

# Skalierungen und Zweipunkt- Geschwindigkeitskorrelationen in turbulenten Grenzschichten bei großen Reynoldszahlen

vorgelegt von  
Diplom-Ingenieur  
Karsten Knobloch  
aus Bernau bei Berlin

von der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme  
der Technischen Universität Berlin  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften  
– Dr.-Ing. –

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuß:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. J. Thorbeck  
Berichter: Prof. Dr.-Ing. H.-H. Fernholz  
Berichter: Prof. Dr.-Ing. C.-O. Paschereit

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 02. September 2008

Berlin 2008  
D 83



---

## Danksagung

Diese Arbeit wurde begonnen während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Hermann-Föttinger-Institut (HFI) der TU Berlin und schließlich fertiggestellt während der sich daran anschließenden Tätigkeit beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Abteilung Triebwerksakustik, die sich im gleichen Haus befindet wie das TU-Institut. Über die Jahre hat eine Vielzahl von Menschen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen, denen ich an dieser Stelle meinen Dank aussprechen möchte.

Herr Prof. Dr.-Ing. H.-H. Fernholz als “Chef der Grenzschicht-Gruppe” hat das DFG-Forschungsprojekt zusammen mit Herrn Dr.-Ing. M. Schober ins Leben gerufen, dessen Bearbeitung mir dieses Thema zur Promotion eröffnet hat. Für die fruchtbaren Diskussionen und diverse Anregungen, Beharrlichkeit beim Auswerten und Analysieren der Daten, Unmengen an Literatur-Nachschub und nicht zuletzt die große Geduld bis zum Abschluss der Promotion gilt Herrn Fernholz mein besonderer Dank. Ebenso möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. C.O. Paschereit – Mit Antragsteller in der Verlängerungsphase des DFG-Projektes und Gutachter im Promotionsverfahren – und Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Thorbeck für die Übernahme des Vorsitzes in der Prüfungskommission herzlich danken.

Viele Kollegen am HFI und beim DLR haben durch fachliche Diskussionen, tatkräftige Hilfe und auch viele aufmunternde Worte dafür gesorgt, dass es immer irgendwie weiter ging. Besonders erwähnen möchte ich dabei natürlich die “Grenzschicht-Gruppe”, deren letzter offiziell eingestellter Mitarbeiter ich war. Bruno Stefes, Frank Urzynecok, Rainer Sonnenberger und Martin Schober waren bei den Messungen am DNW im Sommer 2001 dabei - ein für alle sicherlich unvergessliches Erlebnis. Im Büro haben Frank Urzynecok und später Frank Grewe dafür gesorgt, dass Arbeit eben nicht nur Arbeit ist. Als studentische Mitarbeiter hatten Frank Bauermeister, Ivanka Pelivan und Michael Goetz ebenfalls einen nicht geringen Anteil am Gelingen der Arbeit.

Die Metallwerkstatt mit Herrn Barzantny und seinem Team - Axel Bendiks, Horst Mettchen und Wilfried Postel - hat die tadellos funktionierenden Korrelationstraversen und diverse weitere Sachen für die Versuchsaufbauten gefertigt. Rainer Eschenhagen kümmerte sich stets engagiert um alle Elektronik-Probleme. Ohne den leider viel zu früh verstorbenen Albrecht Ebner wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Schließlich hat er mit unglaublicher Sorgfalt und viel Einsatz jede Menge Hitzdraht-Sonden für mich gebaut oder umgehend repariert wenn mal ein kleines “Malheur” bei einer Messung passiert ist. Die Unterstützung von Christian Kähler bei der Durchführung der PIV-Messungen sowie seine bereitwillige Hilfe bei Fragen zur Auswertung

der PIV-Daten möchte ich ebenso wie die Diskussionen mit Klaus Ehrenfried dankend erwähnen.

Herrn Leutz und Frau Lindemann an dieser Stelle stellvertretend ebenfalls ein großes Dankeschön dafür, dass man sich als wissenschaftlicher Mitarbeiter nicht zu viel um den “Verwaltungskram” kümmern musste. Meinen Kollegen vom DLR danke ich vor allem für die Unterstützung und die Ermunterung, das Thema Dissertation nun endlich zum Abschluss zu bringen.

Schließlich möchte ich auch meiner Familie danken, speziell meinen Eltern die mich über all die Jahre unterstützt haben und mir diesen Weg erst ermöglicht haben. Ganz besonderer Dank gilt allerdings meiner Frau Ines und den Kindern Sophie, Constantin und Eva, die mich während der letzten Jahre großartig unterstützt haben und sehr viel Zeit geopfert haben, damit ich die Arbeit erfolgreich abschließen konnte.

Karsten Knobloch  
Berlin, im September 2008

# Inhaltsverzeichnis

Danksagung	iii
Nomenklatur	vii
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Überblick und Einordnung . . . . .	2
1.2 Ziel, Inhalt und Gliederung der Arbeit . . . . .	5
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>9</b>
2.1 Skalierung von Profilmessungen . . . . .	13
2.1.1 Skalierung der mittleren Geschwindigkeit . . . . .	13
2.1.2 Skalierung der Schwankungsgeschwindigkeiten . . . . .	17
2.2 Spektren . . . . .	22
2.3 Korrelationen . . . . .	26
2.4 Taylor-Hypothese . . . . .	28
<b>3 Experimenteller Aufbau und Versuchsdurchführung</b>	<b>31</b>
3.1 Messungen im DNW-LLF . . . . .	31
3.2 Messungen im LaWiKa . . . . .	38
3.3 Hitzdraht-Sonden . . . . .	40
3.4 Wandhitzdraht-Sonden . . . . .	42
3.5 Prestonrohr-Messungen . . . . .	43
3.6 Temperatur und Druck . . . . .	44
3.7 Messgeräte und Datenerfassung . . . . .	44
<b>4 Wandreibung</b>	<b>47</b>
4.1 Wandreibungsmessung im DNW . . . . .	50
4.2 Wandreibungsmessung im LaWiKa . . . . .	53
4.3 Untersuchung der zeitlich aufgelösten Wandreibung . . . . .	55

<b>5</b>	<b>Ergebnisse der Profilmessungen und Skalierungen</b>	<b>63</b>
5.1	Kennzahlen & charakteristische Größen . . . . .	63
5.2	Vergleich der Messungen mit Daten aus der Literatur . . . . .	69
5.3	Vergleich von Hitzdraht- und PIV-Messungen . . . . .	77
5.4	Skalierungen der Profilmessungen . . . . .	83
5.4.1	Mittlere Geschwindigkeit . . . . .	83
5.4.2	Turbulenzgrößen . . . . .	88
5.5	Spektren . . . . .	101
5.5.1	Skalierung der $u'$ -Spektren . . . . .	105
5.5.2	Skalierung der $v'$ -, $w'$ -, und $u'v'$ -Spektren . . . . .	120
5.5.3	Proportionalitätsbereiche . . . . .	125
<b>6</b>	<b>Zweipunkt-Geschwindigkeitskorrelationen</b>	<b>135</b>
6.1	Zweipunkt-Korrelationen in wandnormaler Richtung . . . . .	138
6.2	Zweipunkt-Korrelationen in Hauptströmungsrichtung . . . . .	143
6.3	Skalierung von Zweipunkt-Korrelationen . . . . .	148
6.4	2-D Korrelationen in Abhängigkeit vom Wandabstand . . . . .	155
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>162</b>
<b>A</b>	<b>Miniaturisierte 3-Draht-Sonden</b>	<b>167</b>
A.1	Allgemeines . . . . .	167
A.2	Aufbau der Sonde . . . . .	169
A.3	Vergleichsmessungen . . . . .	171
A.4	Winkelkalibration und Eindeutigkeitsbereich . . . . .	174
A.5	Orthogonale und nicht-orthogonale Berechnung . . . . .	179
A.6	Optimierung der Sondencharakteristik . . . . .	181
<b>B</b>	<b>Zur Genauigkeit der Hitzdraht-Messungen</b>	<b>187</b>
<b>C</b>	<b>Auswertung und Aufbereitung der PIV-Aufnahmen</b>	<b>195</b>
C.1	Aufbau & Allgemeines . . . . .	196
C.2	Auswertung der Mono-PIV-Aufnahmen . . . . .	201
C.3	Auswertung der Stereo-PIV-Aufnahmen . . . . .	208
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>215</b>

# Nomenklatur

Es ließ sich leider nicht vermeiden, manche Variablen oder Symbole – mit verschiedener Bedeutung – mehrfach zu benutzen (z.B.  $\Delta$  als Symbol für die Differenz und gleichzeitig als Bezeichnung der Rotta-Clauser-Länge). Die in der Grenzschichttheorie und für turbulente Strömungen übliche Nomenklatur sollte jedoch möglichst beibehalten werden. Die jeweilige Bedeutung geht in diesen Fällen aus dem Kontext eindeutig hervor. Variablen, die nur einmalig benutzt werden (z.B. Konstanten in einer Gleichung), werden an Ort und Stelle erklärt oder definiert und nicht im Symbolverzeichnis aufgeführt.

Größen, die mit einem “+” gekennzeichnet sind, wurden mit “inneren Variablen” ( $u_\tau$  und  $\nu$ ) – bzw. einer geeigneten Kombination daraus – dimensionslos gemacht. In der Literatur wird diese Darstellung auch als Normierung mit Wandeinheiten oder Innenskalierung bezeichnet.

Zur Beschreibung der Turbulenz wird hauptsächlich die Reynolds-Dekomposition genutzt:  $x = \bar{x} + x'$ . Dabei kennzeichnet der Querstrich über der Variablen den Mittelwert der Größe ( $\bar{x}$ ) und der Apostroph den Schwankungsanteil der Größe ( $x'$ ). Momentanwerte werden ohne Zusätze dargestellt ( $x$ ).

Vektorielle Größen werden – falls notwendig – durch einen Unterstrich gekennzeichnet ( $\underline{x}$ ).

Definitionen charakteristischer Längen, Geschwindigkeiten und verschiedener Reynoldszahlen sind in Abschnitt 5.1 aufgeführt.

## Lateinische Buchstaben

$c_f$	Wandreibungskoeffizient
$c_p$	Statischer Druckkoeffizient
$C$	Additive Konstante im log. Wandgesetz
$d$	Durchmesser, z.B. des Hitzdraht-Sensordrahtes

---

$E_{uu}(f)$	Eindimensionale spektrale Leistungsdichte der Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung in Abhängigkeit von der Frequenz
$E_{uu}(k_1),$ $E_{vv}, E_{ww}$	Eindimensionales Wellenzahlspektrum in Hauptströmungsrichtung der $u$ -Komponente der Geschwindigkeit, der $v$ -Komponente bzw. der $w$ -Komponente
$E_{uv}$	Eindimensionales Wellenzahlspektrum aus dem Co-Spektrum von $u'v'$
$f$	Frequenz
$f(\dots)$	Funktion von $\dots$ , nicht näher definierter funktioneller Zusammenhang, mehrfach verwendet für unterschiedliche funktionale Zusammenhänge
$h$	- Wandabstand des Wandheizdrahtes - Koeffizient für die Längskühlung eines Heizdrahtes
$H_{12}$	Formparameter
$k$	- Wellenzahl - Koeffizient für die Längskühlung eines Heizdrahtes
$k_1$	Wellenzahl in Hauptströmungsrichtung
$K$	Kurtosis einer statistischen Größe ( $u', v', \dots, \tau'_W$ )
$l, L$	Länge
$l^*$	viskose Länge ( $l^* = \nu/u_\tau$ )
$p$	statischer Druck
$r$	Abstand
$R$	Radius
$R_{ij}$	Korrelationskoeffizient der Größen $i, j$
$Re_{\delta_2}, Re_{\delta_2}$	Reynoldszahl gebildet mit der Impulsverlustdicke
$Re_\lambda$	turbulente Reynoldszahl
$S$	Schiefe einer statistischen Größe ( $u', v', \dots, \tau'_W$ )
$t$	Zeit
$Tu$	Turbulenzgrad

---

$u, v, w$	Koordinaten des momentanen Geschwindigkeitsvektors $u$ - Komponente in Hauptströmungsrichtung, $v$ - Komponente in Wandnormalen-Richtung, $w$ - Komponente in Spannweitenrichtung
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	Komponenten des mittleren Geschwindigkeitsvektors
$u', v', w'$	Komponenten des Vektors der Schwankungsgeschwindigkeit
$u^+$	Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung normiert mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit
$u_\delta$	mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung am Grenzschichttrand ( $y = \delta_{99\%}$ )
$u_\tau$	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
$u_\infty$	ungestörte Anströmgeschwindigkeit
$U_c$	Konvektionsgeschwindigkeit
$U_{eff}$	effektive Kühlgeschwindigkeit eines Hitzdrahtes
$v_k$	Kolmogorov-Geschwindigkeit
$x, y, z$	Koordinaten des Ortsvektors $x$ - in Hauptströmungsrichtung, $y$ - senkrecht zur festen Berandung (Wand), $z$ - parallel zur Wand
$y^+$	Wandabstand normiert mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit und der Zähigkeit

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Kippwinkel der Hitzdrahtsonde (zur Wand hin positiv)
$\beta$	Schiebewinkel der Hitzdrahtsonde (während der Winkelkalibration)
$\delta, \delta_{99}$	Grenzschichtdicke: Wandabstand, bei dem die mittlere Geschwindigkeit in Strömungsrichtung 99% der Geschwindigkeit der ungestörten Potentialströmung erreicht
$\delta_1$	Verdrängungsdicke
$\delta_2$	Impulsverlustdicke
$\Delta$	- Differenz zweier (gleicher) Größen - Rotta-Clauser-Länge
$\Delta_c$	Stärke des Nachlaufs nach Coles (1956)
$\varepsilon, \epsilon$	Dissipationsrate
$\eta$	Kolmogorov-Länge
$\kappa$	von Kármán-Konstante im log. Wandgesetz
$\lambda, \lambda_g, \lambda_f$	Taylorsche Mikrostrukturlängen
$\Lambda, \Lambda_g, \Lambda_f$	Makrostrukturlängen
$\mu$	molekulare Viskosität
$\nu$	kinematische Viskosität
$\rho$	Dichte
$\sigma$	Standardabweichung einer statistischen Größe
$\tau_W$	Wandschubspannung

## Abkürzungen

DG	Messwerte von DeGraaff & Eaton (1999) bzw. Skalierung nach DeGraaff & Eaton (2000)
DNW	Deutsch-Niederländische-Windkanäle, hier speziell DNW-LLF (großer subsonischer Windkanal)
DNW93	Messung im DNW im Jahr 1993, (siehe Fernholz et al. , 1995)
FP	Fester Punkt, Punkt innerhalb der Grenzschicht, auf den die Korrelationen bezogen werden
HFI	Hermann-Föttinger-Institut, nach Umbenennung jetzt Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, TU-Berlin
LaWiKa, LWK	Laminar-Windkanal des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik(vormals HFI), TU-Berlin
LDA	Laser Doppler Anemometrie
M1, M2	Mono-PIV-Kameras bzw. deren Beobachtungsausschnitt (siehe Abbildung 3.6)
P-	Datensatz DNW, große Platte (in Verbindung mit der Anströmgeschwindigkeit)
PCO	Hersteller der PIV-Digitalkameras
PIV	Particle Image Velocimetry (Messtechnik zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit)
Mono-	konventionelle PIV-Anordnung, Bestimmung von zwei Geschwindigkeitskomponenten
Stereo-	Doppel-Kamera PIV-Anordnung, Bestimmung von drei Geschwindigkeitskomponenten
rms	root-mean-squared, Standardabweichung einer turbulenten Schwankungsgröße oder sonstigen statistischen Größe

---

SW-	Datensatz DNW, Seitenwand (in Verbindung mit der Anströmgeschwindigkeit)
S1, S2	Stereo-PIV-Kameras bzw. deren Beobachtungsausschnitt (siehe Abbildung 3.6)
WHD	Wandhitzdraht-Sonde

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Bedeutung von turbulenten Strömungen in Natur und Technik ist seit Langem unumstritten. Auch die Eignung der Navier-Stokes-Gleichungen als Grundgleichungen zur Beschreibung der Bewegung von Flüssigkeiten und Gasen ist weit mehr als 100 Jahre bekannt. Doch trotz umfangreicher analytischer, experimenteller und numerischer Arbeiten ist die komplette Beschreibung des Phänomens “Turbulenz” bisher nicht gelungen.

Dies liegt sowohl an den mathematischen Schwierigkeiten bei der Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen, die ein System nichtlinearer, gekoppelter, partieller Differentialgleichungen darstellen als auch an der “chaotischen dreidimensionalen Zusatzbewegung, die der Grundströmung überlagert ist”. Diese Formulierung definiert zum einen ganz grob den Begriff Turbulenz. Zum anderen stellt sie die Grundlage für eine statistische Beschreibung des Turbulenzphänomens dar, bei der die momentane Geschwindigkeiten der Strömung in einen Mittelwert und eine entsprechende Schwankungsgröße zerlegt wird. Dieses Vorgehen wurde von O. Reynolds im Jahr 1895 erstmals vorgeschlagen.

Die Lösung der Grundgleichungen erfordert bei einer derartigen Zerlegung der Strömungsgeschwindigkeit zusätzliche Gleichungen oder Annahmen zur Berechnung der Terme, die die Schwankungsanteile enthalten. Verschiedene Modelle und Theorien wurden entwickelt, um diese als “Schließungsproblem der Turbulenz” bekannte Aufgabe zu lösen. Dabei werden in der Regel experimentell ermittelte Datensätze genutzt, um die in den Modellen enthaltenen Konstanten oder Strukturfunktionen zu bestimmen.

Es hat sich gezeigt, dass diese Konstanten und Funktionen oft nicht universell sind und stattdessen an die untersuchte Konfiguration angepasst werden müssen. Auch die Variation der Reynoldszahl – einer der wichtigsten Parameter in der Strömungstechnik – kann zur Folge haben, dass Ergebnisse aus einer Untersuchung nicht ohne weiteres auf eine zweite, geometrisch ähnliche

Konfiguration übertragen werden können. Dies ist von besonderer Relevanz bei der Untersuchung komplexer Geometrien wie Modellen von Autos, Schiffen oder Flugzeugen, deren Ergebnisse auf die Hauptausführung übertragen werden sollen.

Da die in Natur und Technik auftretenden Strömungsprobleme oft durch sehr große Reynoldszahlen charakterisiert sind (z.B. Meeresströmungen, Umströmung von Flugzeugen), ist eine Erweiterung der vorhandenen Datenbasis von turbulenten Strömungen hin zu großen Reynolds-Zahlen nach wie vor von großer Bedeutung.

Selbst bei dem strömungsmechanisch sehr einfach erscheinenden Fall einer zweidimensionalen, inkompressiblen Strömung entlang einer ebenen Platte (Druckgradient null), auf der sich eine turbulente Grenzschicht ausbildet, werden die genauen funktionalen Verläufe und Reynoldszahl-Abhängigkeiten der verschiedenen Turbulenzgrößen weiterhin untersucht und diskutiert.

Für diese Strömungskonfiguration gibt es bereits eine Vielzahl von Experimenten und Rechnungen bei verschiedenen Reynolds-Zahlen. Eine umfangreiche Zusammenstellung von Experimenten findet sich z.B. bei Fernholz & Finley (1996), eine aktuelle Übersicht zur Diskussion der Skalierung geben z.B. Buschmann & Gad-el-Hak (2007).

Jedoch sind auch für die turbulente Wandgrenzschicht neue Mess-Daten bei großen Reynoldszahlen erforderlich, da diese Strömungskonfiguration sowohl grundsätzliche (z.B. Konstanten in semi-empirischen Theorien, Untersuchung kohärenter Strukturen) als auch große praktische Bedeutung (z.B. Umströmung langer schlanker Körper) hat.

## 1.1 Überblick und Einordnung

Das Interesse an Strömungen bei großen Reynoldszahlen, auch speziell an der turbulenten zweidimensionalen Wandgrenzschicht, ist an der regen Forschungstätigkeit und einer Vielzahl von Arbeiten weltweit erkennbar. Die verschiedenen Möglichkeiten zur Untersuchung von Strömungen bei großen Reynoldszahlen sollen kurz anhand der Definition der Reynoldszahl diskutiert werden.

Die Reynoldszahl enthält ganz allgemein eine charakteristische Geschwindigkeit, eine charakteristische Länge und die Zähigkeit. Betrachtet man die Grenzschicht an einer ebenen Platte ( $dp/dx = 0$ ) bieten sich z.B. folgende Größen zur Charakterisierung dieser Strömung an: die Geschwindigkeit  $u_\delta$  am Grenzschichtrand, die Lauflänge  $L$  gemessen von der Plattenvorderkante

und die kinematische Zähigkeit  $\nu = \mu/\rho$ . Die Reynoldszahl lautet dann:

$$Re = \frac{u_\delta L \rho}{\mu}$$

Bei gegebenem Strömungsmedium kann eine Vergrößerung der Reynoldszahl im Experiment folgendermaßen erreicht werden:

- *Erhöhung der Anströmgeschwindigkeit, d.h.  $u_\delta$  steigt*  
z.B. durch Erhöhung der Drehzahl des Antriebs des Windkanals
- *Erhöhung der Lauflänge  $L$*   
z.B. durch Experimente in sehr großen Windkanälen
  - Deutsch-Niederländischer-Windkanal (DNW-LLF:  $8 \times 6 \text{ m}^2$ ,  $L \approx 20 \text{ m}$ )  
z.B. Fernholz et al. (1995), Grenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 57 \cdot 10^3$
  - NASA-Ames Windkanal ( $24 \times 36 \text{ m}^2$ ,  $L \approx 50 \text{ m}$ ),  
z.B. Saddoughi & Veeravalli (1994), Grenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 370 \cdot 10^3$
  - Boundary Layer Wind Tunnel, Western Ontario, Kanada ( $L \approx 38 \text{ m}$ )  
z.B. Castillo et al. (2002), Grenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 120 \cdot 10^3$
  - Grenzschicht-Windkanal in Lille, Frankreich ( $L \approx 20 \text{ m}$ )  
z.B. Kähler (2004), Grenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 15 \cdot 10^3$
  - MTL-Windkanal der KTH Stockholm, Schweden ( $L \approx 7 \text{ m}$ )  
z.B. Österlund (1999), Grenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 27 \cdot 10^3$
  - Atmosphärische Bodengrenzschicht, SLTEST Utah, USA,  
z.B. Metzger & Klewicki (2001), Bodengrenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 5 \cdot 10^6$ ,  
Kunkel & Marusic (2006), Bodengrenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \approx 1 \cdot 10^6$
- *Erhöhung der Dichte  $\rho$*   
z.B. durch eine Kompression des Arbeitsmediums
  - HRTF und Super-Pipe in Princeton, USA,  
z.B. Zhao & Smits (2007) Rohrströmung mit  $Re_D \leq 9,8 \cdot 10^6$ ,  
entspricht ungefähr  $Re_{\delta_2} = 490 \cdot 10^3$  ( $1/20 Re_D$ )
  - z.B. durch Kühlung des Strömungsmediums
  - Kryokanal Köln
- *Verringerung der dynamischen Zähigkeit  $\mu$*   
z.B. durch eine Abkühlung des Arbeitsmediums
  - Kryokanal Köln

Die hier aufgezählten Möglichkeiten zur Untersuchung von großen Reynoldszahlen haben jeweils spezielle Vor- und Nachteile. Die Erhöhung der Geschwindigkeit erfordert ebenso wie die Verwendung großer Windkanäle eine sehr große Antriebsleistung. Die entsprechenden Anlagen sind außerdem

sehr teuer. Vorteilhaft ist die große Lauflänge hinsichtlich des räumlichen Auflösungsvermögens der verschiedenen Mess-Techniken, da sich entsprechend dicke Grenzschichten entwickeln. Die in konventionellen Windkanälen realisierbaren Reynoldszahlen erreichen oft nicht den für die direkte technische Anwendungen erforderlichen Bereich (Flugzeugumströmung im Reiseflug:  $Re_x \approx 8 \cdot 10^8$ , DNW-LLF:  $Re_x \leq 2 \cdot 10^8$ ), verringern jedoch den Unterschied in der Reynoldszahl gegenüber normalen Laborexperimenten um ein bis zwei Größenordnungen.

Die Untersuchung der Bodengrenzschicht der Atmosphäre bietet aufgrund der Dicke der Grenzschicht die Möglichkeit, eine hervorragende räumliche Auflösung zu erzielen ohne jedoch reproduzierbare Randbedingungen (z.B. Anströmgeschwindigkeit und -richtung) garantieren zu können. Messungen, bei denen das Strömungsmedium komprimiert oder abgekühlt wird, sind sehr aufwändig hinsichtlich des apparativen Aufbaus (z.B. Druckfestigkeit der Geräte und Anlagen) und der Zugänglichkeit für bestimmte Messtechniken und erfordern vor der Versuchsdurchführung Zeit zur Herstellung der Versuchsbedingungen.

Für die Untersuchungen bei großen Reynoldszahlen gibt es oft besondere Anforderungen bzw. Einschränkungen bei der Versuchsdurchführung:

- Die Versuchsanlagen sind groß und teuer und haben in der Regel hohe Betriebskosten. Dies schränkt oft die zur Verfügung stehende Messzeit ein.
- Die Messtechnik muss einen großen Bereich abdecken, aber gleichzeitig auch sehr fein auflösen. Je höher die Reynoldszahl wird, desto breiter wird das Spektrum der Turbulenz und desto kleiner werden die Strukturen, die erfasst werden müssen.
- Die Oberflächenrauigkeit muss sehr gering sein, da sich die Rauigkeit sonst auf den wandnahen Bereich der Strömung auswirkt.
- Die Randbedingungen sollten kontrollierbar und reproduzierbar sein, die Genauigkeitsanforderungen sind teilweise höher als in kleineren Laborexperimenten.

Die Anforderungen können oft nicht vollständig erfüllt werden und entsprechende Sorgfalt ist bei der Auswertung und Interpretation der Ergebnisse notwendig.

Die rege Forschungstätigkeit auf dem Gebiet wird auch anhand mehrerer internationaler Konferenzen zu den Themen "Skalierung" und "Große Reynoldszahlen" in den vergangenen Jahren deutlich. Unter anderem sind

das IUTAM-Symposium “Reynolds Number Scaling in Turbulent Flow” in Princeton/USA im September 2002, der Workshop “Second International Workshop on Wall-Bounded Turbulent Flows” in Triest/Italien im November 2004, das “Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena - 2005” in Williamsburg/USA im Juni 2005 sowie entsprechende Programmteile bei den regelmäßig stattfindenden Konferenzen “European Turbulence Conference” (ETC) und “Euromech Fluid Mechanics Conference” (EFMC) zu nennen.

Der Fülle an Untersuchungen und Publikation zu dem Thema stehen jedoch oft Unsicherheiten und Unzulänglichkeiten hinsichtlich der Randbedingungen bei der Versuchsdurchführung gegenüber. Manchmal sind die Messungen nur auf einen Teil der Grenzschicht beschränkt und nur selten wird die komplette Datenbasis einer Untersuchung publiziert.

Deshalb wurde im Rahmen des DFG-Projektes Fe43/44 eine neue Untersuchung im DNW geplant und im Jahr 2001 durchgeführt, die die früheren Messung im DNW (Fernholz et al. , 1995) ergänzt und erweitert. Teile der Daten aus dieser Messung wurden im Rahmen der Interdisziplinären Turbulenzinitiative (ITI) der DFG auch anderen Forschergruppen zugänglich gemacht und vorläufige Ergebnisse auf Konferenzen präsentiert und publiziert (Knobloch & Fernholz , 2004, 2005; Jachens et al. , 2005, 2006). Zeitgleich mit der Messung wurde auch von der RWTH Aachen eine Grenzschichtmessung im DNW durchgeführt, bei der räumliche Korrelationen in Spannweiten-Richtung untersucht wurden (Abstiens, Schröder & Limberg , 2004; Abstiens , 2007).

## 1.2 Ziel, Inhalt und Gliederung der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, detaillierte Messungen in turbulenten Wandgrenzschichten (Druckgradient null) durchzuführen und mit den Messdaten verschiedene Skalierungen zu überprüfen. Zudem sollten neben den reinen Profilmessungen auch Zweipunkt-Geschwindigkeits-Korrelationen untersucht werden, die wichtige Einblicke in die Struktur der Wandgrenzschichten und deren Längenskalen ermöglichen. Die Datenbasis sollte sich über einen großen Reynoldszahl-Bereich bis  $Re_{\delta_2} > 100000$  erstrecken, um vorhandene Reynoldszahl-Einflüsse bei Skalierungen zu identifizieren und den Vergleich mit anderen Untersuchungen zu ermöglichen.

Den wichtigsten und größten Teil der Arbeit stellen die Messungen dar, die im Sommer 2001 im Deutsch-Niederländischen-Windkanal (DNW-LLF) während einer einwöchigen Messkampagne durchgeführt wurden. Dabei wur-

den in der  $8 \times 6 \text{ m}^2$ -Mess-Strecke zwei Wandgrenzschichten untersucht: an der Seitenwand entwickelte sich durch den stoßfreien Übergang zwischen der Düse und der Mess-Strecke eine Grenzschicht mit entsprechend großer Lauflänge. Eine zweite Grenzschicht wurde auf einer großen Platte generiert, die auf dem “Moving Belt” etwas oberhalb des Bodens der Mess-Strecke montiert war. An beiden Mess-Stellen wurden mit der Hitzdraht-Anemometrie Profil- und Zweipunkt-Korrelationsmessungen durchgeführt. Der Reynoldszahl-Bereich betrug für die Grenzschicht an der Seitenwand  $63000 \leq Re_{\delta_2} \leq 115000$  und auf der Platte  $39000 \leq Re_{\delta_2} \leq 56000$ .

Auf der Platte wurden außerdem PIV-Messungen durchgeführt, mit denen eine Ebene des Strömungsfeldes untersucht wurde, die durch die axiale und die wandnormale Richtung aufgespannt wurde. Andere PIV-Messungen bei vergleichbaren Reynoldszahlen wurden bis zum Zeitpunkt der Messung und meines Wissens auch bis zum heutigen Tage nicht publiziert. Die Ergebnisse dieser Messung dienen zum Vergleich mit den Hitzdraht-Messungen und ergänzen diese um Korrelationen in Hauptströmungsrichtung.

Zusätzlich zu den Untersuchungen im DNW wurden in den Jahren 2002 bis 2004 Messungen im Laminar-Windkanal (LaWiKa) des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik durchgeführt. Dabei wurden in einem Reynoldszahl-Bereich  $4600 \leq Re_{\delta_2} \leq 11800$  mit verschiedenen Hitzdraht-Sonden Profilmessungen und Zweipunkt-Korrelationsmessungen vorgenommen. Außerdem dienten diese Messungen der Überprüfung der 3-Draht-Sonden-Charakteristik (siehe auch Anhang A).

Die Messungen aus LaWiKa und DNW ergeben zusammen eine umfangreiche Datenbasis über einen Reynoldszahl-Bereich von  $4600 \leq Re_{\delta_2} \leq 115000$ , mit der im Folgenden die Skalierung von Profilen, Spektren und Korrelationen näher untersucht wird. Hitzdraht-Korrelationsmessungen und PIV-Messungen ermöglichen die Untersuchung der Struktur der Grenzschicht insbesondere von Längenskalen bei großen Reynoldszahlen.

Eine begleitende numerische Simulation wurde zu der experimentellen Untersuchung nicht durchgeführt, da dies den Rahmen der Arbeit bei weitem gesprengt hätte. Nur eine direkte numerische Simulation (DNS) ist in der Lage, alle relevanten Skalen der Turbulenzbewegung aufzulösen. Dabei wäre jedoch ein enormer Aufwand hinsichtlich der Rechenzeit (viele Zeitschritte für statistische Mittelung) und ein sehr feines Rechengitter nötig. Besonders für die Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} \geq 10000$  dürften die heute zur Verfügung stehenden Rechnerkapazitäten noch längst nicht ausreichend sein, um diese Strömung vollständig zu berechnen.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: In Kapitel 2 wird eine Übersicht über aktuelle Arbeiten und Vorschläge zur Skalie-

rung von Strömungsgrößen in turbulenten Grenzschichten (& Innenströmungen) gegeben. Dabei stehen die Skalierung der mittleren Geschwindigkeit und der Schwankungsanteile nach der Reynoldsschen Dekomposition im Mittelpunkt. Erweitert wird diese Betrachtung auf Spektren, Zweipunkt-Geschwindigkeitskorrelationen, Längenmaße und die Taylor-Hypothese zur Äquivalenz von Raum- und Zeitkorrelationen. Kapitel 3 beschreibt den Aufbau der Versuche im DNW und im LaWiKa, die verwendete Messtechnik und die Randbedingungen der Untersuchung. Die Darstellung der Ergebnisse der Untersuchungen beginnt in Kapitel 4 mit den Wandreibungsuntersuchungen. Diese bilden eine wichtige Grundlage für die Normierung der gemessenen Strömungsgrößen. In Kapitel 5 werden die Profilmessungen, die mit der Hitzdraht-Messtechnik im DNW und im LaWiKa durchgeführt wurden, ausführlich dargestellt, mit PIV-Messungen aus der DNW-Messung verglichen und verschiedene Skalierungen hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit und Universalität untersucht. Außerdem werden die Spektren der Turbulenzbewegung an ausgewählten Stellen der Grenzschicht hinsichtlich ihrer Skalierung untersucht. In Kapitel 6 erfolgt schließlich die Betrachtung der gemessenen Zweipunkt-Geschwindigkeitskorrelationen. Eng verknüpft damit ist die Anwendbarkeit der Taylor-Hypothese bei großen Reynoldszahlen, die anhand der Datenbasis geprüft wurde. Eine kurze Zusammenfassung (Kapitel 7) sowie Anhänge zur Hitzdrahtmesstechnik mit 3-Draht-Sonden (Anhang A), Betrachtungen zur Genauigkeit der Hitzdrahtmessungen (Anhang B) und eine detaillierte Beschreibung der Auswertung der PIV-Messungen (Anhang C) bilden den Abschluss der vorliegenden Arbeit.



# Kapitel 2

## Stand der Forschung

Für turbulente Strömungen gelten ebenso wie für laminare Strömungen die Grundgleichungen in Form von Masse-, Impuls- und Energieerhaltung solange Quellen und Senken ausgeschlossen werden. In der Strömungsmechanik wird die Massenerhaltung im Allgemeinen als Kontinuitätsgleichung formuliert und die Impulserhaltung in der Form der Navier-Stokes-Gleichungen. Für inkompressible newtonsche Fluide lauten diese Gleichungen in Indexschreibweise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \rho \frac{\partial c_i}{\partial t} + \rho c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j} &= \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_j^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Eine entsprechende Gleichung für die mechanische Energie ergibt sich durch Multiplikation des Impulssatzes mit der Geschwindigkeit. Die Gleichungen gelten in dieser Form auch für turbulente Strömungen, wobei in diesem Fall die Momentanwerte der Geschwindigkeiten  $c_i$  eingesetzt werden müssen. Auf Grund ihrer Kopplung und Nichtlinearität sind diese Gleichungen im Allgemeinen nicht analytisch lösbar. Für laminare Strömungen lassen sich mit Hilfe der zuerst von Prandtl (1904) vorgeschlagenen Grenzschichtvereinfachungen mit Hilfe geeigneter Transformationen die so genannten “ähnlichen Lösungen” – und als Spezialfall für Druckgradient  $\partial p / \partial x = 0$  das Blasius-Profil – als Lösung angeben.

Für die turbulente Strömung gelten zwar ähnliche Grenzschichtvereinfachungen wie für die laminaren Strömungen, jedoch wird hier die analytische Lösung der Gleichungen durch das Vorhandensein einer dreidimensionalen stochastischen Schwankungsbewegung erschwert, die der mittleren Bewegung überlagert ist. Mit Hilfe der Reynolds-Dekomposition  $c_i = \bar{c}_i + c'_i$  ergibt sich folgende Form der Navier-Stokes-Gleichungen für eine stationäre Strömung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \rho \bar{c}_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} &= \rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial (\rho \bar{c}'_i \bar{c}'_j)}{\partial x_j}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Gleichung (2.2) unterscheidet sich von Gleichung (2.1) durch das Auftreten eines zusätzlichen Terms, der die so genannten ‘‘Reynoldsschen Spannungen’’  $\rho \bar{c}'_i \bar{c}'_j$  enthält. Diese turbulenten Zusatzspannungen bewirken physikalisch unter anderem eine stärkere Durchmischung der Strömung und einen erhöhten Widerstand. Aus mathematischer Sicht sind sechs zusätzliche Gleichungen (Symmetrie des Reynoldsschen Spannungstensors) zur Berechnung notwendig.

Im Fall einer zweidimensionalen turbulenten Grenzschichtströmung verbleiben nur folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= 0 \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial (\bar{u}'v')}{\partial y} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (2.3)$$

Die Modellierung der turbulenten Zusatzspannungen hat sich von einfachen Modellen wie dem Mischungswegansatz von Prandtl (1925)

$$-\rho \bar{u}'v' = \rho l_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \frac{d\bar{u}}{dy}$$

– bei dem wiederum die Bestimmung des Mischungsweges  $l_m$  erneute Schließungsannahmen benötigt – bis hin zu komplizierten Mehrgleichungsmodellen entwickelt.

Gleichzeitig wurde versucht, geeignete Bezugsgrößen wie charakteristische Geschwindigkeiten und Längen zu finden, um gemessene Geschwindigkeitsprofile zu skalieren und einheitlich darstellen zu können. Lässt sich durch die Wahl geeigneter Bezugsgrößen ein Reynoldszahl-unabhängiger Zusammenhang für eine oder mehrere Strömungsgrößen finden, so ermöglicht dies die einfache Berechnung der entsprechenden Größen für ein gegebenes Problem mit einer – für ingenieurwissenschaftliche Anwendungen – hinreichenden Genauigkeit.

So hat zum Beispiel Theodore von Kármán bereits 1930 einen Überlappungsbereich innerhalb einer turbulenten Grenzschicht postuliert, innerhalb dessen sowohl die Randbedingungen der Wand als auch die der freien Strömung Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilung haben. Die empirischen Gesetze für den wandnahen Bereich, in dem die Zähigkeit dominiert, und für den Außenbereich der Grenzschicht, in dem die Zähigkeit vernachlässigt wird, sollen definitionsgemäß im Überlappungsbereich den gleichen Gradienten der Geschwindigkeit ergeben. Innerhalb dieses Überlappungsbereiches dominieren die auftretenden turbulenten Spannungen gegenüber dem viskosen Anteil der Spannungen und entsprechen ungefähr der zu messenden Wandreibung  $\tau_W$ . von Kármán formulierte die Geschwindigkeitsverteilung in Form eines Außengesetzes. Weitere Arbeiten von Prandtl und Millikan führten zu der bekannten Form des Gesetzes für die Geschwindigkeitsverteilung im Überlappungsbereich zwischen wandnahe Bereich und Außenbereich:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + C \quad (2.4)$$

wobei  $\kappa \approx 0,4$  und  $C \approx 5$  ist ( $\kappa$  wird als von Kármán-Konstante bezeichnet).

Nach Hinze (1975) spricht man von “kinematisch vollständiger Ähnlichkeit” zwischen zwei Strömungen mit geometrisch ähnlichen Randbedingungen, wenn die Profile aller relevanten Strömungsgrößen nach Normierung mit genau einer charakteristischen Länge und einer charakteristischen Geschwindigkeit identisch sind. Sind zwei oder mehr Längen und Geschwindigkeiten zur Normierung notwendig, spricht man von “unvollständiger kinematischer Ähnlichkeit”. Die in der Literatur verfügbaren Messungen und numerischen Simulationen zeigen, dass es für die turbulente Wandgrenzschicht keine kinematisch vollständige Ähnlichkeit gibt. Vielmehr existieren mindestens zwei große Bereiche, der Innen- oder wandnahe Bereich und der Außenbereich, die durch unterschiedliche charakteristische Längen gekennzeichnet sind und zu meist separat betrachtet werden. Der Innenbereich deckt ungefähr 15% der Grenzschicht ab, die sich in unmittelbarer Nähe der festen Berandung befinden. Der viskose Anteil der Schubspannungen überwiegt im Innenbereich nur sehr dicht an der Wand gegenüber den turbulenten Zusatzspannungen. Als charakteristische Länge wird im Innenbereich meist die viskose Länge  $l^* = \nu/u_\tau$  verwendet. Die verbleibenden 85% der Grenzschicht sind sowohl durch den Einfluss der festen Berandung als auch durch den unregelmäßigen und durch starke Intermittenz gekennzeichneten Übergang zur rotationsfreien Potentialströmung außerhalb der Grenzschicht sowie die Randbedingungen (z.B.  $\frac{dp}{dx}$ ) geprägt. Im Außenbereich werden makroskopische Längen wie die Grenzschichtdicke  $\delta$  oder die Rotta-Clauser-Länge  $\Delta$  (siehe auch Defini-

ton in Abschnitt 5.1) zur Skalierung verwendet.

Für die turbulente Wandgrenzschicht ist somit nur eine unvollständige kinematische Ähnlichkeit zu erwarten. Es ist aber bisher z.B. für die Schwankungsgeschwindigkeiten nur für Teile aus dem Innen- oder Außenbereich gelungen, entsprechende Längen und Geschwindigkeiten zu identifizieren, mit denen sich die gemessenen Profile auf ein einheitliches Profil reduzieren lassen. Eine vollständige Darstellung in normierter Form - auch mit verschiedenen charakteristischen Längen und Geschwindigkeiten - ist bisher nicht möglich.

Unsicherheiten bei der Bestimmung der funktionellen Verläufe der einzelnen Strömungsgrößen ergeben sich zum einen aus der Messungenauigkeit bei den experimentellen Untersuchungen. Zum anderen gibt es nur wenige Untersuchungen für große Reynoldszahlen, die für Analyse und Modellbildung genutzt werden können.

Trotz ihrer Komplexität sind die bisher entwickelten Modellvorstellungen nicht in der Lage, die Messergebnisse in ihrer Gesamtheit korrekt wiederzugeben. Daher ist es aus ingenieurwissenschaftlicher Sicht interessant, auf empirischem Wege Skalierungsgesetze für Strömungsgrößen zu finden, die später neue Impulse für die Erstellung von physikalischen Modellen liefern können (siehe z.B. Zagarola & Smits , 1998b).

Im folgenden Abschnitt werden die wichtigen Skalierungen zusammengestellt, die heute für die turbulente Wandgrenzschicht verwendet werden. Die im Rahmen dieser Arbeit zusammengetragenen Daten aus drei verschiedenen Grenzschichtströmungen bei unterschiedlichen Reynoldszahlen werden anschließend zur Überprüfung der einzelnen Modelle und Ansätze genutzt (Abschnitt 5.4).

Es ist bekannt, dass es generelle Unterschiede zwischen turbulenten Grenzschicht-, Rohr- und Kanalströmungen gibt (z.B. Gad-el-Hak & Bandyopadhyay , 1994; Buschmann & Gad-el-Hak , 2007). Diese entstehen durch den stets vorhandenen leicht negativen Druckgradienten und durch die erzwungene Parallelität bei den Innenströmungen. Die Grenzschicht ohne Druckgradient hingegen zeigt ein langsames, aber stetiges Anwachsen mit zunehmender Lauflänge und ist durch einen stark intermittenten Übergang zur Potentialströmung begrenzt, der bei den Innenströmungen nicht existiert. Trotzdem werden im Folgenden einige Arbeiten zitiert, bei denen Rohrströmungen untersucht wurden, da es im wandnahen Bereich keine signifikanten Unterschiede zwischen den drei Strömungsformen gibt. Auch für den Außenbereich lassen sich einige Ergebnisse der Rohrströmung z.B. durch die Verwendung äquivalenter Größen (Grenzschichtdicke  $\delta$  und Rohrradius  $R$ ) auf die Grenzschichtströmung übertragen. Bei der Diskussion und dem Vergleich von Ergebnissen wird gesondert darauf hingewiesen, wenn es sich bei den Vergleichsdaten um Messungen in einer Rohr- oder Kanalströmung handelt.

## 2.1 Skalierung von Profilmessungen

Obwohl von Kármán und Millikan bereits vor mehr als 70 Jahren das “logarithmische Wandgesetz” (Gleichung (2.4)) für den Innenbereich von turbulenten Wandgrenzschichten, Rohrströmungen und Kanalströmungen formulierten und seine Gültigkeit in der Zwischenzeit durch eine Vielzahl von Messdaten bestätigt wurde, besteht immer noch keine generelle Einigkeit über die richtige Skalierung des mittleren Geschwindigkeitsprofil im Innenbereich. Die Konstanten  $\kappa$  und  $C$  sowie der Gültigkeitsbereich des logarithmischen Gesetzes werden dabei ebenso diskutiert (siehe z.B. Österlund et al. , 2000) wie die Existenz des “Gesetzes” an sich. Unter anderem Barenblatt, Chorin & Prostokishin (2000) und George & Castillo (1997) sind der Meinung, dass ein Reynoldszahl-abhängiges Potenz-Gesetz die vorhandenen Daten im Innenbereich der Grenzschicht besser repräsentiert. Verschiedene Skalierungen der mittleren Geschwindigkeit im Außenbereich wurden von unter anderem von Rotta (1962), George & Castillo (1997) und Smits & Marusic (1999) vorgeschlagen. Der Übersichtsartikel von Buschmann & Gad-el-Hak (2007) stellt verschiedene Möglichkeiten zur Skalierung der mittleren Geschwindigkeit in turbulenten Grenzschichten dar und enthält Vergleiche der Ansätze mit einigen in der Literatur verfügbaren Messdaten (z.B. den Messungen von Österlund). Die von ihnen ausgewählten Arbeiten zur Skalierung sind zum größten Teil auch in der folgenden Literaturübersicht enthalten. Eine ähnliche Vielfalt der vorgeschlagenen Skalierungen gibt es auch bei den Turbulenzgrößen. Die wichtigsten Ansätze werden im Folgenden – getrennt nach mittlerer Geschwindigkeit und Turbulenzgrößen – aufgelistet.

### 2.1.1 Skalierung der mittleren Geschwindigkeit

#### Innenbereich

Der wandnahe Bereich einer turbulenten Grenzschicht (ca. 15% der Grenzschichtdicke  $\delta_{99}$ ) wird maßgeblich vom Vorhandensein der festen Berandung geprägt. Viskose und turbulente Spannungen sind beide von nicht vernachlässigbarer Größe. Die Gradienten der mittleren Geschwindigkeit nehmen mit zunehmenden Wandabstand deutlich ab. Die relevanten Größen für die Ausbildung des Geschwindigkeitsprofils sind die Wandreibung  $\tau_W$  und die kinematische Zähigkeit  $\nu$ . Daraus werden die Länge und die Geschwindigkeit für die Innen-Skalierung (“inner scaling”) abgeleitet:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}} \quad \text{und} \quad l^* = \frac{\nu}{u_\tau}$$

Der Innenbereich lässt sich wiederum in drei Bereiche unterteilen: in unmittelbarer Wandnähe, bis ungefähr  $y^+ = yu_\tau/\nu = 5$ , dominiert die viskose Reibung. Es herrscht generelle Einigkeit, dass für diesen “linearen” Bereich – bei gleichzeitiger Erfüllung der Wandhaftbedingung – gilt:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{yu_\tau}{\nu} \quad (2.5)$$

Für Wandabstände größer  $y^+ = 30$  existiert ein “Überlappungsbereich” zwischen Innen- und Außenskalierung der mittleren Geschwindigkeit und das Geschwindigkeitsprofil wird durch das logarithmischen Wandgesetz beschrieben:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + C \quad (2.6)$$

Die Konstanten für diesen funktionellen Zusammenhang stehen oft im Mittelpunkt der Diskussion:

In der vorliegenden Arbeit wird das logarithmische Wandgesetz mit den Konstanten von Coles (1956)  $\kappa = 0,4$  und  $C = 5,1$  benutzt, da diese durch eine Vielzahl von Experimenten bestätigt wurden (vgl. z.B. Fernholz & Finley, 1996).

Österlund et al. (2000) geben die Konstanten nach ausführlichen Messungen bei Reynoldszahlen bis zu  $Re_{\delta_2} = 27000$  im MTL-Windkanal der KTH Stockholm mit  $\kappa = 0,384$  und  $C = 4,08$  an, wobei die Wandreibung aus Ölfilminterferometrie-Messungen bestimmt wurde. Als Gültigkeitsbereich wird  $600 \leq y^+ \leq 0,15\delta^+$  angegeben.

Zagarola & Smits (1998a) bestimmen die Konstanten aus den Messungen in einer Rohrströmung unter erhöhtem atmosphärischen Druck zu  $\kappa = 0,436$  und  $C = 6,15$ . McKeon et al. (2004) korrigieren diese Werte nach Wiederholung der Messung auf  $\kappa = 0,421$  und  $C = 5,60$ , wobei der Gültigkeitsbereich mit  $600 \leq y^+ \leq 0,12R^+$  angegeben wird. Außerdem beschreibt nach ihrer Auffassung ein Potenzgesetz  $U^+ = 8,48(y^+)^{0,142}$  den Bereich  $50 \leq y^+ \leq 300$ .

George & Castillo (1997) (siehe auch George, 2006) argumentieren hingegen, dass nur ein Potenzgesetz das Geschwindigkeitsprofil im Innenbereich richtig beschreibt, wobei die Parameter nur im asymptotischen Grenzfall unendlicher Reynoldszahlen nicht mehr von der Reynoldszahl abhängig sind und das Potenzgesetz dann eine ähnliche Lösung der Grundgleichungen darstellt:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = C_i(y^+ + a^+)^{\gamma}, \text{ wobei } a^+ = -16, C_i \approx 9, \gamma \approx 0,12 \quad (2.7)$$

Sie schließen daraus, dass generell keine Normierung für beliebige, endliche Reynoldszahlen funktionieren kann, die nicht selbst Reynoldszahl-abhängig

ist. Die Werte für  $\gamma$  und  $C_i$  variieren mit der Reynoldszahl und sind für einen Datensatz mit  $Re_{\delta_2}$  von ungefähr 15000 angegeben. In einem Vergleich der Abweichung zwischen gemessenen Daten und dem logarithmischen Gesetz (Konstanten von Österlund) bzw. dem Potenzgesetz (Gleichung (2.7)) ist nahezu kein Unterschied zwischen beiden Ansätzen für den Bereich  $30 \leq y^+ \leq 0,1\delta^+$  zu finden (George, 2006).

Zwischen dem linearen Bereich und dem logarithmischen Bereich liegt der so genannte Übergangsbereich (“buffer layer”), der für die Turbulenzgrößen von besonderer Bedeutung ist. In diesen Bereich fallen z.B. das absolute Maximum der Schwankungsgeschwindigkeiten  $u'$  und das Maximum der Turbulenzproduktion (siehe z.B. Fernholz & Finley, 1996). Im Allgemeinen wird dort der Verlauf der mittleren Geschwindigkeit durch eine analytische Funktion approximiert, die einen stetigen Übergang zwischen den Nachbarbereichen gewährleistet.

George & Castillo (1997) bezeichnen zusätzlich den Bereich  $30 \leq y^+ \leq 300$ , wobei  $0,1\delta^+ > 300$  (d.h.  $Re_{\delta_2}$  mind.  $\sim 10^4$ ) gelten muss, als “Meso layer”. Er gehört prinzipiell zum “Überlappungsbereich”, ist aber dadurch bestimmt, dass der Zähigkeitseinfluss weiterhin nicht vernachlässigbar ist, obwohl die Reynolds-Schubspannungen nahezu identisch mit den Gesamtspannungen sind. Sie argumentieren, dass das Nicht-Vorhandensein eines inertialen Zwischenbereiches ( $k_1^{-5/3}$ ) ein Indiz für eine unzureichende Skalenseparierung in diesem Bereich ist und die Strömung dort stets einer Strömung bei geringen Reynoldszahlen ähnelt.

## Außenbereich

Während ein Großteil der Turbulenzproduktion im Bereich der großen Geschwindigkeitsgradienten im Innenbereich stattfindet, ist auch der Außenbereich der Grenzschicht mit dem zeitlich stark intermittenten Übergangsbereich zur ungestörten Außenströmung ein wichtiger Teil der Grenzschicht. Er umfasst ungefähr 85% der gesamten Grenzschichtdicke  $\delta_{99}$ . Auch hier gibt es verschiedene Ansichten, welcher Art die Geschwindigkeitsverteilung in diesem Bereich (das “Außengesetz”) sein muss.

Analog zum Innenbereich argumentieren George & Castillo (1997) für ein Potenzgesetz, dass im Grenzfall unendlicher großer Reynoldszahlen zur ähnlichen Lösung der Grundgleichungen wird. Die von ihnen gewählte Geschwindigkeit  $u_\infty$  zur Normierung des Geschwindigkeitsdefizits  $u_\infty - \bar{u}$  führt, wie sie selbst bestätigen (George, 2006) nicht unbedingt zur Übereinstimmung

der so normierten Geschwindigkeitsprofile für endliche Reynoldszahlen:

$$\frac{u_\delta - \bar{u}}{u_\delta} = f(y/\delta_{99})^\dagger \quad (2.8)$$

Die klassische Skalierung, die z.B. durch von Kármán oder Rotta verwendet wurde, benutzt die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  auch als Skalierungsparameter für den Außenbereich einer turbulenten Grenzschicht, da das Vorhandensein der Wand das Geschwindigkeitsdefizit im Außenbereich bedingt. Zur Normierung des Wandabstandes wird entweder die Grenzschichtdicke (z.B.  $\delta_{99}$ ) oder eine andere charakteristische Länge der Grenzschicht benutzt, z.B. die Rotta-Clauser-Länge  $\Delta$ , (Rotta, 1950):

$$\frac{u_\delta - \bar{u}}{u_\tau} = f(y/\Delta) \quad (2.9)$$

Zagarola & Smits (1998a) schlagen nach Messungen in einer Rohrströmung bei großen Reynoldszahlen eine neue Kombination zur Normierung des Geschwindigkeitsdefizits vor:  $u_0 = U_{CL} - \bar{U}$  wobei  $\bar{U}$  hier der mittleren Geschwindigkeit der Rohrströmung entspricht. Diese Geschwindigkeit  $u_0$  ist proportional  $u_\tau$  für große Reynoldszahlen. Die Entsprechung für eine turbulente Grenzschicht ist  $u_0 = u_\delta \delta_1 / \delta$ :

$$\frac{u_\delta - \bar{u}}{u_\delta \delta_1 / \delta} = f(y/\delta_{99}) \quad (2.10)$$

Nach Castillo et al. (2004) werden durch diese Normierung auch Rauigkeitseffekte und der Einfluss der Strömungsbedingungen (z.B. Umschlagzeuger) stromauf der Messposition kompensiert. Maciel, Rossignol & Lemay (2006) bestätigen die Anwendbarkeit dieser Skalierung auch für Strömungen mit positivem Druckgradienten.

Eine Möglichkeit, die Verteilung der Geschwindigkeit im Innen- und Außenbereich zu einer Gleichung zu verbinden, ist die von Coles (1956) vorgeschlagene Nachlauf-Funktion, die zum logarithmischen Wandgesetz "addiert" wird:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y u_\tau}{\nu} + C + \frac{\Pi}{\kappa} w\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad \text{bzw.} \quad \frac{u_\delta - \bar{u}}{u_\tau} = f\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) \quad (2.11)$$

Die Konstante  $\Pi$  ( $\approx 0,6$ ) ist mit  $c_f$ ,  $\delta$  und  $\delta_1$  verknüpft und soll dabei unabhängig von  $x$  und  $y$  sein. Die Funktion  $w(y/\delta)$  kann nach Rotta (1972) mit  $w(y/\delta) = 2 \sin^2(\pi y / (2\delta))$  angenähert werden.

---

<sup>†</sup>Die Funktion  $f$  wird hier und im Folgenden benutzt, um einen nicht näher definierten funktionellen Zusammenhang zu kennzeichnen. Die mehrfache Verwendung impliziert nicht, dass es sich immer um die gleiche Funktion handelt.

Buschmann & Gad-el-Hak (2007) kommen in ihrer Übersichtsarbeit zur Skalierung der mittleren Geschwindigkeit zu folgenden Schlüssen: Das logarithmische Wandgesetz mit konstanten Koeffizienten ist nach wie vor eine zuverlässige Beschreibung der Geschwindigkeitsverteilung im Innenbereich einer turbulenten Grenzschicht, wenn die Reynoldszahl der untersuchten Strömung nicht zu klein ist. Jedoch scheinen sich die Unterschiede zwischen den ansonsten im wandnahen Bereich ähnlichen Strömungsformen Wandgrenzschicht, Kanalströmung und Rohrströmung auch in der Diskussion um die Konstanten zu manifestieren. Auch die Potenzgesetze stellen keine universelle Lösung zur Skalierung der Geschwindigkeitsprofile dar. Vielmehr sind die Parameter der Potenzgesetze abhängig von der untersuchten Strömungskonfiguration und der Reynoldszahl. Außerdem decken sie teilweise ganz andere Bereiche als das logarithmische Wandgesetz ab.

Buschmann und Gad-el-Hak schließen weiter, dass bisher keine Lösung des Problems der Skalierung zu erkennen sei. Stattdessen seien komplexe Ansätze, wie das von ihnen vorgeschlagene Konzept des generalisierten logarithmischen Wandgesetzes besser geeignet, die Ergebnisse aus den verschiedenen Untersuchungen zusammenzufassen. Dabei werden neue Reynoldszahl-abhängige Konstanten bzw. Funktionen eingeführt, deren Parameter aus Experimenten bestimmt werden müssen und nicht universell sind. Sie verbinden diesen Ausblick mit der Forderung nach weiteren Untersuchungen und neuen Daten bei großen Reynoldszahlen.

### 2.1.2 Skalierung der Schwankungsgeschwindigkeiten

Die Zahl der Skalierungsvorschläge für die Schwankungsgeschwindigkeiten ist etwas geringer als die Vielfalt, die sich im vorigen Abschnitt für die mittlere Geschwindigkeit gezeigt hat. Allgemein wird meist davon ausgegangen, dass die Schwankungsgrößen mit inneren Variablen ( $\nu$  und  $u_\tau$ ) skalieren, wenn dies auch für die Mittelwerte der Hauptströmungskomponente gilt (also für  $y/\delta < 0,1 \dots 0,15$ ). Obwohl Gegenstand vieler Untersuchungen ist gerade für  $u'$  im Innenbereich bisher keine Skalierung gefunden worden, die die Daten aus verschiedenen Reynoldszahl-Bereichen gleichermaßen gut beschreibt. Einen Erklärungsversuch liefert z.B. Townsend (1976): er nimmt an, dass die Geschwindigkeitsschwankungen  $u'$  im Innenbereich durch einen Mechanismus hervorgerufen werden, der nur im wandnahen Bereich wirksam ist ("active motion") und mit inneren Variablen skaliert. Zusätzlich gibt es einen Einfluss des Außenbereiches der Grenzschicht, der sich als zusätzliche Schwankungen ("inactive motion") bemerkbar macht und mit Außenskalierung zu normieren wäre. Die Annahme, dass bei hinreichend großer Reynoldszahl dieser Einfluss des Außenbereiches verschwinden würde – und damit eine reine Innenskalie-

rung möglich wird – scheint angesichts der Ergebnisse vieler experimenteller Untersuchungen nicht haltbar. Erweiterte Konzepte wurden z.B. von Perry, Henbest & Chong (1986) und Morrison et al. (2004) entwickelt.

Auch bei den Schwankungsgrößen wird im Allgemeinen für die Skalierung die Unterscheidung nach Innen- und Außenbereich vorgenommen, wobei der Innenbereich hauptsächlich mit den Größen  $\nu$  und  $u_\tau$  skaliert wird. Für den Außenbereich sind  $\delta$ ,  $u_\delta$  sowie  $u_\tau$  häufig verwendete charakteristische Größen.

### Skalierung von $u'$

Analog zur Innenskalierung der mittleren Geschwindigkeit als alleinige Funktion des dimensionslosen Wandabstands  $y^+$  wird für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  häufig folgende Skalierung benutzt:

$$\frac{\overline{u'^2}}{u_\tau^2} = f(yu_\tau/\nu) \quad (2.12)$$

Das in dieser Darstellung auftretende charakteristische Maximum in Wandnähe ist sowohl in der Position ( $y^+$  zwischen 12 und 16) als auch vom Maximalwert ( $\overline{u'^2}/u_\tau^2 \approx 9$ ) von der Reynoldszahl abhängig (Fernholz & Finley, 1996). Genaue Untersuchungen dieses Aspekts über einen großen Reynoldszahl-Bereich sind jedoch auf Grund der notwendigen räumlichen Auflösung der Sonden ( $l^+ < 20$ ) sehr schwierig. Für Wandabstände  $y^+ > 100$  ist ein deutliches Anwachsen von  $\overline{u'^2}/u_\tau^2$  mit steigender Reynoldszahl zu beobachten. Für Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2}$  ab etwa 10000 bildet sich ein zweites Maximum bei ungefähr  $y^+ = 500$  (vgl. z.B. Fernholz & Finley, 1996; Morrison et al., 2004).

DeGraaff & Eaton (2000) schlagen wegen des mit der Reynoldszahl anwachsenden wandnahen Maximums für  $u'$  eine gemischte Skalierung vor, die sie anschließend durch Betrachtungen zur Energiebilanz der turbulenten Bewegung begründen:

$$\frac{\overline{u'^2}}{u_\tau u_\delta} = f(yu_\tau/\nu) \quad (2.13)$$

Diese Skalierung wird durch Experimente von Metzger et al. (2001) bestätigt. Sie finden ebenfalls ein Anwachsen des Maximums von  $u'$  mit steigender Reynoldszahl, vorausgesetzt, dass die dimensionslose Sensorlänge  $l^+ < 10$  bleibt. Marusic & Kunkel (2003) bestätigen im Grenzfall der unendlich großen Reynoldszahlen die Richtigkeit der Formulierung von DeGraaff & Eaton (2000). Metzger (2006) stellt fest, dass mit dieser Skalierung die Reynoldszahl-Abhängigkeit des wandnahen Maximums bei  $y^+ = 15$  eliminiert wird. Sie betrachtet dabei Datensätze mit einer Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$

bis  $5 \cdot 10^6$ . Über den wandnahen Bereich hinaus ( $y^+ > 50$ ) sind weiterhin Reynoldszahl-Effekte sichtbar. Morrison et al. (2004) sehen hingegen keine Vorteile gegenüber der reinen Innenskalierung und erklären dies mit dem lokalen Gleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation im wandnahen Bereich (Bereich des log. Wandgesetzes), dass  $u_\tau$  als charakteristische Geschwindigkeit für diesen Bereich ergibt.

Marusic, Uddin & Perry (1997) und Marusic & Kunkel (2003) verbinden separate Funktionen für den Innen- und für den Außenbereich und erhalten damit eine vollständige Beschreibung des Verlaufs der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  über die gesamte Grenzschicht:

$$\frac{\overline{u'^2}}{u_\tau^2} = \begin{cases} f_{M1}(y^+)f_T(y^+, Re_\tau) & \text{für } y^+ \leq 30 \\ B_1 - A_1 \ln\left(\frac{y}{\delta_{99}}\right) - V_g - W_g & \text{für } y^+ < 150 \end{cases} \quad (2.14)$$

Die Funktion  $f_{M1}$  beschreibt dabei den wandnahen Bereich und wurde aus einem hoch aufgelösten Datensatz approximiert, wobei sie gleichzeitig den theoretischen Funktionsverlauf (d.h.  $u'_{rms}/\bar{u} = 0,4$  in Wandnähe) widerspiegelt. Die Funktion  $f_T$  berücksichtigt unterschiedliche Turbulenzintensitäten im Übergangsbereich. Die Funktion für den Außenbereich enthält neben den Konstanten  $A_1$  und  $B_1$  die Funktion  $V_g$ , eine Reynoldszahl-abhängige Korrektur für Zähigkeitsterme im Innenbereich, und  $W_g$ , eine Nachlauf-Korrekturfunktion. Diese Formulierung beinhaltet einen Anstieg des wandnahen Maximums mit dem Logarithmus der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  und wurde mit Daten von DeGraaff & Eaton (2000) und Messungen aus der atmosphärischen Grenzschicht von Metzger et al. (2001) validiert. Die Formeln wurden für die im LaWiKa und im DNW gemessenen Grenzschichtprofile ausgewertet und in Abschnitt 5.4, Abbildung 5.15 aufgetragen.

Die genannten Ansätze sind in der Lage für den wandnahen Bereich ( $y^+ < 50$ ) den Verlauf der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  – unabhängig von der Reynoldszahl – mit unterschiedlicher Genauigkeit wiederzugeben. Das Anwachsen des wandnahen Maximums bei  $y^+ \approx 15$  wird dabei teilweise berücksichtigt (Gleichungen 2.13, 2.14); eine Variation im Ort des Maximums wird nicht erfasst. Verlässliche Messwerte zum Betrag des Maximums bei großen Reynoldszahlen liegen bisher nur vereinzelt vor (z.B. Messung in der atmosphärischen Bodengrenzschicht), da zumeist räumliche Mittelungseffekte der Sensoren ( $l^+ > 20$ ) eine Unterschätzung des wahren Wertes verursachen. Für den Bereich  $y^+ > 50$  ist eine Innenskalierung nicht mehr sinnvoll. Vielmehr ist das schon beschriebene Anwachsen der normierten Schwankungen mit der Reynoldszahl zu beobachten.

Im Außenbereich werden zur Normierung Längenskalen benutzt, die mit der Dicke der gesamten Grenzschicht verknüpft sind. Eine Auftragung mit der Rotta-Clauser-Länge ist wie schon bei den mittleren Geschwindigkeiten ein denkbarer Ansatz (Rotta , 1950):

$$\frac{\overline{u'^2}}{u_\tau^2} = f(y/\Delta) \quad (2.15)$$

Ebenso kann die Grenzschichtdicke  $\delta_{99}$  verwendet werden. Dieser Ansatz wurde unter anderem von Smits & Marusic (1999) verwendet:

$$\frac{\overline{u'^2}}{u_\tau^2} = f(y/\delta_{99}) \quad (2.16)$$

Zhao & Smits (2007) finden mit einer solchen Normierung in einer Rohrströmung erst oberhalb  $y/R = 0,4$  eine Reynoldszahl-Unabhängigkeit und nicht bereits im Überlappungsbereich (Bereich des logarithmischen Wandgesetzes). Schlussfolgerungen über eine Reynoldszahl-Abhängigkeit in diesem Bereich können Sie jedoch aufgrund schlechter räumlicher Auflösung der Sensoren nicht machen.

DeGraaff & Eaton (2000) verwenden die gemischte Skalierung mit  $u_\tau$  und  $u_\delta$  als charakteristischen Geschwindigkeiten auch für den Außenbereich und erzielen damit bessere Ergebnisse als mit der ausschließlichen Verwendung von  $u_\tau$ :

$$\frac{\overline{u'^2}}{u_\tau u_\delta} = f(y/\delta_{99}) \quad (2.17)$$

Eine Normierung der Geschwindigkeitsschwankungen mit der Anström-Geschwindigkeit  $u_\infty$  (bzw.  $u_\delta$ ) wird in der Regel nicht verwendet. Da das Verhältnis von  $u_\tau$  und  $u_\delta$  mit steigender Reynoldszahl deutlich sinkt, kann eine solche Normierung des wandnahen Bereiches, in dem das Verhältnis von  $u'$  und  $u_\tau$  nahezu konstant ist, nicht in Betracht kommen.

## Skalierung von $v'$ , $u'v'$ und $w'$

Ebenso wie bei den Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung ist bei den anderen Komponenten die Verwendung der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  und die entsprechende Innenskalierung für den Wandabstand im Innenbereich der Grenzschicht sinnvoll. Im Außenbereich werden meist  $u_\tau$  und die Grenzschichtdicke  $\delta$  bzw  $\Delta$  zur Normierung verwendet.

$$\text{Innenskalierung: } \frac{\overline{v'^2}}{u_\tau^2} = f(yu_\tau/\nu) \quad \text{Außenskalierung: } \frac{\overline{v'^2}}{u_\tau^2} = f(y/\Delta) \quad (2.18)$$

$$\frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2} = f(yu_\tau/\nu) \quad \frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2} = f(y/\Delta) \quad (2.19)$$

$$\frac{\overline{w'^2}}{u_\tau^2} = f(yu_\tau/\nu) \quad \frac{\overline{w'^2}}{u_\tau^2} = f(y/\Delta) \quad (2.20)$$

Bei Innenskalierung lässt sich für  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{u'v'}$  in einem wandnahen Bereich, der ungefähr dem Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes für die mittlere Geschwindigkeit entspricht, näherungsweise ein Plateau konstanter Werte erkennen (vgl. z.B. Fernholz & Finley , 1996)

Zhao & Smits (2007) finden bei der Normierung des Wandabstandes mit dem Rohrradius  $R$  für  $v'$  eine Reynoldszahl-Unabhängigkeit oberhalb von  $y/R = 0,1$ . Unterhalb von  $y/R = 0,1$  ist ein Bereich nahezu konstanter Spannungen mit einem Wert von  $\overline{v'^2}/u_\tau^2 \approx 1,35$  zu erkennen. In unmittelbarer Wandnähe beobachten sie für die kleineren Reynoldszahlen ( $Re_{\delta_2} \approx 5000 \dots 7000$ ) einen Anstieg des Wertes, den sie jedoch nicht erklären können.

Für  $\overline{u'v'}$  liegt der Wert des Plateaus im Innenbereich nahe bei  $u_\tau^2$ , da die molekularen Schubspannungen nahezu null sind und die Gesamtschubspannung den Reynoldsschen Schubspannungen entspricht.

Werte von  $\overline{u'v'}$  größer als  $u_\tau^2$  wurden von Saddoughi & Veeravalli (1994) und Fernholz et al. (1995) gemessen, wobei jedoch bei beiden Untersuchungen keine definitive Aussage möglich ist, ob es sich um Mess- Ungenauigkeiten oder um ein Phänomen bei großen Reynoldszahlen handelt.

Die Geschwindigkeitskomponente quer zur Hauptströmungsrichtung  $w'$  wächst im Innenbereich mit steigender Reynoldszahl, ohne dass es einen asymptotischen Wert zu geben scheint (Fernholz & Finley , 1996). Kähler (2004) bestimmt  $w'$  aus einer Stereo-PIV-Messung für eine Grenzschicht mit  $7800 \leq Re_{\delta_2} \leq 15000$ . Ein signifikantes Anwachsen der Werte von  $w'$  im Innenbereich der Grenzschicht mit der Reynoldszahl zwischen den zwei von ihm

untersuchten Profilen ist nicht zu erkennen. Nach Fernholz & Finley (1996) ist in unmittelbarer Wandnähe bei  $y^+ \approx 20$  ein Maximum vorhanden, ehe die Schwankungsgeschwindigkeit zur Wand hin gegen null geht. Die genaue Lage kann jedoch aus Literaturdaten nicht angegeben werden. Der Betrag des Maximums variiert mit der Reynoldszahl. Die Messungen von Kähler reichen für  $Re_{\delta_2} = 15000$  nur bis etwa  $y^+ = 30$  an die Wand heran und können somit das wandnahe Maximum nicht auflösen. Bei der kleineren Reynoldszahl ist ein Abfall der Werte von  $w'$  mit abnehmendem Wandabstand ab etwa  $y^+ = 40$  zu beobachten.

In Außenskalierung mit  $u_\tau$  und  $\delta$  bzw.  $\Delta$  fallen die normierten Profile von  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $\overline{w'^2}$  für Wandabstände  $y > 0,4\delta$  auf eine einzige Kurve (Fernholz & Finley, 1996). Die Turbulenzgrößen gehen am Grenzschichttrand gegen den Wert der Schwankungsgrößen in der Anströmung (im Allgemeinen näherungsweise null), wobei  $\overline{u'v'}$  bereits bei  $y/\delta = 1$  nahezu null ist.

## 2.2 Spektren

Ist auch die Turbulenzstruktur zum Beispiel hinsichtlich Anzahl und Größe der auftretenden (kohärenten) Strukturen bei gleicher Strömungskonfiguration abhängig von der Reynoldszahl und den Randbedingungen, so treten doch bestimmte Prozesse in vielen turbulenten Strömungen gleichermaßen auf. Dazu gehören z.B. die Produktion und die Dissipation von turbulenter Schwankungsenergie, die wiederum mit bestimmten Bereichen der Spektren verknüpft sind.

Bei Windkanal-Experimenten werden Spektren meist aus Hitzdrahtmessungen mit Ein- oder Mehrdrahtsonden ermittelt. Auch LDA-Messungen können bei entsprechend hoher Datenrate zur Berechnung von Spektren benutzt werden. Die Spektren werden dabei durch eine Fouriertransformation aus dem Zeitverlauf der entsprechenden Größe berechnet. Die so bestimmten Spektren werden durch Verwendung einer geeigneten Konvektionsgeschwindigkeit  $U_c$  (meistens der lokalen mittleren Geschwindigkeit) in Wellenzahl-Spektren umgerechnet. Diese Umrechnung wird vorgenommen, da Frequenzspektren nur dann eine physikalisch sinnvolle Interpretation zulassen, wenn die Konvektionsgeschwindigkeit überall konstant ist. Ein Wirbel, der im Außenbereich der Grenzschicht mit hoher Geschwindigkeit transportiert wird, würde im Frequenzspektrum einer größeren Frequenz zugeordnet werden als ein gleich großer Wirbel, der in Wandnähe mit geringer Geschwindigkeit transportiert wird. Da man die Turbulenz auch als Superposition einer Vielzahl von Wirbeln unterschiedlicher Größe ansehen kann, lassen sich dominante Wirbelstrukturen in den Wellenzahl-Spektren leichter identifizieren und bestimmten physikalischen Prozessen zuordnen.

Die Umrechnung von Frequenz- in Wellenzahlspektren wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$k_1 = \frac{2\pi}{U_c} f$$

$$E_{ab}(k_1) = \frac{U_c}{2\pi} E_{ab}(f), \quad a, b = \{u, v, w\}$$

$k_1$  ist dabei die Wellenzahl in Hauptströmungsrichtung (x-Richtung),  $E_{ab}$  steht als Platzhalter für ein Spektrum, das aus Zeitschrieben der Komponenten der Schwankungsbewegung  $a$  und  $b$  berechnet wurde. Sind  $a$  und  $b$  identisch, handelt es sich um ein Leistungsdichtespektrum der entsprechenden Komponente. Sind  $a$  und  $b$  verschieden, handelt es sich um ein Kreuzleistungsdichtespektrum der beiden Komponenten. Große Wellenzahlen gehören demnach zu entsprechend großen Frequenzen, die wiederum mit kleinen (Wirbel-)Strukturen verknüpft sind. Im Abschnitt 5.5 werden fast alle Spektren aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit untereinander und mit anderen Untersuchungen als Wellenzahlspektren dargestellt.

Die so bestimmten Spektren stellen nur einen Ausschnitt des dreidimensionalen Energiespektrums dar, da durch die Anisotropie der turbulenten Grenzschichtströmung eine Richtungsabhängigkeit der spektralen Energieverteilung existiert. Eine vollständige messtechnische Erfassung des kompletten dreidimensionalen Energiespektrums ist bisher nicht möglich.

Eine Übersicht über die Bedeutung der verschiedenen spektralen Bereiche der Turbulenz findet sich z.B. bei Rotta (1972) und Hinze (1975). Zu den wichtigsten Bereichen gehören dabei der  $k_1^{-1}$ -Bereich, der mit der Produktion turbulenter Energie verknüpft ist. Dabei verläuft ein Teil des Spektrums - und zwar im Bereich kleiner Wellenzahlen - proportional zum Reziproken der Wellenzahl:

$$E \sim k_1^{-1}$$

Die mittlere Strömung interagiert in diesem Bereich mit der Turbulenzbewegung und sorgt für eine Produktion von turbulenter Energie. Neben dem Produktionsbereich gibt es einen Bereich, in dem der Großteil der Dissipation von turbulenter Energie erfolgt. In diesem Bereich, der bei großen Wellenzahlen zu finden ist, gibt es nach Heisenberg eine  $k_1^{-7}$ -Proportionalität zwischen Spektrum und Wellenzahl. Die kleinsten Wirbel werden dabei vollständig dissipiert und ihre Energie in Wärme umgewandelt.

Ist die Reynoldszahl groß genug, so existiert nach Kolmogorov (1958) ein inertialer Zwischenbereich, innerhalb dessen die Weitergabe von turbulenter Energie in einer Art Kaskade von größeren hin zu kleineren

(Wirbel-)Strukturen verläuft. Dieser inertielle Bereich ist durch eine  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität im Wellenzahlspektrum gekennzeichnet. Trotz der Anisotropie der Grundströmung ist die Turbulenz innerhalb dieses Wellenzahl-Bereiches quasi-isotrop (Rotta, 1972), da der Energietransfer innerhalb der Kaskade unabhängig von den äußeren Randbedingungen verläuft. Diese Lokalisotropie ermöglicht die Anwendung einiger Vereinfachungen für isotrope Turbulenz bei der Betrachtung und Beschreibung der Turbulenzstruktur. Bestimmende Parameter für diesen Bereich sind die Zähigkeit  $\nu$  und die Dissipation  $\epsilon$ . Bedingungen zur Existenz des inertialen Zwischenbereiches (oder gleichbedeutend: der Gültigkeit der Lokalisotropie-Annahme) werden z.B. von Elsner & Elsner (1996) angegeben: Dazu gehören unter anderem ein Wert  $Re_\lambda > 100$  (für die Definition von  $Re_\lambda$  siehe Abschnitt 5.1) und die Gleichheit von  $E_{vv}$  und  $E_{ww}$  in diesem Wellenzahlbereich.

Für isotrope Turbulenz sind im Bereich kleiner Wellenzahlen weitere Proportionalitätsbereiche zu erwarten, die aber für turbulente Wandgrenzschichten auf Grund der starken Anisotropie nicht von Bedeutung sind.

Ausführliche Untersuchungen von turbulenten Spektren und der Existenz und Größe des inertialen Zwischenbereiches wurden von Saddoughi & Veeravalli (1994) in einer turbulenten Grenzschicht mit  $Re_{\delta_2} \leq 370000$  vorgenommen. Sie finden eine Vergrößerung des inertialen Zwischenbereiches mit steigender Reynoldszahl  $Re_\lambda$ . Die Spektren von  $v'$  beginnen bei einer Verringerung der Anströmgeschwindigkeit oder des Wandabstandes von der  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität abzuweichen. Erst bei einer weiteren Verringerung ist dieses Verhalten für  $w'$  und zuletzt für  $u'$  zu beobachten. Das Co-Spektrum  $E_{12}(k_1)$  beginnt bereits bei Wellenzahlen abzufallen, die ungefähr eine Größenordnung kleiner sind als die Wellenzahlen, bei denen die  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität beginnt. Es ist null für die größeren Wellenzahlen im inertialen Zwischenbereich und im sich daran anschließenden Dissipationsbereich.

Untersuchungen des  $k_1^{-1}$ -Proportionalitätsbereiches wurden jüngst unter anderem von Metzger (2006); Davidson, Nickels & Krogstad (2006) und Zhao & Smits (2007) vorgenommen. Während Metzger (2006) eine entsprechende Proportionalität in den Spektren von  $u'$  bei etwa  $y^+ = 15$  findet ( $Re_{\delta_2} = 5 \cdot 10^6$ ), ist in den Spektren bei größeren Wandabständen ( $y^+ > 50$ ) kein Proportionalitätsbereich zu finden. Sie nimmt an, dass dieses Verhalten mit dem Anstieg des wandnahen Maximums von  $u'$  gekoppelt ist. Außerdem schließt sie, dass der zuvor von Perry & Abell (1975) beobachtete  $k_1^{-1}$ -Bereich zwischen  $100 \leq y^+ \leq 0,1\delta^+$  nur für geringere Reynoldszahlen auftritt, bei denen auch die gemischte Skalierung für  $u'$  (Gleichung (2.13)) von DeGraaff & Eaton (2000) einen größeren Gültigkeitsbereich besitzt. Nach Morrison et al. (2004) ist ein größerer  $k_1^{-1}$ -Proportionalitätsbereich, in dem

die Spektren für verschiedene Wellenzahlen und Wandabstände aufeinander fallen, nicht im wandnahen Bereich zu erwarten, da hier der Einfluss der Viskosität noch entsprechend groß ist. Vielmehr wird von ihnen der Überlappungsbereich (Bereich des log. Wandgesetzes) untersucht, in dem innere und äußere Skalierung gleichermaßen gültig sein sollen. Einen ausgedehnten Proportionalitätsbereich finden sie in den Messdaten der von ihnen untersuchten Rohrströmung nicht. Zhao & Smits (2007) finden in einer turbulenten Rohrströmung ( $Re_{\delta_2} \approx 5000 \dots 5 \cdot 10^5$ ) für die Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung  $u'$  keinen  $k_1^{-1}$ -Bereich unabhängig von der Reynoldszahl, wobei die aufgetragenen Daten bei  $y/R \approx 0,05$  bzw.  $0,1$  gemessen wurden, und damit im Bereich des logarithmischen Wandgesetzes liegen. Nickels et al. (2005) beobachten in einer turbulenten Grenzschicht bei  $Re_{\delta_2} = 37500$  einen kleinen Bereich einer  $k_1^{-1}$ -Proportionalität (1/3 Dekade) für Wandabstände  $y^+ < 200$ . In diesem Bereich soll die Zähigkeit nur noch geringen Einfluss haben und eine Skalierung sowohl mit inneren ( $y, u_\tau$ ) als auch äußeren Variablen ( $\delta, u_\tau$ ) möglich sein. Aus den Messwerten schätzen sie ab, dass erst für Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} > 138000$  im Wellenzahlspektrum eine  $k_1^{-1}$ -Proportionalität über mindestens eine Dekade von Wellenzahlen zu beobachten ist; und auch nur dann, wenn die Messungen sehr dicht an der Wand erfolgen ( $y^+ < 100$ ).

Davidson, Nickels & Krogstad (2006) argumentieren, dass durch eine Art Aliasing von großen Wellenzahlen hin zu kleineren Wellenzahlen diese Proportionalität im Spektrum nur schwer zu erfassen ist, während die korrespondierende Korrelationsfunktion (im physikalischen Raum) experimentell deutlich leichter nachzuweisen ist.

Neben der Verwendung von inneren ( $\nu, u_\tau$ ) und äußeren Variablen ( $\delta, u_\tau$ ) und dem Wandabstand  $y$  zur Normierung der Wellenzahlspektren (Perry, Henbest & Chong, 1986; Morrison et al., 2004; Zhao & Smits, 2007) sind auch die aus der Dissipation berechneten Kolmogorov-Größen ( $\eta, v_K$ ) zur dimensionslosen Darstellung gebräuchlich (z.B. Saddoughi & Veeravalli, 1994). Fernholz et al. (1995) benutzen innere Variablen, um ohne den Umweg über die Taylor-Hypothese direkt das Frequenzspektrum dimensionslos darzustellen. In dem betrachteten Reynoldszahl-Bereich bis  $Re_{\delta_2} \approx 57000$  konnte so eine Übereinstimmung der Spektren für den jeweils gleichen dimensionslosen Wandabstand  $y^+$  beobachtet werden.

In Abschnitt 5.5 werden die im DNW und im LaWiKa gemessenen Spektren in verschiedenen Normierungen dargestellt, die charakteristischen spektralen Bereiche diskutiert und gleichzeitig eine Reynoldszahl-Abhängigkeit der Spektren untersucht.

## 2.3 Korrelationen

Durch die Untersuchung von Korrelationsfunktionen lässt sich eine Aussage zum Zusammenhang und zur Ähnlichkeit der betrachteten Größen machen. Dies kann beispielsweise eine Ähnlichkeit im Zeitbereich sein: nach welcher Zeit hat eine bestimmte Strömungsgröße an einem bestimmten Ort noch wie viel Ähnlichkeit mit der gleichen Größe am gleichen Ort zum Ausgangszeitpunkt?

Etwas verallgemeinert werden hier jedoch Korrelationsfunktionen zwischen gleichen oder verschiedenen Größen am gleichen oder an unterschiedlichen Orten zu gleichen oder unterschiedlichen Zeiten betrachtet. Beschränkt man sich auf die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen, so ergibt sich durch geeignete Normierung mit dem rms-Wert der entsprechenden Größe ein Korrelationskoeffizient:

$$R_{ij} = \frac{\overline{u'_i(\underline{x}, t) u'_j(\underline{x} + \Delta\underline{x}, t + \tau)}}{\sqrt{\overline{u'^2_i(\underline{x})}} \sqrt{\overline{u'^2_j(\underline{x} + \Delta\underline{x})}}} \quad (2.21)$$

Während es für isotrope Turbulenz nur eine Abhängigkeit der Korrelationsfunktion vom Abstand  $r$  unabhängig von der betrachteten Raumrichtung gibt (vgl. z.B. Hinze, 1975), sind die Funktionsverläufe in einer wandnahen Scherschicht deutlich verschieden. Messungen dieser Korrelationsfunktionen in turbulenten Grenzschichten wurden bei recht kleinen Reynoldszahlen (eigene Abschätzung aus den angegebenen Geschwindigkeiten und Lauflängen ergibt  $Re_{\delta_2} \approx 2500$ ) unter anderem von Favre, Gaviglio & Dumas (1957, 1958) und Grant (1958) durchgeführt.

Aufgetragen wurden diese Messungen größtenteils als Korrelationskoeffizienten (vgl. Gleichung (2.21)) wobei der Korrelationsabstand mit einer Grenzschichtdicke vergleichbar  $\delta_{99}$  skaliert wurde. Tritton (1967) ergänzt die Messungen von Grant um Korrelationen zweier verschiedener Komponenten (unter anderem  $R_{uv}$ ) und um Kombinationen des Abstandes in zwei Raumrichtungen.

Wurden diese frühen Untersuchungen hauptsächlich mit Hitzdraht-Sonden durchgeführt, die – ohne Verwendung der Taylorhypothese – bei Untersuchungen von Korrelationsabständen in Hauptströmungsrichtung zu Störungen bei der Messung mit der stromab gelegenen Sonde führen, so erlauben moderne Lasermessmethoden die störungsfreie Messung dieser Größen. Kähler (2004) kann durch eine Stereo-PIV-Anordnung die Korrelationen aller drei Geschwindigkeitskomponenten in der  $x$ - $y$ -Ebene und in der  $x$ - $z$ -Ebene bei Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2}$  von 7800 und 15000 mit sehr guter räumlicher Auflösung messen. Er bestätigt die Ergebnisse der früheren Untersuchungen und

kann durch die Vielzahl der Daten einen Überblick über die Korrelationsfunktionen geben. So ist auch eine großskalige, elliptische, in leichtem Winkel zur Wand geneigt Korrelationsstruktur sehr gut zu erkennen, die durch die Scherung des mittleren Geschwindigkeitsgradienten entsteht und in Korrelationsmessungen mit Hitzdraht-Sonden punktuell detektiert werden kann. Von Oberlack (1994) wurde unter anderem eine tensorielle Gleichung für den Längenmaßtensor hergeleitet. Entgegen der in vielen Turbulenzmodellen enthaltenen Isotropie-Annahme, die die Verwendung eines skalaren Längenmaßes erlaubt, bestätigt er die Anisotropie des Längenmaßtensors. Unter Annahme einer Parallelströmung berechnet er ein Verhältnis der Eigenwerte der entsprechenden Korrelationsellipsen zu 1:0,195:0,486 (für  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Richtung); den durch die mittlere Scherung bedingten Neigungswinkel bezogen auf die feste Berandung bestimmt er zu  $16,5^\circ$ .

Durch eine Symmetrie-Analyse der Navier-Stokes-Gleichungen mittels Lie-Gruppen konnte Oberlack (1996, 2001) verschiedene Skalierungen direkt aus den Grundgleichungen ableiten. Dazu gehört neben einem verallgemeinerten logarithmischen Gesetz für den Innenbereich und einem exponentiellen Gesetz für den Außenbereich einer Grenzschicht auch eine Beziehung für die Korrelationsfunktionen. Diese ist anwendbar im Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes und bewirkt die Ähnlichkeit von Korrelationsfunktionen, wenn man den Abstand zwischen den zwei betrachteten Punkten mit dem Wandabstand normiert.

$$\frac{R_{ij}}{u_\tau^2} = f\left(\frac{\Delta r}{y}\right) \quad (2.22)$$

wobei  $\Delta r$  für den Abstand in einer beliebigen Raumrichtung steht und die Funktion  $f$  die entsprechend dieser Richtung geltende Funktion bezeichnet. Lindgren, Österlund & Johansson (2004) können die Gültigkeit für einen Teilbereich von  $R_{uv}$  anhand der KTH-Datenbasis zeigen, wobei sie die Taylorhypothese zur Bestimmung räumlicher Korrelation in Hauptströmungsrichtung verwenden. Für die Korrelation  $R_{uu}$  existiert nach ihren Untersuchungen kein solcher Bereich.

Die umfangreichen Korrelationsmessungen aus DNW und LaWiKa dienen zur Überprüfung dieser Untersuchungen und zur Gewinnung neuer Erkenntnisse (Kapitel 6).

## 2.4 Taylor-Hypothese

Taylor (1938) schlug erstmals eine Methode vor, mit der räumliche und zeitliche Änderungen in einer turbulenten Strömung miteinander verknüpft werden konnten. Darin ist die Annahme enthalten, dass sich die Turbulenzstruktur (mit entsprechenden kohärenten Strukturen verschiedener Größe) nur langsam verändert, während sie durch die mittlere Strömung konvektiv stromab transportiert wird. Diese Hypothese verknüpft räumliche und zeitliche Ableitungen einer Größe  $\Phi$  durch die Konvektionsgeschwindigkeit  $U_c$  (Taylor, 1938):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -U_c \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

Anschaulich bedeutet das zum Beispiel für eine lokale Geschwindigkeitsänderung: nimmt an einem festen Punkt die Geschwindigkeit im Laufe der Zeit ab, so nimmt sie in positiver  $x$ -Richtung zu – die entsprechende Struktur ist “vorbeigeschwommen”. Streng genommen gilt diese Hypothese nur, wenn es keine Produktion, Diffusion und Dissipation von turbulenter Energie gibt. Das würde die Gültigkeit in turbulenten Scherströmungen generell ausschließen. Es konnte jedoch durch experimentelle und numerische Untersuchungen gezeigt werden, dass für Strömungen mit einem lokalen Turbulenzgrad kleiner 20% und bei nicht zu groß gewählten Abständen  $\Delta x$  bzw. Zeiten  $\Delta t$  die Annahme hinreichend genau erfüllt ist.

Über die richtige Wahl der Konvektionsgeschwindigkeit herrscht keine generelle Einigkeit. Sowohl die lokale mittlere Geschwindigkeit als auch die Momentangeschwindigkeit sind sinnvolle Ansätze für die Konvektionsgeschwindigkeit. Teilweise werden auch unterschiedliche Konvektionsgeschwindigkeiten für die unterschiedlichen Strukturgrößen verwendet (siehe z.B. Krogstad, Kaspersen & Rimestad, 1998). Aus den von ihnen gefundenen höheren Konvektionsgeschwindigkeiten für größere Abstände  $\Delta x$  der zwei Sonden schlussfolgern sie, dass sich die großen Strukturen schneller bewegen. Über große Korrelationsabstände kommt es aber auch kontinuierlich zu einer Veränderung (Wachstum, Zerfall) von Strukturen. Außerdem führt die Messung der Korrelation zwischen zwei festen Orten über die Zeit (z.B. durch Messung mit zwei Hitzdraht-Sonden) durch die stets vorhandene Diffusion zu einer Überschätzung der Konvektionsgeschwindigkeit (vgl. z.B. Fiedler, 1995).

Weitgehender Konsens herrscht hingegen darüber, dass es im wandnächsten Bereich (d.h.  $y^+ < 40$ ) sinnvoll ist, eine größere als die lokale mittlere Geschwindigkeit zu verwenden, da größere (und schnellere) Strukturen aus den wandferneren Bereichen dort die Konvektion beeinflussen (siehe z.B. Kim & Hussain, 1993). Die Konvektionsgeschwindigkeit wird in diesem Bereich

als nahezu konstant angenommen (Größenordnung  $10u_\tau$ ).

Erst die Beschränkung auf eine einzige Konvektionsgeschwindigkeit (für einen bestimmten Wandabstand) ermöglicht die einfache Anwendbarkeit der Taylor-Hypothese außerhalb des wandnächsten Bereiches. In den meisten Untersuchungen konnte die Gültigkeit dieser Annahme bei Beachtung der oben genannten Einschränkungen (durch Messungen) bestätigt werden.

Die Taylor-Hypothese wird neben der Substitution von räumlichen durch zeitliche Ableitungen (z.B. bei der näherungsweisen Berechnung der Dissipation) auch zur Bestimmung von Strukturlängen (Makrostruktur-Länge  $\Lambda$ ) aus dem Verlauf der zeitlichen Korrelationskurve und zur Umrechnung von Frequenz- in Wellenzahlspektren benutzt. Auf Grund der Bedeutung dieser Hypothese speziell für die experimentelle Untersuchung von turbulenten Strömungen ist es sinnvoll, ihre Gültigkeit durch entsprechende Messungen – gerade auch bei den bisher selten untersuchten Strömungen mit großer Reynoldszahl – zu überprüfen.



# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau und Versuchsdurchführung

Die hier dargestellten Messungen wurden in zwei verschiedenen Versuchseinrichtungen durchgeführt. Dabei stammen die Ergebnisse bei großen Reynoldszahlen ( $Re_{\delta_2} = 39000-116400$ ) aus einer Messkampagne, die in dem großen Niedergeschwindigkeits-Windkanal des Deutsch-Niederländischen-Windkanals (DNW-LLF) in den Niederlanden im Juni/Juli 2001 in Kooperation mit der RWTH Aachen durchgeführt wurde.

Die Versuche bei kleineren Reynoldszahlen ( $Re_{\delta_2} = 4600-11800$ ) wurden im Laminar-Windkanal (LaWiKa) des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik (ISTA, vormals: Hermann-Föttinger-Institut, HFI) durchgeführt. Im gleichen Windkanal wurden auch eingehende Untersuchungen zu Charakteristiken der verwendeten Hitzdraht-Sonden (siehe auch Anhang A) vorgenommen.

Im Folgenden wird eine kurze Beschreibung der Versuchseinrichtungen, des Aufbaus der Experimente und der verwendeten Messtechnik gegeben.

### 3.1 Messungen im DNW-LLF

Es handelte sich bei dem Windkanal um einen großen konventionellen Windkanal mit geschlossenen Rückführung, der mit Mess-Boxen verschiedenen Querschnitts betrieben werden kann (van Ditshuizen , 1998). Die für die Versuche verwendete Mess-Box hatte einen Querschnitt von  $8 \times 6 \text{ m}^2$  und eine Länge von ca. 20 m. In dieser Konfiguration liegt die maximal erreichbare Geschwindigkeit bei leerer Mess-Box bei ca. 115 m/s. Die maximale Antriebsleistung des Kanals beträgt 12,5 MW. Eine Wasserkühlung ermöglichte die Kontrolle der Kanal-Temperatur während der Messung. Die Strömungs-

qualität des Kanals wurde bereits in früheren Untersuchungen als sehr gut eingestuft ( $8 \times 6\text{m}^2$  Mess-Strecke:  $Tu < 0.1\%$ ,  $dp/dx < 10^{-5}\rho u^2_\infty$  pro m, (Hucho , 1998) und wurde daher während der Messkampagne nicht erneut überprüft.

Die Messungen im DNW-LLF erfolgten zeitgleich an zwei unterschiedlichen Mess-Stellen. Zum einen wurde durch eine Abdeckung der Seitenwand ein störungsfreier Übergang von der Düse zur Mess-Strecke und eine glatte Oberfläche an der Seitenwand erreicht. Zum anderen wurde auf dem sonst für Bodeneffekt-Untersuchungen verwendeten Moving Belt, ca. 20 cm oberhalb des Bodens der Messbox, eine sehr große ( $15 \times 8\text{m}^2$ ) glatte Platte montiert, auf der sich eine neue turbulente Grenzschicht ausbildete. Mit den zwei voneinander unabhängigen Mess-Stellen konnten die Eigenschaften der beiden Grenzschichten verglichen und die zur Verfügung stehende Messzeit besser genutzt werden. Zeitgleich wurden auch von einer Arbeitsgruppe der RWTH Aachen Hitzdraht-Messungen auf der großen Platte durchgeführt. Die gegenüber der eigenen Messposition etwas stromab versetzte axiale Position der RWTH-Messung und ein seitlicher Abstand von minimal 0,5 m verhinderten eine Beeinflussung der hier dargestellten Hitzdrahtmessungen.



ABBILDUNG 3.1: Versuchsaufbau am DNW: rechts oben – Mess-Stelle Seitenwand (braun), mittlerer Bildbereich – Mess-Stelle Platte (weiß)

Ein Foto des am DNW-LLF verwendeten Aufbaus ist in Abbildung 3.1

gezeigt. Für die Hitzdraht-Messungen wurden an beiden Mess-Stellen im HFI gebaute Korrelationstraversen verwendet, die zwei Hitzdraht-Sonden an der gleichen axialen und spannweiten Position auf unterschiedliche Wandabstände unabhängig voneinander positionieren konnten. Außerdem wurde an der gleichen axialen Position – aber ca. 30 cm in Spannweitenrichtung versetzt – zur Untersuchung der Wandreibung jeweils ein Stopfen mit zwei Prestonrohren und einer Wandhitzdrahtsonde bündig mit der Mess-Oberfläche montiert (Abbildung 3.2).

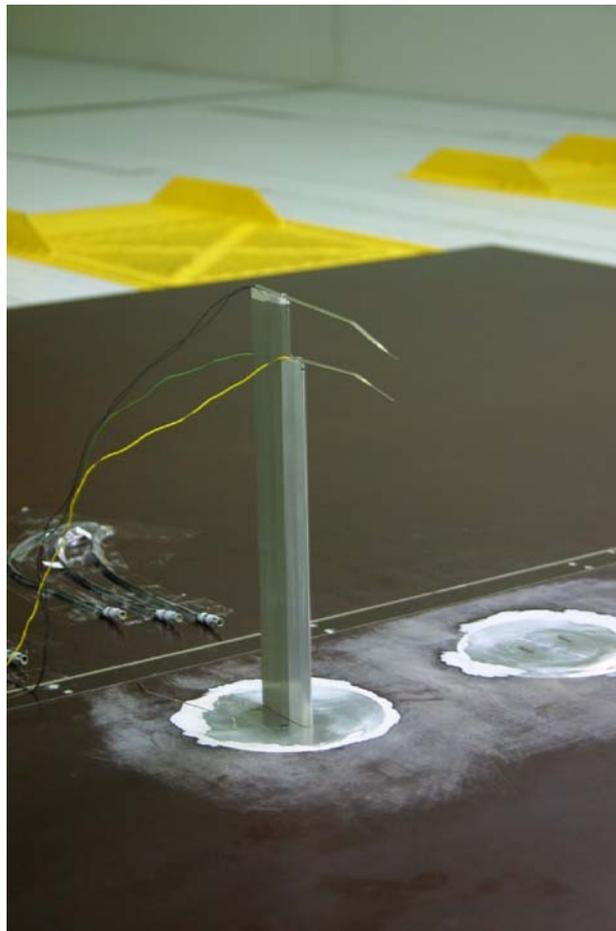


ABBILDUNG 3.2: Korrelationstraverse und Stopfen (rechts im Bild) für Wandreibungsmessung an der Seitenwand (Bild um 90° gedreht)

Zusätzlich zu den Hitzdrahtmessungen wurden auf der großen Platte - zeitversetzt - in einer wandnormalen, in Hauptströmungsrichtung orientierten Ebene Messungen mit der Particle Image Velocimetry (PIV) durchgeführt.

**Mess-Stelle Seitenwand:** An der Seitenwand wurde die Mess-Oberfläche von Multiplex-Holzplatten gebildet, die zur Abdeckung der Mess-Streckenfenster auf einer Fläche von  $12 \times 3 \text{ m}^2$  montiert waren. Die phenolharzbeschichtete Oberfläche wies eine Rauigkeit von  $R_z = 3,0 \mu\text{m}$  auf. Der Übergang zwischen Düse und Mess-Strecke wurde durch eine Anströmung der ersten Platte erreicht, die Übergänge und Verschraubungen zwischen den Platten wurden mit Klebeband abgedeckt. Eine charakteristische Länge der Grenzschicht in Wandnähe ist die viskose Länge  $l^* = \nu/u_\tau$ , die bei der Maximalgeschwindigkeit von  $80 \text{ m/s}$  ungefähr  $6,6 \mu\text{m}$  beträgt. Somit handelte es sich bei den verwendeten Oberflächen um "hydraulisch glatte" Flächen, da die Rauigkeiten der Oberfläche vollständig innerhalb der zähen Unterschicht (Dicke ungefähr  $5l^*$ ) der Grenzschicht lagen.

Die Korrelationstraverse für die Heizdraht-Messungen wurde ca.  $10,5 \text{ m}$  stromab des Übergangs zwischen Düse und Messbox eingebaut. Eine Position weiter stromab konnte nicht gewählt werden, da der Einbau der Traverse nur durch die Öffnung eines - zuvor demontierten - Seitenwandfensters erfolgen konnte. Die großen Reynoldszahlen der untersuchten Grenzschicht ergeben sich dadurch, dass sich die bereits in Beruhigungskammer und Düse ausgebildete Wandgrenzschicht in der Mess-Strecke fortsetzt. Die Grenzschicht an der Mess-Stelle Seitenwand hatte somit einen "virtuellen Ursprung" vor dem Beginn der eigentlichen Mess-Sektion und eine "Vorgeschichte" (Druckgradienten, gekrümmte Wände).

**Mess-Stelle Platte:** Die zweite Mess-Stelle wurde genutzt, um mögliche Einflüsse der Vorgeschichte auf die Seitenwandgrenzschicht durch einen Vergleich mit einer kanonischen Grenzschicht, die sich längs der Platte neu entwickelt, festzustellen oder auszuschließen. Die große Platte (Abmaße  $15 \times 7,5 \text{ m}^2$ ) wurde aus mehreren  $7,5 \times 2,5 \text{ m}^2$  Multiplexplatten mit Gelcoat-Oberfläche (Oberflächenrauigkeit  $R_z = 1,0 \mu\text{m}$ ) zusammengesetzt. Der verbleibende Spalt zur Seitenwand der Mess-Strecke war abgedeckt. Die Messposition lag ca.  $6 \text{ m}$  stromab des Übergangs zweier Platten. Die Anströmkannte wurde mit einem elliptischen Profil (Ellipse 1:4, Dicke  $17 \text{ mm}$ ) versehen. Mittels einer Fadensonde und durch einen Anstrich mit einem Petroleum-Farbgemisch (Abbildung 3.3) wurde festgestellt, dass an der Plattenvorderkante keine Ablösung auftrat. Eine Skizze der Versuchsanordnung an der Platte ist in Abbildung 3.4 gezeigt.

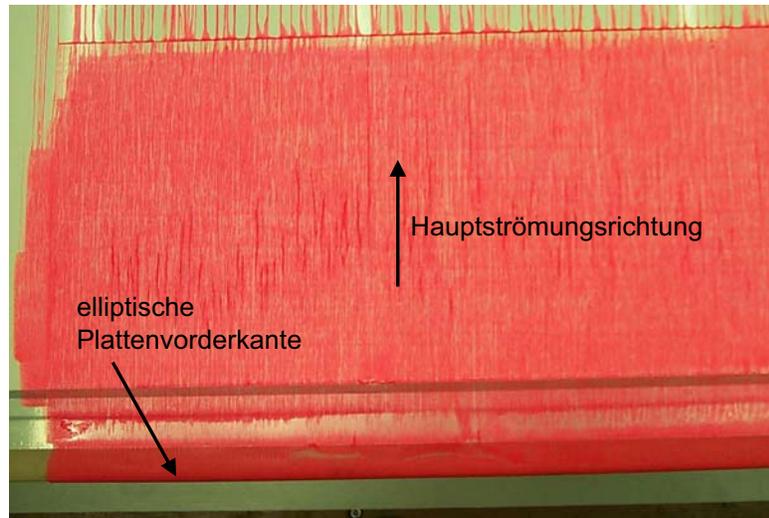


ABBILDUNG 3.3: Anstrichbild der Vorderkante der verwendeten Platte

Messungen wurden an beiden Mess-Stellen für Kanalgeschwindigkeiten von 40 m/s und 60 m/s vorgenommen. Auf Grund von Problemen mit der Befestigung der Platte konnten keine Messungen mit Anströmgeschwindigkeiten größer als 60 m/s an der Mess-Stelle Platte vorgenommen werden. Erst der Ausbau der Platte samt Gestell ermöglichte an der Seitenwand auch Hitzdraht-Messungen bei Kanalgeschwindigkeiten von 80 m/s.

An beiden Mess-Stellen wurden Hitzdraht-Messungen mit Einzeldraht- und Dreidraht-Sonden durchgeführt. Mit Hilfe der Korrelationstraversen konnten Geschwindigkeitsprofile sowie Korrelationen zwischen zwei Sonden gemessen werden, die sich innerhalb der Grenzschicht in unterschiedlicher Entfernung zur Wand, jedoch an der gleichen axialen und spannweiten Position befanden. Der maximale Wandabstand der inneren Sonde betrug

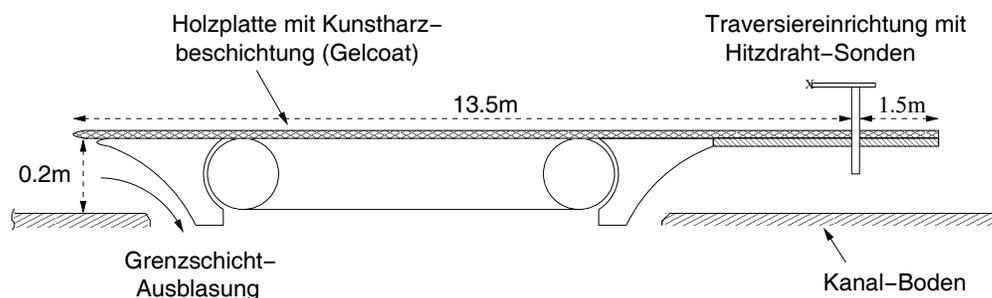


ABBILDUNG 3.4: Skizze der Versuchsanordnung an der Platte (nicht maßstabsgetreu)

dabei 270 mm, der der äußeren Sonde 300 mm. Die hohe zeitliche Auflösung der Hitzdrahtanemometrie erlaubte die Messung der Schwankungsgrößen der drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors.

Anfänglich wurden für die Fixierung des Umschlagpunktes zwei Reihen Prägeband auf der großen Mess-Platte ca. 20 cm stromab der elliptischen Vorderkante aufgebracht, auf die der Großbuchstabe "V" eingeprägt war. Die Höhe der geprägten Buchstaben lag bei 0,85 mm. Diese Umschlagerzeuger mussten während der PIV-Messungen entfernt werden, da das verwendete Seeding-Material die Klebeverbindung löste. Es konnten keine Unterschiede in den Profilmessungen festgestellt werden, die auf die Verwendung des Umschlagerzeugers bzw. das Fehlen desselben zurückzuführen wären

Die Grenzschichtdicke  $\delta$  an der Seitenwand variierte an der Mess-Position zwischen 240 mm und 220 mm für die Anströmgeschwindigkeiten von 40 m/s bzw. 80 m/s. Auf der großen Platte lag die Grenzschichtdicke  $\delta$  an der Mess-Position bei ungefähr 150 mm. Für die Profilmessungen wurde an 30 bis 40 wandnormalen Positionen gemessen, die logarithmisch zwischen einem Wandabstand von 300 mm und der wandnächsten Position (abhängig vom Sondentyp) verteilt waren.

Die Wandreibung wurde mit Prestonrohren gemessen, die sich an der gleichen Stelle befanden, an der auch die Hitzdraht-Messungen durchgeführt wurden. Sie konnten nach der Druckmessung um 180° gedreht werden, so dass die eigentlichen Hitzdraht-Messungen nicht durch die Prestonrohr-Messungen beeinflusst wurden. Die Außendurchmesser der verwendeten Prestonrohre betragen dabei 1 mm bzw. 1,5 mm.

Außerdem wurden auf den in Spannweitenrichtung um 30 cm versetzten Stopfen die Wandreibung mit zwei Prestonrohren (Außendurchmesser 1,5 mm und 2 mm) und einer Wandhitzdraht-Sonde (Sensordurchmesser 2,5  $\mu\text{m}$  bzw. 1,27  $\mu\text{m}$ ) untersucht. Der spannweiteige Abstand zwischen Prestonrohr und Wandhitzdraht-Sonde betrug dabei 20 mm. Auf dem Stopfen war außerdem eine Bohrung für den statischen Druck angeordnet.

Die Ausregelzeit der Hitzdraht-Brücken beim Rechtecktest konnte für die Versuche jeweils so eingestellt werden, dass Geschwindigkeitsschwankungen mit Frequenzen bis 60 kHz aufgelöst werden konnten. Der Tiefpass-Filter der Messwert-Erfassung wurde auf 50 kHz eingestellt und Zeitschriebe von - in der Regel - 40 s Länge mit einer Abtastrate von 125 kHz aufgezeichnet. Für statistische Untersuchungen wurden auch einige Messpunkte mit einer Länge von 150 s aufgezeichnet.

**PIV-Messungen im DNW** Ergänzend zu den Hitzdraht-Messungen wurden in einer wandnormalen, in Hauptströmungsrichtung orientierten Ebene auf der großen Platte Messungen mit der Particle Image Velocimetry (PIV) durchgeführt. Die axiale und spannweite Position der Mess-Ebene stimmte mit der Hitzdraht-Messposition überein. Die Korrelationstraverse wurde für diese Messungen entfernt und die Oberfläche durch einen Stopfen bündig verschlossen.

Für die Messungen wurde die am DNW vorhandene PIV-Anlage genutzt (Laser, Optik und zwei PCO-Kameras) und durch zwei weitere PCO-Kameras ergänzt. Der Laser-Lichtschnitt wurde unterhalb der Mess-Platte durch zwei Doppelpulslaser von Quantel (Twins B) mit 320 mJ/Puls bei 532 nm und 5 ns Pulsdauer erzeugt und durch ein Linsensystem von hinten an die Messposition projiziert. Die Dicke des Lichtschnittes betrug dabei rund 1 mm. Die benötigten Seeding-Partikel (DEHS, Durchmesser 1-2  $\mu\text{m}$ ) wurden durch Laskin-Seeder erzeugt, die in der Beruhigungskammer des Kanals aufgestellt waren.

Für die Messungen wurden vier PCO-Digitalkameras verwendet (Abbildung 3.5), die jeweils mit einem Abstand von ungefähr 3 m zum Lichtschnitt innerhalb der Mess-Box angeordnet waren. Zur Verringerung der aerodynamischen Belastung wurden die Kameras jeweils durch eine kleine Holzkonstruktion verkleidet.

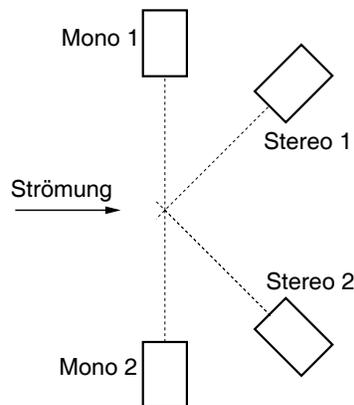


ABBILDUNG 3.5: Schematische Anordnung der PIV-Kameras auf der Platte

Zwei der vier Kameras - im folgenden als "Mono"-Kameras bzw. **M1** und **M2** bezeichnet - wurden senkrecht zum Lichtschnitt angeordnet und erfassen jeweils Ausschnitte von ca.  $13 \times 10 \text{ cm}^2$ , die mit leichter Überlappung übereinander angeordnet waren. Die zwei anderen Kameras - im folgenden als "Stereo"-Kameras bzw. **S1** und **S2** bezeichnet - waren so angeordnet,

dass die optische Achse jeweils einen Winkel von rund  $45^\circ$  mit der Beobachtungsebene bildete. Mit den beiden Stereo-Kameras wurde ein ca.  $4 \times 3\text{cm}^2$  großer Ausschnitt in Wandnähe aufgenommen, der für beide Kameras identisch ist. Durch eine entsprechende Entzerrung und Auswertung lassen sich aus diesen Aufnahmen auch Informationen über die Schwankungsgeschwindigkeit  $w'$  in spannweitischer Richtung gewinnen. Für die Stereo-Kameras wurden Scheimpflug-Adapter (gefertigt vom DLR Göttingen) verwendet, um den gesamten Bildbereich mit gleicher Schärfe abbilden zu können. Die Beobachtungsausschnitte der einzelnen Kameras sind in Abbildung 3.6 schematisch dargestellt.

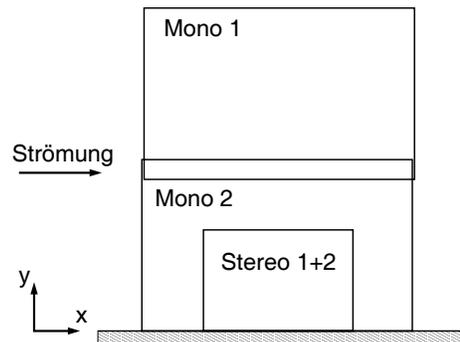


ABBILDUNG 3.6: Anordnung der Beobachtungsausschnitte der vier Kameras (nicht maßstabstreu)

Die vier Kameras (Hersteller PCO) hatten eine 12-Bit Grauwert-Auflösung und jeweils  $1280 \times 1024 \text{ Pixel}^2$ . Bei Kanalgeschwindigkeiten von  $40 \text{ m/s}$  und  $60 \text{ m/s}$  wurden mit jeder Kamera jeweils 5000 Bilder aufgenommen. Die Aufnahmen in der Mono- und der Stereo-Konfiguration erfolgten aus organisatorischen Gründen zeitgleich. Der Zeitversatz zwischen den beiden Teilbildern betrug  $10 \mu\text{s}$  für die Messung bei  $40 \text{ m/s}$  und  $8 \mu\text{s}$  für die Messung bei  $60 \text{ m/s}$ .

Die Auswertung der PIV-Daten ist aufgrund der Komplexität der Auswertung und der Sensitivität der Ergebnisse auf die verwendeten Auswertelgorithmen im Anhang C ausführlich dargestellt.

## 3.2 Messungen im LaWiKa

Für die Hitzdraht-Grenzschichtmessungen bei geringeren Reynoldszahlen und die Vergleichsmessungen mit den verschiedenen Hitzdraht-Sondentypen wurde der Laminar-Windkanal (Abbildung 3.7) des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik der TU Berlin genutzt. Es handelt sich

dabei um einen Umlaufkanal mit geschlossener Mess-Strecke und sehr guter Strömungsqualität (vgl. Warnack & Fernholz , 1998; Bake , 2000).

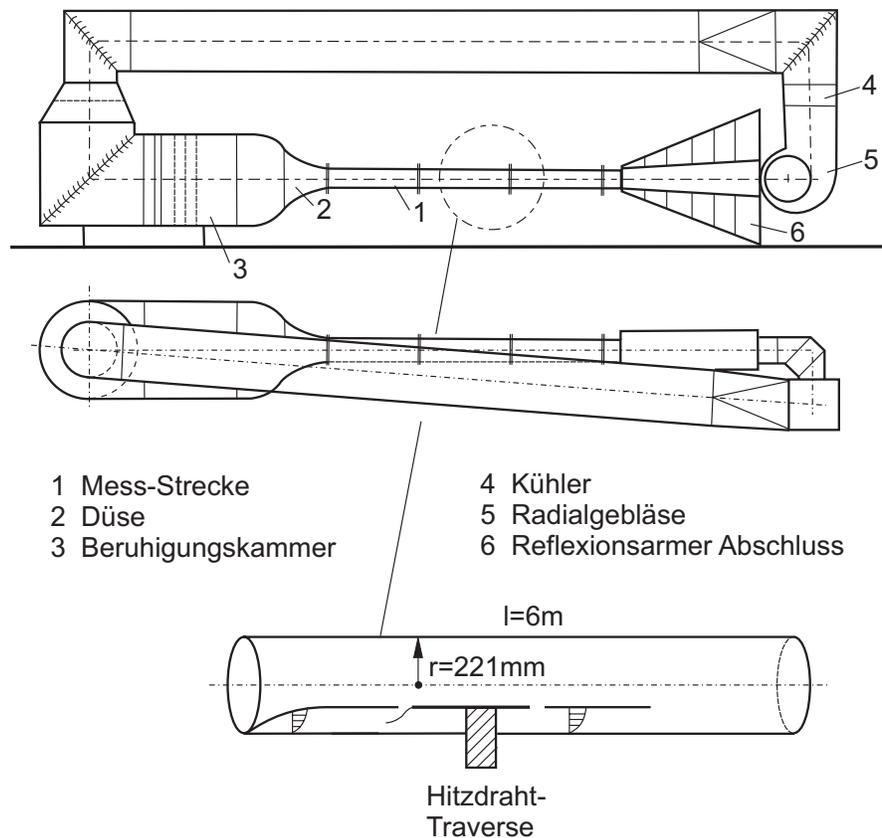


ABBILDUNG 3.7: Aufbau des Laminar-Windkanals des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik

Die rotationssymmetrische Mess-Strecke mit einem Innen-Durchmesser von 442 mm besteht aus mehreren Einzelsegmenten und hat eine Gesamtlänge von 6 m. Als Hauptantrieb dient ein 15 kW-Elektromotor, der mit einem Radialgebläse verbunden ist. Zum Ausgleich des Massenstromverlustes, der bei der Ausblasung der Düsengrenzschicht vor dem Beginn der Mess-Strecke entsteht, dient ein kleines Zusatzgebläse (1 kW). Die maximal erreichbare Geschwindigkeit bei leerer Mess-Strecke liegt bei ca. 35 m/s. Mittels einer manuell justierbaren Wasserkühlung konnte die Temperatur der Strömung mit einer Genauigkeit von 0,1 °C eingestellt werden. Der Turbulenzgrad des Kanals wurde bei früheren Untersuchungen (Bake , 2000) zu 0,04% (Frequenzbereich 0,1-1000 Hz) bei einer Anströmgeschwindigkeit von 7,5 m/s bestimmt. Der Druckgradient in dem verwendeten Aufbau der Mess-Strecke

betrug  $dp/dx \approx -1,5 \cdot 10^{-2} \rho u^2_\infty$  pro m (leichte Verdrängungswirkung durch Grenzschicht-Wachstum) und ist damit vernachlässigbar klein. Die Rauigkeit der Oberfläche der Mess-Strecke wurde nicht vermessen, ist aber mit Sicherheit nicht größer als die der Messoberflächen im DNW. Da die maximale Strömungsgeschwindigkeit nur etwa 30 m/s betrug, ist die Oberfläche für alle Untersuchungen in diesem Kanal hydraulisch glatt. Die Grenzschichtdicken  $\delta$ ,  $\delta_1$  und  $\delta_2$  (siehe auch Definition in Abschnitt 5.1) für diese Versuche wurden unter Berücksichtigung der speziellen Formulierung für gekrümmte Wände berechnet.

Für die Versuche wurde durch zwei Reihen Velcro-Band (Klett-Band) 200 mm und 220 mm stromab des Einlaufes der laminar-turbulente Umschlag fixiert. Die Messungen wurden bei einer Position  $x=4,14$  m stromab des Einlaufes durchgeführt. Die Grenzschichtdicke  $\delta$  an dieser axialen Position variierte zwischen 63 mm und 57 mm für die Anströmgeschwindigkeiten von 10 m/s bzw. 30 m/s. Für die Profilmessungen wurde an 30 bis 40 wandnormalen Positionen gemessen, die logarithmisch zwischen einem Wandabstand von 130 mm und der wandnächsten Position (abhängig vom Sondentyp) verteilt waren.

Die Wandreibung für die Versuche im Laminar-Windkanal wurden durch Prestonrohr-Messungen bestimmt. Dabei wurden Röhren mit Durchmessern von 1,5 mm und 2 mm benutzt.

Die Ausregelzeit der Hitzdraht-Brücken beim Rechtecktest konnte für die Versuche jeweils so eingestellt werden, dass Geschwindigkeitsschwankungen mit Frequenzen bis 50 kHz aufgelöst werden könnten. Der Tiefpass-Filter der Messwert-Erfassung wurde auf 10 kHz eingestellt und Zeitschriebe von 50 s Länge mit einer Abtastrate von 20 kHz aufgezeichnet.

### 3.3 Hitzdraht-Sonden

Für die Messungen wurden verschiedene Typen von Hitzdraht-Sonden eingesetzt. Diese wurden in der Sondenwerkstatt des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik speziell für den Einsatz in Wandgrenzschichten gefertigt. Die Abmessungen der Sonden wurden möglichst klein gewählt, um eine gute räumliche Auflösung zu erzielen und eine spezielle Kröpfung des Sondenschaftes ermöglichte die Messung in unmittelbarer Wandnähe.

Exemplarisch sind in Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9 eine UV-Sonde (zur Messung der Hauptströmungs- und der wandnormalen Komponente) und eine UW-Sonde (zur Messung der Hauptströmungs- und der wandparallelen Komponente) gezeigt. Außerdem wurden Einzeldraht-Sonden verwen-

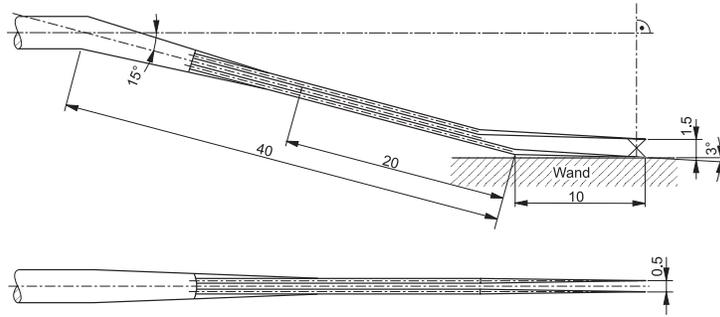


ABBILDUNG 3.8: UV-Sonde für Messungen in Wandgrenzschichten (aus Kalter , 2000)

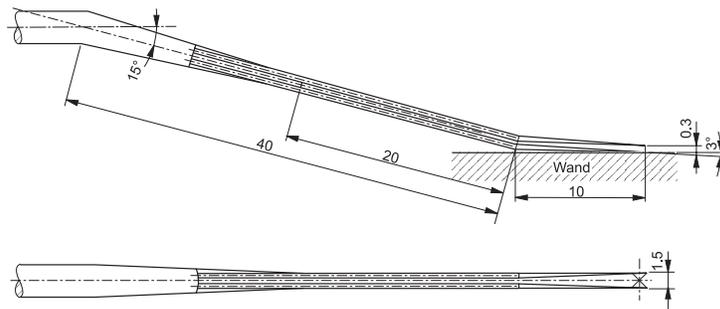


ABBILDUNG 3.9: UW-Sonde für Messungen in Wandgrenzschichten (aus Kalter , 2000)

det, bei denen der Draht wandparallel und unter einem Winkel von  $90^\circ$  zur Hauptströmungsrichtung angeordnet war. Die Dreidraht-Sonden, bei denen drei Sensordrähte orthogonal zueinander angeordnet waren (Frontalan-sicht ergibt ein auf der Spitze stehendes Dreieck) sind ausführlich im Anhang A beschrieben. Die Ausführung des Sondenschaftes und der Zinken der Einzeldraht- und Dreidraht-Sonden ist nahezu identisch mit denen der UV- und UW-Sonde.

Alle Sonden waren mit  $2,5 \mu\text{m}$  Platin-Wolfram-Sensordraht bestückt, der an den Enden vergoldet war. Die aktive Sensorenlänge betrug jeweils  $0,55 \text{ mm}$ ; d.h. das Verhältnis von Sensorenlänge zu Sensordurchmesser war ca. 220. Einzelheiten zur Fertigung der Sonden können bei Vagt (1979) und Bruns & Dengel (1998) nachgelesen werden.

Die Größe des Mess-Volumens betrug bei der Dreidraht-Sonde rund  $0,4 \times 0,4 \times 0,4 \text{ mm}^3$ . Der durch die Lage der Zinken und eine entsprechende Sicherheits-Reserve vorgegebene minimale Wandabstand  $1,1 \text{ mm}$  (LaWiKa). Der minimale Abstand zwischen zwei Dreidraht-Sonden (bei Korrelationsmessungen) betrug  $2,2 \text{ mm}$  (LaWiKa). Bei der UW-Sonde betrug die Größe des Mess-Volumens rund  $0,4 \times 0,4 \times 0,3 \text{ mm}^3$  und der minima-

le Wandabstand 0,25 mm. Bei der UV-Sonde betrug die Größe des Messvolumens rund  $0,4 \times 0,4 \times 0,5 \text{ mm}^3$  und der minimale Wandabstand 1,1 mm. Für die Einzeldraht-Sonden wurde der minimale Wandabstand im LaWiKa zu 0,1 mm gewählt.

Für die Messungen im DNW wurde mit etwas größeren Sicherheitsabständen bei der Sondenpositionierung gearbeitet, da Schwingungen der Traverse und der Wand der Mess-Strecken nicht ausgeschlossen werden konnten. Für Einzeldraht-Sonden betrug der minimale Wandabstand 0,35 mm und für Dreidraht-Sonden 2,3 mm. Für Korrelationsmessungen wurde ein minimaler Abstand von 0,35 mm (Einzeldraht-Sonden) bzw. 3 mm (Dreidraht-Sonden) eingehalten.

Das Überhitzungsverhältnis der Drähte wurde zu 1,6 gewählt, was einer mittleren Überhitzung von  $\Delta T = 165 \text{ K}$  entsprach. Eine Alterung der Drähte (Erhöhung des Kaltwiderstandes durch eine vorangegangene zu starke Überhitzung) wurde während der gesamten Messungen nicht beobachtet.

Die Kalibration der Hitzdraht-Sonden erfolgte bei allen Versuchen innerhalb der Mess-Strecke außerhalb der Wandgrenzschicht. Im LaWiKa wurde ein Prandtl-Rohr an der gleichen axialen, aber in Umfangsrichtung versetzten Position als Referenz benutzt. Im DNW-LLF wurde die in der Leitwarte angezeigt Kanalgeschwindigkeit als Referenz genutzt. Standardmäßig wird im DNW-LLF die Kanalgeschwindigkeit aus einem am Düsenende angebrachten Prandtl-Rohr mit Hilfe der Kanalkalibration ermittelt.

### 3.4 Wandhitzdraht-Sonden

Während der Messung im DNW-LLF wurden auch Wandhitzdraht-Sonden benutzt, bei denen der Sensordraht zwischen zwei Zinken mit einem festen Wandabstand von  $40 \mu\text{m}$  befestigt war. Die Zinken wurden bei diesen Sonden durch einen kleinen Keramikzylinder gehalten, dessen Oberfläche bündig mit der Messoberfläche abschließt (Abbildung 3.10). Die Sensordrähte der Wandhitzdraht-Sonden hatten Durchmesser von  $2,5 \mu\text{m}$  bzw.  $1,27 \mu\text{m}$ . Der Aufbau der Sensordrähte bei den  $2,5 \mu\text{m}$ -Wandhitzdrahtsonden ist identisch mit dem der normalen Hitzdrahtsonden (Abschnitt 3.3). Das Verhältnis von aktiver Länge zum Drahtdurchmesser  $l/d$  betrug ca. 220.

Die Sensordrähte mit einem Durchmesser von  $1,27 \mu\text{m}$  bestanden aus Platin mit einem kleinen Anteil Rhodium (90:10). Die Enden der Drähte wurden unvergoldet direkt auf die Zinken aufgelötet. Das Verhältnis von aktiver Länge zum Drahtdurchmesser  $l/d$  betrug ungefähr 220, was einer Drahtlänge von 0,28 mm entspricht. Aufgrund des geringeren spezifischen thermischen Widerstands entspricht das verwendete Überhitzungsverhältnis von 1,3 einer

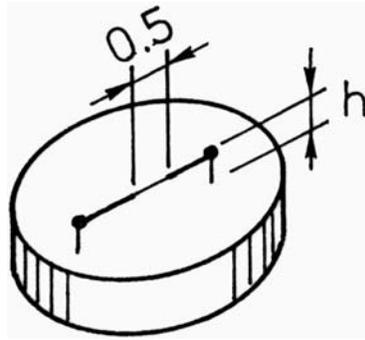


ABBILDUNG 3.10: Wandhitzdraht-Sonde mit Keramik-Trägermaterial

Überhitzung um  $\Delta T=185$  K. Der Vorteil der  $1,27\ \mu\text{m}$ -Sonden liegt in der geringeren Drahtlänge, die eine bessere räumliche Auflösung ermöglicht.

Durch den geringen Abstand des Sensordrahtes zur Wand kommt es bei Wandhitzdraht-Sonden zu einer verstärkten Wärmeabgabe des erhitzten Drahtes, die nicht durch die Umströmung bedingt ist. Janke (1987) und Schober (1989) haben unter Berücksichtigung dieser zusätzlichen Wärmeabgabe an die Wand eine spezielle Kalibrationsfunktion entwickelt, mit der die Sonden gegen ein Prestonrohr in der turbulenten Wandgrenzschicht kalibriert werden können. Eine Zusammenfassung zur Kalibration der Wandhitzdraht-Sonden und der dabei verwendeten Korrekturen ist bei Fernholz et al. (1996) zu finden.

Zur Kalibration der im DNW verwendeten Wandhitzdraht-Sonden wurden Prestonrohre von 1,5 mm und 2 mm Durchmesser genutzt, die an einer spannweitig zur Position des Wandhitzdrahtes um 20 mm versetzten Position eingebaut waren.

### 3.5 Prestonrohr-Messungen

Zur Bestimmung der Wandreibung wurden in beiden Versuchsständen Prestonrohre eingesetzt. Diese wurden nach den Vorgaben von Rechenberg (1963) und Patel (1965) mit Außendurchmessern von 1 mm bis 3 mm gefertigt. Die Umrechnung der gemessenen Druckdifferenz in einen Wandreibungswert erfolgte mittels der Kalibrationskurven von Patel (1965).

Der dimensionslose Durchmesser der Prestonrohre  $d^+ = du_\tau/\nu$  lag bei allen Messungen zwischen 30 und 200, wobei die Gültigkeit des logarithmischen/universellen Wandgesetzes für die Messungen gegeben war.

### 3.6 Temperatur und Druck

Die Temperatur wurde mittels eines PT100-Temperaturfühlers bestimmt. Zusammen mit dem Luftdruck wurde aus dem Messwert die Dichte und Zähigkeit der Strömung berechnet. Außerdem wurde die Temperaturmessung zur Überwachung der Gültigkeit der Kalibration benutzt. Die Abweichung zwischen Kalibrationstemperatur und der Temperatur während der Messung war nie größer als  $1^\circ\text{C}$ . Bei den Messungen im LaWiKa war die Abweichung kleiner als  $0,2^\circ\text{C}$ . Eine Temperaturkompensation für die Hitzdraht-Messwerte wurde aufgrund der damit verbundenen Unsicherheiten und der nur kleinen Temperaturänderungen nicht durchgeführt.

Die Druckdifferenzen bei Messungen mit dem Prandtl-Rohr oder dem Prestonrohr wurden mit Druckaufnehmern Baratron 220D der Firma MKS erfasst. Dabei kamen Geräte mit den Messbereichen von 100 Pa, 1000 Pa und 10000 Pa zum Einsatz. Die Genauigkeit dieser Geräte beträgt 0,2% des Messwertes.

### 3.7 Messgeräte und Datenerfassung

Für die Hitzdraht-Messungen wurden mehrere Geräte IFA-100 (Hersteller TSI) mit Brücken des Typs 150 verwendet. Die Brückenspannungen wurden mittels eines externen Signalverstärkers (Eigenentwicklung des Elektroniklabors des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik) und des Signalverstärkers des IFA-100 so aufbereitet, dass der Eingangsbereich des A/D-Wandlers möglichst optimal ausgenutzt wurde. Gleichzeitig erfolgte eine Tiefpass-Filterung mit der halben Abtastfrequenz als Grenzfrequenz, um Aliasing bei der spektralen Auswertung zu vermeiden. Für die Wandhitzdraht-Sonden wurden Hitzdrahtgeräte vom Typ 55M10 und entsprechende Signalverstärker 55D26 des Herstellers DISA/Dantec verwendet.

Die Digitalisierung der Hitzdraht-Signale erfolgte mittels einer 12 Bit-A/D-Wandler-Karte mit der Bezeichnung WIN30DS der Firma Innovative. Diese Karten erreichen eine Summenabtastfrequenz von 1 MHz, wobei sich die Abtastfrequenz auf die einzelnen Kanäle verteilt. Bei der gleichzeitigen Messung von 6 Kanälen (Korrelationsmessung mit zwei Dreidraht-Sonden) wurde eine Abtastfrequenz von 125 kHz erreicht. So genannte "Sample&Hold"-Bausteine auf der Karte stellten die gleichzeitige Erfassung aller Kanäle sicher.

Die Spannungssignale der Druckaufnehmer und die Temperaturmessungen wurden durch ein HP-/Agilent-Digitalvoltmeter 34970A digitalisiert und direkt an den PC weitergeleitet.

Für die Positionierung der Hitzdrahtsonden wurden verschiedene Traversen verwendet. Dabei wurden zwei neue Traversen speziell für die Messungen im DNW entwickelt und gebaut, die die unabhängige Positionierung von jeweils zwei Hitzdraht-Sonden an unterschiedlichen wandnormalen Positionen erlaubte. Der mit diesen Traversen maximal erreichbare Wandabstand betrug 300 mm. Die miniaturisierten Gleichstrommotoren und Encoder der Firma Faulhaber in Verbindung mit der verwendeten TLX-Steuerung sicherten ein Minimum an Störungen während der Messung. Die Positionierung der Sonden erfolgte während der Messung automatisiert aus dem Messprogramm heraus.

Die Steuerung der Kalibration und Messungen wurde durch entsprechende C- und HPVEE-Programme realisiert, die in der Arbeitsgruppe über viele Jahre entwickelt und verwendet worden waren. Für einige Mess-Aufgaben (z.B. Dreidraht-Korrelationsmessungen) wurden die Programme im Rahmen des Projektes angepasst und erweitert.



# Kapitel 4

## Wandreibung

Ein zentraler Punkt bei allen Arbeiten zur Skalierung von strömungsphysikalischen Größen in wandgebundenen Scherschichten ist die Bestimmung der Wandreibung, denn erst die Kenntnis der lokalen Wandreibung - im Mittel oder besser noch der Momentanwerte - als wichtige Randbedingung ermöglicht genauere Aussagen für die Einordnung der untersuchten Strömung.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden 2-D-Grenzschichten entlang einer ebenen Berandung mit vernachlässigbarem Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung untersucht. Zusammen mit einer hydraulisch glatten Oberfläche (d.h. die Rauheit der Oberfläche ist kleiner als die wandnormale Erstreckung der zähen Unterschicht der Strömung, vgl. hierzu auch Abschnitt 3.1) stellt dies strömungsmechanisch den einfachsten Fall dar - auch im Hinblick auf die Bestimmung der Wandreibung. Die Wandreibung ist gegeben durch die dynamische Zähigkeit  $\mu$  des Luft und dem Geschwindigkeitsgradienten an der Wand:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_w$$

wobei die Geschwindigkeit  $u$  die Momentangeschwindigkeit darstellt, die sich in der zähen Unterschicht der turbulenten Grenzschicht auch in Abhängigkeit der Zeit ändert.

In der Vergangenheit wurden viele verschiedene Methoden entwickelt, um die Wandreibung zu bestimmen. Eine Übersicht ist z.B. bei Fernholz et al. (1996) zu finden. Direkte Messmethoden wie die Wandschubspannungswaage oder die Ölfilminterferometrie (z.B. Janke, 1993) haben den Vorteil, dass sie keine bestimmte Struktur der wandnahen Strömung voraussetzen. Demgegenüber stehen aber Nachteile, wie z.B. die Mittelung über einen endlich großen Bereich bei einer Waage oder auch ein größerer Aufwand für Datenaufnahme und Auswertung bei der Ölfilminterferometrie, vor allem aber die

fehlende zeitliche Auflösung des Wandreibungsverlaufes. Die direkte Bestimmung der Wandreibung aus dem Gradienten des Geschwindigkeitsprofils im Bereich der zähen Unterschicht ist für die untersuchten Reynolds-Zahlen derzeit praktisch nicht möglich. Die Dicke der zähen Unterschicht ( $h^+ \approx 5$ ) liegt zwischen 0,2 mm (LaWiKa, 10 m/s) und 0,035 mm (DNW, 80 m/s) wobei innerhalb dieser zähen Unterschicht mehrere Punkte des Geschwindigkeitsprofils sehr genau gemessen werden müssten.

Zu den indirekten Methoden zählen z.B. der Oberflächenzaun oder das Prestonrohr, die in einer Strömung mit bekannter Wandreibung (z.B. Rohrströmung) geeicht werden und danach in anderen Strömungen mit ähnlicher Struktur der wandnahen Strömung zur Messung der Wandreibung genutzt werden (siehe z.B. Head & Rechenberg, 1962; Patel, 1965). Auch der Wandhitzdraht, der in der Regel gegen ein Prestonrohr als Referenz kalibriert wird, ist eine indirekte Methode, die aber eine hohe zeitliche Auflösung (ohne Unterscheidung der Richtung) ermöglicht. Weitere Verfahren nutzen z.B. Geschwindigkeitsmessungen im Übergangsbereich ("Buffer Layer") (z.B. Österlund, 1999, Paper2) oder die Geschwindigkeitsmessung im Bereich des logarithmischen Wandgesetzes um durch eine Anpassung der Wandschubspannung eine möglichst gute Übereinstimmung z.B. mit dem logarithmischen Wandgesetz zu erzielen (z.B. Kähler, 2004).

Die indirekten Methoden setzen meist die Gültigkeit bestimmter Annahmen über die Struktur des wandnahen Bereiches der Strömung voraus. Diese Annahmen lassen sich oft hinterher durch weitere Messungen rechtfertigen: z.B. durch die Normierung der gemessenen Geschwindigkeiten mit der zuvor durch ein Prestonrohr gemessenen Wandreibung und der Überprüfung der Gültigkeit des logarithmischen Wandgesetzes (Voraussetzung für die Anwendung der Patelschen Kalibration für Prestonrohre).

Sinnvoller wäre aber - speziell hinsichtlich der andauernden Diskussion um die Universalität des wandnahen Bereiches (z.B. Österlund et al., 2000; George, 2006; Klewicki et al., 2006) - eine direkte, unabhängige Messmethode zur Bestimmung der Wandreibung wie z.B. die Ölfilminterferometrie.

## Wandreibungswerte für die Normierung (DNW und LaWiKa)

Bei den Untersuchungen im DNW und im LaWiKa wurde die Wandreibung gemessen, um eine geeignete Bezugsgröße für verschiedene Normierungen zu erhalten. Dabei wurden Prestonrohre verschiedenen Durchmessers eingesetzt. Ferner wurden im DNW Messungen mit Wandhitzdraht-Sonden vorgenommen, die gegen ein direkt daneben befindliches Prestonrohr kalibriert wurden. Bei den DNW-Untersuchungen bestand während der kurzen Messzeit nicht die Möglichkeit, weitere Messtechniken (z.B. Ölfilminterferometrie) einzusetzen.

Aufgrund von Variationen der Wandreibungswerte aus den verschiedenen Prestonrohr-Messungen, die in Abschnitt 4.1 näher dargestellt werden, wurde für die DNW-Messungen schließlich ein anderer Ansatz zur Bestimmung der Wandreibung gewählt: aus den Profilmessungen mit den Einzelhitzdraht-Sonden wurde die Impulsverlustdicke  $\delta_2$  bestimmt und mit der Anströmgeschwindigkeit die Reynolds-Zahl  $Re_{\delta_2}$  berechnet. Mit Hilfe dieser Reynoldszahl wird aus der halb-empirischen Formel von Fernholz (1971):

$$\frac{c_f}{2} = \frac{0,32}{[\ln(Re_{\delta_2}) + 1,77]^2} \quad (4.1)$$

der Wandreibungsbeiwert  $c_f$  und wiederum mit der Anströmgeschwindigkeit die Wandreibung  $\tau_W$  berechnet. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass auch bei fehlenden Messungen der Wandreibungen (z.B. PIV-Messung) in gleicher Art Werte für die Wandreibung bestimmt werden können wie für die restlichen Messungen. Die halb-empirische Formel stützt sich in dem untersuchten Reynolds-Zahl-Bereich auf Daten aus früheren Untersuchungen und ist wenig sensitiv auf kleine Fehler bei der Bestimmung von  $Re_{\delta_2}$ . Im Folgenden Abschnitt werden die Messdaten aus den Prestonrohr-Messungen mit der halb-empirischen Formel verglichen.

Für die LaWiKa-Messungen wurden gut reproduzierbare Prestonrohr-Messungen zur Bestimmung der Wandreibung verwendet. Die Genauigkeit der Wandreibungsbestimmung mittels eines Prestonrohres ergab sich aus der Genauigkeit der Druckaufnehmer und der Genauigkeit der Patelschen Kalibration zu ungefähr 4%.

## 4.1 Wandreibungsmessung im DNW

Bei den Messungen im DNW wurde die mittlere Wandschubspannung mit Prestonrohren an jeweils zwei verschiedenen Stellen auf der Platte und an der Seitenwand gemessen. Dabei wurde die axiale Position jeweils so gewählt, dass sie mit der Position der Profilmessungen zusammenfällt. Hinsichtlich der spannweitenigen Position wurde zum einen die gleiche Position wie für die Profilmessungen gewählt (Profil-Position). Diese Prestonrohre (Durchmesser 1 mm bzw. 1,5 mm) mussten für wandnahe Profilmessungen entfernt werden. Weiterhin war ca. 300 mm neben der Traverse für die Profilmessung ein weiterer Einsatz für zusätzliche Wandschubspannungs-Messungen bündig mit der Oberfläche eingepasst. Auf diesem Einsatz befand sich mittig eine Bohrung für Wandhitzdraht-Sonden (WHD) und links bzw. rechts davon in 20 mm Entfernung Prestonrohre mit 1,5 bzw. 2 mm Durchmesser (WHD-Position). Eine statische Druckbohrung befand sich ebenfalls auf dem Einsatz. Diese Anordnung war identisch für die Mess-Stellen auf der Platte und an der Seitenwand.

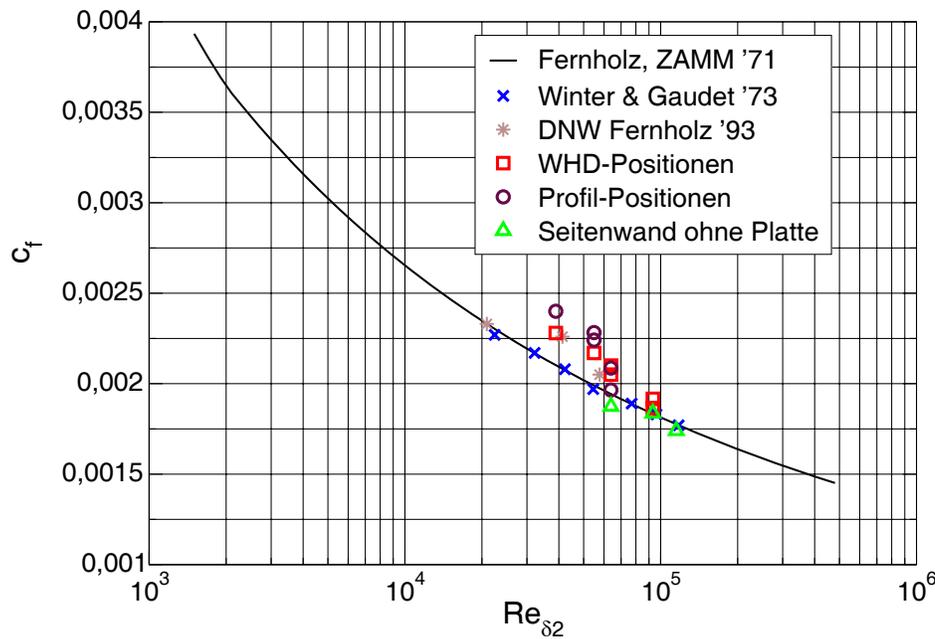


ABBILDUNG 4.1: Wandreibungsbeiwert  $c_f$  aus den Prestonrohr-Messungen im DNW. Vergleich mit halb-empirischen Formeln und weiteren Datensätzen.

In Abbildung 4.1 sind die Ergebnisse der Prestonrohr-Messungen in Form des dimensionslosen Wandreibungsbeiwertes  $c_f$ :

$$c_f = \frac{\tau_W}{0,5\rho u_\delta^2}$$

dargestellt. Neben den Daten der halb-empirischen Theorie von Fernholz (1971) sind Messwerte von Winter & Gaudet (1973) und aus der DNW-Messung im Jahr 1993 (Fernholz et al., 1995) zum Vergleich dargestellt. Die Daten aus der aktuellen DNW-Messung sind unterschieden nach der spannweitigen Anordnung “Profil-Position” und “WHD-Position” aufgetragen.

Außerdem gibt es einen extra Datensatz “Seitenwand ohne Platte”, der eine Messung repräsentiert, die an der Seitenwand bei 40, 60 und 80 m/s durchgeführt wurde, ohne dass die große Platte und der “Moving Belt”-Unterbau in der Mess-Strecke eingebaut waren. Für diese Messung musste eine behelfsmäßige statische Druckbohrung in unmittelbarer Nähe der Hitzdraht- Traverse verwendet werden. Nachträgliche Untersuchungen dieser Anordnung in einem Windkanal des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik ergaben, dass - vermutlich durch eine Art Hufeisen-Wirbel im wandnahen Bereich des Traversenschwertes - der statische Druck um ca. 15 % zu niedrig gemessen wurde. Die hier aufgetragenen Daten ( $\Delta$ ) wurden dementsprechend korrigiert.

Die Zuordnung der Messwerte der Mess-Stellen Platte (P) und Seitenwand (SW) zu den einzelnen Testgeschwindigkeiten 40 m/s, 60 m/s und 80 m/s (nur “Seitenwand ohne Platte”) kann anhand der Reynoldszahlen (siehe auch Tabelle 5.1) vorgenommen werden: Die kleineren Reynoldszahlen sind P-40, P-60, die größeren sind SW-40, SW-60 und SW-80.

Während die Ergebnisse der Messung “Seitenwand ohne Platte” recht gut mit den Daten der halb-empirischen Formel übereinstimmen, sind die Werte für die restlichen Messpunkte (Profil-Position und WHD-Position) alle deutlich höher als die nach der Formel für die entsprechende Reynoldszahl berechneten Werte. Die Abweichungen betragen bis zu 14 % für die Profilpositionen P-40 und P-60 sowie maximal 9 % für die WHD-Positionen P-40 und P-60. Die Abweichung der Messwerte an der Seitenwand (Profilposition und WHD-Position) von der halb-empirischen Kurve beträgt maximal 8%. Es ist bekannt, dass in turbulenten Grenzschichten – bei gleicher Position in Hauptströmungsrichtung aber unterschiedlicher spannweiti ger Position – Variationen in der Größenordnung von 5% und mehr in der Wandschubspannung  $\tau_W$  auftreten können (z.B. Warnack, 1996). Der Unterschied zwischen der Profil-Position und der WHD-Position könnte also durch eine ungleichmäßigen spannweitigen Wandreibungsverteilung zu Stande kommen.

Der Unterschied zwischen Profil-Position und theoretischer Kurve lässt sich so aber nicht erklären. Ein Fehler in der Bestimmung der jeweiligen Reynoldszahl (aus den Einzelhitzdraht-Messungen) kann nicht zu diesen Abweichungen führen. Die Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  müsste z.B. für P-40 statt 39000 nur rund 18000 betragen damit der gemessene und der aus der theoretischen Kurve bestimmte Wert für  $c_f$  identisch sind.

Als mögliche weitere Ursachen für die großen Wandreibungswerte sind eine schlechte Wandbündigkeit der Prestonrohre bei laufendem Kanal sowie eine höhere Anströmgeschwindigkeit im Kanal denkbar. Ein nicht auf der Wand aufliegendes Prestonrohr würde einen zu hohen dynamischen Druck messen. Die Wandbündigkeit konnte zwar bei laufendem Windkanal nicht überprüft werden, sollte aber durch die Konstruktion der Sonden und sorgfältigen Einbau gegeben gewesen sein.

Durch die Verdrängungswirkung des “Moving Belt” und die zusätzlichen Ausblas-Öffnungen am Beginn der Platte ist es möglich, dass die Anströmgeschwindigkeit im Windkanal oberhalb der Platte größer war als die – durch das Referenz-Prandtlrohr am Eintritt der Mess-Strecke bestimmte – Kanalgeschwindigkeit. Zum Beispiel könnte ein um 14 % zu hoher Wert für  $c_f$  durch einen Fehler von 7 % in  $u_\delta$  hervorgerufen werden. Da am Ort der Hitzdrahtmessungen kein weiteres Prandtl-Rohr zur Verfügung stand, kann diese Möglichkeit nicht ausgeschlossen werden. Bei der Auswertung der PIV-Messungen (siehe Abschnitt 5.3) zeigte sich außerdem, dass im Außenbereich der Mono-PIV-Aufnahmen (Kamera M1) mittlere Geschwindigkeiten auftraten, die größer als die eingestellte Kanalgeschwindigkeit waren. Die Daten zeigen einen um ungefähr 3% über der Kanalgeschwindigkeit liegenden Wert. Da die 2-D-PIV keine Kalibration erfordert und auch der maximal mögliche Fehler im Zeitversatz zwischen den zwei Teilbildern einer PIV-Aufnahme deutlich kleiner ist, scheint die größere Anströmgeschwindigkeit zunächst plausibel. Die Auswertung und normierte Auftragung der restlichen PIV-Aufnahmen (Kameras M2, S1 und S2) zeigt aber, dass eine derart erhöhte Anströmgeschwindigkeit zu einer Abweichung der Profile der mittleren Geschwindigkeit unter anderem im Bereich des logarithmischen Wandgesetzes um genau 3% führen würde (z.B.  $u_\tau$  um 3% zu groß). Abweichungen in dieser Größenordnung sind jedoch nicht zu erwarten.

Obwohl die Unstimmigkeiten nicht eindeutig zu klären sind, wurde schließlich folgendermaßen verfahren: Für eine höhere Anströmgeschwindigkeit oberhalb der Platte gibt es einen Hinweis (PIV-Messung M1), der jedoch durch weitere Geschwindigkeitsmessungen nicht bestätigt wird. Daher erfolgt keine nachträgliche Korrektur der Auswertung für eine erhöhte Anströmgeschwindigkeit. Die größeren Geschwindigkeiten im Außenbereich der PIV-Messung könnten auch durch einen optischen Abbildungsfehler im Randbereich des Objektivs zu Stande kommen. Die hohen Wandreibungswerte aus der Prestonrohr-Messung können nicht ausreichend erklärt werden. Jedoch wurden auch in der früheren DNW-Messung (Fernholz et al. , 1995) Wandreibungswerte gemessen, die teilweise deutlich über der halb-empirischen Kurve liegen (siehe Abbildung 4.1). Abweichungen zwischen den verschiedenen

Mess-Orten kommen vermutlich durch die ungleichmäßige spannweiteige Verteilung der Wandreibung zu Stande.

Eine Normierung der gemessenen Geschwindigkeitsprofile mit den aus den Prestonrohr-Messungen bestimmten Wandreibungswerten erscheint angesichts der Streuung der Messwerte nicht sinnvoll. Einzig die Messung "Seitenwand ohne Platte" stimmt mit den Werten der halb-empirische Formel nach Fernholz (1971) gut überein. Da diese Messungen ohne Einbauten in der Mess-Strecke, d.h. ohne "Moving Belt"-Unterkonstruktion und Messplatte durchgeführt wurde, ist es sicher, dass die Anströmgeschwindigkeit in diesem Fall dem durch das Referenz-Prandtlrohr gemessenen Wert entsprach. Es handelt sich bei der Messung um eine einzelne Messreihe für die drei verschiedenen Geschwindigkeiten, die mit dem gleichen Prestonrohr in jeweils derselben Einbauposition gemessen wurden. Aussagen zu möglichen Fehlerquellen bei den anderen Messungen können daher nicht gemacht werden.

## 4.2 Wandreibungsmessung im LaWiKa

Die Messung der Wandreibung im LaWiKa wurde mit Prestonrohren verschiedenen Durchmessers an der gleichen Position durchgeführt, an der die Profilmessungen vorgenommen wurden. Die Hitzdraht-Sonden wurden dafür vorher entfernt. Die Messungen wurden im Laufe von mehreren Monaten mehrmals wiederholt, wobei sich Abweichungen von weniger als 2% von den jeweiligen Werten ergaben. Die gemessenen Geschwindigkeitsprofile zeigen die typische Struktur einer turbulenten Grenzschicht. Die Durchmesser der Prestonrohre waren so gewählt, dass sie stets innerhalb des Gültigkeitsbereiches des "universellen Wandgesetzes" (linearer Bereich, Übergangsbereich, logarithmischer Bereich) lagen.

In Abbildung 4.2 ist die im LaWiKa des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik mit Prestonrohren gemessene Wandreibung dimensionslos aufgetragen. Als Vergleich ist wiederum die halb-empirische Formel von Fernholz (1971) aufgetragen sowie eine leicht modifizierte Form von Fernholz & Finley (1996).

Die Abweichung der gemessenen Werte zu der semi-empirischen Kurve Fernholz (1971) variiert mit der Reynoldszahl. Sie beträgt knapp 11% für die kleinste Reynoldszahl und rund 7% für die Messung bei 20 m/s. Die gleiche Tendenz (in der selben Größenordnung) ist auch schon bei früheren Messungen in einer im LaWiKa generierten turbulenten Grenzschicht beobachtet worden (Bake, 1994). Auch die Messungen von Bruns, Dengel & Fernholz (1992) liegen für die kleineren Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} < 8000$  um 8-10% unterhalb dieser halb-empirischen Kurve (siehe Abbildung 4.2). Weitere Datensätze

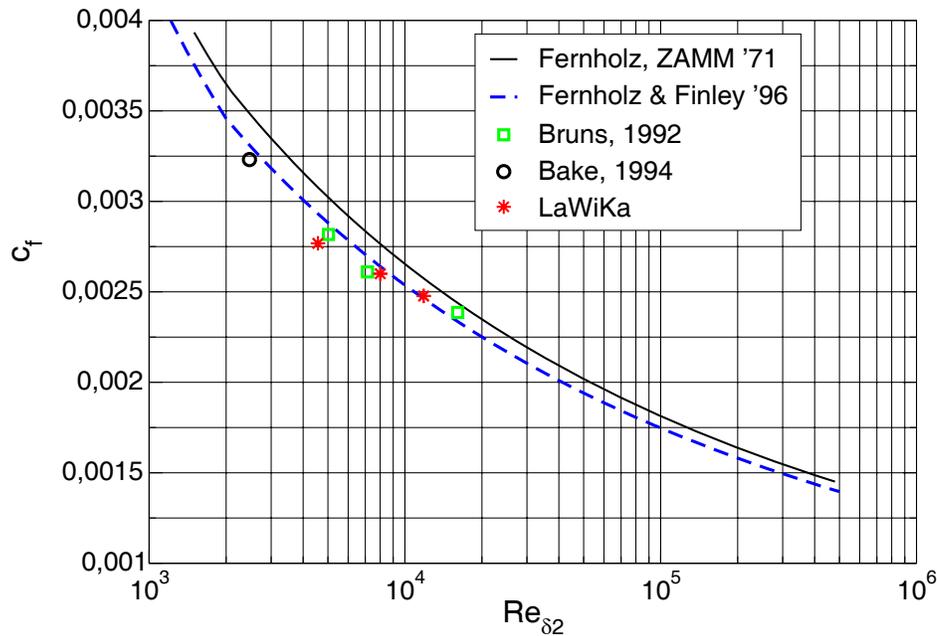


ABBILDUNG 4.2: Wandreibungsbeiwert  $c_f$  aus den Prestonrohr-Messungen im LaWiKa. Vergleich mit halb-empirischen Formeln und früheren Messungen.

(siehe Fernholz & Finley , 1996) zeigen das gleiche Verhalten. Es ist daher davon auszugehen, dass die gemessenen Wandreibungswerte richtig sind. Mit steigender Reynoldszahl wird diese Abweichung – wie in Abbildung 4.2 zu erkennen ist – immer geringer.

Die Normierung aller Messdaten aus dem LaWiKa erfolgte mit den gemessenen Wandreibungswerten (siehe Tabelle 5.1).

## 4.3 Untersuchung der zeitlich aufgelösten Wandreibung

Bei der DNW-Messung wurde die Wandschubspannung an beiden Messstellen (Seitenwand und Platte) sowohl mit Prestonrohren als auch mit Wandhitzdraht-Sonden untersucht. Während die Ergebnisse der Prestonrohre nur den zeitlichen Mittelwert der Wandschubspannung wiedergeben, können die Wandhitzdraht-Sonden auch den momentanen Verlauf mit hoher zeitlicher Auflösung erfassen.

Die Wandreibung wird mittels der Reynolds-Dekomposition

$$\tau_W = \overline{\tau_W} + \tau'_W$$

in Mittelwert und Schwankungsanteil zerlegt und damit der Turbulenzgrad sowie die höheren Momente Schiefe und Kurtosis (Gleichung (4.2)) berechnet. Die Größe der gemessenen Schwankungen der Wandreibung und damit auch des Turbulenzgrades hängen von der Strömungskonfiguration (z.B. Druckgradient, Reynoldszahl) ab. Der Wandabstand  $h$  und die räumliche Auflösung des Sensors (Drahtlänge  $l$ ) beeinflussen die Messung der Schwankungsanteile der Wandreibung.

Die verwendeten Wandhitzdraht-Sonden wurden speziell für die Messung der Wandschubspannung entwickelt (z.B. Wagner, 1995). Aufbau und Kalibration der Sonden sind in Abschnitt 3.4 kurz beschrieben. Der Sensordraht der Sonden sollte sich möglichst innerhalb der zähen Unterschicht befinden, da dort ein linearer Zusammenhang zwischen der Wandreibung und der Strömungsgeschwindigkeit besteht.

Da eine Wandhitzdraht-Sonde bei den gewählten Testgeschwindigkeiten jeweils nur einen Datensatz (Mittelwert, höhere Momente des Schwankungsanteils, Spektrum) liefert, wurden zusätzlich die Kalibrationspunkte ausreichend lange und mit entsprechend hoher Abtastfrequenz aufgenommen und ausgewertet. Zur besseren Einordnung und Vergleichbarkeit wurden für die einzelnen Kalibrationspunkte die Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2}$  mit einer Formel nach Prandtl (siehe z.B. Schlichting, 1979) abgeschätzt:

$$Re_{\delta_2} = 0,036 (Re_x)^{\frac{4}{5}} = 0,036 \left( \frac{Ux}{\nu} \right)^{\frac{4}{5}}$$

Die ungefähre Lauflänge vom virtuellen Ursprung bis zur Mess-Stelle an der Seitenwand wurde aus einem Vergleich der Reynoldszahlen der gemessenen Profile (P-40 und P-60) mit den aus der Formel berechneten Werten zu  $x = 25$  m bestimmt. Auf der Platte betrug die Lauflänge rund 14 m:

Kal.-Punkt	$U_\infty$ [m/s]	$Re_{\delta_2}$ - Platte ( <b>P</b> )	$Re_{\delta_2}$ - Seitenwand ( <b>SW</b> )
<b>1</b>	12,5	16200	25800
<b>2</b>	25,0	28200	44900
<b>3</b>	40,0	41100	65400
<b>4</b>	60,0	56900	90400

TABELLE 4.1: Nomenklatur und Abschätzung der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  für die Wandhitzdrahtmessungen

Diese Abschätzung ergibt für die Testgeschwindigkeiten von 40 m/s und 60 m/s eine gute Übereinstimmung mit den aus den Normaldraht-Profilmessung berechneten Werten (vgl. Tabelle 5.1). Im Folgenden werden die Punkte entsprechend der Zuordnung in Tabelle 4.1 bezeichnet. Zum Beispiel entspricht **P-2** in dieser Nomenklatur dem Messwert an der Mess-Stelle Platte bei 25 m/s.

Der stark turbulente Charakter des Wandschubspannungssignals mit Momentanwerten bis zum dreifachen des mittleren Wertes würde prinzipiell die Aufnahme von Kalibrationspunkten bis weit über die größte zu messende Wandschubspannung hinaus erfordern. Da dies auf Grund der Versuchsanordnung nicht möglich war, wurden die benötigten Werte aus der Kalibrationskurve extrapoliert. Als Kalibrationsfunktion wurde das Kingsche Gesetz verwendet, das eine zuverlässige Extrapolation ermöglicht. Eine Abschätzung zeigt, dass auch für die maximalen Momentanwerte der Wandreibung bei der größten vorkommenden Geschwindigkeit (60 m/s) der Wandabstand des Wandhitzdrahtes kleiner als  $h^+ = 8$  ist, und er somit fast immer innerhalb der zähen Unterschicht liegt.

Die Übereinstimmung zwischen den Prestonrohrmessungen und den aus den Zeitschrieben der Wandhitzdraht-Kalibrationspunkte berechneten Mittelwerten war in der Regel besser als 1%. Nur bei der kleinsten Kalibrationsgeschwindigkeit von ca. 6 m/s traten – vermutlich bedingt durch die kleinen Mittelwerte und die verstärkte Wärmeabfuhr durch die Wand – etwas größere Abweichungen auf. Diese Punkte wurden bei der Auswertung nicht verwendet.

Neben der Variation der Reynoldszahl ermöglicht die Verwendung von Wandhitzdraht-Sonden mit unterschiedlichen Sensor-Längen (0,55 mm bzw. 0,28 mm) bei gleichzeitiger Beibehaltung des Verhältnissen von Sensorlänge zu Sensordurchmesser die Untersuchung des Einflusses der dimensionslosen Drähtlänge auf die Messung der Wandschubspannung.

## Statistische Turbulenzgrößen der Wandschubspannung

In Abbildung 4.3 und 4.4 sind die Abhängigkeit des gemessenen Turbulenzgrades, sowie der Schiefe und der Kurtosis

$$Tu_{\tau_W} = \frac{\sqrt{\overline{\tau_W'^2}}}{\overline{\tau_W}}, \quad S_{\tau_W} = \frac{\overline{\tau_W'^3}}{\overline{\tau_W'^2}^{3/2}}, \quad K_{\tau_W} = \frac{\overline{\tau_W'^4}}{\overline{\tau_W'^2}^2} \quad (4.2)$$

von der dimensionslosen Drahtlänge  $l^+ = l\nu/u_\tau$  dargestellt.

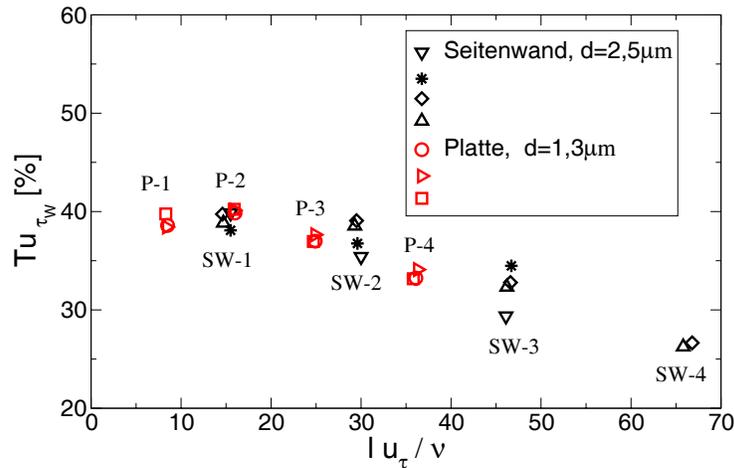


ABBILDUNG 4.3: Turbulenzgrad der Wandschubspannung in Abhängigkeit der dimensionslosen Drahtlänge  $l^+$ ,  $1/d=220$ . Die Symbole kennzeichnen jeweils Messwerte einer Messreihe mit variabler Reynoldszahl.

Zwei der Messreihen ( $\triangle, \diamond$ ) zeigen - speziell in Wandnähe - etwas hohe Werte in Schiefe und Kurtosis. Aus den restlichen Datenreihen erhält man für kleine Werte von  $l^+$  einen Wert von 40% für das Verhältnis von Schwankungen der Wandschubspannung zu deren Mittelwert. Die Schiefe der Verteilung beträgt rund 1,1, die Kurtosis ungefähr 5,0. Bei allen Größen ist ein abnehmender Trend für dimensionslose Drahtlängen von  $l^+ > 20$  zu beobachten.

Für  $l^+ < 20$  stimmen die Werte gut mit Vergleichswerten aus der Literatur überein. Alfredsson et al. (1988) gibt einen Turbulenzgrad von 40%,  $S = 1,0$  und  $K = 4,8$  für einen "Hitzdraht auf der Wand" an. Wagner (1995) ermittelt für die turbulente Grenzschicht  $Tu = 34 - 38\%$ ,  $S = 0,98 \dots 1,10$  und  $K = 4,27 \dots 4,84$ .

Der Einfluss der Reynoldszahl auf den gemessenen Turbulenzgrad kann anhand der Punkte P-1 und P-2 sowie SW-1 ( $Re_{\delta_2}$  nahezu verdoppelt zwischen P-1 und P-2) als vernachlässigbar bewertet werden. Bei den restlichen

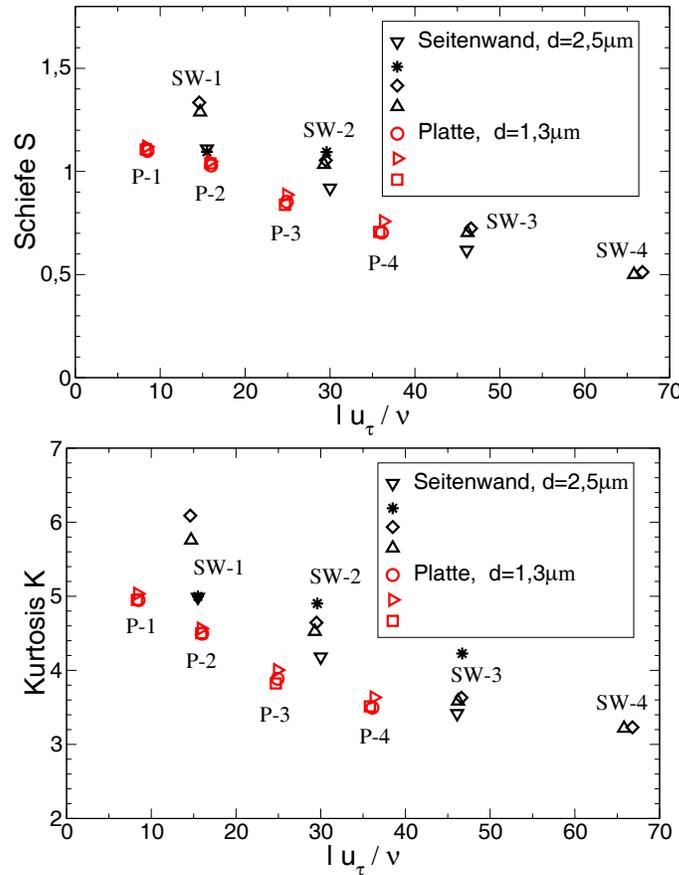


ABBILDUNG 4.4: Schiefe und Kurtosis von  $\tau_w$  in Abhängigkeit von  $l^+$ ,  $l/d=220$ . Die Symbole kennzeichnen jeweils eine Messreihe mit variabler Reynoldszahl.

Werten ist eine steigende Reynoldszahl auch gleichzeitig mit einer dimensionslosen Drahtlänge  $l^+ > 20$  verbunden, so dass die räumliche Mittelung hier einen möglichen Reynoldszahl-Effekt überdecken könnte.

Bei der Untersuchung des wandnahen Maximums ( $y^+ \approx 15$ ) der Schwankungsgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung  $u'_{rms}/u_\tau$  in Abhängigkeit von der Sensorlänge finden Johansson & Alfredsson (1983) einen Abfall um ca. 28% für  $l^+ = 100$  gegenüber einer Sonde mit  $l^+ < 20$ . Der Abfall des Turbulenzgrades der Wandreibung sollte bei steigender dimensionsloser Sensorlänge in einer vergleichbaren Größenordnung liegen. Für den Punkt SW-4 kann hier ein Abfall im Turbulenzgrad um 32% beobachtet werden, allerdings bei einem  $l^+$  von 66.

Der abnehmende Trend für die Schiefe und die Kurtosis mit steigendem  $l^+$  ist in Abbildung 4.4 zwar gut zu erkennen, aber doch mit starker Streuung um einen gedachten Mittelwert verbunden. Nach Khoo, Chew & Li (1997)

nehmen die Werte von Schiefe und Kurtosis für die  $u$ -Komponente der Geschwindigkeit auch in der zähen Unterschicht bereits stark mit wachsendem Wandabstand ab, während der gemessene Turbulenzgrad nahezu konstant ist (siehe auch Fernholz & Finley, 1996, Fig. 66). Eine signifikante Abhängigkeit der gemessenen Schiefe und Kurtosis von der Sensorlänge für  $l^+ < 33$  wurde von Khoo, Chew & Li (1997) aber nicht festgestellt.

In Abbildung 4.5 sind die Werte für Schiefe und Kurtosis über den dimensionslosen Wandabstand  $y^+ = y\nu/u_\tau$  aufgetragen. Auch hier ist der fallende Trend klar erkennbar, die Streuung der Datenpunkte allerdings wesentlich geringer.

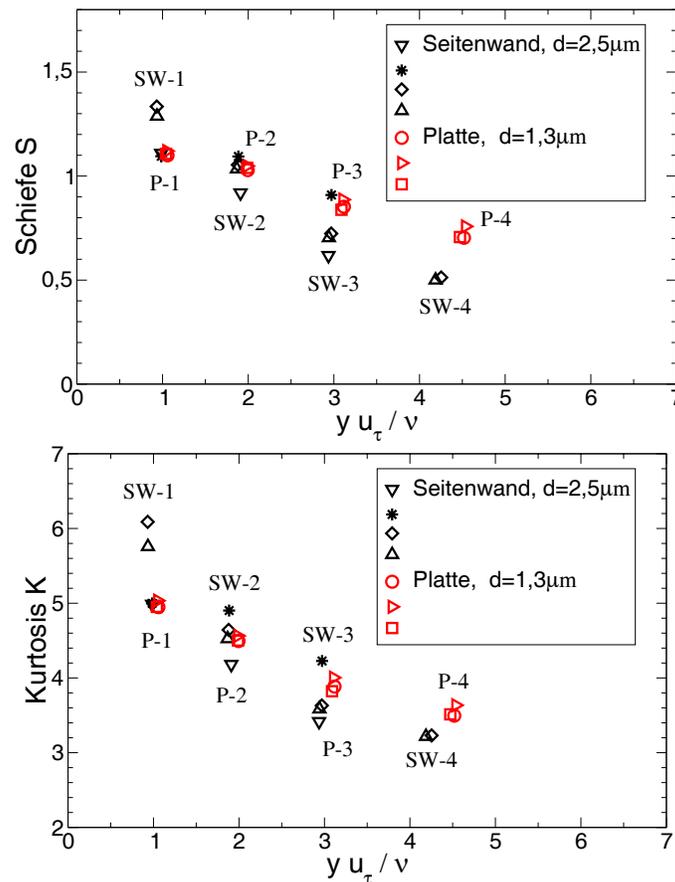


ABBILDUNG 4.5: Schiefe und Kurtosis von  $\tau_w$  in Abhängigkeit von  $y^+$ .  $1/d=220$ .

Khoo, Chew & Li (1997) beobachtet einen Abfall der Schiefe von ungefähr 1,1 in unmittelbarer Wandnähe ( $y^+ < 1$ ) auf ca. 0,7 für  $y^+ = 4$ , was ungefähr dem Mittelwert von SW-4 und P-4 in Abbildung 4.5 entspricht. Die Kurtosis fällt in der Untersuchung von Khoo et al. von ungefähr 4,8 in unmittelbarer Wandnähe ( $y^+ < 1$ ) auf ca. 3,5 für  $y^+ = 4$ . Auch diese Beobachtung stimmt

mit den Werten in Abbildung 4.5 gut überein. Fernholz & Finley (1996) beobachten für  $y^+ < 3$  einen leichten Anstieg für Schiefe und Kurtosis mit steigendem Wandabstand und erst danach einen Abfall der Werte. Die Werte für Schiefe und Kurtosis liegen damit etwas über den hier gemessenen Werten.

Die beobachtete Abnahme von Schiefe und Kurtosis wird also hauptsächlich durch den wachsenden dimensionslosen Wandabstand und nur zweitrangig durch die größer werdende Sensorlänge hervorgerufen. Der Einfluss der dimensionslosen Drahtlänge kann anhand der vorliegenden Daten nicht genau quantifiziert werden.

Die Vielzahl der in der Literatur veröffentlichten Messungen, die größtenteils bei viel geringeren Reynolds-Zahlen vorgenommen wurden (z.B. Khoo, Chew & Li, 1997; Fernholz & Finley, 1996) aber zu ähnlichen Ergebnissen für Turbulenzgrad, Schiefe und Kurtosis kommen, lassen zusammen mit den vorliegenden Ergebnissen den Schluss zu, dass diese Größen in Wandnähe unabhängig von der Reynoldszahl sind. Dabei sind Schiefe und Kurtosis in Wandnähe starke Funktionen der Reynoldszahl, während der Turbulenzgrad in Wandnähe nahezu konstant ist ( $\approx 40\%$ ). Voraussetzung für die richtige Messung sind allerdings ein von der Wärmeabgabe an die Wand unbeeinflusstes Frequenzverhalten und ausreichende räumliche Auflösung des Sensors ( $l^+ < 20$ ).

## Spektren der Wandschubspannung

Neben den statistischen Kenngrößen der Turbulenz in Wandnähe ist auch die Untersuchung der spektralen Verteilung der Schwankungsenergie und eine mögliche Variation mit der Reynoldszahl von Interesse. Als Beispiel werden die Spektren aus der Messung mit der  $1,3\mu$ -Wandhitzdraht-Sonde auf der Platte betrachtet. Eine vollständige Trennung von Einflüssen der Reynoldszahl und der dimensionslosen Drahtlänge ist dabei nicht möglich, da für die größeren Reynoldszahlen die dimensionslose Drahtlänge stets größer als  $l^+ = 20$  ist (P-3:  $l^+ = 25$ , P-4:  $l^+ = 36$ ).

In Abbildung 4.6 sind die Spektren der Wandschubspannung für verschiedene Reynoldszahlen ( $16400 \leq Re_{\delta_2} \leq 56900$ ) dargestellt. Die Datensätze wurden aus zwei separaten Auswertungen des gleichen Zeitschriebs mit unterschiedlicher Frequenzauflösung zusammengesetzt. Das leichte Rauschen im Bereich mittlerer Frequenzen kommt durch die geringere Zahl von Mittelungen für das besser aufgelöste Spektrum ( $\Delta f \approx 3$  Hz für  $f < 1000$  Hz statt  $\Delta f \approx 97$  Hz oberhalb 1000 Hz).

Die Übereinstimmung der Spektren bei Normierung mit "inneren Variablen" bedeutet, dass es keine Abhängigkeit der Spektren von der Reynoldszahl gibt. Da die Fläche unterhalb des Spektrums durch die gewählte Nor-

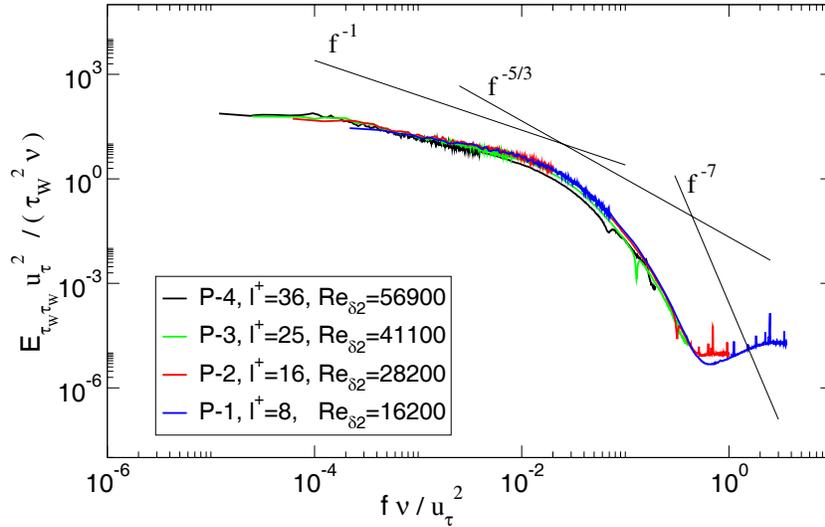


ABBILDUNG 4.6: Spektren der Wandreibung in Abhängigkeit von der Reynoldszahl.

mierung gerade dem Quadrat des Turbulenzgrades  $Tu_{\tau_w}$  entspricht, wird deutlich, dass sowohl der Turbulenzgrad als auch die spektrale Verteilung der Turbulenzenergie in Wandnähe nicht von der Reynoldszahl abhängig sind.

In der Abbildung sind zusätzliche Geraden, die proportional zu  $f^{-1}$  (Produktionsbereich nach Tchen),  $f^{-5/3}$  (inertialer Zwischenbereich nach Kolmogorov) und  $f^{-7}$  (Dissipationsbereich nach Heisenberg) verlaufen, eingezeichnet. Lediglich für  $f^{-1}$  und  $f^{-7}$  gibt es kleine Bereiche des Spektrums der Wandschubspannung, die mit ähnlicher Steigung verlaufen. Das bedeutet, dass die Energiekaskade von großen zu kleinen Wirbeln hin, die den Überlegungen von Kolmogorov zu Grunde liegt, im wandnächsten Bereich nicht ausgeprägt ist. Die unmittelbare Wandnähe bewirkt eine starke Anisotropie und eine Beschränkung der Größe der turbulenten Strukturen. Deshalb ist die für eine Energiekaskade notwendige Entkopplung von den Randbedingungen der Strömung nicht gegeben und es kann sich keine lokale Isotropie ausbilden. Eine Berechnung der Dissipation mit Hilfe der Lokalisotropie-Annahme und die Normierung mit Kolmogorov-Größen ( $\eta$  und  $\nu_K$ ) ist daher nicht möglich.

Für den Messwert bei der größten Reynoldszahl (P-4) in Abbildung 4.6 ist bei großen Frequenzen ein etwas geringerer Wert für das Leistungsdichtespektrum zu beobachten als für die kleineren Reynoldszahlen. Diese Abweichung resultiert vermutlich aus der räumlichen Mittelung, die bei großen Frequenzen (kleinen Wirbelstrukturen) auftritt. In Abbildung 4.7 sind zur Überprüfung dieser Annahme Spektren bei gleicher bzw. ähnlicher Reynoldszahl aber unterschiedlicher Drahtlänge  $l^+$  aufgetragen. Während für P-4 und

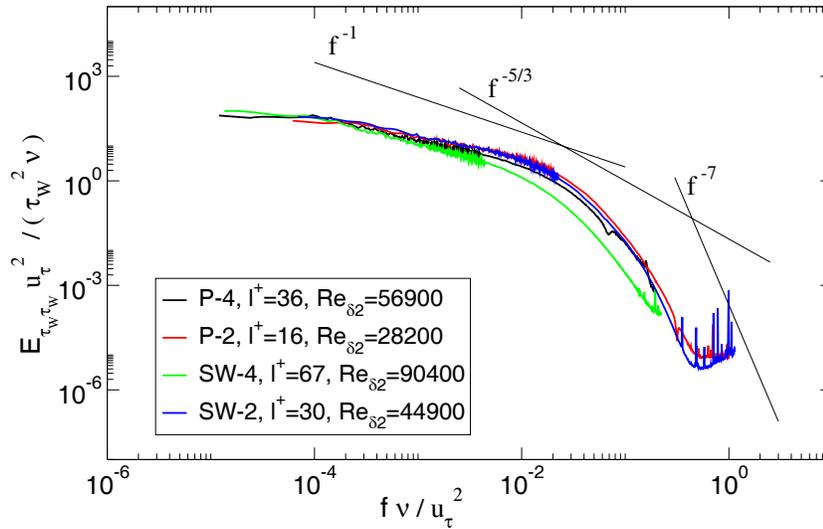


ABBILDUNG 4.7: Spektren der Wandreibung bei gleicher Reynoldszahl aber unterschiedlichem  $l^+$

SW-2 im Vergleich zu P-2 nur kleine Abweichungen im hochfrequenten Bereich zu sehen, sind diese für SW-4 wesentlich stärker ausgeprägt. Die Unterschätzung des hochfrequenten Anteils wird durch die räumliche Mittelung der kleinen Strukturen über die Länge des Sensors ( $l^+ = 67$ ) hervorgerufen und führt zu den deutlich kleineren Werten für den Turbulenzgrad (vgl. Abbildung 4.3).

Die Spektren der Wandreibung weichen bei Innenskalierung (mit  $\tau_w$  und  $\nu$ ) nur voneinander ab, wenn die Sensorlänge auch zu einer Unterschätzung des Turbulenzgrades führt.

# Kapitel 5

## Ergebnisse der Profilmessungen und Skalierungen

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse der Hitzdraht- und PIV-Messungen aus dem DNW und der Hitzdraht-Messungen aus dem LaWiKa in Form von Profilen der mittleren Größen und der Turbulenzgrößen und als Spektren der Turbulenzbewegung dargestellt. Dazu werden zunächst wichtige Kennzahlen und Parameter der untersuchten Grenzschichten aufgelistet, um eine Einordnung und einen Vergleich mit ähnlichen Untersuchungen zu ermöglichen (Abschnitt 5.1). Anschließend (Abschnitt 5.2) werden die neuen Datensätze mit älteren - in der Literatur verfügbaren - Datensätzen verglichen, um die Qualität der Daten zu beurteilen und im Folgenden Einflüsse der Messtechnik von strömungsphysikalischen Phänomenen unterscheiden zu können. Dem direkten Vergleich von Hitzdraht- und PIV-Messungen aus der DNW-Messung wurde ein eigener Abschnitt gewidmet, da PIV-Messungen einer turbulenten Grenzschicht mit vergleichbaren Randbedingungen und ähnlichen Reynoldszahlen bisher nicht publiziert wurden. Im Hauptteil dieses Kapitels werden anschließend die im LaWiKa und DNW gewonnenen Datensätze genutzt, um die verschiedenen Skalierungen für Profile gemittelter Größen (Abschnitt 5.4) und entsprechender Spektren (Abschnitt 5.5) systematisch zu untersuchen.

### 5.1 Kennzahlen & charakteristische Größen

In der Literatur sind eine Vielzahl von Kennzahlen, Längen und Geschwindigkeiten gebräuchlich, die eine bestimmte Strömung - wie hier die turbulente Wandgrenzschicht - charakterisieren. Diese Größen dienen sowohl zur Normierung der gemessenen Größen als auch zum Vergleich unterschiedlicher

Experimente und zur Charakterisierung der Turbulenzstruktur. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit soll hier eine Auswahl wichtiger Kennzahlen und Größen für die Messungen in LaWiKa und DNW zusammengestellt werden.

## Geschwindigkeiten

Aus der Dimensionsanalyse für eine Grenzschichtströmung erhält man zwei charakteristische Geschwindigkeiten, zum einen die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}}$$

und zum anderen die Geschwindigkeit am Grenzschichttrand  $u_\delta$ , die für den Fall einer ebenen Platte oft auch mit der Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$  gleichgesetzt wird.

## Charakteristische Längen

Für eine Grenzschicht kann man verschiedene Grenzschichtdicken definieren. Eine leicht interpretierbare Größe für eine 2-dimensionale, inkompressible Strömung ist  $\delta_{99}$ , der Wandabstand bei dem die Geschwindigkeit 99% der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand erreicht hat. Andere Grenzschichtdicken wie  $\delta_{99,5}$  und  $\delta_{95}$  sind ebenso denkbar. Im Folgenden wird als Grenzschichtdicke  $\delta$  stets  $\delta_{99}$  verwendet und der Index weggelassen, wenn keine Verwechslungsgefahr besteht. Integrale Grenzschichtdicken sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \text{Verdrängungsdicke} \quad \delta_1 = \delta^* &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_\delta}\right) dy \\ \text{Impulsverlustdicke} \quad \delta_2 = \theta &= \int_0^\delta \frac{u}{u_\delta} \left(1 - \frac{u}{u_\delta}\right) dy \\ \text{Rotta-Clauser-Länge} \quad \Delta &= \int_0^\infty \frac{u_\delta - \bar{u}}{u_\tau} dy = \delta_1 \sqrt{\frac{2}{c_f}} \end{aligned}$$

Für die Messungen im LaWiKa wurden bei der Berechnung dieser Grenzschichtgrößen spezielle Korrekturterme für rotationssymmetrische Innenströmungen (siehe z.B. Warnack, 1996) berücksichtigt.

Weiterhin definiert man die so genannte viskose Länge:

$$l^* = \frac{\nu}{u_\tau}.$$

Die kleinsten Wirbel innerhalb einer turbulenten Grenzschicht, die nach der Theorie von Kolmogorov vollständig dissipiert werden, haben Abmessungen in der Größenordnung von  $\eta$ . Die dimensionsanalytisch zugehörige

Geschwindigkeit und Zeit sind  $v_K$  und  $t_K$ .

$$\text{Länge } \eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}, \text{ Geschwindigkeit } v_K = (\nu\epsilon)^{1/4}, \text{ Zeit } t_K = \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2}$$

Nach Saddoughi & Veeravalli (1994) lässt sich auch eine entsprechende Frequenz definieren:

$$f_k = \left( \frac{\bar{u}}{2\pi\eta} \right)$$

Zur Charakterisierung von Korrelation und Kohärenz zweier Größen werden Mikro- und Makrostrukturlängen definiert. In Anlehnung an die Bezeichnungen für isotrope Turbulenz wird eine Unterscheidung in eine laterale Mikrolänge  $\lambda_f$  und eine transversale Mikrolänge  $\lambda_g$  vorgenommen:

$$\lambda_f = \sqrt{\frac{2\overline{u'^2}}{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}} \quad \lambda_g = \sqrt{\frac{2\overline{u'^2}}{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}}$$

Unter Annahme von (Lokal-)Isotropie kann man die Mikrostrukturlänge  $\lambda = \lambda_g = \sqrt{2}\lambda_f$  (auch Taylor-Microscale bzw. Dissipationslänge genannt) aus dem eindimensionalen Frequenzspektrum mit Hilfe der Taylor-Hypothese berechnen:

$$\lambda = \lambda_g = \sqrt{\frac{\overline{u'^2}}{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}} = \sqrt{\frac{\bar{u}^2 \overline{u'^2}}{4\pi^2 \int_0^\infty f^2 E_1(f) df}}$$

Diese Länge  $\lambda$  charakterisiert die Wirbel, die zum Wellenzahlbereich der maximalen Dissipation gehören.

Analog zu den Mikrostrukturlängen kann man entsprechende Makrostrukturlängen definieren:

$$\Lambda_f = \int_0^\infty f(x) dx \quad \Lambda_g = \int_0^\infty g(y) dy$$

Die Makrostrukturlängen, die die Abmaße der großräumigen Strukturen charakterisieren, werden im Kapitel 6 näher untersucht.

## Reynoldszahlen

Für eine Strömung entlang einer ebenen Platte mit definiertem Ursprung kann man eine Reynoldszahl aus der Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$ , und der Lauflänge  $x$  ab der Vorderkante bilden:

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu}$$

Eine weitere Reynoldszahl,  $Re_\delta$ , wird mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  und der Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$  gebildet:

$$Re_\delta = \frac{u_\infty \delta}{\nu}$$

Zu einer für Grenzschichten aussagekräftigeren Reynoldszahl gelangt man bei Verwendung der Impulsverlustdicke  $\delta_2$  als charakteristische Länge. Dies ist besonders vorteilhaft, wenn der Ursprung und Umschlagbereich nicht genau definiert sind oder die Grenzschicht sich aufgrund von Druckgradienten oder Ablösung stromauf der Untersuchungsstelle nicht monoton entwickelt hat:

$$Re_{\delta_2} = \frac{u_\infty \delta_2}{\nu}$$

Zur Charakterisierung von Grenzschichtströmungen wird häufig auch die Reynoldszahl  $Re_\tau$ , gebildet mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  und der Grenzschichtdicke  $\delta$ , verwendet:

$$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu}$$

Diese Reynoldszahl wird auch mit  $\delta^+$  (in Tabelle 5.1 ist  $\delta^+$  angegeben) bzw. als Kármán-Zahl bezeichnet (z.B. Kunkel & Marusic, 2006). Außerdem kann dieser Parameter als Verhältnis der verschiedenen Längenskalen  $\delta/l^*$  innerhalb der Grenzschicht interpretiert werden (Gad-el-Hak & Bandyopadhyay, 1995).

Speziell zur Charakterisierung der Turbulenz wird häufig die Taylor-Reynoldszahl – auch “turbulente Reynoldszahl” genannt (Hinze, 1975) – gebildet, welche die Taylorsche Mikrostrukturlänge  $\lambda$  und den rms-Wert der Schwankungsgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung enthält:

$$Re_\lambda = \frac{u'_{rms} \lambda}{\nu}, \text{ mit } \lambda = \lambda_g$$

Eine anschauliche Interpretation für die turbulente Reynoldszahl gibt z.B. Warnack (1996): Für zwei Spektren mit dem gleichen Wert für  $\overline{u'^2}$  ist die Dissipation im breitbandigen Spektrum größer als im schmalbandigen, und das breitbandige Spektrum weist den kleineren Wert für  $\lambda$  auf. Außerdem fällt die Autokorrelations-Funktion für gleiche Zeit- bzw. Ortsabstände schneller ab.

In Tabelle 5.1 sind charakteristische Größen der untersuchten Grenzschichten zusammengestellt.

Größe	Einheit	LWK10	LWK20	LWK30	P-40	P-60	SW-40	SW-60	SW-80
$U_\delta$	[m/s]	10,0	20,0	29,9	40	60	40	60	80
$x$	[m]	4,1	4,1	4,1	13,4	13,4	25	25	25
$\delta_{99}$	[mm]	63	57	57	152	141	238	241	222
$\delta_1$	[mm]	9,7	8,2	8,0	18,4	17,7	30,7	30,1	28,6
$\delta_2$	[mm]	6,9	6,0	5,9	14,8	14,1	24,2	24,0	22,6
$H_{12}$		1,41	1,36	1,34	1,24	1,26	1,27	1,26	1,26
$\Delta$	[mm]	261	229	228	568	557	986	990	961
$\Delta_C(\bar{u}/u_\tau)$		3,2	2,7	2,5	1,8	1,6	2,1	1,8	2,1
$c_f \times 10^3$		2,768	2,600	2,477	2,101	1,990	1,942	1,831	1,773
$u_\tau$	[m/s]	0,37	0,72	1,05	1,30	1,89	1,25	1,82	2,38
$l^*$	[ $\mu\text{m}$ ]	40,6	21,0	14,3	11,7	8,1	12,2	8,4	6,5
$l^+(l=0,55 \text{ mm})$		14	26	38	47	68	45	65	85
$\delta^+/10^3$		1,55	2,70	3,99	12,95	17,43	19,49	28,72	33,92
$\eta$	[ $\mu\text{m}$ ]	133	78	63	43	33	42	33	35
$v_k$	[m/s]	0,11	0,19	0,24	0,35	0,46	0,36	0,46	0,45
$\lambda$	[mm]	3,3	2,4	2,4	1,5	1,4	1,5	1,3	1,8
$Re_{\lambda, max}$		175	299	468	527	856	656	817	1510
$Re_x/10^6$		2,7	5,4	8,2	35,3	52,0	65,9	97,9	128,5
$Re_{\delta_2}/10^3$		4,57	8,01	11,84	39,0	54,7	63,9	93,9	116,4
$Re_\delta/10^3$		41,6	75,0	113,4	399,5	552,4	625,6	949,4	1139,4

TABELLE 5.1: Zusammenstellung charakteristischer Kenngrößen für die Messungen im LaWiKa und DNW, Kolmogorov-Größen  $\eta$ ,  $v_K$  und Mikrostrukturlänge  $\lambda$  für  $y^+ = 200$ . Wandreibungsbeiwert  $c_f$  aus Prestonrohr-Messung (LaWiKa) bzw. nach Fernholz, 1971 (DNW).

Zusätzlich zu den oben definierten integralen Grenzschichtdicken sind noch der Formparameter  $H_{12} = \delta_1/\delta_2$  und die maximale “Stärke des Nachlaufes” nach Coles (1956)  $\Delta_C(\bar{u}/u_\tau)$  aufgeführt. Die Bestimmung der Nachlaufstärke (maximale Abweichung des gemessenen Geschwindigkeitsprofils vom Wert des logarithmischen Wandgesetzes für den gleichen Wandabstand) reagiert sehr empfindlich auf die für das logarithmische Gesetz gewählten Konstanten (hier:  $\kappa = 0,41$ ,  $C = 5,1$ ) und kleine Messfehler im Außenbereich, da die Differenz zweier großer Zahlen gebildet wird. Für die Grenzschicht auf der Platte wurde zum Beispiel für ein zweites Geschwindigkeitsprofil (P-60) ein Wert von 2,1 (statt 1,6) berechnet. Somit ist es schwer eine definitive Aussage zu einer Reynoldszahl-Abhängigkeit dieser Größe zu machen. Fernholz & Finley (1996) kommen zu dem Schluss, dass die Nachlaufstärke mit steigender Reynoldszahl nach einem Maximum (bei ungefähr  $Re_{\delta_2} = 10000$ ) wieder abnimmt und gegen einen Wert konvergiert, der kleiner als der ursprünglich von Coles angegebene (ca. 2,7) ist. Die Daten aus den vorliegenden Mes-

sungen bestätigen diesen Trend und lassen einen asymptotischen Wert von ungefähr 2,0 vermuten.

Der Formparameter  $H_{12}$  sinkt zunächst mit steigender Reynoldszahl (vgl. auch Fernholz & Finley, 1996), liegt aber bei den DNW-Messungen bei ca. 1,26 für die meisten Profile. Da bei den integralen Grenzschichtdicken  $\delta_1$  und  $\delta_2$  der wandnahe Bereich stark gewichtet wird, ist es nicht immer möglich, die kleinen Änderungen in der Struktur der Grenzschicht bei steigender Reynoldszahl (vgl. z.B. den minimalen Zuwachs in  $\delta_2$  zwischen SW40 und SW60) mit ausreichender Genauigkeit zu erfassen. Es ist daher nicht anzunehmen, dass der Formparameter bereits bei  $Re_{\delta_2} < 10^5$  einen asymptotischen Grenzwert erreicht hat, sondern vielmehr, dass die Messgenauigkeit nicht ausreicht, um den abnehmenden Trend mit steigender Reynoldszahl wiederzugeben.

Die Rotta-Clauser-Länge  $\Delta$  zeigt ebenso wie die Grenzschichtdicke  $\delta$  nur eine geringe Variation, wenn bei gleichem Messort die Anströmgeschwindigkeit verändert wird. Die Kolmogorov-Länge nimmt hingegen mit steigender Geschwindigkeit ab und erreicht einen Minimalwert von ca.  $34 \mu\text{m}$ , wobei die Abnahme nicht direkt an eine steigende Reynoldszahl gekoppelt ist.

Der Verlauf der turbulenten Reynoldszahl  $Re_\lambda$  für die hier untersuchten Grenzschichtströmungen ist in Abbildung 5.1 aufgetragen. Dabei wur-

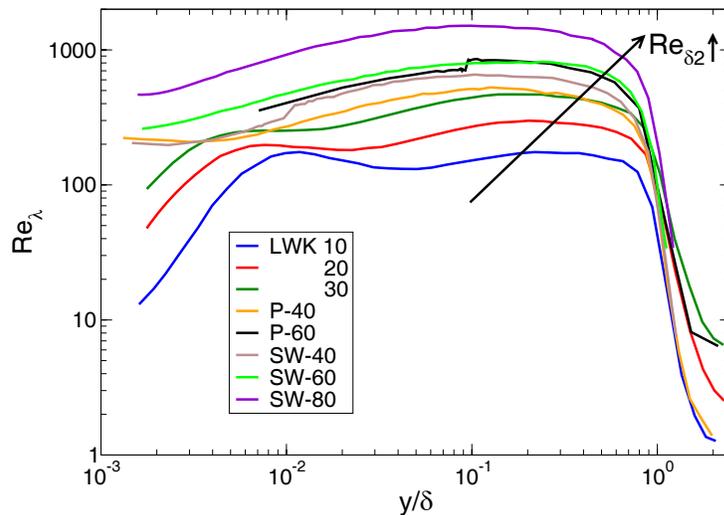


ABBILDUNG 5.1: Verlauf der turbulenten Reynoldszahl  $Re_\lambda$  innerhalb der Grenzschicht.  $\lambda$  berechnet aus dem mit einer Einzel-Hitzdraht-Sonde bestimmten Dissipationspektrum

de  $\lambda$  unter Annahme von Lokalisotropie und der Gültigkeit der Taylor-Hypothese aus dem eindimensionalen Frequenzspektrum bestimmt, das mit einer Einzeldraht-Hitzdrahtsonde aufgenommen wurde. Besonders bei den

größeren Reynoldszahlen (DNW-Messungen) ist die Drahtlänge des Hitzdrahtes größer als die kleinsten Strukturen der Strömung (vgl. Kolmogorov-Länge  $\eta$ ), was zwangsläufig zu Fehlern bei der Berechnung des Dissipationspektrums und der Mikrostrukturlänge  $\lambda$  führt. Die Größe dieses Fehlers variiert mit dem Wandabstand und der Turbulenzstruktur und kann deshalb nicht genau quantifiziert werden.

Zwischen  $y/\delta = 0,01$  und  $y/\delta = 0,5$  variiert  $Re_\lambda$  nur wenig. Sowohl zur Wand hin und als auch am Übergang zur Potentialströmung sinkt  $Re_\lambda$  jedoch stark. Das Anwachsen von  $Re_\lambda$  mit der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  im Bereich  $0,01 \leq y/\delta \leq 0,8$  erfolgt nicht kontinuierlich. Offensichtlich beeinflusst die größere Lauflänge im DNW (P- und SW-Messungen) gegenüber den LaWiKa-Messungen die Ausbildung der Turbulenzstruktur, wobei sich bei größerer Lauflänge ein sehr breit besetztes Spektrum mit einem entsprechend kleineren Wert für  $\lambda$  ergibt. Für P-60 und SW-40 ist jeweils eine kleine Diskontinuität im Verlauf von  $Re_\lambda$  zu erkennen. Die Profile für diese Messungen wurden aus je einem inneren und einem äußeren Abschnitt zusammengesetzt, die mit unterschiedlichen Sonden gemessen wurden. Die Berechnung von  $Re_\lambda$  ist dabei deutlich sensitiver hinsichtlich kleiner Abweichungen in der Kalibration der Sonden als die Profile der mittleren Geschwindigkeit und der Schwankungsgrößen.

## 5.2 Vergleich der Messungen mit Daten aus der Literatur

Einige der gemessenen Profile aus LaWiKa und DNW werden im Folgenden mit Messungen aus ähnlichen Versuchen, die in der Literatur publiziert wurden, verglichen. Die Vergleichsdaten sind – wie alle Messdaten – ebenso mit Messfehlern und Unsicherheiten behaftet. Durch die Veröffentlichung der Daten und die anschließende Nutzung in Untersuchungen anderer Autoren ist aber anzunehmen, dass diese Daten nicht mit großen Fehlern behaftet sind und Grenzschichtströmungen bei entsprechenden Reynoldszahlen gut repräsentieren. Andernfalls würden die Daten nicht verwendet werden oder in den Folgeuntersuchungen kritisch hinterfragt werden.

Der Vergleich dient hier der Beurteilung der Qualität der neuen Messungen sowie der Trennung von Einflüssen der Messtechnik von strömungsphysikalischen Phänomenen. Die vollständige Darstellung der neuen Messdaten in verschiedenen Skalierungen beginnt in Abschnitt 5.4.

## LaWiKa

Für die Überprüfung der Messungen aus dem LaWiKa werden zwei Datensätze zum Vergleich herangezogen. Dabei handelt es sich zum einen um eine Messung mit Hitzdraht-Sonden aus dem großen Windkanal des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik, die von Bruns im Jahr 1992 durchgeführt wurde und z.B. in Fernholz & Finley (1996) publiziert wurden. Die Datensätze wurden mit Hilfe der Hitzdrahtanemometrie mit Einzel- und X-Draht-Sonden gewonnen und erstrecken sich über einen Reynoldszahl-Bereich  $Re_{\delta_2}$  von 2570 bis 16080. Diese Daten wurden auch von Kähler (2004) zum Vergleich mit den von ihm gemessenen PIV-Daten bei ähnlichen Reynoldszahlen genutzt und die Übereinstimmung zwischen den Messungen als ausgezeichnet bewertet. Der zweite Referenzdatensatz besteht aus den von DeGraaff & Eaton (1999) mittels LDA gemessenen Profilen in einem Bereich  $Re_{\delta_2}$  von 1500 bis 31000. Sie werden durch das Kürzel DG99 und die entsprechende Kurzbezeichnung des im Internet verfügbaren Datensatzes gekennzeichnet. Die beiden Datensätze werden mit den LaWiKa-Messungen bei einer Anströmgeschwindigkeit von 10 m/s ( $Re_{\delta_2} = 4570$ ) und 30 m/s ( $Re_{\delta_2} = 11840$ ) verglichen.

Für den Vergleich der mittleren Geschwindigkeit und der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen  $u'$  (Abbildung 5.2) werden die Daten der Einzeldraht-Messung aus dem LaWiKa verwendet und für die weiteren Schwankungsgrößen (Abbildung 5.3) die Daten der X-Draht-Sonden. Alle Datensätze (auch die Referenzmessungen, mit denen hier verglichen wird) sind mit dem gleichen Normierungsprogramm verarbeitet worden. Dadurch ergeben sich teilweise geringe Unterschiede zwischen den in der Originalveröffentlichung enthaltenen und den hier angegebenen Reynoldszahlen. Die Darstellung erfolgt in "Wandnormierung", da im wandnahen Bereich die größten Abweichungen – so es welche geben sollte – zu vermuten sind.

Die Übereinstimmung der Messung der mittleren Geschwindigkeit mit den zwei Referenzdatensätzen und mit dem zum Vergleich aufgetragenen logarithmischen Wandgesetz ist sehr gut. Bei der mittleren Geschwindigkeit (obere Grafik von Abbildung 5.2) ist im Außenbereich zu erkennen, dass die Messung von DeGraaff etwas unterhalb der Messung LaWiKa 30 m/s liegt. Dies sollte aufgrund der höheren Reynoldszahl der DeGraaff-Messung nicht der Fall sein (vgl. z.B. Fernholz & Finley, 1996). Im Vergleich zur Messung von Bruns scheint der Wert der LaWiKa-Messung jedoch plausibel.

Für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  ist der Verlauf der LaWiKa-Profile – vermutlich aufgrund größerer Mittelungszeiten – deutlich "glatter" als der der Referenzdatensätze. Im Außenbereich der Grenzschicht ist ein Anstieg der Werte mit der Reynoldszahl (siehe auch Abschnitt 2.1.2) zu erkennen. Das wandnahe Maximum für  $u'$  (vgl. Abschnitt 2.1.2 bzw. Fernholz & Finley (1996)) liegt bei dem gleichen dimensionslosen Wandabstand, wo-

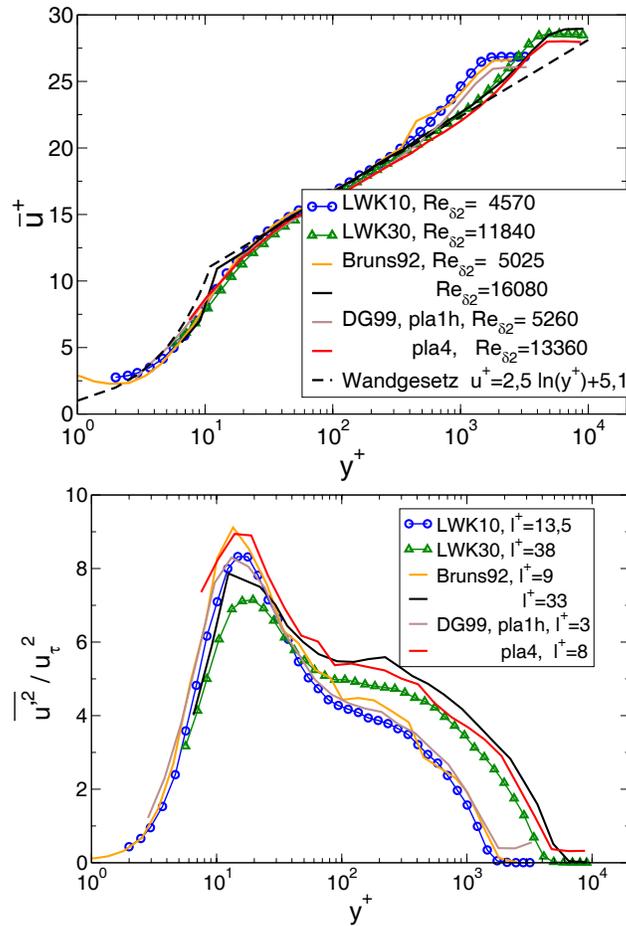


ABBILDUNG 5.2: Mittelwert  $\bar{u}$  und Schwankungsgröße  $\overline{u'^2}$ : Vergleich der LaWiKa-Messung (Einzeldraht-Sonde) mit Daten von Bruns(1992) und DeGraaff & Eaton (1999)

bei die Werte der Referenzmessungen für dieses Maximum etwas höher liegen als in der LaWiKa-Messung. Das Maximum der LaWiKa-Messung bei 30 m/s wird aber bereits durch die räumliche Mittelung über kleinskalige turbulente Strukturen unterschätzt ( $l^+$  deutlich größer als 20). Der gleiche Trend ist in den Daten von Bruns zu sehen.

Für die Schwankungsgrößen  $v'$ ,  $w'$  und die Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  (Abbildung 5.3) ist im Rahmen der zu erwartenden Messgenauigkeit eine sehr gute Übereinstimmung der Messungen aus dem LaWiKa mit den Referenzdatensätzen zu erkennen. Unterschiede bestehen vor allem im Außenbereich der Grenzschicht (z.B.  $w'$ ), die aber in den unterschiedlichen Reynoldszahlen (LWK30 und Bruns92) ihre Ursache haben. Die Messwerte für  $\overline{u'v'}$  sind bei diesen mittleren Reynoldszahlen ( $Re_{\delta_2} \leq 20000$ ) betragsmäßig immer kleiner als das Quadrat der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$ .

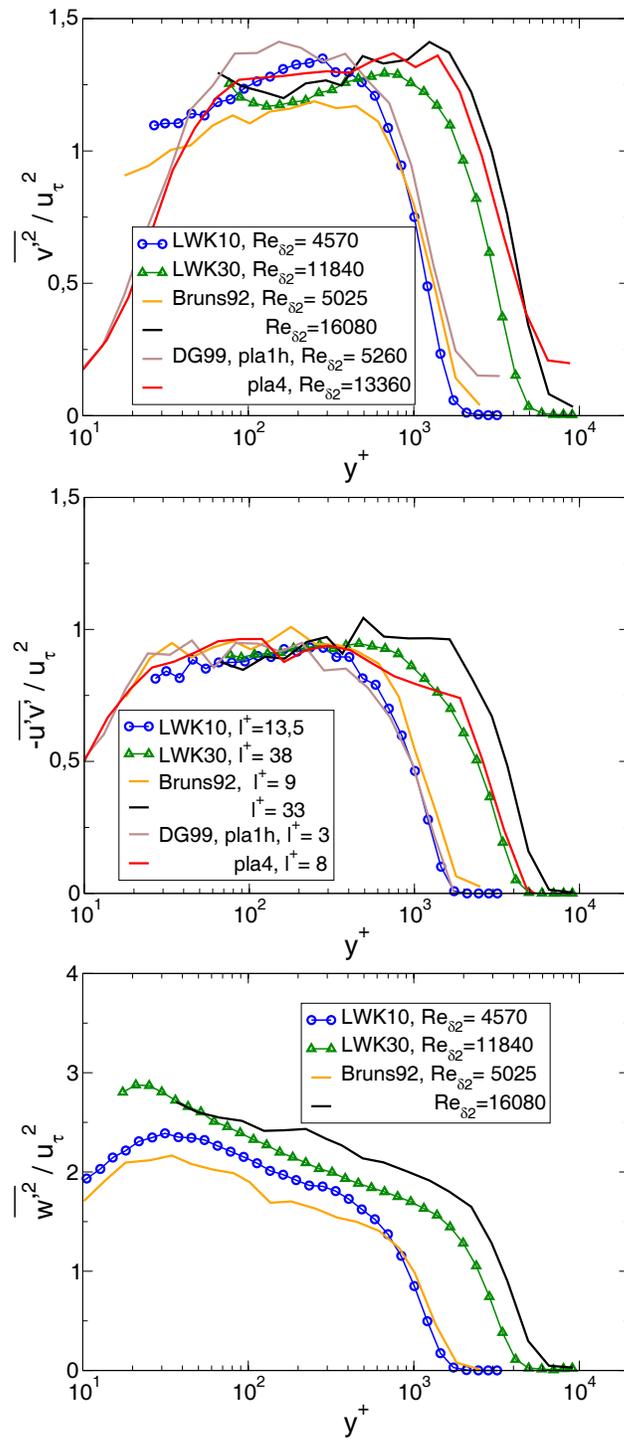


ABBILDUNG 5.3: Schwankungsgrößen  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $\overline{w'^2}$ : Vergleich der LaWiKa-Messung (X-Draht-Sonde) mit Daten von Bruns(1992) und DeGraaff & Eaton (1999)

Die Messungen aus dem LaWiKa können durch diesen Vergleich als sehr gut und repräsentativ für turbulente Grenzschichten bei kleinen und mittleren Reynoldszahlen eingestuft werden. Die räumliche Auflösung der Sensoren muss bei der weiteren Analyse der Messungen beachtet werden, um Reynoldszahl-Effekte von Einflüssen der räumlichen Mittelung der Turbulenzstruktur (z.B. bei der Untersuchung des wandnahen Maximums von  $u'$ ) unterscheiden zu können.

Ein Vergleich der hier dargestellten LaWiKa-Messungen mit den Ergebnissen einer Messung mit einer 3-Draht-Sonde im LaWiKa ist im Anhang A.3 gezeigt.

## DNW

Die Messungen im DNW erstrecken sich über einen Reynoldszahl-Bereich von  $39000 \leq Re_{\delta_2} \leq 116400$ . Speziell für die größeren Reynoldszahlen gibt es kaum Vergleichsdaten in der Literatur, die als Datensätze verfügbar sind. Daher werden hier die Messungen bei den drei kleinsten Reynoldszahlen (P-40, P-60 und SW-40, vgl. auch Tabelle 5.1) den schon bei den LaWiKa-Messungen erwähnten Daten von DeGraaff & Eaton (1999) gegenübergestellt. Außerdem werden die Hitzdraht-Messungen bei den Anströmgeschwindigkeiten von 40 m/s und 60 m/s aus der DNW93-Messung von Fernholz et al. (1995) zum Vergleich herangezogen.

In Abbildung 5.4 ist die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}$  in Innenskalierung aufgetragen. Die Variation zwischen den einzelnen Datensätzen im Bereich des logarithmischen Wandgesetzes ist sehr gering. Im Außenbereich ist der Maximalwert für  $\bar{u}/u_\tau$  – wie zu erwarten – abhängig von der Reynoldszahl. Dabei besteht gute Übereinstimmung zwischen den Profilen mit ähnlicher Reynoldszahl (z.B. SW-40 und DNW93-60 m/s).

In Abbildung 5.5 sind die Profile der Schwankungsgrößen verglichen. Für die aktuelle DNW-Messung existieren neben den gezeigten Größen auch noch Profile für  $w'$  (siehe Abbildung 5.25). Da jedoch weder für die Messungen von DG99 noch für DNW93 vergleichbare Daten gemessen wurden, sind diese Profile hier nicht aufgetragen. Während für die Größen  $\bar{u}$  und  $u'$  der DNW-Messung die Daten aus einer Messung mit einem Einzel-Hitzdraht verwendet wurden, sind für die DNW93-Messung für Abbildung 5.4 und 5.5 Daten aus einer Messung mit einer X-Draht-Sonde verwendet worden, da nur Messungen mit diesen Sonden bei den zum Vergleich wichtigen Reynoldszahlen vorliegen. Die restlichen Schwankungsgrößen  $v'$  und  $\overline{u'v'}$  sind bei der DNW-Messung mit 3-Draht-Sonden gemessen worden. Dabei stammt jeweils der wandnächste Punkt von einer zweiten 3-Draht-Sonde, die dort für Korrelationsmessungen positioniert war.

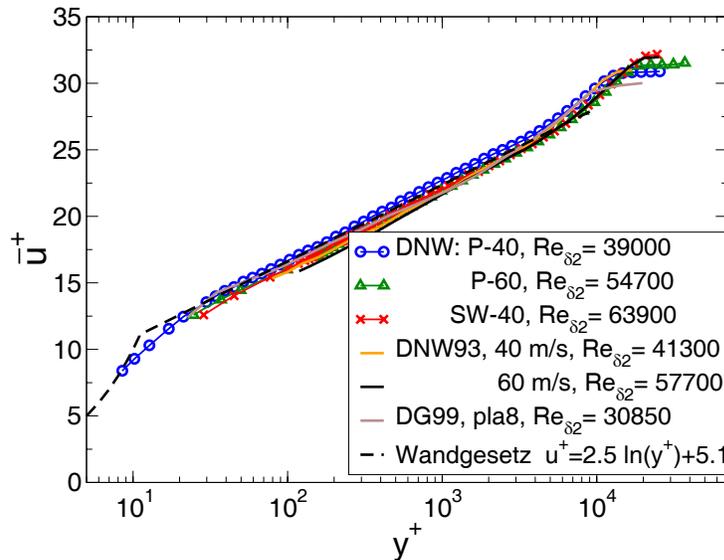


ABBILDUNG 5.4: Mittelwert  $\bar{u}$ : Vergleich der DNW-Messung mit DNW93 und DeGraaff & Eaton (1999)

Ein Vergleich der Messdaten für  $\bar{u}$  und  $u'$  im DNW für die Messung mit Einzel-Hitzdrahtsonden bzw. den 3-Draht-Sonden wird hier nicht extra dargestellt. Wie aus den Vergleichsmessungen im LaWiKa (Anhang A.3) ersichtlich ist, traten bei geringen Geschwindigkeiten keine signifikanten Abweichungen in der Bestimmung dieser Größen zwischen den zwei Sondentypen auf. Das wurde für die DNW-Messung ebenfalls geprüft und bestätigt die Messungen aus dem LaWiKa.

Gute Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Datensätzen ist auch für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  zu beobachten (Abbildung 5.5). Im Außenbereich bis etwa  $y^+ = 1000$  sollten mit steigender Reynoldszahl jeweils etwas größere Werte auftreten. Das Profil P-40 sollte eher mit DNW93-40m/s übereinstimmen als mit der DeGraaff-Messung. Ebenso scheinen die Werte für DNW P-60 etwas klein im Vergleich mit DNW93-60m/s. Da diese Unterschiede jedoch nur sehr gering sind und auch die Referenz-Messungen mit entsprechenden Messunsicherheiten behaftet sind, werden diese Unterschiede als nicht signifikant bewertet. Der leichte Abfall der DNW-93-Messung für Werte von  $y^+ < 300$  wird von den eigenen Messdaten und den DeGraaff-Daten nicht bestätigt.

Für die Werte der Schwankungsgeschwindigkeit  $v'$  (Abbildung 5.5, Mitte) sind deutliche Unterschiede zwischen den Messungen zu sehen. Während die DNW93-Daten und die DG99-Daten im Innenbereich zur Wand hin deutlich abnehmen, weisen die aktuellen DNW-Messungen größere Werte auf. Dabei

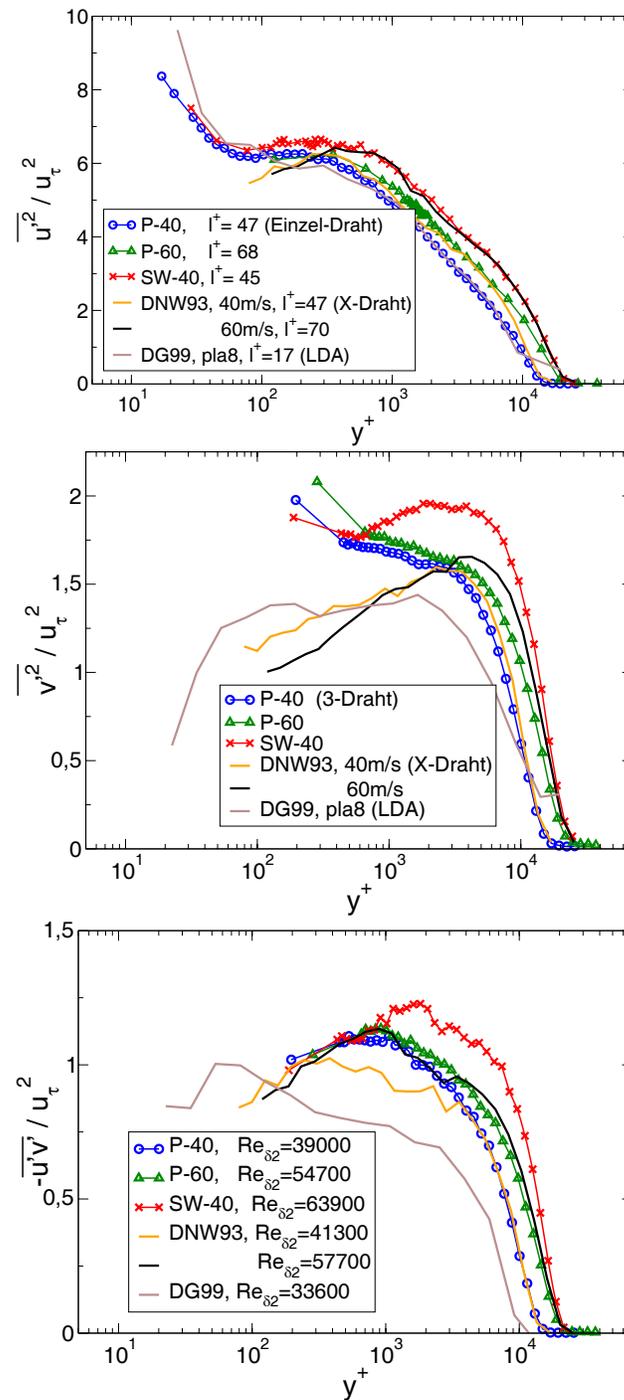


ABBILDUNG 5.5: Schwankungsgrößen  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{-u'v'}$ : Vergleich der DNW-Messung mit Daten von DNW93 und DeGraaff & Eaton (1999)

ist für P-40 und P-60 ein kontinuierlicher Anstieg zu beobachten, während SW-40 zur Wand hin leicht abfällt. Durch Vergleichsmessungen mit anderen Sonden im LaWiKa (Anhang A.3) konnte gezeigt werden, dass die 3-Draht-Sonden schon bei geringeren Strömungsgeschwindigkeiten die Werte für  $v'$  und  $w'$  in Wandnähe zu groß messen. Durch die Optimierung der Sondencharakteristik (Anhang A.6) kommt es sogar zu einem weiteren leichten Anstieg der Werte für  $v'$ . Eine bessere Korrektur ist jedoch für die Daten nicht möglich. Es verbleibt festzuhalten, dass die 3-Draht-Sonden für die DNW-Messung im Innenbereich den erwarteten nahezu konstanten Wert für  $v'$  um 10% und mehr (wandnächster Punkt) überschätzen.

Die Werte für die Schubspannung  $\overline{u'v'}$  (Abbildung 5.5, unten) liegen für die DNW-Messung SW-40 ebenfalls höher als bei den Referenzmessungen DG99 und DNW93. Dies war angesichts der zu hohen Werte für  $v'$  auch zu erwarten. Die geringeren Werte der DG99-Messung im Außenbereich sind zumindest teilweise auf die kleinere Reynoldszahl zurückzuführen, scheinen aber auch sonst etwas klein zu sein ( $\overline{u'v'} \approx u_\tau^2$  wird erst bei  $y^+ = 100$  erreicht). Der Maximalwert von  $\overline{u'v'}/u_\tau^2$  liegt sowohl für DNW93 als auch für die aktuelle DNW-Messung ca. 10-20% über dem zu erwartenden Maximalwert von 1 (das gleiche Verhalten wurde von Saddoughi & Veeravalli, 1994, beobachtet). Mit den aktuellen Messungen kann aufgrund der Messungenauigkeiten für  $v'$  (und damit auch für  $\overline{u'v'}$ ) nicht geklärt werden, ob bei großen Reynoldszahlen  $\overline{u'v'}$  vom Betrag her tatsächlich größer als  $u_\tau^2$  werden kann.

In Abbildung 5.6 ist der Vergleich der DNW-Messungen mit Daten aus der DNW93-Messung (3-Draht-Sonde der RWTH Aachen) aufgetragen. Im

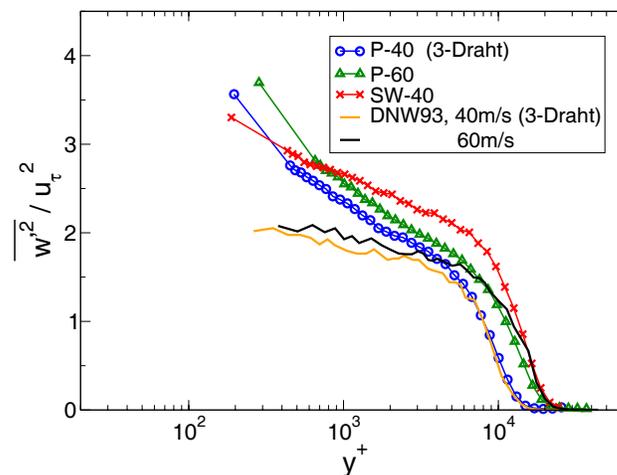


ABBILDUNG 5.6: Schwankungsgröße  $\overline{w'^2}$ : Vergleich der DNW-Messung mit Daten von DNW93(3-Draht-Sonde RWTH Aachen)

wandnahen Bereich zeigen die neueren Messungen deutlich größere Werte (Unterschiede bis 20% in  $w'$ ). Nur im Außenbereich stimmen die Messungen bei vergleichbaren Reynoldszahlen (siehe auch Legende zu Abbildung 5.4) gut überein.

## 5.3 Vergleich von Hitzdraht- und PIV-Messungen

Der Vorteil der Particle Image Velocimetry (PIV) ist die zeitgleiche Erfassung der Geschwindigkeit in einer ganzen Ebene im Vergleich zu den sequentiellen punktuellen Messungen, die man z.B. durch Hitzdraht- oder konventionelle LDA-Messungen erhält. In Grenzschichtströmungen bei geringeren Reynoldszahlen wird die PIV schon erfolgreich angewendet (siehe z.B. Kähler, 1997). Auch bei größeren Reynoldszahlen liefert die PIV verlässliche Ergebnisse – auch in unmittelbarer Wandnähe. Diese Messungen wurden aber vorwiegend bei geringeren Geschwindigkeiten durchgeführt, wobei durch eine entsprechend große Lauflänge eine dicke Grenzschicht erzeugt wurde (siehe z.B. Kähler, 2004), in der die Turbulenzlängen ( $\lambda, l^*$ ) in Wandnähe deutlich größer sind als in der vorliegenden DNW-Messung. Daher ist es von großem Interesse, die vorliegenden PIV-Messungen mit den Hitzdraht-Daten und anderen Referenzdaten zu vergleichen.

Die PIV-Messungen wurden im DNW durchgeführt, wobei die Grenzschicht auf der großen Platte bei Anströmgeschwindigkeiten von 40 m/s ( $Re_{\delta_2} = 39000$ ) und 60 m/s ( $Re_{\delta_2} = 54700$ ) untersucht wurde. In Abschnitt 3.1 wurde der Aufbau für die Messung kurz beschrieben. Die Position der PIV-Aufnahmen war identisch mit der Messposition für die Hitzdraht-Messungen auf der großen Platte, so dass im Folgenden hauptsächlich mit diesen Daten verglichen wird. Mit vier Kameras wurden verschiedene Ausschnitte der  $xy$ -Ebene aufgenommen: die zwei Mono-Kameras überdeckten jeweils eine Hälfte der Grenzschicht, so dass die Kombination der ausgewerteten Vektorfelder einen Überblick über die gesamte Grenzschicht an dieser axialen Position ergab. Die beiden Stereo-Kameras wurden auf einen deutlich kleineren Ausschnitt (ca.  $4 \times 3 \text{ cm}^2$ ) in unmittelbarer Wandnähe ausgerichtet. Somit können aus der Mono-PIV-Messung Profile für die  $u$ - und die  $v$ -Komponente der Geschwindigkeit sowie für die Schubspannungskomponente  $\overline{u'v'}$  für die gesamte Grenzschicht bestimmt werden. Für die Stereo-PIV können alle drei Geschwindigkeitskomponenten berechnet werden, allerdings nur im wandnahen Bereich. Die Profile wurden jeweils durch Mittelung über alle axialen Positionen der Messebene erzeugt. Eine detaillierte Darstellung

der Auswertung und ein Vergleich verschiedener Auswerteverfahren ist im Anhang C enthalten.

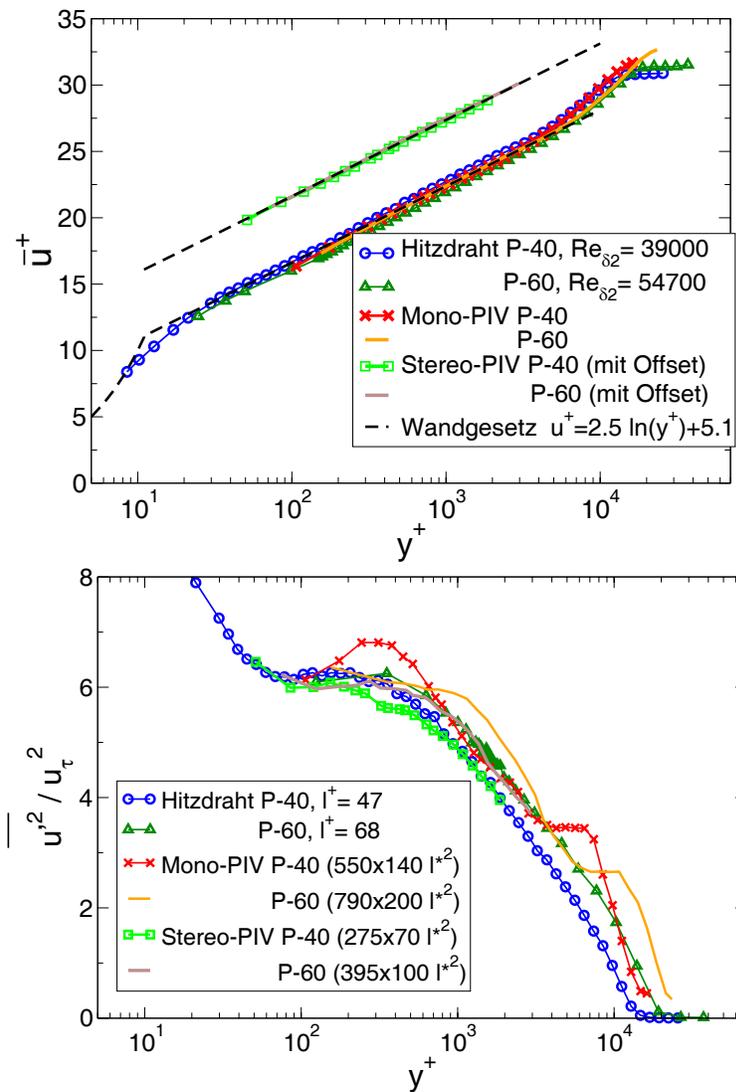


ABBILDUNG 5.7: Mittelwert  $\bar{u}$  und Schwankungsgröße  $\overline{u'^2}$  im DNW: Vergleich der PIV-Messungen mit den Hitzdraht-Messungen.

In Abbildung 5.7 sind Mittelwert und Schwankungsanteil der Hauptströmungskomponente in Innenskalierung dargestellt. Für den Mittelwert  $\bar{u}$  ist die Übereinstimmung der PIV-Daten (Mono und Stereo) mit den Hitzdraht-Daten sehr gut. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit wurden die Stereo-PIV-Daten für den Mittelwert um  $5u_\tau$  Einheiten vertikal verschoben. Die Übereinstimmung mit dem logarithmischen Wandgesetz ist bemerkenswert

angesichts der Tatsache, dass die Wandreibung für die Normierung aus einer halb-empirischen Korrelation  $c_f = f(Re_{\delta_2})$  (vgl. Abschnitt 4.1) bestimmt wurde.

Im Außenbereich fällt auf, dass die Mono-PIV-Ergebnisse etwas größer als die Hitzdraht-Daten für den gleichen Wandabstand und die gleiche Anströmgeschwindigkeit sind. Diese Abweichung von ca. 3% könnte auf eine Beschleunigung der Strömung in der Mess-Strecke durch die Verdrängungswirkung der großen Platte und des dazugehörigen Gestells hindeuten. In Abschnitt 4.1 wurde diese Beobachtung bereits im Zusammenhang mit der Wandreibungsmessung diskutiert. Da kein eindeutiger Beleg für eine höhere Anströmgeschwindigkeit gefunden wurde, kann der Anstieg der Geschwindigkeit im Außenbereich über  $u_\infty$  hinaus nicht erklärt werden. Es wäre jedoch möglich, dass optische Abbildungsfehler im Randbereich des Objektivs zu diesen Messergebnissen führen.

Die untere Grafik in Abbildung 5.7 zeigt, dass die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  aus der Stereo-PIV-Messung nahezu die gleichen Werte wie die Hitzdrahtmessung auf der Platte ergibt. Bei der Mono-PIV-Messung treten jedoch für bestimmte Wandabstände Werte auf, die größer als die Hitzdraht-Messwerte sind. Dieses Verhalten wird durch einen leichten Peaklocking-Effekt verursacht, der vor allem durch kleine Partikelbilder und einen zu geringen Zeitabstand zwischen den A- und B-Bilder einer PIV-Aufnahme hervorgerufen wird. Dieser Aspekt ist ausführlicher im Anhang, Abschnitt C.2, beschrieben. Die Daten aus der Stereo-PIV-Messung sind aufgrund der besseren Dynamik genauer und stimmen sehr gut mit den Hitzdraht-Daten überein.

Die Ergebnisse der PIV-Messung bei 60 m/s sind ebenfalls aufgetragen. Das entsprechende Hitzdraht-Profil wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Man erkennt sowohl bei den Mono-PIV-Daten als auch bei den Daten aus der Stereo-PIV-Messung den Anstieg der Messwerte im Außenbereich, der durch die größere Reynoldszahl zu Stande kommt (vgl. Abbildung 5.5). Der – durch zu große Werte für bestimmte Wandabstände gekennzeichnete – Peaklocking-Effekt ist für die Mono-PIV-Messung bei 60 m/s ebenfalls deutlich sichtbar.

In der Legende sind sowohl für den Hitzdraht die dimensionslose Drahtlänge als auch für die PIV-Auswertung die Größe der Auswertefenster für die Korrelation in Wandeinheiten angegeben. Die dargestellte Mono-PIV-Auswertung wurde mit Auswertefenstern von  $64 \times 16 \text{ Pixel}^2$  durchgeführt, die Stereo-PIV-Auswertung mit Auswertefenstern von  $128 \times 32 \text{ Pixel}^2$ . Die größere Erstreckung der Auswertefenster in Hauptströmungsrichtung und die nur geringe Höhe in wandnormaler Richtung wurden gewählt, um die Gradienten in wandnormaler Richtung besser auflösen zu können ohne das Signal-

Rausch-Verhältnis im Vergleich zu gleich großen quadratischen Auswertefenstern zu verschlechtern. Anhand der angegebenen Abmessungen der Auswertefenster wird deutlich, dass eine erhebliche räumliche Mittelung im wandnahen Bereich stattfindet (zum Vergleich: für Heizdrähte wird ein  $l^+ < 20$  gefordert, um das wandnahe Maximum der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  bei  $y^+ \approx 15$  ausreichend zu erfassen). Eine Verkleinerung der Auswertefenster war jedoch nicht möglich, ohne dass deutlich mehr fehlerhafte Vektoren erzeugt wurden, die zu einer künstlichen Erhöhung des rms-Wertes führen würden (vgl. Anhang C.3).

Abbildung 5.8 zeigt die Schwankungsgrößen  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$  im Vergleich zu den 3-Draht-Messungen aus der DNW-Messung an der gleichen axialen Position. Außerdem sind für  $v'$  und  $\overline{u'v'}$  die Daten aus der Messung von DeGraaff & Eaton (1999) aufgetragen. Für  $w'$  sind zusätzlich zwei Profile aus der LaWiKa-Messung aufgetragen, die zwar bei einer deutlich geringeren Reynoldszahl gemessen wurden, aber trotzdem eine Abschätzung der Genauigkeit der PIV-Daten ermöglichen.

Wie in Abschnitt 5.2 gezeigt wurde, werden die Werte für  $v'$  und für  $\overline{u'v'}$  von den 3-Draht-Sonden teilweise überschätzt. Die PIV-Messungen hingegen liegen im Vergleich zu dem Referenzprofil von DG99 zu niedrig. Dabei ist der Abfall der PIV-Messdaten besonders stark im wandnahen Bereich zu sehen. In Bezug auf die Daten von DeGraaff & Eaton (1999) sind die Mono-PIV-Werte für  $\overline{v'^2}$  ungefähr 30% zu klein (15% für  $v'$ ), die Stereo-PIV-Daten weichen in Wandnähe um mehr als 50% von dem Vergleichsdatensatz ab. Für  $\overline{u'v'}$  beträgt die Abweichung der Mono-PIV-Messung im Bereich des Maximalwertes ( $y^+ \approx 1000$ ) rund 20-25% vom Erwartungswert  $u_\tau^2$ .

Die Gründe für die Abweichungen der PIV-Daten liegen hauptsächlich in der unzureichenden Dynamik der Aufnahmen (Versätze von weniger als einem Pixel zwischen A- und B-Bild in vertikaler Richtung) als auch an dem für die Stereo-PIV verwendeten Auswerteprogramm. Eine 2-D-Auswertung der Stereo-Daten mit Hilfe der Dantec-Software ergibt zwar etwas bessere Werte für  $v'$  (vgl. dazu Abbildung C.6), da aber keine komplette Auswertung auf diesem Wege möglich war, wird hier aus Gründen der Konsistenz ausschließlich mit der MatPIV-Auswertung der Stereo-Daten gearbeitet. Es sollte noch vermerkt werden, dass die Ergebnisse für  $\overline{u'v'}$  keine ausgeprägten Artefakte des Peaklocking-Effekts aufweisen wie die Mono-PIV-Auswertung für  $u'$ .

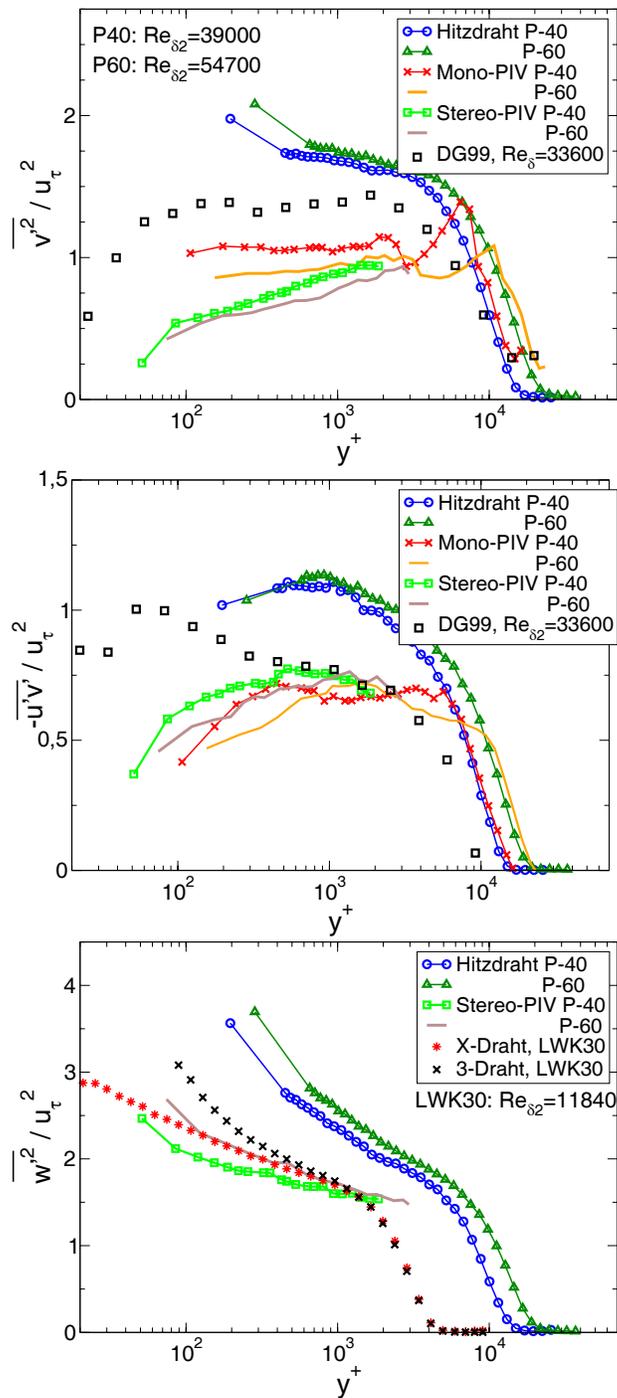


ABBILDUNG 5.8: Schwankungsgrößen  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ ,  $\overline{w'^2}$  im DNW: Vergleich der PIV-Messungen (P-40:  $Re_{\delta_2} = 39000$ , P-60:  $Re_{\delta_2} = 54700$ ) mit den Hitzdraht-Messungen und DG99. Für  $w'$  wurden zum Vergleich zusätzlich 2 Datensätze aus der LaWiKa-Messung bei 30 m/s aufgetragen.

Die DNW-Profile für  $w'$  wurden im vorangegangenen Abschnitt direkt nur mit Daten einer anders konstruierten 3-Draht-Sonde aus der DNW93-Messung verglichen. Die Messungen aus dem LaWiKa werden hier nochmals herangezogen, um die Hitzdraht- und PIV-Daten aus dem DNW zu beurteilen. Im LaWiKa werden die Werte aus der X-Draht-Messung von der 3-Draht-Sonde nur für  $y^+ < 300$  überschätzt. Daraus lässt sich schließen, dass die 3-Draht-Messungen aus dem DNW im wandnahen Bereich etwas zu große Werte für  $w'$  zeigen sollte. Die PIV-Daten sollten daher zwischen den 3-Draht-Messungen aus LaWiKa (kleinere Reynoldszahl) und DNW (gleiche Reynoldszahl, aber Überschätzung des "wahren Wertes" in Wandnähe) liegen. Der Vergleich mit Abbildung 5.6 zeigt, dass die früheren DNW-Messungen zwischen den PIV-Daten und den Daten der 3-Draht-Sonden aus der neueren DNW-Messung liegen. Somit wird deutlich, dass die Stereo-PIV-Daten den Wert für  $w'$  ebenfalls unterschätzen – vermutlich um ca. 10% (d.h. 20% für  $\overline{w'^2}$ ).

Der Vergleich der Hitzdraht- und PIV-Messungen auf der Platte unter Hinzunahme weiterer Referenzmessungen zeigt, dass sowohl die Mono- als auch die Stereo-PIV-Messwerte gute Ergebnisse für die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}$  und – mit kleinen Einschränkungen für die Mono-PIV – auch für  $u'$  ergibt. Die Schwankungsgrößen  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$  werden durch die PIV zu klein gemessen. Dies ist kein generelles Problem der Messtechnik sondern wurde durch die Aufnahmebedingungen verursacht. Die unterschiedliche Dynamik der Partikelbewegung mit großen Verschiebungen in Hauptströmungsrichtung und nur sehr kleinen Verschiebungen in wandnormaler Richtung wird allerdings immer einen Kompromiss bei ähnlichen PIV-Messungen erfordern. Die detaillierte Untersuchung der Turbulenzgrößen ist auf Grund der Ungenauigkeit der Ergebnisse nicht sinnvoll. Hingegen ist die Berechnungen von Korrelationen aus den Geschwindigkeitsfeldern ohne weiteres möglich, da bei einer Normierung mit den rms-Werten der entsprechenden Größen die Ungenauigkeiten in den Absolutwerten vernachlässigbar sind.

## 5.4 Skalierungen der Profilmessungen

Im folgenden Abschnitt sollen die Messungen aus LaWiKa und DNW genutzt werden, um verschiedene Skalierungen für die Profile der mittleren Geschwindigkeit und der Turbulenzgrößen insbesondere im Hinblick auf eine Reynoldszahl-Abhängigkeit zu überprüfen. Anhand der vorangegangenen Vergleiche der Messungen mit Daten aus der Literatur und zwischen den verschiedenen Messtechniken ist ersichtlich, dass nicht in jedem Fall absolute Werte verglichen werden können. Messtechnisch bedingte Abweichungen in den Profilmessungen (zu große Werte für  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$ ) traten bei Verwendung der 3-Draht-Sonden sowohl im LaWiKa (vgl. Abschnitt A.3) als auch im DNW (vgl. Abschnitt 5.2) auf. Durch den direkten Vergleich der Ergebnisse der 3-Draht-Messung aus LaWiKa und DNW ist es möglich, die Einflüsse der Messtechnik von Einflüssen der Reynoldszahl ausreichend zu trennen. Die Ergebnisse der Einzeldraht-Sonden sind in der Regel nur durch die räumliche Mittelung ( $l^+$  größer 20) über die aktive Sensorlänge beeinträchtigt und werden überall dort, wo es möglich ist ( $\overline{u}, u'$ , Spektren von  $u'$  etc.), für die Untersuchung verwendet.

### 5.4.1 Mittlere Geschwindigkeit

In Abbildung 5.9 sind die Profile der mittleren Geschwindigkeit im Bereich  $4570 \leq Re_{\delta_2} \leq 116400$  in Innenskalierung dargestellt und werden mit dem universellen Wandgesetz (lineares Gesetz und logarithmisches Gesetz, Gleichung (2.6)) verglichen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die Profile bei den kleinen und mittleren Reynoldszahlen um  $5u_\tau$  vertikal verschoben. Durch die geringen Abmessungen der Einzeldraht-Sonde sind auch Messungen in unmittelbarer Wandnähe möglich, wobei die Werte der DNW-Messungen sowohl durch größere Sicherheitsabstände der Sonden als auch durch die kleinen Werte für  $l^*$  nicht bis in die zähe Unterschicht hinein reichen. Die Übereinstimmung der Datensätze mit dem logarithmischen Wandgesetz ist sehr gut. Die Abweichung des Profils SW-80 für kleine Wandabstände könnte durch einen geringen Fehler in der Wandabstandsbestimmung entstanden sein. Ein um  $20l^*$  ( $\cong 0,1$  mm) zu großer Abstand würde bereits eine derartige Abweichung bewirken. Die parallele Abweichung der Profile vom logarithmischen Wandgesetz entspricht einem maximalen Unterschied in  $u_\tau$  von 3%. Die Übereinstimmung mit (bzw. Parallelität zu) dem logarithmischen Gesetz mit den hier verwendeten Konstanten von Coles zeigt, dass das logarithmische Gesetz sehr gut geeignet ist, die Geschwindigkeitsprofile in einem Teil des Innenbereiches zu beschreiben. Im Außenbereich ( $y^+ > 10^4$  für  $Re_{\delta_2} \geq 39000$ ,  $y^+ > 10^3$  für  $Re_{\delta_2} \leq 11840$ ) ist das Ansteigen des Maximal-

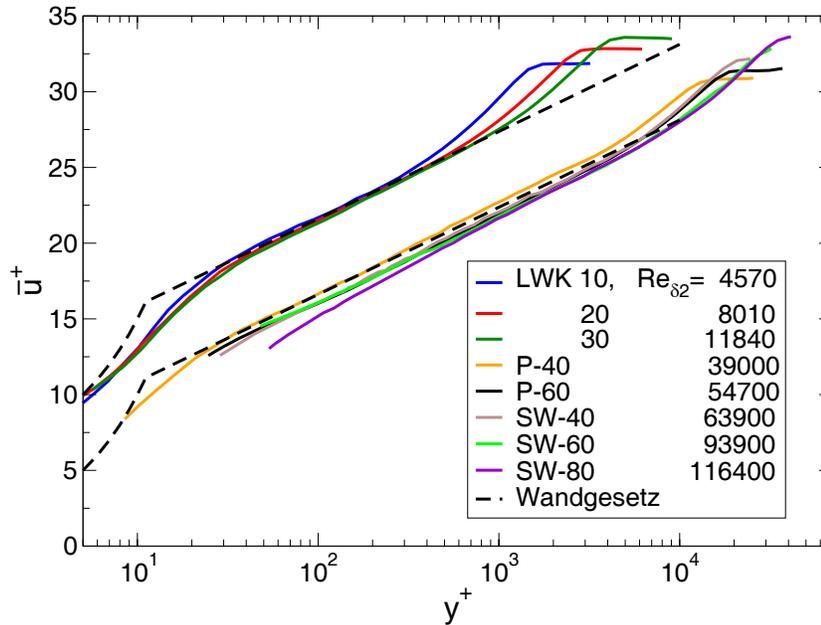


ABBILDUNG 5.9: Mittelwert  $\bar{u}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Innenskalierung. Wandgesetz:  $u^+ = y^+$  und  $u^+ = 2,5 \ln(y^+) + 5,1$ . LaWiKa-Daten zur besseren Unterscheidbarkeit um  $5 u_\tau$  vertikal verschoben. Für Parameter siehe Tabelle 5.1.

wertes von  $u^+$  mit steigender Reynoldszahl zu beobachten.

Bei einem Vergleich von Messdaten (aus dem Windkanal der KTH Stockholm) mit dem logarithmischen Gesetz bzw. einem Potenzgesetz (Gleichung (2.7)) ist nahezu kein Unterschied zwischen beiden Ansätzen zu finden (George, 2006). Deshalb wird hier auf einen weiteren Vergleich und die Auftragung des Potenzgesetzes verzichtet. Es wird lediglich mit Hilfe einer einfachen Diagnosefunktion ermittelt, innerhalb welches Bereiches die Geschwindigkeitsprofile von einem logarithmischen Gesetz mit konstanten Koeffizienten gut beschrieben werden. Durch Differentiation des logarithmischen Wandgesetzes ergibt sich, dass im Gültigkeitsbereich  $y^+ du/dy = 1/\kappa = \text{const.}$  gilt.

Für die Messdaten wurde die Differentiation durch den Differenzenquotienten angenähert und in Abbildung 5.10 dargestellt. Die eingezeichneten horizontalen Linien markieren den Wert  $1/\kappa$  (durchgezogen) sowie einen Bereich  $\pm 1$ . Dieser Bereich wurde willkürlich festgelegt, um die durch die Differentiation der Messdaten bedingten Abweichungen von dem – je nach Reynoldszahl verschiedenen – Anstieg des Wertes außerhalb des Gültigkeitsbereiches zu trennen. Es ergibt sich damit ein Gültigkeitsbereich für das logarithmische Wandgesetz, dessen untere Grenze  $y^+$  zwischen 30 und 40 liegt und nahezu Reynoldszahl-unabhängig ist. Die obere Grenze ist hingegen von der

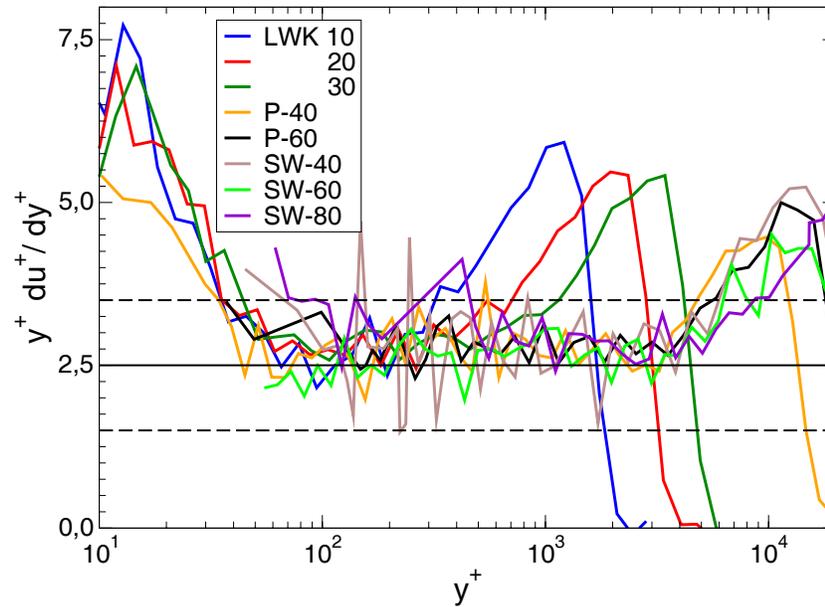


ABBILDUNG 5.10: Anwendung der Diagnosefunktion auf die Daten aus LaWiKa und DNW-Messung. Für Parameter siehe Tabelle 5.1.

Reynoldszahl abhängig und variiert von  $y^+ = 320$  ( $Re_{\delta_2} = 4570$ , LWK10),  $y^+ = 1100$  ( $Re_{\delta_2} = 11840$ , LWK30),  $y^+ = 4700$  ( $Re_{\delta_2} = 39000$ , P-40) bis zu  $y^+ = 8300$  ( $Re_{\delta_2} = 116400$ , SW-80). Das Anwachsen der oberen Grenze ist dabei nicht direkt proportional dem Anwachsen der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  sondern etwas geringer. Die obere Grenze des Gültigkeitsbereiches entspricht damit ungefähr  $y/\delta = 0,20$  (LWK10),  $y/\delta = 0,27$  (LWK30),  $y/\delta = 0,36$  (P-40),  $y/\delta = 0,24$  (SW-80). Der Trend des Anwachsens des Gültigkeitsbereiches (im Bezug auf die Grenzschichtdicke) scheint sich also nicht stetig fortzusetzen. Während die untere Grenze im Bezug auf die Grenzschichtdicke leicht abnimmt, liegt die obere Grenze im untersuchten Reynoldszahl-Bereich zwischen  $0,20 \leq y/\delta \leq 0,36$ .

In Abbildung 5.11 sind die Profile der mittleren Geschwindigkeit in Außenskalierung unter Verwendung der Grenzschichtdicke  $\delta$  und der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand  $u_\delta$  aufgetragen. Während für die DNW-Messungen - unabhängig von der Reynoldszahl - sehr gute Übereinstimmung der Profile erzielt wird, weichen die Messungen aus dem LaWiKa über die gesamte Grenzschichtdicke stark ab. Diese Abweichung ist umso größer, je kleiner die Reynoldszahl ist. Es scheint also, dass diese Art der Skalierung nur für große Reynoldszahlen funktioniert. George (2006) beschränkt die Gültigkeit auf den asymptotischen Grenzwert unendlich großer Reynoldszahlen. Für eine genauere Aussage hinsichtlich der minimalen Reynoldszahl, für die

sich eine Übereinstimmung mit den DNW-Daten erzielen lässt, und eine Aussage hinsichtlich des Verhaltens bei deutlich größeren Reynoldszahlen als für den Fall SW-80 wären zusätzliche Messungen erforderlich.

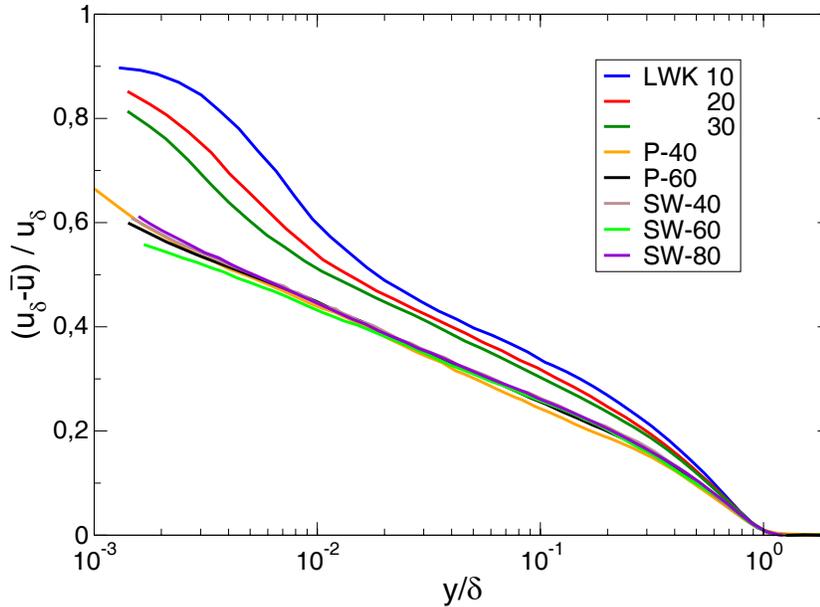


ABBILDUNG 5.11: Mittelwert  $\bar{u}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach George, Gleichung (2.8). Für Parameter siehe Tabelle 5.1.

Hinsichtlich der Übertragbarkeit von Labor-Ergebnissen auf Grenzschichten bei großen Reynoldszahlen scheint diese Skalierung aber ungeeignet, da es noch große Unterschiede im unteren – für Laboruntersuchungen üblichen – Reynoldszahl-Bereich gibt.

In Abbildung 5.12 sind die Profile der mittleren Geschwindigkeit in Außenskalierung unter Verwendung der Rotta-Clauser-Länge  $\Delta$  und der Wand Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  dargestellt. Eine gute Übereinstimmung ergibt sich für den Bereich oberhalb von  $y/\Delta = 0,005$ . Da  $\Delta \approx 4\delta$  ist, bedeutet das, dass bis zu einem minimalen Wandabstand von  $0,02\delta$  das Geschwindigkeitsdefizit  $u_\delta - \bar{u}$  mit hinreichender Genauigkeit dimensionslos dargestellt werden kann, ohne dass im untersuchten Bereich eine Reynoldszahl-Abhängigkeit auftritt. Dies bestätigt die Ergebnisse von Fernholz & Finley (1996) im Reynoldszahl-Bereich  $4600 \leq Re_{\delta_2} \leq 116000$ .

Ebenso ist eine gute Übereinstimmung aller Profile in der von Zagarola & Smits (1998a) vorgeschlagenen Normierung zu beobachten (Abbildung 5.13), die zusätzlich das Verhältnis der Grenzschichtdicken  $\delta_1/\delta$  zur Normierung des Geschwindigkeitsdefizits verwendet.

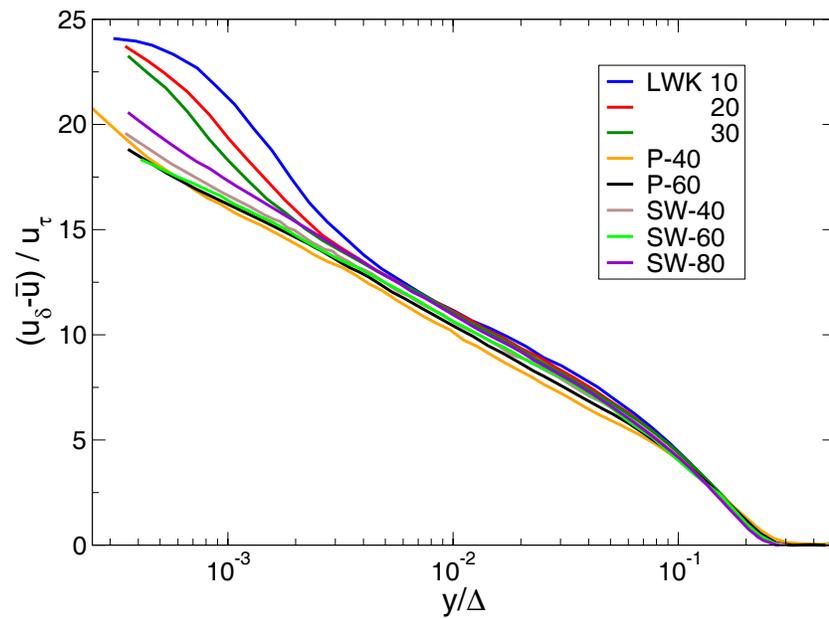


ABBILDUNG 5.12: Mittelwert  $\bar{u}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach Rotta, Gleichung (2.9). Für Parameter siehe Tabelle 5.1.

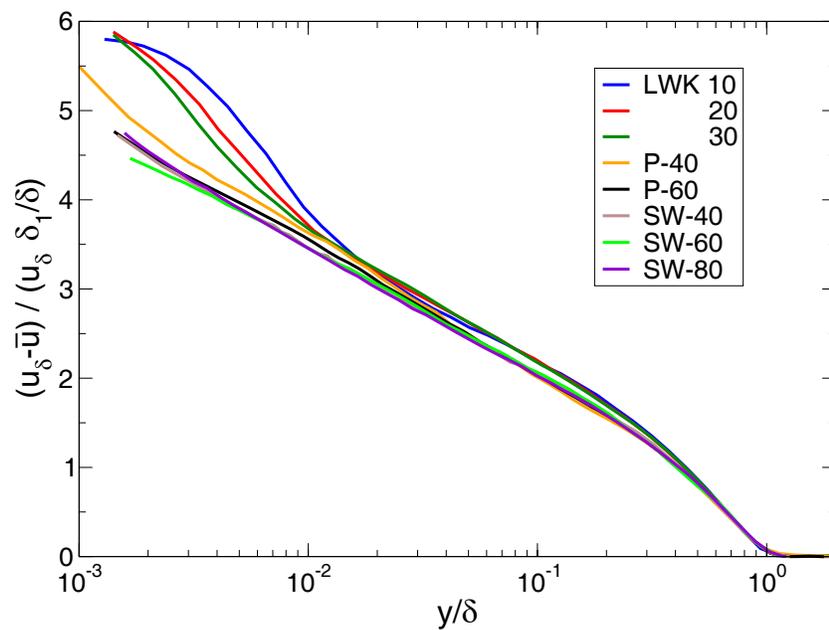


ABBILDUNG 5.13: Mittelwert  $\bar{u}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach Zagarola & Smits, Gleichung (2.10). Für Parameter siehe Tabelle 5.1.

Das Verhältnis der Grenzschichtdicken sinkt leicht mit steigender Reynoldszahl und kompensiert dadurch nahezu vollständig die in Abbildung 5.11 beobachteten Abweichungen für kleinere Reynoldszahlen. Die kleine Auffächerung der Profile bei  $y/\delta \approx 0,1$  ist aber an die Reynoldszahl gekoppelt, wobei die größeren Werte des Geschwindigkeitsdefizits zu den kleinen Reynoldszahlen (LWK10-30) gehören.

Der Grenzschichtbereich, der durch diese Skalierung unabhängig von der Reynoldszahl dargestellt werden kann, erstreckt sich ebenso wie die Normierung nach Rotta von ungefähr  $0,02\delta$  bis zum Grenzschichttrand. Die Streuung zwischen den einzelnen Profilen scheint dabei sogar noch etwas geringer als in der Normierung nach Rotta.

## 5.4.2 Turbulenzgrößen

Die Daten für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  stammen ebenfalls aus Messungen mit Einzel-Hitzdrahtsonden. Dadurch sind auch Messungen in unmittelbarer Wandnähe möglich, wobei notwendige Sicherheitsabstände und kleiner werdende Längenskalen ( $l^*$ ) verhindern, dass z.B. das wandnahe Maximum von  $u'$  bei  $y^+ = 15$  für alle Profile aufgelöst werden kann. In Abbildung 5.14 sind die Profile aus LaWiKa und DNW in Innenskalierung aufgetragen.

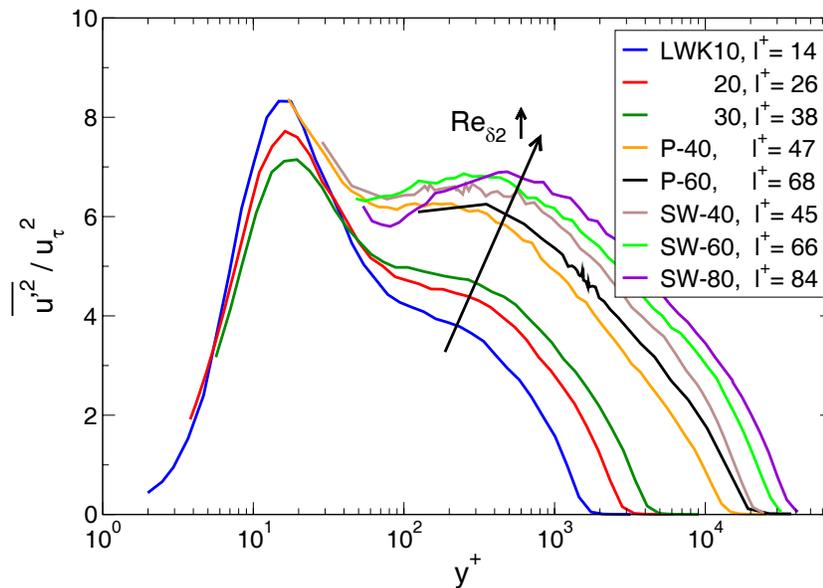


ABBILDUNG 5.14: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Innenskalierung. Gleichung (2.12)

Das wandnahe Maximum bei  $y^+ = 15$  wird für die Profile aus dem LaWiKa erfasst, wobei die absolute Höhe nur für die Messung bei 10 m/s (LWK10) von Effekten der räumlichen Mittelung unbeeinflusst ist. In der Literatur (vgl. Abschnitt 2.1.2) wurde bei ausreichend aufgelösten Messungen ein leichter Anstieg des Maximums mit steigender Reynoldszahl (siehe Abschnitt 2.1.2) gefunden, der jedoch bei LWK20 und LWK30 nicht beobachtet werden kann, da die dimensionslose Drahtlänge  $l^+ > 20$  ist. Die Messungen aus dem DNW erreichen nicht die notwendigen Wandabstände, um auch hier das wandnahe Maximum zu erfassen. Die Drahtlänge würde aber auch hier zu einer räumlichen Mittelung - und damit zum Unterschätzen des Maximalwertes - führen. Im Außenbereich ist der typische Anstieg der Profile in Abhängigkeit von der Reynoldszahl zu beobachten, wobei sich im Bereich  $400 \leq y^+ \leq 500$  ein zweites Maximum auszubilden scheint. Diese Beobachtung stimmt mit denen von Fernholz & Finley (1996) und Metzger (2006) überein.

Zur Reynoldszahl-unabhängigen Beschreibung des Profils von  $u'$  eignet sich die Normierung mit inneren Variablen nur bis ungefähr  $y^+ = 30$ , oberhalb dieser Grenze ist kein Aufeinanderfallen der normierten Profile zu erwarten.

In Abbildung 5.15 sind die gleichen Daten wie in Abbildung 5.14 nochmals

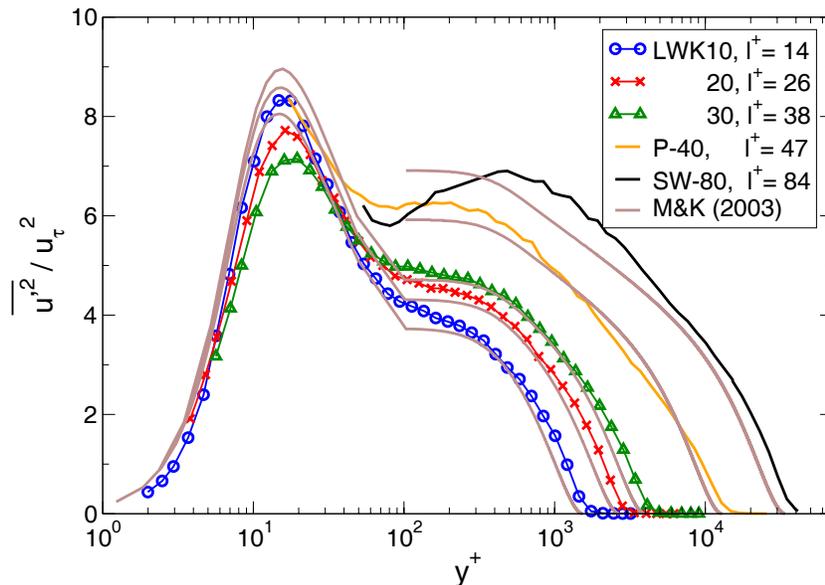


ABBILDUNG 5.15: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung im Vergleich zur Vorhersage (M&K 2003) nach Marusic & Kunkel (2003), Gleichung (2.14).

in Innenskalierung aufgetragen (P-60, SW-40 und SW-60 wurden zur Verbesserung der Übersichtlichkeit weggelassen). Zusätzlich wurden die von Marusic

& Kunkel (2003) angegebenen Funktionsverläufe (Gleichung (2.14)) für die gemessenen Profile berechnet und aufgetragen (für DNW-Messungen nur der Teil für  $y^+ > 100$ ). Die von Marusic & Kunkel (2003) angegebenen Kurven berücksichtigen einen Anstieg des wandnahen Maximums sowie der Werte im Außenbereich mit der Reynoldszahl.

Für das hinreichend aufgelöste Profil LWK10 ist zu erkennen, dass der von Marusic vorhergesagt Funktionsverlauf minimal kleiner ist als die Messwerte. Der für LWK20 berechnete Verlauf liegt jedoch schon oberhalb der Messung LWK10, so dass die von Marusic angegebene Funktion im Bereich  $y^+ < 30$  die Profilform recht gut beschreibt. Über die genaue Reynoldszahl-Abhängigkeit des Maximums kann jedoch anhand der Messwerte keine weitere Aussage gemacht werden. Im Bereich  $y^+ > 100$  ist ebenfalls eine gute Übereinstimmung der Vorhersage von Marusic mit den Messwerten zu beobachten. Die Messwerte liegen jedoch meist etwas über der Vorhersagefunktion, besonders deutlich nahe  $y^+ = 100$  (Ausnahme SW-80) und am Grenzschichttrand, wo die Werte von  $u'$  gegen null gehen. Insgesamt scheint jedoch Gleichung (2.14) eine recht gute Approximation für den Verlauf der Profile von  $u'$  über die gesamte Grenzschicht zu sein, in der die Variation mit der Reynoldszahl berücksichtigt ist.

In Abbildung 5.16 ist die "gemischte" Skalierung nach DeGraaff & Eaton (2000) dargestellt, bei der eine Kombination aus  $u_\tau$  und  $u_\delta$  die Reynoldszahl-Abhängigkeit im wandnahen Bereich berücksichtigen soll.

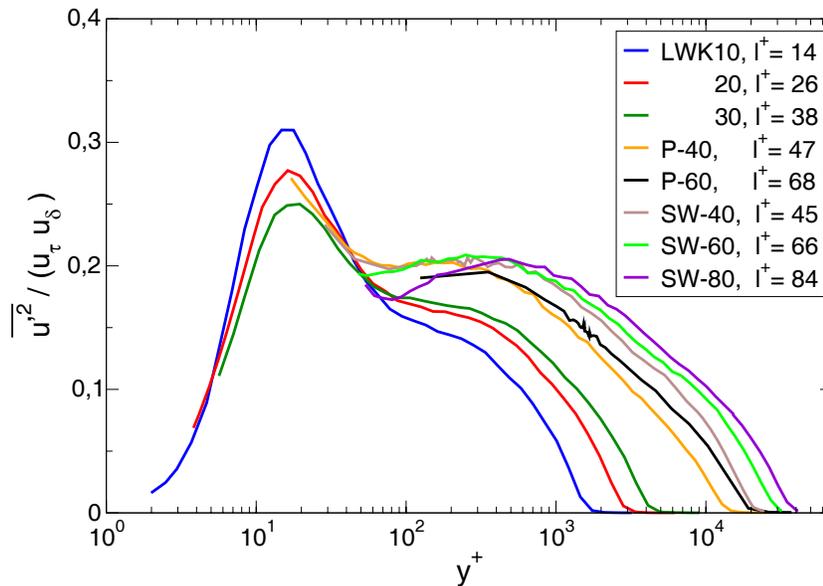


ABBILDUNG 5.16: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Innenskalierung nach DeGraaff & Eaton (2000), Gleichung (2.13).

Aufgrund der fehlenden räumlichen Auflösung kann wie schon erwähnt keine Aussage anhand der Messdaten zu dem Maximum bei  $y^+ = 15$  gemacht werden. Allerdings scheint für die DNW-Messungen im Bereich  $100 \leq y^+ \leq 500$  eine Vereinheitlichung der normierten Profile vorzuliegen, die LaWiKa-Messungen liegen aber deutlich darunter. Im Außenbereich ist nach wie vor eine starke Reynoldszahl-Abhängigkeit sichtbar. Das Potential dieser Normierung liegt also ebenfalls im wandnahen Bereich, wobei es möglicherweise für große Reynoldszahlen einen Ähnlichkeitsbereich für  $y^+ < 500$  gibt.

In den Abbildungen 5.17 bis 5.19 sind die Profile von  $u'$  in Außenskalierung aufgetragen, wobei entweder  $u_\tau$  oder die gemischte Skalierung mit  $u_\tau$  und  $u_\delta$  zur Normierung der Schwankungsgeschwindigkeit verwendet wird. Der Unterschied zwischen den Abbildungen 5.17 und 5.18 liegt in der Normierung des Wandabstandes. Durch Wahl der Rotta-Clauser-Länge wird zwar nicht der Bereich  $(0, 16 \leq y/\delta \leq 1)$  vergrößert, in dem die Profile von  $u'$  zusammenfallen, jedoch ist die Streuung zwischen den normierten Profilen für weiter von der Wand entfernt gelegene Positionen kleiner als bei der Verwendung von  $\delta$  zur Normierung.

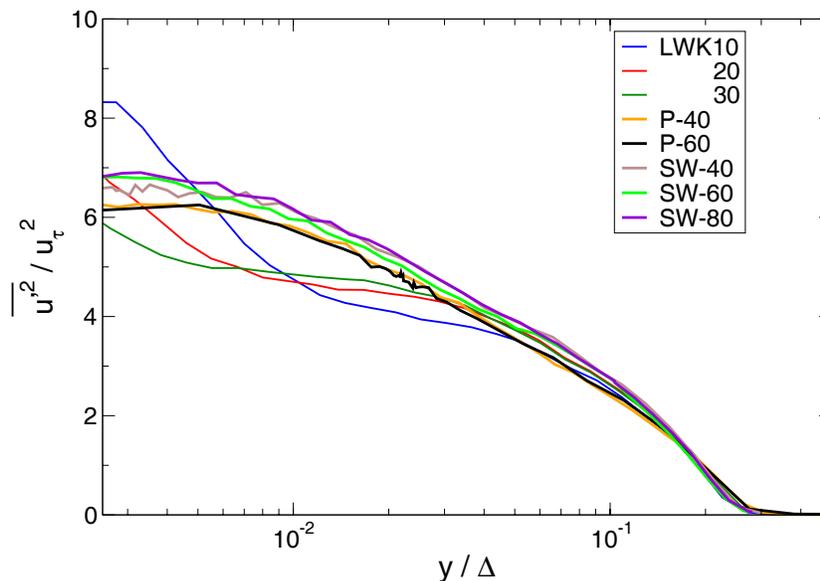


ABBILDUNG 5.17: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach Rotta (1950), Gleichung (2.15).

Mit der gemischten Skalierung nach DeGraaff & Eaton (2000) wird für den Bereich  $0,05 \leq y/\delta \leq 1$  ein Aufeinanderfallen der normierten Profile erreicht. Damit ist diese Art der Normierung in einem etwas größeren Bereich anwendbar als die Normierung mit der Rotta-Clauser-Länge und  $u_\tau$ . In Teilen

des Außenbereich ( $y/\delta \approx 0,4$ ) weichen die Profile voneinander ab, wobei die Unterschiede nicht der Reynoldszahl zugeordnet werden können.

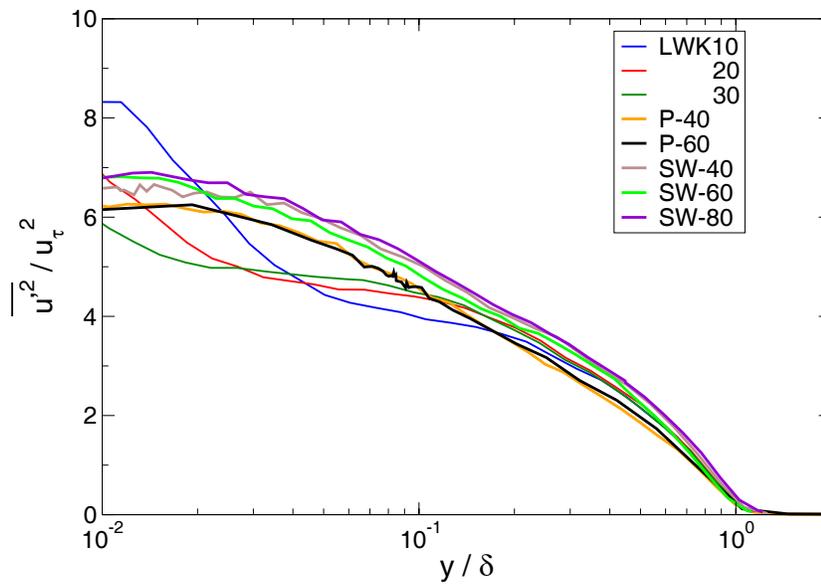


ABBILDUNG 5.18: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach Smits & Marusic (1999), Gleichung (2.16).

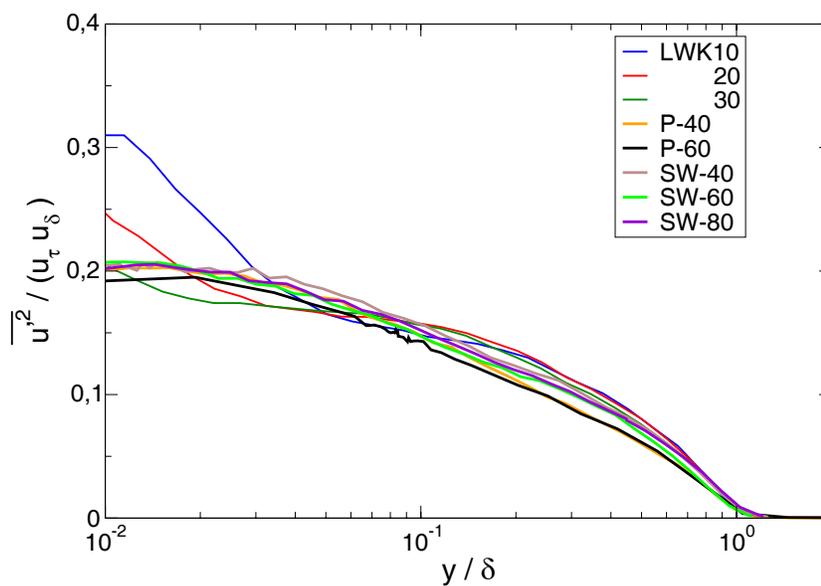


ABBILDUNG 5.19: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach DeGraaff & Eaton (2000), Gleichung (2.17).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die klassische Skalierung für  $u'$  mit  $u_\tau$  als Geschwindigkeit und  $l^*$  (Innenbereich) bzw.  $\Delta$  (Außenbereich) gut zur Beschreibung der Profile bei verschiedenen Reynoldszahlen geeignet ist. Die verbleibende leichte Reynoldszahl-Abhängigkeit des Maximums im wandnächsten Bereich lässt sich vermutlich mit der von DeGraaff & Eaton (2000) vorgeschlagenen gemischten Skalierung nahezu vollständig eliminieren. Genaue Messungen dieses Bereiches sind aber aufgrund der notwendigen räumlichen Auflösung über einen großen Reynoldszahl-Bereich sehr schwierig. Eine gute Approximation des  $u'$ -Profils lässt sich mit den von Marusic & Kunkel (2003) vorgeschlagenen Funktionen (Gleichung (2.14), Abbildung 5.15) erzielen.

Im Folgenden werden noch die für eine 2-dimensionale Grenzschicht verbleibenden Komponenten des Reynoldsschen Spannungstensors  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$  untersucht. Dabei werden die Profile jeweils in Innenskalierung und in Außenskalierung (mit  $u_\tau$  bzw.  $\Delta$ ) aufgetragen. Die dargestellten Messdaten stammen alle aus Messungen mit 3-Draht-Sonden und wurden nachträglich leicht korrigiert (vgl. Anhang A.6). Die absoluten Werte für  $v'$  und  $w'$  werden im Wandbereich trotzdem noch überschätzt (siehe Abschnitt 5.2 und Anhang A.6).

In Abbildung 5.20 sind die Profile der Schwankungsgeschwindigkeit  $v'$  aus den Messungen im LaWiKa und im DNW in Innenskalierung aufgetragen. Aus früheren Messungen ist bekannt, dass es für  $v'$  einen größeren Bereich gibt, in dem der mit  $u_\tau$  normierte Wert im Innenbereich nahezu konstant ist, bevor er zur Wand hin auf den Wert null abfällt (vgl. z.B. Fernholz & Finley, 1996; Zhao & Smits, 2007). Für die LaWiKa-Messung ( $Re_{\delta_2} < 12000$ ) ist ein Plateau für Wandabstände  $y^+ > 200$  bei ungefähr  $\overline{v'^2}/u_\tau^2=1,4$  zu erkennen. Die Profile aus der DNW-Messung zeigen jeweils ein kleines Plateau  $\overline{v'^2}/u_\tau^2=1,8$  (Seitenwand SW) bzw.  $\overline{v'^2}/u_\tau^2=1,6$  (Platte P). Für die größten Reynoldszahlen bildet sich ein Maximum bei ungefähr  $y^+ = 4000$  aus. Der Anstieg von  $v'$  im wandnächsten Punkt ( $y^+ = 200 - 300$ ) (Platte und Seitenwand) bzw. für Wandabstände  $y^+ < 200$  ist durch die Charakteristik der 3-Draht-Sonden bedingt (vgl. Abbildung A.4) und rührt vermutlich von Interferenzen zwischen den drei Sensordrähten durch die starken momentanen Geschwindigkeitsgradienten in Wandnähe her.

Die Unterschiede in den Plateaus zwischen LaWiKa, DNW-Platte und DNW-Seitenwand könnten zwar generell durch einen von der Reynoldszahl abhängigen Messfehler der 3-Draht-Sonden zustande kommen, aber dieser Trend müsste dann bereits in den Daten aus dem LaWiKa zu erkennen sein. Die Profile aus der LaWiKa-Messung sowie DNW-Platte und DNW-SW80

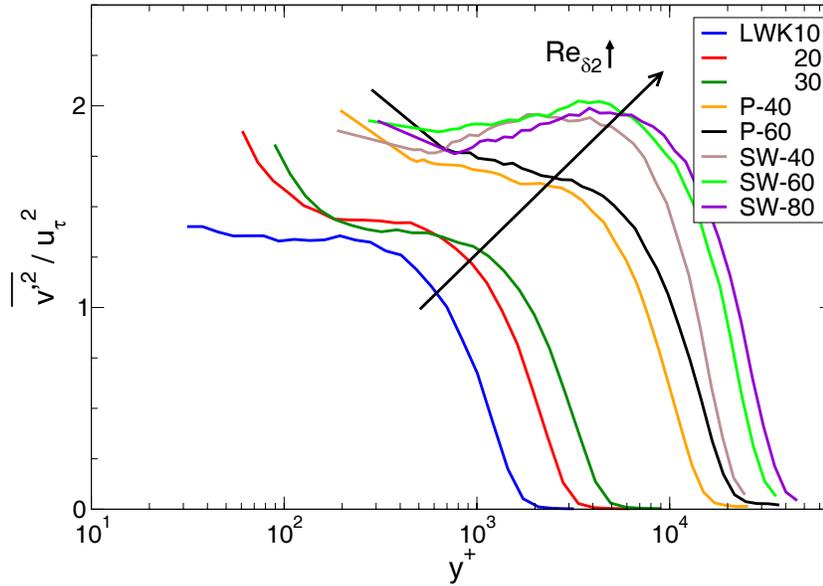


ABBILDUNG 5.20: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{v'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Innenskalierung, Gleichung (2.18).

wurden alle mit der selben 3-Draht-Sonde gemessen, während SW-40 und SW-60 mit einer anderen 3-Draht-Sonde gemessen wurden. Die sichtbaren Unterschiede zwischen den verschiedenen Grenzschichten sind somit nicht auf die Charakteristik einer einzelnen Sonde oder der 3-Draht-Sonden insgesamt zurückzuführen.

Trägt man die gleichen Daten in Außenskalierung auf (Abbildung 5.21), so ist eine Gruppierung der einzelnen Profile entsprechend der untersuchten Mess-Stelle bzw. Grenzschicht noch deutlicher als in Abbildung 5.20 zu erkennen. Diese Beobachtung ist erstaunlich, speziell, da kaum Variationen innerhalb einer solchen Gruppe auftreten, obwohl sich die Reynoldszahl innerhalb einer Gruppe doch beträchtlich mit den verschiedenen Anströmgeschwindigkeiten verändert und es einen annähernd kontinuierlichen Übergang im Reynoldszahl-Bereich zwischen den Gruppen gibt (P-60:  $Re_{\delta_2} = 54700$ , SW-40:  $Re_{\delta_2} = 63900$ ). Die gemischte Skalierung unter Verwendung der Kombination aus  $u_\tau$  und  $u_\delta$ , wie von DeGraaff & Eaton (2000) vorgeschlagen, bringt eine deutliche Reduzierung der Unterschiede zwischen den Profilen aus LaWiKa und P-40/P-60 (Abbildung 5.22). Die SW-Profile weichen auch in dieser Auftragung deutlich von den anderen Messungen ab. Eine mögliche Erklärung wäre eine Kombination aus Anwachsen der Schwankungen mit der Reynoldszahl zusammen mit einer leicht unterschiedlichen Turbulenzstruktur an Seitenwand und Platte.

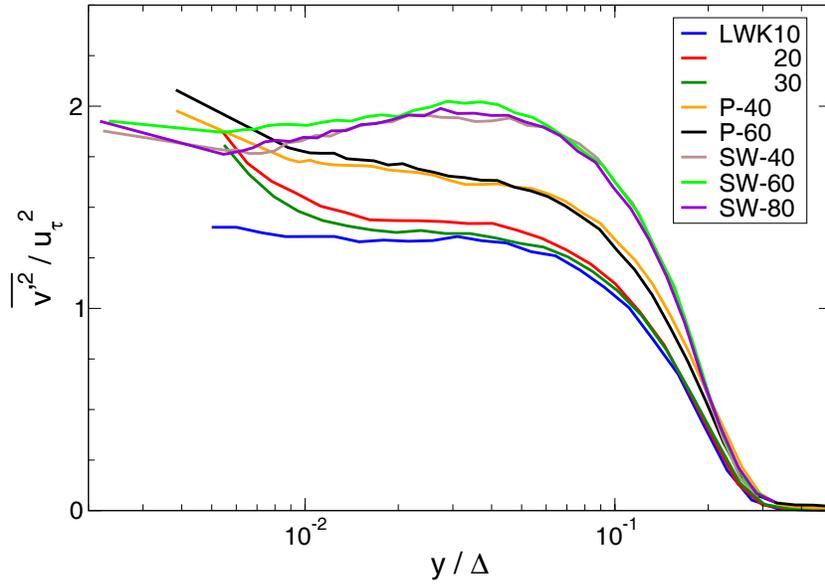


ABBILDUNG 5.21: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{v'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außensklierung nach Rotta, Gleichung (2.18).

Die Messergebnisse für  $v'$  bestätigen die Erkenntnisse von Fernholz & Finley (1996), die für kleinere Reynoldszahlen ein Plateau bei  $\overline{v'^2} / u_\tau^2 = 1,2$  gefunden haben. Die leichte Überschätzung von  $v'$  durch die 3-Draht-Sonden führt

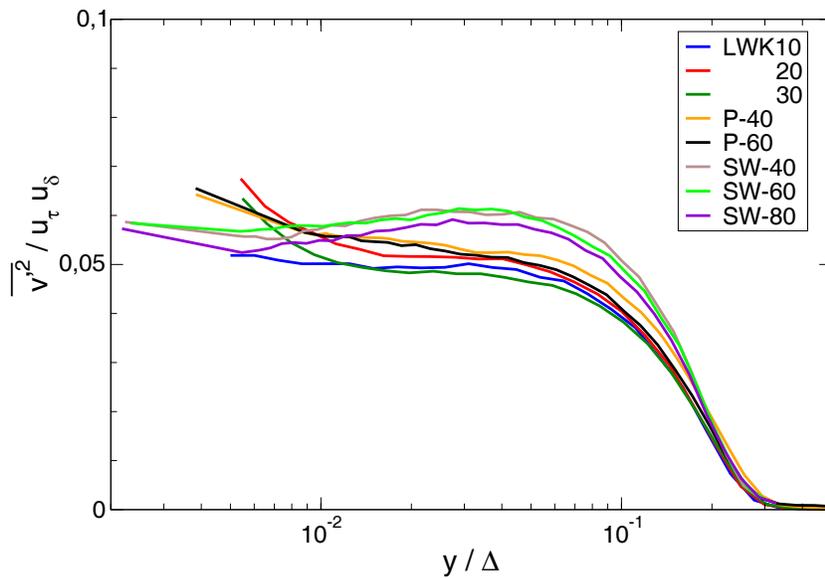


ABBILDUNG 5.22: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{v'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außensklierung nach DeGraaff & Eaton (2000).

in den vorliegenden Messungen zu dem Wert von 1,4. Für größere Reynoldszahlen wurde von Fernholz & Finley (1996) ein Anwachsen der Werte für  $v'$  mit einem sich zu größerem  $y^+$  verschiebenden Maximum gefunden. Das Maximum für  $\overline{v'^2}/u_\tau^2$  bei  $Re_{\delta_2} = 57700$  lag bei etwa 1,7 (DNW93). Dies stimmt gut mit den hier gefundenen Werten überein.

Die vorliegenden Messungen zeigen, dass das Plateau von  $v'$  tatsächlich mit steigender Reynoldszahl leicht ansteigt. Der Wert dieses Plateaus dürfte bei Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} \approx 10^5$  etwas unter dem hier gemessenen Wert  $\overline{v'^2}/u_\tau^2=1,8$  liegen, da die 3-Draht-Sonde die  $v'$ -Werte etwas überschätzt. Eine Normierung mit inneren Variablen ist für  $v'$  im Innenbereich der Grenzschicht nicht in der Lage, die Profile bei unterschiedlichen Reynoldszahlen zur Deckung zu bringen. In Außenskalierung gibt es für große Wandabstände  $y > 0,5\delta$  eine Tendenz zum Zusammenfallen der Profile (vgl. Fernholz & Finley, 1996). Die Normierung nach DeGraaff & Eaton (2000) mit der Kombination aus  $u_\tau$  und  $u_\delta$  führt zum Zusammenfallen der  $v'$ -Profile für die Grenzschichten mit definiertem Ursprung während die Profile aus der Seitenwandgrenzschicht davon abweichen. Ob es sich dabei um einen Reynoldszahl-Effekt handelt oder die Ursache in der Vorgeschichte der Seitenwand-Grenzschicht (Druckgradient in der Düse etc.) liegt, lässt sich anhand der Daten nicht eindeutig klären.

Die Profile der Reynoldsschen Schubspannungskomponente  $\overline{u'v'}$  sind in Abbildungen 5.23 und 5.24 dargestellt. Die Maxima der DNW-Messungen liegen dabei über dem erwarteten Grenzwert von  $u_\tau^2$ .

Diese Beobachtung war schon kurz in Abschnitt 5.2 diskutiert worden. Aufgrund der durch die 3-Draht-Sonden zu hoch gemessenen Werte für  $v'$  sind zu hohe Werte auch für die Korrelation  $\overline{u'v'}$  zu erwarten. Allerdings wurde in den Vergleichsmessungen im LaWiKa (Abschnitt A.3) nur eine minimale Abweichung zwischen den X-Draht-Sonden und den 3-Draht-Sonden für Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} \leq 11840$  gefunden. Durch den großen Wandabstand ( $y^+ > 1000$ ), bei denen  $\overline{u'v'} > u_\tau^2$  ist, treten auch keine starken Gradienten oder Turbulenzgrade in der Hauptströmung auf, die zu einer Verfälschung der Messwerte führen könnten. Messungen von Fernholz et al. (1995) und Saddoughi & Veeravalli (1994) hatten ebenfalls Maximalwerte von  $\overline{u'v'} > u_\tau^2$  gefunden worden. Es erscheint somit möglich, dass  $\overline{u'v'}$  für große Reynoldszahlen Werte größer als  $u_\tau$  aufweist. Auf Grund der Unsicherheiten bei der Messung mit den 3-Draht-Sonden (insbesondere  $v'$  und  $w'$ ) kann jedoch keine endgültige Aussage dazu getroffen werden.

Die Darstellung in Außenskalierung zeigt – ähnlich wie bei  $v'$  – eine leichte Gruppierung je nach Mess-Stelle. Dieser Effekt ist aber auf Grund der Betrachtung der Korrelation von  $u'$  und  $v'$  nicht so stark ausgeprägt wie bei  $v'$

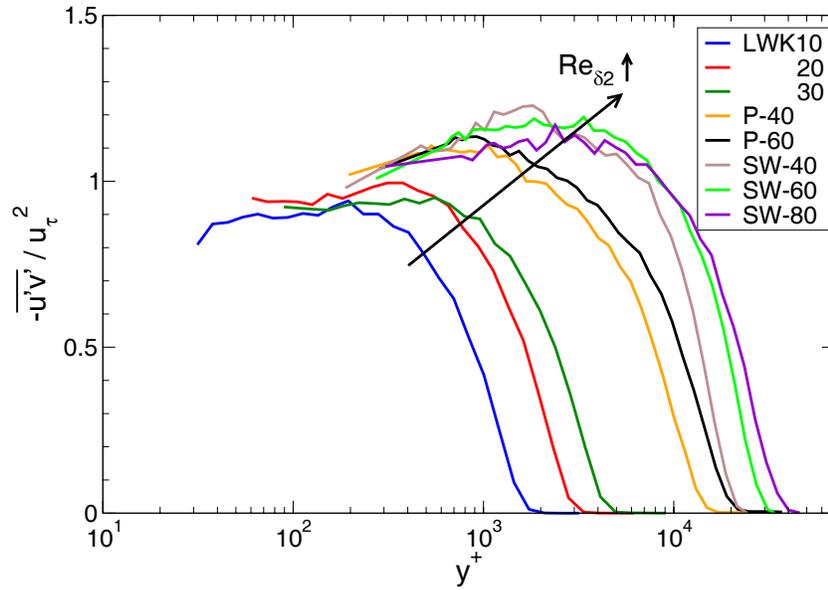


ABBILDUNG 5.23: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'v'}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Innenskalierung, Gleichung (2.19).

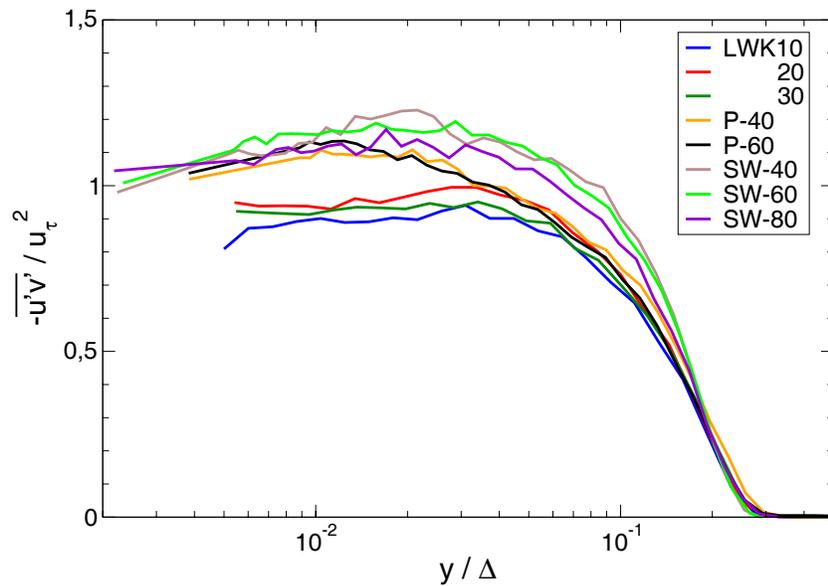


ABBILDUNG 5.24: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{u'v'}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach Rotta, Gleichung (2.19).

selbst. Die Profile von  $\overline{u'v'}$  in Außenskalierung zeigen für große Reynoldszahlen nur noch kleine Variationen für  $y/\Delta < 0,1$ , für größere Wandabstände ist ein Aufeinanderfallen der normierten Profile zu beobachten.

In Abbildung 5.25 sind die Profile für  $w'$  in Innenskalierung dargestellt. Der kontinuierliche Anstieg der Profile mit abnehmendem Wandabstand als auch mit der Reynoldszahl entspricht den Erwartungen (vgl. auch Fernholz & Finley, 1996; Morrison et al., 2004), auch wenn die absoluten Werte mit geringer werdendem Wandabstand wieder überschätzt werden (um bis zu 20%, vgl. Abbildung 5.6). Die nahezu einheitliche Charakteristik der verwendeten 3-Draht-Sonden erlaubt jedoch trotzdem eine Untersuchung des Reynoldszahl-Einflusses.

Das Maximum von  $w'$  in unmittelbarer Wandnähe wird durch die 3-Draht-Sonden nicht mehr aufgelöst (siehe Abbildung 5.3 bzw. Fernholz & Finley (1996)). Der kontinuierliche Anstieg der Werte in der Normierung mit inneren Variablen belegt, dass diese Art der Auftragung nicht geeignet ist, Messdaten bei verschiedenen Reynoldszahlen mit Hilfe einer einzigen Funktion darzustellen.

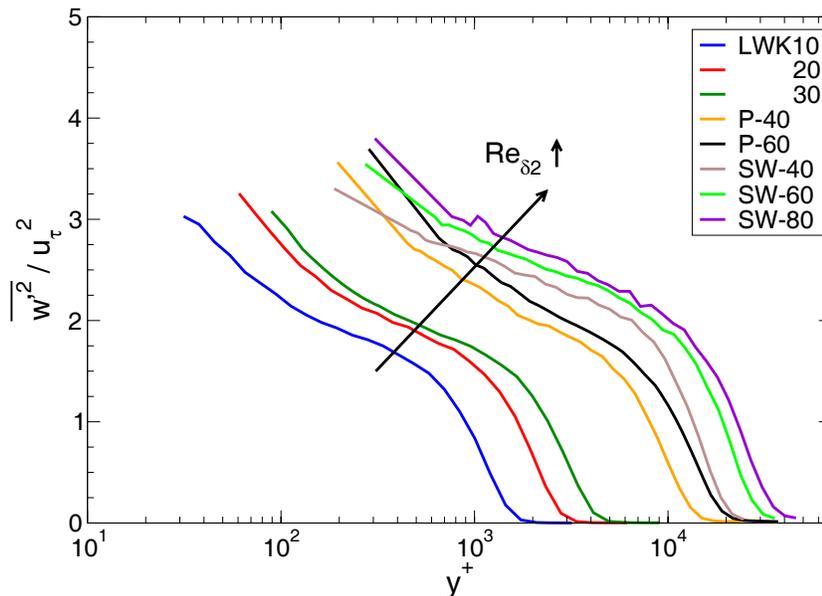


ABBILDUNG 5.25: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{w'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Innenskalierung, Gleichung (2.20).

Wesentlich besser ist hingegen die Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Profilen in Außenskalierung (Abbildung 5.26). Die verbleibenden Abweichungen sind sowohl durch den Anstieg der Reynoldszahl als auch durch die unterschiedlichen Messorte bedingt (SW zeigt für  $0,01 \leq y/\Delta \leq 0,1$  höhere Werte) bedingt.

Wie bei  $v'$  wurden die Profile der LaWiKa-Messung sowie DNW-Platte und DNW-SW80 alle mit der selben 3-Draht-Sonde gemessen, während SW-

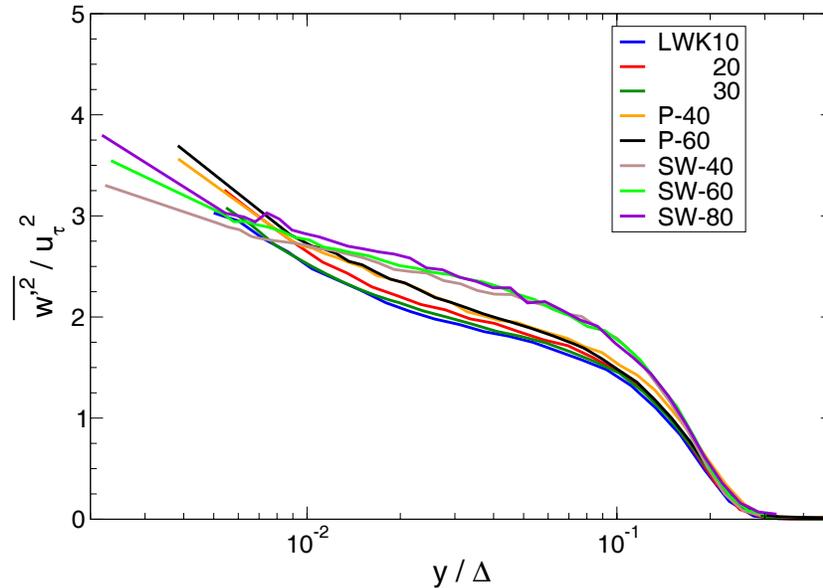


ABBILDUNG 5.26: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{w'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in Außenskalierung nach Rotta, Gleichung (2.20).

40 und SW-60 mit einer anderen 3-Draht-Sonde gemessen wurden. Es kann daher ausgeschlossen werden, dass die Unterschiede zwischen den Messungen durch eine unterschiedliche Charakteristik der verwendeten 3-Draht-Sonden verursacht wurden. Bei der Messung an der Seitenwand handelt es sich um eine Grenzschicht mit Vorgeschichte (u.a. neg. Druckgradient bei Durchgang durch die Düse), während die Grenzschicht über der Platte und im LaWiKa einen definierten Ursprung aufweist. Dies könnte die Unterschiede in den Messwerten von  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$  vielleicht erklären, wobei diese Unterschiede durch die Außenskalierung deutlich sichtbar werden.

Da nach Townsend (1976) die wandparallelen Komponenten der Turbulenzbewegung im Innenbereich durch die mit äußeren Variablen skalierende "inactive motion" beeinflusst wird (vgl. auch Morrison et al., 2004), ist hinsichtlich der Skalierung für  $w'$  ein ähnliches Verhalten zu erwarten wie für  $u'$ . Durch Verwendung der gemischte Skalierung von DeGraaff & Eaton (2000) konnte die Reynoldszahl-Abhängigkeit für Wandabstände größer als  $0,05 \delta$  deutlich verringert werden (Abbildung 5.27). Für Messpositionen dichter an der Wand werden die Messungen durch starke momentane Geschwindigkeitsgradienten und einen hohen lokalen Turbulenzgrad beeinflusst (vgl. Abbildung A.5).

Die absoluten Werte der  $w'$ -Messung liegen durch die Charakteristik der 3-Draht-Sonden zu hoch. Fernholz & Finley (1996) finden für  $y/\Delta = 0,01$

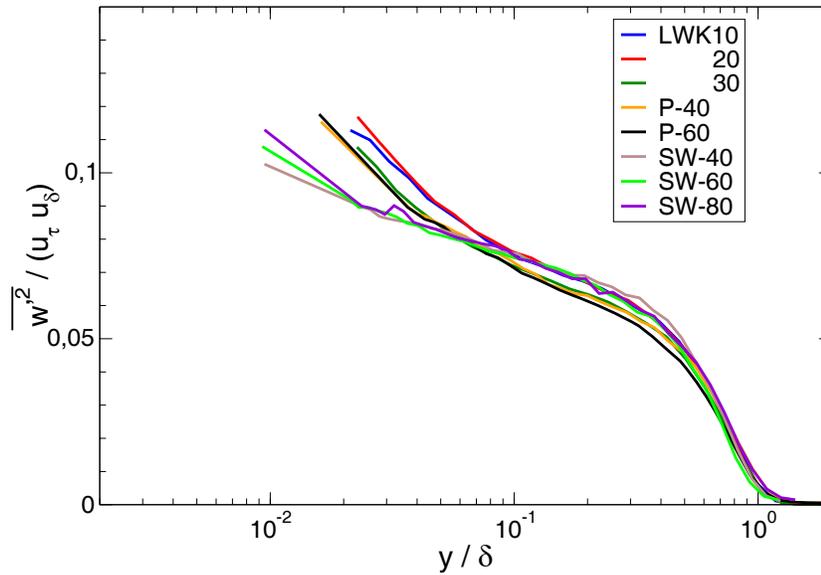


ABBILDUNG 5.27: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{w'^2}$  aus LaWiKa und DNW-Messung in gemischter Außenskalierung (analog zu  $u'$  nach DeGraaff & Eaton (2000), Gleichung (2.17)).

einen Wert von ungefähr 2,2 für  $\overline{w'^2}/u_\tau^2$ , der keine Reynoldszahl-Abhängigkeit zeigt. In der vorliegenden Messung sind die Werte an dieser Stelle der Grenzschicht ebenfalls nicht von der Reynoldszahl abhängig und liegen bei  $\overline{w'^2}/u_\tau^2 \approx 2,9$  (Abweichung für  $w'$  ca. 15%).

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass die Turbulenzgrößen mit den konventionellen Skalierungen im Allgemeinen nicht als einheitliches Profil dargestellt werden können, wenn die Reynoldszahl variiert. Die Außenskalierung ist jedoch teilweise in der Lage, Einflüsse der Reynoldszahl in der normierten Darstellung zu beseitigen ( $u', \overline{u'v'}, w'$  für  $y > 0,1 \delta$ ).

Zwischen den Messungen auf der Platte und an der Seitenwand wurden im Außenbereich Abweichungen gefunden (besonders deutlich bei  $v'$ ), die nicht durch die verwendeten 3-Draht-Sonden oder das Anwachsen der Reynoldszahl zu Stande kommen. Die Ursache dafür konnte jedoch nicht eindeutig identifiziert werden. Bei Betrachtung der mittleren Geschwindigkeit, der integralen Grenzschichtgrößen und der Schwankungsgeschwindigkeiten in Hauptströmungsrichtung ergeben sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den zwei untersuchten Grenzschichten auf der großen Platte (definierter Ursprung der Grenzschicht) und der Grenzschicht an der Seitenwand (Düsen Grenzschicht mit Druckgradienteneinfluss stromauf der Mess-Strecke), so dass beide Grenzschichten als kanonische 2-D-Grenzschichten betrachtet werden.

## 5.5 Spektren

Während in den vorangegangenen Abschnitten Mittelwerte der Hauptströmung und der turbulenten Schwankungen untersucht wurden, soll in diesem Abschnitt die spektrale Verteilung der Turbulenzenergie näher betrachtet werden. Das Spektrum einer turbulenten Grenzschicht enthält keine diskreten Frequenzen, die durch einen besonders hohen Energiegehalt gekennzeichnet sind. Stattdessen ist die Energie über einen großen Frequenz- bzw. Wellenzahl-Bereich (zur Umrechnung siehe Abschnitt 2.2) verteilt. Ein Großteil der turbulenten Energie ist in den großen (kohärenten) Strukturen enthalten, die mit kleinen Wellenzahlen im Spektrum verknüpft sind. Umso größer die Reynoldszahl einer Grenzschichtströmung ist, desto größer wird das Verhältnis der energietragenden Strukturen zu den kleinsten vorkommenden Strukturen (das Spektrum wird "breiter").

Der Schwerpunkt des folgenden Abschnitts liegt auf Skalierungen, die dazu führen, dass sich für verschiedene Parameter wie die Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  oder die mit der Taylorschen Mikrostrukturlänge  $\lambda$  gebildeten Reynoldszahl  $Re_\lambda$  – zumindest über einen gewissen Wellenzahl-Bereich – ein einheitlicher Verlauf der normierten Spektren ergibt. Da die spektrale Verteilung der Turbulenzenergie außerdem vom Wandabstand abhängig ist, werden die Spektren jeweils für mehrere charakteristische Wandabstände untersucht. Eng verbunden mit der Skalierung sind die bereits in Abschnitt 2.2 beschriebenen Proportionalitätsbereiche, die mit bestimmten Prozessen der Turbulenzproduktion, der Umverteilung von Turbulenzenergie und der Dissipation turbulenter Energie im Zusammenhang stehen. Der mit diesen Prozessen verbundene Wellenzahl-Bereich ist neben weiteren Parametern abhängig von der Reynoldszahl der untersuchten Strömung und dem betrachteten Wandabstand (siehe auch Literaturübersicht Abschnitt 2.2).

Oftmals wird bei der spektralen Betrachtung die Idealisierung der isotropen Turbulenz benutzt, um durch Vereinfachungen weitere Berechnungen und Untersuchungen vornehmen zu können. So wird auch im vorliegenden Fall nur das eindimensionale Frequenzspektrum durch eine entsprechende Fouriertransformation des kalibrierten Zeitsignals der Hitzdraht-Sonden bestimmt, aus dem dann weitere Größen berechnet werden. Um daraus die Dissipation  $\epsilon$  abschätzen zu können, wird Lokal-Isotropie und die Gültigkeit der Taylorhypothese vorausgesetzt (siehe auch Warnack & Fernholz, 1998):

$$\epsilon = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} = 15 \frac{\nu}{U_c^2} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2} = 30\nu \frac{2\pi^2}{\bar{u}^2} \int_0^\infty f^2 E_1(f) df.$$

Im Folgenden werden Spektren der Geschwindigkeitsschwankungen  $u'$ ,  $v'$  und  $w'$  sowie Co-Spektren von  $u'v'$  untersucht, die in unterschiedlichen Normierungen aufgetragen sind. Neben der Verwendung von inneren ( $\nu$ ,  $u_\tau$ ) und äußeren Variablen ( $\delta$ ,  $u_\tau$ ) und dem Wandabstand  $y$  zur Normierung der Wellenzahlspektren werden auch die aus der Dissipation berechneten Kolmogorov-Größen ( $\eta$ ,  $\nu_K$ ) zur Skalierung verwendet. Diese Auftragungen werden durch die in Gleichungen 5.2-5.4 dargestellten funktionalen Zusammenhänge beschrieben, wobei die Indizes  $a, b$  als Platzhalter für die Komponenten der Turbulenzbewegung stehen und die Funktion  $f$  eine jeweils verschiedene, unbekannte Funktion darstellt, die außer von der Wellenzahl und der Reynoldszahl von weiteren Parametern abhängen kann. Fallen die Spektren in der jeweiligen Auftragung trotz verschiedener Reynoldszahlen aufeinander, ist die durch entsprechende Größen entdimensionalisierte Wellenzahl  $k_1$  der einzige relevante Parameter.

$$\frac{E_{ab}(k_1)}{yu_\tau^2} = \frac{E_{ab}(k_1y)}{u_\tau^2} = f(k_1y, Re, \dots) \quad (5.1)$$

$$\frac{E_{ab}(k_1)}{\nu u_\tau} = \frac{E_{ab}(k_1\nu/u_\tau)}{u_\tau^2} = f(k_1\nu/u_\tau, Re, \dots) \quad (5.2)$$

$$\frac{E_{ab}(k_1)}{\delta u_\tau^2} = \frac{E_{ab}(k_1\delta)}{u_\tau^2} = f(k_1\delta, Re, \dots) \quad (5.3)$$

$$\frac{E_{ab}(k_1)}{\eta v_k^2} = \frac{E_{ab}(k_1)}{(\epsilon\nu^5)^{1/4}} = f(k_1\eta, Re, \dots) \quad (5.4)$$

Die Wellenzahl  $k_1$  bezeichnet dabei stets die Wellenzahl in Hauptströmungsrichtung.

Fernholz et al. (1995) benutzen innere Variablen, um ohne den Umweg über die Taylor-Hypothese direkt das Frequenzspektrum dimensionslos darzustellen. In dem betrachteten Reynoldszahl-Bereich bis  $Re_{\delta_2} = 57700$  konnte so eine Übereinstimmung der Spektren für den jeweils gleichen dimensionslosen Wandabstand  $y^+$  beobachtet werden:

$$\frac{E_{ab}(f)}{\nu} = f\left(f \frac{\nu}{u_\tau^2}\right). \quad (5.5)$$

Um die Skalierungen systematisch zu untersuchen, werden für jede Reynoldszahl (LaWiKa und DNW) vier verschiedene Wandabstände herausgegriffen, für die diese Spektren aus den Messungen mit verschiedenem  $Re_{\delta_2}$  aufgetragen werden. Dabei handelt es sich um zwei Abstände aus dem Innenbereich  $y^+ = 15$ , wo  $u'$  gerade ein Maximum aufweist und  $y^+ = 200$ , das für

Größe	LWK10	LWK20	LWK30	P-40	P-60	SW-40	SW-60	SW-80
$y/\delta$	0,010	0,006	0,004	0,001	-	0,001	<0,002	<0,002
$y^+ = 15$					-	28,6	47,9	53,5
$Re_\lambda$	172	194	231	223	-	204	260	466
$y/\delta$	0,126	0,067	0,046	0,016	-	0,010	0,007	0,005
$y^+ = 200$					-			
$Re_\lambda$	160	241	361	325	-	312	405	718
$y/\delta = 0,1$								
$y^+$	162	262	385	1232	1869	2009	2990	3343
$Re_\lambda$	154	269	440	512	856	656	799	1510
$y/\delta = 0,5$								
$y^+$	841	1357	1985	6440	10300	10460	13620	17480
$Re_\lambda$	156	265	406	397	576	479	705	1105

TABELLE 5.2: Wandabstände für die Auftragung der Spektren der Messungen aus LaWiKa und DNW. Einzeldraht-Messung der  $u$ -Komponente. Leere Felder in der Tabelle weisen darauf hin, dass der wirkliche Wert weniger als 10% vom Sollwert in der linken Spalte abweicht. Für Definition  $Re_\lambda$  siehe Abschnitt 5.1.

alle untersuchten Reynoldszahlen im Bereich des logarithmischen Wandgesetzes liegt. Außerdem werden Spektren für  $y/\delta = 0,1$  aufgetragen, also in der Nähe des Übergangs zwischen Innen- und Außenbereich der Grenzschicht. Im Außenbereich wurde schließlich noch der Wandabstand  $y/\delta = 0,5$  gewählt, der noch nicht im Bereich der starken Intermittenz am Grenzschichtrand liegt. In die Grafiken wurden Hilfslinien eingetragen, die den Potenzen der Wellenzahl  $k_1^{-1}$ ,  $k_1^{-5/3}$  und  $k_1^{-7}$  entsprechen.

In Tabelle 5.2 sind wichtige Parameter zu diesen Punkten aus den verschiedenen Grenzschichten zusammengestellt. Da nur eine begrenzte Anzahl von Punkten je Profil gemessen wurde, ist nicht für jede Messung genau ein Wert für das gewählte  $y^+$  bzw.  $y/\delta$  verfügbar. Die Abweichung des nächstgelegenen Punktes zu den ausgewählten Sollwerten beträgt jeweils weniger als 10%. Nur für den wandnächsten Punkt ( $y^+ = 15$ ) wurden für SW-60 und SW-80 noch Werte hinzugefügt, die deutlich weiter entfernt sind. Die vollständigen Profile von  $Re_\lambda$  für die untersuchten Grenzschichten sind in Abbildung 5.1 dargestellt.

Die Spektren für  $u'$  wurden ausschließlich aus Messungen mit Einzel-Hitzdrahtsonden bestimmt, da diese auch in unmittelbarer Wandnähe messen können. Die Spektren für  $v'$ ,  $u'v'$  und  $w'$  wurden mit 3-Draht-Sonden gemessen. Um eine gute Frequenzauflösung und gleichzeitig eine ausreichende Konvergenz der Spektren zu erreichen, wurden die Zeitschriebe mit zwei verschiedene Frequenzauflösungen ausgewertet. Die dargestellten Spektren bestehen aus einem fein aufgelösten Spektrum ( $f < 200$  Hz) und dem gröber aufgelösten Spektrum ( $f > 200$  Hz). Der Übergang zwischen diesen beiden Be-

reichen ist zum Teil durch etwas stärkeres Rauschen im fein aufgelösten Teil erkennbar.

Die Auftragung erfolgt für die meisten normierten Wellenzahlspektren derart, dass die Fläche unter der Kurve gerade  $\overline{u'^2}/u_\tau^2$  entspricht (das gilt nicht für die Kolmogorov-Skalierung). Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind zumeist nur vier Spektren gleichzeitig in einer Grafik dargestellt, die aber den verfügbaren Reynoldszahl-Bereich repräsentieren.

## Einfluss der räumlichen Mittelung

Nach Wyngaard (1968) können mit einem Hitzdraht der Länge  $l$  Wirbelstrukturen aufgelöst werden, deren Wellenzahl maximal  $k_{max} \approx 1/l$  entspricht. Das bedeutet für die verwendeten Sonden ein  $k_{1,max}$  von ungefähr 2000. In Abbildung 5.28 ist diese Wellenzahl beispielhaft für zwei Messungen im LaWiKa bzw. DNW bei  $y^+ = 200$  in Frequenzen umgerechnet. Das heißt, dass das Spektrum oberhalb 2,2 kHz bzw. 7,5 kHz durch räumliche Mittelungseffekte verfälscht wird. Für die gleichen Spektren in Kolmogorov-Skalierung würde der Beginn dieses Bereiches Werten von  $k\eta = 0,27$  bzw.  $k\eta = 0,09$  entsprechen.

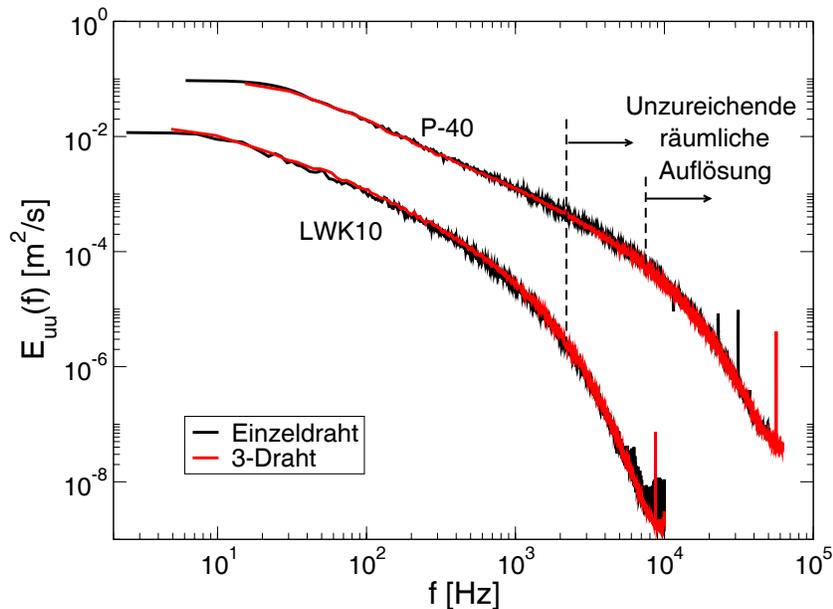


ABBILDUNG 5.28: Beispiel zweier Frequenz-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa ( $Re_{\delta_2} = 4570, Re_\lambda = 160$ ) und DNW ( $Re_{\delta_2} = 39000, Re_\lambda = 325$ ) bei  $y^+ = 200$ . Markiert sind die Frequenzbereiche, in denen die Turbulenzstrukturen nur noch unvollständig aufgelöst werden (Kriterium nach Wyngaard).

Eine Abschätzung des Einflusses der räumlichen Mittelung auf den oberhalb der berechneten Wellenzahl  $k_{1,max}$  liegenden Teil des Spektrums findet sich z.B. bei Zhao & Smits (2007). Danach würden bei der LaWiKa-Messung LWK10 und einem Wandabstand von  $y^+ = 200$  eine mindestens 10%-ige Dämpfung des Spektrums für Wellenzahlen  $k_{1,10\%} > 3000 \text{ m}^{-1}$  auftreten ( $k_{1,10\%}\eta = 0,4$ ). Bei P-40 und SW-80 tritt eine derartige Dämpfung für Wellenzahlen  $k_{1,10\%} > 1400 \text{ m}^{-1}$  auf (P-40:  $k_{1,10\%}\eta = 0,06$ , SW-80:  $k_{1,10\%}\eta = 0,05$ ). Für größere Wandabstände nimmt die Dissipation stark ab, so dass die Kolmogorov-Länge  $\eta$  größer wird und damit auch die dimensionslose Wellenzahl  $k_1\eta$ , ab der eine entsprechende Dämpfung auftritt.

In Abbildung 5.28 sind für LWK10 bei 10 kHz und für P-40 oberhalb von 20 kHz einige Überhöhungen (Peaks) im Spektrum zu sehen. Diese Peaks resultieren aus Schwingungen der Sensordrähte, Sensorzinken, der Sonde oder der ganzen Traverse, die sowohl durch die Strömung selbst (instationäre Ablösungen) als auch durch Schwingungen der Windkanalwände (DNW) angeregt wurden. Sie sind in den Spektren bei großen Wellenzahlen zu erkennen. Wird das Spektrum mit einem Vielfachen der Wellenzahl multipliziert (z.B. mit  $k^{5/3}$  im Abschnitt Proportionalitätsbereiche), werden diese Peaks durch die großen Wellenzahlen deutlich verstärkt. Dieser Effekt betrifft besonders die DNW-Messung SW-80, da hier auch die Anregungen durch den Antrieb und die aerodynamischen Kräfte entsprechend groß waren.

Schließlich kommt es in unmittelbarer Wandnähe (z.B. Spektren bei  $y^+ = 15$ ) zu Peaks im Spektrum, die bei relativ kleinen Frequenzen auftreten (nur DNW). Dabei handelt es sich um Schwingungen der Messoberfläche (P-40: ca. 120 Hz, SW-80: ca. 240 Hz) die durch Vibrationen des Antriebs und die aerodynamischen Kräfte in der Mess-Strecke angeregt wurden (siehe z.B. Abbildung 5.29).

### 5.5.1 Skalierung der $u'$ -Spektren

In den Abbildungen 5.29 und 5.30 sind die Wellenzahlspektren für konstantes  $y^+$  bzw.  $y/\delta$  mit dem Wandabstand  $y$  normiert.

Für  $y^+ = 15$  ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Spektren über nahezu den gesamten Wellenzahlbereich. Im Bereich großer Wellenzahlen wird die Aussagekraft der Grafik aber durch die erwähnte räumliche Mittelung über kleinere Strukturen beeinträchtigt. Für den zweiten Wandabstand im Innenbereich  $y^+ = 200$  ist die Übereinstimmung zwischen den Spektren nur auf einen kleinen Wellenzahlbereich nahe  $k_1y = 1$  beschränkt. Für die beiden anderen Wandabstände erhält man gute Übereinstimmung zwischen den Spektren für  $k_1y < 10$  ( $y/\delta = 0,1$ ) bzw.  $k_1y < 40$  ( $y/\delta = 0,5$ ). Dies legt nahe, dass die Turbulenzstruktur in

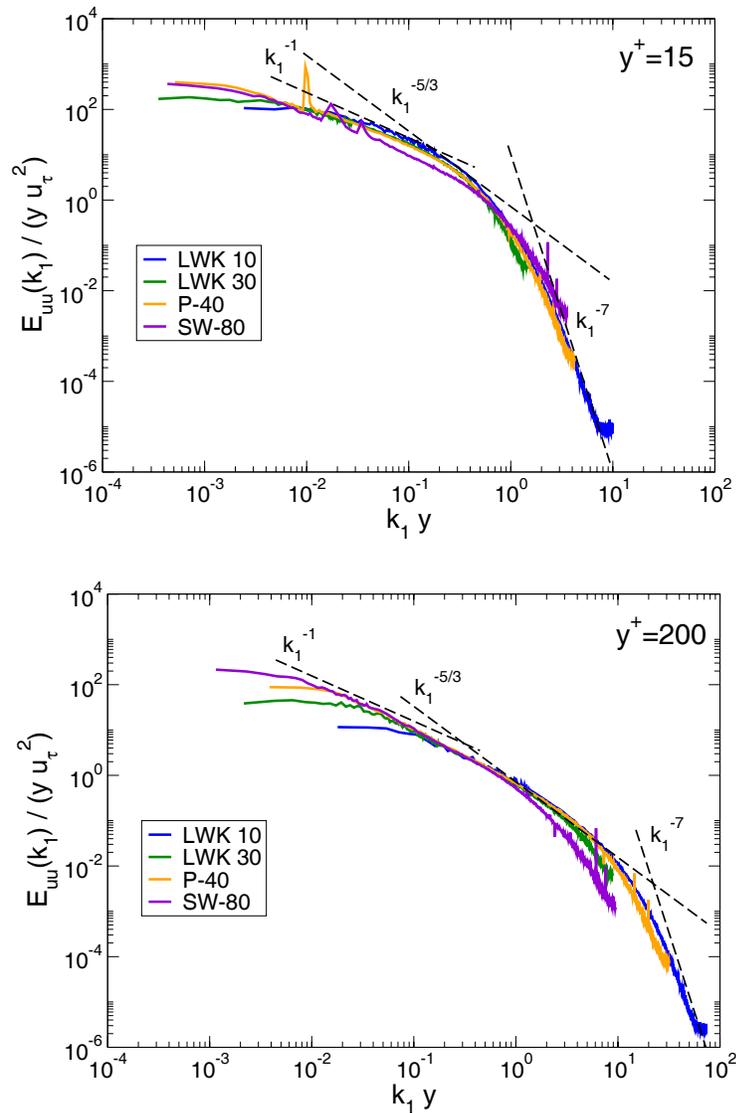


ABBILDUNG 5.29: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW für  $y^+ = 15$  (oben) und  $y^+ = 200$  (unten) skaliert mit dem Wandabstand  $y$ . Gleichung (5.1)

unmittelbarer Wandnähe ( $y^+ = 15$ ) nicht bzw. nur unwesentlich von der Reynoldszahl (innerhalb der untersuchten Grenzen) abhängt. Für die beiden Wandabstände  $y/\delta = 0,1$  und  $y/\delta = 0,5$  ist eine Universalität für die großskaligen Strukturen mit kleiner Wellenzahl zu beobachten. Eine quantitative Aussage zu den Abweichungen im Bereich großer Wellenzahlen ist durch die Überlagerung der Effekte der räumlichen Mittelung mit den durch die Variation der Reynoldszahl bedingten Unterschieden in der kleinskaligen Turbulenzstruktur nicht möglich.

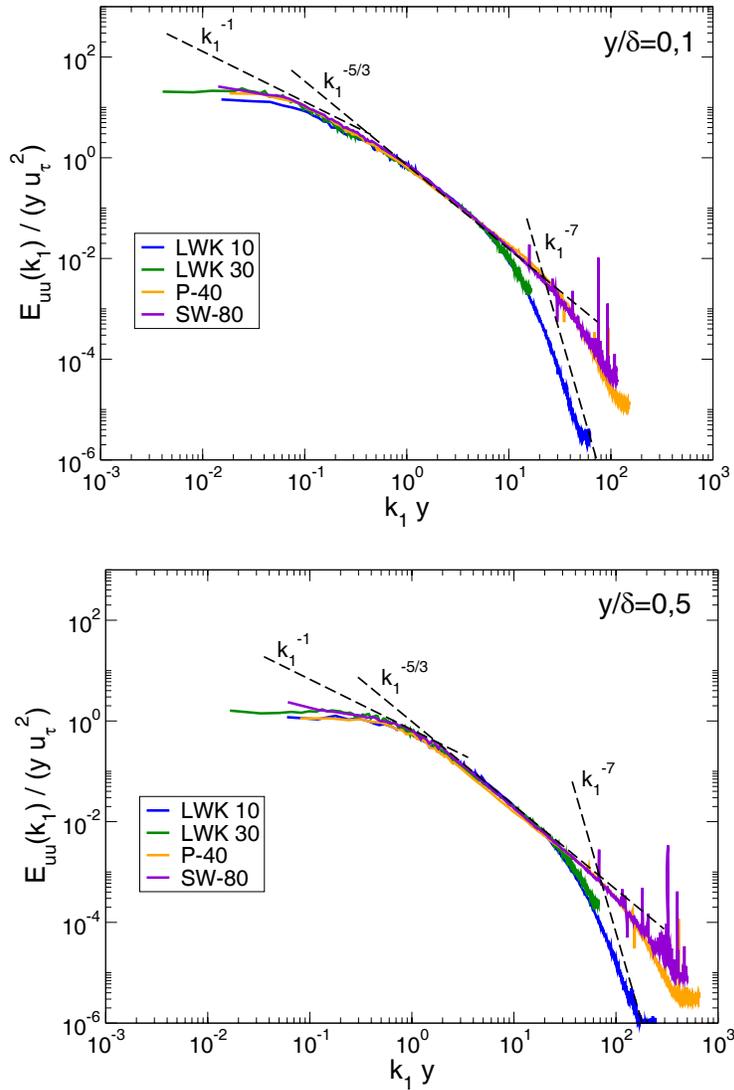


ABBILDUNG 5.30: Wellenzahl-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y/\delta = 0,1$  (oben) und  $y/\delta = 0,5$  (unten) skaliert mit dem Wandabstand  $y$ . Gleichung (5.1)

Wegen der Verschiebung der Spektren zu höheren Werten von  $k_1 y$  und der Ordinate für Spektren mit verschiedenen Wandabständen (vgl. z.B. Abbildung 5.29, oben und Abbildung 5.30, unten) ist diese Art der Auftragung mit dem Wandabstand als Scharparameter nicht geeignet.

Anhand der in den Spektren eingetragenen Hilfslinien, die proportional zu  $k_1^{-1}$ ,  $k_1^{-5/3}$  und  $k_1^{-7}$  verlaufen, erkennt man, dass der Dissipationsteil des Spektrums ( $k_1^{-7}$ ) nur für die kleinste Reynoldszahl (LWK10) ausreichend erfasst wird. Für die größeren Reynoldszahlen ist neben den Effekten der räumlichen Mittelung auch die Abtastrate der Messung zu gering, um entsprechende Aussagen zu ermöglichen. Diese Einschränkung betrifft ebenso alle weiteren Skalierungen, die im Folgenden noch untersucht werden. Der mit der Produktion verknüpfte Teil des Spektrums ( $k_1^{-1}$ ) ist nur sehr klein. Mit Ausnahme des kleinsten Wandabstandes ist für alle Spektren eine  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität zu beobachten, deren Umfang jedoch mit der Reynoldszahl und dem Wandabstand variiert.

Da die Wellenzahl-Bereiche, in denen die erwähnten Proportionalitäten auftreten, in dieser Darstellung nur schwer zu quantifizieren sind, wird dieser Aspekt durch eine andere Auftragung im Abschnitt "Proportionalitätsbereiche" näher untersucht.

In den Abbildungen 5.31 und 5.32 sind die Wellenzahlspektren mit inneren Variablen normiert. Bei den Spektren aus dem Innenbereich ( $y^+ = 15$  und  $y^+ = 200$ ) ist für Wellenzahlen  $k_1\nu/u_\tau > 10^{-3}$  ein nahezu gleicher Verlauf zu erkennen. Die Abweichung für das Spektrum bei der höchsten Reynoldszahl (SW-80) wird vermutlich durch den größeren Wandabstand ( $y^+ = 54$  statt  $y^+ = 15$ ) bedingt, da sich die Abnahme der gemittelten Schwankungen  $\overline{u'^2}$  bei  $y^+ > 50$  gegenüber dem Maximalwert bei  $y^+ = 15$  auch auf die spektrale Verteilung auswirkt. Ein dichter an der Wand gelegener Messwert steht für dieses Profil jedoch nicht zur Verfügung.

Es wird auch in dieser Darstellung deutlich, dass die kleineren Strukturen in Wandnähe unabhängig von der Reynoldszahl eine Ähnlichkeit aufweisen, aber Abweichungen für kleine Wellenzahlen auftreten.

Für die Spektren der zwei festen Wandabstände  $y/\delta = 0,1$  und  $y/\delta = 0,5$  sind über den gesamten Wellenzahlbereich keine ausgeprägten Ähnlichkeiten zwischen den Spektren bei verschiedenen Reynoldszahlen zu erkennen. Diese Beobachtung ist direkt mit der Normierung der Profile von  $u'$  verknüpft, für die außerhalb des wandnächsten Bereiches ( $y^+ \leq 100..150$ ) auch keine Reynoldszahl-Unabhängigkeit mit inneren Variablen gefunden wurde.

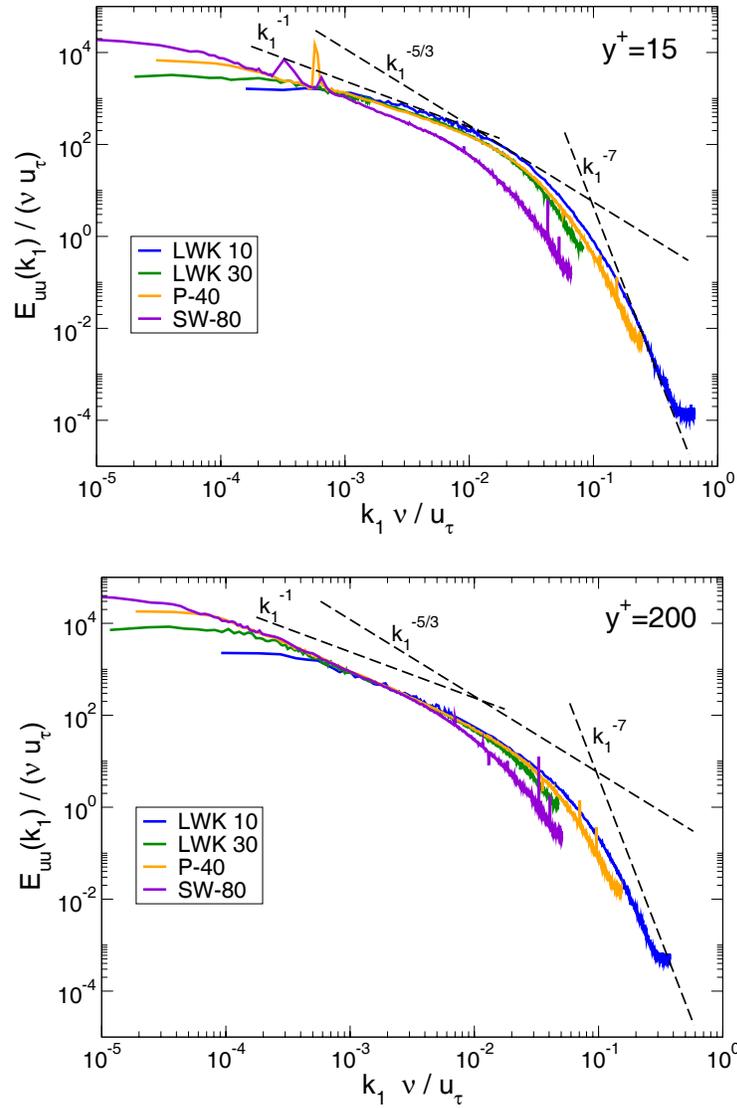


ABBILDUNG 5.31: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y^+ = 15$  (oben) und  $y^+ = 200$  (unten) skaliert mit inneren Variablen  $\nu$  und  $u_\tau$ . Gleichung (5.2)

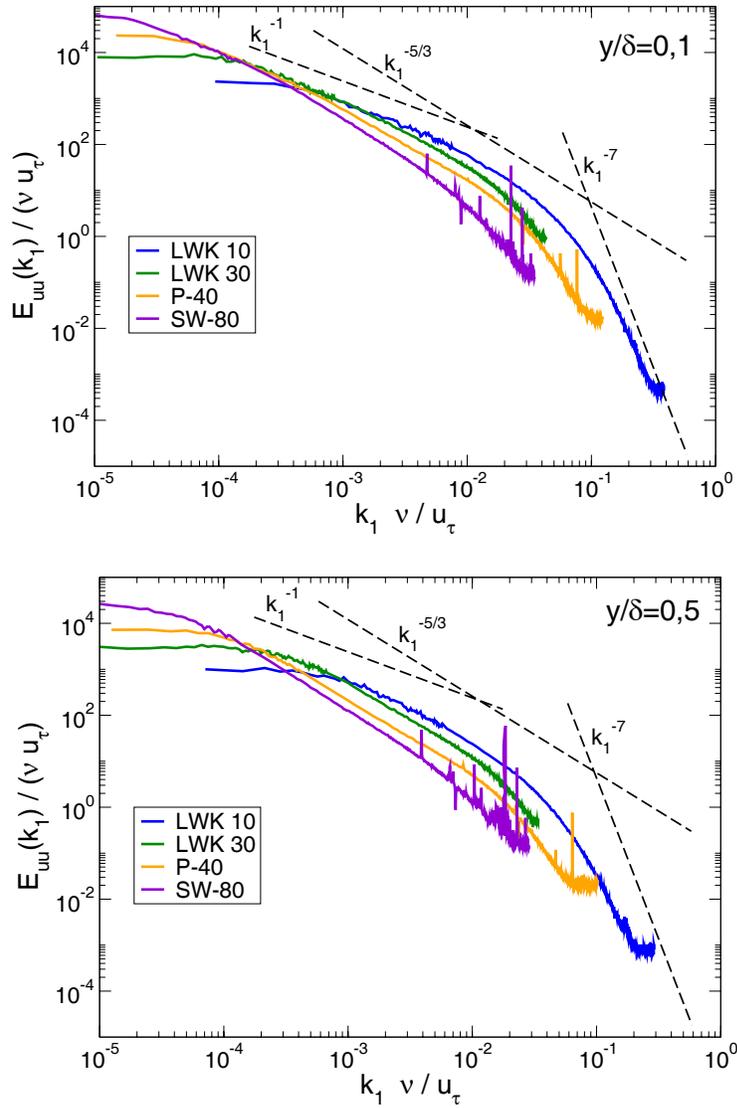


ABBILDUNG 5.32: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y/\delta = 0,1$  (oben) und  $y/\delta = 0,5$  (unten) skaliert mit inneren Variablen  $\nu$  und  $u_\tau$ . Gleichung (5.2)

In den Abbildungen 5.33 und 5.34 sind die Wellenzahlspektren mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  normiert (Außenskalierung). Erwartungsgemäß ist diese Art der Skalierung vor allem für großräumige Strukturen geeignet, die sich durch kleine und mittlere Wellenzahlen auszeichnen. Der Bereich der Reynoldszahl-Unabhängigkeit erstreckt sich für die Wandabstände  $y^+ = 15$  und  $y^+ = 200$  bis ungefähr  $k_1 \delta = 40$ .

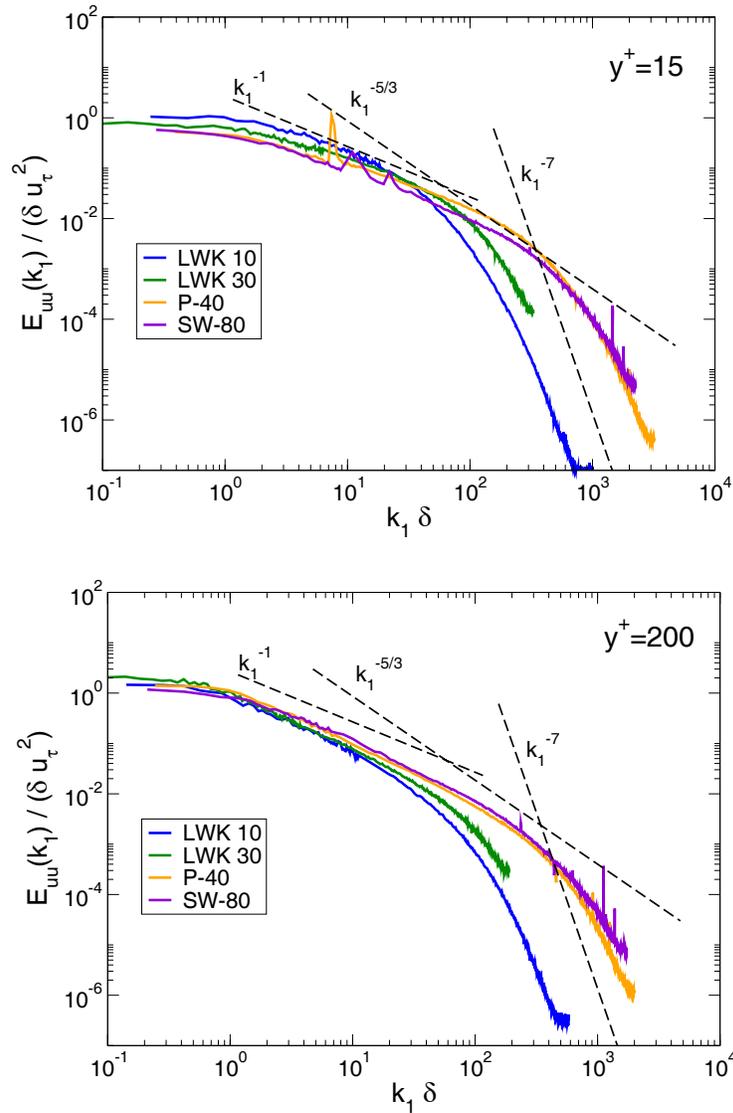


ABBILDUNG 5.33: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y^+ = 15$  (oben) und  $y^+ = 200$  (unten) skaliert mit der Grenzschichtdicke  $\delta$ . Gleichung (5.3)

Für  $y/\delta = 0,1$  und  $y/\delta = 0,5$  ist dieser Bereich noch etwas größer, und erstreckt sich bis ca.  $k_1\delta = 80$ . Zhao & Smits (2007) finden ein Zusammenfallen der Spektren in dieser Normierung auch für  $E_{vv}$  bei Messungen in einer Rohrströmung mit variabler Reynoldszahl, wenn sie den gleichen Wandabstand haben ( $y/R = 0,05$  bzw.  $y/R = 0,1$ ).

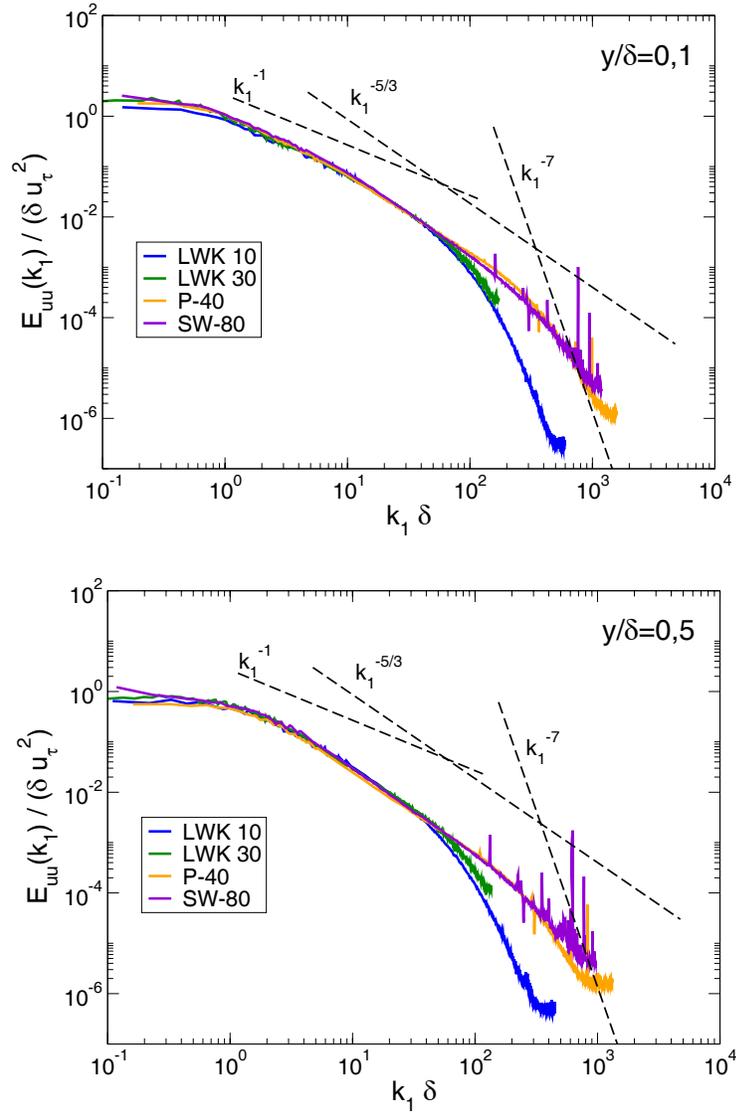


ABBILDUNG 5.34: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y/\delta = 0,1$  (oben) und  $y/\delta = 0,5$  (unten) skaliert mit der Grenzschichtdicke  $\delta$ . Gleichung (5.3)

In den Abbildungen 5.35 und 5.36 sind die Wellenzahlspektren mit Kolmogorov-Größen normiert. Erwartungsgemäß ist diese Art der Skalierung vor allem für kleine Strukturen geeignet, die sich durch mittlere und große Wellenzahlen auszeichnen. Der Bereich der Reynoldszahl-Unabhängigkeit erstreckt sich für die Wandabstände  $y^+ = 15$  und  $y^+ = 200$  bis ungefähr  $k_1\eta = 0,003$  und für  $y/\delta = 0,1$  und  $y/\delta = 0,5$  bis etwa  $k_1\eta = 0,01$ .

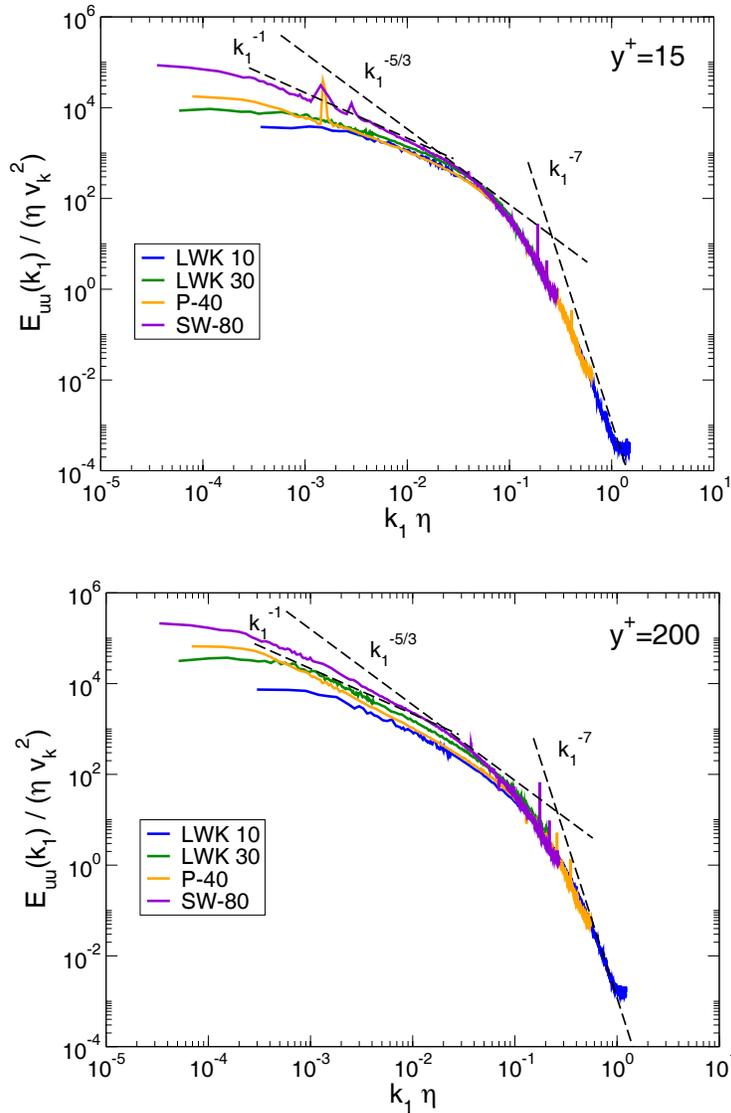


ABBILDUNG 5.35: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y^+ = 15$  (oben) und  $y^+ = 200$  (unten) skaliert mit Kolmogorov-Größen. Gleichung (5.4)

Die Übereinstimmung der Spektren im Bereich großer Wellenzahlen in dieser Darstellung ist erstaunlich angesichts des mit der Reynoldszahl steigenden Einflusses der räumlichen Mittelung kleinskaliger Strukturen. Eine mögliche Erklärung für diese Beobachtung ist die Bestimmung der Kolmogorov-Größen  $\eta$  und  $v_k$  aus dem Dissipationsspektrum, das ebenfalls durch räumliche Mittelung beeinflusst wird. Somit kann es zu einer (teilweisen) Kompensation dieses Effektes kommen.

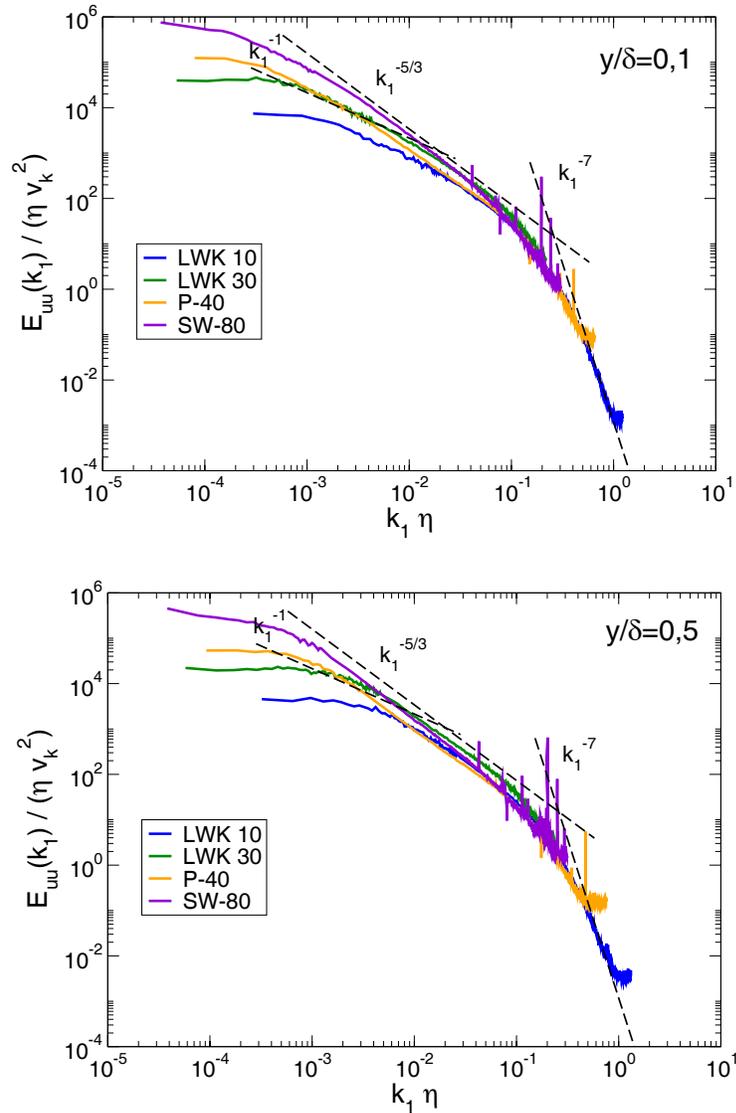


ABBILDUNG 5.36: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y/\delta = 0,1$  (oben) und  $y/\delta = 0,5$  (unten) skaliert mit Kolmogorov-Größen. Gleichung (5.4)

Im Bereich kleiner Wellenzahlen fächern die Spektren entsprechend der jeweiligen Reynoldszahl  $Re_\lambda$  auf. Die Energie bei kleinen Wellenzahlen ist umso größer, je größer  $Re_\lambda$  ist. Dieses Verhalten ist auch in einer Sammlung von Daten zu sehen, die Saddoughi & Veeravalli (1994) zum Vergleich mit ihren eigenen Daten aufgetragen haben. Die räumliche Mittelung der Sensoren ( $Re_\lambda = 1450$ ,  $l/\eta = 5, 5$ ) bewirkt auch bei Saddoughi & Veeravalli (1994) keine signifikante Abweichung von der universellen Form des Spektrums in Kolmogorov-Normierung bei großen Wellenzahlen.

Im Folgenden werden noch zwei spezielle Skalierungen untersucht, die in früheren Untersuchungen verwendet wurden.

Warnack & Fernholz (1998) konnten zeigen, dass mit einer auf anisotrope Strömungen verallgemeinerten Kolmogorov-Normierung Spektren aufeinander fallen, wenn sie das gleiche  $Re_\lambda$  aufweisen.

Wie in Abbildung 5.37 zu sehen ist, sind die so normierten Spektren mit gleichem  $Re_\lambda$  unabhängig vom Wandabstand und von der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  des Grenzschichtprofils. Die Abweichung für kleine Wellenzahlen bei dem Spektrum LWK30 ( $Re_\lambda = 450$ ) könnte durch die deutlich geringere Grenzschichtdicke im Vergleich zu den Messungen aus dem DNW bedingt sein, die die maximale Größe der energietragenden Strukturen beschränkt.

Die von Fernholz et al. (1995) verwendete Normierung der Frequenzspektren mit  $\nu$  und  $u_\tau$  (Gleichung (5.5)) ist für Spektren unterschiedlicher Reynoldszahlen für zwei verschiedene dimensionslose Wandabstände in Abbildung 5.38 dargestellt.

Der Wandabstand  $y^+ = 200$  gehört für alle untersuchten Grenzschichten zum Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes. Der zweite untersuchte Wandabstand  $y^+ = 1000$  liegt für LWK10 bereits im Außenbereich der Grenzschicht ( $y/\delta \approx 0, 6$ ), für LWK30 bei  $y/\delta \approx 0, 25$ . Die Spektren fallen in dieser Darstellung nur für mittlere und große Frequenzen zusammen, wobei die Abweichungen bei der größten Reynoldszahl (SW-80) vermutlich wieder auf Mittelungseffekte der Sonde zurückzuführen sind. Die Reynoldszahl-Abhängigkeit für kleine Frequenzen ist jedoch für beide Wandabstände deutlich zu sehen. Analog zur Innenskalierung von  $u'$  werden die Abweichungen zwischen den Spektren mit wachsendem Wandabstand  $y^+$  größer.

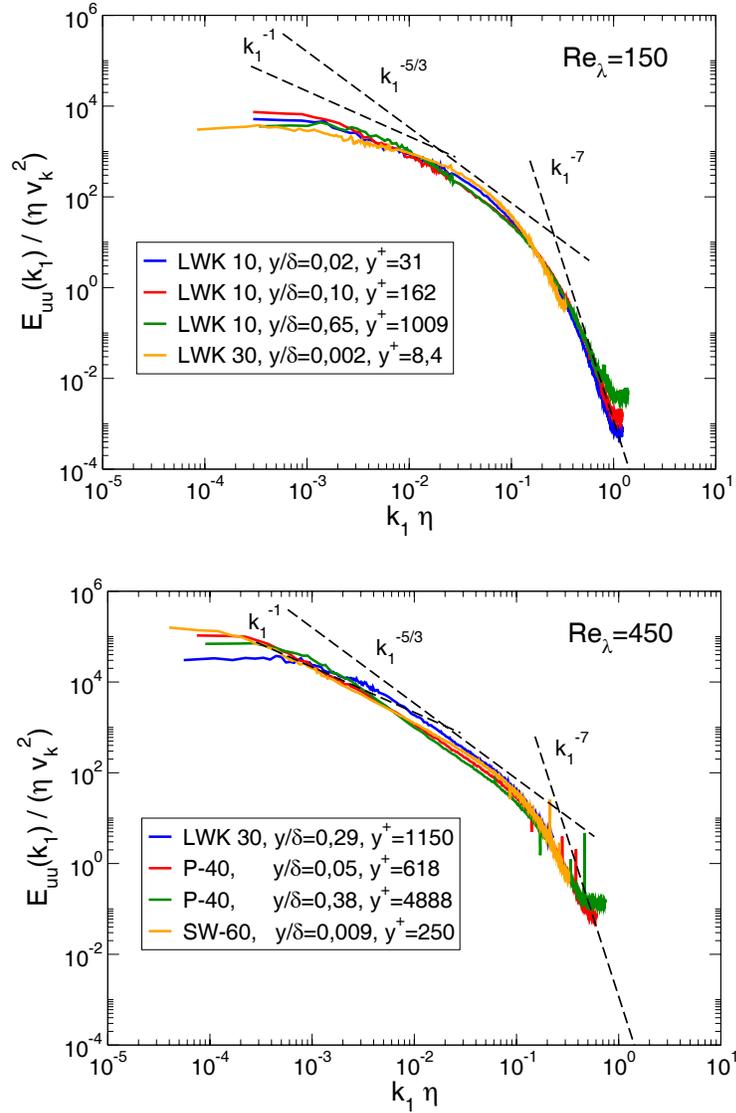


ABBILDUNG 5.37: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW für Wandabstände mit  $Re_\lambda = 150$  (oben) und  $Re_\lambda = 450$  (unten) skaliert mit Kolmogorov-Größen. Gleichung (5.4)

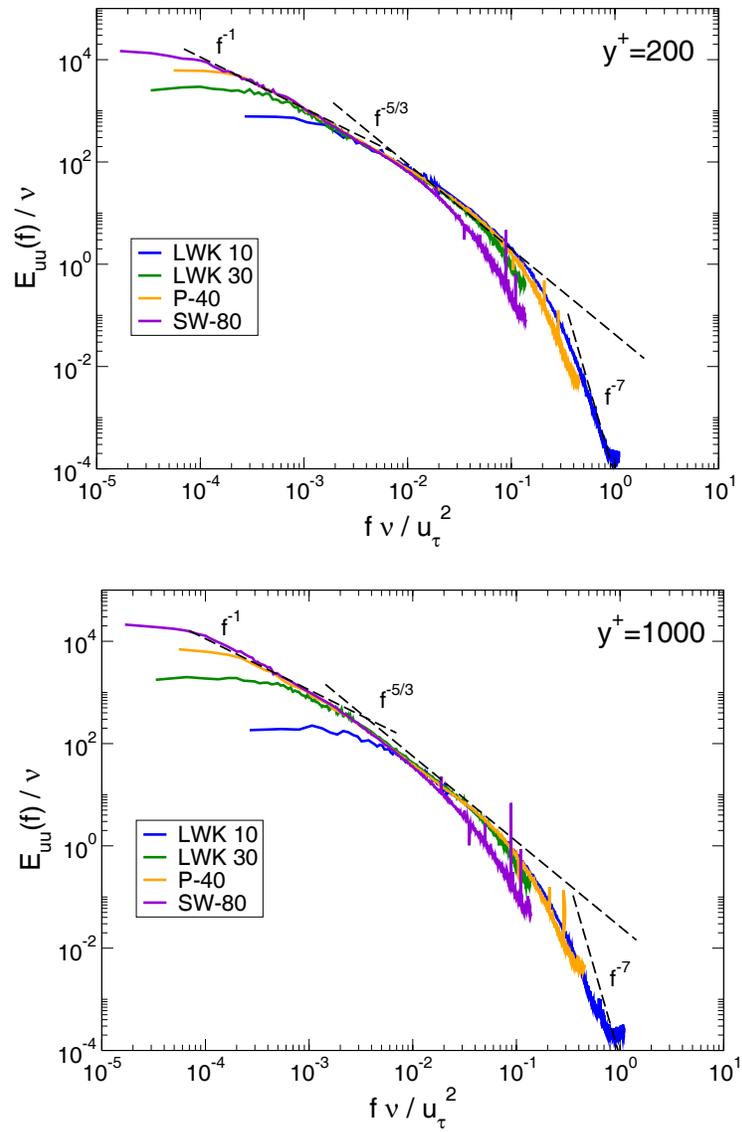


ABBILDUNG 5.38: Normierte Frequenz-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y^+ = 200$  (oben) und  $y^+ = 1000$  (unten) skaliert mit inneren Variablen  $\nu$  und  $u_\tau$ .

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass keine der gezeigten Auftragungen in der Lage ist, die Spektren für verschiedene Reynoldszahlen über den gesamten Wellenzahl- bzw. Frequenzbereich durch eine einzige Funktion wiederzugeben. Stattdessen ist – ähnlich wie bei der Skalierung der Geschwindigkeitsprofile – eine bereichsweise Normierung der Spektren möglich (Tabelle 5.3)

Normierung	Innenbereich ( $y^+ = 15, y^+ = 200$ )	Außenbereich ( $y/\delta = 0, 1, y/\delta = 0, 5$ )
mit Wandabstand $\frac{E_{ab}(k_1 y)}{u_\tau^2} = f(k_1 y, Re, \dots)$	Mittlere Wellenzahlen	Kleine Wellenzahlen
mit viskoser Länge $\frac{E_{ab}(k_1 \nu / u_\tau)}{u_\tau^2} = f(k_1 \nu / u_\tau, Re, \dots)$	Leichte Reynoldszahl- Abhängigkeit verbleibt bei großen Reynoldszahlen	—
mit Grenzschichtdicke $\frac{E_{ab}(k_1 \delta)}{u_\tau^2} = f(k_1 \delta, Re, \dots)$	Kleine Wellenzahlen	Kleine und mittlere Wellenzahlen
mit Kolmogorov-Größen $\frac{E_{ab}(k_1)}{(\epsilon \nu^5)^{1/4}} = f(k_1 \eta, Re, \dots)$	Mittlere und große Wellenzahlen	Mittlere und große Wellenzahlen

TABELLE 5.3: Zusammenfassung der Skalierungsmöglichkeiten für Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$

Bei niedrigen Wellenzahl ist es durch eine Skalierung mit  $\delta$  (Gleichung 5.3) bzw. mit dem Wandabstand  $y$  (Gleichung 5.1) möglich, Spektren bei unterschiedlicher Reynoldszahl aber gleichem Wandabstand zur Deckung zu bringen. Da die niedrigen Wellenzahlen mit großskaligen Turbulenzstrukturen verknüpft sind, die durchaus in der Größenordnung der Grenzschichtdicke liegen, ist dieses Ergebnis plausibel. Bei Verwendung des Wandabstandes  $y$  zur Normierung der Spektren ist ein Vergleich von Spektren mit unterschiedlichem Wandabstand nicht sinnvoll, da gleiche Wellenzahlen nicht an der gleichen Position dargestellt werden.

Für mittlere und große Wellenzahlen ist die Normierung mit Kolmogorov-Größen in der Lage, die Spektren aus Messungen bei verschiedenen Reynoldszahlen gleichermaßen gut wiederzugeben. Dabei scheint die Berechnung dieser Größen aus dem Dissipationsspektrum Fehler aufgrund unzureichender räumlicher Auflösung der Sensoren zumindest teilweise zu kompensieren.

Spektren mit der gleichen Reynoldszahl  $Re_\lambda$  fallen in der Normierung mit Kolmogorov-Größen über den gesamten Wellenzahl-Bereich zusammen, unabhängig vom Wandabstand des jeweiligen Messpunktes und der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  des Grenzschichtprofils. Diese bereits von Warnack & Fernholz (1998) beschriebene Beobachtung bestätigt die Wichtigkeit der mit der Taylor-Länge gebildeten Reynoldszahl  $Re_\lambda$  zur Beschreibung der Turbulenzstruktur. Mit steigender Reynoldszahl  $Re_\lambda$  vergrößert sich auch der inertielle Zwischenbereich, der durch eine  $k^{-5/3}$ -Proportionalität im Wellenzahlspektrum gekennzeichnet ist.

Die Normierung mit inneren Variablen ( $\nu$  und  $u_\tau$ ) ist zur dimensionslosen Darstellung von Wellenzahl- und Frequenzspektren weniger gut geeignet, da sich für verschiedene Reynoldszahlen nur ein sehr kleiner universeller Bereich ergibt.

### 5.5.2 Skalierung der $v'$ -, $w'$ -, und $u'v'$ -Spektren

Durch die Verwendung von Mehrdraht-Sonden ist es möglich, neben den Spektren für die Hauptströmungskomponente auch die Turbulenz in Wandnormalen-Richtung und in Spannweitenrichtung zu untersuchen. Diese Spektren sind bisher nur selten untersucht worden (z.B. Saddoughi & Veeravalli, 1994; Zhao & Smits, 2007). Alle im Folgenden dargestellten Daten wurden mit Dreidraht-Sonden gemessen und sind daher noch etwas stärker von Effekten der räumlichen Mittelung betroffen als die Einzeldraht-Messungen aus dem vorangegangenen Abschnitt. Außerdem ist durch die Baugröße der Sonde der minimale Wandabstand deutlich größer, was Messungen für  $y^+ = 15$  für die meisten Reynoldszahlen verhinderte.

Wie bei den Spektren von  $u'$  werden die Spektren von  $v'$ ,  $w'$  und  $u'v'$  für mehrere charakteristische Wandabstände aufgetragen ( $y^+ = 200$ ,  $y/\delta = 0, 1$ ,  $y/\delta = 0, 5$ ). Die für die Normierung notwendige Dissipation wurde aus der  $u$ -Komponente der 3-Draht-Sonde analog zu dem Vorgehen bei den Einzeldraht-Sonden bestimmt. Die Spektren für  $v'$  (Abbildung 5.39),  $w'$  (Abbildung 5.40) und  $u'v'$  (Abbildung 5.41) werden entsprechend der Ergebnisse für die Spektren von  $u'$  mit Kolmogorov-Größen dargestellt, was vor allem für mittlere und große Wellenzahlen vorteilhaft ist. Da der wandnächste Punkt, der für SW-80 gemessen wurde, bereits einem  $y^+ = 350$  entspricht, wurden für den Wandabstand  $y^+ = 200$  stattdessen die Spektren der Messung SW-40 aufgetragen. Der durch die Spektren abgedeckte Reynoldszahlbereich reduziert sich für diesen Wandabstand damit auf  $4570 \leq Re_{\delta_2} \leq 63900$ .

Für alle Spektren von  $v'$  und  $w'$  ist der universelle Charakter der normierten Spektren bei großen Wellenzahlen zu beobachten. Der Bereich, in dem Spektren verschiedener Reynoldszahlen aufeinander fallen, beginnt erst bei etwas größeren Wellenzahlen als bei den vergleichbaren Spektren von  $u'$ .

Saddoughi & Veeravalli (1994) hatten festgestellt, dass die Spektren von  $u'$  den größten mit der Lokalisotropie zusammenhängenden Bereich mit einer  $k^{-5/3}$ -Proportionalität aufweisen. Wird die Reynoldszahl kleiner oder der Wandabstand verringert, so nimmt die Größe dieses inertialen Zwischenbereich am stärksten bei  $v'$  ab und in weniger starkem Maße bei  $w'$ . Am geringsten ist die Abnahme bei  $u'$ . Dieses Verhalten ist beim Vergleich der Spektren von  $v'$  und  $w'$  mit denen von  $u'$  (z.B. für  $y^+ = 200$ ) bereits zu erkennen und wird im Abschnitt zu den Proportionalitätsbereichen noch genauer untersucht.

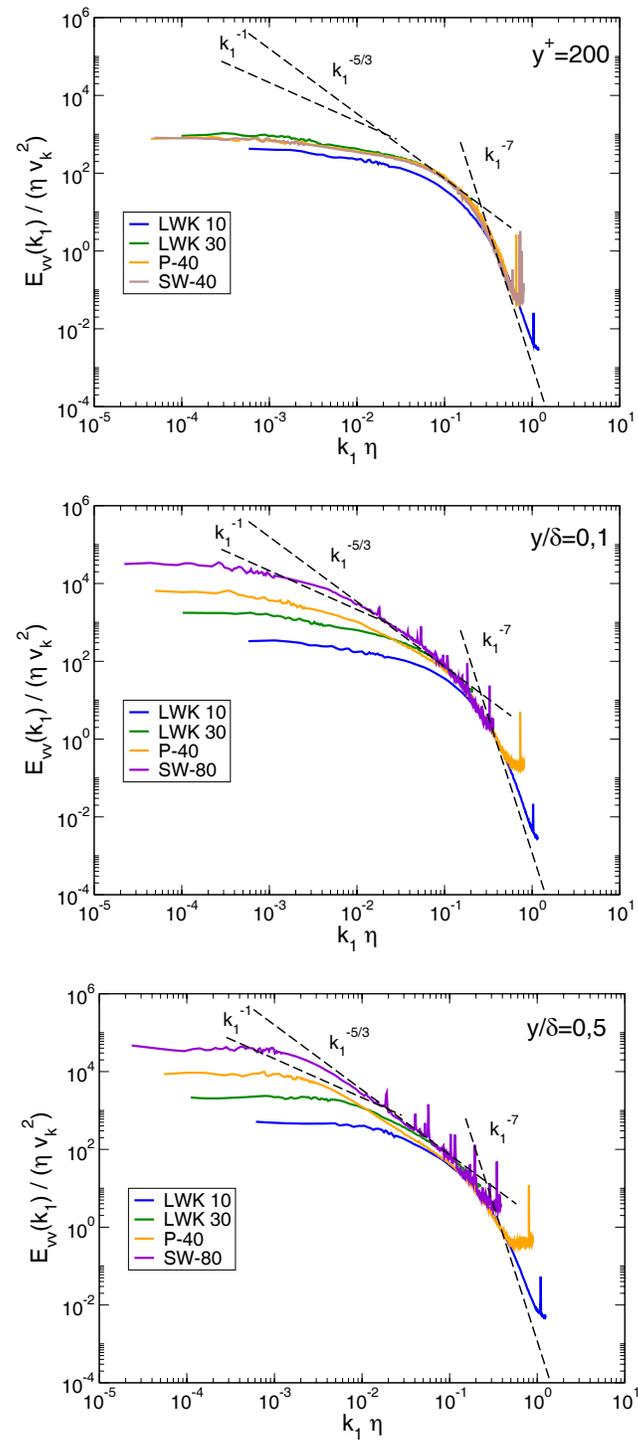


ABBILDUNG 5.39: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{v'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y^+ = 200$  (oben),  $y/\delta = 0,1$  (Mitte) und  $y/\delta = 0,5$  (unten). Skalierung mit Kolmogorov-Größen.

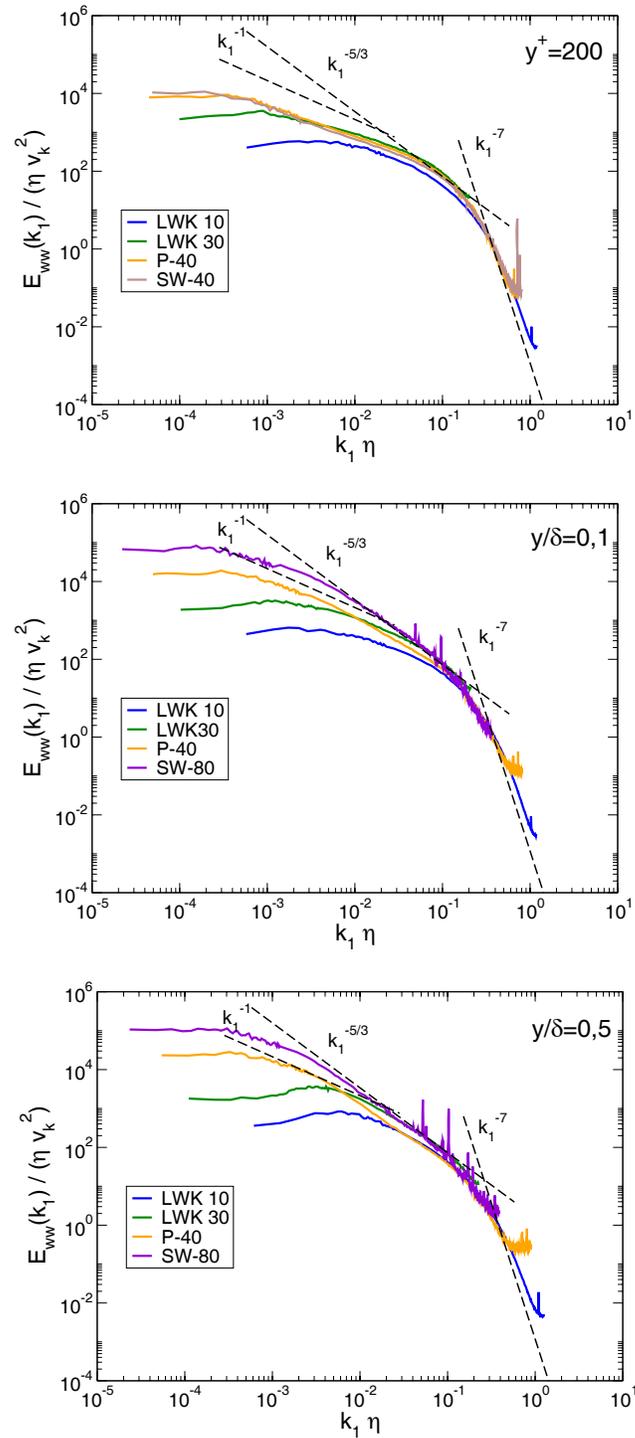


ABBILDUNG 5.40: Wellenzahl-Spektren der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{w'^2}$  aus LaWi-Ka und DNW bei  $y^+ = 200$  (oben),  $y/\delta = 0,1$  (Mitte) und  $y/\delta = 0,5$  (unten). Skalierung mit Kolmogorov-Größen.

Für LWK30 und P-40 ist die Reynoldszahl  $Re_\lambda$  sehr ähnlich. Daher ist für die Wandabstände  $y/\delta = 0,1$  und  $y/\delta = 0,5$  sowohl für  $v'$  als auch für  $w'$  ein ähnlicher Verlauf der Spektren auch bei kleinen und mittleren Wellenzahlen zu beobachten. Er unterscheidet sich in diesem Bereich deutlich von den Spektren LWK10 (niedriges  $Re_\lambda$ ) und SW-80 (großes  $Re_\lambda$ , siehe auch Tabelle 5.2).

Allerdings ist der Wert des Spektrums von LWK30 sowohl für  $v'$  als auch für  $w'$  bei den kleinsten aufgetragenen Wellenzahlen kleiner als für P-40. Dieser Trend war bereits bei den Spektren von  $u'$  zu erkennen (Abbildung 5.37) und wurde mit der geringeren Grenzschichtdicke und der daraus resultierenden Beschränkung der Größe der energietragenden Strukturen in Verbindung gebracht.

Die Reynoldszahl  $Re_\lambda$  ist für  $y^+ = 200$  nahezu identisch für LWK30, P-40 und SW-40 ( $Re_\lambda \approx 330$ ). In den Spektren für  $v'$  und  $w'$  ist der ähnliche Verlauf aller drei Spektren auch für kleine Wellenzahlen zu erkennen. Bei geringem Wandabstand ist die Beeinflussung durch die größten in der Grenzschicht vorkommenden Strukturen deutlich geringer als im Außenbereich.

Aus der Berechnung der komplexwertigen Kreuzleistungsdichtespektren von  $u'v'$  wird im Folgenden noch der Realteil (Co-Spektrum) des Spektrums betrachtet. Im Vergleich zum Imaginärteil (Quad-Spektrum) ist dieser betragsmäßig deutlich größer.

In Analogie zum Idealfall der isotropen Turbulenz, bei dem keine Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  vorhanden ist, verringert sich die Korrelation von  $u'$  und  $v'$  auch im Fall der Lokalisotropie. Daher geht das Kreuzleistungsdichtespektrum  $E_{uv}$  im Bereich großer Wellenzahlen (kleine Strukturen) gegen null (vgl. auch Saddoughi & Veeravalli, 1994). In diesem Bereich treten bei der Berechnung von  $E_{uv}$  abwechselnd positive und negative Werte ( $\overline{u'v'}$  ist negativ, daher sind die negativen Werte physikalisch sinnvoll) auf, und es kommt in der für die restlichen Spektren verwendeten Kolmogorov-Skalierung zu großen Ausreißern, die als scharfe Nadel-Peaks im Spektrum erscheinen. Daher wurde in Anlehnung an das Vorgehen von Saddoughi & Veeravalli (1994) ein Korrelationskoeffizient definiert, der Werte zwischen -1 und 1 annehmen kann:

$$R_{12}(k_1) = \frac{-E_{12}(k_1)}{[E_{11}(k_1)E_{22}(k_1)]^{1/2}} \quad (5.6)$$

Für  $u'v'$  wurde für  $y^+ = 200$  das normale Kreuzleistungsdichte-Spektrum in Kolmogorov-Skalierung aufgetragen (Abbildung 5.41), da die Lokalisotropie bei diesen Wandabstand noch nicht stark ausgeprägt ist (vgl. auch Abbildung 5.46). Die Spektren zeigen – bedingt durch die ähnliche Reynoldszahl  $Re_\lambda$  – ein Aufeinanderfallen der Spektren über den größten Teil des Wellenzahl-Spektrums.

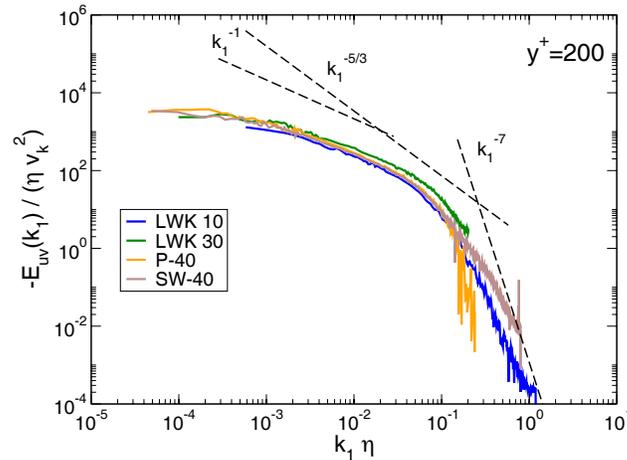


ABBILDUNG 5.41: Wellenzahl-Spektren (Co-Spektrum) der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{u'v'}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y^+ = 200$ . Skalierung mit Kolmogorov-Größen.

Für die größeren Wandabstände wurde der oben definierte Korrelationskoeffizient über der dimensionslosen Wellenzahl aufgetragen (Abbildung 5.42). Man erkennt, dass für die größeren Reynoldszahlen der Korrelationskoeffizient  $R_{12}$  für  $k_1\eta > 0,01$  nahezu null ist. Für die kleineren Reynoldszahlen (LWK10 und LWK30) verschwindet die Korrelation erst für Werte  $k_1\eta > 0,1$ . Der Abnahme der Korrelation ist an den Beginn des  $k_1^{-5/3}$ -Bereiches (Lokalisotropie) gekoppelt. Nach Saddoughi & Veeravalli (1994) ist die Korrelation für Wellenzahlen  $k_1\eta$  nahe null, die etwa eine Dekade größer sind als die Wellenzahlen bei denen zuerst eine  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität auftritt. Dieses Verhalten ist auch in den vorliegenden Daten zu beobachten (vgl. z.B. Abbildungen 5.36, 5.39 und 5.42). Deshalb geht der Korrelationskoeffizient für die kleineren Reynoldszahlen, bei denen kein ausgeprägter Lokalisotropie-Bereich vorhanden ist, erst bei größeren Wellenzahlen gegen null.

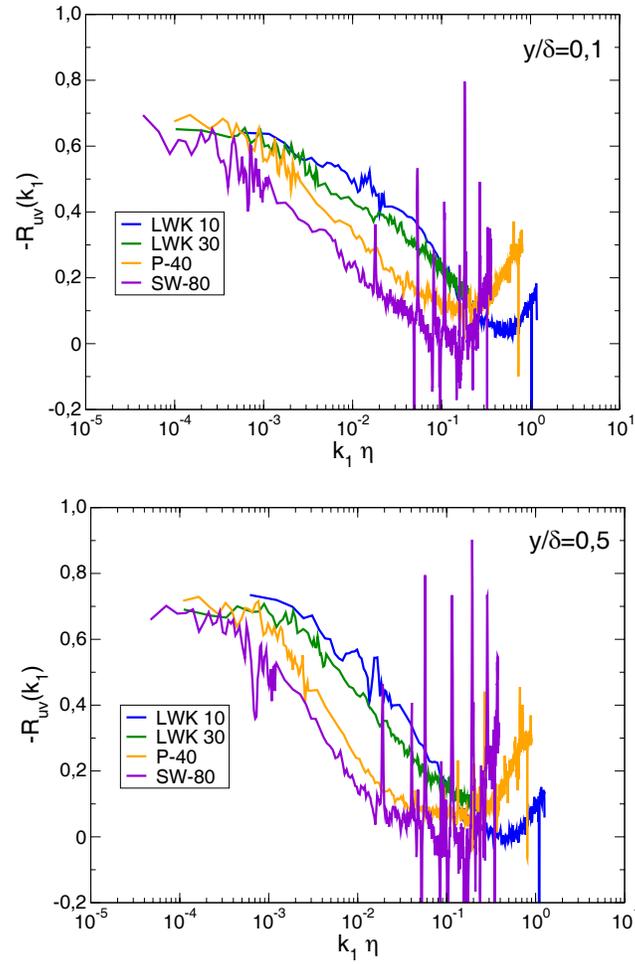


ABBILDUNG 5.42: Korrelations-Koeffizienten-Spektrum der Schwangungsgeschwindigkeit  $\overline{u'v'}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y/\delta = 0,1$  (oben) und  $y/\delta = 0,5$  (unten). Skalierung mit Kolmogorov-Länge.

### 5.5.3 Proportionalitätsbereiche

In den vorangegangenen Abbildungen der verschiedenen Spektren wurden Geraden eingezeichnet, die den möglichen Proportionalitätsbereichen der Spektren entsprechen ( $k_1^{-1}$ ,  $k_1^{-5/3}$ ,  $k_1^{-7}$ ). Eine genaue Aussage bezüglich der Ausdehnung der entsprechenden Bereiche ist jedoch nur schwer möglich. Während bei hinreichend großer Reynoldszahl fast in jedem Spektrum ein mehr oder weniger ausgedehnter  $k_1^{-5/3}$ -Bereich zu erkennen ist, ist dies für den  $k_1^{-1}$ -Bereich nicht der Fall.

Der  $k_1^{-1}$ -Bereich kennzeichnet Wellenzahlbereiche, in denen die Turbulenz mit der mittleren Strömung interagiert. Die Ergebnisse verschiedener Unter-

suchungen (siehe Abschnitt 2.2) können wie folgt zusammengefasst werden: Für große Reynoldszahlen ist eine  $k_1^{-1}$ -Proportionalität in Wandnähe zu erwarten. Die genaue Position ( $y^+ < 50$  oder im Bereich des logarithmischen Wandgesetzes) ist nicht geklärt. Die minimal erforderliche Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  ist auch nicht bekannt. Für einen Proportionalitätsbereich mit einer Ausdehnung von mindestens einer Dekade im Wellenzahl-Bereich muss  $Re_{\delta_2} > 10^5$  sein.

Es ist außerdem bekannt (z.B. Fernholz & Finley , 1996), dass das Maximum der Turbulenzproduktion  $\overline{u'v'}\frac{\partial u}{\partial y}$  nahe der Wand ( $30 \leq y^+ \leq 100$ ) auftritt.

Zur genaueren Untersuchung der  $k_1^{-1}$ -Proportionalität wurden die Wellenzahl-Spektren mit der jeweiligen Wellenzahl  $k_1$  multipliziert, was bei Vorhandensein eines  $k_1^{-1}$ -Bereiches zu einem zur Abszisse parallelen Verlauf eines derart vormultiplizierten Spektrums führt.

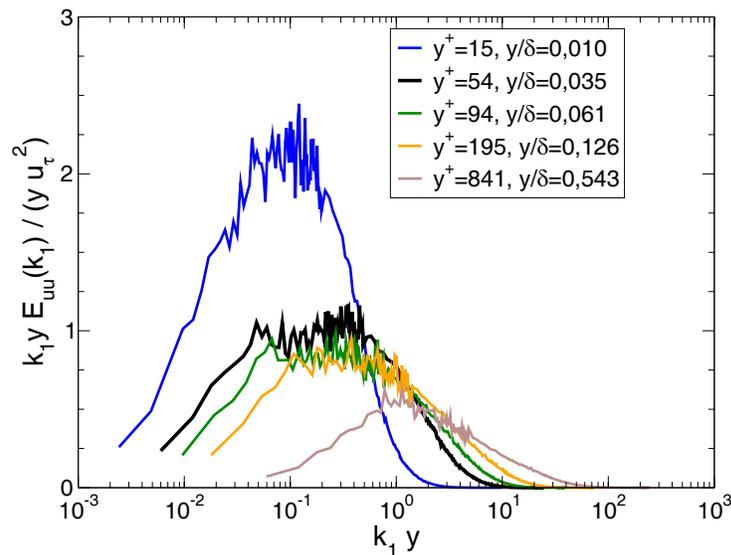


ABBILDUNG 5.43: Wellenzahl-Spektren für verschiedene Wandabstände multipliziert mit  $k_1$ . LaWiKa 10 m/s

In den Abbildung 5.43 – 5.45 wurden die mit  $k_1$  vormultiplizierten Spektren für verschiedene Wandabstände im Innenbereiches aufgetragen. Abbildung 5.43 zeigt die Spektren aus dem LaWiKa bei einer Anströmgeschwindigkeit von 10 m/s. Die dargestellten Spektren sind wie schon erwähnt aus einem fein und einem gröber aufgelösten Spektrum zusammengesetzt. Die Schwankungen, die für alle Wandabstände zu sehen sind (bei  $y^+ = 54$  zwischen  $k_1 y = 0,04$  und  $0,5$ ) sind durch die geringere Zahl von Mittelungen bei dem fein aufgelösten Spektrum bedingt. Der gedachte Mittelwert in diesem

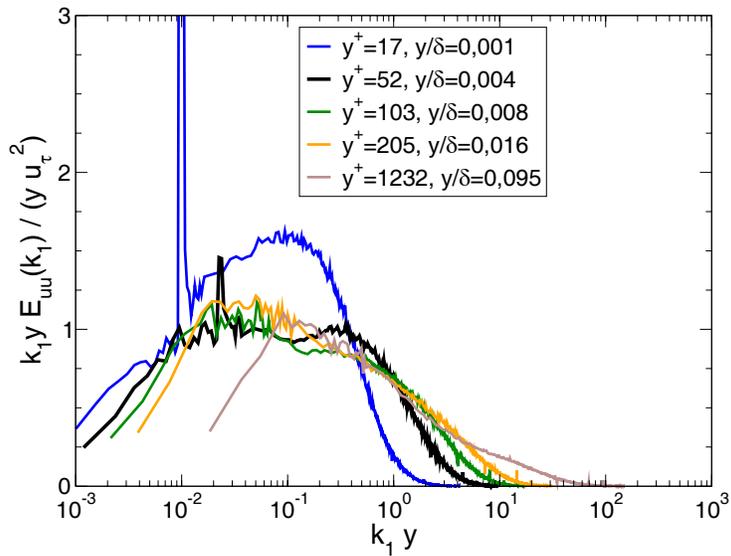


ABBILDUNG 5.44: Wellenzahl-Spektren für verschiedene Wandabstände multipliziert mit  $k_1$ . DNW P-40

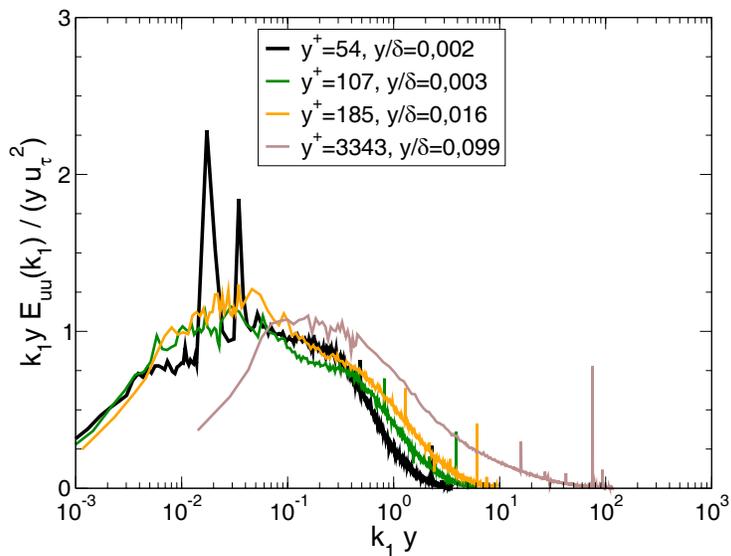


ABBILDUNG 5.45: Wellenzahl-Spektren für verschiedene Wandabstände multipliziert mit  $k_1$ . DNW SW-80

Wellenzahl-Bereich für  $y^+ = 54$  verläuft über nahezu eine Dekade parallel zur Abszisse. Auch für die etwas größeren Wandabstände  $y^+ = 94$  und  $y^+ = 195$  ist noch ein kleiner Bereich mit einer  $k_1^{-1}$ -Proportionalität zu erkennen.

In Abbildung 5.44 (Spektren von P-40) ist ebenfalls eine  $k_1^{-1}$ -Proportionalität für  $y^+ = 52$  zu erkennen, und zwar für Wellenzahlen

$0,01 \leq k_1 y \leq 0,3$ . Das Plateau liegt ebenso wie das der Spektren von LWK10 bei einem Ordinatenwert von 1. Die für  $y^+ = 52$  und  $y^+ = 17$  sichtbarer Peaks im Bereich kleiner Wellenzahlen sind – wie bereits am Anfang des Abschnitts erläutert – auf die Schwingung der Messoberfläche zurückzuführen. Für größere Wandabstände ist kein ausgeprägter Bereich der vormultiplizierten Spektren zu erkennen, der parallel zur Abszisse verläuft.

Die Spektren von SW-80 (Abbildung 5.45) zeigen nur für  $y^+ = 54$  einen Verlauf, der mit einer  $k_1^{-1}$ -Proportionalität des Spektrums zusammenhängt. Der Bereich ist nur sehr klein und wird von den starken Peaks der vibrierenden Messoberfläche unterbrochen.

Aus den dargestellten Spektren wird deutlich, dass für kleine Wandabstände  $y^+ \approx 50$  eine  $k_1^{-1}$ -Proportionalität des Spektrums existiert. Dieser erstreckt sich über ungefähr eine Dekade von Wellenzahlen. Bei kleinen Reynoldszahlen (LWK10:  $Re_{\delta_2} = 4570$ ) ist auch für größere Wandabstände im Innenbereich eine solche Proportionalität vorhanden. Bei größeren Reynoldszahlen (P-40:  $Re_{\delta_2} = 39000$  und SW-80:  $Re_{\delta_2} = 116400$ ) ist diese Proportionalität auf den wandnächsten Bereich beschränkt. Dabei ist es möglich, dass auch für Wandabstände  $y^+ < 50$  eine solche Proportionalität vorhanden ist (jedoch nicht bei kleinen Reynoldszahlen, vgl. Abbildung 5.43, LWK10). Da der  $k_1^{-1}$ -Bereich mit kleinen Wellenzahlen verknüpft ist, sind Einflüsse der räumlichen Mittelungen durch die Sensorabmessungen auf die Ergebnisse dieser Untersuchung nicht zu erwarten.

Die Ergebnisse bestätigen damit teilweise die Untersuchungen anderer Autoren bezüglich der Lage (Nickels et al. (2005):  $k^{-1}$ -Bereich in unmittelbarer Wandnähe), teilweise widerlegen sie diese (Morrison et al. (2004):  $k^{-1}$ -Bereich im Bereich des log. Wandgesetzes, Nickels et al. (2005) minimal erforderlichen Reynoldszahl).

Im Folgenden soll analog zur  $k_1^{-1}$ -Proportionalität auch der inertiale Zwischenbereich der Spektren, der mit einer  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität des Wellenzahl-Spektrums verbunden ist, untersucht werden. Dafür werden die Wellenzahl-Spektren mit der entsprechenden Potenz  $k_1^{5/3}$  multipliziert, so dass sich ein Verlauf des vormultiplizierten Spektrums parallel zur Abszisse ergibt, wenn ein inertialer Zwischenbereich existiert.

$$\frac{k_1^{5/3} E_{uu}(k_1)}{\epsilon^{2/3}} = f(k_1 \eta, Re) \quad (5.7)$$

Abbildung 5.46 zeigt die Spektren von  $u'$  für einen Wandabstand von  $y^+ = 200$ . Es ist für keine der untersuchten Reynoldszahlen ein abszissenparalleler Verlauf der vormultiplizierten Spektren zu erkennen. Für SW-80 sieht man die durch die Multiplikation mit  $k_1^{5/3}$  stark betonten Peaks, die bei

großen Frequenzen bzw. Wellenzahlen durch Schwingungen der Sonde bzw. der Sondenzinken entstehen. Sie beeinträchtigen die Analyse jedoch nicht.

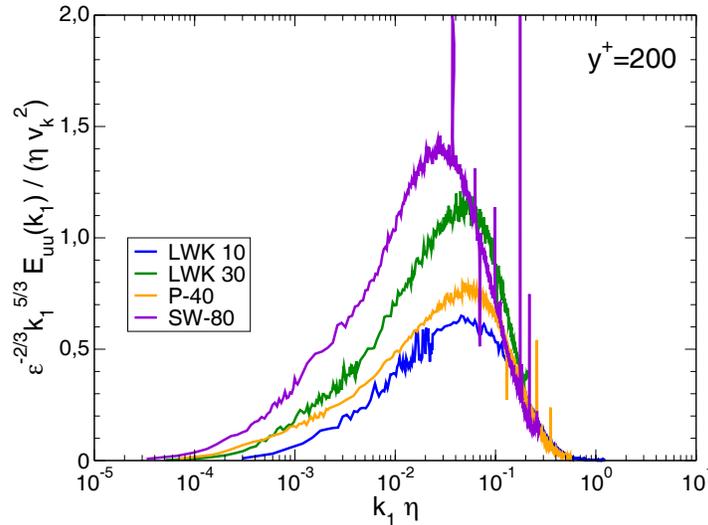


ABBILDUNG 5.46: Kompensierte Wellenzahl-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y^+ = 200$  skaliert mit Kolmogorov-Größen

In Abbildung 5.47 erkennt man deutlich die  $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität für die größeren Reynoldszahlen (P-40 und SW-80).

Nach Monin & Yaglom (1975) ist die Kolmogorov-Konstante ( $C \approx 1,5$ ) mit dem konstanten Wert des Plateaus verknüpft  $C_1 = 18/55C \approx 0,49$  (Sadoughi & Veeravalli, 1994). Die Werte aus der Messung auf der Platte P-40 stimmen näherungsweise mit diesem Wert überein während das Spektrum SW-80 deutlich darüber liegt. Allerdings ist die Bestimmung der Dissipation für SW-80 durch die räumliche Mittelung des Sensors mit Sicherheit fehlerbehaftet. Da die Spektren mit  $\epsilon^{-2/3}$  multipliziert werden, führt eine Unterschätzung der Dissipation automatisch zu einer Vergrößerung des vor-multiplizierten Spektrums. Dadurch sind vermutlich die gegenüber dem vorhergesagten Wert von 0,49 deutlich erhöhten Werte für LWK30 und SW-80 zu erklären.

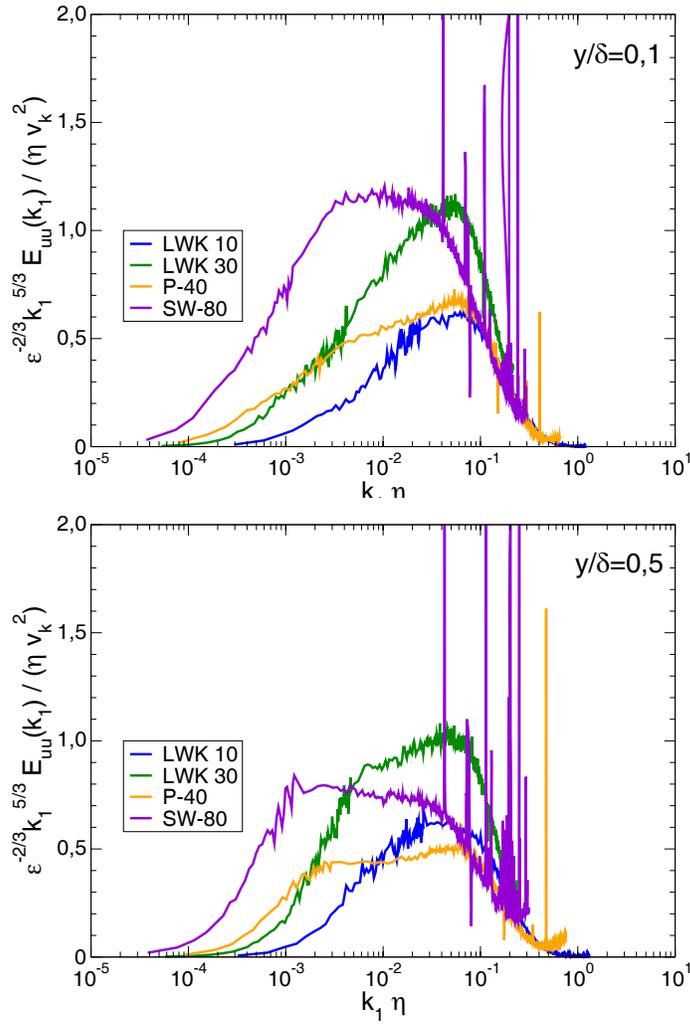


ABBILDUNG 5.47: Kompensierte Wellenzahl-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'^2$  aus LaWiKa und DNW bei  $y = 0,1\delta$  (oben) und  $y = 0,1\delta$  (unten) skaliert mit Kolmogorov-Größen.

Die Abbildungen 5.48-5.50 zeigen die vormultiplizierten Spektren für  $v'$  und  $w'$ . Für den Wandabstand von  $y^+ = 200$  ist für keine der untersuchten Reynoldszahlen ein ausgeprägter Bereich mit konstanten Werten des vormultiplizierten Spektrums vorhanden. Auch für die größeren Wandabstände ist kein ausgeprägter  $k_1^{-5/3}$ -Bereich für  $v'$  und  $w'$  zu erkennen. Tendenziell zeigt sich aber mit steigender Reynoldszahl ein annähernd abszissenparalleler Abschnitt im vormultiplizierten Spektrum, der für  $w'$  etwas größer als für  $v'$  ist.

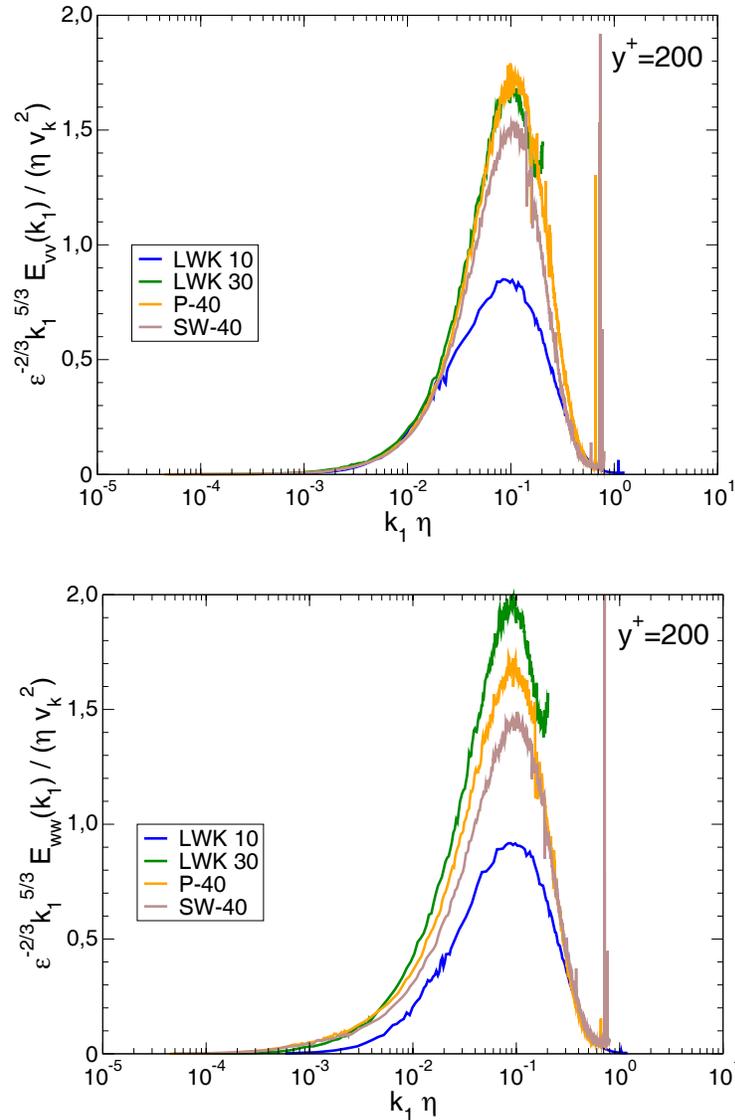


ABBILDUNG 5.48: Kompensierte Wellenzahl-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y^+ = 200$  skaliert mit Kolmogorov-Größen

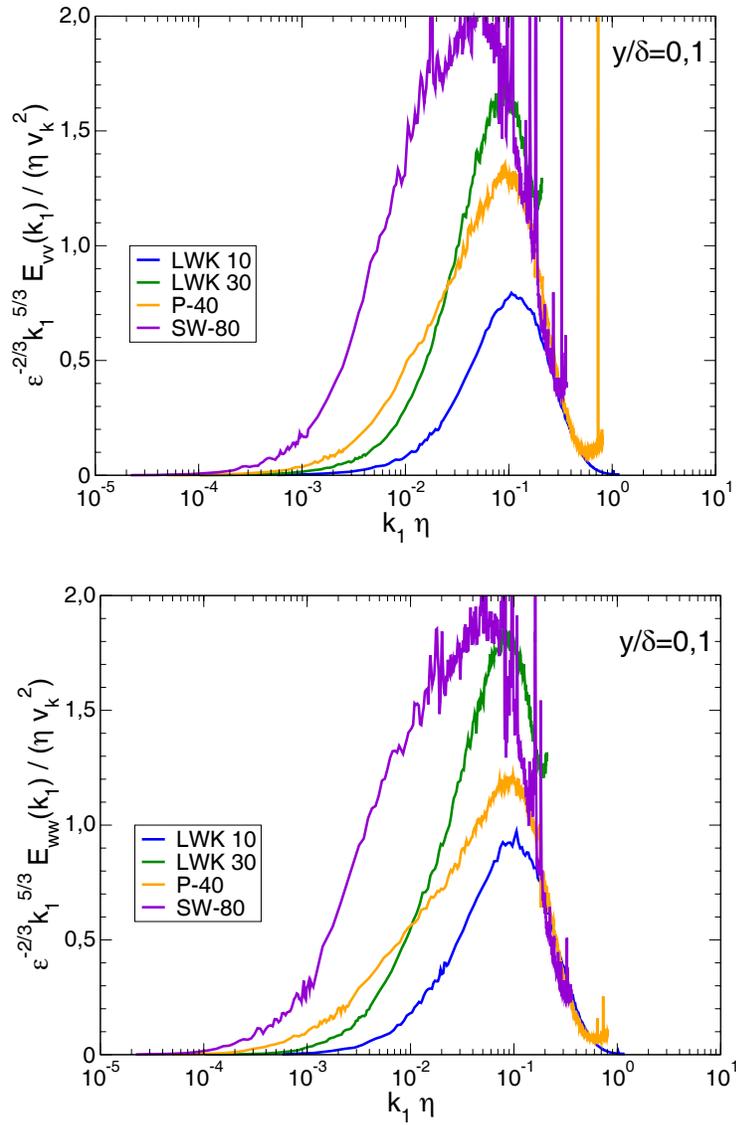


ABBILDUNG 5.49: Kompensierte Wellenzahl-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y = 0,1\delta$  skaliert mit Kolmogorov-Größen

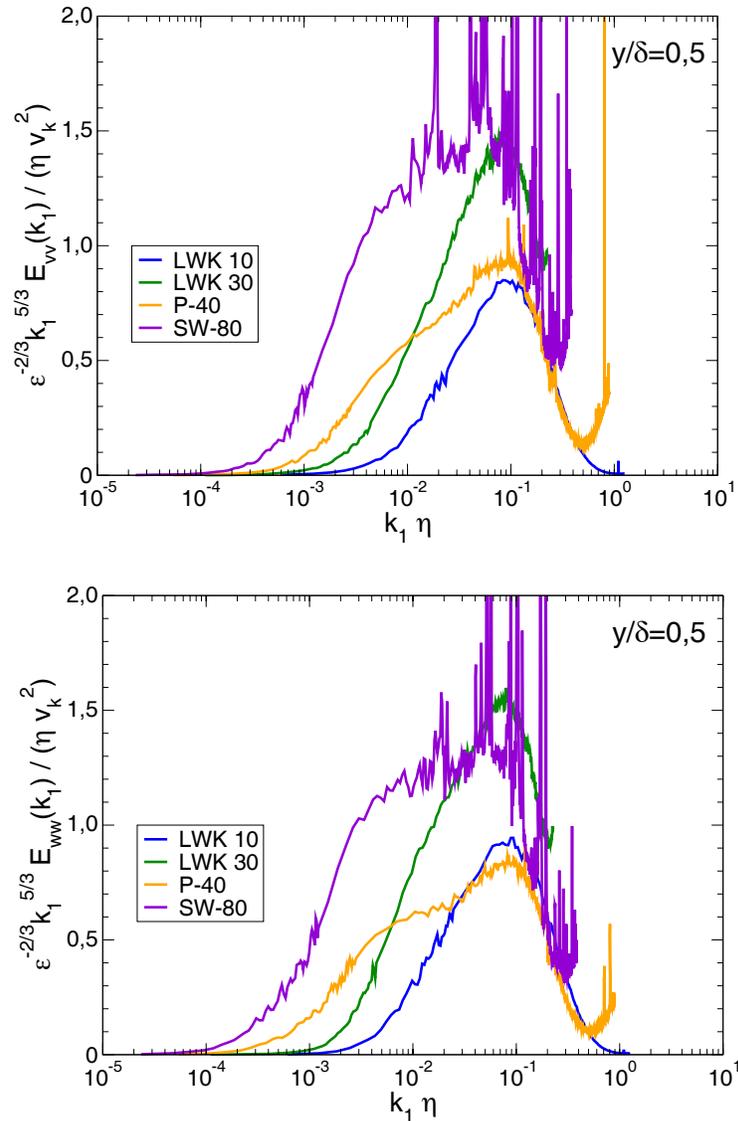


ABBILDUNG 5.50: Kompensierte Wellenzahl-Spektren der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  aus LaWiKa und DNW bei  $y = 0,5\delta$  skaliert mit Kolmogorov-Größen

Aus der vorangegangenen Untersuchung der Spektren wird deutlich, dass Grenzschichten mit Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} \leq 116000$  noch keine vollständig ausgeprägte Lokalisotropie aufweisen. Während in den Spektren von  $u'$  ein entsprechender Bereich eindeutig identifiziert werden kann, ist dies in den Spektren von  $v'$  und  $w'$  nur ansatzweise der Fall. In den Spektren von  $u'$  vergrößert sich der Wellenzahlbereich, der mit der Lokalisotropie verknüpft ist ( $k_1^{-5/3}$ -Proportionalität) mit steigender Reynoldszahl und bei größerem Wandabstand. Der Vergleich der Spektren von LWK30 und P-40 (Abbil-

dung 5.47) mit ähnlichem  $Re_\lambda$ , aber verschiedenem  $Re_{\delta_2}$  zeigt, dass  $Re_\lambda$  entscheidend für die Ausbildung der Lokalisotropie ist und nicht  $Re_{\delta_2}$ . In den Messungen ist die räumliche und zeitliche Auflösung der Sensoren jedoch zu gering, um die Unterschiede genau zu erfassen.

Auch die Korrelation von  $u'$  und  $v'$  in Form des Kreuzleistungsdichtespektrums bzw. des Korrelationskoeffizienten (Gleichung (5.6)) zeigt, dass wirkliche Lokalisotropie noch nicht erreicht wird. Eine genauere Untersuchung dieses Aspekts erscheint angesichts der Bedeutung der Lokalisotropie für Turbulenz- und Wirbelmodelle als auch für die Berechnung der Dissipation und weiterer Größen in experimentellen Untersuchungen erforderlich, wobei Messungen bei noch größeren Reynoldszahlen und Sensoren mit einer weiter verbesserten räumlichen Auflösung benötigt werden.

# Kapitel 6

## Zweipunkt- Geschwindigkeitskorrelationen

Im folgenden Kapitel sollen die Zweipunkt-Geschwindigkeitskorrelationen innerhalb der turbulenten Grenzschicht untersucht werden. Dabei werden für einen festen Punkt (FP) innerhalb der Grenzschicht die Korrelationen zu anderen in der  $x - y$ -Ebene liegenden Punkten der Grenzschicht für die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten berechnet. Dies ergibt eine 3x3-Matrix von Korrelationswerten, die sowohl von der Lage des festen Punktes als auch vom Abstandsvektor innerhalb der betrachteten Ebene abhängt. Aus der allgemeinen Form des Korrelationskoeffizienten (Gleichung (2.21)) wird hier also etwas spezieller:

$$R_{ij} = \frac{\overline{u'_i(x, y, t) u'_j(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \tau)}}{\sqrt{\overline{u'^2_i(x, y)}} \sqrt{\overline{u'^2_j(x + \Delta x, y + \Delta y)}}} \quad (6.1)$$

Von den neun Komponenten der Matrix werden hier nur die Elemente der Hauptdiagonale ( $R_{uu}, R_{vv}, R_{ww}$ ) sowie zwei weitere wichtige Elemente ( $R_{uv}, R_{vu}$ ) näher untersucht. Ergänzend zu den Einzelpunkt-Messungen, aus denen die Profile und Spektren der mittleren Geschwindigkeit und der Turbulenzbewegung bestimmt wurden, ermöglichen die Korrelationsmessungen zusätzliche Aussagen über die (mittlere) Struktur der Turbulenz, die relevanten Längenmaße und die Veränderung dieser Struktur mit Reynoldszahl und Wandabstand. In diesem Zusammenhang wird häufig das integrale Längenmaß  $\Lambda$  verwendet, dass in allgemeiner Form definiert wird:

$$\Lambda = \int_0^\infty f(x) dx.$$

Bei der Analyse von Messdaten wird die Integration nicht von 0 bis Unendlich sondern meistens zwischen den jeweils ersten Nulldurchgängen auf

beiden Seiten des Korrelationsmaximums durchgeführt. Da es jedoch speziell in  $x$ -Richtung eine signifikante Korrelation über erhebliche Abstände gibt, müssen für die Auswertung der PIV-Ergebnisse andere von Null verschiedene Minimalwerte der Korrelationsfunktion als Grenzen der Integration gewählt werden. Diese Grenzen werden an den entsprechenden Stellen des Kapitels mit angegeben.

$$\Lambda_{u,x} = \int_{x_1(R=R_{min})}^{x_2(R=R_{min})} R_{uu} dx, \quad \text{wobei } x_1 < x_f < x_2 \quad (6.2)$$

$$\Lambda_{u,y} = \int_{y_1(R=R_{min})}^{y_2(R=R_{min})} R_{uu} dy \quad y_1 < y_f < y_2 \quad (6.3)$$

$$\Lambda_{v,x} = \int_{x_1(R=R_{min})}^{x_2(R=R_{min})} R_{vv} dx \quad x_1 < x_f < x_2 \quad (6.4)$$

$$\Lambda_{v,y} = \int_{y_1(R=R_{min})}^{y_2(R=R_{min})} R_{vv} dy \quad y_1 < y_f < y_2 \quad (6.5)$$

Ein exemplarischer Überblick über die verschiedenen Korrelationsfunktionen ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Für zwei verschiedene Wandabstände des festen Korrelationspunktes (links:  $y_f/\delta \approx 0,02$ , rechts:  $y_f/\delta \approx 0,09$ ) wurden die Geschwindigkeitskorrelationen  $R_{uu}$ ,  $R_{vv}$ ,  $R_{ww}$ ,  $R_{uv}$  und  $R_{vu}$  berechnet. Die Daten stammen aus der Stereo-PIV-Messung, die die gleichzeitige Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten erlaubt, ohne dabei die Strömung innerhalb der Messebene zu verändern.

Anhand dieser Abbildung ist eine Vielzahl von Eigenschaften der Zweipunkt-Geschwindigkeitskorrelation bereits zu erkennen:

- Mit zunehmendem Wandabstand nimmt die Korrelationslänge  $\Lambda$  für alle Komponenten zu.
- Für die Korrelationen  $R_{uu}$  und  $R_{ww}$  sind starke Asymmetrien sichtbar, die zu unterschiedlichen Korrelationslängen für die verschiedenen Raumrichtungen  $x$  und  $y$  führen.
- Die Korrelation  $R_{vv}$  ist annähernd symmetrisch, klingt aber mit zunehmendem Abstand deutlich schneller ab als  $R_{uu}$  und  $R_{ww}$ .
- Die Korrelationen  $R_{uu}$  und  $R_{ww}$  zeigen elliptische Konturen gleicher Korrelationswerte, deren größere Hauptachsen jeweils unter einem positiven Winkel gegenüber der Wand geneigt sind (Koordinatenrichtungen  $x - y - z$  bilden ein orthogonales Rechtssystem).

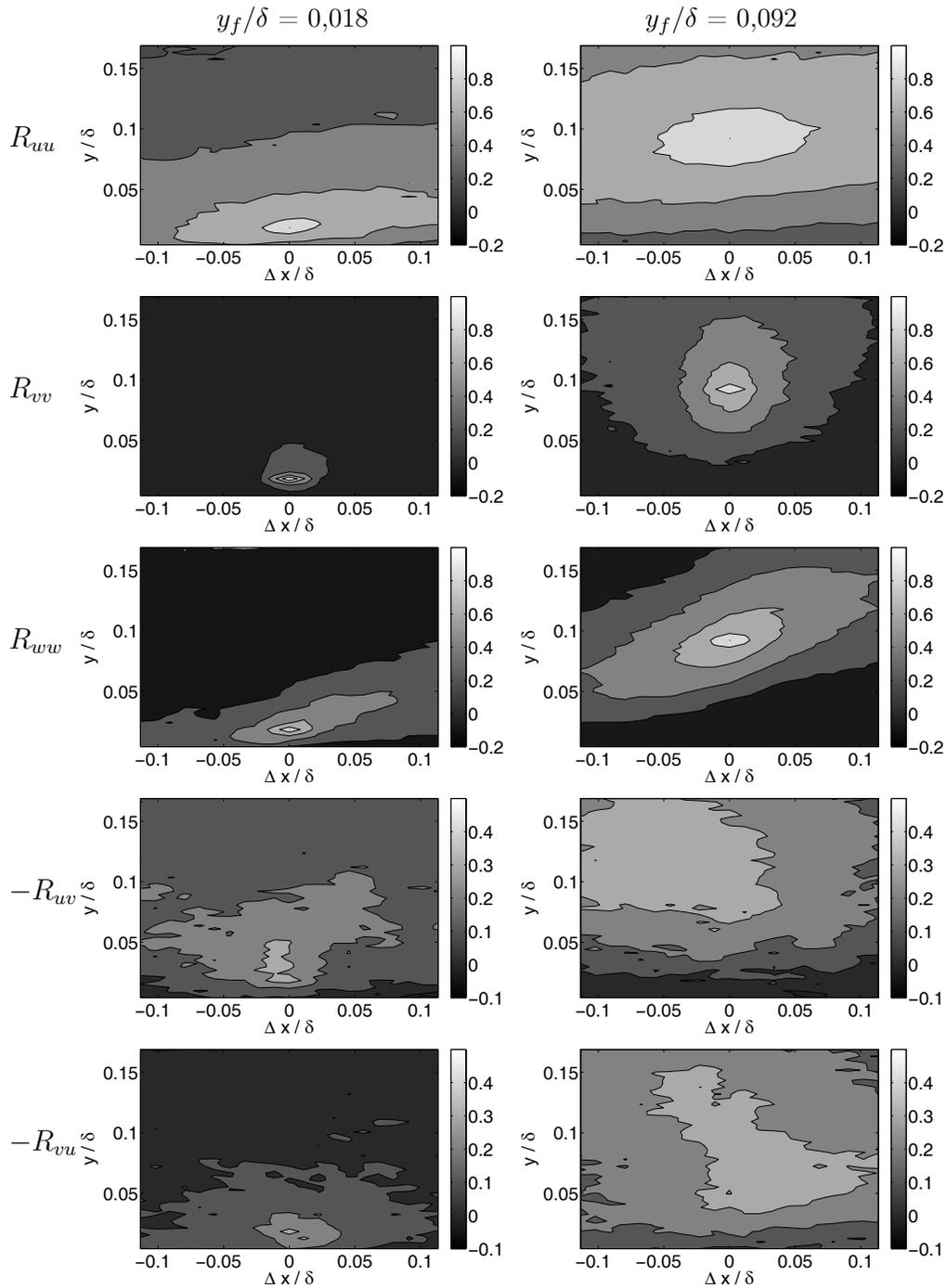


ABBILDUNG 6.1:  $R_{uu}$ ,  $R_{vv}$ ,  $R_{wv}$ ,  $R_{uv}$  und  $R_{vu}$  (von oben nach unten) für  $y_f/\delta = 0,02$  ( $y_f = 2,6$  mm) (links) bzw.  $y_f/\delta = 0,09$  ( $y_f = 13$  mm) (rechts), Stereo-PIV, 60 m/s,  $Re_{\delta_2} = 54700$

- Die Korrelationen  $R_{uv}$  und  $R_{vu}$  erreichen durch die gewählte Normierung (siehe auch Abbildungen 6.16 und 6.17) maximale Korrelationswerte, die kleiner als 1 sind. Eine eindeutige Struktur der Korrelationsfunktionen in der  $x - y$ -Ebene ist zunächst nicht erkennbar.

Es wird deutlich, dass die punktuelle Messung von Korrelationen mit zwei Hitzdraht-Sonden nur einen Ausschnitt aus dem komplexen Bild der Korrelationsfunktionen wiedergeben kann, dass aber selbst durch die Stereo-PIV-Messungen nicht vollständig erfasst wird. Aussagen zur Struktur der Korrelationen in der spannweitigen Richtung ( $z$ -Richtung) können anhand der vorliegenden Messdaten zum Beispiel nicht gemacht werden.

Im Folgenden sollen die aus den PIV-Messungen gewonnenen Daten mit den Ergebnissen der Korrelationsmessungen in Wandnormalen-Richtung verglichen werden, die mit den Hitzdraht-Sonden bei gleicher Reynoldszahl vorgenommen wurden. Darüber hinaus liefert der Vergleich der Korrelationen in Hauptströmungsrichtung mit entsprechend umgerechneten Autokorrelationsmessungen der Hitzdraht-Sonden Informationen zur Gültigkeit der Taylorhypothese. Die Hitzdraht-Korrelationsmessungen, die wie die Profilmessungen für Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2}$  von 4600 bis 116400 vorgenommen wurden, werden hinsichtlich einer Reynoldszahl-Abhängigkeit und sinnvoller Skalierungen untersucht.

Die Größe des integralen Längenmaßes  $\Lambda$  sowie die Variation der zweidimensionalen Korrelationsstruktur in Abhängigkeit vom Wandabstand werden anhand der Mono-PIV-Daten untersucht, die den gesamten Bereich zwischen Wand und Grenzschichtrand erfassen.

## 6.1 Zweipunkt-Korrelationen in wandnormaler Richtung

Die Korrelationsfunktionen in Wandnormalen-Richtung werden hauptsächlich durch die zwei Randbedingungen geprägt: An der festen Wand gehen durch die Wandhaftbedingung alle Geschwindigkeitskomponenten und auch deren turbulenter Schwankungsanteil gegen null. Demzufolge gehen auch die Korrelationsfunktionen an der Wand gegen null. Ebenso werden die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen auch am Grenzschichtrand immer kleiner und gehen schließlich gegen die Werte, die in der Anströmung vorhanden sind. Diese sind jedoch für die hier untersuchten Strömungen nahezu null, so dass auch am Grenzschichtrand die Korrelationsfunktionen gegen null gehen.

Der Grad der Korrelation zweier Geschwindigkeitskomponenten an zwei Punkten innerhalb der Grenzschicht wird maßgeblich vom Abstand zur fe-

sten Wand bestimmt. Die Strukturen in Wandnähe (d.h. im Innenbereich der turbulenten Grenzschicht) sind deutlich kleiner und zerfallen durch die große Scherung des Geschwindigkeitsprofils und die größeren lokalen Turbulenzgrade schneller als im Außenbereich. Dadurch klingen die Korrelationsfunktionen dort auch deutlich schneller ab als im Außenbereich.

Exemplarisch sind in den Abbildungen 6.2-6.4 die Verläufe der Korrelationsfunktionen  $R_{uu}$ ,  $R_{vv}$  und  $R_{ww}$  in wandnormaler Richtung gezeigt, wobei der feste Punkt der Korrelation vom Innen- zum Außenbereich hin variiert wurde, ohne dass er in den Bereich starker Intermittenz in der Nähe des Grenzschichttrandes fällt.

Bei den Korrelationsfunktionen zweier gleicher Größen ( $R_{xx}(\Delta y) \geq 0$ , charakterisiert durch die Makrostrukturlänge  $\Lambda_{x,y}$ ) ist in den vorliegenden Daten folgendes qualitatives Verhalten zu beobachten:

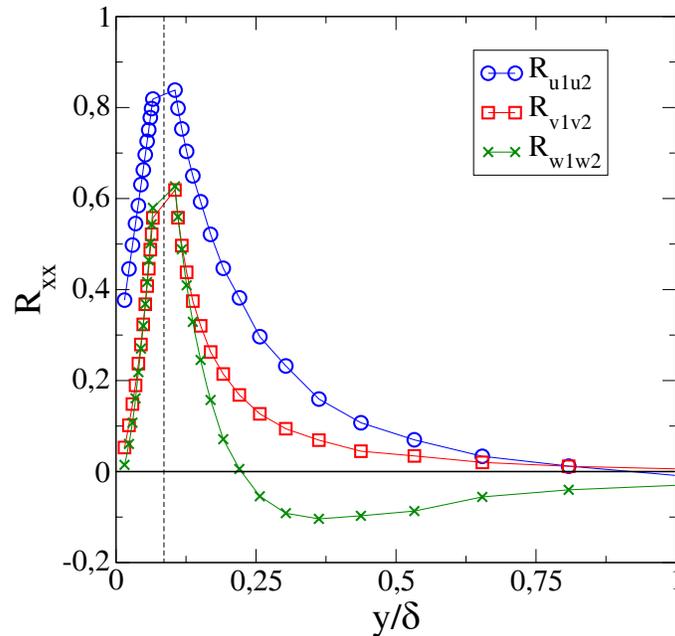


ABBILDUNG 6.2:  $R_{xx}$  für FP  $y_f=0,086 \delta$ , P-40

- Mit zunehmendem Wandabstand nimmt die Korrelationslänge  $\Lambda$  für alle Komponenten zu.
- Für Korrelationen in Wandnormalen-Richtung ist  $\Lambda$  ähnlich für  $u'$  und für  $v'$ , aber deutlich kleiner für  $w'$ .
- Der Funktionsverlauf  $R_{ww}$  hat einen Nulldurchgang für wandnormale Korrelationsabstände,  $R_{uu}$  und  $R_{vv}$  konvergieren langsam gegen null.

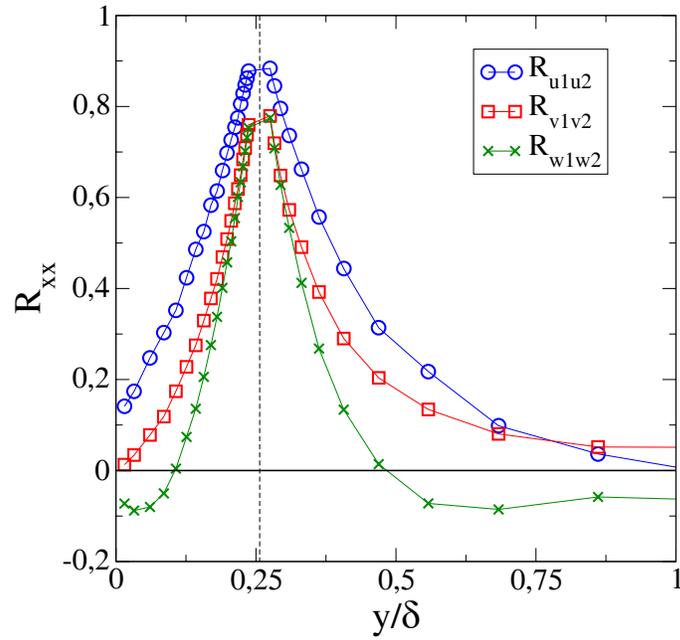


ABBILDUNG 6.3:  $R_{xx}$  für FP  $y_f=0,257\delta$ , P-40

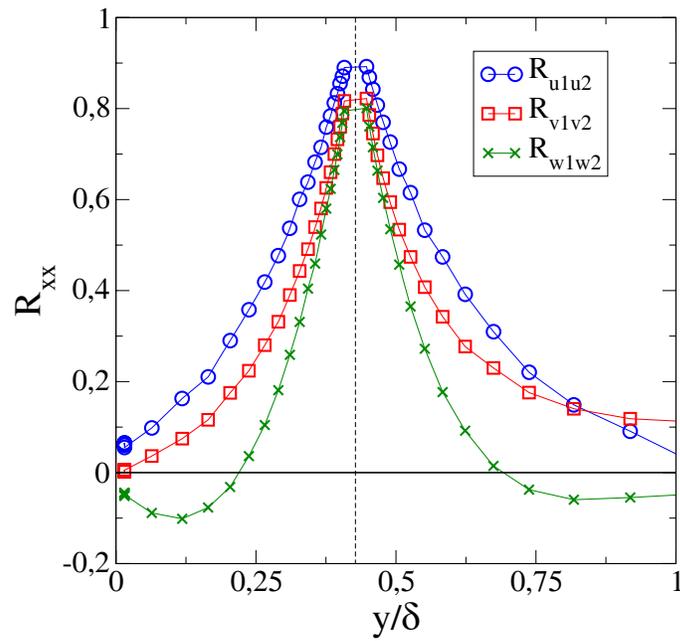


ABBILDUNG 6.4:  $R_{xx}$  für FP  $y_f=0,428\delta$ , P-40

Dieses Verhalten bei mittleren und großen Reynoldszahlen bestätigt die Ergebnissen von Grant (1958), die er bei einer Untersuchung mit einer Reynoldszahlen von  $Re_{\delta_2} \approx 2500$  (eigene Abschätzung aus der in der Originalarbeit angegebenen Versuchsbeschreibung) gefunden hat.

Der Verlauf der Korrelationsfunktionen für die verschiedenen Komponenten ist durch einfache Wirbelmodelle nicht vollständig beschreibbar. Jedoch weisen negative Werte der Korrelation auf eine überwiegend in entgegengesetzter Richtung orientierte Turbulenzbewegung an den zwei Beobachtungspunkten hin. Im Falle der Korrelationen  $R_{ww}(\Delta y)$  würden negative Korrelationswerte z.B. durch große Längswirbel hervorgerufen werden, deren Achse in Hauptströmungsrichtung orientiert ist. Fluid oberhalb und unterhalb dieser Wirbelstrukturen wird in entgegengesetzte Richtungen entlang der  $z$ -Achse bewegt während die Wirbel selbst mit der Hauptströmung stromab transportiert werden. Solche Wirbelstrukturen treten in der Tat sehr häufig in turbulenten Grenzschichten auf (vgl. z.B. Robinson, 1991).

Der Vergleich der Hitzdraht- und der PIV-Messungen ist in Abbildung 6.5 für die Korrelationsfunktionen  $R_{uu}$  und  $R_{vv}$  entlang der Wandnormalen-Richtung aufgetragen. Die Messungen mit den Hitzdraht-Sonden sind auf Grund der Baugröße der Sonden auf einen Mindestabstand von 3 mm beschränkt. Zur besseren Unterscheidbarkeit der verschiedenen Kurven sind alle Messpunkte verbunden, was bei der Hitzdraht-Messung zu dem nahezu waagerechten Verlauf der Funktion im Bereich des Korrelationsmaximums führt. Die PIV-Messung zeigt in diesem Bereich den zu erwartenden Verlauf mit einem Korrelationsmaximum von eins für den festen Punkt selbst (Korrelationsabstand null).

Die Übereinstimmung zwischen beiden Messmethoden ist außerordentlich gut für alle Korrelationsabstände von  $R_{uu}(\Delta y)$ . Auch für  $R_{vv}$  ist die Übereinstimmung für größere Korrelationsabstände sehr gut und noch hinreichend genau für kleine Abstände. Die Abweichungen liegen vermutlich an den Unsicherheiten bei der Bestimmung der korrekten Verschiebungen in  $y$ -Richtung bei der PIV-Auswertung (siehe Abschnitt C.2), die zu einer Verringerung der Kohärenz bzw. Korrelation führen.

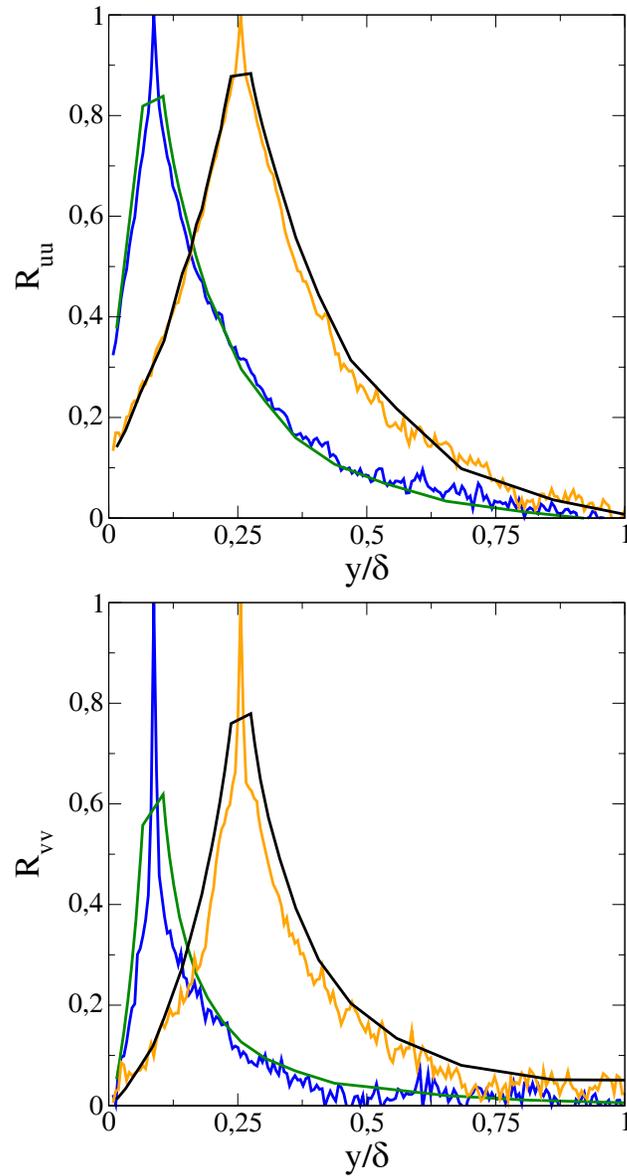


ABBILDUNG 6.5: Vergleich der Korrelationsfunktionen aus Hitzdraht-Messungen (3-Draht-Sonde) und PIV-Messungen. P-40, FP:  $0,086 \delta$  und  $0,257 \delta$

## 6.2 Zweipunkt-Korrelationen in Hauptströmungsrichtung

Wie schon in Abbildung 6.1 zu erkennen, sind die Korrelationsfunktionen zum größten Teil nicht symmetrisch. Vielmehr ist eine signifikante Korrelation in  $x$ -Richtung über einen deutlich größeren Abstand zu sehen als in wandnormaler Richtung. Dies ist durch die Konvektion von kohärenten Wirbelstrukturen bedingt, die durch die mittlere Strömung stromab transportiert werden. Korrelationen zwischen zwei Punkten mit dem gleichen Wandabstand und gleicher spannweitischer Lage sind mit Hitzdraht-Sonden nicht zu messen, ohne dass Störungen durch die Umströmung der stromauf gelegenen Sonde die stromab gelegene Messung beeinflussen. Daher wird gewöhnlich die Autokorrelationsfunktion mit einer geeigneten Konvektionsgeschwindigkeit und der Taylor-Hypothese in eine Korrelation in Hauptströmungsrichtung umgerechnet. Dabei wird entsprechend der ursprünglichen Formulierung von Taylor

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -U_c \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

eine einfache Umrechnung

$$R_{xx}(\Delta x) = U_c \cdot R_{xx}(\Delta \tau)$$

verwendet. Die Wahl der Konvektionsgeschwindigkeit wird dabei speziell im wandnächsten Bereich (unterhalb des Bereiches des logarithmischen Wandgesetzes) diskutiert (siehe Abschnitt 2.3). In der vorliegenden Untersuchung wird jedoch stets die lokale mittlere Geschwindigkeit benutzt, da nur Werte oberhalb von  $y^+ = 100$  untersucht werden.

In Abbildung 6.6 sind die Ergebnisse von Hitzdraht- und PIV-Messung exemplarisch für zwei Wandabstände bei einer Anströmgeschwindigkeit von 40 m/s dargestellt.

Sowohl für  $R_{uu}$  als auch für  $R_{vv}$  ist die Übereinstimmung zwischen beiden Messmethoden sehr gut. Dies bestätigt die Gültigkeit der Taylor-Hypothese bei großen Reynoldszahlen, wobei Messwerte mit beiden Methoden nur für P-40 und P-60 vorliegen.

In Abbildung 6.7 ist die Korrelationsfunktion  $R_{ww}(\Delta x)$  für zwei Wandabstände aufgetragen, die aus den Hitzdraht-Messungen ebenfalls mit Hilfe der Taylor-Hypothese berechnet wurde. Ein Vergleich mit PIV-Werten ist hier nur für einen sehr kleinen Bereich möglich, da die Stereo-PIV-Messung nur einen sehr kleinen Beobachtungsausschnitt erfasst ( $\Delta x_{max} \approx 0,1 \delta$ ). Die Übereinstimmung zwischen beiden Messtechniken ist sehr gut. Außerdem ist der steile Abfall der Korrelationsfunktion für größere Wandabstände in den Hitzdrahtdaten erkennbar, der außerhalb des dargestellten Bereiches zu negativen Werten für  $R_{ww}$  führt.

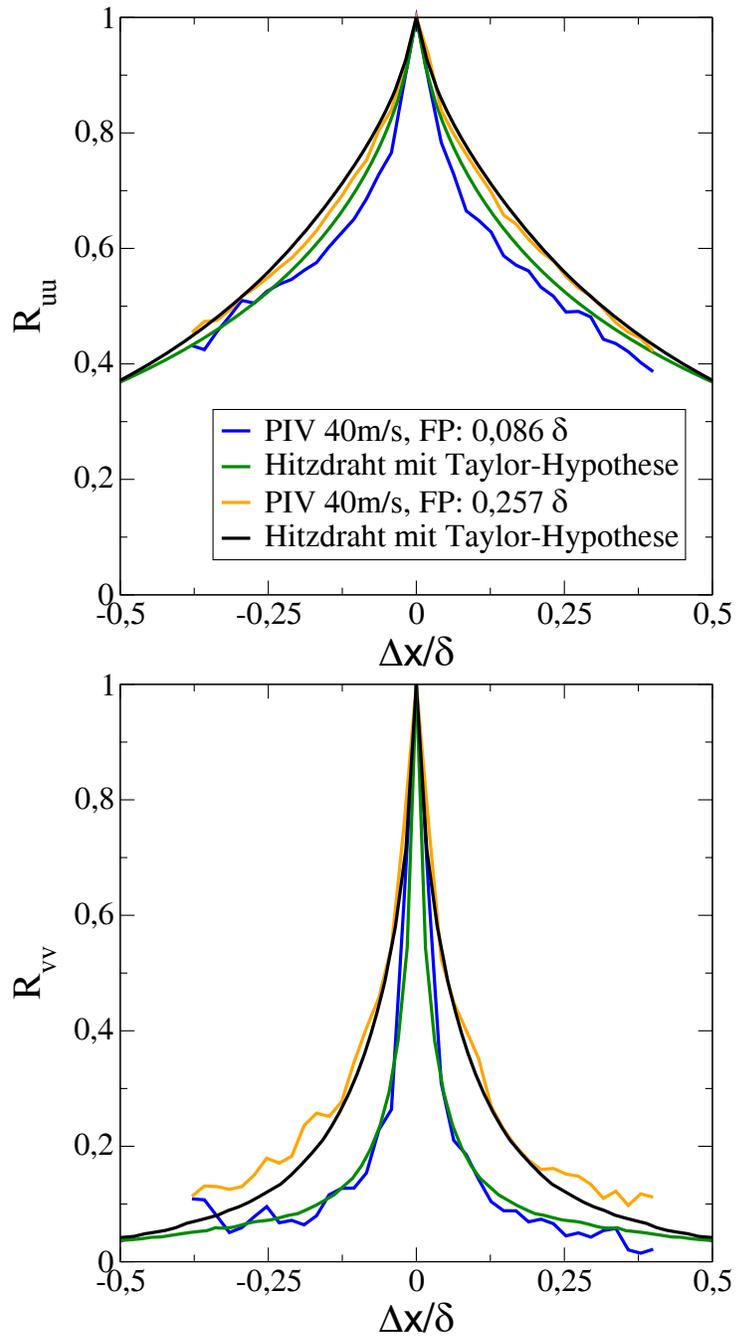


ABBILDUNG 6.6: Vergleich der Korrelationsfunktionen aus Hitzdraht-Messungen (3-Draht-Sonde) und PIV-Messungen. P-40, FP: 0,086  $\delta$  und 0,257  $\delta$

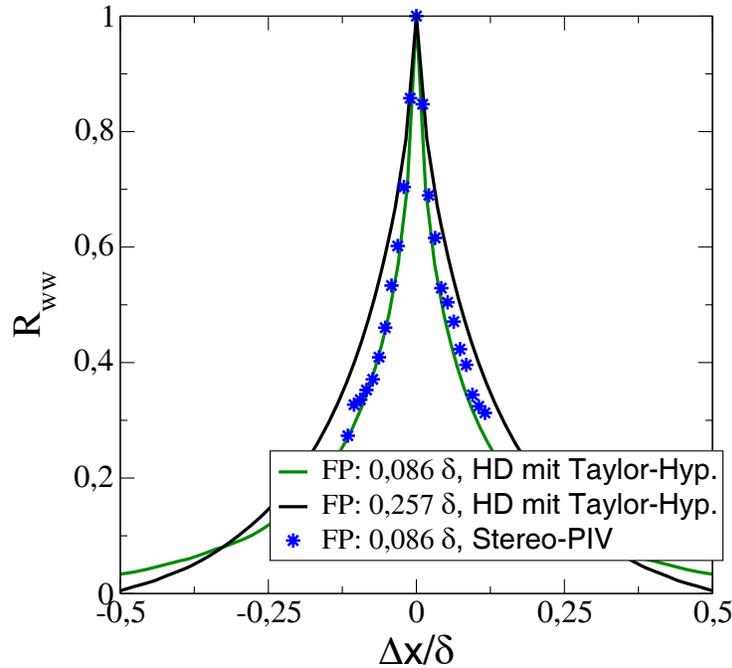


ABBILDUNG 6.7: Korrelationsfunktionen aus Hitzdraht-Messungen (3-Draht-Sonde) und Stereo-PIV-Messung. P-40, FP:  $0,086 \delta$  und  $0,257 \delta$

## Strukturlängen

Die in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten Korrelationsfunktionen  $R_{xx}(\Delta x)$  bzw.  $R_{xx}(\Delta y)$  lassen sich – zumindest teilweise – auch durch die Berechnung der Korrelationslängen  $\Lambda_{u,x}$ ,  $\Lambda_{u,y}$  etc. charakterisieren. Beim Vergleich solcher Längenmaße muss aber stets das Vorgehen bei der Berechnung berücksichtigt werden. In Abbildung 6.7 zeigt z.B. die Kurve des wandnäheren Punktes die größere Korrelation bei maximalem Abstand ( $\pm 0,5 \delta$ ), das Integral der Funktionen (vgl. Definition  $\Lambda$  am Anfang dieses Kapitels) innerhalb dieser Grenzen ist aber mit Sicherheit für den wandferneren Punkt größer. Zudem hängt das Ergebnis auch von der Wahl der Grenzen des für die Korrelation relevanten Bereiches ab. Im oben angeführten Beispiel ergeben sich andere Ergebnisse, wenn man statt des Bereiches  $\pm 0,5 \delta$  nur  $\pm 0,25 \delta$  betrachtet.

Im Folgenden sind in Abbildung 6.8 Korrelationslängen  $\Lambda$  dargestellt, die durch Integration über die Korrelationsfunktionen gewonnen wurden, wobei die Grenzen der Integration dort gewählt wurden, wo der Korrelationskoeffizient auf 0,4 abgefallen ist. Die Wahl dieser Grenzen wurde durch den Umstand bestimmt, dass auch in Hauptströmungsrichtung ( $\Lambda_{u,x}$ ) eine entsprechende

Berechnung aus den PIV-Aufnahmen möglich sein sollte, wobei der erfasste PIV-Beobachtungsbereich nur ca.  $0,8\delta$  in dieser Richtung umfasst. Durch diese Einschränkungen ist es möglich, den Verlauf der Korrelationslängen über die gesamte Grenzschichtdicke hinweg zu berechnen.

In der oberen Grafik von Abbildung 6.8 sind für P-40 vier Korrelationslängen dargestellt.  $\Lambda_{v,x}$  und  $\Lambda_{v,y}$  sind deutlich kleiner als die Korrelationslängen für  $u'$  und nahezu gleich groß sowie konstant über die gesamte Grenzschicht hinweg. Dies bestätigt die Symmetrie der Korrelationsfunktion  $R_{vv}$ . Die Korrelationslänge  $\Lambda_{u,x}$  ist stets deutlich größer als  $\Lambda_{u,y}$  und liegt für die gewählte Schwelle ( $R_{uu} \geq 0,4$ ) bei ungefähr  $0,4\delta$ . Sowohl für  $\Lambda_{u,x}$  als auch für  $\Lambda_{u,y}$  ist bei nahezu konstantem Verlauf über die gesamte Grenzschichtdicke eine leichte Verringerung von  $\Lambda$  bei ungefähr  $y/\delta = 0,5$  zu beobachten. Diese Abnahme ist physikalisch nicht plausibel und tritt in einer Auswertung der Hitzdraht-Messungen (Verwendung der Taylorhypothese) nicht auf. Die Ursache wird daher in einer schlechteren Datenqualität am oberen Rand des PIV-Aufnahmebereiches der inneren Kamera vermutet.

In der mittleren Grafik von Abbildung 6.8 sieht man die Veränderung von  $\Lambda_{u,x}$  und  $\Lambda_{u,y}$  bei Erhöhung der Reynoldszahl. Während die Länge in wandnormaler Richtung nahezu unabhängig von der Reynoldszahl ist, ist für die  $x$ -Richtung eine leicht fallende Korrelationslänge mit zunehmendem Wandabstand bei der größeren Reynoldszahl zu sehen. Daher liegt die Vermutung nahe, dass dieser generelle Verlauf auch bei P-40 auftreten müsste, aber durch die verminderte Datenqualität bei dieser Messung überdeckt wird. Für die Korrelationslängen der  $v$ -Komponente ist in der unteren Grafik keine signifikante Veränderung mit der Reynoldszahl zu beobachten.

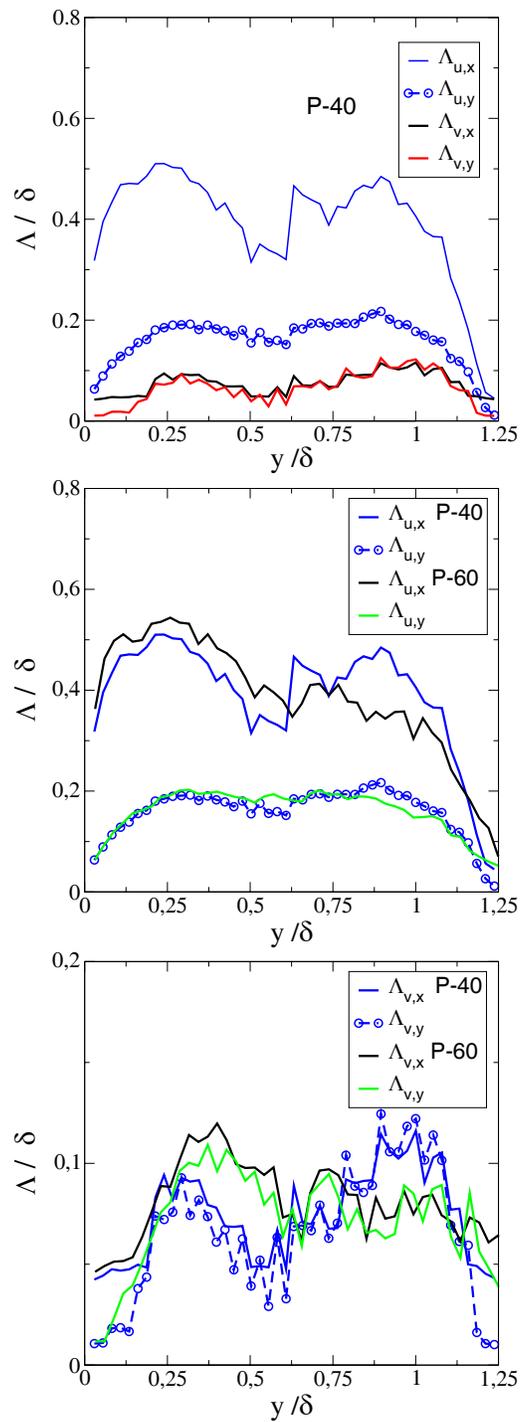


ABBILDUNG 6.8: Vergleich der Korrelations-Längen  $\Lambda_{u,x}$ ,  $\Lambda_{u,y}$  mit  $\Lambda_{v,x}$ ,  $\Lambda_{v,y}$  ( $R_{xx} \geq 0,4$ ) in der Grenzschicht für P-40 (oben) sowie Einfluss der Reynoldszahl (P-40 und P-60, Mitte/unten).

### 6.3 Skalierung von Zweipunkt-Korrelationen

Ebenso wie bei der Skalierung von Geschwindigkeitsprofilen und Spektren ist die Suche nach einer geeigneten Normierung von Korrelationen von großer Bedeutung, da mit ihrer Hilfe Ergebnisse sehr leicht auf Untersuchungen mit anderen Reynoldszahlen übertragen werden können, falls eine solche Skalierung existiert.

Kohärente Strukturen prägen die Korrelationsfunktion zwischen zwei Größen innerhalb der Grenzschicht. Die größten Strukturen haben dabei Abmessungen, die der Dicke der Grenzschicht  $\delta$  entsprechen. Es ist anzunehmen, dass diese großräumigen Strukturen sich nur langsam verändern bzw. zerfallen und hauptsächlich durch Konvektion entlang der Hauptströmungsrichtung transportiert werden. Die großräumigen Strukturen prägen in dieser Weise den Verlauf der Korrelationsfunktion. Es liegt daher nahe, den Korrelationsabstand mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  zu normieren, um einen Vergleich von Messungen bei verschiedenen Reynoldszahlen durchführen zu können. In den Abbildungen 6.9-6.11 sind die Korrelationsfunktionen für alle drei Geschwindigkeitskomponenten in y-Richtung (direkte Messung) und in x-Richtung (Autokorrelation mit Taylorhypothese) für verschiedene Wandabstände des festen Korrelationspunktes aufgetragen. Die Daten stammen aus den Hitzdraht-Messungen mit 3-Draht-Sonden in LaWiKa und DNW, wobei vier Reynoldszahlen ausgewählt wurden, die den gesamten untersuchten Reynoldszahl-Bereich abdecken. Der Wandabstand des festen Korrelationspunktes lag für die Messungen bei den verschiedenen Reynoldszahlen nicht immer exakt bei den untersuchten Abständen  $y_f = 0,02/0,25/0,40\delta$ . Falls nötig wurde daher eine kleine Verschiebung entlang der Abszisse um  $(y_f - y_{Mess})/\delta$  vorgenommen.

In allen drei Abbildungen 6.9-6.11 kann man erkennen, dass es trotz der großen Unterschiede in der Reynoldszahl der untersuchten Grenzschichten kaum Unterschiede im Verlauf der Korrelationsfunktionen gibt, wenn man den dimensionslosen Korrelationskoeffizienten über den mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  normierten Abstand bzw. Wandabstand aufträgt. Die größten Abweichungen treten für den wandnahen Punkt mit  $y_f = 0,02\delta$  auf. Bei dieser Position ist der Einfluss der Wand und damit der Zähigkeit sowie der in Wandnähe wirksamen großen Gradienten der mittleren Geschwindigkeit und die dort vorhandene Turbulenz größer als bei den weiter von der Wand entfernt liegenden Punkten der Grenzschicht. Der Einfluss der großskaligen Strukturen ist dadurch deutlich geringer, was zu den Unterschieden bei den teilweise ohnehin nur sehr geringen Korrelationen (z.B.  $R_{vv}$ ) führen kann.

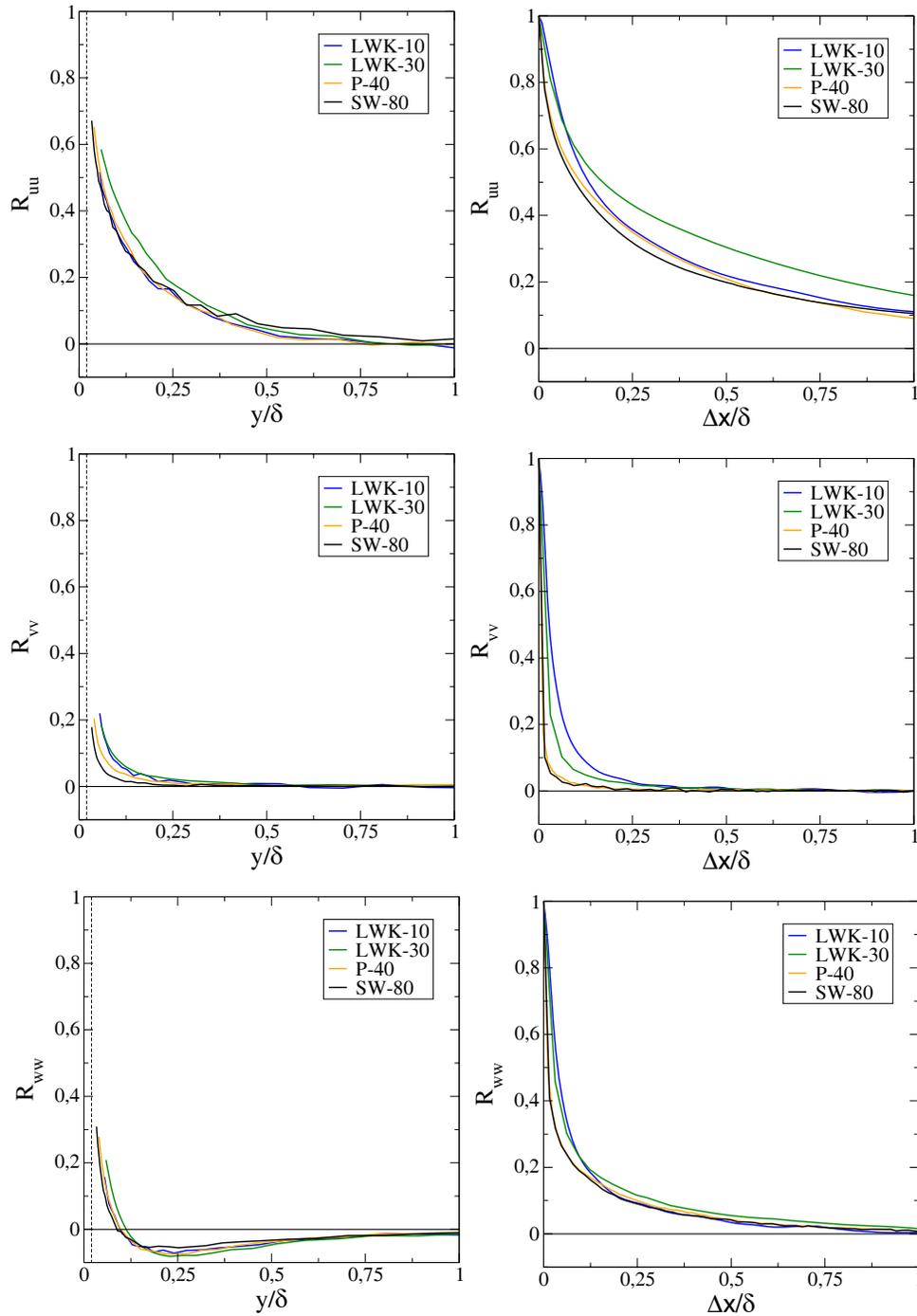


ABBILDUNG 6.9:  $R_{uu}$  (oben),  $R_{vv}$  (Mitte) und  $R_{ww}$  (unten) für  $y_f/\delta=0,02$ . Links der Verlauf der Korrelationsfunktion in wandnormaler Richtung, rechts in Hauptströmungsrichtung (Taylorhypothese verwendet).  $4570 \leq Re_{\delta_2} \leq 116400$

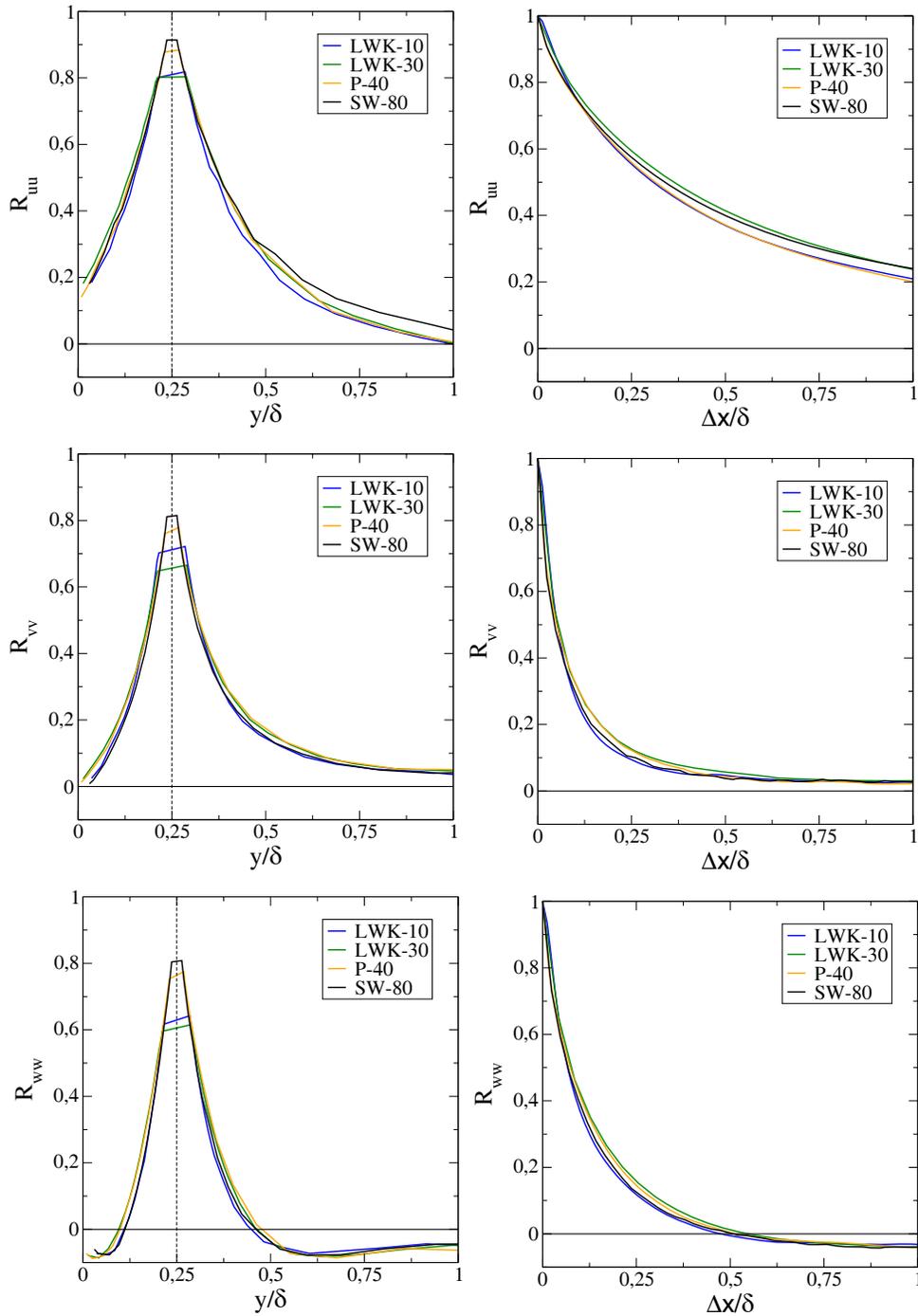
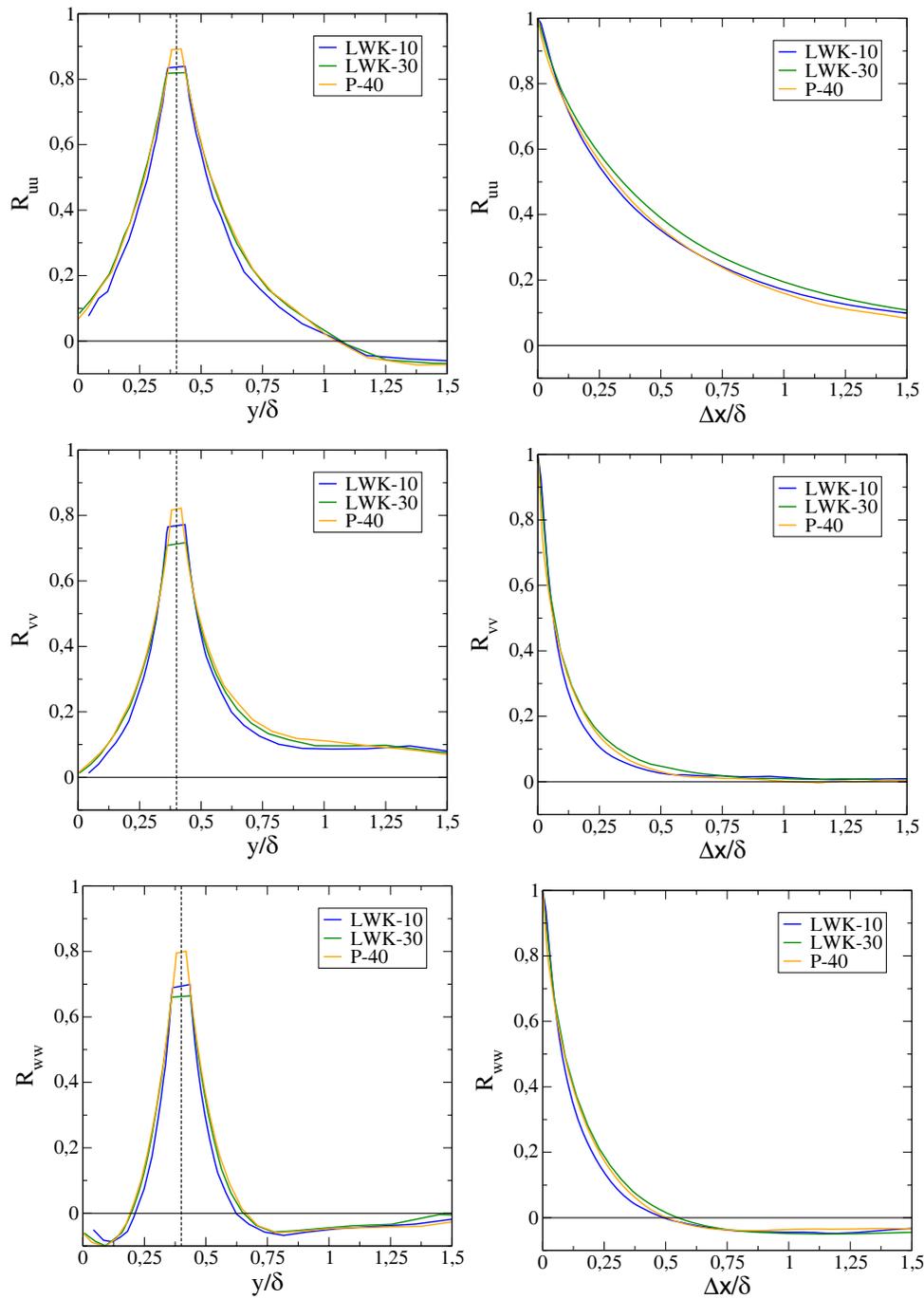


ABBILDUNG 6.10:  $R_{uu}$  (oben),  $R_{vv}$  (Mitte) und  $R_{ww}$  (unten) für  $y_f/\delta=0,25$ . Links der Verlauf der Korrelationsfunktion in wandnormaler Richtung, rechts in Hauptströmungsrichtung (Taylorhypothese verwendet).  $4570 \leq Re_{\delta_2} \leq 116400$



ABILDUNG 6.11:  $R_{uu}$  (oben),  $R_{vv}$  (Mitte) und  $R_{ww}$  (unten) für  $y_f/\delta=0,40$ . Für SW-80 sind keine Daten für diesen Bezugspunkt vorhanden. Links der Verlauf der Korrelationsfunktion in wandnormaler Richtung, rechts in Hauptströmungsrichtung (Taylorhypothese verwendet).  $4570 \leq Re_{\delta_2} \leq 39000$

Bei den größeren Wandabständen ist lediglich für die kleinste Reynoldszahl (LWK10) eine geringe Abweichung vom Verlauf der Korrelationsfunktion bei größeren Reynoldszahlen zu beobachten. Diese Unterschiede sind jedoch so klein, dass in sehr guter Näherung die Beschreibung der Korrelationsfunktionen in der  $x - y$ -Ebene durch die hier gezeigten Funktionsverläufe unabhängig von der Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$  möglich ist.

Werden Korrelationsfunktionen in Form dimensionsloser Korrelationskoeffizienten – wie bisher in dieser Arbeit geschehen – dargestellt, ist es unter Umständen schwer, die Daten richtig zu interpretieren. Eine räumlich sehr ausgedehnte Korrelation im Außenbereich der Grenzschicht bedeutet nicht, dass auch die Absolutwerte der Korrelation entsprechend groß und mit denen im Innenbereich der Grenzschicht vergleichbar sind. Daher werden in Abbildung 6.12 beispielhaft die Korrelationen aus den Abbildungen 6.2–6.4 statt mit dem jeweiligen rms-Wert mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  normiert:

$$R_{uu}^+(\Delta y) = \frac{\overline{u'(\underline{x}, t) u'(\underline{x} + \Delta y, t)}}{u_\tau^2}$$

Auch wenn sich der feste Bezugspunkt der Korrelation gerade erst in der Mitte der Grenzschicht befindet, ist bereits ein deutlicher Abfall des Absolutwerts der Korrelation gegenüber dem wandnächsten Punkt zu verzeichnen. Der feste Bezugspunkt des zusätzlichen Datensatzes P-60 liegt bereits dicht am Grenzschichtrand und zeigt entsprechend kleine Absolutwerte.

Oberlack (1994) merkt außerdem an, dass bei der Skalierung des Korrelationstensors

$$K_{ij} = \overline{u'_i(\underline{x}, t) u'_j(\underline{x} + \Delta \underline{r}, t + \tau)}$$

mit dem Reynoldschen Spannungstensor (was auf die bisher hier verwendete Form des Korrelationskoeffizienten - Gleichung (2.21) - führt) die Tensor-Transformationseigenschaften des Korrelationstensors verloren gehen. Bei der Ableitung eines tensoriellen Längenmaßes nutzt er vielmehr die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  zur Normierung, die als konstante, skalare Größe die Transformationseigenschaften nicht verändert. In späteren Arbeiten (z.B. Oberlack (1995, 2001)) leitet er aus der Theorie der Lie-Gruppen verschiedene Symmetrieeigenschaften unter anderem für turbulente Wandgrenzschichten ab. Dabei ergibt sich als Schlussfolgerung, dass die Zweipunkt-Geschwindigkeitskorrelationen innerhalb des Gültigkeitsbereiches des logarithmischen Wandgesetzes zusammenfallen sollten, wenn man sie mit dem entsprechenden Wandabstand normiert:

$$R_{ij}^*(\underline{r}) = \frac{K_{ij}(\underline{r})}{u_\tau^2 y}$$

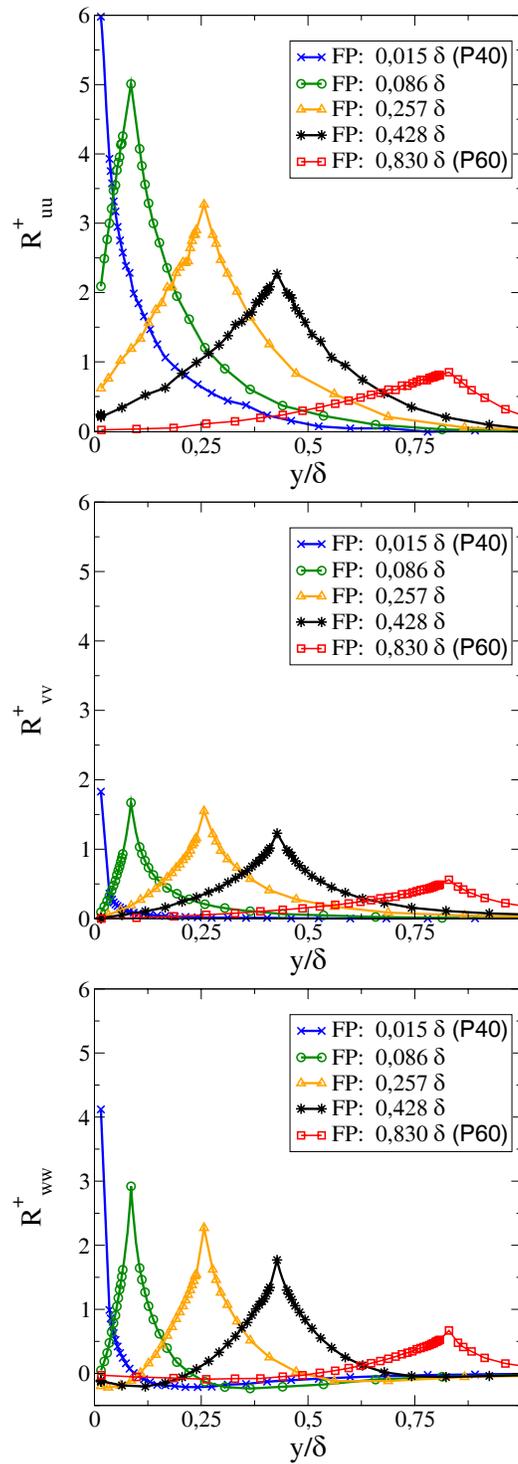


ABBILDUNG 6.12: Korrelationen  $R_{xx}^+$  in wandnormaler Richtung normiert mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$ , P-40 sowie ein Datensatz P-60

In Abbildung 6.13 sind Autokorrelationen mit Hilfe der Taylorhypothese in Korrelationen  $R_{xx}(\Delta x)$  umgewandelt worden und mit dem entsprechenden Wandabstand normiert. Die Schar von Kurven für jede Korrelationsfunktion entsteht durch Variation des Abstandes  $\Delta x$ .

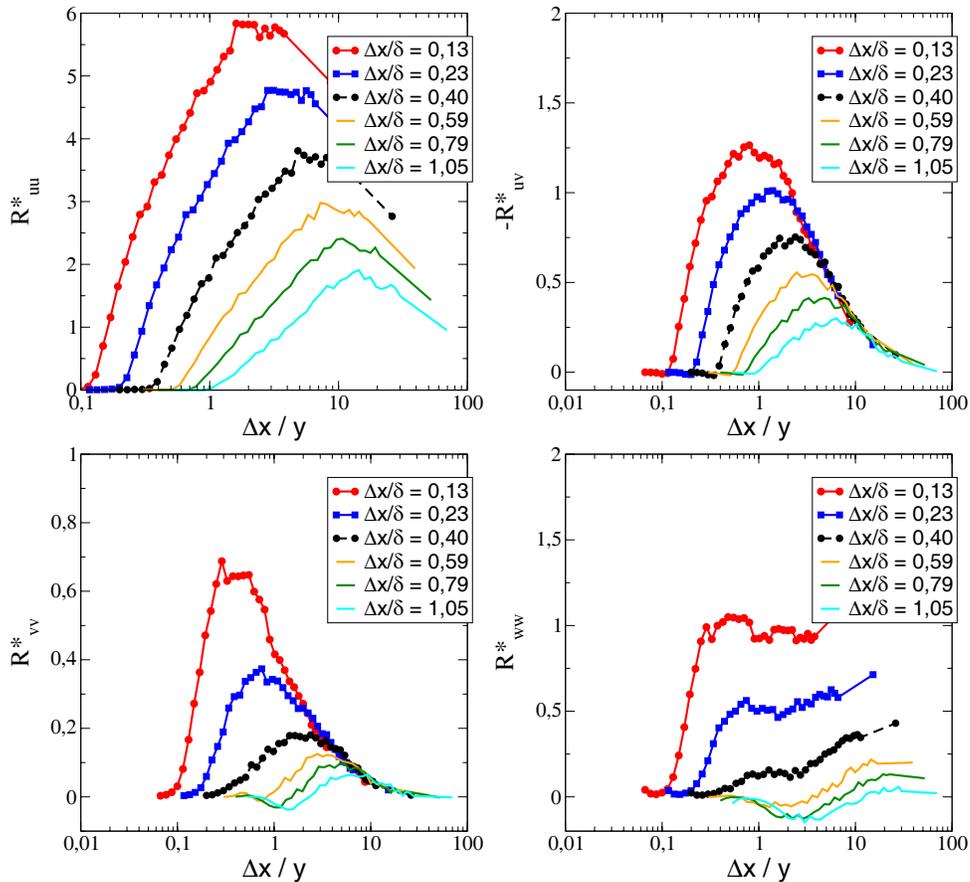


ABBILDUNG 6.13: Korrelationen in Hauptströmungsrichtung normiert mit  $u_\tau$  und dem Wandabstand  $y$ . Daten aus Hitzdrahtmessung, P-40, unter Verwendung der Taylorhypothese.

Nur für die Funktionen  $R_{uv}$  und  $R_{vv}$  ist ein kleiner Bereich von Wandabständen im Innenbereich ( $y$  ist klein, daher ist  $\Delta x/y$  groß) zu erkennen, bei der die so normierte Korrelationsfunktion eine universelle Form annimmt. Zur vollständigen dimensionslosen Darstellung von Korrelationsfunktionen bei festen und variablen Wandabständen eignet sich diese Art der Auftragung nicht.

## 6.4 2-D Korrelationen in Abhängigkeit vom Wandabstand

In den Abbildungen 6.14-6.18 sind die aus den zwei Komponenten der Mono-PIV-Messung bestimmbaren Korrelationen für Wandabstände im Außenbereich ( $y/\delta = 0,8$ ,  $y/\delta = 0,5$ ,  $y/\delta = 0,3$ ) und im Innenbereich ( $y/\delta = 0,1$ ,  $y/\delta = 0,05$ ,  $y/\delta = 0,025$ ) der Grenzschicht dargestellt. Durch diese Art der Darstellung ist die qualitative Veränderung der Korrelationsfunktionen in Abhängigkeit vom Wandabstand am besten erkennbar. Für die Korrelation  $R_{uu}$  (Abbildung 6.14) wird zum Beispiel deutlich, dass die Neigung der Konturen gleicher Korrelationswerte (Ellipsen) bereits in Wandnähe deutlich ausgeprägt ist und erst am Grenzschichtrand langsam abnimmt. Die Asymmetrie und die Neigung der Konturen gleicher Korrelationen wurde bereits von Favre, Gaviglio & Dumas (1957) durch Raum-Zeit-Korrelationsmessungen mit zwei Hitzdraht-Sonden erstmals beobachtet. Spätere Arbeiten, z.B. von Grant (1958), Tritton (1967) und Blackwelder & Kovasznay (1972), bestätigen dieses Phänomen. Neben dem Transport von langsamen Fluid aus dem wandnahen Bereich in Gebiete höherer Geschwindigkeiten ("Ejections") durch verschiedene Wirbelstrukturen trägt hauptsächlich die mittlere Scherung zu dieser Form der Korrelationsfunktion bei. Für große Wandabstände ( $y/\delta = 0,8$  und  $y/\delta = 0,5$ ) ist bereits wieder eine Abnahme der Korrelation im Vergleich zu  $y/\delta = 0,3$  zu beobachten.

Anders als  $R_{uu}$  und  $R_{ww}$  (hier nicht dargestellt, vgl. jedoch Abbildung 6.1) zeigt  $R_{vv}$  (Abbildung 6.15) keine Asymmetrie für die untersuchten Wandabstände. Bis etwa  $y/\delta = 0,3$  ist eine Zunahme des Gebiets signifikanter Korrelation zu beobachten, für größere Wandabstände ist dieser Bereich von nahezu konstanter Größe. Die  $v$ -Komponente unterscheidet sich damit ähnlich wie bei den mittleren Profile von den Schwankungsgrößen  $u'$  und  $w'$ , die in der wandparallelen Ebene weniger durch die feste Wand beeinflusst werden als die wandnormale Komponente.

In den Abbildungen 6.16 und 6.17 ist jeweils die Korrelation von  $u'$  und  $v'$  dargestellt, wobei der erste Index die Komponente am festen Ort bezeichnet. Beide Korrelationsfunktionen haben eine ähnliche Form, die im Außenbereich der Grenzschicht durch eine leichte Neigung der Konturen gleicher Korrelationswerte zur Wand hin gekennzeichnet sind. Messungen dieser Korrelation wurden bereits von Tritton (1967) bei kleinen Reynoldszahlen mit zwei Hitzdraht-Sonden durchgeführt. In diesen Messungen war ebenfalls eine leichte Asymmetrie beobachtet worden, die bei positivem Versatz der zwei Sonden in  $y$ -Richtung die maximale Korrelation für negative  $x$ -Werte zeigt. Für gleiche Wandabstände der zwei Sonden wurde keine Asymmetrie be-

obachtet, was auch durch die hier gezeigten PIV-Daten bestätigt wird. Die vorliegenden Messungen zeigen deutlich den großen räumlichen Bereich, innerhalb dessen eine Korrelation zwischen  $u'$  und  $v'$  besteht. Die Maximalwerte der Korrelation  $R_{uv}$  und  $R_{vu}$  waren von Tritton (1967) ohne weitere physikalische Begründung nach einer Sichtung der vorhandenen Literatur zu 0,5 gewählt worden. In den vorliegenden Daten ist der Maximalwert etwas kleiner als 0,5. Die Korrelationen  $R_{uv}$  und  $R_{vu}$  stehen im Zusammenhang mit der turbulenten Durchmischung sowohl im Innenbereich, wo ein Großteil der Turbulenzproduktion stattfindet, als auch im Außenbereich, wo durch den intermittenten Übergang zwischen Grenzschicht und der rotationsfreien Potentialströmung immer wieder Fluid der Potentialströmung in die Grenzschicht hinein transportiert wird.

In Abbildung 6.18 ist schließlich die Korrelation von  $u'v'$  am festen Ort mit  $u'v'$  für variable Abstände in  $x$ - und  $y$ -Richtung dargestellt. Die Korrelationsfunktion wird dabei scheinbar stark durch die  $v'$ -Komponente geprägt, da auch hier der nahezu symmetrische Verlauf der Korrelation zu beobachten ist. Da die  $u$ -Komponente eine deutlich größere Korrelation auch für große Abstände aufweist ist es die Korrelation von  $v'$ , die das Produkt der beiden Größen bestimmt.

Die in den PIV-Messungen zu beobachtenden qualitativen und quantitativen Verläufe der Korrelationsfunktionen vermitteln einen Überblick über die Ausdehnung der großräumigen Strukturen, die im zeitlichen Mittel in der Grenzschicht auftreten. Momentan können aber ganz andere Strukturen und Prozesse auftreten, so dass eine Beschreibung der gesamten Eigenschaften der Korrelationsfunktionen mittels einfacher Wirbelmodelle derzeit nicht möglich ist.

$$R_{uu} = \frac{\overline{u'(\underline{x}) u'(\underline{x} + \Delta \underline{x})}}{[\overline{u'^2(\underline{x})} \overline{u'^2(\underline{x} + \Delta \underline{x})}]^{1/2}}$$

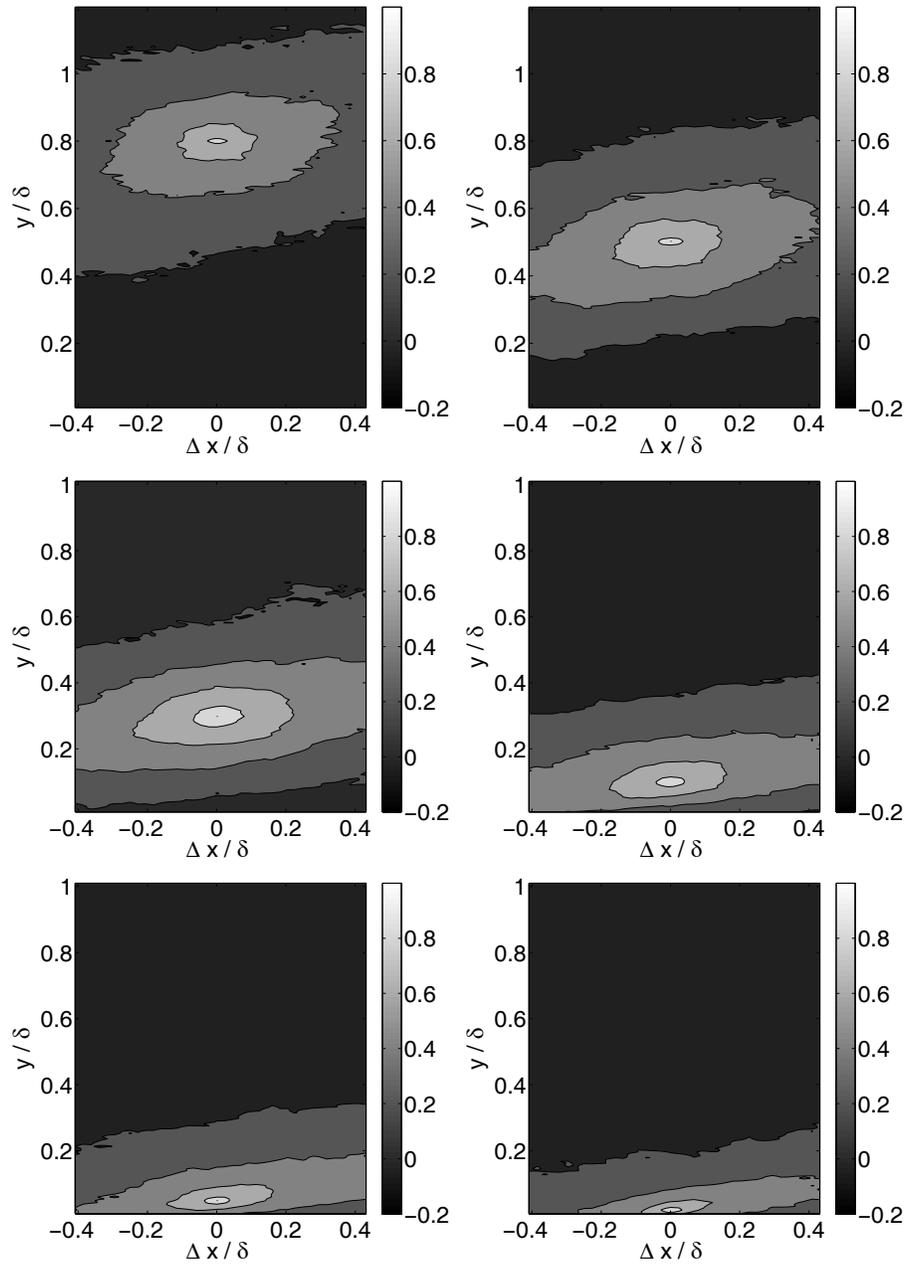


ABBILDUNG 6.14:  $R_{uu}$  in Abhängigkeit vom Wandabstand des festen Punktes, Mono-PIV, 60 m/s, oben:  $y/\delta = 0,8$  und  $y/\delta = 0,5$ , Mitte:  $y/\delta = 0,3$  und  $y/\delta = 0,1$ , unten:  $y/\delta = 0,05$  und  $y/\delta = 0,025$ .

$$R_{vv} = \frac{\overline{v'(\underline{x}) v'(\underline{x} + \Delta \underline{x})}}{[\overline{v'^2(\underline{x})} \overline{v'^2(\underline{x} + \Delta \underline{x})}]^{1/2}}$$

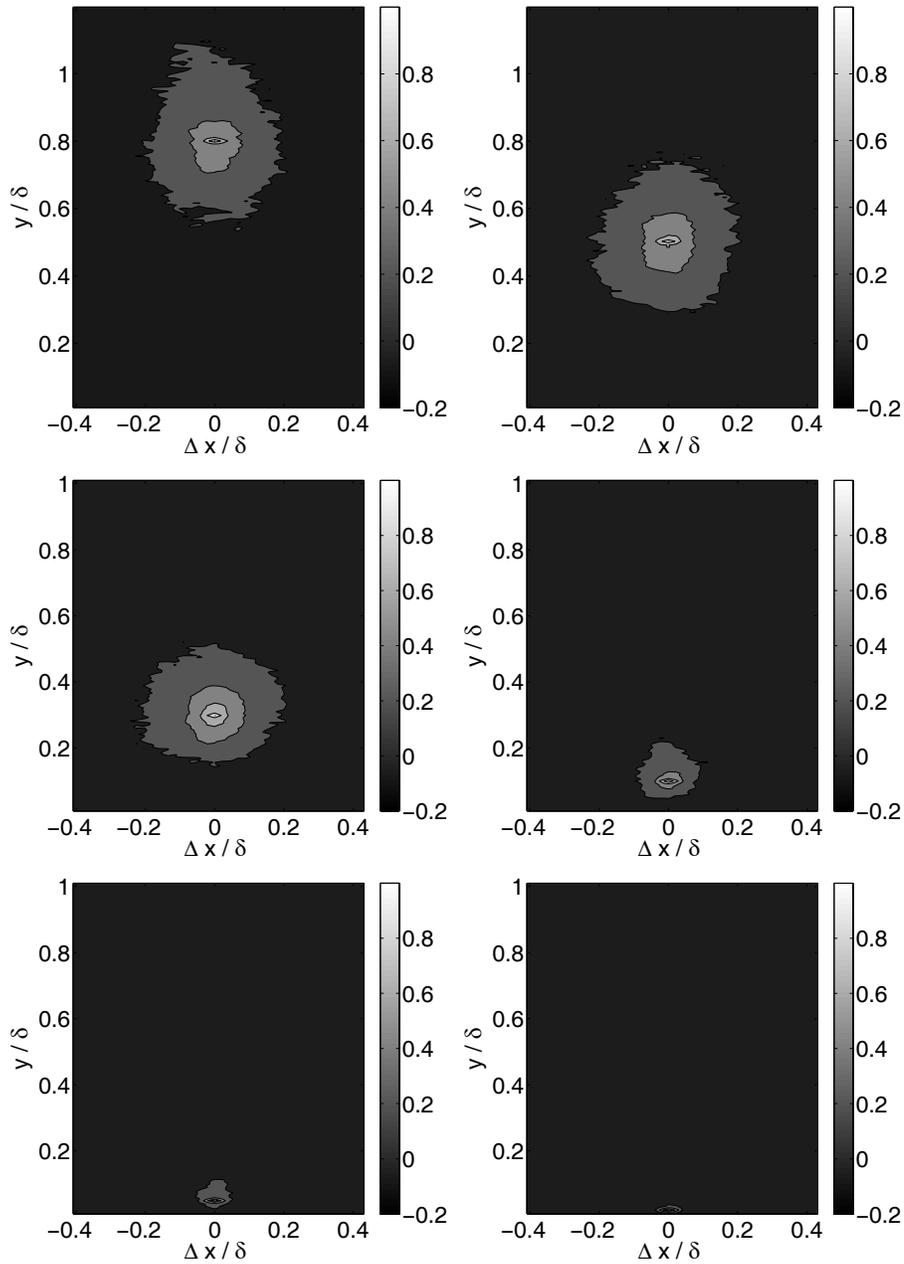


ABBILDUNG 6.15:  $R_{vv}$  in Abhängigkeit vom Wandabstand des festen Punktes, Mono-PIV, 60 m/s, oben:  $y/\delta = 0,8$  und  $y/\delta = 0,5$ , Mitte:  $y/\delta = 0,3$  und  $y/\delta = 0,1$ , unten:  $y/\delta = 0,05$  und  $y/\delta = 0,025$ .

$$-R_{uv} = -\frac{\overline{u'(\underline{x}) v'(\underline{x} + \Delta \underline{x})}}{[\overline{u'^2(\underline{x})} \overline{v'^2(\underline{x} + \Delta \underline{x})}]^{1/2}}$$

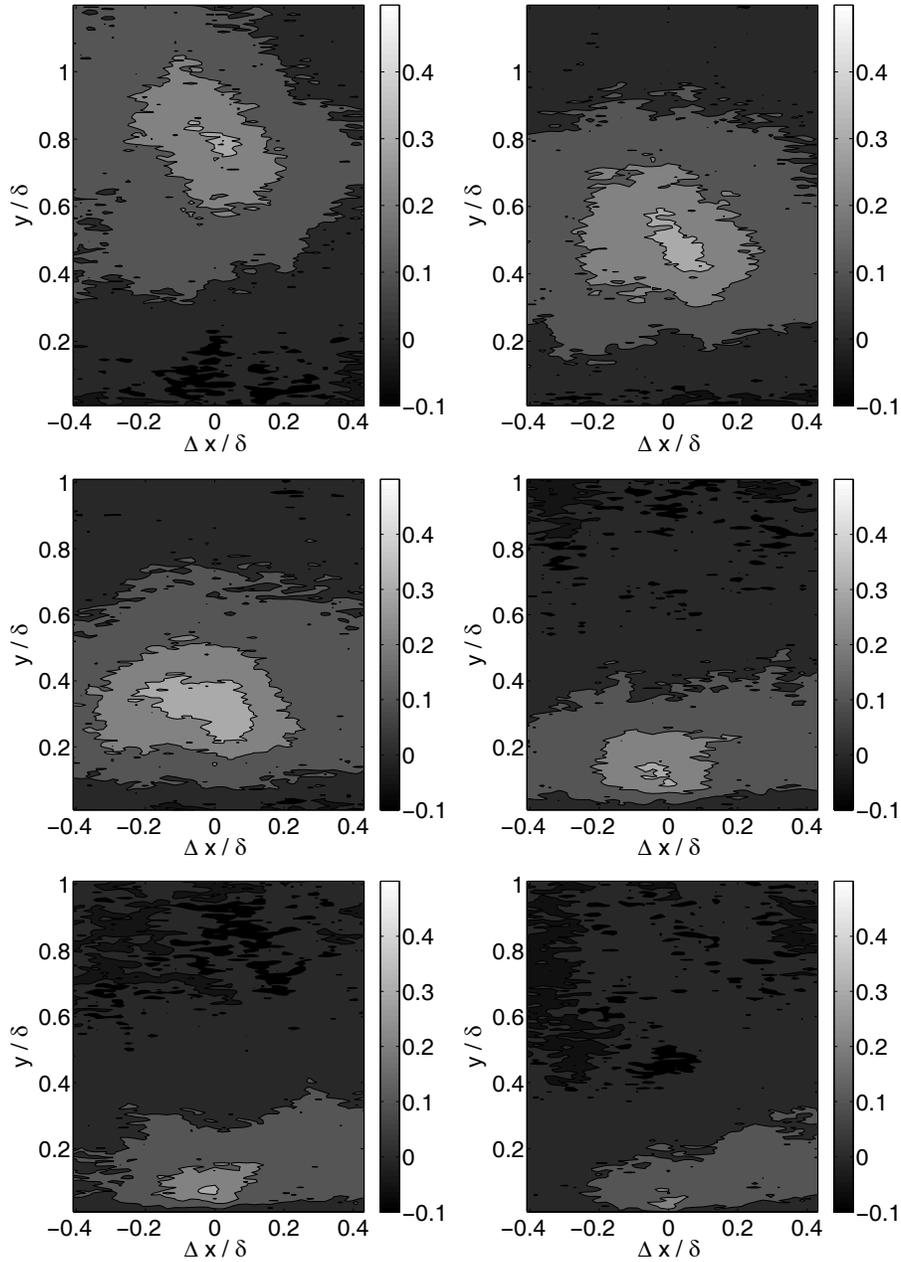


ABBILDUNG 6.16:  $R_{uv}$  in Abhängigkeit vom Wandabstand des festen Punktes, Mono-PIV, 60 m/s, oben:  $y/\delta = 0,8$  und  $y/\delta = 0,5$ , Mitte:  $y/\delta = 0,3$  und  $y/\delta = 0,1$ , unten:  $y/\delta = 0,05$  und  $y/\delta = 0,025$ .

$$-R_{vu} = -\frac{\overline{v'(\underline{x}) u'(\underline{x} + \Delta \underline{x})}}{[\overline{v'^2(\underline{x})} \overline{u'^2(\underline{x} + \Delta \underline{x})}]^{1/2}}$$

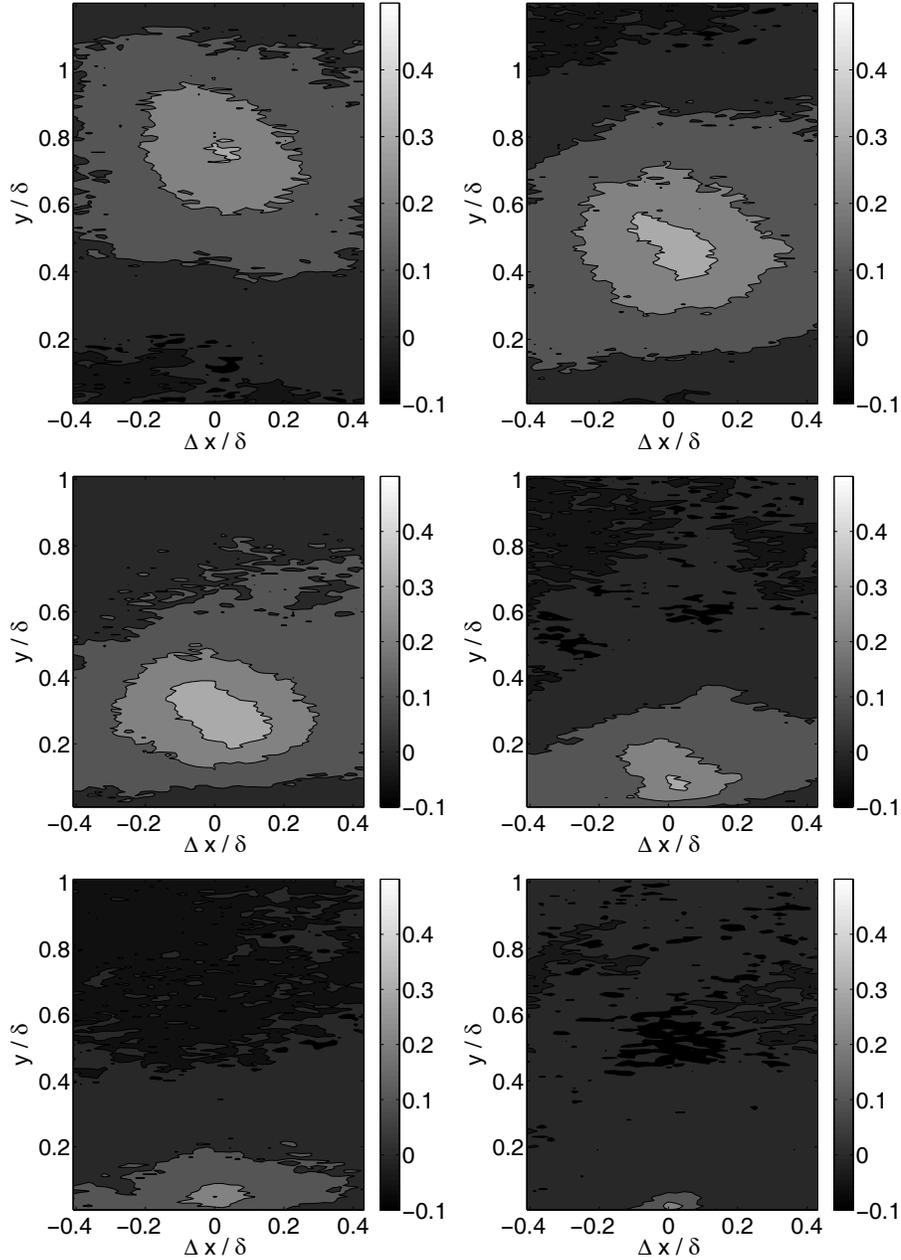


ABBILDUNG 6.17:  $R_{vu}$  in Abhängigkeit vom Wandabstand des festen Punktes, Mono-PIV, 60 m/s, oben:  $y/\delta = 0,8$  und  $y/\delta = 0,5$ , Mitte:  $y/\delta = 0,3$  und  $y/\delta = 0,1$ , unten:  $y/\delta = 0,05$  und  $y/\delta = 0,025$ .

$$R_{\langle uv \rangle, \langle uv \rangle} = \frac{\overline{u'(\underline{x})v'(\underline{x}) u'(\underline{x} + \Delta\underline{x})v'(\underline{x} + \Delta\underline{x})}}{[\overline{u'^2(\underline{x}) v'^2(\underline{x})} \overline{u'^2(\underline{x} + \Delta\underline{x}) v'^2(\underline{x} + \Delta\underline{x})}]^{0,5}}$$

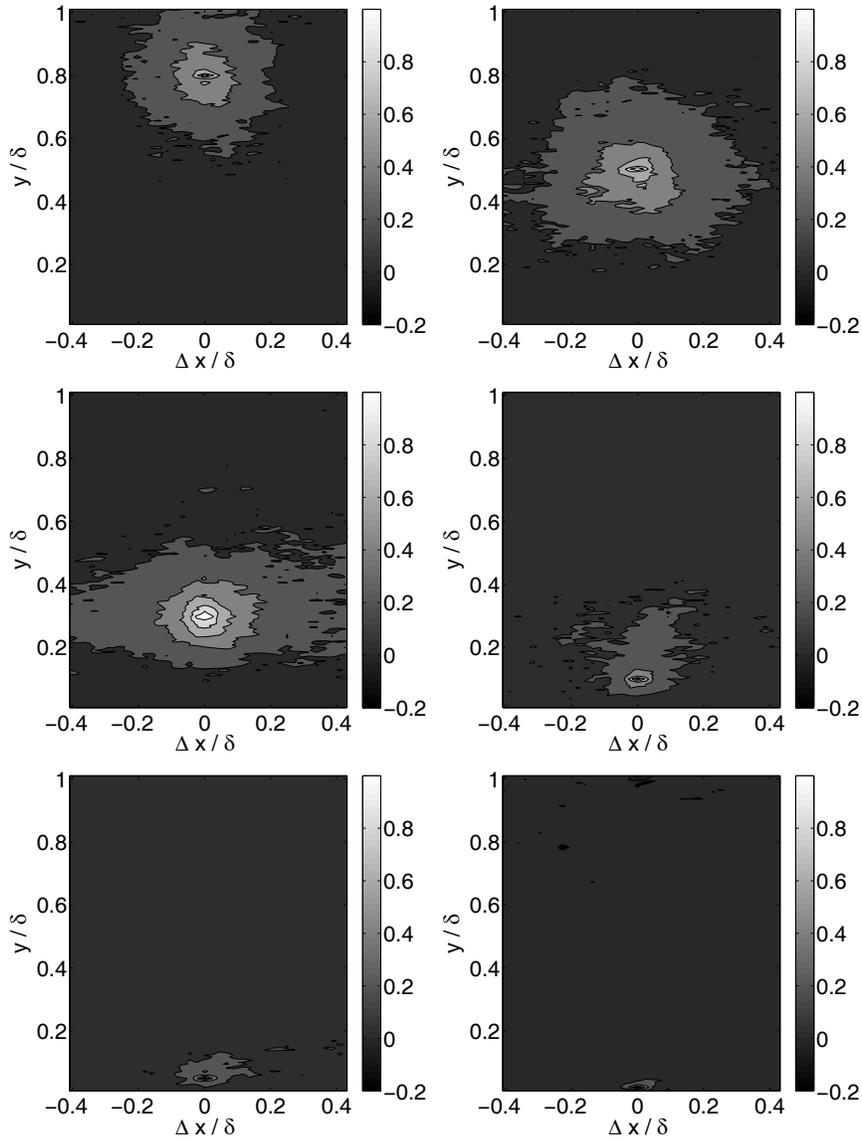


ABBILDUNG 6.18:  $R_{\langle uv \rangle, \langle uv \rangle}$  in Abhängigkeit vom Wandabstand des festen Punktes, Mono-PIV, 60 m/s, oben:  $y/\delta = 0,8$  und  $y/\delta = 0,5$ , Mitte:  $y/\delta = 0,3$  und  $y/\delta = 0,1$ , unten:  $y/\delta = 0,05$  und  $y/\delta = 0,025$ .

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden turbulente Grenzschichten bei Druckgradient null hinsichtlich der Reynoldszahl-Abhängigkeit von Profilen, Spektren und Korrelationen der Hauptströmung und der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten untersucht. Die Analyse der Daten stützt sich dabei auf Messungen in drei verschiedenen Grenzschichtströmungen, die einen Reynoldszahl-Bereich von  $Re_{\delta_2} = 4570 - 116400$  abdecken. Es wurden Einzel- und 3-Draht-Hitzdraht-Sonden für Profil- und Korrelationsmessungen in wandnormaler Richtung verwendet und für zwei Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} = 39000$  und  $54700$  außerdem PIV-Messungen in einer  $x - y$ -Ebene durchgeführt, aus denen alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors bestimmt werden konnten.

Der durch die Messungen abgedeckte Reynoldszahl-Bereich ist deutlich größer als in den meisten bisher publizierten Untersuchungen. Die Messungen bei den kleineren Reynoldszahlen im LaWiKa ergänzen die DNW-Messungen bei großen Reynoldszahlen, da sie eine sehr gute räumliche Auflösung besitzen und die getrennte Untersuchung von strömungsphysikalischen Phänomenen und Einflüssen der Messtechnik erlauben. PIV-Messungen in einer turbulenten Grenzschicht bei vergleichbaren Reynoldszahlen sind bisher meines Wissens nicht publiziert worden.

Die Untersuchung bestätigt viele Erkenntnisse zur Skalierung von Profilen der mittleren Geschwindigkeit und der Schwankungsgrößen (vgl. z.B. Fernholz & Finley, 1996) und zeigt deren Gültigkeit auch für große Reynoldszahlen bis  $Re_{\delta_2} = 116400$ . So wurde unter anderem festgestellt:

- Die mittlere Geschwindigkeit wird im Innenbereich sehr gut durch das logarithmische Wandgesetz (mit den Konstanten nach Coles  $\kappa = 0,4$ ,  $C=5,1$ ) beschrieben.
- Der Gültigkeitsbereich des Wandgesetzes in Innenskalierung  $y/l^*$  ver-

größert sich mit steigender Reynoldszahl, wobei das untere Ende des Gültigkeitsbereiches nahezu konstant ist ( $y^+ \approx 40$ ). In Außenskalierung liegt die obere Grenze des Gültigkeitsbereiches zwischen  $0, 20 \leq y/\delta \leq 0, 36$  wobei es keine stetige Zunahme dieses Wertes mit steigender Reynoldszahl gibt.

- Die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  skaliert in Wandnähe mit inneren Variablen, wobei die leichte Zunahme des wandnahen Maximums mit steigender Reynoldszahl oft von Mittelungs-Effekten der Sensoren verdeckt wird. Zur Skalierung des Außenbereiches sind sowohl  $u_\tau$  zusammen mit der Rotta-Clauser-Länge  $\Delta$  als auch die gemischte Skalierung nach DeGraaff & Eaton (2000) mit  $u_\tau$ ,  $u_\delta$  und  $\delta$  geeignet.
- Die Schwankungsgeschwindigkeit  $v'$  zeigt in Innenskalierung ein Plateau konstanter Werte für  $y/\delta < 0, 2$ , wobei dieser konstante Wert mit steigender Reynoldszahl zunimmt. Für große Reynoldszahlen bildet sich ein Maximum für  $v'$  bei etwa  $y/\delta = 0, 1$  heraus. Die gemischte Skalierung von DeGraaff & Eaton (2000) ist in der Lage, die Reynoldszahl-Abhängigkeit dieses Plateaus zu verringern.
- Für  $u'v'$  ergibt sich im Innenbereich ein nahezu konstanter Verlauf, der nur ganz leicht von der Reynoldszahl abzuhängen scheint. Für die größeren Reynoldszahlen wurden Werte von  $\overline{u'v'} > u_\tau^2$  gemessen, wobei eine leichte Überschätzung der Werte durch die verwendeten 3-Draht-Sonden nicht ausgeschlossen werden kann.
- Die Schwankungsgeschwindigkeit  $w'$  ergibt nur in Außenskalierung ein Aufeinanderfallen der Profile mit steigender Reynoldszahl. Die gemessenen Absolutwerte werden in Wandnähe durch die 3-Draht-Sonden um mindestens 15% überschätzt (Abschätzung aus LaWiKa-Messung)

Die spektrale Verteilung der Turbulenz konnte sowohl für  $u'$  als auch für die weiteren Schwankungsgeschwindigkeiten  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$  in einem großen Reynoldszahl-Bereich untersucht werden. Die Ergebnisse für die feinskalige Turbulenzstruktur bei großen Wellenzahlen werden dabei durch die räumliche Mittelung über das Messvolumen der Sensoren beeinflusst. Die Spektren wurden in verschiedenen Skalierungen für charakteristische Wandabstände verglichen. Dabei wurde festgestellt:

- Spektren unterschiedlicher Reynoldszahl fallen bei einer Normierung mit  $y$  und  $u_\tau$  für kleine Wellenzahlen zusammen, wenn  $y/\delta = \text{const}$  ist. Für  $y^+ = 15$  ist ein Zusammenfallen der Spektren auch für große Wellenzahlen zu beobachten.

- Eine Normierung der Spektren in Innenskalierung (mit  $\nu$  und  $u_\tau$ ) ist nicht geeignet um Spektren unterschiedlicher Reynoldszahl auf einer Kurve zur Deckung zu bringen.
- Spektren in Kolmogorov-Normierung ( $\eta$ ,  $v_k$  werden aus der Dissipation berechnet) ergeben einen universellen Verlauf der Spektren für große Wellenzahlen unabhängig von der Reynoldszahl.
- Werden Spektren bei gleicher Reynoldszahl  $Re_\lambda$  in Kolmogorov-Normierung verglichen, so fallen diese unabhängig vom Wandabstand über den gesamten Wellenzahlbereich zusammen. Geringe Abweichungen bei den kleinsten Wellenzahlen könnten auf die Grenzschichtdicke als Begrenzung der maximalen Größe der Wirbelstrukturen hindeuten.
- Spektren in Außenskalierung ( $u_\tau$  und  $\delta$ ) zeigen einen universellen Verlauf im Bereich kleiner Wellenzahlen für alle untersuchten Wandabstände. Dies belegt den Einfluss der großen Wirbelstrukturen auch auf die Turbulenzstruktur in Wandnähe.

Teile der Spektren sind gekennzeichnet durch eine charakteristische Proportionalität der Leistungsdichtespektren zur Wellenzahl. In der Literatur sind verschiedene dieser Proportionalitätsbereiche angegeben und experimentell untersucht worden. Von besonderer Bedeutung sind der Bereich, der eine  $k^{-1}$ -Proportionalität aufweist, und mit der Interaktion zwischen Hauptströmung und Turbulenz zusammenhängt sowie der inertielle Zwischenbereich mit einer  $k^{-5/3}$ -Proportionalität. Diese Proportionalitätsbereiche wurden mittels der vorliegenden Daten untersucht.

- Es wurde für Wandabstände  $y^+ \approx 50$  eine  $k^{-1}$ -Proportionalität der Spektren im Innenbereich der Grenzschicht für alle untersuchten Reynoldszahlen gefunden. Dieser Bereich erstreckt sich über ungefähr eine Dekade von Wellenzahlen. Bei kleineren Reynoldszahlen ist ein solcher Bereich auch für etwas größere Wandabstände  $y^+ < 200$  zu finden.
- Ein  $k^{-5/3}$ -Proportionalitätsbereich wurde in den meisten Spektren gefunden. Er vergrößert sich mit zunehmendem Wandabstand und mit steigender Reynoldszahl. Die Spektren von  $u'$  zeigen den größten Proportionalitätsbereich, die Spektren von  $v'$  den kleinsten. Bereits innerhalb des inertialen Zwischenbereiches tritt bei großen Wellenzahlen ein Abfall des Kreuzleistungsdichtespektrums auf.

Die im DNW gemessenen PIV-Daten ergaben im Vergleich mit den Hitzdrahtmessungen sehr gute Ergebnisse für die mittlere Geschwindigkeit und die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$ . Die anderen Größen  $v'$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $w'$  wurden durch die schwierigen Randbedingungen nur mit geringer Dynamik erfasst und zeigen zu kleine Werte für diese Schwankungsgeschwindigkeiten. Für die Berechnung von Korrelationen ist diese Einschränkung nicht weiter relevant. Durch einen Vergleich mit den Hitzdraht-Korrelationsmessungen wurde eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den zwei Messtechniken gefunden. Außerdem konnte durch die PIV-Ergebnisse die Gültigkeit der Taylor-Hypothese für Reynoldszahlen bis  $Re_{\delta_2} = 54700$  gezeigt werden. Die Erfassung der gesamten  $x - y$ -Ebene durch die PIV-Messung zeigt außerdem weitere charakteristische Eigenschaften der Korrelationsfunktionen:

- Die Korrelation  $R_{uu}$  ist in Wandnähe um etwa  $15^\circ$  geneigt. Mit zunehmendem Wandabstand nimmt dieser Neigungswinkel ab (vgl. Jachens et al. , 2006)
- Auch die Korrelation  $R_{ww}$  zeigt eine Neigung, der Neigungswinkel ist sogar noch etwas größer als bei  $R_{uu}$ .
- Die Korrelation  $R_{vv}$  ist nahezu symmetrisch.
- Die Korrelationslängen aller Korrelationen (berechnet aus den Korrelationskoeffizienten) nehmen mit größerem Wandabstand zu. Sie haben einen annähernd konstanten Wert im Bereich  $0,25 \leq y/\delta \leq 0,8$  ehe sie wieder kleiner werden.

Die Korrelationsmessungen in wandnormaler Richtung erweitern die Beobachtungen von Grant (1958) für große Reynoldszahlen bis  $Re_{\delta_2} = 116400$ . Es konnte außerdem gezeigt werden, dass die Korrelationsfunktionen – mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  normiert – unabhängig von der Reynoldszahl sind, wenn man den gleichen Wandabstand  $y/\delta$  betrachtet. Dies gilt sowohl für die Korrelationen in Hauptströmungsrichtung als auch in Wandnormalen-Richtung.

Trotz der umfangreichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit gibt es Ansatzpunkte und interessante Themen, die weiter untersucht werden sollten. Bei Experimenten zur Skalierung speziell bei großen Reynoldszahlen sind die Randbedingungen und die verwendeten Sensoren von entscheidender Bedeutung. Viele physikalische Phänomene in unmittelbarer Wandnähe  $y^+ < 100$  können mit konventionellen Eindraht- und Mehrdraht-Sonden nicht vollständig untersucht werden. Die räumliche Auflösung der Sensoren sollte daher

dringend verbessert werden, da es kaum möglich ist, Grenzschichten bei großen Reynoldszahlen zu untersuchen, die gleichzeitig eine sehr große Grenzschichtdicke aufweisen.

Bei Versuchen in großen – industriell genutzten – Windkanälen wie dem DNW spielen auch die Randbedingungen wie Rauigkeiten, zeitliche Konstanz der Geschwindigkeit und Temperatur und nicht zuletzt die immensen Betriebskosten eine wichtige Rolle, die in der Regel die Anzahl und Dauer der Experimente auf ein absolutes Mindestmaß reduzieren. Die Mono-PIV-Messungen der aktuellen Untersuchung hätten vermutlich deutlich bessere Ergebnisse liefern können, wenn man die Mono-PIV-Messung und die Stereo-PIV-Messung zeitlich voneinander getrennt hätte und damit den Zeitversatz zwischen den zwei Teilbildern auch für die Mono-PIV-Messung optimal hätte wählen können. Außerdem wäre bei längerer Messzeit der Einsatz weiterer Hitzdraht-Sonden (X-Draht-Sonden) möglich gewesen, die von ihrer Charakteristik her robuster sind und auch in hochturbulenten Strömungen möglicherweise verlässlichere Ergebnisse geliefert hätten.

Insofern sind vor allem Detailverbesserungen und der Einsatz zusätzlicher Messtechniken (Ölfilminterferometrie für die Wandreibungsmessung und LDA für Geschwindigkeitsprofile) für ein zukünftiges Experiment mit ähnlicher Zielsetzung wünschenswert.

Die vorliegenden PIV-Daten bieten über die dargestellten Ergebnisse hinaus noch weitere Möglichkeiten der Auswertung. Interessant sind zum Beispiel bedingte Korrelationen oder auch die Zerlegung der Geschwindigkeitsfelder ähnlich der Quadrantenanalyse für  $\overline{u'v'}$ .

# Anhang A

## Miniaturisierte 3-Draht-Sonden

### A.1 Allgemeines

Bei den für die Messung verwendeten 3-Draht-Sonden handelte es sich um eine Eigenentwicklung der Sondenwerkstatt des HFI. Diese Hitzdraht-Sonden bestanden aus drei zueinander orthogonal angeordneten Sensordrähten, die beliebige Strömungsvektoren innerhalb des Eindeutigkeitsbereiches zeitlich aufgelöst erfassen können. Für die Anwendung in turbulenten Wandgrenzschichten wurde eine Miniaturisierung des konventionellen Designs (vgl. z.B. die Beschreibung der 3-Draht-Sonden von Dantec oder TSI in Bruun, 1995) und eine Optimierung der Drahtanordnung vorgenommen. Diese Entwicklung und Erprobung wurde von Bruns & Dengel (1998) durchgeführt und dokumentiert.

Spezifische Probleme dieser Messtechnik werden im Folgenden diskutiert und Korrekturen erläutert.

### Grundgleichungen

Die Kühlung der einzelnen Sensordrähte wird über eine effektive Kühlgeschwindigkeit nach dem Ansatz von Jørgensen berücksichtigt:

$$U_{eff}^2 = U_n^2 + k^2 U_t^2 + h^2 U_b^2 \quad (\text{A.1})$$

Dabei bezeichnet  $U_n$  die Komponente senkrecht zum Sensordraht (üblicherweise in der Ebene der Zinken des Sensordrahtes),  $U_t$  die Komponente tangential zum Sensordraht und  $U_b$  die Komponente des momentanen Geschwindigkeitsvektors in binormaler Richtung.  $k$  und  $h$  sind die entsprechenden Einflussfaktoren für die tangentielle und binormale Kühlung.

Während der Kalibration der Sonde wird bei bekanntem Anströmwinkel die Beziehung  $U_{eff} = f(E)$  bestimmt, wobei  $E$  die verstärkte Brückenspannung des Anemometers ist.

Prinzipiell müssen für jeden der drei Sensordrähte die geometrischen Beziehungen zwischen den Geschwindigkeiten im Windkanal-Koordinatensystem  $(U, V, W)$  und den einzelnen Komponenten jedes Drahtes  $(U_n, U_t, U_b)_i$  mit  $i = 1...3$  aufgestellt und anschließend gelöst werden.

Bei der orthogonalen Drahtanordnung kann diese Berechnung jedoch erheblich vereinfacht werden. Da jeweils ein Sensordraht senkrecht zu den beiden anderen Sensordrähten ist, wird durch die Tangentialrichtungen der Sensordrähte ein orthogonales Koordinatensystem  $(\underline{e}_{t1}, \underline{e}_{t2}, \underline{e}_{t3})$  aufgespannt. Die Transformation zwischen dem Windkanal-Koordinatensystem  $\underline{e}_i$  und dem Tangential-Koordinatensystem  $\underline{e}_{ti}$  wird durch die Matrix  $Q_{ij}$  vermittelt,

$$\underline{e}_i = Q_{ij}\underline{e}_{tj} \quad (\text{A.2})$$

die damit die „Geometrie der Sonde“ erfasst.

Schreibt man Gleichung (A.1) ebenfalls in Koordinatenschreibweise unter Verwendung der Orthogonalität des Tangential-Koordinatensystems (Substitution der Normal- und Binormal-Komponente durch Tangential-Komponenten der anderen Sensordrähte), so erhält man:

$$U_{eff_i}^2 = M_{ij}U_{t_j}^2 \quad \text{mit} \quad M_{ij} = \begin{pmatrix} k_1^2 & 1 & h_1^2 \\ h_2^2 & k_2^2 & 1 \\ 1 & h_3^2 & k_3^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Dabei ist die Wahl - zum Beispiel in Zeile eins - welche der beiden Tangentialkomponenten jetzt als „normal“ und welche als „binormal“ bezeichnet wird, zunächst erst einmal willkürlich; der Rest der Matrix ergibt sich dann entsprechend der Systematik. Nach dieser Substitution liegt die (neue) „Normalkomponente“ eines Sensordrahtes nicht mehr in der entsprechenden Zinkenebene.

Die Berechnung der Geschwindigkeiten im Kanal-Koordinatensystem kann in vier Hauptschritte zerlegt werden:

1. Bestimmung von  $U_{eff_i}$  aus den Anemometerspannungen  $E_i$
2. Umrechnung in Tangential-Geschwindigkeiten

$$U_{t_i}^2 = M_{ij}^{-1}U_{eff_j}^2$$

3. Radizieren ergibt  $U_{t_i}$

## 4. Umrechnung in das Kanal-Koordinatensystem

$$(U, V, W)^T = Q_{ij}U_{t_j}$$

In den folgenden Abschnitten werden die Einzelheiten zur Geometrie der verwendeten Miniatursonden und die Besonderheiten in der Berechnung dargestellt.

## A.2 Aufbau der Sonde

Die drei Sensordrähte werden jeweils durch einen kurzen und einen langen Zinken unter einem Winkel  $\phi$  zur Sondenlängsachse (in der Regel identisch mit der Hauptströmungsrichtung) gehalten. Im Idealfall würden sich die 3 Sensordrähte in genau einem Punkt berühren. Zur Vermeidung von Kurzschlüssen und Verringerung von thermischer und aerodynamischer Wechselwirkung zwischen den einzelnen Sensordrähten hat sich jedoch die in Abb. A.1 skizzierte Anordnung als optimal erwiesen (Bruns & Dengel, 1998), bei der die Drähte jeweils um 0,175 mm aus dem gedachten Mittelpunkt herausgerückt werden. In der Frontalansicht ergibt sich als Projektion ein gleichseitiges Dreieck.

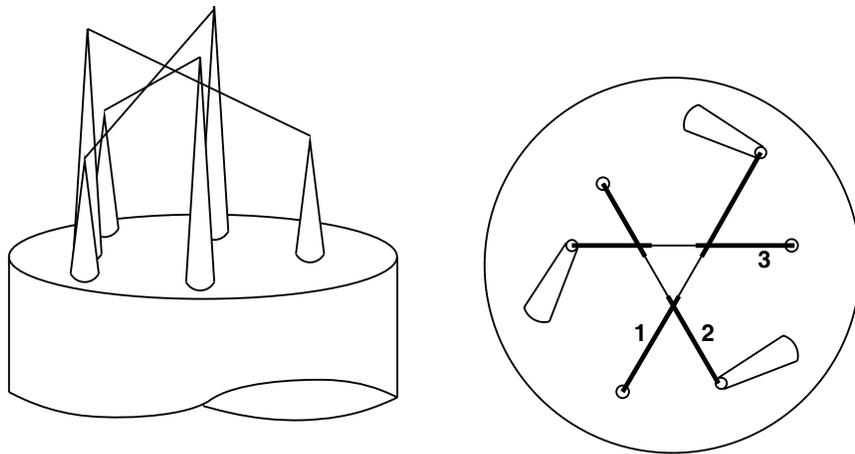


ABBILDUNG A.1: Prinzipskizze zur Zinken- und Drahtanordnung. Rechte Seite in der Frontalansicht

Die orthogonale Anordnung der drei Sensordrähte kann durch zwei Winkel vollständig charakterisiert werden. Der Winkel  $\phi = 54,74^\circ$  wird innerhalb der Zinkenebene zwischen Sensordraht und Sondenlängsachse definiert (Abb. Abbildung A.2).

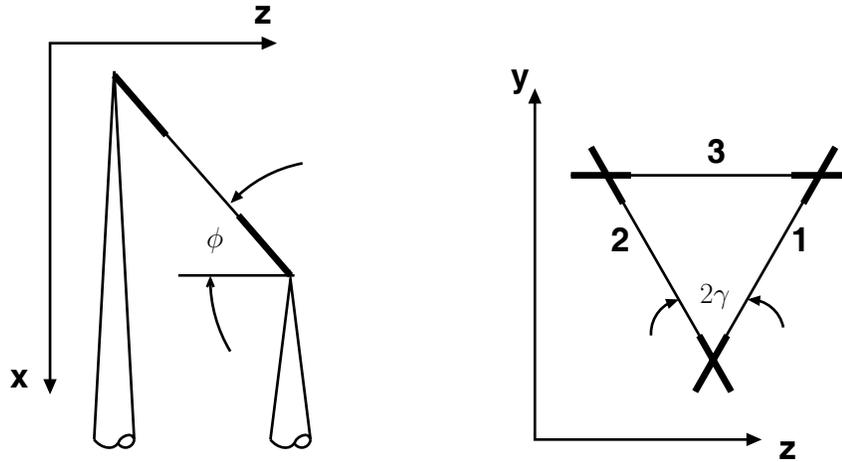


ABBILDUNG A.2: Winkel zur Charakterisierung der Sondengeometrie. Rechte Seite in der Frontalansicht mit Numerierung der Sensordrähte

Der zweite Winkel beschreibt die Lage der Sensordrähte zueinander in dem durch die Projektion entstehenden gleichseitigen Dreieck. Die Sonde wird so eingebaut, dass Draht 3 parallel zur Windkanalwand ist und sich der virtuelle Schnittpunkt von Draht 1 und Draht 2 in der wandnächsten Position befindet (“stehendes Dreieck”). Es genügt der Winkel  $\gamma = 30^\circ$ , um die Matrix  $Q$  (Gleichung (A.2)) aufzustellen (Sondenlängsachse und Hauptströmungsrichtung/Windkanal-Längsachse fallen zusammen). Die positive Richtung im Tangential-Koordinatensystem wird jeweils vom langen zum kurzen Zinken gewählt. Damit ergibt sich als Transformation zwischen dem Tangential-Koordinatensystem und dem Windkanal-Koordinatensystem:

$$Q_{ij} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \cos(\phi) & \cos(\phi) \\ -\sin(\phi) \cos(\gamma) & \sin(\phi) \cos(\gamma) & 0 \\ -\sin(\phi) \sin(\gamma) & -\sin(\phi) \sin(\gamma) & \sin(\phi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Wird die Sonde um ihre Längsachse um den Winkel  $\epsilon$  gedreht eingebaut oder durch einen Kippwinkel  $\kappa$  (zur Wand hin:  $\kappa > 0$ ) geneigt, so kann dies durch die zusätzlichen Transformationsmatrizen  $R_{ij}$  bzw.  $K_{ij}$  berücksichtigt, werden

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\epsilon) & -\sin(\epsilon) \\ 0 & \sin(\epsilon) & \cos(\epsilon) \end{pmatrix}, \quad K_{ij} = \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & -\sin(\kappa) & 0 \\ \sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Mit Gleichung (A.5) ergibt sich die Koordinatentransformation vom

Tangential-Koordinatensystem in das Windkanal-Koordinatensystem dann zu:

$$Q_{ij}^* = R_{ik}Q_{kj} \quad \text{bzw.} \quad Q_{ij}^* = K_{ik}Q_{kj} \quad \text{oder} \quad Q_{ij}^* = K_{ik}R_{km}Q_{mj} \quad (\text{A.6})$$

Bei geradem Einbau der Sonde (kein Kippwinkel), wobei Draht 3 parallel zur Windkanalwand ausgerichtet wird, ergibt sich für die Transformation von Tangentialgeschwindigkeiten in das Windkanal-Koordinatensystem:

$$Q_{ij} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ -3\sqrt{2} & 3\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6} & -\sqrt{6} & 2\sqrt{6} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Für die Kalibration, die den Zusammenhang zwischen der effektiven Kühlgeschwindigkeit und der Brückenspannung für jeweils einen Sensordraht beschreibt, wurde ein Polynom dritten Grades verwendet:

$$U_{eff} = a_0 + a_1E + a_2E^2 + a_3E^3.$$

Zur Berücksichtigung der Tangential- und der Binormal-Kühlung wurden vorerst die, für Sonden mit vergleichbarem Zinkenaufbau und  $l/d \approx 200$  üblichen, Koeffizienten  $k = 0,15$  und  $h = 1,0$  verwendet (Vagt , 1979; Tutu & Chevray , 1975). Auf diesen Aspekt wird in den folgenden Abschnitten A.4 und A.6 näher eingegangen.

### A.3 Vergleichsmessungen

In der störungsarmen Umgebung des Laminar-Windkanals (LaWiKa) des Instituts für Strömungsmechanik und Technische Akustik wurde eine turbulente Grenzschicht als Testströmung zum Vergleich der 3-Draht-Sonden mit anderen Hitzdraht-Sonden erzeugt. Dabei dienten die Messwerte der X-Draht-Sonden (UV- bzw. UW-Sonden) und der Normaldraht-Sonden als Referenzwerte für die mit den 3-Draht-Sonden zu messenden Turbulenzgrößen.

Die Messungen wurden zeitlich versetzt mit den unterschiedlichen Sonden an der gleichen axialen und spannweitigen Position vorgenommen. Die sehr genau kontrollierbaren Randbedingungen (siehe auch Abschnitt 3.2) sorgten für eine sehr gute Reproduzierbarkeit der Messungen. Durch eine Variation der Anströmgeschwindigkeit konnte der Vergleich der Sondentypen auch hinsichtlich einer Abhängigkeit der Messwerte von der Reynoldszahl ( $4600 \leq Re_{\delta_2} \leq 11800$ ) vorgenommen werden.

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt durch Normierung mit "inneren Variablen"  $\nu$  und  $u_\tau$ , wobei  $\tau_W$  aus Prestonrohr-Messungen bestimmt wurde.

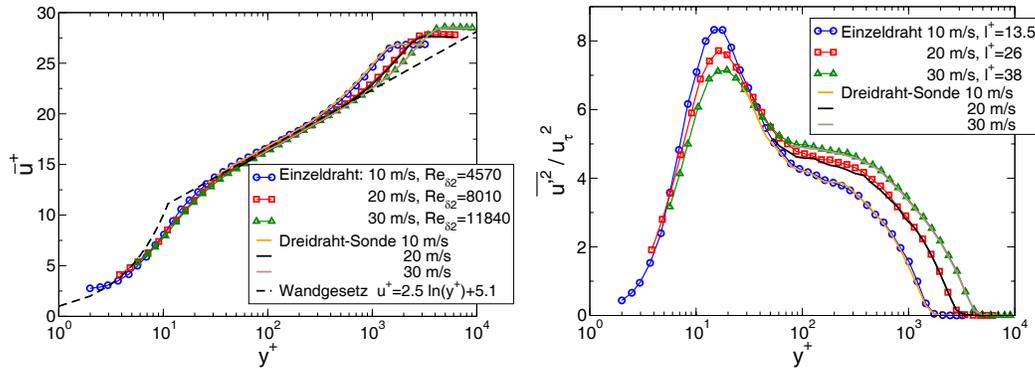


ABBILDUNG A.3: Vergleich von 3-Draht-Sonde (M46) mit Einzeldraht-Sonde im LaWiKa: Mittlere Geschwindigkeit und Schwankungsgröße  $u'$

Die Messungen mit der Einzeldraht-Sonde und den X-Draht-Sonden wurden untereinander (nicht aufgetragen) und mit Messdaten aus zwei weiteren Untersuchungen in einer turbulenten Grenzschicht bei ähnlichen Reynoldszahlen (Bruns, Dengel & Fernholz, 1992; DeGraaff & Eaton, 1999) verglichen (siehe Abschnitt 5.2). Die Übereinstimmung ist sowohl für den Mittelwert als auch die Schwankungsgrößen sehr gut.

Mit den so verifizierten Messdaten aus dem LaWiKa wurden die Messungen mit den verschiedenen 3-Draht-Sonden verglichen. Die Übereinstimmung für die Profile der mittleren Geschwindigkeit und für die Profile der axialen Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{u'^2}$  ist dabei sehr gut (Abbildung A.3). Auch für die wandnormale Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{v'^2}$  und die Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  sind die Ergebnisse für größere Wandabstände nahezu identisch. In Wandnähe misst die 3-Draht-Sonde für die Reynoldszahlen  $Re_{\delta_2} > 5000$  höhere Werte für  $\overline{v'^2}$  als die X-Draht-Sonde (Abbildung A.4).

Bei den Messungen mit den X-Draht-Sonden (UV, UW) wurde die Längskühlung der Sensordrähte mit einem Faktor  $k = 0,16$  berücksichtigt, der aus einer Winkel-Messung bestimmt wurde (Abschnitt A.4). Die Vernachlässigung der Längskühlung würde einen um ca. 10% geringeren Wert von  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  über nahezu die gesamte Grenzschicht zur Folge haben. Bei der Reynolds-Schubspannung  $\overline{u'v'}$  beträgt der Unterschied ca. 6%. Diese Ergebnisse zum Einfluss der Längskühlung bei X-Draht-Sonden stimmen gut mit denen von Tutu & Chevray (1975) überein. Sonstige Korrekturen - z.B. für die unberücksichtigte dritte Geschwindigkeitskomponente und die Rectifizierung (Strömungswinkel außerhalb des Eindeutigkeitsbereiches) - sind nicht berücksichtigt worden. Diese sind nach Tutu & Chevray (1975) - bei Turbulenzgraden von weniger als 30% - allerdings auch klein.

Für die Reynolds-Normalspannung  $\overline{w'^2}$  traten in Wandnähe große Abwei-

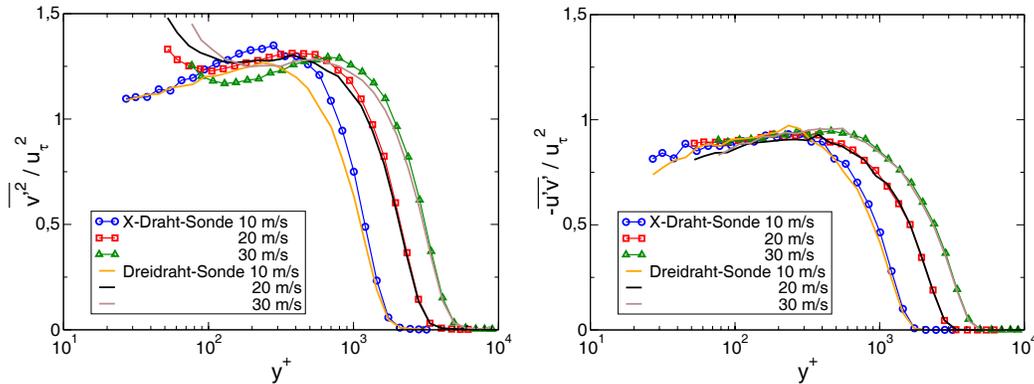


ABBILDUNG A.4: Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{u'v'}$  gemessen im La-WiKa mit 3-Draht-Sonde (M46) und einer UV-Sonde

chungen zwischen den Messungen mit der X-Draht-Sonde und der 3-Draht-Sonde auf (Abbildung A.5). Bei den beiden größeren Reynoldszahlen sind diese Abweichungen jedoch nicht nur auf den wandnächsten Bereich beschränkt. Dabei wird mit der 3-Draht-Sonde ein zu hoher Wert für  $\overline{w'^2}$  gemessen. Die Referenzmessungen von Bruns & Dengel (1998) beschränken sich auf einen Wert nahe der kleinsten hier untersuchten Reynoldszahl und stimmen mit den vorliegenden Messwerten recht gut überein. Auf Grund der geringen Abmessungen der Sonde ist es nicht wahrscheinlich, dass diese Abweichungen auf den (mittleren) Geschwindigkeitsgradienten in der Scherströmung zurückzuführen sind. Zwar befindet sich Draht 3 in einer größeren Wandentfernung als Draht 1 und 2 und wird somit (im Mittel) stärker gekühlt; jedoch beträgt bei der 3-Draht-Sonde der Abstand von Draht 3 zur Mitte von Draht 1 und 2 ca. 0,2 mm während der Drahtabstand bei der X-Draht-Sonde (UW-Sonde hat zwei wandparallele Drähte) ungefähr 0,3 mm beträgt. Die momentan in Wandnähe variierenden Geschwindigkeitsverteilungen (und Gradienten) haben sicherlich einen Einfluss auf die Interaktion zwischen den Sensordrähten; dieser kann jedoch für die Auswertung nicht erfasst werden.

Es wurde weiterhin festgestellt, dass die Charakteristik der 3-Draht-Sonden von Sonde zu Sonde leicht variierte. Dabei traten zum Teil noch größere Werte für  $\overline{w'^2}$  auf - auch für die geringste untersuchte Reynoldszahl ( $\overline{w'^2}/u_\tau^2 = 4$  im wandnächsten Punkt, vgl. auch Abbildung A.12) - als bei den in Abbildung A.5 gezeigten Messwerten. Die anderen Komponenten der Geschwindigkeitsschwankungen waren davon weniger stark betroffen. Bei zwei früher gefertigten - nominell baugleichen - Sonden wurden zu kleine Werte für  $\overline{v'^2}$  gemessen, während für  $\overline{w'^2}$  einmal deutlich zu große Werte und einmal nahezu korrekte Werte (bezogen auf die X-Draht-Sonde als Referenz) gemessen wurden.

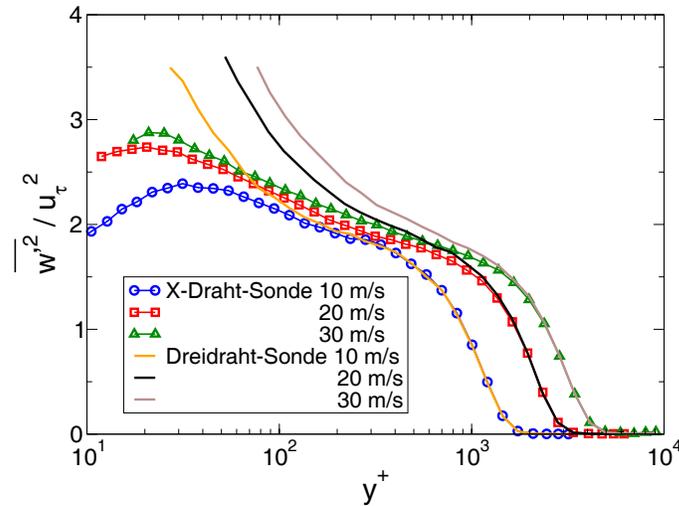


ABBILDUNG A.5: Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{w'^2}$  gemessen im LaWiKa mit 3-Draht-Sonde (M46) und einer UW-Sonde

Durch verschiedene Untersuchungen stellte sich heraus, dass vermutlich minimale Unterschiede im Drahtabstand und in der Anordnung der sensitiven Abschnitte der Drähte (vgl. Abbildung A.1) diese Unterschiede verursachen, obwohl die Sonden mit den kleinstmöglichen Toleranzen gefertigt wurden. Die starke Miniaturisierung der Sonde bewirkt aerodynamische und thermische Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Drähten, die sich bereits durch Abweichung in der Drahtanordnung um ein bis zwei hunderstel Millimeter verändern.

Diese Unterschiede in der Drahtanordnung werden aber in der in Abschnitt A.1 dargestellten Berechnungen nicht direkt berücksichtigt. Daher wurde versucht, die individuelle Charakteristik der Sonden durch eine Winkelkalibration zu erfassen und die Ergebnisse durch die Optimierung der Konstanten für die Tangential- und Binormal-Kühlung  $k_i$  und  $h_i$  zu verbessern.

## A.4 Winkelkalibration und Eindeutigkeitsbereich

Zur Kalibration der Richtungsempfindlichkeit bei Hitzdraht-Sonden mit mehreren Sensordrähten gibt es eine Vielzahl an Untersuchungen (siehe z.B. Brun , 1995; Lekakis , 1996). Die meisten dieser Untersuchungen lassen sich in zwei großen Gruppen zusammenfassen:

- Gekoppelte Geschwindigkeits- und Richtungskalibration  
Dies bedingt im allgemeinen eine sehr große Zahl an Kalibrationspunkten verbunden mit einem hohen zeitlichen Aufwand sowie eine entsprechende Vorrichtung zur Winkel-Kalibration für jede Messung. Die Ergebnisse werden z.B. in Form einer Tabelle oder durch direkte Interpolation zwischen den Kalibrationswerten zur Auswertung der eigentlichen Messung verwendet.  
(z.B. Johnson & Eckelmann , 1984; van Dijk & Nieuwstadt , 2004)
- Getrennte Geschwindigkeits- und Richtungskalibration  
Diese Methode verringert den Kalibrationsaufwand erheblich durch die Annahme, dass sich die Richtungsempfindlichkeit nur durch eine Modifikation der Sonde (neue Sensordrähte o.ä.) ändert. Dadurch muss vor jeder Messung nur eine Geschwindigkeitskalibration vorgenommen werden. Für die Berücksichtigung der Richtungskalibration werden häufig die effektive Kühlgeschwindigkeit mit einem Ansatz nach Jørgensen (Gleichung (A.1)) oder die Methode der „effektiven Winkel“ nach Bradshaw (siehe z.B. Cutler & Bradshaw , 1991) benutzt.

Bei der Verwendung des Jørgensen-Ansatzes werden teilweise Winkel- und Geschwindigkeitsabhängigkeiten der Koeffizienten für Tangential- und Binormal-Kühlung  $k$  und  $h$  gefunden (Müller , 1992; Moro, Vukoslavčević & Blet , 2003), teilweise wird die Unabhängigkeit von diesen Größen bestätigt (Champagne & Sleicher , 1967; Vagt , 1979; Rosemann , 1989). Die Unterschiede werden vermutlich vor allem durch die Verwendung von an den Enden nicht ummantelten Sensordrähten bei den ersten hier zitierten Arbeiten verursacht.

In der vorliegenden Untersuchung wurde aufgrund des geringeren Aufwands und der Möglichkeit der nachträglichen Korrektur von Messungen die Trennung von Geschwindigkeits- und Richtungskalibration gewählt. Wie bereits in Abschnitt A.1 erwähnt, wurde der Jørgensen-Ansatz mit – über den betrachteten Winkel- und Geschwindigkeitsbereich – konstanten Koeffizienten  $k$  und  $h$  verwendet.

Rosemann (1989) benutzt für die Kalibration von 3-Draht-Sonden die gleichen Ansätze, wobei er aus der Winkelkalibration sowohl die Koeffizienten  $k$  und  $h$  als auch die Winkel der Sensordrähte (in der hier verwendeten Notation  $\phi$  und  $\gamma$ ) bestimmt.

Die – trotz der geringen Abweichungen in den Abständen der Sensordrähte – sehr hohe Genauigkeit der Fertigung der 3-Draht-Sonden sprach hier gegen die Hinzunahme der Drahtwinkel zu den einzukalibrierenden Größen. Stattdessen wurde eine Winkelmessung für verschiedene Kombinationen

von Kippwinkeln  $\alpha$  und Schiebewinkeln  $\beta$  durchgeführt und anschließend versucht, die Abweichung zwischen gemessenen und eingestellten Winkeln durch geeignete Wahl der Koeffizienten  $k_i$  und  $h_i$  zu minimieren.

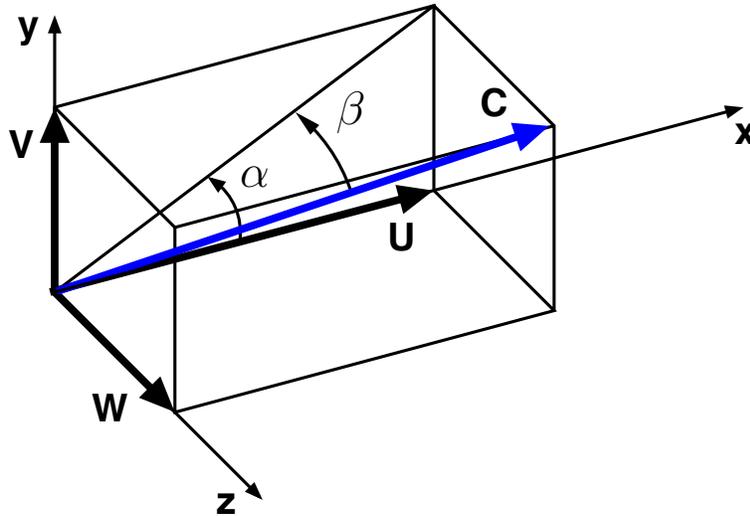


ABBILDUNG A.6: Prinzipskizze zu den auftretenden Strömungswinkeln

$$\alpha = \arctan\left(\frac{V}{U}\right) \quad \beta = \arctan\left(\frac{W}{\sqrt{U^2 + V^2}}\right) \quad (\text{A.8})$$

Die Winkelkalibration wurde mit Hilfe eines kleinen druckluftbetriebenen Kalibrierkanals durchgeführt, vor dem die Sonde mit einem Abstand geringer als  $D/2$  ( $D$  - Düsendurchmesser) eingespannt wurde. Die unabhängig voneinander einstellbaren Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  wurden durch eine aufwändige und präzise Schwenkvorrichtung (Genauigkeit  $0,1^\circ$ ) realisiert, die normalerweise zum Bau der Sonden dient (Abbildung A.7).

Ergebnisse der Winkel-Messung sind in Abbildung A.8 dargestellt. Es fällt auf, dass Strömungswinkel für negative Schiebewinkel  $\beta$  nach der Auswertung mit den Standardkoeffizienten  $k = 0,15$  und  $h = 1$  (rote quadratische Symbole) nahezu richtig gemessen werden, für positive Schiebewinkel aber eine deutliche Unterschätzung von großen Kippwinkeln  $\alpha$  auftritt. Die schwarz markierte Begrenzung stellt die maximal möglichen Strömungswinkel einer idealen Sonde mit der gleichen Drahtanordnung dar. Sie ist gegeben durch die Tangentialrichtungen der einzelnen Drähte. Winkel außerhalb dieses Bereiches werden immer in den Eindeutigkeitsbereich hineingefaltet (vgl. Rosemann, 1989). Für eine reale Sonde ist der zu erwartende Eindeutigkeitsbereich kleiner, wobei die Messergebnisse scheinbar durch diesen realen

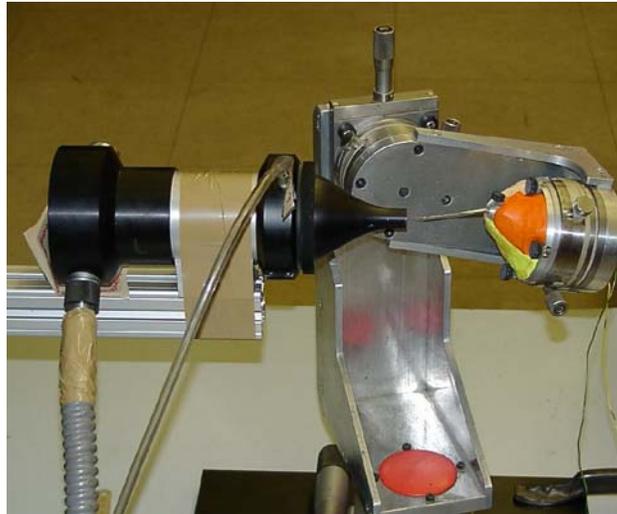


ABBILDUNG A.7: Winkelkalibrationsvorrichtung

Eindeutigkeitsbereich schon bei Kippwinkeln betragsmäßig größer  $20^\circ$  beeinflusst werden.

Nach der Vermessung der verschiedenen Strömungswinkel wurde eine Optimierung vorgenommen, bei der  $k$  und  $h$  systematisch variiert wurden, um die eingestellten Strömungswinkel möglichst gut wiederzugeben. Die Güte der Optimierung wurde anhand der Summe der quadratischen Abweichungen von jeweils eingestelltem und gemessenem Winkel getrennt für Kipp- und Schiebewinkel ermittelt und die beiden Summen anschließend multipliziert. Zur Erhöhung der Flexibilität bei der Optimierung wurde die Auswertung so umgearbeitet, dass die eigentlich nur quadratisch vorkommenden Koeffizienten  $k$  und  $h$  (vgl. Gleichung (A.1)) auch negative Werte annehmen können ( $k_i^* = k_i^2, h_i^* = h_i^2$ ) und für jeden Draht verschiedene Werte besitzen können. Dieses Vorgehen wurde unter anderem auch von Müller (1992) und Rosemann (1989) angewandt und bedeutet anschaulich, dass statt einer Längskühlung bei negativem  $k^*$  eine zusätzliche Aufheizung des Drahtes (z.B. durch den thermischen Nachlauf eines anderen Drahtes) auftritt. Im weiteren Sinne ist die Vergrößerung des Gültigkeitsbereiches hin zu negativen Werten für  $k^*$  und  $h^*$  eine Möglichkeit die verschiedenen sich überlagernden Effekte der Interaktion auszugleichen.

Ergebnisse der Optimierung sind ebenfalls in Abbildung A.8 dargestellt. Dabei sind in der linken Abbildung die Ergebnisse (blaue Kreise) gezeigt, die sich ergeben, wenn die Koeffizienten für alle drei Drähte den gleichen Wert haben sollen. Die ermittelten Koeffizienten betragen  $k^* = k^2 = 0,015$  (statt 0,0225) und  $h^* = h^2 = 0,96$  (statt 1,0). Die Verbesserung in den

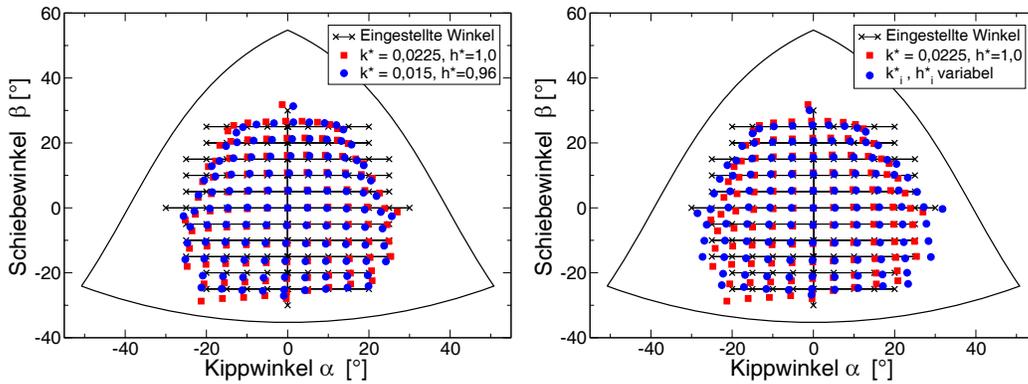


ABBILDUNG A.8: Ergebnisse der Winkelmessung mit Standardkoeffizienten  $k, h$  und mit den Ergebnissen der Optimierung (M48)

Winkelmessungen ist vor allem bei negativen Schiebewinkeln zu beobachten.

Im rechten Teil ist das Ergebnis der Winkelmessung dargestellt, das durch eine separate Variation von  $k_i^*$  und  $h_i^*$  erreicht wird. Die ermittelten Werte sind  $k_1^* = 0,04; k_2^* = 0,08; k_3^* = -0,01; h_1^* = 1,0; h_2^* = 0,95; h_3^* = 1,0$ . Für negative Schiebewinkel ist hier gar eine betragsmäßige Vergrößerung der gemessenen Kippwinkel zu sehen, die Unterschätzung bei positiven Schiebewinkeln konnte nicht korrigiert werden.

Eine Analyse der Auswirkung von  $k^*$  bei festem  $h^*$  zeigt, dass ein negatives  $k^*$  zu einer betragsmäßigen Verkleinerung der gemessenen Winkel führt während ein  $k^*$  deutlich größer als null eher zu einer Vergrößerung führt.

Damit wird deutlich, dass die Optimierung der Koeffizienten auf eine Vergrößerung der gemessenen Strömungswinkel abzielt, da große Strömungswinkel bei der Winkelmessung unterschätzt werden. Somit ist es nicht möglich durch die Ergebnisse der Winkelmessung eine Optimierung der Koeffizienten  $k, h$  so vorzunehmen, dass die gemessenen Werte (z.B. für  $\overline{w'^2}$ ) in einer turbulenten Grenzschicht verringert werden.

Das oben beschriebene Verfahren der Koeffizientenoptimierung wurde auch auf eine X-Draht-Sonde (UV) angewendet, bei der verschiedene Kippwinkel  $\alpha$  eingestellt und vermessen wurden. Die Optimierung der Koeffizienten ergab  $k_1 = 0,158, k_2 = 0,166$ , was sehr gut mit den in der Literatur angegebenen Werten von  $0,15 \dots 0,20$  übereinstimmt (Vagt, 1979; Bruun, 1995). Ohne Berücksichtigung der Längskühlung ( $k_1 = k_2 = 0$  erhält man für Kippwinkel (betragsmäßig) größer  $30^\circ$  einen zu klein gemessenen Strömungswinkel (Fehler bei  $30^\circ$  ca.  $1,3^\circ$ ), der maximal gemessene Winkel liegt bei ca.  $\pm 36^\circ$ . Mit Berücksichtigung der Längskühlung ergibt sich ein „nutzbarer Bereich“ von nahezu  $\pm 45^\circ$ .

Das angewendete Verfahren funktioniert also prinzipiell, versagt aber bei der Komplexität der Charakteristik der 3-Draht-Sonde und der damit verbundenen Auswertung und wurde deshalb nicht weiter verwendet.

## A.5 Orthogonale und nicht-orthogonale Berechnung

In Abbildung A.9 ist für einen Punkt in unmittelbarer Wandnähe innerhalb der turbulenten Grenzschicht (LaWiKa, 10 m/s,  $y=1,85$  mm) die Verteilung der berechneten Strömungswinkel dargestellt. Außerdem ist analog zu Abbildung A.8 der theoretisch mögliche Winkelbereich (Eindeutigkeitsbereich) angegeben.

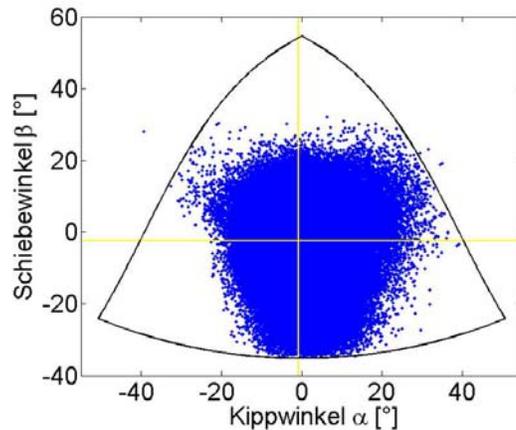


ABBILDUNG A.9: Winkelverteilung im Innenbereich einer turbulenten Grenzschicht gemessen mit einer 3-Draht-Sonde (Standardkoeffizienten  $k = 0,15, h = 1,0$ )

Die gelben Linien markieren den mittleren Strömungswinkel für diesen Messpunkt. Im Vergleich zu Abbildungen A.8 ist erkennbar, dass bei der Auswertung gehäuft große Strömungswinkel auftreten, die bei der Winkelmessung nicht mehr korrekt bestimmt werden konnten und zu klein gemessen wurden.

Diese Tatsache lässt sich aus der Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten erklären. Bei großen Strömungswinkeln geht jeweils eine Komponente (bei  $\alpha = 0^\circ, \beta = 54,7^\circ$  sogar zwei Komponenten) im Tangentialsystem gegen null. Das ist verbunden mit der Gleichheit der effektiven Kühlgeschwindigkeit mindestens zweier Sensordrähte. Kleine Fehler in der Kalibration, ein

nur ungenau auflösender A/D-Wandler bei der Messwertaufnahme oder sonstige kleine Abweichungen (z.B. thermische/aerodynamische Interferenzen zwischen den Sensordrähten) führen durch die Wurzeloperation mit einem Radikanten nahe null dann zu großen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten im Windkanal-Koordinatensystem.

Verbessern ließe sich das vermutlich teilweise durch eine noch genauere Messwertaufnahme und eine stabilere (=zeitlich konstante) Messkette, oder durch einen komplett anderen Kalibrations- und Berechnungsalgorithmus. Letzteres erlaubt dann allerdings nicht mehr die Vereinfachungen der orthogonalen Sondenkonfiguration, die in Abschnitt A.1 beschrieben wurden.

Auf Grund dieser numerischen Probleme, die bei Umrechnung zwischen den Koordinatensystemen der orthogonalen Auswertung auftreten, wurde versuchsweise auch die nicht-orthogonale Auswertung implementiert. Diese gilt für beliebige Sondengeometrien und wurde hier auf die orthogonale Sonde angewandt. Das grundsätzliche Vorgehen ist bei (Rosemann , 1989; Rosemann, Säger & Kreplin , 1996) und Bruns & Dengel (1998) beschrieben. Die nicht-orthogonale Auswertung ist deutlich komplizierter (z.B. Fallunterscheidungen für gültige Lösungen der biquadratischen Gleichung) und sehr speicher- und zeitintensiv. Außerdem müssen Lösungen, die offensichtlich nicht gültig sind (alle Lösungen für ein Tripel von effektiven Kühlgeschwindigkeiten außerhalb des Eindeutigkeitsbereiches) aussortiert werden.

Auch bei der orthogonalen Auswertung treten Tripel  $U_{eff,i}$  auf, die durch das Radizieren (Umkehrung von Gleichung (A.3)) zu komplexen Werten für die Geschwindigkeit ( $U, V, W$ ) führen würden. Diese dürften theoretisch nicht auftreten, sind aber praktisch gerade in Wandnähe durch kleine Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Brückenspannung etc. unvermeidbar. Für die Optimierung der Sondencharakteristik und die statistische Auswertung von Profilen der mittleren Geschwindigkeit und der Schwankungsgrößen wurden diese Werte entfernt (aussortiert). Zur Berechnung von Korrelationen und Spektren ist aber im allgemeinen ein kontinuierlicher Zeitschrieb erforderlich. Das teilweise gehäufte Auftreten dieser Ereignisse ließ eine Interpolation der fehlenden Werte aus den direkten Nachbarn nicht zu. Vielmehr bestanden die zwei Möglichkeiten, diese Ereignisse durch eine Betragsbildung vor dem Wurzelziehen ( $U_t^2 \Rightarrow U_t$ ) oder ein Nullsetzen des Radikanten zu vermeiden. Wird der Radikant zu Null gesetzt, würden – wie in Abschnitt A.5 beschrieben – große Strömungswinkel auftreten. Diese vergrößern die rms-Werte der Schwankungsgrößen erheblich. Durch die Bildung des Betrages des Radikanten wird dieser Effekt deutlich vermindert und die Schwankungsgrößen nur wenig verfälscht.

Beispielhaft ist in Abbildung A.10 das Profil der Schwankungsgröße  $\overline{w'^2}$  gezeigt, bei dem die 'negativen' Kühlgeschwindigkeiten einmal aussortiert

wurden und einmal durch den Betrag ersetzt wurden. In unmittelbarer Wandnähe ist eine leichte Verringerung des rms-Wertes für das  $w'$ -Profil zu erkennen, bei dem die physikalisch unsinnigen Werte für  $U_t^2$  aussortiert wurden. Die Unterschiede sind jedoch auf die wandnächsten Punkte ( $y < 3$  mm) beschränkt.

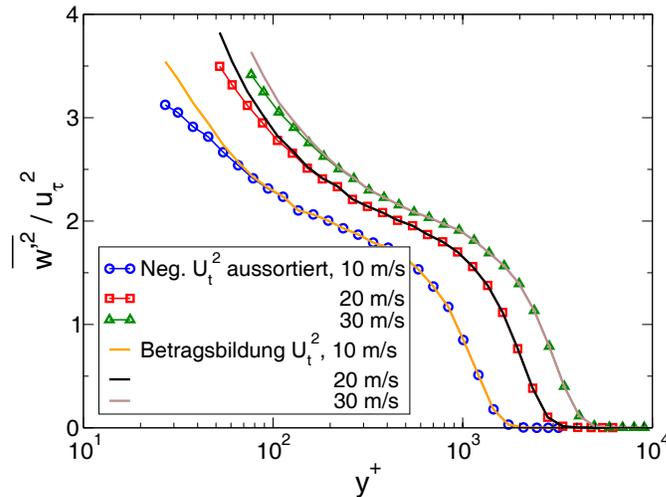


ABBILDUNG A.10: Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{w'^2}$  im LaWiKa gemessen mit einer 3-Draht-Sonde (M34). Auswertung mit Aussortierung negativer Werte für  $U_t^2$  und mit Betragsbildung für  $U_t^2$ .

Vergleicht man die Ergebnisse einer entsprechenden nicht-orthogonalen Auswertung mit denen einer orthogonalen Auswertung (nicht gezeigt), bei der die negativen Kühlgeschwindigkeiten aussortiert wurden, so sind keine Unterschiede mehr erkennbar. Auch ein geänderter Algorithmus bei der Auswertung (nicht-orthogonale Berechnung) verbessert die Ergebnisse der Auswertung nicht.

## A.6 Optimierung der Sondencharakteristik

Zur Verbesserung der Ergebnisse wurde letztlich ein sehr pragmatisches Vorgehen gewählt: Die Referenzmessungen aus dem LaWiKa mit den X-Draht-Sonden (UV,UW) wurden genutzt, um eine Koeffizientenanpassung für jede der verwendeten 3-Draht-Sonden vorzunehmen. Dafür wurde bei der kleinsten Strömungsgeschwindigkeit ( $U_\infty = 10$  m/s) ein Punkt in Wandnähe ( $y = 7,95$  mm  $\Rightarrow y^+ \approx 195$ ) gewählt, der noch nicht durch starke Geschwindigkeitsgradienten oder sonstige Mittelungseffekte beeinflusst war. Die Koeffizienten  $k_i^*$  und  $h_i^*$  wurden für jede 3-Draht-Sonde einzeln so angepasst, dass

die Messung mit der jeweiligen Sonde in diesem Punkt möglichst gut mit der jeweiligen Referenzmessung (UV,UW) übereinstimmt. Dabei sollten sich die Ergebnisse für die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}$  und die Schwankungsgrößen  $\overline{u'^2}$  und  $\overline{v'^2}$  nicht erheblich ändern, die Werte für  $\overline{w'^2}$  sich hingegen deutlich verringern. Außerdem sollte die Winkelmessung (Abbildung A.8) mit möglichst geringer Abweichung wiedergegeben werden. Die Koeffizienten  $k_i^*$  und  $h_i^*$  als Ergebnis dieser Optimierung wurden für alle Geschwindigkeiten und Wandabstände, die mit der jeweiligen Sonde gemessen wurden, verwendet.

Ergebnisse dieser Optimierung sind für die relevanten Größen dreier am DNW und im LaWiKa verwendeter 3-Draht-Sonden (M34, M48, M50) in Abbildungen A.11 – A.13 gezeigt. Die optimierten Koeffizienten betragen für M34:  $k_1^* = 0,04$ ;  $k_2^* = 0,03$ ;  $k_3^* = 0,04$ ;  $h_1^* = 1,0$ ;  $h_2^* = 0,9$ ;  $h_3^* = 1,0$ , für M48:  $k_1^* = 0,03$ ;  $k_2^* = 0,0$ ;  $k_3^* = 0,01$ ;  $h_1^* = 1,1$ ;  $h_2^* = 0,9$ ;  $h_3^* = 0,9$  und für M50:  $k_1^* = -0,03$ ;  $k_2^* = 0,05$ ;  $k_3^* = 0,05$ ;  $h_1^* = 1,3$ ;  $h_2^* = 1,2$ ;  $h_3^* = 1,3$ .

Sie weichen damit nur wenig von den Standardkoeffizienten  $k_1^* = k_2^* = k_3^* = 0,0225$ ;  $h_1^* = h_2^* = h_3^* = 1,0$  ab. Trotzdem sind speziell bei Sonde M48 (A.12) deutliche Unterschiede zwischen den beiden Auswertungen zu erkennen. Im Mittelwert der Geschwindigkeit  $\bar{u}$  und bei  $\overline{u'^2}$  sind die Unterschiede jeweils nur sehr klein. Diese Messwerte zeigten bereits bei der Standardauswertung im Vergleich mit der Einzelhitzdraht-Sonde keine signifikante Abweichung. Bei der wandnormalen Komponente der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{v'^2}$  sind Unterschiede erkennbar. Die optimierten Koeffizienten vergrößern die Werte etwas: teilweise kommt es zu einer besseren Übereinstimmung mit der X-Draht-Messung, teilweise ist die Korrektur etwas zu groß. Für die Scherspannung  $\overline{u'v'}$  sind nahezu keine Änderungen zu sehen, während bei der Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{w'^2}$  eine (beabsichtigte) teils deutliche Reduzierung der Werte auftritt. Die (niedrigeren) Werte der Referenzmessung mit der X-Draht-Sonde werden trotzdem nicht erreicht. Die Wiedergabe der bei der Winkelmessung eingestellten Winkel hat sich nicht deutlich verbessert. Insgesamt wurden jedoch durch die optimierten Koeffizienten die Abweichungen für  $w'$  in Wandnähe deutlich verringert (z.B. M48: um ca. 50% im wandnächsten Punkt bei 10 m/s). Mit der Sonde M50 wurde keine Winkelmessung durchgeführt. Der Vergleich zwischen Standardauswertung und der Auswertung mit optimierten Koeffizienten ist hier trotzdem dargestellt, da ein Großteil der in Kapitel 5 aufgetragenen Profile der Turbulenzgrößen mit dieser Sonde gemessen wurden.

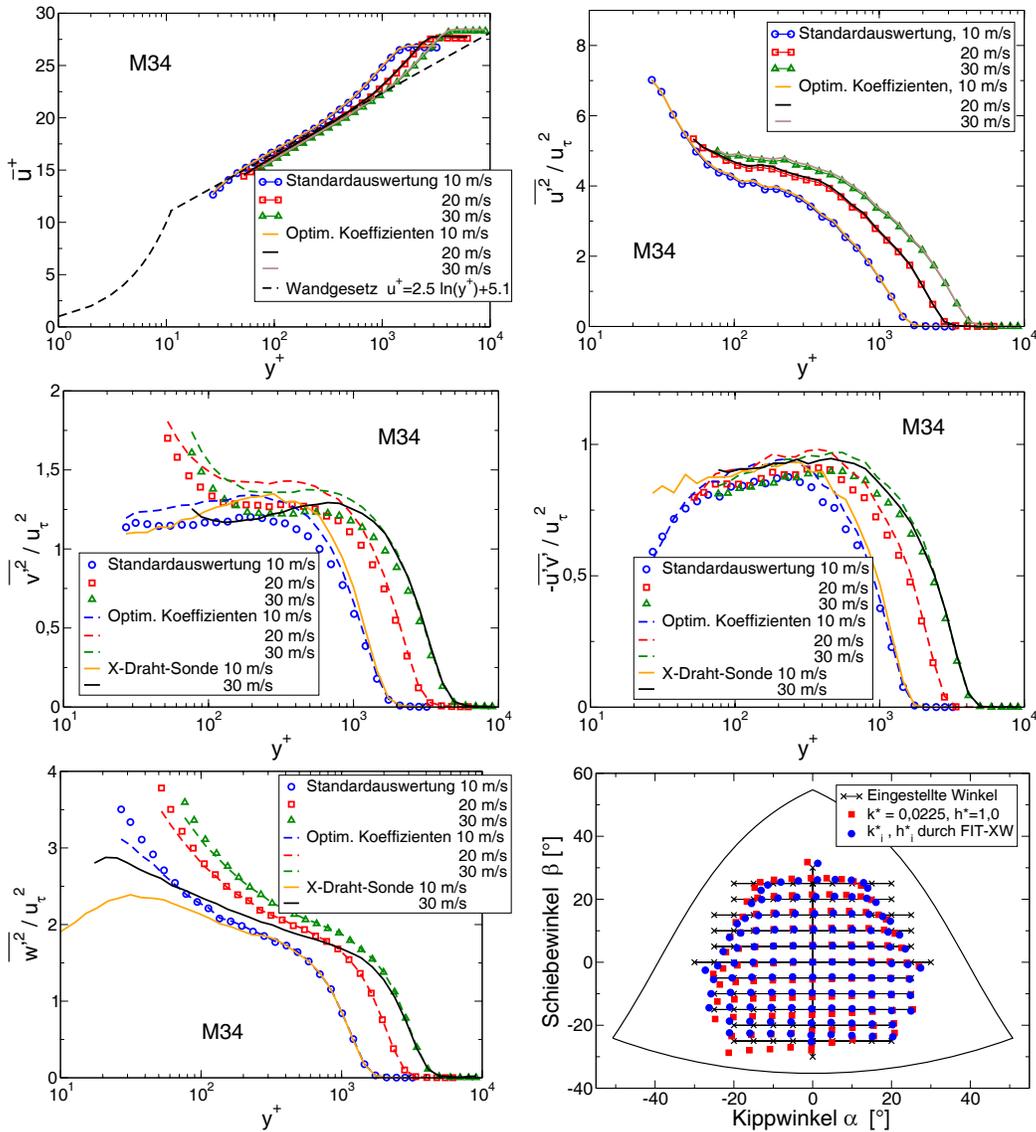


ABBILDUNG A.11: Standardauswertung und erneute Auswertung mit optimierten Koeffizienten. Mittlere Geschwindigkeit und Schwankungsgrößen  $u'^2, v'^2, u'v', w'^2$  gemessen mit 3-Draht-Sonde (M34) und einer X-Draht-Sonde. Winkelmessung mit M34.

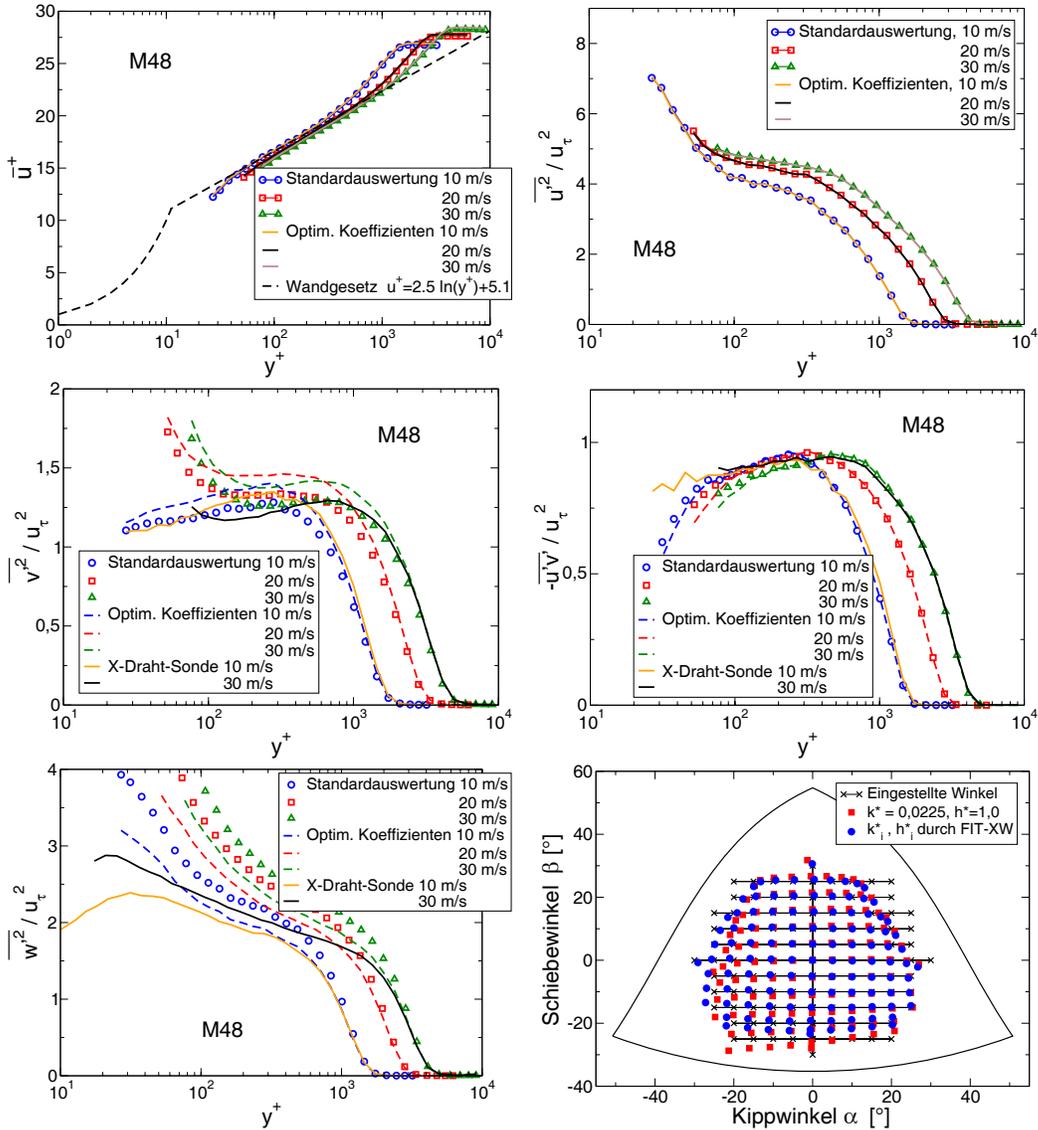


ABBILDUNG A.12: Standardauswertung und erneute Auswertung mit optimierten Koeffizienten. Mittlere Geschwindigkeit und Schwankungsgrößen  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $-\overline{u'v'}$ ,  $\overline{w'^2}$  gemessen mit 3-Draht-Sonde (M48) und einer X-Draht-Sonde. Winkelmessung mit M48.

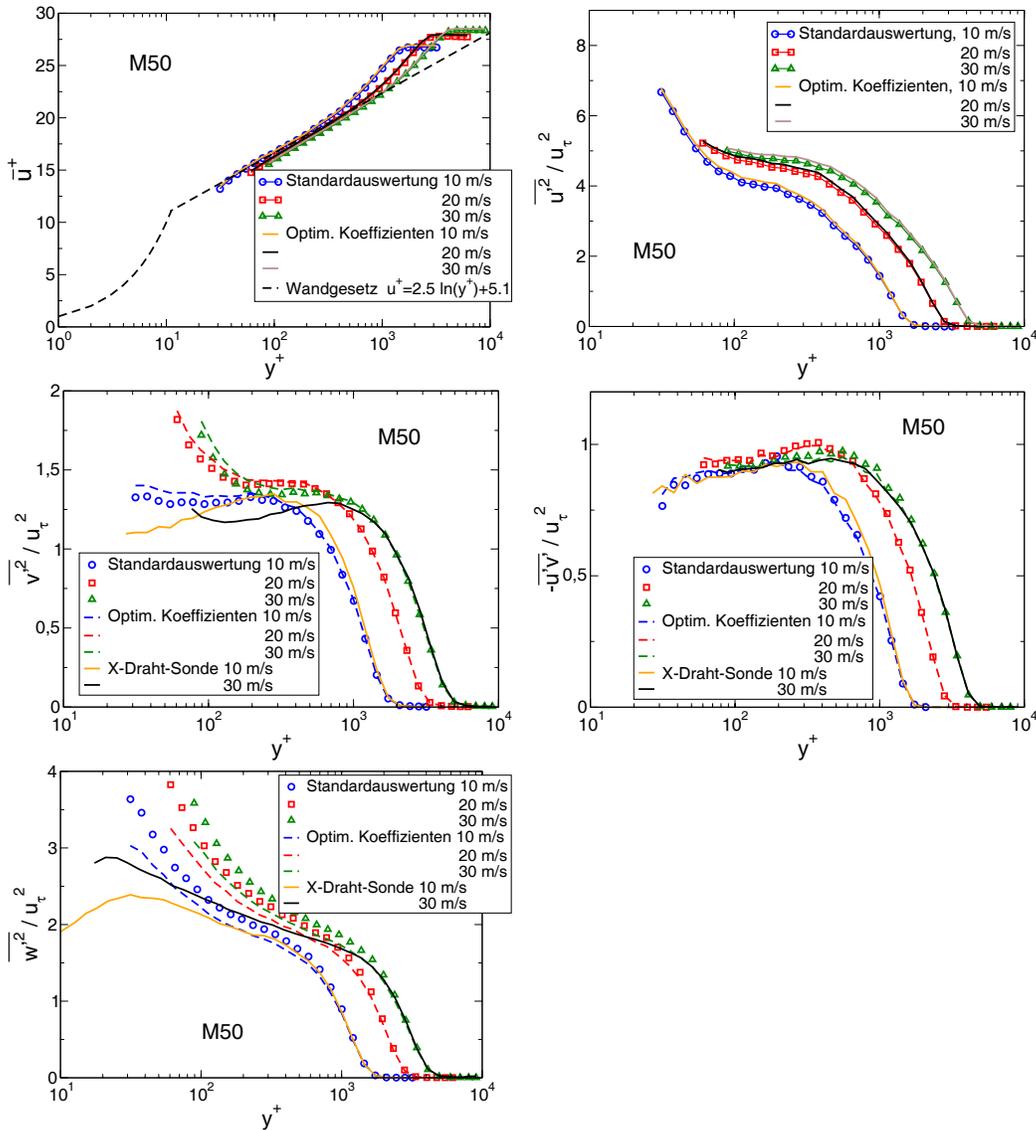


ABBILDUNG A.13: Standardauswertung und erneute Auswertung mit optimierten Koeffizienten. Mittlere Geschwindigkeit und Schwankungsgrößen  $\bar{u}'^2$ ,  $\bar{v}'^2$ ,  $-\bar{u}'v'$ ,  $\bar{w}'^2$  gemessen mit 3-Draht-Sonde (M50) und einer X-Draht-Sonde.

## Zusammenfassung der Sondenuntersuchungen

Mit Hilfe der Vergleichsmessungen im LaWiKa wurden umfangreiche Untersuchungen der Charakteristik der 3-Draht-Sonden durchgeführt. Dabei wurde deutlich, dass die verwendeten 3-Draht-Sonden speziell im wandnahen Bereich die Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  zu hohe Werte messen (Größenordnung 10-20%). Dieser Vergleich bezieht sich auf die als Referenz verwendeten Einzel- und X-Draht-Sonden.

Die Messungen ergaben ferner, dass es zwischen den – nominell baugleichen – 3-Draht-Sonden deutliche Unterschiede gibt. Deren Ursache liegt vermutlich in den Fertigungstoleranzen (Größenordnung 1-2 hundertstel Millimeter) und bedingen unterschiedliche thermische und aerodynamische Interaktionen zwischen den einzelnen Sensordrähten, die nachträglich nicht korrigiert werden konnten.

Eine Vermessung des Winkelverhaltens der Sonden zeigt, dass die in einer störungsarmen Strömung eingestellten Winkel oberhalb von  $20^\circ$  zu klein gemessen werden. Eine Analyse der Verteilung der innerhalb einer turbulenten Grenzschicht in Wandnähe gemessenen Strömungswinkel (Abbildung A.9) ergibt hingegen sehr viele Strömungswinkel, die deutlich größer als  $20^\circ$  sind. Daher wird vermutet, dass die wandnahe Turbulenzstruktur mit starken momentanen Variationen der Geschwindigkeiten eine thermische Interaktion zwischen den – durch die starke Miniaturisierung – sehr dicht angeordneten Sensordrähten bewirken, was zu einer Verfälschung der gemessenen Kühlgeschwindigkeiten führt.

Es wurde versucht, die Charakteristik der einzelnen Sonden zu vereinheitlichen und den Referenzwerten anzunähern. Dazu wurden zum einen die Koeffizienten für die Längs- und Binormalkühlung  $k$  und  $h$  variiert und zum anderen unphysikalische Werte (negatives  $U_t^2$ ) aussortiert. Letzteres wurde nur für die Auswertung von Profilen vorgenommen; bei Berechnungen von Spektren und Korrelationen wurde stattdessen der Betrag der Geschwindigkeit verwendet. Dieses Vorgehen beeinflusst die Ergebnisse aber nur in geringem Maße (Abbildung A.10).

Trotz der nicht vollständig korrigierbaren Abweichungen der 3-Draht-Sonden im Vergleich zu den Einzel- und X-Draht-Sonden sollte die Qualität der Ergebnisse nicht unterschätzt werden: Nur die Schwankungsgeschwindigkeiten  $\overline{v'^2}$  (für  $y^+ < 200$ ) und  $\overline{w'^2}$  (Größe und Beginn der Abweichung abhängig von der Reynoldszahl) werden im Innenbereich zu groß gemessen ( $\overline{w'^2}$  ca. 20% bei  $y^+ = 200$  und LWK-30 m/s  $\hat{=} Re_{\delta_2} = 11800$ ).

Über den größten Teil der Grenzschicht liefern die Sonden zuverlässige Ergebnisse. Korrelationsauswertungen, bei denen mit Korrelationskoeffizienten (Normierung mit den rms-Werten) gearbeitet wird, sind nahezu unbeeinflusst von diesen Problemen.

## Anhang B

# Zur Genauigkeit der Hitzdraht-Messungen

Es ist generell sehr schwierig, die systematischen und zufälligen Fehler im Zusammenhang mit einer Hitzdraht-Messung zu quantifizieren. Die Gründe dafür liegen vor allem in einer umfangreichen Messkette (Sensor, Hitzdrahtbrücke, Übertragungsglieder, Signalaufbereitung, A/D-Wandlung) mit teilweise unbekanntem Fehlertoleranzen und vor allem in dem nicht-linearen Zusammenhang zwischen den elektrischen Größen der Messkette und den Strömungsgeschwindigkeiten.

Eine Möglichkeit der quantitativen Abschätzung der Genauigkeit einer Hitzdraht-Messung besteht in der Wiederholung der Messung. Bei Verwendung derselben Messtechnik kann dabei eine Aussage zur Konvergenz bzw. zum Fehlerintervall der betrachteten Strömungsgrößen bei einer bestimmten Messdauer getroffen werden. Bei einer genügend großen Anzahl von Wiederholungen der Messung mit jeweils verschiedenen Geräten und Sonden ließe sich zuverlässig ein Fehlerintervall für alle daraus bestimmten Strömungsgrößen angeben. Dies ist jedoch praktisch nicht durchführbar.

Somit kann an dieser Stelle nur eine Untersuchung der Zeitreihen hinsichtlich der Konvergenz der gemessenen Strömungsgrößen erfolgen und – in eingeschränktem Maße – ein Vergleich von Messungen die, nicht mit identischem Messaufbau durchgeführt wurden. Außerdem wurde die Auswirkung von kleinen Temperaturänderungen während der Messung auf die Ergebnisse an einigen Messpunkten untersucht. Eine kurze Betrachtung zum Einfluss einer fehlerhaften Kalibration auf die Berechnung von Korrelationen beschließt diesen Abschnitt.

**95%-Konfidenzintervall:** Eine Überprüfung der statistischen Auswertung ist durch die Zerlegung eines Zeitschriebs möglich. Dabei werden für jeden Abschnitt alle relevanten Strömungsgrößen (z.B. Mittelwert, Reynoldsspannungen, höhere Momente) bestimmt und anschließend Mittelwert und Standardabweichung der Ergebnisse der Teilabschnitte berechnet. Die so für jeden Zeitabschnitt bestimmten Strömungsgrößen werden um den wirklichen Wert (Mittelwert aller Einzelabschnitte) streuen, wobei die Verteilung in der Regel der Gaußschen Normalverteilung entspricht. Für diese Verteilung gilt, dass 95 % aller Einzelwerte innerhalb eines Intervalls von vier Standardabweichungen ( $\pm 2\sigma$ ) um den jeweiligen Mittelwert verteilt sind. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 19:1 wird also ein neuer Messwert innerhalb des Intervalls von  $\bar{x} \pm 2\sigma$  um den Mittelwert  $\bar{x}$  liegen.

Da die Turbulenzstruktur sich mit dem Abstand zur Wand ändert und dies zu unterschiedlichem Konvergenzverhalten der Größen führen kann, wurde die Berechnung an zwei Punkten in Wandnähe und je einem Punkt in der Mitte und im Außenbereich der Grenzschicht durchgeführt. Um für die Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung der jeweiligen Strömungsgröße mindestens 10 Einzelwerte zur Verfügung zu haben, bot sich die Verwendung einiger zusätzlich aufgezeichneter Zeitschriebe mit Längen von 160 s Messdauer an. Die Daten stammen aus der DNW-Messung an der Seitenwand bei 40 m/s Anströmgeschwindigkeit mit zwei Einzel-Hitzdrahtsonden (Abbildung B.1) bzw. auf der Messplatte bei 60 m/s Anströmgeschwindigkeit mit zwei 3-Draht-Hitzdrahtsonden (Abbildung B.2 und Abbildung B.3). Die Grenzschichtdicke betrug rund 240 mm an der Seitenwand und 140 mm auf der Platte.

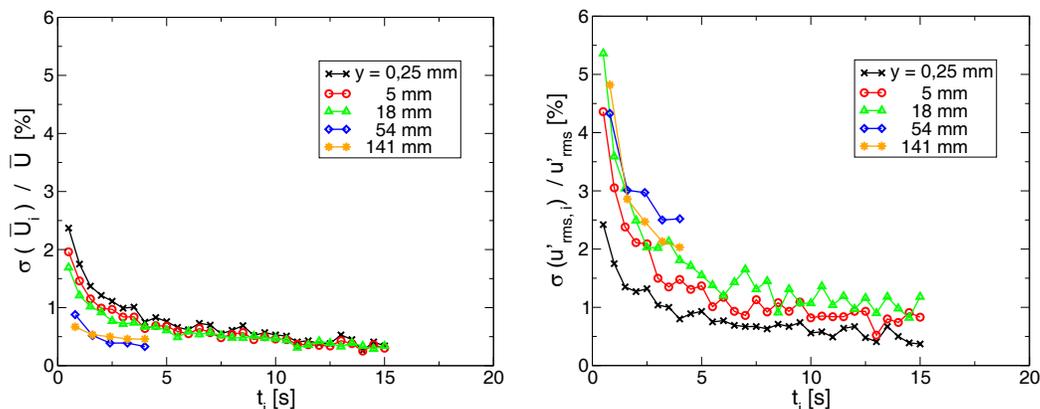


ABBILDUNG B.1: Streuung  $\sigma$  des Mittelwerts (links) und der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'_{rms}$  (rechts) in Abhängigkeit von der Mittelungszeit für verschiedene Wandabstände. Einzel-Hitzdraht.

Aus der Einzeldraht-Messung (Abbildung B.1) sieht man, dass die Streuung der Einzelwerte  $\bar{U}_i$  (Mittelwert der Strömungsgeschwindigkeit im Zeitabschnitt  $i$ ) bereits für eine Mittelungszeit von 10 s deutlich unter einem Prozent des Mittelwertes aller Einzelabschnitte  $\bar{U}$  liegt. Somit liegen mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % Messwerte für den Mittelwert  $\bar{U}$  innerhalb eines Intervalls  $\pm 2\%$  um den “wahren” Mittelwert, wenn die Messzeit mindestens 10 s beträgt. Für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'_{rms}$  beträgt das Intervall bei 10 s Messdauer noch  $\pm 3\%$  für einen Wandabstand von 18 mm. Die Messdauer pro Punkt betrug für die meistens Messungen im DNW in der Regel 40 s, für die Messungen im LaWiKa sogar 50 s.

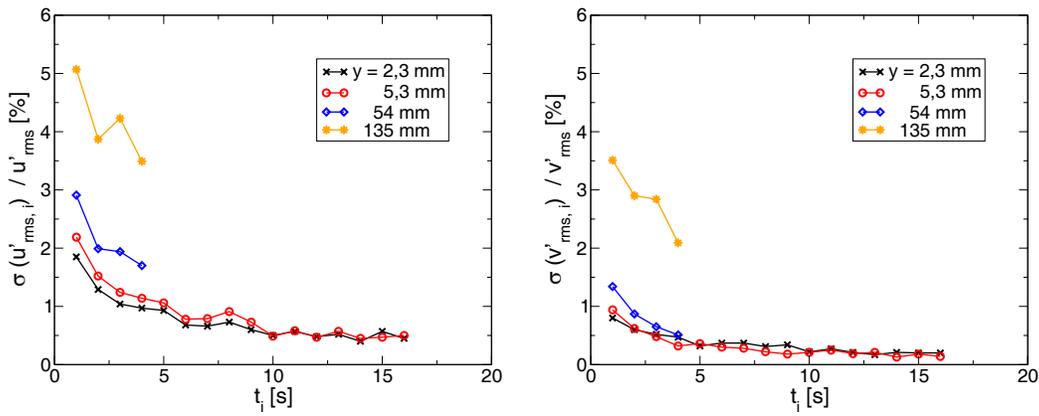


ABBILDUNG B.2: Streuung  $\sigma$  der Schwankungsgeschwindigkeit  $u'_{rms}$  (links) und der Schwankungsgeschwindigkeit  $v'_{rms}$  (rechts) in Abhängigkeit von der Mittelungszeit für verschiedene Wandabstände. 3-Draht-Messung.

Die Ergebnisse für die Messung mit der 3-Draht-Sonde in der Grenzschicht oberhalb der Platte entsprechen sehr gut den Ergebnisse der Einzeldraht-Messung für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'_{rms}$  (Abbildung B.2). Lediglich bei sehr geringen Mittelungszeiten scheinen die Ergebnisse der 3-Draht-Sonde besser. Das liegt vermutlich an der Auswerteprozedur für die 3-Drahtmessung, bei der die Geschwindigkeiten aller drei Einzel-Drähte gemittelt werden. Für größere Mittelungszeiten treten jedoch keine signifikanten Unterschiede auf. Für die Wandabstände 54 mm und 135 mm standen keine langen Zeitschriebe zur Verfügung. Um trotzdem die Streuung  $\sigma$  aus wenigstens 10 Einzelwerten zu bestimmen, konnten hier nur Mittelungszeiten bis 4 s berücksichtigt werden. Die deutlich größeren Werte der Standardabweichung  $\sigma$  in Bezug auf den Mittelwert der jeweiligen Größe bei 135 mm resultieren vermutlich aus der Lage des Punktes dicht am Grenzschichttrand. Zum einen sind dort die Turbulenzgrößen vom Betrag her sehr klein, zum anderen ist dieser Bereich durch starke Intermittenz geprägt. Dies führt dazu,

dass eine größere Messzeit erforderlich ist, bis die Mittelwerte der gemessenen Größen konvergieren.

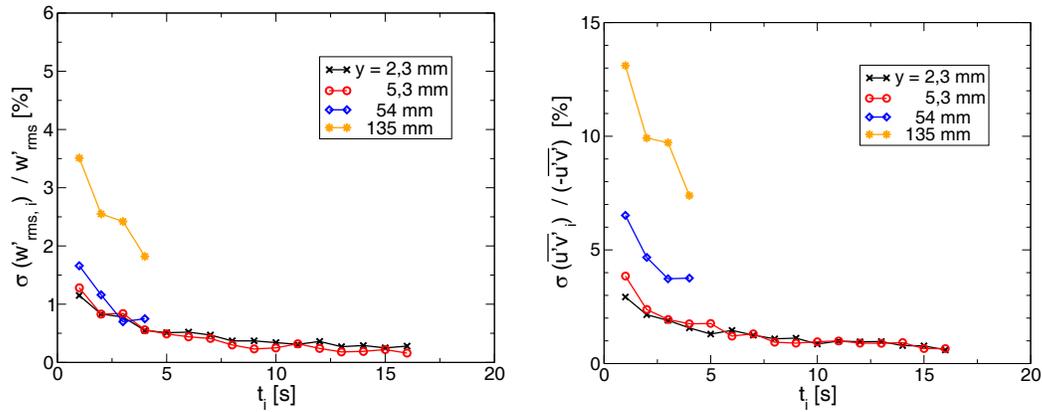


ABBILDUNG B.3: Streuung  $\sigma$  der Schwankungsgeschwindigkeit  $w'_{rms}$  (links) und der Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  (rechts) in Abhängigkeit von der Mittelungszeit für verschiedene Wandabstände. Dreidraht-Messung.

Für die Schwankungsgeschwindigkeiten  $v'_{rms}$  (Abbildung B.2) und  $w'_{rms}$  (Abbildung B.3) erhält man für eine Mittelungszeit von 10s bereits eine Streuung von deutlich unter einem Prozent für den wandnahen Bereich. Nur im Außenbereich ist die Streuung etwas größer. Für die Scherkomponente (Abbildung B.3), die in die Reynoldssche Schubspannung  $\overline{\rho u'v'}$  eingeht, liegt die Streuung nur im wandnahen Bereich bei rund 1%. Für die anderen Wandabstände liegt sie deutlich höher. Bei dem Wandabstand von 135 mm muss man aber berücksichtigen, dass die Scherkomponente am Grenzschichttrand ( $\delta \approx 140$  mm) deutlich schneller gegen Null geht als die Normalspannungskomponenten.

In der statistischen Versuchsauswertung kann man für eine beliebige Größe  $x$  ein Fehlerintervall angeben, wenn man ihren Mittelwert  $\bar{x}$  und die Streuung  $\sigma_x$  aus einer Anzahl von Stichproben  $n$  berechnet hat. Für  $n > 100$  und ein 95%-Konfidenzintervall gilt:

$$x = \bar{x} \pm 1,96 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (\text{B.1})$$

Aus der beschriebenen Zerlegung der Zeitschriebe kann man also Vertrauensbereiche für die einzelnen Größen ( $\bar{u}$ ,  $u'$ ,  $\overline{u'v'}$  etc) und die entsprechende Messzeit abschätzen, wenn man die jeweilige Streuung für eine kurze Messzeit und die entsprechende Zahl der Mittelungen benutzt. Nimmt man den Wert der Streuung für eine Messzeit von 4s ( $n = 10$  für die Gesamtmesszeit von 40s), so müsste man den Faktor 1,96 aufgrund der geringeren

Stichprobenzahl etwas erhöhen. Näherungsweise kann man jedoch mit diesem Wert rechnen und den Fehler für die Messzeit von 40 s abschätzen, indem man den Fehler aus den Abbildungen B.1-B.3 für  $t_i=4$  s abliest und mit  $1,96/\sqrt{10} \approx 0,62$  multipliziert.

Mittels der Zerlegung der Zeitschriebe konnte festgestellt werden, dass bei einer Mittelungszeit von 40 s die Werte für  $\bar{u}$ ,  $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$  und  $w'_{rms}$  mit einer 95 %-igen Wahrscheinlichkeit eine Abweichung von weniger als 1 % von ihrem "wahren" Wert haben. Für die Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  gilt dieses Intervall nur für die wandnahen Bereiche der Grenzschicht. Darüber hinaus sind längere Mittelungszeiten nötig um vergleichbare Fehlerintervalle zu erreichen. Die für die DNW-Messungen gewählte Mittelungszeit von 40 s reicht damit aus, um aus statistischer Sicht zuverlässige Ergebnisse zu erzielen.

**Reproduzierbarkeit:** Im Rahmen der Messung wurden im Laminar-Windkanal einige Messungen mehrfach durchgeführt, wobei sowohl der Einbau der Traverse und der Hitzdrahtsonde, die Wandabstandsbestimmung, sowie die Verkabelung und der Abgleich der Messgeräte jeweils erneut vorgenommen wurde. Somit wurden systematische Fehler durch einen fehlerhaften Aufbau nahezu ausgeschlossen. Die Ergebnisse für die 3-Draht-Sonde M35 sind in Abbildung B.4 exemplarisch dargestellt. Die Abweichungen zwischen den einzelnen Messungen wurden aus den mit  $u_\tau$  normierten Werten berechnet, um die Variation der Tagesparameter (Temperatur, Luftdruck) und der entsprechend angepassten Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$  zu eliminieren.

Die Abweichungen für  $v'_{rms}$  und  $w'_{rms}$  (Abbildung B.4) und  $\bar{u}$  bzw.  $u'_{rms}$  (nicht dargestellt) betragen für alle Wandabstände maximal  $0,2 u_\tau$ . Bezogen auf den lokalen Wert der entsprechenden Größe beträgt die Abweichung innerhalb der Grenzschicht ( $\delta \approx 60$  mm) stets weniger als 2 %. Für die Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  beträgt die Abweichung bei der Anströmgeschwindigkeit von 30 m/s ungefähr 4 % des lokalen Werts, was aber deutlich weniger als  $0,1 u_\tau^2$  entspricht.

Bei der zweifachen Wiederholung (davon einmal mit einer anderen Sonde) von Messungen mit einer UV-Hitzdraht-Sonde im LaWiKa betragen die Abweichungen innerhalb der Grenzschicht zwischen allen drei Messungen für  $u'_{rms}$  und  $v'_{rms}$  weniger als  $0,1 u_\tau$  (weniger als 3 % des lokalen Werts), für  $\overline{u'v'}$  weniger als  $0,1 u_\tau^2$  (weniger als 5 % des lokalen Werts). Für den Mittelwert der Geschwindigkeit  $\bar{u}$  betrug die Abweichung ebenfalls weniger als 3 %.

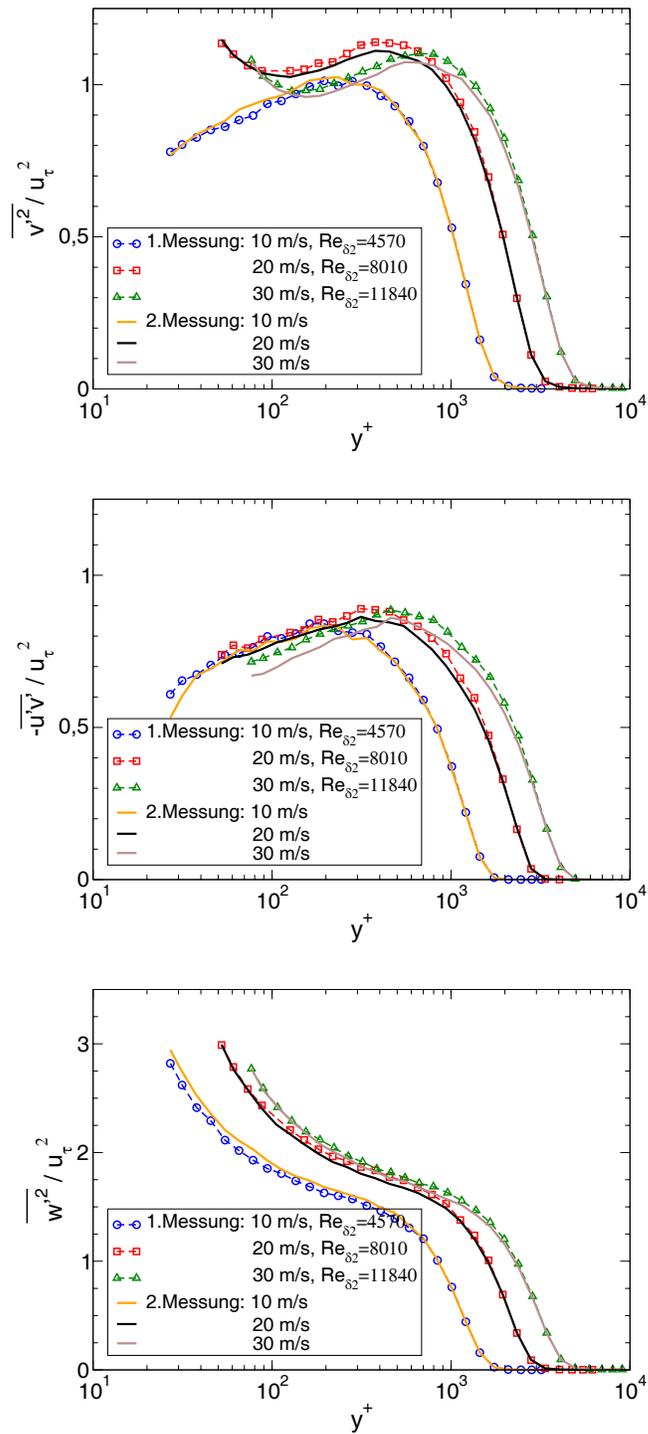


ABBILDUNG B.4: Vergleich der Schwankungsgrößen  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$  und  $\overline{w'^2}$  aus zwei verschiedenen Messungen (jeweils Sonde M35)

Aus der Wiederholung von verschiedenen Profilmessungen im Laminar-Windkanal, bei dem sich die Randbedingungen (Temperatur, Druckverteilung, Einbaugenauigkeiten) sehr gut kontrollieren lassen, lässt sich eine Reproduzierbarkeits-Genauigkeit von rund 3 % des entsprechenden lokalen Werts für  $\bar{u}$ ,  $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$  und  $w'_{rms}$  abschätzen. Für die Scherkomponente  $\overline{u'v'}$  ist die Abweichung kleiner als 5 % des lokalen Werts. Größtenteils stimmten die verschiedenen Messungen allerdings deutlich besser überein (auf ungefähr 1 % des lokalen Werts).

**Einfluss von Temperaturänderungen:** Aufgrund der nur geringen Temperaturdifferenzen zwischen Kalibration und Messung bzw. im Verlauf einer Messung (LaWiKa:  $\Delta T \leq 0,2$  K, DNW  $\Delta T \leq 1$  K bei einer Drahttemperatur von ca.  $180^\circ\text{C}$  wurde auf die Hitzdraht-Daten keine Temperaturkompensation angewendet. Mit der Korrektur sind durch die Wahl des richtigen Temperaturkoeffizienten (variierende Angaben in der Literatur) und die richtige Bestimmung von Verstärkung und Offset in der Messkette einige Unsicherheiten verbunden, die angesichts der kleinen Temperaturänderungen nicht zu einer Verringerung des Messfehlers führen müssen.

Durch gezielte Variation der Strömungstemperatur im LaWiKa um  $0,2^\circ\text{C}$  wurde der Einfluss auf die errechneten Strömungsgrößen bei konstanter Anströmgeschwindigkeit untersucht. Dabei zeigt sich für  $w'_{rms}$  ein Unterschied von 1 %, für  $\bar{u}$ ,  $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$  liegt der Unterschied unter 0,3 %. Für  $\overline{u'v'}$  betrug die Abweichung rund 2 %. In Anbetracht der zuvor untersuchten Genauigkeiten zur Konvergenz und zur Reproduzierbarkeit sind diese Abweichungen nicht signifikant. Wichtig dabei ist allerdings, dass in der Berechnung der Geschwindigkeiten bei der 3-Draht-Auswertung (siehe auch Abschnitt A.1) die Tripel aussortiert werden, bei denen sich negative Werte für die Tangentialgeschwindigkeiten  $U_t^2$  ergeben.

**Einfluss einer ungenauen Kalibration auf die Berechnung von Korrelationen:** Sollte es - zum Beispiel durch starke Temperaturänderung, Staubpartikel auf den Sensordrähten oder sonstige Einflüsse - zu einer Änderung in der Messkette im Bezug auf die verwendete Kalibration kommen, so ist diese Messung für die exakte Bestimmung der Strömungsgrößen  $\bar{u}$ ,  $u'_{rms}$ ,  $v'_{rms}$  usw. in der Regel nicht geeignet. Die Bestimmung von Korrelationen der Art

$$R = \frac{\overline{a(\underline{x}, t) b(\underline{x} + \Delta x, t + \Delta t)}}{a_{rms}(\underline{x}) b_{rms}(\underline{x})}$$

ist meistens trotzdem möglich, da durch die Normierung mit den lokalen *rms*-Werten der entsprechenden Größen die fehlerhafte Kalibration eliminiert wird. Dies ist z.B. bei einer Multiplikation einer geeigneten Geschwin-

digkeitskalibration einer Hitzdrahtsonde mit einem konstanten Faktor sofort ersichtlich. Der Faktor taucht sowohl im Zähler als auch im Nenner auf, so dass die Korrelation exakt den gleichen Wert ergibt, wie ohne diesen Faktor.

Durch diese Überlegung lassen sich nicht alle Fehlermöglichkeiten bei Korrelationsmessungen ausschließen, aber eine Messung die ansonsten keine weiteren Abweichungen aufweist kann trotz einer ungenauen Kalibration (z.B.  $u_\infty$  wird 10 % zu klein gemessen) für eine Berechnung von Korrelationsfunktionen benutzen.

# Anhang C

## Auswertung und Aufbereitung der PIV-Aufnahmen

Die Particle Image Velocimetry (PIV) gehört mittlerweile zu den verbreiteten Messtechniken zur Untersuchung von turbulenten Strömungen. Dabei gibt es eine Vielzahl von spezialisierten Aufbauten (z.B. Micro-PIV, Doppel-Stereo-Anordnung zur Untersuchung von Gradienten vgl. z.B. Kähler, Stanislas & Kompenhans, 2002). Der hier verwendete Aufbau ist eher konventionell und wurde bereits kurz in Kapitel 3 beschrieben.

Für die in der Arbeit dargestellten Messungen wurden vier Kameras zur Erfassung verschiedener Ausschnitte aus dem parallel zur Hauptströmungsrichtung angeordneten Lichtschnitt verwendet. Die großen Abmessungen des Windkanals (Kanalbreite 8 m) und die Größe des angestrebten Beobachtungsausschnittes (Grenzschichtdicken von ca. 160 mm) erforderten eine Platzierung der Kameras innerhalb der Messbox, wo sie den aerodynamischen Kräften der Anströmung direkt ausgesetzt sind. Um diese Einflüsse zu mindern, wurden stabile Holzverkleidungen gebaut, die die direkte Umströmung verhinderten. Durch die Objektiv-Öffnungen dieser Verkleidung war jedoch ein Resteinfluss der aerodynamischen Kräfte nicht zu verhindern. Desweiteren kam es durch leichte Schwingungen des Windkanalbodens selbst (vermutlich hervorgerufen durch Antriebseinflüsse) und der Einbauten (Messplatte auf dem Moving-Belt-Unterbau) zu Schwingungen der Kameras.

Diese Randbedingungen mussten in der Auswertung berücksichtigt werden, da die Variation der Beobachtungsausschnitte der einzelnen Kameras zueinander und zur Wand (d.h. zur Messplatte) nicht vernachlässigbar waren.

Durch die im folgenden beschriebene Auswertung wurde versucht, diese Variationen zu erfassen und bei der Aufbereitung und Mittelung der Daten zu berücksichtigen.

Weitere für die Auswertung relevante Einflüsse, wie eine ungleichmäßige Verteilung der Lichtintensität im Lichtschnitt, geringe Seeding-Dichte bedingt durch große Strömungsgeschwindigkeit und Abmessungen sowie die geringe Dynamik in der Partikelbewegung der “Mono”-PIV-Messung werden an den entsprechenden Stellen ausführlicher erläutert.

## C.1 Aufbau & Allgemeines

Die optische Achse der aufnehmenden Stereo-Kameras (**S1** und **S2**) bildete jeweils einen Winkel von rund  $45^\circ$ , die der Mono-Kameras (**M1** und **M2**) einen Winkel von  $90^\circ$  mit der Beobachtungsebene. Der Abstand zwischen Kamera und Beobachtungsausschnitt des Lichtschnittes betrug jeweils rund 3m. Genaue Angaben sind für die Stereo-Anordnung der Skizze in Abbildung C.1 zu entnehmen. Ein Scheimpflug-Adapter, der vom DLR Göttingen gefertigt wurde, ermöglichte für die Kameras **S1** und **S2** Aufnahmen mit gleichmäßiger Schärfe trotz unterschiedlicher Abstände zwischen Bildpunkt auf dem CCD-Chip und dem Beobachtungspunkt innerhalb einer Aufnahme.

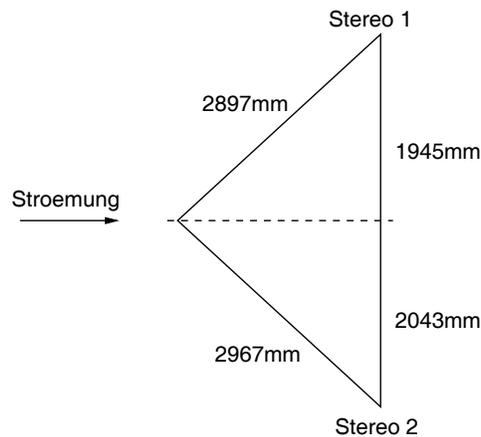


ABBILDUNG C.1: Abstände der Kameras **S1** und **S2** zur Beobachtungsebene

**Entzerrung:** Vor und nach den PIV-Messungen wurde jeweils ein Kalibrierbild mit allen Kameras aufgenommen, indem eine Glasplatte mit aufgedrucktem Gitterraster (Linienabstand 2,5 mm) in der Beobachtungsebene des Lichtschnittes platziert wurde. Sowohl die Mono- als auch die Stereo-Aufnahmen wurden vor der weiteren Verarbeitung durch die aus den Kalibrationsaufnahmen ermittelte Projektionsfunktion transformiert. Bei den Mono-Aufnahmen wurde dadurch die leichte Verdrehung der Kameras gegenüber der Messoberfläche eliminiert. Bei den Stereoaufnahmen erfordert

die Verzerrung durch den Aufnahmewinkel von  $45^\circ$  die Anwendung der Projektionsfunktion. Durch diese Transformation aller Aufnahmen verlaufen die horizontalen Linien der resultierenden Pixel-Bilder parallel zur Wand (Messoberfläche).

Die Koeffizienten für die Entzerrung (Polynomfunktion 1. oder 2. Grades in  $x$  und  $y$ ) wurden aus den Linien der Kalibrationsaufnahme bestimmt. Dabei wurde auf die Aufnahmen der Kalibrationsgitter ein Algorithmus angewendet, der die Hough-Transformation zur Linienerkennung benutzt (Ehrenfried, 2002). Das neue Bild wurde anschließend durch Anwendung der Entzerrungsfunktion berechnet, wobei fehlende Helligkeitswerte an nicht-ganzzahligen Pixelpositionen durch bilineare Interpolation der Helligkeitswerte benachbarter Pixel ersetzt wurden.

**Grauwert-Verteilung:** Die Kameras ermöglichen Schwarz/Weiß-Aufnahmen mit 12 Bit Auflösung für die Helligkeitswerte, was Werten zwischen 0 und 4095 entspricht. Eine typische Aufnahme mit einer Mono-Kamera nutzt die möglichen Helligkeitswerte nahezu vollständig aus. Es treten Werte zwischen 50 und 4095 auf. Dabei ist das erste Teilbild (A-Bild) des Bildpaares immer heller als das zweite Teilbild (B-Bild). Der Mittelwert der Helligkeitswerte (nach Entfernung eventuell vorhandener Wandreflexionen) liegt zwischen 70 und 100, rund 30% der Pixel haben einen Helligkeitswert größer als der entsprechende Mittelwert aller Pixel. Zwischen 2 und 3% der Pixel haben einen Helligkeitswert, der größer als das Doppelte des Mittelwertes aller Pixel ist und ca. 1% sind mindestens dreimal so hell wie der Mittelwert des Bildes. Diese wenigen, aber hellen Pixel beeinflussen die Ergebnisse der Korrelation der beiden Teilbilder in erheblichem Umfang. Bei den Stereo-Aufnahmen sind A- und B-Bild eines Bildpaares nahezu gleich hell, die hellsten Pixel erreichen nur selten den maximalen Helligkeitswert von 4095. Auch hier sind rund 30% der Pixel heller als der Mittelwert der Aufnahme, aber nur weniger als 1% heller als das Doppelte des Mittelwertes und nur rund 0,1% heller als das Dreifache des Mittelwertes.

Bei der Kamera **M2** trat bei der Aufnahme bzw. der Speicherung ein Fehler auf, der bei jedem 2. Bildpaar dazu führte, dass nur bestimmte Grauwerte auftraten, während benachbarte Grauwerte nicht auftraten (Abbildung C.2). Diese Bilder wurden aus der weiteren Auswertung ausgeschlossen, auch wenn sie auf die durch die A-B-Korrelation bestimmten Geschwindigkeitsvektoren nur geringen Einfluss haben.

**Bestimmung der Position der Wand:** Die Wand (Messoberfläche) ist in den PIV-Aufnahmen als heller horizontaler Strich zu sehen, der sich in vertikaler Richtung über mehrere Pixel erstreckt. Die (pixel-)genaue Position der Wand wird durch die horizontale Linie mit der höchsten Intensität (Sum-

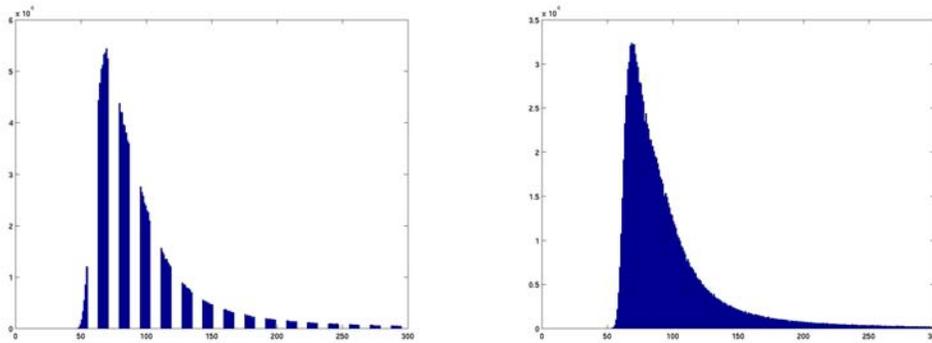


ABBILDUNG C.2: Verteilung der Grauwerte bei einer fehlerhaften (links) und einer normalen (rechts) Aufnahme. Grauwerte größer als 300 sind hier nicht dargestellt.

me über alle horizontalen Pixel) bestimmt. Überprüft wurde dieses Verfahren zur Bestimmung der Wandposition durch Partikelbilder und deren Reflexionen auf der Wand, die auf vielen Aufnahmen zu sehen sind. Zwischen A- und B-Bild traten keine Verschiebung in wandnormaler Richtung auf.

Von einem Bildpaar zum nächsten ändert sich die Position der Wand aufgrund der Vibrationen der Messoberfläche und der Kameras. Die Variationen in der Wandposition betragen bis zu 8 Pixel für die Messung bei 40 m/s bzw. 16 Pixel für die Messung bei 60 m/s (Mono-Aufnahmen). Zwischen zwei aufeinander folgenden Bildpaaren waren die Variationen etwas geringer und betragen maximal 5 bzw. 11 Pixel. Bei den Stereo-Aufnahmen traten Variationen in der Position der Wand von maximal 30 Pixel (40 m/s) bzw. bis zu 60 Pixel (60 m/s) auf.

**Umrechnung in physikalische Größen:** In den entzerrten Bildern der Mono-Aufnahmen entspricht ein Pixel genau 0,1 mm. Bei einem Zeitversatz von  $10 \mu\text{s}$  zwischen den beiden Teilbildern (40 m/s-Messung) entspricht ein Pixel-Versatz zwischen A- und B-Bild einer Geschwindigkeit von 10 m/s. Bei der Messung mit einer Anströmgeschwindigkeit von 60 m/s betrug der Zeitversatz zwischen A- und B-Bild  $8 \mu\text{s}$ . Es ergibt sich eine Geschwindigkeit von 12,5 m/s bei genau einem Pixel Versatz. Man erhält also im Durchschnitt lediglich 4 bzw. rund 5 Pixel Versatz zwischen dem A- und B-Bild einer Aufnahme in Hauptströmungsrichtung, in Wandnähe sogar noch weniger.

Bei den Stereo-Aufnahmen entspricht ein Pixel der Länge von 0,025 mm. Bei einem Zeitversatz von  $10 \mu\text{s}$  zwischen den beiden Teilbildern (40 m/s-Messung) entspricht ein Versatz von einem Pixel zwischen A- und B-Bild einer Geschwindigkeit von 2,5 m/s, bei einem Zeitversatz von  $8 \mu\text{s}$  (Messung mit  $u_\infty = 60 \text{ m/s}$ ) entspricht ein Versatz von einem Pixel zwischen A- und B-

Bild einer Geschwindigkeit von 3,125 m/s. Im Durchschnitt liegt der Versatz der Pixel zwischen A- und B-Bild einer Aufnahme bei 12 bzw. 15 Pixel in Hauptströmungsrichtung.

**Filterung:** Die Filterung der Rohdaten erfolgt in zwei Schritten: ein globaler Filter entfernt “physikalisch unsinnige” Vektoren, wobei diese Filtergrenzen dem speziellen Strömungsproblem angepasst wurden. Für die Mono-Aufnahmen bedeutet das zum Beispiel, dass Rückströmung ausgeschlossen wird ( $u_{min} = 0$  Pixel) und die maximale Geschwindigkeit nicht wesentlich oberhalb des Werts der ungestörten Anströmung liegt ( $u_{max} = 5$  Pixel, da  $u_{\infty} \approx 4$  Pixel). Für die Extremalwerte der  $v$ -Komponente sind Aussagen aus statistischer Sicht möglich: Bei einem mittleren Versatz von null Pixeln und einem Wert für die Schwankungsgeschwindigkeiten  $v'_{rms}$  in Wandnähe von rund 0,2 Pixeln (abgeschätzt über die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_{\tau}$  und  $v'_{rms}/u_{\tau} \approx 1,2$ ), sollten 99,7% der Werte innerhalb von  $\pm 3$  Standardabweichungen liegen (Annahme: Gaußsche Normal-Verteilung). Die gewählten Grenzen von  $v_{min} = -1$  Pixel und  $v_{max} = 1$  Pixel vergrößern den zulässigen Bereich sogar noch etwas, was aber die Ergebnisse nur marginal beeinflusst.

Die zweite Filterung besteht aus einem lokalen Median-Filter, der die einzelnen Vektoren mit seinen Nachbarn vergleicht. Zwischen 3 und 5% der Vektoren werden so insgesamt herausgefiltert.

Bei den Stereo-Aufnahmen wurde die Filterung erst nach Rekonstruktion aller drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors aus den zwei 2-D Projektionen der linken und rechten Kamera durchgeführt. Aufgrund der größeren Variation der Verschiebung zwischen wandnächstem Bereich und dem wandfernen Bereich wurden die Filtergrenzen abhängig vom Wandabstand variiert. Dazu wurden aus den Hitzdrahtmessungen Mittelwert und rms-Wert für jede Komponente als Erwartungswert genutzt. Die Filtergrenzen wurden so gewählt, dass alle Werte, die innerhalb des Bereiches  $\bar{x} - 3\sigma \dots \bar{x} + 4\sigma$  ( $x$  wird durch  $u, v, w$  ersetzt) liegen als gültige Vektoren angesehen werden. Da die Verteilungsfunktion der Momentangeschwindigkeiten in Wandnähe nicht gleichverteilt ist, sondern eine positive Schiefe aufweist, wurde der Gültigkeitsbereich etwas hin zu größeren Geschwindigkeiten erweitert. Auf die Ergebnisse hat dies aber nur einen sehr geringen Einfluss (ca. 4% in  $u_{rms}$  bei  $y=2,2$  mm). Bei der Filterung der Stereo-Daten wurden so rund 15% der Vektoren aussortiert (etwas mehr im wandnahen Bereich, etwas weniger im wandferneren Bereich).

**Mittelung/Glättung:** Die statistische Auswertung erfolgt für jede einzelne Position eines Verschiebungsvektors über die zur Verfügung stehenden Testbilder. Dabei wurden durch die Filter zuvor entfernte Vektoren nicht aus den Nachbarvektoren interpoliert, da durch dieses Verfahren keine neue Information hinzukommt und sich möglicherweise fehlerhafte Vektoren auf Nachbar-Vektoren auswirken könnten.

Um zu einer klaren Aussage bezüglich der Schwankungsgrößen (rms-Werte) der Turbulenz auch bei wenigen Testbildern zu kommen, wird über Positionen mit gleichem Wandabstand gemittelt. Aufgrund vernachlässigbarer Variation der Schwankungsgeschwindigkeiten in Hauptströmungsrichtung (über den kleinen Beobachtungsbereich) ist diese Mittelung physikalisch sinnvoll. Streng genommen entspricht dieses Vorgehen allerdings einer Glättung der Daten und keiner echten Mittelung, da die benachbarte Werte der Verschiebungen nicht statistisch unabhängig voneinander sind.

**Bewertung der Ergebnisse:** Die Qualität der Ergebnisse der einzelnen Korrelationsverfahren wurde auf zweierlei Weise geprüft. Die Schwankungsgrößen der Geschwindigkeitskomponenten (rms-Werte bzw. deren Quadrat) wurden untereinander und mit Referenzwerten verglichen. Dieser Vergleich ist für die verschiedenen Geschwindigkeiten und Kameras aussagekräftig, wenn man die Ergebnisse z.B. mit "Wandgrößen"  $\nu$  und  $u_\tau$  normiert.

Die zweite Möglichkeit zur Beurteilung der Ergebnisqualität ist die Darstellung in Form von Verteilungsfunktionen bzw. Histogrammen. Dabei hat es sich – speziell für die u-Komponente – als nicht sinnvoll erwiesen, die Verteilung der Subpixel im ganzen Bild zu untersuchen, da keine klare Aussage aus dieser Darstellung gewonnen werden kann. Stattdessen wird die spezielle Struktur der Strömung berücksichtigt. Für die untersuchte Strömung bedeutet das, dass die Grenzschicht in wandparallele "Schichten" zerlegt wird. Innerhalb dieser Schichten kann es momentan zwar zu starken Unterschieden kommen, im zeitlichen Mittel erhält man aber eine klare Aussage bezüglich der Verteilung der Geschwindigkeiten für einen bestimmten Wandabstand.

In den entsprechenden Abbildungen (C.6,C.12) sind jeweils exemplarisch Verteilungsfunktionen für Wandabstände gezeigt, bei denen der Mittelwert der Verschiebung genau zwischen zwei ganzen Pixeln liegt (z.B.  $MW(\dots) = 2,5$ ), der Mittelwert genau mit einem ganzen Pixel übereinstimmt (z.B.  $MW(\dots) = 3,0$ ) bzw. bei denen der Mittelwert zwischen diesen beiden "Extremwerten" liegt.

## C.2 Auswertung der Mono-PIV-Aufnahmen

Die Entzerrung der Aufnahmen erfolgte mit einem Polynom 1. Grades in  $x$  und  $y$ . Die Anordnung der Bildausschnitte von **M1** und **M2** mit einer kleinen Überlappung (rund 150 Pixel) ermöglicht die Bestimmung des Wandabstandes für die Bildpunkte der wandfernen Kamera **M1**. Allerdings variiert die Überlappung ebenfalls von Bildpaar zu Bildpaar, so dass für jedes Paar von Aufnahmen durch eine Korrelation (Fenstergröße  $128 \times 128$  Pixel<sup>2</sup>) mehrere Vektoren für den Versatz in  $x$ - und  $y$ -Richtung bestimmt wurden, von denen der Median-Wert als Versatz zwischen **M1** und **M2** genutzt wurde. Diese Methode ergab zuverlässig gute Ergebnisse.

Der mittlere Versatz bei der Messung mit 40 m/s zwischen **M1** und **M2** betrug -30 Pixel (Schwankungen von  $\pm 2$  Pixel) in  $x$ - und -30 Pixel (Schwankungen von  $\pm 10$  Pixel) in  $y$ -Richtung. Bei der Messung mit 60 m/s betrug der Versatz zwischen **M1** und **M2** -30 Pixel (Schwankungen von  $\pm 8$  Pixel) in  $x$ - und -32 Pixel (Schwankungen von  $\pm 15$  Pixel) in  $y$ -Richtung. Die Ergebnisse dieser Berechnung wurden für die Zuordnung der bereits bestimmten Geschwindigkeitsvektoren zu den verschiedenen festen Wandabständen genutzt. Die festen Wandabstände ergaben sich durch die Korrelations-Fenstergröße und Überlappung (z.B. ergeben 64x16-Fenster mit 50% Überlappung jeweils 8 Pixel Abstand). Bei einem Wandabstand der Partikel bzw. der daraus berechneten Geschwindigkeitsvektoren zwischen 85 und 180 mm bei einer Grenzschichtdicke von rund 160 mm ist der Fehler bei dieser Methode vernachlässigbar klein und eine nachträgliche Interpolation der Geschwindigkeitsvektoren war nicht notwendig.

Großen Einfluss auf die Auswertung hatte allerdings die geringe Dynamik der Messung hinsichtlich des mittleren Versatzes der Partikel zwischen den zwei Teilbildern (A- und B-Bild). Eine Abschätzung zeigt, dass zum Beispiel für die Messung bei 40 m/s zwar ein mittleren Versatz in Hauptströmungsrichtung von 4 Pixel auftritt, aber 99% der Geschwindigkeitsschwankungen  $u'$  an der Stelle ihres absoluten Maximums ( $y^+ \approx 12$ ) nur zwischen +0,4 und -0,4 Pixel um den entsprechenden Mittelwert herum liegen. Dies stellt besondere Anforderungen an die genaue Bestimmung des Korrelationsmaximums (Peakfitting). Für größere Wandabstände (kleinere Geschwindigkeitsschwankungen) als auch für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente ist die erforderliche Genauigkeit noch deutlich größer.

Durch die Variation der Fenstergrößen als auch durch den Einsatz verschiedener Korrelations- und Peakfitting-Algorithmen wurde versucht, hier ein optimales Ergebnis zu erzielen.

In Abbildung C.3 ist exemplarisch die Mittelung von 2500 Vektorfeldern für die Mittelwerte der  $u$ - und der  $v$ -Komponente für die wandnahe Mono-Kamera **M2** gezeigt. Die Auswertung der Mono-PIV-Messung erfolgte mit der MatPIV-Software, Version 1.6, (Sveen , 2002). Die Größe der Auswertefenster wurde nach eingehender Untersuchung zu  $64 \times 16 \text{ Pixel}^2$  gewählt. Kleinere Auswertefenster enthalten zu wenig Partikelbilder zur exakten Bestimmung der Verschiebung. Bei größeren Auswertefenster führt die damit verbundene räumliche Mittelung dazu, dass die turbulente Schwankungsbewegung nicht mehr ausreichend aufgelöst wird. Die rechteckige Form mit größerer Erstreckung in wandparalleler Richtung bewirkt, dass genügend Partikelbilder für die Korrelation zur Verfügung stehen und die starken Gradienten in wandnormaler Richtung gut aufgelöst werden.

In Abbildung C.3 erkennt man deutlich die Homogenität der Strömung in vertikaler Richtung parallel zur Messplattenoberfläche, die sich bei  $y = 0$  befindet. Für die  $V$ -Komponente ist eine leichte Streifigkeit unter einem Winkel von ungefähr  $45^\circ$  zu erkennen. Diese resultiert vermutlich aus einem Moire-Effekt bei der bilinearen Interpolation des Originalbildes vor der eigentlichen Auswertung. Die errechneten Strömungsgeschwindigkeiten werden dadurch aber nur sehr wenig beeinflusst.

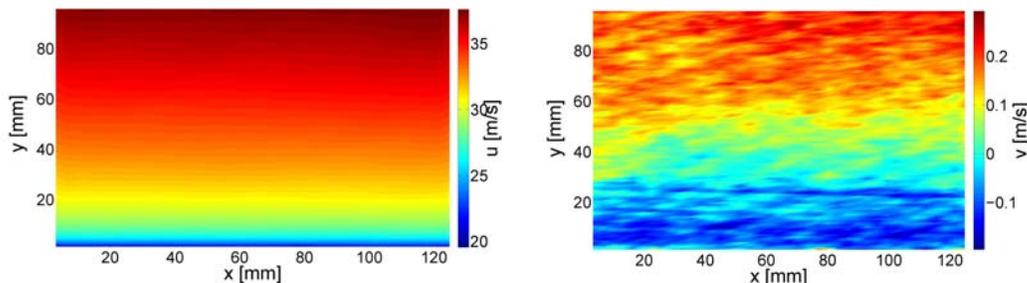


ABBILDUNG C.3: Gemittelte Größen  $\bar{u}$  und  $\bar{v}$  für die Mono-PIV-Messung: 40 m/s, **M2**, Auswertung mit Dantec.

In Abbildung C.4 und C.5 sind die Ergebnisse für die Auswertung der Mono-PIV-Messung bei einer Kanalgeschwindigkeit von 40 m/s normiert mit “inneren Variablen”  $\nu$  und  $u_\tau$  aufgetragen. Dabei wurden drei verschiedene Programme zur Auswertung verwendet. Zum einen wurde die Korrelation der A- und B-Bilder mit einem Zweischrittverfahren der MatPIV-Software, Version 1.6, (Sveen , 2002) durchgeführt. Dabei wurde im ersten Schritt für jeden Wandabstand ein mittlerer Versatz bestimmt und dieser im zweiten Schritt als Offset genutzt um die Genauigkeit der Korrelation zu verbessern indem die Zahl der Partikel gesteigert wird, die sowohl im Korrelationsfenster des A- als auch in dem des B-Bildes vorhanden sind. Bei der Dantec-Auswertung

handelt es sich um die Software FlowManager Version 4.3 (Stand Januar 2004), mit der ebenfalls verschiedene Auswerteverfahren getestet wurden. Die dargestellten Daten stammen aus einer Mehrschrittauswertung mit Anwendung des *High Accuracy Moduls*. Einzelheiten zu den implementierten Algorithmen dieses Moduls sind nicht publiziert.

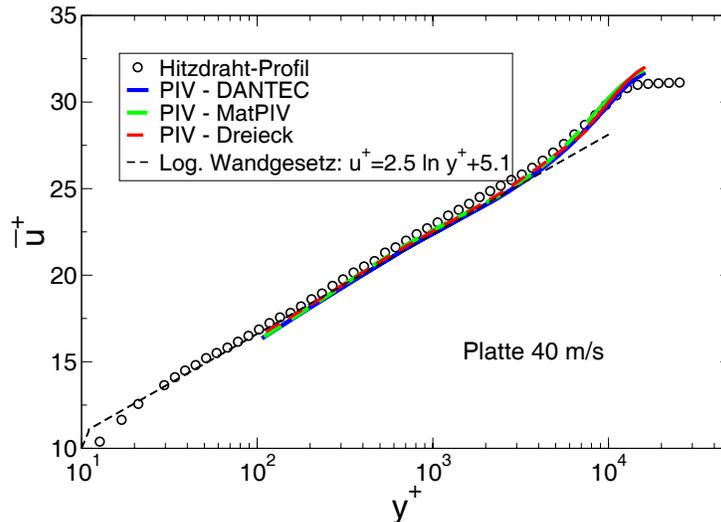


ABBILDUNG C.4: Mittelwert  $\bar{u}$ : Vergleich dreier Auswerteprogramme für die Mono-PIV-Messung, 40 m/s.

Die dritte Auswertung (PIV-Dreieck) wurde mit einem Programm von Klaus Ehrenfried (Ehrenfried, 2003) durchgeführt, bei dem ein sehr simpler Algorithmus zur Bestimmung der Lage des Korrelationsmaximums benutzt wurde. Dabei wird die Lage des Maximums durch die lineare Interpolation des größten Korrelationswertes und der beiden Nachbarn bestimmt, wobei nur die Symmetrie der Korrelationsfunktion und keine bestimmter Funktionsform (z.B. gaußförmig) angenommen wird. Es lässt sich zeigen, dass diese Art der Bestimmung des Korrelationsmaximums gerade bei sehr kleinen Partikelbildern (kleiner als 1 Pixel) Vorteile gegenüber anderen Methoden hat.

Die Ergebnisse aller drei Auswertemethoden stimmen für die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}$  sehr gut überein – sowohl untereinander als auch mit der Hitzdraht-Messung. Bei den Schwankungsgeschwindigkeiten (Abbildung C.5) sieht man hingegen deutliche Unterschiede.

In Abbildung C.5 sind zur besseren Unterscheidbarkeit der Datensätze der linken wandfernen Kamera (**M1**) und der rechten wandnahen Kamera (**M2**) die Daten mit einer durchgezogenen (**M2**) bzw. gestrichelten (**M1**) Linie verbunden. Der Übergang zwischen den beiden Kameras bei ungefähr 90 mm Wandabstand zeigt teilweise Diskontinuitäten ( $v'$ ), die keine physika-

liche Begründung haben. Vielmehr handelt es sich hierbei vermutlich um eine verschlechterte Datenqualitäten im Außenbereich von Kamera **M2**, die zu dem Anstieg der Werte im Überlappungsbereich der beiden Kameras führt.

Während die Ergebnisse für die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  einigermaßen mit den Hitzdraht-Messungen übereinstimmen, sind die Werte für  $v'$  für alle drei Auswerteverfahren deutlich zu niedrig. Als Referenzwert für  $v'$  und für  $\overline{u'v'}$  wird eine LDA-Messung (DeGraaff & Eaton, 2000) bei einer vergleichbaren Reynoldszahl (LDA:  $Re_{\delta_2} = 30850$ , PIV:  $Re_{\delta_2} \approx 39000$ ) verwendet. Bezogen auf diese Referenz liegen die PIV-Ergebnisse teilweise um mehr als 50% zu niedrig. Bei der Schubspannungskomponente  $\overline{u'v'}$  sind die PIV-Ergebnisse ebenfalls teilweise deutlich zu niedrig im Vergleich zur Referenz, teilweise aber auch größer als die Referenz. Bei genauerer Betrachtung ist dieser Effekt des abwechselnden Über- und Unterschätzen des "wahren Wertes" (Referenzwert) auch bei der  $u'$ -Komponente zu beobachten.

Trägt man für die entsprechenden Wandabstände die Häufigkeitsverteilungen der ermittelten Verschiebungen auf (Abbildung C.6), so wird deutlich, dass es sich dabei um eine leichte Form des "Peaklocking"-Effekts handelt. Das bedeutet, dass die aus einem PIV-Bildpaar bestimmten Verschiebungen dazu tendieren, gerade ganzzahlige Werte anzunehmen. Dieser Effekt wurde auch bei anderen PIV-Untersuchungen beobachtet (z.B. Huang, Dabiri & Gharib, 1997; Nogueira, Lecuona & Rodríguez, 2001; Angele & Muhammad-Klingmann, 2005) und wird sowohl durch die Aufnahmebedingungen (Partikelversatz zw. A- und B-Bild, Partikelzahl und Größe) als auch durch die Auswerteverfahren (Peakfit-Algorithmus) beeinflusst.

Der Effekt ist bei der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{u}$  nicht sichtbar (starkes "Peaklocking" wäre auch im Mittelwert sichtbar). Für die Schwankungsgeschwindigkeiten bewirkt die Verbreiterung der Verteilungsfunktion (Mittelwert fällt gerade zwischen zwei ganzzahlige Pixel) eine Vergrößerung des rms-Wertes. Der Mittelwert der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente ist hingegen nahezu null und auch die momentanen Verschiebungen immer kleiner als 1 Pixel, so dass die Verteilungsfunktion (Abbildung C.7) durch den "Peaklocking"-Effekt schmaler wird und sich ein rms-Wert ergibt, der kleiner ist als der Erwartungswert.

Am meisten ist die MatPIV-Auswertung vom Peaklocking-Effekt betroffen. Er ist für  $u'$ ,  $v'$  und  $\overline{u'v'}$  deutlich zu sehen. Die Auswertung mit dem Dreiecks-Peakfit scheint für die  $u$ -Komponente sehr gute Ergebnisse zu liefern. Für die  $v$ -Komponente wird aber in der Mitte der Grenzschicht (Übergang zwischen **M1** und **M2** ein zu hoher Wert bestimmt. Die besten Ergebnisse für alle Geschwindigkeitskomponenten liefert die Dantec-Auswertung. In der Verteilungsfunktion (Abbildung C.6) ist zwar auch noch eine leichte Form des "Peaklocking"-Effekts zu sehen, dieser ist aber deutlich geringer

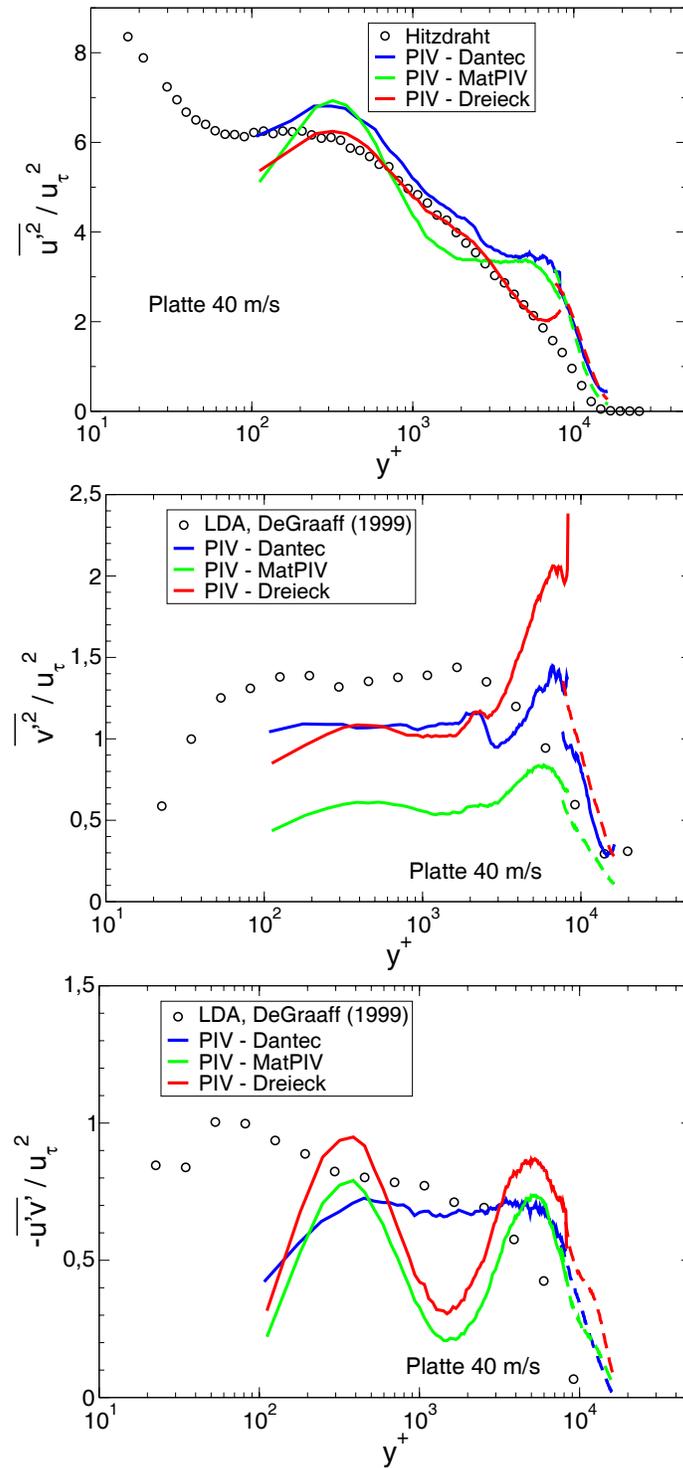


ABBILDUNG C.5: Schwankungsgröße  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ : Vergleich dreier Auswerteprogramme für die Mono-PIV-Messung, 40 m/s.

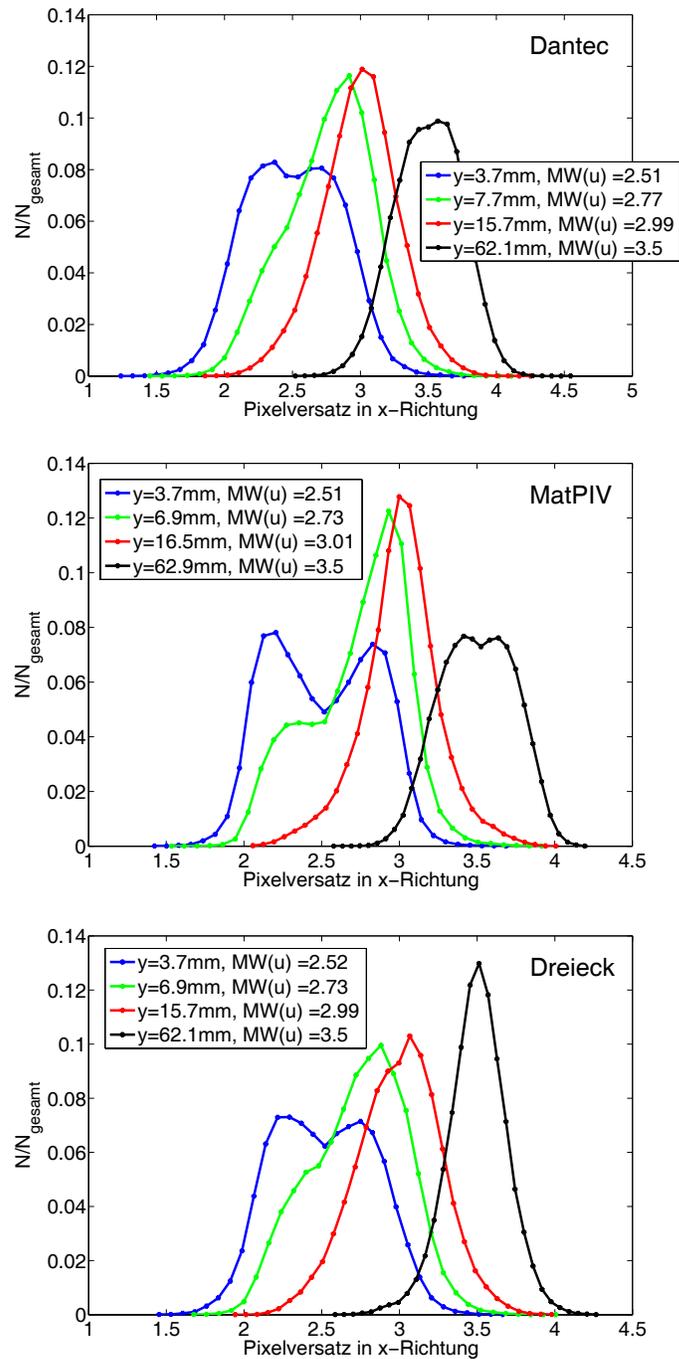


ABBILDUNG C.6: Verteilungsfunktion der Verschiebung in x-Richtung: Vergleich dreier Auswerteprogramme für die Mono-PIV-Messung, 40 m/s.

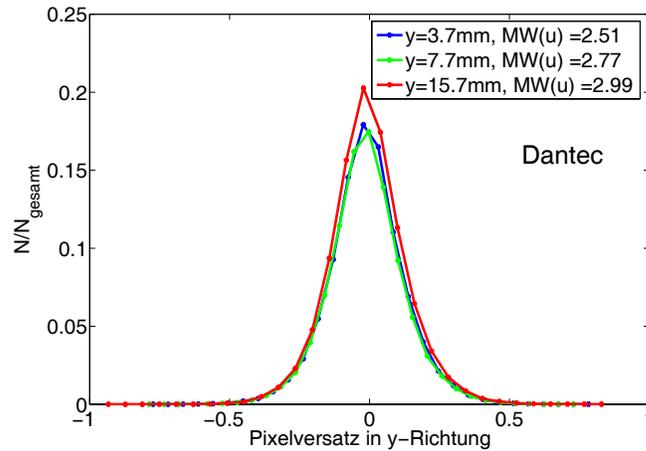


ABBILDUNG C.7: Verteilungsfunktion der Verschiebung in y-Richtung: Drei exemplarische Wandabstände aus der Dantec-Auswertung der Mono-PIV-Messung, 40 m/s.

ausgeprägt und die Auswertung ergibt für alle Schwankungsgrößen plausible und konsistente Werte. Die Abweichung für  $v'$  beträgt ungefähr 15%, bei  $\overline{u'v'}$  ist nur in Wandnähe ( $y < 5$  mm) eine Abweichung nach unten zu sehen.

Probeweise wurde auch eine kleine Zahl von PIV-Aufnahmen mit zwei weiteren Auswerteprogrammen (PivTec von DLR-Göttingen und Davis von Lavision/Göttingen) ausgewertet, wobei auch hier leichtes Peaklocking in den Häufigkeitsverteilungen festzustellen war.

Die Ergebnisse der Mono-PIV-Messungen sind insgesamt recht gut. Genaue Aussagen hinsichtlich der Schwankungsgrößen (speziell im Innenbereich) sind aber damit nicht möglich. Eine verbesserte Datenaufnahme (z.B. größerer Zeitversatz zwischen A- und B-Bild und größere Partikelbilder) hätte hier vermutlich deutliche Verbesserungen ermöglicht.

### C.3 Auswertung der Stereo-PIV-Aufnahmen

Die Entzerrung der Aufnahmen erfolgte mit einem Polynom 2. Grades in  $x$  und  $y$ . Die Bildgröße betrug im Original  $1280 \times 1024$  Pixel<sup>2</sup> in  $x$  bzw.  $y$ -Richtung und nach der Entzerrung  $1750 \times 1000$  Pixel<sup>2</sup>. Die entzerrten Aufnahmen sind – nach Entfernung von Randbereichen ohne Strömungsinformation – gegenüber dem Original in  $x$ -Richtung um ca. 50% und in  $y$ -Richtung um ca. 10% gestreckt. In den entzerrten Aufnahmen wurde dadurch eine in  $x$  und  $y$ -Richtung gleichmäßige Gitterweite der Kalibrationsaufnahme (100 Pixel  $\cong$  2,5 mm) erzielt.

Die Beobachtungsausschnitte der beiden Stereo-Kameras (S1 und S2) sollten idealerweise identisch sein. Während der Messung gab es - bedingt durch die trotz Verkleidung der Kameras auftretenden aerodynamischen Kräfte der Hauptströmung - einen geschwindigkeitsabhängigen statischen Versatz. Zusätzlich gab es Variationen von Bildpaar zu Bildpaar, die durch Schwingungen der Kameras verursacht wurden. Für die Bestimmung der 3. Geschwindigkeitskomponente ( $w$  - senkrecht zum Lichtschnitt) ist die genaue Zuordnung der Vektoren aus der Auswertung der linken und der rechten Stereo-Kamera erforderlich. Deshalb wurde zuerst die Bestimmung des Versatzes zwischen den Aufnahmebereichen der beiden Kameras **S1** und **S2** für jedes Bildpaar vorgenommen. Dazu wurden große Bildbereiche der ersten Aufnahme des Doppelbildes (A-Bild) von **S1** und **S2** miteinander korreliert. Es wurden Korrelationsfenster von  $450 \times 200$  Pixel<sup>2</sup> in  $x$  bzw.  $y$ -Richtung verwendet und jeweils nur die Teile des Bildes verwendet, deren Grauwert deutlich über dem Hintergrund-Grauwert des Gesamtbildes lagen. Eine Verdoppelung der Größe des Korrelationsbereiches ändert die Ergebnisse nicht signifikant.

Das Ergebnis dieser Korrelation ist beispielhaft in Abbildung C.8 zu sehen. Eine genaue Lokalisierung des Maximums der Korrelationsfunktion (Peak) ist nicht möglich, da einzelne hohe Korrelationswerte mit großer Streuung auftreten (erkennbar im Bereich  $x \approx 540-660$ ,  $y \approx 200$ ). Stattdessen kann nur die Mitte des Korrelationsbereiches ungefähr bestimmt werden. Um diese Art der Zuordnung zu verifizieren, wurde das Verfahren mit der zweiten Aufnahme des Doppelbildes (B-Bild) wiederholt. Nur wenn die Ergebnisse der Korrelation der beiden A-Bilder von denen der beiden B-Bilder nicht mehr als 5 Pixel in  $x$ -Richtung und 1 Pixel in  $y$ -Richtung abwichen, wurden die entsprechenden Aufnahmen zur weiteren Stereo-Auswertung verwendet. Es wurden so schließlich rund 50% der aufgenommenen Bildpaare für die Auswertung verwendet.

Bei der Messung mit  $U_\infty = 40$  m/s betrug der statische Versatz ungefähr 170 Pixel in  $x$ -Richtung wobei Schwankungen von  $\pm 40$  Pixel um diesen Mit-

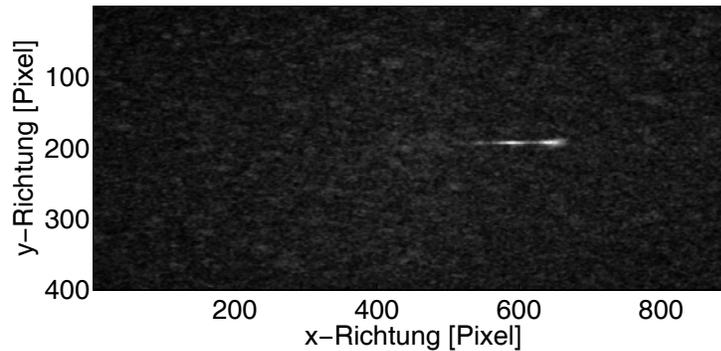


ABBILDUNG C.8: Korrelationsebene der Korrelation zweier A-Bilder zur Bestimmung des Versatzes der beiden Stereo-Kameras

telwert auftraten. Bei der Messung mit  $U_\infty=60$  m/s betrug der statische Versatz ungefähr 310 Pixel in x-Richtung wobei Schwankungen von  $\pm 80$  Pixeln um diesen Mittelwert auftraten. Die Position der Wand in den Aufnahmen variierte um bis zu 30 Pixel bei der Messung mit  $U_\infty=40$  m/s und um bis zu 60 Pixel, bei der Messung mit  $U_\infty=60$  m/s. Die Variationen zwischen aufeinander folgenden Bildpaaren waren jeweils deutlich kleiner als die hier angegebenen maximalen Variationen.

Für die anschließende Auswertung wurden die entzerrten Aufnahmen entsprechend des ermittelten Versatzes zugeschnitten, so dass die resultierenden Bildbereiche für beide Kameras den gleichen Ausschnitt zeigen. Innerhalb dieser Ausschnitte wurde jeweils getrennt für **S1** und **S2** die normale Korrelation zwischen A- und B-Bild vorgenommen. Dabei wurden Korrelationsfenster mit einer Größe von  $128 \times 32$  Pixel<sup>2</sup> verwendet. Ein Beispiel für die Partikelbilder in der entzerrten Aufnahme ist in Abbildung C.9 gezeigt.

Die Partikelbilder erstrecken sich über mehrer Pixel, was vorteilhaft für die Bestimmung des Korrelationsmaximums ist. Der dargestellte Bereich entspricht einem Korrelationsfenster bei einer Auswertung mit  $128 \times 32$  Pixel<sup>2</sup> Fenstergröße. Die Abmessungen betragen umgerechnet  $3,2 \times 0,8$  mm<sup>2</sup>. Anhand dieser Darstellung wird deutlich, dass bei einer Verkleinerung des Korrelationsfensters (z.B. auf  $64 \times 16$  Pixel<sup>2</sup>) nur noch sehr wenige oder unter Umständen auch keine Partikel in dem betrachteten Ausschnitt vorhanden sind, was zu einer fehlerhaften Bestimmung des Verschiebungsvektors und dementsprechend zu einem höheren rms-Wert (“Rauschen”) führen kann.

In Abbildung C.10 und C.11 sind die Ergebnisse der Stereo-Auswertung für die Messung bei 40 m/s aufgetragen. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der Dantec-Auswertung der Mono-PIV-Aufnahmen und jeweils ein Referenzdatensatz (Hitzdraht oder LDA) aufgetragen.

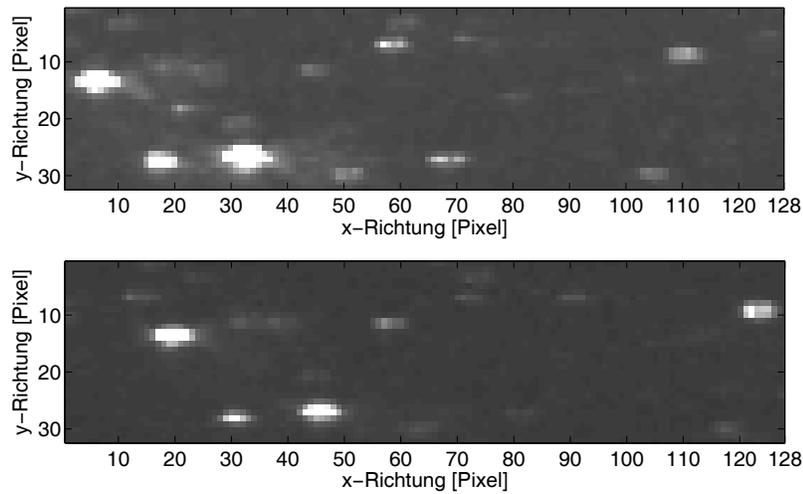


ABBILDUNG C.9: Partikelbilder in den entzerrten Stereo-Aufnahmen. Kamera **S2**, 40m/s. Obere Abbildung: A-Bild, Untere Abbildung B-Bild

Die Übereinstimmung der Mittelwerte aus der Stereo-Auswertung mit dem logarithmischen Wandgesetz ist unabhängig von der Größe der Korrelationsfenster ( $128 \times 32$  bzw.  $64 \times 16$  Pixel<sup>2</sup>) sehr gut. Bei den Schwankungsgeschwindigkeiten (Abbildung C.11) stimmen die Ergebnisse für  $u'$  recht gut mit den Referenzwerten überein. Bei  $v'$  kommt es wiederum zu einer deutlichen Unterschätzung des wahren Wertes (Referenzwertes). Eine probeweise

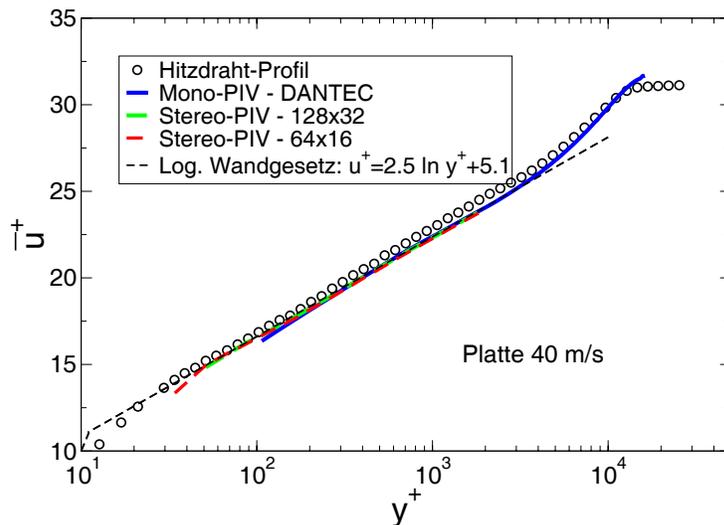


ABBILDUNG C.10: Mittelwert  $\bar{u}$ : Vergleich dreier Auswerteprogramme für die Mono-PIV-Messung, 40 m/s.

2-D-Auswertung mit der Dantec-Software mit *High-Accuracy-Modul* hat für  $v'$  wie bei der Auswertung der Mono-PIV-Daten etwas bessere Ergebnisse ergeben. Da aber mit der Dantec-Software keine 3-Komponenten-Auswertung vorgenommen werden konnte, sind die Stereo-Daten mit dem frei erweiterbaren MatPIV-Paket ausgewertet worden. Die Werte für  $\overline{u'v'}$  liegen im wandferneren Bereich recht nahe bei den Referenzwerten, zur Wand hin fallen die Werte aber deutlich unter diese Referenzwerte, was aufgrund der zu kleinen Werte für  $v'$  auch zu erwarten war.

Bei den Schwankungsgeschwindigkeiten (Abbildung C.11) sind zwischen den beiden Auswertungen mit unterschiedlicher Größe der Korrelationsfenster leichte Unterschiede erkennbar. Es ist nicht offensichtlich, ob die höheren Werte für  $u'$  und  $v'$  für die Auswertung mit  $64 \times 16$  Pixel<sup>2</sup> Korrelationsfenstern durch eine höhere Genauigkeit (weniger räumliche Mittelung) oder durch ein stärkeres "Rauschen" bedingt sind. Da aber trotz der größeren Werte für  $u'$  und für  $v'$  der Wert für  $\overline{u'v'}$  (betragsmäßig) kleiner ausfällt, ist davon auszugehen, dass die Werte für  $u'$  und  $v'$  in diesem Fall nicht so gut korreliert sind wie bei der Auswertung mit größeren Korrelationsfenstern. Es handelt sich also scheinbar um "Rauschen" bedingt durch wenige Partikel und die mit Unsicherheiten behaftete Zuordnung der Vektoren der linken und rechten Kamera. Dieses Rauschen ist aber unkorreliert und führt somit zu dem geringeren Wert für  $\overline{u'v'}$ .

In Abbildung C.12 ist schließlich noch die Verteilungsfunktion der Verschiebungen für die Stereo-Auswertung mit einer Fenstergröße von  $128 \times 32$  Pixel<sup>2</sup> in Hauptströmungsrichtung gezeigt. Die Verschiebung der Partikel zwischen A- und B-Bild ist deutlich größer als bei den Mono-PIV-Aufnahmen und erleichtert die genaue Bestimmung. Ein "Peaklocking"-Effekt ist nicht mehr sichtbar. Es wird aber auch deutlich, dass die Vorgabe von globalen Filtergrenzen für die Aussortierung von fehlerhaften Vektoren nicht mehr ohne weiteres für das ganze Bild erfolgen kann. Abhängig vom Wandabstand kann ein Vektor noch durchaus sinnvoll sein oder auch mehrere Standardabweichungen über dem eigentlichen Mittelwert liegen und zu einer Erhöhung des rms-Wertes führen, wenn er nicht aussortiert wird. Dies wurde durch die schon beschriebene Filterung in Abhängigkeit vom Wandabstand berücksichtigt.

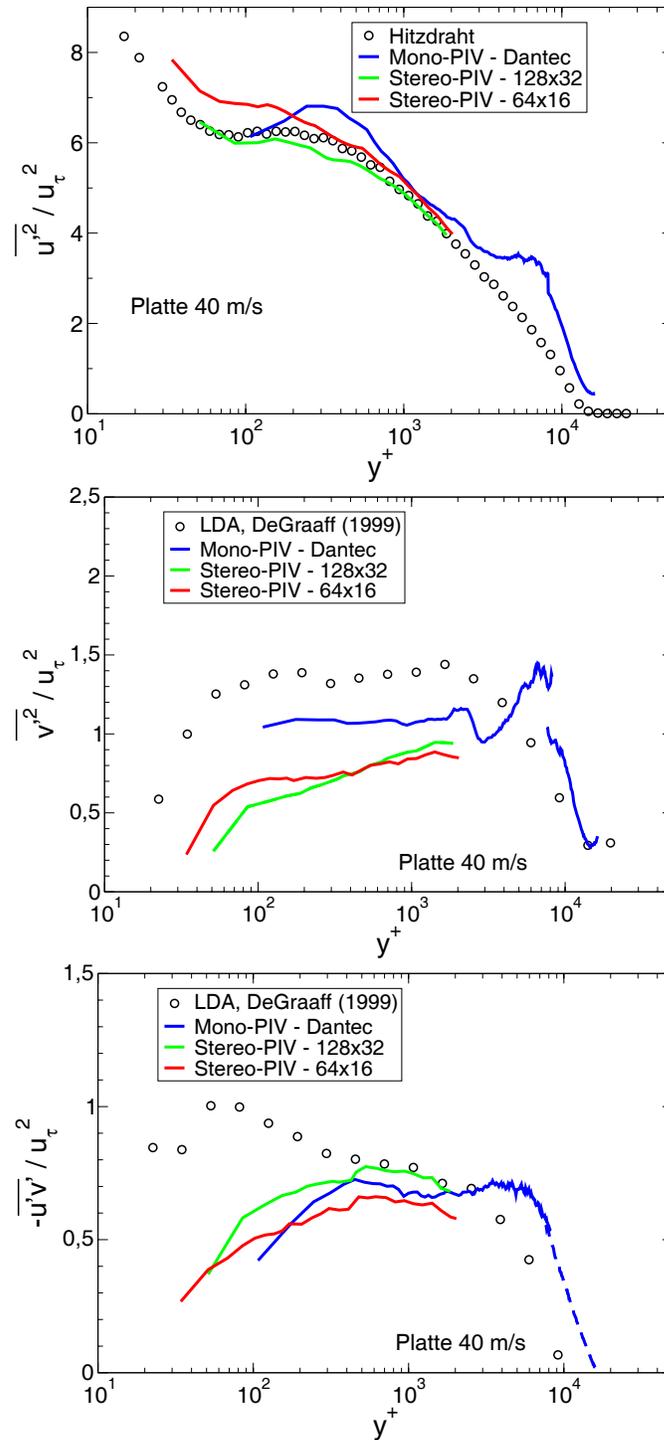


ABBILDUNG C.11: Schwankungsgröße  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ : Vergleich der Stereo-PIV-Auswertung mit der Dantec-Auswertung der Mono-PIV-Daten und mit Referenzwerten (Hitzdraht/LDA), 40 m/s.

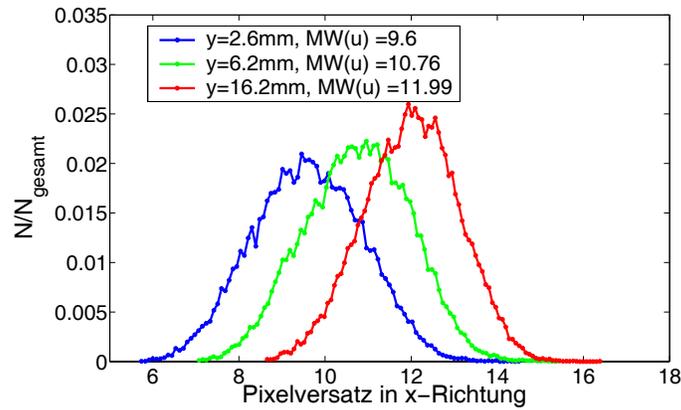


ABBILDUNG C.12: Verteilungsfunktion der Verschiebung in x-Richtung; Auswertung der Stereo-PIV-Messung, 40 m/s.

Die Ergebnisse der Stereo-PIV-Messungen sind insgesamt gut. Schwierigkeiten bei der Zuordnung der Bildbereiche der Kameras **S1** und **S2** halbieren ungefähr die Zahl der nutzbaren Vektorfelder. Die mittlere Geschwindigkeit aus der Stereo-PIV-Messung stimmt sehr gut mit den Messwerten der Hitzdraht-Messung überein. Auch die Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  kann mit zufriedenstellender Genauigkeit aus der PIV-Messung bestimmt werden. Die Messwerte für  $v'$  liegen deutlich ( $v'$  um etwa 20%,  $v'^2$  um etwa 45%) unter den Erwartungswerten, die aus anderen Experimenten bei ähnlichen Reynoldszahlen abgeschätzt wurden. Erwartungsgemäß liegen damit auch die Werte für  $\overline{u'v'}$  deutlich (um etwa 20%) unterhalb des Erwartungswertes. Die Ergebnisse für  $w'$  (siehe Abschnitt 5.3) sind etwas besser als für  $v'$  und  $\overline{u'v'}$ .



# Literaturverzeichnis

- ABSTIENS, R., SCHRÖDER, W. & LIMBERG, W., 2004. Hot-wire measurements of two point correlations in the flat plate boundary layer at high Reynolds numbers. In *IUTAM Symposium on Reynolds Number Scaling in Turbulent Flow*. (Proceedings of the IUTAM Symposium in Princeton, NJ, U.S.A. Sept 11-13, 2002, 2004), A. J. Smits, Ed., Fluid Mechanics and its Applications 74, Kluwer Acad. Publ., 279–284.
- ABSTIENS, R., 2007. *Experimentelle Untersuchung der turbulenten Strukturen in einer Plattengrenzschicht bei großen Reynoldszahlen*. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aerodynamisches Institut und Lehrstuhl für Strömungslehre.
- ALFREDSSON, P. H., JOHANSSON, A. V., HARITONIDIS, J. H. & ECKELMANN, H., 1988. The fluctuating wall-shear stress and the velocity field in the viscous sublayer. *Phys. Fluids* **31**, 5, 1026–1033.
- ANGELE, K. & MUHAMMAD-KLINGMANN, B., 2005. A simple model for the effect of peak-locking on the accuracy of boundary layer turbulence statistics in digital PIV. *Exp. in Fluids* **38**, 3, 341–347.
- BAKE, S., 1994. Messung von Spektren, Raum- und Zeitkorrelationen sowie Bestimmung von Strukturlängen in beschleunigten turbulenten Wandgrenzschichten. Diplomarbeit, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.
- BAKE, S., 2000. *Boundary-Layer Receptivity and Transition Control*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.
- BARENBLATT, G. I., CHORIN, A. J. & PROSTOKISHIN, V. M., Sept. 2000. A note on the intermediate region in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **12**, 9, 2159–2161.

- BLACKWELDER, R. F. & KOVASZNAY, L. S. G., Sept. 1972. Time Scales and Correlations in a Turbulent Boundary Layer. *Phys. Fluids* **15**, 9, 1545–1554.
- BRUNS, J. M. & DENGEL, P., 1998. A miniature triple hot-wire probe for wall bounded flows. *Exp. in Fluids* **24**, 6, 479–488.
- BRUNS, J., DENGEL, P. & FERNHOLZ, H.-H., 1992. Mean flow and turbulence measurements in an incompressible two-dimensional turbulent boundary layer. Part I: data. Institutsbericht 02/92, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik, Technische Universität Berlin.
- BRUUN, H. H., 1995. *Hot-wire anemometry: principles and signal analysis*. Oxford University Press, Oxford, New York, Tokyo.
- BUSCHMANN, M. H. & GAD-EL-HAK, M., 2007. Recent developments in scaling of wall-bounded flows. *Prog. Aerospace Sci.* **42**, 419–467.
- CASTILLO, L., SEO, J., HANGAN, H. & JOHANSSON, G. T., 2002. Experimental Investigation of the Initial Conditions in Turbulent Boundary layer at High Reynolds Number. *AIAA Paper 2002-0577*. 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.
- CASTILLO, L., SEO, J., HANGAN, H. & JOHANSSON, G. T., 2004. Smooth and rough turbulent boundary layers at high Reynolds number. *Exp. in Fluids* **36**, 759–774.
- CHAMPAGNE, F. H. & SLEICHER, C. A., 1967. Turbulence measurements with inclined hot-wires. Part 2. Hot-wire response equations. *J. Fluid Mech.* **28**, part 1, 177–182.
- COLES, D., 1956. The law of the wake in the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **1**, 191–226.
- CUTLER, A. D. & BRADSHAW, P., 1991. A crossed hot-wire technique for complex turbulent flow. *Exp. in Fluids* **12**, 17–22.
- DAVIDSON, P. A., NICKELS, T. B. & KROGSTAD, P.-A., 2006. The logarithmic structure function law in wall-layer turbulence. *J. Fluid Mech.* **550**, 51–60.
- DEGRAAFF, D. B. & EATON, J. K., 1999. Reynolds number scaling of the turbulent boundary layer on a flat plate and on swept and unswept bumps. Report TSD-118, Stanford University, California.

- DEGRAAFF, D. B. & EATON, J. K., 2000. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **422**, 319–346.
- EHRENFRIED, K., 2002. Processing calibration-grid images using the Hough transformation. *Meas. Sci. Technol.* **13**, 7, 975–983.
- EHRENFRIED, K., 2003. PIV-Korrelationsprogramm a03. Private Kommunikation.
- ELSNER, J. W. & ELSNER, W., 1996. On the measurement of turbulence energy dissipation. *Meas. Sci. Technol.* **7**, 1334–1348.
- FAVRE, A. J., GAVIGLIO, J. J. & DUMAS, R. J., 1957. Space-time double correlations and spectra in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **2**, 313–342.
- FAVRE, A. J., GAVIGLIO, J. J. & DUMAS, R. J., 1958. Further space-time correlations of velocity in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **3**, 344–356.
- FERNHOLZ, H.-H. & FINLEY, P. J., 1996. The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer: an assessment of the data. *Prog. Aerospace Sci.* **32**, 245–311.
- FERNHOLZ, H.-H., KRAUSE, E., NOCKEMANN, M. & SCHOBBER, M., June 1995. Comparative measurements in the canonical boundary layer at  $Re_{\delta_2} \leq 6 \times 10^4$  on the wall of the German-Dutch windtunnel. *Phys. Fluids* **7**, 6, 1275–1281.
- FERNHOLZ, H.-H., JANKE, G., SCHOBBER, M., WAGNER, P. M. & WARNACK, D., 1996. New developments and applications of skin-friction measuring techniques. *Meas. Sci. Technol.* **7**, 1396–1409.
- FERNHOLZ, H.-H., 1971. Ein halbempirisches Gesetz für die Wandreibung in kompressiblen turbulenten Grenzschichten bei isothermer und adiabater Wand. *Z. Angew. Math. Mech.* **51**, T146–T147.
- FIEDLER, H. E., 1995. Turbulente strömungen. Vorlesungskript, TUB.
- GAD-EL-HAK, M. & BANDYOPADHYAY, P. R., 1994. Reynolds number effects in wall-bounded turbulent flow. *Appl. Mech. Rev.* **47**, 307–364.
- GAD-EL-HAK, M. & BANDYOPADHYAY, P. R., 1995. Field Versus Laboratory Turbulent Boundary Layers. *AIAA J.* **33**, 2, 361–363.

- GEORGE, W. K. & CASTILLO, L., Dec. 1997. Zero-pressure-gradient turbulent boundary layer. *Appl. Mech. Rev.* **50**, 12, 689–729.
- GEORGE, W. K., Nov. 2006. Recent Advancements Toward the Understanding of Turbulent Boundary Layers. *AIAA J.* **44**, 11, 2435–2449.
- GRANT, H. L., 1958. The large eddies of turbulent motion. *J. Fluid Mech.* **4**, 149–190.
- HEAD, M. R. & RECHENBERG, I., 1962. The Preston tube as a means of measuring skin friction. *J. Fluid Mech.* **14**, 1–17.
- HINZE, J. O., 1975. *Turbulence*, 2<sup>nd</sup> ed. McGraw-Hill, Inc.
- HUANG, H., DABIRI, D. & GHARIB, M., 1997. On errors of digital particle image velocimetry. *Meas. Sci. Technol.* **8**, 12, 1427–1440.
- HUCHO, W.-H., 1998. Vehicle Aerodynamics in the German-Dutch Wind Tunnel. DNW brochure: Automotive Testing Facility.
- JACHENS, A., ECKHARDT, B., KNOBLOCH, K. & FERNHOLZ, H.-H., 2005. Spatial Correlations in Turbulent Shear Flows. In *Progress in Turbulence* (2005), J. Peinke, A. Kittel, S. Barth, & M. Oberlack, Eds., Springer Proceedings in Physics 101, Springer, 143–146.
- JACHENS, A., J.SCHUMACHER, ECKHARDT, B., KNOBLOCH, K. & FERNHOLZ, H.-H., 2006. Asymmetry of temporal cross-correlations in turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.* **547**, 55–64.
- JANKE, G., 1987. Hot-wire in wall proximity. In *Advances in Turbulence* (1987), G. Comte-Bellot & J. Mathieu, Eds., Springer, 488–498. Proceedings of the First European Turbulence Conference, 1–4. 7. 1986, Lyon, France.
- JANKE, G., 1993. *Über die Grundlagen und einige Anwendungen der Ölfilm-Interferometrie zur Messung von Wandreibungsfeldern in Luftströmungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.
- JOHANSSON, A. V. & ALFREDSSON, P. H., 1983. Effects of imperfect spatial resolution on measurements of wall-bounded turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.* **137**, 409–421.

- JOHNSON, F. D. & ECKELMANN, H., 1984. A variable angle method of calibration for X-probes applied to wall-bounded turbulent shear flows. *Exp. in Fluids* **2**, 121–130.
- KÄHLER, C. J., STANISLAS, M. & KOMPENHANS, J., 2002. Spatio-temporal flow structure investigation of near-wall turbulence by means of Multiplane stereo Particle Image Velocimetry. *Paper 29-3*. 11th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, July 8–11, 2002.
- KÄHLER, C., 1997. Ortsaufgelöste Geschwindigkeitsmessungen in einer turbulenten Grenzschicht. DLR-Forschungsbericht 97-32, Institut für Strömungsmechanik des DLR, Göttingen, Germany.
- KÄHLER, C. J., 2004. The significance of coherent flow structures for the turbulent mixing in wall-bounded flows. Forschungsbericht DLR-FB 2004-24, DLR Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Göttingen, Germany.
- KALTER, M., 2000. *Beeinflussung einer stark gestörten Grenzschicht mit Druckanstieg durch die Turbulenzstruktur der Außenströmung*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.
- KHOO, B. C., CHEW, Y. T. & LI, G. L., 1997. Effects of imperfect spatial resolution on turbulence measurements in the very near-wall viscous sublayer region. *Exp. in Fluids* **22**, 4, 327–335.
- KIM, J. & HUSSAIN, F., 1993. Propagation velocity of perturbations in turbulent channel flow. *Phys. Fluids A* **5**, 3, 695–706.
- KLEWICKI, J., FIFE, P., WEI, T. & MCMURTY, P., Nov. 2006. Overview of a Methodology for Scaling the Intermediate Equations of Wall Turbulence. *AIAA J.* **44**, 11, 2475–2481.
- KNOBLOCH, K. & FERNHOLZ, H.-H., 2004. Statistics, correlations, and scaling in a turbulent boundary layer at  $re_{\delta_2} \leq 115000$ . In *IUTAM Symposium on Reynolds Number Scaling in Turbulent Flow*. (Proceedings of the IUTAM Symposium in Princeton, NJ, U.S.A. Sept 11-13, 2002, 2004), A. J. Smits, Ed., Fluid Mechanics and its Applications 74, Kluwer Acad. Publ., 11–16.
- KNOBLOCH, K. & FERNHOLZ, H.-H., 2005. Hot-wire and PIV Measurements in a High-Reynolds Number Turbulent Boundary Layer. In *Progress*

- in Turbulence* (2005), J. Peinke, A. Kittel, S. Barth, & M. Oberlack, Eds., Springer Proceedings in Physics 101, Springer, 147–150.
- KOLMOGOROV, A. N., 1958. Die lokale Struktur der Turbulenz in einer inkompressiblen zähen Flüssigkeit bei sehr großen REYNOLDSschen Zahlen. In *Sammelband zur Statistischen Theorie der Turbulenz*, H. Goering, Ed., Akademie Verlag, Berlin. Deutsche Übersetzung von Kolmogorov, A. N.(1941), Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 30, 299–303.
- KROGSTAD, P.-Å., KASPERSEN, J. H. & RIMESTAD, S., 1998. Convection velocities in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids* **10**, 4, 949–957.
- KUNKEL, G. J. & MARUSIC, I., 2006. Study of the near-wall-turbulent region of the high-Reynolds-number boundary layer using an atmospheric flow. *J. Fluid Mech.* **548**, 375–402.
- LEKAKIS, I., 1996. Calibration and signal interpretation for single and multiple hot-wire/hot-film probes. *Meas. Sci. Technol.* **7**, 1313–1333.
- LINDGREN, B., ÖSTERLUND, J. M. & JOHANSSON, A. V., 2004. Evaluation of scaling laws derived from Lie group symmetry methods in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **502**, 127–152.
- MACIEL, Y., ROSSIGNOL, K.-S. & LEMAY, J., Nov. 2006. Self-Similarity in the Outer Region of Adverse-Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layers. *AIAA J.* **44**, 11, 2450–2464.
- MARUSIC, I. & KUNKEL, G. J., Aug. 2003. Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers. *Phys. Fluids* **3**, 15, 2461–2464.
- MARUSIC, I., UDDIN, A. K. M. & PERRY, A. E., Dec. 1997. Similarity law for the streamwise turbulence intensity in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **9**, 12, 3718–3726.
- MCKEON, B. J., LI, J., JIANG, W., MORRISON, J. F. & SMITS, A. J., 2004. Further observations on the mean velocity distribution in fully developed pipe flow. *J. Fluid Mech.* **501**, 135–147.
- METZGER, M. M. & KLEWICKI, J. C., Mar. 2001. A comparative study of near-wall turbulence in high and low Reynolds number boundary layers. *Phys. Fluids* **13**, 3, 692–701.
- METZGER, M. M., KLEWICKI, J. C., BRADSHAW, K. L. & SADR, R., June 2001. Scaling the near-wall axial turbulent stress in the zero pressure gradient boundary layer. *Phys. Fluids* **13**, 6, 1819–1821.

- METZGER, M., 2006. Length and time scales of the near-surface axial velocity in a high Reynolds number turbulent boundary layer. *Int. J. Heat and Fluid Flow* **27**, 534–541.
- MORO, J. P., VUKOSLAVČEVIĆ, P. V. & BLET, V., 2003. A method to calibrate a hot-wire X-probe for applications in low-speed, variable-temperature flow. *Meas. Sci. Technol.* **14**, 1054–1062.
- MORRISON, J. F., MCKEON, B. J., JIANG, W. & SMITS, A. J., 2004. Scaling of the streamwise velocity component in turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.* **508**, 99–131.
- MÜLLER, U. R., 1992. Comparison of turbulence measurements with single, X and triple hot-wire probes. *Exp. in Fluids* **13**, 208–216.
- NICKELS, T. B., MARUSIC, I., HAFEZ, S. & CHONG, M. S., 2005. Evidence of the  $k_1^{-1}$  Law in a High-Reynolds-Number Turbulent Boundary Layer. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 074501.
- NOGUEIRA, J., LECUONA, A. & RODRÍGUEZ, P. A., 2001. Identification of a new source of peak locking, analysis and its removal in conventional and super-resolution PIV techniques. *Exp. in Fluids* **30**, 309–316.
- OBERLACK, M., 1994. *Herleitung und Lösung einer Längenmaß- und Dissipations-Tensorgleichung für turbulente Strömungen*. Dissertation, RWTH Aachen, Fakultät für Maschinenwesen.
- OBERLACK, M., 1995. Analysis of the two-point velocity correlations in turbulent boundary layer flows. In *Annual research briefs* (1995), Center for Turbulence Research, Stanford University, 209–220.
- OBERLACK, M., 1996. Symmetries in turbulent boundary layer flows. In *Annual research briefs* (1996), Center for Turbulence Research, Stanford University, 183–197.
- OBERLACK, M., 2001. A unified approach for symmetries in plane parallel turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.* **427**, 299–328.
- ÖSTERLUND, J. M., JOHANSSON, A. V., NAGIB, H. M. & HITES, M. H., Jan. 2000. A note on the overlap region in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **12**, 1, 1–4.
- ÖSTERLUND, J. M., 1999. *Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary layer flow*. Doctoral Thesis, Department of Mechanics, Royal Institute of Technology, Sweden.

- PATEL, V. C., 1965. Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients. *J. Fluid Mech.* **23**, part 1, 185–208.
- PERRY, A. E. & ABELL, C., 1975. Scaling laws for pipe-flow turbulence. *J. Fluid Mech.* **67**, 257–271.
- PERRY, A. E., HENBEST, S. & CHONG, M. S., 1986. A theoretical and experimental study of wall turbulence. *J. Fluid Mech.* **165**, 163–199.
- PRANDTL, L., 1904. Über die Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. In *Verhandlg. III Intern. Math. Kongr. Heidelberg (1904)*, 484–491.
- RECHENBERG, I., Nov. 1963. Messung der turbulenten Wandschubspannung. *Z. Flugwiss.* **11**, 11, 429–438.
- ROBINSON, S. K., 1991. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **23**, 601–639.
- ROSEMANN, H., SÄGER, R. & KREPLIN, H.-P., 1996. Development and application of a quadruple hot-wire technique for turbulent flows. *Meas. Sci. Technol.* **7**, 1477–1491.
- ROSEMANN, H., 1989. Einfluß der Geometrie von Mehrfach-Hitzdrahtsonden auf die Meßergebnisse in turbulenten Strömungen. Forschungsbericht DLR-FB 89-26, DLR Institut für Experimentelle Strömungsmechanik, Göttingen.
- ROTTA, J., 1950. Über die Theorie der turbulenten Strömungen. Mitteilungen, Nr. 1, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Göttingen.
- ROTTA, J. C., 1962. Turbulent boundary layers in incompressible flow. *Prog. Aerospace Sci.* **2**, 1–219.
- ROTTA, J. C., 1972. *Turbulente Strömungen*. Teubner.
- SADDOUGHI, S. G. & VEERAVALLI, S. V., 1994. Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **268**, 333–372.
- SCHLICHTING, H., 1979. *Boundary-Layer Theory*, 7th ed. McGraw-Hill, New York.
- SCHÖBER, M., 1989. Über die Entwicklung eines Rechenprogramms zur Messung von Momentanwerten der Wandschubspannung mit in unmittelbarer Wandnähe angeordneten Hitzdrahtsonden. Studienarbeit, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.

- SMITS, A. J. & MARUSIC, I., 1999. High Reynolds Number Flows: A Challenge for Experiment and Simulation. *AIAA Paper 99-3530*. 30th AIAA Fluid Dynamics Conference.
- SVEEN, J., 2002. MatPIV - the PIV toolbox for MATLAB(tm), version 1.6. <http://www.math.uio.no/jks/matpiv/>, Visited: 20.11.2002.
- TAYLOR, G. I., 1938. The spectrum of turbulence. *Proc. R. Soc. London Series A* **164**, 476–490.
- TOWNSEND, A. A., 1976. *The Structure of Turbulent Shear Flow*, 2<sup>nd</sup> ed. Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- TRITTON, D. J., 1967. Some new correlation measurements in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **28**, part 3, 439–462.
- TUTU, N. K. & CHEVRAY, R., 1975. Cross-wire anemometry in high intensity turbulence. *J. Fluid Mech.* **71**, part 4, 785–800.
- VAGT, J.-D., 1979. Hot-wire probes in low speed flow. *Prog. Aerospace Sci.* **18**, 271–323.
- VAN DIJK, A. & NIEUWSTADT, F. T. M., 2004. The calibration of (multi-) hot-wire probes. 2. Velocity calibration. *Exp. in Fluids* **36**, 550–564.
- VAN DITSHUIZEN, J. C. A., 1998. DNW - Deutsch Niederländischer Windkanal. DNW brochure: Aerodynamic & Aeroacoustic Testing Facility.
- WAGNER, P. M., 1995. *Kohärente Strukturen der Turbulenz im wandnahen Bereich von Ablösegebieten*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.
- WARNACK, D. & FERNHOLZ, H. H., 1998. The effects of a favourable pressure gradient and of the Reynolds number on an incompressible axisymmetric turbulent boundary layer. Part 2. The boundary layer with relaminarization. *J. Fluid Mech.* **359**, 357–381.
- WARNACK, D., 1996. *Eine experimentelle Untersuchung beschleunigter turbulenter Wandgrenzschichten*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik.
- WINTER, K. G. & GAUDET, L., 1973. Turbulent boundary-layer studies at high Reynolds numbers at Mach numbers between 0.2 and 2.8. Aeronaut. Research Council R+M 3712.

- WYNGAARD, J. C., 1968. Measurement of small-scale turbulence structure with hot wires. *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **1**, 1105–1108.
- ZAGAROLA, M. V. & SMITS, A. J., 1998a. Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.* **373**, 33–79.
- ZAGAROLA, M. V. & SMITS, A. J., 1998b. A new mean velocity scaling for turbulent boundary layers. In *Proceedings of FEDSM'98* (1998b), ASME, FEDSM98–4950.
- ZHAO, R. & SMITS, A. J., 2007. Scaling of the wall-normal turbulence component in high-Reynolds-number pipe flow. *J. Fluid Mech.* **576**, 457–473.