VERBESSERUNG DER SCHWINGUNGSVORHERSAGE FÜR GROßE ELEKTRISCHE ANTRIEBE

vorgelegt von

Artur Jungiewicz

aus Berlin

Von Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme

der Technischen Universität Berlin

Institut für Mechanik

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

-Dr.-Ing.-

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:
Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Markus Hecht
Berichter:Prof. Dr.-Ing. Manfred Zehn
Berichter: Prof. Dr.-Ing. Berthold Schlecht

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 20. Dezember 2013

Berlin 2014

D 83

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner fünfjährigen Tätigkeit als Berechnungsingenieur der Entwicklungsabteilung im Dynamowerk Berlin, einer Entwicklungs- und Produktionsstätte für große elektrische Antriebe, die zur Siemens AG gehört.

Ich danke herzlich Prof. Dr.-Ing. Manfred Zehn von der TU Berlin für die Betreuung meiner Arbeit. Ich möchte mich auch bei Prof. Dr.-Ing. Berthold Schlecht von der TU Dresden für die Übernahme des Korreferats bedanken. Prof. Dr.-Ing. Markus Hecht möchte ich für die bereitwillige Übernahme der Leitung der Prüfungskommission danken.

Ich danke herzlich Dr.-Ing. Horst Kümmlee, dem Leiter der Berliner Entwicklungsabteilung, für die langjährige Unterstützung und für die Chance, die er mir durch diese Promotionsarbeit gegeben hat.

Ebenso bedanke ich mich bei meinem betrieblichen Betreuer Dr.-Ing. Matthias Lang, der mit enormer Geduld und Ausdauer die Entstehung dieser Arbeit begleitet hat.

Ich bedanke mich bei Robert Brzoska, Nils Gräbner, Christian Knop, Jeffrey Krabinski, Julien Ocana-Martiez, Nina Rossow, Michael Schmidt, Benjamin Ulbrich und Elysa Wang, die als Werkstudenten und Diplomanden diese Promotionsarbeit tatkräftig unterstützt haben und für eine hervorragende Arbeitsatmosphäre gesorgt haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt Dr.-Ing. Günther Siegl. Durch sein enormes Fachwissen und seine Diskussionsbereitschaft wurde die vorliegende Arbeit von Anfang an in die richtige Bahn geleitet.

Einen ebenso besonderen Dank möchte ich an Herrn Lutz Hübner richten. Mit seiner Unterstützung konnten viele theoretische und praktische Probleme beseitigt werden, sowie in zahrleichen Gesprächen neue Ideen entstehen, die diese Arbeit entscheidend geprägt haben.

Zuletzt möchte ich mich bei allen Kollegen aus dem Dynamowerk für die schöne Zeit bedanken, die ich mit ihnen in den Fertigungshallen und an den Besprechungstischen verbracht habe.

Artur Jungiewicz
Berlin, im Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **9**

2 Aufgabenstellung **12**
2.1 Stand der Technik . . . 12
2.2 Inhalt dieser Arbeit . . . 13

3 Analytische Beschreibung der Schwingungen **15**
3.1 Das ungedämpfte System mit $\zeta = 0$. Lösung der homogenen Gleichung . . 17
3.2 Das gedämpfte System mit $0 < \zeta < 1$. Lösung der homogenen Gleichung . 18
3.3 Das gedämpfte System mit $0 < \zeta < 1$. Lösung der inhomogenen Gleichung 18

4 Dämpfung in der Modellierung von elektrischen Antrieben **20**
4.1 Quellen der Dämpfung in elektrischen Antrieben . . . 20
4.2 Analytische Beschreibung der Dämpfungsmechanismen . . . 21
4.2.1 Reibdämpfung . . . 22
4.2.2 Viskose Dämpfung . . . 22
4.2.3 Werkstoffdämpfung . . . 24
4.3 Dämpfung in FEM . . . 29
4.3.1 Modale Superposition . . . 30
4.3.2 Direkte Methode . . . 32
4.4 Experimentelle Ermittlung der Dämpfungswerte . . . 32
4.4.1 Halbwertsbreite oder -3 dB-Methode . . . 32
4.4.2 Methode des logarithmischen Dekrements . . . 35
4.4.3 Werkstoffdämpfung aus Hysterese-Messungen . . . 37
4.4.4 Zusammenhänge zwischen verschiedenen Dämpfungsparametern . . 38
4.5 Anmerkungen zur Ermittlung der Dämpfung aus Schwingungsdaten . . . 38
4.6 Fazit . . . 39

5 Finite Elemente Methode (FEM) - Grundlagen und praktische Anwendung **41**
5.1 Theoretische Grundlagen . . . 41
5.2 Formfunktionen . . . 44
5.3 Typen der Finiten Elemente . . . 45
5.3.1 Balkenelemente . . . 45
5.3.2 Schalenelemente . . . 45
5.3.3 Volumenelemente . . . 46
5.4 Größe der Finiten Elemente - Konvergenz des Netzes . . . 48
5.5 Formqualität der Finiten Elemente . . . 49

5.5.1 Jacobian . . . 49
5.5.2 Verzerrung (engl. distortion) . . . 50
5.5.3 Streckung (engl. stretch) . . . 50
5.5.4 „Quality Factor“ . . . 51
5.6 Voraussetzungen zur Anwendung von Schalenelementen . . . 51
5.7 Lockingeffekte . . . 52
5.7.1 Shear-Locking . . . 53
5.7.2 Hourglass-Effekt . . . 54
5.7.3 Querschub-Locking . . . 55
5.7.4 Membran-Locking . . . 55
5.7.5 Vermeidung der Locking-Effekte . . . 56
5.8 Beispiel . . . 57

6 Experimentelle Modalanalyse - Grundlagen und praktische Anwendung 62
6.1 Ablauf der Messung . . . 62
6.2 Randbedingungen . . . 63
6.3 Anregung . . . 64
6.3.1 Impulsanregung . . . 64
6.3.2 Shaker . . . 65
6.3.3 Die Wahl der Anregungsstelle . . . 66
6.3.4 Betriebsanregungen . . . 67
6.4 Schwingungsaufnehmer . . . 67
6.5 Messgitter . . . 69
6.6 Signalkonditionierung . . . 71
6.6.1 FFT . . . 74
6.6.2 Übertragungsfunktion (FRF) . . . 74
6.7 Auswertung . . . 75
6.8 Anmerkungen zur Anwendung der experimentellen Modalanalyse . . . 78

7 Modellanpassung - Grundlagen und praktische Anwendung 79
7.1 Anwendbarkeit der Modellanpassung . . . 82

8 Prozess zur Erstellung und Validierung der FE-Modelle 86
8.1 Erstellung des Ausgangs-FE-Modells . . . 88
8.1.1 Volumenmodell . . . 88
8.1.2 Schalenmodell . . . 90
8.2 Vergleich der FE-Modelle . . . 91
8.3 Pretest . . . 93
8.4 Experimentelle Modalanalyse . . . 93
8.5 Korrelation . . . 95
8.6 Modellanpassung . . . 100
8.7 Einfluss der Streuung der Werkstoffwerte . . . 102
8.8 Fazit . . . 103
8.9 Anwendung des Arbeitsprozesses . . . 104

9 Modellerstellung für Grundrahmen der elektrischen Antriebe 106
9.1 Experimentelle Modalanalyse . . . 106
9.1.1 Lagerung . . . 106
9.1.2 Anregungsorte und Richtungen . . . 109
9.1.3 Messgitter . . . 109
9.1.4 Übersicht über die untersuchten Grundrahmen . . . 110
9.2 Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse . . . 112
9.3 FE-Modell des Grundrahmens . . . 114
9.4 Vergleich der Mess-und Berechnungsergebnisse . . . 115
9.5 Steifigkeiten der geschweißten Stöße in Schalenmodellen . . . 116
9.5.1 Ersatzmodell zur Modellierung von Schweißnähten in Schalenmodellen . . . 117
9.5.2 Einfluss der thermischen Eigenspannungen . . . 121
9.5.3 Wirksamkeit der Maßnahmen bei der FE-Berechnung der Grundrahmen . . . 125
9.5.4 Reproduzierbarkeit der Berechnungsergebnisse . . . 132
9.6 Dämpfung . . . 132
9.7 Fazit . . . 135

10 Modellerstellung für Ständer der elektrischen Antriebe 138
10.1 Konstruktiver Aufbau der Ständer . . . 140
10.1.1 Beschreibung der mechanischen Eigenschaften der Blechpakete . . . 140
10.2 Stand der Technik . . . 143
10.3 Blechpaket – Erweiterung der Erkenntnisse . . . 144
10.4 Blechpaket – Experimentelle Modalanalyse . . . 145
10.4.1 Anregung . . . 145
10.4.2 Lagerung . . . 146
10.4.3 Messgitter . . . 148
10.4.4 Übersicht der untersuchten Ständer . . . 150
10.4.5 Blechpaket – Zusammenfassung der Erkenntnisse aus der experimentellen Modalanalyse . . . 152
10.4.5.1 Randbedingungen . . . 152
10.4.5.2 Gemessene Resonanzen . . . 152
10.4.5.3 Gemessene modale Dämpfung . . . 153
10.5 Blechpaket – FE-Modell . . . 155
10.6 Blechpaket – Einflüsse auf die mechanischen Eigenschaften . . . 161
10.7 Blechpaket – Ermittlung der Parameter des Werkstoffmodells . . . 164
10.8 Blechpaket – Reproduzierbarkeit der numerischen Ergebnisse . . . 168
10.9 Blechpaket – Dämpfung . . . 172
10.9.1 Dämpfungsmechanismus . . . 172
10.9.2 Ermittlung der Dämpfungswerte . . . 173
10.10 Fazit . . . 178

11 Zusammenfassung 181

12 Ausblick **183**

A Parameter der Federelemente **184**
A.1 "Kleine Feder" 184
A.2 "Große Feder" 185

B Ergebnisse der Untersuchung des Gültigkeitsbereichs der Schalentheorie für Schweißverbindungen **186**

C Gemessene Übertragungsfunktionen für den Ständer GAMMA **189**

Literaturverzeichnis **191**

Nomenklatur

$\ddot{x}$	Beschleunigung
$\dot{x}$	Geschwindigkeit
c	Dämpfung
c_M	Modale Dämpfung
f	Frequenz
i	$= \sqrt{-1}$
k	Steifigkeit
k^*	Komplexe Steifigkeit
k_M	Modale Steifigkeit
m	Masse
m_M	Modale Masse
t	Zeit
x	Weg
δ	Abklingkonstante
η	Verlustfaktor
Λ	Logarithmisches Dekrement
Ω	Anregungsfrequenz
ω	Kreisfrequenz
ω_o	Eigenfrequenz
ω_r	Gedämpfte Resonanzfrequenz (erzwungene Schwingung)
ω_v	Gedämpfte Eigenfrequenz
Φ	Matrix der Eigenformen
ϕ_i	i-te Eigenform

ρ	Materialdichte
φ	Phasenverschiebung
ζ	Dämpfungsgrad
C	Dämpfungsmatrix
C_H	Matrix der Werkstoffdämpfung
C_M	Modale Dämpfungsmatrix
C_V	Matrix der viskosen Dämpfung
H	Übertragungsfunktion
K	Steifigkeitsmatrix
M	Massenmatrix

1 Einführung

Die in der vorliegenden Arbeit bearbeiteten Themen sind fest mit der Schwingungsproblematik von großen elektrischen Antrieben verbunden. Da diese Produkte oft nach den individuellen Kundenwünschen ausgelegt und gebaut werden zeichnen sich diese durch eine große Variation der Leistung und Gestaltung. Eine Übersicht der aktuellen Anwendung- und Leistungsbereiche beinhaltet die folgende Liste:

- Industrieantriebe 5-50 MW
- Schiffsantriebe 5-20 MW
- Walzwerkantriebe 0,5-12 MW
- Fördermotoren 0,5-8 MW
- Baggerantriebe 6-10 MW
- Verdichterantriebe 10-100 MW
- Pumpenantriebe 3-9 MW
- Windkraftgeneratoren 1,5-6 MW
- Ringmotoren bis 20 MW

Die Analyse der Anwendungen der vergangenen Jahre zeigt zwei große Trends, die die Konstruktion der elektrischen Motoren prägen. Zum einen sind das steigende Drehzahl und Leistung, zum anderen eine kontinuierliche Forderung nach Gewichtsoptimierung. Beide Anforderungen sind kritisch für die Wettbewerbsfähigkeit der elektrischen Motoren, da die Drehzahl und die Maschinenleistung einen entscheidenden Vorteil für den Kunden bilden und das Gewicht die Herstellungskosten bestimmt. Der aus diesen Anforderungen resultierende technologische Wandel, nämlich die Entwicklung von immer schnelleren und zugleich leichteren Antrieben, brachte die Schwingungsproblematik in den Vordergrund.

Eines der Hauptprobleme bei Schwingungen in elektrischen Motoren ist das Auftreten von Resonanzen. Diese sind sowohl von der Schwingfähigkeit der Motorenstruktur als auch von den auf diese Struktur wirkenden Wechselkräften abhängig. Die Schwingfähigkeit der Strukturen wird durch sogenannte Eigenfrequenzen beschrieben, die von der Steifigkeit-, Massen- und Dämpfungsverteilung der Struktur abhängig sind. Die Wechselkräfte resultieren hauptsächlich aus dem Motorbetrieb und werden durch Amplitude und Frequenz beschrieben. Die Frequenz dieser Betriebskräfte steht meist im Zusammenhang mit der Drehzahl des Motors.

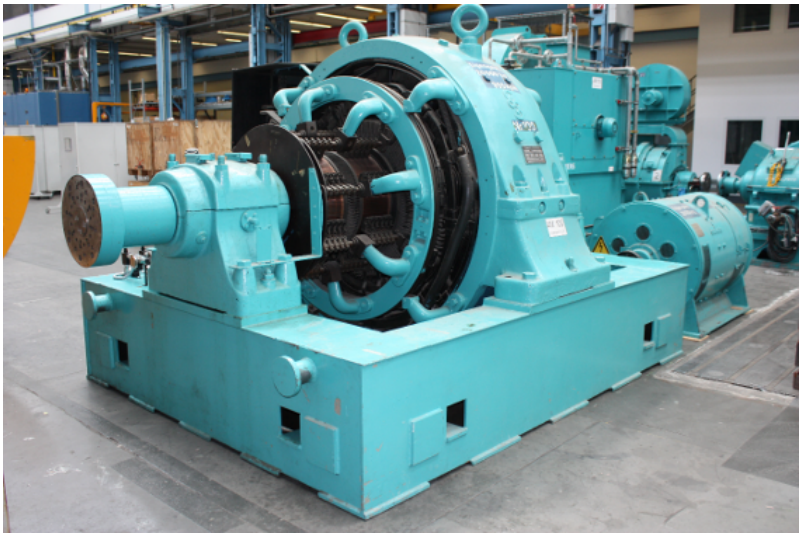


Abbildung 1.1: Ein Antrieb in einer alten Ausführung

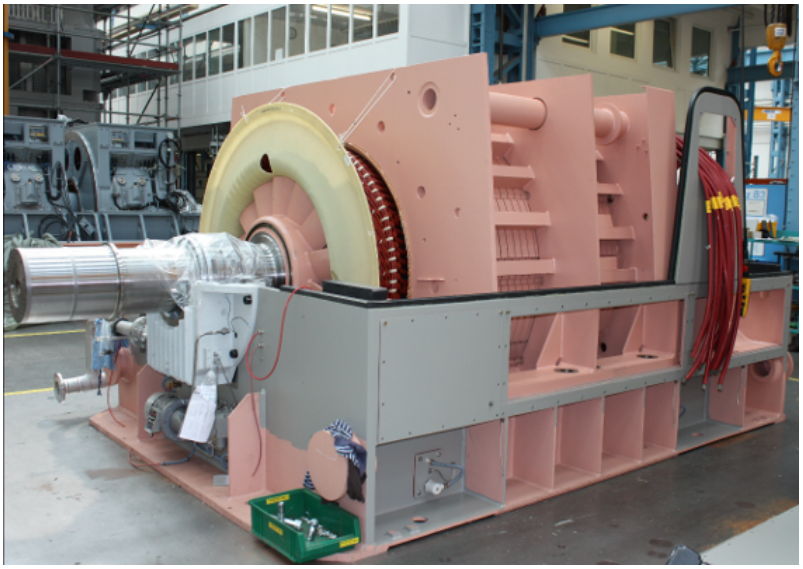


Abbildung 1.2: Ein Antrieb in einer neuen Ausführung

Eine Resonanz tritt dann auf, wenn die Frequenz der Wechselkraft, die auf die Struktur wirkt, mit einer der Eigenfrequenzen der Struktur übereinstimmt. Das führt dazu, dass es besonders bei schwacher Dämpfung zu hohen Schwingamplituden und somit zu einer hohen Belastung der Struktur kommt, was wiederum die Funktionsfähigkeit und die Lebensdauer der Motoren beeinträchtigen kann.

Welchen Einfluss die Auslegung der elektrischen Motoren auf die Problematik der Schwingungsresonanzen hat, kann am Vergleich zwischen ältern und modernen Motoren

dargestellt werden. Die Antriebe der älteren Generationen (Abbildung 1.1) hatten steife und massive Konstruktionen, deren Eigenfrequenzen weit oberhalb der Anregungsfrequenzen der Betriebskräfte lagen.

Heutzutage werden leichtere und schwingungsfähigere Motorenstrukturen (Abbildung 1.2) gebaut, die nicht nur niedrigere Eigenfrequenzen haben, sonden auch mit entsprechend höheren und höher frequenten Kräften angeregt werden. Die Tatsache, dass die immer niedrigeren Eigenfrequenzen der Strukturen mit den immer höheren Frequenzen der Anregung immer öfters übereinstimmen, führte in den vergangenen Jahren zum verstärkten Auftreten der Resonanzprobleme im Motorenbetrieb.

Diese eben dargestellte Schwingungsproblematik hat die Entwicklung von Methoden angetrieben, die den Entwicklungsingenieuren Werkzeuge zur Verfügung stellte, mit dem sowohl die Erfassung als auch eine Vorhersage der Resonanzerscheinungen möglich ist. Zu den wichtigsten gehören die experimentelle Modalanalyse (EMA) auf der messtechnischen Seite und die Finite Elemente Methode (FEM) als Berechnungswerkzeug für die Vorhersage.

Über viele Jahre wurden die experimentellen und rechnerischen Verfahren zur Bestimmung der Schwingungseigenschaften parallel angewendet und weiterentwickelt. Vergleiche zeigten aber eine deutliche Diskrepanz in der Vorhersage und dem realen Schwingungsverhalten der Motoren und gaben einen Anstoß zu der vorliegenden Arbeit.

2 Aufgabenstellung

Im Rahmen dieser Promotionsarbeit soll ergründet werden, welche Ursachen die verzeichneten Abweichungen haben, die zwischen dem realen Schwingungsverhalten und der rechnerischen Vorhersage für die großen elektrischen Antriebe beobachtet worden sind. Diese Untersuchung soll durch Maßnahmen ergänzt werden, die es erlauben, die Schwingungsvorhersage zu verbessern.

Für diese Untersuchungen werden hauptsächlich Produkte der Linie H-modyn® herangezogen. H-modyn® repräsentiert eine Plattformlösung, die eine Möglichkeit schafft, standarisierte elektrische Antriebe in einer flexiblen Ausführung anzubieten. Die Produkte dieser Linie werden nach der Betriebsart und Größe gestaffelt, wobei alle relevanten Leistungsbereiche abgedeckt werden können. Die Gestaltung der Motorstruktur kann dabei den Kundenwünschen angepasst werden.

Die Vielfalt der Größen und Formen bei dieser Produktreihe bildet eine gute experimentelle Basis für schwingungstechnische Untersuchungen und Vergleiche. Auf der anderen Seite bedeutet die Variabilität der Form dieser Antriebe, dass jegliche Maßnahmen, die die Schwingungsvorhersage betreffen, von der Geometrie der Antriebe und der seiner Komponenten unabhängig sein müssen. Somit ergibt sich, dass die formunabhängige Reproduzierbarkeit der Schwingungsvorhersage zum Hauptkriterium bei der Beurteilung der Güte der eingeführten Verbesserungsmaßnahmen bei der Schwingungsvorhersage sein wird.

2.1 Stand der Technik

Die in dieser Arbeit verwendete Finite Elemente Methode (FEM) und die experimentelle Modalanalyse (EMA) sind etablierte Werkzeuge in der Ingenieurspraxis, deren Grundlagen z.B. in [20] und [67] ausführlich erfasst wurden. Ihre Entwicklung wurde vom Bedarf angetrieben, immer komplexere und umfangreichere Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Mit dieser Entwicklung ergab sich auch die Notwendigkeit, die rechnerischen und experimentellen Ergebnisse zu vergleichen und gegebenenfalls auch anzupassen. So entstand die Methode der Modellanpassung, deren Grundzüge von [67] und [34] zusammengestellt und praktisch von [29] umgesetzt wurden.

Die meisten Abhandlungen, die sich mit den angesprochenen Methoden befassen, behandeln vorwiegend ihre mathematischen Grundlagen. Die Güte der verwendeten mathematischen Ansätze wird unter genau beschriebenen Bedingungen nachgewiesen. Als Beispiel können die sog. Benchmarks dienen, die in der FEM zur Validierung von verschiedenen Finiten Elementen benötigt werden. Die Benchmarks basieren auf einem Vergleich eines numerischen Berechnungsergebnisses mit einer analytischen Lösung. Da die Benchmarks unter bestimmten Bedienungen erfolgen, die den Einsatzbereich der Finiten

Elemente bestimmen, sind diese Bedingungen auch bei praktischer Anwendung dieser Methoden zu beachten.

Zu der praktischen Anwendung der erwähnten Methoden, bezüglich des Einsatzes bei elektrischen Antrieben, ist wenig Literatur vorhanden. Das betrifft sowohl die Messung als auch die Vorhersage. Daher müssen diese Methoden der Größe, dem Gewicht und der strukturellen Komplexität der aktuellen Ausführung der großen elektrischen Antriebe angepasst werden.

2.2 Inhalt dieser Arbeit

Die Bestimmung der Schwingungseigenschaften von Strukturen elektrischer Antriebe kann in zwei Bereiche unterteilt werden. Der eine ist die Schwingungsvorhersage, die sich mit der Bestimmung des Schwingungsverhaltens einer Maschine auf der analytisch-numerischen Ebene befasst. Dieser Bereich wurde in den letzten Jahren stark durch die Entwicklung der Methode der Finiten Elemente geprägt. Der zweite Bereich betrifft die Schwingungsmessung d.h. die Erfassung des realen Schwingungsverhaltens. Das Hauptwerkzeug in beiden Bereichen ist die sog. Modalanalyse. Sie ist ein Verfahren mit dem die Schwingungseigenschaften wie Eigenfrequenzen und Eigenformen bestimmt werden können.

Die ersten Kapitel dieser Arbeit werden die theoretischen Grundlagen sowie wichtige Anmerkungen zur Anwendung der experimentellen Modalanalyse (EMA) und der Finite Elemente Methode (FEM) vermitteln. Anschließend wird die Methode der Modellanpassung vorgestellt, die ein Bindeglied zwischen Berechnung und Realität bildet. Die Aufgabe der Modellanpassung liegt in einer gezielten Manipulation der Parameter des Berechnungsmodells. Das Ziel dabei ist, die mit diesem Modell berechneten Schwingungseigenschaften an die experimentell ermittelten Schwingungseigenschaften der untersuchten Struktur anzugleichen.

Darüber hinaus wird die Dämpfung in Strukturen gesondert behandelt. Dieses Thema ist besonders für die Vorhersage der Auswirkung der Resonanzschwingungen wichtig. Da die Ermittlung und Anwendung der Dämpfung mit vielen praktischen Schwierigkeiten verbunden ist, wird in diesem Kapitel versucht, dieses Thema in Bezug auf die elektrischen Antriebe einzugrenzen.

Die theoretischen Grundlagen der angesprochenen Verfahren werden durch eine Anwendbarkeitsstudie ergänzt, die auch eine Abschätzung der Genauigkeit und der Reproduzierbarkeit dieser Verfahren beinhaltet.

Die Erkenntnisse dieser Studie werden in zwei darauf folgenden Kapiteln praktisch umgesetzt. Dabei sollen Finite Elemente Modelle für die geschweißten Grundrahmen und die Ständerblechpakete, zwei der wichtigsten strukturellen Komponenten der elektischen Großantriebe, erstellt werden. Diese bilden die wesentlichen Komponenten von elektrischen Antrieben, deren konstruktiver Aufbau sich durch eine hohe Variabilität der Geometrie auszeichnet (H-modyn®). Dabei werden Hinweise zur Durchführung der experimentellen modalen Analysen wie Lagerung, Anregung, und Messgitter gegeben. Die experimentellen Ergebnisse werden als Referenzen zur Kontrolle der Qualität der Berech-

nungsergebnisse herangezogen. Die Untersuchungen für die Grundrahmen und Blechpakete beinhalten auch eine statistische Betrachtung, die zur Kontrolle der Reproduzierbarkeit der Modellierungsansätze für verschiedene Formen und Größen dieser Bauteile dienen soll. Abschließend werden die Erkenntnisse aus dieser Arbeit zusammengestellt und zuletzt die noch offenen Fragen diskutiert.

3 Analytische Beschreibung der Schwingungen

Der Betrachtung der Schwingungseigenschaften elektrischer Antriebe wird die Herleitung der mathematischen Grundgleichungen zur allgemeinen Beschreibung der Schwingungen vorangestellt. Diese soll eine theoretische Grundlage für weitere Betrachtungen bilden und somit eine Überführung in die Beschreibung der Dämpfung sowie der Finite Elemente Methode sein. Zu diesem Zweck wird ein Einmassenschwinger angewendet, der als das einfachste Modell zur Darstellung der Grundbegriffe der Schwingungen gilt. Dieses Modell soll sowohl der Vorstellung wirkender Kräfte in einem schwingenden System dienen als auch in die Begriffe einführen, um das Verhalten eines schwingenden Systems zu charakterisieren. Bei der Beschreibung des Schwingungsverhaltens handelt es sich um die modalen Kenngrößen, die aus Eigenfrequenzen, den dazugehörigen Schwingformen (Moden) und der modalen Dämpfung bestehen.

Das Ein-Massen-Modell besteht aus einer Punktmasse m, einer Feder mit der Steifigkeit k und einem Dämpfer mit einem Dämpfungsbeiwert c (Abbildung 3.1). Der Dämpfer in dieser Betrachtung repräsentiert die viskose Dämpfung. Weitere Arten von Dämpfern und deren Auswirkungen auf die Schwingungen werden im Kapitel 4 betrachtet.

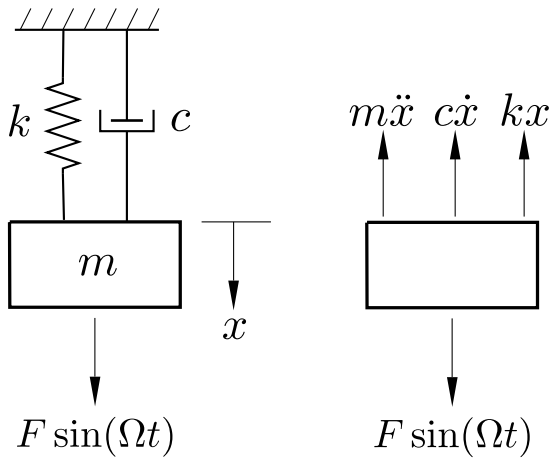


Abbildung 3.1: Einmassenschwinger und die darauf wirkenden Kräfte

Die auf die Masse wirkenden Kräfte, die auf der rechten Seite der Abbildung (3.1) dargestellt sind, bilden nach dem Impulssatz folgende Differenzialgleichung:

$$kx + c\dot{x} + m\ddot{x} = F(t) \tag{3.1}$$

Die linke Seite der Gleichung (3.1) beinhaltet die physikalischen Eigenschaften des schwingenden Systems und die rechte Seite die darauf wirkenden Anregungskräfte. Die Untersuchung eines Einmassenschwingers kann mit oder ohne anregenden Kräfte erfolgen. Im ersten Fall redet man von erzwungenen Schwingungen und betrachten die inhomogene Differentialgleichung (3.1). Inhomogen bedeutet, dass die rechte Seite der Gleichung von x unabhängig ist. Die Variante dieser Gleichung ohne Anregungskraft beschreibt die freien Schwingungen, also das Verhalten eines schwingenden Systems, das lediglich aus seiner Gleichgewichtlage gebracht wird. In diesem Fall redet man von einem Zustand, der mit der folgenden homogenen Gleichung beschrieben werden kann:

$$kx + c\dot{x} + m\ddot{x} = 0 \tag{3.2}$$

Die Gleichung (3.2) kann gelöst werden, wenn für x ein entsprechender Ansatz gewählt wird. Die e-Funktion ist dafür am besten geeignet, deren Ableitungen die Vielfachen ihrer selbst sind:

$$x = Xe^{\lambda t} \tag{3.3}$$
$$\dot{x} = X\lambda e^{\lambda t} \tag{3.4}$$
$$\ddot{x} = X\lambda^2 e^{\lambda t} \tag{3.5}$$

Dann wird die Gleichung (3.2) zu: $kXe^{\lambda t} + cX\lambda e^{\lambda t} + mX\lambda^2 e^{\lambda t} = 0$ also:

$$Xe^{\lambda t}\left(k + c\lambda + m\lambda^2\right) = 0 \tag{3.6}$$

Da für $Xe^{\lambda t} > 0$ gilt, ist jetzt die quadratische Gleichung $k + c\lambda + m\lambda^2 = 0$ zu lösen. Die Lösung ergibt zwei Wurzeln der Gleichung 3.6:

$$\lambda_1 = -\omega_o\zeta + \omega_o i\sqrt{1-\zeta^2} \tag{3.7}$$
$$\lambda_2 = -\omega_o\zeta - \omega_o i\sqrt{1-\zeta^2} \tag{3.8}$$

Dabei wurden einige neue Begriffe eingeführt, wie die ungedämpfte Eigenfrequenz:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.9}$$

Sie entspricht in diesem Fall der Frequenz der freien ungedämpften Schwingung, mit der das System um die Gleichgewichtlage mit konstanter Amplitude oszilliert.

Dazu kommt die kritische Dämpfung:

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} \tag{3.10}$$

Die kritische Dämpfung entspricht dem kleinsten Wert der Dämpfung, welcher dem System erlaubt zur Gleichgewichtlage zurückzukommen, ohne dass diese um die Gleichgewichtlage oszilliert.

Der Dämpfungsgrad:

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} \tag{3.11}$$

wird als Verhältnis der vorhandenen zur kritischen Dämpfung definiert und steht im folgenden Zusammenhang mit der gedämpften Eigenfrequenz:

$$\omega_v = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{3.12}$$

An dieser Stelle muss betont werden, dass nur im Fall der Anwendung der viskosen Dämpfung von gedämpften und ungedämpften Eigenfrequenzen die Rede ist.

Wenn also zwei Lösungen wie (3.7) und (3.8) zu erwarten sind, dann ist der folgende Ansatz zur Lösung der Gleichung (3.2) zu verwenden:

$$x(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \tag{3.13}$$

Im Folgenden wird diese Lösung der homogenen Gleichung (3.2) verwendet, um zwei typische Fälle der freien Schwingungen im Zeitbereich zu betrachten: den ungedämpften und den gedämpften Einmassenschwinger.

3.1 Das ungedämpfte System mit $\zeta = 0$. Lösung der homogenen Gleichung

Hierbei handelt es sich um die freien ungedämpften Schwingungen, die mit dem Ansatz (3.13) aus der folgenden Gleichung ermittelt werden:

$$x(t) = A_1 e^{\left(-\omega_o \zeta + \omega_o i \sqrt{1-\zeta^2}\right) t} + A_2 e^{\left(-\omega_o \zeta - \omega_o i \sqrt{1-\zeta^2}\right) t} \tag{3.14}$$

Beim Einsatz von $\zeta = 0$ (ungedämpfte Schwingung) und einigen Umstellungen bekommt man die Lösung für die freie ungedämpfte Schwingung:

$$x(t) \quad = \quad B_1 \cos \omega_0 t + i B_2 \sin \omega_0 t \tag{3.15}$$

, die graphisch in Abbildung 3.2 dargestellt wurde.

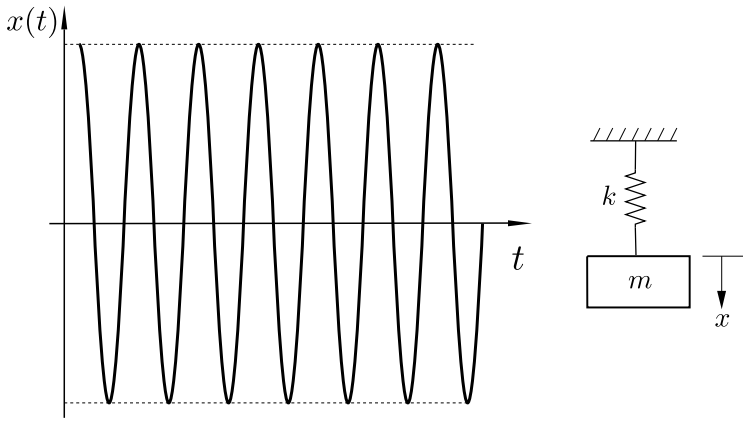


Abbildung 3.2: Freie ungedämpfte Schwingung eines Einmassenschwingers

3.2 Das gedämpfte System mit $0 < \zeta < 1$. Lösung der homogenen Gleichung

Bei der homogenen Lösung für das gedämpfte System wird man, im Gegensatz zu Kapitel 3.1, den Dämpfungsgrad ζ beibehalten. Das führt zur folgenden Gleichung:

$$x(t) = A_1 e^{\left(-\omega_o\zeta + \omega_o i\sqrt{1-\zeta^2}\right)t} + A_2 e^{\left(-\omega_o\zeta - \omega_o i\sqrt{1-\zeta^2}\right)t} \tag{3.16}$$

Nach einigen Umstellungen bekommt man die Lösung für die freie gedämpfte Schwingung:

$$x(t) = e^{-\delta t}\left(A\cos\omega_r t + iB\sin\omega_r t\right) \tag{3.17}$$

, die graphisch in Abbildung 3.3 dargestellt wurde.

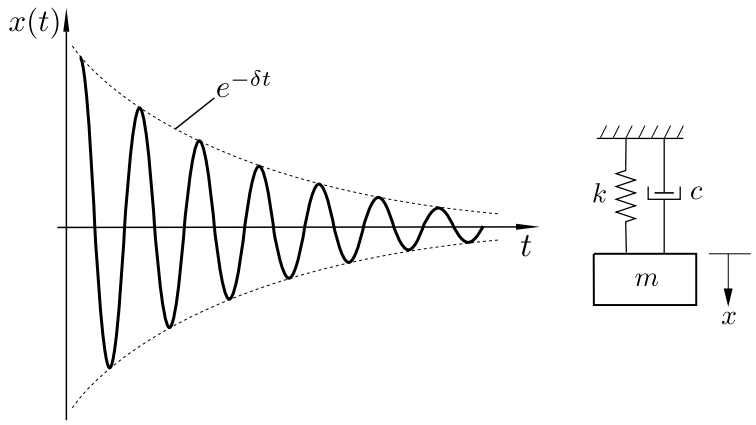


Abbildung 3.3: Freie gedämpfte Schwingung eines Einmassenschwingers

Diese Lösung unterscheidet sich von der Lösung des ungedämpften Systems durch den Term $e^{-\delta t}$. Dabei repräsentiert $\delta = \omega_o\zeta$ die sog. Abklingkonstante. Diese sorgt dafür, dass beim freien gedämpften System die Schwingungsamplitude mit der Zeit abfällt.

3.3 Das gedämpfte System mit $0 < \zeta < 1$. Lösung der inhomogenen Gleichung

In den zwei letzten Abschnitten wurden Lösungen der homogenen Schwingungsgleichung vorgestellt, die eine Betrachtung von freien Schwingungen erlauben. Dabei wurde der Begriff der Eigenfrequenz eingeführt, die eine der wichtigsten Größen bei der Betrachtung der Schwingungsprobleme ist. Die Kenntnis der Eigenfrequenzen eines schwingenden Systems erlaubt die Identifikation von Resonanzen, die auftreten, wenn die anregenden Kräfte mit der gleichen Frequenz wie die Eigenfrequenz auf das System wirken. Die Resonanz wird neben der Frequenz durch die Amplitude charakterisiert. Deren Kenntnis ist bei der Bewertung der schädigenden Wirkung der Resonanzschwingungen entscheidend.

Wenn bei der Betrachtung des schwingenden Systems die anregenden Kräfte hinzukommen, spricht man von erzwungenen Schwingungen und müssen die folgende inhomogene Gleichung lösen:

$$kx + c\dot{x} + m\ddot{x} = F(t) \tag{3.18}$$

Die Lösung besteht aus zwei Anteilen. Zum einen ist das die homogene Lösung, die für das gedämpfte System mit der Zeit abklingt (Kapitel 3.2). Zum anderen ist das die partikuläre Lösung, die die kontinuierliche Antwort des Systems auf die anregenden Kräfte repräsentiert (Abbildung 3.4).

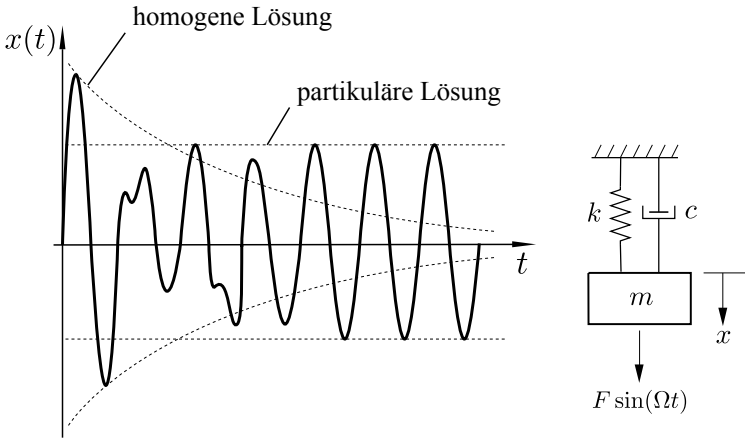


Abbildung 3.4: Schwingung eines gedämpften Systems unter Wirkung der anregenden Kräfte

Abbildung 3.4 zeigt die Schwingung eines gedämpften Systems unter Anregung einer harmonischen Kraft. Zu beobachten sind der abklingende Anteil der homogenen Lösung und der konstante Anteil der partikulären Lösung.

Eine Betrachtung der Auswirkung von unterschiedlichen Dämpfungsmechanismen auf die Resonanzfrequenz und Amplitude wird in Abschnitt 4.2 behandelt.

4 Dämpfung in der Modellierung von elektrischen Antrieben

Die in einem System wirkende Dämpfung ist insbesondere in Resonanznähe eine wichtige Einflussgröße für Schwingungsamplituden. Das Problem bei der Vorhersage der Resonanzamplituden ist, dass die entsprechenden physikalischen Dämpfungsmechanismen und die dazugehörigen Parameter bekannt sein müssen, um im Vorfeld der Fertigstellung einer realen Maschine eine genaue Vorhersage der Schwingungsamplituden treffen zu können. Die weitere Schwierigkeit liegt in der richtigen Interpretation der experimentell ermittelten Dämpfungswerte, d.h. deren Zuordnung zu den entsprechenden rechnerischen Dämpfungsmodellen. Die Dämpfungsmechanismen samt Parametern sollen auch in der FE-Berechnung anwendbar sein, daher wird in diesem Kapitel Wert darauf gelegt, eine Verbindung zwischen den experimentell gewonnenen Dämpfungswerten und deren Anwendung in der FE-Berechnung zu schaffen. Es wird auch dargestellt, wie die physikalische und modale Dämpfung ermittelt und in der Berechnung eingesetzt werden kann.

4.1 Quellen der Dämpfung in elektrischen Antrieben

Dämpfung repräsentiert die irreversible Energieumwandlung in einem schwingenden System. Diese Umwandlung kann durch viele unterschiedliche Mechanismen hervorgerufen werden, die auch eine breite Abhängigkeit von Parametern wie z.B. Temperatur, Frequenz und Schwingungsamplitude zeigen. Diese Vielfalt an Mechanismen und Abhängigkeiten kann nur eingeschränkt analytisch nachgebildet werden. Der aktuelle Stand der Wissenschaft zu diesem Thema baut auf mehr als 30 Jahren Erfahrung auf [10], [66] und [28]. Es muss oft ein Kompromiss zwischen der Physik der Energieumwandlung und der Anwendbarkeit in der analytischen Nachbildung getroffen werden. Das betrifft auch die praktische Anwendung bei der FEM. Er liegt darin, dass die Möglichkeiten, die Vielfalt der mathematischen Modelle zur Beschreibung der Dämpfungsmechanismen in FEM zu berücksichtigen, eingeschränkt sind. Unter den Dämpfungsmodellen gibt es drei Hauptansätze:

- Reibdämpfung (Trockene Reibung)
- Viskose Dämpfung
- Werkstoffdämpfung

Ein reales mechanisches System besteht aus vielen Komponenten, die aus Werkstoffen wie Stahl, Kupfer oder Kunststoffen gebaut werden. Die Dämpfung eines einfachen Bauteils

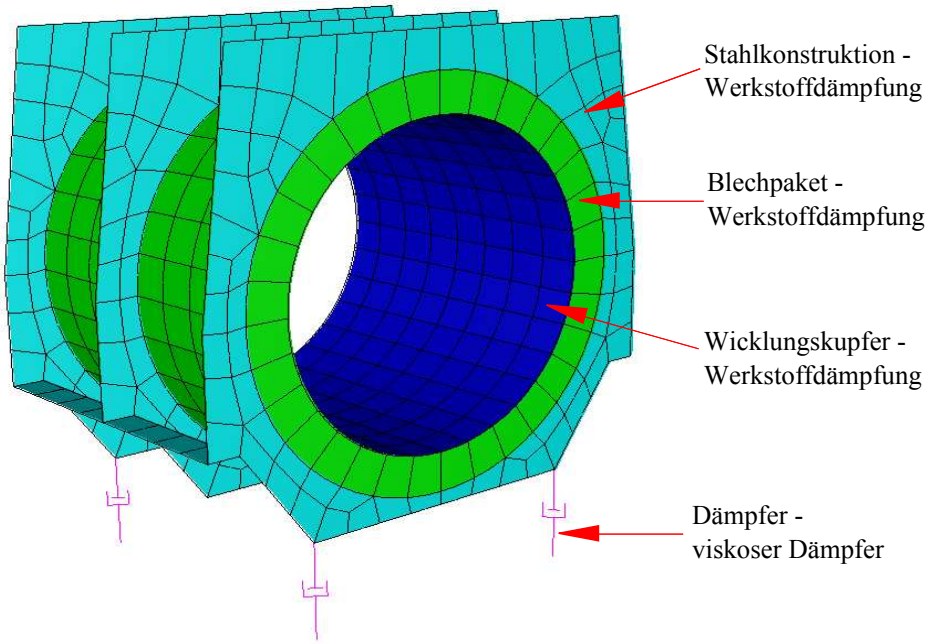


Abbildung 4.1: Aufteilung der Bereiche eines FE-Modells nach Anwendung der Ansätze zur Modellierung der Dämpfungseinflusse

selbst kann in diesem Fall durch die Werkstoffdämpfung repräsentiert werden. Einzelne Komponenten wie Schweißnähte (Kapitel 8.2.6) oder ein Blechpaket (Kapitel 8.3.11) können deutlich von dem Grundwerkstoff abweichende Dämpfungswerte aufweisen. Die Dämpfung von Schraubenverbindungen und die dahinter stehenden Dämpfungsmechanismen werden meistens als Reibdämpfung oder Fügenstellendämpfung interpretiert. Für die Anwendung in FEM werden aber die in der Schraubenverbindung entstehenden Energieverluste entweder in die viskose Dämpfung oder die Werkstoffdämpfung umgerechnet [37, 36]. Außerdem werden bei den Antrieben oft viskose Entkopplungselemente verwendet, deren Aufgabe es ist, bestimmte Maschinenkomponenten schwingungstechnisch entweder voneinander oder von der Umgebung zu trennen. Da diese oft ein rein viskoelastisches Verhalten zeigen, wird zu deren Nachbildung ein viskoses Dämpfungsmodell verwendet. Ein Beispiel für die Aufteilung der möglichen Dämpfungsmodelle für einen Ständer der elektrischen Maschine zeigt Abbildung 4.1.

4.2 Analytische Beschreibung der Dämpfungsmechanismen

Für eine genaue Vorhersage (bzw. Berechnung) ist die richtige Wahl des Berechnungsmodells zur Abbildung des Einflusses der Dämpfung wichtig. Die Dämpfungseffekte werden rechnerisch durch Dämpfungskräfte in den Bewegungsgleichungen (3.1) abgebildet. Ihr Einfluss kann mit Hilfe eines harmonisch erregten Einmassenschwingers betrachtet werden. Im Folgenden werden für die drei genannten Dämpfungsarten die entsprechenden

analytischen Modelle angesprochen.

4.2.1 Reibdämpfung

Die Reibdämpfung (Abbildung 4.2) repräsentiert den Fall der nichtlinearen Dämpfung [21, 91]. Diese Art taucht in der Praxis sehr oft auf, kann aber nur eingeschränkt in der linearen FE-Berechnung modelliert werden. Das betrifft vor allem die Modalanalyse, in der die Nichtlinearität der Reibdämpfung nicht direkt abgebildet (modelliert) werden kann. Die umgewandelte Reibenergie pro Schwingperiode kann jedoch für die Anwendung in der linearen Berechnung durch Umrechnung auf andere Methoden (z.B. Werkstoffdämpfung) berücksichtigt werden [37, 36]. Dafür ist die Betrachtung eines bestimmten Arbeitspunktes notwendig. Das hierfür notwendige Vorgehen wurde von Siegl beschrieben [91].

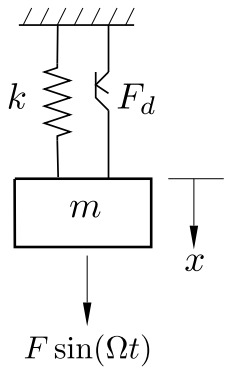


Abbildung 4.2: Einmassenschwinger mit einem idealen Reibdämpfer

Für die Reibdämpfung liegt keine geschlossene Lösung zur Anwendung in der Modalanalyse vor, was diese Art von Dämpfung aus der Anwendung in der linearen FEM eliminiert. Daher wird es dafür keine mathematische Behandlung in Rahmen dieser Arbeit geben.

4.2.2 Viskose Dämpfung

Berechnungstechnisch am einfachsten zu handhaben, ist die lineare, geschwindigkeitsabhängige Dämpfung, die in Form eines diskreten viskosen Dämpfers repräsentiert wird.

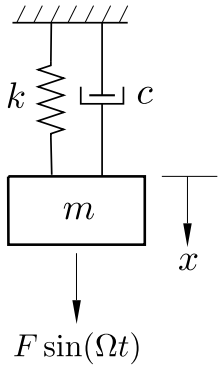


Abbildung 4.3: Einmassenschwinger mit einem viskosen Dämpfer

In der Praxis weisen nur wenige Strukturen ein Verhalten auf, bei dem sich die vorhandene Dämpfung als geschwindigkeitsabhängige, viskose Dämpfung beschreiben ließe. Nur in speziellen Fällen kommen diskrete Dämpfer zur Anwendung, deren viskose Eigenschaften mit hinreichender Genauigkeit angegeben werden können. Viskose Dämpfung wird in der Bewegungsgleichung durch einen geschwindigkeitsproportionalen Term $c\left[\frac{sN}{m}\right]$ berücksichtigt.

Die allgemeine Differentialgleichung eines harmonisch erregten Einmassenschwingers unter Berücksichtigung der viskosen Dämpfung lautet:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F\sin\left(\Omega t - \varphi\right) \tag{4.1}$$

Zur Lösung der inhomogenen Differentialgleichung kann angesetzt werden:

$$x = X\sin\left(\Omega t - \varphi\right) \tag{4.2}$$

Nach dem Einsetzen in die Gleichung (4.1) ergibt sich die Lösung:

$$x = \frac{F}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}}\sin\left(\Omega t - \varphi\right) \tag{4.3}$$

Die Phasenverschiebung zwischen Anregung und Antwort wird hierbei wie folgt definiert:

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{c\Omega}{k - m\Omega} \tag{4.4}$$

Zur Beurteilung des Resonanzverhaltens kann der dynamische Vergrößerungsfaktor herangezogen werden. Er ist definiert als:

$$\frac{X}{X_S} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\frac{\Omega}{\omega_o}\right]^2}} \tag{4.5}$$

Der dazugehörige Phasengang ergibt sich zu:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{2\zeta \frac{\Omega}{\omega_o}}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_o}\right)^2} \tag{4.6}$$

Wobei

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

für die ungedämpfte Eigenfrequenz und:

$$X_S = \frac{F}{k}$$

für die statische Verformung steht.

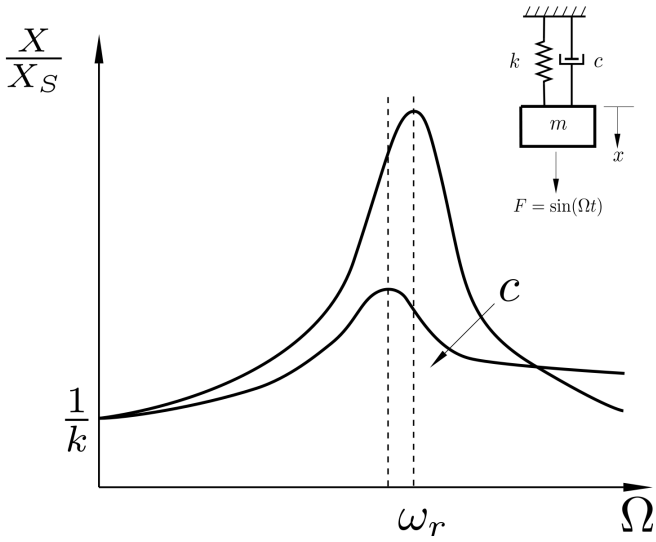


Abbildung 4.4: Einfluss der viskosen Dämpfung auf die Resonanzfrequenz

Der Einfluss der viskosen Dämpfung auf die Übertragungsfunktion äußert sich durch die Reduktion der Resonanzamplitude und Verschiebung der Resonanzfrequenz mit steigendem Wert der Dämpfung. Jedoch steigen oberhalb der Resonanzfrequenz die Amplituden mit dem steigenden Dämpfungswert.

4.2.3 Werkstoffdämpfung

Werkstoffdämpfung wird auch als Strukturdämpfung oder Materialdämpfung [28] bezeichnet. Das verwendete Modell basiert auf der Annahme, dass die auftretenden Dehnungen in einer Probe den Spannungen um einen Winkel φ nacheilen (Abbildung 4.5).

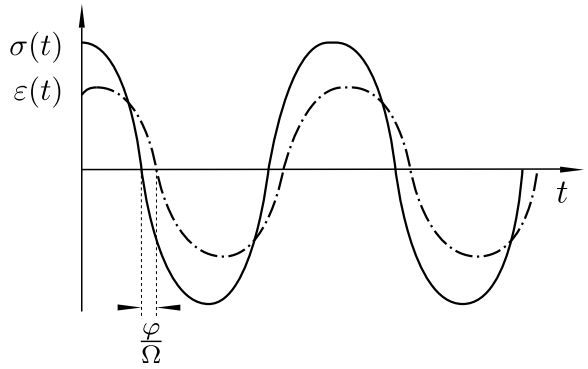


Abbildung 4.5: Zyklische Spannung und Dehnung für viskoelastische Werkstoffe

Zwecks mathematischer Modellierung wird zur Beschreibung der Dehnungen folgendes angesetzt:

$$\varepsilon = \varepsilon_o \sin(\Omega t) \tag{4.7}$$

und dabei die folgende Spannung erzeugt:

$$\sigma = \sigma_o \sin(\Omega t + \varphi) \tag{4.8}$$

Die Spannung kann in der folgenden Form beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_o \cos(\varphi) \sin(\Omega t) + \sigma_o \sin(\varphi) \cos(\Omega t) \\ &= \sigma_o \cos(\varphi) \sin(\Omega t) + \sigma_o \sin(\varphi) \sin\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{4.9}$$

Die erste Komponente bleibt mit der Dehnung in Phase während die zweite Komponente der Dehnung um $\pi/2$ vorauseilt. In der komplexen Darstellung lautet diese Beziehung:

$$\sigma = \sigma_o \cos(\varphi) \sin(\Omega t) + i\sigma_o \sin(\varphi) \sin(\Omega t) \tag{4.10}$$

In Erweiterung des Hookschen Gesetzes kann so mit dem komplexen E-Modul E^* definiert werden:

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} \cos(\varphi) + i\frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} \sin(\varphi) \tag{4.11}$$

$$= E' + iE'' \tag{4.12}$$

, wobei E' als Speichermodul und E'' als Verlustmodul bezeichnet werden. Der dimensionslose Verlustfaktor η [28, 66, 21, 10] quantifiziert die Werkstoffdämpfung wie folgt:

$$\eta = \frac{E''}{E'} \tag{4.13}$$

Dieser Dämpfungsparameter wird mit anderen Werten für Dämpfung (z.B. Dämpfungsgrad oder logarithmisches Dekrement) nach den in Kapitel 4.4 dargelegten Beziehungen, in Zusammenhang gestellt.

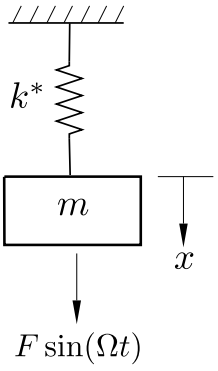


Abbildung 4.6: Einmassenschwinger mit Werkstoffdämpfung

Der Einfluss der Werkstoffdämpfung wird in der Bewegungsgleichung durch eine Feder mit einer komplexen Steifigkeit $k^* = k\,(1 + i\eta)$ repräsentiert.

Beim Auftreten von Werkstoffdämpfung sind die Dämpfungskräfte, im Gegensatz zum viskosen Modell, nicht von der Schwinggeschwindigkeit, sondern von den Schwingungsamplituden abhängig. Der Verlustfaktor η, der die Werkstoffdämpfung quantifiziert, weist also eine Amplitudenabhängigkeit auf. Als Schwingungsamplitude ist die Verformung der schwingenden Struktur zu verstehen, die zur Bildung von Strukturspannungen führt. In Abbildung 4.7 wurde der Verlustfaktor η für Baustahl in Abhängigkeit von der herrschenden Strukturspannung dargestellt. Praktisch kann dies bedeuten, dass bei Betrachtung einer Baustahlstruktur ein konstanter Wert für die Werkstoffdämpfung von Baustahl angenommen werden darf, wenn die Strukturspannungen unter 1.75 MPa bleiben. Ein konstanter Wert η bedeutet eine einfache lineare Berechnung der Resonanzamplituden. Eine Überschreitung der Strukturspannungen von über 1.75 MPa bedeutet eine iterative also rechenzeitintensive Berechnung der Resonanzamplituden [41].

Es wurden bereits iterative Verfahren entwickelt [41], die die Dämpfungswerte für einzelne Finite Elemente des FE-Modells spannungsabhängig anpassen. In den kommerziellen Programmen sind sie bisher noch nicht implementiert.

Um den Einfluss der Werkstoffdämpfung auf das Verhalten eines harmonisch erregten schwingenden Systems mathematisch zu untersuchen, wird ein Einmassenschwinger mit einer komplexen Steifigkeit k^* betrachtet (Abbildung 4.6). Ausgehend von der Bewegungsgleichung in der folgenden Form:

$$m\ddot{x} + k^* x = F \sin(\Omega t) \tag{4.14}$$

mit

$$k^* = k\,(1 + i\eta) \tag{4.15}$$

wird für die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung der Lösungsansatz in Form von:

$$x = X \sin(\Omega t) \tag{4.16}$$

gewählt.

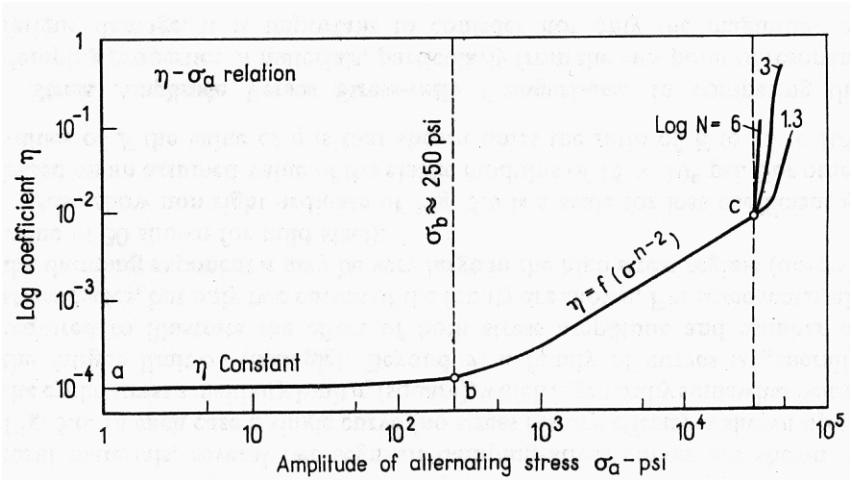


Abbildung 4.7: Abhängigkeit der Werkstoffdämpfung für Baustahl in Abhängigkeit von der Spannungsamplitude [60]. 250 psi=1.72 MPa

Als Lösung ergibt sich:

$$x = \frac{F \sin(\Omega t)}{(k - m\Omega^2)^2 + i\eta k} \tag{4.17}$$

Unter Verwendung der Abkürzungen $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ und $X_S = \frac{F}{K}$ (X_S- statische Verformung) ergibt sich die Vergrößerungsfunktion:

$$\frac{X}{X_S} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_o}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} \tag{4.18}$$

Dieses Ergebnis kann auch aus der Analyse des viskos gedämpften Systems durch den Einsatz von $c = \eta k/\Omega$ reproduziert werden.

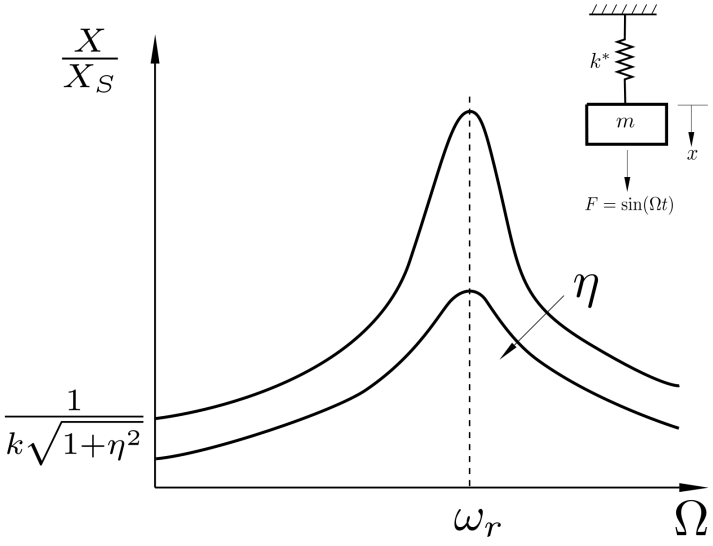


Abbildung 4.8: Einfluss der Werkstoffdämpfung auf die Resonanzfrequenz

Die Werkstoffdämpfung wirkt sich, im Vergleich zur viskosen Dämpfung, unterschiedlich auf die Übertragungsfunktion aus. Sie reduziert die Amplituden im gesamten Frequenzbereich, verschiebt aber die Resonanzfrequenz nicht.

Da die Schwingungen allgemein sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich betrachtet werden können, kann auch der Einfluss der Dämpfung in beiden Bereichen beobachtet werden. Im Frequenzbereich wird sich der Einfluss der Dämpfung, unabhängig davon welcher Art sie ist, auf die Schwingungsantwort an der Resonanzstelle dadurch äußern, dass der „Resonanzpeak“ desto niedriger und breiter ausfällt, je höher die Resonanz gedämpft ist. Im Zeitbereich bewirkt die Dämpfung, dass die Schwingungsamplituden eines betrachteten Systems mit der Zeit abfallen. Dieser Vorgang wird durch die sog. Ausschwingkurve beschrieben. Die reine Reibdämpfung hat einen anderen Einfluss auf die Form der Ausschwingkurve als die reine viskose Dämpfung (siehe Abbildung 4.9). Die linear abfallende Schwingungsamplitude (Abbildung 4.9 (a)) charakterisiert die ideale Reibdämpfung, während die expotenziell abfallende (Abbildung 4.9 (b)) sowohl die viskose als auch die Werkstoffdämpfung repräsentieren kann.

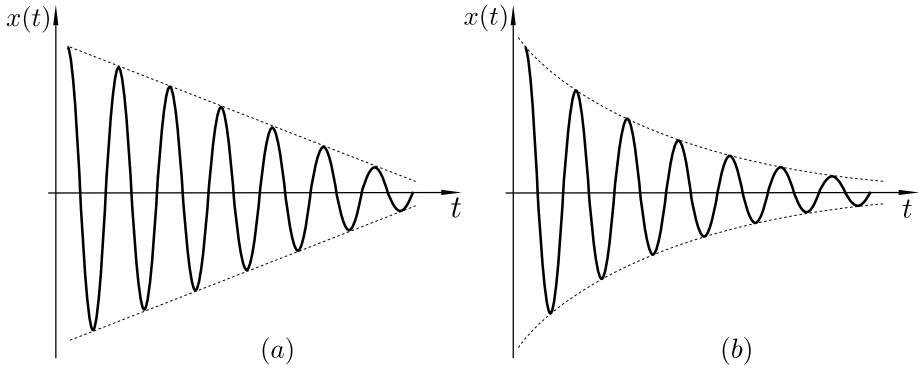


Abbildung 4.9: Einfluss der trockenen Reibung (a) und der viskosen oder Werkstoffdämpfung (b) auf die Schwingungsamplituden im Zeitbereich

Der Unterschied zwischen der viskosen und Werkstoffdämpfung kann experimentell nur im Frequenzbereich beobachtet werden. Die Voraussetzung dafür ist, dass die im System vorhandene Dämpfung sich verändern lässt. Viskose Dämpfung wird, mit steigendem Wert, gegenüber der Werkstoffdämpfung eine Verschiebung der Resonanz verursachen (siehe Abbildung 4.4).

Auf diese Weise kann der allgemeine Einfluss der Dämpfung zwar beobachtet werden, es kann aber dabei keine Aussage bezüglich des dahinterstehenden Dämpfungsmechanismus getroffen werden. Die oft in der Praxis auftretende Interpretationsschwierigkeit liegt darin, dass allein auf der Basis von gemessenen Frequenz- und Zeitcharakteristiken eines unveränderten schwingenden Systems die Bestimmung des wirkenden Dämpfungsmechanismus nur bedingt möglich ist. Diese Schwierigkeit betrifft auch die Quantifizierung der Dämpfung, da eine falsch interpretierte Art der Dämpfung keine korrekten Werte für die Berechnung liefern kann. Es ist daher sehr wichtig, dass die Ermittlung der Dämpfung in einem komplexen System so erfolgt, dass die Einflüsse der einzelnen Dämpfungsarten möglichst getrennt betrachtet werden können.

4.3 Dämpfung in FEM

Bei der Betrachtung der drei vorgestellten Dämpfungsmodelle wurde darauf hingewisen, dass nur die viskose Dämpfung und die Werkstoffdämpfung für die direkte Anwendung in der FE-Berechnung geeignet sind. Jedoch welche Art der Dämpfung zur Berechnung verwendet wird, hängt davon ab, welche Vorgehensweise benutzt wird, um die Schwingungsamplituden auszurechnen. In der praktischen Anwendung der FEM stehen dazu zwei Wege zur Verfügung:

- Modale Superposition
- Direkte Methode

Beide werden unter dem Begriff der Antwortanalyse zusammengefasst.

4.3.1 Modale Superposition

Mit dieser Methode wird die Antwortfunktion eines schwingenden Systems berechnet, indem die Antwortfunktionen seiner Schwingungsmoden überlagert werden. Die modale Superposition wird daher in zwei Schritten ausgeführt. Im ersten Schritt werden die ungedämpften Eigenfrequenzen und Eigenformen der Struktur berechnet. Auf dieser Basis werden modale Ersatzmodelle gebildet, die aus modalen Massen und Steifigkeiten bestehen. Um für diese Ersatzmodelle die Antwortfunktionen berechnen zu können, werden sie zusätzlich durch Dämpfungselemente (modale Dämpfung) ergänzt. Im zweiten Schritt der modalen Superposition werden die berechneten Antwortfunktionen der modalen, gedämpften Einmassenschwinger überlagert (H_1, H_2, H_3 in Abbildung 4.10) und bilden dann die Antwortfunktion des gesamten Systems ab.

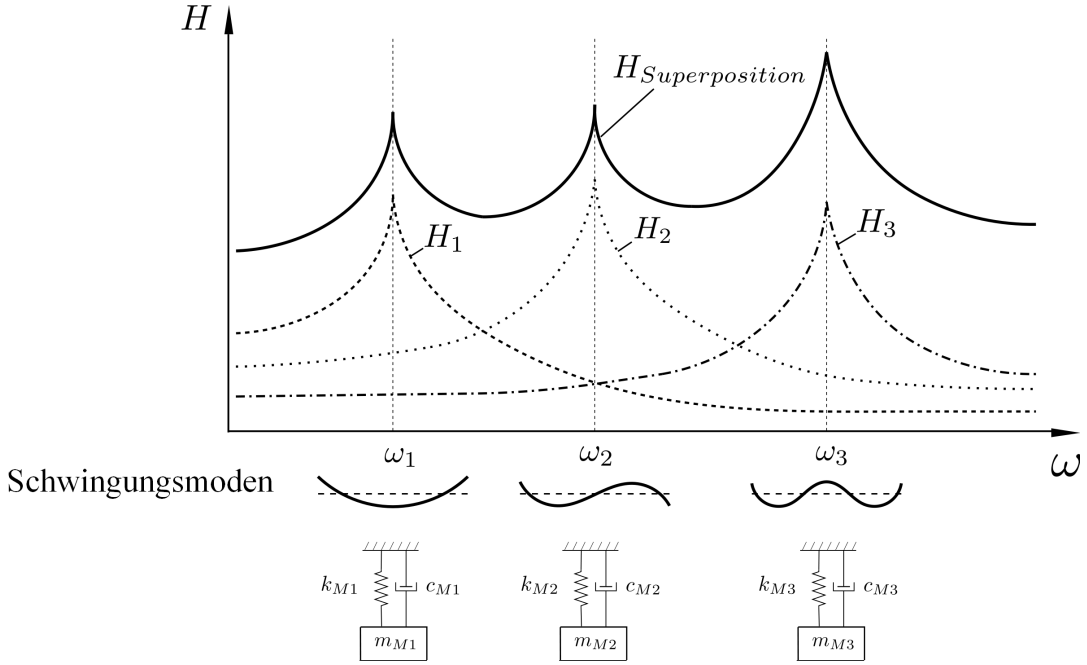


Abbildung 4.10: Modale Superposition

Ohne Berücksichtigung der Dämpfung wären die Amplituden an den Resonanzstellen der Antwortfunktion unendlich groß, daher muss für jede Mode Dämpfung hinzugefügt werden. Dies geschieht, indem jedem modalen Einmassenschwinger ein entsprechendes Dämpfungselement hinzugefügt wird. Die hierbei definierten Einzeldämpfer werden als modale Dämpfer bezeichnet. Die modale Dämpfung kann im Rahmen einer experimentellen Modalanalyse ermittelt werden (siehe Kapitel 6.3.1). Der Nachteil dabei ist jedoch, dass die modale Dämpfung im Vorfeld der Berechnung ermittelt werden muss. Bei der Methode der modalen Superposition können aber auch physikalische Dämpfungsmodelle verwendet werden. FEM-Programme bieten die Möglichkeit, viskose Dämpfung und Werkstoffdämpfung als physikalische Modelle zu verwenden. Auf der Basis der physi-

kalischen Angaben für die Finiten Elemente der Struktur (siehe Abbildung 4.1) wird die physikalische Dämpfungsmatrix $[C]$ gebildet. Diese wird mit der Matrix der zuvor berechneten ungedämpften Eigenformen multipliziert, was zur Definition der modalen Dämpfungsmatrix C_M führt.

$$C_M = [\phi]^T C [\phi] \tag{4.19}$$

Die modale Dämpfung wird dabei getrennt für die viskose Dämpfung und Werkstoffdämpfung ermittelt.

Nachdem die modale Dämpfung für jede Mode berechnet ist, wird diese in Dämpfungsgrade umgerechnet. Dies geschieht, indem die Werte der modalen Dämpfung durch die kritische Dämpfung der jeweiligen Mode dividiert werden. Die Dämpfungsgrade werden dann für die Antwortanalyse bereitgehalten, wo sie als modale Dämpfer bei den modalen Einmassenschwingern eingesetzt werden.

Die Höhe der physikalischen Dämpfung hat dabei einen entscheidenden Einfluss auf die Anwendbarkeit der modalen Superposition. Dies hängt damit zusammen, dass nur eine diagonale Matrix der modalen Dämpfung zum entkoppelten modalen Gleichungssystem führt, das im Rahmen der modalen Superposition gelöst werden kann. Daher kann die modale Superposition nur für schwach gedämpfte Systeme eingesetzt werden. Bei kleinen Werten der physikalischen Dämpfung bleiben nämlich die außerdiagonalen Einträge der modalen Dämpfungsmatrix klein und können oft unberücksichtigt bleiben.

Um die Größe der außerdiagonalen Einträge der modalen Dämpfungsmatrix und somit die Größe der physikalischen Dämpfung zu bewerten, kann beispielweise der im Programm I-deas® implementierte „Confidence factor“ verwendet werden. Dieser ist ein Maß für die relative Größe der außerdiagonalen zu den diagonalen Einträgen der modalen Dämpfungsmatrix und wird als Verhältnis der Summe der außerdiagonalen Elemente zu dem jeweiligen diagonalen Wert definiert.

- „Confidence factor” von 1.0 bedeutet, dass alle Außerdiagonalen null sind.
- „Confidence factor” von 0.5 bedeutet, dass die Summe der Außerdiagonalen gleich dem diagonalen Wert ist.

Bei Werten unter 0.5 wird generell angenommen, dass die betrachtete Struktur stark gedämpft ist, d.h. dass die Methode der modalen Superposition nicht mehr für die Antwortanalyse geeignet ist.

Eine weitere Möglichkeit die Dämpfung bei der Methode der modalen Superposition zu berücksichtigen, ist die Rayleigh Dämpfung, die auch als Bequemlichkeitshypothese bekannt ist. Die dahinterstehende Theorie geht davon aus, dass die modale Dämpfungsmatrix linearproportional zur Massen- und Steifigkeitsmatrix ist. D.h. je höher die Masse bzw. Steifigkeit, desto höher die wirkende Dämpfung. Diese Art von Eingabe der Dämpfungswerte hat den Vorteil, dass sie direkt zur diagonalen modalen Dämpfungsmatrix führt. Diese besteht dann aus zwei Komponenten, die jeweils der Massen- und Steifigkeitsmatrix proportional sind.

$$C = \alpha M + \beta K$$

Diese Methode gilt als ein einfacher Weg um die Dämpfung überhaupt in der Berechnung zu berücksichtigen. Das hängt mit dem Vorteil dieser Methode zusammen, dass sie

direkt zum entkoppelten modalen Gleichungssystem führt (diagonale Matrix der modalen Dämpfung). Die Schwierigkeit bei der Verwendung dieser Hypothese zur Schwingungsvorhersage ist, dass die Parameter α und β meist nicht bekannt sind und für die betrachtete Struktur nur experimentell ermittelt werden können.

4.3.2 Direkte Methode

Die direkte Methode zur Ermittlung der Schwingungsantworten basiert auf der Lösung der Bewegungsgleichung des schwingenden Systems für jede einzelne Frequenz aus dem betrachteten Frequenzbereich.

$$\left[K(\Omega) - M\Omega^2 + i\Omega C_V(\Omega) + iC_H(\Omega)\right]\{d(\Omega)\} = \{F(\Omega)\} \tag{4.20}$$

Dabei dürfen K, C_V, C_H auch frequenzabhängig sein.

Wobei:

C_V -repräsentiert die physikalische Matrix der viskosen Dämpfung und

C_H -repräsentiert die physikalische Matrix der Werkstoffdämpfung.

Die direkte Methode ist zwar zeitaufwendiger als die Methode der modalen Superposition, kann aber sowohl mit der Werkstoffdämpfung als auch mit viskosen Dämpfern arbeiten, deren Parameter höher als bei der modalen Superposition ausfallen dürfen, da die Bedingung der diagonalen Matrix der modalen Dämpfung ausfällt. Wichtig ist nur, dass der zur Verfügung stehende numerische Gleichungslöser mit komplexen Zahlen arbeiten kann, da die Werkstoffdämpfung zur Bildung einer komplexen Steifigkeitsmatrix führt.

4.4 Experimentelle Ermittlung der Dämpfungswerte

In den vorherigen Abschnitten wurden analytische Modelle zur Nachbildung des Einflusses der Dämpfung bei Bestimmung der Resonanzamplituden vorgestellt. Ebenso wurden die Möglichkeiten zur Berücksichtigung dieser Einflüsse in der praktischen FE-Berechnung dargestellt.

Ziel dieses Abschnitts ist es, die Möglichkeiten der experimentellen Ermittlung der Parameter für diese Modelle aufzuzeigen. Die vorgestellten Verfahren gehören zu den gängigen Methoden der Dämpfungsermittlung in der Ingenieurspraxis.

Die Parameter werden nach den physikalischen (viskose Dämpfung c, Werkstoffverlustfaktor η) und den modalen Parametern aufgeteilt und können dementsprechend in der FE-Berechnung eingesetzt werden.

4.4.1 Halbwertsbreite oder -3 dB-Methode

Dieses Verfahren wird in den meisten Programmen zur Auswertung von Schwingungsmessungen implementiert und wird auf die gemessenen Übertragungsfunktionen (nach dem sog. Curve-fitting wie in Abschnitt 6.7) eines schwingenden Systems angewendet. Für die Auswertung wird die Resonanzamplitude ω_r benötigt sowie Amplituden für zwei

Frequenzen ω_1 und ω_2, die auf der Übertragungsfunktion um $3dB$ unterhalb der Resonanzamplitude liegen.

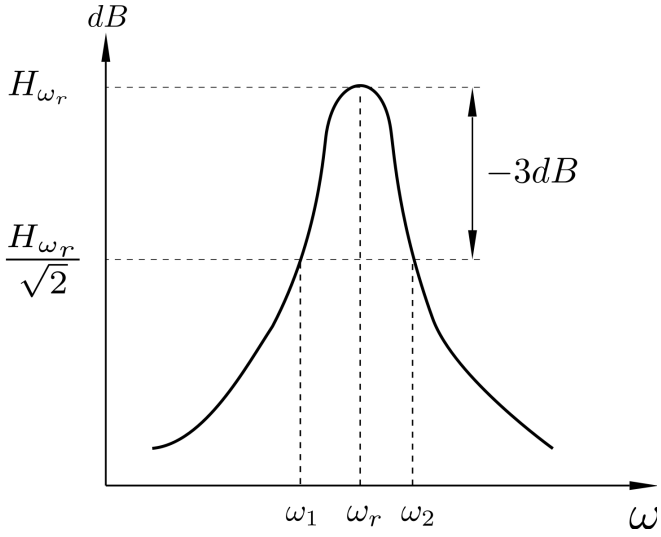


Abbildung 4.11: Methode der Halbwertsbreite

Der Name der Methode stammt daher, dass die Schwingungsleistung für die Frequenzen ω_1 und ω_2 der Hälfte der maximalen Schwingungsleistung für die Resonanzfrequenz entsprechen. Das Amplitudenverhältnis $\frac{1}{\sqrt{2}}$ entspricht einer $3dB$-Bandbreite nach der folgenden Rechnung:

$$20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3.01dB \tag{4.21}$$

Es entspricht auch der Hälfte der Schwingungsleistung. Dabei kann die Leistung für ω_1 und ω_2 wie folgt definiert werden:

$$L_{P\omega 1,2} \quad = \quad 20\log\frac{P}{P_0}$$

Für die Resonanzfrequenz gilt die doppelte Leistung::

$$L_{P\omega r} = 20\log\frac{2P}{P_0} = 20\log 2 + 20\log\frac{P}{P_0} = 20\log 2 + L_{P\omega 1,2}$$

Was zum folgenden Ausdruck führt:

$$L_{P\omega r} - L_{P\omega 1,2} = 20\log 2 \cong 3.01dB \tag{4.22}$$

Die Ermittlung der Dämpfung mit der Methode der Halbwertsbreite geschieht unter der Annahme, dass die einzeln ausgewerteten Resonanzen durch einen gedämpften Einmassenschwinger beschrieben werden. Daher ist die erste Anwendung für dieses Verfahren

die Ermittlung der modalen Dämpfung. Diese Dämpfungswerte können rechnerisch direkt bei der modalen Superposition (Kapitel 4.3.1) verwendet werden. Die mit dieser Methode ermittelte modale Dämpfung repräsentiert die Dämpfung der gesamten gemessenen Struktur und zwar ohne Rückschlüsse auf die physikalischen Hintergründe der tatsächlich wirkenden Dämpfungsmechanismen. Dies führt dazu, dass die experimentell ermittelte modale Dämpfung nur zur *Nachberechnung* der gemessenen Struktur brauchbar ist.

Diese Methode kann aber auch zur Ermittlung von physikalischen Dämpfungswerten für viskose Dämpfung oder Werkstoffdämpfung verwendet werden. Es besteht eine Beziehung zwischen der mit der Methode der Halbwertbreite ermittelten modalen Dämpfung und dem Verlustfaktor, dem Parameter der Werkstoffdämpfung (siehe Kapitel 4.2.3). Dieser ist aus dem Verhältnis der Frequenzbandbreite zwischen ω_1 und ω_2 zur Resonanzfrequenz ω_r zu ermitteln:

$$\eta = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{\omega_r} \tag{4.23}$$

Diese Beziehung kann ausgehend von der Gleichung für einen mit Werkstoffdämpfung gedämpften Einmassenschwinger dargestellt werden:

$$m\ddot{x} + k\left(i\eta + 1\right)x = Fe^{i\omega t} \tag{4.24}$$

Mit dem Lösungsansatz:

$$x = A\cos\left(\omega t - \varphi\right) \tag{4.25}$$

, wobei die Amplitude und die Phasenverschiebung wie folgt definiert werden:

$$A = \frac{F}{\sqrt{\left(k - m\omega^2\right)^2 + k^2\eta^2}} \tag{4.26}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{k}{k - m\omega^2}\right) \tag{4.27}$$

Es kann folgende Übertragungsfunktion gebildet werden:

$$H = \frac{X}{F} = \frac{1}{\sqrt{\left(k - m\omega^2\right)^2 + k^2\eta^2}} \tag{4.28}$$

Für die Resonanzstelle $\omega_r = \sqrt{\frac{k}{m}}$ wird sie zu:

$$H_{max} = \frac{1}{\sqrt{\left(k - m\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2\right)^2 + k^2\eta^2}} \tag{4.29}$$

$$H_{max} = \frac{1}{k^2\eta^2}$$

Mit ω_1 und ω_2 wird es dann entsprechend zu:

$$\begin{aligned} H_{1,2} &= \frac{1}{N} H_{max} \\ H_{1,2} &= \frac{1}{N} \frac{1}{k^2 \eta^2} \end{aligned} \tag{4.30}$$

Für $H_{1,2} = \frac{1}{N} H_{max}$ bekommt man die Ausdrücke für ω_1 und ω_2

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k}{m}\left(1 \pm \eta\sqrt{N^2 - 1}\right)} \tag{4.31}$$

und für $H_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{max}$ werden ω_1 und ω_2 zu:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k}{m}\left(1 \pm \eta\right)} \tag{4.32}$$

Nachdem das Verhältnis der Bandbreite $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ zur Resonanzfrequenz ω_r für $H_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{max}$ aufgestellt worden ist, bekommt man:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}(1+\eta)} - \sqrt{\frac{k}{m}(1-\eta)}}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \tag{4.33}$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \sqrt{1+\eta} - \sqrt{1-\eta} \tag{4.34}$$

Für die kleine Dämpfung $\eta \ll 1$ wird dieses Verhältnis zu:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_r} \simeq \left(1 + \frac{\eta}{2}\right) - \left(1 - \frac{\eta}{2}\right) \tag{4.35}$$

Nach Umstellung dieser Gleichung bekommt man den Ausdruck für die Werkstoffdämpfung:

$$\eta \simeq \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \tag{4.36}$$

4.4.2 Methode des logarithmischen Dekrements

Eine Abhilfe bei der Ermittlung der physikalischen Dämpfung aus Schwingungsdaten liefert die Methode des logarithmischen Dekrements. Das logarithmische Dekrement wird aus sog. Ausschwingversuchen ermittelt. Das Versuchsobjekt wird dabei aus seiner Gleichgewichtslage gebracht und plötzlich losgelassen. Bei der Auswertung wird die Schwingungsamplitude im Zeitbereich betrachtet. Die Struktur schwingt dabei mit allen Eigenfrequenzen gleichzeitig aus. Da die niedrigste Eigenfrequenz mit der höchsten Amplitude ausschwingen wird, gilt es, diese zu isolieren. Dies wird durch eine vorausgehende

Modalanalyse erfolgen, in der die niedrigste elastische Eigenfrequenz identifiziert werden kann. Wegen der Dämpfung wird die Schwingungsamplitude immer geringer. Diese Änderung der Amplitude hat einen periodischen Charakter und wird über eine gewisse Zeitdauer beobachtet. Für gedämpfte Strukturen (außer Reibdämpfung – siehe Kapitel 4.9) wird der Verlauf der beobachteten Amplituden über die Zeit durch eine exponentielle Funktion beschrieben.

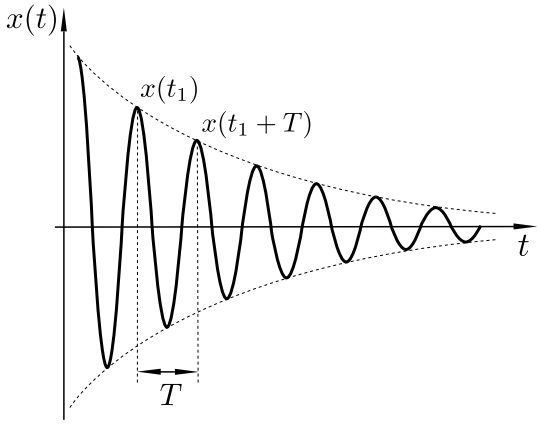


Abbildung 4.12: Zeitsignal zur Ermittlung der Dämpfung aus der Methode des logarithmischen Dekrements

Für die Auswertung werden zwei Werte der Schwingungsamplitude:

$$x(t_1) = e^{-\delta t_1}(A\cos\omega t_1 + B\sin\omega t_1) \tag{4.37}$$

und

$$x(t_1+NT) = e^{-\delta(t_1+NT)}(A\cos\omega(t_1+NT) + B\sin\omega(t_1+NT)_1) \tag{4.38}$$

gebraucht, die nach der N-fachen Periodendauer aufgenommen wurden. Das Verhältnis der Amplituden bei t_1 und t_1+NT ergibt sich zu:

$$\frac{x(t_1)}{x(t_1+NT)} = \frac{e^{-\delta t_1}}{e^{-\delta(t_1+NT)}} \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned} \frac{x(t_1)}{x(t_1+NT)} = \frac{e^{-\delta t_1}}{e^{-\delta t_1}e^{-\delta NT}} &= e^{\delta NT} \\ &= e^{\zeta\omega_0 N\frac{2\pi}{\omega}} \\ &= e^{2\pi\zeta N\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \end{aligned} \tag{4.40}$$

, wobei $\delta = \omega_0\zeta$ und $\omega_D = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$ aus der Lösung der Bewegungsgleichung für das gedämpfte System mit $0 < \zeta < 1$ bekannt sind. Eine weitere Umstellung der vorherigen Gleichung führt zum folgenden Ausdruck:

$$\ln\left(\frac{x(t_1)}{x(t_1+NT)}\right) = N\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{4.41}$$

Daraus leitet sich der Ausdruck für das logarithmische Dekrement ab:

$$\mathbf{\Lambda = \frac{1}{N}\ln\left(\frac{x(t_1)}{x(t_1+NT)}\right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \tag{4.42}$$

Wobei für $\zeta^2 \ll 1$ $\Lambda \approx 2\pi\zeta$ angenommen werden kann.

Bei der Anwendung zur Ermittlung der Werkstoffdämpfung hat die Methode der Halbwertsbreite den Vorteil, dass die Ausschwingfrequenz des Prüfkörpers einfach variiert werden kann [10], was die Ermittlung der Frequenzabhängigkeit der Werkstoffdämpfung erlaubt. Diese findet dann Anwendung bei der direkten Methode zur Bestimmung der Schwingungsamplituden mit der FEM (siehe Kapitel 4.3.2).

4.4.3 Werkstoffdämpfung aus Hysterese-Messungen

Diese Methode ist die einzige, die nicht auf Schwingungsversuchen basiert. Die Dämpfung wird anhand quasi-statischer Versuche mit harmonischer Belastung ermittelt. Bei dem Versuch wird die Kraft F und der Verformungsweg x der untersuchten Probe aufgezeichnet. Beim viskoelastischen Materialverhalten wird das Wegsignal dem Kraftsignal um einen Winkel φ nacheilen. Dieses Verhalten wird in der Kraft-Weg-Darstellung als Hysterese-Kurve beobachtet. Die durch diese Kurve eingeschlossene Fläche entspricht der in einer einzelnen Belastungsperiode dissipierten Energie.

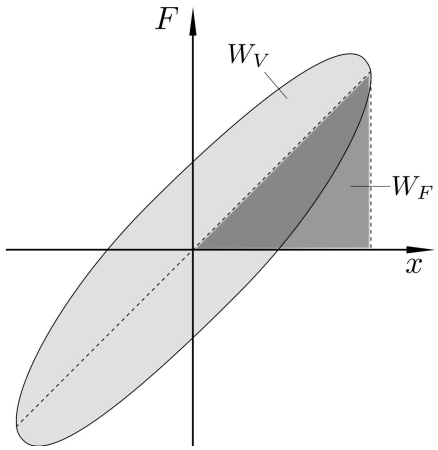


Abbildung 4.13: Eine Hysterese-Kurve

Daraus kann die Verlustarbeit wie folgt definiert werden:

$$W_V = \oint F(x)dx \tag{4.43}$$

Die Dreieckfläche entspricht der gespeicherten Formänderungsenergie bei der maximalen Kraftamplitude:

$$W_F = \frac{1}{2} F\left(x_{max}\right) x_{max} \tag{4.44}$$

Das Verhältnis der beiden Arbeiten entspricht der relativen Dämpfung pro Schwingzyklus.

$$\Psi = \frac{W_V}{W_F} \tag{4.45}$$

Diese steht mit dem Verlustfaktor η und der Phasenverschiebung φ in folgendem Zusammenhang:

$$\eta = \frac{\Psi}{2\pi} = \tan\varphi \tag{4.46}$$

Weitere Empfehlungen zu Versuchsmethoden können in [10] gefunden werden.

4.4.4 Zusammenhänge zwischen verschiedenen Dämpfungsparametern

Es wurden soeben mehrere Arten der Dämpfung und Methoden zur ihrer Ermittlung angesprochen. Um sich einen Überblick zu verschaffen, werden jetzt die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größen vorgestellt, die eine Umrechung zwischen den jeweiligen Dämpfungsarten erlaubt und somit eine flexible Anwendung in der Berechnung. Unter der Voraussetzung der kleinen Dämpfung ($\eta < 1$ [62]) und des linearen Verhaltens der viskosen Werkstoffe, kann der folgende Zusammenhang hergestellt werden:

$$\eta = \frac{\Delta\omega_{3dB}}{\omega_r} = \frac{\zeta 100\,\%}{50} = 2\zeta = \frac{W_V}{2\pi W_F} = \tan\varphi = \frac{1}{Q} \tag{4.47}$$

4.5 Anmerkungen zur Ermittlung der Dämpfung aus Schwingungsdaten

Die Voraussetzung für die Verwendung der Übertragungsfunktionen für die Dämpfungsermittlung ist, dass sie mit hoher Auflösung aufgenommen worden sind (zwischen 5 und 10 Punkten zur Abbildung der Resonanz) und dass die gemessenen Moden gut voneinander getrennt sind. Eine weitere Voraussetzungen für die Ermittlung von zuverlässigen Werten der modalen Dämpfung ist die Qualität der gemessen Übertragungsfunktionen. Diese sollen nicht zu stark verrauscht werden. Die Verrauschung hat auch einen Einfluss auf die Formqualität der ermittelten Eigenformen. Wenn eine Eigenform bereits visuell unharmonische Bewegungen darstellt, ist die Ermittlung der Dämpfung gefährdet, da die modale Dämpfung über alle Messpunkte auf der Struktur gemittelt wird. Daraus ergibt sich auch die Forderung nach einer ausreichenden Anzahl der Messpunkte bei der EMA. Nur wenn eine Eigenform eindeutig identifiziert werden kann, ist es möglich, die modale Dämpfung zuverlässig zu ermitteln.

Die Wirkung dieser Einflüsse kann beispielhaft an den in der Tabelle 4.1 ermittelten Werten der modalen Dämpfung dargestellt werden. Diese Werte wurden auf Basis eines

Satzes von Übertragungsfunktionen ermittelt, die während einer experimentellen Modalanalyse (auf das Messobjekt wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen) gemessen worden sind. Diese Werte wurden aber mit Hilfe von unterschiedlichen Programmen und Auswertungsmethoden ermittelt.

Messung		**Dämpfung**						
		Smart Office			LMS Test.Lab			
Resonanzfrequenz	Amplitude	Quadrature	Finite difference	MDOF	Time MDOF		PolyMAX	
Hz	mg/N	%	%	%	%	%	%	%
57	88,9	0,220	0,050	0,087	0,090	0,090	0,070	0,080
139	380,6	0,080	0,060	0,052	0,060	0,060	0,040	0,050
263	208,7	0,050	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,040

Tabelle 4.1: Tabellarischer Vergleich der ermittelten Werte zwischen Smart Office und LMS unter Anwendung unterschiedlicher Verfahren zur Dämpfungsauswertung

Dabei ist ersichtlich, dass die Übereinstimmung zwischen den Programmen und Methoden unterschiedlich ausfällt. Besonders bemerkenswert sind die ermittelten Werte der modalen Dämpfung für die erste gemessene Resonanz. Hinweise zur Auswahl eines Auswertverfahrens für die EMA werden in Abschnitt 6.7 vorgestellt.

4.6 Fazit

Beim Einsatz der Dämpfung in der numerischen Berechnung handelt es sich meistens darum, ein geeignetes lineares Ersatzmodell für die meist unbekannte nichtlineare Dämpfung zu finden. Diesbezüglich werden oft Kompromisse bei der Arbeit mit Dämpfung eingegangen, um die zur Verfügung stehenden linearen Ansätze verwenden zu können. Es stehen dabei zwei Herangehensweisen zur Verfügung: Die Dämpfung kann entweder direkt als physikalischer Parameter oder als modale Dämpfung gehandhabt werden.

Physikalische Parameter können in Form von Werkstoffdämpfung bei der Materialeingabe, oder als viskose Dämpfung bei Verwendung von diskreten Dämpfern angewendet werden. Diese beiden Möglichkeiten stehen oft zur Verfügung bei der FEM und bilden eine Möglichkeit, mit physikalischen Dämpfungseinflüssen zu arbeiten. Beispiele für den praktischen Umgang mit der Werkstoffdämpfung werden in den Kapiteln 9 und 10 vorgestellt.

Falls die Methode der modalen Superposition zum Einsatz kommt (Abschnitt 4.3.1), wird die modale Dämpfung verwendet. Ihre Werte müssen vorerst mit Hilfe einer experi-

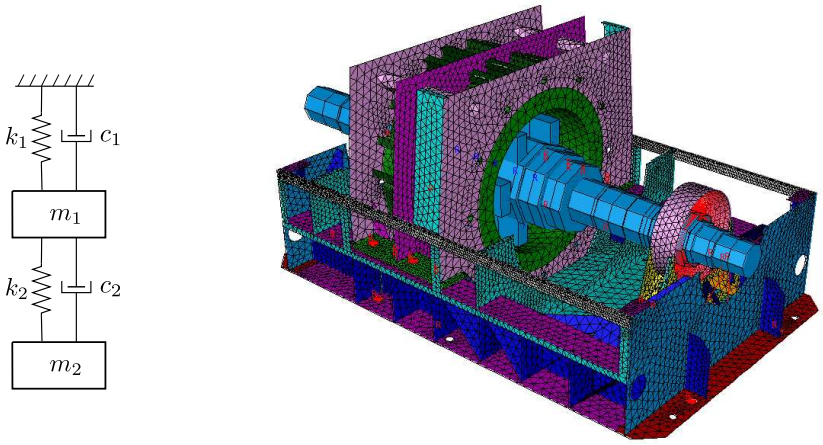
mentellen Modalanalyse ermittelt werden (Abschnitt 4.4.1) und hängen mit den gemessenen Moden zusammen. Der Bezug zwischen den gemessenen und berechneten Moden wird über die Schwingformen der Moden hergestellt. Der Einsatz der experimentell ermittelten modalen Dämpfung ist auf die Modellierung der experimentell untersuchten Struktur eingeschränkt. Dies führt dazu, dass, im Gegensatz zur physikalischen Eingabe, die experimentell gewonnenen Werte der modalen Dämpfung nicht für andere Strukturen verwendet werden können.

Die Wahl dieser Bedingungen für eine Schwingungsmessung hinsichtlich der Qualität der Messdaten wird in Kapitel 6 angesprochen.

5 Finite Elemente Methode (FEM) - Grundlagen und praktische Anwendung

5.1 Theoretische Grundlagen

Die in Kapitel 3 vorgestellten Feder-Masse-Modelle (Abbildung 5.1a) eignen sich zur einfachen Untersuchung der Zusammenhänge eines schwingenden Systems. Jedoch kann die Bestimmung der dazu notwendigen Parameter wie Federsteifigkeiten, Dämpfung oder Massen mit einem erheblichen experimentellen Aufwand verbunden bzw. überhaupt nicht möglich sein. Dies betrifft besonders die Modellierung von komplexen Strukturen wie z.B. elektrische Antriebe. Der Vorteil der Finiten Elemente Modelle (Abbildung 5.1b) gegenüber der Feder-Masse-Modellierung liegt darin, dass die realen Eigenschaften der Objekte, wie Geometrie und mechanische Eigenschaften (Werkstoffparameter), bei der Berechnung der Schwingungseigenschaften verwendet werden.



(a) (b)

Abbildung 5.1: Die unterschiedlichen Modellierungsarten: (a) einfaches Feder-Masse-Modell (b) Finite Elemente Modell

Die hier vorgestellten Grundlagen werden auf das Lösen des allgemeinen Eigenwertproblems eingeschränkt, das zur numerischen Bestimmung der Schwingungsmoden dient. Im Folgenden werden die Herkunft und das allgemeine Prinzip der Gleichungen dargestellt.

Zu den Standardwerken auf diesem Gebiet gehören [20, 53, 99].

Die folgenden Betrachtungen basieren auf dem Prinzip der virtuellen Arbeit, das bei [53] wie folgt definiert wird:

> "Ein elastischer Körper ist unter gegebenen äußeren Kräften im Gleichgewicht, wenn die äußere virtuelle Arbeit der inneren virtuellen Arbeit gleich ist."

$$\delta W_{aussen} = \delta W_{innen} \tag{5.1}$$

Bei der Betrachtung der dynamischen Probleme, wird diese Gleichung um die Dämpfungs- und Trägheitsarbeit erweitert:

$$\delta W_{aussen} = \delta W_{innen} + \delta W_{Dämpfung} + \delta W_{Beschleunigung} \tag{5.2}$$

Die äußere virtuelle Arbeit wird sowohl von Einzelkräften $\underline{F}$, Flächenkräften $\underline{q}$ als auch von Volumenkräften $\underline{p}$ verübt:

$$\delta W_{aussen} = \delta \underline{u}^t \cdot \underline{F} + + \int_O \delta \underline{u}^t \cdot \underline{q} dO + \int_V \delta \underline{u}^t \cdot \underline{p} dV \tag{5.3}$$

Die virtuellen Arbeiten der inneren Lasten, der Dämpfung und der Trägheit werden dabei wie folgt definiert:

$$\delta W_{innen} = \int_V \delta \underline{\varepsilon}^t \cdot \underline{\sigma} dV \tag{5.4}$$

$$\delta W_{Dämpfung} = \int_V c \delta \underline{u} \cdot \underline{\dot{u}} dV \tag{5.5}$$

$$\delta W_{Beschleunigung} = \int_V \rho \delta \underline{u} \cdot \underline{\ddot{u}} dV \tag{5.6}$$

Bei der Betrachtung des Eigenwertproblems wird die äußere Arbeit auf Null gesetzt. Auch auf die Dämpfungsarbeit kann dabei verzichtet werden. Diese Annahmen entsprechen der in Abschnitt 3.1 betrachteten freien Schwingung. Somit nimmt die Gleichung (5.2) die folgende Form an:

$$\delta W_{innen} = -\delta W_{Beschleunigung} \tag{5.7}$$

$$\int_V \delta \underline{\varepsilon}^t \cdot \underline{\sigma} dV = -\int_V \rho \delta \underline{u} \cdot \underline{\ddot{u}} dV \tag{5.8}$$

Um diese Gleichung zu lösen, werden zwei weitere Gleichungen notwendig. Die erste ist das Werkstoffgesetz, in diesem Fall für ein homogenes und isotropes Material, das die Beziehung zwischen Spannungen und Dehnungen beschreibt:

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \cdot \underline{\varepsilon} \tag{5.9}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

Die zweite, die sog. kinematische Verträglichkeit, beschreibt die Zusammenhänge zwischen äußeren Verschiebungen und inneren Verzerrungen:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{D} \cdot \underline{u} \tag{5.11}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \tag{5.12}$$

Diese drei Gleichungen werden zu einer homogenen Gleichung zusammengefügt:

$$\int_V \rho \delta \underline{u} \cdot \ddot{\underline{u}} dV + \int_V \delta \underline{u} \cdot \underline{D}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{D} \cdot \underline{u} dV = 0 \tag{5.13}$$

Die Finite Elemente Methode repräsentiert eine diskrete Betrachtung des Verformungszustandes des untersuchten Objektes, d.h., das Objekt wird nicht als Kontinuum, sondern nur in einzelnen (diskreten) Punkten betrachtet. Das Verhalten zwischen den Punkten, die später auch Knoten genannt werden, wird durch sog. Verschiebungsfunktionen $\underline{G}$, auch Formfunktionen genannt, beschrieben. Diese Funktionen werden im weiteren Verlauf der Arbeit angesprochen (Abschnitt 5.2). Sie haben einen bedeutenden Einfluss auf die Qualität der FEM-Berechnung.

Die folgende Gleichung beschreibt die Verformung im Element zwischen den Knoten in Abhängigkeit von der Verschiebung der Knoten:

$$\underline{u}(\underline{x}, t) = \underline{G}(\underline{x}) \cdot \underline{d}(t) \tag{5.14}$$

Nach dem Einsetzen dieser Gleichung in (5.13) ergibt sich:

$$\delta \underline{d} (\int_V \rho \cdot \underline{G}^T \cdot \underline{G} \cdot dV \cdot \ddot{\underline{d}} + \int_V (\underline{D} \cdot \underline{G})^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{D} \cdot \underline{G} dV \cdot \underline{d}) = 0 \tag{5.15}$$

mit den Zuweisungen für Massen-:

$$\underline{M} = \int_V \rho \cdot \underline{G}^T \cdot \underline{G} \cdot dV \tag{5.16}$$

und Steifigkeitsmatrix:

$$\underline{K} = \int_V (\underline{D} \cdot \underline{G})^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{D} \cdot \underline{G} dV \tag{5.17}$$

entsteht ein homogenes differentiales Gleichungsystem 2. Ordnung:

$$\underline{M} \cdot \underline{\ddot{d}} + \underline{Kd} = 0 \tag{5.18}$$

Gleichung (5.18) repräsentiert ein ungedämpftes, freischwingendes System. Daraus können Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Schwingmoden berechnet werden. Der Ansatz zur Lösung der Gleichung (5.18) ist:

$$\underline{d} = \underline{\Phi} \cdot e^{i\omega t} \tag{5.19}$$

wobei $\underline{d}$ den Koordinatenvektor der Freiheitsgrade des Systems repräsentiert und $\underline{\Phi}$ ein Vektor der entsprechenden Schwingungsformen ist.

Setzt man den gewählten Ansatz (5.19) in die Gleichung (5.18) ein, so folgt:

$$\left(-\omega_i^2 \cdot \underline{M} + \underline{K}\right) \underline{\Phi} \cdot e^{i\omega t} = 0 \tag{5.20}$$

Diese Gleichung besitzt eine nichttriviale Lösung, wenn:

$$\det\left(-\omega_i^2 \cdot \underline{M} + \underline{K}\right) = 0 \tag{5.21}$$

Daraus können theoretisch n Eigenfrequenzen ω_i und die dazugehörigen Eigenmoden $\underline{\Phi_i}$ ermittelt werden, wobei n der Anzahl der Freiheitsgrade des Modells entspricht. Nach dem Einsetzen von ω_i in die Gleichung (5.20) werden die Schwingmoden normiert:

$$\underline{\Phi}^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\Phi} = 1 \tag{5.22}$$

Eine praktische Eigenschaft der Eigenvektoren ist, dass sie orthogonal zueinander sind. Da diese Eigenschaft auch für die experimentell ermittelten Moden zutrifft, kann sie dazu genutzt werden, um die entsprechende Moden aus beiden Verfahren einander zuzuordnen. Auf dieses Thema wird in Kapitel 7 noch genauer eingegangen.

5.2 Formfunktionen

Die Formfunktionen in $\underline{G}$, dienen zur Beschreibung der Verformung eines Finiten Elements zwischen seinen Knoten. In kommerziellen Programmen wie I-deas® und Ansys® werden dafür hauptsächlich lineare (1. Ordnung) und quadratische (2. Ordnung) Funktionen verwendet. Die Erhöhung der Ordnung steigert die Genauigkeit der Verformungsabbildung und kann die Anzahl der Freiheitsgrade des gesamten FE-Modells reduzieren (Abbildung 5.2).

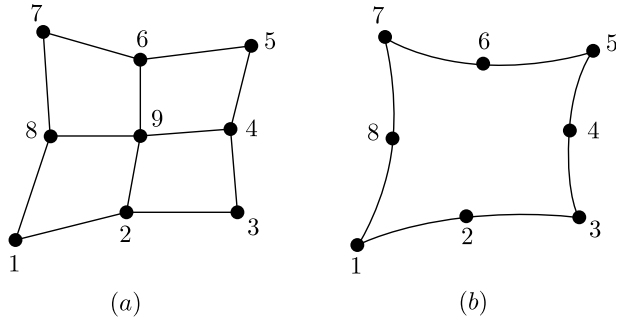


Abbildung 5.2: Ein Finites Element beschrieben mit unterschiedlichen Formfunktionen (a) 1. Ordnung. (b) 2. Ordnung

5.3 Typen der Finiten Elemente

Bei der Verwendung eines bestimmten Elementtyps sind seine Eigenschaften und Anwendungsbereiche zu beachten. Die richtige Wahl der Elemente beeinflusst erheblich die Qualität der Berechnungsergebnisse. Da auch die Berechnungsdauer von der Anzahl der Freiheitsgrade im Modell abhängt, kann eine sinnvolle Wahl der Finiten Elemente die Berechnungszeit deutlich verkürzen. In diesem Abschnitt werden die am häufigsten verwendeten Finiten Elemente kurz dargestellt. Es wird hauptsächlich zwischen ein-, zwei-, und dreidimensionalen Elementen unterschieden.

5.3.1 Balkenelemente

Balkenelemente repräsentieren die eindimensionalen Elemente, deren Knoten über sechs Freiheitsgrade verfügen. Balkenelemente werden zur Berechnung von schlanken Konstruktionselementen wie z.B. Wellen gewählt. Die Geometrie der mit den Balkenelementen modellierten Bauteile wird auf deren Achse reduziert. Die Güte des Berechnungsergebnisses hängt stark von der Elementordnung ab (Abschnitt 5.2). Balkenelemente stehen hauptsächlich als Elemente 1. und 2. Ordnung zur Verfügung (Abbildung 5.3). Typische Berechnungsprogramme für Rotordynamik verwenden Balkenelemente, die mit Funktionen bis zur 5. Ordnung beschrieben werden. Das erlaubt eine genaue Nachbildung der realen Verformung sogar bei Anwendung von kurzen Balkenelementen.

5.3.2 Schalenelemente

Schalenelemente sind zweidimensionale finite Elemente und kombinieren die mathematischen Ansätze der Platten- und Membrantheorie. Die Knoten der klassischen Schalenelemente verfügen über sechs Freiheitsgrade: drei translatorische und drei rotatorische. Dieser Typ von Elementen eignet sich auch zur Modellierung von flächigen Bauteilen wie z.B. Blechen, bei denen die Dicke nur als Querschnittseigenschaft berücksichtigt wird. Bei der praktischen Anwendung dieser Elemente wird von sog. Mittelflächenmodellen

gesprochen, da die Modellierung des realen Objekts auf die Nachbildung seiner Mittelfläche reduziert wird. Die Schalenelemente sind hauptsächlich in Form von Dreiecken oder Vierecken verfügbar und es stehen Elemente der 1. und 2. Ordnung zur Verfügung (Abbildung 5.4).

5.3.3 Volumenelemente

Volumenelemente werden eingesetzt, wenn die zu modellierende Struktur ohne Reduktion ihrer Geometrie nachgebildet werden soll. Dies gilt auch für Strukturen, deren Geometrie die Voraussetzung zur Anwendung von Balken- oder Schalenelementen nicht erfüllt. Die am häufigsten verwendeten Formen der Volumenelemente sind Tetraeder und Hexaeder. Ähnlich wie bei Balken- und Schalenelementen werden Formfunktionen 1. und 2. Ordnung eingesetzt (Abbildung 5.5). Im Gegensatz zu ein- und zweidimensionalen Elementen besitzen die Knoten der Volumenelemente üblicherweise jedoch lediglich drei translatorischen Freiheitsgrade.

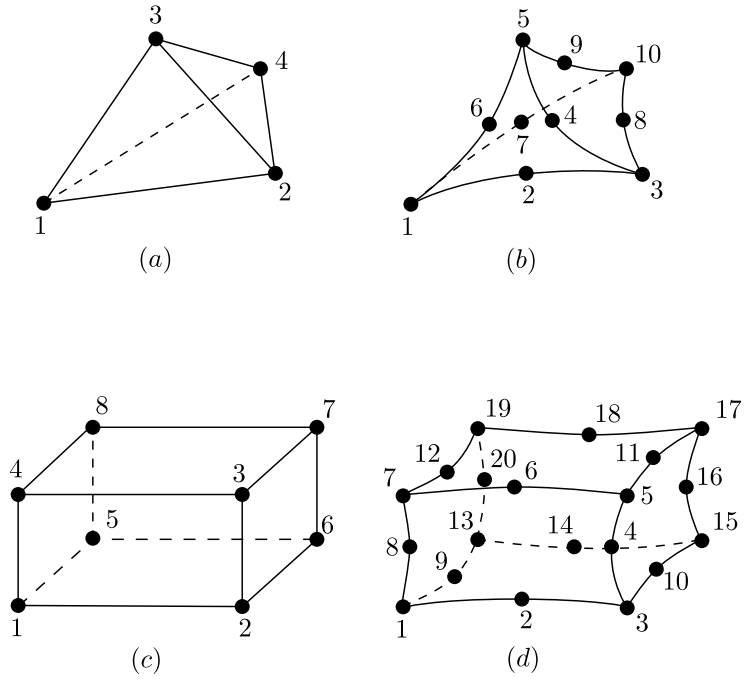


Abbildung 5.5: Volumenelemente: (a) Tetraeder mit linearem Ansatz, (b) Tetraeder mit quadratischem Ansatz, (c) Hexaeder mit linearem Ansatz, (d) Hexaeder mit quadratischem Ansatz

Bei allen vorgestellten Elementtypen hängt die Wahl des Typs der Finiten Elemente von der Geometrie der nachgebildeten Struktur, der erwarteten Qualität der Berechnung und der Berechnungszeit bzw. der Rechenkapazität des Rechners ab. In Kapitel 5.5 wird der Einfluss der Form der Elemente auf die Berechnungsergebnisse vorgestellt. Die

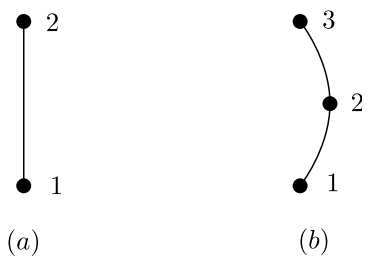


Abbildung 5.3: Balkenelemente: (a) lineares Balkenelement, (b) quadratisches Balkenelement

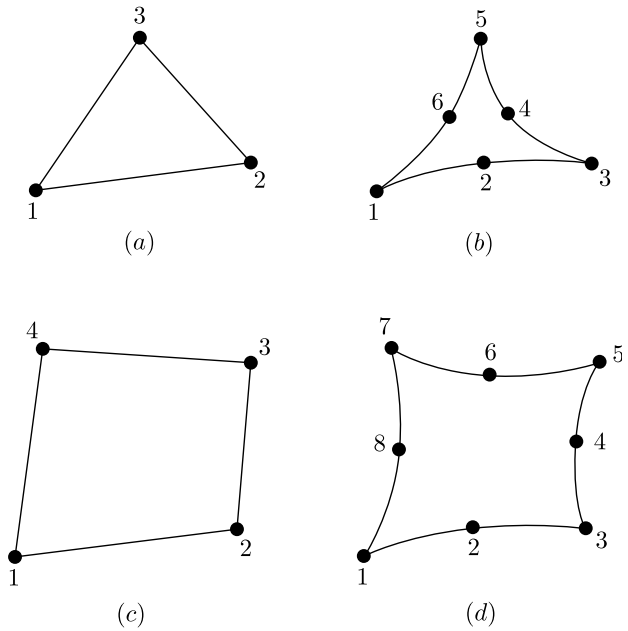
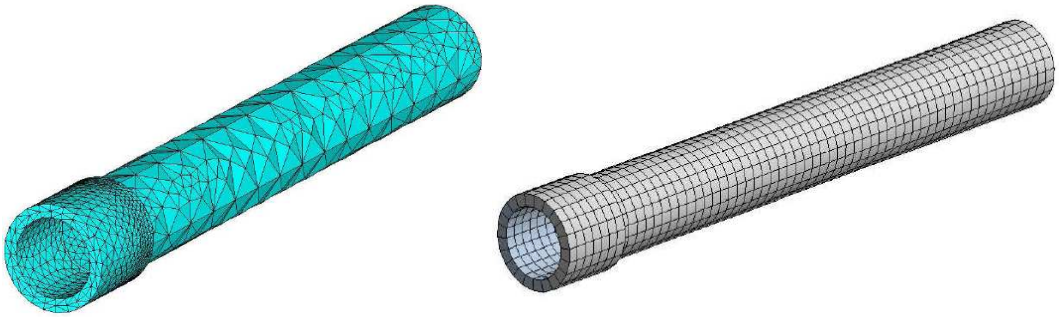


Abbildung 5.4: Schalenelemente: (a) Dreieck mit linearem Ansatz, (b) Dreieck mit quadratischem Ansatz, (c) Viereckmit mit linearem Ansatz, (d) Viereck mit quadratischem Ansatz

Empfehlungen zur Wahl von Elementtypen bezüglich der Vermeidung von numerischen Problemen werden in Kapitel 5.7 besprochen.

5.4 Größe der Finiten Elemente - Konvergenz des Netzes

Die relative Größe der Finiten Elemente hängt mit der Netzdichte zusammen. Diese entscheidet über die Genauigkeit der Ergebnisse einer FE-Berechnung. Grundsätzlich werden feinere Netze bevorzugt, weil dadurch die Verformungen des Objektes genauer nachgebildet werden können und die Formqualität der einzelnen Finiten Elemente steigt. Netzfeinheit ist auch eng mit der Netzqualität verbunden. Grobe Netze mit stark verzerrten Elementen (Abbildung 5.6) können die Berechnungsergebnisse stark negativ beeinflussen. Der Einfluss der Verzerrung wird ausführlicher in Kapitel 5.5 betrachtet. Die Problematik der Netzfeinheit kommt besonders bei der Anwendung von Volumenelementen zum Tragen. Wegen der fehlenden rotatorischen Freiheitsgrade muss die Anzahl der Elemente über der Bauteildicke so gewählt werden, dass die Biegung dieses Bauteils numerisch nachgebildet werden kann. Die groben Netze können auch zur Aktivierung von Versteifungseffekten führen.



(a) (b)

Abbildung 5.6: Gemoetrie mit unterschiedlicher Netzdichte und Qualität: (a) grob, (b) fein

Um sich auf die Berechnungsergebnisse bezüglich der Netzdichte verlassen zu können, sind einige vorbereitende Maßnahmen notwendig. Die Netzfeinheit kann durch eine sog. Konvergenzuntersuchung bestimmt werden. Diese Untersuchung erfolgt in mehreren Schritten. Im ersten Schritt wird das Modell meistens mit der vom Vernetzungsprogramm vorgeschlagenen Netzfeinheit vernetzt. Danach erfolgt die erste Berechnung der Eigenfrequenzen. Anschließend wird das Modell nochmal vernetzt, aber mit der halben Elementgröße, und die Berechnung wird wiederholt. Diese Schritte werden mit immer feineren Netzen wiederholt. Danach werden die berechneten Eigenfrequenzen in einem Diagramm über die Elementgröße aufgetragen. Dabei ist zu beobachten, dass sich bei einer bestimmten Elementgröße die Berechnungsergebnisse nicht mehr signifikant ändern. Das ist die

Elementgröße, die für die weiteren Berechnungen verwendet werden soll. In Kapitel 8 wird am Beispiel eines Gehäuseteils eine Konvergenzuntersuchung durchgeführt.

5.5 Formqualität der Finiten Elemente

Die Geometrie der einzelnen Finiten Elemente unterliegt einigen Restriktionen. Diese haben die Aufgabe, die Qualität der FE-Berechnung auf möglichst hohem Stand zu halten. Stark verzerrte Elemente, also Elemente deren Geometrie weit von einem Viereck oder gleichwinkeligen Dreieck abweicht, haben einen negativen Einfluss auf die numerischen Berechungsverfahren und wirken sich somit negativ auf das Berechnungsergebnis aus. Daher verfügen die meisten FE-Programme über Qualitätskriterien, die dafür sorgen, dass nur FE-Modelle, deren Elemente eine entsprechende Qualität aufweisen, zur Berechnung weitergegeben werden. Um die Vorbereitung des FE-Modells zu vereinfachen, stehen den Anwendern Diagnosewerkzeuge zur Verfügung, mit deren Hilfe diese Qualität bewertet werden kann. Dabei ist auch eine schnelle Identifikation solcher Finiter Elemente möglich, die die Kriterien nicht erfüllen. Dies dient dem Anwender als Indikator, welche Modellbereiche besser vernetzt werden sollten. Im Folgenden werden die wichtigsten unter den Qualitätskriterien angesprochen.

5.5.1 Jacobian

Jedes einzelne Finite Element besitzt ein lokales Koordinatensystem (Abbildung 5.7a) mit dem Ursprung im Element selbst. In diesem Koordinatensystem wird die lokale Steifigkeitsmatrix des Elements bestimmt. Damit die lokale Steifigkeitsmatrix Teil der globalen Steifigkeitsmatrix des gesamten FE-Modells wird, muss sie zuerst in das globale Koordinatensystem des Modells transformiert werden. Damit die Berechnungsergebnisse über die Elementlänge, die -fläche oder das -volumen dargestellt werden können, ist eine Integration notwendig, die durch die Einführung eines sog. natürlichen Koordinatensystems (Abbildung 5.7b) numerisch vereinfacht wird.

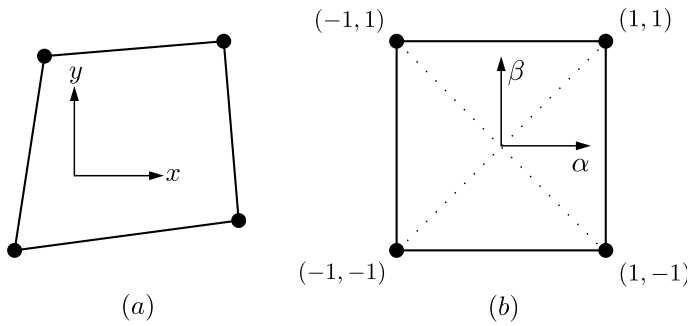


Abbildung 5.7: (a) Element mit lokalem Koordinatensystem, (b) Element in natürlichem Koordinatensystem

Die natürlichen Koordinaten dienen der Bestimmung der Lage eines Punktes inner-

halb eines Elements und basieren auf den Knoten des Elements. Sie werden auch als Funktionen des Globalen Koordinatensystems ausgedrückt. Die Determinante der Jacobi Transformationsmatrix für Finite Elemente, bekannt als Jacobian, verknüpft die natürlichen mit den lokalen Koordinaten des Finiten Elements. Jacobian stellt ein Verhältnis zwischen dem Volumen (Volumenelemente) bzw. der Fläche (Schalenelemente) eines Finiten Elements zu dem eines Finiten Elements mit Referenzgeometrie her. Als Referenzgeometrie gilt die Geometrie eines Quadrats oder gleichschenkligen Dreiecks. Jacobian wird für alle Gauss-Punkte (Integrationspunkte) des Elements ausgerechnet und dann für das gesamte Element gemittelt.

Darüber hinaus sollten die inneren Winkel eines Rechteckelements immer kleiner als 180° sein, um Singularitäten der Jakobi-Matrix zu vermeiden. Jacobian wird als Qualitätskriterium in den Programmen Nastran und I-deas® verwendet.

5.5.2 Verzerrung (engl. distortion)

Verzerrung wird auf der Basis des Vergleichs zwischen einer Referenzgeometrie und dem aktuell betrachteten FE-Element (Abbildung 5.7) ausgerechnet. Für viereckige Schalenelemente entspricht die Referenzgeometrie einem Parallelogramm, für dreieckige Elemente einem gleichseitigen Dreieck. Um die Verzerrung eines Elements auszurechnen, wird die Determinante der Jacobi-Matrix verwendet, die den Bezug zwischen natürlichen und lokalen Koordinaten des Elements bildet (siehe Abschnitt 5.5.1).

$$dxdy = |J|\, d\alpha d\beta \tag{5.23}$$

wobei:

$|J|$ - Determinante der Jacobi-Matrix.

Damit bekommt man den Ausdruck für die Ausbeulung

$$\text{Verzerrung} = \frac{\min |J|}{A_p} A_n \tag{5.24}$$

,wobei:

A_p - physikalische Fläche des Elements

A_n - Fläche des Elements in natürlichen Koordinaten

Wenn die Form des Elements der Referenzgeometrie entspricht, dann liegt der Wert der Verzerrung bei 1. Mit steigender Abweichung von der Referenzgeometrie fällt auch der Wert der Verzerrung ab. Eine negative Verzerrung signalisiert ein konkaves Element. Dabei wird der innere Winkel großer als 180°, was die Singularität der Jacobi Matrix verursacht und die Berechnung der Elementverzerrungen unmöglich macht.

Obwohl bereits unter dem Wert von 1 ein Berechnungsfehler zu beobachten ist, wird vom Hersteller des Programms I-deas® empfohlen, dass die Verzerrung für Schalenelemente über 0.7 und für die parabolischen Tetraeder mindestens über 0.05 liegt.

5.5.3 Streckung (engl. stretch)

Streckung beschreibt das Verhältnis zwischen dem Radius R des größtmöglichen in das FE-Element eingeschriebenen Kreises (für 3D einer Kugel) zum größten Abstand zwi-

schen den Eckknoten des Elements L_{max} (Abbildung 5.8a). Die Software normalisiert dieses Verhältnis durch eine Multiplikation durch den Umkehrwert dieses Werts für ein Referenzelement (Abbildung 5.8b). Für Schalenelemente z.B. werden ein Quadrat und ein gleichseitiges Dreieck (1. und 2. Ordnung) als Referenzgeometrie verwendet.

$$\text{Streckung} = \left(\frac{R}{L_{max}}\right)_{\text{Element}} \cdot \left(\frac{L_{max}}{R}\right)_{\text{Referenz}}$$

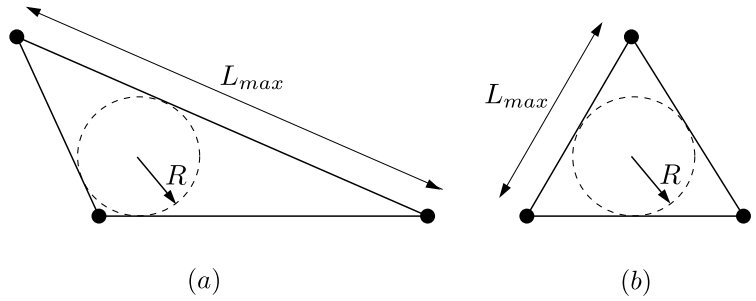


Abbildung 5.8: (a) Das betrachtete Element, (b) Referenzelement

Sowohl die Streckung als auch die Ausbeulung sind die Hauptqualitätskriterien für die Finiten Elemente beim Programm I-deas®.

5.5.4 „Quality Factor“

Der „Quality Factor“ wird für jedes Element des FE-Modells berechnet (außer für Linien- und Punktelemente). Er bewegt sich zwischen 0 und 1. Er basiert auf dem Verhältnis des Volumens bzw. der Fläche zur maximalen Kantenlänge des FE-Elements. Dabei steht 1 z.B. für einen Würfel oder Quadrat, 0 für ein Element mit null oder negativem Volumen bzw. negativer Fläche. Dieses Qualitätskriterium wird im Programm Ansys Workbench® verwendet.

5.6 Voraussetzungen zur Anwendung von Schalenelementen

Schalenelemente haben den Vorteil, dass damit dünnwandige Strukturen mit einem geringeren Zeitaufwand betrachtet werden können. Bei der Modellierung von dünnwandigen Strukturen verfügen Schalenmodelle gegenüber den Volumenmodellen über deutlich weniger Freiheitsgrade, was sich auf die Reduktion der Berechnungszeiten auswirkt. Die Verwendung von Schalenelementen unterliegt jedoch vielen Restriktionen, die direkt aus den Voraussetzungen zur Anwendung der Schalentheorie stammen.

Schalenelemente für die allgemeine Anwendung integrieren Ansätze aus der Platten- und Membrantheorie. Daher müssen auch die Voraussetzungen der beiden Theorien bei der Anwendung einer linearen Finite-Elemente-Berechnung zur Berechnung der Schwingungsmoden erfüllt werden:

- Die Dicke der mit Schalenelemente zu modellierenden Bereiche ist deutlich kleiner als die anderen Abmessungen.
- Die Durchbiegung der Schalenelemente ist erheblich kleiner als die Schalendicke.
- Der Werkstoff ist linear, homogen und isotrop.
- Gerade und orthogonale Linienabschnitte sind im verformten Zustand gerade und orthogonal.
- Der Querschnitt der Schalenelemente bleibt im verformten Zustand eben und senkrecht zur Mittellinie.

In den meisten FE-Programmen stehen zusätzlich zwei Formulierungen der Schalentheorie zur Verfügung:

- Die Kirchoff-Formulierung entspricht einer schubstarren Schale (Abbildung 5.9a) und kann daher nur dann verwendet werden, wenn die Dicke des Elements unter 10 % der charakteristischen Elementlänge liegt.
- Die Reissner-Mindlin-Formulierung entspricht einer schubweichen Schale (Abbildung 5.9b).

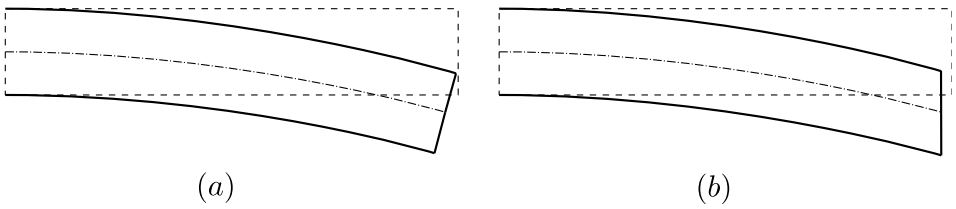


Abbildung 5.9: Schubstarre (a), und schubweiche (b) Schalen

Schalenelemente sind also nicht zur Modellierung von dickwandigen Strukturen gedacht. In anderen Worten bedeutet dies, dass, je größer das Verhältnis der Dicke der Schale zur seiner Breite und Länge ist, desto schlechter das Berechnungsergebnis ausfällt. Die Einschränkungen, die für die Anwendung der Schalenelemente in der FEM charakteristisch sind, werden bei der Betrachtung der Steifigkeit von geschweißten Blechstrukturen zur Geltung kommen. Kapitel 8.2.4 zeigt die Grenzen der Anwendung von Schalenelementen bei Modellierung von geschweißten Blechstrukturen auf. Darüber hinaus wird eine Methode vorgestellt, die es erlaubt, einige der Einschränkungen der Schalentheorie im praktischen Einsatz zu umgehen.

5.7 Lockingeffekte

Bei manchen FE-Modellen tauchen Fehler auf, die auf sog. Lockingeffekte zurückgeführt werden können. Diese können laut Koschnick [55] bis zu 50-fach zu hoch berechneten Steifigkeiten führen. Wegen eines solch erheblichen Einflusses werden die wichtigsten unter diesen Effekten in diesem Abschnitt vorgestellt.

5.7.1 Shear-Locking

Einer dieser Effekte trägt den Namen Shear-Locking. Der Effekt entsteht, wenn z.B. mit Hilfe linearer Kontinuumselemente Biegezustände abgebildet werden sollen.

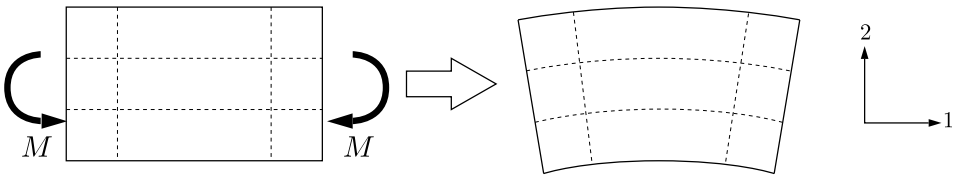


Abbildung 5.10: Verformung infolge reiner Biegung

Abbildung 5.10 zeigt die theoretische Verformung infolge reiner Biegung. Im Vergleich dazu zeigt Abbildung 5.11 eine entsprechende Verformung eines diskreten FE-Elements.

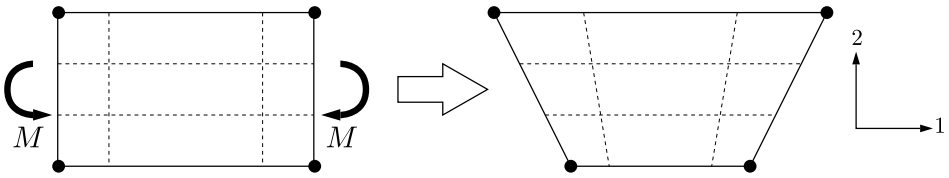


Abbildung 5.11: Verformung eines diskreten Elements infolge Biegung

Die gestrichelten Linien in Abbildung 5.11 verlaufen durch Integrationspunkte des FE-Elements. Es ist ersichtlich, dass durch die Verformung des Elements die obere Linie länger wird. Das bedeutet, dass die Spannung in Richtung 1, nämlich σ_{11} eine Zugspannung ist. Die untere Linie wird kürzer. Also ist σ_{11} eine Druckspannung. Die vertikalen Linien haben ihre Länge behalten. Das zeigt an, dass σ_{22} an allen Integrationspunkten gleich Null ist. Der Winkel zwischen den gestrichelten Linien ist nicht mehr 90°. Das weist darauf hin, dass die Schubspannung σ_{12} ungleich Null ist. Es ist aber bekannt, dass Schub bei reiner Biegung gleich Null ist. Diese zusätzliche Schubspannung wird als parasitäre Spannung bezeichnet, also als eine Spannung, die in der exakten Lösung nicht auftritt. Die dadurch hervorgerufene Erhöhung der Steifigkeit bewirkt entsprechend falsche (zu kleine) Verschiebungen.

Zur Vermeidung dieses Locking-Phänomens wird die Methode der Unterintegration verwendet. Dafür werden statt vollintegrierter Finiter Elemente (Abbildung 5.12) Elemente mit reduzierter Integration eingesetzt (Abbildung 5.13).

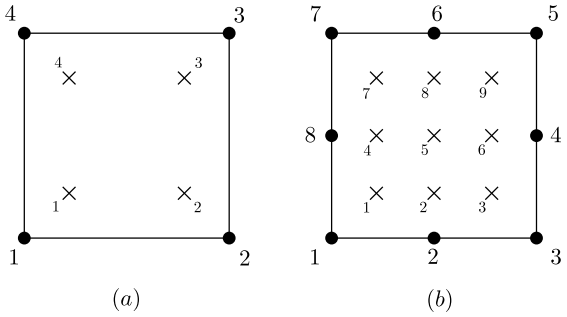


Abbildung 5.12: Elemente mit voller Integration. (a) Element 1. Ordnung, (b) Element 2. Ordnung

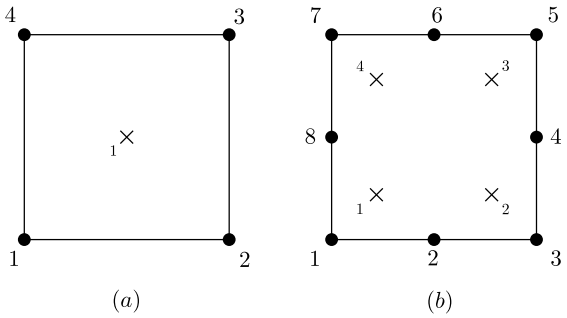


Abbildung 5.13: Elemente mit reduzierter Integration. (a) Element 1. Ordnung, (b) Element 2. Ordnung

5.7.2 Hourglass-Effekt

Der Hourglass-Effekt betrifft die Entstehung von sog. Null-Energie-Moden bei unterintegrierten Elementen 1. Ordnung. Dieser Effekt entsteht, wenn dieser Elementtyp einer reinen Biegung ausgesetzt wird. Die Unterintegration verhindert, dass unter Biegung weder Normal- noch Schubspannungen ausgerechnet werden können. Dies bildet Abbildung 5.14 durch die unveränderte Länge der gestrichelten Linien nach.

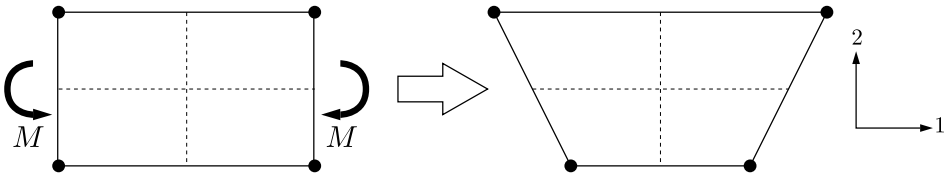


Abbildung 5.14: Biegeverformung eines unterintegrierten Elements

Dieser Effekt lässt das betroffene Element weicher erscheinen. Hourglass kann sich auch auf die angrenzenden Elemente fortpflanzen, was zum Auftreten von unphysikalischen

Nullenergie-Eigenformen (engl. Zero-Energy-Modes) führt, die durch die Entstehung eines charakteristischen Musters zu beobachten sind (Abbildung 5.15). Dieser Effekt kann auch die Volumenelemente 2. Ordnung betreffen, wenn zur Modellierung lediglich eine Elementschicht verwendet wird.

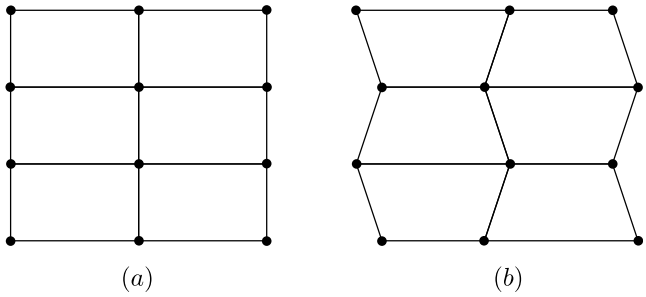


Abbildung 5.15: Einfluss des Hourglass-Effekts. (a) Ausgangsnetz, (b) verformtes Netz (Null-Energie-Mode)

Abhilfe gegen diesen Defekt bietet die sog. Hourglass-Stabilisierung. Dabei werden den von Hourglass-Effekten bedrohten unterintegrierten Elementen künstliche Steifigkeiten zugeordnet. Es ist daher empfehlenswert, vor der Anwendung von bestimmten Typen der Finiten Elemente, die Dokumentation der verwendeten FE-Programme zu berücksichtigen und hinsichtlich der verwendeten Integration und Stabilisierung zu kontrollieren.

5.7.3 Querschub-Locking

Querschub-Locking (engl. Transverse Shear-Locking) betrifft Schalenelemente, die auf einer Reissner-Mindlin-Kinematik basieren, also durch eine Berücksichtigung der transversalen Schubverzerrungen gekennzeichnet sind. Abhilfe leistet eine Aufteilung der Identifikation der Verschiebungen getrennt nach Biege- und Schubanteilen. Das ist heutzutage standardmäßig in den kommerziellen Programmen implementiert.

5.7.4 Membran-Locking

Membran-Locking tritt bei der Verwendung von dünnen, gekrümmten Schalenelementen 1. Ordnung auf. Die Erklärung dieses Problems liefert Abbildung 5.16. Dabei entspricht θ^p der Knotenrotation des Elements E2 infolge Biegung und hat eine Komponente normal zum Element E1. Diese ist $\theta^p \sin\alpha$. Die Verdrehung normal zum Element E1 hat noch eine Komponente nämlich die Rotation θ^m, die im Zusammenhang mit der Membransteifigkeit des Elements E2 steht. Die Membransteifigkeit ändert sich proportional zur Schalendicke h. Die Biegesteifigkeit ist proportional zu h^3. Wenn die Schalendicke kleiner wird, dann fällt die Biegesteifigkeit schneller als die Membransteifigkeit ab. Bei dünnen Schalen wird die Biegung des Elements E2 immer stärker durch die Membransteifigkeit des Elements E1 beeinflusst, was die Struktur allgemein steifer erscheinen lässt. Als Abhilfe gilt eine feinere Vernetzung der modellierten Struktur. Mit steigender Netzfeinheit

wird der Winkel α immer kleiner, die Membrane-Biegung-Kopplung wird geringer und der Membran-Locking-Effekt wird somit verschwinden.

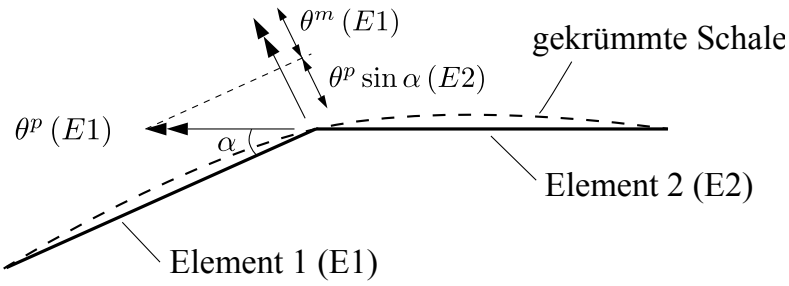


Abbildung 5.16: Membran-Locking bei gekrümmten Schalen [26]

5.7.5 Vermeidung der Locking-Effekte

Um den Einfluss der Locking-Effekte zu minimieren, sind bei der Modellierung, besonders mit Schalenelementen, einige Aspekte zu beachten. Die möglichen Maßnahmen zur Reduktion der Einflüsse der Locking-Effekte können wie folgt zusammengefasst werden:

- Schub-Locking wird mit Unterintegration (Abbildung 5.13) beseitigt. Die Unterintegration verursacht zwar Hourglass–Effekte, wird aber in den kommerziellen FE-Programmen durch entsprechende Stabilisierung kontrolliert. Es wird darauf hingewiesen, dass Schub-Locking bei verzerrten Finiten Elementen (Kapitel 5.5) deutlicher zur Geltung kommt.

- Gegen Querschub-Locking kommt in FE-Programmen eine getrennte Betrachtung für Biegung (Platte) und Schub (Membrane) zum Einsatz. Diese Formulierung wurde von Bathe und Dvorkin [19] entwickelt. Querschub-Locking wird auch stark negativ durch geometrische Verzerrung der viereckigen, linearen Schalenelemente beeinflusst [26]. Bei I-deas® verfügen Schalenelemente über zwei Arten von Formfunktionen: für Biegung (Platte) und Schub (Membran) nach [19] und [98]. Bei Ansys® wird Querschub-Locking durch lineare Elemente verursacht, weil sie nicht imstande sind, die Schubenergie bei Biegung richtig abzubilden. Dieses Phänomen wird durch zusätzliche Formfunktionen beseitigt, die jedoch nur bei viereckigen Elementen zum Einsatz kommen.

- Die Vermeidung von Membran-Locking kann durch feinere Vernetzung gekrümmter Flächen umgesetzt werden. Bei viereckigen Schalenelementen ist darauf zu achten, dass die vier Knoten eines Elements möglichst auf einer Ebene liegen. Eine geringe Abweichung, z. B. durch eine leichte Wölbung des modellierten Objekts, ist zulässig. Bei stärkerer Wölbung sollten jedoch Dreieckelemente verwendet werden, die numerisch „weicher“ sind und außerdem wegen ihrer Geometrie zur Vernetzung von gekrümmten Flächen besser als Vierecke geeignet sind. Um das Auftreten und den

Einfluss der Membran-Locking-Effekte für gewählte Schalenelemente zu identifizieren, helfen Untersuchungen an sog. „Pinched Hemisphere-“, „Pinched Cylinder-“ und „Twisted Beam-Modellen” laut Empfehlung von Koschnick [55] weiter.

5.8 Beispiel

Für die Zusammenfassung dieses Kapitels über die Grundlagen der Finiten Elemente Methode wurde ein Beispiel einer Berechnung der Schwingungsmoden für einen Maschinenlüfter (Abbildung 5.17) gewählt.

Anhand dieses Beispiels soll deutlich gemacht werden, welche Konsequenzen der für die FE-Modellierung einer Struktur gewählte Elementtyp und die Netzdichte auf das Berechnungsergebnis haben können.

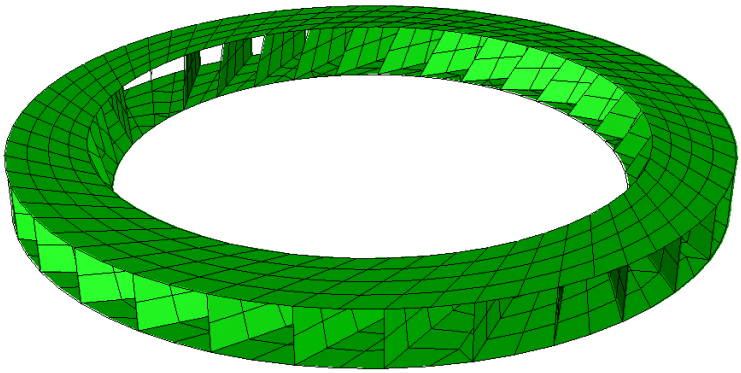


Abbildung 5.17: FE-Modell eines Maschinenlüfters

Das FE-Modell des Lüfters basiert auf einem gemischten Netz aus viereckigen und dreieckigen Elementen 1. Ordnung mit niedriger Formqualität. Mit diesem Modell wurden alle Moden im Frequenzbereich 0-300 Hz berechnet. Dazu wurden zwei FEM-Programme, I-deas® und Ansys®, herangezogen. Die Ergebnisse der beiden Berechnungen wurden im Programm FEMtools® verglichen.

Die MAC-Matrix (Gleichung (7.1) auf Seite 80) zeigt farblich die Übereinstimmung der Form und der Reihenfolge der berechneten Moden. Auf den Achsen dieser Matrix werden die nacheinander berechneten Moden von beiden Programmen aufgetragen. Gibt es keine Übereinstimmung der Form zwischen entsprechenden Moden, dann wird ein entsprechendes Feld blau markiert. Eine absolute Übereinstimmung wird dagegen rot markiert. Eine blaue Matrix mit einer roten Diagonale zeigt eine perfekte Übereinstimmung der Form und der Reihenfolge von zwei Sätzen von Eigenformen. In den weiteren Kapiteln wird die MAC-Matrix hauptsächlich zum Vergleich von Mess- und Rechenergebnissen verwendet.

Die Ergebnisse für den Lüfter zeigen aber, dass die Kriterien der Reihenfolge und der Formübereinstimmung vom perfekten Ergebnis abweichen (Abbildung 5.18).

Ein Vergleich der Eigenfrequenzen (Abbildung 5.19) bestätigt die schwache Übereinstimmung. Abweichungen von über 20 Hz liegen weit über den in den Benchmarks (Ver-

gleich der numerischen FE-Ergebnisse mit einer analytischen Lösung oder gemessenen Werten) erhaltenen Ergebnissen [83]. Diese befinden sich im Nochkommastellenbereich.

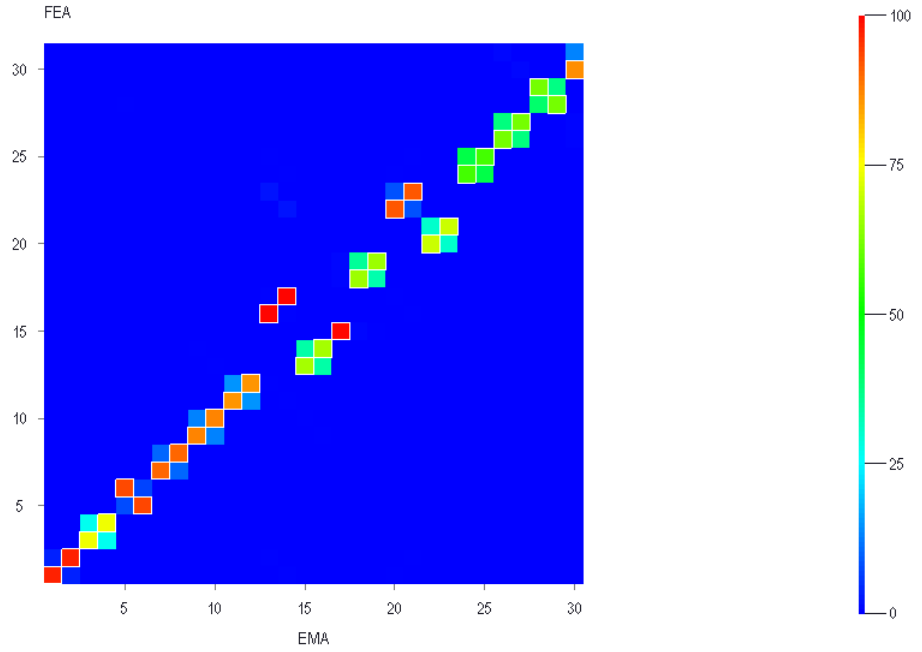


Abbildung 5.18: MAC-Matrix für die mit I-deas® und Ansys® berechnete Moden des Lüfters (Beschriftung der Achsen: FEA-I-deas®, EMA-Ansys®)

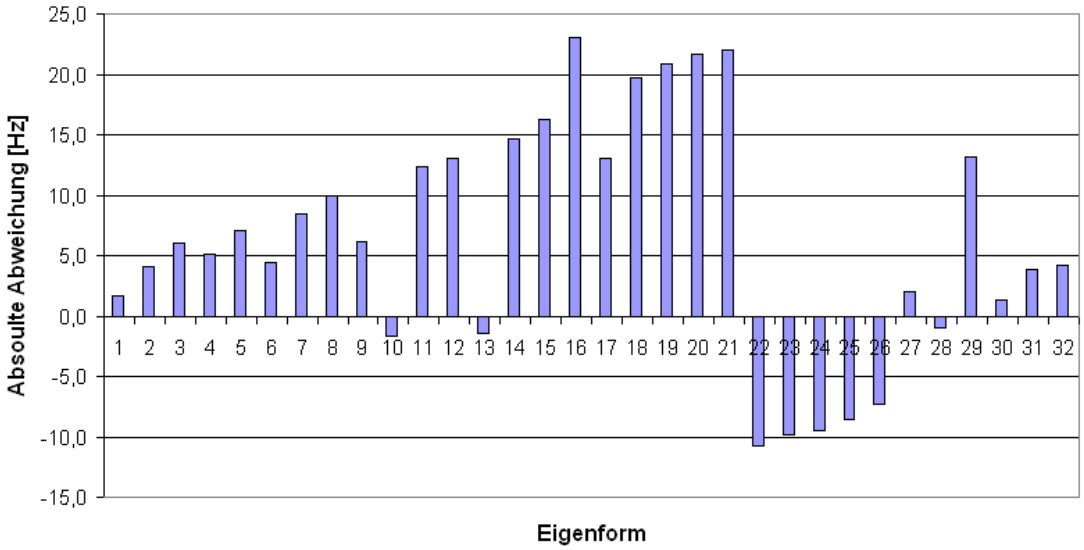


Abbildung 5.19: Absolute Abweichungen zwischen den in I-deas® und Ansys® berechnten Eigenfrequenzen

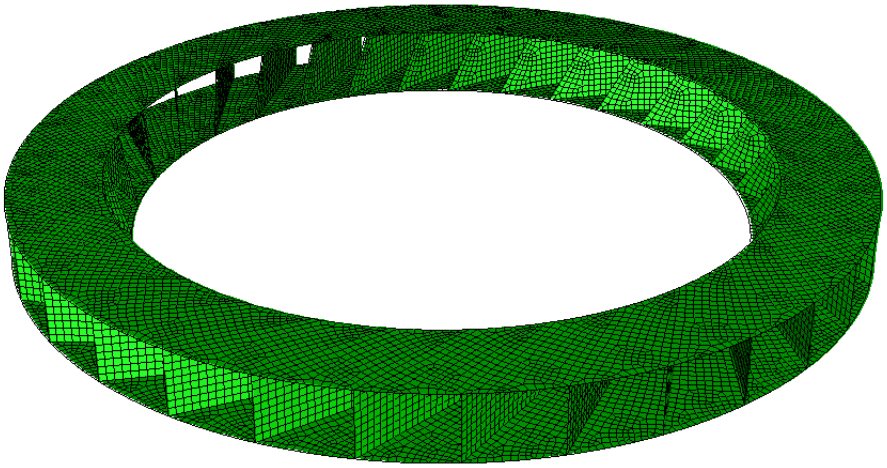


Abbildung 5.20: FE-Modell des Maschinenlüfters nach Netzverfeinerung

Eine Recherche ergab, dass die in diesem Beispiel verwendeten Schalenelemente 1. Ordnung sowohl in I-deas® als auch in Ansys® als vollintegrierten Elemente eingesetzt werden und auf derselben, von Bathe und Dvorking [20] entwickelten, Formulierung basieren. Beide Programme verwenden auch Maßnahmen gegen Locking-Effekte. Trotz der Gleichheit der beiden Modelle zeigen die Kriterien eine große Streuung. Diese Streuung bezieht sich auf die Reihenfolge der berechneten Moden, sowie die Übereinstimmung der Eigenformen und Eigenfrequenzen.

Daraufhin wurde das FE-Netz des Lüftermodells verfeinert und es wurden quadratische Elemente 2. Ordnung eingesetzt.

Die entsprechende MAC-Matrix zeigt eine eindeutige Verbesserung der Übereinstimmung der in beiden Programmen berechneten Eigenformen (Abbildung 5.21).

Die Übereinstimmung der berechneten Eigenfrequenzen wurde ebenso deutlich verbessert (Abbildung 5.22). Die maximale absolute Abweichung der mit beiden Programmen berechneten Eigenfrequenzen konnte dadurch von 23 Hz auf 0.15 Hz reduziert werden. Zu beachten ist dabei die Skalierung der Ordinate bei den Abbildungen 5.19 und 5.22.

Die Abweichung der Berechnungsergebnisse konnte deutlich reduziert werden, nachdem das FE-Modell des Lüfters, die in diesem Kapitel skizzierten Anforderungen erfüllte:

- Einsatz von Elementen 2. Ordnung
- Konvergenzuntersuchung zur Ermittlung der Netzdichte
- Einhaltung der Kriterien für die Formqualität der FE-Elemente
- Erfüllung der Kriterien zum Einsatz der Schalenelemente (basierend auf der Schalentheorie)

Da oft unterschiedliche Lösungsansätze oder Steuerungsparameter zur numerischen Berechnung eines Problems verwendet werden, sind grundsätzlich Abweichungen in den Be-

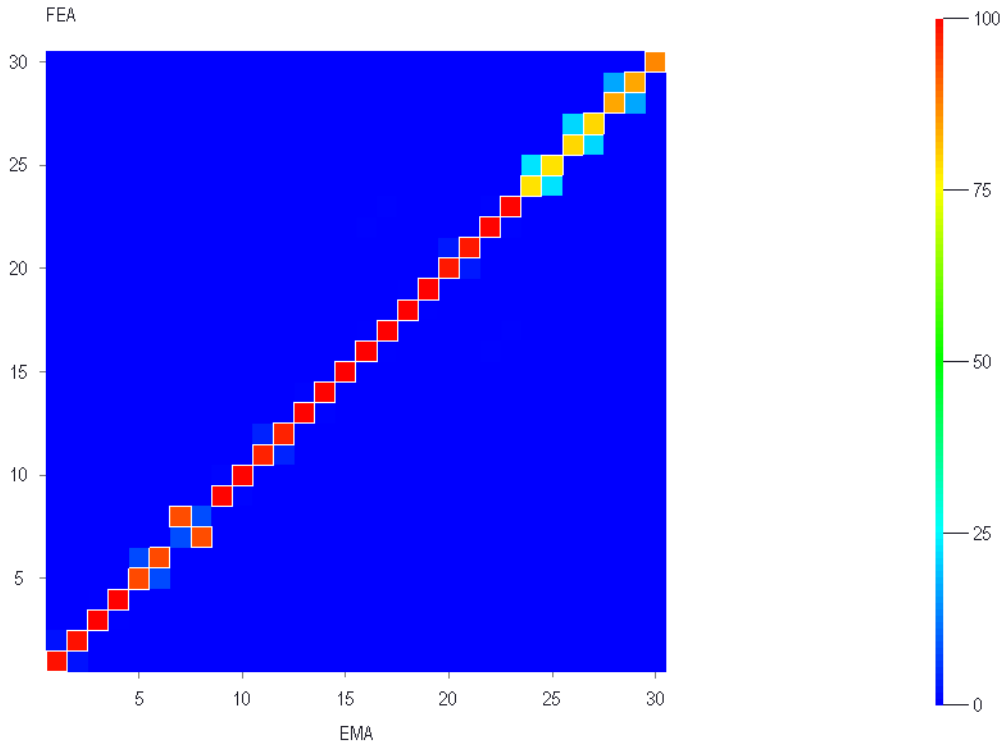


Abbildung 5.21: MAC-Matrix für die mit I-deas® und Ansys® berechnete Moden des Lüfters (FEA-I-deas®, EMA-Ansys®) für das modifizierte FE-Modell

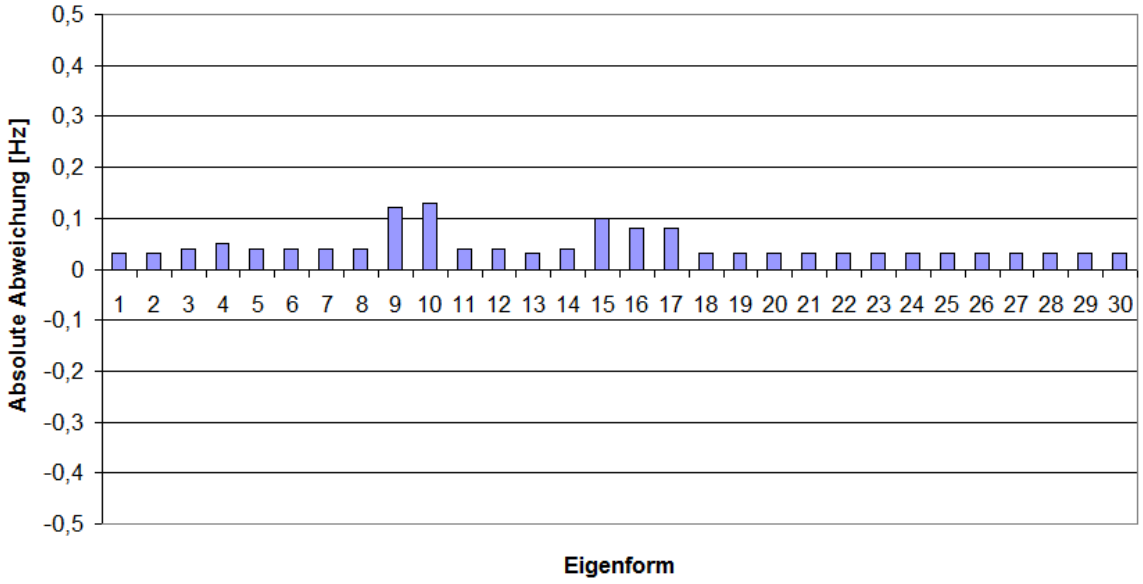


Abbildung 5.22: Absolute Abweichungen zwischen den in I-deas® und Ansys® berechneten Eigenfrequenzen für das modifizierte FE-Modell des Lüfters

rechnungsergebnissen zwischen verschiedenen FE-Programmen zu erwarten. Es ist auch bekannt, dass die Erfüllung bestimmter Modellierungskriterien einen entscheidenden Einfluss auf die Berechnungsergebnisse hat.

Das in diesem Absatz vorgeführte Beispiel zeigte, dass die FE-Programme sehr sensibel und vor allem unterschiedlich auf FE-Modelle reagieren, bei welchen die Modellierungsregeln nicht eingehalten wurden. Das Lüftermodell, das mit groben und stark verzerrten Elementen 1. Ordnung vernetzt wurde, führte zu Ergebnissen, die sich durch starke Abweichung der berechneten Eigenfrequenzen und -Moden auszeichneten. Durch die Korrektur der Vernetzung wurde die Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse verbessert. Eine interessante Erkenntnis für die Qualität der FE-Modelle ergibt sich aus der Übereinstimmung der Berechungsergebnisse, die mit unterschiedlichen FE-Programmen erhalten wurden. Eine gute Übereinstimmung der berechneten Eigenfrequenzen und Eigenmoden weist auf die gute Qualität eines FE-Modells hin. Eine solche Vergleichsrechung kann also den ersten Schritt zur besseren Übereinstimmung der Rechen- und Messergebnisse bilden.

6 Experimentelle Modalanalyse - Grundlagen und praktische Anwendung

Die Experimentelle Modalanalyse (EMA) ist ein Verfahren zur Ermittlung von Schwingungseigenschaften eines realen Objekts. Dabei werden die modalen Größen wie Eigenfrequenzen, Eigenformen und Dämpfung bestimmt. Die aus den Experimenten gewonnenen Informationen über das reale Schwingungsverhalten der Komponente der elektrischen Antriebe werden in den späteren Kapiteln als Vergleichsbasis für die Ergebnisse der entsprechenden numerischen Berechnungen herangezogen.

Die EMA ist ein komplexes Verfahren, bei dem die Qualität und der Umfang der gewonnen Daten stark von den Kenntnissen und der Erfahrung des Experimentators abhängig sind. In diesem Kapitel wird der Ablauf der Messung vorgestellt und es werden die dabei wichtigen Schritte beschrieben. Die Darstellung wird auf die für die vorliegende Arbeit relevanten Aspekte eingeschränkt bleiben, die aus der verwendeten Messtechnik und Software resultieren.

6.1 Ablauf der Messung

Der Ablauf einer EMA wird in Abbildung 6.1 schematisch dargestellt. Für die Messung muss die untersuchte Struktur zur Schwingung angeregt werden. Das kann sowohl in Form einer Impulsanregung oder kontinuierlich erfolgen. Auf der Struktur werden Schwingungsaufnehmer verteilt, die die Antwort bzw. Reaktion des Systems auf die Anregung registrieren. Während des Experiments werden sowohl die Anregung, als auch die Antwort registriert. In der Regel werden die Kraft als Anregung und die auftretenden Schwingungen (Weg, Schnelle, Beschleunigung) als Systemantwort gemessen. Abhängig davon, welche Anregung gewählt wurde, müssen die Zeitsignale entsprechend vorbereitet werden, bevor sie zur FFT (Fast Fourier Transformation) weitergegeben werden. Dies erfolgt durch Anwendung von Filtern und den sog. Fensterfunktionen, die die Zeitsignale entsprechend konditionieren. Durch die FFT werden die Schwingungen vom Zeitbereich in den Frequenzbereich übersetzt und sog. Frequenzspektren gebildet. Eine Übertragungsfunktion wird durch eine Division des Eingangspektrums der Anregung durch das Ausgangsspektrum des Aufnehmers erzeugt.

Die dynamischen Eigenschaften der untersuchten Struktur werden durch die gemessnen Resonanzfrequenzen sowie die dazugehörigen Schwingungsmoden und die modale Dämpfung beschrieben. Diese Größen werden mit Hilfe der Übertragungsfunktionen berechnet, die in unterschiedlichen Richtungen und an vielen Punkten der Struktur gemes-

sen worden sind. Bevor jedoch die Identifikation der Moden erfolgen kann, werden die gemessenen Übertragungsfunktionen einem Curve-Fitting-Verfahren unterzogen. Dieses Verfahren bildet die gemessenen Übertragungsfunktionen mit analytischen Funktionen nach.

Die hier skizzierten Schritte einer Modalanalyse werden einzeln in den kommenden Abschnitten vertieft behandelt.

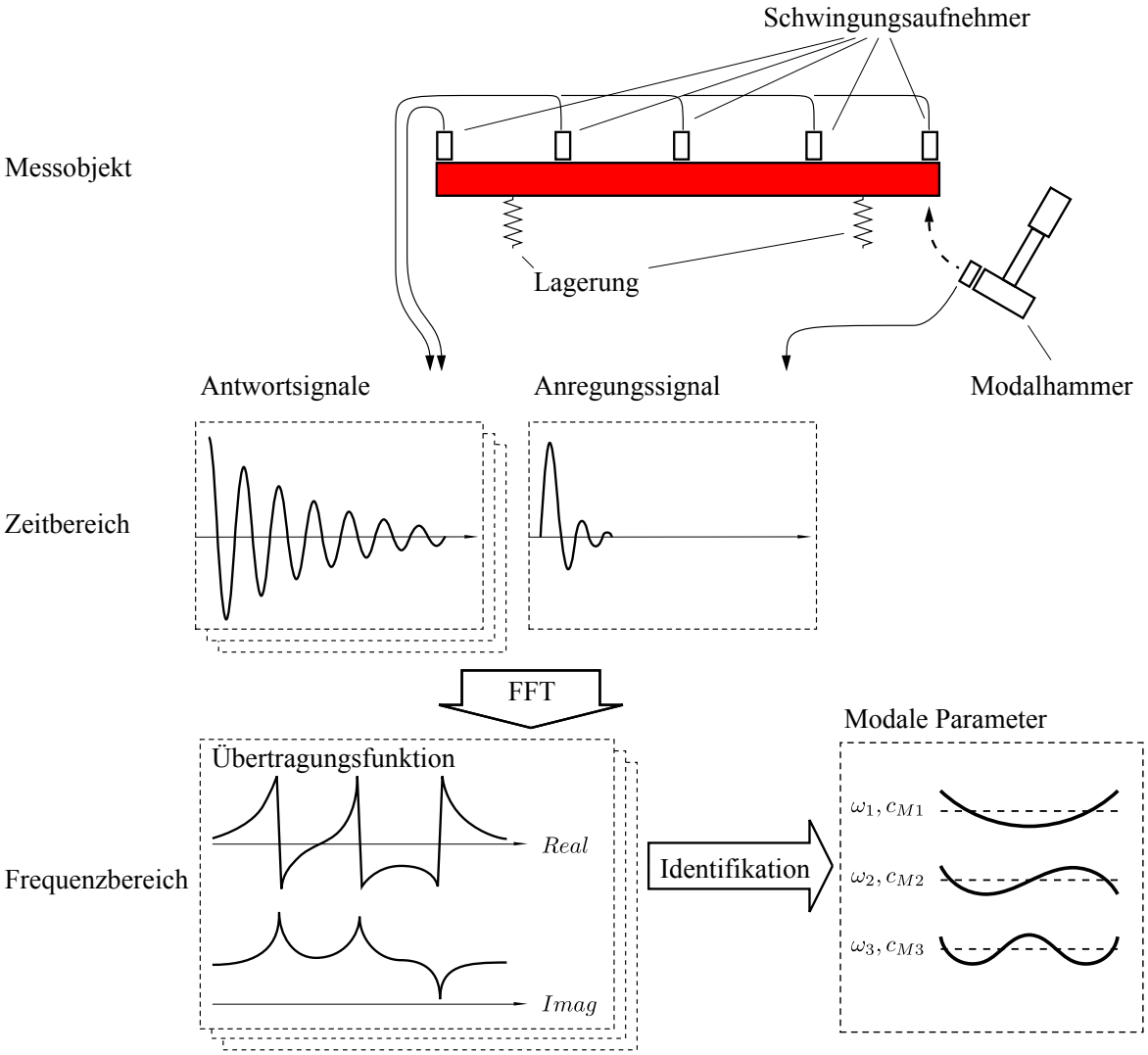


Abbildung 6.1: Schematischer Ablauf einer experimentellen Modalanalyse

6.2 Randbedingungen

Bei der Durchführung der EMA wird oft von sog. freien Bedingungen ausgegangen, also einem Zustand, in dem das Messobjekt keinerlei Bindungen oder Kontakt zur seiner Um-

gebung hat. Diese Art von Lagerung hat den Vorteil, dass sie eine Trennungsmöglichkeit von Starrkörper und flexiblen Moden sowie eine bessere Vergleichbarkeit von Messung und Rechnung ermöglicht. Da in der Praxis eine freie Lagerung selten erreicht werden kann, muss der Einfluss der nicht freien Lagerung auf das Messergebnis abgeschätzt werden. Eine nicht freie Lagerung kann dann als eine freie Lagerung angenommen werden, wenn der Frequenzabstand zwischen dem letzten Starrkörpermod und dem ersten flexiblen Mode einen Faktor 10 nicht unterschreitet. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, muss die Steifigkeit der Lagerung in der Berechnung berücksichtigt werden.

Die Lagerung stellt bei den in dieser Arbeit betrachteten großen elektrischen Antrieben aufgrund ihrer Masse eine besondere Problematik dar. Daher wird sie bei der Untersuchung der kritischen Antriebskomponente (Grundgestelle - siehe Kapitel 9) und Ständer - siehe Kapitel 10) genauer angesprochen.

6.3 Anregung

Durch die Anregung wird in das Messobjekt Energie eingeleitet, die es zu Schwingungen anregt. Die Anregung kann sowohl als Impuls als auch kontinuierlich erfolgen. In den in Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten wurde die Impulsanregung mit einem Hammerschlag und die kontinuierliche Anregung mit Hilfe eines elektrodynamischen Shakers realisiert.

6.3.1 Impulsanregung

Zur Impulsanregung dient der Modalhammer (Abbildung 6.2). Durch die stoßartige Anregung wird ein breites Frequenzspektrum angesprochen.

Abbildung 6.2: Modalhammer [54]

Die Breite des angeregten Frequenzbereichs (Bandbreite) hängt von der Impulsdauer ab. Die wiederum kann durch die Härte der Hammerspitze beeinflusst werden, wie das in Abbildung 6.3 schematisch dargestellt wird. Während der Messung werden die Anschläge wiederholt und die daraus gewonnenen Signale gemittelt, um den Einfluss der Störungen, wie mechanische Störsignale oder elektrisches Rauschen der Messgeräte, zu reduzieren.

Zur Beurteilung der Güte der Messung wird die sog. Kohärenzfunktion gebildet. Sie ist ein Maß für den Grad der linearen Abhängigkeit zweier Zeitsignale und gibt Hinweise bezüglich der Reproduzierbarkeit der nacheinander kommenden Anschläge. Ist die Kohärenz nicht zufriedenstellend, muss die Ursache der Abweichungen gefunden und die gesamte Messung wiederholt werden.

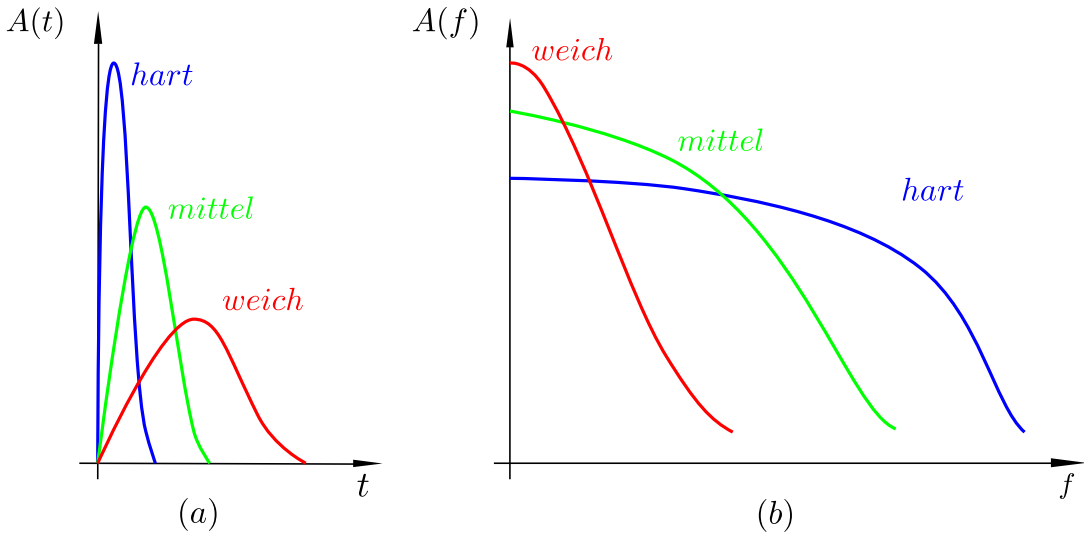


Abbildung 6.3: Einfluss der Härte der Hammerspitze: (a) Im Zeitbereich, (b) im Frequenzbereich [39]

6.3.2 Shaker

Ein Shaker erlaubt eine kontinuierliche Anregung. Diese kann sowohl als Sweep, d.h. einzelne Anregung jeder Frequenz, oder durch eine Generierung eines Rauschsignals erfolgen. Diese Art von Anregung hat den Vorteil, dass die Struktur in jeder Frequenz des Messbereichs angeregt werden kann, d.h. im Vergleich zur Impulsanregung ist es möglich, viel mehr Energie pro Frequenz in die Struktur einzuleiten. Zu den Nachteilen gehört eine längere Messdauer und der hohe Vorbereitungsaufwand. Daher wird der Shaker zur Anregung der Resonanzen von besonders großen Strukturen oder zur präzisen Ermittlung der Übertragungsfunktionen, z.B. zwecks Ermittlung der Dämpfung, angewendet.

Eine Besonderheit der Shakeranwendung bildet die MIMO-Methode (Multi Input Multi Output). Diese wird verwendet, um besonders viel Energie in bestimmte Eigenformen der Struktur zu bringen. Es können nämlich mehrere Stellen einer Eigenform mit hoher Auslenkung (Abbildung 6.5) gleichzeitig angeregt werden.

Ein wichtiger Aspekt bei Anwendung des Shakers ist seine Masse und ihre Ankopplung an die untersuchte Struktur. Zu beachten ist, dass die Ankopplung so weich wie möglich erfolgt, um Versteifung oder sog. Tilgereffekte [44] zu vermeiden. Dabei sind auch die richtige Wahl der Fensterfunktionen und deren Überlagerung (engl. overlap) für das Ergebnis entscheidend [94]. An dieser Stelle sind die richtigen Einstellungen spezifisch für

ein Messobjekt durch entsprechende Versuche zu bestimmen.

Abbildung 6.4: Shaker [54]

6.3.3 Die Wahl der Anregungsstelle

Gleichermaßen wichtig für beide Anregungsmethoden sind der Ort und die Richtung der Anregung, da sie einen starken Einfluss auf den Umfang der gewonnenen experimentellen Daten haben. Die Wahl des Ortes und der Richtung entscheidet, welche Moden angeregt werden und somit analysiert werden können.

Bei der Positionierung der Anregung ist zu beachten, dass sie möglichst dort plaziert ist, wo keine Knoten der Schwingformen auftreten (Abbildung 6.5). Die Positionierung der Anregung in dem Knotenpunkt einer Eigenform führt nämlich dazu, dass sie nicht angeregt und somit bei der Auswertung nicht sichtbar wird.

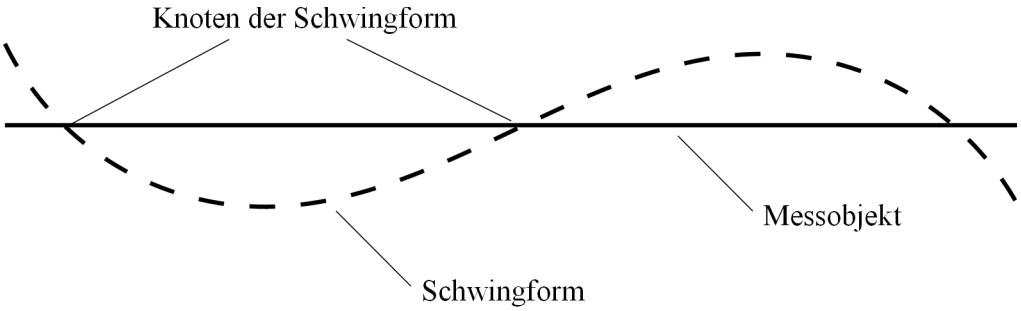


Abbildung 6.5: Beispiel für eine Schwingform einer balkenförmigen Struktur

Die sog. Abkopplungseffekte sind ebenfalls zu vermeiden. Diese entstehen dann, wenn

bei einer schweren Struktur an weichen Elementen angeregt wird. Ein Anschlag z.B. auf eine weiche Rippe, gleicht theoretisch einer Fußpunktanregung einer weich gelagerten Masse und führt dazu, dass nur wenig Energie in die untersuchte Struktur eingeleitet wird. Daraus folgt, dass manche Moden nicht ausreichend stark für eine Auswertung angeregt sind. Dies wird ausführlich in [21] und [44] diskutiert.

6.3.4 Betriebsanregungen

Die Betriebsschwingungsanalyse dient zur Identifikation der Anregungen, die zu Resonanzen führen können. Während der Betriebsschwingungsanalyse, wird die untersuchte Struktur durch Kräfte angeregt, die durch den Betrieb der Maschine entstehen. Zu den Hauptanregungsquellen bei elektrischen Antrieben gehören:

- Elektrisches Grundfeld – Das magnetische Feld der elektrischen Maschine pulsiert mit der Grundfrequenz des Stromes, mit dem es angetrieben wird.
- Pendelmomente – Charakteristisch für elektrische Motoren, deren Drehzahl mit den sogenannten Umrichtern gesteuert wird. Pendelmomente zeichnen sich durch Pulsationen aus, deren Frequenzen den sechsfachen und zwölffachen des elektrischen Grundfeldes entsprechen.
- Polpassfrequenz – Hängt mit der Anzahl der elektrischen Pole in der Maschine zusammen. Bei z.B. zweipoligen Maschinen wird es die doppelte Drehzahl sein, da der elektrische Pol zwei Mal pro Läuferumdrehung an einem festen Ort am Maschinenständer vorbeiläuft.
- Nutfrequenz – Anregung ähnlich wie bei der Polpassfrequenz. Dabei verursachen die einzelnen Wicklungsnuten Ungleichmäßigkeiten in dem magnetischen Feld.
- Unwucht – Die Anregung erfolgt mit der Drehfrequenz der Maschine.

$$\text{Drehzahl}\left[min^{-1}\right] = \frac{\text{Netzfrequenz} \cdot 60\,[s]}{\text{Anzahl der Polpaare}}$$

Die Betriebsschwingungsanalyse liefert Informationen über die Schwingungsantwort des Systems unter Anregung (z.B. Betriebskräfte). Es liefert die Schwingungsamplituden und Information darüber, welche Moden (Eigenformen) der Struktur angeregt werden. Es stehen auch Verfahren zur Verfügung, die es erlauben, aus den Betriebsdaten modale Parameter der Struktur zu bestimmen [6].

6.4 Schwingungsaufnehmer

Schwingungsaufnehmer haben die Funktion, die Schwingungsantwort der Struktur auf die Anregung zu registrieren. Die Aufnehmer unterscheiden sich durch ihre Spezifikation bezüglich des erfassbaren Frequenzbereichs, der Auflösung und der Amplitude. Ein

weiterer Aspekt der Aufnehmer ist ihre Masse. Diese kann, abhängig von der Größe des Messobjekts, das Messergebnis beeinflussen.

Abbildung 6.6: Schwingungsaufnehmer mit Magnetfuß

Die Befestigung des Aufnehmers auf dem Messobjekt kann durch Magnete, Kleber, Verschraubung oder Klebewachs erfolgen. Die Wahl der Befestigung beeinflusst den Frequenzmessbereich, da die Anbindung zu Koppeleffekten führt (Resonanzschwingung des Aufnehmers). Diese Effekte reduzieren den effektiven Messbereich. Daher ist bei der Messung, besonders im höheren Frequenzbereich (>1000 Hz), darauf zu achten, dass die Anbindung möglichst steif erfolgt. Weitere Informationen zum Einfluss der Befestigungsarten auf die gemessenen Übertragungsfunktionen sind in [4] zu finden.

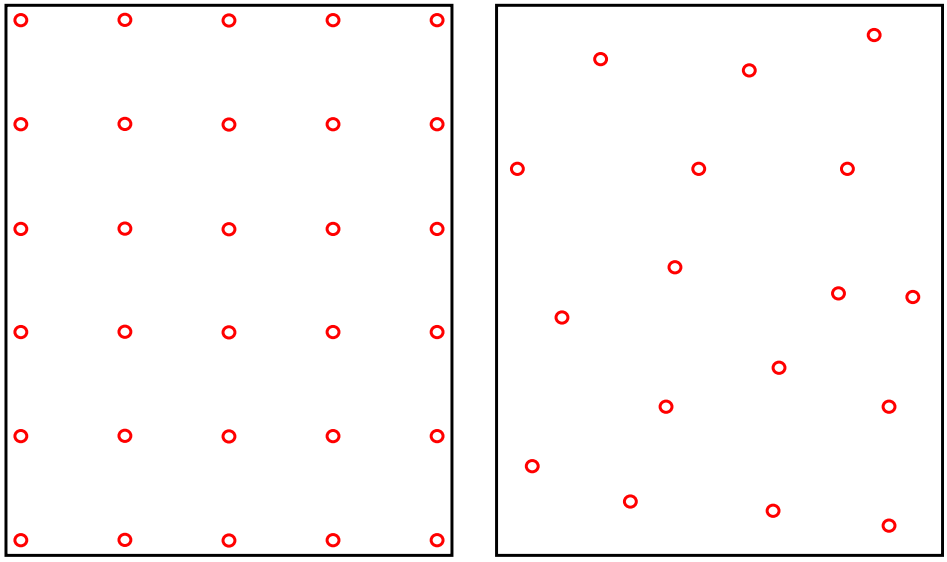
Im Rahmen dieser Arbeit wurden leichte Aufnehmer (60 g) verwendet, deren effektiver Messbereich in den kHz Bereich reicht. Abhängig vom Werkstoff des Messobjekts wurden entweder Klebewachs oder Magnete verwendet. Diese Eigenschaften reichen aus, um Messungen im Frequenzbereich 5-500 Hz an Objekten im Gewichtbereich von 0.1-50 t durchzuführen.

Eine interessante Alternative zu piezoelektrischen Aufnehmern bieten Laservibrometer. Diese Geräte nutzen den Doppler-Effekt, um Schwingungen im Nanobereich zu erfassen. Laservibrometer erfassen eine Schwingrichtung und sollen möglichst rechtswinklig zur untersuchten Struktur ausgerichtet werden. Bei Erfassung von Schwingmoden von räumlich komplexen Strukturen ist bei der Messung ein Einsatz von mehreren Vibrometern erforderlich. Die Messung mit dem Laservibrometer hat den Vorteil, dass, besonders bei leichten Strukturen, eine große Dichte an Messpunkten erzeugt werden kann, ohne dass das Gewicht der Aufnehmer das Schwingungsverhalten der untersuchten Struktur verändert.

6.5 Messgitter

Ein Messgitter besteht aus einer Vielzahl von Messpunkten, die auf der untersuchten Struktur verteilt sind. Die dort erfassten Schwingungen helfen dabei die Form, mit der die Struktur bei der jeweiligen Frequenz schwingt, nachzubilden. Um diese Schwingformen eindeutig identifizieren zu können, müssen die Messpunkte in einer ausreichenden Anzahl vorhanden sein. Nach einer Faustregel werden mindestens fünf Messpunkte benötigt, um den Bauch einer Schwingform (Abbildung 6.5) eindeutig darzustellen. Je höher die Ordnung der Schwingform, desto mehr Bäuche und Knoten weist sie auf. Daher hängen die Anzahl und die Verteilung der Messpunkte von der Anzahl der zu erwartenden Schwingformen im untersuchten Frequenzbereich ab.

Bei der Bestimmung der optimalen Lage und der Anzahl der Aufnehmer kann die Pretest-Methode verwendet werden. Diese ist bei dem für diese Arbeit verwendeten Programm FEMtools® implementiert und arbeitet mit einem Finite Elemente Modell der zu untersuchenden Struktur [3]. Das mit dem Pretest-Verfahren ermittelte Messgitter hat jedoch den Nachteil, dass die optimale mathematisch berechnete Verteilung der Messpunkte in Messgittern resultiert, deren praktische Umsetzung zeitaufwändig ist. Deswegen werden in der Praxis reguläre Raster (Abbildung 6.7a) vor optimierten Messgittern (Abbildung 6.7b) bevorzugt, da der Zeitaufwand der Messungsdurchführung trotz der höheren Anzahl der Messpunkte geringer ausfallen kann (Abbildung 6.7).



(a) (b)

Abbildung 6.7: Messgitter für eine Platte. (a) Klassisches Messgitter, (b) Messgitter ermittelt mit dem Pretest Verfahren

Bei der Auswertung einer Schwingungsmessung und Bestimmung der Schwingformen ist die genaue Lage und die Ausrichtung der Aufnehmer auf dem Messobjekt wichtig.

Das Gleiche betrifft natürlich auch die Anregung. Die Koordinaten der Aufnehmer können üblicherweise mit einem entsprechenden messtechnischen Aufwand erfasst werden (Dieses entfällt bei der Verwendung eines Laservibrometer). Die Erfassung der Orientierung bedarf eines höheren Aufwands. Nicht jede untersuchte Geometrie erlaubt jedoch eine Ausrichtung der Aufnehmer im gleichen Koordinatensystem. Um diese Hürde zu überwinden, wurden bei den ersten Versuchen Gelenkfüße verwendet (Abbildung 6.8). Es stellte sich jedoch heraus, dass diese Adapter durch ihre Höhe und die unzuverlässige Befestigung zur Verfälschung der Messergebnisse führten. Besonders kritisch war die Höhe, die zur Entstehung von Drehfreiheitsgraden der Aufnehmer führte, was in überhöhten Schwingungsamplituden resultierte.

Abbildung 6.8: Schwingungsaufnehmer auf einem Gelenkfuß

Das Problem der Orientierung wurde durch die Erstellung eines Programms gelöst, dessen Aufgabe es ist, die gemessenen Übertragungsfunktionen vom lokalen Koordinatensystem des Aufnehmers ins globale Koordinatensystem des Messobjekts zu transformieren. Dieses Programm erweiterte das Spektrum der Messobjekte um gekrümmte Strukturen. Dafür muss außer der Koordinatenlage des Aufnehmers auf dem Messobjekt auch seine Winkellage erfasst werden. An dieser Stelle bietet die Einführung der Photogrammetrie eine Abhilfe. Anhand von Digitalaufnahmen und durch die Anwendung von

speziell kodierten Markierungen ist es möglich, sowohl die Koordinaten als auch eine beliebige Winkellage der Aufnehmer zu erfassen. Als Beispiel kann die mehrfach gekrümmte Geometrie der Wicklungsspule dienen, die in Abbildung 6.9 dargestellt wurde.

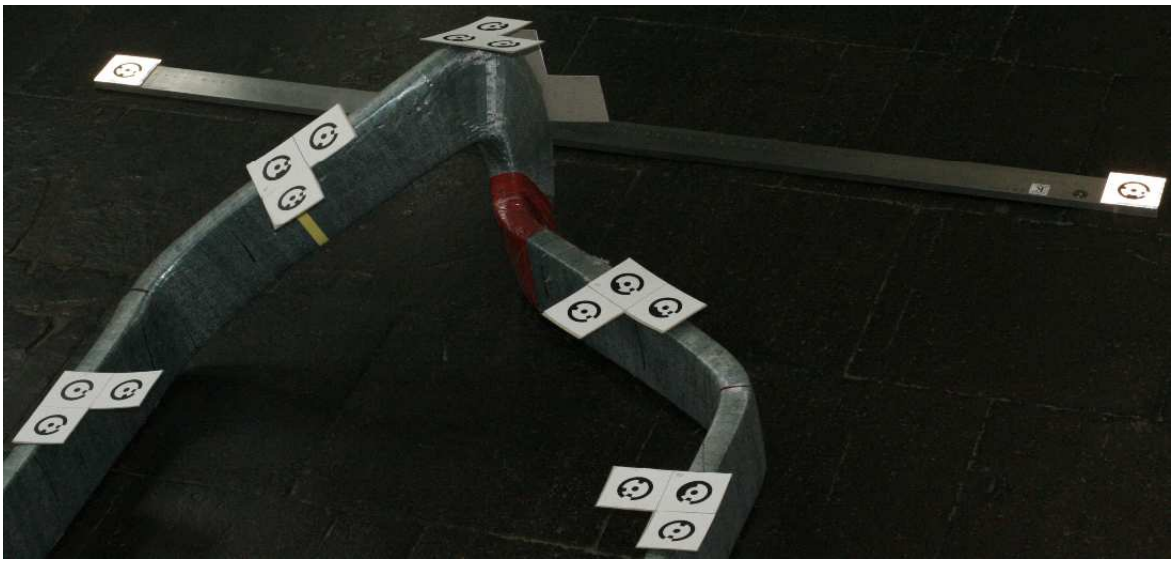


Abbildung 6.9: Während der Photogrammetrie markierte Orte der Aufnehmerpositionen bei EMA an einer Wicklungsspule

Der Umfang des Messgitters, also Anzahl und Positionierung der Messpunkte, kann zusätzlich während der Messauswertung bewertet werden. Ist das Messgitter ausreichend dicht, werden alle Schwingformen aus dem untersuchten Frequenzbereich eindeutig identifizierbar. Um die Kontrolle für eine große Anzahl der gemessenen Schwingformen durchzuführen, wird die Orthogonalität der Vektoren genutzt (Gleichung 5.22). Diese Eigenschaft wird bei der Bildung des MAC-Werts (Gleichung auf Seite 80) verwendet. Ein MAC-Wert quantifiziert die Übereinstimmung zweier Schwingformen. Ein MAC-Wert von 100 bedeutet, dass die zwei betrachteten Schwingformen identisch sind d.h. der Winkel zwischen den sie beschreibenden Vektoren Null ist. Ein MAC-Wert von Null zeigt dagegen, dass die Schwingformen orthogonal d.h. unabhängig voneinander sind. Durch die Bildung einer sog. Auto-MAC Matrix für die gemessenen Schwingformen kann die Trennung dieser Moden und somit der Informationsgehalt der Messung bezüglich der Anzahl der unabhängigen Moden schnell begutachtet werden.

6.6 Signalkonditionierung

Je nachdem, welcher Frequenzbereich untersucht wird und wie stark die Dämpfung der untersuchten Struktur ist, wird eine unterschiedliche Auflösung der gemessenen Übertragungsfunktionen benötigt. Diese Auflösung wird über die Länge des Zeitfensters, in dem die Anregungs- und Antwortsignale aufgenommen werden, bestimmt und steht mit ihr

in folgendem Zusammenhang:

$$\text{Auflösung}\,[Hz] = \frac{1}{\text{Messdauer}\,[s]}$$

Das Verhältnis der Länge des Messsignals zur Länge des verwendeten Zeitfensters kann unter bestimmten Umständen die Qualität der Messung stark beeinflussen (Dies ist z.B. bei einer Messung an stark gedämpften Strukturen, deren Schwingungen schnell abklingen, der Fall). Es kann dabei vorkommen, dass das Messfenster im Vergleich zur Signaldauer länger ausfällt. Dadurch wird der Abstand zwischen Mess- und Störsignalen reduziert, was in einer verrauschten Messung resultiert. Wenn wiederum das bei der Messung verwendete Zeitfenster im Vergleich zum Messsignal zu kurz ist (schwach gedämpfte Strukturen mit langen Abklingzeiten), treten die sog. Abschneideeffekte auf, d.h. das gemessene Signal wird vor dem Abklingen abgeschnitten. Die Verwendung der abgeschnittenen Zeitsignale zur Bildung von Übertragungsfunktionen führt zu einem Fehler im Frequenzbereich (Abbildung 6.10).

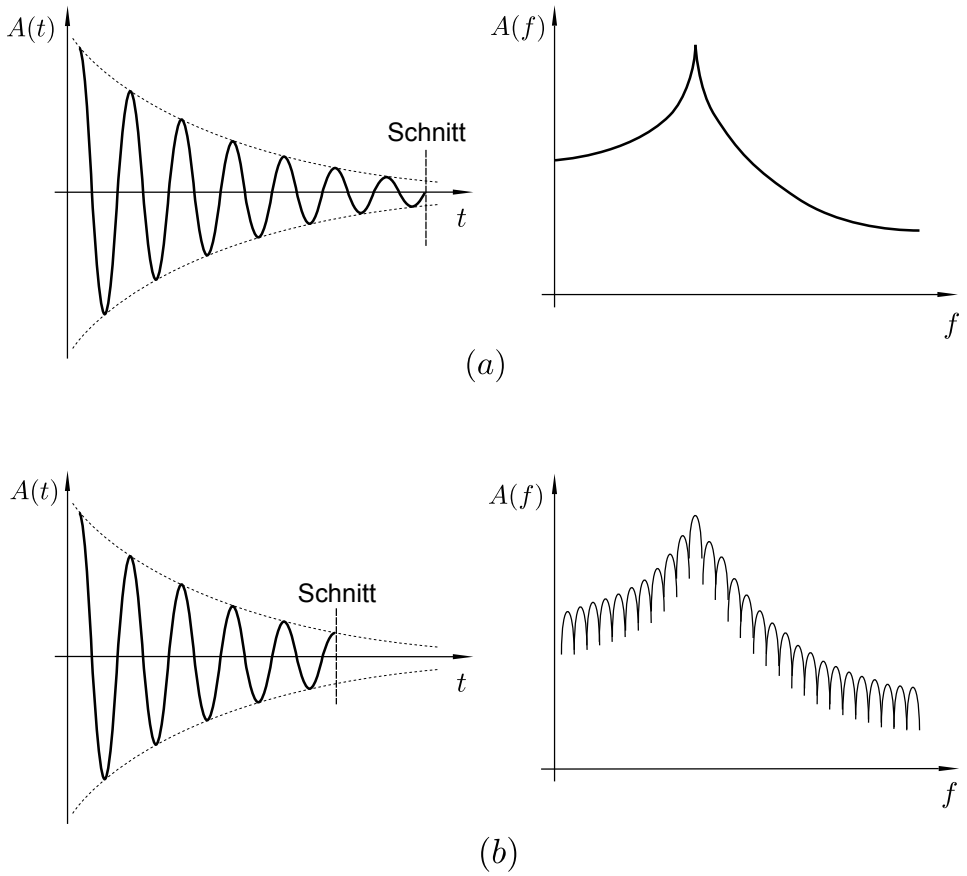


Abbildung 6.10: Einfluss der Abschneideeffekte: (a) Originalsignal, (b) Abgeschnittenes Signal

Diesen Fehler nennt man Abschneideeffekt. Seine Wirkung auf die ermittelten Frequenzspektren kann durch die Anwendung von sog. Fensterfunktionen reduziert werden [88]. Die Aufgabe dieser Funktionen ist es, das Messsignal an den Enden des Zeitfensters zu Null zu bringen (vgl. Abbildung 6.11).

Je nach verwendeter Anregungsart werden unterschiedliche Typen der Fensterfunktionen eingesetzt. Bei der Impulsanregung (Modalhammer) ist es ein Exponentialfenster, das eingesetzt wird, bei der kontinuierlichen Anregung (Shaker) sind es symmetrische Funktionen. Bei der Anwendung des Shakers wurde im Rahmen dieser Arbeit das sog. Hanning-Fenster verwendet [94].

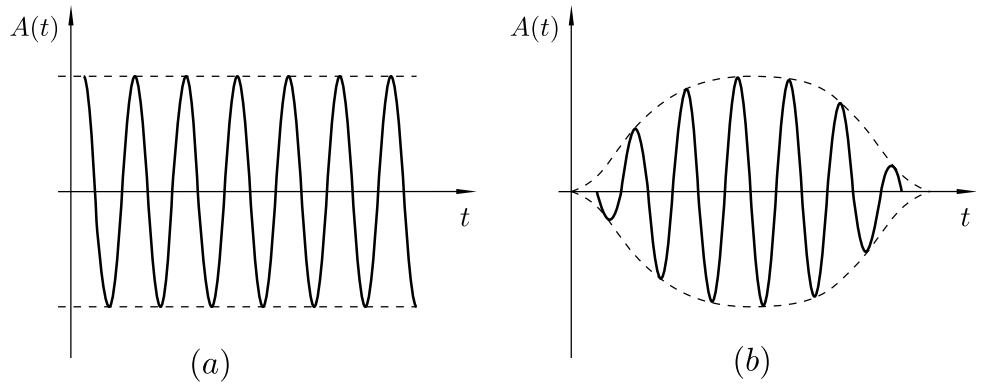


Abbildung 6.11: Einfluss einer Fensterfunktion: (a) Originalsignal, (b) Originalsignal multipliziert mit der Fensterfunktion

Zu beachten ist jedoch, dass der Einsatz von Fensterfunktionen Verluste bei den gemessenen Schwingungsamplituden verursachen kann. In manchen Analysatoren werden daher für bestimmte Fenstertypen entsprechende Korrekturfaktoren eingesetzt, um die Amplitudenverluste zu kompensieren.

Um bei der Verwendung der kontinuierlichen Anregung (Shaker) die mit den Fensterfunktionen behandelten Zeitdaten zu homogenisieren, wird eine Überlagerung der einzelnen Zeitabschnitte (engl. Overlap) eingesetzt. Die Größe dieser Überlagerung ist durch Beobachtung der Qualität der gemessenen Übertragungsfunktionen anzupassen. Um stetige Verläufe der Übertragungsfunktionen zu erhalten, sind Überlagerungen bis zu 90 % möglich.

Die Verluste, die mit der Länge der Messzeit zusammenhängen, betreffen weniger die Identifikation der Eigenfrequenzen und Eigenformen, haben aber einen starken Einfluss auf die ermittelte modale Dämpfung. Es werden Übertragungsfunktionen von hoher Qualität benötigt, um mit der -3 dB Methode (Abschnitt 4.4.1) eine präzise Dämpfung zu ermitteln. Deswegen wird zur Ermittlung der Dämpfung die Methode des logarithmischen Dekrements (Abschnitt 4.4.2) empfohlen, da sie mit unbehandelten Messsignalen im Zeitbereich arbeitet.

6.6.1 FFT

Jede Schwingung, die in Form von Zeitdaten erfasst wurde, kann nach der Fourier-Theorie als Überlagerung von unendlich vielen harmonischen Funktionen abgebildet werden. Ein FFT-Analysator (engl. Fast Fourier Transformation) hat die Aufgabe, aus den konditionierten Zeitdaten einzelne harmonische Funktionen zu erfassen und nach der Frequenz zu sortieren. Dadurch erfolgt die Transformation der Messdaten vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Auf diese Weise entstehen Frequenzspektren, die als komplexe Funktionen für die Anregung und Antwortsignale gebildet werden. Jedes Frequenzspektrum wird durch Amplitude und Phasenlage beschrieben. Weitere Informationen zum Thema FFT können in [67], [44] und [48] gefunden werden.

6.6.2 Übertragungsfunktion (FRF)

Die während der FFT ermittelten komplexen Frequenzspektren dienen zur Bildung von komplexen Übertragungsfunktionen (engl. FRF – für Frequency Response Function). Diese entstehen durch eine Division der Antwortspektren durch die Anregungsspektren (Gleichung 6.1) und werden für jeden messtechnisch erfassten Freiheitsgrad gebildet.

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \tag{6.1}$$

Die Darstellungsform für die Spektren bzw. die Übertragungsfunktionen kann mit Hilfe des sog. Bode-Diagramms erfolgen, das eine Darstellung einer komplexen Funktion getrennt nach Amplitude und Phase erlaubt (Abbildung 6.12).

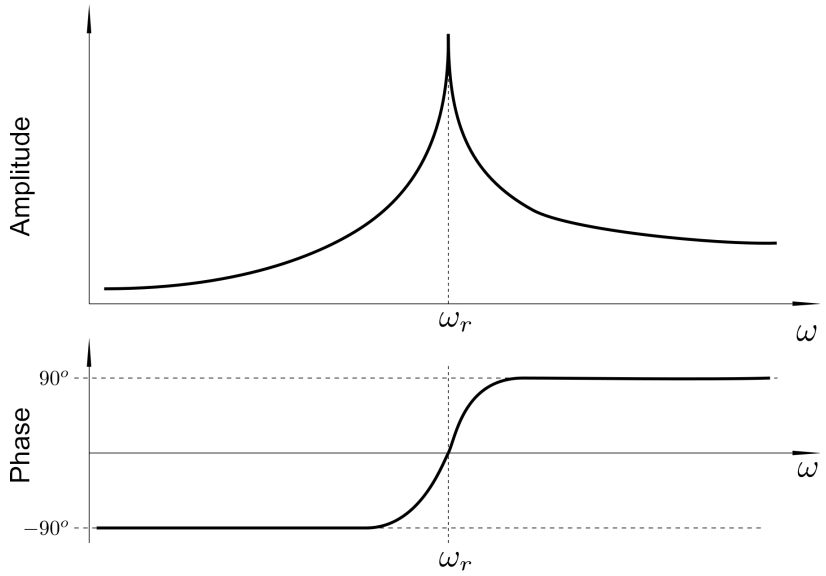


Abbildung 6.12: Beispiel einer Resonanz dargestellt als Bode-Diagramm

6.7 Auswertung

Zu den ersten Aufgaben bei der Auswertung einer experimentellen Modalanalyse (EMA) gehört die Identifikation der Resonanzstellen in den gemessenen Übertragungsfunktionen. Eine Resonanz kann generell durch einen sogenannten Peak (Spitze) im Amplitudenplot und durch einen 180°-Phasenwechsel festgelegt werden (siehe Abbildung 6.12). Bei den Übertragungsfunktionen, die eine höhere modale Dichte aufweisen (Abbildung 6.13), d.h. wo die potenziellen Resonanzen eng beieinander liegen, sind jedoch die sog. Indikatorfunktionen sehr hilfreich.

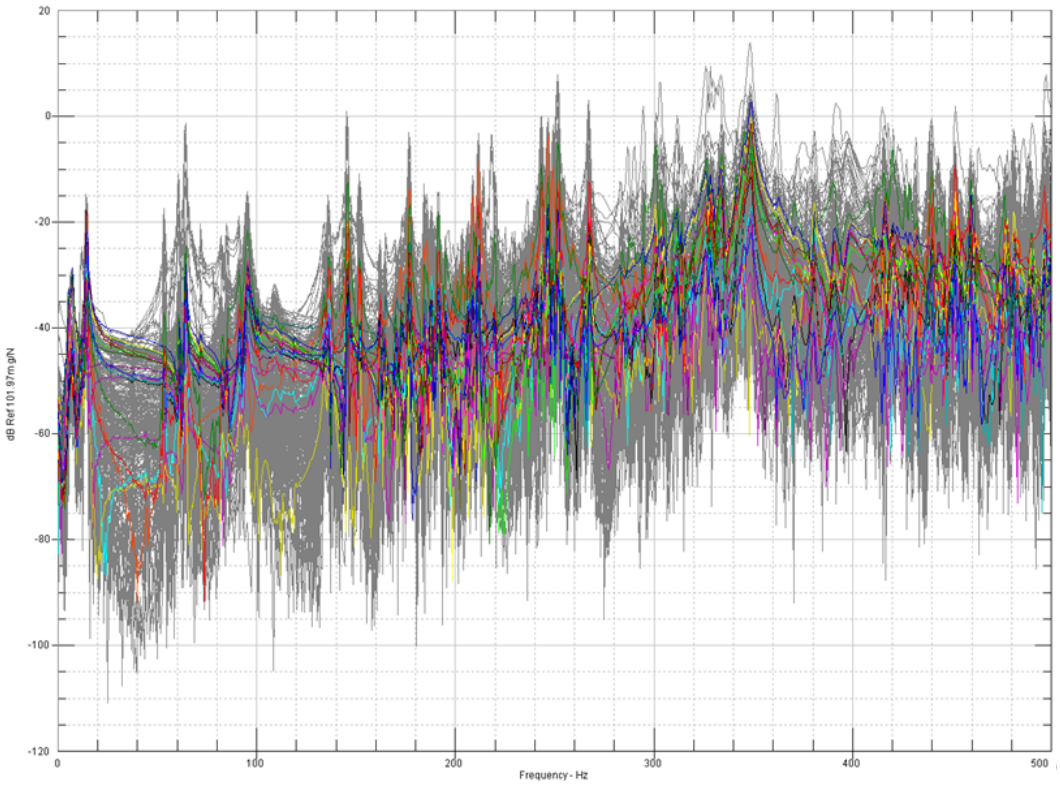


Abbildung 6.13: Beispiel von gemessenen Übertragungsfunktionen an einer Komponente (Ständer) eines elektrischen Motors

Eine der einfachsten Methoden eine Indikatorfunktion zu bilden, ist das Aufsummieren der Amplituden aller gemessenen Übertragungsfunktionen. In der Summe kommen die Peaks besser zum Vorschein. Viel zuverlässiger jedoch ist es eine Funktion zu bilden, die durch folgende Formel beschrieben wird:

$$\mathrm{MIF} = \frac{\|amplH\,(\omega)\|^2}{\|realH\,(\omega)\|^2}$$

Diese Formel beinhaltet eine Division des Normwerts der Schwingungsamplituden

durch den Normwert der Realteile aller gemessenen Übertragungsfunktionen. Mit Hilfe dieser MIF-Funktion (Abbildung 6.14) können sogar sehr engliegende Resonanzen gut identifiziert werden. Der weitere Vorteil dieser Funktion liegt darin, dass eventuell auftretende Störsignale (z.B. Erdschleifen) durch die MIF-Funktion aussortiert werden.

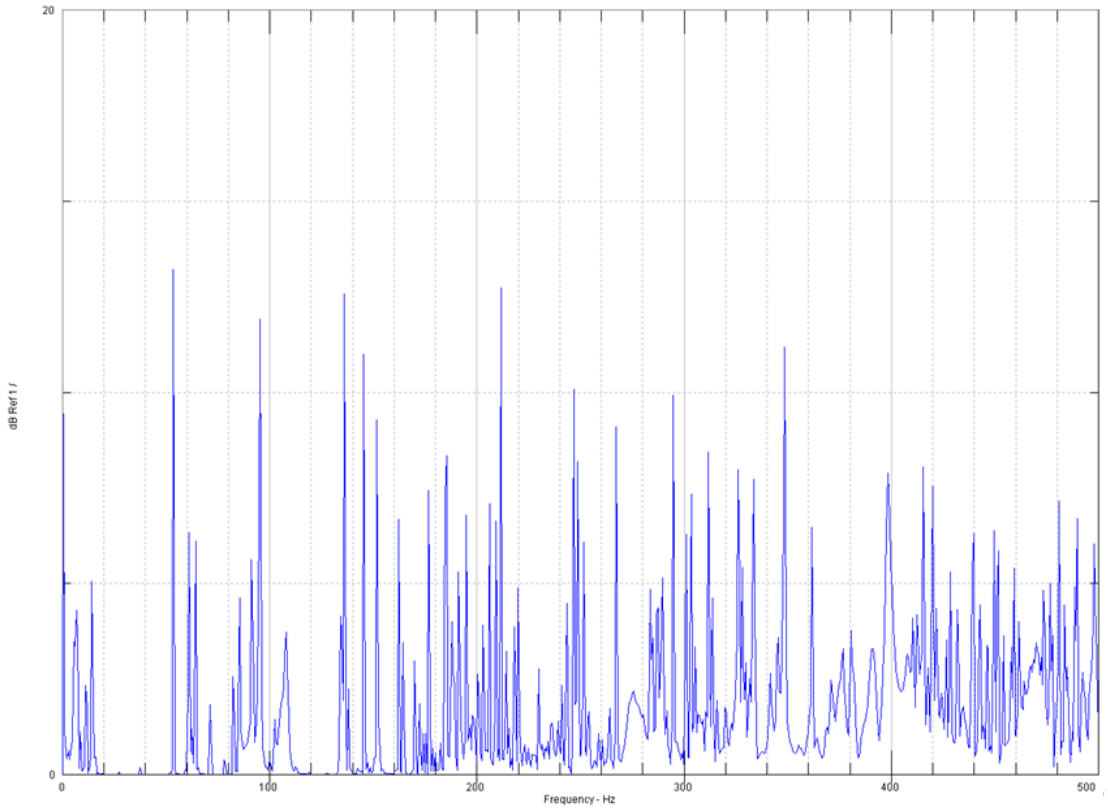


Abbildung 6.14: Beispiel einer MIF-Funktion

Nachdem die Resonanzstellen identifiziert wurden, werden aus den Verläufen der Übertragungsfunktionen weitere modale Eigenschaften ermittelt (Schwingformen, modale Dämpfung). Dies erfolgt durch die analytische Nachbildung der Übertragungsfunktionen mit dem Curve-Fitting-Verfahren. Im Rahmen dieser Arbeit wurde zur Auswertung der Messdaten das Programm Smart Office® verwendet, in dem Curve-Fitting in zwei Formen eingesetzt werden kann:

- SDOF – Single Degree of Freedom
- MDOF – Multiple Degree of Freedom

Die SDOF-Methode arbeitet mit einzelnen Übertragungsfunktionen und setzt das Curve-Fitting ein, um einen einzigen Mode zu identifizieren (Abbildung 6.15). Die Bestimmung des Mods erfolgt durch eine Mittelung der für die einzelnen Übertragungsfunktionen

ermittelten modalen Größen. Die SDOF-Methode wird hauptsächlich zur schnellen Identifikation der Resonanzfrequenz und der dazugehörigen Schwingform eingesetzt. Sie funktioniert zuverlässig bei Messobjekten mit gut getrennten Moden (niedrige modale Dichte) und niedriger Dämpfung.

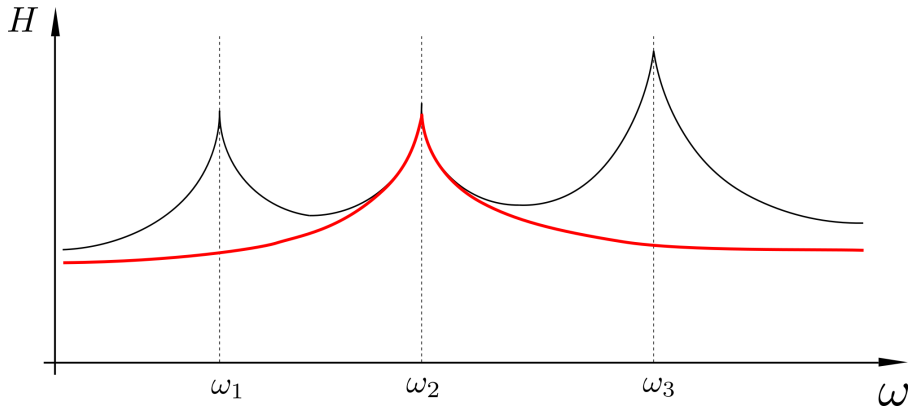


Abbildung 6.15: SDOF-Methode

Liegen Messobjekte mit höherer modaler Dichte vor, oder soll die modale Dämpfung ermittelt werden, wird die MDOF-Methode verwendet. Diese Methode kann, im Vergleich zu SDOF, die Übertragungsfunktion für mehrere Moden gleichzeitig nachbilden (Abbildung 6.16), wodurch die Einflüsse der benachbarten Moden in den ermittelten Parametern berücksichtigt werden.

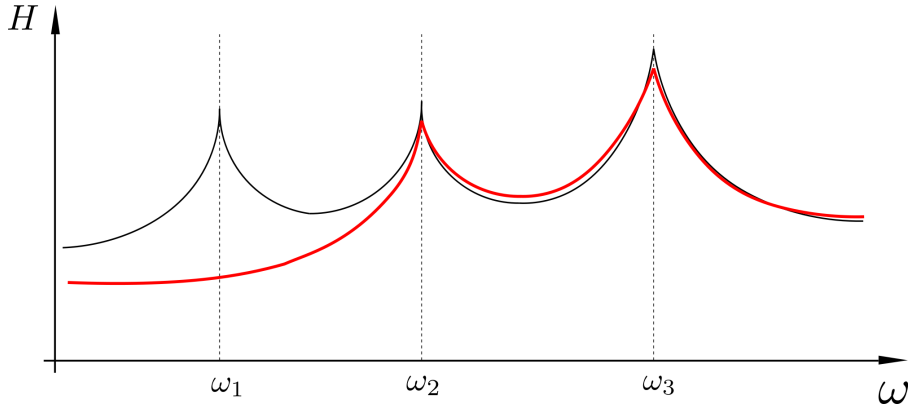


Abbildung 6.16: MDOF-Methode

Bei der Absicht das MDOF-Verfahren für die Auswertung einer EMA zu verwenden, sollte schon während der Messung am Ort der Anregung ein Schwingungsaufnehmer positioniert werden, der wie die Anregung ausgerichtet ist. Der Grund dafür ist, dass die Software die Übertragungsfunktion dieses Orts (engl. Driving Point FRF) für den richtigen Ablauf der Auswertung benötigt. Die Driving-Point-FRF dient zur Ermittlung der

dynamischen Steifigkeit (am Ort der Anregung) und der mitschwingenden Masse. Diese beiden Parameter sind auch unabhängig von der EMA zur Entwicklung von schwingungsreduzierenden Maßnahmen verwendbar [44].

Für eine korrekte Auswertung ist zu beachten, dass in der Umgebung des Resonanzpeaks ausreichend viele Datenpunkte zur Verfügung stehen. Die Anzahl hängt vom verwendeten Curve-Fitting Verfahren ab. Nach [80] wird vorgeschlagen, fünf bis zehn Linien zwischen den -3 dB Punkten eines Resonanzpeaks zu haben. Die MDOF-Verfahren sind gegen die Anzahl der Datenpunkte weniger empfindlich, verlangen jedoch nach einer glatten Form der Übertragungsfunktion (niedriger Rauschpegel), die durch Curve-Fitting korrekt nachgebildet werden kann.

Neben den Eigenfrequenzen und Eigenmoden des untersuchten Systems wird auch seine Dämpfung ermittelt. Der allgemeine Ansatz ist, dass die Breite des Peaks an der Resonanzstelle der modalen Dämpfung entspricht. Zur Ermittlung der modalen Dämpfung aus den Übertragungsfunktionen dient die Methode der Halbbandbreiten, die in Abschnitt 4.4.1 ausführlich beschrieben wurde.

6.8 Anmerkungen zur Anwendung der experimentellen Modalanalyse

Im Vorfeld der Untersuchung der Komponenten der elektrischen Antriebe wurde eine Versuchsreihe durchgeführt. Der Zweck der von Rossow [84] dokumentierten Untersuchung war es, die Reproduzierbarkeit und die Streuung der (mit der EMA ermittelten) Ergebnisse zu kontrollieren. An drei Testobjekten (Platte, Rohr und Gussgehäuse) wurde der Ablauf der Experimente getestet. Die steigende geometrische Komplexität der Testobjekte erlaubte eine Untersuchung der Einflüsse von Lagerung, Anregung, Messgitter, Orientierung der Aufnehmer und der Einstellungen des Analysators (Messzeit, Fensterfunktionen). Die aus den Versuchen erhaltenen Ergebnisse wurden im Hinblick auf die verwendete Art der Anregung (Hammer, Shaker) und den Auswertungsmethoden verglichen. Als Kriterium galt die Übereinstimmung der ermittelten Resonanzfrequenzen. Das Ergebnis zeigte eine hohe Reproduzierbarkeit und eine geringe Streuung der Messergebnisse. Die maximale aufgezeichnete Abweichung im Frequenzbereich 5-500 Hz betrug 1.5 Hz und wurde auf die Anwendung des Shakers zurückgeführt, dessen relativ hohe Masse zu steif an die Messobjekte angeschlossen war. Die Abweichungen unter den Auswertungsverfahren sind unter 0.1 Hz geblieben. Diese Ergebnisse zeigen eine ausreichende Zuverlässigkeit der experimentellen Modalanalyse in Bezug auf die geplanten Versuche der Antriebskomponente und werden in der Arbeit von Prasad und Seshu [76] bestätigt.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die experimentelle Modalanalyse ein zuverlässiges Werkzeug zur Bestimmung der Schwingungseigenschaften ist. Es ist ein recht komplexes Verfahren, dass einige Erfahrung zu deren richtigen Anwendung verlangt. Es stehen jedoch zahlreiche Werkzeuge zur Verfügung, die während des Ablaufs der Analyse erlauben, ihre Qualität zu bewerten und ggf. zu verbessern. In den Kapiteln, die der Untersuchung der Komponenten der elektrischen Antriebe gewidmet sind, wird das Thema der experimentellen Analyse spezifisch für diese Komponenten angesprochen.

7 Modellanpassung - Grundlagen und praktische Anwendung

Die experimentellen und numerischen Schwingungsanalysen liefern Schwingungsmoden, die durch Eigenfrequenz, Dämpfung und Schwingform definiert sind. Beim Vergleich zwischen Messung und Rechnung wird im Idealfall erwartet, dass die Moden aus diesen beiden Verfahren identisch ausfallen. Es kommt jedoch in der Praxis oft vor, dass Abweichungen auftreten. In solchen Fällen kann die Methode der Modellanpassung (engl. Model Updating) als Werkzeug zur Modifikation der Rechenparameter mit dem Ziel der Angleichung der Mess- und Rechenergebnisse dienen. Diese Methode basiert auf einer gezielten Modifikation der ausgewählten Parameter des FE-Modells, sodass die damit errechneten Schwingungsmoden den experimentellen angeglichen werden können. Dabei können die Vorteile beider Methoden kombiniert werden. Die experimentelle Modalanalyse (EMA - Kapitel 6) liefert genaue Werte der Eigenfrequenzen und der Dämpfung. Dafür gibt die FEM die komplette Schwingform wieder, deren Darstellung im Experiment durch die Anzahl der Messpunkte eingeschränkt ist.

Weiterführende Hinweise auf Grundlagen der Modellanpassung können bereits bei Natke gefunden werden [67]. Der Stand der Entwicklung auf dem Gebiet der Modellanpassung wurde umfangreich von Friswell und Mottershead [34] beschrieben. Eine interessante Alternative bitet die sogenannte CRE-Methode (Constitutive Relation Error) aus [59] und [18], deren Anwendung sich außerhalb der Schwingungsproblematik erstreckt. Einige Ansätze der Modellanpassung fanden eine Umsetzung in Form von Softwareapplikationen wie [90] oder [2]. Die in dieser Arbeit verwendete SDM Methode (engl. Structural Dynamics Modification [29]) ist ein in den 80er Jahren entwickeltes Verfahren, das von der Firma DDS im Programm FEMtools umgesetzt wurde.

Im Folgenden werden die allgemeinen Grundzüge der SDM-Methode sowie der Ablauf des Verfahrens zur Modellanpassung beschrieben. Am Ende des Kapitels werden an einem Beispiel der Modellanpassung für eine geschweißte Struktur die Problematiken angesprochen: Einerseits diejenige der physikalischen Reproduzierbarkeit und anderseits diejenige der Anpassungsergebnisse und den daraus resultierenden Einschränkungen für die Anwendung.

Wie bereits erwähnt, braucht die Modellanpassung Parameter, die sie variieren kann. Da die Modifikation der Geometrie des FE-Modells bei diesem Verfahren nicht in Frage kommt, werden dafür als Parameter die folgenden Eigenschaften der Finiten Elemente herangezogen:

- Punktmassen und Massenträgheitsmomente
- Translatorische und rotatorische Steifigkeiten diskreter Federn

- Translatorische und rotatorische Dämpfung diskreter Dämpfer
- Querschnittsfläche der Stabelemente
- Querschnittsfläche und Flächenträgheitsmomente bei Balken
- Dicke der Membran- und Schalenelemente
- Mechanische Werkstoffparameter der Stab-, Balken-, Membran-, Schalen-, und Volumenelemente wie Elastizitäts- und Schubmodule, Poissonzahlen und Dichte

Der nächste Schritt während der Modellanpassung ist die Bestimmung der Referenzgrößen für die Anpassung. Diese sind Eigenfrequenzen, Eigenformen und Übertragungsfunktionen (die Wahl wird problembezogen getroffen). Die Anpassung erfolgt durch die Minimierung der Abweichung zwischen entsprechend gemessenen und berechneten Referenzgrößen. Vor der Anpassung müssen noch einige Vorbereitungen durchgeführt werden. Vor allem werden für die Zuordnung der gemessenen und berechneten Referenzgrößen (deren Abweichung es zu minimieren gilt) normierte Schwingformen verwendet. Die experimentellen Moden werden auf den Maximalwert 1 normiert, während die berechneten Moden bezüglich der Massenmatrix normiert werden (Gleichung (5.22)).

Die Zuordnung kann durch den MAC-Wert (engl. Model Assurance Criterion) erfolgen. Dieses Kriterium entspricht dem quadrierten Kosinus des Winkels zwischen den gemessenen und berechneten Eigenformen:

$$\mathrm{MAC} = \frac{\left|\phi_A^T \phi_E\right|^2}{\left(\phi_A^T \phi_A\right)\left(\phi_E^T \phi_E\right)} \tag{7.1}$$

ϕ_E - Vektor der experimentell bestimmten Schwingform (EMA)
ϕ_A - Vektor der numerisch bestimmten Schwingform (FEM)

Beträgt der Winkel zwischen zwei Vektoren, die Eigenformen repräsentieren, 0°, so sind sie linear abhängig und der MAC-Wert liegt bei 100. Für zwei Eigenformen, die linear unabhängig sind, ist der MAC-Wert null. Die MAC-Matrix enthält die MAC-Werte für alle Kombinationen der gemessenen mit den berechneten Eigenformen. Die verwendete Software kann die entsprechenden Moden zueinander zuordnen, wenn der MAC-Wert über einem bestimmten Grenzwert liegt. Eine eindeutige Zuordnung kann bereits ab einem MAC-Wert von 60 % erfolgen [3].

Nach der Wahl der Parameter und Referenzgrößen sowie nach der Zuordnung der Referenzgrößen muss die Sensitivität der Parameter berechnet werden. Sensitivität bestimmt, welchen Einfluss die Veränderung eines bestimmten Parameters auf die einzelnen Referenzgrößen haben wird. Auf der Basis der für alle Parameter und Referenzen aufgestellten Sensitivitätsmatrix entscheidet das Programm darüber, welche Parameter effektiv in der Modellanpassung verwendet werden können. Somit wird das Risiko minimiert, dass Parameter modifiziert werden, die einen geringen oder keinen Einfluss auf die gewählten Referenzgrößen haben. Aus einem Beispiel für die Anpassung der Eigenfrequenzen wird

ein Ausdruck für die Sensitivität abgeleitet. Ausgegangen wird von der modalen Gleichung der freien ungedämpften Schwingungen:

$$\left(\underline{K} - \underline{\omega}_o^2 \underline{M}\right) \underline{\phi} = 0 \tag{7.2}$$

Diese Gleichung wird partiell nach einem der Parameter (Dichte, E-Modul, Poissonzahl oder Schalendicke) abgeleitet und mit dem Vektor $\underline{\phi}$ links multipliziert:

$$\underline{\phi}^T \cdot \frac{\partial \left(\underline{K} - \underline{\omega}_o^2 \underline{M}\right)}{\partial P} \underline{\phi} = 0 \tag{7.3}$$

Durch eine Umformung ergibt sich folgende Gleichung:

$$\underline{S} = \frac{\partial \underline{\omega}_o}{\partial P} = \frac{\underline{\phi}^T \frac{\partial \underline{K}}{\partial P} \underline{\phi} - \underline{\phi}^T \underline{\omega}_o^2 \frac{\partial \underline{M}}{\partial P} \underline{\phi}}{2 \underline{\omega}_o \underline{\phi}^T \underline{M} \underline{\phi}} \tag{7.4}$$

Der erste Summand in Gleichung (7.4) beschreibt den Einfluss der Parameteränderung auf die Steifigkeitsmatrix, der zweite auf die Massenmatrix.

Nach der Bestimmung der Sensitivitäten kann die eigentliche Modellanpassung erfolgen. Die Beziehung zwischen den Referenzgrößen, in diesem Fall den Eigenfrequenzen, und den Parametern kann in Form einer Taylor-Reihe, die nach dem linearen Term abgebrochen wurde, ausgedrückt werden:

$$\underline{r_e} = \underline{r_a} + \underline{S} \left(\underline{p_u} - \underline{p_o}\right) \tag{7.5}$$

oder:

$$\Delta r = \underline{S} \Delta p \tag{7.6}$$

Dabei gilt:

$\underline{r_e}$ - Vektor der Referenzgrößen (experimentell ermittelte Eigenfrequenzen)
$\underline{r_a}$ - Vektor der für die Parameter $\underline{p_o}$, ausgerechneten Eigenfrequenzen
$\underline{p_u}$ - Vektor der angepassten Parameter
$\underline{S}$ - Sensitivitätsmatrix (Gleichung 7.4)

Das weitere Vorgehen hängt von der Anzahl der Gleichungen (7.4) und der Anzahl der Parameter ab. Im einfachsten Fall, wenn die Anzahl der Gleichungen mit der Anzahl der Parameter übereinstimmt, kann die Lösung des Anpassungsproblems durch die Invertierung der Sensitivitätsmatrix erfolgen:

$$\Delta p = \underline{S}^{-1} \Delta r \tag{7.7}$$

Für die Fälle, wo die Anzahl der Gleichungen und der Parameter nicht gleich ist, muss bei der Lösung des Problems zur sog. pseudoinversen Sensitivitätsmatrix gegriffen werden:

$$\Delta p = \underline{S}^{+} \Delta r \tag{7.8}$$

Für den Fall, dass die Anzahl der Parameter kleiner als die Anzahl der Gleichungen ist, wird diese Matrix die folgende Form annehmen:

$$\underline{S}^{+} = \left(\underline{S}^T \underline{S}^{-1}\right) \underline{S}^T \tag{7.9}$$

Für den Fall, dass die Anzahl der Parameter größer ist als die Anzahl der Gleichungen, wird diese Matrix wiederum die folgende Form annehmen:

$$\underline{S}^{+} = \underline{S}^{T} \left(\underline{S}^{T} \underline{S}\right)^{-1} \tag{7.10}$$

Die Lösung der Gleichung (7.8) erfolgt dann mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durch das Minimieren des folgenden Residuums:

$$\{\text{Residuum}\} = \underline{S}\Delta p - \Delta r$$

Bei der Wahl der Parameter für die Modellanpassung ist zu beachten, dass die Modellanpassung sowohl global als auch lokal erfolgen kann. Bei der globalen Anpassung werden ausgewählte Parameter von allen Elementen des FE-Modells gleich verändert. Bei der lokalen Anpassung dagegen wird jedes FE-Element einzeln modifiziert. Die Auswahl zwischen der globalen und lokalen Anpassung bietet die Möglichkeit, je nach Anwendung und Bedarf das gesamte Modell oder nur seine bestimmten Bereiche zu modifizieren.

Als Referenzen für die Modellanpassung eignen sich Eigenfrequenzen, Eigenformen oder Übertragungsfunktionen. Die Wahl erfolgt entsprechend dem betrachteten Problem. Im einfachsten Fall handelt es sich um Angleichung der Eigenfrequenzen. Diese kann sowohl mit der globalen als auch lokalen Anpassung erfolgen. Wenn neben den Eigenfrequenzen auch die Schwingformen angeglichen werden sollen, kommt nur die lokale Anpassung in Frage. Bei der Suche nach der Dämpfung hilft die Anpassung bezüglich der Übertragungsfunktionen.

Die mathematischen Hintergründe für weitere Möglichkeiten der Anwendung der Modellanpassung sind in [3] zu finden.

Der praktische Einsatz dieses Verfahrens im Rahmen dieser Arbeit greift Kapitel 8 noch einmal auf.

7.1 Anwendbarkeit der Modellanpassung

Es wurde gezeigt, dass die Modellanpassung auf einer rein mathematischen Manipulation der Systemmatrizen (Masse, Steifigkeit und Dämpfung) basiert. Es kann daher vorkommen, dass im Laufe der Modellanpassung die Parameter des Modells (z.B. E-Modul oder Elementdicke) eine physikalisch nicht nachvollziehbare Größe erreichen. Diese Eigenschaft der Modellanpassung soll das folgende Beispiel veranschaulichen.

Es handelt sich dabei um einen Grundrahmen eines elektrischen Antriebs, dessen berechnete Schwingungsmoden den experimentellen angeglichen werden sollen (siehe Kapitel 9). In der Abbildung 7.1 ist dieser Grundrahmen dargestellt samt farblich gekennzeichneten Bereichen der Struktur (einzelne Finite Elemente), in dem der E-Modul des Werkstoffes als Parameter angepasst wurde (lokale Anpassung). Links oben wurde zusätzlich die MAC-Matrix dargestellt, die die Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Eigenformen zeigt (Gleichung 7.1).

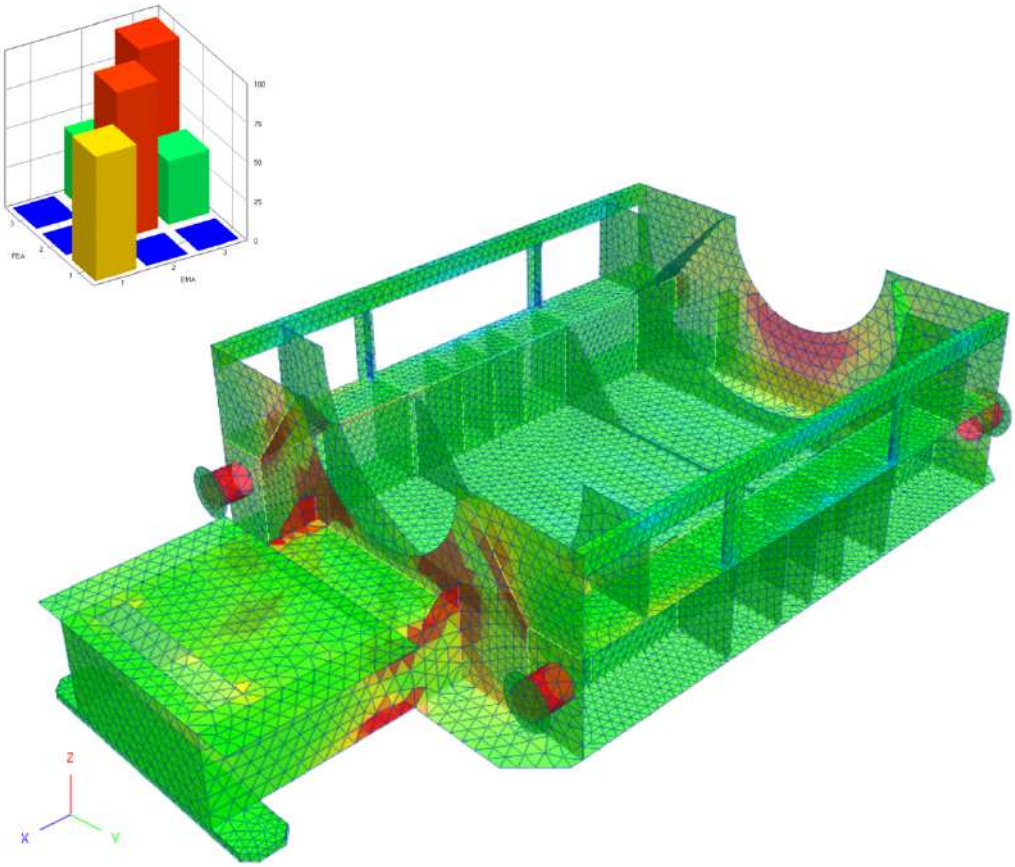


Abbildung 7.1: FE-Modell eines Grundrahmens mit Bereichen, in denen der E-Modul modifiziert wurde [24]

Die Anfangsübereinstimmung zwischen Messung und Rechnung wird in Tabelle 7.1 dargestellt. Dort werden sowohl die Differenzen in Eigenfrequenzen als auch die Übereinstimmung der Eigenformen mit dem MAC-Wert dargestellt. Die aufsummierten Werte für die absoluten (abs.) und relativen (rel.) Abweichungen der Eigenfrequenzen sowie der MAC-Werte sollen einen allgemeinen Eindruck über die Änderung der Abweichung vermitteln, die zwischen dem Original- und dem angepassten Modell stattgefunden hat. Das Ziel der Modellanpassung ist es, die Summenwerte der Abweichungen, die sich aus der Eigenfrequenzen ergeben haben, zu reduzieren, dafür aber die Summenwerte für die MAC-Werte, also die Übereinstimmung der Schwingformen, zu erhöhen.

Mode	Messung	Rechnung	abs. Differenz	rel. Differenz	MAC-Wert
#	Hz	Hz	Hz	%	%
1.	25,68	28,94	3,26	12,67	80,5
2.	59,28	60,23	0,95	1,59	77,2
3.	98,11	98,25	0,14	0,14	94,1
		Summe	4,35	14,4	251,8

Tabelle 7.1: Zusammenstellung der berechneten Eigenfrequenzen vor der Modellanpassung [24]

Die Tabelle 7.2 zeigt den Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen nach der Modellanpassung.

Mode	Messung	Rechnung	abs. Differenz	rel. Differenz	MAC-Wert
#	Hz	Hz	Hz	%	%
1.	25,68	23,77	1,91	7,44	79,8
2.	59,28	58,1	1,18	1,99	87,5
3.	98,11	99,14	1,03	1,05	96,3
		Summe	4,12	10,48	263,6

Tabelle 7.2: Zusammenstellung der berechneten Eigenfrequenzen nach der lokalen Modellanpassung [24]

Es ist zu erkennen, dass eine Verbesserung der Übereinstimmung der Eigenfrequenz für die 1. Mode stattgefunden hat. Für den 2. und 3. Mode erfolgte eine Verbesserung der MAC-Werte, dabei ist jedoch die Übereinstimmung der Eigenfrequenzen leicht gefallen. Die gefallenen Summenwerte für die Abweichungen der Eigenfrequenzen und die gestiegene Summe für die MAC-Werte zeigen eine bessere Übereinstimmung des angepassten Modells an die Messdaten.

In der Tabelle 7.3 sind die Werte des E-Moduls für einen der Bereiche dargestellt, die zur Anpassung freigegeben sind. Dabei wurde eine Erhöhung des E-Moduls für Stahl um 70 % verzeichnet, ein für diesen Werkstoff kein physikalisch vertretbarer Wert.

Parameter	alter Wert	neuer Wert	Differenz
	N/mm^2	N/mm^2	%
E-Modul	207000	352000	70,3

Tabelle 7.3: Veränderung des E-Moduls durch die Modelanpassung [24]

Dieses Beispiel zeigt, dass mit dem vorhandenen Algorithmus zur Modellanpassung eine Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung grundsätzlich möglich ist. Dies gilt jedoch für einmalige Anpassungen, also bei Anwendungen, für die eine schnelle Verbesserung der berechneten Moden von Bedeutung ist. Wenn jedoch

die veränderten Parameter als Grundlage zur Verbesserung der Berechnungsergebnisse für ähnliche Strukturen dienen, z.B. Grundgestelle in einer anderen Bauform oder Größe, muss die physikalische Bedeutung der Anpassung beachtet werden. Daher muss vor der Anpassung genau überlegt werden, welche Bereiche des betrachteten Modells für die Abweichung verantwortlich sein könnten und mit welchen Parametern dieser Bereiche die Anpassung durchgeführt werden könnte. Die im Rahmen dieser Arbeit angestrebte Verbesserung der Berechnungsergebnisse für Grundgestelle und Ständer der elektrischen Antriebe setzt voraus, dass die eingeführten Maßnahmen auf physikalischer Basis aufbauen. Dies soll gewährleisten, dass die Berechnungsergebnisse von der Geometrie und der Masse der Komponeten unabhängig bleiben. So wird bei der Modellierung der Grundgestelle (Kapitel 9) die mathematische Modellanpassung gar nicht verwendet. Bei der Modellerstellung der Ständer (Kapitel 10) wird sie zur Ermittlung von Parametern eines orthotropen Werkstoffmodells für Blechpakete verwendet.

8 Prozess zur Erstellung und Validierung der FE-Modelle

In den letzten drei Kapiteln wurden die Grundlagen der Finite Elemente Modellierung, experimentellen Modalanalyse und der Modellanpassung dargelegt. In diesem Kapitel werden diese drei Verfahren zu einem Arbeitsprozess konsolidiert. Dabei handelt es sich um die Definition eines Arbeitsablaufes, der zur Gewinnung eines optimierten FE-Modells der untersuchten Struktur führen soll. Dieser Ablauf ist in Abbildung 8.1 graphisch dargestellt. Er geht von einem FE-Modell aus, das nach den Regeln aus Kapitel 5 erstellt wurde. Dieses Modell kann dann zur Vorbereitung der experimentellen Modalanalyse genutzt werden, da in dem Pretest-Verfahren sowohl die optimale Anzahl und Verteilung für die Aufnehmer als auch die optimale Stelle und Richtung der Anregung ermittelt werden kann. Das Pretest-Verfahren gibt Hinweise für die Durchführung der experimentellen Modalanalyse. Diese, wenn nach den Hinweisen von Kapitel 6 durchgeführt, liefert Übertragungsfunktionen in guter Qualität, die nach der Transformation der Koordinatensysteme an die Auswertung weitergegeben werden können. Damit bei der Auswertung die Schwingformen der gemessenen Resonanzen dargestellt werden können, müssen die Messgitter, also die räumliche Lage der Aufnehmer auf dem Messobjekt, erfasst werden. Dazu kann die Methode der Photogrammetrie dienen, die bereits in Abschnitt 6.5 beschrieben wurde. Während der Auswertung werden die Resonanzfrequenzen, die dazugehörigen Schwingformen sowie die modale Dämpfung bestimmt.

Der nächste Schritt ist die Modellanpassung. Dabei laufen die berechneten und gemessenen Moden zusammen. Es wird die Korrelation der beiden Ergebnisse kontrolliert und überprüft, ob eine Modellanpassung notwendig ist. Die MAC-Werte dienen dabei dazu, anhand der Schwingformen die entsprechenden Resonanzen aus Berechnung und Messung zu identifizieren und einander gegenüberzustellen. Je nach Ergebnis der Korrelation kann die mathematische Modellanpassung benutzt werden, um die Berechnungsergebnisse an die Messergebnisse anzugleichen. Die in den Kapiteln 5 und 6 ermittelten Streuungen der Ergebnisse, die bei der Anwendung der dort beschriebenen Methoden zu erwarten sind, können dabei helfen, die entstandenen Abweichungen bei der Korrelation zu bewerten. Falls die Modellanpassung notwendig wird, muss unbedingt beachtet werden, dass die Ergebnisse nicht immer reproduzierbar sind, d.h. die ermittelten Parameter des Modells sind oft unphysikalisch und können nur bedingt in anderen Modellen wiederverwendet werden.

Die Modellanpassung ermöglicht die Anpassung der berechneten Eigenfrequenzen und Eigenformen. Die gemessenen Übertragungsfunktionen können auch zur Anpassung bzw. Ermittlung der modalen und physikalischen Dämpfung (viskose und Werkstoffdämpfung) dienen.

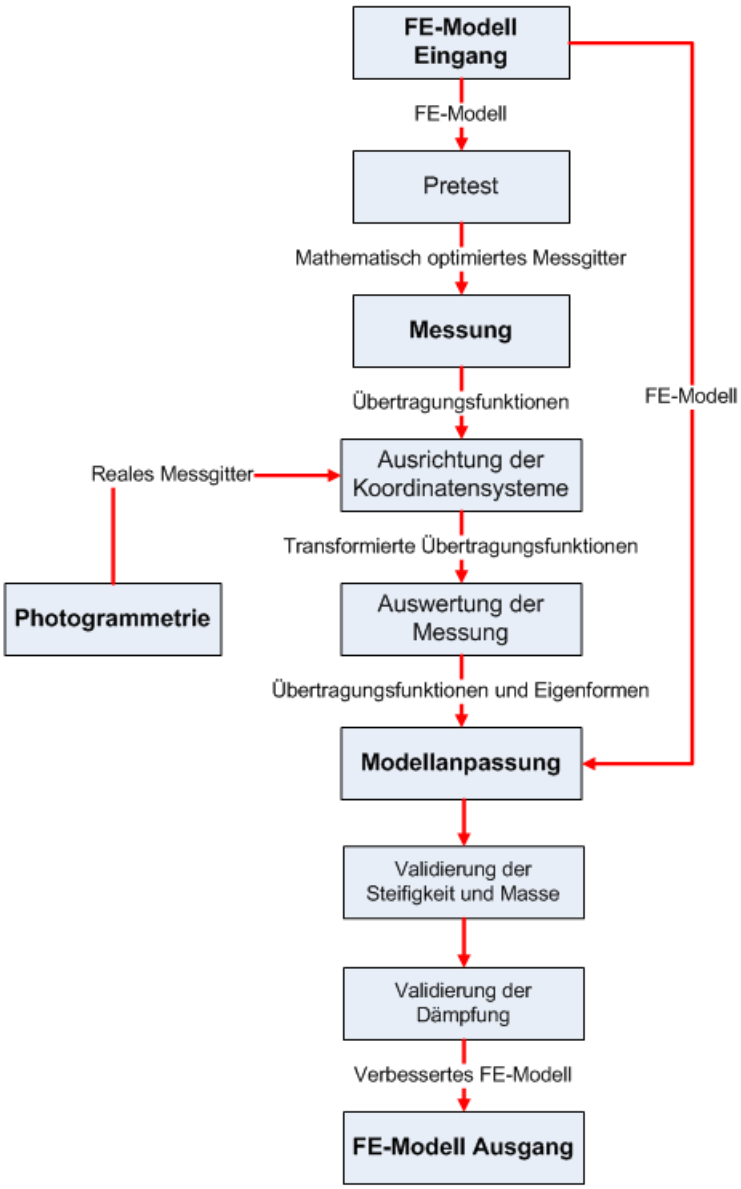


Abbildung 8.1: Die Prozesskette

Der eben beschriebene Prozess wird an einem Beispiel vorgestellt. Es handelt sich dabei um die Modellierung eines aus Stahl gefertigten Gehäuseteils eines elektrischen Antriebes. Die Untersuchung erfolgt für die Moden aus dem Bereich 1-300 Hz.

8.1 Erstellung des Ausgangs-FE-Modells

Der erste Schritt bei der FE-Modellierung ist die Wahl der Elemente und der Dichte der Vernetzung. Bei dem vorliegenden FE-Modell werden zwei Varianten der Modellierung vorgestellt. Das verwendete Bauteil ist ein relativ schlankes Gehäuseteil, welches jedoch mit vielen Versteifungselementen und Aussparungen versehen ist. Durch den Vergleich der Modellierung mit Volumen- und Schalenelementen werden die Unterschiede in den Berechnungsergebnissen gezeigt.

8.1.1 Volumenmodell

Bei diesem Beispiel wurden Tetraederelemente 2. Ordnung gewählt. Diese Wahl hängt mit der Geometrie dieses Objekts und den Möglichkeiten des im Programm implementierten Netzgenerators zusammen. Dieser kann das meist bevorzugte Hexaedernetz 2. Ordnung für die vorliegende Geometrie nicht erstellen. Nach der Wahl des Elementtyps wird die optimale Netzdichte ermittelt. Optimal bedeutet hier, dass ein Kompromiss zwischen der Berechnungsgenauigkeit und der Berechnungszeit, welche unmittelbar von der Anzahl der Elemente anhängig ist, getroffen werden muss. In Abbildung 8.3 sind unterschiedliche Netzdichten für das Beispielobjekt zu sehen.

Wie sich die Netzfeinheit auf die berechneten Eigenfrequenzen auswirkt, zeigt Tabelle 8.1. Die Betrachtung der Abhängigkeit der berechneten Eigenfrequenzen von der Größe der eingesetzten Finiten Elementen heißt Konvergenzuntersuchung und kann wie in Abbildung 8.2 graphisch dargestellt werden.

Mode	Netzfeinheit			
	200mm	144mm	70mm	35mm
1.	11,82	11,56	11,68	11,67
2.	16,71	16,64	16,26	16,12
3.	37,10	36,33	35,63	35,29
4.	37,86	36,83	36,68	36,56
5.	72,49	70,80	69,88	69,35
6.	83,74	80,95	80,08	79,67
7.	125,47	122,13	121,06	120,35
8.	144,02	137,69	137,52	136,87
9.	200,55	192,30	193,04	192,20
10.	212,40	202,63	201,58	200,68
11.	255,80	253,25	252,11	251,41
12.	257,63	254,75	253,11	252,39
13.	286,78	263,94	267,57	265,89
14.	287,52	276,19	275,48	274,45

Tabelle 8.1: Berechnete Eigenfrequenzen [Hz] für das Gehäuseoberteil

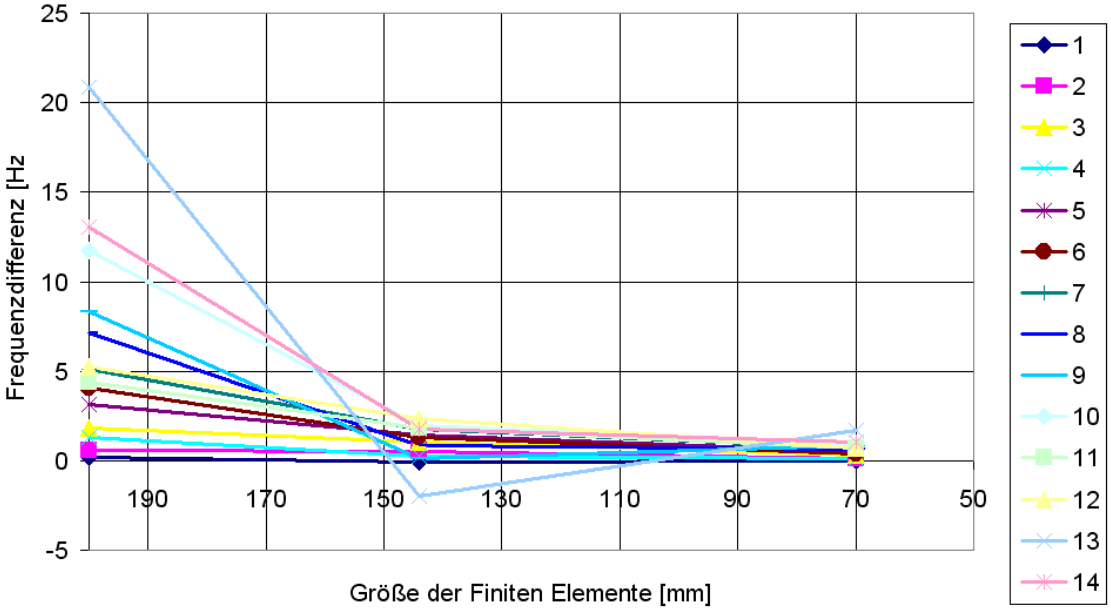


Abbildung 8.2: Ergebnis einer Konvergenzuntersuchung für die Netzdichte des Gehäuseteils

In Abbildung 8.2 wurden die absoluten Differenzen der berechneten Eigenfrequenzen in Bezug auf die Werte für das dichteste FE-Netz aufgetragen. Dabei kann beobachtet werden, wie die Abweichung für alle 14 Moden mit der steigenden Netzdichte abfällt.

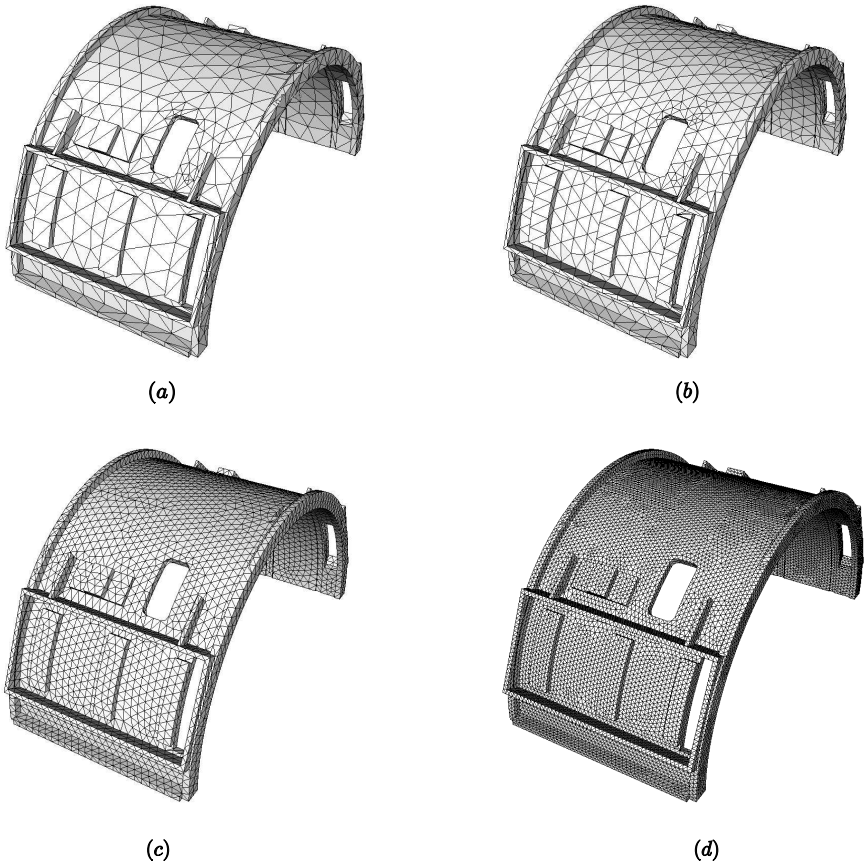


Abbildung 8.3: FE-Modell eines Gehäuseteils: (a) Elementgröße 200mm, (b) Elementgröße 144mm, (c) Elementgröße 70mm, (d) Elementgröße 45mm (zwei Elemente über die Dicke der Geometrie)

8.1.2 Schalenmodell

Als Alternative zum Volumenmodell wird das Schalenmodell betrachtet. Das in Abbildung 8.4 dargestellte Schalenmodell besitzt bereits das konvergente Netz, das aus quadratischen Elementen 2. Ordnung besteht. Die Bereiche der unterschiedlichen Bauteildicken wurden farblich gekennzeichnet. Dieses Schalenmodell hat gegenüber dem Volumenmodell den Vorteil, dass im Vergleich zum Volumenmodell die Rechenzeit, die zur Berechnung der gleichen Moden-Anzahl nötig ist, viel geringer ist. Die Übereinstimmung der Rechenergebnisse dieser beiden Modelle mit den Messergebnissen wird im Abschnitt 8.5 dargestellt.

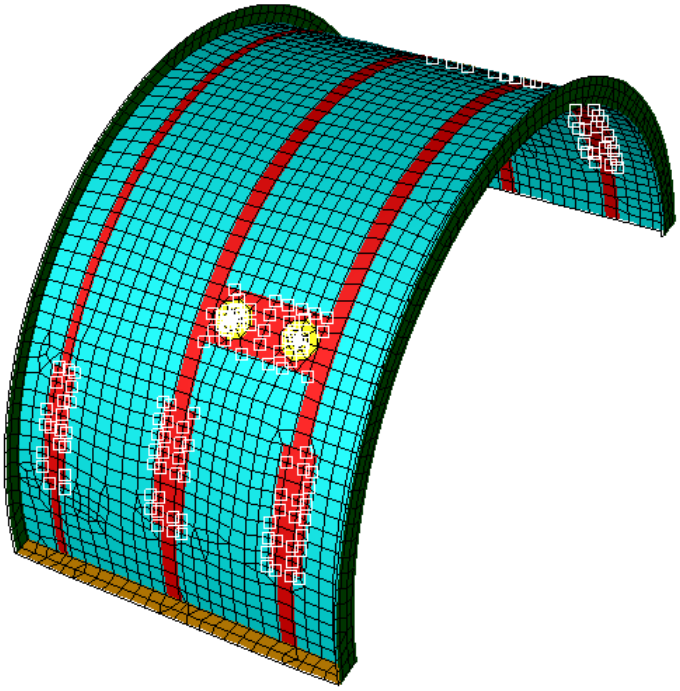


Abbildung 8.4: Das Schalenmodell des Gehäuseteils

8.2 Vergleich der FE-Modelle

Für das Volumenmodell mit der Netzfeinheit 70 mm wurde der Vergleich wiederholt, der bereits für das Lüftermodell (Abschnitt 5.8) durchgeführt wurde, d.h. die Moden dieses Modells sind mit Ansys® und I-deas® ausgerechnet worden. Ähnlich wie bei dem Lüfter wird die Qualität der Berechnungsergebnisse des Volumenmodells auf der Basis von zwei Vergleichen durchgeführt. Zum einen wurde die Übereinstimmung der Schwingformen mit Hilfe der MAC-Matrix (Abbildung 8.5) kontrolliert und zum anderen wurden die Abweichungen der berechneten Eigenfrequenzen (Abbildung 8.6) bewertet (Die Skalierung der Ordinate ist zwecks Vergleich mit dem Ergebnis des Lüftermodells auf 20 Hz gesetzt worden). Die MAC-Matrix zeigt eine perfekte Übereinstimmung der Form und der Reihenfolge der in beiden Programmen berechneten Moden, worauf die rote Diagonale dieser Matrix hinweist. Der Vergleich der berechneten Eigenfrequenzen zeigt, dass die Abweichungen zwischen den Rechenergebnissen unter 1 Hz bleiben. Die beiden Prüfungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse.

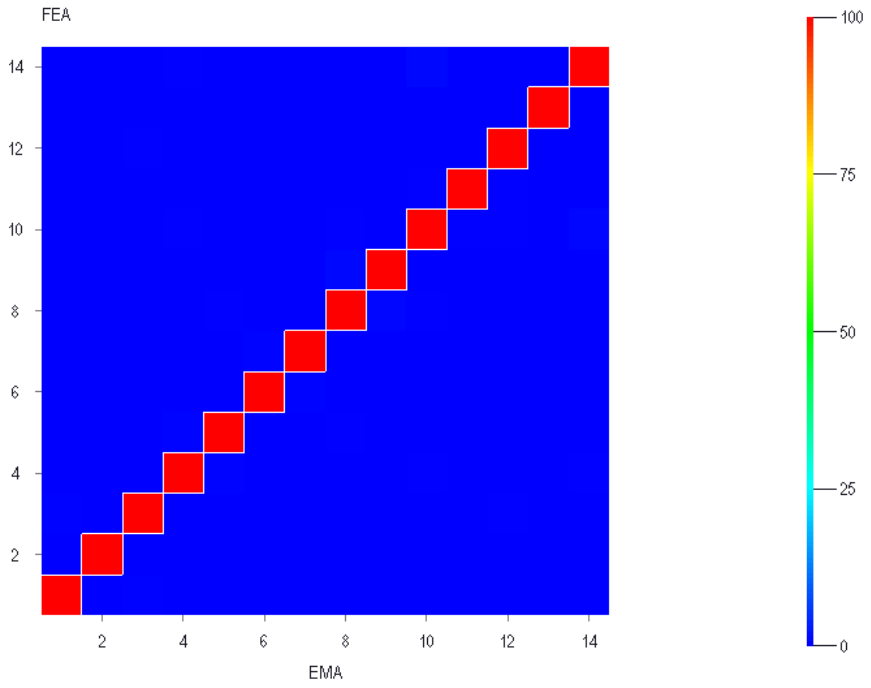


Abbildung 8.5: MAC-Matrix für das Volumenmodell des Gehäuseteils (FEA-Ansys®, EMA-I-deas®)

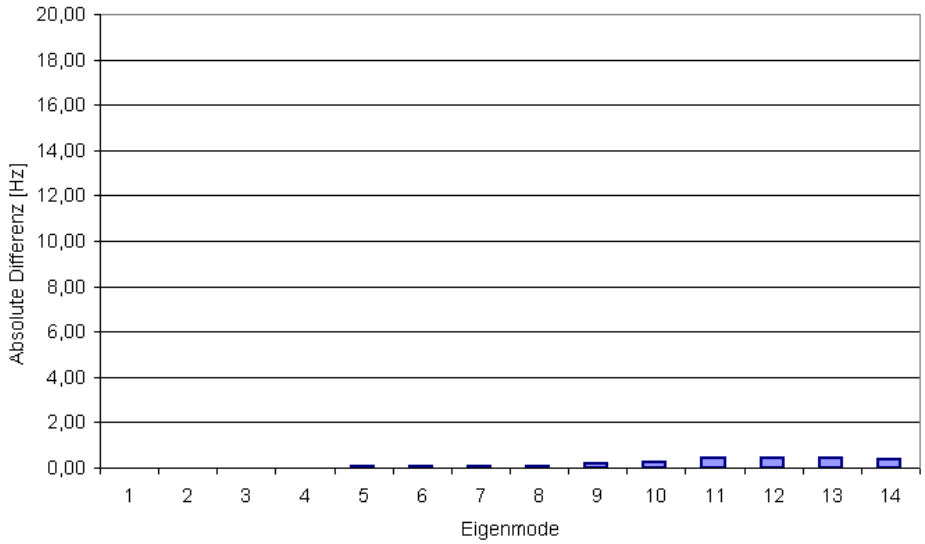


Abbildung 8.6: Absolute Abweichung der berechneten Eigenfrequenzen zwischen I-deas® und Ansys®

8.3 Pretest

Das bereits vorhandene FE-Modell dient zur Vorbereitung der Messung. Mit dem sogenannten Pretest-Verfahren können die optimale Anzahl und Lage der Schwingungsaufnehmer sowie die optimale Lage und Richtung der Anregung ermittelt werden. Dazu werden die FE-Modelle und deren berechnete Moden notwendig.

Das Ergebnis ist ein Messgitter (Abbildung 8.7), das zwar die Anzahl der Messpunkte reduziert, aber (wie bereits in Abschnitt 6.8 betont) nur als Hinweis für die Verteilung der Aufnehmer dienen kann, da diese Verteilung nur bedingt präzise auf das reale Messobjekt übertragen werden kann.

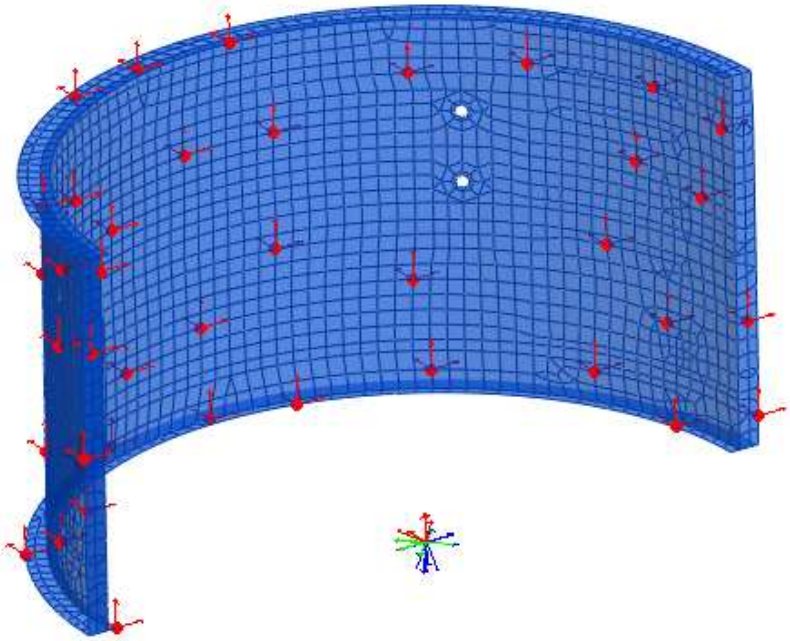


Abbildung 8.7: Beispiel für ein mit dem Pretest-Verfahren ermitteltes Messgitter

8.4 Experimentelle Modalanalyse

Das in den Versuchen tatsächlich angewandte Messgitter ist in Abbildung 8.9 zu sehen. Dieses Messgitter zeichnet sich gegenüber dem mit dem Pretest ermittelten Messgitter durch dessen Homogenität aus, die sowohl die Durchführung als auch die Auswertung der Messung deutlich vereinfacht hat.

Als Lagerung für die Messungen wurde die Aufhängung am Kran gewählt. Bei der Anregung wurde zehn Mal in drei Richtungen angeschlagen (Abbildung 8.9). Die Übertragungsfunktionen aus den zehn Anschlägen wurden zwecks Reduktion der Störeinflüsse gemittelt.

Die Messung erfolgte im kartesischen Koordinatensystem, aber wegen der runden Form

des Messobjektes mussten die gemessenen Übertragungsfunktionen in ein zylindrisches Koordinatensystem transformiert werden. Mit diesem Messgitter konnten Schwingformen der Moden bis 300 Hz abgebildet werden. Ein Beispiel der gemessenen Übertragungsfunktion ist in Abbildung 8.8 zu sehen.

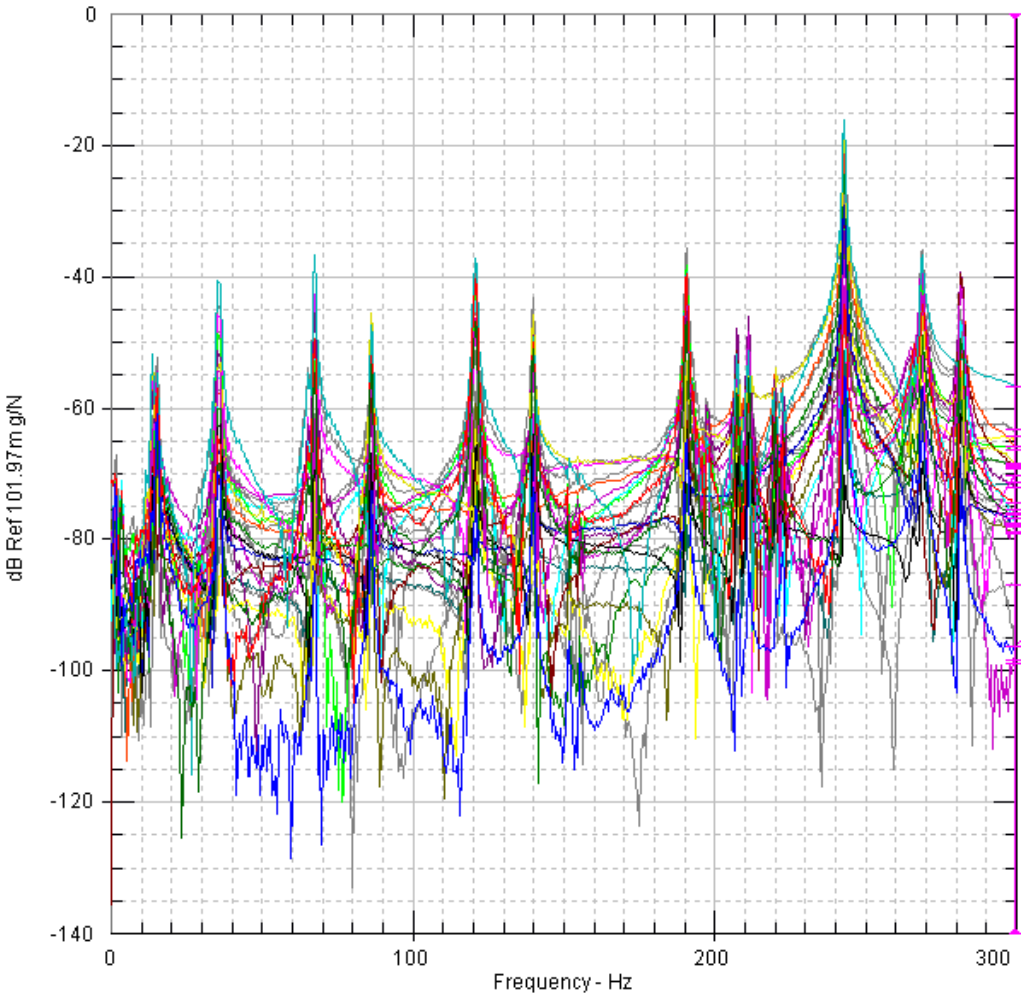


Abbildung 8.8: Die gemessenen Übertragungsfunktionen

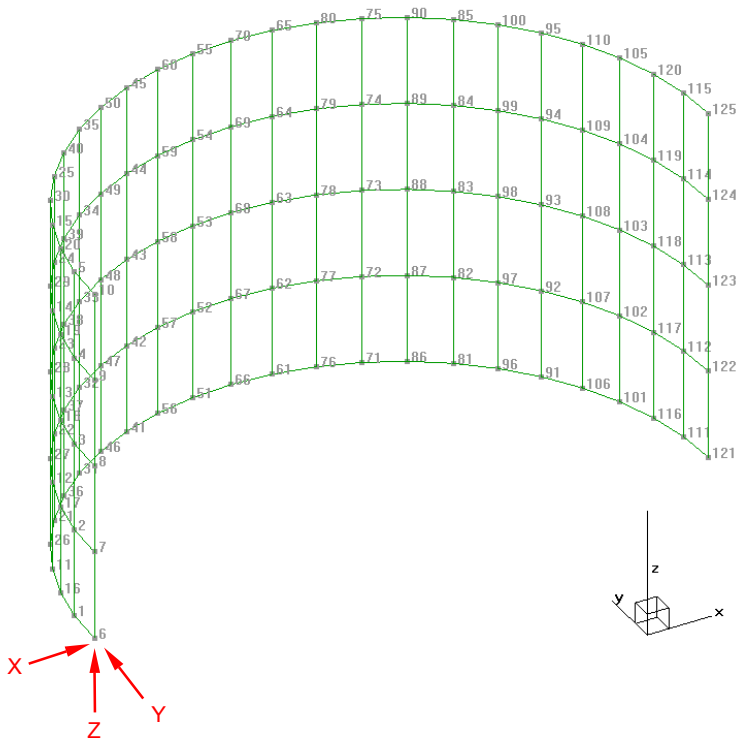


Abbildung 8.9: Messgitter für das Gehäuseteil und Richtungen der Anregung

8.5 Korrelation

In diesem Abschnitt werden die mit den beiden Modellen des Gehäuseteils (Volumen und Schale) berechneten Moden den aus der Schwingungsmessung gewonnenen realen Moden gegenübergestellt. Der erste Schritt beim Vergleich der gemessenen und berechneten Moden ist eine entsprechende Vorbereitung der beiden Datensätze. Das Messgitter wird von eventuell fehlerhaften Messpunkten befreit, die Moden werden entsprechend normiert und dann werden die beiden Gitter aufeinander gelegt, sodass die entsprechenden Freiheitsgrade gepaart werden können (Abbildung 8.10).

Wenn die beiden Messgitter korrelieren, werden die entsprechenden Paare aus gemessenen und berechneten Eigenformen gebildet. Die Zuordnung basiert auf dem MAC-Wert, der größer als 60 sein sollte. Eine Auswahl der zugeordneten Schwingformen ist in Abbildung 8.12 zu sehen.

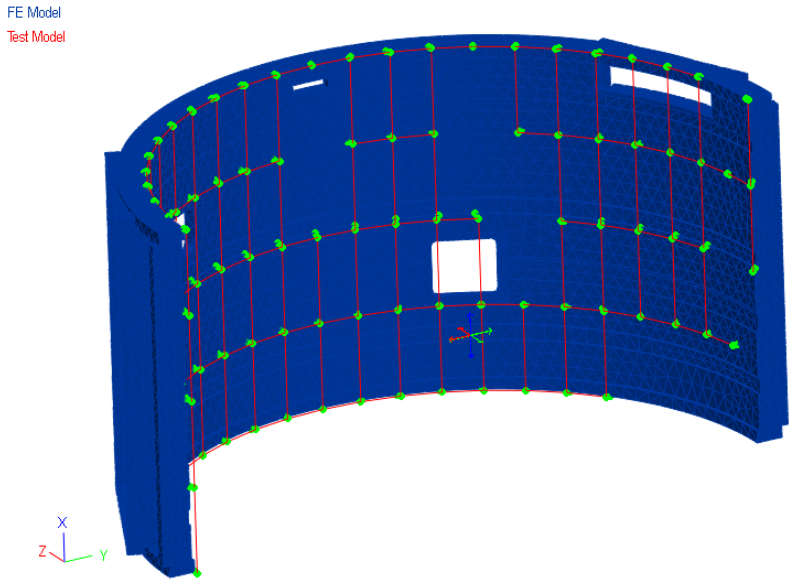


Abbildung 8.10: Überlagerung des Finite Elemente Modells mit dem experimentellen Messgitter

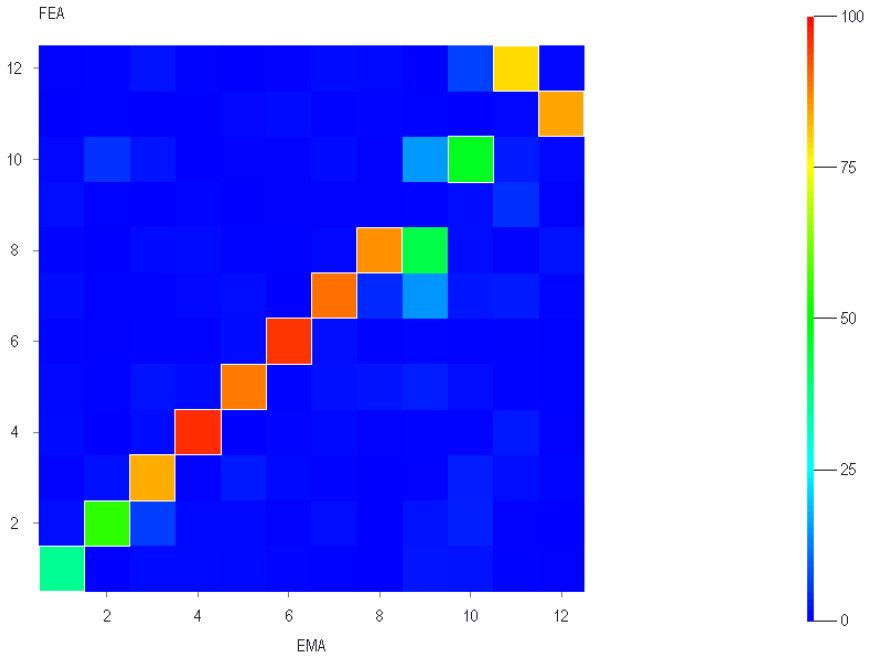


Abbildung 8.11: MAC-Matrix für den Vergleich der numerischen und experimentellen Schwingformen für das Volumenmodell. Die MAC-Matrix für den Vergleich der Ergebnisse des Schalenmodells ist identisch.

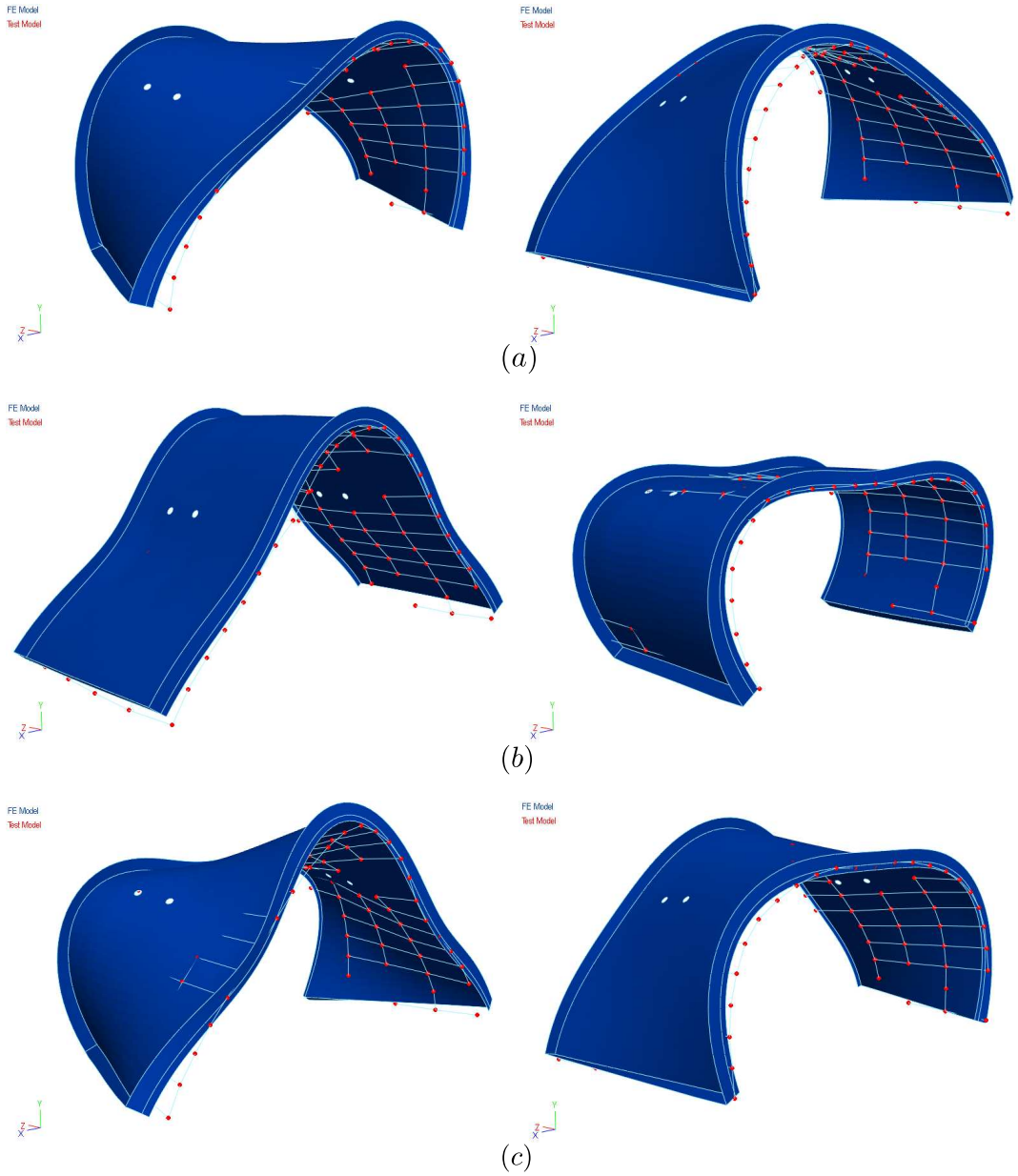


Abbildung 8.12: Beispiele von zugeordneten numerischen und experimentellen Schwingformen: (a) 3. Mode, (b) 4. Mode, (c) 5. Mode

Die MAC-Matrix, die die Übereinstimmung der Reihenfolge und der Form der Schwingungsmoden visualisiert, ist in Abbildung 8.11 dargestellt.

Die MAC-Matrizen der Vergleiche der Volumen- und Schalenmodelle gegenüber der Messung sind identisch, d.h. die mit den beiden FE-Modellen berechneten Formen und deren Reihenfolge stimmen überein. Der Vergleich der entsprechenden Eigenfrequenzen zeigt aber, dass die Art der Modellierung einen entscheidenden Einfluss auf die Über-

einstimmung der Mess- und Rechenergebnisse hat. Die Abbildungen 8.6 und 8.14 zeigen entsprechend die absoluten und prozentualen Abweichungen zwischen Messung und Rechnung für die beiden FE-Modelle. Für die Vergleiche wurden Moden herangezogen deren MAC-Wert höher als 10 lag.

Dieser Vergleich zeigt, dass die detaillierten Modelle auf der Basis der Volumenelemente kleinere Abweichungen als die entsprechenden Nachbildungen mit Schalenelementen liefern. Dieses Ergebnis bestätigt die Erkenntnisse von Rossow [84]. Diese zeigten, dass Volumenmodellierung besonders für Bauteile mit komplexer Geometrie eine deutlich bessere Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung liefert. Dies hängt damit zusammen, dass solche Geometrien die Schlankheitsvoraussetzungen zur Anwendung der Schalenelemente nicht erfüllen. Darüber hinaus bilden in solchen Fällen die Stöße der Schalenelemente eine weitere Schwachstelle, da dort Steifigkeits- und Massendefizite auftreten. Dieses Thema wird ausführlicher in Abschnitt 9.5 behandelt. Dort werden die geschweißten Stöße der Maschinengestelle betrachtet.

Anhand der Abbildungen 8.13 und 8.14 kann beobachtet werden, dass das Volumenmodell für die meisten Moden eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen zeigt. Obwohl die 9. berechnete Mode (8.11) in der Messung nicht gefunden werden konnte.

Bei der 7. berechneten Mode des Schalenmodells, scheint es eine gute Übereinstimmung der Schwingformen zu geben. Die berechnete Frequenz zeigt jedoch eine sehr starke Abweichung zum entsprechenden Messwert (Abbildung 8.13 und Abbildung 8.14). Es kann dabei auch beobachtet werden, dass die Abweichungen, besonders beim Schalenmodell, mit der Frequenz ansteigen. Diese Abweichungen hängen mit dem Detaillierungsgrad des FE-Modells zusammen. Dieser wird durch die Genauigkeit der Nachbildung der Bauteiltopologie und die Größe der Finiten Elemente beeinflusst. Dies bedeutet, dass je genauer die Nachbildung der Geometrie des Bauteils ist und je kleiner die eingesetzten Finiten Elemente sind, desto besser die Mess- und Rechenergebnisse übereinstimmen.

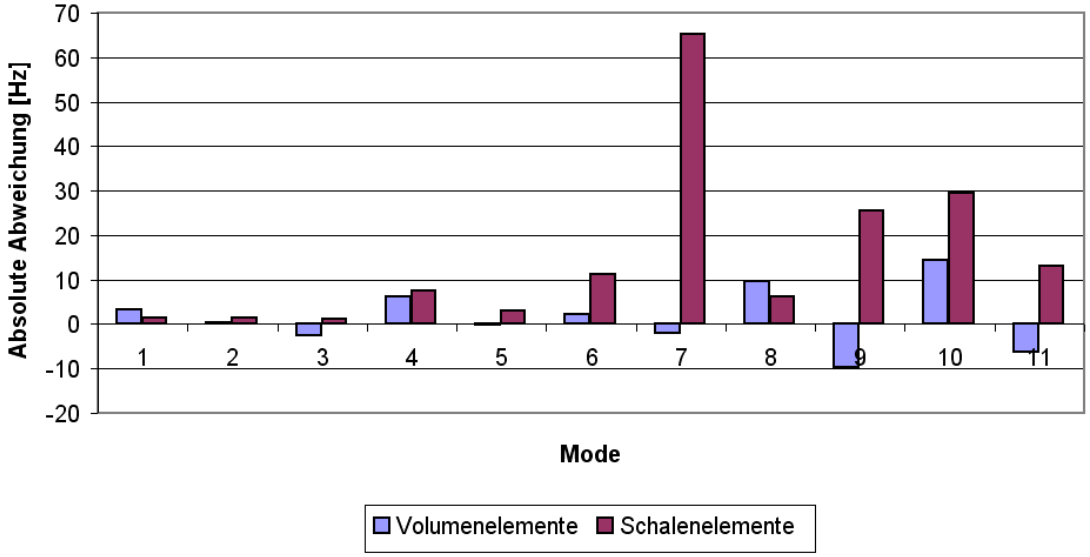


Abbildung 8.13: Absolute Abweichung der berechneten Moden für ein Volumen- und Schalenmodell zu den experimentellen Ergebnissen

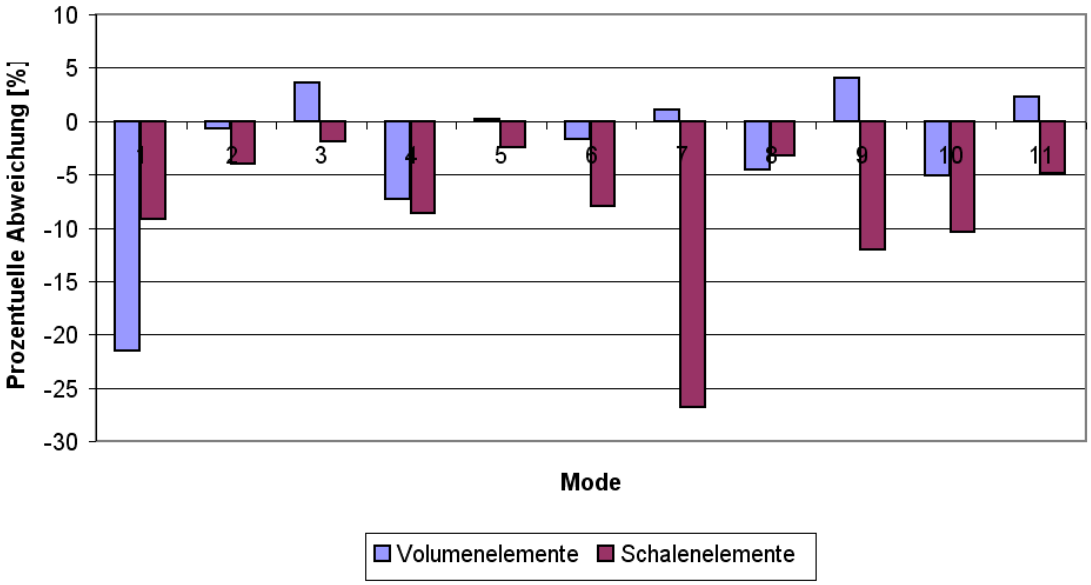


Abbildung 8.14: Prozentuale Abweichung der berechneten Moden für ein Volumen- und Schalenmodell zu den experimentellen Ergebnissen

8.6 Modellanpassung

Im Gegensatz zum Volumenmodell zeigt das Schalenmodell viel stärkere Abweichungen relativ zur Messung. Es zeigt sich dabei, dass die Möglichkeiten der Genauigkeit für topologische Nachbildung mit Schalenelementen ausgeschöpft sind. Wird ein Schalenmodell benötigt, dessen Übereinstimmung mit dem realen Schwingungsverhalten des nachgebildeten Objektes besser ist, kann die Methode der Modellanpassung verwendet werden. Die Modellanpassung dient dem Angleichen der Rechen- und Messergebnisse. Sie kann dabei unterschiedliche Ziele verfolgen. Im einfachsten Fall handelt es sich um das Angleichen der berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen. Soll die Anforderung um die Verbesserung der Übereinstimmung der Form der berechneten und gemessenen Schwingformen erweitert werden, so müssen die MAC-Werte als zusätzliches Kriterium herangezogen werden. Unabhängig davon können die berechneten und gemessenen Übertragungsfunktionen zur Ermittlung modaler und physikalischer Dämpfung verwendet werden.

Am Beispiel des Schalenmodells wird die Anpassung der Eigenfrequenzen vorgestellt. Der Schwerpunkt der Darstellung liegt auf den Unterschieden zwischen der lokalen und globalen Modellanpassung. Wie bereits im Kapitel 7 angedeutet, unterscheiden sich die beiden Anpassungsmethoden durch den Umgang mit den Anpassungsparametern, was wieder einen entscheidenden Einfluss auf das Ergebnis haben kann. In Abbildung 8.15 ist eine Sensitivitätsmatrix für die lokale Anpassung dargestellt. Die Parameter sind die Elastizitätsmodule der einzelnen in Abbildung 8.4 dargestellten Bereiche des Schalenmodells. Diese Bereiche repräsentieren die Teile des Modells, die mit gleicher Schalendicke vernetzt wurden. Die Sensitivitätsmatrix zeigt, welchen relativen Einfluss die Änderung eines Parameters, in diesem Fall des E-Moduls für einzelne Modellbereiche, auf die berechneten Eigenfrequenzen hat. Das Ergebnis der Modellanpassung wurde in Abbildung 8.16 dargestellt.

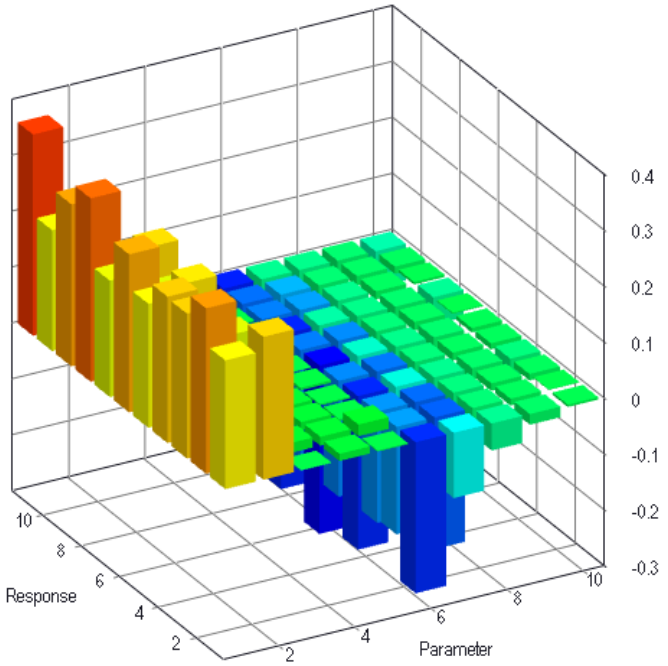


Abbildung 8.15: Sensitivitätsmatrix

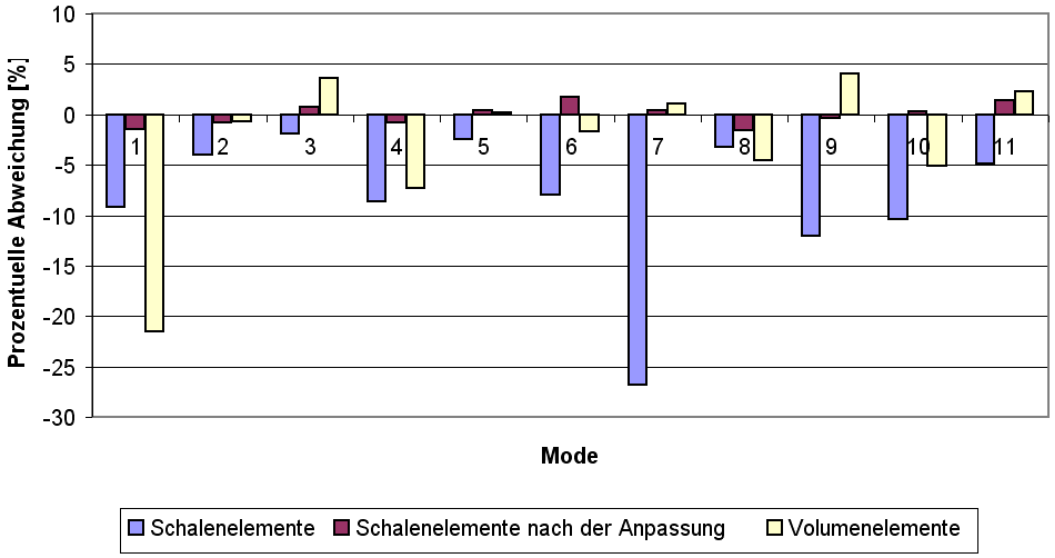


Abbildung 8.16: Prozentuale Abweichung der berechneten und gemessenen Moden für ein Volumen- und Schalenmodell nach der Anpassung der Parameter des Schalenmodells

Die Diskussion über die Unterschiede zwischen der lokalen und globalen Anpassung kann in eine Diskussion über Wiederverwendbarkeit der Anpassungsergebnisse überführt werden.

Die lokale Anpassung ist für eine einmalige Anpassung geeignet. Das FE-Modell wird lokal über die Parameter der einzelnen finiten Elemente angepasst, um eine genaue Übereinstimmung mit der Realität z.B. hinsichtlich Eigenfrequenzen und Eigenformen zu bekommen. Dies funktioniert auch oft mit FE-Modellen, die eine reale Struktur in einer stark vereinfachten Weise nachbilden. Die aus der Anpassung gewonnenen lokalen Parameter können aber nicht wieder in anderen FE-Modellen verwendet werden, da sie sich auf die Finiten Elemente und nicht auf die physikalischen Merkmale des realen Objekts beziehen. Eine globale Anpassung wiederum bedeutet, dass bestimmte Parameter (wie z.B. der E-Modul des verwendeten Werkstoffs) für das gesamte FE-Modell oder einen seiner Bereiche modifiziert werden. Dadurch bleibt die Verbindung zu den realen Merkmalen des Objekts erhalten. Zwar verliert die Anpassungsmethodik an Flexibilität und der Modellierungsaufwand steigt. Es besteht aber eine Chance, dass die Anpassungsergebnisse in anderen FE-Modellen wiederverwendbar sind.

Wie in dem hier dargestellten Beispiel bringen die Volumenmodelle mit FE-Netzen in guter Qualität (Konvergenzuntersuchung und Erfüllung der Qualitätskriterien) optimale Voraussetzungen mit, um mit ihrer Hilfe eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Realität zu erreichen und dabei verlässliche Parameter zu erhalten.

8.7 Einfluss der Streuung der Werkstoffwerte

Am Beispiel des Gehäuseteils wird ein weiterer Aspekt der FE-Modellierung, der Einfluss der Streuungen der Werkstoffparameter, untersucht. Diese werden üblicherweise samt Messunsicherheiten angegeben. Für Baustahl sind folgende Streuungen bekannt (Tabelle 8.2).

Parameter	Streuung
	%
E-Modul	10
Poissonzahl	10
Dichte	1

Tabelle 8.2: Streuungen der Werkstoffparameter für Stahl

Für das in Abbildung 8.3c dargestellte Modell wurde diese Streuung berücksichtigt. Es wurden zwei Varianten berechnet, die entsprechend mit den minimalen und den maximalen Werten der Streuung gespeist wurden (Tabelle 8.3). Um z.B. die niedrigste Eigenfrequenz zu bekommen, die sich aus der Streuung ergeben konnte, wurden die minimalen Werte der Steifigkeitsparameter mit maximalen Werten der Dichte kombiniert. Ähnlich wurde bei der Ausrechnung der höchsten Werte der Eigenfrequenzen vorgegangen.

Parameter	Einheit	Min.	Standard	Max.
E-Modul	N/mm^2	186120	206800	227480
Poissonzahl	-	0,26	0,29	0,32
Dichte	kg/m^3	8602	7820	7038

Tabelle 8.3: Parametersätze zur Untersuchung des Einflusses der Streuungen der Werkstoffparameter auf die berechneten Eigenfrequenzen

Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass die verwendete Kombination von Parameterstreuungen eine 10 % Unsicherheit bei den berechneten Eigenfrequenzen erzeugt (Tabelle 8.4).

Mode	Min.	Abweichung Standard-Min.	Standard	Max.	Abweichung Standard-Max.
#	[Hz]	%	[Hz]	[Hz]	%
1.	10,52	9,9	11,68	12,97	9,9
2.	14,84	8,7	16,26	17,82	8,7
3.	32,43	9,0	35,63	39,16	9,0
4.	33,07	9,8	36,68	40,71	9,9
5.	63,48	9,2	69,88	76,96	9,2
6.	72,15	9,9	80,08	88,92	9,9
7.	109,62	9,4	121,06	133,73	9,5
8.	123,90	9,9	137,52	152,72	10,0
9.	174,46	9,6	193,04	213,67	9,7
10.	181,60	9,9	201,58	223,91	10,0
11.	228,37	9,4	252,11	278,32	9,4
12.	229,30	9,4	253,11	279,42	9,4
13.	241,08	9,9	267,57	297,42	10,0

Tabelle 8.4: Streuung der berechneten Eigenfrequenzen

8.8 Fazit

Eine entsprechende Qualität der FE-Modelle sowie der Messdaten ist die Grundlage für eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung. Mit entsprechender Qualität ist ein gewisses Maß an Übereinstimmung zu erreichen. Es wurde aber auch gezeigt, dass eine perfekte Übereinstimmung doch recht unrealistisch erscheint. Dies hängt hauptsächlich mit den Fertigungs- und Werkstofftoleranzen der realen Bauteile zusammen. Diese Toleranzen können sich durch Streuungen der Messergebnisse äußern. Diese Streuungen bringen dann wiederum eine Unsicherheit für die Berechnungsergebnisse, da die Referenz, nämlich die Messung, mit einem Fehler behaftet sein kann.

Aus diesem Grund wird in den Kapiteln 9 und 10 Wert darauf gelegt, die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse an baugleichen Objekten zu untersuchen und die daraus resultierende Streuung als Toleranzbereich für die Berechnungsergebnisse zu verwenden.

8.9 Anwendung des Arbeitsprozesses

Zum Abschluss dieses Kapitels soll kurz auf die praktische Anwendung der bisher vorgestellten Erkenntnisse eingegangen werden. Diese wurden im Rahmen eines Projekts zur automatisierten Erstellung von FE-Modellen für die sog. Plattformantriebe eingesetzt. Die Produktgruppe der Plattformantriebe zeichnet sich durch eine flexible Bauweise aus, die es erlaubt, schnell und kostengünstig kundenspezifische Antriebslösungen anzubieten. Die Antriebskonstruktion basiert dabei auf standardisierten Formen der Antriebskomponenten, deren Größe variiert werden kann. Die Flexibilität dieser Lösung zeigt sich dadurch, dass die Arbeitsweise, die Leistung und die Abmessungen des Antriebes seiner zukünftigen Anwendung schnell angepasst werden können. Dabei geht der Aufbau des FE-Modells für die Plattformantriebe von dessen einzelnen Komponenten aus. Diese sind der Grundrahmen, der Ständer, der Läufer und der Erregerständer (falls vorhanden).

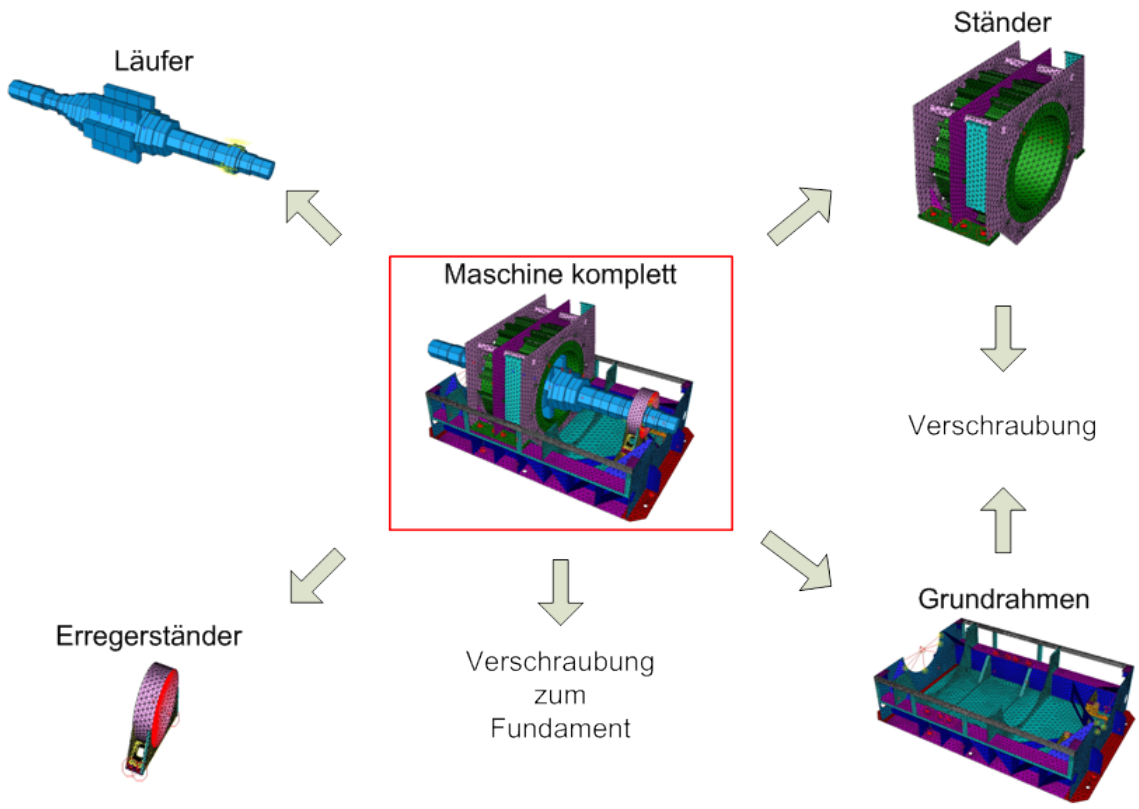


Abbildung 8.17: Modellierung von Gesamtantrieben

Neben der Entwicklung einer entsprechenden Technologie zur Automatisierung der Erstellung der FE-Modelle musste dafür gesorgt werden, dass die Berechnungsergebnisse dem realen Schwingungsverhalten der Antriebe entsprechen. Dafür wurde ein Untersuchungskonzept erstellt, bei dem die einzelnen Komponenten der Antriebe schwingungstechnisch untersucht wurden. Die Messergebnisse wurden den Berechnungsergebnissen der entsprechenden FE-Modelle gegenübergestellt, um die Güte der Berechnungen zu prüfen. Das Konzept der Untersuchung sah ebenfalls vor, dass der Modellierung der Komponenten im Falle einer ausreichenden Güteklasse die Modellierung der Verbindungen der Komponenten zueinander und der Maschine zum Fundament folgt. Alle Phasen des Modellaufbaus wurden von entsprechenden experimentellen Untersuchungen begleitet. Diese Ergebnisse dienten dem Vergleich mit den Rechenergebnissen und waren gleichzeitig die Basis für mögliche Verbesserungen. Den gesamten Umfang der Untersuchung zeigt Abbildung 8.17.

Die Untersuchung der Plattformantriebe hat den Vorteil, dass die untersuchten Komponenten immer die gleiche Form aufweisen, aber in unterschiedlichen Größen auftreten können. Diese Tatsache ermöglicht eine Untersuchung, inwieweit die Größe der Komponente deren Schwingungsverhalten beeinflusst. Auch eine Ableitung von entsprechenden Maßnahmen, um diesen Einfluss in der FE-Berechnung zu berücksichtigen, wird möglich. Der Größeneinfluss verlangt auch nach physikalischen Modellierungsansätzen für die FE-Modelle der Komponenten, da nur dadurch die Reproduzierbarkeit der Güte der Berechnungsergebnisse gewährleistet werden kann.

In den nächsten zwei Kapiteln werden Beispiele für die angewandten Verbesserungen für die Grundrahmen und die Ständer vorgestellt.

9 Modellerstellung für Grundrahmen der elektrischen Antriebe

Der Grundrahmen, auch Grundgestell genannt, ist eine geschweißte Blechstruktur, die die Funktion eines Gerüstes für die funktionalen Komponenten eines elektrischen Antriebes ausübt. Der Grundrahmen gibt den Wellenlagern einen stabilen Halt und sorgt dafür, dass die Betriebskräfte sicher ins Fundament geleitet werden. Da die Kostensenkung immer mehr im Vordergrund steht, führt dies zu immer leichteren Ausführungen, die stärker schwingungsanfällig sind. Um Resonanzen zu vermeiden, ist eine Früherkennung der Schwingungsprobleme notwendig. Diese erfolgt mittels der numerischen Modalanalyse und mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM). In diesem Kapitel wird der Prozess der Modellerstellung für die Grundrahmen beschrieben. Dieses numerische Modell soll das reale Schwingungsverhalten möglichst genau und reproduzierbar nachbilden. Der Hauptansatz ist dabei die genaue Nachbildung der Grundrahmengeometrie, was für eine realitätsnahe Verteilung der Massen und Steifigkeiten sorgt. Dies wird durch den automatisierten Prozess der Modellerstellung unterstützt, der die Aufbauzeiten der Modelle entscheidend reduziert. Die Validierung der Modelle erfolgt durch Vergleiche der berechneten und experimentell gemessenen Schwingungsmoden. Daher werden im Laufe des Kapitels auch die Randbedingungen der experimentellen Modalanalyse der Grundrahmen diskutiert. Die Vergleiche zwischen Messung und Rechnung werden sowohl zur Bewertung der Modellgüte als auch zur Herleitung von Verbesserungsmaßnahmen herangezogen. Darunter werden der versteifende Einfluss der Schweißnähte und die aus dem Schweißprozess resultierenden thermischen Eigenspannungen untersucht.

9.1 Experimentelle Modalanalyse

Die experimentelle Modalanalyse ist ein in Kapitel 6 beschriebenes Verfahren, mit deren Hilfe die realen Schwingungseigenschaften der Grundrahmen erfasst werden. Diese modalen Größen sollen im weiteren Verlauf dieses Kapitels als Referenzen zur Kontrolle der Berechungsergebnisse der Finiten Elemente Methode dienen. Im Rahmen dieser Untersuchung wurden mehrere Grundrahmen unterschiedlicher Größe und unterschiedlichen Typs aus der Fertigungskette genommen.

9.1.1 Lagerung

Ein idealer Zustand für die Lagerung eines Objekts während der experimentellen Modalanalyse ist die sogenannte freie Lagerung, d.h. das Messobjekt wird bei der Messung als frei in allen Freiheitsgraden betrachtet. Diese Lagerung hat den Vorteil, dass dabei

die maximale Anzahl der Eigenformen im untersuchten Frequenzbereich angeregt werden kann. Darüber hinaus erscheinen im Fall der freien Lagerung keine Starrkörpermoden.

Bei besonders großen und dennoch relativ weichen Messobjekten wird es zunehmend schwierig, eine solche Aufstellung zu realisieren. In der Praxis wird oft angenommen, dass, wenn der Frequenzabstand zwischen den Starrkörper- und flexiblen Moden eine Zehnerpotenz übersteigt, dann die verwendete Lagerung als freie Lagerung betrachtet werden kann. Wie die ersten Versuche an den Grundrahmen zeigten, war es nicht möglich, von Anfang an diese Bedingung zu erfüllen. Bei den ersten Versuchen wurde der Grundrahmen auf Holzklötzen aufgestellt (9.1). Aus der Untersuchung von Brzoska [24] stellte sich heraus, dass diese Lagerung zu einer starken Vermischung der Starrkörper- und flexiblen Moden geführt hat, d.h. die Lagerung konnte nicht als frei eingestuft werden. Bei einer nicht freien Lagerung muss auch bei der Berechnung der Moden die Steifigkeit der Lagerung berücksichtigt werden, was bei den Holzklötzen nicht möglich war, da die Steifigkeitsparameter nicht bekannt waren.

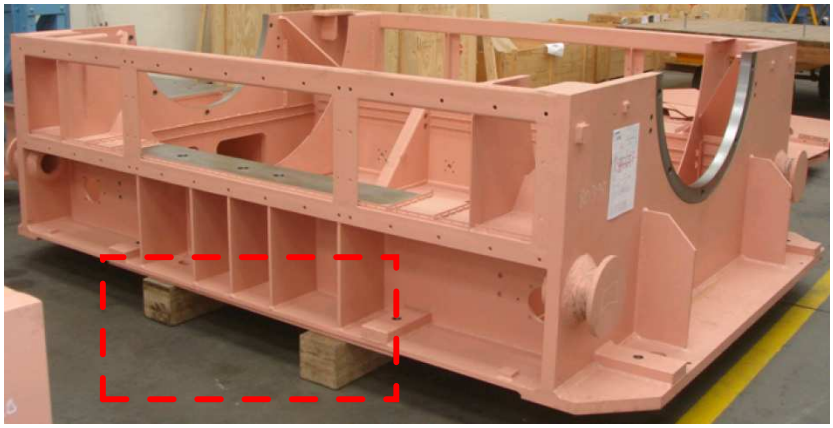


Abbildung 9.1: Aufstellung auf Holz [24]

Eine der möglichen Alternativen der Lagerung sind Luftfedern. Eine Luftfeder bietet üblicherweise eine hervorragend weiche Aufstellung, daher werden diese Federn oft als Abhilfe bei Schwingungsproblemen (weiche Ankopplung) verwendet. Bei der Durchführung der experimentellen Modalanalyse der Grundgestelle ist die genaue Kenntnis der Federsteifigkeit wegen des kleinen Abstands der Starrkörper- und flexiblen Moden (die Torsionseigenform lag bereits bei 10 Hz) wichtig. Die Bestimmung der genauen Steifigkeit der Luftfeder erweist sich jedoch als sehr aufwendig, da die Steifigkeit der Luftfeder unter anderen von deren Volumen und dem inneren Luftdruck abhängig ist. Praktisch bedeutet es, dass je nach Gewicht des Messobjektes sowie dem Luftdruck und Volumen der Feder eine andere Steifigkeit der Feder entsteht. Zu den weiteren Nachteilen gehört die hohe Empfindlichkeit der Gummimembrane gegenüber den mechanischen Beschädigungen, was deren Einsatz unter Fertigungsbedingungen erschwerte. Auch die Erstellung eines entsprechenden Luftdrucks, der den Federn die Tragfähigkeit gewährleistet, nimmt viel Zeit in Anspruch. Dadurch verzögerte sich die Durchführung der Messung.

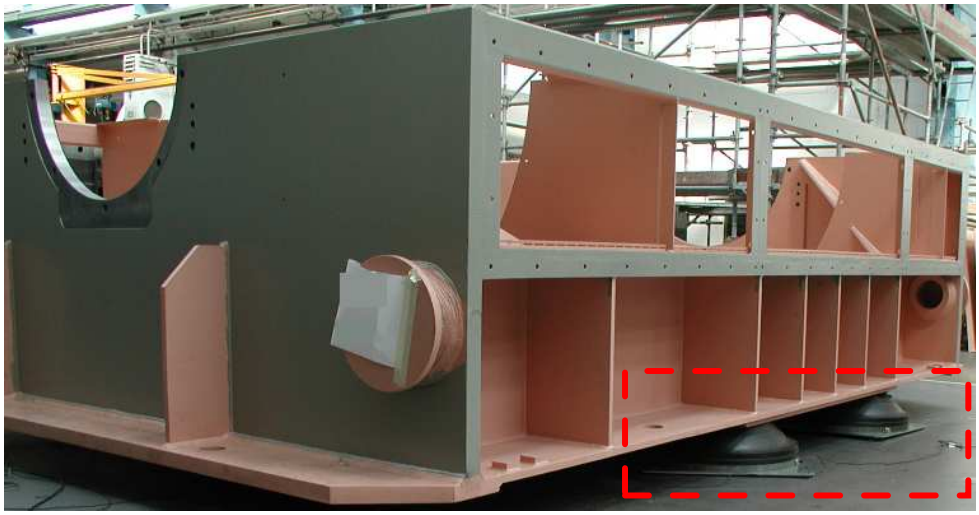


Abbildung 9.2: Aufstellung auf Luftfedern

Die Lösung war es letztlich, Stahlfederpakete einzusetzen. Sie besitzen im Gegensatz zu Luftfedern eine Steifigkeit, die in einem festen Bereich des Objektgewichts konstant ist (siehe Anhang A). Die Stahlfedern sind sofort einsatzbereit, da das Erzeugen des Innendrucks entfällt. Um alle Gewichtgruppen der Messobjekte bei den Experimenten abzudecken, müssen diese Federn entsprechend ihrer Tragfähigkeit zusammengestellt werden. Die maximale Tragfähigkeit der Luftfeder, die 10 t betrug, bildete auch keine Einschränkung mehr.

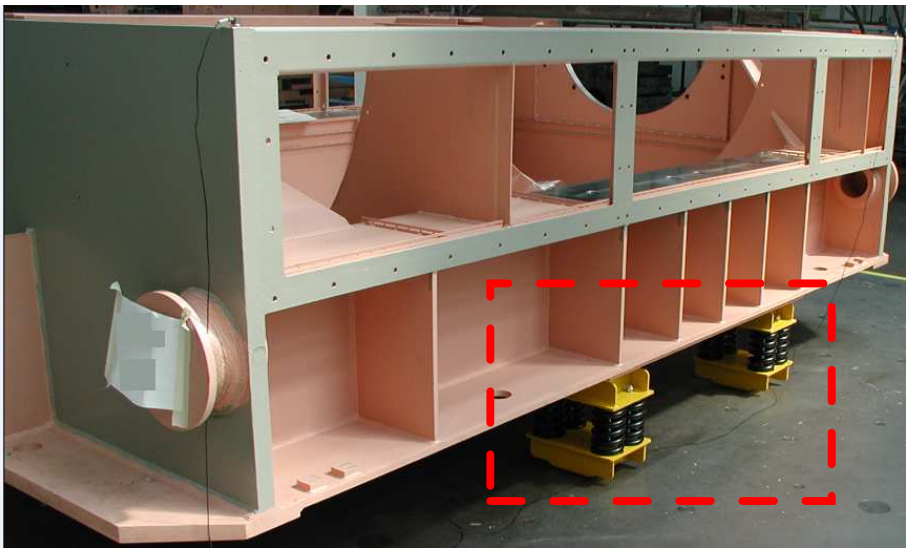


Abbildung 9.3: Aufstellung auf Stahlfedern

9.1.2 Anregungsorte und Richtungen

Zur Anregung wurde ein Modalhammer ausgewählt. Da die Messungen zwischen den Montageschritten stattfanden, war die Länge der Messzeit das Hauptargument gegen eine Anregung mit dem Shaker. Bei den ersten Modalanalysen wurden Orte und Richtungen experimentell ermittelt, mit dem Ziel, möglichst viele Moden aus dem Bereich 0-500 Hz anzuregen. Die endgültige Auswahl ist in Abbildung 9.4 zu finden.

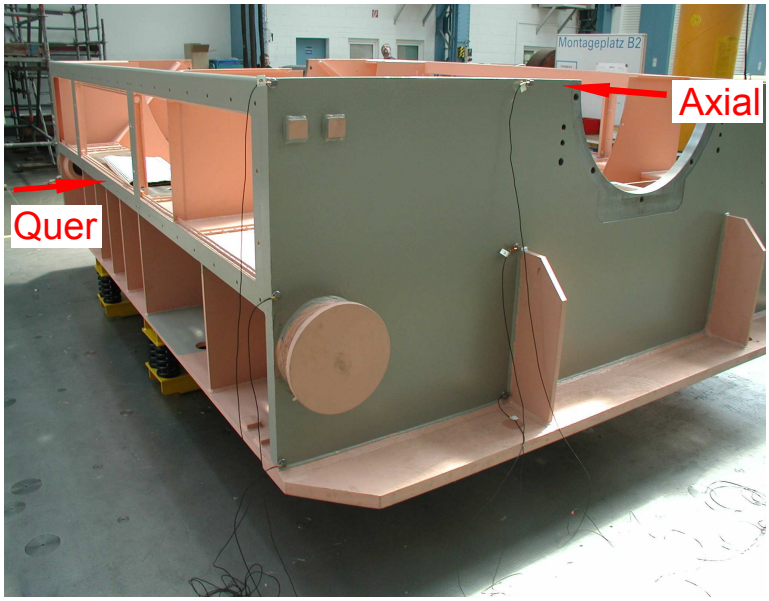


Abbildung 9.4: Anregungsorte und Richtungen für die experimentelle Modalanalyse der Grundrahmen

9.1.3 Messgitter

Das Messgitter wurde so gewählt, dass sowohl die Schwingungsmoden eindeutig identifizierbar sind, als auch die Kontur des Grundrahmens gut zu erkennen ist. Die Anzahl der Messpunkte war aufgrund der (fertigungsbedingten) geringen verfügbaren Messzeit klein zu halten.

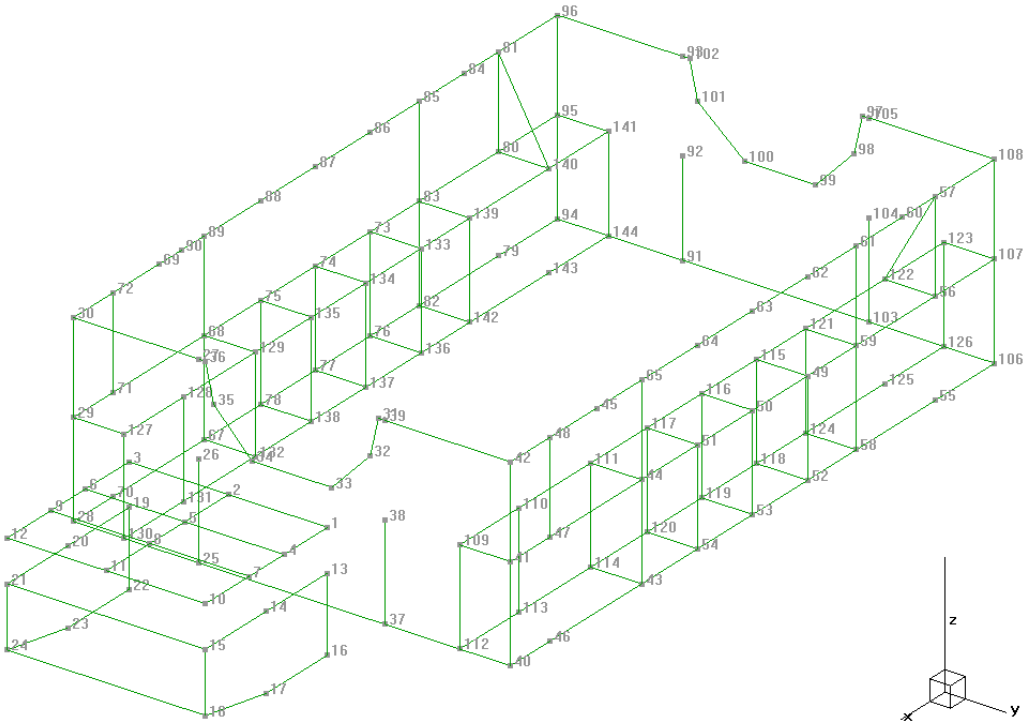


Abbildung 9.5: Das Messgitter für die experimentelle Modalanalyse des Grundrahmens

9.1.4 Übersicht über die untersuchten Grundrahmen

Im Rahmen der experimentellen Modalanalyse wurden drei Typen von Grundrahmen untersucht. Diese unterscheiden sich durch konstruktive Merkmale, die den unterschiedlichen Betriebsarten der Antriebe angepasst wurden. Diese Merkmale sind in den Abbildungen 9.6, 9.7 und 9.8 farbig gekennzeichnet.

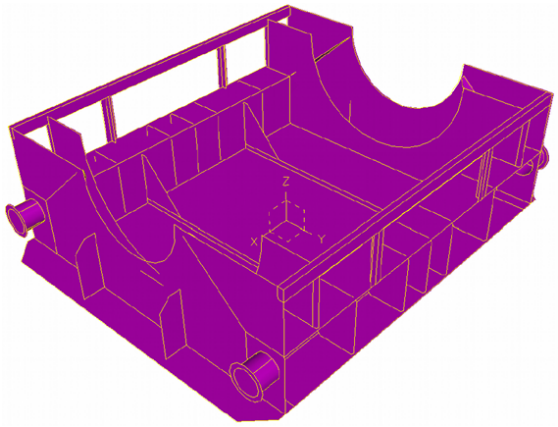


Abbildung 9.6: Grundrahmen für einen asynchronen Antrieb

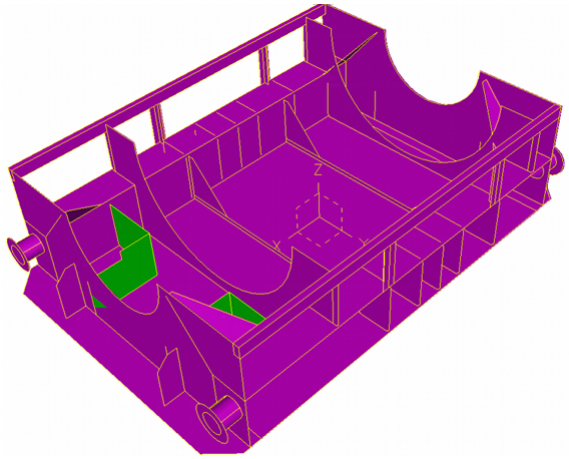


Abbildung 9.7: Grundrahmen für einen synchronen Antrieb mit Innenerregung

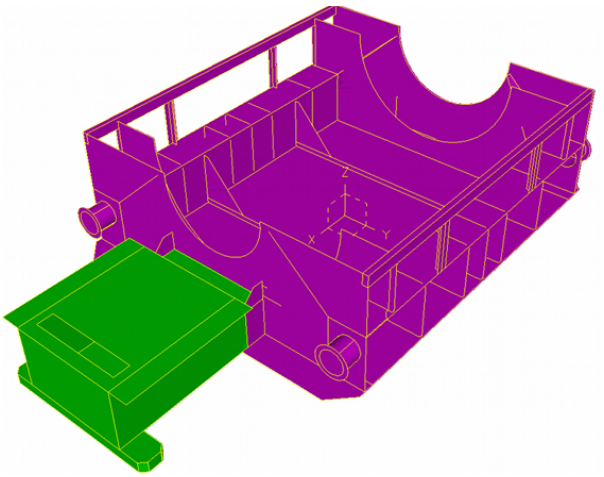


Abbildung 9.8: Grundrahmen für einen synchronen Antrieb mit Außenerregung

Kennwort	Los	Typ	Masse	Anregung	Lagerung
			kg		
OMIKRON	4	Synchron/Extern	5723	GH-S	Holz
PI		Synchron/Extern	4550	GH-S	Holz
RHO		Synchron/Extern	6026	MH-R	Holz
SIGMA		Asynchron	2830	MH-R	Luftfeder
SIGMA		Asynchron	2830	MH-R	SF-K
TAU		Asynchron	4060	MH-R	SF-G
ZETA		Asynchron	2535	MH-S	SF-G
GAMMA	2	Synchron/Intern	6100	MH-R	SF-G
GAMMA	3	Synchron/Intern	6100	MH-R	SF-G
GAMMA	4	Synchron/Intern	6100	MH-R	SF-G
GAMMA	5	Synchron/Intern	6100	MH-R	SF-G
PHI		Synchron/Extern	3200	MH-R	SF-K
ETA		Synchron/Extern	8450	GH-S	SF-G
DELTA		Synchron/Extern	5754	MH-R	SF-G

Tabelle 9.1: Zusammenstellung der untersuchten Grundrahmen

Es gilt:

- GH-S – Großer Hammer mit dem Kopfgewicht von 5kg mit schwarzer Spitze. Anregungsbereich 0-500 Hz
- MH-S – Mittlerer Hammer mit dem Kopfgewicht von 1kg mit schwarzer Spitze. Anregungsbereich 0-500 Hz
- MH-R – Mittlerer Hammer mit dem Kopfgewicht von 1kg mit roter Spitze. Anregungsbereich 0-300 Hz
- Holz – Aufstellung auf Holzblöcken
- Luft – Aufstellung auf Luftfedern
- SF-K – „Kleine Stahlfeder“ (Anhang A.1)
- SF-G – „Große Stahlfeder“ (Anhang A.2)

9.2 Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse

Nachdem die optimale Lagerung für die Messung, das Messgitter und die Anregung festgelegt wurden, konnte die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse kontrolliert werden. Diese wurde durch den Vergleich der gemessenen Resonanzen für vier baugleiche Grundgestelle GAMMA überprüft. Die Messung erfolgte im Frequenzbereich 0-500 Hz. Die

Auflösung des Messgitters reichte jedoch nur, um Moden bis 300 Hz eindeutig zu erkennen. Für den Vergleich wurden nur Moden herangezogen, deren Schwingformen eine gute Trennung vorweisen konnten und gleichmäßig im Messbereich verteilt waren. Die Trennung der ausgewählten Moden wurde mittels der in Abbildung 9.9 dargestellten MAC-Matrix (siehe Gleichung 7.1) überprüft. Diese zeigt, dass die Schwingformen der Moden einmalig sind, und somit eindeutig identifiziert werden können.

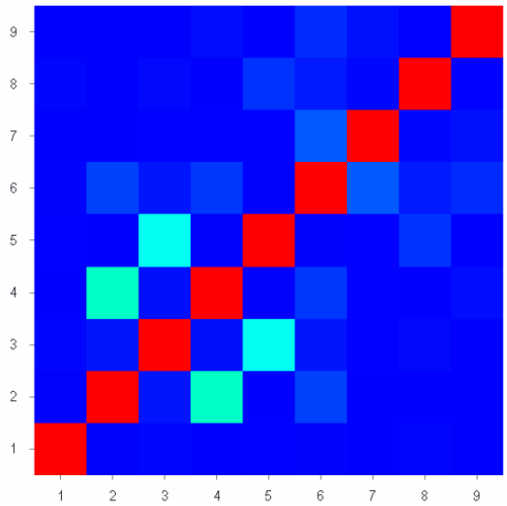


Abbildung 9.9: Auto-MAC (Gleichung 7.1 auf Seite 80) für die ausgewählten Eigenformen aus der Messung für Grundrahmen GAMMA

Die Tabelle (9.2) zeigt die Übersicht, der für die vier Grundrahmen gemessenen Resonanzen.

Mode	Maschinen-Nr.			
	#2	#3	#4	#5
#	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1.	10,11	10,55	10,41	10,33
2.	39,17	40,34	40,24	40,13
3.	49,25	49,74	51,55	50,29
4.	63,83	63,88	64,30	64,40
5.	74,41	74,47	74,97	75,03
6.	118,00	119,00	117,11	119,74
7.	133,54	134,30	135,58	133,70
8.	178,00	181,10	180,58	180,43
9.	278,60	280,00	276,88	275,18

Tabelle 9.2: Die gemessenen Resonanzfrequenzen für die ausgewählte Moden der vier Lose des Grundrahmens GAMMA

Mode	Maschinen-Nr.					
	#3		#4		#5	
#	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
1.	0,44	4,36	0,30	2,98	0,22	2,19
2.	1,17	2,99	1,07	2,74	0,96	2,46
3.	0,49	0,99	2,30	4,67	1,04	2,11
4.	0,05	0,08	0,47	0,74	0,57	0,89
5.	0,06	0,08	0,56	0,75	0,62	0,83
6.	1,00	0,85	-0,89	-0,75	1,74	1,47
7.	0,76	0,57	2,04	1,53	0,16	0,12
8.	3,10	1,74	2,58	1,45	2,43	1,37
9.	1,40	0,50	-1,72	-0,62	-3,42	-1,23
Mittelwert	0,94	1,35	0,75	1,50	0,48	1,13
Max.	3,10	4,36	2,58	4,67	2,43	2,46

Tabelle 9.3: Absolute und prozentuale Abweichungen der gemessenen Resonanzfrequenzen des Grundrahmens GAMMA. Als Referenz dient Los 2

Bei einer absoluten Abweichung von 3,10 Hz und einer maximalen prozentualen Abweichung von 4,67 % (Tabelle 9.3) können die Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse an Grundrahmen als reproduzierbar erklärt werden. Dies auch in Anbetracht der Tatsache, dass diese Streuungen den Messfehler, den Einfluss der Randbedingungen und die Streuung der Werkstoffparameter (Kapitel 8.7) beinhalten.

9.3 FE-Modell des Grundrahmens

Das hier vorgestellte Finite Elemente Modell (Beispiel in Abbildung 9.10 zu sehen) wurde nach den von Brzoska in [24] ermittelten Kriterien aufgestellt. Der konstruktive Detaillierungsgrad sieht die Modellierung nur dieser Komponenten vor, deren Einfluss auf die Schwingungsmoden sichtbar ist. Das Modell wurde auf Basis von dreieckigen Schalenelementen 2. Ordnung erstellt und die Netzfeinheit wurde aus einer entsprechenden Konvergenzuntersuchung ermittelt. Die Qualität der einzelnen Elemente wurde mit den Kriterien für die Ausbeulung (Kapitel 5.5.2) und die Streckung (Kapitel 5.5.3) der einzelnen Elemente nachgewiesen.

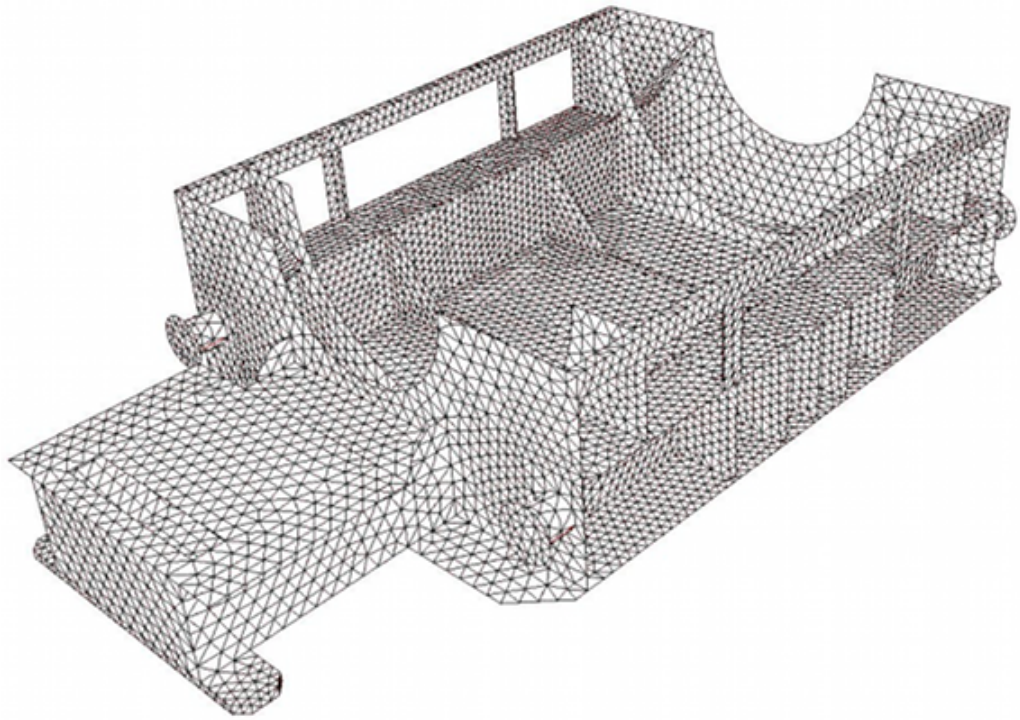


Abbildung 9.10: Beispiel eines FE-Grundrahmensmodells

9.4 Vergleich der Mess-und Berechnungsergebnisse

Die Vergleiche der berechneten (FEM) und gemessenen (EMA) Moden, die Brzoska [24] vorstellte, zeigten (Tabelle 9.4), dass die berechneten Eigenfrequenzen im Vergleich zur Messung zu niedrig ausfallen. Das bedeutet, dass das vorhandene Modell im Vergleich zur Realität zu weich ist. Darüber hinaus konnten wegen der Lagerung auf Holz messtechnisch nur wenige Moden identifiziert werden.

Mode	Messung	Rechnung	abs. Differenz	rel. Differenz	MAC-Wert
#	Hz	Hz	Hz	%	%
1.	25,68	16,15	9,53	37,12	79,1
2.	59,28	45,23	14,05	23,70	92,3
3.	98,11	101,51	3,4	3,47	95,1

Tabelle 9.4: Vergleich von Moden aus Messung und Berechnung für den Grundrahmen PI [24]

Von zwei Faktoren, die bis jetzt in diesem Modell nicht berücksichtigt wurden, wird angenommen, dass sie das Ergebnis der Berechnung beeinflussen. Es sind die Schweißnähte und die Schweißeigenspannungen. Sowohl Schweißnähte als auch Schweißeigenspannun-

gen führen in geschweißten Blechstrukturen zur Versteifung und somit auch zur Erhöhung der gemessenen Resonanzfrequenzen. In den folgenden Abschnitten werden Untersuchungen und Maßnahmen vorgestellt, um diese Einflüsse im FE-Modell des Grundrahmens abzubilden.

9.5 Steifigkeiten der geschweißten Stöße in Schalenmodellen

Die Anzahl der Schweißnähte hat einen großen Anteil bei der Konstruktion der Grundrahmen. Daher kann deren Einfluss in einem FE-Modell nicht vernachlässigt werden. Die zu niedrig berechneten Eigenfrequenzen aus der Arbeit von Brzoska [24] sind durch die unzureichende Nachbildung der geschweißten Stöße im FE-Modell verursacht worden. Die FE-Modelle der Grundrahmen werden, aus Gründen der niedrigen Berechnungszeit, in den folgenden Berechnungen als Schalenmodelle ausgeführt. Bei dieser Art der Modellierung werden die Blechstöße einfach mit zwei Flächen modelliert. Die Schalenelemente, die sich am Stoß beteiligen, teilen lediglich die Verbindungsknoten (Abbildung 9.11).

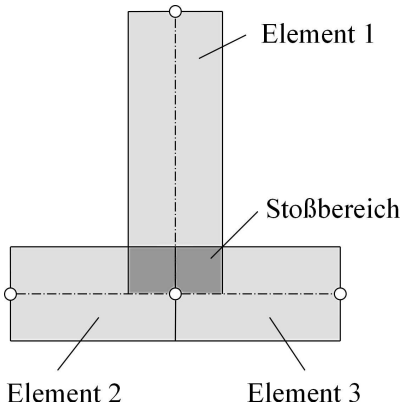


Abbildung 9.11: Stoßbereich dreier Schalenelemente

Damit wird die Geometrie der Schweißnaht nicht berücksichtigt und somit auch nicht ihr Einfluss auf die Steifigkeit der Verbindung. Den Unterschied zwischen der vollständigen Modellierung der Schweißverbindung mit Volumenelementen und der vereinfachten Nachbildung mit Schalenelementen zeigt Abbildung 9.12.

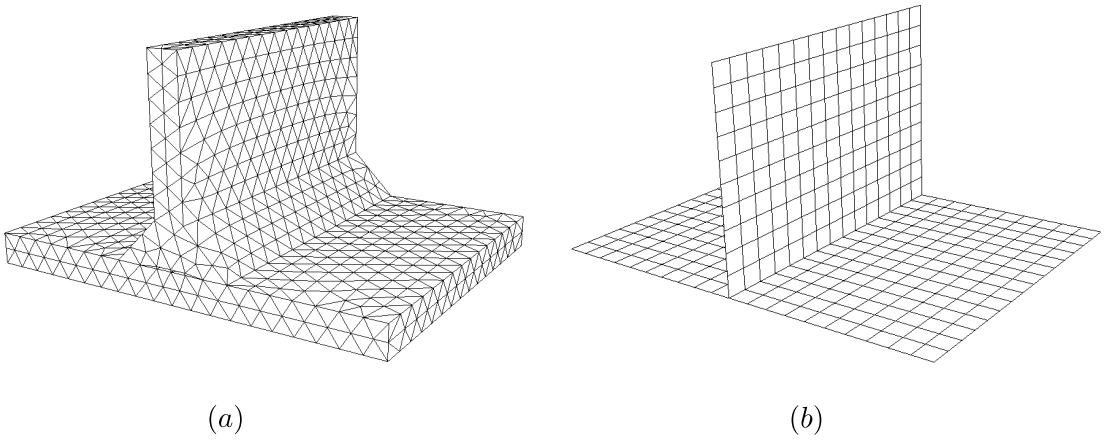


Abbildung 9.12: Methoden der Modellierung von geschweißten Stößen im FEM: (a) Volumenmodell, (b) Schalenmodell

9.5.1 Ersatzmodell zur Modellierung von Schweißnähten in Schalenmodellen

Um das Steifigkeitsdefizit der Schalenmodelle auszugleichen, sind von Gräbner [42] unterschiedliche Ansätze untersucht worden (Abbildung 9.13), die zur Berücksichtigung der Schweißnahtsteifigkeit in Schalenmodellen führen konnten. Diese Untersuchung erfolgte für die in der Konstruktion der Grundrahmen üblichen T-Stöße mit Doppelkehlnaht.

Die Güte dieser Modelle wurde anhand der Vergleiche der Biege- und Torsionsverformungen des Referenzmodells, das in Abbildung 9.14 dargestellt wurde, ermittelt.

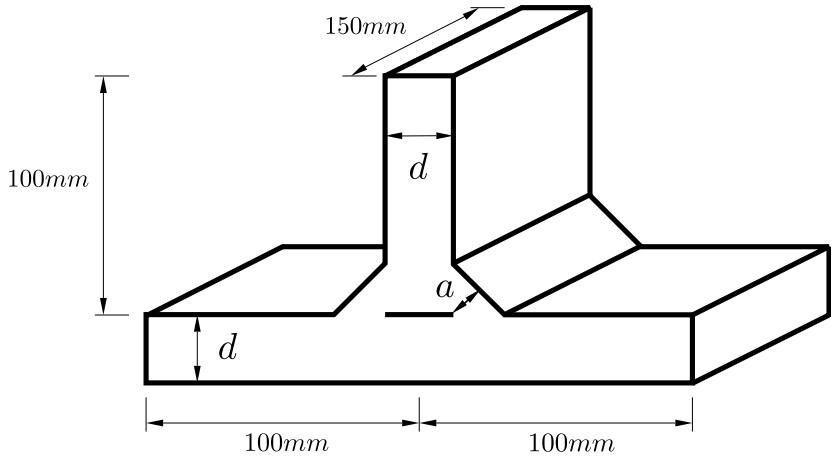


Abbildung 9.14: Referenzgeometrie zur Betrachtung der Biege- und Torsionssteifigkeit der Schweißnahtverbindung

Die Referenzgeometrie wurde mit Volumenelementen nachmodelliert und für zwei Lastfälle berechnet. Die Belastung mit einem Biege- und Torsionsmoment (Abbildung 9.15)

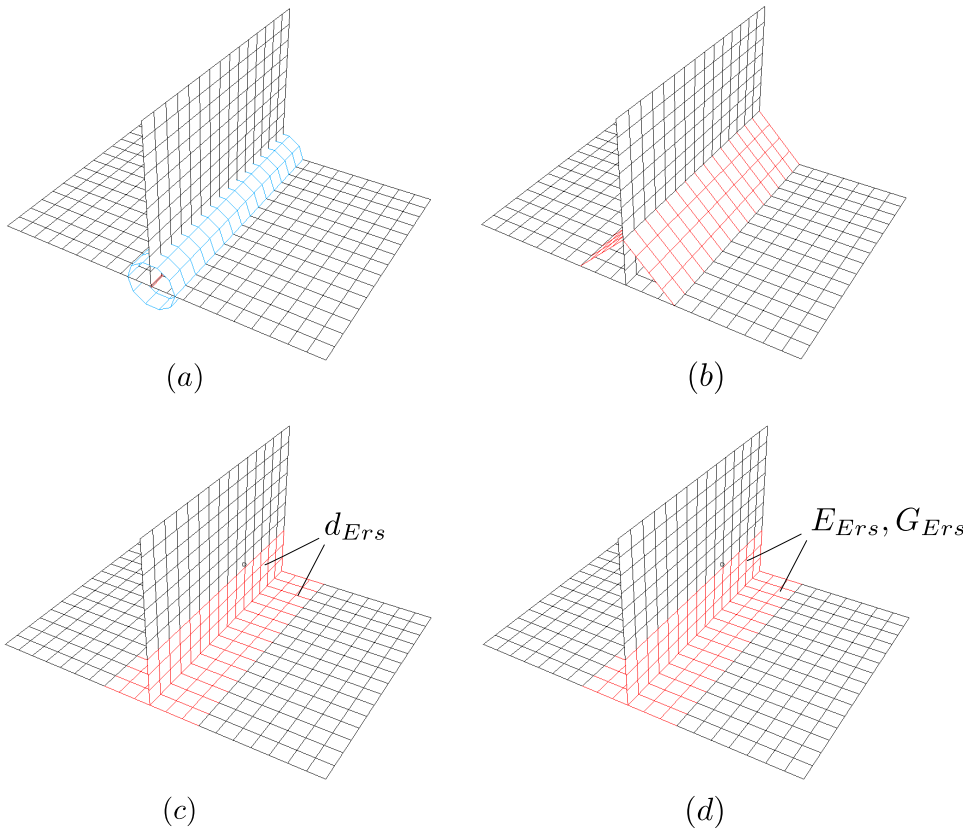


Abbildung 9.13: Untersuchte Ersatzmodelle: (a) Versteifung durch Balkenelement, (b) Versteifung durch zusätzliche Schalenelemente, (c) Versteifung des Schweißnahtbereiches durch Modifikation der Schalendicke, (d) Versteifung des Schweißnahtbereichs durch Modifikation des Elastizitäts- und Schubmoduls

diente zur Ermittlung der Biege- und Torsionsverdrehungen, die mit entsprechenden Verdrehungen der einzelnen Referenzmodelle von Abbildung 9.13 verglichen wurden.

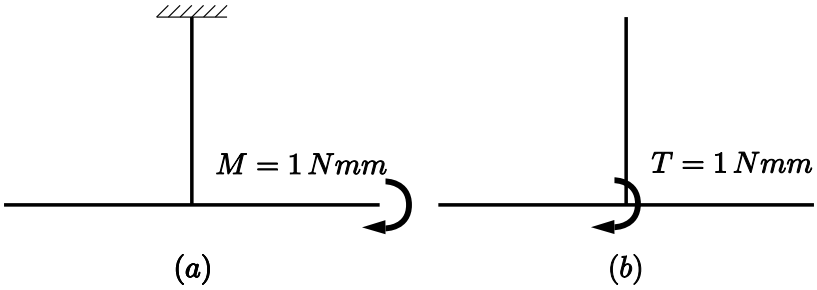


Abbildung 9.15: Lastfälle zur Ermittlung der Referenzsteifigkeiten für Biegung und Torsion

Eine zusätzliche Voraussetzung für die Ersatzmodelle war, dass sie für alle Kombinationen der zum Bau der Grundgestelle verwendeten Blechstärken und Schweißnahtdicken gelten. Die Zusammenstellung dieser Kombinationen ist in Tabelle 9.5 zu sehen.

[mm]	$t_1 = 20$	$t_1 = 30$	$t_1 = 40$	$t_1 = 50$
$a = 15$	X	X	X	X
$a = 13.5$	X	X	X	X
$a = 12$	X	X	X	X
$a = 10.5$	X	X	X	X
$a = 9$	X	X	X	X
$a = 7.5$	X	X	X	X
$a = 6$	X	X	X	X
$a = 4.5$	X	X	X	X
$a = 3$	X	X	X	X

Tabelle 9.5: Matrix der möglichen Kombinationen der Blech- und Schweißnahtdicken; t_1-Blechdicke; a - Schweißnahtdicke

Lediglich das Modell, welches in Abbildung 9.13 (d) zu sehen ist, erfüllte diese Voraussetzungen. Bei dieser Variante wurden die Flächen des Modells in der unmittelbaren Umgebung des Stoßes geteilt. Die Teilung erfolgt für jede beteiligte Fläche in einem Abstand vom Stoß, ab dem die Voraussetzungen der Schalentheorie erfüllt sind (siehe Abschnitt 5.6). Um diesen Abschnitt zu ermitteln, wurde von Gräbner [42] ein Ausschnitt aus der Grundrahmenkonstruktion nachmodelliert und mit einer Einheitskraft belastet. Das Modell wurde in Abschnitte aufgeteilt, die sich in einem auf die Blechdicke bezogenen Abstand zur Nahtwurzel befinden (Abbildung 9.16). Die Betrachtung der Spannungen, der Verschiebung und der Verdrehung in diesen Querschnitten soll zeigen, ab welcher Entfernung von der Schweißnahtwurzel die Voraussetzungen zur Anwendung der Schalentheorie erfüllt sind (siehe Kapitel 9.4).

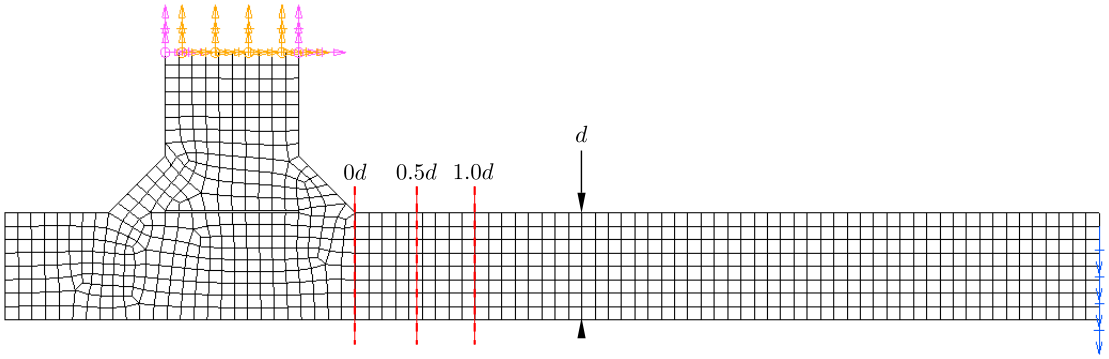


Abbildung 9.16: FE-Modell zur Untersuchung der Voraussetzungen der Schalentheorie

Aus den Verläufen der Normalspannungen, den normalen Querschnittsverformungen und den -verdrehungen, die in Anhang B zusammengestellt wurden, wird ersichtlich, dass die Voraussetzungen der Schalentheorie erst ab einem Nahtwurzelabstand von 1d erfüllt sind.

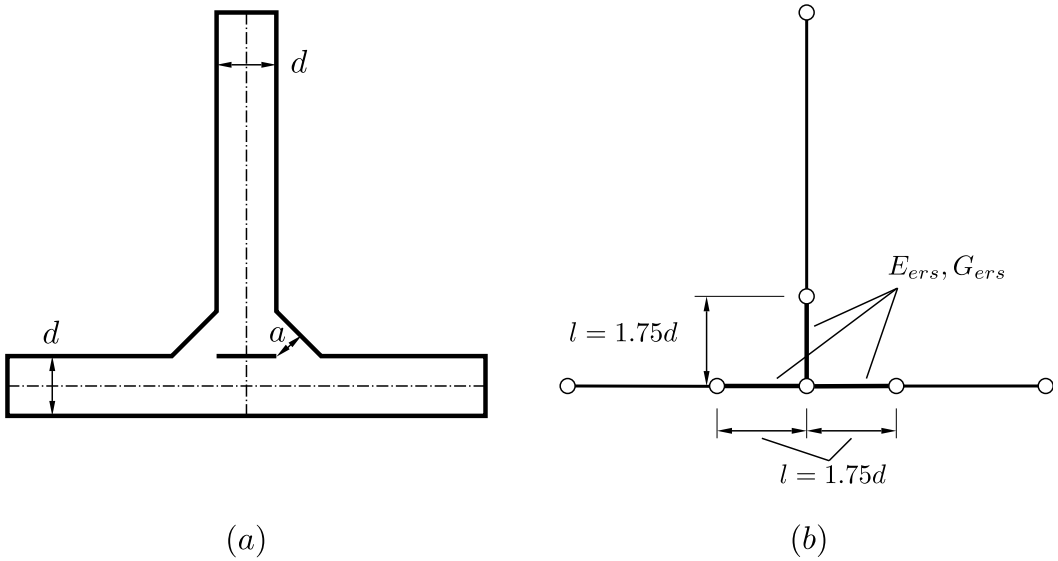


Abbildung 9.17: Die Geometrie des Ersatzmodells für die geschweißten Stöße: (a) Geometire der Schweißnaht, (b) Nachbildung der Verbindung mit Schalenelementen

Bei dem in Abbildung 9.17 dargestellten Modell wird im Stoßbereich für jedes beteiligte Blech ein Einflussbereich definiert, dessen Breite 1.75 (vom Stoß gemessen) fest zur entsprechenden Blechdicke angesetzt wird. Diese Breite ergibt sich aus der Forderung, den Abstand 1d von der Nahtwurzel einzuhalten und ist ergänzt durch den festen Zuschlag für die Nahtdicke (0.75d). Die Dicke des jeweiligen Schalenelements im Bereich

der Schweißnaht (Ersatzmodell) entspricht der jeweiligen Dicke des Blechs. Unter der Annahme, dass alle Bleche der Verbindung die gleiche Dicke haben, wurden Ersatzmodule für die Biegung und Torsion ermittelt. Der Ersatzmodul für die Biegung wird nach [42] zu:

$\varphi_{ref} = (-1,69^{-8} \cdot a^2 - 3,61^{-8} \cdot a + 5,45^{-5}) \cdot d^{8,11^{-5} \cdot a^2 - 2,74^{-3} \cdot a - 2,92}$

$$E_{Ers} = \frac{42Nmm \cdot E^N/_{mm^2} \cdot d}{\varphi_{ref} \cdot 150mm \cdot d^3 \cdot E^N/_{mm^2} - 2400Nmm^2 + 42Nmm \cdot d} \tag{9.1}$$

Der Schubmodul für Torsion zu:

$$\begin{aligned} G_{Ers} &= (1373375d^{-2,492727})a^2 \\ &\quad +(0,0472d^3 - 6,338d^2 + 269,11d - 1921,7)a \\ &\quad +(-0,1733d^3 + 24,93d^2 - 1329,7d + 124500) \end{aligned} \tag{9.2}$$

Damit die Konformitätsbedingung für das isotrope Werkstoffmodell erfüllt ist, wird die Poissonzahl wie folgt berechnet:

$$\nu_{Ers} = \frac{E_{Ers}}{2G_{Ers}} - 1 \tag{9.3}$$

Die Wirksamkeit des hier vorgestellten Ersatzmodells wird im nächsten Abschnitt an vereinfachten Prüfkörpern untersucht. An denselben Proben wird der Einfluss der thermischen Eigenspannungen untersucht.

9.5.2 Einfluss der thermischen Eigenspannungen

Ein weiterer Effekt, der bisher bei der rechnerischen Ermittlung der Eigenfrequenzen der Grundgestelle nicht berücksichtigt wurde, ist der Einfluss der thermischen Eigenspannungen, die sich nach dem Schweißen in der Stahlstruktur des Grundgestells aufbauen. Die Vermutung, dass sich hinter der „Versteifung“ der experimentell ermittelten Eigenfrequenzen die thermischen Schweißeigenspannungen verbergen, wurde experimentell untersucht. Zu diesem Zweck wurden zwei Prüfkörper konstruiert, die in ihrer Geometrie und in ihren Proportionen von Blechdicken und Schweißnahtdicken den Proportionen der Grundgestelle entsprechen. Die Form der Prüfkörper wurde so gewählt, dass der Einfluss der thermischen Effekte bei den Torsions-, Biege- und Membranspannungen beobachtet werden konnte. Zu begrenzen war auch die Größe der Prüfkörper. Durch eine entsprechende Wahl der Abmessungen sollte eine möglichst tiefe Frequenzlage der gesuchten Eigenformen (0-1000 Hz) verursacht werden, mit dem Ziel die Anregung zu erleichtern. Die Prüfkörper sind in den Abbildungen 9.18 und 9.19 dargestellt.

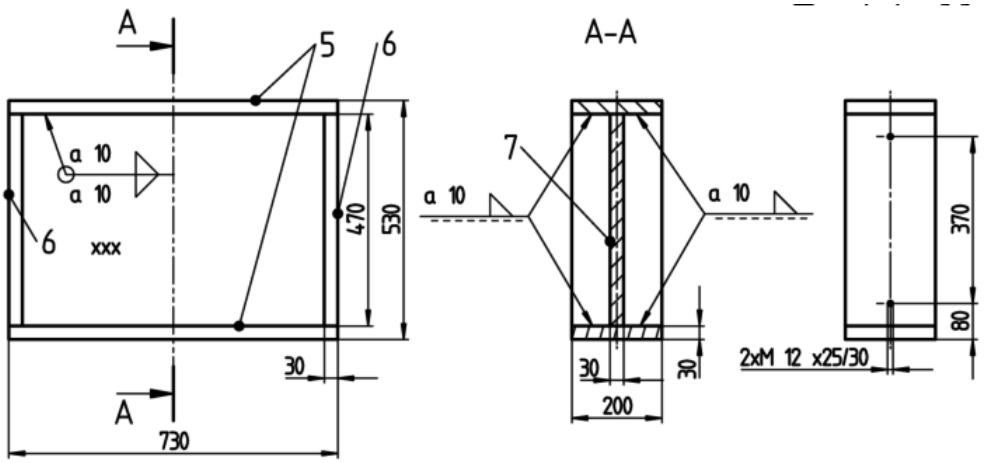


Abbildung 9.18: Prüfkörper-Kasten

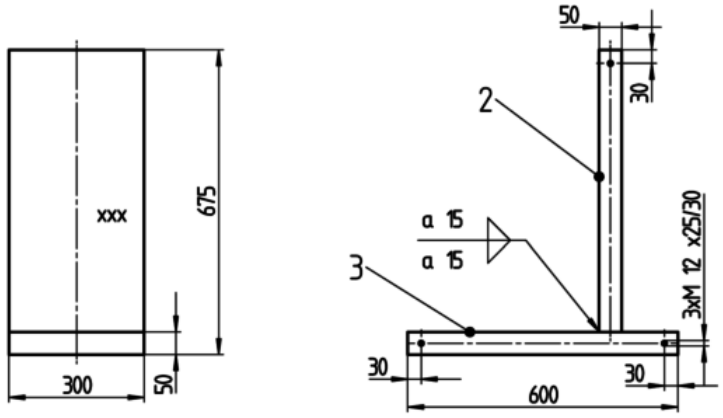


Abbildung 9.19: Prüfkörper L-Profil

Während der Versuche wurden beide Prüfkörper vor und nach dem Spannungsarmglühen experimentellen Modalanalysen unterzogen. Danach wurden die experimentell ermittelten Resonanzen für diese zwei Phasen verglichen und zusätzlich den Ergebnissen der FE-Berechnung gegenübergestellt. Die Messungen wurden mit Hilfe von vier triaxialen Aufnehmern durchgeführt, die über ein bestimmtes Raster auf den Prüfkörpern verteilt wurden. Die Anregung erfolgte mittels eines leichten Modalhammers mit harter Spitze, was eine ausreichende Anregung im Bereich 0-1000 Hz ermöglicht hat. Die Prüfkörper wurden über eine Ein-Punkt-Aufhängung zur Messung bereitgestellt. Das Spannungsarmglühen erfolgte nach dem in Abbildung 9.20 graphisch dargestellten Temperaturprofil.

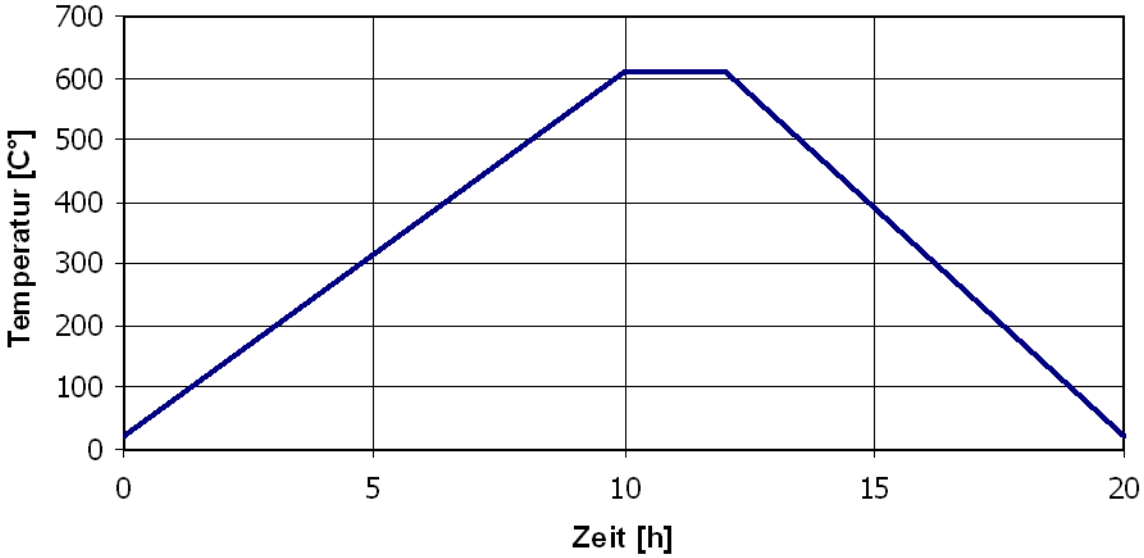


Abbildung 9.20: Zeitlicher Temperaturverlauf beim Ausglühen der Prüfkörper

Die Auswirkung des Glühens auf das Kastenprofil zeigt die Tabelle 9.6.

Mode	Resonanzfrequenzen	
	vor dem Spannungs-armglühen	nach dem Spannungs-armglühen
#	[Hz]	[Hz]
1.	218	218
2.	618	622
3.	926	924

Tabelle 9.6: Zusammenstellung der Ergebnisse der EMA für den Prüfkörper-Kasten

Die FE-Modellierung des Kastens erfolgte als klassiches Schalenmodell, als Volumenmodell und als Schalenmodell mit dem Einsatz des Ersatzmodells für die Schweißnahtverbindung. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse für das Schalen-, Volumen- und Ersatzschalenmodell wurde in Abbildung 9.21 zusammengestellt.

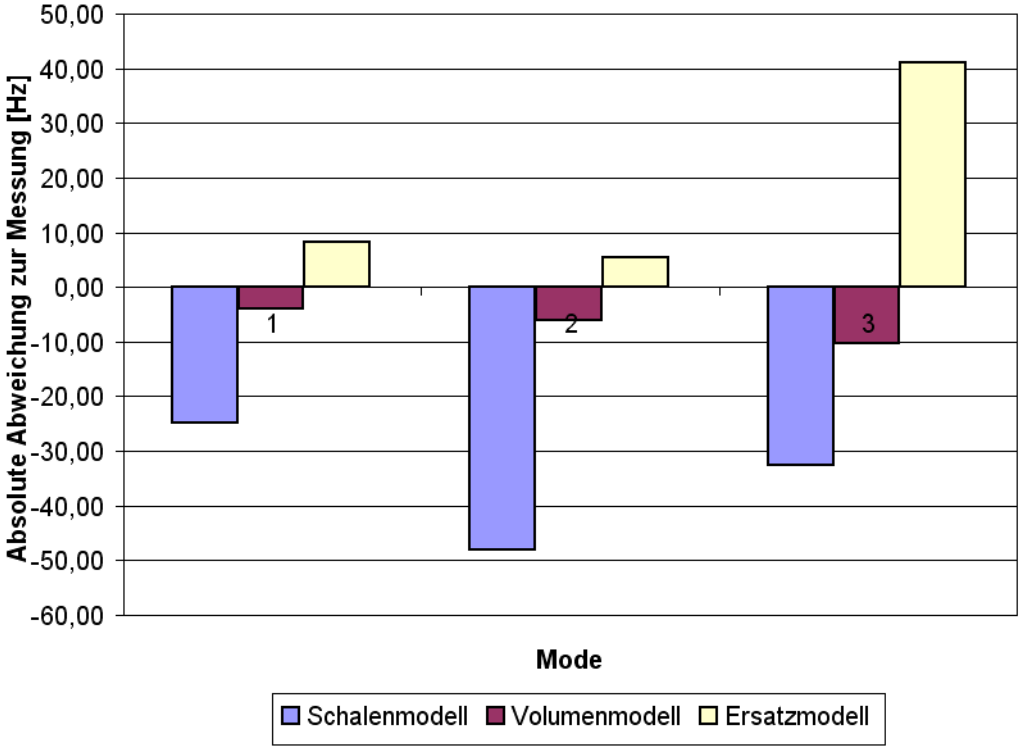


Abbildung 9.21: Vergleich der absoluten Abweichungen der Eigenfrequenzen für drei erste Moden (9.35 auf Seite 135) zwischen Messung und Rechnung für verschiedene FE-Modelle des Kastens.

Die Auswirkung des Glühens auf das L-Profil zeigt die Tabelle 9.7

Mode	Resonanzfrequenzen	
	vor dem Spannungs-armglühen	nach dem Spannungs-armglühen
#	[Hz]	[Hz]
1.	180	180
2.	451	451
3.	542	542
4.	656	655
5.	983	983

Tabelle 9.7: Zusammenstellung der Ergebnisse der EMA für den Prüfkörper-Kasten

Bei der FE-Modellierung des L-Profils wurden die gleichen Methoden wie beim Kasten eingesetzt. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse für das Schalen-, Volumen- und Ersatzschalenmodell des L-Profils wurde in Abbildung 9.22 zusammengestellt.

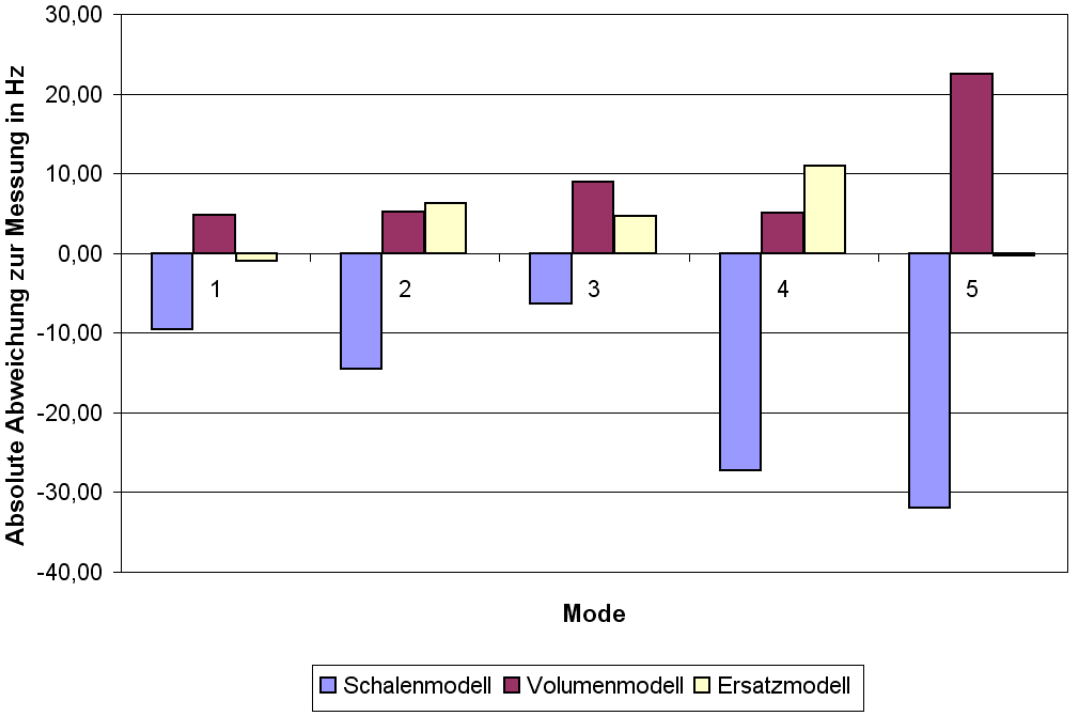


Abbildung 9.22: Vergleich der absoluten Abweichungen in Eigenfrequenzen zwischen Messung und Rechnung für verschiedene FE-Modelle des L-Profils

Die Versuchsergebnisse der beiden Prüfkörper zeigen nur einen leichten Einfluss der thermischen Eigenspannungen auf die gemessenen Resonanzen. Eine der möglichen Erklärungen ist die Verformbarkeit der beiden Prüflinge, die dazu führt, dass die Eigenspannungen durch die Verwindung abgebaut werden. Bei diesen Versuchen wurde keine Erfassung der Geometrie vor und nach dem Spannungsarmglühen durchgeführt. Daher kann die Theorie der Verwindung nicht belegt werden.

Das vorgestellte Ersatzmodell zeigt gute Ergebnisse im Vergleich zur traditionellen Modellierung mit Schalenelementen. Es zeigte sich, dass die Modellgüte mit der der Volumenmodellierung vergleichbar ist. Eine hohe Abweichung wurde lediglich für den 3. Mode des Kastenprofils beobachtet und muss weiter untersucht werden. Die Berechnungsergebnisse für die Grundgestelle zeigen jedoch, dass bei ihnen keine ähnlichen Eigenformen auftreten. Daher wird das Ersatzmodell in den FE-Modellen der Grundgestelle eingesetzt.

9.5.3 Wirksamkeit der Maßnahmen bei der FE-Berechnung der Grundrahmen

Die praktische Wirksamkeit des Ersatzmodells für die Schweißnähte wurde am Grundrahmen SIGMA (Abbildung 9.23) überprüft.

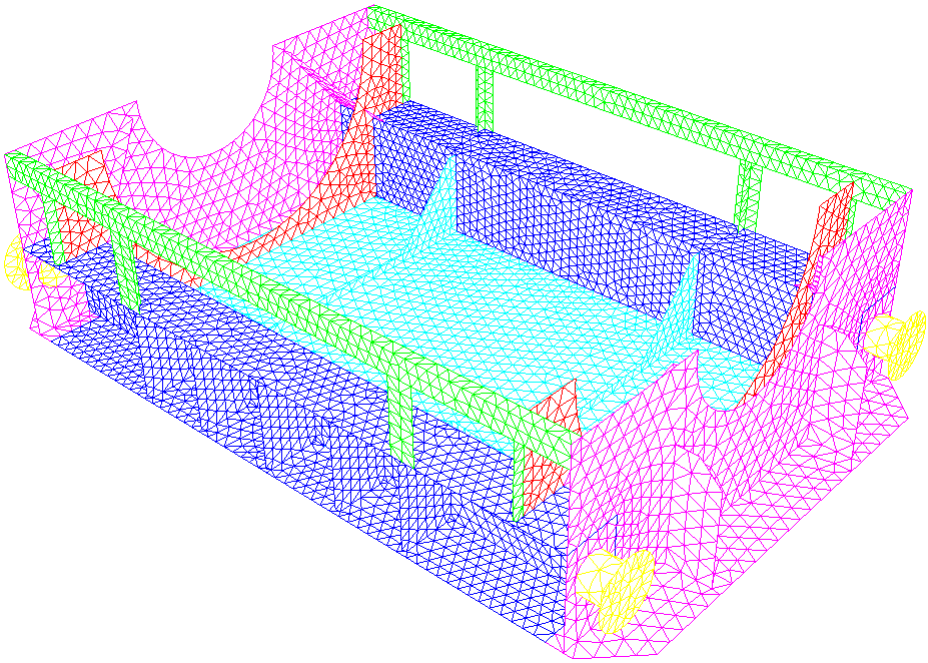


Abbildung 9.23: FE-Modell eines Grundrahmens SIGMA

Zu diesem Zweck wurden die Einflussbereiche der Schweißnähte in die Originalgeometrie eingearbeitet (Abbildung 9.25). Die Ersatzmodule wurden entsprechend der Vorgaben (Gleichungen 9.1 und 9.2) ermittelt. Wie bereits in Abschnitt 9.5.1 erwähnt, wurde das Ersatzmodell für Stöße mit gleicher Blechdicke ermittelt. Daher wird für die Blechstöße des Grundrahmens, in denen Bleche mit unterschiedlichen Dicken verbunden werden, der Ansatz in Abbildung 9.24 verwendet.

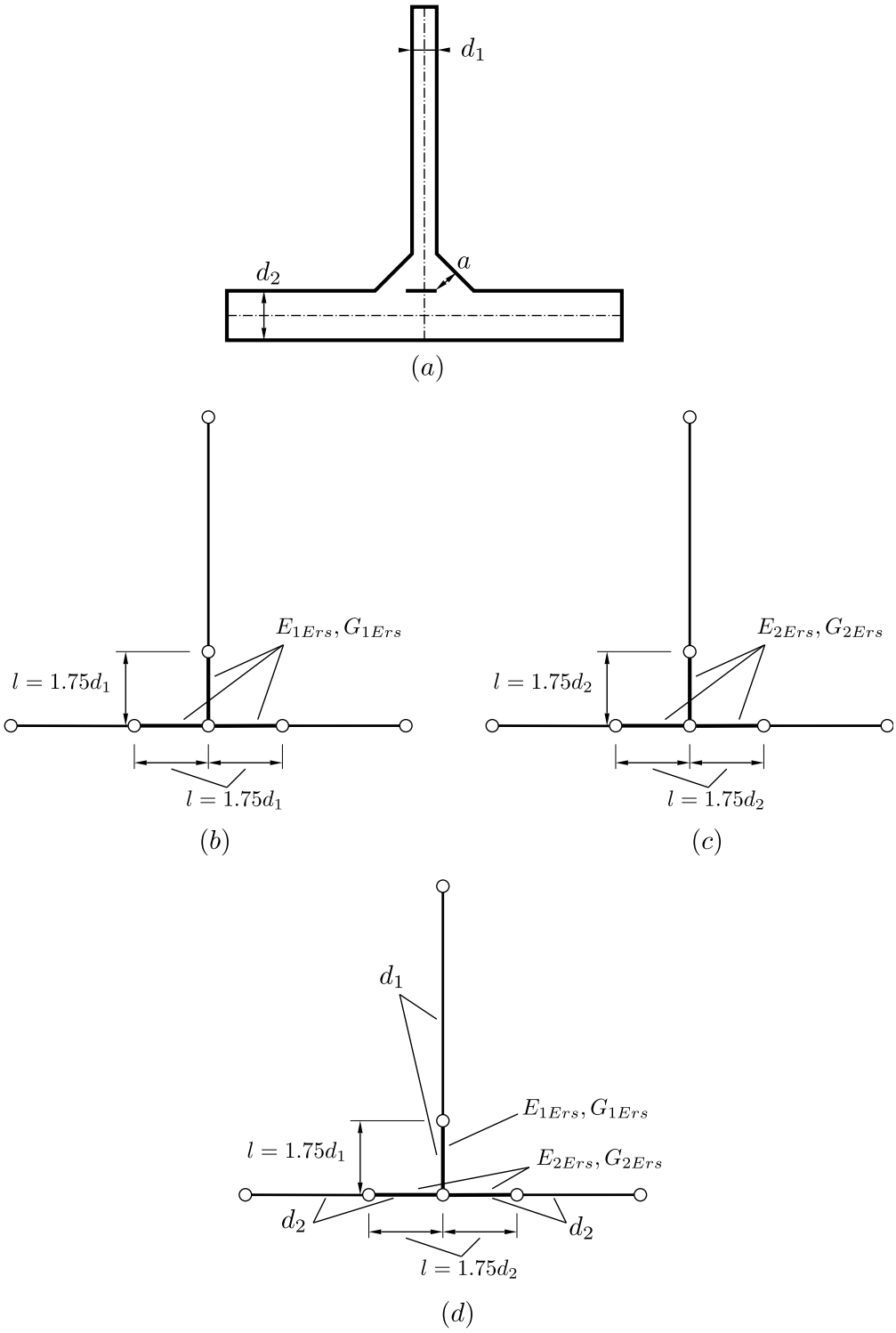


Abbildung 9.24: Ansatz zur Modellierung der Schweißverbindungen bei ungleichen Blechdicken des Stoßes: (a) Geometrie der Schweißnaht, (b) Ersatzmodell für die Blechdicke d_1, (c) Ersatzmodell für die Blechdicke d_2, (d) Ersatzmodell des Stoßes

Dieser Ansatz geht davon aus, dass für jedes beteiligte Blech ein Ersatzmodell gebaut wird und die ermittelten Ersatzmodule für die entsprechenden Bleche zum Einsatz kommen.

Das Modell des Grundrahmens nach dem Einbau der Ersatzmodelle für die Schweißverbindungen ist in Abbildung 9.25 dargestellt.

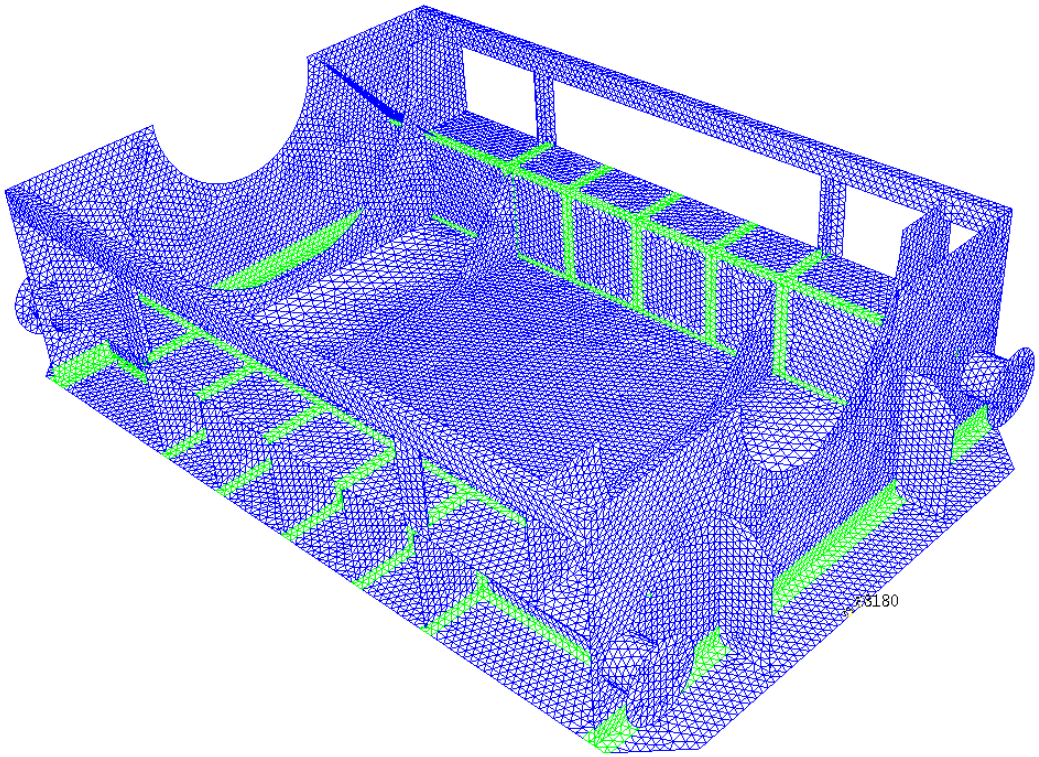


Abbildung 9.25: Bereiche des FE-Modells des Grundrahmens SIGMA, bei dem das Ersatzmodell zum Einsatz kam.

Abbildung 9.25 zeigt auch, dass nicht jede Schweißnaht des Grundrahmens mit dem Ersatzmodell nachgebildet wurde. Für das Beispiel des Grundrahmens SIGMA wurden nur die Schweißnähte gewählt, die die Tragkomponenten des Grundrahmens verbinden. Dadurch lässt sich der Einfluss des Ersatzmodells auf die Eigenformen identifizieren, in den die Tragkomponenten verzerrt werden.

Drei Beispiele der berechneten Eigenformen sind in den Abbildungen 9.26, 9.27 und 9.28 zu sehen. Zur besseren Visualisierung stellt jede Abbildung eine Schwingform für zwei Auslenkungszustände dar.

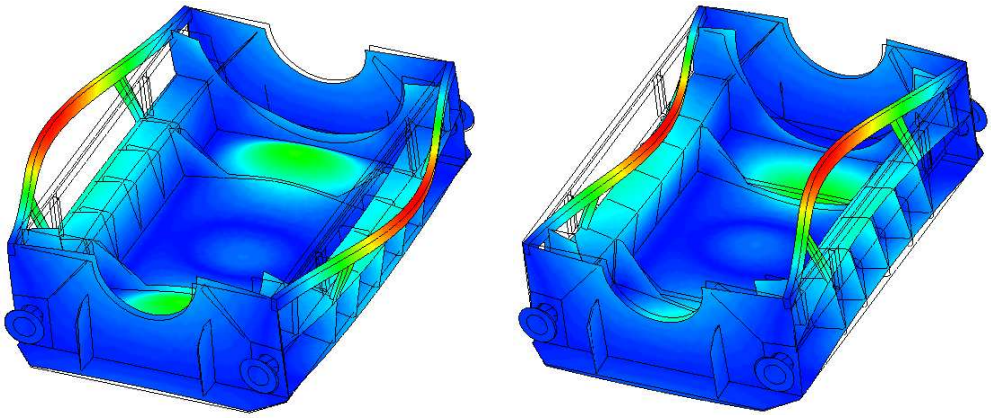


Abbildung 9.26: 1. Eigenform

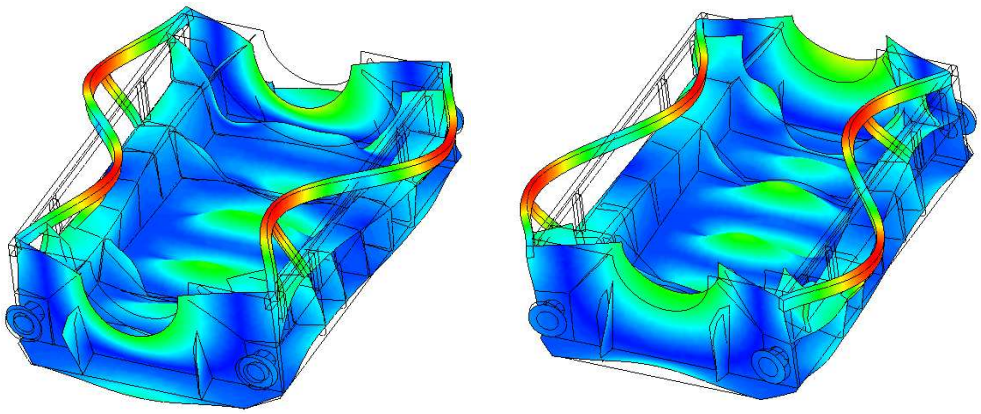


Abbildung 9.27: 6. Eigenform

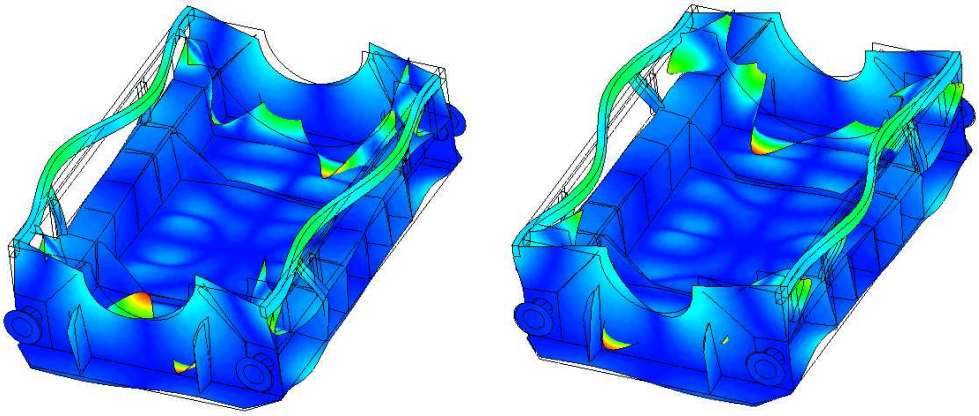


Abbildung 9.28: 9. Eigenform

Mode	EMA	Originalmodell			Ersatzmodell			MAC
		FEM	Abs. Abweichung	Rel. Abweichung	FEM	Abs. Abweichung	Rel. Abweichung	
#	[Hz]	[Hz]	[Hz]	%	[Hz]	[Hz]	%	[-]
1.	53,73	49,66	4,08	7,59	52,03	1,71	3,17	98,4
2.	64,34	58,77	5,57	8,65	59,51	4,83	7,51	97,7
3.	78,21	73,19	5,02	6,42	73,69	4,52	5,78	96,0
4.	85,34	83,76	1,58	1,86	86,76	-1,41	-1,66	93,5
5.	95,59	87,04	8,55	8,94	94,61	0,98	1,02	93,7
6.	134,50	127,72	6,78	5,04	133,22	1,28	0,95	94,2
7.	146,11	139,29	6,82	4,67	143,03	3,08	2,11	70,8
8.	153,57	146,15	7,42	4,83	147,37	6,20	4,04	69,9
9.	176,95	157,54	19,41	10,97	160,82	16,13	9,12	84,4
10.	243,77	233,54	10,23	4,20	244,51	-0,74	-0,30	65,3

Tabelle 9.8: Vergleich der Mess-und Berechnungsergebnisse für den Grundrahmen SIGMA

Die Wirksamkeit des Ersatzmodells wurde auf der Basis eines Vergleichs der berechneten Eigenfrequenzen des Originalmodells und des Modells mit eingebauten Ersatzmodellen der Schweißnähte gegenüber den gemessenen Eigenfrequenzen überprüft.

Der Vergleich der Ergebnisse der beiden Modelle mit den gemessenen Moden wurde für eine Auswahl der Eigenformen durchgeführt (Tabelle 9.8). Diese Auswahl wurde auf der Basis der MAC-Werte getroffen, um eine eindeutige Identifizierbarkeit der Schwingformen zu gewährleisten. Ein MAC-Wert von 60 wurde als untere Grenze für die akzeptable Übereinstimmung gewählt.

Die Abweichungen der Eigenfrequenzen, die mit den einzelnen Modellen berechnet wurden, zu den gemessenen Eigenfrequenzen, wurden graphisch in Abbildung 9.30 dargestellt.

Dieser Vergleich zeigt einen positiven Einfluss der verwendeten Maßnahme bei den berechneten Moden. Es gibt darunter aber auch Moden, bei denen die Veränderung geringer ausfällt. Dies hängt damit zusammen, dass nicht für alle Schweißnähte des Grundrahmens das Ersatzmodell eingesetzt wurde (siehe Abbildung 9.29). Es zeigt sich auch, dass für Moden wie Mode 9 (Abbildung 9.28), deren Schwingformen vorwiegend zur Verformung der unbehandelten Schweißnähte führten, die Veränderung der Eigenfrequenzen geringer ist (Abbildung 9.30).

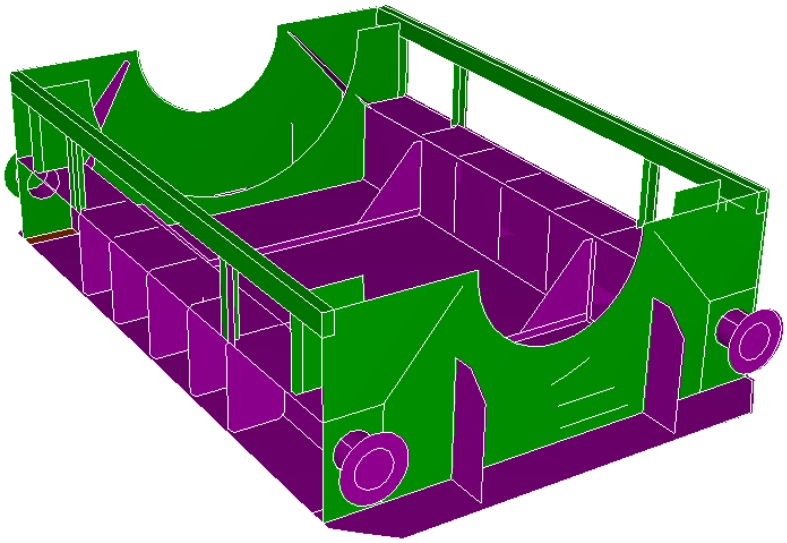


Abbildung 9.29: Bereiche (grün) des Grundgestells, wo das Ersatzmodell für Schweißnähte nicht eingesetzt wurde

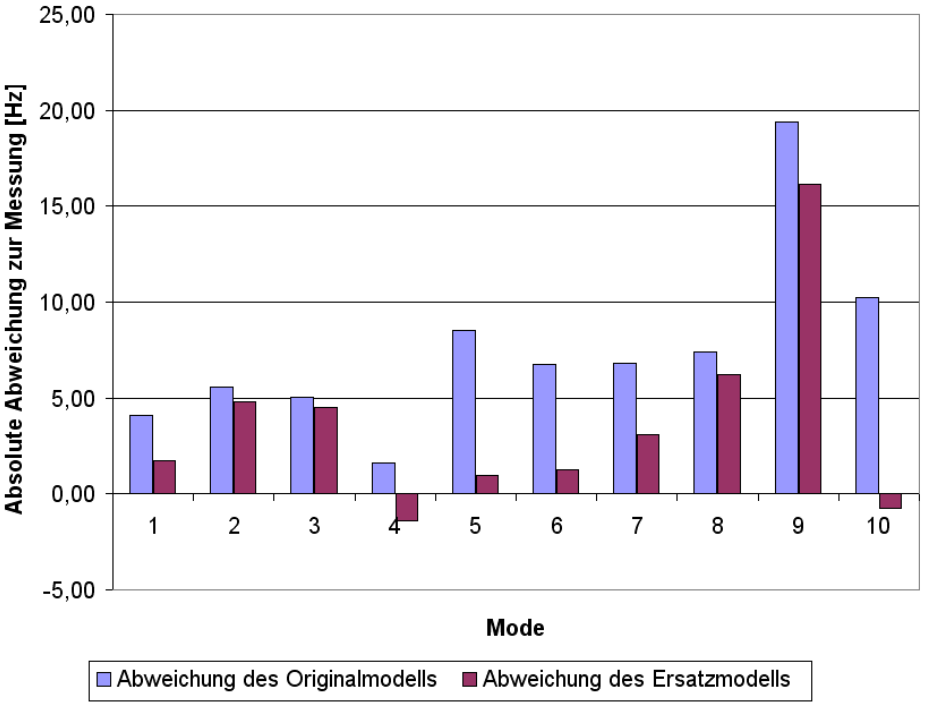


Abbildung 9.30: Absolute Abweichungen für das Original- und Ersatzmodell für den Grundrahmen SIGMA

9.5.4 Reproduzierbarkeit der Berechnungsergebnisse

Die Reproduzierbarkeit der Berechnungsergebnisse für Grundrahmen anderer Größen wurde in der Arbeit von Schmidt [87] vorgeführt. Dies war durch die Einführung der automatisierten Erstellung von FE-Modellen der Grundgestelle inklusive der Ersatzmodelle für die Schweißnähte möglich.

Neben dem Einfluss der Ersatzmodelle auf die Schweißnähte untersuchte Schmidt auch den Einfluss der Lagerung auf die Berechnung der Eigenfrequenzen der Grundrahmen. Der Grund dieser Untersuchung war, dass bei einigen Grundrahmen der in Abschnitt 6.2 erwähnte zehnfache Frequenzabstand zwischen den Starrkörper- und den flexiblen Moden nicht eingehalten wurde. Somit müsste die Lagerung in der FE-Berechnung berücksichtigt werden (Abbildung 9.31).

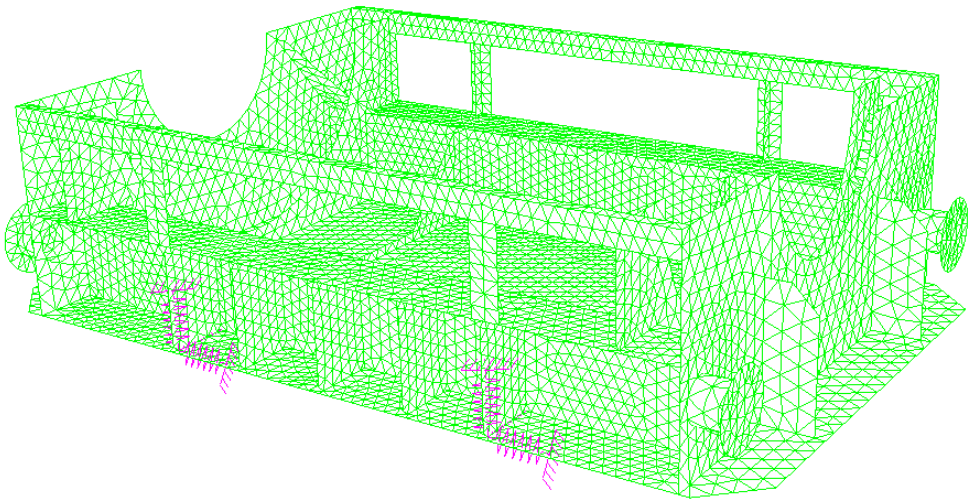


Abbildung 9.31: FE-Modell des Grundrahmens mit Federn

In Abbildung 9.32 wurden die Summen der absoluten Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen für drei Grundrahmen zusammengestellt.

Diese Art der Darstellung ermöglicht eine schnelle Beurteilung der eingeführten Maßnahmen (Ersatzmodell für die Schweißnähte und Steifigkeit der Lagerung). Dabei wird ersichtlich, dass die Einführung der beiden Maßnahmen zur allgemeinen Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung führt. Für den Grundrahmen SIGMA war die Berechnung mit Nähten und definierter Lagerung nicht möglich, weil die Messung auf Luftfedern erfolgte, deren Steifigkeiten nicht ermittelt werden konnte (Abschnitt 9.1.1).

9.6 Dämpfung

Am Beispiel des Kastens, der bereits zur Ermittlung des Einflusses der thermischen Eigenspannungen diente (Abbildung 9.18), werden in vereinfachter Form die Ermittlung

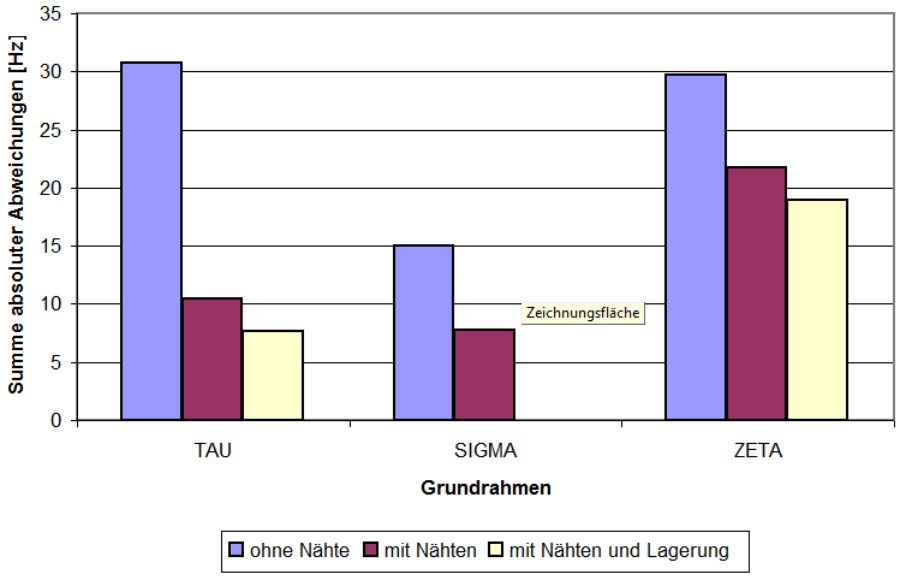


Abbildung 9.32: Summe der absoluten Abweichungen für alle Moden aus dem Frequenzbereich 1-300 Hz unter Berücksichtigung der Ersatzmodelle der Schweißnähte und der Lagerung [87]

und der rechnerische Einsatz der Werkstoffdämpfung (Abschnitt 4.1) präsentiert. Dieses Verfahren setzt voraus, dass die Parameter der Werkstoffdämpfung für die Bleche und die Schweißnähte in den entsprechenden Modellbereichen eingesetzt werden können. In dem FE-Schalenmodell des Kastens sind die Bereiche des Schweißnahteinflusses von den Bereichen der Bleche abgegrenzt (Abbildung 9.33). Im Bereich der Schweißnähte wurde zum einem das Ersatzmodell, das die Steifigkeit der geschweißten Stöße nachbildet (Abschnitt 9.5), zum anderen eine andere Werkstoffdämpfung eingesetzt als für den Rest des Kastenmodells.

Die Anwendung der Werkstoffdämpfung in FEM erfolgt mittels des komplexen E-Moduls wie bereits in den Kapiteln 4.2.3 und 4.3 geschildert.

Die Ermittlung der Dämpfung für den Bereich der Schweißnähte erfolgte durch die Anpassung der Werkstoffdämpfung des FE-Modells im Schweißnahtbereich. Als Kriterium für die Anpassung diente die gemessene Amplitude der Übertragungsfunktion der ersten gemessenen Mode. Diese Übertragungsfunktion (Abbildung 9.34) wurde am Anregungspunkt in Richtung der Anregung ermittelt.

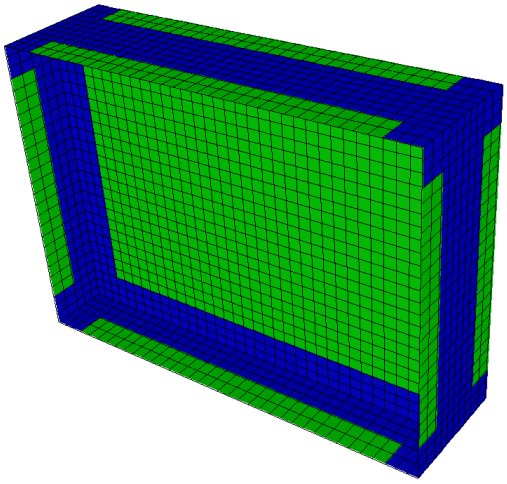


Abbildung 9.33: Das FE-Schalenmodell des Kastens

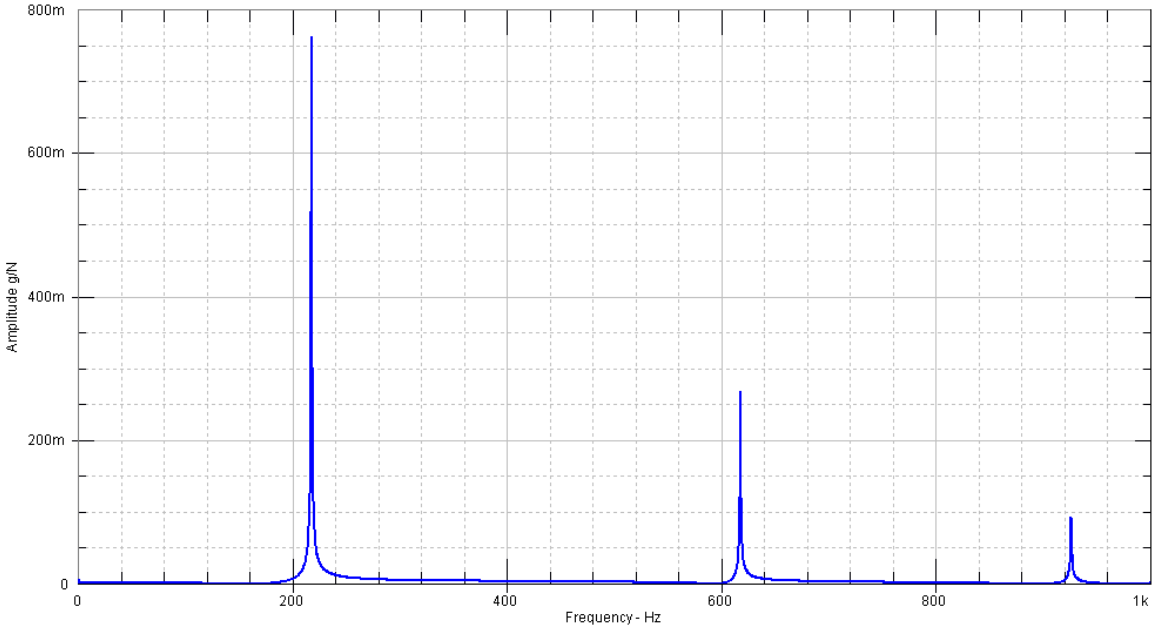


Abbildung 9.34: Die Übertragungsfunktion am Anregungspunkt (Driving point FRF)

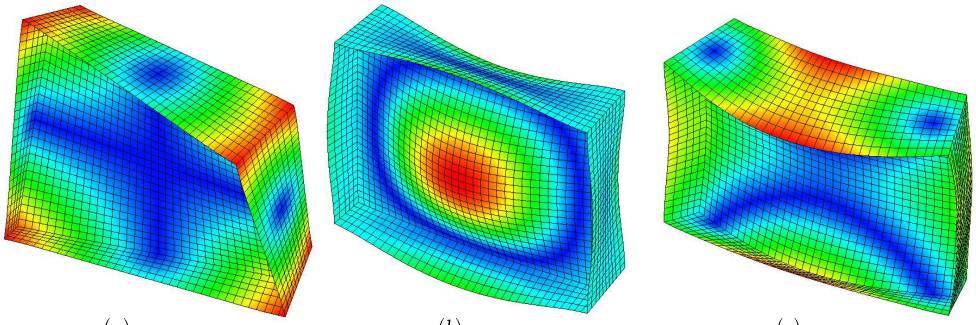
Die an dieser Übertragungsfunktion ermittelten Amplituden der drei ersten Moden (Abbildung 9.35) wurden in Tabelle 9.9 zusammengestellt.

1. Mode 218.4 Hz	2. Mode 618 Hz	3. Mode 926.3 Hz
$m/s^2/N$	$m/s^2/N$	$m/s^2/N$
7,634	2,689	0,942

Tabelle 9.9: Die während der EMA ermittelten Amplituden der Übertragungsfunktion

Tabelle 9.10 stellt die Berechnungsergebnisse der FE-Berechnung für unterschiedliche Werte der Werkstoffdämpfung der Schweißnaht vor. Für die Bleche, also den Rest des FE-Modells, wurde der Wert der Werkstoffdämpfung für Stahl von 0.002 nach [60] verwendet. Bei Betrachtung des ersten Modes stellt sich heraus, dass die beste Übereinstimmung für den Wert 0.0028 erfolgt.

Die Entwicklung der Abhängigkeit der berechneten Amplituden von den eingesetzten Werten der Werkstoffdämpfung für drei Moden wurde in Abbildung 9.36 dargestellt.



(a) (b) (c)

Abbildung 9.35: Moden des Kastens: (a) 218.4 Hz, (b) 618.0 Hz, (c) 926.3 Hz

Dabei ist zu beobachten, wie stark die berechneten Amplituden von den Änderungen des eingesetzten Dämpfungswertes abhängig sind. Diese Sensibilität kombiniert mit der Abhängigkeit der gemessenen Amplituden von äußeren Einflüssen sowie den Werkstoff- und Bauteiltoleranzen, kann dazu führen, dass die rechnerische Vorhersage der Schwingungsamplituden für elektrische Antriebe eine große Unschärfe aufweist.

9.7 Fazit

Das Beispiel des Grundrahmens zeigt, wie die Güte eines FE-Modells bezüglich der berechneten Schwingungseigenschaften durch eine gründliche Analyse der Ursachen für die Abweichungen zwischen Berechnung und Messung verbessert werden kann. Eine solche Analyse ist jedoch nur möglich, wenn bei den eingesetzten Verfahren die entsprechenden Voraussetzungen (Kapitel 5 und 6) erfüllt sind.

Es wurde dargelegt, unter welchen Bedingungen die experimentelle Modalanalyse von Grundrahmen messtechnisch erfolgen sollte, damit die Ergebnisse schnell und reprodu-

Iterationsschritt	Werkstoffdämpfung der Schweißnaht	Berechnete Resonanzamplitude		
		1. Mode 226.6 Hz	2. Mode 623.5 Hz	3. Mode 967.3 Hz
1	0,0020	9,345	1,499	0,627
2	0,0025	8,164	1,378	0,581
3	0,0027	7,771	1,335	0,565
4	**0,0028**	**7,588**	**1,315**	**0,557**
5	0,0029	7,414	1,295	0,549
6	0,0030	7,247	1,275	0,542
7	0,0040	5,918	1,110	0,477
8	0,0050	5,001	0,982	0,426
9	0,0100	2,818	0,612	0,278
10	0,0200	1,505	0,360	0,165

Tabelle 9.10: Einfluss des Dämpfungswerts der Werkstoffdämpfung der Schweißnaht auf die berechneten Amplituden der Übertragungsfunktion $(m/s^2)/N$

zierbar gewonnen werden können. Die erarbeiteten Vorschläge beinhalten folgende Maßnahmen:

- Lagerung auf Federn mit definierter Steifigkeit, um den Einfluss der Lagerung in der FE-Berechnung berücksichtigen zu können.
- Anschläge in zwei Richtungen, damit alle relevanten Moden angeregt werden können.
- Messgitter auf der Basis der triaxialen Aufnehmer, um eine eindeutige Identifikation der angeregten Moden zu ermöglichen.

Bezüglich der FE-Modellierung wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Die vorgestellte Methode zur Modellierung des versteifenden Einflusses der Schweißnähte bei Schalenmodellen reduziert den Fehler zwischen gemessenen und berechneten Moden.
- Der Einfluss der thermischen Eigenspannungen kann bei der Berechnung der Moden für die Grundrahmen vernachlässigt werden.
- Die Einführung des Ersatzmodells für die Schweißnähte auf der Basis der getrennten Bereiche bietet auch die Möglichkeit, die Werkstoffdämpfung getrennt für die Bleche und die Schweißnähte einzusetzen.

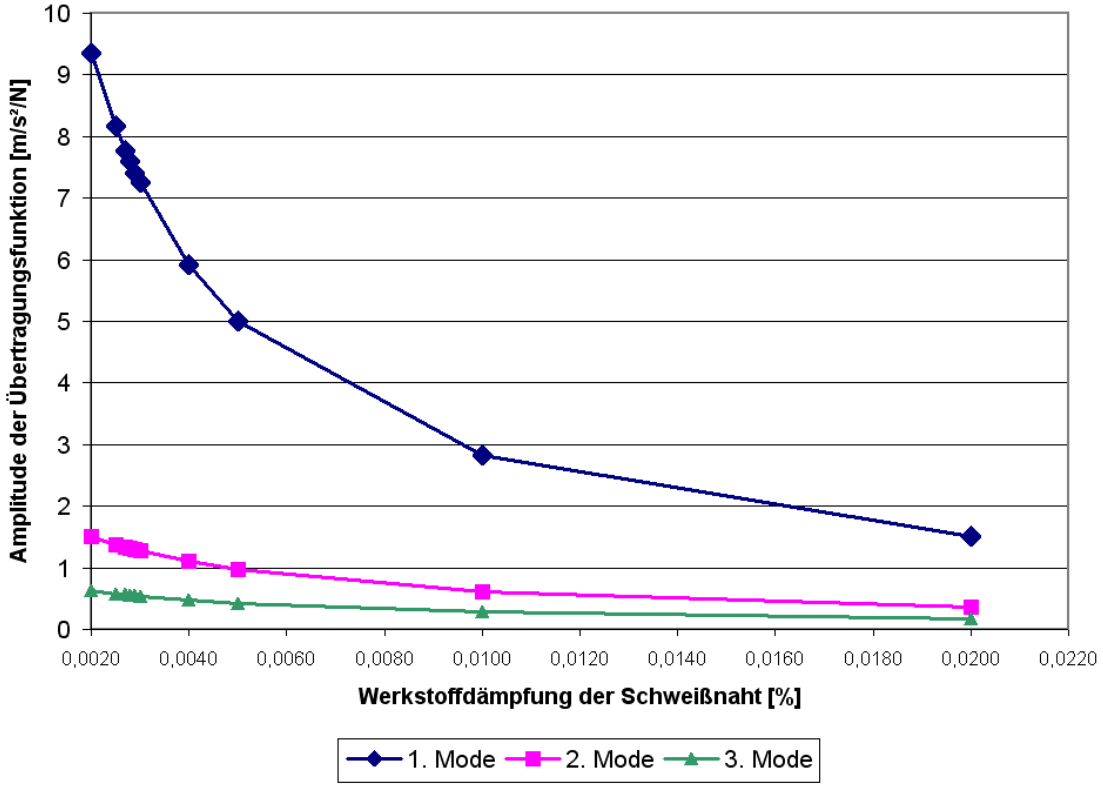


Abbildung 9.36: Einfluss des Dämpfungswertes der Werkstoffdämpfung der Schweißnaht auf die berechneten Amplituden der Übertragungsfunktion - graphisch dargestellt

10 Modellerstellung für Ständer der elektrischen Antriebe

In diesem Abschnitt wird ein Ansatz zur Finite Elemente Modellierung der Ständer, der in Abschnitt (8.9) beschriebenen Plattformantriebe, vorgestellt. Der Ständer eines Elektromotors ist für die Erzeugung des magnetischen Drehfeldes zuständig und besteht hauptsächlich aus drei Komponenten: der Wicklung, dem Blechpaket und der Tragstruktur.

Der allgemeine Ansatz für die FE-Modellierung basiert auf der genauen Nachbildung der Ständergeometrie, wodurch die Massenverteilung sowie die Steifigkeit der Ständerkomponente realitätsnah abgebildet werden. Die Steifigkeit wird zusätzlich durch entsprechende Materialmodelle beschrieben, deren Parameter mit Hilfe der Modellanpassung (Kapitel 7) in Anlehnung an die Ergebnisse der experimentellen Modalanalysen (Kapitel 6) bestimmt werden.

Bei den Ständern sind es das Blechpaket und die Wicklung, deren Steifigkeitsparameter es zu ermitteln gilt. Die Ermittlung erfolgt getrennt für beide Bereiche. Das Fertigungsverfahren gibt die Möglichkeit, die Ständer in zwei Fertigungszuständen zu untersuchen:

- Eisenfertig – geschweißte Blechstruktur mit einem eingespannten Blechpaket (Abbildung 10.1)
- Gewickelt und getränkt – mit eingelegter und isolierter Wicklung (Abbildung 10.2)

Im ersten Zustand können die Parameter für die Blechpakete gewonnen werden, im zweiten die Parameter für die Wicklung. Die Voraussetzung für die Ermittlung der Wicklungsparameter ist jedoch, dass die Parameter des Blechpakets bereits bekannt sind.

Da die betrachteten Ständer zu Produkten gehören, die in kleinen Losen oder als Einzelstücke hergestellt werden, muss die Schwingungsvorhersage von der Geometrie des Bauteils unabhängig sein. Das setzt die Anwendung von physikalisch nachvollziehbaren Parametern für die Bestimmung der Steifigkeiten voraus und ist zugleich ein wichtiges Kriterium zur Anwendung der Modellanpassung bei der Ermittlung der Parameter (Abschnitt 7.1).

Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich das Blechpaket betrachtet. Es wird ein Materialmodell zur Nachbildung der Steifigkeit vorgeschlagen seine Parameter ermittelt. Für die Parameter werden zudem ihre Einflussgrößen bestimmt. Außer der Steifigkeit des Blechpakets wird auch dessen Dämpfung betrachtet. Dabei wird die Anwendbarkeit der Werkstoffdämpfung (4.2.3) zur Berechung der Resonanzamplituden überprüft. Alle Ergebnisse werden zusätzlich auf Reproduzierbarkeit sowohl der Mess- als auch der Berechnungsergebnisse untersucht.

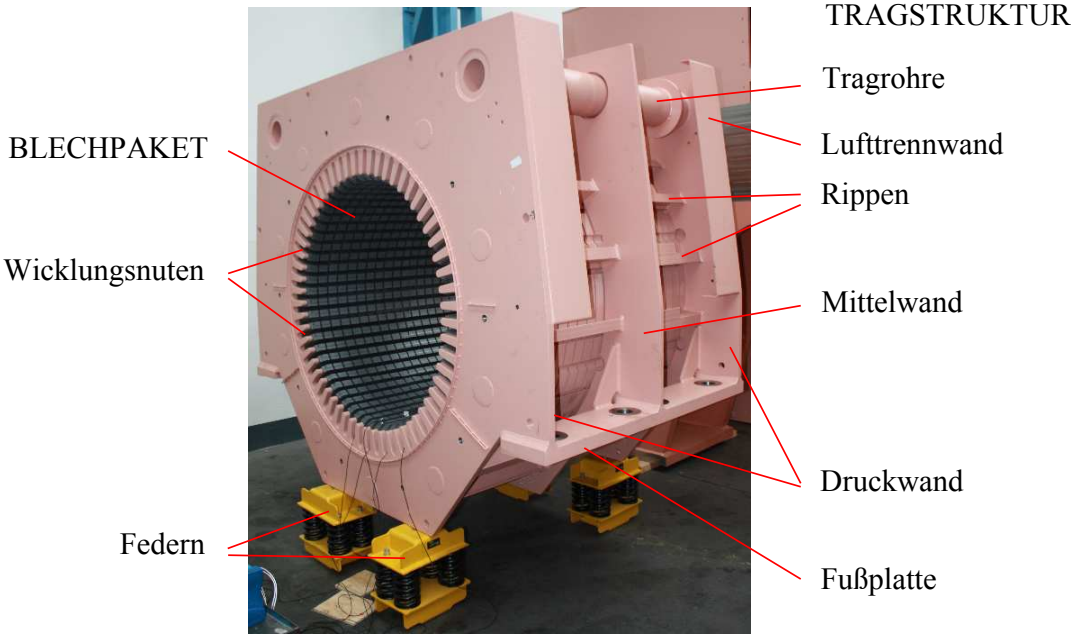


Abbildung 10.1: Aufbau eines eisenfertigen Ständers

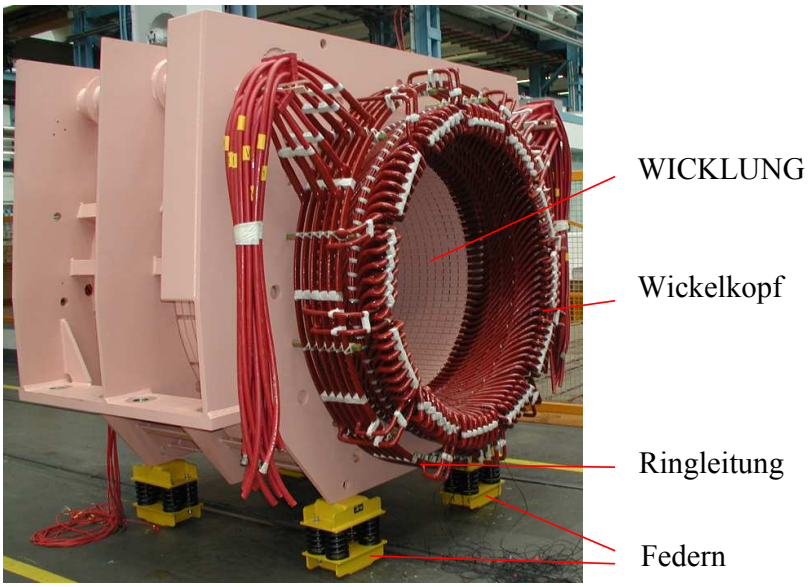


Abbildung 10.2: Ständer im gewickelten und getränkten Zustand

10.1 Konstruktiver Aufbau der Ständer

Der konstruktive Aufbau des Ständers kann bezüglich der Funktion seiner Komponenten in drei Gruppen aufgeteilt werden:

- Wicklung
- Blechpaket
- Tragstruktur

Die Wicklung ist die wichtigste elektrische Komponente. Die isolierten Kupferleiter produzieren ein Magnetfeld, das für die Bildung des Motordrehmomentes verantwortlich ist. Die Wicklung wird ins Blechpaket eingelegt, welches ihr den Halt und ihre räumliche Anordnung gibt.

Das Blechpaket hat durch seinen speziellen Aufbau die Funktion das Magnetfeld zu verstärken und ist auch für die Weiterleitung der Kräfte und Wärme zuständig, die während des Betriebs entstehen. Da das Blechpaket im Prinzip aus vielen dünnen Elektroblechen besteht, wird es in seiner Gestalt unter Vorspannung durch die Tragstruktur gehalten.

Die Tragstruktur fixiert das Blechpaket und leitet die Betriebskräfte an die weiteren Maschinenkomponenten weiter. Es muss so gestaltet sein, dass gleichzeitig auch die Kühlung des Blechpakets und der Wicklung möglich ist.

10.1.1 Beschreibung der mechanischen Eigenschaften der Blechpakete

Die Bildung eines FE-Modells beinhaltet zwei Schritte. Zum einen ist es die Nachbildung der Geometrie des Ständers, zum anderen die Beschreibung der Eigenschaften der eingesetzten Werkstoffe.

Um ein passendes Werkstoffmodell zur Beschreibung des Schwingungsverhaltens der Blechpakete zu finden, werden in diesem Abschnitt dessen konstruktiven Eigenschaften zusammengestellt.

Das Blechpaket besteht aus einem Stapel von vielen dünnen, elektrisch voneinander isolierten Elektroblechen, damit die während des Betriebs der Maschine entstehenden Wirbelströme klein gehalten werden können. Die in den Ständern der Plattformantriebe verwendeten 0.35 mm dicken Elektrobleche sind Walzerzeugnisse, die u.a. eine Welligkeit und Streuung der Dicke aufweisen. Die Isolierschicht kann in ihrer Dicke zwischen 1 und $3\mu m$ streuen. Um die oft komplizierte Schnittform der Bleche herzustellen, werden sie gestanzt, was einen Grat entlang der gesamten Schnittkante hinterlässt. Um die Materialverluste beim Stanzen zu reduzieren, wird der sogenannten Teilschnitt verwendet, d.h. die einzelne Blechschichten im Blechpaket können ggf. aus mehreren kleineren Blechen bestehen. Die Teilung innerhalb einer Schicht ist in Abbildung 10.4 dargestellt. Teilschnitt kann auch die Bildung des magnetischen Felds positiv beeinflussen, wenn die gestanzten Elektrobleche mit der Walzrichtung parallel zum magnetischen Feld angeordnet werden.

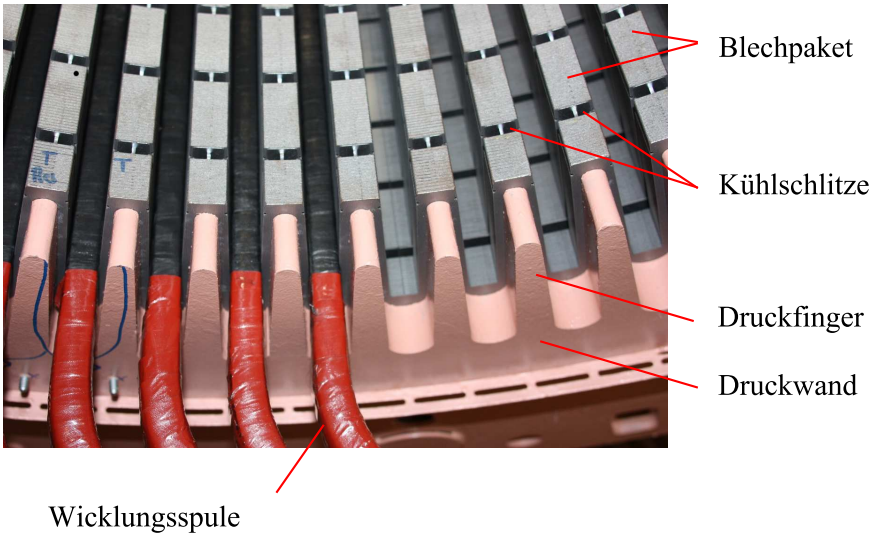


Abbildung 10.3: Detail des Blechpakets

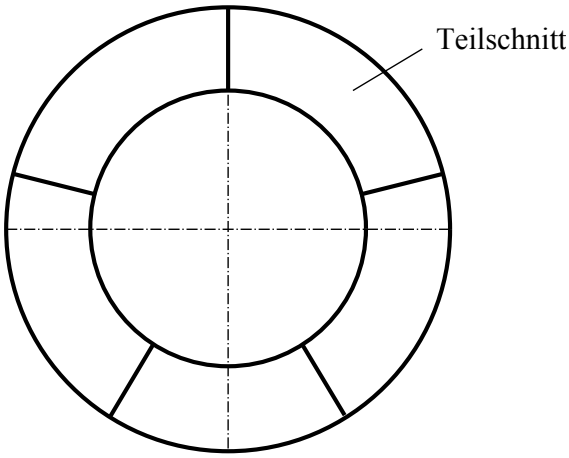


Abbildung 10.4: Anordnung der einzelnen Bleche in der Schicht

Über die Länge des Blechpakets werden in bestimmten Abständen Kühlschlitze vorgesehen, die eine Kühlluftdurchströmung der Wicklung und des Blechpakets erlauben (Abbildung 10.5).

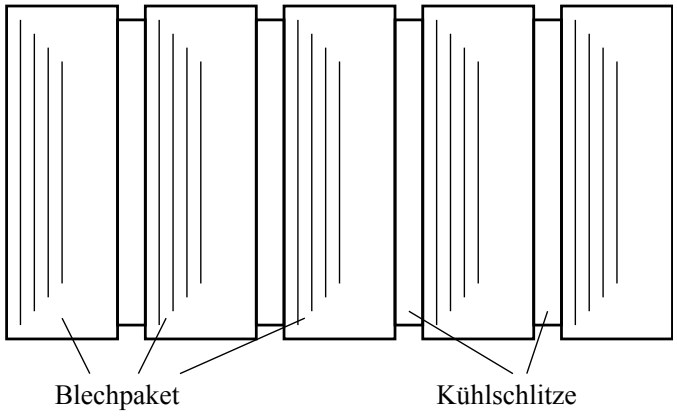


Abbildung 10.5: Beispiel für die Anordnung der Kühlschlitze

Beim Packen werden die gestanzten Bleche des Ständers in die Tragstruktur eingelegt und mittels eines hydraulischen Zylinders mit einer definierten Kraft zusammengepresst. Der Packvorgang gibt somit dem Blechpaket seine Form und verspannt die Bleche miteinander. Die Höhe der im Blechpaket erzeugten Flächenpressung hängt von seiner Länge ab (Abbildung 10.6).

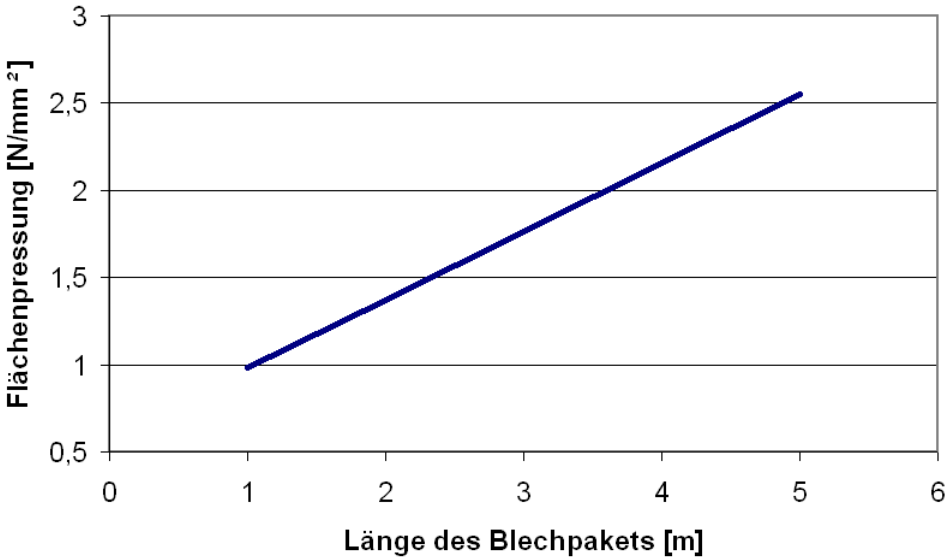


Abbildung 10.6: Flächenpressung im Blechpaket in Abhängigkeit von seiner Länge

Im vorgespannten Zustand werden die Blechpakete mit der Tragstruktur verschweißt. Nachdem die Packvorrichtung demontiert ist, übernimmt die Tragstruktur die Aufgabe, das Blechpaket unter Vorspannung zu halten. Die Formhaltigkeit des Blechpakets ist durch die Vorspannung und den hohen Reibwert zwischen den Elektroblechen (zwischen 0.48 bis 0.5) gegeben [32] (siehe Abbildung 10.7).

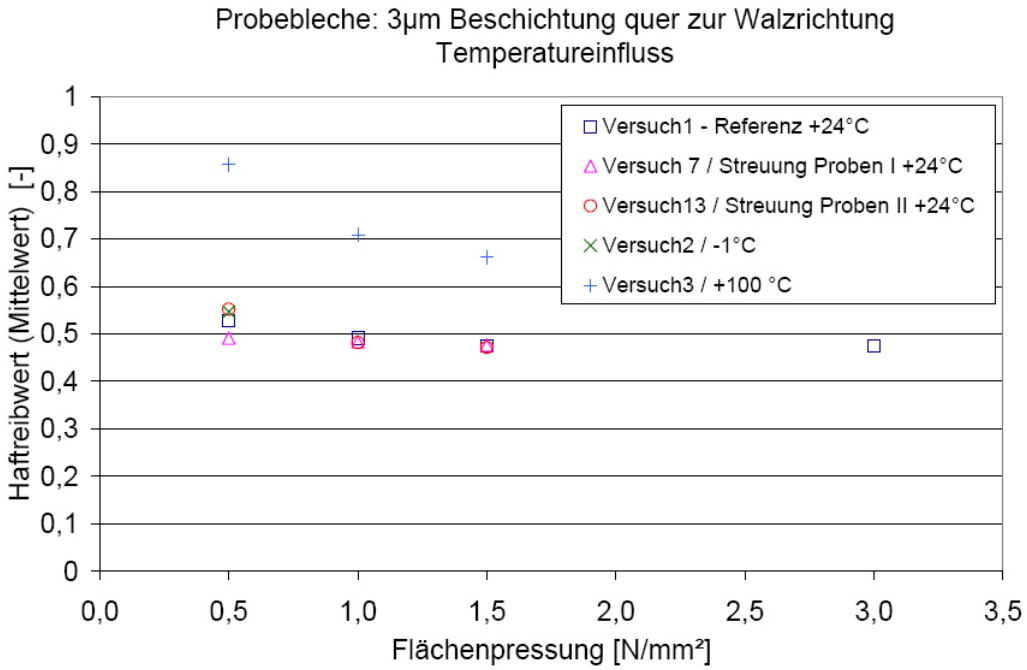


Abbildung 10.7: Reibwert zwischen Elektroblechen in Abhängigkeit von der Flächenpressung und der Temperatur [32]

10.2 Stand der Technik

Der Stand der Technik wird auf der Basis von dokumentierten Versuchen aufgezeigt, deren Zweck es war, das Schwingungsverhalten der Ständer von elektrischen Maschinen analytisch oder numerisch (Finite Elemente Methode) abzubilden. Die ermittelten Ansätze beinhalten Angaben zur Steifigkeit und Dämpfung. Zu den einfachsten Ansätzen, die Steifigkeit abzubilden, gehört das von Krüger et. al. [57] vorgestellte Kreisringmodell. Dabei wurde mit dem auf der Basis der Schalen- und Scheibentheorie erstellten Modell die Schwingungsvorhersage für große Generatoren angestrebt. Die Autoren geben Hinweise bezüglich der Richtungsabhängigkeit der Steifigkeitsparameter und des Einflusses der Ständergröße auf die gemessenen Resonanzfrequenzen. Nitzsche et. al. [68] stellen ein zweidimensionales FE-Modell eines Turbogenerators vor, das über separate Bereiche für die Tragstruktur und das Blechpaket verfügt. Die Steifigkeitsparameter dieses Modells werden so gewählt, dass eine realitätsnahe Berechnung einer bestimmten Eigenform des Ständers (Vierknotenform) möglich ist. Long et. al. [61] arbeiten mit dreidimensionalen FE-Modellen für kleine Motoren (100mm Durchmesser). Das Blechpaket und die Wicklung werden separat untersucht, um entsprechende Steifigkeitsparameter zu ermitteln. Es wurde auch ein orthotropes Werkstoffmodell eingeführt, um die mechanischen Eigenschaften des Blechpakets abzubilden. Die Autoren geben auch einen Satz von ermittelten Parametern für das Blechpaket (Tabelle 10.1) bekannt. Diese Werte basieren auf den Werkstoffeingaben für die im Blechpaket eingesetzten Elektrobleche M300-35A, deren

Parameter	Einheit	Blechpaket	Elektroblech M300-35A	Blechpaket relativ zu M300-35A
$E_x = E_y$	N/mm^2	215000	215000	100 %
E_z	N/mm^2	215000	215000	100 %
G_{xy}	N/mm^2	800	82700	1 %
$G_{xz} = G_{yz}$	N/mm^2	55000	82700	67 %
υ	-	0.27	0.27	100 %

Tabelle 10.1: Steifigkeitsparameter für Blechpakete und der Elektrobleche nach [61]

Eigenschaften in derselben Tabelle aufgeführt sind.

Siegl [91] untersuchte die Steifigkeit der Läuferblechpakete. Seine Ergebnisse ergänzen die Erkenntnisse von Long um die axiale Steifigkeit der Blechpakete, die im Bereich von 5 % bis 10 % des E-Moduls für Stahl anzusetzen sind. Obermayr et. al. [71] erstellten ebenfalls ein orthotropes Werkstoffmodell für kleine Blechpakete unter axialer statischer Belastung und untersuchten außerdem den Einfluss des Kriechens und der Temperatur auf die Parameter des Modells. Hinsichtlich der Dämpfung werden von Berthoud et. al. [23] und Siegl [91] Ansätze zur Beschreibung der Dämpfungsmechanismen, die in Blechpaketen herrschen, gegeben.

10.3 Blechpaket – Erweiterung der Erkenntnisse

Die Erkenntnisse aus den zuvor genannten Quellen (Abschnitt 10.2) sollen für Ständerblechpakte im Gewichtsbereich von 10 bis 50 t ergänzt werden. Um eine hohe Qualität der Schwingungsvorhersage zu gewährleisten, werden folgende Themen bearbeitet:

- Ermittlung der optimalen Bedingungen für die Durchführung der experimentellen Modalanalysen
- Abschätzung der Streuungen der Messwerte
- Bestimmung des Detaillierungsgrads der Geometrie für die Finite Elemente Modelle
- Auswahl eines Werkstoffmodells zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens der Blechpakete
- Bestimmung von Abhängigkeiten der mechanischen Modellparameter von den konstruktiven Eigenschaften der Blechpakete

Nachdem die Funktionsbereiche des Ständers bereits vorgestellt wurden, kann nun die Modellierung der mechanischen Eigenschaften vorgenommen werden. Bei der Modellierung mit der Finite Elemente Methode (FEM) wird die Geometrie des Bauteils möglichst genau nachgebildet, was eine realitätsgetreue Verteilung der Steifigkeiten und Massen erlaubt. Das Verhalten des FE-Modells, also die damit berechneten Eigenfrequenzen und Schwingungsformen, hängen von den mechanischen Eigenschaften der Modellbereiche ab.

Zu deren Beschreibung dienen die sog. Materialmodelle. Die einzelnen Bereiche des Ständers, d.h. die Wicklung, das Blechpaket und die Tragstruktur, benötigen zur Beschreibung ihres mechanischen Verhaltens unterschiedliche Materialmodelle. Um eine quantitative Aussage bezüglich des mechanischen Verhaltens und somit auch des Schwingungsverhaltens zu machen, muss das Materialmodell mit entsprechenden Parametern gespeist werden. Diese werden im weiteren Lauf dieses Abschnitts ermittelt.

Um die Parameter für die Ständerkomponenten zu ermitteln, muss zuerst gewährleistet sein, dass der Einfluss dieser Parameter auf das Schwingungsverhalten isoliert betrachtet werden kann. Dies ist möglich, wenn entsprechende Untersuchungen in den zwei bereits erwähnten Fertigungsphasen durchgeführt werden:

- Eisenfertig (Abbildung 10.1)
- Gewickelt und getränkt (Abbildung 10.2)

Im eisenfertigen Zustand wird das Blechpaket mit der Tragstruktur vereint. Das erlaubt unter der Annahme der bekannten Parameter für das Joch (isotrop, Steifigkeitswerte für Stahl) eine isolierte Betrachtung des Blechpakets. Im zweiten Schritt kann die Wicklung untersucht und es können ihre Parameter ermittelt werden. Diese Vorgehensweise ähnelt der Handhabung des Blechpaktes im eisenfertigen Zustand und geht von der Kenntnis der Tragstruktur- und Blechpaketparameter aus. Die Untersuchungen beinhalten experimentelle Modalanalysen in diesen beiden Zuständen und eine anschließende Anpassung der Materialparameter an die entsprechenden FE-Modelle.

10.4 Blechpaket – Experimentelle Modalanalyse

Das reale Schwingungsverhalten der Ständer wurde experimentell in mehreren Schritten erfasst. Dabei wurden praktische Informationen bezüglich der Durchführung der Messung und der Randbedingungen gewonnen.

Die experimentelle Modalanalyse dient hier dazu, die für die Modellanpassung notwendigen Eigenfrequenzen und Eigenformen zu gewinnen. Sekundäres Ziel ist die Ermittlung der modalen Dämpfung.

Die Versuche wurden während der laufenden Fertigung der Ständer durchgeführt. Um das für eine große Anzahl an Versuchen zu realisieren, ohne den Fertigungsablauf der Ständer zu beeinträchtigen, sind die optimale Anregung, die Lagerung des Ständers und das Messgitter im Voraus ermittelt worden. Die folgenden Unterabschnitte beschreiben dies detailliert.

10.4.1 Anregung

Angeregt wurde der Ständer mit einem 5 kg schweren Modalhammer mit einer mittelharten Spitze, Voraussetzungen, die eine genügend starke Anregung aller Eigenfrequenzen von 0 bis 500 Hz erlauben. Angeschlagen wurde an den drei Stellen, die in Abbildung 10.8 zu sehen sind. Diese Vorgehensweise wurde eingeführt, nachdem beobachtet wurde, dass bestimmte Eigenformen nur bei bestimmten Anschlagrichtungen angeregt werden

können. Richtung "quer" (Abbildung 10.8) wurde hauptsächlich zur Anregung der Ovalisierungen des Blechpakets verwendet. Die Richtungen "axial" und "Rippe" erlaubten die Anregung der Schubeigenformen des Blechpakets und Eigenformen der Tragstruktur. Die Richtung "quer" wurde als zusätzliche Referenz eingesetzt. Die Anschläge wurden fünf Mal pro Messung zwecks ausreichender Mittelung der Übertragungsfunktionen und Kontrolle der Kohärenz wiederholt. Besonders wichtig bei der Anregung ist der Ort des Anschlags. Zu diesem Zweck müssen die steifsten Bereiche der Struktur gewählt werden, um Abkopplungseffekte zu vermeiden.

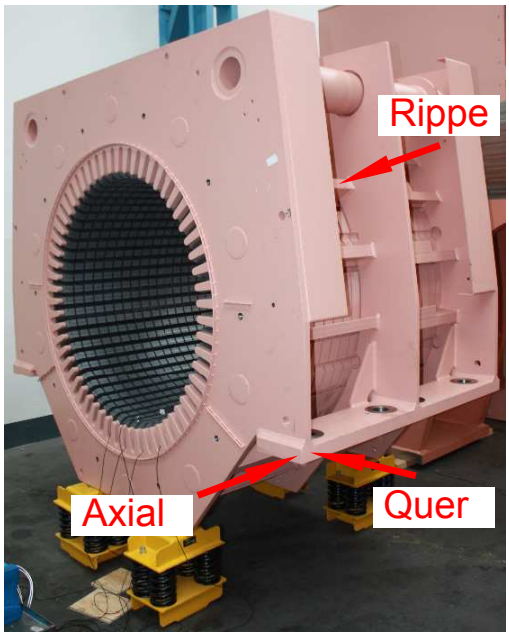


Abbildung 10.8: Positionen und Richtungen für die Anregung

10.4.2 Lagerung

Bei der ersten Versuchsreihe [54] wurden Holzklötze (wie bei der Untersuchung der Grundrahmen) zur Aufstellung der Ständer während der Messung verwendet (Abbildung 10.9).

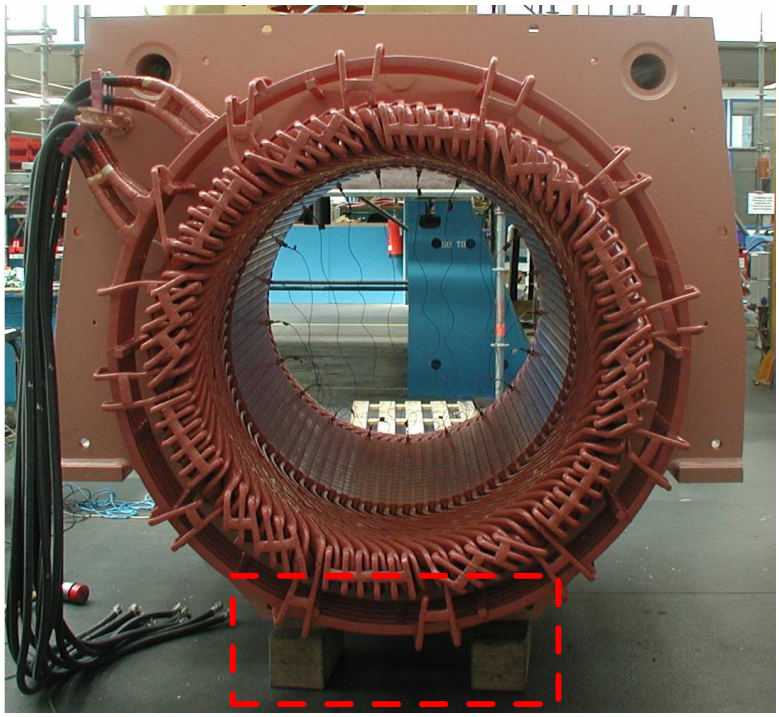


Abbildung 10.9: Ständer auf Holzklötzen

Diese erwiesen sich als steif, was sich durch das Auftreten der Starrkörpermoden bei ca. 60 Hz zeigte. Der erste flexible Mode tauchte bei ca. 80 Hz auf, wodurch der Abstand einer Zehnerpotenz (siehe Abschnitt 6.3.3) zwischen den starren und flexiblen Moden nicht gegeben ist. Dies hatte zur Folge, dass die Lagerung nicht als frei-frei deklariert werden konnte (siehe Abschnitt 6.2). Das führt dazu, dass in den für die Modellanpassung verwendeten FE-Modellen die Randbedingungen in Form von Federn hinzugefügt werden müssten, um die Lagerung während des Experiments nachzubilden (Abbildung 10.10). Die erste Versuchsreihe zeigte also, dass Holz für die Messungen als Lagerung eher ungeeignet ist. Zum einen führt die hohe Steifigkeit zur Vermischung der Starrkörpermoden und flexiblen Moden, zum anderen besitzt die Holzlagerung meist eine undefinierte Steifigkeit.

Bessere Ergebnisse lieferten erst die Messungen, die auf Stahlfedern (Abbildung 10.2) durchgeführt wurden. Stahlfedern besitzen eine vom Gewicht des Messobjekts unabhängige Steifigkeit, was eine Reproduzierbarkeit der Randbedingungen gewährleistet. Zudem zeigte eine FEM-Analyse, bei der einige Eigenfrequenzen mit und ohne Federsteifigkeiten der Lagerungsfedern berechnet wurden, dass die Steifigkeit dieser Federelemente keinen Einfluss auf die berechneten Moden hat. Der Frequenzabstand zwischen den flexiblen und den Starrkörpermoden war ausreichend groß, um eine freie Lagerung annehmen zu können. Dies hatte zur Folge, dass bei der FE-Berechnung der Ständer auf die Modellierung der Lagerung verzichtet werden konnte. Die Steifigkeitsparameter der verwendeten Federpakete sind in Anhang A zu finden.

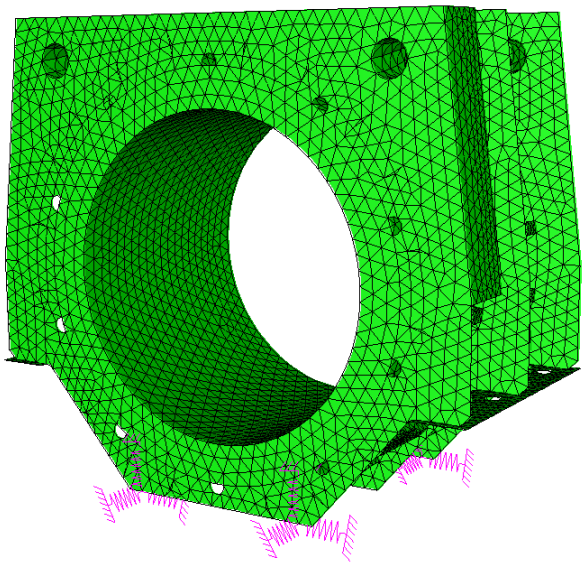


Abbildung 10.10: FE-Modell eines Ständers mit Federelementen zur Simulation der Lagerungsbedingungen

10.4.3 Messgitter

Ein optimales Messgitter für die experimentelle Modalanalyse bietet ein ausgewogenes Verhältnis zwischen dem gewonnenen Informationsgehalt und der Dauer der Messung. Um ein optimales Messgitter für die Ständer zu ermitteln, wurde von einem einfachen Messgitter ausgegangen. Im Laufe der Versuche wurde seine Komplexität gesteigert. Die erste Messreihe wurde mit uniaxialen Schwingungsaufnehmern durchgeführt, die auf dem inneren Umfang des Blechpakets verteilt wurden. Es stellte sich jedoch heraus, dass sich in dem untersuchten Frequenzmessbereich viele Eigenformen befinden, die mit diesem Ansatz nicht eindeutig identifizierbar sind. Daher wurde entschieden, triaxiale Schwingungsaufnehmer zu verwenden und das Messgitter auf die gesamte Kontur des Ständers (inklusive Tragstruktur) zu erweitern. Diese Maßnahme hatte zwar zur Folge, dass die Messdauer erhöht wurde, dafür stieg aber der Informationsinhalt (Anzahl der eindeutig identifizierbaren Eigenformen) an. Das endgültige Messgitter stellt die Abbildung 10.13 dar.

Messstufe	Bauteile	Aufnehmer
1	Innenseite des Blechpakets	1D
2	Innenseite des Blechpakets	3D
3	Innenseite des Blechpakets, Druckwände und Mittelwand	3D
4	Innenseite des Blechpakets, Druckwände und Mittelwand, Lufttrennbleche	3D

Tabelle 10.2: Messstufen für den eisenfertigen Ständer. Referenz siehe auch Abbildung 10.1 und 10.2.

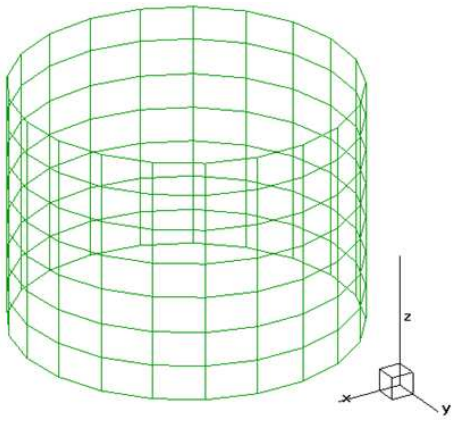


Abbildung 10.11: Messgitter der Messstufe 1

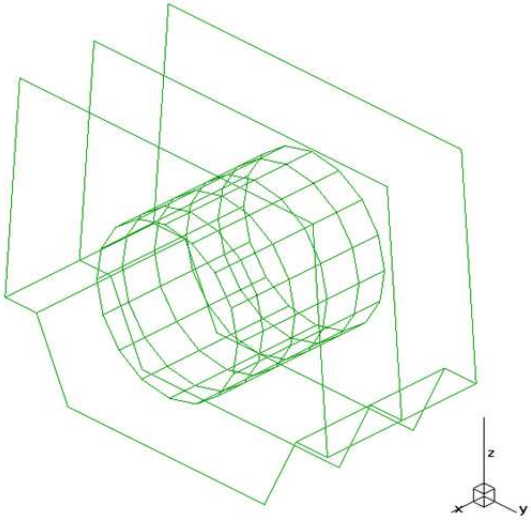


Abbildung 10.12: Messgitter der Messstufe 3

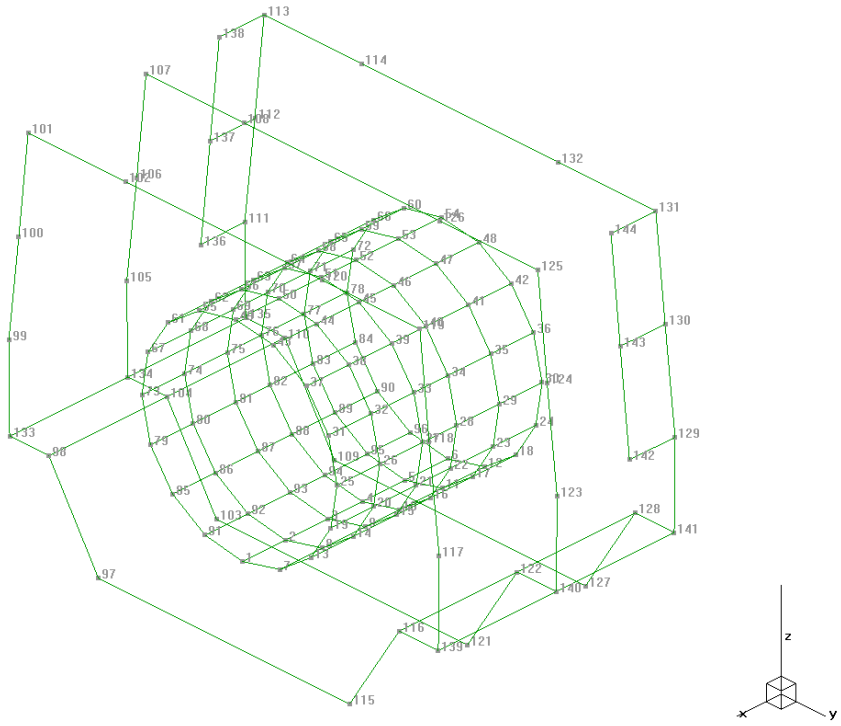


Abbildung 10.13: Messgitter der Messstufe 4

10.4.4 Übersicht der untersuchten Ständer

Tabelle 10.3 listet die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten eisenfertigen Ständer. Dabei werden deren für die FE-Modellierung relevanten konstruktiven Parameter sowie die Messbedingungen aufgeführt.

Kennwort	Los	Gesamtmasse	Außendurchmesser des Blechpakets	Blechpaketlänge	Masse des Blechpakets	Kühlschlitze	Anregung	Lagerung	Messstufe
		kg	mm	mm	kg	% Vol.			
ALPHA	1	9550	1700	1036	9550	13,1	GH-S	Holz	2
ALPHA	2	9550	1700	1036	9550	13,1	GH-S	Holz	3
ALPHA	3	9550	1700	1036	9550	13,1	GH-S	Holz	3
BETA		12230	1700	1268	12230	13,2	GH-S	Holz	1
GAMMA	4	14436	2000	1384	14436	13,3	MH-S	SF-G	3
GAMMA	5	14436	2000	1384	14436	13,3	MH-S	SF-G	3
GAMMA	6	14436	2000	1384	14436	13,3	MH-S	SF-G	3
DELTA		19400	2000	1618	19400	13,4	MH-R	SF-K	4
EPSILON		9807	1700	1036	9807	13,1	MH-R	SF-K	4
ZETA	2	5574	1500	804	5574	12,9	MH-R	SF-K	4
ETA		18000	2000	1502	18000	13,3	GH-S	SF-G	4
THETA		11552	1700	1268	11552	13,3	GH-S	SF-G	4
IOTA	2	9200	1700	1006	9200	9,5	MH-R	SF-K	4
KAPPA		8170	1500	1268	8170	13,2	MH-R	SF-K	4
LAMBDA	5	17289	2000	1570	17289	13,3	MH-R	SF-K	4
MY		15030	2000	1338	15030	21,5	MH-R	SF-K	4
NY	2	19650	2000	1618	19650	13,4	MH-R	SF-K	4
XI	3	7120	1500	1180	7120	13,6	MH-R	SF-K	4

Tabelle 10.3: Zusammenstellung der geometrischen Parameter der untersuchten eisenfertigen Ständer

Wobei:

- GH-S – Großer Hammer mit einem Kopfgewicht von 5 kg mit schwarzer Spitze (hart). Anregungsbereich 0-500 Hz
- MH-S – Mittlerer Hammer mit einem Kopfgewicht von 1 kg mit schwarzer Spitze (hart). Anregungsbereich 0-500 Hz
- MH-R – Mittlerer Hammer mit einem Kopfgewicht von 1 kg mit roter Spitze (mit-

tel). Anregungsbereich 0-300 Hz

- Holz – Aufstellung auf Holzblöcken
- SF-K – „Kleine Stahlfeder“ (Anhang A.1)
- SF-G – „Große Stahlfeder“ (Anhang A.2)

10.4.5 Blechpaket – Zusammenfassung der Erkenntnisse aus der experimentellen Modalanalyse

10.4.5.1 Randbedingungen

Aufgrund der beschriebenen Erkenntnisse können für die Durchführung der experimentellen Modalanalyse an den eisenfertigen Ständern folgende Empfehlungen gemacht werden:

- Die Aufstellung des Prüflings sollte auf Elementen mit bekannter Steifigkeit (z.B. Stahlfeder) erfolgen. Mit der Kenntnis der Lagerungssteifigkeit kann mit Hilfe der numerischen Analyse bestimmt werden, ob die Lagerung einen Einfluss auf das Schwingungsverhalten des Ständers hat.
- Um eine gute Trennung der gemessenen Moden zu erreichen, sind drei Orte zur Anregung zu wählen, wobei jeder Ort mit einer anderen Anschlagrichtung zu verbinden ist (Abbildung 10.8).
- Das Messgitter sollte auf der Basis der triaxialen Aufnehmer aufgebaut werden und sollte alle konstruktiven Komponenten wie Blechpaket, Wände, Füße und Lufttrennbleche umfassen (Abbildung 10.13).
- Die verwendete Anregung mit dem Modalhammer erlaubt eine ausreichende Anregung im Bereich bis 500 Hz. Die Auflösung des Messgitters erlaubt dabei jedoch nur eine eindeutige Identifikation der Moden bis zu 300 Hz. Dabei konnten in diesem Bereich durch die Variation der Anschlagrichtung ca. 15 Moden identifiziert werden. Für die Kontrolle der Streuungen ist diese Anzahl der gemessenen Moden ausreichend.

10.4.5.2 Gemessene Resonanzen

Die Reproduzierbarkeit der Messung für die Aufstellung des Ständers auf Holz wird in Tabelle 10.4 dargestellt. Dort werden die gemessenen Resonanzfrequenzen für drei Eigenformen dreier baugleicher Ständer vom Typ ALPHA aufgeführt.

Mode	Los 1.	Los 2.	Los 3.
#	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1.	161,0	166,5	166,5
2.	168,0	167,5	167,0
3.	194,0	199	199,0

Tabelle 10.4: Vergleich der gemessenen Eigenfrequenzen für drei Lose des Ständers ALPHA; Aufstellung auf Holz [54]

Zum Vergleich werden in Tabelle 10.5 die gemessenen Resonanzfrequenzen dreier baugleicher Ständer bei einer Aufstellung auf Stahlfedern gezeigt.

Mode	Los 4.	Los 5.	Los 6.
#	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1.	47	45	46
2.	54	52	54
3.	62	60	61
4.	67	65	66
5.	121	118	119
6.	140	137	139
7.	155	153	155

Tabelle 10.5: Vergleich der gemessenen Eigenfrequenzen für drei baugleiche Ständer GAMMA; Aufstellung auf Stahlfedern

Die Streuung der Ergebnisse bei den Stahlfedern liegt unter 3 Hz, was im Rahmen der Streuung infolge der Werkstofftoleranzen (siehe Abschnitt 8.7) liegt. Die Anwendung der Stahlfedern verhinderte die Vermischung der Starrkörpermoden mit den flexiblen Moden und erlaubte die Anregung einer größeren Anzahl an Schwingungsmoden als bei der Lagerung auf Holz.

10.4.5.3 Gemessene modale Dämpfung

Der Einfluss der Lagerung der Ständer während der experimentellen Modalanalyse kann auch bei den gemessenen Werten der modalen Dämpfung beobachtet werden. Die bei der Messung auf Holz ermittelten Werte wurden in Abbildung 10.14 zusammengestellt.

Im Vergleich dazu zeigt Abbildung 10.15 die auf Stahlfedern gemessenen Werte. Dort tauchen die Starrkörpermoden nicht mehr auf bzw. befinden sich unterhalb 10 Hz (Messgrenze der verwendeten Aufnehmer) und auch die Streuungen der Dämpfung für die flexiblen Moden fallen kleiner aus.

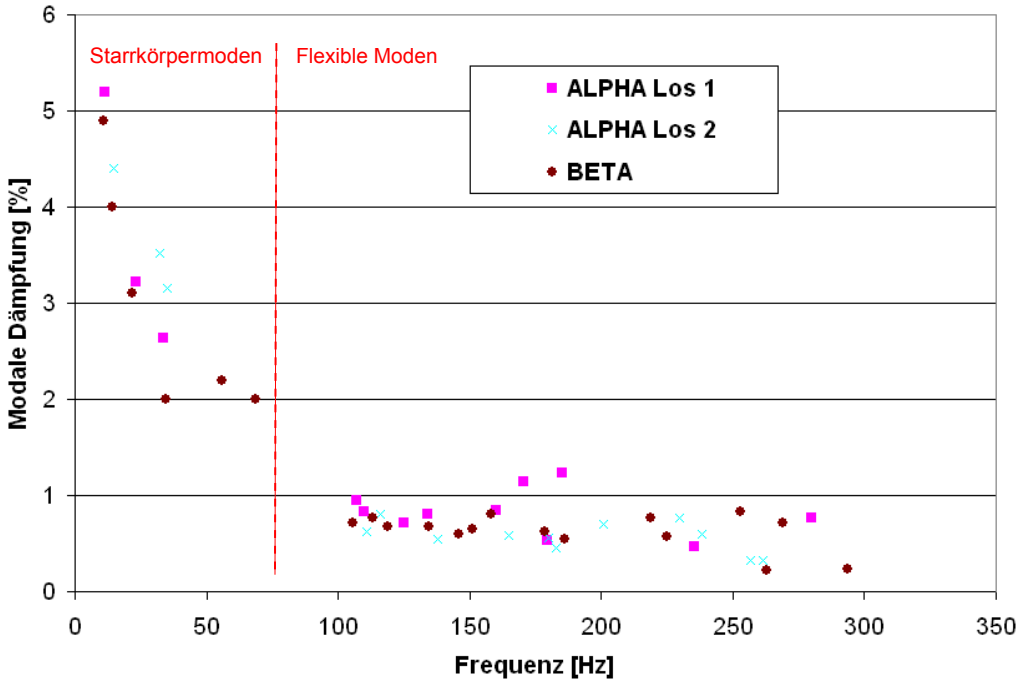


Abbildung 10.14: Ermittelte modale Dämpfung aus Messungen auf Holzblöcken

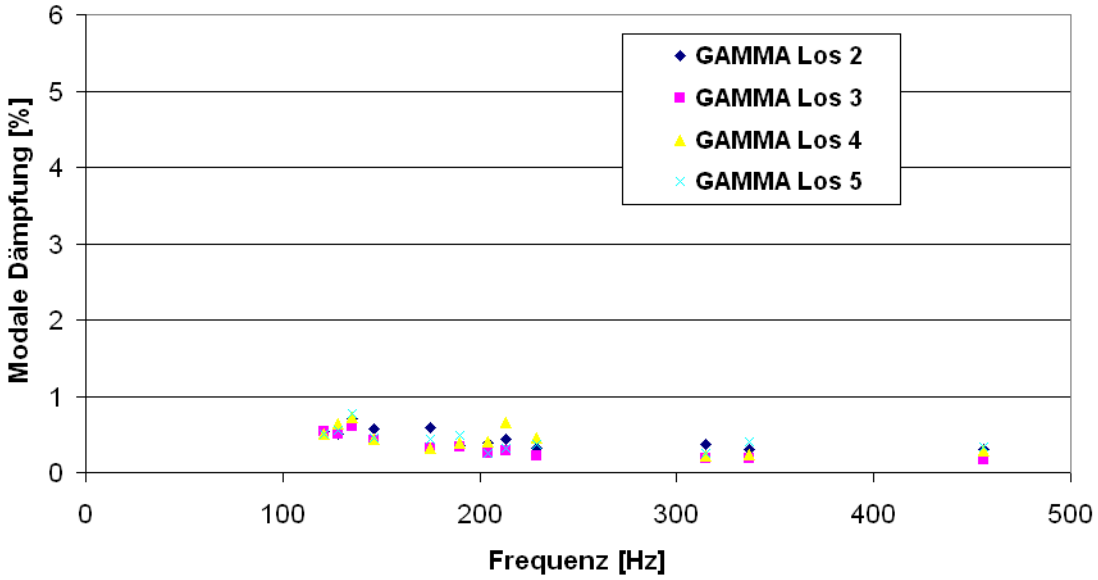


Abbildung 10.15: Ermittelte modale Dämpfung aus Messungen auf Stahlfedern

Die weiche Lagerung auf Stahlfedern verschiebt die Starrkörpermoden in den unteren Frequenzbereich, wodurch das Vermischen der Starrkörper und flexiblen Moden verhin-

dert wird. Das führt wiederum dazu, dass die Dämpfung der flexiblen Moden von der Dämpfung der Lagerung nicht mehr beeinflusst wird. Die Beseitigung der externen Einflüsse ermöglicht also eine bessere Identifikation der Dämpfung, die ihren Ursprung im Ständer hat.

10.5 Blechpaket – FE-Modell

Das Ziel der folgenden Aktivitäten bestand darin, eine Methode zu finden, mit der es möglich wäre, eine genaue Vorhersage der Schwingungseigenschaften von eisenfertigen Ständern zu bekommen. Es soll mit der FEM erfolgen, daher müssen die Maßnahmen auf diese Berechnungsmethode zugeschnitten werden. Wichtig ist es auch, die Verlässlichkeit bzw. Genauigkeit der Vorhersage zu bestimmen, sowie Phänomene aufzulisten, die diese Genauigkeit beeinflussen.

Die Modellierung des Ständers soll die Geometrie möglichst genau nachbilden. Einschränkungen kommen aus der sekundären Forderung der möglichst geringen Berechungszeit und der Ausführbarkeit hinsichtlich der Automatisierung.

Das FE-Modell wurde auf Basis von Schalen- (Tragstruktur) und Volumenelementen (Blechpaket) 2. Ordnung erstellt. Die Netzfeinheit wurde aus einer entsprechenden Konvergenzuntersuchung ermittelt und die Qualität der einzelnen Elemente mit den Kriterien „Stretch“ und „Distortion“ (Kapitel 5.5) nachgewiesen [54].

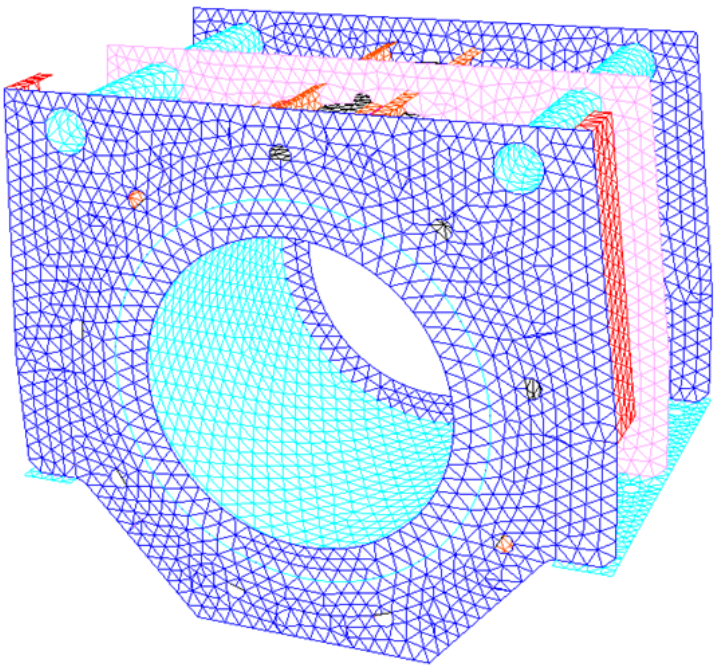
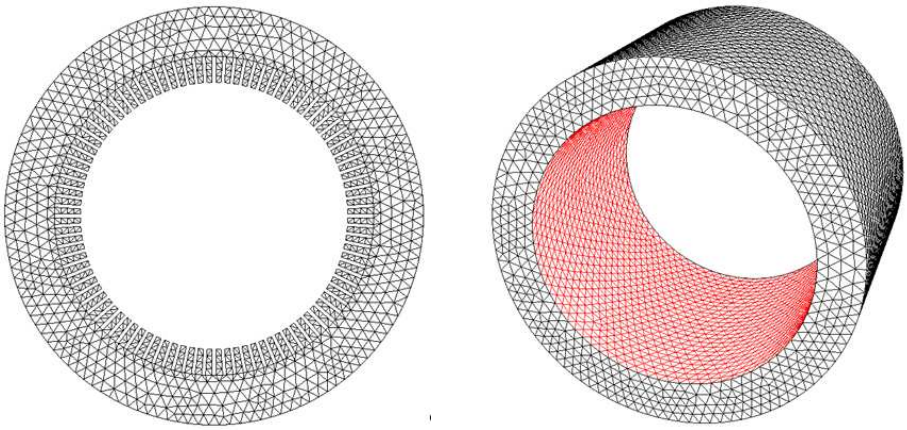


Abbildung 10.16: FE-Modell eines eisenfertigen Ständers

Die wichtigste Vereinfachung bei der Modellierung des eisenfertigen Ständers war der

Verzicht auf die genaue Nachbildung der Ständernutung, was die Anzahl der Freiheitsgrade deutlich reduziert. Um den Einfluss der Nutung im FE-Modell zu berücksichtigen wurde ein Ersatzmodell eingesetzt, das die Gewichtsverteilung und die Steifigkeit der Zähne berücksichtigen soll (Abbildung 10.17).



(a) (b)

Abbildung 10.17: Modellierung des Ständerblechpakets: (a) Blechpaket mit ausgeprägter Nutung, (b) Blechpaket mit der Masse der Zähne, die über der Innenfläche des Blechpakets verteilt wurde

Dabei wurde der Innendurchmesser des Blechpakets um die doppelte Tiefe der Nuten vergrößert und die dadurch entstandene Fläche mit Schalenelementen verkleidet, deren Gesamtgewicht dem Gewicht der Zähne entspricht. Zur Nachbildung der Steifigkeit wurde ein isotropes Werkstoffmodell verwendet (Tabelle 10.6). Dieses wurde mit Hilfe der Modellanpassung ermittelt, indem die Parameter des Ersatzschalenmodells solange modifiziert wurden, bis die berechneten Moden des Schalenersatzmodells und des äquivalenten Volumenmodells des Blechpakets mit geometrisch ausgeprägten Blechpaketzähnen angeglichen wurden.

Parameter	Einheit	Wert
E	N/mm^2	10
G	N/mm^2	3,876
υ	-	0.27
ρ	kg/m^3	Blechpaket

Tabelle 10.6: Mechanische Parameter für das isotrope Werkstoffmodell für Blechpaketzähne (siehe Abbildung 10.17 (b))

Zur Validierung dieses Ansatzes wurde eine Vergleichsrechnung durchgeführt, bei der Eigenfrequenzen der Modelle in Abbildung 10.17 verglichen worden sind. Der Einfluss,

den die Blechpaketzähne erzeugen, ist in der Tabelle (10.7) zusammengefasst.

Mode	Eigenfrequenzen			
	Volumenmodell mit Nutung	Volumenmodell ohne Nutung	Volumenmodell ohne Nutung mit Massenzuschlag der Zähne auf der Innenseite des Blechpakets	Volumenmodell ohne Nutung mit Massenzuschlag der Zähne auf der Innenseite und Steifigkeitszuschlag für die Zähne
Nr.	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1	**108**	122	105	**108**
2	**108**	122	105	**108**
3	**115**	124	111	**114**
4	**116**	125	111	**115**
5	**132**	141	128	**131**
6	**179**	201	173	**176**
7	**182**	205	176	**180**
8	**188**	207	182	**187**
9	**188**	207	182	**187**
10	**190**	220	186	**189**

Tabelle 10.7: Vergleich der berechneten Eigenfrequenzen für Ständer mit Wicklungsnuten, ohne und mit der Masse der Zähne verteilt auf der Innenseite des Blechpakets

Es wurde auch auf die Modellierung der Kühlschlitze (Abbildung 10.5) verzichtet, da es, ähnlich wie die Nutung, die Anzahl der Freiheitsgarde erhöhen würde. Der Einfluss der Kühlschlitze auf das Gewicht und Steifigkeit des Blechpakets wird beim Werkstoffmodell des Blechpakets berücksichtigt.

Da sich der Innendurchmesser durch den Verzicht auf die Modellierung der Blechpaketzähne vergrößert, wurde ursprünglich auch auf die Modellierung der Druckfinger (Abbildung 10.3) verzichtet. Diese Maßnahme hatte zwar keinen Einfluss auf das FE-Modell des Blechpakets, sie beeinflusst aber die Vorhersage für den gesamten Ständer. Eine Abhilfe brachte der Einsatz eines zusätzlichen Kragens aus Schalenelementen, der in Abbildung 10.18 farbig dargestellt wurde.

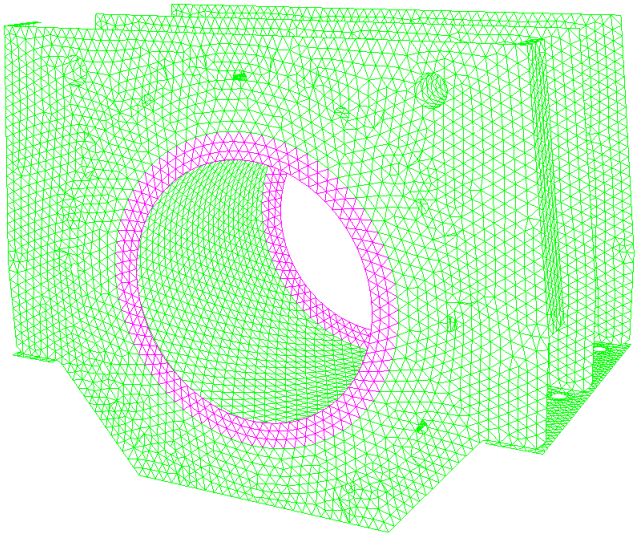
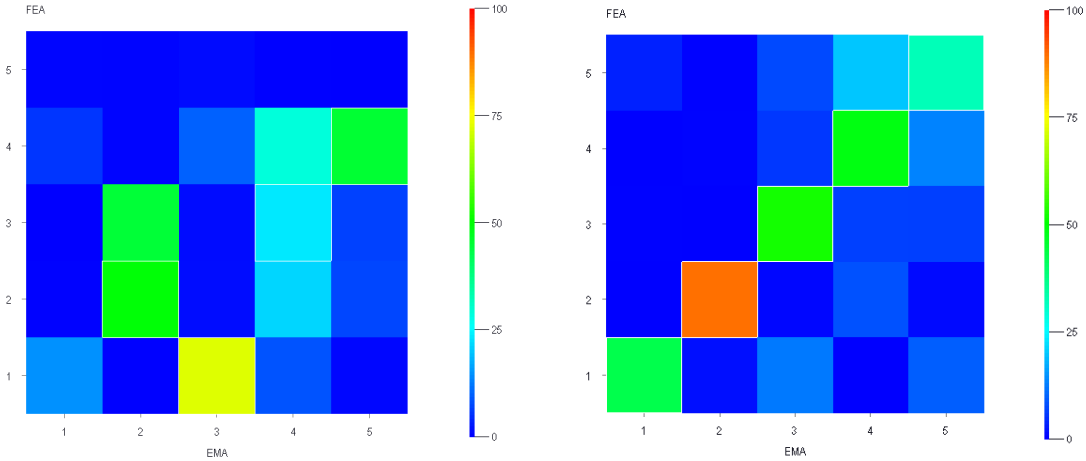


Abbildung 10.18: Berücksichtigung der Steifigkeit der Druckfinger im FE-Modell des eisenfertigen Ständers

Der Einsatz dieses Ersatzmodells half, die Übereinstimmung der Reihenfolge der berechneten Eigenformen zu verbessern. Das Beispiel der MAC-Matrizen in Abbildung 8.11 zeigt dies.



(a) (b)

Abbildung 10.19: Einfluss der Modellierung der Druckfinger auf die Reihenfolge der berechneten Eigenformen: (a) Für FE-Modell ohne Druckfinger, (b) Für FE-Modell mit Druckfinger

Die Ersatzmodelle für die Nutung, Kühlschlitze und Druckfinger ergänzen den Modellierungsansatz für die eisenfertigen Ständer. Mit diesem Ansatz wurde die Modellanpassung durchgeführt und es wurden die Parameter des Blechpakets ermittelt. In den drei folgenden Abschnitten werden das Materialmodell, der mögliche Einfluss sowie das Ergebnis der Modellanpassung vorgestellt.

Die detailliert abgebildete Geometrie des Ständers (Abbildung 10.16) stellt die korrekte Verteilung der Massen und geometrischen Steifigkeiten sicher. Die Nachbildung der Steifigkeit ist aber nur dann vollständig, wenn außer der Geometrie des Bauteils auch die Eigenschaften des Materials beschrieben sind. Die physikalischen Werkstoffeigenschaften werden durch Werkstoff- oder Materialmodelle beschrieben.

Die Tragstruktur besteht aus zusammengeschweißten Stahlprofilen. Zur Modellierung wird das isotrope Werkstoffmodell verwendet, bei dem die elastischen Eigenschaften von der Richtung der wirkenden Kräfte unabhängig sind. Als Parameter werden die nachstehenden mechanischen Eigenschaften von Stahl eingesetzt (Tabelle 10.8).

E-Modul	N/mm^2	206800
Dichte	kg/m^3	7820
Poissonzahl	-	0.27

Tabelle 10.8: Werkstoffparameter für Stahl [5]

Die Dichte des Blechpakets im FE-Modell wird durch die Dichte der einzelnen Elektrobleche vom Typ M350-65A beeinflusst. Die Dichte des Werkstoffes der Elektrobleche (inklusive Beschichtung) beträgt nach DIN EN 10106:

$$\rho = 7600\, kg/m^3$$

Dabei werden auch die nicht modellierten Kühlschlitze berücksichtigt, indem in Abhängigkeit von deren Volumenanteil im Blechpaket ein entsprechender Abzug für die Dichte des Blechpakets geben wird. Letztlich wird die Dichte so angepasst, dass das Gewicht des modellierten Blechpakets dem wirklichen Gewicht entspricht.

Zur Beschreibung der Steifigkeit des Blechpakets wird in dieser Arbeit ein orthotropes Werkstoffmodell verwendet. Dieses entspricht dem geschichteten Aufbau des Blechpakets und soll die elastischen Eigenschaften des Blechpakets in drei orthogonalen Richtungen beschreiben. Das klassische orthotrope Werkstoffmodell setzt die Kenntnis von zwölf Parametern voraus (Formel 10.1) wobei es keine Kopplung zwischen Dehnungen und Schubverzerrungen gibt.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \tag{10.1}$$

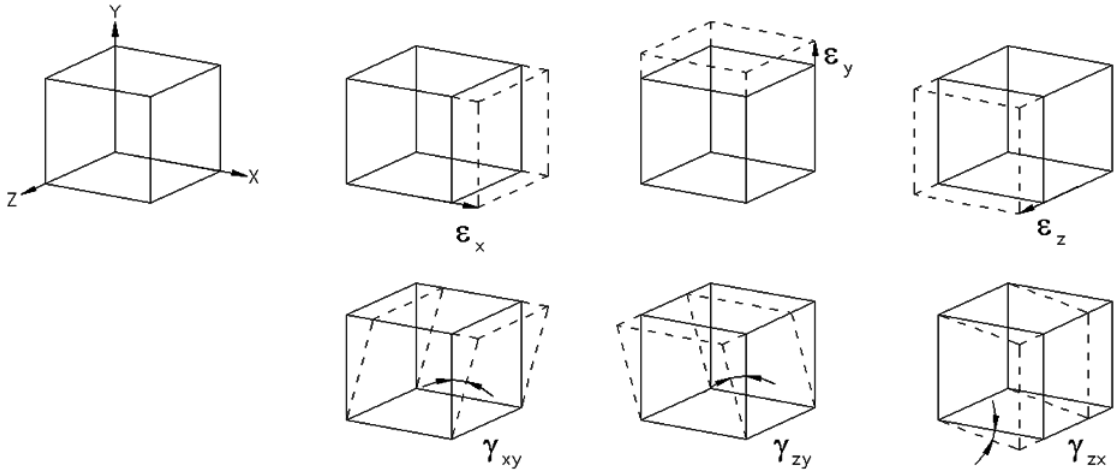


Abbildung 10.20: Orientierung der Dehnungsrichtung eines orthotropen Werkstoffmodells

Für die Anwendung im FE-Modell muss das orthotrope Werkstoffmodell auch einige Voraussetzungen erfüllen, die zur Sicherung der Stabilität der FE-Berechnung notwendig sind. Die Werkstoffmatrix muss symmetrisch und positiv definit sein, wofür es zwei Kriterien gibt:

- Es muss eine Cholesky-Zerlegung der Werkstoffmatrix geben
- Alle Eigenwerte der Werkstoffmatrix sind positiv

Im Programm Ansys® [1] drücken sich diese Kriterien in Form der folgenden Bedingung aus:

$$1 - \upsilon_{xy}^2 \cdot \frac{E_y}{E_x} - \upsilon_{yz}^2 \cdot \frac{E_z}{E_y} - \upsilon_{xz}^2 \cdot \frac{E_z}{E_x} - 2\upsilon_{xy} \cdot \upsilon_{yz} \cdot \upsilon_{xz} \cdot \frac{E_z}{E_x} > 0$$

Sind diese Kriterien nicht erfüllt, kann es zu numerischen Problemen während der Berechnung kommen.

10.6 Blechpaket – Einflüsse auf die mechanischen Eigenschaften

Die FEM hat den Vorteil, dass die Geometrie des untersuchten Bauteils relativ genau abgebildet werden kann. Das erlaubt eine verlässliche Nachbildung der Steifigkeits- und Massenverteilung des Prüflings. Die Schwingungsvorhersage hängt dann nur von der Richtigkeit der verwendeten Materialmodelle und den entsprechenden Parametern ab. Der hinsichtlich seiner Materialparameter unbekannte Bereich des eisenfertigen Ständers ist das Blechpaket. Die Parameter seines orthotropen Werkstoffmodells können von den technologischen Eigenschaften des Blechpakets beeinflusst werden. In diesem Unterabschnitt werden alle bekannten Eigenschaften der Blechpakete der untersuchten Gruppe aufgelistet und hinsichtlich der Reproduzierbarkeit des Einflusses auf das orthotrope Werkstoffmodell bewertet.

Einige dieser Einflüsse wurden bereits in der Vergangenheit untersucht. Siegl [91] beschäftigt sich mit Läuferblechpaketen unter axialer quasistatischer und dynamischer Belastung hinsichtlich:

- Blechwelligkeit
- Isolierschichtdicke
- Durchmesser (80 mm-185 mm)

Bei den Versuchen wurden sowohl die axiale Steifigkeit sowie die Dämpfung (Verlustarbeit) betrachtet. Die Erkenntnisse aus diesen Versuchen bilden die Basis für die hier vorgestellten Untersuchungen und werden daher kurz zusammengefasst:

1. Untersuchungen an zwei axial quasistatisch belasteten Blechpaketen, die aus Blechen unterschiedlicher Welligkeit bestanden, ergaben einen Abfall der axialen Steifigkeit und eine höhere Dämpfung mit steigender Welligkeit der Bleche.

2. Die Lackschicht beeinflusste vor allem die Dämpfungseigenschaften des Blechpakets. Durch das Entfernen des Lacks wird eine Zunahme der Reibdämpfung (Trockenreibung) beobachtet. Anders gesagt, führt die Lackschicht zur Reduktion des Einflusses der Reibung um 80 % und somit auch zur Reduktion der Dämpfung.

3. Weggesteuerte Versuche mit sinusförmiger Anregung (Variation zwischen 0.01 Hz und 30 Hz) bei konstanter Amplitude und gleicher Vorspannung ergaben keine Veränderung der gemessenen Hysteresekurve. Das führte zu der Erkenntnis, dass die Dämpfung im Blechpaket unabhängig von der Dehnungsgeschwindigkeit ist und damit von der Frequenz.

4. Versuche bei gleichen Amplituden jedoch mit variierenden Vorspannkräften zeigen eine Zunahme der Dämpfung.

5. Versuche bei unterschiedlichen Größen der Blechpakete ergaben eine Zunahme der Steifigkeit bei Verkleinerung des Durchmessers, was auf die Reduktion der Welligkeit zurückgeführt wurde. Zudem steigt mit Zunahme der Querschnittsfläche die

Verlustarbeit (Dämpfung) an, die sich für große Durchmesser einem Maximalwert asymptotisch annähert.

Die folgende Liste soll einen Aufschluss darüber geben, ob das orthotrope Modell die richtige Wahl zur Nachbildung der Steifigkeit der Blechpakete war und mit welchen Unsicherheiten bei seiner Anwendung zu rechnen ist. Manche bekannten Eigenschaften wie z.B. die Vorspannkraft oder die Anzahl der Kühlschlitze können als zusätzliche Parameter herangezogen werden, um ähnlich wie bei Siegl [91] Arbeitspunkte für die Parameter des Werkstoffmodells zu bestimmen. Es wird versucht, die Parameter des orthotropen Werkstoffmodells von bekannten geometrischen und technologischen Eigenschaften abhängig zu machen. Wie dies geschehen soll, entscheiden die Ergebnisse der experimentellen Modalanalysen und deren statistische Auswertung.

Die bekannten geometrischen und technologischen Eigenschaften eines eisenfertigen Ständers werden in drei Gruppen aufgeteilt. Zu der ersten Gruppe gehören Eigenschaften, die einen quantifizierbaren Einfluss auf die Parameter des Werkstoffmodells haben können. Zu der zweiten Gruppe gehören die Eigenschaften, deren Einfluss undefiniert ist und nur statistisch abgebildet werden kann. Zu der Dritten gehören die rheologischen Eigenschaften d.h. die zeit- und temperaturveränderlichen.

Die Eigenschaften der ersten Gruppe setzten sich wie folgt zusammen:

- Kühlschlitze - Es werden im Blechpaket Schlitze zwischen den Teilpaketen eingelassen, um die Kühlung der Wicklung im Betrieb zu gewährleisten. Die konstruktive Ausführung ist nur mit den sogenannten Kanalblechen möglich, die in bestimmten Abständen zwischen die gestapelten Bleche geschweißt werden. Der Volumenanteil der Kühlschlitze kann für das Volumen der Blechpakete errechnet werden. Die Kühlschlitze werden sowohl die axiale als auch die Umfangsteifigkeit beeinflussen.

- Vorspannung - Die im Packvorgang der Blechpakete eingebrachte Vorspannkraft wird laut der firmeninternen Herstellungsvorschriften mit der steigenden Länge des Blechpakets erhöht. Es ist daher zu erwarten, dass der Einfluss der Vorspannung mit der Länge des Blechpakets zusammenhängt. Die von den eingesetzten Druckzylindern aufgebrachten Kräfte streuen, wobei das Ausmaß dieser Streuung noch ermittelt werden muss. Die Ständer werden an unterschiedlichen Standorten gefertigt, was eine zusätzliche Streuung der Werte einbringen kann. Die Vorspannkraft wird die axiale und die Schubsteifigkeiten beeinflussen.

- Teilschnitt der Bleche - In einer Schicht wird über den Umfang eine feste Anzahl von Elektroblechen verteilt. Für die untersuchte Gruppe der Ständer wurden am Umfang fünf Teilbleche eingesetzt. Die Bleche im Teilschnitt im Vergleich zum Vollschnitt weisen innerhalb der Schicht keine Werkstoffkontinuität auf, was zur Reduktion der Umfangssteifigkeit führen wird. Die Kraftübertragung erfolgt über die Isolierschicht und hängt mit der Entgratung, Welligkeit und Walzqualität zusammen, was die Streuung der Steifigkeit erhöhen kann.

Die Kenntnis dieser Eigenschaften erlaubt eine Modifikation der dadurch beeinflussten Parameter im Materialmodell, wobei der Einfluss experimentell ermittelbar ist.

Zu der zweiten Gruppe von Eigenschaften gehören:

- Isolierschicht auf den Blechen - Der Volumenanteil der 1 bis 3 µm dicken Isolierschicht kann für das Blechpaket abgeschätzt werden, es liegen aber keine Materialparameter für diesen Werkstoff vor. Es wird jedoch angenommen, dass die Isolierschicht weicher als Stahl ist und somit die Steifigkeit des Blechpakets reduziert.

- Welligkeit - Die Erfassung der lokalen Welligkeit für einzeln eingesetzte Elektrobleche kann aus praktischen Gründen nicht erfolgen. Die maximalen Ausschläge der Welligkeit für das gesamte Blechstück werden aber aus Gründen der Qualitätssicherung durch eine entsprechende Norm (technische Lieferbedingungen) begrenzt. Der Einfluss der Welligkeit auf die mechanischen Parameter der Blechpakete kann daher nur statistisch bewertet werden.

- Walzqualität - Die Elektrobleche werden im Walzverfahren hergestellt. Dieses Verfahren garantiert aber keine konstante Dicke der Bleche über ihre Fläche und kann lokale Werkstoffeigenschaften des Bleches verändern. Die Walzqualität wird ähnlich wie die Welligkeit der Bleche entsprechend normiert, was ihren Einfluss begrenzt.

- Schnittkante - Die einzelnen Elektrobleche werden entweder durch Stanzen oder Lasern in ihre Form gebracht. Diese Verfahren hinterlassen eine Schnittkante, die sich unterschiedlich auf die Steifigkeit des Blechpakets auswirken kann. Beim Stanzen entsteht ein Grat, der im nächsten Bearbeitungsschritt abgeschliffen werden soll. Dies gelingt nicht immer, was sich durch die Reduktion der axialen Steifigkeit und durch das Auftreten von rheologischen Effekten (Abfall der axialen Steifigkeiten über die Zeit) [71] auszeichnet. Um diesen Einfluss zu reduzieren, werden die Blechpakete beim Packen zwischengepresst, was ihre Struktur homogenisiert. Nach dem Lasern entsteht entlang der Schnittkante ein harter Oxidrand, der wiederum einen versteifenden Einfluss haben sollte. Der genaue Einfluss der gelaserten Bleche müsste noch gesondert untersucht werden. Der Einfluss der Schnittkante kann nur ähnlich wie die Welligkeit und die Walzqualität betrachtet werden, d.h., der Einfluss kann nur statistisch bewertet werden.

Die Einflüsse der zweiten Gruppe sind stark durch ihre stochastischen Eigenschaften geprägt, deren Einfluss nur im Rahmen statistischer Untersuchungen ermittelt werden kann. Diese Eigenschaften werden aber durch eine entsprechende Normung und Qualitätssicherung kontrolliert. Dadurch wird sich deren Einfluss innerhalb fester Grenzen befinden.

Die dritte Gruppe setzt sich wie folgt zusammen:

- Relaxation - In dem Bericht von Obermayr [72] wird der Abfall der Vorspannung im Blechpaket untersucht. Das verlangt nach einer zeitlichen Betrachtung der Steifigkeitsparameter und setzt voraus, dass jegliche Untersuchungen (zwecks Ermittlung der Steifigkeit) zum selben Zeitpunkt nach der Fertigstellung des Blechpakets (Packen) erfolgen sollten [72].

- Temperatur - In demselben Bericht [72] wird auch der Einfluss der Erwärmung bis zu 200 °C betrachtet. Es wurden Phänomene beobachtet, die auch für die Relaxation charakteristisch sind. Eine mögliche Erklärung könnte sein, dass der Kunststoff, auf dem die Isolierschicht der Bleche des Blechpakets basiert, bei erhöhter Temperatur seine Eigenschaften bezüglich der Steifigkeit ändert.

Die Einflüsse dieser Gruppe bringen eine Zeit- und Temperaturabhängigkeit für die mechanischen Eigenschaften der Blechpakete. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen der eisenfertigen Ständer wurden bei Raumtemperatur und nach einer unbestimmten Zeit im Anschluss an dem Pressvorgang durchgeführt. Daher wurden die Einflüsse der dritten Gruppe nicht betrachtet.

10.7 Blechpaket – Ermittlung der Parameter des Werkstoffmodells

Die einzelnen Parameter des orthotropen Werkstoffmodells entsprechen bestimmten Dehnungsrichtungen (Abbildung 10.20). Bei der Modellanpassung, die die Ermittlung der Parameter des Werkstoffmodells effektiv unterstützen soll, werden die Parameter des Werkstoffmodells mit bestimmten Eigenformen in Verbindung gebracht.

Zur Ermittlung dieser Parameter wurden auf der messtechnischen Seite Ergebnisse der experimentellen Modalanalysen verwendet, die für eisenfertige Ständer durchgeführt wurden, die samt ihren relevanten Eigenschaften in Tabelle 10.3 zusammengestellt sind. Dazu werden FE-Modelle verwendet, deren geometrischer Aufbau in Abschnitt 10.5 besprochen wurde. Eine Auswahl der für die Modellanpassung eingesetzten Moden ist in den Abbildungen 10.21 bis 10.25 dargestellt.

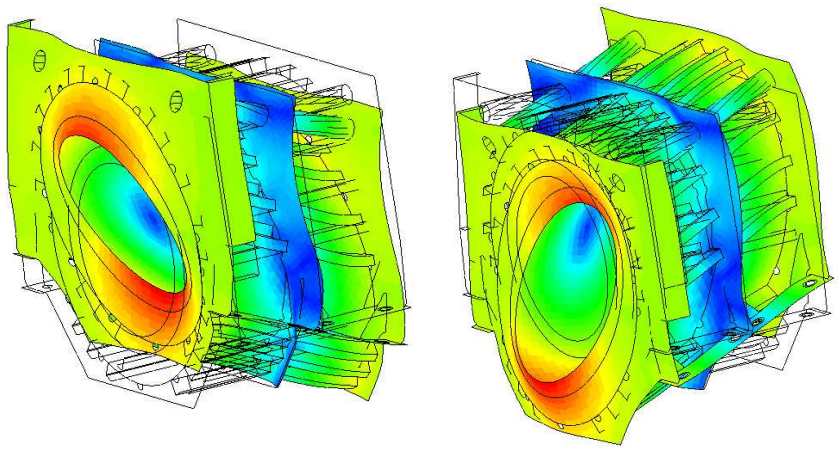


Abbildung 10.21: Eigenform: Schub XZ

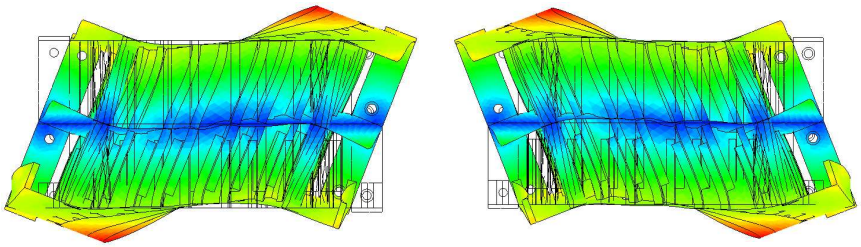


Abbildung 10.22: Eigenform: Schub YZ

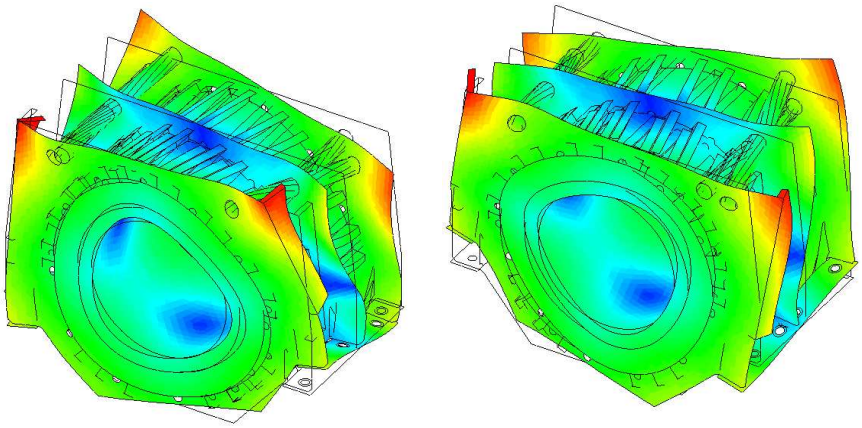


Abbildung 10.23: Eigenform: Torsion

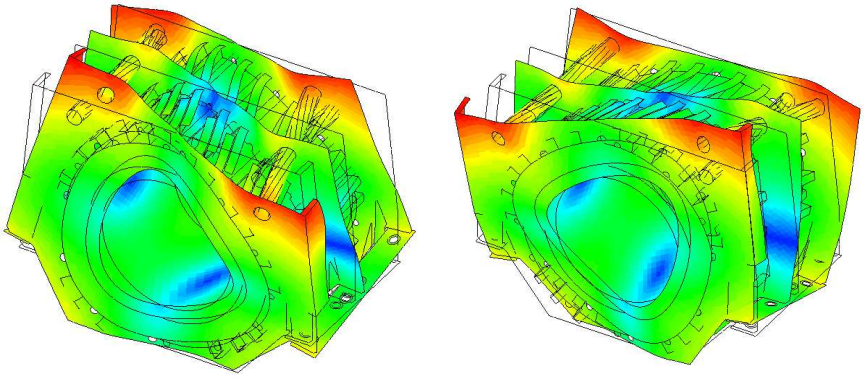


Abbildung 10.24: Eigenform: 45°-Schub XY

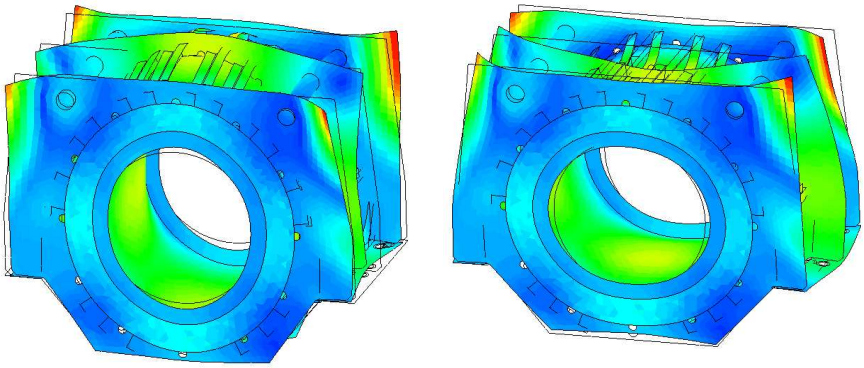


Abbildung 10.25: Eigenform: Ovalisierung

Zur Modellierung der Blechpakete wurde das bereits vorgestellte orthotrope Werkstoffmodell eingesetzt. Die Orientierung des orthotropen Werkstoffmodells erfolgt mittels des in Abbildung 10.26 dargestellten Koordinatensystems.

Abbildung 10.26: Orientierung für Eigenschaften des Blechpakets

Um die Anzahl der Parameter für die Modellanpassung zu reduzieren, konnte beim Blechpaket seine Symmetrie genutzt werden. Daraus ergab sich, dass die Module E_x und

E_y sowie die Schubmodule G_{yz} und G_{xz} gleichgesetzt wurden, was den Zustand einer sog. transversalen Orthotropie erzeugte. Die Poissonzahlen bei diesem Modell bekommen den festen Wert von 0.27, der der Poissonzahl von Stahl entspricht.

Die Wahl der zur Modellanpassung verwendeten Eigenfrequenzen hing mit der hohen Sensitivität der entsprechenden Parameter des Werkstoffmodells zusammen.

- G_{xy}– Schubeigenformen/ Torsion
- G_{yz}/E_y– Ovalisierung
- G_{zx}– Wechselseitige Ovalisierung

Als Ausgangsparameter für den mathematischen Prozess der Modellanpassung wurden die bei [54] ermittelten Werte verwendet, die bei Messungen auf Holzblöcken gewonnen wurden.

Parameter	Einheit	Wert	% Stahl
$E_x = E_y$	N/mm^2	157500	76
E_z	N/mm^2	21000	10
G_{xy}	N/mm^2	68654	84
$G_{xz} = G_{yz}$	N/mm^2	808	1
υ	-	0.27	100

Tabelle 10.9: Mechanische Parameter für das orthotrope Werkstoffmodell des Blechpakets [54] bei Lagerung des Ständers auf Holzblöcken

Bei Modellanpassung mit Daten aus Messungen auf Stahlfedern wurden die in Tabelle 10.10 zusammengefassten Parameter ermittelt.

Parameter	Einheit	Wert	% Stahl
$E_x = E_y$	N/mm^2	157500	76
E_z	N/mm^2	21000	10
G_{xy}	N/mm^2	68654	84
$G_{xz} = G_{yz}$	N/mm^2	200	0.2
υ	-	0.27	100

Tabelle 10.10: Mechanische Parameter für das orthotrope Werkstoffmodell des Blechpakets bei Lagerung des Ständers auf Stahlfedern

Es ist dabei deutlich zu sehen, welchen Einfluss die Lagerung der Ständer auf die Steifigkeitsparameter hatte, da bei den Versuchen, die auf Holzblöcken durchgeführt wurden (Tabelle 10.9), sich wegen der hohen Steifigkeit der Lagerung die Lagerungssteifigkeit in der Steifigkeit des Blechpaketes beigemischt hat. Es handelt sich dabei um die Schubmodule G_{xz} und G_{yz}, die die Frequenzlage der ersten zwei flexiblen Moden (Abbildungen 10.21 und 10.22) bestimmen. Das Problem lag darin, dass die gemessenen Starrkörpermoden des Ständers sich wegen der hohen Lagerungssteifigkeit mit den flexiblen Moden

vermischten. Da die Steifigkeit der Lagerung nicht ermittelt werden konnte, dafür aber mit einer freien Lagerung berechnet wurde, hat sich der Einfluss der Lagerungssteifigkeit mit der Steifigkeit des Blechpakets vermischt.

Die beiden Parametersätze wurden für den Motor GAMMA ermittelt, bei dem auch die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse überprüft wird.

10.8 Blechpaket – Reproduzierbarkeit der numerischen Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse der EMA und der FEM für alle untersuchten eisenfertigen Ständer zusammengestellt. Diese Vergleiche der gemessenen und berechneten Moden wurde in drei Gruppen, je nach Größe des Außendurchmessers der Blechpakete, aufgeteilt. Die zum Vergleich herangezogenen Moden wurden in Abbildungen 10.21 bis 10.25 dargestellt.

Auftrag	Methode	Eigenform				
		1	2	3	4	5
		Schub XZ	Schub YZ	Torsion	45°-Schub YZ	Ovalisierung
		[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
GAMMA	EMA	48	48	53	62	163
	FEM	45	46	53	52	165
	Diff. [Hz]	**3**	**2**	**0**	**10**	**-2**
	MAC	*85*	*94*	*60*	*54*	*34*
NY	EMA	42	47	46	63	164
	FEM	43	43	48	53	168
	Diff. [Hz]	**-1**	**4**	**-2**	**10**	**-4**
	MAC	*27*	*63*	*50*	*91*	*22*
MY	EMA	39	40	46	50	167
	FEM	51	52	60	55	181
	Diff. [Hz]	**-12**	**-12**	**-14**	**-5**	**-14**
	MAC	*74*	*91*	*37*	*77*	*25*
LAMBDA	EMA	49	49	53	66	143
	FEM	44	45	48	53	146
	Diff. [Hz]	**5**	**4**	**5**	**13**	**-3**
	MAC	*64*	*39*	*53*	*88*	*25*
ETA	EMA	43	47	50	60	139
	FEM	43	43	49	52	142
	Diff. [Hz]	**0**	**4**	**1**	**8**	**-3**
	MAC	*72*	*94*	*43*	*44*	*20*
DELTA	EMA	40	44	44	59	144
	FEM	41	42	47	51	148
	Diff. [Hz]	**-1**	**2**	**-3**	**8**	**-4**
	MAC	*70*	*20*	*68*	*86*	*20*

Tabelle 10.11: Abweichung der Eigenfrequenzen zwischen Messung und Rechnung für Ständer mit Blechpaketdurchmesser 2000 mm

Auftrag	Methode	Eigenform				
		1	2	3	4	5
		Schub XZ	Schub YZ	Torsion	45°-Schub YZ	Ovalisierung
		[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
IOTA	EMA	76	79	97	86	141
	FEM	77	78	93	79	142
	Diff. [Hz]	**-1**	**1**	**4**	**7**	**-1**
	MAC	*55*	*52*	*10*	*30*	*34*
EPSILON	EMA	61	62	67	79	180
	FEM	55	56	68	60	183
	Diff. [Hz]	**6**	**6**	**-1**	**19**	**-3**
	MAC	*83*	*95*	*76*	*67*	*28*

Tabelle 10.12: Abweichung der Eigenfrequenzen zwischen Messung und Rechnung für Ständer mit Blechpaketdurchmesser 1700 mm

Auftrag	Methode	Eigenform				
		1	2	3	4	5
		Schub XZ	Schub YZ	Torsion	45°-Schub YZ	Ovalisierung
		[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
XI	EMA	61	62	63	79	148
	FEM	51	52	59	64	148
	Diff. [Hz]	**10**	**10**	**4**	**15**	**0**
	MAC	*62*	*36*	*51*	*30*	*22*
KAPPA	EMA	56	56	54	86	167
	FEM	50	51	56	66	166
	Diff. [Hz]	**6**	**5**	**-2**	**20**	**1**
	MAC	*59*	*30*	*87*	*87*	*60*

Tabelle 10.13: Abweichung der Eigenfrequenzen zwischen Messung und Rechnung für Ständer mit Blechpaketdurchmesser 1500 mm

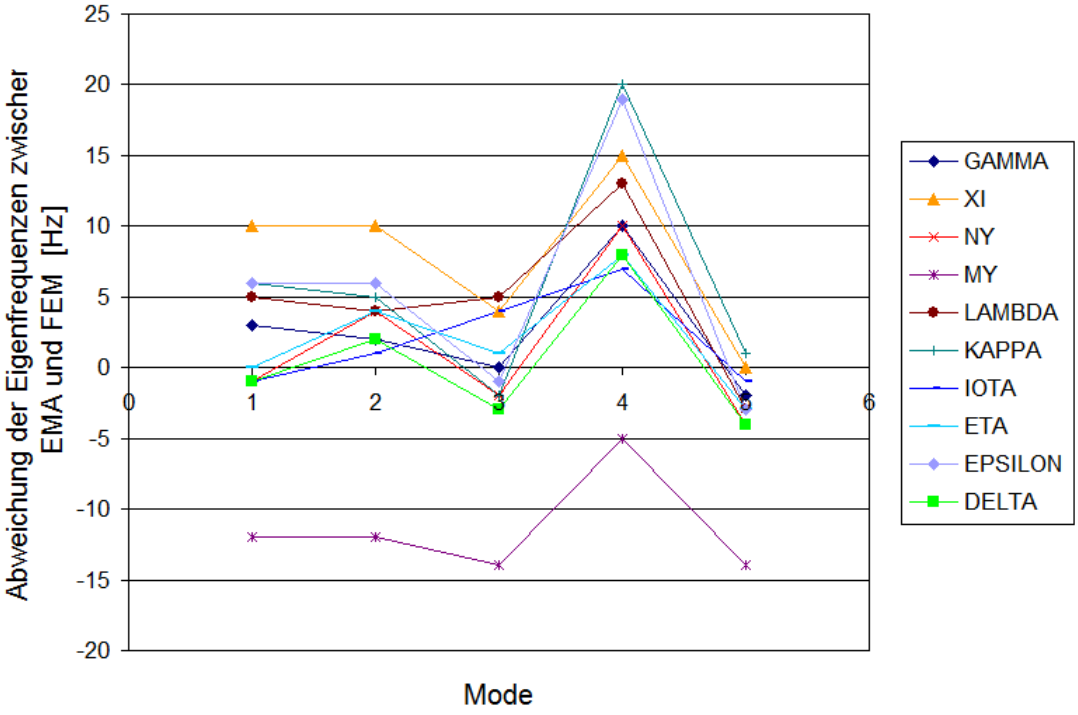


Abbildung 10.27: Graphische Zusammenstellung der Abweichungen zwischen Messung und Rechnung für ausgewählte Eigenformen

Anhand Abbildung 10.27 wird ersichtlich, dass das Werkstoffmodell gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung gewährleistet. Besonders kleine Abweichungen sind dem 5. Mode (Ovalisierung, Abbildung 10.25) zuzuordnen. Allerdings zeigen die Ergebnisse, dass die Steifigkeit des Ständers MY (Abweichung bis -14 Hz) unzureichend abgebildet ist. Laut Tabelle 10.3 haben beim Ständer MY die Kühlschlitze einen stärkeren Anteil des Blechpaketvolumens als bei den übrigen Ständern. Dies führte zur Reduktion der realen Steifigkeit.

Bei dieser Auswertung ist die Abweichung der 4. Mode (Schub 45° YZ, Abbildung 10.24) auffallend. Dieser Mode zeigt die bei allen Prüflingen unzureichende Steifigkeit des Modells. Die Abweichungen der 4. Mode konnten auf die Modellierung der Druckfinger und der Ständernutung zurückgeführt werden. Die Abweichungen der Vorhersage für die 4. Mode zeigt die Bedeutung der Genauigkeit der Nachbildung der Objekttopologie im FE-Modell. Um eine bessere Vorhersage für eine möglich hohe Anzahl von Moden zu erreichen, ist ein hoher Detaillierungsgrad der geometrischen Nachbildung notwendig. Die genaue Modellierung der Blechpaketzähne, der Kühlschlitze oder der Druckfinger hätte die Qualität der Vorhersage verbessert. Die Umsetzung dieser Maßnahmen ist aktuell aus praktischen Gründen, wie der Begrenzung der Berechnungszeit, nicht möglich.

Darüber hinaus zeigen die für die Vergleiche berechneten MAC-Werte, dass die Qualität der gemessenen Eigenformen erhöht werden müsste, um die numerische Zuordnung der gemessenen und berechneten Eigenformen über MAC-Werte zu ermöglichen. Eine

Verbesserung kann durch den Einsatz des Shakers realisiert werden, da mit ihm, besonders im höheren Frequenzbereich, ausreichend Energie in den Prüfling eingebracht wird, um die Eigenformen deutlicher auszuprägen. Darüber hinaus wäre eine gezielte Anregung bestimmter Eigenformen von Vorteil, die durch entsprechend gewählte Orts- und Anregungsrichtungen realisiert werden kann.

10.9 Blechpaket – Dämpfung

Die Schwingungsvorhersagen inklusive Schwingungsamplituden sollen künftig für den gesamten elektrischen Antrieb durchgeführt werden. Da Komponenten der elektrischen Antriebe sowie deren Geometrie auftragsspezifisch gestaltet werden, kann die modale Dämpfung für die Berechnung nicht eingesetzt werden. Das hängt damit zusammen, dass die modale Dämpfung an die Schwingformen gebunden ist. Diese ändern sich mit der Änderung der Geometrie der Antriebe. Somit ändern sich auch die beanspruchten Bereiche der Konstruktion, die für die Erzeugung der Dämpfung zuständig sind. Unter diesen Voraussetzungen kann nur die Werkstoffdämpfung (Abschnitt 4.2.3) zur Berücksichtigung der Dämpfung in FE-Modellen des Blechpakets verwendet werden.

10.9.1 Dämpfungsmechanismus

Hinweise bezüglich der Quellen der Dämpfung in Blechpaketen geben Berthoud et. al [23] und Siegl [91]. Sie führen die Dämpfung auf die nichtlinearen Effekte in den Kontaktflächen zwischen den einzelnen Elektroblechen zurück. Diese Effekte sind sowohl von der Normal- aber auch von der Schubbelastung der Kontaktfuge abhängig. Dies ist auf die Inhomogenität der Kontaktfuge zurückzuführen, d.h., beim Zusammendrücken der beiden Körper entstehen mehrere Kontaktbereiche, deren Verteilung und Größe sich abhängig von der auf die Körper wirkenden Normalkraft gestaltet.

Das Verhalten einer mit Normalkraft vorgespannten Kontaktfuge unter Schubbelastung kann mit Hilfe eines Kraft-Weg-Diagramms (Abbildung 10.28) dargestellt werden. Werden zum Versuchszweck zwei Körper mit einer bestimmten Kraft zusammengedrückt und wird dabei schrittweise eine Schubkraft aufgebracht, lässt sich bis zum Überwinden der Haftreibung ein bestimmtes Verhalten beobachten. Das Kraft-Weg-Diagramm, auf dem die Schubkraft über dem Weg aufgetragen wird, zeigt am Anfang einen rein elastischen Bereich, in dem die aufgebrachten Verformungen völlig reversibel sind. Bei weiterer Steigerung der Scherkraft verliert die Arbeitskurve ihren linearen Charakter. Wenn dann bei einem Kraftniveau unterhalb des Gleitniveaus der Versuch gestoppt wird, ohne die Kraft zu reduzieren, kann ein Kriechprozess beobachtet werden. Nachdem dieser Vorgang abgeschlossen und die Probe entlastet ist, wird eine Relativverschiebung der beiden Körper beobachtet. Dieses Verhalten der Kontaktfuge weist darauf hin, dass unter Scherlast eine lastabhängige Hysterese, somit auch eine Dämpfung (Abschnitt 4.2.3), erzeugt werden kann. Zu den weiteren Erkenntnissen von Berthoud et. al. und Siegl gehört, dass die tangentiale Schubsteifigkeit der Kontaktfuge werkstoffunabhängig ist, dafür aber mit der Normalkraft zusammenhängt.

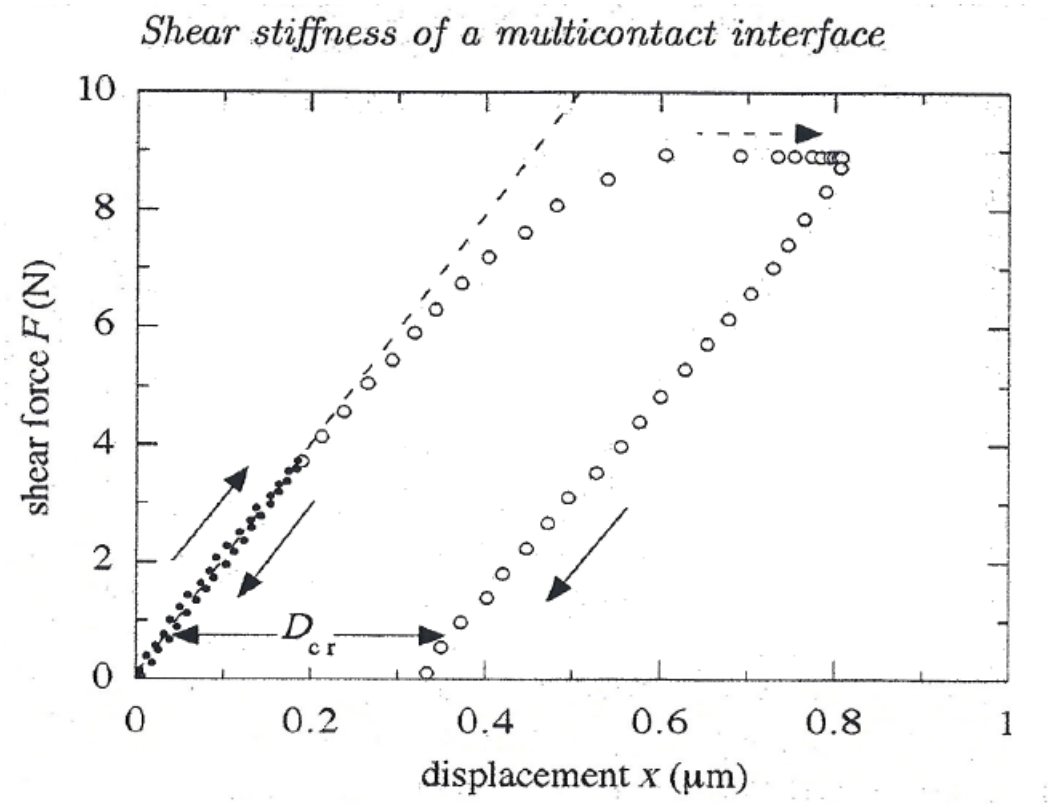


Abbildung 10.28: Kontakthysterese nach [23]

Das Zusammenspiel der Normalkraft (Vorspannung des Blechpakets) und der Scherbelastung (Betriebskräfte) entscheidet über den Arbeitspunkt der Kontaktfuge. Unter Wechselbelastung bedeutet das unterschiedlich breite Hysteresen, was einen Einfluss auf die Höhe der im Blechpaket produzierten Dämpfung hat.

10.9.2 Ermittlung der Dämpfungswerte

Um die Höhe der Werkstoffdämpfung zu ermitteln, wird das bereits von Knop [54] beschriebene iterative Verfahren verwendet. Die Voraussetzung zur Anwendung dieses Verfahrens ist, dass die Werkstoffdämpfung des untersuchten Modellbereichs (Blechpaket) die einzige Variable des Modells darstellt, was unter der Annahme von 0.002 Werkstoffdämpfung für Stahl (nach Lazan[60]) erfüllt ist.

Im Verlauf der Iterationen des Verfahrens zur Ermittlung der Werkstoffdämpfung für das Blechpaket (Abbildung 10.29) wird der Wert der Werkstoffdämpfung solange variiert, bis die Resonanzamplituden der berechneten Übertragungsfunktionen des FE-Modells sich den entsprechenden gemessenen Resonanzamplituden angleichen.

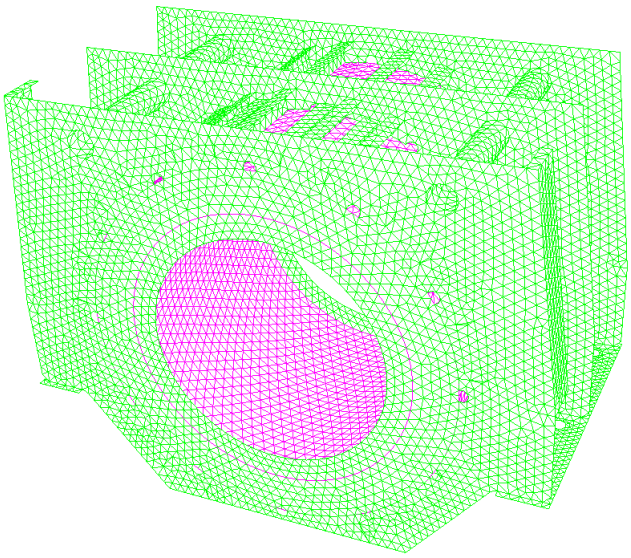


Abbildung 10.29: Bereiche der Werkstoffdämpfung für Stahl (grün) und Blechpaket (magenta)

Diese Vorgehensweise ist durch den Einsatz von Stahlfedern als Lagerung für die EMA möglich geworden, weil durch sie der Einfluss der unbekannten Dämpfung der Holzblöcke aus der Betrachtung von Knop [54] eliminiert wurde. In Abbildung 10.14 wurden die Werte der experimentell gewonnenen modalen Dämpfung dargestellt, die bei Messungen auf Holzblöcken ermittelt worden sind. Dabei ist zu erkennen, dass die Starrkörpermoden (die ersten sechs) viel stärker gedämpft sind als die nachfolgenden flexiblen Moden. Nach dem Vergleich dieser Ergebnisse mit den Ergebnissen bei der Lagerung auf Stahlfedern (Abbildung 10.15) wird ersichtlich, dass die Veränderung der Randbedingungen (Stahlfedern) zum einen die Starrkörpermoden unterhalb des Messbereichs verschiebt und zum anderen die Streuung der modalen Dämpfung für die flexiblen Moden reduziert.

Bevor mit der Ermittlung der Werkstoffdämpfung begonnen wird, wird zuerst die Streuung der gemessenen Resonanzamplituden betrachtet. Diese Streuung erlaubt eine Einschätzung der Reproduzierbarkeit der Messergebnisse. Für den Vergleich wurden drei Moden ausgewählt, die in Abbildungen 10.22, 10.24 und 10.25 zu sehen sind. In Tabelle 10.14 wurden die gemessenen Amplituden (Abbildungen C.1, C.2 und C.3) für diese drei Moden für drei baugleiche eisenfertige Ständer GAMMA zusammengestellt.

Ständer	1. Mode		2. Mode		3. Mode	
	Resonanzfrequenz	Amplitude	Resonanzfrequenz	Amplitude	Resonanzfrequenz	Amplitude
GAMMA Los 4	46,9	5,72e-4	61,9	2,03e-4	163,1	4,54e-4
GAMMA Los 5	45,6	5,13e-4	60,0	1,78e-4	161,3	3,76e-4
GAMMA Los 6	46,3	5,15e-4	61,2	1,70e-4	163,8	4,01e-4
Streuung	1,3	10.1 %	1,9	16.4 %	2,5	17.2 %

Tabelle 10.14: Gemessene Resonanzamplituden [(m/s²)/N] für den Ständer GAMMA (die dazugehörigen Übertragungsfunktionen befinden sich im Anhang C)

Die gemessenen Amplituden streuen zwischen 10,1 % und 17,2 %. Diese Streuung kann zwei Ursachen haben. Zum einen kann es am stochastischen Charakter der Blechpaketeigenschaften liegen wie z.B. die Welligkeit der Elektrobleche. Zum anderen konnte es durch eine unzureichende Qualität der gemessenen Übertragungsfunktionen verursacht werden. Auf jeden Fall bilden diese Streuungen eine Unsicherheit ab, die bei der numerischen Vorhersage berücksichtigt werden muss, weil sie die Güte der Vorhersage einschränken.

Die als Kriterium für die Berechnung der Resonanzamplituden gewählte Übertragungsfunktion wurde für die in Abbildung 10.30 dargestellten Anregungs- und Antwortstellen sowie Richtungen ermittelt.

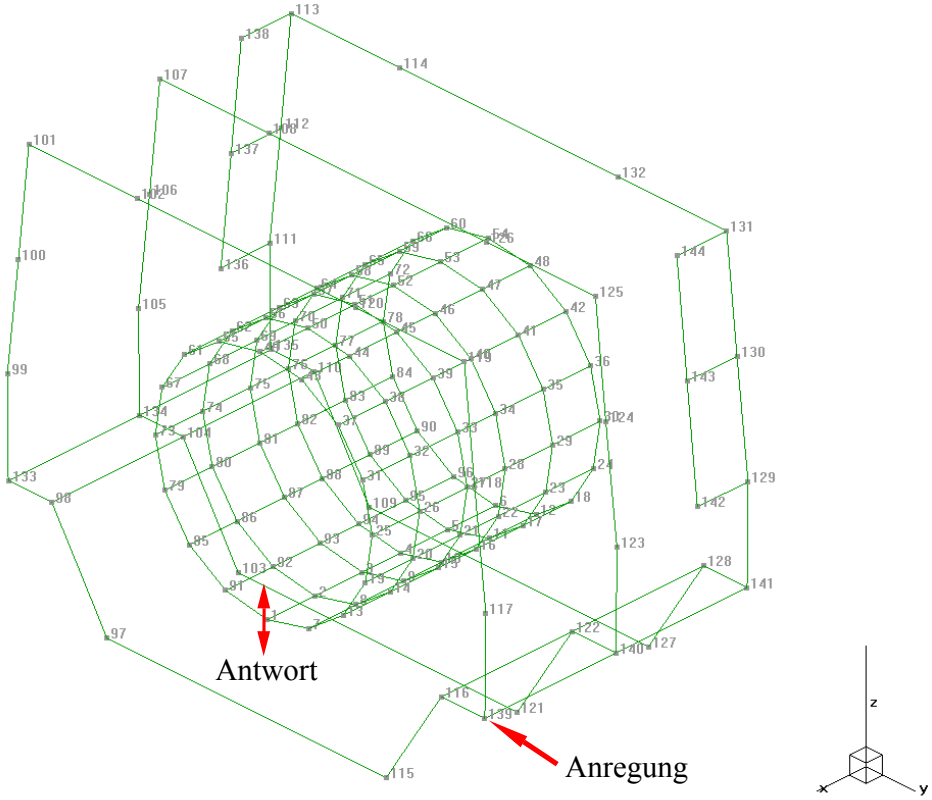


Abbildung 10.30: Ort und Richtung der Schwingungsanregung und -antwort der zur Dämpfungsermittlung verwendeten Übertragungsfunktion

Das Ergebnis, das für den Wert der Werkstoffdämpfung des Blechpakets iterativ ermittelt wurde, stellen für den Ständer GAMMA die Tabelle 10.15 und Abbildung 10.31 dar.

Iterationsschritt	Werkstoffdämpfung des Blechpakets	Berechnete Resonanzamplitude für Ovalisierung
1	0,003	2,30E-03
2	0,005	1,80E-03
3	0,007	1,09E-03
4	0,014	5,94E-04
5	0,016	5,31E-04
6	0,021	4,29E-04
7	**0,024**	**3,90E-04**
8	0,028	3,53E-04

Tabelle 10.15: Einfluss des Dämpfungswertes der Werkstoffdämpfung des Blechpakets auf die berechneten Amplituden [(m/s²)/N] der Übertragungsfunktion für die Ovalisierung (Abbildung 10.25)

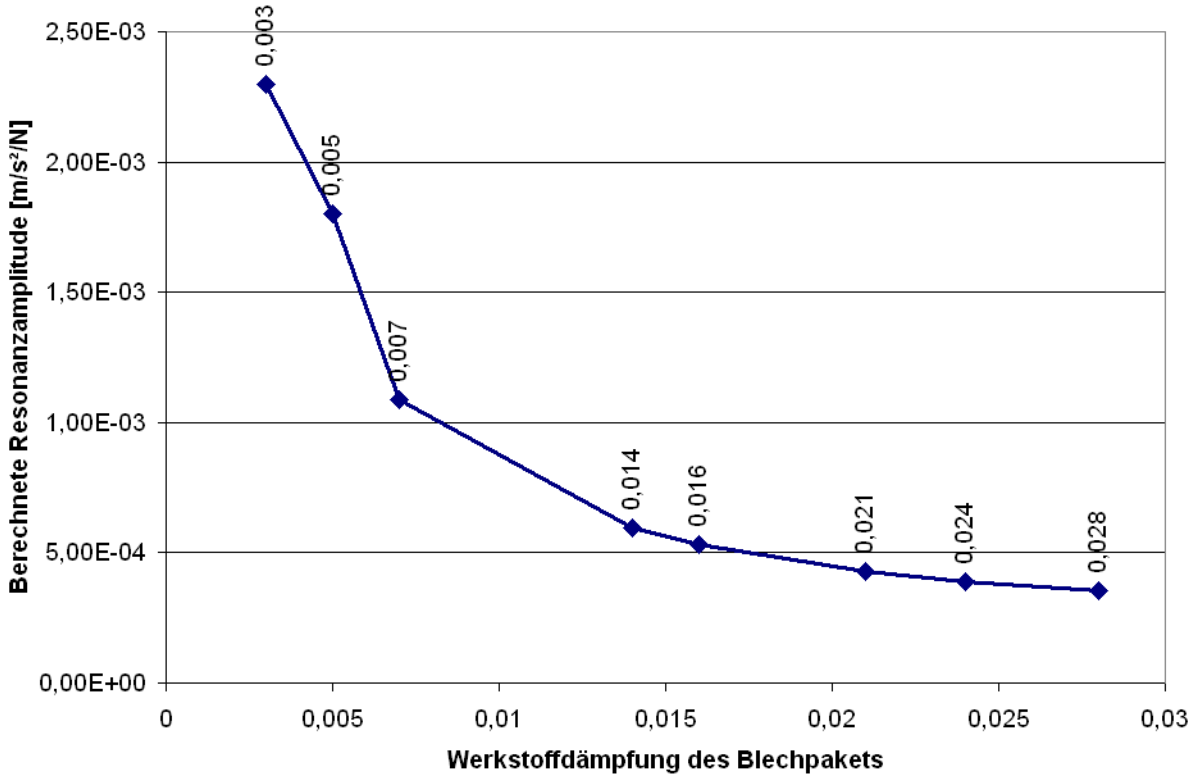


Abbildung 10.31: Einfluss des Dämpfungswerts der Werkstoffdämpfung des Blechpakets auf die berechneten Amplituden der Übertragungsfunktion

Dabei wurde ein Wert der Werkstoffdämpfung des Blechpakets von **0.024** ermittelt,

der unter Berücksichtigung der bereits erwähnten Streuung der gemessenen Amplituden zu einer guten Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Resonanzamplituden für alle drei Moden führte.

Um die rechnerische Reproduzierbarkeit dieses Wertes zu prüfen, wurde er in FE-Modellen dreier anderer eisenfertiger Ständer eingesetzt. Das Ergebnis der Vorhersage der Resonanzamplituden zeigt Tabelle 10.16.

Auftrag	Methode	Berechnete Resonanzamplituden		
		1. Mode	2. Mode	3. Mode
DELTA	EMA	1,973E-05	2,359E-06	9,530E-04
	FEM	1,320E-06	1,320E-06	3,970E-04
	Abweichung	**93,31 %**	**44,05 %**	**58,34 %**
ZETA	EMA	6,613E-04	6,702E-04	9,809E-04
	FEM	2,71E-05	6,77E-05	3,66E-04
	Abweichung	**95,90 %**	**89,90 %**	**62,69 %**
EPSILON	EMA	1,296E-04	2,113E-05	1,859E-03
	FEM	5,190E-05	3,450E-05	3,900E-04
	Abweichung	**59,95 %**	**38,75 %**	**79,02 %**

Tabelle 10.16: Reproduzierbarkeit der Berechnung von Resonanzamplituden [(m/s^2)/N]

Daraus wird ersichtlich, dass die Reproduzierbarkeit der Berechnungsergebnisse nicht gegeben ist. Eine wiederholte Iteration für den Ständer ZETA lieferte den Wert der Werkstoffdämpfung von **0.007**. Das ist ein klarer Hinweis dafür, dass die Dämpfung in den Blechpaketen von den technologischen Eigenschaften wie z.B. der Welligkeit der Elektrobleche oder der Höhe der Vorspannkraft abhängig sein muss. Das bestätigen die Erkenntnisse von Berthoud et. al. [23] und Siegl [91] und verlangt nach einer Ermittlung von Einflüssen, die für die Höhe der Werkstoffdämpfung in Blechpaketen verantwortlich sind.

10.10 Fazit

Die Ermittlung der mechanischen Parameter für ein orthotropes Werkstoffmodell für die Ständerblechpakete ist ein Beispiel für einen physikalisch nachvollziehbaren Einsatz der Modellanpassung. Die mathematischen Algorithmen hinter diesem Verfahren ermöglichten die Analyse des Einflusses dieser Parameter auf die berechneten Moden mit anschließender Modifikation der Parameter, die zur Reduktion der Abweichungen zwischen Messung und Rechnung führten. Der Vorteil bei der Anwendung der Modellanpassung war, dass alle Parameter und alle gemessenen Moden gleichzeitig betrachtet werden konnten, ein Umstand, der für eine manuelle Modifikation der Parameter enorm viel Zeit in Anspruch nehmen würde.

Damit die Modellanpassung jedoch angewendet werden konnte, musste dafür gesorgt werden, dass lediglich das Blechpaket als einziger Modellbereich für die Abweichungen

verantwortlich ist. Das erforderte, dass die Experimente im sog. eisenfertigen Zustand durchgeführt werden. Dabei besteht der Ständer aus dem Blechpaket und der Tragstruktur. Dieser Zustand konnte in der FEM nachmodelliert werden, setzte aber voraus, dass die Geometrie der gemessenen Ständer möglichst genau nachgebildet ist. Dabei wurden jegliche Vereinfachungen der Ständergeometrie, deren Hintergrund die Reduktion der Berechnungszeit war, numerisch überprüft.

Für die experimentelle Modalanalyse und die Finite Elemente Methode wurden die Vorschläge aus Kapitel 5 und Kapitel 6 verwendet, um die Unsicherheiten der gewonnen Daten zu reduzieren. Für die Ständerblechpakete wurden jedoch bezüglich der beiden Verfahren spezielle Erkenntnisse gewonnen:

Es wurde vorgestellt, unter welchen Bedingungen die experimentelle Modalanalyse von eisenfertigen Ständern erfolgen sollte, damit die Ergebnisse schnell und reproduzierbar gewonnen werden können. Diese sind:

- Lagerung des Ständers auf Federn mit definierter Steifigkeit, um den Einfluss der Lagerung in der FE-Berechnung berücksichtigen zu können.
- Anschläge in drei Richtungen mit dem 5 kg Hammer, damit alle relevanten Moden ausreichend angeregt werden können.
- Messgitter auf der Basis der triaxialen Beschleunigungsaufnehmer, um eine eindeutige Identifikation der angeregten Moden zu ermöglichen.
- Die Kombination von Lagerung, Anregung und Messgitters erlaubt eine eindeutige Identifikation aller Moden aus dem Bereich 0 - 300 Hz.

Bezüglich der Finite Elemente Modellierung wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Vereinfachungen bei der FE-Modellierung, wie der Verzicht auf die Modellierung der Blechpaketzähne und Kühlschlitze, führen zur Reduktion der Anzahl der Freiheitsgrade und somit zur Verkürzung der Berechnungszeit ohne die Qualität der Berechnungsergebnisse zu beeinträchtigen.
- Zur Modellierung des Blechpakets wurde ein transversal orthotropes Werkstoffmodell eingesetzt. Seine Parameter führen zu reproduzierbaren Berechnungsergebnissen.

Auf dem Gebiet der Vorhersage der Resonanzamplituden wurden erste Schritte zur Berücksichtigung der physikalischen Dämpfung (Werkstoffdämpfung) getan. Im Gegensatz zu der oft angewendeten modalen Dämpfung hat die physikalische Dämpfung den Vorteil, dass die Vorhersage der Resonanzamplituden von der Geometrie des Objekts unabhängig bleibt. Zu den noch offenen Aufgaben gehört die Bestimmung der Eigenschaften der Blechpakete, die für die Streuung der gemessenen Resonanzamplituden verantwortlich sind.

Die Versuche zur Ermittlung der Werkstoffdämpfung und ihren Abhängigkeiten von den technologischen Parametern der Blechpakete können mit Hilfe der Schwingungsdaten fortgesetzt werden. Zu beachten wäre jedoch, dass neben der entsprechenden Lagerung

(Stahlfeder) eine kontinuierliche Anregung (Shaker) verwendet werden soll. Die Lagerung reduziert deutlich die Einflüsse der Umgebung. Der Shaker erlaubt es, dass alle Resonanzstellen aus dem untersuchten Frequenzbereich mit ausreichend viel Energie angeregt werden. Wichtig ist, dass die Kraftmessdose und die Schwingungsaufnehmer korrekt kalibriert sind, da von der Kalibrierung die Höhen der Amplituden der gemessenen Übertragungsfunktionen direkt abhängig sind.

11 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eine kritische Betrachtung der Übereinstimmung des realen und simulierten Schwingungsverhaltens von elektrischen Antrieben durchgeführt. Die Untersuchung begann mit einer Studie der verfügbaren Methoden zur Messung und Berechnung von Eigenfrequenzen und Eigenformen. Dabei wurde auf der Basis einfacher Experimente die Zuverlässigkeit der experimentellen und numerischen Methoden geprüft. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist eine Reihe von Empfehlungen bezüglich der Durchführung der Messungen und Simulationen.

Eingeführt wurde die Methode der Modellanpassung, die ein einfaches Werkzeug zur Reduktion der Abweichungen zwischen Berechnung und Realität sein kann. Diese Methode wurde besonders hinsichtlich der physikalischen Bedeutung der Anpassung für die Reproduzierbarkeit der Berechnungsergebnisse von angepassten FE-Modellen untersucht.

Ein separates Kapitel wurde dem Thema Dämpfung gewidmet. Zuerst wurden mathematische Modelle zur Beschreibung von drei relevanten Dämpfungsmechanismen vorgestellt, um sie anschließend hinsichtlich deren Anwendbarkeit bei der FE-Berechnung von Resonanzamplituden zu bewerten. Zusätzlich wurden Methoden vorgestellt, mit deren Hilfe die für die FE-Berechnung benötigten Dämpfungswerte experimentell ermittelt werden können.

Alle bis dahin vorgestellten Verfahren wurden in Kapitel 8 zu einem Arbeitsprozess dargelegt. An einem Beispiel wurde die komplette Vorgehensweise vorgestellt, die nötig ist, um ein FE-Modell zu erzeugen, dessen berechnete Eigenfrequenzen und Moden möglichst gut mit den Eigenfrequenzen und Moden eines realen Objektes übereinstimmen.

Im weiteren Verlauf der Arbeit kommen die bereits gewonnenen Erkenntnisse zur Erstellung von FE-Modellen zweier Komponenten von elektrischen Antrieben zur Anwendung. Es handelte sich dabei um die Grundrahmen und die eisenfertigen Ständer der von Siemens hergestellten Plattformantriebe der Reihe H-Modyn®. Speziell für dieses Produkt wurde eine Technologie entwickelt, die es erlaubt, auf der Basis von Konstruktionsparametern der Antriebe zeitoptimal FE-Modelle der Komponenten sowie der ganzen Antriebe zu erstellen. Zur Validierung dieser Modelle wurden experimentelle Daten herangezogen, mit deren Hilfe die Güte der Berechnungsergebnisse bewertet werden konnte. Die experimentell ermittelten Schwingungseigenschaften dienten auch als Vorlage zur Einführung von Verbesserungsmaßnahmen sowie zur Ermittlung von Fehlertoleranzen, die bei der Schwingungsvorhersage berücksichtigt werden müssen.

Für beide Bauteile wurden spezielle Maßnahmen eingeführt, um die Güte der rechnerischen Vorhersage zu verbessern.

Für die Grundrahmen wurden die Einflüsse der versteifenden Wirkung der Schweißverbindungen und den damit verbundenen Eigenspannungen untersucht. Während der Einfluss der thermischen Eigenspannungen vernachlässigt werden konnte, wurde für die

geschweißten Stöße ein Ersatzmodell definiert, um die Berechnung der Eigenfrequenzen zu verbessern. Es wurde auch festgestellt, dass eine Einführung von separaten Werten der Werkstoffdämpfung für Stahl und Schweißnähte die Qualität der Amplitudenvorhersage verbessert.

Bei der Modellierung der eisenfertigen Ständer wurde die Methode der Modellanpassung eingesetzt, um mit Hilfe von deren mathematischen Anpassungsalgorithmen die Parameter des orthotropen Werkstoffmodells für die Blechpakete zu ermitteln. Die als Vergleichsbasis herangezogenen Messergebnisse zeigten, dass trotz vieler technologischer Eigenschaften der Blechpakte, die für eine Streuung der gemessenen Schwingungseigenschaften bei baugleichen Ständern verantwortlich sein konnten, eine hohe Reproduzierbarkeit der gemessenen Eigenfrequenzen zur erwarten ist. Bei der Bewertung der Einflüsse zeigte sich, dass hauptsächlich die Länge der Blechpakete sowie der Volumenanteil der im Blechpaket vorgesehen Kühlschlitze einen starken, jedoch definierbaren Einfluss auf die orthotropen Parameter haben. Zur Berechnung der Schwingungsamplituden wurde die Werkstoffdämpfung eingesetzt. Mit der Einführung der bauteilbezogenen Dämpfungswerte für die Tragstruktur und das Blechpaket konnte erreicht werden, dass die berechnete modale Dämpfung des Ständers abhängig von der jeweiligen Schwingform ist. Dies bildet einen Fortschritt gegenüber dem bisher eingesetzten einheitlichen Wert für die modale Dämpfung. Die ermittelten Dämpfungswerte für das Blechpaket führen zunächst zur niedrigen Reproduzierbarkeit der Berechungsergebnisse im Vergleich zu den gemessenen Werten. Verlangt sind damit weitere Untersuchungen bezüglich der konstruktiven Einflussgrößen und der Messmethodik.

12 Ausblick

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewonnen Erkenntnisse bezüglich der Methoden zur Verbesserung der Schwingungsvorhersage werden auf weitere Komponenten der elektrischen Antriebe übertragen. Im Bereich der Grundgestelle wird nach einer Methode gesucht, die Lager des Maschinenläufers mit FEM zu modellieren. Die Schwerpunkte bei der Weiterentwicklung der FE-Modelle für die Ständer werden in der Modellierung der Wicklung und der Wickelköpfe liegen. Unter den offenen Punkten der Untersuchung der Ständer befindet sich die Bewertung der Einflüsse aus der Erwärmung und aus den rheologischen Prozessen wie z.B. Kriechen. Dies wäre notwendig, um die Temperatur- und Zeitabhängigkeit der Blechpaket- und Wicklungsparameter zu berücksichtigen. Nach der abgeschlossenen Untersuchung für Grundgestelle und Ständer werden Versuche eingeleitet, die eine Methode zur Modellierung von verschraubten Fugen liefern sollen. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen wird es künftig möglich sein, die Schwingungseigenschaften wie Eigenfrequenzen und -moden für komplette Motoren zu berechnen und die Toleranzen für die Streuung der Berechnungsergebnisse zu bestimmen.

Die Vorhersage der Resonanzfrequenzen soll künftig um die Vorhersage der Resonanzamplituden ergänzt werden. Die Verwendung von Werkstoffdämpfung in der FE-Berechnung gibt einen guten Ansatz dazu. Für die Weiterentwicklung dieses Verfahrens ist es jedoch wichtig, dass sowohl die Ursachen der Streuungen der Messwerte identifiziert werden, als auch die Messverfahren hinsichtlich der genauen Ermittlung der Resonanzamplituden optimiert werden.

A Parameter der Federelemente

A.1 “Kleine Feder”

Hersteller	GERB
Typ	GS2-557
Traglast	4.2 t
Vertikale Steifigkeit	0.7 kN/mm
Laterale Steifigkeit	0.09 kN/mm

Tabelle A.1: Parameter für die „Kleine Feder“

Abbildung A.1: Kleine Feder

A.2 "Große Feder"

Hersteller	GERB
Typ	GY-4.0-721/75
Traglast	8.9 t
Vertikale Steifigkeit	1.78 kN/mm
Laterale Steifigkeit	1.25 kN/mm

Tabelle A.2: Parameter für die „Große Feder“

Abbildung A.2: Große Feder

B Ergebnisse der Untersuchung des Gültigkeitsbereichs der Schalentheorie für Schweißverbindungen

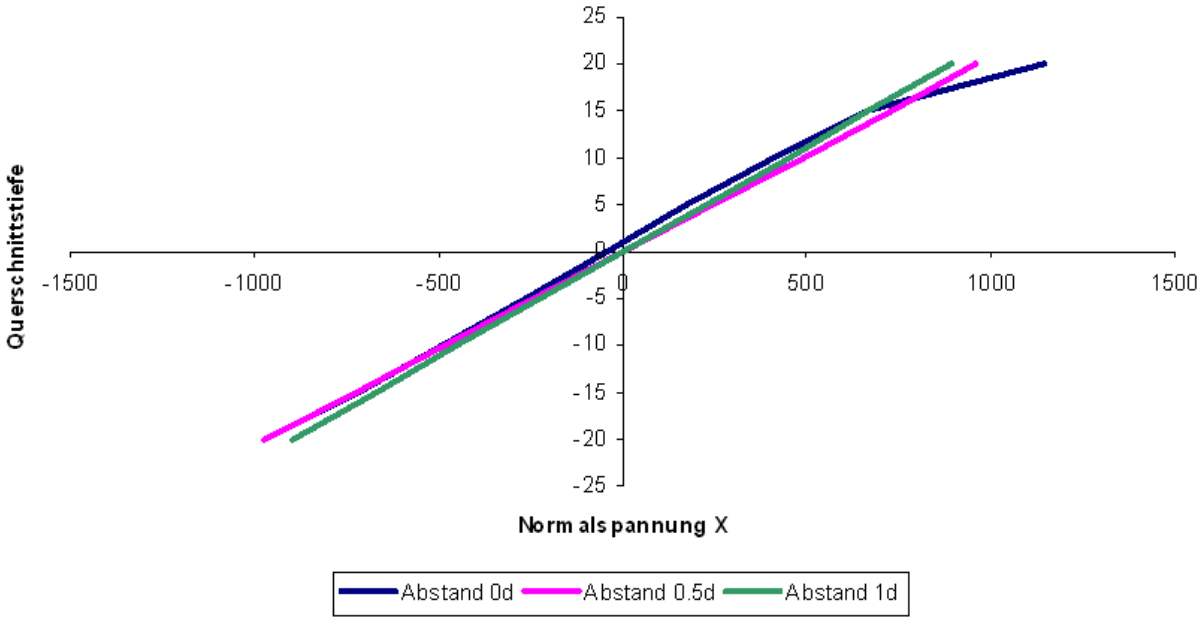


Abbildung B.1: Verlauf der Normalspannungen [42]

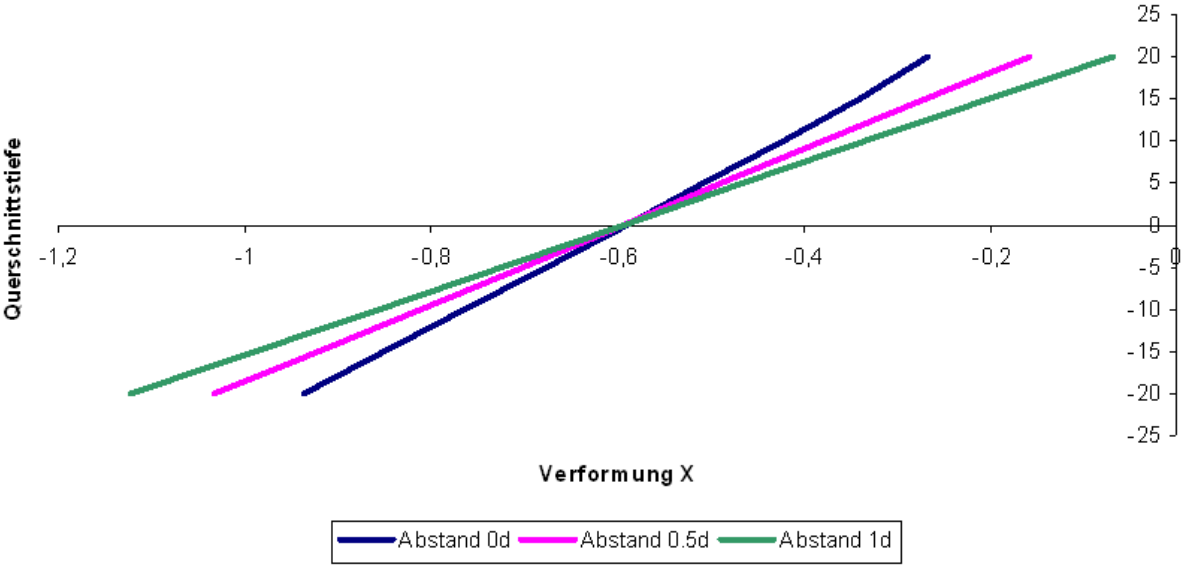


Abbildung B.2: Verlauf der axialen Verformungen [42]

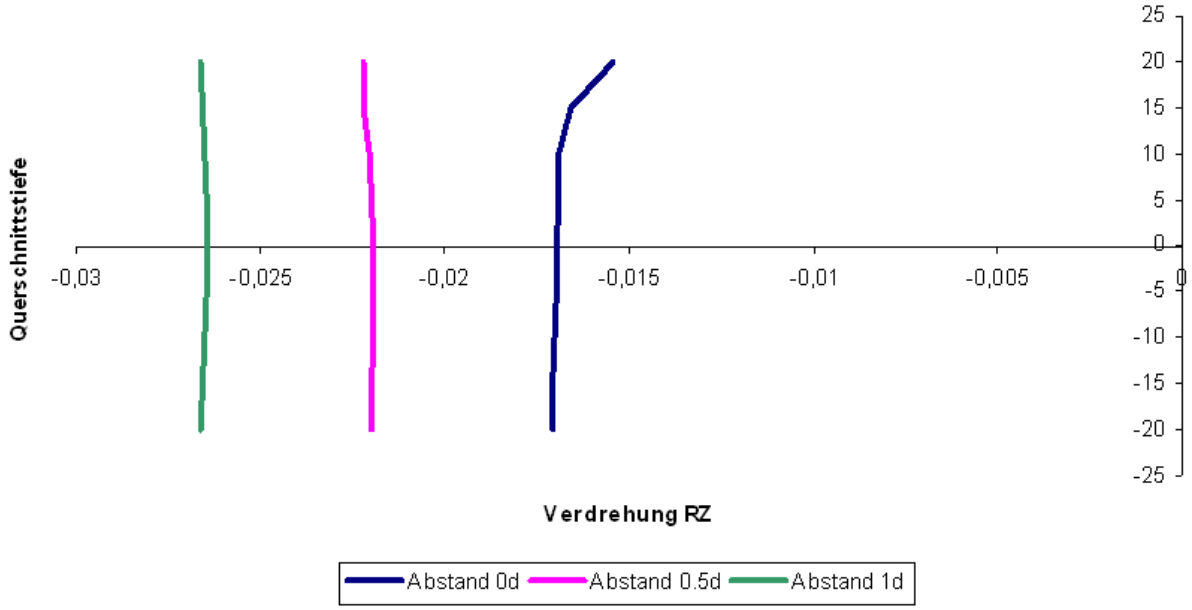


Abbildung B.3: Verlauf der Verdrehungen um die Biegeachse [42]

C Gemessene Übertragungsfunktionen für den Ständer GAMMA

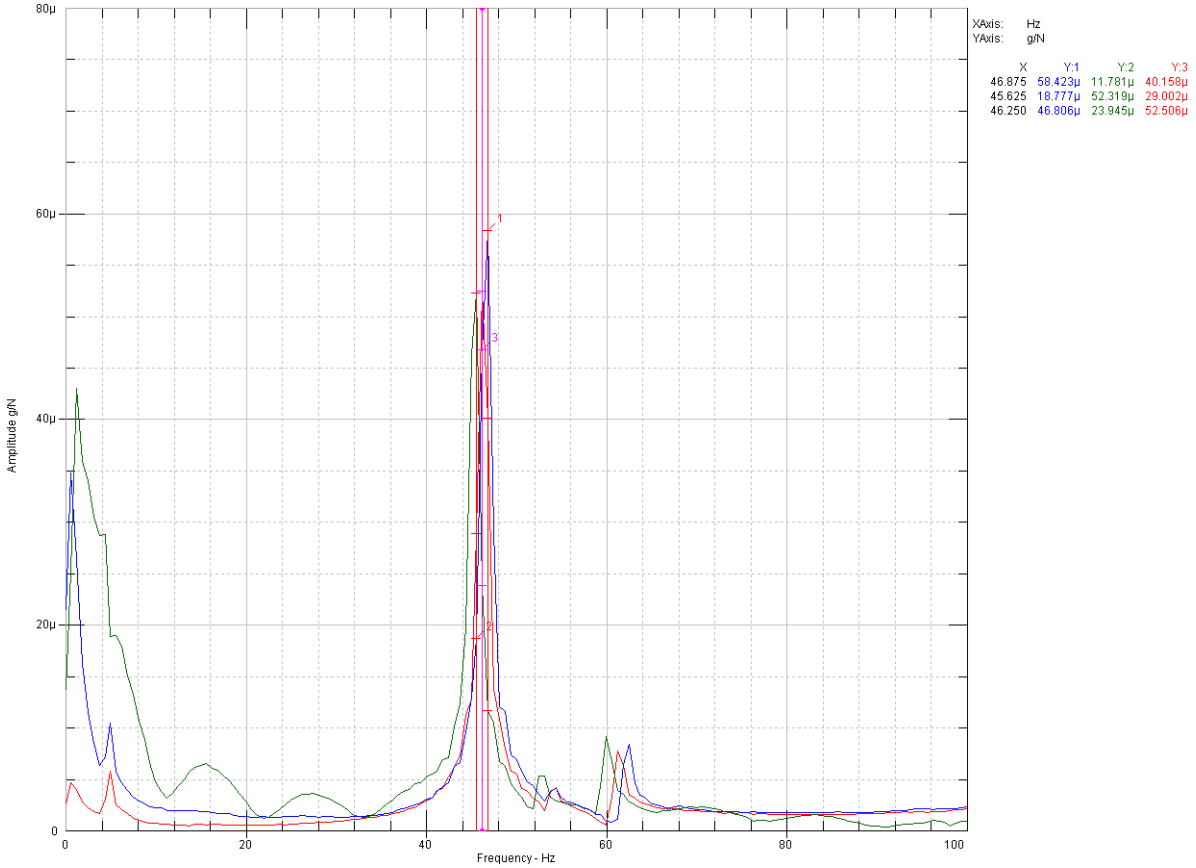


Abbildung C.1: Gemessene Übertragungsfunktion der drei Lose des Ständers GAMMA für den 1. betrachteten Mode (Abbildung 10.22)

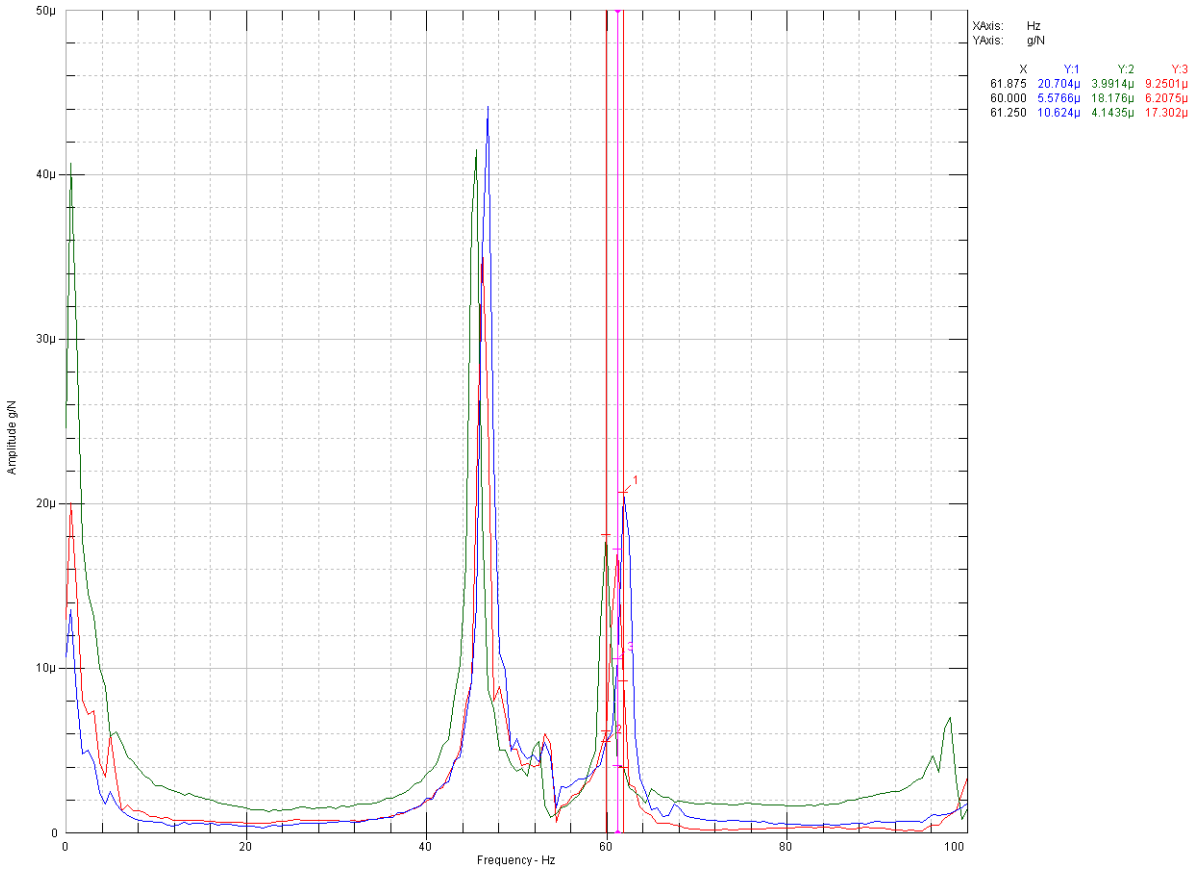


Abbildung C.2: Gemessene Übertragungsfunktion der drei Lose des Ständers GAMMA für den 2. betrachteten Mode (Abbildung 10.24)

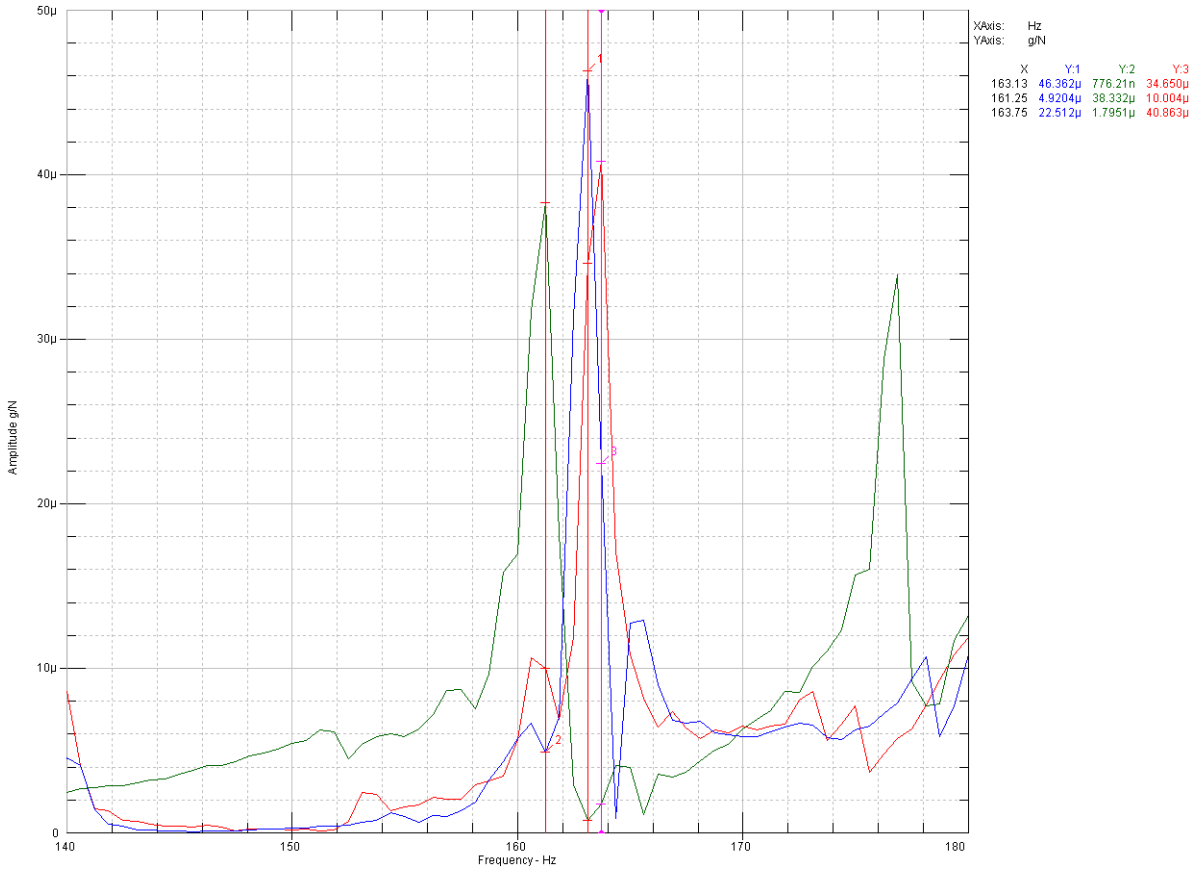


Abbildung C.3: Gemessene Übertragungsfunktion der drei Lose des Ständers GAMMA für den 3. betrachteten Mode (Abbildung 10.25)

Literaturverzeichnis

[1] *Ansys User's Manual*

[2] *ATA Engineering.* http://www.ata-e.com/software/attune,

[3] *FEMtools User's Manual*

[4] Agilent Technologies: *The Fundamentals of Modal Testing Application Note 243 - 3*

[5] *I-deas User's Manual*

[6] *LMS.Test User's Manual*

[7] *Oil Whirl and Whip Instabilities - Within Journal Bearings.* http://www.machinerylubrication.com/Articles/Print/754,

[8] *Smart Office User's Manual*

[9] *Tragwerksdynamik-Übung (Erdbeben).* http://www.ifb.tugraz.at,

[10] VDI-Richtlinie: VDI 3830 Werkstoff- und Bauteildämpfung. – Forschungsbericht

[11] *DIN EN 10265; Magnetische Werkstoffe; Anforderungen an Blech und Band aus Stahl mit festgelegten mechanischen und magnetischen Eigenschaften.* Jannuar 1996

[12] *DIN EN 10106; Kaltgewalztes nicht kornorientiertes Elektroblech und -band im schlussgeglühten Zustand.* November 2007

[13] Adhikari, S. : *Damping Models for Structural Vibration*, Trinity College, Cambridge, Diss., 2000

[14] Ansys: Structural Dynamics Capabilities of ANSYS. In: *Seminar: FEM in Structural Dynamics*, 2001

[15] Ansys: Gekrümmte Strukturen mit Schalen abbilden. In: *Ansys Service Newsletter* 08 (2004), S. 4–5

[16] Avitabile, P. : Experimental Modal Analysis / University of Massachusetts Lowell. 2008. – Forschungsbericht

[17] Baker, M. : Analysis methods to support design for damping. In: *Engineering with Computers* 23 (2007), S. 1–10

[18] Barthe, D. ; Deraemaeker, A. ; Ladeveze, P. ; Loch, S. L.: Validation and Updating of Industrial Models Based on the Constitutive Relation Error. In: *AIAA* 42 (2004), S. 1427–1434

[19] Bathe, K. J. ; Dvorkin, E. N.: A Four-Node Plate Element Based on Mindlin/Reissner Plate Theory and mixed Interpolation. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 21 (1985), S. 367–383

[20] Bathe, K. J.: *Finite-Elemente-Methoden.* Springer, 1995

[21] Beards, C. F.: *Structural Vibration Analysis.* John Wiley & Sons, 1983

[22] Benzley, S. E. ; Perry, E. ; Merkley, K. ; Clark, B. : A Comparison of All Hexagonal and All Tetrahedral Finite Element Meshes for Elastic and Elasto-plastic Analysis / Brigham Young University, Provo, Utah. – Forschungsbericht

[23] Berthoud, P. ; Baumberger, T. : Shear Stiffness of a Solid-Solid Mulitcontact Interface. In: *Proceedings of Royal Society....*, 1998

[24] Brzoska, R. : *Automatisierung der FEM-Modellerstellung für Reihenmaschinen*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2008

[25] Cai, C. ; Zhenga, H. ; Khan, M. S. ; Hung, K. C.: Modeling of Material Damping Properties in ANSYS. In: *CADFEM Users Meeting & ANSYS Conference*, 2002

[26] Choi, C.-K. ; Lee, T.-Y. : Efficient remedy for membrane locking of 4-node flat shell elements by non-conforming modes. In: *Computer Methods in applied Mechanics and Engineering* 162 (1998), S. 249–269

[27] Chowdhury, I. ; Dasgupta, S. P.: Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems / Department of Civil Engineering. Indian Institute of Technology, Kharagpur, India.. – Forschungsbericht

[28] Cremer, L. ; Heckl, M. : *Körperschall.* Springer-Verlag, 1982

[29] Dascotte, E. : Linking FEA with Test. In: *Sound and Vibration* April (2004), S. 12–17

[30] Dilthey, U. : *Schweißtechnische Fertigungsverfahren. Band 2.* VDI-Verlag GmbH, 1995

[31] Ebi, G. : Maßnahmen zur Reduzierung von Gehäuseschwingungen bei Generatoren. In: *Symposium Schwingungsdiagnose an Kraftwerkturbosätzen*, 2006

[32] Fischperer, R. ; Scholz, A. : Testbericht für Reibbeiwertmessungen / Siemens AG / TU Berlin. 2009. – Forschungsbericht

[33] Formenti, D. : The Relationship Between Structure. In: *Sound and Vibration* April (1999), S. 1–3

[34] Friswell, M. I. ; Mottershead, J. E.: *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics.* Kluwer Academic Publishers, 1995

[35] Gade, S. ; Herlufsen, H. ; Hansen, H. K.: *How to Determine the Modal Paramters of Simple Structures.* Brüel&Kjaer,

[36] Gaul, L. ; Schmidt, A. ; Bogard, S. : Modeling of damping in bolted structures. In: *VDI-Berichte* 2003 (2007), S. 97–110

[37] Gaul, L. : Nonlinear Vibration Damping of Structures with Bolted Joints. In: *12th International Modal Analysis Conference*, 1994

[38] Gearvey, S. ; Penny, J. E. ; Friswell, M. ; Lees, A. : The stiffenig effect of laminted rotor cores on flexible rotor electrical maschines. (2004)

[39] Günter, H. e.: *Industrielle Fertigung - Messen und Prüfung.* Verlag Europa Lehrmittel, 2006

[40] Goerke, D. ; Willner, K. : Experimental setup for normal contact stiffness measurement of technical surfaces with geometrical irregularities. In: *Experimental Techniques* Nov/Dec (2009), S. 46–52

[41] Gounaris, G. D. ; Antonakakis, E. ; Papadopulos, C. A.: Hysteretic damping of structures vibrating at resonance: An iterative complex eigensolution method based on damping-stress relation. In: *Computer and Structures* 85 (2007), S. 1858–1868

[42] Gräbner, N. : *Verbesserung der numerischen Schwingungsvorhersage von geschweißten Bauteilen unter Berücksichtigung der geometrischen und thermischen Einflüsse der Schweißnaht*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2009

[43] Hanke, A. ; Schlottmann, G. ; Rosenow, S. E. ; Uhlenbrock, S. : Korrektur von FE-Modellen dünnwandiger, eigenspannungsbehafteter Flächentragwerke. In: *VDI-Berichte Nr. 1825*, 2004

[44] Harris, C. M. ; Crawford, H. B. (Hrsg.) ; Fogarty, D. E. (Hrsg.): *Shock & Vibration Handbook.* McGraw-Hill Book Company, 1987

[45] Herfurth, R. : *Optimierung von Schwingungsmodellen für Rotor-Lager Konfigurationen großer elektrischer Maschinen*, TU Berlin, Diplomarbeit, 2010

[46] Hobst, E. : Methode der finiten Elemente im Stahlbetonbau. In: *Beton- und Stahlbetonbau 95* 10 (2000), S. 572–583

[47] Hosokawa, K. ; Matsumoto, K. : Identification of Elastic Parameters for Laminated Circular Cylindrical Shells. In: *ISME* 45 (2002), S. 26–31

[48] Jr., R. R. C. ; Kurdila, A. J.: *Fundamentals of structural dynamics.* John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006

[49] Jung, S. S. ; Kim, Y. T. ; Lee, Y. ; Shin, S. H. ; Kim, D. ; Kim, H. C.: Measurement of the Resonance Frequency, the Loss Factor and the Dynamic Young's Modulus in Structural Steel and Polycarbonate by Using an Acoustic Velocity Sensor. In: *Journal of the Korean Physical Society* 49 (2006), S. 1961–1966

[50] Jungiewicz, A. : Verbesserung der Schwingungsvorhersage durch Validierung der FEM-Modelle mit Hilfe experimenteller Modalanalyse. In: *Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*, 2007

[51] Kientzy, D. ; Richardson, M. : Using Finite Element Data to Set Up Modal Tests. In: *Sound and Vibration* June (1989), S. 16–23

[52] Klöcker, M. : Realistische Haftreibungswerte sichern Kraftübertragung in Bauteilfugen / FH-Köln. 2006. – Forschungsbericht

[53] Klein, B. : *FEM. Grundlagen und Anwendung der Finite-Elemente-Methode.* Vieweg, 2005

[54] Knop, C. : *Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungsparameter für Ständerblechpakete*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2009

[55] Koschnick, F. : *Geometrische Locking-Effekte bei Finiten Elementen und ein allgemeines Konzept zu ihrer Vermeidung*, Technische Universität München, Diss., 2004

[56] Krabinski, J. : *Validierung von Modellierungsansätzen der numerischen Schwingungsanalyse*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2008

[57] Krüger, W. D. ; Krause, W. ; Landerer, W. : Eigenschwingungsuntersuchungen an Ständern großer Turbogeneratoren. In: *Elektrie* 38 (1984), S. 342–344

[58] Kröplin, B. ; Hodapp, M. A. ; Tardy-Tuch, G. v.: *Einführung in die Methode der Finiten Elemente*, 2002

[59] Ladeveze, P. ; Nedjar, D. ; Reynier, M. : Updating of Finite Element Models Using Vibration Tests. In: *AIAA* 32 (1994), S. 1485–1491

[60] Lazan, B. : *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics.* Pergamon Press, 1968

[61] Long, S. A. ; Zhu, Z. Q. ; Howe, D. : Vibration Behaviour of Stators of Switched Reluctance Motors. In: *IEEE - Electrical Power Aplpications*, 2001

[62] Macioce, P. : Viscoelastic Damping / Roush Industries. – Forschungsbericht

[63] Martinez, J. O.: *Bestimmung des Schwingverhaltens von Ständerwickelköpfen und Validierung eines FE-Modells zur Simulation von 2-Schicht-Faßspulen*, TU Berlin, Diplomarbeit, 2010

[64] Meyers, A. : *Maschinendynamik.* Ruhr-Universität Bohum, 2004

[65] Mottershead, J. E. ; Friswell, M. I.: Experience in mechanical joint model updating. In: *ISMA 19*, 1994

[66] Nashif, A. : *Vibration Damping.* John Wiley & Sons, 1985

[67] Natke, H. G.: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse.* Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1983

[68] Nitzsche, R. ; Haase, H. : Zweidimensionale Finite-Elemente-Modellierung des Schwingungsverhaltens eines Turbogenerator-Stators. In: *Elektrie* 53 (1999), S. 113–117

[69] N.N.: *Damping and Energy Dissipation.* http://www.csiberkeley.com/system/files/technical-papers/19.pdf,

[70] N.N.: *Experimental Investigation of Performance of Base Isolated Structures.* – Recherche im Internet

[71] Obermayr, M. : Orthotropes Materialgesetz für Blechpakete / Siemens AG. 2008. – Forschungsbericht

[72] Obermayr, M. : Versuchsbericht. Messung der Federsteifigkeit eines Ständerblechpakets / Siemens AG. 2008. – Forschungsbericht

[73] Oyadiji, S. O. ; Tomlinson, G. R.: Relating the complex moduli of viscoelastic materials to the complex stiffness of anti-vibration mount. In: *SPIE* 2193 (1994), S. 226–237

[74] Peeters, B. ; Lau, J. ; Lanslots, J. ; Auweraer, H. V.: Automatic Modal Analysis. Myth or Reality. In: *Sound and Vibration* 3 (2008), S. 17–21

[75] Petersen, K. B. ; Pedersen, M. S.: The Matrix Cookbook. (2008)

[76] Prasad, D. R. ; Seshu, D. R.: A study on dynamic characteristics of structural materials using modal analysis. In: *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)* 9 (2008), S. 141–152

[77] Radaj, D. : *Wärmewirkungen des Schweißens.* Springer- Verlag, 1988

[78] Regener, M. : *Modelgestütztes Auswuchten - Auswuchtidentifikation*, TU Darmstadt, Diss., 2006

[79] Richardson, M. : Using Photo Modeling to Obtain the Modes of a Structure. In: *Sound and Vibration* 11 (2008), S. 16–20

[80] Richardson, M. ; Lee, M. : Determining the Accuracy of Modal Parameter Estimation Methods. In: *IMAC X*, 1992

[81] Richardson, M. ; Schwarz, B. : Experimental Modal Analysis. In: *CSI Reliability Week*, 1999

[82] Richter, F. : *Untersuchung der Dämmwirkung lokal unterschiedlich ausgekleideter Hauben für elektrische Maschinen*, Siemens AG / FHTW Berlin, Diplomarbeit, 2005

[83] Robinson, J. : *Benchmarks for element performance and shape sensitivity.* NAFEMS, 1984

[84] Rossow, N. : *Anpassung von FE-Modellen eines Lagerschildes an Messdaten der experimentellen Modalanalyse*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2007

[85] Scherer, K. : Befestigung der Ständerwicklung rotierender Maschinen. In: *ELIN* Jahrgang 37, (1985), S. 102–107

[86] Schernthanner, J. : Untersuchung von Statorblechpaketen großer Wasserkraftgeneratoren

[87] Schmidt, M. : *Automatisierung und Verbesserung der Schwingungsanalyse für Plattformantriebe*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2010

[88] Schumann, A. H. G.: Fenster für die FFT. Wozu eigentlich. In: *Elektronik* 18 (1999), S. 100–106

[89] Schwarz, B. ; Richardson, M. ; Formenti, D. : FEA Model Updating Using SDM. In: *Sound and Vibration* 10 (2007), S. 18–22

[90] Seeber I., S. C.: Computerunterstützte Modellanpassung von Finite Elemente Modellen industrieller Größenordnung. In: *MSC Anwenderkonferenz*, 1999

[91] Siegl, G. : *Das Biegeschwingungsverhalten von Rotoren, die mit Blechpaketen besetzt sind*, TU Berlin, Diss., 1981

[92] Spence P.W., K. C.: *Role Of Damping In Finite Elements.* NAFEMS, 1993

[93] Tomlinson, G. R.: Structural damping enhancement using a novel approach - a forward look. In: *IMechE* (2000), S. 103–113

[94] Ulbrich, B. : *Validierung eines FE-Modells zur Körperschallübertragung*, Siemens AG / TU Berlin, Diplomarbeit, 2010

[95] Underwood, M. A. ; Keller, T. : Testing Civil Structures Using Multiple Shaker Excitation Techniques. In: *Sound and Vibration* 2008, S. 10–15

[96] Wang, E. ; Nelson, T. : Structural Dynamics Capabilities of ANSYS. In: *FEM in Structural Dynamics*, 2001

[97] Whittier, J. S.: Hysteretic Damping of Structural Materials Under Biaxial Dynamic Stresses. In: *Experimental Mechanics* November (1962), S. 321–328

[98] Zienkiewicz, O. C. ; Taylor, R. L.: *The Finite Element Method, Volume 1, Basic Formulation and Linear Problems.* McGraw-Hill Book Company, 1989

[99] Zienkiewicz, O. C. ; Taylor, R. L.: *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics.* Elsevier, 2005

[100] Zilm, R. : *Auslegung von Wickelkopfversteifungen elektrischer Großmaschinen mit Hilfe von FEM-Berechnungen*, Siemens AG / FHTW Berlin, Diplomarbeit, 2006