

Stochastisches Verfahren zur Simulation von Breitbandschall in Triebwerkfans

vorgelegt von
Dipl.-Ing.
Attila Wohlbrandt
geb. Fritzsch in Berlin

von der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Dieter Peitsch
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ennes Sarradj
Prof. Dr. rer. nat. Lars Enghardt
Prof. Dr.-Ing. Jan Delfs

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 10. Oktober 2017

Berlin 2017

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Anwendung des Random-Particle-Mesh-Verfahrens (RPM) zur Simulation von Fanbreitbandschall. Aus zeitgemittelten, turbulenten Größen erzeugt das Verfahren zeitabhängigen Fluktuationen, die zur Vorhersage der Schallentstehung hinreichend sind. Es wird isotrope, freie Turbulenz in Form von divergenzfreien Geschwindigkeitsfluktuationen synthetisiert. Die Untersuchungen sind ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf zwei Raumdimensionen beschränkt.

Es wird ein hybrides Verfahren vorgeschlagen, das dem RPM-Verfahren eine Strömungslösung auf Basis der (U)RANS-Gleichungen voranstellt und eine zeitgleiche Ausbreitungsrechnung durch Lösen der linearisierten Euler Gleichungen im Zeitbereich vorsieht. Die freie Turbulenz wird störungsfrei in das Ausbreitungsgebiet einkoppelt; der eigentliche Schallentstehungsmechanismus ist so Teil der Ausbreitungsgleichungen.

Um die Vergleichbarkeit des RPM-Verfahrens mit Messungen zu gewährleisten, wird ein effizientes Verfahren vorgestellt, das es erlaubt, realistische isotrope Spektren zu realisieren. Dieses Verfahren bedient sich der Superposition mehrerer GAUSS-Spektren, um analytisch ein Zielspektrum zu realisieren. Dadurch wird die Beschränkung des RPM-Verfahrens auf GAUSS-Spektren aufgehoben.

Das vorgeschlagene hybride Verfahren wird zunächst bei stationärer Anregung für die Vorhersage von Vorderkanteninteraktionsschall erfolgreich an der analytischen Lösung zur harmonischen und zur breitbandigen Turbulenz-Schaufel-Interaktion validiert. Die Erweiterung auf stochastisch realisierte Turbulenz wird in zwei Anwendungen für Vorderkanteninteraktionsschall – ein lastfreies NACA0012-Profil und ein angestelltes NACA65(12)-10-Profil im Freistrahle – nachgerechnet und erfolgreich gegen Messungen verglichen.

Das bis dato stationäre Verfahren wird zur Anwendung auf Fans erweitert, wobei die Hintergrundströmung und die mittleren, turbulenten Größen sich periodisch ändern. Die resultierenden Fluktuationen sind damit zyklstationär. Die mittleren Größen werden hierfür aus einer URANS-Simulation entnommen. Durch das vorgestellte Verfahren können die Teilaspekte der Zyklstationarität einzeln untersucht werden. Ausgehend von einer Stromlinie in der Kanalmitte, wird die Statorschaufelreihe als 2D-Kaskade modelliert. Die Turbulenzsynthetisierung und CAA-Simulation erfolgen in 2D. Dadurch kann effizient die abgestrahlte Gesamtschalleistung des Breitbandschalls stromauf und stromab der Statorreihe vorhergesagt werden. Bei einer Validierung gegen Messungen am NASA SDT-Modellfan sind die Trends wiedergegeben und die Abweichungen der Schalleistung liegen innerhalb von 5 dB. Abschließend werden die einzelnen Effekte der Zyklstationarität hierarchisch und exemplarisch am DLR-UHBR-Fan untersucht. Es wird gezeigt, dass die Quellen zur Schallentstehung an den verschiedenen Statorschaufeln unkorreliert sind. Wird in der Kaskade nicht die volle Schaufelanzahl berücksichtigt, werden im Spektrum *Cut-on*-Frequenzen sichtbar. Davon abgesehen, sind die Pegel und der Trend des Spektrums einer vollen Kaskade wiedergegeben. Der Einfluss der Zyklstationarität auf die mittleren akustischen Spektren scheint vernachlässigbar, obwohl die Zeitsignale sich deutlich unterscheiden. Ausschließlich die Berücksichtigung der periodischen Hintergrundströmung ändert das Spektrum signifikant. Ursachen dafür werden diskutiert, aber können nicht abschließend geklärt werden.

Abstract

This thesis deals with the application of the Random-Particle-Mesh (RPM) method for fan broadband noise predictions. The RPM method generates time-varying turbulent fluctuations on the basis of time-averaged turbulent characteristics. These fluctuations are fully sufficient for the prediction of acoustic noise. Free, isotropic turbulence is synthesised as divergence free velocity fluctuations. Without loss of generality the investigations in the thesis are restricted to two spacial dimensions.

A hybrid method is proposed, which complements the RPM method by a preceding flow solver, solving the (U)RANS equations, and a synchronous CAA solver, solving the linearised Euler equations in time domain. Two robust coupling methods of the synthesised fluctuations into the CAA domain are used. The fluctuations are noiselessly coupled as free turbulence upstream of the source region. In this way the sound generation mechanisms are part of the CAA.

An efficient method, realising realistic isotropic spectra, is derived to achieve comparability with measurements. This method utilises a superposition of multiple GAUSSIAN spectra to analytically realise a target spectrum. In this way the limitation of the RPM method to GAUSSIAN spectra is removed.

Initially the suggested hybrid method is applied for stationary excitation. The leading edge noise due to the impingement of harmonic and broadband gusts onto an infinitely-thin, finite-long airfoil is successfully predicted and validated by the analytical solution. Two isolated-airfoil applications for leading edge noise – an unloaded NACA0012 profile and a loaded NACA65(12)-10 profile in a free stream – are recomputed and successfully compared to the measurements.

The stationary method is extended to the application on fans by taking the periodic variation of the background flow and of the mean turbulent characteristics into account. The resulting fluctuations are therefore cyclostationary. The periodic mean values are taken from a URANS simulation. The presented method allows to investigate the different aspects of cyclostationarity separately. Based on a streamline in the duct centre a stator blade row is modelled as a 2D cascade. The turbulence synthetisation and CAA simulation are carried out in 2D. This allows to efficiently predict the radiated acoustic power of the broadband noise upstream and downstream of the stator blade row. A validation against measurements of the NASA-SDT fan reproduces the trends. The deviation of the sound power levels are within 5 dB. Finally the different effects of the cyclostationarity are hierarchically and exemplarily investigated on the DLR-UHBR fan. It is shown that the sound sources at the different stator blades are uncorrelated. If not all stator blades are taken into account in the cascade, cut-on frequencies can be identified in the spectrum. Apart from that the levels and trends are reproduced by the reduced cascade. The influence of the cyclostationarity on the average acoustic spectra appears negligible even though the time signal differ significantly. Solely the consideration of the periodic background flow changes the spectrum significantly. Reasons are discussed, but cannot be concluded so far.

”Industry likes real airfoil shapes better than flat plates”

W. Lord von Pratt & Wittney, (Tam und Cleveland, 2000, S.443)

Für meine Familie

Glück ist kein Zufall

”[...] daß diese Furcht zu irren schon der Irrtum selbst ist.”

Georg Wilhelm Friedrich Hegel, Phänomenologie des Geistes

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung Triebwerksakustik, Institut Antriebstechnik des Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR). Ich danke all meinen Kolleginnen und Kollegen dieser Abteilung für ihre offene und unbürokratische Mithilfe am Gelingen dieser Arbeit und den Erhalt der (Zwischen-)Menschlichkeit in dieser intensiven Zeit.

Insbesondere möchte ich meinem Betreuer und Gruppenleiter Sébastien Guérin für seine ehrliche Weisung und geduldige Hilfe danken. Außerdem danke ich meinem Abteilungsleiter Lars Enghardt für sein strategisches und organisatorisches Geschick.

Den Kolleginnen und Kollegen meiner Gruppe Numerik und Prognose und auf dem *Sunset Blvd* gebührt besonderer Dank: Alessandro Bassetti, Antoine Moreau, Axel Holewa, Benjamin Pardowitz, Carolin Kissner, Christian Weckmüller, Friedrich Bake, Jakob Hurst, Martin Staggat, Maximilian Behn, Mirko Spitalny, Robert Jaron und Robert Meier zu Ummeln – Danke! Die fachliche und persönliche Nähe ist geprägt durch Ehrlichkeit und Authentizität, so durfte man ohne Sorgen auch die Dinge ansprechen, die nicht funktioniert haben. Speziell möchte ich Christian Weckmüller für das Heranführen an das nachhaltige Programmieren danken, das mich sehr geprägt hat, und Carolin Kissner für ihre Bereitschaft, als Beta-User für "mein" Verfahren herzuhalten. Da Carolin nun meine Arbeit fortführt, begegne ich meiner Zukunft mit weniger Wehmut. Es seien auch meine wechselnden Zimmergenossen Roland Bauers, André Fischer, Martin Staggat und Maximilian Behn dankend erwähnt. Durch spontane Diskussionen und Herleitungen am Whiteboard konnte ich stets Abstand zur eigenen Arbeit gewinnen und über den Tellerrand schauen.

Ich danke auch den Kolleginnen und Kollegen der Abteilung Technische Akustik aus dem Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik. Für ein halbes Jahr durfte ich bei ihnen am Institut arbeiten und wurde in ihren Kreis aufgenommen. Besonders danke ich Roland Ewert für seine konstruktive, präzise und ideenreiche Art. Unsere Diskussionen waren der fachliche Nährboden dieser Arbeit. Auch Oliver Kornow, Jürgen Dierke und Nils Reiche möchte ich meinen Dank als Schatzmeister der Software Piano und RPM aussprechen.

Weiterhin danke ich Christophe Schram und dem Forscherteam für die Zeit im EU-Projekt IDEALVENT, der Abteilung Numerische Methoden für die Entwicklung und den Support bzgl. der Software TRACE und Edmane Envia und John Coupland für die Organisation der AIAA Fan Broadband Noise Workshops und die Bereitstellung der Messdaten.

Nicht zuletzt danke ich meiner geliebten Frau Marie – du musstest so manches abfedern und ertragen – und meinen geliebten Kindern Liliana, Moritz und Amelie – durch euch fiel es mir weniger schwer, meine Arbeit im Büro zu lassen.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-------|
| Abbildungsverzeichnis | xiii |
| Tabellenverzeichnis | xv |
| Konventionen und Notationen | xvii |
| Anmerkungen des Autors | xvii |
| Nomenklatur | xix |
| Abkürzungen | xxiii |
| Publikationen | xxv |
| <hr/> | |
| I Einleitung | 1 |
| II Grundlagen | 11 |
| 1 Verwendetes hybrides Verfahren | 11 |
| 2 Schallentstehung durch Turbulenz | 12 |
| 3 Turbulenzspektren | 16 |
| III Die Bestandteile des stationären hybriden Verfahrens | 21 |
| 1 RANS-Simulation für Hintergrundströmung und mittlere Turbulenz | 21 |
| 2 CAA zur numerische Ausbreitung der Schwankungsgrößen | 26 |
| 3 Stochastische Turbulenzrealisierung | 32 |
| 4 Kopplungen zwischen den Verfahren | 39 |
| IV Analytische Rekonstruktion von isotropen Modellspektren mittels Gauss-Transformation | 43 |
| 1 Gewichtsfunktion | 43 |
| 2 Gewichtung der Geschwindigkeitsspektren | 47 |
| 3 Zweidimensionale Turbulenz | 47 |
| 4 Diskretisierung | 48 |
| 5 Realisierung in RPM | 48 |
| 6 Örtlich und zeitlich veränderliche Längenskalen | 49 |
| V Zyklstationarität | 51 |
| 1 Ausbreitungsgleichungen | 51 |
| 2 Stochastische Turbulenzrealisierung | 52 |
| 3 Vorgehen bei 2D-Simulationen | 53 |
| 4 Kopplungen | 57 |
| VI Validierung und Anwendung für stationäre Strömung | 63 |
| 1 Numerische Realisierung der Geschwindigkeitsspektren | 63 |
| 2 Unendlich dünne, endlich lange Platte | 65 |
| 2.1 Harmonische Anregung | 65 |
| 2.2 Stochastische Anregung | 71 |

| | | |
|------------------|--|------------|
| 3 | Isolierte NACA-Schaufeln | 73 |
| 3.1 | Einflussgrößen der Schallentstehung bei Turbulenz-Schaufel-Interaktion - Literaturübersicht | 74 |
| 3.2 | Unbelastete NACA0012-Schaufel | 75 |
| 3.3 | Belastete NACA65(12)-10-Schaufel | 79 |
| 4 | Zusammenfassung | 88 |
| VII | Validierung und Anwendung für zyklstationäre Strömung | 89 |
| 1 | Testkonfigurationen | 89 |
| 2 | RC2-Fan | 91 |
| 3 | UHBR-Fan | 98 |
| 4 | Zusammenfassung | 111 |
| VIII | Zusammenfassung und Ausblick | 113 |
| <hr/> | | |
| Literatur | | 117 |
| A | Herleitungen und vertiefendes Material | 132 |
| 1 | Statistische Lärmtheorie | 132 |
| 2 | Kreuzkovarianz bei turbulentem Zerfall | 133 |
| 3 | Konventionen der FOURIER-Transformation | 134 |
| 4 | Geschwindigkeitsspektren | 134 |
| 5 | Korrekturen von 2D zu 3D | 136 |
| 6 | Schließungsansätze | 139 |
| 7 | Spektrale Lücke | 141 |
| 8 | Akustische Perturbationsgleichungen (APE) | 141 |
| 9 | Weißes Rauschen | 143 |
| 10 | Durch das RPM-Verfahren realisierte Korrelationsfunktionen | 144 |
| 11 | Weitere Kopplungsverfahren | 146 |
| 12 | Stromröhren-Transformation | 151 |
| 13 | Analytischer Ausdruck für Vorderkanteninteraktionslärm an einer ebenen Platte | 152 |
| B | Weiterführende Untersuchungen und Abbildungen | 157 |
| 1 | Untersuchung der alternativen Kopplungen | 157 |
| 1.1 | Harmonischer Anregung einer ebenen Platte | 157 |
| 1.2 | Stochastische Anregung einer ebenen Platte | 164 |
| 1.3 | Isolierte NACA-Schaufeln | 169 |
| 1.4 | Zusammenfassung | 181 |
| 2 | Zusätzliche Abbildungen zur UHBR-Fan-Simulation | 182 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|----|--|------|
| 1 | Schematische Darstellung der verwendeten Koordinatensysteme | xvii |
| 2 | Veranschaulichung der verschiedenen Schallquellen am Triebwerk | 1 |
| 3 | Breitbandschallquellen im Triebwerk | 2 |
| 4 | Veranschaulichung eines räumlichen hybriden Ansatzes | 6 |
| 5 | Verwendeter hybrider Ansatz zur Berechnung des Breitbandschalls. Die Seitenangaben in blau verweisen auf die zyklstationären Erweiterungen. . . | 12 |
| 6 | Darstellung der Energiespektrumfunktionen | 17 |
| 7 | Turbulente kinetische Energie in einer RANS-Simulation mit Mischungsebene | 23 |
| 8 | Turbulente kinetische Energie in einer URANS-Simulation | 23 |
| 9 | Setup für RANS-Simulationen der isolierte Schaufel | 25 |
| 10 | Schematische Darstellung der Problematik zwischen Abstrahlrandbedingung und periodischer Randbedingung | 30 |
| 11 | Strategien zur Verteilung der Dämpfungs <i>spots</i> entlang einer Schaufel oder Platte | 31 |
| 12 | Darstellung des Prozessablaufs des RPM-Verfahrens | 35 |
| 13 | Skizze zum Zusammenspiel von Partikeln, kartesischem RPM-Gebiet und CAA-Gebiet | 36 |
| 14 | Realisierte Korrelationsfunktionen durch Vertauschen der Reihenfolge von Filterung und Skalierung | 37 |
| 15 | Kinetische Energie an der Vorderkante einer Schaufel mit und ohne Wandhaftbedingung | 40 |
| 16 | Analytischen Gewichtsfunktionen für das VON KÁRMÁN-, das LIEPMANN- und das MODIFIZIERTE VON KÁRMÁN-Spektrum | 45 |
| 17 | Schritte zur Transformation eines Fans in eine 2D-Kaskade | 53 |
| 18 | Gemessene turbulente Eigenschaften zwischen Rotor und Stator. | 54 |
| 19 | Skizze zur Bestimmung der Schalleistung einer 2D-Kaskadensimulation . . . | 56 |
| 20 | Einkoppeln von zyklstationärer Turbulenz im Statorbezugssystem | 58 |
| 21 | Einkoppeln von stationärer Turbulenz im Rotorbezugssystem resultiert in zyklstationärer Turbulenz im Statorbezugssystem | 61 |
| 22 | Realisierung der periodischen Ränder in einer 2D-Kaskaden-Simulation mit bewegtem RPM-Gebiet | 62 |
| 23 | Numerische Realisierung des GAUSS-Geschwindigkeitsspektrums | 63 |
| 24 | Analytische Realisierung des VON KÁRMÁN-Energiespektrums durch Überlagerung von GAUSS-Spektren | 64 |
| 25 | Numerische Realisierung des VON KÁRMÁN-Geschwindigkeitsspektrums . . . | 64 |
| 26 | Simulationsaufbau und Gitter für die harmonische Anregung einer unendlich dünnen Platte | 65 |
| 27 | Numerische Realisierungen der auftretenden Singularitäten | 67 |
| 28 | Instantane Darstellung der stromauf einkoppelnden Verfahren | 68 |
| 29 | Darstellung des resultierenden Schalldrucks | 69 |

| | | |
|----|---|-----|
| 30 | Darstellung des resultierenden Oberflächendrucks | 69 |
| 31 | Parametervariation für die LEE-Relaxationskopplung | 70 |
| 32 | Setup für die stochastische Anregung einer unendlich dünnen Platte | 71 |
| 33 | Ergebnisse bei verschiedenen Abständen der Beobachterpositionen zur Platte | 72 |
| 34 | Ergebnisse bei Variation der Gitterauflösung in der Nähe der unendlich dünnen Platte | 73 |
| 35 | Setup für die unbelastete NACA0012-Schaukel | 76 |
| 36 | Theoretische Realisierung des VON KÁRMÁN-Energiespektrums | 77 |
| 37 | Numerische Realisierung des lateralen VON KÁRMÁN-Geschwindigkeitsspektrums | 77 |
| 38 | Vergleich der simulierten Schallabstrahlung mit der Messung | 79 |
| 39 | Skizze des Setups für die belastete NACA65(12)-10-Schaukel | 80 |
| 40 | Setup für die belastete NACA65(12)-10-Schaukel | 81 |
| 41 | Darstellung des RPM-Gebietes der Sponge-Kopplung | 82 |
| 42 | Oberflächendruckkoeffizient verglichen mit der Messung | 85 |
| 43 | Gesamtschalleistung verglichen mit der Messung | 85 |
| 44 | Schalldruck im Fernfeld verglichen mit der Messung | 86 |
| 45 | Instantane Aufnahmen der Simulationen | 87 |
| 46 | 3D-Darstellung und Schnittbilder der untersuchten Fans | 90 |
| 47 | Setup des CAA-Gebietes für den RC2-Testfall | 93 |
| 48 | Verteilung der Dämpfungsspotts entlang der Schaukel | 94 |
| 49 | Schalleistungspegel für den RC2-Testfall | 96 |
| 50 | Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen für den RC2-Testfall. | 97 |
| 51 | Darstellung der Strömungseigenschaften und der turbulenten Eigenschaften im Rotor- und im Statorgebiet der RANS des UHBR-Fans | 99 |
| 52 | Setup des CAA-Gebietes für den UHBR-Fan | 102 |
| 53 | Instantane periodische Hintergrundströmung der Konfiguration #38-3 | 104 |
| 54 | Instantanes Feld der Wirbelstärke- und der Druckschwankungen ermittelt mit den C-CC Konfigurationen. | 106 |
| 55 | Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen ermittelt mit den C-PC Konfigurationen. | 107 |
| 56 | Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen ermittelt mit der P-PC Konfiguration #38-3. | 107 |
| 57 | Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen ermittelt mit den C-PP Konfigurationen (bewegtes RPM-Gebiet). | 108 |
| 58 | Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade | 109 |
| 59 | Schalleistungsspektren für die volle Kaskade | 111 |
| 60 | Skizze zur Bestimmung des Drucks im Fernfeld | 132 |
| 61 | Geschwindigkeitsspektren über dimensionslose Wellenzahl k_1/k_e | 135 |
| 62 | Korrekturen der Spektren von 2D und 3D | 137 |
| 63 | Übersicht über die verschiedenen Kopplungsmöglichkeiten der Quellen aus dem RPM-Modul in die CAA-Simulation | 147 |
| 64 | Skizze einer unendlich dünnen, endlich langen Platte | 153 |
| 65 | Simulationsaufbau für die harmonische Anregung einer unendlich dünnen Platte mit alternativen Kopplungsverfahren | 157 |
| 66 | Instantane, qualitative Darstellung der mit der Referenzlösung übereinstimmenden Verfahren | 158 |

| | | |
|----|--|-----|
| 67 | Instantane, qualitative Darstellung der mit der Referenzlösung nicht übereinstimmenden Verfahren | 159 |
| 68 | Normierte Quellstärke auf dem RPM-Gebiet | 160 |
| 69 | Darstellung des resultierenden Schalldrucks | 161 |
| 70 | Darstellung des resultierenden Oberflächendrucks | 162 |
| 71 | Instantane, laterale Geschwindigkeitskomponente im RPM-Gebiet | 163 |
| 72 | Setup für die stochastische Anregung einer unendlich dünnen Platte mit alternativen Kopplungsverfahren | 164 |
| 73 | Ergebnisse der Sponge-Kopplung und der GOLDSTEIN-korrigiertem RHS-Kopplung | 165 |
| 74 | Ergebnisse der Wand-Kopplungsverfahren | 166 |
| 75 | Ergebnisse bei Variation des Zerfallsmodells | 166 |
| 76 | Kreuz-Korrelationsfunktion der 1- und 2-Parameter-LANGEVIN-Modelle | 167 |
| 77 | Ergebnisse bei Variation der Zeitskala | 168 |
| 78 | Ergebnisse der Schallentstehung ohne Platte | 168 |
| 79 | Setup für die Untersuchung zu den Kopplungen bei EULER-Strömung | 169 |
| 80 | Details der Gitter an der NACA-Schaukel | 170 |
| 81 | Vergleich mit der Simulation von Lockard und Morris (1998) | 172 |
| 82 | Ergebnisse verschiedener Kopplungsverfahren für die NACA0012-Schaukel in EULER-Strömung | 173 |
| 83 | Ergebnisse der BIOT-SAVART-Kopplung für die NACA0012-Schaukel in EULER-Strömung | 174 |
| 84 | Veranschaulichung der Diskrepanz in der Konvektionsgeschwindigkeit auf dem RPM-Gitter | 174 |
| 85 | Skizze von RPM- und CAA-Gitter an einer Schaufelvorderkante | 175 |
| 86 | Ergebnisse der GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung für die NACA0012-Schaukel in EULER-Strömung | 176 |
| 87 | Theoretisch perfektes RPM-Gebiet für die RHS-Kopplung | 177 |
| 88 | Mittlere turbulente Eigenschaften aus RANS-Simulationen im Staupunkt | 178 |
| 89 | Skizze der Turbulenz-Schaukel-Interaktion | 180 |
| 90 | Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-1a und #4-1b | 182 |
| 91 | Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-1a und #4-2a | 182 |
| 92 | Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-2a und #4-2b | 183 |
| 93 | Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-1a und #4-4 | 183 |
| 94 | Schalleistungsspektren für die volle Kaskade, Konf. #38-1 und #38-2 | 184 |
| 95 | Schalleistungsspektren für die volle Kaskade, Konf. #38-1 und #38-4 | 184 |
| 96 | Schalleistungsspektren für die volle Kaskade, Konf. #38-1 und #38-3 | 185 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-------|--|-----|
| VI.1 | Werte zur Scherschichtkorrektur | 79 |
| VII.1 | Fancharakteristiken der beiden Fangeometrien | 91 |
| VII.2 | Randbedingungen für die beiden Fangeometrien | 91 |
| VII.3 | Zusammenfassung der simulierten Konfigurationen des RC2-Fans | 92 |
| VII.4 | Zusammenfassung der simulierten Konfigurationen am UHBR-Fan | 100 |
| B.1 | Rechenzeiten verschiedener Kopplungsverfahren | 176 |

Konventionen und Notationen

Anmerkungen des Autors

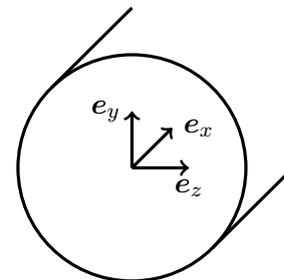
Verwendete Koordinatensysteme: Im Allgemeinen wird ein kartesisches Koordinatensystem mit Einheitsvektoren e_x , e_y und in 3D zusätzlich e_z verwendet. Hierbei zeigt die x -Achse nicht zwingend in Strömungsrichtung. Für Betrachtungen in der Turbomaschine entspricht die x -Achse der Maschinenachse (Abb. 1(a)). Die theoretischen Betrachtungen zu freier Turbulenz verwenden das Koordinatensystem in Abb. 1(b) mit Einheitsvektoren e_1 in Strömungsrichtung und e_2 quer zur Strömungsrichtung. Für die Betrachtungen an der Platte wird das Koordinatensystem in Abb. 1(c) verwendet; der Einheitsvektor e_2 ist hierbei senkrecht auf der Platte und e_3 zeigt in Spannweitenrichtung. Diese dritte Komponente wird für 2D-Betrachtungen vernachlässigt.

Verwendung von Fachbegriffen: Die Arbeit ist in deutscher Sprache verfasst. Da die gängige Kommunikationssprache in der Wissenschaft Englisch ist, sind auch etablierte Begriffe nur im Englischen zu finden und können nur schlecht oder missverständlich übersetzt werden. Ich werde daher Fachbegriffe aus dem Englischen direkt verwendet ohne sie zu übersetzen. Entsprechende Begriffe sind kursiv gesetzt.

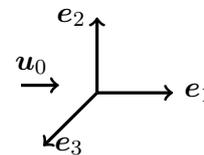
Lärm als Synonym für *Noise*: Der Begriff Lärm wird in dieser Arbeit ohne negative Konnotation verwendet. Er wird mit gleicher Bedeutung verwendet, wie das englischen Wort *noise*, das sowohl Geräusch, Rauschen, Krach, Unruhe und eben Lärm bedeutet.

Englische Schreibweise von Zahlen: Es wird der Punkt ”.” als Abtrennung der Nachkommastellen verwendet. Das hat seine Ursache vorallem im Textsatzprogramm und den verwendeten Werkzeugen, die diese Schreibweise benutzen.

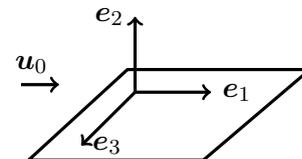
Abkürzungen: Die Abkürzungen und Subskripte werden ebenfalls aus den englischen Begriffen abgeleitet, um die Leserlichkeit und den Wiedererkennungswert zu erhöhen und sprachliche Missverständnisse zu umgehen.



(a) Turbomaschinen-Koordinatensystem



(b) Koordinatensystem für Betrachtungen zur freien Turbulenz



(c) Koordinatensystem für Betrachtungen an der Platte

Abb. 1:

Schematische Darstellung der verwendeten Koordinatensysteme

Nomenklatur

| Kennzahlen | | |
|-----------------|--------------------------------|---|
| M | | MACH-Zahl |
| Re | | REYNOLDS-Zahl |
| St | | STROUHAL-Zahl |
| Referenzgrößen | | |
| \hat{L} | m | Referenzlänge ist immer identisch 1 angenommen und wird weggelassen |
| c_0 | m/s | Schallgeschwindigkeit der ungestörten Grundströmung |
| ρ_0 | kg/m ³ | Dichte der ungestörten Grundströmung |
| Latein | | |
| $a_{ij}^{(ex)}$ | - | Extraanisotropie, Gl. (153) |
| A_d | | Dämpfungsamplitude |
| \hat{A} | | Amplitude der synthetisierten Fluktuation, Gl. (41) |
| b | m | Halbe Schauffelllänge $b = \frac{1}{2}c$ |
| B | - | Anzahl der Blätter im gerechneten, periodischen Gebiet |
| c | m | Schauffelllänge (Sehnenlänge) |
| c/s | - | <i>Solidity</i> , Bedeckungsgrad, Kehrwert des Teilungsverhältnisses |
| c_0 | m/s | Schallgeschwindigkeit |
| c_p | - | Oberflächendruckkoeffizient, Gl. (114) |
| C | - | Empirische Konstanten, Modell- und Skalierungsparameter (C_λ , C_μ , C_{Re} , C_τ , C_l , C_ω , C_{Tl} , $C_{T\tau}$) |
| d | - | Anzahl der berücksichtigten, räumlichen Dimensionen |
| d | m | Spannhälfte $d = \frac{1}{2}L$ |
| \tilde{D} | | Dämpfungsoperator |
| E | | Energiespektrumsfunktion, Energie-Modellspektrum |
| E_{ii} | m ² /s ² | Eindimensionale Geschwindigkeitsautospektren im Wellenzahlraum (In der Literatur wird auch oft $\Phi_{ii}(k_1)$ verwendet ¹ .) |
| e | - | Normierte Energiespektrumsfunktion E , Gl. (63) |
| e_x | - | Einheitsvektor in x -Richtung, siehe auch Anmerkungen auf S. xvii |
| \mathcal{E}_h | - | Homogene Ausbreitungsgleichungen, Gl. (5) |
| f | - | Gewichtsfunktion, Gl. (60) |
| f | Hz | Frequenz |
| f | - | Longitudinale Korrelationsfunktion isotroper Turbulenz |
| f_{BPF} | Hz | Blattfolgefrequenz des Rotors, S.52 |
| \mathcal{F} | - | FRESNEL-Integral, Gl. (200) |
| g | | Flügelantwortsfunktion, <i>airfoil response function</i> , Gl. (194) |
| g | - | Laterale Korrelationsfunktion isotroper Turbulenz |
| \hat{g}_a | - | GREENSche Funktion im Frequenzbereich |
| G | - | Örtlicher Filterkern, Gl. (41) |
| G | - | Mischfunktion, Gl. (64) |
| \mathcal{G} | - | GAUSS-Transformation, Gl. (67) |
| h | m | Kaskadenhöhe, Abstand der periodischen Ränder der Kaskade |

* Variierende Einheiten

| | | |
|----------------------|--------------------------------|---|
| $H_0^{(1)}$ | - | HANKEL-Funktion |
| i | - | Imaginäre Zahl mit der Eigenschaft $i^2 = -1$ |
| I | W/m ² | Schallintensität |
| \mathbf{k} | 1/m | Wellenzahlvektor, Abschnitt II.3.1 |
| k_1 | 1/m | Konvektive Wellenzahl |
| k | 1/m | Betrag der Wellenzahl \mathbf{k} , Abschnitt II.3.1 |
| k_d, k_e | 1/m | Charakteristische Wellenzahlen, Abschnitt II.3.1. |
| k_t | m ² /s ² | turbulente kinetische Energie |
| K | - | Anzahl an Umdrehungen |
| l_3 | m | Laterale Korrelationslänge (S.138) |
| l_i | m | Längenskala der i -ten GAUSS-Realisierung, Gl. (60) |
| l_p | m | Pseudolängenskala, Gl. (26) |
| l_s | m | Längenskala der Kreuzkovarianz, z.B. in Gl. (9), die auch mit dem RPM-Verfahren realisiert wird |
| L | m | Spannweite der Platte oder Schaufel |
| L_p | dB | Schalldruckpegel mit einer Referenz von 4×10^{-10} Pa ² |
| L_W | dB | Schalleistungspegel mit einer Referenz von 1×10^{-12} W, Gl. (104) |
| \mathcal{L} | | Aeroakustischen Transferfunktion, Gl. (194) |
| \mathcal{L} | | Wellenoperator, Gl. (4) |
| \mathcal{L} | | LAPLACE-Transformation |
| m | - | Azimutalmodenordnung |
| \dot{m} | kg/s | Massenstrom |
| M_x | - | Axiale MACH-Zahl |
| M_{tip} | - | Blattspitzen-MACH-Zahl im Absolutsystem |
| $M_{\text{tip,rel}}$ | - | Relative Rotorblattspitzenmachzahl $M_{\text{tip,rel}} = \sqrt{M_x^2 + M_{\text{tip}}^2}$ |
| n | - | Zählvariable $\in \mathbb{N}$ |
| \mathbf{n} | - | Normalenvektor auf einer Fläche, nach außen zeigend |
| n_{RPM} | U/min | Drehgeschwindigkeit des Rotors |
| N | - | Menge $\in \mathbb{N}$ |
| N_q | - | Anzahl an unkorrelierten Quellen |
| N_B | - | Anzahl an Rotorblättern, S.52 |
| N_M | - | Anzahl an Mikrofonen |
| N_V | - | Anzahl an Statorblättern |
| \mathcal{N} | - | GAUSS-Distribution mit verschwindendem Mittelwert, Gl. (64) |
| \mathbb{N} | | Bereich der natürlichen Zahlen |
| \mathcal{O} | | Ordnung |
| p | Pa | Druck |
| p | - | Generische, symmetrische Distribution, Gl. (64) |
| p_∞ | Pa | Mittlerer, statischer Druck im Fernfeld |
| p_t | Pa | Totaldruck |
| P | W | Schalleistung |
| P | | Turbulente Produktion, Gl. (152) |
| P_{ref} | Pa | $P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5}$ Pa. Als Referenzschallpegel für die Normierung des Schalldruckpegels wird die Hörschwelle verwendet |
| q | * | Quelle |
| r | m | Betrag von \mathbf{r} |
| r | m | Radiale Koordinate im Polar-, oder Zylinderkoordinatensystem |
| r^* | m | Abstand zur Quelle unter Berücksichtigung der MACH-Zahl |
| \mathbf{r} | m | Abstandsvektor zwischen zwei Raumpunkten, örtliche Verschiebungsvariable in der Korrelationsfunktion |
| R | m | Abstand zur Quelle |

| | | |
|-----------------|----------------|--|
| R | m | Rohrradius |
| R, R_{ij} | - | Kreuz-Korrelation |
| \mathcal{R} | * | Kreuz-Kovarianz |
| \hat{R} | * | Varianz |
| R_a | m | Außenradius des Kanals |
| R_d | m | Halbbreite eines Dämpfungsspot |
| R_i | m | Innenradius des Kanals |
| \Re | | Realteil einer komplexen Zahl |
| s | m | Schaufelabstand (<i>Pitch</i>) |
| s | J/K | Entropie |
| S | m ² | Querschnittsfläche des Kanals |
| S_{ij} | * | Kreuzspektren im Frequenzraum, als Subskript werden uu, uv, vv, pp etc. verwendet um die entsprechenden physikalischen Komponenten zu bezeichnen |
| S_{ij} | * | Mittlerer Dehnungsgeschwindigkeitstensor, Gl. (149) |
| T_{ij} | | <i>Lighthillscher</i> Schubspannungstensor |
| t | s | Zeitkoordinate |
| T | s | Abtast-/ <i>Sampling</i> -Dauer |
| T | s | Periodendauer |
| T | K | Temperatur |
| T'' | K | Temperaturvarianz |
| T_u | % | Turbulenzintensität |
| T_t | K | Totaltemperatatur |
| \bar{u} | m/s | Mittlere Geschwindigkeit |
| \mathbf{u}_0 | m/s | Geschwindigkeit der Hintergrundströmung (nicht zwingend zeitlich konstant) |
| \mathbf{u}_p | m/s | Translatorische Geschwindigkeit des RPM-Gebietes |
| u_t | m/s | mittlere, turbulente Schwankungsgeschwindigkeit |
| \mathcal{U}_i | - | i -dimensionales, weißes Rauschen, Gl. (41) |
| v_p | m/s | Einzigste von Null verschiedene Komponente der translatorischen Geschwindigkeit des RPM-Gebietes \mathbf{u}_p |
| V_s | m ^d | Quellvolumen in 3D oder Quellfläche in 2D |
| \mathcal{W}_i | - | i -dimensionales, weißes Rauschen, unkorreliert zu \mathcal{U}_i |
| \mathbf{x} | m | Ortskoordinaten (x, y, z) |
| y^+ | - | Normierter Wandabstand |

Griechisch

| | | |
|---------------|--------------------------------|---|
| α_0 | rad | Anstellwinkel, <i>Angle of Attack</i> (AoA) |
| β | - | Dämpfungsexponent |
| β | - | $\beta^2 = 1 - M^2$, verwendet in Gl. (193) |
| γ | - | Isentropenexponent |
| Γ | - | Gammafunktion $\Gamma(n) = (n - 1)!$ |
| δ | m | Scherschichtdicke |
| δ | - | Delta-Distribution |
| δ_{ij} | - | KRONECKER-Delta, vgl. Schade und Neemann (2009) |
| Δ | m | Gitterweite, richtungsunabhängig |
| Δ_t | s | Zeitschrittweite |
| ϵ_t | m ² /s ³ | turbulente Dissipation |

¹Deutlichkeitshalber wird in dieser Arbeit explizit zwischen eindimensionalen Wellenzahlspektren $E_{ii}(k_1)$ und mehrdimensionalen $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$ unterschieden

| | | |
|-----------------------|-------------------------------|---|
| $\epsilon_{i,j,k}$ | - | ϵ -Tensor, vgl. Schade und Neemann (2009) |
| θ | rad | Abstrahlwinkel, Polarwinkel |
| ϑ | rad | Abstrahlwinkel, Winkelkoordinate im Polar- oder Zylinderkoordinatensystem |
| λ | m | Akustische Wellenlänge |
| Λ | m | Integrales turbulentes Längenmaß, auch -skala |
| μ | - | Zeitskalenverhältnis des 2-Parameter-LANGEVIN-Verfahrens |
| μ | - | Dimensionslose Wellenzahl, Gl. (197) |
| μ_t | kg/ms | Dynamische Viskosität |
| ν_{ASD} | - | Dämpfungsstärke der selektiven, künstlichen Dämpfung |
| ν_t | m ² /s | kinematische Viskosität $\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho}$ |
| ξ | - | Normierte Ortskoordinate |
| Π | - | Fan-Druckverhältnis $\Pi = p_{t,2}/p_{t,1}$ der Totaldrücke am Einlass $p_{t,1}$ und Auslass $p_{t,2}$ des Fans |
| ρ | kg/m ³ | Dichte |
| σ | (m ² /s) | Dämpfungsstärke der Dämpfungsfunktion in der Spongezone (S. 28), Relaxationsparameter (S. 28) |
| τ | s | Differenz zwischen zwei Zeitpunkten, zeitliche Verschiebungsvariable in der Korrelationsfunktion |
| τ_s | s | Zeitskala / Zerfallsrate des Turbulenzzzerfalls |
| τ_2 | s | Zweite Zeitskala des 2-Parameter-LANGEVIN-Modells |
| ϕ | * | Beliebige primitive Variable, Gl. (1) |
| Φ_{ij} | m ² s ² | Geschwindigkeitsspektrumstensor im Wellenzahlraum, entweder abhängig von dem gesamten Wellenzahlvektor \mathbf{k} oder durch Integration von nur 2 Komponenten k_1, k_2 . Für das eindimensionale Wellenzahlspektrum wird $E_{ii}(k_1)$ verwendet |
| ψ | - | Beliebige synthetisierte Fluktuation |
| Ψ | * | Stromfunktion |
| ω | rad/s | Kreisfrequenz |
| $\boldsymbol{\omega}$ | 1/s | Wirbelstärke $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ |
| ω_t | 1/s | spezifische turbulente Dissipationsrate $\omega_t = \frac{\epsilon_t}{k_t}$ |
| Ω_{ij} | 1/s ² | Wirbelstärketensor, Gl. (151) |
| Ω_r | 1/s | Winkelgeschwindigkeit des Rotors, S.52 |

Tiefgestellte Indices

| | |
|----------------|---|
| $(\cdot)'$ | Schwankungsgrößen (turbulente, akustische und entropische) |
| $(\cdot)_0$ | Hintergrundströmung (nicht zwingend zeitlich konstant) |
| $(\cdot)_i$ | Vektorkomponente in die i-Richtung |
| $(\cdot)_k$ | Bezogen auf die Partikel |
| $(\cdot)_p$ | Bezogen auf das RPM-Gebiet (engl. <i>Patch</i>) |
| $(\cdot)_s$ | Bezogen auf das Quellgebiet (aus dem Engl. für <i>source</i>) |
| $(\cdot)_{pp}$ | Auto-korrelation /-spektren des fluktuierenden Druckes p |
| $(\cdot)_{uu}$ | Auto-korrelation /-spektren der Komponente u der Geschwindigkeitsfluktuation, wird in dieser Arbeit identisch mit der Komponente in Strömungsrichtung benutzt |
| $(\cdot)_{vv}$ | Auto-korrelation /-spektren der Komponente v der Geschwindigkeitsfluktuation, wird in dieser Arbeit identisch mit der Komponente quer zur Strömung benutzt |
| $(\cdot)_B$ | Des Rotors (engl. <i>Blade</i>) |
| $(\cdot)_V$ | Des Stators (engl. <i>Vane</i>) |

Mathematische Symbole und Operatoren

| | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| ∇ | Gradient |
| $\nabla \times$ | Rotation |
| $\nabla \cdot$ | Divergenz |
| Δ | Laplace-Operator |
| \mathcal{L} | Wellenoperator, Gl. (4) |
| $\frac{D}{Dt}$ | Materielle Ableitung |
| \cdot | Skalarprodukt |
| \times | Kreuzprodukt |
| $*$ | Faltung |
| $\bar{\cdot} = \langle \cdot \rangle$ | Mittelwert |
| $(\cdot)^*$ | Komplex-konjugieren |
| $\hat{\cdot}$ | Im Frequenzbereich |

Abkürzungen

| | |
|--------|--|
| 2D, 3D | Im zwei- bzw. dreidimensionalen Raum |
| AFR | <i>Absolute Frame of Reference</i> – Ruhendes Bezugssystem |
| APE | <i>Acoustic Perturbation Equations</i> (S.27) |
| ASD | <i>Artificial Selective Damping</i> – Künstliche, selektive Dämpfung |
| AoA | <i>Angle of Attack</i> – Anstellwinkel der Schaufel |
| BEM | <i>Boundary Element Method</i> – Randwertmethode, eine numerische Methode zur Lösung partieller Differenzialgleichungen |
| BPF | <i>Blade-passing frequency</i> – Blattfolgefrequenz |
| CAA | <i>Computational Aero Acoustics</i> – numerische Lösung aeroakustischer Problemstellungen, hier im Speziellen verstanden als die numerische Lösung der LEE |
| CAD | <i>Computer-aided Design</i> |
| CFD | <i>Computational Fluid Dynamics</i> – numerische Lösung aerodynamischer Problemstellungen |
| CFL | Courant, Friedrichs und Lewy sind Namensgeber für die CFL-Zahl in Gl. (29) |
| DES | <i>Detached Eddy Simulation</i> – Grobstruktursimulation ähnlich der LES, nur werden die wandnahen Bereiche durch eine RANS gelöst |
| DNS | <i>Direct NAVIER STOKES</i> – Direkte Lösung der NAVIER-STOKES-Gleichungen |
| DRP | <i>Dispersion Relation Preserving Scheme</i> – symmetrisches, 7-Punkte-Stern finite-Differenzen-Verfahren |
| EARSM | <i>Explicit Algebraic REYNOLDS Stress Modell</i> , ein höherwertiger Schließungsansatz (S. 21) |
| FFT | <i>Fast-FOURIER-Transformation</i> – schnelle FOURIER-Transformation, ein Verfahren, um Zeitsignale in den Frequenzraum zu transformieren |
| FLADD | <i>Forced Linear Advection Diffusion Dissipation</i> -Gleichungen |
| fRPM | <i>Fast Random Particle Mesh</i> -Verfahren, wird in dieser Arbeit redundant mit RPM verwendet |
| HB | <i>Harmonic Balance</i> – URANS im Frequenzbereich |
| LDDRK | <i>Low-dissipation and Low-dispersion Runge-Kutta</i> -Verfahren |
| LE | <i>Leading Edge</i> – Vorderkante |

| | |
|---------|---|
| LEE | <i>Linear EULER Equations</i> – Linearisierte EULER-Gleichungen in Schwan- kungsform |
| LES | <i>Large Eddy Simulation</i> – Grobstruktursimulation |
| LHS | <i>Left-hand side</i> – Linke Seite der Gleichungen |
| MFR | <i>Moving Frame of Reference</i> – Mitbewegtes Bezugssystem |
| PPL | Punkte pro Längenskala, Maß für die räumliche Auflösung der Turbulenz |
| PPP | Punkte pro (zeitlicher) Periodendauer, Maß für die zeitliche Auflösung |
| PPW | Punkte pro Wellenlänge, Maß für die räumliche Auflösung der Akustik |
| PPZ | Partikel pro Zelle |
| PSD | <i>Power Spectral Density</i> – Leistungsspektraldichte |
| PWL | Schallleistungspegel |
| RANS | REYNOLDS <i>Averaged</i> NAVIER STOKES |
| RB | Randbedingung |
| RDT | <i>Rapid Distortion Theory</i> |
| RHS | <i>Right-hand side</i> – Rechte Seite der Gleichungen |
| RMS | <i>Root mean square</i> – Quadratisches Mittel der Schwankungsgrößen |
| RPM | <i>Random Particle Mesh</i> -Verfahren – Methode zur Synthetisierung von Turbulenz. Wird in dieser Arbeit redundant mit fRPM verwendet |
| RSTM | REYNOLDS <i>Stress Transport Modell</i> |
| SNGR | <i>Stochastic Noise Generation and Radiation</i> – Methode zur Synthetisie- rung von Turbulenz |
| SPL | <i>Sound Pressure Level</i> – Schalldruckpegel |
| TE | <i>Trailing Edge</i> – Hinterkante |
| TI | Turbulente Intensität |
| TKE | Turbulente kinetische Energie |
| TLS | Turbulente integrale Längenskala |
| UHBR | <i>Ultra High Bypass Ratio</i> |
| URANS | unsteady RANS – instationäre Lösung der RANS-Gleichungen |
| (U)RANS | Bezieht sich sowohl auf RANS, als auch auf URANS |

Publikationen

Im Rahmen dieser Arbeit sind folgende Publikationen entstanden:

A. M. Wohlbrandt, N. Hu, S. Guérin und R. Ewert (2016a). „Analytical reconstruction of isotropic turbulence spectra based on the Gaussian transform“. In: *Computers & Fluids*. ISSN: 00457930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2016.03.023

A. M. Wohlbrandt, S. Guérin und R. Ewert (2015). „Extension of the Random Particle Mesh method to periodic turbulent flows for fan broadband noise prediction“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2383–2407. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2383

A. M. Wohlbrandt, S. Guérin und R. Ewert (2013). „Simultaneous Computation of Surface and Volume Sources for Fan Broadband Noise with the Random-Particle-Mesh Method“. In: *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Berlin, Germany: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2119–2137. DOI: 10.2514/6.2013-2119

Unveröffentlicht:

A. Wohlbrandt, C. Kissner und S. Guérin (2017). „Impact of cyclostationarity on fan broadband noise prediction“. In: *arXiv:1706.00248 [physics.flu-dyn]* Submitted to Journal of Sound and Vibration. URL: <https://arxiv.org/abs/1706.00248>

Weitere Publikationen:

A. M. Wohlbrandt, C. Weckmüller und S. Guérin (2016b). „A robust extension to the triple plane pressure mode matching method by filtering convective perturbations“. In: *International Journal of Aeroacoustics* 15.1, S. 41–58. ISSN: 1475-472X, 2048-4003. DOI: 10.1177/1475472X16630842

R. Ewert, A. Neifeld und **A. M. Wohlbrandt** (2012). „A three-parameter Langevin model for hot jet mixing noise prediction“. In: *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Colorado Springs, CO: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2238. DOI: 10.2514/6.2012-2238

R. Ewert, A. Neifeld und **A. M. Fritzsche** (2011b). „A 3-D modal stochastic jet noise source model“. In: *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*. Portland, Oregon: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2887. DOI: 10.2514/6.2011-2887

A. M. Fritzsche, S. Guérin, C. Weckmüller und L. Enghardt (2010). „Numerical investigation of transmission, reflection and scattering of sound waves through a blade row“. In: *Proceedings of the DAGA 2010 International Conference on Acoustics*, S. 209

A. M. Fritzsche (2009). „Numerische Untersuchung der Transmission, Reflexion und Streuung von Schallwellen an einem Schaufelgitter“. Diplomarbeit. Berlin: Technische Universität Berlin

C. Weckmüller, **A. M. Fritzsche** und S. Guérin (2009b). „Extended Multi-Plane Pressure Mode Matching for CFD/CAA Coupling“. In: *Proceedings of the NAG/DAGA 2009 International Conference on Acoustics*. Rotterdam, Netherland, S. 1244–1247

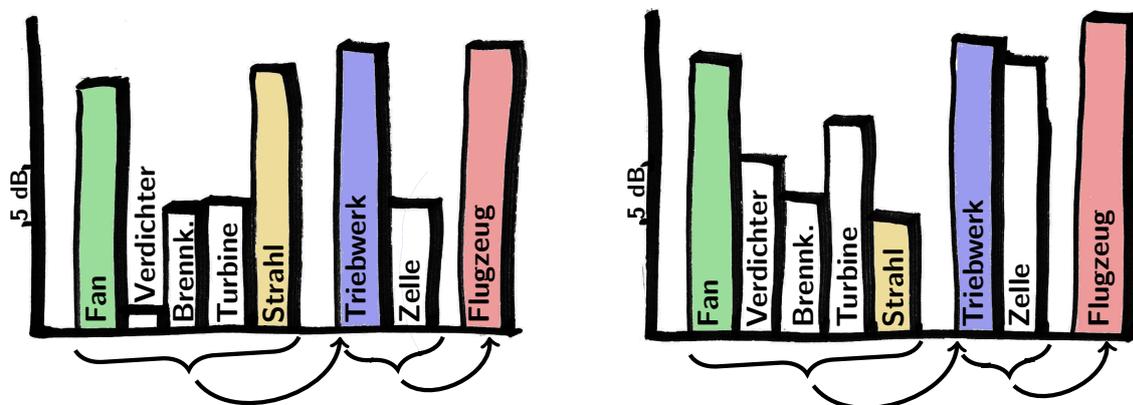
P. Toth, **A. M. Fritsch** und M. M. Lohasz (2008). „Application of computational fluid dynamics softwares for 2d acoustical wave propagation“. In: *Gepeszet*, S. 29–30

I Einleitung

Einordnung

Vom Auto bis hin zum Flugzeug, vom Windrad bis hin zum thermischen Kraftwerk sind Turbomaschinen Kernteil der mechanischen Leistungswandler. Ihrer hohen Effizienz steht allerdings die Umweltbelastung durch Abgase und Lärm gegenüber. Die Vision-2020-Ziele (Europäische Kommission, 2001) des Beirats für Luftfahrtforschung und -innovation in Europa (ACARE von engl.: *Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe*) geben für Fluglärm vor, dass der wahrgenommene Schall bis 2020 um 10 EPNdB¹ je Vorgang reduziert werden soll, ausgehend von einem typischen neuen Flugzeug im Jahr 2000. Das entspricht einer Halbierung des wahrgenommenen Schalls. Die Vorgaben der ACARE im Flightpath 2050 (Europäische Kommission, 2011) sieht vor, die wahrgenommene Schallemission eines fliegenden Flugzeugs bis zum Jahr 2050 um weitere 5 EPNdB pro Vorgang zu reduzieren.

Noch in den 70er Jahren war die Hauptschallquelle des Fluglärms durch den Strahlärm gegeben (Leylekian et al., 2014)². Durch stetig wachsende Nebenstromverhältnisse ist in aktuellen Entwürfen der Fanlärm in allen Betriebspunkten eine dominante Schallquelle (Abb. 2).



(a) Start (*take-off*)

(b) Landeanflug (*approach*)

Abb. 2: Veranschaulichung der verschiedenen Schallquellen am Triebwerk für Start- und Landeanflug eines aktuellen Flugzeugs (Leylekian et al., 2014, Abb.4). Brennk. steht als Abkürzung für Brennkammer. Der jeweils letzte Balken repräsentiert den Gesamtschall des Flugzeugs resultierend aus Triebwerk und Flugzeugzelle (*Airframe*).

Bei der Reduktion von Fanlärm sind besonders im tonalen Bereich in den letzten Jahren große Fortschritte erzielt worden. Durch die großen Nebenstromverhältnisse sind bereits die Blattspitzengeschwindigkeit und das Druckverhältnis reduziert. Auch die Veränderung der Verhältnisse der Schaufelanzahlen zum Erreichen eines *Cut-off*-Designs von bestimmten Fantönen, die Erhöhung des Blattabstandes, das Anströmen und Pfeilen der Schaufeln

¹Effectively Perceived Noise - Effektiv wahrgenommener Schallpegel

²Leylekian et al. (2014) gibt einen umfassenden Überblick über alle relevanten Schallquellen und die Möglichkeiten der Reduktion am gesamten Flugzeug.

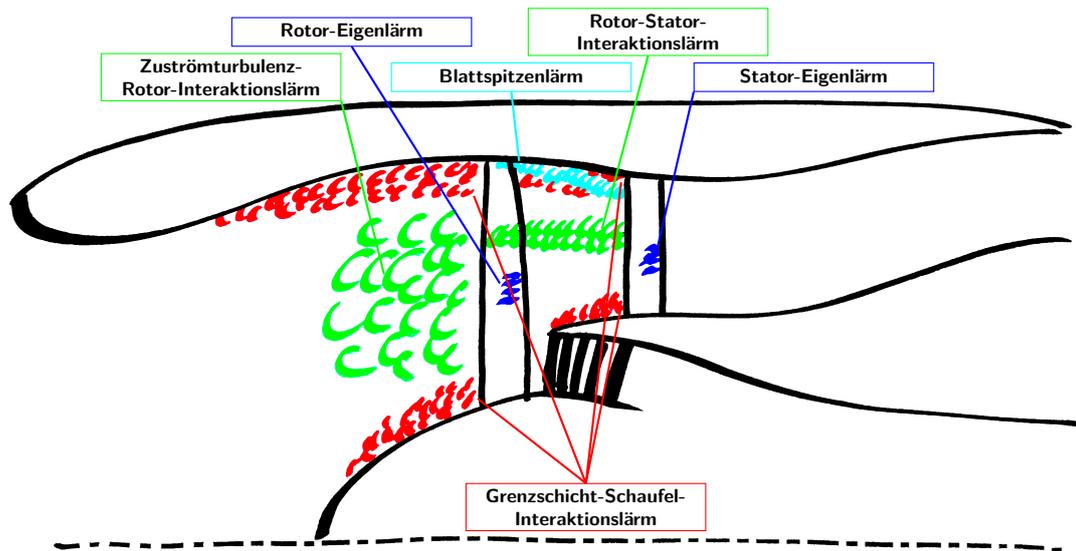


Abb. 3: Breitbandschallquellen im Triebwerk. Zeichnung in Anlehnung an W. Lord von Pratt & Wittney, S.441 (Tam und Cleveland, 2000).

und passive Schalldämpfung durch *Liner* bieten Reduktionspotentiale. Aber selbst wenn alle Töne reduziert sind, ist eine Reduktion über 1.5 EPNdB nicht zu erwarten (Gliebe et al., 1995). Eine signifikantere Reduktion von 3 bis 4 EPNdB wird jedoch durch Entwicklungen im Bereich der breitbandigen Fanlärmanteile vorhergesagt. In Abb. 3 sind die verschiedenen Breitbandschallquellen in einem Triebwerkseinlauf dargestellt. Sie lassen sich in zwei Hauptkategorien unterteilen: (1) Eigenlärm und (2) Interaktionslärm. In verschiedenen Untersuchungen hat sich gezeigt, dass im Fan der Interaktionslärm zwischen Rotor und Stator dominiert (Ganz et al., 1998; Envia et al., 2008; Peake und Parry, 2012). Einlaufstörung-Rotor-Interaktion ist nur bei hohen MACH-Zahlen (Moreau und Oertwig, 2013) und Eigenlärm nur für niedrige MACH-Zahlen relevant (Moreau und Roger, 2007).

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Schallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion. Dieser Mechanismus hat sowohl eine tonale, als auch eine breitbandige Komponente. Während sich die Tonhöhe aus der Anzahl der Schaufeln und der Rotationsgeschwindigkeit deterministisch ergeben, ist der Breitbandlärm durch die relevanten turbulenten Strukturen charakterisiert. Eine aufschlussreiche und detaillierte Vorhersage der Schallemission ist von großer Wichtigkeit, da bereits bei der aerodynamischen Auslegung die Schallemission eine Rolle spielen muss. Die Anforderungen an nachträgliche Maßnahmen, wie passive und aktive Schalldämpfung, sind für breitbandige Komponenten höher als für tonale.

Erste umfangreiche Messungen von Fanbreitbandlärm wurden Mitte der 90er Jahre von Gliebe et al. (1995, 2000) und Ganz et al. (1998) veröffentlicht. Die Messung und die Trennung der Schallquellen ist sehr aufwändig. Die Messung am NASA-SDT Fan ist die umfangreichste Datenbasis, die bisher zur Verfügung steht (Envia und Branch, 2002). Um Rotoreigenlärm von dem Interaktionslärm zu trennen, kann dieser Fan auch ohne Statoren betrieben werden. Durch eine eingebaute Prallplatte wird außerdem der abgestrahlte Schall stromauf und stromab separiert. Trotz eingehender Hitzdrahtmessungen im Fan ist eine Charakterisierung der Schallquellen weiterhin schwierig (Woodward et al., 2002). Daher werden, beginnend in den 70er Jahren (Fink, 1975; Paterson und Amiet, 1976), auch heute noch isolierte Schaufeln vermessen (Paruchuri et al., 2015; Geyer et al., 2016), um einen Einblick in die komplexen Schallentstehungsmechanismen zu erhalten und den Einfluss der Geometrien und Strömungsbedingungen untersuchen zu können. Dabei müssen aber

die Installations- und Kaskadeneffekte der Schaufeln und die Relativbewegungen der verschiedenen Schaufelreihen vernachlässigt werden. Eine Literaturübersicht über Messungen an der isolierten Schaufel erfolgt gesondert in Abschnitt VI.3.1.

Rotor-Stator-Interaktionslärm ohne Messungen vor der Fertigung vorherzusagen, ist von großem Interesse. Die Spannweite der bekannten Verfahren reicht von analytischen Modellen bis hin zu skalenauflösenden Simulationen.

Auf der einen Seite gibt es empirische oder analytische Verfahren, die auf Grundlage von restriktiven Modellannahmen sehr schnelle Vorhersagen zulassen. Die Güte der Ergebnisse hängt hierbei maßgeblich davon ab, ob alle relevanten Quellen richtig modelliert wurden. Eine Literaturübersicht von analytischen Verfahren zur Vorhersage von Rotor-Stator-Interaktionslärm ist weiter unten gegeben.

Auf der anderen Seite sind die (teil-)skalenauflösenden, numerischen Verfahren, die eine hochgenaue Abbildung der Mechanismen im Triebwerkseinlauf und Nebenstromkanal erlauben. Die Ergebnisse dieser Simulationen sind von hoher Qualität und reproduzieren Messungen sehr genau (Shur et al., 2016). Die Nachteile sind:

- (1) Die komplexen Wirkmechanismen können nur schwer separiert, gewichtet und entschlüsselt werden.
- (2) Es kann dabei aus Speicherplatzgründen nur eine beschränkte Menge an Informationen abgespeichert werden.
- (3) Auf absehbare Zeit ist diese Art von Simulation nicht wirtschaftlich.

Eine Aufwandsabschätzung und Literaturübersicht von (teil-)skalenauflösenden Verfahren zur Vorhersage von breitbandigem Rotor-Stator-Interaktionslärm ist weiter unten gegeben.

Es ist also notwendig, zwischen dem analytischen und dem (teil-)skalenauflösenden Ansatz einen Mittelweg zu finden, der eine genaue Aussage zu den relevanten physikalischen Größen und Quellmechanismen zulässt, so dass Anwendungen auf unbekannte Konfigurationen oder neue Ideen mit robusten Aussagen möglich sind. Ziel dieser Verfahren ist es auch, die Quellmechanismen zu trennen und einzeln zu untersuchen. Erkenntnisse aus solchen Untersuchungen sind sowohl richtungsweisend für die Identifikation von neuen Konzepten – im Flightpath 2050 (Europäische Kommission, 2011) wird ein technologischer Durchbruch postuliert, ohne den die Vorgaben zur Lärmreduktion nicht zu erreichen sind –, als auch für die analytische Modellbildung interessant.

Diese Lücke schließt die Klasse der hybriden Verfahren. Hybride Verfahren bezeichnen Ansätze, die zur Lösung des Problems auf mehrere Methoden zurückgreifen. Dabei ist jede Methode besonders auf ihr Anwendungsfeld spezialisiert. Neben den klassischen Ansätzen der Fernfeldextrapolation ist im Bereich der Vorhersage von Rotor-Stator-Interaktionslärm in den letzten fünf Jahren eine rasante Entwicklung von konkurrierenden Methoden unter Verwendung synthetischer Turbulenz entstanden. Eine Übersicht über den aktuellen Stand der hybriden Verfahren zur Vorhersage von breitbandigem Rotor-Stator-Interaktionslärm ist weiter unten gegeben. Das in dieser Arbeit verwendete Random-Particle-Mesh (RPM) Verfahren (Ewert et al., 2011a) sortiert sich in diese Klasse der hybriden Verfahren ein. Es wird im vorliegenden Rahmen erstmals zur Vorhersage von Fanlärm angewendet und erweitert. Nach der folgenden Literaturübersicht werden die Ziele formuliert.

Literaturübersicht

Analytische Ansätze

Von Kármán und Sears (1938) präsentierten den ersten Ansatz zur Lösung von Turbulenz-Platte-Interaktion für eine inkompressible Strömung und eine unendlich dünne Platte. Eine erste umfassende Vorhersage von Akustik wurde von Sears (1941) veröffentlicht³. Der Schallentstehungsmechanismus ist hiernach die Unterbindung der wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuation durch die Anwesenheit der Schaufel. Daraus resultiert eine instationäre Auftriebskraft der Schaufel, die wiederum ein Druckfeld emittiert, welches sich mit Schallgeschwindigkeit dipolartig ausbreitet. Eine Erweiterung auf hohe Frequenzen, kompressible Strömung und die Berücksichtigung der KUTTA-Bedingung folgte von Amiet (1976b), der die Lösung einer HELMHOLTZ-Gleichung mit der SCHWARTZSCHILD-Technik verwendete. Die Anregung stellte dabei eine sinusförmige, divergenzfreie und konvektive Geschwindigkeitsfluktuation dar, die im Weiteren mit dem englischen Wort *Gust* bezeichnet wird. Das Verfahren von Amiet wird nach Reboul (2010) in dieser Arbeit als Referenz verwendet. Basierend auf den Annahmen der *Rapid-Distortion*-Theorie (Batchelor und Proudman, 1954; Savill, 1987) präsentierte Goldstein (1978) ein Verfahren mit dem, ausgehend von einer Störung, die an einem stationären Körper beliebiger Form vorbei konvektiert, die Schallabstrahlung berechnet werden kann. Anwendungen auf die Turbulenz-Schaufel-Interaktion wurden von Atassi et al. (1993) sowie Myers und Kerschen (1995; 1997) durchgeführt, wohlbemerkt mit unterschiedlichen Schlussfolgerungen (Glegg et al., 2006). Paruchuri et al. (2015) schlossen nach umfangreichen Messungen, dass ein einzelner Parameter, wie etwa die Sehnenlänge, für die Berücksichtigung der Geometrien nicht hinreichend sei, wohingegen Atassi und Vinogradov (2007) den Einfluss von realistischen Schaufelgeometrien als klein einstufen.

Zur Anwendung im Fan sind verschiedene Genauigkeiten der analytischen Modellierung zu beobachten. So verwenden Moreau et al. (2015; 2016) z.B. für die Vorhersage von Rotor-Stator-Interaktionslärm lediglich die SEARS-Funktion (Sears, 1941, Gl. (21)) und die sogenannte *Strip*-Theorie, bei der das Verfahren streifenweise an einer diskreten Anzahl von radialen Positionen angewendet wird. Ein ähnliches Verfahren wurde von Grace et al. (2012; 2015) entwickelt. Ziel dieser Verfahren ist keine perfekte Übereinstimmung dieser einen Lärmquelle, sondern eine umfassende Analyse aller Quellen im Fan. Dazu ist eine sehr hohe Robustheit der einzelnen analytischen Quellterme notwendig. Dennoch sind die Übereinstimmungen mit Messungen vielversprechend (Envia und Coupland, 2015). Andere argumentieren, dass die Berücksichtigung der benachbarten Schaufeln signifikant für die Vorhersage ist (Koch, 1971; Glegg, 1999; Evers und Peake, 2002; Posson et al., 2010; Morin, 2010). Hier ist die Schaufelpassage als eine abgerollte lineare Kaskade betrachtet. Mithilfe der WIENER-HOPF-Technik lässt sich dies analytisch lösen und durch die *Strip*-Theorie wieder auf den Fan anwenden. Auch eine direkte Berücksichtigung eines Ringgitters (*annular cascade*) erscheint zumindest für hohe Frequenzen möglich (Envia, 1998). Ein viel versprechender Ansatz wurde erst kürzlich von Bouley et al. (2015) gemacht, der durch den Abgleich verschiedener Regime mit Rohrmoden eine direkte analytische Lösung im Rohr ermöglichte. Erweiterungen auf angestellte und gekrümmte Schaufeln sind in Arbeit.

Erweiterungen auf komplexere Konfigurationen bieten semi-analytische Verfahren, die z.B. die Strömung und mittlere Turbulenz aus einer stationären Strömungssimulation gewinnen (Nallasamy und Envia, 2005; Jurdic et al., 2007; Jaron et al., 2015). Ist der instationäre Auftrieb der Schaufeln numerisch bestimmt, können diese Fluktuationen in analytische

³Details hierzu bei Goldstein (1976).

Modelle, wie beispielsweise akustische Analogien, eingebettet werden. Diese Verfahren werden als hybride Verfahren aufgefasst und weiter unten vorgestellt.

Da die analytischen Verfahren so effizient sind, werden Optimierungen auf bestimmte Designparameter möglich. Basierend auf einer stationären RANS und einem analytischen Verfahren haben Moreau et al. (2016) erstmals eine breitbandige, akustische Schaufeloptimierung am Fan durchgeführt. Namgoong (2014) hat an einem offenen, gegenläufigen Rotor Optimierungssimulationen durchgeführt. Er benutzt auch RANS-Simulationen jeweils einer Rotor-Schaukel und minimiert die entstandene Entropie hinter dem ersten Rotor. Dies funktioniert unter der Annahme, dass eine kleine Entropie einen schmalen Nachlauf bedeutet und wiederum auf niedrige Breitbandschallpegel schließen lässt.

Skalenauflösender Ansatz

Der skalenauflösende Ansatz, d.h. die direkte, numerische Lösung der NAVIER-STOKES-Gleichungen, ist aktuell und auf absehbare Zeit für realistische Anwendungen nicht möglich. Der Aufwand der direkten, numerischen Simulation (DNS) abhängig von der REYNOLDS-Zahl Re wird von Rung (2003, S.29) auf Anzahl Knotenpunkte $\propto Re^{2.25}$ und von Choi und Moin (2012) auf Anzahl Knotenpunkte $\propto Re^{2.64}$ abgeschätzt. Die REYNOLDS-Zahl bei realistischen Fan-Geometrien sind in der Größenordnung von $Re = 10^5$ bis $Re = 10^7$.

Bei einer Grobstruktursimulation (LES) werden nicht alle Skalen aufgelöst. Die kleinen Skalen werden mit einem Turbulenzmodell, einem so genannten *Subgrid-scale*-Modell, abgebildet, um den Energietransport zwischen den Skalen zu realisieren. Die groben Strukturen werden komplett aufgelöst. Dies spart erheblichen Simulationsaufwand, ist allerdings dennoch sehr rechenintensiv und aktuell vor allem von wissenschaftlichem Interesse (Rung, 2003). Choi und Moin (2012) schätzen die Anzahl an nötigen Gitterpunkten für eine LES mit Wandmodell auf $\propto Re^{1.0}$ und mit aufgelöster Wandgrenzschicht auf $\propto Re^{1.85}$. Es ist interessant, dass sich diese Abschätzung kaum von der von Chapman (1979) unterscheidet, sondern nur genauer geworden ist.

Anwendungen auf Rotor-Stator-Interaktionslärm: Es sind bisher keine DNS für Rotor-Stator-Interaktionslärm bekannt. Für die breitbandige Simulation der Rotor-Stator-Interaktion muss der volle Kranz von Schaufeln betrachtet werden, da zwischen den Passagen die akustischen Moden unterschiedliche Phasenlagen aufweisen (Clair et al., 2012). Dennoch zeigen Greschner und Thiele (2012) die Ergebnisse einer LES aus Gründen der Machbarkeit für die Rotor-Stator-Interaktion in einer einzelnen Passage. Eine LES für eine Kaskade aus flachen Platten wurde von Said (2007) untersucht. Kuehnelt et al. (2014) benutzen eine zonale LES gekoppelt mit einer analytischen Fernfeldextrapolation, um den Breitbandlärm eines Propellers mit fünf Schaufeln vorherzusagen. Shur et al. (2016) haben erst kürzlich eine DES-Simulation eines Ventilators präsentiert. Dies war möglich, da es sich um einen kleinen Fan mit ca. 30 cm Radius und niedrige Strömungsgeschwindigkeiten handelt, außerdem war die Auflösung auf 3500 Hz beschränkt. Die Ergebnisse innerhalb des Rohres stimmen in diesem Bereich mit Messungen sehr gut überein. Wie typischerweise die Information aus der LES-Simulation in das Fernfeld extrapoliert wird, ist bei Farassat und Casper (2012) zu finden. Polacsek et al. (2009) stellen ein Verfahren vor, bei dem die Quellen aus einer instationären CFD-Simulation des Fans mittels einer Überlagerung von Monopolquellen in eine CAA-Simulation eingekoppelt werden, anstatt das modale Feld über eine Randbedingung einzukoppeln. Obwohl für tonalen Lärm gedacht,

wird auch eine Erweiterung auf Breitbandlärm vorgestellt, vorausgesetzt, dass das Breitbandschallfeld an der Kopplungsebene bekannt ist, z.B. durch eine LES-Simulation. An dieser Stelle sei auf einen vielversprechenden, alternativen Ansatz hingewiesen, der unter Verwendung eines LATTICE-BOLTZMANN-Verfahrens die Breitbandschallentstehung von Triebwerken vollständig vorhersagt (Casalino et al., 2016).

Hybride Ansätze

Da (teil)-skalenauflösende Verfahren auf absehbare Zeit unwirtschaftlich sind, muss auf andere Verfahren zurückgegriffen werden. Im Allgemeinen ist es nicht notwendig, eine "Methode für Alles" zu verwenden. Hybride Verfahren bezeichnen Ansätze, die zur Lösung des Problems auf mehrere Methoden zurückgreifen. Dabei ist jede Methode besonders auf ihr Anwendungsfeld spezialisiert. Eine gute Definition und einen umfassenden Überblick über hybride Verfahren zur tonalen Schallvorhersage gibt Weckmüller (2013) in der Einleitung. Im Folgenden wird speziell auf hybride Verfahren zur Breitbandschallvorhersage eingegangen.

Allgemeine Unterteilung von hybriden Ansätzen

Es gibt zwei gängige hybride Ansätze: (1) den räumlichen Ansatz und (2) den skalenbasierten Ansatz, wobei sich die Ansätze nicht gegenseitig ausschließen.

Räumliche hybride Ansätze: Das Simulationsgebiet lässt sich in drei räumliche Bereiche unterteilen: Das Quellgebiet, das Ausbreitungsgebiet und das Fernfeld. Dies wird in Abb. 4 für einen Fan veranschaulicht. Das Quellgebiet beinhaltet alle relevanten Quel-

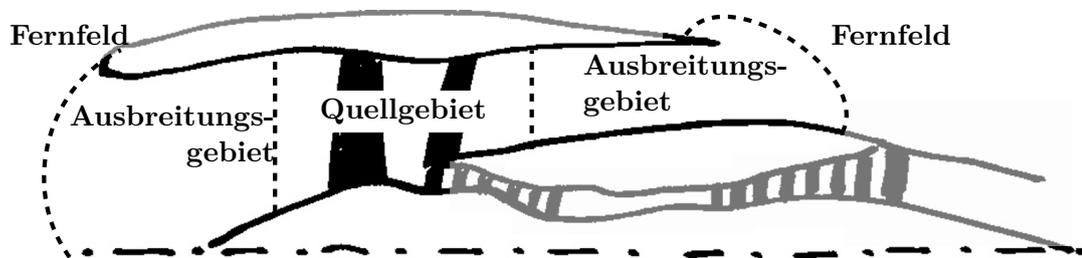


Abb. 4: Veranschaulichung eines räumlichen hybriden Ansatzes, wie er z.B. bei Weckmüller (2013) für die Schallausbreitung von tonalen Fangeräuschen verwendet wird. Die gestrichelten Linien deuten die Position der Kopplungsebenen zwischen den Gebieten an, ausgegraut sind vernachlässigte Gebiete. Skizze angelehnt an Ovenden und Rienstra (2004).

len und das Verfahren muss den Schallentstehungsmechanismus abbilden. Es muss aber auch die dissipations- und dispersionsfreie Schallausbreitung realisieren. Durch ein Interface wird das Ausbreitungsgebiet angeschlossen. In diesem deutlich größeren Bereich muss die Schallausbreitung realisiert, aber auch Interaktionen mit Oberflächen und komplexen Strömungen abgebildet werden - dies ist das Hauptwirkgebiet der CAA. Im Fernfeld kann auf eine analytische Funktion zurückgegriffen werden, um den Schall zu einer beliebigen Beobachterposition zu extrapolieren.

Skalenbasierte hybride Ansätze: Bei der zeitlichen Skala ist eine Unterscheidung in eine mittlere Strömung und Fluktuationen sinnvoll. So kann etwa die Hintergrundströmung als stationär simuliert und die mittlere Turbulenz separat berücksichtigt werden. Bei den räumlichen Skalen ist eine Unterscheidung in große und kleine Skalen möglich, wie z.B. bei der bereits erwähnten Grobstruktursimulation. Hier ist auch eine Unterscheidung in der Physik der Skalen sinnvoll. Akustische Wellenlängen bei gleicher Frequenz sind größer als die turbulenten Strukturen.

Hybride Ansätze für Vorderkanteninteraktionslärm

Für Simulationen der Schallentstehung ist nicht die korrekte Simulation der Turbulenz und all ihrer Wechselwirkungen relevant, sondern ausschließlich deren statistischer Einfluss auf die Breitbandschallentstehung (II.2.3). Für die lineare Akustik sind darüber hinaus nur die turbulenten Eigenschaften bei gleicher Frequenz relevant. Es sind also Verfahren hinreichend, welche die turbulenten Eigenschaften nicht komplett abbilden, sondern lediglich die vorgegebenen, statistischen Eigenschaften rekonstruieren. Somit sinken die Anforderungen und der Aufwand drastisch.

Theoretisch sind viele Kombinationsmöglichkeiten der spezifischen Verfahren in ihren Wirkungsbereichen möglich. Im Folgenden wird eine Unterteilung auf Basis der Anregung vorgenommen. Zuerst werden semi-analytische Verfahren, basierend auf einer harmonischen Anregung, vorgestellt und in einem zweiten Schritt wird auf die stochastischen Verfahren eingegangen.

Harmonischer Gust: Es wird jeweils von einer harmonischen, deterministischen Anregung ausgegangen. CAA-Simulationen in zwei Raumdimensionen mit harmonischer Anregung sind bereits etabliert (Scott und Atassi, 1995; Lockard und Morris, 1998; Golubev et al., 2005; Hixon et al., 2006). Die ersten Anwendungen in drei Raumdimensionen sind von Atassi et al. (2004; 2010) und Hixon et al. (2011) veröffentlicht worden. Lau et al. (2013) verwenden harmonische Anregung in 3D-CAA, um wellige Vorderkanten zu untersuchen. Auch Randlelemente-Verfahren (BEM, engl. *Boundary Element Method*) werden hier eingesetzt, so z.B. von Glegg und Devenport (2010), um Wirbel-Schaufel-Interaktion in einer Potentialströmung vorherzusagen. Santana (2014; 2015) leitet analog zur analytischen Lösung von Amiet (1976b) eine iterative Lösung für beliebige Schaufelprofile ab. Sie beruht auf der aufeinanderfolgenden Lösung dreier Randwertprobleme zur Bestimmung des akustischen Potentials. Santana zeigt gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung, aber auch den Effekt von NACA-Schaufeln verschiedener Dicke im Vergleich zu Messungen eines Prüfstandes.

Synthetisierte Turbulenz: Bei dieser Gruppe von Verfahren werden die turbulenten Fluktuationen aus den mittleren Eigenschaften einer turbulenten Strömungssimulation rekonstruiert. Es sind im Allgemeinen zwei stochastische Ansätze hierfür bekannt: FOURIER-Moden-basierte Verfahren und Filter-Methoden.

FOURIER-Moden-basierte Methode: Die Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR) Methode wurde von Bechara et al. (1994), basierend auf der Arbeit von Kraichnan (1970), für CAA-Simulationen begründet. Die Methode geht von einem Satz an FOURIER-Moden aus, die so superponiert werden, dass sie ein vorgegebenes Modellspektrum realisieren.

Die Anwendung im Fan ist in den letzten fünf Jahren gut vorangekommen: Das Verfahren wurde von Clair et al. (2012; 2013) eingesetzt, um den Effekt von gewellten Vorderkanten vorherzusagen und den Einfluss von Kaskaden auch in drei Dimensionen zu berücksichtigen. Gill et al. (2013; 2014) simulierten mit diesem Verfahren realistische, symmetrische Flügelprofile ohne Anstellwinkel, um den Einfluss der Schaufeldicke zu untersuchen. Haeri et al. (2014) erweiterten die Anwendung von Lau et al. (2013) auf wellige Vorderkanten um die FOURIER-Modenanregung. Yao et al. (2015) koppelten die synthetisierte Turbulenz in eine BEM zur Schallausbreitung, um Lärminderungsmaßnahmen an einer Landeklappe zu untersuchen.

Filter-Methoden: Ein Nachteil des FOURIER-Moden-Verfahrens zur Anwendung im Zeitbereich ist, dass es nur diskrete Frequenzen realisiert, bei einer breitbandigen Betrachtung mit (unendlich) vielen Frequenzen ist dies nicht wirtschaftlich. Bei inhomogenen Quellstärkeverteilung ist das Verfahren auf Bereiche mit konstanter Konvektionsgeschwindigkeit beschränkt und Turbulenz kann daher nur stromauf eingekoppelt werden. Eine Realisierung von zeitlichem Zerfall ist nicht möglich und die Realisierung von Anisotropie ist nicht mehr divergenzfrei. Die Random Particle Mesh (RPM) Methode (Ewert et al., 2011a) kennt solcherlei Einschränkungen nicht. Sie wurde erstmals von Ewert und Emunds (2005) als *Solenoidal-Digital-Filter* Methode vorgestellt, dann aber unter dem jetzigen Namen verwendet (Ewert, 2006). Ausgehend von der stochastischen Methode zur Generierung von Zuströmturbulenz in Grobstruktursimulationen von Klein et al. (2003) synthetisiert sie Turbulenz im Zeitbereich durch das Filtern von örtlichem, weißem Rauschen. Dabei können sowohl komplexe Strömung und Geometrien berücksichtigt, als auch eine Modellierung von zeitlicher Entwicklung und Anisotropie der Turbulenz umgesetzt werden. Die Erweiterung auf rekursive Filter von Siefert und Ewert (2009) beschleunigt das Verfahren erheblich. Ewert und sein Team haben das Verfahren bereits an vielen Fällen angewendet (Ewert et al., 2012 - 2016) und auch andere Wissenschaftler nutzen es (Cozza et al., 2012).

Eine Anwendung des Verfahrens auf Rotor-Stator-Interaktionslärm ist vor 2012 nicht bekannt. Eine erste Untersuchung zur Vorhersage von Vorderkantenlärm einer unendlich dünnen Platte wurde mit diesem Verfahren von Dieste und Gabard (2012) veröffentlicht. Die Untersuchung fokussiert sich auf die Erweiterung der Formulierung auf beliebige Spektren und ist auf eine unendlich dünne, homogen angeströmte Platte beschränkt. Der untersuchte Einfluss von Wirbelzerfall auf die Interaktion schien vernachlässigbar zu sein. Kim und Haeri (2015) haben eine umfassende Publikation des RPM-Verfahrens zur Vorhersage von Vorderkantenlärm herausgegeben und auf der Konferenz im selben Jahr (Kim et al., 2015) für wellige Vorderkanten angewendet. Sie beschränken sich auf die Realisierung der Turbulenz stromauf der isolierten Schaufeln. Auch Hainaut et al. (2015) verwenden aktuell dieses Verfahren, um den Effekt der Interaktion mit der Schaufel numerisch zu untersuchen. Mittels des RPM-Verfahrens koppeln sie die Quellen stromauf in die LEE ein. Sie untersuchten den Einfluss der Schaufelparameter auf die Verzerrung der Turbulenz im Staupunkt, also inwiefern sich die laterale Komponente der Turbulenz durch die Interaktion veränderte (Hainaut et al., 2016). Signifikante Veränderungen des Spektrums sind auszumachen in Abhängigkeit von allen geometrischen und strömungsbezogenen Parametern. Heo et al. (2013; 2015) verwenden das RPM-Verfahren mit einer BEM im Rotorsystem, um Zentrifugalverdichterlärm vorherzusagen. Gea-Aguilera et al. (2015) haben ein Verfahren vorgestellt, indem sie GAUSS-Wirbel gleicher Stärke und zufälligem Drehsinn äquidistant superponieren. Dieses Verfahren ist theoretisch identisch mit dem RPM-Verfahren, wobei es lediglich die Filterung des weißen Rauschens durch das Induzieren von GAUSS-Wirbeln ersetzt. Das ist allerdings rechenintensiver als der Filterschritt und bei weitem weniger

flexibel. Im darauf folgenden Jahr haben sie den Einfluss von Zuströmanisotropie untersucht (Gea-Aguilera et al., 2016).

Ziele

Das Ziel dieser Arbeit ist es, das RPM-Verfahren auf die Simulation von Rotor-Stator-Interaktionslärm zu erweitern und anzuwenden. Es soll dabei nicht die "eine große Simulation" im Fokus stehen, sondern die Teilaspekte des Verfahrens eingehend beleuchtet werden. Daher werden die Untersuchungen auf zwei Raumdimensionen beschränkt, die Erweiterung auf 3D ist im Verfahren inhärent enthalten.

Es wird eine Methode für die Vorhersage von Rotor-Stator-Interaktionslärm entwickelt und der Einfluss von zyklstationärer Turbulenz und periodischer Hintergrundströmung auf die Schallentstehung numerisch an zwei realistischen Fan-Geometrien untersucht. Die Rotor-Stator-Interaktion ist durch periodische Prozesse charakterisiert. Diese können als Zyklstationarität aufgefasst werden (Jurdic et al., 2009; Gardner et al., 2006). Trotz stetiger Entwicklungen an synthetischer Turbulenzerzeugung existiert keine Methode, um hochauflösend aber kostengünstig Breitbandschall in Triebwerken vorherzusagen. Bisher wird in der Literatur von stationären mittleren Größen ausgegangen. Erste Untersuchungen des Einflusses von zyklstationärer Turbulenz von Dieste und Gabard (2012) sind akademischer Natur. Es wird aber ein Verfahren benötigt, welches die Anwendung im Fan bei realistischer Strömung zulässt.

Um die Vergleichbarkeit des RPM-Verfahrens mit Messungen zu gewährleisten, wird ein effizientes Verfahren entwickelt, das es erlaubt, realistische, isotrope Spektren umzusetzen. Dieses Verfahren bedient sich der Superposition mehrerer GAUSS-Spektren, um analytisch ein Zielspektrum zu realisieren. Das RPM-Verfahren ist bisher auf GAUSS-Spektren beschränkt gewesen. Diese sind zwar sehr effizient, haben aber wenig mit realistischen Spektren gemein. Es existierte zuvor nur eine rechenaufwändige Alternative durch Filterkerne für realistische Turbulenzspektren (Dieste und Gabard, 2012).

Diese Arbeit stellt eine Pilotanwendung für die Vorhersage von Vorderkanteninteraktionslärm mithilfe von stochastischen Verfahren dar. Es war zunächst wichtig einen Überblick über die Möglichkeiten der Methode zu bekommen. Durch analytische Validierungsfälle und den Vergleich mit Messungen von isolierten Schaufeln wird die Prozesskette getestet. Die relevanten Simulationsparameter werden identifiziert und robuste Einstellungen gefunden.

Der Fokus der Arbeit liegt auf der freien Einkopplung der Zuströmturbulenz. In ausgiebigen Vorstudien wurde zwar die stochastische Quellmodellierung für Vorderkanteninteraktionslärm mittels einer akustischen Analogie untersucht, es hat sich aber keines der Verfahren als praktikabel erwiesen. Der Vorteil gegenüber der Realisierung durch Zuströmturbulenz wäre die Lokalität und damit einhergehend eine bessere Kontrolle über die berücksichtigten Schallentstehungsmechanismen. Entsprechende Vorstudien und eine umfassende Diskussion über die Lücken der Quellmodellierung sind im Anhang B.1 zu finden.

Struktur der Arbeit

Im Kapitel II wird zunächst das verwendete hybride Verfahren vorgestellt. Zudem sind die theoretischen Grundlagen erklärt, die zu diesem Verfahren und der Idee der Turbulenz-

synthetisierung führen. Es gibt außerdem einen Überblick über isotrope Turbulenzspektren. Im Kapitel III werden die einzelnen Bestandteile des hybriden Verfahrens detailliert besprochen. Das sind die (U)RANS-Simulation⁴, die Schallausbreitungssimulation und das RPM-Verfahren zur Turbulenzsynthetisierung. Abschließend wird auf die Kopplung zwischen den einzelnen Komponenten des hybriden Verfahrens eingegangen. Im Kapitel IV werden zur besseren Vergleichbarkeit mit Messung die analytischen Gewichtsfunktionen zur Realisierung von verschiedenen isotropen Modellspektren auf Grundlage von GAUSS-Spektren hergeleitet. Kapitel V zeigt die notwendigen Schritte zur Erweiterung und Anwendung des hybriden Verfahrens auf periodische Hintergrundströmung und zyklotionäre Turbulenz. In dem Kapitel VI wird das Verfahren an einer isolierten, unendlich dünnen Platten gegen die analytische Lösung verifiziert und an Messungen verschiedener NACA-Schaufeln validiert. Die Validierung und Anwendung der zyklotionären Erweiterungen folgt letztlich im Kapitel VII anhand von zwei verschiedenen Fangeometrien.

⁴Die Abkürzung (U)RANS wird verwendet, wenn sowohl die RANS, als auch die URANS gemeint sind.

II Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen dargelegt werden, auf denen die Breitbandschallvorhersage mittels numerischer Simulation beruhen. Für den Überblick wird als Erstes das verwendete hybride Verfahren beschrieben. Danach wird auf die Zerlegung in Quelle und Schallausbreitung eingegangen. Durch die statistische Lärmtheorie wird darauf folgend begründet, welche Eigenschaften der realisierten Turbulenz für die Schallvorhersage erfüllt sein müssen. Außerdem wird auf isotrope Modellspektren eingegangen, die durch die stochastische Quellmodellierung realisiert werden. Im nächsten Kapitel werden die einzelnen Bestandteile des hybriden Verfahrens detailliert beschrieben.

1 Verwendetes hybrides Verfahren

Es wird ein skalenbasiertes hybrides Verfahren verwendet, d.h. die Teilverfahren werden bezogen auf die aufzulösenden Orts- und Zeitskalen ausgewählt. Dabei werden die primitiven Variablen ϕ ohne Beschränkung der Allgemeinheit unterteilt in

$$\phi = \phi_0 + \phi', \quad (1)$$

$$\phi = \phi_0 + \phi_t + \phi_a. \quad (2)$$

Dies geschieht ohne Einschränkung und ist nicht als Linearisierung zu verstehen. Der Index 0 bezeichnet die Hintergrundströmung, der Index ' alle Schwankungsgrößen, der Index t nur die turbulenten und a nur die akustischen Fluktuationen. In linearen Betrachtungen sind turbulente Fluktuationen rotationsbehaftet und divergenzfrei sowie akustische Fluktuationen rotationsfrei und divergenzbehaftet. Es werden diese Anteile jeweils separat durch ein eigenes Verfahren ermittelt.

Zur Berechnung der Hintergrundströmung ϕ_0 ist meist eine zeitgemittelter Ansatz (RANS) oder eine Beschränkung auf periodische Strömung (URANS) hinreichend, so dass die turbulenten Orts- und Zeitskalen nicht aufgelöst werden müssen. Die aufgelösten Skalen sind einzig durch die Geometrien und die Strömungsgradienten gegeben. Die turbulenten Charakteristika werden dabei (zyklo-)stationär berücksichtigt, um eine richtige Vorhersage der mittleren Strömungsgrößen zu gewährleisten. Zur Vorhersage von tonalem Lärm in Triebwerken ist die URANS Simulation hinreichend.

Unter der Voraussetzung, dass der Ansatz der (U)RANS physikalisch korrekte Turbulenzstatistiken liefert, ist die Rekonstruktion der turbulenten Schwankungen ϕ_t aus den gemittelten turbulenten Größen mittels stochastischer Verfahren möglich.

Die Ausbreitung der akustischen Schwankungen ϕ_a ist lediglich auf die akustischen Skalen beschränkt. Diese sind für kleine MACH-Zahlen weit größer, als die turbulenten Strukturen.

Somit zeichnet sich ein hybrider Ansatz ab, der in Abb. 5 dargestellt ist:

- Als Eingangsparameter sind der Betriebspunkt und die Geometrie des Fans gegeben. Zusätzlich muss nur die Form der Zwei-Punkt-Korrelationen bekannt sein.

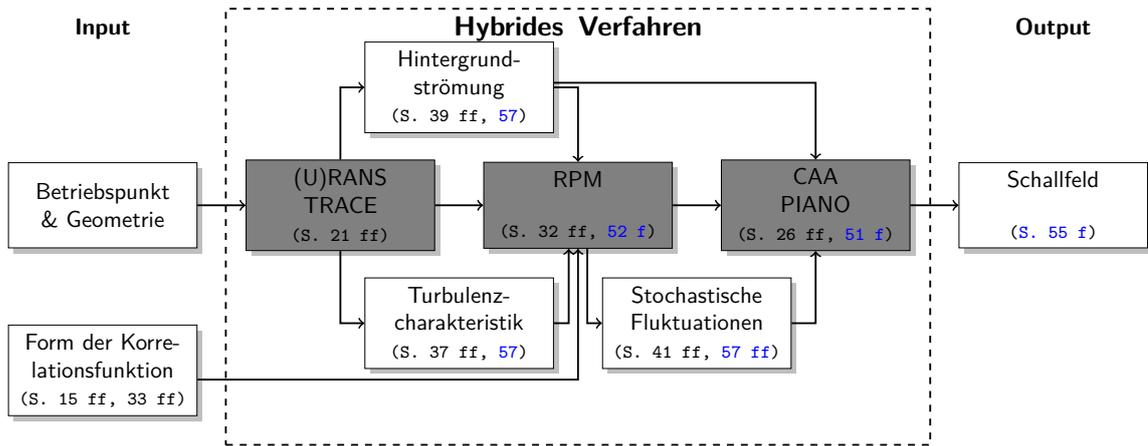


Abb. 5: Verwendeter hybrider Ansatz zur Berechnung des Breitbandschalls. Die Seitenangaben in blau verweisen auf die zyklstationären Erweiterungen.

- Die mittleren / periodischen Strömungs- und Turbulenzeigenschaften werden aus einer (U)RANS-Simulation bestimmt (III.1).
- Die stochastischen Fluktuationen werden mithilfe der turbulenten Eigenschaften und der Hintergrundströmung aus der (U)RANS synthetisiert und stromauf in die CAA eingekoppelt (III.3).
- Die Strömungseigenschaften und Geometrien aus der (U)RANS-Simulation werden für die Schwankungsrechnung mittels CAA im Zeitbereich verwendet (III.2).
- Daraus resultiert das Schallfeld überall im CAA-Gebiet.

In dieser Arbeit wird bewusst auf eine sich anschließende Fernfeldextrapolation verzichtet, um die Prozesskette kurz zu halten. Wenn mit Fernfelddaten verglichen wird, so entweder über die Betrachtung der Energieflüsse oder die CAA-Simulation breitet das Schallfeld bis in das Fernfeld aus. Da hier nur 2D-Simulationen betrachtet werden, ist der Mehraufwand überschaubar.

Die Kopplungen zwischen den Verfahren werden in Abschnitt III.4 beschrieben. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die Einkopplung der Zuströmturbulenz. Ausgiebige Voruntersuchungen zur expliziten Quellmodellierung von Vorderkanteninteraktionslärm haben gezeigt, dass dieser Ansatz am robustesten funktioniert.

2 Schallentstehung durch Turbulenz

Wenn sich ein turbulenter Ballen unter Annahme der TAYLOR-Hypothese¹ ungestört durch homogene Strömung ausbreitet, entsteht in der linearen Theorie kein Schall. Schall entsteht erst durch

- Interaktion der Turbulenz mit Oberflächen,

¹ Die TAYLOR-Hypothese (Taylor, 1938; Pope, 2000; Fiedler, 2003) besagt, dass

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\text{am festen Ort}} \quad (3)$$

Wenn Turbulenz als eingefroren betrachtet werden kann, können die Orts- und die Zeitabhängigkeit (der Korrelationen) redundant in einander umgerechnet werden. Diese Annahme gilt näherungsweise für homogene Turbulenz mit konstanter mittlerer Geschwindigkeit \bar{u} , wenn $\bar{u} \gg u'$.

- Interaktion der Turbulenz mit Strömungsgradienten oder
- Zerfall der Turbulenz.

Es wird vorerst angenommen, dass Fluktuationen aus den mittleren, turbulenten Eigenschaften so synthetisiert werden können, dass sie für die Vorhersage von Schall hinreichend sind. Diese Fluktuationen beschreiben die Turbulenz, wobei es an dieser Stelle noch nicht von Bedeutung ist, auf welche physikalischen Größen sich diese synthetisierten Fluktuationen beziehen. Um aus diesen Fluktuationen, den resultierenden Schall zu bestimmen, sind verschiedene Ansätze möglich.

In dieser Arbeit wird nur der Ansatz der impliziten, akustischen Quelle verwendet, indem die Turbulenz stromauf der Schaufeln eingekoppelt wird. Für die Einordnung dieses Verfahrens ist dennoch ein Überblick über die alternativen Ansätze gegeben.

2.1 Explizite akustische Quelle

Es wird eine eindeutige Kausalität zwischen Turbulenz und Akustik postuliert. Die turbulenten Fluktuationen werden als akustische Quelle aufgefasst ohne Rückwirkung auf die Turbulenz. In diesem Bereich sollen nachfolgend zwei Verfahren erwähnt werden. Durch die Entkopplung lässt sich das resultierende Schallfeld direkt angeben.

2.1.1 Akustische Analogie

Die erste akustische Analogie wurde von Lighthill (1952) vorgestellt. Lighthill sortierte die homogenen NAVIER-STOKES-Gleichungen im mit dem Medium mitbewegten Bezugssystem so um, dass die Terme auf der linken Seite (LHS, engl. *left-hand side*) die Wellengleichung der Schwankungsdichte ρ' ergeben. Die auf der rechten Seite (RHS, engl. *right-hand side*) verbliebenen Terme wurden von ihm als Quellen dieser Wellengleichung aufgefasst. Dies lässt sich für den Schwankungsdruck schreiben als:

$$\mathcal{L}p'(\mathbf{x}, t) = q_a(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

mit \mathcal{L} , dem Wellenoperator der Wellengleichung. Die Quellen q_a enthalten alle akustischen Quellen. Die Form der Gl. (4) ist allgemein gültig und es wurden viele akustische Analogien dieser Form hergeleitet, so z.B. die Analogie von Curle (1955), die PRIDMORE-BROWN-Analogie (Goldstein, 2001), die LILLEY-Analogie und die MÖHRING-Analogie (Delfs, 2014). Die akustischen Perturbationsgleichungen (APE) in der APE-4 Formulierung von Ewert (2002) stellen eine akustische Analogie dar (S. 27). Anschaulich ist der gesamte Schall durch den Quellterm q_a der RHS hervorgerufen. Für die LIGHTHILL-Analogie folgen diese Quellen ohne Näherungen aus den nichtlinearen NAVIER-STOKES-Gleichungen und sind durch den LIGHTHILLSchen Schubspannungstensor T_{ij} gegeben (Ehrenfried, 2003, Gl. (7.1.22) ff.). Für subsonische, kalte Strömung und bei hoher REYNOLDS-Zahl ist die Hauptschallquelle gegeben durch den REYNOLDS-Spannungstensor $u_i u_j$.

2.1.2 Äquivalente Quelle

Anstelle der Umformung von Ausbreitungsgleichungen zu einer akustischen Analogie werden Quellen rein phänomenologisch auf der rechten Seite der sonst homogenen Ausbreitungsgleichung \mathcal{E}_h hinzugefügt. Diese Ausbreitungsgleichungen sind in der vorliegenden Arbeit durch die LEE gegeben. Der Ansatz der äquivalenten Quelle wird z.B. von Tam

und Auriault (1999) zur Vorhersage von Strahlärm verwendet. Allgemein lässt sich für die äquivalenten Quellen q_e schreiben:

$$\mathcal{E}_h(p', \mathbf{x}, t) = q_e(\mathbf{x}, t). \quad (5)$$

Wie genau die äquivalenten Quellen aussehen, ist unabhängig von den Ausbreitungsgleichungen und folgt phänomenologisch und durch Dimensionsbetrachtungen. Der Begriff der äquivalenten Quelle wird mitunter auch anders verwendet. Er bezieht sich dann darauf, dass die Quellen q_a der Gl. (4) als Gesamtes modelliert werden, anstelle die primitiven Variablen zu modellieren.

2.2 Implizite akustische Quelle

Die akustische Quelle wird nicht direkt modelliert. Stattdessen werden die synthetisierten Fluktuationen ψ durch Randbedingungen (RB) störungsfrei, d.h. ohne Erzeugung von Schall, am Rand $\delta\mathcal{E}_h$ in die homogenen Ausbreitungsgleichungen $\mathcal{E}_h(p', \mathbf{x}, t) = 0$ eingekoppelt. Dies lässt sich so schreiben:

$$\mathcal{E}_h(p', \mathbf{x}, t) = 0, \text{ mit } \delta\mathcal{E}_h = \psi. \quad (6)$$

Diese Ausbreitungsgleichungen müssen dazu in der Lage sein, die Fluktuationen auszubreiten und die Schallentstehungsmechanismen abzubilden. Die Veränderung der Fluktuationen und die daraus resultierende Schallausbreitung folgen dann durch (numerisches) Lösen der homogenen Ausbreitungsgleichung mit Randbedingungen. Dieser Ansatz beinhaltet auch eine Rückkopplung der Akustik auf die Turbulenz.

2.3 Statistische Lärmtheorie und stochastische Schallquellmodellierung

Ewert et al. (2011a) etablierten den Begriff der statistischen Lärmtheorie (*Statistical Noise Theory*) für eine Gruppe von Ansätzen, die die breitbandigen Anteile der Akustik auf Grundlage der turbulenten Strömungseigenschaften vorhersagen sollen. Diese Theorie ist im Anhang A.1 beschrieben. Sie zeigt, dass für die Bestimmung des Fernfelddrucks nur die GREENSche Funktion und die zeitgemittelte Zwei-Punkt-Statistik der Turbulenz nötig sind. Auf die Zwei-Punkt-Statistik wird im nächsten Abschnitt eingegangen. Die GREENSche Funktion ist nur für generische Fälle bekannt. Besonders in dem hier untersuchten Anwendungsgebiet des Fans, wo komplexe Strömungen und Geometrien berücksichtigt werden müssen, ist dies aber nicht gegeben.

Deshalb ist ein alternativer numerischer Ansatz sinnvoll, welcher als stochastische Quellmodellierung bezeichnet wird. Durch die direkte Lösung der Ausbreitungsgleichung mittels CAA im Zeitbereich ist keine GREENSche Funktion notwendig. Die Quellen q müssen allerdings bekannt sein und werden durch einen stochastischen Ansatz, wie z.B. das in dieser Arbeit verwendete RPM-Verfahren, synthetisiert.

Es gibt grundlegend zwei Ansätze der Quellmodellierung. Zum Einen wird die Fluktuation der primitiven Variablen selbst modelliert und die Quelle q ergibt sich dann durch die explizite Berücksichtigung von Ableitungen, z.B. beim Lighthill-Tensor T_{ij} (Ehrenfried, 2003, Gl. (7.1.22) ff.) Zum Anderen kann die Quelle q inklusive der Ableitungen direkt modelliert werden. Dadurch sinken die Anforderungen an die Modellierung erheblich, aber die ersten und zweiten statistischen Momente der Quelle q sind nicht direkt messbar. In der Literatur ist zu beobachten, dass die Verfechter des Ansatzes der akustischen Analogie eher die primitiven Variablen realisieren und die äquivalente Quelle mit der direkten

Modellierung der Quelle einher geht. Für die freie Turbulenz ist es üblich, die primitiven Variablen zu realisieren, da hierfür die Randbedingungen existieren.

Da in der vorliegenden Arbeit nur freie Turbulenz realisiert wird und nicht explizite akustische Quellen, ist nur die Modellierung der primitiven Variablen sinnvoll. Dafür wird das *Source-A-Modell* (III.3) verwendet, da es direkt die Geschwindigkeitsfluktuationen realisiert.

Die statistische Lärmtheorie und die stochastische Schallquellmodellierung generieren dasselbe akustische Spektrum, wenn

- (i) die Ausbreitungsgleichungen der GREENSchen Funktion entsprechen und
- (ii) die stochastisch generierten Quellen die gleiche Zwei-Punkt-Kreuz-Kovarianz erzeugen.

Die Bedingung (i) ist durch die Verwendung des hybriden Verfahrens erfüllt. Die Realisierung der Bedingung (ii) wird eingehend in Abschnitt III.3 gezeigt. Im Folgenden wird der Begriff der Zwei-Punkt-Kreuz-Kovarianz beleuchtet.

2.4 Zwei-Punkt-Kreuz-Kovarianz der Turbulenz

Eine Zwei-Punkt-Kovarianz $\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, t_s, \tau)$ lässt sich als das Produkt der Varianz $\hat{R}(\mathbf{x}_s)$, also die Stärke der Auslenkung, und der Korrelationsfunktion $R(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau)$ schreiben:

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, t_s, \tau) = \hat{R}(\mathbf{x}_s)R(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau). \quad (7)$$

Für stationäre Turbulenz existiert keine Abhängigkeit der Korrelation vom Zeitpunkt t_s . Im Allgemeinen ist Kreuzkorrelationsfunktion eines Skalars Ψ definiert als

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, t, \tau) = \frac{\langle \Psi(\mathbf{x}, t)\Psi(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \Psi(\mathbf{x}, t)^2 \rangle \langle \Psi(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau)^2 \rangle}}. \quad (8)$$

Wird die Form der Korrelationsfunktion als bekannt vorausgesetzt, reduziert sich das Problem auf die Bestimmung einiger weniger Formparameter und auf die Bestimmung der Varianz $\hat{R}(\mathbf{x}_s)$. Für isotrope Turbulenz sind dies zwei bis drei freie Parameter, welche sich z.B. aus einer zeitgemittelte RANS-Simulation oder Messung bestimmen lassen. Sie definieren die turbulente Fluktuation vollständig. Je nachdem, welches Quellmodell verwendet wird, kann sich die Korrelation auf verschiedene Größen beziehen.

Die Zwei-Punkt-Korrelationen $R(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau)$ in einer realen Strömung im Quellgebiet zu messen, ist aufwändig. Pope (2000, S.223) schlägt zwar das *Flying-hot-wire*-Verfahren vor, bei dem eine Hitzdrahtsonde "möglichst schnell" durch die Strömung gezogen werden muss - dies kann nur eine grobe Richtlinie sein. Höherwertige nicht-invasive Verfahren wie z.B. Stereo-PIV versprechen eine bessere Bestimmung und auch skalenauflösende Simulationen lassen die Bestimmung der Korrelationen zu, diese sind jedoch sehr kostenintensiv. Unter der Annahme der TAYLOR-Hypothese können anstelle von Zwei-Punkt-Messungen einfach Ein-Punkt-Zeit-Messungen verwendet werden. Es wird daher auf generische Turbulenzmodelle zurückgegriffen. Bei anisotroper Turbulenz sind Varianz und freie Parameter richtungsabhängig.

Im Folgenden wird also die Korrelation als bekannt vorausgesetzt. Dazu wird eine generische Zwei-Punkt-Raum-Zeit-Korrelationsfunktion in Form einer GAUSS-Funktion gewählt. Die Kovarianz ist somit:

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau) = \hat{R}(\mathbf{x}_s) \exp \left[-\frac{\pi(\mathbf{r} - \mathbf{u}_c\tau)^2}{4l_s^2} \right], \quad (9)$$

wobei l_s eine Raumskala darstellt und \mathbf{u}_c die Konvektionsgeschwindigkeit am Ort \mathbf{x}_s der Korrelation ist.

Die Wahl der Korrelation sollte der physikalisch gemessenen entsprechen. Dennoch wird die Korrelation in Gl. (9) für die Betrachtungen in dieser Arbeit fest gewählt. Es wird sich zeigen, dass diese Korrelationsfunktion, da sie eine GAUSS-Funktion ist, mathematisch viele Vorteile hat. Die daraus resultierende Beschränkung auf GAUSS-Spektren wird durch das Verfahren der analytischen Gewichtung mehrerer GAUSS-Realisierungen im Rahmen dieser Arbeit aufgehoben (S.34).

Die Kovarianz in Gl. (9) gilt nur für "eingefrorene Turbulenz" und berücksichtigt keinen zeitlichen Zerfall der turbulenten Ballen. Bei hohen MACH-Zahlen und heißer Strömung muss der zeitliche Zerfall als Quelle berücksichtigt werden, dazu kann diese Kovarianz auf verschiedene Arten erweitert werden, siehe Anhang A.2.

Die vorgestellte Kovarianz beschränkt sich auf isotrope Turbulenz. Für die Erweiterung auf Anisotropie müssen Varianzen und Längenskalen in jede Raumrichtung und auch die Kreuzterme berücksichtigt werden. Die Varianz \hat{R} , die Längenskala l_s und bei turbulentem Zerfall gegebenenfalls die Zeitskalen sind die verbleibenden freien Parameter und leiten sich aus dem gewählten Quellmodell ab. Sie können aus den mittleren Größen einer RANS-Simulation bestimmt werden (III.3).

3 Turbulenzspektren

Es wird eine Übersicht über die analytischen Modellspektren gegeben, die mit dem Verfahren realisiert werden sollen.

3.1 Energiespektren

Der volle Geschwindigkeitsspektrumtensor $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$ mit dem Wellenzahl-Vektor² \mathbf{k} enthält alle direktionalen Informationen der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen. Im Allgemeinen ist es notwendig, den vollen Tensor zu verwenden, um die turbulente Charakteristik zu beschreiben. Für isotrope Turbulenz ist dazu bereits die Energiespektrumfunktion $E(k)$ mit $k = |\mathbf{k}|$ ausreichend. Die Energiespektrumfunktion ist so normalisiert, dass

$$k_t = \int_0^{\infty} E(k) dk, \quad (11)$$

mit der turbulenten kinetischen Energie (TKE) k_t . Für isotrope Turbulenz ist die turbulente kinetische Energie aus den turbulenten Geschwindigkeiten gegeben:

$$k_t = \frac{3}{2} u_t^2. \quad (12)$$

In dieser Arbeit wird auch für die 2-D CAA-Simulation diese Definition verwendet, da die turbulente kinetische Energie aus 3D-CFD-Simulationen stammt. Streng genommen gilt bei 2-D Turbulenz aber, dass $k_{t,2D} = u_t^2$.

² Es ist anzumerken, dass der Wellenzahl-Vektor sich in zwei und drei Dimensionen unterscheidet:

$$\mathbf{k} = \begin{cases} (k_1, k_2, k_3)^T & (3D), \\ (k_1, k_2)^T & (2D), \end{cases} \quad (10)$$

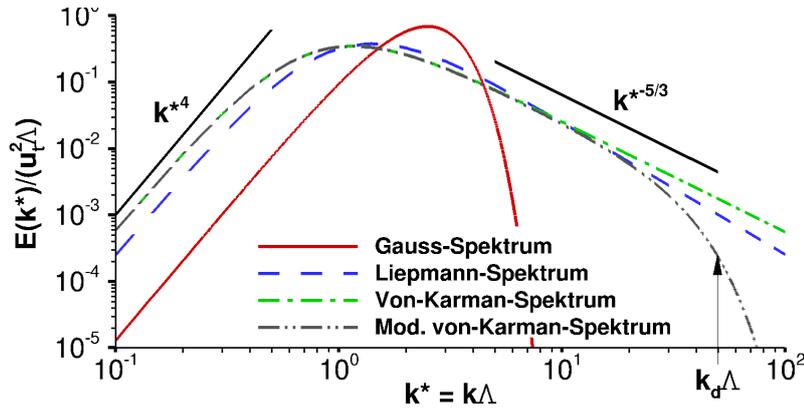


Abb. 6: Darstellung der Energiespektrumfunktionen

Die am häufigsten verwendeten Energie-Modellspektren für isotrope Turbulenz sind das VON KÁRMÁN-, das LIEPMANN-, das MODIFIZIERTE VON KÁRMÁN- und das GAUSS-Spektrum. Sie sind in Abb. 6 dargestellt und werden im Folgenden kurz vorgestellt.

Die Modellspektren sind durch die mittlere turbulente Schwankungsgeschwindigkeit $u_t = |\mathbf{u}_t|$ und die turbulente, integrale Längenskala (TLS) Λ charakterisiert. Erstere ist durch die Turbulenzintensität T_u und der Grundströmungsgeschwindigkeit u_0 gegeben als $u_t^2 = (T_u \cdot u_0)^2$. Letztere ergibt sich nach Pope (2000) aus der Korrelationsfunktion in Gl. (8) zu

$$\Lambda = \int_0^{\infty} R(r, \tau = 0) dr. \quad (13)$$

Ein Energie-Modellspektrum lässt sich in drei Bereiche zerlegen (Hinze, 1975, Abb. 3-13):

- (1) den der großen Strukturen von permanentem Charakter,
- (2) den der energietragenden Strukturen mit der charakteristischen Wellenzahl k_e , die das Maximum des Spektrums beschreibt, und
- (3) den Bereich des universalen Gleichgewichts mit der KOLMOGOROV-Wellenzahl k_d , die die kleinsten Strukturen charakterisiert.

Das von Kármán-Spektrum ist gemessenen Spektren im Triebwerk am ähnlichsten (Atassi und Logue, 2008). Es erfüllt das Energieverteilungsgesetz (*energy law distribution*) von $(k\Lambda)^4$ für große Wirbel, die die meiste Energie besitzen, und reproduziert das -5/3-Gesetz in dem kleinskaligen Turbulenzbereich (*inertial subrange*):

$$E_K(\hat{k}) = \frac{55}{9\pi} u_t^2 \Lambda \frac{\hat{k}^4}{(1 + \hat{k}^2)^{17/6}}, \quad (14)$$

mit der reduzierten Wellenzahl $\hat{k} = k/k_e$ mit $k_e = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(5/6)}{\Lambda\Gamma(1/3)}$.

Das Liepmann-Spektrum: Liepmann hat longitudinale Korrelationskoeffizienten der Turbulenz bestimmt und festgestellt, dass sie durch eine Exponentialfunktion $f(x) =$

$\exp\left(\frac{-x}{\Lambda}\right)$ approximiert werden können. Daraus ergibt sich für isotrope Turbulenz das Modellspektrum (Atassi und Logue, 2008; Hinze, 1975):

$$E_L(k^*) = \frac{8u_t^2\Lambda}{\pi} \frac{k^{*4}}{(1+k^{*2})^3} \quad (15)$$

mit $k^* = k\Lambda$.

Das modifizierte von Kármán-Spektrum ist eine von Bechara et al. (1994) vorgeschlagene Erweiterung des VON KÁRMÁN-Spektrums, um den gesamten Wellenzahlraum abzubilden, indem sie auch den dissipativen Turbulenzbereich (*dissipative subrange*) mitberücksichtigen:

$$E_M(\hat{k}) = E_K(\hat{k}) \exp\left(-2\frac{k^2}{k_d^2}\right). \quad (16)$$

Dabei ist $k_d = \left(\frac{\epsilon_t}{\nu_t^3}\right)^{1/4}$ die KOLMOGOROV-Wellenzahl, gegeben durch die turbulente Dissipation ϵ_t und die kinematische Viskosität $\nu_t = \mu_t/\rho$.

Das Gauss-Spektrum ergibt sich, wenn ein räumliches weißes Rauschen mit einem GAUSS-Filterkern der Längenskala Λ gefiltert wird:

$$E_G(k) = \frac{4u_t^2\Lambda}{\pi^3} k^{*4} e^{-\frac{k^{*2}}{\pi}}. \quad (17)$$

Unterschiede der Spektren: Atassi und Logue (2008) haben untersucht, welche Modellspektren am besten mit Messungen übereinstimmen und festgestellt, dass das VON KÁRMÁN-Spektrum und das LIEPMANN-Spektrum sehr ähnliche Verläufe haben. Obwohl das VON KÁRMÁN-Spektrum das physikalischere Verhalten in hohen Frequenzen von $k^{-5/3}$ aufweist, haben sie sich für das LIEPMANN-Spektrum ausgesprochen, da es mathematisch einfacher formuliert ist. Da in der Realisierung der Modellspektren durch die analytischen Gewichtsfunktionen, die im Folgenden vorgestellt werden, dieser Vorteil vernachlässigbar ist, werden in dieser Arbeit ausschließlich VON KÁRMÁN-Spektren verwendet, wenn mit Messungen verglichen wird.

3.2 Geschwindigkeitsspektren

Aus den Energiespektren im letzten Abschnitt lassen sich die Geschwindigkeitsspektren ableiten.

Für dreidimensionale Turbulenz kann die eindimensionale Leistungsspektraldichte der Geschwindigkeitsfluktuationen $E_{ii}(k_1)$, bezogen ausschließlich auf die longitudinale Wellenzahlkomponente k_1 , also die Wellenzahlkomponente in Strömungsrichtung \mathbf{e}_1 , berechnet werden durch

$$E_{ii}(k_1) = 2 \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(k_1, k_2, k_3) dk_3 dk_2, \quad (18)$$

wobei $k_1 = \omega/u_0$ mit $u_0 = \mathbf{e}_1 \mathbf{u}_0$. Der Geschwindigkeitsspektrumtensor $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$ ist für dreidimensionale isotrope Turbulenz vollständig durch die Energiespektrumfunktion $E(k)$ beschrieben:

$$\Phi_{ij} = \frac{E(k)}{4\pi k^2} (\delta_{ij} - (k_i k_j)/k^2), \quad (19)$$

wobei $k = |\mathbf{k}|$ und $k_1 = \mathbf{e}_1 \mathbf{k}$.

Bei isotroper Turbulenz liefert die Auswertung von Gl. (18) und Gl. (19) für die longitudinale Komponente (Pope, 2000):

$$E_{11}(k_1) = \int_{k_1}^{\infty} \frac{E(k)}{k} \left(1 - \frac{k_1^2}{k^2}\right) dk \quad (20)$$

und für die laterale Komponente:

$$E_{22}(k_1) = \frac{1}{2} \left(E_{11}(k_1) - k_1 \frac{dE_{11}(k_1)}{dk_1} \right). \quad (21)$$

Für zweidimensionale Turbulenz ist die longitudinale Geschwindigkeitsspektrumfunktion $E_{11}(k_1)$ identisch zu der dreidimensionalen, da auch die longitudinalen Korrelationsfunktionen identisch sind³. Analog zu den lateralen Korrelationsfunktionen in Fußnote 3 folgt, dass Gl. (21) für zweidimensionale Turbulenz gegeben ist als:

$$E_{22}^{2D}(k_1) = -k_1 \frac{dE_{11}(k_1)}{dk_1}. \quad (22)$$

Geschwindigkeitsspektrum im Wellenzahl- und im Frequenzraum: Für ein Geschwindigkeitsfeld $u_0(\mathbf{x}, t)$ in \mathbf{e}_1 -Richtung ist unter der Annahme der TAYLOR-Hypothese das Wellenzahlgeschwindigkeitsspektrum $E_{ii}(k_1)$ und die Frequenztransformation des Geschwindigkeitsfeldes $S_{ii}(f)$ über die Kreuzkovarianz $\mathcal{R}_{ii}(r, \tau) = \mathcal{R}(r, \tau) = \hat{R}R(r, \tau)$ aus Gl. (7) und Gl. (8) verbunden. Das eindimensionale Wellenzahlgeschwindigkeitsspektrum ist nach Pope (2000) als das Doppelte der FOURIER-Transformation der Korrelationsfunktion definiert. Für das Frequenzspektrum entfällt dieser Faktor, weil nur ein einseitiges Spektrum verwendet wird. Es gilt:

$$S_{ii}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{R}R_{ii}(r=0, \tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (23)$$

und

$$E_{ii}(k_1) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{R}R_{ii}(r, \tau=0) e^{-ik_1 r} dr. \quad (24)$$

³ Für isotrope Turbulenz gelten besondere Beziehungen zwischen der longitudinalen Korrelationsfunktion $f(r)$ und der lateralen Korrelationsfunktion $g(r)$ (Pope, 2000). Die longitudinale Korrelationsfunktionen $f(r)$ ist identisch in zwei- und dreidimensionaler Turbulenz. Die laterale Korrelationsfunktion unterscheidet sich und lässt sich in Abhängigkeit zur longitudinalen Korrelationsfunktion schreiben (Ewert, 2008):

$$g(r) = \begin{cases} f(r) + r \frac{df(r)}{dr} = \frac{d(rf(r))}{dr} & 2D \\ f(r) + \frac{r}{2} \frac{df(r)}{dr} = \frac{1}{2} \left(f(r) + \frac{d(rf(r))}{dr} \right) & 3D. \end{cases}$$

Die Konventionen der FOURIER-Transformation sind im Anhang A.3 gegeben. Eine Rücktransformation der Gl. (23) und Gl. (24) liefert Gleichungen für $R_{ii}(r = 0, \tau)$ und $R_{ii}(r, \tau = 0)$. Diese können unter Hinzunahme der TAYLOR-Hypothese, dass $r = u_0\tau$ ist, und mit $k_1 = \frac{2\pi f}{u_0}$ umgestellt werden zu

$$S_{ii}(f) = 2E_{ii}(k_1) \frac{2\pi}{u_0}. \quad (25)$$

Die konkreten Geschwindigkeitsspektren sind im Anhang A.4 aufgelistet und in Abb. 61 dargestellt.

3.3 Korrekturen von 2D zu 3D

Um Untersuchungen im zweidimensionalen Raum mit analytischen Lösungen und Messungen vergleichen zu können, werden Korrekturen benötigt. Die verschiedenen Korrekturen sind im Anhang A.5 vorgestellt. In der vorliegenden Arbeit werden die Korrektur der Turbulenzspektren in Gl. (138) und die Korrektur nach Dieste in Gl. (139) verwendet.

III Die Bestandteile des stationären hybriden Verfahrens

In diesem Kapitel wird auf die einzelnen Bestandteile des verwendeten stationären hybriden Verfahrens und die Kopplungen zwischen den Bestandteilen eingegangen.

1 RANS-Simulation für Hintergrundströmung und mittlere Turbulenz

1.1 TRACE-Löser

Die (U)RANS-Simulationen werden mit dem hauseigenen Löser TRACE (Becker et al., 2010) durchgeführt. TRACE ist für kompressible Strömungen mit dem Fokus auf Turbomaschinen konzipiert. Es wird seit den späten 80er Jahren am Institut für Antriebstechnik in der Abteilung Numerische Methoden entwickelt. Der Code basiert auf finiten Volumen für strukturierte und unstrukturierte Gitter. Er löst neben der klassischen RANS auch die URANS-Gleichungen im Zeitbereich, die zeitlinearisierten URANS-Gleichungen adjungiert und im Frequenzbereich (Harmonic Balance - HB) und führt zudem Detached-Eddy Simulationen durch (Wellner et al., 2011). Alle Modelle sind mindestens 2. Ordnung genau in Ort und Zeit (Franke et al., 2010). In der vorliegenden Arbeit werden mit TRACE RANS-, HB- und (U)RANS-Simulationen durchgeführt. Die hier relevanten Punkte dieser Verfahren werden im Folgenden dargestellt.

1.2 Verwendete Turbulenzmodelle

Im Laufe dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass das verwendete Turbulenzmodell und der Schließungsansatz einen großen Einfluss auf die turbulenten Charakteristiken besonders im Staupunkt haben. Die Turbulenz im Staupunkt ist aber für die Vorhersage der Vorderkantenschallabstrahlung äußerst relevant. Ein Überblick über lineare Schließungsansätze, Staupunktanomalien und höhere Schließungsansätze ist im Anhang A.6 gegeben.

Es werden in der Arbeit die Zwei-Gleichungsmodelle von Wilcox (1988) und von Menter (1994) mit linearem Schließungsansatz jeweils mit der SCHWARZschen Ungleichung als Staupunktanomaliekorrektur eingesetzt. Während das Modell von Wilcox die originale Formulierung basierend auf den k - ω -Turbulenztransportgleichungen darstellt, verwendet das Modell von Menter eine Blendfunktion mittels des Wandabstandes, um die k - ω -Gleichungen in Wandnähe und k - ϵ -Gleichungen im Freifeld zu verwenden.

Es wird außerdem das explizit algebraische REYNOLDS-Spannungsmodell (EARSIM) von Hellsten (2005) in der Implementierung von Franke et al. (2010) benutzt. Dieser Ansatz stellt einen Schließungsansatz höherer Ordnung dar, führt aber nur dazu, dass eine explizit algebraische Gleichung zusätzlich zu lösen ist. Aus dieser zusätzlichen Gleichung lassen sich alle Einträge des REYNOLDS-Spannungstensors bestimmen. Der Vorteil gegenüber dem linearen Schließungsansatz ist, dass keine Staupunktanomalie mehr existiert und somit die Turbulenz an der Vorderkante besser vorhergesagt wird.

1.3 Unsteady Reynolds-Averaged-Navier-Stokes (URANS) Gleichungen

Bei URANS-Simulationen werden die vollständigen instationären NAVIER-STOKES-Gleichungen gelöst und gleichzeitig wird auf einen Schließungsansatz zurückgegriffen. Die Absicht dahinter ist, nur die Längen- und Zeitskalen aufzulösen, die viel größer sind als die turbulenten Skalen (McLean, 2012). In einem Fan sind dies die Zeitskalen bezogen auf die Umdrehung.

Es gibt in diesem Kontext eine zähe Diskussion, ob die sogenannte spektrale Lücke zwischen URANS- und Turbulenzskalen überhaupt nötig ist. Eine Zusammenfassung der Standpunkte ist im Anhang A.7 gegeben. Aus dieser Diskussion lässt sich kein eindeutiges Fazit ziehen, allerdings zeigen die vielfältigen, erfolgreichen Entwicklungen und Anwendungen insbesondere im Bereich der tonalen Turbomaschinenakustik (Holewa et al., 2014; Weckmüller, 2013; Schnell, 2004b), dass dieses Verfahren für vorliegende Untersuchungen einsetzbar ist.

Harmonic Balance: Beim *Harmonic-Balance*-Verfahren (HB) werden die URANS-Gleichungen FOURIER-transformiert verwendet (Frey et al., 2014). Anstelle des aufwändigen Zeitschrittverfahrens der URANS wird nur ein bestimmter Satz an Harmonischen im Frequenzbereich berechnet. Die diskreten Frequenzen ergeben sich aus der Geometrie und der Anzahl an Schaufeln im Fan. Der Energieübertrag zwischen den Frequenzen geschieht hauptsächlich an den Kopplungsebenen zwischen Passagen mit unterschiedlichen Relativgeschwindigkeiten, aber auch nichtlineare Kopplungen zwischen den Frequenzen werden berücksichtigt. Der klare Vorteil gegenüber der URANS-Simulation ist, dass die HB-Simulation zehnmal schneller ist und die Randbedingungen, die im Folgenden beschrieben werden, wie *Phase-lag* und 3D nicht-reflektierende Ränder aufgrund der Frequenzformulierungen erheblich besser funktionieren. Nachteil ist, dass die turbulenten Größen aktuell nur stationär berücksichtigt werden. Außerdem birgt die Betrachtung einer kleinen Anzahl diskreter Frequenzen das Risiko, wichtige Phänomene abzuschneiden.

1.4 Randbedingungen

Es wird im Folgenden nicht erschöpfend auf die Randbedingungen eingegangen, sondern lediglich die relevanten und besonderen für die durchgeführten Simulationen erwähnt.

Mischungsebene: Für stationäre Simulationen werden die verschiedenen Bezugssysteme durch eine Mischungsebene verbunden. Basierend auf einer Flussmittelung in Umfangsrichtung werden die primitiven Variablen und turbulenten Charakteristiken nur abhängig vom Radius übermittelt. Abb. 7 zeigt dies exemplarisch für eine RANS-Simulation am UHBR-Fan (VII.1.2). Aus der Abbildung ist die Ausmischung der Rotornachläufe ersichtlich.

Periodische Ränder: Für stationäre Fan-Simulationen wird in Umfangsrichtung eine periodische Randbedingung verwendet, so dass nur jeweils eine Schaufel pro Passage gerechnet werden muss.

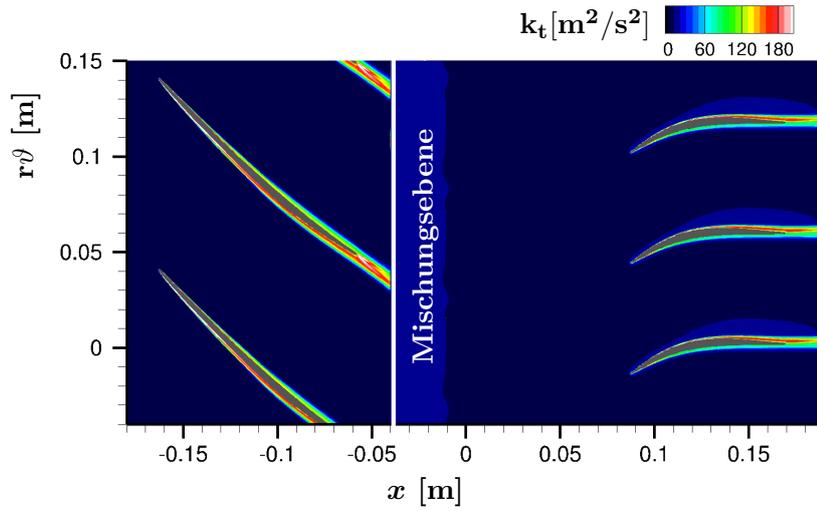
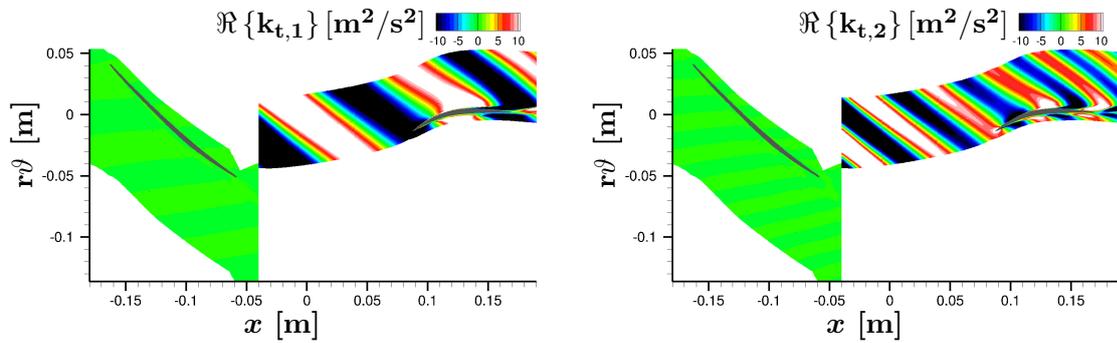
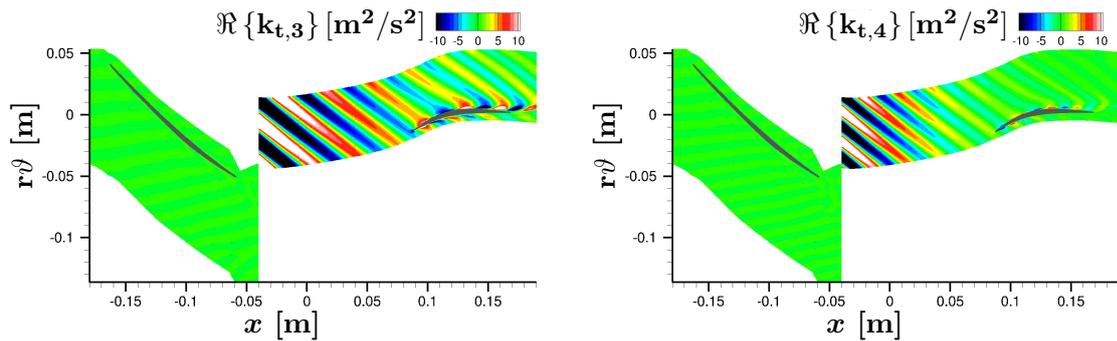


Abb. 7: Verteilung der turbulenten kinetischen Energie (TKE) in einer RANS-Simulation mit Mischungsebene; DLR-UHBR-Fan an einer Stromlinie nah zur Kanalmitte.



(a) Harmonische #1 (1×BPF im Statorbezugssystem)

(b) Harmonische #2 (2×BPF im Statorbezugssystem)



(c) Harmonische #3 (3×BPF im Statorbezugssystem)

(d) Harmonische #4 (4×BPF im Statorbezugssystem)

Abb. 8: Realteil der FOURIER-Koeffizienten der turbulenten kinetischen Energie von einer URANS-Simulation; DLR-UHBR-Fan im Zylinderschnitt an einer Stromlinie nah zur Kanalmitte. Der konstante Anteil der TKE ist sehr ähnlich zu den Ergebnissen der RANS-Simulation aus Abb. 7. Die harmonischen Anteile im Rotorbezugssystem sind kleiner als die Farbskala.

Phase-lag: Um auch bei instationären Fan-Simulationen für jede Passage nur eine Schaufel berechnen zu müssen, wird anstelle der periodischen Randbedingung die *Phase-lag*-Randbedingung in Umfangsrichtung angewendet, die von Schnell (2004a) in TRACE implementiert wurde. Dadurch wird der Phasenversatz zwischen den Rändern in Umfangsrichtung mittels einer Umfangs-FOURIER-Transformation berücksichtigt. Dies ist in Abb. 8 gut zu sehen; für die entsprechenden Harmonischen passen die Umfangsränder im Statorsystem scheinbar nicht zusammen, dennoch ist nur jeweils eine Passage simuliert worden. Es ist zu erwähnen, dass für URANS nur eine reduzierte Anzahl an Umfangsharmonischen berücksichtigt werden kann und somit ein gewisser, systematischer Fehler auftritt. Schnell (2004a) zeigt aber im Vergleich mit experimentellen Daten, dass dieser Fehler vernachlässigbar ist. Auch bei HB-Simulationen wird die *Phase-lag*-Randbedingung eingesetzt. Diese Randbedingung ist hier sogar exakt, da aus geometrischen Gründen nur jene Frequenzen berücksichtigt werden, die auch die Randbedingung exakt erfüllen.

Einlass: Am Einlass werden der Totaldruck, die Totaltemperatur und die turbulenten Größen vorgegeben. In TRACE wird zur Definition der Zuströmturbulenz eine Längenskala l_p , eine MACH-Zahl M und ein Turbulenzgrad T_u gefordert. Dabei ist zu beachten, dass das geforderte Längenmaß dem Pseudolängenmaß nach (Pope, 2000) entspricht. Intern rechnet TRACE aber mit den turbulenten Größen (k_t, ω_t, ν_t) . Da die Zuströmturbulenz der Hauptschallentstehungsmechanismus ist, muss diese richtig eingestellt werden. Folgende Beziehungen gelten zwischen Pseudolängenmaß l_p und integralem Längenmaß Λ :

$$l_p = \frac{C_\mu}{C_{Re}} \Lambda = \frac{\sqrt{k_t}}{\omega_t} \quad (26)$$

mit dem Modellparameter $C_\mu = 0.09$ und einem von der REYNOLDS-Zahl abhängigen Skalierungsparameter C_{Re} . Dieser geht für hohe REYNOLDS-Zahlen asymptotisch gegen $C_{Re} = 0.43$ (Pope, 2000, S. 244), genauere Betrachtungen der REYNOLDS-Zahlabhängigkeit sind bei Maunus et al. (2013) und Jaron et al. (2017) zu finden.

1.5 Vorgehen bei Simulationen

In der vorliegenden Arbeit wird die örtliche Diskretisierung durch ein FROMM-Schema zweiter Ordnung mit VAN ALBADA-Flux-Limiter und der Zeitschritt mittels der *Predictor-Corrector*-Methode realisiert, vgl. z.B. Hirsch (2007). Standardmäßig wird die CFL-Zahl, angefangen bei 1, innerhalb von 100 Iterationsschritten auf 50 hochgefahren und konstant gehalten.

1.5.1 Strömung für isolierte Schaufeln

Zur Berechnung der Hintergrundströmung und der turbulenten Größen für die 2D-Simulationen von isolierten Schaufeln wird folgendes Vorgehen benutzt. Für die Strömungssimulation wird mithilfe von g3DHexa (Weber, 2011) ein Netz generiert, das in die spannweite z -Richtung nur eine oder zwei Zellen hat. Sollen die RANS-Strömungsgleichungen gelöst werden, so wird das Gitter in der Nähe von Oberflächen die Grenzschicht mit Wandabstand $y^+ < 1$ auflösen. Auf Wandfunktionen kann somit verzichtet werden. Für Simulationen ohne Wandhaftbedingung, wie im Beispiel, oder für EULER-Strömungslösungen ist dies nicht nötig, da sich keine Grenzschicht ausbildet. Eine exemplarische Darstellung ist in Abb. 9 anhand einer NACA65(12)-10 Schaufel (VI.3.3) gegeben.

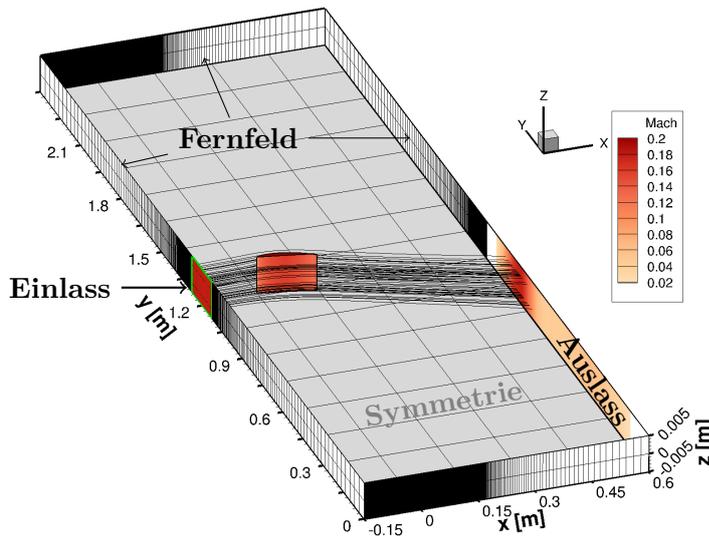


Abb. 9: Setup für RANS-Simulationen der isolierten Schaufel am Beispiel einer NACA65(12)-10 Schaufel (VI.3.3). Die Spannrichtung ist um einen Faktor 10 vergrößert, um die Oberflächen sichtbar zu machen. Auf den Fernfeldrändern ist das Gitter angedeutet; auf Einlass, Auslass und Schaufeloberfläche (ohne Wandhaftbedingung) ist die MACH-Zahl abgetragen. Die Stromlinien sind zufällig verteilt und dienen nur der Veranschaulichung der Umlenkung durch die Schaufel.

Am Einlass werden der Totaldruck, die Totaltemperatur und die turbulenten Größen vorgegeben, am Auslass wird der statische Gegendruck gesetzt. In Spannweitenrichtung wird eine Symmetrierandbedingung benutzt. An den Rändern normal zur Strömungsrichtung werden Fernfeldrandbedingungen gesetzt. Im Beispiel wird ein Strahl simuliert, hier wird auch an den Seiten, an denen keine Strömung existiert, auf Fernfeldrandbedingungen zurückgegriffen. An Fernfeldrändern sind neben dem statischen Druck auch eine MACH-Zahl, die Strömungsrichtung und die Turbulenzgrößen gefordert. Um den Einfluss dieser Randbedingungen zu minimieren, werden die Fernfeldrandbedingungen weit entfernt von der Schaufel gesetzt.

1.5.2 Strömung für Fans

3D-RANS-Simulation: Die in dieser Arbeit durchgeführten RANS-Simulationen werden mit je einem Rotor- und einem Statorsegment durchgeführt, die mit einer Mischungsebene verbunden sind. In Umfangsrichtung wird eine periodische Randbedingung verwendet. Das Gitter ist so gestaltet, dass der Wandabstand auf den Schaufeloberflächen von $y^+ < 1$ mit low-REYNOLDS und auf den Rohrwänden von $y^+ > 25$ mit einer Modellwandfunktion modelliert werden. Außerdem wird im Nachlaufbereich des Rotors das Gitter verfeinert, um den Nachlauf mit mindestens 15 Punkten in Umfangsrichtung aufzulösen. Es wird voll turbulent gerechnet und keine Transition berücksichtigt. Es wird das explizit algebraische REYNOLDS-Spannungsmodell von Hellsten (2005) verwendet.

Instationäre RANS-Simulation: Für die Untersuchung am NASA SDT-Fan (VII.1.1) wird keine URANS-Simulation benötigt, um Zyklotionaritäten zu berücksichtigen. Für den DLR UHBR-Fan (VII.1.2) wird eine Harmonic-Balance-Simulation durchgeführt, um die periodischen Anteile der Hintergrundströmung zu erhalten. Hierfür wird das Gitter der RANS-Simulation verwendet und 15 Harmonische im Stator- und 5 Harmonische im Rotorsystem berücksichtigt. Voruntersuchungen haben gezeigt, dass unter Verwendung von weniger als 15 Harmonischen der Nachlauf nicht hinreichend aufgelöst wird und Artefakte besonders an der Verbindung zwischen Rotor- und Statorsystem auftreten.

2 CAA zur numerische Ausbreitung der Schwankungsgrößen

Computational Aeroacoustics (CAA) wird in dieser Arbeit als der Teil des hybriden Ansatzes verstanden, der Schwankungsgrößen auf einer zuvor ermittelten Hintergrundströmung ausbreitet. Dies wird mittels des DLR-eigenen CAA-Lösers PIANO (Delfs et al., 2008) realisiert, der in der Abteilung technische Akustik des Instituts für Aerodynamik und Strömungstechnik entwickelt wird. Die verwendete Zeitbereichsformulierung ist besonders für breitbandige Simulationen von Vorteil, da im Zeitbereich die Frequenzen kontinuierlich sind, wohingegen bei einer Formulierung im Frequenzbereich diskrete Frequenzen einzeln gerechnet werden müssten.

2.1 Grundgleichungen

Abhängig von den zu berücksichtigenden Effekten werden andere Grundgleichungen, auch Ausbreitungsgleichungen genannt, benötigt. Durch den Ansatz der hybriden Verfahren ist es möglich, bestimmte Effekte wie Viskosität und Nichtlinearitäten in gewissen Bereichen zu vernachlässigen.

Die Ausbreitungsgleichungen sind im Zeitbereich in der Schwankungsform nach Gl. (1) gegeben, d.h. alle primitiven Variablen $\phi = (\rho, u_i, p)$ werden in die Hintergrundströmung $\phi_0(t)$ und die Schwankungsgrößen $\phi'(t)$ zerlegt. Die Hintergrundströmung wird als bekannt vorausgesetzt und ist z.B. durch eine vorgeschaltete (U)RANS gegeben. Die Schwankungsgrößen fluktuieren um diese Hintergrundströmung. Es ist anzumerken, dass abhängig von den Ausbreitungsgleichungen die Hintergrundströmung nicht zeitlich konstant und der Gleichanteil der Schwankungsgrößen nicht identisch Null sein muss. Für die Übersichtlichkeit wird die Hintergrundströmung erst als konstant angenommen und als

$$\bar{\phi} = \langle \phi_0(t) + \phi'(t) \rangle \quad (27)$$

notiert. In Kapitel V wird separat auf instationäre Hintergrundströmungen eingegangen.

Linearisierte Euler-Gleichungen (LEE): Die klassischen LEE werden, ausgehend von den Bilanzgleichungen der Hydrodynamik (Schade et al., 2007), unter der Vernachlässigung von Nichtlinearitäten und viskosen Effekten und für zeitlich konstante Hintergrundströmung hergeleitet. Sie ermöglichen die Ausbreitung von akustischen Moden, Entropiemoden und Wirbelmoden und modellieren den Energietransport von einer Mode zur anderen. Ewert et al. (2014) haben gezeigt, dass dieselben Gleichungen auch aus den NAVIER-STOKES-Gleichungen in Schwankungsform folgen. D.h. es gelten weiterhin die LEE-Gleichungen für die Schwankungen, unabhängig davon, welchen Gleichungen die Grundströmung $\bar{\phi}$ folgt, z.B. auch RANS-Gleichungen. Anschaulich breiten sich die linearen, reibungsfreien Schwankungen auf u.U. reibungsbehafteter, nichtlinearer Hintergrundströmung aus. Die LEE sind gegeben als

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho' \bar{u}_i + \bar{\rho} u'_i) = 0 \quad (28a)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \rho' \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (28b)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \gamma \left(\bar{p}' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \bar{p} \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right) = 0. \quad (28c)$$

Akustische Perturbationsgleichungen (APE): Die LEE-Gleichungen können instabil werden, da sie hydrodynamische Instabilitäten anregen, aber nicht dämpfen können. Dies liegt an der fehlenden Rückkopplung mit der Hintergrundströmung und der Vernachlässigung der Viskosität und der Nichtlinearitäten. Ewert (2002) hat ein Gleichungssystem hergeleitet, dass ausschließlich die akustischen Moden ausbreitet und analytisch bewiesen, dass dieses Gleichungssystem dauerhaft stabil ist. Damit werden nicht-akustische Störungen nicht angefacht, sondern immer gedämpft. Es sind also weder Entropie- noch Wirbelmoden ausbreitungsfähig. Da die aktuelle Arbeit auf Zuströmturbulenz fokussiert ist und die Grundgleichungen die Turbulenz ausbreiten müssen, können die APE nicht verwendet werden. Da sie für die alternativen Kopplungen (A.11) verwendet wurden, sind sie im Anhang A.8 beschrieben.

2.2 Diskretisierung

Um die Ausbreitungsgleichungen zu lösen, werden diese im Raum und in der Zeit numerisch diskretisiert.

Ortsdiskretisierung: In PIANO werden die räumlichen Gradienten durch das dispersionserhaltende, symmetrische 7-Punktstern-finite-Differenzen-Verfahren (DRP) vierter Ordnung von Tam und Webb (1993) bestimmt. Dies ist gültig für gekrümmte, (block-)strukturierte Gitter. Um mit diesem Verfahren eine numerische Dämpfung und Dispersion der akustischen Wellen zu vermeiden, ist den Autoren zufolge eine Auflösung von mindestens 4.5 Punkten pro Wellenlänge (PPW) notwendig. (De Roeck et al., 2004) empfehlen eine Auflösung von 5.4 PPW. Zur Konvektion von Wirbelmoden ist eine Auflösung von vier Punkten pro Längenskala (PPL) hinreichend (Grimm et al., 2014).

Zeitdiskretisierung: Für die zeitliche Diskretisierung wird das bewährte alternierende 5-6 Stufen LDDRK-Schema (vom engl. *low-dispersion low-dissipation RUNGE-KUTTA*) von Hu et al. (1996) verwendet. Durch die Alternation wird die Dissipation und Dispersion reduziert, ohne die Stabilität zu beeinflussen; dadurch können größere Zeitschrittweiten verwendet werden. Die Stabilitätsgrenze, gegeben durch den größtmöglichen Zeitschrittweite Δt_{CFL} , ist bei Delfs et al. (2008) angegeben als

$$\Delta t_{\text{CFL}} = \frac{Cl_{\min}}{\pi(1+M)c_0} \quad \text{mit} \quad l_{\min} = \min \left(\left| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_m} \right| \right)_{i,j,k,m}, \quad (29)$$

und $C = 2.83$ aus einer Stabilitätsanalyse. Dieses leitet sich aus der Courant-Friedrichs-Lewy Zahl (CFL) und der Dispersionsrelation her, wie von Richter und Zhuang (2008) an einer ähnlichen Diskretisierung gezeigt.

2.3 Randbedingungen

Es wird in Abschnitt III.4 auf Randbedingungen eingegangen, die eine Kopplung zwischen den einzelnen numerischen Verfahren ermöglichen. Im Folgenden werden allgemein Randbedingungen dieses CAA-Verfahrens diskutiert.

Wände: In dieser Arbeit wird ausschließlich die wandnormale, adiabate Wandrandbedingung (*adiabatic slip wall*) verwendet, wobei

$$(\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n})_{\text{wand}} = 0 \quad \text{und} \quad \left(\frac{p'}{\rho'}\right)_{\text{wand}} = c_0^2. \quad (30)$$

Daraus folgend ergibt sich eine Bedingung an den Druckgradienten (Delfs et al., 2008, Gl. (4.6)). Es existiert demnach kein Transport durch die Wand hindurch. Die alternative Randbedingung von Tam und Dong (1994) verzichtet auf die Adiabatenbedingung, was zur Folge hat, dass die Gleichungen an der Wand unterbestimmt sind und Instabilitäten in der Dichtefluktuation anwachsen können.

Abstrahlbedingungen: Die Radiations- oder Abstrahlrandbedingung und die Ausströmrandbedingung nach Tam und Webb (1993) werden verwendet. Ausgehend von einem Referenzpunkt X_{ref} nehmen diese Randbedingungen eine monopolarartige, akustische Abstrahlung an. Je näher die akustischen Moden dieser Annahme folgen, umso besser funktioniert die Randbedingung. Zusätzlich sind in der Ausströmrandbedingung konvektive Moden berücksichtigt, die das Rechengebiet in Strömungsrichtung verlassen.

Dämpfungszone: Um in PIANO einen reflexionsfreien Abschluss zu realisieren, wird zusätzlich zu den Abstrahlbedingungen eine Dämpfungszone eingesetzt. Eine Dämpfungszone ist ein Gebiet, indem eine unphysikalische Dämpfung über eine bestimmte Anzahl von Zellen in der Nähe der Randbedingung vorgenommen wird. In der Dämpfungszone wird die numerische, zu dämpfende Störung $\phi_p = [\rho', \mathbf{u}', p']$ räumlich zu jeder Zeit gegen eine Referenzlösung ϕ_{ref} gedämpft, indem der Term $S(\xi)(\phi_p - \phi_{\text{ref}})$ von der rechten Seite des Gleichungssystems abgezogen wird (Delfs et al., 2008). Dabei ist $S(\xi)$ gegeben als

$$S(\xi) = \sigma \left[\frac{1 - \cos(\pi\xi)}{2} \right]^\beta \quad (31)$$

mit der Dämpfungsstärke σ und dem Dämpfungsexponenten β . Die normierte Koordinate ξ ist 0 und entsprechend $S(\xi) = 0$ am Übergang des Rechen- ins Dämpfungsgebiet und 1 am Rand und damit $S(\xi) = \sigma$. Wird die Referenzlösung $\phi_{\text{ref}} = 0$ gesetzt, so werden die Fluktuationen in diesem Gebiet vollständig gedämpft. Eine eingehende Studie hierzu wurde von Fritzsche (2009) durchgeführt. In der vorliegenden Arbeit wird die Randbedingung ausschließlich auf äquidistantem Gitter eingesetzt und somit der Dämpfungsexponent auf $\beta = 1$ gesetzt. Die Dämpfungsstärke σ kann allerdings weit größer gewählt werden, als bei Fritzsche (2009) untersucht wurde. Für die Simulationen in dieser Arbeit sind die Anforderungen an die Dämpfungszone weitaus geringer als bei Fritzsche (2009). Durch die Anregung nur einer Schaufel und damit einer klar definierten Quellposition funktioniert die Radiationsrandbedingung so gut, dass akustische Wellen, die nicht von der Dämpfungszone gedämpft werden, dennoch nicht zu Reflektionen neigen. Im 3D-Rohr existieren akustische Moden, die nahe der *Cut-off*-Grenze quasi quer zum Rand durch die Dämpfungszone streichen. Diese Moden lassen sich besonders schwer reflektionsfrei dämpfen. Eine Verwendung des *Perfectly-Matched-Layer*-Verfahrens (Hu, 2005) könnte dieses Problem beheben.

LEE-Relaxation: Alternativ zur Dämpfungszone ist die LEE-Relaxation erst vor kurzem von Ewert et al. (2014) vorgestellt worden. Diese Methode ermöglicht das Einkoppeln und Dämpfen von solenoidalen Geschwindigkeitsfluktuationen ohne Einfluss auf die Entropie

oder akustischen Moden. Sie benutzt in der Impulsgleichung der LEE-Gl. (28) einen Relaxationsterm auf der rechten Seite:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \dots = \epsilon_{ijk} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma \left(\omega'_k - \omega_k^{\text{ref}} \right) \right], \quad (32)$$

wobei σ der Relaxationsparameter ist. Er hat die Einheit einer Viskosität m^2/s . Die Wirbelstärke ω'_i ist durch die Geschwindigkeitsfluktuation der linken Seite gegeben als

$$\omega'_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \quad (33)$$

und ω_i^{ref} ist eine extern aufgeprägte Wirbelstärke. Wird $\omega_i^{\text{ref}} = 0$ gesetzt, so filtert dieses Verfahren ausschließlich die wirbelbehafteten Fluktuationen aus dem Rechengebiet, wobei rotationsfreie Anteile, wie die akustischen Moden und Entropiemoden, unberührt bleiben. Es existiert inzwischen auch eine Modifikation dieser Randbedingung als akustische Relaxation (Bernicke et al., 2016). Mit dieser werden nur divergente Anteile der Fluktuationen, also ausschließlich die Akustik, beeinflusst.

Es ist anzumerken, dass für die Verwendung der Relaxation das alternierende 5-6 Stufen LDDRK Schema nicht implementiert ist. Somit wird für alle Relaxations-Simulationen der Zeitschritt halbiert und auf das 4-Stufen Runge-Kutta-Verfahren zurückgegriffen.

Stabilität: Für großen Relaxationsparameter σ zeigt sich, dass die LEE instabil werden. Es hat sich in Untersuchungen gezeigt, dass eine empirische Stabilitätsgrenze, ausgehend von einer Gitter-REYNOLDS zahl Re_Δ , angegeben werden kann:

$$Re_\Delta = \frac{\Delta_{\text{turb}} \cdot |u_0|}{\sigma} < 1 \quad (34)$$

mit der Gitterweite Δ_{turb} des CAA Gitters im überlappenden Bereich mit dem RPM-Gebiet und $|u_0| = \sqrt{u_{0,i}^2}$ dem Geschwindigkeitsbetrag im selben Bereich (Wohlbrandt et al., 2015). Diese Bedingung ermöglicht ein stabiles Einkoppeln des Referenzwirbelfeldes. Sie ist allerdings nicht hinreichend, um zu gewährleisten, dass die im CAA-Gebiet eingekoppelte Wirbelstärke ω' der Referenzwirbelstärke ω_{ref} entspricht, wie die Untersuchungen in Abschnitt VI.2.1.3 zeigen.

Eine weitreichendere Bedingung der Stabilität lässt sich nach Moghadam (2012) aus folgenden Betrachtungen ableiten: Da mathematisch für konstantes σ gilt

$$\nabla \times (\sigma \nabla \times \omega') = -\sigma \Delta \omega', \quad (35)$$

ist dieser Term identisch mit dem viskosen Term in der inkompressiblen Wirbeltransportgleichung. Somit ist die Diskussion von Moghadam (2012) bezüglich der Stabilität von viskosen Termen qualitativ und quantitativ auf das vorliegende Problem übertragbar. Der Relaxationsterm ist damit als viskoser Term zu interpretieren und für explizite RUNGE-KUTTA-Verfahren 4.Ordnung findet er in Analogie zu Pletcher et al. (1997, S.627, Gl. (9.14)) folgende Formel bzgl. des stabilen Zeitschritts:

$$\Delta t \leq \frac{C \Delta t_{CFL}}{1 + \frac{2}{Re_\Delta}} \quad (36)$$

mit einem Sicherheitsfaktor $C \approx 0.9$, der stabilen Zeitschrittweite Δt_{CFL} , folgend aus der nicht-viskosen CFL Bedingung in Gl. (29), und der Gitter-REYNOLDS-Zahl in Gl. (34).

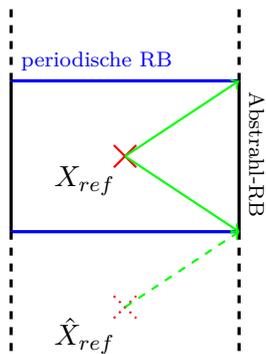


Abb. 10: Schematische Darstellung der Problematik zwischen Abstrahl-RB (schwarz) und periodischer RB (blau). Gestrichelte Linien sind virtuelle Wiederholungen des Rechengebiets. Grüne Pfeile stellen die Abstrahlrichtung vom Referenzpunkt X_{ref} dar. Es zeigt sich, dass genau dort, wo sich Abstrahlbedingung und periodische Randbedingung berühren, die Referenzen zu einer Ungenauigkeit in den Randbedingungen führen.

Energieerhaltung: Zusätzlich zur Stabilität gibt es Größen, die beeinflussen, ob die Energie der Referenzlösung ω_{ref} der eingekoppelten Energie der Wirbelfluktuationen ω' entspricht. Der Relaxationsparameter σ und die Länge der Kopplungsebene L zur Wellenlänge λ sind bei einer Untersuchung in Abschnitt VI.2.1.3 identifiziert worden. Daraus resultiert, dass σ bei unverändertem Zeitschritt so groß wie möglich gewählt wird und die Ausdehnung der Kopplungsebene mindestens zwei Wellenlängen entsprechen sollte.

Eine analytische Voraussage über die nötige Ausdehnung des Gebiets und die Höhe des Relaxationsparameters könnte aus der Erweiterung der Betrachtungen in Ewert et al. (2014, Kapitel D) folgen. Für eine konstante, unendlich ausgedehnte, stochastische Anregung zeigt sich ein all-pass Verhalten. Für eine räumlich beschränkte Anregung ω_j^{ref} , z.B. einer HEAVISIDE-Funktion, wird erwartet, dass diese Erweiterung das beobachtete Hochpassverhalten zeigt.

Periodische Randbedingung: Für die Kaskadensimulationen wird auf die periodische Randbedingung zurückgegriffen. In PIANO ist diese identisch zu einer inneren Blockgrenze implementiert und stellt somit keine Einschränkung in der Genauigkeit dar.

Eine Ausnahme ist, dass genau dort, wo sich Abstrahlbedingung und periodische Randbedingung berühren, die Referenzen zu einer Ungenauigkeit in den Randbedingungen führen. Abb. 10 zeigt eine schematische Darstellung der Problematik.

2.4 Numerische Dämpfung

Globale, selektive, künstliche Dämpfung: Diskrete Verfahren können unteraufgelöste Wellenlängen nicht physikalisch darstellen. Besonders Finite-Differenzen-Verfahren hoher Ordnung tendieren dazu, hochfrequente Störwellen zu verursachen, da es keine signifikante numerische Dämpfung im Verfahren gibt. Diese Wellen führen zu Instabilitäten, die die eigentliche Simulation überlagern. Daher wird die künstliche, selektive Dämpfung von Tam et al. (1993) eingesetzt. Der Dämpfungsoperator \tilde{D} ist direkt auf die RHS der Grundgleichungen eingebaut:

$$\text{RHS} = -\nu_{ASD}\tilde{D}(\phi'), \quad (37)$$

wobei ν_{ASD} der Dämpfungskoeffizient ist. Dieser Koeffizient ist in Simulation dieser Arbeit standardmäßig auf $\nu_{ASD} = 0.05$ überall im Gebiet gesetzt. Wenn nötig, wird zusätzlich lokale Dämpfung eingesetzt.

In PIANO sind alternativ auch Filtermethoden zur Unterdrückung von Störwellen verfügbar. Sowohl Filterung als auch Dämpfung haben eine sehr ähnliche Wirkung auf die

Störwellen. Im Gegensatz zur Dämpfung werden bei der Filterung nicht die Grundgleichungen geändert. Die Filterung wird zwischen den Zeitschritten durchgeführt, wodurch die Filterung nicht in jedem Zeitschritt durchgeführt werden muss. Allerdings gibt es in der aktuellen Implementierung keine Möglichkeit einer lokalen Gewichtung der Filterintensität, was sie unflexibel macht. Die Stärke definiert sich ausschließlich durch die Ordnung des Filters. Besonders in der Nähe von Oberflächen haben die Filter große Probleme, die Störwellen zu unterdrücken. Änderungen an der Ordnung der Filter und der Häufigkeit der Filterung wirken sich jedoch auf das gesamte Gebiet aus.

Lokale Dämpfung: Die Dämpfungsstärke ν_{ASD} ist eine Feldgröße und kann lokal variiert werden. In PIANO sind zusätzlich zur konstanten globalen Dämpfungsstärke verschiedene Möglichkeiten implementiert, die Dämpfung lokal einzustellen. In dieser Arbeit werden lokale Dämpfungsspot verwendet. Die Form der Spots ist über eine GAUSS-Glockenfunktion definiert:

$$\nu_{\text{spot}}(x_i) = A_d \exp \left[-\ln 2 \frac{(x_i - x_{d,i})^2}{R_d^2} \right]. \quad (38)$$

Hierbei ist A_d die Dämpfungsstärke, $x_{d,i}$ die Position des Spots und R_d die Halbwertsbreite.

Dämpfung an Oberflächen: Es gibt bisher keine Möglichkeit in PIANO, nur in der Nähe von Oberflächen zu dämpfen. Deshalb werden Dämpfungsspot so verteilt, dass sie an der Oberfläche der Schaufeln ein möglichst gleichmäßiges Dämpfungsfeld ergeben. Im Folgenden werden 3 Konfigurationen verwendet, die hier zusammengefasst und in Abb. 11 gezeigt sind. Es wird die Halbbreite $R_d = \frac{1}{2(N_d-1)}c$ gesetzt, wobei N_d die Anzahl der verwendeten Spots ist und c die Sehnenlänge. Die Dämpfungsstärke A_d wurde während der meisten Untersuchungen auf $A_d = 0.5$ gesetzt. Zum Ende der Arbeit hat sich herausgestellt, dass eine geringere Stärke an der Vorderkante hinreichend ist, um Instabilitäten zu unterdrücken. Da an der Hinterkante das hohe Dämpfungsmaß trotzdem nötig ist, wurde eine Dämpfungsstärke mit linear aufsteigender Amplitude von Vorder- zur Hinterkante verwendet. Es sei darauf hingewiesen, dass die Konvektion von Wirbeln durch Gradienten von A_d hindurch Störschall erzeugen können (Delfs et al., 1999).

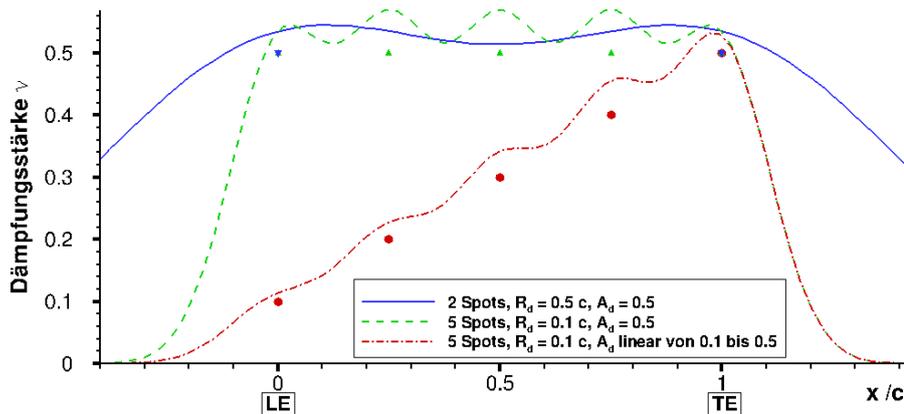


Abb. 11: Verschiedene Strategien zur Verteilung der Dämpfungsspot entlang einer Schaufel oder Platte, normiert auf die Sehnenlänge c mit Vorderkante (LE) bei $x = 0$ und Hinterkante (TE) bei $x = 1$.

2.5 Allgemeines Vorgehen

Für jedes Gitter wird ein Test durchgeführt, um dieses auf Effektivität der nicht-reflektierenden Randbedingungen und Stabilität zu untersuchen. Ähnlich einem DIRAC-Impuls wird eine Druckverteilung in Form einer GAUSS-Glocke der Halbbreite einer Zelle als Anfangsbedingung auf das Gitter aufgeprägt und die Systemantwort beobachtet. Dadurch werden Instabilitäten sichtbar, die zuerst durch zusätzliche Veränderungen am Gitter und der Glättung der Hintergrundströmung und später durch zusätzliche Dämpfungss $spots$ behoben werden. Beobachtete Reflektionen oder artifizielle Quellen werden durch Veränderungen an den Randbedingungen minimiert, bis sie um mehrere Größenordnungen kleiner sind als die abgestrahlten Wellen.

3 Stochastische Turbulenzrealisierung

Es soll in diesem Abschnitt darauf eingegangen werden, wie die freie Turbulenz synthetisiert wird.

3.1 Turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen durch Modellierung der Stromfunktion - *Source-A*-Modell

Das wirbelbezogene Geschwindigkeitsfeld muss folgende Bedingungen erfüllen, um repräsentativ für (isotrope) turbulente Fluktuationen zu sein:

- Zu jeder Zeit erfüllt es die vorgegebenen Zwei-Punkt-Korrelationen.
- Es ist solenoidal, also divergenzfrei, wenn auch nicht rein rotatorisch.

Der naheliegende Ansatz die turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen direkt zu rekonstruieren, ist nicht wirtschaftlich, da die Erfüllung der Bedingungen zusätzlich gewährleistet werden müsste (Ewert et al., 2011a). Um diese Bedingungen zu realisieren, modellieren Ewert et al. (2011a) stattdessen die Stromfunktion Ψ_k . Die Geschwindigkeitsfluktuationen \mathbf{u}' ergeben sich daraus

$$\mathbf{u}' = \nabla \times \Psi \quad (39)$$

oder in Tensorschreibweise

$$u'_i = \epsilon_{ij} \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \quad (2D), \quad u'_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_j} \quad (3D), \quad (40)$$

wobei ϵ_{ij} der 2D und ϵ_{ijk} der 3D ϵ -Tensor sind (Schade und Neemann, 2009). Ewert (2008) zeigt, dass die Geschwindigkeitsfluktuationen die Anforderungen an (isotrope) Turbulenz erfüllen. Hiermit kann direkt die freie Turbulenz realisiert werden.

3.2 Stochastische Realisierung mit dem Random Particle Mesh Verfahren

Es wird das Random-Particle-Mesh-Verfahren (Ewert et al., 2011a) verwendet, um die Turbulenz zu realisieren.

Die turbulenten Fluktuationen werden durch eine Anzahl N_i von fluktuierenden Feldern Ψ_i realisiert. Für die Modellierung über eine Stromfunktion ist $N_i = 1$ in 2D und $N_i = 3$

in 3D. Wie bei Ewert et al. (2011a) nachzulesen, wird eine synthetische Fluktuation Ψ_i durch Faltung eines örtlichen weißen Rauschens \mathcal{U}_i mit einem Filterkern erzeugt:

$$\Psi_i(\mathbf{x}, t) = \int_{V_s^d} \hat{A}G(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\mathcal{U}_i(\mathbf{x}', t)d^d\mathbf{x}', \quad (41)$$

wobei G der örtliche Filterkern ist, d die Dimension des Problems, V_s^d das Realisierungsgebiet und \hat{A} die Amplitude, die so definiert sein muss, dass sie die Varianz der Fluktuation Ψ_i einstellt.

3.2.1 Weißes Rauschen

Durch die Art der Definition des weißen Rauschens \mathcal{U}_i in Gl. (41) können zeitliche Korrelationseffekte modelliert werden. Für eingefrorene Turbulenz, wie in der Korrelationsfunktion in Gl. (9) gegeben, ist das weiße Rauschen als

$$\langle \mathcal{U}_i(\mathbf{x}, t) \rangle = 0, \quad (42)$$

$$\langle \mathcal{U}_i(\mathbf{x}, t)\mathcal{U}_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{\rho_0(\mathbf{x})}\delta_{ij}\delta(\mathbf{r}), \quad (43)$$

$$\frac{D_0\mathcal{U}_i(\mathbf{x}, t)}{Dt} = 0, \quad (44)$$

definiert, wobei $\frac{D_0}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla$ die materielle Ableitung mit der Konvektionsgeschwindigkeit \mathbf{u}_0 ist, ρ_0 die Strömungsdichte, $\delta(\mathbf{r})$ die DIRAC-Deltafunktion und δ_{ij} ist das KRONECKER-Deltasymbol. Gl. (42) besagt, dass das Ensemble-Mittel¹ jeder Fluktuation Null ist, Gl. (43), dass das weiße Rauschen gegenseitig unkorreliert ist und Gl. (44) realisiert, dass das weiße Rauschen unverändert mit der Strömung konvektiert wird. Letzteres entspricht gerade der TAYLOR-Hypothese.

Durch alternative Definitionen des weißen Rauschen können auch turbulenter Zerfall und *Haystacking*² modelliert werden, siehe Anhang A.9.

3.2.2 Filterkern

Um Gl. (41) zu realisieren, wird neben dem weißen Rauschen auch ein Filterkern benötigt. Verschiedene Filterkerne realisieren andere Korrelationsfunktionen und demzufolge auch andere spektrale Eigenschaften der Turbulenz. In der vorliegenden Arbeit werden der rekursive PURSER-Filter (Purser et al., 2003) und der YOUNG-VAN-VLIET-Filter (Young und van Vliet, 1995) eingesetzt, um GAUSS-Spektren zu realisieren. Um die Vergleichbarkeit mit Messungen zu gewährleisten, wird die Gewichtung mehrerer GAUSS-Filter zur Realisierung von VON-KÁRMÁN-Spektren (Kapitel IV) verwendet.

¹Der Ensemble-Mittelwert ist wie folgt definiert (Delfs, 2014, Gl. (19)):

$$\langle p \rangle (t) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N p_n(t). \quad (45)$$

Hierbei ist $p_n(t)$ die n -te Realisierung (Messung) des Prozesses $p(t)$. Für den Schalldruck $p' = p - \langle p \rangle$ lässt sich schreiben $\langle p' \rangle = 0$.

²**Haystacking:** Ein tonales Geräusch besteht aus exakt einer Frequenz. Durch die Ausbreitung durch turbulente Strukturen hindurch, z.B. durch Scherschichten, entsteht eine Frequenzstreuung (Refraktion), die im Spektrum eine Anhäufung von Energie in der Nähe des Tons bewirkt. Aufgrund der Assoziation zu einem Heuhaufen wird das Berücksichtigen von diesen Refraktionseffekten als *Haystacking* (Heuaufhäufen) bezeichnet.

Gauss-Filter: Basierend auf der GAUSS-Funktion hat der GAUSS-Filter

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \exp\left(-\frac{\pi}{2} \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2}{l_s^2}\right) \quad (46)$$

gegenüber allen anderen bekannten, örtlichen Filtern folgende Vorteile:

- Er ist glatt und sowohl Ableitung als auch Integral sind wieder GAUSS-Funktionen. Das hat zur Folge, dass sowohl die realisierte Korrelationsfunktion als auch das resultierende Spektrum GAUSS-Funktionen sind.
- Der GAUSS-Filter ist effizient und weit verbreitet: Die Filteroperationen in die einzelnen Raumrichtungen sind entkoppelt, d.h. der Aufwand skaliert mit $\mathcal{O}(d \cdot n)$. Außerdem existieren schnelle, rekursive Filtermethoden, wie z.B. der
 - YOUNG-VAN-VLIET-Filter, der auf konstante Längenskalen beschränkt ist, oder der
 - PURSER-Filter, der auf langsam veränderliche Längenskalen beschränkt ist. Siefert³ gibt an, dass für einen stabilen PURSER-Filter der Faktor $\sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial l_s}{\partial x_i}\right)^2}$ kleiner als 1 sein muss.

Alternativen: Nachteil des GAUSS-Filters ist, dass in vielen Anwendungen GAUSS-Spektren nicht den physikalischen Spektren entsprechen. Es sind zwei Möglichkeiten bekannt, diesen Nachteil zu überwinden.

Nicht-GAUSS-Filter: Der erste Ansatz ist, andere Filterkerne als den GAUSS-Filter zu verwenden. Dieser Ansatz wurde eingehend von Dieste und Gabard (2012) studiert. Sie haben Filterkerne hergeleitet, die VON KÁRMÁN- und LIEPMANN-Korrelationsfunktionen direkt realisieren. Die resultierenden Kerne sind äußerst komplex und auf eine Wiederholung wird deshalb hier verzichtet. Der grundsätzliche Unterschied zu dem GAUSS-Filterkern ist, dass dies in die Raumrichtungen voll gekoppelte Formulierungen sind, was zu einem erheblichen Mehraufwand in der numerischen Realisierung führt. Dieste zeigt in ihrer Dissertation (Dieste, 2011), dass der Zeitaufwand dafür um ca. 20% steigt. Das ist ein sehr optimistisches Ergebnis, denn der Filteraufwand bei gekoppelten Filtern liegt bei $\mathcal{O}(n^d)$. Bei zwei Dimensionen ($d = 2$) und kleinen Gebieten ist $n^2 \approx 2 \cdot n$ und bestätigt ihr Ergebnis. Für 3 Dimensionen und/oder größere Gebiete wird der Filteraufwand erheblich. Deshalb ist dieser Ansatz zwar gangbar, aber praktisch kaum anwendbar.

Gewichtung mehrerer GAUSS-Filter: Im Rahmen dieser Arbeit wird ein analytischer Ansatz vorgestellt, um mit der Superposition mehrerer, gewichteter GAUSS-Realisierungen verschiedener Längenskalen l_i beliebige Korrelationen und Spektren realisieren zu können. Dieser Ansatz wird in Kapitel IV im Detail beschrieben.

3.2.3 Diskretisierung

Um Gl. (41) numerisch zu berechnen, wird das Integral in eine Anzahl N nicht-überlappende Kontrollvolumina δV_k unterteilt (Ewert et al., 2011a). Die Mittelpunkte dieser Volumina werden als Partikel k bezeichnet. Um die Filterung zu beschleunigen, wird ein kartesisches Gitter eingeführt, das die fluktuierenden Werte Ψ_i auf einem Knotenpunkt

³Inoffizielle Anleitung zu FAST RPM

(m, n) in 2D oder (m, n, l) in 3D hält. Im Allgemeinen werden die Knotenpunkte des kartesischen RPM-Gebietes nicht mit dem CAA-Gitter übereinstimmen. Das kartesische Gitter dient ausschließlich der Beschleunigung der Filterung. Dafür muss aber eine Interpolation hoher Ordnung vom Partikel k auf das kartesische Gitter und vom kartesischen Gitter auf das CAA-Gitter erfolgen. Ersteres erfolgt durch eine Aufteilung des Filters in zwei Filteroperationen. Mathematisch gesehen handelt es sich dabei um eine Faltung von zwei Filterkernen: (1) dem GAUSS-Filter aus Gl. (46) und (2) einem multidimensionalen Filterkern, der die Information von den Partikel k auf die kartesischen Knotenpunkte projiziert. Näheres hierzu findet sich bei Ewert et al. (2011a).

Vor der Realisierung der Filterung auf einem kartesischen Gitter wurde eine Diskretisierung entlang von Stromlinien verwendet (Ewert, 2008). Diese ist auf 2D beschränkt und führt zu Problemen in Rezirkulationsgebieten. Dieses Verfahren ist ursprünglich als RPM bekannt, wohingegen das Verfahren der Diskretisierung auf kartesischen Gittern den Zusatz *fast* – schnell – erhielt. In dieser Arbeit werden diese Begriffe nicht weiter unterschieden.

3.2.4 Prozesskette

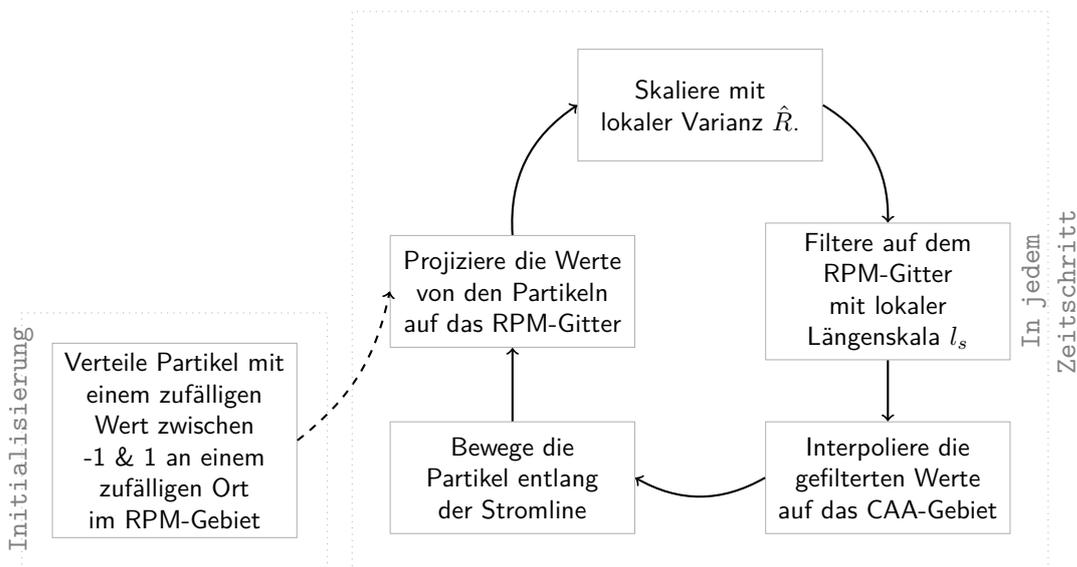


Abb. 12: Darstellung des Prozessablaufs des RPM-Verfahrens

Zusammenfassend soll noch einmal der RPM-Prozess in seinen einzelnen Schritten dargestellt werden. Diese sind in Abb. 12 zu einem Prozess angeordnet, das Zusammenspiel der einzelnen Komponenten ist in Abb. 13 veranschaulicht.

- Initialisierung:
 - Verteile die Partikel mit einer zufälligen, normierten Amplitude an einer zufälligen Position im RPM-Gebiet.
- Für jeden Zeitschritt:
 - (1) Projiziere die Werte von den Partikeln auf das kartesische RPM-Gitter,
 - (2) Skaliere die Werte entsprechend der lokalen Varianz,
 - (3) Filtere die Werte auf dem RPM-Gitter entsprechend der lokalen Längenskala,

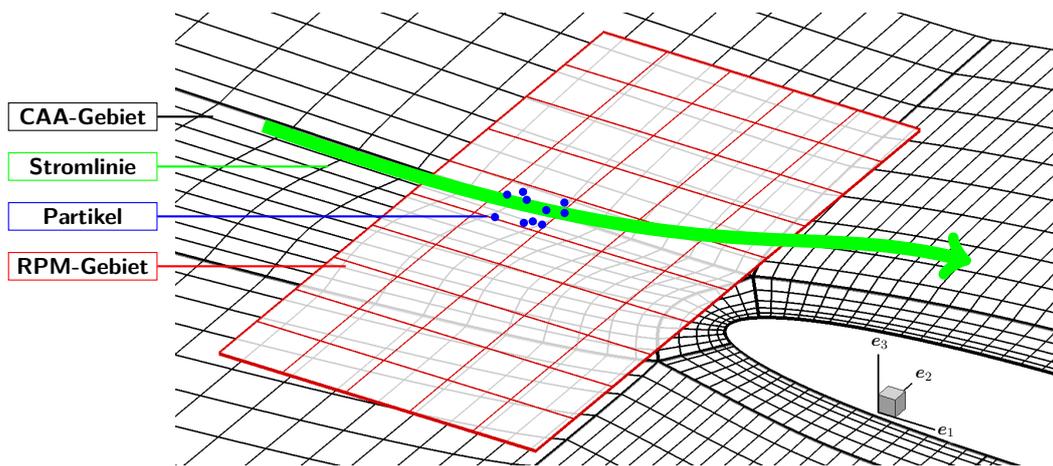


Abb. 13: Skizze zum Zusammenspiel von Partikeln, kartesischem RPM-Gebiet und CAA-Gebiet

- (4) Interpoliere die gefilterten Werte auf das CAA-Gebiet,
- (5) Bewege die Partikel ein Stück entlang einer Stromlinie durch die Grundströmung und platziere Partikel, die aus dem Gebiet gelaufen sind, an einer zufälligen Position am Einlass des RPM-Gebietes mit einem zufälligen Wert zwischen -1 & 1.

Die Punkte 2. und 3. sind vertauschbar, d.h. es kann auch erst gefiltert und dann skaliert werden mit einem anderen Ergebnis. Dies wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

3.2.5 Skalierung

In Abb. 12 ist der Prozess zur Synthetisierung der Turbulenz gezeigt. Das RPM-Verfahren erzeugt normiertes weißes Rauschen, dem die Korrelationseigenschaften durch die Filterung aufgeprägt werden. Die Varianz kann in diesem Prozess zu verschiedenen Zeitpunkten aufgeprägt werden. Für homogene Varianz und örtlich konstante Längenskalen sind die Vorgehen identisch und folglich ist für langsam veränderliche Turbulenzcharakteristik der Unterschied vernachlässigbar. In einer Grenzschicht, Scherschicht, einem Nachlauf oder in einem Staupunkt ist diese Bedingung aber verletzt. Zum besseren Verständnis wurde die Korrelationsfunktion aus Gl. (9) in Abb. 14 für die verschiedenen Skalierungsmöglichkeiten exemplarisch für eine quadratische Varianzverteilung in Abb. (a) und eine Verteilung via Wurzelfunktion (b) dargestellt.

Skalierung vor Filterung: Die erste Möglichkeit ist auch im Prozess in Abb. 12 dargestellt. Hier wird erst die lokale Varianz (Δ in Abb. 14) auf die Partikel übertragen und danach wird mit der lokalen Längenskala gefiltert. Wird ein isoliertes Partikel betrachtet, so bewirkt dieses Vorgehen, dass nach der GAUSS-Filterung der resultierende turbulente Ballen unabhängig von der Varianzverteilung weiterhin einer GAUSS-Funktion entspricht ($-\cdot-\cdot-$ in Abb. 14). Es wird also immer die vorgegebene Korrelation realisiert. In RPM wird dafür der Parameter `frpm_norm stochastic_field` verwendet.

Im Rahmen dieser Arbeit ist eine weitere Möglichkeit implementiert worden, die die Varianz direkt beim Erzeugen der Partikel berücksichtigt. Dadurch ist die Varianz für jedes Partikel fest und ändert sich nicht mit dem Ort des Partikels. Hierfür wird der Parameter `frpm_norm particles` verwendet.

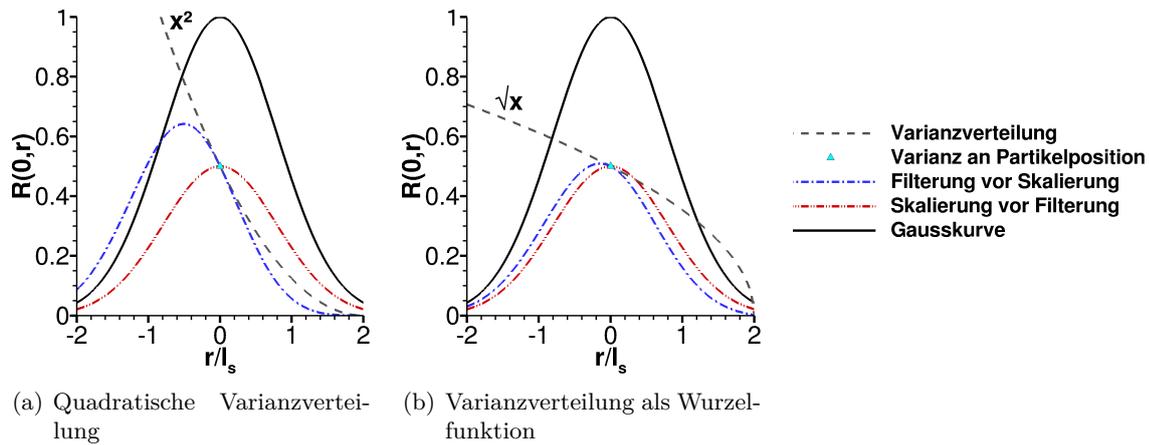


Abb. 14: Die realisierte Korrelationsfunktionen durch Vertauschen der Reihenfolge von Filterung und Skalierung wird an zwei beispielhaften Varianzverteilungen gezeigt. Die normierte GAUSS-Funktion (—) entsteht durch Filterung ohne Skalierung. Wird erst danach mit der lokalen Varianzverteilung (---) skaliert, entsteht eine Verteilung (— · —), die die gedachte Randbedingung $R(0, 2) = 0$ bei $r/l_s = 2$ erfüllt. Wird erst mittels der Varianz in der Partikelposition (\triangle) skaliert und danach gefiltert, entspricht die Realisierung (— · — · —) dafür auch nach der Skalierung einer GAUSS-Korrelation.

Filterung vor Skalierung: Wird erst gefiltert und danach skaliert, bedeutet dies für ein isoliertes Partikel, dass je nach vorgegebener Varianzverteilung die GAUSS-Glocke verzerrt werden kann. Vergleiche hierzu — · — in Abb. 14(a) und (b). Die vorgegebene Korrelationsfunktion wird somit in Bereichen mit starken Gradienten nicht realisiert und die erzeugte Turbulenz ist hier nicht isotrop. Dafür ist es mit diesem Vorgehen möglich, eine Null-Varianz z.B. an Oberflächen zu realisieren. Dies ist in der Abbildung bei $r/l_s = 2$ dargestellt. In RPM wird hierfür `frpm_norm filtered_field` verwendet.

3.2.6 Partikeldichte

Das RPM-Verfahren baut auf der Konvektion von Partikeln auf. Lediglich zur Filterung wird die Information auf das kartesische Gitter interpoliert. Erfahrungen zeigen, dass 5 Partikeln pro Gitterzelle hinreichend sind. Die Partikeldichte ρ_k , die für die RPM-Methode notwendig ist, kann auf zwei verschiedene Arten berechnet werden: (1) Sie kann aus der lokalen Anzahl an Partikeln in der Zelle bestimmt werden oder (2) sie kann global über alle Zellen gemittelt angegeben werden. Die Methode (1) ist für steigende Anzahl an Partikeln exakter. Ein Nachteil ist aber, dass die Varianz eines isoliert betrachteten Partikels sich von Zelle zu Zelle sprunghaft ändert. Das führt zu einer hochfrequenten Störung des Signals. Der zweite Nachteil ist, dass Instabilitäten oder unkontrolliertes Verhalten auftreten können. Zum Beispiel dann, wenn zufällig gerade gar kein Partikel in der Zelle ist oder wenn sich Partikel in einem Rezirkulationsgebiet stauen.

Aus diesen Überlegungen heraus wird in der gesamten Arbeit mit einer globalen Partikeldichte gearbeitet.

3.3 Skalierung der Varianz auf Turbulenz aus RANS

Bisher wurde gezeigt, wie turbulente Fluktuationen synthetisiert werden (III.3.2), die die Korrelationsfunktion (II.2.4) realisieren können. Im ersten Schritt wird dies nun für eine direkt modellierte Fluktuation bewiesen. Daraus lassen sich darauf folgend die freien Parameter \hat{R} und l_s bestimmen.

3.3.1 Eigenschaften einer direkt modellierten turbulenten Fluktuation

Es wird gezeigt, dass die Kovarianz in Gl. (9) aus dem stochastischen Ansatz in Gl. (41) folgt. Verwendet wird dazu der GAUSS-Filterkern in Gl. (46) und die Definition des weißen Rauschens in Gl. (42), Gl. (43) sowie Gl. (44) für eingefrorene Turbulenz.

Es wird ein inkompressible Strömung $\rho_0 = \text{const}$, eine konstante Längenskala l_s und eingefrorene Turbulenz angenommen. Die daraus realisierte Kreuzkovarianz \mathcal{R} ist im Anhang A.10.1 für eine skalare Fluktuation Ψ hergeleitet. Unter Verwendung der Charakteristik in Gl. (163), die besagt, dass die Komponenten unabhängig voneinander sind, ist eine Erweiterung auf 3D mit einer vektorwertigen Fluktuation Ψ_i möglich. Es folgt für die Kreuzkovarianz $\mathcal{R}_{ij} = \mathcal{R}\delta_{ij}$ für eingefrorene Turbulenz

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x}_s)\hat{A}(\mathbf{x}_s + \mathbf{r})}{\rho_0} l_s^n \exp\left[-\frac{\pi}{4l_s^2}|\mathbf{r} - \mathbf{u}_0\tau|^2\right]. \quad (47)$$

Für inhomogene Strömung sind ρ_0 , l_s und τ_s abhängig von der Position \mathbf{x}_s . In diesem Fall sind diese Formeln nicht mehr exakt, aber für widerspruchsfreie Turbulenzstatistiken kann angenommen werden, dass die Werte sich nur langsam ändern und damit die Formeln nah an den tatsächlich realisierten Kovarianzen sind.

Die Varianz der Fluktuationen $\hat{R}\delta_{ij} = \hat{R}_{ij}$ ist gegeben durch

$$\hat{R}_{ij} = \langle \Psi_i(\mathbf{x}, t)^2 \rangle = \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{x}_s, 0, 0) = \frac{\hat{A}^2 l_s^n}{\rho_0} \delta_{ij}. \quad (48)$$

Wenn also eine Varianz \hat{R} vorgegeben werden soll, so muss

$$\hat{A}(\mathbf{x}_s) = \sqrt{\frac{\hat{R}\rho_0}{l_s^n}}. \quad (49)$$

Die Kreuzkorrelation $R_{ij} = R\delta_{ij}$, wobei R definiert ist in Gl. (8), ergibt sich für die Kovarianz in Gl. (9) für eingefrorene Turbulenz zu

$$R(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau) = R_{ii}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau) = \exp\left[-\frac{\pi}{4l_s^2}|\mathbf{r} - \mathbf{u}_0\tau|^2\right]. \quad (50)$$

Die örtliche Korrelation ist dabei vollständig durch den Filterkern Gl. (46) beschrieben. Über die Integration der Korrelationsfunktion in Gl. (13) folgt für das Längenmaß

$$\Lambda = \Lambda_i = \int_0^\infty R_{ii}(r, 0)dr = l_s, \quad (51)$$

d.h. die Längenskala l_s ist identisch zu dem integralen Längenmaß Λ für jedes fluktuierende Feld Ψ_i .

3.3.2 Turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen durch Modellierung der Stromfunktion - Source-A-Modell

Varianz: Für das *Source-A*-Modell (III.3.1) wird die Stromfunktion Ψ modelliert. Die Geschwindigkeitsschwankungen sind als Rotation der Stromfunktion gegeben, siehe Gl. (39). In 2D hat die Stromfunktion nur eine Komponente $\Psi = \Psi$. Da die Stromfunktion modelliert wird, gilt für die Kovarianz \mathcal{R}_Ψ der Stromfunktion Ψ die Gl. (47). Aus

Gl. (40) folgt unter der Annahme von homogener Turbulenz für die Kovarianzen \mathcal{R}_{ij} der Geschwindigkeitsfluktuationen, dass

$$\mathcal{R}_{ij} = -\epsilon_{ik}\epsilon_{jl} \frac{\partial^2 \mathcal{R}_\psi}{\partial r_k \partial r_l} \quad (52)$$

für 2D (Ewert, 2007). Die konkrete Herleitung der Kovarianzen \mathcal{R}_{ij} und der daraus resultierenden Korrelationsfunktionen R_{ij} ist im Anhang A.10.2 gezeigt. Es ergibt sich die Varianz \hat{R}_{ij} der Geschwindigkeiten in 2D zu

$$\hat{R} = \hat{R}_{ij} = \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{x}_s, 0, 0) = \frac{\pi}{2l_s^2} \mathcal{R}_\psi(0, 0) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x}_s)^2 \pi}{2\rho}. \quad (53)$$

Die Varianz der Geschwindigkeitsfluktuationen ist aus physikalischen Überlegungen für isotrope Turbulenz

$$\hat{R} = \hat{R}_{ij} = \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{x}_s, 0, 0) = u_t^2. \quad (54)$$

Durch Gleichsetzen von Gl. (53) und Gl. (54) kann die Amplitude \hat{A} bestimmt werden. Durch Modellierung der Stromfunktion in RPM, skaliert mit dieser Amplitude, können also isotrope, solenoidale Geschwindigkeitsfluktuationen realisiert werden. Die Varianz der realisierten Stromfunktion kann durch Einsetzen in Gl. (49) mithilfe von Gl. (12) angegeben werden als (Ewert et al., 2008)

$$\hat{R} = \frac{2^{4-d} l_s^2}{3\pi} k_t. \quad (55)$$

Längenmaß: Wie bereits in Gl. (51) motiviert, ist die Längenskala l_s identisch zur integralen Längenskala Λ . Dieses lässt sich wiederum unter Annahme von Isotropie aus den turbulenten Größen einer RANS bestimmen:

$$l_s = \Lambda = C_{Re}/C_\mu \frac{\sqrt{k_t}}{\omega_t}. \quad (56)$$

4 Kopplungen zwischen den Verfahren

Eine Übersicht der Verfahren ist in Abb. 5 auf Seite 12 gegeben und danach wurden alle Verfahren einzeln vorgestellt. Im Folgenden wird auf die Schnittstellen zwischen den Verfahren eingegangen, da sie grundlegend für die Funktionsweise des hybriden Ansatzes sind.

4.1 Kopplung der Hintergrundströmung

Die aus der (U)RANS-Simulation resultierende Strömung wird für die RPM-Simulation und die CAA-Simulation als Hintergrundströmung verwendet. Auf dieser Hintergrundströmung breiten sich die akustischen Schwankungen mit Schallgeschwindigkeit aus und die hydrodynamischen Schwankungen, wie Wirbelstärke und Entropie, konvektieren mit der Strömung.

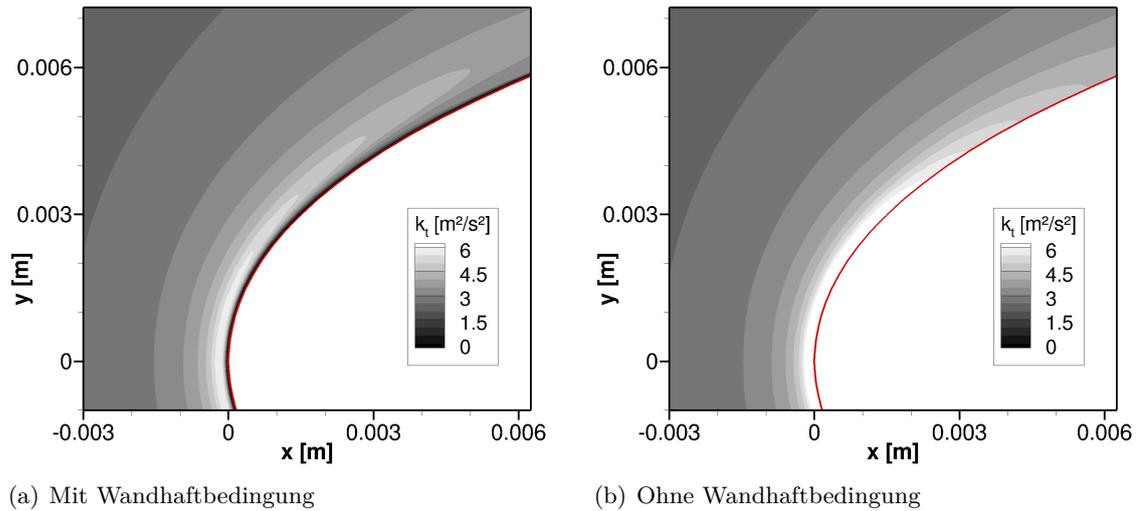


Abb. 15: Vergleich der turbulenten kinetischen Energie an der Vorderkanten eines NACA0012 mit und ohne Wandhaftbedingung (MENTER SST mit SCHWARZ-Korrektur, $M = 0.1$, $c = 1m$, $\Lambda = 0.07m$, $Tu = 3\%$).

Interpolation der Hintergrundströmung: Die Hintergrundströmung wird mittels einer trilinearen Interpolation in 3D oder bilinearen Interpolation in 2D vom (U)RANS-Gitter auf das CAA-Gitter interpoliert. Wenn das CAA-Gebiet größer ist als das (U)RANS-Gebiet, wird die Strömung durch das *Nearest-Neighbour*-Verfahren extrapoliert. Bei periodischer Hintergrundströmung werden alle FOURIER-Komponenten einzeln vom (U)RANS-Gitter auf das CAA-Gitter interpoliert.

Vernachlässigen der Grenzschicht: Da in der vorliegenden Arbeit der Fokus auf der Vorderkantenschallsimulation liegt, spielt die Grenzschicht eine vernachlässigbare Rolle.

Aktuell wurde der Einfluss der Grenzschicht für die Simulation von Vorderkantenlärm nur von Hainaut et al. (2015) untersucht. Sie zeigen, dass der Unterschied einer Schallausbreitungssimulation auf einer viskosen oder reibungsfreien Hintergrundströmung für die resultierenden Fernfelddaten vernachlässigbar ist. CAA-Simulationen zur Bestimmung des breitbandigen Hinterkantenschalls lösen die Grenzschicht so weit auf, dass das Maximum der turbulenten kinetischen Energie aufgelöst ist (Ewert, 2008; Cozza et al., 2012), welches die Hauptschallquelle darstellt. In CAA-Simulationen von *Linern* in Rohrströmungen hat zwar die Grenzschicht einen maßgeblichen Einfluss, aber die Auflösung der Grenzschicht ist nicht rentabel (Richter, 2009). Stattdessen wird die Grenzschicht im *Liner*-Modell berücksichtigt, z.B. mithilfe der INGARD-MYERS-Randbedingung (Myers, 1980).

Die Anwendung bei Vorderkantenlärmsimulationen lässt sich in zwei Effekte zerlegen.

- (1) Die Grenzschicht selbst bewirkt eine Verdrängung der Strömung weg von der Schau- feloberfläche: Durch diese Verdrängung bewirkt Zuströmturbulenz keinen Hinterkan- tenschall. Durch Vernachlässigung der Grenzschicht streifen die Zuströmturbulenzen an der Hinterkante vorbei und erzeugen Schall. Wird diese als spitze Hinterkante modelliert und damit das Stauegebiet auf einen Punkt reduziert, ist diese ungewoll- te Schallentstehung vernachlässigbar. Das zeigen auch alle bisherigen Publikationen von CAA-Simulationen von Vorderkantenlärm, die alle an NACA-Profilen erfolgt sind, siehe z.B. (Hainaut et al., 2015).

In Abschnitt VI.2.1 wird diskutiert, welche besonderen numerischen Maßnahmen notwendig sind, um den erzeugte Schall an der Hinterkante vernachlässigbar klein

zu machen. Für stumpfe Hinterkanten zeigt sich eine Verstärkung des abgestrahlten Schalls durch die Vernachlässigung der Grenzschicht (VII.2.2).

- (2) Abb. 15 zeigt exemplarisch den Unterschied einer (U)RANS-Simulation mit und ohne Wandhaftbedingung an der Vorderkante: Die turbulente kinetische Energie ist nur in unmittelbarer Nähe der Wand unterschiedlich und wird ohne Wandhaftbedingung auf der Oberfläche überschätzt. Für Simulationen mit stromauf eingekoppelter Turbulenz wird die TKE an der Vorderkante nicht verwendet. Erst wenn ein Verfahren die lokale TKE benötigt, ist der Einfluss gegeben, siehe Anhang B.1.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass auf Grenzschichteffekte in dieser Arbeit verzichtet wird. Dazu wird die Grundströmung stets ohne Wandhaftbedingung berechnet. Somit bildet sich die Grenzschicht nicht aus und die Auflösung des CAA-Gitters ist auch in Schaufelnähe ausschließlich durch die Wellenlängen der Zuströmturbulenz und Akustik definiert.

Glättung der Hintergrundströmung: Es wird durch mehrfache Filterung niedriger Ordnung der Hintergrundströmung auf dem CAA-Gitter sichergestellt, dass nur die vom CAA-Gitter aufgelösten Strömungseigenschaften berücksichtigt werden. Dadurch werden Instabilitäten verhindert.

Vernachlässigen der Strömungsgradienten: In einer Scherschicht entstehen hydrodynamische Instabilitäten (Ewert et al., 2009b). Um diese Instabilitäten zu verhindern, werden, wenn nötig, die Strömungsgradienten in den LEE vernachlässigt zu Kosten der exakten Abbildung von Refraktion der Schallwellen in der Scherschicht. Ewert et al. (2009b) geben an, dass der Fehler für STROUHAL-Zahlen

$$St = \frac{f}{\omega_0} = \frac{f\delta}{\Delta u_0} > 10^{-1} \quad (57)$$

nicht signifikant ist. Hierbei ist f die Frequenz der akustischen Welle und ω_0 ist eine charakteristische Wirbelstärke in der Scherschicht, gegeben durch den Quotienten aus dem Unterschied der mittleren Strömungsgeschwindigkeit auf den zwei Seiten der Scherschicht Δu_0 und der Scherschichtdicke δ .

4.2 Kopplung der mittleren Turbulenz

Die aus der (U)RANS-Simulation resultierenden mittleren turbulenten Eigenschaften werden im RPM-Verfahren verwendet, um zeitliche Fluktuationen zu synthetisieren. Diese Kopplung wurde bereits eingehend in Abschnitt III.3.3 diskutiert.

4.3 Kopplung der stochastischen Fluktuationen

Die im RPM-Verfahren synthetisierte Turbulenz muss in die CAA Simulation eingekoppelt werden. Aus den synthetischen Fluktuationen entsteht in diesem Kopplungsprozess Schall, der mittels der CAA propagiert wird. In Vorstudien wurden viele Kopplungsverfahren untersucht. Für die Simulation von Vorderkanteninteraktionslärm hat sich nur die implizite akustische Quelle mittels Einkopplung stromauf des Quellgebietes bewährt. Diese Verfahren sind im Folgenden beschrieben. Eine Übersicht über untersuchte, alternative Kopplungsverfahren ist im Anhang A.11 zu finden und in Abb. 63 in einem Baumdiagramm dargestellt.

Radiationsrandbedingung: Die Radiationsrandbedingung (III.2.3) wird so modifiziert, dass die fluktuierenden Geschwindigkeiten innerhalb der Randbedingung \mathbf{u}_{rad} der Differenz zwischen dem Feld im Rechengebiet \mathbf{u}' und einem Referenzfeld \mathbf{u}_{ref} entspricht:

$$\mathbf{u}_{\text{rad}} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}_{\text{ref}}. \quad (58)$$

Wird als Referenzfeld die synthetisierte Geschwindigkeitsfluktuation verwendet, ist diese Methode der einfachste Ansatz, um Turbulenz stromauf in das CAA-Gebiet einzukoppeln. Um die Amplitude der Zielfluktuationen zu realisieren, wird in der vorliegenden Arbeit diese Randbedingung nur in Kombination mit einer Dämpfungszone verwendet. Es ist anzumerken, dass die verwendete Implementierung nicht exakt ist, da die Ableitungen aus dem Referenzfeld nicht ermittelt werden können. Dieses Defizit ist zu überwinden, wenn die Ableitungen innerhalb von RPM bestimmt und an PIANO übergeben werden.

Sponge: Die Sponge- oder Dämpfungszone (III.2.3) wird verwendet, um die Störungen \mathbf{u}_t einzukoppeln, indem die Referenzlösung $\mathbf{U}_{\text{ref}} = \mathbf{u}_t$ gesetzt wird. Es ist anzumerken, dass für den Sponge alle primitiven Variablen (ρ', u'_i, p') vorgegeben werden müssen. Da auf annähernd homogener Strömung für die turbulenten Fluktuationen $\rho_t \approx 0$ und $p_t \approx 0$ gilt, ist das keine kritische Einschränkung. Herauslaufende akustische Wellen werden weiterhin gedämpft. Die Spongezone wird in Kombination mit einer Radiationsrandbedingung verwendet, um am Rand des Rechengebietes eine glatte Lösung zu realisieren.

LEE-Relaxation: Analog zum Sponge kann auch eine LEE-Relaxationsformulierung verwendet werden, um die einfallenden Geschwindigkeitsfluktuationen \mathbf{u}_t in die LEE-Gleichungen einzukoppeln. Dafür wird $\boldsymbol{\omega}_{\text{ref}} = \nabla \times \mathbf{u}_t$ gesetzt. Der Relaxationsparameter muss theoretisch unendlich groß gesetzt werden, ist aber für explizite RUNGE-KUTTA-Verfahren numerisch durch Gl. (36) beschränkt, da es sonst instabil wird. Der theoretisch maximale Relaxationsparameter ergibt sich durch Umstellen der Gl. (36) zu

$$\sigma \leq \left[\frac{C\Delta t_{CFL}}{\Delta t} - 1 \right] \frac{\Delta_{\text{turb}} \cdot |u_0|}{2}. \quad (59)$$

In der Anwendung zeigt sich aber, dass σ noch höher gewählt werden muss, um alle Frequenzen verlustfrei einzukoppeln. Zu kleine σ fungieren als Hochpassfilter. Unter Umständen muss sogar Δt angepasst werden.

IV Analytische Rekonstruktion von isotropen Modellspektren mittels Gauss-Transformation

Durch Superposition mehrerer GAUSS-Spektren $E_G(k, l_i)$ aus Gl. (17) verschiedener Längenskalen l_i können andere isotrope Modellspektren $E(k, \Lambda)$ zum integralen Längenmaß Λ realisiert werden:

$$E(k, \Lambda) \approx \sum_i f(l_i, \Lambda) E_G(k, l_i) \Delta l, \quad (60)$$

wobei $f(l_i, \Lambda)$ eine unbekannte Gewichtsfunktion ist.

Diese Gewichtsfunktion kann empirisch bestimmt werden. Einen solchen Ansatz verwendeten z.B. Siefert und Ewert (2009), um ein KOLMOGOROV-Spektrum zu realisieren und erst kürzlich Gea-Aguilera et al. (2015) für VON KÁRMÁN-Spektren. Auch Kim und Hae-ri (2015) benutzten einen ähnlichen Ansatz, um mit 15 empirischen Parametern ein VON KÁRMÁN-Spektrum nachzubilden. Sie griffen auf eine Kombination aus GAUSS-Filtern und *Mexican Hat*-Filtern zurück, da erstere besonders im tieffrequenten Bereich, letztere aber im hochfrequenten Bereich von Nutzen seien.

Im Folgenden wird die Gewichtsfunktion analytisch für das VON KÁRMÁN-Spektrum in Gl. (14), das LIEPMANN-Spektrum in Gl. (15) und das MODIFIZIERTE VON KÁRMÁN-Spektrum in Gl. (16) hergeleitet, indem die diskrete Summe in Gl. (60) als Integral geschrieben wird:

$$E(k, \Lambda) = \int_0^{\infty} f(l, \Lambda) E_G(k, l) dl, \quad (61)$$

wobei $f(l, \Lambda)$ die entsprechende analytische Gewichtsfunktion zum Zielspektrum $E(k, \Lambda)$ ist. Daraus lassen sich mithilfe der GAUSS-Transformation von Alecu et al. (2005) analytische Ausdrücke für die Gewichtsfunktion herleiten. Die Inhalte dieses Abschnittes wurden bereits veröffentlicht (Wohlbrandt et al., 2016a).

1 Gewichtsfunktion

Das GAUSS-Spektrum in Gl. (17) wird aus Gründen der Übersichtlichkeit normiert:

$$\int_0^{\infty} e_G(k) dk = 1 \quad \Rightarrow \quad E_G(k) = \frac{3}{2} u_t^2 e_G(k). \quad (62)$$

Es wird die unbekannte Gewichtsfunktion $f(l, \Lambda)$ gesucht, die ein bestimmtes Spektrum $e(k)$

$$e(k, \Lambda) = \int_0^{\infty} f(l, \Lambda) e_G(k, l) dl.$$

der integralen Längenskala Λ durch Superposition mit GAUSS-Spektren e_G der Längenskala l realisiert. Durch Einsetzen von Gl. (17) und Gl. (62) ergibt sich:

$$e(k, \Lambda) = \int_0^{\infty} f(l, \Lambda) \frac{8}{3\pi^3} l^5 k^4 \exp\left(-\frac{k^2 l^2}{\pi}\right) dl. \quad (63)$$

Es ist anzumerken, dass nur die Gewichtsfunktion $f(l, \Lambda)$ vom integralen Längenmaß Λ abhängt, nicht aber die GAUSS-Spektren e_G . Im folgenden wird aber auf die explizite Erwähnung von Λ im Ausdruck der Gewichtsfunktion f verzichtet und nur $f(l, \Lambda) = f(l)$ geschrieben.

Um diese Formulierung mit der GAUSS-Transformation von Alecu et al. (2005) zusammenzubringen wird eine Variable σ in Gl. (63) angewendet. Diese hat folgende Eigenschaften:

$$l^2 = \frac{\pi}{2\sigma^2} \quad \text{und} \quad \frac{dl}{d\sigma^2} = -\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\sigma^3}.$$

Gl. (63) ist dann:

$$\underbrace{\frac{e(k)}{k^4}}_{p(k)} = \int_0^{\infty} \underbrace{f\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma}\right)}_{G(\sigma^2)} \underbrace{\frac{\sqrt{\pi}}{3\sqrt{2}\sigma^7} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{k^2}{2\sigma^2}\right)}_{\mathcal{N}(k|\sigma^2)} d\sigma^2. \quad (64)$$

Laut Alecu et al. ist $p(k)$ eine generische, symmetrische Distribution mit verschwindendem Mittelwert, $G(\sigma^2)$ ist die Mischfunktion und $\mathcal{N}(k|\sigma^2)$ ist die GAUSS-Distribution mit verschwindendem Mittelwert. Die GAUSS-Transformation \mathcal{G} ist als der Operator definiert, der $p(k)$ in $G(\sigma^2)$ transformiert. Die inverse GAUSS-Transformation $\mathcal{G}^{-1}(G(\sigma^2)) = p(k)$ ist einfach gegeben durch Gl. (64).

Aus Gl. (64) folgt die Gewichtsfunktion $f(l)$ als

$$f\left(l = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma}\right) = \frac{3\sqrt{2}\sigma^7}{\sqrt{\pi}} G(\sigma^2). \quad (65)$$

1.1 Von Kármán-Gewichtsfunktion

Für das VON KÁRMÁN-Spektrum in Gl. (14) ergibt sich die linke Seite der Gl. (64) zu

$$p(k) = \frac{110}{27\pi} \Lambda k_e^{5/3} \frac{1}{(k_e^2 + k^2)^{17/6}}. \quad (66)$$

Dies kann mithilfe der direkten GAUSS-Transformation von Alecu et al. (2005, Gl.(4)) gelöst werden:

$$G(\sigma^2) = \mathcal{G}(p(k)) = \frac{1}{\sigma^2} \sqrt{\frac{\pi}{2\sigma^2}} \left(\mathcal{L}^{-1}(p(\sqrt{s}))(t) \right)_{t=\frac{1}{2\sigma^2}}, \quad (67)$$

wobei \mathcal{L}^{-1} die inverse LAPLACETRANSFORMATION ist. Mithilfe der Beziehung

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(p-\alpha)^n}\right)(t) = \frac{e^{\alpha t} t^{n-1}}{\Gamma(n)}, \quad (68)$$

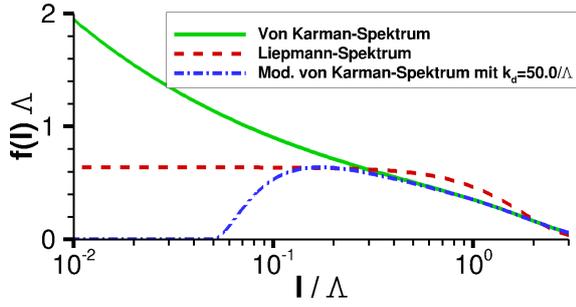


Abb. 16: Die Gewichtsfunktion $f(l)$ wird dazu verwendet typische Turbulenzspektren der Längenskala Λ zu realisieren. Dazu werden GAUSS-Spektren variierender Längenskalen l superponiert. Die Abbildung zeigt die analytischen Gewichtsfunktionen für das VON KÁRMÁN- (—), das LIEPMANN- (---) und das MODIFIZIERTE VON KÁRMÁN- (-·-) Spektrum.

mit der Gammafunktion $\Gamma(n) = (n-1)!$ lässt sich Gl. (66) lösen

$$\mathcal{G}(p(k)) = \frac{55}{54\sqrt{\pi}\Gamma(17/6)} \sqrt[3]{\frac{\Lambda^3 k_e^5}{2\sigma^{20}}} \exp\left(-\frac{k_e^2}{2\sigma^2}\right) \quad (69)$$

Somit ist die Gewichtsfunktion für das VON KÁRMÁN-Spektrum gegeben durch

$$f_K(l) = \frac{55}{18\Gamma(17/6)\sqrt{\pi}} \sqrt[3]{\frac{\Lambda^3 k_e^5}{\pi l}} \exp\left(-\frac{k_e^2 l^2}{\pi}\right). \quad (70)$$

Abb. 16 zeigt die entsprechende Gewichtsfunktion aufgetragen über dem Längenmaß.

1.2 Liepmann-Gewichtsfunktion

Für das LIEPMANN-Spektrum in Gl. (15) wird Gl. (64) zu

$$p(k) = \frac{16\Lambda^4}{3\pi} \frac{\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right)^{5/2}}{\left(\frac{1}{\Lambda^2} + k^2\right)^3}. \quad (71)$$

Eine direkte Lösung ist nicht notwendig, da dies bereits in der Form der generalisierten CAUCHY-Distribution mit $\nu = 2.5$ und $b = \frac{1}{\Lambda}$, die im Anhang bei Alecu et al. (2005) zu finden ist:

$$p(k) = \frac{16\Lambda^4}{3\pi} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(2.5)}{2} p_k^C(k|\nu = 2.5, b = \frac{1}{\Lambda}), \quad (72)$$

mit $p_k^C(k|\nu, b)$ der generalisierten CAUCHY-Distributionswahrscheinlichkeitsdichtefunktion gegeben durch:

$$p_k^C(k|\nu, b) = \frac{\Gamma(\nu + 1/2)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\nu)} \frac{b^{2\nu}}{(b^2 + k^2)^{\nu+0.5}}. \quad (73)$$

Die GAUSS-Transformation von $p_k^C(k|\nu, b)$ ist bei Alecu et al. (2005) gegeben als

$$G_{K|\nu, b}(\sigma^2) = \frac{b^{2\nu}\Gamma(\nu + 0.5)}{\sigma^2\sqrt{2\sigma^2}\Gamma(\nu)} \left(\mathcal{F}^{-1} \left(p_k^C \left(b^2 + i\omega \right)^{-\nu-0.5} \right) (t) \right)_{t=\frac{1}{2\sigma^2}}. \quad (74)$$

Also ist die GAUSS-Transformation von $p(k)$

$$G(\sigma^2) = \frac{2}{3\Lambda\sigma^6\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\Lambda^2\sigma^2}}. \quad (75)$$

Letzlich folgt daraus die Gewichtsfunktion für das LIEPMANN-Spektrum als

$$f_L(l) = \frac{2}{\pi\Lambda} e^{-\frac{l^2}{\pi\Lambda^2}}. \quad (76)$$

Diese Funktion ist ebenfalls in Abb. 16 dargestellt.

1.3 Gewichtsfunktion des Modifizierten von Karman-Spektrums

Für das MODIFIZIERTE VON KÁRMÁN-Spektrum in Gl. (16) schreibt sich Gl. (64) als

$$\begin{aligned} p(k) &= \frac{1}{k^4} \frac{2E_M(k)}{3u_t^2} \\ &= \frac{110}{27\pi} \Lambda k_e^{5/3} \frac{1}{(k_e^2 + k^2)^{17/6}} \exp\left(-2 \frac{k^2}{k_d^2}\right) \end{aligned} \quad (77)$$

Die direkte GAUSS-Transformation ist wieder durch Gl. (67) gegeben und es ergibt sich

$$\mathcal{G}(p(\sigma)) = \frac{1}{\sigma^2} \sqrt{\frac{\pi}{2\sigma^2}} \left(\mathcal{L}^{-1} \left(\overbrace{\frac{110}{27\pi} \frac{\Lambda k_e^{5/3}}{(k_e^2 + k^2)^{17/6}}}_{1/J(p)} \cdot \underbrace{\exp\left(\frac{-2k^2}{k_d^2}\right)}_{H(p)} \right) \right)_{t=\frac{1}{2\sigma^2}} \quad (78)$$

Dies kann analytisch mittels der Partialbruchzerlegung gelöst werden (Bronstein et al., 2008, p.783). Die Bildfunktion ist definiert als $F(p) = H(p)/J(p)$ mit $J(p)$ einem Polynom von p . Als erstes werden die inversen LAPLACE-Funktionen zu $H(p)$ und $1/J(p)$ bestimmt. Danach folgt die inverse LAPLACE-Funktion für $F(p)$ durch das Faltungstheorem.

Die inverse LAPLACE-Funktion für $1/J(p)$ ist bereits durch Gl. (68) gegeben

$$\mathcal{L}^{-1}(1/J(p)) = \mathcal{L}_p^{-1} \left(\frac{1}{(p - \alpha)^{17/6}} \right) (t) \quad (79)$$

$$= \frac{e^{\alpha t} t^{11/6}}{\Gamma(17/6)}. \quad (80)$$

Die inverse LAPLACEfunktion für $H(p)$ ist

$$\mathcal{L}^{-1}(H(p)) = \mathcal{L}_p^{-1} \left(\exp\left(-2 \frac{p}{c^2}\right) \right) (t) \quad (81)$$

$$= \begin{cases} \delta\left(t - \frac{2}{c^2}\right) & \text{wenn } t \geq \frac{2}{c^2} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (82)$$

Durch Faltung folgt

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}(H(p)/J(p)) &= \mathcal{L}^{-1}(1/J(p)) * \mathcal{L}^{-1}(H(p)) \\ &= \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(17/6)} \left(t - \frac{2}{c^2}\right)^{11/6} \exp\left[\alpha\left(t - \frac{2}{c^2}\right)\right] & \text{wenn } t \geq \frac{2}{c^2} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \end{aligned} \quad (83)$$

Endlich vereinfacht sich Gl. (78) zu

$$\mathcal{G}(p(\sigma)) = \begin{cases} \frac{110\Lambda k_e^{5/3}}{27\sqrt{2\pi}\Gamma(17/6)} \frac{1}{\sigma^3} \left(\frac{1}{2\sigma^2} - \frac{2}{k_d^2}\right)^{\frac{11}{6}} \cdot \exp\left[-k_e^2 \left(\frac{1}{2\sigma^2} - \frac{2}{k_d^2}\right)\right] & \text{wenn } \frac{1}{2\sigma^2} \geq \frac{2}{k_d^2} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (84)$$

Somit ist die Gewichtsfunktion für das MODIFIZIERTE VON KÁRMÁN-Spektrum

$$f_M(l) = \begin{cases} \frac{55\pi}{18\Gamma(17/6)} \Lambda k_e^{5/3} \frac{1}{l^4} \left(\frac{l^2}{\pi} - \frac{2}{k_d^2} \right)^{\frac{11}{6}} & \text{wenn } l \geq \frac{\sqrt{2\pi}}{k_d} \\ \cdot \exp \left[-k_e^2 \left(\frac{l^2}{\pi} - \frac{2}{k_d^2} \right) \right] & \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (85)$$

Diese Funktion ist in Abb. 16 dargestellt. In der Grafik ist ersichtlich, dass die Gewichtsfunktion des MODIFIZIERTEN VON KÁRMÁN- und des VON KÁRMÁN-Spektrums in den Bereichen identisch sind, die größer sind als die KOLMOGOROV-Skala. Ausgehend von der Gewichtsfunktion des MODIFIZIERTEN VON KÁRMÁN-Spektrums kann eine *Cut-off*-Bedingung für die kleinsten relevanten Längenskalen abgeleitet werden:

$$k_d \geq \frac{\sqrt{2\pi}}{l}. \quad (86)$$

2 Gewichtung der Geschwindigkeitsspektren

Ausgehend von Gl. (18) und Gl. (19) ergibt sich für isotrope Turbulenz das eindimensionale Geschwindigkeitsspektrum in Abhängigkeit von der Energiespektrumfunktion $E(k)$ (Pope, 2000, Gl. (6.214)):

$$E_{ii}(k_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{E(k)}{2\pi k^2} \left(1 - \frac{k_i^2}{k^2} \right) dk_2 dk_3. \quad (87)$$

Da diese Integrale unabhängig von der integralen Längenskala sind und die Gewichtsfunktion unabhängig von den Wellenzahlen k_i ist, ist die Realisierung beliebiger isotroper Geschwindigkeitsspektren ohne weiteres gegeben durch die Kombination der Gl. (63) und Gl. (87) zu

$$E_{ii}(k_1, \Lambda) = \int_0^{\infty} f(l, \Lambda) E_{ii}^G(k_1, l) dl. \quad (88)$$

3 Zweidimensionale Turbulenz

Die Herleitung wurde bisher in drei Raumdimensionen gemacht, aber die Herleitung für zweidimensionale Turbulenz ist analog. Die axiale Korrelationsfunktion ist identisch in 2D und in 3D und selbes gilt auch für das axiale Geschwindigkeitsspektrum $E_{11}(k_1)$ (II.3.2, insbesondere Gl. (130)). Somit kann die Gewichtsfunktion $f(l)$ ohne Modifikationen für 2D Turbulenz verwendet werden. Es ist allerdings zu beachten, dass die transversale Korrelationsfunktion entsprechend auch das transversale Geschwindigkeitsspektrumfunktion $E_{22}(k_1)$ und die Energiespektrumfunktion $E(k)$ natürlich entsprechend anders sind als in 3D (II.3).

4 Diskretisierung

Die Motivation der Verwendung von Gewichtsfunktionen ist es, beliebige Spektren $E(k)$ einer Längenskala Λ durch Superposition mit einer begrenzten Anzahl an GAUSS-Spektren E_G der Längenskalen $l_m \in \mathcal{N}$ mit $0 \leq m \leq M$ zu realisieren. Dafür wird das Integral in Gl. (61) diskretisiert

$$E(k) = \int_0^{\infty} f(l) E_G(k, l) dl \quad (89)$$

$$\approx \sum_{m=0}^M f(l_m) E_G(k, l_m) \Delta l_m \quad (90)$$

mit dem Abstand Δl_m .

Für eine effiziente Realisierung muss M so klein wie möglich sein. Da viele Größenordnungen der Wellenzahl k abgedeckt sein müssen, ist eine exponentielle Verteilung der Längenskalen l_m sinnvoll. Es wird l_m wie folgt diskretisiert

$$l_m = l_0 q^m, \quad q = \left(\frac{l_M}{l_0} \right)^{\frac{1}{M}}, \quad m = 0 \dots M \quad (91)$$

mit der minimalen Längenskala l_0 und der maximalen Längenskala l_M . Um den Abstand Δl_m zu definieren wird auf die Trapezregel zurückgegriffen:

$$(\Delta l)_0 = \frac{l_1 - l_0}{2}, \quad (\Delta l)_p = \frac{l_{p+1} - l_{p-1}}{2}, \quad (\Delta l)_M = \frac{l_M - l_{M-1}}{2}. \quad (92)$$

Dies stellt nur eine mögliche Diskretisierung dar, sie hat sich allerdings als sehr effizient herausgestellt. Ein Beispielanwendung ist in Abschnitt VI.1.2 dargestellt.

Die kleinste Längenskala l_0 wird so gewählt, dass die höchste, interessante Wellenzahl aufgelöst ist, Aber sie muss nie kleiner sein, als die KOLMOGOROV-Längenskala $l_d = \frac{2\pi}{k_d}$. Für niedrige Wellenzahlen unterhalb des Maximums der hier vorgestellten Modellspektren sind zusätzliche GAUSS-Spektren nur bishin zur größten Längenskala $l_M \geq 4\Lambda$ notwendig. Dies liegt daran, dass sowohl das GAUSS-Spektrum als auch die anderen betrachteten Modellspektren $E(k) \sim k^4$ im tiefen Wellenzahlraum sind. Für die in dieser Arbeit erzeugten Spektren hat sich gezeigt, dass 5 GAUSS-Realisierungen pro Größenordnung des aufgelösten Wellenzahlraums hinreichend sind, um glatte Spektren zu erzeugen. Solange die Modellspektren als valide betrachtet werden können, sind diese Erkenntnisse problemunabhängig. Die Werte sind dennoch abhängig von der angestrebten Genauigkeit – eine andere Diskretisierung und andere Anzahl an Realisierungen kann dafür in Frage kommen. Eine Quantifizierung des Fehlers könnte hier Aufschluss geben.

5 Realisierung in RPM

Die analytischen Gewichtsfunktionen werden im Folgenden auf das RPM-Verfahren angewendet. Die Varianz der Fluktuationen für das RPM-Verfahren ist in Gl. (49) gegeben. Um die diskretisierten Modellspektren von Gl. (70), Gl. (76) oder Gl. (85) mit der angestrebten kinetische Energie k_t und integralen Längenskala Λ zu realisieren, müssen die

GAUSS-Energiespektren $E_G(k, l_m)$ mit $f(l_m) \cdot \Delta l_m$ gewichtet und so superponiert werden, wie in Gl. (90) angegeben. Also unter Verwendung der Gl. (90), Gl. (49), Gl. (51), und Gl. (55) muss jede diskrete, gewichtete GAUSS-Realisierung m die Amplitude

$$\hat{A}_m = \sqrt{\frac{\rho_0}{l_m^{d-2}} \frac{2^{4-d} k_t}{3\pi}} \quad (93)$$

aufweisen, um das Zielspektrum zu realisieren.

Die aus dem RPM-Verfahren realisierten Korrelationen der Geschwindigkeitsfluktuationen passen exakt auf den kompletten Korrelationstensor für isotrope Turbulenz (Ewert, 2008, Gl. (9)). Somit realisieren die abgeleiteten Modellspektren auch isotrope, solenoidale Turbulenz, da sie eine Superposition der GAUSS-Spektren sind.

6 Örtlich und zeitlich veränderliche Längenskalen

Sowohl der klassische GAUSS-Filter als auch der PURSER-Filter sind auf langsame Änderungen der integralen Längenskala beschränkt. Hinter Rotoren unterscheiden sich die Längenskalen im Nachlauf und in der Hintergrundströmung zuweilen um mehrere Größenordnungen und die Gradienten sind sehr steil. Durch die Umsetzung der Gewichtung für örtlich konstante Längenskalen kann auch auf den schnelleren und robusteren YOUNG-VAN-VLIET-Filter zurückgegriffen werden. Wenn die Gewichtsfunktionen $f(l_i, \Lambda(\mathbf{x}, t))$ als orts- und zeitabhängig betrachtet werden, können so beliebige örtliche und zeitliche Längenskalenverteilungen realisiert werden. Das Vorgehen für zeitabhängige Gewichtsfunktionen ist im Folgenden kurz umrissen:

- (1) Bei Initialisierung
 - a) Es wird zu Beginn der Simulation für jeden Raumpunkt des RPM-Gebietes die über alle Zeiten kleinste und größte zu erwartende integrale Längenskala $\Lambda_{\min}(\mathbf{x})$ und $\Lambda_{\max}(\mathbf{x})$ identifiziert.
 - b) Es werden M örtlich konstante Längenskalen l_i zwischen der global größten integralen Längenskala $\Lambda_{\max} \mapsto l_{M-1}$ und der durch die Gitterweite $\Delta \mapsto l_0$ gegebene kleinstmögliche Längenskala l_0 realisiert.
- (2) In jedem Zeitschritt t :
 - a) Es wird $\Lambda(\mathbf{x}, t) = l_0$ in Bereichen angenommen, in denen die Längenskala nicht aufgelöst wird, also wo $\Lambda_{\min}(\mathbf{x}) \leq \Lambda(\mathbf{x}, t) < l_0$.
 - b) Abhängig von der orts- und zeitabhängigen integralen Längenskala $\Lambda(\mathbf{x}, t)$, wird je nach verwendetem Modellspektrum die Gewichtsfunktion $f(l_i, \Lambda(\mathbf{x}, t))$ nach Gl. (70), Gl. (76) oder Gl. (85) in jedem Zeitschritt neu ermittelt.

Vorteil dieses Verfahrens ist, dass räumlich und zeitlich konstante Längenskalen realisiert werden. Die Inhomogenität und Zyklotionarität werden dabei alleine durch die räumlich und zeitlich veränderliche Gewichtsfunktion $f(l_i, \Lambda(\mathbf{x}, t))$ und der Varianz $k_t(t)$ berücksichtigt. Somit ist ein robustes Verfahren gefunden, bei dem auf hocheffiziente YOUNG-VAN-VLIET-Filter zurückgegriffen werden kann.

V Zyklstationarität

Ein zyklstationäres Signal ist ein zufälliges Signal, dessen statistische Eigenschaften sich periodisch in der Zeit verändern (Jurdic et al., 2009). Bei zyklstationärer Strömung, die z.B. in einer rotierenden Maschine vorliegt, ist also Ensemble und zeitlicher Mittelwert nicht gleich. Durch einen zeitlichen Mittelwert werden alle Informationen in den Nachläufen ausgemischt. Eine auf die Rotorposition synchronisierte Erfassung der Daten ermöglicht es zwar, die mittleren Größen, also die ersten statistischen Momente, zu messen, gibt aber keine Auskunft über höhere Momente, zu denen auch die Korrelationen und damit Längenskalen zählen. Eine Messung im rotierenden Bezugssystem ist bisher in der Literatur nicht zu finden, vermutlich weil nicht nur die Verkabelung aufwändig wäre, sondern auch die Messsonden großen Kräften und Vibrationen ausgesetzt wären. Es ist dennoch ein Verfahren notwendig, dass die Bestimmung von höheren statistischen Momenten erlaubt. Jurdic et al. (2009) verwenden dazu das Verfahren der zyklstationären Analyse. Dieses geht zurück auf Gardner et al. (2006), die den Ensemble-Mittelwert (siehe Fußnote 1 auf S. 33) durch den periodischen Mittelwert (*cycle average*) ersetzen. Jedes Messsegment ist gemittelt mit dem entsprechenden Segment eine Periode entfernt. Analog zur Definition der Ergodizität¹ kann mithilfe dieses Mittelwertes eine Zyklergodizität definiert werden, d.h. dass das periodische Mittel durch das zeitliche Mittel ersetzt werden kann:

$$\langle \dots(t) \rangle = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_0^K \dots(t + kT) dt, \quad (95)$$

wobei die Anzahl an Umdrehungen K groß sei. Unter dieser Annahme gelten die vorangehenden Betrachtungen auch für zyklstationäre Prozesse. Im Folgenden werden alle Unterschiede herausgestellt.

1 Ausbreitungsgleichungen - LEE für periodische Hintergrundströmung

Den linearisierten EULER-Gl. (28) liegt eine zeitgemittelte Hintergrundströmung $\bar{\phi}$ zugrunde. In Turbomaschinen ist allerdings eine periodisch-veränderliche Hintergrundströmung $\phi_0(t) = \phi_0(t + nT) \forall n \in \mathbb{N}$ mit T der Periodendauer gegeben. Aus einer URANS-Simulation z.B. folgen FAVRE-gemittelte², periodisch-instationäre Größen. Ausgangspunkt für die Herleitung der Ausbreitungsgleichungen sind die NAVIER-STOKES-Gleichungen in

¹ Fiedler (2003, S.41): "Ein stochastischer Prozeß ist dann ergodisch, wenn alle Zustände in einem Ensemble von Systemen auch in jedem System des Ensembles auftreten." In anderen Worten kann ein Signal $p'(t)$, dem ein statistisch stationärer Prozess zugrunde liegt, in n einzelne Teile $p'_n(t) := p'(t + n\Delta T)$ zerlegt werden, die als unabhängige Realisierungen den Prozess abbilden. Somit sind das zeitliche Mittel und das Ensemble-Mittel gleich

$$\langle \dots \rangle = \lim_{T_{\text{exp}} \rightarrow \infty} \frac{1}{T_{\text{exp}}} \int_0^{T_{\text{exp}}} \dots dt \quad (94)$$

²Rung (2003, S.17): "FAVRE-Mittelung ist eine rein mathematische Vereinfachung. Sie degeneriert unter Beschränkung auf schwach kompressible Medien zur REYNOLDS-Mittelung."

Schwankungsform von Ewert et al. (2014), die keinerlei Annahmen an Grundströmung und Schwankungsgrößen stellen. Unter Vernachlässigung der turbulenten Spannungen, der viskosen Effekte, der Wärmestromdichte und der nicht-linearen Terme in den Schwankungsgrößen, lassen sich die linearen EULER-Gleichungen für zeitlich veränderlichen Hintergrundströmung herleiten zu

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho' u_{0,i} + \rho_0 u'_i) = 0 \quad (96)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u_{0,j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u_{0,i}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (97)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + u_{0,i} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial p_0}{\partial x_i} + \gamma \left(p' \frac{\partial u_{0,i}}{\partial x_i} + p_0 \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right) = 0. \quad (98)$$

Für die Gültigkeit der Linearisierung muss gelten, dass $\phi_0(t) \gg \phi'(t)$. Diese Gleichungen sind nicht auf periodische Hintergrundströmung beschränkt. Es wurden zur Herleitung keine Annahme über die Zeitskala der Hintergrundströmung getroffen. Es gibt also keine Anforderungen an eine spektrale Lücke. Die Zeitskalen der Hintergrundströmung und der Schwankungen können somit auch in der gleichen Größenordnung liegen. Es sei angemerkt, dass dieselben Gleichungen auch aus den EULER-Gleichungen durch die Linearisierung um die zeitveränderliche Strömung unter der Annahme $T(u_0) \gg T(u')$ folgen, wobei T hier die charakteristische Zeitskala beschreibt.

Zusätzlich kann die Periodizität der Hintergrundströmungsgrößen $\phi_0(t)$ ausgenutzt werden, wodurch nur die FOURIER-Koeffizienten $\hat{\phi}_k$ bekannt sein müssen, um die Strömung in jedem beliebigen Zeitpunkt t durch einfache Summation und ohne Interpolation zu rekonstruieren:

$$\phi_0(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{\phi}_k e^{-ik\Omega_r t}. \quad (99)$$

Dabei ist $\hat{\phi}_k$ die k^{te} Harmonische zu der Grundfrequenz f_{BPF} , $k = 0$ der Index des stationären Anteils $\hat{\phi}_0 = \bar{\phi}$, und $\Omega_r = 2\pi f_{\text{BPF}}$ die Winkelgeschwindigkeit des Rotors. Die Grundfrequenz $f_{\text{BPF}} = \frac{n_{\text{RPM}} N_B}{60}$ ergibt sich aus der Drehgeschwindigkeit des Rotors n_{RPM} in Umdrehungen pro Minute und der Anzahl der Rotorscheaufeln N_B . Dadurch müssen nur die FOURIER-Koeffizienten $\hat{\phi}_k$ bekannt sein, um die Strömung in jedem beliebigen Zeitpunkt t durch einfache Summation und ohne Interpolation zu rekonstruieren.

2 Stochastische Turbulenzrealisierung

Die Herleitung des RPM-Verfahrens (III.3) von Ewert et al. (2011a) ist nicht auf eine konstante Hintergrundströmung oder turbulente Charakteristiken beschränkt. Der Ansatz, die Geschwindigkeit $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}'$ in Grundströmung \mathbf{u}_0 und Schwankungsanteil \mathbf{u}' zu zerlegen, ist auch dann gültig, wenn die Grundströmung von der Zeit abhängt. In diesem Sinne kann \mathbf{u}' als die Schwankung im mitbewegten Bezugssystem verstanden werden. Die einzige Voraussetzung an die Grundströmung ist, dass sie bereits im Voraus bekannt sein muss und daraus folgt natürlich, dass die Grundströmung nicht durch die Schwankungen \mathbf{u}' beeinflusst werden kann.

Skalierung der Turbulenz: Die linearen EULER-Gleichungen vernachlässigen Dissipations- und Diffusionseffekte, die durch die Berücksichtigung der lokalen turbulenten Eigenschaften im RPM-Verfahren dennoch berücksichtigt werden können. Außerhalb des Kopplungsbereichs werden diese Effekte vernachlässigt. Es wird somit unter Verwendung der

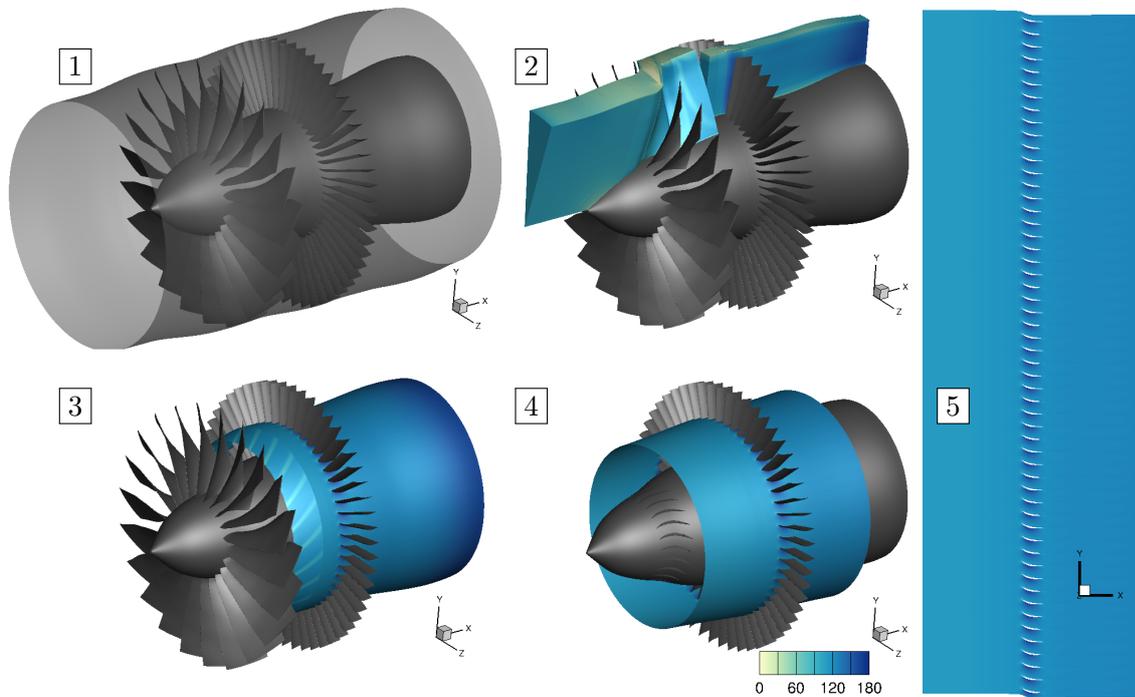


Abb. 17: Transformation des Fans ausgehend von der Geometrie (1) bis zur 2D-Kaskade (5). Die Simulationsebene zeigt jeweils die mittlere, axiale Strömungsgeschwindigkeit in [m/s] im entsprechenden Bezugssystem.

Stromauf-Einkopplung auch innerhalb der Kopplungsebene die Varianz eines Partikels nicht verändert und die Skalierung `frpm_norm particles` verwendet (III.3.2.5). Hierbei wird jedem Partikel am Einlass des RPM-Gebietes die Varianz fest zugeordnet. Die Varianz am Einlass kann hierbei von der Zeit abhängen und ändert sich so von Partikel zu Partikel.

Zeitlich veränderliche Längenskala: Im Rahmen dieser Arbeit wurden zeitlich veränderliche Längenskalen nur durch eine Realisierung von zeitlich konstanten, räumlich veränderlichen Längenskalen im Rotorbezugssystem realisiert. Eine alternative Möglichkeit ist in Abschnitt IV.6 dokumentiert.

3 Vorgehen bei 2D-Simulationen

3.1 Simulationsvorbereitung

Die Berechnung mit dem RPM-Verfahren erfolgt über eine Mittelschnittsimulation in einer 2D-Kaskade. Eine Anwendung des Verfahrens auf die volle 3D-Geometrie ist zwar prinzipiell möglich, war aber nicht im Fokus der Arbeit. Das Gewicht liegt mehr auf der richtigen Modellierung des Schallentstehungsmechanismus. Da der Kennwert des Teilungsverhältnisses (*Solidity*) c/s größer als 1 und somit der Kaskadeneffekt nicht zu vernachlässigen ist, müssen dennoch alle Schaufeln berücksichtigt werden.

Das Vorgehen zur Transformation der 2D-Röhre in eine 2D-Kaskade ist im Folgenden beschrieben. Die Zahlen der einzelnen Schritte beziehen sich auf die Abb. 17 und auf fett Gedrucktes wird nachträglich tiefer eingegangen.

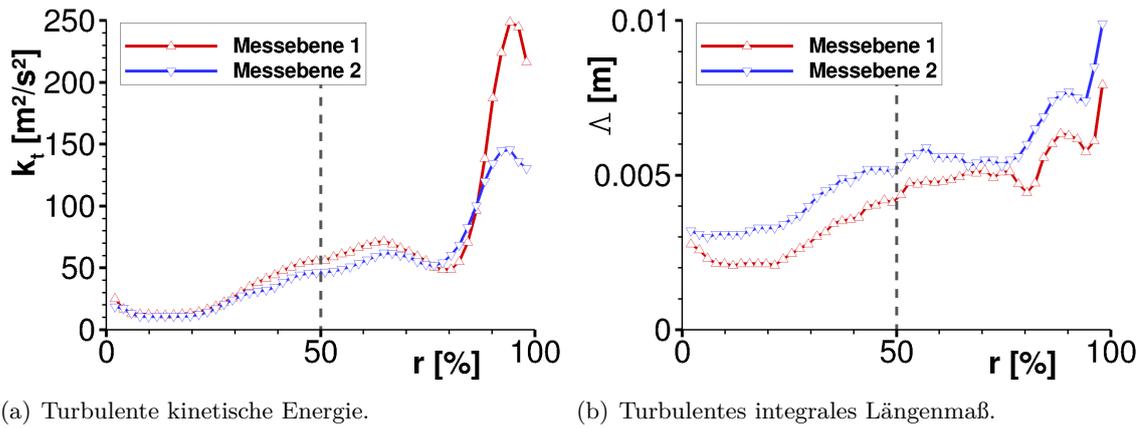


Abb. 18: Von Podboy et al. (2003) mit Hitzdraht gemessene, turbulente Eigenschaften aus dem Benchmark (Envia und Coupland, 2015) an zwei Messebenen zwischen Rotor und Stator, nähere Informationen zu dem Testfall sind in Abschnitt VII.1.1 gegeben.

- (1) Ausgehend von der CAD-Geometrie
- (2) wird eine (U)RANS-Simulation durchgeführt.
- (3) Aus dieser wird eine **Stromröhre** bei **50% Kanalhöhe** extrahiert und auf Vollkranz erweitert.
- (4) Die Strömung aus dem mitbewegten Bezugssystem am Rotor wird in das absolute Bezugssystem des Stators transformiert. Dadurch wird der Rotornachlauf ausgemittelt. Instationaritäten werden, wenn nötig, in Form von komplexen Feldern abgespeichert. Der **Rotor wird entfernt** und die Strömung stromab des Rotors wird stromauf **extrapoliert**.
- (5) Die Geometrie und die Strömung werden mithilfe der **Stromröhren-Transformation** in eine 2D-Kaskade transformiert.

Als Stromröhre versteht sich hier ein Kanalsegment, das aus zwei nahe beieinander liegenden, umfangsgemittelten Stromlinien gebildet wird. In den Untersuchungen wird dafür ein Segment mit 1% des Gesamtmassenstroms verwendet.

Die Kanalhöhe bei 50% der Schaufelvorderkantenlänge wird als im Mittel repräsentativ angenommen. Auch in der Messtechnik bei akustischen Inrohrmessungen wird nach ISO 5136 (1990) für Mikrofonen mit kugelförmiger Richtcharakteristik eine radiale Höhe von 50% verwendet Arnold (1999, S.82). Die Wiederholung der Simulation bei verschiedenen Kanalhöhen würde im Sinne einer *Strip*-Theorie ein genaueres Ergebnis liefern. Abb. 18 zeigt exemplarisch an 2 Messebenen zwischen Rotor und Stator im Benchmark Testfall (Envia und Coupland, 2015), dass die mittleren turbulenten Eigenschaften generell nicht sensibel auf die Kanalhöhe in der Kanalmitte sind. Nähere Informationen zu dem Testfall sind in Abschnitt VII.1.1 gegeben. Das Maximum der turbulenten kinetische Energie im Außenbereich ist auf den Blattspitzenwirbel des Rotors zurückzuführen. Eigentlich ist die relevante akustische Energie im Außenbereich des Rohres zu finden, siehe Diskussion über den *Caustic*-Radius von Moreau et al. (2009). Die Erfahrung zeigt aber, dass diese Höhe ein guter Kompromiss zwischen verschiedenen, störenden Effekten ist. Zum einen wird der Blattspitzenwirbel vom Rotor sehr weit in das Rohrinne gezogen, wodurch die verwendeten turbulenten Eigenschaften verfälscht würden und zum anderen kommt es im Außenbereich des Rohres eher zu Ablösungen am Stator. Der Einfluss dieser Effekte kann zwar

auch untersucht werden, kann aber durch die Wahl der Kanalhöhe bei 50% in den verwendeten Konfigurationen vernachlässigt werden.

Die Vernachlässigung des Rotors ist aktuell nötig, da in der verwendeten Implementierung von PIANO keine Möglichkeit existiert, Blöcke mit verschiedenen Relativgeschwindigkeiten zu koppeln. Der Abschirmeffekt des Rotors wird damit aktuell vernachlässigt. Diese Vernachlässigung ist für subsonische, stoßfreie Betriebspunkte legitim (Moreau und Guérin, 2015; Bouley et al., 2015).

Die Extrapolation der Strömung wird verwendet, um ein größeres akustisches Gebiet für die Schallausbreitung und insbesondere für die Implementierung von Dämpfungszonen zu haben. Bei instationärer Strömung werden die Real- und Imaginärteile der komplexen Felder einzeln extrapoliert. Dadurch wird die Phase nicht berücksichtigt und es kommt zu Streifen (vgl. Abb. 53 auf Seite 104). Die Lösung ist aber dennoch kontinuierlich und hat keinen Einfluss auf die lineare Ausbreitung der Akustik.

Die Stromröhren-Transformation wird im Anhang A.12 eingehender beschrieben. Der Vorteil dieser Transformation ist, dass der Umfang, also der Abstand der periodischen Ränder der Kaskade, unabhängig vom axial veränderlichen Radius konstant ist. Die Strömungsgeschwindigkeiten sind dabei transformationsinvariant.

3.2 RPM-Gebiet

Das RPM-Gebiet wird stromauf einer Schaufel platziert, es wird in der vorliegenden Arbeit ausschließlich auf die LEE-Relaxationskopplung eingegangen, da sie sich in den Anwendungen als die robusteste und effizienteste Kopplungsmöglichkeit herausstellt. Die verschiedenen Kopplungen sind im Abschnitt V.4.3 erläutert.

3.3 Datenanalyse

Um die akustische Energie, die durch die Turbulenz-Kaskaden-Interaktion entsteht, bewerten und mit Messdaten vergleichen zu können, wird die Schallleistung P im Rohr berechnet.

Die Simulation berücksichtigt nur die Interaktion mit einer Schaufel, woraus die Schallleistung \tilde{P} folgt. Um also die Gesamtschallleistung P in einem Rohr zu bestimmen muss mit der Anzahl an unkorrelierten Quellen N_q multipliziert werden:

$$P = N_q \tilde{P}. \quad (100)$$

Die Schallleistung P ist nach Morfey (1971) definiert als

$$P = \int_S n_i I_i dS, \quad (101)$$

mit der Integrationsfläche S , dem Flächennormalenvektor n_i und der akustischen Intensität

$$I_i = \langle pu_i \rangle + \frac{u_{0,i}}{\rho_0 c_0} \langle pp \rangle + \frac{u_{0,i} u_{0,j}}{c_0^2} \langle pu_j \rangle + \rho_0 u_{0,j} \langle u_i u_j \rangle. \quad (102)$$

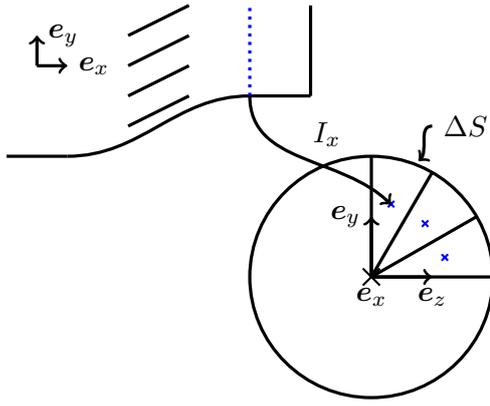


Abb. 19: Skizze zur Bestimmung der Schalleistung einer 2D-Kaskadensimulation. Oben links ist die 2D-Kaskade und die Mikrofonpositionen (blau) angedeutet. Durch Wiederaufrollen dieser Kaskade unter der Annahme konstanter Intensität auf jedem Mikrofonsegment ΔS kann die Schalleistung im gesamten Rohr bestimmt werden.

Anstelle des RMS-Wertes $\langle ab \rangle$ kann in der linearen Theorie die Betrachtung pro Frequenzband erfolgen. Dazu wird der RMS-Wert durch die Kreuzspektraldichtefunktion $S_{ab}(\omega)$ ersetzt:

$$\langle ab \rangle \mapsto S_{ab}(\omega). \quad (103)$$

Der Schalleistungspegel L_W ergibt sich aus der Schalleistung P durch

$$L_W = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \times 10^{-12} \text{ W}} \right). \quad (104)$$

Der Faktor 10 folgt aus der gewählten Einheit Dezibel (dB).

Die Integrationsfläche dS wird in den 2D-Kaskaden-Simulationen durch die diskreten Kreissegmente ΔS ersetzt. Dieses ist in der Skizze in Abb. 19 veranschaulicht. Oben links ist die Kaskade und die Mikrofonpositionen angedeutet. Entlang dieser Linie in y -Richtung, die dem abgerollten Umfang $r\vartheta$ entspricht, wird die Schallintensität I_x ermittelt. Unter der Annahme, dass diese Intensität repräsentativ für ein Tortenstück ΔS ist, kann die Schalleistung im gesamten Rohr durch alle Quellen N_q mit folgender Formel bestimmt werden:

$$P = N_q \sum_{m=1}^{N_m} I_{x,m} \Delta S_m \quad (105)$$

mit N_M der Anzahl an Mikrofonen und $\Delta S_m = S/N_M = \frac{\pi}{N_M} (R_a - R_i)^2$ mit Innen- und Außenradius R_i und R_a und somit

$$P = \frac{N_q S}{N_M} \sum_{m=1}^{N_M} I_{x,m}. \quad (106)$$

Um mit Messdaten vergleichen zu können, ist zusätzlich die Korrektur der 2D-Turbulenz zur 3D-Turbulenz nach Gl. (138) erforderlich.

Stromab der Schaufeln kann die Schalleistung durch die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen derartig gestört sein, dass die Pegel nicht mehr die akustische Energie repräsentieren, sondern die Wirbelenergie. Um dennoch verwertbare Ergebnisse zu erhalten, sind verschiedene Möglichkeiten gegeben:

Vernachlässigen der gestörten Signale: Es werden alle Sensorpositionen vernachlässigt, die im wirbelbehafteten Feld liegen. Für die meisten Konfigurationen sind nur die wenigen Sensoren betroffen, die stromab des RPM-Gebietes liegen. Für die Fälle mit RPM-Gebieten im Rotorbezugssystem sind das alle stromab befindlichen Sensoren; diese Auswertung kann hier nicht angewendet werden.

Vernachlässigen der Geschwindigkeitsfluktuationen: Alternativ kann der Schalleistungspegel unter Vernachlässigung aller Geschwindigkeitsfluktuationen in Gl. (102) ermittelt werden. Daraus ergibt sich ein Schalleistungspegel L_P :

$$L_P = 10 \log_{10} \left(\int_S n_i \frac{u_{0,i}}{\rho_0 c_0} S_{pp} dS \right). \quad (107)$$

LEE-Relaxation: Durch den Einsatz des LEE-Relaxationsansatzes mit Referenzwirbelstärke $\omega_{\text{ref}} = 0$ stromab der Schaufeln und stromauf der Sensoren werden die wirbelbehafteten Anteile herausgefiltert.

4 Kopplungen

Dieser Abschnitt behandelt nur die Kopplungen, die sich durch die Zyklstationarität ergeben. Die stationären Kopplungen sind in Abschnitt III.4 beschrieben. Die im Folgenden vorgestellten Kopplungen beziehen sich im Speziellen auf die 2D-Kaskade, wie sie in Abb. 17 Schritt (5) skizziert ist. Die (U)RANS-Simulation betrachtet die Komponenten in ihrem jeweiligen Bezugssystem. Das Bezugssystem der CAA ist in der aktuellen Untersuchung auf das stehende Bezugssystem beschränkt. Für die Realisierung der Turbulenz werden zwei Klassen vorgestellt: zum einen die Realisierung im stehenden Statorbezugssystem und zum anderen die Realisierung im rotierenden Rotorbezugssystem.

4.1 Kopplung der Hintergrundströmung in die CAA

Bei periodischer Hintergrundströmung werden zusätzlich zu den konstanten Termen die FOURIER-Koeffizienten der höheren Harmonischen aus der CFD an die CAA übergeben. Strömungsgrößen aus dem Rotorbezugssystem werden in das Statorbezugssystem mittels m - Ω -Transformation übertragen (Weckmüller, 2013). Die Anzahl an Harmonischen wird auf 15 beschränkt. Der Real- und Imaginärteil jeder Harmonischen werden dabei einzeln auf das CAA-Gitter interpoliert. So kann jeder beliebige Zeitschritt in der CAA aus den FOURIER-Koeffizienten rekonstruiert werden.

4.2 Kopplung in RPM

Ausgehend von einer URANS werden die FOURIER-Koeffizienten der Hintergrundströmungskomponenten, der turbulenten kinetischen Energie und der spezifischen Dissipationsrate an RPM übergeben. Unterscheidet sich das Bezugssystem des RPM-Gebietes von dem zugrundeliegenden CFD-Gebiet, ist ebenfalls eine m - Ω -Transformation notwendig. RPM kann zu jedem Zeitpunkt die instantanen mittleren Komponenten rekonstruieren.

4.3 Kopplung der stochastischen Fluktuationen

Wenn die Hintergrundströmung und die mittleren turbulenten Größen Funktionen der Zeit sind, ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, diese im CAA-Gebiet umzusetzen. Durch das vorliegende Verfahren ist es möglich, verschiedene Grade an Komplexität der Zyklstationaritäten zu untersuchen. Das Ziel ist es, festzustellen, welchen Einfluss die periodische

Hintergrundströmung und die periodischen, turbulenten Charakteristiken auf den erzeugten Schall haben. Alle diese Verfahren können im stehenden Bezugssystem durch Zeitrekonstruktion der nötigen zyklstationären Komponenten umgesetzt werden. Bei einer Anwendung des RPM-Gebietes im Rotorbezugssystem ist zur Umsetzung der zyklstationären Turbulenz bei konstanter Hintergrundströmung eine RANS-Strömung hinreichend.

4.3.1 RPM-Gebiet im Statorbezugssystem

Die Turbulenz wird in diesem Fall identisch zur stationären Realisierung in das CAA Gebiet eingekoppelt. Die Rekonstruktion des aktuellen Zeitschrittes erfolgt aus den FOURIER-Koeffizienten der Hintergrundströmung und turbulenten Größen k_t und ω_t . In Abb. 20 sind die verschiedenen Kopplungsverfahren schematisch dargestellt, die im Folgenden vorgestellt werden.

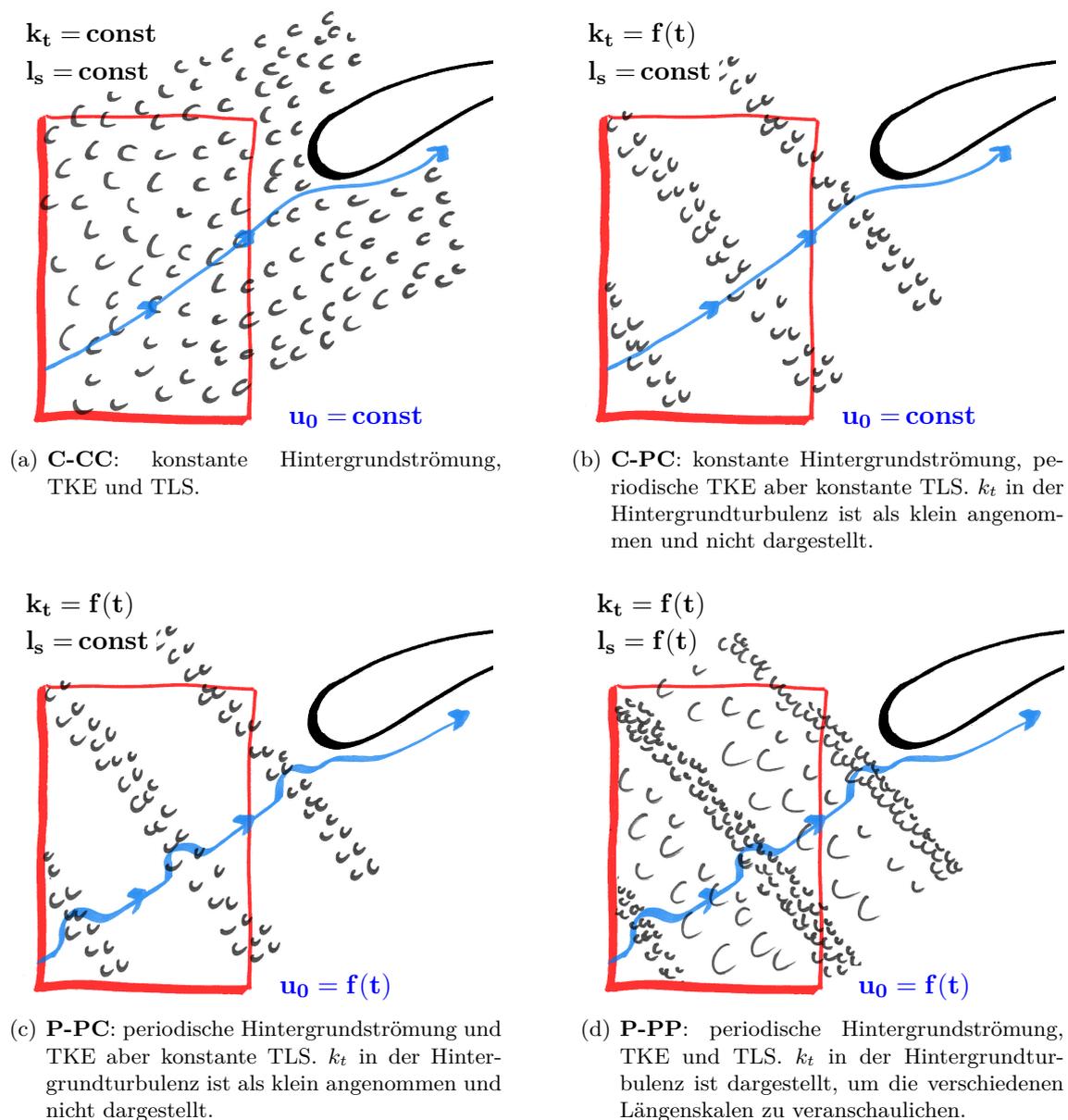


Abb. 20: Einkoppeln von zyklstationärer Turbulenz verschiedener Komplexität im Statorbezugssystem. Die rote Box stellt das RPM-Gebiet dar und die Stromlinie ist in blau markiert.

C-CC: konstante Hintergrundströmung mit uniformer konstanter TKE und TLS, siehe Abb. 20(a). Diese Konfiguration entspricht der Realisierung homogener, stationärer Turbulenz, die auf eine Statorschaufel trifft. Die RANS-Lösung stammt hierbei aus einer stationären RANS-Rechnung mit einer Mischungsebene an der Schnittstelle zwischen Rotor und Stator. Durch die Mischungsebene werden die Rotornachläufe ausgemischt, so dass Strömung und Turbulenzstatistiken (TKE und TLS) quasi konstant sind kurz vor dem Stator (siehe auch das Beispiel in Abb. 7). Dieser Ansatz ist identisch zu den Ansätzen für stationäre Strömung in III.4.

C-PC: konstante Hintergrundströmung mit periodischer TKE, aber uniformer konstanter TLS, siehe Abb. 20(b). Die erste Erweiterung des Testfalles C-CC beinhaltet die Periodizität der Varianzstatistik, z.B. der turbulenten kinetischen Energie k_t , ohne das Geschwindigkeitsdefizit im Nachlauf oder die Umfangsvariation der integralen Längenskala zu berücksichtigen. Es ist anzumerken, dass dieses Problem von Dieste und Gabard (2012) analytisch untersucht wurde. Im stehenden Bezugssystem werden die FOURIER-Koeffizienten der TKE auf dem RPM-Gebiet benötigt. Diese können entweder direkt aus einer URANS extrahiert werden, siehe beispielhaft Abb. 8, oder aber durch $m - \Omega$ -Transformation der Nachläufe im Rotorsystem ins Statorsystem; dafür ist eine RANS-Simulation bereits hinreichend.

P-PC: Periodische Hintergrundströmung mit periodischer TKE, aber uniformer konstanter TLS, siehe Abb. 20(c). Die Komplexität kann weiter erhöht werden, indem auch die Periodizität in der Hintergrundströmung sowohl auf dem RPM-Gebiet als auch in der CAA berücksichtigt wird. Dafür ist eine URANS-Lösung im Stator notwendig. Dadurch kann der Einfluss des Geschwindigkeitsdefizits im Nachlauf auf die Schallerzeugung untersucht werden. Es ist anzumerken, dass auch bei dieser Konfiguration keine tonalen Komponenten auftreten können, da die periodischen Geschwindigkeiten als Teil der Hintergrundströmung der zeitveränderlichen LEE aus Gl. (96) modelliert sind.

P-PP: Periodische Hintergrundströmung mit periodischer TKE und TLS, siehe Abb. 20(d). Diese letzte Möglichkeit mit RPM-Gebiet im Statorsystem bildet die Realität am besten ab, da die Periodizität der Rotornachläufe vollständig berücksichtigt wird. Wie bereits diskutiert, ist eine Realisierung einer zeitlich-veränderliche Längenskala in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Da die Längenskala im Nachlauf und außerhalb sich stark unterscheiden, bestand mittels der existierenden Filter zum Zeitpunkt der Durchführung keine robuste Möglichkeit, Längenskalenvariationen zwischen Nachlauf und Hintergrundströmung zu berücksichtigen. Der YOUNG-VAN-VLIET-Filter ist auf konstante Längenskalen beschränkt und der GAUSS-Filter und der PURSER-Filter sind beschränkt auf langsame Änderungen der Längenskala. Das in Abschnitt IV.6 vorgestellte Verfahren der analytische Gewichtung kann für zeitlich veränderliche Längenskalen verwendet werden, ist aber im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht worden.

4.3.2 RPM-Gebiet im Rotorbezugssystem

Im mitbewegten Bezugssystem ist der Rotornachlauf bereits in der RANS-Simulation abgebildet. Dies ist gut zu sehen in Abb. 8, wo keine FOURIER-Koeffizienten der turbulenten Charakteristiken in den Harmonischen sichtbar sind. Daher ist der Ansatz naheliegend, die Turbulenz auch im Rotorbezugssystem zu realisieren. Dieser Ansatz wurde bereits von Heo

et al. (2013; 2015) für Zentrifugalverdichter angewandt. Der Vorteil gegenüber der Realisierung im Statorsystem ist, dass der Speicheraufwand für die FOURIER-Koeffizienten entfällt. Die resultierenden Möglichkeiten sind in Abb. 21 skizziert. Die RPM-Gebiete im Rotorbezugssystem sind oben in der Abbildung dargestellt. Alle gezeigten Möglichkeiten resultieren aus stationären Realisierungen in diesem Bezugssystem nur durch die unterschiedliche Betrachtung der örtlichen Auflösung. Durch eine translatorische Bewegung mit der Geschwindigkeit v_p erfolgt die Transformation in das Statorbezugssystem. Hier weist die Turbulenz zyklstationäre Eigenschaften auf, wie sie bereits im letzten Abschnitt beschrieben wurden. Auf eine erneute, detaillierte Diskussion wird darum hier verzichtet. Es ist allerdings anzumerken, dass für eine periodische Hintergrundströmung (P-PP) eine URANS-Simulation notwendig ist, da auch im CAA-Gebiet die Strömung entsprechend periodisch betrachtet werden muss.

Das RPM-Gebiet bewegt sich translatorisch mit der Geschwindigkeit $v_p = \Omega_r R_p$ in y -Richtung, wobei R_p der Radius an der RPM-Gebietsposition (vor der Stromröhrentransformation) und Ω_r die Winkelgeschwindigkeit des Rotors ist. Im Folgenden wird auf die Details dieser Transformation eingegangen.

Berücksichtigung in der CAA: Die Implementierung ist so umgesetzt, dass das RPM-Verfahren die Turbulenz im Rotorbezugssystem realisiert und an das CAA-Gebiet an einer initialen Position übergibt (Abb. 22(a)). Die CAA transformiert die Geschwindigkeitsfluktuationen, wie nachfolgend beschrieben, in das stehende System und berücksichtigt dabei die Verschiebung der Position des RPM-Gebietes beim Einkoppeln der Turbulenz, ohne das RPM-Gebiet tatsächlich zu bewegen. Periodische Ränder werden berücksichtigt, indem eine zweite Instanz des RPM-Gebietes genau im Abstand der periodischen Ränder angenommen wird, wie in Abb. 22(b) skizziert. Nach einer Periode ist die Ausgangskonfiguration wiederhergestellt (Abb. 22(c)).

Geschwindigkeit des RPM-Gebietes: Es gibt zwei mögliche Ansätze, die Translationsgeschwindigkeit des RPM-Gebietes zu bestimmen:

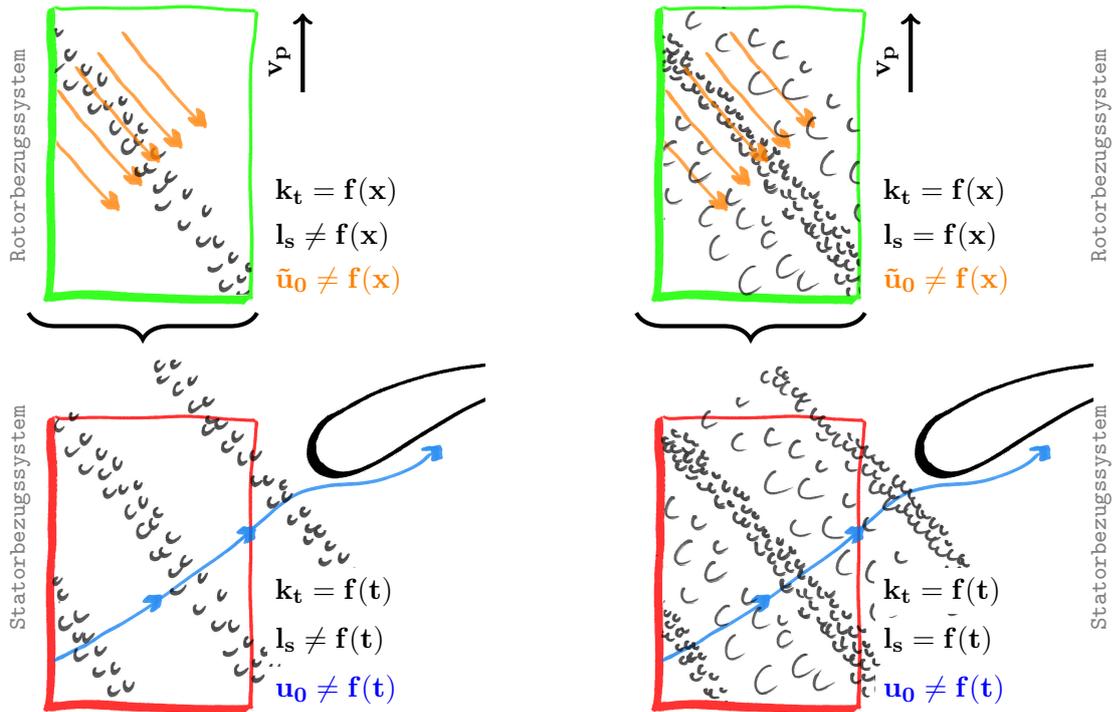
Strömungsinvariant: Das RPM-Gebiet in der 2D-Kaskade wird entsprechend der Rotordrehgeschwindigkeit bewegt, d.h. die Translationsgeschwindigkeit v_p resultiert aus geometrischen Überlegungen für eine gleichförmige Kreisbewegung. Sie entspricht der Tangentialgeschwindigkeit $\mathbf{u}_p = v_p \mathbf{e}_y$ mit

$$v_p = r\Omega_r, \quad (108)$$

wobei der Radius r dem Referenzradius der Stromröhrentransformation R_{LE} entspricht und die Winkelgeschwindigkeit des Rotors Ω_r .

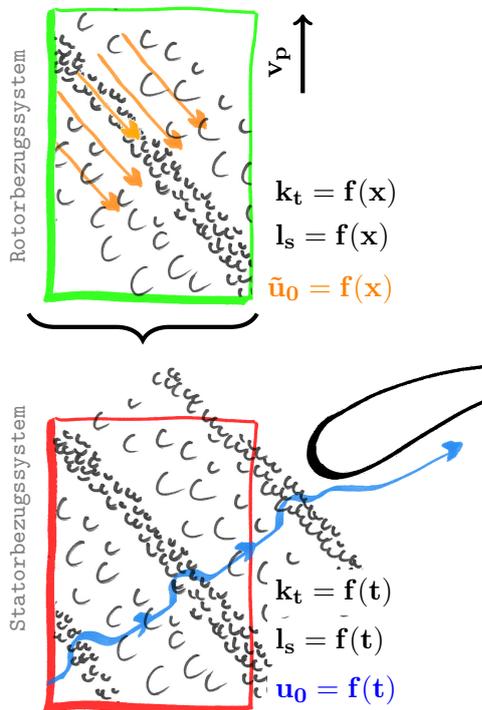
Frequenzinvariant: Es wird eine konstante Translationsgeschwindigkeit \tilde{v}_p so ausgewählt, dass die Periodendauer der Drehfrequenz des Rotors entspricht: $T_p = \frac{1}{f_{BPF}}$. Nach einer Lauflänge h hat sich das RPM-Gebiet einmal vollständig durch das CAA-Gebiet bewegt. Daraus ergibt sich die notwendige Translationsgeschwindigkeit aus

$$T_p = \frac{h}{\tilde{v}_p}.$$



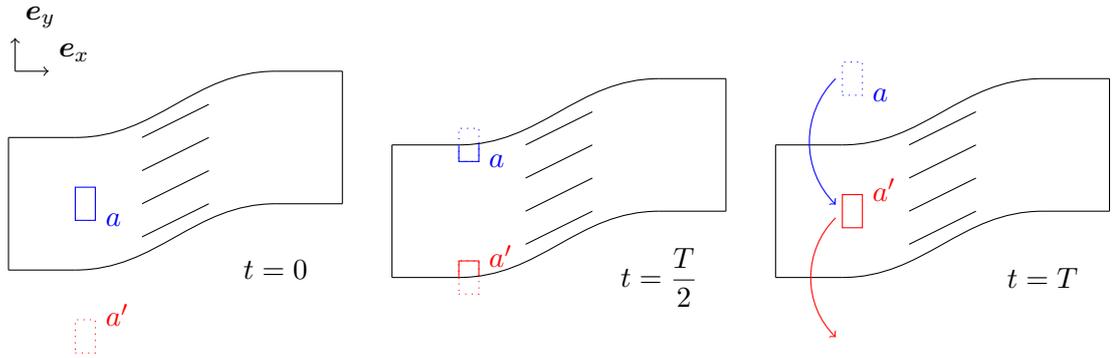
(a) **C-PC**: konstante Hintergrundströmung, periodische TKE aber konstante TLS. k_t in der Hintergrundturbulenz ist als klein angenommen und nicht dargestellt.

(b) **C-PP**: periodische Hintergrundströmung, TKE und TLS. k_t in der Hintergrundturbulenz ist dargestellt, um die verschiedenen Längenskalen zu veranschaulichen.



(c) **P-PP**: periodische Hintergrundströmung, TKE und TLS. k_t in der Hintergrundturbulenz ist dargestellt, um die verschiedenen Längenskalen zu veranschaulichen.

Abb. 21: Einkoppeln von stationärer Turbulenz verschiedener Komplexität im Rotorbezugssystem (oben) resultiert in zyklstationärer Turbulenz im Statorbezugssystem (unten). Die grüne Box stellt das RPM-Gebiet im Rotorbezugssystem dar, wobei die rote Box dasselbe RPM-Gebiet nach der Transformation ist, die Position des Letzteren ändert sich zu jedem Zeitpunkt. Die Strömungsvektoren sind in orange im Rotorsystem und die Stromlinien in blau im Statorsystem markiert.



(a) Ausgangsposition: RPM-Gebiet a an initialer Position. (b) Die zweite Instanz a' gewährleistet ein über den periodischen Rand stetiges Feld. (c) Nach einer Periode wird das RPM-Gebiet wieder an die Ausgangspositionen verschoben.

Abb. 22: Ein RPM-Gebiet ist für die CAA gleichzeitig an zwei Positionen a und a' , um die periodischen Ränder in der 2D-Kaskaden-Simulation zu realisieren.

Diskrepanz: Durch die Stromröhrentransformation wird das System gerade so transformiert, dass der Abstand der periodischen Ränder h , der dem Umfang des Rohres entspricht, unabhängig vom axialveränderlichen Radius konstant ist. Ändert sich also der Radius entlang der Achse, entsteht eine Diskrepanz der Laufzeiten und -längen. Da bzgl. der Stromröhrentransformation die Strömungsgeschwindigkeiten transformationsinvariant sind, gilt weiterhin Gl. (108), aber die Umlaufdauer T_p ändert sich abhängig vom Verhältnis des tatsächlichen Radius an der axialen Position des RPM-Gebietes R_p und des Normierungsradius R_{LE} , der laut der verwendeten Definition dem Radius an der Statorvorderkante entspricht.

$$T_{LE} = \frac{h}{v_p}. \quad (109)$$

$$T_p = \frac{h}{\tilde{v}_p} = \frac{2\pi R_{LE}}{2\pi R_p f} = \frac{R_{LE}}{R_p} T_{LE}. \quad (110)$$

Nur wenn $R_p = R_{LE}$ ist, gilt $T_{LE} = T_p$.

Für eine konsistente Kopplung müssen die lokalen Geschwindigkeitsfelder, die aus der URANS-Simulation kommen, im bewegten RPM-Gebiet $\tilde{\mathbf{u}}_0$ und im CAA-Gebiet \mathbf{u}_0 jederzeit zusammenpassen:

$$\tilde{\mathbf{u}}_0 = v_p \mathbf{e}_y + \mathbf{u}_0. \quad (111)$$

Somit ist die einzige Möglichkeit ein konsistentes System zu erzielen, die Umlaufdauer und somit die Frequenz anzupassen. Es wird also im folgenden die Frequenz

$$f = \frac{1}{T_{LE}} = \frac{v_p}{h}$$

zur Rekonstruktion der Zeitsignale aus den FOURIER-Koeffizienten verwendet. Eine Korrektur der Frequenzen, gegeben durch das Verhältnis $\frac{R_{LE}}{R_p}$, erfolgt nachträglich. Es ist an dieser Stelle anzumerken, dass der Radius R_p vor der Stromröhrentransformation ermittelt werden sollte, da er durch die Transformation ansonsten irreversibel verloren geht.

VI Validierung und Anwendung für stationäre Strömung

In diesem Kapitel wird zunächst die Realisierung der Modellspektren durch das RPM-Verfahren validiert. Danach wird das hybride Verfahren für eine harmonische Quelle und für stationäre Turbulenz gegen eine analytische Lösung an einer unendlich dünnen Platte validiert. Im Vergleich mit Messdaten wird das Verfahren abschließend auf eine unbelastete und eine belastete isolierte Schaufel angewendet.

1 Numerische Realisierung der Geschwindigkeitsspektren

1.1 Gauss-Geschwindigkeitsspektren

Durch die Verwendung eines GAUSS-Filterkerns realisiert das RPM-Verfahren GAUSS-Spektren. Abb. 23 zeigt 2D-Geschwindigkeitsspektren, die sich aus dem *Source-A*-Modell ergeben, im Vergleich zu den analytischen Lösungen aus Gl. (20) und Gl. (22) mithilfe der TAYLOR-Hypothese aus Gl. (25).

Da nur die Turbulenz realisiert und das CAA-Gebiet nicht mitgerechnet wurde, konnte sehr schnell über 400 Fenster gemittelt werden, um die Konvergenz deutlich zu machen. In Kombination mit der Ausbreitungssimulation ist dies nicht nötig oder wirtschaftlich, da schon nach 40 Realisierungen klare Tendenzen zu sehen sind.

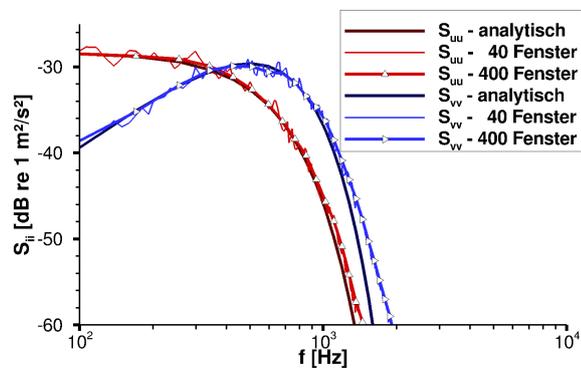


Abb. 23:

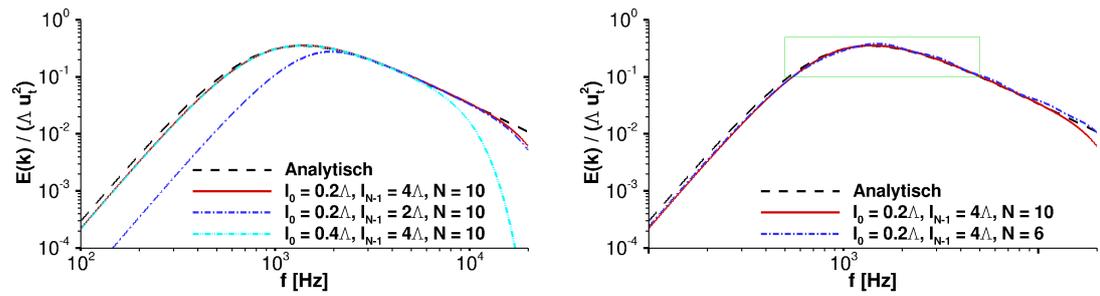
Die numerische Realisierung des GAUSS-Geschwindigkeitsspektrums für $M = 0.362$, $\Lambda = 0.07$ m und $k_t = 1$ m²/s² gemessen im RPM-Gebiet wird verglichen mit dem analytischen Spektrum. Diese Realisierung wird in Abschnitt VI.2.2 verwendet.

1.2 von Kármán-Geschwindigkeitsspektren

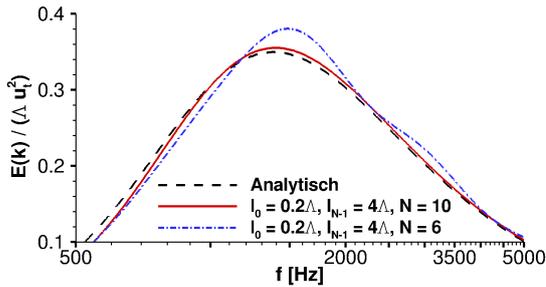
Es wird das VON KÁRMÁN-Modellspektrum verwendet, das mithilfe der gewichteten GAUSS-Spektren realisiert wird. Für das in Kapitel VI.3.3 verwendete Geschwindigkeitsspektrum, das die Messung an einem NACA-Profil (Envia und Coupland, 2014) nachbilden soll, wird im Folgenden exemplarisch gezeigt, wie diese Realisierungen aussehen.

Es soll ein Frequenzband von $100 \text{ Hz} \leq f \leq 10 \text{ kHz}$ aufgelöst werden. Um dieses Band mit einem VON KÁRMÁN-Spektrum der integralen Längenskala $\lambda = 8 \times 10^{-3}$ m abzudecken, werden 10 GAUSS-Realisierungen logarithmisch von $l_0 = \frac{1}{5}\Lambda$ bis $l_9 = 4\Lambda$ verwendet. In Abb. 24(a) ist dieser Fall mit zwei exemplarischen Variationen der maximal und minimal verwendeten Längenskalen verglichen. Die maximale Längenskala ist in allen Realisierungen des VON KÁRMÁN-Spektrums als $l_N - 1 = 4\Lambda$ hinreichend, da der asymptotische Verlauf hin zu tiefen Frequenzen identisch ist im GAUSS- und im VON KÁRMÁN-Spektrum.

VI Validierung und Anwendung für stationäre Strömung



(a) Analytische Realisierung mit $N = 10$ GAUSS-Spektren verschiedener Längenskalen l_0 bis l_9 . (b) Variation der Anzahl an GAUSS-Realisierung mit konstanten Längenskalen l_0 bis l_{N-1} . Die grüne Box zeigt den Achsenbereich der Abb. (c).

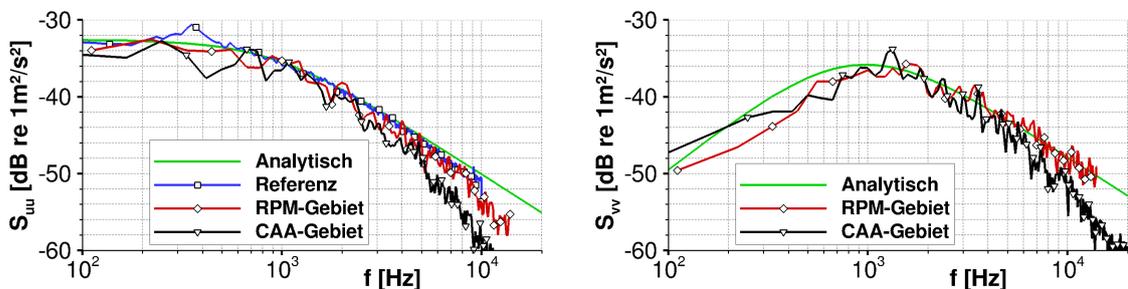


(c) Detailansicht aus Abb. (b). Die Ordinatenachse ist hier linear aufgetragen.

Abb. 24: Analytische Realisierung des VON KÁRMÁN-Energiespektrums durch Überlagerung von mehreren, analytisch gewichteten GAUSS-Spektren aufgetragen über die Frequenz. Es werden die Längenskalenbereiche in (a) und die Anzahl der verwendeten GAUSS-Spektren in (b)-(c) variiert, um den Frequenzbereich von 100 Hz bis 10 kHz aufzulösen.

Die Anzahl der Spektren wird in Abb. 24(b) zu $N = 6$ variiert. Der Ausschnitt der grünen Box ist in Abb. (c) gesondert gezeigt, um auf Details hinzuweisen. Weniger Spektren für den verwendeten Fall resultieren in einer sichtbaren Welligkeit des realisierten Spektrums. Dieser Fall ist in höheren Frequenzen näher an der analytischen Lösung, da die Gewichtung den größeren Abstand zwischen den diskreten Realisierungen berücksichtigt. Eine stärkere Gewichtung der kleinsten Längenskala würde demzufolge auch eine bessere Auflösung von höheren Frequenzen bedeuten. Eine Anpassung der Diskretisierung ist denkbar, wurde hier aber wegen des Grenzübergangs zum integralen Gewicht nicht weiter erwogen. Die Realisierung mit mehr als 10 Spektren wird nicht gezeigt, da dies keine sichtbare Veränderung des resultierenden Spektrums bewirkt.

Die numerische Umsetzung mit RPM ist in Abb. 25 für die Geschwindigkeitsspektren gezeigt und mit der Messung (Envia und Coupland, 2014) verglichen. Es zeigt sich, dass im RPM-Gebiet die Übereinstimmung im Frequenzband sehr gut ist. Die Übereinstimmung im CAA-Gebiet ist etwas schlechter, da hier durch die Sponge-Kopplung Energie verloren geht. Eine eingehende Diskussion dieses Testfalls ist in Abschnitt VI.3.3 zu finden.



(a) Axiales Geschwindigkeitsspektrum

(b) Laterales Geschwindigkeitsspektrum.

Abb. 25: Numerische Realisierung des VON KÁRMÁN-Geschwindigkeitsspektrums mit $N = 10$ GAUSS-Spektren verglichen mit der analytischen Lösung in Gl. (128) und Gl. (131) mithilfe der TAYLOR-Hypothese aus Gl. (25) und der Messung aus dem Benchmarkworkshop (Envia und Coupland, 2014).

2 Unendlich dünne, endlich lange Platte

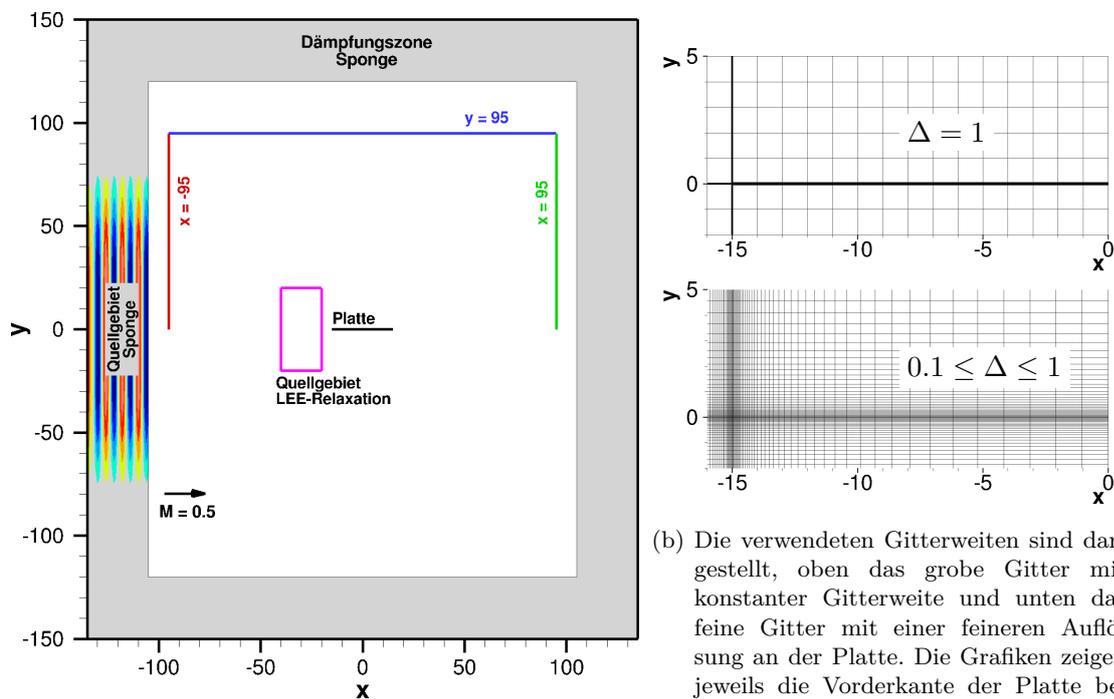
Um das RPM-Verfahren zu validieren, wird auf ein analytisches Model für Vorderkanteninteraktionslärm zurückgegriffen, bekannt unter dem Namen *unsteady thin airfoil*-Theorie. Die analytischen Modelle gehen davon aus, dass ein *Gust* eine unendlich dünne, endlich lange Platte trifft. Die analytische Lösung ist im Anhang A.13 beschrieben und in 2D letztlich durch Gl. (202) gegeben.

2.1 Harmonische Anregung

Es wird zunächst eine Validierung mittels einer harmonischen Anregung untersucht, so dass keine stochastische Turbulenzrealisierung nötig ist, sondern die konvektive Geschwindigkeitsfluktuation als harmonischer Wirbel vorgegeben wird.

Als Referenzlösung wird der Fall 6 des CAA-Benchmarking Workshops (Hardin et al., 1994) verwendet. Die Referenzlösung ist als RMS des Schalldruckes drei Sehnenlängen entfernt von der Schaufeloberfläche gegeben. Atassi (Hardin et al., 1994, S. 291f.) gibt zusätzlich die Oberflächendruckverteilung an, die mit der analytischen Lösung von Amiet (1976b) zusammenpasst.

Das Ziel ist es, das hybride Verfahren zu untersuchen. Außerdem zeigt sich, wie mit den Singularitäten an Vorder- und Hinterkante der unendlich dünnen Platte verfahren werden muss, um eine Übereinstimmung mit der analytischen Lösung zu finden. Untersuchungen der alternativen Kopplungsverfahren an dieser Testkonfiguration sind im Anhang B.1.1 dokumentiert.



(a) Der Testfall und der Simulationsaufbau sind dargestellt.

(b) Die verwendeten Gitterweiten sind dargestellt, oben das grobe Gitter mit konstanter Gitterweite und unten das feine Gitter mit einer feineren Auflösung an der Platte. Die Grafiken zeigen jeweils die Vorderkante der Platte bei $x = [-15, 0]$.

Abb. 26: Darstellung der Testanordnung und der verwendeten Gitter.

2.1.1 Testfallbeschreibung

Der Testfall ist in Abb. 26(a) dargestellt. Es handelt sich um ein zweidimensionales Gitter, in dessen Mitte eine Schaufel der Länge $c = 30$ bei $-15 \leq x \leq 15$ und $y = 0$ durch eine adiabate, nicht-viskose Wand (*adiabatic slipwall*) definiert ist. Die Strömung ist uniform in x -Richtung mit MACH-Zahl $M = 0.5$. Alle Größen sind entdimensionalisiert durch die Referenzlänge L , die Dichte ρ_0 und die Schallgeschwindigkeit c_0 .

Die Grundströmung konvektiert einen harmonischen Wirbel (*Gust*) mit einer Geschwindigkeitskomponente ausschließlich in y -Richtung:

$$v = 0.1 \sin \left[\omega \left(\frac{x}{M} - t \right) \right] \quad (112)$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = \pi/8$. Dies entspricht einer STROUHAL-Zahl $St = fc/M = 3.75$.

Es soll \bar{p}^2 , der quadrierte RMS-Wert des Schalldruckpegels, entlang der Linien $x = \pm 95$ und $y = \pm 95$ bestimmt werden und mit den Ergebnissen aus dem Benchmark verglichen werden. Diese Linien sind in Abb. 26(a) für die obere Halbebene farblich dargestellt.

2.1.2 Simulationsaufbau

Der Simulationsaufbau des Testfalls ist in Abb. 26(a) gezeigt. Die schwarze Linie in der Mitte zeigt die Position der Platte. Die roten, grünen und blauen Linien zeigen die Positionen, an denen der abgestrahlte Schalldruck ausgewertet wird. Grau-unterlegte Bereiche zeigen die zusätzliche Dämpfungszone, die an der Zuströmseite als RPM-Gebiet für die Sponge-Kopplung verwendet wird. Für die LEE-Relaxationskopplung wird ein RPM-Gebiet in der Nähe der Schaufel eingesetzt und in der Abbildung in magenta umrandet dargestellt.

Das Gebiet wurde über die Auswertelinien hinaus auf $-135 \leq x \leq 135$ und $-150 \leq y \leq 150$ vergrößert, um eine Dämpfungszone (grau) einzubauen. Die Dämpfungsstärke ist $\sigma = 1$ und die Tiefe entspricht zwei akustischen Wellenlängen. Zusätzlich sind am Ausströmrand bei x_{\max} eine Ausströmrandbedingung und die anderen drei Ränder eine Radiationsrandbedingung gesetzt.

Es wird eine selektive, künstliche Dämpfung mit einer globalen Dämpfungsstärke von $\nu_{\text{ASD}} = 0.05$ und mit lokalen Dämpfungspunkten an Vorder- und Hinterkante der Stärke 0.5 mit einem Radius von 20% der Sehnenlänge verwendet. Aufgrund der Singularitäten reagiert die CAA sehr sensibel auf Änderungen an den Charakteristika der lokalen Dämpfungspunkten. Sie werden in allen Rechnungen konstant gehalten.

Gitterauflösung: Es wurden zwei Gitterweiten untersucht, die exemplarisch an der Vorderkante in Abb. 26(b) gezeigt sind. Das grobe Gitter verwendet eine konstante Gitterauflösung von $\Delta = 1$. Die akustischen Wellen sind mit 16 Punkten pro Wellenlänge (PPW) und die aerodynamische Wellenzahl $k_x = \omega/M$ mit 8 PPW aufgelöst. Das feine Gitter wurde mit $\Delta_{\min} = 0.1$ in beide Raumrichtungen um die Platte herum verfeinert. Durch eine konstante Gitterstreckung von 5% ist das Gitter eine Schaufellänge entfernt wie das grobe Gitter durch $\Delta_{\max} = 1$ aufgelöst.

Datenauswertung: Durch die Mittelung über eine Periode werden die RMS-Werte zur Datenanalyse generiert.

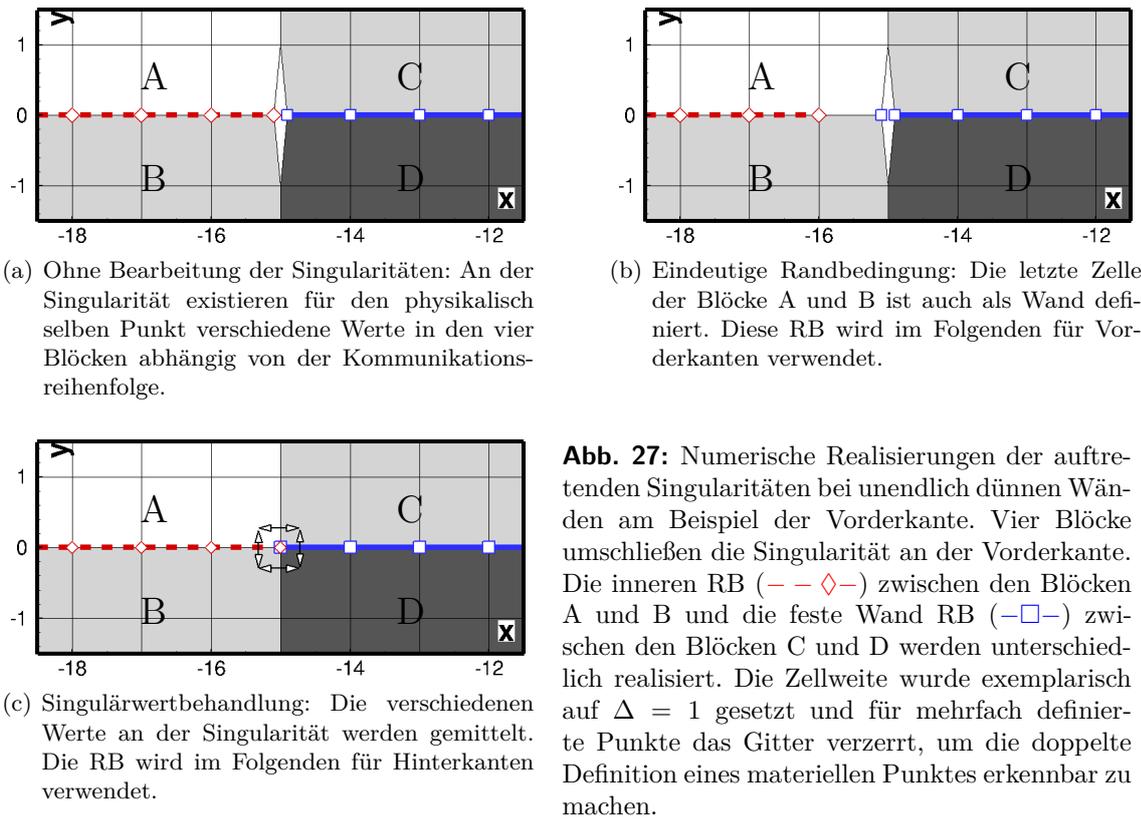


Abb. 27: Numerische Realisierungen der auftretenden Singularitäten bei unendlich dünnen Wänden am Beispiel der Vorderkante. Vier Blöcke umschließen die Singularität an der Vorderkante. Die inneren RB (—◇—) zwischen den Blöcken A und B und die feste Wand RB (—□—) zwischen den Blöcken C und D werden unterschiedlich realisiert. Die Zellweite wurde exemplarisch auf $\Delta = 1$ gesetzt und für mehrfach definierte Punkte das Gitter verzerrt, um die doppelte Definition eines materiellen Punktes erkennbar zu machen.

Physikalische Randbedingung der unendlich dünnen Platte: Die Modellierung der singulären Punkte an der Vorder- und der Hinterkante muss den analytischen Modellen entsprechen, um die numerischen Ergebnisse vergleichbar zu machen. Die Umsetzung von Singularitäten mit dem 7-Punkte-Finite-Differenzen-Diskretisierungsschema des CAA-Verfahrens erfordert besondere Aufmerksamkeit. Die verwendete analytische Lösung basiert auf der iterativen Methode von Amiet (1976b). Der Drucksprung zwischen den zwei Seiten der Platte ist geprägt durch ein singuläres Maximum an der Vorderkante, erfüllt aber an der Hinterkante die instationäre KUTTA-Bedingung¹, indem der Druckunterschied hier identisch Null ist.

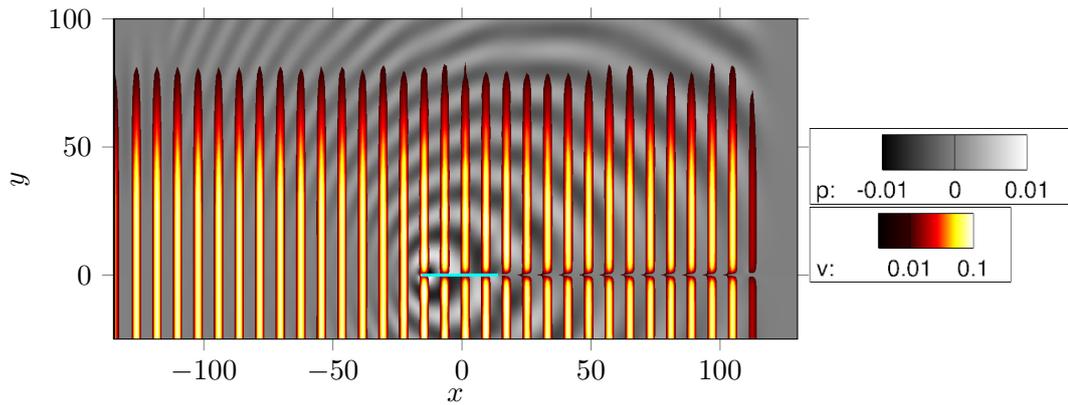
In PIANO wird das folgendermaßen modelliert:

Vorderkante: An der Vorderkante ist der Drucksprung entscheidend. Dies wird durch eine Präzisierung der ursprünglichen Randbedingung realisiert. PIANO verwendet standardmäßig die in Abb. 27(a) gezeigte Topologie, d.h. die Randbedingung zwischen den Nachbarblöcke A & B, bzw. C & D ist am selben physikalischen Punkt verschieden. Durch eine zusätzliche Definition der Wand-RB in dem ersten Punkt der stromaufliegenden Blöcke A & B ist die Randbedingung eindeutig, wie in Abb. 27(b) gezeigt.

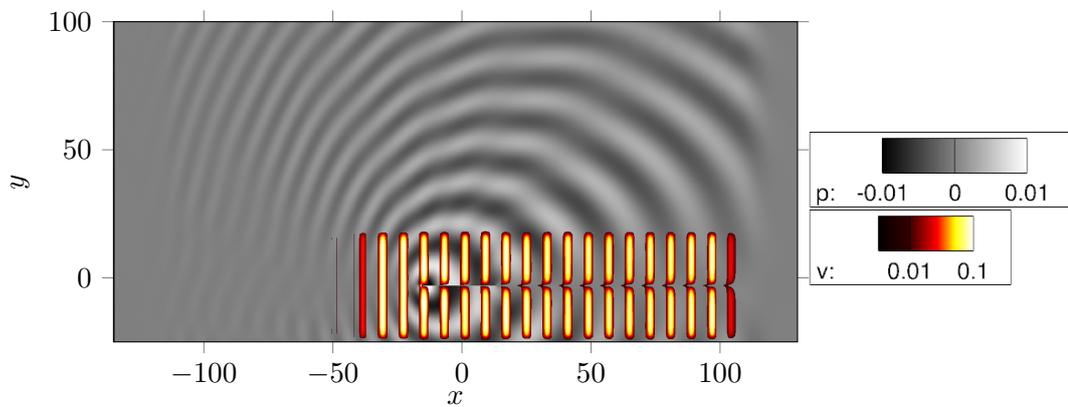
Hinterkante: An der Hinterkante wird eine Mittelung über alle Gitterpunkte desselben

¹ Die KUTTA-Bedingung wird als mathematische Annahme postuliert, ist allerdings nicht eindeutig. So ist z.B. für die Herleitungen von Amiet (1976b) die Randbedingung, den Drucksprung an der Hinterkante eines stumpfen Flügelprofils für alle Zeiten zu Null zu setzen, als KUTTA-Bedingung beschrieben. Für die Herleitung von Hinterkantenlärm wird diese Annahme aber gerade nicht getroffen, sondern der Drucksprung an der Hinterkante ist ausschlaggebend und nur eine endliche Geschwindigkeit wird postuliert (Amiet, 1976c). Die Bezeichnung geht ursprünglich zurück auf Crighton (1985), der damit das Entfernen einer Geschwindigkeitssingularität konnotiert.

materiellen Punktes angewendet, um die instationäre KUTTA-Bedingung zu erfüllen (Abb. 27(c)).



(a) Sponge-Kopplung



(b) LEE-Relaxationskopplung

Abb. 28: Instantane Darstellung auf dem feinen Gitters. In schwarz-weiß ist der instantane Druck und in gelb-rot die instantane Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Platte zu sehen. Letztere ist beim unteren Limit der Skala abgeschnitten.

2.1.3 Ergebnisse

Sponge-Kopplung: Für das Einkoppeln der Wirbel stromauf wird die Dämpfungszone bei x_{\min} verwendet. Das instantane Feld ist in Abb. 28(a) zu sehen. Um eine störungsfreie Einkopplung zu gewährleisten, wurde ein sinusförmiges *Fading*² von 7 Wellenlängen in laterale Richtung berücksichtigt. Die Dämpfungsstärke wurde auf $\sigma = 20$ gesetzt, um die Energie vollständig einzukoppeln.

LEE-Relaxationskopplung: Alternativ wird kurz vor der Vorderkante ein RPM-Gebiet für die LEE-Relaxations-Methode verwendet. Das sich ergebende instantane Feld ist in Abb. 28(b) zu sehen. Der Relaxationsparameter σ wurde durch Variation so bestimmt, dass die Simulation gerade noch stabil läuft, ohne den Zeitschritt zu variieren. Daraus ergibt sich für den vorliegenden Fall $\sigma = 0.5$. Diese Methode wurde nur auf dem feinen Gitter angewendet. Im nächsten Abschnitt auf Seite 70 ist die Variation des Relaxationsparameters dargelegt.

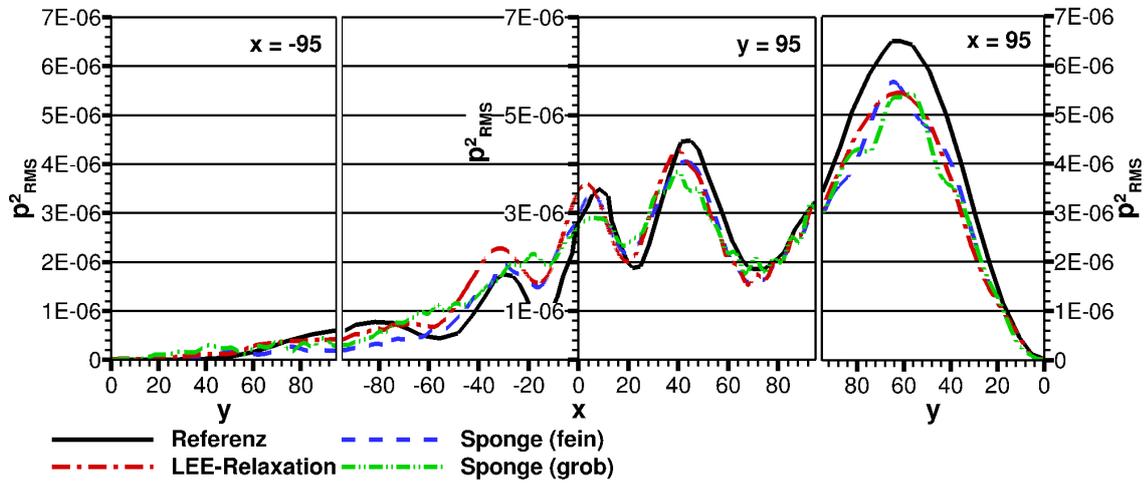


Abb. 29: Quadratische Amplitude des Schalldrucks p^2_{RMS} entlang der Auswertelinien in Abb. 26(a) verglichen mit der Referenzlösung von Hardin et al. (1994).

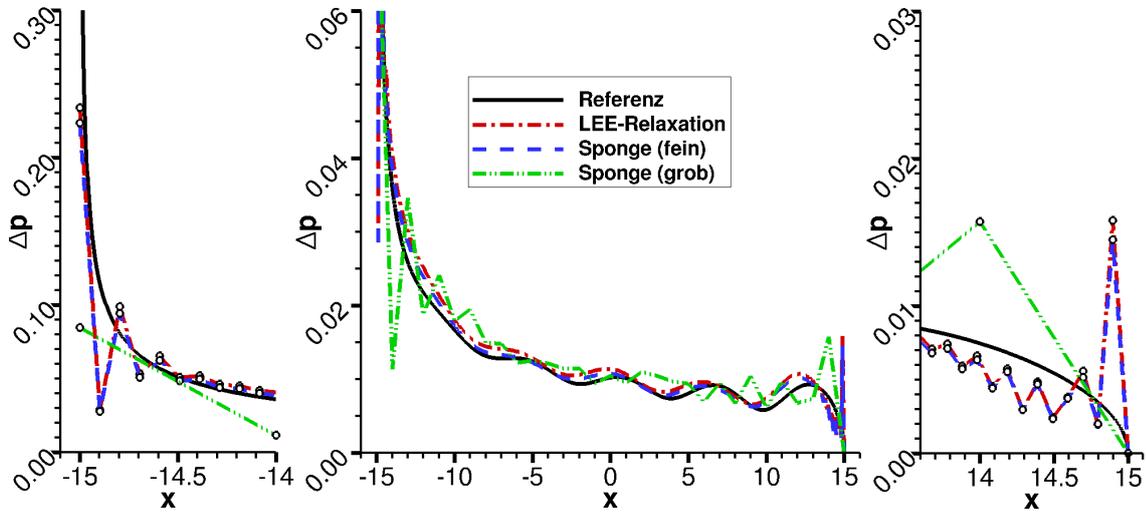


Abb. 30: Oberflächendruck verglichen mit der analytischen Lösung von Amiet (1976b). Die Abbildungen an den Seiten zeigen die Details an der Vorder- und Hinterkante.

RMS-Werte: Abb. 29 zeigt den Vergleich mit der Referenzlösung und Abb. 30 zeigt die entsprechenden Oberflächendrücke.

Es zeigt sich, dass beide Kopplungsverfahren die Referenzlösung gut nachbilden. In Abb. 30 ist zu sehen, dass alle Simulationen eine zusätzliche Druckspitze an der Hinterkante aufweisen, die nicht Teil der analytischen Lösung ist. Dieste und Gabard (2012) haben darum die analytische Lösung für Vorderkanteninteraktionslärm von Amiet (1976b) durch den Hinterkantenquellterm von Amiet (1976a) erweitert. Analytisch ist bei homogener Strömung der Hinterkantenlärm inexistent, da die instationäre KUTTA-Bedingung gilt. Diese Druckspitze ist auch bei Clair et al. (2012) zu sehen und scheint wiederum durch die steife numerische Umsetzung der Singularitäten verursacht zu sein. Im Sinne der Übersichtlichkeit wird ausschließlich die analytische Lösung (Amiet, 1976b) verwendet und der Unterschied zur numerischen Lösung hingenommen. Ein Vergleich mit dem größeren Gitter zeigt, dass die bessere Auflösung der Singularitäten die Genauigkeit des abgestrahlten Schalls verbessert. Insbesondere wird die Welligkeit im Fernfeld (gut zu sehen bei $60 \leq x \leq 95$ in Abb. 29) reduziert.

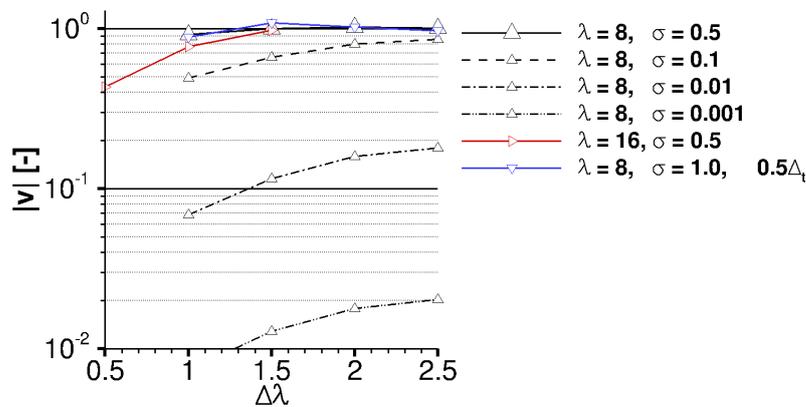


Abb. 31: Parametervariation für die LEE-Relaxationskopplung

Relaxationsparameter der LEE-Relaxationskopplung: Um zu untersuchen, wie die Parameter bei der Einkopplung mittels der LEE-Relaxationskopplung zu wählen sind, wurde eine Parameterstudie zu verschiedenen Relaxationsparametern σ gemacht. Abb. 31 zeigt für verschiedene σ das Maximum des Betrags der instantanen Geschwindigkeit $|v|$ über dem Abstand zum RPM-Gebietsrand in Wellenlängen λ . Wenn der Wert bei $|v| = 1$ liegt ist die Geschwindigkeitsfluktuation perfekt eingekoppelt. Es ist ersichtlich, dass mit steigendem σ die Güte der Einkopplung zunimmt. Für $\sigma = 0.5$ ($-\triangle$) ist die Welle bei gegebenem Zeitschritt nach einer Lauflänge von 1.5λ voll eingekoppelt. Für kleineres σ ($--\triangle$, $-\cdot\triangle$ und $-\cdot\cdot\triangle$) geht die Amplitude aber asymptotisch gegen einen kleiner Wert als eins. Somit würde auch ein längeres RPM-Gebiet nicht immer die gesamte Energie einkoppeln. Für größere σ als 0.5 ist bei gegebenem Zeitschritt die Simulation instabil, wie bereits aus Gl. (36) bekannt ist. Durch Reduzieren des Zeitschrittes Δ_t können somit höhere Relaxationsparameter realisiert werden ($-\nabla-$). Der Relaxationsparameter σ hängt von der Wellenlänge ab. Ist die Wellenlänge doppelt so groß, so verdoppelt sich auch die benötigte Lauflänge ($-\triangleright-$).

²Als *Fading* wird eine räumliche Blendfunktion, Rampe, oder Abklingfunktion bezeichnet.

2.2 Stochastische Anregung

Nachdem das hybride Verfahren mit harmonischer Anregung untersucht wurde, soll nun validiert werden, dass auch die in RPM generierte Turbulenz und das daraus resultierende Schallfeld der analytischen Lösung für Vorderkanteninteraktionslärm (A.13) entsprechen. Dieses Kapitel beschränkt sich auf die Realisierung von GAUSS-Spektren. Teile dieses Kapitels wurden bereits veröffentlicht (Wohlbrandt et al., 2013).

Testfallbeschreibung: Der Testfall ist angelehnt an die Messungen und analytische Lösung von Amiet (1975a) und Dieste und Gabard (2012), skaliert auf eine Schaufellänge von $c = 1.0$ m. Daraus resultiert folgende Testkonfigurationen:

$$c = 1.0 \text{ m}, \quad M = 0.362, \quad \Lambda = 0.07 \text{ m}. \quad (113)$$

Die turbulente kinetische Energie wurde auf $k_t = 1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ gesetzt. Nachfolgend werden exemplarisch der Nahfeldeffekt und die Gitterauflösung untersucht, auf eine Variation der physikalischen Parameter wird in dieser Arbeit aber verzichtet, da dies bereits vielfach analytisch untersucht wurde und die numerische Umsetzung an einer unendlich dünnen Platte keine neuen physikalischen Erkenntnisse liefert. Der Vergleich der analytischen Ergebnisse mit Messungen wurde z.B. von Amiet (1975a) veröffentlicht und der Vergleich mit numerischen Simulationen hier (Reboul, 2010; Dieste und Gabard, 2012; Clair et al., 2012; Wohlbrandt et al., 2013). Eine umfassende Literaturübersicht zu Messungen und Simulationen von Profilen mit endlicher Dicke folgt in Abschnitt VI.3.1.

Simulationsaufbau: Für alle Simulationen im folgenden Abschnitt ist die Gitterauflösung konstant auf $\Delta = 0.01$ m gesetzt. Somit sind die Turbulenz mit 7 PPL und die akustischen Wellen bis zu einer Frequenz von 3400 Hz mit 10 PPW aufgelöst. Da die GAUSS-Spektren bei einer MACH-Zahl von $M = 0.362$ für Frequenzen über 1000Hz schnell abfallen, ist dieses Gitter hinreichend. Das Setup ist in Abb. 32 dargestellt.

Es wird ein RPM-Gebiet zur Umsetzung der Sponge-Kopplung verwendet. Für die im Folgenden gezeigten Simulationen wurde die Position und Größe des RPM-Gitters und die

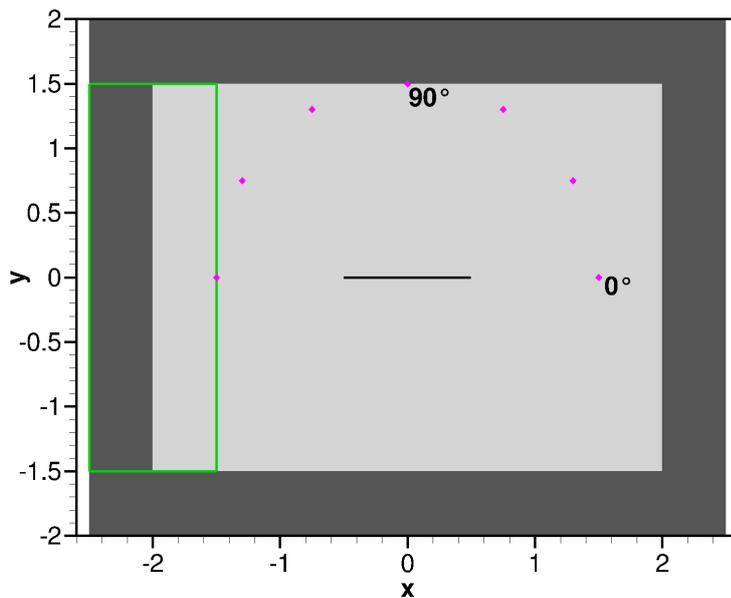


Abb. 32: Simulationsaufbau von Turbulenz-Platte Interaktion an einer unendlich dünnen Platte. Die Platte ist als schwarze Linie in der Mitte zu sehen, graue Bereiche am Rand markieren den Bereich der Dämpfungszone und die rosa Punkte sind die Auswertepositionen. In grün ist das Gebiet für die Sponge-Kopplung als Überlagerung der Dämpfungszone verwendet.

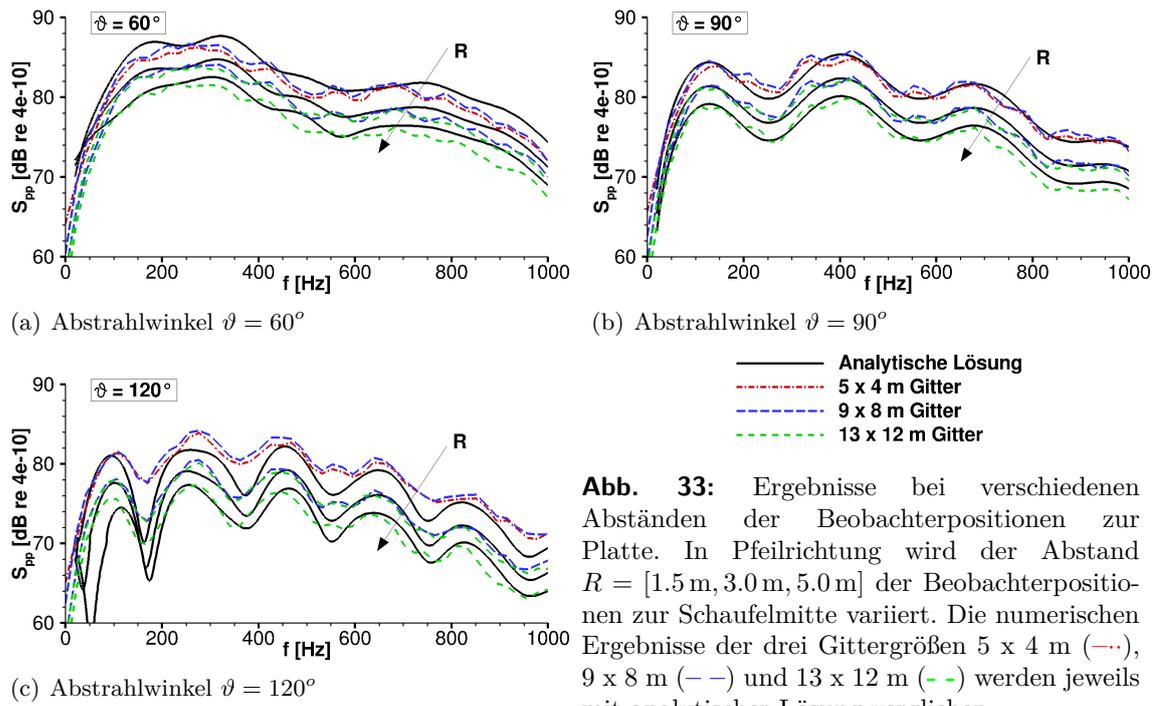


Abb. 33: Ergebnisse bei verschiedenen Abständen der Beobachterpositionen zur Platte. In Pfeilrichtung wird der Abstand $R = [1.5 \text{ m}, 3.0 \text{ m}, 5.0 \text{ m}]$ der Beobachterpositionen zur Schaufelmitte variiert. Die numerischen Ergebnisse der drei Gittergrößen $5 \times 4 \text{ m}$ (⋯), $9 \times 8 \text{ m}$ (- -) und $13 \times 12 \text{ m}$ (- · -) werden jeweils mit analytischer Lösung verglichen.

Tiefe des *Fading* leicht variiert, es zeigt sich aber keine Abhängigkeit von diesen Parametern im Bereich der Variation. Die Gitterauflösung entspricht der Auflösung des CAA-Gebietes und die Varianz und Längenskala sind konstant auf dem Gebiet. Das *Fading* am Rand war immer mindestens 2 Längenskalen tief und die Partikeldichte mindestens 4 PPZ.

Die Zeitschrittweite wird mit $\Delta_t = 2.30 \times 10^{-5} \text{ s}$ auf 61.5% der CFL-Zeitschrittweite aus Gl. (29) gesetzt. Die Einstellungen bzgl. der Dämpfung und der Berücksichtigung der Singularitäten sind aus dem Abschnitt VI.2.1 übernommen. Zusätzlich zur Radiation- und Ausströmrandbedingung wird eine Dämpfungszone mit 50 Zellen Tiefe und Dämpfungsstärke $\sigma = 1$ angewendet, um Reflektionen zu verhindern. Die Simulationen liefen jeweils 24 h, daraus ergaben sich ca. 85 Fensterungen mit HANNING-Fenstern bei einer Frequenzauflösung von $f = 21.3 \text{ Hz}$.

Es wird das turbulente Spektrum verwendet, das bereits in Abschnitt VI.1.1 beschrieben wurde.

Im Anhang B.1.2 sind weitere Untersuchungen zu alternativen Kopplungsverfahren zu finden. Durch die volumetrische Kopplung kann auch der turbulente Zerfall berücksichtigt werden.

Einfluss des Nahfeldes: Für eingefrorene Turbulenz wird mittels der Sponge-Kopplung eine Studie über den Einfluss des Nahfeldes gemacht. Drei verschiedene Gitter werden untersucht, wobei die Zellgrößen konstant gehalten werden:

- Kleines Gitter mit $5 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ bis $R = 1.5 \text{ m}$
- Mittleres Gitter mit $9 \text{ m} \times 8 \text{ m}$ bis $R = 3.0 \text{ m}$
- Großes Gitter mit $13 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ bis $R = 5.0 \text{ m}$

Hierbei ist R der Abstand der Beobachterposition zur Schaufelmitte. Die Geschwindigkeitsfluktuationen werden mittels der Sponge-Kopplung vorgegeben. Das RPM-Gebiet ist

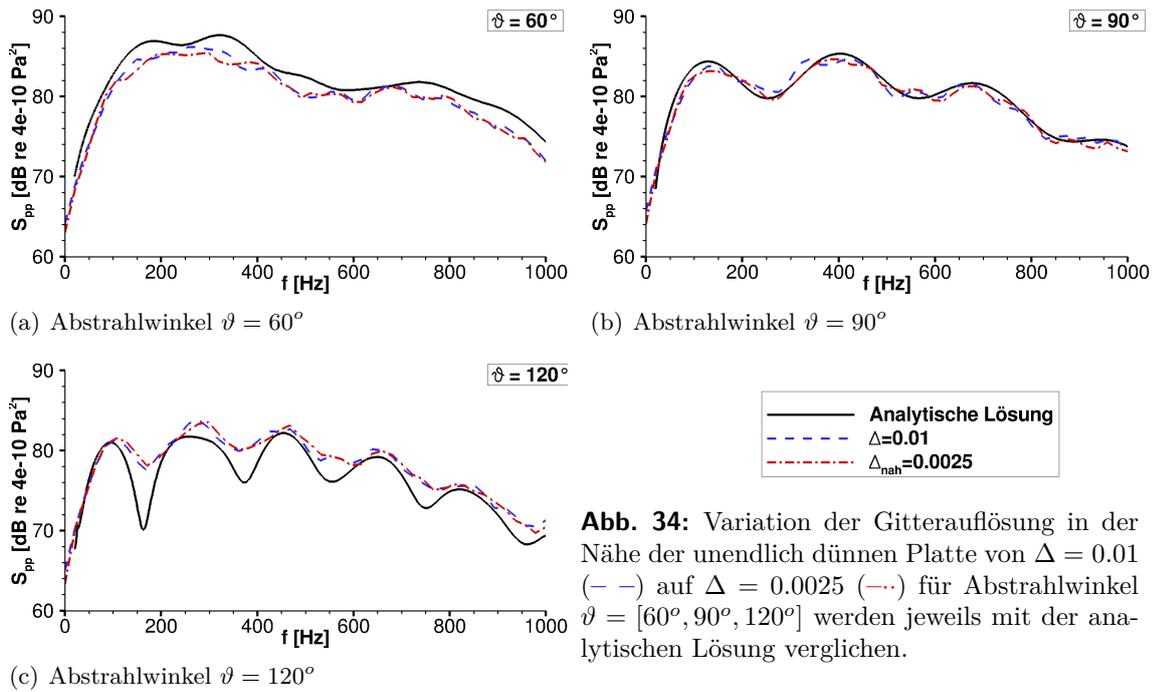


Abb. 34: Variation der Gitterauflösung in der Nähe der unendlich dünnen Platte von $\Delta = 0.01$ (—) auf $\Delta = 0.0025$ (- · -) für Abstrahlwinkel $\vartheta = [60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$ werden jeweils mit der analytischen Lösung verglichen.

so lokalisiert, dass es die Dämpfungszone jeweils überlagert und die Geschwindigkeitsfluktuationen in der Dämpfungszone aus dem RPM-Gebiet vorgibt. Für die größeren Gitter ist die Tiefe der Dämpfungszone verdoppelt worden, um zu verifizieren, dass das kleinste Gitter auch reflektionsfrei ist. Für das kleine Gitter ragt das RPM-Gebiet vom x_{\min} -Rand 1.0 m in das CAA-Gebiet, für die größeren beiden 1.5 m, damit sie die Dämpfungszone vollständig überlagern.

Die Ergebnisse in Abb. 33 zeigen eine gute Übereinstimmung der Simulationen miteinander und mit der analytischen Lösung. Die sichtbaren Fluktuationen in der numerischen Lösung sind durch die Singularität zu erklären (VI.2.1). Bei einem Abstrahlwinkel von 120° ist die analytische Lösung im Nahfeld durch die Simulation leicht überschätzt und die Minima sind nicht so ausgeprägt.

Variation der Gitterauflösung: Es wird eine lokale Verfeinerung des Gitter untersucht. Auf der Schaufel ist die Auflösung um den Faktor 4 in jede Raumrichtung verfeinert also $\Delta_{\text{nah}} = 0.0025$. Diese wird mithilfe einer Gitterstreckung von 5% ins Fernfeld zu $\Delta_{\text{fern}} = 0.01$ expandiert. Alle anderen Einstellungen bleiben erhalten. Die Auflösung des RPM-Gebietes entspricht der halben Auflösung des CAA-Gitters im Nahfeld und somit ergeben sich vierfache RPM-Zellanzahlen und Partikelzahlen gegenüber der ursprünglichen Simulation. Bei Parallelisierung ist weiterhin die Berechnung des RPM-Prozessors nicht das langwierigste, sondern die Berechnung des CAA-Gebietes durch 6 weitere Prozessoren. Somit erzeugt dies keine zusätzliche Rechenzeit. Der Unterschied in den Fernfelddaten ist in Abb. 34 für die Abstrahlwinkel von 60° , 90° und 120° zu sehen. Er ist marginal.

3 Isolierte NACA-Schaufeln

In diesem Abschnitt wird beginnend mit einer Literaturübersicht zur Schallentstehung an einer isolierten Schaufel das verwendete hybride Verfahren zunächst an einer unbelasteten,

dann an einer belasteten, isolierten NACA-Schaufel validiert. Die Untersuchungen alternativer Kopplungsverfahren bei EULER-Strömung und eine Diskussion zu offene Fragen dieser Kopplungen sind im Anhang B.1.3 hinterlegt.

3.1 Einflussgrößen der Schallentstehung bei Turbulenz-Schaufel-Interaktion - Literaturübersicht

Die Strömungs- und Geometrierandbedingungen in einem realistischen Turbofan sind sehr komplex und die Schallentstehungsmechanismen dabei schwer zu separieren. Daher werden Messungen isolierter Schaufeln in kontrollierter Zuströmung zur Bestimmung der Schallentstehung an Vorderkanten durchgeführt, beginnend mit Sharland (1964) und anhaltend bis heute (Paruchuri et al., 2015; Geyer et al., 2016).

Paterson und Amiet (1977) zeigen, dass die Schallentstehung durch Zuströmturbulenz eine wichtige Schallquelle darstellt. Ihre Stärke hängt von der Intensität und Korrelationslänge der Turbulenz ab. Sie beobachten, dass das instationäre Druckfeld auf der Schaufeloberfläche maximal an der Vorderkante ist. Mithilfe von Kreuzkorrelationen der Oberflächendrücke mit dem Fernfeldschall erkennen sie, dass alle Bereiche der Oberfläche Schall abstrahlen. Sowohl dies, als auch der Einfluss der Kompressibilität und der Nicht-Kompaktheit der Quelle sind entscheidend für die richtige Vorhersage der Abstrahlcharakteristik und Amplitude.

Es war lange schwierig, ein einheitliches Bild der Einflussgrößen der Vorderkanteninteraktion zu gewinnen (Glegg et al., 2006).

Anstellwinkel: Obwohl bei Tonallärm der Einfluss des Anstellwinkels hoch ist (Evers und Peake, 2002) zeigen bereits Paterson und Amiet (1977), dass eine Erhöhung des Anstellwinkels nur eine relativ kleine Erhöhung des abgestrahlten Breitbandschalls bewirkt. Verschiedene Messungen an isolierten Schaufeln mit isotroper Zuströmturbulenz bestätigen diese Beobachtungen (Staubs, 2008; Paruchuri et al., 2015). Glegg et al. (2006) sehen zusätzlich eine Reduktion des abgestrahlten Schalls bei hohen Frequenzen. Dem gegenüber stehen die Untersuchungen von Mish (2003). Er zeigt für große turbulente Längenskalen der Zuströmung von $\Lambda = 0.13c$, dass für tiefe Frequenzen die instationäre Druckfluktuation auf der Schaufeloberfläche mit steigendem Anstellwinkel um bis zu 7 dB geringer ausfallen kann. Dieser Effekt tritt nicht auf, wenn das turbulente Längenmaß kleiner ist. Im Gegenteil zeigt er, dass für hohe Frequenzen der instationäre Oberflächendruck mit steigendem Anstellwinkel um bis zu 10 dB steigt.

Schaufelgeometrie: Paruchuri et al. (2015) zeigen, dass der geometrische Parameter mit dem größten Einfluss auf den abgestrahlten Schall die Schaufeldicke ist. Weiterhin ist der Vorderkantenradius besonders für dünne Schaufeln und hohe Frequenzen signifikant. Als Ähnlichkeitsparameter bestätigen sie auch für komplexere Geometrien die STROUHAL-Zahl $St = \frac{fc}{u_0}$, denn es ergibt sich für eine bestimmte Geometrie über alle Frequenzen ein konstanter Pegelabstand zur analytischen Lösung von Amiet.

Kompressibilität: Aus diesem Zusammenhang schließen Paruchuri et al. (2015) weiter, dass Kompressibilitätseffekte, die bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten auftreten, keine weiteren Schallquellen einbringen.

Wellige Vorderkanten: Alle Untersuchungen zeigen ein großes Potential von welligen Vorderkanten von bis zu 4 dB Reduktion. Messungen zu welligen Vorderkanten sind im Bereich der breitbandigen Schallentstehung von Clair et al. (2012), Clair et al. (2013), Narayanan et al. (2014) und Chong und Siddiqi (2015) durchgeführt worden. Numerische Untersuchungen haben in den letzten Jahren stark zugenommen: Anfänglich mit harmonischer Anregung von Lau et al. (2013) und kurz darauf mit breitbandiger Anregung (Clair et al., 2013; Haeri et al., 2014; Kim et al., 2015).

Anisotropie: Der Einfluss der Anisotropie wurde bisher nicht systematisch untersucht. Eine erste Studie stellen kürzlich Geyer et al. (2016) vor. Die Untersuchung zeigt, dass der Einfluss der Anisotropie für die gewählte Konfiguration klein ist, allerdings räumen sie ein, dass die verwendete Anisotropie nur schwach ist. Experimentell eine größere, kontrollierte Anisotropie anzuregen ist bisher nicht gelungen. Auch in den numerischen Methoden ist Anisotropie erst kürzlich ein Thema. Die Ergebnisse von Gea-Aguilera et al. (2016) zeigen, dass für dünne Schaufeln die Anisotropie vernachlässigbar ist, da nur das laterale Spektrum Einfluss auf den abgestrahlten Schall nimmt. Für eine NACA0012 Schaufel zeigen sich deutlich anisotrope Effekte, da hier auch die longitudinale Geschwindigkeitskomponente Einfluss auf den abgestrahlten Schall nimmt.

Periodische Anströmung: Mish (2003) hat eine Kaskade unter periodischer Anströmung untersucht, indem er einen Wirbelgenerator an einer beweglichen Wand angebracht hat. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Untersuchung der daraus resultierenden, qualitative Veränderung des Blattspitzenwirbels.

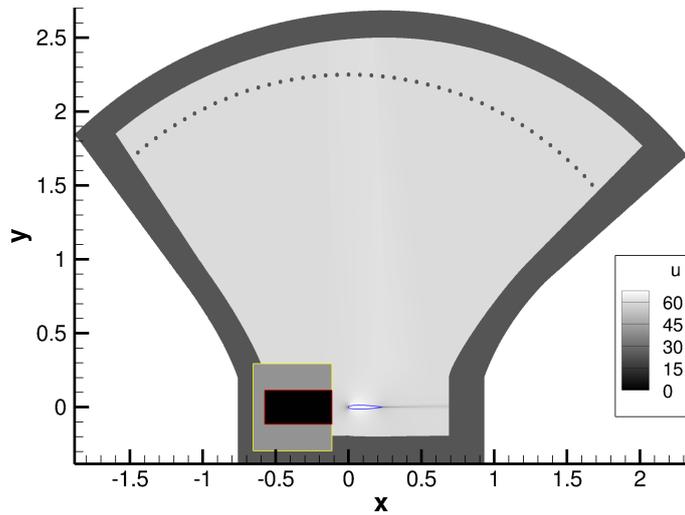
3.2 Unbelastete NACA0012-Schaukel

In den Arbeiten von Paterson und Amiet (1976, 1977) wird ein NACA0012 Profil von $c = 0.23$ m Länge in einer freien Anströmung betrachtet und mit der analytischen Lösung von Amiet (1976b) verglichen. Im Folgenden soll diese Messung für die Geschwindigkeiten 60 m/s und 120 m/s nachgerechnet werden. Dieser Testfall wurde erst kürzlich mit einem ähnlichen Verfahren von Gea-Aguilera et al. (2015) nachgerechnet.

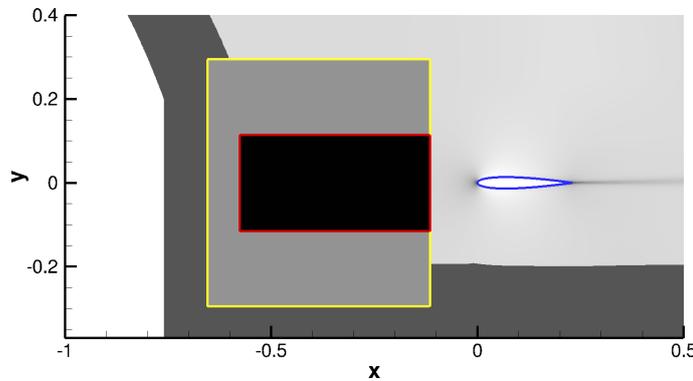
Die Messung benutzt ein Turbulenzgitter, um isotrope Turbulenz von $\Lambda = 0.03$ m zu erzeugen. Die Turbulenzintensität ist mit 3.9% für 60 m/s, bzw. 4.1% für 120 m/s gegeben. Es werden die Ergebnisse in einer Entfernung von 2.25 m senkrecht über der Vorderkante (bei 90°) verglichen.

3.2.1 Simulationsaufbau

Der Simulationsaufbau ist in Abb. 35 dargestellt. Es wird eine spezielle Topologie verwendet, die eine einseitige Ausbreitung in das Fernfeld zulässt. Zentriert um die Vorderkante, sind die Mikrophone in einem Kreisbogen zwischen 36° und 136° in 2° Abständen positioniert, wobei 0° auf der positiven x -Achse liegt.



(a) Gesamtansicht



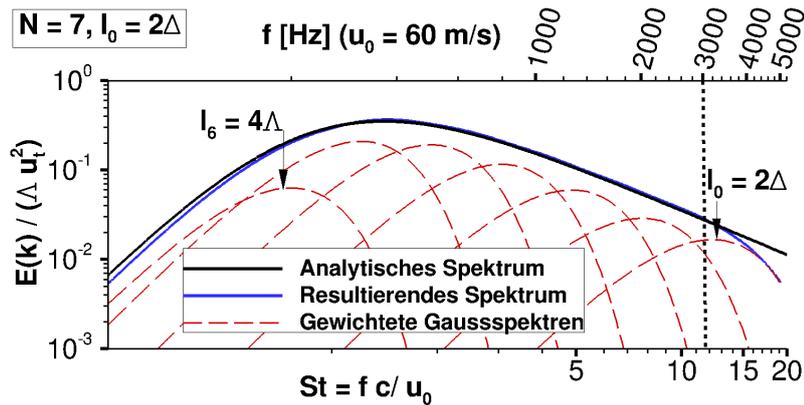
(b) Detailansicht zu Abb. (a)

Abb. 35: Der Simulationsaufbau ist dargestellt. In blau bei (0,0) ist die NACA0012-Schaufel zu sehen, die Falschfarben zeigen die mittlere, axiale Geschwindigkeit für den langsamen Fall mit $u_0 = 60$ m/s. Stromauf der Schaufel liegt rot umrandet das RPM-Gebiet, dahinter ist gelb umrandet ein alternatives RPM-Gebiet unter Berücksichtigung einer lateralen Einblendzone zu sehen. Der graue Rand des CAA-Gebietes zeigt die Dämpfungszone und die Punkte im Fernfeld stellen die Mikrofonpositionen dar.

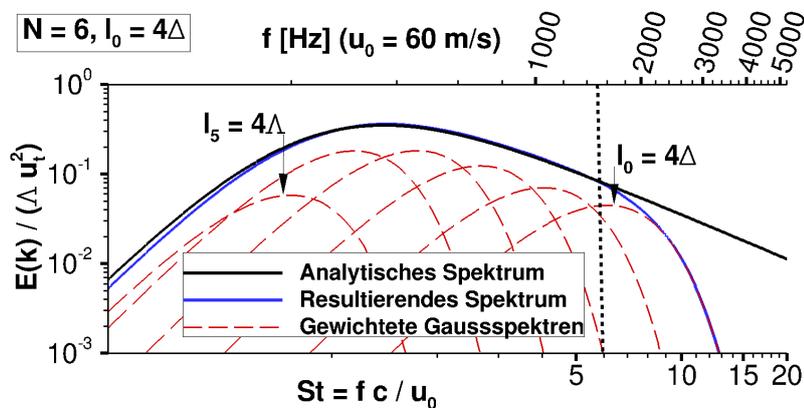
RPM-Gebiet: Es wird das VON KÁRMÁN-Modellspektrum verwendet. Das RPM-Gebiet ist mit einer Auflösung $\Delta = 3.75 \times 10^{-3}$ m so ausgelegt, dass es die Turbulenz bis zu einer Frequenz von $f = 3000$ Hz (für $u_0 = 60$ m/s) bzw. $f = 6000$ Hz (für $u_0 = 120$ m/s) auflöst. Für den vorliegenden Fall werden 7 GAUSS-Spektren konstanter, logarithmisch verteilter Längenskalen von $l_0 = 2\Delta$ bis $l_6 = 4\Delta$ verwendet. Es hat sich gezeigt, dass die kleinste Längenskala l_0 zwar selbst nicht mehr aufgelöst ist, aber das Spektrum dadurch in den hohen Frequenzen um 4 PPL noch die gesamte Energie repliziert. Siehe hierzu exemplarisch den analytischen Vergleich in Abb. 36. Das analytische VON KÁRMÁN-Spektrum (—) wird mithilfe mehrerer gewichteter GAUSS-Spektren (---) realisiert. Je nachdem wie viele GAUSS-Spektren verwendet werden, ergibt sich eine unterschiedliche Auflösung in den hohen Frequenzen, hier angedeutet mit der gestrichelten senkrechten Linie.

Abb. 37 zeigt das numerisch realisierte, laterale Geschwindigkeitsspektrum gemessen im RPM-Gebiet. Um dieses Bild zu erzeugen, wurde eine separate RPM-Simulation mit zehnfacher Anzahl an Zeitschritten durchgeführt und über 100 Fenster gemittelt.

Zur Filterung wird der YOUNG-VAN-VLIET-Filter verwendet. Es hat sich im Rahmen dieser Anwendung gezeigt, dass mit dem YOUNG-VAN-VLIET-Filter, im Gegensatz zum PURSER-Filter, auf die Einblendzone in lateraler Richtung verzichtet werden kann. Vergleiche das rot umrandete mit dem gelb umrandeten RPM-Gebiet in Abb. 35. Wird für den Fall mit Einblendzone die Skalierung und Normierung bereits auf den Partikeln vorgenommen, sind die Ergebnisse exakt gleich. Auf den Vergleich der Ergebnisse wird daher im Folgenden verzichtet.



(a) Realisierung mit 7 GAUSS-Spektren der Längenskalen $l_0 = 2\Delta$ bis $l_6 = 4\Lambda$.



(b) Realisierung mit 6 GAUSS-Spektren der Längenskalen $l_0 = 4\Delta$ bis $l_5 = 4\Lambda$.

Abb. 36: Die Energiespektrumfunktion ist über der STROUHAL-Zahl für $c = 0.23\text{ m}$ aufgetragen, zur besseren Orientierung ist für $u_0 = 60\text{ m/s}$ auch die Frequenzachse gezeigt. Das analytische VON KÁRMÁN-Spektrum (—) wird mithilfe mehrerer, analytisch gewichteter GAUSS-Spektren (---) realisiert. Die Güte der Realisierungen (—) hängt von der Anzahl und der Verteilung der GAUSS-Spektren ab.

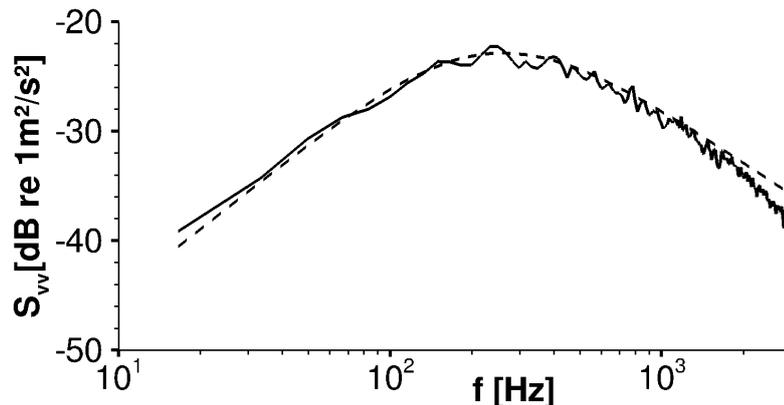


Abb. 37: Die numerische Realisierung des lateralen VON KÁRMÁN-Geschwindigkeitsspektrums für $u_0 = 60\text{ m/s}$, $\Lambda = 0.03\text{ m}$ und $u_t = 2.34\text{ m/s}$ gemessen im RPM-Gebiet wird verglichen mit dem analytischen Spektrum.

CAA-Gebiet: Aufgrund der Topologie ist die kleinste Zelle an der Vorderkante mit $\Delta = 2.7 \times 10^{-4}$ m zu finden. Daraus ergibt sich die verwendete Zeitschrittweite zu $\Delta_t = 5.9 \times 10^{-7}$ s, das entspricht 84% der CFL-Zeitschrittweite bei 60 m/s und 87% bei 120 m/s.

Das Nahfeld ist ebenso wie das RPM-Gebiet mit einer Zellgröße von $\Delta = 0.00375$ m aufgelöst. Im Fernfeld sind die größten Zellen mit $\Delta = 0.0135$ m so ausgelegt, dass die Frequenzen bis 2500 Hz mit mind. 10 PPW aufgelöst werden. Im Übergang zwischen Fernfeld und Nahfeld wird eine Gitterstreckung von nicht mehr als 5% angewendet. Es ergibt sich ein Gitter für das CAA-Gebiet mit insgesamt ca. 350 000 Zellen. Diese werden blockparallelisiert auf drei Prozessoren gerechnet, ein vierter Prozessor ist für das RPM-Gebiet zuständig. Die Simulation lief 24 h auf einer Workstation.

Kopplung: Es wird ausschließlich die LEE-Relaxationskopplung betrachtet. Der Relaxationsparameter wird durch Gl. (34) im Grenzfall berechnet. Daraus ergeben sich $\sigma = 4.47 \times 10^{-4}$ und $\sigma = 8.94 \times 10^{-4}$ entsprechend für 60 m/s, bzw. 120 m/s. Die ersten und letzten 6 Zellen sind mit einem sinusförmigen *Fading* auf Null versehen. Das RPM-Gebiet beinhaltet die größte Längenskala $l_5 = 0.12$ m in lateraler Richtung 1.9 mal und in axialer Richtung 3.8 mal. Daraus ergibt sich eine RPM-Gebietsgröße von 123 x 61 Zellen und mit einer Partikeldichte von 5 Partikeln pro Zelle sind 38 000 Partikel notwendig.

Auswertung: Es werden 250 000 Zeitschritte gerechnet, wodurch sich eine Gesamtabtastdauer von 0.15 s ergibt. Es wird aus Speicherplatzgründen nur alle 200 Zeitschritte abgetastet. Die ersten 15 000 Zeitschritte (75 Sample) werden als Einschwingphase vernachlässigt und die Autospektren durch eine Mittelung über 58 HANNING-gewichteter Fenster mit 50% Überlappung und 64 FFT-Punkten pro Fenster ermittelt. Daraus ergibt sich eine Frequenzauflösung von 103.85 Hz, die ungefähr der Auflösung der Messung entspricht.

Verwendete Strömung: Die Strömung wurde mittels TRACE unter Vernachlässigung der Wandhaftbedingung berechnet. Es wurde das HELLSTEN-Turbulenzmodell verwendet, um auf eine Staupunktanomalie-Korrektur zu verzichten (III.1.2). Da hier ausschließlich mittels LEE-Relaxationskopplung gerechnet wird, wäre dies allerdings nicht nötig gewesen, da die primitiven Größen im Staupunkt aus der RANS auch durch ein einfacheres Turbulenzmodell quasi identisch vorhergesagt werden können.

Korrekturen der Simulation: Die Simulation wird in zwei Raumdimensionen unter Vernachlässigung der Scherschicht durchgeführt. Somit sind folgende Korrekturen notwendig, um mit Messungen vergleichbar zu sein:

Scherschichtkorrektur: Es wird die Scherschichtkorrektur von Amiet (1975b) angewandt. Die selbe Korrektur wird auch von Paterson für die analytische Lösung verwendet, so dass die Werte in Tab. VI.1 einfach aus den Graphen in Paterson und Amiet (1976, Abb. 9, S. 76) abgelesen werden konnten.

2D-3D-Korrektur: Außerdem werden die Simulationsergebnisse mittels der DIESTE-Korrektur für VON KÁRMÁN-Spektren in Gl. (141) von 2D-Schallausbreitung und Turbulenz auf 3D-Schallausbreitung und Turbulenz transformiert. Die verwendete Funktion für $u_0 = 60$ m/s ist in Abb. 62(b) auf Seite 137 gezeigt.

Tab. VI.1: Verwendete Werte für die Scherschichtkorrektur, abgelesen aus Paterson und Amiet (1976, Abb. 9, S. 76).

| Testfall | Winkel | | Amplitudenkorrektur Simulation → Messung |
|-------------------------|--------------|-------------------|---|
| | der Messung | ohne Scherschicht | |
| $u_0 = 60 \text{ m/s}$ | 90.0° | 81.0° | -0.13 dB |
| $u_0 = 120 \text{ m/s}$ | 90.0° | 73.3° | -0.70 dB |

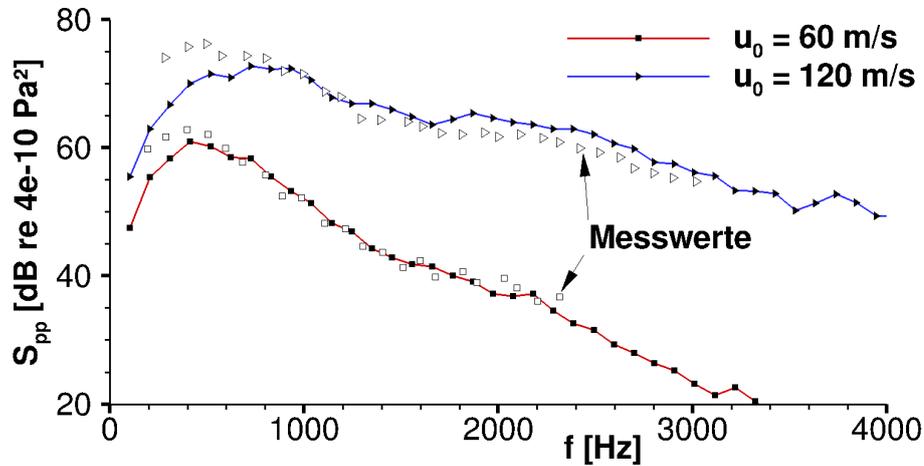


Abb. 38: Die Messwerte (\square und \triangleright) sind aus (Paterson und Amiet, 1976, Abb. 13) digitalisiert und mit den Simulationen verglichen.

3.2.2 Ergebnisse

Abb. 38 vergleicht die Messungen bei 90° und 2.25 m Abstand zur Schaufel mit den korrigierten Simulationen. Es ist eine gute Übereinstimmung innerhalb von wenigen dB zu sehen. Im tieffrequenten Bereich unterhalb von 1000 Hz weichen die Simulationsergebnisse allerdings ab. Dies liegt an der LEE-Relaxationskopplung: Der Relaxationsparameter σ wurde in diesen Simulationen ausschließlich mittels des Stabilitätskriteriums aus Gl. (34) ermittelt und nicht weiter iteriert. Wie auf Seite 29 diskutiert, ist diese Bedingung nicht ausreichend, um auch tiefe Frequenzen einzukoppeln. Eine Iteration mit steigendem σ würde das Problem beheben (VI.2.1.3). Für höhere Frequenzen liegt der langsame Fall sehr genau auf der Messung, wobei für die höhere Hintergrundgeschwindigkeit die Abweichung innerhalb von 3 dB liegt. Diese Trends sind identisch zu den Simulationsergebnissen von Gea-Aguilera et al. (2015).

3.3 Belastete NACA65(12)-10-Schaufel

3.3.1 Prüfstandsbeschreibung

Eine weitere Anwendung wird am Beispiel des NACA65(12)-10 demonstriert. Dieser Testfall wurde als "Fundamental Test Case 1" (FC1) im Benchmark Workshop auf der AIAA 2014 (Envia und Coupland, 2014) von Coupland (2014) eingebracht. Das Ziel des Workshops war es, blind die abgestrahlte Schalleistung als Summe aller verfügbaren Mikrophone vorherzusagen.

Dieser Testfall basiert auf Daten, die im offenen Strahl beim ISVR, University of Southampton in England gemessen wurden. Genaueres zur Messung lässt sich bei Chong et al. (2013) und Gruber et al. (2011) nachlesen. Der Testaufbau ist in Abb. 39 dargestellt. Es

ist eine angestellte Schaufel im Potentialkern der offenen Strahlsektion vermessen worden, wobei sich im Auslass des Strahls ein Turbulenzgitter befindet. Im Fernfeld außerhalb des Strahls wurde mittels eines Mikrophonrechen der abgestrahlte Schall gemessen. Das Array ist zentriert um die Hinterkante in einem Abstand von 1.2 m und besteht aus 18 Mikrofonen zwischen 50° und 135° , wobei 0° der Strömungsrichtung entspricht.

Der Düsenhöhe ist 0.150 m und die Düsen Spannweite ist 0.450 m. Die Schaufelspannweite ist $L = 0.450$ m. Die Spannweitenrichtung ist normal zur Ebene in Abb. 39. Die Düsenaustrittsgeschwindigkeit ist 60 m/s, wobei angenommen wird, dass die Strömung rein axial ist. Die Turbulenz wurde im freien Strahl ohne Schaufel an der Stelle ermittelt, wo die Schaufelvorderkante wäre. Unter der Annahme von homogener, isotroper Turbulenz ergeben sich dabei durch eine Anpassung an ein VON KÁRMÁN-Modellspektrum ein Turbulenzgrad von $Tu = 0.017$ und eine integrale Längenskala von $\Lambda = 0.008$ m.

Die Schaufel ist ein angestelltes NACA65(12)-10-Profil mit einer Sehnenlänge von $c = 0.150$ m. Es wurden zwei Rauigkeitsstreifen auf die Oberfläche zwischen $0.1c$ und $0.2c$ geklebt, um eine turbulente Umströmung des Profils zu garantieren. Die Geometrie des angestellten Profils war gegeben. Darüber hinaus war der zeitgemittelte Oberflächendruckkoeffizient

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho u_0^2} \quad (114)$$

gegeben, um die Strömungslösung zu validieren. Dabei ist p der mittlere, statische Oberflächendruck, $p_\infty = 1$ atm der mittlere, statische Druck im Fernfeld, $\rho = 1.2$ kg/m³ die Fluidichte und $u_0 = 60$ m/s die Strahlgeschwindigkeit. Eben so ist die mittlere Geschwindigkeit und der RMS der turbulenten Geschwindigkeiten stromab der Schaufel an 2 axialen Positionen gegeben.

3.3.2 Simulationsaufbau

Das Vorgehen ist identisch zum letzten Kapitel, wobei nun eine andere Schaufel verwendet wird. Der Aufbau ist in Abb. 40 gezeigt, (a) für die Sponge-Kopplung und (b) für die LEE-Relaxationskopplung. Die Falschfarben zeigen die axiale Geschwindigkeitskomponente, die von der RANS-Simulation auf das CAA-Gitter interpoliert sind. Ausgegraute Bereiche zeigen die Dämpfungsgebiete und die grüne Box ist das jeweilige RPM-Gebiet. In der LEE-Relaxationskopplungssimulation werden zusätzliche LEE-Relaxationsgebiete (rote Boxen) verwendet, um die wirbelbehafteten Anteile aus dem CAA-Gebiet zu filtern und damit hydrodynamische Störungen zu vermeiden. Die Kreuze zeigen die Sampling-Postionen, schwarz für die Turbulenz und rosa für die Akustik.

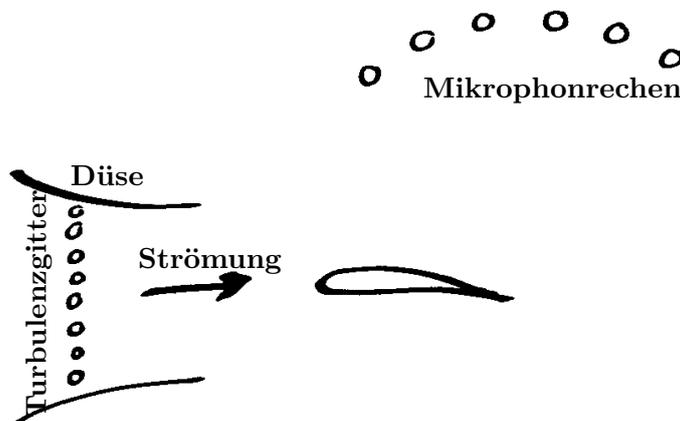
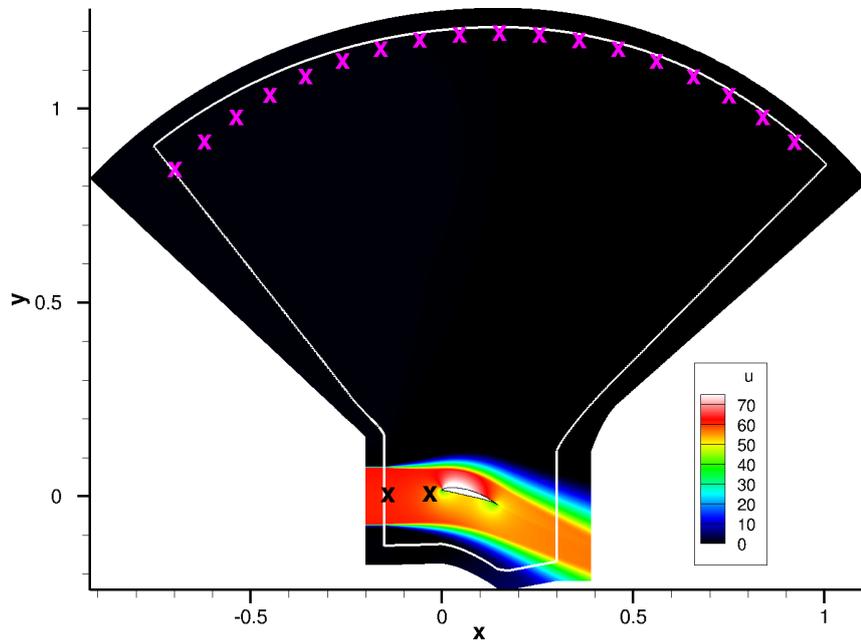
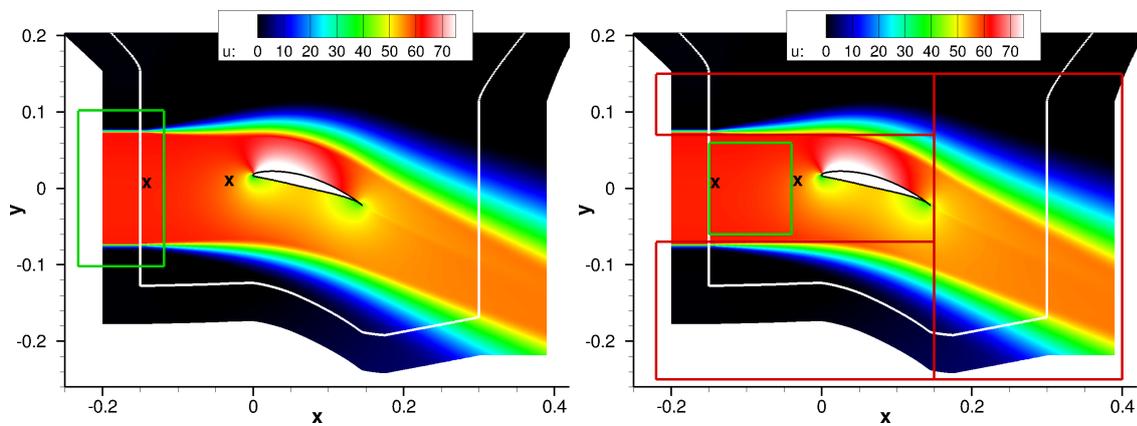


Abb. 39: Setup des FC1 Tests. Angelehnt an (Coupland, 2014, Abb. 1).

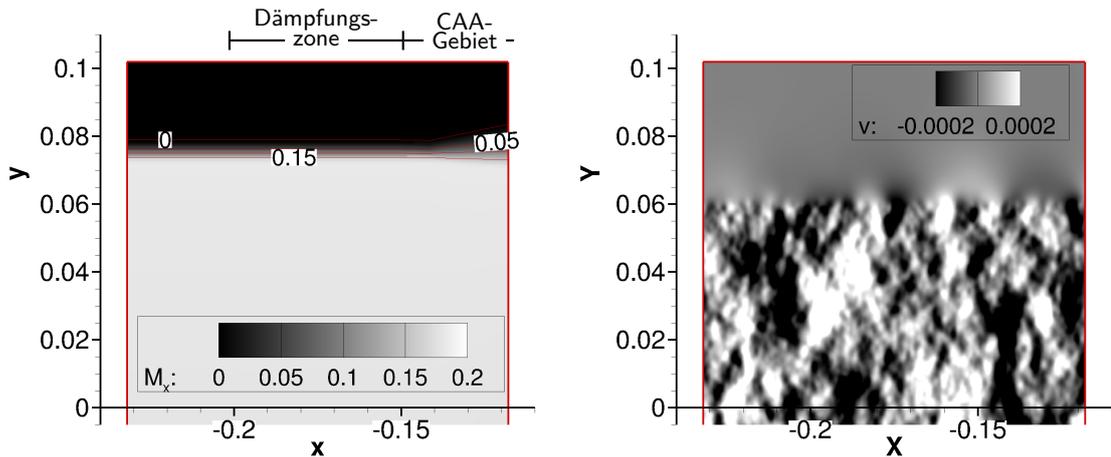


(a) Gesamtes CAA-Gebiet.



(b) Für Sponge-Kopplung überlagert das RPM-Gebiet (grüne Box) die Dämpfungszone. Um hydrodynamische Störungen zu vermeiden, werden die Strömungsgradienten in der Scherschicht vernachlässigt.
 (c) Für die LEE-Relaxationskopplung ist das RPM-Gebiet (grüne Box) innerhalb des Freistrahls platziert. Zusätzliche LEE-Relaxationsgebiete (rote Boxen) dämpfen die Wirbelfluktuationen.

Abb. 40: CAA-Gebiet für den FC1-Testfall. Die axiale Geschwindigkeitskomponente in [m/s] ist in Falschfarben dargestellt, Dämpfungsgebietsränder sind durch weiße Linien gekennzeichnet und die Kreuze markieren die Sensorpostionen.



(a) Axiale MACH-Zahl auf dem RPM-Gebiet. Es ist die obere Hälfte des Freistrahleinlaufs zu sehen. Für $x < -0.15$ m ist die Strömung extrapoliert.
 (b) Instantane laterale Geschwindigkeitsfluktuation v in m/s.

Abb. 41: Details zum verwendeten RPM-Gebiet der Sponge-Kopplung, wobei nur die obere Hälfte des Gebietes gezeigt ist. Die untere Hälfte ist identisch. In Abb. (a) ist die Strömung und in Abb. (b) die Varianz dargestellt. Die Längenskala ist auf dem gesamten Gebiet konstant. Da das RPM-Gebiet über das Sponge-Gebiet hinausragt, ist kein *Fading* notwendig.

Strömung: Da die turbulenten Größen bereits aus der Messung bekannt sind, ist es nicht nötig, diese aus der RANS zu ermitteln. Somit kann die Hintergrundströmung mit einem einfachen Turbulenzmodell ermittelt werden. Die Strömung wird unter Verwendung des MENTER-SST Modells mit SCHWARZ-Korrektur berechnet (III.1.5.1). Die Grenzschicht wird vernachlässigt. Das CAA-Gebiet ist stromauf der Schaufel größer als der Abstand zur Düse. Die Strömung im Fernfeld sowie am Einlass der Düse für $x < -0.150$ m werden extrapoliert, letzteres ist in Abb. 41(a) dargestellt.

RPM-Gebiet: Es wird die in Abschnitt VI.1.2 verwendete Realisierung des VON KÁRMÁN-Spektrums verwendet. Es soll ein Frequenzband von $100 \text{ Hz} \leq f \leq 10 \text{ kHz}$ aufgelöst werden. Um diese Band mit einem VON KÁRMÁN-Spektrum der integralen Längenskala $\Lambda = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$ abzudecken, werden 10 GAUSS-Realisierungen logarithmisch von $l_0 = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m} = \frac{1}{5}\Lambda$ bis $l_9 = 32 \times 10^{-3} \text{ m} = 4\Lambda$ verwendet. Abb. 25 auf Seite 64 zeigt den Vergleich mit der Messung von Envia und Coupland (2014). Die Übereinstimmung ist im gesamten Frequenzband von $100 \text{ Hz} \leq f \leq 10 \text{ kHz}$ gut. Darüber fällt der Pegel schnell ab.

Auflösung: Das RPM-Gebiet wird stromauf der Schaufel platziert, wie durch die grüne Box in Abb. 40 angedeutet. Es wird zum einen die Sponge-Kopplung in Verbindung mit der Radiations-Kopplung betrachtet und zum anderen die LEE-Relaxationskopplung.

Wie in Abb. 40(b) zu sehen, wird die Turbulenz durch eine Sponge-Kopplung in die Dämpfungszone eingekoppelt. Das RPM-Gebiet ragt über die Dämpfungszone hinaus, um Gebietsrandeffekte zu umgehen. Die Auflösung ist so gewählt, dass die kleinste Längenskala $l_0 = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ mit 4 PPL aufgelöst ist, woraus sich eine Gitterauflösung von $\Delta = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ ergibt. Die Varianz ist als konstant angenommen und auf 1 normiert, die turbulente Intensität von 1.7% wird als Skalierungsfaktor über die Parameterdatei vorgegeben. Abb. 41(a) zeigt die axiale Komponente der oberen Hälfte des Strahls. Die Partikel sollen nur innerhalb des Strahls konvektiert werden. Dazu wird die Varianz bei

$|y| > 0.06$ m abrupt auf 0 gesetzt. Das heißt, dass ein Partikel frei konvektiert, während das Nächste quasi nicht existiert. Durch die Filterung nach der Normierung werden die turbulenten Ballen am Rand vollständig und isotrop realisiert, wie in Abb. 41(b) gezeigt. Dadurch wird Störschall vermieden. Die laterale mittlere Strömungskomponente wurde hierzu auf Null gesetzt. Eine robustere Umsetzung ist möglich, wenn die Normierung als Partikeleigenschaft mitgeführt würde, diese Implementierung war zu dem Zeitpunkt dieser Simulation noch nicht verfügbar. Um laterale Gebietsrandeffekte zu vermeiden, ist der Rand 0.04 m weit vom Sprung weg. Das entspricht dem Erfahrungswert von mindestens einer Längenskala l_9 . Für die axiale Ausdehnung sollte die größte Längenskala l_9 zweimal in die Kopplungszone passen, um die Energie vollständig einkoppeln zu können. Zusätzlich überlappt das RPM-Gebiet die Kopplungszone, um auch hier Gebietsrandeffekte, erzeugt durch den PURSER-Filter, zu vermeiden. Aus diesen Überlegungen resultiert eine RPM-Gebietsgröße und Varianzverteilung, wie sie in Abb. 41 zu sehen ist. Das Gitter misst 285 x 535 Punkte und verwendet 800 000 Partikel.

Die Simulation mit LEE-Relaxationskopplung in Abb. 40(c) wurde erst später hinzugefügt und neu gewonnene Erkenntnisse angewendet. Die Gitterauflösung wird identisch zum Sponge-Fall gewählt, allerdings wird die kleinste Längenskala nun um einen Faktor zwei kleiner gewählt, $l_0 = 0.8 \times 10^{-3}$ m, und nur mit 2 PPL aufgelöst. Dadurch wird die Realisierung des VON KÁRMÁN-Spektrums bei der oberen Grenzfrequenz verbessert. Es wird der YOUNG-VAN-VLIET-Filter verwendet, wodurch die laterale Ausdehnung des RPM-Gebietes der tatsächlichen Breite des Strahls ohne zusätzliche Pufferbereiche entspricht. Das RPM-Gebiet ist in Abb. 40(c) als grüne Box markiert. Die Varianz und Längenskala sind konstant auf dem gesamten Gebiet; der Relaxationsparameter ist mit 7 Zellen *Fading* stromauf und stromab versehen. Dieses Gitter misst 274 x 314 Punkte und verwendet 430 000 Partikel. Zusätzlich werden drei LEE-Relaxationsgebiete (rote Boxen in Abb. 40(c)) mit jeweils 7 x 7 Punkten verwendet, um wirbelbehaftete Anteile geräuschfrei aus dem CAA-Gebiet zu entfernen. Für alle drei Gebiete wurde der Relaxationsparameter zu $\sigma = 7.3 \times 10^{-5}$ entsprechend der maximalen Gitter-REYNOLDS-Zahl $Re_\Delta = 1$ in Gl. (34) berechnet und nicht weiter variiert. Für das einkoppelnde RPM-Gebiet wurde der Relaxationsparameter variiert und bei Gitter-REYNOLDS-Zahl $Re_\Delta = 0.1$ belassen, so dass die Simulation stabil läuft, ohne die Zeitschrittweite verändern zu müssen.

CAA-Gebiet: Das CAA-Gitter ist mit derselben Topologie erzeugt wie in Abschnitt VI.3.2. Im Fernfeld bei einem Abstand von 1.2 m ist eine Abstrahlung im Winkel von 50° bis 135° zu realisieren. Dazu werden die kleinen Zellen im Nahfeld zur Auflösung der Turbulenz so gestreckt, dass sie im Fernfeld nur die Akustik auflösen. Die Auflösung ist wie folgt:

Im Nahfeld müssen die turbulenten Größen aufgelöst werden. Dazu wird die Auflösung des RPM-Gebietes übernommen.

Die Scherschicht ist mit derselben Anzahl an Zellen aufgelöst wie das Nahfeld.

Das Fernfeld löst die akustischen Wellen der höchsten Frequenz mit 10 PPW auf. Zwischen Scherschicht und Fernfeld wird eine Gitterstreckung von maximal 10% verwendet. Durch die verwendete Topologie ist auch im Fernfeld das Seitenverhältnis unter 3.

Die Grenzschicht auf der Schaufel wird in dieser Simulation vernachlässigt und nicht aufgelöst, da sie nicht wesentlich zur Schallentstehung beiträgt.

Die Zeitschrittweite erfüllt die CFL-Bedingung und ist auf $\Delta_t = 2.9 \times 10^{-7}$ s gesetzt. Es werden Dämpfungssplots an Vorder- und Hinterkante angewendet, um die Simulationen zu stabilisieren.

Randbedingungen: Es werden Radiations- und Auslassrandbedingungen verwendet mit dem Referenzpunkt im Koordinatenursprung. Zusätzlich dazu werden Sponge-Gebiet am Rand des CAA-Gitters mit einer Tiefe von mindestens $2 \times l_0$ angewendet. Die verschiedenen Tiefen an den unterschiedlichen Rändern resultieren aus dem Umstand, dass im Spongegebiet auf Gitterstreckung verzichtet wird.

3.3.3 Berücksichtigung der Scherschicht

In der Simulation mit Sponge-Kopplung wird die Scherschicht vernachlässigt, da sie zu massiven konvektiven Druckstörungen führt, die die eigentlichen Simulationsergebnisse unbrauchbar machen. In einem Gittertest mit 3 Wirbeln verschiedener Größe als Anfangsbedingung wurde ersichtlich, dass zwar die Reflektionen an den nichtreflektierenden Randbedingungen vernachlässigbar sind, sich aber ein konvektives Druckfeld in der Scherschicht bildet. Die in Abschnitt III.4.1 angegebene Abschätzung zum Einfluss der Vernachlässigung der Strömungsgradienten resultiert hier für den Frequenzbereich von 100 Hz bis 10 kHz, einer Scherschichtdicke $\delta > 0.01$ m und einer charakteristischen mittleren Scherschichtwirbelstärke von $\omega_0 < 6000$ /s in einen typischen STROUHAL-Zahlbereich von $St_{100\text{Hz}} > 1.7 \times 10^{-2}$ und $St_{10\text{kHz}} > 1.7$. Es sind Abweichungen für tiefe und mittlere Frequenzen zu erwarten. Es ist zu betonen, dass nur die Strömungsgradienten vernachlässigt werden, nicht aber die lokalen Geschwindigkeiten. Somit ist die Scherschicht selbst zwar nicht berücksichtigt, aber die Veränderung der Hintergrundströmung zwischen Strahl und Umgebung.

In der Simulation mit LEE-Relaxationskopplung werden zusätzliche Gebiete verwendet, die die wirbelbehafteten Anteile aus dem CAA-Gebiet filtern. Dadurch treten keine wirbelinduzierten Druckstörungen in der Scherschicht auf und es können die Strömungsgradienten in der Scherschicht berücksichtigt werden.

3.3.4 Ergebnis

Die endgültige Simulation lief 300 000 Zeitschritte, was einer Abtastdauer von $T = 0.09$ s entspricht. Jeder 80te Zeitschritt wurde abgetastet und die ersten 300 Samples vernachlässigt. Das Spektrum wurde mit 18 Fenstern und einer Frequenzauflösung von $\Delta f = 83.1$ Hz ermittelt. Es wird die DIESTE-Korrektur verwendet (II.3.3). Auf eine Scherschichtkorrektur für die Sponge-Kopplungssimulation wurde verzichtet, da bei einer Strömungsgeschwindigkeit von 60 m/s Unterschiede kleiner als 1 dB zu erwarten waren, wie aus der Scherschichtkorrektur in Tab. VI.1 auf Seite 79 hervorgeht.

Validierung der CFD-Simulation: Die zeitgemittelten Oberflächendruckkoeffizienten der CFD-Simulation und der Messung sind in Abb. 42 verglichen. Es ist eine gute Übereinstimmung festzustellen, wobei ein konstanter Versatz in der Simulation besteht. Dies ist auf die Vernachlässigung der Grenzschicht, wodurch die Druckverluste reduziert werden, und den q3D-Ansatz in der Simulation zurückzuführen.

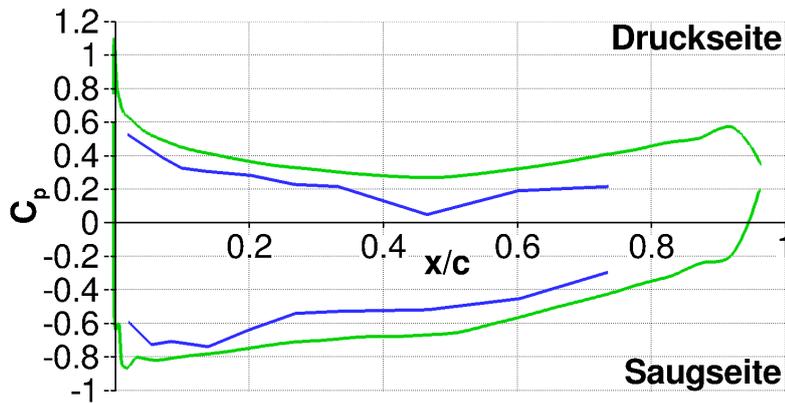


Abb. 42: Zeitgemittelter Oberflächendruckkoeffizient c_p aus der CFD-Simulation (grüne Linien) wird verglichen mit der Vorgabe (blaue Linien) von Coupland (2014).

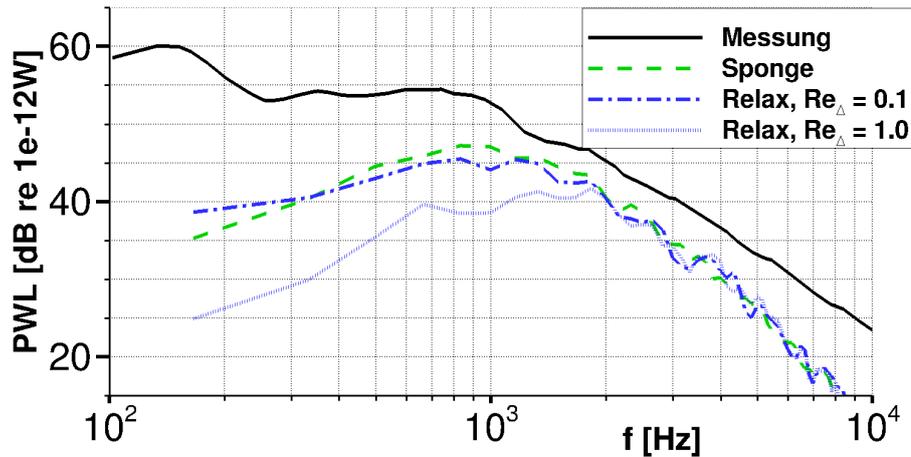


Abb. 43: Gesamtschalleistung ermittelt mit Gl. (115) und verglichen mit der Messung von Enviva und Coupland (2014).

Abgestrahlte Gesamtschalleistung: In Abb. 43 ist die Gesamtschalleistung gemäß der Formel (Coupland, 2014, Gl. (1))

$$PWL(f) = 10 \log_{10} \left(\frac{Lr\Delta\theta}{\rho_0 c_0 W_0} \sum_{i=1}^N S_{pp,i}(f) \right), \quad (115)$$

dargestellt mit der Spannweite $L = 0.45$ m, dem Abstand zum Mikrofonrechen $r = 1.2$ m, dem Abstand der Mikrophone $\Delta\theta = 5^\circ$, der Strömungsdichte $\rho_0 = 1.2$ kg/m³, der Schallgeschwindigkeit $c_0 = 340$ m/s, der Referenzleistung $W_0 = 1 \times 10^{-12}$ W, dem quadratischen Mittel der Druckfluktuation $S_{pp,i}$ zum Mikrofon i und der Anzahl der Mikrophone N .

Es zeigt sich für die Ergebnisse der Sponge-Kopplung und der LEE-Relaxationskopplung mit $Re_\Delta = 0.1$ eine Unterschätzung der Messung. Der verwertbare Bereich der Messung wird bei Hainaut et al. (2015) zwischen 1024 Hz und 5600 Hz angegeben. In diesem Bereich ist die Vorhersage bis zu 5 dB unterhalb der Messung. Dieser Trend wurde aber auch von den anderen Teilnehmern im Workshop vorhergesagt. Der Unterschied zwischen LEE-Relaxationskopplung und Sponge-Kopplung kann aus der unterschiedlichen Berücksichtigung der Scherschicht erklärt werden. Es werden zusätzlich die Ergebnisse der LEE-Relaxationskopplung mit $Re_\Delta = 1$ gezeigt, um zu veranschaulichen, wie durch den zu klein gewählten Relaxationsparameter die tieffrequenten Anteile des Spektrums durch die Kopplung verloren gehen.

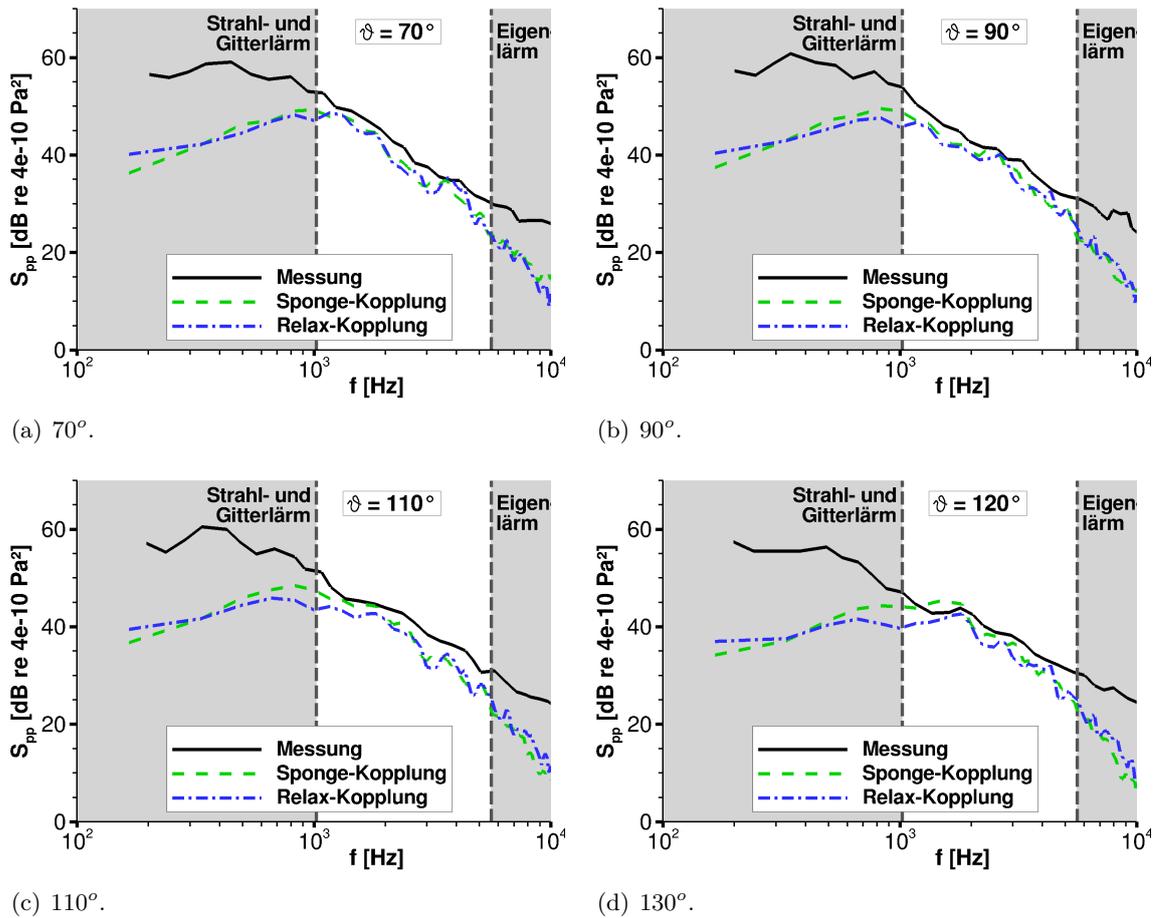
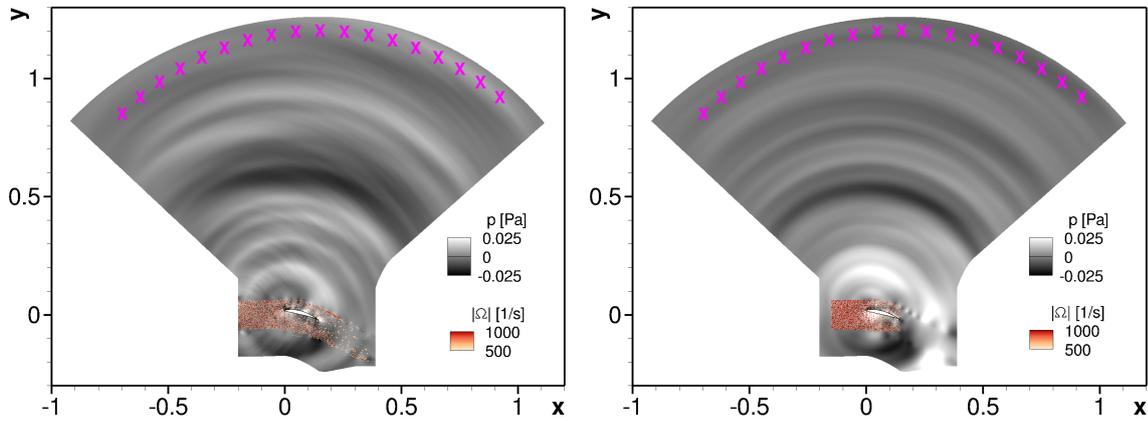


Abb. 44: Die Autospektren des abgestrahlten Schalldruckes der Simulationen mit Sponge-Kopplung und LEE-Relaxationskopplung mit $Re_\Delta = 0.1$ sind für verschiedene Abstrahlwinkel den Messungen von Paruchuri (Hainaut et al., 2015) gegenübergestellt.

Fernfelddruck: Für den Workshop wurden ausschließlich die abgestrahlten Leistungsspektren verglichen. Ein genauerer Einblick in die Übereinstimmung ist durch die Messdaten des ISVR-Prüfstandes, aufgenommen von Paruchuri und veröffentlicht in (Hainaut et al., 2015), möglich. Für verschiedene Abstrahlwinkel sind die Autospektren des Druckes bei einem Abstand von 1.2 m in Abb. 44 dargestellt.

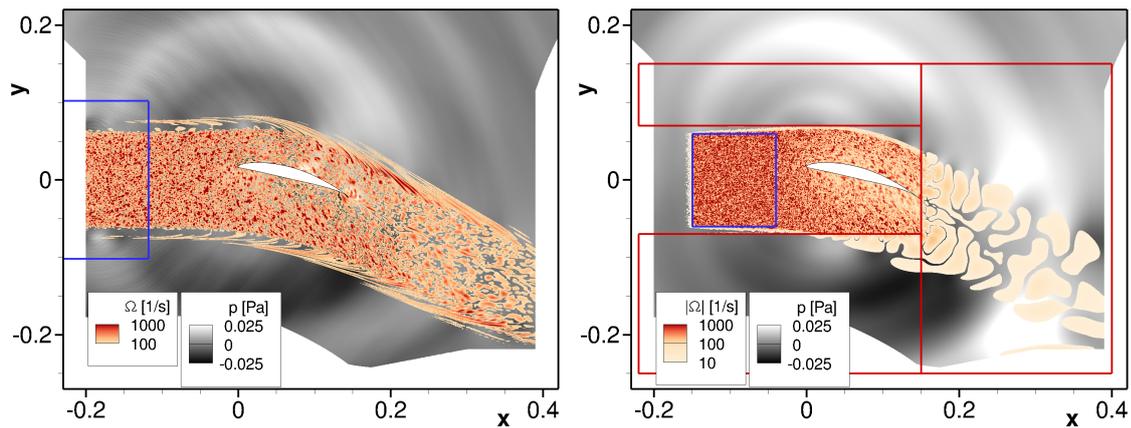
Der verwertbare Bereich der Messung wird bei Hainaut et al. (2015) zwischen 1024 Hz und 5600 Hz angegeben. Darunter dominieren die Strahl- und Gittergeräusche und darüber dominiert das Eigengeräusch der Schaufel. In dem betrachteten Fenster wird der Trend durch die Simulationen gut wiedergegeben. Die Pegel weichen bis zu 5 dB von den Messungen ab, wobei die Simulation die Messung stets unterschätzt. Im Gegensatz zur Simulation mit LEE-Relaxationskopplung berücksichtigt die Simulation mit Sponge-Kopplung die Scherschicht nicht. Beide Simulationen sind aber quasi deckungsgleich. Daraus lässt sich schließen, dass die Vernachlässigung der Strömungsgradienten für diese Strömungsgeschwindigkeit legitim ist.

In Abb. 45 werden die instantanen Aufnahmen der beiden Simulationen verglichen. In Abb. (a) und (b) sind für die Sponge-Kopplung und die LEE-Relaxationskopplung das gesamte Simulationsgebiet gezeigt, wobei in schwarz-weiß die Druck- und in orange-rot die Wirbelstärkefluktuationen dargestellt sind. Abb. (c) und (d) zeigen jeweils eine Detailaufnahme der Turbulenz um die Schaufel. Die jeweils verwendeten RPM-Gebiete sind blau markiert.



(a) Simulation mit Sponge-Kopplung.

(b) Simulation mit LEE-Relaxationskopplung.



(c) Detailansicht von Abb. (a). Die Skala der Wirbelstärkefluktuation wurde verändert, um weitere Details sichtbar zu machen.

(d) Detailansicht von Abb. (b). Die Skala der Wirbelstärkefluktuation wurde verändert. Die roten Boxen zeigen die Ausdehnung der Gebiete, die wirbelbehaftete Anteile filtern.

Abb. 45: Instantane Aufnahmen der beiden Simulationen. Die instantane Druckfluktuation in schwarz-weißer Sequenz ist durch den Betrag der instantanen Wirbelstärkefluktuation $|\Omega|$ in orange-roter Sequenz überlagert. Letztere ist beim unteren Limit der Skala abgeschnitten. Der Eindruck einer unterschiedlichen Quellstärke zwischen den RPM-Gebieten resultiert daraus, dass die kleinste Längenskala mit der LEE-Relaxationskopplung zweimal kleiner ist. Die Mikrofonpositionen im Fernfeld (magenta) und die verwendeten RPM-Gebiete (blau) sind angedeutet.

Für die Simulation mit Sponge-Kopplung in Abb. (a) und (c) sind Störquellen an der Einkopplungsebene auszumachen, die ein hochfrequentes Rauschen in das Fernfeld abstrahlen. Am Rand des Wirbelfeldes verzerrt die Scherschicht die isotropen Wirbel, dieser Effekt erzeugt in dieser Simulation aber keine hydrodynamischen Druckfluktuationen, da die Strömungsgradienten in den Gebieten der Scherschicht vernachlässigt werden. Dass stromab der Schaufel die kleinskalige Turbulenz verschwindet, liegt an den anwachsenden Zellgrößen. Durch die Verwendung der LEE-Relaxationskopplung in Kombination mit dem YOUNG-VAN-VLIET-Filter ist eine störungsfreie Einkopplung möglich. Für die Simulation mit LEE-Relaxationskopplung ist die Turbulenz kleinskaliger, als bei der Sponge-Kopplung. Das liegt daran, dass l_0 um einen Faktor zwei kleiner gewählt wurde. Die drei zusätzlichen LEE-Relaxationsgebiete (rote Boxen in Abb. (d)) führen dazu, dass die Turbulenz störungsfrei aus dem CAA-Gebiet gefiltert werden kann. Somit werden in der Scherschicht die hydrodynamischen Druckstörungen unterdrückt, ohne die Strömungsgradienten zu vernachlässigen. Damit können in dieser Simulation die Brechungseffekte der akustischen Welle an der Scherschicht besser abgebildet werden. *Haystacking* (siehe Fußnote 2 auf S. 33) wurde allerdings nicht berücksichtigt. Leichte konvektive Druckstörungen sind dennoch am oberen Rand des Wirbelfeldes bei $\mathbf{x} \approx [0.2 \text{ m}, 0.0 \text{ m}]$ auszumachen. Bei einer Simulation ohne diese zusätzlichen LEE-Relaxationsgebiete werden diese konvektiven Anteile in Amplitude und Ausdehnung so groß, dass die Ausströmrandbedingung versagt und sie Störschall generieren, der das gesamte Nahfeld überlagert.

4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde zu erst die numerische Realisierung der Geschwindigkeitsspektren demonstriert. Die stochastische Turbulenzrealisierung (III.3) erzeugt das gewünschte isotrope GAUSS-Spektrum. Durch die Superposition von einer geringe Anzahl an analytisch gewichteten GAUSS-Realisierungen kann das VON KÁRMÁN-Spektrum erfolgreich nachgebildet werden. Im zweiten Schritt wurde das hybride Verfahren (III) gegen eine analytische Lösung für Turbulenz-Platte-Interaktion verifiziert. Die Prozesskette wurde zuerst mit einer harmonischen Quelle untersucht, um zu zeigen, dass die verwendeten Kopplungsverfahren unabhängig von der Turbulenzsynthetisierung funktionieren. Danach wurde die Turbulenzsynthetisierung durch das RPM-Verfahren verwendet und eine Übereinstimmung mit der analytischen Lösung festgestellt. Im letzten Teil dieses Kapitels wurde das Verfahren an zwei Messungen von isolierten Schaufeln validiert.

VII Validierung und Anwendung für zyklotionäre Strömung

Die Erweiterung des RPM-Verfahrens auf Fans soll im Folgenden angewendet werden. Es wird das Vorgehen für stationäre Turbulenz gegen Messungen am SDT-Fan verglichen und an dem DLR-UHBR-Fan werden die unterschiedlichen Ansätze zur Berücksichtigung der Zyklotionarität untersucht.

Das vorgestellte Verfahren wurde chronologisch erst am UHBR-Fan angewendet. Auf Lücken in dessen Setup, die im RC2-Fall später behoben werden konnten, wird an entsprechender Stelle besonders hingewiesen.

1 Testkonfigurationen

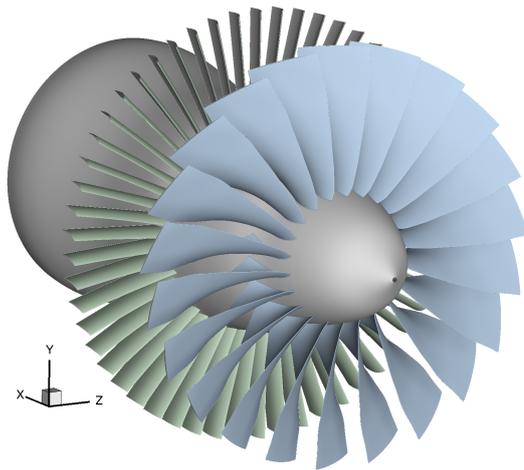
1.1 Realistic Test Case 2

Das vorgestellte Verfahren wird am "Realistic Test Case 2" (RC2) des Fanbreitbandlärmbenchmark-Workshops 2015 (Envia und Coupland, 2015) validiert. Der Workshop wurde dazu konzipiert, die verschiedenen analytischen und numerischen Verfahren zu Fanbreitbandlärnvorhersage mit Messdaten und miteinander zu vergleichen und eventuelle Defizite der Verfahren aufzudecken. Wie schon bei dem Workshop von 2014 sollte eine blinde Vorhersage erfolgen.

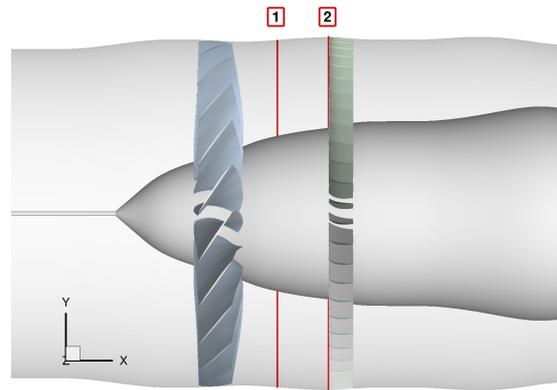
Der RC2 ist hier von besonderer Bedeutung, da er die Anwendung an einer realistischen Fanstufe ermöglicht. Da der Stator ausgebaut werden kann, kann der Rotoreigenlärm aus der Messung herausgerechnet werden. So ist ein Vergleich der Vorhersage des Rotor-Stator-Interaktionslärms mit Messungen möglich.

Die Geometrie und die aerodynamischen Eingangsparameter sind vorgegeben. Die Strömung zwischen Rotorvorderkante und Statorhinterkante ist nicht gegeben.

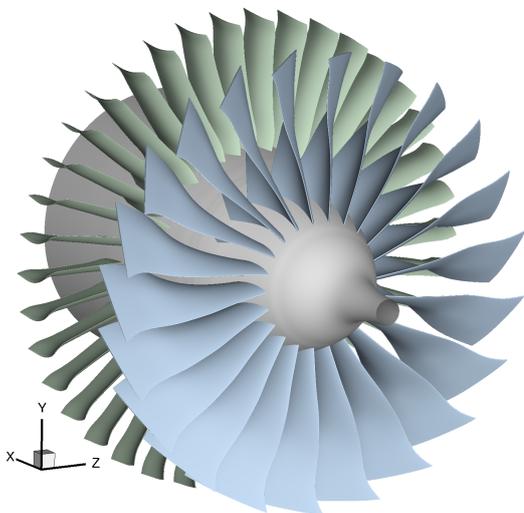
Prüfstandsbeschreibung: Der Prüfstand ist der Source Diagnostic Test (SDT) Fan, der im NASA Low-Speed Acoustic Wind Tunnel betrieben wird. NASA hat bereits früher Untersuchungen an diesem Prüfstand unternommen, siehe dazu z.B. Woodward et al. (2002). Der Fan ist in Abb. 46(a) gezeigt und ein Schnittbild in Abb. 46(b). An den Messsebenen 1 und 2 sind die mittleren Strömungs- und die Schwankungsgeschwindigkeiten durch Hitzdrahtmessungen bestimmt worden und von Envia und Coupland (2015) gegeben. Sie wurden bereits in Abb. 18 auf Seite 54 gezeigt. Der Fan besteht aus 22 Rotor- und 54 Statorschaufeln. Als Betriebspunkt ist der Anflugreferenzpunkt (*approach*) gewählt worden. Die relevanten Fancharakteristiken sind in Tab. VII.1 und die verwendeten Randbedingungen für die Simulation in Tab. VII.2 aufgelistet.



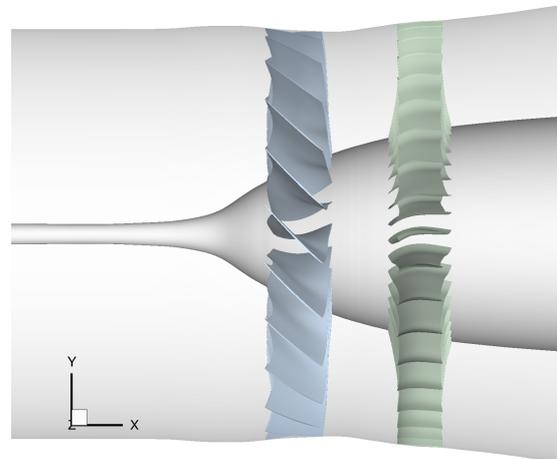
(a) 3D-Darstellung des NASA SDT-Fans



(b) Schnittbild des NASA SDT-Fans. Die Messebenen 1 und 2 sind eingetragen.



(c) 3D-Darstellung des UHBR-Fans



(d) Schnittbild des UHBR-Fans

Abb. 46: Aus dem jeweiligen CFD-Gitter erzeugte 3D-Darstellung und Schnittbilder der untersuchten Fans. Der Bereich stromauf des *Spinners* ist eigentlich ein Hohlrohr. Um das Gitter einfach zu halten, wird dies aber in der CFD-Simulation vernachlässigt.

1.2 UHBR-Fan

Um den Treibstoffverbrauch zu reduzieren und die Schallemission zu reduzieren, werden Turbofans mit ultra-hohem Nebenstromverhältnis (*ultra-high-bypass ratio* - UHBR) entwickelt. In der Abteilung Fan und Verdichter des DLR-Instituts Antriebstechnik existiert ein solcher UHBR-Fan mit einem Bypass-Ratio von 12 (Kaplan et al., 2006). Der Fan ist in Abb. 46(c)-(d) gezeigt. Die vorliegende Untersuchung wurde an dieser Geometrie durchgeführt, da sie einer realistischen Turbomaschine entspricht. Neben der Geometrie liegen bereits URANS-Simulationen für den Betriebspunkt *Approach* in hoher Qualität von Weckmüller et al. (2009a) vor. Die relevanten Charakteristiken des Fans sind in Tab. VII.1 und die verwendeten Randbedingungen für die Simulation in Tab. VII.2 aufgelistet.

Tab. VII.1: Fancharakteristiken der beiden Fangeometrien

| | RC2-Fan | UHBR-Fan |
|---|---------|----------|
| Fandurchmesser | 0.56 m | 0.8 m |
| Rotorblattanzahl N_B | 22 | 22 |
| Statorblattanzahl N_V | 54 | 38 |
| <i>Design</i> | | |
| Fan-Druckverhältnis II | 1.48 | 1.38 |
| Axiale MACH-Zahl M_x in der Rotorebene | 0.59 | 0.63 |
| Relative Rotorblattspitzen-MACH-Zahl $M_{\text{tip,rel}}$ | 1.39 | 1.13 |
| <i>Approach</i> | | |
| Fan-Druckverhältnis II | 1.15 | 1.05 |
| Axiale MACH-Zahl M_x in der Rotorebene | 0.31 | 0.25 |
| Relative Rotorblattspitzen-MACH-Zahl $M_{\text{tip,rel}}$ | 0.8 | 0.47 |

Tab. VII.2: Randbedingungen für den Betriebspunkt *Approach* der beiden Fangeometrien. Alle Werte sind bei 50% Kanalhöhe aus der Simulation extrahiert mit Ausnahme der turbulenten Eigenschaften zur Rotor-Stator-Interaktion-Simulation (RSI) des RC2-Fans, hier werden direkt die Werte aus der Hitzdrahtmessung an der Messebene 2 (Statorvorderkante) verwendet.

| | | RC2-Fan | UHBR-Fan |
|------------------|---------------------------------------|--------------------------------|--|
| Für RANS-Einlass | Drehgeschwindigkeit n_{RPM} | 7808 rpm | 3187 rpm |
| | Massenstrom \dot{m} | 26.92 kg/s | 47.33 kg/s |
| | Totaldruck p_t | 101 332.5 Pa | 101 325 Pa |
| | Totaltemperatur T_t | 288.16 K | 288.15 K |
| | MACH-Zahl M_I | 0.312 | 0.22 |
| | TKE $k_{t,I}$ | $0.11 \text{ m}^2/\text{s}^2$ | $2.94 \text{ m}^2/\text{s}^2$ |
| | TLS Λ_I | $1.3 \times 10^{-3} \text{ m}$ | $4.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ |
| Für RSI | TKE k_t | $32.57 \text{ m}^2/\text{s}^2$ | $9.24 \text{ m}^2/\text{s}^2$ |
| | TLS Λ | $5.1 \times 10^{-3} \text{ m}$ | $3.3 \times 10^{-3} \text{ m}$, $(l_p = 6.9 \times 10^{-4} \text{ m})^1$ |
| q3D | Rotorblattabstand ² s_B | 0.055 m | 0.0981 m |
| | Statorblattabstand ² s_V | 0.024 m | 0.059 m |
| | Statorsehnenlänge c | 0.039 m | 0.081 m |
| | Statorsolidity c/s | 1.63 | 1.37 |

2 RC2-Fan

Das Verfahren wird zunächst an Messungen am RC2-Fan validiert, bevor der Einfluss der Zyklostationarität am UHBR-Fan eingehend untersucht wird.

2.1 Vorgehen

Während die RANS-Simulation mit jeweils einem Rotor und einem Stator-Segment durchgeführt wird, wird die CAA-Simulation in einer 2D-Kaskade durchgeführt. Es ist prinzipiell auch eine 3D-CAA-Simulation möglich, allerdings liegt der Fokus dieser Untersuchungen in der Berücksichtigung von Zyklostationarität. Dafür ist eine schnelle Simulation von Vorteil,

¹In der Untersuchung am UHBR-Fan wird die Pseudolängenskala l_p verwendet, nicht die integrale Längenskala Λ .

²An der radialen Position der Mischungsebene des q3D-Gitters.

Tab. VII.3: Zusammenfassung der simulierten Konfigurationen des RC2-Fans. Die Abkürzungen sind in Abschnitt V.4.3 erklärt.

| Variante | | # | Veränderliche Grundströmung | Veränderliche TKE | Veränderliche TLS | Anmerkungen |
|--------------------------|--------------------------|-------|--------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|---|
| RC2-Fan volle Kaskade | C-CC | 54-1a | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | |
| | C-CC | 54-1b | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Berücksichtigung der Grenzschicht |
| | C-PC (Rotorbezugssystem) | 54-4 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> * | *TLS konstant entsprechend der Messung |

um Parametervariationen durchführen zu können. Die Erzeugung der RANS-Simulation wurde bereits in Abschnitt III.1.5.2 beschrieben und die Extraktion der Strömung für die 2D-CAA in Abschnitt V.3.1.

(U)RANS-Simulation: Die 3D-RANS-Simulation wurde auf einem Gitter mit 3.14 Millionen Zellen für das Rotorsystem und 3.06 Millionen Zellen für das Statorsystem durchgeführt. Eine URANS-Simulation des RC2-Fans wird hier nicht benötigt, da keine Konfiguration mit periodischer Hintergrundströmung geplant war. Aus der 3D-RANS-Simulation wurde daher direkt auf das CAA-Gitter interpoliert. Für die CAA werden zwei RANS-Hintergrundströmungen mit und ohne Grenzschicht untersucht.

2.1.1 Umgesetzte Konfigurationen

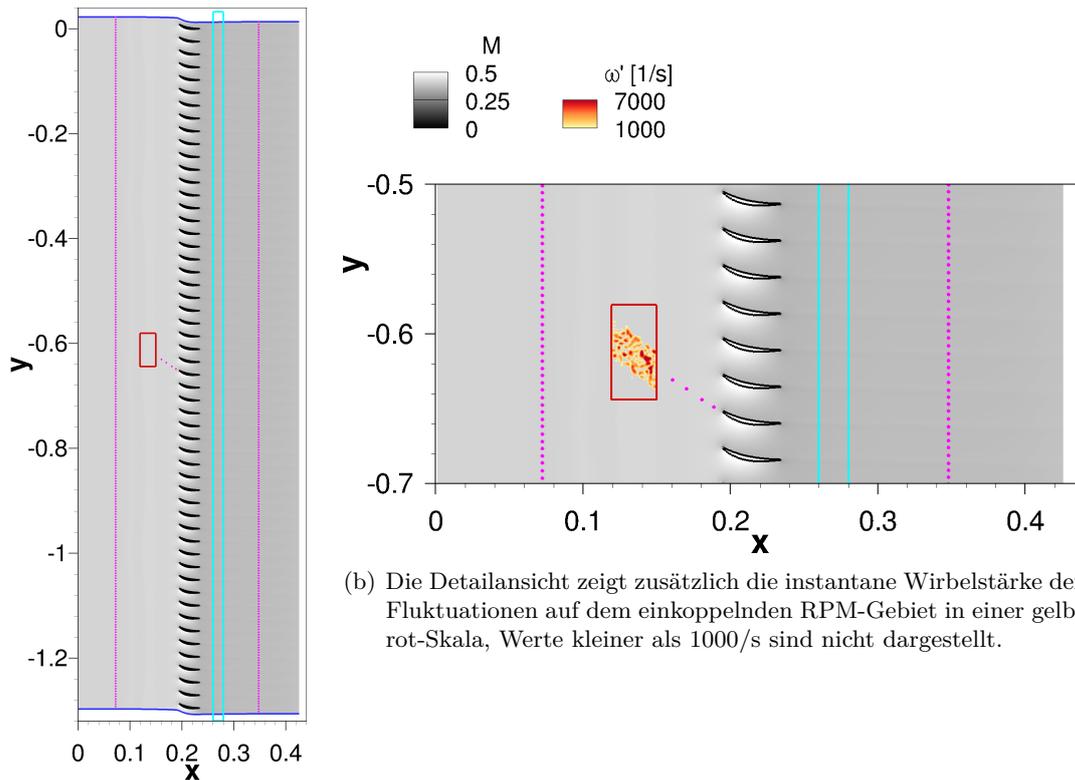
Für den RC2-Fan wurden drei Konfigurationen simuliert. Eine Übersicht ist in Tab. VII.3 gegeben. Alle Konfigurationen wurden mit 54 Statorschaufeln durchgeführt

Die Konfigurationen #54-1a und #54-1b verwenden eine konstante Hintergrundströmung und konstante Turbulenzstatistiken. Die Konfiguration #54-1b berücksichtigt die Grenzschicht an den Schaufeln.

Die Simulationen #54-4 verwendet den Ansatz eines bewegten RPM-Gebiets (V.4.3.2) und realisiert den Ansatz in Abb. 21(a) auf Seite 61. Dabei sind im Rotorbezugssystem alle Größen zeitlich konstant. Die TKE ist örtlich variabel realisiert, wohingegen die Hintergrundströmung durch Umfangsmittelung örtlich konstant umgesetzt wurde. Auch die TLS wird als örtlich konstant angenommen und direkt aus der Messung verwendet.

2.1.2 CAA-Gittererzeugung

Wie in Abschnitt V.3.1 beschrieben, wird die 3D-Geometrie an einem Mittelschnitt bei 50%-Kanalhöhe durch Stromröhrentransformation in eine 2D-Kaskade transformiert. In dieser Untersuchung weist der Stator eine *Solidity* über 1 auf, so dass der Einfluss der Kaskade (*blade-to-blade interaction*) nicht a priori vernachlässigt werden kann. Somit müssen benachbarte Schaufeln berücksichtigt werden. Um das zu erreichen, müssen alle Schaufeln in der Kaskade mit einer periodischen Randbedingung an den zwei lateralen Gebietsrändern gleichzeitig berechnet werden.



(a) Konfiguration der vollen Kaskade mit 54 Statorschaufeln (1.3 Millionen Knoten). Die blauen Linien oben und unten markieren die periodischen Ränder.

Abb. 47: RC2-Fan-Setup des CAA-Gebietes – die rote und cyane Box zeigen die Position der RPM-Gebiete und schwarze Linien markieren die Schaufeln. In Magenta sind die Mikrophone markiert, die direkt am Rand der Dämpfungszone platziert sind. Der Betrag der MACH-Zahl ist in einer Grau-Skala dargestellt.

Am Eintritt und Austritt ist das Rechengebiet durch Abstrahl- und Ausströmrandbedingung beschränkt. Die Schaufeloberflächen sind mit Hilfe adiabater *Slip*-Randbedingungen definiert.

Das CAA-Gebiet ist in Abb. 47(a) für die gesamte Kaskade mit 54 Schaufeln dargestellt. Die Gitter wurden so gestaltet, dass sie für das von der CAA verwendete Finite-Differenzen-Verfahren hoher Ordnung geeignet sind. Das heißt, die Gitterstreckung ist $<10\%$, die Seitenverhältnisse <2 und die Scherung so klein wie möglich in fast allen Punkten des Gitters (außer direkt an singulären Knoten). Die Grenzschicht wurde, bis auf für Konfiguration #54-1b, bereits in der RANS-Simulation vernachlässigt (III.4.1).

Das RPM-Gebiet ist in Abb. 47(a), (b) durch die rote Box markiert. Es ist so dimensioniert, dass es Turbulenz in nur einer Statorpassage generiert, die anderen Schaufeln der Kaskade dienen nur der Berücksichtigung der rein akustischen Effekte. Unter der Annahme, dass die Quellen zur Schallentstehung an verschiedenen Schaufeln unkorreliert sind, kann das Schalleistungsspektrum aller Schaufeln durch Multiplikation mit der Anzahl der Schaufeln bestimmt werden.

Die Zellgröße wird anhand der kleinsten akustischen Wellenlänge λ und der integralen Längenskala Λ bestimmt. Die CAA-Gitter sollen akustische Wellen bis zu einer Frequenz von $f = 20$ kHz mit mindestens 10 Punkten pro Wellenlänge (PPW) ausbreiten. Dazu wird folgende Gitterauflösung verwendet: $\Delta_f \leq \frac{\lambda}{\text{PPW}} = 17 \times 10^{-3}$ m.

Zwischen der Position des RPM-Gebietes und der Statorschaufel sind die turbulenten

Strukturen mit 4 PPL für die kleinste Längenskala l_0 aufgelöst bei Realisierung eines VON KÁRMÁN-Spektrums, siehe nächster Abschnitt. Daraus ergibt sich ein Gitter mit 24 000 Punkten pro Schaufel, also für die ganze Kaskade 1.3 Millionen Punkte. Für die Simulation mit Grenzschicht wird kein neues CAA-Gitter generiert.

Die magentafarbenen Punkte in Abb. 47(a) markieren die Position der Mikrophone. Sie sind 3.5 Sehnenlängen von der Schaufel entfernt und befinden sich gerade außerhalb der Dämpfungszone. Für jede Schaufelpassage wurden je 5 Mikrophone stromauf und stromab platziert.

Die Dämpfungszonen stromauf und stromab verwenden eine Dämpfungsstärke von $\sigma = 10$ und eine Tiefe von 30 Zellen. Es wird eine Schaufel im Zentrum des CAA-Gebietes ange-regt, um der in Abb. 10 auf Seite 30 gezeigten Problematik der Abstrahlrandbedingung zu entgehen.

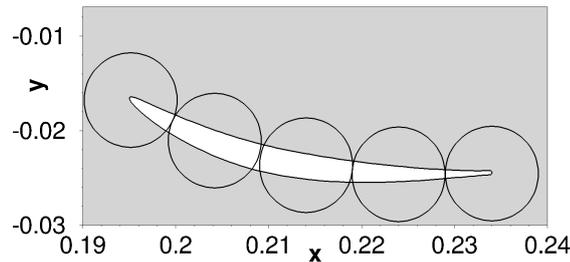


Abb. 48: Verteilung der Dämpfungssspots entlang der Schaufel

Es wird eine globale selektive Dämpfung mit Dämpfungsstärke $\sigma = 5 \times 10^{-2}$ angewendet. Wie in Abb. 48 gezeigt, werden 5 Dämpfungssspots (III.2.4) konstanter Stärke pro Schaufel definiert.

2.1.3 RPM-Gebiet

Es wird für alle Konfigurationen auf die LEE-Relaxationskopplung zurückgegriffen. Der Relaxationsparameter wurde durch Variation an die Stabilitätsgrenze angenähert, ohne den Zeitschritt zu verändern. Daraus ergibt sich $\sigma = 2.7 \times 10^{-4}$. Ein sinusförmiges *Fading* des Relaxationsparameters wird für die ersten 6 Zellen in axialer Richtung angewendet. Das RPM-Gebiet befindet sich eine Sehnenlänge stromauf der Statorvorderkante. Die Ausdehnung in Umfangsrichtung misst einen Statorabstand für die Konfigurationen mit RPM-Gebiet im Statorbezugssystem und einen Rotorabstand für das mitbewegte RPM-Gebiet. Um die Turbulenz an der Gebietsgrenze ungestört zu erzeugen, wird die Ausdehnung um zwei integrale Längenskalen erweitert.

Die integrale Längenskala wird aus der Messung von Envia und Coupland (2015) konstant auf dem RPM-Gebiet als $\Lambda = 5.1 \times 10^{-3}$ m vorgegeben. Dies wurde aus der Hitzdrahtmessung an der Messebene 2 bei 50% Kanalhöhe entnommen, siehe hierzu Abb. 18 auf Seite 54. Diese Messebene befindet sich in unmittelbarer Nähe zur Statorvorderkante. Die turbulenten Eigenschaften sind durch Anpassung eines VON KÁRMÁN-Spektrums mit den spektralen Daten aus der Hitzdrahtmessung erfolgt. Somit wird auch hier ein VON KÁRMÁN-Spektrum simuliert. Das Vorgehen ist dabei identisch zu dem Vorgehen in Abschnitt VI.1.2. Es wird eine Simulation mit 6 GAUSS-Realisierungen verwendet, wobei der kleinsten Längenskala $l_0 = 0.5\Lambda$ und die größte $l_5 = 4\Lambda$ gewählt wird, um den geforderten Frequenzraum aufzulösen. Für die Konfiguration #54-1 ist die TKE konstant aus der Messung gegeben: $u_t = 4.66$ m/s, also $k_t = 32.57$ m²/s². Für die andere Konfiguration

wird die TKE aus dem Rotorsystem nahe der Mischungsebene extrahiert. Damit ist ein gewisser Fehler verbunden, da die TKE zwischen Mischungsebene und Statorvorderkante abnimmt. Die flussgemittelte TKE an dieser Position ist $k_t = 47.76 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Daraus lässt sich eine Korrektur der Autospektren

$$\Delta S_{pp} = 10 \log_{10} \left(\frac{32.57}{47.76} \right) = -1.66 \text{ dB} \quad (116)$$

ermitteln, der auf die Ergebnisse von #54-4 angewendet wird. Die Werte könnten auch direkt aus der RANS-Simulation an der Vorderkante verwendet werden. Das birgt aber Probleme: zum Einen wird durch die Mischungsebene der Rotornachlauf ausgemischt, was wiederum Einfluss auf die Änderung der turbulenten Größen bis hin zum Stator hat, und zum Anderen ist die Vorhersage der Längenskala und Varianz gerade in dieser Position unzuverlässig (B.1.3.2). Jaron et al. (2017) schlagen ein Verfahren vor, um die turbulenten Größen aus dem Rotorgebiet auf die Statorvorderkante zu extrapolieren. In dieser Untersuchung liegt der Schwerpunkt auf der Validierung der vorgeschlagenen Prozesskette, daher wird auf die Messdaten zurückgegriffen. Die Verwendung der RANS-Daten zur Vorhersage bedarf weiterer Untersuchungen.

Das RPM-Gebiet misst in axialer Richtung 12 integrale Längenskalen, somit passt die größte GAUSS-Längenskala nur 3 mal ins Gebiet. Entsprechend dem Erfahrungswert werden 5 Partikeln pro Zelle verwendet und die kleinste Längenskala mit 4 PPL aufgelöst. Das Gebiet besteht somit aus 48×99 Zellen mit 25 000 Partikeln.

2.1.4 Hintergrundströmung

Die konstante Strömung wird aus der RANS-Simulation interpoliert. Die Strömung im Bereich des Rotorsystems wird durch Transformation ins stehende System ermittelt. Es wird nur die Strömung stromab des Rotors berücksichtigt und in Bereichen, wo das CAA-Gebiet das CFD-Gebiet überragt, wird die Strömung extrapoliert.

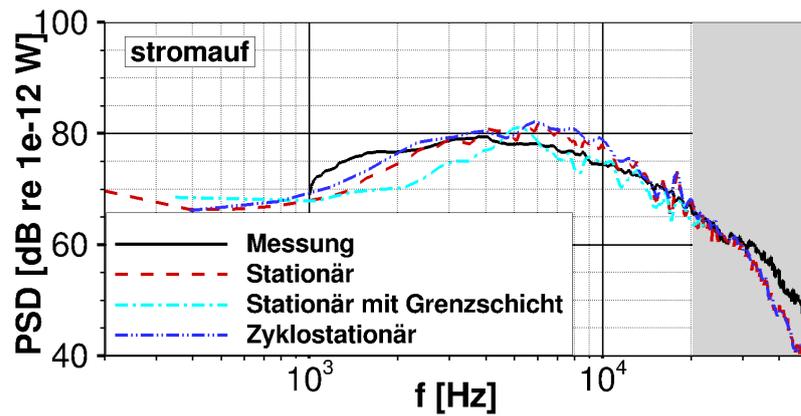
2.1.5 Auswertung

Mithilfe der stromauf und stromab positionierten Mikrophone wird die Berechnung der Schalleistung durchgeführt (V.3.3). Für den Vergleich mit Messungen wird die Korrektur der Turbulenzspektren nach Gl. (138) angewendet.

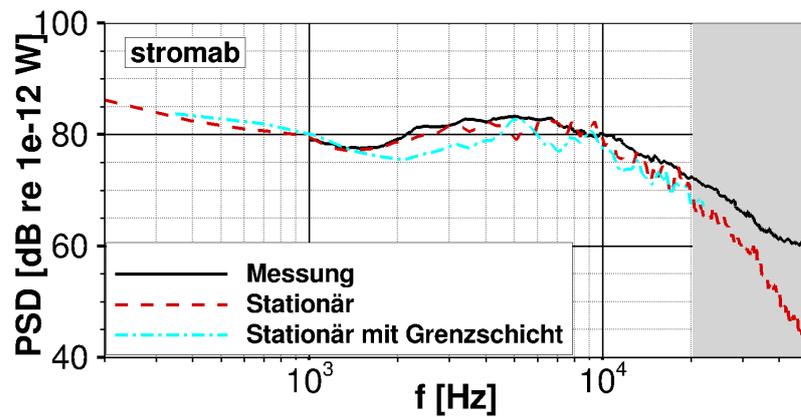
Für die stationären Simulationen werden die Mikrophone im Nachlauf der angeregten Schaufel vernachlässigt, da die Signale durch die Fluktuationen des Wirbelfeldes verunreinigt sind. Für die Simulation mit bewegtem RPM-Gebiet #54-4 ist das nicht möglich. Daher wird für Konfiguration #54-4 nur die stromauf befindlichen Daten mit Messungen verglichen. Eigentlich war zweites LEE-Relaxations-Gebiet als Wirbelfalle vorgesehen, siehe die cyane Box in Abb. 47. Dieses reduzierte die Wirbelfluktuationen aber nur unzureichend. Dieser Ansatz ist vielversprechend, wenn die Gebietsgröße und der Relaxationsparameter variiert würden.

2.2 Ergebnisse

In Abb. 49 werden die Schalleistungsspektren stromauf und stromab der Kaskade mit der Messung verglichen. Abb. 50 zeigt instantane Aufnahmen der 3 Konfigurationen.



(a) Stromauf der Kaskade.



(b) Stromab der Kaskade.

Abb. 49: Die Schalleistungspegel der Simulationen und der Messung von Envia und Coupland (2015) stromauf und stromab der Stator-Stufe werden verglichen.

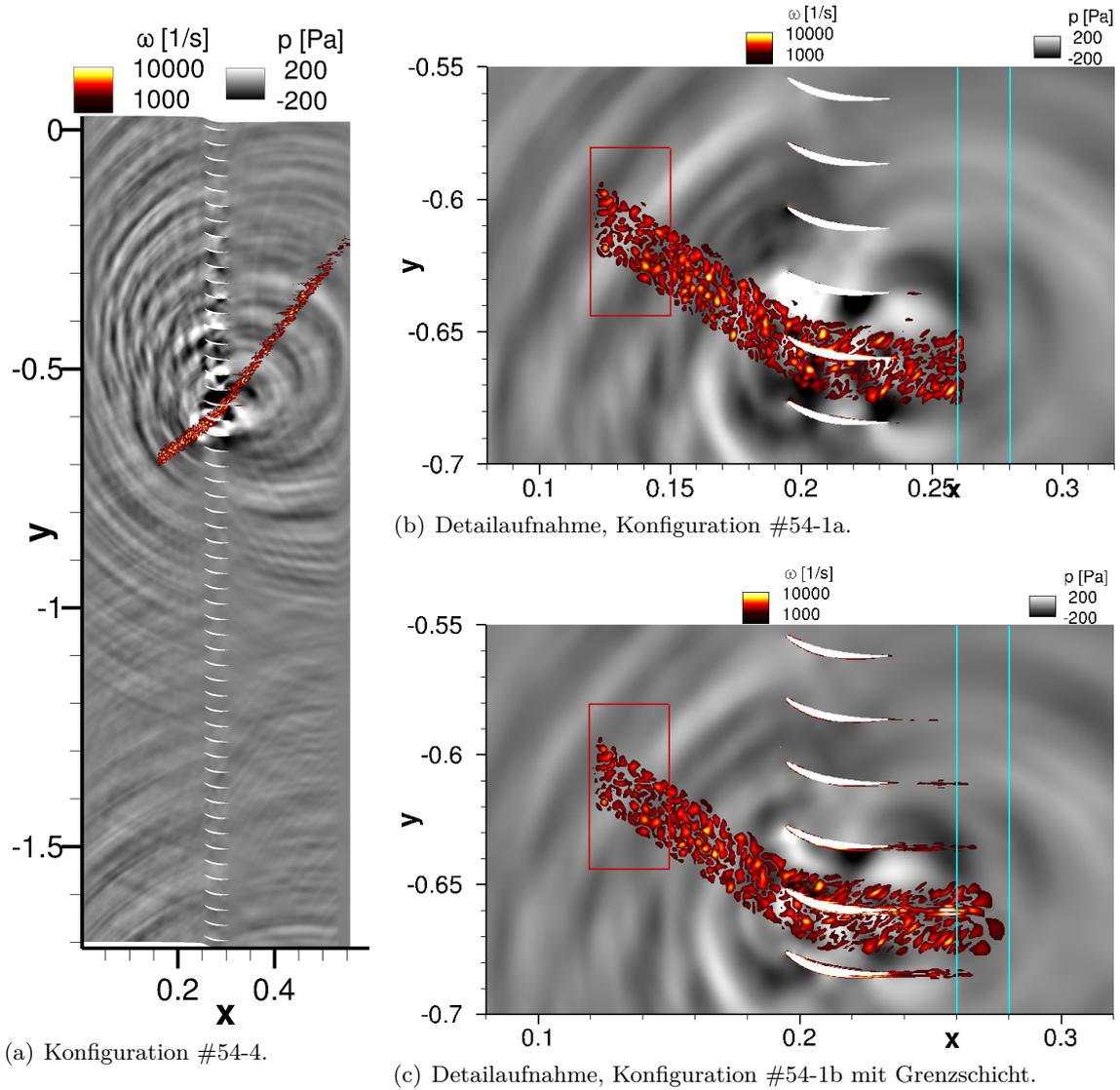


Abb. 50: Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen für den RC2-Testfall.

Die Ergebnisse der stationären Konfiguration #54-1a sind als rot gestrichelte Linien in Abb. 49 zu sehen. Stromab zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Simulationen und der Messung im Bereich bis 20 kHz, darüber hinaus ist das CAA-Gitter unteraufgelöst (grauer Bereich). Die Ergebnisse stromauf zeigen eine Überschätzung der Simulation um bis zu 5 dB. Diese Überschätzung ist auch in den anderen numerischen Verfahren des Workshops zu beobachten gewesen (Envia und Coupland, 2015). Es ist vermutlich durch die Vernachlässigung des Rotors zu erklären. Dieser hat eine Abschirmwirkung, die in den aktuellen Simulationen nicht berücksichtigt wird.

Die zyklotionäre Varianz in Konfiguration #54-4 bewirkt eine Erhöhung des Spektrums um bis zu 3 dB, wobei die Form des Spektrums erhalten bleibt. Die Varianz ist für diese Simulation aus der RANS extrahiert und mit -1.66 dB korrigiert worden, so dass der Mittelwert dem Wert aus der Messung entspricht. Es ist somit schwierig, eine sichere Aussage über den tatsächlichen Einfluss zu treffen. Eine eingehende Analyse wird im nächsten Abschnitt für den UHBR-Fan durchgeführt.

Die Berücksichtigung der Grenzschicht in Konfiguration #54-1b bewirkt eine Reduktion des Pegels um bis zu 5 dB. Eine genauere Vergleich zeigt, dass die Hinterkantenquelle durch die Grenzschicht reduziert wurde. Dieser Effekt ist in den bisherigen Untersuchungen und auch in der Literatur, siehe z.B. (Hainaut et al., 2015), nicht aufgetreten und scheint mit der stumpfen Hinterkante zusammenzuhängen (III.4.1). Durch diese Modifikation ist die Übereinstimmung mit der Messung stromauf besser geworden, wobei stromab im Bereich unterhalb von 5 kHz das Spektrum unterschätzt wird. Dieses Ergebnis zeigt, dass die Vernachlässigung der Grenzschicht nicht in allen Vorderkanten-Interaktionssimulationen ohne Einfluss bleibt. Es ist allerdings anzumerken, dass dasselbe CAA-Gitter verwendet wurde. Die Grenzschicht ist somit im CAA-Gebiet nicht aufgelöst, sondern nur die maximal drei wand-nächsten Zellen werden durch die veränderte Grundströmung beeinflusst. Der Unterschied im abgestrahlten Schall ist trotzdem signifikant und bedarf weiterer Analyse.

3 UHBR-Fan

Nachdem das Verfahren an Messungen am RC2-Fan validiert wurde, kann nun der Einfluss der Zyklotionariät am UHBR-Fan untersucht werden.

3.1 Vorgehen

Das Vorgehen ist identisch zum RC2-Fan, es wird nur auf Unterschiede eingegangen.

(U)RANS-Simulation: Die Details der CFD-Simulation, wie Rechengitter und numerisches Setup, können bei Weckmüller et al. (2009a) nachgelesen werden. Hier wurde allerdings das HELLSTEN-EARSM-Turbulenzmodell (Franke et al., 2010) anstelle des WILCOX-Turbulenzmodells verwendet. Dazu wurden nach Verändern des Turbulenzmodells erneut 10 000 Iterationen gerechnet. Der Einfluss auf die primitiven Variablen ist vernachlässigbar, aber es verändern sich dadurch die turbulenten Charakteristiken erheblich insbesondere im Nachlauf und im Staupunkt.

Abb. 51 zeigt verschiedene Strömungsprofile im Rotor- (rot) und im Statorsystem (grün) jeweils zwei Zellen von der Mischungsebene entfernt über je eine Schaufelpassage. Da hier eine RANS-Simulation zugrunde liegt, sind die im Rotorsystem sichtbaren Nachläufe durch

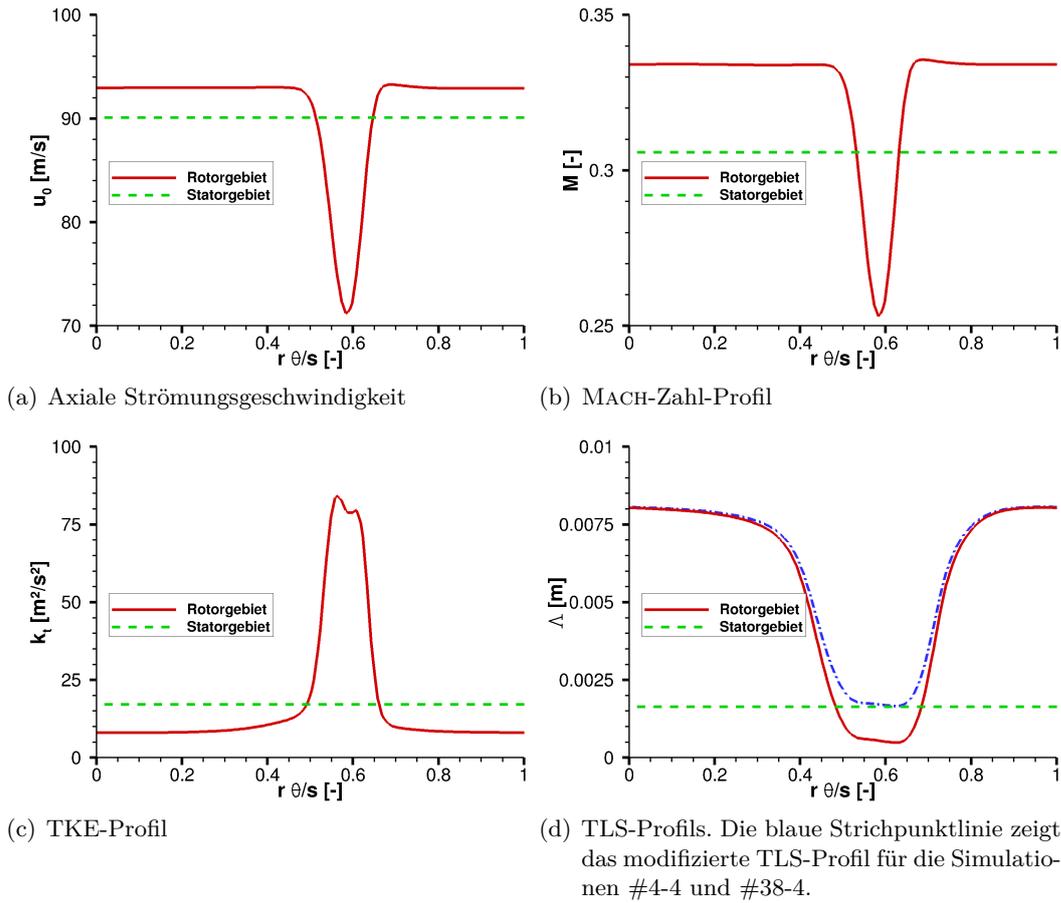


Abb. 51: Darstellung der Strömungseigenschaften und der turbulenten Eigenschaften im Rotor- und im Statorgebiet der RANS des UHBR-Fans. Die Rotornachläufe verschwinden durch die Mischungsebene im Statorsystem.

die Mischungsebene ausgemischt. An der Mischungsebene werden die primitiven Variablen und die turbulenten Größen k_t und ω_t durch eine Flussmittelung bestimmt.

Die verwendete Längenskala Λ wurden identisch zur Pseudolängenskala l_p in Gl. (26) gesetzt, also die Vorfaktoren $\frac{C_\mu}{C_{Re}} = 1$ verwendet. Daraus resultiert eine Skala, die ungefähr einen Faktor 10 zu klein ist. Dies sollte bei der Interpretation der Ergebnisse berücksichtigt werden.

3.1.1 Umgesetzte Konfigurationen

Für den UHBR-Fan wurden neun Konfigurationen simuliert. Eine Übersicht ist in Tab. VII.4 gegeben.

Die ersten fünf Konfigurationen sind für eine reduzierte Kaskade mit 4 Statorschaufeln durchgeführt worden. Die letzten vier Konfigurationen berücksichtigen mit erhöhtem Rechenaufwand die volle Kaskade mit 38 Statorschaufeln.

Die Konfigurationen #4-1 und #38-1 verwenden eine konstante Hintergrundströmung und konstante Turbulenzstatistiken. Diese Konfiguration wurde für den RC2-Testfall gegen Messungen validiert (VII.2.2) und dient daher als Referenzlösung. Für die reduzierte Kaskade wurde zusätzlich ein Test durchgeführt mit einem RPM-Gebiet, das zwei Stator-

Tab. VII.4: Zusammenfassung der simulierten Konfigurationen am UHBR-Fan. Die Abkürzungen sind in Abschnitt V.4.3 erklärt.

| Variante | | # | Veränderliche Grundströmung | Veränderliche TKE | Veränderliche TLS | Anmerkungen | |
|----------|--------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---|
| UHBR-Fan | reduzierte Kaskade | C-CC | 4-1a | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | |
| | | C-CC (größeres RPM-Gebiet) | 4-1b | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | RPM-Gebiet über zwei Schaufeln |
| | | C-PC | 4-2a | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | |
| | | C-PC (BPF=3803 Hz) | 4-2b | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> * | <input type="checkbox"/> | *BPF um Faktor 3.4 erhöht |
| | | C-PP (bewegtes RPM-Gebiet) | 4-4 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> * | *TLS modifiziert, sie- he Abb. 51(d) |
| | volle Kaskade | C-CC | 38-1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | |
| | | C-PC | 38-2 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | |
| | | P-PC | 38-3 | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | |
| | | C-PP (bewegtes RPM-Gebiet) | 38-4 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> * | *TLS modifiziert, sie- he Abb. 51(d) |

schaufeln gleichzeitig anregt (Konfiguration #4-1b), um die Annahme der unkorrelierten Schaufeln zu validieren, die von allen anderen Konfigurationen verwendet wird.

Die Konfigurationen #4-2a und #38-2 verwenden eine periodische TKE, während Strömung und TLS weiterhin konstant bleiben. Für Simulation #4-2b wurde die Blattfolgefrequenz um einen Faktor 3.4 erhöht. Diese Frequenzänderung betrifft nur die Turbulenz - die Grundströmung und damit die Statorlast bleiben unverändert. Sollte durch das periodische Auftreffen von Turbulenz auf die Statorschaufel Charakteristiken im Spektrum bei der Blattfolgefrequenz auftreten, so zielt diese Veränderung darauf ab, diese besser zu erkennen und zu beeinflussen. Die Änderung wird einfach erreicht durch die Erhöhung der Wellenzahl bei der Rekonstruktion aus den komplexen FOURIER-Koeffizienten in Gl. (99).

Die Simulation #38-3 verwendet eine periodische Hintergrundströmung und TKE, während TLS konstant gehalten wird. Diese Konfiguration kann nur in der vollen Kaskade angewendet werden, da die Strömung nicht auf 4 Schaufeln periodisch ist. Das Ziel ist, den Einfluss des Nachlaufgeschwindigkeitsdefizits auf den Breitbandlärm zu untersuchen.

Die Simulationen #4-4 und #38-4 verwenden den Ansatz eines bewegten RPM-Gebiets (V.4.3.2). Dabei sind im Rotorbezugsystem alle Größen zeitlich konstant. TKE und TLS sind örtlich variabel realisiert, wohingegen die Hintergrundströmung durch Umfangsmittelung örtlich konstant umgesetzt wurde, wie die Konfiguration in Abb. 21(b) auf Seite 61 zeigt. Im Statorbezugsystem resultieren daraus zyklstationäre TKE und TLS und eine konstante Hintergrundströmung. Dass die Strömung nicht periodisch betrachtet wurde, hat drei Gründe:

- (1) Der Fokus dieser Konfigurationen soll auf der veränderlichen Längenskala liegen,
- (2) es ist so möglich auch die reduzierte Kaskade zu simulieren und die Ergebnisse mit den anderen Konfigurationen der reduzierten Kaskade zu vergleichen und

- (3) der Einfluss der periodischen Hintergrundströmung ist bereits in Konfiguration #38-3 berücksichtigt.

Zusätzlich ist zu dieser Konfiguration anzumerken, dass das verwendete CAA-Gitter für die ausgemischte Längenskala ausgelegt wurde und die Längenskalen im Nachlauf nicht hinreichend aufgelöst werden. Daher wurde das aufgeprägte Profil der turbulenten Längenskalen so skaliert, dass die kleinste Längenskala der Gitterauflösung entspricht. Das resultierende Profil ist in Abb. 51(d) mit der blauen Strichpunktlinie gekennzeichnet.

3.1.2 CAA-Gittererzeugung

Die CAA-Gebiete ist in Abb. 52(a) für die gesamte Kaskade mit 38 Schaufeln dargestellt. Es wird auch eine reduzierte Kaskade simuliert, die in Abb. 52(e) gezeigt ist. Die reduzierte Simulation resultiert in falschen Kaskadeneffekten, benötigt aber einen geringeren Rechenaufwand. So lange die Hintergrundströmung zeitlich konstant ist, ist es möglich, die RANS-Lösung zu verwenden, die mit der ursprünglichen Schaufelanzahl erzeugt wurde.

Die Gittereigenschaften sind analog zum RC2-Fan umgesetzt. Eine Detailansicht der Vernetzung einer Schaufel ist in Abb. 52(b) gegeben. Die entsprechenden Strömungsfelder, gezeigt in Abb. 52(c)-(d), weisen eine höhere axiale Geschwindigkeit auf der Saugseite als auf der Druckseite auf. Durch die Statorschaufeln wird der Drall aus der Strömung genommen. Für diese komplexen 2D-Kaskadenströmungen ist keine analytische Lösung bekannt.

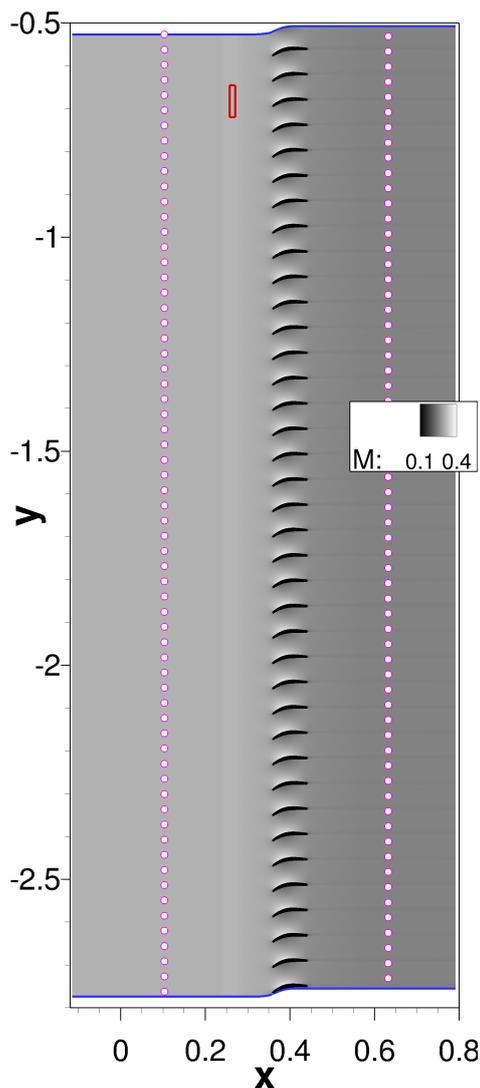
Das RPM-Gebiet ist in Abb. 52(a), (e) durch die rote Box markiert. Es ist so dimensioniert, dass es Turbulenz in nur einer Statorpassage generiert. Die Annahme, dass die Quellen zur Schallentstehung an verschiedenen Schaufeln unkorreliert sind, wird mittels Simulation #4-1b überprüft.

Das CAA-Gitter ist wieder so ausgelegt, dass akustische Wellen bis zu einer Frequenz von $f = 20$ kHz mit mindestens 10 Punkten pro Wellenlänge (PPW) ausgebreitet werden. Die Auslösung entspricht der Auflösung des CAA-Gitters im RC2-Fan.

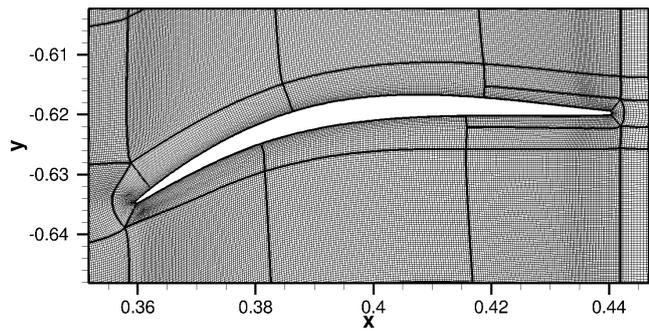
Für die Konfiguration mit einer konstanten TLS $\Lambda = 1.7 \times 10^{-3}$ m im Statorbezugssystem bei Realisierung eines GAUSS-Spektrums, ergibt sich die maximale Zellgröße mit 4 PPL zu $\Delta_v \leq 0.43 \times 10^{-3}$ m. Das resultierende Gitter besteht aus 140 000 Zellen pro Statorpassage. Für die volle Kaskade sind das 5.2 Millionen Zellen und für die reduzierte Kaskade 560 000 Zellen. Für die Simulation mit aufgelöster Längenskala $\Lambda_{\text{wake}} = 0.6 \times 10^{-3}$ m im Rotornachlauf würde ein Gitter mit 9 mal mehr Zellen resultieren. Daher wurde die Längenskala an das Gitter angepasst, anstelle ein neues, feineres Gitter zu erzeugen.

Die Mikrophone (magentafarbene Punkte in Abb. 52(a) und (e)) sind mindesten 2.5 Sehnenlängen von der Schaufel entfernt. Für jede Schaufelpassage wurden je 5 Mikrophone stromauf und stromab platziert.

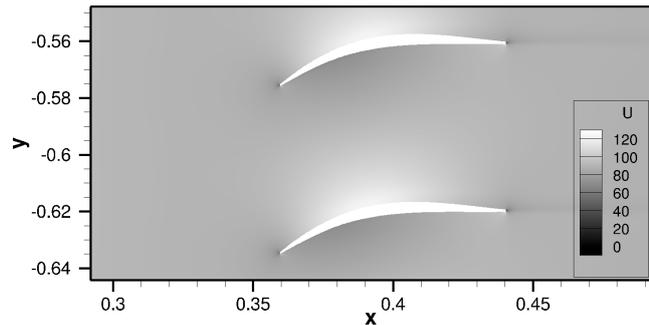
Die Dämpfungszonen sind mit einer Dämpfungsstärke von $\sigma = 2$ und einer Tiefe von 50 Zellen eingestellt. Für diese Einstellungen sind Reflektionen sichtbar (siehe später z.B. Abb. 54). Deshalb wurde in den später durchgeführten RC2-Simulationen eine höhere Dämpfungsstärke verwendet und eine Schaufel im Zentrum des CAA-Gebietes angeregt.



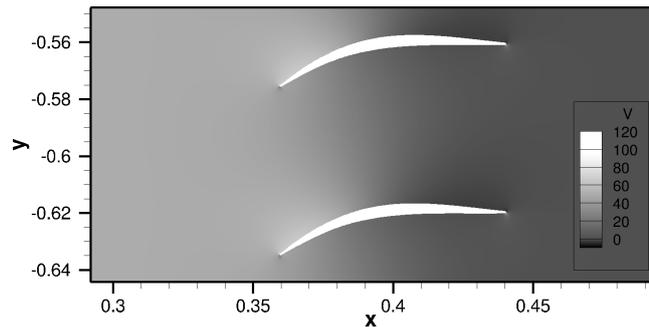
(a) Konfiguration der vollen Kaskade mit 38 Statorschaufeln (5.2 Millionen Knoten). Es ist nur jedes dritte Mikrophon gezeigt.



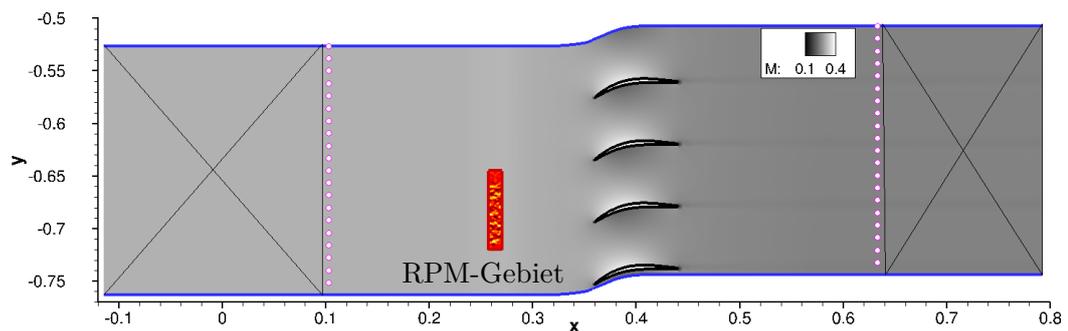
(b) Gitterdetails einer einzelnen Schaufel.



(c) Axiale Strömungsgeschwindigkeit in m/s in der Nähe der Schaufeln.



(d) Azimutale Strömungsgeschwindigkeit in m/s in der Nähe der Schaufeln.



(e) Konfiguration der reduzierten Kaskade mit 4 Schaufeln (0.6 Millionen Knoten).

Abb. 52: UHBR-Fan-Setup des CAA-Gebietes – Abb. (a) und (e) zeigen die zwei untersuchten Setups. Die rote Box zeigt die Position des RPM-Gebietes, blaue Linien markieren die periodischen Ränder und schwarze Linien die Schaufeln. Die magentafarbenen Punkte zeigen die Mikrofonpositionen und direkt dahinter beginnt die Dämpfungszone - in Abb. (e) ist sie durch diagonale Linien markiert. Abb. (b) - (d) zeigen Details des Gitters und der Strömung im Stromröhrenkoordinatensystem.

3.1.3 RPM-Gebiet

Der Relaxationsparameter der LEE-Relaxationskopplung wurde wieder iteriert und auf $\sigma = 1.13 \times 10^{-4}$ eingestellt.

Die nötigen turbulenten Charakteristiken ($k_t, \Lambda, \mathbf{u}_0$) werden aus der RANS-Simulation an der Stelle genommen, an der das RPM-Gebiet liegt. Das heißt, dass die Entwicklung der Turbulenz bis hin zur Vorderkante ohne Dissipation stattfindet. Dies ist hier nicht problematisch, da keine absoluten Pegel vorhergesagt werden sollen. Dafür werden die Daten aus dem Rotorbezugssystem in das Stator-System transformiert und die ersten 15 Harmonischen auf das RPM-Gebiet interpoliert. Für die jeweils konstanten Größen wird daraus nur der konstante Anteil im Statorbezugssystem verwendet. Eine URANS-Simulation wird nur für die Konfiguration #38-3 benötigt, da hier auch im CAA-Gebiet die FOURIER-Harmonischen der Hintergrundströmung verwendet werden. Die Konfigurationen #4-4 & #38-4 verwenden die konstanten Daten im Rotorbezugssystem, wobei die Strömung umfangsgemittelt wird.

Es wird das GAUSS-Spektrum verwendet, da kein Vergleich mit Messungen angestrebt ist. Außerdem ist die Form des Spektrums unerheblich für die Untersuchung der Einflüsse von Zyklostationaritäten auf die Schallerzeugung. Da das GAUSS-Spektrum für hohe Frequenzen sehr schnell abfällt, bleibt die Frage zu klären, ob das einen Einfluss auf die Untersuchung haben könnte. Folgende Überlegung zeigt, dass dem nicht so ist und nur große turbulente Strukturen von Interesse sind. Die Spitze (*peak*) eines Turbulenzspektrums liegt bei $k\Lambda \approx 1$, siehe hierzu z.B. Pope (2000). Mit Strömungsgeschwindigkeiten im Bereich $85 \text{ m/s} < u_0 < 125 \text{ m/s}$ ergibt sich dafür folgende Frequenzspanne:

$$k\Lambda \approx 1 \Leftrightarrow f \approx \frac{1}{2\pi} \frac{u_0}{\Lambda} \quad \Longrightarrow \quad 8 \text{ kHz} \leq f_{peak} \leq 12 \text{ kHz} \quad (117)$$

In den Bereichen unterhalb dieser Spitze fallen das GAUSS- und das VON KÁRMÁN-Spektrum wenigstens qualitativ zusammen, siehe z.B. Abb. 6 auf Seite 17. Da die Blattfolgefrequenz im vorliegenden Fall bei 1116 Hz liegt, ermöglicht das GAUSS-Spektrum eine Untersuchung bis mindestens zur achtfachen BPF.

Das RPM-Gebiet misst in axialer Richtung 7 integrale Längenskalen (6 für das mitbewegte RPM-Gebiet). Die Turbulenz ist wieder mit 4 PPL und 5 PPZ aufgelöst. Das Gebiet besteht somit aus 27×253 Zellen mit jeweils 35 000 Partikeln für Konfigurationen #4-4 & #38-4, aus 30×290 Zellen mit 43 500 Partikeln für Konfiguration #4-1b und 30×168 Zellen mit 25 200 Partikeln für alle anderen Konfigurationen.

3.1.4 Hintergrundströmung

Die periodische Strömung der Konfiguration #38-3 wird aus einer Harmonic-Balance-Simulation der ersten 15 Harmonischen im Stator-System und den ersten 5 Harmonischen im Rotorsystem extrahiert. Zur Rekonstruktion der Zeitschritte werden die ersten 15 Harmonischen im Statorsystem verwendet. Da das CAA-Gebiet wegen der Dämpfungszonen größer ist als das CFD-Gebiet, ist eine Extrapolation der Strömung in axialer Richtung notwendig. Diese Extrapolation vernachlässigt die Phase für die Fourier-Koeffizienten, was zu axial ausgerichteten Nachläufen in diesen Bereichen führt. Siehe hierzu exemplarisch Abb. 53 auf der nächsten Seite bei $x < 0.23 \text{ m}$. Für lineare akustische Ausbreitung ist der Einfluss auf die Ergebnisse vernachlässigbar.

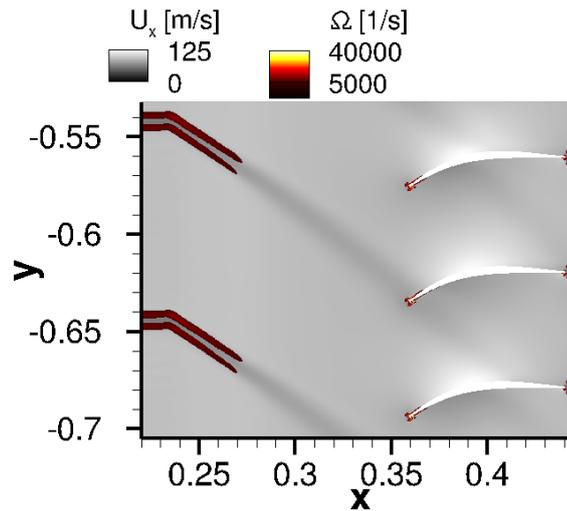


Abb. 53: Instantane periodische Hintergrundströmung der Konfiguration #38-3. In Grauskala ist die axiale Strömungsgeschwindigkeit $u_{0,x}$ dargestellt, in Falschfarben das mittlere Wirbelfeld Ω , das aus dem Hintergrundströmungsfeld resultiert.

3.1.5 Auswertung

Für die Berechnung der Schalleistung (V.3.3) wird auf eine Korrektur der Turbulenzspektren verzichtet.

Für die stationären Simulationen werden die Mikrophone im Nachlauf der angeregten Schaufel vernachlässigt. Für die Simulationen mit bewegtem RPM-Gebiet #4-4 & #38-4 wird auf Gl. (107) zurückgegriffen.

3.2 Ergebnisse

3.2.1 Charakteristische Frequenzen

In diesem Abschnitt werden verschiedene diskrete Frequenzen untersucht, die in der Simulation zu erwarten sein könnten.

Blattfolgefrequenz: Die offensichtlichste Frequenz ist die Blattfolgefrequenz (BPF) und deren Vielfache. Es wäre möglich, dass sie in allen Konfigurationen zu finden sind, welche periodische oder zyklstationäre Eigenschaften abbilden. Die Blattfolgefrequenz ist durch die Drehgeschwindigkeit des Rotors n_{RPM} und der Anzahl an Rotorblättern N_b gegeben als

$$\tilde{f}_{\text{BPF}} = \frac{n_{\text{RPM}}}{60} N_b \quad (118)$$

Für den untersuchten Betriebspunkt ist sie 1168.6 Hz. Aber für die Kaskadensimulation ist sie gegeben durch

$$f_{\text{BPF}} = 1116.0 \text{ Hz.}$$

Das liegt an der Stromröhrentransformation, wie bereits in Abschnitt V.4.3.2 diskutiert wurde. Für Konfiguration #4-2b wurde die BPF um einen Faktor 3.4 höher eingestellt, so dass hier $f_{\text{BPF}\#4-2b} = 3802.7 \text{ Hz.}$

Cut-on-Kriterium: Oft sind in Fanspektren Spitzen bei Frequenzen sichtbar, bei denen akustische Rohrmoden der Azimutalmodenordnung m und Radialmodenordnung n ausbreitungsfähig werden (*cut-on* gehen). Dies ist besonders in analytischen Modellen sichtbar. Bei tiefen Frequenzen sind diese Frequenzen auch in den Messungen eminent, da hier nur wenige Moden *cut-on* gehen. Die *Cut-on*-Frequenzen in einem zweidimensionalen Ringkanal (unendlich dünn) hängen nur von der Azimutalmodenordnung m , der Rohrgeometrie und der Strömungsgeschwindigkeit ab. Für drallbehaftete Strömungen ergeben sich unterschiedliche *Cut-on*-Frequenzen für die Moden, die mit bzw. gegen den Drall drehen. Für eine Mode m sind diese Frequenzen durch die Gleichung

$$f_{m^-} = \frac{|m|c_0}{2\pi R} \left(M_y - \sqrt{1 - M_x^2} \right), \quad (119a)$$

$$f_{m^+} = \frac{|m|c_0}{2\pi R} \left(M_y + \sqrt{1 - M_x^2} \right) \quad (119b)$$

mit dem Radius R , der Schallgeschwindigkeit c_0 , der axialen MACH-Zahl M_x und der Umfangs-MACH-Zahl M_y gegeben. Hierbei wird angenommen, dass $M_y \ll 1$ ist. Die relevanten MACH-Zahlen des vorliegenden Falls sind:

| | | |
|----------|---------------|-------------------|
| stromauf | $M_x = 0.27,$ | $M_y = 0.15,$ und |
| stromab | $M_x = 0.25,$ | $M_y = 0.00.$ |

Für die 2D-Kaskade entspricht der Umfang gerade $N_v s_v$, wobei N_v die Schaufelanzahl und s_v der Schaufelabstand ist. Daraus lässt sich der Radius $R = \frac{N_v s_v}{2\pi}$ in Gl. (119) ersetzen und die resultierenden charakteristischen Frequenzen angeben. Für die erste Azimutalmodenordnung $m = \pm 1$ ergibt sich:

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • reduzierte Kaskade – stromauf <li style="padding-left: 20px;">$f_{m=-1} = 1256.7$ Hz, <li style="padding-left: 20px;">$f_{m=+1} = 1715.0$ Hz, und – stromab <li style="padding-left: 20px;">$f_{ m =1} = 1493.1$ Hz, | <ul style="list-style-type: none"> • volle Kaskade – stromauf <li style="padding-left: 20px;">$f_{m=-1} = 132.3$ Hz, <li style="padding-left: 20px;">$f_{m=+1} = 180.5$ Hz, und – stromab <li style="padding-left: 20px;">$f_{ m =1} = 157.2$ Hz. |
|--|--|

Charakteristische Geometrie: Es existieren zwei charakteristische Längen in der Kaskade, die Sehnenlänge c und der Schaufelabstand s_v . Die damit verbundenen Frequenzen sind durch Vielfache der STROUHAL-Zahlen $St_c = \frac{fc}{u}$ und $St_s = \frac{fs_v}{u}$ charakterisiert. Dazu muss aber die relevante Strömungsgeschwindigkeit gefunden werden. Für die Sehnenlänge ist die Strömungsgeschwindigkeit durch die Zeit gegeben, die ein turbulenter Wirbel benötigt, um von der Vorderkante zur Hinterkante zu konvektieren. Für den Schaufelabstand ist diese Geschwindigkeit nicht intuitiv gegeben, daher wird eine Geschwindigkeitspanne angegeben. Diese charakteristischen Frequenzen sind also Vielfache von:

$$f_{\text{chord}} = 1129.0 \text{ Hz, mit } u = \bar{u}_x, \text{ und } f_{\text{pitch}} = \begin{cases} 1628.6 \text{ Hz, mit } u = u_{0,x} \\ 1850.6 \text{ Hz, mit } u = |\mathbf{u}_0|, \end{cases} \quad (120)$$

wobei $u_{0,x}$ die axiale Geschwindigkeitskomponente und $|\mathbf{u}_0|$ der Betrag der Geschwindigkeit ist.

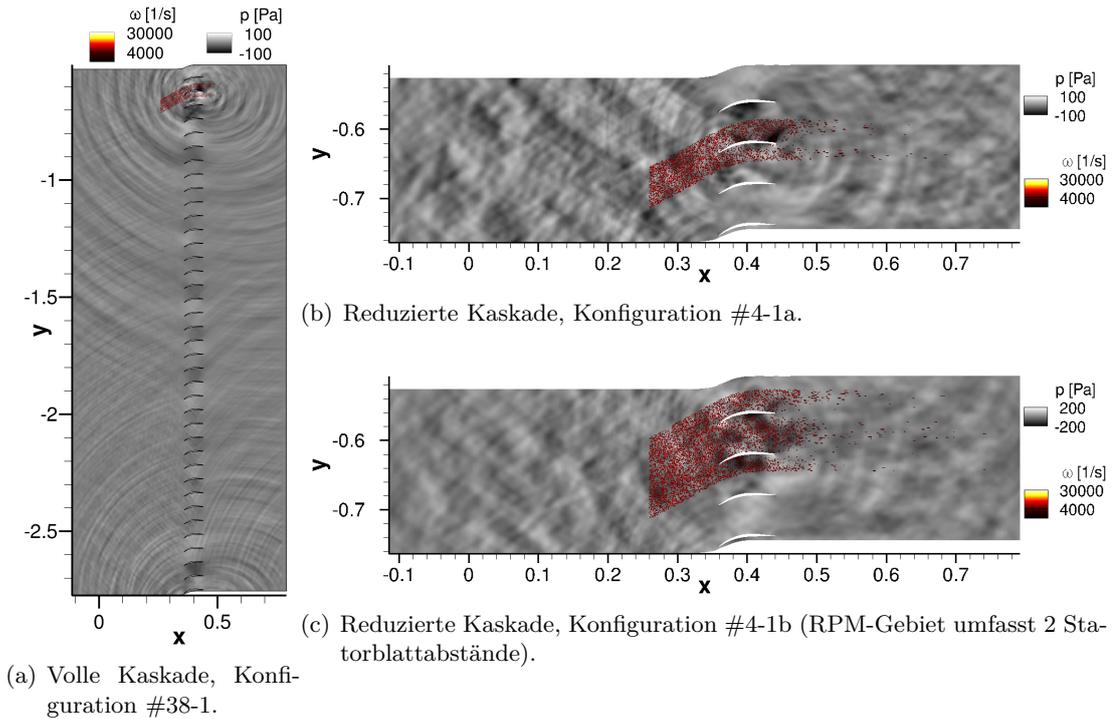


Abb. 54: Instantanes Feld der Wirbelstärke- und der Druckschwankungen ermittelt mit den C-CC Konfigurationen.

3.2.2 Instantanes Druckfeld

In Abb. 54 bis Abb. 57 ist das Druckfeld zu einem Zeitpunkt t für die neun verschiedenen Simulationen gezeigt. Es ist ersichtlich, dass die Turbulenz ohne sichtbare Reflektionen eingekoppelt wird. Aufgrund der konstanten Gitterstreckung von 5% verschwindet die Turbulenz stromab der Schaufeln, ohne Störschall zu erzeugen. Das Druckfeld zeigt deutlich Quellen jeweils an der Vorder- und der Hinterkante der angeregten Schaufel mit Dipolcharakter.

In den Konfigurationen der vollen Kaskade (Abb. 54(a), Abb. 55(a), Abb. 56(a) und Abb. 57(a)) sind Reflektionen an der unteren rechten Ecke sichtbar. Hier treffen die Ausströmrandbedingung und die periodische Randbedingung aufeinander. Die Ausströmrandbedingung ist für kompakte Quellen an einer spezifischen Referenzposition konzipiert. In dieser Untersuchung ist es also naheliegend, diese Position an die Vorderkante der angeregten Schaufel zu platzieren. Schallwellen, die durch die obere periodische Randbedingung hindurch wandern, werden deshalb nicht richtig berücksichtigt und führen zu Reflektionen, siehe auch Abb. 10 auf Seite 30. Ein zweiter Referenzpunkt, eine tiefere Dämpfungszone oder ein stärkeres lokales Dämpfen können diesen Effekt reduzieren. In den RC2-Konfigurationen wird eine Schaufel in der Mitte der Kaskade angeregt, wodurch dieser Effekt vernachlässigbar wurde.

3.2.3 Leistungsspektraldichte

Das Schalleistungsspektrum für die reduzierte und die volle Kaskade sind entsprechend in Abb. 58 und Abb. 59 dargestellt.

- Anzahl der Zeitschritte: 1 bis 4 Millionen, jeder 500. Zeitschritt gesampelt,

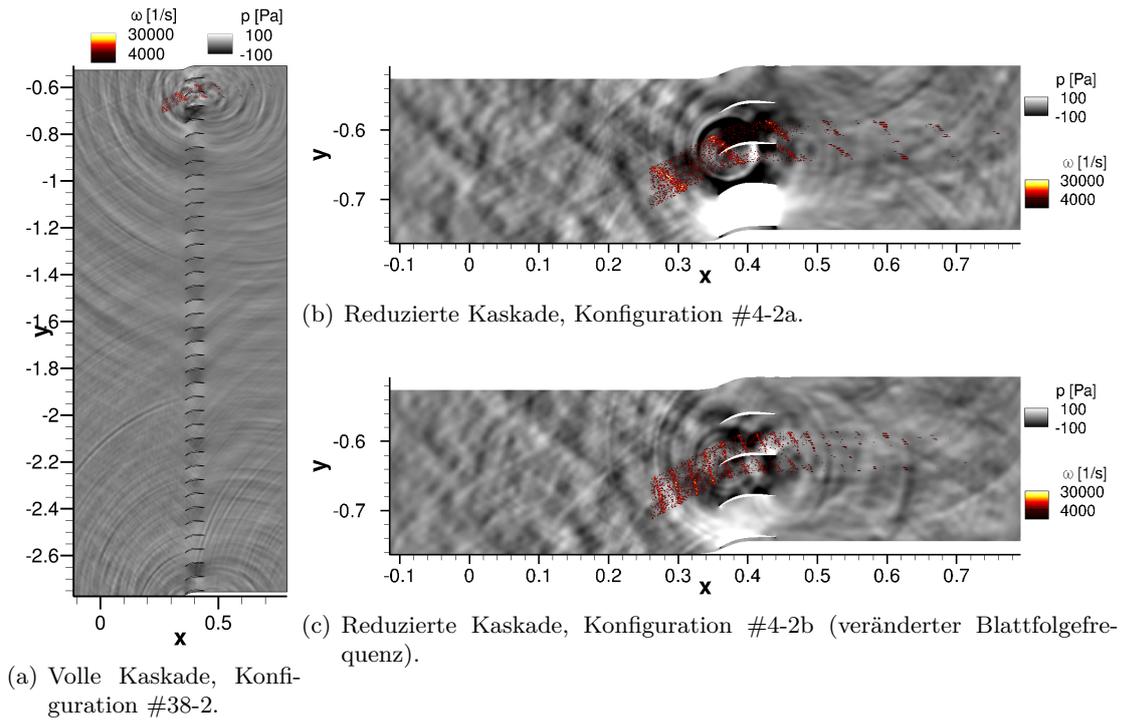


Abb. 55: Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen ermittelt mit den C-PC Konfigurationen.

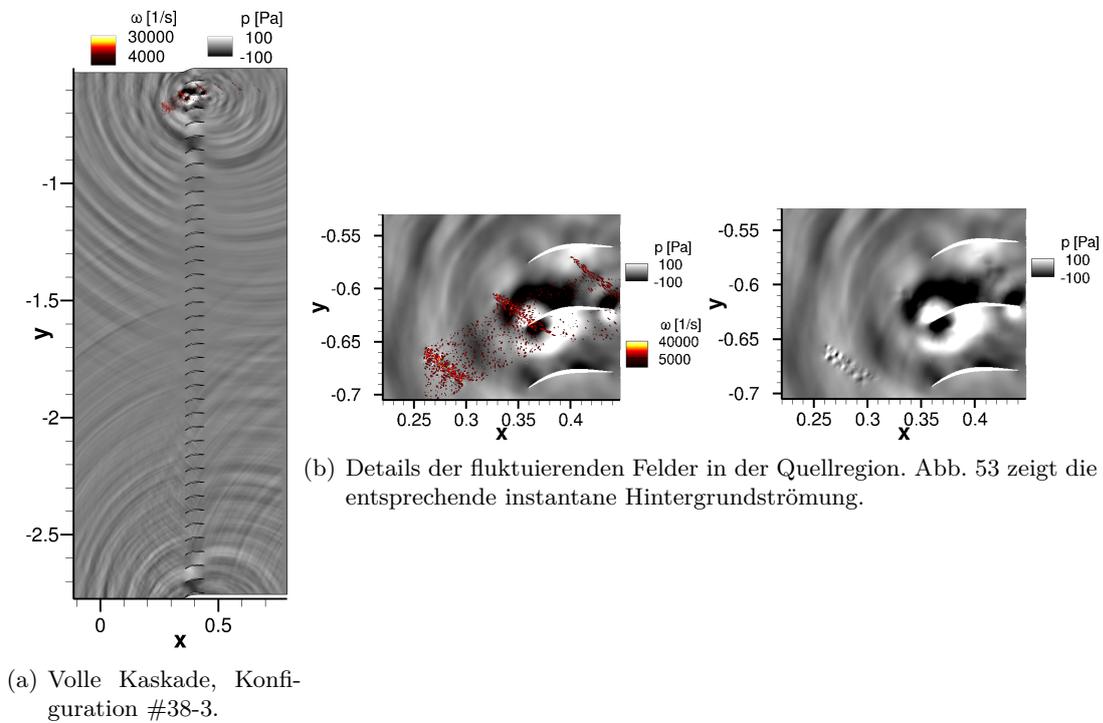
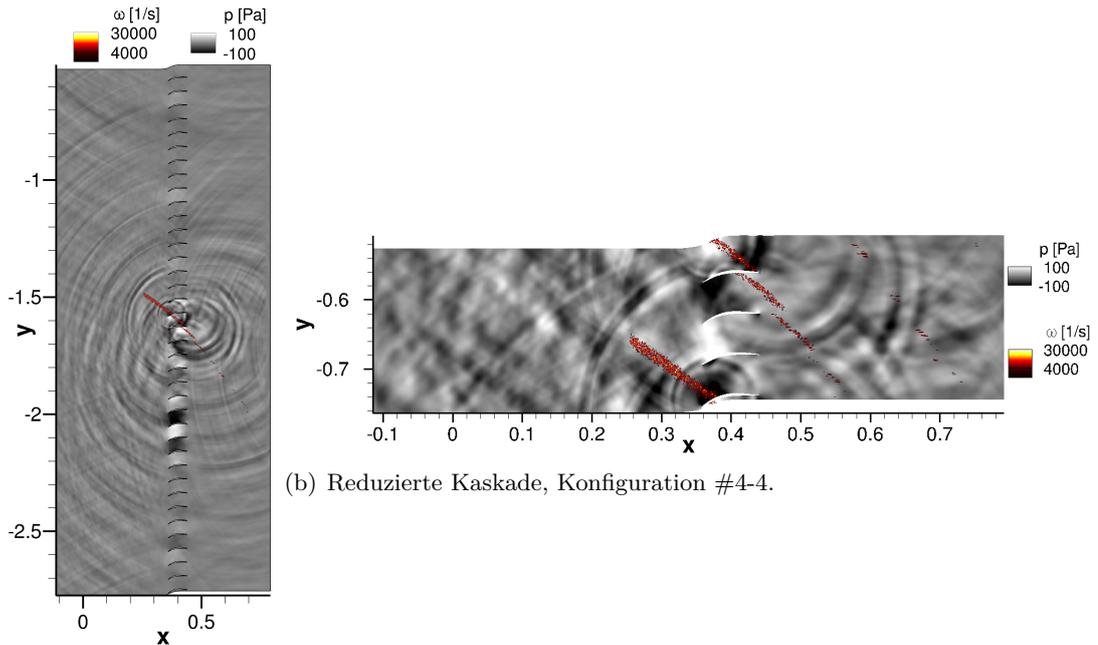


Abb. 56: Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen ermittelt mit der P-PC Konfiguration #38-3.



(a) Volle Kaskade, Konfiguration #38-4.

(b) Reduzierte Kaskade, Konfiguration #4-4.

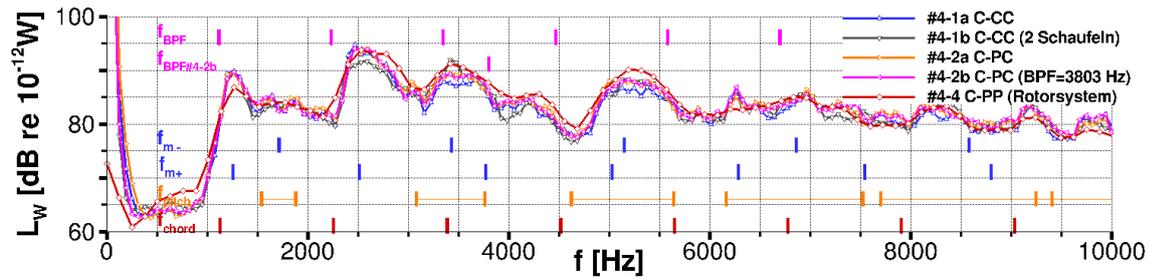
Abb. 57: Instantanes Feld der Wirbelstärke- und Druckschwankungen ermittelt mit den C-PP Konfigurationen (bewegtes RPM-Gebiet).

- Anzahl an FFT-Fenstern: 18 bis 30 HANNING-Fenster mit 50% Überlappung,
- Frequenzauflösung: 82.92 Hz für #4-1a und b & #4-2a und b, 165.84 Hz für alle anderen.

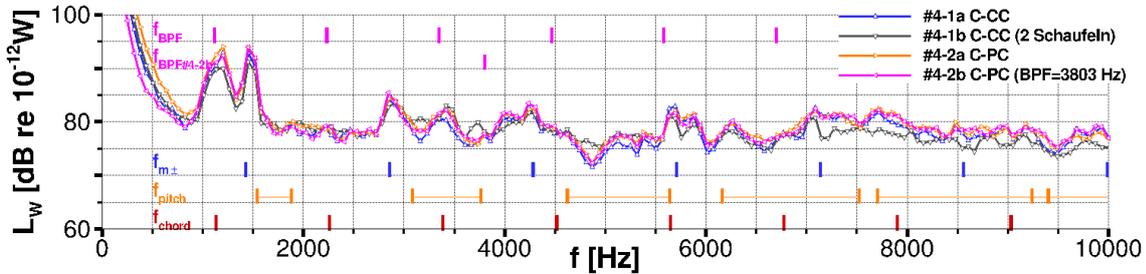
Im Folgenden wurde angenommen, dass die Ermittlung des gesamten breitbandigen Rotor-Stator-Interaktionslärms unter der Annahme erfolgen kann, dass die einzelnen Quellgebiete unkorreliert sind. Die aus der Simulation ermittelten Spektren werden demnach mit einem Faktor multipliziert, der aus dem Verhältnis der Anzahl an unkorrelierten Quellgebieten und der Anregungsbreite des RPM-Gebietes resultiert. Für die meisten Spektren ergibt sich der Faktor zu 38 entsprechend der Anzahl an Statorschaufeln. In Konfiguration #4-1b mit dem breiteren RPM-Gebiet ist der Faktor 19. Die Konfigurationen #4-4 & #38-4 mit bewegtem RPM-Gebiet werden durch Multiplikation mit der Anzahl an Rotorschaufeln (22) ermittelt.

Die charakteristischen Frequenzen (VII.3.2.1) und deren höheren Vielfachen sind durch Symbole an der Frequenzachse markiert. Es ist anzumerken, dass für die reduzierte Kaskade die stromab gültige *Cut-on*-Frequenz um 5% reduziert wurde auf $f_{|m|=1} = 1418.5$ Hz, um der Charakteristik im Spektrum zu entsprechen.

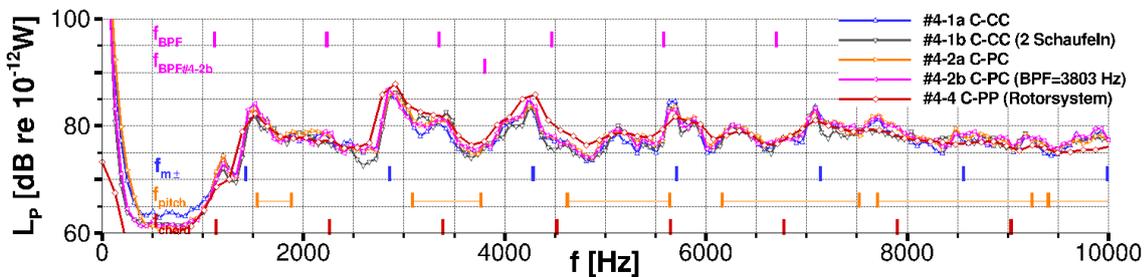
Reduzierte Kaskade: Die zwei akustischen Nachbereitungsmethoden der Daten stromab der Kaskade geben vergleichbare Ergebnisse. Der Unterschied ist vor allem unterhalb der *Cut-on*-Frequenz der ersten höheren Modenordnung $|m| = 1$ sichtbar. Bei der Verwendung der Gl. (107), also der Vernachlässigung der Geschwindigkeitsfluktuationen, ist die erste Spitze ausgeprägter. Im dargestellten Frequenzbereich bis 10 kHz unterscheiden sich die Spektren der verschiedenen Konfigurationen nur marginal. Für alle diese Konfigurationen ist die Hintergrundströmung konstant und identisch. Im Folgenden werden die sichtbaren



(a) PWL stromauf.



(b) PWL stromab unter Vernachlässigung der Sensoren im Nachlauf.



(c) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 58: Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade. Die Symbole zeigen die charakteristischen Frequenzen (VII.3.2.1).

Unterschiede zusammengefasst (siehe hierzu auch die zusätzlichen Darstellungen derselben Daten im Anhang B.2):

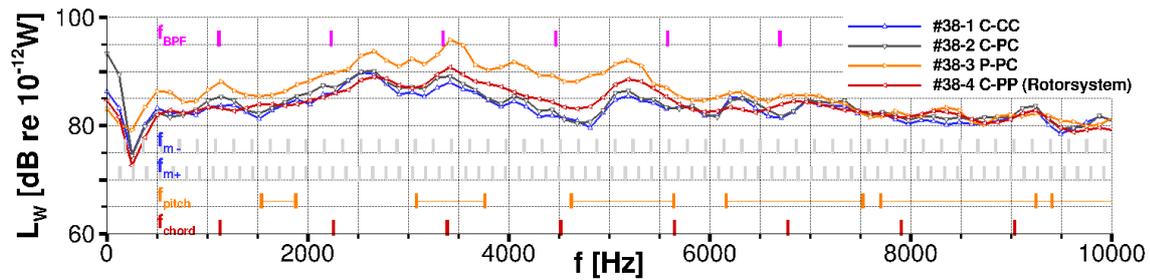
- Die Simulation #4-1b mit dem RPM-Gebiet, das zwei Schaufeln gleichzeitig anregt, unterscheidet sich nur leicht von der Simulation #4-1a, bei der nur an einer Schaufel angeregt wird, siehe hierzu Abb. 90 im Anhang. Somit ist die Annahme zulässig, dass die Schaufeln zueinander unkorrelierte Breitbandschallquellen darstellen.
- Die Spitze um 1.2 kHz, sichtbar in den stromab Spektren aller Simulationen außer #4-4, kann nicht mit der BPF zusammenhängen, da sie ansonsten nicht in Simulation #4-2a sichtbar sein dürfte. Ihr Fehlen in Simulation #4-4 könnte durch die gröbere Auflösung des Spektrums erklärt werden. Die Spitze hängt vermutlich mit der Sehnenlänge der Schaufel zusammen, was wiederum bedeutet, dass Vorder- und Hinterkantengeräusche korreliert sind. Dieser Effekt müsste somit unter Berücksichtigung der Grenzschicht abnehmen.
- Die Einführung einer periodischen Variation der TKE, siehe Abb. 91 im Anhang, hat keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis.
- Trotz der sehr signifikanten Frequenzmodifikation sind die Spektren der Konfigurationen #4-2a und #4-2b mit zwei verschiedenen Periodendauern der TKE-Variation

fast identisch, siehe Abb. 92. Dieses Ergebnis ist sehr überraschend, da die instantanen Wirbelstärkefluktuationen sich sehr unterscheiden, siehe Abb. 55. In den Spektren sind keine Töne bei den BPF-Frequenzen ersichtlich, die mit der Periodizität der TKE in Zusammenhang gebracht werden könnten. Es ist anzumerken, dass beide Konfigurationen den selben Startwert (*Random seed*) für den Zufallszahlengenerator verwenden.

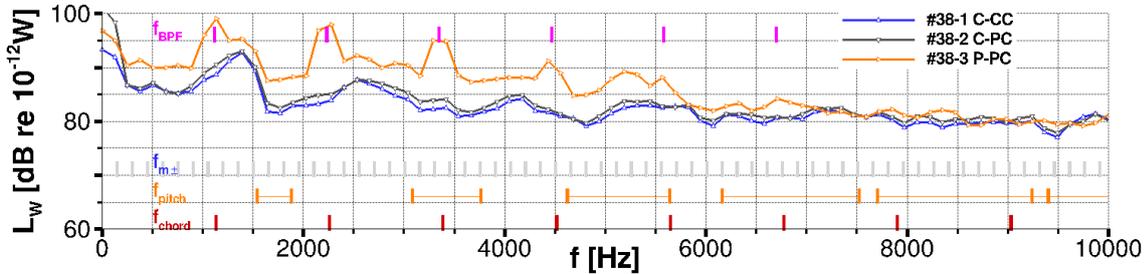
- Die Ergebnisse der Konfiguration #4-4 mit dem bewegten RPM-Gebiet unterscheidet sich nicht signifikant von den anderen Simulationen, siehe Abb. 93. Das bedeutet, dass der Einfluss der TLS-Variation klein ist. Dieses Ergebnis ist allerdings nicht überraschend, da außerhalb des Nachlaufs zwar die Längenskala um einen Faktor 4 größer ist, aber dafür die TKE um einen Faktor 9 kleiner ist als innerhalb des Nachlaufs, siehe Abb. 51(c) und (d). Da durch die Modifikation der mittleren TLS die TLS innerhalb des Nachlaufs der TLS der anderen Konfigurationen entspricht, ist es nicht verwunderlich, dass weder Amplituden- noch Frequenzverschiebungen zu beobachten sind. Es ist anzumerken, dass die FFT-Frequenzauflösung sich durch einen Faktor 2 von allen anderen 4-Schaufel Konfigurationen unterscheidet.

Volle Kaskade:

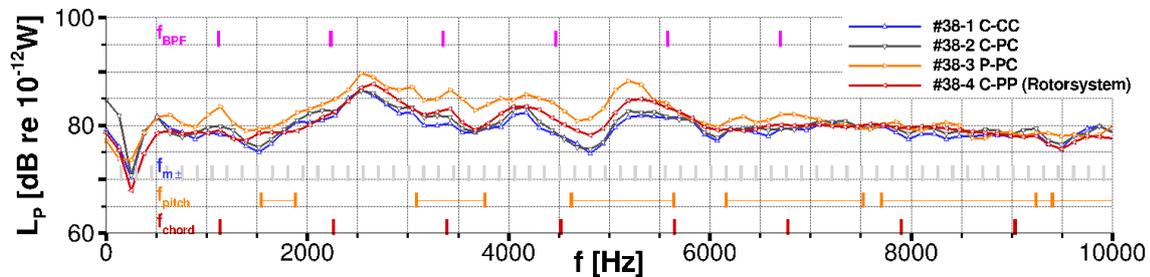
- Im Vergleich zu den Konfigurationen der reduzierten Kaskade mit 4 Schaufeln, zeigen die Spektren der vollen Kaskade mit 38 Schaufeln vergleichbare Level. Sie sind allerdings glatter, was wahrscheinlich auf die höhere Anzahl an ausbreitungsfähigen, akustischen Moden zurückzuführen ist. Außerdem ist die Frequenzauflösung größer.
- Die Ergebnisse für die Fälle mit konstanter Hintergrundströmung sind sehr ähnlich, siehe hierzu auch Abb. 94 und Abb. 95. So wie zuvor für die reduzierte Kaskade lässt sich keine signifikante Änderung durch das Einführen der periodischen Variation der TKE und TLS feststellen.
- Die Konfiguration #38-3 mit periodischer Hintergrundströmung unterscheidet sich von allen anderen Simulationen am meisten, siehe Abb. 96. Das Level ist um bis zu 8 dB erhöht über ein großes Frequenzband unterhalb von 6 kHz. Durch die langsamere Strömungsgeschwindigkeit innerhalb des Nachlaufs konvektieren die turbulenten Ballen im Nachlauf langsamer als außerhalb, vergleiche hierzu die linke Seite von Abb. 56(b). Dieser Effekt erzeugt eine konvektive Drucksignatur, die auf der rechten Seite der Abb. 56(b) zu sehen ist. Solche Signaturen entstehen immer dann, wenn Wirbelstärkefluktuationen durch Strömungsgradienten konvektiert werden, so wie in Scherschichten. Zu einem gewissen Grad ist das ein physikalischer Effekt, aber in den LEE-Gleichungen existiert kein Mechanismus, diese Signaturen zu dämpfen, was zu sogenannten konvektiven oder hydrodynamischen Instabilitäten führen kann (Morris und Boluriaan, 2004; Ewert et al., 2009b). Treffen diese konvektierten Drucksignaturen auf die Schaufeln, so entsteht im Prinzip Schall. In wieweit das ein relevanter Effekt ist, muss in Zukunft weiter untersucht werden.



(a) PWL stromauf.



(b) PWL stromab unter Vernachlässigung der Sensoren im Nachlauf.



(c) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 59: Schallleistungsspektren für die volle Kaskade. Die Symbole zeigen die charakteristischen Frequenzen (VII.3.2.1).

4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde zuerst das Vorgehen zur Simulation von Breitbandschallentstehung durch Rotor-Stator-Interaktion mittels einer 2D-CAA-Simulation gegen Messungen am RC2-Fan validiert. Hierbei zeigt sich, dass sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung der Grenzschicht eine gute Übereinstimmung erzielt werden kann. Eine Berücksichtigung der periodischen Variation der turbulenten kinetischen Energie zeigt keinen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse.

Danach wurde die Erweiterung auf Zyklstationarität und periodischer Hintergrundströmung an dem UHBR-Fan angewendet. Es wurden 9 verschiedene Konfigurationen simuliert und miteinander verglichen. Die Unterschiede der Simulationen waren in allen Fällen nicht signifikant, außer bei der Simulation mit periodischer Hintergrundströmung. In diesem Fall sind die Unterschiede zu den anderen Simulationen nicht abschließend untersucht. Eine vorsichtige Prognose auf laufenden Untersuchungen (Wohlbrandt et al., 2017) lässt die Aussage zu, dass diese Unterschiede auf numerische Probleme zurückzuführen sind. Der Einfluss der Variation der integralen Längenskala wurde nur unvollständig untersucht. Es wurde das TLS-Profil so verändert, dass im Nachlauf die Längenskala nicht kleiner wird als in den Fällen mit konstanter TLS. Daraus resultiert eine Frequenz- und Amplitudenverschiebung der realisierten Turbulenz. Zum Zeitpunkt der Durchführung wurde

der Anpassung der integralen Längenskala im Nachlauf kein großer Stellenwert beigemesen (Wohlbrandt et al., 2015). Inzwischen ist aber bekannt, dass gerade die Längenskala einen erheblichen Einfluss auf den abgestrahlten Schall aufweist (Wohlbrandt et al., 2017), der durch diese Modifikation kaschiert wurde. Auch unter Verwendung eines feineren Gitters wäre zu dem Zeitpunkt aber eine Berücksichtigung der kleineren Längenskalen wahrscheinlich nicht möglich gewesen, da die zur Verfügung stehenden Filter (GAUSS- und PURSER-Filter) für starke Gradienten der Längenskalen instabil werden.

VIII Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigte sich mit der Anwendung des Random-Particle-Mesh-Verfahrens zur Simulation von Fanbreitbandlärm. Mithilfe des Verfahrens können aus zeitgemittelten, turbulenten Größen die zeitabhängigen Fluktuationen so erzeugt werden, dass sie zur Vorhersage der Schallentstehung hinreichend sind. Die zeitgemittelten, turbulenten Größen können aus einer RANS Simulation extrahiert werden. Für die Akustik relevant sind ausschließlich die Zwei-Punkt-Korrelationen, die richtig modelliert werden müssen. Es wird das "Source-A"-Modell zur Synthetisierung der Turbulenz als divergenzfreie Geschwindigkeitsfluktuationen verwendet. Die Untersuchungen waren auf zwei Raumdimensionen beschränkt.

In ausgiebigen Vorstudien konnten zur Vorhersage von Vorderkanteninteraktionslärm zwei robuste Verfahren zur Kopplung der turbulenten Fluktuationen in die Ausbreitungssimulation identifiziert werden. Sowohl die LEE-Relaxationskopplung als auch die Sponge-Kopplung koppeln freie Turbulenz stromauf der Vorderkante störungsfrei in das Ausbreitungsgebiet ein. Der eigentliche Schallentstehungsmechanismus ist so Teil der Ausbreitungsgleichungen. Es konnte bisher kein Verfahren zur direkten Modellierung der Vorderkantenquellen identifiziert werden, das robust und für komplexe Strömungen die Schallentstehung vollständig nachbildet.

Um die Vergleichbarkeit des RPM-Verfahrens mit Messungen zu gewährleisten, wurde ein effizientes Verfahren vorgestellt, das es erlaubt, realistische, isotrope Spektren zu realisieren. Dieses Verfahren bedient sich der Superposition mehrerer GAUSS-Spektren, um analytisch ein Zielspektrum zu realisieren. Dadurch wird die Beschränkung des RPM-Verfahrens auf GAUSS-Spektren aufgehoben. Es wurden verschiedene Parameter untersucht und festgestellt, dass fünf logarithmisch verteilte GAUSS-Realisierungen pro Größenordnung der Wellenzahl hinreichend für eine glatte Lösung sind.

Das vorgeschlagene hybride Verfahren wurde zunächst bei stationärer Anregung für die Vorhersage von Vorderkanteninteraktionslärm erfolgreich an der analytischen Lösung zur harmonischen und zur breitbandigen Turbulenz-Schaufel-Interaktion validiert. Für eine Übereinstimmung war eine physikalische Modellierung der Singularitäten an Vorder- und Hinterkante nötig. Die Erweiterung auf stochastisch realisierte Turbulenz wurde in zwei Anwendungen für Vorderkanteninteraktionslärm – ein lastfreies NACA0012-Profil und ein angestelltes NACA65(12)-10 im Freistrahle – nachgerechnet und erfolgreich gegen Messungen verglichen. Für die verwendeten Randbedingungen wurden Parametereinstellungen vorgeschlagen, die sich auf weitere Simulationen anwenden lassen, um eine robuste Vorhersage zu ermöglichen.

Das bis dato stationäre Verfahren wurde zur Anwendung auf Fans erweitert, wobei die Hintergrundströmung und die mittleren, turbulenten Größen sich periodisch verändern. Die resultierenden Fluktuationen sind damit zyklstationär. Die mittleren Größen werden hierfür aus einer URANS-Simulation entnommen. Durch das vorgestellte Verfahren können die Teilaspekte der Zyklstationarität einzeln untersucht werden. Ausgehend von

einer Stromlinie in der Kanalmitte, wird die Statorschaufelreihe als 2D-Kaskade modelliert. Die Turbulenzsynthetisierung und CAA-Simulation erfolgen in 2D. Dadurch kann effizient die abgestrahlte Gesamtschalleistung des Breitbandlärms stromauf und stromab der Statorreihe vorhergesagt werden. Bei einer Validierung gegen Messungen am NASA SDT-Modellfan sind die Trends wiedergegeben und die Abweichungen der Schalleistung liegen innerhalb von 5 dB. Der Einfluss der Grenzschicht wurde untersucht, wobei sich die Spektren vor allem im tieffrequenten Bereich um bis zu 5 dB unterscheiden. Danach wurden die einzelnen Effekte der Zyklotionarität hierarchisch und exemplarisch am DLR-UHBR-Fan untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass die Quellen zur Schallentstehung an den verschiedenen Statorschaufeln unkorreliert sind. Wird in der Kaskade nicht die volle Schaufelanzahl berücksichtigt, werden im Spektrum *Cut-on*-Frequenzen sichtbar. Davon abgesehen, sind die Pegel und der Trend des Spektrums einer vollen Kaskade wiedergegeben. Der Einfluss der Zyklotionarität auf die mittleren akustischen Spektren scheint vernachlässigbar, obwohl die Zeitsignale sich deutlich unterscheiden. Ausschließlich die Berücksichtigung der periodischen Hintergrundströmung ändert das Spektrum signifikant. Ursachen dafür werden diskutiert, aber können nicht abschließend geklärt werden.

Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Grundlagen zur Breitbandschallsimulation von Rotor-Stator-Interaktionslärm mithilfe des RPM-Verfahrens erzeugt und vorgestellt. Es gilt nun, diese Simulationstechnik in die Anwendung zu bringen und physikalische Phänomene bzgl. der Rotor-Stator-Interaktion eingehend zu studieren. Daneben sind auch Erweiterungen des bestehenden Verfahrens sinnvoll. Sie werden hier nach den Zielen dieser Arbeit zusammengefasst.

Bisher wurden die zyklotionären Simulationen durch eine stationäre Spektralanalyse durchgeführt. Dadurch werden Unterschiede in den Simulationsergebnissen vernachlässigt. Eine Untersuchung mithilfe von zyklotionärer Spektralanalyse (Jurdic et al., 2009) könnte hier weitere Einblicke bringen. Besonders für die Verifizierung dieser Analyse sind die vorliegenden Daten gut geeignet. Auch für die analytische Modellierung sind hieraus wichtige Erkenntnisse zu erwarten.

Das in dieser Arbeit vorgestellte 2D-Verfahren gewinnt durch die Verwendung mehrerer radialer Schnitte an Genauigkeit. Darüber hinaus ist eine Anwendung der zyklotionären Turbulenzrealisierung auf 3D-Simulationen in Zukunft angestrebt. Ähnlich wie in der 2D-Kaskade muss für eine korrekte Breitbandschallvorhersage die Simulation alle Schaufeln beinhalten, auch wenn nur die Interaktion der Wirbel mit einer Schaufel simuliert wird. Dieses ist aktuell sehr kostspielig, da die strukturierte Vernetzung keine Reduktion der Zellenanzahl auf den anderen Schaufeln zulässt, obwohl nur an der angeregten Schaufel die Auflösung fein genug sein muss, um die emittierten turbulenten Strukturen aufzulösen. Es gibt nun mehrere Möglichkeiten, diesem Problem zu begegnen.

- Für die Schallentstehung durch Turbulenz-Schaufelinteraktion ist die schaufelnormale Komponente der Turbulenz maßgeblich für die Schallentstehung (A.13). Daher ist es vermutlich möglich in der 3D-Realisierung die radiale Komponente der turbulenten Strukturen sehr viel gröber aufzulösen. Das entspricht im Prinzip der Realisierung mittels der 2D-Kaskade unter zusätzlicher Berücksichtigung der 3D-Schallausbreitung. Ein ähnlicher Ansatz wäre denkbar, wenn das RPM-Gebiet nicht die gesamte Kanalhöhe umfasst, sondern nur einen schmalen Bereich anregt, der dann entsprechend die Turbulenz auflöst.

- Sollte es möglich sein, die Quellen der Rotor-Stator-Interaktion explizit zu modellieren, wäre die Auflösung des gesamten CAA-Gebiets nur durch die akustische Wellenlänge bestimmt.
- Polacsek et al. (2015) haben ein Verfahren vorgestellt, wie mit einer einzelnen, angeregten Schaufel mit periodischen Randbedingungen in Umfangsrichtung der emittierte Schall vorhergesagt werden kann. Durch dieses Verfahren ist der innerhalb der CAA ausgebreitete Schall zwischen allen benachbarten Schaufeln voll korreliert. Um dieses zu umgehen, verwenden sie aus der Simulation lediglich die stationären Oberflächendrücke auf der Schaufel für eine Ffowcs-Williams-Hawkings-Extrapolation.
- Die benötigte Rechenleistung und -zeit muss reduziert werden. Das Ziel ist es, nur zwischen Einkopplungsebene und der angeregten Schaufel die Wirbelstrukturen aufzulösen. In allen anderen Bereichen ist die Auflösung durch die viel größere akustische Wellenlänge gegeben.
 - Die Verwendung eines CAA-Codes für unstrukturierte Gitter würde ermöglichen, nur in den relevanten Bereichen zu verfeinern (Bauer et al., 2011).
 - Für strukturierte Vernetzung gibt es mehrere Möglichkeiten, nur lokale Verfeinerungen zuzulassen, indem Alternativen zur der 1-zu-1-Konnektivität verwendet werden. Darunter die Implementierung von *overset methods* und *patched multiblocks* (Baker, 2005). Ersteres ist auch als *Chimera*-Methode bekannt und ermöglicht verschiedene Gitter ohne Einschränkungen zu überlagern (Delfs, 2001). Letzteres Verfahren lässt keine Überlappung der Blöcke zu, aber die Konnektivität ist nun nicht mehr 1-zu-1. Dazu zählen allgemeine Implementierungen der bewegten Schnittflächen (*sliding interfaces*), dessen Spezialfall der unbewegten Schnittfläche und im Besonderen, da besonders effizient, das Verfahren der 1-zu-2-Konnektivitäten, *Hanging Nodes* genannt.
 - Außerdem gibt es den Ansatz der *immersed boundaries* (Bobenrieth Miserda et al., 2010), der eine gitterlose Realisierung der Schaufeloberflächen ermöglicht. Das zugrunde liegende Gitter des Rohres bedarf damit keiner komplizierten Topologie. Auch eine Realisierung einer drehenden Schaufelreihe wäre damit kostengünstig möglich.
- Eine weitere sinnvolle Erweiterung, um die Performanz der Simulationen zu erhöhen, ist die numerische Realisierung von lokalen Zeitschrittweiten (Liu et al., 2010). Dadurch können räumlich grob aufgelöste Blöcke auch zeitlich grob aufgelöst werden und es kann so erheblich Rechenzeit eingespart werden.

Die Erweiterung der bestehenden Verfahren auf anisotrope Turbulenz hat zwei Vorteile: (1) Eine realistischere Zuströmturbulenz und (2) die Berücksichtigung von Anisotropie im Staupunkt. Der erste Punkt ist besonders interessant, da der Rotornachlauf bekanntlich starke Anisotropie aufweist. Der zweite Punkt verspricht durch die Abbildung der Verzerrungen der Wirbel an der Vorderkante eine bessere explizite Modellierung der Quelle für die Einkopplung direkt an der Vorderkante. Dazu ist ein besseres RANS-Turbulenzmodell notwendig.

Eine explizite Quelle zur Vorhersage Vorderkanteninteraktionslärm konnte bisher nicht gefunden werden. Das verwendete Verfahren der Synthetisierung von Zuströmturbulenz ist auf eingefrorene Turbulenz beschränkt. Eine lokale Realisierung der Quelle würde es ermöglichen, turbulenten Zerfall zu berücksichtigen und die Anforderungen an die Auflösung des CAA-Gebietes zu reduzieren.

Ewert (2016) hat ein Verfahren vorgestellt, dass durch Einsetzen von Gl. (41) in Gl. (159) aus dem RPM-Modell eine partielle Differentialgleichung für die Geschwindigkeitsfluktuationen herleitet. Durch Erweiterung dieser Gleichung mit einem Diffusionsterm kann durch Vergleich mit den Transportgleichungen der zugrundeliegenden RANS für (1) k_t und ω_t und einem Schließungsansatz oder (2) dem vollständigen REYNOLDS-Spannungstensors als eine vollständige Repräsentation der Turbulenz im Zeitbereich verwendet werden. Diese sogenannten "Forced Linear-Advection-Diffusion-Dissipation"-Gleichungen (FLADD) sind für Vorderkantenlärm besonders aus einem Grund interessant: im Gegensatz zum bisherigen RPM-Verfahren müssen für die Lösung der partiellen Differentialgleichung Randbedingungen formuliert werden. Durch die Implementierung einer Wandhaft- oder einer *Slip*-Bedingung könnte eine Möglichkeit gefunden sein, die solenoidalen Anteile der Geschwindigkeitsfluktuationen lokal an der Vorderkante zu erzeugen und als Quelle in die APE einzugeben. Dadurch ist zwar die Lösung eines zusätzlichen Gleichungssystems notwendig, allerdings ist das auf das Quellgebiet und in den bisherigen Überlegungen auf je eine Gleichung pro Geschwindigkeitskomponente beschränkt.

Literatur

Die Einträge sind alphabetisch nach den Namen der Autoren sortiert. In Klammern steht, wo in dieser Arbeit die Referenz erwähnt wird. Im PDF-Dokument sind DOI und URL mit Weblinks hinterlegt.

- Adamczyk, J. J. (1974). *The passage of an infinite swept airfoil through an oblique gust*. Contractor Report NASA CR-2395. East Hartford, Conn.: United Aircraft Research Laboratories, S. 1–100 (siehe S. 153).
- Alecu, T. I., S. Voloshynovskiy und T. Pun (2005). „The gaussian transform“. In: *EUSIP-CO2005, 13th European Signal Processing Conference*. Antalya, Turkey: Institute of Electrical und Electronics Engineers, S. 4–8. URL: <http://www.eurasip.org/Proceedings/Eusipco/Eusipco2005/defevent/papers/cr1021.pdf> (besucht am 31.01.2014) (siehe S. 43 ff.).
- Amiet, R. K. (1974). „Compressibility Effects in Unsteady Thin-Airfoil Theory“. In: *AIAA Journal* 12.2, S. 252–255. DOI: 10.2514/3.49212 (siehe S. 153).
- (1975a). „Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream“. In: *Journal of Sound and Vibration* 41.4, S. 407–420. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/S0022-460X(75)80105-2 (siehe S. 71, 153).
 - (1975b). „Correction of open jet wind tunnel measurements for shear layer refraction“. In: *2nd Aeroacoustics Conference*. Hampton, Virginia: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 532. DOI: 10.2514/6.1975-532 (siehe S. 78).
 - (1976a). „Airfoil Response to an Incompressible Skewed Gust of Small Spanwise Wave-Number“. In: *AIAA Journal* 14.4, S. 541–542 (siehe S. 70, 153).
 - (1976b). „High frequency thin-airfoil theory for subsonic flow“. In: *AIAA Journal* 14.8, S. 1076–1082. DOI: 10.2514/3.7187 (siehe S. 4, 7, 65, 67, 69 f., 75, 138, 153, 162, 179).
 - (1976c). „Noise due to turbulent flow past a trailing edge“. In: *Journal of Sound and Vibration* 47.3, S. 387–393 (siehe S. 67).
- Arnold, F. (1999). *Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schalleistungsbestimmung in Strömungskanälen*. Als Ms. gedr. Fortschritt-Berichte / VDI Reihe 7, Strömungstechnik 353. Düsseldorf: VDI Verl. 160 S. ISBN: 978-3-18-335307-1 (siehe S. 54).
- Atassi, H. M., A. A. Ali, O. V. Atassi und I. V. Vinogradov (2004). „Scattering of incident disturbances by an annular cascade in a swirling flow“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 499, S. 111–138. ISSN: 0022-1120, 1469-7645. DOI: 10.1017/S0022112003007031 (siehe S. 7).
- Atassi, H. M. und M. M. Logue (2008). „Effect of turbulence structure on broadband fan noise“. In: *29th AIAA Aeroacoustics Conference*. Vancouver, Canada: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2842. DOI: 10.2514/6.2008-2842 (siehe S. 17 f.).
- (2010). „Modeling tonal and broadband interaction noise“. In: *Procedia Engineering* 6, S. 214–223. ISSN: 18777058. DOI: 10.1016/j.proeng.2010.09.023 (siehe S. 7).
- Atassi, H. M. und I. V. Vinogradov (2007). „Modelling Broadband Fan Noise and Comparison with Experiments“. In: *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Rome, Italy: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3691. ISBN: 978-1-62410-003-1. DOI: 10.2514/6.2007-3691 (siehe S. 4).

- Atassi, H. M., J. Fang und S. Patrick (1993). „Direct calculation of sound radiated from bodies in nonuniform flows“. In: *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME* 115.4, S. 573–579. ISSN: 00982202 (siehe S. 4).
- Baker, T. (2005). „Mesh generation: Art or science?“ In: *Progress in Aerospace Sciences* 41.1, S. 29–63. ISSN: 03760421. DOI: 10.1016/j.paerosci.2005.02.002 (siehe S. 115).
- Batchelor, G. K. und I. Proudman (1954). „The Effect of Rapid Distortion of a Fluid in Turbulent Motion“. In: *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* 7.1, S. 83–103. ISSN: 0033-5614, 1464-3855. DOI: 10.1093/qjmath/7.1.83 (siehe S. 4, 180).
- Bauer, M., J. Dierke und R. Ewert (2011). „Application of a Discontinuous Galerkin Method to Discretize Acoustic Perturbation Equations“. In: *AIAA Journal* 49.5, S. 898–908. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.J050333 (siehe S. 115).
- Bechara, W., C. Bailly, S. M. Candel und P. Lafon (1994). „Stochastic approach to noise modeling for free turbulent flows“. In: *AIAA Journal* 32.3, S. 455–463. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.12008 (siehe S. 7, 18).
- Becker, K., K. Heitkamp und E. Kügeler (2010). „Recent Progress In A Hybrid-Grid CFD Solver For Turbomachinery Flows“. In: *Fifth European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010*. Hrsg. von J. C. F. Pereira, A. Sequeira und J. M. C. Pereira. Lisabon, Portugal: The European Community on Computational Methods in Applied Sciences (ECCOMAS). ISBN: 978-989-96778-1-4. URL: <http://elib.dlr.de/68938/> (besucht am 28.09.2016) (siehe S. 21).
- Bernicke, P., R. A. Akkermans, R. Ewert und J. Dierke (2016). „Overset LES with an Acoustic Relaxation Term for Sound Source Simulations“. In: *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3031. ISBN: 978-1-62410-386-5. DOI: 10.2514/6.2016-3031 (siehe S. 29).
- Billson, M., L.-E. Eriksson und L. Davidson (2003). „Jet noise prediction using stochastic turbulence modeling“. In: *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Hilton Head, South Carolina: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3282. DOI: 10.1.1.728.1062 (siehe S. 143).
- Bobenrieth Miserda, R., A. L. Maldonado, B. Pimenta und R. Queiroz (2010). „Simulation of the Cascade-Gust Interaction Problem Using a High-Order Immersed Boundary Method“. In: *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Stockholm, Sweden: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3889. ISBN: 978-1-60086-955-6. DOI: 10.2514/6.2010-3889 (siehe S. 115).
- Bouley, S., B. François, M. Roger und S. Moreau (2015). „On a mode-matching technique for sound generation and transmission in a linear cascade of outlet guide vanes“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2825. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2825 (siehe S. 4, 55).
- Bronstein, I. N., K. A. Semendjaev, G. Musiol und H. Mühlig (2008). *Taschenbuch der Mathematik*. 7. Frankfurt am Main: Deutsch. ISBN: 978-3-8171-2007-9 3-8171-2007-9 978-3-8171-2017-8 3-8171-2017-6 (siehe S. 46, 145).
- Casalino, D., A. Hazir und A. Mann (2016). „Turbofan Broadband Noise Prediction using the Lattice Boltzmann Method“. In: *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2945. DOI: 10.2514/6.2016-2945 (siehe S. 6).
- Chapman, D. R. (1979). „Computational Aerodynamics Development and Outlook“. In: *AIAA Journal* 17.12, S. 1293–1313. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.61311 (siehe S. 5).
- Choi, H. und P. Moin (2012). „Grid-point requirements for large eddy simulation: Chapman’s estimates revisited“. In: *Physics of Fluids (1994-present)* 24.1, S. 011702. DOI: 10.1063/1.3676783 (siehe S. 5).

- Chong, T. P. und S. Siddiqi (2015). „Aeroacoustic and Aerodynamic Performances of an Aerofoil Subjected to Sinusoidal Leading Edges“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2200. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2200 (siehe S. 75).
- Chong, T. P., A. Vathylakis, P. F. Joseph und M. Gruber (2013). „Self-Noise Produced by an Airfoil with Nonflat Plate Trailing-Edge Serrations“. In: *AIAA Journal* 51.11, S. 2665–2677. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.J052344 (siehe S. 79).
- Clair, V., C. Polacsek, T. L. Garrec und G. Reboul (2012). „CAA methodology to simulate turbulence-airfoil noise“. In: *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Colorado Springs, CO: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2189. DOI: 10.2514/6.2012-2189 (siehe S. 5, 8, 70 f., 75).
- Clair, V., C. Polacsek, T. Le Garrec, G. Reboul, M. Gruber und P. Joseph (2013). „Experimental and Numerical Investigation of Turbulence-Airfoil Noise Reduction Using Wavy Edges“. In: *AIAA Journal* 51.11, S. 2695–2713. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.J052394 (siehe S. 8, 75).
- Colony, R. und R. R. Reynolds (1970). „An application of Hockney’s method for solving Poisson’s equation“. In: *spring joint computer conference*, S. 409. DOI: 10.1145/1476936.1476999 (siehe S. 149).
- Coupland, J. (2014). *Fan Stage Broadband Noise Benchmarking Programme Specification of Fundamental Test Case 1 (FC1)* (siehe S. 79 f., 85).
- Cozza, I., a. Iob und R. Arina (2012). „Broadband trailing-edge noise prediction with a stochastic source model“. In: *Computers & Fluids* 57, S. 98–109. ISSN: 00457930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2011.12.011 (siehe S. 8, 40).
- Crighton, D. G. (1985). „The Kutta Condition in Unsteady Flow“. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 17.1, S. 411–445. ISSN: 0066-4189. DOI: 10.1146/annurev.fl.17.010185.002211 (siehe S. 67).
- Curle, N. (1955). „The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound“. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 231.1187, S. 505–514. ISSN: 1364-5021, 1471-2946. DOI: 10.1098/rspa.1955.0191 (siehe S. 13).
- Davies, C. und P. W. Carpenter (2001). „A Novel Velocity–Vorticity Formulation of the Navier–Stokes Equations with Applications to Boundary Layer Disturbance Evolution“. In: *Journal of Computational Physics* 172.1, S. 119–165. ISSN: 00219991. DOI: 10.1006/jcph.2001.6817 (siehe S. 151).
- De Roeck, W., W. Desmet, M. Baelmans und P. Sas (2004). „An overview of high-order finite difference schemes for computational aeroacoustics“. In: *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering*. Citeseer, S. 353–368. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.448.5473&rep=rep1&type=pdf> (besucht am 04.04.2017) (siehe S. 27).
- Delfs, J. W. (2001). „An overlapped grid technique for high resolution CAA schemes for complex geometries“. In: American Institute of Aeronautics und Astronautics. DOI: 10.2514/6.2001-2199 (siehe S. 115).
- (2014). „Grundlagen der Aeroakustik“. Lecture notes. Technische Universität Braunschweig. URL: http://www.dlr.de/as/en/Portaldata/5/Resources/dokumente/abteilungen/abt_ta/2016/Notes_Basics_of_Aeroacoustics_Delfs.pdf (besucht am 18.08.2016) (siehe S. 13, 33).
- Delfs, J. W., M. Bauer, R. Ewert, H. A. Grogger, M. Lummer und T. G. W. Lauke (2008). *Numerical Simulation of Aerodynamic Noise with DLR’s aeroacoustic code PIANO* (siehe S. 26 ff., 148).

- Delfs, J., J. Yin und X. Li (1999). „Leading edge noise studies using CAA“. en. In: *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Bellevue, WA, U.S.A.: American Institute of Aeronautics und Astronautics. DOI: 10.2514/6.1999-1897 (siehe S. 31).
- Dieste, M. (2011). „Random-Vortex-Particle Methods Applied to Broadband Fan Interaction Noise“. Dissertation. University of Southampton (siehe S. 34).
- Dieste, M. und G. Gabard (2012). „Random particle methods applied to broadband fan interaction noise“. In: *Journal of Computational Physics* 231.24, S. 8133–8151. ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/j.jcp.2012.07.044 (siehe S. 8 f., 34, 59, 70 f., 137 f., 143, 148, 165, 171, 179).
- Drela, M. und H. Youngren (2008). *A User's Guide to MISES 2.63*. URL: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/mises/mises.pdf> (besucht am 04.11.2016) (siehe S. 151).
- Durbin, P. (1996). „On the k-3 stagnation point anomaly“. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 17.1, S. 89–90. ISSN: 0142727X. DOI: 10.1016/0142-727X(95)00073-Y (siehe S. 140).
- Ehrenfried, K. (2003). *Strömungsakustik*. Berlin, Germany: Mensch & Buch Verlag. ISBN: 3-89820-699-8 (siehe S. 13 f.).
- Envia, E. (1998). „A High frequency model of cascade noise“. In: *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Toulouse, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2318. DOI: 10.2514/6.1998-2318 (siehe S. 4).
- Envia, E. und A. Branch (2002). „Fan Noise Source Diagnostic Test - Vane Unsteady Pressure Results“. In: *AIAA Conference*, S. 1–15 (siehe S. 2).
- Envia, E. und J. Coupland (2014). „AA-39 Panel Session: Fan Broadband Noise Prediction“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics. URL: <http://www.oai.org/aeroacoustics/FBNWorkshop> (siehe S. 63 f., 79, 82, 85).
- (2015). „Panel Session: Fan Broadband Noise Prediction“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics. URL: <http://www.oai.org/aeroacoustics/FBNWorkshop> (siehe S. 4, 54, 89, 94, 96, 98).
- Envia, E., D. L. Tweedt, R. P. Woodward, D. M. Elliott, E. B. Fite, C. E. Hughes, G. G. Podboy und D. L. Sutliff (2008). „An Assessment of Current Fan Noise Prediction Capability“. In: *Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*. Vancouver, Canada: American Institute of Aeronautics und Astronautics (siehe S. 2).
- Eulitz, F. (2000). „Numerische Simulation und Modellierung der instationären Strömung in Turbomaschinen“. Dissertation. Köln: DLR (siehe S. 141).
- Europäische Kommission, Hrsg. (2001). *Vision 2020: European Aeronautics: A vision for 2020; Meeting societies needs and winning global leadership; Report of the Group of Personalities*. Policy / European Commission. Luxembourg: Publ. Off. of the Europ. Union. 25 S. ISBN: 978-92-894-0559-1. URL: http://www.acare4europe.org/sites/acare4europe.org/files/document/Vision%202020_0.pdf (besucht am 10.06.2016) (siehe S. 1).
- Hrsg. (2011). *Flightpath 2050: Europe's vision for aviation ; maintaining global leadership and serving society's needs ; report of the High-Level Group on Aviation Research*. Policy / European Commission. Luxembourg: Publ. Off. of the Europ. Union. 25 S. ISBN: 978-92-79-19724-6. URL: http://www.acare4europe.com/sites/acare4europe.org/files/document/Flightpath2050_Final.pdf (besucht am 10.06.2016) (siehe S. 1, 3).
- Evers, I. und N. Peake (2002). „On sound generation by the interaction between turbulence and a cascade of airfoils with non-uniform mean flow“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 463, S. 25–52. ISSN: 0022-1120. DOI: 10.1017/S0022112002008698 (siehe S. 4, 74).

- Ewert, R. (2002). „A Hybrid Computational Aeroacoustics Method to Simulate Airframe Noise“. Dissertation. Aachen, Germany: Technische Hochschule Aachen. 218 S. (siehe S. 13, 27, 142).
- (2006). „Slat noise trend predictions using CAA with stochastic sound sources from a random particle mesh method (RPM)“. In: *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Cambridge, MA: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2667. DOI: 10.2514/6.2006-2667 (siehe S. 8).
 - (2007). „RPM - the fast Random Particle-Mesh method to realize unsteady turbulent sound sources and velocity fields for CAA applications“. In: *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Rome, Italy: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3506. DOI: 10.2514/6.2007-3506 (siehe S. 39).
 - (2008). „Broadband slat noise prediction based on CAA and stochastic sound sources from a fast random particle-mesh (RPM) method“. In: *Computers & Fluids* 37.4, S. 369–387. ISSN: 00457930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2007.02.003 (siehe S. 19, 32, 35, 40, 49, 133).
 - (2016). „Canonical Stochastic Realization of Turbulent Sound Sources via Forced Linear Advection-Diffusion-Dissipation Equation“. In: *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2965. ISBN: 978-1-62410-386-5. DOI: 10.2514/6.2016-2965 (siehe S. 116).
- Ewert, R., C. Appel, J. Dierke und M. Herr (2009a). „RANS/CAA Based Prediction of NACA 0012 Broadband Trailing Edge Noise and Experimental Validation“. In: *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Miami, Florida: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3269. DOI: 10.2514/6.2009-3269 (siehe S. 138 f.).
- Ewert, R., J. Dierke, A. Neifeld und M. Alavi Moghadam (2014). „Linear- and Non-Linear Perturbation Equations with Relaxation Source Terms for Forced Eddy Simulation of Aeroacoustic Sound Generation“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA Aviation. American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3053–3084. ISBN: 978-1-62410-285-1. DOI: 10.2514/6.2014-3053 (siehe S. 26, 28, 30, 52, 148 f.).
- Ewert, R., J. Dierke, J. Siebert, A. Neifeld, C. Appel, M. Siefert und O. Kornow (2011a). „CAA broadband noise prediction for aeroacoustic design“. In: *Journal of Sound and Vibration* 330.17, S. 4139–4160. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2011.04.014 (siehe S. 3, 8, 14, 32 ff., 52, 132, 144).
- Ewert, R. und R. Emunds (2005). „CAA Slat Noise Studies Applying Stochastic Sound Sources Based On Solenoidal Digital Filters“. In: *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Monterey, California: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2862. DOI: 10.2514/6.2005-2862 (siehe S. 8).
- Ewert, R., O. Kornow, J. W. Delfs, J. Yin, T. Röber und M. Rose (2009b). „A CAA based approach to tone haystacking“. In: *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Miami, Florida: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3217. DOI: 10.2514/6.2009-3217 (siehe S. 41, 110).
- Ewert, R., O. Kornow, B. J. Tester, C. J. Powles, J. W. Delfs und M. Rose (2008). „Spectral broadening of jet engine turbine tones“. In: *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Vancouver, Canada: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2940. DOI: 10.2514/6.2008-2940 (siehe S. 39).
- Ewert, R., A. Neifeld und A. M. Fritzsche (2011b). „A 3-D modal stochastic jet noise source model“. In: *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*. Portland, Oregon: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2887. DOI: 10.2514/6.2011-2887 (siehe S. xxv).

- Ewert, R., A. Neifeld und A. M. Wohlbrandt (2012). „A three-parameter Langevin model for hot jet mixing noise prediction“. In: *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Colorado Springs, CO: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2238. DOI: 10.2514/6.2012-2238 (siehe S. xxv, 134, 142 f.).
- Farassat, F. und J. Casper (2012). „Broadband noise prediction when turbulence simulation is available—Derivation of Formulation 2B and its statistical analysis“. In: *Journal of Sound and Vibration* 331.10, S. 2203–2208. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2011.07.044 (siehe S. 5).
- Fiedler, H. E. (2003). *Turbulente Strömungen*. Vorlesungsskript (siehe S. 12, 51, 139).
- Fink, M. R. (1975). „Experimental Evaluation of Theories for Trailing Edge and Incidence Fluctuation Noise“. In: *AIAA Journal* 13.11, S. 1472–1477 (siehe S. 2, 153).
- Fletcher, T. M. und R. E. Brown (2009). „Simulating Wind Turbine Interactions using the Vorticity Transport Model“. In: *ASME Wind Energy Symposium* (siehe S. 151).
- Franke, M., T. Röber, E. Kügeler und G. Ashcroft (2010). „Turbulence treatment in steady and unsteady turbomachinery flows“. In: *V European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD*, S. 14–17. URL: <http://congress.cimne.com/eccomas/cfd2010/papers/01628.pdf> (besucht am 10.10.2014) (siehe S. 21, 98, 140).
- Frey, C., G. Ashcroft, H.-P. Kersken und C. Voigt (2014). „A Harmonic Balance Technique for Multistage Turbomachinery Applications“. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition*. ASME Turbo Expo 2014. Düsseldorf, Deutschland. URL: <http://elib.dlr.de/90761/> (besucht am 07.04.2015) (siehe S. 22).
- Fritzsche, A. M. (2009). „Numerische Untersuchung der Transmission, Reflexion und Streuung von Schallwellen an einem Schaufelgitter“. Diplomarbeit. Berlin: Technische Universität Berlin (siehe S. xxv, 28).
- Fritzsche, A. M., S. Guérin, C. Weckmüller und L. Enghardt (2010). „Numerical investigation of transmission, reflection and scattering of sound waves through a blade row“. In: *Proceedings of the DAGA 2010 International Conference on Acoustics*, S. 209 (siehe S. xxv).
- Ganz, U. W., P. D. Joppa, T. J. Patten, D. F. Scharpf, B. Commercial und A. Group (1998). „Boeing 18-Inch Fan Rig Broadband Noise Test“. In: *NASA (CR-1998-208704)* (siehe S. 2).
- Gardner, W. A., A. Napolitano und L. Paura (2006). „Cyclostationarity: Half a century of research“. In: *Signal Processing* 86.4, S. 639–697. ISSN: 0165-1684. DOI: 10.1016/j.sigpro.2005.06.016 (siehe S. 9, 51).
- Gea-Aguilera, F., J. Gill, X. Zhang, X. Chen und T. Nodé-Langlois (2016). „Leading Edge Noise Predictions Using Anisotropic Synthetic Turbulence“. In: *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2840. URL: <http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2016-2840> (besucht am 21.09.2016) (siehe S. 9, 75).
- Gea-Aguilera, F., X. Zhang, X. Chen, J. R. Gill und T. Nodé-Langlois (2015). „Synthetic Turbulence Methods for Leading Edge Noise Predictions“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2670–2693. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2670 (siehe S. 8, 43, 75, 79).
- Geyer, T. F., E. Sarradj und M. Hobracht (2016). „Noise generated by leading edge in anisotropic turbulence“. In: *45th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*. Inter-Noise. Hamburg, S. 6067–6078 (siehe S. 2, 74 f.).
- Gill, J. R., X. Zhang, P. Joseph und T. Node-Langlois (2014). „Reduced Dimension Modeling of Leading Edge Turbulent Interaction Noise“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics*

- Conference*. AIAA Aviation. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2321. ISBN: 978-1-62410-285-1. DOI: 10.2514/6.2014-2321 (siehe S. 8).
- Gill, J., X. Zhang und P. Joseph (2013). „Symmetric airfoil geometry effects on leading edge noise“. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 134.4, S. 2669–2680. URL: <http://scitation.aip.org/content/asa/journal/jasa/134/4/10.1121/1.4818769> (besucht am 04.11.2014) (siehe S. 8).
- Glegg, S. A. L. (1999). „The Response of a Swept Blade Row To a Three-Dimensional Gust“. In: *Journal of Sound and Vibration* 227.1, S. 29–64. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2327 (siehe S. 4).
- Glegg, S. A. L. und W. J. Devenport (2010). „Panel methods for airfoils in turbulent flow“. In: *Journal of Sound and Vibration* 329.18, S. 3709–3720. ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2010.03.007 (siehe S. 7).
- Glegg, S. A. L., W. J. Devenport und J. K. Staubs (2006). „Leading Edge Noise“. In: *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Cambridge, MA: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2424. DOI: 10.2514/6.2006-2424 (siehe S. 4, 74).
- Gliebe, P., P. Y. Ho und R. Mani (1995). *UHB Engine Fan Broadband Noise Reduction Study*. Final Report: NASA-Lewis Research Center NASA CR-198357. Cincinnati, Ohio: GE Aircraft Engines, S. 48 (siehe S. 2).
- Gliebe, P., R. Mani, H. Shin, B. Mitchell, G. Ashford, S. Salamah und S. Connell (2000). *Aeroacoustic Prediction Codes*. August, S. 322 (siehe S. 2).
- Goldstein, M. E. (1976). *Aeroacoustics*. New York: McGraw-Hill International Book Co. 293 S. ISBN: 978-0-07-023685-1 (siehe S. 4, 132, 148, 158).
- (1978). „Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 89.3, S. 433. ISSN: 0022-1120, 1469-7645. DOI: 10.1017/S0022112078002682 (siehe S. 4, 180).
- (2001). „An exact form of Lilley’s equation with a velocity quadrupole/temperature dipole source term“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 443, S. 231–236. DOI: 10.1017/S002211200100547X (siehe S. 13).
- Golubev, V. V., R. R. Mankbadi und R. Hixon (2005). „Space-Time Mapping Analysis of Airfoil Nonlinear Interaction With Unsteady Inviscid Flow“. In: *AIAA Journal* 43.10, S. 2147–2156. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.12450 (siehe S. 7).
- Grace, S. M. (2015). „Further Investigations Into a Low-Order Model of Fan Broadband Noise“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3283. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-3283 (siehe S. 4).
- Grace, S. M., A. Wixom, J. Winkler, D. Sondak und M. Logue (2012). „Fan Broadband Interaction Noise Modeling“. In: *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Colorado Springs, CO: American Institute of Aeronautics und Astronautics. ISBN: 978-1-60086-932-7. DOI: 10.2514/6.2012-2269 (siehe S. 4).
- Greschner, B. und F. Thiele (2012). „Broadband Noise Analysis of a Rotor-Stator-Cascade Using Wall Modeled LES Simulation“. In: *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Bd. 2012. Colorado Springs, CO: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2308. ISBN: 978-1-60086-932-7. DOI: 10.2514/6.2012-2308 (siehe S. 5).
- Grimm, F., R. Ewert, J. Dierke, B. Noll und M. Aigner (2014). „The Fast Random Particle Method for Combustion Noise Prediction“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA Aviation. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2451. DOI: doi:10.2514/6.2014-2451 (siehe S. 27).
- Gruber, M., P. Joseph und T. Chong (2011). „On the mechanisms of serrated airfoil trailing edge noise reduction“. In: American Institute of Aeronautics und Astronautics. ISBN: 978-1-60086-943-3. DOI: 10.2514/6.2011-2781 (siehe S. 79).

- Haeri, S., J. W. Kim, S. Narayanan und P. Joseph (2014). „3D calculations of aerofoil-turbulence interaction noise and the effect of wavy leading edges“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA Aviation. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2325. ISBN: 978-1-62410-285-1. DOI: 10.2514/6.2014-2325 (siehe S. 8, 75).
- Hainaut, T., G. Gabard und V. Clair (2015). „CAA Study of Airfoil Broadband Interaction Noise Using Stochastic Turbulent Vorticity Sources“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2222. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2222 (siehe S. 8, 40, 85 f., 98, 138 f.).
- (2016). „A CAA Study of Turbulence Distortion in Broadband Fan Interaction Noise“. In: *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2939. ISBN: 978-1-62410-386-5. DOI: 10.2514/6.2016-2839 (siehe S. 8, 180 f.).
- Hardin, J. C., J. R. Ristorcelli und C. K. W. Tam (1994). „ICASE/LaRC Workshop on Benchmark Problems“. In: *NASA* (siehe S. 65, 69, 161).
- Hejlesen, M. M. I., J. T. j. Rasmussen, P. Chatelain und J. H. Walther (2013). „A high order solver for the unbounded Poisson equation“. In: *Journal of Computational Physics* 252, S. 458–467. ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/j.jcp.2013.05.050 (siehe S. 149).
- Hellsten, A. K. (2005). „New Advanced k-w Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics“. In: *AIAA Journal* 43.9, S. 1857–1869. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.13754 (siehe S. 21, 25, 140).
- Heo, S., C. Cheong und T. Kim (2015). „Unsteady Fast Random Particle Mesh method for efficient prediction of tonal and broadband noises of a centrifugal fan unit“. In: *AIP Advances* 5.9, S. 097133. ISSN: 2158-3226. DOI: 10.1063/1.4930979 (siehe S. 8, 60).
- Heo, S., D. Kim und C. Cheong (2013). „Efficient Prediction of Tonal and Broadband Noise of a Centrifugal Fan in a Conduit Using Rotating Random Particle Method“. In: *20th International Congress of Sound & Vibration*. Bangkok, Thailand: Acoustical Society of Thailand (siehe S. 8, 60).
- Hinze, J. O. (1975). *Turbulence*. 2d ed. McGraw-Hill series in mechanical engineering. New York: McGraw-Hill. 790 S. ISBN: 978-0-07-029037-2 (siehe S. 17 f.).
- Hirsch, C. (2007). *Numerical computation of internal and external flows: fundamentals of computational fluid dynamics*. 2nd ed. OCLC: ocn148277909. Oxford ; Burlington, MA: Elsevier/Butterworth-Heinemann. 656 S. ISBN: 978-0-7506-6594-0 (siehe S. 24).
- Hixon, R., V. Golubev, R. R. Mankbadi, J. R. Scott, S. Sawyer und M. Nallasamy (2006). „Application of a Nonlinear Computational Aeroacoustics Code to the Gust-Airfoil Problem“. In: *AIAA Journal* 44.2, S. 323–328 (siehe S. 7).
- Hixon, R., A. Sescu und S. Sawyer (2011). „Vortical gust boundary condition for realistic rotor wake/stator interaction noise prediction using computational aeroacoustics“. In: *Journal of Sound and Vibration* 330.16, S. 3801–3817. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2011.03.011 (siehe S. 7).
- Hockney, R. W. (1965). „A Fast Direct Solution of Poisson’s Equation Using Fourier Analysis“. In: *Journal of the ACM* 12.1, S. 95–113. ISSN: 00045411. DOI: 10.1145/321250.321259 (siehe S. 149).
- Holewa, A., C. Weckmüller und S. Guérin (2014). „Impact of Bypass Duct Bifurcations on Fan Noise“. In: *Journal of Propulsion and Power* 30.1, S. 143–152. ISSN: 0748-4658. DOI: 10.2514/1.B34957 (siehe S. 22).
- Howe, M. S. (1998). *Acoustics of Fluid-Structure Interactions*. Cambridge Univ. Press. 560 S. ISBN: 0-521-63320-6 (siehe S. 149).
- Hu, F. Q., M. Y. Hussaini und J. L. Manthey (1996). „Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge–Kutta Schemes for Computational Acoustics“. In: *Journal of Computational*

- Physics* 124.1, S. 177–191. ISSN: 0021-9991. DOI: 10.1006/jcph.1996.0052 (siehe S. 27).
- Hu, F. Q. (2005). „A Perfectly Matched Layer absorbing boundary condition for linearized Euler equations with a non-uniform mean flow“. In: *Journal of Computational Physics* 208.2, S. 469–492. ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/j.jcp.2005.02.028 (siehe S. 28).
- Jaron, R., H. Herthum, M. Franke, A. Moreau und S. Gu erin (2017). „Fan Broadband Interaction Noise Prediction Based On Steady RANS Simulations“. In: 12th European Turbomachinery Conference. Stockholm, Sweden (siehe S. 24, 95).
- Jaron, R., A. Moreau und S. Gu erin (2015). „Extrapolation of RANS flow data for improved analytical fan tone prediction“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2515. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2515 (siehe S. 4).
- Jurdic, V., A. Moreau, P. F. Joseph, L. J. Enghardt und J. Coupland (2007). „A comparison between measured and predicted fan broadband noise due to rotor-stator interaction“. In: *AIAA Aeroacoustics Conference* (May), S. 21–23. URL: <http://eprints.soton.ac.uk/50417/> (siehe S. 4).
- Jurdic, V., P. Joseph und J. Antoni (2009). „Investigation of Rotor Wake Turbulence Through Cyclostationary Spectral Analysis“. In: *AIAA Journal* 47.9, S. 2022–2030. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.36728 (siehe S. 9, 51, 114).
- Kaplan, B., E. Nicke und C. Voss (2006). „Design of a Highly Efficient Low-Noise Fan for Ultra-High Bypass Engines“. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2006*. Barcelona, Spain: ASME. ISBN: 978-0-7918-4241-6. DOI: 10.1115/GT2006-90363 (siehe S. 90).
- Kato, M. und B. E. Launder (1993). „The modelling of turbulent flow around stationary and square cylinders“. In: *Ninth symposium on turbulent shear flows*. Kyoto Japan, S. 1041–1046 (siehe S. 140).
- Kim, J. W. und S. Haeri (2015). „An advanced synthetic eddy method for the computation of aerofoil–turbulence interaction noise“. In: *Journal of Computational Physics* 287, S. 1–17. ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/j.jcp.2015.01.039 (siehe S. 8, 43).
- Kim, J. W., S. Haeri und P. Joseph (2015). „On the mechanisms of noise reduction in aerofoil-turbulence interaction by using wavy leading edges“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3269. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-3269 (siehe S. 8, 75).
- Klein, M., A. Sadiki und J. Janicka (2003). „A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations“. In: *Journal of Computational Physics* 186.2, S. 652–665. ISSN: 0021-9991. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00090-1 (siehe S. 8).
- Koch, W. (1971). „On the transmission of sound waves through a blade row“. In: *Journal of Sound and Vibration* 18.1, S. 111–128. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/0022-460X(71)90635-3 (siehe S. 4).
- Kraichnan, R. H. (1970). „Diffusion by a Random Velocity Field“. In: *Physics of Fluids (1958-1988)* 13.1, S. 22–31. ISSN: 0031-9171. DOI: 10.1063/1.1692799 (siehe S. 7).
- Kuehnelt, H., A. Zanon, M. D. Gennaro, D. Langmayr und D. Caridi (2014). „Reliable CFD/CAA broadband noise prediction of an unducted low speed axial HVAC fan“. In: *Proceedings of ISMA2014 including USD2014*. International Conference on Noise and Vibration Engineering. Leuven, Belgium (siehe S. 5).
- Lau, A. S., S. Haeri und J. W. Kim (2013). „The effect of wavy leading edges on aerofoil–gust interaction noise“. In: *Journal of Sound and Vibration* 332.24, S. 6234–6253. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2013.06.031 (siehe S. 7 f., 75).

- Lauder, B. E. (2000). „CFD for aerodynamic turbulent flows: progress and problems“. In: *Aeronautical Journal* 104.1038, S. 337–346. URL: http://icas-proceedings.net/ICAS2000/PAPERS/ICA2K_01.PDF (besucht am 13.10.2014) (siehe S. 141).
- Leylekian, L., M. Lebrun und P. Lempereur (2014). „An overview of aircraft noise reduction technologies.“ In: *AerospaceLab* 6, p–1. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01184664/> (besucht am 27.09.2016) (siehe S. 1).
- Lighthill, M. J. (1952). „On sound generated aerodynamically 1. General theory“. In: *JSTORProc. R. Soc. London Ser. A* 211.564 (siehe S. 13).
- Liu, L., X. Li und F. Q. Hu (2010). „Nonuniform time-step Runge–Kutta discontinuous Galerkin method for Computational Aeroacoustics“. In: *Journal of Computational Physics* 229.19, S. 6874–6897. ISSN: 00219991. DOI: 10.1016/j.jcp.2010.05.028 (siehe S. 115).
- Lockard, D. P. und P. J. Morris (1998). „Radiated Noise from Airfoils in Realistic Mean Flows“. In: *AIAA Journal* 36.6.00051, S. 907–914. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/2.494 (siehe S. 7, 169, 172).
- Maunus, J., S. Grace, D. Sondak und V. Yakhot (2013). „Characteristics of Turbulence in a Turbofan Stage“. In: *Journal of Turbomachinery* 135.2, S. 021024. URL: <http://nanoengineeringmedical.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1676371> (besucht am 02.11.2015) (siehe S. 24).
- McLean, D. (2012). *Understanding Aerodynamics: Arguing from the Real Physics*. John Wiley & Sons. 599 S. ISBN: 978-1-118-45422-0 (siehe S. 22).
- Menter, F. R. (1994). „Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications“. In: *AIAA Journal* 32.8, S. 1598–1605. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.12149 (siehe S. 21, 140).
- Mish, P. (2003). „An experimental investigation of unsteady surface pressure on single and multiple airfoils“. Diss. Virginia Tech. 1–313 (siehe S. 74 f.).
- Moghadam, S. M. A. (2012). „Implementation of viscous terms into the computational aeroacoustics code PIANO“. Master Thesis. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig (siehe S. 29).
- Moreau, A., S. Guérin und S. Busse (2009). „A method based on the ray structure of acoustic modes for predicting the liner performance in annular ducts with flow“. In: *Proceedings of the NAG/DAGA 2009*. NAG/DAGA International Conference on Acoustics. Rotterdam, Niederlande. URL: <http://elib.dlr.de/62814/> (besucht am 25.08.2016) (siehe S. 54).
- Moreau, A. (2016). „A unified analytical approach for the acoustic conceptual design of fans of modern aero-engines“. Dissertation. Berlin, Germany: TU Berlin (siehe S. 4).
- Moreau, A., A.-L. Aulich, R. Jaron, H. Knobbe-Eschen, L. Enghardt und E. Nicke (2016). „Optimization of casing contours in an aero-engine fan stage with emphasis on rotor–stator interaction noise.“ In: *International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC)*. Hawaii, Honolulu. URL: http://isromac-isimet.univ-lille1.fr/upload_dir/finalpaper/136.ISROMAC2016_FinalDraftPaper_Moreau.pdf (besucht am 24.11.2016) (siehe S. 5).
- Moreau, A. und S. Guérin (2015). „The impact of low-speed fan design on noise: an exploratory study“. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2015*. GT2015. Montreal, Canada: American Society of Mechanical Engineers, S. 43163. URL: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=2427953> (siehe S. 4, 55).
- Moreau, A. und S. Oertwig (2013). „Measurements compared to analytical prediction of the sound emitted by a high-speed fan stage“. In: *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Aeroacoustics Conferences. Berlin, Germany: American Institute of Aeronautics

- und Astronautics, S. 2047. URL: <http://dx.doi.org/10.2514/6.2013-2047> (besucht am 07. 10. 2016) (siehe S. 2).
- Moreau, S. und M. Roger (2007). „Competing Broadband Noise Mechanisms in Low-Speed Axial Fans“. In: *AIAA Journal* 45.1, S. 48–57. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/1.14583 (siehe S. 2).
- Morfey, C. L. (1971). „Sound Transmission and Generation in Ducts with Flow“. In: *Journal of Sound and Vibration* 14.1. 00106, S. 37–55. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/0022-460X(71)90506-2 (siehe S. 55).
- (1973). „Rotating blades and aerodynamic sound“. In: *Journal of Sound and Vibration* 28.3, S. 587–617. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/S0022-460X(73)80041-0 (siehe S. 153).
- Morin, B. L. (2010). *Broadband fan noise prediction system for turbofan engines - Volume 3: Validation and Test Cases*. National Aeronautics und Space Administration, Glenn Research Center. URL: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20110003464.pdf> (besucht am 23. 09. 2015) (siehe S. 4).
- Morris, P. J. und S. Boluriaan (2004). „The prediction of jet noise from CFD data“. In: *Aiaa paper* 2977, S. 2004. URL: <http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2004-2977> (besucht am 02. 11. 2015) (siehe S. 110).
- Myers, M. K. (1980). „On the acoustic boundary condition in the presence of flow“. In: *Journal of Sound and Vibration* 71.3, S. 429–434. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X80904241> (besucht am 25. 11. 2016) (siehe S. 40).
- Myers, M. R. und E. J. Kerschen (1995). „Influence of incidence angle on sound generation by airfoils interacting with high-frequency gusts“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 292.-1, S. 271. ISSN: 0022-1120, 1469-7645. DOI: 10.1017/S0022112095001522 (siehe S. 4).
- (1997). „Influence of camber on sound generation by airfoils interacting with high-frequency gusts“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 353, S. 221–259. DOI: 10.1017/S0022112097007349 (siehe S. 4).
- Nallasamy, M. und E. Envia (2005). „Computation of rotor wake turbulence noise“. In: *Journal of Sound and Vibration* 282.3, S. 649–678. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2004.03.062 (siehe S. 4).
- Namgoong, H. (2014). „Open Rotor Blade Leading Edge Optimization to Mitigate Noise Increase Due to Flow Incidence“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA Aviation. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2970. ISBN: 978-1-62410-285-1. DOI: 10.2514/6.2014-2970 (siehe S. 5).
- Narayanan, S., P. Joseph, S. Haeri und J. W. Kim (2014). „Noise Reduction Studies from the Leading Edge of Serrated Flat Plates“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA Aviation. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics. ISBN: 978-1-62410-285-1. DOI: 10.2514/6.2014-2320 (siehe S. 75).
- Oetzel, K. G. und G. K. Vallis (1997). „Strain, vortices, and the enstrophy inertial range in two-dimensional turbulence“. In: *Physics of Fluids* 9.10, S. 2991. ISSN: 10706631. DOI: 10.1063/1.869410 (siehe S. 133).
- Osborne, C. (1973). „Unsteady thin-airfoil theory for subsonic flow.“ In: *AIAA Journal* 11.2, S. 205–209. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.6730 (siehe S. 153).
- Ovenden, N. C. und S. W. Rienstra (2004). „Mode-Matching Strategies in Slowly Varying Engine Ducts“. In: *AIAA Journal* 42, S. 1832–1840 (siehe S. 6).
- Paruchuri, C., J. R. Gill, N. Subramanian, P. Joseph, C. Vanderwel, X. Zhang und B. Ganapathisubramani (2015). „Aerofoil geometry effects on turbulence interaction noise“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2830. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2830 (siehe S. 2, 4, 74).

- Paterson, R. W. und R. K. Amiet (1976). „Acoustic Radiation and Surface Pressure Characteristics of an Airfoil due to Incident Turbulence“. In: *NASA CR-2733*, S. 571 (siehe S. 2, 75, 78 f., 137, 153, 170, 179).
- (1977). „Noise and Surface Pressure Response of an Airfoil to Incident Turbulence“. In: *AIAA Journal* 14.8, S. 729–736 (siehe S. 74 f.).
- Peake, N. und A. B. Parry (2012). „Modern Challenges Facing Turbomachinery Aeroacoustics“. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 44, S. 227–248. ISSN: 0066-4189. DOI: 10.1146/annurev-fluid-120710-101231 (siehe S. 2).
- Pletcher, R. H., J. C. Tannehill und D. Anderson (1997). *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Second Edition*. CRC Press. 828 S. ISBN: 978-1-56032-046-3 (siehe S. 29).
- Podboy, G. G., M. J. Krupar, S. M. Helland und C. Hughes (2003). *Steady and Unsteady Flow Field Measurements Within a NASA 22-Inch Fan Model*. Tech. Rep. TM-2003-212329. NASA. URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20030065891.pdf> (besucht am 30.01.2017) (siehe S. 54).
- Polacsek, C., V. Clair, T. Le Garrec, G. Reboul und M. C. Jacob (2015). „Numerical Predictions of Turbulence/Cascade-Interaction Noise Using Computational Aeroacoustics with a Stochastic Model“. In: *AIAA Journal* 53.12, S. 3551–3566. ISSN: 0001-1452, 1533-385X. DOI: 10.2514/1.J053896 (siehe S. 115).
- Polacsek, C., G. Desquesnes und G. Reboul (2009). „An equivalent-source model for simulating noise generation in turbofan engines“. In: *Journal of Sound and Vibration* 323.3, S. 697–717. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.01.010 (siehe S. 5).
- Pope, S. B. (2000). *Turbulent Flows*. 8. Aufl. Cambridge University Press. 771 S. ISBN: 0-521-59886-9 (siehe S. 12, 15, 17, 19, 24, 47, 103, 134, 144).
- Posson, H., S. Moreau und M. Roger (2010). „On the use of a uniformly valid analytical cascade response function for fan broadband noise predictions“. In: *Journal of Sound and Vibration* 329.18, S. 3721–3743. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2010.03.009 (siehe S. 4).
- Purser, R. J., W.-S. Wu, D. F. Parrish und N. M. Roberts (2003). „Numerical Aspects of the Application of Recursive Filters to Variational Statistical Analysis. Part II: Spatially Inhomogeneous and Anisotropic General Covariances“. In: *Monthly Weather Review* 131.8, S. 1536–1548. ISSN: 0027-0644. DOI: 10.1175//2543.1 (siehe S. 33).
- Reboul, G. (2010). „Modélisation du bruit à large bande de soufflantes de turboréacteurs“. Dissertation. Lyon, France: L'École Centrale de Lyon. URL: <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00562647> (siehe S. 4, 71, 138, 153 f.).
- Richter, C. (2009). „Liner impedance modeling in the time domain with flow“. Dissertation. Berlin: Technische Universität Berlin. 212 S. (siehe S. 40).
- Richter, C. und M. Zhuang (2008). *Computational AeroAcoustics and it's Applications*. Vorlesungsskript. Berlin, Germany: Technische Universität Berlin (siehe S. 27).
- Rung, M. A. (2003). „Statistische Turbulenzmodellierung“ (siehe S. 5, 51, 140 f.).
- Said, A.-H. S. S. (2007). „Large Eddy Simulation of Shear-Free Interaction of Homogeneous Turbulence with a Flat-Plate Cascade“. Diss. Virginia Polytechnic Institute und State University. URL: <https://theses.lib.vt.edu/theses/available/etd-08042007-005600/unrestricted/thesis.pdf> (besucht am 03.11.2016) (siehe S. 5).
- Santana, L. D. (2015). „Semi-analytical methodologies for airfoil noise prediction“. Dissertation. Leuven, Belgium: KU Leuven (siehe S. 7).
- Santana, L. D., C. F. Schram und W. Desmet (2014). „A Boundary Element Method iterative procedure to compute the compressible response of an airfoil subjected to incoming turbulence“. In: *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA Aviation. Atlanta, Georgia: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2323. ISBN: 978-1-62410-285-1. DOI: 10.2514/6.2014-2323 (siehe S. 7).

- Savill, A. M. (1987). „Recent developments in rapid-distortion theory“. In: *Annual review of fluid mechanics* 19.1, S. 531–573. URL: <http://www.annualreviews.org/doi/pdf/10.1146/annurev.fl.19.010187.002531> (besucht am 06.10.2016) (siehe S. 4).
- Schade, H., E. Kunz und F. Kameier (2007). *Strömungslehre*. 3., neu bearb. Aufl. De Gruyter Lehrbuch. OCLC: 255632243. Berlin: de Gruyter. 558 S. ISBN: 978-3-11-018972-8 (siehe S. 26).
- Schade, H. und K. Neemann (2009). *Tensoranalysis*. 3., überarb. Aufl. de Gruyter Lehrbuch. Berlin: de Gruyter. 444 S. ISBN: 978-3-11-020696-8 (siehe S. xxi f., 32).
- Schmitt, F. G. (2007). „About Boussinesq’s turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity“. In: *Comptes Rendus Mécanique*. Joseph Boussinesq, a Scientist of bygone days and present times 335.9, S. 617–627. ISSN: 1631-0721. DOI: 10.1016/j.crme.2007.08.004 (siehe S. 140).
- Schnell, R. (2004a). „Investigation of the Acoustic Nearfield of a Transonic-Fanstage by Time-Domain CFD-Calculations with Arbitrary Blade Counts“. In: *ASME Turbo-Expo 2004, 7.-14. Juni 2004, Wien, Österreich*. Wien, Österreich (siehe S. 24).
- (2004b). „Numerische Simulation des akustischen Nahfeldes einer Triebwerksgebäsestufe“. Dissertation. Berlin, Germany: Technische Universität Berlin (siehe S. 22).
- Scott, J. R. und H. M. Atassi (1995). „A Finite-Difference, Frequency-Domain Numerical Scheme for the Solution of the Gust Response Problem“. In: *Journal of Com* 119, S. 75–93. ISSN: 00219991. DOI: 10.1006/jcph.1995.1117 (siehe S. 7).
- Sears, W. R. (1941). „Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and its Practical Application“. In: *Journal of Aeronautical Sciences* 8.3, S. 104–108. DOI: 10.2514/8.10655 (siehe S. 4, 152).
- Sharland, I. (1964). „Sources of noise in axial flow fans“. In: *Journal of Sound and Vibration* 1.3, S. 302–322. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/0022-460X(64)90068-9 (siehe S. 74).
- Shur, M., M. Strelets, A. Travin, J. Christophe, K. Kucukcoskun, C. F. Schram, S. Sack und M. Abom (2016). „Effect of Inlet Distortions on Ducted Fan Noise“. In: *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2819. ISBN: 978-1-62410-386-5. DOI: 10.2514/6.2016-2819 (siehe S. 3, 5).
- Siefert, M. und R. Ewert (2009). „Sweeping Sound Generation in Jets Realized with a Random Particle-Mesh Method“. In: *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Miami, Florida: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 3369. DOI: 10.2514/6.2009-3369 (siehe S. 8, 43, 134, 143).
- Spalart, P. R. (2000). „Strategies for turbulence modelling and simulations“. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 21.3, S. 252–263. DOI: 10.1016/S0142-727X(00)00007-2 (siehe S. 141).
- Staub, J. K. (2008). „Real Airfoil Effects on Leading Edge Noise“. Dissertation. Blacksburg, Virginia: Virginia Tech. 1–328 (siehe S. 74, 180).
- Tam, C. K. W. und L. Auriault (1999). „Jet Mixing Noise from Fine-Scale Turbulence“. In: *AIAA Journal* 37.2, S. 145–153. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/2.691 (siehe S. 13, 133, 142).
- Tam, C. K. W. und B. P. Cleveland (2000). „Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems“. In: *Third Computational Aeroacoustics CAA Workshop on Benchmark Problems*. URL: <http://hdl.handle.net/2060/20010061385> (siehe S. vii, 2).
- Tam, C. K. W. und Z. Dong (1994). „Wall boundary conditions for high-order finite-difference schemes in computational aeroacoustics“. In: *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 6.5, S. 303–322. ISSN: 0935-4964, 1432-2250. DOI: 10.1007/BF00311843 (siehe S. 28).

- Tam, C. K. W., N. N. Pastouchenko und K. Viswanathan (2005). „Fine-scale turbulence noise from hot jets“. In: *AIAA journal* 43.8, S. 1675–1683. DOI: 10.2514/1.8065 (siehe S. 143).
- Tam, C. K. W. und J. C. Webb (1993). „Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics“. In: *Journal of Computational Physics* 107.2, S. 262–281. ISSN: 0021-9991. DOI: 10.1006/jcph.1993.1142 (siehe S. 27 f.).
- Tam, C. K. W., J. C. Webb und Z. Dong (1993). „A study of the short wave components in computational acoustics“. In: *Journal of Computational Acoustics* 01.1, S. 1–30. ISSN: 0218-396X. DOI: 10.1142/S0218396X93000020 (siehe S. 30).
- Taylor, G. I. (1938). „The Spectrum of Turbulence“. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 164.919, S. 476–490. ISSN: 1364-5021, 1471-2946. DOI: 10.1098/rspa.1938.0032 (siehe S. 12).
- Theodorsen, T. (1979). *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*. Unter Mitarb. von NASA. NASA. URL: http://archive.org/details/nasa_techdoc_19800006788 (besucht am 08.10.2014) (siehe S. 153).
- Toth, P., A. M. Fritzsche und M. M. Lohasz (2008). „Application of computational fluid dynamics softwares for 2d acoustical wave propagation“. In: *Gepeszet*, S. 29–30 (siehe S. xxvi).
- Von Kármán, T. und W. R. Sears (1938). „Airfoil theory for non-uniform motion“. In: *Journal of Aeronautical Sciences* 5.10, S. 379–390. DOI: 10.2514/8.674 (siehe S. 4, 152 f.).
- Weber, A. (2011). *G3DMESH - 3D Structured Grids for Multistage / Multipassage Turbomachines and Linear Cascades*. DLR Internal Report DLR IB – 325 - 14 – 11. Cologne, Germany: German Aerospace Center (DLR), Institute of Propulsion Technology (siehe S. 24).
- Weckmüller, C., S. Guérin und G. B. Ashcroft (2009a). „CFD/CAA Coupling Applied to DLR UHBR-Fan: Comparison to Experimental Data“. In: *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*. Miami, Florida (siehe S. 90, 98).
- Weckmüller, C. (2013). „Hybride Verfahren zur Berechnung der tonalen Schallerzeugung von Turbomaschinen“. Dissertation. Berlin: TU Berlin. 1–152 (siehe S. 6, 22, 57).
- Weckmüller, C., A. M. Fritzsche und S. Guérin (2009b). „Extended Multi-Plane Pressure Mode Matching for CFD/CAA Coupling“. In: *Proceedings of the NAG/DAGA 2009 International Conference on Acoustics*. Rotterdam, Netherland, S. 1244–1247 (siehe S. xxv).
- Wellner, J., T. Röber und P. Traub (2011). „On the development and application of a hybrid approach to the simulation of broadband noise in a lobed mixer“. In: *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*. American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2799. DOI: 10.2514/6.2011-2799 (siehe S. 21).
- Wilcox, D. C. (1988). „Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models“. In: *AIAA Journal* 26.11, S. 1299–1310. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.10041 (siehe S. 21).
- Wohlbrandt, A. M., S. Guérin und R. Ewert (2013). „Simultaneous Computation of Surface and Volume Sources for Fan Broadband Noise with the Random-Particle-Mesh Method“. In: *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Berlin, Germany: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2119–2137. DOI: 10.2514/6.2013-2119 (siehe S. xxv, 71, 151, 170 f.).
- (2015). „Extension of the Random Particle Mesh method to periodic turbulent flows for fan broadband noise prediction“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2383–2407. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2383 (siehe S. xxv, 29, 112).

- Wohlbrandt, A. M., N. Hu, S. Guérin und R. Ewert (2016a). „Analytical reconstruction of isotropic turbulence spectra based on the Gaussian transform“. In: *Computers & Fluids*. ISSN: 00457930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2016.03.023 (siehe S. xxv, 43).
- Wohlbrandt, A. M., C. Weckmüller und S. Guérin (2016b). „A robust extension to the triple plane pressure mode matching method by filtering convective perturbations“. In: *International Journal of Aeroacoustics* 15.1, S. 41–58. ISSN: 1475-472X, 2048-4003. DOI: 10.1177/1475472X16630842 (siehe S. xxv).
- Wohlbrandt, A., C. Kissner und S. Guérin (2017). „Impact of cyclostationarity on fan broadband noise prediction“. In: *arXiv:1706.00248 [physics.flu-dyn]* Submitted to Journal of Sound and Vibration. URL: <https://arxiv.org/abs/1706.00248> (siehe S. xxv, 111 f.).
- Woodward, R. P., C. E. Hughes, R. J. Jeracki und C. J. Miller (2002). „Fan Noise Source Diagnostic Test - Far-Field Acoustic Results“. In: *AIAA Conference*, S. 2427 (siehe S. 2, 89).
- Yao, H., L. Davidson, S.-H. Peng, F. Capizzano, M. Barbarino und G. Mingione (2015). „Assessment of Conceptual Noise Reduction Devices for A Main Landing Gear using SNGR Method“. In: *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics und Astronautics, S. 2692. ISBN: 978-1-62410-367-4. DOI: 10.2514/6.2015-2692 (siehe S. 8).
- Young, I. T. und L. J. van Vliet (1995). „Recursive implementation of the Gaussian filter“. In: *Signal Processing* 44.2, S. 139–151. ISSN: 0165-1684. DOI: 10.1016/0165-1684(95)00020-E (siehe S. 33).

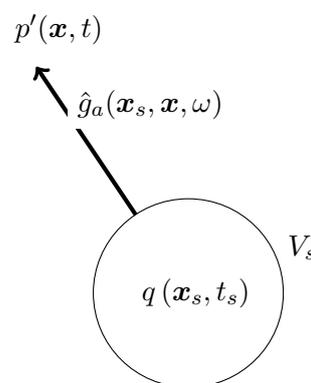
A Herleitungen und vertiefendes Material

1 Statistische Lärmtheorie

Ewert et al. (2011a) etablierten den Begriff der statistischen Lärmtheorie (*Statistical Noise Theory*) für eine Gruppe von Ansätzen, die die breitbandigen Anteile der Akustik auf Grundlage der turbulenten Strömungseigenschaften vorhersagen sollen. Die Idee der statistischen Lärmtheorie basiert auf den Betrachtungen zum Schalldruck im Fernfeld.

Diese Betrachtungen sind unabhängig davon, ob die Quelle q aus der akustischen Analogie q_a oder der äquivalenten Quelle q_e folgt. Abb. 60 zeigt ein Skizze des Sachverhalts. Sind die Quellen q bekannt und beschränkt auf ein Gebiet V_s , so kann der Schalldruck im Fernfeld $p'(\mathbf{x}, t)$ am Beobachterpunkt \mathbf{x} angegeben werden als (Goldstein, 1976):

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{V_s} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}_a(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) q(\mathbf{x}_s, t_s) \exp[-i\omega(t - t_s)] dt_s d\omega d^d x_s. \quad (121)$$



Dabei ist d die Anzahl der berücksichtigten, räumlichen Dimensionen und $\hat{g}_a(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega)$ ist die GREENSche Funktion im Frequenzbereich bezogen auf den Wellenoperator \mathcal{L} aus Gl. (4) oder der homogenen Gleichung \mathcal{E}_h in Gl. (5). Die FOURIER-Transformationskonventionen sind durch Gl. (127a) im Anhang A.3 gegeben.

Abb. 60: (Turbulente) Quellen q , die Übertragungsfunktion g_a und der resultierende Schalldruck p im Fernfeld.

Der Schwankungsdruck p' im Fernfeld ist demnach nur auf Grundlage der GREENSchen Funktion \hat{g}_a und der Quellen q gegeben. Die GREENSche Funktion \hat{g}_a ist die Übertragungsfunktion zwischen Quellgebiet und Fernfeld und ist nur in speziellen Fällen exakt zu bestimmen. Es ist begrenzt möglich GREENSche Funktionen zu "schneiden", d.h. an Randbedingungen anzupassen, vgl. z.B. Goldstein (1976). Im Allgemeinen ist sie aber unbekannt. Hier ist die Verwendung von numerischen Verfahren unabdingbar. In Abschnitt II.1 werden hybride, numerische Verfahren vorgestellt, die die Bestimmung der GREENSchen Funktion durch die Lösung der Ausbreitungsgleichungen unnötig machen. Auch die Quelle q ist im Allgemeinen unbekannt, obwohl die Ansätze der akustischen Analogie und äquivalenter Quellen a priori von einer bekannten Quelle ausgehen. Entweder wird sie analytisch beschrieben oder muss numerisch bestimmt werden.

Für breitbandige Signale ist nicht wie in Gl. (121) der Schwankungsdruck im Fernfeld von Interesse, sondern lediglich das Autospektrum S_{pp} des Schwankungsdrucks. Dieser ist definiert als

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle p(\mathbf{x}, t) p(\mathbf{x}, t + \tau) \rangle \exp(i\omega t) d\tau, \quad (122)$$

wobei $\langle \dots \rangle$ das Ensemble-Mittel beschreibt. Unter der Annahme von Ergodizität (siehe Fußnote 1 auf S. 51) sind der Ensemble-Mittelwert und der zeitliche Mittelwert gleich. Bei

isotroper, stationärer Strömung ist der räumliche Mittelwert ebenfalls gleich, was aus der TAYLOR-Hypothese folgt.

Wird Gl. (122) auf Gl. (121) angewendet, ergibt sich ein Ausdruck für das Fernfeldspektrum in Abhängigkeit von der Quelle:

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \omega) = \iint \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}_a^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) \hat{g}_a(\mathbf{x}_s + \mathbf{r}, \mathbf{x}, \omega) \langle q(\mathbf{x}_s, t_s) q(\mathbf{x}_s + \mathbf{r}, t_s + \tau) \rangle \exp[i\omega\tau] d\tau d\mathbf{x}_s d^d r. \quad (123)$$

Hierbei sind \mathbf{r} und τ die räumlichen und zeitlichen Verschiebungen in den Korrelationsintegralen. Das Fernfeld hängt demnach von der Quelle nur über dessen Statistik ab. Ausschlaggebend ist ausschließlich die Zwei-Punkt-Kreuzkovarianz der Quelle zwischen den Punkten \mathbf{x}_s und $\mathbf{x}_s + \mathbf{r}$ und Zeiten t_s und $t_s + \tau$:

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, t_s, \tau) = \langle q(\mathbf{x}_s, t_s) q(\mathbf{x}_s + \mathbf{r}, t_s + \tau) \rangle. \quad (124)$$

Für die Bestimmung des Fernfelddrucks ist nur die zeitgemittelte Zwei-Punkt-Statistik nötig. Um aber die turbulenten Strömungen selbst zu beschreiben, sind auch andere Statistiken relevant, z.B. Drei-Punkt-Korrelationen (Oetzel und Vallis, 1997). Es ist zu betonen, dass das für die abgestrahlte Akustik im Fernfeld ohne Ausnahmen und ohne Näherungen für jede beliebige akustische Analogie oder äquivalente Quelle gilt.

Diese Überlegungen lassen sich auf die quellfreie Modellierung in Gl. (6) übertragen: Da per Definition die Randbedingungen in quellfreien Bereichen angewendet werden müssen, ist bei gleicher Ausbreitungsgleichung für Gl. (5) in diesen Bereichen die Quelle $q_e = 0$ und somit die Gl. (5) und Gl. (6) identisch. Die durch die Randbedingung eingekoppelte Fluktuation ψ erfüllt die Ausbreitungsgleichungen. Konvektiert diese Fluktuation in einen Bereich, wo $q_e \neq 0$ in Gl. (5), so müssen beide Gleichungssysteme identisch übereinstimmen, um dieselbe Lösung zu haben. Also ist die Quelle q_e in Gl. (6) implizit enthalten und die hier formulierten Anforderungen müssen auch für dieses Gleichungssystem gelten.

Die Anforderungen an die Quelle konnten mittels der statistische Lärmtheorie daraufhin reduziert werden, dass es hinreichend ist, die zeitgemittelte Zwei-Punkt-Kovarianz zu kennen, um das richtige Fernfeldspektrum vorherzusagen. Allerdings ist es weiterhin nicht trivial, diese zu bestimmen, insbesondere sind die Kovarianzen ortsabhängig. Es ist demnach eine Modellierung der relevanten Quellen notwendig, auf die noch im Detail eingegangen wird (III.3).

2 Kreuzkovarianz bei turbulentem Zerfall

Exponentieller Zerfall: Der zeitliche Zerfall wird durch einen exponentiellen Abfall realisiert. Dieser wurde von Tam und Auriault (1999) vorgeschlagen und gegen Messungen validiert. Dadurch ändert sich Gl. (9) zu (Ewert, 2008, Gl. (6))

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau) = \hat{R}(\mathbf{x}_s) \exp \left[-\frac{|\tau|}{\tau_s} - \frac{\pi(\mathbf{r} - \mathbf{u}_c \tau)^2}{4l_s^2} \right], \quad (125)$$

hier ist τ_s die Zeitskala, also ein Maß für die Zerfallsrate der turbulenten Ballen.

Zwei Zeitskalen: Durch das Einführen einer zusätzlichen Zeitskala τ_2 von Siefert und Ewert (2009) wird die Ableitung der Korrelationsfunktion nach der Zeit auch im Ursprung stetig differenzierbar:

$$\mathcal{R}(\mathbf{x}_s, \mathbf{r}, \tau) = \hat{R} \frac{1}{1 - \mu} \left[\exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_s}\right) - \mu \exp\left(\frac{|\tau|}{\tau_2}\right) \right] \exp\left(\frac{\pi(\mathbf{r} - \mathbf{u}_c \tau)^2}{4l_s^2}\right), \quad (126)$$

wobei $\mu = \frac{\tau_2}{\tau_s}$ das Verhältnis der Zeitskalen ist.

Höherwertige Modelle: Ewert et al. (2012) haben auch eine Korrelationsfunktion mit drei Parametern vorgeschlagen, wodurch besonders bei heißer Strömung der zeitliche Zerfall sehr exakt nachgebildet werden kann.

3 Konventionen der Fourier-Transformation

Folgende Konventionen der zeitlichen und örtlichen FOURIER-Transformation werden verwendet (Pope, 2000):

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (127a)$$

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r) e^{-ikr} dr, \quad f(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(k) e^{ikr} dr. \quad (127b)$$

4 Geschwindigkeitsspektren

Die Geschwindigkeitsspektren sind im Folgenden aufgelistet und in Abb. 61 dargestellt.

VON KARMAN-Spektrum:

$$E_{11}(k_1) = \frac{u_t^2 \Lambda}{\pi} \frac{1}{(1 + \hat{k}_1^2)^{5/6}} \quad (128)$$

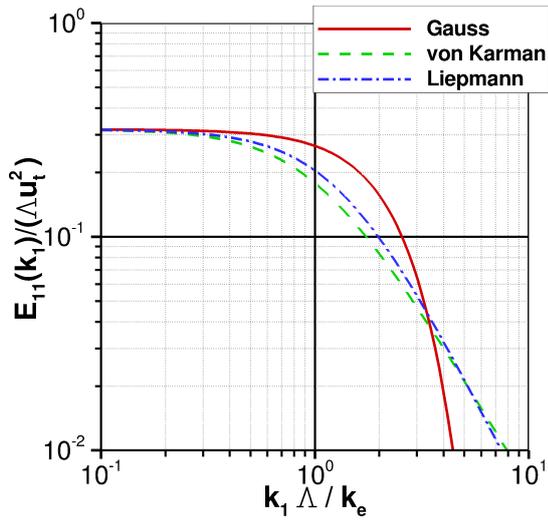
$$E_{22}(k_1) = \frac{u_t^2 \Lambda}{2\pi} \frac{1 + \frac{8}{3} \hat{k}_1^2}{(1 + \hat{k}_1^2)^{11/6}} \quad (129)$$

Es ergibt sich unter Verwendung von Gl. (22) und $E_{11}(k_1)$:¹

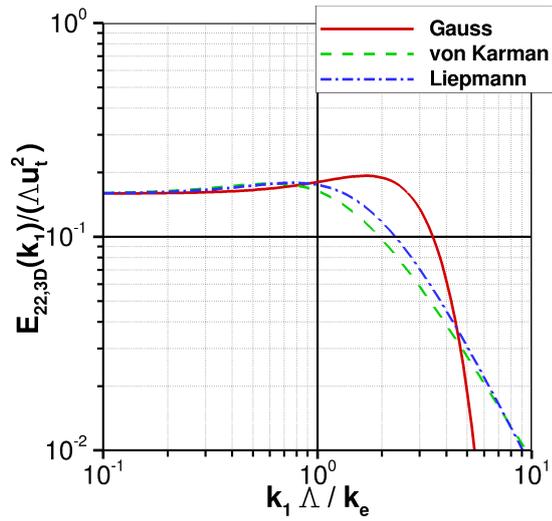
$$E_{22}^{2D,K}(k_1) = \frac{5u_t^2 \Lambda}{3\pi} \frac{\hat{k}_1^2}{(1 + \hat{k}_1^2)^{11/6}}. \quad (131)$$

¹Es sei angemerkt, dass dieses auch folgt, wenn das 2D-GAUSS-Geschwindigkeitsspektrum in Gl. (137) mithilfe der analytischen Gewichtsfunktion $f_K(l)$ aus Gl. (70) integriert wird:

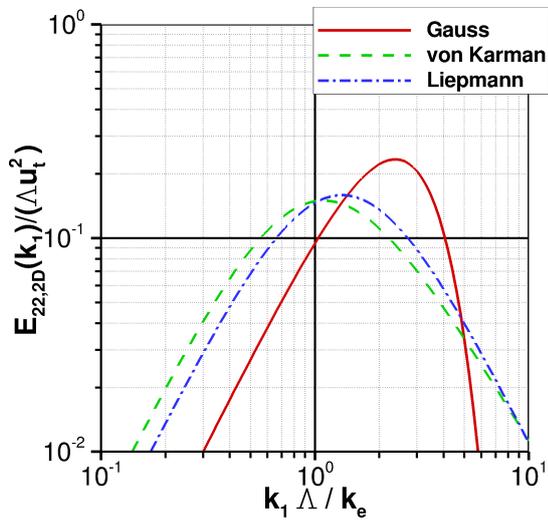
$$E_{22}^{2D,K}(k_1) = \int_0^{\infty} f_k(l) E_{22}^{2D,G}(k_1) dl. \quad (130)$$



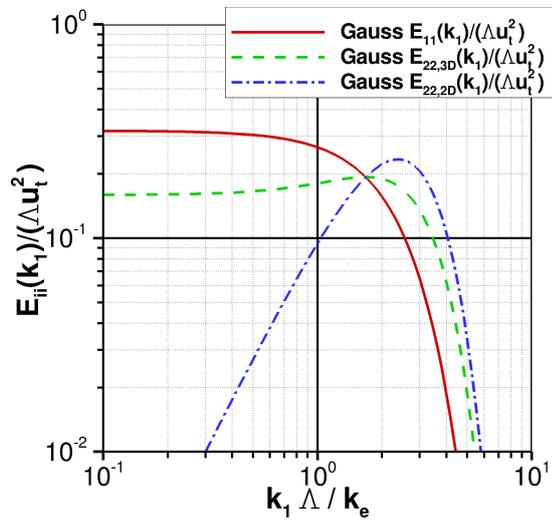
(a) Longitudinale Geschwindigkeitsspektren gültig in 2D und 3D



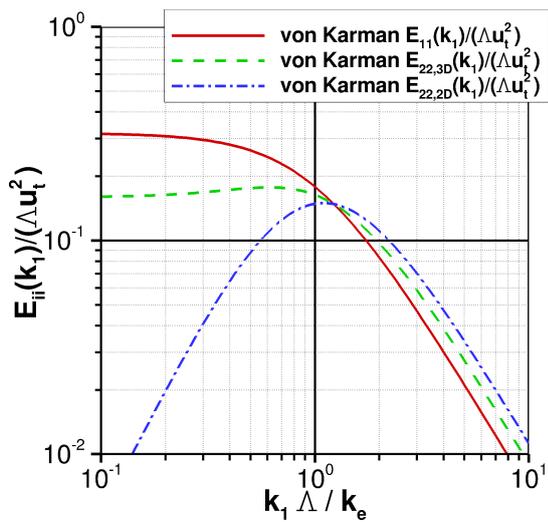
(b) Laterale Geschwindigkeitsspektren in 3D



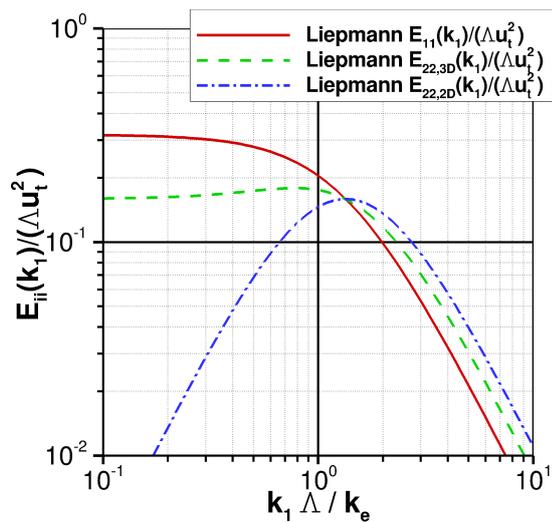
(c) Laterale Geschwindigkeitsspektren in 2D



(d) Komponenten des GAUSS-Spektrums



(e) Komponenten des VON KÁRMÁN-Spektrums



(f) Komponenten des LIEPMANN-Spektrums

Abb. 61: Geschwindigkeitsspektren über dimensionslose Wellenzahl k_1/k_e

LIEPMANN-Spektrum:

$$E_{11}(k_1) = \frac{\Lambda u_t^2}{\pi} \frac{1}{1 + \Lambda^2 k_1^2} \quad (132)$$

$$E_{22}(k_1) = \frac{u_t^2 \Lambda}{2\pi} \frac{1 + 3\Lambda^2 k_1^2}{(1 + \Lambda^2 k_1^2)^2} \quad (133)$$

$$E_{22}^{2D}(k_1) = \frac{u_t^2 \Lambda}{\pi} \frac{2\Lambda^2 k_1^2}{(1 + \Lambda^2 k_1^2)^2} \quad (134)$$

GAUSS-Spektrum:

$$E_{11}(k_1) = \frac{u_t^2 \Lambda}{\pi} e^{-\frac{k_1^2 \Lambda^2}{\pi}} \quad (135)$$

$$E_{22}(k_1) = \frac{u_t^2 \Lambda}{2\pi} \left(1 + 2 \frac{k_1^2 \Lambda^2}{\pi} \right) e^{-\frac{k_1^2 \Lambda^2}{\pi}} \quad (136)$$

$$E_{22}^{2D}(k_1) = \frac{2u_t^2 \Lambda^3}{\pi^2} k_1^2 e^{-\frac{k_1^2 \Lambda^2}{\pi}} \quad (137)$$

5 Korrekturen von 2D zu 3D

Die im Folgenden vorgestellten Korrekturen werden in Abb. 62 dargestellt. In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich Untersuchungen im zweidimensionalen Raum gemacht, alle Verfahren lassen sich jedoch ohne weiteres auf drei Raumdimensionen erweitern. Um dennoch eine Vergleichbarkeit mit analytischen Lösungen und Messungen zu gewährleisten, werden Korrekturen benötigt. Die longitudinale Geschwindigkeitskomponente ist identisch in 2D und 3D, aber alle Korrekturen gehen davon aus, dass der Hauptschallentstehungsmechanismus die laterale Geschwindigkeitskomponente ist und dieser unterscheidet sich stark zwischen 2D und 3D.

Für einen zweidimensionalen *Gust* ist die Wellenzahl in Spannrichtung \mathbf{e}_3 gegeben durch $k_3 = 0$. Um die zweidimensionale Lösung mit einer dreidimensionalen zu vergleichen, gibt es verschiedene Ansätze.

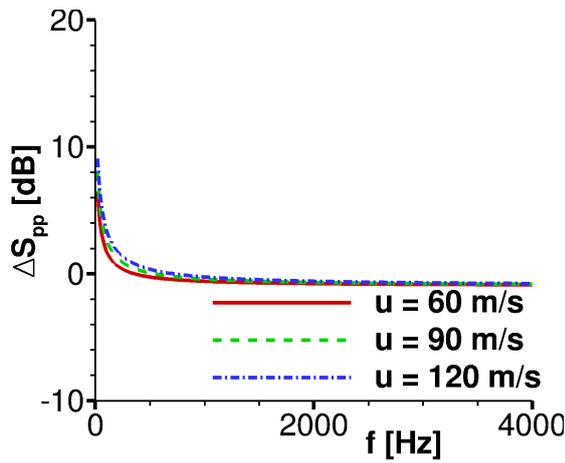
5.1 Turbulenzspektren

Die turbulenten Geschwindigkeitsspektren in Strömungsrichtung sind identisch und in transversaler Richtung gegeben durch den Unterschied der analytischen Spektren (II.3.2).

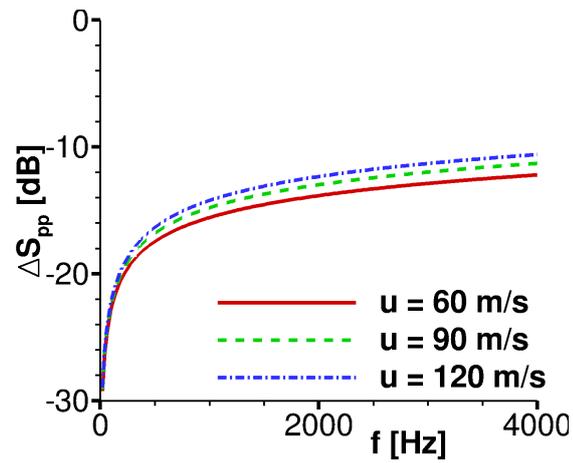
Für das VON KÁRMÁN-Spektrum ergibt sich die Korrektur unter der Annahme, dass nur die wandnormale Geschwindigkeitskomponente die Schallquelle darstellt, als Quotient aus $E_{22}(k_1) = E_{22}^{3D}(k_1)$, Gl. (129), und $E_{22}^{2D}(k_1)$, Gl. (131), zu

$$\frac{E_{22}^{3D}(k_1)}{E_{22}^{2D}(k_1)} = \frac{1}{10} \left(3\hat{k}_1^{-2} + 8 \right). \quad (138)$$

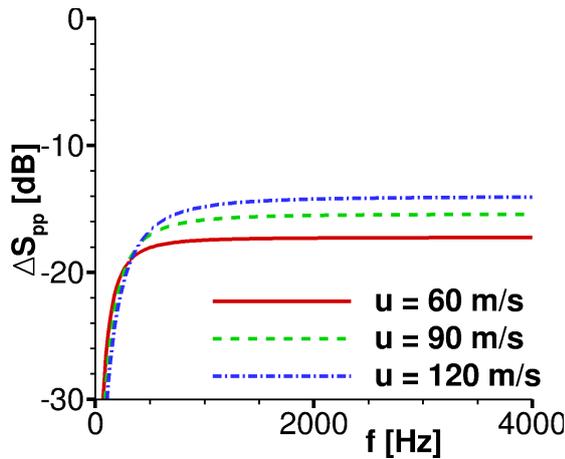
Für hohe Frequenzen sind die 3D-Spektren einen Faktor 0.8 kleiner. Bei dimensionslosen Wellenzahlen kleiner als 1 ist der Term \hat{k}_1^{-2} groß und somit bewirkt die Korrektur eine Erhöhung des Spektrums.



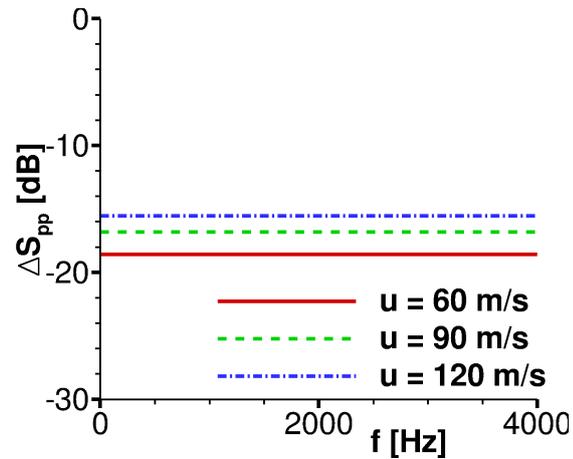
(a) Turbulenz-Korrektur



(b) DIESTE-Korrektur



(c) HAINAUT-Korrektur



(d) EWERT-Korrektur

Abb. 62: Vergleich der verschiedenen Korrekturen durch den Quotienten $\Delta S_{pp} = S_{pp}^{3D}/S_{pp}^{2D}$ in [dB] exemplarisch für ein VON KÁRMÁN-Spektrum mit $\Lambda = 0.03m$, einer Spannweite von $L = 0.53m$ bei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten u_0 . Dieser Fall entspricht gerade der Messung von Paterson und Amiet (1976), welche in Kapitel VI.3.2 nachgerechnet wird.

5.2 Fernfelddruckspektrum

Korrektur nach Dieste: Für den Vergleich der Fernfelddruckspektren einer unendlich dünnen Platte $S_{pp}^{3D}(x, y, 0, \omega)$ in 3D und $S_{pp}^{2D}(x, y, \omega)$ in 2D ist dies von Dieste und Gabard (2012) hergeleitet zu

$$S_{pp}^{3D}(x, y, 0, \omega) = \frac{kL\Phi_{22}^{3D}(k_1, 0)}{\sigma E_{22}^{2D}(k_1)} S_{pp}^{2D}(x, y, \omega) \quad (139)$$

mit $\sigma = \sqrt{x^2 + (1 - M^2)y^2}$ und der Spannweite der Platte L , siehe Abb. 64 auf Seite 153. Dabei ist $\Phi_{22}^{3D}(k_1, 0)$ das zweidimensionale Wellenzahlgeschwindigkeitsspektrum in drei Raumdimensionen:

$$\Phi_{22}^{3D}(k_1, k_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{22}(k_1, k_2, k_3) dk_2, \quad (140)$$

ausgewertet bei $k_3 = 0$.

Dieste und Gabard (2012) berücksichtigen dadurch sowohl die Korrektur der 2D- auf die 3D-Geschwindigkeitsspektren als auch die Ausbreitung in das Fernfeld. Diese Formulierung

leitet sich aus der analytischen Lösung von Amiet (1976b) für Vorderkanteninteraktionslärm her und geht davon aus, dass die Schallquelle vollständig durch das laterale Geschwindigkeitsspektrum charakterisiert ist. Bei Schaufeln, die sich von der unendlich dünnen Platte unterscheiden, ist diese Annahme verletzt und diese Korrektur nicht exakt.

Für das VON KÁRMÁN-Spektrum zum Beispiel ergibt sich die Korrektur durch Einsetzen von Gl. (14) in Gl. (19), dies wird mittels Gl. (140) integriert und zusammen mit Gl. (131) ergibt sich für Gl. (139):

$$S_{pp}^{3D}(x, y, \omega) = \frac{kL}{\sigma} \frac{11}{12\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(7/3)}{\Gamma(17/6)} \frac{1}{k_e} \frac{1}{\sqrt{1 + \hat{k}_1^2}} S_{pp}^{2D}(x, y, \omega). \quad (141)$$

Korrektur nach Hainaut: Hainaut et al. (2015) haben die Formulierung von Dieste und Gabard (2012) uminterpretiert zu

$$S_{pp}^{3D}(x, y, 0, \omega) = \frac{kL\Phi_{22}^{3D}(k_1, 0)}{\sigma E_{22}^{3D}(k_1)} S_{pp}^{2D}(x, y, \omega) \quad (142)$$

$$= \frac{kl_z(\omega)L}{\pi\sigma} S_{pp}^{2D}(x, y, \omega). \quad (143)$$

Somit berücksichtigen sie in der Korrektur nicht, dass sich die Form des für die Quelle maßgeblichen Geschwindigkeitsspektrums in 2D und 3D unterscheidet. Stattdessen verwenden sie die Definition der lateralen Korrelationslänge², gegeben in Gl. (144). Dies funktioniert für ihre Betrachtungen, da sie in ihrer 2D-Simulation durch empirische Gewichtung ein 3D laterales Geschwindigkeitsfeld realisieren. Dadurch stellt sich jedoch ein falsches longitudinales Geschwindigkeitsfeld ein.

Wird in der Simulation von den 2D-Geschwindigkeiten eines 3D turbulenten Feldes ausgegangen, so ist diese Korrektur unter denselben Annahmen gültig wie die Korrektur nach Dieste.

Korrektur nach Ewert: Unter der Annahme, dass die Korrelationslänge in Spannrichtung $l_3(\omega)$ kleiner ist als die Spannweite L und diese wiederum kleiner ist als der Abstand zum Beobachter R , also $l_3(\omega) < L < R$, leiten Ewert et al. (2009a) eine Korrektur für die Abstrahlung von Hinterkantenlärm für eine im zweidimensionalen Raum realisierte dreidimensionale Turbulenz her:

$$S_{pp}^{3D} = \frac{kl_3(\omega)L}{2\pi R} S_{pp}^{2D} \quad (147)$$

$$L_p(x, y, 0, \omega)|_{3D} = L_p(x, y, \omega)|_{2D} + 10 \log \left(\frac{C}{2\pi} \frac{L}{R} M_\infty \right) \quad (148)$$

² Für 3D-Spektren lässt sich die laterale Korrelationslänge l_3 als Verhältnis der lateralen Wellenzahlspektren geben

$$\Phi_{22}^{3D}(k_1, 0)/\Phi_{22}^{3D}(k_1) = \frac{l_3(\omega)}{\pi}. \quad (144)$$

Für das VON KÁRMÁN-Spektrum gibt Reboul (2010) die Korrelationslänge in Spannrichtung $l_3(\omega)$

$$l_3(\omega) = \frac{8\Lambda}{3} \left(\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(5/6)} \right)^2 \frac{\hat{k}_1^2}{(3 + 8\hat{k}_1^2)\sqrt{1 + \hat{k}_1^2}}. \quad (145)$$

Für das GAUSS-Spektrum ist sie gegeben als

$$l_3(\omega) = \Lambda. \quad (146)$$

mit der Freifeld-MACHzahl M_∞ , einem 2D-Polarradiusvektor R in der Mittelebene der Spannrichtung $z = 0$ mit $R = \sqrt{x^2 + y^2}$, der Spannweite L und einer empirischen Konstante $1.4 \leq C \leq 2.1$ ausgehend von Messungen. Diese Formel beinhaltet die Korrektur von 2D- auf 3D-Schallausbreitung und von 2D- auf 3D-Turbulenz mit einer lateralen Wellenzahl $l_3 = C \frac{u_0}{\omega}$.

Ewert et al. (2009a) gehen von den 2D-Geschwindigkeiten auf einer x, y -Ebene aus einem 3D turbulenten Feld aus. Bei 2D-Turbulenz werden Geschwindigkeit nur durch die e_3 -Komponente der Wirbelstärke ω induziert. Bei 3D-Turbulenz sind darüber hinaus auch Geschwindigkeitskomponenten in der x, y -Ebene anwesend, induziert durch die anderen Wirbelstärkekomponenten in e_1 - und e_2 -Richtung. Ähnlich wie Hainaut et al. (2015) ist die EWERT-Korrektur also nur eine Korrektur der Schallausbreitung und nicht der Turbulenz von 2D- auf 3D-Turbulenz.

Diese Korrektur ist zwar für Hinterkantenlärm hergeleitet, ist aber ohne weiteres auf Vorderkantenlärm anwendbar, da die Art der Quelle nicht die Herleitung beeinflusst, solange der Abstand R von der Quellposition aus gemessen wird. Für den vorliegenden Fall muss also der Koordinatenursprung an der Vorderkante gewählt werden. Diese Formel gilt nur für hohe Frequenzen. Für tiefe Frequenzen ist dieses Verhältnis proportional zur Kreisfrequenz ω^2 .

Vergleich der Korrekturen: Die DIESTE-Korrektur ist identisch mit der HAINAUT-Korrektur, berücksichtigt aber zusätzlich die Korrektur von 2D- zu 3D-Turbulenz. Die EWERT- und HAINAUT-Korrekturen sind sehr ähnlich und unterscheiden sich lediglich um einen Faktor $1/2$ und einen DOPPLER-Faktor $(1 - M^2)$.

Wäre der Hauptschallentstehungsmechanismus der longitudinalen und nicht der lateralen Komponente zuzuschreiben, so wäre keine Turbulenzkorrektur notwendig, sondern lediglich eine Korrektur der Schallausbreitung. In diesem Fall wären die Korrekturen nach Hainaut oder Ewert vorzuziehen. In der vorliegenden Arbeit werden aber nur die DIESTE-Korrektur in Gl. (139) und die Turbulenzkorrektur in Gl. (138) verwendet.

6 Schließungsansätze

Lineare Schließungsansätze: Null-, Ein- und Zwei-Gleichungsturbulenzmodelle setzen für die Wirbelviskosität auf der BOUSSINESQ-Hypothese (Fiedler, 2003) auf. Diese postuliert, dass der REYNOLDS-Spannungstensor $\overline{\rho u'_i u'_j}$ proportional zu dem mittleren Dehnungsgeschwindigkeitstensor S_{ij} mit

$$S_{ij} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (149)$$

ist:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k_t \delta_{ij}, \quad (150)$$

wobei μ_t die Wirbelviskosität und k_t die turbulente kinetische Energie ist.

Diese Annahme basiert auf der Idee, dass der Effekt der Wirbelviskosität auf die mittlere turbulente Strömung derselbe ist, wie der Effekt der molekularen Viskosität auf eine laminare Strömung. Diese Annahme erlaubt außerdem Skalare für die turbulente Energie und Dissipation zu verwenden und diese Skalare in Verbindung mit intuitiven Größen, wie

Turbulenzintensität und turbulente Längenskalen, zu bringen. Diese Annahme ist streng genommen nur gültig für einfache Strömungen, wie gerade Grenzschichten und Nachläufe. In komplexer Strömung ist diese Annahme verletzt. Dies erklärt wiederum, weshalb Zwei-Gleichungsmodelle Schwierigkeiten haben, rotierende Strömungen und Strömungen, an denen Krümmung und Entschleunigung relevant sind, vorherzusagen. Insbesondere gilt dies für den Staupunkt (Schmitt, 2007).

Staupunktanomaliekorrektur: Aus diesem Grund wurden sogenannte Staupunktanomaliekorrekturen eingeführt. Ohne zu sehr ins Detail zu gehen, seien hier zwei Modelle erwähnt. Ersteres nur, weil es sehr weit verbreitet ist und letzteres, da es in dieser Arbeit angewendet wird.

Kato & Launder Modifikation: Aufgrund der BOUSSINESQ-Hypothese wird die turbulente Produktion in Bereichen mit großen Normaldehnungen, z.B. in Staupunkten, überschätzt. Kato und Launder (1993) haben eine ad-hoc Modifikation des Produktionsterms P der k -Gleichung vorgeschlagen, in dem sie einen der Dehnungsgeschwindigkeitstensoren S_{ij} aus Gl. (149) durch die Wirbelstärke Ω_{ij}

$$\Omega_{ij} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (151)$$

ausgetauscht haben. Also anstatt

$$P = \mu_t S_{ij} S_{ji} \quad \text{benutzen sie} \quad P = \mu_t S_{ij} \Omega_{ji}. \quad (152)$$

Für inkompressible Strömung kommt dies einem Vertauschen des Vorzeichens gleich. Von diesem Ansatz wird stark abgeraten, da nicht nur die Produktion im Staupunkt eingeschränkt wird, sondern auch außerhalb (Durbin, 1996; Rung, 2003).

Schwarzsche Ungleichung: Die minimalste Anforderung an ein Turbulenzmodell ist die Realisierbarkeit (*Realisability*), d.h. für jede beliebige Strömung müssen die Elemente der Hauptdiagonale des REYNOLDS-Spannungstensors jederzeit nicht-negativ sein. Daraus folgt eine SCHWARZsche Ungleichung, die als Limiter implementiert werden kann. Dieser Limiter ermöglicht ein physikalisches und numerisch stabiles Verfahren, welches nur da inkorrekte turbulente Eigenschaften vorhersagt, wo die BOUSSINESQ-Hypothese nicht gilt.

Schließungsansätze höherer Ordnung - EARSM: Um der Staupunktanomalie zu entgehen, können Schließungsansätze höherer Ordnung verwendet werden (Durbin, 1996). Aber bereits Ansätze der zweiten Ordnung führen dazu, sieben zusätzliche, stark gekoppelte Transportgleichungen lösen zu müssen, so z.B. bei dem REYNOLDS-Spannungstransportmodell (RSTM, von engl. REYNOLDS-*Stress Transport Modell*). In der vorliegenden Arbeit wird daher das explizit algebraische REYNOLDS-Spannungsmodell (EARSM) von Hellsten (2005) in der Implementierung von Franke et al. (2010) benutzt. Dies gehört zu der Klasse von nicht-linearen Wirbelviskositätsmodellen, die eine Approximation an das RSTM darstellen. Die BOUSSINESQ-Hypothese aus Gl. (150) wird dabei ersetzt durch

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k_t \delta_{ij} - \rho k_t a_{ij}^{(\text{ex})}, \quad (153)$$

wobei $a_{ij}^{(\text{ex})}$ die sogenannte Extraanisotropie ist. Dieser Ansatz führt dazu, dass neben den zwei Transportgleichungen von Menter (1994) zusätzlich nur eine explizit algebraische

Gleichung zu lösen ist. Aus dieser zusätzlichen Gleichung lassen sich alle Einträge des REYNOLDS-Spannungstensors bestimmen. Dies kann aber nur eine schwache Anisotropie sein, da nicht wie beim RSTM für jede Komponente der REYNOLDS-Spannungen eine Transportgleichung berechnet wird.

Der Vorteil gegenüber dem linearen Schließungsansatz ist, dass keine Staupunktanomalie mehr existiert und somit die Turbulenz an der Vorderkante besser vorhergesagt wird. Wie diese Arbeit zeigen wird, ist diese Güte für die lokale Turbulenzsynthetisierung im Vorderkantenbereich Voraussetzung. Es kann nicht abschließend geklärt werden, ob sie auch hinreichend dafür sind.

7 Spektrale Lücke

Im Kontext der URANS-Simulationen (III.1.3) existiert eine Diskussion ob eine spektrale Lücke zwischen den Skalen der URANS und den Turbulenzskalen überhaupt nötig ist.

Lauder (2000) definiert die Bedingung einer spektralen Lücke:

Die benötigte Integrationszeit, die die REYNOLDS-Spannungen eindeutig definiert, sollte klein sein im Vergleich zu jener, in der die Grundströmung sich merklich ändert.

Es gibt eine zähe Diskussion, ob die spektrale Lücke zwischen URANS- und Turbulenzskalen überhaupt nötig ist. Rung (2003) schreibt, dass bei instationären Strömungen die statistische Modellierung nur solange zulässig ist, wie von einer spektralen Lücke ausgegangen werden kann. Die mittleren Schwankungen sollten demnach ein bis zwei zeitliche Größenordnungen unterhalb den modellierten turbulenten Schwankungen liegen. Dies ist bei Triebwerkssimulationen nicht gegeben, weshalb Eulitz (2000) zu Skepsis rät. Rung (2003) meint weiter, die vielen Schwierigkeiten bei der statistischen Turbulenzmodellierung rührten daher, dass sich die transienten und turbulenten Phänomene im Wellenzahlenbereich überlagern. Ein Rücktransfer von Energie aus den Turbulenzmodellen in die Grundströmung ist so nicht gegeben. Spalart (2000) gibt als Erklärung für den Erfolg von URANS Simulationen an, dass das Turbulenzmodell in Zonen ohne spektrale Lücke kaum Zeit hat, die transiente gemittelte Strömung zu manipulieren. Der Fehler der falschen Modellbildung ist damit klein. Für periodische Strömungen, wie in einer URANS, ist das Energiespektrum der Grundströmung auf einen engen Wellenzahlbereich beschränkt. Damit ist die Anforderung an die spektrale Lücke reduziert und eine Superposition beider Anteile möglich. Rung (2003) gibt zur Abschätzung der Güte einer URANS Simulation mit periodischer Hintergrundströmung folgende Formel an:

$$\frac{T_m}{T_t} \approx \gamma \frac{Re^{1/5}}{St} \quad (154)$$

mit der STROUHAL-Zahl $St = \frac{fL}{U} = \frac{L}{UT_m}$, T_m und T_t die Periodendauer der mittleren und der turbulenten Strömung und $\gamma \in [1, 10]$ für Wandgrenzschichten oder $\gamma \in [0.1, 1]$ für freie Scherschichten.

8 Akustische Perturbationsgleichungen (APE)

Neben dem Vorteil der Stabilität ist auch der Rechen- und Speicheraufwand geringer, da die Verwendung der Isentropenbeziehung $p' = c_0^2 \rho'$ zu einer Reduktion des Gleichungssystems um eine Gleichung führt. Diese sogenannten *Acoustic Perturbation Equations* in

der APE-1 Formulierung sind ein Störgleichungssystem für eine Wellengleichung. Werden die Navier-Stokes-Gleichungen so umgestellt, dass die linke Seite dem homogenen Anteil dieser APE-1 Formulierung entspricht, stellt dieses System eine akustische Analogie (vgl. S. 13) dar. Diese Formulierung wird als APE-4 bezeichnet (Ewert, 2002) und ist gegeben als:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{c}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} u'_j + \bar{u}_j \frac{p'}{\bar{c}^2} \right) = \bar{c}^2 q_c \quad (155a)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial u'_j \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{p'}{\bar{\rho}} = q_{m,i} \quad (155b)$$

mit

$$q_c = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho' u'_j - \overline{\rho' u'_j} \right) + \frac{\bar{\rho}}{c_p} \frac{Ds'}{Dt} \quad (156a)$$

$$q_{m,i} = -(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u})' e_i + T' \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{s} - s' \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{T} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(u'_j u'_j - \overline{u'_j u'_j} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right)', \quad (156b)$$

der Entropiefluktuation s' und der Wirbelstärke $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$. Der Term $(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u})'$ ist bekannt als LAMB-Vektor³. Die linke Seite dieser Formulierung in Gl. (155) ist identisch zu der APE-1 Formulierung, die nur eine akustische Ausbreitung zulässt. Die rechte Seite beinhaltet alle von dieser Formulierung abweichenden Terme der nichtlinearen EULER-Gleichungen. Somit sind Gl. (28) und Gl. (155) bis auf den Umstand identisch, dass die rechte Seite von Gl. (155) auch nichtlineare Terme beinhaltet. Die Quellen q_c und \mathbf{q}_m stellen die Gesamtheit aller Quellen der linearen, nichtviskosen Akustik dar.

Wirbelquellen: Für lineare, wirbelbezogene Schallquellen sind nur jene Quellen in Gl. (156) relevant, die auf die Wirbelfluktuationen Einfluss nehmen. Wird die Rotation der Impuls-Gl. (155b) betrachtet, so bleibt als Quelle nur der LAMB-Vektor $(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u})'$ bestehen. Durch Linearisierung folgt:

$$\mathbf{q}_{m,\text{lin},\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{u}_0 - \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{u}'. \quad (158)$$

Dieser Term stellt die Hauptschallquelle für linearen Wirbelschall dar (Ewert, 2002, S.89).

Strahlärmquellen: Es ist theoretisch möglich, dass auch für Strahl- und Verbrennungslärm der Ansatz der akustischen Analogie verwendet würde. Allerdings ist es dann nicht mehr ohne weiteres möglich, die Menge an Quellen in Gl. (156) zu reduzieren. Es müssten sowohl Entropiefluktuationen s' als auch Geschwindigkeitsfluktuationen \mathbf{u}' modelliert werden. Daher wird für Strahlärm eher auf den Ansatz der äquivalenten Quellen (S. 13) zurückgegriffen (Tam und Auriault, 1999). In der numerischen Anwendung mit RPM wird in der Literatur dafür die LEE verwendet und als Quellen auf der rechten Seite äquivalente Quellen gesetzt (Ewert et al., 2012).

3

$$(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u})' e_i = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} u_j - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} u_j \right)' e_i \quad (157)$$

Da erheblich kompakter, wird im Folgenden für den LAMB-Vektor auf die Tensorschreibweise verzichtet.

9 Weißes Rauschen

Für zerfallende Turbulenz: Je nach verwendeter Korrelationsfunktion sind verschiedene Definitionen des weißen Rauschens \mathcal{U}_i notwendig.

1-Parameter-LANGEVIN-Modell: Für den exponentiellen Zerfall in der Korrelationsfunktion in Gl. (125) wird der Zerfall mittels einer LANGEVIN-Gleichung modelliert (Billson et al., 2003; Siefert und Ewert, 2009). Dazu wird Gl. (44) gegen folgende Definition ausgetauscht:

$$\frac{D_0 \mathcal{U}_i(\mathbf{x}, t)}{Dt} = -\frac{1}{\tau_s} \mathcal{U}_i + \sqrt{\frac{2}{\tau_s}} \xi_i. \quad (159)$$

Dabei ist τ_s die Zeitskala und ξ_i ist ein zweites weißes Rauschen, dass die Definitionen in Gl. (42)-Gl. (44) erfüllt.

2-Parameter-LANGEVIN-Modell: Für die Realisierung des Zerfalls in der Korrelationsfunktion in Gl. (126) wird Gl. (44) gegen folgende, zweistufige Definition ausgetauscht (Dieste und Gabard, 2012, Gl. (5.31)):

$$\frac{D_0 \mathcal{U}_i(\mathbf{x}, t)}{Dt} = -\frac{1}{\tau_s} \mathcal{U}_i + \mathcal{W}_i \quad (160a)$$

$$\frac{D_0 \mathcal{W}_i(\mathbf{x}, t)}{Dt} = -\gamma \mathcal{W}_i + \sqrt{2\gamma} \xi_i. \quad (160b)$$

mit $\gamma = \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_s}\right)$. Es ist also eine Überlagerung des unkorrelierten weißen Rauschens \mathcal{U}_i mit einem in der Strömung konvektierten zweiten weißen Rauschen \mathcal{W}_i . Die Zeitskalen τ_s und τ_2 sind bei diesem Prozess austauschbar.

3-Parameter-LANGEVIN-Modell: Ewert et al. (2012) haben ein weiteres Modell publiziert, das das Zerfallsmodell von Tam et al. (2005) für den heißen Strahl realisiert, Ergebnisse werden in dieser Arbeit aber nicht erneut gezeigt. Es basiert auf der Gewichtung des 1-Parameter-LANGEVIN-Modells in Gl. (159) für die Zeitskala τ_s und des 2-Parameter-LANGEVIN-Modells in Gl. (160) für die Zeitskalen τ_s und τ_2 mittels eines dritten Parameters $\xi \in [0, 1]$:

$$\mathcal{U}_{i,\text{mix}} = \xi \mathcal{U}_i|_{\text{aus Gl. (159)}} + \sqrt{1 - \xi^2} \mathcal{U}_i|_{\text{aus Gl. (160)}}. \quad (161)$$

Haystacking: Dieses Verfahren ist der Vollständigkeit halber erwähnt, findet hier aber keine Anwendung. Für *Haystacking* haben Siefert und Ewert (2009) eine weitere alternative Definition der Gl. (44) eingeführt:

$$\frac{D\mathcal{U}_i(\mathbf{x}, t)}{Dt} = 0, \quad (162)$$

wobei $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + [\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_t] \cdot \nabla$ die materielle Ableitung mit der Konvektionsgeschwindigkeit der Hintergrundströmung \mathbf{u}_0 plus der Fluktuationsgeschwindigkeit \mathbf{u}_t aus der synthetischen Turbulenz selbst ist. Das bedeutet, dass die synthetischen Fluktuationen in diesem Fall nicht als Quelle in die CAA-Gleichungen eingehen, sondern als veränderliche Hintergrundströmung. Dadurch verändert sich lokal die Schallgeschwindigkeit und daraus resultiert die zu modellierende Refraktion.

10 Durch das RPM-Verfahren realisierte Korrelationsfunktionen

10.1 Korrelationsfunktion einer beliebigen Funktion Ψ_i

Es wird gezeigt, dass die Kovarianz in Gl. (9) aus dem stochastischen Ansatz in Gl. (41) folgt. Verwendet wird dazu der GAUSS-Filterkern in Gl. (46) und der Definition des weißen Rauschens in Gl. (42), Gl. (43) und entweder Gl. (44) für eingefrorene Turbulenz oder Gl. (159) für zerfallende Turbulenz.

Die folgende Herleitung wird in zwei Raumdimensionen für einen Skalar Ψ durchgeführt. Im 3D-Raum für eine vektorwertige Funktion Ψ mit 3 Komponenten folgt die Herleitung derselben Argumentation unter Berücksichtigung folgender zusätzlicher Charakteristik des weißen Rauschens:

$$\langle U_i(\mathbf{x}, t)U_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle = \delta_{ij}\delta(\mathbf{r}). \quad (163)$$

Daraus lässt sich ableiten, dass die jeweiligen Korrelationsfunktionen der drei Komponenten von Ψ unabhängig voneinander und identisch zu der Korrelationsfunktion des Skalars Ψ in 2D sind.

Gl. (41) ist in 2D für einen Skalar Ψ gegeben als

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \int_{V_s} \hat{A}G(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\mathcal{U}(\mathbf{x}', t)d^2\mathbf{x}' \quad (164)$$

Die Kreuzkovarianz $\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau)$ ist allgemein definiert als (Pope, 2000)

$$\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) = \langle \Psi(\mathbf{x}, t)\Psi(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \rangle. \quad (165)$$

Einsetzen von Gl. (164) ergibt

$$\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) = \hat{A}(\mathbf{x})\hat{A}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \int \int G(\mathbf{x} - \mathbf{x}')G(\mathbf{x} + \mathbf{r} - \mathbf{x}'') \langle \mathcal{U}(\mathbf{x}', t)\mathcal{U}(\mathbf{x}'', t + \tau) \rangle d^2\mathbf{x}'d^2\mathbf{x}''. \quad (166)$$

Für eingefrorene Turbulenz lässt sich die Definition des weißen Rauschens in Gl. (43) und Gl. (44) zusammenfassen zu (Ewert et al., 2011a)

$$\langle \mathcal{U}(\mathbf{x}', t)\mathcal{U}(\mathbf{x}'', t + \tau) \rangle = \frac{1}{\rho_0(\mathbf{x}')}\delta(\mathbf{x}'' - \mathbf{x}' - \mathbf{u}_0\tau). \quad (167)$$

Unter der Annahme eines inkompressiblen Strömungsfeldes, d.h. $\nabla \cdot (\rho_0\mathbf{u}_0) = 0$ und $\rho_0 = \text{const}$, einer konstanten Längenskala $l_s = \text{const}$ und einer sich nur langsam ändernden Amplitude $\hat{A}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \simeq \hat{A}(\mathbf{x})$, ergibt sich für Gl. (166)

$$\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x})^2}{\rho} \int \int \exp\left[-\frac{\pi}{2} \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2}{l_s^2}\right] \exp\left[-\frac{\pi}{2} \frac{|\mathbf{x} + \mathbf{r} - \mathbf{x}''|^2}{l_s^2}\right] \delta(\mathbf{x}'' - \mathbf{x}' - \mathbf{u}_0\tau) d^2\mathbf{x}'d^2\mathbf{x}''.$$

Die Lösung des Integrals für die Faltung mit einer Delta-Distribution $\int f(x)\delta(x - x')dx = f(x')$ ergibt nur eine nicht-triviale Lösung, wenn $\mathbf{x}'' = \mathbf{x}' - \mathbf{u}_0\tau$ und somit folgt weiter

$$\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x})^2}{\rho} \int \exp\left[-\frac{\pi}{2} \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2 + |\mathbf{x} - \mathbf{x}' + \mathbf{r} - \mathbf{u}_0\tau|^2}{l_s^2}\right] d^2\mathbf{x}'.$$

Die verbleibende Integration in beide Raumrichtungen kann separiert werden durch

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2 + |\mathbf{x} - \mathbf{x}' + \mathbf{r} - \mathbf{u}_0\tau|^2 &= (x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + \\
 &\quad + (x_1 - x'_1 + r_1 - u_{0,1}\tau)^2 + (x_2 - x'_2 + r_2 - u_{0,2}\tau)^2
 \end{aligned} \tag{168}$$

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2 + |\mathbf{x} - \mathbf{x}' + \mathbf{r} - \mathbf{u}_0\tau|^2 &= 2(x_1 - x'_1)^2 + 2(x_1 - x'_1)(r_1 - u_{0,1}\tau) + (r_1 - u_{0,1}\tau)^2 \\
 &\quad + 2(x_2 - x'_2)^2 + 2(x_2 - x'_2)(r_2 - u_{0,2}\tau) + (r_2 - u_{0,2}\tau)^2.
 \end{aligned} \tag{169}$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \frac{\hat{A}(\mathbf{x})^2}{\rho} \\
 &\times \int \exp \left[-\frac{\pi}{2} \frac{2(x_1 - x'_1)^2 + 2(x_1 - x'_1)(r_1 - u_{0,1}\tau) + (r_1 - u_{0,1}\tau)^2}{l_s^2} \right] dx'_1 \\
 &\times \int \exp \left[-\frac{\pi}{2} \frac{2(x_2 - x'_2)^2 + 2(x_2 - x'_2)(r_2 - u_{0,2}\tau) + (r_2 - u_{0,2}\tau)^2}{l_s^2} \right] dx'_2.
 \end{aligned} \tag{170}$$

Um diese Integrale zu lösen, wird substituiert $x_i - x'_i = s_i$ mit $dx'_i = ds_i$ und der folgenden Identität (Bronstein et al., 2008)

$$\int_{-\infty}^{\infty} k \exp \left[-fx^2 + gx + h \right] dx = k \sqrt{\frac{\pi}{f}} \exp \left[\frac{g^2}{4f} + h \right]. \tag{171}$$

Unter der zusätzlichen Annahme, dass die GAUSS-Halbbreite viel kleiner ist als das Integrationsgebiet V_s^2 , so dass die Integration über V_s vergleichbar ist zur Integration in ∞ , können die Konstanten identifiziert werden zu

$$f = \frac{\pi}{l_s^2}, \quad g = -\frac{\pi}{l_s^2}(r_i - u_{0,i}\tau), \quad h = -\frac{\pi}{l_s^2} \frac{(r_i - u_{0,i}\tau)^2}{2}. \tag{172}$$

Das Integral in Gl. (170) kann dementsprechend gelöst werden:

$$\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x})^2}{\rho} l_s^2 \exp \left[-\frac{\pi}{4l_s^2}(r_1 - u_{0,1}\tau)^2 - \frac{\pi}{4l_s^2}(r_2 - u_{0,2}\tau)^2 \right].$$

Daraus ergibt sich die Kreuz-Kovarianz des skalaren Funktion Ψ

$$\mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x})^2}{\rho} l_s^2 \exp \left[-\frac{\pi}{4l_s^2} |\mathbf{r} - \mathbf{u}_0\tau|^2 \right]. \tag{173}$$

Dies ist die Funktion in Gl. (9).

10.2 Korrelationsfunktion der Geschwindigkeitsfunktionen

Im Folgenden wird aus der Kovarianz \mathcal{R}_Ψ einer Stromfunktion Ψ in 2D, die Korrelationsfunktionen R_{ij} der Geschwindigkeitsfunktionen abgeleitet. Es gilt Gl. (39) zwischen Stromfunktion und Geschwindigkeitsfunktionen und entsprechend gilt Gl. (52) für das Verhältnis der Kovarianzen.

Die Ableitung der Kovarianz der Stromfunktion der Gl. (50) ergibt

$$\frac{\partial \mathcal{R}_\Psi}{\partial r_i} = -\frac{\pi}{2l_s^2} (r_i - u_{0,i}\tau) \mathcal{R}_\Psi. \tag{174}$$

Damit wird Gl. (52) zu

$$\mathcal{R}_{ij} = \epsilon_{ik}\epsilon_{jl} \frac{\pi}{2l_s^2} \left[\delta_{kl} - \frac{\pi}{2l_s^2} (r_l - u_{0,l}\tau)(r_k - u_{0,k}\tau) \right] \mathcal{R}_\Psi. \quad (175)$$

Explizit aufgelöst folgt

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \frac{\pi}{2l_s^2} \left[1 - \frac{\pi}{2l_s^2} (r_2 - u_{0,2}\tau)^2 \right] \mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau), \\ \mathcal{R}_{22}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \frac{\pi}{2l_s^2} \left[1 - \frac{\pi}{2l_s^2} (r_1 - u_{0,1}\tau)^2 \right] \mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau), \\ \mathcal{R}_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \frac{\pi^2}{4l_s^4} (r_1 - u_{0,1}\tau)(r_2 - u_{0,2}\tau) \mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau). \end{aligned} \quad (176)$$

Die Varianz der Geschwindigkeitsfluktuationen kann daraus bestimmt werden

$$\hat{R} = \mathcal{R}_{ij}(\mathbf{x}, 0, 0) = \frac{\pi}{2l_s^2} \mathcal{R}_\Psi(\mathbf{x}, 0, 0) = \frac{\hat{A}(\mathbf{x})^2 \pi}{2\rho} \quad (177)$$

Und die Korrelationsfunktionen ergeben sich zu

$$\begin{aligned} R_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \left[1 - \frac{\pi}{2l_s^2} (r_2 - u_{0,2}\tau)^2 \right] R_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) \\ R_{22}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \left[1 - \frac{\pi}{2l_s^2} (r_1 - u_{0,1}\tau)^2 \right] R_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) \\ R_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) &= \frac{\pi}{2l_s^2} (r_1 - u_{0,1}\tau)(r_2 - u_{0,2}\tau) R_\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \tau) \end{aligned} \quad (178)$$

11 Weitere Kopplungsverfahren

Die im RPM-Verfahren synthetisierten Quellen müssen in die CAA Simulation eingekoppelt werden. Aus den synthetischen Fluktuationen entsteht in diesem Kopplungsprozess Schall, der mittels der CAA propagiert wird. Um die Fluktuationen in die Ausbreitungsgleichungen einzukoppeln, gibt es zwei Ansätze:

- (1) RB-Kopplung – Durch Modifikation der Randbedingungen (RB) in das sonst homogene⁴ Gleichungssystem, dies entspricht einer impliziten Quelle (II.2.2), und
- (2) RHS-Kopplung– Als Zwangsbedingungen auf der rechten Seite (RHS) des inhomogenen Gleichungssystems, dies entspricht einer expliziten Quelle (II.2.1).

Alle im Folgenden vorgestellten Kopplungsmöglichkeiten sind in Abb. 63 in einem Baumdiagramm zusammengefasst.

11.1 RB-Kopplung

Die Fluktuationen werden entsprechend Gl. (6) geräuschlos in die Ausbreitungsgleichungen mittels verschiedener Randbedingungen eingekoppelt. Geräuschlos heißt, dass die Fluktuationen die Ausbreitungsgleichungen erfüllen müssen und die Kopplung selbst keinen Schall erzeugt. Erst durch die Interaktion der Fluktuationen mit Strömungsgradienten oder Oberflächen entsteht Schall. Der Schallentstehungsmechanismus ist also Teil der Ausbreitungsgleichungen und muss nicht modelliert werden. Durch die Wahl von komplexeren

⁴RHS ist identisch Null.

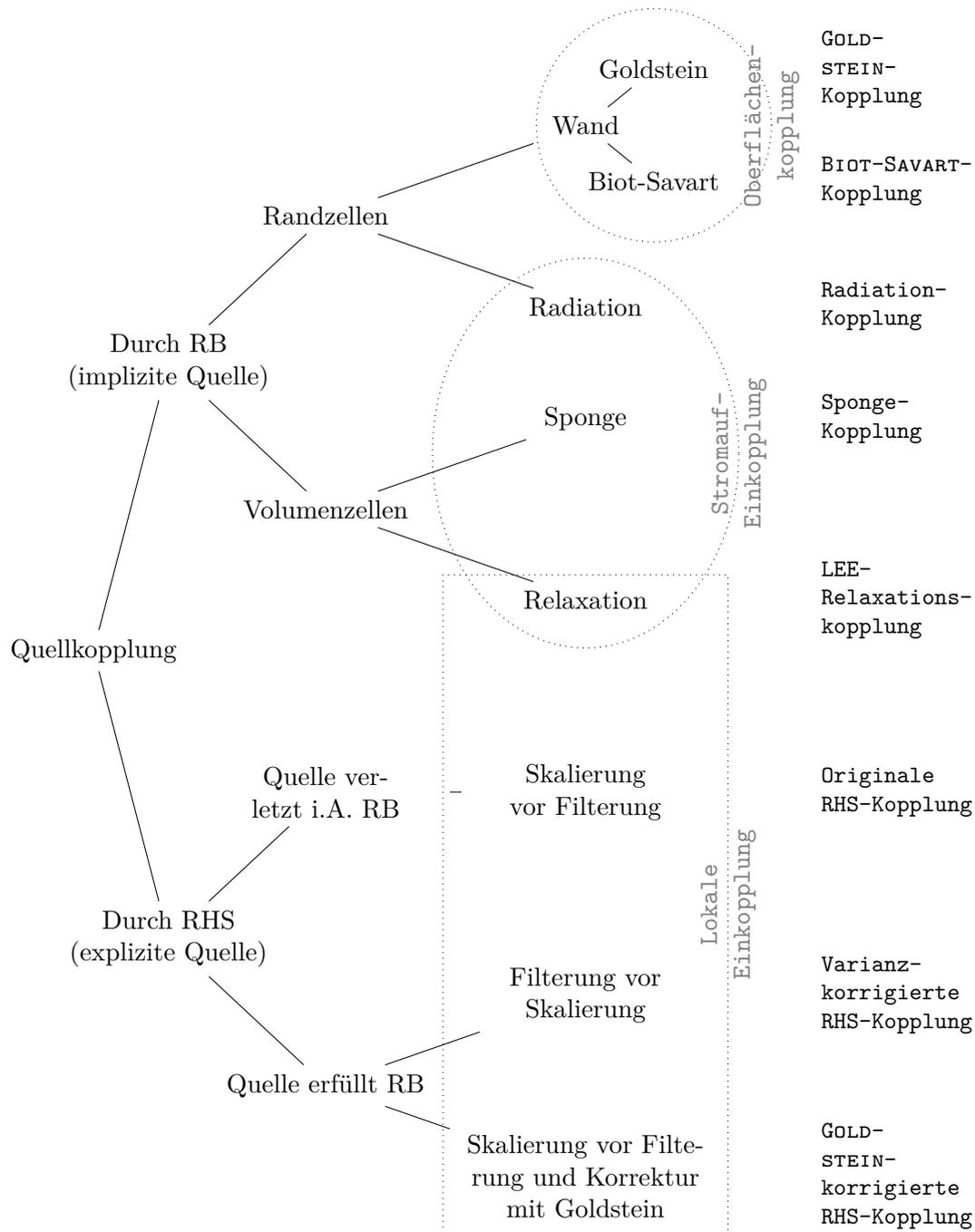


Abb. 63: Übersicht über die verschiedenen Kopplungsmöglichkeiten der Quellen aus dem RPM-Modul in die CAA-Simulation. Es wird hierbei nicht das Quellmodell verändert, sondern lediglich die Art, wie die Quelle in das CAA-Gebiet eingekoppelt wird. Am rechten Rand steht die im Folgenden verwendete Bezeichnung der jeweiligen Kopplung. Die gestrichelten Boxen fassen bestimmte Gruppen von Kopplungen zusammen, die LEE-Relaxationskopplung wird in dieser Arbeit als Stromauf-Einkopplung verwendet, es könnte aber theoretisch auch als lokale Einkopplung verwendet werden.

Ausbreitungsgleichungen, z.B. nichtlinear oder reibungsbehaftet, werden bei gleicher einfallender Quelle auch die entsprechenden Entstehungsmechanismen berücksichtigt. Damit sind die Anforderungen an das Quellmodell im RPM-Verfahren geringer. Dennoch verliert dieses Verfahren den Vorteil der Lokalität, d.h. die Kopplung passiert nicht dort, wo der Schall entsteht. Der Einkopplungsbereich und der Schallentstehungsort dürfen sich nicht überlagern und dazwischen muss die Gitterauflösung fein genug sein, um die Turbulenz dissipationsfrei bis zum Schallentstehungsort zu konvektieren. Außerdem können die Fluktuationen, wenn sie einmal eingekoppelt wurden, nicht mehr von außen beeinflusst werden. Dieses letzte Argument ist nicht zutreffend für das LEE-Relaxationsverfahren (Ewert et al., 2014). Es ermöglicht nur, die rotationsbehafteten Fluktuationen zu beeinflussen, z.B. können sie gedämpft werden.

Randzellen:

GOLDSTEIN-Methode: Diese Methode wird von Goldstein (1976) beschrieben und von Dieste und Gabard (2012) verwendet. Da Goldstein die Formulierung für homogene Strömung ableitet, ist für inhomogene Strömungen diese Randbedingung nicht mehr als Quelle aufzufassen.

Für homogene Strömungen werden die einfallenden, ungestreuten Geschwindigkeitsfluktuationen \mathbf{u}_i auf dem RPM-Gebiet in die Wandrandbedingung (III.2.3) der LEE-Lösung eingekoppelt. Dadurch wird Gl. (30) zu

$$(\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n})_{\text{wand}} = -\mathbf{u}_i. \quad (179)$$

Durch das negative Vorzeichen ergibt die Superposition der Lösung auf dem Ausbreitungsgebiet mit der Lösung auf dem RPM-Gebiet (für das die Oberfläche nicht existiert) eine wandnormale Geschwindigkeit gleich Null.

Das turbulente Geschwindigkeitsfeld, das durch das RPM-Verfahren erzeugt wird, wird mithilfe der GOLDSTEIN-Kopplung in die LEE-Simulation eingebracht. Somit ist die wandnormale Geschwindigkeit $u_n = \mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}$ im CAA-Gebiet nicht Null, wie bei der Herleitung der Randbedingung angenommen (Delfs et al., 2008, Kapitel 4.3), sondern eine Funktion der Zeit:

$$u_n = f(t) \quad (180)$$

Die Herleitung ändert sich damit wie folgt (Änderungen sind in blau dargestellt): Skalarmultiplikation der Impulsgleichung mit dem Wandnormalenvektor \mathbf{n} ergibt eine Gleichung für den Druck in der Geisterschicht (GHOST LAYER):

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} n_j + \rho u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} n_j + n_j \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0. \quad (181)$$

Mithilfe der TAYLOR-Reihenentwicklung im Punkt ϵ

$$(\bar{\rho} + \epsilon \rho') \frac{\partial (\bar{u}_j + \epsilon u'_j)}{\partial t} n_j + (\bar{\rho} + \epsilon \rho') (\bar{u}_i + \epsilon u'_i) \frac{\partial (\bar{u}_j + \epsilon u'_j)}{\partial x_i} n_j + n_j \frac{\partial (\bar{p} + \epsilon p')}{\partial x_j} = 0 \quad (182)$$

Ergibt sich (Delfs et al., 2008, Gl. (4.6)):

$$\frac{\partial p'}{\partial n} = n_j \frac{\partial p'}{\partial x_j} = -n_j \left\{ \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} [\rho' \bar{u}_i + (\bar{\rho} + \epsilon \rho') u'_i] + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} [\epsilon \bar{\rho} u'_i + (\bar{\rho} + \epsilon \rho') \bar{u}_i] + (\bar{\rho} + \epsilon \rho') \frac{\partial u'_j}{\partial t} \right\} \quad (183)$$

BIOT-SAVART-Methode: Es wird die BIOT-SAVART-Formel zur Berechnung der durch ein Wirbelfeld induzierten Geschwindigkeiten verwendet, um die Geschwindigkeiten auf der Oberfläche zu bestimmen:

$$\mathbf{u}_t(\mathbf{x}, t) = -\nabla \times \int_{V_s} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}_s, t)}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} d^d \mathbf{x}_s. \quad (184)$$

Für homogene Strömungen ergibt diese Methode dasselbe Geschwindigkeitsfeld wie die GOLDSTEIN-Methode. Bei inhomogener Strömung gibt sie die sogenannte *Pseudo-Upwash*-Geschwindigkeit (Howe, 1998) auf der Oberfläche.

Das Integral Gl. (184) ist numerisch aufwändig zu berechnen, da jeder Volumenpunkt N auf jeden Oberflächenpunkt M Einfluss nimmt. Dazu kommt, dass der Abstand zwischen allen Punkten $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|$ im Speicher gehalten werden muss. Dies ist eine Matrix mit $N \times M$ Einträgen. Durch Umformulierung des Problems mithilfe einer Stromfunktion Ψ lässt sich das gleiche Problem durch die Lösung einer POISSON-Gleichung

$$\nabla^2 \Psi = -\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t) \quad (185)$$

lösen. Ein effizientes Lösungsverfahren bedient sich einer FFT. Der erste Entwurf dazu kam von Hockney (1965) für Gebiete mit periodischen Randbedingungen. Erweiterungen zu dieser Methode existieren z.B. für rechteckige, berandete Gebiete (Colony und Reynolds, 1970) und rechteckige, unberandete Gebiete (Hejlesen et al., 2013).

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die BIOT-SAVART-Methode nur in der direkten Integration exemplarisch verwendet.

Radiationsrandbedingung: Wurde bereits auf Seite 42 beschrieben.

Volumenzellen: Diese Klasse von Kopplungen sind streng genommen auch RHS-Kopplungen, da sie, anders als bei einer Manipulation von einer Randbedingung, eine Veränderung der Grundgleichungen beinhalten. Sie sind hier dennoch als RB-Kopplung klassifiziert, da sie auf Modifikationen der Grundgleichungen basieren, um geräuschlos Schall einzukoppeln, und somit eher Randbedingungen darstellen.

Sponge: Wurde bereits auf Seite 42 beschrieben.

LEE-Relaxation: Wurde bereits auf Seite 42 beschrieben. Der Vollständigkeit halber ist anzumerken, dass die LEE-Relaxationsrandbedingung auch als RHS-Kopplung verwendet werden kann. Dieser Term ist identisch zu dem viskosen Term in den inkompressiblen Wirbeltransportgleichungen (III.2.3). Daraus folgt, dass durch Gleichsetzen von $\sigma = \nu_t$ dieser Term als Quelle auf der rechten Seite interpretiert wird. Dieser Ansatz wird von Ewert et al. (2014) vorgeschlagen; im Rahmen dieser Arbeit wurden aber diesbezüglich keine Untersuchungen gemacht.

11.2 RHS-Kopplung

Im Sinne der akustischen Analogie in Gl. (4) oder äquivalenter Quellen in Gl. (5) werden die Fluktuationen in die rechte Seite der APE eingekoppelt. Die Gleichungen propagieren nur den resultierenden Schall, nicht die turbulenten Fluktuationen. Der Schallentstehungsmechanismus ist also nicht Teil der Ausbreitungsgleichungen, sondern basiert auf den Termen der RHS.

Die Vorteile dieses Ansatzes sind, dass

- (1) die Quellmodellierung lokal auf den Bereich reduziert ist, an dem der Schall entsteht,
- (2) die Quellen eventuell nicht aufgelöst werden müssen, sondern nur die resultierenden, akustischen Wellenlängen, und
- (3) die Berücksichtigung von Quellen möglich ist, die nicht Teil der Ausbreitungsgleichungen sind, z.B. turbulenter Zerfall.

Aber die Quellen müssen richtig und genau modelliert werden, so dass der resultierende Schall die Randbedingungen der Ausbreitungsgleichungen erfüllt, sonst entsteht Störschall.

Originale RHS-Kopplung: Ist die Quelle bekannt, kann sie direkt auf die rechte Seite der APE-Gleichungen eingekoppelt werden. Dieses Verfahren stellt eine akustische Analogie dar.

Es hat sich im Laufe der Untersuchungen herausgestellt, dass das Einkoppeln der Quellen, so wie sie aus der stochastischen Quellmodellierung kommen, für Vorderkantenlärm in Verbindung mit dem *Source-A*-Quellmodell nicht das richtige Schallfeld vorhersagt. Die Untersuchungen zeigen, dass das aktuelle Modell die Quellen im Bereich der Schaufelvorderkante nicht hinreichend beschreibt, da das generierte turbulente Geschwindigkeitsfeld im Allgemeinen die Randbedingungen nicht erfüllt.

Diese Kopplung ist nur richtig, wenn die Quellen bekannt sind und die Randbedingungen erfüllen. In den folgenden Abschnitten wird dieses Kopplungsverfahren erweitert, so dass die Quellen, bevor sie in die RHS eingekoppelt werden, die Randbedingungen erfüllen.

Varianz-korrigierte RHS-Kopplung: Die turbulente kinetische Energie, die für das *Source-A*-Quellmodell (III.3.1) als Varianz verwendet wird, ist für realistische Anwendungsfälle auf festen Oberflächen immer exakt null. Das gilt auch für akademische Fälle, solange die Wandhaftbedingung für die zugrunde liegende (RANS)-Strömung angenommen werden kann.

Durch Anwenden der *Filterung vor der Skalierung* (III.3.3) erfüllt das resultierende fluktuierende Feld zu jeder Zeit die Randbedingung. Allerdings führt das zu einer Verzerrung der realisierten, turbulenten Ballen, die nicht der vorgegebenen Korrelationsfunktion entsprechen, wie in der Abb. 14 auf Seite 37 dargestellt wurde.

Es ist anzumerken, dass die unterschiedliche Diskretisierung zwischen RPM-Gebiet und CAA-Gebiet zu Ungenauigkeiten in der Realisierung der Wandrandbedingung führt. Es wird daher zusätzlich die wandnormale Geschwindigkeitsfluktuation im CAA-Gebiet in jedem Zeitschritt auf Null gesetzt.

Goldstein-korrigierte RHS-Kopplung: Da i.A. das Quellfeld die Randbedingungen nicht erfüllt, ist dieser Ansatz als Korrektur der originalen RHS-Kopplung entwickelt worden. Dabei werden die Geschwindigkeitsfluktuationen aus RPM auf der Wand mittels einer GOLDSTEIN-Kopplung in eine LEE-Simulation eingebracht. Die Superposition dieses Geschwindigkeitsfeldes mit den Geschwindigkeitsfluktuationen aus RPM erfüllt immer die Wandrandbedingung und kann in eine APE-Simulation mittels originaler RHS-Kopplung eingebracht werden. Im Gegensatz zur Varianz-Korrektur, wo lediglich die wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen auf Null gesetzt werden, folgt die Erfüllung der Randbedingung aus dem physikalischen Abscheren von Wirbeln mit umgekehrten Drehsinn (Wohlbrandt et al., 2013, Abb. 1).

Die in dieser Arbeit verwendete Implementierung geht von identischen LEE- und APE-Gebieten aus, die zeitgleich berechnet werden. Daraus resultiert eine Verdopplung des Rechen- und Speicheraufwands gegenüber allen anderen Kopplungsverfahren. Da die LEE nur zur Wirbelkonvektion verwendet wird, wäre eine Reduktion möglich, wenn statt der LEE auf Wirbeltransportgleichungen zurückgegriffen oder wenn das berücksichtigte LEE-Gebiet reduziert würde. Versuche, die LEE durch Wirbeltransportgleichungen auszutauschen, waren nicht erfolgreich. Das lag vor allem an der Schwierigkeit, die Randbedingungen für die Wirbelstärke zu definieren und vorzugeben (Davies und Carpenter, 2001; Fletcher und Brown, 2009).

Wird diese Kopplung auf homogene Hintergrundströmung angewendet, so ist die gesamte Quelle bereits durch die GOLDSTEIN-Kopplung definiert. Bei Anwendung auf beliebige Hintergrundströmungen gilt diese Kopplung weiterhin, auch wenn die GOLDSTEIN-Kopplung selbst keine physikalische Aussage über die abgestrahlte Akustik zulässt. Sollte die originale RHS-Kopplung bereits die Randbedingungen erfüllen, so ist die GOLDSTEIN-Korrektur nicht wirksam.

Zusammengefasst besteht die Korrektur aus folgenden, zu jedem Simulationszeitpunkt angewendeten Schritten:

- (1) Erzeugen der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen u_i mittels des *Source-A*-Quellmodells analog zur originalen RHS-Kopplung.
- (2) Aufprägen der wandnormalen Komponente der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen u_i mittels GOLDSTEIN-Kopplung in eine LEE Simulation, daraus resultiert das gestreute Geschwindigkeitsfeld u_s .
- (3) Superponierte Geschwindigkeitsfluktuationen $u_t = u_i + u_s$ werden als Quelle auf die rechte Seite der APE eingekoppelt.

12 Stromröhren-Transformation

Die Stromröhren-Transformation oder auch m' - ϑ -Transformation (Drela und Youngren, 2008) wird in der Aerodynamik verwendet, um eine Strömung eines dreidimensionalen Rohres in mehrere, unabhängige, zweidimensionale Flächen zu transformieren. Jede Stromröhre kann einem axial veränderlichen Rohrradius zugeordnet werden. Die Transformation erfolgt mithilfe eines umfangsgemittelten Stromfadens unter der Annahme, dass der Fluss durch die Mantelfläche vernachlässigbar ist. Das ist gleichbedeutend mit der Annahme, dass sich in Umfangsrichtung die radiale Geschwindigkeitskomponente der Strömung nur schwach ändert. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass nicht nur die skalaren Größen, sondern auch die vektoriellen Größen, insbesondere die Geschwindigkeiten, durch die Transformation nicht verändert werden.

Akustische Wellen breiten sich allerdings in alle Richtungen aus und somit stellt die Transformation eine größere Einschränkung als für die Aerodynamik dar. Diese Einschränkung lässt sich gleichsetzen mit der Annahme, dass nur die 0-te Radialmodenordnung ausbreitungsfähig ist.

Mit den Turbomaschinenkoordinaten \tilde{x} , der Turbomaschinenachse definiert in positive \tilde{x} -Richtung und dem Radius $r(\tilde{x}) = \sqrt{\tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}$, ist die Transformation in Stromröhrenkoordinaten gegeben durch

$$m' = \int \sqrt{d\tilde{x}^2 + dr^2(\tilde{x})} \quad \vartheta = \tan^{-1}(\tilde{z}/\tilde{y}) \quad (186)$$

In der Praxis wird dieses Integral iterativ gelöst mit dem Startwert $m'_0 = 0$ und

$$m'_i = m'_{i-1} + \frac{2}{r_i + r_{i-1}} \sqrt{(r_i + r_{i-1})^2 + (\tilde{x}_i + \tilde{x}_{i-1})^2}. \quad (187)$$

Aus dieser Transformation resultieren die dimensionslosen Koordinaten m' und ϑ . Der Einfachheit halber wird

$$x = R_{LE}m', \quad y = R_{LE}\vartheta, \quad (188)$$

mit $R_{LE} = r(\tilde{x}_{LE})$, der radialen Position der Stromröhre an der Statorvorderkante bei \tilde{x}_{LE} , dimensionalisiert. Dadurch ist die Änderung der Sehnenlänge und des Pitch des Stators durch die Transformation vernachlässigbar. Es ist anzumerken, dass die Transformation irreversibel ist. Für radial-konstante Strömungen gilt $x = \tilde{x}$ und $y = r \cdot \vartheta$.

13 Analytischer Ausdruck für Vorderkanteninteraktionslärm an einer ebenen Platte

Um das RPM-Verfahren zu validieren, wird auf ein analytisches Model für Vorderkanteninteraktionslärm zurückgegriffen, bekannt unter dem Namen *unsteady thin airfoil*-Theorie. Die analytischen Modelle gehen davon aus, dass ein *Gust* eine unendlich dünne, endlich lange Platte trifft, wie in Abb. 64 gezeigt.

Historischer Überblick: Im Jahre 1938 veröffentlichten von Kármán und Sears (1938) eine Theorie für instationäre Kräfte und Flattern, die ein Flugzeug erfährt, wenn es durch Wirbel fliegt. Es gab zwar schon zuvor Publikationen, die vorgestellten Theorien waren aber "eher kompliziert und zusätzlich [...] nicht sonderlich transparent im Lichte der physikalischen Beweisführung" (von Kármán und Sears, 1938, aus dem Englischen).

Diese Publikation (von Kármán und Sears, 1938) beginnt bei der Zirkulationstheorie von Schaufeln und beinhaltet die erste geschlossene Theorie zu *Gust*-Platte-Interaktionen. Die Beschränkung auf *Gusts* mit konstanter perpendikulärer Geschwindigkeit, die die Platte ähnlich einer HEAVYSIDE-Funktion zu einem bestimmten Zeitpunkt treffen, wurde drei Jahre später von Sears (1941) durch eine sinusförmige Anregung erweitert, die später als SEARS-*Gust* bekannt wird

$$v(x, t) = W e^{i\omega(t-x/U)}. \quad (189)$$

Hierbei ist W die Amplitude und ω die Kreisfrequenz des *Gusts*. Die Frequenz hängt mit der Wellenlänge des *Gusts* $l = 2\pi U/\omega$ zusammen. Unter Verwendung der Herleitung

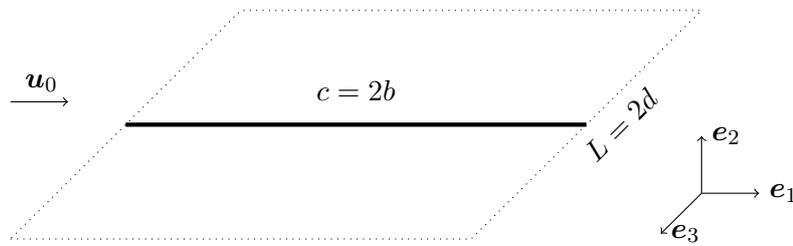


Abb. 64: Skizze einer unendlich dünnen, endlich langen Platte

von von Kármán und Sears (1938) ergibt sich der inkompressible Auftrieb eines Profils aufgrund einer SEARS-*Gust*-Anregung als so genannte SEARS-Funktion:

$$L = \pi \rho c U W e^{i\omega t} \frac{J_0(\nu) K_1(i\nu) + i J_1(\nu) K_0(i\nu)}{K_1(i\nu) + K_0(i\nu)} \quad (190)$$

mit der reduzierten Frequenz $\nu = \frac{\omega c}{2U} = \pi c/l$ und der BESSELFUNKTION J_n der Ordnung n . $K_n(z)$ ist bei Theodorsen (1979) gegeben als $K_n(z) = \int_0^\infty e^{-z \cosh t} \cosh(nt) dt$.

Nach dieser Publikation gibt es eine große Lücke bzgl. der *Unsteady Thin Airfoil*-Theorie. Die meisten Publikationen befassen sich mit Flattern, Vibrationen oder der Transmission und Reflektion in einer Schaufelreihe. Es sei an dieser Stelle auf eine Übersicht von Morfey (1973) verwiesen, der alle Publikationen zu dieser Theorie bis zum Jahre 1973 zusammenfasst.

Die *Unsteady Thin Airfoil*-Theorie ist wieder von Interesse in den 70er Jahren. Die Autoren unterscheiden nun den Hinterkantenlärm vom Vorderkantenlärm. Die erste Publikation bzgl. Vorderkantenlärm findet sich von Osborne (1973) kurz gefolgt von Adamczyk (1974) und einer jährlichen Publikation von Amiet (1974), Amiet (1975a) und Amiet (1976a). Außerdem folgen experimentelle Validierungen von Fink (1975) und Paterson und Amiet (1976).

Verwendete Theorie: Die hier verwendete analytische Lösung basiert auf der instationären Theorie zur Vorhersage von *Gust*-Platte-Interaktionslärm von Amiet. Seine Theorie (Amiet, 1974), die zu erst auf tiefe Frequenzen beschränkt war, hat er zwei Jahre später auf hohe Frequenzen erweitert (Amiet, 1976b). Die Theorie von Amiet wurde gründlich von Reboul (2010) untersucht. Die hier vorgestellte Theorie basiert auf den Ausführungen von Reboul.

Wie in Abb. 64 dargestellt, wird eine flache Platte in uniformer Strömung $\mathbf{u}_0 = u_0 \mathbf{e}_1$ endlicher Spannweite $L = 2d$ in die \mathbf{e}_3 -Richtung und endlicher Schaufellänge $c = 2b$ in \mathbf{e}_1 -Richtung angenommen. In \mathbf{e}_2 -Richtung, der Aufwind-Richtung (engl. *upwash*), trifft ein SEARS-*Gust* auf die unendlich dünne Platte. Da turbulente Strukturen ausschließlich mit der Strömung konvektierten, ist die folgende Betrachtung auf mit der Strömung konvektierte Wirbel beschränkt. Die Kreisfrequenz ω und axiale Wellenzahl k_1 sind daher durch $k_1 = \omega/u_0$ verbunden.

Die Aufwindgeschwindigkeit eines einzelnen harmonischen Wirbels, eines sogenannten 2D-SEARS-*Gusts*, ist gegeben durch

$$u_2(x_1, x_2 = 0, x_3) = -\hat{u}_2 e^{i(\omega t - k_1 x_1 - k_3 x_3)}. \quad (191)$$

Dabei sind k_i die Wellenzahlkomponenten der Wellenzahl \mathbf{k} und \hat{u}_2 ist die Amplitude des *Gusts*.

Für mehrere *Gusts* verschiedener Wellenzahlen ergibt sich daraus

$$u_2(x_1, x_2 = 0, x_3) = - \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_2(\mathbf{k}) e^{i(\omega t - k_1 x_1 - k_3 x_3)} dk_1 dk_3. \quad (192)$$

Unter der Annahme einer großen spannwitigen Ausdehnung $L \rightarrow \infty$ ergibt sich nach Reboul (2010) die Leistungsspektraldichte im Fernfeld bei einer Beobachterposition \mathbf{x} mit $x_3 = 0$:

$$S_{pp}(x_1, x_2, 0, \omega) = \left(\frac{k x_2 \rho_0 b}{r^{*2}} \right)^2 \frac{d}{u_0} |\mathcal{L}(x_1, k_1, 0)|^2 l_3(\omega) E_{22}(k_1) \quad (193)$$

wobei $\beta^2 = 1 - M_1^2$. Die aeroakustischen Transferfunktion $\mathcal{L}(x_1, k_1, 0)$ ist weiter unten beschrieben. $E_{22}(k_1)$ ist die Leistungsspektraldichte (PSD) der Aufwindgeschwindigkeitsfluktuationen. Diese ergibt sich aus der Energiespektrumfunktion $E(k)$ (II.3.2). Unter der Annahme, dass der Koordinatenursprung von (x_1, x_2, x_3) in der Mitte der flachen Platte liegt, kann $r^* \approx \sqrt{\beta^2(x_2 + x_3)^2 + x_1^2}$ genähert werden. Die spannwitige Längenskala l_3 ist in Gl. (145) gegeben.

Die aeroakustische Transferfunktion $\mathcal{L}(x_1, k_1, 0)$ ist durch die Flügelantwortfunktion (engl. *airfoil response function*) $g(\xi, k_1, k_3)$ definiert:

$$\mathcal{L}(x, k_1, k_3) = \frac{1}{b} \int_{-b}^b g(\xi, k_1, k_3) e^{-i \frac{k \xi}{\beta^2} (M_1 - x/r^*)} d\xi \quad (194)$$

Der Ansatz für das Finden der aeroakustischen Transferfunktion \mathcal{L} von Amiet ist iterativ. Er zerlegt $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$, wobei \mathcal{L}_1 die Vorderkanteninteraktion berücksichtigt und \mathcal{L}_2 die Korrektur erster Ordnung für die Hinterkante darstellt. Durch diese Korrektur wird die Kutta-Bedingung erfüllt. Korrekturen höherer Ordnung sind nicht berücksichtigt.

Die Lösung kann dennoch nicht geschlossen angegeben werden. Stattdessen wird in sub- und superkritische *Gusts* unterteilt. Für einen superkritischen *Gust* ist $k_3 < \frac{M_1 k_1}{\beta}$, d.h. grob gesagt, die spannwitige Wellenlänge ist kleiner als die axiale Wellenlänge. Da die Validierungen sich auf ausschließlich 2D-Simulationen beschränken und dabei die spannwitige Wellenlänge immer identisch Null ist, sind alle hier untersuchten Fälle superkritisch. Deswegen ist

$$\mathcal{L}_1(x, k_1, k_3) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(b k_1 + \beta^2 \kappa) H_1}} \mathcal{F}^*(2H_1) e^{iH_2} \quad (195)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2(x, k_1, k_3) = & \frac{1}{\pi H_1 \sqrt{2\pi (b k_1 + \beta^2 \kappa)}} e^{iH_2} \left\{ i \left(1 - e^{-2H_1} \right) \right. \\ & \left. + (1 - i) \left[\mathcal{F}^*(4\kappa) - \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + \mu x/r^*}} e^{-2iH_1} \mathcal{F}^*\left(2\left(\kappa + \frac{\mu x}{b k_1}\right)\right) \right] \right\} \quad (196) \end{aligned}$$

mit

$$\mu = \frac{b k_1 M_1}{\beta^2}, \quad H_1 = \kappa - \mu x/r^*, \quad (197)$$

$$\kappa^2 = \mu^2 - \left(\frac{b k_3}{\beta} \right)^2, \quad H_2 = \mu(M_1 - x r^*) - \pi/4, \quad (198)$$

$$k_3 = 0 \quad (2\text{-D}), \quad (199)$$

\mathcal{F} ist das FRESNEL-Integral definiert als:

$$\mathcal{F}(x) = \int_0^x \frac{e^{it}}{\sqrt{2\pi t}} dt \quad (200)$$

und $(\cdot)^*$ ist der komplex konjugierte Wert.

Beschränkung auf 2D: Da in vorliegender Arbeit ausschließlich 2D-Simulationen gemacht wurden, wird auch die analytische Lösung in 2D formuliert. Dazu wird die Korrektur nach Dieste aus Gl. (139) verwendet und es ergibt sich der Fernfelddruck in 2D zu

$$S_{pp}^{2D}(x_1, x_2, \omega) = \frac{\sigma E_{22}^{2D}(k_1)}{k \Phi_{22}^{3D}(k_1, 0) L} \left(\frac{k x_2 \rho_0 b}{r^{*2}} \right)^2 \frac{d}{u_0} |\mathcal{L}(x_1, k_1, 0)|^2 l_3(\omega) E_{22}(k_1), \quad (201)$$

$$S_{pp}^{2D}(x_1, x_2, \omega) = \frac{\pi}{2u_0} \left(\frac{x_2 \rho_0 b}{r^*} \right)^2 |\mathcal{L}(x_1, k_1, 0)|^2 E_{22}^{2D}(k_1) \quad (202)$$

mit $\Phi_{22}^{3D}(k_1, 0) = \frac{l_3(\omega)}{\pi} E_{22}(k_1)$ und in 2D $\sigma = r^*$. Es zeigt sich, dass in 2D die Abhängigkeit von der lateralen Längenskala l_3 und von der Schaufelspannweite L verschwinden.

B Weiterführende Untersuchungen und Abbildungen

1 Untersuchung der alternativen Kopplungen

Bisherige Verfahren zur Vorhersage von Vorderkantenlärm verwenden ausschließlich homogene Zuströmturbulenz. Die ausgiebigen Vorstudien sind in diesem Abschnitt dokumentiert. Der Fokus liegt auf der stochastischen Quellmodellierung für Vorderkanteninteraktionslärm mittels einer akustischen Analogie. Der Vorteil gegenüber der Realisierung durch Zuströmturbulenz wäre die Lokalität und damit einhergehend eine bessere Kontrolle über die berücksichtigten Schallentstehungsmechanismen. Es wurde das *Source-A*-Quellmodell verwendet und die realisierte Turbulenz mittels verschiedener Kopplungsverfahren (A.11) versucht, so in die Ausbreitungssimulation einzukoppeln, dass die Schallentstehung vollständig abgebildet wird.

1.1 Harmonischer Anregung einer ebenen Platte

Am Testfall der harmonisch angeregten, unendlich dünnen Platte (VI.2.1) sind alternative Kopplungen angewendet worden. Abb. 65 zeigt in schwarz die Position des RPM-Gebietes. Das Setup ist ansonsten unverändert.

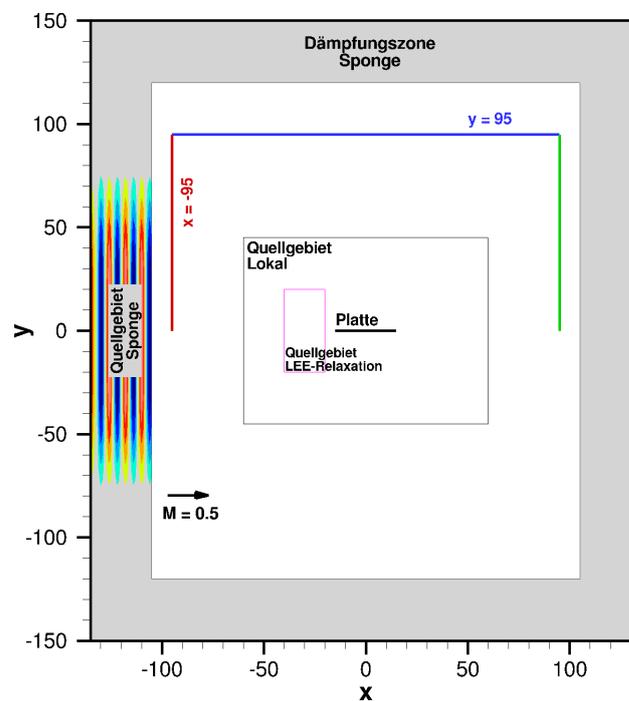
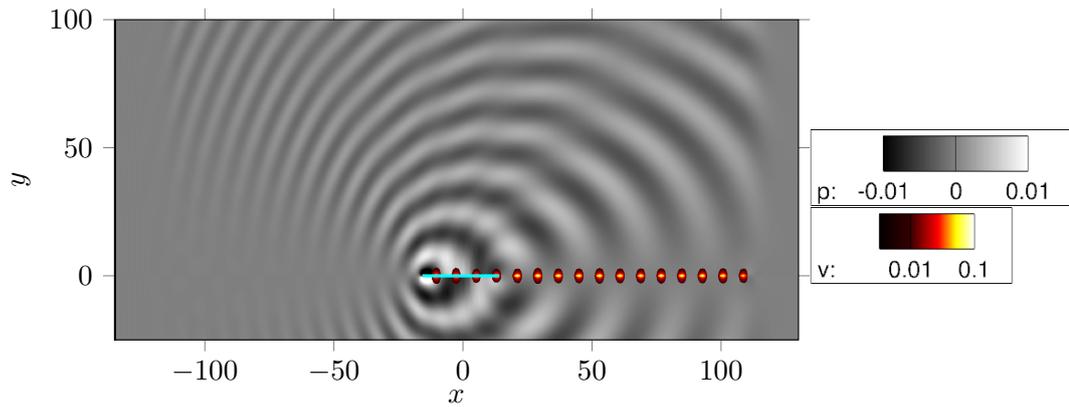
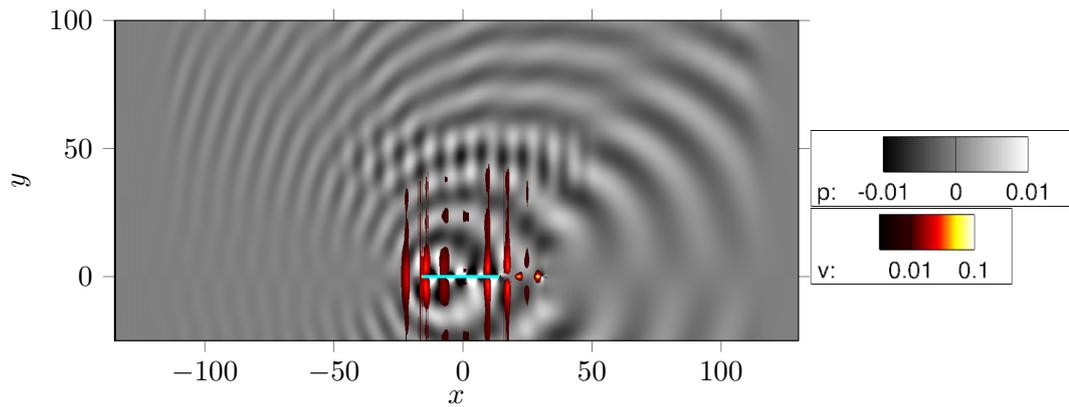


Abb. 65: Darstellung der Testanordnung für die alternativen Kopplungsverfahren.



(a) GOLDSTEIN-Kopplung



(b) GOLDSTEIN-korr.RHS-Kopplung

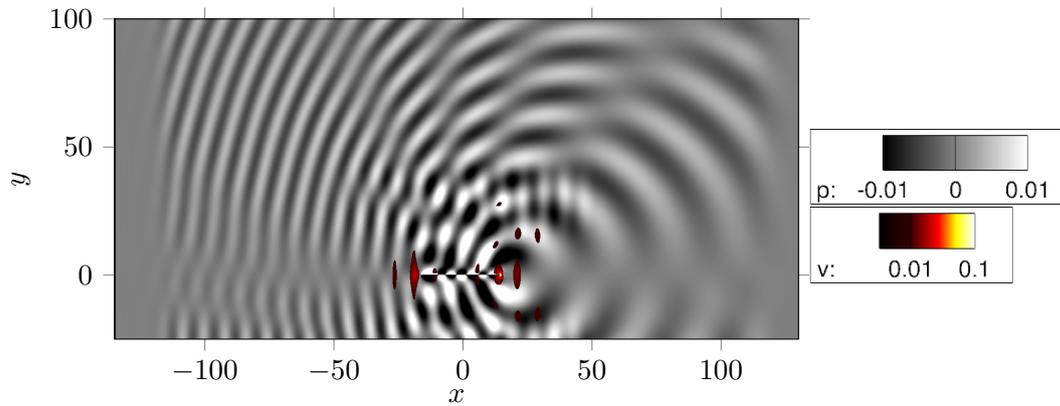
Abb. 66: Instantane, qualitative Darstellung der mit der Referenzlösung übereinstimmenden Verfahren. In schwarz-weiß ist der instantane Druck und in gelb-rot die instantane Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Platte zu sehen. Letztere ist beim unteren Limit der Skala abgeschnitten.

1.1.1 Kopplungsmodelle

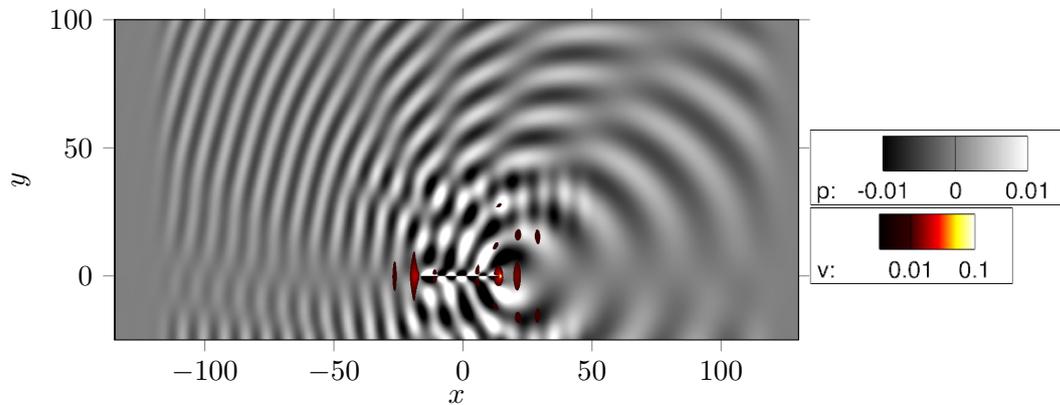
Es werden die verschiedenen alternativen Kopplungsmodelle (A.11) kurz vorgestellt. Abb. 66 und Abb. 67 geben durch eine instantane Aufnahme einen Eindruck über die verschiedenen Verfahren. Im nächsten Abschnitt werden die Ergebnisse diskutiert und sukzessive miteinander verglichen.

Goldstein-Kopplung: Durch die Oberflächenkopplung nach Goldstein (1976) werden die wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen aus dem einfallenden Wirbelfeld mit umgedrehtem Vorzeichen als Randbedingung gesetzt. Wie in Abb. 66(a) zu sehen, scheren sich Wirbel ab. Diese drehen sich genau entgegengesetzt zu dem einfallenden Feld, so dass die Superposition die Wandrandbedingung erfüllt. Das sich ergebende Schallfeld ist identisch mit den Verfahren, die stromauf einkoppeln. Es ist anzumerken, dass für homogene Strömungen die BIOT-SAVART-Kopplung aufgrund der Theorie identische Ergebnisse liefert und deshalb hier nicht gezeigt wird.

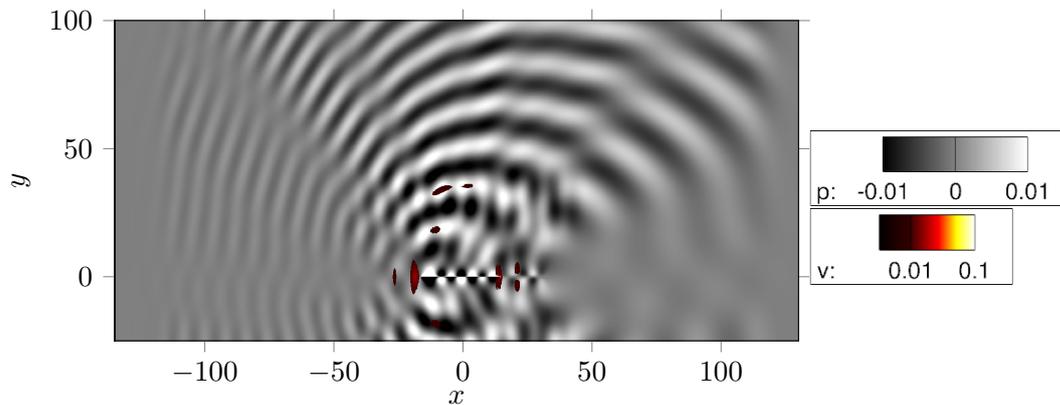
Original RHS-Kopplung: Für die volumetrische Kopplung wird die Platte durch das RPM-Gebiet überlagert, auf dem analytisch das einfallende Wirbelfeld aufgeprägt wird. Das RPM-Modul wird nicht verwendet, um Turbulenz zu synthetisieren. Die Dimensionen des RPM-Gebietes sind $-60 \leq x \leq 60$ und $-45 \leq y \leq 45$ mit einem sinusförmigen *Fading*



(a) Originale RHS-Kopplung



(b) Varianz-korr. RHS-Kopplung



(c) Varianz-korr. RHS-Kopplung mit mittlerer Geschwindigkeitsvarianz aus Sponge-Kopplung.

Abb. 67: Instantane, qualitative Darstellung der mit der Referenzlösung nicht übereinstimmenden Verfahren. In schwarz-weiß ist der instantane Druck und in gelb-rot die instantane Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Platte zu sehen. Letztere ist beim unteren Limit der Skala abgeschnitten.

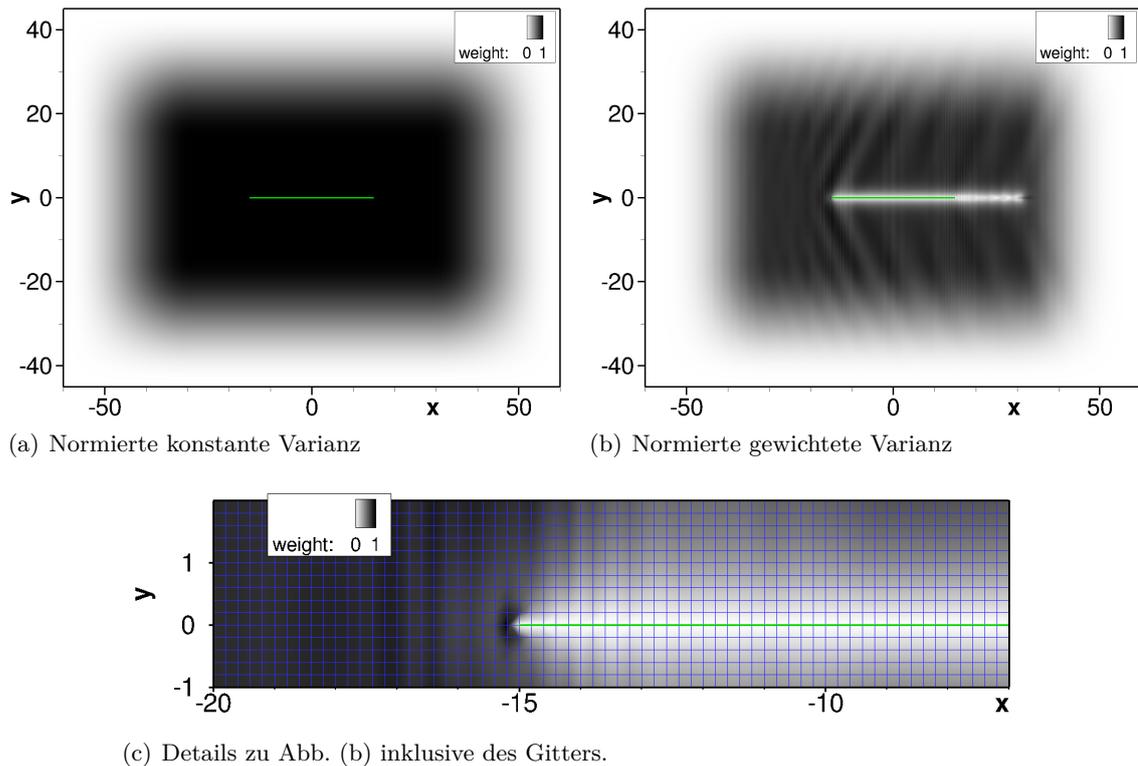


Abb. 68: Normierte Varianz, die für die RHS- und Oberflächenkopplungsverfahren verwendet wird.

in y -Richtung von einer Schauffellänge auf Null am Rand des RPM-Gebietes (Abb. 68(a)). Das resultierende, instantane Druckfeld ist in Abb. 67(a) gezeigt.

Varianz-korr. RHS-Kopplung: Es wird das gleiche RPM-Gebiet wie bei der originalen RHS-Kopplung verwendet. Der einzige Unterschied ist, dass hier die Geschwindigkeitsfluktuationen an der Oberfläche zu jedem Zeitschritt auf Null gesetzt werden. Das instantane Druckfeld ist in Abb. 67(b) zu sehen. Alternativ wird die Varianz, wie in Abb. 68(b) zu sehen, ausgehend von der resultierenden Varianz aus der Simulation mit Sponge-Kopplung gewichtet. Das instantane Druckfeld ist in Abb. 67(c) gezeigt.

Goldstein-korrigierte RHS-Kopplung: Analog zum Verfahren mit originaler RHS-Kopplung werden die Quellen auf die rechte Seite der APE eingekoppelt. Allerdings wird eine Korrektur so eingesetzt, dass das als Quelle verwendete Feld die Wandrandbedingungen erfüllt. Das instantane Feld ist in Abb. 66(b) dargestellt. Die dargestellten Geschwindigkeitsfluktuationen sind der APE-Simulation entnommen. Die daraus resultierenden Wirbelstärkefluktuationen werden durch die APE nicht konvektiert und sind nur als Artefakte sichtbar. Diese Artefakte sagen nichts über die Güte der Modellierung der Quelle aus und haben keinen Einfluss auf das resultierende Druckfeld bis auf ein sehr tieffrequentes Rauschen im Kopplungsbereich.

1.1.2 Ergebnisse:

RMS-Werte: Abb. 69 zeigt den Vergleich aller Verfahren mit der Referenzlösung, wobei Abb. (a) die mit der Referenzlösung übereinstimmenden und Abb. (b), die nicht übereinstimmenden Verfahren zeigt. Abb. 70 zeigt die entsprechenden Oberflächendrücke von ausgewählten Verfahren.

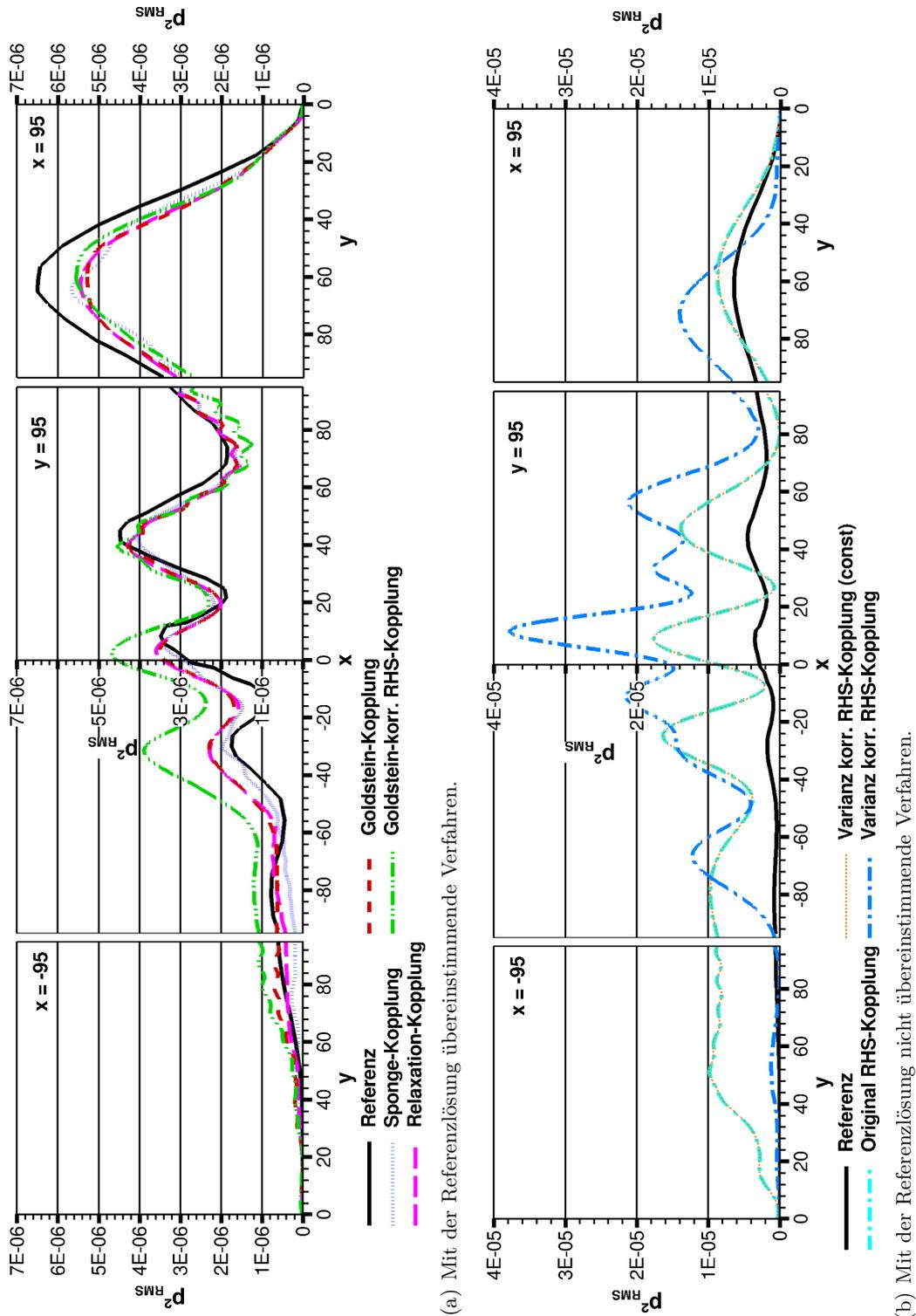


Abb. 69: Quadratische Amplitude des Schalldrucks p_{RMS}^2 entlang der Auswertelinien in Abb. 26(a) verglichen mit der Referenzlösung von Hardin et al. (1994).

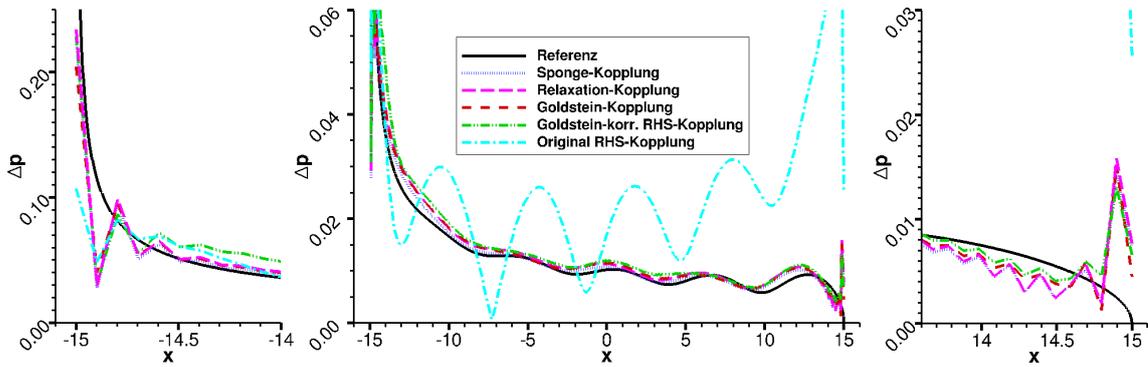


Abb. 70: Oberflächendruck verglichen mit der analytischen Lösung von Amiet (1976b). Die Abbildungen an den Seiten zeigen die Details an der Vorder- und Hinterkante.

Es zeigt sich, dass alle Kopplungsverfahren die Referenzlösung gut nachbilden, bis auf die originale und die Varianz-korr. RHS-Kopplungen, die weiter unten diskutiert werden. Die GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung überschätzt den senkrecht zur Schaufel abgestrahlten Schall, obwohl die Oberflächendrücke sich nur leicht unterscheiden. Dieser Unterschied liegt im Vorderkantenbereich und Variationen im Gitter und in der Auflösung des RPM-Gebiets verändern diesen Effekt nicht. Die Ursache der Diskrepanz ist unklar.

Aus Abb. 71 wird deutlich, warum die originale und Varianz-korr. Kopplungen nicht den richtigen Schall abstrahlen. In der Abbildung werden die instantanen Geschwindigkeitsfelder auf dem RPM-Gebiet dargestellt und mit dem instantanen Geschwindigkeitsfeld im Ausbreitungsgebiet aus einer Simulation mit Stromauf-Einkopplung, gezeigt in Abb. (a), verglichen. Für den vorliegenden Fall sind akustischen Geschwindigkeitsschwankungen vernachlässigbar, da ansonsten in Abb. (a) eine dipolartige Abstrahlung sichtbar sein müsste. Für die originale und Varianz-korr. Kopplungen in Abb. 71(b)-(c) erfüllt das Geschwindigkeitsfeld im ersten Fall nicht und im zweiten Fall nur künstlich die Wandrandbedingung. Dieses Feld geht direkt in den LAMB-Vektor auf der RHS der akustischen Analogie ein. Der Unterschied im abgestrahlten Schall zueinander ist marginal, wie Abb. 69(b) zeigt. Die Felder entsprechen jedoch nicht der Referenzlösung. Eine naheliegende Korrektur ist für den zweiten Fall der Varianz-korr. RHS-Kopplung angewendet: Es wird anstelle der ungestreuten Varianz in Abb. 68(a) die Varianz des gestreuten Feldes in Abb. 68(b) zur Gewichtung verwendet. Wie in der Detailaufnahme in Abb. 68(c) zu sehen ist, zeigt sich unmittelbar vor der Vorderkante ein Maximum und eine Reduktion der Varianz in der Nähe der Platte, die zu Null auf der Platte geht. Das so erzeugte Geschwindigkeitsfeld in Abb. 71(d) ähnelt auf den ersten Blick dem Feld aus der Stromauf-Einkopplung in Abb. 71(a). Dass trotzdem der abgestrahlte Schall so unterschiedlich ist, lässt sich durch Betrachtung der Stromlinien verstehen. Obwohl die lateralen Geschwindigkeitskomponenten sich ähneln, ist die axiale Komponente der Stromauf-Einkopplung nicht identisch Null. Durch die Skalierung mit der lokalen Varianz wird die axiale Komponente aber nicht verändert und bleibt immer Null.

Im Gegensatz zu den anderen Korrekturen basiert die GOLDSTEIN-Korrektur auf einer zwischengeschalteten LEE-Simulation. Das so erzeugte Geschwindigkeitsfeld ist identisch zu der Lösung im Ausbreitungsgebiet, vergleiche Abb. 71(e) mit (a). Da die Quelle identisch ist, ist auch der abgestrahlte Schall identisch.

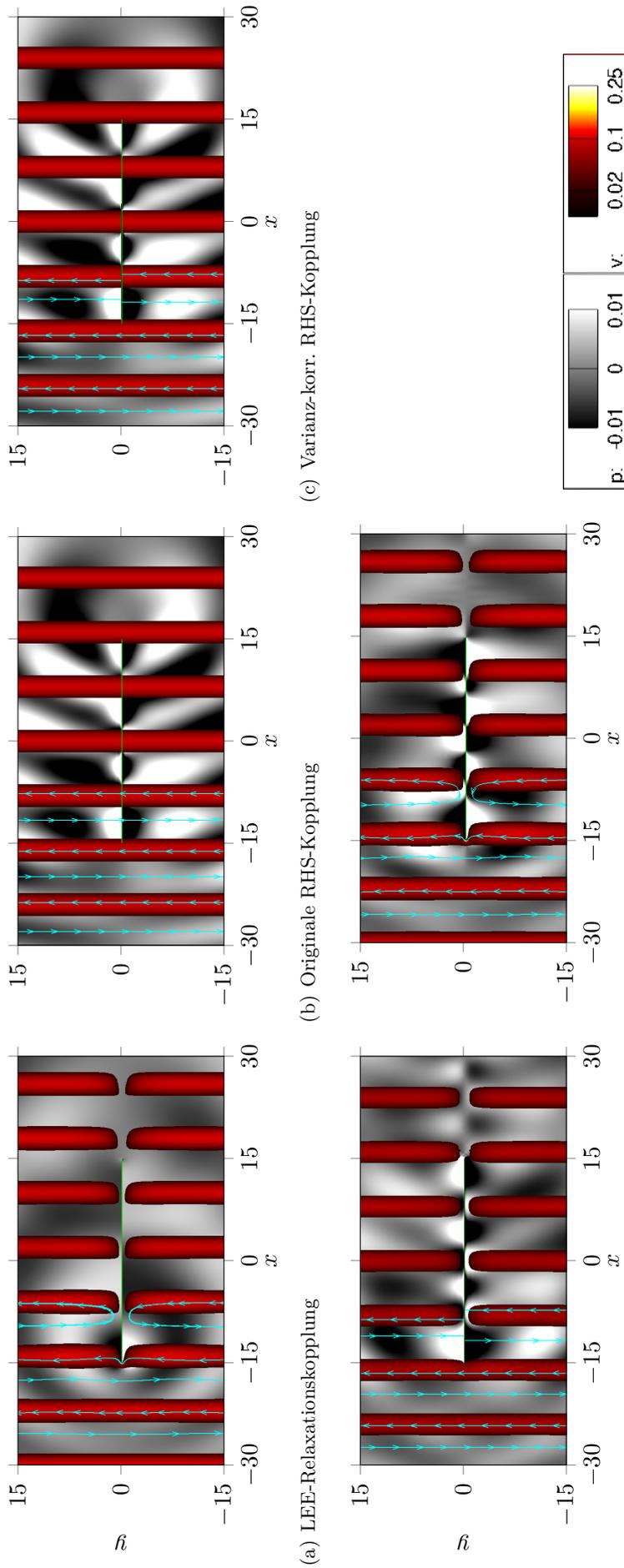


Abb. 71: Instantane, laterale Geschwindigkeitskomponente im RPM-Gebiet im Vergleich zur Geschwindigkeit im Ausbreitungsgebiet in Abb. (a). In schwarz-weiß ist der instantane Druck, in schwarz-rot die instantane Geschwindigkeitskomponente der Quelle senkrecht zur Platte zu sehen. Letztere ist beim unteren Limit der Skala abgeschnitten. In cyan sind ausgewählte Stromlinien der instantanen Geschwindigkeitsfluktuationen im RPM-Gebiet dargestellt.

1.2 Stochastische Anregung einer ebenen Platte

Am Testfall der stochastisch angeregten, unendlich dünnen Platte (VI.2.2) sind alternative Kopplungen angewendet worden. Abb. 72 zeigt in blau die Position des RPM-Gebietes. Das Setup ist ansonsten unverändert.

1.2.1 Eingefrorene Turbulenz

Kopplungsverfahren: Im Folgenden werden die Ergebnisse verschiedener Kopplungsverfahren untersucht. Eine Untersuchung mit der Relax-Kopplung wurde für diese Konfiguration nicht durchgeführt.

Goldstein-korr. RHS-Kopplung und Sponge-Kopplung: In Abb. 73 sind die Ergebnisse der Sponge-Kopplung mit der GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung verglichen. Es ist eine gute Übereinstimmung zu beobachten. Das niederfrequente Rauschen in der Simulation mit GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung bei Abstrahlwinkeln von 60° und 120° resultiert aus der Tatsache, dass die Mikrofonpositionen innerhalb des RPM-Gebietes liegen. Auch wenn die APE-Gleichungen die solenoidalen Anteile nicht konvektiert, entsteht doch ein Stehfeld des Druckes, das sich durch die Berücksichtigung der Quellen auf der rechten Seite der APE-Gleichungen ergibt.

Weitere Unterschiede rühren aus der Abtastdauer. Für die GOLDSTEIN-Korrektur muss zeitgleich eine LEE-Simulation zur Korrektur der vom RPM-Verfahren erzeugten Turbulenz und eine APE-Simulation mit der korrigierten Turbulenz als Quelle auf der rechten Seite durchgeführt werden. Dadurch ist die Rechenzeit dieser Simulation doppelt so hoch wie bei allen anderen Kopplungsverfahren.

Verbleibende RHS-Kopplung: Andere RHS-Kopplungsverfahren wurden nicht angewendet, weil sich bereits in den Untersuchungen mit harmonischer Anregung (VI.2.1) gezeigt hat, dass sie für homogene Strömung falsche Ergebnisse liefern.

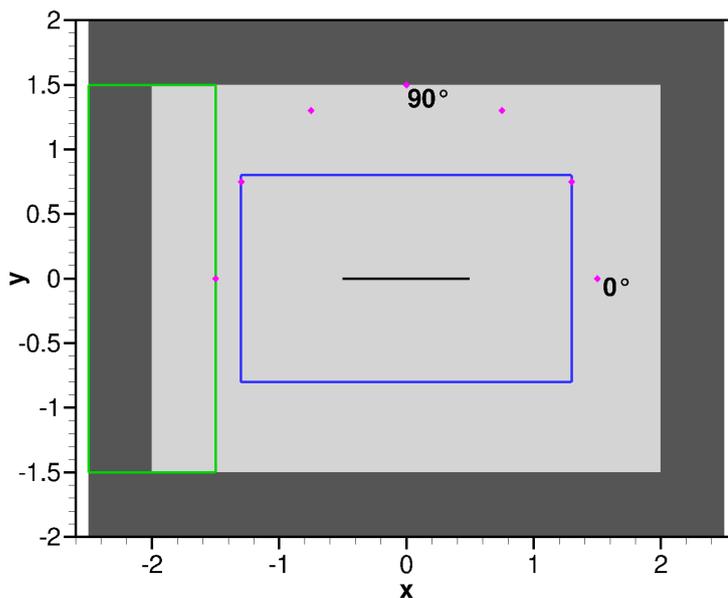


Abb. 72: Simulationsaufbau von Turbulenz-Platte Interaktion an einer unendlich dünnen Platte. Die Platte ist als schwarze Linie in der Mitte zu sehen, graue Bereiche am Rand markieren den Bereich der Dämpfungszone und die rosa Punkte sind die Auswertepositionen. Die blaue Box zeigt die Position der RPM-Gebiete für die alternativen Kopplungsverfahren an.

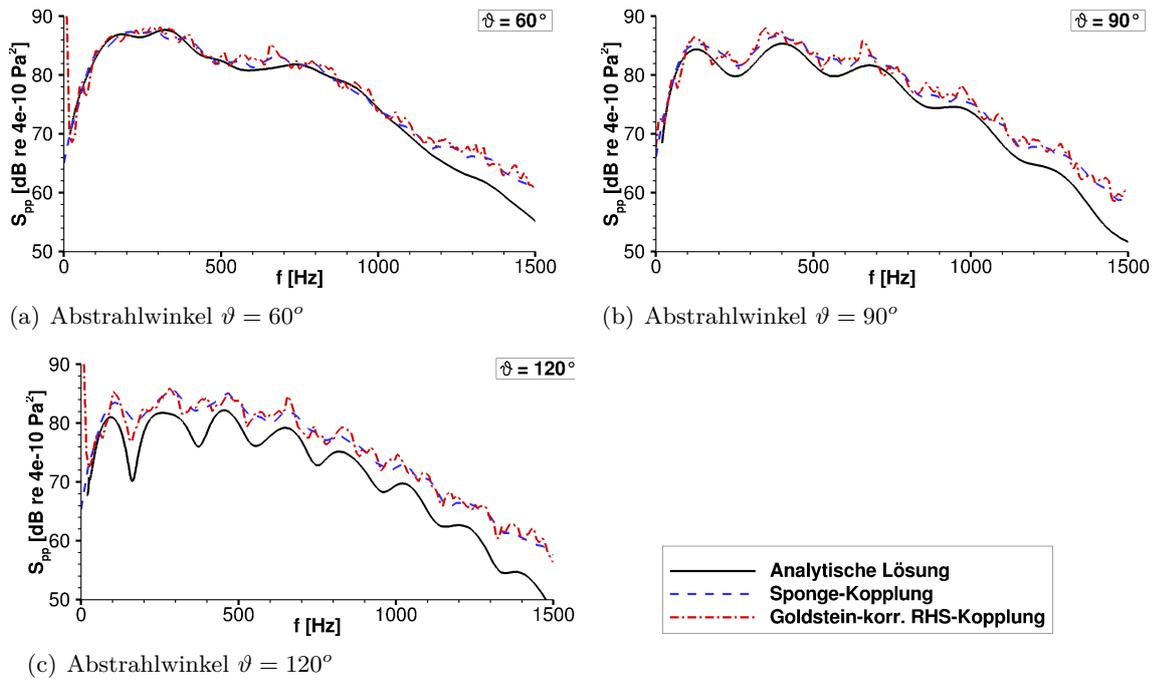


Abb. 73: Ergebnisse der Sponge-Kopplung und der GOLDSTEIN-korrigiertem RHS-Kopplung bei $M = 0.362$ für Abstrahlwinkel $\vartheta = [60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$ verglichen mit der analytischen Lösung aus Gl. (202).

Oberflächen-Kopplungen: Abb. 74 vergleicht die GOLDSTEIN-Kopplung mit der BIOT-SAVART-Kopplung. Bei homogener, isotroper Turbulenz ist das BIOT-SAVART-induzierte Geschwindigkeitsfeld analytisch identisch zu der lokalen Geschwindigkeit in jedem Raumpunkt, solange die Integrationsgrenzen als unendlich angenommen werden. Da das RPM-Gebiet nur eine endliche Ausdehnung aufweist, sind kleine Unterschiede zu erwarten. Dieste und Gabard (2012) schreiben, dass für GAUSS-Filter der Einfluss jenseits von 2.43λ vernachlässigbar ist. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die BIOT-SAVART-Integration direkt ausgeführt, um Unterschiede zur GOLDSTEIN-Kopplung zu untersuchen. Diese Implementierung ist sehr speicher- und zeitintensiv und lässt leider keine detaillierten Untersuchungen zu.

1.2.2 Zerfallende Turbulenz

Der Vorteil der lokalen Kopplungsverfahren gegenüber denen, die stromauf einkoppeln, liegt in der lokalen Realisierung von Turbulenz. Anders als in der TAYLOR-Hypothese angenommen, behält ein turbulenter Ballen seine Form nicht bei. Die Kohärenz im mit der Strömung mitbewegtem System wird stetig abnehmen. In diesem Kapitel wird ausschließlich die GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung verwendet, die GOLDSTEIN-Kopplung ist bereits eingehend bei Dieste und Gabard (2012) untersucht worden. Als Zerfallsmodell dient hier der einfache exponentielle Zerfall nach Tam & Auriault, der durch die 1-Parameter- und 2-Parameter-LANGEVIN-Modelle realisiert wird. Im Folgenden wird erst der Vergleich zwischen dem 1- und 2-Parametermodell bei sehr langsam zerfallender Turbulenz gezogen. Danach werden verschiedene Zerfallsraten für das 2-Parameter-LANGEVIN-Modell verglichen.

Dieste und Gabard (2012) haben festgestellt, dass aufgrund des Knicks der Auto-Korrelationsfunktion im Ursprung das 1-Parameter-LANGEVIN-Modell nicht geeignet ist, um

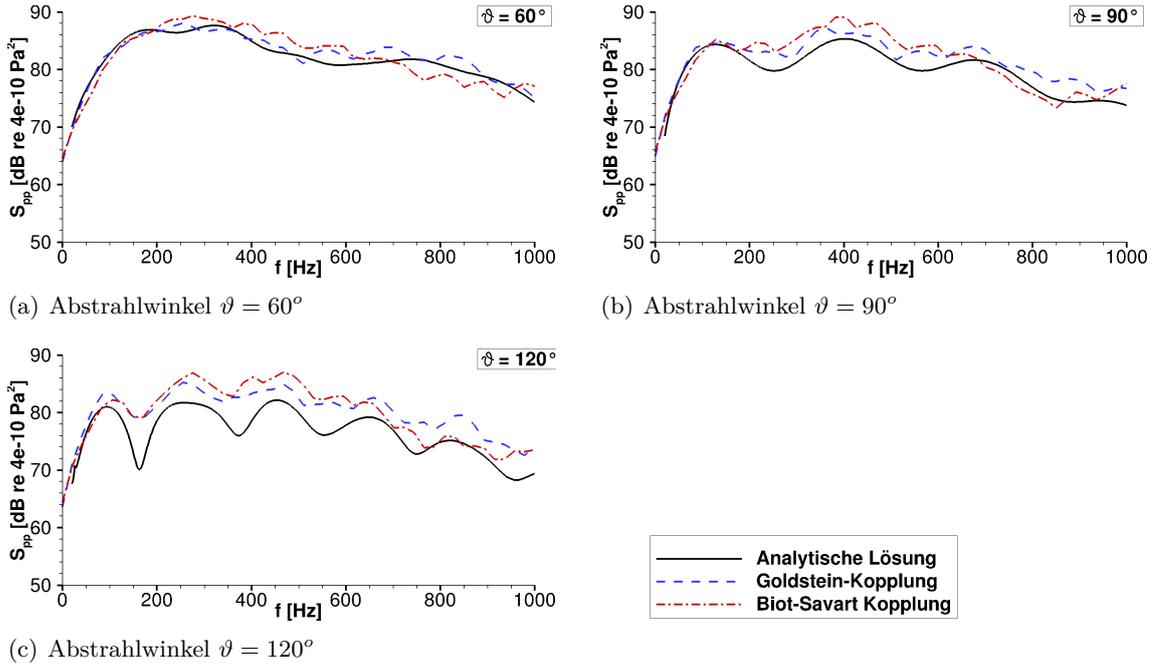


Abb. 74: Ergebnisse der Wand-Kopplungsverfahren bei $M = 0.362$ für Abstrahlwinkel $\vartheta = [60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$ werden mit der analytischen Lösung aus Gl. (202) verglichen.

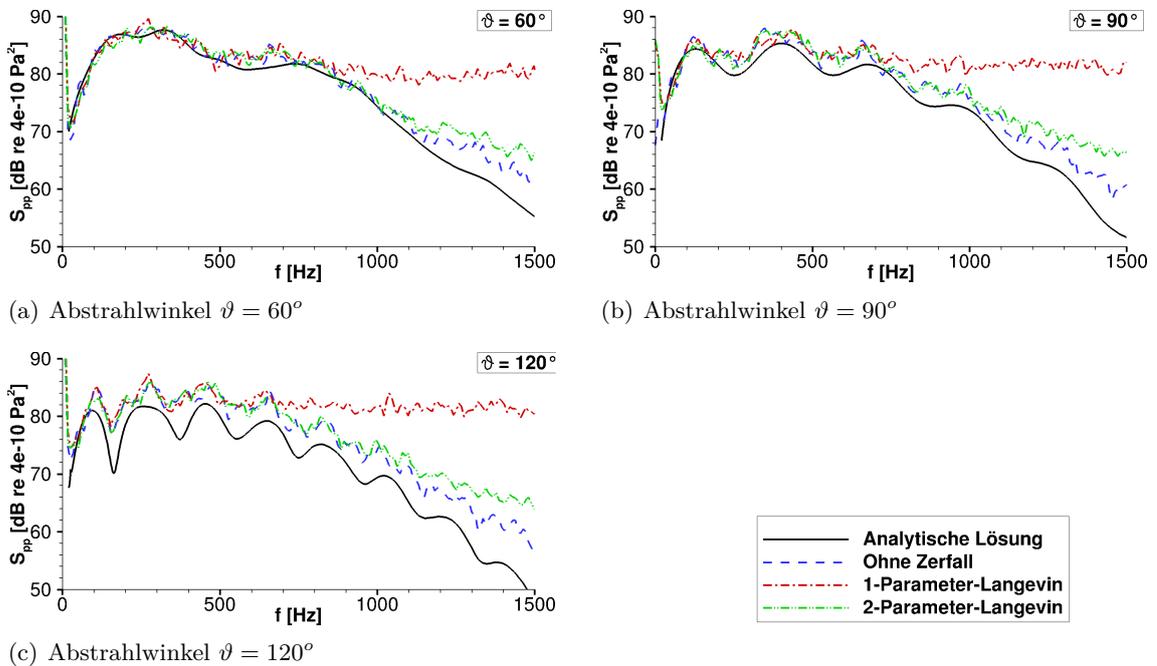
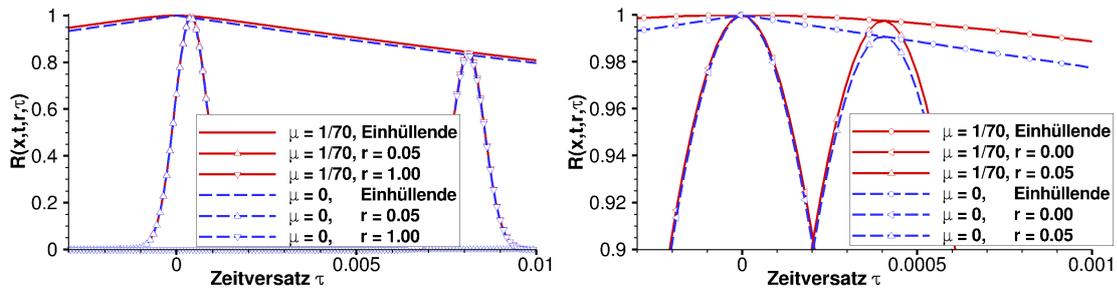


Abb. 75: Ergebnisse bei Variation des Zerfallsmodells für $\tau_s = 15/c_0$ bei $M = 0.362$ für Abstrahlwinkel $\vartheta = [60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$. Mit analytischer Lösung aus Gl. (202) ohne Berücksichtigung von Zerfall verglichen.



(a) Die Kreuzkorrelation bei $r = 1$ m zeigt, dass für eine Schaufflänge von 1m die Korrelation der Turbulenz zwischen Vorder- und Hinterkante noch immer über 0.8 liegt. (b) Die Detailaufnahme zeigt im Ursprung den Knick des 1-Parameter-LANGEVIN-Modells und die glatte Funktion des 2-Parameter-LANGEVIN-Modells.

Abb. 76: Theoretische Kreuz-Korrelationsfunktion $R(\mathbf{x}, t, \mathbf{r}, \tau)$ für 1-Parameter-LANGEVIN-Modell (gestrichelte Linien) und 2-Parameter-LANGEVIN-Modell (durchgezogene Linien) für $M = 0.362$, $\Lambda = 0.07$ m und Zeitskala $\tau_s = 0.0441$ s bei verschiedenen Distanzen in Stromabrichtung $\mathbf{r} = (r, 0)^T$. Die Einhüllenden sind durch die Autokorrelation im mitbewegten Bezugssystem $R(\mathbf{x}, t, \mathbf{r} = (u_c \tau, 0)^T, \tau)$ gegeben.

zerfallende Turbulenz darzustellen. Bei der Anwendung am analytischen Modell ohne Oberflächen trifft das nicht zu, denn mittels des 1-Parameter-LANGEVIN-Modells konnte der exponentielle Zerfall numerisch umgesetzt werden. Abb. 75 zeigt die Autospektren des Druckes bei $R = 1.5$ m an verschiedenen Beobachterpositionen für die 1- und 2-Parameter-Zerfallsmodelle im Vergleich zum Modell ohne Zerfall. Alle drei Verfahren sollten für die gewählte, große Zerfallsrate annähernd gleich sein. Es ist ersichtlich, dass das 1-Parametermodell hier versagt. Es wurde eine große Zeitskala $\tau_s = 4.41 \times 10^{-2}$ s gewählt, so dass der Zerfall entlang der Schaufflänge von $c = 1$ m bei $M = 0.362$ klein ist. Abb. 76 demonstriert das anhand der Korrelationsfunktionen. Die Zeitskala ist 5.4 mal größer als die Zeit, die ein Wirbel benötigt, um an der Platte vorbei zu konvektieren, wodurch die Wirbel an Vorder- und Hinterkante noch weitestgehend korreliert sind. Für das 2-Parameter-Modell wurde eine zweite Zeitskala so gewählt, dass der Knick in der Auto-Korrelation der Zuströmturbulenz verschwindet $\tau_2 = \frac{\tau_s}{70} = 6.30 \times 10^{-4}$ s. Während der Verlauf der Autokorrelationsfunktion in Abb. 76(a) weitestgehend gleich bleibt, ist in der Detailbetrachtung in Abb. 76(b) zu sehen, dass der Knick im Ursprung verschwindet. Es ist zu beachten, dass diese zweite Skala größer sein muss als der verwendete Zeitschritt, um einen Effekt zu haben; der Zeitschritt ist mit $\Delta_t = 2.30 \times 10^{-5}$ s um einen Faktor 27.4 kleiner als τ_2 .

Abb. 77 zeigt die Fernfeldcharakteristiken bei variiertem Zeitskala. Je kleiner die Zeitskala gewählt wird und je höher die Frequenz ist, desto größer wird der Effekt der Volumenquellen gegenüber der Schallentstehung durch die Turbulenz-Platte-Interaktion. Die Ergebnisse in Abb. 78 zeigen das entstehende Druckfeld aufgrund des Zerfalls ohne Berücksichtigung der Interaktion mit der Platte. Im Vergleich mit Abb. 77 ist eindeutig, dass die Erhöhung der Pegel über die analytische Lösung hinaus ausschließlich mit dem Zerfall der Wirbel zusammenhängt. Ein freier Strahl erzeugt Lärm durch den Zerfall von Wirbeln. Wird eine Platte in den Strahl gehalten, wird zusätzlich Interaktionslärm erzeugt. Da ein lineares Verfahren verwendet wird, ist der resultierende Schall eine Superposition aus den einzelnen Effekten.

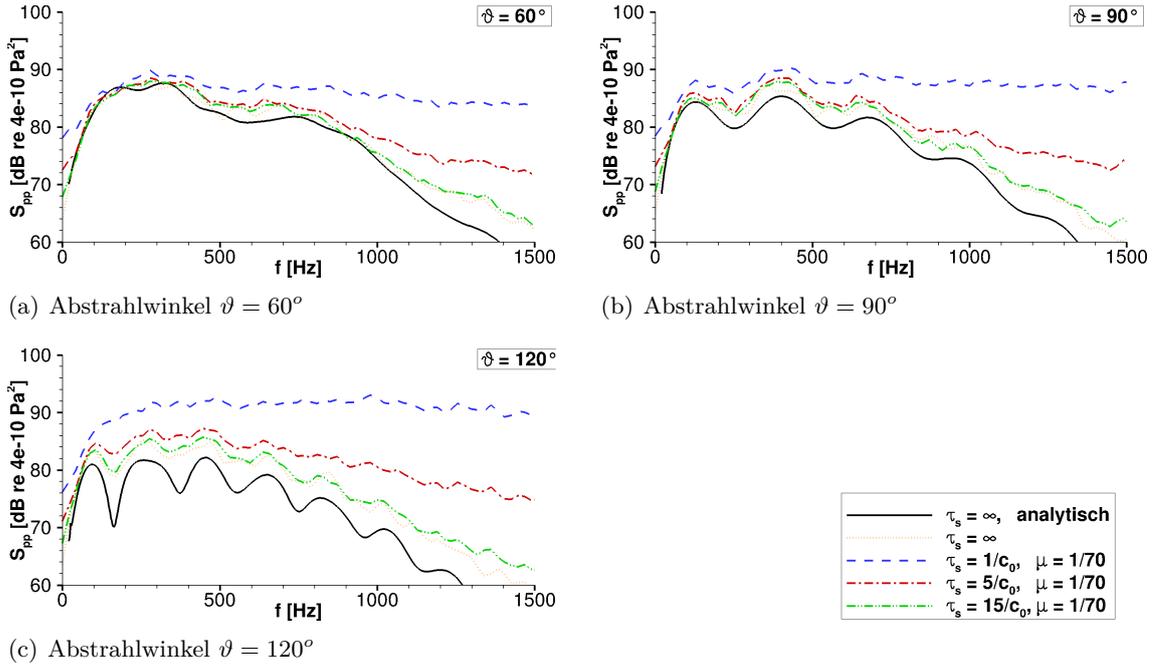


Abb. 77: Ergebnisse bei Variation der Zeitskala τ_s bei $M = 0.362$ für Abstrahlwinkel $\vartheta = [60^\circ, 90^\circ, 120^\circ]$. Mit der analytischen Lösung aus Gl. (202) ohne Berücksichtigung von Zerfall verglichen.

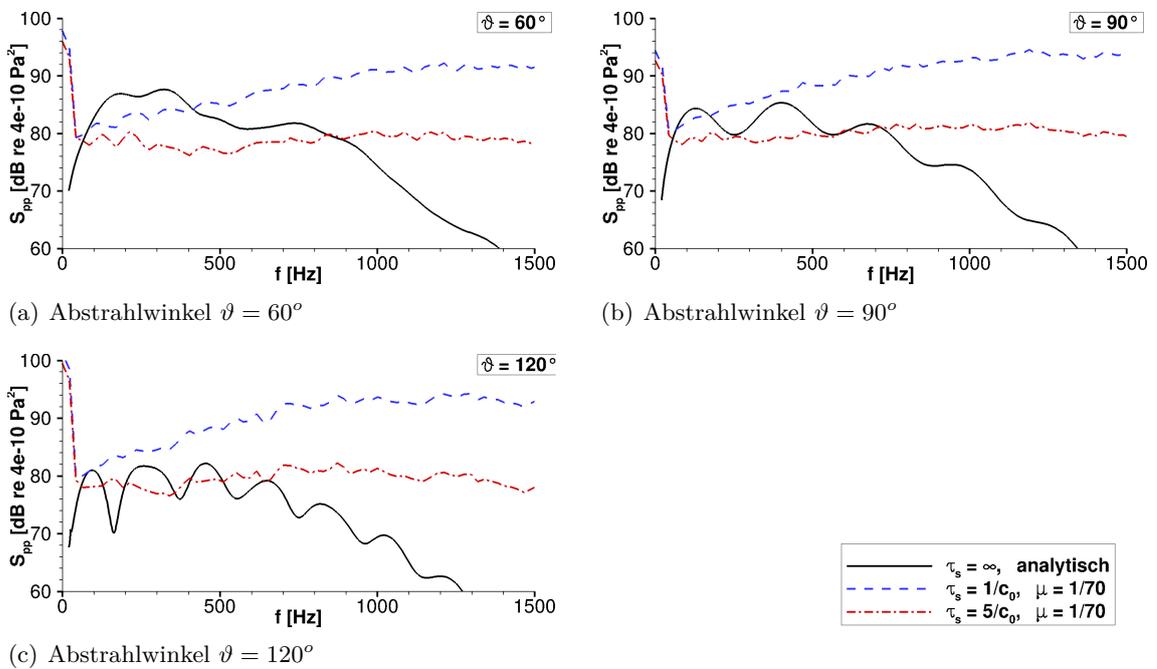


Abb. 78: Ergebnisse der Schallentstehung ohne Platte realisiert durch die originaler RHS-Kopplung mit der analytischen Lösung aus Gl. (202) ohne Zerfall verglichen.

1.2.3 Zusammenfassung

In dieser Untersuchung wurden an einer unendlich, dünnen Schaufel in homogener Strömung verschiedene Kopplungsverfahren untersucht und deren Funktionalität verifiziert. Der turbulente Zerfall kann mithilfe der GOLDSTEIN-Kopplung und mithilfe der GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplungen realisiert werden. Das 1-Parameter-LANGEVIN-Modell versagt in der Nähe von Oberflächen, es muss auf das 2-Parameter-LANGEVIN-Modell zurückgegriffen werden. Stromauf einkoppelnde Verfahren können nur durch die Erweiterung der Grundgleichungen um die viskosen Terme den Zerfall berücksichtigen.

1.3 Isolierte NACA-Schaufeln

1.3.1 Untersuchung zu den Kopplungen bei Euler-Strömung

Es sollen im Folgenden die verschiedenen Kopplungsmethoden auf nicht-homogene Hintergrundströmung angewendet und verglichen werden. Die Untersuchung wird an einem NACA0012-Profil, wie in Abschnitt VI.3.2, durchgeführt. Allerdings unterscheiden sich Sehnenlänge und turbulente Charakteristiken, wodurch keine Messdaten verfügbar sind. Als Referenz dient die Simulationen mit Zuströmturbulenz, also unter Verwendung der Sponge- oder LEE-Relaxationskopplung. Diese Verfahren wurde in den letzten Kapiteln gegen Messungen validiert. Numerische Untersuchungen am NACA-Profil von Lockard und Morris (1998) werden herangezogen, um die Grundströmung zu validieren und die

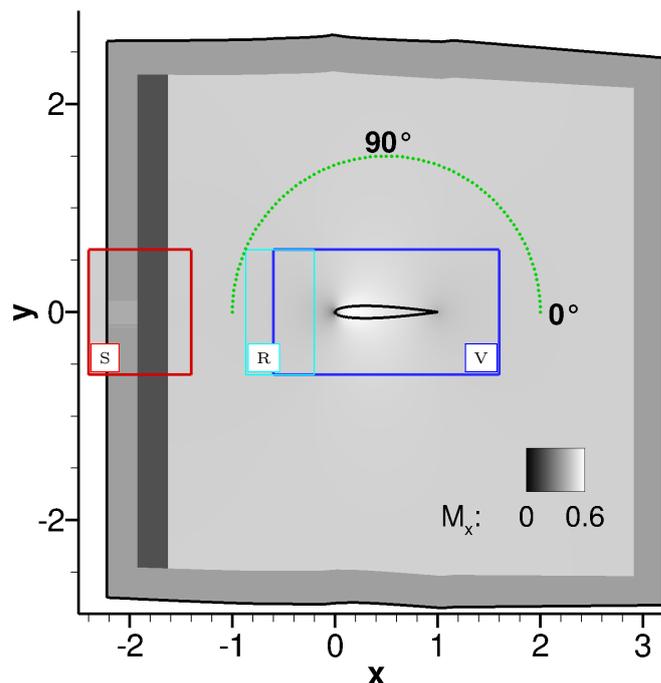


Abb. 79: Anordnung für das NACA0012 Profil in EULER-Strömung mit $M = 0.5$, $\alpha_0 = 0^\circ$. Durch die Sponge-Kopplung werden die turbulenten Fluktuationen in die Dämpfungszone eingekoppelt (**S**). Das RPM-Gebiet für die Volumen- und Oberflächenkopplungen umschließt das Profil (**V**). Für die LEE-Relaxationskopplung kann das RPM-Gebiet nah an der Schaufelvorderkante liegen (**R**), da es für den abgestrahlten Schall unsichtbar ist. Der hellgrau unterlegte Bereich ist die Dämpfungszone am äußeren Rand des CAA-Gebietes, für die Sponge-Kopplung (**S**) wird eine tiefere Dämpfungszone verwendet (dunkelgrau). Der Halbkreis deutet die Mikrofonpositionen an.

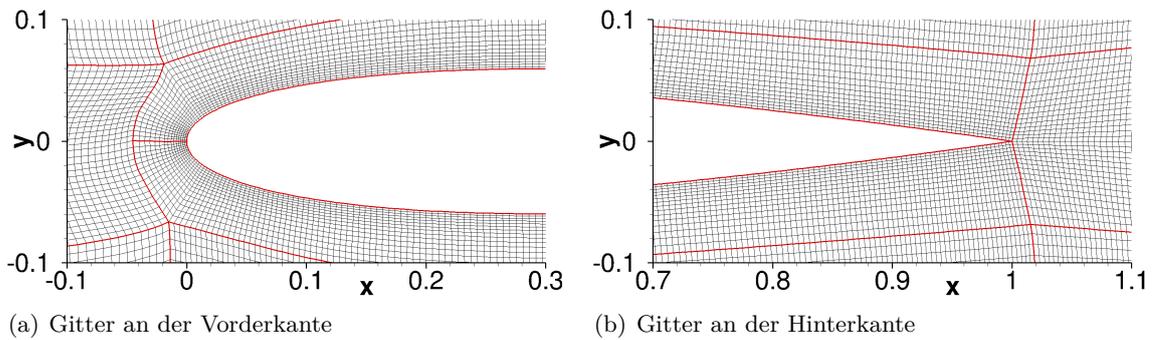


Abb. 80: Details der Gitter an der NACA-Schaukel

akustischen Ergebnisse qualitativ zu vergleichen. Da sie aber eine harmonische Anregung verwenden, ist kein quantitativer Vergleich der abgestrahlten Akustik angestrebt. Die Vor- und Nachteile der Kopplungsverfahren werden im nächsten Abschnitt diskutiert. Die Ergebnisse in diesem Abschnitt wurden zu Teilen schon in (Wohlbrandt et al., 2013) veröffentlicht.

Die Versuchsanordnung ist in Abb. 79 dargestellt. Auf die verschiedenen RPM-Gebiete in der Darstellung wird später eingegangen. Es wird ein NACA0012-Profil der Sehnenlänge $c = 1$ m mit einem Anstellwinkel von $\alpha_0 = 0^\circ$ in einer EULER-Strömung der MACH-Zahl $M = 0.5$ untersucht.

Turbulente Eigenschaften: Es wird eine konstante turbulente, kinetische Energie $k_t = 1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ und integrale Längenskala $\Lambda = 0.07$ m gesetzt. Bei einer Messung werden diese turbulenten Eigenschaften ohne Schaukel an der Stelle ermittelt, wo die Schaukel wäre (Pater-son und Amiet, 1976). Sie werden somit nicht durch die Schaukel beeinflusst und sind also Größen der *mittleren Zuströmturbulenz*. Es wird angenommen, dass diese Größen über die gesamte Schaukelflehne konstant sind (Dissipation und Diffusion werden vernachlässigt). Die Informationen können für eine EULER-Strömung nicht aus der Simulation gewonnen werden. Die Verteilung der kinetischen Energie und der Längenskala verändert sich durch den Einbau der Schaukel. Diese *mittlere Gesamtturbulenz* könnte mithilfe einer RANS-Simulation ohne Wandhaftbedingung ermittelt werden, wodurch sich natürlich auch die mittlere Strömung leicht ändert. Die Differenz der *mittleren Gesamtturbulenz* zur *mittleren Zuströmturbulenz* wird als *mittlere, gestreute Turbulenz* bezeichnet.

Es wird für diese Untersuchung von einem GAUSS-Modellspektrum ausgegangen, da ein Vergleich mit Messungen nicht vorgesehen ist und das GAUSS-Spektrum am effizientesten zu realisieren ist.

Das CAA-Gebiet erstreckt sich $1.5c$ in jede Richtung um die Schaukel. Zusätzlich zu Radiations- und Auslassrandbedingung ist eine Dämpfungszone der Stärke $\sigma = 1$ und einer Tiefe von 16 Zellen eingebaut, um die Reflektionen zu minimieren. Das Gitter ist im Bereich der Schaukel mit $\Delta = 0.002$ m aufgelöst und im Fernfeld mit $\Delta = 0.02$ m. Somit sind Frequenzen bis 1700 Hz mit 10 PPW aufgelöst, das entspricht einem STRO-UHAL-Zahlbereich von $0 \leq St_{M=0.5} \leq 10$. Der Zeitschritt liegt hier bei 2.87×10^{-6} s und entspricht damit 59% des CFL-Zeitschrittes.

Es wurde bei der Gittererzeugung besonderes Augenmerk auf die Güte des strukturierten Gitters gelegt, um Fehlereinflüsse zu minimieren. Details an der Vorder- und Hinterkante sind in Abb. 80 zu sehen. Die Gitterstreckung ist im gesamten Gitter niedriger als 1.1, das

Seitenverhältnis unter 3 in der Nähe des Profils und die Zellen stehen nahezu senkrecht auf der Oberfläche mit einer Abweichung unter $\pm 9^\circ$. Das ist für die Wand-Kopplungsverfahren notwendig, um die wandnormale Geschwindigkeitskomponente ohne Gittereinflüsse einzukoppeln zu können. Es ist anzumerken, dass die Ergebnisse von Wohlbrandt et al. (2013) mit demselben Gitter bei doppelter Punktezahl in jeder Raumrichtung erzeugt wurden. Unterschiede der Ergebnisse sind nicht eminent.

Das RPM-Gebiet unterscheidet sich, je nach gewählter Kopplungsmethode:

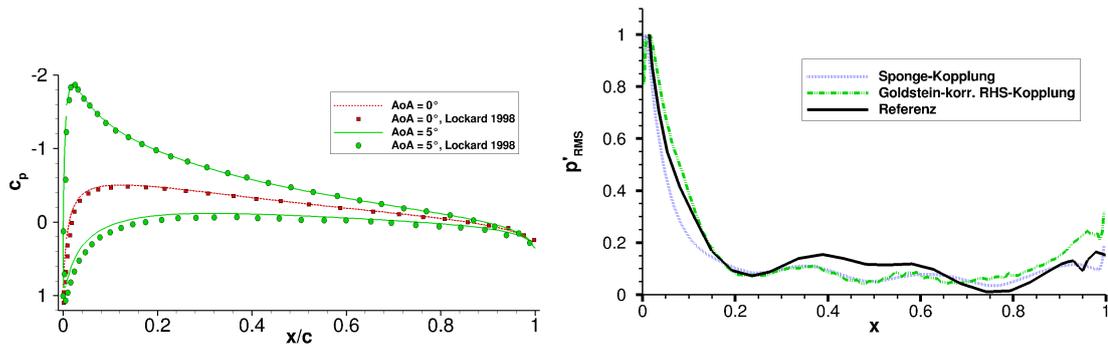
Für Volumen- und Oberflächenkopplungen umschließt das RPM-Gebiet die Schaufel, **V** in Abb. 79. Die Auflösung von $\Delta = 0.0075$ m ermöglicht eine Auflösung der integralen Längenskala von 9 PPL. Die Ausdehnung ist von $-0.6 \text{ m} \leq x \leq 1.6 \text{ m}$ und $-0.6 \text{ m} \leq y \leq 0.6 \text{ m}$, wobei in jede Raumrichtung ein sinusförmiges *Fading* von 0.3 m Tiefe angewendet wurde, um Randeffekte zu reduzieren. Das *Fading* bewirkt Gradienten in den Fluktuationen, die wiederum Störschall erzeugen. Die *Fading*-Tiefe wurde variiert und die Größe des RPM-Gebietes entsprechend erweitert, um die Effekte zu minimieren. Dadurch ist das RPM-Gebiet in jede Raumrichtung doppelt so groß wie eigentlich benötigt.

Der Kernbereich des RPM-Gebietes löst 4.2 integrale Längenskalen auf, wobei Dieste und Gabard (2012) festgestellt hat, dass bei GAUSS-Spektren Turbulenz im Abstand über 2.43 Längenskalen keinen nennenswerten Einfluss auf den abgestrahlten Schall hat. Mit einer Auflösung von 260 x 120 Zellen ergibt sich bei 5 PPZ eine Gesamtanzahl von 208 000 Partikeln.

Für die Sponge-Kopplung wird das RPM-Gebiet stromauf der Schaufel platziert. Es sind zwei Implementierungen verfügbar.

Zum einen kann das RPM-Gebiet so platziert werden, dass die Quellen über die Dämpfungszone in das CAA-Gebiet eingekoppelt werden (**S** in Abb. 79). Hierfür wurde die Tiefe der Dämpfungszone am Einströmrand auf 41 Zellen erweitert und die Stärke $\sigma = 2$ gesetzt. Es wird ein Stufen-*Fading* verwendet, das bei $|y| > 0.3$ m die Varianz sprunghaft auf Null setzt. Die Ausdehnung in y -Richtung ist groß genug, um Randeffekte auszuschließen. Dadurch ist ein störungsfreie Einkopplung gewährleistet. Die Ausdehnung in lateraler Richtung ist identisch zum Volumengebiet **V**. In axialer Richtung ist das RPM-Gebiet etwas größer als die Dämpfungszone, um Randeffekte auch in diese Richtung auszuschließen. In axialer Richtung ist die Ausdehnung $-2.4 \text{ m} \leq x \leq -1.4 \text{ m}$. Daraus ergeben sich 160 x 160 Zellen mit 128 000 Partikeln.

Für die LEE-Relaxationskopplung kann das RPM-Gebiet nah an der Schaufel liegen (**R**), da es für den abgestrahlten Schall unsichtbar ist. Es wird nur ein *Fading* des Relaxationsparameters von 6 Zellen in axialer Richtung angewandt, in lateraler Richtung ist ein Stufen-*Fading* identisch zum RPM-Gebiet **S** benutzt. Der Relaxationsparameter ist durch Iteration so hoch gewählt, dass bei gleichbleibender Zeitschrittweite das Verfahren gerade noch stabil ist. Der Wert ist letztlich zu $\sigma = 0.03$ gesetzt. Durch eine laterale Ausdehnung identisch zu den anderen RPM-Gebieten und eine axiale Ausdehnung von $-0.95 \text{ m} \leq x \leq -0.2 \text{ m}$ ergeben sich 100 x 160 Zellen mit 80 000 Partikeln. Da für die LEE-Relaxationskopplung das alternierende 5-6 Stufen LDDRK-Schema nicht implementiert ist, ist für diese Simulationen der Zeitschritt halbiert worden.



(a) Druckkoeffizienten c_p einer NACA0012-Schaufel in EULER-Strömung mit $M = 0.5$ und Anströmwinkel (AoA) $\alpha_0 = 0^\circ$ und $\alpha_0 = 5^\circ$. (b) RMS der Oberflächendrucke für $St = 2.5$ bei $M = 0.5$ und $\alpha_0 = 0^\circ$ im qualitativen Vergleich zu der Simulation von Lockard und Morris (1998). Pegel sind auf den Maximalwert normiert.

Abb. 81: Validierung der Strömungslösung und der mittleren Druckschwankungen mit der Simulation von Lockard und Morris (1998)

Die Hintergrundströmung wird berechnet (III.1.5.1), wobei als Grundgleichungen die nicht-linearen, stationären EULER-Gleichungen gelöst werden. In Abb. 81(a) zeigen die Druckkoeffizienten c_p für $M = 0.5$ für die Anströmwinkel $\alpha_0 = 0^\circ$ und $\alpha_0 = 5^\circ$ eine gute Übereinstimmung mit der Simulation von Lockard und Morris (1998).

Ergebnisse:

Vergleich mit Referenz: Der instationäre Oberflächendruck wird qualitativ für $St = 2.5$ mit den Ergebnissen von Lockard und Morris (1998) in Abb. 81(b) verglichen. Sie verwenden einen nicht-linearen NAVIER-STOKES-Löser, um eine harmonischen *Gust* bei einer reduzierten Frequenz $k = \frac{\omega c/2}{u_0} = 7.85$ anzuregen. Das entspricht einer STROUHAL-Zahl von $St = \frac{2}{2\pi}k = 2.5$. Ein quantitativer Vergleich ist aufgrund der Unterschiede der Quelle, also des einzelnen harmonischen *Gusts* zu stochastischer Turbulenz, nicht sinnvoll. Die Form der Oberflächendrucke ähnelt sich und die Positionen der Maxima stimmen überein.

Direktivitäten: Es werden die Ergebnisse als Direktivitäten der verschiedenen Kopplungsverfahren in Abb. 82 für STROUHAL-Zahlen $St = 2.0, 4.0, 6.0$ und 8.0 gezeigt.

Die Sponge-Kopplung wurde in den letzten Abschnitten erfolgreich gegen Messungen validiert und kann somit als Referenz für diesen Testfall verwendet werden. Es wurden Variationen mit kleineren RPM-Gebieten durchgeführt, die ein qualitativ gleiches Ergebnis bei einem niedrigeren Pegel ergaben. Ein größeres Gebiet bewirkt keine Änderung des Pegels.

Die Direktivität der LEE-Relaxationskopplung ist sehr ähnlich zu der Sponge-Kopplung. Eine Simulation mit dem LEE-Relaxationsgebiet eine Sehnenlänge weiter stromauf gibt identische Ergebnisse, wodurch die Unterschiede nicht auf die Nähe des LEE-Relaxationskopplungsgebiets zur Schaufel zurückzuführen sind.

Die GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung liefert für tiefe Frequenzen ($St \leq 6.0$) qualitativ dieselbe Direktivität, überschätzt die Ergebnisse aber um bis zu 10 dB. Ähnliches ist für

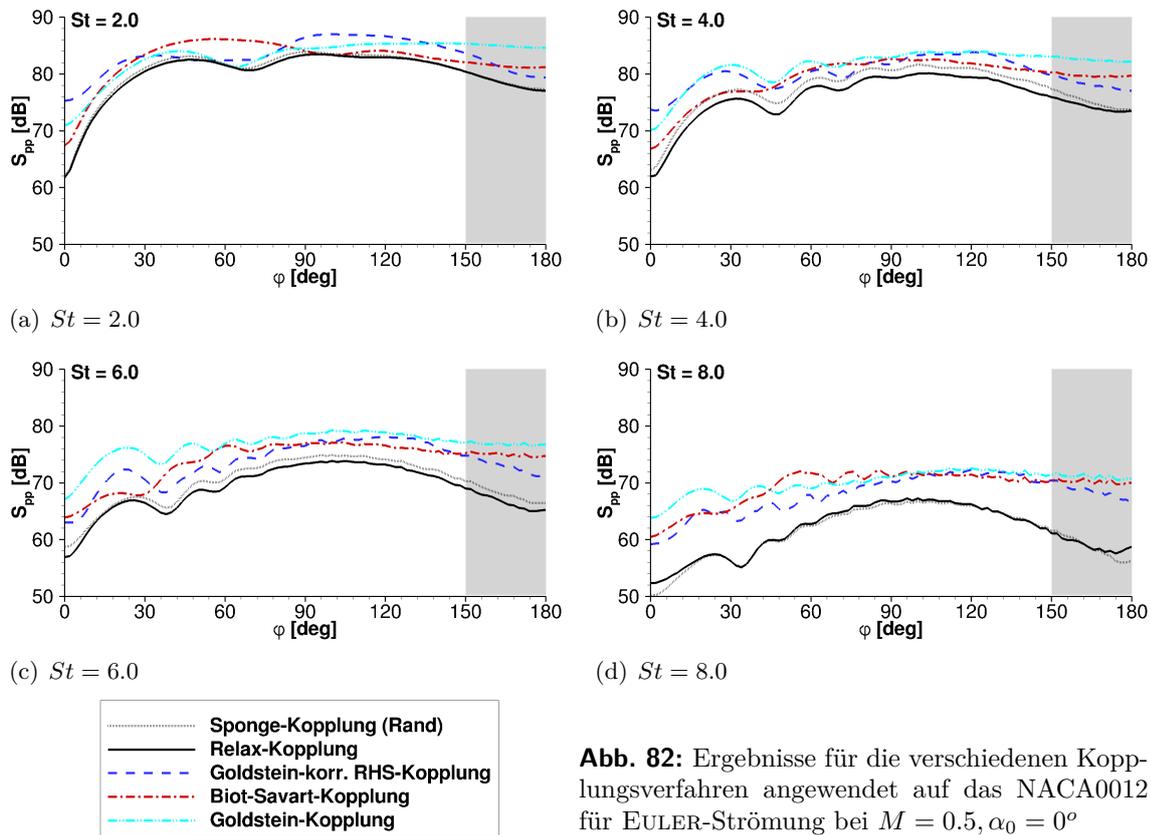


Abb. 82: Ergebnisse für die verschiedenen Kopplungsverfahren angewendet auf das NACA0012 für EULER-Strömung bei $M = 0.5$, $\alpha_0 = 0^\circ$

die BIOT-SAVART-Kopplung zu beobachten, wobei die einzelnen Maxima der Direktivität nicht so ausgeprägt sind. Obwohl die GOLDSTEIN-Kopplung für diesen Anwendungsfall eigentlich nicht mehr gelten sollte, da die Strömung nicht homogen ist, stimmt sie im Pegel noch immer gut mit den anderen Volumenkopplungen überein. Für höhere Frequenzen existiert ein Rauschen, das das eigentliche Signal zu überlagern scheint. Dieses Rauschen ist bei allen untersuchten lokalen und Oberflächenkopplungen zu beobachten.

Ein Einfluss des *Fading* an den RPM-Gebietsgrenzen kann als Ursache des Rauschens ausgeschlossen werden. In Abb. 83 wurde die Integrationsgrenze der BIOT-SAVART-Integration auf einen Abstand von 2.43Λ beschränkt. Es zeigt sich, dass kein Unterschied zur Integration des gesamten RPM-Gebietes besteht.

Stattdessen wird das Rauschen wahrscheinlich durch die nicht exakt gleichen Konvektionsgeschwindigkeiten im RPM-Gebiet und im CAA-Gebiet verursacht. Beide Felder werden von einer zugrundeliegenden RANS interpoliert, da aber die Gitter unterschiedlich sind, entstehen Diskrepanzen. Das CAA-Gitter folgt der Schaufelkontur und die bilineare Interpolation birgt daher keine Schwierigkeiten. Abb. 84(a) zeigt den Betrag der MACH-Zahl des interpolierten Feldes auf dem CAA-Gebiet. Für das kartesische RPM-Gitter existieren aber Knoten außerhalb des CFD-Gebietes, siehe hierzu die roten Kreuze in der Skizze in Abb. 85. Um in Randzellen (grau in der Abbildung) die Partikel mit der richtigen Geschwindigkeit zu konvektieren, muss also auf diese Knoten extrapoliert werden. Dies wird hier mittels einer *Inverse-Distance-Interpolation* durchgeführt, das Resultat ist in Abb. 84(b) zu sehen. Die Diskrepanz für den vorliegenden Fall ist in Abb. 84(c) dargestellt. Anschaulich wird also ein durch die Oberflächenkopplung abgescherter Wirbel mit einer leicht anderen Konvektionsgeschwindigkeit im CAA-Gebiet konvektiert als im RPM-Gebiet. Während sich also der Wirbel entlang der Oberfläche ausbreitet, wird er durch die Kopplung immer wieder in seiner Geschwindigkeit korrigiert. Das erzeugt Störschall.

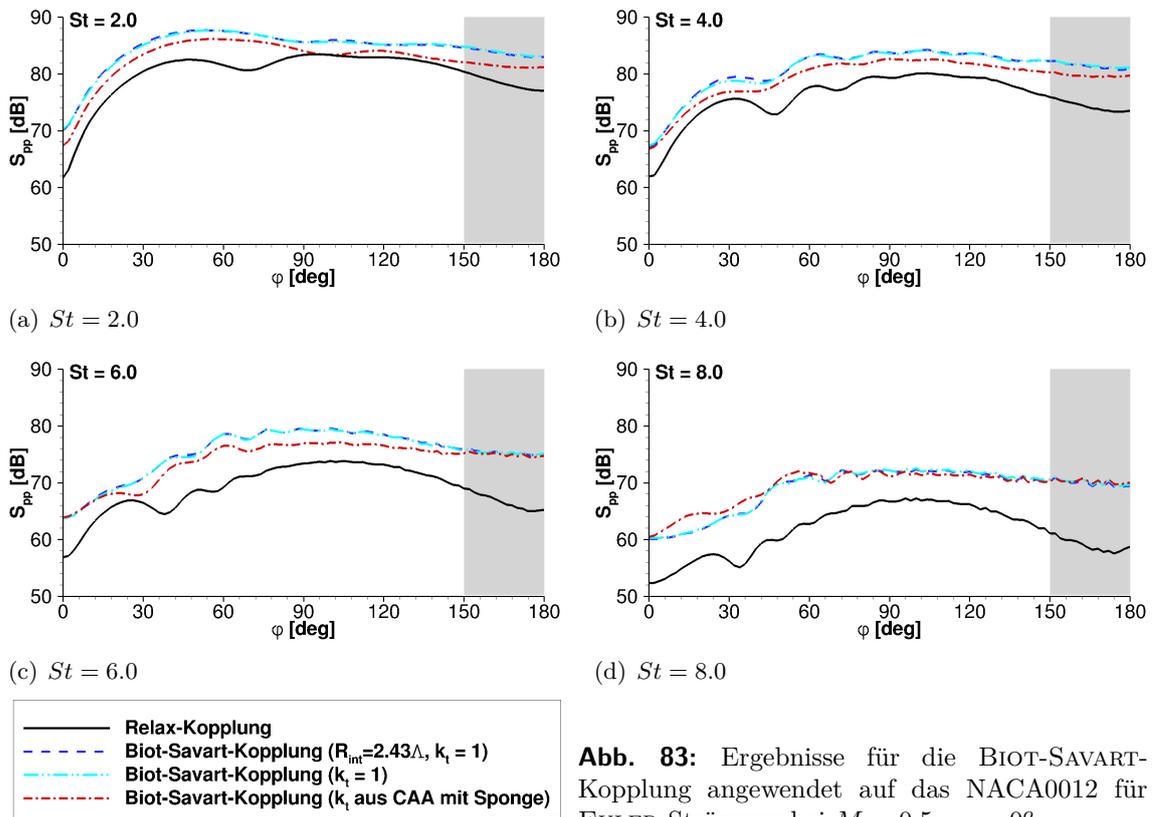
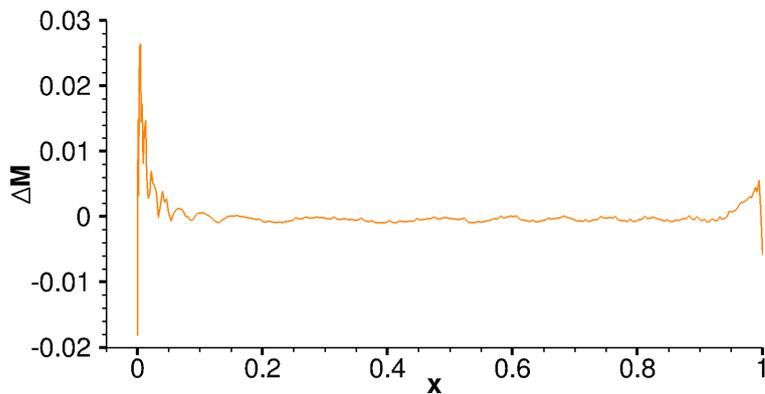
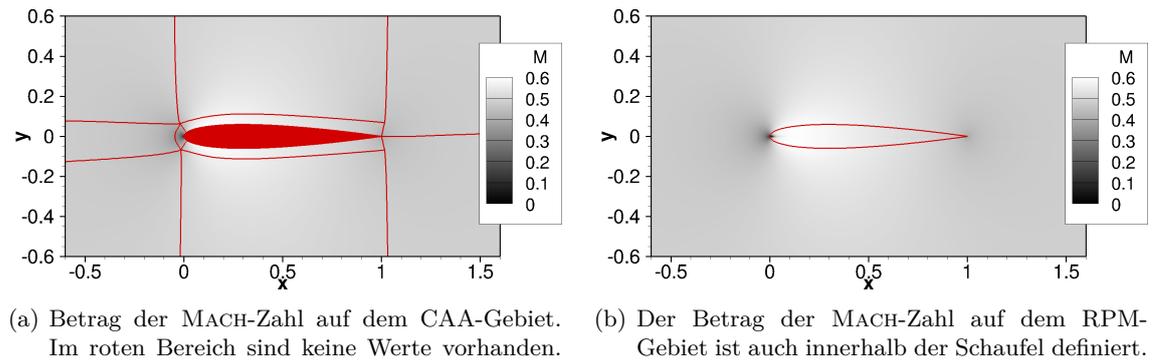


Abb. 83: Ergebnisse für die BIOT-SAVART-Kopplung angewendet auf das NACA0012 für EULER-Strömung bei $M = 0.5$, $\alpha_0 = 0^\circ$



(c) Differenz des Betrages der MACH-Zahl auf der Schaufeloberfläche zwischen CAA-Gebiet und RPM-Gebiet.

Abb. 84: Veranschaulichung der Diskrepanz in der Konvektionsgeschwindigkeit auf dem RPM-Gitter

Dem kann letztlich auf kartesischen Gittern nur dann entgegengewirkt werden, wenn eine

genauere Extrapolation möglich wäre. Auf einem feineren CAA- und RPM-Gitter mit kleinerer Zeitschrittweite zeigt sich das gleiche Problem.

Variation der mittleren Zuströmturbulenz: Ein Teil der Diskrepanz zwischen den lokalen und Oberflächenkopplungen zu den Stromauf-Einkopplungen lässt sich durch die mangelhafte Definition der *mittleren Zuströmturbulenz* erklären. Bisher wurde von einer konstanten Zuströmvarianz ausgegangen. Um stattdessen die resultierende Varianz vorzugeben, wurde in der Sponge-Kopplungssimulation mithilfe von Sensoren die Varianz der Geschwindigkeitsfluktuation ermittelt und diese als Varianz auf dem RPM-Gebiet \bar{V} vorgegeben. Die daraus resultierende Direktivität ist in Abb. 86 mit der ursprünglichen Simulation verglichen. Es ist ersichtlich, dass die Ergebnisse sich an die Sponge-Kopplung annähern. Eine bessere Übereinstimmung ist zu erwarten, wenn die Ermittlung der Varianz ohne Interpolation von den Sensoren direkt auf dem CAA-Gitter erfolgen würde. Eine Verwendung einer RANS-Simulation mit und ohne Wandhaftbedingung in der CFD ist denkbar. Eine Diskussion des möglichen weiteren Vorgehens ist im nächsten Abschnitt zu finden.

Dieselbe Quellvarianz ist auch für die BIOT-SAVART-Kopplung verwendet worden und wird in Abb. 83 gezeigt. Auch hier ist derselbe Trend ablesbar.

Rechenaufwand: Die Simulationen liefen mit jeweils 11 Prozessen auf je einem Knoten eines Clusters. Davon ist jeweils ein Prozessor für das RPM-Gebiet zuständig. Die Dauer der Simulationen ist in Tab. B.1 zusammengefasst. Es ist deutlich, dass die GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung um einen Faktor 2 langsamer ist als die Sponge-Kopplung. Das liegt daran, dass das CAA-Gebiet doppelt berechnet wird, einmal für die Korrektur der Turbulenz mittels LEE und einmal für die Schallausbreitung mittels APE. Aktuell berechnet ein CAA-Prozess also doppelt so viele Punkte wie bei der Sponge-Kopplung. Der Austausch von Daten zwischen den CAA-Gebieten ist aber nur im Bereich des RPM-Gebietes nötig. Eine Parallelisierung der zwei Gebiete ist demzufolge gut möglich und sollte bei doppelter Anzahl an Prozessoren die Rechenzeit ähnlich zur Sponge-Kopplung reduzieren.

1.3.2 Diskussion zur Realisierung der Kopplungen bei RANS-Strömung

Es konnte im letzten Abschnitt für EULER-Strömung gezeigt werden, dass die vorgeschlagenen Verfahren den resultierenden Vorderkanteninteraktionslärm auch für endlich dicke Profile vorhersagen können. Die Stromauf-Einkopplungen sind robust und lassen eine effektive und effiziente Anwendung zu. Die lokalen und Oberflächenkopplungen sind aufwändiger, weniger robust und teilweise ungenau. Eine Weiterentwicklung der Verfahren ist allerdings dennoch von großem Interesse, da nur durch die RHS-Kopplung eine

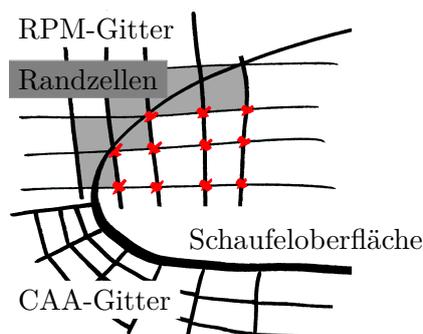


Abb. 85: Die Skizze zeigt die Schaufeloberfläche, das CAA-Gitter und das RPM-Gitter. Da das RPM-Gitter kartesisch ist, durchdringt es die Schaufel (\times). Die Konvektionsgeschwindigkeiten in den Randzellen (grau) kann daher nicht exakt vorgegeben werden.

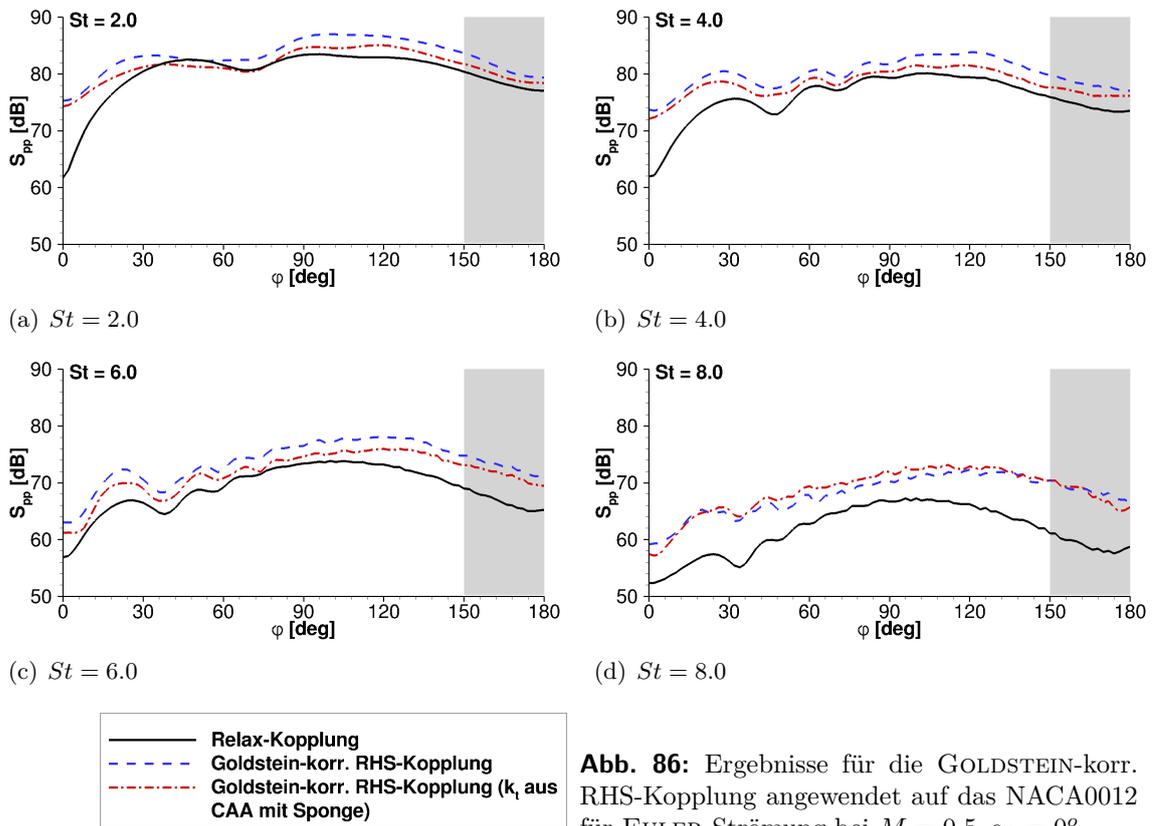


Abb. 86: Ergebnisse für die GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung angewendet auf das NACA0012 für EULER-Strömung bei $M = 0.5, \alpha_0 = 0^\circ$

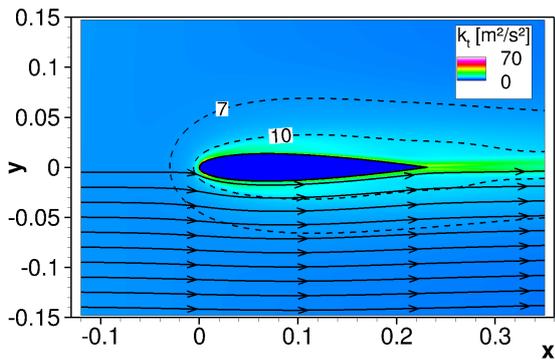
Tab. B.1: Vergleich der Rechenzeiten für verschiedene Kopplungsverfahren bei der Simulation von Turbulenz-Schaufel Interaktion.

| Konfiguration | Kopplungsverfahren | Zeit-schritte | Rechen-zeit | Zeit pro Schritt |
|--------------------------|------------------------------|---------------|-------------|------------------|
| $M = 0.1, AoA = 0^\circ$ | GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung | 1 000 000 | 69.7 h | 0.25 s |
| | Sponge-Kopplung | 2 000 000 | 63.0 h | 0.11 s |
| $M = 0.5, AoA = 0^\circ$ | GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung | 500 000 | 36.6 h | 0.26 s |
| | Sponge-Kopplung | 1 000 000 | 33.6 h | 0.12 s |
| $M = 0.5, AoA = 5^\circ$ | GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung | 1 000 000 | 71.1 h | 0.26 s |
| | Sponge-Kopplung | 2 000 000 | 59.5 h | 0.11 s |

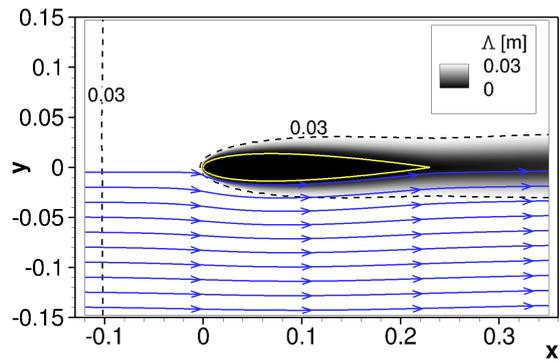
komplexere Modellierung der Turbulenz möglich ist, ohne die Ausbreitungsgleichungen zu verändern, also z.B. die Vorhersage von grenzschichtinduziertem Schall und die Schallentstehung durch Turbulenzzerfall. Außerdem könnte so die Auflösung des CAA-Gebietes drastisch reduziert werden.

Für die Stromauf-Einkopplung wurde bereits mit einer RANS-Grundströmung gerechnet (VI.3.2). Es wird im Rahmen dieser Arbeit keine lokale Einkopplung für eine RANS-Strömung präsentiert, da immer noch zu viele Unklarheiten bestehen. Im Folgenden werden die gelösten und ungelösten Hürden diskutiert, um dies in Zukunft umzusetzen.

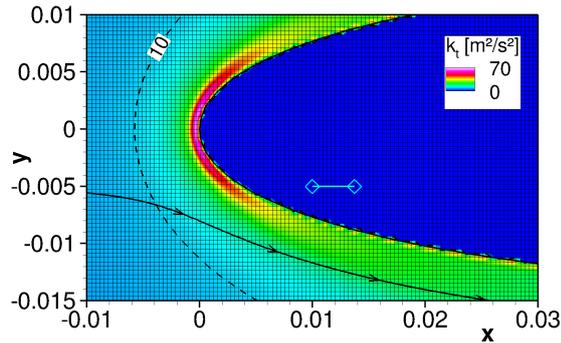
In Abb. 87 ist für den Fall aus Abschnitt VI.3.2 mit $u_0 = 60 \text{ m/s}$, $\Lambda = 0.03 \text{ m}$, $Tu = 3.9\%$ beispielhaft ein RPM-Gebiet auf Grundlage einer RANS-Strömung mit Wandhaftbedingung und höherwertigem Schließungsansatz, dem HELLSTEN-EARSM-Modell erzeugt worden. Im Folgenden werden an diesem Beispiel verschiedene Überlegungen veranschaulicht.



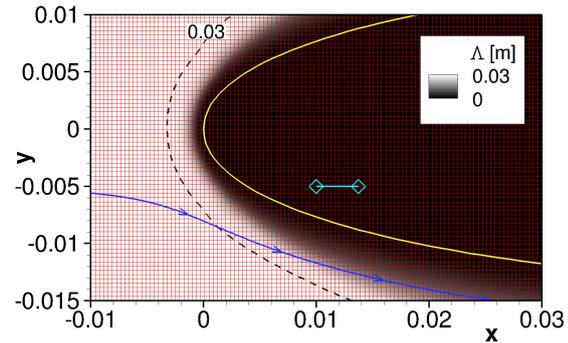
(a) Turbulente kinetische Energie in Falschfarben dargestellt auf dem gesamten RPM-Gebiet.



(b) Integrales Längenmaß in Falschfarben dargestellt auf dem gesamten RPM-Gebiet.



(c) Turbulente kinetische Energie an der Vorderkante nach der Interpolation auf das RPM-Gebiet.



(d) Integrales Längenmaß an der Vorderkante.

Abb. 87: Versuch, ein RPM-Gebiet für die RHS-Kopplung zu generieren. Abb (a) und (b) zeigen die Ausdehnung des gesamten RPM-Gebietes mit der lokalen turbulenten kinetischen Energie und dem integralen Längenmaß. Abb. (c) und (d) zeigen eine Nahaufnahme der Vorderkante überlagert mit dem Gitter des RPM-Gebietes. Die Pfeile sind Stromlinien, gestrichelte Linien sind Niveaulinien. Die Gitterauflösung des RPM-Gebietes aus Abschnitt VI.3.2 ist zur Veranschaulichung eingezeichnet ($-\diamond$). Das ist gerade die benötigte Auflösung der konvektierte Turbulenz stromauf der Schaufel.

Kartesisches Gitter: Das verwendete RPM-Verfahren basiert, wie bereits diskutiert, auf einem kartesischen Gitter. Daraus resultieren mehrere Nachteile für die Simulation von Vorderkantenlärm.

RPM-Gitter an geometrischen Rändern: Zum einen ist die Hintergrundströmung in Randzellen im RPM-Gebiet unterschiedlich zum CAA-Gebiet. Dieser Umstand wurde bereits auf Seite 173 beleuchtet und wird hier nicht erneut diskutiert.

Außerdem ist unter Verwendung der lokalen Turbulenz aus einer RANS dieses Problem auch für die Partikelskalierung gegeben. Ein Partikel, dass durch Randzellen konvektiert, wird aufgrund der fehlenden oder mangelhaften Information an Knotenpunkten innerhalb der Schaufel (\times in Abb. 85 auf Seite 175) automatisch entsprechend der Gitterauflösung flackern. Dies ist auch gut in Abb. 87(c) entlang der Schaufeloberfläche sichtbar, wo die turbulente kinetischen Energie Sprünge aufweist, bedingt durch die Interpolation vom CFD-Gebiet. Es ist streng genommen eine Extrapolation notwendig, um den Punkten außerhalb des CFD-Gebietes, also innerhalb der Schaufel, Werte so zu zuordnen, dass die Partikel nicht ihre Geschwindigkeit oder Varianz verändern, wenn sie durch die betroffenen Zellen konvektieren. Durch eine Extrapolation ist allerdings nicht zu realisieren, dass die Varianz an der Oberfläche identisch Null

ist. Ist dies aber nicht gegeben, entsteht bei der RHS-Kopplung massiver Störschall durch die Verletzung der Wand-Randbedingung im CAA-Gebiet, wie in Abschnitt VI.2.1 für die unkorrigierte Varianz-Kopplung gezeigt wurde.

Eine mögliche Lösung des Problems wäre zum klassischen RPM-Ansatz auf Stromlinien zurückzukehren. Hier sind aber keine schnellen Filter möglich. Es ist auch eine Glättung der Zielvarianz denkbar, dadurch werden aber die Maxima an der Vorderkante, die bereits schlecht aufzulösen sind, verwischt.

Großes Gebiet mit kleinen Zellen: In einem kartesischen Gitter sind alle Zellen gleich groß. **Die Zellgröße** definiert sich durch die Auflösung der Vorderkante. Diese sollte kleiner sein, als der Abstand des Maximums der kinetischen Energie zur Vorderkante, um die gesamte Energie abzudecken. Abb. 88(b) zeigt, dass dieses Maximum der turbulenten kinetischen Energie sehr nah an der Schaufeloberfläche sitzt.

Die Auflösung des Gebietes in Abb. 87 ist so gewählt, dass das Maximum der turbulenten kinetischen Energie an der Vorderkante gerade noch aufgelöst ist. Daraus resultiert eine Zellweite von $\Delta = 0.000373$ m das entspricht ungefähr 1/100 des integralen Längenmaßes. Die Auflösung für die Modellierung der Zuströmturbulenz lag bei $\Delta = 0.00375$ m also einen Faktor 10 größer. Zur

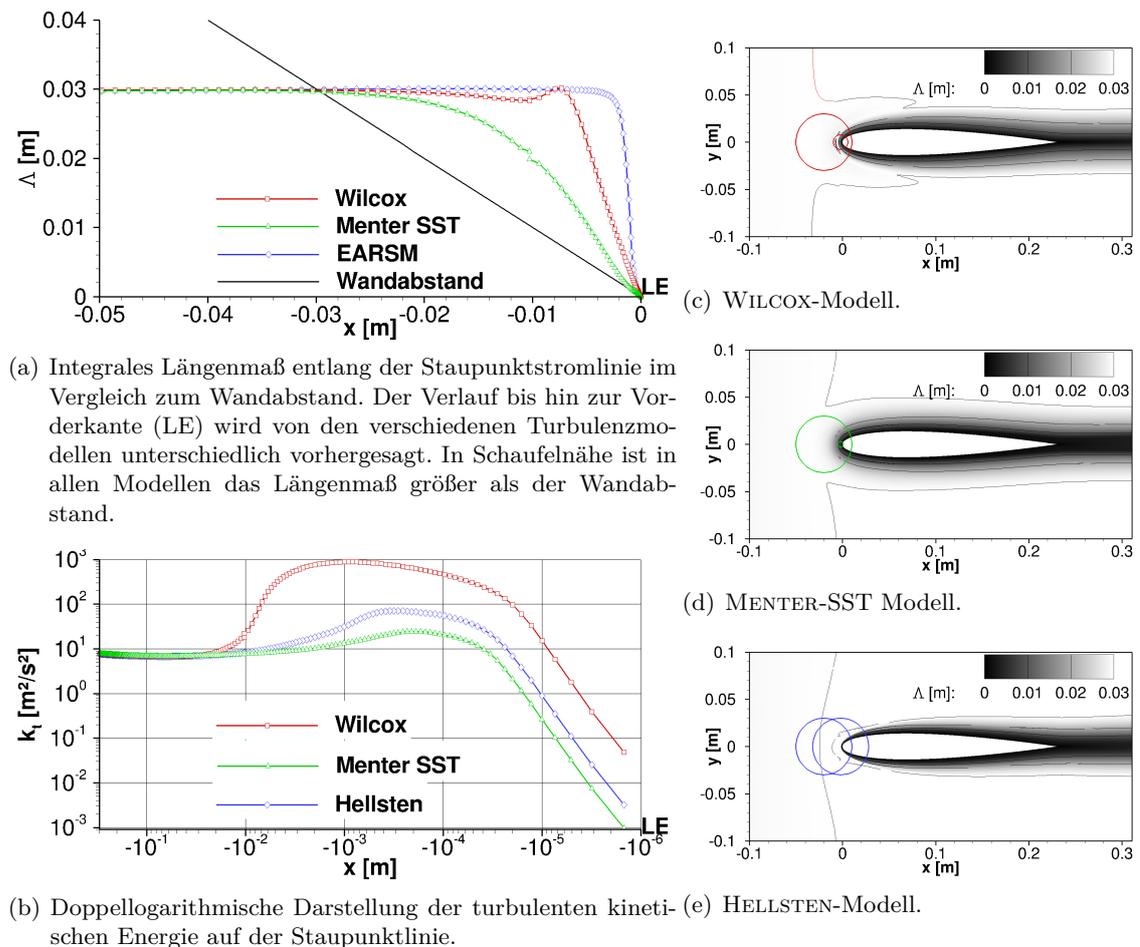


Abb. 88: Mittlere turbulente Eigenschaften im Staupunkt für $u_0 = 60$ m/s vorhergesagt mit TRACE. Abb. (a) und (b) zeigen das integrale Längenmaß und die turbulente kinetische Energie entlang der Staupunktlinie. Abb. (c)-(e) sind Falschfarben-Darstellungen des integralen Längenmaßes. Die Kreise deuten dessen Ausmaße 2×10^{-2} m und 2×10^{-3} m vor der Vorderkante an.

Veranschaulichung ist diese Auflösung in Abb. (c) und (d) eingezeichnet ($-\diamond$). Würde hier diese Auflösung verwendet werden, wären die turbulenten Eigenschaften an der Vorderkante nicht aufgelöst.

Die Gebietsgröße muss die gesamte Schaufel umfassen. Um die Abstrahlcharakteristik vorherzusagen ist es notwendig, die Druckverteilung auf der gesamten Schaufel zu realisieren. Paterson und Amiet (1976, S.37 ff.) haben Korrelationsanalysen zwischen dem Oberflächendruck und dem Fernfelddruck durchgeführt. Dabei haben sie festgestellt, dass zwar die vorderen 15% der Sehnenlänge den meisten Schall erzeugen, aber auch der Oberflächendruck auf dem Rest der Schaufel direkt in das Fernfeld abstrahlt. Daraus lässt sich schließen, dass erst durch die Gesamtheit der Schaufel die Richtcharakteristik realisiert wird. Auch die analytischen Lösungen suggerieren dies. Die iterative SCHWARTZSCHILD-Lösung zur Bestimmung der instationären Auftriebsfunktion von Amiet (1976b) berücksichtigt erst in zweiter Ordnung die KUTTA-Bedingung. Die Terme erste Ordnung erzeugen zwar bereits einen Großteil des instationären Auftriebs, würden aber ausschließlich eine dipolare Abstrahlung vorhersagen. Erst durch die Terme zweiter Ordnung und damit der Berücksichtigung der Sehnenlänge erhält die Abstrahlung die charakteristischen Nebenkeulen.

Im Beispiel ist die Ausdehnung so gewählt, dass die gesamte Schaufel aufgelöst ist. Die Ränder sind 5Δ von der Schaufel entfernt. Dies resultiert aus der Untersuchung von Dieste und Gabard (2012), die eine Mindestausdehnung von knapp 2.4Δ bestimmt hat. Die zusätzliche Ausdehnung von 2.6Δ war anfänglich als *Fading*-Bereich vorgesehen, ist aber auch nötig für die Verwendung von VON KÁRMÁN-Spektren anstelle von GAUSS-Spektren, da bei der Gewichtung größere GAUSS-Längenskalen nötig sind (VI.1).

Da also das RPM-Gebiet die gesamte Schaufel umfassen muss und die kleinste Zelle durch die Vorderkante definiert ist, wird das RPM-Gebiet schon in 2D zum Flaschenhals. Im Beispiel folgt eine Gitterauflösung von einer Million Zellen und entsprechend fünf Millionen Partikeln. Eine Parallelisierung ist also zwingend notwendig. **Eine mögliche Lösung** ist es, die Zellen gröber zu wählen und die Varianz entsprechend zu verschmieren. Dies ist aber kein robuster Ansatz, sondern folgt eher der Methode des Versuch-und-Irrtum.

Mittlere Turbulenz an Vorderkante: Die aus einer RANS-Simulation resultierende mittlere Turbulenz wurde anfänglich für das vorliegende Verfahren als gegeben angenommen. Es stellte sich aber heraus, dass diese Annahme fahrlässig ist. Die Vorhersage der Turbulenz im Staupunkt ist sehr komplex und stark vom verwendeten Turbulenzmodell, dem Schließungsansatz und der Staupunktkorrektur in der CFD abhängig. Abb. 88 zeigt für einige CFD-Ansätze die Resultate, veranschaulicht am NACA0012-Fall. Die Simulationen berücksichtigen die Wandhaftbedingung. WILCOX und MENTER-SST verwenden die SCHWARZSche Ungleichung als Staupunktkorrektur. Abb. (a) und (b) zeigen das integrale Längenmaß und die turbulente kinetische Energie entlang der Staupunktlinie. Abb. (c)-(e) sind Falschfarbendarstellungen des integralen Längenmaßes. Die Kreise deuten dessen Ausmaße 2×10^{-2} m und 2×10^{-3} m vor der Vorderkante an. Während bei WILCOX und MENTER-SST die turbulenten Ballen im Staupunkt um Größenordnungen kleiner sind als die der Zuströmturbulenz, tragen sie beim HELLSTEN-Modell auch kurz vor der Schaufel noch die Eigenschaften der Zuströmturbulenz. Dieser Unterschied ist in der Skizze in Abb. 89 veranschaulicht. Anschaulich ist klar, dass die Längenskala bis kurz vor der Vorderkante konstant bleibt (vgl. Schritte 1-3 in Abb. 89 oben) und die

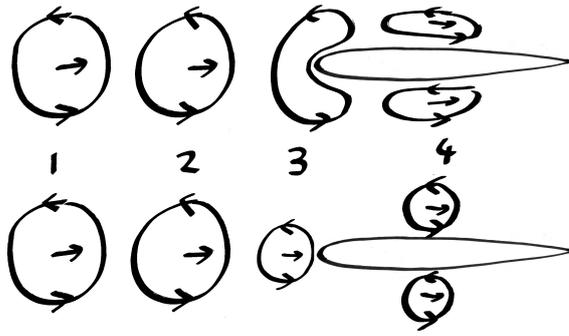


Abb. 89: Skizze zur Veranschaulichung der physikalisch zu erwartenden Turbulenz-Schaufel-Interaktion (oben) und der aktuell mit dem RPM-Verfahren realisierten Turbulenz-Konvektion (unten).

Wirbel erst durch die Interaktion mit der Oberfläche zerplatzen und anisotrop werden (Schritte 3 und 4). Unter Verwendung der WILCOX- oder MENTER-SST-Modelle nimmt das integrale Längenmaß schon weit vor der Schaufelvorderkante drastisch ab, vgl. Abb. 89 unten. Die Ausdehnung der turbulenten Strukturen wird also kleiner, bevor sie die Schaufel überhaupt bemerken. Werden die linearen Ansätze zur Turbulenzsynthetisierung verwendet und als RHS-Quellmodell in eine CAA-Simulation eingekoppelt, so ist das resultierende Spektrum zu hochfrequent.

Durch Verwendung von Schließungsansätzen höherer Ordnung, wie dem HELLSTEN-Modell ist eine bessere Modellierung der mittleren Turbulenz möglich. Abb. 88(e) zeigt, dass auch noch 2×10^{-3} m vor der Schaufelvorderkante das integrale Längenmaß dem Zuströmlängenmaß entspricht (vgl. die Kreise in der Abbildung).

Dieses Modell oder sogar REYNOLDS-Spannungstransportmodelle sind also notwendig, um eine zuverlässige Vorhersage der nötigen, mittleren turbulenten Eigenschaften zu machen. Die Verwendung der mittleren kinetischen Energie und des integralen Längenmaßes sind vermutlich nicht hinreichend, um die Turbulenz an der Vorderkante zu charakterisieren, da sie nur unter Annahme von isotroper Turbulenz Aussagekraft haben.

Isotrope Annahme der realisierten Wirbel: Es ist anschaulich so, dass die Wirbel in laterale Richtung zerplatzen, aber in axiale Richtung ihre charakteristische Länge ungefähr beibehalten müssten, vgl. Abb. 89 oben. Aktuell setzt das Verfahren aber isotrope Turbulenz um, wie in der Abbildung unten zu sehen. Anisotropie ist bisher nicht berücksichtigt worden, auch wenn das RPM-Verfahren prinzipiell dazu in der Lage ist. Grundlage ist eine CFD-Simulation, die den kompletten, mittleren REYNOLDS-Spannungstensor $\langle u_i u_j \rangle$ und die Längenskalen L_{ij} ermittelt.

Die Anisotropie der Turbulenz an der Vorderkante wurde von Goldstein (1978) durch Anwendung der Rapid-Distortion-Theorie (RDT) von Batchelor und Proudman (1954) analytisch gezeigt. Dabei ist der Begriff der Anisotropie nicht verwendet worden, sondern es wird die Formulierung der Verzerrung der Turbulenz durch die Strömung an der Vorderkante verwendet. Diese Theorie zeigt im besonderen, dass die Wellenlänge der einfallenden Wirbel durch die Interaktion sich stark verändert und die Amplitude und die Phase beeinflusst sind (Staub, 2008).

Der Effekt der Interaktion mit der Schaufel wurde erst kürzlich von Hainaut et al. (2016) numerisch untersucht. Sie injizieren lokale Wirbelquellen in die LEE so, dass sie isotrope Turbulenz realisieren¹. Sie untersuchen mit diesem Verfahren, wie sich die laterale Komponente der Turbulenz durch die Interaktion veränderte, indem sie

¹Die Turbulenz ist streng genommen nicht isotrop, da die empirische Gewichtung der 2D-GAUSS-Wirbel ein 3D-VON KÁRMÁN-Spektrum als Zielfunktion für die laterale Komponente hat. Die resultierende axiale Komponente kann damit nicht der Funktion für isotrope Turbulenz entsprechen.

die Geschwindigkeitsspektren an verschiedenen Orten vor der Schaufel verglichen. Es sind signifikante Veränderungen des Spektrums auszumachen, die von allen geometrischen und strömungsbezogenen Parametern abhängen. Über die axiale Komponente wird allerdings keine Aussage getroffen. Wie auch bei der RDT wird die Verzerrung der Turbulenz auf die Strömung in der unmittelbaren Nähe zur Vorderkante zurückgeführt.

Für die Stromauf-Einkopplung stellt die Beschränkung auf isotrope Wirbel keine große Einschränkung dar. Die Anisotropie ist durch das CAA-Verfahren gegeben. Dies haben erst kürzlich auch Hainaut et al. (2016) gezeigt. Die GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung verwendet dieselben Ausbreitungsgleichungen. Daher sind die abgescherten Wirbel auch nicht mehr zwangsläufig isotrop. Eine Verwendung der lokalen, integralen Längenskala aus der RANS erscheint aber nicht sinnvoll. Logischer ist, wie in den letzten Abschnitten, eine konstante integrale Längenskala zu verwenden und die Interaktion mittels der GOLDSTEIN-korr. RHS-Kopplung zu realisieren oder aber lokale, anisotrope Längenskalen zu verwenden.

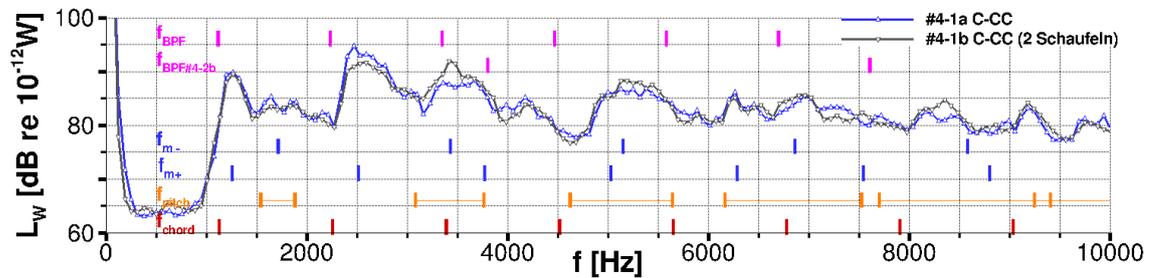
Schnelle Änderung der Längenskala: Unter Verwendung des GAUSS-Filters oder des PURSER-Filters wird das RPM-Verfahren instabil, wenn sich die Längenskala örtlich nicht langsam ändert. Diese Einschränkung konnte mittels des Ansatzes der analytischen Gewichtsfunktionen (IV) für beliebige Modellspektren aufgehoben werden. Dabei werden alle verwendeten diskreten Längenskalen als örtlich konstant angenommen und mittels eines YOUNG-VAN-VLIET-Filters berechnet. Die Realisierung des örtlichen integralen Längenmaßes erfolgt dann durch die entsprechende Gewichtung.

Berücksichtigung der Grenzschicht: Ausgehend von einer CFD-Simulation mit Wandhaftbedingung, wie im Beispiel in Abb. 87, und einem RPM-Gebiet, das die gesamte Schaufel umfasst, entsteht das Problem, dass auch die Grenzschicht Teil des RPM-Gebietes ist. Anschaulich sollte ein turbulenter Ballen, der auf die Schaufel trifft, durch diese verdrängt werden, also nicht in die Grenzschicht kommen. Dennoch muss das Quellmodell hier zusätzlich auch den Schallentstehungsmechanismus für Eigenlärm richtig abbilden können. **Eine Lösung** ist natürlich die Vernachlässigung der Grenzschicht in der CFD-Simulation, wie in dieser Arbeit für RHS-Kopplungen praktiziert.

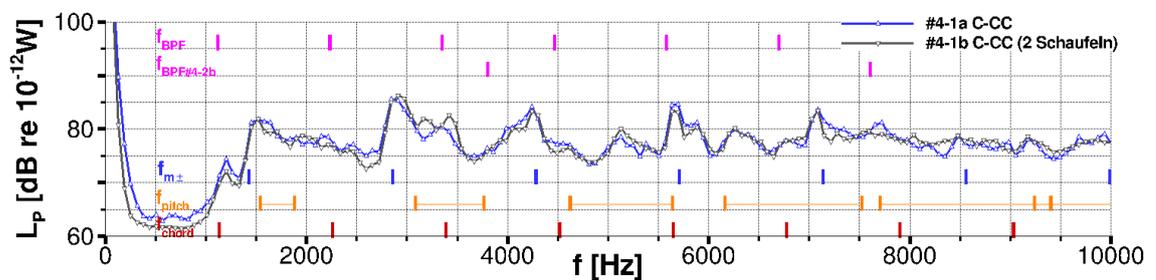
1.4 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurden die alternativen Kopplungsverfahren (A.11) zur Simulation von Interaktionslärm verschiedener Komplexität untersucht. Der Fokus lag auf der Konnektivität des RPM-Verfahrens zum CAA-Verfahren. Die alternativen Kopplungsverfahren haben sich hierbei als wenig robust erwiesen und es bleiben viele Fragen offen.

2 Zusätzliche Abbildungen zur UHBR-Fan-Simulation

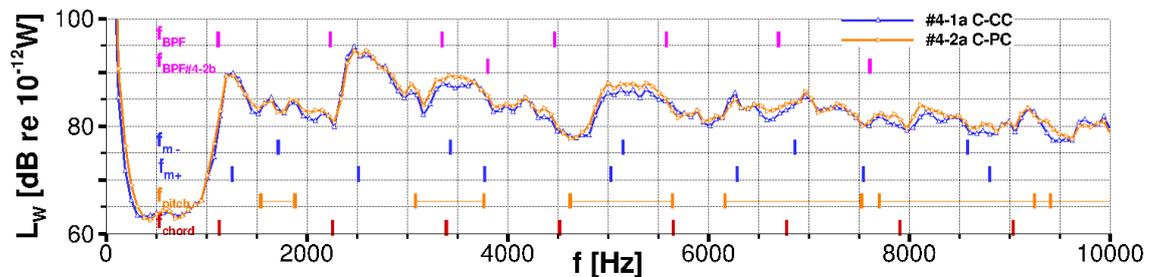


(a) PWL stromauf.

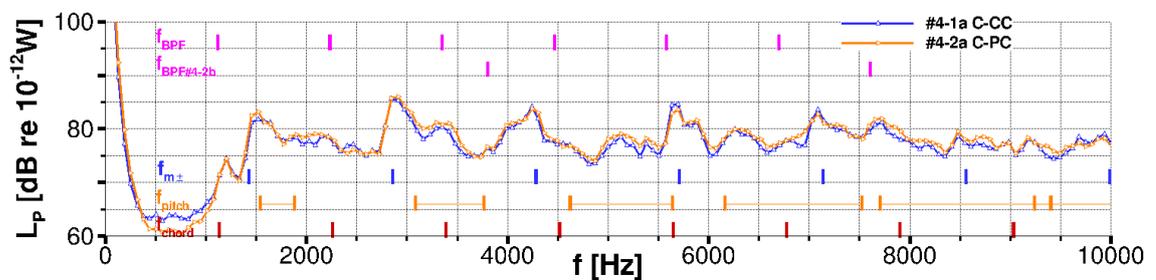


(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 90: Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-1a und #4-1b

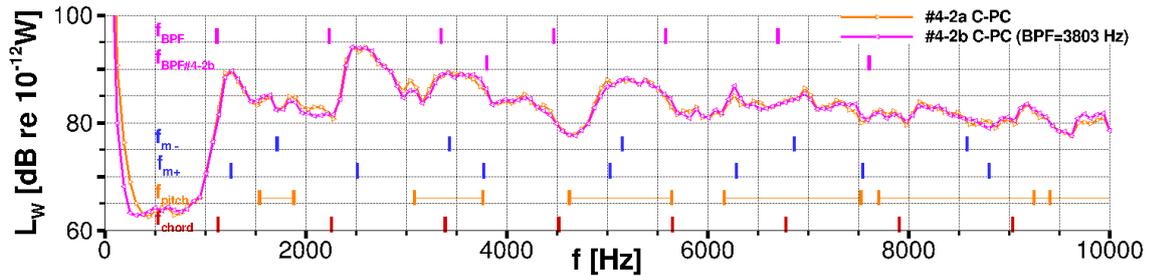


(a) PWL stromauf.

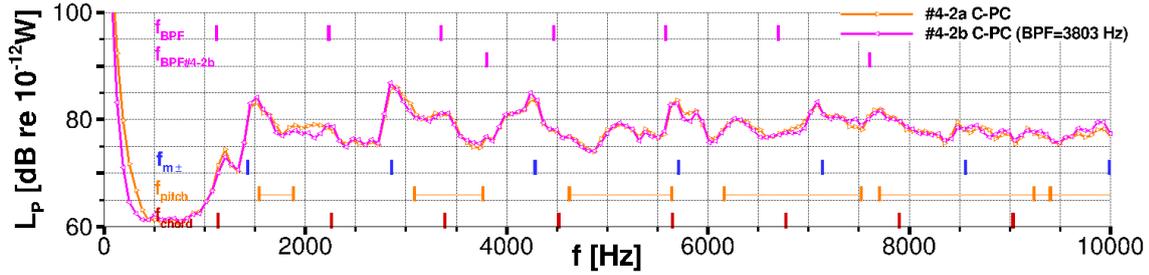


(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 91: Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-1a und #4-2a

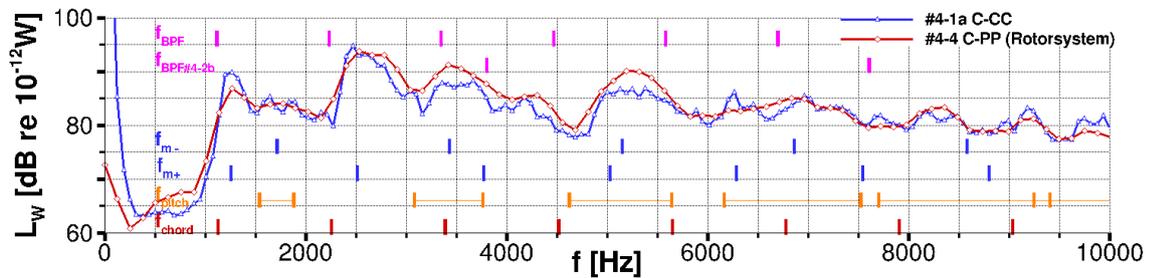


(a) PWL stromauf.

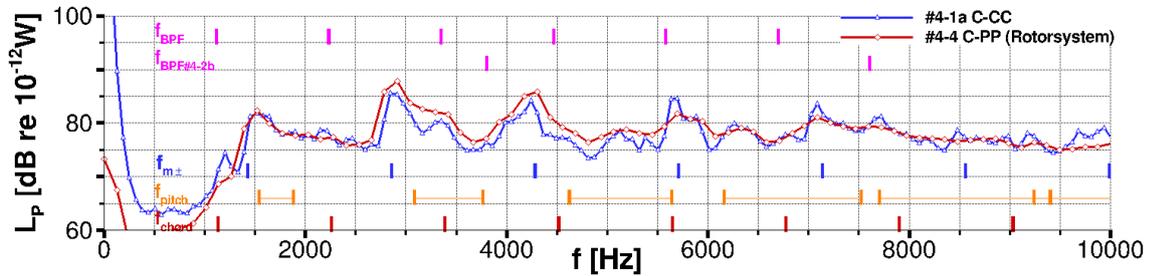


(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 92: Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-2a und #4-2b

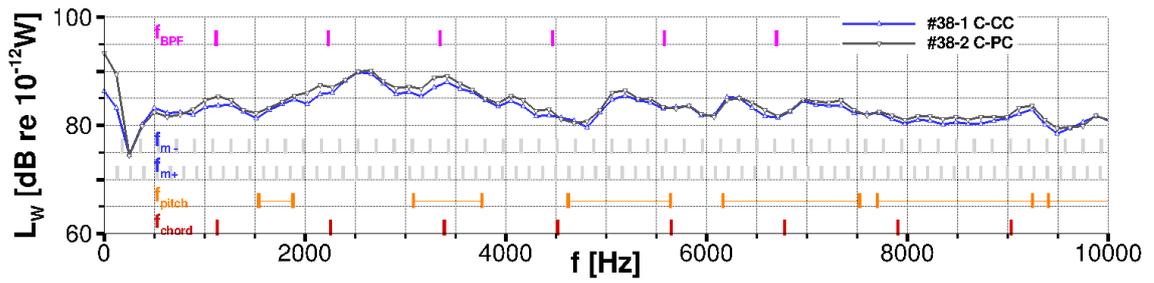


(a) PWL stromauf.

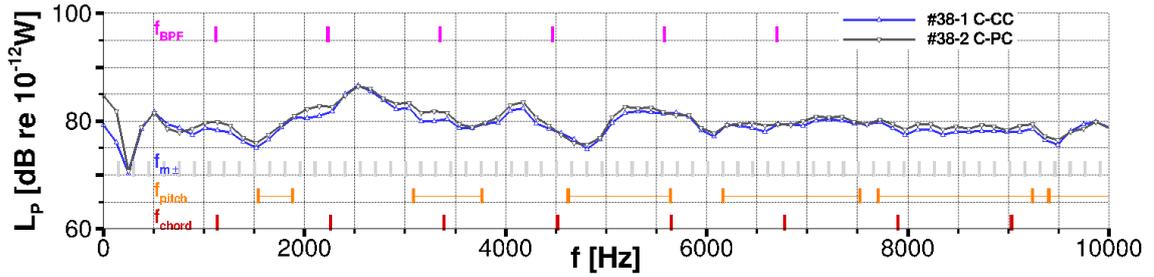


(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 93: Schalleistungsspektren für die reduzierte Kaskade, Konf. #4-1a und #4-4

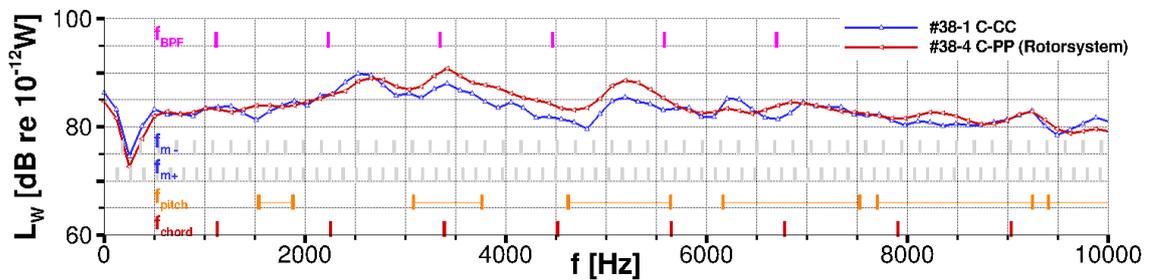


(a) PWL stromauf.

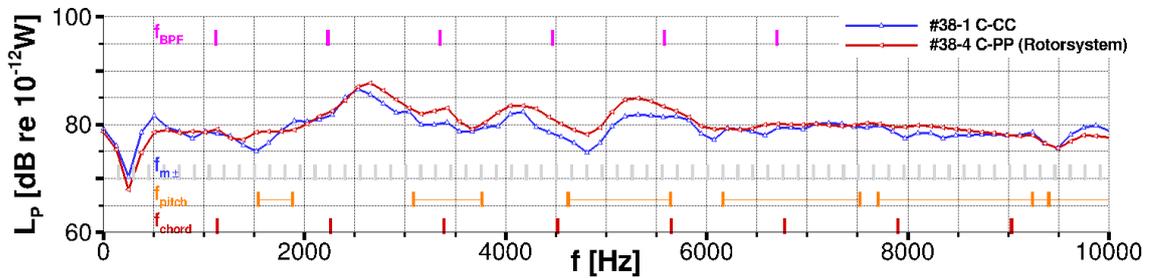


(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 94: Schalleistungsspektren für die volle Kaskade, Konf. #38-1 und #38-2

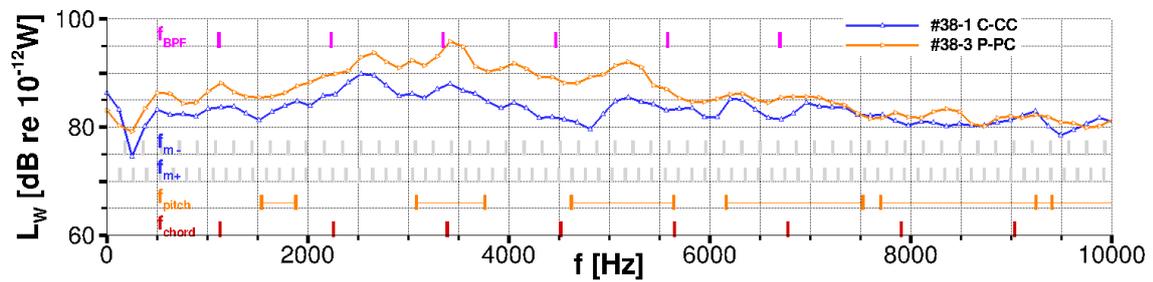


(a) PWL stromauf.

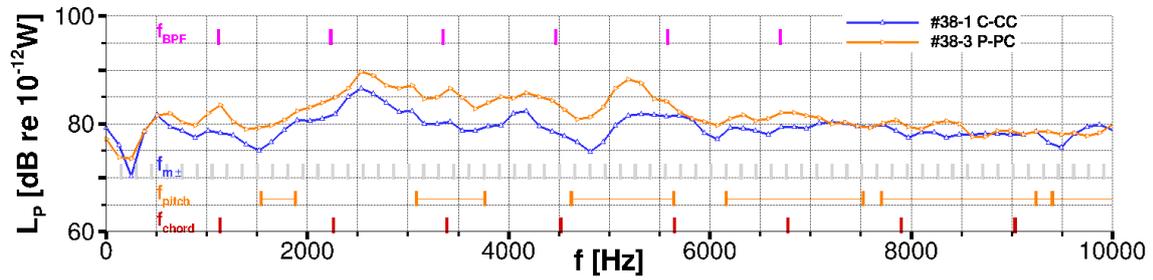


(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 95: Schalleistungsspektren für die volle Kaskade, Konf. #38-1 und #38-4



(a) PWL stromauf.



(b) PWL stromab unter Verwendung von Gl. (107).

Abb. 96: Schalleistungsspektren für die volle Kaskade, Konf. #38-1 und #38-3