlagerten Lageregler. Das dynamische Verhalten dieses Reglers kann durch die Übertragungsfunktion G_v eines PT_2-Elements approximiert werden [Göt04]:

$$G_v(s) = \frac{\omega_v^2}{s^2 + 2\omega_v D_v s + \omega_v^2} \tag{6.10}$$

Dabei stellen s die Laplace-Variable, ω_v die Eckfrequenz und D_v die Dämpfung des Lagereglers des Ventilschiebers dar (Parameter siehe Anhang A.4, Tab. A.3).

6.4 Gesamtmodell des Aktuator-Systems unter Verwendung eines Proportional-Wegeventils

Das im Rahmen dieser Arbeit und der Studienarbeit von Valtin [Val10] entwickelte Gesamtmodell des Aktuator-Systems bildet das Ventil-, Druck- und Muskelverhalten von der Position des Steuerschiebers, der den Massenfluss steuert, bis zur erzeugten Muskelkraft ab. Der zugehörige Signalfluss ist als Blockschaltbild in Bild 6.6 dargestellt.

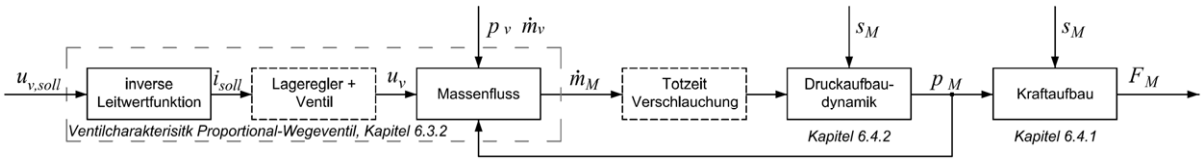


Bild 6.6: Signalfluss im Gesamtmodell des Aktuator-Systems

Das Modell zur Beschreibung des Massenstroms durch das Ventil wurde in Abschnitt 6.3.2 erläutert. Unter Vernachlässigung der Dynamik des Lagereglers, wie später noch erläutert wird, stellt sich mit C_m die Steuerschieberposition ein.

Die Ausbreitung der Druckänderung in Schläuchen erfolgt in etwa mit Schallgeschwindigkeit. Pro Meter Druckschlauch entsteht daher eine Totzeit von ca. $3\,\mathrm{ms}$ [Hil09]. Der Schlauchlängenabstand vom Ventil zum Muskel wurde mit $0.22\,\mathrm{m}$ so kurz wie möglich gewählt, um diesen Effekt vernachlässigen zu können.

6.4.1 Kraftaufbau

Der Kraftaufbau des Aktuators ist von der Dynamik des Aktuators abhängig. Einbaubedingt ist die Dynamik des Aktuators mit der Bewegungsdynamik der Brücke gekoppelt. Wie in Abschnitt 4.4, Gleichung (4.2) bereits erläutert, wird die Bewegungsdynamik der Brücke über die messbare oder schätzbare Muskelkontraktion als zeitvariante Systemgröße beim Kraftaufbau und beim Druckaufbau berücksichtigt. Die Kraftregelung in Abschnitt 7.3 sorgt dafür, dass nur die geforderte Kraft eingetragen wird, unabhängig von einwirkenden äußeren Störkräften aus der Brückendynamik. Zur weiteren Vereinfachung der Modellbildung wird die Reibungskraft des Aktuators aus Gleichung (6.3), die der Muskelkraft entgegenwirkt, vernachlässigt. Der Kraftaufbau hängt dann im Wesentlichen vom Muskelinnendruck und der Muskelkontraktion ab:

$$\underbrace{M \cdot \ddot{s}_M + D \cdot \dot{s}_M + K \cdot s_M}_{\text{Bewegungsdynamik der Brücke}} + F_R\left(\dot{s}_M\right) = F_M\left(p_M, s_M\right) \tag{6.11}$$

6.4.2 Druckaufbaudynamik

Die Druckaufbaudynamik kann mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik für offene Systeme unter Verwendung der idealen Gasgleichung hergeleitet werden [Mur06], [Hil09]. Temperatureinflüsse können vernachlässigt werden, da der Druckfehler bei pneumatischen Aktuatoren relativ gering ist [Göt04]. Die Druckaufbaudynamik verhält sich nichtlinear aufgrund der Kompressibilität der Druckluft. Die vereinfachte Differentialgleichung (6.12)

beschreibt die zeitliche Druckänderung $\dot{p}_M$ in Abhängigkeit vom Massenstrom $\dot{m}_M$ und der Volumenänderung $\dot{V}_M$.

$$\dot{p}_M = \frac{1}{V_M}\left(n_p R T_L \cdot \dot{m}_M - \kappa \cdot p_M \cdot \dot{V}_M\right) \tag{6.12}$$

mit dem Polytropenkoeffizient $n_p = 1.0$, dem Isentropenkoeffizient $\kappa = 1.4$, der spezifischen Gaskonstante $R = 287\ \mathrm{J/kgK}$, der Temperatur unter Normbedingungen $T_L = 293\ \mathrm{K}$ und der Volumenänderung

$$\dot{V}_M = \left(\nu_1 + 2 \cdot \nu_2 \cdot s_M\right)\dot{s}_M \tag{6.13}$$

6.4.3 Nichtlineares Modell des Aktuator-Systems

Das nichtlineare Verhalten der bereits angesprochenen Komponenten erfordert eine nichtlineare Modellbeschreibung, die sich im nichtlinearen Zustandsraum darstellen lässt. Der Systemeingang u geht linear in die Gleichung ein und ermöglicht daher eine Beschreibung mit linearem Stellgrößeneingang (eingangslineares System) in der allgemeinen Form nach Gleichung (6.14) und (6.15).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot u \tag{6.14}$$

$$y = \mathrm{h}(\mathbf{x}) \tag{6.15}$$

Bei dem hier vorliegenden System ist der Muskelinnendruck die Zustandsgröße des Systems. Die Muskelkontraktion wird als zeitvariante Systemgröße s_M berücksichtigt.

$$x = x_1 = p_M \tag{6.16}$$

Mit der Muskelkraft als Ausgangsgröße, also der Kraftkennfeldbeschreibung F_M als Ausgangsgleichung, kann das Gesamtmodell des Aktuator-Systems als SISO System beschrieben werden. Mit den Gleichungen (6.1), (6.2), (6.8), (6.9), (6.12), (6.13) und (6.16) lautet die nichtlineare Systembeschreibung wie folgt:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \mathrm{f}(x_1, s_M) + \mathrm{g}(x_1, s_M) \cdot u_v \\ &= \frac{-\kappa \cdot \left(\nu_1 + 2 \cdot \nu_2 \cdot s_M\right)\dot{s}_M \cdot x_1}{\nu_0 + \nu_1 \cdot s_M + \nu_2 \cdot s_M^2} + \frac{n_p R T_L}{\nu_0 + \nu_1 \cdot s_M + \nu_2 \cdot s_M^2} \begin{cases} C_m \cdot \rho_0 \cdot x_1 \cdot \psi\left(\dfrac{p_0}{x_1}, b\right) \cdot u_v, & u_v < 0 \\ C_m \cdot \rho_0 \cdot x_1 \cdot \psi\left(\dfrac{x_1}{p_v}, b\right) \cdot u_v, & u_v \geq 0 \end{cases}\end{aligned} \tag{6.17}$$

$$\begin{aligned}y &= \mathrm{h}(x_1, s_M) \\ &= \left(x_1 - p_0\right) \cdot A_v - \left(c_1 + c_{1p} \cdot x_1\right) \cdot s_M - c_2 \cdot s_M^2 - c_3 \cdot s_M^3\end{aligned} \tag{6.18}$$

In Abschnitt 7.3 wird aufbauend auf dieser nichtlinearen Beschreibung des Aktuator-Systems ein modellbasierter Regler zur Regelung der Aktuatorkraft entworfen.

7 Kraftregelung des pneumatischen Aktuators

7.1 Einleitung

Ziel der Kraftregelung ist die Kompensation des nichtlinearen Verhaltens der Aktuatordynamik um ein lineares System mit einer Verzögerung erster Ordnung (PT_1-Element) zu erhalten. Dazu werden zwei Methoden vorgestellt: Mit der ersten Methode wird unter Verwendung des Proportional-Druckregelventils eine vereinfachte Kraftregelung entworfen, welche das nichtlineare Verhalten nicht gänzlich kompensieren kann, aber dennoch eine gute PT_1-Charakteristik liefert (Abschnitt 7.2). Die zweite Methode mittels exakter Linearisierung, auch Ein-/ Ausgangslinearisierung genannt, wird mit dem hochdynamischen Proportional-Wegeventil umgesetzt und kann theoretisch die nichtlinearen Effekte vollständig kompensieren, wodurch eine sehr gute PT_1-Charakteristik erreicht wird (Abschnitt 7.3). Beide Regelungen werden als innere Regelung einer Kaskadenregelung entworfen. Die Simulation und Verifizierung der vereinfachten Kraftregelung innerhalb der Brückenregelung erfolgt in Abschnitt 9.3.1, wohingegen die exakte Kraftregelung in Abschnitt 7.3.2 simuliert und in Abschnitt 7.3.3 verifiziert wird. Die Dynamik des Proportional-Druckregelventils ist jedoch relativ niedrig, was zur Folge hat, dass die vereinfachte Kraftregelung nur zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung verwendet werden kann. Die Kraftregelung mit dem hochdynamischen Proportional-Wegeventil kann dagegen Kraftforderungen zur Kontrolle bis zur dritten vertikalen Eigenschwingung umsetzen.

7.2 Vereinfachte Kraftregelung mit dem Proportional-Druckregelventil

Ausgangspunkt der vereinfachten Kraftregelung mittels Proportional-Druckregelventil ist die integrierte Druckregelung im Ventil, die den Druck proportional zur Soll-Größe regelt. Die Dynamik der Druckregelung ist jedoch langsam, weshalb die Kraftregelung innerhalb der Kaskadenregelung nur zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung verwendet werden kann. Die Linearisierung der nichtlinearen Aktuatordynamik erfolgt im Bereich des nichtlinearen Kraftkennfelds, Gleichung (6.1), abhängig von der Muskelkontraktion und dem Muskelinnendruck. Hierfür wird das statische Kraftkennfeld invertiert. Über das inverse Kraftkennfeld wird der Soll-Druck berechnet und auf das Ventil gegeben. Der Druckregelung wird damit eine nichtlineare Verstärkung vorgegeben, die über den nichtlinearen Kraftaufbau des pneumatischen Muskels „linearisiert“ wird. Eine exakte Linearisierung kann mit dieser Regelung nicht erreicht werden, da zwischen der Berechnung der Führungsgröße (inverses Kraftkennfeld) und dem Kraftaufbau (Kraftkennfeld) eine nicht zu vernachlässigende Druckaufbaudynamik (Zeitverzögerung) liegt, die im Rahmen der Linearisierung unberücksichtigt bleibt. Diese Dynamik wird experimentell identifiziert. Für den Entwurf der Kraftregelung ist daher nur die analytische Beschreibung des Kraftaufbaus, also des Kraftkennfelds erforderlich. Im klassischen Sinne wird die Kraft nicht geregelt, da keine Rückführung (Soll-Ist-Vergleich) mit der gemessenen Muskelkraft durchgeführt wird. In Bild 7.1 ist die vereinfachte Kraftregelung als innerer Teil einer Kaskadenregelung dargestellt.

Anmerkung: Prinzipiell besteht die Möglichkeit, für dieses Ventil mit Hilfe der im Abschnitt 7.3 vorgestellten Ein-/ Ausgangslinearisierung eine bessere Kraftregelung zu entwerfen, die einen Soll-Ist-Vergleich der Kraft berücksichtigt und somit das nichtlineare Verhalten besser kompensieren kann. Jedoch limitiert die implementierte Druckregelung mit langsamer Dynamik die Dynamik des Kraftaufbaus wesentlich.

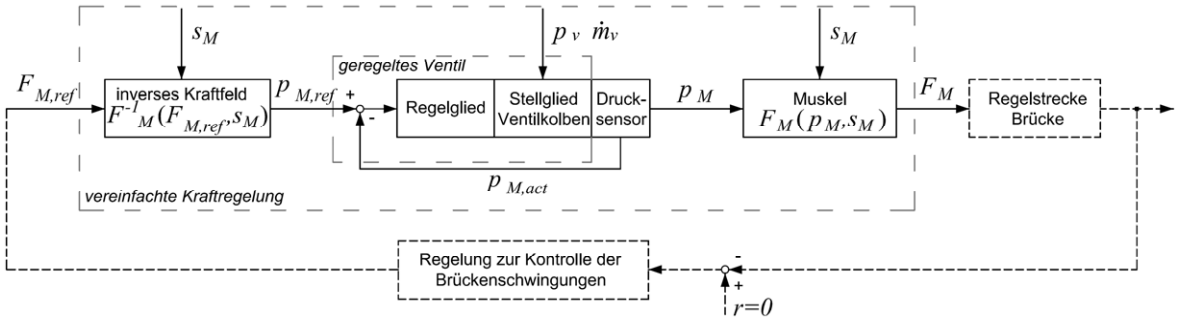


Bild 7.1: Blockschaltbild der vereinfachten Kraftregelung als Kaskadenregelung

7.2.1 Approximation der geregelten Druckdynamik

Für die Umsetzung der vereinfachten Kraftregelung im Experiment ist eine analytische Beschreibung der Druckaufbaudynamik nicht erforderlich. Die mit dem Druckaufbau verbundenen Zeitverzögerungen haben jedoch einen entscheidenden Einfluss auf den äußeren Regelkreis (Kapitel 8). Um die Zeitverzögerungen beim Entwurf der äußeren Regelung berücksichtigen zu können, wird mittels experimenteller Analyse der geregelten Druckdynamik ein approximiertes Modell (Black-Box-Modell) abgeleitet. Dazu werden einem hängenden Muskel verschiedene Soll-Drucksprünge $\{p_{M,ref} = 1, 2, ..., 5\ \text{bar}\}$ vorgegeben und der Druck am Ventil $p_{M,act}$ wird gemessen. Um den Einfluss eines Widerstandes zu berücksichtigen, wird der Muskel mit verschiedenen Lasten $\{30\ \text{kg}, 60\ \text{kg}, 90\ \text{kg}\}$ belastet. Der Versuchsaufbau ist in Bild 7.2 dargestellt.

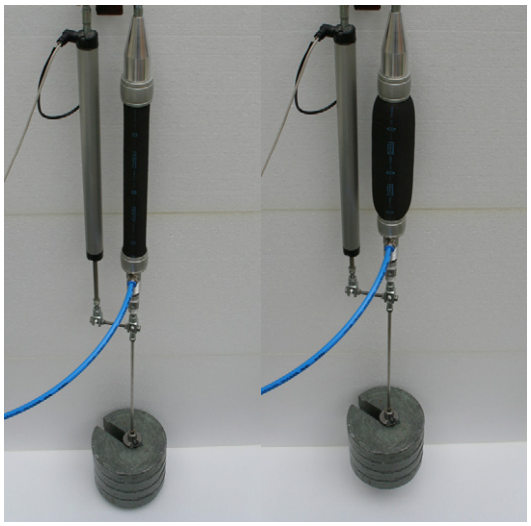


Bild 7.2: Aufbau zur experimentellen Identifikation der geregelten Druckaufbaudynamik

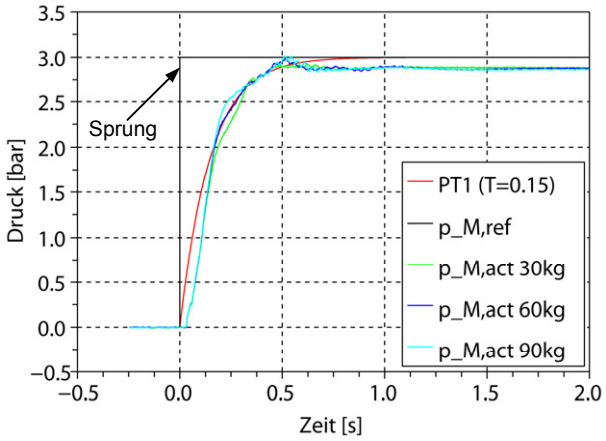


Bild 7.3: Gemessener Druck und PT_1-Approximation bei vorgegebenem $3\ \text{bar}$ Sprung

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass die Dynamik des Druckaufbaus deutlich von der Höhe des vorgegebenen Drucksprungs abhängt, jedoch weniger von der angehängten Last (Bild 7.3 und Anhang A.5). In Bild 7.3 ist bei vorgegebenem $3\,\mathrm{bar}$ Sprung der gemessene Druck und die Approximation der geregelten Druckdynamik als lineares System mit Verzögerung erster Ordnung, auch als PT_1-Element bezeichnet, abgebildet (Gleichung (7.1)).

$$G_{PT_1,A1}(s) = \frac{1}{1 + T_{T,A1} \cdot s} \tag{7.1}$$

Die Zeitkonstante für das PT_1-Element (Index $A1$ für Setup A1) wird am $3\,\mathrm{bar}$ Sprung festgelegt und beträgt $T_{T,A1} = 1/\omega_{A1} = 0.15\,\mathrm{s}$, was einer Eigenkreisfrequenz von $\omega_{A1} \approx 6.7\,\mathrm{rad/s}$ entspricht. Demzufolge werden kleinere Drucksprünge etwas zu langsam und höhere Drucksprünge etwas zu schnell approximiert. Der tatsächliche Druckaufbau im Rahmen der aktiven Schwingungskontrolle erfolgt nicht sprunghaft, sondern sinusförmig, was zu einer guten Approximation auch für höhere Drucksprünge führt. Der Sprung wurde verwendet, um eine frequenzunabhängige Approximation zu erhalten.

Letztendlich approximiert das PT_1-Element nicht nur die geregelte Druckdynamik, sondern auch die gesamte Aktuatordynamik, da das vorgeschaltete inverse Kraftkennfeld F_M^{-1} und der nachgeschaltete Kraftaufbau F_M statische Übertragungsglieder darstellen und somit keinen Einfluss auf die PT_1-Charakteristik haben. Das geschätzte Übertragungsverhalten (Index est) der Aktuatordynamik lässt sich als Transferfunktion wie folgt darstellen, wobei s die Laplace-Variable ist:

$$F_{M,est}(s) \approx G_{PT_1,A1}(s)\, F_{M,ref}(s) \tag{7.2}$$

In Abschnitt 8.6.1 wird die Kraftregelung innerhalb der Regelung zur Reduzierung der Eigenschwingungen simuliert und mit experimentellen Ergebnissen in Abschnitt 9.3.1 verifiziert.

7.3 Exakte Kraftregelung mit hochdynamischem Proportional-Wegeventil mit Hilfe der Ein-/ Ausgangslinearisierung

7.3.1 Reglerentwurf mit Hilfe der Ein-/ Ausgangslinearisierung

In diesem Abschnitt wird ein Verfahren der nichtlinearen Regelungstechnik vorgestellt, mit dem es möglich ist, eine modellbasierte nichtlineare Kraftregelung zu entwerfen. Die nichtlineare Regelstrecke des Aktuator-Systems mit dem Proportional-Wegeventil liegt als analytisches Modell vor (Abschnitt 6.4.3). Auch bei dem nachfolgend beschriebenen Reglerentwurf besteht die Grundidee darin, den Eingang so zu wählen, dass er die nichtlinearen Anteile der Regelstrecke kompensiert und das resultierende lineare System stabilisiert. Als Ergebnis entsteht ein linearer Zusammenhang zwischen der „neuen" Eingangsgröße v (Soll-Wert der Kraft) und der Ausgangsgröße y (Ist-Wert der Kraft). Dieser Zusammenhang wird mit einem nichtlinearen Regelgesetz erzielt. In der Literatur wird dieses Entwurfsverfahren als Reglerentwurf mittels exakter Linearisierung beziehungsweise Reglerentwurf mittels exakter Ein-/ Ausgangslinearisierung bezeichnet [Föl98], [Unb07], [Ada09], [Sch10]. Ein Vergleich von linearen und nichtlinearen Regelstrategien zur Bahnregelung servopneumatischer Antriebe ist in der Literatur zu finden [HSN+03], [GN07].

Im Folgenden wird das Entwurfsverfahren der exakten Ein-/ Ausgangslinearisierung für ein SISO-System beschrieben. Es wird ein System erster Ordnung betrachtet, bei dem der relative Grad δ gleich der Systemordnung n ist. Dadurch besitzt das System keine interne Dynamik und das Entwurfsverfahren vereinfacht sich. Eine ausführliche Herleitung für Systeme höherer Ordnung liefert Adamy [Ada09]. Die exakte Linearisierung ist nur dann möglich, wenn eine genaue Beschreibung der Regelstrecke vorliegt. Dafür sind folgende Voraussetzungen zu erfüllen:

- Das nichtlineare System muss in eingangslinearer Form vorliegen, so dass die Eingangsgröße linear auf das System wirkt und der Systemausgang nicht direkt von der Eingangsgröße abhängt.
- Um die Nichtlinearitäten kompensieren zu können, müssen die Systemzustände messbar oder schätzbar sein.
- Es treten keine Stellgrößenbegrenzungen auf.
- Des Weiteren muss die nichtlineare Systembeschreibung stetig differenzierbar sein, um die Umkehrfunktion für die Linearisierung berechnen zu können.

Im weiteren Vorgehen wird das Entwurfsverfahren auf das in Gleichung (6.17) und (6.18) vorliegende System angewendet, das die genannten Voraussetzungen erfüllt [Val10]. Zunächst wird die Ausgangsgleichung nach der Zustandsgröße x_1 und der zeitvarianten Systemgröße s_M abgeleitet:

$$\dot{y} = \underbrace{\frac{\partial \mathrm{h}\left(x_1, s_M\right)}{\partial x_1} \cdot f\left(x_1, s_M\right)}_{L_\mathrm{f}\mathrm{h}\left(x_1, s_M\right)} + \underbrace{\frac{\partial \mathrm{h}\left(x_1, s_M\right)}{\partial x_1} \cdot g\left(x_1, s_M\right)}_{L_\mathrm{g}\mathrm{h}\left(x_1, s_M\right)} \cdot u_v + \underbrace{\frac{\partial \mathrm{h}\left(x_1, s_M\right)}{\partial s_M} \cdot \dot{s}_M}_{\Delta s_M} \tag{7.3}$$

$$L_\mathrm{f}\mathrm{h}\left(x_1, s_M\right) = \left(A_v - c_{1p} \cdot s_M\right) \cdot \mathrm{f}\left(x_1, s_M\right) \tag{7.4}$$

$$L_\mathrm{g}\mathrm{h}\left(x_1, s_M\right) = \left(A_v - c_{1p} \cdot s_M\right) \cdot \mathrm{g}\left(x_1, s_M\right) \tag{7.5}$$

$$\Delta s_M = \left(-\left(c_1 + c_{1p} \cdot x_1\right) - 2c_2 \cdot s_M - 3c_3 \cdot s_M^2\right) \cdot \dot{s}_M \tag{7.6}$$

Die Ableitung $\dot{y}$ ist nur dann von u unabhängig, wenn die sogenannte Lie-Ableitung $L_\mathrm{g}\mathrm{h}$ gleich Null ist. Diejenige Lie-Ableitung $L_\mathrm{g}\mathrm{h}$, die ungleich Null ist, bestimmt den relativen Grad des Systems, hier ist also $\delta = 1$.

Für die Ein-/ Ausgangslinearisierung wird nun eine Transformation durchgeführt, wozu eine neue Zustandsgröße eingeführt wird. Im vorliegenden Fall bei $n = 1$ ist die neue Zustandsgröße z_1 gleich der Ausgangsgröße y:

$$z_1 = y = \mathrm{h}\left(x, s_M\right) \tag{7.7}$$

Die Transformation liefert:

$$\dot{z}_1 = L_\mathrm{f}\mathrm{h}\left(x_1, s_M\right) + L_\mathrm{g}\mathrm{h}\left(x_1, s_M\right) \cdot u_v + \Delta s_M \tag{7.8}$$

$$y = z_1$$

Das nichtlineare Reglergesetz des Ein-/ Ausgangsreglers hat dann die folgende Form:

$$u_v = -\frac{\left[L_f h\left(x_1, s_M\right) + \Delta s_M\right] + a_0 \cdot z_1}{L_g h\left(x_1, s_M\right)} + \frac{a_0}{L_g h\left(x_1, s_M\right)} \cdot v \tag{7.9}$$

Wobei z_1 die gemessene Kraft am Muskel (Regelgröße), a_0 der wählbare Regelparameter (Eigenkreisfrequenz) und v die Führungsgröße der exakten Kraftregelung darstellt. Die Kraftregelung als innere Regelung der Kaskadenregelung ist in Bild 7.4 dargestellt.

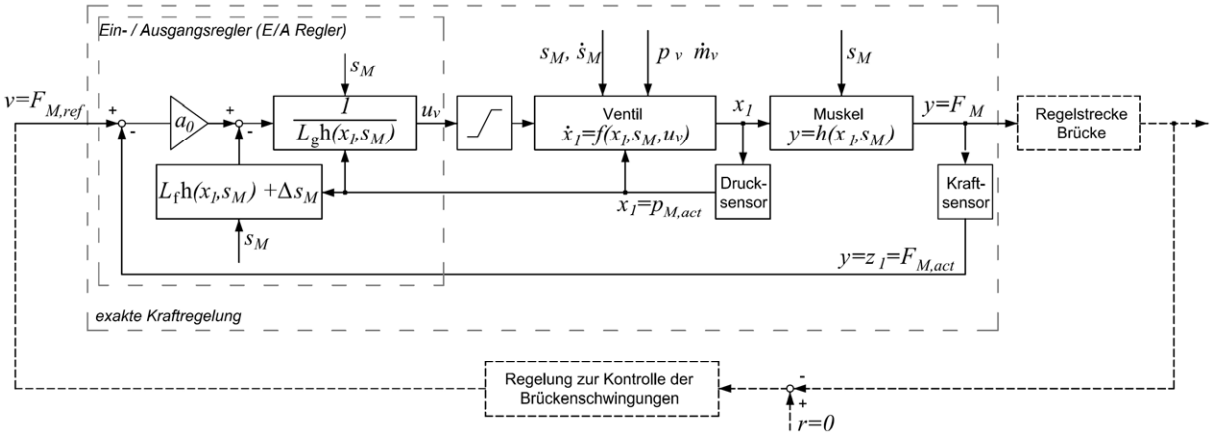


Bild 7.4: Blockschaltbild der exakten Kraftregelung als Kaskadenregelung

Das nichtlineare Verhalten des Aktuator-Systems wird durch die Methode der exakten Ein-/ Ausgangslinearisierung kompensiert und in ein System erster Ordnung (PT_1-Element) überführt. Das Übertragungsverhalten des PT_1-Elementes wird im Zeitbereich durch Gleichung (7.10) beschrieben und lässt sich als Transferfunktion durch Gleichung (7.11) darstellen, wobei $T_T = 1/a_0$ die Zeitkonstante und a_0 die Eigenkreisfrequenz ist.

$$\left[\dot{z}_1\right] = \left[-a_0\right] \cdot z_1 + \left[a_0\right] \cdot v \tag{7.10}$$

$$G_{PT_1}(s) = \frac{a_0}{s + a_0} = \frac{1}{1 + T_T \cdot s} \tag{7.11}$$

Die theoretischen Voraussetzungen sind in der Praxis oftmals nicht gegeben. Deshalb wird das Regelverhalten simuliert und experimentell verifiziert.

7.3.2 Spezifizierung der Regelungsanforderungen und Simulation der Kraftregelung

Die Kraftforderung der äußeren Schleife der Kaskadenregelung zur Schwingungskontrolle wird aus überlagerten sinusförmigen Kraftforderungen bestehen, da die ersten drei vertikalen sinusförmigen Eigenschwingungen der Brücke reduziert werden sollen. Die Maximalfrequenz der Kraftforderung liegt daher bei $\approx 4\,\mathrm{Hz}$. Die Kraftregelung wird über einen inneren Regelkreis als Teil einer Kaskadenregelung realisiert und muss daher schneller als die Maximalfrequenz der Kraftforderung ausgelegt werden. Die Dynamik der Kraftregelung wird über den Regelparameter eingestellt und hier zunächst auf $a_0 = 40\,\mathrm{rad/s} \approx 6.4\,\mathrm{Hz}$ bzw. $T_T = 0.025\,\mathrm{s}$ festgelegt [Val10].

Im Folgenden wird das Verhalten der exakten Kraftregelung innerhalb der Brückenregelung simuliert, um zu überprüfen, ob die festgelegte Dynamik erreicht werden kann. Hierfür ist die Simulation am Gesamtsystem erforderlich. Deshalb ist ein Vorgriff unter anderem auf die

Brückenregelung in Kapitel 8 nötig, die die Soll-Kraft liefert. Der Signalfluss der Simulation ist im Anhang A.5, Bild A.6 und Bild A.7 dargestellt. In der Simulation wird ebenfalls die Dynamik des Lagereglers (6.10), eine Totzeit von $3\,\mathrm{ms}$ für die Verschlauchung und das Reibungsverhalten des pneumatischen Muskels (Abschnitt 6.2.3) berücksichtigt. Es wurden drei Simulationen innerhalb der Brückenregelung durchgeführt: Zuerst wurde das nichtlineare Modell des Aktuator-Systems (Abschnitt 6.4.3) zusammen mit der nichtlinearen Regelung (Abschnitt 7.3.1) simuliert. Danach wurde zum Vergleich das lineare System in Gleichung (7.11) mit einer Zeitkonstante $T_T = 0.025\,\mathrm{s}$ und $T_T = 0.05\,\mathrm{s}$ simuliert. In Bild 7.5 sind die Simulationsergebnisse (Sim) aus der Kraftregelung bei Kraftforderungen zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung dargestellt und in Bild 7.6 bei Kraftforderungen zur Kontrolle der dritten Eigenschwingung. $F_{M3/4,ref}$ stellt dabei die Soll-Kraft und $F_{M3/4}$ die Ist-Kraft des Aktuatoren-Paares $M3/4$ im Viertelspunkt der Brücke dar, $F_{M1/2,ref}$ ist die Soll-Kraft und $F_{M1/2}$ ist die Ist-Kraft des Aktuatoren-Paares $M1/2$ in Brückenmitte. Die Anordnung der Aktuatoren ist in Bild 4.3 dargestellt.

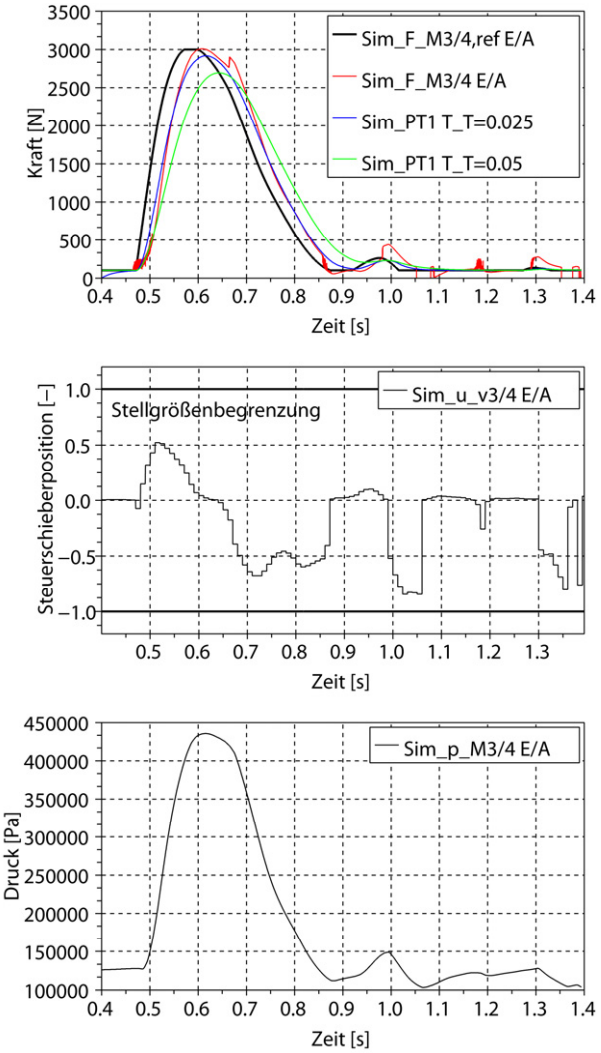


Bild 7.5: Simulationsergebnisse aus der Kraftregelung bei Kraftforderungen zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung unter Setup B

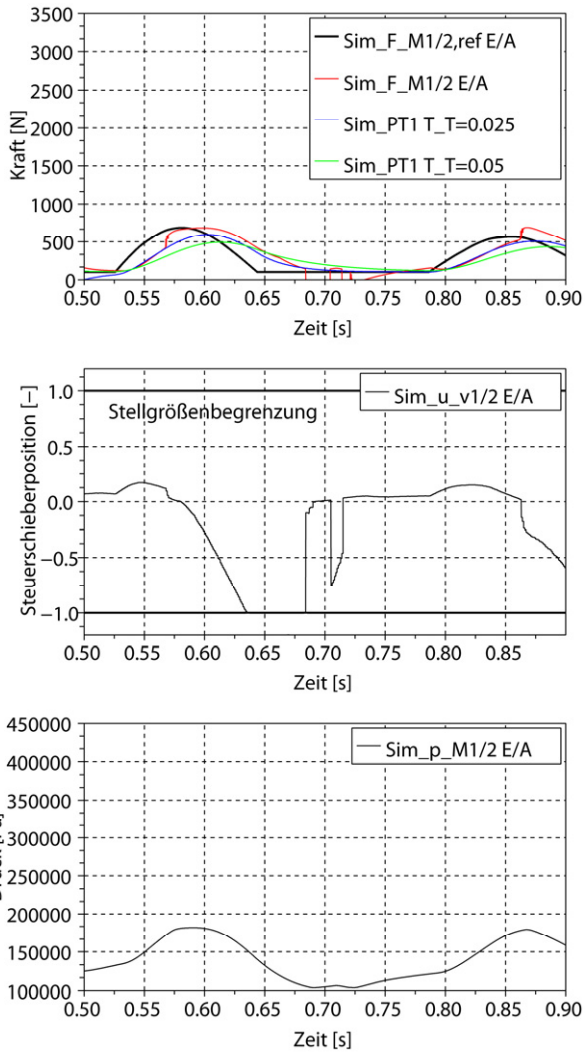


Bild 7.6: Simulationsergebnisse aus der Kraftregelung bei Kraftforderungen zur Kontrolle der dritten Eigenschwingung unter Setup B

In der Simulation und im Experiment werden die Kraftforderungen auf den Bereich $100\,\mathrm{N} \le F_{ref} \le 3000\,\mathrm{N}$ begrenzt (Abschnitt 9.2.4). Die lineare Dynamik der Kraftregelung mit einer Zeitkonstante $T_T = 0.025\,\mathrm{s}$ wird bei Kraftforderungen in der ersten Eigenschwingung sehr gut und in der dritten Eigenschwingung gut wiedergegeben, sofern die Stellgrößenbeschränkung $|u_v| \le 1$ nicht verletzt wird. Folglich kann für den Reglerentwurf in Abschnitt 8.5 und für die Simulation des Gesamtsystems in Abschnitt 8.6 die linearisierte Dynamik der Kraftregelung Gleichung (7.11) verwendet werden. Der Simulationsaufwand, vor allem für die Mehrgrößenregelung, kann dadurch deutlich reduziert werden. Im nächsten Schritt ist zu prüfen, ob die gewünschte Dynamik im Experiment realisiert werden kann.

7.3.3 Verifizierung der Kraftregelung

Zur Verifizierung der Kraftregelung innerhalb der Brückenregelung wird auf Kapitel 8 und Kapitel 9 vorgegriffen. Der Regelkreis für die experimentelle Umsetzung ist in Bild 9.13 und im Anhang A.8, Bild A.22 dargestellt. Die Abtastzeit beträgt $100\,\mathrm{Hz}$.

In Bild 7.7 sind die Ergebnisse der Kraftregelung aus der Simulation und aus dem Experiment bei Kraftforderungen zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung gegenübergestellt. Der Kraftaufbau des Muskels im Experiment ist durch den starken Einbruch des Versorgungsdrucks deutlich langsamer als in der Simulation. Dieser Einbruch ist dem gleichzeitigen Druckluftbedarf sechs pneumatischer Muskeln geschuldet. Die Dynamik der Kraftregelung kann deshalb nicht weiter verbessert werden, da sich die Stellgröße (Steuerschieberposition) bereits in der Sättigung befindet. Bei der zweiten Kraftforderung geht die Stellgröße nicht in die Sättigung trotz Einbruch des Versorgungsdrucks. Daher folgt der Kraftaufbau mit leichtem Überschwingen sehr gut der PT_1-Charakteristik.

Bild 7.8 stellt die Ergebnisse der Kraftregelung aus der Simulation und aus dem Experiment bei Kraftforderungen zur Kontrolle der dritten Eigenschwingung gegenüber. Der Versorgungsdruck bricht aufgrund einer geringeren Kraftforderung, bedingt durch eine niedrigere Schwingungsamplitude nicht ein, wodurch die Stellgröße auch nicht in die Sättigung geht. Die angestrebte PT_1-Charakteristik wird jedoch nicht gänzlich erreicht, da zum einen die Abtastzeit im Experiment zu niedrig ist, wodurch ein Überschwingen auftritt und zum anderen äußere Störungen den Kraftaufbau beeinflussen. Diese Störungen werden in Abschnitt 9.3.3 näher erläutert.

Aufgrund der genannten Einflüsse muss die nun vorhandene Dynamik für den Entwurf der äußeren Schleife der Kaskadenregelung angepasst werden. Die Zeitkonstante des linearen Systems mit Verzögerung erster Ordnung (PT_1-Element) wird auf $T_{T,A2/B} = 1/\omega_{A2/B} = 0.05\,\mathrm{s}$ erhöht bzw. $\omega_{A2/B} = 20\,\mathrm{rad/s} \approx 3.2\,\mathrm{Hz}$ reduziert. Diese Kraftregelungsdynamik wird in Kapitel 8 zur Reduktion der Brückenschwingungen unter Setup A2 und Setup B verwendet.

Anmerkung: Die Dynamik der Kraftregelung kann verbessert werden, indem der Versorgungsdruck vor dem Ventil gemessen beziehungsweise geschätzt wird. Mit dieser Größe kann der Massenfluss in Gleichung (6.8) und (6.9) präziser bestimmt werden. Der einbrechende Versorgungsdruck führt dadurch zu einer noch schnelleren Verletzung der Stellgrößenbegrenzung, so dass eine ausreichende, stabile Druckluftversorgung die Kraftregelung am wirkungsvollsten verbessert. In der Simulation verläuft die Stellgröße u_v aufgrund des Reibungsmodells (6.3) unruhig. Eine Verbesserung könnte durch eine genauere Abbildung erreicht werden. Die Reibung ist jedoch schlecht identifizierbar.

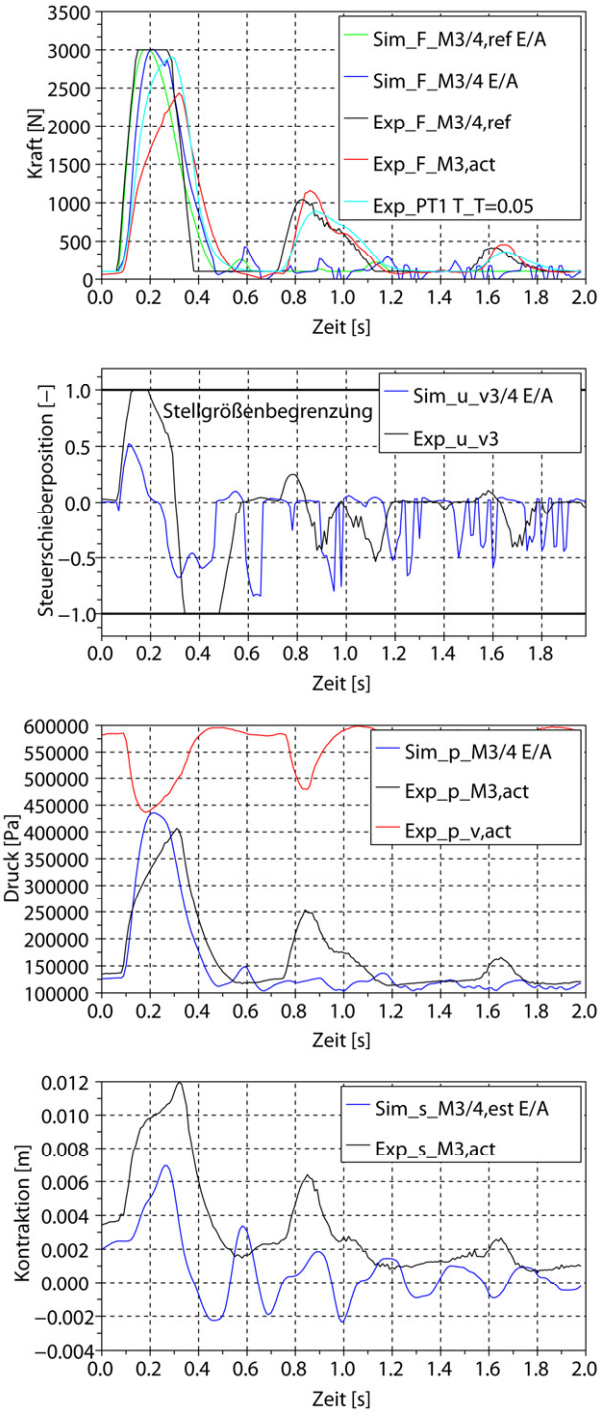


Bild 7.7: Ergebnisse Experiment (Exp) / Simulation (Sim) aus der Kraftregelung bei Kraftforderungen zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung unter Setup B

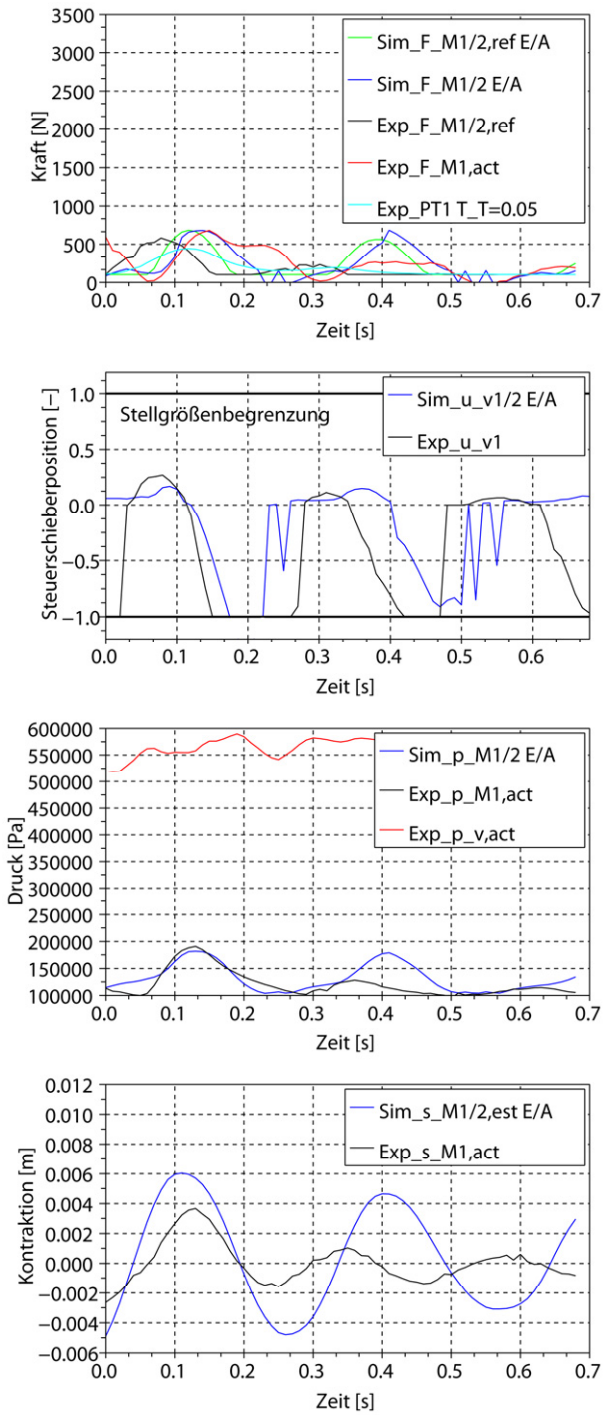


Bild 7.8: Ergebnisse Experiment (Exp) / Simulation (Sim) aus der Kraftregelung bei Kraftforderungen zur Kontrolle der dritten Eigenschwingung unter Setup B

8 Reglerentwurf und Simulation der aktiven Schwingungskontrolle

8.1 Einleitung

In diesem Abschnitt wird die Regelung des äußeren Regelkreises entworfen. Wie in Kapitel 4 bereits erläutert, wird unter Setup A die erste vertikale Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar in Brückenmitte kontrolliert. Hierzu wird eine Eingrößenregelung entworfen. Unter Setup B werden die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen durch Krafteinträge dreier Aktuatoren-Paare reduziert, deren Regelung eine Mehrgrößenregelung erfordert. Um modale Regelkonzepte zur Ein- und Mehrgrößenregelung entwickeln zu können, wird das in Abschnitt 5.3 hergeleitete Zustandsraummodell in ein modales Zustandsraummodell transformiert (Abschnitt 8.2). In dieser Form können die jeweiligen Eigenschwingungen separat betrachtet werden. Der Entwurf eines Kalman-Filters in Abschnitt 8.2.2 ermöglicht dann die Schätzung modaler Zustände aus physikalischen Sensorsignalen. Die Position der Sensoren wird anhand der Gramschen Matrix und der H_2 - Norm in Abschnitt 8.3 ermittelt, wodurch eine qualitativ hochwertige Schätzung modaler Zustände mittels Kalman-Filter erreicht wird. Die optimale Positionierung der Aktuatoren baut darauf auf.

Um ein besseres Verständnis für die Entwurfsverfahren von Regelungen zu bekommen, werden in Abschnitt 8.4 die Grundlagen kurz erläutert. Anschließend erfolgen die Reglerentwürfe für Setup A und Setup B auf der Basis von Wurzelortskurven in Abschnitt 8.5. Um dem spezifischen Tragverhalten der Spannbandbrücke gerecht zu werden, wird für jede Eigenschwingung eine modale Geschwindigkeitsrückführung entworfen, die die Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik berücksichtigt. Der Entwurf der Mehrgrößenregelung erfordert zusätzlich eine Eingangsgrößentransformation der modalen Stellgrößen in physikalische Aktuatorenkräfte.

Abschließend wird in Abschnitt 8.6 das Gesamtsystem bestehend aus dem Brückenmodell in modaler Zustandsraumdarstellung, dem Kalman-Filter, der Aktuatordynamik sowie dem modalen Regler simulativ analysiert. Die Simulation unter Setup A1 beinhaltet die vereinfachte Kraftregelung, wohingegen die Simulation unter Setup A2 die exakt linearisierte Aktuatordynamik (PT_1-Element) beinhaltet. Die Mehrgrößenregelung unter Setup B wird ebenfalls mit der exakt linearisierten Aktuatordynamik simuliert. Die Simulationen zeigen, dass die entworfenen Regelungen unter Eintrag einer maximalen Aktuatorkraft von $3000\,\mathrm{N}$ die Schwingungsamplituden effektiv reduziert. Anregungen höherer Eigenschwingungen, sogenannte Spillover-Effekte sind vernachlässigbar gering.

8.2 Modale Zustandsraumdarstellung und Zustandsbeobachtung

8.2.1 Transformation physikalischer Zustände in modale Zustände

Die Zustandsraumdarstellung stellt üblicherweise die Grundlage für den Entwurf und die Analyse modellbasierter Regelungen dar. Für das 8-Platten-Modell (Abschnitt 5.3.2) wurden die physikalischen Zustände „Positionen“ und deren erste zeitliche Ableitung, die „Geschwindigkeiten“ gewählt. Mit Hilfe von Sensoren sind diese direkt messbar, sofern eine Positionierung an der Brücke möglich ist. Prinzipiell lassen sich in dieser Darstellungsform modell-

basierte Regelungen entwerfen, die die physikalischen Zustände kontrollieren können. Da es aber Ziel der aktiven Schwingungskontrolle ist, nicht sämtliche Freiheitsgrade und deren zeitliche Ableitung zu kontrollieren, sondern eine zuvor festgelegte Anzahl an Eigenschwingungen, ist es zweckmäßiger, die physikalischen Größen in Eigenschwingungsgrößen bezüglich Eigenfrequenz und Eigenform zu transformieren.

In der Literatur [Gaw04] werden verschiedene modale Zustandsraumdarstellungen vorgestellt, deren Transformationen jeweils eine Entkopplung der Eigenschwingungen zur Folge haben. Das heißt, dass jede Eigenschwingung unabhängig von den anderen betrachtet werden kann. Aus der Überlagerung (Superposition) der Eigenschwingungen kann das Schwingungsverhalten des Systems rückberechnet werden. Die Entkopplung ist an der Block-Diagonal-Form der modalen Systemmatrix $\mathbf{A}_m$, der modalen Stellmatrix $\mathbf{B}_m$ und der modalen Beobachtungsmatrix $\mathbf{C}_m$ zu erkennen. Die Transformation ist auch unter dem Begriff „Modale Analyse“ in der Literatur zu finden. Als Transformationsmatrix $\mathbf{R}$ wird oftmals die Modalmatrix in einer erweiterten Form für Zustandstransformationen verwendet. Die Transformationsvorschrift zwischen den physikalischen Zuständen $\mathbf{x}$ und den modalen Zuständen $\mathbf{x}_m$ ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{x} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}_m \tag{8.1}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \phi_{71} & 0 & \cdots & \cdots & \phi_{21} & 0 & \phi_{11} & 0 \\ 0 & \phi_{71} & \cdots & \cdots & 0 & \phi_{21} & 0 & \phi_{11} \\ \phi_{72} & 0 & \cdots & \cdots & \phi_{22} & 0 & \phi_{12} & 0 \\ 0 & \phi_{72} & \cdots & \cdots & 0 & \phi_{22} & 0 & \phi_{12} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{77} & 0 & \cdots & \cdots & \phi_{27} & 0 & \phi_{17} & 0 \\ 0 & \phi_{77} & \cdots & \cdots & 0 & \phi_{27} & 0 & \phi_{17} \end{bmatrix} \tag{8.2}$$

ϕ_{ij} sind die Einträge der Modalmatrix aus Gleichung (5.55). Die Matrizen der modalen Zustandsraumdarstellung haben die folgende Form:

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{A}\,\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m7} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{A}_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ -\omega_7^2 & -2\zeta_7\omega_7 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 \end{bmatrix} \tag{8.3}$$

$$\mathbf{B}_{m,A} = \mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{B}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{m7,A} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{m1,A} \end{bmatrix} \tag{8.4}$$

$$\mathbf{B}_{m,B} = \mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{B}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{m7,B} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{m1,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{m7,1} & \mathbf{B}_{m7,2} & \mathbf{B}_{m7,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{m1,1} & \mathbf{B}_{m1,2} & \mathbf{B}_{m1,3} \end{bmatrix} \tag{8.5}$$

$$\mathbf{C}_m = \mathbf{C}\,\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m7} & \cdots & \mathbf{C}_{m1} \end{bmatrix} \tag{8.6}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{E} \tag{8.7}$$

Wobei ω_j die Eigenkreisfrequenz und ζ_j das Lehrsche Dämpfungsmaß der j-ten Eigenschwingung ist. $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{14\times14}$ stellt die Einheitsmatrix dar, mit der alle modalen Zustände als Ausgang gewählt werden In dieser Darstellung ist es möglich, die Block-Komponenten der ersten Eigenschwingung $\mathbf{A}_{m1} \in \mathbb{R}^{2\times2}$, $\mathbf{B}_{m1,A} \in \mathbb{R}^{2\times1}$, $\mathbf{B}_{m1,B} \in \mathbb{R}^{2\times3}$ und $\mathbf{C}_{m1} \in \mathbb{R}^{14\times2}$ herauszunehmen, um für diese Eigenschwingung eine Eingrößenregelung zu entwerfen (Abschnitt 8.5.3). Die Beziehung zwischen Eingang $\mathbf{u}$ und Ausgang $\mathbf{y}$ ist identisch für physikalische und modale Zustände. Eine äquivalente Darstellung der Zusammenhänge zwischen den Signalen $\mathbf{u}$ und $\mathbf{y}$ der Gleichungen (8.8) und (8.9) ist das in der Regelungstechnik häufig verwendete Blockschaltbild. Die Blöcke $\mathbf{A}_m$, $\mathbf{B}_m$, $\mathbf{C}_m$ sind statische Übertragungsglieder. Der mittlere Block enthält $2n_q$ Integratoren.

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \cdot \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m \cdot \mathbf{u} \qquad \mathbf{x}_m(t=0) = \mathbf{x}_{m,0} \tag{8.8}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_m \cdot \mathbf{x}_m \tag{8.9}$$

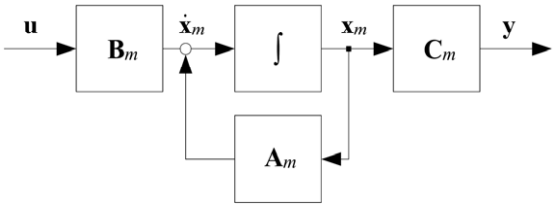


Bild 8.1: Blockschaltbild der modalen Zustandsraumdarstellung

8.2.2 Der Kalman-Filter zur Beobachtung modaler Zustände

Die Zustandsbeobachtung wird erforderlich, wenn die Regelung auf einer Zustandsrückführung aufbaut, die Zustände beziehungsweise die Regelgrößen selbst aber nicht messbar sind. Zum einen kann das der Fall sein, wenn es nicht möglich sein sollte Sensoren an bestimmten Stellen der Brücke anzubringen oder der messtechnische Aufwand und die daraus resultierenden Kosten zu groß werden. Zum anderen sind die Zustände nicht immer direkt messbar, zum Beispiel, wenn für die Regelung modale Regelgrößen verwendet werden, Sensoren aber nur physikalische Größen wie Position, Geschwindigkeit oder Beschleunigung messen können.

Zur Beobachtung modaler Zustandsgrößen stehen zwei unterschiedliche Methoden zur Verfügung: Zum einen die Verwendung modaler Filter [Gab97], [Her03] und zum anderen der Luenberger-Beobachter beziehungsweise der auf der gleichen Grundidee basierende Kalman-Filter [Lun05]. Modale Filter extrahieren die modalen Zustände aus den messbaren physikalischen Signalen mittels Transformationsmatrix. Die Transformationsmatrix besteht aus einer festgelegten Anzahl an Eigenvektoren, die aus einem analytischen Modell oder einem FE-Modell gewonnen werden. Voraussetzung für die Transformation einer festgelegten Anzahl modaler Zustände ist mindestens die gleiche Anzahl an Sensoren (Abschnitt 8.5.4). Die Methode der modalen Filterung wird hier nicht weiter verfolgt, da ein analytisches Modell der Brücke zur Verfügung steht, welches die Beobachtung von sieben Eigenschwingungen mit deutlich weniger Sensoren zulässt.

Zur Beobachtung der modalen Zustände der Brücke wird daher der Kalman-Filter verwendet, der wie folgt funktioniert: Die Regelstrecke (Brücke) und das Modell in modaler Zustandsraumdarstellung werden parallel geschaltet, so dass beide Systeme die gleichen Eingangsgrößen erhalten. Die Differenz $\mathbf{e} = \mathbf{y}_s - \hat{\mathbf{y}}_s$ zwischen den gemessenen Ausgängen $\mathbf{y}_s$ und den geschätzten beziehungsweise rekonstruierten Ausgängen $\hat{\mathbf{y}}_s$ wird über die Rückführmatrix $\mathbf{L}$ auf das Modell zurückgeführt, um so die geschätzten Zustände des Modells $\hat{\mathbf{x}}_m$ denen der Regelstrecke anzugleichen: $\hat{\mathbf{x}}_m \rightarrow \mathbf{x}_m$. Bei einem fehlerfreien Modell führt das Modell die gleiche Bewegung aus wie die Regelstrecke (Brücke). Voraussetzung zur Schätzung der modalen Zustände ist eine optimale Positionierung der Sensoren, so dass die modalen Zustände aus den gemessenen Signalen bestmöglich rekonstruiert werden können. Die Mindestanforderung der Beobachtbarkeit des Paares $\left(\mathbf{A}_m, \mathbf{C}_s\mathbf{C}_m\right)$ ist grundsätzlich zu erfüllen. Die optimale Positionierung der Sensoren wird detailliert in Kapitel 8.3 behandelt. Die Matrix $\mathbf{C}_s$ selektiert die geschätzten physikalischen Zustände aus dem Vektor $\hat{\mathbf{y}}$, definiert in Gleichung (8.13). Der Ausgangsvektor $\hat{\mathbf{y}}_s$ umfasst die physikalischen Zustände, die durch Sensoren erfasst werden. Die Rückführmatrix $\mathbf{L}$ wird über die Lösung $\mathbf{P}_R$ der Matrix-Riccatigleichung gefunden, wobei $\mathbf{R}_R$ und $\mathbf{Q}_R$ Wichtungsmatrizen sind.

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_m = \mathbf{A}_m \cdot \hat{\mathbf{x}}_m + \mathbf{B}_m \cdot \mathbf{u} + \mathbf{L}\left(\mathbf{y}_s - \underbrace{\mathbf{C}_s\mathbf{C}_m \cdot \hat{\mathbf{x}}_m}_{\hat{\mathbf{y}}_s} \right) \tag{8.10}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}_m\mathbf{P}_R + \mathbf{P}_R\mathbf{A}_m^T - \mathbf{P}_R\left(\mathbf{C}_s\mathbf{C}_m\right)^T \mathbf{R}_R^{-1}\left(\mathbf{C}_s\mathbf{C}_m\right)\mathbf{P}_R + \mathbf{Q}_R \tag{8.11}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{P}_R\left(\mathbf{C}_s\mathbf{C}_m\right)^T \mathbf{R}_R^{-1} \tag{8.12}$$

Die geschätzten physikalischen Zustände lassen sich aus der folgenden Gleichung berechnen.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}_m \cdot \hat{\mathbf{x}}_m \tag{8.13}$$

Zur Beobachtung der modalen Zustände wurde für jedes Setup ein Kalman-Filter entworfen: Für Setup A werden aus den gemessenen Zuständen $\mathbf{y}_{s,A}$ vier symmetrische (SM) Eigenschwingungszustände $\hat{\mathbf{x}}_m^{SM}$ rekonstruiert. Für Setup B werden aus den gemessenen Zuständen $\mathbf{y}_{s,B}$ vier symmetrische und drei antimetrische Eigenschwingungszustände $\hat{\mathbf{x}}_m$ rekonstruiert. Eine Überprüfung inwieweit die Ergebnisse des Kalmann-Filters fehlerhaft sind, ist direkt nicht möglich, da die modalen Zustände nicht messbar sind. Es besteht jedoch die Möglichkeit, die geschätzten physikalischen Zustände mit den gemessenen Wegsignalen zu verifizieren (Abschnitt 9.3.3). Die konkrete Wahl der gemessenen Zustände wird in Abschnitt 8.3.2 behandelt. In Bild 8.14 ist der Kalman-Filter im Regelkreis als Blockschaltbild dargestellt.

8.3 Optimale Positionierung von Sensoren und Aktuatoren

8.3.1 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Zur Regelung dynamischer Systeme ist deren Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von essentieller Bedeutung. Die Steuerbarkeit ist entscheidend dafür, dass die Systemzustände durch Eingangsgrößen beeinflusst werden können. Die Beobachtbarkeit gibt Aufschluss darüber, welche Systemzustände durch Sensoren bestimmbar sind. Prinzipiell können aus

verschiedenen Aktuator-Sensor-Konfigurationen für jede Eigenschwingung die folgenden vier Kombinationen entstehen:

- beobachtbar / steuerbar
- nicht-beobachtbar / nicht-steuerbar
- nicht-beobachtbar / steuerbar
- beobachtbar / nicht-steuerbar

Ein lineares System ist beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_B = \left[\mathbf{C}\ \mathbf{CA}\ \mathbf{CA}^2\ \cdots\ \mathbf{CA}^{n-1}\right]^T \tag{8.14}$$

den Rang $n = 2n_q$ besitzt [Lun05]. Ein lineares System ist steuerbar, wenn die Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_S = \left[\mathbf{B}\ \mathbf{AB}\ \mathbf{A}^2\mathbf{B}\ \cdots\ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right]^T \tag{8.15}$$

den Rang $n = 2n_q$ besitzt. Alternativ zu den klassischen Zustandsmatrizen können in den Gleichungen (8.14) und (8.15) auch die modalen Zustandsmatrizen verwendet werden. In beiden Fällen gibt der Rang jedoch nur eine quantitative Auskunft darüber, wie viele Zustände steuerbar oder beobachtbar sind. Eine qualitative Analyse der Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit kann erst mit Hilfe der Gramschen Matrix erreicht werden.

8.3.2 Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsanalyse mit Hilfe der Gramschen Matrix und der H_2 - Norm

Für eine qualitativ hochwertige Schätzung der modalen Zustände mit Hilfe des Kalman-Filters sind die Sensoren optimal zu platzieren. Analog müssen auch die Aktuatoren optimal platziert werden, um die gewünschten modalen Zustände durch Aktuatorenkräfte effizient beeinflussen zu können. Eine qualitative Aussage zur optimalen Positionierung lässt sich mit Hilfe der Gramschen Matrix für die Beobachtbarkeit $\mathbf{W}_{o,\mathrm{s}}$ und für die Steuerbarkeit $\mathbf{W}_{c,\mathrm{s}}$ treffen [Gaw04]. Die Matrizen $\mathbf{W}_{o,\mathrm{s}}$ und $\mathbf{W}_{c,\mathrm{s}}$ ergeben sich aus der Lösung der Lyapunov Gleichungen (8.16) und (8.17), wobei s die Zahl der untersuchten Aktuatorenkonfigurationen $\mathbf{B}_\mathrm{s}$ beziehungsweise Sensorenkonfigurationen $\mathbf{C}_\mathrm{s}$ darstellt. Die Einträge sind diagonal dominant bei Verwendung der modalen Zustandsraumdarstellung.

$$\mathbf{A}_m{}^T\mathbf{W}_{o,\mathrm{s}} + \mathbf{W}_{o,\mathrm{s}}\mathbf{A}_m + \left(\mathbf{C}_\mathrm{s}\mathbf{C}_m\right)^T\left(\mathbf{C}_\mathrm{s}\mathbf{C}_m\right) = \mathbf{0} \tag{8.16}$$

$$\mathbf{A}_m\mathbf{W}_{c,\mathrm{s}} + \mathbf{W}_{c,\mathrm{s}}\mathbf{A}_m^T + \left(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_\mathrm{s}\right)\left(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_\mathrm{s}\right)^T = \mathbf{0} \tag{8.17}$$

Um s Konfigurationen von Sensoren beziehungsweise Aktuatoren zu untersuchen, sind s Gramsche Matrizen aus den Paaren $\left(\mathbf{A}_m, \mathbf{C}_\mathrm{s}\mathbf{C}_m\right)$ und $\left(\mathbf{A}_m, \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_\mathrm{s}\right)$ zu berechnen. Durch die Anwendung von sogenannten Normen, die einen Vergleich der untersuchten Konfigurationen ermöglichen, kann dann die optimale Konfiguration gefunden werden. In der Literatur existieren die Hankel - Norm, die H_∞ - Norm und die H_2 - Norm [Gaw04]. Hier wird die H_2 - Norm verwendet. Angewandt über mehrere Eigenschwingungen liefert diese zum Beispiel den Effektivwert des Beobachtungsindex über die Eigenschwingungen.

Zur Bestimmung der optimalen Lage eines Sensors und eines Aktuatoren-Paares unter Setup A bedarf es nicht der Anwendung der Gramschen Matrizen und Normen. Die Positionierung in Brückenmitte ist relativ einfach gefunden, da dort die maximalen Schwingungsamplituden der symmetrischen Eigenformen auftreten.

Für Setup B dagegen wird die Vorgehensweise in zwei Schritte unterteilt. Im ersten Schritt werden die Gramschen Beobachtbarkeitsmatrizen für unterschiedliche Sensorenkonfigurationen berechnet. Primäres Ziel hier ist die optimale Beobachtbarkeit der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen, da diese kontrolliert werden sollen. Darüber hinaus sollen die verbleibenden vier vertikalen Eigenschwingungen beobachtet werden, um Anregungen in höheren Eigenschwingungen, sogenannte Spillover-Effekte erkennen zu können.

In Anlehnung an Bild 8.2 werden sechs Sensorenkonfigurationen $\mathbf{C}_\mathrm{s}\{\mathrm{q}_1,\mathrm{q}_2\}$ unter Verwendung von zwei Sensoren untersucht, wobei nur die Sensorenkonfigurationen betrachtet werden, mit denen alle sieben Eigenschwingungen beobachtet werden können: $\mathbf{C}_1\{1,7\}$, $\mathbf{C}_2\{1,2\}$, $\mathbf{C}_3\{1,4\}$, $\mathbf{C}_4\{1,3\}$, $\mathbf{C}_5\{2,3\}$, $\mathbf{C}_6\{3,4\}$. $\mathbf{C}_\mathrm{s}\in\mathbb{R}^{4\times14}$ beschreibt eine Matrix, die die Position $\mathrm{q}_1,\mathrm{q}_2$ auswählt. Beispielhaft ist $\mathbf{C}_1\in\mathbb{R}^{4\times14}$ wie folgt gegeben:

$$\mathbf{C}_1=\begin{bmatrix}1&0&0&0&\cdots&\cdots&0&0\\0&1&0&0&\cdots&\cdots&0&0\\0&0&0&0&\cdots&\cdots&1&0\\0&0&0&0&\cdots&\cdots&0&1\end{bmatrix} \tag{8.18}$$

Als Referenz werden zusätzlich vier Sensorenkonfigurationen $\mathbf{C}_\mathrm{s}\{\mathrm{q}_1\}\in\mathbb{R}^{2\times14}$ unter Anordnung eines Sensors untersucht: $\mathbf{C}_7\{1\}$, $\mathbf{C}_8\{2\}$, $\mathbf{C}_9\{3\}$, $\mathbf{C}_{10}\{4\}$

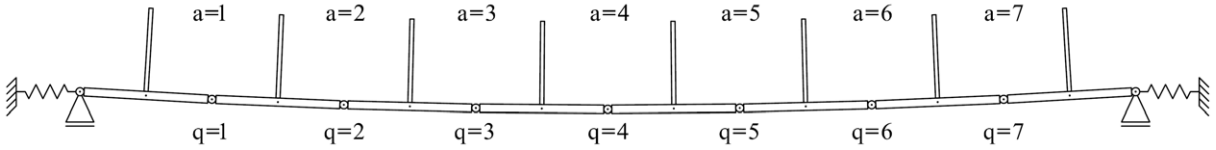


Bild 8.2: Mögliche Aktuatorenpositionen (a) und Sensorenpositionen (q)

Für die oben genannten Sensorenkonfigurationen $\{\mathrm{s}=1\ldots10\}$ werden mit Gleichung (8.16) die Gramschen Beobachtbarkeitsmatrizen berechnet, die folgende Form haben:

$$\mathbf{W}_{o,\mathrm{s}}\cong\begin{bmatrix}\mathbf{W}_{o,\mathrm{s},i}&&\\&\ddots&\\&&\mathbf{W}_{o,\mathrm{s},7}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W_{o,\mathrm{s},i1}&0&&&&&&\\0&W_{o,\mathrm{s},i2}&&&&&&\\&&\ddots&&&&&\\&&&\ddots&&&&\\&&&&W_{o,\mathrm{s},71}&0&\\&&&&0&W_{o,\mathrm{s},72}&\end{bmatrix} \tag{8.19}$$

Zur Normierung der Beobachtbarkeitsindizes der i-ten Eigenschwingung über s Sensorenkonfigurationen kann der „Positions“-Eintrag oder der „Geschwindigkeits“-Eintrag der Blockkomponenten $\mathbf{W}_{o,\mathrm{s},i}$ verwendet werden, da beide Werte nahezu gleich sind. Hier wird der Positions“-Eintrag verwendet. Je größer der Beobachtbarkeitsindex, desto besser ist die Beobachtbarkeit.

$$\tilde{W}_{o,\mathrm{s},i1} = \frac{W_{o,\mathrm{s},i1}}{\sqrt{\sum_{\mathrm{s}=1}^{10} W_{o,\mathrm{s},i1}^2}} \qquad \{i = 1...7, \mathrm{s} = 1...10\} \qquad (8.20)$$

Die H_2 - Norm zur Beobachtbarkeit der ersten drei Eigenschwingungen und der letzten vier Eigenschwingungen ist für jede Sensorenkonfiguration wie folgt gegeben.

$$\left\| G_{o,\mathrm{s},123} \right\|_2 \cong \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \tilde{W}_{o,\mathrm{s},i1}^{\ 2}} \qquad \{\mathrm{s} = 1...10\} \qquad (8.21)$$

$$\left\| G_{o,\mathrm{s},4567} \right\|_2 \cong \sqrt{\sum_{i=4}^{7} \tilde{W}_{o,\mathrm{s},i1}^{\ 2}} \qquad \{\mathrm{s} = 1...10\} \qquad (8.22)$$

In Bild 8.3 sind die H_2 - Beobachtbarkeitsindizes dargestellt. Der Index $G_{o,\mathrm{s},123}$ ist maßgebend für die Auswahl der optimalen Sensorenkonfiguration, da die ersten drei Eigenschwingungen kontrolliert werden sollen. Der Index $G_{o,\mathrm{s},4567}$ ist zweitwichtig. Hohe Indizes ergeben sich bei den Sensorenkonfigurationen $\mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3, \mathbf{C}_5$ und $\mathbf{C}_6$. Sensoren an diesen Orten ermöglichen eine optimale Schätzung der modalen Zustände mit Hilfe des Kalman-Filters. Bei der Bewertung der H_2 - Beobachtbarkeitsindizes ist zu beachten, dass die Nicht-Beobachtbarkeit einzelner Eigenschwingungen aus den Indizes nicht abzulesen ist. Zum Beispiel kann die vierte vertikale Eigenschwingung mit der Positionierung eines Sensors bei $\mathrm{q} = 2$ nicht beobachtet werden, da der Sensor dort am Schwingungsknoten sitzt.

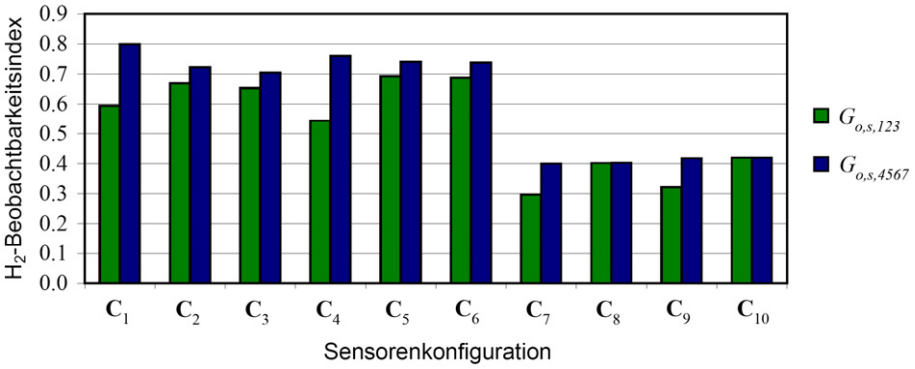


Bild 8.3: H_2 - Beobachtbarkeitsindizes der untersuchten Sensorenkonfigurationen

Im zweiten Schritt werden die Steuerbarkeitsindizes ermittelt. Hierzu wird jedoch nicht die Steuerbarkeit $\mathbf{W}_{c,\mathrm{s}}$ nach Gleichung (8.17) ermittelt, sondern es wird das Verfahren von Gawronski unter der Bezeichnung „Simultaneous Placement of Actuators and Sensors“ angewendet [Gaw04]. Dieses Verfahren bietet unter anderem den Vorteil, den Rechenaufwand zur Ermittlung der optimalen Aktuatorenkonfiguration klein zu halten. Unter Anwendung der H_2 - Norm wird über ausgewählte Sensorenkonfigurationen die optimale Aktuatorenkonfiguration bestimmt. Zunächst wird der Index $\sigma_{i\mathrm{aq}}$ nach Gleichung (8.23) berechnet. Dieser beschreibt den Einfluss eines Impulses ausgehend vom a-ten Aktuator $\left(B_{mi\mathrm{a}} \in \mathbb{R}^{14\times 1}\right)$ auf die Systemantwort, gemessen durch den q-ten Sensor $\left(C_{mi\mathrm{q}} \in \mathbb{R}^{1\times 14}\right)$ für die i-te Eigenschwingung.

$$\sigma_{i\mathrm{aq}} = \frac{\left\| G_{i\mathrm{aq}} \right\|_2}{\left\| G_{mi} \right\|_2} \qquad (8.23)$$

$$\left\|G_{i\mathrm{aq}}\right\|_2 = \frac{\left\|B_{mi\mathrm{a}}\right\|_2 \left\|C_{mi\mathrm{q}}\right\|_2}{2\sqrt{\zeta_i \omega_i}} \tag{8.24}$$

$$\left\|G_{mi}\right\|_2 = \sqrt{\sum_{\mathrm{a}=1}^{7}\sum_{\mathrm{q}=1}^{7}\left\|G_{i\mathrm{aq}}\right\|_2^2} \tag{8.25}$$

$$\left\|B_{mi\mathrm{a}}\right\|_2 = \sqrt{\mathrm{Spur}(B_{mi\mathrm{a}}^T\, B_{mi\mathrm{a}})} \tag{8.26}$$

$$\left\|C_{mi\mathrm{q}}\right\|_2 = \sqrt{\mathrm{Spur}(C_{mi\mathrm{q}}^T\, C_{mi\mathrm{q}})} \tag{8.27}$$

Bei sieben möglichen Positionen für den Sensor und den Aktuator ergibt sich eine Index-Matrix der Dimension $\mathbb{R}^{7\times 7}$ für die i-te Eigenschwingung.

$$\sum\nolimits_i = \begin{bmatrix} \sigma_{i11} & \sigma_{i12} & \cdots & \sigma_{i1\mathrm{q}} & \cdots & \sigma_{i17} \\ \sigma_{i21} & \sigma_{i22} & \cdots & \sigma_{i2\mathrm{q}} & \cdots & \sigma_{i27} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{i\mathrm{a}1} & \sigma_{i\mathrm{a}2} & \cdots & \sigma_{i\mathrm{aq}} & \cdots & \sigma_{i\mathrm{a}7} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{i71} & \sigma_{i72} & \cdots & \sigma_{i7\mathrm{q}} & \cdots & \sigma_{i77} \end{bmatrix} \tag{8.28}$$

Um die Kombinationen einzuschränken werden an dieser Stelle drei Sensorenkonfigurationen $\mathbf{C}_3, \mathbf{C}_5$ und $\mathbf{C}_6$ mit hohen H_2 - Indizes (Bild 8.3) verwendet. Die Anzahl der Eigenschwingungen wird auf die ersten drei reduziert, da nur diese unter Setup B kontrolliert werden. Der a-te Aktuator-Index für die i-te Eigenschwingung ist der Effektivwert (RMS-Wert) über die ausgewählte Sensorenkonfiguration.

$$\sigma_{i\mathrm{a},\mathbf{C}_3} = \sqrt{\sigma_{i\mathrm{a}1}^2 + \sigma_{i\mathrm{a}4}^2}\ ,\ \sigma_{i\mathrm{a},\mathbf{C}_5} = \sqrt{\sigma_{i\mathrm{a}2}^2 + \sigma_{i\mathrm{a}3}^2}\ ,\ \sigma_{i\mathrm{a},\mathbf{C}_6} = \sqrt{\sigma_{i\mathrm{a}3}^2 + \sigma_{i\mathrm{a}4}^2} \tag{8.29}$$

$$\sum\nolimits_{\mathbf{C}_\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \sigma_{12,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{1\mathrm{a},\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{17,\mathbf{C}_\mathrm{s}} \\ \sigma_{21,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \sigma_{22,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{2\mathrm{a},\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{27,\mathbf{C}_\mathrm{s}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{i1,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \sigma_{i2,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{i\mathrm{a},\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{i7,\mathbf{C}_\mathrm{s}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{71,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \sigma_{72,\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{7\mathrm{a},\mathbf{C}_\mathrm{s}} & \cdots & \sigma_{77,\mathbf{C}_\mathrm{s}} \end{bmatrix} \tag{8.30}$$

Die H_2 - Steuerbarkeitsindizes $\sigma_{\mathrm{a},\mathbf{C}_\mathrm{s}}$ der drei ausgewählten Sensorenkonfigurationen sind für jede Aktuatorposition in Bild 8.4 dargestellt. Sie errechnen sich mit Hilfe der H_2 - Norm über die ersten drei Eigenschwingungen.

$$\sigma_{\mathrm{a},\mathbf{C}_\mathrm{s}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\sigma_{i\mathrm{a}}^2} \tag{8.31}$$

Aus Bild 8.4 ist zu erkennen, dass eine Positionierung der Aktuatoren bei $\mathrm{a}=1$ und $\mathrm{a}=7$ besonders günstig wäre. Zu beachten ist jedoch, dass bei dieser Position die volle Aktuatorkraft $AC_1 = u$ über den ersten linken beziehungsweise rechten Geländerpfosten eingeleitet wird und auf die übrigen Geländerpfosten rechts beziehungsweise links des Aktuators lediglich $AC_1 = u/7$ der Aktuatorkraft einwirkt (Bild 8.2). Daneben sind die geometrischen Ab-

weichungen zwischen dem 8-Platten-Modell und der Brücke am größten, eine Anordnung an diesen Positionen scheidet daher aus. Für die drei Aktuatoren unter Setup B sind drei Aktuatorenpositionen mit den höchsten Steuerbarkeitsindizes zu wählen. Der Effektivwert der H_2 - Steuerbarkeitsindizes über die Aktuatorenpositionen $a=2$, $a=4$ und $a=6$ ist für die Sensorenkonfigurationen $\mathbf{C}_3$, $\mathbf{C}_5$ und $\mathbf{C}_6$ nahezu gleich. Für Setup B wurden schließlich die Aktuatorenpositionen $a=2$, $a=4$ und $a=6$ sowie die Sensorenkonfiguration $\mathbf{C}_3\{1,4\}$ gewählt. Die intuitive Wahl (Abschnitt 4.2) hat sich somit bestätigt. Nachdem nun die optimalen Positionen für die Sensoren und Aktuatoren bestimmt wurden, sollen im Folgenden die Grundlagen des Reglerentwurfs erläutert werden.

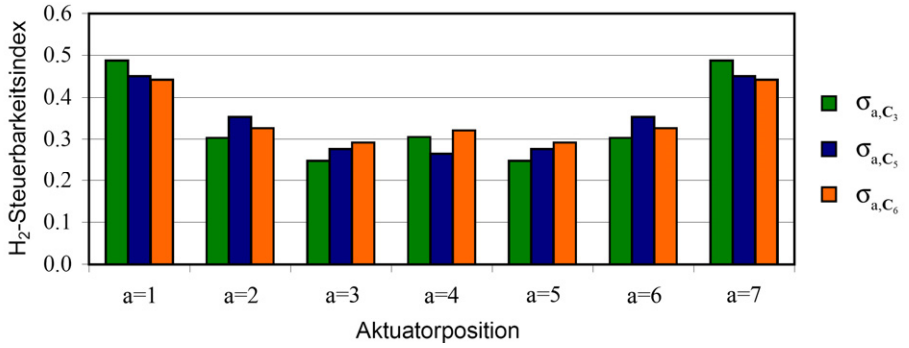


Bild 8.4: H_2 - Steuerbarkeitsindizes für die Aktuatorenpositionen

8.4 Grundlagen des Reglerentwurfs

8.4.1 Entwurfsverfahren

In der Literatur gibt es eine Vielzahl von Verfahren zum Entwurf von Regelungen, wobei sich die gängigen Verfahren der linearen Regelung grob in zwei Gruppen unterteilen lassen. Zu den klassischen Verfahren gehören sowohl der Reglerentwurf anhand des *Pol-Nullstellen-Bildes*, der Basis für die Konstruktion der *Wurzelortskurve* ist, als auch der Reglerentwurf anhand der *Frequenzkennlinie* der offenen Kette. Der Entwurf beider Verfahren erfolgt mit Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich und wird vorwiegend für Eingrößenregelungen (SISO Systeme) angewandt. Die zweite Gruppe bilden die Verfahren für *Zustandsregelungen*, wie der Entwurf zur *Polzuweisung* und der Entwurf der *Optimalen Regelung*. Diese werden im Zeitbereich entworfen und auch für Mehrgrößenregelungen verwendet. Im Folgenden werden die im Rahmen der Arbeit untersuchten Verfahren kurz vorgestellt. Ausführliche Erläuterungen sind in der Literatur enthalten [Lun05], [Lun06].

Entwurf mittels des Pol-Nullstellen-Bildes auf Basis der Wurzelortskurve

„Der Wurzelort ist der geometrische Ort der Wurzeln der charakteristischen Gleichung (8.32) in der komplexen Ebene. Die Wurzelortskurve stellt die Abhängigkeit der Wurzelorte vom Verstärkungsfaktor dar“ [Lun06]. Dieses grafische Verfahren zur Ermittlung der Lage der Wurzeln beziehungsweise der Polstellen wurde 1948 von Walter Richard Evans erstmals vorgestellt und wird in der Regelungstechnik zur Untersuchung des Stabilitätsverhaltens von geregelten Systemen verwendet [RZ08].

$$1+G(s)K(s)=0 \tag{8.32}$$

$$K(s)=K_R\cdot G_R(s) \tag{8.33}$$

Wobei $G(s)$ die Übertragungsfunktion der Regelstrecke und $K(s)$ die Übertragungsfunktion des Reglers im Frequenzbereich darstellt. Die Übertragungsfunktion des Reglers ist das Produkt aus der Verstärkung K_R und der Reglerdynamik $G_R(s)$. Ziel des Verfahrens ist die Erzeugung eines dominierenden Polpaares in der linken Hälfte der komplexen Ebene (Bild 8.5) durch Einführung einer Reglerdynamik mit geeigneten Regelparametern, so dass alle anderen Pole weit genug links vom dominierenden Polpaar liegen. Um die Dämpfung des Systems bei vorhandener Strukturdämpfung weiter zu erhöhen, werden die Pole in der linken Hälfte noch weiter nach links verschoben. Mit diesem Entwurfsverfahren können totzeitbehaftete Systeme jedoch nicht analysiert werden. Hierfür kann das in Abschnitt 8.5 vorgestellte Entwurfsverfahren verwendet werden.

Entwurf von Zustandsregelungen mittels Polzuweisung

Die Zielstellung beim Verfahren der Polzuweisung und beim Verfahren anhand des Pol-Nullstellen-Bildes ist äquivalent. Durch eine geeignete Wahl der Regelparameter in der Reglermatrix $\mathbf{K}_P$ in Gleichung (8.34) sind den Polen des geschlossenen Regelkreises $\underline{\tilde{s}}_i$ vorgegebene Werte in der linken Hälfte der komplexen Ebene zuzuweisen, wobei $\underline{s}_i$ die Pole des offenen Regelkreises sind.

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\underline{s}-\underline{\tilde{s}}_i\right)=\det\left(\underline{s}\mathbf{E}-\mathbf{A}-\mathbf{B}\mathbf{K}_P\right) \tag{8.34}$$

Die Minimalforderung für stabiles Regelverhalten ist die Platzierung der Pole des geschlossenen Regelkreises in der linken komplexen Halbebene (Bild 8.5). Nach links ist die Reglerverstärkung begrenzt, da die physikalische Stellgröße nicht in unendlicher Größe zur Verfügung steht. Oben beziehungsweise unten bildet eine eventuell geforderte Mindestdämpfung $\tilde{\zeta}_{\min}$ die Begrenzung, die durch die Dämpfungsgerade, Gleichung (8.35), dargestellt werden kann. Nach rechts wird das Gebiet der Pole des geregelten Systems durch eine ausreichende Phasenreserve beziehungsweise Mindeststabilität begrenzt.

$$\mathrm{Im}=-\tilde{\zeta}_{\min}\cdot\mathrm{Re}=-\cos(\varphi)\cdot\mathrm{Re} \tag{8.35}$$

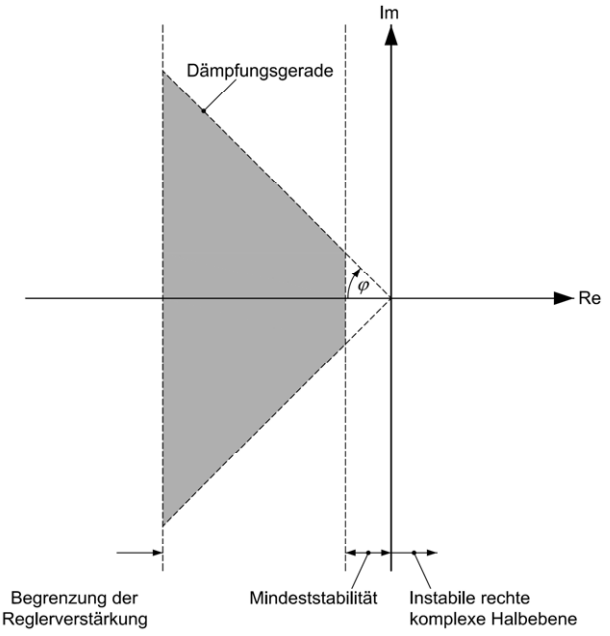


Bild 8.5: Gebiet für die Pole des geregelten Systems

Entwurf von Zustandsregelungen mittels Optimaler Regelung

Der Grundgedanke der optimalen Regelung ist, ein Gütefunktional J als Maß für die Güte des Regelkreises. Der Regler ist derjenige, der das Gütefunktional minimiert. Über die Wichtungsmatrizen $\mathbf{Q}_R$ und $\mathbf{R}_R$ wird im Gütefunktional der Verlauf der Regelgröße $\mathbf{y}(t)$ und der Stellgröße $\mathbf{u}(t)$ bewertet.

$$J = \int_0^\infty \left(\mathbf{y}(t)^T \, \mathbf{Q}_R \, \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}(t)^T \, \mathbf{R}_R \, \mathbf{u}(t) \right) dt \tag{8.36}$$

Das Ergebnis des Optimierungsproblems

$$\min_{\mathbf{u}(t)} J = \min_{\mathbf{K}_R} J \tag{8.37}$$

lässt sich als Reglergesetz darstellen,

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_R \, \mathbf{x}(t) \tag{8.38}$$

$$\mathbf{K}_R = \mathbf{R}_R^{-1} \, \mathbf{B}^T \, \mathbf{P}_R \tag{8.39}$$

wobei $\mathbf{P}_R$ die Lösung der Matrix-Riccatigleichung (8.40) und $\mathbf{K}_R$ die Reglermatrix ist.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}_R + \mathbf{P}_R \mathbf{A} - \mathbf{P}_R \mathbf{B} \mathbf{R}_R^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_R + \mathbf{Q}_R = \mathbf{0} \tag{8.40}$$

Anmerkung: Den vorgestellten Zustandsregelungen gemeinsam ist die Voraussetzung der Steuerbarkeit sämtlicher Zustände. Sind die Zustände nicht messbar, können sie durch einen Beobachter geschätzt werden (Abschnitt 8.2.2). Voraussetzung dafür ist die Beobachtbarkeit. Sofern nur bestimmte Zustände geregelt werden sollen und dementsprechend nur eine reduzierte Zustandsrückführung realisiert werden muss, können diese Verfahren jedoch nicht ohne weiteres angewandt werden. In diesem Fall spricht man vielmehr von einer Ausgangsrückführung. Der Ausgangsvektor hat im Unterschied zum Zustandsvektor eine reduzierte Dimension. Algorithmen für den Reglerentwurf von Ausgangsrückführungen anhand der Polzuweisung oder der Optimalen Regelung sind der Literatur zu entnehmen [Lun05], [WSL+07]. Im Zusammenhang mit der Ausgangsrückführung durch Polzuweisung ist anzumerken, dass die Eigenschaft der freien Verschiebung von Polen verloren geht, das heißt, es gibt Einschränkungen bei der Wahl möglicher Pollagen.

8.4.2 Modale Regelkonzepte

Die Regelstrategie der modalen Regelung basiert auf der Grundidee, eine endliche Anzahl Eigenschwingungen unabhängig von den anderen zu kontrollieren. Ausgangspunkt des modalen Reglerentwurfs ist das modale Zustandsraummodell, in dem jede Eigenschwingung als Einmassenschwinger separat durch die Block-Komponenten beschrieben wird. Die modale Position und die modale Geschwindigkeit sind die Zustandsgrößen des Einmassenschwingers. Wird nur ein modaler Zustand, zum Beispiel die modale Geschwindigkeit, durch eine proportionale Verstärkung in Form einer modalen Stellgröße auf den Einmassenschwinger zurückgeführt, spricht man von einem kollokierten beziehungsweise miteinander verknüpften Sensor-Aktuator-Paar. In der Literatur wird diese Konfiguration auch als „collocated actuator and sensor pair“ beziehungsweise als „collocated controller“ bezeichnet [Gaw04], [Mei90], [Pre02]. Der große Vorteil kollokierter dissipativer Regelungen ist deren stabiles Regelverhalten. Die Zusammengehörigkeit von Sensor und Aktuator kann mit der

Bedingung $\mathbf{C}_{m1} = \mathbf{B}_{m1}^{T}$ überprüft werden. Als Regelgröße kann prinzipiell die modale Position, Geschwindigkeit oder Beschleunigung verwendet werden. Durch eine Rücktransformation der modalen Stellgröße erhält man die physikalische Aktuatorkraft. Die Anwendbarkeit des modalen Regelkonzeptes auf Mehrgrößenregelungen ist prinzipiell gegeben. Hierfür wird für jede Eigenschwingung eine Eingrößenregelung entworfen. Die Rücktransformation der modalen Stellgrößen auf physikalische Aktuatorenkräfte ist allerdings nur unter bestimmten Bedingungen möglich. Diese werden in Abschnitt 8.5.4 erläutert.

8.4.3 Berücksichtigung von Zeitverzögerungen und Totzeiten

Voraussetzung für eine ideale Zustands- und Ausgangsrückführung ist die verzögerungsfreie Messung der Regelgrößen und die verzögerungsfreie Umsetzung der Stellgrößen. Wenn dies der Fall ist, dann können die Modelle von Abschnitt 8.2.1 und die Entwurfsverfahren von Abschnitt 8.4.1 verwendet werden. Treten jedoch Zeitverzögerungen beim Kraftaufbau oder Totzeiten durch die Signalverarbeitung auf, führen diese zu Differenzen zwischen Soll- und Ist-Kraft und demzufolge zu einer schlechteren Regelgüte. Bei großen Zeitverzögerungen im Verhältnis zur Periodendauer T_n können neben Einbußen bei der Regelgüte zusätzlich Instabilitäten auftreten. Das Problem verschärft sich bei höheren Frequenzen, da die Periodendauer abnimmt und Zeitverzögerungen somit an Einfluss gewinnen. Prinzipiell ist die Eliminierung von Zeitverzögerungen und Totzeiten nicht möglich. Es besteht jedoch die Möglichkeit, diese im Reglerentwurf und Regelalgorithmus zu berücksichtigen und dadurch die Regelgüte zu verbessern. Dafür müssen die Modelle von Abschnitt 8.2.1 durch die Zeitverzögerung beziehungsweise Totzeit erweitert werden.

Wie in Kapitel 4, Kapitel 6 und Kapitel 7 beschrieben kann der Kraftaufbau durch pneumatische Muskeln nicht verzögerungsfrei realisiert werden, vielmehr resultieren aus der Aktuatordynamik (Druckaufbau, Massenfluss durch Ventil und Verschlauchung) Zeitverzögerungen. Diese Zeitverzögerungen wurden in Kapitel 7 durch ein lineares System mit Verzögerung erster Ordnung (PT_1-Element) charakterisiert. Im Frequenzbereich wird diese Charakteristik durch die bereits eingeführte Übertragungsfunktion (7.1) beschrieben. Soll die Zeitverzögerung im Zustandsraummodell eines Einmassenschwingers berücksichtigt werden, kann das Zustandsraummodell entsprechend (Anhang A.6) erweitert werden.

Neben den Zeitverzögerungen treten auch sogenannte Totzeiten durch Signalabtastung und Signalfilterung sowie Rechentotzeiten auf. Sie unterscheiden sich von den Zeitverzögerungen dahingehend, dass ein Ausgangssignal erst zustande kommt, wenn eine bestimmte Zeit (Totzeit) durchlaufen wurde. Die funktionale Beziehung eines Eingangssignals, das am Ausgang um die Totzeit T_d unverändert erscheint, wird im Zeitbereich durch Gleichung (8.41) und im Frequenzbereich durch Gleichung (8.42) beschrieben.

$$\underline{x}_a(t) = \underline{x}_e(t - T_d) \tag{8.41}$$

$$G_{T_d}(s) = \mathrm{e}^{-s \cdot T_d} \tag{8.42}$$

Die Exponentialfunktion in Gleichung (8.42) kann durch eine Padé-Approximation [Vaj00], [WR00] oder eine Taylor-Reihe [Soo90] approximiert werden, falls ein Reglerentwurf basierend auf gebrochen rationalen Transferfunktionen angewandt werden soll. Zur Beschreibung und Berücksichtigung von Totzeiten im Regelkreis gibt es in der Literatur einige Ansätze [Soo90], [LSC+96], [AY97], [AY00], [DP04], [UBK+04]. Unter anderem die von Roorda diskutierte Idee, die Totzeit in Form einer Phasenverschiebung bei der Reglerverstärkung zu be-

rücksichtigen [Roo80]. Die Beziehung zwischen verzögerungsfreier Reglerverstärkung für die Position k_p und Geschwindigkeit k_v einer Zustandsrückführung und modifizierter Reglerverstärkungen $\bar{k}_p$ und $\bar{k}_v$ wird über die Gleichung (8.43) beschrieben, wobei $T_{d,p}$ die Totzeit für die Position und $T_{d,v}$ die Totzeit für die Geschwindigkeit ist.

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_p \\ \bar{k}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\omega T_{d,p}\right) & \omega \sin\left(\omega T_{d,v}\right) \\ \sin\left(\omega T_{d,p}\right)/\omega & \cos\left(\omega T_{d,v}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_p \\ k_v \end{bmatrix} \tag{8.43}$$

Diese sehr einfache Methode ist jedoch nur für reine Totzeitsysteme gültig und berücksichtigt nicht das Stabilitätsverhalten. Ein Verfahren, mit dem optimale Regelparameter und stabiles Regelverhalten unter Berücksichtigung einer Zeitverzögerung und Totzeit erzielt werden können, wird im nächsten Abschnitt 8.5 erläutert.

8.5 Entwurf modaler Regelkonzepte anhand der Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der Aktuatordynamik und Abweichungen vom Arbeitspunkt

Im Rahmen der Entwurfsphase zur Regelung der Brückenschwingungen wurden zunächst Zustandsrückführungen mit dem Verfahren der Polzuweisung und der optimalen Regelung (Abschnitt 8.4.2) entworfen und durch Simulation der geregelten Strecke analysiert. Bei der Umsetzung an der Spannbandbrücke zeigte sich jedoch, dass das „Positions"-Signal einen relativ großen statischen Anteil im Verhältnis zum dynamischen Anteil aufweist. Dieser statische Anteil resultiert aus den vertikalen Verformungen infolge elastischer Dehnung der CFK-Lamellen durch die statische Fußgängerbelastung. Die proportionale Verstärkung des Reglers wird auch den statischen Anteil entsprechend verstärkt zurückführen, eine Kompensation der statischen Verformung mit Hilfe der Aktuatorkraft ist jedoch nicht möglich.

Vor dem Hintergrund dieses spezifischen Tragverhaltens, wird für die aktive Schwingungskontrolle nur das Geschwindigkeitssignal zurückgeführt, was mit einer Ausgangsrückführung gleichzustellen ist. Dieses beinhaltet keine statischen Anteile. Eine verzögerungsfreie proportionale Geschwindigkeitsrückführung bietet außerdem den Vorteil, dass die Aktuatorkraft und die Geschwindigkeit energetisch zugehörig sind, was bedeutet, dass bei einer negativen Rückführung des Geschwindigkeitssignals Energie dissipiert werden kann (Bild 4.1).

Für Setup A wurde in der Entwurfsphase zunächst eine Geschwindigkeitsrückführung beziehungsweise eine Ausgangsrückführung zur Regelung der ersten Eigenschwingung durch Polzuweisung entworfen und untersucht [Lun05]. Die Aktuatordynamik wurde hierzu als dritter Zustand im Zustandraummodell berücksichtigt (Anhang A.6). Das Entwurfsverfahren führte jedoch nicht zu einem zufriedenstellenden Ergebnis, da wie bereits erwähnt, die Wahl möglicher Pollagen eingeschränkt ist. Zudem ist es schwierig, geeignete Pole unter Berücksichtigung einer Aktuatordynamik zu wählen, weil der Einfluss der Aktuatordynamik auf die Pollagen weniger nachvollziehbar ist. Deshalb wird eine Geschwindigkeitsrückführung anhand von Wurzelortskurven, einem deutlich anschaulicheren Verfahren, entworfen.

In Anlehnung an Untersuchungen von Udwadia et al. [UBP07] werden im nächsten Abschnitt 8.5.1 zunächst das Stabilitäts- und Regelverhalten einer Geschwindigkeitsrückführung mit Totzeit mittels Wurzelortskurven analysiert. Im darauffolgenden Abschnitt 8.5.2 wird die Geschwindigkeitsrückführung mit Totzeit um eine Zeitverzögerung erweitert. Die Analyse liefert schließlich die optimalen Regelparameter zur Kontrolle der Brückenschwingungen unter Berücksichtigung der Aktuatordynamik.

8.5.1 Wurzelortskurven unter Berücksichtigung von Totzeiten in der Regelung

Die Analyse des Stabilitäts- und Regelverhaltens einer mit Totzeit behafteten Geschwindigkeitsrückführung wird an einem gedämpften Einmassenschwinger durchgeführt. Das System wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$\underline{\ddot{x}} + 2\zeta\,\omega\,\underline{\dot{x}} + \omega^2\,\underline{x} = -k_v\,\underline{\dot{x}}\left(t - T_{d,v}\right) \tag{8.44}$$

Das obige Ein-Freiheitsgrad-System kann mittels Laplace Transformation auch als Übertragungsfunktion im Frequenzbereich dargestellt werden [Föl93]. Die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises lautet:

$$1 + \frac{s}{s^2 + 2\zeta\,\omega s + \omega^2} \cdot \frac{k_v\,\mathrm{e}^{\left(-s\,T_{d,v}\right)}}{1} = 0 \quad \text{bzw.} \quad 1 + G_{SISO}\left(s\right) \cdot \tilde{K}\left(s\right) = 0 \tag{8.45}$$

Hierbei ist $G_{SISO}\left(s\right)$ die Übertragungsfunktion des Einmassenschwingers also der Regelstrecke. Die Totzeit wird dem Regler zugeschlagen, so dass die Übertragungsfunktion des Reglers mit einer proportionalen Verstärkung der Geschwindigkeit k_v durch $\tilde{K}\left(s\right) = k_v \cdot \mathrm{e}^{\left(-s\,T_{d,v}\right)}$ gegeben ist. Bei $k_v = 0$ sind die konjugiert komplexen Pole des ungeregelten Systems wie folgt definiert:

$$\underline{s}_{1/2} = -\omega\zeta \pm i\,\omega\sqrt{1-\zeta^2} \tag{8.46}$$

Wird $k_v > 0$ gewählt, lassen sich die Pole des „Quasi-Polynoms“ nicht mehr analytisch berechnen. Es besteht jedoch die Möglichkeit, die Pole mit einem numerischen Algorithmus zu lokalisieren [BLS06]. Für gegebene Totzeiten können die Pole durch schrittweise Erhöhung der Reglerverstärkung ausgehend von den Polen ohne Reglerverstärkung in deren Umgebung gefunden werden. Für jede Totzeit kann dann die Wurzelortskurve ausgehend vom Pol des ungeregelten Systems über die Pole mit zunehmender Reglerverstärkung gezeichnet werden. Die Pole des geregelten Systems $\underline{\tilde{s}}_{1/2}$ sind somit abhängig von der Lehrschen Dämpfung und der Eigenkreisfrequenz des ungeregelten Systems sowie der Reglerverstärkung und der Totzeit:

$$\underline{\tilde{s}}_{1/2}\left(T_{d,v}, k_v, \omega, \zeta\right) = \underbrace{-\tilde{\omega}\tilde{\zeta}}_{\mathrm{Re}} \pm \underbrace{i\,\tilde{\omega}\sqrt{1-\tilde{\zeta}^2}}_{\mathrm{Im}} \tag{8.47}$$

Die Lehrsche Dämpfung $\tilde{\zeta}$ und die Eigenkreisfrequenz $\tilde{\omega}$ des geregelten Systems sind definiert durch:

$$\tilde{\zeta} = \frac{\mathrm{Re}\left(\underline{\tilde{s}}_1\right)/\mathrm{Im}\left(\underline{\tilde{s}}_1\right)}{\sqrt{1 + \left(\mathrm{Re}\left(\underline{\tilde{s}}_1\right)/\mathrm{Im}\left(\underline{\tilde{s}}_1\right)\right)^2}} \tag{8.48}$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\mathrm{Im}\left(\underline{\tilde{s}}_1\right)}{\sqrt{1-\tilde{\zeta}^2}} \tag{8.49}$$

Der Einfluss von Totzeiten auf die Lage der Pole wird am Beispiel der negativen Geschwindigkeitsrückführung der ersten Eigenschwingung ohne Berücksichtigung der Aktuatordynamik (Setup A0) illustriert. Hierzu werden die dynamischen Größen, die Eigenkreisfrequenz ω_1 und die Lehrsche Dämpfung ζ_1 der ersten Eigenschwingung, in Gleichung (8.45) eingesetzt. Das modale Stellgrößensignal ist in dieser Gleichung auf eins normiert. In Bild 8.6 ist

die obere komplexe Halbebene mit nur einem Pol $\underline{\tilde{s}_1}$ der konjugiert komplexen Polpaare dargestellt. Jede Wurzelortskurve ist zugehörig zu einer gegebenen dimensionslosen Totzeit $\tau = T_{d,v} / T_{n1}$, wobei $T_{n1} = 2\pi/\omega_1$ die natürliche Periodendauer der ersten Eigenfrequenz ist. Die dimensionslose Totzeit wird im Bereich $\tau = \{0, 0.1, 0.2, ..., 1.3\}$ variiert. Die Reglerverstärkung der negativ zurückgeführten Geschwindigkeit liegt im Bereich $k_v = \{0, 0.5, 1, ..., 6\}$. Jede Wurzelortskurve beginnt am Pol des ungeregelten Systems, wenn $k_v = 0$. Bis zu einer Totzeit $\tau = 0.2$ und einem zugehörigen $k_v = 3.5$ liegen die Pole auf der linken Seite der imaginären Achse, das geregelte System verhält sich stabil. Bei größeren Totzeiten und größeren Reglerverstärkungen wandern die Pole auf die rechte Seite der imaginären Achse, wodurch das System instabil wird. Treten Totzeiten in der Größenordnung der natürlichen Periodendauer auf, schwenken die Wurzelortskurven wieder zurück auf die stabile linke Seite. Bei $\tau = 1$ sind Stellgröße (Kraft) und Regelgröße (Geschwindigkeit) wieder in Phase.

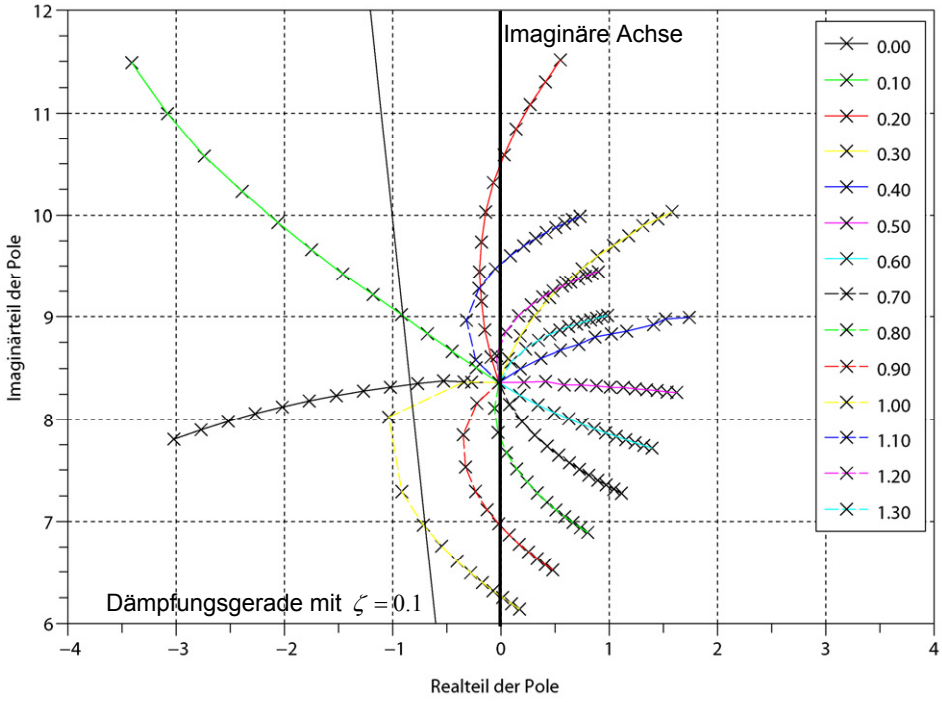


Bild 8.6: Wurzelortskurven zur negativen Geschwindigkeitsrückführung der ersten Eigenschwingung in Abhängigkeit von dimensionslosen Totzeiten τ (Setup A0).

Durch Einzeichnen einer Dämpfungsgeraden mit $\zeta = 0.1$ in Bild 8.6 kann folgender Vergleich vorgenommen werden. Die Wurzelortskurve mit $\tau = 1$ erzielt bei gleicher beziehungsweise geringerer Reglerverstärkung gleichwertige Dämpfungen $\tilde{\zeta}$ im Vergleich zur Wurzelortskurve mit $\tau = 0$. Allerdings kann mit zunehmender Reglerverstärkung bei $\tau = 1$ keine größere Dämpfung erreicht werden, auch wenn die Stellgröße und die Regelgröße wieder in Phase sind. Zudem ist das Regelverhalten bei $\tau = 1$ weniger robust, weil die Wurzelortskurve schneller in die rechte Halbebene wandert. Ohne Totzeit kann die Dämpfung mit zunehmender Reglerverstärkung weiter erhöht werden, wobei die Eigenfrequenz sinkt. Das geregelte System kann dabei nicht instabil werden.

Die Untersuchung im Zeitbereich zeigt, dass zur Regelung der Kraft zum Zeitpunkt t_2 die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t_1 = t_2 - T_{n1}$ und damit die Geschwindigkeit der Vorperiode verwendet wird. Bei einer zunehmenden um $-T_{n1}$ verschobenen Geschwindigkeitsamplitude wird die kleinere zum Zeitpunkt t_1 erzeugte Stellgröße in das System eingetragen. Umgekehrt wird bei abklingenden Geschwindigkeitsamplituden die größere zum Zeitpunkt t_1 er-

zeugte Stellgröße in das System eingetragen. Die optimalen Regelparameter für die erste Eigenschwingung unter Setup A0 sind in Tab. 8.1 aufgeführt.

Tab. 8.1: Optimale Regelparameter für die erste Eigenschwingung unter Setup A0

Optimale Regelparameter		Setup A0, $T_{T,A0} = 0.00\,\mathrm{s}$
Konj. kompl. Polpaar geregeltes System [-]	$\underline{\tilde{s}}_{1/2,1,A0,opt}$	-3.02+7.80
Reeller Pol geregeltes System [-]	$\underline{\tilde{s}}_{3,1,A0,opt}$	-
Eigenkreisfrequenz geregeltes System [rad/s]	$\tilde{\omega}_{1,A0,opt}$	8.36
Lehrsche Dämpfung geregeltes System [-]	$\tilde{\zeta}_{1,A0,opt}$	0.36
Dimensionslose Totzeit [-]	$\tau_{1,A0,v,opt}$	0.00
Totzeit [s]	$T_{d,1,A0,v,opt}$	0.00
Reglerverstärkung [-]	$k_{m1,A0,v,opt}$	6.00

8.5.2 Wurzelortskurven unter Berücksichtigung von Totzeiten in der Regelung sowie Totzeiten und Zeitverzögerungen aus der Aktuator- und Sensordynamik

Die im vorherigen Abschnitt durchgeführte Analyse wird um spezifische Zeitverzögerungen und Totzeiten resultierend aus der Aktuator- und Sensordynamik erweitert. Die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises einschließlich Zeitverzögerungen und Totzeiten aus der Aktuatordynamik $\tilde{G}_A(s)$ sowie Sensordynamik $\tilde{G}_S(s)$ lautet dann:

$$1 + \tilde{G}_A(s) \cdot G_{SISO}(s) \cdot \tilde{G}_S(s) \cdot \tilde{K}(s) = 0 \tag{8.50}$$

$$\tilde{G}_A(s) = G_A(s) \cdot \mathrm{e}^{(-sT_{d,A})} \tag{8.51}$$

$$\tilde{G}_S(s) = G_S(s) \cdot \mathrm{e}^{(-sT_{d,S})} \tag{8.52}$$

$$\tilde{K}(s) = k_v \cdot \mathrm{e}^{(-sT_{d,v})} \tag{8.53}$$

Ziel der Analyse mittels Wurzelortskurven ist es, die dem Regler zugeschlagene Totzeit $T_{d,v}$ so zu wählen, dass die Stellgröße und die Regelgröße wieder in Phase sind und somit über eine maximale Phasenreserve verfügen. Das heißt, die wählbare Totzeit $T_{d,v}$, die Zeitverzögerungen und Totzeiten des Aktuators und des Sensors müssen zusammen der Periodendauer der Eigenkreisfrequenz des geregelten Systems entsprechen. Die Analyse des Stabilitäts- und Regelverhaltens liefert schließlich die Reglerverstärkung k_v in Abhängigkeit der gewählten Totzeit $T_{d,v}$ sowie die Dämpfung des geregelten Systems $\tilde{\zeta}$. Zur Bestimmung der „optimalen Regelparameter“ können zwei Ziele verfolgt werden. Einerseits kann die maximal erreichbare Dämpfung unabhängig des erforderlichen Stellgrößenaufwandes das Ziel sein. Unter energetischen Aspekten ist hingegen ein möglichst geringer Stellgrößenaufwand beziehungsweise Kraftaufwand bei festgelegter Dämpfung anzustreben. Zur Kontrolle der Brückenschwingungen werden die optimalen Regelparameter mit dem Ziel der maximal erreichbaren Dämpfung bestimmt. Für die Eingrößenregelung unter Setup A in Abschnitt 8.5.3 wird auch der Stellgrößenaufwand bei festgelegter Dämpfung ermittelt. Die optimalen Regelparameter für die Mehrgrößenregelung werden in Abschnitt 8.5.4 bestimmt.

8.5.3 Modaler Reglerentwurf für die erste Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar – Eingrößenregelung, Setup A

Im Folgenden werden zwei Regler für zeitverzögerte Geschwindigkeitsrückführungen der ersten Eigenschwingung unter Setup A entworfen. Der erste Regler mit der Reglerverstärkung $k_{m1,A1,v,opt}$ berücksichtigt die Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik $\tilde{G}_A(s) = G_{PT_1,A1}(s)$ der vereinfachten Kraftregelung unter Setup A1. Der zweite Regler mit $k_{m1,A2,v,opt}$ berücksichtigt die Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik $\tilde{G}_A(s) = G_{PT_1,A2}(s)$ der exakten Kraftregelung unter Setup A2. Weitere Totzeiten aus der Aktuatordynamik treten nicht auf $T_{d,A} = 0$. Die hier auftretenden Zeitverzögerungen und Totzeiten aus der Sensordynamik $\tilde{G}_S(s)$ können im Verhältnis zur Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik vernachlässigt werden.

Ausgangspunkt ist wieder die in Abschnitt 8.2.1 eingeführte modale Zustandsraumdarstellung in der Block-Diagonal-Form. Der extrahierte Block $\mathbf{A}_{m1,A}$ von Setup A kann unverändert übernommen werden. Block $\mathbf{B}_{m1,A}$ wird auf Eins normiert, da der Regler im modalen Zustandsraum beziehungsweise im Frequenzbereich mittels Wurzelortskurve entworfen wird. Anschließend wird die modale Stellgröße über die Inverse des Geschwindigkeitseintrages des $\mathbf{B}_{m1,A}$ Vektors in eine physikalische Stellgröße zurücktransformiert. Aus der Matrix $\mathbf{C}_{m1}$ wird lediglich die zweite Zeile zur Rückführung der Geschwindigkeit verwendet. Damit ergibt sich folgendes Zustandsraummodell mit normiertem $\underline{\mathbf{B}}_{m1,A}$-Vektor und der Geschwindigkeit als Ausgang.

$$\underline{\mathbf{A}}_{m1,A} = \mathbf{A}_{m1,A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 \end{bmatrix},\ \underline{\mathbf{B}}_{m1,A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \underline{\mathbf{C}}_{m1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8.54}$$

Die Übertragungsfunktion $G_{SISO,m1,A}(s)$ erhält man mittels Laplace-Transformation.

$$G_{SISO,m1,A}(s) = \frac{s}{s^2 + 2\zeta_1\,\omega_1\,s + \omega_1^2} \tag{8.55}$$

Die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises unter Berücksichtigung der Totzeit und der Aktuatordynamik lautet:

$$1 + \tilde{G}_A(s) \cdot G_{SISO,m1,A}(s) \cdot \tilde{K}(s) = 0 \tag{8.56}$$

Mit Hilfe des in Abschnitt 8.5.1 genannten numerischen Algorithmus lassen sich die Pole der charakteristischen Gleichung berechnen. Der zur Aktuatordynamik gehörende reelle Pol $\underline{\tilde{s}}_3$ spielt eine vernachlässigbar kleine Rolle, da er aufgrund der Entfernung zum konjugiert komplexen Polpaar (dominierendes Polpaar) das Systemverhalten nur unwesentlich beeinflusst.

Die Zeitkonstante des PT_1-Elementes aus der vereinfachten Kraftregelung unter Setup A1 (Abschnitt 7.2.1) beträgt $T_{T,A1} = 0.15\,\mathrm{s}$ und aus der exakten Kraftregelung unter Setup A2 (Abschnitt 7.3.3) $T_{T,A2} = 0.05\,\mathrm{s}$. Die Reglerverstärkung der negativ zurückgeführten Geschwindigkeit liegt im Bereich $k_{m1,A1,v} = \{0, 0.5, 1, ..., 6\}$ und die dimensionslose Totzeit wird im Bereich $\tau = \{0, ..., 1.0\}$ variiert. Die Wurzelortskurven unter Setup A1 sind in Bild 8.7 und unter Setup A2 in Bild 8.8 dargestellt. Die optimalen Regelparameter zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung unter Setup A1 und Setup A2 sind in Tab. 8.2 zusammengestellt.

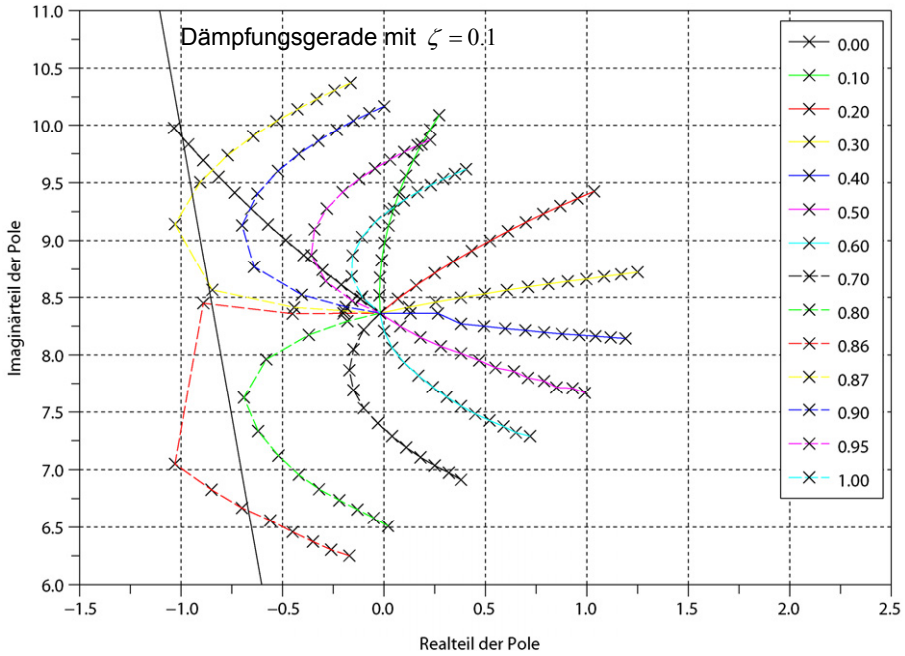


Bild 8.7: Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der vereinfachten Kraftregelung für die erste Eigenschwingung (Setup A1)

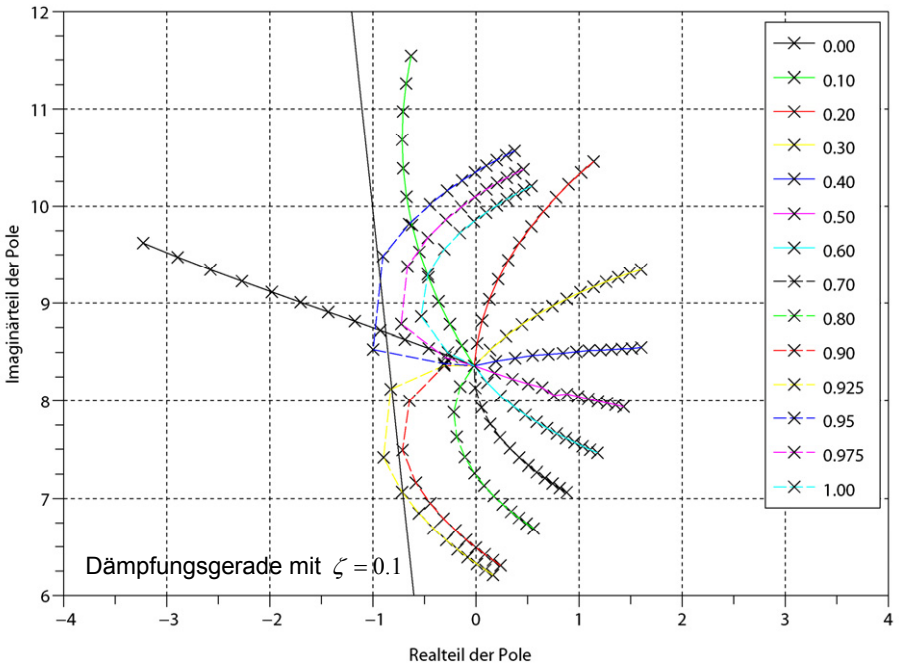


Bild 8.8: Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der exakten Kraftregelung für die erste Eigenschwingung (Setup A2)

Unter Setup A1 ist der Einfluss der Aktuatordynamik deutlich zu erkennen. Die maximal erreichbare Dämpfung wird durch die dimensionslose Totzeit $\tau_{1,A1,v,opt} = 0.86\,\mathrm{s}$ erzielt.

Der Einfluss der Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik unter Setup A2 ist deutlich geringer. Es kann sogar auf eine Reglertotzeit verzichtet werden. Dadurch kann eine deutlich höhere Dämpfung erzielt werden. Untersuchungen, die über den dargestellten Bereich in Bild 8.8 hinausgehen, zeigten auch, dass die Wurzelortskurve mit $\tau = 0$ bei zunehmender Reglerverstärkung nicht in den instabilen Bereich wandert. Mit $k_{m1,A2,v} \to \infty$ nähert sich die Kurve dem konjugiert komplexen Pol $\tilde{s}_{1/2} = -10 \pm i\infty$ an [BSV+11].

In diesem Entwurfsverfahren wurde der Einfluss einer Stellgrößenbeschränkung bisher nicht betrachtet. Der pneumatische Aktuator kann jedoch nur in begrenzter Höhe Zugkräfte erzeugen. Die Stellgröße ist daher auf physikalisch realisierbare Kräfte zu beschränken. Die theoretisch maximal realisierbare Zugkraft liegt bei $6000\,\mathrm{N}$. Damit die Stellgröße nicht in die Beschränkung läuft, wird die Reglerverstärkung begrenzt. Hier wird die Reglerverstärkung auf $k_{m1,A2,v,opt} = 6$ begrenzt, so dass bei einer Geschwindigkeitsamplitude von $\hat{\dot{x}}_{m1} \approx 0.2\,\mathrm{m/s}$ ungefähr die theoretisch maximal realisierbare Kraft gefordert wird. Diese Reglerverstärkung wird hier als optimaler Regelparameter bezeichnet.

Tab. 8.2: Optimale Regelparameter für die erste Eigenschwingung unter Setup A1 und A2

Optimale Regelparameter		Setup A1, $T_{T,A1} = 0.15\,\mathrm{s}$	Setup A2, $T_{T,A2} = 0.05\,\mathrm{s}$
Konj. kompl. Polpaar geregeltes System [-]	$\underline{\tilde{s}}_{1/2,1,Ai,opt}$	-1.03+7.05	-3.23+9.62
Reeller Pol geregeltes System [-]	$\underline{\tilde{s}}_{3,1,Ai,opt}$	-2.84	-13.58
Eigenkreisfrequenz geregeltes System [rad/s]	$\tilde{\omega}_{1,Ai,opt}$	7.12	10.15
Lehrsche Dämpfung geregeltes System [-]	$\tilde{\zeta}_{1,Ai,opt}$	0.14	0.32
Dimensionslose Totzeit [-]	$\tau_{1,Ai,v,opt}$	0.86	0.00
Totzeit [s]	$T_{d,1,Ai,v,opt}$	0.65	0.00
Reglerverstärkung [Ns/m]	$k_{m1,Ai,v,opt}$	2.50	6.00

Um die Lebensdauer des Muskels zu erhöhen, wird die Zugkraft auf $3000\,\mathrm{N}$ beschränkt. Die untere Beschränkung liegt physikalisch bedingt bei $0\,\mathrm{N}$, diese wird unter Setup B auf $100\,\mathrm{N}$ erhöht, wodurch der Muskel eine leichte Vorspannung erhält (Abschnitt 9.2.4). Eine Stellgrößenbeschränkung für Zug- und Druckkräfte ist charakteristisch für alle Arten von Aktuatoren und begrenzt die Wahl der Reglerverstärkung. Die Beschränkung nach unten, also ausschließlich auf Zugkräfte, tritt eher selten auf.

Um zunächst der Tatsache gerecht zu werden, dass im Reglerentwurf von einer kontinuierlichen Krafteinleitung, also während der gesamten Periodendauer ausgegangen wird, der Aktuator jedoch nur in der halben Periodendauer Zugkräfte einträgt, wird die ursprüngliche Reglerverstärkung um Faktor zwei vergrößert. Zur Untersuchung des Einflusses dieses Faktors auf das Regel- und Stabilitätsverhalten wurden mehrere Simulationen durchgeführt. In der ersten Simulation wird ein Pol einer Wurzelortskurve mit Totzeit betrachtet, der unmittelbar links an der imaginären Achse liegt. Mit der zugehörigen ursprünglichen Reglerverstärkung wird das Regelverhalten simuliert, wobei sich keine Instabilität zeigte. Für die zweite Simulation wird die ursprüngliche Reglerverstärkung um Faktor zwei vergrößert. Bei dieser Reglerverstärkung ist der Übergang zur Instabilität zu erkennen, das heißt eine geringfügig kleinere Reglerverstärkung zeigt stabiles Verhalten und eine geringfügig größere Reglerverstärkung zeigt instabiles Verhalten. Diese Untersuchung wurde nicht nur für die erste Eigenschwingung, sondern auch für die zweite und dritte Eigenschwingung durchgeführt (Abschnitt 8.5.4). Hierbei wurde ein ähnliches Verhalten beobachtet. Durch diese simulativen Untersuchungen wurde der Stabilitätsnachweis erfolgreich geführt, der damit auch den Faktor legitimiert. Die experimentelle Verifizierung des Stabilitätsnachweises erfolgt in Kapitel 9. Ein theoretischer Nachweis kann dadurch entfallen. Alternativ dazu kann die „absolute Stabilität“ mit Hilfe des Popov Kriteriums nachgewiesen werden [LWY07], [Ada09], [BSV+11].

Schließlich errechnet sich die modale Stellgröße u_m zur Kontrolle der ersten Eigenschwingung unter einer zeitverzögerten modalen Geschwindigkeitsrückführung aus dem Reglergesetz in Gleichung (8.57). Die geforderte physikalische Aktuatorkraft $F_{M1/2,ref}$ (Index ref für Soll-Größe) lässt sich aus der Rücktransformation der modalen Stellgröße berechnen, Gleichung (8.58). Hierzu wird die Inverse $B^{-1}_{m1,A,v}$ des Geschwindigkeitseintrages des $\mathbf{B}_{m1,A}$ Vektors verwendet.

$$u_{m1,v} = -2 \cdot k_{m1,Ai,v,opt} \cdot \dot{\hat{x}}_{m1}\left(t - T_{d,1,Ai,v,opt}\right) \tag{8.57}$$

$$F_{M1/2,ref} = u_1 = B^{-1}_{m1,A,v} \cdot u_{m1,v} \tag{8.58}$$

Für beide Setups wird nun der bereits erwähnte Stellgrößenaufwand betrachtet. Dieser ist gleichzusetzen mit der Höhe der Reglerverstärkung, die proportional zur Geschwindigkeit den Kraftaufwand bestimmt, um eine festgelegte Dämpfung zu erreichen (Dämpfungsgerade mit $\zeta = 0.1$). In Tab. 8.3 ist der Stellgrößenaufwand ohne Totzeit und mit Totzeit aufgeführt. Es ist festzustellen, dass sich durch Einführen einer Totzeit der Stellgrößenaufwand deutlich reduzieren lässt.

Tab. 8.3: Stellgrößenaufwand bei festgelegter Dämpfung $\zeta = 0.1$

Setup	Dimensionslose Totzeit [-]	Reglerverstärkung [Ns/m]
A1	$\tau_{1,A1,v} = 0$	$k_{m1,A1,v} = 5.75$
A1	$\tau_{1,A1,v} = 0.86$	$k_{m1,A1,v} = 1.45$
A2	$\tau_{1,A2,v} = 0$	$k_{m1,A2,v} = 1.80$
A2	$\tau_{1,A2,v} = 0.925$	$k_{m1,A2,v} = 1.00$

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass das verwendete und erweiterte Entwurfsverfahren „Wurzelortskurven unter Berücksichtigung von Totzeiten in der Regelung sowie Totzeiten und Zeitverzögerungen aus der Aktuator- und Sensordynamik“ nicht nur die optimalen Regelparameter liefert, sondern auch ein anschauliches Entwurfswerkzeug darstellt.

8.5.4 Modaler Reglerentwurf für die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen mit drei Aktuatoren-Paaren – Mehrgrößenregelung, Setup B

Mehrgrößenregelungen sind dadurch charakterisiert, dass mehr als eine Regelgröße mit mehr als einer Stellgröße verkoppelt ist. Für die Umsetzung der hier betrachteten Mehrgrößenregelung ist dabei erforderlich, dass aus modalen Stellgrößen physikalische Aktuatorenkräfte ermittelt werden können. Prinzipiell ist diese Problemstellung vergleichbar zur Ermittlung modaler Regelgrößen aus physikalischen Sensorsignalen. Mit Hilfe des in Abschnitt 8.2.2 eingeführten Kalman-Filters, der modale Regelgrößen schätzen kann, wurde diese Problematik bereits gelöst.

Der Entwurf der Mehrgrößenregelung beinhaltet zwei Schritte: Im ersten Schritt werden analog zur Eingrößenregelung die Wurzelortskurven für die zu kontrollierenden Eigenschwingungen $\{j = 1, \ldots, 3\}$ unter Setup B ermittelt. Aus diesen werden dann die optimalen Regelparameter, also die Totzeiten $T_{d,j,B,v,opt}$ und die Reglerverstärkungen $k_{mj,B,v,opt}$ bestimmt, welche Basis für die Berechnung der modalen Stellgrößen u_{mj} sind. Im zweiten Schritt wird eine Transformationsmatrix ermittelt, mit der die physikalischen Aktuatorenkräfte aus den modalen Stellgrößen rücktransformiert werden können.

Ermittlung der modalen Stellgrößen

In den folgenden drei Bildern (Bild 8.9 bis Bild 8.11) sind die Wurzelortskurven der ersten drei geregelten Eigenschwingungen des Setups B unter Berücksichtigung der linearisierten Aktuatordynamik (exakte Kraftregelung) abgebildet. Die zugehörigen optimalen Regelparameter sind in Tab. 8.4 zusammengestellt.

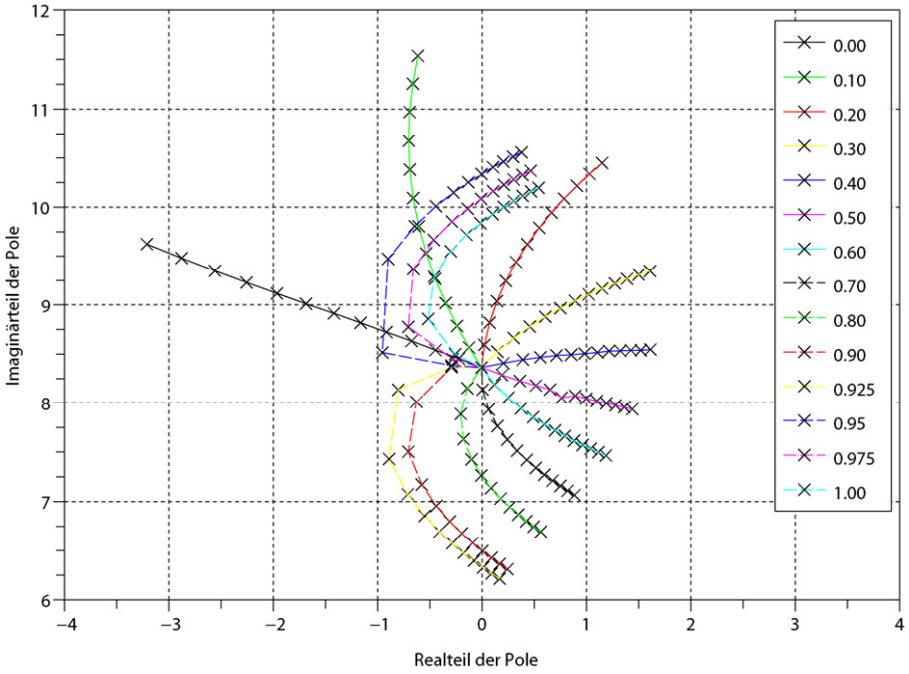


Bild 8.9: Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der exakten Kraftregelung für die erste Eigenschwingung (Setup B)

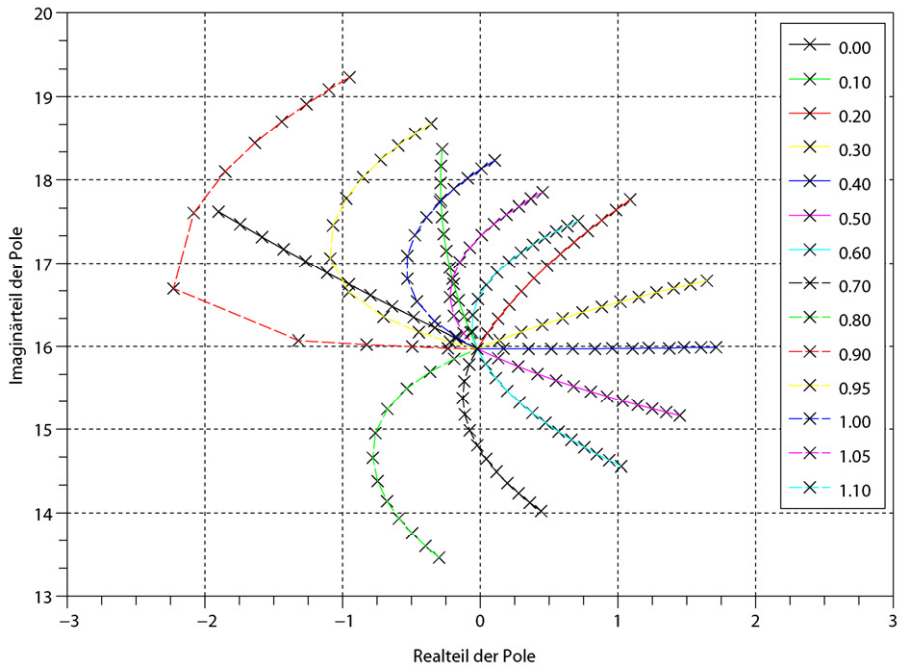


Bild 8.10: Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der exakten Kraftregelung für die zweite Eigenschwingung (Setup B)

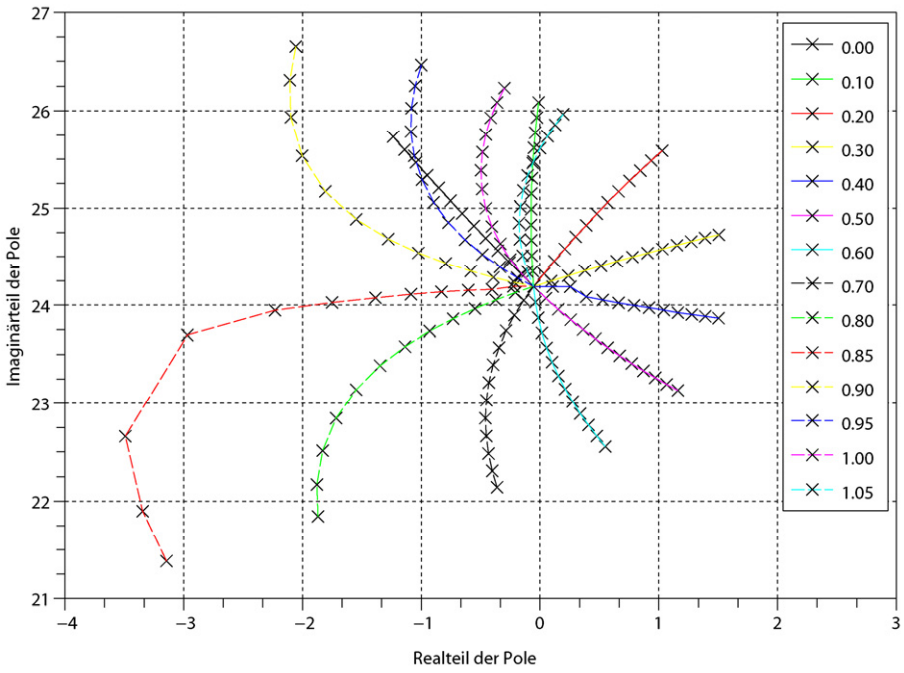


Bild 8.11: Wurzelortskurve unter Berücksichtigung der exakten Kraftregelung für die dritte Eigenschwingung (Setup B)

Der Unterschied zwischen den optimalen Regelparametern der ersten Eigenschwingung von Setup A2 (Abschnitt 8.5.3) und Setup B ist vernachlässigbar gering, da lediglich die Strukturdämpfung zwischen Setup A und Setup B variiert. Der Einfluss der Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik nimmt mit höheren Eigenschwingungen aufgrund kürzer werdender Periodendauer zu, so dass die Einführung einer Reglertotzeit erforderlich wurde, um ein besseres Regelverhalten zu erreichen. Die modalen Stellgrößen sind dann gegeben durch:

$$\mathbf{u}_{m,red} = \begin{bmatrix} u_{m3,v} \\ u_{m2,v} \\ u_{m1,v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \cdot k_{m3,B,v,opt} & & 0 \\ & -2 \cdot k_{m2,B,v,opt} & \\ 0 & & -2 \cdot k_{m1,B,v,opt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_{m3}\left(t - T_{d,3,B,v,opt}\right) \\ \dot{\hat{x}}_{m2}\left(t - T_{d,2,B,v,opt}\right) \\ \dot{\hat{x}}_{m1}\left(t - T_{d,1,B,v,opt}\right) \end{bmatrix} \quad (8.59)$$

Tab. 8.4: Optimale Regelparameter unter Setup B

Optimale Regelparameter Setup B, $T_{T,B} = 0.05$ s		1. Eigenschwingung	2. Eigenschwingung	3. Eigenschwingung
Konj. kompl. Polpaar geregeltes System [-]	$\underline{\tilde{s}}_{1/2,j,B,opt}$	-3.21+9.62	-2.23+16.69	-3.49+22.66
Reeller Pol geregeltes System [-]	$\underline{\tilde{s}}_{3,j,B,opt}$	-13.59	-6.90	-9.28
Eigenkreisfrequenz geregeltes System [rad/s]	$\tilde{\omega}_{j,B,opt}$	10.14	16.84	22.93
Lehrsche Dämpfung geregeltes System [-]	$\tilde{\zeta}_{j,B,opt}$	0.32	0.13	0.15
Dimensionslose Totzeit [-]	$\tau_{j,B,v,opt}$	0.00	0.90	0.85
Totzeit [s]	$T_{d,j,B,v,opt}$	0.00	0.35	0.22
Reglerverstärkung [Ns/m]	$k_{mj,B,v,opt}$	6.00	2.50	5.00

Transformation modaler Stellgrößen in physikalische Aktuatorenkräfte

Über Gleichung (8.5) sind die modalen Stellgrößen mit den physikalischen Aktuatorenkräften gekoppelt.

$$\mathbf{u}_m = \underbrace{\mathbf{B}_{m,B}}_{\mathbf{R}^{-1}\cdot\mathbf{B}} \cdot \mathbf{u} \tag{8.60}$$

Da die Stellmatrix $\mathbf{B}_{m,B} \in \mathbb{R}^{14\times 3}$ nicht invertierbar ist, muss eine Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{red}$ gefunden werden, die eine Zuordnung der ausgewählten drei modalen Stellgrößen $\mathbf{u}_{m,red}$ auf die drei physikalischen Aktuatorenkräfte $\mathbf{u}$ ermöglicht. Der Zusammenhang beider Größen ist über die Stellmatrix $\mathbf{B}_{m,B}$ und der Selektionsmatrix $\mathbf{C}_T$ wie folgt gegeben:

$$\mathbf{u}_{m,red} = \underbrace{\mathbf{C}_T \cdot \mathbf{B}_{m,B}}_{\mathbf{B}_{m,B,red}} \cdot \mathbf{u} \tag{8.61}$$

$$\mathbf{C}_T = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8.62}$$

$$\mathbf{B}_{m,B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{m7,1} & \mathbf{B}_{m7,2} & \mathbf{B}_{m7,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{m5,1} & \mathbf{B}_{mn_q,n_a} & \mathbf{B}_{m5,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{m3,1} & \mathbf{B}_{m3,2} & \mathbf{B}_{m3,3} \\ \mathbf{B}_{m2,1} & \mathbf{B}_{m2,2} & \mathbf{B}_{m2,3} \\ \mathbf{B}_{m1,1} & \mathbf{B}_{m1,2} & \mathbf{B}_{m1,3} \end{bmatrix} \tag{8.63}$$

Beispielsweise beschreibt $\mathbf{B}_{m3,1} \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ den Einfluss des Aktuators $n_a = 1$ auf die Eigenschwingung $n_q = 3$. Ist ein Eintrag $\mathbf{B}_{mn_q,n_a} = \mathbf{0}$, kann der Aktuator n_a die Eigenschwingung n_q nicht kontrollieren. Anzumerken ist, dass die Positionseinträge aller Vektoren $\mathbf{B}_{mn_q,n_a} = 0$ sind. Die reduzierte Stellmatrix $\mathbf{B}_{m,B,red}$ hat nun die folgende Form und erfüllt die Bedingung:

$$\mathbf{B}_{m,B,red} \cdot \mathbf{T}_{red} = \mathbf{E} \tag{8.64}$$

$$\mathbf{B}_{m,B,red} = \begin{bmatrix} B_{m3,1,v} & B_{m3,2,v} & B_{m3,3,v} \\ B_{m2,1,v} & B_{m2,2,v} & B_{m2,3,v} \\ B_{m1,1,v} & B_{m1,2,v} & B_{m1,3,v} \end{bmatrix} \tag{8.65}$$

Die Lösung zur Bestimmung der reduzierten Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{red}$ ergibt sich aus der Anzahl der Aktuatoren und der zu kontrollierenden Eigenschwingungen. Hier ist die Lösung für $n_a = n_q = 3$ wie folgt gegeben:

$$\mathbf{T}_{red} = \left(\mathbf{B}_{m,B,red}\right)^{-1} \tag{8.66}$$

Das Reglergesetz für die Mehrgrößenregelung vervollständigt sich mit der Transformation und Gleichung (8.59) zu:

$$\mathbf{F}_{M,ref} = \mathbf{u} = \mathbf{T}_{red} \cdot \mathbf{u}_{m,red} \tag{8.67}$$

Lösungen für eine ungleiche Anzahl an Aktuatoren und zu kontrollierenden Eigenschwingungen sind in Gleichung (8.68) aufgeführt [BG03]. Für $n_a < n_q$ liefert die Lösung kein eindeutiges Ergebnis. Somit ist eine Entkopplung nur möglich, wenn für eine festgelegte Anzahl zu kontrollierender Eigenschwingungen mindestens gleich viele Aktuatoren zur Verfügung stehen.

$$\mathbf{T}_{red} = \begin{cases} \left(\mathbf{B}_{m,B,red}^{T} \cdot \mathbf{B}_{m,B,red}\right)^{-1} \mathbf{B}_{m,B,red}^{T} & \text{für} \quad n_a < n_q \\ \mathbf{B}_{m,B,red}^{T} \left(\mathbf{B}_{m,B,red} \cdot \mathbf{B}_{m,B,red}^{T}\right)^{-1} & \text{für} \quad n_a > n_q \end{cases} \tag{8.68}$$

8.6 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle bei definierter Anregung

Zur Simulation der aktiven Schwingungskontrolle werden die in den vorherigen Abschnitten erläuterten Einzelkomponenten, bestehend aus dem Brückenmodell in Modalform, dem Kalman-Filter, der Aktuatordynamik sowie dem modalen Regler als Gesamtsystem zusammengeführt. Erforderlich hierzu ist noch die Kontraktionsschätzung, die hier im Vorgriff auf Abschnitt 9.2.3 verwendet wird. Die Darstellung des Signalflusses erfolgt mit Blockschaltbildern. Die Simulation wird mit Hilfe der frei verfügbaren Software Scilab/Scicos für numerische Berechnungen durchgeführt [NS97], [CCN06], [Zog07], [BMN08], [NS08], [Sto10], [Sci10a], [Sci10b].

In der Realität wird die Brücke durch Fußgänger angeregt. Entsprechende Beschreibungsansätze für Fußgängerkontaktkräfte sind in der Literatur [BA87], [But06] vorhanden, so dass die aktive Schwingungskontrolle auch unter Fußgängerverkehr simuliert werden kann. Die approximierten Beschreibungsansätze können experimentell jedoch nicht exakt umgesetzt werden, so dass dafür eine direkte Verifizierung der Simulationsergebnisse mit experimentellen Ergebnissen nicht möglich ist (Abschnitt 2.2.3). Um trotzdem das Regelverhalten, vor allem das Stabilitätsverhalten und die Robustheit der Regelung unter Fußgängerverkehr beurteilen zu können, wird dieser Belastungsfall in Abschnitt 9.4 nur experimentell untersucht.

Simuliert wird deshalb das Regelverhalten der aktiven Schwingungskontrolle nach einer definierten Anregung durch einen pneumatischen Aktuator. Diese Anregung erfolgt über ein sinusförmiges Kraftsignal mit einer Beschränkung auf positive Kräfte (Halbsinus). In Abschnitt 8.6.1 wird zunächst die aktive Schwingungskontrolle der ersten vertikalen Eigenschwingung simuliert. Unter Setup A0 wird zuerst der theoretische Fall ohne Berücksichtigung der Aktuatordynamik simuliert, um als Referenz für den Einfluss der Aktuatordynamik auf die Regelgüte zu dienen. Unter Setup A1 wird die aktive Schwingungskontrolle mit der vereinfachten Kraftregelung aus Abschnitt 7.2 simuliert. Die Simulation des Gesamtsystems unter Setup A2 beinhaltet die linearisierte Aktuatordynamik mit Verzögerung erster Ordnung (PT_1-Elemente) aus Abschnitt 7.3. In Abschnitt 8.6.2 wird die Mehrgrößenregelung (Setup B) mit der linearisierten Aktuatordynamik simuliert.

8.6.1 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar

Die untersuchten Setups A0, A1 und A2 werden unter den folgenden Voraussetzungen durchgeführt:

- Regelstrecke: reduziertes modales Zustandsraummodell, das nur die symmetrische erste, dritte, fünfte und siebte Eigenschwingung beinhaltet
- Kalman-Filter: reduziertes modales Zustandsraummodell äquivalent zur Regelstrecke, die Messgrößen sind die Ausgänge $\mathbf{y}_{s,A} = \begin{bmatrix} x_7 & x_8 \end{bmatrix}^T$
- Schätzung der Muskelkontraktion s_M für Setup A1 nach Gleichung (9.12)
- Anregung: erste Eigenschwingung durch ein Aktuatoren-Paar mit einem Kraftverlauf bestehend aus fünf Halbsinuswellen auf eine Schwingungsamplitude von $\hat{x}_{m1} = 0.03\,\mathrm{m}$
- Aktive Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung durch ein Aktuatoren-Paar, die Stellgröße $F_{M1/2,est}$ ist nach oben auf $3000\,\mathrm{N}$ und nach unten auf $0\,\mathrm{N}$ begrenzt.
- Die Signale der Regel- und Stellgröße werden zusätzlich mit Quantisierungsrauschen überlagert

Im Anhang A.7 sind die Blockschaltbilder der simulierten Regelkreise und der zeitliche Verlauf der wichtigsten Signale abgebildet. Die Simulationen der Setups zeigen, dass die Regel- und Stellgröße, durch die im entworfenen Regler eingeführte Totzeit in Phase gebracht werden, was die Schwingungsamplituden effektiv reduziert. In Bild 8.12 sind die geschätzten (Index est) Muskelkräfte $F_{M1/2,est}$ und in Bild 8.13 die Regelgrößen, also die geschätzten modalen Geschwindigkeiten (Index vel für Geschwindigkeit) beziehungsweise $\hat{\dot{x}}_{m1}$ der simulierten Setups A0, A1 und A2 dargestellt. Dieser Vergleich zeigt, dass die Schnelligkeit beziehungsweise die hohe Dynamik des Kraftaufbaus einen entscheidenden Einfluss auf die Regelgüte hat. So kann mittels der vereinfachten Kraftregelung (Setup A1) die gewünschte Soll-Kraft nicht erreicht werden. Mit der vereinfachten Kraftregelung lassen sich folglich höhere Eigenschwingungen sehr schlecht beziehungsweise nicht mehr kontrollieren, da bei diesen für den Kraftaufbau noch weniger Zeit zur Verfügung steht. Die Simulation mit der exakten Kraftregelung unter Setup A2 liefert ein mit Setup A0 vergleichbar gutes Regelverhalten. Die experimentelle Verifizierung der Simulationsergebnisse von Setup A1 erfolgt in Abschnitt 9.3.1 und von Setup A2 in Abschnitt 9.3.2.

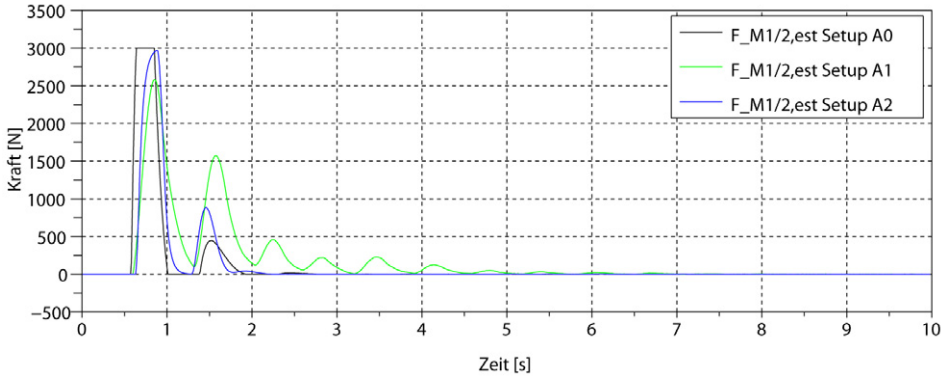


Bild 8.12: Vergleich der Simulationsergebnisse nach Anregung der ersten Eigenschwingung von Setup A0, A1 und A2

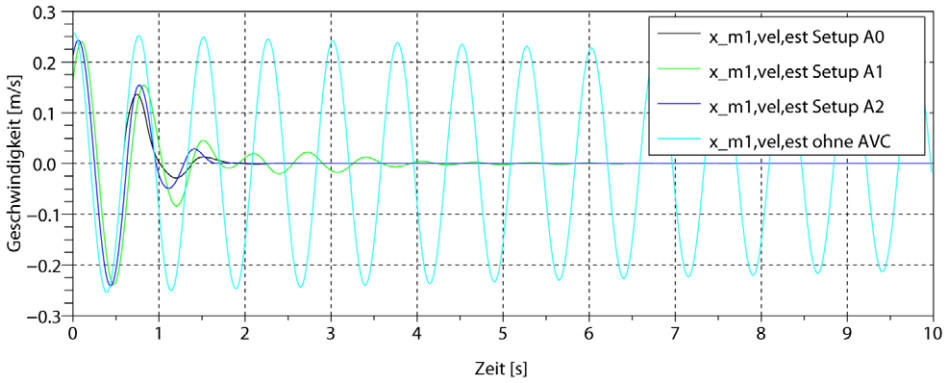


Bild 8.13: Vergleich der Simulationsergebnisse nach Anregung der ersten Eigenschwingung von Setup A0, A1, A2 und ohne aktive Schwingungskontrolle (AVC)

8.6.2 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren, Setup B

In Bild 8.14 ist der Regelkreis der Mehrgrößenregelung unter Setup B abgebildet. Die Simulationen werden unter den folgenden Voraussetzungen durchgeführt:

- Regelstrecke: vollständiges modales Zustandsraummodell, das die symmetrischen und die antimetrischen Eigenschwingungen beinhaltet
- Kalman-Filter: vollständiges modales Zustandsraummodell äquivalent zur Regelstrecke, die Messgrößen sind die Ausgänge $\mathbf{y}_{s,B} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_7 & x_8 \end{bmatrix}^T$
- Anregung: Das Aktuatoren-Paar $F_{M1/2}$ ist in Brückenmitte und die Aktuatoren-Paare $F_{M3/4}$ und $F_{M5/6}$ sind in den Viertelspunkten der Brücke angeordnet, zunächst wird jede Eigenschwingung separat angeregt: Die erste Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren $F_{M1/2}$, $F_{M3/4}$ und $F_{M5/6}$, mit einem Kraftverlauf aus jeweils drei Halbsinuswellen auf eine Schwingungsamplitude von $\hat{x}_{m1} = 0.03\,\mathrm{m}$; die zweite Eigenschwingung mit zwei Aktuator-Paaren $F_{M3/4}$ und $F_{M5/6}$ mit einmal sechs und einmal fünf Halbsinuswellen auf eine Schwingungsamplitude von $\hat{x}_{m2} = 0.02\,\mathrm{m}$; die dritte Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren mit jeweils sechs Halbsinuswellen auf eine Schwingungsamplitude von $\hat{x}_{m3} = 0.0075\,\mathrm{m}$. Anschließend erfolgt eine multimodale Anregung durch Superposition der Kraftverläufe, so dass die erste Eigenschwingung mit einer Amplitude von $\hat{\dot{x}}_{m1} \approx 0.1\,\mathrm{m/s}$ und die zweite und dritte Eigenschwingung mit einer Amplitude von $\hat{\dot{x}}_{m2} \approx 0.2\,\mathrm{m/s}$ und $\hat{\dot{x}}_{m3} \approx 0.2\,\mathrm{m/s}$ ausgelenkt werden. Anmerkung: Zur Anregung der höheren Eigenschwingungen ist ein deutlich größerer Kraftaufwand erforderlich.
- Aktive Schwingungskontrolle der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung durch negative Geschwindigkeitsrückführung, die Stellgrößen sind nach oben auf $3000\,\mathrm{N}$ und nach unten auf $100\,\mathrm{N}$ begrenzt (Abschnitt 9.2.4).
- Die Signale der Regel- und Stellgröße werden zusätzlich mit Quantisierungsrauschen überlagert.

Die Simulationsergebnisse der aktuatorinduzierten Schwingungen in jeweils einer Eigenschwingung sind in Anhang A.7 dargestellt. Anhand der Ergebnisse lässt sich festhalten, dass die Amplituden der angeregten Eigenschwingung durch die Mehrgrößenregelung

effektiv reduziert werden können. Instabilitäten treten dabei nicht auf, die Aktuatorenkräfte sind auch hier mit der modalen Geschwindigkeit in Phase. In Bild 8.15 sind die Signalverläufe bei gleichzeitiger Anregung der ersten drei Eigenschwingungen durch die Aktuatoren und anschließender aktiver Schwingungskontrolle (AVC) dargestellt. Auch hier werden die Schwingungsamplituden effektiv reduziert. Spillover-Effekte werden beim direkten Vergleich von Simulation und Experiment in Abschnitt 9.3 untersucht.

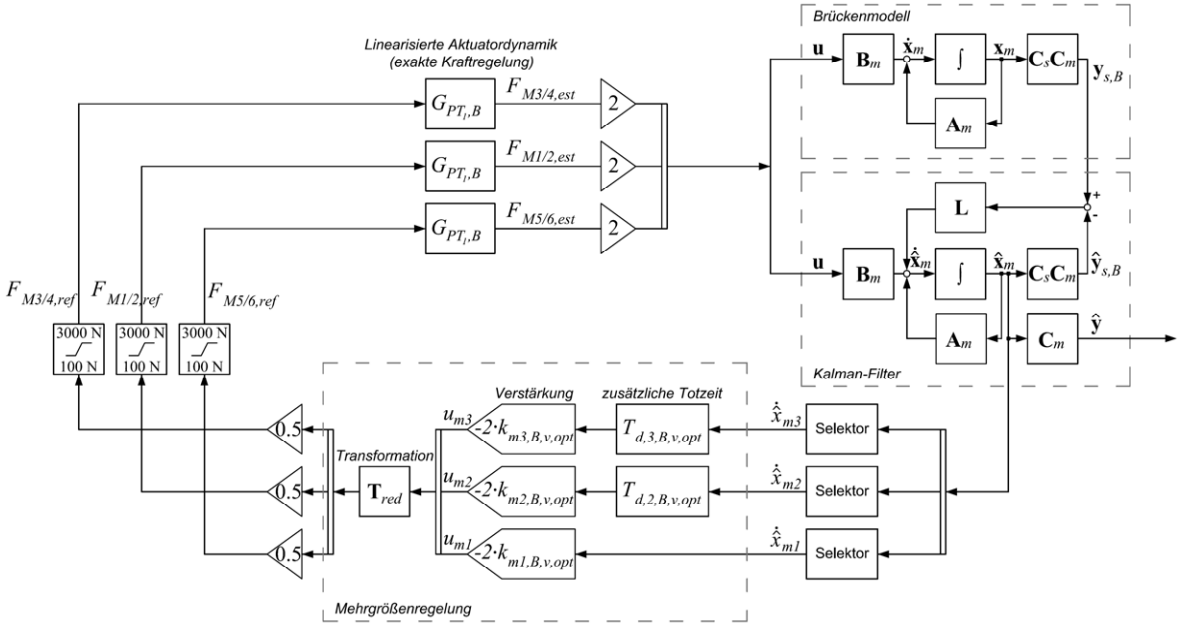


Bild 8.14: Regelkreis Simulation, Setup B

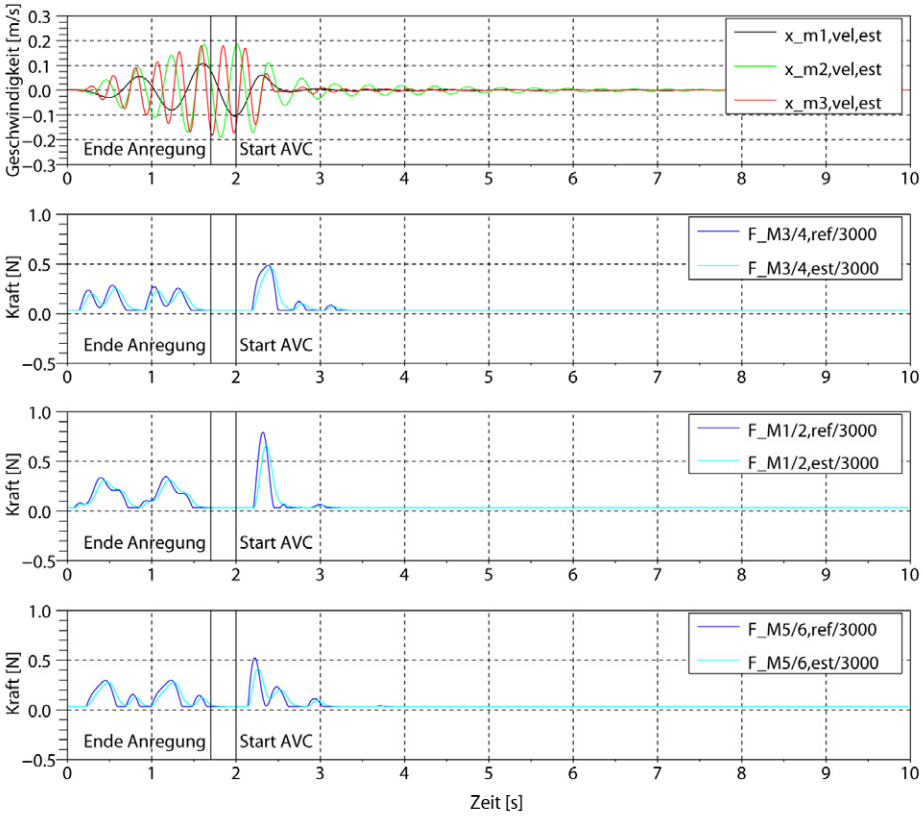


Bild 8.15 Simulationsergebnisse bei gleichzeitiger Anregung der ersten drei Eigenschwingungen durch die Aktuatoren und anschließender aktiver Schwingungskontrolle, Setup B

9 Experimentelle Verifikation

9.1 Einleitung

In diesem Kapitel werden die in der Simulation erzielten Ergebnisse aus Abschnitt 8.6 durch experimentelle Ergebnisse verifiziert. Ziel ist es eine Aussage zur Qualität der Simulationsmodelle zu treffen, um die entwickelten Modelle und Methoden zu bestätigen. Zunächst wird dazu in Abschnitt 9.2 die Signalverarbeitung erläutert, die zur Umsetzung der Regelung unter Verwendung von Sensoren, Aktuatoren und einem PC erforderlich ist. In Abschnitt 9.3 werden die Signalverläufe der Aktuatorenkräfte und Brückenzustände in Simulation und Experiment anhand einer definierten Anregung durch die Aktuatoren verglichen. Des Weiteren wird die Schätzung der modalen Zustände und die modellbasierte Schätzung der Muskelkontraktion verifiziert. Zuletzt werden in Abschnitt 9.4 die wichtigsten Ergebnisse der entwickelte aktiven Schwingungskontrolle dargestellt: Zum einen die Erhöhung der Dämpfung nach einer definierten Anregung und zum anderen die Reduzierung der Beschleunigungsamplituden unter Fußgängerbelastung.

9.2 Instrumentierung und Signalverarbeitung für die aktive Schwingungskontrolle mit pneumatischen Muskeln

Die Anordnungen der zum Einsatz kommenden Sensoren und Aktuatoren unter Setup B sind in Bild 9.1 bis Bild 9.3 dargestellt. Unter Setup A1 und Setup A2 kommen nur die Sensoren zur Regelung der Muskeln $M1$ und $M2$ in Brückenmitte sowie der Wegsensor zur Messung des Zustandes x_7 zum Einsatz. Die verwendeten Sensoren werden in Abschnitt 9.2.2 beschrieben.

Bild 9.1: Instrumentierte Spannbandbrücke unter Setup B

Bild 9.2: Aktuator, Ventil und Sensoren zur Kraftregelung unter Setup A2 und Setup B

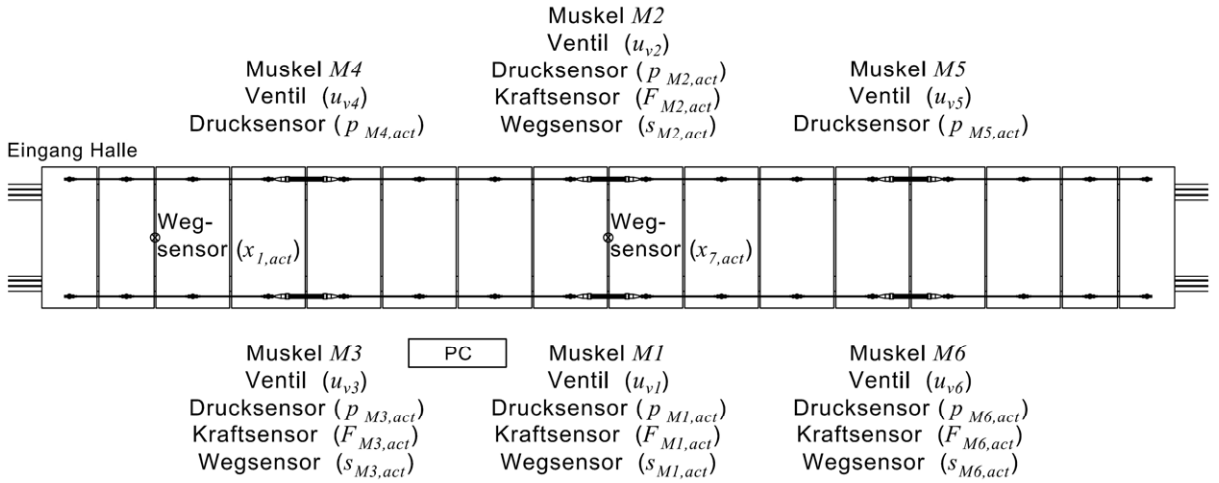


Bild 9.3: Anordnung der Sensoren und Aktuatoren für Setup B

9.2.1 Umsetzung der Regelung mit dem PC

Die Umsetzung der in Kapitel 8 entwickelten Regelungen erfolgt über ein Echtzeit-System auf einem PC mit dem Betriebssystem Linux [Nah08]. Die analog gemessenen Sensorsignale werden über Anschlussblöcke an die Dateneingangskarte des Typs NI PCI-6229 der Firma National Instruments [NAI10] gesendet, die mit einem Analog-Digital-Wandler bestückt ist. Die Scicos Toolbox HART [HAR10] übernimmt die Echtzeitkommunikation mit der Signalverarbeitung, so dass die digitalen Daten unter der bekannten Scilab / Scicos Umgebung (vgl. Simulation) weiterverarbeitet werden können. Der Signalausgang erfolgt über die Datenausgangskarte des Typs NI PCI-6704 [NAI10], die einen Digital-Analog-Wandler beinhaltet. Die Abtastfrequenz der Signale und die Signalverarbeitung erfolgt mit $100\ \mathrm{Hz}$. Der beschriebene Signalfluss ist in Bild 9.4 dargestellt.

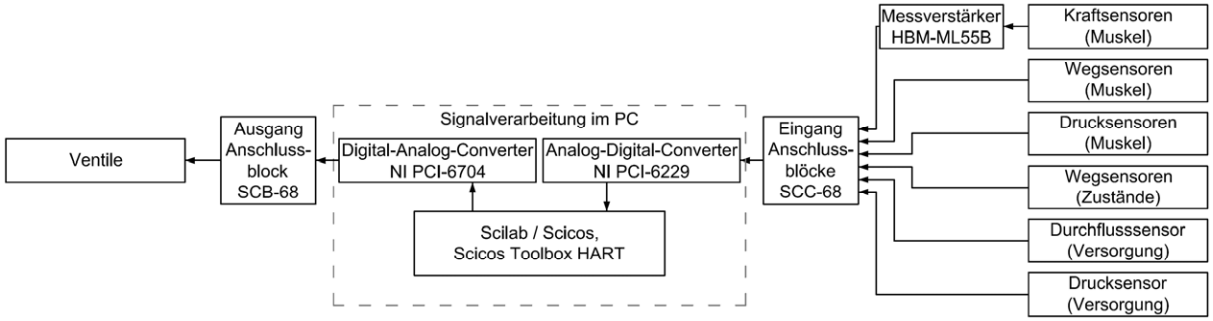


Bild 9.4: Signalfluss für die experimentelle Umsetzung

9.2.2 Sensoren

Wegsensoren zur Messung von Brückenzuständen

Der Zustand x_1 (Position) wird mit einem Wegsensor des Typs MLO-POT-360-LWG (analoger Schubstangenpotentiometer) und der Zustand x_7 (Position) mit einem Wegsensor des Typs MLO-POT-300-LWG der Firma Festo [FES10] gemessen. Der Sensor hat eine hohe Auflösung von $0.01\,\mathrm{mm}$ bei $360\,\mathrm{mm}$ beziehungsweise $300\,\mathrm{mm}$ elektrischem Nutzweg. Der Sensor wird mit $\pm 10\,\mathrm{V}$ betrieben. Das Sensorsignal $I_s\,[0...20\,\mathrm{V}]$ wird durch die Kalibrierung in Meter umgewandelt:

$$x_{1,act} = 1/1000\left(19.603 \cdot I_s + 0.50\right) \tag{9.1}$$

$$x_{7,act} = 1/1000\left(16.372 \cdot I_s - 0.12\right) \tag{9.2}$$

Das vom Einbau abhängige Offset ist jeweils noch zu berücksichtigen. Die Zustände x_2 und x_8 (Geschwindigkeit) werden über eine numerische Differenzierung (9.3) des Positions-Signals in Abhängigkeit von der Abtastfrequenz ermittelt und anschließend tiefpassgefiltert, Gleichung (9.4). Hierbei ist z die Variable der z-Transformation [ÅW97].

$$G_D(\mathrm{z}) = \frac{\mathrm{z}-1}{0.01 \cdot \mathrm{z}} \tag{9.3}$$

$$G_F(\mathrm{z}) = \frac{0.4}{\mathrm{z}-0.6} \tag{9.4}$$

Die nochmalige Differenzierung des Geschwindigkeitssignals liefert das Beschleunigungssignal, welches in den folgenden Abschnitten zur Auswertung der Ergebnisse verwendet wird.

Anmerkung: Interessant wäre die Verwendung von vollständigen Inertialsensoren. Eine einmalige numerische Integration des Beschleunigungssignals würde das Geschwindigkeitssignal und eine zweimalige numerische Integration das Wegsignal liefern. Numerische Integrationen führen jedoch zu einer deutlichen Signaldrift. Daher kamen Inertialsensoren vorerst nicht weiter zum Einsatz.

Sensoren für die vereinfachte Kraftregelung unter Setup A1

Zur Messung der Muskelkontraktion $s_{M,act}$ werden die Wegsensoren des Typs MLO-POT-360-LWG wie zur Messung des Brückenzustandes x_1 verwendet. Sie werden parallel zum Muskel angeordnet. Das Sensorsignal $I_s\,[0...20\,\mathrm{V}]$ wird durch die Kalibrierung in Meter umgewandelt:

$$s_{M,act} = 1/1000\left(19.603 \cdot I_s + 0.50\right) \tag{9.5}$$

Im Gegensatz zur Kraftregelung unter Setup A2 und Setup B, wird der Luftdruck nicht durch einen zusätzlichen Drucksensor, sondern durch einen im Ventil integrierten Drucksensor gemessen. Es werden Relativdrücke im Bereich von $0\,\mathrm{bar}$ bis $6\,\mathrm{bar}$ mit einer Genauigkeit von $1\,\%$ gemessen. Die Kalibrierung für das Sensorsignal $I_p\,[0...10\,\mathrm{V}]$ ist gegeben durch:

$$p_{M,act} = 0.79 \cdot I_p - 1.51 \tag{9.6}$$

Der verwendete Kraftsensor KM30z der Firma ME-Meßsysteme [MEM10] ist ein Zug-/Druck-Kraftsensor, der sich durch die kompakte Abmessung elegant in eine gevoutete Verbindungshülse zwischen Muskel und Geländerpfosten integrieren lässt. Das Sensorsignal des auf Dehnmessstreifen basierten Kraftsensors mit einer Nennkraft von $50\,\mathrm{kN}$ wird durch einen Messverstärker des Typs ML55B der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik [HBM10] verstärkt, bevor es an die Dateneingangskarte weitergegeben wird. Das Sensorsignal $I_F\,[0...100\,\mathrm{V}]$ wird durch die Kalibrierung in Newton umgewandelt:

$$F_{M,act} = -\left(530 \cdot I_F - 7.1\right) \tag{9.7}$$

Sensoren für die exakte Kraftregelung unter Setup A2 und Setup B

Zur Messung der Muskelkontraktion $s_{M,act}$ werden die Wegsensoren des Typs MLO-POT-360-LWG und die Kalibrierung in Gleichung (9.5) verwendet.

Der Luftdruck $p_{M,act}$ wird mit dem Drucksensor Typ SDET-22T-D10-G14-U-M12 [FES10] direkt am Ventil gemessen. Ventil und Drucksensor sind mit dem Muskel mit einem Schlauchlängenabstand von $0.22\,\mathrm{m}$ verbunden. Der Relativdruck wird im Bereich von $0\,\mathrm{bar}$ bis $10\,\mathrm{bar}$ mit einer Genauigkeit von $1\,\%$ gemessen. Das Sensorsignal $I_p\,[0...10\,\mathrm{V}]$ kann ohne Umrechnung, jedoch mit einer kleinen Offsetkorrektur verwendet werden:

$$p_{M,act} = I_p - 0.10 \tag{9.8}$$

Zur Kraftmessung kommt der gleiche Kraftsensor wie unter Setup A1 zum Einsatz.

9.2.3 Reduktion von Sensoren durch modellbasierte Schätzverfahren

Ein Ziel bei der Entwicklung des Systems zur aktiven Schwingungskontrolle war, die Anzahl der Sensoren auf ein notwendiges Minimum zu reduzieren. Hilfreich sind in diesem Zusammenhang modellbasierte Schätzverfahren. So wurde z.B. bereits in Abschnitt 8.2.2 gezeigt, dass mit Hilfe des Kalman-Filters modale Zustände durch einen Beobachter rekonstruiert werden können. Auch der Zustand und die zeitvariante Systemgröße zur Regelung der Muskelkraft können durch modellbasierte Schätzverfahren teilweise ermittelt werden.

Druckschätzung

In [Hil09] werden zwei modellbasierte Verfahren erläutert, die es ermöglichen, den Druckverlauf zu schätzen. Die Grundidee besteht darin, die Dynamik des Druckaufbaus, die durch Differentialgleichungen beschrieben wird, numerisch zu lösen. Somit kann auf Drucksensoren verzichtet werden. Diese Möglichkeit wurde im Rahmen der Arbeit jedoch nicht untersucht.

Schätzung der Muskelkontraktion

Es besteht auch die Möglichkeit, die Kontraktion beziehungsweise den Verlauf der Abstandsänderung zwischen zwei Geländerpfosten zu schätzen. Der geometrische Zusammenhang zwischen den vertikalen Zuständen und der horizontalen Abstandsänderung auf Aktuatorenhöhe kann für Setup B durch die Gleichungen (9.9) bis (9.11) ausgedrückt werden. Die geschätzten Kontraktionslängen $s_{M,est}$ sind zu den drei Aktuatoren zugehörig. Voraussetzung für die Schätzung ist die Kenntnis der physikalischen Zustände des Modells,

die über Gleichung (8.13) aus den modalen Zuständen rücktransformiert werden können. Den Gleichungen liegt die Annahme zugrunde, dass sich die Geländerpfosten aufgrund ihrer Biegesteifigkeit bei einer Krafteinleitung horizontal nicht verformen.

$$s_{M3/4,est}\left(\hat{x}_1,\hat{x}_3,\hat{x}_5\right)=-\left(w_p\hat{x}_1^2+2w_p\hat{x}_3^2+2\hat{x}_1\left(hL-w_p\hat{x}_3\right)-2\hat{x}_3\left(2hL+w_p\hat{x}_5\right)+\hat{x}_5\left(2hL+w_p\hat{x}_5\right)\right)\Big/2L^2 \tag{9.9}$$

$$s_{M1/2,est}\left(\hat{x}_5,\hat{x}_7,\hat{x}_9\right)=-\left(2hL\hat{x}_9+w_p\hat{x}_9^2+2hL\hat{x}_5+w_p\hat{x}_5^2-4hL\hat{x}_7-2w_p\hat{x}_9\hat{x}_7-2w_p\hat{x}_5\hat{x}_7+2w_p\hat{x}_7^2\right)\Big/2L^2 \tag{9.10}$$

$$s_{M5/6,est}\left(\hat{x}_9,\hat{x}_{11},\hat{x}_{13}\right)=-\left(w_p\hat{x}_9^2+2w_p\hat{x}_{11}^2+2\hat{x}_9\left(hL-w_p\hat{x}_{11}\right)-2\hat{x}_{11}\left(2hL+w_p\hat{x}_{13}\right)+\hat{x}_{13}\left(2hL+w_p\hat{x}_{13}\right)\right)\Big/2L^2 \tag{9.11}$$

Hierbei ist $w_p=L/4$. Weitere Parameter siehe Tab. 5.2. Zur Schätzung der Muskelkontraktion unter Setup A1 und Setup A2 wird das in Bild 5.2 dargestellte 2-Platten-Modell verwendet. Aus dem gemessenen Zustand x_7 kann die Muskelkontraktion in Brückenmitte über die folgende geometrische Beziehung geschätzt werden:

$$s_{M1/2,est}\left(x_7\right)=-\frac{w_p x_7^2}{\left(L_T/2\right)^2}+\frac{2hx_7}{L_T/2} \tag{9.12}$$

Die experimentelle Verifikation der Kontraktionsschätzung folgt in Abschnitt 9.3.

Kraftschätzung

Zur Regelung der Muskelkraft ist die Kenntnis der Regelgröße erforderlich. Stand der Technik ist die messtechnische Erfassung mit Hilfe eines Kraftsensors. Das in Gleichung (6.1) beschriebene Kraftkennfeld ermöglicht prinzipiell auch eine Schätzung der Kraft in Abhängigkeit vom Muskelinnendruck und von der Muskelkontraktion. Inwieweit die Kraftschätzung den Kraftsensor im Experiment ersetzen konnte, wird in Abschnitt 9.3 diskutiert.

9.2.4 Aktuatoren

Der verwendete Aktuator besteht aus zwei Komponenten: dem pneumatischen Muskel des Typs DMSP-40-356N [FES10], der in Abschnitt 4.3.2 bereits ausführlich beschrieben wurde, und einem Ventil. Unter Setup A1 kommt das Proportional-Druckregelventil des Typs VPPM-6F-L-1-F-0L6H-A4P-S1 [FES10] zum Einsatz und unter Setup A2 und Setup B das Proportional-Wegeventil des Typs MPYE-5-1/4-420-B [FES10]. Die Ventilcharakteristiken wurden in Abschnitt 6.3 beschrieben. Unter Setup A1 beträgt der Schlauchlängenabstand vom Ventil zum Muskel $2.75\,\mathrm{m}$ und vom Versorgungsanschluss zum Ventil $1.00\,\mathrm{m}$. Unter Setup A2 und Setup B wurde das Ventil deutlich näher am Muskel platziert, um den Luftdruck „im Muskel“ messen zu können und somit Totzeiten beim Kraftaufbau durch die Verschlauchung zu reduzieren. Der Schlauchlängenabstand vom Ventil zum Muskel beträgt $0.22\,\mathrm{m}$. Von der Versorgung zum Ventil beträgt der Schlauchlängenabstand für die Muskeln $M3/4$ und $M5/6$ $5.75\,\mathrm{m}$ und für die Muskeln $M1/2$ $3.15\,\mathrm{m}$. Es wurden Kunststoffschläuche mit einem Außendurchmesser von $12\,\mathrm{mm}$ verwendet. Für jedes Muskelpaar wird ein Schlauch verwendet,

der $2.00\,\mathrm{m}$ vor den Ventilen aufgesplittet wird. Druckluft von bis zu $5\,\mathrm{bar}$ steht über die Durckluftversorgung der Peter-Behrens-Halle zur Verfügung.

Die Stellgröße wird nach oben auf $3000\,\mathrm{N}$ begrenzt, um die Lebensdauer des Aktuators zu erhöhen. Die untere Begrenzung auf $100\,\mathrm{N}$ wird vor allem für die Mehrgrößenregelung eingeführt, um unter anderem die fertigungsbedingt unterschiedlich stark ausgeprägten Ventilleckagen zu kompensieren, die zu einer unangenehmen Geräuschentwicklung bei $0\,\mathrm{N}$ Kraftvorgabe führten. Abhilfe kann auch durch eine Kalibrierung der Steuerschieberkennlinie für jedes Ventil geschaffen werden [Hil09]. Die „Vor-Kontraktion“ beziehungsweise Vorspannung auf $100\,\mathrm{N}$ bietet den zusätzlichen Vorteil, dass der Muskel bereits mit Druckluft befüllt ist, und somit etwas schneller kontrahieren kann.

9.3 Vergleich von Experiment und Simulation bei definierter Anregung durch Aktuatoren

Zur Verifizierung der Ergebnisse aus der Simulation wird die Brücke im Experiment durch den Eintrag von Aktuatorenkräften auf dasselbe Schwingungsniveau wie in der Simulation gebracht. Anschließend wird die aktive Schwingungskontrolle zur Reduzierung der Schwingungsamplituden zugeschaltet. Der Scicos-Regelkreis zur Durchführung der Experimente besteht aus den Blöcken zum Einlesen der Sensordaten, dem Kalman-Filter, dem modalen Regler, der Kraftregelung, den Schätzern für die Muskelkontraktion und die Muskelkraft sowie den Blöcken zur Ausgabe der Ventilsignale.

9.3.1 Verifizierung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar, Setup A1

In Bild 9.5 ist der Regelkreis der durchgeführten Experimente unter Setup A1 dargestellt. Es werden die Regelparameter der Simulation verwendet (Tab. 8.2), jedoch mit einer korrigierten Totzeit $T_{d,\mathrm{l},Ai,v,opt} = 0.55\,\mathrm{s}$, um bisher unberücksichtigte Totzeiten aus der Signalverarbeitung zu berücksichtigen. Für jeden Muskel wird der Druck durch ein eigenes Ventil geregelt. Das Experiment wird alternativ mit dem Kraftschätzer und dem Schätzer der Muskelkontraktion durchgeführt (Setup A1_est), um auch die Schätzer verifizieren zu können. Der Signalfluss der geschätzten Größen ist gestrichelt dargestellt.

In Bild 9.6 sind die Soll- und Ist-Größen der Muskelkraft aus der Simulation und dem Experiment abgebildet. Die angepasste Totzeit ist über den zeitlichen Versatz der Soll-Größen zu erkennen. Der Kraftverlauf der Ist-Größe des Experiments folgt der PT_1 Charakteristik in der Simulation, wobei die Kraftamplitude im Experiment etwas größer ist. Die geforderte Soll-Größe wird aufgrund der Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik nicht erreicht. Die modalen Geschwindigkeitsamplituden klingen im Experiment trotz der größeren Kraftamplitude etwas langsamer ab (Bild 9.7). Dies kann durch Abweichungen der $\mathbf{B}$-Matrix vom realen Krafteintrag erklärt werden. Spillover-Effekte in höheren Eigenschwingungen treten nicht auf (Anhang A.8, Bild A.17).

Die Ergebnisse aus der Verifizierung der Kraftschätzung und der Schätzung der Muskelkontraktion (Abschnitt 9.2.3) sind im Anhang A.8, Bild A.18 bis Bild A.20 abgebildet. Es sind Abweichungen zwischen der geschätzten und der gemessenen Muskelkontraktion zu erkennen, die durch die vereinfachte Beschreibung, das heißt ohne Berücksichtigung der elastischen Biegesteifigkeit der Geländerkonstruktion, zu erklären sind. Der prinzipielle Einfluss der Muskelkontraktionslänge auf die Muskelkraft ist bei Kräften unter $3000\,\mathrm{N}$ geringer

(Bild 4.8), der Kraftregler kann diese Abweichung durch eine etwas höhere Druckvorgabe kompensieren. Das Abklingverhalten der Geschwindigkeiten ist bei Schätzung und Messung gleich gut, so dass die verwendeten Schätzer die Weg- und Kraftsensoren ersetzen können.

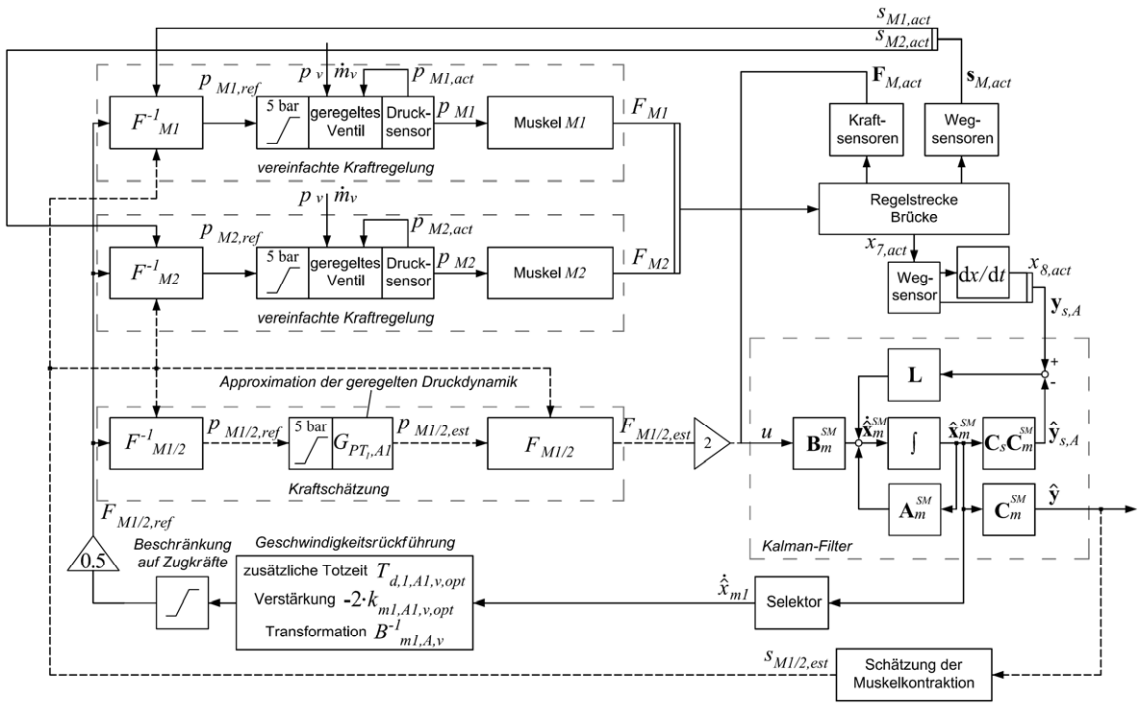


Bild 9.5: Regelkreis Experiment, Setup A1

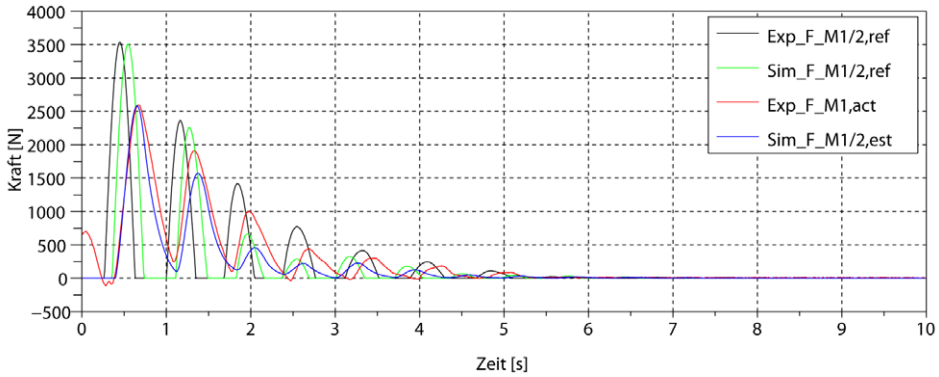


Bild 9.6: Ergebnisse Experiment (Exp) / Simulation (Sim) nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Muskelkraft $F_{M1/2}$, Setup A1

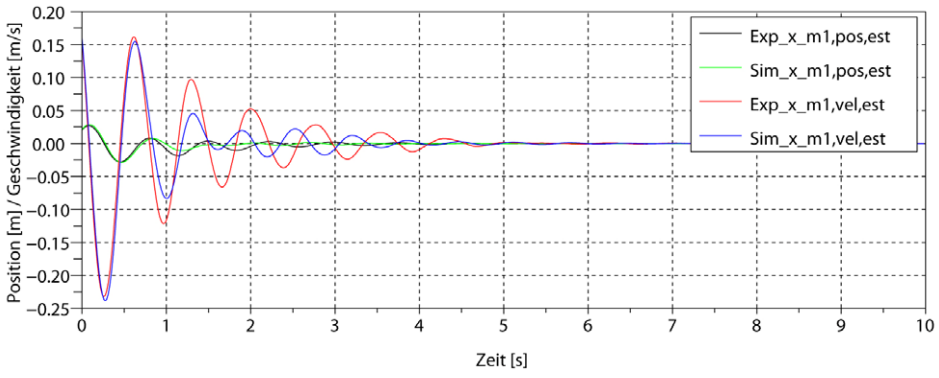


Bild 9.7: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Modale Position (Index pos für Position) und Geschwindigkeit, Setup A1

Experimentelle Ergebnisse bei definierter Anregung unter Setup A1

Das Ergebnis der aktiven Schwingungskontrolle bei definierter Anregung in der ersten Eigenschwingung lässt sich durch einen Vergleich der abklingenden Beschleunigungsamplituden (Index acc für Beschleunigung) ohne und mit aktiver Schwingungskontrolle (AVC) darstellen (Bild 9.8).

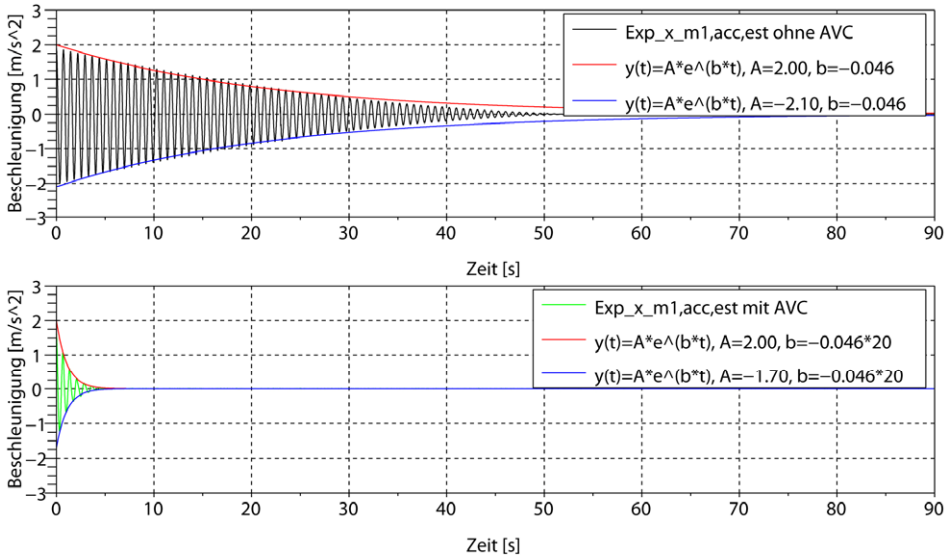


Bild 9.8: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Beschleunigung ohne und mit AVC und zugehöriger Hüllkurven, Setup A1

Dazu wird eine approximierte Hüllkurve über die abklingenden Beschleunigungsamplituden gelegt, die der natürlichen Exponentialfunktion entspricht. Aus dem Exponenten b (Bild 9.8) kann das logarithmische Dekrement mit aktiver Schwingungskontrolle $\Lambda_{1,A1,AVC}$ und ohne aktiver Schwingungskontrolle $\Lambda_{1,A}$ sowie die Lehrsche Dämpfung $\zeta_{1,A1,AVC}$ und $\zeta_{1,A}$ berechnet werden.

$$\Lambda_{1,A1,AVC} \approx \left(2\pi \cdot \mathrm{b}\right) / \tilde{\omega}_{1,A1,opt} \approx 0.8119 \quad \text{bzw.} \quad \zeta_{1,A1,AVC} \approx 0.13 \tag{9.13}$$

$$\Lambda_{1,A} \approx \mathrm{b} / f_{1,A} \approx 0.0341 \quad \text{bzw.} \quad \zeta_{1,A} \approx 0.0054 \tag{9.14}$$

Wobei die Werte für $\tilde{\omega}_{1,A1,opt}$ in Tab. 8.2 und für $f_{1,A}$ in Tab. 5.4 zusammengestellt sind. Es ist ersichtlich, dass durch die aktive Schwingungskontrolle bei vereinfachter Kraftregelung eine ≈ 20-fach höhere Dämpfung erreicht wird (Bild 9.8). Wie bereits in Abschnitt 2.4.5 erläutert, beschreibt die natürliche Exponentialfunktion das Abklingverhalten linearer Schwingungen. Der Einfluss nichtlinearer Strukturdämpfung und insbesondere der Eintrag von Kräften zur Schwingungskontrolle führen jedoch zu einem nichtlinearen Abklingverhalten, das nur näherungsweise durch die natürliche Exponentialfunktion beschrieben werden kann. Für eine Mittelung des logarithmischen Dekrements kann eine obere und untere Hüllkurve verwendet werden. Der Unterschied zwischen oberer und unterer Hüllkurve ist jedoch gering.

Anmerkung: Das logarithmische Dekrement ohne aktive Schwingungskontrolle ist geringfügig größer als der ermittelte Wert in Tab. 5.3, da die Werte vor dem Einbau der Muskeln und Wegsensoren ermittelt wurden.

9.3.2 Verifizierung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar, Setup A2

Der Regelkreis zur Durchführung der Experimente unter Setup A2 ist in Bild 9.9 dargestellt. Es wurden die Regelparameter aus der Simulation (Tab. 8.2) verwendet. Eine Korrektur der Totzeit wurde nicht vorgenommen, da der Reglerentwurf für die erste Eigenschwingung keine zusätzliche Totzeit erforderte. Die Kraftschätzung ist für die exakte Kraftregelung zu ungenau und führte zu einem unbrauchbaren Regelverhalten. Daher wurden die Experimente alternativ nur mit dem Schätzer der Muskelkontraktion durchgeführt (Setup A2_est).

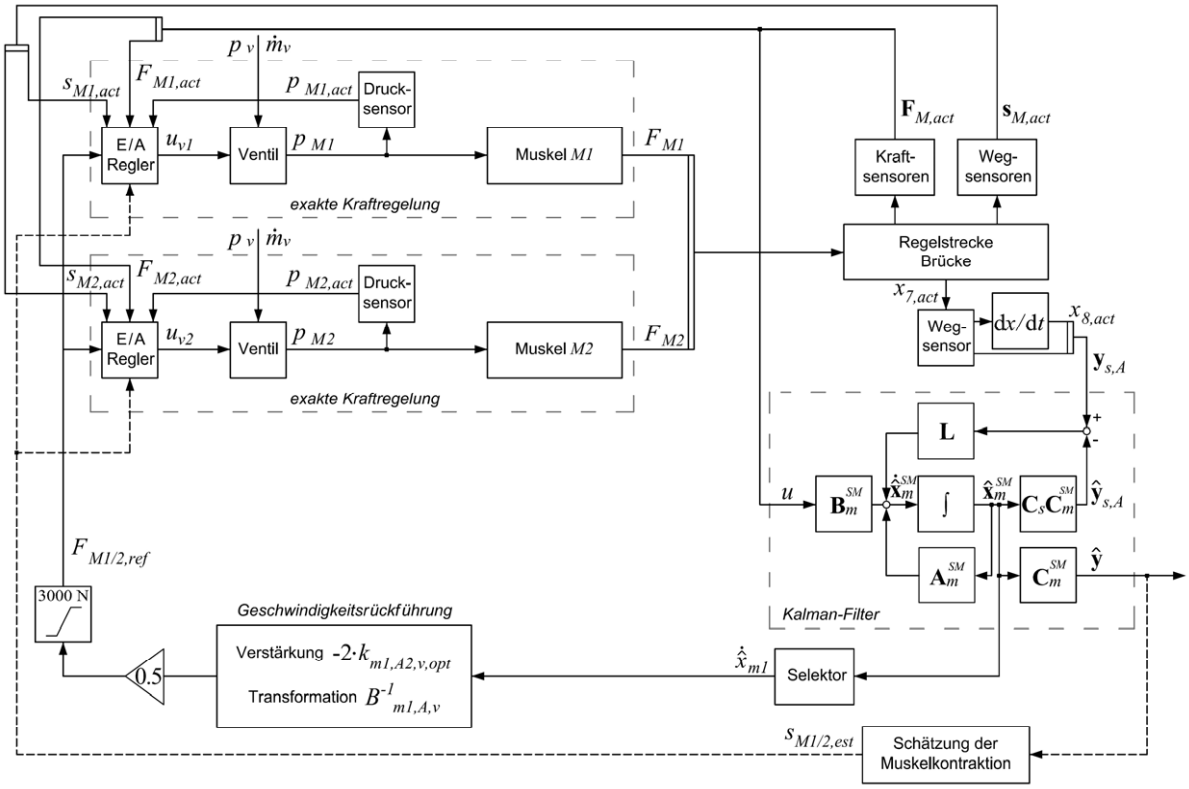


Bild 9.9: Regelkreis Experiment, Setup A2

In Abschnitt 7.3.2 wurde die exakte Kraftregelung simuliert und durch Experimente in Abschnitt 7.3.3 verifiziert. Es stellte sich heraus, dass die Kraftregelung im Experiment nicht alle Kraftforderungen exakt erfüllen kann. Insofern ist beim Vergleich der Signale aus dem Experiment und der Simulation zu beachten, dass in der Simulation die exakte Kraftregelung durch die linearisierte Aktuatordynamik (PT_1-Element) abgebildet wurde (Abschnitt 8.6). Die Signale sind daher primär qualitativ zu vergleichen.

Die Soll- und Ist-Größen der Muskelkraft sowie der Verlauf der modalen Position und der Geschwindigkeit in Simulation und Experiment sind im Anhang A.8, Bild A.21 und Bild A.22 dargestellt. Der Kraftverlauf der Ist-Größe des Experiments folgt der PT_1-Charakteristik in der Simulation. Im Experiment fordert der Regler allerdings beim zweiten Krafteintrag eine höhere Kraft als in der Simulation, was auch durch Abweichungen der $\mathbf{B}$-Matrix vom realen Krafteintrag zu erklären ist. Spillover-Effekte in höheren Eigenschwingungen sind vernachlässigbar gering (Anhang A.8, Bild A.24). Durch den schnelleren und höheren Krafteintrag wird die dritte Eigenschwingung im Vergleich zu Setup A1 etwas mehr angeregt.

Die Ergebnisse zur Verifizierung der Schätzung der Muskelkontraktion sind im Bild 9.10 und Bild 9.11 abgebildet. Die Abweichungen der geschätzten Muskelkontraktion (Anhang A.8,

Bild A.23) haben keinen Einfluss auf die Kraftregelung. Hier zeigt sich die Stärke des E/A-Reglers der exakten Kraftregelung, der Störgrößen optimal kompensieren kann. Soll- und Ist-Kraft sowie das Abklingverhalten der modalen Zustände sind bei geschätzter und gemessener Muskelkontraktion nahezu identisch, so dass die Wegsensoren durch den Schätzer ersetzt werden können.

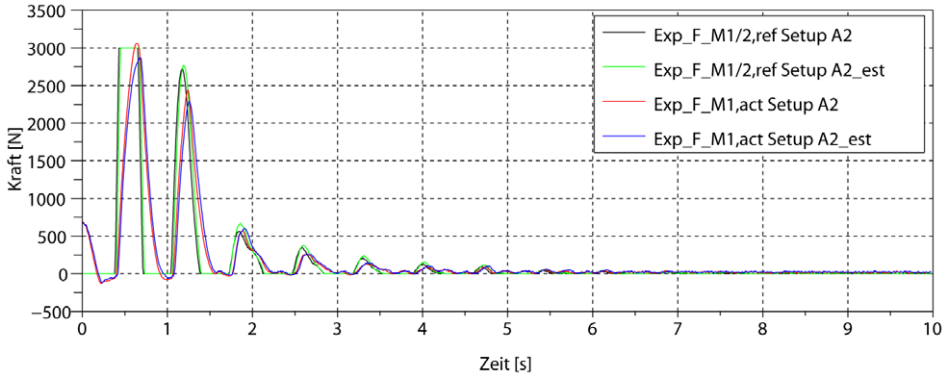


Bild 9.10: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Muskelkraft mit gemessener Muskelkontraktion, Setup A2 und geschätzter Muskelkontraktion, Setup A2_est

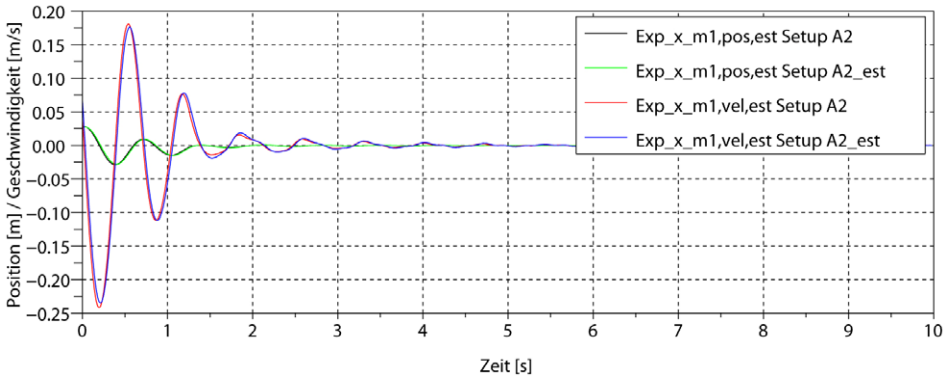


Bild 9.11: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit mit gemessener Muskelkontraktion, Setup A2 und geschätzter Muskelkontraktion, Setup A2_est

Experimentelle Ergebnisse bei definierter Anregung unter Setup A2

Das logarithmische Dekrement mit aktiver Schwingungskontrolle wird mit Gleichung (9.13) berechnet und beträgt $\Lambda_{1,A2,AVC} \approx 0.7973$. Daraus ergibt sich eine Lehrsche Dämpfung von $\zeta_{1,A2,AVC} \approx 0.13$. Die Werte sind etwas geringer als bei Setup A1, da die Eigenkreisfrequenz des geregelten Systems unter Setup A2 höher ist. Die aktive Schwingungskontrolle mit der exakten Kraftregelung liefert eine ≈ 28-fach größere Dämpfung als ohne aktive Schwingungskontrolle (Bild 9.12 und Gleichung (9.14)).

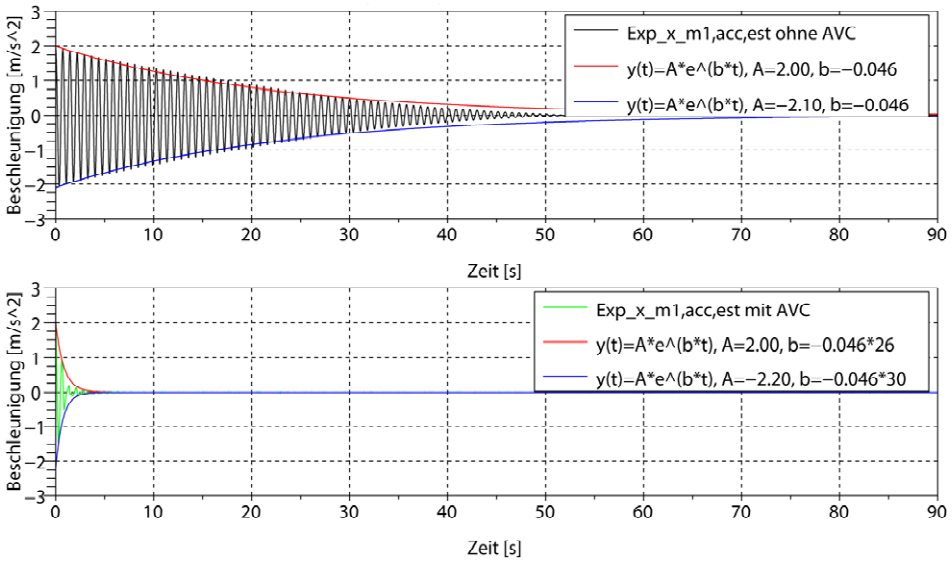


Bild 9.12: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Beschleunigung ohne und mit AVC und zugehöriger Hüllkurven, Setup A2

9.3.3 Verifizierung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren, Setup B

Der Regelkreis für die experimentelle Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle der ersten drei Eigenschwingungen ist in Bild 9.13 dargestellt. Der Signalfluss der exakten Kraftregelung für die sechs pneumatischen Aktuatoren ist im Anhang A.8, Bild A.25 abgebildet.

Aus technischen Gründen (Messverstärker mit vier Eingängen) wird zur Regelung der Muskelkraft für den Muskel $M4$ das am Muskel $M3$ gemessene Kraft- und Wegsignal verwendet, für den Muskel $M5$ das am Muskel $M6$ gemessene Kraft- und Wegsignal. Es werden die Regelparameter der Simulation verwendet (Tab. 8.4), jedoch mit einer korrigierten Totzeit $T_{d,2,B,v,opt} = 0.31\,\mathrm{s}$ für die zweite Eigenschwingung und $T_{d,3,B,v,opt} = 0.18\,\mathrm{s}$ für die dritte Eigenschwingung, um die geringe Totzeit aus der Signalverarbeitung zu berücksichtigen. Die Experimente werden auch mit dem Schätzer der Muskelkontraktion durchgeführt. Wie bereits bei der Verifizierung von Setup A2 erwähnt, ist beim Vergleich der Signale aus dem Experiment und der Simulation zu beachten, dass die exakte Kraftregelung in der Simulation durch ein PT_1-Element abgebildet wurde, um die Rechenzeit gering zu halten (Abschnitt 8.6).

Wie auch in der Simulation (Abschnitt 8.6.2) wurde zunächst jede Eigenschwingung einzeln durch die Muskeln angeregt. Vor allem der Kraftaufbau und die Reduktion der Schwingungsamplituden in jeder Eigenschwingung können auf diese Weise untersucht und beurteilt werden. Sämtliche Diagramme zum Vergleich der Ergebnisse aus der Simulation und dem Experiment bei singulärer Anregung der ersten drei Eigenschwingungen sind im Anhang A.8 Bild A.26 ff dargestellt. Eine Verifizierung der Simulationsergebnisse nach einer multimodalen Anregung durch die Aktuatoren wurde ebenfalls durchgeführt (Bild 9.14 bis Bild 9.22 und Anhang A.8, Bild A.47 bis Bild A.54). Die Ergebnisse sollen im Folgenden diskutiert werden.

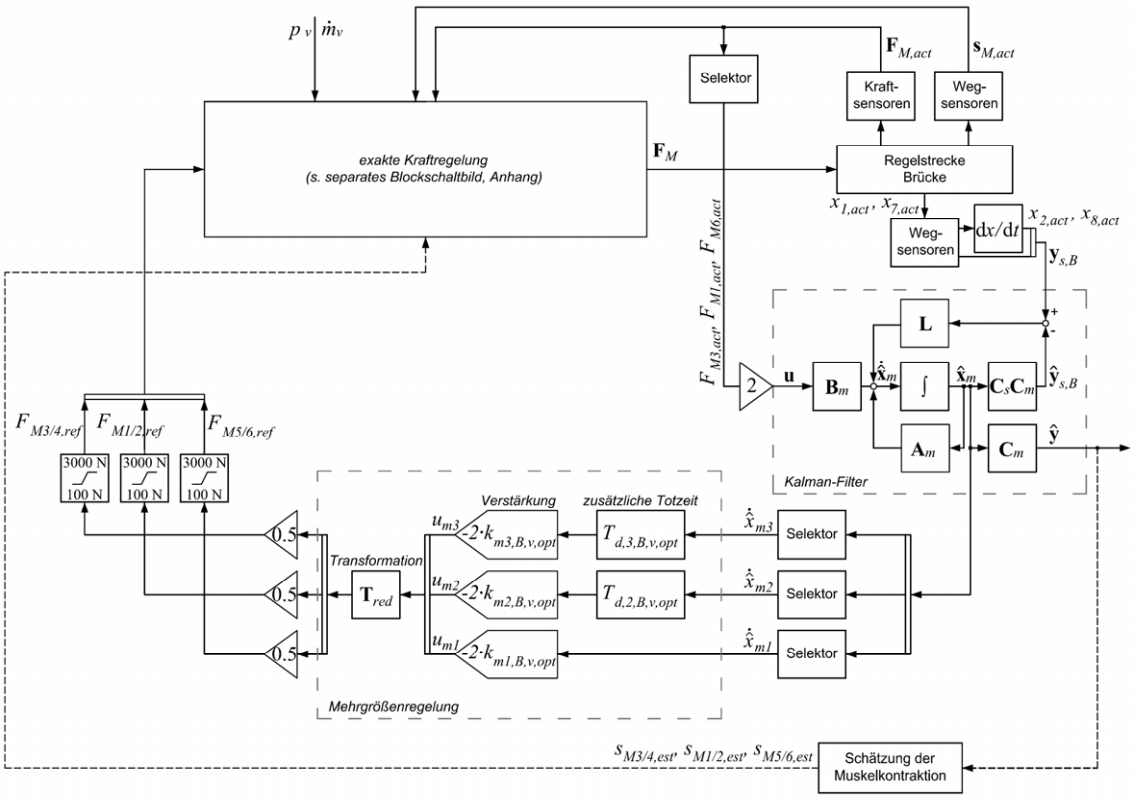


Bild 9.13: Regelkreis Experiment, Setup B

Muskelkräfte

Im 8-Platten-Modell wurde die Interaktion zwischen Aktuator und Brücke nur über den Krafteintrag des Aktuators hergestellt. Die Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften des pneumatischen Aktuators wurden dabei nicht berücksichtigt, da sie einen vergleichsweise geringen Einfluss auf das Steifigkeits- und Dämpfungsverhalten des Gesamtsystems haben. Zu beachten bleibt dennoch, dass die gemessene Kraft am Muskel im Gegensatz zur simulierten Muskelkraft, Kopplungseffekte der in Reihe geschalteten Muskeln beinhaltet. Folglich ist die tatsächlich gemessene Kraft nicht immer identisch mit der über den Muskel aufgebauten Kraft. Der Kraftregler ist zwar bestrebt, die geforderte Soll-Kraft aufzubauen, kann jedoch durch geometrische Randbedingungen diese Forderung nicht immer erfüllen. Bei positiver Positions-Amplitude und negativer Geschwindigkeits-Amplitude der Brücke wird der Abstand zwischen den Muskel-Anbindungspunkten am Geländerpfosten größer, der Muskel wird gedehnt, wodurch eine Zugkraft entsteht. Diese wird vom Kraftsensor gemessen, kann jedoch vom Kraftregler nicht beeinflusst werden. Die Differenzkraft zwischen der Soll- und Ist-Kraft ist allerdings relativ klein, größere Differenzkräfte treten zum Beispiel bei der aktiven Schwingungskontrolle der zweiten und dritten Eigenschwingung auf. Ursache dafür ist, dass der Nachbarmuskel aktiv eine Zugkraft erzeugt, die bis zum Muskel mit null Kraftforderung weitergeleitet und vom dortigen Kraftsensor gemessen wird (Bild A.33, Bild A.40). Ungeachtet dieses Einflusses folgt die gemessene Kraft im Wesentlichen der PT_1-Charakteristik der linearisierten Kraftregelung. Der Vergleich zwischen Simulation und Experiment zeigt unter Berücksichtigung des genannten Einflusses und einer möglichen Unsicherheit zwischen der $\mathbf{B}$-Matrix und dem realen Krafteintrag eine gute Übereinstimmung. Die Muskelkräfte zur multimodalen Schwingungskontrolle sind in Bild 9.14 bis Bild 9.16 dargestellt.

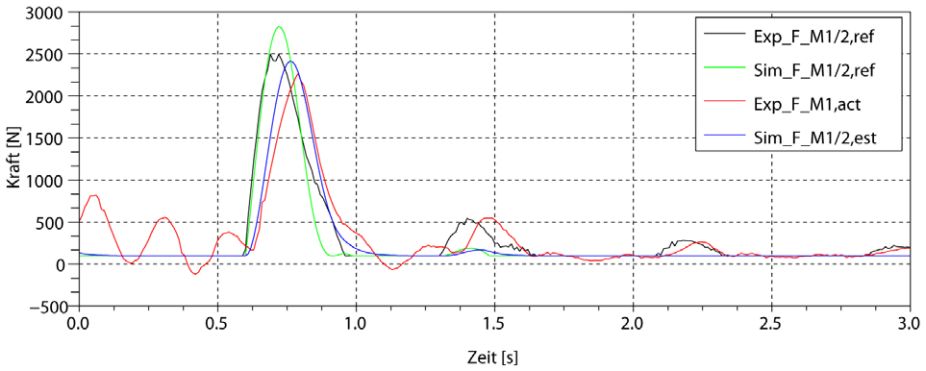


Bild 9.14: Ergebnisse Experiment / Simulation nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Muskelkraft $F_{M1/2}$, Setup B

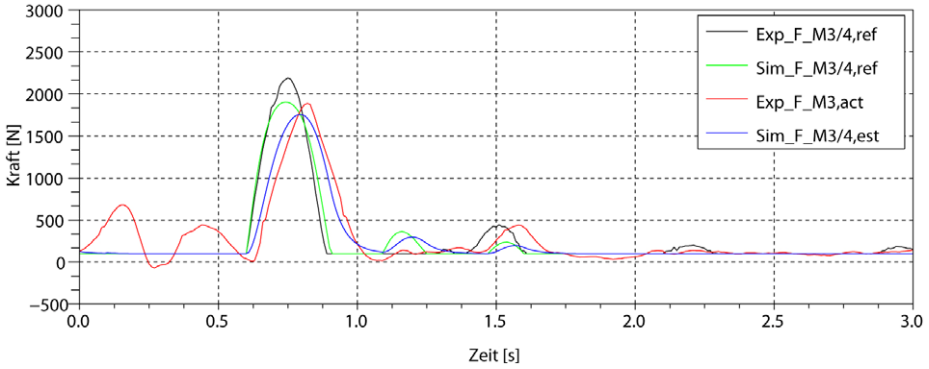


Bild 9.15: Ergebnisse Experiment / Simulation nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Muskelkraft $F_{M3/4}$, Setup B

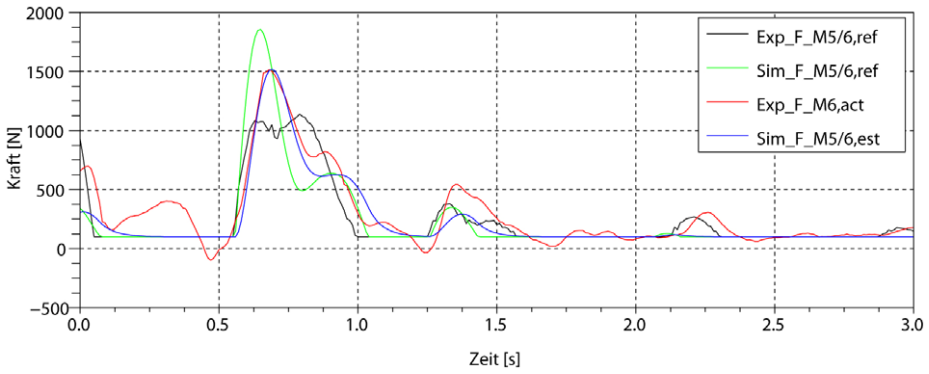


Bild 9.16: Ergebnisse Experiment / Simulation nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Muskelkraft $F_{M5/6}$, Setup B

Zustände (modale Position und Geschwindigkeit) und Spillover-Effekte

Die Verläufe der modalen Position und Geschwindigkeit im Experiment entsprechen den Verläufen in der Simulation. Der etwas höhere Krafteintrag im Experiment hat aufgrund der bereits genannten Abweichung der $\mathbf{B}$-Matrix keinen Einfluss auf das Abklingen der Schwingungsamplituden. Der Eintrag der Aktuatorenkräfte zur Reduktion von jeweils einer Eigenschwingung sowie von mehreren Eigenschwingungen ruft nur vernachlässigbare Spillover-Effekte hervor und stimmt mit den Ergebnissen aus der Simulation sehr gut überein. Die abklingenden Schwingungsamplituden bei multimodaler Schwingungskontrolle sind in Bild 9.17 bis Bild 9.19 dargestellt.

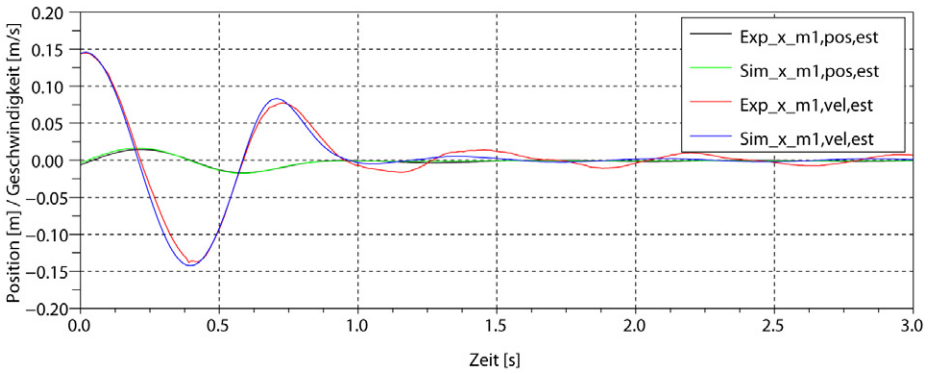


Bild 9.17: Ergebnisse Experiment / Simulation nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Modale Position und Geschwindigkeit der ersten Eigenschwingung, Setup B

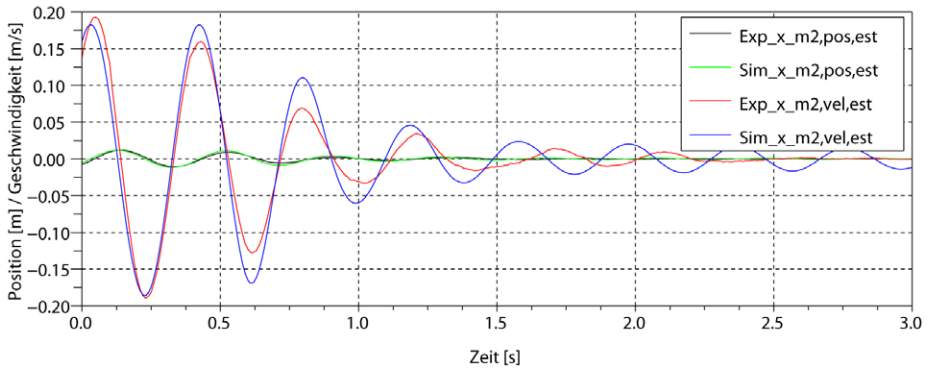


Bild 9.18: Ergebnisse Experiment / Simulation nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Modale Position und Geschwindigkeit der zweiten Eigenschwingung, Setup B

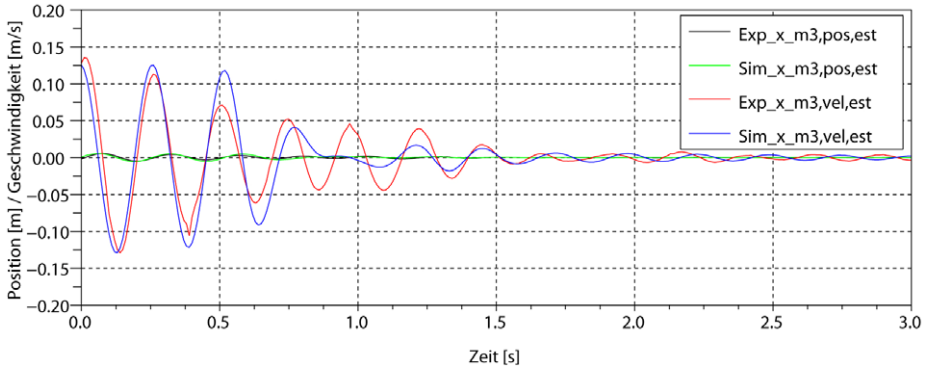


Bild 9.19: Ergebnisse Experiment / Simulation nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Modale Position und Geschwindigkeit der dritten Eigenschwingung, Setup B

Schätzung der Muskelkontraktion

Für Setup B_est werden die Muskelkontraktionen über die Gleichungen (9.9) bis (9.11) aus dem Verlauf der Brückenpositionen berechnet. Qualitativ bildet der Schätzer den Verlauf der Muskelkontraktion sehr gut ab (Anhang A.8, Bild A.29 ff). Quantitativ treten Abweichungen auf, die der vereinfachten geometrischen Beschreibung geschuldet sind, in der die elas-

tischen Horizontalverformungen des Geländers infolge der Aktuatorenkräfte nicht berücksichtigt sind. Der Verlauf der geschätzten Kontraktion von Muskel $s_{M1/2,est}$ im Vergleich zur gemessen Kontraktion von Muskel $s_{M1,act}$ ist im Bild 9.20 abgebildet.

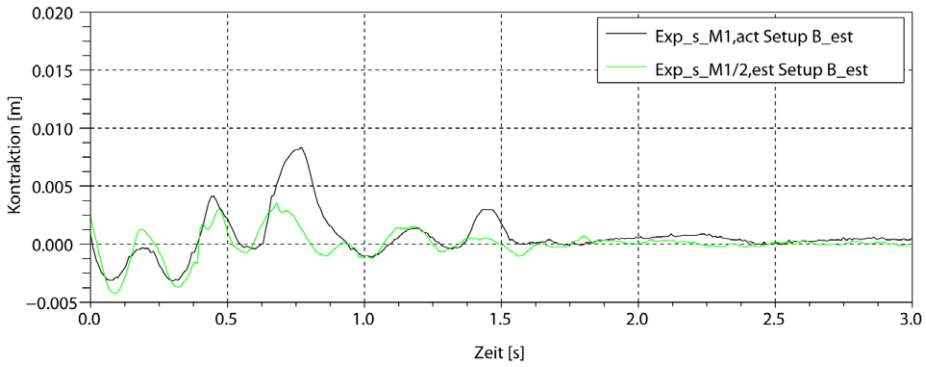


Bild 9.20: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Geschätzte und gemessene Muskelkontraktion von Muskel $M1$, Setup B_est

Die Ergebnisse der Experimente unter Setup B_est sind nahezu identisch mit den Ergebnissen der Experimente unter Setup B. Als Beispiel ist in Bild 9.21 der Kraftverlauf von Muskel $M1$ unter Setup B_est und Setup B dargestellt. Die gleiche Ist-Kraft wird trotz der Unsicherheiten bei der Kontraktionsschätzung erzielt, indem der E/A-Regler der exakten Kraftregelung einen etwas höheren Druck vorgibt. Somit können vier Wegsensoren durch die Schätzung der Muskelkontraktion trotz quantitativer Abweichungen eingespart werden.

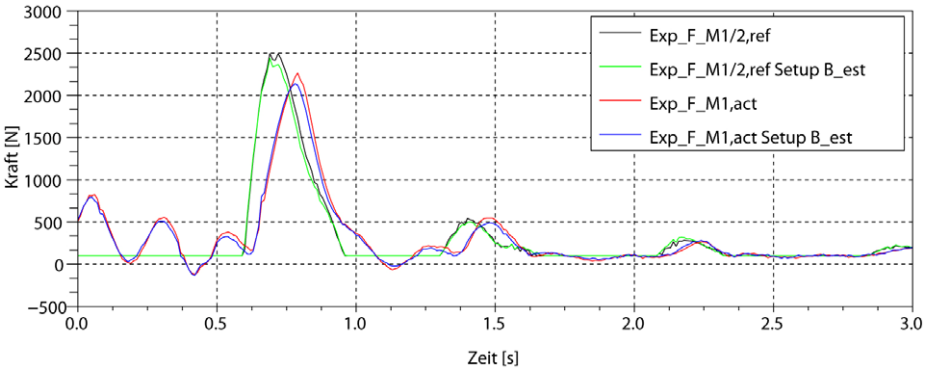


Bild 9.21: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Muskelkraft F_{M1} mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

Kalman-Filter

Der in Abschnitt 8.2.2 entworfene Kalman-Filter zur Schätzung der modalen Zustände wird nun ebenfalls durch die Experimente verifiziert. Verifizierbar sind die gemessenen Zustände $x_{1,act}$, $x_{2,act}$, $x_{7,act}$ und $x_{8,act}$ mit den rücktransformierten geschätzten Zuständen $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$, $\hat{x}_7$ und $\hat{x}_8$. Aufgrund des symmetrischen und des antimetrischen Eigenschwingungsverhaltens der Brücke können die Zustände $\hat{x}_{13}$ und $\hat{x}_{14}$ auch mit $x_{1,act}$ und $x_{2,act}$ verglichen werden. Der geschätzte Verlauf der Zustände folgt den gemessenen Zuständen in sehr guter Übereinstimmung, sowohl während der aktiven Schwingungskontrolle der singulär angeregten

Eigenschwingungen (Anhang A.8, Bild A.32, Bild A.39 und Bild A.46) als auch während der multimodalen Schwingungskontrolle (Bild 9.22).

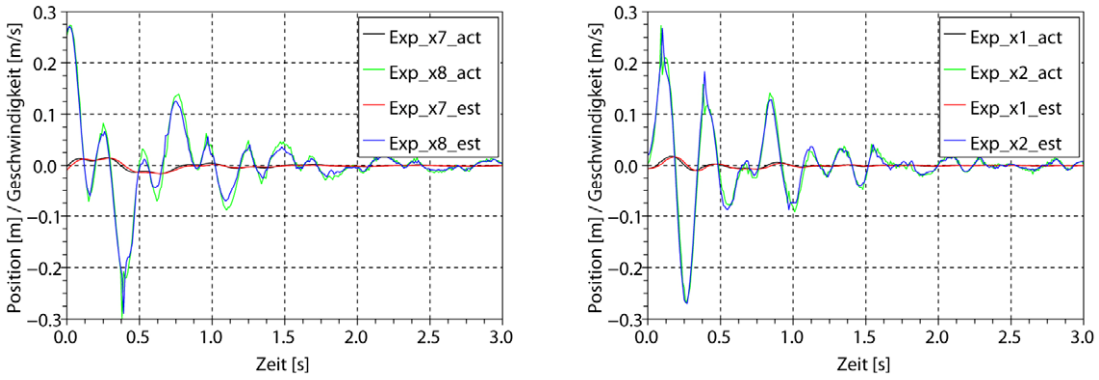


Bild 9.22: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen: Gemessene und geschätzte Positionen und Geschwindigkeiten, Setup B

Experimentelle Ergebnisse bei definierter Anregung unter Setup B

Die experimentellen Ergebnisse der aktiven Schwingungskontrolle bei definierter singulärer Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung werden durch den Vergleich der abklingenden Schwingungsamplituden der jeweiligen Eigenschwingung ohne und mit aktiver Schwingungskontrolle in Bild 9.23 bis Bild 9.25 dargestellt. In Tab. 9.1 sind die Ergebnisse zusammengestellt. Das logarithmische Dekrement mit aktiver Schwingungskontrolle wird gemäß Gleichung (9.13) und ohne aktive Schwingungskontrolle entsprechend Gleichung (9.14) berechnet. Die aktive Schwingungskontrolle mit der exakten Kraftregelung liefert für die erste Eigenschwingung eine ≈ 34-fach höhere Dämpfung als ohne aktive Schwingungskontrolle. Im Vergleich zu Setup A2 kann mittels vier zusätzlich eingebauter Aktuatoren jedoch keine nennenswert höhere Dämpfung erzielt werden. Grund dafür ist, dass sich ein Teil der Kräfte, der in Reihe geschalteten Aktuatoren, beim gleichzeitigen Krafteintrag aller Aktuatoren kurzschließt. Dieser Effekt tritt nur bei der ersten Eigenschwingung auf, da der Krafteintrag zur Kontrolle der höheren Eigenschwingungen beim jeweiligen Nachbar-Aktuator phasenverschoben erfolgt. Für die zweite Eigenschwingung kann eine ≈ 16-fach und für die dritte Eigenschwingung eine ≈ 5-fach höhere Dämpfung erzielt werden.

Tab. 9.1: Log. Dekrement und Lehrsche Dämpfung mit und ohne AVC unter Setup B

Eigen-	Logarithmisches Dekrement [-]		Lehrsche Dämpfung		Faktor
schwingung	ohne AVC $\Lambda_{j,B}$	mit AVC $\Lambda_{j,B,AVC}$	ohne AVC $\zeta_{j,B}$	mit AVC $\zeta_{j,B,AVC}$	
1.	0.0394	1.0955	0.0063 = 0.63 %	0.1744 = 17.44 %	34
2.	0.0490	0.7164	0.0078 = 0.78 %	0.1140 = 11.40 %	16
3.	0.0798	0.4110	0.0127 = 1.27 %	0.0654 = 6.54 %	5

Anmerkung: Eine aktive Schwingungskontrolle für Fußgängerbrücken wurde bisher nicht verwirklicht. Daher liegen auch keine Werte zum Vergleich der erzielten Dämpfungen mittels aktiver Schwingungskontrolle vor. Zur Orientierung können die in Tab. 3.2 aufgeführten Dämpfungswerte, die mit Hilfe von passiven Dämpfungsmaßnahmen an Fußgängerbrücken erzielt wurden, herangezogen werden.

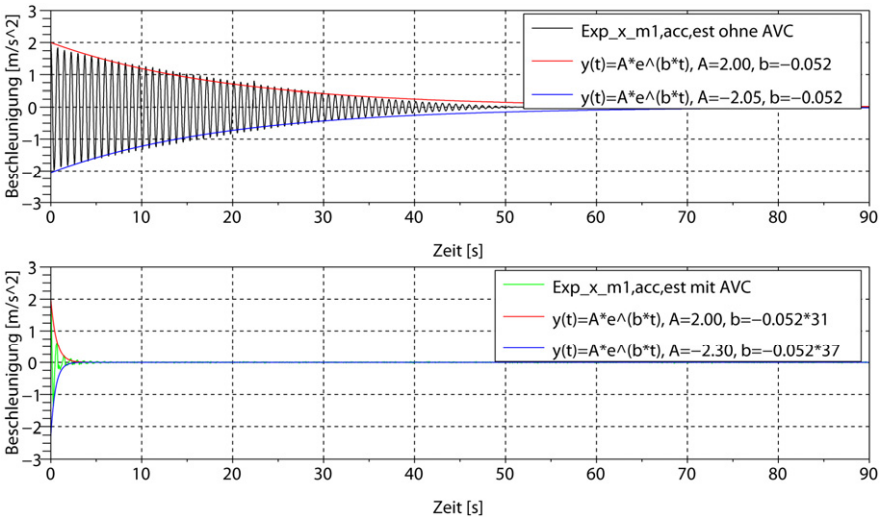


Bild 9.23: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Beschleunigung ohne und mit AVC und zugehöriger Hüllkurven, Setup B

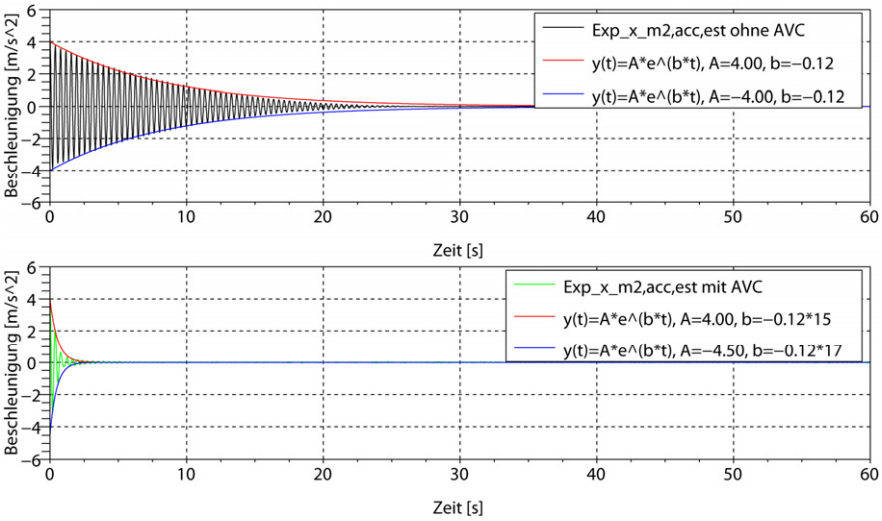


Bild 9.24: Ergebnisse Experiment nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Beschleunigung ohne und mit AVC und zugehöriger Hüllkurven, Setup B

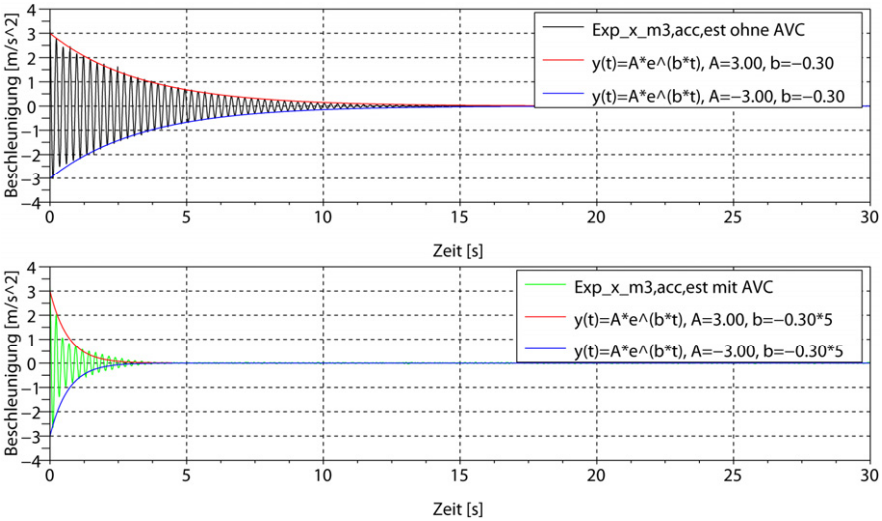


Bild 9.25: Ergebnisse Experiment nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Beschleunigung ohne und mit AVC und zugehöriger Hüllkurven, Setup B

9.4 Experimentelle Ergebnisse der aktiven Schwingungskontrolle bei fußgängerinduzierten Schwingungen

In diesem Abschnitt wird die Verwendbarkeit der aktiven Schwingungskontrolle unter Fußgängerbelastung überprüft. Im Unterschied zu den Experimenten bei definierter Anregung durch Aktuatoren werden durch den Fußgängerverkehr stochastisch verteilte Lasten (Abschnitt 2.2.3) eingetragen. Wie bereits bewiesen, kann die aktive Schwingungskontrolle die ersten drei Eigenschwingungen bei definierter Anregung effektiv dämpfen. Es bleibt daher noch zu überprüfen, inwieweit die aktive Schwingungskontrolle auf die primäre Anregung der ersten drei Eigenschwingungen durch einen Fußgänger, auf höher angeregte Eigenschwingungen und stationäre Störungen aus der Fußgängerbelastung reagiert, ob also ein zufriedenstellendes Regelverhalten vorliegt.

9.4.1 Fußgängerinduzierte Schwingungen mit und ohne aktiver Schwingungskontrolle bei Anregung der ersten Eigenschwingung, Setup A1 und A2

Zum Vergleich der Beschleunigungsamplituden mit und ohne aktive Schwingungskontrolle wurde die Spannbandbrücke durch einen Fußgänger, der über die Brücke geht, angeregt. Die Schrittfrequenz des Fußgängers wurde so gewählt, dass primär die erste Eigenschwingung mit $1.35\,\mathrm{Hz}$ angeregt wurde. Für eine Überquerung waren elf Schritte erforderlich. Es wurden mehrere Experimente durchgeführt, um aus den maximalen modalen Beschleunigungsamplituden einen Mittelwert zu bilden. Beispielhaft sind zeitliche Verläufe der modalen Beschleunigungen in Bild 9.26 abgebildet. In Tab. 9.2 sind die Mittelwerte der modalen Beschleunigungsamplituden ohne und mit aktive Schwingungskontrolle sowie deren Reduktion dargestellt.

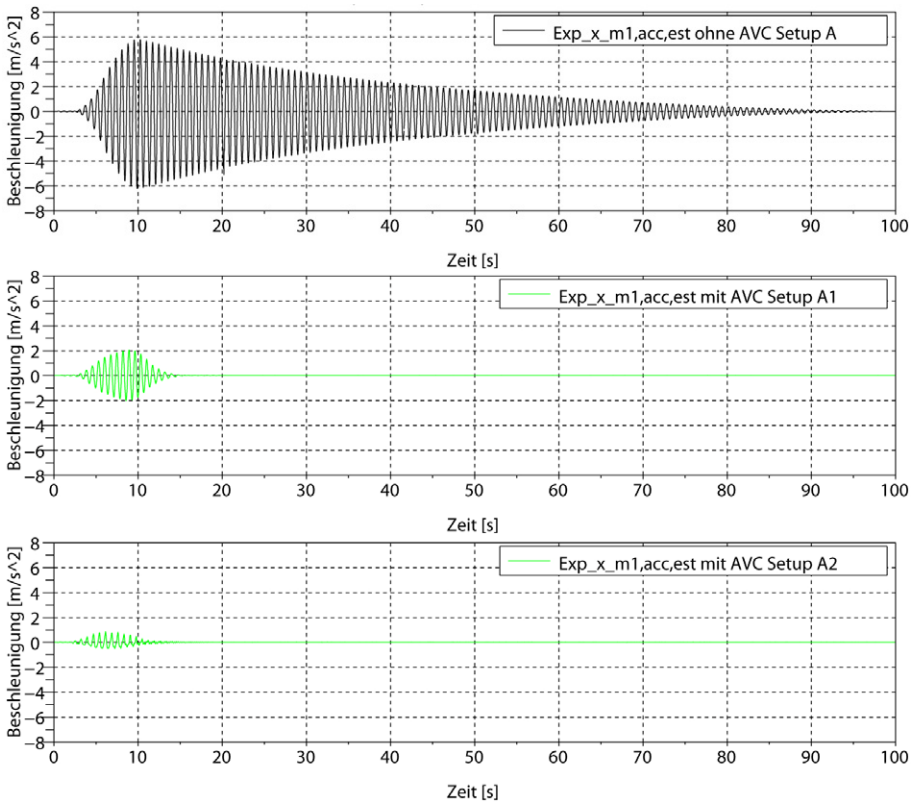


Bild 9.26: Ergebnisse Experiment bei Anregung der ersten Eigenschwingung durch einen Fußgänger ohne und mit AVC unter Setup A1 und Setup A2

Tab. 9.2: Mittelwerte der fußgängerinduzierten modalen Beschleunigungen der ersten Eigenschwingung ohne und mit aktiver Schwingungskontrolle (AVC) für Setup A1 und Setup A2

Setup	ohne AVC $x_{m1,acc,est}$ [m/s^2]	mit AVC $x_{m1,acc,est,AVC}$ [m/s^2]	Reduktion [%]
A1	5.9	2.1	65
A2	5.9	0.6	89

9.4.2 Fußgängerinduzierte Schwingungen mit und ohne aktiver Schwingungskontrolle bei Anregung der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung, Setup B

Für den Vergleich von fußgängerinduzierten Schwingungen mit und ohne aktive Schwingungskontrolle wurde die erste Eigenschwingung wie auch in Setup A1 und Setup A2 durch Überqueren der Brücke angeregt. Die zweite Eigenschwingung wurde gezielt im Viertelspunkt der Brücke durch Eintrag von acht Fußtritten und die dritte Eigenschwingung im Sechstelspunkt durch Eintrag von zehn Fußtritten angeregt. Die Mittelwerte der maximalen modalen Beschleunigungsamplituden der angeregten Eigenschwingungen sind in Tab. 9.3 dargestellt. In Bild 9.27 bis Bild 9.29 sind exemplarisch aus der Anzahl durchgeführter Experimente die zeitlichen Verläufe der modalen Beschleunigungen mit und ohne aktive Schwingungskontrolle abgebildet. Die deutlich höheren Beschleunigungsamplituden der zweiten und dritten Eigenschwingung bei geringerer Auslenkung sind aus der Frequenzabhängigkeit ableitbar und für harmonische Schwingungen wie folgt definiert:

$$x_{mj,acc,est} = \left(2\pi \cdot f_j\right) \cdot x_{mj,vel,est} = \left(2\pi \cdot f_j\right)^2 \cdot x_{mj,pos,est} \tag{9.15}$$

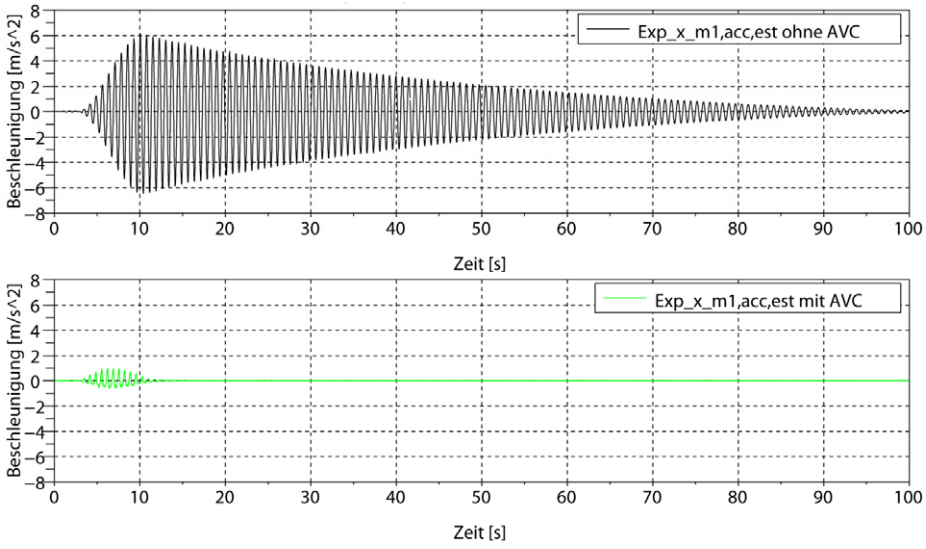


Bild 9.27: Ergebnisse Experiment bei Anregung der ersten Eigenschwingung durch einen Fußgänger ohne und mit AVC unter Setup B

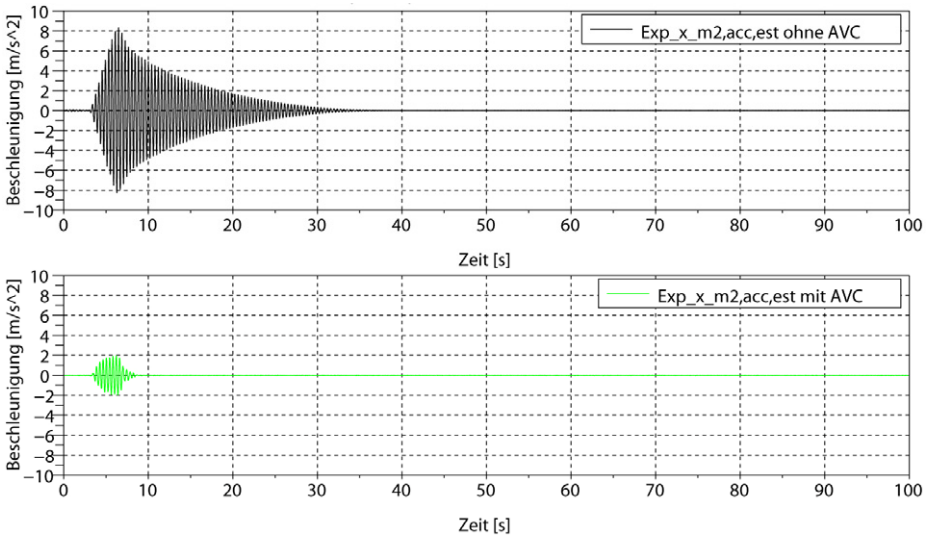


Bild 9.28: Ergebnisse Experiment bei Anregung der zweiten Eigenschwingung durch einen Fußgänger ohne und mit AVC unter Setup B

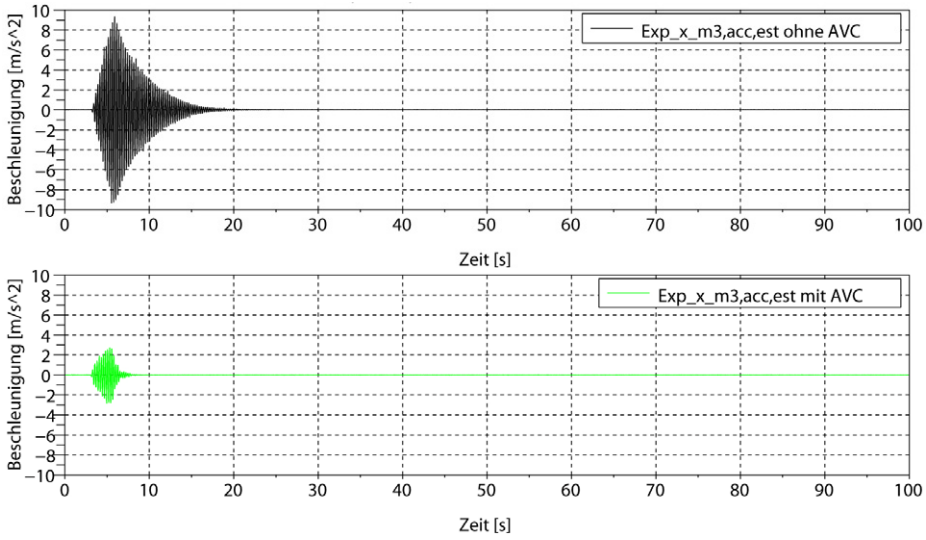


Bild 9.29: Ergebnisse Experiment bei Anregung der dritten Eigenschwingung durch einen Fußgänger ohne und mit AVC unter Setup B

Tab. 9.3: Mittelwerte der fußgängerinduzierten modalen Beschleunigungen der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung mit und ohne AVC, Setup B

Eigenschwingung	ohne AVC $x_{mj,acc,est}$ [m/s^2]	mit AVC $x_{mj,acc,est,AVC}$ [m/s^2]	Reduktion [%]
1.	6.3	0.6	91
2.	8.1	2.0	75
3.	9.0	2.6	71

9.4.3 Zusammenfassung der Ergebnisse aus der aktiven Kontrolle fußgängerinduzierter Schwingungen

Durch den Einbau eines aktiven Systems zur Schwingungskontrolle mit zwei Aktuatoren, die eine Kraft von maximal $3000\,\mathrm{N}$ eintragen, lassen sich die modalen Beschleunigungsamplituden der ersten Eigenschwingung um bis zu $89\,\%$ reduzieren. Durch vier zusätzlich eingebaute Aktuatoren können die modalen Beschleunigungsamplituden der ersten Eigenschwingung nur unwesentlich stärker um bis zu $91\,\%$ reduziert werden. Der Grund dafür wurde bereits in Abschnitt 9.3.3 erläutert. Die Amplituden der höheren Eigenschwingungen können um über $70\,\%$ ebenfalls deutlich reduziert werden. Die Darstellung der bisherigen Ergebnisse erfolgte durch Gegenüberstellung der Beschleunigungsamplituden mit und ohne aktiver Schwingungskontrolle bei Anregung von primär einer Eigenschwingung.

In der Realität wird durch „normales“ Gehen nicht primär eine Eigenschwingung angeregt, vielmehr findet eine Überlagerung verschiedener Eigenschwingungen statt (Abschnitt 2.2.3). Dies macht eine wissenschaftliche Darstellung nicht möglich, daher wird zur Beurteilung auf zahlreiche Demonstrationen unter anderem bei der „Langen Nacht der Wissenschaften“ zurückgegriffen. Hierbei ließ sich beobachten, dass „normales“ Gehen problemlos und deutlich wahrnehmbar gedämpft werden konnte. Zudem zeigten viele Versuchskandidaten folgendes Verhalten: Zuerst wurde die Brücke ohne aktive Schwingungskontrolle überquert und deutlich angeregt. Trotz hoher Amplituden beim Erreichen der Brückenmitte schreckte kaum jemand zurück, die Brücke noch stärker anzuregen. Bei aktivierter Schwingungskontrolle blieb dieser Effekt jedoch aus, nach ein paar Schritten wurde die Brücke mutlos verlassen. Die äußerst schnelle und starke Schwingungsreduktion störte die Schrittfolge deutlich und erschwerte dadurch das gewohnte „ins Schwingungstal treten“ für eine weitere Anregung.

Anmerkung 1: Zu beachten ist, dass die in Abschnitt 9.4.1 und 9.4.2 genannten Werte modale Beschleunigungen sind. Das heißt, dass die superpositionierten modalen Beschleunigungen zum Teil höhere absolute Beschleunigungen ergeben können, die zum Beispiel bei der Anregung der dritten Eigenschwingung ohne aktive Schwingungskontrolle (Bild 9.29) bei $13\,\mathrm{m/s^2}$ liegen. In Tab. 3.1 sind zur Orientierung gemessene fußgängerinduzierte Beschleunigungen dreier Spannbandbrücken ohne zusätzliche Dämpfungsmaßnahmen zusammengestellt. Ein direkter Vergleich mit den fußgängerinduzierten Beschleunigungen der Spannbandbrücke ohne aktive Schwingungskontrolle sollte nicht geführt werden, da bei den in der Literatur beschriebenen Versuchen die Versuchspersonen die Anregung abbrachen, sobald Unbehagen auftrat.

Anmerkung 2: Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit unter Fußgängerverkehr mit aktiver Schwingungskontrolle wird an dieser Stelle nicht geführt. Die Komfortklassen in Tab. 2.8 dienen lediglich als Orientierung für die gemessenen Beschleunigungen an der Spannbandbrücke. Zudem gibt es noch keine Referenzwerte zur Schwingungsreduktion mit zusätzlichen Dämpfungsmaßnahmen bei Spannbandbrücken, so können die Ergebnisse nicht verglichen werden.

Anmerkung 3: Auch der Nachweis der Tragfähigkeit bei einem Ausfall der aktiven Schwingungskontrolle wird an dieser Stelle nicht geführt. Es ist festzustellen, dass bei der Spannbandbrücke ohne aktive Schwingungskontrolle deutlich leichter höhere Beschleunigungen durch eine Person erzeugt werden können, sie dadurch sogar zerstört werden könnte. Im Ausblick dieser Arbeit in Abschnitt 10.2 wird diese Problematik diskutiert.

10 Zusammenfassung und Ausblick

10.1 Zusammenfassung

Im Rahmen der Arbeit wurde erstmals eine Spannbandbrücke entworfen, modelliert, bemessen, konstruktiv durchgebildet und gebaut, die ausschließlich von sehr dünnen und höchstfesten CFK-Lamellen getragen wird.

Die außergewöhnlich hohe Schwingungsanfälligkeit, die auf das Tragverhalten der Spannbandbrücke im Allgemeinen und auf die optimale Materialausnutzung der CFK-Lamellen im Besonderen zurückzuführen ist, erforderte ein neues Konzept, um diese neue aktive Leichtbaustrukturen realisieren zu können. In dieser Arbeit wurde ein modellbasiertes Konzept zur aktiven Schwingungskontrolle vorgestellt und sowohl simulativ als auch experimentell erprobt.

Für dieses Konzept wurden zwei Setups zur effektiven Reduktion fußgängerinduzierter Schwingungen entwickelt: Setup A zur Kontrolle der ersten vertikalen Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar in Brückenmitte (Eingrößenregelung) und Setup B zur Kontrolle der ersten drei vertikalen Eigenschwingungen mit jeweils einem Aktuatoren-Paar in Brückenmitte und in den Viertelspunkten (Mehrgrößenregelung).

Zunächst wurde ein analytisches Modell der Spannbandbrücke mit zwei Beschreibungen für die angreifenden Aktuatorenkräfte entwickelt. Das Starrkörpermodell mit sieben Freiheitsgraden bildet das statische und dynamische Verhalten der Spannbandbrücke wirklichkeitsnah ab. Darüber hinaus kann dieses Starrkörpermodell einfach erweitert werden, was insbesondere im Hinblick auf eine feinere Diskretisierung und für die Berücksichtigung von Biegesteifigkeiten durch Anordnung von Drehfedern zwischen den Platten in zukünftigen Forschungsarbeiten erforderlich sein kann. Die statischen und dynamischen Eigenschaften der im Geländer integrierten pneumatischen Muskeln wurden im Starrkörpermodell nicht berücksichtigt, was eine Entkopplung der erforderlichen Regelungen und deren Auslegung als Kaskadenregelung erlaubte. Sinn und Zweck dieser analytischen Modellbildung wurde durch den mehrfachen Gebrauch des Modells verdeutlicht und bestätigt:

Erstens wurden die Positionen der Aktuatoren zur optimalen Beeinflussung der ersten drei Eigenschwingungen und die Positionen der Sensoren zur optimalen Beobachtung der Zustandsgrößen bestimmt. Zweitens waren die aus dem analytischen Modell abgeleiteten separaten Beschreibungen der Eigenschwingungen im Zustandsraum Grundlage für den Reglerentwurf zur Kontrolle der Brückenschwingungen. Drittens wurden die modalen Zustandsgrößen, die nicht messbar sind, mit dem Kalman-Filter auf Basis der modalen Zustandsraumbeschreibung geschätzt. So konnten zudem fünf Positionssensoren eingespart werden. Und viertens wurden mit dem analytischen Modell die Muskelkontraktionen geschätzt, wodurch auf vier weitere Positionssensoren verzichtet werden konnte.

Zur Regelung der Brückenschwingungen wurde eine Kaskadenregelung entworfen, die aus einem äußeren Regelkreis zur Kontrolle der Brückenschwingungen und einem inneren Regelkreis zur Regelung der Kraft der pneumatischen Muskeln besteht. Soll-Werte des inneren Regelkreises werden bei der Kaskadenregelung vom äußeren Regelkreis geliefert. Zur Regelung der Kraft im inneren Regelkreis wurden zwei verschiedene Kraftregelungen entworfen und jeweils experimentell verifiziert. Die Kraftregelung mittels Proportional-Druckregelventil zeigte, dass die Dynamik der integrierten Druckregelung nicht ausreicht, um Kraft-

forderungen zur Kontrolle höherer Eigenfrequenzen umzusetzen. Die zweite Kraftregelung mit einem Proportional-Wegeventil basiert auf dem nichtlinearen analytischen Modell des Aktuator-Systems. Für dieses System wurde eine Kraftregelung mit hoher Dynamik mit Hilfe der exakten Ein-/ Ausgangslinearisierung entworfen, wodurch das nichtlineare Systemverhalten durch eine nichtlineare Regelung kompensiert werden konnte. Die experimentell erzielbare Dynamik kann Kraftforderungen bis zur dritten vertikalen Eigenfrequenz zufriedenstellend erfüllen. Die angestrebte Kaskadenregelung konnte damit realisiert werden. Das Aktuator-System, bestehend aus pneumatischem Muskel und Ventil, ist folglich geeignet fußgängerinduzierte Schwingungen zu reduzieren.

Die überlagerte Regelung zur Kontrolle der Brückenschwingungen erforderte einen speziellen Reglerentwurf, der die dehnweiche Brückencharakteristik und die Dynamik der verwendeten pneumatischen Aktuatoren berücksichtigt. Für jede zu kontrollierende Eigenschwingung wurde eine separate modale Geschwindigkeitsrückführung entworfen. Anhand von Wurzelortskurven, die durch einen Berechnungsalgorithmus unter Berücksichtigung der spezifischen Zeitverzögerung aus der Aktuatordynamik, unter Variation der Reglerverstärkung und Reglertotzeit ermittelt wurden, konnten die optimalen Reglerparameter bestimmt werden. Für die optimale Regelung der zweiten und dritten Eigenschwingung ergab sich die Notwendigkeit, die modale Geschwindigkeit zeitverzögert zurückzuführen.

Für das modale Regelungskonzept der Mehrgrößenregelung wurde gezeigt, dass die erforderliche Transformation modaler Stellgrößen in physikalische Aktuatorenkräfte die Anzahl notwendiger Aktuatoren in Abhängigkeit von den zu kontrollierenden Eigenschwingungen maßgeblich bestimmt. Mit dem entwickelten Regelungskonzept konnte ein stabiles und robustes Regelverhalten erreicht werden, das eine ausreichende Phasenreserve bereit hält.

Im Rahmen der experimentellen Verifikation wurden die entwickelten analytischen Modelle und modellbasierten Regelungen bestätigt. Zunächst wurde das analytisch ermittelte Eigenschwingungsverhalten des Brückenmodells mit dem experimentell ermittelten Verhalten verglichen. Für die zu kontrollierenden Eigenschwingungen traten maximale Abweichungen von $3.5\,\%$ auf. Mit der vereinfachten Kraftregelung mittels Proportional-Druckregelventil konnte im $3\,\mathrm{bar}$-Bereich eine PT_1-Charakteristik mit einer Zeitkonstante von $0.15\,\mathrm{s}$ erzielt werden, die jedoch nicht ausreicht, um die höheren Eigenschwingungen zu kontrollieren. Die durch die Ein- / Ausgangslinearisierung entworfene Kraftregelung kann die gewünschte PT_1-Charakteristik mit einer Zeitkonstante von $0.025\,\mathrm{s}$ im Experiment nicht erzielen, da für kurze Zeit der Versorgungsdruck einbricht und die Stellgröße begrenzt ist. Die erzielbare Dynamik mit einer Zeitkonstante von $0.05\,\mathrm{s}$ reicht jedoch noch aus, um die ersten drei vertikalen Eigenschwingungen zu kontrollieren. Eine Verbesserung kann durch zusätzliche Messung beziehungsweise Schätzung des Versorgungsdruckes erreicht werden, um den einbrechenden Versorgungsdruck bei gleichzeitiger Druckforderung mehrerer Aktuatoren als zeitvariante Systemgröße mit in die Kraftregelung einzubeziehen. Festzuhalten ist, dass die Zeitkonstante für den Kraftaufbau deutlich größer ist als bei elektrischen Aktuatoren und daher im Entwurf der überlagerten Regelung zur Reduktion der Eigenschwingungen, vor allem der höheren, berücksichtigt werden muss.

Die entworfene Regelung zur Reduktion der Brückenschwingungen wurde im Gesamtmodell unter definierter Anregung simuliert und experimentell verifiziert. Das geregelte Verhalten konnte qualitativ bestätigt werden. Quantitativ treten leichte Unterschiede auf, die auf die vereinfachte Beschreibung der angreifenden Aktuatorenkräfte im Modell zurückzuführen sind.

Die vereinfachte Beschreibung zeigt sich auch bei der Verifizierung der geschätzten Muskelkontraktion, die vor allem bei großen elastischen Verformungen der Geländerpfosten von der gemessenen Muskelkontraktion abweicht. Die Güte der Kraftregelungen wird bei geschätzter Muskelkontraktion jedoch nicht gestört. Sowohl die vereinfachte als auch die exakte Kraftregelung kompensieren die Abweichung durch eine etwas höhere Druckvorgabe. Die mit Hilfe des Kalman-Filters geschätzten physikalischen Zustände folgen den gemessenen Zuständen in sehr guter Übereinstimmung.

Der Vergleich des Dämpfungsverhaltens nach einer definierten Anregung in jeweils einer Eigenschwingung mit und ohne Schwingungskontrolle zeigt die Effektivität des entwickelten aktiven Systems. Die erste Eigenschwingung wird um Faktor 34, die zweite Eigenschwingung um Faktor 16 und die dritte Eigenschwingung um Faktor 5 stärker gedämpft. Signifikante Spillover-Effekte in den nicht angeregten Eigenschwingungen konnten während der Schwingungskontrolle nicht beobachtet werden.

Die effektive Reduktion fußgängerinduzierter Schwingungen zur Erhöhung des Komforts ist das primäre Ziel dieser Arbeit. Die Beschleunigungsamplituden konnten in der ersten Eigenschwingung um $91\,\%$, in der zweiten Eigenschwingung um $75\,\%$ und in der dritten Eigenschwingung um $71\,\%$ reduziert werden.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Kombination aus material- und strukturoptimiertem Leichtbau und aktivem System die „Schranken“ des Leichtbaus weiter hinausschiebt und neue Konstruktionen ermöglicht, deren Leichtigkeit auch neue Fertigungs- und Montageprozesse zulassen.

10.2 Ausblick

Überlegungen zu aktiven und adaptiven Systemen zur Schwingungskontrolle von Leichtbauten werden im Bauwesen bisher noch eher kritisch diskutiert und wurden noch nicht realisiert. Diese Arbeit hat nun gezeigt, dass diese Systeme nicht nur Fiktion sind, sondern verwirklicht werden können. Die in dieser Arbeit entwickelten durchgängig nachvollziehbaren analytischen Modelle und die darauf basierenden Regelungen bieten die Möglichkeit der Anpassung an verschiedene Randbedingungen. So können recht schnell und anwenderfreundlich Regelungen für verschiedene Spannweiten der Spannbandbrücke und variierender Aktuatordynamik entworfen werden, die zudem im Vorfeld einer Umsetzung simulativ getestet werden können. Insgesamt können die Ergebnisse dieser Arbeit als Grundlage für weitere Überlegungen zur Etablierung aktiver Systeme im Bauwesen dienen, verbunden mit einigen kritischen / konstruktiven Überlegungen, die im Folgenden angerissen werden.

Zunächst gilt, dass zur Reduktion der Schwingungen immer leichter werdender Konstruktionen noch nicht alle konstruktiven Möglichkeiten voll ausgeschöpft sind. So kann die Grundsteifigkeit des gespannten Bandes der hier realisierten Spannbandbrücke durch Aktivierung der Biegesteifigkeit des ohnehin vorhandenen Gehbelages bei gleichzeitiger Gewichtsreduktion durch Verwendung entsprechender Faserverbundmaterialien besser genutzt werden.

Auf diesem Gedanken aufbauend kann die Diskussion über die Umsetzung der aktiven Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit unterschiedlichen konzeptionellen Ansätzen geführt werden. Dabei ist zu überlegen, wie viel Aktivität aus konstruktiven und wirtschaftlichen Überlegungen Sinn macht:

- Mit einem aktiven System soll „nur“ die Gebrauchstauglichkeit, also der Komfort der Brücke, verbessert werden und die Tragfähigkeit darf bei einem Ausfall nicht gefährdet sein. Dann muss die richtige Kombination aus Steifigkeit und zusätzlicher aktiver Schwingungskontrolle gefunden werden. Die Steifigkeit muss so gewählt werden, dass bei einem Ausfall der aktiven Schwingungskontrolle die auftretenden Beschleunigungen zusammen mit der mitschwingenden Masse keine zu große zusätzliche Beanspruchung für die Konstruktion hervorrufen.
- Mit einem aktiven System soll die Gebrauchstauglichkeit und die Tragfähigkeit garantiert werden. Auch dann sollten potentiell aktivierbare Steifigkeiten genutzt werden, um die Größe der erforderlichen Krafteinträge und den damit verbundenen Energieeintrag zu reduzieren. Dann wird ein redundantes System erforderlich, das bei einem Ausfall anspringt, oder die Brücke muss im Notfall automatisch geschlossen werden.

Um die aktive Schwingungskontrolle konzeptionell richtig zu verorten, sind zum Vergleich der erzielten Ergebnisse analytische und experimentelle Untersuchungen mit einem semi-aktiven Aktuator durchzuführen. Bei ausgeschalteter Regelung kann mit diesem auch die Wirkung eines viskosen Dämpfers untersucht werden.

Entscheidend für die Auslegung aktiver Strukturen ist die ganzheitliche Abstimmung von Struktur und aktivem System, um eine nachhaltige Gesamtstruktur zu erzielen. In diesem Zusammenhang ist auch der jeweils optimale Aktuator auszuwählen. Das visionäre Ziel, die Bewegungsenergie zur Dämpfung beziehungsweise zur Kontrolle der Schwingungen zu nutzen, ist weiter anzustreben.

Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Konzept sieht den Einbau pneumatischer Muskeln im Geländer vor. Damit wurde die Gesamtsteifigkeit der Brücke etwas reduziert und die Schwingungsanfälligkeit etwas erhöht. Daher wäre ein Aktuator, der die Steifigkeit lokal nicht mindert, wünschenswert. Die Reduktion der Steifigkeit könnte beispielsweise mit einem vorgespannten pneumatischen Muskel kompensiert werden. Die erzeugte Kraft aus der Vorspannung verschiebt den stationären Arbeitspunkt und müsste dann bereits bei der Modellbildung der Brücke berücksichtigt werden. Durch die Vorspannung des Muskels können dann auch „Druckkräfte“ durch „Freilassen“ der Vorspannung während der Abwärtsbewegung der Brücke eingetragen werden.

Optimierungspotential wird auch für das Betriebsmedium des künstlichen Muskels gesehen, da Druckluft ein relativ kostenintensiver Energieträger ist. So wäre eine mehrfache Verwendung anzustreben indem die ausgeblasene Druckluft in einen Druckluftspeicher geleitet wird. Die dafür erforderliche zusätzliche Ventiltechnik bewirkt jedoch ein Sinken des Druckluftniveaus infolge von Reibungsverlusten. Denkbar wäre auch, dass eine „intelligente“ Ventilregelung die Druckluft aus dem Muskel, der gerade keine Kraft erzeugt, zu dem Muskel, der in dem Moment eine Kraft erzeugen soll, führt.

In einem nächsten Schritt kann die Kontrolle der Torsionsschwingung einfach und schnell in die vorhandene Regelung integriert werden. Hierfür ist lediglich die Winkelgeschwindigkeit um die Längsachse in Brückenmitte zu messen, die Eingangsgröße für eine phasenverschobene Regelung zwischen den beiden Geländerseiten ist.

Modelle und Regelungen, die im Rahmen der Arbeit betrachtet wurden, sind den zeitinvarianten Systemen zuzuordnen. Um den Einfluss zeitlich veränderlicher Systemgrößen wie

Steifigkeit und Masse auf das Regelverhalten zu untersuchen, müsste zunächst das Eigengewicht der Brücke durch einen leichten Gehbelag zum Beispiel aus Faserverbundwerkstoffen ersetzt werden. Dann wäre auch die Entwicklung einer adaptiven Regelung, die die zeitvarianten Eigenschaften berücksichtigt, sinnvoll.

Modellbasierte Schätzverfahren, wie die von Hildebrandt [Hil09] entwickelte Methode zur Schätzung des Muskelinnendrucks, können die Anzahl notwendiger Sensoren noch weiter minimieren. Zu prüfen wäre auch, inwiefern kabellose Sensoren verwendet werden können, um den Instrumentierungsaufwand weiter zu reduzieren.

Das Potential kohlenstofffaserverstärkter Kunststoffe wurde am Beispiel der Spannbandbrücke demonstriert, indem das Material als unidirektionales Zugelement eingesetzt wurde. In dieser Form kann es prinzipiell als Alternative zu Seilen aus hochfesten Stahldrähten dienen. Weitere Forschung ist für die Verbindungspunkte erforderlich, insbesondere wenn lineare Zugelemente zu räumlichen Konstruktionen gefügt werden.

Darüber hinaus ist die Verwendung von CFK in flächigen Tragstrukturen sinnvoll, da die hochfesten Fasern entsprechend der Beanspruchungsrichtung ausgerichtet integriert werden können. Für den Einsatz als Tragelement müssen jedoch weitere Voraussetzungen erfüllt werden, vor allem bezüglich des Brandschutzes und des Schutzes vor mechanischen Beschädigungen. Abschließend ist festzuhalten, dass analog zur Sinnfälligkeit aktiver Systeme, eine werkstoffgerechte Verwendung von CFK für Tragstrukturen anzustreben ist.

Literatur

[ABP98] Achkire, Y. ; Bossens, F. ; Preumont, A.: Active Damping and Flutter Control of Cable-Stayed Bridges, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 74-76, pp. 913-921,1998

[Ach97] Achkire, Y.: Active Tendon Control of Cable-Stayed Bridges, PhD Thesis, Active Structures Laboratory, Université Libre de Bruxelles, 1997

[Ada09] Adamy, J.: Nichtlineare Regelungen, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009

[AM05a] Andrä, H.-P. ; Maier, M.: Instandsetzung von Brücken mit einer neuen Generation von Spanngliedern auf Basis von CFK-Bändern, Bauingenieur, Vol. 80, Nr. 1, 2005

[AM05b] Andrä, H.-P. ; Maier, M.: Brückensanierung mit CFK-Lamellenspanngliedern, Faserverbundwerkstoffe - Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus Praxis und Wissenschaft, Dehn, F. ; Holschemacher, K. ; Tue, N. V. (Hrsg.), Bauwerk, Berlin, pp. 65-76, 2005

[AO94] Arai, H. ; Ota, Y.: Prestressed Concrete Stress Ribbon Bridge – Kikko Bridge, Prestressed Concrete in Japan, Japan Prestressed Concrete Engineering Association, National Report, XII FIP Congress Washington, D.C., USA, 1994

[AP96] Achkire, Y. ; Preumont, A.: Active Tendon Control of Cable-Stayed Bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 25, pp. 585-597, 1996

[ASB+02] Aschemann, H. ; Sawodny, O. ; Bulach, A. ; Hofer, E.: Model Based Trajectory Control of a Flexible Truntable Ladder, Proceedings of the American Control Conference, pp. 921-926, Anchorage, 2002

[ÅW95] Åström, K.J. ; Wittenmark, B.: Adaptive Control, 2nd Edition, Addison-Wesley, New York, 1995

[ÅW97] Åström, K.J. ; Wittenmark, B.: Computer-Controlled Systems, 3rd Edition, Prentice Hall, 1997

[AY00] Agrawal, A. K. ; Yang, J. N.: Compensation of Time-Delay for Control of Civil Engineering Structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, pp. 37-62, 2000

[AY97] Agrawal, A. K. ; Yang, J. N.: Effect of Fixed Time Delay on Stability and Performance of Actively Controlled Civil Engineering Structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 1169-1185, 1997

[BA87] Bachmann, H. ; Amman, W.: Schwingungsprobleme bei Bauwerken, Durch Menschen und Maschinen induzierte Schwingungen, Structural Engineering Documents, IABSE, Zürich, 1987

[BAD+95] Bachmann, H. et al.: Vibration Problems in Structures - Practical Guidelines, Birkhäuser, Basel, 1995

[Bau72] Bauer, F.: Das flache biegesteife Seil mit elastischer Einspannung an den Enden, Bauingenieur 47, Nr. 11, pp. 387-393, 1972

[Bau78] Bauer, F.: Näherungsweise Erfassung der Eigenschwingzahlen eines Spannbandes (flaches Seil), Bauingenieur 53, pp. 133-138, 1978

[BCM+02] Bardsley, H. ; Consigny, F. ; Menard, R. ; Vaudeville, B.: The Bercy-Tolbiac Footbridge in Paris (Feichtinger Architect - RFR Engineers), Proceedings Footbridge Conference, Paris, 2002

[Bea07] Beater, P.: Pneumatic Drives – System Design, Modelling and Control, Springer, Berlin, 2007

[Bea96] Beards, C.F.: Structural Vibration: Analysis and Damping, Arnold, London, 1996

[Ber03] Bergmeister, K.: Kohlenstofffasern im Konstruktiven Ingenieurbau, Ernst & Sohn, Berlin, 2003

[Ber05a] Bergmeister, K.: Verstärkung mit Kohlenstofffasern – Teil 1: Verstärkung von Biegeträgern, Beton- und Stahlbetonbau Spezial, pp. 62-68, 2005

[Ber05b] Bergmeister, K.: Verstärkung mit Kohlenstofffasern – Teil 2: Verstärkung von Stützen, Beton- und Stahlbetonbau Spezial, pp. 69-73, 2005

[Ber09] Bergmeister, K.: Ertüchtigung im Bestand - Verstärkung mit Kohlenstofffasern, Betonkalender, Band 2, Ernst & Sohn, Berlin, 2009

[Ber99] Bergmeister, K.: Vorspannung von Kabeln und Lamellen aus Kohlenstoffasern, Beton- und Stahlbetonbau 94, Nr. 1, pp. 20-26, 1999

[BG03] Ben-Israel, A. ; Greville, T. N. E.: Generalized Inverses – Theory and Application, Springer-Verlag, New York, 2nd Edition, 2003

[BGK+02] Breukelman, B. ; Gamble, S. ; Kottelenberg, J. ; Haskett, T.: Footbridge Damping Systems: A Case Study, Proceedings Footbridge Conference, Paris, 2002

[BGR+80] Böder, H. ; Gölden, D. ; Rose, Ph. ; Würmseher, H.: Kohlenstoffasern – Herstellung, Eigenschaften, Verwendung, Z. Werkstofftech., 11, pp. 275-281, 1980

[BH10] Braun, C ; Huber, P.: Dämpfung und Kontrolle von Brückenbewegungen - Die Franjo-Tudjman-Brücke in Dubrovnik als Beispiel (http://www.maurer-soehne.de, Stand 03.01.2011)

[BLS06] Brogan, W. L. ; Lee, G. K. F. ; Sage, A. P. ; Özbay, H. ; Phillips, C. L. ; Harbor, R. D. ; Jacquot, R. G. ; McInroy, J. E. ; Atherton, D. P.: Control Systems, In: The Electrical Engineering Handbook – Systems, Controls, Embedded Systems, Energy, and Machines, 3rd Edition, Dorf, R. C., ed., Chapter 11, Taylor & Francis / CRC, Boca Raton, 2006

[BMN08] Bucher, R. ; Mannori, S. ; Netter, T.: RTAI-Lab tutorial: Scilab, Comedi, and real-time control, Report, 2008, (https://www.rtai.org/RTAILAB/RTAI-Lab-tutorial.pdf, Stand 12.07.2010)

[BN72] Batsch, W. ; Nehse, H.: Spannbandbrücke als Fußgängersteg in Freiburg im Breisgau, Beton- und Stahlbetonbau 67, Nr. 3, pp. 49-52, Ernst & Sohn, 1972

[Bor02] Borosnyói, A.: Serviceability of CFRP Prestressed Concrete Beams, PhD Thesis, Budapest University of Technology and Economics, Faculty of Civil Engineering, 2002

[BP01] Bossens, F. ; Preumont, A.: Active Tendon Control of Cable-Stayed Bridges: A Large-Scale Demonstration, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 30, No. 7, pp. 961-979, 2001

[Bro10] Bronzini, G.: Spannband über die Aare, Tec21, Nr. 40, 2010-12-02

[Brü93] Brüninghoff, H.: The Essing Timber Bridge, Germany, Structural Engineering International, Vol. 3, No. 2, pp. 70-72, 1993

[BS08a] Baus, U. ; Schlaich, M.: Fußgängerbrücken - Konstruktion Gestalt Geschichte, Birkhäuser, Basel, 2008

[BS08b] Bleicher, A. ; Schlaich, M.: Active Vibration Control with Artificial Pneumatic Muscles For Carbon Fibre Stress-Ribbon Bridge, Proceedings IABSE Conference, Chicago, USA, 2008

[BSF+11] Bleicher, A. ; Schlaich, M. ; Fujino, Y. ; Schauer, T.: Model-Based Design and Experimental Validation of Active Vibration Control for a Stress Ribbon Bridge using Pneumatic Muscle Actuators, Journal of Engineering Structures, Vol. 33, pp. 2237-2247, 2011

[BSF03] Bögle, A. ; Schmal, P. C. ; Flagge, I. (Hrsg.): Leicht weit, Light Structures, Jörg Schlaich, Rudolf Bergermann, Ausstellungskatalog, Prestel, München, 2003

[BSV+11] Bleicher, A. ; Schauer, T. ; Valtin, M. ; Raisch, J. ; Schlaich, M.: Active Vibration Control of a Light and Flexible Stress Ribbon Footbridge using Pneumatic Muscles, 18th IFAC (International Federation of Automatic Control) World Congress, Milano, 2011

[Bur04] Burtscher, S.L.: Keilverankerung für vorgespannte und/oder belastete Zugelemente, Österreichisches Patent AT 412564 B, 15. September, 2004

[Bur05a] Burtscher, S.L.: Neue Keilverankerung zum Vorspannen von CFK-Zugelementen. Fortbildungsveranstaltung Sektion Spannbeton, Schriftenreihe der österreichischen Vereinigung für Beton- und Bautechnik, H. 63, pp. 19-24, 2005

[Bur05b] Burtscher, S.L.: Neue Keilverankerung zum Vorspannen von faserverstärkten Kunststoffen, BWI-BetonWerk International, Nr. 6, pp. 182-186, 2005

[But06] Butz, E. C.: Beitrag zur Berechnung fußgängerinduzierter Brückenschwingungen, Dissertation, RWTH Aachen, Vol. 60, Shaker Verlag, Aachen, 2006

[CAB+04] Chan, W.L. ; Arbelaez, D. ; Bossens, F. ; Skelton, R.E.: Active Vibration Control of a Three-Stage Tensegrity Structure, SPIE 11th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, San Diego, 2004

[Cae07] Caetano, E.: Cable Vibration in Cable-Stayed Bridges, Structural Engineering Documents 9, IABSE-AIPC-IVBH, Zurich, 2007

[Car10] Carbo-Link GmbH: Projektliste (http://www.carbo-link.com, Stand 14.12.2010)

[CCM+10a] Caetano, E. ; Cunha, Á. ; Magalhães, F. ; Moutinho, C.: Studies for Controlling Human-Induced Vibration of the Pedro e Inês Footbridge, Portugal, Part 1: Assessment of Dynamic Behaviour, Engineering Structures, Vol. 32, No. 4, pp. 1069-1081, 2010

[CCM+10b] Caetano, E. ; Cunha, Á. ; Moutinho, C. ; Magalhães, F.: Studies for Controlling Human-Induced Vibration of the Pedro e Inês Footbridge, Portugal, Part 2: Implementation of Tuned Mass Dampers, Engineering Structures, Vol. 32, No. 4, pp. 1082-1091, 2010

[CCM07] Caetano, E. ; Cunha, A. ; Moutinho, C.: Implementation of Passive Devices for Vibration Control at Coimbra Footbridge, EVACES 2007, Porto, 2007

[CCN06] Campbell, S. L. ; Chancelier, J.-P. ; Nikoukhah, R.: Modeling and Simulation in Scilab/Scicos, Springer-Verlag, New York, 2006

[CH96] Chou, C.-P. ; Hannaford, B.: Measurement and Modeling of McKibben Pneumatic Artificial Muscles, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 12, No. 1, pp. 90-102, 1996

[CHJ+99] Christoffersen, J. ; Hauge, L. ; Jensen, H.E. ; Bjerrum, J.: Design and Construction of a CFRP Cable Stayed Footbridge, Proceedings, IABSE Conference, Malmö, Sweden, 1999

[CJL08] Cheng, F.Y. ; Jiang, H. ; Lou, K.: Smart Structures – Innovative Systems for Seismic Response Control, Taylor & Francis, Boca Raton, 2008

[COB07] COBRAE (Ed.): Benefits of Composites in Civil Engineering, Proceedings COBRAE Conference, University of Stuttgart, 2007

[Cow10] COWI: Herning CFRP Bridge, Projektdatenblatt (http://www.cowi.com, Stand 14.12.2010)

[CSG98] Clark, R.L. ; Saunders, W.R. ; Gibbs, G.P.: Adaptive Structures – Dynamics and Control, Wiley, New York, 1998

[Dat03] Datta, T.K.: A State-of-the-Art Review on Active Control of Structures, Journal of Earthquake Technology (ISET), Vol. 40, No. 1, pp. 1-17, 2003

[DD10] Dreßen, O. ; Dalmer, F.: Tilger für Brücken, (http://www.gerb.com, Stand 11.10.2010)

[DFF+01] Dallard, P. ; Fitzpatrick, A. J. ; Flint, A. ; Le Bourva, S. ; Low, A. ; Ridsdill Smith, R. M. ; Willford, M.: The London Millennium Footbridge, The Structural Engineer Vol. 79, No. 22, 2001

[DHT05] Dehn, F. ; Holschemacher, K. ; Tue, N.V. (Hrsg.): Faserverbundwerkstoffe - Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus Praxis und Wissenschaft, Bauwerk, Berlin, 2005

[DIA10] DIAdem Version 10.2: Software für Datenverwaltung, Analyse und Berichterstellung, National Instruments (http://www.ni.com/diadem/d/, Stand 14.12.2010)

[Dic06] Dicleli, C.: Ingenieurporträt Ulrich Finsterwalder, Ingenieur aus Leidenschaft, Deutsche Bauzeitung, Nr. 10, 2006

[DIN03] Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN-Fachbericht 101, Einwirkungen auf Brücken, Beuth, Berlin, 2. Auflage, März 2003

[DIN94] DIN 19226-1: Regelungstechnik und Steuerungstechnik – Allgemeine Grundbegriffe, 1994

[DL00] Daerden, F. ; Lefeber, D.: Pneumatic Artificial Muscles: Actuators for Robotics and Automation, European Journal of Mechanical and Environmental Engineering, Vol. 47, pp. 10-21, 2000

[DP04] Dittmar, R. ; Pfeiffer, B.-M.: Modellbasierte prädiktive Regelung – Eine Einführung für Ingenieure, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2004

[DS97] Dyke, S.J. ; Spencer Jr., B.F.: A Comparison of Semi-Active Control Strategies for the MR Damper, Proceedings of the IASTED International Conference, Intelligent Information Systems, Bahamas, 1997

[DSS+96] Dyke, S.J. ; Spencer Jr., B.F. ; Sain, M.K. ; Carlson, J.D.: Modeling and Control of Magnetorheological Dampers for Seismic Response Reduction, Smart Materials and Structures, Vol. 5, No. 5, pp. 565-575, 1996

[DSS+98] Dyke, S.J. ; Spencer Jr., B.F. ; Sain, M.K. ; Carlson, J.D.: An Experimental Study of MR Dampers for Seismic Protection, Smart Materials and Structures, Vol. 7, No. 5, pp. 693-703, 1998

[DT08] Duflot, P. ; Taylor, D.: Fluid Viscous Dampers: An Effective Way to Suppress Pedestrian-Induced Motions in Footbridges, Proceedings Footbridge Conference, Porto, 2008

[Ehr04] Ehrenstein, G.W. (Hrsg.): Handbuch Kunststoff-Verbindungstechnik, Carl Hanser, München, 2004

[Emp09] Empa: Empa News, Kunden- und Publikumszeitschrift der Empa, Vol. 7, Nr. 26, 2009

[EPN73] Eibl, J. ; Pelle, K. ; Nehse, H.: Zur Berechnung von Spannbandbrücken – Flache Hängebänder, Werner, Düsseldorf, 1973

[ETA02] Europäische Organisation für Technische Zulassungen (EOTA): Guideline for European Technical Approval of Post-Tensioning Kits for Prestressing of Structures, ETAG 013, Brussels, June 2002

[FEN97] Fuller, C.R. ; Elliott, S.J. ; Nelson, P.A.: Active Control of Vibration, Academic Press, San Diego, 1997

[FES10] Dokumentation und Datenblätter zu Produken der Firma Festo (http://www.festo.de, Stand 17.08.2010)

[Fib05] Fib (Hrsg.): Guidelines for the design of footbridges, fib Bulletin No. 32, fédération internationale du béton, Lausanne, 2005

[Fin00] Kniese, L.: Dynamischer Hebel zur Verbesserung der Kraftübertragung (Fin Ray Effekt), Deutsches Patent Nr. DE 19916411 A1, 16.11.2000

[Fin60] Finsterwalder, U.: Über das Entwerfen von Spannbetonbrücken, Baumeister 6, 1960

[Flu10] FLUDICON: Datenblatt ER-Kennfelddämpfer RheDamp® (http://www.fludicon.de, Stand 03.01.2011)

[Föl93] Föllinger, O.: Laplace- und Fourier-Transformation, Hüthig, Heidelberg, 6. Auflage, 1993

[Föl94] Föllinger, O.: Regelungstechnik-Einführung in die Methoden und ihre Anwendung, Hüthig, Heidelberg, 8. Auflage, 1994

[Föl98] Föllinger, O.: Nichtlineare Regelungen I. Grundbegriffe - Anwendungen in der Zustandsebene - Direkte Methode, Oldenbourg Verlag, München, 8. Auflage, 1998

[FS94] Fujino, Y. ; Susumpow, T.: An Experimental Study on Active Control of In-Plane Cable Vibration by Axial Support Motion, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 23, No. 12, pp. 1283-1297, 1994

[Fuj02] Fujino, Y.: Vibration, Control and Monitoring of Long-Span Bridges-Recent Research, Development and Practice in Japan, Journal of Construction Steel Research, Vol. 58, No. 1, pp. 71-97, 2002

[FWP93] Fujino, Y. ; Warnitchai, P. ; Pacheco, B.M.: Active Stiffness Control of Cable Vibration, Journal of Applied Mechanics, Vol. 60, No. 4, pp. 948-953, 1993

[Gab97] Gabbert, U. (Hrsg.): Smart Mechanical Systemes – Adaptronics, Fortschritt-Berichte VDI, VDI Verlag, Düsseldorf, 1997

[Gaw04] Gawronski, W. K.: Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures. Springer-Verlag, New York, 2004

[GCL06] Guo, A.X. ; Cui, L.L. ; Li, H.: Semiactive Control of Structural Pounding of Elevated Bridge with MR Dampers under Earthquake Excitations, Proceedings of the 4th World Conference on Structural Control and Monitoring, San Diego, 2006

[Gef02] Geffroy, R.-L.: The Laroin Footbridge with Carbon Composite Stay-Cables, Proceedings Footbridge Conference, Paris, 2002

[GK87] Gasch, R. ; Knothe, K.: Strukturdynamik, Band 1: Diskrete Systeme, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987

[GK89] Gasch, R. ; Knothe, K.: Strukturdynamik, Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989

[GN07] Göttert, M. ; Neumann, R.: Bahnregelung servopneumatischer Antriebe - ein Vergleich von linearen und nichtlinearen Reglern, Automatisierungstechnik 55, Nr. 2, pp. 69-74, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2007

[GNN+02] Grace, N.F. ; Navarre, F.C. ; Nacey, R.B. ; Bonus, W. ; Collavino, L.: Design-Construction of Bridge Street Bridge – First CFRP Bridge in the United States, PCI Journal, September-October, 2002

[Göt04] Göttert, M.: Bahnregelung servopneumatischer Antriebe, Dissertation RWTH Aachen, Shaker Verlag, Aachen, 2004

[Har07] Hartlich, M.: Fußgängerinduzierte Schwingungen einer Spannbandbrücke, Diplomarbeit, Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren – Massivbau, TU Berlin, 2007

[HAR10] HART Toolbox, Software (http://hart.sourceforge.net/, Stand 12.07.2010)

[Har52] Den Hartog, J. P.: Mechanische Schwingungen, Springer, 2. Auflage, Berlin, 1952

[Hav07] Havar, T.: Beitrag zur Gestaltung und Auslegung von 3D-verstärkten Faserverbundschlaufen, Dissertation, Institut für Flugzeugbau, Universität Stuttgart, 2007

[HBC+97] Housner, G.W. ; Bergman, A.L. ; Caughey, T.K. ; Chassiakos, A.G. ; Claus, R.O. ; Masri, S.F. et al.: Structural Control: Past, Present and Future, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 123, No. 9, pp. 897–971, 1997

[HBM10] Datenblätter zu Produkten der Firma Hottinger Baldwind Messtechnik (http://www.hbm.com/de, Stand 17.08.2010)

[HBR83] Hrovat, D. ; Barak, P. ; Rabins, M.: Semi-Active versus Passive or Active Tuned Mass Dampers for Structural Control, Engineering Mechanics, Vol. 109, No. 3, pp. 691-705, 1983

[Her03] Herold, S.: Simulation des dynamischen und akustischen Verhaltens aktiver Systeme im Zeitbereich, Dissertation, Fachbereich Maschinenbau, TU Darmstadt, 2003

[Hes03] Hesse, S.: Der Fluidic Muscle in der Anwendung, Blue Digest on Automation, Festo, Esslingen, 2003

[HGD+04] Horvatits, J ; Gaubinger, B. ; Dorn, M. ; Cserno, T. ; Kollegger, J.: Entwicklung einer Vergussverankerung für Zugglieder aus Faserverbundwerkstoff, Bauingenieur, Vol. 79, Nr. 3, 2004

[Hil09] Hildebrandt, A.: Regelung und Auslegung servopneumatischer Aktuatorsysteme, Dissertation, Institut für Systemdynamik, Universität Stuttgart, 2009

[HIV10] Europäische Gemeinschaft (Hrsg.): Human-induced vibrations of steel structures (Hivoss), Final Report, Luxemburg, 2010

[HNW06] Huber, P. ; Nützel, O. ; Weber, F.: Design, Test und Anwendung von adaptiven Seildämpfern in Schrägseilbrücken, Wissensportal baumaschine.de, Nr. 3, 2006

[HS80] Hagedorn, P. ; Schaffer, B.: On Nonlinear Free Vibrations of an Elastic Cable, International Journal of Nonlinear Mechanics 15, pp. 333-340, 1980

[HSN+02] Hildebrandt, A. ; Sawodny, O. ; Neumann, R. ; Hartmann, A.: A Flatness Based Design for Tracking Control of Pneumatic Muscle Actuators, International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), Singapore, pp. 1156-1161, 2002

[HSN+03] Hildebrandt, A. ; Sawodny, O. ; Neumann, R. ; Hartmann, A.: A Cascaded Tracking Control Concept for Pneumatic Muscle Actuators, European Control Conference (ECC), Cambridge, United Kingdom, 2003

[Hül09] Hülse E. O.: Design of a pneumatic-muscles-based active damping for stress ribbon bridges, Studienarbeit, FG Regelungssysteme und FG Entwerfen und Konstrieren-Massivbau, TU Berlin, 2009

[Hüt60] Hütter, U.: Tragende Flugzeugteile aus glasfaserverstärkten Kunststoffen, Luftfahrttechnik 6, pp. 34-44, 1960

[IC74] Irvine, H.M. ; Caughey, T.K: The linear theory of free vibrations of a suspended cable. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 341, pp. 299-315, 1974

[Inc10] Inca rope bridge, Wikipedia (http://en.wikipedia.org/wiki/Inca_rope_bridge, Stand 29.11.2010)

[Ise08] Isermann, R.: Mechatronische Systeme - Grundlagen, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2. Auflage 2008

[ISO89] ISO 6358: Pneumatic Fluid Power - Components using Compressible Fluids - Determination of Flow-Rate Characteristics, International Organization for Standardization, 1989

[Jan07] Janocha, H. (Ed.): Adaptronics and Smart Structures – Basics, Materials, Design, and Applications, Springer Berlin Heidelberg, 2007

[Jan10] Janocha, H.: Unkonventionelle Aktoren – Eine Einführung, Oldenbourg, München, 2010

[Jen95] Jendritza, D. et al.: Technischer Einsatz Neuer Aktoren, Technische Akademie Esslingen, Bartz, W.J. (Hrsg.), Expert, Renningen-Malmsheim, 1995

[KBG04] Kollegger, J. ; Bergmeister, K. ; Gaubinger, B.: Spannglieder und Vorspannsysteme, Betonkalender, Band 1, Ernst & Sohn, Berlin, 2004

[Kel03] Keller, T.: Use of Fibre Reinforced Polymers in Bridge Construction, Structural Engineering Documents 7, IABSE-AIPC-IVBH, Zurich, 2003

[KGH04] Kollegger, J. ; Gaubinger, B. ; Horvatits, J.: Vergussverankerung für Zuglieder aus Faserverbundwerkstoff – Verstärkung der Autobahnüberführung Golling, Beitrag zum 14. Dresdner Brückenbausymposium, 2004

[KM60] Kobori, T. ; Minai, R.: Analytical Study on Active Seismic Response Control, Transactions of the Architectural Institute of Japan 66, pp. 257-260, 1960

[Kol06] Kollegger, J.: Verankerung für ein vorgespanntes und/oder belastetes Zug-element und Ankerbüchse, Europäisches Patent, Nr. EP 1259679 B1, 28. Juni, 2006

[Kör06] Körlin, R.: Aktive mechanische Kontrolle winderregter Brückenschwingungen, Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 2006

[Kre09] Krenkel, W. (Hrsg.): Verbundwerkstoffe, 17. Symposium Verbundwerkstoffe und Werkstoffverbunde, WILEY-VCH, Weinheim, 2009

[KS00] Korvink, J. G. ; Schlaich, M.: Autonome Brücken - ein Blick in die ferne Zukunft des Brückenbaus, Bauingenieur 75, Nr. 1, pp. 29-34, Springer VDI, 2000

[Kuy05] Kuypers, F.: Klassische Mechanik, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 7. Auflage, 2005

[KZS07] Kharitonov, A. ; Zimmert, N. ; Sawodny, O.: Active Oscillation Damping of the Fire-Rescue Turnable Ladder, Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, pp. 391-396, Singapore City, 2007

[LS07] Lambeck, S. ; Sawodny, O.: Trajectory Generation and Oscillation Damping Control for a Flexible Link Robot, Proceedings of the 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 2748-2753, Taipei, 2007

[LSA06] Lambeck, S. ; Sawodny, O. ; Arnold, E.: Trajectory Tracking Control for a new Generation of Fire Rescue Turntable Ladders, Proceedings of the IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, pp. 1-6, Bangkok, 2006

[LSC+96] Lin, C. C. ; Sheu, J. F. ; Chu, S. Y. ; Chung, L. L.: Time-Delay Effect and its Solution for Optimal Output Feedback Control of Sturctures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 25: pp. 547-559, 1996

[Lun05] Lunze, J.: Regelungstechnik 2 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 3. Auflage, 2005

[Lun06] Lunze, J.: Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen, Springer Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2006

[LWM02] Lees, J.M. ; Winistörfer, A.U. ; Meier, U.: External Prestressed Carbon Fiber-Reinforced Polymer Straps for Shear Enhancement of Concrete, Journal of Composites for Construction, pp. 249-256, 2002

[LWY07] Liao, X. ; Wang, L. ; Yu, P.: Stability of Dynamical Systems, Monograph Series on Nonlinear Science and Complexity, Volume 5, Amsterdam, 2007

[Mai97] Maissen, A.: Concrete Beams Prestressed with CFRP Strands, Structural Engineering International, No. 4, pp. 284-287, 1997

[Mar07] Marneffe, B.: Active and Passive Vibration Isolation and Damping via Shunted Transducers, PhD Thesis, Active Structures Laboratory, Université Libre de Bruxelles, 2007

[Mat5.1] Mathematica, Version 5.1, Software (http://www.wolfram.com/mathematica/, Stand 14.12.2010)

[Mei01] Meier, U.: Strengthening and Stiffening of Historic Wooden Structures with CFRP, FRP Composites in Civil Engineering, Vol. II, J.-G. Teng (Ed.), 2001

[Mei01] Meirovitch, L.: Fundamentals of Vibrations, McGraw-Hill, New York, 2001

[Mei06] Meinhard, B.: Verankerung von CFK-Lamellen, Diplomarbeit, Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren - Massivbau, TU Berlin, 2006

[Mei09] Meinhardt, C.: Schwingungstilger zur Verringerung der Schwingungsanfälligkeit von Fußgängerbrücken, Stahlbau 78, Nr. 2, pp. 124-129, Ernst & Sohn, 2009

[Mei90] Meirovitch, L.: Dynamics and Control of Structures, John Wiley & Sons, New York, 1990

[Mei92] Meier, U.: Carbon Fiber-Reinforced Polymers: Modern Materials in Bridge Engineering, Structural Engineering International, No. 1, pp. 7-12, 1992

[Mei99] Meier, U.: Haben kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffkabel für Tragwerke eine Zukunft?, Detail, Nr. 8, pp. 1505-1506, 1999

[MEM10] Datenblätter zu Produkten der Firma ME-Meßsysteme (http://www.me-systeme.de, Stand 17.08.2010)

[MMB96] Meier, H. ; Meier, U. ; Brönnimann, R.: Zwei CFK-Kabel für die Storchenbrücke, Schweizer Ingenieur und Architekt, Nr. 44, pp. 980-985, 1996

[MMK98] Meier, U. ; Meier, H. ; Kim, P.: Anchorage Device for High-Performance Fiber Composite Cables, United States Patent 5713169, Feb. 3rd, 1998

[Mot08] Motavalli, M. (Ed.): FRP Composites in Civil Engineering, Empa Akademie, 2008

[Mul07] Mulligan, K.: Experimental and Analytical Studies of Semi-Active and Passive Structural Control of Buildings, PhD Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2007

[Mur06] Murrenhoff, H.: Grundlagen der Fluidtechnik, Teil 2: Pneumatik, 2. Auflage, Shaker Verlag, Aachen, 2006

[MW01] Meier, U. ; Winistörfer, A.: Multilayer, Traction Element in the Form of a Loop, United States Patent 6209279 B1, April 3rd, 2001

[MW98] Meier, U. ; Winistörfer, A.: Mehrlagiges Schlaufenzugelement, Europäisches Patent Nr. EP 0815329 B1, 07.01.1998

[MWS00] Meier, U. ; Winistörfer, A. ; Stöcklin, I.: Neue Entwicklungen beim Einsatz von kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen (CFK) im Brückenbau, Deutsche Bauzeitung, Nr. 3, 2000

[Nah08] Nahrstaedt, H.: Realisierung von Echtzeitregelungen mit Scilab/Scicos, 5th International Symposium on Automatic Control – AUTSYM, Wismar, 2008

[NAI10] Datenblätter zu Produkten der Firma National Instruments (http://www.ni.com, Stand 17.08.2010)

[NBV04] Neumann, R. ; Bretz, C. ; Volzer, J.: Ein Positionierantrieb mit hoher Kraft: Positions- und Druckregelung eines künstlichen pneumatischen Muskels, Internationales Fluidtechnisches Kolloquium, Dresden, 2004

[Neu10] Neumann, R. (Festo): Kraft- und Volumenkennfeld für den Fluidic Muscle DMSP-40-356N, Schriftverkehr, 2010

[Nol06a] Nolting, W.: Grundkurs Theoretische Physik 1 - Klassische Mechanik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 8. Auflage 2006

[Nol06b] Nolting, W.: Grundkurs Theoretische Physik 2 - Analytische Mechanik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 7. Auflage 2006

[NS08] Nahrstaedt, H. Schauer, T.: Einführung in Scilab/Scicos/RtaiLab, Version 4.1.2, Skript, Fachgebiet Regelungssysteme, TU Berlin, 2008, (http://www.control.tu-berlin.de/wiki/images/b/b2/Scilabintro_ws0708.pdf, Stand 12.07.2010)

[NS97] Nikoukhah, R. ; Steer, S.: Scicos A Dynamic System Builder and Simulator, User's Guide - Version 1.0, Rapport technique n° 0207, Unité de recherche INRIA Rocquencourt, 1997, (http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/06/99/64/PDF/RT-0207.pdf, Stand 12.07.2010)

[OAW+98] Olsson, H. ; Aström, K.J. ; Canudas de Wit, C. ; Gäfvert, M. ; Lischinsky, P.: Friction Models and Friction Compensation, Eur. J. Control, Vol. 4, No. 3, pp. 176-195, 1998

[OSS02] Occhiuzzi, A. ; Spizzuoco, M. ; Serino, G.: Semi-Active MR Dampers in TMD's for Vibration Control of Footbridges, Part 1: Numerical Modelling and Control Algorithm, Proceedings Footbridge Conference, Paris, 2002

[Ost92] Ostenfeld, K.H.: Aerodynamics of Large Bridges, Structural Engineering International, Vol. 2, No. 3, pp. 186-189, 1992

[Pet00] Petersen, C.: Dynamik der Baukonstruktion, Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft Braunschweig / Wiesbaden, korrigierter Nachdruck 2000

[Pet01] Petersen, C.: Schwingungsdämpfer im Ingenieurbau, Maurer Söhne (Hrsg.), Merkle Druck, 2001

[Pre02] Preumont, A.: Vibration Control of Active Structures – An Introduction, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2nd Edition, 2002

[PS08] Preumont, A. ; Kazuto, S.: Active Control of Structures, Wiley, Padstow, 2008

[PSH96] Patten, W.N. ; Sack, R.L. ; He, Q.: Controlled Semiactive Hydraulic Vibration Absorber for Bridges, Structural Engineering, Vol. 122, No. 2, pp. 187-192, 1996

[PSL+99] Patten, W.N. ; Sun, J. ; Li, G. ; Kuehn, J. ; Song, G.: Field Test of an intelligent Stiffener for Bridges at the I-35 Walnut Creek Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 28, pp. 109-126, 1999

[PUB06] Phohomsiri, P. ; Udwadia, F. E. ; von Bremen, H.: Time-Delayed Positive Velocity Feedback Control Design for Active Control of Structures, Engineering Mechanics, Vol. 132, No. 6: pp. 690-703, 2006

[Ram97] Ramm, E.: Stabtragwerke Teil VII: Baudynamik, Vorlesungsmanuskript Institut für Baustatik Universität Stuttgart, 3. Auflage 1997

[Rei04] Reiterer, M.: Schwingungsdämpfung von Baukonstruktionen insbesondere von Brücken, Dissertation, TU Wien, 2004

[Reu75] Reuleaux, F.: Lehrbuch der Kinematik, V.2 – Die praktischen Beziehungen der Kinematik zu Geometrie und Mechanik, Vieweg und Sohn, 1875

[RG02] Ribakov, Y. ; Gluck, J.: Selective Controlled Base Isolation System with Magneto-rheological Dampers, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 31, pp. 1301-1324, 2002

[Rod06] Roddeck, W.: Einführung in die Mechatronik, B.G. Teubner Verlag Wiesbaden, 3. Auflage 2006

[Rog99] Rogers, C.: Introduction, Adaptronics and Smart Structures, Janocha, H. (Ed.), Springer, Berlin, 1999

[Roo80] Roorda, J.: Experiments in Feedback Control of Structures, In Leipholz H H E (ed.) Structural Control North Holland, Amsterdam, pp. 629-661, 1980

[Rut10] Rutahsa Adventures (http://www.rutahsa.com/k-chaca.html, Stand 29.11.2010)

[RZ08] Reuter, M. ; Zacher, S.: Regelungstechnik für Ingenieure – Analyse Simulation und Entwurf von Regelkreisen, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 12. Auflage, 2008

[SB07] Schlaich, M. ; Bleicher, A.: Spannbandbrücke mit Kohlenstofffaser-Lamellen, Bautechnik 84, Nr. 5, pp. 311-319, Ernst & Sohn, 2007

[SB94] Schlaich, J. ; Bergermann, R.: Fußgängerbrücken 1977-1992, Katalog zur Ausstellung an der ETH Zürich, Zürich, 1994

[SBB10] Schlaich, M. ; Bögle, A. ; Bleicher, A.: Brückenbau II - Seile, Skript, Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren - Massivbau, TU Berlin, 2. Auflage, 2010

[SC94] Soong, T.T. ; Costantinou, M.C. (Hrsg.): Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering, CISM Courses and Lectures No. 345, International Centre for Mechanical Sciences, Springer Wien, 1994

[SC99] Symans, M.D. ; Constantinou M.C.: Semi-Active Control Systems for Seismic Protection of Structures: A State-of-the-art Review, Engineering Structures, Vol. 21, pp. 469-487, 1999

[Sch03] Schlaich, M.: Die Fußgängerbrücken auf der Internationalen Gartenausstellung IGA 2003 in Rostock, Bauingenieur 78, Nr. 10, pp. 441-448, Springer VDI, 2003

[Sch04] Schlaich, M.: Aktive und wandelbare Ingenieurbauten, Stahlbau 73, Nr. 12, pp. 1001-1009, Ernst & Sohn, 2004

[Sch07] Schürmann, H.: Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden, 2. Auflage, Springer, Berlin, 2007

[Sch10] Schauer, T.: Nichtlineare Regelung, Vorlesungsunterlagen, FG Regelungssysteme, TU Berlin, 2010

[Sci10a] Scilab, Software (http://www.scilab.org/, Stand 12.07.2010)

[Sci10b] Scicos, Software (http://www.scicos.org/, Stand 12.07.2010)

[SDS+97] Spencer Jr., B.F. ; Dyke, S.J. ; Sain, M.K. ; Carlson, J.D.: Phenomenological Model of a Magnetorheological Damper, Engineering Mechanics, ASCE, Vol.123, pp. 230-238, 1997

[Set06] Sétra (Hrsg.): Footbridges – Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading – Technical guide. Association Francaise de Génie Civil, Paris, Frankreich, 2006

[Sev11] Severin, R.: Entwurf und Simulation einer semi-aktiven Schwingungsdämpfung für eine Spannbandbrücke, Diplomarbeit, Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren – Massivbau, TU Berlin, 2011

[SF95] Susumpow, T ; Fujino, Y.: Active Control of Multimodal Cable Vibrations by Axial Support Motion, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 121, No. 9, pp. 964-972, 1995

[SFH02] Seiler, C. ; Fischer, O. ; Huber, P.: Semi-Active MR Dampers in TMD's for Vibration Control of Footbridges, Part 2: Numerical Analysis and Practical Realisation, Proceedings Footbridge Conference, Paris, 2002

[SHB+09] Sedlacek, G. ; Heinemeyer, C. ; Butz, C. ; Géradin, M. (Hrsg.): Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations, JRC Scientific and Technical Reports, Luxemburg, 2009

[SHL07] Seltenhammer, A. ; Heuer, R. ; Leitner, M.: Dynamische Wirkung externer viskoser Schwingungsdämpfer in ebenen Rahmenstrukturen unter harmonischer und stochastischer Anregung, Österreichische Gesellschaft für Erdbebeningenieurwesen und Baudynamik, D-A-CH Tagung, Wien, 2007

[SHT00] Sobek, W. ; Haase, W. ; Teuffel, P.: Adaptive Systeme, Stahlbau 69, Nr. 7, pp. 544-555, Ernst & Sohn, 2000

[Sik05] Sika: Datenblatt Sika CarboDur-Lamellen, (http://deu.sika.com/de/solutions_products/service/download_center.html, Stand 10/2005)

[SKK00] Sakamoto, M. ; Koshika, N. ; Kobori, T.: Development and Applications of Structural Control Systems, Stahlbau 69, Nr. 6, pp. 455-463, Ernst & Sohn, 2000

[SLH02] Sawodny, O. ; Lambeck, S. ; Hildebrandt, A. Trajectory Generation for the Trajectory Tracking Control of a Fire Rescue Turntable Ladder, Proceedings of the 3rd International Workshop on Robot Motion and Control, pp. 411-416, 2002

[SN03] Spencer Jr, B.F. ; Nagarajaiah, S.: State of the Art of Structural Control, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 129, No. 7, pp. 845-856, 2003

[SOF10] SOFISTIK Version 10.94-23: Finite Elemente und CAD Software für den Ingenieurbau (http://www.sofistik.de, Stand 14.12.2010)

[Soo90] Soong, T.T.: Active Structural Control: Theory and Practice, Longman Scientific & Technical, Essex, 1990

[SS02] Soong, T.T. ; Spencer Jr, B.F.: Supplemental Energy Dissipation: State-of-the-Art and State-of-the-Practice, Journal of Engineering Structures, Vol. 24, pp. 243-259, Elsevier, 2002

[SS08] Starossek, U. ; Scheller, J.: A Novel Active Mass Damper for Vibration Control of Bridges, IABMAS'08, International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management, Seoul, 2008

[SSL06] Song, G. ; Sethi, V. ; Li, H.-N.: Vibration Control of Civil Structures using Piezoceramic Smart Materials: A Review, Engineering Structures, Vol. 28, No. 11, pp. 1513-1524, 2006

[SSW99] Schlaich, J. ; Schlaich, M. ; Werwigk, M.: Die neue Glacisbrücke Ingolstadt – Entwurf und Konstruktion, Beton- und Stahlbetonbau 94, Nr. 11, pp. 466-475, 1999

[Sta92] Starossek, U.: Brückendynamik – Winderregte Schwingungen von Seilbrücken, Dissertation, Vieweg, Braunschweig, 1992

[Sto10] Stoffel, A. : Kurzeinführung in Scilab, Skript, Institut für Nachrichtentechnik, FH Köln, 2010, (http://alex.nt.fh-koeln.de/mapdf/scilabein.pdf, Stand 12.07.2010)

[Str05] Strasky, J.: Stress Ribbon and Cable-Supported Pedestrian Bridges, Thomas Telford London, 2005

[SYN08a] Europäische Gemeinschaft (Hrsg.): Advanced Load Models for Synchronous Pedestrian Excitation and Optimised Design Guidelines for Steel Footbridges, (SYNPEX) Final Report, Luxemburg, 2008

[SYN08b] RWTH Aachen (Hrsg.): Advanced Load Models for Synchronous Pedestrian Excitation and Optimised Design Guidelines for Steel Footbridges, (SYNPEX), Annex 1, Technical Report No. 2, 2004

[SYN08c] FEUP Porto (Hrsg.): Advanced Load Models for Synchronous Pedestrian Excitation and Optimised Design Guidelines for Steel Footbridges, (SYNPEX) Annex 3, Technical Report No. 2, Luxemburg, 2008

[Tha04] Thalheim, J.-U.: Nichtlineare Seilschwingungen und Stabilitätsanalysen für Seilbewegungen, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2004

[TK87a] Takashashi, K. ; Konishi, Y.: Non-linear Vibrations of Cables in Three Dimensions, Part I: Non-linear Free Vibrations, Journal of Sound and Vibration 118, pp. 69-84, 1987

[TK87b] Takashashi, K. ; Konishi, Y.: Non-linear Vibrations of Cables in Three Dimensions, Part II: Out-of-plane Vibrations under In-plane Sinusoidally Time-varying Load, Journal of Sound and Vibration 118, pp. 85-97, 1987

[TL00] Tondu, B. ; Lopez, P.: McKibben Artificial Muscle Robot Actuators, IEEE Control Systems Magazine, pp. 15-38, 2000

[Tor10] Toray Carbon Fibers America: Datenblatt Kohlenstofffasern T700S (http://www.toraycfa.com/pdfs/T700SDataSheet.pdf, Stand 14.12.2010)

[UBK+04] Udwadia, F. E. ; von Bremen, H. ; Kumar, R. ; Hosseini, M.: Time Delayed Control of Structures, In: Dynamical Systems and Control - Stability and Control: Theory, Methods and Applications, Vol. 22, Udwadia et al. (Ed.), pp. 163-206 Chapman & Hall / CRC, Boca Raton, 2004

[UBP07] Udwadia, F. E. ; von Bremen, H. ; Phohomsiri, P.: Time Delayed Control Design for Active Control of Structures: Principles and Applications, Structural Control and Health Monitoring, Vol. 14, pp. 27-61, 2007

[Unb07] Unbehauen, H.: Regelungstechnik II - Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme, 9. Auflage, Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden, 2007

[Vaj00] Vajta, M.: Some Remarks on Padé-Approximations, 3rd TEMPUS-INTCOM Symposium, Veszprém, Ungarn, 2000

[Val10] Valtin, M.: Kraftregelung eines künstlichen Muskels, Studienarbeit, FG Regelungssysteme und FG Entwerfen und Konstrieren-Massivbau, TU Berlin, 2010

[VB05] Vér, I.L. ; Beranek, L.L. (Ed.): Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications, 2nd Edition, Wiley, 2005

[VKG03] Vervuurt, A.H.J.M. ; Kaptijn, N. ; Grundlehner, W.B.: Carbon-Based Tendons in the Dintelhaven Bridge, the Netherlands, Structural Concrete, Vol. 4, No. 1, 2003

[WDN05] Weber, F. ; Distl, H. ; Nützel, O.: Versuchsweiser Einbau eines adaptiven Seildämpfers in eine Schrägseilbrücke, Beton- und Stahlbetonbau 100, Nr. 7, pp. 582-589, Ernst & Sohn, 2005

[Wer06] Werner, H.: Längstes Spannband Europas, Bauen mit Holz, Nr. 11, 2006

[WFM05] Weber, F. ; Feltrin, G. ; Motavalli, M.: Passive Damping of Cables with MR Dampers, Materials and Structures, Vol. 38, No. 5, pp. 568-577, 2005

[WFP+93] Warnitchai, P. ; Fujino, Y. ; Pacheco, B.M. ; Agret, R.: An Experimental Study on Active Tendon Control of Cable-Stayed Bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, No. 2, pp. 93-111, 1993

[WFS95] Warnitchai, P. ; Fujino, Y. Susumpow, T.: A Non-Linear Dynamic Model for Cables and its Application to a Cable-Structure System, Journal of Sound and Vibration, Vol. 187, No. 4, pp. 695-712, 1995

[Wik10] Wikipedia: Kohlenstofffaser (http://de.wikipedia.org/wiki/Kohlenstofffaser, Stand 12.07.2010)

[Win03] Winistörfer, A.: Strangschlaufen als externe Spannglieder, Empa-Akademie, 2003

[Win06] Winistörfer, A. (Carbo-Link GmbH): Schriftverkehr, 2006

[Win99] Winistoerfer, A.U.: Development of Non-Laminated Advanced Composite Straps for Civil Engineering Applications, PhD Thesis, University of Warwick, U.K., 1999

[WK02] Wilmes, H. ; Kolesnikov, B.: CFK/Titan, ein Hybridwerkstoff zur verbesserten Kopplung von Faserverbundstrukturen, Congress Intelligente Leichtbau Systeme, Hannover, 2002

[WMM98] Winistörfer, A. ; Meier, U. ; Mottram, J.T.: The Behaviour of Non-Laminated Advanced Composite Straps, COST C1 Conference on Semi-Rigid Behaviour of Structural Connections, Liège, Belgium, 1998

[WR00] Wagner, N. ; Ruge, P.: Stabilitätsuntersuchungen von MDOF-Systemen mit Totzeiten, ZAMM 80, pp. 331 – 332, 2000

[WSL+07] Wang, Y. ; Swartz, R. A. ; Lynch, J. P. ; Law, K. H. ; Lu, K.-C. ; Loh, C.-H.: Decentralized civil structural control using real-time wireless sensing and embedded computing, Smart Structures and Systems, Vol. 3, No. 3, pp. 321-340, 2007

[WWS+06] Wu, B. ; Wang, Q. ; Shi, P. ; Ou, J. ; Guan, X.: Real-Time Substructure Test of JZ20-2NW Offshore Platform with Semi-Active MR Dampers, Proceedings of the 4th World Conference on Structural Control and Monitoring, San Diego, 2006

[ZKL+09] Zapateiro, M. ; Karimi, H.R. ; Luo, N. ; Spencer Jr., B.F.: Real-Time Hybrid Testing of Semiactive Control Strategies for Vibration Reduction in a Structure with MR Damper, Structural Control and Health Monitoring, Vol. 17, No. 4, pp. 427-451, 2009

[ZKS08] Zimmert, N. ; Kharitonov, A. ; Sawodny, O.: A new Control Strategy for Trajectory Tracking of Fire-Rescue Turntable Ladders, Proceedings of the 17th IFAC World Congress, pp. 869-874, Seoul, 2008

[Zog07] Zogg, J.-M.: Arbeiten mit Scilab und Scicos – Scilab für numerische Berechnungen, Scicos für grafische Simulationen, Hochschule für Technik und Wirtschaft, Chur, 2007, (http://www.zogg-jm.ch/weitere_publikationen.html, Stand 12.07.2010)

[ZS08] Zimmert, N. ; Sawodny, O.: A Trajectory Tracking Control with Disturbance-Observer of a Fire-Rescue Turntable Ladder, Proceedings of the American Control Conference, pp. 4041-4046, Seattle, 2008

Anhang

A.1 Symbolverzeichnis

Lateinische Großbuchstaben

$\mathbf{A}$	Systemmatrix
$\underline{\mathbf{A}}$	Systemmatrix um PT_1-Element erweitert
$\mathbf{A}_m$	modale Systemmatrix
A	Querschnittsfläche
A_v	virtuelle Zylinderfläche
$AC, \mathbf{AC}$	Aktuatorkraft, Vektor der Aktuatorenkräfte
$B, \mathbf{B}$	Stellmatrix
$\underline{\mathbf{B}}$	Stellmatrix um PT_1-Element erweitert
$B_m, \mathbf{B}_m$	modale Stellmatrix
$\mathbf{B}_{m,red}$	reduzierte modale Stellmatrix
$\mathbf{B}_s$	Aktuatorenkonfiguration
$\mathbf{C}$	Beobachtungsmatrix
$\underline{\mathbf{C}}$	Beobachtungsmatrix um PT_1-Element erweitert
$\mathbf{C}_m$	modale Beobachtungsmatrix
$\mathbf{C}_s, \mathbf{C}_T$	Selektionsmatrix
$\mathbf{C}_s$	Sensorenkonfiguration
C	Ventilleitwert
C_n	Leitwertfunktion
C_m	maximaler Leitwert
$\mathbf{D}$	Durchgangsmatrix
D	allg. Dämpfung
$D_m, \mathbf{D}_m$	Dämpfungskoeffizient, modale Dämpfungsmatrix
D_v	Dämpfung Lageregler
D_{kr}	kritische Dämpfung
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix
E	Elastizitätsmodul (E-Modul)
EA	Dehnsteifigkeit
EI	Biegesteifigkeit
$F, \mathbf{F}$	allg. Kraft
F_A	allg. Aktuatorkraft
F_C	Reibungskraft MR, ER Dämpfer
F_D	Dämpferkraft
F_E	allg. Erregungskraft
F_M	Muskelkraft
F_R	Reibungskraft Muskel
ΔF_l	Längskraft im Muskel
ΔF_u	Radialkraft im Muskel
G_o	Beobachtbarkeitsindex
$G(s)$	allg. Übertragungsfunktion Regelstrecke
$G_A(s)$	Übertragungsfunktion Aktuator
$\tilde{G}_A(s)$	Übertragungsfunktion Aktuator mit Totzeit
$G_D(\mathrm{z})$	Übertragungsfunktion numerische Differentiation
$G_F(\mathrm{z})$	Übertragungsfunktion Filter
$G_{PT_1}(s)$	Übertragungsfunktion PT_1-Element

$G_R(s)$	allg. Reglerdynamik
$G_S(s)$	Übertragungsfunktion Sensor
$\tilde{G}_S(s)$	Übertragungsfunktion Sensor mit Totzeit
$G_{SISO}(s)$	Übertragungsfunktion Ein-Freiheitsgrad-System (SISO)
$G_{T_d}(s)$	Übertragungsfunktion Totzeitglied
$G_v(s)$	Übertragungsfunktion Steuerschieber
H	Dynamische Seilkraftänderung
H_s	statische Horizontalkraft im Seil
Iyy	Massenträgheitsmoment Platte
I	rohes Sensorsignal
J	Gütefunktional Optimale Regelung
$K, \mathbf{K}$	allg. Steifigkeit, Steifigkeitsmatrix
$K_m, \mathbf{K}_m$	modale Steifigkeit
$\mathbf{K}_P$	Reglermatrix Polzuweisung
$\mathbf{K}_R$	Reglermatrix Optimalregler
K_R	allg. Reglerverstärkung
K_T	Übertragungskonstante PT_1-Element
$K(s)$	Übertragungsfunktion Regler
$\tilde{K}(s)$	Übertragungsfunktion Regler mit Totzeit
$\mathrm{L}(\cdot)$	Lagrange Funktion
L	Plattenlänge
$\mathbf{L}$	Rückführmatrix Kalman-Filter
L_T	Spannweite
$L_\mathrm{f}\mathrm{h}$	Lie-Ableitung
$L_\mathrm{g}\mathrm{h}$	Lie-Ableitung
$\mathrm{M}, \mathbf{M}$	allg. Masse, Massenmatrix
$M_m, \mathbf{M}_m$	Modale Masse
M_T	Gesamtgewicht Brücke
N	Anzahl Massen
P	Vorspannung
$\mathbf{P}_R$	Lösungsmatrix Matrix-Riccatigleichung
Q	generalisierte Kraft
$\mathbf{Q}_R$	Wichtungsmatrix Matrix-Riccatigleichung
$\mathbf{R}$	Transformationsmatrix
$\mathbf{R}_R$	Wichtungsmatrix Matrix-Riccatigleichung
R	spezifische Gaskonstante
R_v	Bolzenradius
$\mathbf{S}_B$	Beobachtbarkeitsmatrix
$\mathbf{S}_S$	Steuerbarkeitsmatrix
S_s	statische Seilkraft
$\mathbf{T}_{red}$	reduzierte Transformationsmatrix
T	kinetische Energie
T_d	Totzeit
T_L	Temperatur
T_n	natürliche Periodendauer
T_T	Zeitkonstante PT_1-Element
V	potentielle Energie
V_M	Muskelvolumen

$\mathbf{W}_{o,\mathrm{s}}$	Gramsche Matrix Beobachtbarkeit
$\mathbf{W}_{c,\mathrm{s}}$	Gramsche Matrix Steuerbarkeit
$Z, \mathbf{Z}$	Zwangskraft

Lateinische Kleinbuchstaben

a_0	Regelparameter exakte Kraftregelung (Eigenkreisfrequenz)
a	Laufindex Aktuatorenposition
b	kritisches Druckverhältnis
b_L	Lamellenbreite
b	Exponent
c, c_{1p}	Kontraktionskonstanten Kraftkennfeld
c_D	Dämpfungskonstante
d	Plattenhöhe
d_M	Muskelinnendurchmesser
$\mathrm{e}^{(\cdot)}$	natürliche Exponentialfunktion
$\mathbf{e}$	Fehler
$\mathrm{f}(\cdot), \mathbf{f}(\cdot)$	allg. Funktion
$\tilde{\mathrm{f}}(\cdot)$	linearisierte Funktion
f	Eigenfrequenz
f_e	angreifende Kraft am Reibungsmodell
f_B	maximaler Durchhang / Stich
f_{RH}	Haftreibungskonstante
f_{RG}	Gleitreibungskonstante
$f_{u,d}$	Bemessungswert der Zugfestigkeit
$f_{y,d}$	Bemessungswert der Streckgrenze
g	Erdbeschleunigung
$g(\cdot), \mathbf{g}(\cdot)$	allg. Funktion
h	Höhe Geländerpfosten
h_L	Lamellenhöhe
$\mathrm{h}(\cdot)$	allg. Funktion
i	Laufindex
i_{soll}	Soll-Strom
j	Laufindex
k	Federsteifigkeit
k_m	modale proportionale Reglerverstärkung
k_p	proportionale Verstärkung Position
k_v	proportionale Verstärkung Geschwindigkeit
$\overline{k}_p$	k_p unter Berücksichtigung einer Phasenverschiebung
$\overline{k}_v$	k_v unter Berücksichtigung einer Phasenverschiebung
Δl	Muskelverkürzung in Längsrichtung
m	Plattengewicht
$\dot{m}, \dot{m}_M$	Massenfluss
$\dot{m}_v$	Massenfluss Versorgung
m	Laufindex antimetrische Schwingungsform
n	Systemordnung, Rang
n_a	Anzahl Aktuatoren

n_c	Anzahl Zwangsbedingungen
n_p	Polytropenkoeffizient
n_q	Anzahl Freiheitsgrade
n_s	Anzahl Systemausgänge
n	Laufindex symmetrische Schwingungsform
p_M	Muskelinnendruck (Absolutdruck)
p_{prim}	Druck vor einem Strömungswiderstand
p_{sek}	Druck nach einem Strömungswiderstand
p_v	Versorgungsdruck
p_0	Atmosphärendruck
$q, \mathbf{q}$	generalisierte Koordinate
$q_0, \mathbf{q}_0$	Arbeitspunkt der generalisierten Koordinate
q	Laufindex Sensorenposition
q_b	Druckverhältnis
$\tilde{q}$	Gleichlast
$\mathbf{r}$	Koordinatenvektor
r	allg. Führungsgröße
s	Laplace-Variable
s	Laufindex Sensorenkonfiguration
$s_M, \mathbf{s}_M$	Muskelkontraktion
Δs_M	nach s_M differenziertes Kraftkennfeld
$\underline{s}$	Pol ungeregeltes System
$\underline{s}_{1/2}$	konjugiert komplexes Polpaar ungeregeltes System
$\underline{s}_3$	reeller Pol ungeregeltes System
$\underline{\tilde{s}}$	Pol geregeltes System
$\underline{\tilde{s}}_{1/2}$	konjugiert komplexes Polpaar geregeltes System
$\underline{\tilde{s}}_3$	reeller Pol geregeltes System
t	Zeitvariable
$u, \mathbf{u}$	Systemeingang, allg. Stellgröße
$u_0, \mathbf{u}_0$	Arbeitspunkt Systemeingang
$u_m, \mathbf{u}_m$	modale Stellgröße
$\mathbf{u}_{m,red}$	reduzierter modaler Stellgrößenvektor
u_M	Stellgröße ER-Dämpfer
Δu	Muskeldehnung in Umfangsrichtung
u_v	Steuerschieberposition
v	„neue“ Eingangsgröße
v_z	vertikale Verformung
v_i	Volumenkonstanten
$w, \overline{w}, \underline{w}$	Koordinaten Modellplatte: Schwerpunkt, rechts, links
w_p	halber Abstand der Geländerpfosten im Modell
$x, \mathbf{x}$	Systemzustand
$\underline{\mathbf{x}}$	Systemzustand um PT_1-Element erweitert
x_a	allg. Ausgangssignal
x_e	allg. Eingangssignal
$x_m, \mathbf{x}_m$	modaler Systemzustand
$\hat{x}_m, \hat{\mathbf{x}}_m$	modaler geschätzter Systemzustand
$x_0, \mathbf{x}_0$	Arbeitspunkt Systemzustand
$\underline{x}, \underline{\dot{x}}, \underline{\ddot{x}}$	allg. Position, Geschwindigkeit, Beschleunigung

$\tilde{x}$	Koordinate Seilgleichung
$y, \mathbf{y}$	Systemausgang
$\hat{y}, \hat{\mathbf{y}}$	geschätzter Systemausgang
$y_s, \mathbf{y}_s$	reduzierter Systemausgang
$\hat{y}_s, \hat{\mathbf{y}}_s$	reduzierter geschätzter Systemausgang
$\tilde{y}$	Koordinate Seilgleichung
$z, \overline{z}, \underline{z}$	Koordinaten Modellplatte: Schwerpunkt, rechts, links
z_1	Zustandsgröße (Muskelkraft) Ein-/ Ausgangsregelung
z	Variable der z-Transformation

Griechische Großbuchstaben

Δ	Abweichung
$\mathbf{\Phi}$	Modalmatrix
Λ	logarithmisches Dekrement

Griechische Kleinbuchstaben

α	Winkel Aramid-Fasernetz
β	Seilneigung
β_n	Variable transzendente Bestimmungsgleichung
δ	relativer Systemgrad
ε	Exponent
$\boldsymbol{\phi}$	Eigenvektor
φ	Umlenkwinkel
$\tilde{\eta}$	Schwingungskoordinate in $\tilde{y}$-Richtung
κ	Isentropenkoeffizient
λ^2	fundamentaler Seilparameter
μ	Massebelegung
θ	Drehwinkel Modellplatte
ρ_0	Luftdichte
σ	Steuerbarkeitsindex
σ_M	Biegespannung
$\sigma_\perp$	Querdruckspannungen
τ	dimensionslose Totzeit
ω	Eigenkreisfrequenz (ungeregeltes System)
$\tilde{\omega}$	Eigenkreisfrequenz geregeltes System
ω_v	Eckfrequenz Lagereglers
$\omega_{A1}, \omega_{A2/B}$	Eigenkreisfrequenz Kraftregelung
$\psi(\cdot)$	Durchflussfunktion
ζ	Lehrsche Dämpfung (ungeregeltes System)
$\tilde{\zeta}$	Lehrsche Dämpfung geregeltes System

Sonderzeichen

$\|\cdot\|$	Norm

Abkürzungen

AVC	aktive Schwingungskontrolle (Active Vibration Control)
CFK	Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe
GFK	Glasfaserverstärkte Kunststoffe
DGL	Differentialgleichung
ER	Elektro-Rheologischer (-Dämpfer)
Exp	Experiment
FE	Finite Elemente
FFT	Fast-Fourier-Transformation
Im	Imaginärteil
MR	Magneto-Rheologischer (-Dämpfer)
PT_1	lineares System mit Verzögerung erster Ordnung
Re	Realteil
RL	Ruhelage
Sim	Simulation
SISO	Single Input Single Output
TMD	Feder-Masse-Dämpfer (Tuned Mass Damper)

Indizes

$A0$	Setup A0
$A1$	Setup A1
$A2$	Setup A2
AVC	aktive Schwingungskontrolle (active vibration control)
B	Setup B
M	Muskel

acc, acc	Beschleunigung (acceleration)
act, act	Ist-Größe (actual)
del	verzögert (delayed)
est, est	geschätzte Größe (estimated)
opt	optimal
pos, pos	Position (position)
ref, ref	Soll-Größe (reference)
sat	begrenzt (saturated)
vel, vel	Geschwindigkeit (velocity)

A.2 Lösungen für die Eigenschwingungen eines durchhängenden Seiles

Zur Lösung der **antimetrischen Schwingungsform** wird folgender Produktansatz für $\tilde{\eta}(\tilde{x},t)$ gewählt:

$$\tilde{\eta}(\tilde{x},t) = \hat{\eta}(\tilde{x}) \cdot \sin(\omega_{\mathrm{m}}\, t) \qquad \{\mathrm{m} = 1,2,...\} \qquad \text{(A.1)}$$

$$\hat{\eta}(\tilde{x}) = \hat{\eta}_{\mathrm{m}} \cdot \sin(2 \cdot \mathrm{m} \cdot \pi \cdot \tilde{x}/L_T) \qquad \text{(A.2)}$$

Wobei $\hat{\eta}_{\mathrm{m}}$ die Amplitude der m-ten antimetrischen Schwingungsform ist. Setzt man diesen Ansatz in Gleichung (2.7) ein, wird $H(\tilde{x},t) = 0$, was bedeutet, dass bei kleinen antimetrischen Schwingungen um die Gleichgewichtslage keine Seilkraftänderungen auftreten. Die Eigenfrequenz der m-ten antimetrischen Schwingung berechnet sich dann wie folgt:

$$f_{\mathrm{m}} = \mathrm{m}\sqrt{\frac{H_s}{\mu \cdot L_T^2}} \qquad \{\mathrm{m} = 1,2,...\} \qquad \text{(A.3)}$$

Hierbei ist μ die Massenbelegung.

Die Lösung der **symmetrischen Schwingungsform** ist aufwändiger, da die Seilkraftänderung $H(\tilde{x},t) \neq 0$. Mit dem Ansatz für den Schwingungsverlauf

$$\tilde{\eta}(\tilde{x},t) = \hat{\eta}(\tilde{x}) \cdot \sin(\omega_{\mathrm{n}}\, t) \qquad \{\mathrm{n} = 1,2,...\} \qquad \text{(A.4)}$$

und der Folgerung, dass die Amplitude der Seilkraftänderung $\hat{H}$ harmonisch verläuft und von $\tilde{x}$ unabhängig ist, ergibt sich aus Gleichung (2.7):

$$\hat{H} \cdot \sin(\omega_{\mathrm{n}} t) = \frac{\tilde{q} \cdot EA}{H_s \cdot \ell} \cdot \left(\int_0^{L_T} \hat{\eta}(\tilde{x})\, \mathrm{d}\tilde{x} \right) \cdot \sin(\omega_{\mathrm{n}} t) \qquad \{\mathrm{n} = 1,2,...\} \qquad \text{(A.5)}$$

$$\hat{\eta}(\tilde{x}) = \frac{\hat{H}\tilde{q}}{H_s^2 \beta_{\mathrm{n}}^2} \left(1 - \cos\beta_{\mathrm{n}}\tilde{x} - \tan\frac{\beta_{\mathrm{n}} L_T}{2} \cdot \sin\beta_{\mathrm{n}}\tilde{x} \right) \qquad \text{(A.6)}$$

Hierbei ist $\ell = L_T\left(1 + 8\left(f_B/L_T\right)^2\right)$ eine Abkürzung.

Aus Gleichung (A.5) und (A.6) ergibt sich die transzendente Bestimmungsgleichung für β_{n} mit dem fundamentalen Seilparameter aus Gleichung (2.8):

$$\tan\frac{\beta_{\mathrm{n}} L_T}{2} - \frac{\beta_{\mathrm{n}} L_T}{2} + \frac{4}{\lambda^2}\left(\frac{\beta_{\mathrm{n}} L_T}{2}\right)^3 = 0 \qquad \{\mathrm{n} = 1,2,...\} \qquad \text{(A.7)}$$

Die Eigenkreisfrequenz der n-ten symmetrischen Schwingung berechnet sich dann wie folgt:

$$\omega_{\mathrm{n}} = \beta_{\mathrm{n}}\sqrt{\frac{H_s}{\mu}} \qquad \{\mathrm{n} = 1,2,...\} \qquad \text{(A.8)}$$

Die transzendente Gleichung zur Ermittlung für β_n wurde für $1 \le \lambda^2 \le 10000$ bereits ausgewertet [Pet00]. Hierzu wurde eine normierte Eigenkreisfrequenz eingeführt:

$$\bar{\omega}_n = \beta_n \cdot L_T \qquad \{n = 1,2,...\} \qquad \text{(A.9)}$$

Mit dieser normierten Eigenkreisfrequenz, die in Tab. A.1 bis zur zehnten symmetrischen Eigenfrequenz in Abhängigkeit von λ^2 aufgetragen ist, können die symmetrischen Eigenfrequenzen berechnet werden:

$$f_n = \frac{1}{2}\left(\frac{\bar{\omega}_n}{\pi}\right)\sqrt{\frac{H_s}{\mu \cdot L_T^2}} \qquad \{n = 1,2,...\} \qquad \text{(A.10)}$$

Tab. A.1 Normierte Eigenkreisfrequenzen $\bar{\omega}_n$, $\{n = 1,...,10\}$ in Abhängigkeit von λ^2 [Pet00]

λ^2	$\bar{\omega}_1/\pi$	$\bar{\omega}_2/\pi$	$\bar{\omega}_3/\pi$	$\bar{\omega}_4/\pi$	$\bar{\omega}_5/\pi$	$\bar{\omega}_6/\pi$	$\bar{\omega}_7/\pi$	$\bar{\omega}_8/\pi$	$\bar{\omega}_9/\pi$	$\bar{\omega}_{10}/\pi$
1	1,0402	3,0015	5,0003	7,0001	9,0001	11,0000	13,0000	15,0000	17,0000	19,0000
2	1,0788	3,0031	5,0007	7,0002	9,0001	11,0001	13,0001	15,0000	17,0000	19,0000
3	1,1160	3,0047	5,0010	7,0004	9,0002	11,0001	13,0001	15,0001	17,0000	19,0000
5	1,1865	3,0080	5,0017	7,0006	9,0003	11,0002	13,0001	15,0001	17,0001	19,0001
7	1,2527	3,0114	5,0024	7,0009	9,0004	11,0002	13,0001	15,0001	17,0001	19,0001
10	1,3451	3,0168	5,0034	7,0012	9,0006	11,0003	13,0002	15,0001	17,0001	19,0001
15	1,4846	3,0266	5,0052	7,0019	9,0009	11,0005	13,0003	15,0002	17,0001	19,0001
20	1,6095	3,0375	5,0071	7,0025	9,0012	11,0006	13,0004	15,0003	17,0002	19,0001
30	1,8264	3,0632	5,0111	7,0038	9,0018	11,0010	13,0006	15,0004	17,0003	19,0002
50	2,1626	3,1354	5,0203	7,0067	9,0030	11,0016	13,0010	15,0006	17,0004	19,0003
70	2,3961	3,2449	5,0313	7,0098	9,0043	11,0023	13,0014	15,0009	17,0006	19,0004
100	2,5972	3,4797	5,0527	7,0150	9,0064	11,0034	13,0020	15,0013	17,0009	19,0006
150	2,7270	3,9321	5,1094	7,0257	9,0104	11,0053	13,0031	15,0020	17,0013	19,0010
200	2,7744	4,3172	5,2174	7,0398	9,0149	11,0074	13,0043	15,0027	17,0018	19,0013
300	2,8109	4,7057	5,6804	7,0871	9,0267	11,0123	13,0068	15,0042	17,0028	19,0020
500	2,8339	4,8471	6,6107	7,4572	9,0713	11,0263	13,0133	15,0079	17,0051	19,0035
700	2,8424	4,8765	6,8307	8,2725	9,2146	11,0507	13,0224	15,0124	17,0078	19,0052
1000	2,8483	4,8926	6,8904	8,8094	10,0438	11,1559	13,0456	15,0220	17,0128	19,0083
1500	2,8526	4,9026	6,9150	8,9055	10,8388	12,2149	13,2021	15,0547	17,0262	19,0155
3000	2,8567	4,9110	6,9308	8,9387	10,9391	12,9306	14,9000	16,7186	17,6359	19,1047
5000	2,8583	4,9139	6,9357	8,9463	10,9516	12,9533	14,9516	16,9449	18,9272	20,8641
10000	2,8594	4,9160	6,9389	8,9509	10,9581	12,9626	14,9653	16,9667	18,9669	20,9659

A.3 Ableitung des Zustandsraummodells aus den Bewegungsdifferentialgleichungen

Die Ableitung wird an einem gedämpften Einmassenschwinger beziehungsweise einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit einem linearen Eingang u erläutert:

$$\ddot{q} + \mathrm{M}^{-1} D\, \dot{q} + \mathrm{M}^{-1} K\, q \;=\; \mathrm{M}^{-1} B\, u \tag{A.11}$$

Als Zustandsvariablen $\mathbf{x}$ werden die Ausgangsgröße q (Position) sowie deren zeitliche Ableitung $\dot{q}$ (Geschwindigkeit) gewählt:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \tag{A.12}$$

Aus der Ableitungsvorschrift

$$\dot{\mathbf{x}}_{n-1} = \frac{\mathrm{d}^{n-1} q}{\mathrm{d}t^{n-1}} = x_n \tag{A.13}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{n} = \frac{\mathrm{d}^{n} q}{\mathrm{d}t^{n}} \tag{A.14}$$

erhält man:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} \tag{A.15}$$

Dadurch lässt sich eine Differentialgleichung zweiter Ordnung durch zwei Differentialgleichungen erster Ordnung darstellen:

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{A.16}$$

$$\dot{x}_2 = -\mathrm{M}^{-1} D\, x_2 - \mathrm{M}^{-1} K\, x_1 + \mathrm{M}^{-1} B\, u \tag{A.17}$$

Die Zustandsraumdarstellung in Matrizenschreibweise hat dann die folgende Form,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\mathrm{M}^{-1} K & -\mathrm{M}^{-1} D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathrm{M}^{-1} B \end{pmatrix} \cdot u \tag{A.18}$$

beziehungsweise in allgemeiner Form:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot u \quad \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{x}_0 \tag{A.19}$$

Die Ausgangsgleichung ist im Allgemeinen eine Linearkombination der Zustandsgrößen:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{x} \tag{A.20}$$

A.4 Parameter zur Modellbildung des pneumatischen Muskels

Tab. A.2 Parameter zum Kraftkennfeld des pneumatischen Muskels DMSP-40-356N [Neu10]

Parameter DMSP-40-356N		Einheit
A_v	0.01022	m^2
p_0	101325	N/m^2
c_{1p}	0.09540	m
c_1	22130	kg/s^2
c_2	-493900	kg/s^2m
c_3	1849000	kg/s^2m^2
v_0	0.43699	Liter
v_1	9.4724	Liter/m
v_2	-44.6014	$Liter/m^2$

Tab. A.3 Parameter zum Proportional-Wegeventil MYPE-5-1/4-420-B [FES10]

Parameter MYPE-5-1/4-420-B		Einheit
C_m	6.25	Liter/(s·bar)
b	0.23	-
ω_v	565.5 (90 Hz)	rad/s
D_v	0.9	-

Tab. A.4 Durchfluss / Steuerschieberposition des MYPE-5-1/4-420-B in Abhängigkeit vom Soll-Strom [FES10]

u_v	Soll-Strom i_{soll}	Steuerschieberposition	Durchfluss
-1	20 mA	maximales Entlüften	-100 %
0	12 mA	Nullposition	0 %
1	4 mA	maximales Belüften	100 %

Approximierte Leitwertfunktion in Abhängigkeit vom Soll-Strom:

$$\mathrm{f}\left(i_{soll}\right)=\begin{cases} u_{v,soll}=-\dfrac{0.88}{6}i_{soll}+1.587, & 4\le i_{soll}\le 10 \\ u_{v,soll}=0.03\left(i_{soll}-12\right)^2, & 10<i_{soll}<12 \\ u_{v,soll}=-0.03\left(i_{soll}-12\right)^2, & 12<i_{soll}<14 \\ u_{v,soll}=-\dfrac{0.88}{6}i_{soll}+1.933, & 14\ge i_{soll}\le 20 \end{cases} \tag{A.21}$$

Inverse Leitwertfunktion C_n^{-1}:

$$C_n^{-1}(u_v) = \begin{cases} i_{soll} = -\dfrac{6}{0.88} u_{v,soll} + 13.182, & -1 \le u_v \le -0.12 \\ i_{soll} = \sqrt{1/0.03 - u_{v,soll}} + 12, & -0.12 < u_v \le 0 \\ i_{soll} = -\sqrt{1/0.03 - u_{v,soll}} + 12, & 0 < u_v < 0.12 \\ i_{soll} = -\dfrac{6}{0.88} u_{v,soll} + 10.818, & 0.12 \ge u_v \le 1 \end{cases} \tag{A.22}$$

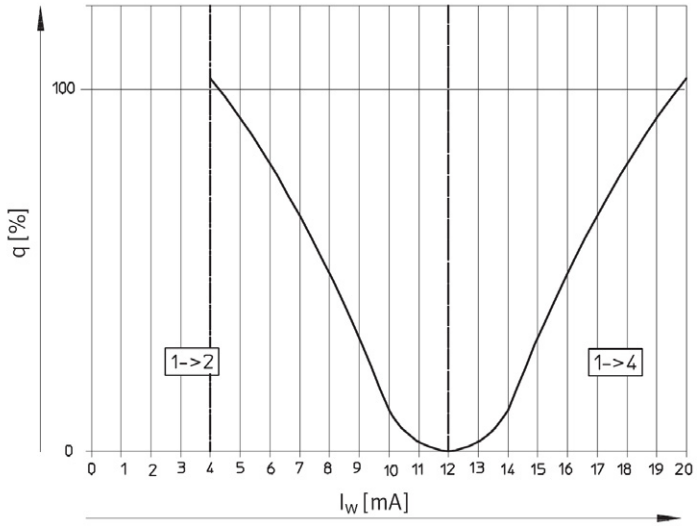


Bild A.1: Durchfluss / Steuerschieberposition des MYPE-5-1/4-420-B [FES10] in Abhängigkeit vom Soll-Strom

A.5 Kraftregelung des pneumatischen Aktuators

Experimentelle Identifikation der geregelten Druckdynamik des Proportional-Druckregelventils für die vereinfachte Kraftregelung

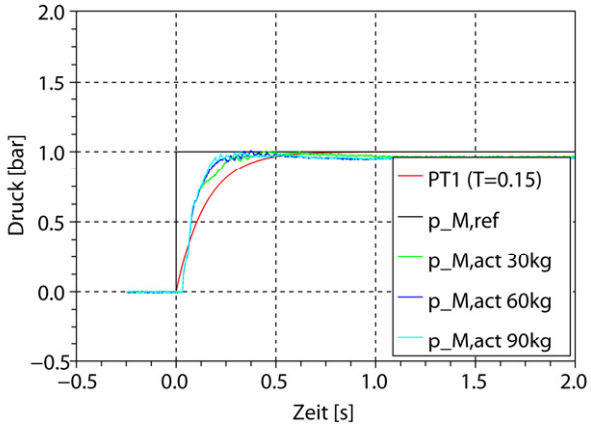


Bild A.2 Gemessener Druck und PT_1-Approximation bei vorgegebenem $1\,\mathrm{bar}$ Sprung

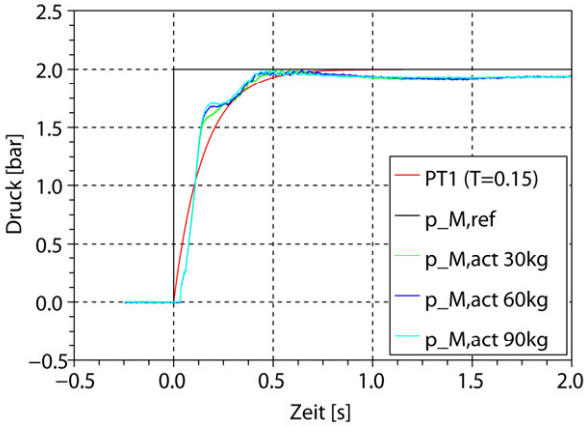


Bild A.3 Gemessener Druck und PT_1-Approximation bei vorgegebenem $2\,\mathrm{bar}$ Sprung

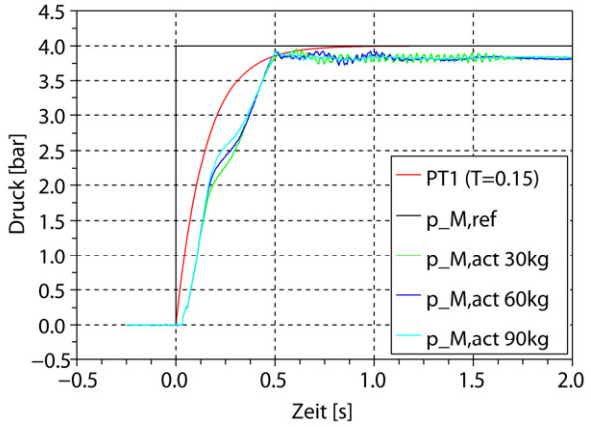


Bild A.4 Gemessener Druck und PT_1-Approximation bei vorgegebenem $4\,\mathrm{bar}$ Sprung

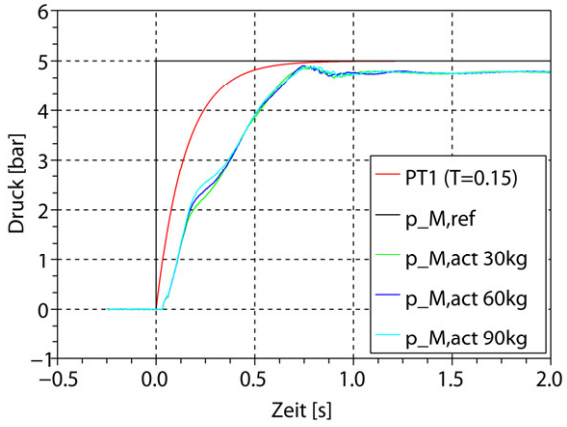


Bild A.5 Gemessener Druck und PT_1-Approximation bei vorgegebenem $5\,\mathrm{bar}$ Sprung

Signalfluss zur Simulation der exakten Kraftregelung innerhalb der Brückenregelung

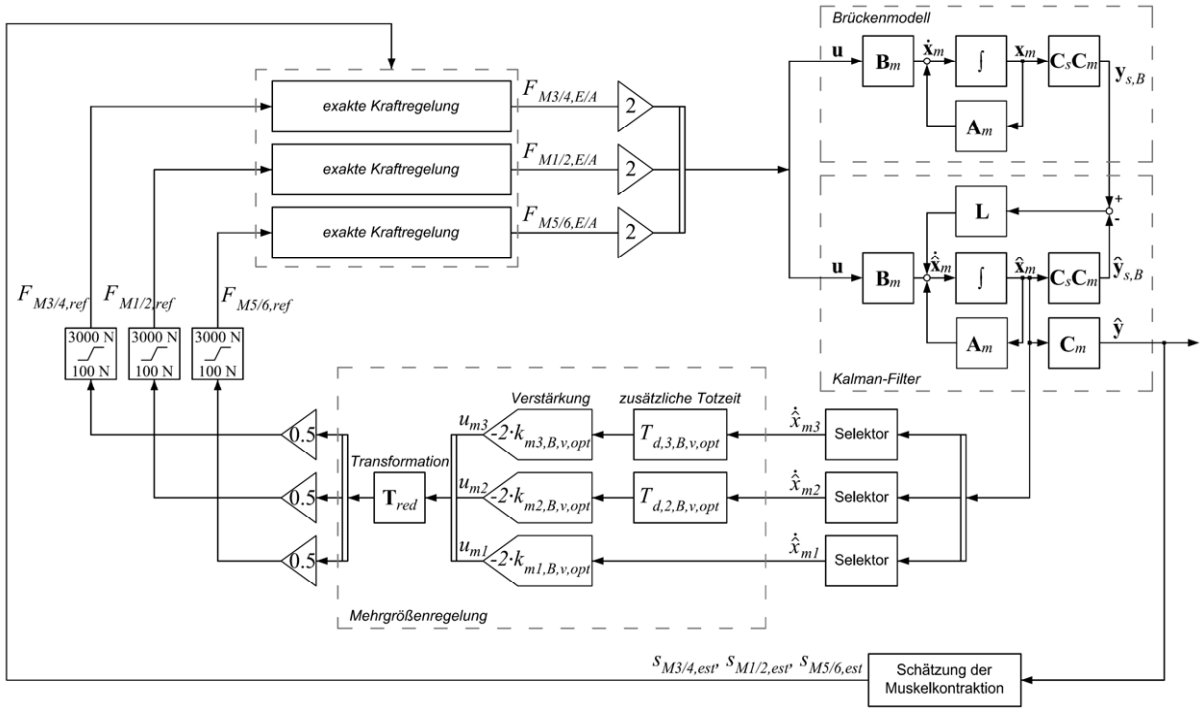


Bild A.6 Signalfluss zur Simulation der exakten Kraftregelung innerhalb der Brückenregelung mit dem nichtlinearen Modell des Aktuator-Systems und der nichtlinearen Kraftregelung, Setup B

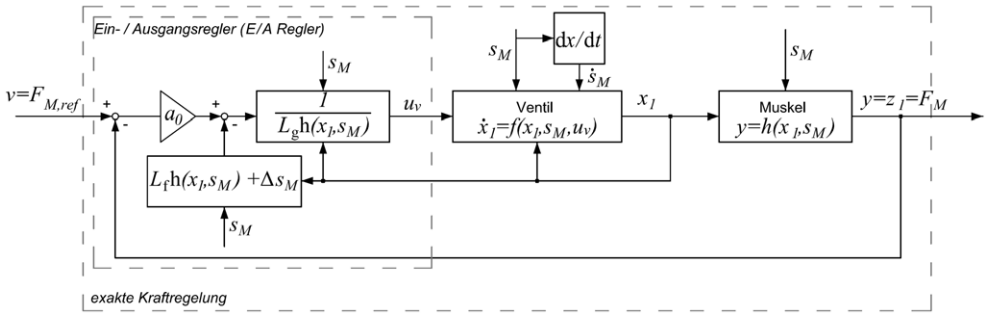


Bild A.7 Signalfluss der exakten Kraftregelung für die Simulation, Setup B (Bild A.6)

A.6 Erweiterung des Zustandsraummodells unter Berücksichtigung einer linearen Aktuatordynamik

Für den Entwurf einer Zustandsregelung unter Berücksichtigung einer Zeitverzögerung am Eingang u in Form eines PT_1-Elementes, kann das Zustandsraummodell wie folgt erweitert werden. Zur Erweiterung wird das modale Zustandsraummodell zur Beschreibung der ersten Eigenschwingung, Setup A verwendet (Abschnitt 8.2.1):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{m1,A} \cdot \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_{m1,A} \cdot u \tag{A.23}$$

$$\mathbf{A}_{m1,A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{m1,A} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{m1} \end{bmatrix} \tag{A.24}$$

Das PT_1-Element wird durch die lineare DGL mit Verzögerung erster Ordnung beschrieben:

$$\dot{\underline{x}}(t) = -1/T_T \cdot \underline{x}(t) + K_T/T_T \cdot u(t) \tag{A.25}$$

Die erweiterte Zustandsraumdarstellung hat dann die folgende Form:

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{B}} \cdot u \tag{A.26}$$

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 & B_{m1} \\ 0 & 0 & -1/T_T \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_T/T_T \end{bmatrix} \tag{A.27}$$

A.7 Simulation der aktiven Schwingungskontrolle

Setup A0: Simulation der Eingrößenregelung ohne Berücksichtigung der Aktuatordynamik

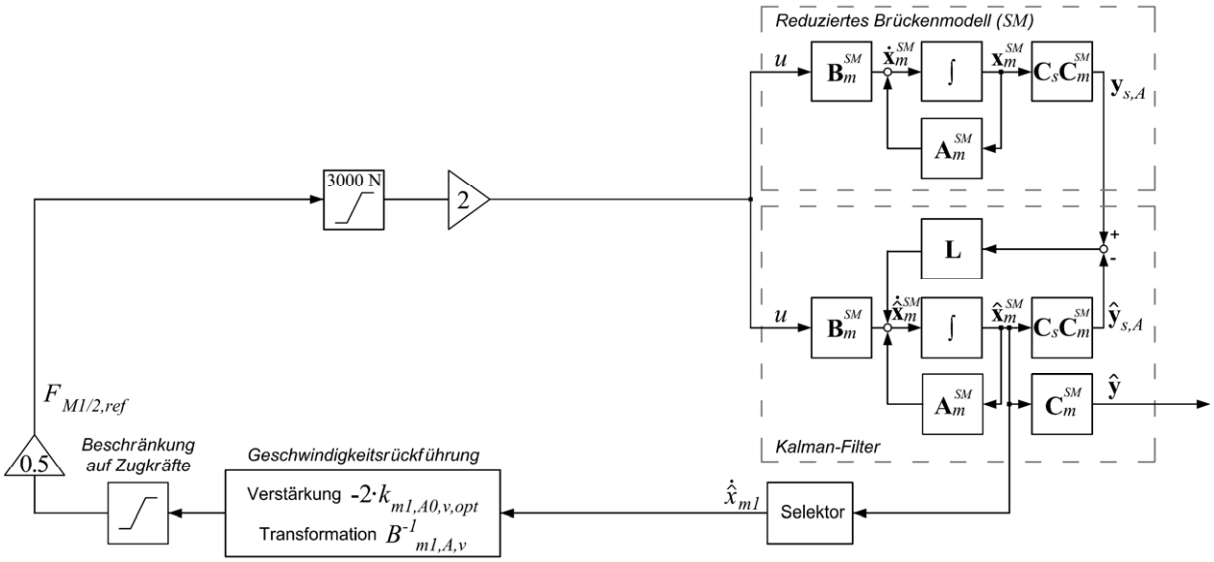


Bild A.8: Regelkreis Simulation, Setup A0

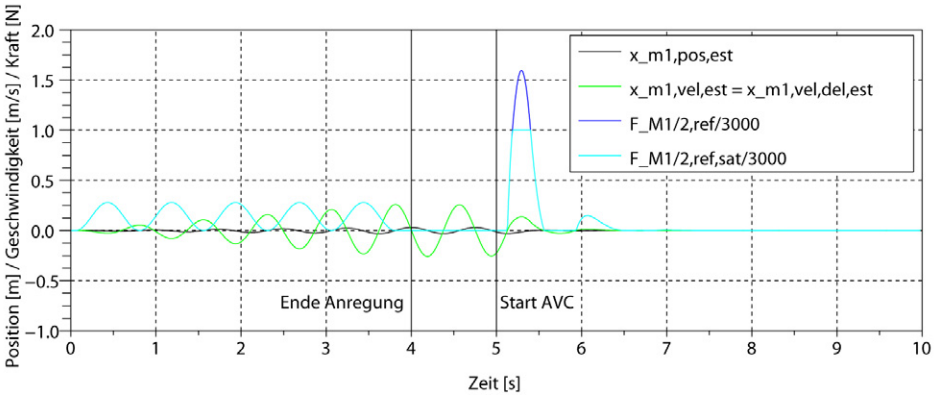


Bild A.9: Simulationsergebnisse bei Anregung der ersten Eigenschwingung, Setup A0

Setup A1: Simulation der Eingrößenregelung mit Berücksichtigung der approximierten Aktuatordynamik - vereinfachte Kraftregelung

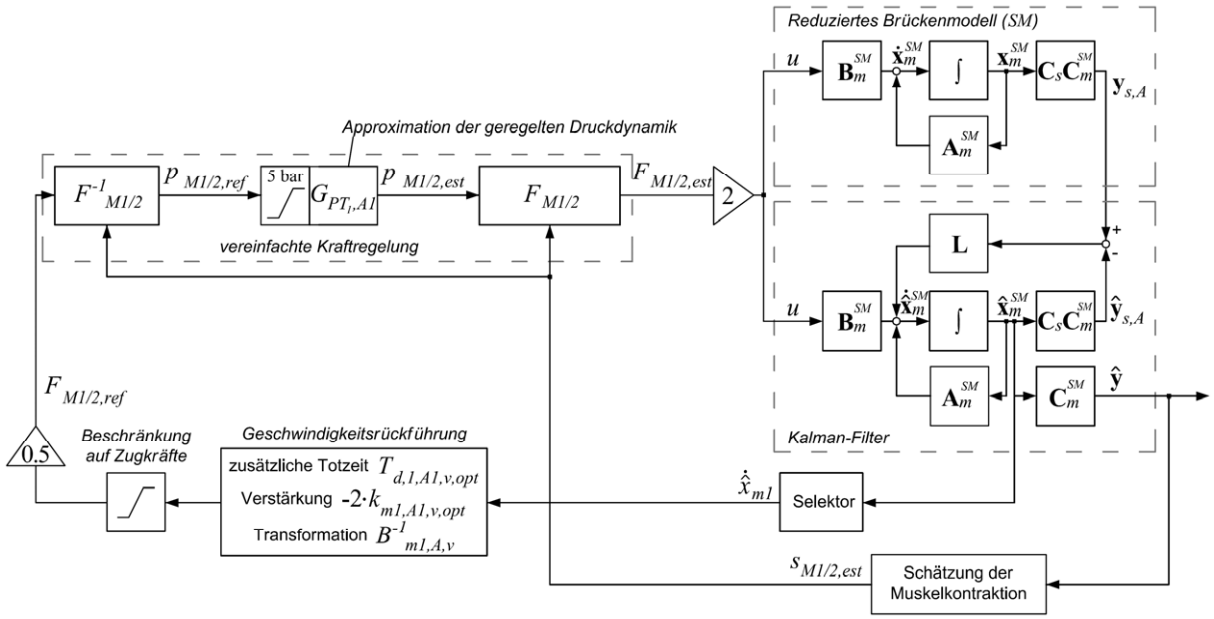


Bild A.10: Regelkreis Simulation, Setup A1

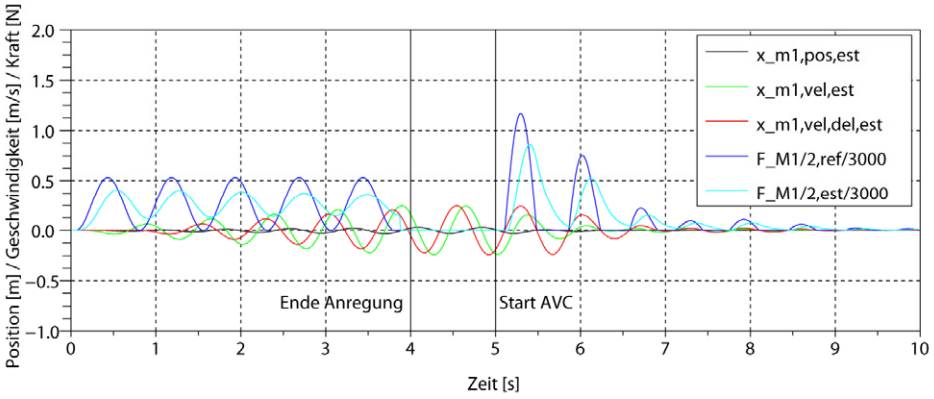


Bild A.11: Simulationsergebnisse bei Anregung der ersten Eigenschwingung, Setup A1

Setup A2: Simulation der Eingrößenregelung mit Berücksichtigung der linearisierten Aktuatordynamik - exakte Kraftregelung

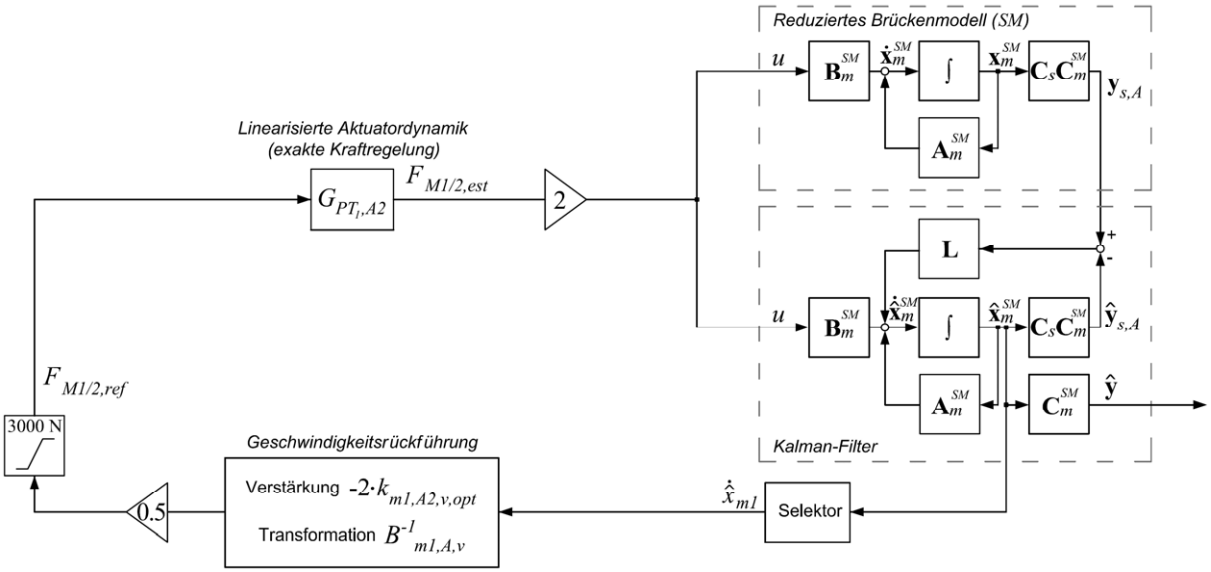


Bild A.12: Regelkreis Simulation, Setup A2

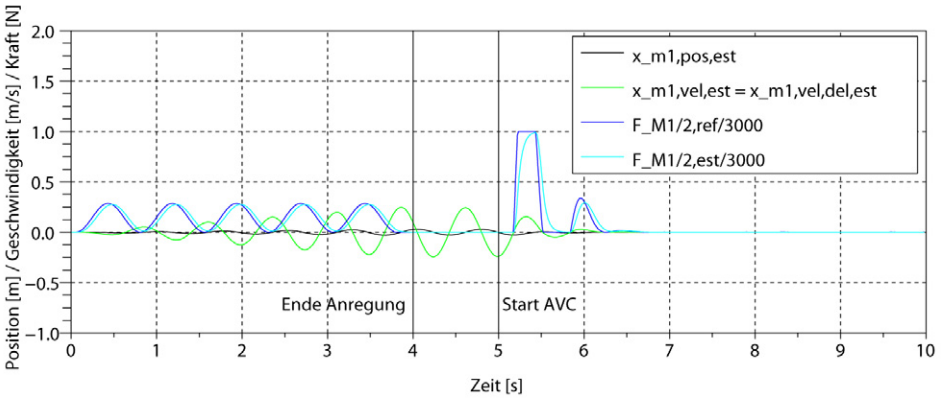


Bild A.13: Simulationsergebnisse bei Anregung der ersten Eigenschwingung, Setup A2

Setup B: Simulation der Mehrgrößenregelung mit Berücksichtigung der linearisierten Aktuatordynamik - exakte Kraftregelung

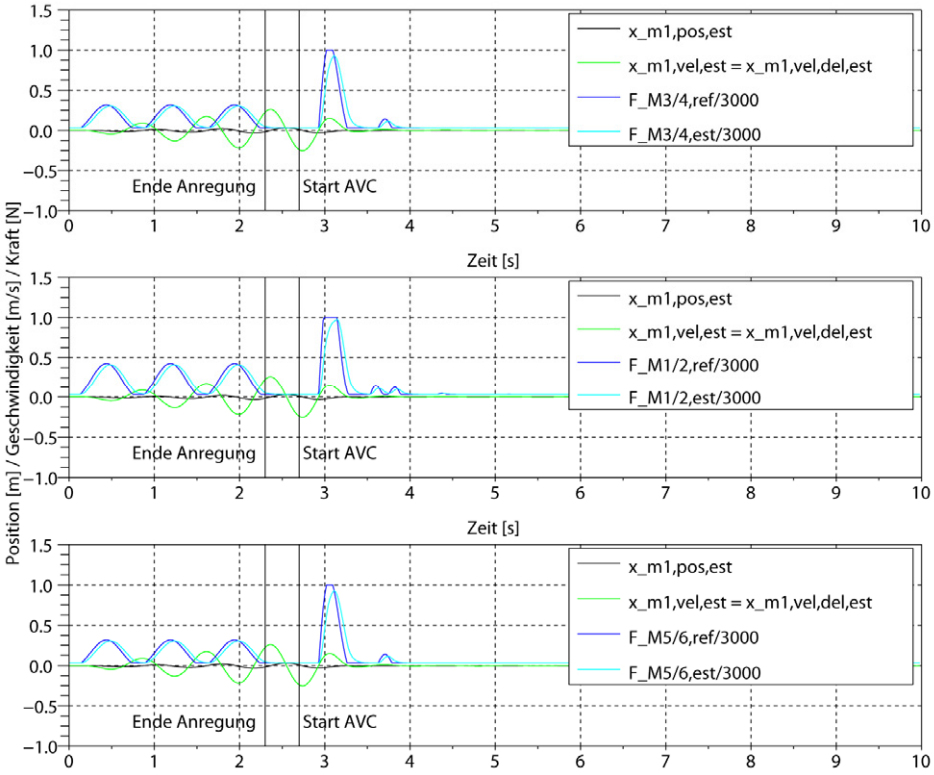


Bild A.14: Simulationsergebnisse bei Anregung der ersten Eigenschwingung, Setup B

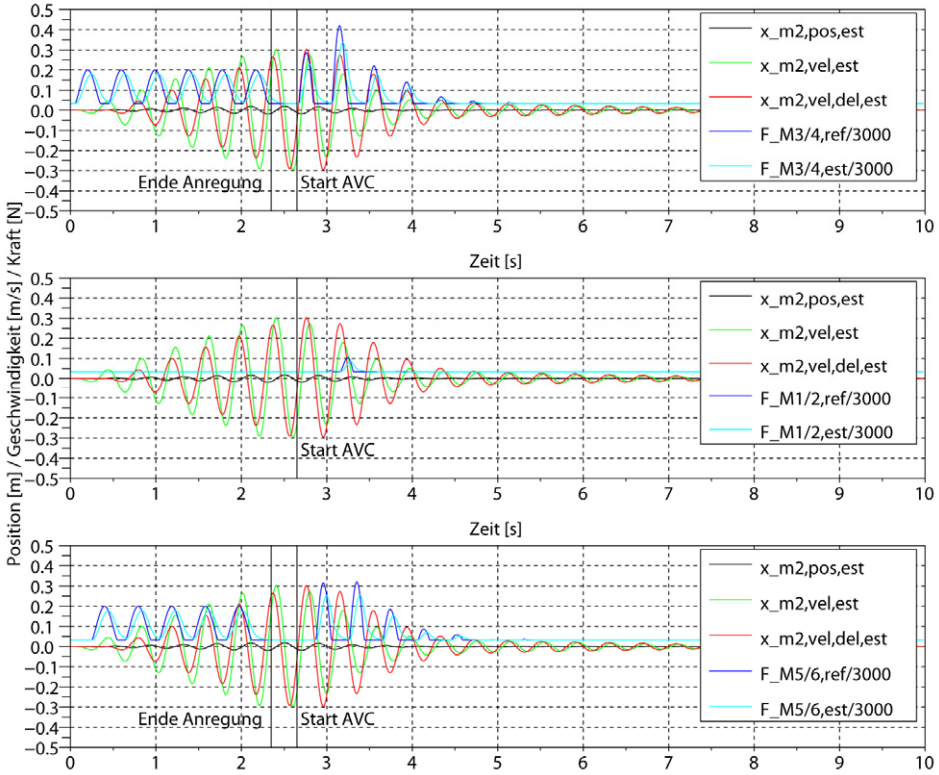


Bild A.15: Simulationsergebnisse bei Anregung der zweiten Eigenschwingung, Setup B

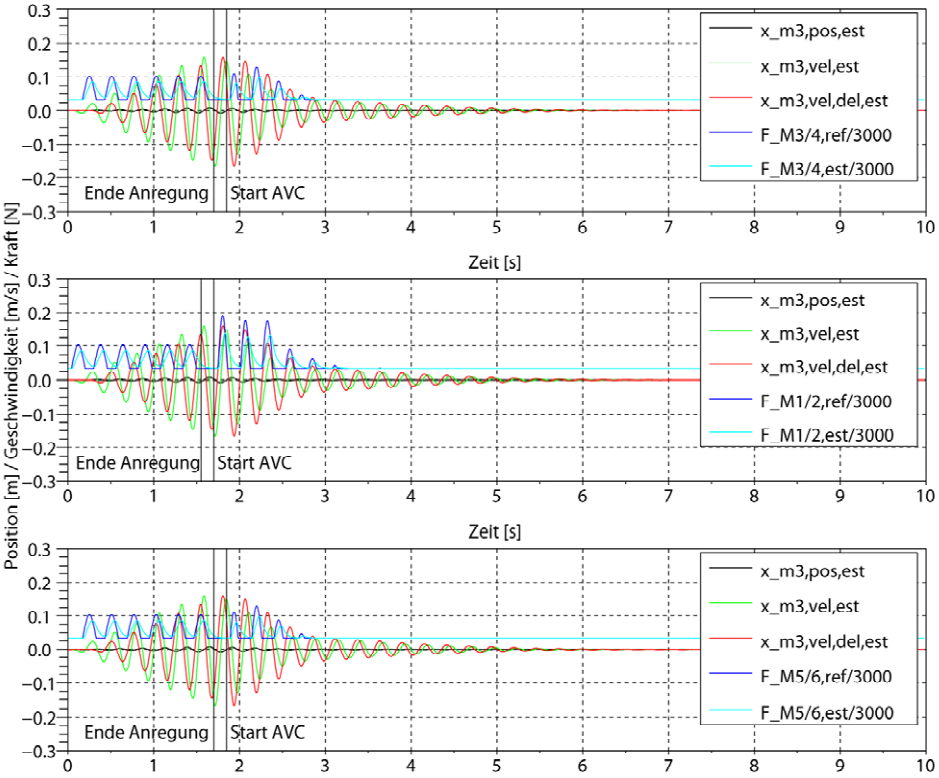


Bild A.16: Simulationsergebnisse bei Anregung der dritten Eigenschwingung, Setup B

A.8 Experimentelle Verifikation der aktiven Schwingungskontrolle

Setup A1: Aktive Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar und der vereinfachten Kraftregelung

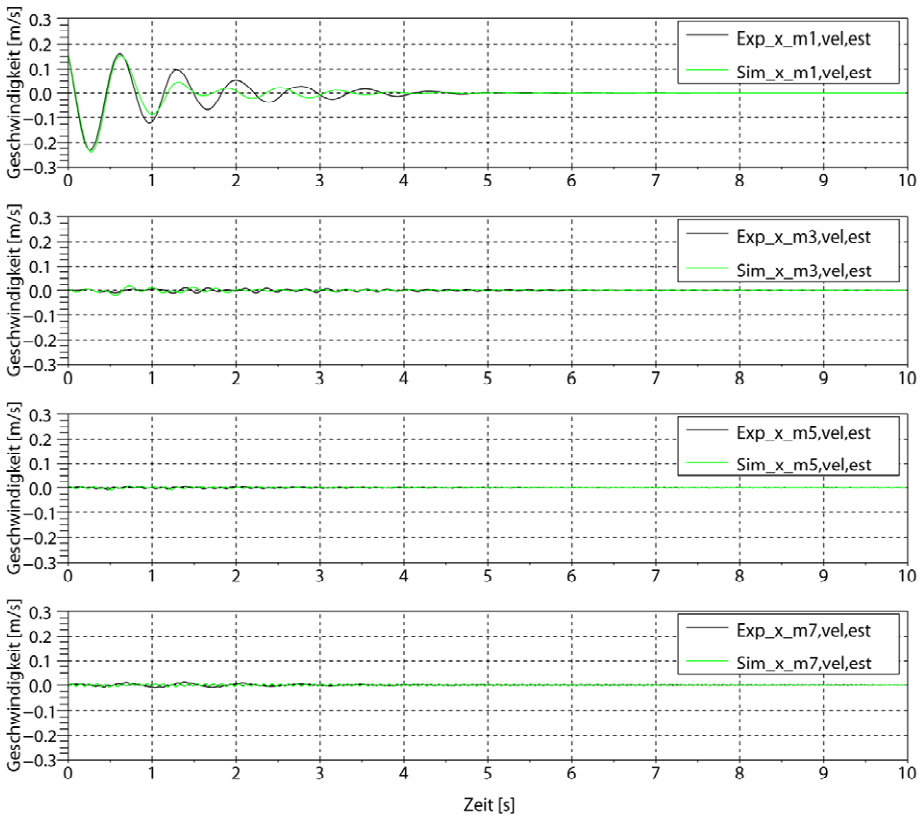


Bild A.17: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Spillover-Effekte, Setup A1

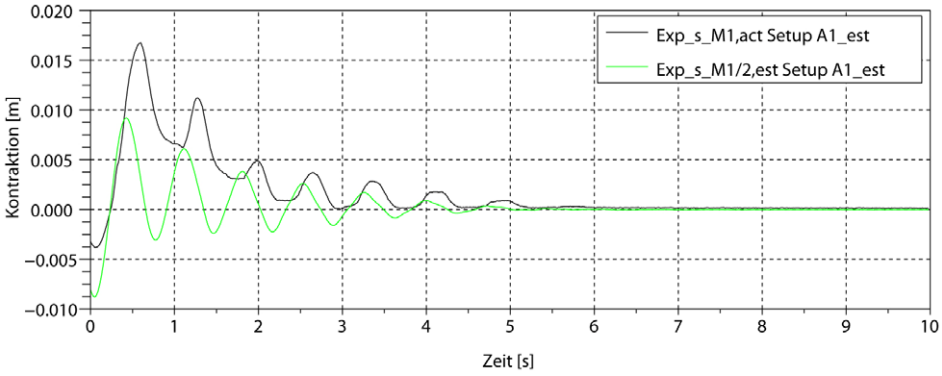


Bild A.18: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: geschätzte und gemessene Muskelkontraktion, Setup A1_est

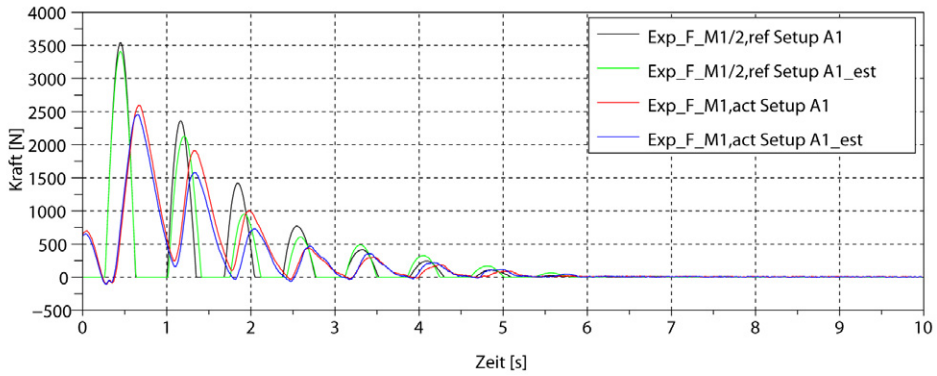


Bild A.19: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Kraft mit gemessener Muskelkontraktion und Muskelkraft, Setup A1 und geschätzter Muskelkontraktion und Muskelkraft, Setup A1_est

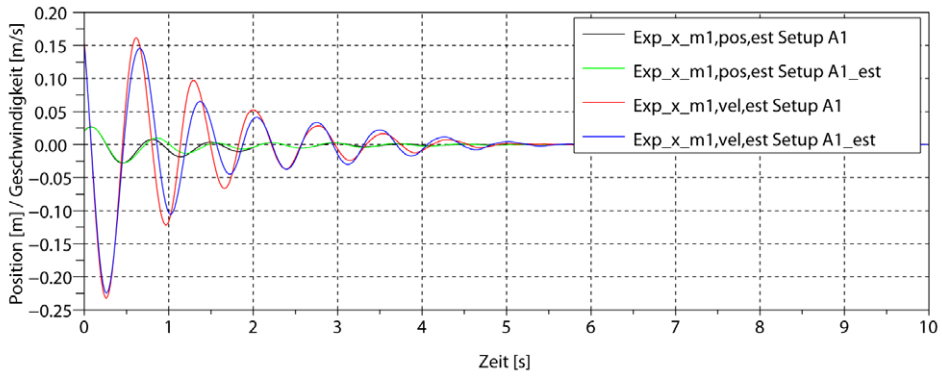


Bild A.20: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit mit gemessener Muskelkontraktion und Muskelkraft, Setup A1 und geschätzter Muskelkontraktion und Muskelkraft, Setup A1_est

Setup A2: Aktive Schwingungskontrolle der ersten Eigenschwingung mit einem Aktuatoren-Paar und der exakten Kraftregelung

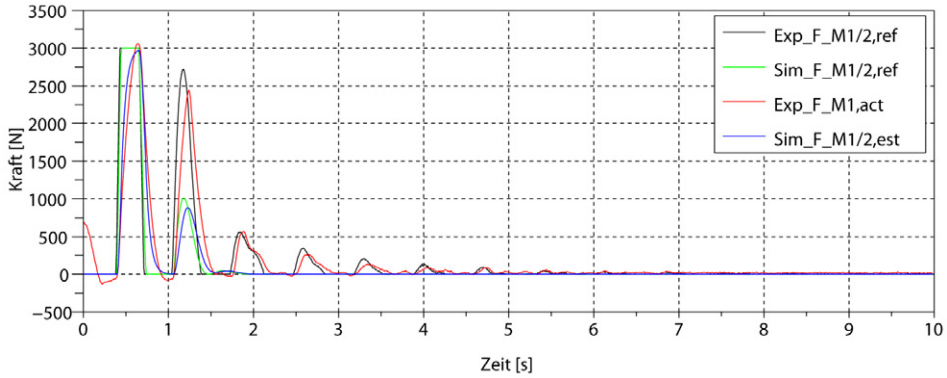


Bild A.21: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Kraft, Setup A2

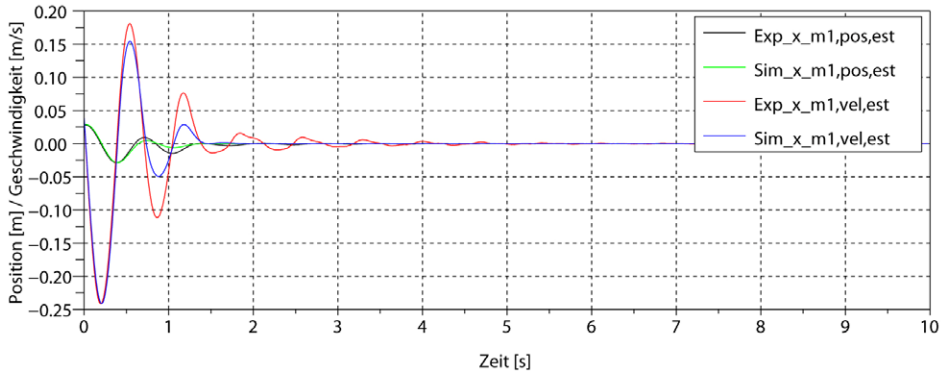


Bild A.22: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit, Setup A2

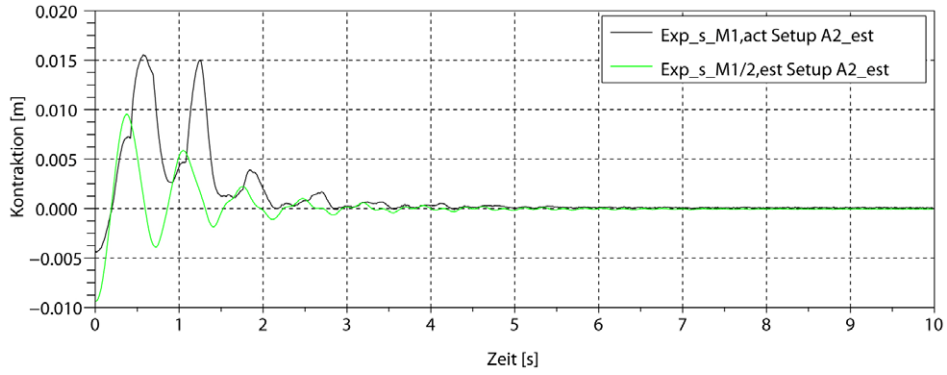


Bild A.23: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: geschätzte und gemessene Muskelkontraktion, Setup A2_est

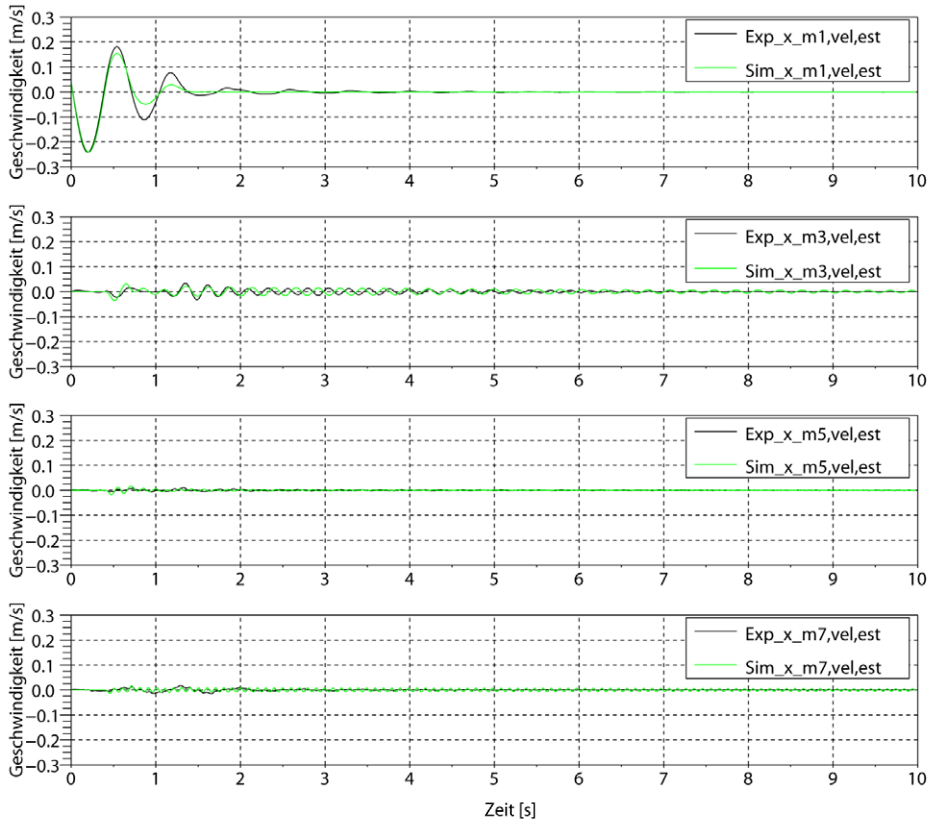


Bild A.24: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Spillover-Effekte, Setup A2

Setup B: Aktive Schwingungskontrolle der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung mit drei Aktuatoren-Paaren und der exakten Kraftregelung

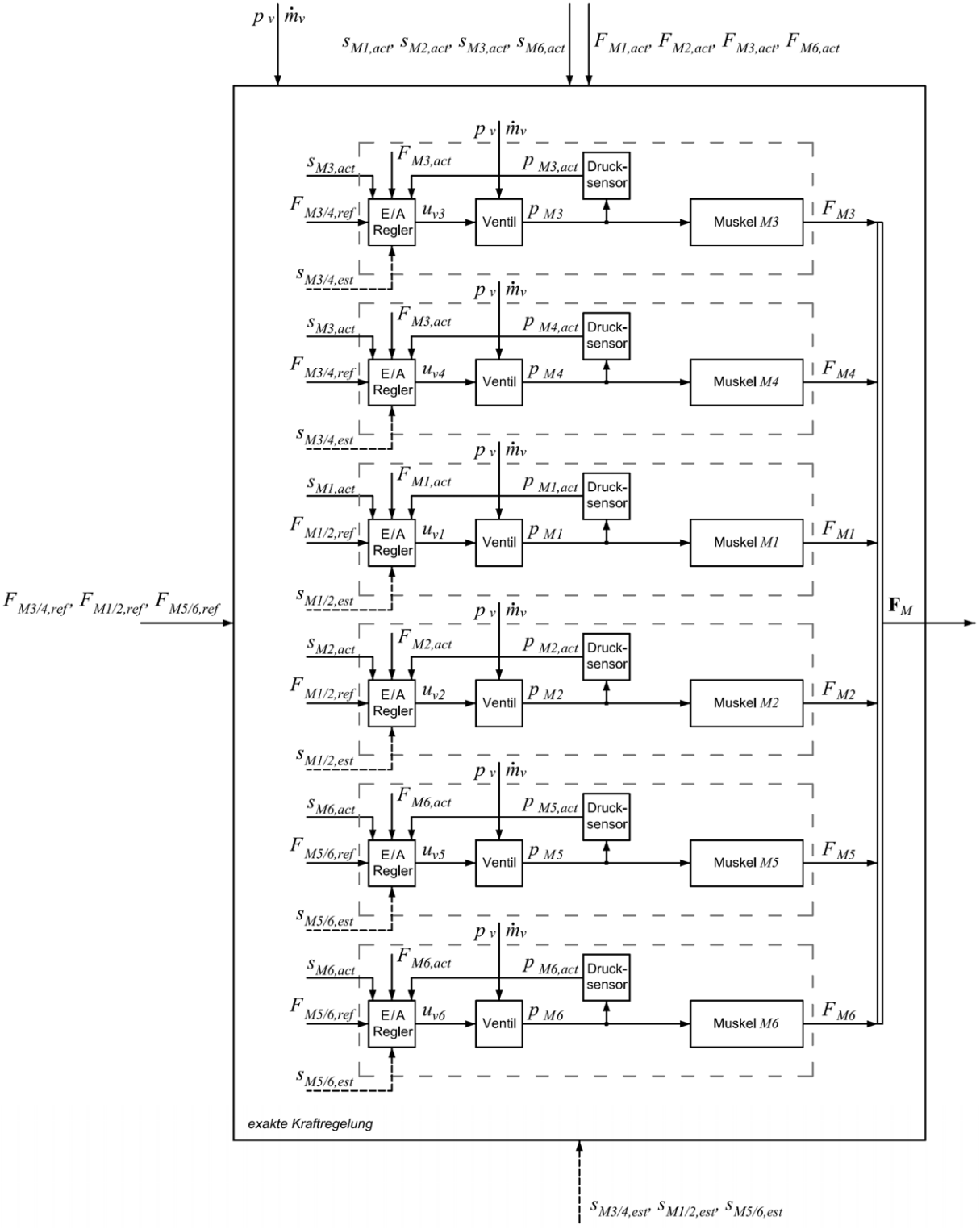


Bild A.25: Signalfluss der exakten Kraftregelung für sechs Aktuatoren, Setup B

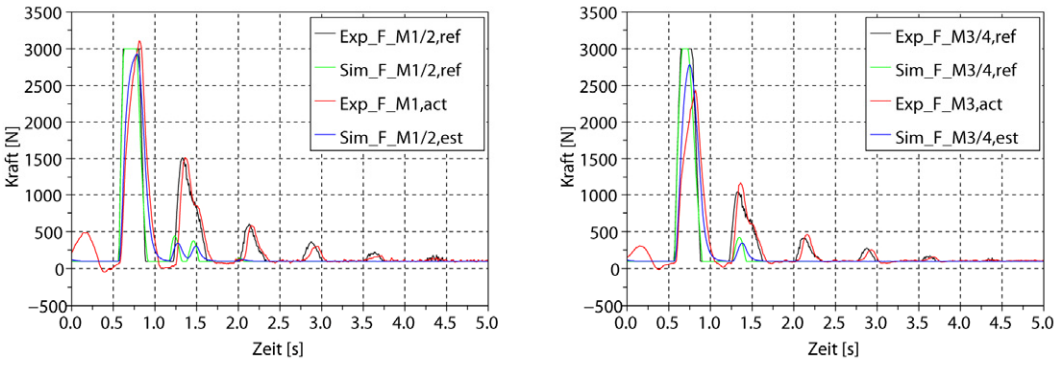


Bild A.26: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Muskelkräfte $M1/2$ und $M3/4$, Setup B

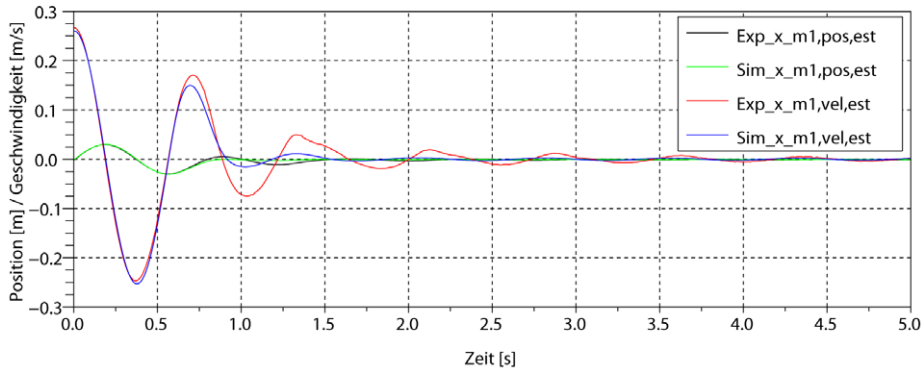


Bild A.27: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit, Setup B

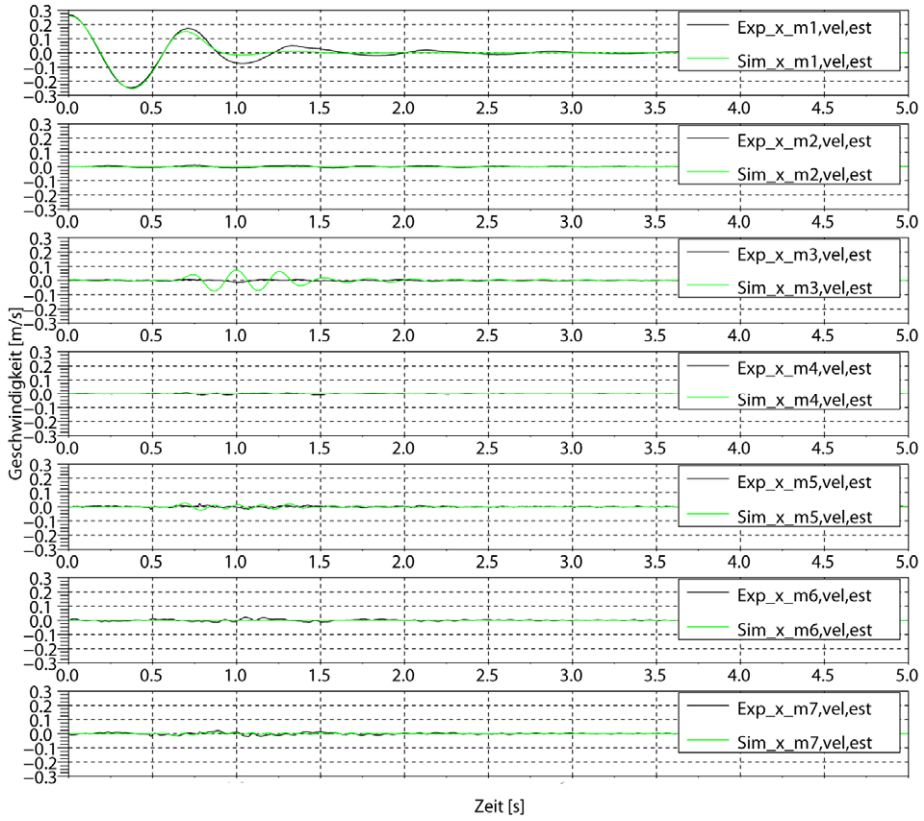


Bild A.28: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Spillover-Effekte, Setup B

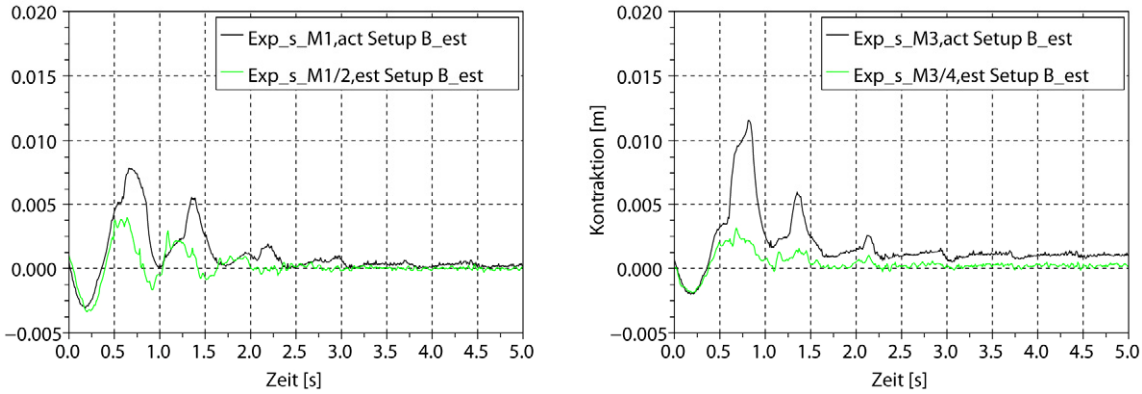


Bild A.29: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: geschätzte und gemessene Muskelkontraktionen $M1/2$ und $M3/4$, Setup B_est

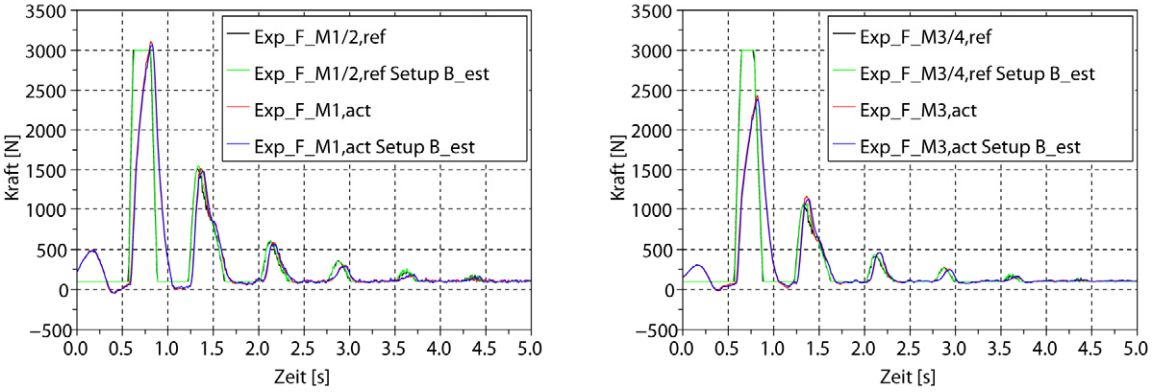


Bild A.30: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Muskelkräfte $M1/2$ und $M3/4$ mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

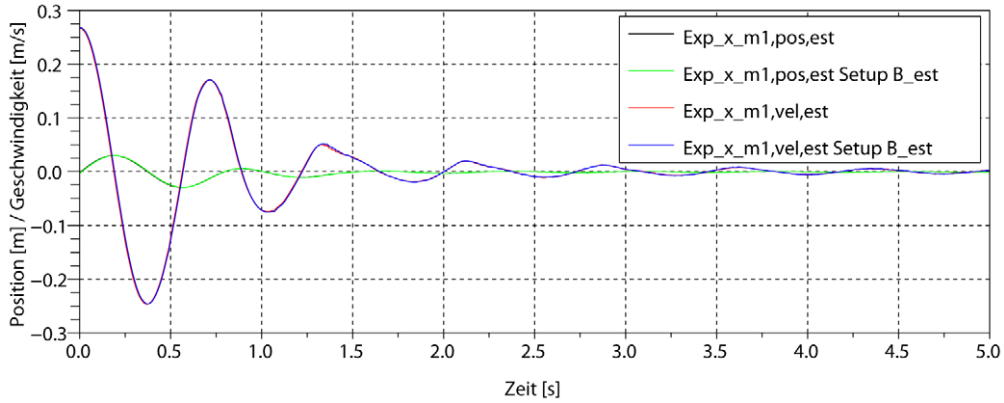


Bild A.31: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

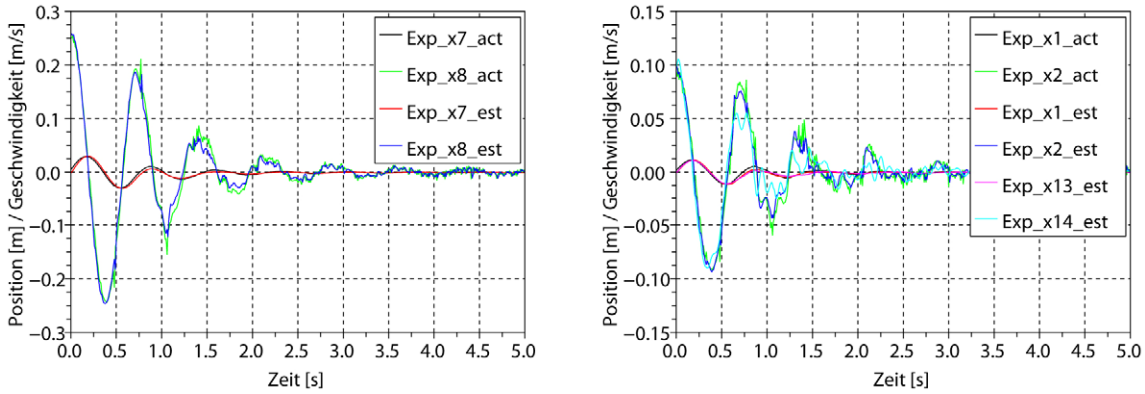


Bild A.32: Ergebnisse Experiment nach Anregung der ersten Eigenschwingung: Gemessene und geschätzte Positionen und Geschwindigkeiten, Setup B

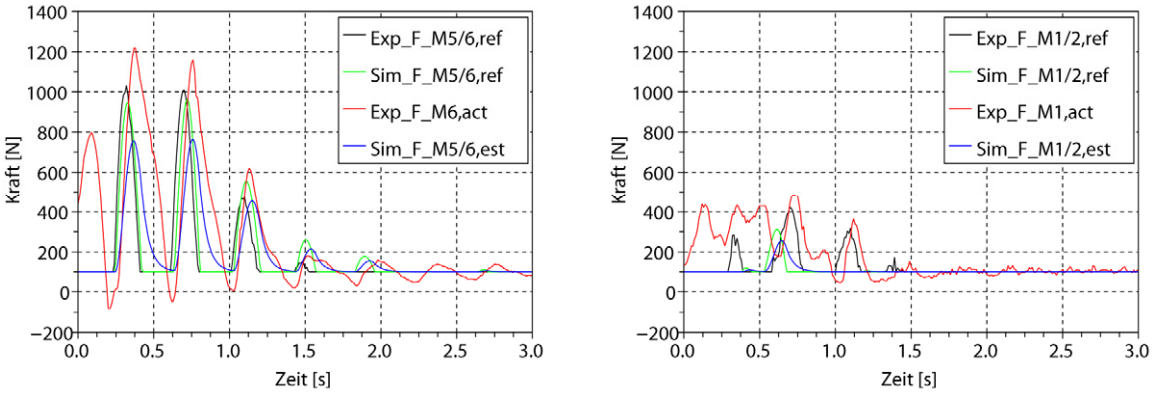


Bild A.33: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Muskelkräfte $M5/6$ und $M1/2$, Setup B

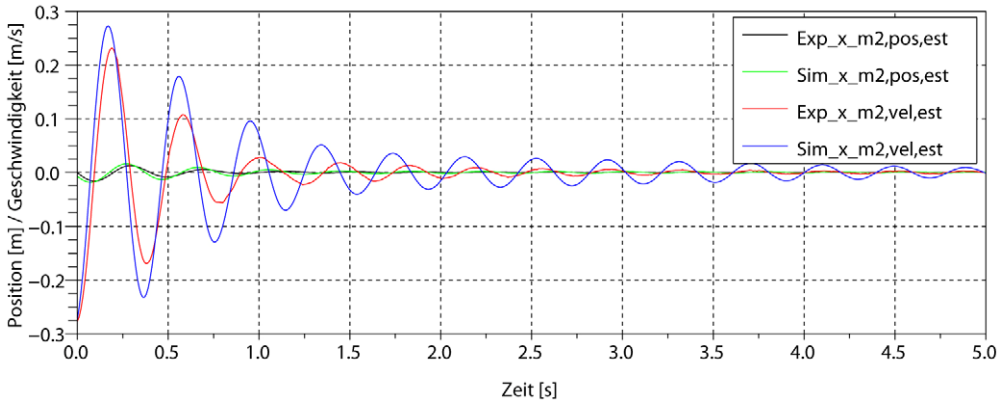


Bild A.34: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit, Setup B

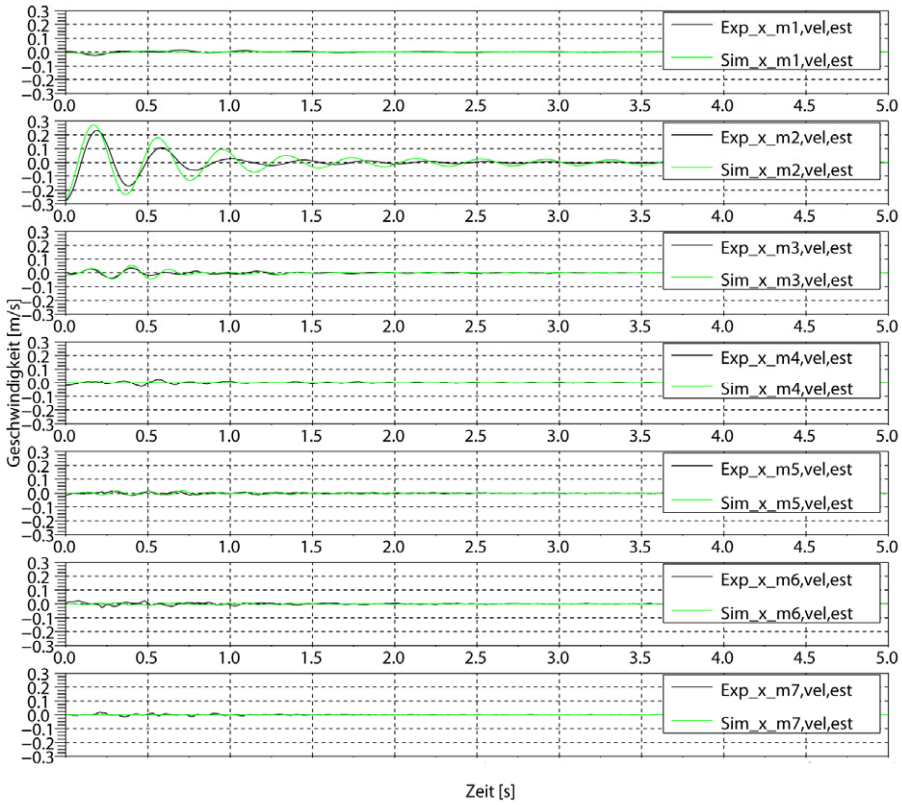


Bild A.35: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Spillover-Effekte, Setup B

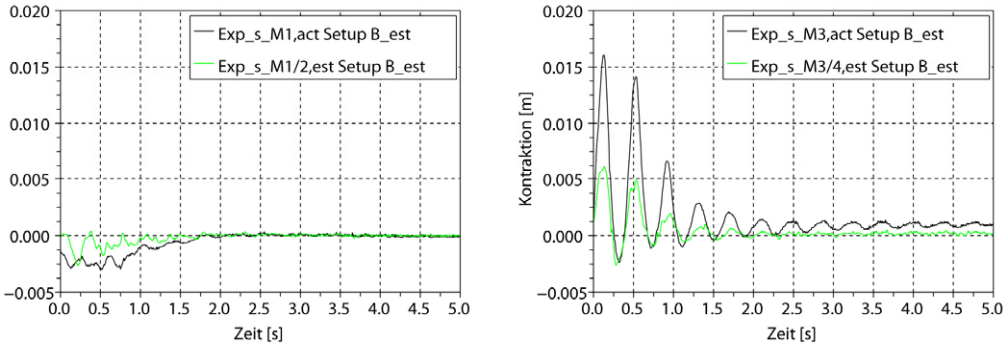


Bild A.36: Ergebnisse Experiment nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: geschätzte und gemessene Muskelkontraktionen $M1/2$ und $M3/4$, Setup B_est

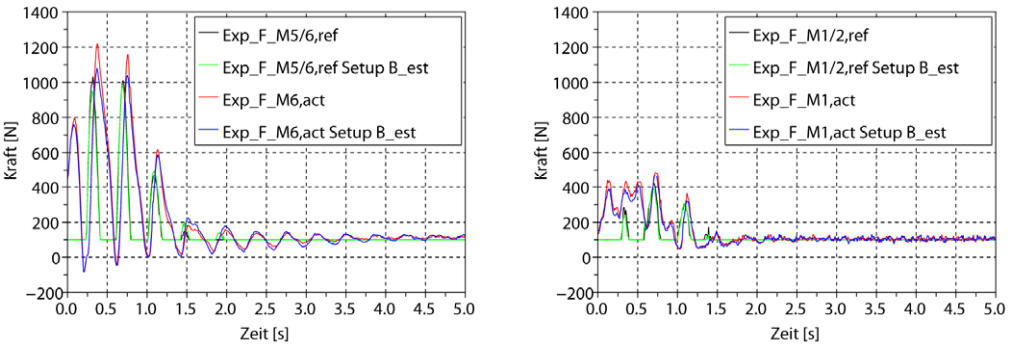


Bild A.37: Ergebnisse Experiment nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Muskelkräfte $M5/6$ und $M1/2$ mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

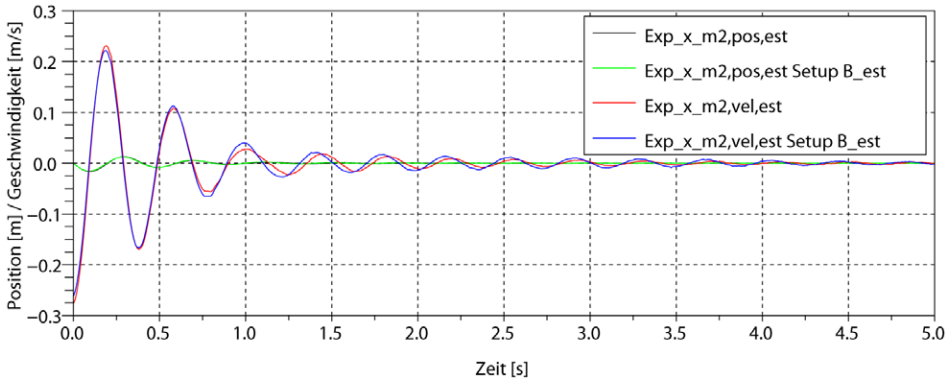


Bild A.38: Ergebnisse Experiment nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

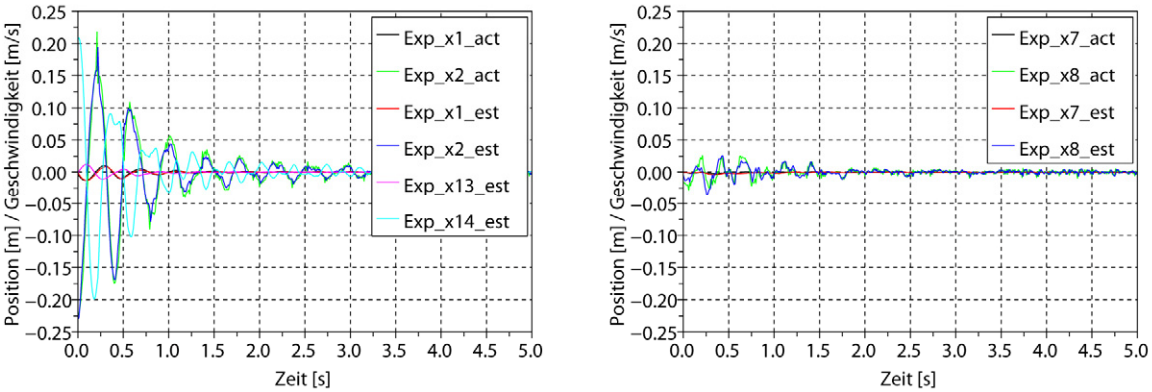


Bild A.39: Ergebnisse Experiment nach Anregung der zweiten Eigenschwingung: Gemessene und geschätzte Positionen und Geschwindigkeiten, Setup B

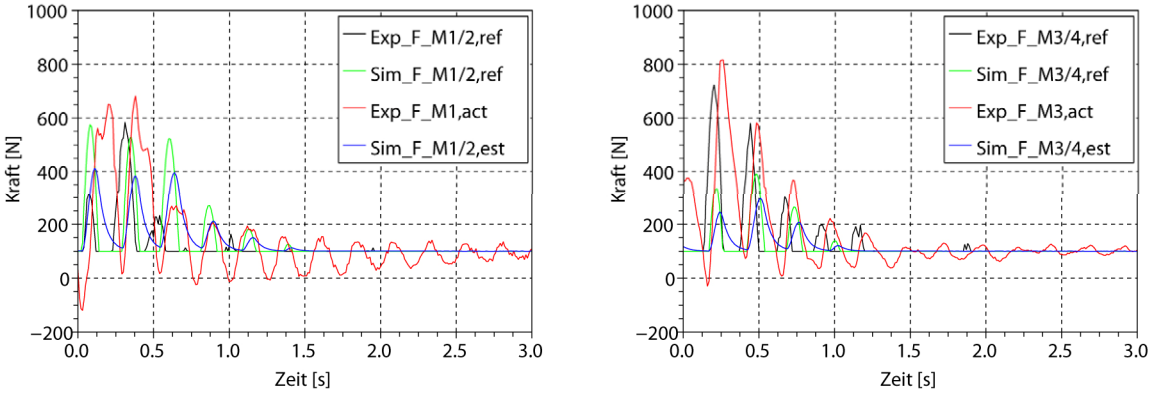


Bild A.40: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Muskelkräfte $M1/2$ und $M3/4$, Setup B

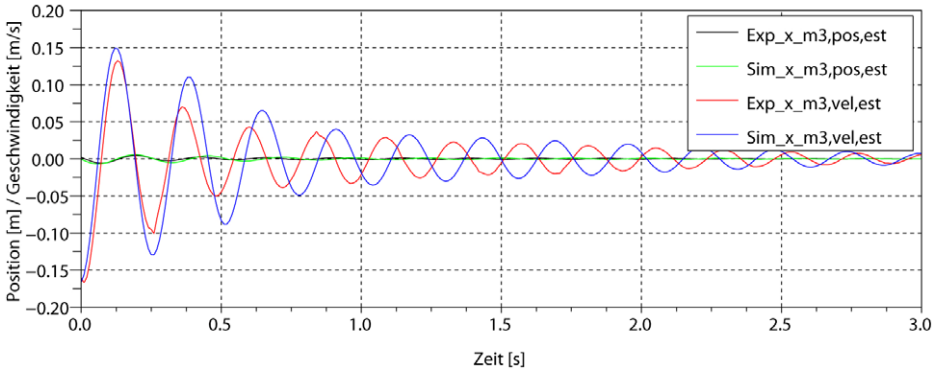


Bild A.41: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit, Setup B

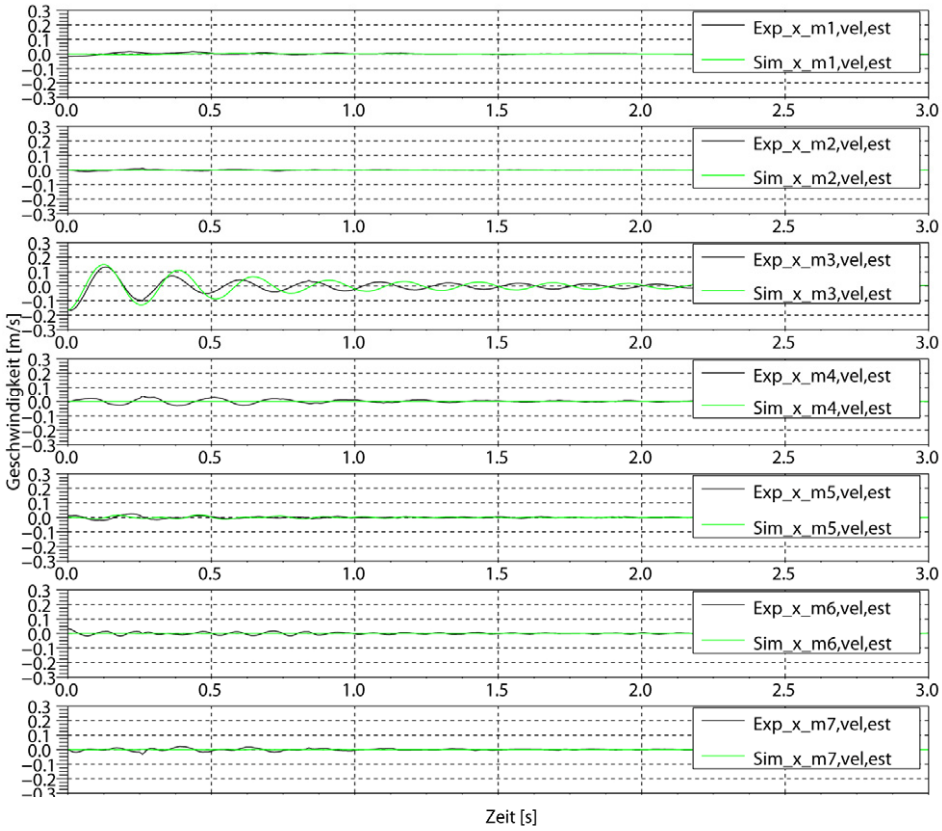


Bild A.42: Ergebnisse Experiment / Simulation nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Spillover-Effekte, Setup B

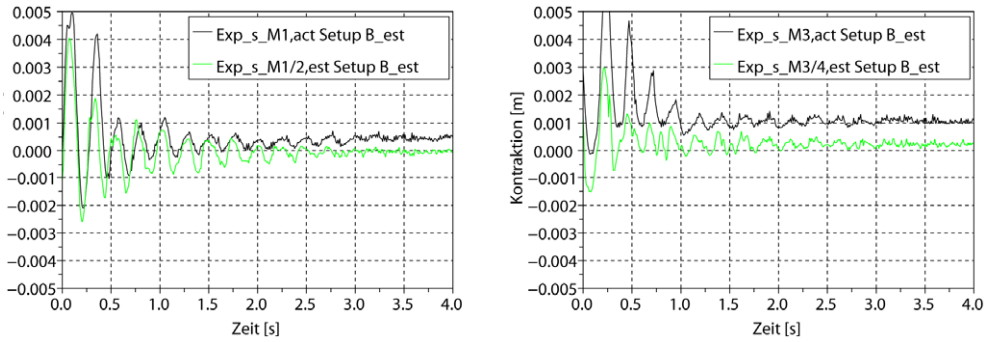


Bild A.43: Ergebnisse Experiment nach Anregung der dritten Eigenschwingung: geschätzte und gemessene Muskelkontraktionen $M1/2$ und $M3/4$, Setup B_est

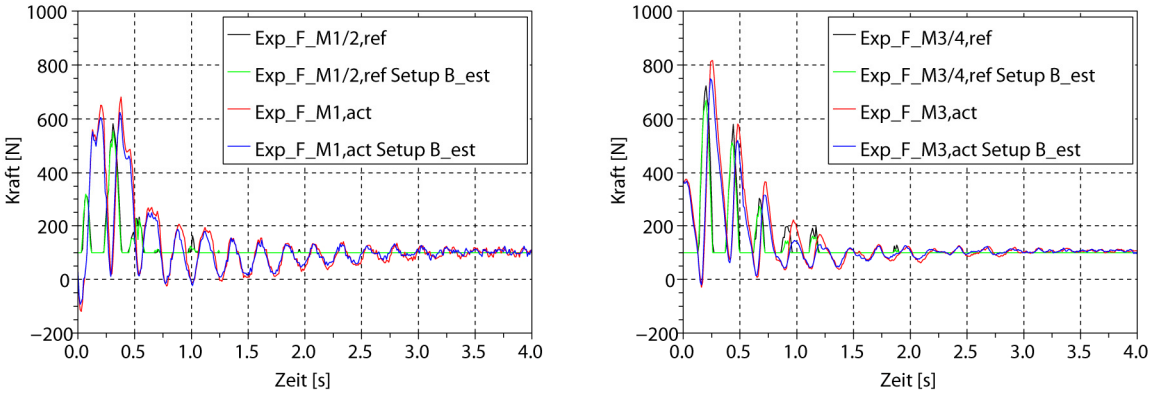


Bild A.44: Ergebnisse Experiment nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Muskelkräfte $M1/2$ und $M3/4$ mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

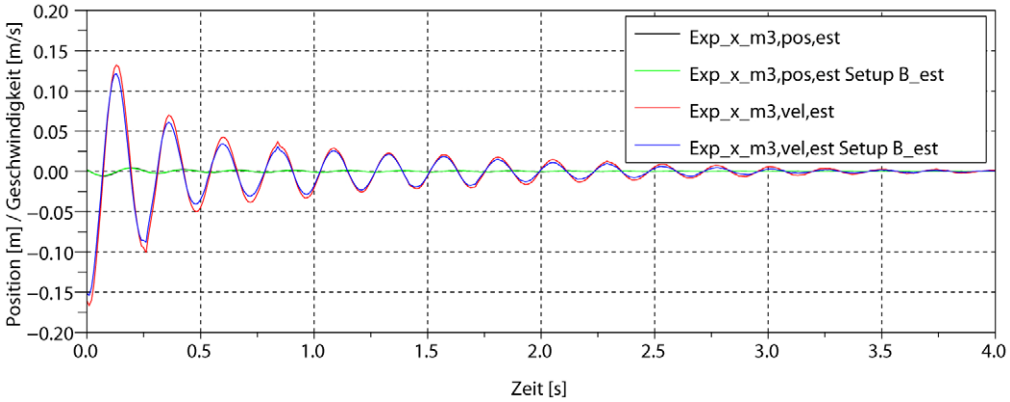


Bild A.45: Ergebnisse Experiment nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

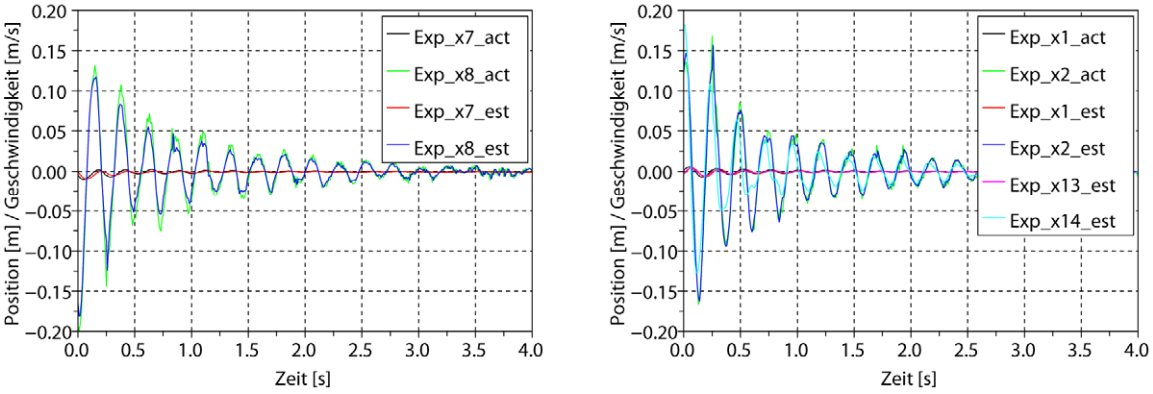


Bild A.46: Ergebnisse Experiment nach Anregung der dritten Eigenschwingung: Gemessene und geschätzte Positionen und Geschwindigkeiten, Setup B

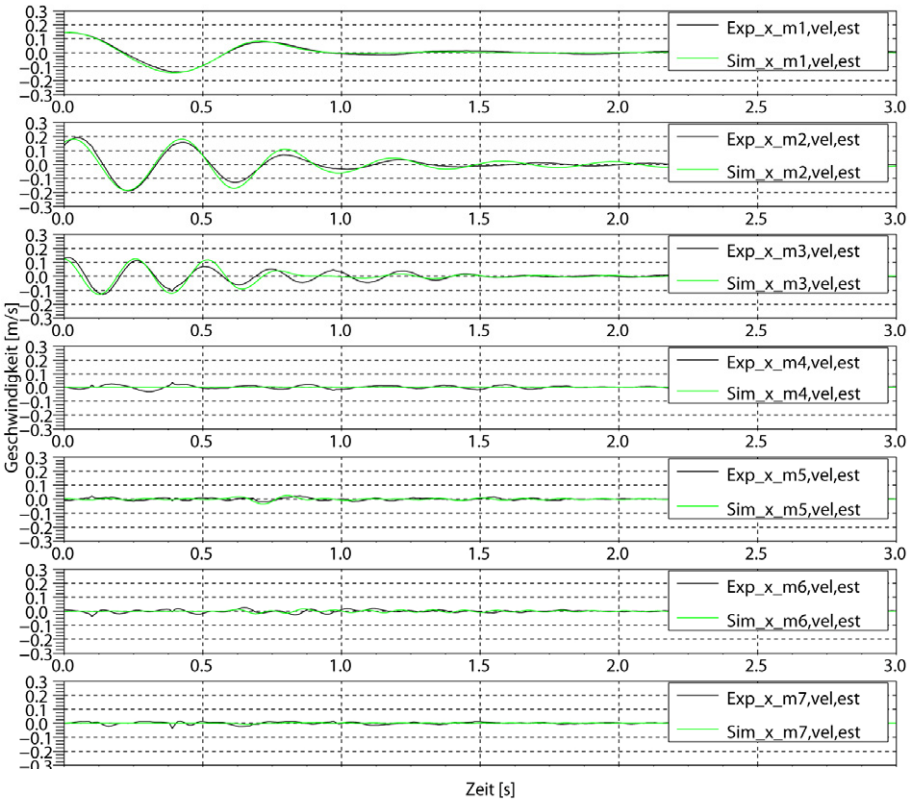


Bild A.47: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Spillover-Effekte, Setup B

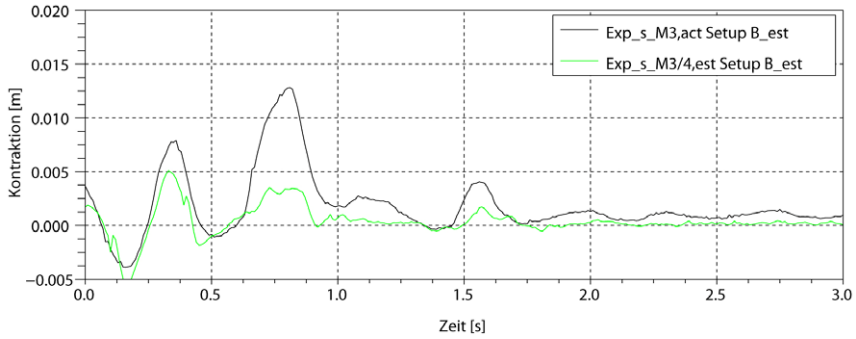


Bild A.48: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Geschätzte und gemessene Muskelkontraktion $M3/4$, Setup B_est

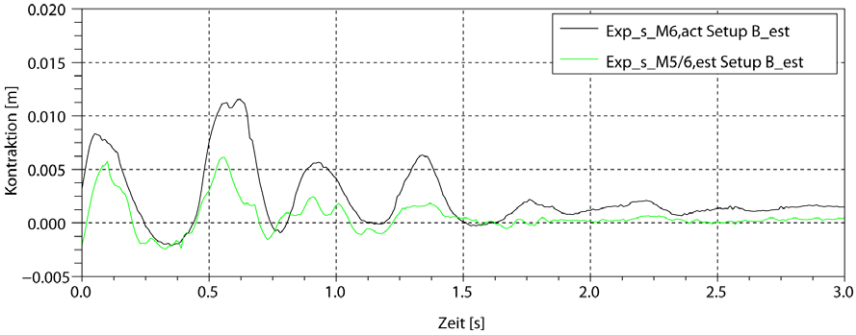


Bild A.49: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Geschätzte und gemessene Muskelkontraktion $M5/6$, Setup B_est

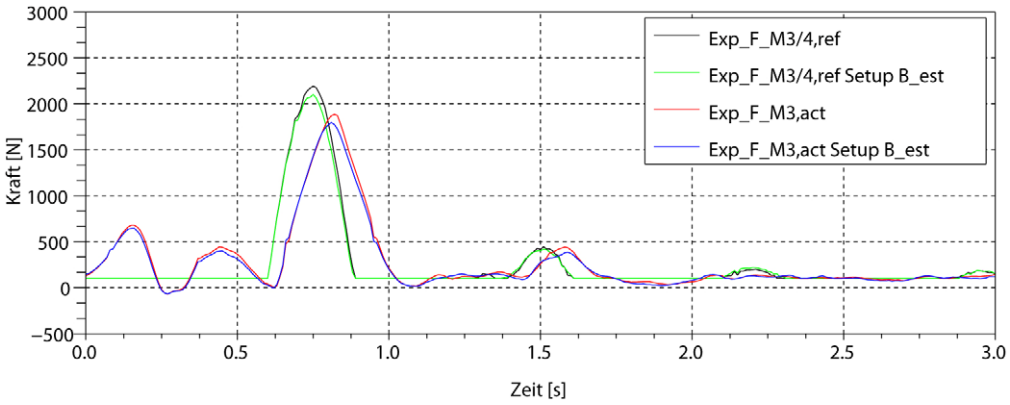


Bild A.50: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Muskelkraft $M3/4$ mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

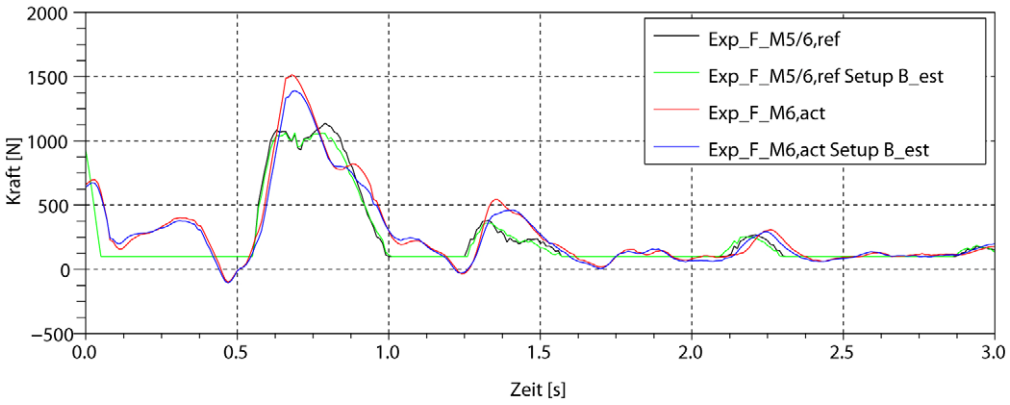


Bild A.51: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Muskelkraft $M5/6$ mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

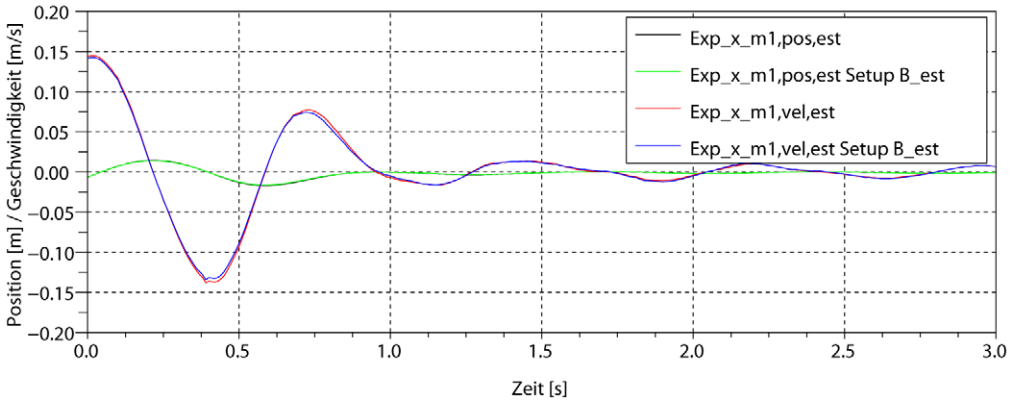


Bild A.52: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit der ersten Eigenschwingung mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

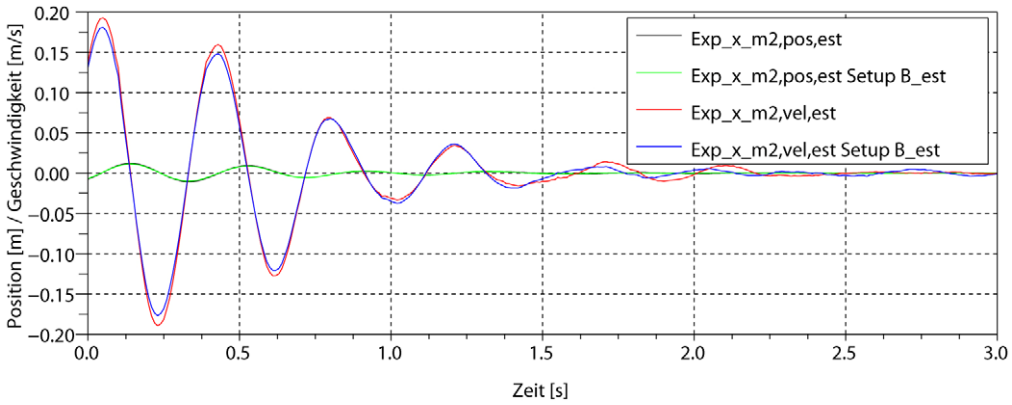


Bild A.53: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit der zweiten Eigenschwingung mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est

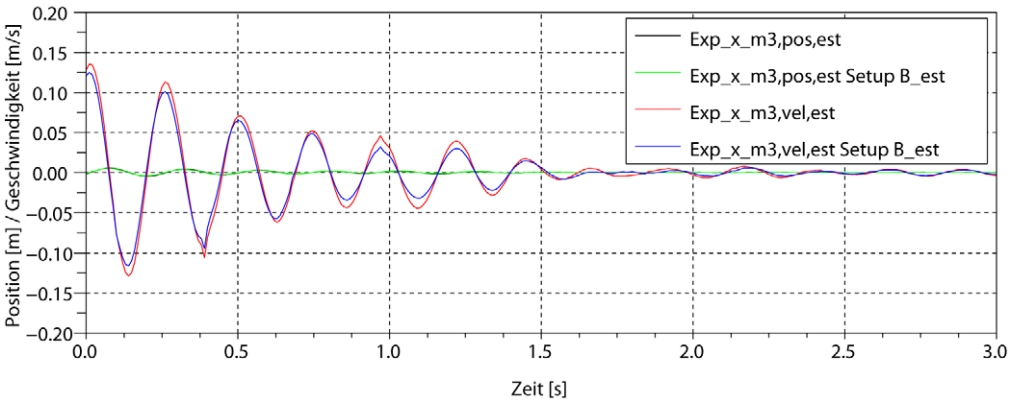


Bild A.54: Ergebnisse Experiment nach multimodaler Anregung in der ersten, zweiten und dritten Eigenschwingung: Modale Position und Geschwindigkeit der dritten Eigenschwingung mit gemessener Muskelkontraktion, Setup B und geschätzter Muskelkontraktion, Setup B_est