

# **Numerische Berechnung des Wärme- und Stoffübergangs an welligen Fallfilmen binärer Gemische**

vorgelegt von  
Diplom-Ingenieur  
Heike Elisabeth Heidrich  
aus Berlin

von der Fakultät III - Prozesswissenschaften  
der Technischen Universität Berlin  
am Institut für Energietechnik,  
Fachgebiet Energie-, Impuls- und Stofftransport,  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften  
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

## **Promotionsausschuss:**

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Felix Ziegler  
Berichter: Prof. Dr.-Ing. Hein Auracher  
Berichter: Prof. Dr. Eberhard Bänsch

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 17.01.2005

Berlin 2005  
D 83



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Fachgebietes Energie-, Impuls- und Stofftransport am Institut für Energietechnik an der Technischen Universität Berlin.

An dieser Stelle möchte ich mich bei meinem Doktorvater, Herrn Professor Dr.-Ing. Auercher, bedanken, der mir ermöglichte, die in dieser Arbeit beschriebenen Forschungsarbeiten durchzuführen. Ebenfalls danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. Bäsch für die Übernahme der Funktion des Zweitgutachters und die zahlreichen Diskussionen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Ebenfalls bedanke ich mich bei Herrn Professor Dr.-Ing. Ziegler für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Mein Dank geht an Herrn Professor Dr.-Ing. Slavtchev und Herrn Professor Dr.-Ing Thiele, die mir mit ihrem mathematischen und numerischen Wissen bei der Überprüfung der Modellbildung zur Seite standen.

Besonderer Dank geht an meine lieben Kollegen, speziell an Andrea Dziubek, Alexander Maun und Miriam Lozano Avilés, die mir stets für anregende Diskussionen zur Verfügung standen. Bei France Rolling, Emeline Rey und Miriam Lozano Avilés möchte ich mich für die Mitarbeit im Rahmen ihrer Diplomarbeiten bedanken.

Desweiteren geht mein Dank an meine Familie, speziell an meine Eltern, für das stete und unterstützende Interesse an meiner Arbeit. Meinen Freunden danke ich für ihre unendliche Geduld, sich selbst im Urlaub auf strömungs- und wärmetechnische Probleme einzulassen. Ganz besonders danke ich Sonja Rybczynski für ihre jederzeit verfügbare Hilfe.

Erlangen, im Januar 2005

Heike Elisabeth Heidrich



---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>I</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>III</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>3</b>
<b>3 Physikalisches und mathematisches Modell</b>	<b>9</b>
3.1 Vollständige Bilanzen . . . . .	12
3.1.1 Massenbilanz . . . . .	12
3.1.2 Impulsbilanz . . . . .	13
3.1.3 Energiebilanz . . . . .	14
3.1.4 Komponentenbilanz . . . . .	16
3.2 Vereinfachte Bilanzen . . . . .	18
3.2.1 Allgemeine Annahmen . . . . .	18
3.2.2 Massenbilanz . . . . .	19
3.2.3 Impulsbilanz . . . . .	19
3.2.4 Energiebilanz . . . . .	20
3.2.5 Komponentenbilanz . . . . .	21
3.3 Randbedingungen . . . . .	21
3.3.1 Kinematische Randbedingung . . . . .	21

---

3.3.2	Normalen- und Tangentialenvektor . . . . .	23
3.3.3	Randbedingungen an den äußeren Rändern . . . . .	25
3.3.4	Randbedingungen an der Phasengrenzfläche . . . . .	28
3.4	Nußeltsche Wasserhauttheorie . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>33</b>
4.1	Einphasiger, laminarer, glatter Flüssigkeitsfilm . . . . .	33
4.2	Laminarer, glatter Flüssigkeitsfilm mit angrenzender Dampfphase . . . . .	40
4.3	Quasistationäre Welle mit angrenzender Dampfphase . . . . .	46
4.4	Welle aufgrund einer Pulsation der Geschwindigkeit am Einlauf mit angrenzender Dampfphase . . . . .	55
4.5	Vergleich der berechneten mit den experimentellen Daten . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>63</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>65</b>
<b>A</b>	<b>Stoffwerte</b>	<b>67</b>
<b>B</b>	<b>Einige mathematische Grundlagen</b>	<b>73</b>
<b>C</b>	<b>Ergänzende Bilder zu Kapitel 4.3</b>	<b>75</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>82</b>

# Formelzeichen

## Lateinische Zeichen:

$a$ :	Temperaturleitfähigkeit	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$
$b$ :	benetzter Umfang	$[m]$
$c_p$ :	spezifische Wärmekapazität	$\left[\frac{J}{kgK}\right]$
$D$ :	Diffusionskoeffizient	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$
$d$ :	Konstante	$[-]$
$F$ :	Oberflächenfunktion	$[m]$
$f$ :	Frequenz	$[Hz]$
$g$ :	Erdbeschleunigung (skalar)	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
$\mathbf{g}$ :	Erdbeschleunigungsvektor	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
$H$ :	Enthalpie	$[J]$
$h$ :	spezifische Enthalpie	$\left[\frac{J}{kg}\right]$
$j$ :	Diffusionsstromdichte	$\left[\frac{kg}{m^2s}\right]$
$l$ :	Länge	$[m]$
$\dot{m}$ :	Massenstromdichte	$\left[\frac{kg}{m^2s}\right]$
$\bar{M}$ :	Molgewicht	$\left[\frac{kg}{kmol}\right]$
$\mathbf{n}$ :	Normalenvektor	$[-]$
$P$ :	Druck	$\left[\frac{N}{m^2}\right]$
$\dot{Q}$ :	Wärmestrom	$[W]$
$\dot{q}$ :	Wärmestromdichte	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$
$R$ :	Radius	$[m]$
$r$ :	chemische Produktionsrate	$\left[\frac{kg}{m^3s}\right]$
$T$ :	Temperatur	$[K]$
$t$ :	Zeit	$[s]$
$\mathbf{t}$ :	Tangentialenvektor	$[-]$
$U$ :	innere Energie	$[J]$
$u$ :	Geschwindigkeit in Strömungsrichtung x	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$w$ :	Geschwindigkeit in Radialrichtung y	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$\mathbf{v}$ :	Geschwindigkeitsvektor ( $u, v$ )	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$x$ :	Strömungsrichtung, Axialrichtung	$[m]$
$\bar{x}$ :	Molanteil	$\left[\frac{mol}{mol}\right]$
$y$ :	Querrichtung, Radialrichtung	$[m]$

**Griechische Zeichen:**

$\alpha$ :	Wärmeübergangskoeffizient .....	$[\frac{W}{m^2K}]$
$\delta$ :	Filmdickenfunktion .....	$[m]$
$\varepsilon$ :	dimensionslose Amplitude .....	$[-]$
$\eta$ :	dynamische Viskosität .....	$[\frac{kg}{ms}]$
$\lambda$ :	Wärmeleitfähigkeit .....	$[\frac{W}{mK}]$
$\nu$ :	kinematische Viskosität .....	$[\frac{m^2}{s}]$
$\nabla$ :	Nabla-Operator $[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}]$ .....	$[-]$
$\rho$ :	Dichte .....	$[\frac{kg}{m^3}]$
$\sigma$ :	Oberflächenspannung .....	$[\frac{N}{m}]$
$\tau$ :	deviatorischer Spannungstensor .....	$[\frac{N}{m^2}]$
$\xi^A$ :	Massenanteil der Komponente A .....	$[\frac{kg}{kg}]$

**Indizes (obere und untere):**

A:	Komponente A (Leichtsieder)
B:	Komponente B (Schwersieder)
ev:	Verdampfung (englisch: evaporation)
G:	Dampfphase (englisch: gas)
I:	Phasengrenzfläche
L:	Flüssigkeit (englisch: liquid)
m:	Mittelwert
n:	Normalenrichtung
t:	Tangentialenrichtung
Sat:	Sättigung
W:	Wand
x:	Strömungsrichtung, Axialrichtung
y:	Querrichtung, Radialrichtung

**Dimensionslose Kennzahlen:**

$$Fr = \frac{w^2}{g_x L^3} \quad \text{Froudezahl}$$

$$Nu = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{\nu}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Nußeltzahl (dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient)}$$

$$Pr = \frac{\nu c_p \rho}{\lambda} = \frac{\nu}{a} \quad \text{Prandtlzahl}$$

$$Re = \frac{u_{m,L} \delta_m}{\nu} \quad \text{Reynoldszahl (dimensionslose Geschwindigkeit)}$$

$$Sc = \frac{v}{D}$$

Schmidtzahl

**Schreibweise:**

v: Vektor, Tensor

s: Skalar



# Kurzfassung

In der verfahrenstechnischen Industrie wird die Fallfilmverdampfung vor allem bei temperaturempfindlichen Gemischen verwendet, um diese unter möglichst schonenden Bedingungen zu verarbeiten. Es ist bekannt, dass ein Zusammenhang zwischen Verdampfung, Welligkeit und Gemischkonzentration existiert. Obwohl schon viele experimentelle sowie numerische Untersuchungen hinsichtlich des Verständnisses dieses Zusammenhangs unternommen wurden, kann der gesamte Prozess in seiner Komplexität noch nicht vollständig erklärt werden.

Zur numerischen Untersuchung dieses Themas wird ein dünner Flüssigkeitsfilm, der über eine glatte, senkrechte, beheizte Wand rieselt, durch Lösen der Impuls-, Massen-, Energie- und Komponentenbilanz berechnet und die berechneten Ergebnisse mit Werten aus der Literatur und mit Messergebnissen, die am Institut für Energietechnik der Technischen Universität Berlin ermittelt wurden, verglichen.

Das in der vorliegenden Arbeit erstellte Modell wurde zunächst mit Werten aus der Literatur für einen einfachen Fall validiert. Anschließend wurden die in dieser Arbeit erstellten, modifizierten Randbedingungen implementiert.

Es wurde eine stationäre Welle eines Wasser-Ethylenglykol-Gemisches betrachtet, wobei eine feste Form der Welle an einer glatten Wand vorgegeben wurde. Das Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsfeld wurden berechnet und mit experimentellen Untersuchungen verglichen. Dabei zeigte sich eine gute Übereinstimmung der experimentellen und numerischen Ergebnisse.

Aus diesen validierten Berechnungen lassen sich Schlussfolgerungen über den Wärmetransport entlang der Welle in Abhängigkeit der Wellenform ziehen, die so aus experimentellen Untersuchungen nicht hervorgehen können, da es z. B. nicht möglich ist, die Geschwindigkeit in jedem Punkt zu jedem Zeitpunkt zu messen.

Im Gegensatz zu Berechnungen von Miyara [30, 31, 32] wird in der vorliegenden Untersuchung keine konstante Temperatur an der Wand vorgegeben, sondern eine konstante Wärmestromdichte.

In Experimenten zeigte sich bei Messungen der Flüssigkeitstemperatur im wandnahen Bereich, dass diese Temperatur schwankt und daher nicht konstant angenommen werden sollte. Die vorliegende numerische Untersuchung macht den Einfluss des von der Wandtemperatur abhängenden Temperaturgradienten auf den Wärmeübergang deutlich.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung war es aufgrund von Konvergenzproblemen mit der verwendeten kommerziellen Software Sepran nicht möglich, das erstellte Modell inklusive der Randbedingungen vollständig zu evaluieren. Mit einer leistungsfähigeren Software dürfte es jedoch möglich sein, mit dem hier vorgestellten Berechnungsmodell auch instationäre Vorgänge wirklichkeitsnah zu berechnen. In solchen Fällen wird am Einlauf eine Störung aufgegeben und die Wellenformen, die sich daraus entwickeln, sind Teil der Lösung.



# Kapitel 1

## Einleitung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, genauere Kenntnisse über den Wärme- und Stofftransport verdampfender, dünner, welliger Fallfilme, die über beheizte Wände rieseln, zu gewinnen.

Fallfilme (auch Rieselfilme genannt) sind dünne Flüssigkeitsfilme, die an beheizten Rohren oder Platten mit oder ohne Strukturierung herunterströmen und dabei verdampfen. Im speziellen Fall eines weitsiedenden, binären Gemisches verdampft im Wesentlichen nur der Leichtsieder, so dass eine Trennung des Flüssigkeitsgemisches erreicht werden kann.

Solche Fallfilmverdampfer werden in der Industrie überwiegend eingesetzt, um temperaturempfindliche Stoffe wie Zuckersirup, Fruchtsäfte oder Wasserlacke einzudampfen oder aufzukonzentrieren. Es sollten nach Möglichkeit keine Wirbel oder Totzonen entstehen, in denen sich die Temperatur lokal erhöhen würde, da es an diesen Stellen zu Fouling oder Auskristallisierung, beispielsweise bei der Zuckersirupeindampfung, oder zur Zersetzung temperaturempfindlicher Komponenten des Gemisches, z.B. von Vitaminen im Fruchtsaft käme.

In dieser Arbeit wird ein spezielles Augenmerk auf die in einem solchen Film entstehenden Wellen gelegt, da bei experimentellen Untersuchungen festgestellt wurde, dass sowohl bei der Fallfilmverdampfung als auch bei der Filmkondensation an glatten Rohren ein lokales Maximum für den Wärme- und Stofftransport hinter der Aufgabevorrichtung und vor dem turbulenten Gebiet, also im Bereich kleiner laminarer Wellen, auftritt. Diese Wellen entstehen aufgrund kleiner Störungen und aus ihnen heraus entwickeln sich mit zunehmender Lauflänge im turbulenten Bereich dreidimensionale große Wellen. Doch gerade in dem Bereich der kleinen, regelmäßigen Wellen liegt das lokale Maximum des Wärme- und Stofftransports.

Es ist daher von Interesse, einen Zusammenhang zwischen der Hydrodynamik im Flüssigkeitsfilm und dem Wärme- und Stofftransport zu finden. Aus den daraus gewonnenen Erkenntnissen kann eine Optimierung des Wärme- und Stofftransports hinsichtlich strukturierter Oberflächen in Abhängigkeit der Stoffwerte vorgenommen werden, bei denen dieser Bereich des intensiven Wärme- und Stofftransports verlängert wird.

In der vorliegenden Arbeit wird ein mathematisches Modell und daraus ein numerisches Programm erarbeitet, das an einer glatten, beheizten Oberfläche wellige Flüssigkeitsfilme berechnet und die Abhängigkeit zwischen der Filmstruktur und dem Wärme- und Stofftransport wiedergibt. Dabei werden die Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentra-

tionsfelder in der Flüssigkeits- und Dampfphase berechnet. Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf den Randbedingungen an der Phasengrenzfläche, an der ein Phasenwechsel (Verdampfung des Leicht sieders) stattfindet.

Zum Lösen der verwendeten Massen- und Impulsbilanz (Navier-Stokes-Gleichung) sowie der Energie- und Komponentenbilanz wird das auf der Finite-Elemente-Methode basierende Programm Sepran verwendet.

Als Untersuchungsmedium wird ein Gemisch aus Wasser und Ethylenglykol gewählt, da es sich hierbei um ein negatives und zudem weitsiedendes binäres Gemisch handelt. Für diese Fluide liegen die notwendigen Stoffwerte für alle Gemischkonzentrationen vor. Des Weiteren werden am Institut für Energietechnik im Rahmen eines anderen Forschungsprojekts experimentelle Untersuchungen mit diesem Gemisch durchgeführt, so dass die Ergebnisse aus der numerischen und der experimentellen Untersuchung gut zu vergleichen sind.

## Kapitel 2

### Stand der Forschung

Es gibt zahlreiche Veröffentlichungen über experimentelle und numerische Untersuchungen des Wärme- und Stofftransports in welligen Fallfilmen. Bei den experimentellen Untersuchungen fehlt es jedoch an der Möglichkeit, sämtliche Größen, beispielsweise die Geschwindigkeit und den Druck, in jedem Punkt lokal zu messen. Daher ist nur der Vergleich einzelner Größen, wie z.B. der Geschwindigkeit des Wellenberges, bzw. einiger globaler Messwerte, wie der gemittelten Wärme- und Stofftransporte, mit den Berechnungsergebnissen möglich. Dennoch können durch die Berechnung, deren Ergebnisse teilweise mit experimentellen Ergebnissen validiert werden, Erkenntnisse über die lokalen Vorgänge gewonnen werden.

Eine der wichtigsten grundlegenden theoretischen Untersuchungen zum Thema Fallfilme mit Wärmetransport hat Nußelt [1] 1916 durchgeführt und veröffentlicht. Er betrachtet in seiner „Nußeltschen Wasserhauttheorie“ einen streng laminaren, glatten Flüssigkeitsfilm. Nußelt stellt die Impuls-, Massen- und Energiebilanz auf und vereinfacht sie soweit, dass der Wärmetransport berechnet werden kann. Diese Theorie dient heute noch oft als Grundlage für eine erste Abschätzung des Wärme- und Stofftransports an Fallfilmen.

Experimentelle Untersuchungen der Verdampfung von Fallfilmen ohne Berücksichtigung der Wellen werden von Chun und Seban [2] sowie Schnabel und Schlünder [3] vorgestellt. Die Untersuchungen von Chun und Seban liegen im turbulenten Bereich, während Schnabel und Schlünder vom laminaren in den turbulenten Bereich messen. Dabei stimmen die Messergebnisse der beiden Arbeiten im turbulenten Bereich gut überein. Im laminaren und im Übergangsbereich sind die Wärmetransporte bei Schnabel und Schlünder um bis zu 20 % besser als die theoretischen Werte.

Palen, Wang und Chen [4] erweitern die Untersuchungen auf binäre Gemische. Bei einem weitsiedenden binären Gemisch kann der Wärmeübergangskoeffizient um bis zu 80 % kleiner sein als der für den Einkomponentenfilm.

Am Institut für Energietechnik der Technischen Universität Berlin werden experimentelle Untersuchungen von Maun, Leuthner et al. [5, 6, 7] vorgenommen, bei denen kontinuierlich die Filmdicke, und somit die Wellengeometrie, eines dünnen beheizten Wasserfilms, bzw. eines Wasser-Ethylenglykolfilms ( $\xi^{EG} = 0$  bis 0,8), mit Hilfe von Impedanzsonden gemessen wird. Gleichzeitig werden die Temperaturen in der Wand sowie im Flüssigkeitsfilm nahe der Wand gemessen. Aus den Messergebnissen werden Informationen über die Wellenform, die mittlere Geschwindigkeit des Wellenberges und den lokalen, vom Wel-

lenprofil abhängigen, Verlauf der Temperatur nahe der Wand gewonnen. Daraus können Rückschlüsse auf den lokalen Wärme- und Stofftransport in Abhängigkeit der Wellengeometrie gezogen werden. Betrachtet man die Nußeltzahl (Nu-Zahl) über die Lauflänge, so stellt man fest, dass sich ein Minimum bei ca. 0,4 m ausbildet und ein Maximum bei ca. 0,8 m. (Diese Maxima und Minima hängen dabei stark von der Konzentration des Wasser-Ethylenglykol-Gemisches ab.) Die Abnahme auf das Minimum entsteht dabei wahrscheinlich durch den hydrodynamischen und thermodynamischen Anlauf, während das Maximum durch die sich entwickelnden Wellen entsteht.

Ähnliche Untersuchungen über die Absorption an einer glatten, vertikalen Platte liegen von Ambrosini, Forgione und Oriolo [8, 9] vor. Zur Messung der Filmdicke werden Kapazitätsmesssonden verwendet. Da es sich um ein isothermes Problem handelt, gibt es keinen Wärmetransport, der lokale Stofftransport kann nicht gemessen werden. Daher sind Rückschlüsse auf das lokale Verhalten dieser beiden Größen in Abhängigkeit der Wellengeometrie nicht möglich. Die Wellengeometrie und Hydrodynamik gleichen qualitativ den am Institut für Energietechnik gemessenen Werten.

Yoshimura, Nosoko und Nagata [10] nehmen Messungen bei einer Absorption an vertikalen Platten vor. Um besser die Zusammenhänge zwischen der Wellengeometrie und dem Wärme- und Stofftransport zu untersuchen als bei den zufällig entstehenden und somit chaotischen Wellen, erzeugen die Autoren gezielt Wellen im Flüssigkeitsfilm mit Hilfe von Schallwellen an der Aufgabevorrichtung. Die Wellengeometrie entwickelt sich abhängig von der Frequenz der Erzeugerwellen, wodurch der Einfluss der Wellenform auf den globalen Stofftransport gezielt untersucht werden kann.

Die Autoren stellen fest, dass es ein Optimum des Stofftransports in Abhängigkeit der Erzeugerfrequenz und der Reynoldszahl (Re-Zahl) gibt. Für Re-Zahlen kleiner 20 liegt sogar eine Verschlechterung des Stofftransports vor, bei Re-Zahlen größer 20 bildet sich ein Optimum für die Erzeugerfrequenz aus.

Alekseenko et al. [11, 12, 13] führen ebenfalls Versuche durch, bei denen Wellen durch Oszillation gezielt und strukturiert erzeugt werden. Der Flüssigkeitsfilm befindet sich jedoch in diesem Fall im Bereich der unteren Mantellinie eines leicht geneigten Rohres. Es werden Untersuchungen bei isothermer und nichtisothermer Absorption sowie am geheizten und gekühlten Rohr vorgenommen. Alekseenko stellt fest, dass es mit Wellen zu einer Verbesserung des Wärmetransports von 100 - 200 % kommen kann.

Adomeit und Renz [14] führen sowohl experimentelle als auch numerische Untersuchungen durch. Mit Hilfe der Particle Image Velocimetry (PIV) werden die Geschwindigkeiten eines isothermen, laminar welligen Fallfilms ohne Absorption in einem vertikalen Rohr für Re-Zahlen von 27 bis 200 gemessen und mit Berechnungen nach der Nußeltschen Wasserhauttheorie [1] verglichen. Die Autoren stellen fest, dass es bei Re-Zahlen von ca. 30 zu einer Beeinflussung der Wellen auf den Basisfilm kommt, aber nicht zu einer Beeinflussung einzelner Wellen aufeinander. In diesem Bereich gleichen sich die Wellen in ihrer Geometrie weitestgehend. Ab Re-Zahlen größer 75 wird der Einfluss der Dreidimensionalität der Wellen so groß, dass er nicht mehr zu vernachlässigen ist. Außerdem

beeinflussen sich ab dieser Re-Zahl die Wellen gegenseitig. Beide Effekte verändern die strömungsmechanischen Einflüsse stark.

Für die theoretischen Untersuchungen der Phänomene des Wärme- und Stofftransports in Einzelwellen liegen sehr viele Veröffentlichungen vor. Bei den älteren Werken von Brauner [15], Maron, Brauner und Hewitt [16], Jayanti und Hewitt [17], Massot, Irani und Lightfoot [19], Nosoko, Ming, Nagata und Shinzato [20] wurde dabei eine Wellenform vorgegeben. Heutzutage ist es wegen der stärkeren Rechnerleistung und entsprechender Algorithmen wie „Bewegter Gitter“ möglich, zusätzlich die Wellenform als Teil der Lösung zu bestimmen.

Andere frühere Veröffentlichungen simulieren Flüssigkeitsfilme, deren freie Oberfläche glatt, während die Wand strukturiert ist [21].

Es gibt zahlreiche numerische Untersuchungen, die sich ausschließlich mit der Hydrodynamik in welligen Filmen beschäftigen. Da es sich um isotherme Untersuchungen ohne Absorption handelt, werden Wärme- und Stofftransport nicht berücksichtigt.

So haben z.B. Kil, Kim und Lee [22] die Massen- und Impulsbilanz unter Verwendung der „Integralen Annäherung“ (integral approach) für einen Fallfilm in dem sich Wellen in einem vertikalen, runden Rohr entwickeln unter Verwendung von Zylinderkoordinaten gelöst. Es wird unter anderem der Einfluss des Rohrdurchmessers auf die Wellenintensität untersucht und nachgewiesen, dass bei einem Verhältnis der Filmdicke zum Rohrdurchmesser größer als 4 % zylindrische Koordinaten sinnvoller sind als kartesische. Das heißt, ab einem geringeren Verhältnis als 4 % kann der Film an einem Rohr so berechnet werden wie der an einer ebenen Platte. Es werden in besagter Arbeit u.a. Geschwindigkeitsfelder sowie Geschwindigkeitsprofile mit den Ergebnissen der Nußeltschen Wasserhauttheorie verglichen.

Salamon, Armstrong und Brown [23] untersuchen sich bewegende Wellen von Filmen an einer geneigten Platte mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM). Die Autoren berechnen die Geschwindigkeit, das Druckfeld, die Form der Welle und die Geschwindigkeit des Wellenberges in Abhängigkeit der Re-Zahl und der Wellenzahl, die das Verhältnis der Filmdicke für einen glatten, laminaren Film und der Wellenlänge wiedergibt. Sie stellen für einige Wellenformen, die der real gemessenen Welle sehr nahe kommen (Einzelwelle mit Bugwellen), die verschiedenen Größen innerhalb der Welle dar. Im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen von Kapitza [24] zeigt sich eine gute Übereinstimmung.

Joo, Davis und Bankoff [25] beschäftigen sich mit Flüssigkeitsfilmen, die an einer geneigten, gleichmäßig beheizten Platte herabströmen. Bei dem Modell, welches nur die Flüssigkeitsphase umfasst, werden vor allem die Viskosität, die Erdbeschleunigung, die Oberflächenspannung, thermische Marangoni- und Verdampfungseffekte berücksichtigt. Durch eine „Entwicklungsgleichung“ (evolution equation) werden Wellenformen berechnet, deren Stabilitätsuntersuchung in dieser Arbeit im Vordergrund steht. Leider wird nicht auf die Temperaturverteilung oder die lokalen Einflüsse der Größen aufeinander einge-

gangen, sondern nur auf den Einfluss der Verdampfung auf die Stabilität des Films.

Spindler [26] macht ähnliche Untersuchungen wie Joo, Davis und Bankoff. Er betrachtet sowohl Kondensation und Verdampfung als auch den isothermen Fall ohne Absorption. Der Massentransport über die Phasengrenzfläche wird berücksichtigt, so dass beispielsweise im Fall der Verdampfung der Film mit zunehmender Lauflänge dünner wird. Spindler zeigt weder die Form der Welle noch die lokalen Größen innerhalb der Welle. Er stellt fest, dass der Film durch Kondensation stabilisiert und durch Verdampfung destabilisiert wird.

Geshev, Lapin und Tselodub [27] untersuchen den Wärme- und Stofftransport in welligen Fallfilmen, bei dem keine Rollwellen, also keine Rezirkulation, erlaubt sind. Es wird eine „Diffusionsgleichung“ (diffusion equation) verwendet und der Einfluss der Wellenamplitude, -geschwindigkeit und -form auf den Wärme- und Stofftransport untersucht. Der Stofftransport wird entlang der Lauflänge in Abhängigkeit der Wellenform wiedergegeben. Dabei hat die Wellenform einen starken Einfluss auf die Verbesserung des Stofftransports.

Nagasaki, Akiyama und Nakagawa [28] berechnen Fallfilme, in denen sich Rollwellen mit Bugwellen entwickeln, sowie den Stofftransport aufgrund von Absorption. Die Wellenform ist Teil der Lösung und wird aus der kinematischen Randbedingung berechnet. Die Erzeugung der Wellen erfolgt über eine Schwankung des Einlaufpunkts und des Geschwindigkeitsprofils am Einlauf. Es werden sowohl die Wellenentwicklung als auch die Geschwindigkeitsfelder, die Stromlinien und das Konzentrationsprofil im Film dargestellt. Dabei sieht das Geschwindigkeitsfeld unrealistisch aus, da die Geschwindigkeitsvektoren nur in Strömungsrichtung weisen. Im Vergleich eines zwei- und dreidimensionalen Modells hinsichtlich des Stofftransports zeigt sich, dass das dreidimensionale Modell schneller instabil wird als das zweidimensionale. Je größer die dimensionslose Geschwindigkeit (Re-Zahl) ist, desto instabiler wird die Rechnung. Der Stofftransport verbessert sich bei dem dreidimensionalen Modell stärker als bei dem zweidimensionalen Fall. Die experimentellen Ergebnisse zeigen mit zunehmender Re-Zahl eine bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der dreidimensionalen Berechnung als mit denen der zweidimensionalen.

Kunugi, Kino und Serizawa [29] haben Berechnungen von zwei- und dreidimensionalen Fallfilmen an vertikalen beheizten Wänden vorgenommen und den Wärmetransport untersucht. Es wird dabei nur die Flüssigkeitsphase und nicht die Dampfphase berechnet. Bei der Darstellung des Geschwindigkeitsfeldes zeigen die Vektoren nicht nur in Strömungsrichtung. Die Autoren stellen fest, dass bei dreidimensionalen Wellen der Einfluss der Wellenstruktur und der Wandschubspannung, bei zweidimensionalen Wellen jedoch der Einfluss der Rückströmung entscheidend ist. In beiden Fällen hängt der Wärmetransport stark von der Wellenform ab. Die Darstellung der Nu-Zahl über die dimensionslose Lauflänge ähnelt der Darstellung der Filmdicke, unterscheidet sich aber insofern, als die Bugwellen für die Nu-Zahl einen größeren Einfluss haben.

Stuhlträger, Uehara und Miyara [18] berechnen die Strömungsdynamik und den Wärmetransport kondensierender Filme. Für Re-Zahlen zwischen 200 und 455 wird eine Verbesserung des Wärmetransports um bis zu 60 % bei einer Wellenamplitude in der Größenordnung des Basisfilms gefunden. Die Filmdicke wird über die Zeit und Lauflänge berechnet. Es werden das Geschwindigkeits- und das Temperaturfeld in der Welle dargestellt, somit sind Schlussfolgerungen auf die lokalen Größen möglich. Die von den Autoren berechneten Geschwindigkeits- und Temperaturprofile werden mit den Ergebnissen der Nußeltschen Wasserhauttheorie in den einzelnen Profilen verglichen. Dabei sind die von den Autoren berechneten Temperaturprofile in der Welle im Gegensatz zur Nußeltschen Wasserhauttheorie nicht linear!

Die Verbesserung des Wärmeübergangs wird über die zeitlich gemittelte geringere Filmdicke und über die verstärkte Konvektion durch die Bugwellen begründet.

Miyara et al. [30, 31, 32] untersuchen den Wärme- und Stofftransport welliger Fallfilme auf vertikalen Platten, die bei konstanter Temperatur geheizt werden. Dabei wird ausschließlich die Flüssigkeit berechnet und der Massentransport über die Phasengrenzfläche berücksichtigt. Die Einlaufbreite wird mit einer sinusförmigen Störung geändert und es entwickeln sich entsprechend der Frequenz und Amplitude dieser Störung Wellen verschiedener Formen.

Es wird der Einfluss der Prandtlzahl (Pr-Zahl) auf den zeitlich gemittelten Wärmetransport über die Lauflänge gezeigt. Je größer die Pr-Zahl ist, desto größer ist der Wärmeübergangskoeffizient im ausgebildeten Gebiet, aber desto kleiner ist auch der Wärmeübergangskoeffizient im Übergangsbereich, das dann umso länger ist.

Werden am Einlauf kleine Amplituden aufgeprägt, so entstehen Rollwellen mit Bugwellen; es kommt in der Welle zur Rezirkulation. Der Wärmetransport wird besser, da der Film im Mittel dünner wird und mehr Konvektion auftritt. Realistischste Wellenformen entwickeln sich bei einer Frequenz von 25 Hz.

Der Wärmeübergangskoeffizient wird dargestellt über die dimensionslose Frequenz (normiert mit Hilfe der Filmdicke und der Strömungsgeschwindigkeit nach Nusselt). Dabei lässt sich ein Maximum bei einer dimensionslosen Frequenz von 0,05 feststellen. Der Wärmeübergangskoeffizient wird mit zunehmender Pr-Zahl größer.

Für den Stofftransport tritt bei einer dimensionslosen Frequenz von 0,06 das Maximum auf, das mit steigender Schmidtzahl (Sc-Zahl) stärker ausgeprägt ist.

Wird der Stofftransport über die Lauflänge in Abhängigkeit der Sc-Zahl und der Frequenz aufgetragen, so sind drei Effekte zu erkennen:

- Je größer die Sc-Zahl ist, desto größer ist der Massentransport über die Phasengrenzfläche.
- Je größer die dimensionslose Frequenz ist, desto größer ist der Massentransport.
- Je größer die Sc-Zahl ist, desto größer ist der Einfluss der dimensionslosen Frequenz auf den Massentransport.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich der Wärmetransport mit steigender Pr-Zahl und der Stofftransport mit steigender Sc-Zahl verbessert. In beiden Fällen gibt es

eine optimale Frequenz, bei der der Wärme- und Stofftransport ihr jeweiliges Maximum haben. Interessant ist, dass diese Maxima bei verschiedenen Frequenzen auftreten.

Im Modell von Miyara wird die Temperatur an der Wand konstant vorgegeben. Messungen am Institut lassen darauf schließen, dass die Temperatur an der Wand (oder zumindest die Temperatur in der wandnahen Flüssigkeit) nicht konstant ist. In der vorliegenden Arbeit wird eine konstante Wärmestromdichte an der Wand aufgeprägt, wodurch die Temperatur an der Wand, entsprechend den Bedingungen an der freien Oberfläche, bzw. der Filmdicke, berechnet wird.

Des Weiteren wird hier auch die Dampfphase betrachtet, die durch die Flüssigkeitsphase beeinflusst wird.

In der vorliegenden Arbeit wird ein mathematisches Modell auf Basis der Massen-, Impuls-, Energie- und Komponentenbilanz hergeleitet. Um die daraus entwickelten Gleichungen numerisch zu lösen, werden Randbedingungen für die Geschwindigkeit, die Temperatur und die Konzentration vorgegeben. Dabei wird an der Grenzfläche zwischen der flüssigen und der dampfförmigen Phase die Verdampfung modelliert.

Es werden unter anderem auch Randbedingungen vorgegeben, die so sind, dass sich aus am Einlauf vorgegebenen Störungen Wellen entwickeln können. Das Gleichungssystem wird mit Hilfe des Programmes Sepran gelöst.

Zunächst wird die Gültigkeit des Modells an einem einfachen Fall (glatter, laminarer Film) durch Vergleich mit Werten aus der Literatur validiert. Anschließend wird eine Untersuchung an einer Welle mit vorgegebener Form stationär berechnet und der Wärmetransport genau untersucht. Diese Ergebnisse werden mit den am Institut für Energietechnik im Rahmen einer anderen Forschungsarbeit gemessenen Daten verglichen. Nach erfolgreicher Validierung werden aus den in der vorliegenden Arbeit gewonnenen Berechnungsergebnissen Erkenntnisse über den lokalen Wärme- und Stofftransport innerhalb einer Welle abgeleitet.

Als Ausblick wird weiterhin das Ergebnis für das Geschwindigkeitsfeld einer instationären Berechnung (Entstehung einer Welle aus einer vorgegebenen regelmäßigen Störung) dargestellt.

---

## Kapitel 3

# Physikalisches und mathematisches Modell

In der vorliegenden Arbeit wird die Verdampfung eines binären weitsiedenden Gemisches numerisch untersucht. Dabei werden die Hydrodynamik und die Austauschvorgänge in einem dünnen Flüssigkeitsfilm, sowie der angrenzenden Dampfphase, simuliert. Grundlage für die Berechnung sind die in diesem Kapitel vorgestellten Bilanzen für die Masse, den Impuls, die Energie und die Komponenten.

Ein Flüssigkeitsfilm strömt aufgrund der Erdbeschleunigung an der Außenseite eines glatten, von innen beheizten Rohres herab. Da der Flüssigkeitsfilm sehr dünn ist (Basisfilmdicke ca.  $2 \cdot 10^{-4} m$ ), ist die Wandüberhitzung so klein, dass sich keine Blasen bilden. Die Verdampfung der Flüssigkeit findet also ausschließlich an der Phasengrenzfläche in Form von Oberflächenverdampfung statt.

Im Bild 3.1 werden qualitativ das Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsprofil des Leicht sieders in einem laminaren, glatten Fallfilm bei Verdampfung dargestellt. Obwohl in den Berechnungen die Flüssigkeits- und Dampfphase berücksichtigt werden, ist im vorliegenden Bild nur die Flüssigkeit dargestellt. Die Dampfphase hat in diesem Fall weder einen beschleunigenden noch einen bremsenden Einfluss auf die Flüssigkeitsphase.

Die Strömungsgeschwindigkeit  $u$ , dargestellt im obersten Profil in Bild 3.1, entsteht durch Erdbeschleunigungs- und Reibungskräfte. An der Wand ist die Geschwindigkeit aufgrund der Wandhaftbedingung Null, an der Phasengrenzfläche liegt die größte Geschwindigkeit vor und dazwischen bildet sich ein parabolisches Profil aus.

Die Radialgeschwindigkeit  $v$  ist in diesem laminar glatten Beispiel per Definition Null.

Die Temperatur  $T$  (mittlere Kurve im Bild) ist an der Wand am größten, da diese geheizt wird. An der Phasengrenzfläche liegt Sättigungstemperatur vor, da sämtliche zur Phasengrenzfläche transportierte thermische Energie in Verdampfungsenergie gewandelt wird. Dazwischen bildet sich ein lineares Temperaturfeld aus.

Der Massenanteil des Leicht sieders  $\xi^A$  (unterste Kurve des Bildes) ist an der Wand am größten und hat dort einen Gradienten von Null, da kein Massentransport in die Wand stattfindet. An der Phasengrenzfläche verdampft aufgrund der großen Siedelücke im Wesentlichen nur der Leichtsieder. Daher nimmt die Konzentration in Richtung Phasengrenz-

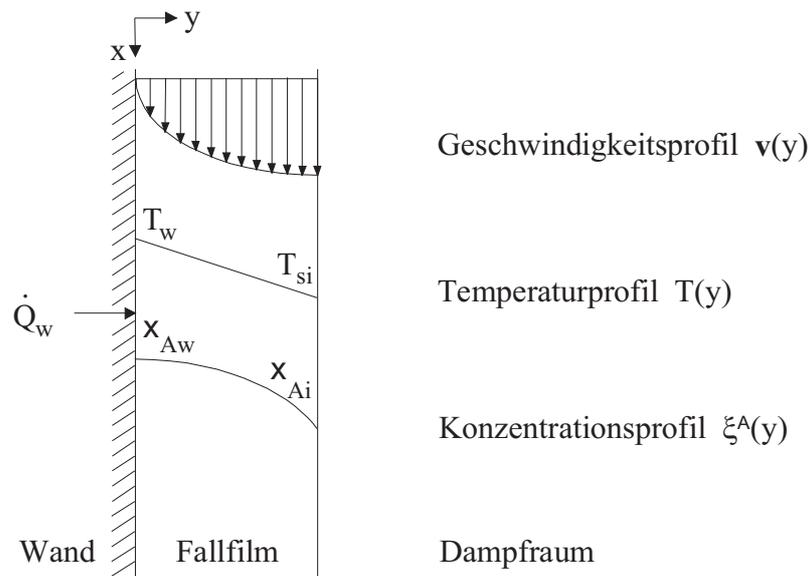


Bild 3.1: Qualitative Darstellung des Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsprofils in einem verdampfenden, glatten, laminaren Fallfilm

fläche stark ab und bildet dort einen Gradienten aus. Das Profil ist ebenfalls parabolisch.

Obwohl die Profile in der Dampfphase in der vorliegenden Arbeit modelliert und berechnet werden, sind sie hier nicht graphisch dargestellt. Stattdessen wird im folgenden Absatz eine qualitative Zusammenfassung gegeben.

Aufgrund der geringen Dichte kann die auf den Dampf wirkende Erdbeschleunigung vernachlässigt werden. Am Ein- und Auslauf liegt jeweils eine vollständig ausgeprägte Strömung vor. Die Größen der Berechnung ändern sich folglich nicht und sämtliche Gradienten sind an diesem Rand Null. Für die Strömungsgeschwindigkeit bedeutet das, dass sie in der gesamten Dampfphase so groß ist, wie in der Flüssigkeit an der Phasengrenzfläche. Die Radialgeschwindigkeit ist im laminaren Fall Null.

In der gesamten Dampfphase liegt Sättigungstemperatur vor, da eine Überhitzung der Dampfphase in dieser Arbeit ausgeschlossen wird. Der Massenanteil des Leichtsieders in der Dampfphase ist Eins, da nur der Leichtsieder verdampft.

Betrachtet man die Entwicklung eines Fallfilms von der Aufgabe bis zu den ausgebildeten dreidimensionalen Wellen, so unterteilt sich der Flüssigkeitsfilm, wie in Bild 3.2 dargestellt, in vier Abschnitte: Den laminaren Einlaufbereich (I), in welchem die Filmdicke abnimmt; das glatte, laminare Gebiet (II), welches von dem Gebiet kleiner laminarer Wellen (III) gefolgt wird; und schließlich den Bereich der großen, dreidimensionalen Rollwellen (IV). Diese großen Wellen entstehen, indem sich kleine, laminare Wellen verschiedener Größen, und daher unterschiedlicher Geschwindigkeiten, gegenseitig überholen und überlagern.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf dem Gebiet III der kleinen laminaren Wellen

und der Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Hydrodynamik und Wärme- und Stofftransportes voneinander.

In Bild 3.3 (Leuthner et al. [5]) ist der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  über die Lauflänge des Verdampferrohres aufgetragen.

Im Bereich des thermischen und hydraulischen Anlaufs (Gebiete I und II bis ca. 0,3 m ab der Aufgabevorrichtung) sinkt der Wärmeübergangskoeffizient zunächst ab. Das Gebiet III der kleinen laminaren Wellen ist im Bereich von 0,3 bis 1,2 m. Dort bildet sich ein Maximum für den Wärmetransport bei ca. 0,8 m aus. Das Gebiet IV, in dem sich Rollwellen mit Bugwellen ausbilden, tritt ab ca. 1,2 m auf. Hier sinkt der Wärmeübergangskoeffizient mit steigender Lauflänge.

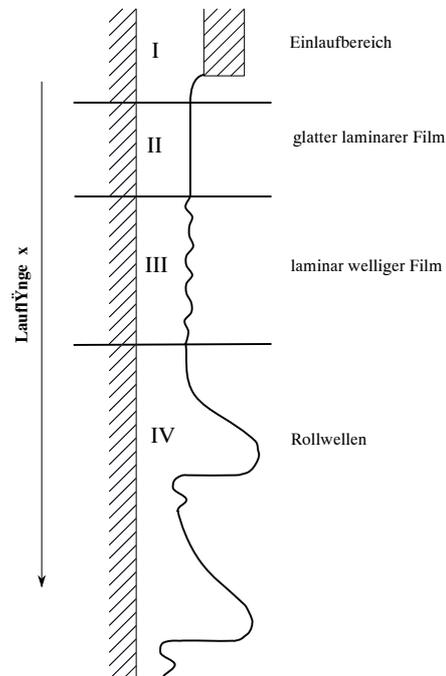


Bild 3.2: Qualitative Wiedergabe der Filmstruktur in Strömungsrichtung

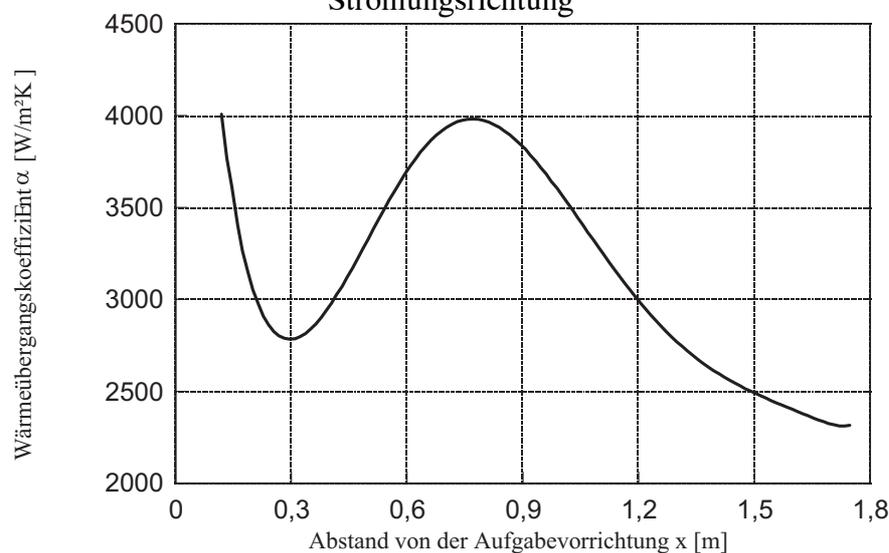


Bild 3.3: Wärmeübergangskoeffizient in Abhängigkeit der Lauflänge nach Leuthner et al. [5]

### 3.1 Vollständige Bilanzen

Zur Betrachtung der Bilanzen wird ein eulersches, also ein räumlich festes, Kontrollvolumen verwendet. Im Gegensatz dazu betrachtet ein lagrangesches, also materielles, Kontrollvolumen eine feste Masse und bewegt sich mit dieser mit.

Bei der lagrangeschen Annäherung liegt die einfachste Form der Bilanz vor, da die zeitliche Änderung der in der Bilanz betrachteten Größe gleich der Summe der angreifenden Größen ist. Bei der eulerschen Betrachtung müssen zusätzlich noch die volumetrischen Größen berücksichtigt werden, um z.B. den Zu- und Abstrom von Masse zu berücksichtigen.

Im Folgenden wird jeweils zunächst der Vollständigkeit halber immer die eulersche Betrachtung zugrunde gelegt. Durch Einführen der substantiellen Ableitung (siehe Anhang B), die die Zähigkeits- und konvektiven Kräfte zusammenfasst, kann man dann zur lagrangeschen Schreibweise wechseln. Die eingangs vollständigen Bilanzen werden dann für inkompressible Gemische entsprechend den Vorschlägen von Bird, Steward and Lightfoot [33], sowie Deen [34] und Mills [35] zur besseren Anschauung vereinfacht.

#### 3.1.1 Massenbilanz

Da keine Massenverluste innerhalb des Systems auftreten sollen, muss die Massenbilanz erfüllt werden: Die zeitliche Änderung der Masse ist gleich der Differenz von Ein- und Austrag des Massenstroms:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.1)$$

Wobei  $\rho$  die Dichte ist,  $t$  die Zeit und  $\mathbf{v}$  der Geschwindigkeitsvektor.

Den konvektiven Term der Gleichung 3.1 kann man unter Anwendung der Produktregel umschreiben zu:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \rho \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \quad (3.2)$$

Die substantielle Ableitung, die die zeitliche und die konvektive Ableitung zusammenfasst, lautet:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \quad (3.3)$$

Setzt man die Gleichungen 3.2 und 3.3 in Gleichung 3.1 ein, so vereinfacht sich diese zu:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (3.4)$$

Bei einem inkompressiblen Fluid verändert sich die Dichte nicht mit der Zeit und der instationäre Term wird Null. Somit kann die Massenbilanz für ein inkompressibles Fluid in lagrangescher Schreibweise zusammengefasst werden zu:

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{v} = 0} \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Impulsbilanz

Um die Impulsbilanz aufzustellen, werden neben der zeitlichen Änderung des Impulses  $\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t}$  folgende Kräfte berücksichtigt:

- Oberflächenkräfte:  
Druckkraft<sup>1</sup>  $-\nabla P$   
Schubspannungskraft  $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$ , die senkrecht zu den Druckkräften wirkt
- Volumenkräfte:  
Erdsziehungskraft  $\rho \mathbf{g}$   
Transportkraft aufgrund von Konvektion:  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v})$

Damit lautet die Impulsbilanz

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) + \nabla P - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho \mathbf{g} \quad (3.6)$$

wobei  $\mathbf{g}$  die Erdbeschleunigung,  $\boldsymbol{\tau}$  den Spannungstensor und  $P$  den Druck wiedergibt.

Dabei kann der konvektive Term mit der Produktregel umgeschrieben werden zu:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \nabla (\rho \mathbf{v}) + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (3.7)$$

Unter Berücksichtigung der Massenbilanz (Gleichung 3.5) können der konvektive und instationäre Term über die substantielle Ableitung zusammengefasst werden.

In lagrangescher Schreibweise lautet die Impulsbilanz für inkompressible Fluide:

$$\boxed{\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \nabla P - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho \mathbf{g}} \quad (3.8)$$

<sup>1</sup>Eigentlich handelt es sich um Impulsstromdichten, aber zum besseren Verständnis wird trotzdem das Wort „Kraft“ verwendet.

### 3.1.3 Energiebilanz

Die Energiebilanz kann über die Enthalpie, die Entropie oder die Temperatur formuliert werden. Im Folgenden wird die Energiebilanz so aufgestellt, dass zunächst die innere und kinetische Energie betrachtet werden. Anschließend wird diese Bilanz so umgestellt, dass sie als Funktion der Enthalpie und darauf folgend als Funktion von Druck und Temperatur dargestellt wird.

Für die Energiebilanz der inneren und kinetischen Energie teilen sich die Größen wie folgt auf:

- zeitliche Änderung der inneren Energie:  $\frac{\partial \rho U}{\partial t}$ , wobei  $U$  die spezifische innere Energie ist
- zeitliche Änderung der kinetischen Energie:  $\frac{1}{2} \frac{\partial \rho v^2}{\partial t}$
- Eintrag von innerer und kinetischer Energie durch Konvektion:  $\nabla \cdot \rho \mathbf{v} (U + \frac{1}{2} v^2)$
- Wärmetransport in das Volumen:  $\nabla \cdot \dot{\mathbf{q}}$  mit  $\dot{\mathbf{q}} = -\lambda \nabla T$ , wobei  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit ist
- Energiegewinn durch Gravitation:  $\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g}$
- Energiegewinn durch Dissipation (Reibung):  $\nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v})$
- Energiegewinn durch Druckkraft  $\nabla \cdot P \mathbf{v}$

Die vollständige Energiebilanz lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho (U + \frac{1}{2} v^2) + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} (U + \frac{1}{2} v^2) + \nabla \cdot \lambda \nabla T - \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \nabla \cdot P \mathbf{v} = \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \quad (3.9)$$

Durch das Zusammenfassen des instationären und konvektiven Terms über die substantielle Ableitung zum Trägheitsterm, entsprechend der Vorgehensweise bei der Impulsbilanz, vereinfacht sich die Gleichung für inkompressible Fluide zu:

$$\rho \frac{D(U + \frac{1}{2} v^2)}{Dt} + \nabla \cdot \lambda \nabla T - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot P \mathbf{v} = \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \quad (3.10)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Form der Energiebilanz benötigt, die in Abhängigkeit von der Temperatur und nicht von der kinetischen Energie dargestellt wird.

Indem man die Impulsbilanz (Gleichung 3.6) skalar mit dem Geschwindigkeitsvektor multipliziert und von Gleichung 3.10 subtrahiert, kann der kinetische Anteil  $\rho \frac{D v^2}{Dt}$  eliminiert werden. Anschließend wird die innere Energie  $U$  durch die Einführung der Enthalpie

$H$ , die eine Funktion der Temperatur  $T$  und des Druckes  $P$  ist, ersetzt (siehe Gleichung 3.14).

Das Skalarprodukt des Geschwindigkeitsvektors  $\mathbf{v}$  mit der Impulsbilanz (Gleichung 3.8) ergibt:

$$\rho \mathbf{v} \cdot \frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \mathbf{v} \cdot \nabla P - \mathbf{v} \cdot \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \quad (3.11)$$

Der Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}$  wird durch Integration in die substantielle Ableitung mit einbezogen.

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) + \mathbf{v} \cdot \nabla P - \mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau} = \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \quad (3.12)$$

Diese Gleichung wird auch mechanische Energiegleichung genannt. Subtrahiert man Gleichung 3.12 von der Gleichung 3.10 für innere und kinetische Energie, so erhält man eine Energiegleichung, die über die innere Energie definiert ist:

$$\rho \frac{DU}{Dt} + \nabla \cdot \lambda \nabla T - \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v} + P \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.13)$$

Für die Umformung wurde die Annahme getroffen, dass  $\boldsymbol{\tau}$  ein symmetrischer Tensor ist. Unter Verwendung der Produktregel ergibt sich (nach Deen [34]) folgender Zusammenhang  $\nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) = \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau})$ .

Die spezifische innere Energie und spezifische Enthalpie sind durch

$$H = U + \frac{P}{\rho} \quad (3.14)$$

miteinander verknüpft, wobei  $\frac{1}{\rho}$  das spezifische Volumen darstellt. Der instationäre Term der Gleichung 3.13 kann nun entsprechend umgeformt werden:

$$\rho \frac{DU}{Dt} = \rho \frac{DH}{Dt} + \rho \frac{D}{Dt} \frac{P}{\rho} = \rho \frac{DH}{Dt} - \frac{DP}{Dt} + \frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (3.15)$$

Die substantielle Ableitung der Dichte  $\frac{D\rho}{Dt}$  ist aufgrund der Inkompressibilität der Fluide Null. Setzt man Gleichung 3.15 in die Gleichung 3.13 ein, so ergibt sich die Energiebilanz ausgedrückt über die spezifische Enthalpie:

$$\rho \frac{DH}{Dt} + \nabla \cdot \lambda \nabla T - \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v} - \frac{DP}{Dt} = 0 \quad (3.16)$$

Die Abhängigkeit der Enthalpie von Temperatur und Druck wird eingeführt durch (siehe

Denbigh [36]):

$$dH = c_p dT + \left[ \frac{1}{\rho} - T \left( \frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial T} \right)_P \right] dP \quad (3.17)$$

Umgeschrieben für die linke Seite der Gleichung 3.16 ergibt sich:

$$\rho \frac{DH}{Dt} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} + \left[ 1 - \rho T \left( \frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial T} \right)_P \right] \frac{DP}{Dt} \quad (3.18)$$

Setzt man Gleichung 3.18 in Gleichung 3.16 ein, so erhält man die Energiebilanz für ein reines Einstofffluid mit symmetrischem Schubspannungstensor  $\tau$  und temperaturabhängiger Dichte:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} + \nabla \cdot \lambda \nabla T - \frac{T}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \frac{DP}{Dt} - \tau : \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (3.19)$$

Durch die Umformungen haben sich zwei neue Terme ergeben:

- Der Term  $\tau : \nabla \mathbf{v}$  gibt die Wandlung der kinetischen Energie in Wärme aufgrund von Reibung wieder. Dieser irreversible Prozess wird viskose Dissipation genannt.
- Der Term  $\frac{T}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \frac{DP}{Dt}$  berücksichtigt die Änderung der Dichte aufgrund des Druckes und gibt somit die Kompressibilität wieder.

Für ein inkompressibles Fluid ergibt sich:

$$\boxed{\rho c_p \frac{DT}{Dt} + \nabla \cdot \lambda \nabla T = 0} \quad (3.20)$$

### 3.1.4 Komponentenbilanz

Die Komponentenbilanz ist eine Massenerhaltungsgleichung, die nur für eine der Komponenten im Bilanzgebiet aufgestellt wird. Bei einem binären Gemisch werden zwei Komponentenbilanzen aufgestellt, deren Summe die Massenbilanz erfüllen muss.

Im Folgenden wird nur die Komponentenbilanz für den Stoff  $A$  (im Rahmen dieser Arbeit handelt es sich dabei um den Leichtsieder Wasser) betrachtet, die Bilanzen für die Komponente  $B$  sind identisch:

$$\frac{\partial \rho^A}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{\mathbf{m}}^A = r^A \quad (3.21)$$

Dabei ist  $\rho^A$  die Dichte der Komponente A,  $\dot{\mathbf{m}}^A$  ist die Massenstromdichte der Komponente A, die in das Gebiet hinein und aus dem Gebiet hinaus strömt und  $r^A$  ist die chemische Produktionsrate, also die Menge des Leichtsieders, die aufgrund chemischer Reaktionen gebildet oder vernichtet wird.

Die Massenstromdichte der Komponente  $\dot{\mathbf{m}}^A$  kann über den konvektiven Anteil  $\rho^A \mathbf{v}^A$  und die Diffusionsstromdichte  $\mathbf{j}^A$  definiert werden:

$$\dot{\mathbf{m}}^A = \rho^A \mathbf{v}^A + \mathbf{j}^A \quad (3.22)$$

Nach dem Fickschen Gesetz kann mit konstanter Gesamtdichte  $\rho$  und konstantem Diffusionskoeffizienten  $D^{AB}$  die Diffusionsstromdichte auch wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{j}^A = -\rho D^{AB} \nabla \xi^A \quad (3.23)$$

dabei ist  $\xi^A$  der Massenanteil der Komponente A, der sich über das Dichteverhältnis der Komponente A zur Gesamtdichte definiert:  $\xi^A = \frac{\rho^A}{\rho}$ .

Setzt man Gleichungen 3.22 und 3.23 in Gleichung 3.21 ein und ersetzt die Dichte durch die Massenanteile, so ergibt sich:

$$\rho \left( \frac{\partial \xi^A}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi^A \mathbf{v}) - \nabla \cdot (D^{AB} \nabla \xi^A) \right) = r^A \quad (3.24)$$

Wendet man die Produktregel für den zweiten Term an ( $\nabla \cdot (\xi^A \mathbf{v}) = \xi^A \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla \xi^A$ ) und berücksichtigt in diesem die Massenbilanz (Gleichung 3.5) und fasst die instationäre Konzentrationsänderung mit der substantiellen Ableitung ( $\frac{D \xi^A}{Dt} = \frac{\partial \xi^A}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \xi^A$ ) zusammen, so erhält man die Komponentenbilanz für ein inkompressibles Fluid:

$$\boxed{\rho \left( \frac{D \xi^A}{Dt} - \nabla \cdot (D^{AB} \nabla \xi^A) \right) = r^A} \quad (3.25)$$

## 3.2 Vereinfachte Bilanzen

Um das mathematische Modell etwas zu vereinfachen, können einige Annahmen getroffen werden. In diesem Kapitel werden die in der Arbeit berücksichtigten Annahmen angegeben. Daraufhin werden die vereinfachten Bilanzen dargestellt, in die diese Annahmen eingearbeitet sind.

### 3.2.1 Allgemeine Annahmen

Die Dicke des Flüssigkeitsfilms ist gegenüber dem Rohrdurchmesser sehr klein. Daher kann der Film so betrachtet werden, als ob er über eine ebene Wand strömt, die Krümmung aufgrund des Rohres wird somit vernachlässigt. Hierdurch vereinfachen sich die Bilanzen auf ein zweidimensionales Problem und es kann in kartesischen Koordinaten gerechnet werden.

Da das Rohr vertikal steht und nicht geneigt ist, wirkt die Erdbeschleunigung nur in axialer Richtung und zeigt in Strömungsrichtung.

Des Weiteren werden das Fluid und die Dampfphase als inkompressibel angenommen. Da es sich bei den hier untersuchten Flüssigkeiten (Wasser und Ethylenglykol) um inkompressible Newtonsche Fluide handelt, ist diese Annahme für die Flüssigkeit berechtigt. Für die Dampfphase ist die Annahme ebenfalls berechtigt, sofern die Dampfgeschwindigkeiten unter 50 m/s liegen. Im Fall von Luft ist z.B. die Dichteänderung gegenüber dem Ruhezustand ca. 1% [37, 38]. Es kann davon ausgegangen werden, dass bei Wasserdampf ein ähnliches Verhalten auftritt. Außerdem werden die in diesem Fall vorliegenden Geschwindigkeiten weit unter dem kritischen Wert liegen.

Die Dichte soll nur eine Funktion der Temperatur und des Massenanteils sein und somit nur indirekt vom Druck abhängen. Folglich ist die Dichte keine Funktion der Zeit oder des Ortes.

Innerhalb einer Welle wird die Änderung der Dichte auf Grund der Änderung der Temperatur und Konzentration jedoch so gering sein, dass die Dichte bei der Berechnung als konstant angenommen wird.

Die Dampfphase hat eine viel kleinere Dichte als die Flüssigkeitsphase. Um eine größere numerische Stabilität zu erreichen, wird angenommen, dass die Dampfphase nicht durch die Erdanziehung beschleunigt wird.

Die in den Film eingebrachte Wärme soll zur Phasengrenzfläche transportiert und dort vollständig in latente Wärme gewandelt werden. Somit wird die Dampfphase nicht überhitzt und es liegt im gesamten Dampfraum Sättigungstemperatur vor.

Es verdampft ausschließlich der Leichtsieder A, die Massenstromdichte der Komponente  $\dot{m}^B$  ist Null. Die Dampfphase besteht folglich vollständig aus der Komponente A:  $\xi^A = 1$

und  $\xi^B = 0$ . Durch Vorhandensein nur eines Stoffes in der Dampfphase ist der Diffusionskoeffizient  $D_G^{AB}$  dort Null.

### 3.2.2 Massenbilanz

Für die inkompressible Massenbilanz in kartesischen Koordinaten erhält man folgende Gleichung:

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0} \quad (3.26)$$

### 3.2.3 Impulsbilanz

Auch hier gilt, dass die Dichte konstant ist. Das Rohr ist vertikal, die Erdbeschleunigung wirkt folglich nur in Axialrichtung  $x$ :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) + \nabla P - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho \mathbf{g}_x \quad (3.27)$$

In kartesischen Koordinaten ergibt sich die Impulsbilanz für ein inkompressibles Fluid zu:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} - \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) = \rho g_x \quad (3.28)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} - \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.29)$$

wobei der Spannungstensor wie folgt definiert wird:

$$\tau_{xx} = 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} \quad \tau_{yy} = 2\eta \frac{\partial w}{\partial y} \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.30)$$

Setzt man den Spannungstensor in die Gleichungen 3.28 und 3.29 ein, ergibt sich unter Berücksichtigung der Massenbilanz (siehe Anhang B):

$$\boxed{\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} - \eta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \rho g_x} \quad (3.31)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} - \eta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3.32)$$

### 3.2.4 Energiebilanz

Folgende Annahmen sind für die Energiebilanz wichtig:

- Die Dichte ist wie zuvor konstant und kann somit vor die Ableitungen gezogen werden.
- Da die Geschwindigkeiten verhältnismäßig klein sind, soll keine thermische Energie aus der Reibung entstehen. Somit wird der Term für die Dissipation  $\tau : \nabla \mathbf{v}$  Null gesetzt.
- Der Kompressionsterm ist Null, da zum einen die Änderung der Dichte in Abhängigkeit der Temperatur  $\frac{\partial \rho}{\partial T}$  vernachlässigbar ist und sich zum anderen die Dichte nicht mit der Zeit ändern soll.
- Die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  soll konstant sein, so dass ihre Ableitung  $\rho T \frac{Dc_p}{Dt}$  Null wird.
- Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  wird als konstant angenommen und kann somit vor die Ableitung geschrieben werden:  $\nabla \cdot \lambda \nabla T = \lambda \nabla^2 \cdot T = \lambda \Delta \cdot T$ .
- Wärmetransport findet nur in Radialrichtung  $y$  statt.

Es wird wieder die substantielle Ableitung verwendet:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) \quad (3.33)$$

Die Energiegleichung vereinfacht sich zu:

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) - \lambda \Delta \cdot T = 0 \quad (3.34)$$

Die Gleichung 3.34 lautet in kartesischen Koordinaten:

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (3.35)$$

### 3.2.5 Komponentenbilanz

Es gelten folgende Bedingungen:

- Da in dieser Arbeit keine chemische Reaktion betrachtet wird, ist die chemische Produktionsrate  $r^A$  in der Komponentenbilanz Null.
- Der Diffusionskoeffizient  $D_{AB}$  wird als konstant angenommen.
- Massentransport findet nur in Radialrichtung  $y$  statt.

Somit vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$\frac{\partial \xi^A}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \xi^A - D^{AB} \Delta \xi^A = 0 \quad (3.36)$$

In kartesischen Koordinaten lautet die Komponentenbilanz:

$$\boxed{\frac{\partial \xi^A}{\partial t} + u \frac{\partial \xi^A}{\partial y} - D^{AB} \frac{\partial^2 \xi^A}{\partial y^2} = 0} \quad (3.37)$$

## 3.3 Randbedingungen

Es werden in dieser Arbeit die Flüssigkeits- und Dampfphase berechnet. Daher müssen die äußeren Ränder (siehe Kapitel 3.3.3) und sehr komplexe Randbedingungen an der Phasengrenzfläche, die Phänomene wie den Massentransport von der Flüssigkeit in die Dampfphase oder die Oberflächen- und Schubspannung berücksichtigen (siehe Kapitel 3.3.4), betrachtet werden.

Zunächst sollen jedoch einige Vorbemerkungen gemacht werden, um einerseits klassische Randbedingungen, wie z.B. die kinematische (Kapitel 3.3.1), und andererseits den Unterschied und die Notwendigkeit von lokalen und globalen Koordinatensystemen (Kapitel 3.3.2) zu erläutern.

### 3.3.1 Kinematische Randbedingung

Die kinematische Randbedingung wird oft bei welligen Fallfilmen verwendet. Allerdings gilt sie nur für den Fall, dass kein Massentransport über die Phasengrenzfläche stattfindet, also keine Verdampfung vorliegt.

Die freie Oberfläche eines zweidimensionalen Fallfilms lässt sich nach Wehhausen und Laitone [39] allgemein beschreiben durch die Funktion:

$$F(x, y, t) = y - \delta(x, t) = 0 \quad (3.38)$$

Hierbei sind  $x$  und  $y$  die Koordinatenrichtungen,  $t$  die Zeit und  $\delta$  die Filmdickenfunktion.

Die Ableitungen von  $F(x, y, t)$  lauten:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{\partial \delta}{\partial x} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 1 \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (3.41)$$

Für die substantielle Ableitung (siehe Anhang B) der Oberflächenfunktion  $F$  ergibt sich damit in der Ebene:

$$\frac{DF}{Dt} = w \frac{\partial F}{\partial y} + u \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} \quad (3.42)$$

Diese substantielle Ableitung wird Null gesetzt ( $\frac{DF}{Dt} = 0$ ), es gibt folglich keinen Transport über die Phasengrenzfläche. Durch Einsetzen der Ableitungen in Gleichung 3.42 und entsprechendes Umformen erhält man:

$$w = u \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (3.43)$$

Hierbei entspricht  $\frac{\partial \delta}{\partial t}$  der im nächsten Kapitel erläuterten Geschwindigkeit der Phasengrenzfläche  $v_I$ .

Wird ein Transport über die Phasengrenzfläche zugelassen, so spricht man von der dynamischen Randbedingung. Die sich daraus ergebende dynamische Geschwindigkeit  $w_{dyn}$  ist die Geschwindigkeit, die durch die Verdampfung erzeugt wird ( $\dot{m} = \rho w_{dyn}$ ). Der Ansatz dabei ist, dass sich alle Kräfte an der Phasengrenzfläche im Gleichgewicht befinden:

$$w_{dyn} = \frac{DF}{Dt} = w - u \frac{\partial \delta}{\partial x} - \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (3.44)$$

### 3.3.2 Normalen- und Tangentialenvektor

Sind die Ränder parallel zum Koordinatensystem, so sind die Normalen- und Tangentialenvektoren sehr einfach darzustellen:

Bei dem hier vorliegenden Beispiel befindet sich der Rand parallel zur Strömungsrichtung (x-Koordinate) an der Stelle, an der die freie Oberfläche auch in der späteren Berechnung liegt (siehe Bild 3.4 a)).

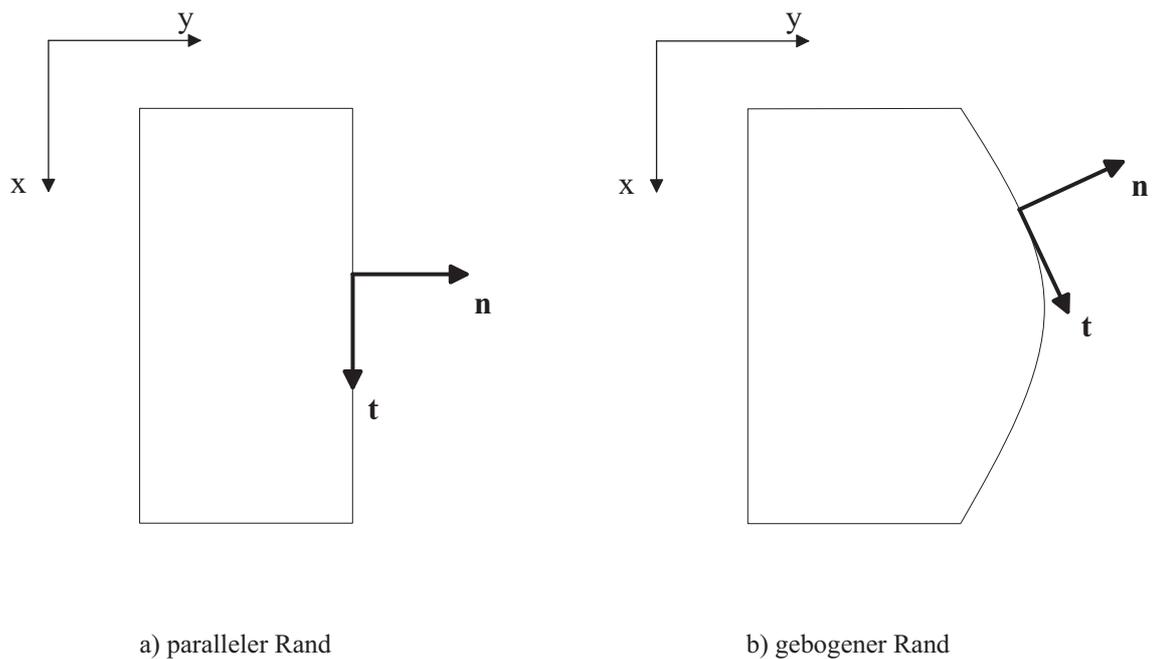


Bild 3.4: Normalen- und Tangentialenvektoren

Normalenrichtung (Einheitsvektor):

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Tangentialenrichtung (Einheitsvektor):

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Da die Determinante der Vektoren jeweils 1 ist, liegen automatisch Einheitsvektoren vor.

Sobald der Rand nicht mehr parallel zum Koordinatensystem liegt (siehe Bild 3.4 b)), setzen sich der Tangentialen- und Normalenvektor aus jeweils zwei Komponenten zu-

sammen. Die Vektoren müssen an jedem Punkt des Randes neu berechnet und normiert werden, was sich gut über die Oberflächenfunktion  $F$  herleiten lässt.

Für den Normalenvektor wird die Ableitung der Oberflächenfunktion in beide globale Koordinatenrichtungen durch die Determinante dieser Ableitung geteilt:

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \quad (3.47)$$

Somit ergibt sich für den Normalenvektor:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \delta}{\partial x} \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}} \quad (3.48)$$

Dabei ist  $\frac{\partial \delta}{\partial x}$  die Änderung der Filmdickenfunktion  $\delta$  in Strömungsrichtung  $x$ .

Der Tangentialenvektor steht senkrecht auf dem Normalenvektor:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (3.49)$$

Somit ergibt sich für den Tangentialenvektor:

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\partial \delta}{\partial x} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}} \quad (3.50)$$

Im Fall eines parallelen Randes ergibt sich z.B. die Geschwindigkeit am Rand in Normalenrichtung  $\mathbf{n}$  sehr einfach zu:

$$v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = u \quad (3.51)$$

Im Fall einer gekrümmten Oberfläche, bei der also der Normalenvektor  $\mathbf{n}$  nicht ausschließlich nur in eine Richtung des Koordinatensystems zeigt, sieht derselbe Zusammenhang sehr viel komplizierter aus:

$$v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{\partial \delta}{\partial x} \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}} \left( -\frac{\partial \delta}{\partial x} u + w \right) \quad (3.52)$$

In den folgenden Kapiteln wird weiterhin die Geschwindigkeit der Phasengrenzfläche

$\mathbf{v}_I$  von Interesse sein. Sie wird über die zeitliche Änderung der Filmdickenfunktion an einem Punkt der Phasengrenzfläche definiert und besteht lediglich aus der Komponente in Querrichtung der Strömung ( $y$ ):

$$\mathbf{v}_I = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

### 3.3.3 Randbedingungen an den äußeren Rändern

Um die Bedingungen an den äußeren Rändern vorzugeben, müssen zusätzlich zu den Annahmen im Gebiet noch weitere Annahmen getroffen werden, die nur an den entsprechenden Rändern gelten.

Des Weiteren ist an dieser Stelle anzumerken, dass alle äußeren Ränder parallel zum Koordinatensystem liegen und daher die Tangentialen- und Normalenvektoren jeweils der Strömungs- ( $x$ ) oder Querrichtung ( $y$ ) entsprechen (s. Kapitel 3.3.2). Demzufolge werden in diesem Abschnitt nicht die Bezeichnungen  $v_n$ , bzw.  $v_t$  verwendet, sondern entsprechend  $u$  und  $v$ .

In Bild 3.5 ist die Lage der Ränder zum leichteren Verständnis dargestellt. Die Phasengrenzfläche (PGF) wird im folgenden Kapitel erläutert.

- **Wand** (Flüssigkeit):  $0 \leq x \leq l; y = 0$   
An der Wand gilt Wandhaftbedingung, daher ist die Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = 0$ , d.h. beide Komponenten der Geschwindigkeit  $u$  und  $v$  sind Null.  
  
Da die Flüssigkeit mit einem konstanten Wärmestrom geheizt werden soll, wird ein Temperaturgradient in Normalenrichtung vorgegeben:  $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\dot{q}}{\lambda}$ . Hierbei ist  $\dot{q}$  die Wärmestromdichte.  
  
Da an der Wand kein Massentransport stattfinden soll, ist der Gradient der Konzentration Null:  $\frac{\partial \xi^A}{\partial y} = 0$ .
- **Einlauf** (Flüssigkeit):  $x = 0; 0 \leq y \leq \delta$   
Es können verschiedene Randbedingungen vorgegeben werden, wobei die Stabilität der Berechnung von der Wahl der Randbedingungen abhängt:
  - 1.a Die Geschwindigkeit in Strömungsrichtung  $u$  wird für den stationären Fall mit einem für laminare Filme typischen Profil entsprechend der Nusseltschen Wasserhauttheorie [1] vorgegeben:  
$$u = \frac{\rho L}{\eta_L} g (\delta y - 0,5 y^2)$$
  
Hierbei ist  $\delta$  die Filmdickenfunktion und  $y$  die Koordinate in Normalenrichtung.

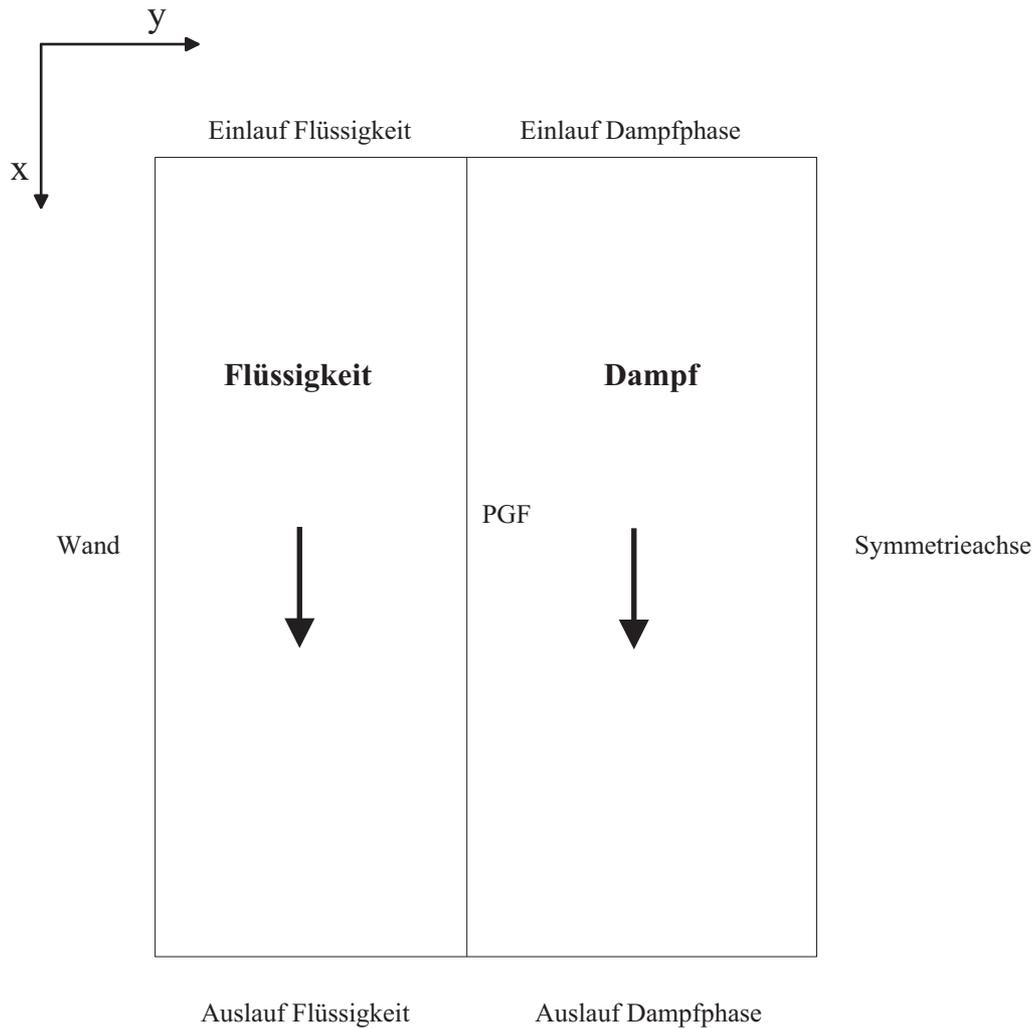


Bild 3.5: Randbedingungen an den äußeren Rändern

- 1.b Im instationären Fall wird diese Gleichung um eine sinusförmige Störung erweitert:

$$u = \frac{\rho_L}{\eta_L} g (\delta y - 0,5y^2) (1 + \varepsilon \sin(2\pi ft))$$

Hierbei ist  $d$  die konstante Differenz, um die die Sinusfunktion verschoben wird,  $\varepsilon$  die dimensionslose Amplitude der Auslenkung,  $f$  die Frequenz. Die Einflussgrößen sind qualitativ in Bild 3.6 dargestellt.

- 1.c Es wird angenommen, dass das Geschwindigkeitsfeld bereits vollständig ausgebildet ist und sich die Strömungsgeschwindigkeit in Axialrichtung nicht mehr ändert:  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$
- 2.a Die Geschwindigkeit in Querrichtung  $w$  wird Null gesetzt, da der Film laminar ist, noch keine Verdampfung auftritt und somit kein Transport zur Phasengrenzfläche erfolgt.

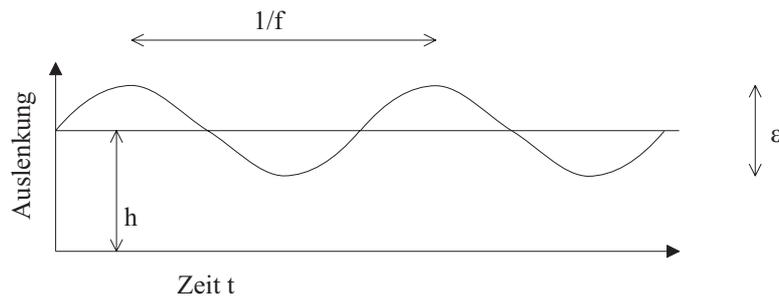


Bild 3.6: Einflussgrößen der sinusförmigen Auslenkung für die Geschwindigkeit am Einlauf

2.b Der Gradient der Quergeschwindigkeit in Strömungsrichtung  $\frac{\partial w}{\partial y}$  wird Null gesetzt, da ein vollständig ausgeprägtes Geschwindigkeitsfeld vorliegt.

Aus den genannten Möglichkeiten werden je eine Variante für die Quer- und Strömungsrichtung ausgewählt. Dabei stellen die Randbedingungen mit den Gradienten (1.c und 2.b) im stationären Fall die physikalisch besten Randbedingungen dar, da diese Annahmen am geringsten in die Lösung eingreifen, die anderen Randbedingungen erhöhen jedoch die numerische Stabilität der Berechnung.

Für das Temperaturfeld kann zwischen zwei möglichen Randbedingungen gewählt werden:

1. Die Flüssigkeit strömt mit Sättigungstemperatur  $T = T_{Sat}$  ein. Dies entspricht dem Fall, dass das Fluid ideal durchmischt ist. Physikalisch kommt es den Bedingungen an der Aufgabevorrichtung (Bild 3.2, Gebiet I) sehr nahe.
2. Es liegt bereits ein ausgeprägtes, der Wärmestromdichte angepasstes Temperaturprofil vor (Bild 3.2, Gebiet II, III oder IV):

$$T = T_{Sat} + (T_{Sat} - T_{Wand}) \frac{(\delta - y)}{\delta}$$

Es wird davon ausgegangen, dass das Fluid ideal durchmischt ist, daher ist die Konzentration am Einlauf konstant:  $\xi^A = const$

- **Einlauf (Dampfphase):**  $x = 0; \delta \leq y \leq R$

Die Randbedingungen sind entsprechend den Bedingungen des Einlaufs der Flüssigkeit zu wählen, mit der Einschränkung, dass sich die Bedingungen 1a und 1b insofern unterscheiden, als hier kein Nusseltsches Profil vorgegeben wird, sondern die Dampfgeschwindigkeit über den Querschnitt konstant gleich der Flüssigkeitgeschwindigkeit an der Phasengrenzfläche (maximale Geschwindigkeit) ist.

1. Im stationären Fall ergibt sich somit:

$$u = \frac{\rho_L}{\eta_L} g 0,5 \delta^2$$

2. Im instationären Fall ergibt sich:

$$u = \frac{\rho_L}{\eta_L} g 0,5 \delta^2 (d + \epsilon \sin(2\pi ft))$$

Die Temperatur entspricht im gesamten Gebiet der Sättigungstemperatur:  $T = T_{Sat}$ . Da sich in der Dampfphase nur Leichtsieder befindet, ist die Konzentration des Leichtsieders in der gesamten Dampfphase gleich Eins:  $\xi^A = 1$

- **Symmetrieachse** (Dampfphase):  $0 \leq x \leq l; y = R$

An der Symmetrieachse sollen die Gradienten aller Größen Null sein, da keinerlei Transport über die Symmetrieachse erfolgen soll:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \text{ und}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

Für die Konzentration gelten dieselben Randbedingungen wie im Einlauf in der Dampfphase:  $\xi^A = 1$

- **Auslauf** (Flüssigkeit und Dampfphase):  $x = l; 0 \leq y \leq R$

Am Auslauf können die Randbedingungen für die Flüssigkeit und Dampfphase entsprechend denen vom Einlauf vorgegeben werden. Die numerische Stabilität bei einer Gleichströmung am Auslauf ist sehr hoch, so dass die Bedingungen für eine vollkommen ausgebildete Strömung (Gradienten sind Null) zu guten Ergebnissen führen.

Für die Konzentration gelten dieselben Randbedingungen wie im Einlauf in der Dampfphase:  $\xi^A = 1$ .

### 3.3.4 Randbedingungen an der Phasengrenzfläche

Um die Randbedingungen für die Phasengrenzfläche aufzustellen, werden einige der vereinfachten Bilanzen aus Kapitel 3.2 auf Flächenelemente reduziert. Dies wird in Bild 3.7 dargestellt indem die Länge  $l$  des betrachteten Volumenelements, und somit die Volumenkraft, Null gesetzt werden. Anschließend werden zusätzliche Annahmen eingeführt, um das System zu vereinfachen.

Es ist wichtig, auf die Orientierung der Vektoren zu achten. Die Normalenvektoren weisen jeweils aus dem Gebiet nach außen, d.h. die Normalenvektoren für die Flüssigkeit  $\mathbf{n}_L$  und die Dampfphase  $\mathbf{n}_G$  weisen genau in entgegengesetzte Richtung. Ebenso verhält es sich mit den Tangentialenvektoren. Damit ergibt sich der Zusammenhang:

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_L = -\mathbf{n}_G \quad \mathbf{t} = \mathbf{t}_L = -\mathbf{t}_G \quad (3.54)$$

Die Massenbilanz in Normalenrichtung vereinfacht sich zu:

$$\boxed{\rho_L(\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} = \rho_G(\mathbf{v}_G - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} = \dot{m}} \quad (3.55)$$

Im instationären Fall überlagern sich zwei Kräfte, die für die Bewegung der Phasengrenz-

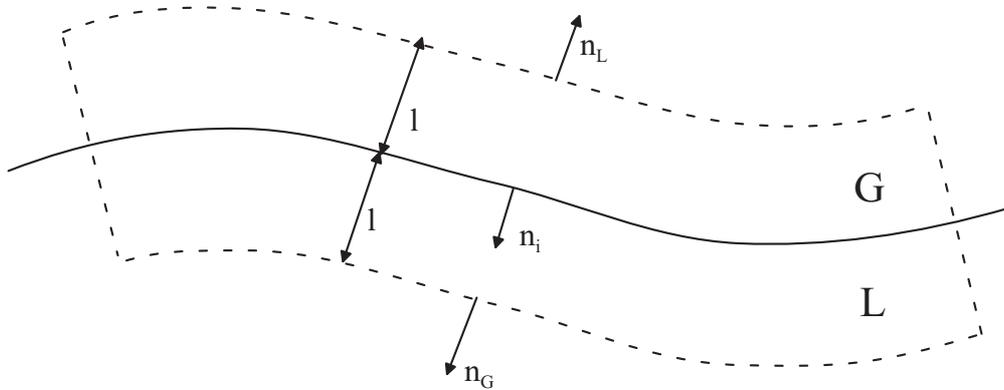


Bild 3.7: Kontrollvolumen entlang der Phasengrenzfläche ( $0 \leq x \leq L; y = \delta$ )

fläche sorgen:

Da Verdampfung vorliegt, bewegt sich die Phasengrenzfläche gemittelt in Richtung Wand, der Flüssigkeitsfilm wird also in Strömungsrichtung dünner.

Die zweite Kraft ergibt sich aus der Pulsation, die am Einlauf vorgegeben wird, und die wellenförmige Oberfläche erzeugt.

Die Massenbilanz in Tangentialrichtung wird nicht betrachtet, denn es wird angenommen, dass kein Schlupf vorliegt. Die Geschwindigkeiten in Tangentialrichtung sollen also in beiden Phasen gleich groß sein:

$$\mathbf{v}_L \cdot \mathbf{t} = \mathbf{v}_G \cdot \mathbf{t} \quad (3.56)$$

Die Impulsbilanz lässt sich in Normalenrichtung wie folgt wiedergeben:

$$\begin{aligned} \rho_L \mathbf{v}_L (\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} + (-P_L \delta + \tau_L) \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = \rho_G \mathbf{v}_G (\mathbf{v}_G - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \\ + (-P_G(x) \delta + \tau_G) \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{R} \sigma \end{aligned} \quad (3.57)$$

Der Radius  $R$  wird berechnet über (siehe Bronstein und Semendjajew [40]):

$$R = \frac{\left(1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}} \quad (3.58)$$

wobei  $\delta = f(x)$  die Filmdickenfunktion wiedergibt.

Setzt man Gleichung 3.55 in Gleichung 3.57 ein, so vereinfacht sich diese Gleichung zu:

$$\boxed{\dot{m}\mathbf{v}_L \cdot \mathbf{n} + (-P_L\delta + \tau_L) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = \dot{m}\mathbf{v}_G \cdot \mathbf{n} + (-P_G(x)\delta + \tau_G) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{R}\sigma} \quad (3.59)$$

In Tangentialenrichtung gilt, dass die Schubspannungen in beiden Phasen gleich groß ist:

$$\boxed{\tau_L \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{t} = \tau_G \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{t}} \quad (3.60)$$

Die Energiebilanz lautet in Normalenrichtung:

$$\rho_L h_L (\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} + \lambda_L \nabla T_L \cdot \mathbf{n} = \rho_G h_G (\mathbf{v}_G - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} + \lambda_G \nabla T_G \cdot \mathbf{n} \quad (3.61)$$

Setzt man Gleichung 3.55 in Gleichung 3.61 ein und verwendet die Verdampfungsenthalpie  $\Delta h_{ev} = h_G - h_L$ , sowie die Annahme, dass sämtliche Energie in die Verdampfung geht, also die Dampfphase nicht überhitzt ist ( $\nabla T_G = 0$ ), so vereinfacht sich Gleichung 3.61 zu:

$$\boxed{\dot{m}\Delta h_{ev} = \lambda_L \nabla T_L \cdot \mathbf{n}} \quad (3.62)$$

Die Energiebilanz in Tangentialenrichtung lautet wie folgt:

$$\rho_L \lambda_L \nabla T_L \cdot \mathbf{t} = \rho_G \lambda_G \nabla T_G \cdot \mathbf{t} \quad (3.63)$$

Hier wird jedoch davon ausgegangen, dass die Temperatur keinen Sprung an der Phasengrenzfläche macht. Außerdem liegt an der Phasengrenzfläche wegen der Verdampfung Sättigungstemperatur  $T_{Sat}$  vor. Somit lautet die hier angenommene Randbedingung:

$$\boxed{T_L = T_G = T_{Sat}} \quad (3.64)$$

Für die Komponentenbilanz der Komponente A in Normalenrichtung ergibt sich:

$$\rho_L (\xi_L^A (\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} - D_L^{AB} \nabla \xi_L^A \cdot \mathbf{n}) = \rho_G (\xi_G^A (\mathbf{v}_G - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} - D_G^{AB} \nabla \xi_G^A \cdot \mathbf{n}) \quad (3.65)$$

Da nur der Leichtsieder verdampft, befindet sich in der Dampfphase nur die Komponente A, weshalb sowohl der Massenanteil  $\xi_G^A$  als auch der Diffusionskoeffizient in der Dampfphase  $D_G^{AB}$  gleich Null sind.

Somit vereinfacht sich Gleichung 3.65 zu:

$$\xi_L^A \rho_L (\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} - \rho_L D_L^{AB} \nabla \xi_L^A \cdot \mathbf{n} = \rho_G (\mathbf{v}_G - \mathbf{v}_I) \cdot \mathbf{n} \quad (3.66)$$

Setzt man hier die Massenbilanz in Normalenrichtung (Gleichung 3.55) ein und dividiert die Gleichung durch  $\rho D_L^{AB}$ , so erhält man die Randbedingung:

$$\frac{1}{\rho D_L^{AB}} \xi_L^A \dot{m} - \nabla \xi_L^A \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{\rho D_L^{AB}} \dot{m} \quad (3.67)$$

Die Massenstromdichte  $\dot{m}$  kann mit Gleichung 3.62 ersetzt werden:

$$\boxed{-\nabla \xi_L^A \cdot \mathbf{n} + \frac{\lambda_L}{\rho D_L^{AB} \Delta h_{ev}} \xi_L^A \nabla T_L \cdot \mathbf{n} = \frac{\lambda_L}{\rho D_L^{AB} \Delta h_{ev}} \nabla T_L \cdot \mathbf{n}} \quad (3.68)$$

### 3.4 Nußeltsche Wasserhauttheorie

Der laminare, glatte Film wurde bereits 1916 von Nußelt [1] untersucht. Er stellte die heute sogenannte Nußeltsche Wasserhauttheorie für die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes auf, die noch heute für Auslegungen und bei experimentellen Untersuchungen als Vergleichsgröße herangezogen wird. Dabei entwickelte Nußelt diese Theorie durch Vereinfachungen aus den eingangs beschriebenen vollständigen Bilanzen.

Nach Nußelt berechnet sich die Filmdicke  $\delta$  eines kondensierenden Films über:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\eta(T_{Sat} - T_W)}{\Delta h_{ev}\rho^2 g} x} \quad (3.69)$$

Die Geschwindigkeit in Strömungsrichtung  $x$  berechnet sich wie folgt:

$$u = \frac{\rho g}{\eta} \left( \delta_0 y - \frac{y^2}{2} \right) \quad (3.70)$$

Die Geschwindigkeit in Radialrichtung  $y$  berechnet sich über:

$$w = -\frac{\rho y^2}{\eta x} \delta \quad (3.71)$$

Im isothermen Fall ist die Geschwindigkeit  $w$  in Radialrichtung  $y$  Null, da sich diese Radialgeschwindigkeit ausschließlich aufgrund der Kondensation ausbildet und in einem

isothermen, laminar, glatten Film keine Kondensation auftritt.

---

# Kapitel 4

## Ergebnisse

Die experimentellen Untersuchungen am Institut für Energietechnik werden mit dem binären, weitsiedenden Gemisch Wasser-Ethylenglykol durchgeführt. Hierbei ist Wasser der Leichtsieder  $A$ . Für dieses Gemisch sind die Stoffwerte für alle Mischungsverhältnisse vorhanden (siehe Anhang A). Die vorliegenden numerischen Untersuchungen werden für eine gute Vergleichbarkeit mit demselben Gemisch vorgenommen. Alle Berechnungen finden an senkrechten Wänden statt.

In diesem Kapitel werden Ergebnisse verschiedener Berechnungen dargestellt. Zunächst wird das aufgestellte Gleichungssystem mit klassischen Randbedingungen an der Phasengrenzfläche an einfachen, in der Literatur bekannten, Beispielen (Kapitel 4.1, 4.2) validiert. Danach werden die zuvor beschriebenen neuen Randbedingungen implementiert und mit den am Institut gewonnenen experimentellen Ergebnissen verglichen (Kapitel 4.3, 4.4, 4.5).

### 4.1 Einphasiger, laminarer, glatter Flüssigkeitsfilm

Zunächst wird der Fall eines einphasigen, binären, glatten, streng laminaren Flüssigkeitsfilms an einer glatten beheizten Wand im stationären Zustand betrachtet. Dieses Beispiel entspricht der Nußeltschen Wasserhauttheorie und soll dazu dienen, das aufgestellte Modell an einem einfachen Fall mit anerkannten Theorien zu vergleichen.

Es liegt ein  $0,167 \text{ mm}$  dicker und  $1 \text{ m}$  langer Flüssigkeitsfilm aus einem Wasser-Ethylenglykol-Gemisch von  $\xi^A = 0,5$  vor, der über eine beheizte, glatte, senkrechte Wand nach unten strömt. In den Bildern 4.1 bis 4.7 befindet sich die feste Wand an der linken Seite des Berechnungsgitters, die Flüssigkeit strömt von oben nach unten in Richtung der Erdanziehungskraft. Die freie Oberfläche, an der die Verdampfung ausschließlich stattfindet, liegt auf der rechten Seite.

In Bild 4.1 ist das Vektorfeld der Geschwindigkeit qualitativ dargestellt, um einen Eindruck zu vermitteln, wie die Strömung aussieht. Dabei wurde die Darstellung gestaucht, da bei den vorliegenden Maßen ein sehr langer dünner Film vorliegt, bei dem eine Interpretation der Daten schwerfallen würde. In den Bildern 4.2 bis 4.3 werden die Ergebnisse für die Geschwindigkeit zusätzlich quantitativ wiedergegeben. Aber schon in der qualita-

tiven Darstellung von Bild 4.1 kann man erkennen, dass die Geschwindigkeit an der Wand (linker Rand) aufgrund der Wandhaftung Null ist, während sie an der freien Oberfläche am größten ist. An der freien Oberfläche tritt keine Beschleunigung auf, daher ist der Gradient dort Null. Dazwischen bildet sich ein parabolisches Profil aus. Am Einlauf wird ein Geschwindigkeitsprofil entsprechend der Nußeltschen Wasserhauttheorie vorgegeben.

Da entsprechend der Nußeltschen Wasserhauttheorie eine streng laminare Strömung vorliegt, gibt es keine Geschwindigkeit in Radialrichtung.

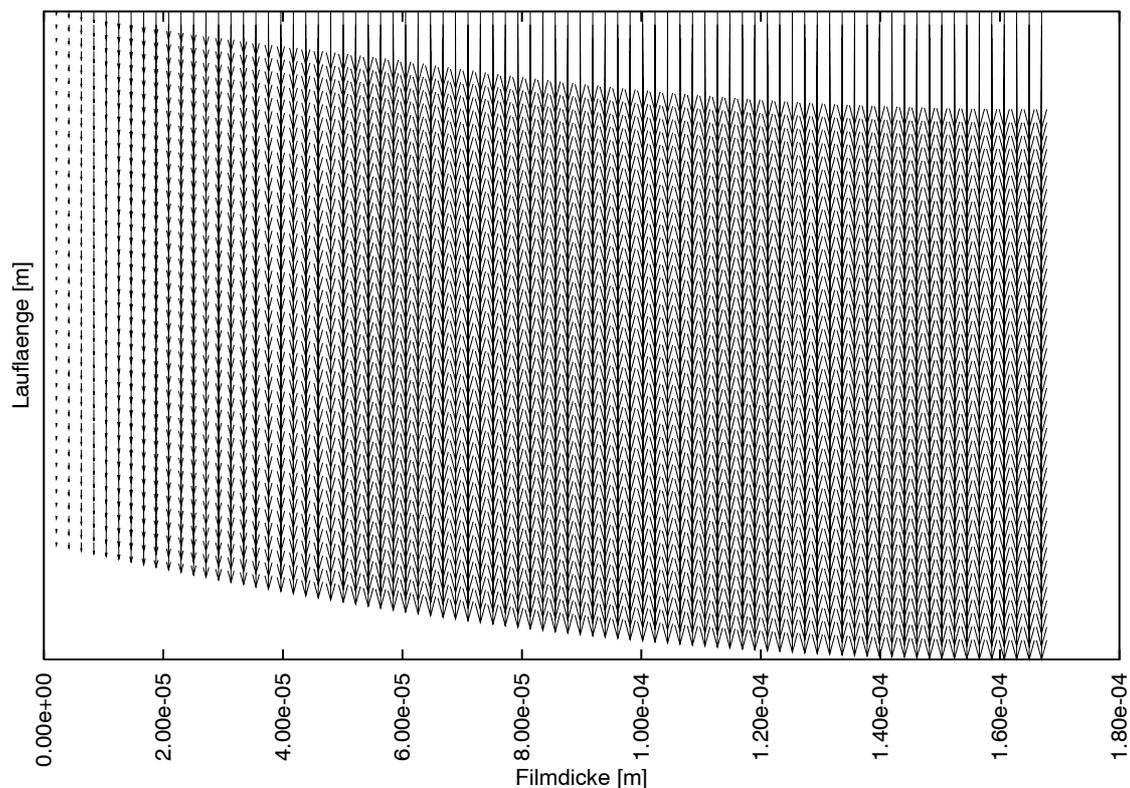


Bild 4.1: Vektorfeld der Geschwindigkeit eines einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Films

Das Geschwindigkeitsprofil entspricht der Nußeltschen Wasserhauttheorie und gibt qualitativ das Ergebnis des ersten Bildes dieses Kapitels wieder. Die maximale Geschwindigkeit an der freien Oberfläche beträgt in dieser Berechnung  $0,22 \frac{m}{s}$ . Dies entspricht dem Ergebnis der Nußeltschen Wasserhauttheorie.

In diesem Berechnungsfall wurde keine Abnahme der Filmdicke aufgrund der Verdampfung angenommen.

In Bild 4.2 ist der axiale Anteil der Geschwindigkeit in einer dreidimensionalen Darstellung quantitativ wiedergegeben. Da die Geschwindigkeit in Radialrichtung aufgrund der Laminarität Null ist, entspricht in diesem Fall die Axialgeschwindigkeit genau der Gesamtgeschwindigkeit. In dieser Darstellung befindet sich die Wand auf der linken, vorderen Seite des Feldes und die Flüssigkeit strömt von hinten links nach vorn rechts. Die freie Oberfläche, an der die Verdampfung stattfindet, befindet sich hinten rechts.

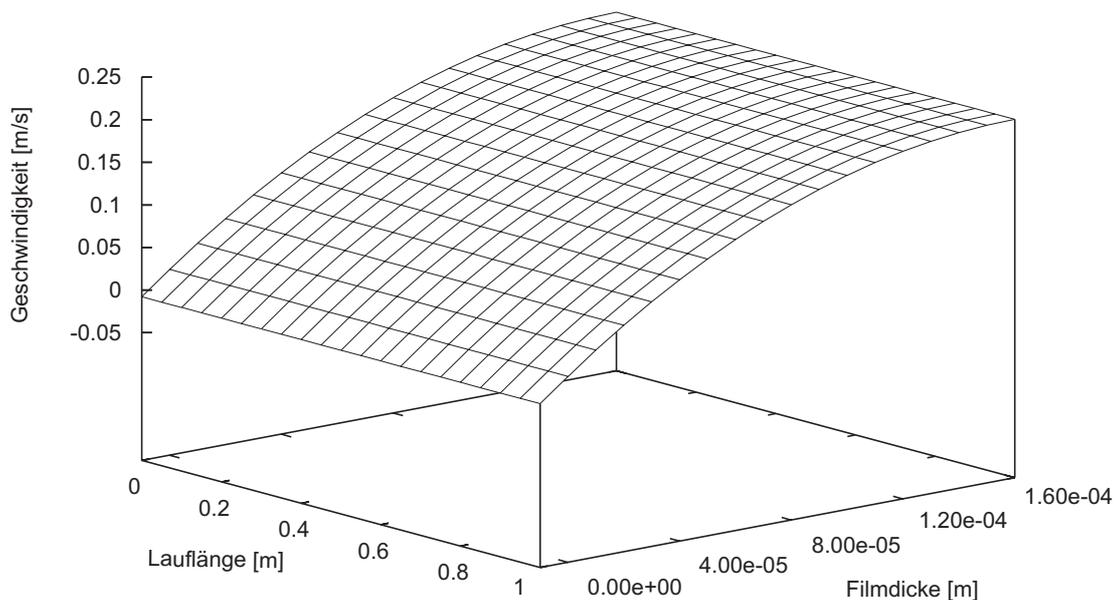


Bild 4.2: Dreidimensionale Darstellung der Geschwindigkeit eines einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Films

Auf die Darstellung der Radialgeschwindigkeit wird in diesem Fall verzichtet, da die Werte in jedem Punkt Null sind, weil bei einer Linearität keine Quergeschwindigkeit auftritt.

In Bild 4.3 ist ein Profil der Axialgeschwindigkeit nach einer Lauflänge von 0,6 m hinter dem Einlauf zweidimensional dargestellt, um einen besseren Vergleich zu den in der Literatur verwendeten Profilen zu bekommen. Es ist die Axialgeschwindigkeit in  $[m/s]$  über die Filmdicke  $\delta$  in  $[m]$  aufgetragen. Die bereits beschriebenen Eigenschaften der Kurve (z. B. Geschwindigkeit an der Wand und Gradient an der freien Oberfläche Null) sind hier wiederzufinden.

In den Bildern 4.4 und 4.5 sind die Ergebnisse für die Temperatur aus der Berechnung

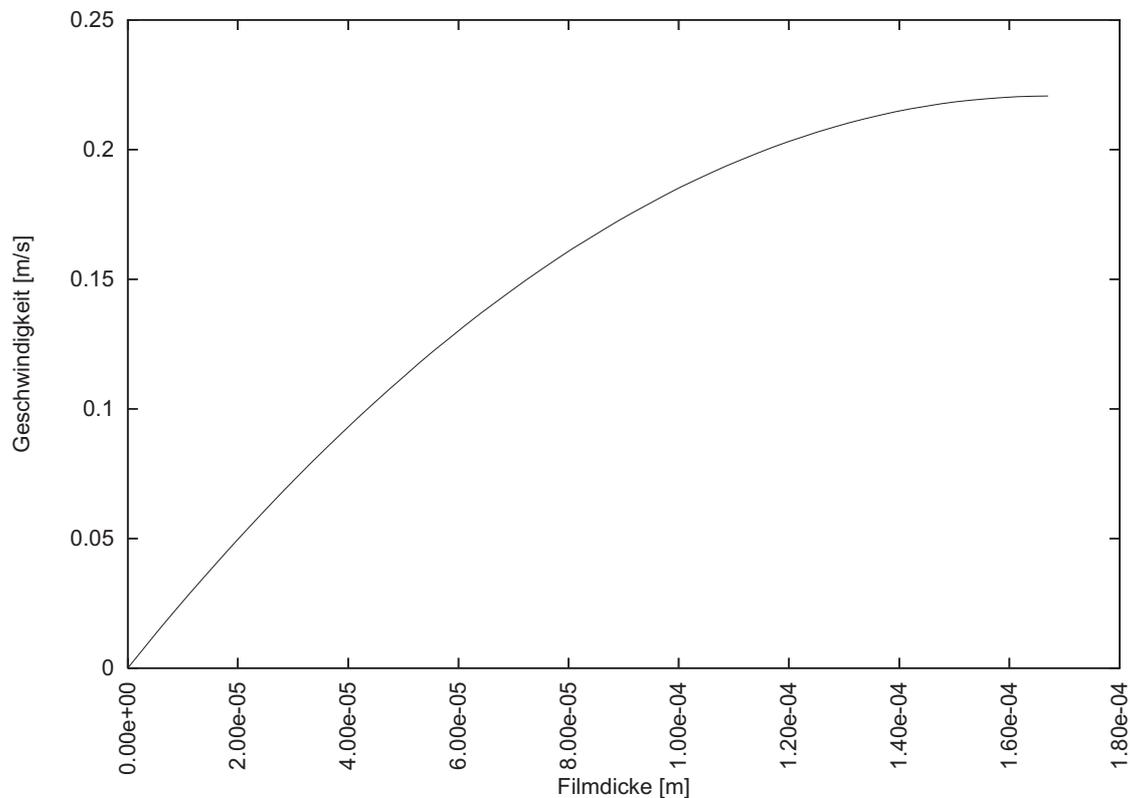


Bild 4.3: Profil der Axialgeschwindigkeit eines einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Films nach einer Lauflänge von  $0,6\text{ m}$

des glatten, laminaren Films dargestellt. Dabei wird im Bild 4.4 das Temperaturfeld dreidimensional dargestellt, während im Bild 4.5 das Profil nach einer Lauflänge von  $0,6\text{ m}$  wiedergegeben ist.

In Bild 4.4 befindet sich der Einlauf am rechten hinteren Rand, während sich die beheizte Wand hinten, die freie Oberfläche vorn und der Auslauf links vorn befindet.

Am Einlauf wird eine konstante Temperatur über den Querschnitt vorgegeben. Durch die beheizte Wand erwärmt sich die Flüssigkeit und es bildet sich nach einem ca.  $0,1\text{ m}$  langen Einlaufbereich ein lineares Temperaturfeld aus. Am hinteren rechten Rand (beheizte Wand) wird ein Temperaturgradient aufgeprägt. An der freien Oberfläche (vorn) hingegen wird der Flüssigkeit Wärme aufgrund der Verdampfung entzogen, so dass auch dort ein Temperaturgradient vorliegt. Die Wandtemperatur liegt nach einem kurzen Einlaufbereich bei ca.  $385,4\text{ K}$  und die Wandüberhitzung übersteigt nicht die Grenze, bei der das Blasensieden bei reinem Wasser anfangen würde (ca.  $6\text{ K}$ ). In den experimentellen Un-

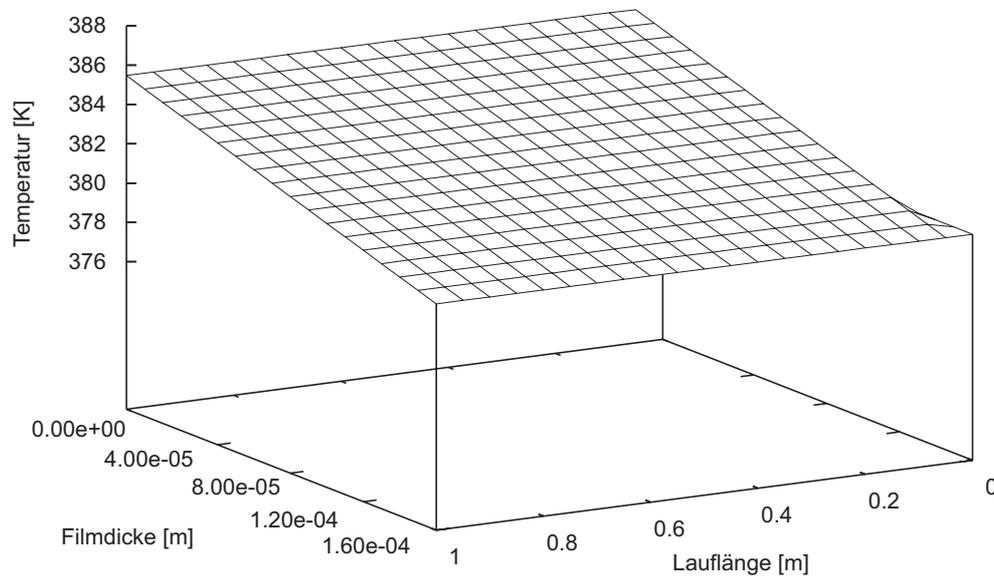


Bild 4.4: Dreidimensionale Darstellung des Temperaturfeldes in einem einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Film

tersuchungen am Institut für Energietechnik hat sich gezeigt, dass die Wandüberhitzung, ab der Blasensieden bei dem Wasser-Ethylenglykol-Gemisch auftrat, mit steigender Konzentration von Ethylenglykol höher war. Daher ist die Abschätzung mit den Werten für Wasser konservativ. Somit ist gewährleistet, dass auch in einer experimentellen Untersuchung reine Oberflächenverdampfung vorliegen würde.

Temperaturprofile nach verschiedenen Lauflängen sind in Bild 4.5 dargestellt. Es ist die Temperatur in  $[K]$  über die Filmdicke  $\delta$  in  $[m]$  aufgetragen. Die Linien sind von unten nach oben die Temperaturprofile von Schnitten nach einer Lauflänge von 0; 0,002; 0,005; 0,01; 0,03; 0,05; 0,1 und 0,2  $m$ .

Die unteren Linien sind die Temperaturprofile im Einlaufbereich, in denen sich das Temperaturfeld ausbildet. Ausgehend von der am Einlauf aufgeprägten konstanten Temperatur (unterste Linie), steigt die Temperatur durch den am linken Rand (beheizte Wand) aufgeprägten Gradienten und man kann das Aufheizen von der Wand aus klar erkennen. Die oberste Linie stellt das Temperaturprofil nach einer Lauflänge von 0,2  $m$  dar. Da es

keine Radialgeschwindigkeit gibt und das Temperaturfeld in diesem Bereich bereits voll ausgebildet ist, ist das Profil linear. Die Temperatur ist an der beheizten Wand (links) am höchsten und an der freien Oberfläche (rechts) liegt Sättigungstemperatur vor.

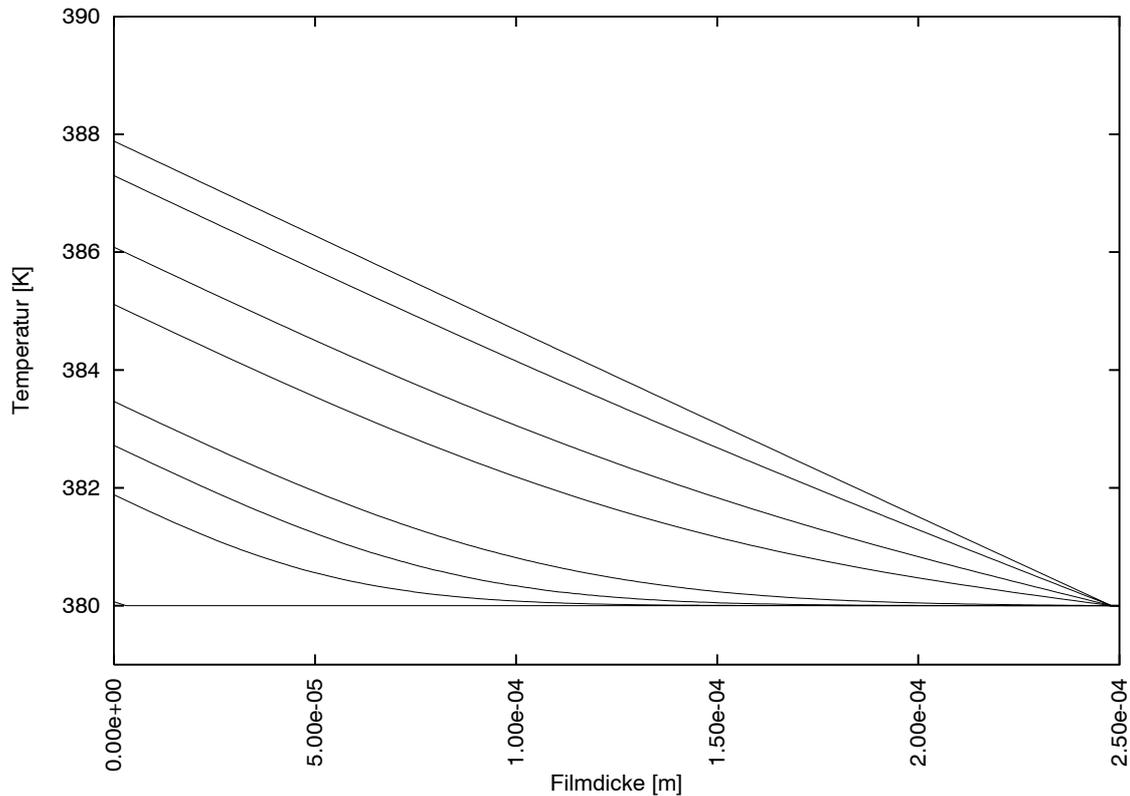


Bild 4.5: Profile der Temperatur in einem einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Film mit der Lauflänge als Parameter. Lauflänge von unten nach oben: 0; 0,002; 0,005; 0,01; 0,03; 0,05; 0,1 und 0,2  $m$

Das Konzentrationsfeld ist in den Bildern 4.6 und 4.7, entsprechend der Geschwindigkeit und Temperatur, mit einer dreidimensionalen Darstellung und mit einem Profil nach einer Lauflänge von 0,6  $m$  dargestellt.

In Bild 4.6 befindet sich der Einlauf am hinteren rechten Rand, während sich die beheizte Wand links hinten, die freie Oberfläche vorn rechts und der Auslauf vorn links befinden. Am Einlauf wird eine Konzentration des Wassers (Leichtsieder) von  $\xi^A = 0,5$  aufgeprägt. Durch die Verdampfung an der freien Oberfläche ergibt sich ein Gradient am rechten Rand und die Konzentration des Wassers nimmt dort mit zunehmender Lauflänge ab. Da kein Stofftransport in die beheizte Wand stattfindet, muss der Gradient an der Wand Null sein. Dazwischen bildet sich ein parabolisches Profil aus, das mit zunehmender Lauflänge

immer ausgeprägter wird.

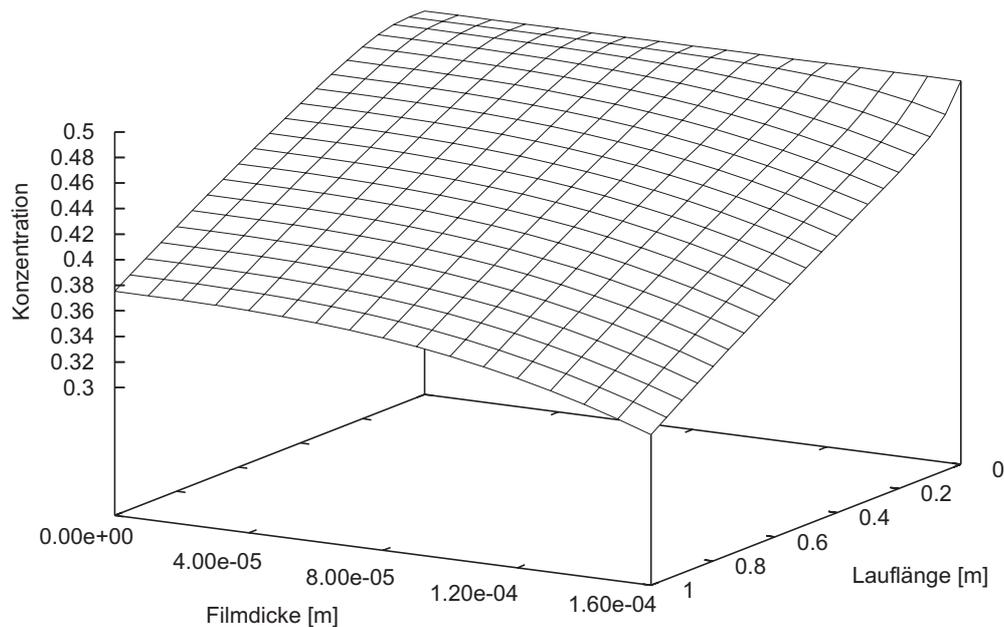


Bild 4.6: Dreidimensionale Darstellung der Konzentration in einem einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Film

In Bild 4.7 ist die Konzentration des Leicht sieders in  $[kg/kg]$  über die Filmdicke  $\delta$  in  $[m]$  aufgetragen. Das dargestellte Konzentrationsprofil nach einer Lauflänge von  $0,6\ m$  zeigt eindeutig, dass an der Phasengrenzfläche (rechts) der Gradient durch die Verdampfung groß ist. An der Wand (links) liegt, wie bei Bild 4.6 beschrieben, keine Verdampfung vor, so dass der Gradient dort Null ist. Man kann dem Bild entnehmen, dass die Konzentration (auch an der Wand) gesunken ist, da über eine Strecke von  $0,6\ m$  Verdampfung stattfand und die Konzentration des Leicht sieders bereits gesunken ist. Das Profil verändert sich nach einem Einlaufgebiet qualitativ nicht mehr, es sinkt jedoch in seiner Höhe ab, da die Konzentration immer mehr abnimmt.

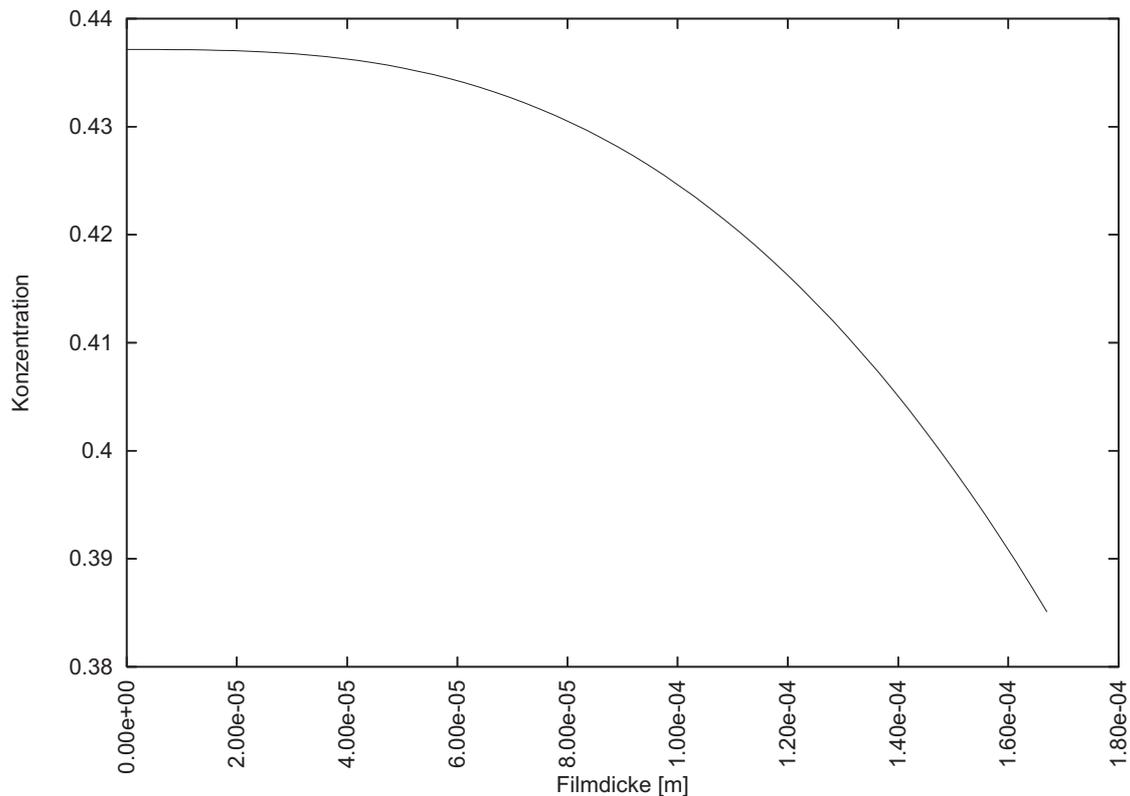


Bild 4.7: Profil der Konzentration in einem einphasigen, laminar glatten Wasser-Ethylenglykol-Film nach einer Lauflänge von  $0,6\text{ m}$

## 4.2 Laminarer, glatter Flüssigkeitsfilm mit angrenzender Dampfphase

Um zu prüfen, ob das Programm auch dann sinnvolle Ergebnisse liefert, wenn die Dampfphase mit modelliert ist, werden ähnliche Berechnungen wie in Kapitel 4.1 vorgenommen. Die im vorliegenden Kapitel vorgestellte Untersuchung betrachtet stationär einen binären, glatten, laminaren Flüssigkeitsfilm mit einer Anfangskonzentration von  $\xi^A = 0,5$ , sowie die angrenzende Dampfphase. Dabei ist die Wirkung der Dampfphase auf die Flüssigkeitsphase nicht von Interesse (keine Beschleunigung der Flüssigkeit durch die Dampfphase), sondern es soll gezeigt werden, dass auch mit einem solchen Berechnungsfeld korrekte Ergebnisse entsprechend dem Stand der Forschung erhalten werden.

Der Flüssigkeitsfilm hat in diesem Beispiel eine Länge von  $0,3\text{ m}$  und eine Dicke von  $2,48 \cdot 10^{-4}\text{ m}$ . Das Berechnungsgitter inklusive Dampfphase entspricht insgesamt einer Breite von  $1,4 \cdot 10^{-3}\text{ m}$ . Auch in dem nun behandelten Fall ist die Radialgeschwindigkeit  $v$  aufgrund der unterstellten Laminarität im Flüssigkeitsfilm Null. Die Axialgeschwindigkeit

keit wird am Einlauf entsprechend der Nußeltschen Wasserhauttheorie vorgegeben.

Bei dieser Berechnung befindet sich die beheizte Wand auf der linken vorderen Seite und die Flüssigkeit strömt an der Wand nach unten. Rechts neben der Flüssigkeit befindet sich die Dampfphase. Der rechte Rand wird im Folgenden als Symmetrieachse bezeichnet. Diese Bezeichnung ist mathematisch korrekt, denn es bedeutet, dass alle Gradienten Null gesetzt werden, steht aber im vorliegenden Fall aus experimenteller Sicht nicht für eine wirkliche Symmetrieachse. Es handelt sich vielmehr um eine sehr breite Dampfphase, die so weit von der Flüssigkeitsströmung entfernt ist, dass keine Beeinflussung der Flüssigkeit auf die Dampfphase mehr stattfindet.

Entsprechend dem vorhergehenden Kapitel werden die Ergebnisse für diese Berechnung dargestellt. In den Bildern 4.8 bis 4.9 ist die Geschwindigkeit  $v$  zu sehen.

In Bild 4.8 ist das Geschwindigkeitsfeld in axialer Richtung (Strömungsgeschwindigkeit  $u$ ) dreidimensional dargestellt. Dabei ist die Axialgeschwindigkeit in  $[\frac{m}{s}]$  über die Filmdicke und die Lauflänge, jeweils in  $[m]$ , aufgetragen. Wie in Bild 4.2 ist das parabolische Profil zu erkennen, welches sich innerhalb der Flüssigkeitsphase ausbildet. An der Wand

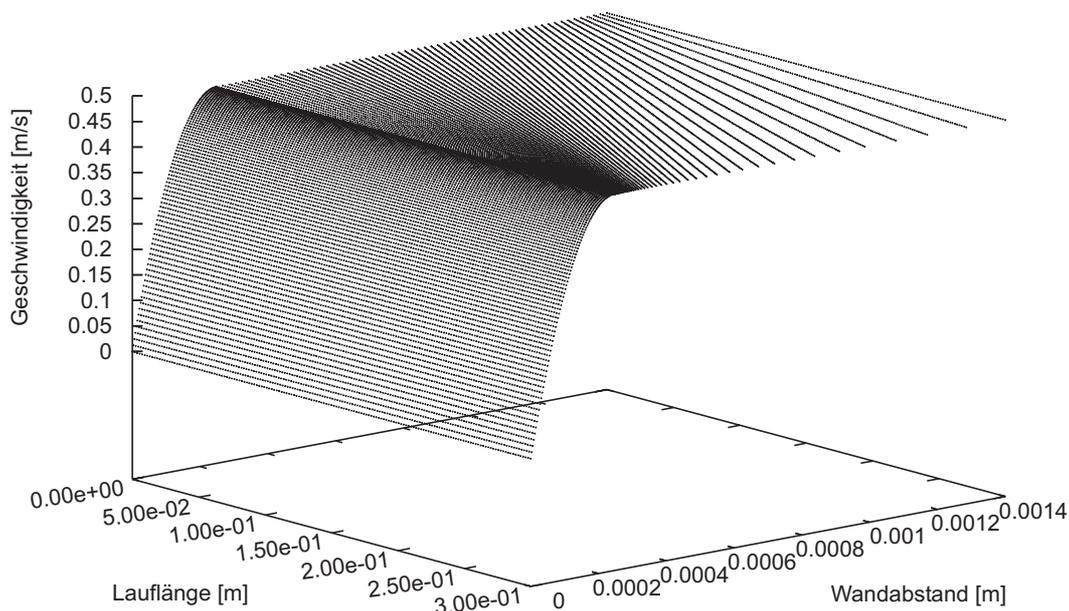


Bild 4.8: Dreidimensionale Darstellung der Geschwindigkeit in einem glatten, laminaren Film mit angrenzender Dampfphase

(vorne links) ist die Geschwindigkeit Null, an der Phasengrenzfläche maximal und in der Dampfphase konstant.

Bei einer Flüssigkeitsfilmdicke von  $2,48 \cdot 10^{-4} m$  bildet sich nach der Nußeltschen Wasserhauttheorie eine Geschwindigkeit an der Phasengrenzfläche von  $0,4866 \frac{m}{s}$  aus. Die Geschwindigkeit bei der hier vorliegenden Berechnung beträgt  $0,486576 \frac{m}{s}$ .

Die Geschwindigkeit in radialer Richtung ist in beiden Phasen Null, da auch in diesem Fall eine rein laminare Strömung vorliegt und daher keine Querströmung auftreten kann. Daher wird auch hier die Geschwindigkeit in Radialrichtung nicht dargestellt.

In Bild 4.9 ist das Profil der Strömungsgeschwindigkeit  $u$  über die Filmdicke  $\delta$  nach einer Lauflänge von  $0,1 m$  dargestellt, wo sich bereits ein vollständig ausgeprägtes Profil ausgebildet hat. Es zeigt das erwartete parabolische Profil, das an der Wand (links) Null, an der Phasengrenzfläche (mitte) maximal und in der Dampfphase konstant ist.

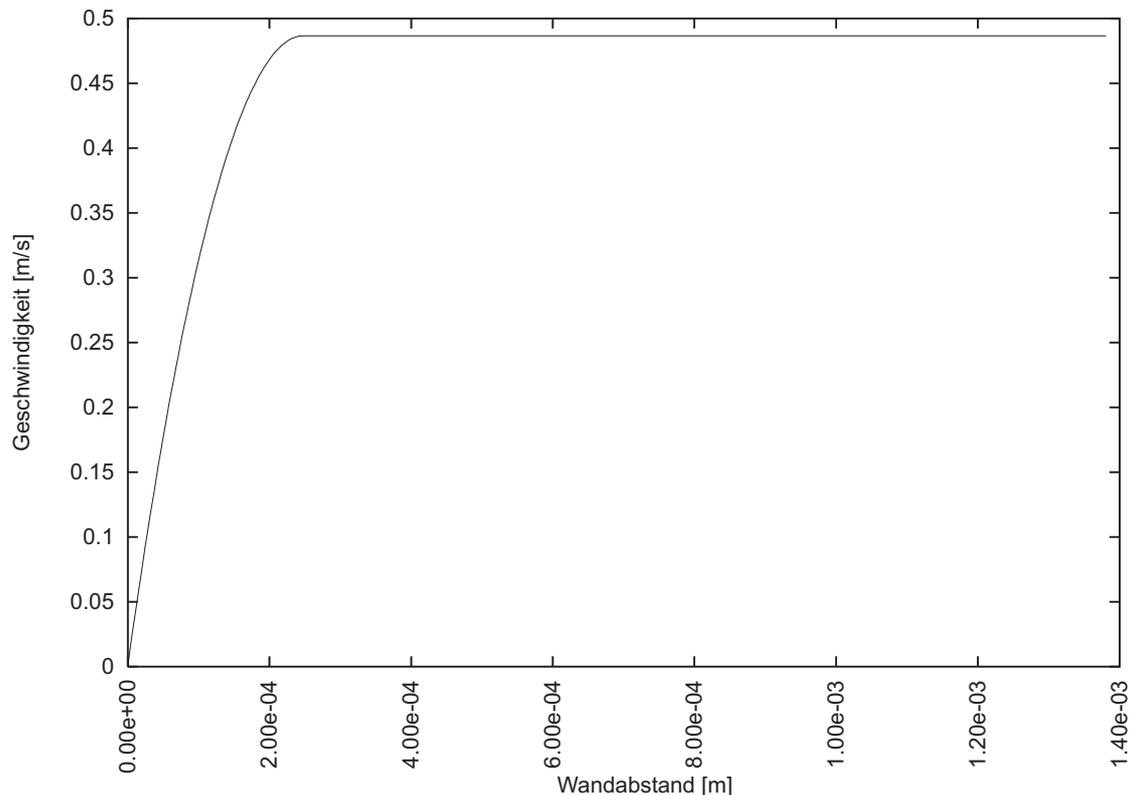


Bild 4.9: Profil der Axialgeschwindigkeit in einem glatten, laminaren Film mit angrenzender Dampfphase nach einer Lauflänge von  $0,1 m$

Die Bilder 4.10 und 4.11 geben die Ergebnisse für die Temperatur wieder. In Bild 4.10 ist das Temperaturfeld dreidimensional dargestellt, während in Bild 4.11 das Profil nach

einer Lauflänge von  $0,1\text{ m}$  gezeigt wird.

In Bild 4.10 ist die Temperatur in  $[K]$  dreidimensional aufgetragen über die Filmdicke und die Lauflänge, jeweils in  $[m]$ . Die beheizte Wand befindet sich hinten links, der Einlauf ist hinten rechts, beide Phasen strömen nach vorn links. Man kann erkennen, dass sich nach einem kurzen Einlauf von ca.  $0,02\text{ m}$  ein lineares Temperaturfeld ausgebildet hat, welches von der Wand in Richtung Phasengrenzfläche abnimmt. An der Phasengrenzfläche liegt Sättigungstemperatur vor und die Wärme wird in latente Energie umgewandelt. Daher wird der Flüssigkeit Wärme entzogen und es bildet sich ein Gradient auf der Flüssigkeitsseite. Da die Annahme gilt, dass die Wärme vollständig in den Phasenwechsel geht, wird der Dampfphase keine Wärme zugeführt. Somit liegt in der Dampfphase an der Phasengrenzfläche kein Temperaturgradient vor. Weiterhin wird dem System auch von der Symmetrieachse aus keine Wärme aufgeprägt. Somit bleibt die Temperatur in der Dampfphase gleich der Verdampfungstemperatur und es kommt zu keiner Überhitzung der Dampfphase.

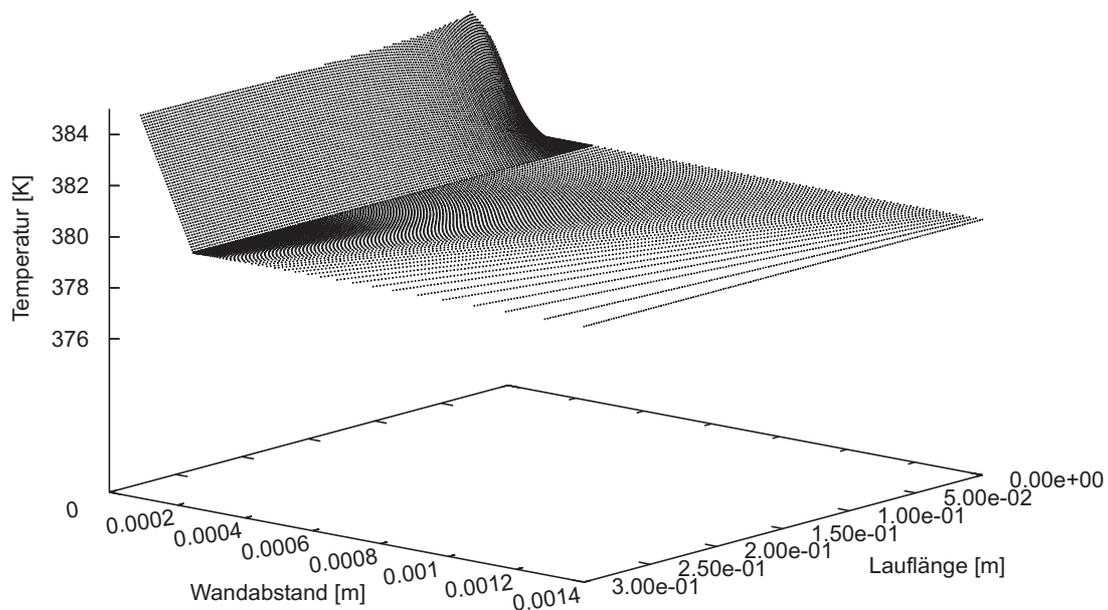


Bild 4.10: Dreidimensionale Darstellung der Temperatur in einem glatten, laminaren Film mit angrenzender Dampfphase

In Bild 4.11 ist das Temperaturprofil nach einer Lauflänge von  $0,1\text{ m}$  dargestellt. Dabei wird die Temperatur in  $[K]$  über die Filmdicke  $\delta$  in  $[m]$  aufgetragen. Da die Temperatur in der Dampfphase überall der Sättigungstemperatur entspricht, wird sie hier nicht wiedergegeben. In dieser Darstellung befindet sich die beheizte Wand am linken Rand und die Phasengrenzfläche ist rechts. Die Wandtemperatur beträgt im ausgebildeten Profil ca.  $388\text{ K}$ . Bei einer Sättigungstemperatur von  $380\text{ K}$  an der Phasengrenzfläche ist die kritische Wandüberhitzung von ca.  $8\text{ K}$ , ab der bei den experimentellen Untersuchungen Blasen-

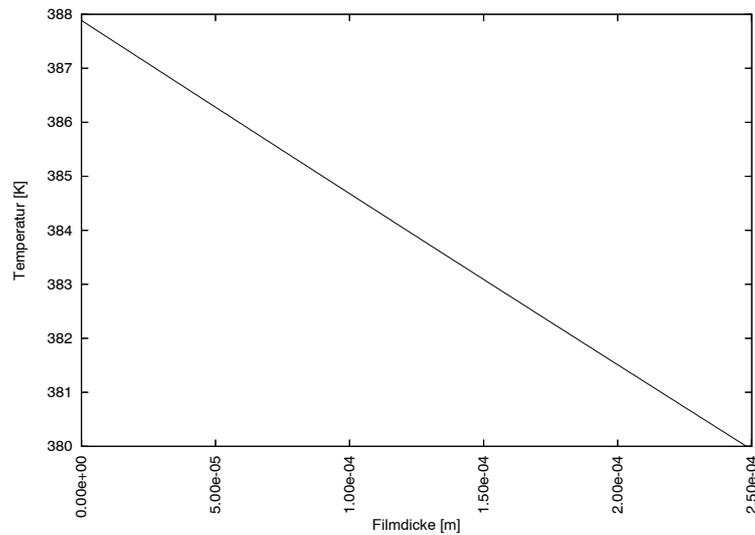


Bild 4.11: Profil der Temperatur in einem glatten, laminaren Film nach einer Lauflänge von 0,1 m

sieden bei diesem Gemisch auftritt, nicht überschritten.

Das Konzentrationsfeld wird ebenfalls sowohl mit einer dreidimensionalen Darstellung als auch mit einem Konzentrationsprofil nach einer Lauflänge von 0,1 m in den Bildern 4.12 und 4.13 dargestellt. Dabei wird nur das Konzentrationsfeld in der Flüssigkeit dargestellt, da in der Dampfphase die Konzentration des Leichtsieders an jeder Stelle gleich 1 ist. Daher würde die zusätzliche Darstellung der Konzentration in der Dampfphase, die keine weiteren Erkenntnisse bringt, nur die Darstellung der interessanten Ergebnisse erschweren.

Mit Bild 4.12 liegt eine dreidimensionale Darstellung des Konzentrationsfeldes in der Flüssigkeit vor. Dabei ist die Konzentration des Leichtsieders in  $\left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}}\right]$  über die Filmdicke und Lauflänge, jeweils in  $[m]$ , aufgetragen. Die Wand befindet sich hinten im Bild, der Einlauf liegt im hinteren linken Bereich des Bildes und die Flüssigkeit strömt nach rechts. Die Phasengrenzfläche befindet sich im vorderen Bereich des Feldes.

Man kann die Abnahme der Konzentration zur Phasengrenzfläche hin, wo die Oberflächenverdampfung auftritt, erkennen. Bei dem hier berechneten Fall ist die Konzentration am Einlauf konstant mit  $\xi^A = 0,5$  vorgegeben, am Auslauf ist sie an der Phasengrenzfläche  $\xi^A = 0,423$ .

Im Konzentrationsprofil, Bild 4.13, ist die Konzentration über die Filmdicke  $\delta$  in  $[m]$  aufgetragen. An der Wand (linker Rand) liegt ein Gradient von Null vor, da kein Stofftransport in die Wand stattfindet. An der Phasengrenzfläche verdampft der Leichtsieder, so dass die Konzentration des Leichtsieders in der Flüssigkeit abnimmt. Der Konzentrationsgra-

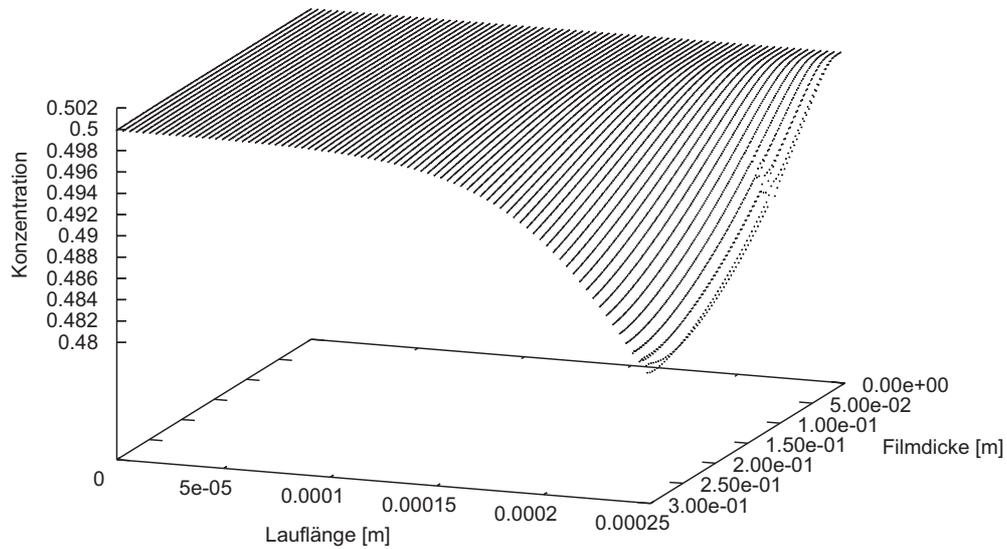


Bild 4.12: Dreidimensionale Darstellung der Konzentration in einem glatten, laminaren Film

dient ist in der Flüssigkeit an der freien Oberfläche am größten, da dort die Verdampfung stattfindet.

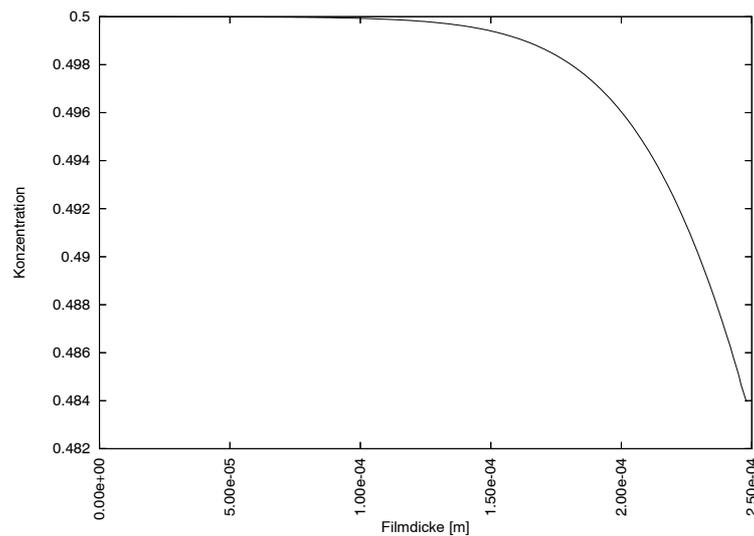


Bild 4.13: Profil der Konzentration in einem glatten, laminaren Film nach eine Lauflänge von 0,1 m

In der Dampfphase ist die Konzentration, wie schon zuvor gesagt, an jeder Stelle gleich 1, weil davon ausgegangen wird, dass nur der Leichtsieder verdampft und somit nur Leichtsieder in der Dampfphase vorhanden ist. Der Gradient an allen anderen Rändern ist Null.

### 4.3 Quasistationäre Welle mit angrenzender Dampfphase

Bei dem im Folgenden berechneten stationären Fall wird eine Welle untersucht, deren Form sich nicht aufgrund der Strömung ändert, sondern deren Form fest vorgegeben ist. Es liegt somit eine Untersuchung vor, bei der quasi nur zu einem Zeitpunkt die Impuls-, Massen- und Energiebilanz gelöst werden.

In Bild 4.14 ist zum besseren Verständnis die Form der vorgegebenen Welle dargestellt. Dabei wird auch die Bezeichnung der Wellenbereiche veranschaulicht.

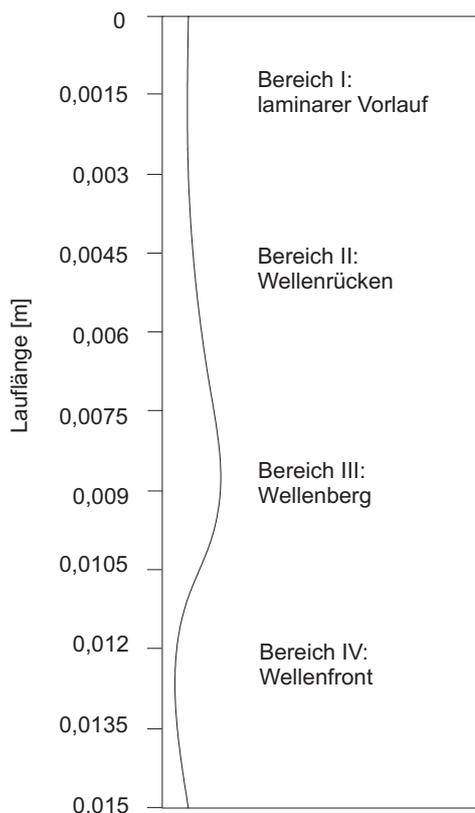


Bild 4.14: Vorgegebene Form der quasistationären Welle

In den Bildern 4.15 bis 4.19 wird die Geschwindigkeit dargestellt. Dabei werden die Axial- und Radialgeschwindigkeiten einzeln dargestellt. In den Bildern, in denen die Geschwindigkeit dreidimensional dargestellt wird, befindet sich die feste, glatte, beheizte Wand vorn, die Flüssigkeit strömt direkt an der Wand von links nach rechts. Hinter der Flüssigkeit befindet sich die Dampfphase, die mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Flüssigkeit an der freien Oberfläche strömt. Ganz hinten im Bild befindet sich die Symmetrieachse.

Da die Massenerhaltung bei einer stationären Berechnung aufgrund der Massenbilanz in jedem axialen Querschnitt erfüllt sein muss, sich der Querschnitt der durchströmten Fläche jedoch ändert, nimmt die Geschwindigkeit an der Phasengrenzfläche mit zunehmender Flüssigkeitsbreite ab. Entsprechend nimmt die Geschwindigkeit in der Dampfphase mit abnehmendem Durchmesser der Dampfphase zu, da auch hier die Massenerhaltung gilt.

In Bild 4.15 ist nur der Anteil der Axialgeschwindigkeit in einer dreidimensionalen Dar-

stellung wiedergegeben. Dabei ist die Geschwindigkeit in  $[\frac{m}{s}]$  über die Filmdicke und die Lauflänge, jeweils in  $[m]$ , aufgetragen. An der Wand (vorn) liegt Wandhaftbedingung vor.

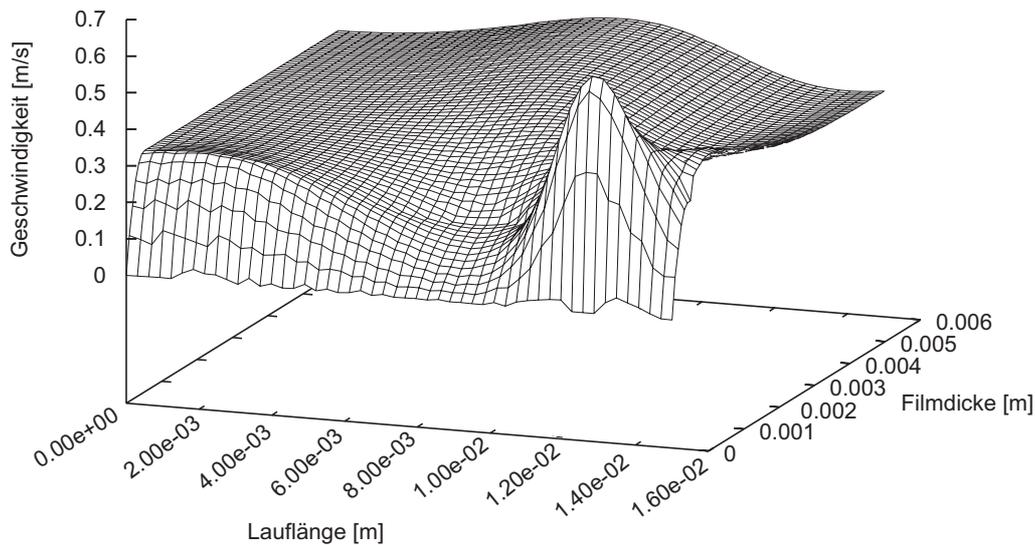


Bild 4.15: Dreidimensionale Darstellung der Axialgeschwindigkeit in einer quasistationären Welle

Die Flüssigkeit strömt im vorderen Bereich des Bildes von links nach rechts. Am Einlauf (linker, hinterer Rand) kann man erkennen, dass sich das Nußeltsche Geschwindigkeitsprofil innerhalb der Flüssigkeitsphase ausgebildet hat. In der Dampfphase wird die Geschwindigkeit konstant vorgegeben, da keine zusätzliche Beschleunigung der Dampfphase vorliegt.

An der Stelle an der die Flüssigkeitsfilmdicke am größten ist, ist die Axialgeschwindigkeit der Flüssigkeit an der freien Oberfläche am geringsten. Das liegt, wie zuvor beschrieben, daran, dass die Massenbilanz bei einer stationären Berechnung in jedem Punkt erfüllt sein muss. Wenn der durchströmte Durchmesser größer wird, muss die Geschwindigkeit an der freien Oberfläche proportional abnehmen. Entsprechend nimmt innerhalb der Dampfphase die Geschwindigkeit in diesem Bereich zu, da der durchströmte Durchmesser für den Dampf geringer geworden ist. Zusätzlich tritt noch ein zweiter Effekt auf: Da kein Schlupf an der Phasengrenzfläche vorliegt, ist die Geschwindigkeit in beiden Phasen an der Phasengrenzfläche gleich groß. Daher nimmt auch die Geschwindigkeit an der Phasengrenz-

fläche in der Dampfphase ab, wodurch die Axialgeschwindigkeit der Dampfphase an der Symmetrieachse zunimmt.

Das in Bild 4.16 wiedergegebene Profil der Axialgeschwindigkeit entlang der Phasengrenzfläche soll noch einmal die Abnahme der Geschwindigkeit mit zunehmender Filmdicke verdeutlichen. Der umgekehrte Effekt tritt auf, wenn die Filmdicke der Flüssigkeit wieder abnimmt. Im unteren Bereich des Filmes tritt eine maximale Geschwindigkeit an der Phasengrenzfläche auf.

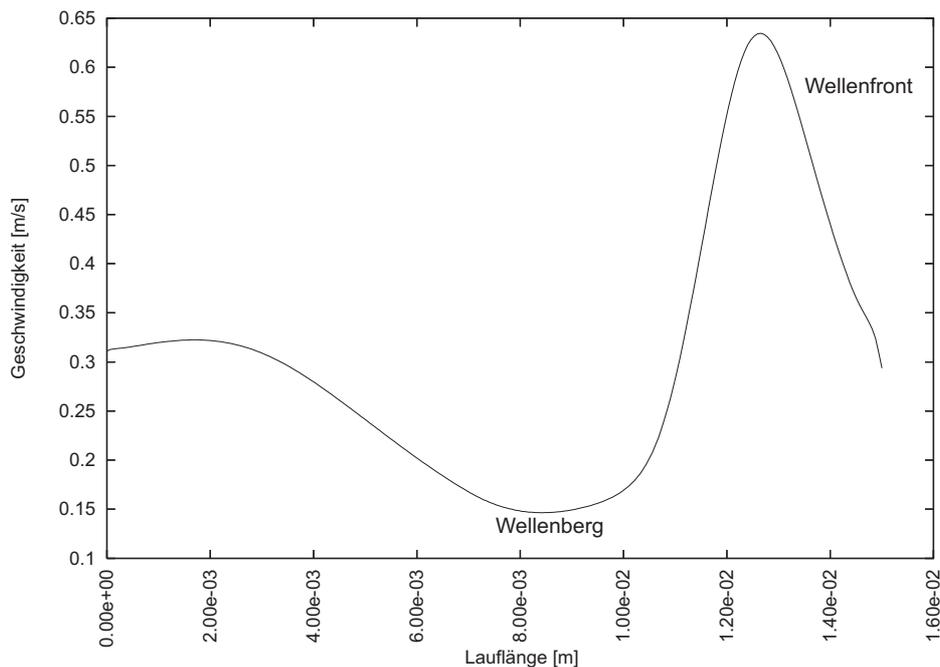


Bild 4.16: Profil der Axialgeschwindigkeit einer quasistationären Welle an der Phasengrenzfläche

Entsprechend der Darstellung der Axialgeschwindigkeit 4.15 ist in Bild 4.17 die Radialgeschwindigkeit wiedergegeben. Es ist ebenfalls die Geschwindigkeit in  $[\frac{m}{s}]$  über die Filmdicke und die Lauflänge, jeweils in  $[m]$ , aufgetragen. Im laminaren Einlaufgebiet (linker Rand) ist die Radialgeschwindigkeit in der Flüssigkeit und in der Dampfphase Null. Ebenso ist die Radialgeschwindigkeit an der Wand aufgrund der Wandhaftbedingungen Null. Im Bereich der Welle liegt zunächst eine Radialgeschwindigkeit von der Wand weg vor, da die in der Flüssigkeit befindlichen Partikel in Richtung Phasengrenzfläche beschleunigt werden. Hinter dem Wellenberg werden die Partikel dagegen wieder zu der Wand hin beschleunigt und die Radialgeschwindigkeit ändert das Vorzeichen. Auf Höhe des Wellenberges ist die Radialgeschwindigkeit Null.

Die Beschleunigung in Radialrichtung wirkt sich auch auf die Dampfphase aus. So kann man wie in der Flüssigkeit auch Radialgeschwindigkeiten im Dampfraum zunächst von

der Wand weg und dann zur Wand hin feststellen. Da über die Symmetrieachse kein Massentransport erfolgen soll, ist die Radialgeschwindigkeit auch an der Symmetrieachse Null.

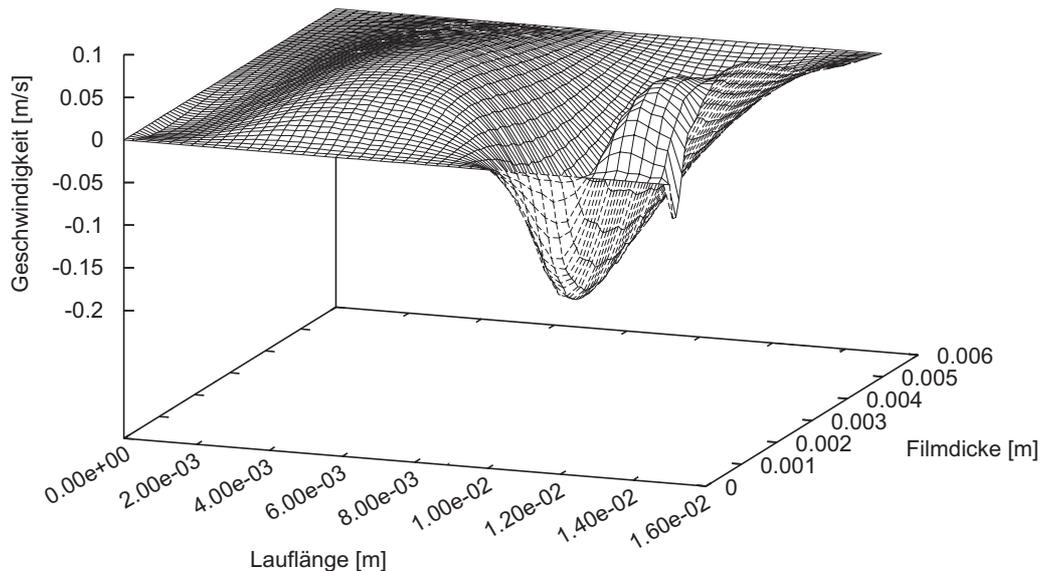


Bild 4.17: Dreidimensionale Darstellung der Radialgeschwindigkeit in einer quasistationären Welle

In Bild 4.18 ist dasselbe Radialgeschwindigkeitsfeld noch einmal aus einem anderen Blickwinkel dargestellt, um zu verdeutlichen, wie sich die Geschwindigkeit in Wellenfront und Wellenrücken verhält.

Diesen Zusammenhang kann man auch in Bild 4.19 erkennen, in dem das Profil der Radialgeschwindigkeit entlang der Phasengrenzfläche dargestellt ist. Es ist die Geschwindigkeit in  $\frac{m}{s}$  über die Lauflänge in  $m$  aufgetragen. In dem Bereich, in dem die Filmdicke zunimmt, nimmt die Radialgeschwindigkeit wie zuvor beschrieben zu. Am Wellenberg ist die Radialgeschwindigkeit Null und im Bereich, in dem die Filmdicke wieder abnimmt, findet eine Rückströmung zur Wand hin statt, so dass die Radialgeschwindigkeit das Vorzeichen wechselt.

In den Bildern 4.20 bis 4.23 werden die zu dieser Berechnung gehörenden Ergebnisse der Temperatur dargestellt, die von besonderem Interesse sind.

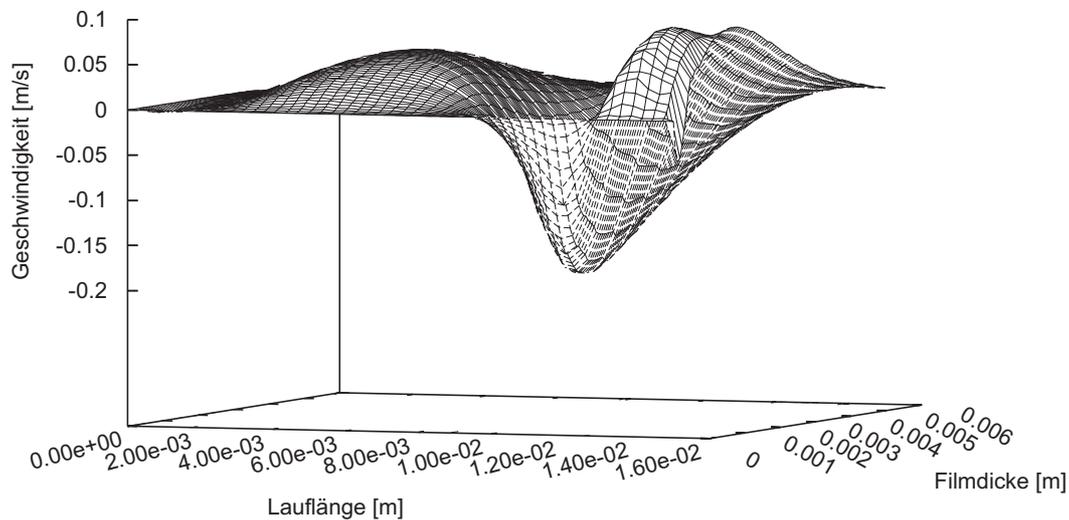


Bild 4.18: Dreidimensionale Darstellung der Radialgeschwindigkeit in einer quasistationären Welle

In Bild 4.20 ist das Temperaturfeld dreidimensional wiedergegeben. Um der besseren Darstellung willen, ist der Blickwinkel anders gewählt als bei den zugehörigen Geschwindigkeitsfeldern. Man schaut bei diesem Bild auf die beheizte Wand, diese befindet sich im hinteren, linken Bereich der Abbildung. Die Flüssigkeit strömt von hinten rechts nach vorn links, davor befindet sich die Dampfphase. In der gesamten Dampfphase liegt Sättigungstemperatur vor, da davon ausgegangen wird, dass kein überhitzter Dampf vorliegt. Am Einlauf wurde ein lineares Temperaturfeld vorgegeben, so dass sich das Profil nicht erst ausbilden muss und der Einlaufbereich entfällt. Die Temperatur an der Wand steigt mit größerer Filmdicke und nimmt mit abnehmender Filmdicke ab. Dieser Vorgang ist jedoch nicht proportional. Ein besonderes Augenmerk ist darauf zu richten, dass das Temperaturfeld im Bereich der Welle nicht linear ist. Auf diesen Zusammenhang wird auf den folgenden Seiten genauer eingegangen. An den im Bild 4.22 dargestellten Isothermen kann man sehen, dass diese nicht streng der Form der Welle folgen, sondern im Bereich der Wellenfront näher beieinander liegen. Dieser Effekt wird durch die Radialgeschwindigkeit hervorgerufen, die bei der Nußeltschen Wasserhauttheorie wegen der Laminarität Null gesetzt ist.

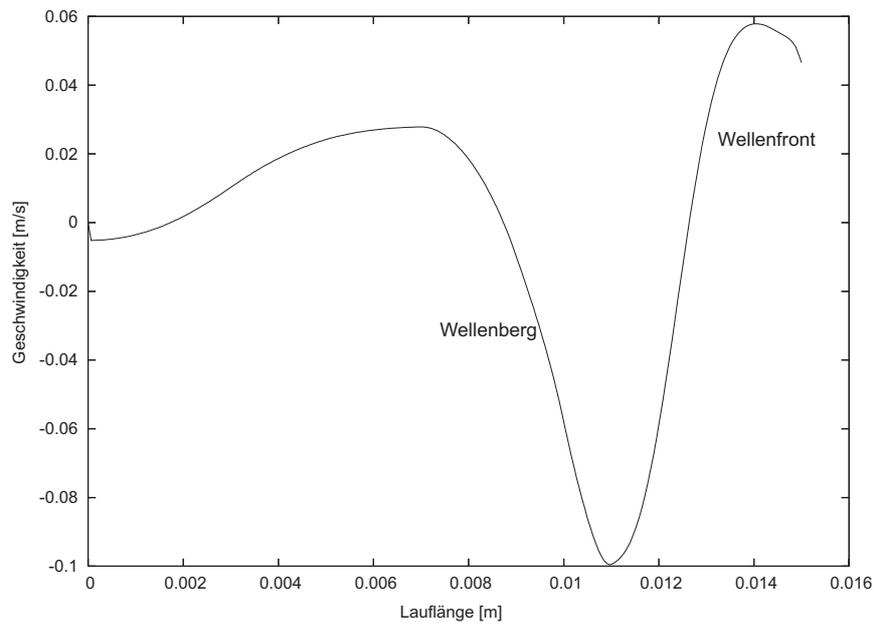


Bild 4.19: Profil der Radialgeschwindigkeit einer quasistationären Welle an der Phasengrenzfläche

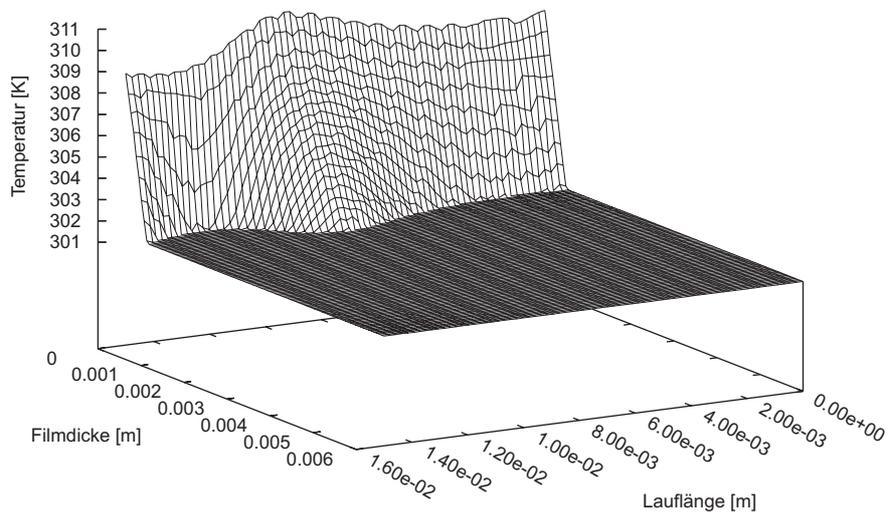


Bild 4.20: Dreidimensionale Darstellung des Temperaturfeldes in einer quasistationären Welle

Das Temperaturprofil an der Wand ist in Bild 4.21 wiedergegeben. Es ist die Temperatur in  $[K]$  über die Lauflänge des Filmes in  $[m]$  aufgetragen. In dieser Abbildung kann man erkennen, dass mit zunehmender Filmdicke die Temperatur an der Wand langsam zunimmt. Bei abnehmender Filmdicke nimmt die Temperatur dahingegen schneller wieder ab. Das liegt daran, dass sich im Bereich der Wellenfront ein großer Gradient ergibt (in diesem Bereich liegen die Isothermen näher beieinander), durch den die Verdampfung lokal kurzfristig stark ansteigt. Dadurch wird dem System an der Phasengrenzfläche mehr latente Wärme entzogen und die Wandtemperatur sinkt schnell ab. Die maximale Wandüberhitzung liegt bei ca.  $9\text{ K}$ , was bei diesem Gemisch in den Experimenten zu keinem Blasensieden geführt hat.

Im Bereich des laminaren Einlaufs sinkt die Wandtemperatur zunächst ein wenig ab. Das liegt daran, dass das aufgeprägte Temperaturprofil am Einlauf nur eine Näherung an die Lösung war und sich eine andere Wandtemperatur bei dieser vorgegebenen Geschwindigkeit und Wärmestromdichte errechnet.

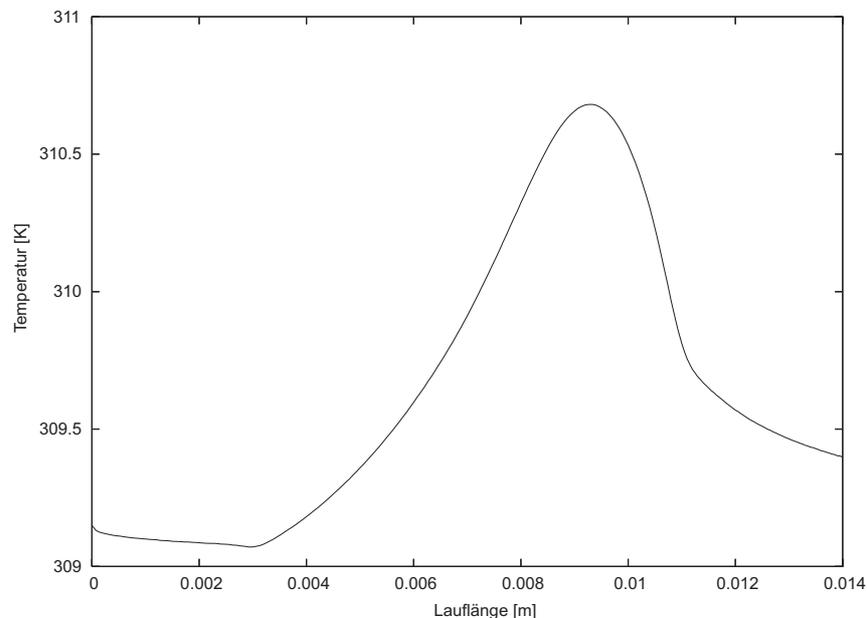


Bild 4.21: Profil der Temperatur an der Wand bei einer quasistationären Welle

Im Folgenden soll noch einmal näher auf die Nichtlinearität des Temperaturfeldes eingegangen werden, da diese besonders wichtig für den lokalen Wärmeübergang ist. Dafür werden zunächst die Isothermen in Bild 4.22 dargestellt. Zusätzlich sind in diesem Bild auch Schnitte (bezeichnet mit Schnitt a bis Schnitt e) zu sehen, in deren Höhe die Temperaturprofile in Bild 4.23 dargestellt werden. Diese Profile sind noch einmal im Anhang C in den Bildern C.1 bis C.7 größer dargestellt.

Die Bezeichnung der Welle, in denen die Schnitt a) bis e) vorgenommen werden, werden im Folgenden bezeichnet mit:

- a) Wellenrücken,
- b) Wellenberg,
- c) Wellenfront
- d) Bereich des Basisfilms hinter der Welle und
- e) Auslauf / Übergang zur nächsten Welle.

In f) sind alle Profile zum besseren Vergleich in einem Bild zusammengefaßt. In diesem Bild lässt sich gut erkennen, dass die Filmdicke variiert: Die Temperatur in der Dampfphase ist immer gleich der Sättigungstemperatur. Die Phasengrenzfläche befindet sich daher dort, wo die Temperatur anfängt zu steigen.

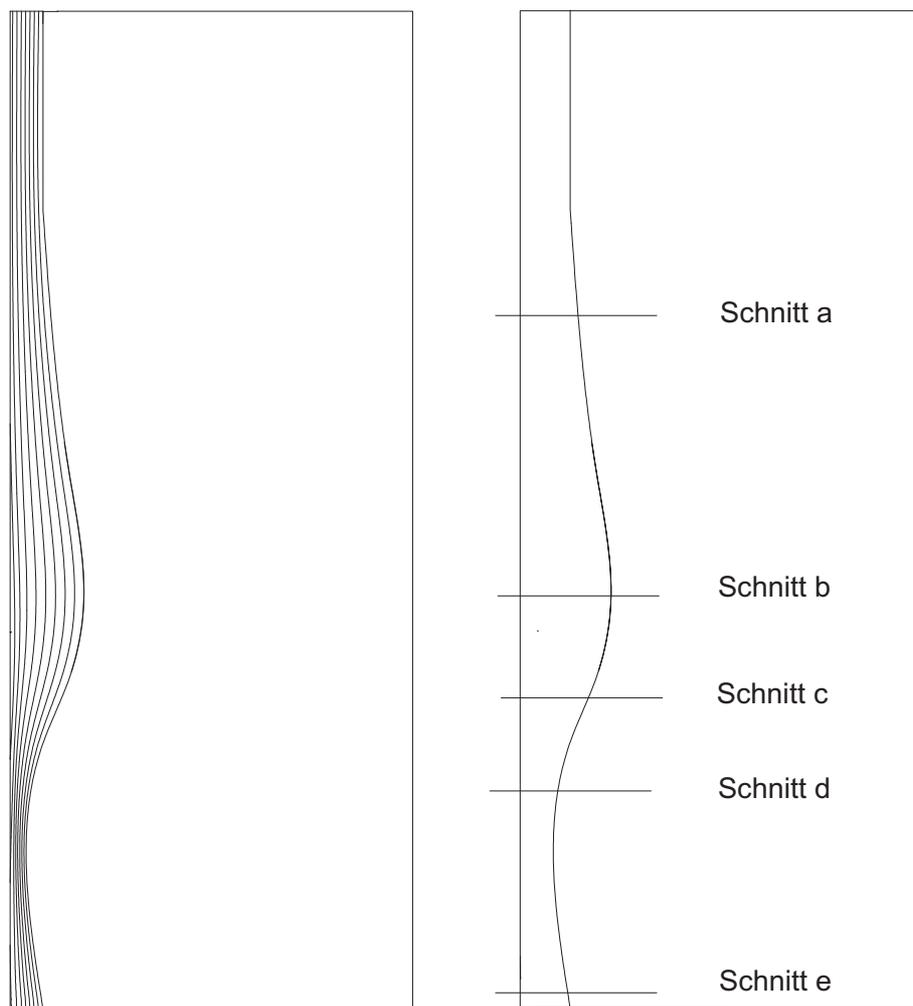


Bild 4.22: Isothermen in einer quasistationären Welle, Höhe der Schnitte für Bild 4.23

Im Wellenrücken (Bereich im Vorlauf der Welle), Bild 4.23, Abb. a, ist das Temperaturprofil noch fast vollständig linear, wie es aus der Nußeltschen Wasserhauttheorie bekannt ist. In den Bereichen (b) bis (e) ist jedoch kein lineares Profil mehr vorhanden,

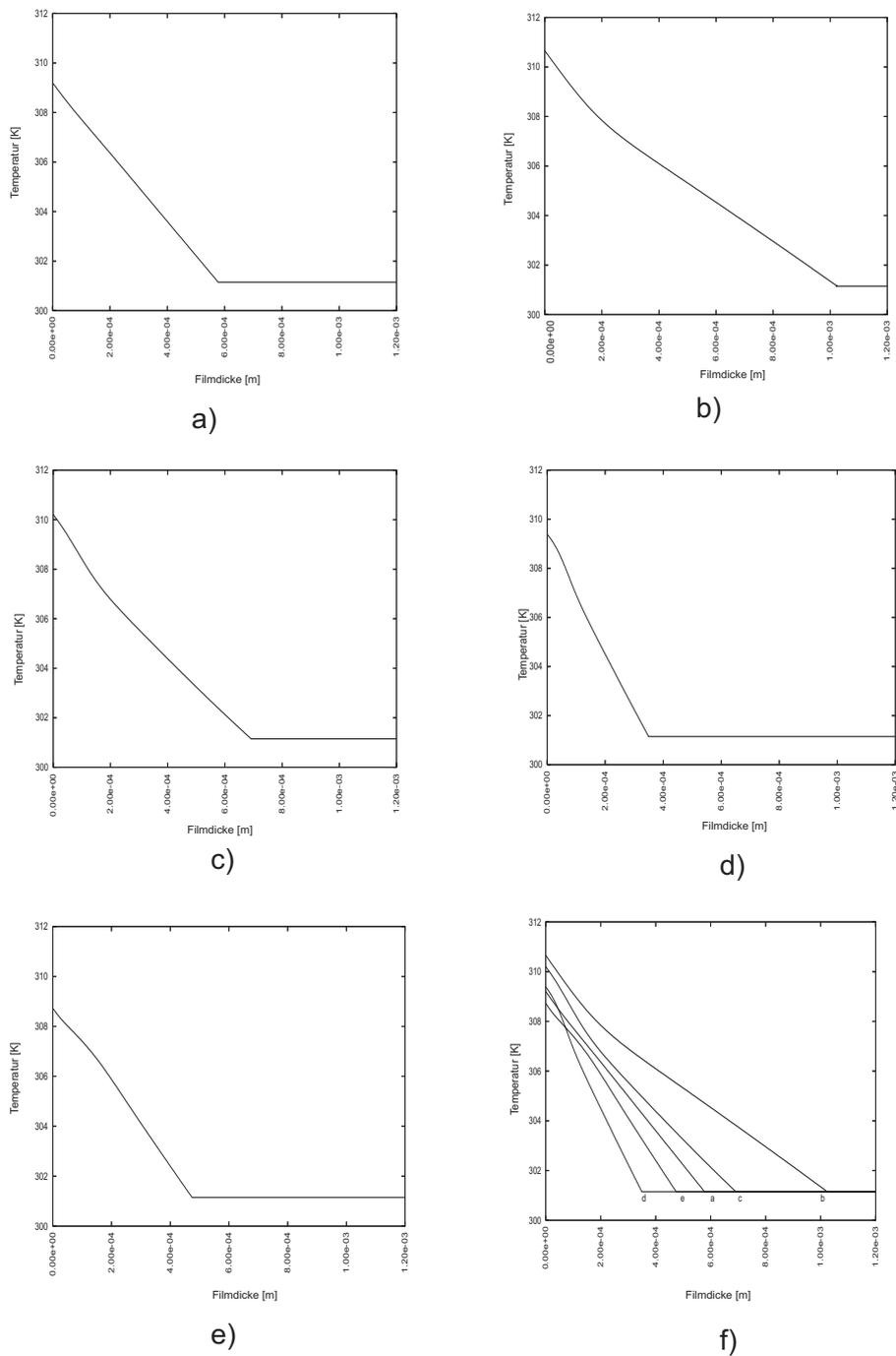


Bild 4.23: Temperaturprofile in verschiedenen Höhen der quasistationären Welle

da die Querströmung das Temperaturfeld beeinflusst. Dadurch ändert sich zum Einen die Wandüberhitzung, zum Anderen aber auch der Gradient an der Phasengrenzfläche. Dieser Gradient an der Phasengrenzfläche ist die treibende Kraft für den Wärme- und Stofftransport und somit ein Maß für die Verdampfung und ausschlaggebend für den lokalen

Wärme- und Stofftransport.

Auf Höhe des Wellenberges (Schnitt b), der Flüssigkeitsfilm ist deutlich dicker als im Wellenrücken, liegt an der Wand ein Anstieg der Temperatur vor. An der Phasengrenzfläche wird der Temperaturgradient kleiner, was zur Folge hat, dass die Verdampfung lokal geringer wird.

Kurz hinter dem Wellenberg in Strömungsrichtung  $x$  (Schnitt c) ist die Wandtemperatur gegenüber der am Wellenberg kaum verändert. Durch die Verjüngung des Flüssigkeitsfilms jedoch ist der Temperaturgradient, vor allem auch an der Phasengrenzfläche, wieder gestiegen. Daher ist der lokale Wärme- und Stofftransport an dieser Stelle (Schnitt c) größer als am Wellenberg (Schnitt b).

Im Bereich der Wellenfront (Schnitt d) ist der Flüssigkeitsfilm am dünnsten. Obwohl eine kleinere Wandtemperatur als im Schnitt c vorliegt, ist hier der Temperaturgradient an der Phasengrenzfläche größer, so dass auch der lokale Wärme- und Stofftransport hier am größten ist.

Am Auslauf der Welle (Schnitt e) liegt trotz größerer Filmdicke noch immer ein verhältnismäßig großer Temperaturgradient an der Phasengrenzfläche vor.

Anschließend wurde die Komponentenbilanz auf Grundlage der Ergebnisse für die Flüssigkeit gelöst. Die Konzentration des Leichtsieders in der Flüssigkeit betrug dabei  $\xi^A = 0,6$ . Aufgrund der Kürze des Films ist die Verdampfungsrage gering und die Konzentration sinkt an der Phasengrenzfläche lediglich um  $0,001 \text{ kg Wasser je kg Gemisch}$ . Aufgrund der geringen Änderungen kann man den Darstellungen der Konzentration wenig zusätzliche Informationen entnehmen. Daher wurde auf eine grafische Darstellung verzichtet.

## 4.4 Welle aufgrund einer Pulsation der Geschwindigkeit am Einlauf mit angrenzender Dampfphase

Das Gitter ist gleich dem in Kapitel 4.2, also ein glattes Gitter, das eine Flüssigkeit und Dampfphase umfaßt. Am Einlauf des Berechnungsfeldes wird eine instationäre Schwankung für die Geschwindigkeit aufgeprägt, wie im Kapitel 3.3.3 beschrieben. Aufgrund dessen wird auch die Massenstromdichte von Zeitschritt zu Zeitschritt variiert, wodurch ein Pulsieren der Massenstromdichte simuliert wird. Zu jedem Zeitpunkt werden aus den zeitlich veränderten Bedingungen die Lage des Berechnungsgitters neu ermittelt. Aus dieser Schwankung entstehen Wellen, die wie in der Realität am Wellenberg die größte Geschwindigkeit haben.

In Bild 4.24 ist das Ergebnis der Axialgeschwindigkeit dargestellt, wobei die Geschwindigkeit in  $[m/s]$  über den Wandabstand und die Lauflänge, jeweils in  $[m]$ , aufgetragen wird. Die Wand befindet sich vorne im Bild und die Fluide strömen von hinten links (Einlauf) nach vorne rechts (Auslauf).

Aus dem anfangs rechteckigen Berechnungsgitter (entsprechend Kapitel 4.2) haben sich in diesem Berechnungsfall zwei Wellen ausgebildet.

Da die Berechnung mit dem kommerziellen Softwarepaket Sepran im nächsten Rechenschritt leider divergierte, können im Rahmen dieser Arbeit keine weiteren Ergebnisse für Berechnungen mit bewegten Gittern dargestellt werden.

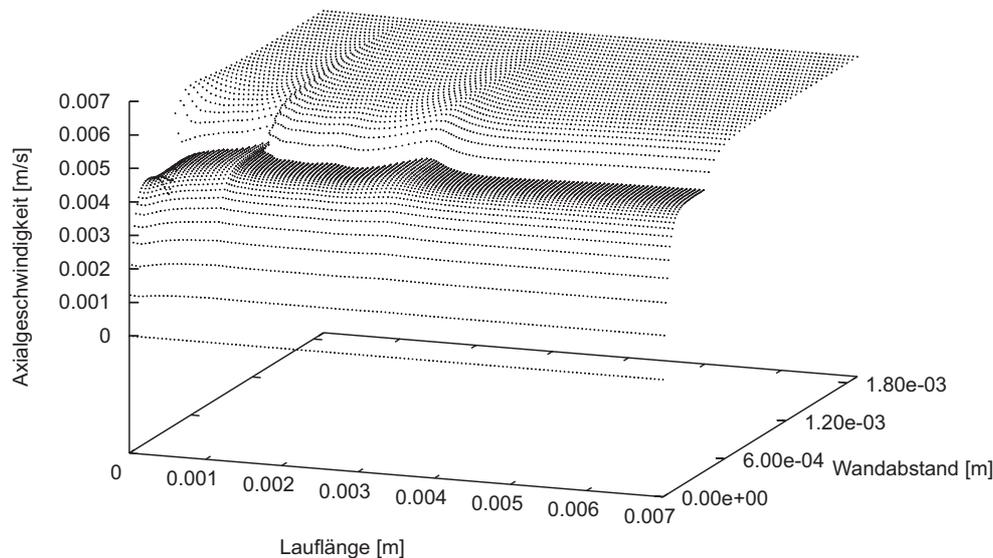


Bild 4.24: Vektorfeld der Geschwindigkeit einer instationären Welle mit am Einlauf pulsierendem Massenstrom

## 4.5 Vergleich der berechneten mit den experimentellen Daten

Für eine quasistationäre Welle (siehe Kapitel 4.3) wurden in Zusammenarbeit mit M. Lozano Aviles [41] die vorliegenden numerischen Ergebnisse mit den experimentellen Untersuchungen von A. H. Maun [42] verglichen.

Es wird eine Rechnung auf Basis von Kapitel 4.3 durchgeführt. Der örtliche Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_x$  wird anschließend aus den simulierten Werten berechnet. Dazu wird die Gleichung

$$\alpha_x = \frac{\dot{q}}{(T_{W,x} - T_{Sat})} \quad (4.1)$$

herangezogen, in die die berechnete, lokale Wandtemperatur  $T_{W,x}$ , sowie die vorgegebene Sättigungstemperatur  $T_{Sat}$  und vorgegebene Wärmestromdichte  $\dot{q}$  an der Wand eingehen.

Dabei wird bei dieser Gleichung davon ausgegangen, dass das Temperaturfeld zwischen Wand und Phasengrenzfläche linear ist. Wie in Kapitel 4.2 gezeigt, ist diese Annahme jedoch nur bedingt gerechtfertigt.

In Bild 4.25 ist der Wärmeübergangskoeffizient entlang der Welle für einen Massenanteil von Ethylenglykol von  $\xi^A = 0,6$  und einer Re-Zahl von 50 wiedergegeben.

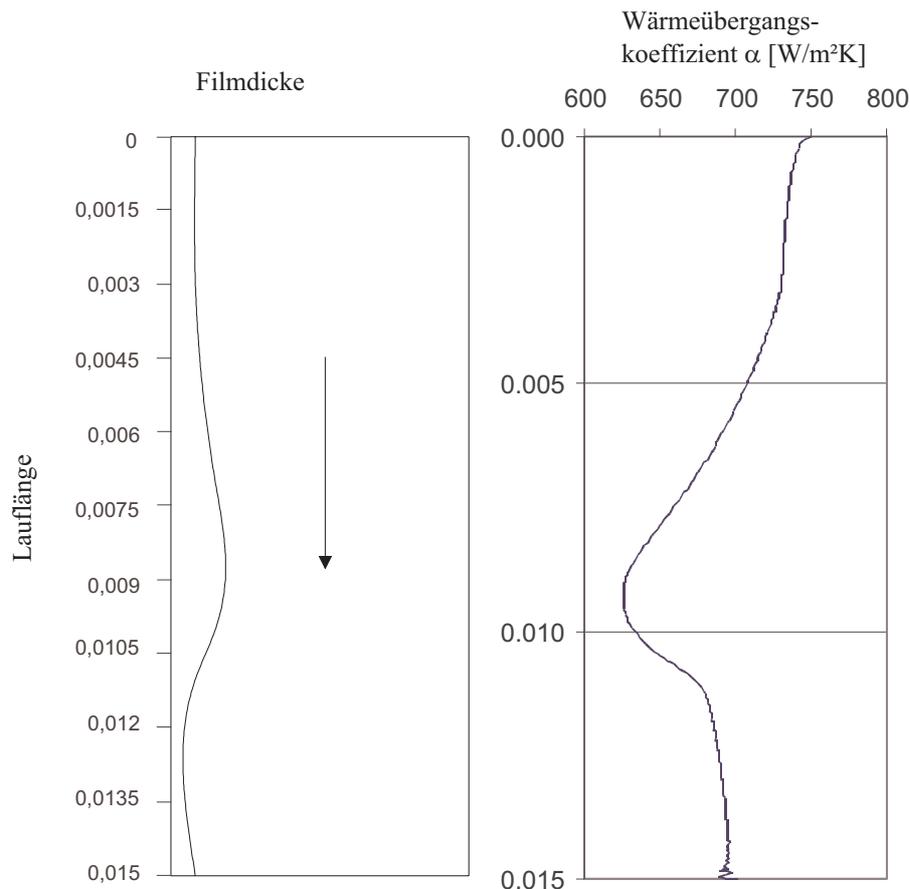


Bild 4.25: Örtlicher Wärmeübergangskoeffizient entlang einer Welle ( $\xi^A = 0,6$ ,  $Re = 50$ )

Die am Einlauf (oberer Bereich) zu erkennende Abnahme des Wärmeübergangs ergibt sich aus der Tatsache, dass der an der beheizten Wand aufgeprägte Temperaturgradient und das am Einlauf vorgegebene Temperaturprofil nicht genau zueinander passen. Die Vorgabe des Temperaturprofils ist nur eine Schätzung und das zu der Wandüberhitzung passende Profil muss sich zunächst ausbilden. Sobald dies geschehen ist, sinkt der Wärmeübergangskoeffizient mit zunehmender Filmdicke und nimmt mit sinkender Filmdicke hinter dem Wellenberg wieder zu.

Da die lokalen Wärmeübergangskoeffizienten messtechnisch nicht vorliegen, werden die mittleren Wärmeübergangskoeffizienten gebildet und für verschiedene Re-Zahlen und zwei verschiedene Mischungen von Ethylenglykol und Wasser verglichen. In den Bildern 4.26 bis 4.29 werden die Ergebnisse aus Sepran mit Rechtecken und die Ergebnisse der Messungen mit Rauten wiedergegeben.

In Bild 4.26 sind die Wärmeübergangskoeffizienten für einen Massenanteil von  $\xi^A = 0,6$  dargestellt. Der mit zunehmender Re-Zahl sinkende Wärmeübergangskoeffizient ist bei beiden Untersuchungen zu erkennen.

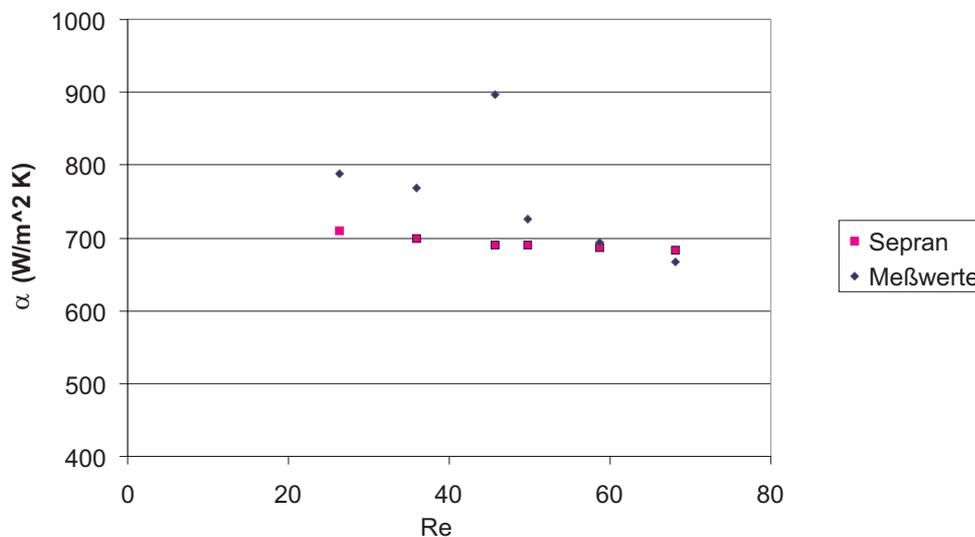
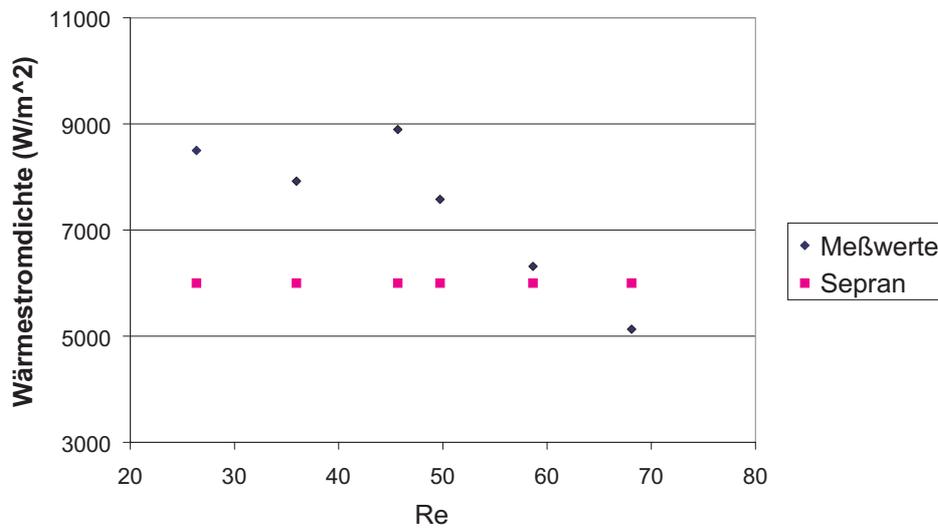


Bild 4.26: Vergleich der Wärmeübergangskoeffizienten bei  $\xi^A = 0,6$

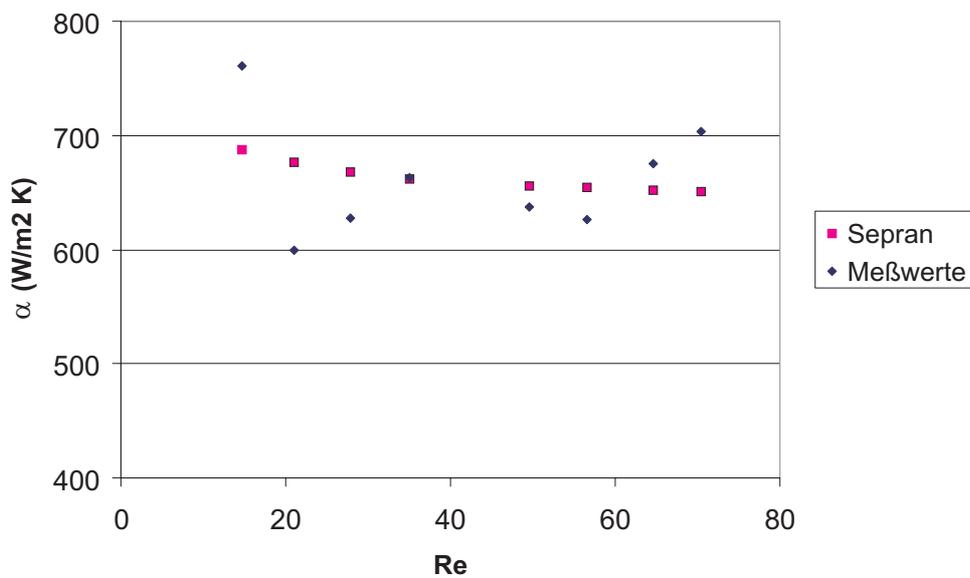
In Bild 4.27 sind die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  für die Versuche und die Berechnungen dargestellt. Dieses Bild soll den Einfluss der Wärmestromdichte auf den Wärmeübergangskoeffizienten zeigen, der in die Ergebnisse der Experimente einfließt und der bei den Berechnungen konstant gehalten wurde.

Trotz der Abhängigkeit experimentell gewonnener Wärmeübergangskoeffizienten von der Wärmestromdichte, ist die sinkende Tendenz des Wärmeübergangskoeffizienten mit steigender Re-Zahl sowohl bei der Simulation als auch bei den experimentellen Ergebnissen klar zu erkennen. Dieser Zusammenhang beweist die Laminarität, die in beiden Fällen vorliegt. Denn mit steigender Re-Zahl wird der Flüssigkeitsfilm immer dicker, womit der Wärmeübergangskoeffizient immer kleiner wird.

Für einen Massenanteil von Ethylenglykol von  $\xi^A = 0,8$  wurden dieselben Untersuchungen wie zuvor für  $\xi^A = 0,6$  durchgeführt. In diesem Fall ist in Bild 4.28 für die experimentellen Ergebnisse keine so eindeutige Tendenz zu erkennen, wie bei den Untersuchungen für  $\xi^A = 0,6$ .

Bild 4.27: Vergleich der Wärmestromdichte bei  $\xi^A = 0,6$ 

In Bild 4.29 sind die berechneten und gemessenen Wärmestromdichten  $\dot{q}$  für  $\xi^A = 0,8$  bei verschiedenen Re-Zahlen aufgetragen. Im Vergleich der Bilder 4.28 und 4.29 ist derselbe Zusammenhang wie beim Vergleich der Bilder 4.26 und 4.27 zu erkennen.

Bild 4.28: Vergleich der Wärmeübergangskoeffizienten bei  $\xi^A = 0,8$

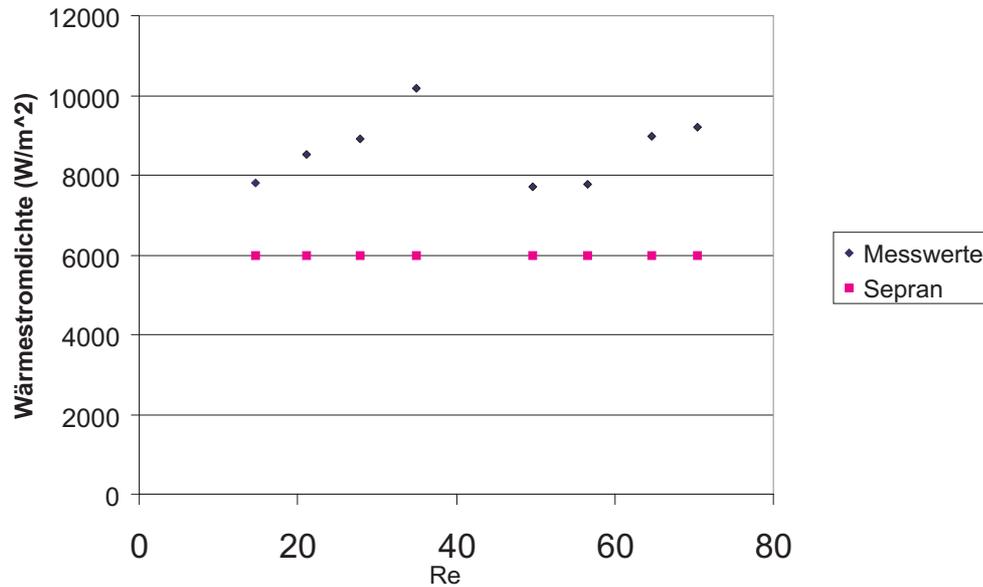


Bild 4.29: Vergleich der Wärmestromdichte bei  $\xi^A = 0,8$

Ein weiterer interessanter Vergleich ergibt sich aus den simulierten Ergebnissen untereinander. Dafür wird der Wärmeübergangskoeffizient über die Re-Zahl für die beiden Massenanteile aufgetragen, siehe Bild 4.30. In beiden Fällen wurde für die Berechnungen eine Wärmestromdichte von  $6000 \text{ [W/m}^2\text{]}$  vorgegeben, um die Ergebnisse besser untereinander vergleichen zu können.

Bei den Experimenten hat sich für einen Massenanteil von  $\xi^A = 0,8$  im Mittel eine größere Wärmestromdichte eingestellt, als in den numerischen Untersuchungen vorgegeben wurde. Daher ist die Übereinstimmung der numerischen und experimentellen Ergebnisse für einen Massenanteil von  $\xi^A = 0,6$  besser, als die für einen Massenanteil von  $\xi^A = 0,8$ .

In Bild 4.30 kann man eine Verschlechterung des Wärmeübergangs mit steigender Re-Zahl und steigendem Massenanteil von Ethylenglykol erkennen, was an der zunehmenden Filmstärke und den veränderten Stoffwerten liegt.

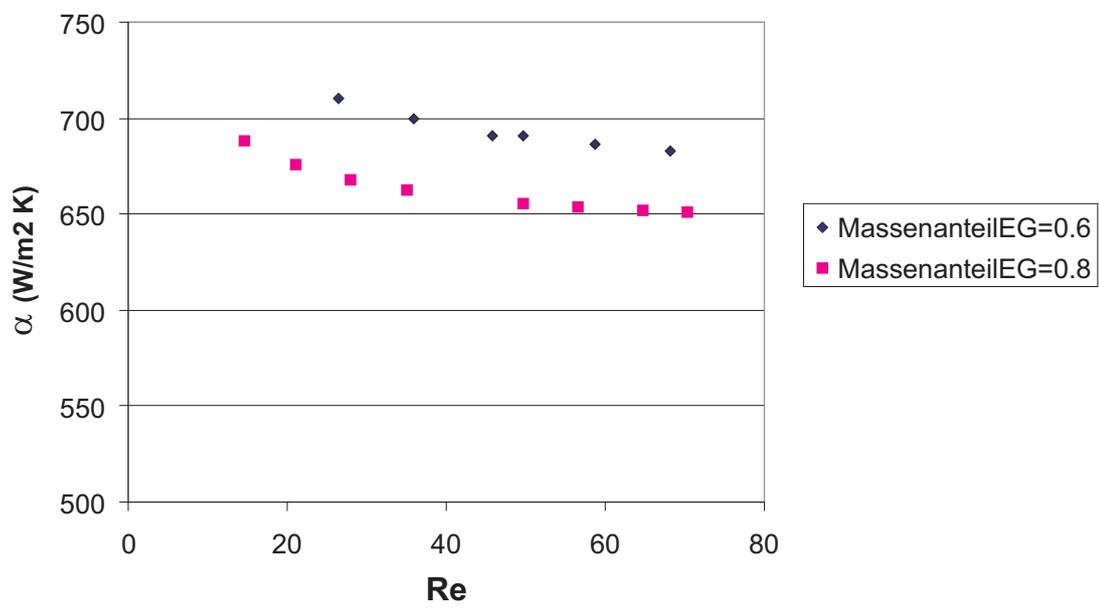


Bild 4.30: Vergleich der berechneten Ergebnisse



---

# Kapitel 5

## Diskussion

Die Verdampfung dünner Flüssigkeitsfilme verbessert sich in dem Bereich des Filmes, in dem regelmäßige Wellen auftreten.

Ein Grund für die Verbesserung des Wärmeübergangs ist damit zu begründen, dass im Bereich zwischen den Wellen ein sehr dünner Basisfilm vorliegt, in dem der Wärmeübergang verhältnismäßig sehr gut ist. Durch die Bereiche des Filmes in denen eine große Filmdicke (Wellenberg) vorliegt, ergibt sich an der Wand eine hohe Wandtemperatur. In den Bereichen des dünnen Basisfilms, sinkt diese Wandtemperatur zwar ab, bleibt aber, im Vergleich mit einem gleichbleibend dünnem Film bei gleicher Wärmestromdichte, auf einem hohem Niveau. Dadurch ist der mittlere Wärmeübergang an einer Welle besser, als an einem Film konstanter Dicke und gleicher Re-Zahl.

Die in Kapitel 4 vorgestellten Berechnungen zeigen, dass dies vor allem an dem nicht linearen Temperaturfeld innerhalb der Welle, welches sich überwiegend aus der Querströmung ergibt, liegt.

In Kapitel 4.1 ist der einfachste Fall einer Berechnung wiedergegeben, der nur zur Verifizierung des Berechnungsmodells herangezogen wird. Der Film ist mit einem Meter Länge so lang, dass in der Praxis keine glatte, laminare Strömung bis zum Auslauf vorliegen würde. Man kann diese Berechnungsergebnisse also nur zum Vergleich mit entsprechenden anderen theoretischen Modellen heranziehen. Die Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen sind aufgrund der den Wärme- und Stoffübergang begünstigenden Wellen besser.

Die Geschwindigkeit und Temperatur entsprechen qualitativ und quantitativ den Ergebnissen der Nußeltschen Wasserhauttheorie. Somit ist das in dieser Arbeit verwendete Modell zumindest für den einfachsten Fall theoretisch belegt.

Das um die Gasphase erweiterte Modell aus Kapitel 4.2 wurde untersucht, um sicher zu stellen, dass auch in diesem Fall realistische Werte erhalten werden. Aus dem ersten Berechnungsfall ist hervorgegangen, dass sich die Werte nach einem kurzen Einlaufgebiet kaum noch ändern, so dass sich für diese Untersuchung keine Notwendigkeit für ein langes Berechnungsfeld ergibt.

Die Werte für die Temperatur und Konzentration unterscheiden sich von der vorangegangenen Berechnung, da der an der Wand aufgeprägte Wärmestrom hier größer ist und durch die geringere Lauflänge weniger Wasser verdampft.

Das in Kapitel 4.3 dargestellte nicht lineare Temperaturfeld zeigt, dass nicht nur die Temperatur an der Wand im Bereich des Wellenberges ansteigt, es lässt vielmehr auch den sich verändernden Gradienten erkennen. Im Bereich der Wellenfront (Bild 4.23, Schnitt d)) ist der Temperaturgradient an der Phasengrenzfläche am größten. Daher ist der Wärme- und somit auch der Stofftransport in diesem Bereich am besten.

Die in Kapitel 4.4 dargestellten Ergebnisse sind aufgrund von Konvergenzproblemen mit dem Programm Sepran leider nicht ausführlich genug, um daraus Vergleiche mit experimentellen Daten vorzunehmen. Allerdings lassen die dargestellten Bilder vermuten, dass die aus diesen Berechnungen gewonnenen Daten für das Verständnis der Vorgänge in einem welligen Fallfilm sehr aufschlussreich sein werden.

Bei dem Vergleich der experimentellen Daten mit den Berechnungen (Kapitel 4.5) zeigt sich eine gute Übereinstimmung, so dass das Berechnungsmodell mit experimentellen Daten validiert ist.

In Bild 4.30 ist die Verschlechterung des Wärmeübergangs mit einem zunehmenden Massenanteil von Ethylenglykol zu erkennen. Dies ist vor allem auf die veränderten Stoffwerte zurückzuführen, wobei die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  dabei den größten Einfluss hat. Des Weiteren verschlechtert sich der Wärmeübergang mit zunehmender Re-Zahl, denn der Flüssigkeitsfilm wird mit zunehmender Re-Zahl dicker. Der Temperaturgradient sinkt mit konstanter Sättigungs- und Wandtemperatur und zunehmender Filmdicke.

---

# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

Ein dünner Flüssigkeitsfilm, der über eine glatte, senkrechte, beheizte Wand rieselt, wurde durch Lösen der Impuls-, Massen-, Energie- und Komponentenbilanz berechnet und die simulierten Ergebnisse mit Werten aus der Literatur und mit Messergebnissen, die im Institut für Energietechnik experimentell ermittelt wurden, verglichen.

Das in der vorliegenden Arbeit erstellte Modell wurde zunächst mit Werten aus der Literatur für einen einfachen Fall validiert. Anschließend wurden die in dieser Arbeit erstellten, modifizierten Randbedingungen implementiert.

Es wurde eine stationäre Welle eines Wasser-Ethylenglykol-Gemisches betrachtet, wobei eine feste Form der Welle an einer glatten Wand vorgegeben wurde. Das Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsfeld wurden berechnet und mit experimentellen Untersuchungen verglichen. Dabei zeigte sich eine gute Übereinstimmung der experimentellen und numerischen Ergebnisse.

Aus diesen validierten Berechnungen lassen sich Schlussfolgerungen über den Wärmetransport entlang der Welle in Abhängigkeit der Wellenform ziehen, die so aus experimentellen Untersuchungen nicht hervorgehen können, da es z. B. nicht möglich ist, die Geschwindigkeit in jedem Punkt zu jedem Zeitpunkt zu messen.

Im Gegensatz zu Berechnungen von Miyara [30, 31, 32] wird in der vorliegenden Untersuchung keine konstante Temperatur an der Wand vorgegeben, sondern eine konstante Wärmestromdichte.

In Experimenten zeigte sich bei Messungen der Flüssigkeitstemperatur im wandnahen Bereich, dass diese Temperatur schwankt und daher nicht konstant angenommen werden sollte. Die vorliegende numerische Untersuchung macht den Einfluss des von der Wandtemperatur abhängenden Temperaturgradienten auf den Wärmeübergang deutlich.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung war es aufgrund von Konvergenzproblemen mit der verwendeten kommerziellen Software Sepran nicht möglich, das erstellte Modell inklusive der Randbedingungen vollständig zu evaluieren. Mit einer leistungsfähigeren Software dürfte es jedoch möglich sein, mit dem hier vorgestellten Berechnungsmodell auch instationäre Vorgänge wirklichkeitsnah zu berechnen. In solchen Fällen wird am Einlauf eine Störung aufgegeben und die Wellenformen, die sich daraus entwickeln, sind Teil der Lösung.



# Anhang A

## Stoffwerte

Die Stoffwerte des Gemisches Wasser-Ethylenglykol hängen von der Konzentration und der Temperatur ab. Für die Berechnungen ist es sinnvoll, die Daten in Form von Funktionen vorliegen zu haben. Für die reinen Stoffe werden die Korrelationen und Versuchsdaten aus der Literatur entnommen. Die Werte des Gemisches ergeben sich aus den Mischungsregeln für die verschiedenen Phasen bzw. Versuchsdaten.

### Allgemeine Eigenschaften

In Tabelle A.1 sind der kritische Druck, die kritische Temperatur, die Molmasse sowie die Sättigungstemperatur der beiden reinen Stoffe nach Reid, Prausnitz, Poling [43] angegeben.

	Wasser ( $H_2O$ )	Ethylenglykol ( $C_2H_6O_2$ )
$p_{krit} [MPa]$	22,048	7,7007
$T_{krit} [K]$	647,3	645,0
$\tilde{M} [\frac{kg}{kmol}]$	18,015	62,069
$T_{Sat}^* [K]$	373,2	470,4

Tabelle A.1: Eigenschaften von Wasser und Ethylenglykol

\* Sättigungstemperatur bei 0,1013 MPa

### Flüssigkeitsdichte

Hoke [44] und Palen [45] stellten zur Berechnung der Flüssigkeitsdichte aus den Reinstoffen folgende Gleichung auf:

$$\rho^i = A + BT + CT^2 + \frac{D}{T_{krit} + 34,44 - T} \quad (A.1)$$

Die Temperatur  $T$  ist in  $K$  und die Dichte  $\rho$  in  $\frac{kg}{m^3}$  einzusetzen.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind stoff-

spezifische Koeffizienten, die in Tabelle A.2 angegeben sind.

	A	B	C	D
Wasser	913,1	0,9622	-0,002076	-7458
Ethylenglykol	1339	-0,7018	0	-7407

Tabelle A.2: Koeffizienten zur Berechnung der Flüssigkeitsdichte

Die Flüssigkeitsdichte des Gemisches wird nach Hoke [44] aus den Flüssigkeitsdichten der einzelnen Komponenten berechnet:

$$\rho = \frac{1}{\frac{x^A}{\rho^A} + \frac{x^B}{\rho^B}} \quad (\text{A.2})$$

## Dynamische Viskosität der Flüssigkeit

Die dynamische Viskosität der Reinstoffe wird nach einer Korrelation von Palen [45] berechnet:

$$\ln(\eta^i) = A + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2} \quad (\text{A.3})$$

Die Temperatur wird in K eingesetzt, die dynamische Viskosität ergibt sich dann in  $cP$  ( $1 cP = 0,1 Pas$ ). Die Koeffizienten A, B und C sind in Tabelle A.3 wiedergegeben.

	A	B	C
Wasser	-2,9868	-221,1	$3,2028 \cdot 10^5$
Ethylenglykol	-1,4921	-1011,1	$6,8704 \cdot 10^5$

Tabelle A.3: Koeffizienten zur Berechnung der dynamische Viskosität der Flüssigkeit

Die dynamische Viskosität des Gemisches wird nach Palen [45] aus der dynamischen Viskosität der Reinstoffe wie folgt berechnet:

$$\eta = \bar{x}^A \eta^A + \bar{x}^B \eta^B \quad (\text{A.4})$$

Für Temperaturen bis  $50^\circ C$  wird die Viskosität des Gemisches durch lineare Interpolation aus experimentellen Daten von Jones und Tamplin [46] berechnet.

In Gleichung A.4 wird der Molanteil  $\bar{x}$  verwendet, der sich aus dem Massenanteil bei binären Gemischen über folgenden Zusammenhang berechnet:

$$\bar{x}^A = \frac{1}{1 - \frac{\bar{M}^A}{\bar{M}^B} \left(1 - \frac{1}{\xi^A}\right)} \quad (\text{A.5})$$

## Binärer Diffusionskoeffizient

Nach Wilke und Chang [47] berechnet sich der Diffusionskoeffizient für unendliche Verdünnung von gelöstem Stoff C in Lösemittel D über folgenden Zusammenhang:

$$D_{CD}^{\infty} = 7,4 \cdot 10^{-8} \frac{(\Phi \bar{M}_D)^{0,5} T}{\eta_D V_C^{0,6}} \quad (\text{A.6})$$

Der Diffusionskoeffizient hat die Einheit  $\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$ .

Hierbei ist:  $\Phi = 3,25$  für die Diffusion von Wasser in der organischen Komponente (Ethylenglykol)

$\Phi = 2,35$  für die Diffusion der organischen Komponente in Wasser (nach Garner und Marchant [48])

Die Temperatur  $T$  wird in  $K$ , das molare Volumen des gelösten Stoffes  $C$  bei Sättigungstemperatur ist  $V_C = \frac{1000 \bar{M}_C}{\rho}$  in  $\frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$ , die dynamische Viskosität  $\eta_D$  des Lösemittels  $D$  in  $\text{cP}$  eingesetzt. Dabei wird der Diffusionskoeffizient des Gemisches nach Hoke [44] berechnet:

$$D_{AB} \eta = D_{BA} \eta = \bar{x}^A D_{BA}^{\infty} \eta^A + \bar{x}^B D_{AB}^{\infty} \eta^B \quad (\text{A.7})$$

## Verdampfungsenthalpie

Nach Hoke [44] lässt sich die Verdampfungsenthalpie der einzelnen Komponenten über Gleichung A.8 berechnen:

$$\Delta h_{ev}^i = A \left( \frac{T_{krit} - T}{T_{krit} - T_{Sat}} \right)^n + B \left( \frac{T_{krit} - T}{T_{krit} - T_{Sat}} \right)^m \quad (\text{A.8})$$

Die Temperatur wird in  $K$  eingesetzt, die Werte für  $T_{krit}$  und  $T_{normal}$  sind in Tabelle A.1, die Größen für  $A$ ,  $B$ ,  $m$  und  $n$  sind in Tabelle A.4 angegeben. Man erhält die Verdampfungsenthalpie in  $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$ .

	A	n	B	m
Wasser	$2,25 \cdot 10^6$	0,3338	0	0
Ethylenglykol	$8,761 \cdot 10^5$	0,3305	-8792	-382,6

Tabelle A.4: Koeffizienten zur Berechnung der Verdampfungsenthalpie

Die Verdampfungsenthalpie des Gemisches berechnet sich über:

$$\Delta h_{ev} = \xi^A \Delta h_{ev}^A + \xi^B \Delta h_{ev}^B \quad (\text{A.9})$$

## Dampfdruck

Die Partialdrücke werden über die Antoine-Gleichung berechnet wie bei Stephan und Baehr [49]:

$$\ln(p_{sat}^i) = A - \frac{B}{T + C} \quad (\text{A.10})$$

Die Temperatur ist in  $K$  einzusetzen, man erhält den Partialdruck bei Sättigung  $p_{sat}^i$  in  $Torr$  ( $1 Torr = 133,32 Pa$ ). Reid, Prausnitz, Poling [43] ermittelten die in Tabelle A.5 angegebenen Koeffizienten  $A$ ,  $B$  und  $C$  experimentell:

	A	B	C
Wasser	18,3036	3816,44	-4613
Ethylenglykol	20,2501	6022,18	-28,25

Tabelle A.5: Koeffizienten zur Berechnung des Dampfdrucks

Der Gesamtdampfdruck ergibt sich über das Raoult'sche Gesetz zu:

$$p_{Sat} = \bar{x}^A \cdot p_{Sat}^A + \bar{x}^B \cdot p_{Sat}^B \quad (\text{A.11})$$

## Spezifische Wärmekapazität

Die spezifische Wärmekapazität in  $\frac{J}{kgK}$  der einzelnen Komponenten berechnet sich nach Hoke [44] über:

$$c_p^i = A + BT + CT^2 + \frac{D}{1 - \frac{T}{T_{krit}}} \quad (\text{A.12})$$

$T$  ist die absolute Temperatur in  $K$ , die stoffspezifischen Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind in Tabelle A.6 aufgeführt,  $T_{krit}$  ist in Tabelle A.1 angegeben.

	A	B	C	D
Wasser	5049,3	-6,551	0,007658	221
Ethylenglykol	1229,5	3,464	0,001695	-14,98

Tabelle A.6: Koeffizienten zur Berechnung der spezifischen Wärmekapazität

Die Wärmekapazität des Gemisches berechnet sich nach:

$$c_p = c_p^A \zeta^A + c_p^B \zeta^B \quad (\text{A.13})$$

## Wärmeleitfähigkeit

Die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit der einzelnen Komponenten in  $\frac{W}{mK}$  erfolgt nach Palen [45]:

$$\lambda^i = A + BT + A \left\{ \left( \frac{20}{3} \right) \left[ 1 - D \left( 1 - \frac{T}{T_{krit}} \right)^C \right] \left( 1 - \frac{T}{T_{krit}} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \quad (\text{A.14})$$

Die absolute Temperatur  $T$  wird in  $K$  eingesetzt. Die Werte für die stoffspezifischen Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  werden in Tabelle A.7 angegeben.  $T_{krit}$  ist Tabelle A.1 zu entnehmen.

	A	B	C	D
Wasser	0,2475	0	0,75	1,05
Ethylenglykol	0,1541	0	0,2	0,96

Tabelle A.7: Koeffizienten zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit

Für das Gemisch wird die Wärmeleitfähigkeit nach Fuji [50] berechnet:

$$\lambda = y_1^2 \cdot \lambda_{11} + 2y_1 \cdot y_2 \cdot \lambda_{12} + y_2^2 \cdot \lambda_{22} \quad (\text{A.15})$$

Dabei gelten folgende Zusammenhänge:  $y_i = \xi_i \frac{\rho^i}{\rho}$  und  $\frac{2}{\lambda_{ij}} = \frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{\lambda_j}$ .

## Wasser und Wasserdampf

Die Werte für Wasser und Wasserdampf wurden dem VDI-Wärmeatlas [51] entnommen und sind in Tabelle A.8 angegeben.

		Wasser bei 99,63 °C	Wasserdampf bei 100 °C
$\lambda$	$10^{-3} \left[ \frac{W}{mK} \right]$	678,9	25,09
$\rho$	$\left[ \frac{kg}{m^3} \right]$	958,61	0,5896
$\nu$	$10^{-6} \left[ \frac{m^2}{s} \right]$	0,295	20,53
$c_p$	$\left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$	4,216	2,042
$\eta$	$10^{-6} \left[ \frac{kg}{ms} \right]$	282,9	12,27
$\sigma$	$10^{-3} \left[ \frac{N}{m} \right]$	58,92	
$\Delta h_{ev}$	$\left[ \frac{kJ}{kg} \right]$	2256,7	

Tabelle A.8: Wasser und Wasserdampf

## Anhang B

### Einige mathematische Grundlagen

#### Substantielle Ableitungen

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla^2 = \Delta$$

#### Nebenrechnung für die Impulsbilanz

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \\ &= \eta \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \\ &= \eta \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{\left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

gemäß Kontinuitäts-  
gleichung (B.4) = 0

Kontinuitätsgleichung für ein inkompressibles Fluid:

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{B.4})$$



# Anhang C

## Ergänzende Bilder zu Kapitel 4.3

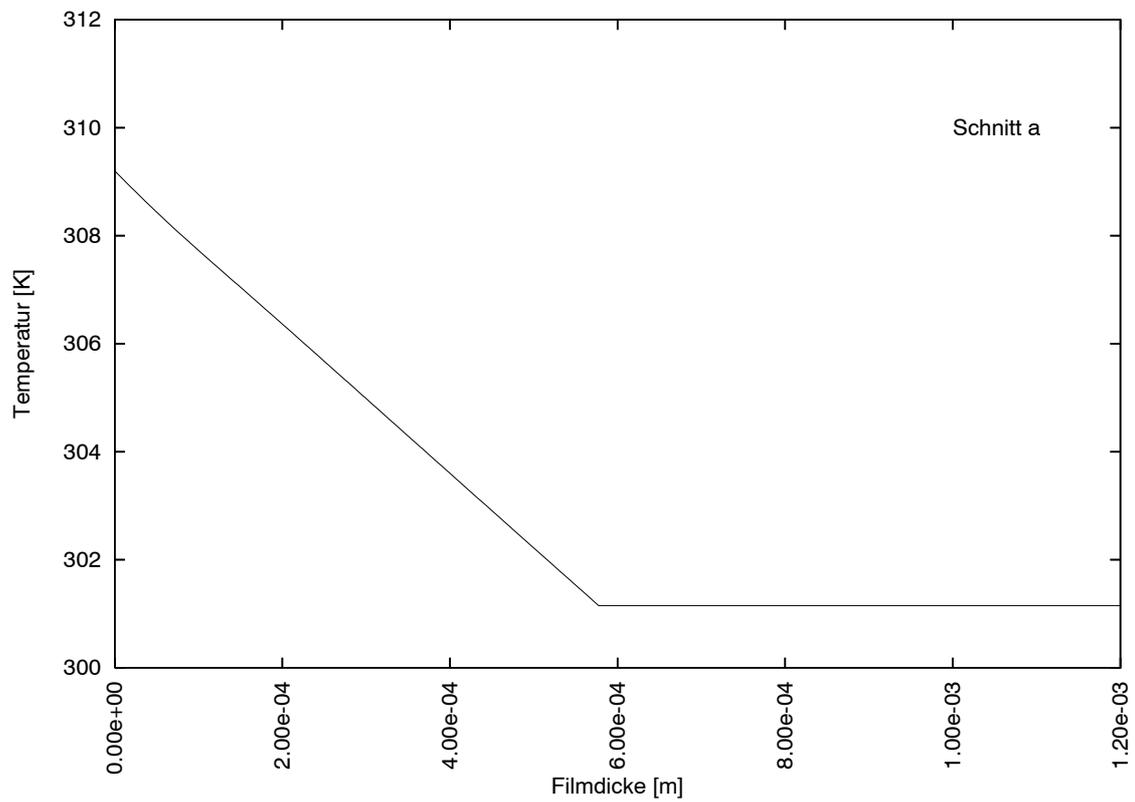


Bild C.1: Profil der Temperatur nach einer Lauflänge von 0,0045 m einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 a)

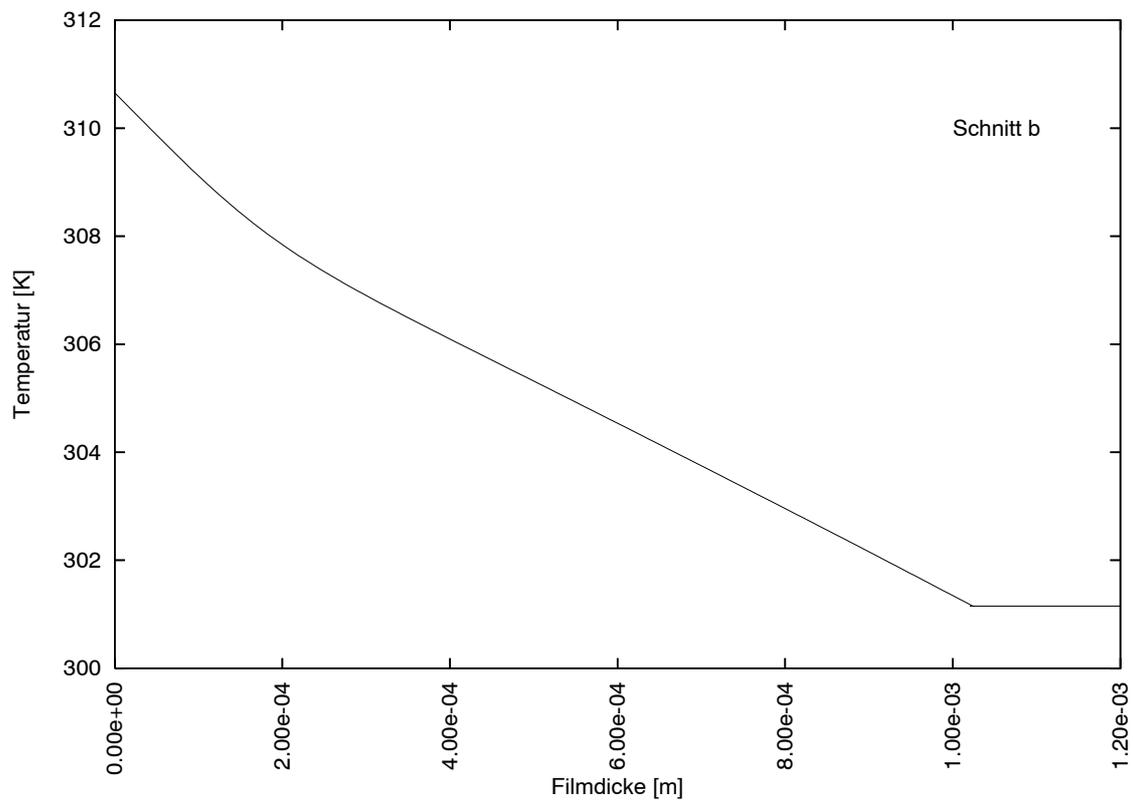


Bild C.2: Profil der Temperatur nach einer Lauflänge von 0,008 m einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 b)

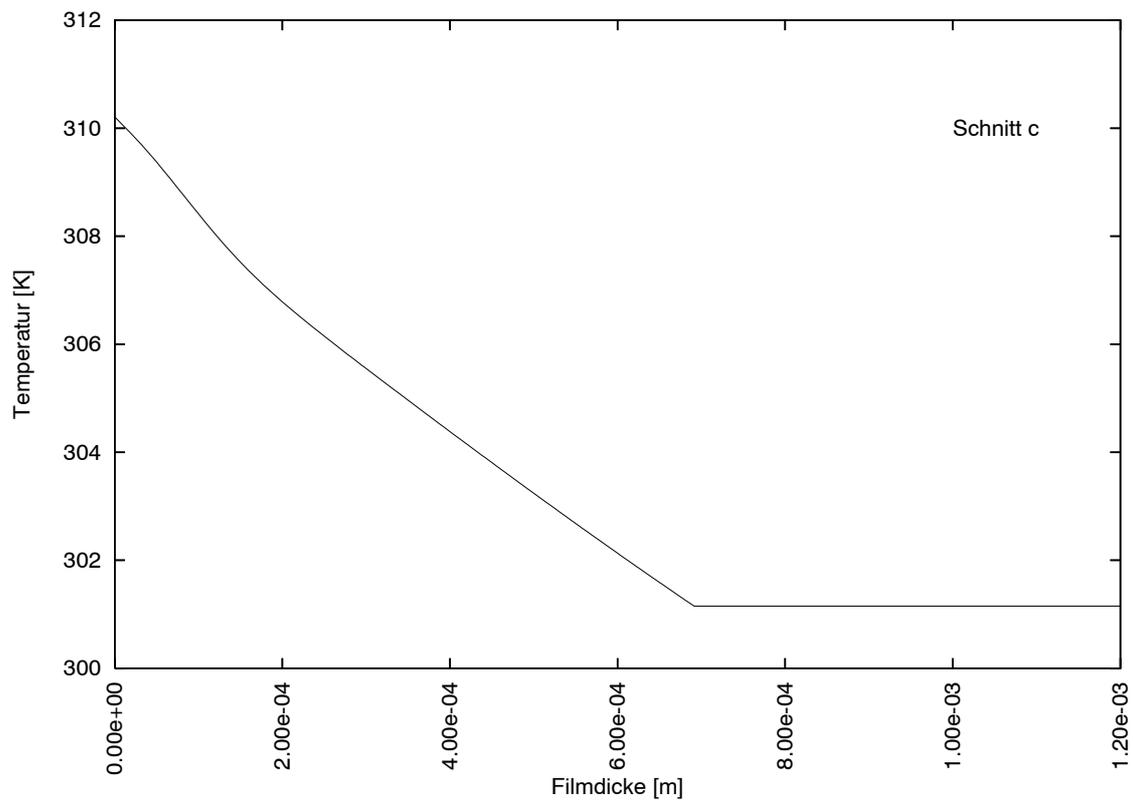


Bild C.3: Profil der Temperatur nach einer Lauflänge von 0,0095 m einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 c)

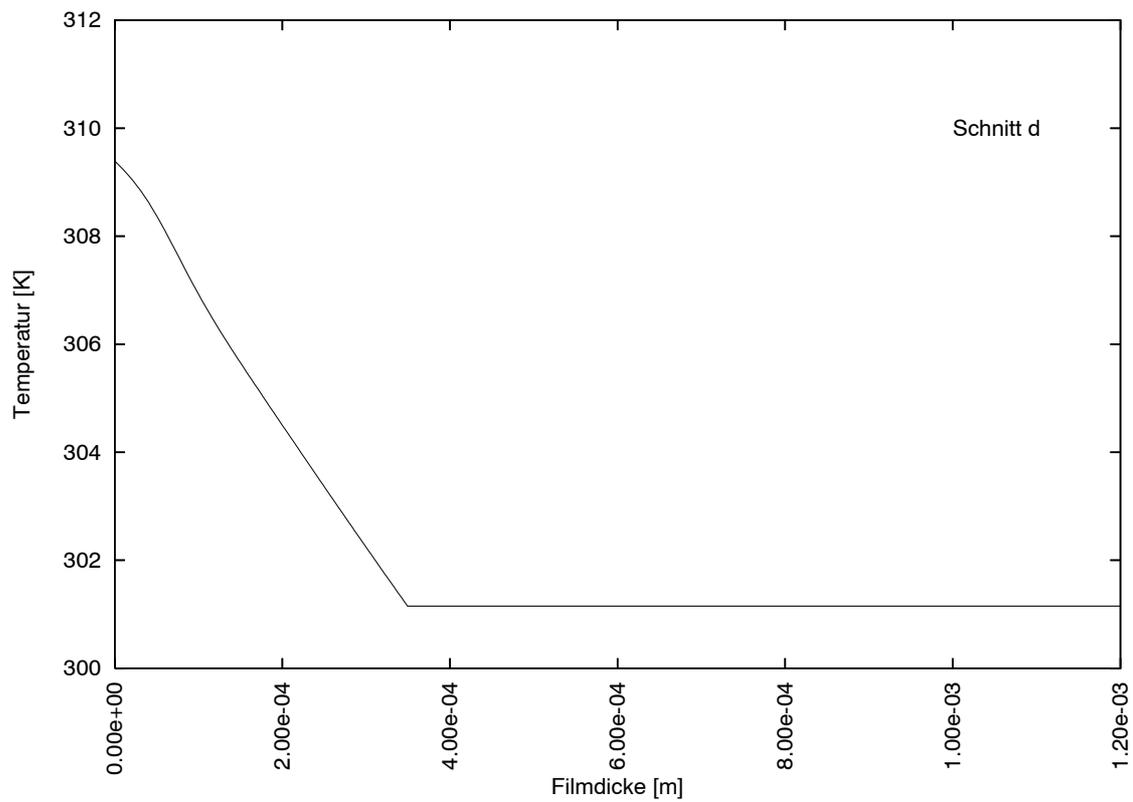


Bild C.4: Profil der Temperatur nach einer Lauflänge von 0,0105 m einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 d)

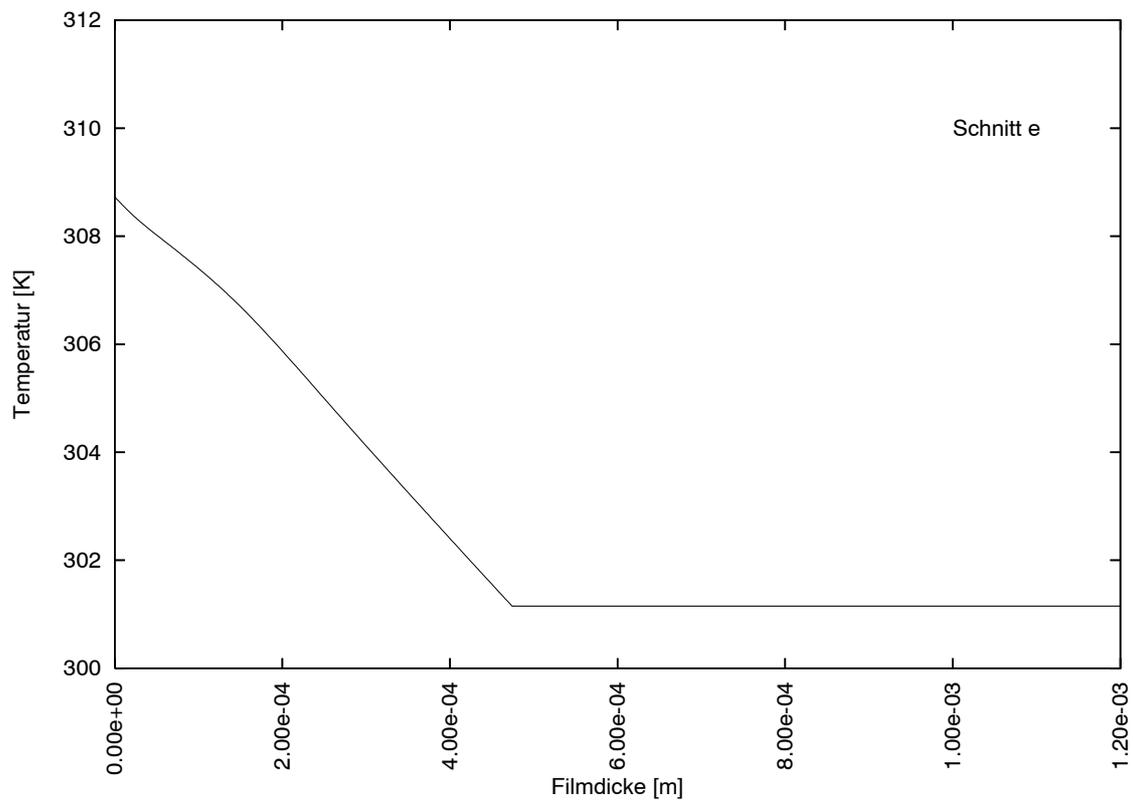


Bild C.5: Profil der Temperatur nach einer Lauflänge von 0,0115 m einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 e)

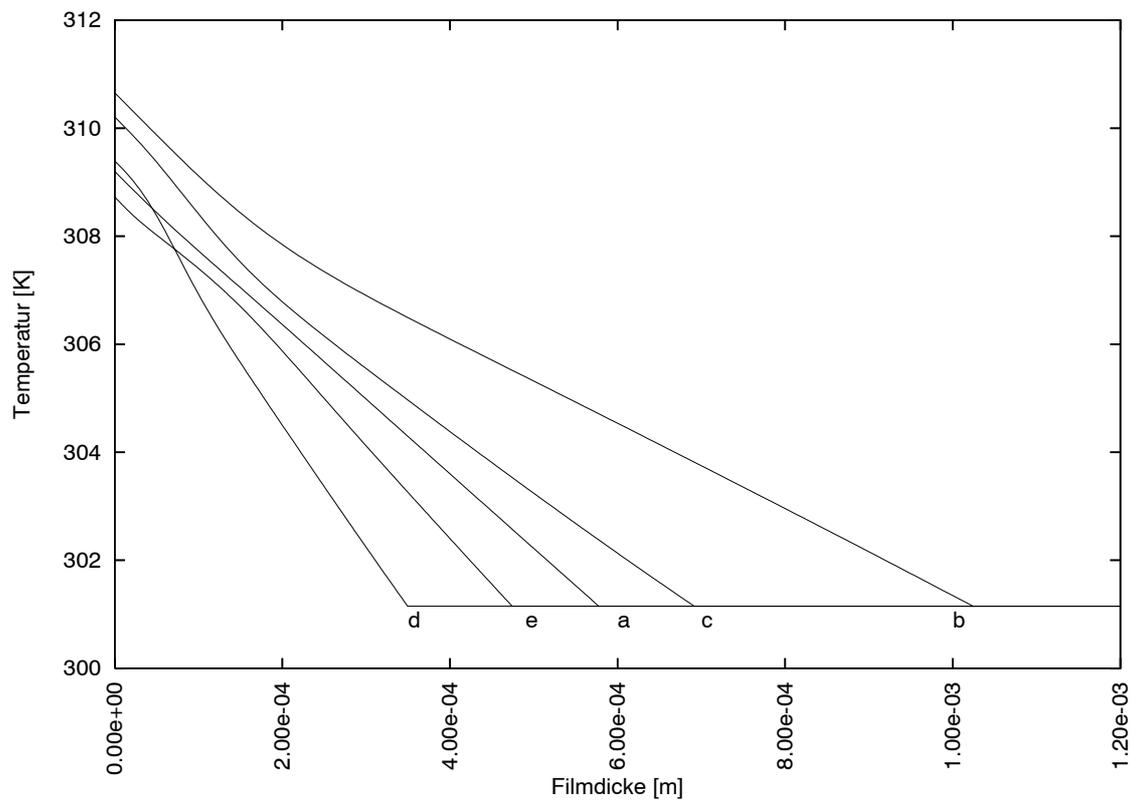


Bild C.6: Profil der Temperatur nach verschiedenen Lauflängen einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 f)

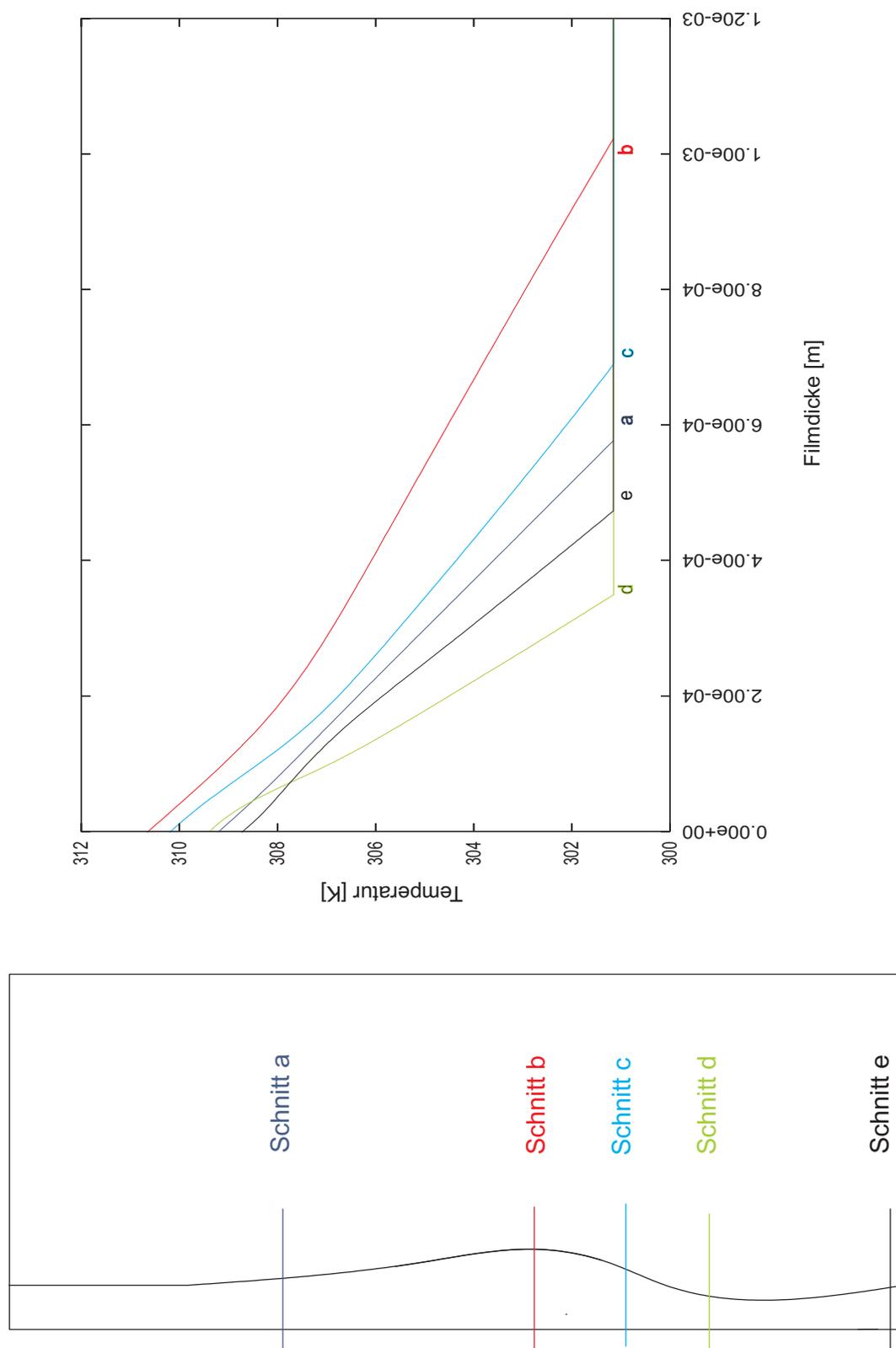


Bild C.7: Profil der Temperatur nach verschiedenen Lauflängen einer quasistationären Welle, entsprechend Bild 4.23 f)



# Literaturverzeichnis

- [1] NUSSELT, W.: *Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes*. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Band 60 (1916) S. 541–575.
- [2] CHUN, K. R. und R. A. SEBAN: *Heat Transfer to Evaporating Liquid Films*. Journal of Heat Transfer, Band 93 (1971) S. 391 – 396.
- [3] SCHNABEL, G. und E. U. SCHLÜNDER: *Wärmeübergang von senkrechten Wänden an nichtsiedende und siedende Rieselfilme*. Verfahrenstechnik, Band 14 (1980) S. 79 – 83.
- [4] PALEN, J. W., QI WANG und J. C. CHEN: *Falling film evaporation of binary mixtures*. AIChE Journal, Band 40 (1994) S. 207 – 214.
- [5] LEUTHNER, S., A. H. MAUN, H. AURACHER und S. FIEDLER: *Influence of waves on heat transfer to falling films of a binary mixture*. Proc. Two-Phase Flow Modelling and Experimentation, Pisa, 1999, Edizioni ETS, S. 1241-1248.
- [6] MAUN, A. H. und H. AURACHER: *Measurement of local and average heat transfer data for water-ethylene glycol falling films*. Proc. Eurotherm Seminar No. 72 on Thermodynamics, Heat and Mass Transfer of Refrigeration Machines and Heat Pumps, Valencia, Spain, ISBN 84-931209-8-7, 2003, S. 57-62.
- [7] MAUN, A. H. und H. AURACHER: *Local heat transfer and wave characteristics of a water-ethylene glycol falling film*. Proc. 1st Int. Berlin Workshop IBW1 on Transport Phenomena with Moving Boundaries, Fortschrittberichte VDI, Düsseldorf, Deutschland, Bd. 3, 2001, S. 157 – 167.
- [8] AMBROSINI, W., N. FORGIONE und F. ORIOLO: *Experimental investigation on wave velocity in a falling film*. Proc. Two-Phase Flow Modelling and Experimentation, Pisa, 1999, Edizioni ETS, S. 1201 – 1208.
- [9] AMBROSINI, W., N. FORGIONE und F. ORIOLO: *Statistical characteristics of a water film falling down a flat plate at different inclinations and temperatures*. Int. J. of Multiphase Flow, Band 28 (2002) S. 1521 – 1540.
- [10] YOSHIMURA, P. N., T. NOSOKO und T. NAGATA: *Enhancement of mass transfer into a falling laminar liquid film by two-dimensional surface waves - some experimental observations and modeling*. Chemical Engineering Science, Band 51 (1996) S. 1231 – 1240.
- [11] ALEKSEENKO, S. V.: *Wave flow of liquid film under complicated conditions*. Proc. Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics 2001, Pisa: Edizioni ETS, Band 1, S. 105 – 110.

- [12] ALEKSEENKO, S., S. AKTERSHEV und D. MARKOVICH: *Wave Effect on Transfer Processes in Liquid Films*. Proceedings: Appolonia 99, Sozopol (Bulgarien), 1999, S. 255 - 262.
- [13] ALEKSEENKO, S.V., S. P. AKTERSHEV und D. M. MARKOVICH: *Wavy flow of liquid films and rivulets moving under the effect of gravity and gas stream*. Proc. 1st Int. Berlin Workshop IBW1 on Transport Phenomena with Moving Boundaries, Fortschrittberichte VDI, Düsseldorf, Deutschland, Bd. 3, 2001.
- [14] ADOMEIT, P. und U. RENZ: *Hydrodynamics of Three-Dimensional Waves in Laminar Falling Films*. Int. J. Multiphase Flow, Band 26 (2000) S. 1183–1208.
- [15] BRAUNER, N.: *Modelling of wavy flow in turbulent free falling films*. Int. J. Multiphase Flow, Band 15 (1989) S. 505 – 520.
- [16] MARON, M. D., N. BRAUNER und G. F. HEWITT: *Flow patterns in wavy thin films: Numerical simulation*. Int. Comm. Heat Mass Transfer, Band 16 (1989) S. 655 – 666.
- [17] JAYANTI, S. und G. F. HEWITT: *Hydrodynamics and heat transfer of wavy thin film flow*. Int. J. Heat Mass Transfer, Band 40 (1997) S. 179 – 190.
- [18] STUHLTRÄGER, E., H. UEHARA und A. MIYARA: *Flow dynamics and heat transfer of a condensate film on a vertical wall - II. Flow dynamics and heat transfer*. Int. J. Heat Mass Transfer, Band 38 (1995) S. 2715 – 2722.
- [19] MASSOT, C., F. IRANI und E.N. LIGHTFOOT: *Modified description of wave motion in a falling film*. AIChE Journal, Band 12 (1966) S. 445 – 455.
- [20] NOSOKO, T., F. MING, T. NAGATA und T. SHINZATO: *Measurement of falling liquid films and numerical analysis of heat transfer and fluid flow in the films*. ICA 14, Beijing, 1992, S. 256 - 261.
- [21] NENGY, S., M. MEYER und M. PREVOST: *Heat and mass transfer enhancement for a falling film flowing inside a wavy walled tube*. EFCE, Santa Margherita di Pula (Cagliari/Sardinien), 1998.
- [22] KIL, S. H., S. S. KIM und S. K. LEE: *Wave characteristics of falling liquid film on a vertical circular tube*. Int. J. of Refrigeration, Band 24 (2001) S. 500 – 509.
- [23] SALAMON, T. R., R. C. ARMSTRONG und R. A. BROWN: *Traveling waves on vertical films: numerical analysis using the finite element method*. Phys. Fluids, Band 6 (1994), S. 2202 – 2220.
- [24] KAPITZA, P.L.: *Wave flow of thin layers of a viscous fluid*. Collected Papers of P. L. Kapitza, Pergamon Press, Oxford, Band 2 (1965) S. 662-709.
- [25] JOO, S. W., S. H. DAVIS und S. G. BANKOFF: *Long-wave instabilities of heated falling films: Two dimensional theory of uniform layers*. J. Fluid Mech., Band 230 (1991) S. 117 – 146.

- [26] SPINDLER, B.: *Linear stability of liquid films with interfacial phase change*. Int. J. Heat Mass Transfer, Band 25 (1982) S. 161 – 173.
- [27] GESHEV, P. I., A. M. LAPIN und O. YU. TSVELODUB: *Heat and mass transfer in a wavy flowing down liquid film*. Russ. J. Eng. Thermophys., Band 5 (1995) S. 107 – 124.
- [28] NAGASAKI, T., H. AKIYAMA und H. NAKAGAWA: *Numerical analysis of flow and mass transfer in a falling liquid film with interfacial waves*. Thermal Science and Engineering, Band 10 (2002) S. 17 – 23.
- [29] KUNUGI, T., C. KINO und A. SERIZAWA: *Surface wave structure and heat transfer of vertical liquid film flow*. German-Japanese Workshop in Multi-Phase Flow, 2002.
- [30] MIYARA, A.: *Numerical analysis on flow dynamics and heat transfer of falling liquid films with interfacial waves*. Heat and Mass Transfer, Band 35 (1999) S. 298 – 306.
- [31] MIYARA, A., T. NOSOKO und T. NAGATA: *Enhancement of heat and mass transfer by waves on falling liquid film*. 12<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference, Grenoble, France, 18.-23. August 2002.
- [32] MIYARA, A.: *Numerical simulation of wavy liquid film flowing down on a vertical wall and an inclined wall*. Int. J. Therm. Sci., Band 39 (2000) S. 1015 – 1027.
- [33] BIRD, R. B., W. E. STEWART und E. N. LIGHTFOOT: *Transport Phenomena*. John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney, 1960.
- [34] DEEN, W. M.: *Analysis of Transport Phenomena*. Oxford University Press, New York, 1998.
- [35] MILLS, A. F.: *Heat and Mass Transfer*. Richard D. Irwin, Inc., 1995.
- [36] DENBIGH, K.: *The Principles of Chemical Equilibrium*. Cambridge University Press, Cambridge, 2. Auflage, 1966.
- [37] SCHADE, H. und E. KUNZ: *Strömungslehre*. Walter de Gruyter, Berlin, 1989.
- [38] TRUCKENBRODT, E.: *Strömungsmechanik*. Springer, Berlin/Heidelberg, 1968.
- [39] WEHAUSEN, J.V. und V. LAITONE: *Surface Waves*. Handbuch der Physik, Springer, Berlin/Heidelberg, 1960.
- [40] BRONSTEIN, I. N. und K. A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, Leipzig und Verlag Nauka Moskau, 25. Auflage, 1991.
- [41] LOZANO AVILES, M.: *Einfluss der Konzentration auf den Wärmeübergang verdampfender Fallfilme binärer Gemische*. Diplomarbeit, TU-Berlin, 2002.

- [42] MAUN, A. H.: *Experimentelle Untersuchungen zum Wärmeübergang an verdampfenden Fallfilmen binärer Gemische*. Dissertation, TU-Berlin, Deutschland, 2004.
- [43] REID, R. C., J. M. PRAUSNITZ und B. E. POLING: *The properties of gases and liquids*. New York: McGraw-Hill, 4. Auflage, 1987.
- [44] HOKE, B. C.: *Breakdown phenomena of evaporating falling liquid film mixtures*. Dissertation, Lehigh University, USA, 1992.
- [45] PALEN, J. W.: *Falling film evaporation of wide-boiling-range mixtures inside a vertical tube*. Dissertation, Lehigh University, 1988.
- [46] JONES, W. S. und W. S. TAMPLIN: *Physical Properties of Ethylene Glycol*. Glycols. Hrsg.: G. O. Curme, JR. und F. Johnston, 1952, S. 27 – 62.
- [47] WILKE, C. R. und P. CHANG: *Correlation of diffusion coefficients in dilute solutions*. AIChE Journal, Band 1 (1955) S. 264 – 270.
- [48] GARNER, F. H. und P. J. M. MARCHANT: *Diffusivities of associated compounds in water*. Trans. Inst. Chem. Engrs., Band 39 (1961) S. 397 .
- [49] STEPHAN, C. und BAEHR: *Wärme- und Stoffübertragung*. 4. Auflage, Springer, Berlin/Heidelberg, 2004.
- [50] FUJI, T.: *Theory of laminar film condensation*. Springer, New York, 1991.
- [51] VDI: *VDI Wärmeatlas*. 9. Auflage, VDI Verlag, Berlin, 2002.