

Berechnungsverfahren für praxisnahe Boden-Bauwerks-Interaktionsprobleme im Frequenzbereich

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Winfried Schepers

von der Fakultät VI – Planen Bauen Umwelt
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
– Dr.-Ing. –

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Stavros Savidis
Prof. Dr. Eduardo Kausel
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Christos Vrettos

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Yuri Petryna

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 16. Juni 2014

Berlin 2014
D83

Danksagung

Diese Arbeit ist der vorläufige Höhepunkt auf meinem wissenschaftlichen Weg, der von mir im Frühjahr 2000 mit einem schlichten „Ja!“ im Beisein derjenigen drei Wissenschaftler eingeschlagen wurde, die mich seitdem ohne Unterbrechung auf diesem Weg begleitet haben, und denen ich an dieser Stelle meinen ganz besonderen Dank aussprechen möchte.

Als erstem Professor Stavros Savidis, meinem Doktorvater, für das stetige Vertrauen, dass ich den Weg zuende gehen werde, auch als sich abzeichnete, dass der Weg lang werden würde.

Desweiteren Professor Eduardo Kausel, einem begnadeten Wissenschaftler und Lehrer, der mich damals fragte, ob ich meine Diplomarbeit unter seiner Ägide anfertigen möchte, für das Wissen, das er mir vermittelt hat, und die Motivation und Inspiration, die ich während meiner gelegentlichen Besuche am MIT für meine eigene wissenschaftliche Arbeit gefunden habe. Schließlich Professor Christos Vrettos, dafür, dass er mich von Zeit zu Zeit aus meinen wissenschaftlichen Träumen weckte und zurück in die Welt des Machbaren führte. Es ist mir eine große Ehre, dass beide sich bereit erklärt haben, als Gutachter dieser Dissertation zur Verfügung zu stehen.

Mit Herrn Professor Yuri Petryna verbindet mich die Ruhr-Universität Bochum, wo ich am Lehrstuhl für Statik und Dynamik als Mathematisch-technischer Assistent in den 1990er-Jahren erste Universitätsluft schnuppern konnte. Ich danke ihm für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Meinen früheren Kollegen am Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, insbesondere Reinhold Hirschauer, Christopher Bode, Matthias Römer, Daniel Aubram, Ralf Glasenapp und Mata Krishna, möchte ich für die angenehme Zusammenarbeit danken. Ferner gilt mein Dank meinen Kollegen bei GuD, die mir die Zeit gaben, die letzten Kurven meines wissenschaftlichen Weges zu nehmen.

Mein größter Dank gilt meiner Familie Silke Ramsaier mit Max, Lena und Ella, deren Entbehrungen mir stets eine Mahnung war, das Ziel des Weges nicht aus den Augen zu verlieren.

Zusammenfassung

In den letzten Jahrzehnten lässt sich ein sich stetig erhöhender Bedarf an Minderungsmaßnahmen gegenüber Erschütterungen beobachten. Betroffen von Erschütterungsimmissionen sind nicht nur Personen, sondern auch hochempfindliche Geräte und Produktionsanlagen, z. B. in der Mikroelektronikindustrie oder der medizinischen Forschung. Verursacher der Erschütterungen können einerseits Straßen- und Schienenverkehr sein, aber auch Industriebetriebe und Baustellen kommen neben weiteren Ursachen in Betracht.

Das am häufigsten für die Lösung von Erschütterungsausbreitungsproblemen eingesetzte Simulationsverfahren koppelt die Finite-Elemente-Methode (FEM) für das Bauwerk mit der Randelementmethode (BEM) für den Baugrund. Durch diese Kopplung können die jeweiligen Stärken der beiden Methoden optimal genutzt werden.

In dieser Arbeit wird zunächst ein Algorithmus vorgestellt, mit dem unter Einhaltung milder Einschränkungen eine vollbesetzte BEM-Flexibilitätsmatrix mit äußerst geringem Speicher- und Rechenaufwand aufgebaut wird. Es wird nachgewiesen, dass bei einem linearen Gleichungssystem, das aus einer FEM-Steifigkeitsmatrix für ein Bauwerk und einer BEM-Flexibilitätsmatrix für den Baugrund im Frequenzbereich zusammengesetzt wird, iterative Gleichungslöser gegenüber den direkten Lösungsverfahren vorteilhafter sind.

Die FEM-BEM-Kopplung wird unter teilweiser Anwendung der optimierten Berechnung der BEM-Matrix anschließend benutzt, um die Abschirmkapazität eines Erdwalls gegenüber Erschütterungen durch Zugverkehr zu ermitteln. Es kann gezeigt werden, dass oberhalb einer für die Praxis relevanten Frequenz eine deutliche Minderung der Erschütterungen zu erwarten ist.

Abstract

Due to the increased requirements of industrial facilities with respect to prevalent ground motions, in particular from micro electronics and similar industrial sectors, an increased demand for countermeasures against vibrations can be observed. The same holds for urban areas with the always increasing impact of traffic of all kinds on residential areas. Sources of vibrations might be other industrial sites, road and rail traffic, amongst others.

The numerical procedure most frequently applied for the solution of vibration propagation problems joins the particular strengths of the Finite-Element Method (FEM) and the Boundary Element Method (BEM) by discretizing the structure by the FEM and the subground by the BEM.

In this thesis an algorithm is presented for assembling a fully populated BEM flexibility matrix at very low cost in terms of memory and CPU resources, while only imposing very mild restrictions on the uniformity of the BEM mesh. It is then shown that iterative solvers are superior to direct solvers if applied to a linear equation system being composed of a FEM stiffness matrix of a building and a BEM flexibility matrix of the subground.

Finally, the FEM-BEM coupling procedure is used to investigate the screening capacity of embankment dams against vibration from rail traffic, partially using the optimized procedure previously implemented. It will be shown that above some threshold frequency within the range of excitation frequencies of practical importance significant vibration mitigations can be observed in numerical experiments.

Meinem Vater

Inhaltsverzeichnis

<i>Danksagung</i>	3
<i>Zusammenfassung</i>	5
<i>Abstract</i>	7
<i>Abbildungsverzeichnis</i>	15
<i>Tabellenverzeichnis</i>	21
Kapitel 1 Motivation und Einführung	23
Kapitel 2 Grundlagen	29
2.1 Grundgleichungen der Elastodynamik	29
2.2 Finite-Elemente Methode (FEM)	30
2.3 Randelemente-Methode (BEM)	32
2.4 Berücksichtigung einer Dämpfung	36
2.5 Kopplung von FEM und BEM	37
2.5.1 FEM-Modell des Bauwerks	38
2.5.2 BEM-Modell des Untergrundes	39
2.5.3 Kopplung von Bauwerk und Untergrund	40
2.5.4 Ermittlung von Feldgrößen im BEM-Gebiet	42
Kapitel 3 Laufzeitoptimierung bei FEM-BEM-Kopplung	43
3.1 Vorbemerkung	43
3.2 Referenzimplementierung	44
3.3 Laufzeitverhalten der Substrukturmethode	46
3.4 Optimierung der Aufstellung der Bodenflexibilitätsmatrix	50
3.4.1 Voraussetzungen	50
3.4.2 Algorithmus	52
3.4.3 Einsparpotential	53
3.4.4 Erweiterung für hierarchische Freifeldnetze	57
3.4.5 Anwendung und Vergleichsberechnung	57
3.4.6 Weiteres Optimierungspotential	58
3.5 Lagrange-Methode	60
3.5.1 Formulierung	61

3.5.2	Freifeldverschiebung	63
3.5.3	Implementierung und Vergleichsberechnungen	64
3.6	Optimierung der Invertierung der Bodenflexibilitätsmatrix	66
3.6.1	Vorbemerkungen	66
3.6.2	Invertierungsalgorithmen	67
3.7	Iterative Kopplung	71
3.7.1	Einführung	71
3.7.2	Formulierung	73
3.7.3	Konvergenzbedingungen	78
3.7.4	Parameterstudie am Ein- und Mehrmassenschwinger	79
3.7.4.1	Einmassenschwinger	79
3.7.4.2	Mehrmassenschwinger	80
3.7.4.3	Starres Fundament auf homogenem Halbraum ...	82
3.7.5	Erdwall auf homogenem Halbraum	85
3.7.6	Zwischenfazit	86
3.8	Iterative Lösung der Gesamtsteifigkeitsmatrix	86
3.8.1	Einführung	86
3.8.2	Literaturlauswertung	89
3.8.3	Machbarkeitsstudie	91
3.9	Zwischenfazit	92
Kapitel 4	Erdwälle als Minderungsmaßnahme gegen Erschütterungen	95
4.1	Veranlassung	95
4.2	Literaturlauswertung	96
4.2.1	Bodenschlitze	97
4.2.1.1	Literaturübersicht	97
4.2.1.2	Zusammenfassung des Kenntnisstandes	100
4.2.2	Bohrloch- und Pfahlreihen	100
4.2.3	Bodenverbesserungsmaßnahmen	101
4.2.4	Schaumkörper	102
4.2.5	Massive Körper auf der Bodenoberfläche	103
4.2.6	Erdwälle	105
4.3	Numerisches Berechnungsmodell	107
4.3.1	Modelldimensionalität	108
4.3.2	Frequenzintervall	109
4.3.3	Querschnittsform	109
4.3.4	Materialeigenschaften des Halbraums und des Walls	112
4.3.5	Belastung	113
4.4	Diskretisierung	114
4.5	Auswerteverfahren	115
4.6	Voruntersuchungen zur Parameterstudie	116

4.6.1	Abstand zwischen Wall und Belastung	116
4.6.2	Länge des Walls	117
4.7	Ergebnisse der Parameterstudie	118
4.7.1	Übersichtsdarstellung	119
4.7.2	Detailergebnisse	122
4.7.2.1	Parameterreduktion	122
4.7.2.2	Bezug zur Eignung als Schallschutzwall	125
4.7.2.3	Einfluss der Wallquerschnittsform	127
4.8	Einfluss eines Walls auf das Freifeld	127
4.8.1	Amplitudenverlauf entlang der Achse Anregung-Wall	127
4.8.2	Räumliche Verteilung	130
4.9	Vergleich mit offenen und gefüllten Schlitzten	135
4.10	Entwurfshilfe	138
 Kapitel 5 Literaturverzeichnis		141
 Anhang A Hard- und Softwarespezifikationen		151
A.1	Itanium	151
A.2	Opteron	151
A.3	Nehalem	152
 Anhang B Untersuchte Wallgeometrien		153

Abbildungsverzeichnis

Kapitel 1 Motivation und Einführung

Bild 1-1	Gleismodell auf einem Halbraum zur Untersuchung der Gleisdynamik.	24
Bild 1-2	Modell zur Untersuchung der Bauwerk-Boden-Bauwerk-Interaktion unter seismischer Einwirkung.	24
Bild 1-3	Platzsparender Lärmschutzwall durch Einsatz von Geokunststoffen, nach Detert [39]	26
Bild 1-4	Beispiel für ein Modell zur Untersuchung der Minderungswirkung eines Erdwalls auf dem Transmissionsweg von Erschütterungen	26

Kapitel 2 Grundlagen

Bild 2-1	Kopplung von BEM und FEM zur Behandlung von Erschütterungsproblemen	38
Bild 2-2	Schwache Form von Gleichgewicht und Kompatibilität im Interaktionshorizont bei nicht-konformen Ansatzfunktionen in FEM und BEM	40

Kapitel 3 Laufzeitoptimierung bei FEM-BEM-Kopplung

Bild 3-1	Beispiel für eine hierarchische Unterteilung der FEM-Elemente im Interaktionshorizont. Oben: Quadratfundament mit $10 \times 10 \times 4$ 3D Volumenelementen. Unten: Bodennetz mit 20×20 2D BEM-Elementen	47
Bild 3-2	Absolute Laufzeit und Anteil der Komponenten „Aufstellung der Flexibilitätsmatrix“, „Dreieckszerlegung der Flexibilitätsmatrix“, „Rücksubstitution zur Inversen der Flexibilitätsmatrix“ und „Lösen des FEM-BEM-Gleichungssystems“ der Referenzimplementierung an der Gesamtlaufzeit in Abhängigkeit von der Modellgröße	47

Bild 3-3	Größe und Belegung der Matrizen am Beispiel einer Fundamentplatte nach Bild 3-1. Links: Transformations- und Bodensteifigkeitsmatrix. Rechts: Gesamtsteifigkeitsmatrix. Blautöne: negativer Realteil. Brauntöne: positiver Realteil.	48
Bild 3-4	Beschleunigung des Aufbaus der Flexibilitätsmatrix. Links: Abstände im 2×4 Netz und Vernetzung. Rechts: Flexibilitätsmatrix mit mehrfachem Vorkommen der Einträge und Indexmatrix als ideale Hash-Funktion.	52
Bild 3-5	Pseudocode des Algorithmus zur Belegung der Flexibilitätsmatrix als Vorstufe zur Steifigkeitsmatrix, vereinfachend für einen einzigen Freiheitsgrad pro Knoten und symmetrischer Flexibilitätsmatrix.	54
Bild 3-6	Pseudocode des Algorithmus zur Belegung der Flexibilitätsmatrix bei der Freifeldberechnung, vereinfachend für einen einzigen Freiheitsgrad pro Knoten.	55
Bild 3-7	Beispiele zur Beurteilung des Einsparpotentials bei der Aufstellung der Bodenflexibilitätsmatrix. Schwarz: BEM-Elementnetz. Rot: Freifeldpunkte	56
Bild 3-8	Varianten einer hierarchische Beziehung zwischen Lastpunktnetz (schwarz) und Aufpunktnetz (rot). A: grobes Raster im BEM-Netz, feines Raster im Freifeldnetz. B: umgekehrt	58
Bild 3-9	BEM-Netz, Block-Toeplitz-Struktur einer Flexibilitätsmatrix bei einem Freiheitsgrad pro Knoten und die Belegung der durch Invertierung berechneten Steifigkeitsmatrix. Gleiche Farbtöne symbolisieren identische Zahlenwerte.	60
Bild 3-10	Vergleich der Geschwindigkeit von vier Double Precision Implementierungen der Matrix-Matrix-Multiplikation nach bei jeweils identischer Anzahl Fließkommaoperationen, nach Chellappa et al. (2008, [32]).	70
Bild 3-11	Prinzipskizze eines Einmassenschwingers als vereinfachtes Ersatzmodell für ein Boden-Bauwerk-Interaktionsproblem. Links: Einmassenschwinger mit starrem Gebäude auf nachgiebigem Untergrund. Rechts: Mehrmassenschwinger als Ersatzmodell für ein mehrstöckiges Gebäude mit schwingenden Geschossdecken, die untereinander über die Wände gekoppelt sind, ebenfalls auf nachgiebigem Untergrund	74

Bild 3-12	Konvergente (grün) und nichtkonvergente (rot) Bereiche der Iterationsgleichungen (3-39) eines Einmassenschwingers	81
Bild 3-13	Konvergente (grün) und nichtkonvergente (rot) Bereiche der Iterationsgleichungen eines Schwingers mit zwei identischen, mit einer Feder gekoppelten Massen. (a) nach (3-29). (b) nach (3-30)	82
Bild 3-14	Konvergente (grün) und nichtkonvergente (rot) Bereiche der Iterationsgleichungen eines Schwingers mit fünf identischen, mit einer Feder gekoppelten Masse. (a) nach (3-29). (b) nach (3-30)	83
Bild 3-15	Berechnungsbeispiel für iterative Kopplung FEM-BEM.	84
Kapitel 4	Erdwälle als Minderungsmaßnahme gegen Erschütterungen	
Bild 4-1	Querschnitte von Lärmschutzwällen mit gleichem Abschirmmaß (Lärminderung) von 10 dB(A), nach [39]	96
Bild 4-2	Minderungsmaßnahmen im Transmissionsweg bei der Ausbreitung von Erschütterungen am Beispiel des oberirdischen Schienenverkehrs	96
Bild 4-3	Anordnung von Gleis, Kalk-Zement-Säulen und Erdwall, nach [133]	106
Bild 4-4	Geometrisches Modell des Erdwalles.	107
Bild 4-5	Untersuchte Wallquerschnitte, Teil 1: Querschnittsformen von Schallschutzwällen.	110
Bild 4-6	Untersuchte Wallquerschnitte, Teil 2: Sonstige Querschnitte.	111
Bild 4-7	Beispiel für die Diskretisierung eines Walls und des umgebenden Freifeldes mit Anregungspunkt.	114
Bild 4-8	Einfluss des Abstandes zwischen Lastmittelpunkt und Wallkante auf die Abschirmwirkung.	117
Bild 4-9	Einfluss des Dammlänge auf die Abschirmwirkung.	118
Bild 4-10	Abschirmkapazität untersuchter Parameterkombinationen (Teil 1). Grauer Rand: $L/\lambda_S = 4$, Schwarzer Rand: $L/\lambda_S = 8$. Farbkodierung siehe Bild 4-5 und Bild 4-6	120

Bild 4-11	Links: Abschirmkapazität untersuchter Parameterkombinationen (Teil 2). Grauer Rand: $L/\lambda_S = 4$, Schwarzer Rand: $L/\lambda_S = 8$. Farbkodierung siehe Bild 4-5 und Bild 4-6	121
Bild 4-12	Darstellung der Abschirmkapazität über die Wellenzahl bei gleichem Boden in Wall und Halbraum. Farbkodierung siehe Bild 4-5 und Bild 4-6.	123
Bild 4-13	Darstellung der Abschirmkapazität über die Wellenzahl bei unterschiedlichem Boden in Wall und Halbraum. Farbkodierung siehe Bild 4-5 und Bild 4-6	124
Bild 4-14	Abschirmkapazität von Wallquerschnitten mit gleichen Schallschutzeigenschaften. Weitere Parameter: $L/\lambda_S = 2$, $D = 5$ m.	126
Bild 4-15	Abschirmkapazität von Querschnitten mit gleicher Fläche. Teil 1: steile Böschung auf der Emissionsseite. Weitere Parameter: $L = 2 \lambda_S$, $D = 5$ m	128
Bild 4-16	Abschirmkapazität von Querschnitten mit gleicher Fläche. Teil 2: steile Böschung auf der Immissionsseite. Weitere Parameter: $L = 2 \lambda_S$, $D = 5$ m	129
Bild 4-17	Verlauf des Wellenfeldes entlang der x -Achse bzw. x_0 -Achse (siehe Bild 4-4) in dimensionsechter bzw. dimensionsloser Form für Wallgeometrie No. 22 bei verschiedenen Frequenzen. Das graue Rechteck kennzeichnet die Ausdehnung des Walls	131
Bild 4-18	Verschiebungsfeld ohne Wall, Anregung bei 30 Hz, zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Farbliche Darstellung der a) Vertikalamplitude und b) Horizontalamplitude	132
Bild 4-19	Verschiebungsfeld mit Wall, Querschnitt No. 11, $L/\lambda_S = 8$, Anregung bei 30 Hz, zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Farbliche Darstellung der a) Vertikalamplitude und b) Horizontalamplitude	133
Bild 4-20	Verschiebungsfeld mit Wall, Querschnitt No. 11, $L/\lambda_S = 8$, Anregung bei 30 Hz, zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Farbliche Darstellung der a) Relativen Vertikalamplitude und b) Relativen Horizontalamplitude	134
Bild 4-21	Formfaktor I_S eines gefüllten Schlitzes nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2])	137

Bild 4-22	Abschirmkapazität eines weichen Walls auf weichen Boden im Vergleich zu einem 3 m tiefen offenen Schlitz und zu einem mit Beton gefüllten Schlitz von 3 m Tiefe und 1 m Breite nach [2]	138
Bild 4-23	Darstellung der Abschirmkapazität aller Berechnungen mit Walllänge vier Scherwellenlängen über die bezogene Wallbreite zusammen mit der vorgeschlagenen Bemessungskurve für einen Erschütterungsschutzwall	139

Kapitel 5 Literaturverzeichnis

Keine Abbildung enthalten

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1 Motivation und Einführung

Keine Tabelle enthalten

Kapitel 2 Grundlagen

Keine Tabelle enthalten

Kapitel 3 Laufzeitoptimierung bei FEM-BEM-Kopplung

Tabelle 3-1	Verhältnis der Anzahl der von Null verschiedenen Einträge in Boden- und Struktursteifigkeitsmatrix für eine Bodenplatte auf einem Halbraum nach Bild 3-1 in Abhängigkeit von der Netzgröße bei einem Freiheitsgrad pro Knoten	49
Tabelle 3-2	Aufwand für die Belegung der Flexibilitätsmatrix für die Beispiele aus Bild 3-7	56
Tabelle 3-3	Beispielberechnung für Freifeldverschiebungen	59
Tabelle 3-4	Modelldaten und Laufzeitverhalten des Vergleichsbeispiels	64
Tabelle 3-5	Anzahl Iterationen und CPU-Zeit und Vergleich mit Substrukturmethode.	85

Kapitel 4 Erdwälle als Minderungsmaßnahme gegen Erschütterungen

Tabelle 4-1	Variierte Parameter von Wall und Boden.	107
Tabelle 4-2	Materialeigenschaften der verwendeten Bodentypen im Halbraum	112
Tabelle 4-3	Materialeigenschaften der verwendeten Bodentypen im Wall	112

Tabelle 4-4	Parametersatz für die Untersuchung des Einflusses des Abstandes zwischen Belastungsmittelpunkt und Wallkante	116
Tabelle 4-5	Parametersatz für die Untersuchung des Einflusses der Länge des Walls	118
Tabelle 4-6	Reduzierte Parameterkombinationen	125
Tabelle 4-7	Parametersatz für die Untersuchung des Wellenfeldes	127
Tabelle 4-8	Rechnerische Beschränkung der Bemessungsformel für offene Schlitze nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2])	136
Tabelle 4-9	Rechnerische Beschränkung der Bemessungsformel für einen betongefüllten Schlitz nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2])	138

Kapitel 5 Literaturverzeichnis

Keine Tabelle enthalten

1 Motivation und Einführung

Zu Beginn meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik der TU Berlin im Jahre 2001 wurde von mir ein Forschungsprojekt innerhalb des DFG-Schwerpunktprogramms 1015 „Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund“ [116] zum Abschluss gebracht. Das Projekt war zuvor unter der Leitung von Professor Savidis von meinen Kollegen Reinhold Hirschauer und Christopher Bode bearbeitet worden, die kurz vor dem Abschluss ihrer Dissertation standen bzw. diese kurz vorher abgeschlossen hatten [71], [23]. Für die Bearbeitung des Forschungsprojektes war von ihnen ein Programm entwickelt worden, mit dem dynamische Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme im Frequenz- und Zeitbereich gelöst werden konnten. Die Grundlagen dieses Programms sind in der Arbeit von Hirschauer [71] ausführlich beschreiben. Der Quelltext dieses Programms wurde von den Autoren ausführlich mit Kommentaren versehen, so dass es verhältnismäßig einfach weiterentwickelt werden konnte. Es bildet den Grundstock für die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen.

Während eines vom DAAD geförderten Forschungsaufenthaltes bei Professor Huh an der Universität Suwon (수원대학교) in Südkorea im Sommer 2002 wurde das von Hirschauer und Bode entwickelte Programm eingesetzt, um ein Modell einer festen Fahrbahn mit Hilfe von durchgeführten Schwingungsmessungen zu kalibrieren. Das Gleismodell ist in Bild 1-1 dargestellt.

Es zeigte sich dabei, dass Modelle dieser Größenordnung mit ca. 26 000 Freiheitsgraden, davon ca. 3000 an der Schnittstelle zwischen Untergrund und Struktur, die Grenze dessen waren, was mit einem seinerzeit gängigen, großzügig mit Speicher und CPU-Leistung ausgestatteten PC, berechnet werden konnte. Erstmals zeigte sich ein Widerspruch zu den Erfahrungen, die ich bei der Bearbeitung von FEM-Modellen ohne Boden-Bauwerk-Interaktion gemacht hatte.

Ähnliche Erfahrungen machte ich ein Jahr später bei der Bearbeitung einer Problemstellung, bei der die Bauwerk-Boden-Bauwerk-Interaktion zweier Gebäude unter seismischer Einwirkung untersucht werden musste. Es war die Frage zu

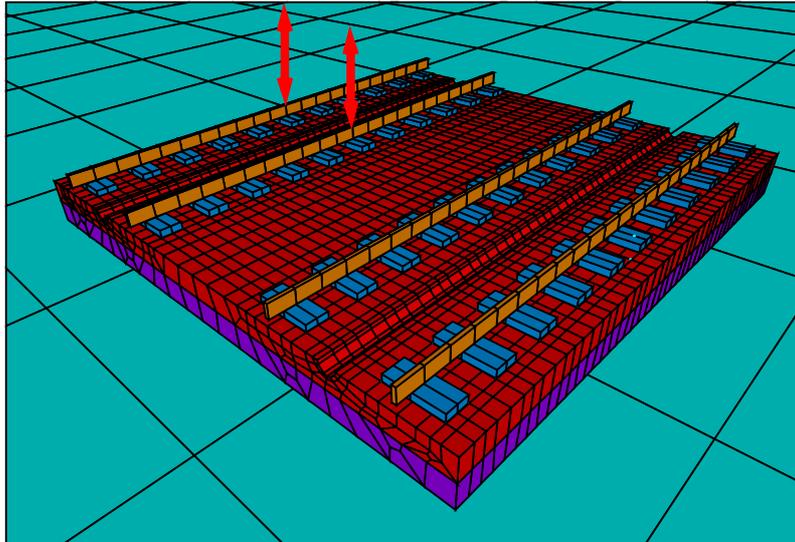


Bild 1-1: Gleismodell auf einem Halbraum zur Untersuchung der Gleisdynamik

beantworten, wie groß der Einfluss eines Neubaus auf die Antwortspektren eines bestehenden Gebäudes sein würde. Eine vereinfachte Darstellung des verwendeten Modells zeigt Bild 1-2. Durch die großen Abmessungen der Bodenplatten der beiden Gebäude enthielt das Modell ca. 60000 Freiheitsgrade, und davon ca. 30000 Freiheitsgrade am Interaktionshorizont zwischen dem geschichteten Halbraum und den beiden Bauwerken.

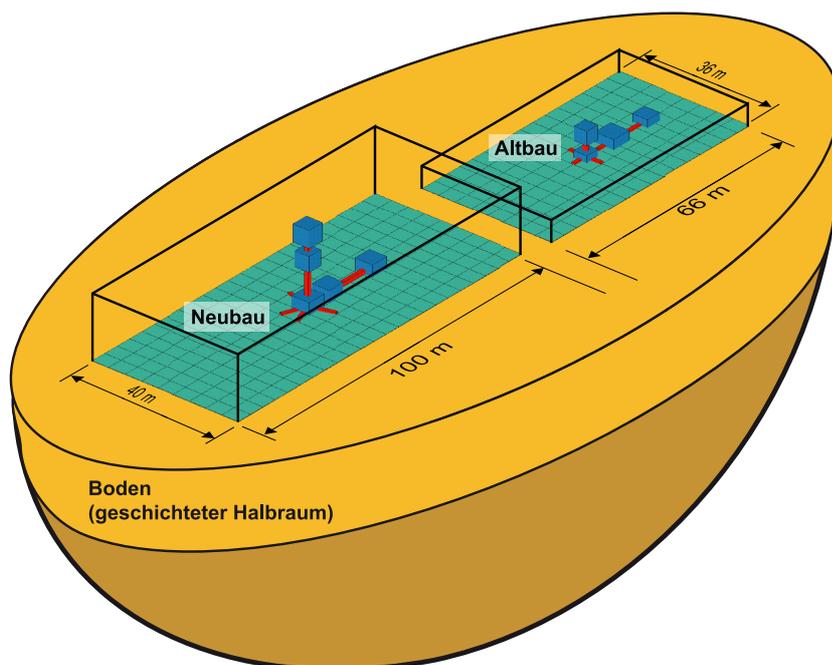


Bild 1-2: Modell zur Untersuchung der Bauwerk-Boden-Bauwerk-Interaktion unter seismischer Einwirkung

Die Berechnungen wurden nur deswegen möglich, weil dafür ein Computer zur Verfügung stand, der für damalige Verhältnisse weit überdurchschnittlich leistungsfähig war. Die Kenndaten des Computers sind in Anhang A.1 zusammengestellt. Mit dem Modell nach Bild 1-2 waren die Leistungsgrenzen des benutzten Computers aber überraschenderweise auch bereits erreicht, und zwar sowohl in Bezug auf die Speicherkapazität, als auch in Bezug auf die Rechenzeit.

Die Diskrepanz zwischen den Modellgrößen, die mit dem Programm von Hirschauer und Bode real bearbeitet werden konnten, und den Modellgrößen, die bei FEM-Berechnungen ohne Boden-Bauwerk-Interaktion möglich sind, zeigte sich besonders ausgeprägt in einer Veröffentlichung der Firma ANSYS im Jahr 2004 [121]. Erstmals wurde eine FEM-Problemstellung mit mehr als 100 Millionen Freiheitsgraden gelöst. Dabei wurde ein Computer eingesetzt, der mit demselben Prozessortyp ausgestattet war, der auch in den am Fachgebiet verfügbaren Computer nach Anhang A.1 verwendet wurde, und lediglich mit mehr CPU-Kernen und mehr Speicher ausgestattet war. Nimmt man an, dass mit der von der Firma ANSYS gelösten Problemstellung die Leistungsgrenzen des Computers aus [121] erreicht wurden, dann ergibt eine grobe, überschlägliche Schätzung, dass mit dem Computer nach Anhang A.1 eine Problemstellung von ca. 40 Millionen Freiheitsgraden in ca. sechs Stunden hätte gelöst werden können. Die bis dahin gemachten Erfahrungen zeigten hingegen, dass die tatsächlich lösbaren Problemgrößen bei Boden-Bauwerks-Interaktionsproblemen um mehrere Größenordnungen kleiner waren.

Im Jahre 2006 ergab sich entgültig die Notwendigkeit, die Ursachen für die Begrenzungen bei der numerischen Analyse von Boden-Bauwerk-Interaktionsproblemen näher zu untersuchen, und neue Verfahren zu entwickeln, um diese Begrenzungen aufzuheben.

Den Anstoß zu diesen Untersuchungen gab ein Aufsatz in einer Fachzeitschrift über die Herstellung sehr platzsparender Lärmschutzwälle entlang einer Güterbahnstrecke [39] mit Hilfe von Geokunststoffen, siehe Bild 1-3. Dieser Aufsatz erregte meine Aufmerksamkeit, weil ich mich zur selben Zeit im Rahmen eines vom Bundesforschungsministerium geförderten Forschungsprojektes unter anderem mit der Frage der Minderungsmaßnahmen gegen Erschütterungen auf dem Transmissionsweg zwischen einer Erschütterungsquelle und einem zu schützenden Objekt befasste [118]. Es stellte sich mir die Frage, ob Lärmschutzwälle gleichzeitig gute Erschütterungsschutzwälle wären, und somit eine neue Alternative zu Schlitzten und anderen massiven Störkörpern im Boden zur Min-

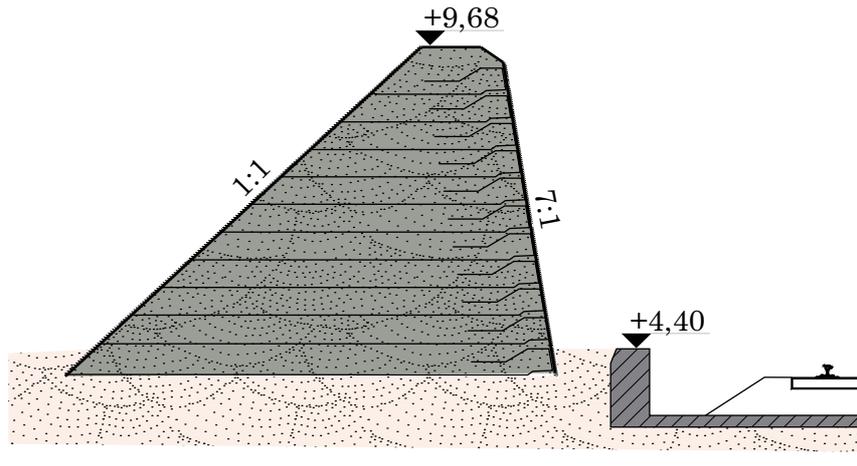


Bild 1-3: Platzsparender Lärmschutzwall durch Einsatz von Geokunststoffen, nach Detert [39]

derung der Erschütterungstransmission wären. Es zeigte sich sehr schnell, dass für praxisnahe Modelle, von denen eines beispielhaft in Bild 1-4 dargestellt ist, insbesondere wegen des großen zu untersuchenden Frequenzbereiches bis 100 Hz nochmals höhere Anforderungen an die Computer-Kapazitäten als von den bis dahin untersuchten Problemstellungen gestellt wurden.

Die Ermittlung der Abschirmkapazitäten von Lärmschutzwällen gegenüber Erschütterungen deckte mit zunehmender Problemgröße immer neue Schwachstellen der vorhandenen Verfahren zur FEM-BEM-Kopplung auf. Nachdem für

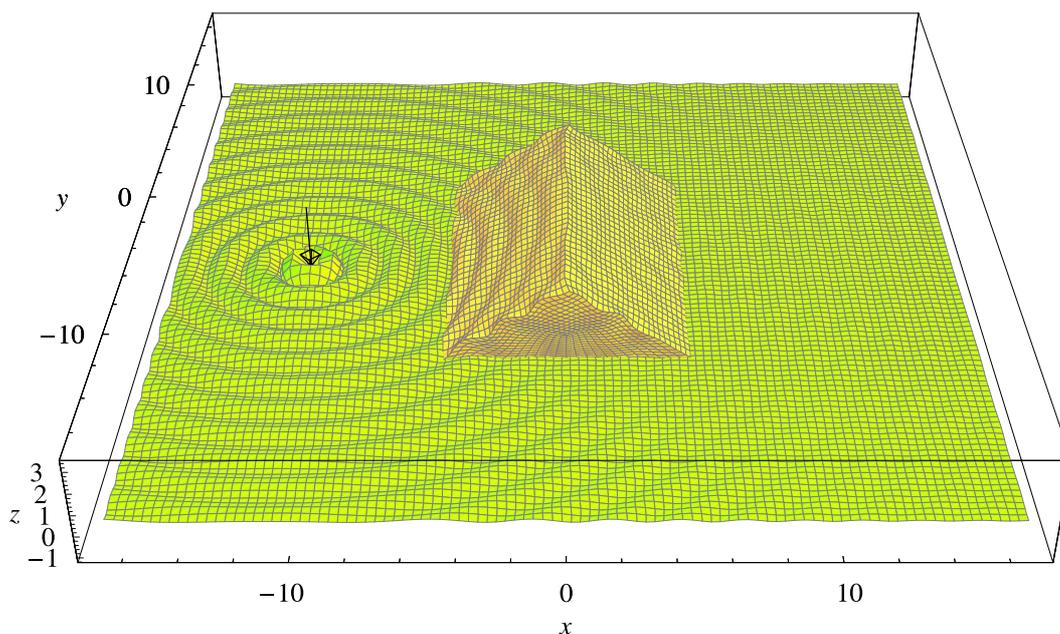


Bild 1-4: Beispiel für ein Modell zur Untersuchung der Minderungswirkung eines Erdwalls auf dem Transmissionsweg von Erschütterungen

die Ausbesserung der Schwachstellen eine Lösung gefunden wurde, konnten anschließend weitere und größere Erdwälle untersucht werden. Dieses Wechselspiel erfolgte solange, bis abschließend Erdwälle von einer Größe untersucht werden konnten, die als praxisnah betrachtet werden kann.

Die hier vorgelegte Arbeit besteht daher aus zwei Teilen, die zwar inhaltlich keinen unmittelbaren Bezug zueinander haben, die aber über ihre Entstehungsgeschichte sehr eng miteinander verbunden sind:

- Laufzeitoptimierung bei FEM–BEM-Kopplung
- Erdwälle als Minderungsmaßnahme gegen Erschütterungen

Nach einer kurzen Zusammenfassung der Grundlagen der FEM und BEM und deren Kopplung in Kapitel 2 folgen die Kapitel 3 und 4, die jeweils die beiden vorgenannten Themen zum Inhalt haben, und die den Kern dieser Arbeit bilden.

Das Kapitel 3 beginnt mit der Analyse des Laufzeitverhaltens der Implementierung der FEM-BEM-Kopplung von Bode und Hirschauer für lineare dynamische Problemstellungen im Frequenzbereich. Anschließend wird ein hocheffizienter Algorithmus vorgestellt, mit dem der numerische Aufwand zur Aufstellung der BEM-Flexibilitätsmatrix verschwindend gering wird, sofern einige wenige Einschränkungen in Bezug auf die Diskretisierung in Kauf genommen werden können. Abschließend wird die Machbarkeit eines Verfahrens gezeigt, mit der auch die Lösung des gekoppelten Gleichungssystems von FEM und BEM durch das hocheffiziente Verfahren zur Aufstellung der BEM-Flexibilitätsmatrix beschleunigt werden kann.

Das Kapitel 4 befasst sich anschließend mit der Minderungswirkung von Erdwällen bei der Transmission von Erschütterungen. Es wird gezeigt, dass bei Anregungsfrequenzen oberhalb von ca. 10 Hz die Schwingungsamplituden hinter einem Erschütterungsschutzwall deutlich abgemindert werden können. Das konkrete Maß zeigt eine verhältnismäßig starke Schwankung mit der Anregungsfrequenz. Eine vorsichtige Abschätzung unter Berücksichtigung der in der Praxis auftretenden Problemstellungen liefert eine Kurve, die als Entwurfshilfe beim Einsatz eines Erdwalls zum Erschütterungsschutz verwendet werden kann.

2 Grundlagen

2.1 Grundgleichungen der Elastodynamik

Im folgenden wird die Herleitung der Differentialgleichung der linearen Elastodynamik in im dreidimensionalen Raum in kartesischen Koordinaten kurz skizziert. Die Darstellung orientiert sich an Kausel (2006, [86]).

In einem dreidimensionalen Kontinuum müssen die Spannungen, Trägheitskräfte und Volumenkräfte das dynamische Gleichgewicht (2-1) erfüllen.

$$\mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \quad (2-1)$$

Darin ist \mathbf{b} der Vektor der Volumenkräfte, ρ die Massendichte, $\ddot{\mathbf{u}}$ die zweite Ableitung der Verschiebungen $\mathbf{u} = [u_x \ u_y \ u_z]^T$ nach der Zeit, \mathbf{L} ein Ableitungsoperator und $\boldsymbol{\sigma}$ der Vektor der Spannungen. Für die Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ gilt

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u}, \quad (2-2)$$

und die Spannungen stehen mit den Dehnungen über das Materialgesetz

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2-3)$$

mit dem Materialtensor \mathbf{D} in Beziehung. Fasst man (2-1), (2-2) und (2-3) zusammen, so erhält man die Wellengleichung

$$\mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2-4)$$

Hier wie im folgenden wird stets die Voigt'sche Notation verwendet, d. h. Spannungen und Dehnungen werden als Vektor mit sechs Komponenten, und der Materialtensor als Matrix mit 6×6 Komponenten geschrieben. Daher gilt:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \sigma_{yz} \ \sigma_{xz} \ \sigma_{xy}]^T$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \varepsilon_{yz} \ \varepsilon_{xz} \ \varepsilon_{xy}]^T$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}^T$$

Für isotropes Material gilt ferner:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

mit der Lamé-Konstanten $\lambda = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$, dem Schubmodul $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, dem Elastizitätsmodul E und der Querdehnzahl ν .

2.2 Finite-Elemente Methode (FEM)

Die Entwicklung der Finite-Elemente-Methode in ihrer heutigen Form begann mit der Verbreitung von Digitalrechnern in den 1960er Jahren. Während zu Anfang lineare strukturmechanische statische Problemstellungen im Vordergrund standen, wird die Methode inzwischen für eine Vielzahl anderer physikalischer Probleme, wie z. B. Elektromagnetismus, Thermomechanik, Fluidmechanik, Akustik sowie für gekoppelte Mehrfeldprobleme eingesetzt. Neben den linearen Verfahren werden mittlerweile auch hochgradig nichtlineare Problemstellungen untersucht.

Die Fachliteratur zur FEM ist unüberschaubar groß. Eine allgemeine Einführung in die FEM findet sich beispielsweise in den Monographien von Knothe und Wessels (1999, [87]) und von Reddy (1993, [108]), sowie in der Sammlung von Lecture Notes von Felippa (2013, [53]).

Ausgehend von der Wellengleichung (2-4) wird die schwache Form der Differentialgleichung durch Gewichtung mit einer zunächst beliebigen Wichtungsfunktion \mathbf{v} und Integralbildung aufgestellt.

$$\int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV - \int_V \mathbf{v}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \mathbf{v}^T (\mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{u}) dV = \mathbf{0} \quad (2-5)$$

Die Integrale werden partiell integriert, und man erhält neue Integrale über das Volumen V , als auch Integrale über dessen Rand ∂V . Dabei werden die Ableitungen, die bislang ausschließlich auf die Verschiebungen \mathbf{u} wirken, teilweise auf die Wichtungsfunktion \mathbf{v} übertragen. Anschließend wird als Wichtungsfunktion die Variation des Ansatzes $\delta \mathbf{u}$ eingeführt, die auf dem Rand verschwindet. Man erhält eine Integralgleichung der Form

$$\int_V \delta \varepsilon^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} dV = \mathbf{0} \quad (2-6)$$

Das Integrationsgebiet wird nun in Elemente unterteilt, und elementweise von Null verschiedene Ansatzfunktionen werden eingeführt, so dass die Integrale elementweise ausgewertet werden können. Man erhält ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{p}(t) = \mathbf{0} \quad (2-7)$$

mit \mathbf{K} der elastischen Steifigkeitsmatrix, \mathbf{M} der Massenmatrix, und \mathbf{p} dem Lastvektor, sowie $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{1x} & u_{1y} & u_{1z} & u_{2x} & \dots & u_{N_x} \end{bmatrix}^T$.

Für rein statische Probleme vereinfacht sich Gleichung (2-7) zu

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (2-8)$$

In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich linear elastische strukturdynamische Untersuchungen im Frequenzbereich durchgeführt. Alle Kraft- und Weggrößen besitzen daher eine Zeitabhängigkeit der Form

$$A_t(t) = \tilde{A}_\Omega \cdot \exp(i\Omega t) \quad (2-9)$$

mit A_t bzw. \tilde{A}_Ω einer beliebigen skalaren oder vektoriellen Kraft- oder Weggröße im Zeit- bzw. Frequenzbereich, $i = \sqrt{-1}$ der imaginären Einheit, Ω der Kreisfrequenz, und t der Zeit. Da der Exponentialterm in Frequenzbereichsgleichungen bei jeder Variablen in identischer Form auftritt, ist es allgemein üblich,

1. Zur Erhöhung der Lesbarkeit wird auf eine explizite Unterscheidung zwischen kontinuierlichen und diskreten Größen verzichtet. Das Symbol \mathbf{u} wird daher mehrfach verwendet, die genaue Bedeutung ergibt sich jeweils aus dem Zusammenhang.

ihn nicht explizit auszuschreiben. Die Amplitude \tilde{A}_Ω ist im allgemeinen komplexwertig und frequenzabhängig.

Die FEM führt – unter Vernachlässigung von Materialdämpfung – für diesen Anwendungsfall in der üblichen Weggrößenformulierung zu einem linearen Gleichungssystem der Form

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}) \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{p}} \quad (2-10)$$

mit \mathbf{K} der elastischen Steifigkeitsmatrix, \mathbf{M} der Massenmatrix, $\tilde{\mathbf{u}}$ den Verschiebungen und $\tilde{\mathbf{p}}$ den äußeren Kräften. Der Exponentialterm bei $\tilde{\mathbf{u}}$ und $\tilde{\mathbf{p}}$ wurde hier bereits nicht mehr explizit hingeschrieben. Die elastische Steifigkeitsmatrix und die Massenmatrix sind im Allgemeinen reellwertig und frequenzunabhängig.

2.3 Randlelemente-Methode (BEM)

Die Randlelemente-Methode wurde etwa zeitgleich mit der FEM entwickelt. Sie kommt verbreitet bei Fragestellungen mit unendlichen oder halbunendlichen Gebieten zum Einsatz, weil nur der Rand des Gebietes diskretisiert werden muss, aber nicht wie bei der FEM das Innere des Gebietes.

Die BEM wird u.a. von Brebbia et al. (1984, [25]) und Brebbia und Dominguez (1989, [26]) ausführlich beschrieben. Gaul und Fiedler (2013, [59]) und auch Hartmann (1987, [67]) beschreiben ausführlich und leichtverständlich die Schritte zur Aufstellung der BEM-Gleichungssysteme und gehen auch auf dynamische Randwertprobleme ein. Speziell für die Anwendung der BEM in der Bodendynamik gibt der Review-Artikel von Beskos (1987, [22]) einen guten Überblick. Daher werden im folgenden nur einige Aspekte angeführt, die für das Verständnis der nachfolgenden Untersuchungen von Bedeutung sind.

Ausgangspunkt sei hier wieder das Prinzip der virtuellen Verschiebungen aus (2-5).

$$\int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV - \int_V \mathbf{v}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \mathbf{v}^T (\mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{u}) dV = \mathbf{0}$$

Das rechte Integral wird zweimal partiell nach dem Satz von Green integriert, und man erhält Gebietsintegrale und Randintegrale.

$$\int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV - \int_V \mathbf{v}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V (\mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{v})^T \cdot \mathbf{u} dV + \int_{\partial V} (\mathbf{v}^T \mathbf{s} - \mathbf{t}^T \mathbf{u}) dB = \mathbf{0} \quad (2-11)$$

Darin sind \mathbf{s} die wirklichen und \mathbf{t} die virtuellen Randspannungen, und $\partial V \equiv B$ bezeichnet den Rand des Volumens V .

Der Integrand des dritten Volumenintegrals in (2-11) entspricht der homogenen Variante der Bewegungsgleichung (2-4), d. h. ohne Last- und Trägheitsterme. Das fundamentale Prinzip der BEM ist es nun, als Gewichtsfunktion die Lösung \mathbf{v} der Differentialgleichung (2-4) mit einer Diracdeltafunktion als Volumenkraft zu wählen. Die Funktion \mathbf{v} ist somit Lösung der Differentialgleichung

$$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) - \rho \ddot{\mathbf{v}}(\mathbf{x}) + \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2-12)$$

Darin ist \mathbf{x} der Platzhalter für alle Punkte im Volumen V , und \mathbf{X} ist ein beliebiger aber fester Punkt, an dem die Diracdeltafunktion wirkt. Die Diracfunktion entspricht einer Punktlast an der Stelle \mathbf{X} . Setzt man (2-12) in (2-11) ein, so erhält man durch die Filtereigenschaft der Diracfunktion

$$\int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV - \int_V \mathbf{v}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \rho \ddot{\mathbf{v}}^T \mathbf{u} dV + \int_{\partial V} (\mathbf{v}^T \mathbf{s} - \mathbf{t}^T \mathbf{u}) dB = \mathbf{u}(\mathbf{X}) \quad (2-13)$$

Überführt man (2-13) in den Frequenzbereich, so heben sich zusätzlich die beiden Massenträgheitsterme auf, und es verbleibt die Integralgleichung

$$\int_V \tilde{\mathbf{v}}^T \tilde{\mathbf{b}} dV + \int_{\partial V} (\tilde{\mathbf{v}}^T \tilde{\mathbf{s}} - \tilde{\mathbf{t}}^T \tilde{\mathbf{u}}) dB = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{X}) \quad (2-14)$$

Darin entsprechen Größen mit Tilde den entsprechenden Größen ohne Tilde in (2-13).

Die Filtereigenschaft der Diracfunktion gilt strenggenommen nur, wenn der Punkt \mathbf{X} innerhalb des Volumens V liegt, und nicht auf dessen Rand. Liegt \mathbf{X} außerhalb von V , so verschwindet die rechte Seite von (2-13) und (2-14). Um zu einer echten Randintegralformulierung zu kommen, ist es notwendig, den Einwirkungspunkt der Diracdeltafunktion (Punktlast) auf den Rand zu verlegen. Bekanntlich werden dann aber sowohl die Verschiebungen, als auch die Spannungen an der Lasteinleitungsstelle singulär, und die Integrale in (2-13) und (2-14) erhalten einen singulären Integranden. Es lässt sich jedoch zeigen, dass die Integrale trotz der singulären Integranden endlich sind. Ausführliche

Details zu diesen sehr umfangreichen Betrachtungen finden sich beispielsweise bei Gaul und Fiedler (2013, [59]) und Hartmann (1987, [67]).

Der abschließende Schritt besteht in der Diskretisierung der Randintegralgleichung (2-14). Im Gegensatz zur Weggrößenformulierung der FEM können die Ansatzfunktionen für die Spannungsgrößen und die Ansatzfunktionen für die Weggrößen unabhängig voneinander gewählt werden.

Nach der Diskretisierung erhält die Randintegralgleichung in Indexschreibweise die Form²

$$c_{ij}(\mathbf{X}) \cdot \tilde{u}_j(\mathbf{X}) + \int_B \tilde{t}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{X}) \cdot \tilde{u}_j(\mathbf{x}) dB = \int_B \tilde{v}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{X}) \cdot \tilde{s}_j(\mathbf{x}) dB \quad (2-15)$$

Darin ist c_{ij} ein Term, der sowohl von der Form des Randes bzw. der Elementgeometrie an der Stelle \mathbf{X} abhängt, als auch von der Art der Fundamentallösung. Wenn eine Vollraumlösung als Fundamentallösung gewählt wird und ein glatter Rand vorliegt, so ist $c_{ij} = 1/2$. Dies lässt sich anschaulich dadurch erklären, dass bei einem Freischnitt des Randes die Diracdistribution im Vollraum nur mit einer Hälfte auf das Berechnungsgebiet wirkt, aber mit der anderen Hälfte auf den Vollraum außerhalb des Berechnungsgebietes, so dass die zweite Hälfte keinen Einfluss auf das Berechnungsgebiet hat.

In Matrixschreibweise erhält man nach Auswertung der Integrale ein Gleichungssystem in der Form

$$\mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{G} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \quad (2-16)$$

Die Matrix \mathbf{H} enthält Einträge, die aus der Auswertung der Integrale der Spannungen \tilde{t}_{ij} unter Einwirkung einer Punktlast gewonnen werden, und die Matrix \mathbf{G} enthält die Einträge, die aus der Auswertung der Integrale der Verschiebungen \tilde{v}_{ij} durch eine Punktlast gewonnen werden. Die Matrix \mathbf{G} ist somit eine Flexibilitätätsmatrix.

Es sollte nicht unerwähnt bleiben, dass alle Größen in (2-16) frequenzabhängig sind, und sowohl \mathbf{H} als auch \mathbf{G} im allgemeinen weder quadratisch noch symmetrisch sind. Vielmehr stellt (2-16) ein Gleichungssystem mit N Gleichungen, aber $2N$ Unbekannten in $\tilde{\mathbf{u}}$ und $\tilde{\mathbf{s}}$ dar. Für die Lösung von (2-16) sind somit zunächst N Elemente von $\tilde{\mathbf{u}}$ oder $\tilde{\mathbf{s}}$ als Randbedingungen festzulegen. Anschlie-

2. In (2-15) wurde bewusst die Indexschreibweise gewählt, um zu verdeutlichen, dass der Integrand durch die Diskretisierung zu einem Matrix-Vektor-Produkt wird.

ßend können die Gleichungen umsortiert werden, so dass alle unbekanntes Größen auf einer Seite liegen, und dann erst kann das verbleibende lineare Gleichungssystem mit den üblichen Verfahren gelöst werden.

Die BEM erfordert – wie oben erläutert – die Kenntnis von Fundamentallösungen, welche die Differentialgleichung des untersuchten Problems erfüllen, aber nicht notwendigerweise die Randbedingungen. Häufig werden Fundamentallösungen für den homogenen Vollraum verwendet, da sie für diesen Fall in geschlossener Form vorliegen, siehe z. B. Gaul und Fiedler (2013, [59]). Da sie jedoch nicht die Randbedingungen eines geschichteten Halbraums erfüllen (spannungsfrei an der Oberfläche, Spannungssprünge an Schichtgrenzen), erfordern sie strenggenommen eine Diskretisierung der Oberfläche und der Schichtgrenzen mit jeweils einer unendlich großen Anzahl an Randelementen. Da dies naturgemäß nicht möglich ist, muss man sorgfältig einen Abstand vom Interaktionshorizont wählen, ab dem die Diskretisierung abgebrochen wird. Der dadurch gemachte Fehler muss vernachlässigbar klein werden.

Um diese Schwierigkeit zu umgehen, können Fundamentallösungen benutzt werden, welche die Spannungsrandbedingungen an der Halbraumoberfläche exakt erfüllen, und die zusätzlich auch noch eine Schichtung des Bodens einschließen. Dadurch ist es vollständig ausreichend, zur Lösung von Boden-Bauwerk-Interaktionsproblemen an der Halbraumoberfläche nur den Interaktionshorizont mit Randelementen zu diskretisieren. Wenn zusätzlich keinerlei Wegrandbedingungen vorliegen, wird die Matrix \mathbf{H} in (2-16) zu einer Einheitsmatrix, und man erhält in einem solchen Fall die inverse Steifigkeitsbeziehung

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{G} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \quad (2-17)$$

Für einen homogenen Halbraum hat Lamb bereits 1904 in [91] eine Lösung präsentiert. Damit auch geschichtete Halbräume untersucht werden können, wird als Fundamentallösung die Thin Layer Method (TLM) nach Kausel (1981, [83]; 1982, [84]) eingesetzt. Die TLM ist eine leistungsfähige semianalytische Methode, die Materialdämpfung und alle durch die Schichtung bedingten Effekte wie Reflexion und Refraktion an den Schichtgrenzen, Dispersion und geometrische Dämpfung berücksichtigt. Sie liefert auch für einen homogenen Halbraum eine Lösung, die mit der Lösung von Lamb nahezu exakt übereinstimmt.

2.4 Berücksichtigung einer Dämpfung

Zur Berücksichtigung einer Dämpfung wird das Stoffgesetz um eine Komponente \mathbf{C} erweitert, die Spannungen proportional zur ersten Zeitableitung der Dehnungen liefert.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2-18)$$

Die dynamische Steifigkeit (2-10) im Frequenzbereich erhält dann die Form

$$(\mathbf{K} + i\Omega\mathbf{C} - \Omega^2\mathbf{M})\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{p}} \quad (2-19)$$

Die Matrix \mathbf{C} wird als viskose Dämpfungsmatrix bezeichnet. Bei einer konstanten viskosen Dämpfungsmatrix treten Dämpfungskräfte auf, die nicht nur von der Verschiebungsamplitude abhängen, sondern auch von der Schwingfrequenz.

Bei bodenmechanischen Problemstellungen tritt in der Regel eine hysteretische Materialdämpfung auf, bei der die auftretenden Dämpfungskräfte näherungsweise nur von der Verschiebungsamplitude abhängen, aber nicht von der Frequenz. Eine solche hysteretische Dämpfungsmatrix \mathbf{C}_h lässt sich in eine viskose Dämpfungsmatrix \mathbf{C}_v überführen, indem man eine Frequenzabhängigkeit der Dämpfungsmatrix der Form

$$\mathbf{C}_v = \frac{1}{\Omega} \mathbf{C}_h \quad (2-20)$$

annimmt³. Dann lässt sich (2-19) darstellen als

$$(\mathbf{K} + i\mathbf{C}_h - \Omega^2\mathbf{M})\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{p}}, \quad (2-21)$$

und dies führt unter der Annahme eines konstanten hysteretischen Dämpfungsverhältnisses μ auf die Form

$$(\mathbf{K}(1 + i\mu) - \Omega^2\mathbf{M})\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{p}}. \quad (2-22)$$

3. Es wird implizit vorausgesetzt, dass bei einer Rücktransformation in den Zeitbereich Real- und Imaginärteil für negative Frequenzen so gewählt werden, dass die konjugiert komplexe Symmetrie eingehalten wird. Andernfalls müsste die rechte Seite von (2-20) um die Signumfunktion $\text{sgn}(\Omega)$ ergänzt werden, siehe z. B. Makris und Zhang (2000, [99]). Zur besseren Lesbarkeit wird darauf verzichtet, was in der Fachliteratur nicht unüblich ist, wie z. B. im Theoriehandbuch von ANSYS [13]

Zu der Darstellung in (2-21) gelangt man auch, wenn man ein elastisches Materialgesetz der Form

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 + i\mu)\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2-23)$$

ansetzt⁴.

Vereinfachend werden Steifigkeits-, Dämpfungs- und Massenterm in (2-10) bzw. (2-22) auch zur „dynamischen Steifigkeitsmatrix“ \mathbf{K}_{dyn} zusammengefasst, und man erhält einen Ausdruck der Form

$$\mathbf{K}_{\text{dyn}} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{p}}, \quad (2-24)$$

der formal identisch ist mit der FEM-Gleichung (2-8) für linear elastische statische Problemstellungen. In (2-24) sind jedoch alle Größen komplexwertig und frequenzabhängig. Eine Lösung von (2-24) kann aber formal mit denselben arithmetischen und algebraischen Operatoren durchgeführt werden, die auch auf den statischen Fall anwendbar sind. Sie muss jedoch komplexwertig erfolgen, und gilt stets nur für eine beliebige aber feste Frequenz.

Völlig analog zur FEM kann eine Materialdämpfung auch in der BEM verwendet werden.

2.5 Kopplung von FEM und BEM

Eine Kopplung von FEM und BEM ist insbesondere dann sinnvoll, wenn beide Verfahren ihre spezifischen Stärken ausspielen können. Eine solche Situation ist in Bild 2-1 skizziert. Durch den Schienenverkehr werden starke Kräfte auf den Gleiskörper aufgebracht. Diese beeinflussen nicht nur den Emissionsort, d. h. den Gleiskörper selber, sondern werden über den Boden in die Umgebung übertragen (Transmission). Von dort gelangen sie in ein benachbartes Gebäude, das dadurch zu Schwingungen angeregt wird (Immission). Diese Form der Anregung wird indirekte Erregung genannt.

Das Gebäude und der Gleiskörper lassen sich optimal mit der FEM diskretisieren, da beides räumlich begrenzte unregelmäßige Strukturen sind. Der Boden hingegen lässt sich optimal mit der BEM diskretisieren, da trotz seiner halb-

4. Komplexwertige elastische Moduln M (Schubmodul, Elastizitätsmodul, usw.) werden in der Literatur in verschiedenen Formen präsentiert, z.B. $M = M_0(1 + i\mu)$ (Knothe und Wessels [87]), $M = M_0(1 + 2i\xi)$ (Vrettos [130]) und $M = M_0(1 - 2i\beta)$ (Grasso et al. [65])

unendlichen Ausdehnung nur an der Schnittstelle zwischen Struktur und Untergrund Randelemente eingeführt werden müssen. Sowohl indirekte, als auch direkte Anregung lassen sich mit demselben Verfahren untersuchen.

Im folgenden wird eine von vielen möglichen Varianten der Kopplung von BEM und FEM erläutert. Die beschriebene Variante ist Grundlage für die nachfolgenden Untersuchungen.

2.5.1 FEM-Modell des Bauwerks

Für die Kopplung von Boden und Bauwerk müssen an deren Schnittstelle, dem sog. Interaktionshorizont, sowohl Gleichgewichts- als auch Kompatibilitätsbedingungen erfüllt werden. Die FEM-Gleichung (2-19) wird daher auf der rechten Seite um einen Sohlkraftvektor \mathbf{Q} ergänzt, der mit den Sohlkräften auf den Boden in geeigneter Form im Gleichgewicht stehe. Die Wirkungsrichtung und damit die Vorzeichenkonvention von \mathbf{Q} ist in Bild 2-2 skizziert. Man erhält⁵

$$\underbrace{(-\Omega^2 \cdot \mathbf{M} + i\Omega \cdot \mathbf{C} + \mathbf{K})}_{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{P} - \mathbf{Q} \quad (2-25)$$

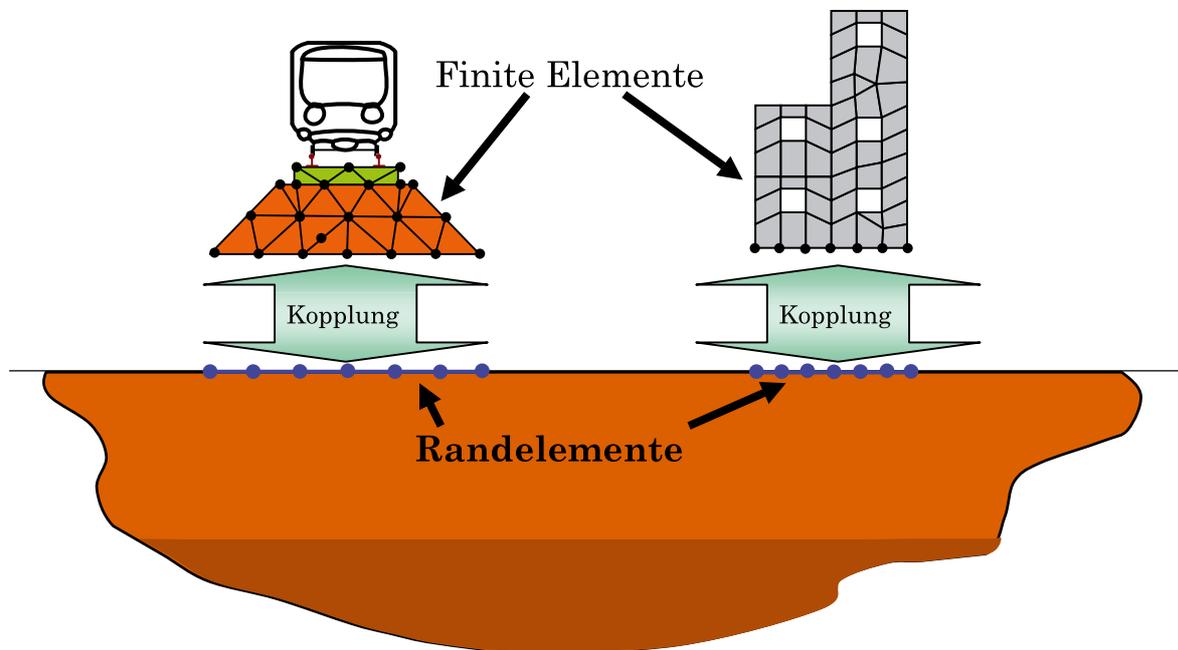


Bild 2-1: Kopplung von BEM und FEM zur Behandlung von Erschütterungsproblemen

5. Da von hier ab in dieser Arbeit nur noch Gleichungen im Frequenzbereich betrachtet werden, wird auf eine explizite Kennzeichnung einer Frequenzbereichsgröße von hier ab verzichtet.

bzw.

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{P} - \mathbf{Q} \quad (2-26)$$

wobei \mathbf{S} die komplexe dynamische Steifigkeitsmatrix des Bauwerks ist. Desweiteren ist \mathbf{u} der diskrete Verschiebungsvektor und \mathbf{P} der Lastvektor des FEM-Gebietes.

Die Freiheitsgrade in (2-26) werden dahingehend sortiert, ob sie am Interaktionshorizont (Index „I“) oder innerhalb des Bauwerks (Index „R“) liegen. Damit erhält man

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_I \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

Die verbleibende Aufgabe besteht darin, den Vektor \mathbf{Q}_I zu berechnen.

2.5.2 BEM-Modell des Untergrundes

Für die Aufstellung der BEM-Gleichungen des Untergrundes werden Halbraum-Fundamentallösungen verwendet. Es wird angenommen, dass der Interaktionshorizont auf der Halbraumoberfläche liegt. Berücksichtigt man ferner eine indirekte Anregung in Form einer Freifeldverschiebung im Interaktionshorizont, so erhält man aus (2-17) das neue Gleichungssystem

$$\mathbf{v} - \mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{q} \quad (2-28)$$

mit der Flexibilitätsmatrix \mathbf{G} , den Verschiebungen \mathbf{v} des BEM-Gebietes, der Freifeldverschiebung \mathbf{s} und den Kontaktspannungen \mathbf{q} an den Interaktionspunkten.

Bei der BEM ist es notwendig, Ansatzfunktion sowohl für die Verschiebungen als auch für die Spannungen zu wählen. Dahingegen müssen bei der hier verwendeten reinen Weggrößenformulierung der FEM nur Ansatzfunktionen für die Verschiebungen vorgegeben werden, während sich die Spannungen aus den räumlichen Ableitungen der Verschiebungen ergeben. Daraus folgt, dass eine vollständige Erfüllung von Kompatibilität und Gleichgewicht am Interaktionshorizont im Allgemeinen nicht möglich ist, sondern dass diese beiden Bedingungen nur im energetischen Mittel erfüllt werden können.

2.5.3 Kopplung von Bauwerk und Untergrund

Um das Gleichgewicht am Interaktionshorizont zu erfüllen müssen die entsprechenden Größen von Bauwerk und Untergrund dieselben physikalischen Dimensionen besitzen. Daher müssen die Kontaktspannungen mit einer einfachen linearen Transformation arbeitskonform in Kontaktkräfte überführt werden

$$\mathbf{Q}_I = \mathbf{T}_{Qq} \cdot \mathbf{q} \quad (2-29)$$

wobei \mathbf{T}_{Qq} die Transformationsmatrix zur Umrechnung der BEM-Sohlspannungen auf FEM-Knotenkräfte ist.

Wie oben erwähnt kann die Kompatibilität nur an den Interaktionspunkten befriedigt werden. Dies führt zu der Transformation

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}_{vu} \cdot \mathbf{u}_I \quad (2-30)$$

mit der entsprechenden Transformationsmatrix \mathbf{T}_{vu} zur Ermittlung der Verschiebungen der BEM-Knoten aus den Verschiebungen der FEM-Knoten.

Die Matrix \mathbf{T}_{vu} erhält man durch Auswertung der Formfunktionen der FEM-Elemente für diejenigen Koordinaten, an denen sich BEM-Knoten befinden. Die Matrix \mathbf{T}_{Qq} lässt sich aus der Forderung ableiten, dass die von den FEM-Knotenkräften an den FEM-Knoten geleisteten Arbeiten genauso groß sein sollen wie die von den BEM-Spannungen an den BEM-Elementverschiebungen geleisteten Arbeiten, siehe Bild 2-2 für den Fall linearer Ansatzfunktion bei der FEM und konstanter Ansatzfunktionen bei der BEM.

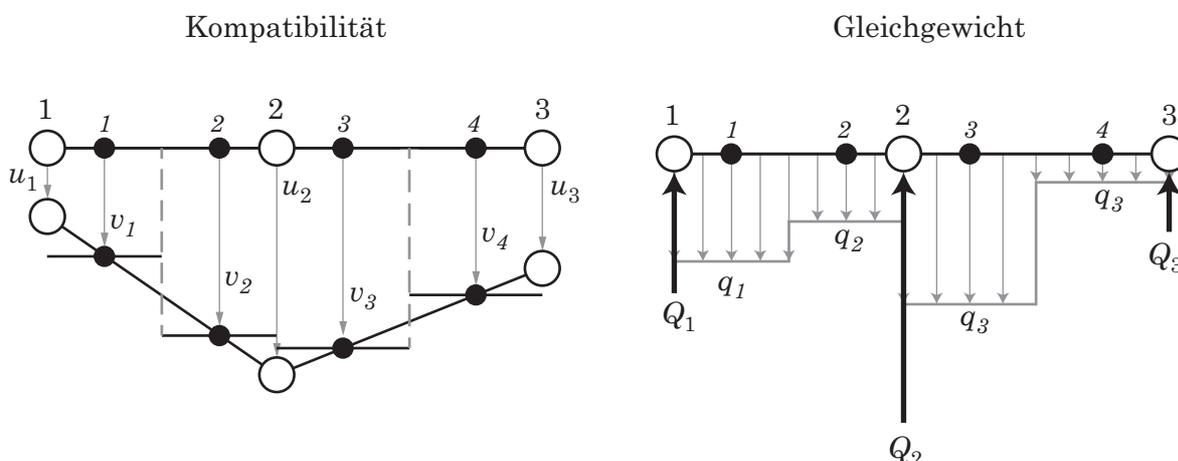


Bild 2-2: Schwache Form von Gleichgewicht und Kompatibilität im Interaktionshorizont bei nicht-konformen Ansatzfunktionen in FEM und BEM

Die Gleichgewichtsbedingung lautet somit

$$\mathbf{u}_I^T \cdot \mathbf{Q}_I = \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{p} \quad (2-31)$$

mit

$$p_i = \int_A q_i dA = q_i \cdot A \text{ bzw. } \mathbf{p} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}. \quad (2-32)$$

Dabei ist p die aus einer Sohlspannung resultierende Sohlkraft und A der BEM-Elementflächeninhalt bzw. \mathbf{p} der Vektor der Sohlkräfte und \mathbf{A} eine Diagonalmatrix mit den Elementflächeninhalten. Setzt man (2-29), (2-30) und (2-32) in (2-31) ein, so erhält man

$$\mathbf{u}_I^T \cdot \mathbf{T}_{Qq} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{u}_I^T \cdot \mathbf{T}_{vu}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{q} \quad (2-33)$$

und es folgt unmittelbar durch Vergleich der inneren Terme, dass gilt:

$$\mathbf{T}_{Qq} = \mathbf{T}_{vu}^T \cdot \mathbf{A}. \quad (2-34)$$

Die Gleichungen (2-27), (2-28), (2-29) und (2-30) werden zusammengefasst, und man erhält das Block-Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{T}_{Qq} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{G} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{uv} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{Q}_I \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{s} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

Das Symbol \mathbf{I} bezeichnet jeweils eine Einheitsmatrix. Wie man an (2-35) leicht erkennen kann, ergibt sich ein global dünnbesetztes, komplexwertiges Gleichungssystem. Die Matrix \mathbf{G} ist jedoch, da es sich um eine BEM-Matrix handelt, vollbesetzt und im Allgemeinen unsymmetrisch. Dahingegen ist die FEM-Matrix in den oberen zwei Zeilen und Spalten dünnbesetzt, aber im Falle einer harmonischen Analyse symmetrisch, jedoch nicht hermitesch.

Für die Lösung von (2-35) lassen sich eine Vielzahl von Strategien anwenden. Sie unterscheiden sich unter anderem darin, ob das gesamte Gleichungssystem direkt gelöst wird, oder ob es in einzelne, kleinere Gleichungssysteme zerlegt

wird, deren Teillösungen wieder zu einer Gesamtlösung zusammengeführt werden müssen (Domain Decomposition). Die Zerlegung kann sowohl nach geometrischen oder physikalischen Kriterien erfolgen, als auch auf rein algebraischer Ebene erfolgen. Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist die Art der numerischen Lösung eines Gleichungssystem, die sowohl direkt (Gaußsches Eliminationsverfahren) als auch iterativ erfolgen kann. In Kapitel 3 werden einige Aspekte der Lösung von (2-35) näher beleuchtet.

2.5.4 Ermittlung von Feldgrößen im BEM-Gebiet

Die grundsätzliche Vorgehensweise ist für alle Feldgrößen (Verschiebungen, Spannungen) identisch. Sie wird daher lediglich am Beispiel der Freifeldverschiebungen kurz erläutert.

Sind die Strukturverschiebungen \mathbf{u}_I am Interaktionshorizont durch Lösung von (2-35) bekannt, so ergeben sich die Bodenverschiebungen \mathbf{v} nach (2-30), und anschließend die Sohlspannungen \mathbf{q} nach (2-28).

Die Freifeldverschiebungen können wieder aus den Green'schen Funktionen gewonnen werden. Dazu muss eine Matrix \mathbf{G}_{FI} aufgestellt werden, die in jeder Zeile die Verschiebungen eines Freiheitsgrades im Freifeld aufgrund aller Sohlspannungen enthält:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{FI_{11}} & \dots & G_{FI_{1n}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{FI_{l1}} & \dots & G_{FI_{ln}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{F_1} \\ \vdots \\ s_{F_l} \end{bmatrix} \quad (2-36)$$

bzw.

$$\mathbf{w}_F = \mathbf{G}_{FI} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{s}_F \quad (2-37)$$

mit \mathbf{w}_F den Freifeldverschiebungen aufgrund der Sohlspannungen und \mathbf{s}_F der indirekten Erregung an beliebigen Punkten. Eine solche Matrix ist in der Regel rechteckig und nicht symmetrisch. Für Spannungsauswertungen enthält die Matrix entsprechend Green'sche Funktionen für Spannungen und entspricht der Matrix \mathbf{H} in (2-16).

3 Laufzeitoptimierung bei FEM-BEM-Kopplung

3.1 Vorbemerkung

Die Anwendung eines Programmsystem mit FEM-BEM-Kopplung zur Untersuchung dynamischer Boden-Bauwerks-Interaktionsprobleme im Frequenzbereich sowohl im Rahmen von Forschungsprojekten, als auch insbesondere für Anwendungen aus der Ingenieurpraxis, hat Grenzen dieses Verfahrens gezeigt, die zunächst überraschend erschienen. Während reine FE-Berechnungen selbst bei gängiger Hardware, wie sie in Ingenieurbüros verfügbar ist, mehrere Hunderttausend Freiheitsgrade haben können, war bei FEM-BEM-Kopplung die Grenze bereits bei wenigen Zehntausend Freiheitsgraden erreicht. Die Grenzen, die erreicht wurden, waren sowohl die Rechenzeit, als auch der erforderliche Speicher.

Es bestand daher ein Bedarf, Möglichkeiten sowohl zur Laufzeitverkürzung, als auch zur Verminderung des Speicherbedarfs zu finden, so dass praktische Problemstellungen mit begrenzten Ressourcen bearbeitet werden konnten.

Im Abschnitt 3.2 wird zunächst die zu Anfang verfügbare Implementierung der FEM-BEM-Kopplung vorgestellt; sie wird im folgenden als „Referenzimplementierung“ bezeichnet. Die Referenzimplementierung wird in Abschnitt 3.3 einer Analyse unterzogen, um diejenigen Teile zu identifizieren, die für die Bemessung der notwendigen Rechner-Ressourcen maßgeblich sind. In Abschnitt 3.4 wird ein Algorithmus vorgestellt, der die Assemblierung der Flexibilitätsmatrix erheblich beschleunigen kann. Anschließend wird im Abschnitt 3.6 untersucht, wie die Umwandlung der Bodenflexibilitätsmatrix in eine FEM-konforme Bodensteifigkeitsmatrix beschleunigt werden kann. Danach werden Konzepte erläutert, wie Boden und Bauwerk gekoppelt werden können, ohne explizit eine Invertierung durchführen zu müssen. Speziell wird in Abschnitt 3.5 das Konzept einer erweiterten Struktursteifigkeitsmatrix untersucht, mit der Boden und Bauwerk immer noch direkt miteinander gekoppelt werden, wohingegen Abschnitt 3.7 Möglichkeiten zur iterativen und somit indirekten numerisch ap-

proximativen Kopplung aufzeigt. Abschnitt 3.8 untersucht zusätzlich die Vor- und Nachteile verschiedener Gleichungslöser bei der Anwendung auf das Interaktionsproblem.

3.2 Referenzimplementierung

Für die vorliegende Arbeit stand die Implementierung der Kopplung von BEM und FEM für Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme von Hirschauer (2001, [71]) zur Verfügung. Diese Implementierung wird im folgenden als Referenzimplementierung bezeichnet.

In der Referenz-Implementierung wurden BEM-Elemente mit konstanten Ansätzen für Verschiebungen und Spannungen gewählt. Jedem Randelement wird genau ein Knoten zugewiesen, der geometrisch dem Flächenmittelpunkt zugewiesen wird. Sämtliche Bodenelemente müssen identische Abmessungen und identische Ausrichtung bzgl. der globalen Koordinatenachsen haben. Der Interaktionshorizont muss jedoch nicht zusammenhängend diskretisiert werden, d. h. zwischen einzelnen Elementen darf ein beliebiger Abstand bestehen. Diese Wahl der Diskretisierung ist zum einen einfach zu implementieren, da für die Auswertung der Randintegrale die Fundamentallösungen nur mit konstanten Ansatzfunktionen multipliziert werden, und zum anderen ergibt sich durch die konstante Elementgröße eine symmetrische, aber nicht hermitesche BEM-Flexibilitätsmatrix.

Die Struktur wird im Interaktionshorizont mit 8-Knoten Volumenelementen diskretisiert, deren Seitenflächen auf der Halbraumoberfläche bezüglich Größe und Ausrichtung genau mit der Geometrie eines Randelementes übereinstimmen müssen. Alternativ kann die Sohlfläche jedes Strukturelementes auch durch eine ganzzahlige Anzahl Bodenelemente in jeder Koordinatenrichtung bedeckt werden. Diese Anzahl muss für alle FEM-Elemente im Interaktionshorizont identisch sein.

Die Lösung des gekoppelten FEM-BEM-Gleichungssystems (2-35) erfolgt durch Transformation der Bodenflexibilitätsmatrix auf die FEM-Freiheitsgrade, vollständiger Invertierung und anschließender Superposition mit der FEM-Struktursteifigkeitsmatrix. Dazu erhält man zunächst durch Invertierung von (2-28) eine Steifigkeitsbeziehung zwischen den Spannungen und Verschiebungen im BEM-Modell des Bodens.

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}^{-1} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{s}) \quad (3-1)$$

Setzt man (3-1) und die Kompatibilitätsbedingung (2-30) in die Gleichgewichtsbedingung (2-29) ein, erhält man

$$\mathbf{Q}_I = \mathbf{T}_{Qq} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot (\mathbf{T}_{vu} \cdot \mathbf{u}_I - \mathbf{T}_{vu} \mathbf{s}) = \mathbf{S}_S (\mathbf{u}_I - \mathbf{s}_I) \quad (3-2)$$

Darin ist

$$\mathbf{S}_S = \mathbf{T}_{Qq} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{vu} \quad (3-3)$$

die komplexe Steifigkeitsmatrix \mathbf{S}_S des Untergrundes bezogen auf die Interaktionsknoten des Bauwerks, und \mathbf{s}_I die Freifeldanregung an den Strukturknoten im Interaktionshorizont. Berücksichtigt man ferner den Zusammenhang zwischen den Transformationsmatrizen nach (2-34), so erhält man

$$\mathbf{S}_S = \mathbf{T}_{vu}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{vu} \quad (3-4)$$

Da die Matrix \mathbf{A} eine Diagonalmatrix mit den Flächeninhalten der BEM-Elemente auf der Hauptdiagonale ist, und alle BEM-Elemente einen identischen Flächeninhalt haben, ist die Bodensteifigkeitsmatrix \mathbf{S}_S symmetrisch.

Die so gefundene Bodensteifigkeit \mathbf{S}_S wird in der Referenzimplementierung von Hirschauer als Substrukturmatrix mit der FE-Steifigkeitsmatrix eines Bauwerks superponiert. Die Vorgehensweise ist in der Literatur unter dem Begriff „Substrukturmethode“ oder auch „Schur-Komplement-Methode“ bekannt. Das abschließend zu lösende Gleichungssystem hat die Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} + \mathbf{S}_S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_S \mathbf{s}_I \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Die Implementierung des FE-Teils erfolgt vollständig mit dem Programmsystem ANSYS [11]. Es bietet eine Programmierschnittstelle, mit der beliebige Substrukturmatrizen in die FE-Matrix eingefügt werden können.

Die Aufstellung der Flexibilitätsmatrix \mathbf{G} erfolgt mit Eigenentwicklungen von Hirschauer [71]. Die Invertierung erfolgt mit den Routinen ZSYTRF und ZSYTRI der LAPACK-Bibliothek [45], deren Quelltext zur Verfügung steht.

Die Lösung des gekoppelten FEM-BEM-Gleichungssystems (3-5) erfolgt anschließend mit den in ANSYS implementierten Gleichungslösern. Es stehen sowohl direkte Löser für dünnbesetzte Matrizen, als auch mehrere Varianten von iterativen Lösern zur Verfügung [13].

3.3 Laufzeitverhalten der Substrukturmethode

Mit zunehmender Anzahl an Freiheitsgraden ist grundsätzlich anzunehmen, dass sich die Laufzeit für die Lösung eines Modells überproportional zur Steigerung der Modellgröße verlängert. Die wesentlichen Ressourcen dabei sind RAM und CPU-Zeit. Die Komplexität der einzelnen Komponenten der Referenzimplementierung bzw. der funktionale Zusammenhang zwischen Laufzeit der einzelnen Komponente und der Anzahl an Struktur- und Bodenfreiheitsgraden ist nicht immer offensichtlich. Um daher die zeitkritischen Komponenten identifizieren zu können, wurden numerische Beispielrechnungen durchgeführt.

Es wurden für das in Bild 3-1 dargestellte Fundament auf einem Halbraum die Anzahl der Elemente sowohl in der horizontalen Ebene als auch in Dickenrichtung variiert. Es sei hier m die Anzahl der FEM-Elemente in horizontaler Richtung, und n die Anzahl an FEM-Elementen in vertikaler Richtung. Das Bodennetz wurde hierarchisch mit $(2m) \times (2m)$ BEM-Elementen, also 2×2 BEM-Elementen pro FEM-Elementfläche, diskretisiert. Fundament und Boden waren fest miteinander gekoppelt. Da das Laufzeitverhalten nicht von der Wahl der Materialparameter abhängt, wird auf deren Angabe hier verzichtet.

In Bild 3-2 sind die absolute Laufzeit der einzelnen Berechnungsschritte und die Laufzeit der Einzelschritte bezogen auf die Gesamtlaufzeit einer Berechnung für die Fälle $m = \{10, 20, 30, 40\}$ in Kombination mit $n = \{2, 32\}$ bei 2×2 Bodenelementen pro Strukturelement im Bodennetz dargestellt. Die Berechnungen erfolgten auf einem Opteron-Computer, siehe Anhang A.2.

Es ist unzweifelhaft zu erkennen, dass der längste Berechnungsschritt die Invertierung der Flexibilitätsmatrix ist, und darin speziell die Rücksubstitution. Dagegen nimmt die Laufzeit für die Assemblierung der Flexibilitätsmatrix absolut zu, aber bezogen auf die Gesamtlaufzeit mit zunehmender Anzahl BEM-Elemente ab.

Auf den ersten Blick ist es verwunderlich, dass der Aufwand für die Lösung des Gesamtgleichungssystems zum einen im Vergleich zum Aufwand für die Inver-

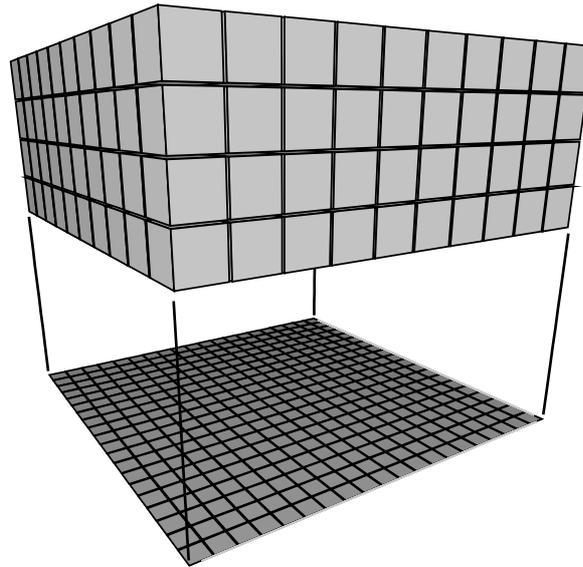


Bild 3-1: Beispiel für eine hierarchische Unterteilung der FEM-Elemente im Interaktionshorizont. Oben: Quadratfundament mit $10 \times 10 \times 4$ 3D Volumenelementen. Unten: Bodennetz mit 20×20 2D BEM-Elementen

tierung gering ist, um zum anderen kaum größer ist als der Aufwand für die Dreieckszerlegung der Flexibilitätsmatrix, obwohl für den hier eingesetzten direkten Löser auch eine Dreieckszerlegung durchgeführt werden muss. Hier kommen die unterschiedlichen Belegungsdichten der BEM- bzw. FEM-Matrix ins Spiel. Während die BEM eine voll besetzte Matrix liefert, ergibt sich aus der FEM stets nur eine dünnbesetzte Matrix, bei der das Verhältnis zwischen der

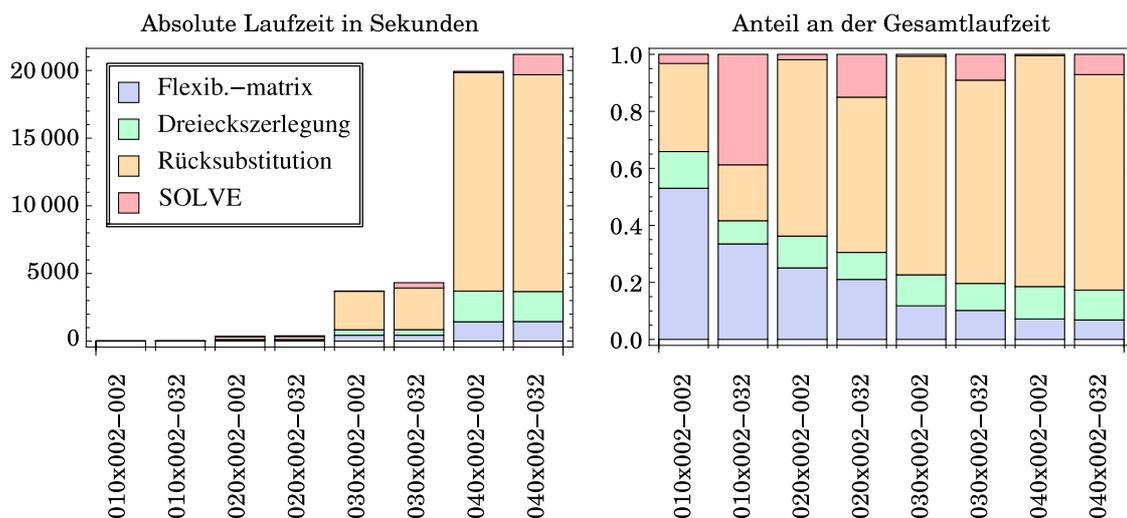


Bild 3-2: Absolute Laufzeit und Anteil der Komponenten „Aufstellung der Flexibilitätsmatrix“, „Dreieckszerlegung der Flexibilitätsmatrix“, „Rücksubstitution zur Inversen der Flexibilitätsmatrix“ und „Lösen des FEM-BEM-Gleichungssystems“ der Referenzimplementierung an der Gesamtlaufzeit in Abhängigkeit von der Modellgröße

Anzahl der von Null verschiedenen Matrixelemente zur Gesamtanzahl mit steigender Anzahl Elemente im Allgemeinen in der Größenordnung von wenigen Promille liegt. Daher werden von der FEM-Matrix in der Regel nur die von Null verschiedenen Einträge abgespeichert, und deren Anzahl ist ein genaueres Maß für den zu erwartenden Rechenaufwand bei der Lösung eines Gleichungssystems als die Anzahl der Freiheitsgrade.

Dieses Phänomen ist in Bild 3-3 anschaulich dargestellt. Es zeigt die Belegung der BEM-Steifigkeitsmatrix, der Transformationsmatrizen und der Gesamtsteifigkeitsmatrix, wie sie bei der Berechnung des Fundamentes in Bild 3-1 mit der Referenzimplementierung aufgetreten ist. Deutlich ist zu erkennen, dass die BEM-Steifigkeitsmatrix erheblich dichter belegt ist.

Tabelle 3-1 zeigt die Anzahl der von Null verschiedenen Einträge in der Boden- bzw. FEM-Steifigkeitsmatrix für verschiedene Elementierungen. Aus der letzten Spalte geht hervor, dass für das betrachtete Beispiel die Anzahl n der Elemente in vertikaler Richtung in der Größenordnung von m^2 sein muss, bis die Anzahlen der Nicht-Null-Matrixelemente aus BEM und FEM etwa gleich groß sind.

Aus Bild 3-2 geht naturgemäß hervor, dass die Rechenzeiten mit steigender Anzahl an Freiheitsgraden überproportional ansteigen. Das in Bild 3-2 untersuchte Beispiel mit ca. 44 000 FEM-Freiheitsgraden und ca. 5000 BEM-Freiheitsgraden benötigt bereits 20 000 s Rechenzeit, d. h. ca. 6 h, für eine einzige Frequenz. Verglichen mit heutzutage üblichen Anwendungen der FEM und verwandter

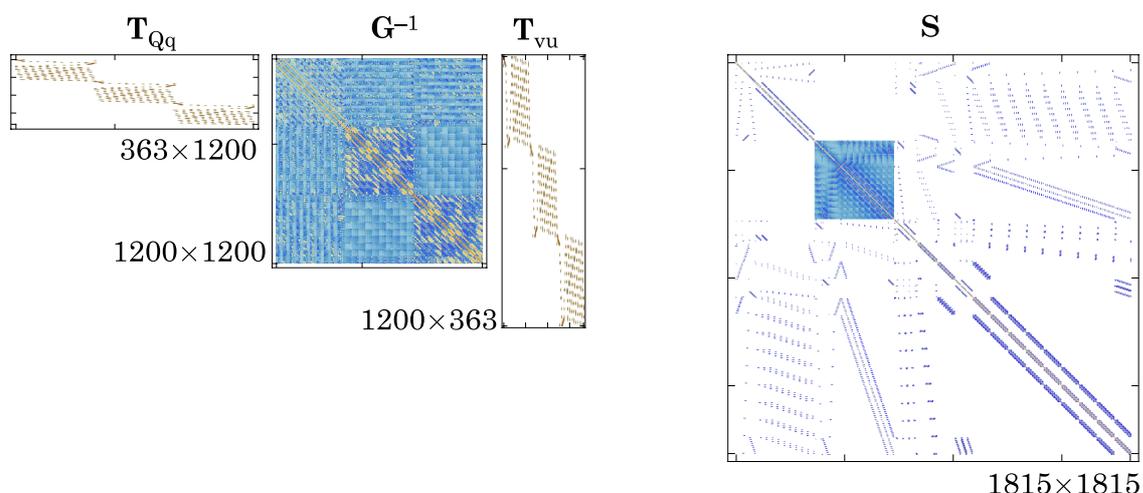


Bild 3-3: Größe und Belegung der Matrizen am Beispiel einer Fundamentplatte nach Bild 3-1. Links: Transformations- und Bodensteifigkeitsmatrix. Rechts: Gesamtsteifigkeitsmatrix. Blautöne: negativer Realteil. Brauntöne: positiver Realteil

Tabelle 3-1: Verhältnis der Anzahl der von Null verschiedenen Einträge in Boden- und Struktursteifigkeitsmatrix für eine Bodenplatte auf einem Halbraum nach Bild 3-1 in Abhängigkeit von der Netzgröße bei einem Freiheitsgrad pro Knoten

Anzahl FEM-Elemente		Anzahl Nicht-Null-Matrixelemente		
horizontal	vertikal	BEM	FEM	Verhältnis
$m \times m$	n	$n_{\text{nz,BEM}}$	$n_{\text{nz,FEM}}$	$n_{\text{nz,FEM}}/n_{\text{nz,BEM}}$
		$(1 + 2m)^4$	$3(m^2(3+9n) + m(2+6n)+n-5)$	$\xrightarrow{n, m \rightarrow \infty} \frac{27n}{16 m^2}$
10×10	2	194481	6711	0,03
	32	194481	93201	0,48
40×40	2	$4,30 \cdot 10^7$	102471	0,002
	32	$4,30 \cdot 10^7$	$1,42 \cdot 10^6$	0,03
10×10	68	194481	196989	1,01
100×100	6000	$1,63 \cdot 10^9$	$1,63 \cdot 10^9$	1,00
1000×1000	6000000	$1,60 \cdot 10^{13}$	$1,62 \cdot 10^{13}$	1,01

Methoden im Flugzeugbau oder im Automobilbau, wo Modelle mit mehreren Millionen Knoten üblich sind (siehe z. B. [89]), ist dies eine sehr kleine Anzahl an Freiheitsgraden.

Bei der Referenzimplementierung wird nach Bild 3-2 der mit Abstand größte Anteil an CPU-Zeit für die Invertierung der Bodenflexibilitätsmatrix benötigt. Damit bietet auch dieser Teil des Lösungsalgorithmus das mit Abstand größte Potenzial, um CPU-Zeit einzusparen.

Bezüglich des Verbrauches an RAM geht aus Bild 3-1 ebenfalls deutlich hervor, dass mit steigender Anzahl an Bodenelementen die Größe der BEM-Steifigkeitsmatrix nahezu vollständig die Anzahl der Nicht-Null-Elemente in der gekoppelten BEM-FEM-Matrix bestimmt. Da die Flexibilitätsmatrix dieselbe Größe wie die BEM-Steifigkeitsmatrix hat, und die Flexibilitätsmatrix symmetrisch, aber vollbesetzt ist, bietet sie das größte Potential zur Einsparung von RAM.

In den folgenden Kapiteln werden, ausgehend von der Referenzimplementierung, Algorithmen vorgestellt, die einzeln oder miteinander kombiniert eine Berechnung der Boden-Bauwerk-Interaktion beschleunigen können, und somit auch die Berechnung größerer Problemstellungen ermöglichen.

3.4 Optimierung der Aufstellung der Bodenflexibilitätsmatrix

Bei der vollständigen Berechnung eines Boden-Bauwerk-Interaktionsproblems ergibt sich sowohl bei der eigentlichen Lösung nach den Verschiebungen des diskretisierten Gebietes nach Bild 3-1, als auch bei einer Nachlaufrechnung zur Ermittlung der Freifeldverschiebungen die Notwendigkeit, eine Bodenflexibilitätsmatrix aufzustellen.

Die Flexibilitätsmatrix wird aus der Auswertung der Green'schen Funktionen gewonnen. Jeder Eintrag in der Flexibilitätsmatrix gibt dabei den Einfluss einer einem Lastpunkt (Matrixspalte) zugeordneten und dadurch eindeutig definierten Flächenlast mit Einheitsamplitude auf die Verschiebungen an dem einer Matrixzeile zugeordneten Empfängerpunkt an. Die Flexibilitätsmatrix ist insofern die verallgemeinerte Einflussfunktion einer beliebigen Flächenlast über einem geometrisch begrenzten und durch die Lastpunkte definierten Gebiet auf die Verschiebungen einer Menge von Empfängerpunkten.

Der ungünstigste Fall in Bezug auf den numerischen Berechnungsaufwand tritt ein, wenn die Menge der Lastpunkte und die Menge der Empfängerpunkte keine Schnittmenge besitzen und beide Knotenmengen unregelmäßig angeordnet sind. In diesem Fall ist die Flexibilitätsmatrix eine vollbesetzte unsymmetrische Rechteckmatrix, von der jedes Element einzeln berechnet werden muss.

Sind jedoch gewisse Regelmäßigkeiten bei Last- und Empfängerpunkten vorhanden, so lässt sich der numerische Aufwand zur Berechnung der Matrixelemente erheblich reduzieren. Ein solches Vorgehen wird im folgenden vorgestellt.

3.4.1 Voraussetzungen

Die Elemente der Flexibilitätsmatrix sind abhängig von der geometrischen Form und Ausrichtung der BEM-Elemente. Daraus folgt, dass der Aufwand für die Flexibilitätsmatrix nur dann besonders gering sein kann, wenn die BEM-Elemente möglichst identisch in ihrer Form und ihrer Ausrichtung in Bezug auf die Koordinatenachsen sind.

Da ferner die Green'schen Funktionen und damit einhergehend der Wert der Einträge in der Flexibilitätsmatrix auch von der relativen Lage zwischen Lastfläche und Empfängerpunkt abhängt, folgt daraus ferner, dass der Aufwand für

die Flexibilitätsmatrix auch nur dann besonders gering sein kann, wenn die Anzahl der paarweise voneinander verschiedenen Abstände zwischen einer Lastfläche und einem Empfängerpunkt möglichst gering ist. Optimal wäre es in diesem Sinne, wenn die Empfängerpunkte in einem Raster angeordnet sind, dessen Rasterweite ein ganzzahliges Vielfaches der Rasterweite der Lastflächen ist. Damit gleichberechtigt wäre eine Rasterweite der Lastflächen als ganzzahliges Vielfaches der Rasterweite der Empfängerpunkte.

Eine ideale Konstellation ergibt sich, wenn alle BEM-Elemente gleich groß, gleich ausgerichtet und in einem festen Raster zueinander angeordnet sind. Dann ergibt sich, dass bei der Erstellung der Flexibilitätsmatrix die Lastpunkte nicht nur mit derselben Rasterweite wie die Empfängerpunkte angeordnet sind, sondern die Lastpunkte sogar mit den Empfängerpunkten identisch sind, da es sich jeweils um die BEM-Knoten handelt. Diese besondere Situation ist in Bild 3-4 auf Seite 52 für den Fall konstanter BEM-Elemente und vereinfachend für einen Freiheitsgrad pro Knoten beschrieben.

Bei Verwendung von BEM-Elementen mit höherer Ansatzordnung ist eine Fallunterscheidung in Bezug auf die Anzahl der mit einem Knoten verbundenen Elemente durchzuführen. Knoten auf dem geometrischen Rand des Interaktionshorizonts müssen anders behandelt werden als Knoten in der Mitte. Dies stellt aber keine grundsätzliche Einschränkung dar.

Bei der Freifeldberechnung haben die beiden Punktemengen eine unterschiedliche Größe und im Allgemeinen keine oder nur eine kleine Schnittmenge. Dies hat zur Folge, dass die Flexibilitätsmatrix keine quadratische Matrix, sondern eine Rechteckmatrix ist, die – falls überhaupt – nur in sehr begrenztem Umfang Symmetrien aufweist. Trotzdem sind auch in einem solchen Fall noch erhebliche Einsparungen an Rechenzeit möglich.

Um die Anzahl der Auswertungen der Green'schen Funktionen so gering wie möglich zu halten, müssen Informationen darüber abgespeichert werden, ob für einen bestimmten Eintrag in der Flexibilitätsmatrix andere, bereits berechnete Einträge benutzt werden können.

Damit verbunden ist zwangsläufig die Forderung, den Aufwand für die Suche nach einem passenden, bereits berechneten Matrixeintrag zu minimieren. Eine solche Forderung kann nur dann erfüllt werden, wenn der Aufwand für die Suche von der Größe der Flexibilitätsmatrix unabhängig ist. Anderenfalls würde der zusätzliche Aufwand für die Suche nach bereits berechneten Einträgen mit

zunehmender Größe der Matrix überproportional zunehmen, und somit ab einer gewissen Größe unvermeidlich die Einsparungen bei der Auswertung der Green'schen Funktionen übersteigen.

3.4.2 Algorithmus

Unter den in Abschnitt 3.4.1 genannten Voraussetzungen lässt sich ein Algorithmus konstruieren, bei dem für jeden Eintrag der Matrix nur genau ein Eintrag in einer Indexmatrix geprüft werden muss. Zur Erläuterung des Algorithmus betrachte man Bild 3-4. Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass jeder Knoten nur einen Freiheitsgrad besitzt. Liegen mehrere Freiheitsgrade pro Knoten vor, multipliziert sich der Aufwand lediglich mit der Anzahl an Knotenfreiheitsgraden.

Der Wert der Green'schen Funktionen hängt von der relativen Lage von Lastfläche und Aufpunkt ab. Deswegen sind zwei Einträge in der Flexibilitätsmatrix dann und nur dann identisch, wenn die vorzeichenbehafteten Abstände in horizontaler und vertikaler Richtung identisch sind. Da unter den angenommenen Voraussetzungen jedoch die Abstände zwischen zwei Knoten stets ganzzahlige Vielfache der Elementbreite bzw. Elementhöhe sind, lässt sich die relative Lage

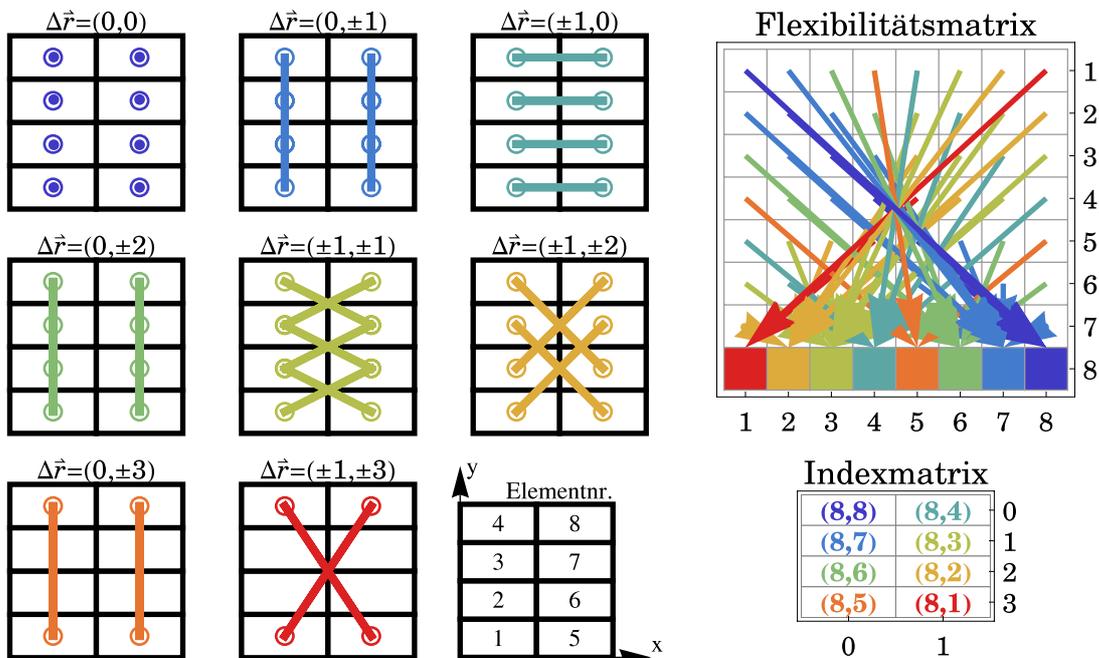


Bild 3-4: Beschleunigung des Aufbaus der Flexibilitätsmatrix. Links: Abstände im 2x4 Netz und Vernetzung. Rechts: Flexibilitätsmatrix mit mehrfachem Vorkommen der Einträge und Indexmatrix als ideale Hash-Funktion

zweier Knoten in eindeutiger Weise durch zwei ganzzahlige Indizes (n, m) beschreiben. Diese Zahlen lassen sich als Spalten- bzw. Zeilenangabe einer Indexmatrix J benutzen, in deren Elementen jeweils die Zeilen- und Spaltennummer desjenigen Eintrags der Flexibilitätsmatrix gespeichert wird, für den die Flexibilität für denselben relativen Abstand bereits berechnet wurde, oder ein Wert, der anzeigt, dass noch kein Eintrag für die vorliegenden Paarung von Abständen berechnet wurde.

In der oben beschriebenen Form müsste die Indexmatrix so groß gewählt werden, dass für das Beispiel in Bild 3-4 in horizontaler Richtung für die Indizes $\{-1, 0, 1\}$ und in vertikaler Richtung für die Indizes $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ Speicherplatz belegt wird, d. h. $3 \cdot 7 = 21$ Einträge. Die Größe der Indexmatrix lässt sich für die hier benutzten Green'schen Funktionen weiter reduzieren, da das Vorzeichen des Abstandes von Lastpunkt und Empfängerpunkt nicht den Betrag, sondern nur das Vorzeichen der Green'schen Funktionen beeinflusst. Speichert man das Vorzeichen der Abstände dadurch ab, dass die Einträge der Indexmatrix, d. h. Zeilen und Spaltennummer der Flexibilitätsmatrix, ggf. mit einem Vorzeichen beaufschlagt werden, so ergibt sich die Indexmatrix wie in Bild 3-4 mit nur noch acht Einträgen.

Der Pseudocode des Algorithmus ist für den Fall, dass Lastpunkte und Empfängerpunkte identisch sind, in Bild 3-5 dargestellt. In Bild 3-6 ist der Algorithmus für den Flexibilitätsmatrix bei der Freifeldberechnung angegeben.

3.4.3 Einsparpotential

Zur Beurteilung des Einsparpotentials werden in Tabelle 3-2 die drei Beispiele aus Bild 3-7 verglichen. Dabei wird zur Erhöhung der Anschaulichkeit davon ausgegangen, dass jeder Knoten nur einen einzigen Freiheitsgrad besitzt, und dass der Wert der Green'schen Funktionen entweder nur vom Absolutwert des Abstandes zwischen Lastpunkt und Aufpunkt abhängt und nicht von dessen Vorzeichen, oder dass das Vorzeichen in den Einträgen in der Indexmatrix berücksichtigt wird.

Man erkennt deutlich, dass der Aufwand für die Aufstellung der Flexibilitätsmatrix bei Ausnutzung der Indexmatrix statt quadratisch nur noch linear mit der Anzahl der BEM-Elemente steigt. Der Aufwand zur Speicherung der Indexmatrix bezüglich des benötigten Speichers steigt ebenfalls nur linear mit der Anzahl an BEM-Elementen und ist damit im Vergleich zum Speicherplatzbe-

```

001 Setze  $d_a$  = Elementbreite in x-Richtung
002 Setze  $d_b$  = Elementbreite in y-Richtung
003 Setze  $n_a$  = Anzahl Elemente in x-Richtung
004 Setze  $n_b$  = Anzahl Elemente in y-Richtung
005 Setze  $N = n_a \cdot n_b$ 
006
007 Allokiere Indexmatrix  $J$  mit Dimension  $(0 \dots n_a - 1) \times (0 \dots n_b - 1) \times 2$ 
008
009 ! Vorbelegung der Indexmatrix
010 Setze  $J_{n,m} = \{0,0\}$ 
011
012 Allokiere Flexibilitätsmatrix  $F$  mit Dimension  $N \times N$ 
013
014 ! Schleife über alle Zeilen der Flexibilitätsmatrix
015 DO  $i = 1$  bis  $N$ 
016
017 ! Schleife über alle Spalten der Flexibilitätsmatrix im linken unteren Dreieck
018     DO  $j = 1$  bis  $i$ 
019
020 ! Berechne Hash-Werte der Abstände zwischen Knoten  $i$  und Knoten  $j$ 
021     Setze  $n = |x_i - x_j| / d_a$ 
022     Setze  $m = |y_i - y_j| / d_b$ 
023
024 ! Belege Flexibilitätsmatrix
025     IF  $J_{n,m} = \{0,0\}$ 
026         Berechne  $F_{i,j}$  durch Auswertung der Green'schen Funktionen
027         Setze  $J_{n,m} = \{i \cdot \text{Sign}(x_i - x_j), j \cdot \text{Sign}(y_i - y_j)\}$ 
028     ELSE
029         Setze  $k = J_{n,m,1}$ 
030         Setze  $l = J_{n,m,2}$ 
031         Setze  $F_{i,j} = \text{Sign}(k) * \text{Sign}(l) * F_{k,l}$ 
032     ENDIF
033     ENDDO ( $j$ )
034 ENDDO ( $i$ )
035
036 ! Belege oberes rechtes Dreieck der Flexibilitätsmatrix
037 DO  $i=1$  bis  $N$ 
038     DO  $j=i+1$  bis  $N$ 
039         Setze  $F_{i,j} = F_{j,i}$ 
040     ENDDO
041 ENDDO

```

Bild 3-5: Pseudocode des Algorithmus zur Belegung der Flexibilitätsmatrix als Vorstufe zur Steifigkeitsmatrix, vereinfachend für einen einzigen Freiheitsgrad pro Knoten und symmetrischer Flexibilitätsmatrix

darf der Flexibilitätsmatrix vernachlässigbar klein. Da ferner für die Suche, d. h. die Prüfung ob ein passender Eintrag der Flexibilitätsmatrix bereits berechnet wurde, nur im Auslesen eines einzigen Elementes der Indexmatrix besteht, bleibt festzustellen, dass der vorgeschlagene Algorithmus zu einer erheblichen Verringerung des Zeitaufwandes für die Aufstellung der Flexibilitätsmatrix führen wird, ohne das dafür signifikant mehr Speicher benötigt wird.

Für Beispiel A bei einer Flexibilitätsmatrix als Vorstufe zur Steifigkeitsmatrix gilt:

```

001 Setze  $d_a$  = Elementbreite in x-Richtung
002 Setze  $d_b$  = Elementbreite in y-Richtung
003 Setze  $n_a$  = Anzahl Elemente in x-Richtung
004 Setze  $n_b$  = Anzahl Elemente in y-Richtung
005 Setze  $X_0$  = Kleinste Koordinate von Last- und Aufpunktfeld in x-Richtung
006 Setze  $X_1$  = Größte Koordinate von Last- und Aufpunktfeld in x-Richtung
007 Setze  $Y_0$  = Kleinste Koordinate von Last- und Aufpunktfeld in y-Richtung
008 Setze  $Y_1$  = Größte Koordinate von Last- und Aufpunktfeld in y-Richtung
009 Setze  $k_a = (X_1 - X_0) / d_a$ 
010 Setze  $k_b = (Y_1 - Y_0) / d_b$ 
011 Setze  $N = n_a \cdot n_b$ 
012 Setze  $K = k_a \cdot k_b$ 
013 Setze  $M$  = Anzahl Aufpunkte
014 Allokiere Indexmatrix  $J$  mit Dimension  $(0 \dots k_a - 1) \times (0 \dots k_b - 1) \times 2$ 
015
016 ! Vorbelegung der Indexmatrix
017 Setze  $J_{n,m} = \{0,0\}$ 
018
019 Allokiere Flexibilitätsmatrix  $F$  mit Dimension  $M \times N$ 
020
021 ! Schleife über alle Zeilen der Flexibilitätsmatrix (Aufpunkte)
022 DO  $i = 1$  bis  $M$ 
023
024 ! Schleife über alle Spalten der Flexibilitätsmatrix (Lastpunkte)
025   DO  $j = 1$  bis  $N$ 
026
027 ! Berechne Hash-Werte der Abstände zwischen Knoten  $i$  und Knoten  $j$ 
028   Setze  $n = |x_i - x_j| / d_a$ 
029   Setze  $m = |y_i - y_j| / d_b$ 
030
031 ! Belege Flexibilitätsmatrix
032   IF  $J_{n,m} = \{0,0\}$ 
033     Berechne  $F_{i,j}$  durch Auswertung der Green'schen Funktionen
034     Setze  $J_{n,m} = \{i \cdot \text{Sign}(x_i - x_j), j \cdot \text{Sign}(y_i - y_j)\}$ 
035   ELSE
036     Setze  $k = J_{n,m,1}$ 
037     Setze  $l = J_{n,m,2}$ 
038     Setze  $F_{i,j} = \text{Sign}(k) * \text{Sign}(l) * F_{k,l}$ 
039   ENDIF
040   ENDDO ( $j$ )
041 ENDDO ( $i$ )

```

Bild 3-6: Pseudocode des Algorithmus zur Belegung der Flexibilitätsmatrix bei der Freiefeldberechnung, vereinfachend für einen einzigen Freiheitsgrad pro Knoten

$$N_{\text{BEM}} = n_a \cdot n_b \quad (3-6)$$

$$N_{\text{FF}} = N_{\text{BEM}} \quad (3-7)$$

$$N_{\text{Flex}} = (N_{\text{BEM}})^2 \quad (3-8)$$

$$N_r = N_J = N_{\text{BEM}} \quad (3-9)$$

Für Beispiel A bei der Freiefeldberechnung gilt:

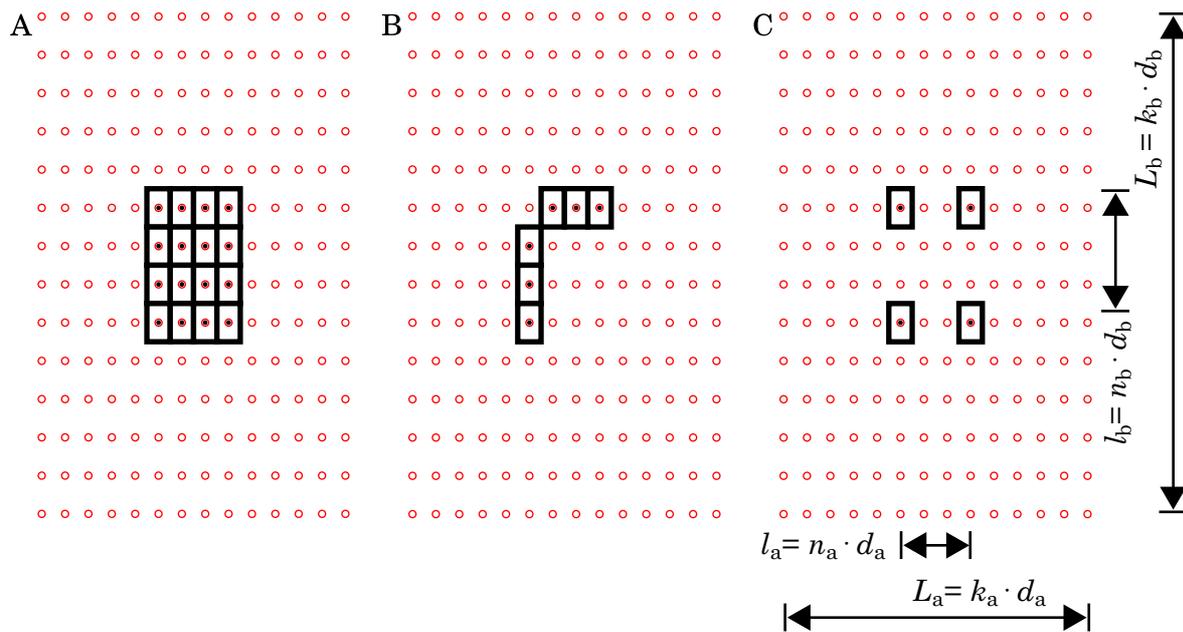


Bild 3-7: Beispiele zur Beurteilung des Einsparpotentials bei der Aufstellung der Bodenflexibilitätsmatrix. Schwarz: BEM-Elementnetz. Rot: Freifeldpunkte

$$N_{\text{BEM}} = n_a \cdot n_b \quad (3-10)$$

$$N_{\text{FF}} = k_a \cdot k_b \quad (3-11)$$

$$N_{\text{F}} = N_{\text{BEM}} \cdot N_{\text{FF}} \quad (3-12)$$

Tabelle 3-2: Aufwand für die Belegung der Flexibilitätsmatrix für die Beispiele aus Bild 3-7

Aufwand ^a	Flexibilitätsmatrix als Vorstufe zur Steifigkeitsmatrix			Flexibilitätsmatrix für die Freifeldberechnung		
	A	B	C	A	B	C
N_{BEM}	16	6	4	16	6	4
N_{FF}	16	6	4	196	196	196
N_{Flex}	256	36	16	3136	1176	784
N_{r}	16	14	4	81	81	81
N_{j}	16	16	16	81	81	81

a) N_{BEM} : Anzahl BEM-Elemente

N_{FF} : Anzahl Aufpunkte bzw. Anzahl Freifeldpunkte

N_{Flex} : Anzahl Einträge in der Flexibilitätsmatrix

N_{r} : Anzahl voneinander verschiedener Abstände zwischen Lastpunkten und Aufpunkten

N_{j} : Anzahl Einträge in der Indexmatrix

$$N_r = \frac{n_a + k_a}{2} \cdot \frac{n_b + k_b}{2} \quad (3-13)$$

$$N_J = N_r \quad (3-14)$$

3.4.4 Erweiterung für hierarchische Freifeldnetze

Es dürfte nicht immer sinnvoll sein, die Freifeldpunkte wie im Beispiel A in Bild 3-7 als Erweiterung des BEM-Netzes zu definieren. Für den Fall einer hierarchischen Beziehung zwischen Lastpunktnetz und Freifeldnetz lässt sich der Algorithmus weiterhin anwenden, es sind jedoch die in Bild 3-8 dargestellten Fälle zu unterscheiden.

Im Fall A in Bild 3-8 gibt es unterschiedliche Rasterweiten bei den Punktnetzen, so dass bei der Berechnung des zu einer Kombination aus Lastpunkt und Aufpunkt gehörenden Eintrages in der Indexmatrix viermal derselbe Eintrag ermittelt werden würde, ohne dass die Abstände tatsächlich identisch wären. Zur Bearbeitung einer solchen hierarchischen Unterteilung muss die Indexmatrix dahingehend modifiziert werden, als in jedem Element der Indexmatrix nun vier Adressen aus der Flexibilitätsmatrix gespeichert werden müssen. Da aber die Anzahl von Vergleichen bei der Suche nach bereits berechneten Einträgen in der Indexmatrix zwar vom Rasterabstand, aber nicht von der Anzahl der Aufpunkte abhängt, ändert sich nichts Grundsätzliches an der Effizienz des Algorithmus.

Der Fall B in Bild 3-8 benötigt keinerlei Änderung des Algorithmus, da jeder Kombination aus Freifeldpunkt und Lastpunkt weiterhin in eindeutiger Weise ein Eintrag der Indexmatrix zugeordnet werden kann. Die Indexmatrix wird lediglich nicht mehr vollständig belegt.

3.4.5 Anwendung und Vergleichsberechnung

Der vorgestellte Algorithmus eignet sich bereits hervorragend, um die Laufzeit bei der Berechnung der Bodenflexibilitätsmatrix deutlich zu verringern. Insbesondere die Berechnung der Freifeldverschiebungen über weite Bereiche, die über die Strukturumfassung weit hinausgehen, wird durch die Anwendung dieses Algorithmus überhaupt erst praktisch durchführbar, weil die CPU-Zeit auf ein erträgliches Maß beschränkt werden kann.

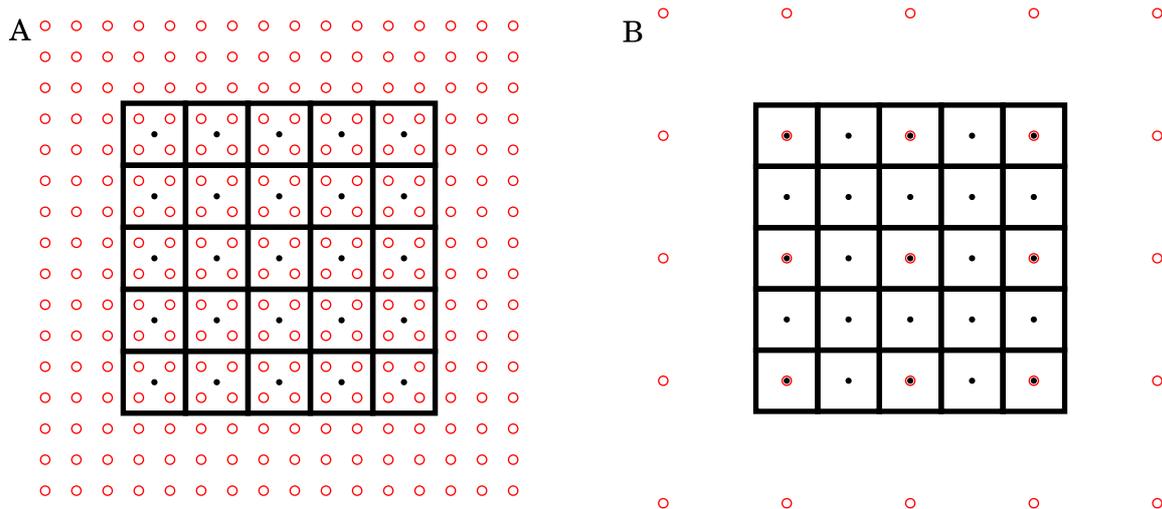


Bild 3-8: Varianten einer hierarchische Beziehung zwischen Lastpunktnetz (schwarz) und Aufpunktnetz (rot). A: grobes Raster im BEM-Netz, feines Raster im Freifeldnetz. B: umgekehrt

Die Ersparnis an Rechenzeit am Beispiel des Erdwalls unter Freifeldanregung in Bild 4-19 ist in Tabelle 3-3 zusammengestellt. Die Berechnungen erfolgten auf der Hardware nach Anhang A.3.

3.4.6 Weiteres Optimierungspotential

Für ein einfaches BEM-Netz ist die Belegung von Flexibilitätsmatrix und ihrer Inversen in Bild 3-9 dargestellt. Man erkennt beispielsweise, dass die Hauptdiagonale der Flexibilitätsmatrix noch konstant belegt ist, aber die Hauptdiagonale der Steifigkeitsmatrix bereits nicht mehr. Dasselbe gilt für mehrere Nebendiagonalen.

Betrachtet man die Belegung der Flexibilitätsmatrix genauer, so erkennt man eine Block-Toeplitz-Struktur, siehe z. B. Wikipedia [132]. Toeplitz-Matrizen haben die Eigenschaft, dass die Hauptdiagonale und alle Nebendiagonalen jeweils mit einem konstanten Wert belegt sind, der sich jedoch von Diagonale zu Diagonale unterscheiden kann.

Bei Block-Toeplitz-Matrizen sind die Diagonaleinträge selbst Matrizen. Die Gesamtmatrix hat nun keine Toeplitz-Struktur mehr. Je nach Definition einer Block-Toeplitz-Matrix wird auch die Forderung, dass jeder Block selber eine Toeplitz-Matrix sein muss, fallengelassen.

Tabelle 3-3: Beispielberechnung für Freifeldverschiebungen

Modellparameter	Volle Flexibilitätsmatrix		Komprimierte Flexibilitätsmatrix	
Anregungsfrequenz	30 Hz		30 Hz	
Unterteilung des Interaktionshorizontes BEM-Elemente pro FEM-Element	2×2	1×1	2×2	1×1
Anzahl Gaußpunkte	5×5	5×5	5×5	5×5
Anzahl FEM-Elemente im Interaktionshorizont	3280	3280	3280	3280
Anzahl BEM-Elemente im Interaktionshorizont	13.120	3280	13120	3280
Anzahl Bodenfreiheitsgrade im Interaktionshorizont	39.360	9840	39.360	9840
Assemblierung der Flexibilitätsmatrix des Interaktionshorizontes				
Anzahl Matrixelemente	1.549.209.600	96.825.600	1.549.209.600	96.825.600
davon neu berechnet	774.624.480	64.550.400	78.720	19.680
CPU-Zeit	3165 s	203 s	63 s	4 s
Assemblierung der Flexibilitätsmatrix für Freifeldberechnung				
Anzahl Freifeldpunkte	525 × 402	264 × 202	525 × 402	264 × 202
Anzahl Matrixelemente	24.920.784.000	1.574.242.560	24.920.784.000	1.574.242.560
davon neu berechnet	24.920.784.000	1.574.242.560	905.576	227.752
CPU-Zeit pro Tiefenkoordinate	nicht berechnet	5240 s	940 s	59 s

Für die Multiplikation eines beliebigen Vektors mit einer Toeplitz-Matrix sind jedoch Algorithmen mit einer Komplexität von lediglich $O(n \log^c(n))$ bekannt, statt $O(n^2)$ für unstrukturierte Matrizen, siehe beispielsweise Gohberg und Oshkevsky (1994, [63]). Auch für die Multiplikation eines Vektors mit der Inversen einer Toeplitz-Matrix werden analoge Algorithmen vorgestellt. Für die Berechnung der Inversen einer Block-Toeplitz-Matrix präsentieren Lv und Huang (2013, [98]) einen schnellen Algorithmus. In Kombination mit der Lagrange-Methode nach Abschnitt 3.5 und einem iterativen Gleichungslöser nach Abschnitt 3.8 sind durch Ausnutzung der Toeplitz-Struktur weitere Optimierungen zur Verminderung der Laufzeit denkbar.

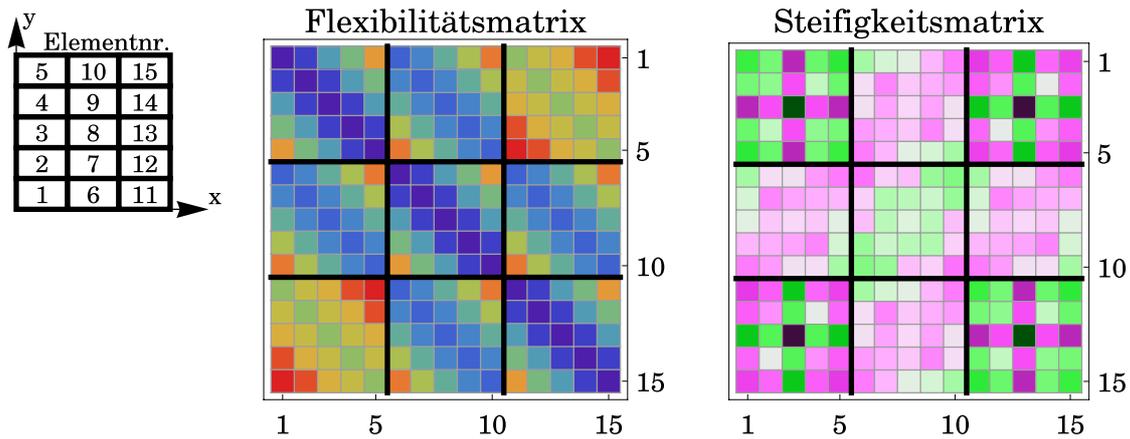


Bild 3-9: BEM-Netz, Block-Toeplitz-Struktur einer Flexibilitätsmatrix bei einem Freiheitsgrad pro Knoten und die Belegung der durch Invertierung berechneten Steifigkeitsmatrix. Gleiche Farbtöne symbolisieren identische Zahlenwerte

3.5 Lagrange-Methode

Die in der Beschreibung der Referenzimplementierung im Abschnitt 3.2 vorgestellte Gesamtsteifigkeitsmatrix (3-5) ist unter der Prämisse hergeleitet worden, eine reine Weggrößenformulierung des Interaktionsproblems zu erhalten, d. h. ein Gleichungssystem zu erhalten, dessen Unbekannte ausschließlich Weggrößen sind. Diese Vorgehensweise ist insofern nachvollziehbar, als ANSYS in der Strukturanalyse ausschließlich Weggrößen als Unbekannte benutzt.

Gibt man diese Prämisse jedoch auf, so ergibt sich eine Formulierung des Interaktionsproblems in Form eines Gleichungssystems, dessen Unbekannte sowohl Weg- als auch Kraftgrößen sind. Dadurch lässt sich die Invertierung der Bodenflexibilitätsmatrix vermeiden um den Preis, dass die Anzahl der Unbekannten zunimmt.

Der zur Lösung dieses Gleichungssystems erforderliche zusätzliche numerische Aufwand ist jedoch ggf. gering. Wie die numerischen Experimente in Abschnitt 3.3 zeigen, ist die Anzahl der Nicht-Null-Elemente in der Gesamtsteifigkeitsmatrix bei sehr großen Problemstellungen ein guter Indikator für den zu erwartenden numerischen Aufwand. Die Anzahl der Nicht-Null-Elemente im FEM-Teil der Matrix ist bei großen Systemen aber klein gegenüber der Anzahl an Nicht-Null-Elementen im BEM-Teil, so dass sich kein signifikanter Unterschied ergibt.

Wenn man dabei den Speicherplatz für die vollständige Flexibilitätsmatrix einsparen und nur die voneinander verschiedenen Matrixeinträge speichern will, dann ist für die Lösung des gekoppelten FEM-BEM-Gleichungssystems ein spezieller Löser erforderlich, da jeder Zugriff auf die volle Flexibilitätsmatrix in einen Zugriff auf die komprimierte Flexibilitätsmatrix übersetzt werden muss. Da ein solcher Löser in der verwendeten FE-Software der Referenzimplementierung nicht verfügbar ist, wurde stets die volle Flexibilitätsmatrix abgespeichert.

3.5.1 Formulierung

Ausgangspunkt ist das nach Freiheitsgraden ausschließlich in der Struktur und Freiheitsgraden im Interaktionshorizont sortierte FEM-Gleichungssystem (2-27) des Bauwerks

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_I \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

mit \mathbf{S} den dynamischen Steifigkeiten, \mathbf{u} den unbekanntem Verschiebungen, \mathbf{P} den äußeren Kräften und \mathbf{Q} dem Sohlkraftvektor. Der Index „R“ steht für die Strukturfreiheitsgrade und der Index „I“ für die Freiheitsgrade im Interaktionshorizont.

Aus der BEM-Formulierung des Bodens ergibt sich das Gleichungssystem (2-28)

$$\mathbf{v}_I - \mathbf{s}_I = \mathbf{G}_{II} \cdot \mathbf{q}_I \quad (3-16)$$

mit der Flexibilitätsmatrix \mathbf{G}_{II} , den Bodenverschiebungen \mathbf{v}_I , der indirekten Erregung im Interaktionshorizont \mathbf{s} und den Kontaktspannungen \mathbf{q}_I an den Interaktionspunkten.

Ferner gelten die Gleichungen (2-29) für die arbeitskonforme Transformation von Sohlspannungen auf Sohlkräfte

$$\mathbf{Q}_I = \mathbf{T}_{Qq} \cdot \mathbf{q}_I \quad (3-17)$$

und (2-30) für die Kompatibilität an den Interaktionspunkten

$$\mathbf{v}_I = \mathbf{T}_{vu} \cdot \mathbf{u}_I \quad (3-18)$$

In der Referenzimplementierung wurden die Sohlspannungen \mathbf{q}_I bzw. Sohlkräfte \mathbf{Q}_I eliminiert und formal durch eine Bodensteifigkeitsmatrix ersetzt.

Betrachtet man die Sohlspannungen jedoch wie die Verschiebungen als unbekannte Größe, so läßt sich die Bildung der Bodensteifigkeitsmatrix durch Invertierung der Bodenflexibilitätsmatrix vermeiden.

Man setze dazu (3-17) in (3-15) und (3-18) in (3-16) ein und bringe alle Unbekannte auf die jeweils linke Seite der Gleichung:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{Qq} \cdot \mathbf{q}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

$$\mathbf{T}_{vu} \cdot \mathbf{u}_I - \mathbf{G}_{II} \cdot \mathbf{q}_I = \mathbf{s}_I \quad (3-20)$$

Fügt man (3-19) und (3-20) zusammen, so erhält man mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} & \mathbf{T}_{Qq} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{vu} & -\mathbf{G}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \\ \mathbf{q}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \\ \mathbf{s}_I \end{bmatrix} \quad (3-21)$$

ein um die Flexibilitätsmatrix erweitertes FEM-Gleichungssystem mit den Sohlspannungen als Teil des Lösungsvektors und der indirekten Erregung als Teil der äußeren Belastung.

Die Matrix auf der linken Seite von (3-21) ist nicht symmetrisch, da nach (2-34)

$$\mathbf{T}_{Qq} = \mathbf{T}_{vu}^T \cdot \mathbf{A}$$

gilt.

Setzt man diese Beziehung und die Definitionen

$$\mathbf{F}_{II} = \mathbf{G}_{II} \cdot \mathbf{A} \quad \text{und} \quad (3-22)$$

$$\mathbf{p}_I = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}_I \quad (3-23)$$

in (3-21) ein, so erhält man mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} & \mathbf{T}_{vu}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{vu} & -\mathbf{F}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \\ \mathbf{p}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \\ \mathbf{s}_I \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

bzw.

$$\bar{\mathbf{S}} \cdot \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{P}} \quad (3-25)$$

ein symmetrisches Gleichungssystem zur Lösung des Interaktionsproblems mit der erweiterten Steifigkeitsmatrix, aus dem sich im Nachlauf die tatsächlichen Sohlspannungen durch Lösen von (3-23) ergeben.

3.5.2 Freifeldverschiebung

Für die Freifeldverschiebung gilt (2-37)

$$\mathbf{w}_F = \mathbf{G}_{FI} \cdot \mathbf{q}_I + \mathbf{s}_F \quad (3-26)$$

mit \mathbf{w}_F den Freifeldverschiebungen aufgrund der Sohlspannungen und \mathbf{s}_F der indirekten Erregung an beliebigen Punkten außerhalb des Interaktionshorizontes (Freifeldpunkte).

Prinzipiell ist es möglich, die Lösung von (3-26) in die erweiterte Steifigkeitsmatrix zu integrieren. Man erhält in diesem Fall

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} & \mathbf{T}_{Qq} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{vu} & -\mathbf{G}_{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{G}_{FI} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_I \\ \mathbf{q}_I \\ \mathbf{w}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \\ \mathbf{s}_I \\ \mathbf{s}_F \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

Man erkennt deutlich, dass sich die Matrix auf der linken Seite von (3-27) nicht mehr symmetrisieren lässt. Ferner dürfte bei einer Berechnung der Freifeldverschiebungen die Anzahl der Freifeldpunkte wesentlich größer sein als die Anzahl der Interaktionspunkte. Damit erhält auch das gesamte Gleichungssystem eine große Anzahl von Unbekannten zusätzlich und der Aufwand für die Lösung vergrößert sich. Es ist daher wesentlich zweckmäßiger, die Freifeldverschiebungen als Nachlaufrechnung durch Lösung von (3-26) zu ermitteln. Dies gilt insbesondere auch deswegen, weil die Freifeldverschiebungen das Ergebnis einer Ma-

trix-Vektor-Multiplikation sind, so dass die dazugehörige Flexibilitätsmatrix nicht vollständig aufgestellt werden muss. Vielmehr reicht es, jeweils nur eine Spalte der Matrix aufzustellen, und mit dem Eintrag in der entsprechenden Zeile des Sohlkraftvektors zu multiplizieren.

3.5.3 Implementierung und Vergleichsberechnungen

Die Aufstellung der erweiterten Struktursteifigkeitsmatrix wurde der Referenzimplementierung von Hirschauer [71] hinzugefügt. Wie für die invertierte BEM-Flexibilitätsmatrix wurde eine Substrukturmatrix als Schnittstelle zu ANSYS verwendet. Diese Schnittstelle bietet als einzige die Möglichkeit, beliebige Matrizen an ANSYS zu übergeben.

Vergleichsberechnungen zeigten, dass das Verfahren im allgemeinen geringere Laufzeiten benötigt als für dieselbe Problemstellung mit Invertierung der BEM-Flexibilitätsmatrix. Als Vergleichsbeispiel wurde ein Erdwall unter Freifeldanregung gewählt, wie er in Kapitel 4 ausführlich untersucht wird. Der Umfang des Vergleichsbeispiels ist in Tabelle 3-4 zusammengefasst. Die Berechnungen wurden auf dem Opteron-Computer nach Anhang A.2 durchgeführt. Es zeigt sich, dass für das Vergleichsbeispiel das Verfahren mit erweiterter Struktursteifigkeitsmatrix deutlich schneller ist als das Verfahren mit Invertierung der BEM-Flexibilitätsmatrix.

Tabelle 3-4: Modelldaten und Laufzeitverhalten des Vergleichsbeispiels

Kennwert	Substrukturmethode	Lagrange-Methode
Anzahl Freiheitsgrade FEM	25893	25893
davon im Interaktionshorizont	3024	3024
Anzahl Bodenfreiheitsgrade im Interaktionshorizont	11160	11160
Anzahl Freiheitsgrade in Gesamtmatrix	25893	37053
Invertierung der BEM-Flexibilitätsmatrix	2406 s	—
Lösung des Gesamtgleichungssystems/Anzahl ICCG-Iterationen	50 s/440 Iterationen	2037 s/1524 Iterationen
Gesamtlaufzeit	3148 s	2862 s
max. Speicherverbrauch	1945 MB	12606 MB

Bei beiden Berechnungen wurde der in ANSYS implementierte iterative Löser mit der Bezeichnung ICCG verwendet. Der ebenfalls implementierte Sparse-Löser führte bei der Variante mit erweiterter Struktursteifigkeitsmatrix zu einem Abbruch, da mehr als 16 GB RAM notwendig gewesen wären.

Dieser hohe Speicherverbrauch offenbart eine Schwäche der verwendeten Substrukturschnittstelle. Dadurch wurde aller Wahrscheinlichkeit nach auch die Laufzeit der Variante mit erweiterter Struktursteifigkeitsmatrix negativ beeinflusst.

Ursache für den hohen Speicherverbrauch ist die Annahme, dass eine Substrukturmatrix in der Regel vollbesetzt ist. Diese Annahme ist bei Substrukturmatrizen, die aus FE-Netzen generiert werden, allgemein zutreffend und somit berechtigt. Aus diesem Grunde muss jede Substrukturdatei, über die eine Substrukturmatrix an ANSYS übergeben werden kann, die volle Matrix enthalten. Beim Einlesen der Substrukturdatei nimmt ANSYS an, dass nur vernachlässigbar viele Null-Matrixelemente vorhanden sind.

Wie man der Belegung der erweiterten Struktursteifigkeitsmatrix in (3-21) und Bild 3-3 entnehmen kann, enthält die erweiterte Matrix einen vollbesetzten Teil mit der BEM-Flexibilitätsmatrix, zwei sehr dünn besetzte Teile mit den Transformationsmatrizen, und einen ebenfalls dünn besetzten Teil mit der FEM-Steifigkeitsmatrix. Da die FEM-Steifigkeit durch die Substrukturmatrix mit den Transformationsmatrizen und der Flexibilitätsmatrix nicht verändert werden darf, muss dieser Teil vollständig in der Substrukturdatei mit Nullen belegt werden. Auch der Teil mit den Transformationsmatrizen ist nahezu vollständig mit Nullen belegt.

Daher werden nach dem Einbau der Substrukturmatrix in die Gesamtmatrix alle Einträge, die in der Substrukturmatrix einen Eintrag hatten, als von Null verschieden angesehen, selbst wenn sie wie im vorliegenden Fall häufig eine Null enthalten. Beim Lösen werden somit sehr viele Multiplikationen mit Null-Einträgen durchgeführt, so dass auch die Laufzeit eines iterativen Lösers davon stark verlängert werden kann. Ob die in Tabelle 3-4 zu beobachtende weit höhere Iterationszahl gegenüber der Referenzimplementierung auf die Null-Elemente zurückzuführen ist, oder mit der Struktur der Matrix zusammenhängt, konnte nicht abschließend geklärt werden.

Es ist ferner zu beachten, dass bei realen Problemstellungen die Größenordnung der Matrixeinträge eine hohe Bandbreite von 10 bis 20 Zehnerpotenzen haben

können. Dies liegt daran, dass die erweiterte Steifigkeitsmatrix sowohl Steifigkeitsterme enthält, die proportional zum E-Modul von Beton o.ä. sind, und gleichzeitig Flexibilitätsterme des Bodens, die umgekehrt proportional zum Schubmodul des Bodens sind. Die Ergebnisse der Vergleichsrechnung waren nahezu identisch in Bezug auf die Verformungen. Auch Versuche mit der Vorkonditionierung der FEM-Flexibilitätsmatrix durch die Inverse der Diagonale brachte weder eine Veränderung der Verformungen, noch eine signifikante Änderung der Anzahl an Iterationen. Beides sind Indizien dafür, dass die Unterschiede in der Größenordnung der Matrixelemente unproblematisch sind.

Das geschilderte Verhalten von ANSYS erklärt schlüssig den hohen Speicherverbrauch. Eine vollbesetzte komplexwertige Gesamtmatrix für 37053 Freiheitsgrade benötigt unter Ausnutzung der Symmetrie ca. 10500 MB RAM, was ca. 20 % unterhalb des maximalen Speicherverbrauchs nach Tabelle 3-4 liegt.

Eine fundamentale Erkenntnis aus der Durchführung der Vergleichsrechnung ist: die Systemmatrix nach der Lagrange-Methode ist grundsätzlich mit iterativen Gleichungslösern mit vertretbarem Aufwand zu lösen. In Kombination mit der schnellen und speicherschonenden Berechnung der Flexibilitätsmatrix eröffnen sich dadurch vielversprechende Perspektiven für eine effiziente Berechnung von gekoppelten FEM-BEM-Systemen im Frequenzbereich mit speziell zugeschnittenen Lösungsalgorithmen, die sowohl die schwache Belegung der FEM-Matrix, als auch die volle Belegung der BEM-Matrix optimal berücksichtigen.

3.6 Optimierung der Invertierung der Bodenflexibilitätsmatrix

3.6.1 Vorbemerkungen

Aus Bild 3-2 ist ersichtlich, dass bei der Substrukturmethode der mit Abstand größte Anteil der CPU-Zeit für die Invertierung der Bodenflexibilitätsmatrix benötigt wird.

Die explizite Berechnung einer Inversen Matrix mag auf den ersten Blick ungewöhnlich sein. Higham (2002, [70], p. 260) schreibt in seinem Buch über numerische Methoden: „To most numerical analysts, matrix inversion is a sin“. Warum sollte also bei der in dieser Arbeit untersuchten Problemstellung die Invertierung einer Matrix sinnvoll sein?

Die Antwort geben beispielsweise White et al. (2000, [131]), die elektromagnetische Wellenfelder mit einer Kopplung von BEM und FEM im Frequenzbereich untersuchen. Aus der Diskretisierung ihrer Differentialgleichungen erhalten sie ein Gleichungssystem mit der gleichen Form wie (3-21). Ihre Versuche, ein solches Gleichungssystem mit direkten Methoden zu lösen, scheitern am zu hohen Speicherverbrauch. Die Versuche mit iterativen Gleichungslösern zeigen ein sehr durchwachsenes Ergebnis – manche konvergieren gar nicht, andere sehr schlecht, nur wenige sind zufriedenstellend. Ihre Untersuchungen mit der Bildung des Schur-Komplement, d. h. mit der Invertierung einer Matrix analog zur Berechnung der Bodensteifigkeitsmatrix in (3-5), und einer Lösung des Gleichungssystems mit einem iterativen Löser zeigt ein gutes Konvergenzverhalten.

Die Schlussfolgerungen von White et al. [131] bestätigen die Beobachtung aus Tabelle 3-4, dass die Lösung des Gleichungssystems nach der Lagrange-Methode bei iterativen Lösern sehr viel schlechter konvergiert als die Lösung des Gleichungssystems aus der Substrukturmethode, obwohl die beiden Gleichungssysteme mathematisch äquivalent sind.

3.6.2 Invertierungsalgorithmen

Die Invertierung ist in der Referenzimplementierung mit der LAPACK-Routinenpaarung ZSYTRF und ZSYTRI [45] realisiert werden. Die erste Routine führt eine Dreieckszerlegung durch, und die zweite führt eine Rücksubstitution für alle Einheitsvektoren durch und man erhält so die Inverse. Das benutzte Routinen-Paar ist speziell für symmetrische komplexwertige Matrizen einsetzbar. Die Anzahl der Fließkommaoperationen beträgt bei ZSYTRF ca. $(4/3)N^3$ und bei ZSYTRI ca. $(8/3)N^3$ und somit in der Summe $4N^3$ (Angaben gemäß der Dokumentation der MKL-Bibliothek [73]). Dabei ist N die Anzahl der Unbekannten.

Der Vergleich der Anzahl an Fließkommaoperationen mit den Ergebnissen der Laufzeitmessungen nach Bild 3-2 zeigt einen scheinbaren Widerspruch. Auf dem Papier benötigt die Rücksubstitution nur ca. doppelt so viele Fließkommaoperationen wie die Dreieckzerlegung. Die Experimente haben jedoch gezeigt, dass der Zeitaufwand für die Rücksubstitution deutlich größer ist als der Aufwand für die Zerlegung, und dass das Verhältnis offenbar problemabhängig ist. Tatsächlich hängt die Laufzeit der einzelnen Routinen in ganz erheblichem Maße von der benutzten Implementierung der Bibliotheksroutinen in Kombination mit der verwendeten CPU ab. Die Experimente wurden nicht mit den Originalquellen durchgeführt, sondern mit der Implementierung in der ACML-Bi-

bibliothek. Diese Bibliothek ist speziell für eine Opteron-CPU vom CPU-Hersteller optimiert worden, wobei jedoch bei weitem nicht alle Routinen optimiert wurden. Welche dies sind, ist jedoch nicht veröffentlicht worden.

Mögliche Alternativen zu den in der Referenzimplementierung benutzten Algorithmen sind nur in begrenzter Zahl vorhanden. Die erste wesentliche Einschränkung bei der in dieser Arbeit untersuchten Problemstellung besteht darin, dass die Flexibilitätsmatrix – wie bei Berechnungen im Frequenzbereich üblich – im Allgemeinen indefinit ist. Die zweite wesentliche Einschränkung besteht darin, dass die Matrix voll besetzt ist und im Allgemeinen alle Matrixeinträge ungleich Null sind.

Strazdins und Lewis (2001, [126]) haben speziell direkte Löser für indefinite, symmetrische, vollbesetzte Matrizen untersucht und sind zu dem Schluss gekommen, dass die Implementierung von ZSYTRF aus der LAPACK-Bibliothek [45] nahezu optimal ist.

Béreux (2005, [19]) erwähnt in ihrer Arbeit über die Lösung von linearen Gleichungssystemen mit Toeplitz-Matrizen, dass symmetrische komplexwertige Gleichungssysteme aus Randelementformulierungen zwar formell nicht die Anforderungen für die Anwendung einer Cholesky-Zerlegung erfüllen, dass aber ihre numerischen Experimente den Schluss zuließen, dass eine Cholesky-Zerlegung trotzdem möglich ist. Dadurch können solche Matrizen faktisch wie hermitesche Matrizen behandelt werden, was mit einer Minderung des Rechenaufwandes auf ca. die Hälfte verbunden ist, weil kein Pivoting⁶ erforderlich ist. Sie erwähnt jedoch, dass es für diese Eigenschaft von BEM-Matrizen keinen formalen Beweis gäbe. Higham (1998, [70]) weist darauf hin, dass eine hinreichende Bedingung für die Anwendung einer Cholesky-Zerlegung bei komplexwertigen symmetrischen Matrizen stets die positive Definitheit sowohl von Realteil als auch von Imaginärteil ist.

Für die Berechnung einer Inversen kommen iterative Löser nicht in Betracht, da die Iteration stets nur mit einem Vektor als rechter Seite erfolgen kann, und für eine Inverse einer $N \times N$ -Matrix demnach der N -fache Aufwand wie für die Lösung mit einem einzelnen Vektor als rechter Seite anfällt.

Einen Überblick über die allgemein verfügbaren Bibliotheken mit direkten Lösern gibt der Artikel von Dongarra und Eijkhout (2000, [44]). Für die Invertie-

6. In der englischsprachigen Fachliteratur wird das Vertauschen von Zeilen und Spalten während der Dreieckszerlegung mit dem Ziel, einen von Null verschiedenen Eintrag auf der Hauptdiagonalen zu erhalten, als „Pivoting“ bezeichnet.

nung einer Matrix stehen demnach nur LINPACK und LAPACK jeweils in Kombination mit BLAS zur Verfügung [45]. Da LAPACK nach [44] im wesentlichen ein Weiterentwicklung von LINPACK optimiert für die in dieser Arbeit verwendeten Shared-Memory-Rechner ist, kann die Untersuchung von LINPACK-Algorithmen entfallen.

Auf die speziell für dichtbesetzte symmetrische Matrizen verfügbaren Lösungsalgorithmen gehen Baboulin, Becker und Dongarra (2011) in [15] ein. Sie stellen explizit fest, dass in den gängigen Bibliotheken (ScaLAPACK, PLASMA, MAGMA und FLAME) für dünnbesetzte Matrizen zwar Routinen für die Cholesky-, LU- und QR-Zerlegung enthalten sind, aber keine Routinen für Zerlegung indefiniter symmetrischer Matrizen. Als Grund geben sie an, dass die Algorithmen nur schwer effizient zu parallelisieren sind.

Von LAPACK/BLAS gibt es von einer Reihe von Herstellern optimierte Varianten für deren CPU. Die Version von Intel wird unter dem Namen MKL vertrieben, die Version von AMD heißt ACML.

So gibt es zwar hochoptimierte Routinen, die statt in Fortran, C oder einer anderen Hochsprache in Assembler implementiert wurden. Dies gilt jedoch bei weitem nicht für alle Routinen. So ist zu erwarten, dass nur diejenigen Routinen besonders schnell sind, die in gängigen Benchmark-Programmen eingesetzt werden. Auch spielt es eine Rolle, ob spezielle CPU-Merkmale wie SSE und Vektoroperationen ausgenutzt werden. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die dahingehende Ausnutzung der Speicherhierarchien in heutzutage üblichen CPUs (Caches und CPU-Register), dass beim Zugriff auf den Speicher möglichst nur solche Blockgrößen gelesen werden, die vollständig in einen der Caches passen. Eine gute Einführung in diese Problematik geben Dongarra und Eijkhout (2000, [44]) und Chelappa et al. (2008, [32]).

Den Einfluss, den eine geschickte Programmierung bei numerischen Algorithmen haben kann, zeigt Bild 3-10. Man erkennt, dass selbst die geschickte Ausnutzung der Speicherhierarchie die Berechnung erheblich beschleunigen kann. Daraus folgt, dass bei Benutzung von vorhandenen Bibliotheken diejenige Bibliothek, die aus numerischer Sicht am besten zur Problemstellung passt, nicht zwangsläufig auch die höchste Leistung erbringt.

Als mögliche Kandidaten für eine Beschleunigung der Rechenzeit bei der Invertierung der Flexibilitätsmatrix verbleiben somit nur die Algorithmen, die in der LAPACK-Bibliothek implementiert wurden. Es sind die beiden Routinenpaare

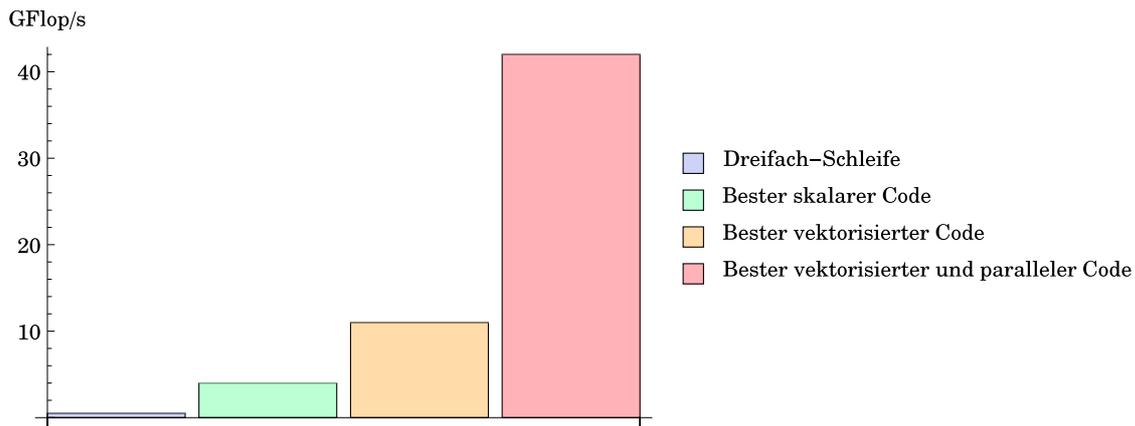


Bild 3-10: Vergleich der Geschwindigkeit von vier Double Precision Implementierungen der Matrix-Matrix-Multiplikation nach bei jeweils identischer Anzahl Fließkommaoperationen, nach Chellappa et al. (2008, [32])

ZSYTRF/ZSYTRI für die Invertierung symmetrischer komplexer Matrizen, und ZGETRF/ZGETRI für die Invertierung allgemeiner komplexer Matrizen.

Numerische Experimente haben gezeigt, dass bei der verfügbaren Hard- und Software überraschenderweise das Routinenpaar ZGETRF/ZGETRI in der Summe die niedrigste Laufzeit aufweist, während ZSYTRF/ZSYTRI ungefähr die doppelte Zeit benötigt. Es ist daher empfehlenswert, trotz der Symmetrie der untersuchten Matrix den Invertierer für allgemeine Matrizen zu verwenden.

Eine weitere Variante wäre die Zurückführung der komplexwertigen Operationen auf reellwertige Operationen und Benutzung der entsprechenden Routinen DGETRF/DGETRI mit einer doppelt großen Matrix. Es zeigte sich jedoch die schlechteste Laufzeit der drei untersuchten Varianten.

Es sei abschließend nochmals darauf hingewiesen, dass die Beschleunigung der Invertierung gegenüber der Referenzimplementierung nicht auf einen besseren Algorithmus zurückgeführt werden konnte, da der verwendete Algorithmus bereits nahezu optimal ist. Die Beschleunigung konnte nur deswegen erreicht werden, weil für die verwendete Hardware eine speziell optimierte Fassung der Routine für allgemeine nichtsymmetrische komplexe Matrizen verfügbar war.

3.7 Iterative Kopplung

3.7.1 Einführung

Die Vorgehensweise wird in der Fachliteratur als „Domain Decomposition“ bezeichnet. Die Zerlegung kann dabei sowohl nach geometrischen, als auch nach physikalischen Gesichtspunkten erfolgen.

Die Fachliteratur zu Domain Decomposition im allgemeinen ist unüberschaubar groß. Eine allgemeine Einführung in die verbreiteten Verfahren liefert die Monographie von Smith et al. (1996, [123]).

Erste Anwendungen der FEM-BEM-Kopplung auf dynamische Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme finden sich bei Savidis und Richter (1979, [115]), die im Frequenzbereich die Impedanz von elastischen Fundamentplatten auf einem homogenen Halbraum ermitteln. Sie leiten intuitiv ein Verfahren her, dass der Kopplung FEM-BEM unter Verwendung von Halbraumfundamentallösungen entspricht.

Feng und Owen (1996, [54]) untersuchen die statische Steifigkeit von Fundamenten auf einem homogenen Halbraum. Payer und Mang (1997, [106]) untersuchen den Einfluss des fortschreitenden Aushubes von Tunnelröhren im statischen Fall. Sie modellieren den Tunnel und dessen unmittelbare Umgebung mit der FEM, und den umgebenden Bereich mit der BEM. Der FEM-Bereich kann nichtlineares Materialverhalten aufweisen. Sie stellen verschiedene Strategien vor, das Gesamtsystem zu lösen, unter anderem auch die direkte Lösung mit der BEM-Steifigkeitsmatrix als Substruktur, aber gehen auch näher auf iterative Lösungsverfahren ein. Dong und Antes (1998, [43]) koppeln FEM und BEM in der Elastostatik für endliche Körper. Sie symmetrisieren die BEM-Steifigkeitsmatrix und verweisen darauf, dass diese Methode auch für Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme geeignet sei, ohne jedoch näher darauf einzugehen.

FEM-BEM-Kopplung für Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme im Zeitbereich wird beispielsweise durch von Estorff und Kausel (1989, [50]), Yazdchi et al. (1999, [135]), durch von Estorff und Hagen (2006, [51]), Rüberg (2008, [109]) und Soares (2008, [124]) präsentiert.

François et al. (2010, [56]) präsentieren die Kopplung von FEM und BEM für 2.5D elastodynamische Problemstellungen im Frequenzbereich. Die Kopplung erfolgt über die Bodensteifigkeitsmatrix als Substruktur der FE-Steifigkeitsma-

trix. Das Verfahren wird von Galvín et al. (2010, [57]) zur Vorhersage von Erschütterungen aus Eisenbahnverkehr angewendet. Coulier et al. (2014, [36]) wenden eine Fensterfunktion auf das Wellenzahlspektrum an, und können dadurch auch Körper mit endlichen Abmessungen untersuchen.

Grasso (2012, [66]) koppelt FEM und BEM für die Untersuchung von dreidimensionalen seismischen Wellenausbreitungsproblemen im Frequenzbereich. Für die BEM verwendet sie die Multilevel Fast Multipole BEM-Methode (ML-FM-BEM), bei der spezielle Eigenschaften der Vollraumfundamentallösung ausgenutzt werden, um die BEM-Matrizen sehr schnell berechnen zu können. Die Kopplung von BEM und FEM geschieht sowohl über eine erweiterte Struktursteifigkeitsmatrix, als auch iterativ. Sie stellt fest, dass bei iterativer Kopplung ein Relaxationsparameter die Konvergenz beschleunigen kann, aber dass oberhalb einer Grenze Divergenz auftritt, und verweist auf notwendige weitere Untersuchungen.

Genes und Kocak (2005, [60]) und Genes (2012, [61]) präsentieren eine Kopplung von FEM, BEM und der „Scaled Boundary FEM“. Sie verwenden die FEM für ein eingebettetes Gebäude, die BEM für den Bereich unterhalb der Gründung, und die SBFEM für die seitlichen Ränder der Gründung. Durch die Beschränkung der BEM auf den unteren Bereich vermeiden sie die Diskretisierung der Halbraumoberfläche. Die Kopplung der drei Methoden erfolgt über die Substrukturmethode.

Coulier et al. (2013, [37]) geben einen ausführlichen Überblick speziell über Kopplungsmethoden von FEM und BEM für SSI-Probleme im Frequenzbereich. Sie geben ein Verfahren an, mit dem die Konvergenz der indirekten Methode um eine Ordnung verbessert werden kann.

Die Kopplung FEM-BEM wird auch für Struktur-Fluid-Kopplung eingesetzt, beispielsweise von Soares und Godinho (2012, [125]) und Godinho und Soares (2013, [62]), um einige neuere Veröffentlichungen zu nennen.

Bei der Berechnung elektromagnetischer Wellenfelder sind FEM-BEM-Kopplungsverfahren im Frequenzbereich ebenfalls verbreitet, und es treten genauso wie bei elastischen Wellenfeldern symmetrische, komplexwertige Matrizen auf. Beispiele für deren Anwendung und Lösung werden von Aiello et al. (2007, [3]; 2008, [4]) präsentiert. Während in [3] sowohl die Substrukturmethode als auch die Lagrange-Methode angewendet wird, werden in [4] die FEM-Freiheitsgrade

auf den Interaktionshorizont kondensiert, und das reduzierte Gleichungssystem wird mit einem iterativen Lösungsverfahren bearbeitet.

Collino et al. (2000, [34]) präsentieren theoretische Überlegungen zur Kopplung allgemeiner diskreter Methoden speziell für harmonische Wellenausbreitung mit Anwendung auf akustische, elektromagnetische und elastische Wellenfelder. Sie weisen darauf hin, dass nahezu alle klassischen Verfahren der Domain Decomposition bei harmonischen Problemen keine gesicherte Konvergenz haben. Sie schlagen vor, die Gleichgewichtsbedingungen am Übergang zwischen zwei Gebieten um einen Wellenabstrahlungsterm zu erweitern, und geben für diese Art der Kopplung Konvergenzbedingungen an.

Einen identischen Ansatz verfolgen Bendali et al. (2007, [17]) und Boubendir et al. (2008, [24]). Sie weisen darauf hin, dass die Konvergenz bei diesem Ansatz bislang nur für den kontinuierlichen Fall nachgewiesen werden konnte, aber noch nicht für den diskreten Fall. Numerische Experimente zeigen jedoch stets gute Konvergenzeigenschaften.

3.7.2 Formulierung

Zur Veranschaulichung betrachte man den Einmassenschwinger in Bild 3-11, der hier als sehr stark vereinfachtes Ersatzmodell für ein Boden-Bauwerk-Interaktionsmodell verwendet wird. Der Parameter g ist hier analog zur BEM-Flexibilitätsmatrix als dynamische Nachgiebigkeit zu verstehen, während das Gebäude als ein starrer Körper mit Masse m betrachtet wird.

Eine einfache Iterationsvorschrift für ein starres Bauwerk auf elastischem Untergrund (Bild 3-11 links), die als „Dirichlet-Neumann“-Iteration bezeichnet wird, ist im folgenden angegeben. Eine Übersicht über andere Iterationsvorschriften und deren Bezeichnungen findet sich beispielsweise bei Grasso (2012, [66]) und El-Gebeily et al. (2002, [47]).

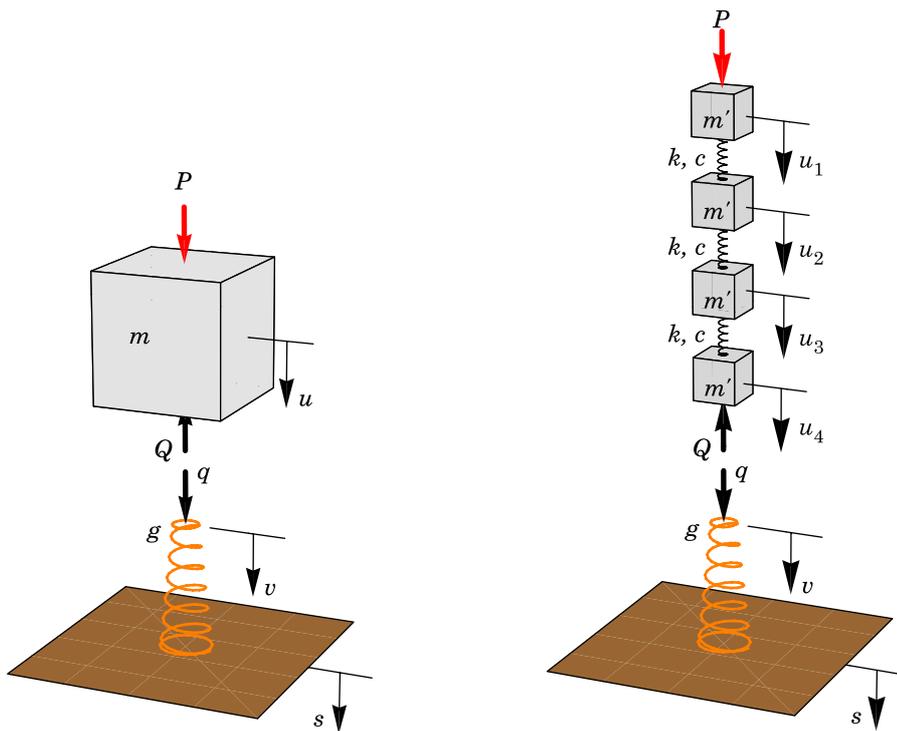


Bild 3-11: Prinzipskizze eines Einmassenschwingers als vereinfachtes Ersatzmodell für ein Boden-Bauwerk-Interaktionsproblem. Links: Einmassenschwinger mit starrem Gebäude auf nachgiebigem Untergrund. Rechts: Mehrmassenschwinger als Ersatzmodell für ein mehrstöckiges Gebäude mit schwingenden Geschossdecken, die untereinander über die Wände gekoppelt sind, ebenfalls auf nachgiebigem Untergrund

1. Wähle $v^{(0)}$ als Startwert.
2. Wiederhole
 3. Löse $g \cdot q^{(i)} = v^{(i)} - s$ nach $q^{(i)}$
 4. Setze $Q^{(i)} \leftarrow q^{(i)}$
 5. Löse $(-m \Omega^2) u^{(i)} = P - Q_i$ nach $u^{(i)}$
 6. Setze $v^{(i+1)} \leftarrow u^{(i)}$

Bis $|v^{(i+1)} - v^{(i)}| < \varepsilon_1$ oder $|v^{(i+1)} - v^{(i)}| / |v^{(i)}| < \varepsilon_2$ oder maximale Iterationszahl erreicht

Die Größen ε_1 und ε_2 sind Fehlerschranken, die vorab festzulegen sind.

Fasst man die Iterationsschritte zusammen, so erhält man als Einschnitt-Iterationsgleichung:

$$v^{(i+1)} = (-m\Omega^2)^{-1} \cdot (P - g^{-1} \cdot (v^{(i)} - s)) \quad (3-28)$$

mit Startwert $v^{(0)}$. Für den Mehrmassenschwinger nach Bild 3-11 rechts ergibt sich völlig analog mit

$$\mathbf{u}^{(i+1)} = (\mathbf{K} + i\Omega\mathbf{C} - \Omega^2\mathbf{M})^{-1} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{G}^{-1} \cdot (\mathbf{u}^{(i)} - \mathbf{s})) \quad (3-29)$$

und Startvektor $\mathbf{u}^{(0)}$ eine entsprechende Matrix-Form, mit \mathbf{K} der elastischen Steifigkeitsmatrix der Feder-Dämpfer-Elemente ohne die Bodenfeder, \mathbf{C} der dazugehörigen Dämpfungsmatrix, \mathbf{M} der Massenmatrix, $\mathbf{P} = \{P, 0, 0, 0\}$ dem Lastvektor, \mathbf{G} der Bodenflexibilitätsmatrix, $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, u_3, v\}$ dem Verschiebungsvektor, $\mathbf{s} = \{0, 0, 0, s\}$ dem Vektor der eingepprägten Fußpunktverschiebung und i dem Iterationszähler. Alle Vektoren und Matrizen haben N bzw. $N \times N$ Einträge, mit N der Anzahl der Massen. Entsprechend sind in \mathbf{G} und \mathbf{s} nur die Einträge für die Freiheitsgrade an der Schnittstelle zwischen Boden und unterster Masse von Null verschieden.

Die Iterationsvorschrift (3-29) lässt sich weiter umformen, in dem beispielsweise das Schurkomplement der Struktursteifigkeit bzgl. des Freiheitsgrades an der Boden-Bauwerk-Schnittstelle gebildet wird. Bezeichnet man alle Strukturfreiheitsgrade mit dem Index „R“, und die Freiheitsgrade im Interaktionshorizont mit „I“, so erhält man die für allgemeine Strukturen anwendbare Iterationsvorschrift

$$\mathbf{v}^{(i+1)} = (\mathbf{S}_{II} - \mathbf{S}_{IR}\mathbf{S}_{RR}^{-1}\mathbf{S}_{RI})^{-1} \cdot (\mathbf{P}_I - \mathbf{S}_{IR}\mathbf{S}_{RR}^{-1}\mathbf{P}_R - \mathbf{G}_I^{-1} \cdot (\mathbf{v}^{(i)} - \mathbf{s}_I)) \quad (3-30)$$

mit Startvektor $\mathbf{v}^{(0)}$ und mit

$$\mathbf{S} = \mathbf{K} + i\Omega\mathbf{C} - \Omega^2\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} \end{bmatrix}$$

und \mathbf{v} dem Vektor der Verschiebungen im Interaktionshorizont, die speziell im Fall des Mehrmassenschwingers aus Bild 3-11 rechts zu der skalaren Gleichung

$$v^{(i+1)} = \frac{-\mathbf{S}_{IR}\mathbf{S}_{RR}^{-1}\mathbf{P}_R - \frac{1}{g} \cdot (v^{(i)} - s)}{k + i\Omega c - m'\Omega^2 + \mathbf{S}_{IR}\mathbf{S}_{RR}^{-1}\mathbf{S}_{RI}} \quad (3-31)$$

mit Startwert $v^{(0)}$ führt.

Die Iterationsvorschriften (3-28) bzw. (3-29) ergeben sich unmittelbar aus (3-5), wenn man deren linke Seite additiv in Struktursteifigkeit und Bodensteifigkeit zerlegt, den Term mit der Bodensteifigkeit auf die rechte Seite bringt, und formal mit der Inversen der dynamischen Struktursteifigkeitsmatrix auf beiden Seiten multipliziert. Jede beliebige andere Zerlegung der Gesamtsteifigkeit führt jeweils zu einer anderen Iterationsvorschrift, und dasselbe gilt für die Reihenfolge, in der die Teile der zerlegten Matrix auf die andere Seite der Gleichung gebracht werden.

In den bislang vorgestellten Iterationsvorschriften wird zunächst ein Gleichungssystem mit der Bodenflexibilitätsmatrix \mathbf{G} gelöst, und das Ergebnis wird anschließend in ein Gleichungssystem mit der Struktursteifigkeitsmatrix \mathbf{S} eingesetzt, und durch Lösen des Gleichungssystems erhält man eine neue Schätzung für die Verschiebungen. Diese Art der Iteration wird in der Fachliteratur als „sequentielle Iteration“ bezeichnet. Eine parallele Ausführung des LöSENS der beiden Gleichungssysteme lässt sich beispielsweise mit folgender Iterationsgleichung ermöglichen

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_I^{(i)} &= \mathbf{T}_{Qq} \mathbf{q}_I^{(i)} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R^{(i+1)} \\ \mathbf{u}_I^{(i+1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RI} \\ \mathbf{S}_{IR} & \mathbf{S}_{II} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{P}_R \\ \mathbf{P}_I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_I^{(i)} \end{bmatrix} \right) \\ \mathbf{v}^{(i)} &= \mathbf{T}_{vu} \mathbf{u}_I^{(i)} \\ \mathbf{q}_I^{(i+1)} &= \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{v}^{(i)} - \mathbf{s}) \end{aligned} \quad (3-32)$$

mit Startwerten $\mathbf{u}_I^{(0)}$ und $\mathbf{q}_I^{(0)}$. Dabei wurde zusätzlich berücksichtigt, dass Gleichgewicht und Kompatibilität ggf. nicht exakt erfüllt werden.

Die vorgestellten Iterationsgleichungen haben alle die Form einer Fixpunktiteration

$$\mathbf{y}^{(i+1)} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{y}^{(i)} + \mathbf{b} \quad (3-33)$$

Darin ist \mathbf{y} die gesuchte Größe, \mathbf{F} der Fixpunktoperator, und \mathbf{b} eine beliebige Konstante, die nicht von \mathbf{y} abhängt.

Die Konvergenz der Iteration hängt in besonderem Maße von den Eigenschaften des Fixpunktoperators ab, und in einem geringen Maße auch vom Startwert. Zur Erhöhung der Konvergenzrate wird häufig ein skalarer Relaxationsfaktor α

in die Iterationsgleichung eingeführt. Die Iterationsgleichung erhält dann beispielsweise die Form

$$\mathbf{y}^{(i+1)} = \mathbf{F} \cdot (\alpha \mathbf{y}^{(i)} + (1 - \alpha) \mathbf{y}^{(i-1)}) + \mathbf{b} \quad (3-34)$$

Die Wahl $\alpha = 1$ führt wieder zu (3-33). Der Relaxationsfaktor hat den Zweck, die Konvergenz zu beschleunigen oder sogar erst zu ermöglichen.

Der optimal geringe Aufwand pro Iteration läge vor, wenn stets nur Matrix-Vektor-Multiplikationen durchgeführt werden müssten, und kein Gleichungssystem gelöst werden müsste. Bei der Referenzimplementierung ist dies jedoch nicht möglich, da die Transformation zwischen den BEM- und den FEM-Freiheitsgraden nicht eineindeutig ist. Aus den Sohlspannungen lassen sich dort die Sohlkraftvektoren berechnen, und aus den FEM-Verschiebungen die BEM-Verschiebungen, aber nicht anders herum.

Es bleibt zu erwähnen, dass die FE-Struktursteifigkeitsmatrix, wie sie z. B. in der zweiten Zeile von (3-32) auftritt, im allgemeinen singular ist, weil keine kinematischen Randbedingungen eingepreßt sind. Das Gleichungssystem ist daher nicht ohne weiteres lösbar. Dies betrifft zum einen statische Lastfälle, aber insbesondere auch dynamische Lastfälle, in der die Antwort des Gesamtsystems bei einer Anregung mit der Eigenfrequenz eines Teilsystems gefunden werden soll.

Um derartige Gleichungssysteme zu lösen, sind an jedem Knoten im Interaktionshorizont für jedes Teilgebiet eigene Freiheitsgrade zu definieren. Die Kopplungsbedingungen können dann über Lagrange-Multiplikatoren befriedigt werden, deren Wert explizit bestimmt werden muss. Das sich dabei ergebende erweiterte Gleichungssystem entspricht im wesentlichen der erweiterten Struktursteifigkeitsmatrix aus Abschnitt 3.5, d.h. die Lagrange-Multiplikatoren sind die noch unbekanntes Kontaktkräfte zwischen den beiden Substrukturen. Die Vorgehensweise entspricht der Forderung, dass die Summe aus Kontaktkräften und äußeren Kräften an jeder Substruktur zu Null verschwinden muss. Mathematisch lässt sich dies dadurch erreichen, dass diese Vektorsumme aller Kraftgrößen orthogonal zu dem von den Starrkörperverschiebungen aufgespannten Raum sein muss. Eine kurze und prägnante Einführung in die Thematik enthält das einführende Kapitel der Monographie von Rüberg (2008, [109]). Einen Lösungsansatz speziell auch für BEM-FEM-Kopplungsprobleme wird beispielsweise von González et al. (2012, [64]) präsentiert, der auf der FE-TI-Methode (Finite-Element Tearing and Interconnecting) beruht, die von Far-

hat und Roux (1991, [52]) erstmalig vorgestellt wurde, und seitdem weite Verbreitung gefunden hat.

3.7.3 Konvergenzbedingungen

Allgemeine Ausführungen zur Konvergenz von Fixpunktiterationen bei linearen Gleichungssystemen finden sich beispielsweise in der Monographie von Conte und de Boor (1981, [35]).

Die Konvergenz einer iterativen Kopplung von BEM und FEM für Boden-Bauwerks-Interaktionsproblemen ist in der Literatur mehrfach untersucht worden. Feng und Owen (1996, [54]) wenden die iterative Kopplung auf Plattenfundamente auf einem homogenen Halbraum bei statischer Belastung an. Sie verwenden die Boussinesq-Lösung als Fundamentallösung für das BEM-Problem und führen auch eine Konvergenzuntersuchung durch. Als Iterationsoperator verwenden sie eine Superposition der Plattensteifigkeitsmatrix mit einer Approximation der Bodensteifigkeitsmatrix. Sie kommen zu dem Schluss, dass die Wahl des Relaxationsparameters von den Eigenwerten des Iterationsoperators bestimmt wird, so dass keine allgemeingültigen Aussagen zur Konvergenz gemacht werden können. Einen Algorithmus für allgemeine Problemstellungen haben zur gleichen Zeit Lin et al. (1996, [95]) vorgestellt.

El-Gebeily et al. (2002, [47]), Elleithy et al. (2001, [48]) und Elleithy und Tanaka (2003, [49]) untersuchen das Konvergenzverhalten von drei Varianten von Fixpunktiterationen für BEM-FEM-Kopplung mit Relaxation und geben die Konvergenzbedingungen an. Numerische Experimente zeigen, dass keine allgemeingültigen Aussagen zur Wahl von Iterationsgleichung und Relaxationsparameter möglich sind. Sie machen Aussagen über den Zusammenhang zwischen den Eigenwerten des Iterationsoperators und der Konvergenz im Sinne von notwendigen und hinreichenden Bedingungen. Notwendige Bedingung für Konvergenz ist, dass der Betrag des größten Eigenwertes (Spektralradius) des Iterationsoperators $\rho = |\lambda_{\max}| < 1$ ist. Ein solches Kriterium ist aber nicht geeignet, die Konvergenz a-priori einzuschätzen, da Informationen über die Eigenwerte in aller Regel nicht vorab vorliegen.

Wird der Relaxationsparameter nicht konstant gewählt, sondern im Laufe der Iteration geändert, so lässt sich die Konvergenzgeschwindigkeit weiter steigern. Von einer optimalen Wahl des Relaxationsparameters berichten Lin et al. (1996, [95]). Sie bilden eine mit dem Relaxationsparameter parametrisierte Superposition der Lösungsvektoren aus verschiedenen Inkrementen und ermitteln den

optimalen Relaxationsparameter als denjenigen, der die Norm der Superposition minimiert.

3.7.4 Parameterstudie am Ein- und Mehrmassenschwinger

Um das Potential der iterativen Kopplung abschätzen zu können, werden zunächst einfache Ein- und Mehrmassenschwinger untersucht. Der untersuchte Mehrmassenschwinger wird aus mehreren identischen, in Reihe geschalteten Einmassenschwingern, zusammengesetzt, siehe Bild 3-11.

Mehrere Iterationsgleichungen werden aus der Bewegungsgleichung abgeleitet, und der Konvergenzradius in Abhängigkeit von den dimensionslosen Größen Dämpfungsverhältnis und Frequenzverhältnis wird ermittelt.

3.7.4.1 Einmassenschwinger

Die Bewegung u eines Ein-Massenschwinger mit Masse m und dynamischer Flexibilität g bei Anregung durch eine Fußpunktverschiebung s und einer direkten Anregung P mit einer Kreisfrequenz Ω wird im Frequenzbereich durch die Gleichung

$$(k_g - m\Omega^2 + i\Omega c_g)u = P + (k_g + i\Omega c_g)s \quad (3-35)$$

mit $1/g = k_g + i\Omega c_g$ beschrieben.

Man erhält durch Umformung die Iterationsgleichung

$$u^{(i+1)} = \frac{k_g + i\Omega c_g}{m\Omega^2} u^{(i)} + b \quad (3-36)$$

Für die Konvergenzbetrachtung spielt nur der erste Term auf der rechten Seite eine Rolle, der zweite wird daher nicht explizit ausgeschrieben. Für einen ungedämpften Schwinger ist (3-36) konvergent, wenn gilt

$$\frac{k_g}{m\Omega^2} < 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Omega^2}{\omega^2} > 1 \quad (3-37)$$

mit ω der Eigenkreisfrequenz. Die Konvergenz von (3-36) ist demnach nur dann gegeben, wenn eine Tiefabstimmung vorliegt.

Wählt man statt (3-36) hingegen die Iterationsgleichung

$$u^{(i+1)} = \frac{m\Omega^2}{k_g + i\Omega c_g} u^{(i)} + b, \quad (3-38)$$

so erhält man für den ungedämpften Einmassenschwinger eine konvergente Iteration nur dann, wenn eine Hochabstimmung vorliegt.

Schreibt man (3-35) in dimensionsloser Form und formt es so um, dass alle Terme bis auf einer von der linken Seite nach rechts gebracht werden, und dividiert anschließend beide Seiten durch die links verbliebende Konstante, dann ergeben sich drei Möglichkeiten einer Iterationsgleichung für den ungedämpften Einmassenschwinger nach (3-39) (a)-(c). Vertauscht man die Reihenfolge der Umformungen, so erhält man weitere Iterationsgleichungen nach (3-39) (d)-(e).

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad u^{(i+1)} &= \frac{-2iD\eta + \eta^2}{1} u^{(i)} + b_a & \text{(d)} \quad u^{(i+1)} &= \frac{1}{-2iD\eta + \eta^2} u^{(i)} + b_d \\ \text{(b)} \quad u^{(i+1)} &= \frac{\eta^2 - 1}{2iD\eta} u^{(i)} + b_b & \text{(e)} \quad u^{(i+1)} &= \frac{2iD\eta}{\eta^2 - 1} u^{(i)} + b_e \\ \text{(c)} \quad u^{(i+1)} &= \frac{1 + 2iD\eta}{\eta^2} u^{(i)} + b_c & \text{(f)} \quad u^{(i+1)} &= \frac{\eta^2}{1 + 2iD\eta} u^{(i)} + b_f \end{aligned} \quad (3-39)$$

Darin ist $D = c_g / (2\sqrt{k_g m})$ das Lehr'sche Dämpfungsmaß und $\eta = \Omega / \omega$ das Verhältnis von Anregungskreisfrequenz Ω zu Eigenkreisfrequenz $\omega = \sqrt{k_g / m}$.

In Bild 3-12 sind die Konvergenzbereiche der Iterationsformeln (3-39) grafisch dargestellt. Man erkennt die deutlichen Unterschiede in den Konvergenzbereichen. Ferner ist zu erkennen, dass die Dämpfung je nach Iterationsgleichung günstig oder ungünstig wirken kann.

3.7.4.2 Mehrmassenschwinger

Die Vorgehensweise zur Aufstellung der Iterationsvorschriften (3-39) wird für einen Mehrmassenschwinger aus N identischen, ungedämpften, in Reihe angeordneten Einmassenschwingern, wiederholt. Die Gesamtmasse wird gleichmäßig auf alle Teilmassen verteilt, und die Teilmassen werden untereinander durch Federn ohne Dämpfungsanteil gekoppelt. Ein Mehrmassenschwinger entspricht somit einem Einmassenschwinger aus Abschnitt 3.7.4.1 mit gleicher, jedoch verteilter Masse. Das Frequenzverhältnis und das Dämpfungsmaß werden daher wie beim analogen Einmassenschwinger über die Gesamtmasse und die Bodensteifigkeit definiert als

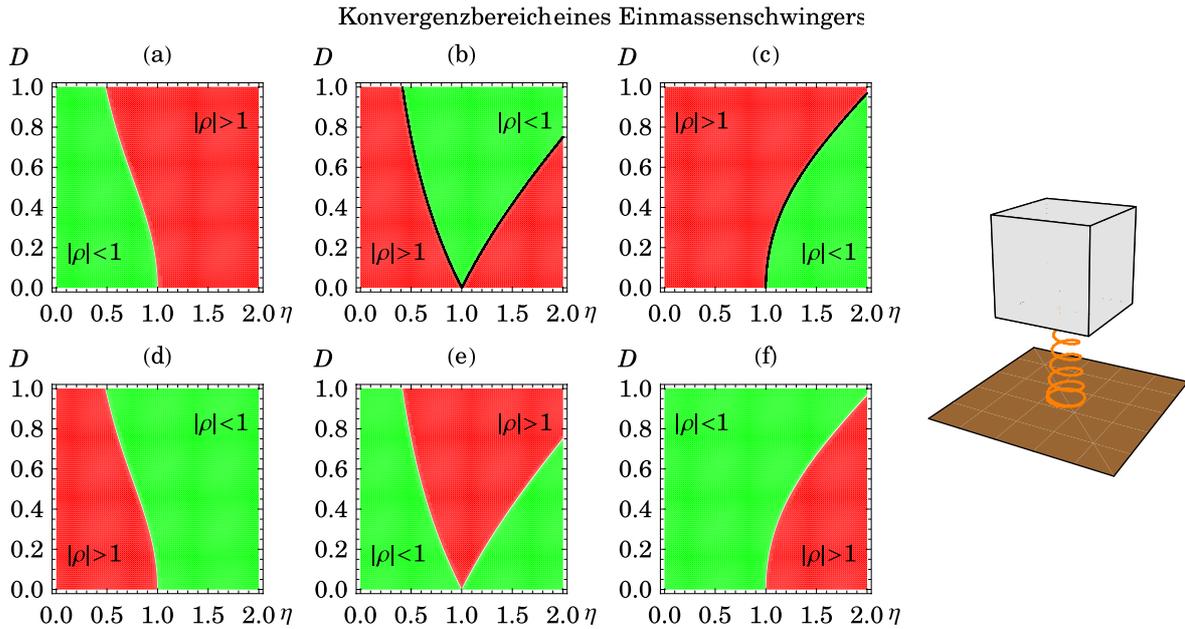


Bild 3-12: Konvergente (grün) und nichtkonvergente (rot) Bereiche der Iterationsgleichungen (3-39) eines Einmassenschwingers

$$\eta = \frac{\Omega}{\sqrt{k_g/(N \cdot m')}} , D = \frac{c_g}{2\sqrt{k_g/(N \cdot m')}} \quad (3-40)$$

mit $1/g = k_g + i\Omega c_g$.

Die Konvergenz wird an den Gleichungen (3-29) und (3-30) in Kombination mit den Definitionen (3-40) durchgeführt. Die Iterationsvorschriften für Mehrmassenschwingern entsprechen (3-39)(c) des Einmassenschwingers. Untersucht wurden Schwinger mit 2 und mit 5 Massen. Die Ermittlung des Konvergenzradius, d. h. des Betrages des maximalen Eigenwertes des Iterationsoperators, erfolgte numerisch.

Die Konvergenzbereiche des Mehrmassenschwingers sind in Bild 3-13 und Bild 3-14 dargestellt. Man erkennt deutlich, dass die Iteration mit der vollen Struktursteifigkeitsmatrix einen deutlich geringeren Konvergenzbereich besitzt als die Iteration mit deren Schurkomplement bezüglich der Bodenfeder. Ferner ist zu erkennen, dass konvergente Bereich im wesentlichen nur in der Nähe der Eigenfrequenzen der Systeme auftreten. Mit zunehmender Anzahl Massen wird die Menge der konvergenten Parameterbereiche immer geringer.

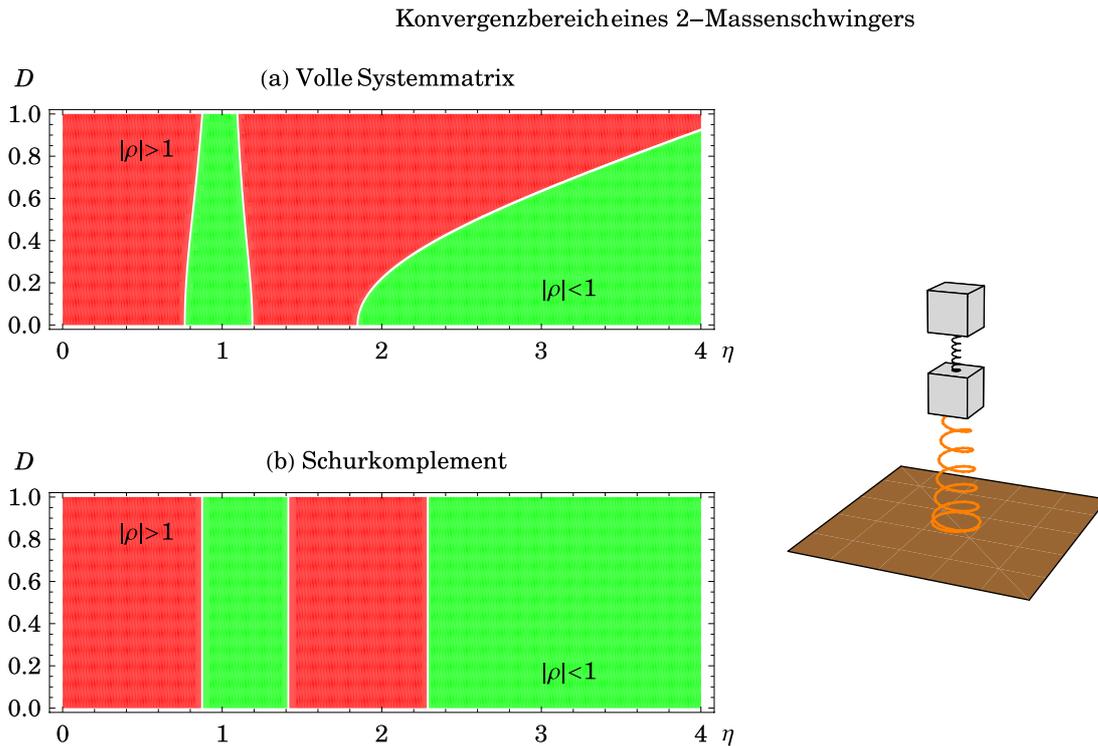


Bild 3-13: Konvergente (grün) und nichtkonvergente (rot) Bereiche der Iterationsgleichungen eines Schwingers mit zwei identischen, mit einer Feder gekoppelten Massen. (a) nach (3-29). (b) nach (3-30)

Die Beobachtungen an den eigenen numerischen Experimenten decken sich mit den Ergebnissen der Literatur. Es lässt sich praktisch keine Vorhersage a priori darüber machen, ob die iterative Lösung eines Boden-Bauwerk-Iterationsproblems zu einer konvergenten Lösung führen wird, oder ob sie divergieren wird.

3.7.4.3 Starres Fundament auf homogenem Halbraum

Für eine erweiterte Prüfung der bisherigen numerischen Experimente wurde die Iterationsgleichung (3-32) der in Kapitel 3.2 beschriebenen Referenzimplementierung der FEM-BEM-Kopplung von Hirschauer [71] hinzugefügt. Gegenüber der parallelen Variante wurde die Implementierung dahingehend geändert, dass für die Kompatibilitätsbedingung in der dritten Zeile von (3-32) die in der zweiten Zeile neu berechnete Strukturverschiebung $\mathbf{u}_I^{(i+1)}$ statt des in der vorherigen Iteration verwendeten Wertes $\mathbf{u}_I^{(i)}$ verwendet wird. Grund dafür ist, dass das Lösen der beiden Gleichungssysteme sequentiell durchgeführt wird, so dass durch diese Modifikation die Anzahl der notwendigen Iterationen verringert werden kann.

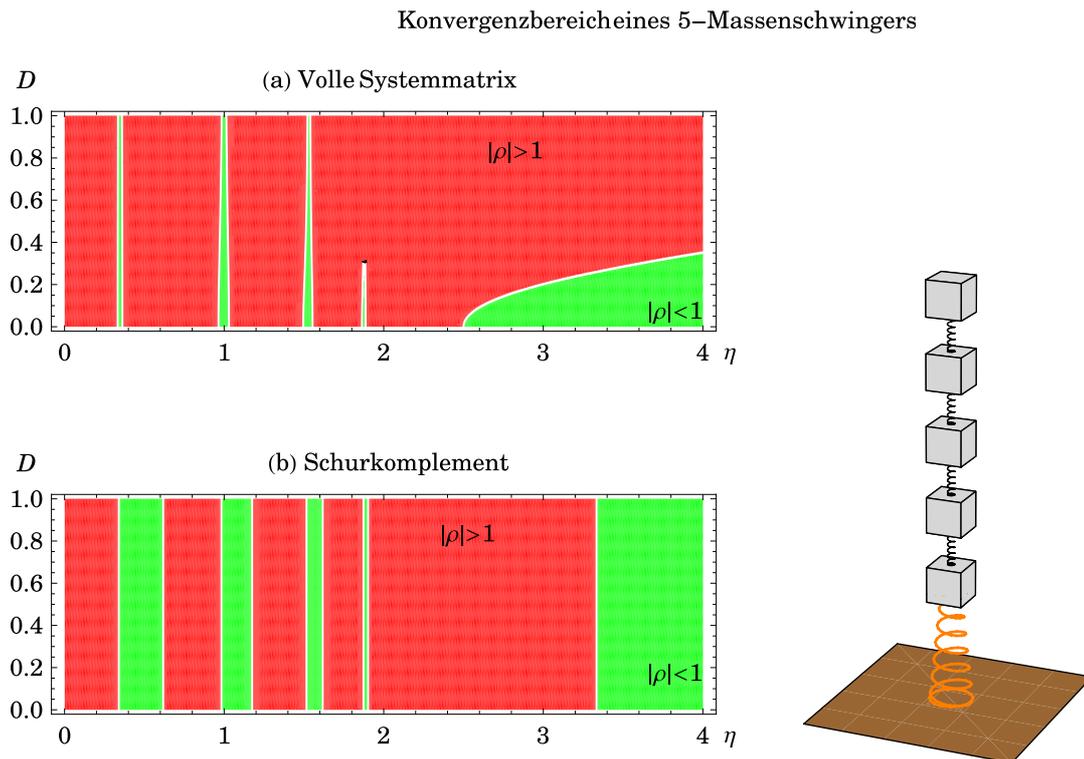


Bild 3-14: Konvergente (grün) und nichtkonvergente (rot) Bereiche der Iterationsgleichungen eines Schwingers mit fünf identischen, mit einer Feder gekoppelten Masse. (a) nach (3-29). (b) nach (3-30)

In der implementierten Form der iterativen Kopplung wird in jeder Iteration zunächst der direkte SPARSE-Gleichungslöser von ANSYS für die Ermittlung der Strukturverschiebungen aufgrund der Kräfte im Interaktionshorizont benutzt. Anschließend wird die LAPACK-Routine ZSYTRS verwendet, um das Gleichungssystem zur Ermittlung der neuen Sohlspannungen aufgrund der iterierten Verschiebungen im Interaktionshorizont zu berechnen. Dabei müssen lediglich während der ersten Iteration die Dreieckszerlegungen der beiden Matrizen durchgeführt werden, da sie sich im Laufe der Iteration nicht ändern. In den nachfolgenden Schritten ist lediglich die Rücksubstitution mit der neuen rechten Seite erforderlich.

Die Berechnungen erfolgten für ein starres Fundament auf einem homogenen Halbraum wie in Bild 3-15 dargestellt. Die horizontalen Abmessungen betragen $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 3.2 \text{ m}$. Die Materialdichte beträgt 2500 kg/m^3 , so dass sich eine Gesamtmasse von 8000 kg ergibt. Das Fundament wird mit einer Punktlast in der Mitte der Fundamentoberkante bei einer Frequenz von 50 Hz belastet. Der Bo-

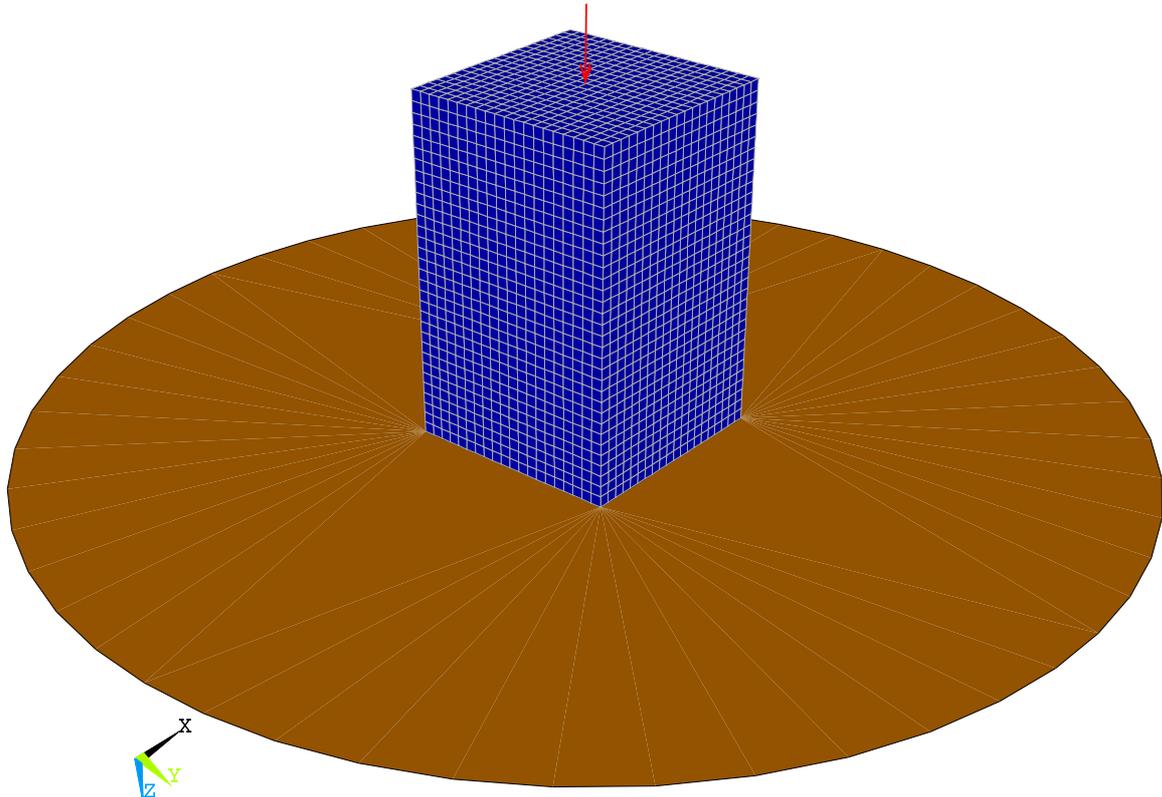


Bild 3-15: Berechnungsbeispiel für iterative Kopplung FEM-BEM

den ist ein homogener Halbraum mit einer Scherwellengeschwindigkeit von 200 m/s, einer Dichte von 1800 kg/m^3 und einer Querdehnzahl von $\nu = 0.4$.

Die Kantenlänge der FEM-Elemente beträgt 0.05 m, bei 2×2 BEM-Elementen pro FEM-Element im Interaktionshorizont. Das Modell hat somit 12800 FEM-Elemente und 14553 FEM-Knoten mit insgesamt 43659 Freiheitsgraden, sowie 1600 BEM-Elementen mit insgesamt 4800 Freiheitsgraden.

Als Abbruchkriterium wurde ein relativer Fehler der Norm des Verschiebungsvektors im Interaktionshorizontes von 10^{-5} gewählt. Die Berechnungen erfolgten auf der Hardware nach Anhang A.3. Zur Beschleunigung wurde ein konstanter Relaxationsparameter α nach (3-34) verwendet.

Das Berechnungsbeispiel lässt sich in guter Näherung als starrer Körper betrachten, und das Gesamtsystem aus starrem Körper und Boden entspricht einem Einmassenschwinger nach Abschnitt 3.7.4.1. Für einen starren Körper auf einem homogenen Halbraum sind Ersatzfederkennwerte bekannt, so dass es a-priori möglich ist zu prüfen, ob die Iteration konvergieren wird. Nach den Empfehlungen des AK 1.4 [40] beträgt die Federsteifigkeit des Bodens im vorliegenden Fall $k = 2.7 \times 10^8 \text{ N/m}$. Dies führt zu einer Eigenfrequenz von

Tabelle 3-5: Anzahl Iterationen und CPU-Zeit und Vergleich mit Substrukturmethode

Relaxationsparameter α	Anzahl Iterationen	CPU-Zeit Dreieckszerlegung BEM-Flexibilitätsmatrix	CPU-Zeit Iterationen	CPU-Zeit Rücksubstitution zur BEM-Steifigkeitsmatrix
0.0	15	15 s	29 s	—
0.1	14	15 s	27 s	—
0.2	14	15 s	27 s	—
0.3	15	15 s	29 s	—
0.4	17	15 s	33 s	—
0.5	21	15 s	41 s	—
0.6	27	15 s	52 s	—
0.7	36	15 s	69 s	—
0.8	56	15 s	108 s	—
0.9	>100	15 s	> 192 s	—
Substrukturmethode		15 s	—	86 s

$f = 29$ Hz. Bei einer Anregungsfrequenz von 50 Hz beträgt das Frequenzverhältnis $\eta = 50/29 = 1.7$. Somit ist nach Bild 3-12 (c) zu erwarten, dass die Iteration konvergieren wird.

Die Iterationszahlen in Abhängigkeit vom Relaxationsparameter und die verbrauchten CPU-Zeiten für die relevanten Berechnungsschritte sind in Tabelle 3-5 zusammengefasst. Die Vermutung, dass die Iteration konvergent ist, wird bestätigt. Es zeigt sich ferner, dass der optimale Relaxationsparameter zwischen 0.1 und 0.2 liegt.

Vergleicht man die verbrauchte CPU-Zeit, so zeigt sich, dass die direkte Lösung der BEM-FEM-Kopplungsgleichung mit der Substrukturmethode etwa die dreifache CPU-Zeit verbraucht wie die schnellste iterative Lösung.

3.7.5 Erdwall auf homogenem Halbraum

Weitere numerische Experimente zur iterativen Kopplung wurden mit einem Modell eines Erdwalls nach Bild 4-4 durchgeführt. Als Wallgeometrie wurde beispielhaft die Wallgeometrie Nr. 11 nach Bild 4-5 mit einer Walllänge von zwei Scherwellenlängen ausgewählt. Die Scherwellengeschwindigkeit von Boden und Wall betrug jeweils 100 m/s.

Neben der Frequenz, die den Bereich zwischen 1 Hz und 100 Hz abdeckte, wurde auch der Relaxationsparameter im Bereich von 0 bis 1 variiert.

Im Gegensatz zum Fundament auf dem Halbraum zeigte keine einzige der untersuchten Varianten Konvergenz, sondern alle waren divergent. Ursache dürfte sein, dass es zwischen Wall und Halbraum keinen Steifigkeitssprung gibt.

3.7.6 Zwischenfazit

Die iterative Kopplung mit Hilfe einer Zerlegung der Gesamtsteifigkeitsmatrix nach der Substrukturmethode ist grundsätzlich geeignet, die Lösung der gekoppelten FEM-BEM-Gleichung für Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme gegenüber einer Lösung mit Invertierung der BEM-Flexibilitätsmatrix nach der Substrukturmethode zu beschleunigen. Voraussetzung dafür scheint zu sein, dass sich das Bauwerk gegenüber dem Boden näherungsweise wie ein starrer Körper verhält. Selbst dann ist das Konvergenzverhalten noch stark vom verwendeten Iterationsalgorithmus abhängig.

Weisen Bauwerk und Boden ähnliche Steifigkeiten auf, legen die durchgeführten Untersuchungen den Schluss nahe, dass eine Konvergenz nur schwierig zu erreichen ist. Es bleibt daher festzustellen, dass die iterative Kopplung für die praktische Anwendung eher ungeeignet ist.

3.8 Iterative Lösung der Gesamtsteifigkeitsmatrix

3.8.1 Einführung

Die einer FEM-Diskretisierung entstammenden Gleichungssysteme haben die besondere Eigenschaft, dünn besetzt zu sein. Nutzt man diese Eigenschaft beispielsweise dadurch aus, dass nur die von Null verschiedenen Einträge einer Matrix gespeichert werden, so lassen sich FEM-Gleichungssysteme lösen, bei denen die Anzahl der Freiheitsgrade um mehrere Zehnerpotenzen größer ist als bei FEM-Gleichungssystemen, deren vollständig gespeicherte Matrix ins RAM heute üblicher Computer passt. So kann ein Computer mit heutzutage durchaus gängiger Ausstattung mit 64 GB RAM eine vollständige reelle doppelgenaue Matrix von ca. 92000 Freiheitsgraden aufnehmen. Im Extremfall eines einfachen, in viele Elemente unterteilten Balkens, der zu einer Steifigkeitsmatrix mit Bandstruktur mit insgesamt 22 Nebendiagonalen führt, könnten hingegen

bei Abspeicherung nur der von Null verschiedenen Einträge ca. 370 Mio. Freiheitsgrade abgespeichert werden.

Die Vorteile der effektiven Abspeicherung als dünnbesetzte Matrix werden relativiert, wenn direkte Lösungsverfahren verwendet werden. Die bei direkten Lösern zunächst berechneten multiplikativen Zerlegungen der Matrix sind im allgemeinen nicht mehr dünnbesetzt, und können im Extremfall zu vollständig besetzten Matrizen führen. Ein erheblicher Aufwand zur direkten Lösung großer dünnbesetzter Gleichungssysteme wird daher auf das Finden einer Anordnung der Freiheitsgrade in der Zerlegung, die den Speicherverbrauch minimiert, verwendet.

Letztendlich dieselbe Problematik ergibt sich bei der im Abschnitt 3.4 vorgestellten Methode zur Aufstellung der Bodenflexibilitätsmatrix. Während der Aufwand zur Speicherung der Flexibilitätsmatrix aufgrund der gewählten besonderen Struktur sehr gering gehalten werden kann, verliert sie diese Eigenschaft nach ihrer Invertierung zur Bodensteifigkeitsmatrix, und muss als volle Matrix abgespeichert werden, so dass.

Auch bei der Anwendung der Lagrange-Methode nach Abschnitt 3.5 kann die besondere Eigenschaft der Flexibilitätsmatrix nicht vollständig ausgenutzt werden, sofern ein direkter Löser zur Lösung des erweiterten Gleichungssystems verwendet wird, weil durch die Zerlegung wieder die besondere Struktur verloren geht.

Iterative Gleichungslöser hingegen bieten die Möglichkeit, die Struktur der Flexibilitätsmatrix optimal auszunutzen. Eine ausführliche Darstellung der Grundlagen dieser Verfahren sind in der Monographie von Saad (2003, [110]) enthalten, eine Beschreibung der Algorithmen findet sich im Buch von Barret et al. (1994, [20]).

Eine der vielen möglichen Formen der iterativen Verfahren ist bereits im Abschnitt 3.7 angewendet worden. Dort wurde die Matrix des Gleichungssystems additiv in zwei Komponenten zerlegt, und daraus eine rekursive Iterationsvorschrift konstruiert. Der Iterationsoperator und der Lastvektor hängen beide nicht vom Iterationsindex ab. Solche Verfahren werden daher stationäre Verfahren genannt. Klassische Vertreter dieser Klasse sind das Jakobi-Verfahren und das Gauß-Seidel-Verfahren, die in nahezu jedem Werk über lineare Algebra behandelt werden.

Im Gegensatz dazu verwenden instationäre Verfahren Informationen, die während der Iteration gewonnen werden, und passen damit den Iterationsoperator an. Eine geschlossene Darstellung der Iterationsvorschrift ist daher nicht mehr möglich, so dass in der Literatur die Verfahren in Form von Algorithmen präsentiert werden. Die bekanntesten Vertreter instationärer Verfahren werden unter dem Begriff „Krylov-Subspace-Methods“ zusammengefasst.

Diese Verfahren haben gemeinsam, dass während der Iteration stets nur das Produkt aus der Koeffizientenmatrix und einem iterierten Vektor berechnet werden muss. Die Koeffizientenmatrix muss daher nicht explizit verfügbar sein, um das Matrix-Vektor-Produkt auszuführen, sondern kann auch in Form eines Algorithmus vorliegen. Für das im Abschnitt 3.4 vorgestellte Verfahren zur Aufstellung der Flexibilitätsmatrix bedeutet dies, dass auf den expliziten Aufbau der Matrix verzichtet werden kann, und nur mit den komprimiert abgelegten Koeffizienten das Matrix-Vektor-Produkt berechnet werden kann.

Je nach Art der Matrix – komplexwertig oder reell, unsymmetrisch oder hermitesch, positiv definit oder indefinit – sind unterschiedliche Verfahren verfügbar. Bekannte Vertreter instationärer iterativer Verfahren sind das Verfahren der konjugierten Gradienten (CG) für symmetrisch positiv definite Matrizen, und GMRES für allgemeine Matrizen.

Der Nachteil der iterativen Verfahren ist ihre schlechte Konvergenz. Die Krylov-Subspace-Methods haben grundsätzlich die Eigenschaft, dass sie bei exakter Arithmetik in N Iterationsschritten die exakte Lösung eines $N \times N$ Gleichungssystems liefern. Da aber im Computer mit begrenzter Stellenzahl gerechnet wird, kann diese Grenze sogar überschritten werden.

Die Anwendung sogenannter Vorkonditionierer (engl. Preconditioner) kann dafür sorgen, dass die Iteration wesentlich schneller konvergiert. Statt des Gleichungssystems

$$A \cdot x = b$$

löst man beispielsweise das modifizierte Gleichungssystem

$$M^{-1} \cdot A \cdot x = M^{-1} \cdot b \tag{3-41}$$

mit einem Vorkonditionierer M . Die Wahl des Vorkonditionierers ist grundsätzlich frei, es muss nicht einmal eine Matrix sein, sondern kann ein beliebig komplexer Algorithmus sein. Eine wesentliche Anforderung ist, dass er zum einen der Matrix A in gewisser Weise „nahe“ kommt, und dass zum anderen die Aus-

führung der Multiplikation mit einem Vektor „preiswert“ ist. Die Art der Vorkonditionierung in (3-41) wird Links-Vorkonditionierung genannt. Man kennt auch eine Rechts-Vorkonditionierung sowie Mischformen. Details finden sich z. B. bei Benzi (2002, [18]).

3.8.2 Literaturlauswertung

Die Aussagen in der Literatur über die Anwendbarkeit einzelner iterativer Verfahren und deren Konvergenz sind uneinheitlich. Es ist festzustellen, dass es nur eine sehr geringe Zahl von Veröffentlichungen zu diesem Aspekt speziell bei FEM-BEM-Kopplung für Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme gibt. Dahingegen finden sich wesentlich mehr Veröffentlichungen dazu auf dem Gebiet der Berechnung elektromagnetischer Wellenfelder, bei dem auch komplexwertige symmetrische Matrizen entstehen. Ähnliche Matrizen entstehen auch bei der Lösung gekoppelter Felder, wie z. B. bei Zweiphasen-Problemen nach Biot.

Mansur et al. (1992, [101]) vergleichen die iterative und die direkte Lösung linearer Gleichungssysteme aus der BEM für strukturmechanische Problemstellungen und für eine Diffusionsaufgabe. Die Gleichungssysteme haben bis zu ca. 500 Gleichungen. Sie stellen fest, dass das direkte Lösungsverfahren meistens weniger CPU-Zeit verbraucht.

Kurz et al. (1995, [90]) führen die Substrukturmethode mit Schurkomplement bezüglich BEM-Freiheitsgrade für die Maxwell-Gleichung durch. Dies entspricht einer Matrix-Kondensation auf die BEM-Freiheitsgrade. Sie lösen das Gleichungssystem iterativ, so dass die Inverse nicht explizit gebildet werden muss. Eine analoge Vorgehensweise wird von Aiello et al. (2008, [4]) ebenfalls für elektromagnetische Randwertprobleme vorgestellt, aber sie bilden das Schurkomplement bzgl. FEM-Freiheitsgrade, und lösen das resultierende reduzierte Gleichungssystem mit GMRES. Sie stellen fest, dass für ihre Problemstellung eine Vorkonditionierung entbehrlich ist.

Schnack und Türke (1997, [119]) führen an, dass eine erweiterte Matrix wie in (3-21) effektiv mit iterativen Lösern bearbeitet werden kann, jedoch eine Vorkonditionierung erforderlich ist. Sie machen nur generische Angaben, lösen aber keine physikalischen Randwertprobleme.

Mroueh und Shahrour (1999, [105]) untersuchen iterative Verfahren zur Lösung von Boden-Bauwerks-Interaktionsproblemen mit der FEM. Sie verwenden sowohl elastisches Material als auch elasto-plastisches Material nach Mohr-Cou-

lomb für den Boden. Die untersuchten Problemstellungen umfassen die Setzungen einer Flachgründung mit ca. 40000 Freiheitsgraden, die Setzungen eines Einzelpfahles mit ca. 17000 Freiheitsgraden, sowie die Bodenverformungen durch Tunnelvortrieb mit ca. 24000 Freiheitsgraden. Sie untersuchen Kombinationen von iterativem Verfahren (BiCGSTAB, QMR-CGSTAB) und Vorkonditionierern (Jacobi, SSOR-S, SSOR-L). Sie kommen zu dem Schluss, dass für die untersuchten Problemstellungen die Verwendung von SSOR-L als Vorkonditionierer in Bezug auf CPU-Zeit allen anderen deutlich überlegen sei, wohingegen die Wahl des iterativen Verfahrens von geringerer Bedeutung ist.

Topsakal et al. (2001, [127]) untersuchen die Verwendung gängiger iterativer Verfahren (GMRES, BICG, QMR, CGS, BiCGStab und BiCGStab(l)) in Kombination mit ILU- und Diagonal-Vorkonditionierern bei der Lösung der elektromagnetischen Wellenfelder von speziellen Antennenformen. Sie benutzen eine Kopplung von FEM und BEM. Sie stellen fest, dass BiCGStab(l) stets die beste Performance aufweist.

Araújo et al. (2001, [14]) benutzen einen iterativen Löser, um komplexwertige Gleichungssysteme zu lösen, die sich bei der Berechnung von Boden-Bauwerks-Interaktionsprobleme im Frequenzbereich durch Kopplung mehrerer, jeweils mit der BEM diskretisierter Körper ergeben. Sie vergleichen die Performance von J-BiCG sowohl in komplexer, als auch in reeller Arithmetik mit einem direkten Löser. Sie stellen fest, dass der Performance-Vorteil des iterativen Verfahrens im Regelfall groß ist, aber bei hohem Steifigkeitskontrast zwischen Boden und Bauwerk abnimmt und sogar völlig verschwinden kann.

Zu einer ähnlichen Erkenntnis kommen Lee et al. (2002, [92]), die Zwei-Phasen-Medien mit Variation der Entwässerungsbedingungen mit der FEM analysieren. Sie stellen bei Problemstellungen mit freier Entwässerung fest, dass große Steifigkeitskontraste im Erdreich zu einer deutlichen Erhöhung der Iterationen bis zur Konvergenz führt. Sie schlagen verschiedene Varianten der Vorkonditionierung vor, um die Unterschiede auf größere Bereiche in der Matrix zu verschmieren. Bei undrained Problemstellungen ist diese Lösung weit weniger effektiv, weil große Unterschiede in den Koeffizienten zwischen den Druck- und den Verschiebungsfreiheitsgraden am selben Knoten auftreten, so dass sie räumlich nicht verschmiert werden können. Sie benutzen PCG und QMR für ihre Berechnungen, und können keine signifikanten Unterschiede zwischen den beiden Verfahren feststellen.

Carpentieri et al. (2004, [28]) vergleichen die Anwendung verschiedener „approximate inverse“ Vorkonditionierer bei der Lösung von Gleichungssystemen, dessen Matrizen der Berechnung von elektromagnetischen Wellenfeldern bei praxisrelevanten Problemstellungen mit der BEM entspringen. Als Löser werden GMRES mit Restart und QMR eingesetzt. Sie kommen zu dem Schluss, dass für die von ihnen betrachtete Problemstellung Vorkonditionierer auf Grundlage der Minimierung der Frobeniusnorm am geeignetsten sind, während klassische Vorkonditionierer wie IC (Incomplete Cholesky), AINV und FSAI ein sehr schwaches Konvergenzverhalten bewirken. Es sei hier angemerkt, dass Carpentieri et al. ihre Matrizen als „dense“ bezeichnen, der Anteil an von Null verschiedenen Elementen jedoch nie mehr als 10 % beträgt.

Valente und Pina (2006, [129]) untersuchen $A^T A \cdot x = A^T \cdot p$ mit dem CG-Verfahren für BEM und verwerfen es mit Verweis auf andere Literatur. Desweiteren vergleichen sie verschiedene Vorkonditionierer mit verschiedenen iterativen Lösern, können aber keine allgemein gültige Empfehlung zur Wahl eines Verfahrens geben.

3.8.3 Machbarkeitsstudie

Die Ergebnisse der Literaturrecherche zeigen, dass der effiziente Einsatz eines iterativen Gleichungslösers nahezu untrennbar mit dem zusätzlichen Einsatz eines effizienten Preconditioners verbunden ist. Zwar gibt es eine Reihe Standard-Preconditioner, jedoch keiner garantiert eine gute Konvergenz und damit einen Vorteil gegenüber einem direkten Löser.

Da auch in ANSYS mehrere iterative Verfahren implementiert sind, die für die Lösung komplexwertiger Matrizen geeignet sind, wurden mit diesen Lösern Vergleiche mit dem Standard-SPARSE-Löser in Bezug auf Rechenzeit durchgeführt. Ziel dieser Versuche war es, die Machbarkeit der Implementierung eines speziellen Gleichungslösers für die Berechnung mit der komprimierten Boden-Flexibilitätsmatrix nach Abschnitt 3.4 nachzuweisen.

Für Untersuchungen im Frequenzbereich stehen in ANSYS [13] die Löser QMR (Quasi-Minimum-Residual), ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient), und JCG (Jacobi Conjugate Gradient) zur Verfügung. Sowohl bei Berechnungen mit Kopplung nach der Substrukturmethode, als auch mit Kopplung nach der Lagrange-Methode benötigte der ICCG-Löser im allgemeinen die geringste Rechenzeit, konvergierte aber auch nicht immer. Wenn er konvergierte, war er deutlich schneller als ein direkter Löser. Der QMR-Löser benötigte in der Regel

eine höhere Anzahl Iterationen als ICCG, und zeigte mehr Konvergenzausfälle. Dies ist insofern überraschend, als in der Dokumentation zu ANSYS dem QMR eine höhere Robustheit als ICCG zugesprochen wird. Der JCG-Löser zeigte nur sehr selten Konvergenz.

Da der JCG-Löser die Diagonale der Matrix als Preconditioner verwendet, war erwiesen, dass für die FEM-BEM-Kopplung solche einfachen Preconditioner nicht zielführend sein würden. Der gute Performance des ICCG lässt vermuten, dass der IC-Preconditioner trotz der Tatsache, dass die Matrix nicht hermitesch ist, verhältnismäßig effizient sein wird. In der Dokumentation von ANSYS wird der Löser jedoch als Eigenentwicklung aufgeführt und nicht näher beschrieben.

Die Tatsache, dass eine iterative Lösung des Gleichungssystems bei der Kopplung nach der Lagrange-Methode grundsätzlich möglich ist, zeigt das große Potential, das die Entwicklung eines spezialisierten Löser hat. Die Voruntersuchungen zeigen aber auch die potentiellen Fallstricke. Als Konsequenz aus diesen Unsicherheiten wurde auf die Entwicklung eines speziellen Löser zum Einsatz mit der komprimierten Bodenflexibilitätsmatrix zunächst verzichtet.

3.9 Zwischenfazit

Es wurde ein Algorithmus vorgestellt, mit dem bei der Anwendung der BEM auf Boden-Bauwerk-Interaktionsprobleme auf einer Halbraumoberfläche die Aufstellung der BEM-Flexibilitätsmatrix bezüglich CPU-Zeit und Speicherverbrauch nur noch eine Komplexität von $O(N)$ aufweist, statt $O(N^2)$ bei einer allgemeinen Formulierung, mit N der Anzahl BEM-Knoten.

Für die Anwendung mit der Substrukturmethode zur Kopplung von FEM und BEM gehen die Vorteile des Algorithmus verloren, da die Inverse nicht dieselbe regelmäßige Belegung aufweist wie die Flexibilitätsmatrix. Je nach verwendetem Invertierungsverfahren gibt es aber auch dabei Optimierungspotential.

Die Stärken kann der Algorithmus ausspielen, wenn entweder nur ein Gleichungssystem mit der Flexibilitätsmatrix als Koeffizientenmatrix gelöst werden muss, oder wenn im optimalen Fall nur eine Multiplikation der Flexibilitätsmatrix mit einem Vektor ausgeführt werden muss. Für den ersten Fall wurden zwei Verfahren in den Abschnitten 3.5 und 3.7 vorgestellt.

Es konnte ferner gezeigt werden, dass die Lösung des nach der Lagrange-Methode aufgestellten gekoppelten FEM-BEM-Gleichungssystem nach (3-21) mit ei-

nem iterativen Löser gelöst werden kann. Damit ist auch die Machbarkeit eines speziellen iterativen Lösers, der die Struktur der Flexibilitätsmatrix ausnutzen kann, gezeigt. Um die volle Leistungsfähigkeit zu erreichen, ist jedoch zusätzlich die Entwicklung eines speziell angepassten Preconditioners erforderlich, was mit hohem Aufwand verbunden sein kann.

4 Erdwälle als Minderungsmaßnahme gegen Erschütterungen

4.1 Veranlassung

In den letzten Jahrzehnten lässt sich ein sich stetig erhöhender Bedarf an Minderungsmaßnahmen gegenüber Erschütterungen beobachten. Vorschriften zur Einhaltung der DIN 4150-2 zum Schutz von Personen in Gebäuden finden sich mittlerweile selbst in Bebauungsplänen (SenStadtUmwelt, [120]) wieder. Betroffen von Erschütterungsimmissionen sind nicht nur Personen, sondern auch hochempfindliche Geräte und Produktionsanlagen, z. B. in der Mikroelektronikindustrie oder der medizinischen Forschung. Verursacher der Erschütterungen können einerseits Straßen- und Schienenverkehr sein, aber auch Industriebetriebe und Baustellen kommen neben weiteren Ursachen in Betracht.

Beim oberirdischen Schienenverkehr treten Erschütterungen nahezu stets zusammen mit Lärmemissionen durch den vorbeifahrenden Zug auf. Bei der Planung und Realisierung von Bauvorhaben wird in der Praxis üblicherweise zuerst der Lärm in Form von Luftschallemissionen als Problem wahrgenommen, und es werden Schutzmaßnahmen geplant und realisiert. Schallschutzwände werden je nach Anwendungsfall aus einer Vielzahl von Materialien gefertigt, wie z. B. Beton, Aluminium, Stahl und Holz. Gelegentlich sind auch aufgeschüttete Erdwälle als Schallschutzmaßnahme realisiert worden. Insbesondere in Verbindung mit Geogittern, die sehr steile Böschungswinkel erlauben, sind platzsparende Wallquerschnitte möglich, vgl. Bild 4-1 nach Detert (2006, [39]).

Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen ist die Frage, ob Lärmschutzwälle nicht nur Schutz gegen Lärm bieten, sondern auch als Minderungsmaßnahme gegen Erschütterungen geeignet sind.

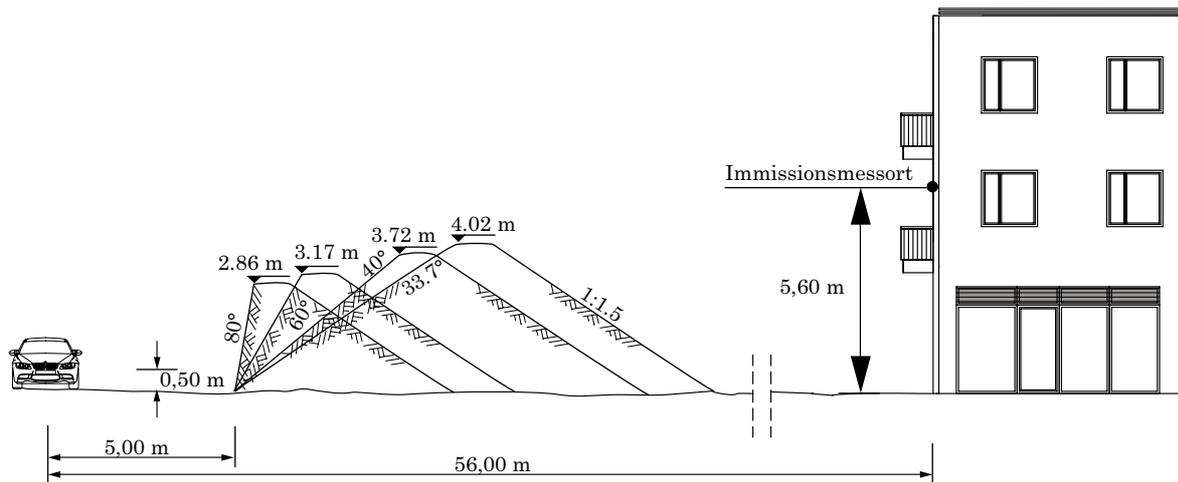


Bild 4-1: Querschnitte von Lärmschutzwällen mit gleichem Abschirmmaß (Lärminderung) von 10 dB(A), nach [39]

4.2 Literaturlauswertung

Beispiele für Maßnahmen zur Minderung von Erschütterungen im Transmissionsweg sind exemplarisch für den oberirdischen Schienenverkehr in Bild 4-2 dargestellt. Neben einem Erdwall sind ein offener und ein vollständig gefüllter Schlitz zu erkennen. Neben den Extremfällen eines offenen und eines vollständig mit hartem Material, wie z. B. Beton, gefüllten Schlitzes wurden auch Mischformen untersucht, wie z. B. Luft-gefüllte Matten, Schlitz mit Schaumfüllung und Hohlkörper. Weitere Minderungsmaßnahmen auf dem Transmissionsweg, die in der Literatur behandelt werden, sind schwere Oberflächenmassen und offene Pfahlreihen.

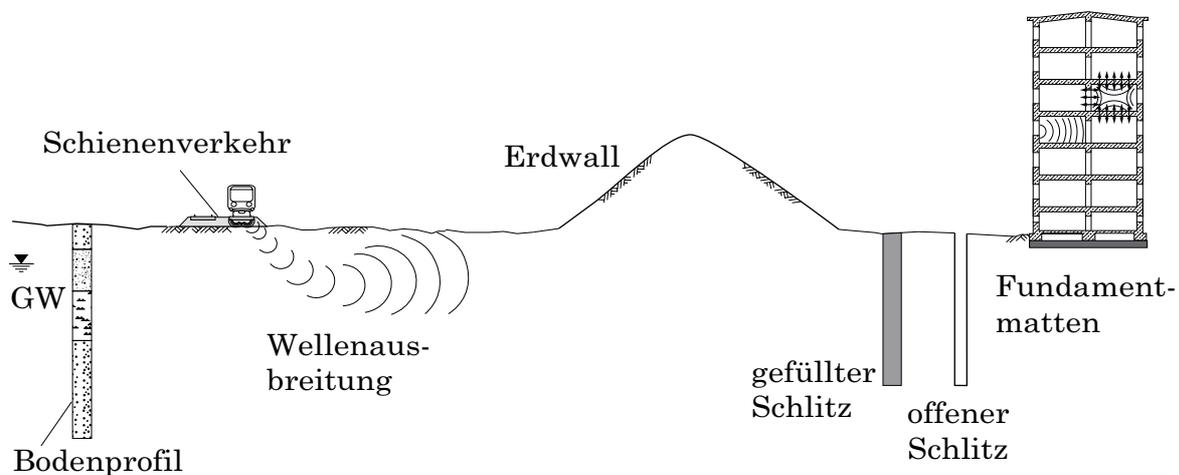


Bild 4-2: Minderungsmaßnahmen im Transmissionsweg bei der Ausbreitung von Erschütterungen am Beispiel des oberirdischen Schienenverkehrs

4.2.1 Bodenschlitze

4.2.1.1 Literaturübersicht

Der Einfluss von Schlitzen auf ein Wellenfeld wird seit den 1960er Jahren untersucht. Die ersten Veröffentlichungen zu diesem Thema stammen von Dolling (1965, [41]) und beruhen auf Versuchen an Schlitzen, die zur Stabilisierung mit einer thixotropen Flüssigkeit gefüllt wurden und am Grundbauinstitut der TU Berlin durchgeführt wurden. Ebenfalls von Dolling (1970, [42]) werden theoretische Untersuchungen über die Abschirmwirkung offener Schlitze durchgeführt und mit Ergebnissen aus systematischen Versuchen im Bereich von 10 bis 100 Hz verglichen. Es zeigt sich, dass mit Schlitziefen von ca. einer Rayleigh-Wellenlänge die Schwingungsamplituden unmittelbar hinter dem Schlitz auf ca. 20 % der Amplituden ohne Schlitz abgemindert werden können.

Etwa zur selben Zeit wurden ähnliche Versuche an der University of Michigan durchgeführt, über die Woods (1968) in [134] berichtet. Woods untersucht sowohl Schlitze in unmittelbarer Nähe zur Anregung („Aktive Isolierung“), als auch Schlitze in größerer Entfernung zur Anregung („Passive Isolierung“). Er stellt fest, dass Schlitziefen größer als das 0.6-fache der Rayleighwellenlänge erforderlich sind, um bei aktiver Isolierung eine Amplitudenreduktion auf 25 % der Amplitude ohne Schlitz zu erhalten. Bei passiver Isolierung stellt Woods fest, dass generell größere Schlitziefen als bei aktiver Isolierung erforderlich sind.

Haupt untersucht in den 1970er Jahren in [68,69] theoretisch und experimentell den Einfluss massiver Störkörper aus Beton auf die Wellenausbreitung im Halbraum. Daneben werden auch Spundwände, Bohrlochreihen und offene Schlitze untersucht.

Beskos, Dasgupta und Vardoulakis (1986) untersuchen in [21] numerisch die Abschirmwirkung offener und Beton-gefüllter Schlitze in einem homogenem Halbraum in 2D und vergleichen ihre Ergebnisse mit denen von Haupt. Diese ersten Untersuchungen werden später von Dasgupta, Beskos und Vardoulakis (1990, [38]) um die Abschirmwirkung in einem homogenen Halbraum in 3D, und von Leung, Beskos und Vardoulakis (1991, [93]) um die Abschirmwirkung in einem geschichteten Halbraum in 2D ergänzt. Leung et al. (1991, [94]) berichten auch über Schlitze in Böden mit kontinuierlich mit der Tiefe zunehmender Steifigkeit. Sie kommen zu dem Schluß, dass für eine gleiche Abschirmwirkung die Schlitziefe bei inhomogenem Boden im Allgemeinen größer sein muss als bei homogenem Boden.

Al-Hussaini und Ahmad (1991) entwickeln in [2] und [5] Näherungsformeln für die Prognose der Abschirmwirkung offener und gefüllter Schlitze in einem Halbraum bei vertikaler bzw. horizontaler Belastung. Al-Hussaini, Ahmad und Baker (2000, [6]) vergleichen die Näherungsformeln mit eigenen experimentellen Ergebnissen sowie mit den Ergebnissen von Haupt (1978, [68]; 1981, [69]) und Woods (1968, [134]) und kommen dabei zu einer ausreichend genauen Übereinstimmung.

In der jüngeren Vergangenheit wird von Adam und v. Estorff (2005, [1]) über eine numerische Parameterstudie unter Verwendung der BEM in Zeitbereich berichtet. Darin wird nicht nur der Boden mit dem Schlitz modelliert, sondern auch ein Gebäude, und es werden unmittelbar die Abschirmwirkung des Schlitzes auf die Gebäudeschwingungen untersucht. Sehr ähnliche Berechnungen mit der FEM werden von Çelebi, Goktepe und Kirtel (2011, [31]) vorgestellt.

Von Ju (2004) wird in [78] über eine weitere Parameterstudie unter Verwendung der BEM im Zeitbereich berichtet, in der die Vorbeifahrt eines Hochgeschwindigkeitszuges und deren Auswirkungen auf die Umgebung bei verschiedenen Minderungsmaßnahmen untersucht wird. Der Zug fährt dabei auf einer aufgestellten, auf Pfählen gegründeten Fahrbahn, wodurch die Anregung im Boden sehr tieffrequent ist und auf den Bereich bis ca. 12 Hz beschränkt bleibt. Neben offenen und gefüllten Schlitzen in der Nähe der Fahrbahn wird eine Bodenverbesserung als fahrbahnahe Minderungsmaßnahme untersucht. Ferner wird untersucht, welchen Einfluss massive Gründungsplatten auf die Schwingungen in benachbarten Gebäuden haben, und wie durch einfache konstruktive Änderungen an der Brückenkonstruktion die auftretenden Schwingungen im Boden reduziert werden können. Der Autor kommt zu dem Schluss, dass für den untersuchten Fall ein fahrbahnnaher Schlitz nur sehr bedingt tauglich ist, während massive Bodenplatten am zu schützenden Gebäude eher zu empfehlen sind.

Andersen und Nielsen (2005) berichten in [10] über numerische Untersuchungen mit BEM/FEM-Kopplung. Sie untersuchen neben einem offenen und einem mit Beton gefüllten Schlitz auch einen mit Gummichips gefüllten Schlitz. Ferner werden Bodenverbesserungsmaßnahmen untersucht. In einer Tabelle werden die Vor- und Nachteile der verschiedenen Maßnahmen zusammengefasst.

Von Çelebi et al. (2006) werden in [30] numerische Berechnungen mit der BEM im Frequenzbereich vorgestellt. Es wird die Abschirmung eines Fundamentes durch einen Schlitz im Halbraum bzw. in einer Bodenschicht über starrer Un-

terlage gegenüber einer Anregung durch ein zweites Fundament ermittelt. Dazu werden eine vertikale Anregung, eine Kippanregung und eine Torsionsanregung betrachtet und das Ergebnis in Form von dimensionslosen Kurven dargestellt. Çelebi et al. (2009) berichten in [29] von großmaßstäbliche Versuchen, deren Ergebnisse mit denen von Beskos et al. (1986, [21]), Haupt (1981, [69]) und Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2]) verglichen werden.

Von Hwang und Tu (2006, [72]) wird über experimentelle Untersuchungen berichtet, bei denen die Abschirmwirkung von offenen Schlitzen gegenüber Erschütterungen aus Rammarbeiten untersucht wurde. Die dort ausgeführten Schlitze zeigten keine signifikante Abminderung der Erschütterungsamplituden.

Von Karlström und Boström (2007) wird in [79] über den Einfluss der Zuggeschwindigkeit auf die Abschirmwirkung offener Schlitze berichtet. Es wird gezeigt, dass bei einer Fahrgeschwindigkeit oberhalb der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Oberflächenwelle die Effizienz des offenen Schlitzes deutlich zunimmt.

Um die günstige Wirkung eines offenen Schlitzes erhalten zu können, wurden mit Gas gefüllte Matten entwickelt, die in einen gefüllten Schlitz eingebaut werden. Über deren praktischen Einsatz berichten Massarsch und Corten (1988) in [101] und Massarsch (2004) in [102].

Tsai und Chang (2009, [128]) untersuchen offene Schlitze, die durch eine Spundwand oder durch Schlitzwände eingefasst werden. Es zeigt sich, dass die seitliche Stützung die Wirksamkeit gegenüber einem offenen Schlitz ohne Stützung deutlich herabsetzt. Die Erschütterungen im Boden bei Spundwänden als Stützung des Schlitzes können dabei sogar höher sein als die Erschütterungen ganz ohne Minderungsmaßnahme.

Jesmani et al. (2009) untersuchen in [74] die Wirkung offener kreisförmiger Schlitze auf die Isolierung gegen Erschütterungen aus einer dynamisch belasteten Pfahlgründung. Dabei werden sowohl der Boden, als auch die Kontaktfläche zwischen Boden und Pfahl nichtlinear modelliert. Grundsätzlich wird beobachtet, dass bei großen Pfahl-tiefen auch entsprechend tiefe Schlitze angeordnet werden müssen, um eine signifikante Reduktion der Erschütterungsamplituden zu erhalten.

Sivakumar Babu et al. (2011) stellen in [122] den Vergleich von Messungen und numerischen Berechnungen für den Entwurf eines Schlitzes zum Schutz der

Umgebung vor Erschütterungen aus einem geplanten Testlabor für Asphaltverdichter vor. Die Anregung am Ort des geplanten Testlabors sind sinusförmige Schwingungen mit Wegamplitude von 1.31 mm und 1.95 mm bei jeweils 31 Hz. Sie kommen zu dem Schluss, dass mindestens ein 3 m tiefer offener Schlitz erforderlich ist, damit die Schwingungsamplituden in einer Entfernung von 13.5 m und 29 m von der Quelle unterhalb der menschlichen Fühlschwelle liegen.

4.2.1.2 Zusammenfassung des Kenntnisstandes

Bemessungsdiagramme werden in den bereits erwähnten Veröffentlichungen von Al-Hussaini, Ahmad und Baker [2, 5, 6] entwickelt. Es wird unterscheiden zwischen offenen und gefüllten Schlitzten, zwischen horizontalen und vertikalen Verschiebungen, sowie zwischen aktiver und passiver Schwingungsisolierung. Letztere Begriffe beziehen sich auf die Entfernungen zwischen Erreger und Schlitz, d. h. eine aktive Isolierung liegt vor, wenn der Schlitz nahe an der Erregerquelle liegt und diese etwa kreisförmig umschließt, und eine passive Isolierung liegt vor, wenn der Schlitz weit vom Erreger entfernt liegt. Angaben für horizontale Schwingungen finden sich bei Al-Hussaini und Ahmad in [5].

Die Auswertung der Literatur zeigt, dass ein offener Schlitz die größte Abschirmwirkung besitzt, sofern er tief genug ist. Bei Schlitztiefen von ca. einer Rayleigh-Wellenlänge können die Schwingungsamplituden unmittelbar hinter dem Schlitz auf ca. 20 % der Amplituden ohne Schlitz abgemindert werden. Bei inhomogenen Böden sind größere Schlitztiefen erforderlich als bei homogenen Böden.

Daraus folgt, dass für eine gute Abschirmwirkung bei niedrigen Frequenzen sehr tiefe Schlitzte hergestellt werden müssen. In der Praxis ist die Tiefe eines offenen Schlitzes jedoch stark begrenzt, so dass der Schlitz mit einem flüssigen (z. B. Bentonit) oder festen Material (z. B. Beton) gefüllt werden muss, was wiederum die Abschirmwirkung vermindert. Der mit Beton gefüllte Schlitz dürfte dabei die am häufigsten vorkommende Ausführungsvariante sein.

4.2.2 Bohrloch- und Pfahlreihen

Neben den massiven gefüllten Schlitzten sind auch aufgelöste Strukturen mit und ohne Füllung untersucht worden.

Haupt (1981) berichtet in [69] über Versuche an offenen Bohrlöchern, deren Wirksamkeit jedoch beschränkt ist. Als Ursache werden die Rohre angeführt,

die nach Herstellung der Bohrung im Boden verblieben, um das Bohrloch offen zu halten.

Pfahlreihen wurden beispielsweise von Kattis, Polyzos und Beskos (1995, [80]; 1999, [81]) mit der BEM untersucht. Dabei werden sowohl offene als auch mit Beton gefüllte Pfahlreihen mit bis zu 10 Pfählen untersucht. Es wird berichtet, dass eine Pfahlreihe im Vergleich zu einem Schlitz mit gleichen äußeren Abmessungen eine deutlich verminderte Abschirmwirkung aufweist. Es bleibt anzumerken, dass ein offener Pfahl in der Praxis kaum zu realisieren wäre und daher nur von theoretischen Interesse sein dürfte.

Gao et al. (2006) haben in [58] hintereinander stehende Pfahlreihen mit einem speziellen numerischen Verfahren basierend auf Fundamentallösungen des homogenen Halbraums im Frequenzbereich untersucht. Sie berichten, dass solche Pfahlreihen effizienter sein können als Schlitzte, wobei vermutlich mit Beton gefüllte Schlitzte gemeint sind.

Von Lu, Xu und Wang (2009) wird in [96] über numerische Untersuchungen zur Abschirmwirkung von Pfahlreihen gegenüber einer sich parallel zur Pfahlreihe bewegendem Last berichtet. Dabei wird der Boden als poroelastischer Halbraum betrachtet. Sie kommen zu dem Schluss, dass die rechnerische Abschirmwirkung einer Pfahlreihe in einem poroelastischen Boden höher ist als in einem einphasigen Boden.

Auch von Cai, Ding und Xu (2009) wird in [27] über numerische Untersuchungen von Pfahlreihen in einem poroelastischen Medium berichtet. Im Gegensatz zu den meisten anderen Arbeiten wird dabei als Belastung nicht eine auf der Halbraumoberfläche wirkende Kraft, sondern ein sich im Halbraum ausbreitendes Wellenfeld angenommen. Wie in Lu et al. [96] wird festgestellt, dass bei geringer Durchlässigkeit des Bodens das poroelastische Bodenmodell zu einer rechnerisch höheren Abschirmwirkung der Pfahlreihe führt.

4.2.3 Bodenverbesserungsmaßnahmen

Von Katzenbach et al. (2003, [82]) sowie von Savidis et al. (2003, [117]) wird über Kalk-Zement-Säulen in einer weichen Bodenschicht unterhalb eines Bahngleises berichtet. Dabei werden verschiedene Säulenordnungen sowohl rechnerisch als auch im Großversuch untersucht und es wird festgestellt, dass durch die Säulen die Schwinggeschwindigkeit im Boden deutlich reduziert werden kann. Der Einfluss der Säulen auf die Ausbreitung der Erschütterungen außer-

halb des Gleiskörpers wird nicht betrachtet, da der Schwerpunkt der Arbeiten auf der Ermittlung der Langzeitsetzungen liegt.

Über sehr ähnliche Untersuchungen aus Schweden mit dem gleichen Ergebnis wird von Bahrekazemi et al. (2004, [16]) berichtet.

Von Peplow und Kaynia (2007, [107]) werden ebenfalls unterschiedliche Anordnungen von Kalk-Zement-Säulen an Bahnstrecken untersucht. Mit einem BEM-Modell wird auch die Ausbreitung der Schwingungen in die Umgebung ermittelt und mit Messungen verglichen. Sie kommen zu dem Schluss, dass Kalk-Zement-Säulen bis zu Anregungsfrequenzen von 30 Hz eine einigermaßen gleichbleibende Abschirmwirkung besitzen. Bei darüber hinausgehenden Anregungsfrequenzen ergeben sich sehr unterschiedliche Antwortcharakteristiken der untersuchten Säulenordnungen.

With, Bahrekazemi und Bodare (2009, [133]) berichten über eine ausgeführte Maßnahme zum Schutz vor Erschütterungen und Lärm neben einer Bahnlinie in Schweden. Als Schutz vor Erschütterungen werden Kalk-Zement-Säulen ausgeführt, über denen ein Schallschutzwall aus Sand aufgeschüttet wird. Die Säulen werden so angeordnet, dass sich im Grundriss eine wabenähnliche Struktur ausbildet. Messungen mit und ohne Minderungsmaßnahmen werden durchgeführt, jedoch keine Messung unmittelbar zwischen der Ausführung der Säulen und dem Aufschütten des Erdwalls, so dass der anteilige Einfluss der Einzelmaßnahmen nicht ermittelt werden kann. Nach Ausführung der Gesamtmaßnahmen zeigt sich eine Abminderung der Erschütterungen um bis zu 67 % in unmittelbarer Nähe zu den Säulen. Mit zunehmender Entfernung vom Gleis nimmt auch die Minderungswirkung ab.

Jones et al. (2011) stellen in [75] Ergebnisse von 2D-Berechnungen der Minderungswirkung verfestigter Bodenbereiche vor. Neben Schlitzen und Gräben werden der Fall einer Bodenverfestigung unterhalb des Gleises und der Fall eines verfestigten Bodenkörpers neben dem Gleis untersucht. Der Frequenzbereich beschränkt sich auf 8–16 Hz. Es zeigt sich, dass die Schwingungen im Freifeld je nach Frequenz sowohl größer als auch kleiner werden können. Der stark beschränkte Frequenzbereich lässt jedoch keine allgemeinen Aussagen zu.

4.2.4 Schaumkörper

Ein vielversprechender Ansatz für in der Praxis leicht ausführbare Schlitze wird von Sadegh-Azar (2008, [111]) und Sadegh-Azar und Ziegler (2009, [112])

vorgestellt. Sie berichten von numerischen Untersuchungen und Feldversuchen mit Schlitzten, die mit PU-Schaum gefüllt werden. Dieses Material hat die günstige Eigenschaft, dass es einen hohen Expansionsdruck aufweist, der dazu führt, dass sich Risse im Boden bilden. Wenn die Injektionen in geringem Abstand voneinander eingebracht werden, kann so ein durchgehender, permanent bestehender Isolierkörper erzeugt werden.

Einen nahezu identischen Ansatz haben Alzawi (2011, [8]) und Alzawi und El Naggar (2011, [9]) verfolgt. Auch sie berichten über Versuche und numerische Untersuchungen mit PU-Schaum, der von den Autoren als *GeoFoam* bezeichnet wird. Ein Vergleich der Materialbeschreibungen in [8] und [111] legt die Vermutung nahe, dass es sich um dasselbe Material handelt.

4.2.5 Massive Körper auf der Bodenoberfläche

Die ersten theoretischen Untersuchungen zum Einfluss einer großen Masse im Transmissionsweg werden von Jones und Petyt (1986, [76]; 1993, [77]) vorgestellt. Sie kommen zu dem Schluss, dass generell die größte Abschirmwirkung dadurch erreicht werden kann, dass die Masse nahe an der Quelle aufgestellt wird. Sie stellen ferner fest, dass mit zunehmender Entfernung eines Empfängers vom Erreger die niedrigen Frequenzen einen größer werdenden Anteil an den Schwingungsamplituden haben.

Ford (1990) berichtet in [55] von Versuchen, die mit schweren Massen neben einem Gleis durchgeführt werden. Da die Versuchsergebnisse vom Autor nicht zufriedenstellend erklärbar werden können, wird ein numerisches Modell entwickelt. Er kommt zu dem Schluss, dass schwere Massen nur in eng begrenzten Frequenzbändern mindernd wirksam sind.

Krylov (2007, [88]) untersucht theoretisch die Minderungswirkung von punktförmig gelagerten Massen. Er kommt zu dem Schluss, dass die Abminderung der Schwingungen genau dann besonders hoch ist, wenn die Masse so gewählt wird, dass sie mit der Bodensteifigkeit zusammen eine Eigenfrequenz besitzt, die der Anregungsfrequenz möglichst nahe kommt.

Alic (2013, [7]) untersucht in einer Masterarbeit an der Chalmers-Universität in Göteborg Möglichkeiten, durch Anordnung von einzelnen Massen, Massengruppen und ganzen Gebäuden auf dem Transmissionsweg den Erschütterungseintrag in ein Synchrotronlabor aus Verkehr auf einer 100 m entfernten Straße zu beeinflussen. Sämtliche Untersuchungen werden mit der FEM mit einem sehr

großen linear elastischen Modell durchgeführt. Die Parameterstudie zeigt, dass durch die Anordnung der Massen häufig eine Abminderung der Schwingungsamplituden erreicht werden kann. Allerdings wird auch festgestellt, dass es bei einigen Anordnungen der Massen zu Überhöhungen kommen kann.

Mhanna et al. (2014, [104]) untersuchen die Minderungswirkung von dünnwandigen, mit Wasser gefüllten Aluminiumbehältern mit einer Höhe von 0.75 m und einer Ausdehnung parallel zur Verbindungslinie zwischen Anregung und Schwingungsaufnehmer von ebenfalls 0.75 m. Die Behälter wurden im Abstand von ca. 3 m von einem Schwingungserreger aufgestellt. Mit dieser Anordnung kann eine Abminderung der Schwingungen um bis zu 20 % erreicht werden. Eine numerische Simulation führt zu ähnlichen Ergebnissen, überschätzt jedoch die Minderungswirkung mit zunehmenden Abstand von der Quelle. Weitere numerische Untersuchungen werden zur Abschätzung des Einflusses von Betonklötzen auf einem homogenen Halbraum durchgeführt. Es zeigt sich, dass die Minderungswirkung besonders hoch ist, wenn die Resonanzfrequenz aus Masse und Bodenfeder möglichst weit unterhalb der Anregungsfrequenz liegt. Die Autoren weisen darauf hin, dass ihre Ergebnisse im Widerspruch zu den theoretischen Überlegungen von Krylov (2007, [88]) stehen.

Die Widersprüche über den Einfluss der Resonanzfrequenz eines Masse-Bodenfeder-Systems auf die Minderungswirkung geben Anlass zu überlegen, ob ggf. Sekundäreffekte für die im Versuch gemessenen Schwingungsminderungen verantwortlich sind. Ein Hinweis darauf lässt sich Luong (1996, [97]) entnehmen. In Zentrifugenversuchen wird durch Aufbringung von vertikalen Flächenlasten ein Teilbereich des Bodens statisch vorgespannt. Nach Luong tritt in dieser Barriere beim Durchlauf einer Welle eine erhöhte Energiedissipation durch Reibung an den Kontaktflächen der Bodenkörner auf. Es kann gezeigt werden, dass die Schwingungsamplituden von Wellen hinter der Barriere sehr deutlich gegenüber den Amplituden von Wellen bei einer Versuchsanordnung ohne Barriere abnehmen. Es wäre daher sinnvoll zu untersuchen, ob die von Mhanna et al. (2014, [104]) beobachtete Amplitudenabminderung dadurch hervorgerufen werden, dass im Bereich unterhalb der Wasserbehälter die Spannungen im Boden durch das Eigengewicht der Behälter erhöht werden, so dass beim Durchlaufen einer Oberflächenwelle ebenfalls in erhöhtem Maße Energie durch Reibung zwischen den Bodenkörnern dissipiert wird.

4.2.6 Erdwälle

Es gibt eine größere Anzahl von Veröffentlichungen zum Einfluss von Aufschutungen und ähnlichen geometrischen Gebilden auf die Ausbreitung seismischer P-, SV- und Rayleigh-Wellen, die jedoch hauptsächlich nur die Topographieeffekte auf eine seismische Freifeldanregung zum Inhalt haben, aber nur sehr begrenzt die Wirkung auf die Umgebung.

Sanchez-Sesma und Campillo (1991, [113]; 1993, [114]) untersuchen qualitativ in 2D u. a. einen halbelliptischen Berg unter der Einwirkung von Rayleighwellen, die durch eine Kraft auf der Halbraumoberfläche verursacht werden. In der graphischen Darstellung ist eine Abnahme der Amplituden auf der Rückseite des Berges deutlich zu erkennen.

Chen et al. (2012, [33]) untersuchen qualitativ ebenfalls einen Hügel mit der Form einer Halbellipse auf einem homogenen Halbraum unter dem Einfluss sich horizontal fortpflanzender Scherwellen. Es ist zu erkennen, dass auf der Leeseite des Hügels die Schwingungsamplituden deutlich reduziert werden.

Die dem Autor dieser Arbeit bislang einzige bekannte Veröffentlichung, die sich gezielt mit der Abschirmwirkung von Erdwällen gegenüber Erschütterungen befasst ist von With, Bahrekazemi und Bodare (2009, [133]). Wie im Abschnitt 4.2.3 bereits erwähnt, wird in dieser Veröffentlichung eine ausgeführte Minderungsmanahme für die kombinierte Minderung von Schall und Erschütterungen vorgestellt, bei der zur Erschütterungsminderung Kalk-Zement-Säulen in den Boden eingebracht wurden, und bei der zur Minderung des Luftschalls ein Erdwall oberhalb der Säulen errichtet wurde.

Die Anordnung der Säulen und des Erdwalls sind in Bild 4-3 dargestellt. Die Säulen haben einen Durchmesser von ca. 80 cm und wurden in einem Rasterabstand von 65 cm überschnitten bis zu einer Tiefe von ca. 12 m eingebracht. Die vier Säulenreihen im Querschnitt haben einen Abstand von 3.90 m, die Querreihen einen Abstand von ca. 3.25 m.

Die von den With et al. durchgeführten Messungen wurden erst nach Erstellung von Säulen und Erdwall durchgeführt. Um trotzdem den Einfluss der einzelnen Minderungsmaßnahmen auf die Abschirmwirkung gegenüber Anregungen aus dem Schienenverkehr getrennt abschätzen zu können, werden vereinfachte zweidimensionale FE-Berechnungen durchgeführt. Die Säulen werden dabei als

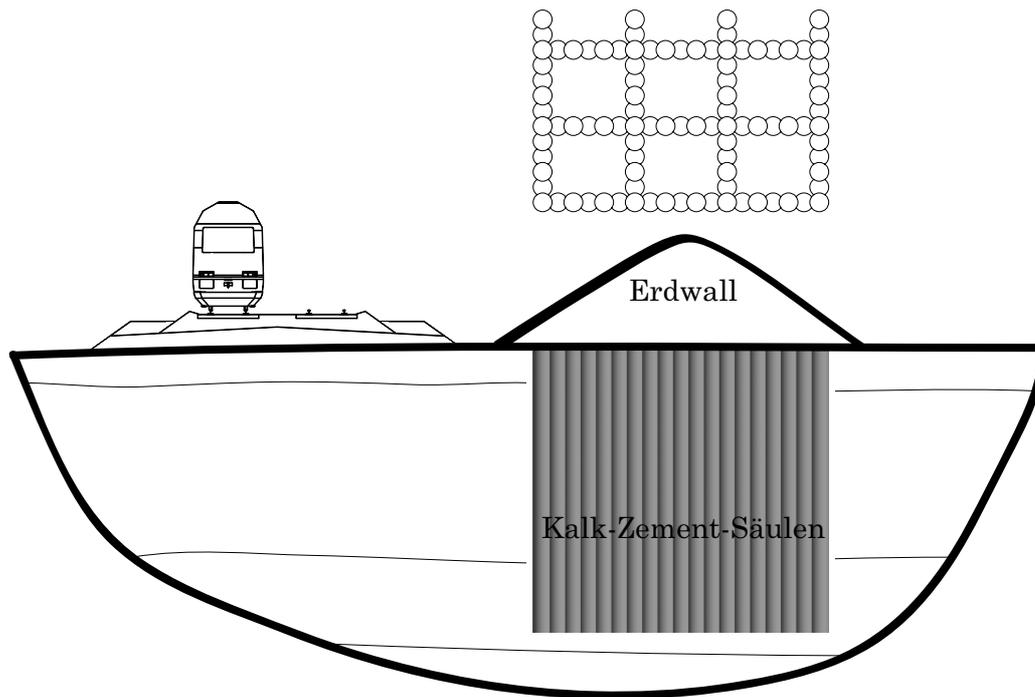


Bild 4-3: Anordnung von Gleis, Kalk-Zement-Säulen und Erdwall, nach [133]

über die Querschnittsfläche der Minderungsmaßnahme verschmiert angenommen. Das Gleis wird nicht modelliert. Als Belastung wird eine Einzellast auf der Bodenoberfläche im Abstand von 6 m zur linken Seite des Erdwalls angesetzt. Als zeitlicher Verlauf der Belastung wird ein einzelner dreiecksförmiger Impuls angenommen. Die Dauer des Impulses wird variiert mit 0.20 s, 0.25 s und 0.30 s, und die Gesamtzeit der Berechnung beträgt 1.5 s. Ausgewertet werden die maximalen vertikalen Auslenkungen an zwei Punkten im Abstand von 30 m bzw. 60 m vom Gleis.

Die Abmessungen des FE-Modells sind so gewählt, dass innerhalb der Gesamtzeit der Berechnung die unweigerlich auftretenden Reflexionen an den Modellrändern keinen Einfluss auf die Auslenkungen am Auswertepunkt haben.

With et al. kommen zu dem Ergebnis, dass ein Erdwall ohne Säulen nur eine sehr geringe Abschirmwirkung hat, und im Abstand von 30 m zum Gleis sogar zu einer Erhöhung der Schwingungen führen kann. Die Ergebnisse unterscheiden sich jedoch stark, wenn die Dauer des Impulses variiert wird. Für den Impuls von 0.20 s Dauer ergibt sich dabei die höchste Abschirmwirkung des Erdwalls allein, was von den Autoren auf den größeren Anteil an höheren Frequenzen im Anregungsspektrum gegenüber den längeren Impulsen zurückgeführt wird.

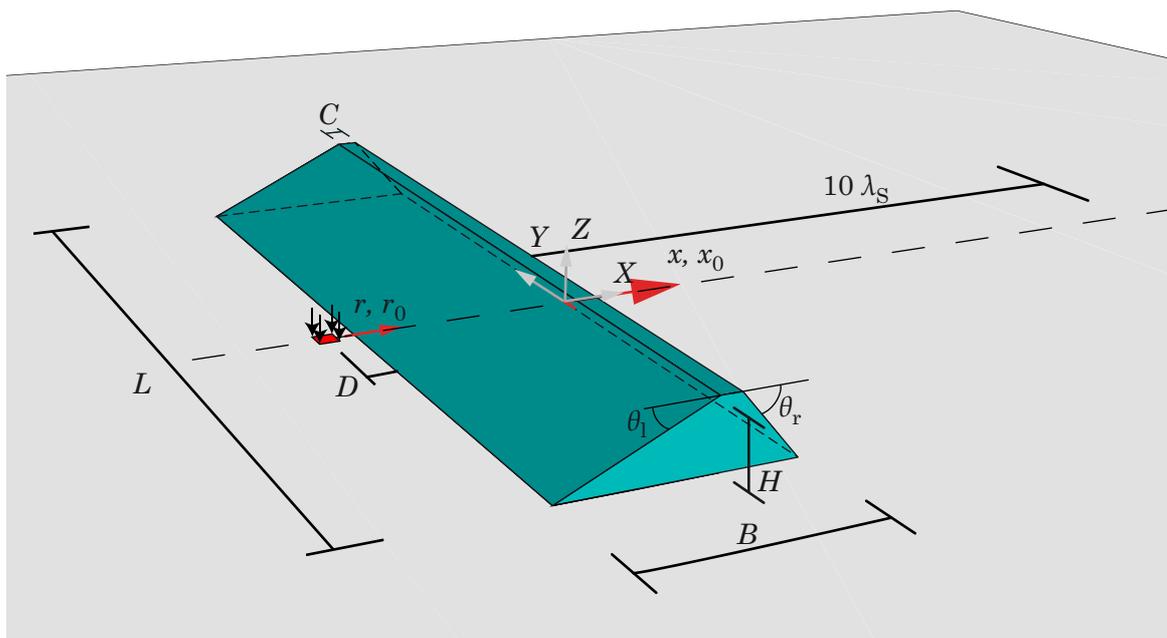


Bild 4-4: Geometrisches Modell des Erdwalles

4.3 Numerisches Berechnungsmodell

In dieser Arbeit wird ein vereinfachtes Modell zur näherungsweise Ermittlung der Erschütterungsminderung eines Erdwalles aus Sand vorgestellt, der auf einem als homogenem Halbraum angenommenen Untergrund errichtet wird. In Bild 4-4 ist das geometrische Modell eines Walles beispielhaft mit den wesentlichen Abmessungen dargestellt. Eine Liste der variierten Parameter ist in Tabelle 4-1 zusammengestellt.

Die Länge L wird frequenzabhängig als Vielfaches der Wellenlänge der Scherwelle im Boden λ_S gewählt:

Tabelle 4-1: Variierte Parameter von Wall und Boden

Parameter	Symbol
Länge	$L = n_L \cdot \lambda_S$
Höhe	H
Böschungswinkel	θ_l, θ_r
Abstand Lastmitte–Wallkante	D
Breite der Dammkrone	C
Scherwellengeschwindigkeit des Halbraums	$c_{S,HS}$
Scherwellengeschwindigkeit des Walls	$c_{S,W}$

$$\lambda_S = \lambda_{S, HS} = \frac{c_{S, HS}}{f} \quad (4-1)$$

mit f der Frequenz und $c_{S, HS}$ der Scherwellengeschwindigkeit des Bodens.

Es sei angemerkt, dass in der Literatur statt der Wellenlänge der Scherwelle sehr häufig die Wellenlänge der Rayleighwelle λ_R des homogenen Halbraums als Normierungsgröße verwendet wird. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleighwelle hängt jedoch nicht nur vom Schubmodul und der Dichte des Bodens, sondern auch von dessen Querdehnzahl ab. Sie beträgt jedoch im für Böden relevanten Bereich der Querdehnzahl 90-95 % der Scherwellengeschwindigkeit (Meskouris et al. 2007, [103]). Daher gilt in ausreichend guter Näherung $\lambda_S \approx \lambda_R$.

Wie in Bild 4-4 zu erkennen ist, wird ein dreidimensionales, in der Länge L beschränktes Modell eines Walles untersucht. Die Überlegungen, die zur Wahl dieses Modelles geführt haben, sowie die Wahl der weiteren Modellparameter werden in den folgenden Unterabschnitten erläutert. Eine detaillierte Liste aller untersuchten Parameterkombinationen ist in Anlage B zusammengestellt.

4.3.1 Modelldimensionalitat

Eine vollständige 3D-Abbildung eines real errichteten Walls und der verteilten Anregungsquellen mit einem Diskretisierungsverfahren verbietet sich in der Regel wegen der großen Längsausdehnung des Walles, die leicht mehrere hundert Meter erreichen kann. Eine 2D-Abbildung, wie sie bei Standsicherheitsnachweisen in der Geotechnik üblich ist, erscheint auch fragwürdig, da dies eine unendlich ausgedehnte gleichphasige Erregerquelle implizieren würde. Selbst ein vorbeifahrender Zug erfüllt diese Bedingungen nicht, da die Schwingungen an diskreten Radaufstandspunkten in das Gleis eingetragen werden, und die Räder mit unterschiedlicher Amplitude und zueinander phasenverschoben schwingen.

Da jedoch, um beim Beispiel des vorbeifahrenden Zuges zu bleiben, weder die Amplitude noch die Phasenlage der Erregerquellen exakt vorherzusagen sind, erscheint es ausreichend, einen Zug als Überlagerung einzelner harmonischer Lasten zu modellieren, die auf der Halbraumoberfläche in der Nähe eines Erdwalls wirken. Da weiterhin ein lineares System vorausgesetzt werden kann, ist es ferner ausreichend, nur eine einzelne harmonische Last zu untersuchen.

Einer Berechnung des Problems mit einem Diskretisierungsverfahren steht bislang noch die sehr große Ausdehnung des Walles im Wege. Es führt kein Weg daran vorbei, die Länge des Walles zu begrenzen. In der Regel ist es dadurch erforderlich, die auftretenden künstlichen Ränder so zu modellieren, dass keine Wellenreflexionen stattfinden. Solche Randbedingungen stehen aber nicht ohne weiteres zur Verfügung, da zwar der Wall abgeschnitten wird, der Halbraum aber nicht.

Ein Ausweg ergibt sich aus der Beobachtung, dass jede Erschütterungsminde- rung durch einen Wall durch denjenigen Bereich des Walls dominiert wird, der sich auf oder in der Nähe der Verbindungslinie zwischen Erregerquelle und dem zu schützenden Objekt auf der gegenüberliegenden Seite des Walls befindet. Daher erscheint es sinnvoll, einen Ausschnitt des Walles als dreidimensionalen Körper auf einem Halbraum abzubilden. Die Seitenflächen werden abgeschnit- ten und verbleiben senkrecht. Als Belastung wird eine punktförmige Last auf der Symmetrielinie in einer sinnvollen Entfernung zum Wall aufgebracht. Die notwendige Modelllänge und der Abstand der Belastung zur Wallkante werden durch Voruntersuchungen festgelegt.

4.3.2 Frequenzintervall

Da hier Erschütterungsprobleme insbesondere aus Schienenverkehr untersucht werden sollen, wird ein Frequenzintervall von 1 Hz bis 100 Hz untersucht.

Es wird angenommen, dass alle Kraft- und Weggrößen eine harmonische Zeit- abhängigkeit der Form

$$u(t) = U \cdot e^{i\Omega t} \quad (4-2)$$

besitzen. Hierbei ist U eine beliebige komplexwertige Amplitude, t ist die Zeit, Ω ist die Kreisfrequenz und $i = \sqrt{-1}$ ist die imaginäre Einheit. Der Einfachheit halber wird im folgenden Text der Exponentialterm weggelassen.

4.3.3 Querschnittsform

Die Anzahl möglicher Wallquerschnitte ist natürlich nahezu unbegrenzt, so dass eine Beschränkung notwendig ist. Eine grafische Zusammenstellung aller untersuchten Querschnitte findet sich in Bild 4-5 und Bild 4-6

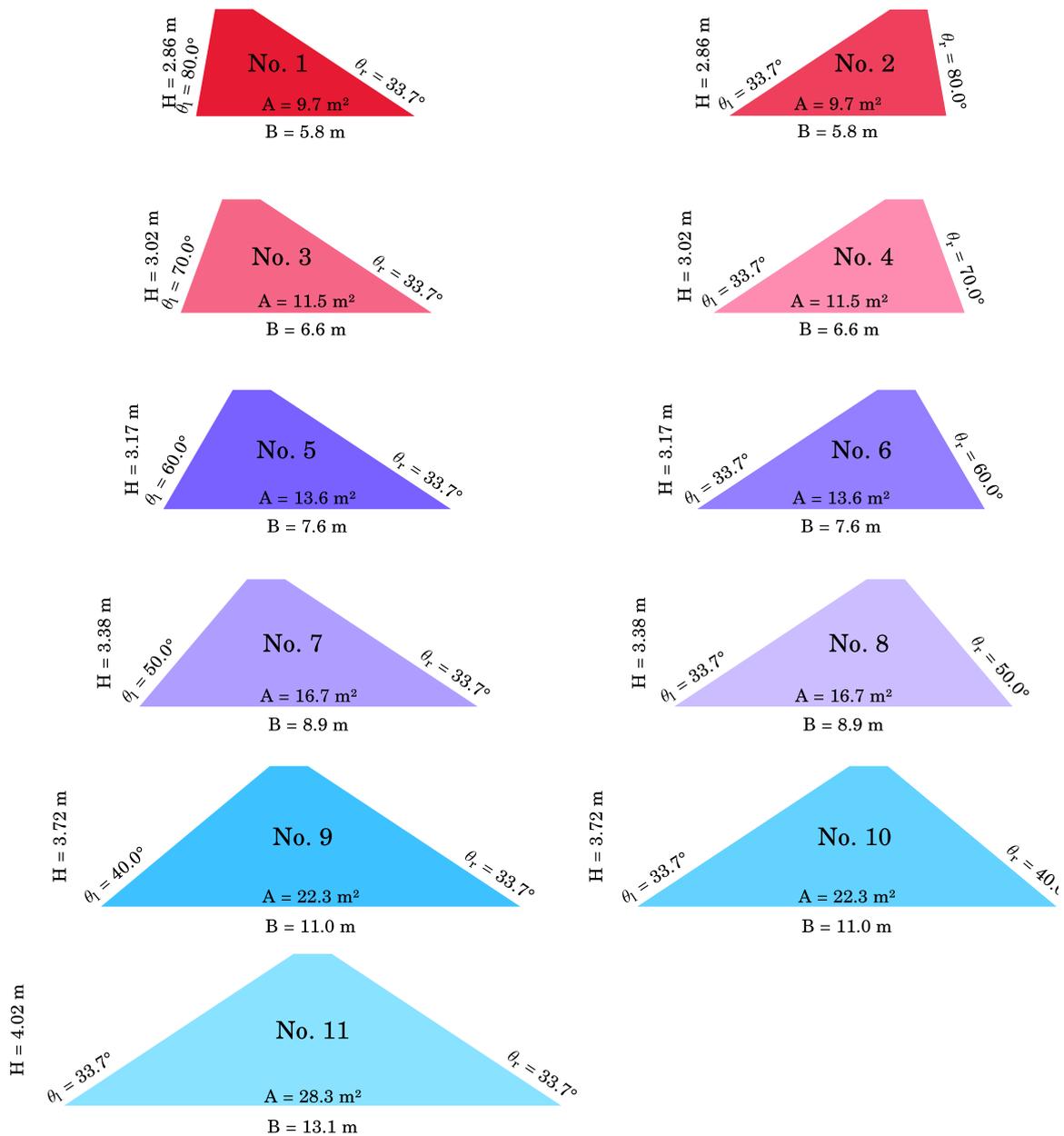


Bild 4-5: Untersuchte Wallquerschnitte, Teil 1: Querschnittsformen von Schallschutzwallen

Da der Ausgangspunkt der Untersuchungen Schallschutzwalle sind, und eine der Fragestellungen darin besteht, zu untersuchen, ob Schallschutzwalle auch gleichzeitig gute Erschutterungsschutzwalle sind, werden zunächst Geometrien untersucht, die bei Lärmschutzwällen anzutreffen sind. Gewählt werden dafür die Geometrien aus Bild 4-1, die als Rechenbeispiel für Lärmschutzwälle von Detert (2006) in [39] untersucht wurden, erweitert für alle Neigungswinkel von 40° bis 80° in Schritten von 10°. Die dazugehörigen Geometrien lassen sich aus [39], Abbildung 3, ableiten. Neben den Geometrien, bei denen die stark geneigte Seite der Belastung zugewandt ist, werden auch die gespiegelten Geometrien untersucht, siehe Bild 4-5.

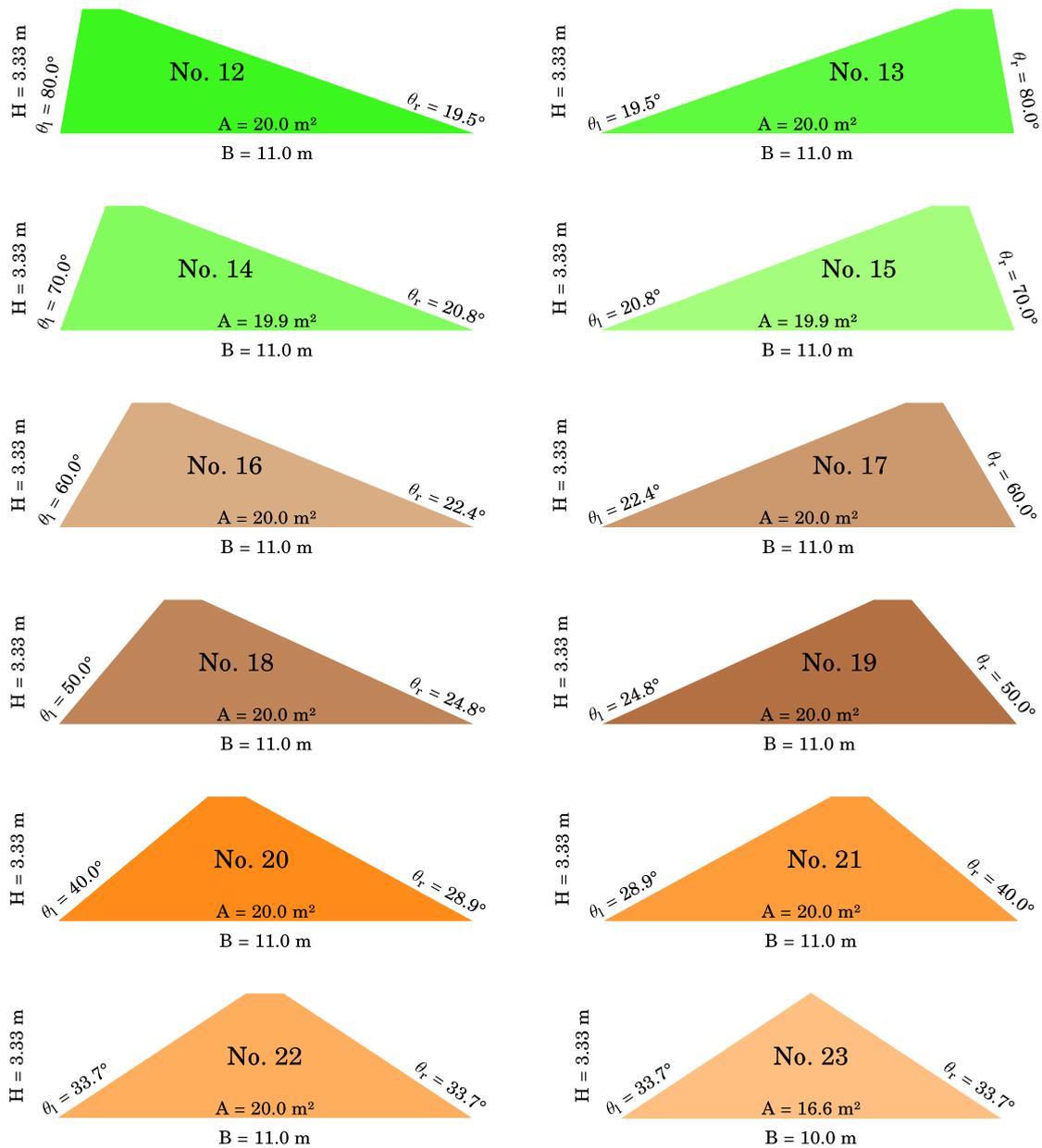


Bild 4-6: Untersuchte Wallquerschnitte, Teil 2: Sonstige Querschnitte

Daneben wird untersucht, welche Querschnittsform bei gleicher Querschnittsfläche von 20 m^2 die bessere Minderungswirkung hat. Dazu werden die Querschnitte aus Bild 4-6 verwendet.

Bei allen Querschnitten wird eine Breite der Dammkrone $C = 1 \text{ m}$ angesetzt. Der Dreiecksquerschnitt No. 23 in Bild 4-6 wird zusätzlich für Voruntersuchungen verwendet.

4.3.4 Materialeigenschaften des Halbraums und des Walls

Für den Boden und für den Wall werden drei Bodentypen definiert, die jeweils einen weichen, einen mittelsteifen und einen steifen Boden repräsentieren. Da nur rein elastisches Bodenverhalten untersucht wird, müssen keine Annahmen über die Bodenart (Sand, Ton, usw.) gemacht werden.

Die verwendeten Materialkenngrößen des Halbraums sind in Tabelle 4-2 zusammengefasst, und die entsprechenden Materialkenngrößen des Walls in Tabelle 4-3.

Tabelle 4-2: Materialeigenschaften der verwendeten Bodentypen im Halbraum

Bodeneigenschaft	Weicher Boden	Mittelsteifer Boden	Steifer Boden
Scherwellengeschwindigkeit $c_{S,HS}$	100 m/s	200 m/s	300 m/s
Rohdichte ρ_{HS}	1700 kg/m ³	1700 kg/m ³	1700 kg/m ³
Querdehnzahl ν_{HS}	0.40	0.40	0.40
Hysteretische Dämpfung ζ_{HS}	0.001	0.001	0.001

Tabelle 4-3: Materialeigenschaften der verwendeten Bodentypen im Wall

Bodeneigenschaft	Weicher Boden	Mittlersteifer Boden	Steifer Boden
Scherwellengeschwindigkeit $c_{S,W}$	100 m/s	200 m/s	300 m/s
Rohdichte ρ_W	1700 kg/m ³	1700 kg/m ³	1700 kg/m ³
Querdehnzahl ν_W	0.30	0.30	0.30
Hysteretische Dämpfung ζ_W	0.01	0.01	0.01

Die Scherwellengeschwindigkeit von 100 m/s kann gemäß Grundbautaschenbuch [130] einem weichen Ton bzw. lockerem Sand zugeordnet werden. Entsprechend steht die Scherwellengeschwindigkeit von 200 m/s für einen mittelsteifen Ton bzw. mitteldichten Sand, und die Scherwellengeschwindigkeit von 300 m/s für einen steifen Ton bzw. einen dichten Sand.

Die für alle Böden als konstant angenommene Rohdichte entspricht nach E DIN 1055-2:2007-01 einem mitteldichte enggestufte erdfeuchte Sand sowie einem weiche erdfeuchte Schluff.

Al-Hussaini und Ahmad haben 1991 in [2] und [5] den Einfluss der Querdehnzahl auf die Minderungswirkung von Beton-gefüllten Schlitzen untersucht. Sie

kommen zu dem Schluss, dass der Einfluss für den untersuchten Bereich von $\nu = 0.30$ bis $\nu = 0.48$ vernachlässigbar gering ist. Daher wird die Querdehnzahl des Bodens in dieser Arbeit konstant mit $\nu_{\text{HS}} = 0.40$ angesetzt. Gemäß den Empfehlungen des Arbeitskreis 1.4 Baugrunderdynamik [40] entspricht dies einem Schluff mit mittlerem Sandgehalt.

Ein Erdwall wird vorzugsweise aus überwiegend rolligem Material hergestellt, da es sich leichter lösen, transportieren und verdichten lässt als bindiges Material. Für den Wall wird daher gemäß AK 1.4 [40] eine Querdehnzahl von $\nu_{\text{W}} = 0.30$ angesetzt.

4.3.5 Belastung

Als Belastung wird eine Flächenlast p , die über eine Lastfläche A_{L} konstant verteilt ist, aufgebracht. Die Kanten der Lastfläche haben stets eine Länge von $L_{\text{P}} = 1/20 \lambda_{\text{S}}$. Die Lastfläche liegt auf der Symmetrielinie des Walls, siehe Bild 4-4. Der Abstand zwischen Wallkante und Mittelpunkt der Lastfläche beträgt $D = 5$ m, siehe auch Abschnitt 4.6.1.

Die größte auftretende Kantenlänge der Lastfläche entsteht bei den in dieser Arbeit verwendeten Parametern bei einem steifen Boden und minimaler Frequenz, d. h. bei $c_{\text{S,HS,max}} = 300$ m/s und $f_{\text{min}} = 1$ Hz. Sie beträgt

$$L_{\text{p,max}} = \frac{c_{\text{S,HS,max}}}{f_{\text{min}}} \cdot \frac{1}{20} = \frac{300 \text{ m/s}}{1 \text{ Hz}} \cdot \frac{1}{20} = 15 \text{ m} . \quad (4-3)$$

Bei einem Abstand des Lastmittelpunkt von der Wallaußenkante von $D = 5$ m ragt die Lastfläche somit um 2.5 m bis unter den Wall. Da nicht zu erwarten ist, dass ein Wall bei einer Länge der Scherwelle im Boden von $\lambda_{\text{S}} = 300$ m eine signifikante Abschirmwirkung hat, kann dieser Umstand vernachlässigt werden. Bereits bei einer Frequenz von $f = 2$ Hz beträgt die Kantenlänge der Last maximal 7.5 m, so dass diese Lastfläche bereits vollständig außerhalb des Walls liegt.

Die kleinstmögliche Kantenlänge der Lastfläche ergibt sich entsprechend bei einem weichen Boden und maximaler Frequenz und beträgt

$$L_{\text{p,min}} = \frac{c_{\text{S,HS,min}}}{f_{\text{max}}} \cdot \frac{1}{20} = \frac{100 \text{ m/s}}{100 \text{ Hz}} \cdot \frac{1}{20} = 0.05 \text{ m} . \quad (4-4)$$

4.4 Diskretisierung

Die Diskretisierung erfolgt mit dem im Abschnitt 3.2 vorgestellten und optimierten Programmsystem zur Lösung von Boden-Bauwerks-Interaktionsproblemen mit Kopplung von FEM und BEM.

Der Damm wird mit achtknotigen Volumenelementen diskretisiert, deren Kantenlängen etwa $1/10$ der kleineren Scherwellenlänge von Boden und Wall betragen. Die Unterseite des Walls wird als Interaktionshorizont gewählt, und sie wird so diskretisiert, dass alle Elementflachen gleich groß und gleich ausgerichtet sind.

Für die Diskretisierung des Bodens werden die Elementflachen des Walls im Interaktionshorizont mit jeweils 2×2 Randelementen diskretisiert. Ab einer Anregungsfrequenz von 50 Hz wird nur noch ein Randelement pro FE-Elementfläche verwendet, um den Rechenaufwand zu begrenzen.

Bild 4-7 zeigt beispielhaft die Diskretisierung eines Walls für die Frequenz 50 Hz und die Länge $2 \times \lambda_S$. Die diskretisierte Umgebung des Walls dient nur zur Illustration, ist aber nicht unmittelbar Teil des Berechnungsmodells, d. h. es sind keine BEM- oder FEM-Elemente.

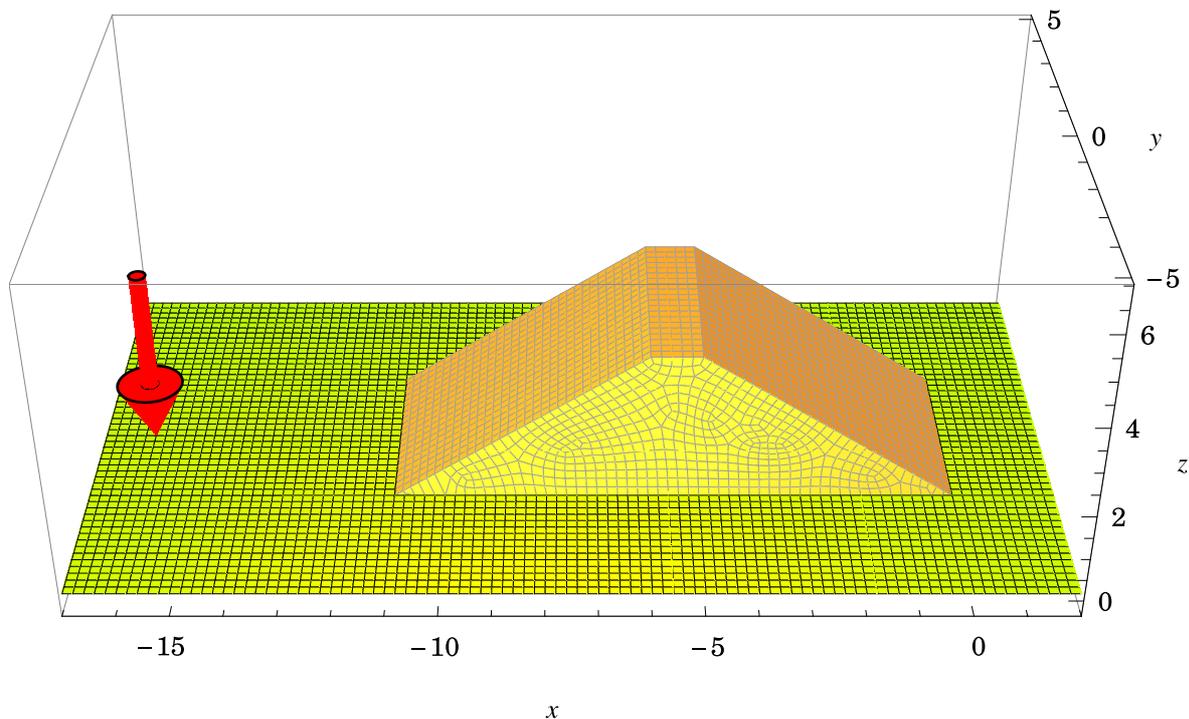


Bild 4-7: Beispiel für die Diskretisierung eines Walls und des umgebenden Freifeldes mit Anregungspunkt

4.5 Auswerteverfahren

Zur quantitativen Erfassung der Minderungswirkung wird eine Abschirmkapazität definiert, die sich in der Definition an die in der Literatur durchgehend gängige Vorgehensweise anlehnt. Zunächst wird das Amplitudenverhältnis A_R für einen beliebigen Punkt an der Oberfläche definiert als

$$A_R = \frac{u_z^+}{u_z^-} \quad (4-5)$$

mit u_z^+ der vertikalen Amplitude an einem beliebigen Punkt auf der Halboberfläche bei vorhandenem Wall, und u_z^- der vertikalen Amplituden am selben Punkt ohne Wall. Alle in (4-5) benutzten Größen sind eine Funktion der Anregungsfrequenz.

In das Amplitudenverhältnis A_R geht nur die Amplitude, aber nicht der Phasenwinkel ein, so dass diese Größe gewissen Schwankungen unterworfen ist. Um zu einem Einzahlwert für die Abschirmwirkung eines Walls zu kommen, wird daher das mittlere Amplitudenverhältnis als geometrisches Mittel über ein vorzuziehendes Gebiet auf der lastabgewandten Seite des Walls definiert. In der Literatur finden sich Beispiele sowohl für halbkreisförmige Gebiete, als auch für Linienzüge. Letztere werden insbesondere bei 2D-Untersuchungen benutzt. Da ein Wall gegenüber einer punktförmigen Quelle einem unendlich ausgedehnten Körper in der Realität nahe kommt, wird in dieser Arbeit das Amplitudenverhältnis ebenfalls über einen linienförmigen Bereich gemittelt. Das mittlere Amplitudenverhältnis wird daher definiert als

$$\overline{A_R} = \frac{1}{n \cdot \lambda_S} \int_0^{n \cdot \lambda_S} A_R(x) dx. \quad (4-6)$$

Das mittlere Amplitudenverhältnis $\overline{A_R}$ wird entlang der x -Koordinate auf einer Linie ermittelt, die durch den Lastmittelpunkt verläuft, d. h. $y = 0$. Dabei ist die Koordinate x der Abstand zur lastabgewandten Wallkante, siehe Bild 4-4. Als obere Integrationsgrenze wird die zehnfache Wellenlänge der Scherwelle λ_S angesetzt ($n = 10$), da die Amplitude in dieser Entfernung vom Wall sehr klein gegenüber der Amplitude unmittelbar hinter dem Wall ist.

Es widerspricht der Intuition, wenn ein Einzahlwert zur Quantifizierung eines Phänomens genau dann zu Null wird, wenn dieses Phänomen besonders stark

ausgeprägt ist. Das mittlere Amplitudenverhältnis $\overline{A_R} = 0$ würde aber genau dann eintreten, wenn der Wall eine totale Abschirmung der Wellen bewirkt. Daher wird abschließend die Abschirmkapazität definiert als

$$C_R = 1 - \overline{A_R} \quad (4-7)$$

Eine Abschirmkapazität $C_R = 0$ bedeutet demnach, dass im Mittel keine Abschirmung auftritt, und eine Abschirmkapazität $C_R = 1$ dementsprechend, dass im Mittel eine vollständige Abschirmung der Erschütterungen erreicht wird.

4.6 Voruntersuchungen zur Parameterstudie

4.6.1 Abstand zwischen Wall und Belastung

Zur Festlegung des Abstandes zwischen Mittelpunkt der Belastung und Wallkante werden Voruntersuchungen durchgeführt. Die verwendeten Parameter des Walls und des Bodens sind in Tabelle 4-4 aufgelistet. Es wird ein symmetrischer Querschnitt mit einer Flankenneigung von 1:1.5 als Wallgeometrie verwendet. Die Belastung wird in 1 m Abstand und in 5 m Abstand von der Wallkante aufgebracht.

Der Vergleich der unterschiedlichen Abstände der Anregung ist in Bild 4-8 dargestellt. Man erkennt, dass der Einfluss des Abstandes vergleichsweise gering ist. Die auftretenden Unterschiede ergeben sich vermutlich dadurch, dass das ungestörte Wellenfeld bei einer näher an der Wallkante gelegenen Anregung stärker gegenüber der Walllängsachse gekrümmt ist.

Tabelle 4-4: Parametersatz für die Untersuchung des Einflusses des Abstandes zwischen Belastungsmittelpunkt und Wallkante

Parameter	Symbol	Wert
Länge	L	$\{2, 8\} \times \lambda_S$
Höhe	H	3.33 m
Böschungswinkel	θ_l, θ_r	1:1.5 $\hat{=}$ 33.7°
Abstand Lastmitte–Wallkante	D	1 m, 5 m
Breite der Dammkrone	C	1 m
Bodentyp des Halbraums	—	Weich
Bodentyp des Walls	—	Weich

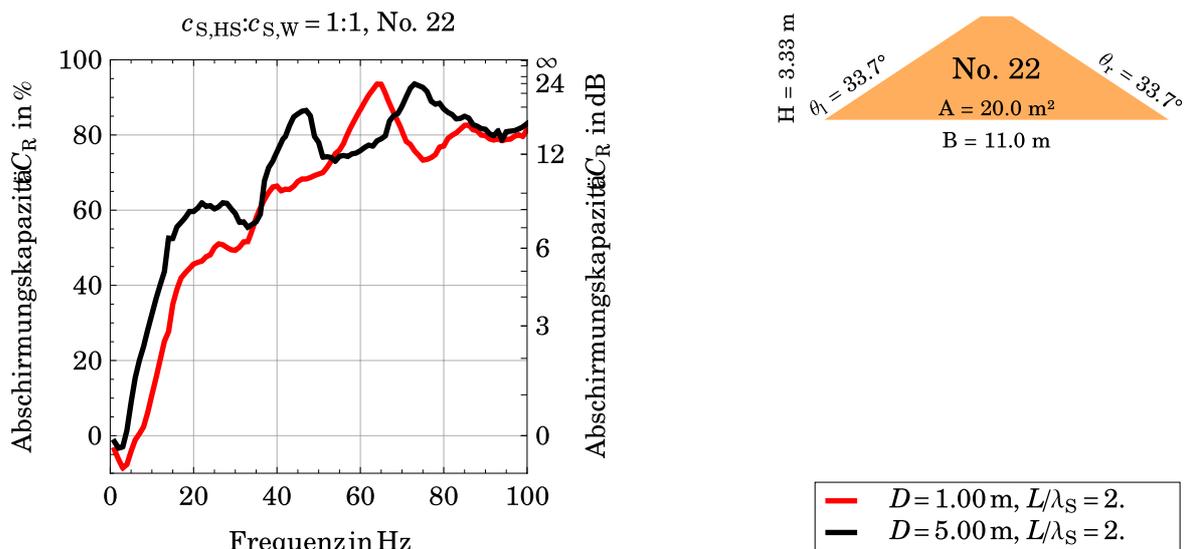


Bild 4-8: Einfluss des Abstandes zwischen Lastmittelpunkt und Wallkante auf die Abschirmwirkung

Für die weiteren Untersuchungen wird ein Abstand des Mittelpunktes der Lastfläche von der Wallkante von $D = 5 \text{ m}$ gewählt, so dass die Lastfläche außer bei einer Frequenz von $f = 1 \text{ Hz}$ vollständig außerhalb der Wallgrundfläche liegt.

4.6.2 Länge des Walls

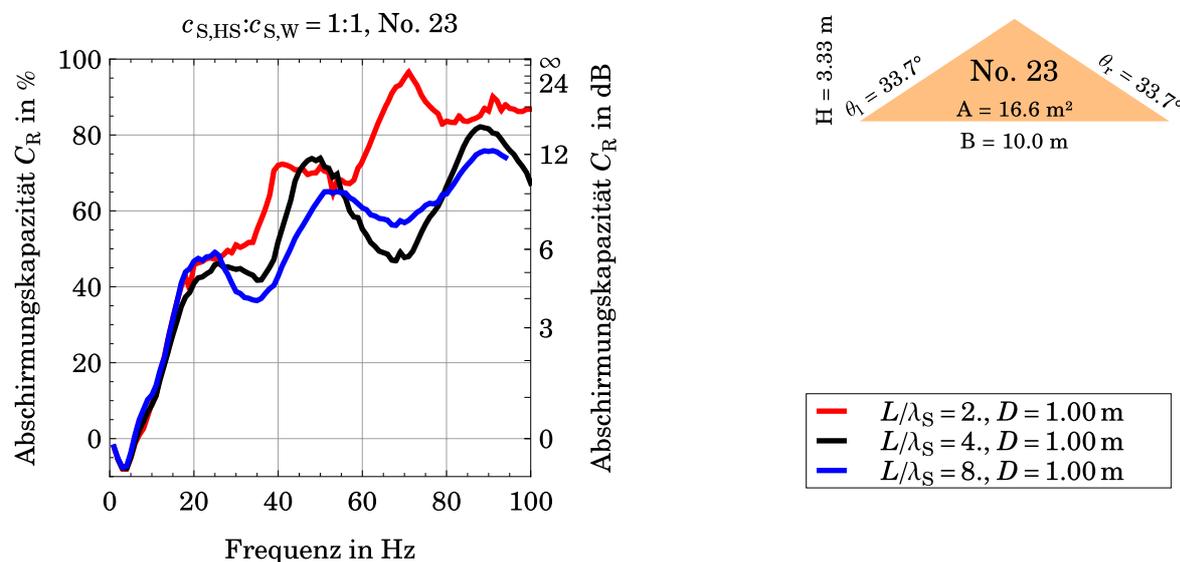
Die rechnerische Abschirmwirkung eines Erdwalls gegenüber Erschütterungen aus einer punktförmigen Belastung hängt zwangsläufig davon ab, wie lang ein solcher Wall ist. Es wäre zu erwarten, dass die Abschirmwirkung bei einem unendlich ausgedehnten Wall am größten ist, und mit der Länge des Walls abnimmt.

Die für die vergleichenden Berechnungen verwendeten Wallparameter sind in Tabelle 4-5 zusammengestellt. Die Abschirmkapazität für Walllängen gleich dem zwei-, vier- und achtfachen der Scherwellenlänge im Boden ist in Bild 4-9 dargestellt.

Man erkennt, dass bis zu einer Frequenz von ca. 25 Hz alle Kurven nahezu identisch verlaufen. Erst danach laufen die Kurven leicht auseinander, wobei die Abschirmkapazität mit zunehmender Länge des Dammes tendenziell abnimmt. Die Unterschiede sind jedoch vergleichsweise gering, sofern man von der Spitze in der Kurve für $L/\lambda_S = 2$ bei ca. 70 Hz absieht.

Tabelle 4-5: Parametersatz für die Untersuchung des Einflusses der Länge des Walls

Parameter	Symbol	Wert
Länge	L	$\{2, 4, 8\} \times \lambda_S$
Höhe	H	3.33 m
Böschungswinkel	θ_l, θ_r	1:1.5 $\hat{=} 33.7^\circ$
Abstand Lastmitte–Wallkante	D	1 m
Breite der Dammkrone	C	0 m
Bodentyp des Halbraums	—	Weich
Bodentyp des Walls	—	Weich

**Bild 4-9:** Einfluss des Dammlänge auf die Abschirmwirkung

Da die Anzahl der Knoten und Elemente im Wall und im Boden proportional mit der Länge steigt, und die Rechenzeit sogar mit der dritten Potenz der Länge steigt, so erscheint es gerechtfertigt, die Parameterstudie mit einer Walllänge von $L/\lambda_S = 2$ durchzuführen. Bei der Auswertung der Parameterstudie ist dann entsprechend zu berücksichtigen, dass die Abschirmwirkung im Mittel um ca. 20 Prozentpunkte überschätzt wird.

4.7 Ergebnisse der Parameterstudie

Zunächst wird im Abschnitt 4.7.1 eine Übersicht über die Ergebnisse aller durchgeführten Parametervariationen gegeben, aus denen sich bereits erste Tendenzen ablesen lassen. Im Abschnitt 4.7.2 werden anschließend einzelne Einflussgrößen im Detail untersucht.

4.7.1 Übersichtsdarstellung

Die Grafiken in Bild 4-10 und Bild 4-11 zeigen die Abschirmkapazität aller untersuchten Parameterkombinationen, aufgeteilt in insgesamt neun Grafiken für jeweils eine Kombination von Bodentyp und Wallmaterial.

Jedes Quadrat zeigt die Abschirmkapazität, die für eine bestimmte Parameterkombination bei einer bestimmten Frequenz rechnerisch ermittelt wurde. Die Farbe der Quadrate steht für die Querschnittsgeometrie und entspricht der Farbgebung in Bild 4-5 und Bild 4-6. Ergebnisse, die mit einer Dammlänge von $L/\lambda_S = 4$ berechnet wurden, sind mit einem grauen Rand markiert, diejenigen für $L/\lambda_S = 8$ mit einem schwarzen Rand.

Die folgenden Phänomene lassen sich unmittelbar beobachten:

1. Der Vergleich der Berechnungen (a), (e) und (i), bei denen für Boden und Wall dieselbe Scherwellengeschwindigkeit angesetzt wurde, zeigt deutlich, dass die Frequenz und die Scherwellengeschwindigkeit im Boden keine vollständig unabhängigen Eingangsgrößen für die Berechnung sind. Skaliert man die horizontalen Achsen in (e) und (i) mit dem Verhältnis der Scherwellengeschwindigkeiten des Bodens zur Scherwellengeschwindigkeit des Bodens in (a), so liegen die Graphen identisch übereinander. Daher lässt sich derselbe Informationsgehalt auch mit weniger Graphen darstellen, sofern statt der Frequenz die Wellenlänge aufgetragen wird. Auf dieses Phänomen wird in Abschnitt 4.7.2.1 im Detail eingegangen.
2. Die Abschirmkapazität ist im untersten Frequenzbereich negativ, d. h. es kommt zu einer Überhöhung der Erschütterungen im Vergleich zur Situation ohne Wall. Ein Wall ist als Minderungsmaßnahme für sehr tieffrequente Erschütterungen somit ungeeignet.
3. Tendenziell steigt die Abschirmkapazität mit zunehmender Anregungsfrequenz.
4. Der Verlauf der Abschirmkapazität über die Frequenz ist für nahezu alle Parametervariationen nicht monoton. Die Abschirmkapazität kann bis zu etwa 30 Prozentpunkte abfallen, um danach wieder anzusteigen.
5. Die Querschnitte mit Rottönen zeigen tendenziell die geringste Abschirmkapazität im gesamten Frequenzbereich. Größere Wallquerschnitte besitzen

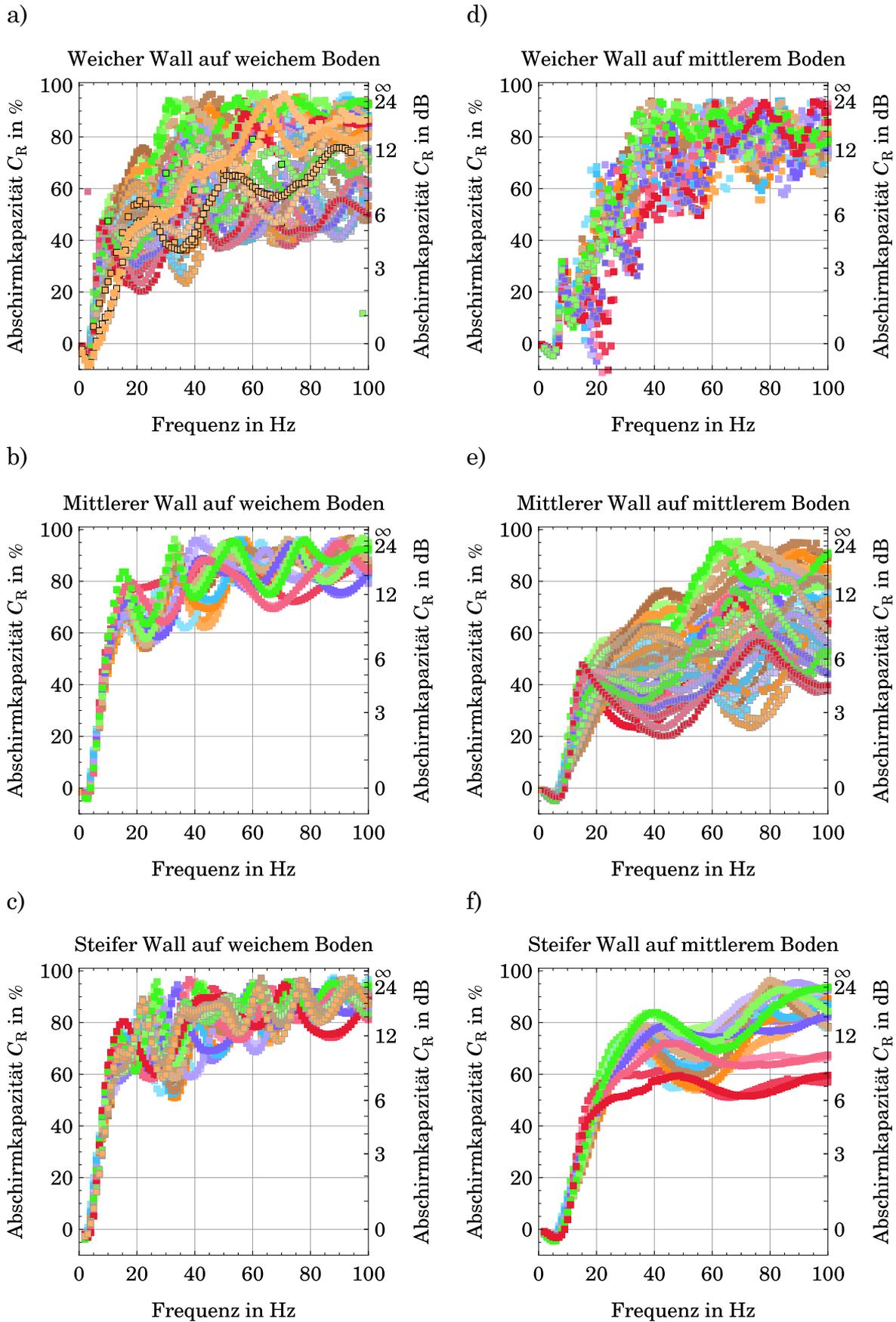
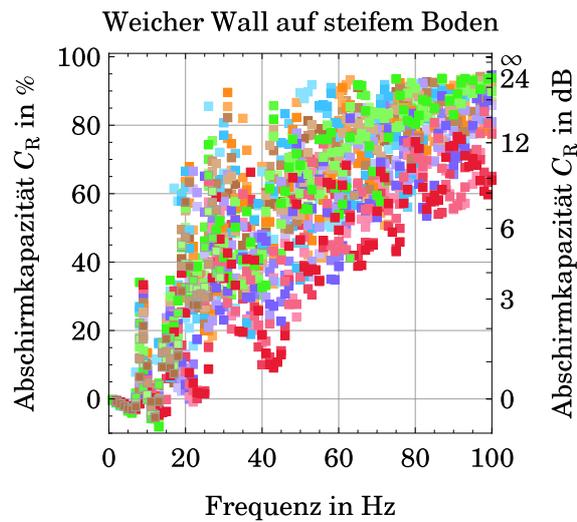
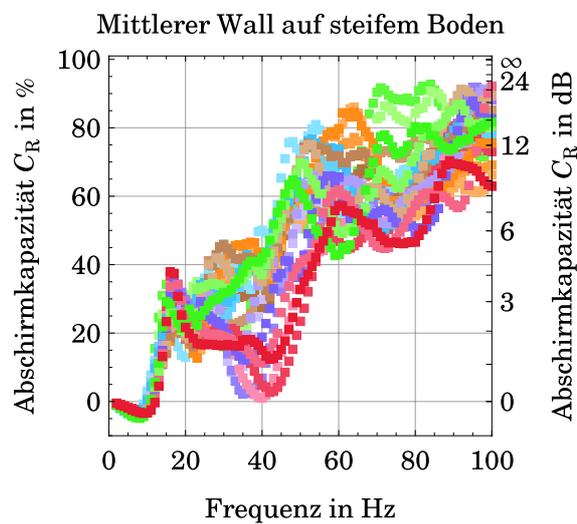


Bild 4-10: Abschirmkapazität untersuchter Parameterkombinationen (Teil 1). Grauer Rand: $L/\lambda_S = 4$, Schwarzer Rand: $L/\lambda_S = 8$. Farbkodierung siehe Bild 4-5

g)



h)



i)

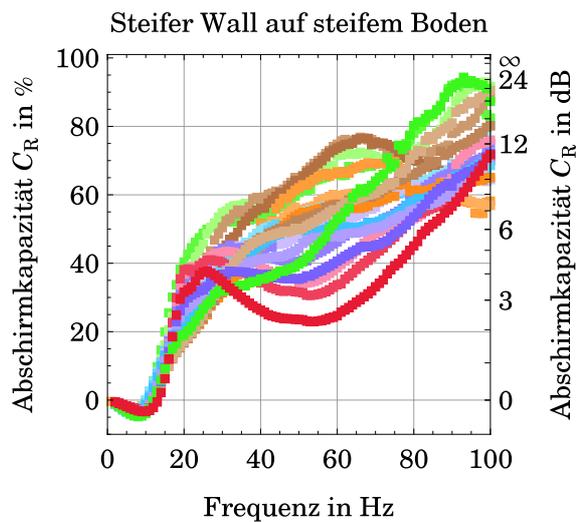


Bild 4-11: Links: Abschirmkapazität untersuchter Parameterkombinationen (Teil 2). Grauer Rand: $L/\lambda_S = 4$, Schwarzer Rand: $L/\lambda_S = 8$. Farbkodierung siehe Bild 4-5 und Bild 4-6

tendenziell eine höhere Abschirmungskapazität als kleinere Wallquerschnitte. Auf dieses Phänomen wird im Abschnitt 4.7.2.2 näher eingegangen.

4.7.2 Detailergebnisse

4.7.2.1 Parameterreduktion

In Bild 4-10 und Bild 4-11 ist in den Fällen mit gleicher Scherwellengeschwindigkeit in Wall und Boden zu erkennen, dass die Abschirmkapazität bei gleicher Wellenzahl¹ identisch ist, siehe Bild 4-12. Das bedeutet, dass Frequenz und Scherwellengeschwindigkeit keine unabhängigen Größen sind, sondern in der Wellenzahl zusammengefasst werden können. Daher ist es ausreichend, die Abschirmkapazität nicht gegenüber der Frequenz, sondern gegenüber der Wellenzahl, und nur die Ergebnisse für den weichen Boden darzustellen. Für jedes Verhältnis der Scherwellengeschwindigkeiten in Wall und Boden wäre diese Darstellung zu wiederholen, so dass statt neun Graphen nur noch sieben Graphen ausreichend sind, siehe Bild 4-13.

Eine weitere Reduktion ergibt sich aus dem Vergleich der Graphen in Bild 4-12 und Bild 4-13 mit jeweils gleichem Boden. Es ist zu erkennen, dass eine besonders starke Streuung der Abschirmkapazität eines Querschnitts über den Wellenzahlbereich genau dann zu beobachten ist, wenn der Wall weicher ist als der Boden. Während bei weichem Boden (Bild 4-12a und Bild 4-13 a,b) nur eine sehr geringe Streuung festzustellen ist, lässt sich bei steifem Boden (Bild 4-12c und Bild 4-13 e,f) eine erheblich größere Streuung feststellen. Es ist somit ausreichend, im weiteren nur diejenigen Fälle zu betrachten, bei denen der Wall weicher ist als der Boden. Damit reduziert sich die Anzahl der zu untersuchenden Fallkombination weiter um drei Fälle auf nunmehr nur noch vier Fälle.

Bei den verbleibenden vier Fällen handelt es sich um diejenigen Fälle, bei denen das Verhältnis von Boden- und Wall-Scherwellengeschwindigkeit 1:1, 1.5:1, 2:1 und 3:1 beträgt. Die ersten drei Verhältnisse liegen sehr nah beieinander, so dass der Fall 1.5:1 entbehrlich ist, da seine Untersuchung keinen Gewinn an Genauigkeit verspricht.

Es verbleiben somit drei Fälle, die im weiteren einer detaillierten Auswertung unterzogen werden, siehe Tabelle 4-6. Da die hier betrachteten Erregungen wei-

1. Als Wellenzahl wird hier der Kehrwert der Wellenlänge bezeichnet. Die zur Kreisfrequenz analoge Größe wird als Kreiswellenzahl bezeichnet.

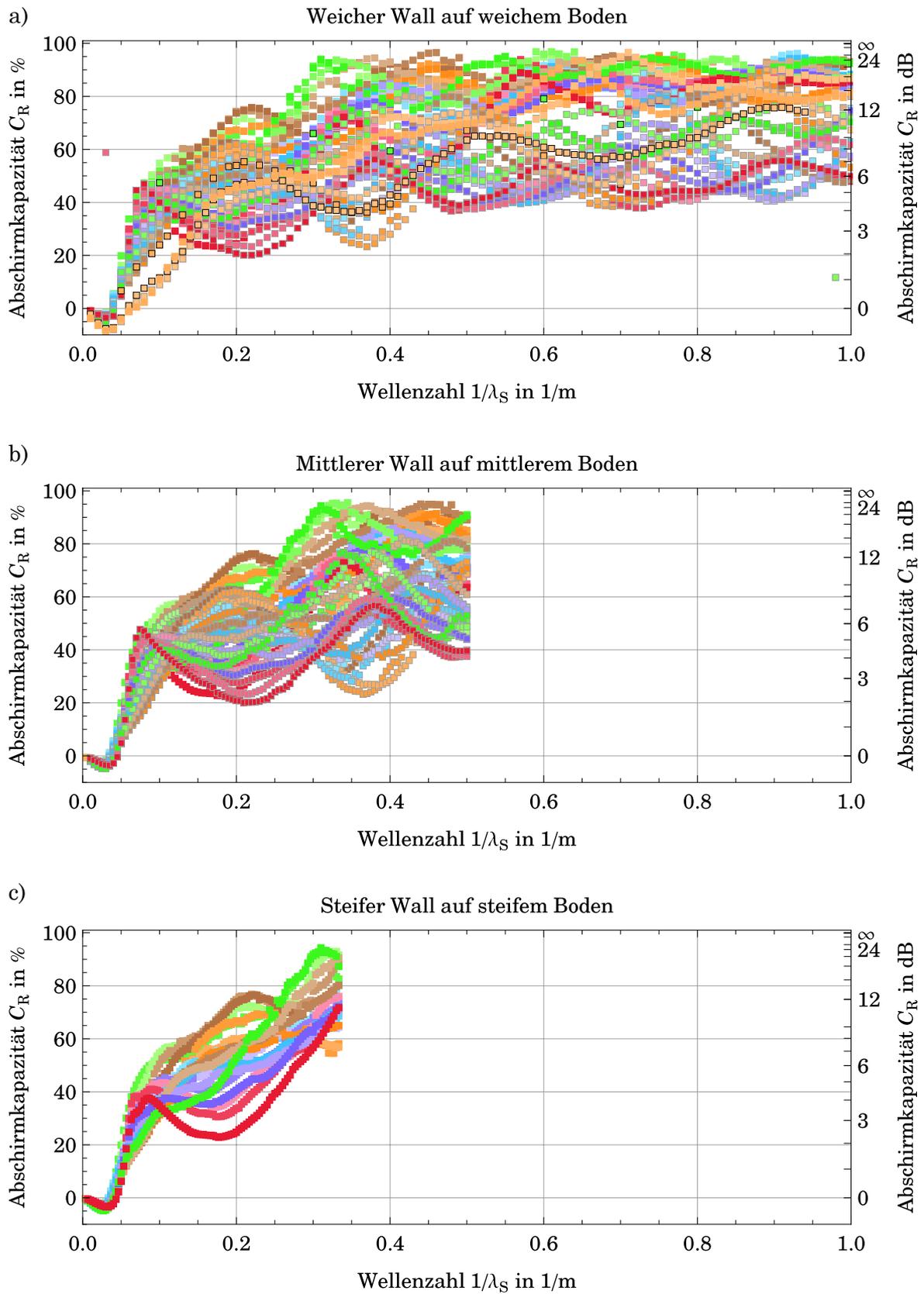
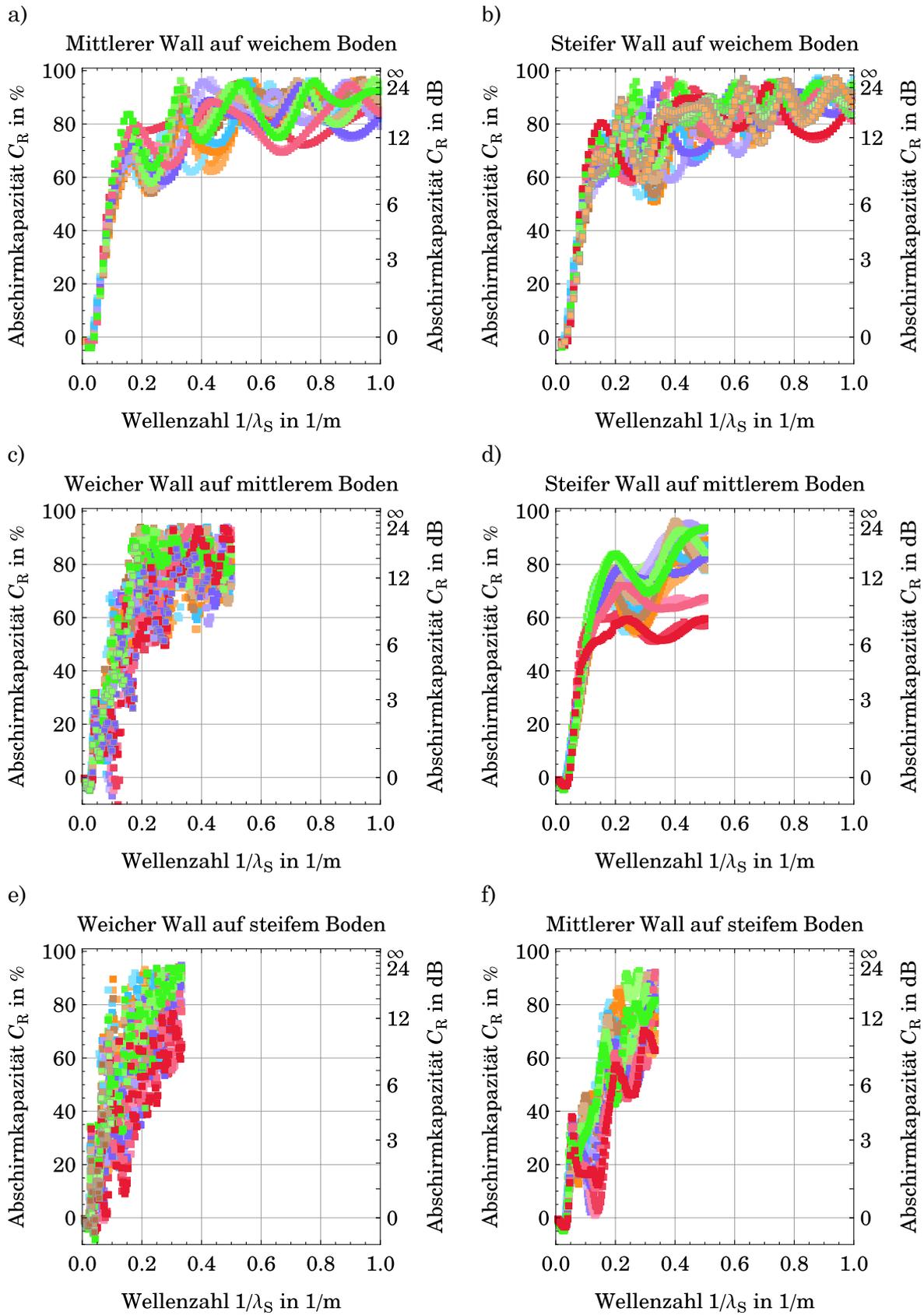


Bild 4-12: Darstellung der Abschirmkapazität über die Wellenzahl bei gleichem Boden in Wall und Halbraum. Farbkodierung siehe Bild 4-5 und Bild 4-6



terhin nur im Frequenzbereich bis 100 Hz auftreten, und die untere Grenze für die Scherwellengeschwindigkeit des Walls bei ausgeführten Wällen kaum unter 100 m/s liegen wird, ergeben sich für die drei Verhältnisse der Scherwellengeschwindigkeiten unterschiedliche Wellenzahlbereiche.

Tabelle 4-6: Reduzierte Parameterkombinationen

Fall-Nr.	$c_{S,HS}$	$c_{S,W}$	Frequenzbereich	Wellenzahlbereich
1	100 m/s (weich)	100 m/s (weich)	0 ... 100 Hz	0 ... 1
2	200 m/s (mittel)	100 m/s (weich)	0 ... 100 Hz	0 ... 1/2
3	300 m/s (steif)	100 m/s (weich)	0 ... 100 Hz	0 ... 1/3

4.7.2.2 Bezug zur Eignung als Schallschutzwall

Eine der Ausgangsüberlegungen der gesamten Parameterstudie war die Frage, ob ein Schallschutzwall auch gleichzeitig ein guter Erschütterungsschutzwall sein kann.

Zur Beantwortung dieser Frage werden die fünf Wallgeometrien, die in Bild 4-1 auf Seite 96 dargestellt sind und nach [39] bzgl. ihrer Schallschutzeigenschaften gleichwertig sind, untersucht. Die Wallgeometrie mit der größten Querschnittsfläche ist dabei diejenige Querschnittsform, die sich aus den einschlägigen Richtlinien zur Errichtung von Erdbauwerken im Straßenbau ergibt, und einen Böschungswinkel von 1:1.5 besitzt. Die anderen drei Querschnittsformen weisen einen zur Lärmquelle hin wesentlich steileren Böschungswinkel auf, der sich durch Anwendung von Geotextilien erreichen lässt. Durch den steilen Böschungswinkel ergeben sich wesentlich kleinere Gesamtquerschnitte bei gleicher Schallschutzwirkung, so dass diese Querschnitte wirtschaftlich attraktiv sind.

Die Ergebnisse sind in Bild 4-14 für drei Kombinationen aus Bodentyp und Wallmaterial dargestellt. Es zeigt sich, dass der Wall mit der geringsten Querschnittsfläche die im Allgemeinen geringste Abschirmkapazität aufweist, wobei der Abstand zu den drei anderen Querschnittsformen jedoch nicht übermäßig groß ist. Die Abschirmkapazität der drei anderen Querschnittsflächen ist näherungsweise identisch. Dieses Ergebnis stellt sich bei allen drei Materialkombinationen ein.

Man kann somit feststellen, dass Schallschutzwälle mit steilen Böschungswinkeln nicht nur eine hohe Schalldämmwirkung haben können, sondern auch eine befriedigende Erschütterungsschutzwirkung haben.

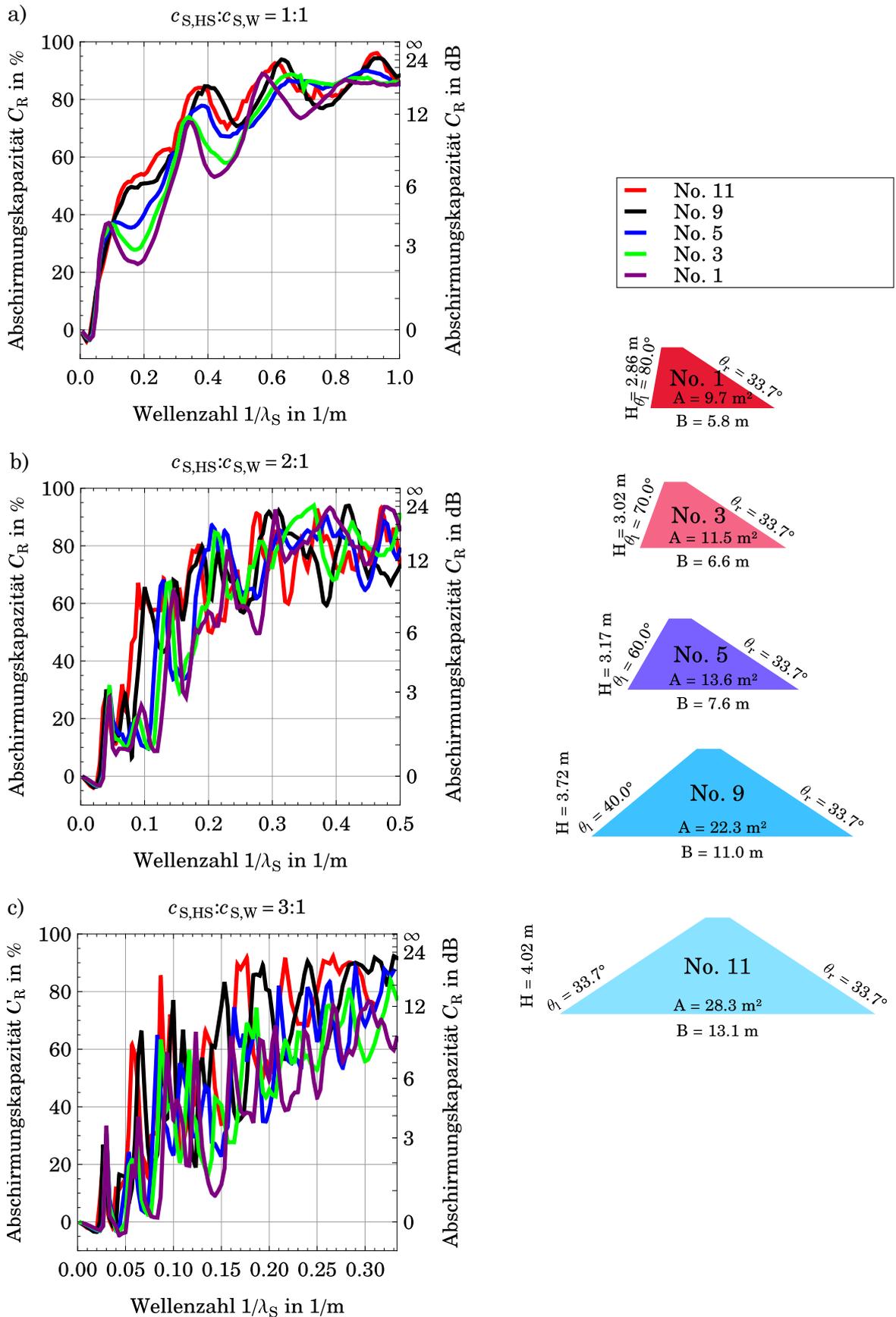


Bild 4-14: Abschirmkapazität von Wallquerschnitten mit gleichen Schallschutzeigenschaften. Weitere Parameter: $L/\lambda_S = 2$, $D = 5\text{ m}$

4.7.2.3 Einfluss der Wallquerschnittsform

Die Ergebnisse aus Abschnitt 4.7.2.2 lassen vermuten, dass die Querschnittsform nur eine untergeordnete Bedeutung für die Abschirmkapazität hat. Um diesen Sachverhalt näher zu untersuchen, werden verschiedene Querschnittsformen untersucht, die sich nur in den Böschungswinkeln unterscheiden, aber dieselbe Höhe und dieselbe Querschnittsfläche besitzen.

Die Ergebnisse sind in Bild 4-15 für Querschnitte mit steilem Böschungswinkel auf der Emissionsseite und in Bild 4-16 für Querschnitte mit steilem Böschungswinkel auf der Immissionsseite dargestellt.

Es ist unmittelbar ersichtlich, dass die Querschnittsform nur einen untergeordneten Einfluss auf die Abschirmkapazität hat, während gleichzeitig größere Querschnittsformen eine tendenziell höhere Abschirmkapazität besitzen als kleinere Querschnittsformen.

4.8 Einfluss eines Walls auf das Freifeld

Zum besseren Verständnis der Interaktion zwischen Halbraum und Erdwall beim Auftreten von Schwingungen im Boden werden die auftretenden Wellenfelder im Wall und an der Bodenoberfläche näher betrachtet. Als Beispiel wird der Wall mit den Parametern nach Tabelle 4-7 ausgewählt. Die Geometrie entspricht No. 22 nach Bild 4-6.

Tabelle 4-7: Parametersatz für die Untersuchung des Wellenfeldes

Parameter	Symbol	Wert
Länge	L	$4 \times \lambda_S$
Höhe	H	3.33 m
Böschungswinkel	θ_l, θ_r	$1:1.5 \hat{=} 33.7^\circ$
Abstand Lastmitte–Wallkante	D	5 m
Breite der Dammkrone	C	1 m
Bodentyp des Halbraums	—	Weich
Bodentyp des Walls	—	Weich

4.8.1 Amplitudenverlauf entlang der Achse Anregung-Wall

In Bild 4-17 wird die Verschiebung der Halbraumoberfläche quer zum Wall auf einer Linie durch den Lastmittelpunkt in dimensionsechter und in dimensionsloser Form gezeigt.

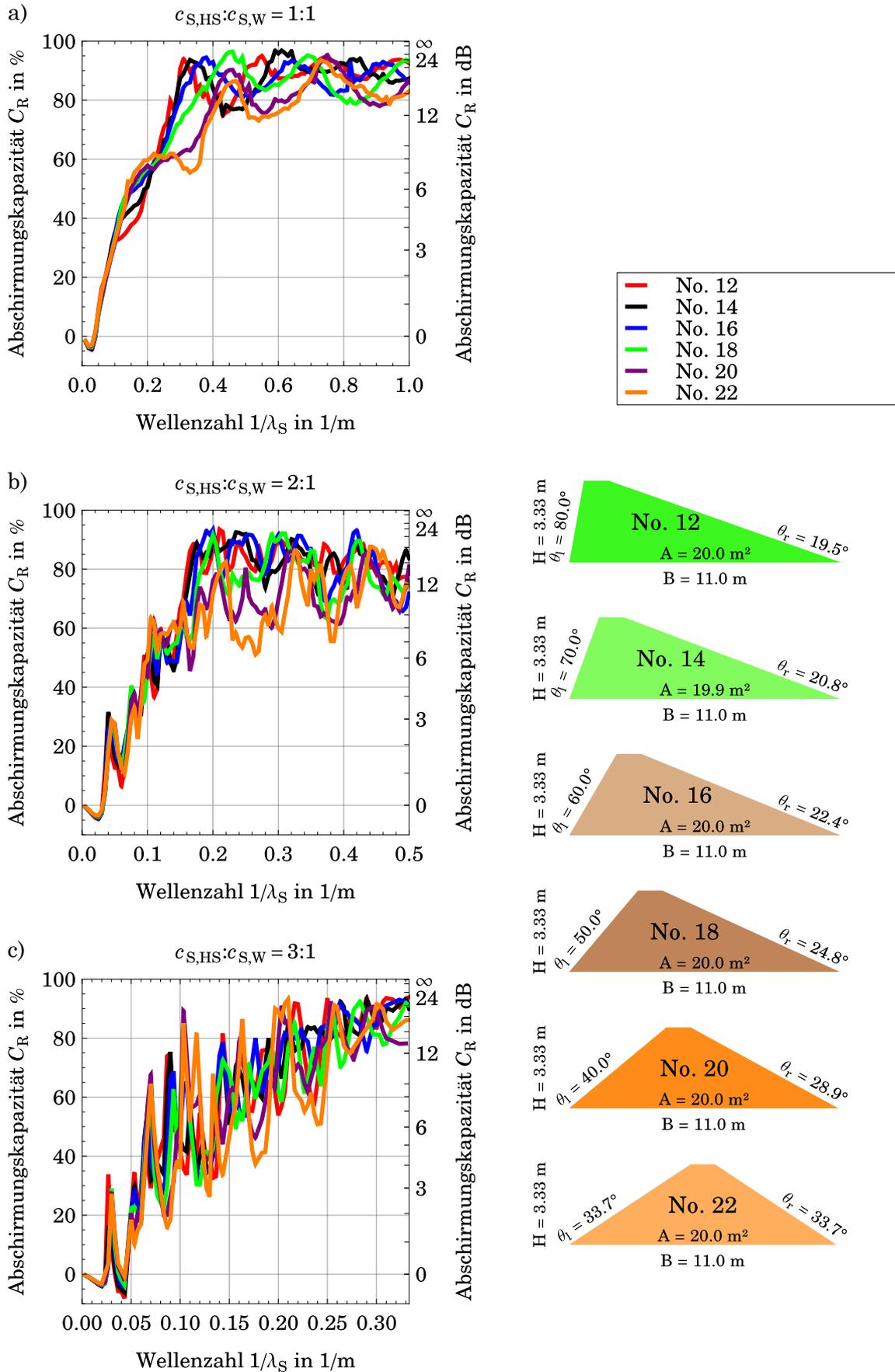


Bild 4-15: Abschirmkapazität von Querschnitten mit gleicher Fläche. Teil 1: steile Böschung auf der Emissionsseite. Weitere Parameter: $L = 2 \lambda_S$, $D = 5$ m

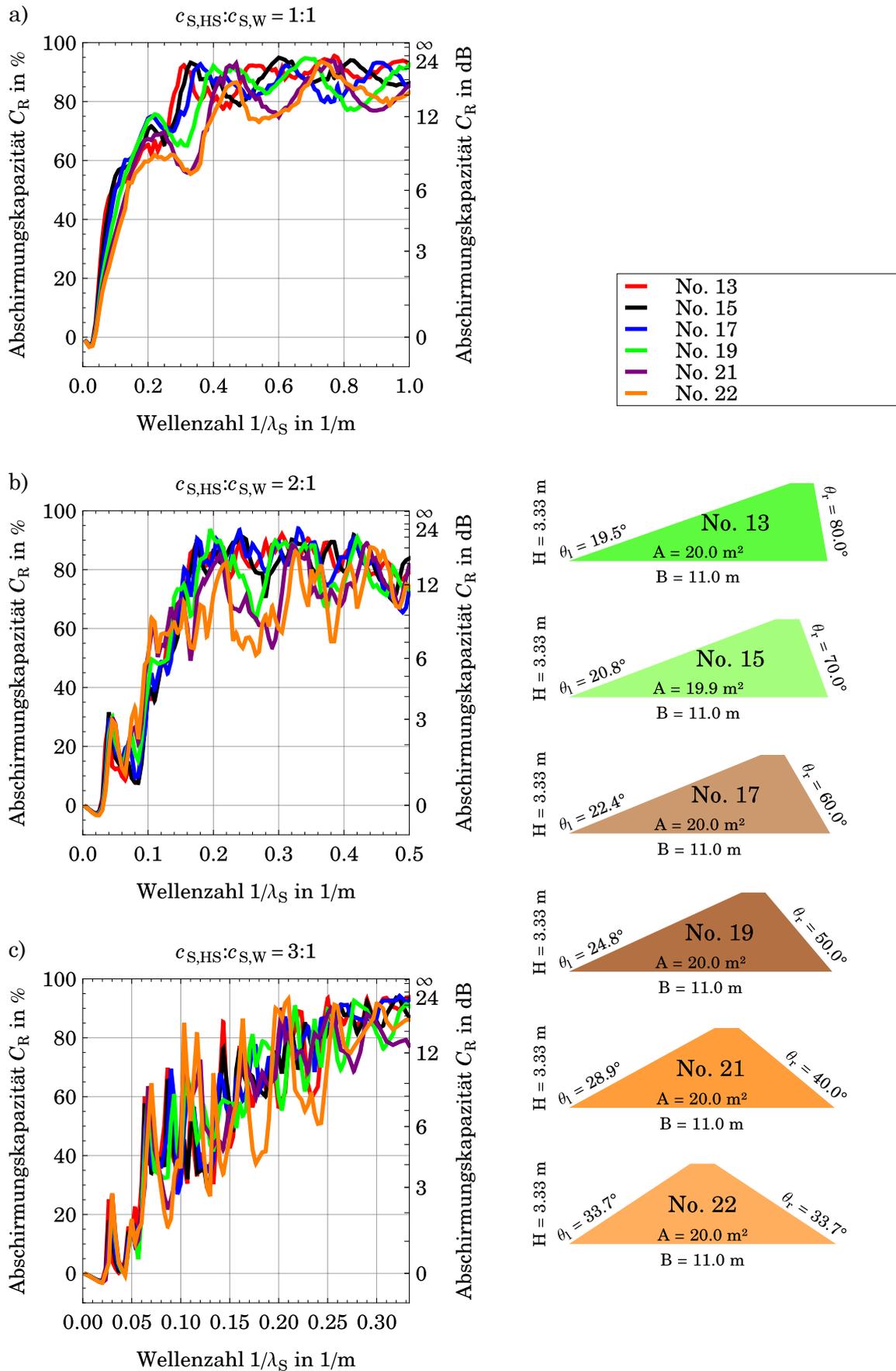


Bild 4-16: Abschirmkapazität von Querschnitten mit gleicher Fläche. Teil 2: steile Böschung auf der Immissionsseite. Weitere Parameter: $L = 2 \lambda_S$, $D = 5\text{ m}$

Da die dimensionsechte Verschiebung ohne den Wall mit der Green'schen Funktion identisch ist, hat sie im Lastpunkt eine Singularität. Daher muss das Intervall, in dem die Verschiebungen dargestellt werden, in ausreichender Entfernung vom Lastpunkt beginnen. Der Nullpunkt der x -Koordinate wurde auf die Auenkannte des Walls auf der lastabgewandten Seite gelegt, und die Darstellung erstreckt sich über 10 Wellenlängen der Scherwelle.

Bei der dimensionslosen Darstellung wird der Abstand x von der Wallkannte mit der Scherwellengeschwindigkeit $c_{S,HS}$ und der Erregerkreisfrequenz Ω zur dimensionslosen Entfernung x_0 umgerechnet. Der dargestellte Bereich erstreckt sich über denselben Bereich wie die dimensionsechte Darstellung, aber zusätzlich über den Bereich bis zum Lastmittelpunkt. Die Verschiebungsamplitude U_z wird mit dem Schubmodul G und dem Abstand r in die dimensionslose Verschiebung g_z umgerechnet es gilt:

$$x_0 = \frac{x \cdot \Omega}{c_{S,HS}}, g_z = U_z \cdot G \cdot r \quad (4-8)$$

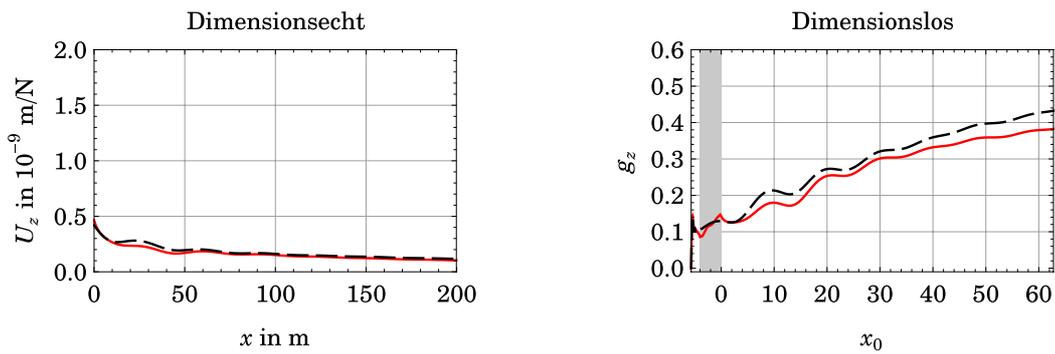
In Bild 4-17 ist bei der dimensionslosen Darstellung deutlich zu erkennen, dass das Wellenfeld auf der lastzugewandten Seite des Walls stets nahezu mit dem Wellenfeld des Halbraums übereinstimmt. Im Bereich des Walls wird das Wellenfeld gestört, und die Amplitude wird bei ausreichend hohen Erregerfrequenzen deutlich abgemindert.

4.8.2 Räumliche Verteilung

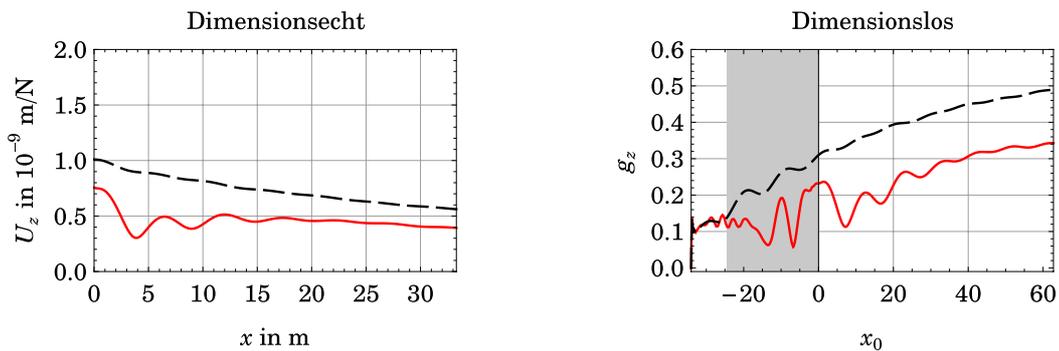
Die räumliche Verteilung der Wellenamplituden sowohl auf der Halbraumoberfläche, als auch im Inneren des Halbraumes ist in Bild 4-18, Bild 4-19 und Bild 4-20 für die Frequenz 30 Hz dargestellt. Die Verformungen von Halbraum und Wall werden jeweils zu einem Zeitpunkt dargestellt, an dem die Verschiebungen am Lastpunkt einen Nulldurchgang haben. Die Wahl dieses Zeitpunktes ist insofern willkürlich, als zu jedem anderen Zeitpunkt ähnliche Ergebnisse zu erwarten sind. Die getroffene Wahl ist daher ausschließlich der besseren Darstellbarkeit der Ergebnisse geschuldet, da dadurch die Singularität im Lastpunkt den geringsten störenden Einfluss auf die grafische Darstellung hat.

Die Darstellungen zeigen bei positiver y -Koordinate jeweils das Wellenfeld auf der Halbraumoberfläche und den Wall, während bei negativer y -Koordinate das Wellenfeld in einer Tiefe von 10 m dargestellt wird und der Wall nur mit den Be-

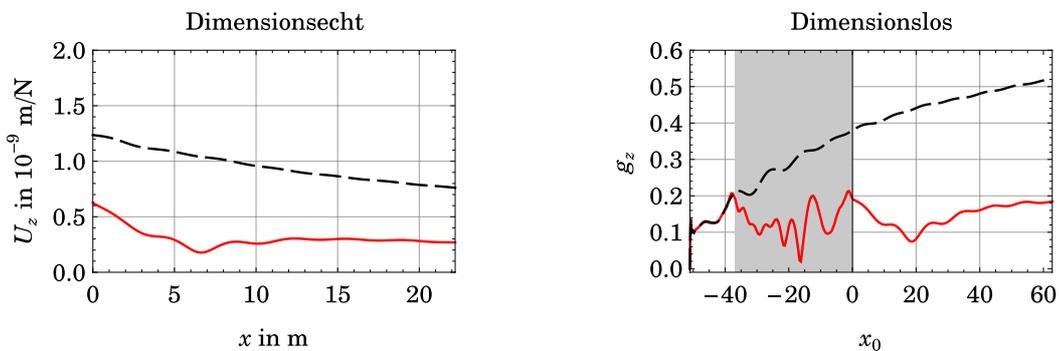
No. 11, $L/\lambda_S = 4$, $c_{S,HS}:c_{S,W} = 1:1$, $c_{S,HS} = 100 \text{ m/s}$, $f = 5 \text{ Hz}$



No. 11, $L/\lambda_S = 4$, $c_{S,HS}:c_{S,W} = 1:1$, $c_{S,HS} = 100 \text{ m/s}$, $f = 30 \text{ Hz}$



No. 11, $L/\lambda_S = 4$, $c_{S,HS}:c_{S,W} = 1:1$, $c_{S,HS} = 100 \text{ m/s}$, $f = 45 \text{ Hz}$



No. 11, $L/\lambda_S = 4$, $c_{S,HS}:c_{S,W} = 1:1$, $c_{S,HS} = 100 \text{ m/s}$, $f = 90 \text{ Hz}$

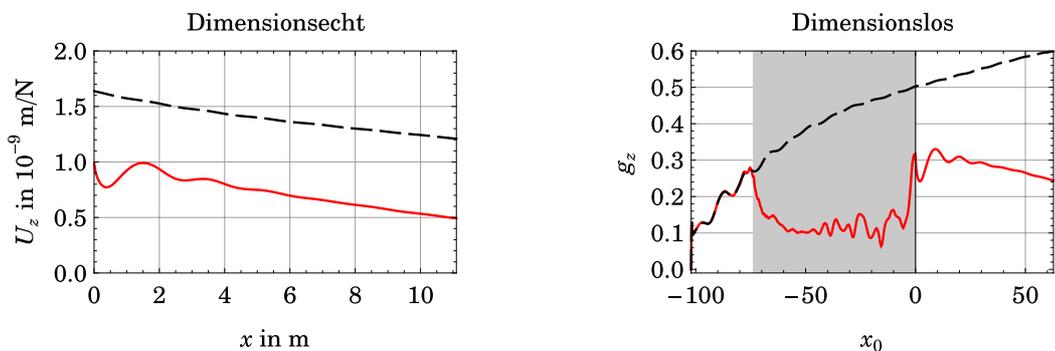


Bild 4-17: Verlauf des Wellenfeldes entlang der x -Achse bzw. x_0 -Achse (siehe Bild 4-4) in dimensionsechter bzw. dimensionsloser Form für Wallgeometrie No. 22 bei verschiedenen Frequenzen. Das graue Rechteck kennzeichnet die Ausdehnung des Walls

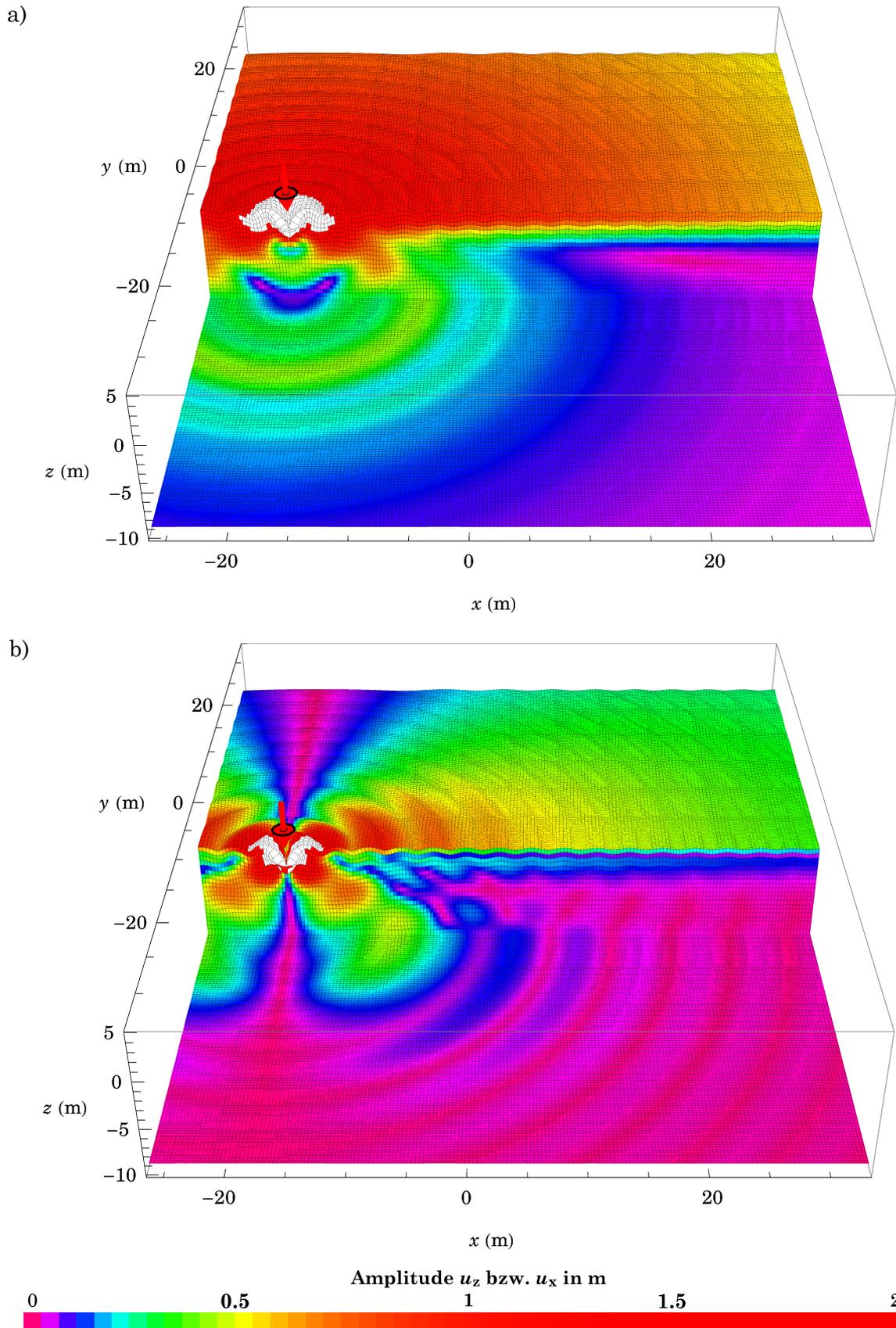


Bild 4-18: Verschiebungsfeld ohne Wall, Anregung bei 30 Hz, zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Farbliche Darstellung der a) Vertikalamplitude und b) Horizontalamplitude

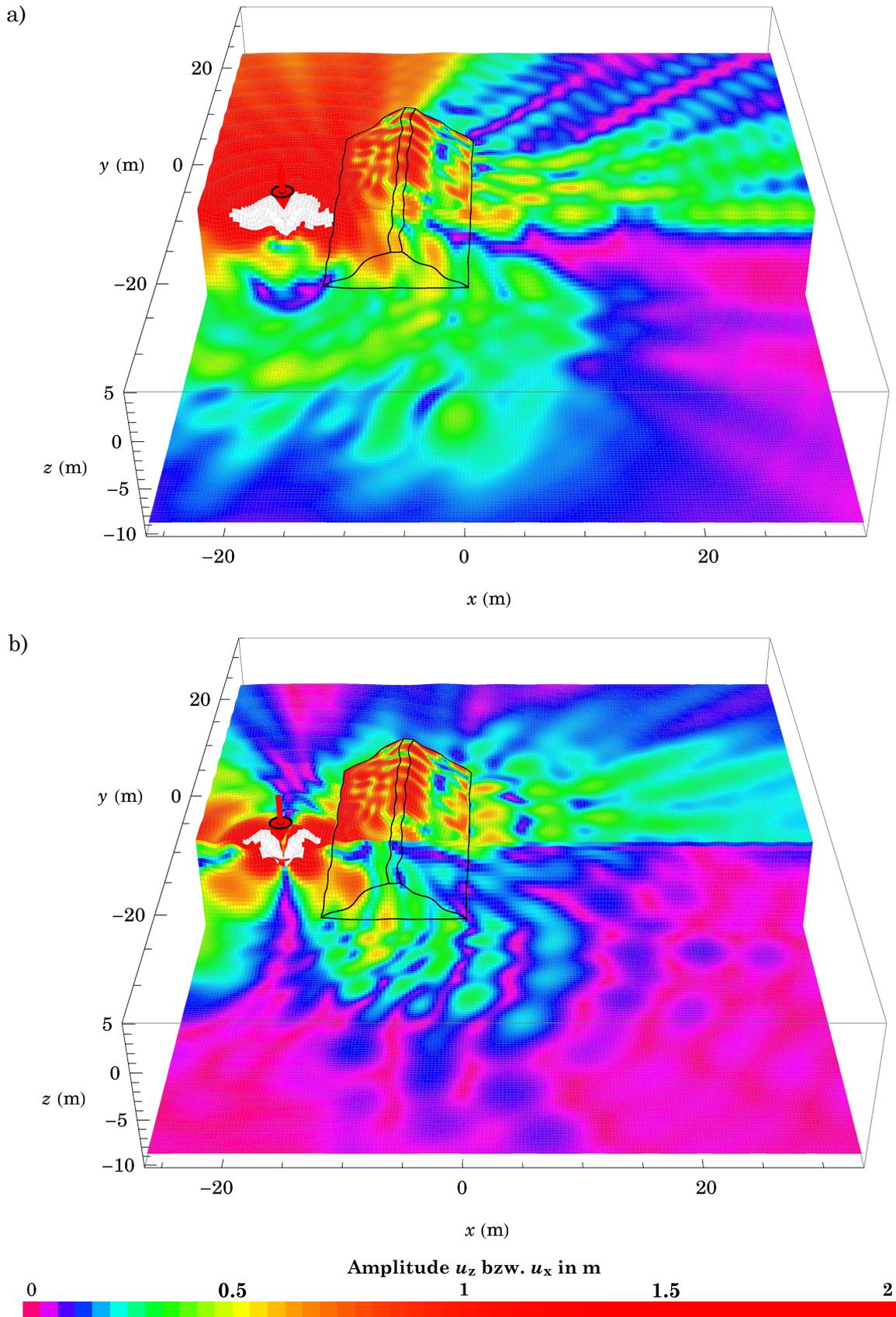


Bild 4-19: Verschiebungsfeld mit Wall, Querschnitt No. 11, $L/\lambda_S = 8$, Anregung bei 30 Hz, zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Farbliche Darstellung der a) Vertikalamplitude und b) Horizontalamplitude

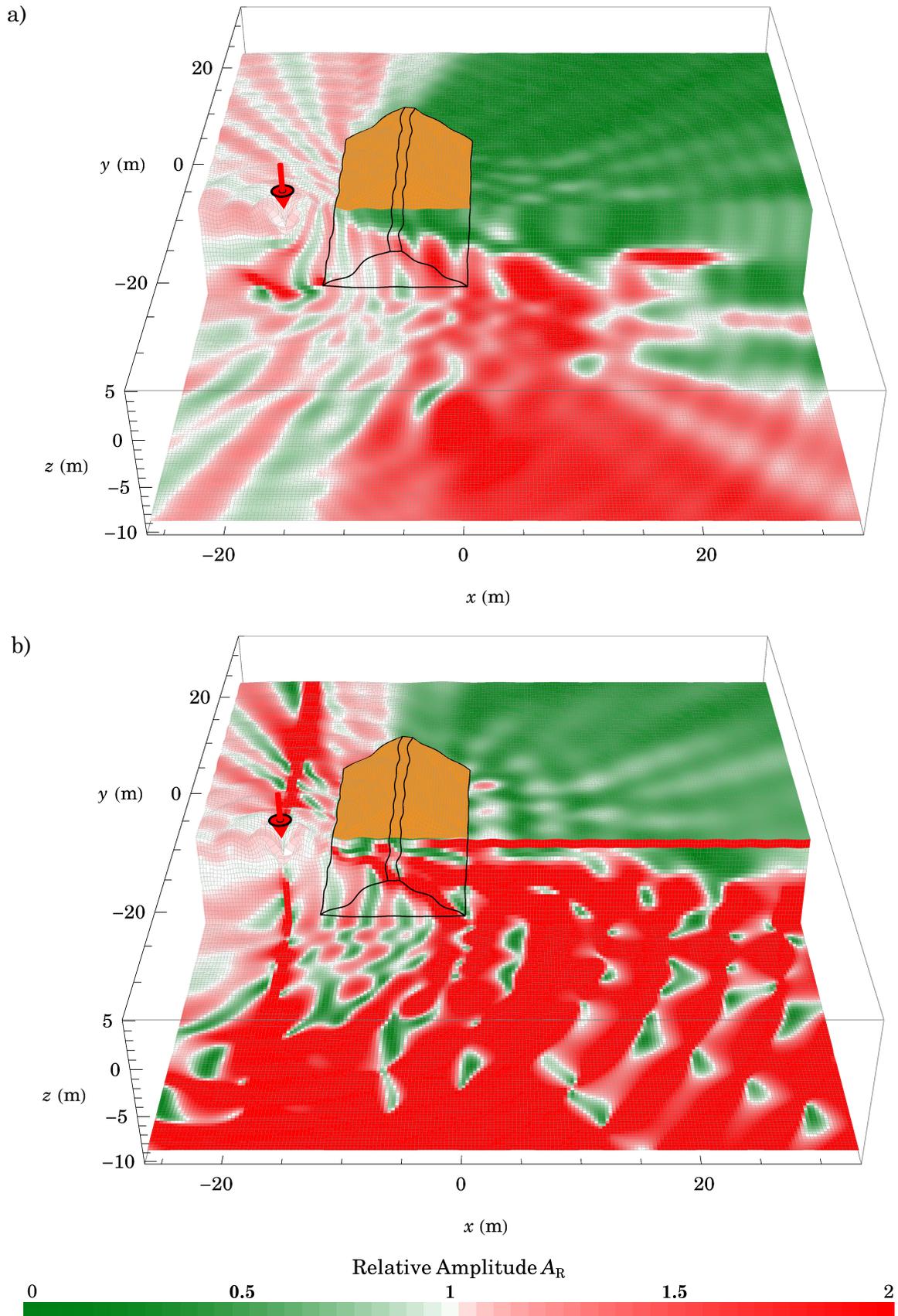


Bild 4-20: Verschiebungsfeld mit Wall, Querschnitt No. 11, $L/\lambda_S = 8$, Anregung bei 30 Hz, zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Farbliche Darstellung der a) Relativen Vertikalamplitude und b) Relativen Horizontalamplitude

grenzungslinien. Am Übergang zwischen diesen beiden Koordinatenebenen ist das Wellenfeld in einem vertikalen Schnitt in der x - z -Ebene dargestellt.

Die Farben in Bild 4-18a beschreiben die vertikale Amplitude des Freifeldes ohne Störung durch einen Wall, und in Bild 4-18b die horizontale Amplitude in x -Richtung. Dieselbe Art der Darstellung ist in Bild 4-19 gewählt, in dem die Störung des Wellenfeldes durch den Wall dargestellt wird.

In Bild 4-20 ist statt der absoluten Schwingungsamplitude das Verhältnis zwischen Schwingungsamplitude mit Wall und Schwingungsamplitude ohne Wall, d. h. die relative Amplitude nach Gleichung (4-5) farblich der Darstellung des Wellenfeldes überlagert worden.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Wellen, sobald sie auf die Wallkante stoßen, nach unten abgelenkt werden.

4.9 Vergleich mit offenen und gefüllten Schlitzen

Zum Vergleich eines Dammes mit Schlitzen wurden die Bemessungsdiagramme von Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2]) für vertikale Schwingungen herangezogen.

Für einen Vergleich ist es zunächst erforderlich, ein allgemeingültiges Kriterium zu definieren, das als Maß für die Gleichheit eines Schlitzes mit einem Wall verwendet werden kann. Da wirtschaftliche Kriterien wie Herstellungskosten und Unterhaltungskosten von einer Vielzahl projektspezifischer Faktoren abhängen, sind sie nicht allgemeingültig, und können daher nicht verwendet werden. Da auch keine unmittelbar erkennbare Korrelation zwischen den Geometrie- und Materialparametern eines Walls und den entsprechenden Parametern eines Schlitzes existieren, wird für den Vergleich daher lediglich die Abschirmwirkung als Kriterium herangezogen.

Zunächst wird untersucht, welche der für einen Wall berücksichtigten Bodenparameter und Anregungsfrequenzen von den Bemessungsdiagrammen von Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2]) abgedeckt werden. Anschließend werden Wall- und Schlitzparametersätze gesucht, die ebenfalls von den Bemessungsdiagrammen abgedeckt werden.

Für offene Schlitze lässt sich aus [2] folgende Formel für die Abschirmungskapazität herleiten:

$$C_R = 1 - \frac{1}{6}(D)^{-1.07} \quad (4-9)$$

Darin ist $D = d/\lambda_R$ die dimensionslose Schlitztiefe mit d der dimensionsbehafteten Schlitztiefe und λ_R der Wellenlänge der Rayleigh-Welle. Zur Vereinfachung wird im folgenden $\lambda_R \approx \lambda_S$ gesetzt. Die Bemessungsformel (4-9) ist nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2]) nur für $0.4 \leq D \leq 2.0$ gültig, weil nur für solche Schlitzre Berechnungen durchgeführt wurden. Bei einer vorgegebenen Schlitztiefe d und vorgegebener Scherwellengeschwindigkeit des Bodens c_S ergibt sich mit $f = D \cdot c_S/d$ das Frequenzintervall, auf das (4-9) beschränkt ist.

$$0.4 \cdot c_S/d \leq f \leq 2.0 \cdot c_S/d \quad (4-10)$$

Die rechnerische Bandbreite des Frequenzintervalls ist für einige Kombinationen von Schlitzre und Scherwellengeschwindigkeit des Bodens in Tabelle 4-8 zusammengestellt. Für eine Abschirmkapazität von beispielsweise $C_R = 60\%$ ist nach (4-9) eine dimensionslose Tiefe von $D \geq 0.44$ erforderlich, was an der unteren Grenze des Frequenzintervalls liegt. Der in der Praxis relevante Frequenzbereich bei Erschütterungsproblemen liegt zwischen ca. 10 Hz und ca. 80 Hz. Dieser Bereich wird von Gleichung (4-9) nach Tabelle 4-8 bei einem Schlitz mit einer Tiefe von $d \approx 3$ m bei einem weichen Boden erfasst. Die Abschirmkapazität eines solchen Schlitzes ist in Bild 4-22 beispielhaft einem Wall gegenübergestellt.

Für gefüllte Schlitzre lässt sich aus Ahmad und Al-Hussaini folgende Formel für die Abschirmkapazität herleiten:

Tabelle 4-8: Rechnerische Beschränkung der Bemessungsformel für offene Schlitzre nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2])

Schlitzre	Frequenzintervall		
	$c_S = 100$ m/s	$c_S = 200$ m/s	$c_S = 300$ m/s
1 m	40 Hz $\leq f \leq$ 200 Hz	80 Hz $\leq f \leq$ 400 Hz	120 Hz $\leq f \leq$ 600 Hz
2 m	20 Hz $\leq f \leq$ 100 Hz	40 Hz $\leq f \leq$ 200 Hz	60 Hz $\leq f \leq$ 300 Hz
4 m	10 Hz $\leq f \leq$ 50 Hz	20 Hz $\leq f \leq$ 100 Hz	30 Hz $\leq f \leq$ 150 Hz
8 m	5 Hz $\leq f \leq$ 25 Hz	10 Hz $\leq f \leq$ 50 Hz	15 Hz $\leq f \leq$ 75 Hz
15 m	3 Hz $\leq f \leq$ 13 Hz	5 Hz $\leq f \leq$ 27 Hz	16 Hz $\leq f \leq$ 40 Hz
20 m	2 Hz $\leq f \leq$ 10 Hz	3 Hz $\leq f \leq$ 20 Hz	6 Hz $\leq f \leq$ 30 Hz

$$C_R = 1 - I_S \times \left(\frac{c_{S,\text{Boden}}}{c_{S,\text{Schlitz}}} \right)^{0.54 \cdot A} \times \left(\frac{\gamma_{\text{Boden}}}{\gamma_{\text{Schlitz}}} \right)^{0.94 \cdot A} \times \frac{0.57}{A^{0.25}} \quad (4-11)$$

Darin ist $A = D \cdot W = (d \cdot w) / \lambda_R^2$ die dimensionslose Querschnittsfläche, d die dimensionsbehaftete Schlitztiefe, w die dimensionsbehaftete Schlitzbreite, $\lambda_R \approx \lambda_S$ die Wellenlänge der Rayleigh-Welle, und I_S ein dimensionsloser Faktor, der den Einfluss des Verhältnisses von Schlitztiefe zu Schlitzbreite beschreibt, aber nur in grafischer Form vorliegt und in Bild 4-21 dargestellt ist.

Für den Vergleich mit einem Wall wird in Anlehnung an den offenen Schlitz von einer Schlitztiefe $d = 3$ m ausgegangen. Ferner wird Beton als Füllmaterial mit einer Wichte von 25 kN/m^3 , einem E-Modul von 30 GN und einer Querdehnzahl $\nu = 0.2$, sowie eine Bodenwichte von 17 kN/m^3 angenommen. Die Scherwellengeschwindigkeit im Beton beträgt somit $c_{S,\text{Schlitz}} \approx 2200 \text{ m/s}$.

Da der Formfaktor I_S nach Bild 4-21 nur für Schlankheiten $D/W \leq 5$ definiert ist, aber ab $D/W > 3$ nahezu konstant bleibt, wird eine Schlitzbreite $w = 1$ m gewählt.

Die dimensionslose Schlitzquerschnittsfläche ist bei Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2]) auf $0.2 \leq A \leq 1.2$ beschränkt. Daraus folgt, dass für den betongefüllten Schlitz mit Abmessungen $d \times w = 3 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ der Frequenzbereich zur Anwendung der Bemessungsformeln auf den Bereich nach Tabelle 4-9 beschränkt ist. Der für praktische Erschütterungsprobleme relevante Frequenzbereich wird von den Bemessungsformeln nur in weichem Boden abgedeckt

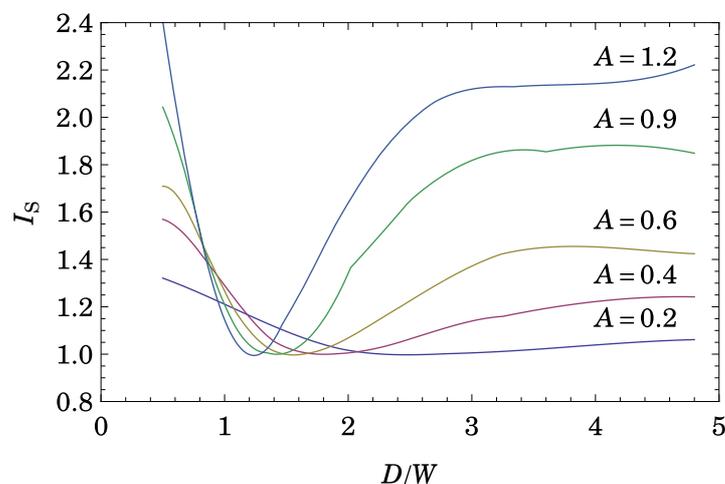


Bild 4-21: Formfaktor I_S eines gefüllten Schlitzes nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2])

Tabelle 4-9: Rechnerische Beschränkung der Bemessungsformel für einen betongefüllten Schlitz nach Ahmad und Al-Hussaini (1991, [2])

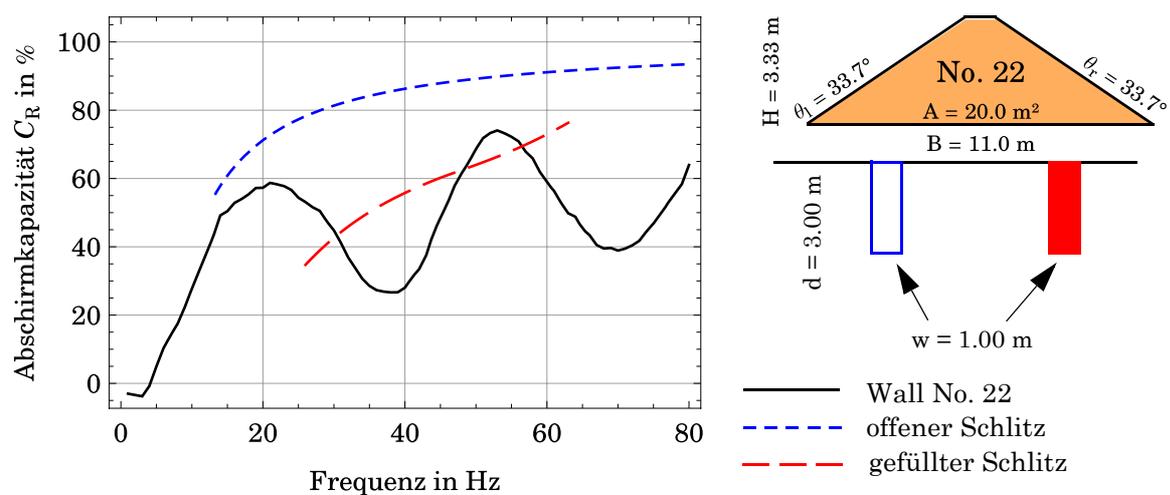
Schlitzbreite	Schlitztiefe	Frequenzgrenzen		
		$c_S = 100 \text{ m/s}$	$c_S = 200 \text{ m/s}$	$c_S = 300 \text{ m/s}$
1 m	3 m	$26 \text{ Hz} \leq f \leq 63 \text{ Hz}$	$52 \text{ Hz} \leq f \leq 126 \text{ Hz}$	$104 \text{ Hz} \leq f \leq 189 \text{ Hz}$

Der Vergleich zwischen einem weichen Wall auf weichem Boden und den beiden Schlitztypen ist in Bild 4-22 beispielhaft einem Wall mit Querschnitt Nr. 22 und Länge $L = 4\lambda_S$ gegenübergestellt.

Ein Wall ist den Schlitzen insofern überlegen, als zwar Schlitze mit gleicher Abschirmwirkung hergestellt werden können, diese aber entweder einen großen, massiven, im Boden eingebetteten Körper darstellen, dessen Rückbau sehr aufwändig ist, oder eine Öffnung im Boden darstellen, der mit großem Aufwand offen zu halten ist. Dahingegen hat ein Wall nahezu keinen regelmäßigen Unterhaltungsaufwand, und kann mit vergleichsweise wenig Aufwand zurückgebaut werden.

4.10 Entwurfshilfe

Für die Bemessung eines Walls als Schutz vor Erschütterungen im Transmissionsweg ist zu berücksichtigen, dass die Abschirmkapazität sehr stark von der

**Bild 4-22:** Abschirmkapazität eines weichen Walls auf weichem Boden im Vergleich zu einem 3 m tiefen offenen Schlitz und zu einem mit Beton gefüllten Schlitz von 3 m Tiefe und 1 m Breite nach [2]

Anregungsfrequenz abhängt. Grundsätzlich gilt, dass Anregungsfrequenzen, die zu einer Wellenlänge der Scherwellen im Halbraum oberhalb von 10 m führen, nur schlecht abgeschirmt werden, und es sogar zu Überhöhungen kommen kann. Die Abschirmkapazität steigt am stärksten bei Wellenlängen zwischen 10 m und 5 m. Danach steigt die Abschirmkapazität im Mittel nur noch gering, weist aber große Schwankungen auf.

Die Breite des Walls hat nur einen geringen Einfluss auf die Abschirmkapazität, wobei erwähnt werden muss, dass nur Wallbreiten im Bereich zwischen ca. 5.80 m und 13.1 m untersucht werden, so dass deren Schwankungsbreite im Vergleich zur Bandbreite der untersuchten Wellenlängen auch relativ gering ist. Sie kann jedoch als Bezugsgröße verwendet werden, um zu einer vollständig dimensionslosen Darstellung der Abschirmkapazität zu kommen, indem auf der horizontalen Achse in Bild 4-12ff statt der Wellenzahl das Verhältnis aus Wallbreite zu Scherwellenlänge im Boden aufgetragen wird.

Aus den Untersuchungen zum Einfluss der Walllänge in Abschnitt 4.6.2 hat sich ergeben, dass die bei der Mehrzahl der Berechnungen benutzte Walllänge von zwei Scherwellenlängen zu günstige Abschirmkapazitäten liefert. Daher werden für die Ermittlung eines Bemessungsdiagramms nur diejenigen Berechnungen herangezogen, die mit einer Walllänge von vier Scherwellenlängen ermittelt wurden. Das Ergebnis ist in Bild 4-23 dargestellt.

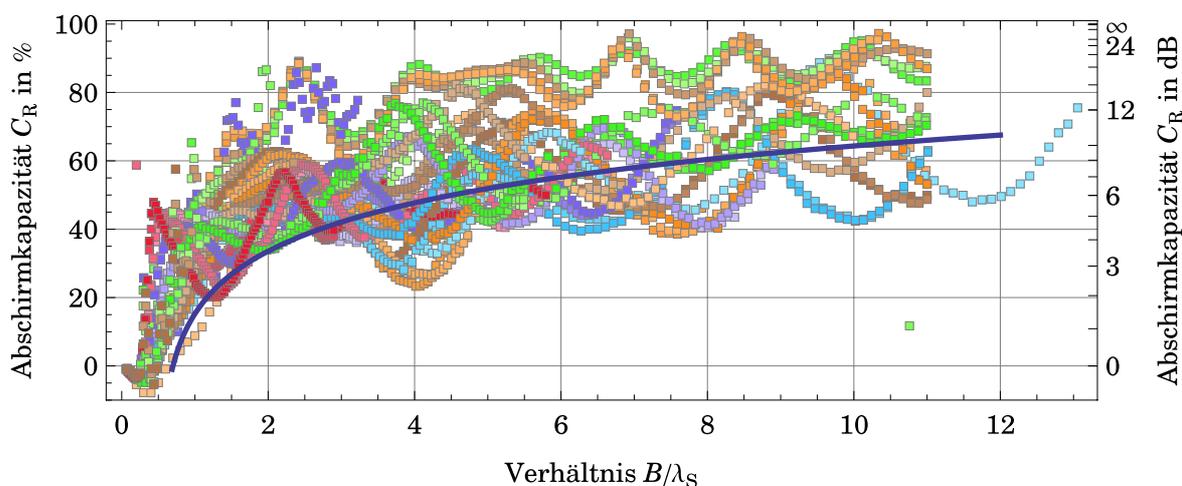


Bild 4-23: Darstellung der Abschirmkapazität aller Berechnungen mit Walllänge vier Scherwellenlängen über die bezogene Wallbreite zusammen mit der vorgeschlagenen Bemessungskurve für einen Erschütterungsschutzwall

Da die Anregung aus Zugverkehr in der Regel über das Frequenzspektrum verteilt ist, erscheint es nicht sinnvoll, die Untergrenze der Abschirmkapazität als Bemessungswert zu wählen, weil dadurch im Mittel die sich aus der Superposition der einzelnen harmonischen Anteile ergebende Abschirmkapazität im Halbraum hinter dem Wall deutlich unterschätzt wird. Vielmehr ist es sinnvoll, einen vorsichtig geschätzten Mittelwert zu wählen. Die folgende Formel wird daher vorgeschlagen:

$$C_R \approx \frac{1}{6} \ln \left(5 \cdot \frac{B}{\lambda_S} - 2.5 \right), \quad \frac{B}{\lambda_S} > 0.5 \quad (4-12)$$

Darin ist B die Wallbreite, und λ_S die Wellenlänge der Scherwelle im Boden bei harmonischer Anregung. Die Bemessungskurve ist in Bild 4-23 den berechneten Werten gegenübergestellt.

5 Literaturverzeichnis

- [1] Adam M., von Estorff O. (2005) *Reduction of train-induced building vibrations by using open and filled trenches*. *Comp Struc* **83**:11–24
- [2] Ahmad S., Al-Hussaini T. M. (1991) *Simplified Design For Vibration Screening by Open and In-Filled Trenches*. *Journal of Geotechnical Engineering* **117**(1): 67–88
- [3] Aiello G., Alfonzetti S., Dilettoso E., Salerno N. (2007) *An Iterative Solution to FEM-BEM Algebraic Systems for Open-Boundary Electrostatic Problems*. *IEEE T Magn* **43**(4):1249–1252
- [4] Aiello G., Alfonzetti S., Borzi G., Dilettoso E., Salerno N. (2008) *Efficient Solution of Skin-Effect Problems by Means of the GMRES-Accelerated FEM-BEM Method*. *IEEE T Magn* **44**(6):1274–1277
- [5] Al-Hussaini T. M., Ahmad S. (1991) *Design of Wave Barriers for Reduction of Horizontal Ground Vibration*. *Journal of Geotechnical Engineering* **117**(4): 616–636
- [6] Al-Hussaini T. M., Ahmad S., Baker J. M. (2000) *Numerical and experimental studies on vibration screening by open and in-filled trench barriers*. In: Chouw N., Schmid G. (Hrsg.) *Proceedings of the International Workshop Wave 2000*, Bochum, Deutschland, 13.-15. Dezember 2000. Balkema, Rotterdam Brookfield. S. 241–250
- [7] Alic V. (2013) *Vibration reduction in soil through the use of buildings at the synchrotron radiation facility MAX-IV*. Master's thesis, Department of Applied Mechanics, Division of Dynamics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden. Online verfügbar (10.12.2013) <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/179623/179623.pdf>
- [8] Alzawi, A. M. A. (2011) *Vibration Isolation Using In-filled Geofoam Trench Barriers*. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Western Ontario, Canada. <http://ir.lib.uwo.ca/etd/265>
- [9] Alzawi A., El Naggar H. M. (2011) *Full scale experimental study on vibration scattering using open and in-filled (GeoFoam) wave barriers*. *Soil Dyn Earthq Eng* **31**(3):306–317
- [10] Andersen L., Nielsen S.R.K. (2005) *Reduction of ground vibration by means of barriers or soil improvement along a railway track*. *Soil Dyn Earthq Eng* **25**(7–10):701–716

- [11] ANSYS, Inc. (2007) *ANSYS Parametric Design Language Guide, Release 11.0SP1*
- [12] ANSYS, Inc. (2007) *Programmer's Manual for ANSYS, Release 11.0SP1.*
- [13] ANSYS, Inc. (2007) *Theory Reference for ANSYS and ANSYS Workbench, Release 11.0SP1*
- [14] Araújo F. C., Martins C. J., Mansur W. J. (2001) *An efficient BE iterative-solver-based substructuring algorithm for 3D time-harmonic problems in elastodynamics.* Eng Anal Bound Elem **25**:795–803
- [15] Baboulin M., Becker D., Dongarra J. (2011) *A parallel tiled solver for dense symmetric indefinite systems on multicore architectures.* University of Tennessee Computer Science Technical Report, ICL-UT-11-07, October 12, 2011. Online-Ressource, letzter Zugriff 05.12.2011, http://icl.cs.utk.edu/news_pub/submissions/ipdps2011.pdf
- [16] Bahrekazemi M., Bodare A., Andréasson B., Smekal A. (2004) *Mitigation of Train-Induced Vibrations; Lessons Learned from the Ledsgård Project.* Paper No. 4.08, 5th Int. Conf. on Case Histories in Geotechnical Engineering, April 13-17, 2004, New York, NY, USA
- [17] Bendali A., Boubendir Y., Fares M. (2007) *A FETI-like domain decomposition method for coupling finite elements and boundary elements in large-size problems of acoustic scattering.* Comp Struc **85**:526–535
- [18] Benzi M. (2002) *Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey.* J Comput Phys **182**(2):418–477
- [19] Béreux N. (2005) *Fast direct solvers for some complex symmetric block Toeplitz linear systems.* Linear Algebra Appl **404**:193–222
- [20] Barrett R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., Van der Vorst H. (1994) *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods.* 2. Auflage. Philadelphia, PA: SIAM
- [21] Beskos D. E., Dasgupta B., Vardoulakis I. G. (1986) *Vibration isolation using open or filled trenches. Part I: 2-D homogeneous soil.* Comput Mech **1**(1):43–63
- [22] Beskos D. E. (1987) *Boundary Element Methods in Dynamic Analysis.* Appl Mech Rev **40**(1):1–23
- [23] Bode, C. (2000) Numerische Verfahren zur Berechnung von Baugrund-Bauwerk-Interaktionen im Zeitbereich mittels GREENscher Funktionen für den Halbraum. Dissertation, Technische Universität Berlin. Erschienen als: Veröffentlichungen des Grundbauinstitutes der Technischen Universität Berlin, Heft 28.
- [24] Boubendir Y., Bendali A., Fares M.B. (2008) *Coupling of a non-overlapping domain decomposition method for a nodal finite element method with a boundary element method.* Int J Numer Meth Eng **73**(11):1624–1650

-
- [25] Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C. (1984) *Boundary Element Techniques*. Springer-Verlag, Berlin
- [26] Brebbia C.A., Dominguez J. (1989) *Boundary Elements – An Introductory course*. WIT press, Southampton
- [27] Cai Y.-Q., Ding G.-Y., Xu C.-J. (2009) *Amplitude reduction of elastic waves by a row of piles in poroelastic soil*. *Comput Geotech* **36**(3):463–473
- [28] Carpentieri B. et al. (2004) *Sparse symmetric preconditioners for dense linear systems in electromagnetism*. *Numer Linear Algebr* **11**(8-9):753–771
- [29] Çelebi E., Firat S., Beyhan G., Çankaya I., Vural I., Kirtel O. (2009) *Field experiments on wave propagation and vibration isolation by using wave barriers*. *Soil Dyn Earthq Eng* **29**(5):824–833
- [30] Çelebi E., Firat S., Çankaya I. (2006) *The effectiveness of wave barriers on the dynamic stiffness coefficients of foundations using boundary element method*. *Appl Math Comput* **180**(2):683–699
- [31] Çelebi E., Goktepe F., Kirtel O. (2011) *Vibration isolation measures for reductions of structural responses due to passage of high-speed trains*. Proc. Eurodyn 2011, 4-6 July 2011, Leuven, Belgium. Millpress, ISBN 978-90-760-1931-4
- [32] Chellappa S., Franchetti F., Püschel M. (2008): *How to Write Fast Numerical Code: A Small Introduction*. In: Lämmel R., Visser, J. Saraiva J. (Hrsg.) *Generative and Transformational Techniques in Software Engineering II*, International Summer School, GTTSE 2007, Braga, Portugal, July 2-7, 2007. Revised Papers. *Lecture Notes in Computer Science* Vol. 5235. Springer Berlin/Heidelberg
- [33] Chen J-T, Lee J-W, Shyu W-S (2012) *SH-wave scattering by a semi-elliptical hill using a null-field boundary integral equation method and a hybrid method*. *Geophys J Int* **188** (1):177 –194
- [34] Collino F., Ghanemi S., Joly P. (2000) *Domain decomposition method for harmonic wave propagation: a general presentation*. *Comput Method Appl M* **184**(2-4):171–211
- [35] Conte S. D., de Boor C. (1980) *Elementary Numerical Analysis – An Algorithmic Approach*. MacGraw-Hill
- [36] Coulier P., Dijckmans A., François S., Degrande G., Lombaert G. (2014) *A spatial windowing technique to account for finite dimensions in 2.5D dynamic soil–structure interaction problems*. *Soil Dyn Earthq Eng* **59**:51–67
- [37] Coulier P., François S., Lombaert G., Degrande G. (2014) *Coupled finite element – hierarchical boundary element methods for dynamic soil–structure interaction in the frequency domain*. *Int J Numer Meth Eng* **97**(7):505–530
- [38] Dasgupta B., Beskos D. E., Vardoulakis I. G. (1990) *Vibration isolation using open or filled trenches Part 2: 3-D homogeneous soil*. *Comput Mech* **6**(2):129–142

- [39] Detert O. (2006) *Geokunststoffe in Lärmschutzbauwerken. Strassen- und Tiefbau* **60**(12):6–10
- [40] Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e. V. (Hrsg.) (2002) *Empfehlungen des Arbeitskreises 1.4 „Baugruddynamik“*. Eigenverlag des Grundbauinstitut der Technischen Universität Berlin.
- [41] Dolling H. J. (1965) *Schwingungsisolierung von Bauwerken durch tiefe, auf geeignete Weise stabilisierte Schlitzte*. VDI-Berichte Nr. 88
- [42] Dolling H. J. (1970) *Die Abschirmung von Erschütterungen durch Bodenschlitzte*. Die Bautechnik **47**: 151–158, 193–204
- [43] Dong C. Y., Antes H. (1998) *Symmetric-iterative FE and BE coupling method for solving axisymmetric problems*. Int J Pres Ves Pip **75**:155–159
- [44] Dongarra J., Eijkhout V. (2000) *Numerical linear algebra algorithms and software*. J Comput Appl Math **123**(1-2):489–514
- [45] Dongarra J. et al. (2009) *LAPACK 3.2.1*. <http://www.netlib.org/lapack/index.html>, Stand 14.01.2009
- [46] Duff I. S., Erisman A. M., Reid J. K. (1986) *Direct Methods for Sparse Matrices*. Clarendon Press
- [47] El-Gebeily M., Elleithy W. M., Al-Gahtani Husain J. (2002) *Convergence of the domain decomposition finite element-boundary element coupling methods*. Comput Method Appl M **191**(43):4851–4867
- [48] Elleithy W. M., Al-Gahtani H. J., El-Gebeily M. (2001) *Iterative coupling of BE and FE methods in elastostatics*. Eng Anal Bound Elem **25**(8):685–695
- [49] Elleithy W. M., Tanaka M. (2003) *Interface relaxation algorithms for BEM-BEM coupling and FEM-BEM coupling*. Comput Method Appl M **192**(26-27):2977–2992
- [50] von Estorff O., Kausel E. (1989) *Coupling of Boundary and Finite Elements for Soil-Structure Interaction Problems*. Earthq Eng Struc Dyn **18**:1065–1075
- [51] von Estorff O., Hagen C. (2006) *Iterative coupling of FEM and BEM in 3D transient elastodynamics*. Eng Anal Bound Elem **30**:611–622
- [52] Farhat C., Roux F.-X. (1991) *A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm*. Int J Numer Meth Eng **32**(6):1205–1227
- [53] Felippa, Carlos A. (2013) *Introduction to Finite Elements Methods*. <http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/IFEM.d/Home.html>. Letzter Zugriff 24.02.2014
- [54] Feng Y. T., Owen D. R. J. (1996) *Iterative Solution of Coupled FE/BE Discretizations for Plate-Foundation Interaction Problems*. Int J Numer Meth Eng **39**(11):1889–1901

-
- [55] Ford R. A. J. (1990) *Inhibiting the transmission of ground-borne vibrations by placing masses on the surface of the ground*. In: Australian Vibration and Noise Conference 1990: Vibration and Noise-measurement Prediction and Control; Preprints of Papers, 1990, Melbourne, Vic., National conference publication (Institution of Engineers, Australia), pp.227-231
- [56] François S., Schevenels M., Galvín P., Lombaert G., Degrande G. (2010) *A 2.5D coupled FE–BE methodology for the dynamic interaction between longitudinally invariant structures and a layered halfspace*. Comput Method Appl M **199**(23–24):1536–1548
- [57] Galvín P., François S., Schevenels M., Bongini E., Degrande G., Lombaert G. (2010) *A 2.5D coupled FE-BE model for the prediction of railway induced vibrations*. Soil Dyn Earthq Eng **30**(12):1500–1512
- [58] Gao G. Y., Li Z. Y., Qiu C., Yue Z. Q. (2006) *Three-dimensional analysis of rows of piles as passive barriers for ground vibration isolation*. Soil Dyn Earthq Eng **26**:1015–1027
- [59] Gaul L., Fiedler C. (2013) *Methode der Randelemente in Statik und Dynamik*. Springer Berlin Heidelberg, 2. Auflage.
doi:10.1007/978-3-8348-2537-7
- [60] Genes M. C., Kocak S. (2005) *Dynamic soil–structure interaction analysis of layered unbounded media via a coupled finite element/boundary element/scaled boundary finite element model*. Int J Numer Meth Eng **62**:798–823
- [61] Genes M. C. (2012) *Dynamic analysis of large-scale SSI systems for layered unbounded media via a parallelized coupled finite-element/boundary-element/scaled boundary finite-element model*. Eng Anal Bound Elem **36**(5):845–857
- [62] Godinho L., Soares Jr. D. (2013) *Frequency domain analysis of interacting acoustic–elastodynamic models taking into account optimized iterative coupling of different numerical methods*. Eng Anal Bound Elem **37**(7–8):1074–1088
- [63] Gohberg I., Olshevsky V. (1994) *Complexity of multiplication with vectors for structured matrices*. Linear Algebra Appl **202**:163–192
- [64] González J. A., Rodríguez-Tembleque L., Park K.C., Abascal R. (2013) *The nsBETI method: an extension of the FETI method to non-symmetrical BEM-FEM coupled problems*. Int J Numer Meth Eng **93**(10):1015–1039
- [65] Grasso E., Chaillat S., Bonnet M., Semblat J.-F. (2012) *Application of the multi-level time-harmonic fast multipole BEM to 3-D visco-elastodynamics*. Eng Anal Bound Elem **36**(5):744–758
- [66] Grasso E. (2012) *Modélisation de la propagation des ondes sismiques: une méthode multipôle rapide (éléments de frontière) et son couplage avec la méthode des éléments finis [Modelling visco-elastic seismic wave propagation: a fast-multipole boundary element method and its coupling*

- with finite elements*]. Thèse de doctorat de l'université Paris-Est, Ecole Doctorale: SIE - Sciences, Ingénierie et Environnement – Spécialité: Mécanique. Verfügbar unter <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00730752/>
- [67] Hartmann, F. (1987) *Methode der Randelemente: boundary elements in der Mechanik auf dem PC*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- [68] Haupt W. (1978) *Verhalten von Oberflächenwellen im inhomogenen Halbraum mit besonderer Berücksichtigung der Wellenabschirmung*. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana Karlsruhe, Heft 74
- [69] Haupt W. A. (1981) *Model tests on screening of surface waves*. Proc. 10th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng., Stockholm, Schweden, 15.–19. Juni 1981. A.A. Balkema, Rotterdam. Vol. 3, S. 215–222
- [70] Higham N. J. (2002) *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, Second Edition, SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA
- [71] Hirschauer R. (2001) *Kopplung von Finiten Elementen mit Rand-Elementen zur Berechnung der dynamischen Baugrund-Bauwerk-Interaktion*. Veröffentlichungen der Grundbauinstitutes der TU Berlin, Heft 31
- [72] Hwang J. H., Tu T. Y. (2006) *Ground vibration due to dynamic compaction*. Soil Dyn Earthq Eng **26**:337–346
- [73] INTEL Corp. (2009) *Intel Math Kernel Library Reference Manual*. <http://www.intel.com/software/products/mkl/docs/WebHelp/whnjs.htm> (05.02.2010)
- [74] Jesmani M., Shafie M. R. Vileh R. S. (2009) *Three Dimensional Analysis of Active Isolation of Deep Foundations by Open Rectangular Trenches*. J Appl Sci **9**(14):2544–2555
- [75] Jones C. J. C., Thompson D. J., Andreu-Medina J.-I. (2011) *Initial theoretical study of reducing surface-propagating vibration from trains using earthworks close to the track*. Proc. Eurodyn 2011, 4-6 July 2011, Leuven, Belgium. Millpress, ISBN 978-90-760-1931-4
- [76] Jones D. V., Petyt M. (1986) *Ground borne vibrations from passing trains: the effect of masses placed on the ground's surface*. ISVR Technical Memorandum No. 671, University of Southampton, UK
- [77] Jones D.V., Petyt M. (1993) *Ground Vibration in the Vicinity of a Rectangular Load On a Half-Space*. J Sound Vib **166**(1):141–159
- [78] Ju S. H. (2004) *Three-Dimensional Analyses of Wave Barriers for Reduction of Train-Induced Vibrations*. J Geotech Geoenviron **130**(7):740–748
- [79] Karlström A., Boström A. (2007) *Efficiency of trenches along railways for trains moving at sup- or supersonic speeds*. Soil Dyn Earthq Eng **27**(7):625–641

-
- [80] Kattis S. E., Polyzos D., Beskos D. E. (1995) *Structural vibration isolation by rows of piles*. In: Cakmak A. S., Brebbia C. A. (Eds.) Soil Dynamics and Earthquake Engineering VII, 24-26 May 1995, Chania, Greece. Computational Mechanics Publications, pp.509-516
- [81] Kattis S. E., Polyzos D., Beskos D. E. (1999) *Vibration Isolation by a Row of Piles Using a 3-D Frequency Domain BEM*. Int J Numer Meth Eng **46**:713–728
- [82] Katzenbach R., Ittershagen M., Savidis S.A., Wesemüller H. (2003) *Großversuche zur optimierten Baugrundverbesserung unter Verkehrswegen auf weichem Untergrund*. Vorträge 10. Darmstädter Geotechnik-Kolloquium, 2003
- [83] Kausel E. (1981) *An explicit solution for the Green's functions for dynamic loads on layered media*. MIT Research Report R81-13. <http://libproxy.mit.edu/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=cat00916a&AN=mit.000213105&site=eds-live>
- [84] Kausel E., Peek R. (1982) *Dynamic Loads in the Interior of a Layered Stratum: An Explicit Solution*. B Seismol Soc Am **72**(5):1459–1481
- [85] Kausel E. (1986) *Wave Propagation in Anisotropic Layered Media*. Int J Numer Meth Eng **23**:1567-1578
- [86] Kausel E. (2006) *Fundamental Solutions in Elastodynamics: A Compendium*. Cambridge University Press, New York
- [87] Knothe K., Wessels H. (1999) *Finite Elemente*. Springer, Berlin, 3. Auflage
- [88] Krylov V.V. (2007) *Control of Traffic-Induced Ground Vibrations by Placing Heavy Masses on the Ground Surface*. J Low Freq Noise V A **26**(4):311–320
- [89] Kuntz M., Menter F. R. (2006) *Ahmed Car*. In: Hirschel E. H. et al. (Hrsg.) FLOMANIA — A European Initiative on Flow Physics Modelling. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Vol. 94, S. 335–346
- [90] Kurz S., Fetzer J., Lehner G. (1995) *An improved algorithm for the BEM-FEM-coupling method using domain decomposition*. IEEE T Magn **31**(3):1737–1740
- [91] Lamb H. (1904) *On the Propagation of Tremors Over the Surface of an Elastic Solid*. Philos T Roy Soc **203**:1–42
- [92] Lee F. H., Phoon K. K., Lim KC, Chan S. H. (2002) *Performance of Jacobi preconditioning in Krylov subspace solution of finite element equations*. Int J Numer Anal Meth Geomech **26**:341–372
- [93] Leung K. L., Beskos D. E., Vardoulakis I. G. (1991) *Vibration isolation using open or filled trenches Part 3: 2-D non-homogeneous soils*. Comput Mech **7**(2):137–148
- [94] Leung K.L., Vardoulakis I.G., Beskos D.E., Tassoulas J.L. (1991) *Vibration isolation by trenches in continuously nonhomogeneous soil by the BEM*. Soil Dyn Earthq Eng **10**(3):172–179

- [95] Lin C.-C., Lawton E. C., Caliendo J. A., Anderson L. R. (1996) *An iterative finite element-boundary element algorithm*. *Comp Struc* **59**(5):899–909
- [96] Lu, J.-F., Xu B., Wang J.-H. (2009) *Numerical analysis of isolation of the vibration due to moving loads using pile rows*. *J Sound Vib* **319**(3-5):940–962
- [97] Luong M.P. (1996) *Centrifuge modelling of a seismic barrier using soil energy dissipation*. 11th World Conference on Earthquake Engineering, June 1996, Acapulco, Mexico. Paper No. 358
- [98] Lv X.-G., Huang T.-Z. (2013) *The Inverses of Block Toeplitz Matrices*. *J Math* 2013:207176
- [99] Makris N., Zhang J. (2000) *Time-domain viscoelastic analysis of earth structures*. *Earthq Eng Struc Dyn* **29**(6):745–768
- [100] Malhotra M., Pinsky P. M. (1996) *A matrix-free interpretation of the non-local Dirichlet-to-Neumann radiation boundary condition*. *Int J Numer Meth Eng* **39**(21):3705–3713
- [101] Massarsch K. R., Corten F. C. (1988) *Bodenvibrationsabschirmung mittels Gasmatten*. In: DGGT (Hrsg.) *Vorträge der Baugrundtagung 1988*, Hamburg, 27.–28. September 1988. S. 161–192
- [102] Massarsch K. R. (2004) *Mitigation of Traffic-induced Ground Vibrations*. Proc. 11th ICSDEE & 3rd ICEGE, 7.–9. Januar 2004, Berkeley, USA. Integrated Meetings Specialist, Singapur. S. 22–31
- [103] Meskouris K., Hinzen K.-G., Butenweg C., Mistler, M (2007) *Bauwerke und Erdbeben*. 2. Auflage. Vieweg Verlag, Wiesbaden
- [104] Mhanna M., Shahrour I., Sadek M., Dunez P. (2014) *Efficiency of heavy mass technology in traffic vibration reduction: Experimental and numerical investigation*. *Comput Geotech* **55**:141–149. DOI 10.1016/j.compgeo.2013.08.002
- [105] Mroueh H., Shahrour I. (1999) *Use of sparse iterative methods for the resolution of three-dimensional soil/structure interaction problems*. *Int J Numer Anal Met* **23**(15):1961–1975
- [106] Payer H.-J., Mang H. A. (1997) *Iterative strategies for solving systems of linear, algebraic equations arising in 3D BE-FE analyses of tunnel drivings*. *Numer Linear Algebr* **4**(3):239–268
- [107] Peplow A. T., Kaynia A. M. (2007) *Prediction and validation of traffic vibration reduction due to cement column stabilization*. *Soil Dyn Earthq Eng* **27**(8):793–802
- [108] Reddy J. N. (1993) *An Introduction to the Finite Element Method*. McGraw-Hill, Inc., New York
- [109] Rüberrg T. (2008) *Non-conforming FEM/BEM coupling in time domain*. Monographic series TU Graz : Computation in engineering and science ; 3, Verl. der Techn. Univ. Graz. ISBN 978-3-902465-98-6, online verfügbar unter <http://lamp.tugraz.at/~karl/php/verlagsreihen3.php?m=3&id=160>, letzter Zugriff 04.03.2014

-
- [110] Saad, Y. (2003) *Iterative methods for sparse linear systems*. SIAM, Philadelphia. DOI 10.1137/1.9780898718003
- [111] Sadegh-Azar, P. R. (2008) *Erschütterungsreduktion durch aufgeschäumte Isolierkörper im Boden*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwesen, RWTH Aachen, <http://darwin.bth.rwth-aachen.de/opus3/volltexte/2008/2472/>
- [112] Sadegh-Azar P. R., Ziegler M. (2009) *Wirksame Erschütterungsreduktion durch einfach herzustellende Isolierkörper im Boden*. *Bauingenieur* **84**:101–109
- [113] Sánchez-Sesma F. J., Campillo M. (1991) *Diffraction of P, SV, and Rayleigh waves by topographic features: A boundary integral formulation*. *B Seismol Soc Am* **81** (6):2234 –2253
- [114] Sánchez-Sesma F. J., Campillo M. (1993) *Topographic effects for incident P, SV and Rayleigh waves*. *Tectonophysics* **218**(1–3):113–125
- [115] Savidis S. A., Richter T. (1979) *Dynamic Response of Elastic Plates on the Surface of the Half-Space*. *Int J Numer Anal Met* **3**:245–254
- [116] Savidis S. A., Hirschauer R., Bode C., Schepers W. (2002) 3D-Simulation of Dynamic Interaction Between Track and Layered Subground. In: Popp Karl (Hrsg.) *System dynamics and long term behaviour of railway vehicles, track and subgrade*, Lecture notes in applied mechanics, Vol. 6. Springer, S. 431–450
- [117] Savidis S. A., Römer M., Schepers W. (2003) *Ertüchtigungsmaßnahmen für Bahnstrecken auf weichen Böden: Ein Fallbeispiel*. In: Grabe J. (Hrsg.) *Bodenverdichtung: Experimente - Modellierung - Geräteentwicklung - Baustellenberichte - F+E-Bedarf*. Tagungsband zum gleichnamigen Workshop an der TU Hamburg-Harburg, 23.09.2003
- [118] Savidis S. A., Bode C., Bergmann S., Schepers W., Deift S., von Löwis P., Schneider S. (2006) *Abschlussbericht zum Forschungsprojekt "Praxisgerechtes Prognoseverfahren für Schienenverkehrserschütterungen", Teilprojekt „Analyse und Integration von Minderungsmaßnahmen“*. Technische Universität Berlin, Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik. Online verfügbar unter <http://edok01.tib.uni-hannover.de/edoks/e01fb06/521050693l.pdf> (14.01.2014)
- [119] Schnack E., Türke K. (1997) *Domain Decomposition with BEM and FEM*. *Int J Numer Meth Eng* **40**(14):2593–2610
- [120] Senatsverwaltung für Stadtentwicklung und Umwelt Berlin (2010). *Bebauungsplan II-201c*, abrufbar im Internet (14.03.2014) unter http://fbinter.stadt-berlin.de/fb/index.jsp?loginkey=alphaDataStart&alphaDataId=sach_bplan@senstadt&alphaDataObjectId=0102201c
- [121] SGI (2004) *Solutions Brief – Solving 111 Million Degrees of Freedom*. Online Ressource, http://i.bnet.com/whitepapers/3691_highres.pdf, letzter Zugriff 15.03.2014

- [122] Sivakumar Babu G. L. (2011) *Analysis and Design of Vibration Isolation System Using Open Trenches*. Int J Geomech **11**(5):364–369
- [123] Smith B. F., Bjørstad P. E., Gropp W. D. (1996) *Domain Decomposition : parallel multilevel methods for elliptic differential equations*. Cambridge University Press
- [124] Soares Jr. D. (2008) *An optimised FEM–BEM time-domain iterative coupling algorithm for dynamic analyses*. Comp Struc **86**(19-20):1839–1844
- [125] Soares Jr. D., Godinho L. (2012) *An optimized BEM–FEM iterative coupling algorithm for acoustic–elastodynamic interaction analyses in the frequency domain*. Comp Struc **106–107**:68–80
- [126] Strazdins P., Lewis J. G. (2001) *An Efficient And Stable Method for Parallel Factorization of Dense Symmetric Indefinite Matrices*. Präsentation zur Konferenz HPC Asia '01. <http://cs.anu.edu.au/~Peter.Strazdins/papers/EfficStableParLDLT.html>, letzter Zugriff 28.02.2014
- [127] Topsakal E., Kindt R., Sertel K., Volakis J. (2001) *Evaluation of the BICGSTAB(l) algorithm for the finite-element / boundary-integral method*. IEEEAntennasPropagM **43**(6):124–131
- [128] Tsai P.-H., Chang T.-S. (2009) *Effects of open trench siding on vibration-screening effectiveness using the two-dimensional boundary element method*. Soil Dyn Earthq Eng **29**(5):865–873
- [129] Valente F. P., Pina H. L. (2006) *Conjugate gradient methods for three-dimensional BEM systems of equations*. Eng Anal Bound Elem **30**:441–449
- [130] Vrettos C. (2008) *Bodendynamik*. In: Witt K. J. (Hrsg.) Grundbautaschenbuch, Teil 1, 7. Auflage. Ernst & Sohn, S. 451–500
- [131] White D. , Sharpe R. , Champagne N. (2000) *Solution of Hybrid FEM-BEM Systems via Schur Complement Techniques*. Technical Report UCRL-ID-141669, USDOE Office of Defense Programs, Lawrence Livermore National Lab. DOI:10.2172/792738
- [132] Wikipedia (2010) *Block Toeplitz matrices*. http://en.wikipedia.org/wiki/Block_matrix#Block_Toeplitz_matrices, last visited 20.02.2010
- [133] With C., Bahrekazemi M., Bodare A. (2009) *Wave barrier of lime-cement columns against train-induced ground-borne vibrations*. Soil Dyn Earthq Eng **29**(6):1027–1033
- [134] Woods R. D. (1968) *Screening of surface waves in soils*. J Soil Mech Found Engng Div **94**(4):951–979, ASCE
- [135] Yazdchi M., Khalili N., Valliappan S. (1999) *Dynamic soil-structure interaction analysis via coupled finite-element-boundary-element method*. Soil Dyn Earthq Eng **18**:499–517

Anhang A Hard- und Softwarespezifikationen

Die folgenden Abschnitte geben die wesentlichen Spezifikationen der drei Computer, auf denen die Berechnungen durchgeführt wurden, an.

A.1 Itanium

Hersteller und Typ:
HP zx6000

CPU:
2x Itanium2, 1.3 GHz
L1-Cache: 16 + 16 KB (Daten + Instruktionen)
L2-Cache: 256 KB
L3-Cache: 3 MB

RAM:
12 GB

Festplatten und Controller:
LSI Logic PCI-X Ultra320 SCSI Hostadapter
HP 73.4G MAS3735NC (73 GB, SCSI, intern)
SEAGATE ST3300007LW (300 GB, SCSI, extern)

Betriebssystem:
Windows Server 2003 SP2 Enterprise IA64 Edition

ANSYS:

Release 10.0 mit LAPACK und BLAS aus Intel MKL 7.2

A.2 Opteron

Hersteller und Systemboard:
ICO, Tyan Thunder H2000M So-F

CPU:
2x Dual-Core AMD Opteron 2222 (3 GHz)
L1-Cache: 2 × 128 KB
L2-Cache: 2 × 1024 KB
L3-Cache: —

RAM:
32 GB (16 × 2 GB)

Festplatten und Controller:

Onboard SATA-Controller

ST3250620NS (250 GB, SATA, intern)

Adaptec RAID 3405

2x SEAGATE ST3300655SS (300 GB, SAS 15k, intern) als RAID0

Betriebssystem:

Windows Server 2003 R2 Standard x64 Edition

ANSYS:

Revision 11.0SP1 mit LAPACK und BLAS aus AMD ACML 4.2

A.3 Nehalem

Hersteller und Systemboard:

Coreto, Tyan S7010SAGM2NRF

CPU:

2x Quad-Core Intel Xeon X5570 (3 GHz)

L1-Cache: $2 \times 4 \times 32$ KB

L2-Cache: $2 \times 4 \times 256$ KB

L3-Cache: 2×8 MB

RAM:

48GB (12×4 GB)

Festplatten und Controller:

Onboard SATA-Controller

WD5002ABYS (500 GB, SATA, intern)

3ware 9690SA SAS RAID Controller

2x SEAGATE ST3600657SS (500 GB, SAS 15k, intern) als RAID0

Betriebssystem:

Windows Server 2003 R2 SP2 Enterprise x64 Edition

ANSYS:

Revision 11.0SP1 mit LAPACK und BLAS aus Intel MKL 9.1

Revision 14.0 mit LAPACK und BLAS aus Intel MKL 10.3

Anhang B Untersuchte Wallgeometrien

Die folgende Tabelle gibt eine vollständige Übersicht über die Parametervariationen, für welche die Abschirmkapazität ermittelt wurde.

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls

Nr.	Boden	Wall	θ_1	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
1	Weich	Weich	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
2	Weich	Weich	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
3	Weich	Weich	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
4	Weich	Weich	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
5	Weich	Weich	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
6	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
7	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
8	Weich	Weich	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
9	Weich	Weich	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
10	Weich	Weich	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
11	Weich	Weich	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
12	Weich	Weich	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
13	Weich	Weich	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
14	Weich	Weich	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
15	Weich	Weich	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
16	Weich	Weich	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
17	Weich	Weich	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
18	Weich	Weich	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
19	Weich	Weich	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
20	Weich	Weich	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
21	Weich	Weich	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
22	Weich	Weich	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
23	Weich	Weich	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
24	Weich	Weich	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
25	Weich	Weich	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
26	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
27	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	4.0
28	Weich	Weich	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	4.0
29	Weich	Weich	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	4.0
30	Weich	Weich	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	4.0
31	Weich	Weich	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	4.0
32	Weich	Weich	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	4.0
33	Weich	Weich	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
34	Weich	Weich	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	4.0
35	Weich	Weich	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
36	Weich	Weich	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	4.0
37	Weich	Weich	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
38	Weich	Weich	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	4.0
39	Weich	Weich	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
40	Weich	Weich	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	4.0
41	Weich	Weich	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
42	Weich	Weich	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	4.0
43	Weich	Weich	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	8.0
44	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	8.0
45	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	8.0
46	Weich	Mittel	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
47	Weich	Mittel	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
48	Weich	Mittel	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
49	Weich	Mittel	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
50	Weich	Mittel	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
51	Weich	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
52	Weich	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
53	Weich	Mittel	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
54	Weich	Mittel	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
55	Weich	Mittel	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
56	Weich	Mittel	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
57	Weich	Mittel	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
58	Weich	Mittel	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
59	Weich	Mittel	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
60	Weich	Mittel	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
61	Weich	Mittel	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
62	Weich	Mittel	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
63	Weich	Mittel	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
64	Weich	Mittel	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
65	Weich	Mittel	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
66	Weich	Mittel	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
67	Weich	Steif	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
68	Weich	Steif	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
69	Weich	Steif	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
70	Weich	Steif	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
71	Weich	Steif	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
72	Weich	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
73	Weich	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
74	Weich	Steif	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
75	Weich	Steif	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
76	Weich	Steif	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
77	Weich	Steif	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
78	Weich	Steif	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
79	Weich	Steif	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
80	Weich	Steif	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
81	Weich	Steif	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
82	Weich	Steif	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
83	Weich	Steif	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
84	Weich	Steif	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
85	Weich	Steif	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
86	Weich	Steif	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
87	Weich	Steif	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
88	Weich	Steif	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
89	Weich	Steif	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
90	Weich	Steif	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
91	Weich	Steif	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
92	Weich	Steif	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
93	Weich	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
94	Weich	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	8.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
95	Mittel	Weich	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
96	Mittel	Weich	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
97	Mittel	Weich	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
98	Mittel	Weich	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
99	Mittel	Weich	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
100	Mittel	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
101	Mittel	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
102	Mittel	Weich	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
103	Mittel	Weich	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
104	Mittel	Weich	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
105	Mittel	Weich	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
106	Mittel	Weich	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
107	Mittel	Weich	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
108	Mittel	Weich	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
109	Mittel	Weich	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
110	Mittel	Weich	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
111	Mittel	Weich	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
112	Mittel	Weich	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
113	Mittel	Weich	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
114	Mittel	Weich	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
115	Mittel	Weich	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
116	Mittel	Weich	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
117	Mittel	Weich	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	4.0
118	Mittel	Weich	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
119	Mittel	Mittel	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
120	Mittel	Mittel	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
121	Mittel	Mittel	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
122	Mittel	Mittel	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
123	Mittel	Mittel	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
124	Mittel	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
125	Mittel	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
126	Mittel	Mittel	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
127	Mittel	Mittel	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
128	Mittel	Mittel	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
129	Mittel	Mittel	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
130	Mittel	Mittel	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
131	Mittel	Mittel	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
132	Mittel	Mittel	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
133	Mittel	Mittel	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
134	Mittel	Mittel	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
135	Mittel	Mittel	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
136	Mittel	Mittel	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
137	Mittel	Mittel	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
138	Mittel	Mittel	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
139	Mittel	Mittel	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
140	Mittel	Mittel	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
141	Mittel	Mittel	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
142	Mittel	Mittel	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
143	Mittel	Mittel	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
144	Mittel	Mittel	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
145	Mittel	Mittel	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
146	Mittel	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
147	Mittel	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	4.0
148	Mittel	Mittel	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	4.0
149	Mittel	Mittel	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	4.0
150	Mittel	Mittel	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	4.0
151	Mittel	Mittel	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	4.0
152	Mittel	Mittel	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	4.0
153	Mittel	Mittel	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
154	Mittel	Mittel	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	4.0
155	Mittel	Mittel	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
156	Mittel	Mittel	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	4.0
157	Mittel	Mittel	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
158	Mittel	Mittel	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	4.0
159	Mittel	Mittel	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
160	Mittel	Mittel	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	4.0
161	Mittel	Mittel	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
162	Mittel	Mittel	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	4.0
163	Mittel	Steif	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
164	Mittel	Steif	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
165	Mittel	Steif	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
166	Mittel	Steif	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
167	Mittel	Steif	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
168	Mittel	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
169	Mittel	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
170	Mittel	Steif	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
171	Mittel	Steif	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
172	Mittel	Steif	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
173	Mittel	Steif	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
174	Mittel	Steif	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
175	Mittel	Steif	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
176	Mittel	Steif	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
177	Mittel	Steif	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
178	Mittel	Steif	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
179	Mittel	Steif	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
180	Mittel	Steif	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
181	Mittel	Steif	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
182	Mittel	Steif	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
183	Mittel	Steif	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
184	Mittel	Steif	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
185	Steif	Weich	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
186	Steif	Weich	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
187	Steif	Weich	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
188	Steif	Weich	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
189	Steif	Weich	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
190	Steif	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
191	Steif	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
192	Steif	Weich	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
193	Steif	Weich	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
194	Steif	Weich	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
195	Steif	Weich	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
196	Steif	Weich	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
197	Steif	Weich	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
198	Steif	Weich	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
199	Steif	Weich	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
200	Steif	Weich	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
201	Steif	Weich	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
202	Steif	Weich	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
203	Steif	Weich	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
204	Steif	Weich	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
205	Steif	Weich	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
206	Steif	Weich	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
207	Steif	Weich	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
208	Steif	Weich	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
209	Steif	Weich	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
210	Steif	Weich	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	4.0
211	Steif	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	8.0
212	Steif	Mittel	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
213	Steif	Mittel	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
214	Steif	Mittel	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
215	Steif	Mittel	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
216	Steif	Mittel	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
217	Steif	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
218	Steif	Mittel	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
219	Steif	Mittel	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
220	Steif	Mittel	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
221	Steif	Mittel	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
222	Steif	Mittel	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
223	Steif	Mittel	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
224	Steif	Mittel	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
225	Steif	Mittel	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
226	Steif	Mittel	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
227	Steif	Mittel	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
228	Steif	Mittel	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
229	Steif	Mittel	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
230	Steif	Mittel	70.0°	20.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
231	Steif	Mittel	70.0°	33.7°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
232	Steif	Mittel	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
233	Steif	Mittel	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
234	Steif	Steif	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0

Tabelle B-1: Parametervariationen zur Ermittlung der Abschirmkapazität eines Erdwalls (Forts.)

Nr.	Boden	Wall	θ_l	θ_r	C	H	D	W/λ_S	L/λ_S
235	Steif	Steif	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
236	Steif	Steif	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
237	Steif	Steif	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
238	Steif	Steif	28.9°	40.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
239	Steif	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
240	Steif	Steif	33.7°	33.7°	1.00 m	4.02 m	5.00 m	1/20	2.0
241	Steif	Steif	33.7°	40.0°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
242	Steif	Steif	33.7°	50.0°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
243	Steif	Steif	33.7°	60.0°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
244	Steif	Steif	33.7°	70.0°	1.00 m	3.02 m	5.00 m	1/20	2.0
245	Steif	Steif	33.7°	80.0°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
246	Steif	Steif	40.0°	28.9°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
247	Steif	Steif	40.0°	33.7°	1.00 m	3.72 m	5.00 m	1/20	2.0
248	Steif	Steif	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
249	Steif	Steif	50.0°	33.7°	1.00 m	3.38 m	5.00 m	1/20	2.0
250	Steif	Steif	60.0°	22.4°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
251	Steif	Steif	60.0°	33.7°	1.00 m	3.17 m	5.00 m	1/20	2.0
252	Steif	Steif	80.0°	19.5°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
253	Steif	Steif	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
254	Hart	Mittel	19.5°	80.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
255	Hart	Mittel	20.8°	70.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
256	Hart	Mittel	22.4°	60.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
257	Hart	Mittel	24.8°	50.0°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
258	Hart	Mittel	50.0°	24.8°	1.00 m	3.33 m	5.00 m	1/20	2.0
259	Hart	Mittel	80.0°	33.7°	1.00 m	2.86 m	5.00 m	1/20	2.0
260	Weich	Weich	33.7°	33.7°	0.00 m	3.33 m	1.00 m	1/20	2.0
261	Weich	Weich	33.7°	33.7°	0.00 m	3.33 m	1.00 m	1/20	4.0
262	Weich	Weich	33.7°	33.7°	0.00 m	3.33 m	1.00 m	1/20	8.0
263	Weich	Weich	33.7°	33.7°	1.00 m	3.33 m	1.00 m	1/20	2.0
264	Hart	Mittel	33.7°	33.7°	0.00 m	3.33 m	1.00 m	1/20	2.0