

Numerische Strömungssimulationen in Verbindung mit Laser-Doppler-Velozimetrie-Messungen zur Bestimmung des Volumenstroms

vorgelegt von

M. Eng.

Andreas Swienty

von der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme

der Technische Universität Berlin

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Henning Jürgen Meyer

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Paul Uwe Thamsen

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Peter Bartsch

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 01. November 2019

Berlin 2020

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit am Fachgebiet Fluidsystemdynamik der Technischen Universität Berlin.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Paul Uwe Thamsen für seine Betreuung, freundliche Unterstützung und Beratung, die zum Gelingen der Arbeit wesentlich beigetragen hat.

Außerdem möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Bartsch meinen Dank aussprechen für die freundliche Übernahme der Zweitkorrektur dieser Arbeit. Danken möchte ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Henning Jürgen Meyer für den Vorsitz des Promotionsausschusses.

Bei meinen Kollegen und Freunden am Fachgebiet Fluidsystemdynamik bedanke ich mich für die Unterstützung, die ich in allen Aspekten der täglichen Arbeit erhalten habe. Ich schulde auch Dank an Dr.-Ing. Michael Dues und Frank Neuer für den regen Austausch und die Unterstützung bei den Messungen.

Ein Dank gebührt auch meiner Familie für ihre Geduld und Unterstützung.

Abstract

At an on-site calibration of flowmeters by means of laser Doppler velocimetry, disturbed, non-rotationally symmetric flow profiles lead to an increased measurement uncertainty. The measurement of discrete flow velocities along a single path through the pipe axis and subsequent integration of the measured values into a volume flow result in a higher measurement uncertainty than when the method is applied to rotationally symmetric profiles. On-site measurements of full velocity profiles due to lack of optical accessibility is not feasible.

In this work, the path measurement is expanded to an entire flow profile by using numerical simulations of the flow. By integrating the velocity values of the complete flow profile, a reduction of the measurement uncertainty is achieved.

The core of this work is the Reynolds-averaged Navier-Stokes simulation (RANS) of disturbed pipe flows and the comparison with measurements. Flows are simulated through various pipe fittings with practical relevance and compared with measurement results of flow profiles of the same geometries. Due to the variation of RANS turbulence models different deviations to the measurement result are calculated. Among the RANS turbulence models used, a Reynolds Stress model reliably simulated the flow with a deviation less than 7 %. In contrast, linear eddy viscosity models frequently used in the literature provided results with a deviation of up to 14 %.

In addition, an interpolation method for connecting the existing path measurements and the simulation results is presented. By interpolating the simulation results with measurements on a path, e.g. from on-site measurements, the maximum deviation was reduced from 7 % to less than 4,5 %.

With the findings on turbulence modeling and the combination of measurement and simulation data, it is demonstrated in an iterative procedure that the measurement uncertainty is reduced. The determination of the volume flow rate from the integrated velocity values of the interpolated simulation result reduces the uncertainty in the best case by $2/3$ in comparison to the determination of the volume flow rate from the integration of the measurements on a path. On average, the uncertainty is reduced by half.

Kurzfassung

Bei der Vor-Ort-Kalibrierung (VOK) von Durchflussmessgeräten mittels Laser-Doppler-Velozimetrie tritt bei gestörten, nicht rotationssymmetrischen Strömungsprofilen eine erhöhte Messunsicherheit auf. Durch die verfahrensbedingte Messung von diskreten Strömungsgeschwindigkeiten auf nur einem Pfad durch die Rohrachse und einer anschließenden Integration der Messwerte zu einem Volumenstrom entsteht eine höhere Messunsicherheit als bei der Anwendung des Verfahrens auf rotationssymmetrische Profile. Vor Ort ist eine Messung des vollständigen Geschwindigkeitsprofils aufgrund mangelnder optischer Zugänglichkeit nicht realisierbar.

In dieser Arbeit wird durch numerische Simulationen der Strömung die Pfadmessung zu einem gesamten Strömungsprofil erweitert. Aus der Integration der Geschwindigkeitswerte des vollständigen Strömungsprofils wird eine Reduktion der Messunsicherheit erzielt.

Kernstück dieser Arbeit sind Reynolds-averaged Navier-Stokes-Simulationen (RANS) von gestörten Rohrströmungen und der Vergleich mit Messergebnissen. Es werden dabei Strömungen durch verschiedene praxisrelevante Rohreinbauten simuliert und mit Messergebnissen von Strömungsprofilen der gleichen Geometrien verglichen. Durch die Variation von RANS-Turbulenzmodellen werden unterschiedlich stark ausgeprägte Abweichungen zum Messergebnis berechnet. Unter den verwendeten RANS-Turbulenzmodellen berechnete ein Reynoldsspannungs-Modell die Strömung zuverlässig mit einer Abweichung kleiner 7 %. In der Literatur häufig verwendete lineare Wirbelviskositätsmodelle lieferten hingegen Ergebnisse mit einer Abweichung von bis zu 14 %.

Zusätzlich wird in der Arbeit ein Interpolationsverfahren zur Verbindung der vorhandenen Pfadmessungen und der Simulationsergebnisse vorgestellt. Durch die Interpolation der Simulationsergebnisse mit einem Messpfad, z. B. Messung aus der VOK, wurde die maximale Abweichung von zuvor 7 % auf kleiner 4,5 % reduziert.

Mit den Erkenntnissen zur Turbulenzmodellierung und Verbindung von Mess- und Simulationsdaten wird mit einem iterativen Verfahren belegt, dass die Messunsicherheit reduziert wird. Die Bestimmung des Volumenstroms aus den integrierten Geschwindigkeitswerten des interpolierten Simulationsergebnisses reduziert die Unsicherheit im besten Fall um 2/3 im Vergleich zur Bestimmung des Volumenstroms allein aus der Integration der Pfadmessung. Im Mittel wird die Unsicherheit um die Hälfte reduziert.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung und Ziele	2
1.2	Methodik	5
1.3	Aufbau der Arbeit	7
2	Stand der Technik	8
2.1	Grundlagen der CFD-Simulation	8
2.2	Turbulenzmodellierung	12
2.3	Praktische Anwendung der Simulationen von turbulenten Rohrströmungen	28
2.4	Grundlagen der LDV	37
3	Ganzfeldmessungen von Rohrströmungen mittels LDV	41
3.1	Beschreibung der Versuchseinrichtung	41
3.2	Störgeometrien	54
3.3	Untersuchung von gestörten Strömungsprofilen	57
4	CFD-Simulation von Rohrströmungen	58
4.1	Simulation von ungestörten, turbulenten Rohrströmungen	67
4.2	Simulation von gestörten Rohrströmungen	72
4.2.1	1/3-Segmentblende	72
4.2.2	Raumkrümmer	77
4.2.3	Kombination zweier Raumkrümmer mit variablem Abstand	82
4.3	Beschreibung der Unsicherheiten	88
5	Verknüpfung von Simulations- und Messergebnissen	91
5.1	Beschreibung des Interpolationsverfahrens	91
5.2	Anwendung auf Mess- und Simulationsdaten	96
5.3	Bewertung der Verfahrensverbesserung unter VOK-Bedingungen	98
6	Zusammenfassung	105
	Literaturverzeichnis	107
	Anhang	118

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: k- ϵ -Modellkonstanten	15
Tabelle 2: Realizable k- ϵ -Modellkonstanten.....	16
Tabelle 3: RNG-k- ϵ -Modellkonstanten	18
Tabelle 4: k- ω -Modellkonstanten	19
Tabelle 5: Terme der nichtlinearen Erweiterung der LEVM	20
Tabelle 6: Bestandteile der Transportgleichung für die Reynoldsspannungen	23
Tabelle 7: SSG- Modellkonstanten	25
Tabelle 8: DNS von turbulenten, ungestörten Rohrströmungen	29
Tabelle 9: LES-Untersuchungen turbulenter, ungestörter Rohrströmungen	31
Tabelle 10: RANS-Simulationen turbulenter Rohrströmungen.....	32
Tabelle 11: Laserparameter.....	45
Tabelle 12: Konstanten des GH-Profiles.....	50
Tabelle 13: Messergebnisse der Oberflächenrauheit.....	53
Tabelle 14: Numerische Lösungsverfahren	58
Tabelle 15: Lösungseinstellungen.....	61
Tabelle 16: Konvergenzkriterien	61
Tabelle 17: Übersicht der verwendeten Turbulenzmodelle	63
Tabelle 18: Randbedingungen für den Einlass des Strömungsgebiets.....	65
Tabelle 19: Randbedingungen für den Auslass des Strömungsgebiets.....	66
Tabelle 20: Randbedingungen für die Wände des Strömungsgebiets	67
Tabelle 21: Übersicht der verwendeten Auflösungsstufen des Rechengitters unterschieden nach low-Re- und high-Re-Modellen	69
Tabelle 22: Ergebnisse der Gitterstudie der ungestörten Rohrströmung	70
Tabelle 23: Abweichungen der Simulationsergebnisse mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zum GH-Profil	71
Tabelle 24: Übersicht der Eigenschaften der verwendeten Rechengitter beim Modell der 1/3-Segmentblende	74
Tabelle 25: Ergebnisse der Gitterstudie der 1/3-Segmentblende	75

Tabelle 26: Abweichungen der Simulationsergebnisse mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zum LDV-Messergebnis bei der 1/3-Segmentblende ...	75
Tabelle 27: Übersicht der Eigenschaften der verwendeten Rechengitter beim Modell des Raumkrümmers	78
Tabelle 28: Ergebnisse der Gitterstudie des Raumkrümmers	79
Tabelle 29: Abweichungen der Simulationsergebnisse mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zum LDV-Messergebnis beim Raumkrümmer	79
Tabelle 30: Übersicht der Eigenschaften der verwendeten Rechengitter bei den Modellen der Raumkrümmerkonfigurationen	83
Tabelle 31: Abweichungen der Simulationsergebnisse zum LDV-Messergebnis bei den verschiedenen Konfigurationen der Raumkrümmer .	83
Tabelle 32: Einflussgrößen auf die Messunsicherheit der LDV-Messung	88
Tabelle 33: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen aller Geometrien	103

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Exemplarischer Verlauf von Rohrleitungen in der Fernwärme ..	2
Abbildung 2: Messstelle der VOK	3
Abbildung 3: Verbindung von LDV-Pfadmessung mit CFD-Simulationsergebnissen zur Volumenstrombestimmung von nicht rotationssymmetrischen Strömungsprofilen	4
Abbildung 4: Darstellung der Vorgehensweise	6
Abbildung 5: Einordnung der Turbulenzmodelle zur Berechnung des Reynoldsspannungs-Tensors (e. D. nach [52]).....	27
Abbildung 6: Profile der dimensionslosen Geschwindigkeit turbulenter Rohrströmungssimulationen	30
Abbildung 7: Vergleich axialer Geschwindigkeitsprofile verschiedener Turbulenzmodelle am Austritt aus einem Rohrkrümmer (e. D. nach [78]) ...	34
Abbildung 8: LDV-Messverfahren (e. D. [86])	38
Abbildung 9: Erzeugung eines Interferenzstreifenmusters [86].....	40

Abbildung 10: Prüfstand zur Untersuchung von Strömungsprofilen mittels LDV	42
Abbildung 11: Detailansicht der Messstelle (Fensterkammer und LDV-Messsonde)	43
Abbildung 12: Schnittansicht der Fensterkammer.....	43
Abbildung 13: Messraster zur LDV-Messung, original Koordinaten (links) und von der Traverse angefahrene Koordinaten (rechts)	44
Abbildung 14: Kalibrierergebnis der MIDs.....	46
Abbildung 15: Darstellung der Vorlauf- und Störstrecke	47
Abbildung 16: u^+ und y^+ Gegenüberstellung des Gersten und Herwig Profils mit experimentellen Messdaten	50
Abbildung 17: Messergebnisse der ungestörten Rohrströmung	51
Abbildung 18: Messergebnis der Oberflächenrauheit eines PVC-Kunststoffrohrs.....	52
Abbildung 19: Moody-Diagramm (e. D. [99]).....	53
Abbildung 20: Untersuchte Strömungstörer (1/3-Segmentblende und Raumkrümmer).....	54
Abbildung 21: Darstellung unterschiedlicher Konfigurationen von zwei Raumkrümmern	56
Abbildung 22: Messergebnis der Messung des Einlassprofils	56
Abbildung 23: Messergebnisse der Strömung hinter der jeweiligen Störgeometrie bei $Re = 50.000$	57
Abbildung 24: Geometrie und Simulationsergebnis mit dem linear- bzw. upwind-Verfahren einer konvektiven Strömung (e. D. nach [101]).....	60
Abbildung 25: Darstellung der Verläufe der während der Simulationsrechnung ausgegebenen Werten	62
Abbildung 26: Prinzipdarstellung einer zyklischen Randbedingung	64
Abbildung 27: Rechengitter der ungestörten Strömung	68
Abbildung 28: Simulationsergebnisse der Berechnung einer ungestörten Rohrströmung.....	71
Abbildung 29: Simulationsmodell der 1/3-Segmentblende.....	72
Abbildung 30: Rechengitter der 1/3-Segmentblende (gekürzt)	73

Abbildung 31: Simulationsergebnisse der Strömung durch die 1/3-Segmentblende.....	76
Abbildung 32: Gegenüberstellung der Mess- und Simulationsergebnisse aus den Untersuchungen an der 1/3-Segmentblende	77
Abbildung 33: Modell der Raumkrümmers.....	78
Abbildung 34: Simulationsergebnisse der Strömung durch den Raumkrümmer	80
Abbildung 35: Gegenüberstellung der Mess- und Simulationsergebnisse aus den Untersuchungen am Raumkrümmer	81
Abbildung 36: Simulationsmodell zur Untersuchung der Strömung durch zwei Raumkrümmer mit einem 20 D-Zwischenstück.....	82
Abbildung 37: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 5 D-Zwischenstück	84
Abbildung 38: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 10 D-Zwischenstück	85
Abbildung 39: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 20 D-Zwischenstück	86
Abbildung 40: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 50 D-Zwischenstück	87
Abbildung 41: Linien- und Kreisinterpolation (LDV-Messpfad in blau und Übertragungsfunktion in schwarz).....	92
Abbildung 42: Darstellung möglicher Übertragungsfunktionen bei der Linieninterpolation.....	94
Abbildung 43: Darstellung möglicher Übertragungsfunktionen bei der Kreisinterpolation	95
Abbildung 44: Ergebnisse der Interpolation bei der Blende	96
Abbildung 45: Ergebnisse der Interpolation beim Raumkrümmer	96
Abbildung 46: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 5 D-Zwischenstück.....	97
Abbildung 47: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 10 D-Zwischenstück.....	97
Abbildung 48: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 20 D-Zwischenstück.....	97

Abbildung 49: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 50 D-Zwischenstück.....	97
Abbildung 50: Bestimmung des Volumenstroms aus einer Pfadmessung und Strömungssimulationen	99
Abbildung 51: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Blende.....	100
Abbildung 52: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie des Raumkrümmers.....	101
Abbildung 53: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 5 D-Zwischenstück.....	101
Abbildung 54: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 10 D-Zwischenstück.....	102
Abbildung 55: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 20 D-Zwischenstück.....	102
Abbildung 56: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 50 D-Zwischenstück.....	103
Abbildung 57: Darstellung der statistischen Messunsicherheit bei der Messung gestörter Strömungsprofile	119
Abbildung 58: Netzstudie für die ungestörte Rohrströmung bei unterschiedlichen Turbulenzmodellen.....	120
Abbildung 59: Gegenüberstellung von Simulationsergebnissen bei unterschiedlichem y^+ mit dem kEpsilon-Modell.....	120
Abbildung 60: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem kEpsilon-Modell.....	121
Abbildung 61: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem kOmega-Modell.....	121
Abbildung 62: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem LienCubicKE-Modell	122
Abbildung 63: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem SSG-Modell...	122
Abbildung 64: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem kEpsilon-Modell.....	123

Abbildung 65: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem kOmega-Modell.....	123
Abbildung 66: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem LienCubicKE-Modell	124
Abbildung 67: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem SSG-Modell	124
Abbildung 68: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Blende in Abhängigkeit der Position des Messpfades.....	125
Abbildung 69: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell des Raumkrümmers in Abhängigkeit der Position des Messpfades	126
Abbildung 70: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmerkonfiguration mit dem 5 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades	127
Abbildung 71: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmerkonfiguration mit dem 10 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades	128
Abbildung 72: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmerkonfiguration mit dem 20 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades	129
Abbildung 73: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmerkonfiguration mit dem 50 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades	130

Nomenklatur

Abkürzungen

<i>bzw.</i>	beziehungsweise
<i>e. D.</i>	eigene Darstellung
<i>vgl.</i>	vergleiche
<i>u. a.</i>	unter anderem
<i>z. B.</i>	zum Beispiel
<i>ARSM</i>	algebraisches Reynoldsspannungs-Modell
<i>Av</i>	Arithmetischer Mittelwert
<i>CFD</i>	computational fluid dynamics
<i>DN</i>	Durchmesser Nennmaß
<i>DNS</i>	direkte numerische Simulation
<i>EARSM</i>	explizites algebraisches Reynoldsspannungs-Modell
<i>Exp</i>	Experiment
<i>FDM</i>	Finite Differenzen Methode
<i>FVM</i>	Finite Volumen Methode
<i>FSD</i>	Fluidsystemdynamik
<i>GH</i>	Gersten Herwig
<i>Gp</i>	Gitterpunkte
<i>LDV</i>	Laser-Doppler-Velozimetrie
<i>LES</i>	large-eddy-simulation
<i>LEVM</i>	linear eddy-viscosity model / lineares Wirbelviskositätsmodell
<i>Linear</i>	lineare Funktion
<i>Mess</i>	Messung
<i>MID</i>	magnet-induktiver Durchflusssensor
<i>MP</i>	Messposition

<i>NLEVM</i>	non-linear eddy-viscosity model / nichtlineares Wirbelviskositätsmodell
<i>Quadr</i>	quadratische Funktion
<i>RANS</i>	Reynolds-Averaged-Navier-Stokes
<i>Re</i>	Reynoldszahl
<i>RSM</i>	Reynoldsspannungs-Modell
<i>SGS</i>	subgrid-scale
<i>Sim</i>	Simulation
<i>SM</i>	Spektral Methode
<i>Std</i>	Standardabweichung
<i>VOK</i>	Vor-Ort-Kalibrierung
<i>Vol</i>	Volumetrisch
<i>WALE</i>	wall-adapting local eddy-viscosity
<i>Wend</i>	Wendland-Funktion

Symbol	Beschreibung
Griechische Symbole	
α	Konstante der Turbulenzmodellierung
α_{GH}	Konstante des GH-Profiles
α_n	Koeffizient
β	Konstante der Turbulenzmodellierung
β_{GH}	Konstante des GH-Profiles
δ_{ij}	Kronecker-Delta
ε	Dissipationsrate
κ	von Kármán Konstante
λ	Rohrreibungszahl
λ_L	Wellenlänge
λ_W	Wärmeleitfähigkeit
ν	kinematische Viskosität
ν_t	Wirbelviskosität
ρ	Dichte
$\sigma_\varepsilon, \sigma_\omega, \sigma_k$	Konstanten der Turbulenzmodellierung
τ	Spannungstensor
φ_L	Schnittwinkel der Laserstrahlen
φ	Pfadwinkel
φ_{Drall}	Drallwinkel
φ_{PK}	Polarwinkel
ψ	Strömungswinkel
ω	turbulente Frequenz
Λ	Konstante des GH-Profiles
Φ_{ij}	Druck-Scher-Korrelation
Ω_{ij}	Wirbeltensor

Lateinische Symbole

a	Konstante des GH-Profiles
a_{ij}	Anisotropietensor
b	Konstante des GH-Profiles
c	Ordinatenabschnitt
c_{Licht}	Lichtgeschwindigkeit
e	spezifische innere Energie
f_0	Laserlichtfrequenz
f_D	Detektorfrequenz
g	Erdbeschleunigung
k	spezifische turbulente kinetische Energie
k_{mess}	Erweiterungsfaktor für Messunsicherheit
\vec{l}	Richtungsvektor der Laserstrahlausbreitung
\vec{l}_D	Detektionsrichtungsvektor
l_m	Mischungsweg
l_r	Länge der Rauheitsmessung
m	Steigung
p	Druck
\vec{q}	Wärmestromvektor
r	Radius
t	Zeit
tu_{Int}	Turbulenzintensität
tu	Turbulenzgrad
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit
\vec{u}	Geschwindigkeitsvektor
u_i, u_j	Geschwindigkeitsvektor
u	Geschwindigkeitskomponente normal zur Rohrachse

v	Geschwindigkeitskomponente normal zur Rohrachse
w	Geschwindigkeitskomponente entlang der Rohrachse
w_m	axiale Strömungsgeschwindigkeit in der Mitte einer ausgebildeten Strömung
w_{vol}	volumetrische Strömungsgeschwindigkeit
x_i, x_j	Ortsvektor
x_{LDV}	Position auf Messpfad
y^+	dimensionsloser Wandabstand
A_0	Konstante der Turbulenzmodellierung
A_2	Parameter der Turbulenzmodellierung
B	Konstante des GH-Profiles
\bar{C}	Konstante des GH-Profiles
C_μ	Anisotropiekoeffizient
$C_1, C_1', C_2, C_2',$ $C_3, C_4, C_5, C_{\varepsilon 1},$ $C_{\varepsilon 2}, C_D$	Konstanten der Turbulenzmodellierung
D	Durchmesser
E	totale spezifische innere Energie
K_a	Asymmetriefaktor
K_p	Profilmfaktor
K_{tu}	Turbulenzfaktor
L	Länge
L_t	Längenmaß der Turbulenz
P_{ij}	Produktion
Q	Volumenstrom
R	Außenradius
Ra	Mittenrauwert
Re	Reynoldszahl

Re_τ	Wandschubspannungs-Reynoldszahl
S	mittlere Scherrate
S_{ij}	Scherratentensor
T	Temperatur
U_t	charakteristisches Geschwindigkeitsmaß

1 Einleitung

Im Jahr 2016 waren laut Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft [1] in Deutschland insgesamt 26.000 km Fernwärmeleitungen verlegt. Ein Teil davon versorgten in Berlin rund 1,2 Mio. Haushalte und Industrieanlagen mit Wärmeleistung zum Betreiben von Heizungsanlagen, Warmwasseranlagen und Lüftungs- bzw. Klimaanlageanlagen [2]. Um dieses Leitungssystem zuverlässig betreiben zu können, ist es von besonderer Bedeutung, wichtige Prozessgrößen wie den Volumenstrom in den verzweigten Leitungen präzise zu bestimmen. Durch eine sichere Bestimmung des Volumenstroms kann sichergestellt werden, dass ungewollte Betriebszustände vermieden und Leckagen frühzeitig entdeckt werden. Darüber hinaus wird unter Berücksichtigung dieses Wertes die Fernwärmeliefermenge berechnet.

Der Volumenstrom wird in den meisten Fällen mit Durchflussmessgeräten gemessen, die keinen Eingriff in die Strömung haben. Dies bedeutet, dass das Messgerät so gestaltet ist, dass durch die Messung die Strömung nicht beeinflusst wird. Es stehen also keine Bauteile in der Strömung wie bei Wirkdruckgebern oder Wirbelzähler-Messgeräten. Dazu wird die Strömung auch nicht durch Düsen oder durch eine besonders gestaltete Rohrführung, wie bei Coriolis-Durchflussmessgeräten, konditioniert bzw. umgelenkt. Dadurch bewirken diese Messgeräte einen geringen Energie- bzw. Druckverlust in der Strömung und weisen einen minimalen Wartungs- und Pflegebedarf auf.

Besonders häufig werden magnetisch-induktive Durchflusssensoren (MID) und Ultraschall-Durchflusssensoren verwendet. Bei Ultraschallsensoren wird in vielen Fällen auf die Clamp-on Ausführung zurückgegriffen. Dabei werden die Sensoren von außen am Rohr befestigt. Der Volumenstrom kann durch die Rohrwand hindurch ermittelt werden. Das hat den Vorteil, dass diese Messgeräte, da die Rohrverbindung nicht unterbrochen werden muss, auch nachträglich eingebaut werden können. Die MIDs hingegen benötigen einen direkten Kontakt mit der Strömung. Sie werden in das Rohrleitungssystem integriert. [3]

Alle genannten Messgeräte haben gemeinsam, dass bestimmte Randbedingungen eingehalten werden müssen, damit die Messabweichung gering gehalten wird. Störkörper wie Rohrkrümmer oder Drosselarmaturen (vgl. Abbildung 1) beeinflussen das Strömungsprofil derartig, dass dieses nicht mehr rotationssymmetrisch ist. Dies führt am dahinterliegenden Durchflussmessgerät zu Messfehlern.

Nach dem TÜV Deutschland werden jedes Jahr mehrere 100 Mio. Euro durch Messfehler falsch in Rechnung gestellt [4]



Abbildung 1: Exemplarischer Verlauf von Rohrleitungen in der Fernwärme

Darüber hinaus werden diese Messgeräte werksseitig bei 20 °C kalibriert. Bei Temperaturen im Fernwärmenetz von 40 bis 135 °C [2] entstehen durch diese Temperaturunterschiede zur Kalibrierung ebenfalls Messabweichungen bei der Volumenstrommessung. Zusätzlich kommt es bei längeren Gebrauchszeiten zu einem altersbedingten Ansteigen der Messunsicherheit des Messgerätes. Nach Dues und Müller [5] liegt dieser Messfehler im Rahmen von 3 bis 5 %. In Einzelfällen wurde eine Messunsicherheit von mehr als 20 % [6] festgestellt. Bei einer beispielsweise gelieferten Wärmemenge von 17.500 MWh im Jahr [7] entsteht durch eine Messunsicherheit von 4 % und einem Fernwärmepreis von 51,25 €/MWh [8] eine Unsicherheit bei der Abrechnung von 36.000 €.

1.1 Problemstellung und Ziele

Um der Messunsicherheit bei der Volumenstrommessung in Fernwärmeleitungen entgegenzuwirken, werden die Messgeräte im eingebauten Zustand vor Ort kalibriert. Zum einen ist der Ausbau der Durchflussmessgeräte mit einem enormen personellen Aufwand verbunden. Zum anderen ist eine Stilllegung der Leitungen zum Ausbau selten möglich, da die Fernwärmeversorgung der Haushalte stets gewährleistet sein muss. Darüber hinaus sind Dienstleister, die diese Durchflussmessgeräte bei den Fluidtemperaturen in der Fernwärme kalibrieren können, nicht bekannt. Die Vor-Ort-Kalibrierung (VOK) hingegen hat den großen Vorteil, dass das Messgerät unter den im Betrieb herrschenden Bedingungen kalibriert wird. So kann der Einfluss der Temperatur und der Zuströmbedingung (Geschwindigkeitsprofil) mitberücksichtigt werden.

Für die VOK wird zu Beginn ein Kugelhahn an die Rohrleitung geschweißt. Dieser dient als Aufnahme für die weiteren eingesetzten Werkzeuge und Messgeräte. Im Anschluss wird die Rohrleitung durch den Kugelhahn hindurch im laufenden Betrieb über eine spezielle Einrichtung angebohrt. Die Öffnung wird nach dem Entfernen des Bohrers mit einem Glasfenster verschlossen. Durch den Kugelhahn ist auch sichergestellt, dass bei Leckagen beim Anbohren oder Einsetzen des Fensters dieser Teil der Rohrleitung schnell wieder verschlossen werden kann. Im Anschluss können nun unter Verwendung eines laseroptischen Messverfahrens Strömungsgeschwindigkeiten an diskreten Stellen im Rohr bestimmt werden. Wird dies entlang eines Pfades durch die Rohrachse fortgesetzt, erhält man ein Geschwindigkeitsprofil, aus welchem über Integration ein Volumenstrom berechnet werden kann. [9, 6]

In Abbildung 2 sind Eindrücke einer Messstelle der VOK dargestellt.

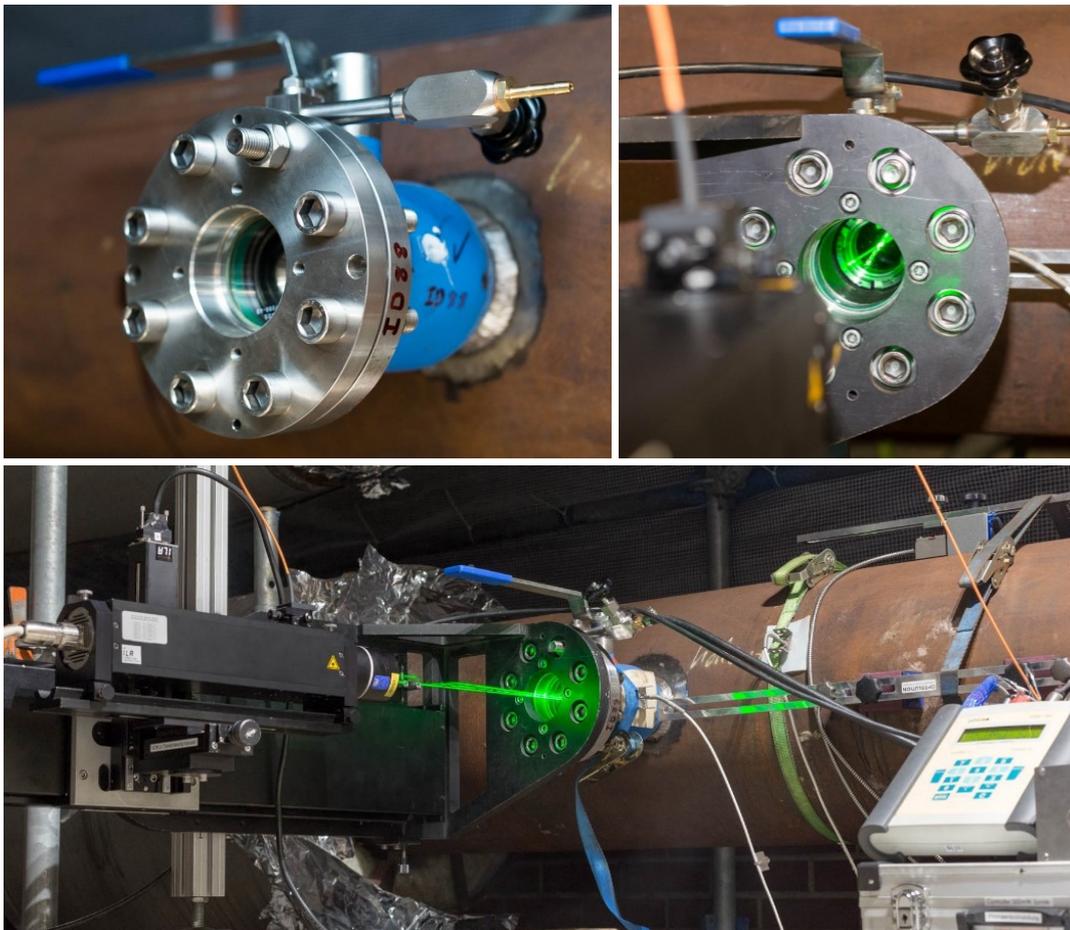


Abbildung 2: Messstelle der VOK

In den meisten Fällen werden die Strömungsgeschwindigkeiten aufgrund beengter optischer Zugänglichkeit und Kostendruck auf einer Achse bzw. einem Pfad rechtwinklig zur Strömungsrichtung gemessen. Handelt es sich bei

dem gemessenen Strömungsprofil um ein rotationssymmetrisches Profil, kann der Volumenstrom direkt durch Integration der Strömungsgeschwindigkeiten entlang des Pfades bestimmt werden. Aufgrund der hohen Genauigkeit des laseroptischen Messverfahrens ist die Abweichung bei der Bestimmung des Volumenstroms mit dem Verfahren der Vor-Ort-Kalibrierung unter Laborbedingungen und rotationssymmetrischen Strömungsprofilen geringer als 0,6 % zum tatsächlichen Wert [6].

Bei nicht rotationssymmetrischen Strömungsprofilen, steigt jedoch die Messabweichung bei der Volumenstrombestimmung durch die Pfad-Integration der Messwerte. Der integrierte Volumenstrom und damit auch die Messabweichung zum tatsächlichen Wert schwankt zusätzlich je nach Lage des Messpfades. An dieser Stelle können numerische Simulationen (CFD) der Strömungen durch die Rohrgeometrien unterstützend angewendet werden. In Abbildung 3 ist dargestellt, wie durch Verbindung von Pfadmessung (links) und CFD-Simulation die Geschwindigkeitswerte des restlichen Strömungsprofils (rechts) ergänzt werden.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, durch eine Verbindung von laseroptischen Messungen mit numerischen Strömungssimulationen die Unsicherheit der VOK beim Auftreten von nicht rotationssymmetrischen Strömungsprofilen zu reduzieren.

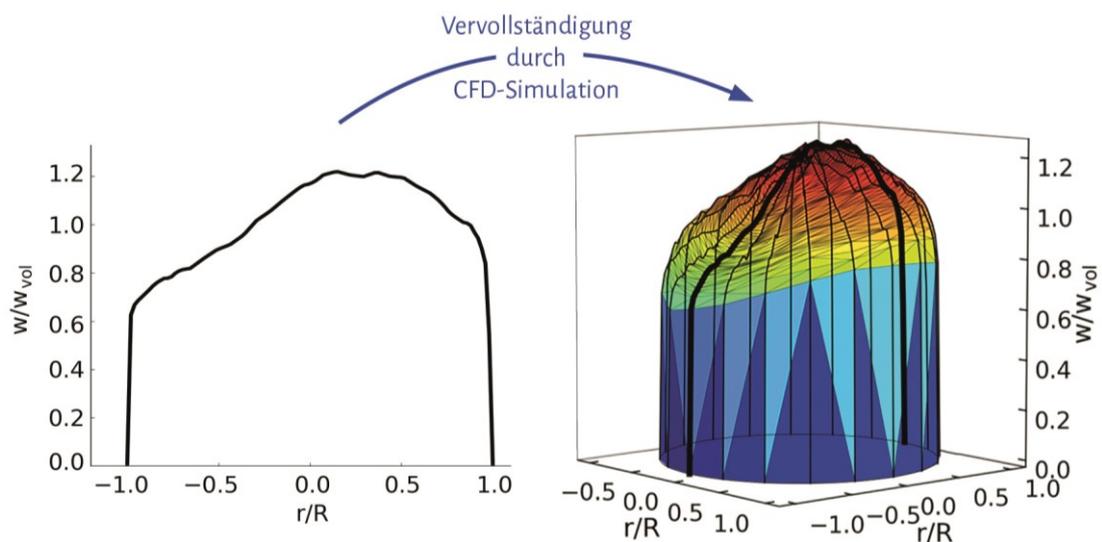


Abbildung 3: Verbindung von LDV-Pfadmessung mit CFD-Simulationsergebnissen zur Volumenstrombestimmung von nicht rotationssymmetrischen Strömungsprofilen

1.2 Methodik

Zur Reduktion der Unsicherheit der VOK bei nicht rotationssymmetrischen Strömungsprofilen ist es notwendig, Rohrströmungen sowohl experimentell als auch numerisch durch den Einsatz von Laser-Doppler-Velozimetrie (LDV) und Computational Fluid Dynamics (CFD) zu untersuchen. Entsprechend der Übersicht in Abbildung 4 werden im Folgenden die einzelnen Teilbereiche (blau umrandete Rechtecke) beschrieben.

Für die experimentellen Messungen steht ein Prüfstand am Fachgebiet für Fluidsystemdynamik (FSD) der Technischen Universität Berlin zur Verfügung, der es ermöglicht, Strömungsprofile mit dem LDV-Verfahren im Nachlauf von praxisrelevanten Störgeometrien zu messen. Durch die Verwendung einer speziellen Fensterkammer werden die Strömungsgeschwindigkeiten des Fluides auf dem gesamten Rohrquerschnitt aufgenommen. Durch eine im Vorfeld durchgeführte Studie sind häufig vorkommende Störungen von Rohrströmungen in der Fernwärme bestimmt worden, die anschließend am Prüfstand in der Rohrdimension DN50 realisiert wurden. Durch die Festlegung der Strömungsbedingungen auf eine Reynoldszahl von 50.000 wurde ein Kompromiss zwischen Simulationsaufwand und realen Betriebsbedingungen geschaffen. In CFD-Simulationen stellen Strömungen in hohen Bereichen von Reynoldszahlen strikte Bedingungen an die Vernetzung des Rechengebiets. Gerade die Auflösung des Geschwindigkeitsgradienten an der Wand benötigt eine feine Vernetzung, was zu einem hohen Rechenaufwand führt. Die auftretenden Reynoldszahlen in der Fernwärme sind aufgrund der Temperaturen $> 80\text{ °C}$ und großen Volumenströmen überwiegend größer. Ab einer Reynoldszahl von 2320 [10] ist davon auszugehen, dass eine turbulente Strömung vorliegt (vgl. Anhang). Sowohl die Strömungen in der Fernwärme als auch im Experiment befinden sich im turbulenten Bereich.

Parallel zu den experimentellen Untersuchungen werden numerische Simulationen der gleichen Störgeometrien durchgeführt. Es ist von besonderer Bedeutung, die genauen Abmaße der verschiedenen Geometrien aufzunehmen, um ein präzises virtuelles Modell als Basis für die Simulationen zu erstellen. Die Simulationen werden mit dem nicht kommerziellen Simulationsprogramm OpenFOAM durchgeführt. Mithilfe der Ergebnisse aus den experimentellen Untersuchungen können die Resultate der Simulationen validiert und erste Fehler abgeschätzt werden. Da aus den Messungen vollständige Geschwindigkeitsprofile vorliegen, kann präzise untersucht werden, welche Turbulenzmodellierungen und numerischen Verfahren die geringsten Abweichungen zu den Messungen bewirken.

Im Anschluss daran wird ermittelt, ob eine Verbindung von experimentellen und numerischen Ergebnissen eine verbesserte Übereinstimmung der Simulation mit den Messungen liefert.

Zuletzt wird diese Methode der Verbindung von numerischen Ergebnissen und Pfadmessung auf die bei der VOK vorkommenden Messungen übertragen. Die davor gewonnenen Kenntnisse über die Simulation von turbulenten, gestörten Rohrströmungen werden hier angewendet. Dabei wird ganz dem Verfahren der VOK folgend nun nur noch ein Pfad aus den Messungen verwendet. Die Informationen für die Randbedingungen der Simulation werden aus der Pfadmessung abgeleitet. Als Resultat wird beurteilt, ob nun durch das Einbeziehen von numerischen Simulationen die Messunsicherheit des Verfahrens bei der Bestimmung des Volumenstroms bei gestörten Strömungsprofilen reduziert wird.

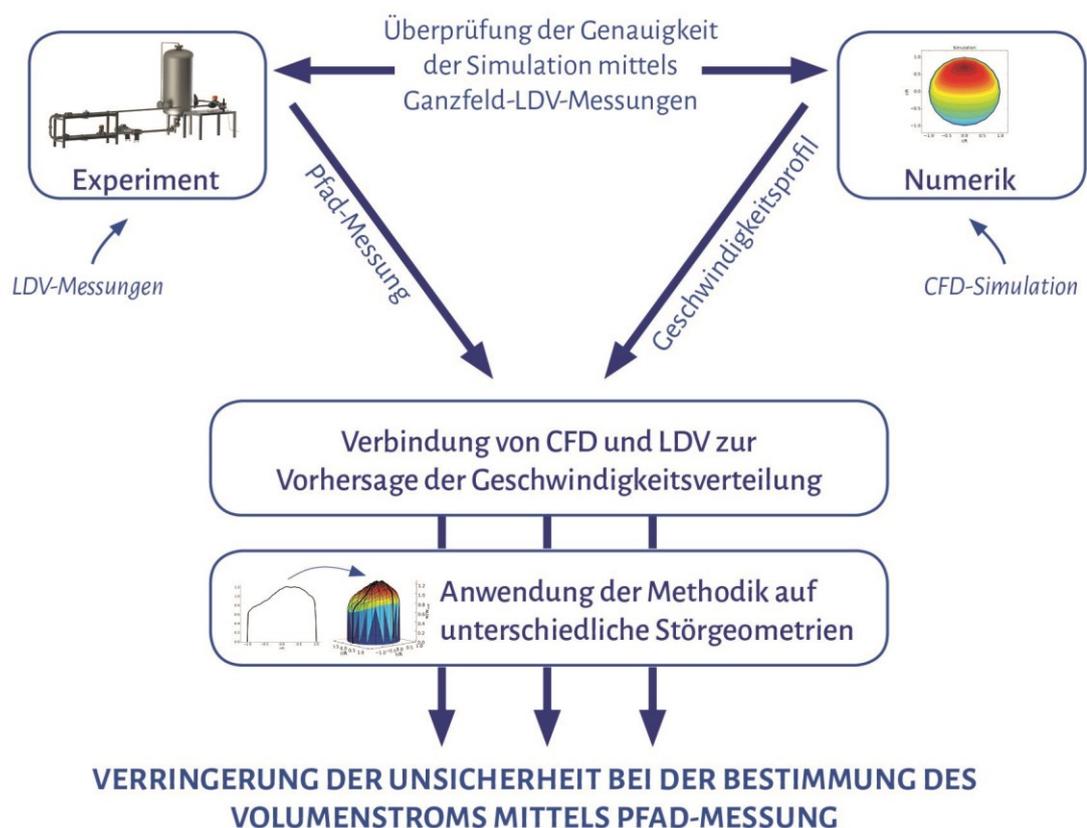


Abbildung 4: Darstellung der Vorgehensweise

1.3 Aufbau der Arbeit

Die CFD-Simulationen und das LDV-Messverfahren stellen in dieser Arbeit zwei wesentliche Bestandteile dar. Daher werden zunächst im *zweiten Kapitel* die Numerik, insbesondere die unterschiedlichen Arten der Turbulenzmodellierung, sowie das LDV-Messverfahren dargestellt.

Im *dritten Kapitel* wird der Prüfstand mit den relevanten Schnittstellen zur Simulation beschrieben. Hinzu kommt die Vorstellung der verwendeten Störgeometrien. Abgeschlossen wird das Kapitel mit der Darstellung der Messergebnisse.

Darauffolgend werden im *vierten Kapitel* die Simulationsergebnisse dargestellt. Im ersten Schritt jeder vorgestellten Simulation wird untersucht, ab welcher Rechengittergröße das Simulationsergebnis unabhängig von dieser ist. Im Anschluss werden die Strömungen auf dem ausgewählten Rechengitter mit unterschiedlichen Turbulenzmodellen simuliert.

Durch die Berechnung der Abweichung zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen wird ein geeignetes Turbulenzmodell ausgewählt. Das Kapitel endet mit einer Beschreibung der Einflussgrößen, die zu den bleibenden Abweichungen führen.

Im *fünften Kapitel* wird gezeigt, wie die numerischen und experimentellen Daten miteinander verbunden werden. Dazu wird beschrieben, welche Interpolationsverfahren verwendet werden können, um eine Pfadmessung mit einem simulierten Geschwindigkeitsprofil zu verbinden. Anschließend wird gezeigt, in welchem Maß eine weitere Reduktion der Abweichung zwischen dem nun interpolierten Geschwindigkeitsprofil aus Pfadmessung sowie Simulationsergebnis und dem gemessenen Geschwindigkeitsprofil erzielt werden kann. Abgeschlossen wird das Kapitel mit einer Anwendung des Interpolationsverfahrens. Anhand einer beliebigen Pfadmessung und durch Einbeziehung der Simulation sowie der Interpolation wird der Volumenstrom bestimmt. Durch Vergleichen des Volumenstroms aus der integrierten Pfadmessung (konventionelles Verfahren) sowie dem Volumenstrom aus dem interpolierten Geschwindigkeitsprofil mit einem Referenzwert wird beurteilt, ob die Unsicherheit bei der Volumenstrombestimmung reduziert wurde.

Zum Schluss werden im *sechsten Kapitel* die gewonnenen Ergebnisse zusammengefasst und ein Ausblick über mögliche, weiterführende Ansätze zu dieser Arbeit vorgestellt.

2 Stand der Technik

Im Hinblick auf den Schwerpunkt der Arbeit ist die Recherche zum aktuellen Stand der Technik auf die numerischen Grundlagen der CFD einschließlich der unterschiedlichen Ansätze der RANS-Turbulenzmodellierung gerichtet. Außerdem wird ein Überblick über durchgeführte Simulationen von turbulenten Rohrströmungen geschaffen. Hierbei werden der Vollständigkeit halber auch Direkte-Numerische- und Large-Eddy-Simulationen einbezogen. Abgeschlossen wird das Kapitel mit einer Beschreibung des LDV-Messverfahrens.

2.1 Grundlagen der CFD-Simulation

CFD-Simulationen haben seit den ersten Anfängen in der Wissenschaft als auch in der Industrie stets an Bedeutung gewonnen. Wurden zu Beginn numerische Simulationen nur in Hochtechnologiebereichen wie der Luft- und Raumfahrt eingesetzt, so ist diese Methode durch die Entwicklungen in der Computertechnologie nun in vielen Gebieten wiederzufinden.

Eine Strömung wird mathematisch durch die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie beschrieben. Im Folgenden werden die Erhaltungsgleichungen für eine kompressible Strömung angegeben.

Erhaltungsgleichungen

Die Massenerhaltung wird durch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2-1)$$

ausgedrückt. Hierbei steht t für die Zeit, ρ für die Dichte, \vec{u} für die Geschwindigkeit und ∇ für den mathematischen Operator Nabla.

Mit g für die Erdbeschleunigung, p für den Druck und τ für den Spannungstensor gilt für die Impulserhaltungsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{g}. \quad (2-2)$$

Das Rechenzeichen \otimes bildet das dyadische Produkt. [11]

Für den Energiesatz einer Strömung gilt schließlich

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} E) = \nabla \cdot (\tau \cdot \vec{u} - \lambda_w \nabla T - p \vec{u}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{u} \quad (2-3)$$

mit den Größen E für die totale spezifische innere Energie, welche sich aus der spezifischen inneren Energie e und kinetischen Energie $1/2 |\vec{u}|^2$ (die potentielle Energie wird vernachlässigt) zusammensetzt, sowie λ_w für den Wärmeleitkoeffizienten in Verbindung mit der Temperatur T [12].

Ein Sonderfall ist die inkompressible, isotherme Strömung von newtonschen Fluiden. Hier können nun die Spannungen in τ durch die Geschwindigkeit \vec{u} bzw. die Gradienten der Geschwindigkeiten anhand des newtonschen Schubspannungsansatzes bestimmt werden [10]. Damit gilt für die Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2-4)$$

und für die Impulserhaltungsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{u}) + \nabla \cdot (\vec{u} \otimes \vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{u} + \vec{g} \quad (2-5)$$

mit ν als kinematische Viskosität und Δ als Laplace-Operator ($\Delta = \nabla \cdot \nabla$). Für die Gleichungen (2-4) und (2-5) kann in Indexnotation und unter Berücksichtigung der einsteinschen Summenkonvektion

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-6)$$

und

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i \quad (2-7)$$

mit $i, j = x, y, z$

geschrieben werden. [13]

Die zwei Erhaltungsgleichungen sind ausreichend, damit die Geschwindigkeiten in die drei Raumrichtungen und der Druck bestimmt werden können. Die Dichte und die kinematische Viskosität sind nun konstante Stoffwerte. Beim Betrachten der Gleichung (2-4) und (2-5) bzw. (2-6) und (2-7) fällt auf, dass diese durch die gesuchten Größen gekoppelt sind. Die Geschwindigkeit ist in beiden Gleichungen vertreten. Zusätzlich ist das Gleichungssystem nicht linear. Dies führt dazu, dass die Gleichungen nur in Ausnahmefällen analytisch gelöst werden können. In den meisten technischen Anwendungen wird ein numerisches Lösungsverfahren angewendet.

Simulation von turbulenten Strömungen

Zur Berechnung einer turbulenten Strömung werden im Allgemeinen bei gitterbasierten Methoden drei verschiedene Beschreibungsmöglichkeiten angewendet. Sie unterscheiden sich in der mathematischen Modellierung und im Rechenaufwand. Neben der direkten numerischen Simulation (DNS) werden noch Large-Eddy-Simulationen (LES) und Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Verfahren (RANS) verwendet.

Bei der DNS wird das Gleichungssystem ohne weitere Annahmen zur Turbulenzmodellierung numerisch gelöst. Die Simulationsergebnisse entsprechen den realen Strömungsvorgängen. Dieses Verfahren benötigt aber leistungsfähige Computer, da bei turbulenter Strömung zum Auflösen der kleinsten Wirbel die Rechengitter relativ fein strukturiert sein müssen. Darüber hinaus wird ein ausreichend kleiner Zeitschritt gewählt, damit auch die kürzesten transienten Vorgänge berechnet werden. Die DNS ist hauptsächlich als ein Forschungswerkzeug zu verstehen [13].

Um die Anforderungen an das Rechengitter und den Zeitschritt zu senken, werden in den meisten Fällen Turbulenzmodelle verwendet. Dadurch können turbulente Strömungen auch mit handelsüblichen Computern in einer annehmbaren Rechenzeit hinreichend genau simuliert werden. Bei LES werden die energiereichen, großskaligen Turbulenzstrukturen berechnet und der Einfluss der kleinskaligen Turbulenzstrukturen modelliert. Dieses Modell gewinnt durch die zunehmende Entwicklung der Computertechnologie an Bedeutung. Jedoch ist der Rechenaufwand bei den meisten Anwendungen weiterhin zu groß.

Aus diesem Grund werden Reynolds-gemittelte Gleichungen verwendet, welche die turbulente Strömung durch die Summe aus einem zeitgemittelten Wert und einer Schwankung um diesen Wert darstellt. Bei diesem Verfahren können gröbere Rechengitter verwendet werden, was zu kürzeren Rechenzeiten führt. So hat sich das RANS-Verfahren im Vergleich zu den anderen beschriebenen Verfahren mit dem kleinsten Rechenaufwand bei gleichzeitig genügend aussagekräftigen Ergebnissen zum Standardwerkzeug der Industrie etabliert [14]. Im weiteren Verlauf wird daher das RANS-Verfahren ausführlicher beschrieben.

RANS-Verfahren

Beim RANS-Verfahren liegen die sogenannten Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen vor, welche durch die Aufteilung der Strömungsgrößen in Mittelwerte und Schwankungswerte in Verbindung mit einer erneuten Mittelung erhalten werden. Für die Strömungsgeschwindigkeiten und den Druck gilt wie folgt:

$$u_i(t) = \bar{u}_i + u'_i(t) \quad (2-8)$$

und

$$p(t) = \bar{p} + p'(t). \quad (2-9)$$

Somit ergibt sich für die Gleichungen (2-6) und (2-7) das folgende Gleichungssystem, wobei wieder die Indexschreibweise verwendet wird:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-10)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(u'_i u'_j)}. \end{aligned} \quad (2-11)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite wird nun in dieser Schreibweise (vgl. Gleichung (2-7)) dargestellt, da dies in den weiteren Erläuterungen der Turbulenzmodelle vorteilhaft ist. Der letzte Term in Gleichung (2-11) wird als Reynoldsspannung (auch Scheinspannung) bezeichnet. Durch die unbekannte Reynoldsspannung ist das Gleichungssystem nicht mehr geschlossen (es sind mehr unbekannte Größen als Gleichungen vorhanden). Zur Lösung des sogenannten Schließungsproblems müssen Annahmen getroffen werden, welche als Turbulenzmodelle bezeichnet werden. [13]

2.2 Turbulenzmodellierung

Ein Ansatz zum Lösen des Schließungsproblems ist, die Reynolds-Spannungen analog zu den viskosen Spannungen in Verbindung mit einer turbulenten Zähigkeit bzw. Wirbelviskosität darzustellen [15]. Dieses Vorgehen ist auch bekannt als Boussinesq-Ansatz [16]. Für die Reynoldsspannung gilt:

$$-\overline{(u'_i u'_j)} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \quad (2-12)$$

Hierbei steht ν_t für die Wirbelviskosität. Im Gegensatz zu der kinematischen Viskosität ν ist die Wirbelviskosität keine Stoffgröße, sondern hängt vom Strömungszustand ab. Um ν_t zu berechnen, werden zusätzliche Gleichungen benötigt. Außerdem bezeichnet k die spezifische turbulente kinetische Energie der Turbulenz:

$$k = \frac{1}{2} \overline{(u'_i u'_i)}. \quad (2-13)$$

Das Kronecker-Delta δ_{ij} nimmt den Wert 1 bei der Gleichheit der Indizes i und j an. Ansonsten hat es den Wert 0. Die Gleichung (2-11) wird nun zu:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{p} + \rho^2/3 k \delta_{ij})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right). \end{aligned} \quad (2-14)$$

Eine Dimensionsanalyse zeigt, dass die unbekannte Wirbelviskosität durch ein charakteristisches Geschwindigkeits- und Längenmaß der Turbulenz ausgedrückt werden kann:

$$\nu_t \left[\frac{m^2}{s} \right] \propto U_t \left[\frac{m}{s} \right] \cdot L_t [m]. \quad (2-15)$$

Die Einteilung der Wirbelviskositätsmodelle erfolgt üblicherweise über die Anzahl der Differentialgleichungen, die für die Berechnung von ν_t benutzt werden.

Bei Nullgleichungs-Modellen wird das charakteristische Geschwindigkeits- und Längenmaß durch einen algebraischen Zusammenhang beschrieben. Diese Art gehört zu den frühesten Turbulenzmodellen. Sie zeichnen sich durch eine einfache Implementierung aus und ergeben akzeptable Ergebnisse für

einige Anwendungen von technischer Relevanz. Zu der bekanntesten Entwicklung bei den Nullgleichungsmodellen zählt der prandtlische Mischungswegansatz [17] mit

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|. \quad (2-16)$$

Hier steht l_m für den Mischungsweg, welcher von der Art der Strömung abhängig ist. Dieser Ansatz ist nicht für die Berechnung von Strömungen mit Rezirkulation und Ablösung geeignet.

Bei Eingleichungs-Modellen wird für die Berechnung der Wirbelviskosität das charakteristische Geschwindigkeitsmaß nach

$$U_t = \sqrt{k} \quad (2-17)$$

und das charakteristische Längenmaß empirisch oder durch eine algebraische Berechnung bestimmt. Damit gilt für die Wirbelviskosität ν_t :

$$\nu_t = C_D L_t \sqrt{k}. \quad (2-18)$$

C_D steht für eine dimensionslose Konstante. In diesen Modellen wird folglich eine Transportgleichung für k benötigt. Im Eingleichungs-Modell von Spalart & Allmaras [18] wird direkt eine Transportgleichung für die Wirbelviskosität gelöst. Dieses Modell ist unter anderem für die Simulation von Tragflächenumströmungen entwickelt worden, bei der es zum Strömungsabriss kommen kann. Es können Grenzschichtströmungen sowie Scher- und Nachlaufströmungen mit hinreichender Genauigkeit simuliert werden. Für die Berechnung komplexer Strömungskonfigurationen sind die Modelle dagegen ungeeignet [14].

Bei Zweigleichungs-Modellen werden das charakteristische Geschwindigkeits- und Längenmaß durch Differentialgleichungen bestimmt. Im Anschluss wird mit den erhaltenen Ergebnissen die Wirbelviskosität berechnet. Für das charakteristische Längenmaß gilt im k - ε -Modell:

$$L_t = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}. \quad (2-19)$$

Diese Art von Turbulenzmodellen wird von der Industrie am meisten bevorzugt. Zweigleichungs-Modelle sind immer noch die erste Wahl für allgemeine CFD-Berechnungen, wobei neben dem k - ε -Modell auch das k - ω -Modell weit verbreitet ist.

k-ε-Modell

Das k-ε-Modell ist das am häufigsten verwendete und getestete Zweigleichungs-Modell mit vielen Verbesserungen bzw. Anpassungen für bestimmte Strömungsarten. Für das k-ε-Modell [19] gilt für die Wirbelviskosität nach Gleichung (2-15) mit den zuvor gezeigten Annahmen für das charakteristische Geschwindigkeits- und Längenmaß:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (2-20)$$

Die exakte Gleichung für k wird anhand der Impulsgleichungen hergeleitet [15, 11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \overbrace{\frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j}}^{\text{Konvektion}} &= - \overbrace{\frac{u'_i u'_j}{\partial x_j} (\partial \bar{u}_i)}^{\text{Produktion}} - \overbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial (u'_i u'_i u'_j)}{\partial x_j}}^{\text{turbulente Diffusion}} - \overbrace{\frac{\partial p' u'_j}{\rho \partial x_j}}^{\text{Druck-Diffusion}} \\ &- \overbrace{v \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}^{\text{Dissipation}} + \overbrace{v \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j}}^{\text{molekulare Diffusion}}. \end{aligned} \quad (2-21)$$

Der erste Term auf der linken Seite stellt die zeitliche Änderung von k an einem Ort dar. Daraufhin folgt der Transport von k mit der Strömung. Beide Terme benötigen keine Modellierung. Der erste Term auf der rechten Seite steht für die Produktion von k . In diesem Term sind die Reynoldsspannungen enthalten, welche nach Gleichung (2-12) ohne den turbulenten Druck modelliert werden:

$$-\overline{(u'_i u'_j)} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}. \quad (2-22)$$

Die turbulente Diffusion sowie die Druck-Diffusion werden zusammen modelliert. Es wird die Wirbelviskosität ν_t aus dem Boussinesq-Ansatz als ein Mischungskoeffizient verwendet, welcher aber mit einem empirischen Faktor σ_k korrigiert wird. In Verbindung mit dem Gradienten von k wird damit ein Fluss der turbulenten kinetischen Energie erzeugt, welcher wie eine Diffusion wirkt und vorhandene räumliche Unterschiede in dieser ausgleicht [11]:

$$-\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j} - \overline{p' u'_j} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j}. \quad (2-23)$$

Die Dissipationsrate ε wird über eine weitere Transportgleichung berechnet:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_j \varepsilon)}{\partial x_j} \\ & = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{aligned} \quad (2-24)$$

Mit diesen Vereinfachungen und Annahmen ergibt sich für die Modelltransportgleichung der turbulenten kinetischen Energie:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_j k)}{\partial x_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \varepsilon. \quad (2-25)$$

Die unbekanntenen Koeffizienten werden durch Betrachtung einfacher Strömungsfelder bestimmt. Die Werte aller Konstanten sind in der folgenden Tabelle 1 angegeben [19].

Tabelle 1: k-ε-Modellkonstanten

Koeffizient	Wert
$C_{\varepsilon 1}$	1,44
$C_{\varepsilon 2}$	1,92
C_μ	0,09
σ_k	1,0
σ_ε	1,3

Das k-ε-Modell zeigt in vielen technischen Anwendungen eine treffende Vorhersage von turbulenten Scherströmungen. Dieses Modell ist jedoch nicht in der Lage, Strömungen mit negativem Druckgradienten (z. B. Stromlinienkrümmung und Rotation) zuverlässig vorherzusagen [20].

Realizable k-ε-Modell

Durch den weit verbreiteten Einsatz des k-ε-Turbulenzmodells entstanden eine Vielzahl an Verbesserungen und Modifikationen. Zu den wichtigsten zählt das Realizable k-ε-Modell [21]. Die Transportgleichung für die spezifische turbulente kinetische Energie k bleibt unverändert. Es werden Modifikationen in den Gleichungen für ε und ν_t vorgenommen. Außerdem ist C_μ nun keine Konstante mehr, sondern wird aus Größen des Strömungsfelds berechnet.

Für die Transportgleichung der Dissipationsrate gilt:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} S \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \cdot \varepsilon}}. \quad (2-26)$$

Dabei wird der Koeffizient $C_{\varepsilon 1}$ mit

$$C_{\varepsilon 1} = \max \left[1, \frac{\eta}{\eta + 5} \right] \text{ mit } \eta = S \frac{k}{\varepsilon} \quad (2-27)$$

und die mittlere Scherrate S mit

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ji}} \quad (2-28)$$

berechnet. Mit dem Wirbeltensor

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-29)$$

und dem Scherratentensor

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-30)$$

gilt nun für C_μ :

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \sqrt{S_{ij} \cdot S_{ji}} + \Omega_{ij} \cdot \Omega_{ji}} \frac{k}{\varepsilon}. \quad (2-31)$$

Der Modellparameter A_s wird aus S_{ij} berechnet, die Einzelheiten können der Originalquelle entnommen werden. Die Werte der Modellkonstanten sind in Tabelle 2 dargestellt [21].

Tabelle 2: Realizable k-ε-Modellkonstanten

Koeffizient	Wert
σ_k	1,0
σ_ε	1,2
$C_{\varepsilon 2}$	1,8
A_0	4,0

Das Realizable k-ε-Modell ergibt in bestimmten Bereichen, wie zum Beispiel im Staupunkt einer Strömung, physikalisch realistische Turbulenzwerte, während andere Turbulenzmodelle dort unphysikalische Ergebnisse liefern [14].

Renormalization Group (RNG) k-ε-Modell

Eine weitere Anpassung des k-ε-Modells ist die Herleitung der Transportgleichungen für die Turbulenzgrößen k und ε mit Hilfe einer Methode der statistischen Physik bzw. der Renormierungsgruppen-Theorie [22]. Das RNG-k-ε-Modell enthält Annahmen für die Wechselwirkungen in der turbulenten Energiekaskade durch eine Art Störungsrechnung [23].

Die Transportgleichungen für die spezifische turbulente kinetische Energie und die Dissipationsrate sind ähnlich zum k-ε-Modell. Die ε-Gleichung wird hier aber mit einem zusätzlichen Term \mathcal{R} erweitert. Dieser ist für die Wechselwirkung zwischen Turbulenzverlust und mittlerer Scherung zuständig. Die Gleichungen für k und ε lauten:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \varepsilon \quad (2-32)$$

und

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \varepsilon}{\partial x_j} \\ &= C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \\ & - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - \mathcal{R}. \end{aligned} \quad (2-33)$$

Für \mathcal{R} gilt der folgende Zusammenhang:

$$\mathcal{R} = \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \quad \text{mit} \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}. \quad (2-34)$$

Die Eigenschaften des RNG-k-ε-Modells werden wesentlich vom Parameter η bestimmt. Bei geringen mittleren Scherraten S (Formel (2-28)) ist $\eta < \eta_0$. Das RNG-k-ε-Modell ergibt in diesem Fall für k und ε ähnliche Werte wie das k-ε-Modell. In Strömungsgebieten mit starker Stromlinienkrümmung und hohen mittleren Scherraten wie zum Beispiel in Rezirkulationsgebieten ist $\eta > \eta_0$. Dann wechselt das Vorzeichen von \mathcal{R} . Dadurch steigt die Dissipationsrate ε in diesen Bereichen an, während k und ν_t abnehmen. Das RNG-k-ε-Modell liefert deswegen in einigen komplexen Strömungen deutlich bessere Ergebnisse als das k-ε-Modell [22].

Die Werte der Konstanten sind in der folgenden Tabelle 3 gegeben.

Tabelle 3: RNG-k-ε-Modellkonstanten

Koeffizient	Wert
σ_k	1,0
σ_ε	1,2
$C_{\varepsilon 1}$	1,42
$C_{\varepsilon 2}$	1,68
C_μ	0,085
β	0,012
η_0	4,38

k-ω-Modell

Ein weiteres weitverbreitetes Zweigleichungs-Modell ist das k-ω-Turbulenzmodell, welches von Wilcox [24] zum ersten Mal vorgestellt wurde. Hier wird eine bereits überarbeitete Variante des Modells [25] aufgeführt. Die aktuellste Version des Modells ist von Wilcox 2006 in der dritten Auflage seines Buches beschrieben.

Im Vergleich zum k-ε-Modell wird eine modifizierte Transportgleichung für die spezifische turbulente kinetische Energie k und eine Transportgleichung für die turbulente Frequenz ω gelöst. Dafür wird die Wirbelviskosität definiert als:

$$v_t = \frac{k}{\omega}. \quad (2-35)$$

Die modifizierte Gleichung der turbulenten kinetischen Energie lautet:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j} \\ & = v_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \beta^* k \omega. \end{aligned} \quad (2-36)$$

Für die turbulente Frequenz ω gilt:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \omega}{\partial x_j} \\ & = \alpha \frac{\omega}{k} v_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) - \beta \omega^2. \end{aligned} \quad (2-37)$$

Die Tabelle 4 zeigt die üblicherweise genutzten Konstanten [25].

Tabelle 4: k- ω -Modellkonstanten

Koeffizient	Wert
α	5/9
β	0,075
β^*	0,09
σ_ω, σ_k	2,0

Das k- ω -Turbulenzmodell hat viele Vorteile gegenüber dem k- ϵ -Turbulenzmodell. Beispielsweise erreicht es eine höhere Übereinstimmung bei Strömungen mit positivem Druckgradienten und kann ohne zusätzliche Dämpfungsfunktionen zur Abbildung des wandnahen Bereichs verwendet werden. Das Modell weist jedoch Schwächen bei der Simulation von freien Strömungen (z. B. Jets) auf [26].

Ein weiter fortgeschrittenes Modell ist das Shear Stress Transport (SST) Modell [27]. Das Modell nutzt in einem Ansatz zwei unterschiedliche Modellgleichungen für ω . Im wandnahen Bereich wird die Variante entsprechend (2-37) berücksichtigt, so dass hier ein k- ω -Modell zur Berechnung der mittleren Turbulenz- und Strömungsgrößen vorliegt. Im Außenbereich wird die ω -Gleichung dagegen durch eine Umformung nach $\omega = \epsilon / k$ aus der Transportgleichung für ϵ ermittelt, so dass in dieser Region effektiv ein k- ϵ -Modell zur Turbulenz- und Strömungssimulation genutzt wird. Einzelheiten zur Modellierung und zum Überblenden zwischen beiden Gleichungen können der angegebenen Literatur entnommen werden. Das k- ω -SST-Modell vereint die Vorteile des k- ω - und des k- ϵ -Modells und kompensiert zusätzlich die Nachteile der jeweiligen Modelle.

Nichtlineare-Wirbelviskositätsmodelle

Die beschriebenen Turbulenzmodelle sind als Werkzeug zur Simulation von turbulenten Strömungen geeignet. Durch die getroffenen Annahmen bei ihrer Formulierung entstehen jedoch einige Nachteile. Insbesondere ist die isotrope Wirbelviskosität ν_t , welche die Reynoldsspannungen in einen direkten proportionalen Zusammenhang mit dem Scherratentensor setzt, eine große Schwachstelle. Sie werden daher auch lineare Wirbelviskositätsmodelle (LEVM) genannt.

Sekundärströmungen in Kanälen und Strömungen mit einem Rotationsanteil lassen sich unzureichend berechnen [15]. Eine Lösung sind nichtlineare Wirbelviskositätsmodelle (NLEVM). Sie werden als nichtlineare Erweiterungen der linearen Wirbelviskositätsmodelle definiert. Die Gleichung (2-12) wird in

eine allgemeinere Form umgeschrieben, um nichtlineare Terme aus Scherraten- und Wirbeltensor mit einzubeziehen:

$$\overline{(u'_i u'_j)} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} + \sum_{n=1}^N \alpha_n T_{ij}^{(n)}. \quad (2-38)$$

In dieser Gleichung steht T_{ij} für die in Tabelle 5 aufgelisteten Zusammenhänge aus Scherraten- und Wirbeltensoren. Für eine bessere Übersicht ist auf die Darstellung der Indizes verzichtet worden. Die Tensoren sind nun in Matrixschreibweise dargestellt. Die Identitätsmatrix I ersetzt in dieser Schreibweise das Kronecker-Delta. Außerdem steht α_n für die entsprechenden Koeffizienten, welche im Allgemeinen aus weiteren Zusammenhängen abgeleitet werden:

$$\alpha_n = \alpha_n(\{\mathbf{S}^2\}, \{\mathbf{W}^2\}, k, \varepsilon). \quad (2-39)$$

Bei einer dreidimensionalen gemittelten Strömung kann die nichtlineare Erweiterung der LEVM durch die folgenden zehn Ausdrücke beschrieben werden [28].

Tabelle 5: Terme der nichtlinearen Erweiterung der LEVM

$\mathbf{T}^{(1)} = \mathbf{S}$	$\mathbf{T}^{(6)} = \mathbf{W}^2 \mathbf{S} - \mathbf{S} \mathbf{W}^2 - \frac{2}{3} (\mathbf{S} \mathbf{W}^2) \mathbf{I}$	
$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{S} \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{S}$	$\mathbf{T}^{(7)} = \mathbf{W} \mathbf{S} \mathbf{W}^2 - \mathbf{W}^2 \mathbf{S} \mathbf{W}$	
$\mathbf{T}^{(3)} = \mathbf{S}^2 - \frac{1}{3} (\mathbf{S}^2) \mathbf{I}$	$\mathbf{T}^{(8)} = \mathbf{S} \mathbf{W} \mathbf{S}^2 - \mathbf{S}^2 \mathbf{W} \mathbf{S}$	(2-40)
$\mathbf{T}^{(4)} = \mathbf{W}^2 - \frac{1}{3} (\mathbf{W}^2) \mathbf{I}$	$\mathbf{T}^{(9)} = \mathbf{W}^2 \mathbf{S}^2 - \mathbf{W}^2 \mathbf{S}^2 - \frac{2}{3} (\mathbf{S}^2 \mathbf{W}^2) \mathbf{I}$	
$\mathbf{T}^{(5)} = \mathbf{W} \mathbf{S}^2 - \mathbf{S}^2 \mathbf{W}$	$\mathbf{T}^{(10)} = \mathbf{W} \mathbf{S}^2 \mathbf{W}^2 - \mathbf{W}^2 \mathbf{S}^2 \mathbf{W}$	

Der lineare Term $T^{(1)}$ steht für den Scherratentensor, wie er aus der LEVM bekannt ist, und der Koeffizient α_1 ist in diesem Fall die Wirbelviskosität ν_t . Die folgenden Terme ($n \geq 2$) stellen die nichtlinearen Erweiterungen dar.

In der Literatur ist eine große Anzahl an NLEVM zu finden. Diese werden nach der maximal verwendeten Anzahl der Produkte aus Scherraten- und Wirbeltensor in quadratisch und kubisch kategorisiert. Populäre quadratische Modelle wurden unter anderem von Gatski & Speziale [29] und Shih et al. [30]

vorgestellt. Durch die Verwendung des linearen Terms und aller quadratischen Terme erhält man die folgende Gleichung:

$$\sum_{n=1}^2 \alpha_n T_{ij}^{(n)} = \alpha_1 \mathbf{S} + \alpha_2 (\mathbf{S}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{S}) + \alpha_3 \left(\mathbf{S}^2 - \frac{1}{3} \{\mathbf{S}^2\} \mathbf{I} \right) + \alpha_4 \left(\mathbf{W}^2 - \frac{1}{3} \{\mathbf{W}^2\} \mathbf{I} \right). \quad (2-41)$$

Die Koeffizienten werden anhand der Annahmen der Rapid Distortion Theory [31] und der Realizability-Bedingung (vgl. Realizable k- ϵ -Modell) bestimmt [30]. In folgenden Vergleichen von Experimenten und Simulationsergebnissen wurden diese Koeffizienten weiter verbessert. Das quadratische Modell von Shih et al. [30] hat im Vergleich zu klassischen LEVM verbesserte Ergebnisse bei der Simulation einer Strömung über eine Stufe gezeigt. Bei der Berechnung einer Kanalströmung wurden aber keine Verbesserungen in der Abbildung von Rotationseffekten beobachtet [32].

Die Verwendung von quadratischen Termen zeigt in vielen Fällen nur eine leichte Verbesserung bei der Abbildung einer turbulenten Strömung mit Sekundärströmungen und Rotationseffekten gegenüber den ursprünglichen Wirbelviskositätsmodellen [28]. Im nichtlinearen Modell von Craft et al. [33] werden daher neben den linearen und quadratischen auch kubische Terme berücksichtigt. Nach Gleichung (2-38) kann der folgende Zusammenhang geschrieben werden:

$$\sum_{n=1}^6 \alpha_n T_{ij}^{(n)} = \alpha_1 \mathbf{S} + \alpha_2 (\mathbf{S}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{S}) + \alpha_3 \left(\mathbf{S}^2 - \frac{1}{3} \{\mathbf{S}^2\} \mathbf{I} \right) + \alpha_4 \left(\mathbf{W}^2 - \frac{1}{3} \{\mathbf{W}^2\} \mathbf{I} \right) + \alpha_5 (\mathbf{W}\mathbf{S}^2 - \mathbf{S}^2\mathbf{W}) + \alpha_6 \left(\mathbf{W}^2 \mathbf{S} + \mathbf{S}\mathbf{W}^2 - \frac{2}{3} \{\mathbf{S}\mathbf{W}^2\} \mathbf{I} \right). \quad (2-42)$$

Die Kalibrierung der nun sechs Koeffizienten wird durch verschiedene Testfälle durchgeführt. Hierzu zählen vollausgebildete Rohr- und Kanalströmungen, Rohrströmungen mit einem Drall entlang der Rohrachse und eine vollausgebildete Strömung entlang eines gebogenen Kanals.

Weitere Modelle mit kubischen Termen sind das Modell von Leschziner & Apsley [34], bei welchem die Kalibrierung der Koeffizienten anhand einer DNS einer Kanalströmung durchgeführt wurde, und das Modell von Wallin & Johansson [35].

Algebraische Reynoldsspannungs-Modelle

Die algebraischen Reynoldsspannungs-Modelle (ARSM), in impliziter als auch expliziter (EARSM) Form, entsprechen ebenfalls einer Erweiterung der linearen Wirbelviskositätsmodelle durch nichtlineare Produkte aus Scherraten- und Wirbeltensor. Sie zeichnen sich aber dadurch aus, dass die Koeffizienten α_n mathematisch aus der Transportgleichung der Reynoldsspannungen abgeleitet werden. Für eine zweidimensionale Strömung zeigte Pop [36] eine Herleitung für ein ARSM, welche später durch Jongen & Gatski [37] auf eine dreidimensionale Strömung übertragen wurde. EARSM zeichnen sich durch geringeren Rechenaufwand und höhere Übereinstimmung mit der Realität im Vergleich zu LEVM aus. Für weitere Informationen und eine ausführliche Herleitung der impliziten als auch der expliziten Form der ARSM sei auf Gatski & Rumsey [28] und Hellsten & Wallin [32] verwiesen.

Reynoldsspannungs-Modell

Eine weitere Möglichkeit zur Schließung der RANS-Gleichungen sind Reynoldsspannungs-Modelle (RSM). Bei diesen wird für jeden Eintrag im Reynoldsspannungs-Tensor $\overline{u'_i u'_j}$ eine eigene Transportgleichung gelöst. Diese kann aus der Impulsgleichung hergeleitet werden [11]. Die Transportgleichung für ein inkompressibles Fluid kann in allgemeiner symbolischer Tensorform wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{zeitl.} & & & & & & \\
 \text{Änderung} & \text{Konvektion} & \text{Produktion} & \text{Druck-Scher} & \text{Dissi-} & & \\
 & & & \text{Korrelation} & \text{pation} & \text{Diffusion} & \\
 \widehat{L}_{ij} & + & \widehat{K}_{ij} & = & \widehat{P}_{ij} & + & \widehat{\Phi}_{ij} & - & \widehat{\varepsilon}_{ij} & + & \widehat{D}_{ij} & .
 \end{array} \quad (2-43)$$

Es handelt sich entsprechend der Tensornotation um neun Gleichungen, von denen auf Grund der Symmetrie des Spannungstensors sechs voneinander verschieden sind. Die zwei Terme auf der linken Seite beschreiben die zeitliche Änderung und den Transport der Reynoldsspannung mit der Strömung. Der erste Term auf der rechten Seite ist die Produktion, danach folgen die Druck-Scher-Korrelation oder Druck-Dilatation und der Dissipationstensor. Als letzter Term auf der rechten Seite steht die molekulare und die turbulente Diffusion der Reynoldsspannungen.

Die ausgeschriebene Form sowie die Bedeutung der Terme werden in der folgenden Tabelle 6 zusammengefasst.

Tabelle 6: Bestandteile der Transportgleichung für die Reynoldsspannungen

Term	Gleichung	Bedeutung
zeitliche Änderung	$L_{ij} \quad \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t}$	zeitliche Änderung
Konvektion	$K_{ij} \quad \frac{\partial \overline{u_k u'_i u'_j}}{\partial x_k}$	Transport durch die Strömung
Produktion	$P_{ij} \quad -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}$	Produktion turbulenter Fluktuationen
Druck-Scher-Korrelation	$\Phi_{ij} \quad \frac{1}{\rho} \overline{p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}$	Austausch zwischen den einzelnen Komponenten des Spannungstensors
Dissipation	$\varepsilon_{ij} \quad 2\nu \cdot \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}$	Energieumwandlung in Wärme
Diffusion	$D_{ij} \quad \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} + \overline{u'_i u'_j u'_k} + \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_i} \delta_{jk} + \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_j} \delta_{ik} \right)$	räumliche Umverteilung durch Viskosität und turbulente Fluktuationen

Die beiden Terme auf der linken Seite und der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung (2-42) können aus den mittleren Größen der Strömung berechnet werden. Der Dissipationsratentensor kann durch die Annahme lokaler Isotropie wie folgt modelliert werden:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} . \quad (2-44)$$

Diese Annahme ist sinnvoll, da die Dissipation vorwiegend auf den kleinsten Skalen der Turbulenz stattfindet. Dies stimmt mit der Vorstellung überein, dass beim Zerfall der großen Strukturen der Turbulenz die Richtungsabhängigkeit verloren geht [38]. Zur Berechnung von ε wird die Transportgleichung aus dem k- ε -Modell verwendet.

Der Diffusionsterm wird im allgemeinem durch gradientenbedingte Diffusion nach Daly & Harlow [39] modelliert:

$$\overline{u'_i u'_j u'_k} + \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_i} \delta_{jk} + \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_j} \delta_{ik} = C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_l}. \quad (2-45)$$

Neben dem Daly-Harlow Modell existieren aufwendigere Modelle von Magnaudet [40] oder Nagano & Tagawa [41]. Da in vielen Fällen die Diffusion im Vergleich zur Produktion relativ kleine Beiträge leistet, ist eine einfache Modellierung zielführend.

Die Druck-Scher-Korrelation sorgt für die Umverteilung der kinetischen Energie der Turbulenz zwischen den Komponenten des Reynolds-Spannungs-Tensors, um die Scherspannungen zu reduzieren. Dieser Term kommt bei den Wirbelviskositätsmodellen nicht vor. Das Ziel ist eine isotrope Turbulenz [42]. Die Druck-Scher-Korrelation wird in zwei Teilen, einem „langsamen“ und „schnellen“ Teil, definiert:

$$\Phi_{ij} = (\Phi_{ij})_L + (\Phi_{ij})_S. \quad (2-46)$$

Der langsame Term wird in vielen Fällen über einen linearen Zusammenhang von Rotta [43] beschrieben:

$$(\Phi_{ij})_L = -C_1 \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) \frac{\varepsilon}{k}. \quad (2-47)$$

Dieser Ausdruck ist als lineares „Rückkehr zur Isotropie“ Modell bekannt. Die Vorzeichen sind so gewählt, dass der Term einen isotropen Zustand der Turbulenz bewirkt. Dies bedeutet, dass die Turbulenz ohne äußere Einflüsse isotrop wird, wenn man sie sich selbst überlässt [11].

Ein einfaches Modell für den „schnellen“ Term verwendet ebenfalls nur einen linearen Zusammenhang [44]:

$$(\Phi_{ij})_S = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right). \quad (2-48)$$

Hier steht P_{ij} für die Produktion der Reynoldsspannungen aus Gleichung (2-43) und P für die Produktion der spezifischen kinetischen Energie nach Gleichung (2-22). Dieser Zusammenhang ist durch das Vorhandensein von P als „Isotropie der Produktion“ bekannt.

Weiterentwicklungen dieser Zusammenhänge für die Druck-Scher-Korrelation sind von Launder et al. [45], Craft & Launder [46], Launder & Tselepidakis [47] und Speziale et al. [48] beschrieben worden.

Für die „Rückkehr zur Isotropie“ wurde anhand von experimentellen Daten gezeigt, dass hier tatsächlich ein nichtlinearer Prozess [49] vorliegt. Im Modell

(SSG) von Speziale et al. [48] wird daher ein quadratischer Zusammenhang für den „langsamen“ Term hergeleitet:

$$(\Phi_{ij})_L = -\varepsilon \left[C_1 a_{ij} + C'_1 \left(a_{ik} a_{jk} - \frac{1}{3} A_2 \delta_{ij} \right) \right]. \quad (2-49)$$

In der Gleichung sind C_1 , C'_1 und A_2 Parameter, die aus den Invarianten der Anisotropie der Strömung abgeleitet werden. Für C_1 und C'_1 werden aber Konstanten definiert, welche generelle Anwendung finden. Der Ausdruck a_{ij} beschreibt die Anisotropie des Reynoldsspannungs-Tensors. Hierfür wird der isotrope Anteil $2/3 k \delta_{ij}$ vom Reynoldsspannungs-Tensor abgezogen:

$$a_{ij} = \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \quad (2-50)$$

Der „schnelle“ Term wird im SSG-Modell über

$$\begin{aligned} (\Phi_{ij})_S = & -C'_2 P a_{ij} + C_3 k S_{ij} \\ & + C_4 k \left(a_{ik} S_{jk} + a_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} \delta_{ij} a_{kl} S_{kl} \right) \\ & + C_5 (a_{ik} \Omega_{jk} + a_{jk} \Omega_{ik}) \end{aligned} \quad (2-51)$$

definiert. Das SSG-Modell stellt einen guten Kompromiss zwischen der gewünschten Genauigkeit bei der Abbildung der realen Physik und akzeptablen Berechnungszeiten dar. Es ist besser anwendbar als andere Modelle mit einem aufwendigeren Zusammenhang für den „schnellen“ Term und liefert bessere Ergebnisse als Modelle mit einer linearen Beschreibung der „Isotropisierung der Produktion“. [42]

In Tabelle 7 sind die Modellkonstanten für das SSG-Reynoldsspannungs-Modell mit nichtlinearer Druck-Scher-Korrelation aufgelistet.

Tabelle 7: SSG- Modellkonstanten

Koeffizient	Wert
C_1	1,7
C'_1	-1,05
C'_2	0,9
C_3	$0,8 - 0,625 \sqrt{A_2}$
C_4	0,625
C_5	0,2
C_5	0,25

Überwiegend treten in technisch relevanten Strömungen stark gekrümmte Stromlinien auf. Dadurch entsteht eine zusätzliche Scherrate, welche einen signifikanten Einfluss auf die Produktion im Reynoldsspannungs-Tensor hat. Einfache Wirbelviskositätsmodelle können die Effekte der gekrümmten Strömung nicht wiedergeben. Im Gegensatz dazu zeigen Reynoldsspannungs-Modelle durch eine exakte Berechnung des Produktionsterms eine gute Abbildung von gekrümmten Stromlinien. [42]

Die Überlegenheit der Reynoldsspannungs-Modelle gegenüber einfachen Wirbelviskositätsmodellen kann an Beispielen von Strömungen durch U- und S-Krümmern gezeigt werden [50, 51].

Zusammenfassung Turbulenzmodellierung

Aufgrund des Reynoldsspannungs-Tensors ist das RANS-Gleichungssystem nicht geschlossen. Es liegen mehr unbekannte Größen als Gleichungen vor. Zum Lösen des Schließungsproblems wurden im Laufe der Jahre eine breite Palette von RANS-Turbulenzmodellen entwickelt, bei denen jedes Modell seine eigenen Vor- und Nachteile hat. Die Modelle unterscheiden sich in ihrem Rechenaufwand, ihrer Komplexität und ihrer Übereinstimmung mit der realen Physik. Die Hierarchie der verschiedenen Arten von RANS-Turbulenzmodellen in Bezug auf diese Kriterien ist in Abbildung 5 dargestellt.

Im Allgemeinen ist ein Modell, welches eine gute physikalische Übereinstimmung erreicht, mit einem höheren Rechenaufwand bzw. einer höheren Komplexität der Modellierung verbunden. Lineare Wirbelviskositätsmodelle (LEVM) sind in technischen Anwendungsgebieten am weitesten verbreitet. Charakteristisch hierfür ist ein relativ simpler Ansatz der Modellierung der Reynoldsspannungen, in welchem nur eine mäßige Beschreibung der Physik beinhaltet ist.

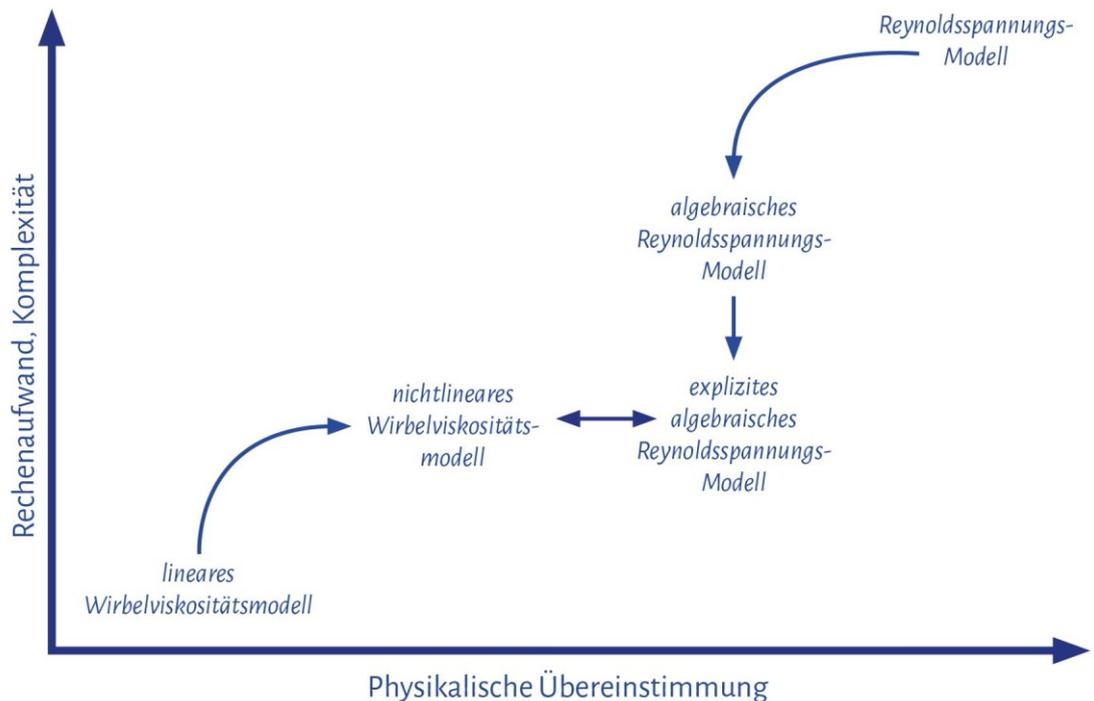


Abbildung 5: Einordnung der Turbulenzmodelle zur Berechnung des Reynolds-Spannungs-Tensors (e. D. nach [52])

Reynoldsspannungs-Modelle (RSM) hingegen zeigen einen anspruchsvollen Ansatz. Sie können als das gegenüberliegende Extrem im Hinblick auf Komplexität und Realismus gesehen werden.

Nichtlineare Wirbelviskositätsmodelle (NLEVM) und implizite sowie explizite algebraische Reynoldsspannungs-Modelle (ARSM) stellen eine Zwischenstufe dar. Ihr Rechenaufwand und ihre Komplexität der Modellierung sind vergleichbar mit den LEVM. Beide Modelle beschreiben die realen physikalischen Vorgänge jedoch umfassender. Dies resultiert aus der Herleitung der Koeffizienten aus dem RSM. Daher enthalten ARSM viele Eigenschaften der RSM, ohne dabei die aufwendige Modellierung zu übernehmen. NLEVM hingegen stellen eine Erweiterung der LEVM dar.

2.3 Praktische Anwendung der Simulationen von turbulenten Rohrströmungen

Es wird ein Überblick über die Anwendung von DNS und LES von turbulenten Rohrströmungen geschaffen. Beim momentanen Stand der Technik werden Simulationen von Strömungen bei hohen Reynoldszahlen mit diesen detailreichen Methoden nur in Einzelfällen durchgeführt werden. Hingegen hat die RANS-Methode in Verbindung mit den vielfältigen Ansätzen zur Turbulenzmodellierung in den meisten technischen Anwendungen wenige Alternativen. Daher werden abschließend die verwendeten Turbulenzmodelle bei RANS-Simulationen von gestörten Rohrströmungen gegenübergestellt.

Direkte Numerische Simulation

Die Direkte Numerische Simulation hat mit zunehmender Entwicklung der Computertechnologie stetig an Bedeutung gewonnen. Der größte Teil der frühen DNS von Strömungen konzentrierte sich auf quadratische bzw. rechteckige Kanäle, da Simulationen von Rohrströmungen bei der hierbei häufig verwendeten Formulierung der Navier-Stokes-Gleichung in Zylinderkoordinaten eine numerische Singularität in der Rohrmitte aufweisen.

Die erste DNS einer turbulenten Rohrströmung auf einem Rechengitter mit einer guten Auflösung wurde von Eggels et al. [53] durchgeführt. Dabei wurde eine Rohrströmung bei einer Reynoldszahl von 5.300 in einem 5 D langen Rohr betrachtet. Im selben Jahr führte Nikitin [54] Simulationen in einem Bereich von Reynoldszahlen von 2.000 bis 10.000 mit einer Verbindung aus Finiten-Differenzen- und Spektral-Methode durch. In den nächsten Jahren stellten Schmidt [55] und [56], Fukagata und Kasag [57] sowie Veenman [58] ihre Ergebnisse von DNS von Rohrströmungen in demselben Bereich von Reynoldszahlen vor. Dabei wurden Finite-Differenzen-, Finite-Volumen- und Spektrale-Methoden verwendet. Wu und Moin [59] zeigen Ergebnisse bei einer nun deutlich höheren Reynoldszahl. Dieses Niveau wurde in den folgenden Jahren beibehalten [60, 61]. In der Arbeit von El Khoury et al. (2013) wird eine DNS einer Rohrströmung mit mehr als 1 Mrd. Gitterpunkten vorgestellt. Hier wurde eine Strömung bei einer maximalen Reynoldszahl von 37.700 auf einem 12,5 D langen Rohr simuliert. Ahn et al. (2015) führten mit einer Reynoldszahl von 133.000 und 34 Mrd. Gitterpunkten in dieser Gegenüberstellung die aufwendigste DNS von Rohrströmungen durch. In Tabelle 8 sind die genannten Arbeiten chronologisch geordnet.

Tabelle 8: DNS von turbulenten, ungestörten Rohrströmungen

Autor	Rechengitter	Re	Methode
Eggels et al. (1994) [53]	3,1x10 ⁶ Gp	5.300	FVM
Nikitin (1994) [54]	0,002 – 0,12x10 ⁶ Gp	2.000-10.000	FDM u. SM
Schmidt et al. (1998) [55]	2,7 x10 ⁶ Gp	5.300	FVM
Schmidt et al. (2001) [56]	1.23x10 ⁶ Gp	4.910	SEM
Fukagata & Kasagi (2002) [57]	3,1x10 ⁶ Gp	5.300	FDM
Veenman (2004) [58]	15,3x10 ⁶ Gp	10.300	SM
Wu & Moin (2008) [59]	630x10 ⁶ Gp	44.000	FDM
Boersma (2011) [60]	44x10 ⁶ Gp 225x10 ⁶ Gp	24.590, 60.800	FDM u. SM
Wu et al. (2012) [61]	536x10 ⁶ Gp	24.580	FDM
El Khoury et al. (2013) [62]	18,7x10 ⁶ Gp 121,4x10 ⁶ Gp 437x10 ⁶ Gp 2,2x10 ⁹ Gp	5.300, 11.700, 19.000, 37.700	SEM
Ahn et al. (2013) [63]	135x10 ⁶ Gp 290x10 ⁶ Gp 1.260x10 ⁶ Gp	5.300 19.000 53.000	FDM
Chin et al. (2015) [64]	59x10 ⁶ Gp	37.000	SEM
Ahn et al. (2015) [65]	34x10 ⁹ Gp	133.000	FDM

FDM: Finite Difference Method

FVM: Finite Volume Method

SM/SEM: Spectral Element Method bzw. Spectral Method

Gp: Gitterpunkte

In der Abbildung 6 sind Geschwindigkeitsprofile aus der Recherche in einer u^+ und y^+ Darstellung gezeigt. Die Formeln zur Umrechnung der Geschwindigkeitswerte und Abstände in die dimensionslosen Größen u^+ und y^+ sind unter (3-8) und (3-9) zu finden. Im Grunde zeigen alle Ergebnisse eine gute Übereinstimmung mit gemessenen Strömungsprofilen. Die leichten Unterschiede im Bereich $y^+ > 10$ sind darauf zurückzuführen, dass Geschwindigkeitsprofile mit unterschiedlichen Reynoldszahlen gegenübergestellt werden. Die in den einzelnen Arbeiten durchgeführten Gegenüberstellungen weiterer Strömungsgrößen wie der Reynoldsspannung oder des Turbulenzgrads in Strömungsrichtung und normal zur Wand zeigen zum Teil erkennbare Unterschiede. Der Grund wird in vielen Fällen auf eine zu geringe Anzahl an Gitterpunkten und eine zu kurz gewählte Rohrlänge zurückgeführt, sodass lange Strömungsstrukturen nicht abgebildet werden.

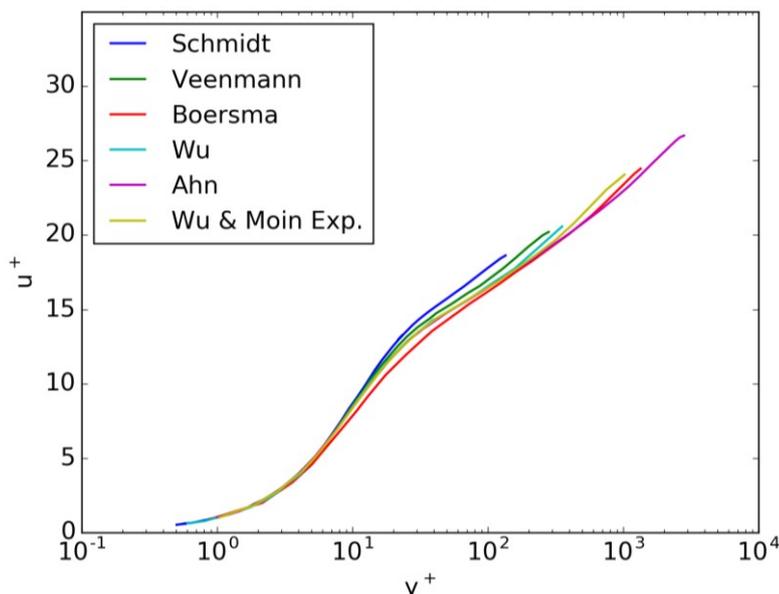


Abbildung 6: Profile der dimensionslosen Geschwindigkeit turbulenter Rohrströmungssimulationen

Large-Eddy-Simulation

LES von dreidimensionalen, turbulenten Rohrströmungen kommen seltener vor. Das liegt zum größten Teil daran, dass bei der LES große bis mittlere Strömungsstrukturen berechnet werden, wohingegen der Einfluss der kleinen Strömungsstrukturen über ein subgrid-scale-Modell (SGS-Modell) approximiert wird (vgl. [66]). Daher erreichen die Ergebnisse einer LES nicht ganz die Qualität einer DNS. Durch die Verwendung eines SGS-Modells muss das Rechengitter nicht so fein strukturiert werden, dass auch die kleinsten Strukturen aufgelöst werden. Dadurch werden auch höhere Strömungsgeschwindigkeiten effizient berechnet. Die folgende Tabelle 9 stellt die wesentlichen Arbeiten chronologisch dar.

Tabelle 9: LES-Untersuchungen turbulenter, ungestörter Rohrströmungen

Autor	SGS-Modell	Rechengitter	Re	Methode
Unger & Friedrich (1991) [67]	Smagorinsky	3.1x10 ⁶ Gp	50.000	FVM
Schmidt et al. (1998) [55]	Smagorinsky	0,4x10 ⁶ Gp	5.300	FVM
Rudman et al. (1999) [68]	Smagorinsky	1,2x10 ⁶ Gp	36.700	SEM
Schmidt et al. (2001) [56]	Smagorinsky	0,6x10 ⁶ Gp	16.000	SEM
Vijiapurapu & Cui (2004) [69]	Smagorinsky Dynamic	395.000 Elemente	5.000 30.000	FDM
Jung et al. (2012) [70]	Dynamic	8.4x10 ⁶ Gp	7.000- 36.000	FVM
Inzoli et al. (2012) [71]	Smagorinsky Dynamisch WALE	600.000 Elemente	10.000	FVM
Jung & Chung (2012) [72]	Dynamic	2.2 x10 ⁶ Gp	7000- 36.000	FDM
Chin et al. (2015) [64]	spectral vanishing viscosity	35x10 ⁶ Gp	37.000	SEM

Eine frühe Untersuchung einer turbulenten Rohrströmung wurde von Unger und Friedrich [67] durchgeführt. Im Vergleich zu den ersten DNS von z. B. Eggel et al. (Tabelle 8) wurde hier eine deutlich höhere Reynoldszahl untersucht. Unger und Friedrich [67] sowie Schmidt et al. [55], Rudman et al. [68] und Schmidt et al. [56] verwenden vorzugsweise das Smagorinsky-SGS-Modell. Dabei wird neben der Finiten-Volumen- auch die aus der DNS bekannte Spektrale-Elemente-Methode angewendet. Vijiapurapu & Cui [69], Jung et al. [70] und Inzoli et al. [71] zeigen Ergebnisse mit einem Dynamischen Smagorinsky-Modell und wall-adapting local eddy-viscosity Modell (WALE). Chin et al. [64] erreichten mit ihrer LES nahezu die Qualität einer DNS.

RANS-Simulation

Im Allgemeinen werden instationäre und stationäre RANS-Simulationen unterschieden. Da in technischen Anwendungen überwiegend stationäre RANS-Simulationen verwendet werden, wird sich im weiteren Verlauf auf diese beschränkt. In Tabelle 10 sind chronologisch und nach Art der Geometrie RANS-Simulationen von turbulenten Rohrströmungen aufgelistet. Hier sind die verwendeten Turbulenzmodelle von besonderem Interesse, da dadurch ersichtlich wird, dass die theoretischen Beschreibungen im vorherigen Abschnitt eine praktische Umsetzung finden. Außerdem dient die Übersicht als Orientierungshilfe für die Wahl geeigneter Turbulenzmodelle für Simulationen in dieser Arbeit.

Tabelle 10: RANS-Simulationen turbulenter Rohrströmungen

Autor	Turbulenz-Modell	Rechengitter	Reynoldszahl
Ungestört			
Vijapurapu et al. (2010) [73]	k- ϵ , k- ω RSM	1.6x10 ⁶ Elemente	100.000
Martins et al. (2014) [74]	Realizable k- ϵ	266.800 Gp	7040
Rohrkrümmer			
Al-Rafai et al. (1990) [75]	k- ϵ	6.720 Elemente	40.000
Homicz (2004) [76]	k- ϵ , RNG-k- ϵ Realizable-k- ϵ	540.144 Gp	540.000
Di Piazza et al. (2010) [77]	k- ϵ , k- ω -SST RSM	4 x10 ⁶ Gp	14.000-80.000
Kim et al. (2014) [78]	k- ϵ , k- ω RNG-k- ϵ Realizable-k- ϵ quadra. k- ϵ kubisch k- ϵ	152.150 u. 562.080 Elemente	60.000
Röhrig et al. (2015) [79]	k- ϵ RSM	3x10 ⁵ 6x10 ⁵ 1.5x10 ⁶ Elemente	14000 24000 34000

Chowdhury et al. (2016) [80]	k- ϵ	-	60.000
Blende			
Eiamsa-Ard et al. (2008) [81]	k- ϵ RSM	4.500 (2D) Elemente	18.400
Shah et al. (2012) [82]	k- ϵ	1.047.360 Elemente	91.100
Kumar et al. (2015) [83]	k- ϵ k- ω k- ω -SST	2,25x10 ⁵ Elemente	1x10 ⁶

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass hier Strömungen bei wesentlich höheren Reynoldszahlen und einer moderaten Anzahl an Gitterpunkten bzw. Elementen simuliert wurden. Der Fokus ist nun auch von der ungestörten, turbulenten Rohrströmung auf die Simulation von Rohreinbauten verschoben. Dies hat damit zu tun, dass eine RANS-Simulation nicht die Eigenschaften bzw. Informationen der Strömung abbilden kann wie eine DNS und daher wenig Nutzen hat. In den Arbeiten von Vijiapurapu et al. [73] und Martins et al. [74] stand daher nicht die ungestörte, turbulente Rohrströmung an sich mit all ihren Eigenschaften im Vordergrund, sondern das Verhalten einer RANS-Simulation in Verbindung mit einer Turbulenzmodellierung bei rauen Wänden bzw. bei schrittweiser Verfeinerung des Rechengitters.

Wesentlich größer ist die Anzahl an Untersuchungen von gestörten, turbulenten Rohrströmungen. Bezogen auf die verwendeten Geometrien in dieser Arbeit sind in der Tabelle Simulationen von Strömungen durch Rohrkrümmer und Messblenden zusammengetragen.

Al-Rafai et al. [75] und Homicz [76] führten RANS-Simulationen von Strömungen durch einen einfachen Rohrkrümmer durch und verglichen ihre Ergebnisse mit Messdaten. Beide Autoren verwendeten das k- ϵ -Modell bzw. auch Erweiterungen des Modells.

Di Piazza et al. [77] untersuchten die Strömung und den Wärmeübergang in spiralförmigen Rohren bei verschiedenen Reynoldszahlen und Krümmungen. Dabei erreichte das RSM eine gute Übereinstimmung mit DNS-Daten aus der Literatur [84], gefolgt vom k- ω -SST-Modell. Das k- ϵ -Modell zeigte unbefriedigende Resultate.

Um die Strömung im Nachlauf eines einfachen Rohrkrümmers zu untersuchen, führten Kim et al. [78] RANS-Simulationen mit einer Vielzahl an Turbulenzmodellen durch und stellen diese den experimentellen Ergebnissen von Sudo et al. [85] gegenüber. Ein RSM ist nicht verwendet worden. In Abbildung 7 sind die axialen Strömungsgeschwindigkeiten direkt am Austritt aus dem Rohrkrümmer dargestellt. Die Lage der Profile ist im Piktogramm dargestellt. Die Achseneinteilungen sind durch die volumetrische Strömungsgeschwindigkeit bzw. durch den Rohrradius normiert (vgl. Abbildung 3 oder Abbildung 13).

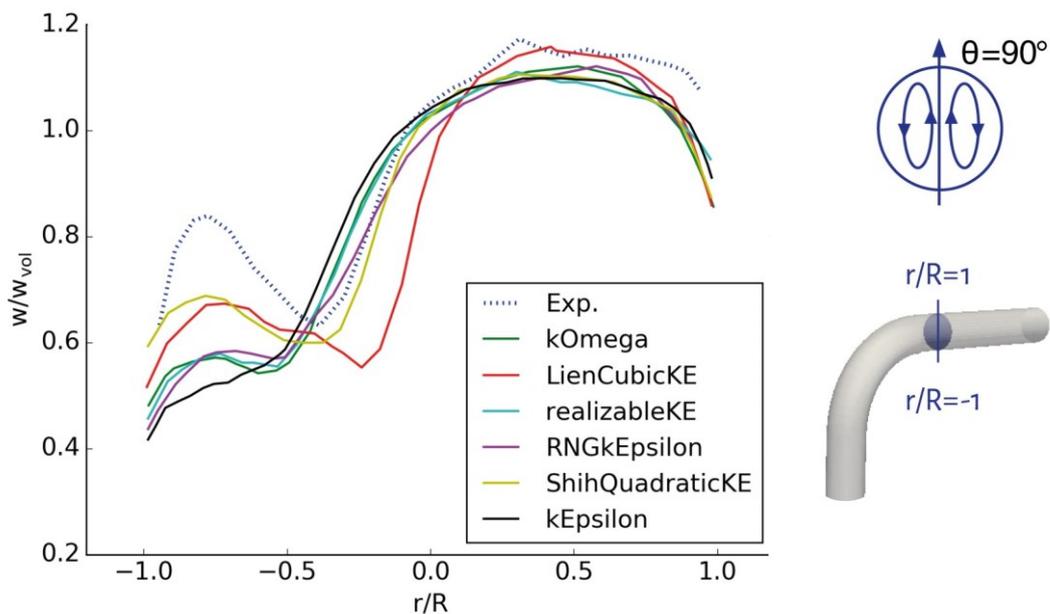


Abbildung 7: Vergleich axialer Geschwindigkeitsprofile verschiedener Turbulenzmodelle am Austritt aus einem Rohrkrümmer (e. D. nach [78])

Insgesamt ist die Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Messdaten unpräzise. Die nichtlinearen Turbulenzmodelle zeigen im Vergleich zu den anderen Modellen eine gute Vorhersage der axialen Strömungsgeschwindigkeit, lieferten aber auch schlechte Ergebnisse bei den Sekundärströmungen.

Röhrig et al. [79] verglichen Strömungen von RANS-Simulationen und LES mit Messdaten. Das verwendete RSM zeigte gegenüber dem $k-\varepsilon$ -Modell eine bessere Übereinstimmung mit der Messung. Die Qualität einer wesentlich aufwendigeren LES konnte dieses Modell nicht ganz erreichen.

Auch Chowdhury et al. (2016) zeigten Simulationsergebnisse von einer Strömung durch einen einfachen Rohrkrümmer. Dabei wurde das $k-\varepsilon$ -Modell verwendet.

Eiamsa-Ard et al. [81], Shah et al. [82] und Kumar et al. [83] führten Simulationen von Strömungen durch Kreisblenden durch. Eiamsa-Ard et al. [81] stellten ihre Ergebnisse Messdaten gegenüber und zeigten, dass das RSM eine wesentlich bessere Übereinstimmung hat als das k - ϵ -Modell.

Shah et al. [82] verwendeten das k - ϵ -Modell, um den Einfluss des Verhältnisses von Messblendenfläche zu Rohrquerschnittsfläche zu bewerten.

Simulationen einer Strömung durch aufeinanderfolgende Messblenden wurden mit unterschiedlichen Turbulenzmodellen von Kumar et al. [83] durchgeführt. Das k - ω -SST-Modell lieferte im Vergleich zu dem k - ϵ -Modell und dem k - ω -Modell die geringsten Abweichungen.

Zusammenfassung

Die DNS ist die genaueste Methode zur Berechnung einer turbulenten Strömung. Das Ergebnis einer DNS enthält detaillierte Eigenschaften der Turbulenz. Die damit verbundenen hohen Anforderungen an das Rechengitter und die Computerhardware beschränken den Einsatz auf die Grundlagenforschung, da hier diese detaillierten Informationen von Interesse sind. In der Literatur sind daher zum größten Teil Simulationen von turbulenten Rohrströmungen bei Reynoldszahlen kleiner 50.000 zu finden. In einem Einzelfall ist eine Rohrströmung bei $Re = 133.000$ berechnet worden. Es sind dafür 34 Mrd. Gitterpunkte benötigt worden.

Bei einer LES werden die großskaligen Turbulenzstrukturen räumlich aufgelöst berechnet. Die kleinskaligen Turbulenzstrukturen hingegen werden modelliert. Dadurch kann eine gröbere Auflösung des Rechengitters verwendet werden. Da auch hier eine dreidimensionale, zeitabhängige Berechnung benötigt wird, ist eine LES rechenaufwendig, jedoch viel handhabbarer als eine DNS derselben Strömung. Im Allgemeinen ist die DNS aufgrund höherer Genauigkeit die bevorzugte Methode, wann immer sie praktikabel ist. Die LES ist ein Kompromiss für Strömungen, bei denen die Reynoldszahl und der damit verbundene Rechenaufwand zu hoch für den Einsatz von DNS ist. In der Literatur werden LES von turbulente Rohrströmungen bei höheren Reynoldszahlen bei gleichzeitig weniger Gitterpunkten als bei DNS berechnet. Für die Simulation einer Strömung bei einer Reynoldszahl von 50.000 werden hierbei 1 bis 10 Mio. Gitterpunkte benötigt. Die verwendeten SGS-Modelle beschränken sich auf Smagorinsky, Dynamic und WALE. Mit weiterem Fortschritt der Computertechnologie wird sich die LES wahrscheinlich aber für technische Strömungen etablieren.

Bei RANS-Simulationen wird zur Lösung der gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen ein Turbulenzmodell benötigt. Durch die zeitliche Mittelung der

Strömung und der Turbulenzmodellierung ist bei diesem Verfahren der Rechenaufwand am geringsten. Der Schwerpunkt verlagert sich von der ungestörten, turbulenten Rohrströmung zur gestörten Strömung bei hohen Reynoldszahlen. Insbesondere wird die durch einen Rohrkrümmer gestörte Rohrströmung untersucht. In der Literatur ist eine Strömung bei einer maximalen Reynoldszahl von 540.000 zu finden. Dafür wurden 0,5 Mio. Gitterpunkte verwendet.

In der Literatur ist das k - ϵ -Modell am häufigsten bei der Simulation von turbulenten Rohrströmungen zu finden. Es wird bis auf eine Ausnahme in jeder Literaturquelle, welche in Tabelle 10 zusammengetragen wurden, verwendet. Darauf folgt das k - ω -Modell. Beide zählen zu den Standardmodellen bei der RANS-Simulation. Über die Jahre sind unterschiedliche Modelle entwickelt worden, welche Schwächen der Standardmodellierung ausgleichen oder bestimmte Strömungseffekte besser abbilden. Die Weiterentwicklungen Realizable- k - ϵ - und RNG- k - ϵ -Modell des einfachen k - ϵ -Modells werden vergleichbar oft zum k - ω -Modell verwendet. Die Verbindung des k - ϵ - und des k - ω -Modells im k - ω -SST-Modell wird bei der Simulation von turbulenten Rohrströmungen selten eingesetzt.

Die aufwendigere Turbulenzmodellierung durch ein RSM wird in der Literatur bei der Simulation gestörter Rohrströmungen ähnlich oft verwendet wie das k - ω -Modell. Eine Beschreibung der Art der Modellierung der Druck-Scher-Korrelation ist nicht zu finden. RSM zeigen eine bessere Vorhersage der Strömung als die bereits erwähnten Modelle auf Basis von k - und ϵ - bzw. ω -Gleichungen.

Quadratische und kubische Modelle stellen eine Zwischenstufe zwischen den einfachen linearen k - ϵ - und k - ω -Modellen und dem RSM dar. Durch die Erweiterung der linearen Modellierung wird eine bessere Vorhersage von gestörten Strömungen erwartet. Lediglich in einer Quelle werden nichtlineare und lineare Modelle miteinander verglichen. Die nichtlinearen Modelle zeigen eine verbesserte Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Im Allgemeinen sind die Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Messdaten unzureichend.

Auf Basis der Übersicht zum Stand der Technik von CFD-Simulationen turbulenter Rohrströmungen werden im weiteren Verlauf stationäre RANS-Simulationen durchgeführt. Damit verbunden werden alle vorgestellten RANS-Turbulenzmodelle auf ihre Eignung zur Vorhersage des Strömungsprofils untersucht. Es wird kein Turbulenzmodell von vornherein ausgeschlossen.

2.4 Grundlagen der LDV

Die Laser-Doppler-Velozimetrie (LDV) ist ein optisches Messverfahren, das auf dem Doppler-Effekt basiert und die punktuelle Geschwindigkeit der Strömung an festgelegten Orten erfasst. Es hat aufgrund der berührungslosen Messung keinen Einfluss bzw. keine Rückwirkung auf die Strömung.

Das Prinzip der Laser-Doppler-Velozimetrie beruht auf der Tatsache, dass kohärente Lichtwellen, die von bewegten Teilchen gestreut werden, eine Doppler-Frequenzverschiebung aufweisen [86].

Wird ein bewegtes Teilchen von einem Laser mit der Laserlichtfrequenz f_0 angestrahlt, so beträgt die vom Teilchen wahrgenommene Frequenz aufgrund der Doppler-Frequenzverschiebung

$$f' = f_0 \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}}{c_{\text{Licht}}} \right), \quad (2-52)$$

wobei $\vec{u} \cdot \vec{l}$ das Skalarprodukt aus Teilchengeschwindigkeitsvektor und Richtungsvektor der Laserstrahlausbreitung des Laserstrahls ist. c_{Licht} steht für die Lichtgeschwindigkeit.

Wird das Streulicht des bewegten Teilchens von einem Detektor empfangen, so findet aufgrund der Relativbewegung zwischen dem ruhenden Detektor und dem bewegten Teilchen eine zweite Doppler-Frequenzverschiebung statt. Die vom Detektor (Detektionsrichtungsvektor \vec{l}_D) registrierte Frequenz beträgt:

$$f_D = \frac{f'}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_D}{c_{\text{Licht}}}} = f_0 \frac{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}}{c_{\text{Licht}}}}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_D}{c_{\text{Licht}}}}. \quad (2-53)$$

Diese Frequenz liegt im Bereich der eigentlichen Lichtfrequenz. Eine diskrete Auflösung dieser Frequenzen durch Detektoren ist nicht möglich. Deshalb wird bei der LDV der Lichtstrahl eines Lasers durch eine Strahlteilungsoptik aufgespalten und beide Strahlen mit einer Linse so gebündelt, dass sie sich überkreuzen (vgl. Abbildung 8). Diese Konfiguration wird Zweistrahl-Verfahren genannt und wird am häufigsten verwendet [86]. Der Schnittpunkt ist das sogenannte Messvolumen, in dem die Geschwindigkeitsmessung durchgeführt wird.

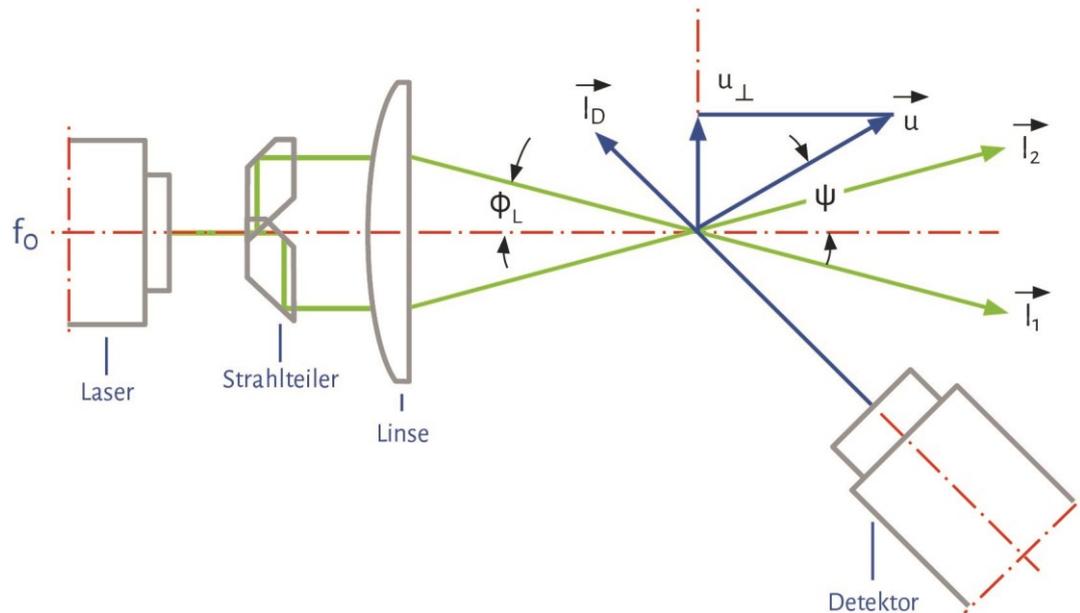


Abbildung 8: LDV-Messverfahren (e. D. [86])

Der Detektor nimmt nun die Überlagerung zweier Dopplerverschobener Lichtfrequenzen wahr. Gemäß Gleichung (2-53) und den Indizes 1 und 2 zur Unterscheidung der beiden Teilstrahlen (vgl. Abbildung 8) ergibt sich:

$$f_{D1} = f_0 \frac{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_1}{c_{\text{Licht}}}}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_D}{c_{\text{Licht}}}} \quad (2-54)$$

und

$$f_{D2} = f_0 \frac{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_2}{c_{\text{Licht}}}}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_D}{c_{\text{Licht}}}} \quad (2-55)$$

Die Überlagerung der Frequenzen f_{D1} und f_{D2} ergibt eine hochfrequente Signalwelle, die von einer niederfrequenten Schwebung moduliert wird. Die Schwebungsfrequenz Δf beträgt

$$\Delta f = f_{D1} - f_{D2} \quad (2-56)$$

Mit einer Taylorreihenentwicklung ergibt sich näherungsweise:

$$\Delta f \approx f_0 \frac{\vec{u} \cdot \vec{l}_2 - \vec{u} \cdot \vec{l}_1}{c_{\text{Licht}}}. \quad (2-57)$$

Die Schwebungsfrequenz Δf kann von Detektoren erfasst werden und wird auch Signalfrequenz oder Dopplerfrequenz genannt. Diese ist vom Detektionsrichtungsvektor \vec{l}_D unabhängig. Daher wird im Detektor eine große Sammellinse verwendet, um möglichst viel Streulicht einzufangen und eine hohe Signalqualität zu erreichen [87].

Aus Gleichung (2-57) folgt mit $f_0 / c_{\text{Licht}} = 1 / \lambda_L$ und Auflösen der Skalarprodukte unter Verwendung der Winkel aus Abbildung 8:

$$\Delta f = \frac{|\vec{u}| [\cos(\psi - \varphi_L) - \cos(\psi + \varphi_L)]}{\lambda_L}. \quad (2-58)$$

Hierbei steht λ_L für die Wellenlänge des Laserlichtes. Eine trigonometrische Umformung liefert:

$$\Delta f = |\vec{u}| \sin \psi \frac{2 \sin \varphi_L}{\lambda_L}. \quad (2-59)$$

Die gemessene Geschwindigkeitskomponente $u_{\perp} = |\vec{u}| \sin \psi$ ist senkrecht zur Winkelhalbierenden von \vec{l}_1 und \vec{l}_2 und liegt in der Ebene der beiden Teilstrahlen. Die Beziehung von gemessener Geschwindigkeitskomponente u_{\perp} und Signalfrequenz Δf beträgt somit:

$$u_{\perp} = \frac{\Delta f \cdot \lambda_L}{2 \sin \varphi_L}. \quad (2-60)$$

Mit einer LDV-Messung kann also nur eine der drei räumlichen Geschwindigkeitskomponenten gemessen werden. Sollen weitere Geschwindigkeitskomponenten gemessen werden, so kann dies zeitversetzt geschehen, indem man die Position des LDV-Messsystems für jede weitere Komponente ändert. Es gibt auch LDV-Messsysteme, die mehrere Geschwindigkeitskomponenten gleichzeitig messen können, indem beispielsweise für die Komponenten unterschiedliche Laserfrequenzen verwendet werden. Möglichkeiten zur Messung für mehrere Geschwindigkeitskomponenten werden in Wiedemann [87] dargestellt.

Neben dem Dopplereffekt zur Beschreibung der Vorgänge bei der LDV-Messung gibt es ein weiteres Modell, das sogenannte Interferenzstreifen-Modell. Nach diesem Modell entsteht im Messvolumen ein

Interferenzstreifenmuster (vgl. Abbildung 9). Ein Teilchen, welches sich durch das Interferenzstreifenmuster bewegt, passiert abwechselnd helle und dunkle Streifen, sodass das Streulicht eine Frequenz aufweist. Ein Detektor kann das gestreute Licht empfangen, dessen Frequenz von der Geschwindigkeit senkrecht zu den Interferenzstreifen abhängt. [86]

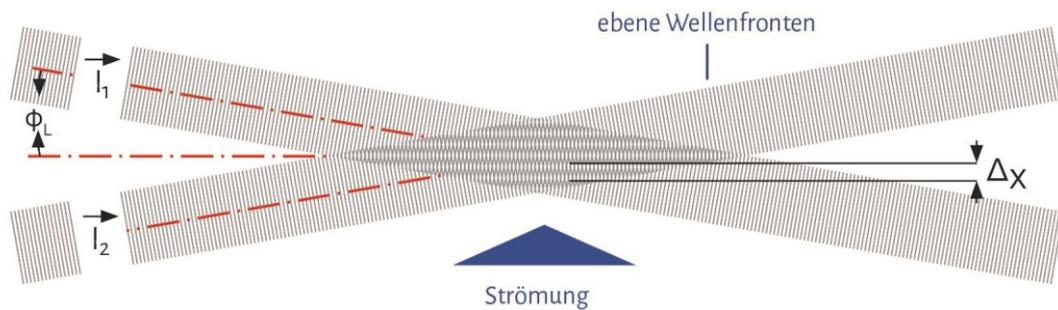


Abbildung 9: Erzeugung eines Interferenzstreifenmusters [86]

Das Interferenzstreifenmodell führt zu derselben Formel wie Gleichung (2-60). Der Abstand zwischen den einzelnen Interferenzstreifen hängt nur von der Wellenlänge des Lichts und dem Schnittwinkel der Laserstrahlen ab. Die Herleitung ist in Ruck et al. [86], Wiedemann [87] und Boutier [88] dargestellt.

Signaldetektion

Das Streulicht mit der Doppler-Frequenz wird von einer Empfangsoptik auf einem Photodetektor gebündelt. Für ein optimales Signal-Rausch-Verhältnis muss die Empfangsoptik, bestehend aus einer Linse und einer Blende, so eingestellt werden, dass sie auf das Messvolumen fokussiert ist. Die Empfangsoptik kann so positioniert sein, dass sie die Vorwärtsstreuung oder die Rückwärtsstreuung empfängt. Die Intensität der Rückwärtsstreuung ist zwar deutlich geringer, allerdings können Sende- und Empfangsoptik zu einer Einheit zusammengefasst werden, was eine einfachere Traversierung zur Folge hat. [87]

Messung negativer Geschwindigkeiten

Mit der bisher erklärten einfachen Bauform der LDV kann nicht unterschieden werden, von welcher Seite die Teilchen das Messvolumen durchqueren, d.h. ein negativer Geschwindigkeitswert liefert dieselbe Signalfrequenz wie ein positiver Geschwindigkeitswert gleichen Betrags. In einigen Anwendungsgebieten, z. B. bei der Vermessung von Totwassergebieten oder bei starker Turbulenz, ist es jedoch notwendig, auch negative Geschwindigkeitswerte messen zu können. Für diese Fälle gibt es LDV-Systeme, bei denen sich die Interferenzstreifen im Messvolumen mit einer Geschwindigkeit u_D gegen die

Strömungsrichtung bewegen. Diese Geschwindigkeit muss bei der Berechnung nach Gleichung (2-60) von der Geschwindigkeit abgezogen werden, sodass Rückströmungen bis zu einer Geschwindigkeit von $u_{\perp} = -u_D$ gemessen werden können. [88]

Damit sich die Interferenzstreifen bewegen, müssen die beiden Teilstrahlen des Lasers eine geringfügig unterschiedliche Frequenz aufweisen. Am häufigsten eingesetzt werden hierfür Bragg-Zellen. Läuft ein Laserstrahl durch eine Bragg-Zelle, so wird die Frequenz des Lasers verschoben. Um das sich bewegendende Interferenzstreifenmuster zu erzeugen, läuft entweder nur ein Teilstrahl durch eine Bragg-Zelle, oder es laufen beide Teilstrahlen durch zwei Bragg-Zellen, die jeweils unterschiedliche Frequenzverschiebungen erzeugen. [87]

3 Ganzfeldmessungen von Rohrströmungen mittels LDV

Zum Erzeugen von Vergleichsdaten für die numerischen Simulationen wurden Strömungsprofile mittels LDV gemessen. Da bei der Vor-Ort-Kalibrierung die Randbedingungen, wie die Geometrie der Rohrleitung bzw. der Störung, die Oberflächenrauheit und der tatsächliche Volumenstrom nicht mit der benötigten Genauigkeit zu messen sind, wurde ein Prüfstand im Labor aufgebaut. Außerdem werden vor Ort nur einzelne Pfade gemessen. Am Prüfstand im Labor wurden durch die Verwendung eines aufwendigen optischen Zugangs Strömungsprofile auf dem gesamten Rohrquerschnitt gemessen.

3.1 Beschreibung der Versuchseinrichtung

Die experimentellen Versuche wurden an einem Prüfstand des Fachgebiets Fluidsystemdynamik der TU Berlin durchgeführt (VOK-Prüfstand). Es handelt sich hierbei um eine Ringrohrleitung mit einer Kreiselpumpe, Armaturen und Messgeräten. Das in dem Prüfstand verwendete Fluid ist Wasser. Für die experimentellen Untersuchungen wurden unterschiedliche Störgeometrien in den Prüfstand integriert.

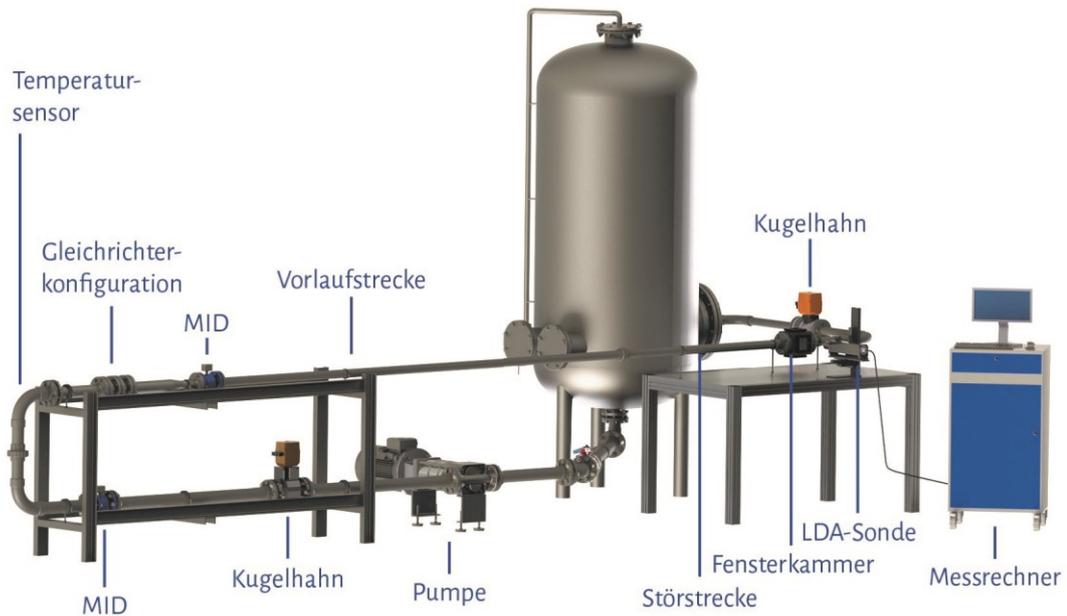


Abbildung 10: Prüfstand zur Untersuchung von Strömungsprofilen mittels LDV

In Abbildung 10 ist der VOK-Prüfstand mit Kennzeichnung der Komponenten dargestellt. Das Wasser fließt aus einem Tank durch einen Kugelhahn, durch die Kreiselpumpe, gefolgt von einem weiteren Kugelhahn und einem magnetisch-induktiven Durchflussmesser (MID). Danach folgen zwei 90° Krümmen. Zur Messung der Fluidtemperatur ist ein Pt100 Temperatursensor im Prüfstand integriert. Um die Störung des Strömungsprofils durch die Krümmen im darauffolgenden Abschnitt so gering wie möglich zu halten, sind Strömungsgleichrichter hinter den Krümmern platziert, bestehend aus drei Lochplatten und einem Rohrbündel. Bis zu dieser Stelle hat die Rohrleitung einen Nenndurchmesser von DN80. Mittels einer Düse wird daraufhin der Querschnitt von 76,6 mm auf 53,6 mm über eine Lauflänge von 85 mm verringert. Vor der Einlaufstrecke befindet sich ein weiterer MID mit dem kleineren Nenndurchmesser DN50. Die Vorlaufstrecke besteht aus einem geraden Rohrabschnitt, welcher in der Länge dem hundertfachen des Rohrdurchmessers entspricht (100 D). Durch diese Lauflänge ist gewährleistet, dass sich ein vollausgebildetes, ungestörtes Strömungsprofil entwickelt. Die Fensterkammer ermöglicht den für die LDV-Messung benötigten optischen Zugang zur Rohrströmung (vgl. Abbildung 11). Dahinter befindet sich ein weiterer Kugelhahn, bevor das Wasser zurück in den Tank strömt.



Abbildung 11: Detailansicht der Messstelle (Fensterkammer und LDV-Messsonde)

Zwischen der 100 D Vorlaufstrecke und der Fensterkammer befindet sich ein Abschnitt, in den verschiedene Störgeometrien eingebaut werden können. Bei einer Untersuchung einer ungestörten Strömung wird hier ein weiteres gerades Rohrstück eingebaut.

Da das Glasrohr in der Fensterkammer einen Innendurchmesser von 54,96 mm hat, erweitert sich der Querschnitt über einen Diffusor in der Fensterkammer vom Innendurchmesser der Zuführung zum Innendurchmesser des Glasrohrs. Diese Aufweitung hat in z-Richtung (Strömungsrichtung) eine Länge von 34,5 mm (vgl. Abbildung 12).

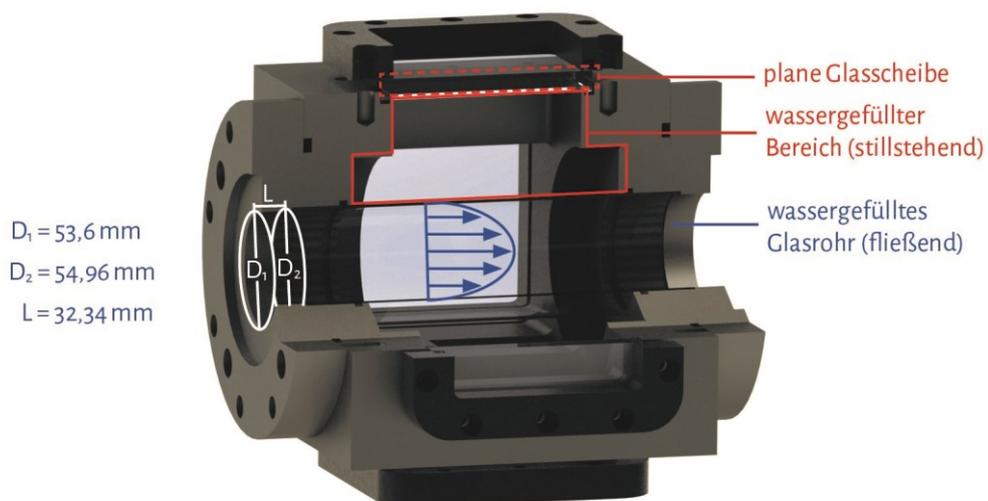


Abbildung 12: Schnittansicht der Fensterkammer

An den vier Seiten der Fensterkammer befinden sich vier ebene Glasscheiben. Im Inneren der Fensterkammer fließt die Strömung durch ein Glasrohr. Darüber hinaus ist die Fensterkammer mit Wasser gefüllt, d. h. zwischen Glasrohr und Glasscheiben befindet sich ruhendes Wasser. Negative Einflüsse auf die Messung werden durch die geringere Brechung der Laserstrahlen an einer planen Glasscheibe als am gekrümmten Glasrohr beim Übergang von Luft zu Glas reduziert. Beim darauffolgenden Übergang der Laserstrahlen von Wasser in Glas und erneut in Wasser sind diese Einflüsse aufgrund des geringen Unterschiedes der Brechungsindizes von Wasser und Glas geringer ausgeprägt.

Die LDV-Sonde befindet sich auf einer Traversierung, welche die zuvor programmierten Positionen des Messvolumens (Messpunkte) im Glasrohr automatisch anfährt. Wird nun ein Gitter aus Messpunkten (Messgitter) abgefahren, kann die Geschwindigkeitsverteilung über den gesamten Rohrquerschnitt gemessen werden. Das Messgitter ist in Abbildung 13 (links) zu sehen. Es besteht aus insgesamt 461 Messpunkten, welche auf 23 konzentrischen Kreisen (schwarz) um einen Messpunkt in der Mitte angeordnet sind. Jeder Messpunkt liegt auf einem von zehn Durchmesserpfaden (rot). Der Winkel des Durchmesserpfades, welcher parallel zur horizontalen Achse liegt, wird mit 0° bezeichnet. Der Winkel zu den folgenden Durchmesserpfaden vergrößert sich jeweils um 18° . Da außen mit größeren Geschwindigkeitsgradienten gerechnet wird, ist dort eine höhere Messpunktdichte auf den Durchmesserpfaden eingefügt. Es wird eine auf den Außenradius R normierte Achseneinteilung verwendet. Die Strömungsrichtung tritt aus der Abbildungsebene heraus. Diese Vereinbarung wird für alle 2D-Darstellungen von Geschwindigkeitsprofilen beibehalten.

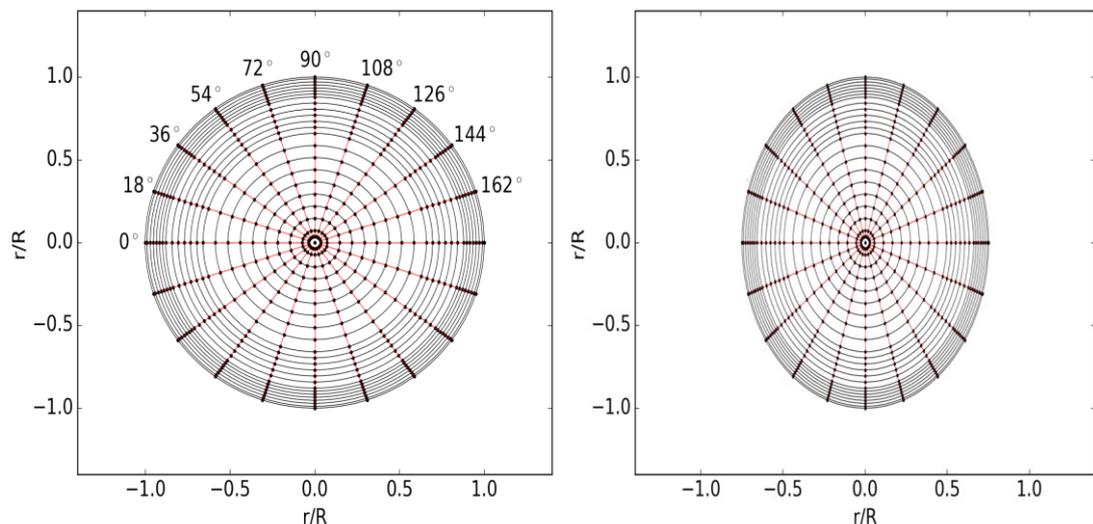


Abbildung 13: Messraster zur LDV-Messung, original Koordinaten (links) und von der Traverse angefahrne Koordinaten (rechts)

Die Brechung der Laserstrahlen beim Übergang zwischen den verschiedenen Medien und Materialien (Luft-Glas-Wasser-Glas-Wasser) und die damit verbundene falsche Positionierung des Messvolumens in der Strömung wird durch ein angepasstes Messgitter kompensiert. Es werden durch die Traversierung Messpositionen eines gestauchten Messgitters in Abbildung 13 (rechts) angefahren, damit das Messvolumen in der Strömung nach der Brechung der Laserstrahlen die korrekten Positionen erreicht.

Bei der verwendeten Messtechnik handelt es sich um das fp50-shift LDV-System, welches die Laserquelle, die Frequenzverschiebung und die Laseroptik in einer Sonde vereint. Die Parameter sind nach Herstellerangaben der ILA GmbH in nachfolgender Tabelle 11 zusammengefasst.

Tabelle 11: Laserparameter

Parameter	Wert
Laserausgangsleistung	75 mW
Wellenlänge des Laserlichts	$5,320 \times 10^{-7}$ m
Brennweite der Sendelinse	0,120 m
Strahlabstand der Sendestrahlen	0,045 m
Schnittwinkel der Laserstrahlen	$21,2393^\circ$
Anzahl der Interferenzstreifen	35
Abstand der Interferenzstreifen	$1,4439 \times 10^{-6}$ m
fokussierter Strahldurchmesser	$5,08038 \times 10^{-5}$ m
Messvolumenbreite	0,000275675 m

An jedem Messpunkt wurden zur statistischen Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit fortlaufend Messwerte aufgenommen, bis entweder 60 s Messzeit oder 1000 Messwerte (bursts) erreicht worden sind. Die eigentliche Strömungsgeschwindigkeit wurde im Anschluss durch den arithmetischen Mittelwert der Messwerte bestimmt. Im Kernbereich der Strömung sind in der Regel 1000 bursts pro Messpunkt aufgenommen worden. Im Randbereich reduzierte sich dieser Wert aufgrund niedrigerer Strömungsgeschwindigkeiten. An diesen Stellen begrenzte das 60 s Kriterium die Messwertaufnahme. In wenigen Fällen wurden an Messpunkten im Wandbereich keine Messwerte aufgenommen.

Kalibrierung des DN50 und DN80 MIDs

Da der Volumenstrom eine wichtige Größe für die Versuche und auch die Simulation darstellt, wurde dieser über ein weiteres Messsystem ermittelt. Am Prüfstand wurde zusätzlich zu den LDV-Messungen der Volumenstrom über MIDs aufgezeichnet. Zur Erhöhung der Genauigkeit wurden für große

Volumenströme ein DN80 MID und für kleinere Volumenströme ein DN50 MID verbaut. Der Einbauzustand und die Wassertemperatur unterscheiden sich zur Werkskalibrierung. Daher wurden diese an der Wärmezählerprüfstrecke der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt kalibriert. In der Arbeit von Matthies [89] sind ausführliche Beschreibungen der Anlage und Angaben zur Genauigkeit zu finden. Die MIDs wurden unter den am Prüfstand herrschenden Einbaubedingungen kalibriert. Es wurde die Gleichrichterstrecke inklusive der Reduzierung von 76,6 mm auf 53,6 mm vor dem DN50 MID bei der Kalibrierung mit einbezogen. Des Weiteren wurden die MIDs bei Wassertemperaturen von 20 °C und 30 °C kalibriert. In Abbildung 14 sind die Abweichungen des gemessenen Volumenstroms der beiden MIDs bei unterschiedlichen Temperaturen zum Referenzwert aus der Wärmezählerprüfstrecke dargestellt. Es wurden an jedem dargestellten Messpunkt drei Wiederholungsmessungen durchgeführt.

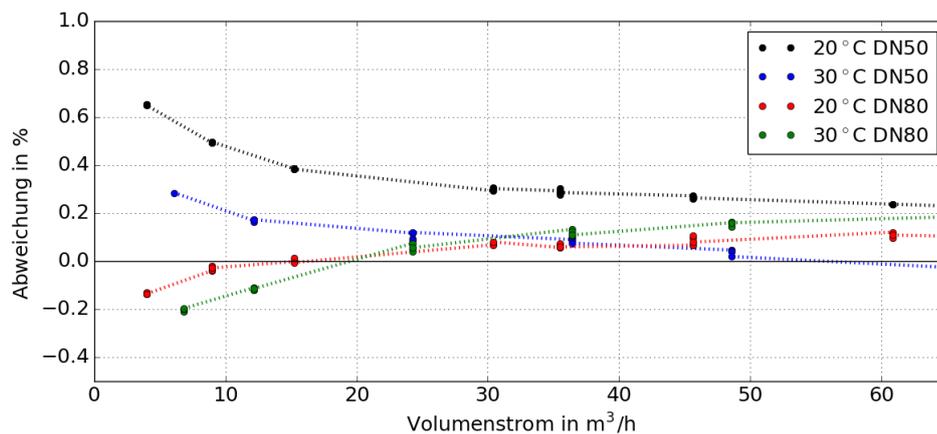


Abbildung 14: Kalibrierergebnis der MIDs

Es ist zu sehen, dass die höchste Abweichung von 0,7 % bei einer Wassertemperatur von 20 °C und einem Volumenstrom von 6 m³/h auftritt. Bei steigender Strömungsgeschwindigkeit liegen die Abweichungen bei allen Messreihen unter 0,4 %. Im Mittel schwanken die Ergebnisse der Wiederholungsmessung beim DN50 MID um 0,010 % und beim DN80 MID um 0,013 %.

Prüfstandsqualität

Eine weitere Größe, die als Randbedingung für die numerischen Simulationen benötigt wurde, ist die Ausprägung des Geschwindigkeitsprofils am Eintritt in die Störgeometrie. Am Prüfstand befand sich der Eintritt in die Störgeometrie nach der 100 D langen Vorlaufstrecke. Daher wurde zu Beginn der Untersuchungen das Geschwindigkeitsprofil an dieser Stelle gemessen. Um ein besseres Verständnis über die Entwicklung der Strömung entlang der

Vorlaufstrecke zu erlangen, wurde auch das Geschwindigkeitsprofil am Austritt aus der Gleichrichterkonfiguration gemessen (vgl. Abbildung 15). In Strömungsrichtung sind die Messpositionen mit aufsteigender Nummerierung benannt. An den Messpositionen (MP) 1 und 2 wurden für die Bewertung der Prüfstandsqualität ungestörte Strömungsprofile gemessen. An der Messposition 3 wurden durch verschiedene Rohreinbauten gestörte Strömungen untersucht.

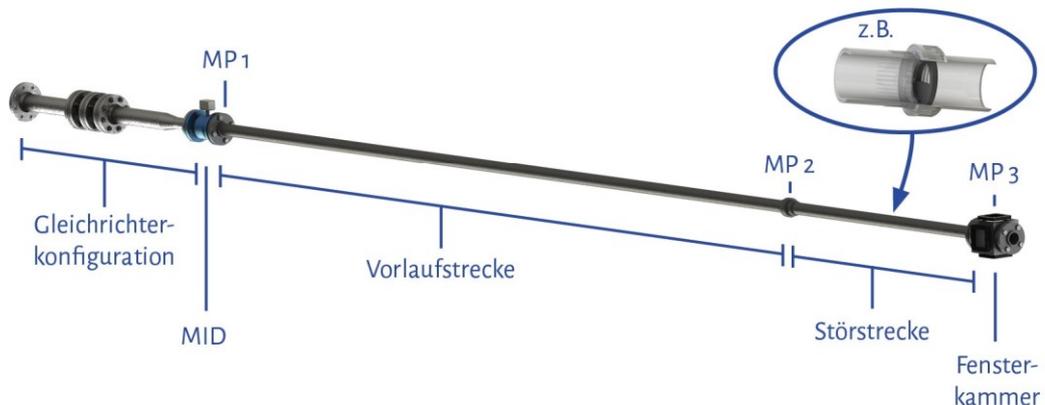


Abbildung 15: Darstellung der Vorlauf- und Störstrecke

Für die Messungen wurde die Fensterkammer an den beschriebenen Positionen eingebaut. Es wurden Geschwindigkeitsprofile über den gesamten Rohrquerschnitt gemessen.

Die Qualität eines vollausgebildeten Geschwindigkeitsprofils wird anhand von vier Faktoren bewertet: Asymmetriefaktor, Drallwinkel und Profilmfaktor [90, 91] sowie Turbulenzfaktor [92]. Nach Müller & Dues [93] kann bei Einhaltung der nachfolgenden erläuterten Bereichsgrenzen bzw. zulässigen Maximalwerten von einem hinreichend ausgebildeten Strömungszustand ausgegangen werden.

Asymmetriefaktor

Der Asymmetriefaktor K_a beschreibt die Verschiebung des Flächenschwerpunktes von Einzelprofilen aus der Symmetrieebene. Er wird in Prozent angegeben. Der Asymmetriefaktor ist wie folgt definiert:

$$K_a = \frac{\int_{-R}^R (r^*) w(r^*) dr}{2 \int_{-R}^R w(r^*) dr} \quad (3-1)$$

Der maximal zulässige Wert für den Asymmetriefaktor liegt bei $K_{a,max} = 1 \%$.

Drallwinkel

Für die Bestimmung des Dralls in einer Strömung kann der Drallwinkel bzw. der maximale Drallwinkel als einfaches Maß herangezogen werden:

$$\varphi_{max} = \tan^{-1} \left(\frac{\max(|u(r^*)|, |v(r^*)|)}{w_{vol}} \right). \quad (3-2)$$

Dabei sind $u(r^*)$ und $v(r^*)$ die Strömungsgeschwindigkeiten normal zur axialen Strömungsrichtung. Der maximal zulässige Drallwinkel liegt bei $\varphi_{max} = 2^\circ$.

Turbulenzfaktor

Der Turbulenzfaktor K_{tu} zeigt das Verhältnis zwischen dem maximalen Turbulenzgrad tu der Messung einer Geschwindigkeitskomponente und einem Referenzwert tu_s . Der Turbulenzgrad einer Strömung ist ein Maß für die Schwankung der Geschwindigkeit um ihren zeitlichen Mittelwert [10, 94]. Nach Durst et al. [92] wird der Turbulenzgrad in der Mitte einer ausgebildeten Strömung über

$$tu_s = 0,13 \left[Re \left(\frac{w_m}{w_{vol}} \right) \right]^{-\frac{1}{8}} \quad (3-3)$$

für eine Reynoldszahl > 4500 beschrieben. Der Turbulenzfaktor wird nach

$$K_{tu} = \frac{\max(tu)}{tu_s} \text{ mit } tu = \frac{\sqrt{w(r^*)'^2}}{w(r^*)} \quad \forall r^* \in [-0,2, 0,2] \quad (3-4)$$

berechnet. Dabei werden Messwerte aus dem Kernbereich ($-0,2 \leq r^* \leq 0,2$) der Strömung verwendet. Der maximal zulässige Wert des Turbulenzfaktors $K_{tu,max}$ liegt bei 2.

Profilmfaktor

Der Profilmfaktor K_p ist ein Maß für die Zuspitzung ($K_p > 1$) bzw. Abflachung ($K_p < 1$) des gemessenen Profils $K_{p,mess}$ im Vergleich zu einem vollausgebildeten Referenzprofil $K_{p,s}$. Bei einer vollausgebildeten Strömung beträgt der Wert des Profilmfaktors somit 1. Für den Profilmfaktor gilt:

$$K_p = \frac{K_{p,mess}}{K_{p,s}} = \frac{\frac{1}{2w_{vol}} \int_{-R}^R (w_m - w(r^*)) dr}{\frac{1}{2w_{vol}} \int_{-R}^R (w_{s,m} - w_s(r^*)) dr}. \quad (3-5)$$

Zur besseren Übersicht gilt $r^*=r/R$. In der Gleichung steht w_{vol} für die volumetrische Geschwindigkeit, w_m für die Strömungsgeschwindigkeit in der

Rohrmitte und $w(r^*)$ für die lokalen Geschwindigkeitswerte. Der Zusatzindex s kennzeichnet die Werte des Referenzprofils. Die Bereichsgrenzen liegen für den Profilmfaktor bei $0,8 \leq K_p \leq 1,3$.

Der Profilmfaktor wird auf ein Referenzgeschwindigkeitsprofil bezogen. Für diesen Vergleich bietet sich eine halb-empirische Gleichung für die radiale Beschreibung einer vollausbildeten, turbulenten Rohrströmung nach Gersten in Zusammenarbeit mit Herwig (GH-Profil) an [95].

Es handelt sich um eine geschlossene mathematische Beschreibung des Geschwindigkeitsprofils mit einer Unterscheidung zwischen Wandbereich und Kernströmungen. Über eine Blendingfunktion mit Nebenbedingungen werden diese zwei Bereiche zu einem geschlossenen Geschwindigkeitsprofil zusammengeführt. Darüber hinaus kann durch Verändern der Konstanten eine einfache Anpassung des Geschwindigkeitsprofils auf aktuelle wissenschaftliche Ergebnisse durchgeführt werden. Das Geschwindigkeitsprofil

$$w(r^*) = w^*(r^*) \cdot \frac{w_{vol}}{\sqrt{8/\lambda}} \quad (3-6)$$

ergibt sich aus dem Rohrreibungswert für hydraulisch glatte Rohre

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,934 \cdot \log_{10}(Re\sqrt{\lambda}) - 0,554 - \frac{402}{Re\sqrt{\lambda}}, \quad (3-7)$$

der volumetrischen Geschwindigkeit w_{vol} und der dimensionslosen Geschwindigkeitsverteilung

$$\begin{aligned} w^*(r^*) &= \frac{1}{\kappa} \left[\ln(1 + r^*) - \frac{\alpha_{GH}}{2a} \ln(1 + ar^{*2}) - \frac{\beta_{GH}}{2b} \ln(1 + br^{*2}) \right] \\ &+ \frac{1}{\Lambda} \left[\frac{1}{3} \ln \left(\frac{\Lambda y^+ + 1}{\sqrt{(\Lambda y^+)^2 - \Lambda y^+ + 1}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\arctan \left(\frac{2\Lambda y^+ - 1}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\pi}{6} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{4\kappa} \ln(1 + \kappa B y^{+4}) + \bar{C}. \end{aligned} \quad (3-8)$$

Hier steht $\kappa=0,421$ für die von Kármán Konstante. Alle weiteren Konstanten (Tabelle 12) stammen aus dem Superpipe Experiment der Princeton University [96].

Tabelle 12: Konstanten des GH-Profiles

Konstante	a	b	B	\bar{C}	α_{GH}	β_{GH}	Λ
Wert	-0,2714	5,567	0,0011	1,23	-0,1656	7,738	0,119

Zusätzlich wird der dimensionslose Wandabstand

$$y^+ = Re_\tau(1 - r^*) \quad (3-9)$$

mit

$$Re_\tau = \frac{Re}{2 \cdot \sqrt{8/\lambda}} \quad (3-10)$$

benötigt.

In Abbildung 16 ist die relativ gute Übereinstimmung des GH-Profiles mit den experimentellen Ergebnissen sichtbar. Es werden berechnete Geschwindigkeitswerte mit experimentellen Ergebnissen aus dem Superpipe Experiment [96] bei einer Reynoldszahl von 56.677 verglichen. Im Experiment ist ein minimaler Abstand zur Wand von $y^+ = 8$ erreicht worden.

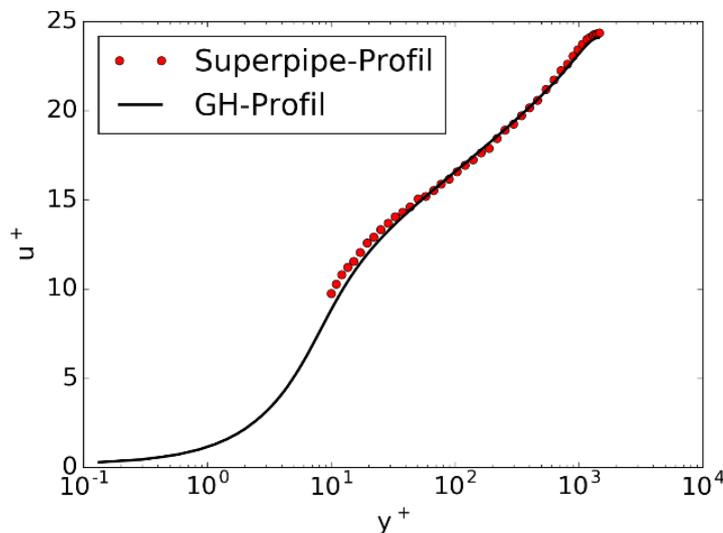
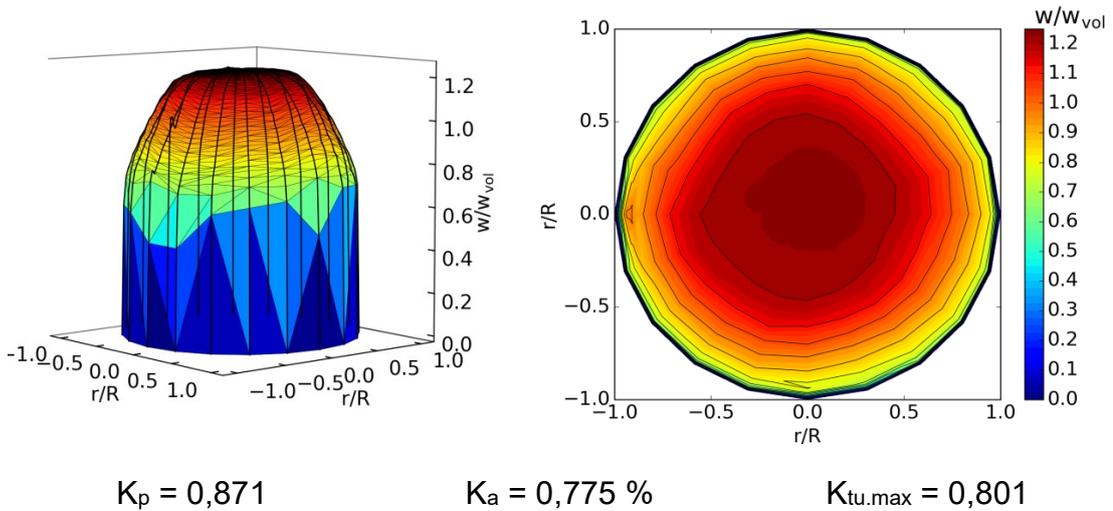


Abbildung 16: u^+ und y^+ Gegenüberstellung des Gersten und Herwig Profils mit experimentellen Messdaten

Durch die logarithmische Einteilung der Abszissenachse in der dimensionslosen u^+ und y^+ Darstellung liegt der Bereich an der Wand im Fokus. Das GH-Profil gibt die Geschwindigkeitsverteilung einer vollausgebildeten Rohrströmung genau wieder und wird daher zur Prüfstandsvalidierung herangezogen. In der folgenden Übersicht (Abbildung 17) sind die Ergebnisse der Ganzfeld-Messung und die daraus abgeleiteten Qualitätsfaktoren aufgezeigt. Die Strömungsgeschwindigkeit ist auf die volumetrische Strömungsgeschwindigkeit normiert.

Messposition 1



Messposition 2

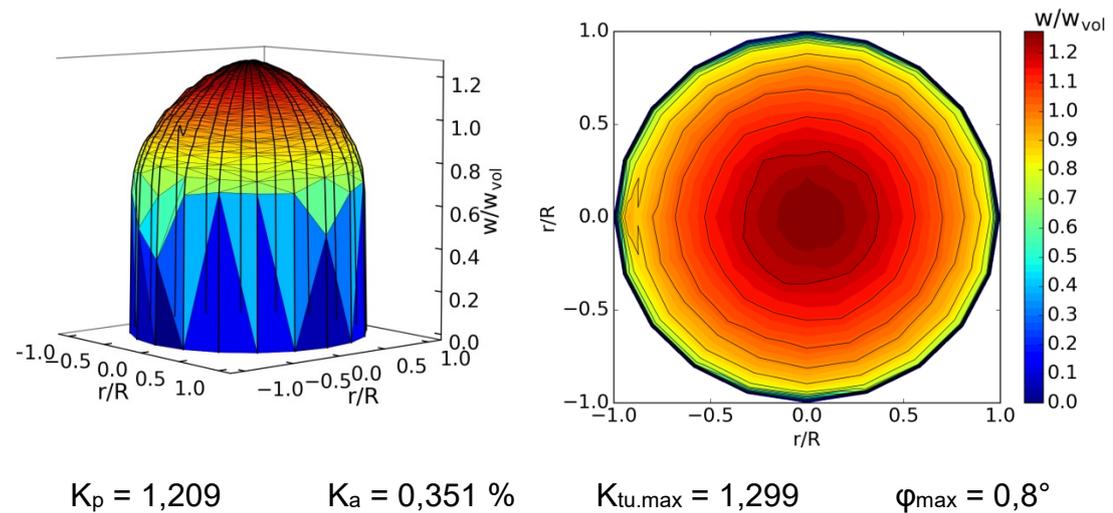


Abbildung 17: Messergebnisse der ungestörten Rohrströmung

Bereits an der ersten Messposition direkt nach der Gleichrichterkonfiguration befinden sich die Kennzahlen des Geschwindigkeitsprofils in den Bereichsgrenzen bzw. unterhalb der Maximalwerte nach Müller & Dues [93]. Allerdings ist zu erkennen, dass das Profil im Kern abgeflacht ist. Nach der vorgesehenen Strecke von 100 D an der zweiten Messposition hat das Geschwindigkeitsprofil die Form einer ausgeprägten Rohrströmung. Am Profilkfaktor ($K_p > 1$) kann abgelesen werden, dass das Geschwindigkeitsprofil spitzer zuläuft als das GH-Profil, d. h. es wird eine zu hohe Strömungsgeschwindigkeit in der Rohrmitte gemessen. Dies resultiert aus der Vergrößerung des Querschnittes in der Fensterkammer [97]. Da der Faktor aber im geforderten Bereich liegt, wird diese Zuspitzung akzeptiert.

Oberflächenrauheit

Die Wandrauheit hat eine große Bedeutung für die Form des Geschwindigkeitsprofils. In der Berechnung des GH-Profiles wird die Wand als hydraulisch glatt über die Gleichung (3-7) berücksichtigt. Die Beschaffenheit der Wandrauheit ist auch eine weitere Schnittstelle zwischen numerischer Simulation und Experiment. Das berechnete Strömungsprofil unterscheidet sich je nachdem, welches Modell für die Wand gewählt wird. Am Prüfstand wurden extrudierte PVC-Kunststoffrohre verwendet. Da sich nach längerem Gebrauch verschiedene Ablagerungen an der Rohrwand bilden, wurden für die Messung der Wandrauheit bereits eingebaute Rohrstücke verwendet. Es wurden drei Proben zugeschnitten, die jeweils dreimal vermessen wurden. Die Oberflächenrauheit wurde auf einer Länge von 12,5 mm aufgezeichnet. Verwendet wurde hierfür das Oberflächenmessgerät SURFCOM 1500 von Carl Zeiss. Es hat im Messbereich von 1000 μm eine Auflösung von 20 nm. In Abbildung 18 ist das Ergebnis des Mittenrauwerts R_a der drei Proben dargestellt.

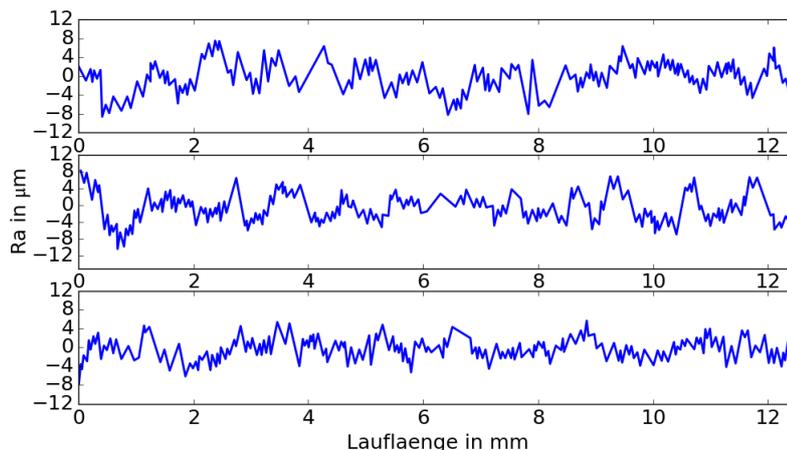


Abbildung 18: Messergebnis der Oberflächenrauheit eines PVC-Kunststoffrohrs

Der Mittenrauwert ist nach DIN EN ISO 4287 über

$$R_a = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} |z(x)| dx \quad (3-11)$$

bestimmt. Hier steht l_r für die Lauflänge des Messergebnisses $z(x)$.

Der Verlauf der Oberflächenrauheit schwankt zwischen $-8 \mu\text{m}$ und $8 \mu\text{m}$. Die Tabelle 13 zeigt die Ergebnisse der Wiederholungsmessungen der drei Proben.

Tabelle 13: Messergebnisse der Oberflächenrauheit

	Ra in μm			Av. Ra in μm	Std. in μm
Probe 1	1,69	1,72	1,88	1,76	0,10
Probe 2	2,58	1,72	1,72	2,01	0,50
Probe 3	2,36	1,61	2,11	2,03	0,38

Nach Merzkirch et al. [95] mit

$$k_s = 3,2 \text{ bis } 4,5 \cdot Ra \quad (3-12)$$

und der DIN EN ISO 5167 [98]

$$k_s = \pi \cdot Ra \quad (3-13)$$

wird eine äquivalente Sandrauheit k_s von 0,006 mm bis 0,0085 mm berechnet. Im Falle der höchsten Sandrauheit kann die Rohrwand immer noch als hydraulisch glatt angenommen werden. Mit dem Rohrdurchmesser von 54,96 mm liegt der Schnittpunkt mit der Reynoldszahl von 5×10^4 im hydraulisch glatten Bereich (vgl. Abbildung 19).

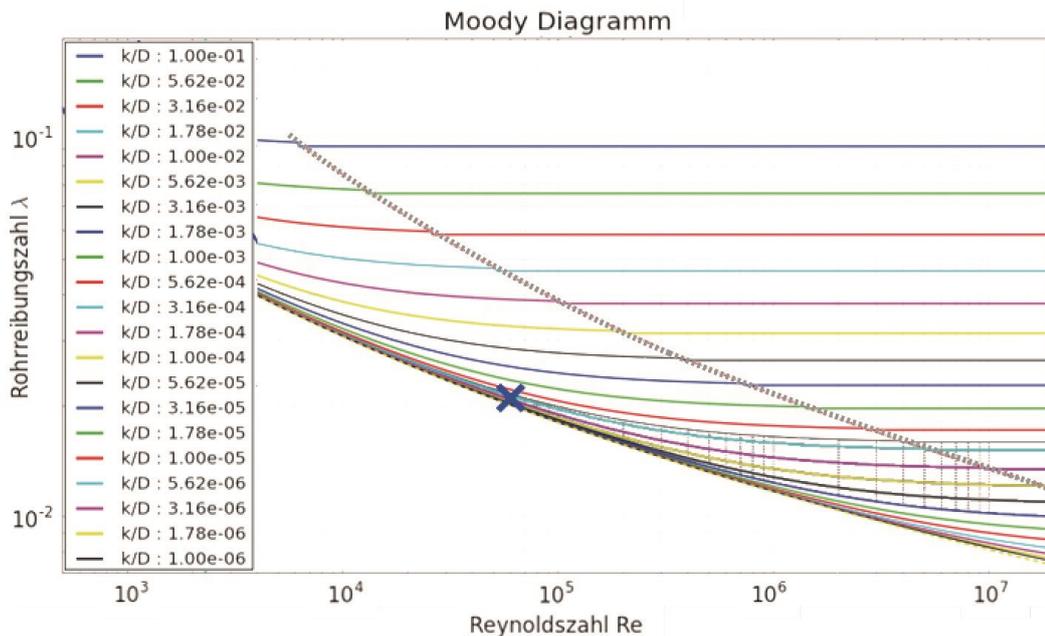


Abbildung 19: Moody-Diagramm (e. D. [99])

Der Prüfstand ermöglicht eine verlässliche Messung der Geschwindigkeitsprofile. Es wurde eine ungestörte, turbulente Rohrströmung im Vergleich zu einem analytischen Ergebnis mit einer geringen Abweichung gemessen. Für die Simulation wird daher von den folgenden Randbedingungen ausgegangen werden: vollausgebildetes Geschwindigkeitsprofil im Einlass, hydraulisch glatte Rohrwände und hinreichend genau bekannte und konstante Volumenströme.

3.2 Störgeometrien

Eine Betrachtung von typischen Strömungsstörern an VOK-Messstellen hat gezeigt, dass am häufigsten Rohrkrümmer im Strömungsvorlauf der Messung zu finden sind. Die Anzahl und die Orientierung der Krümmer variiert dabei stark. Im einfachsten Fall wird die Strömung durch einen Krümmer umgelenkt. Es kommen aber auch mehrere Krümmer mit jeweils einem kurzen, geraden Rohrstück dazwischen aufeinander folgend vor. In weiteren Fällen sind Regelarmaturen wie Plattenschieber sowie Kugelhähne und Strömungsverzweigungen über T-Stücke verbaut.

Im Labor wurde ein Teil dieser Geometrien in DN50 am Prüfstand in dem dafür vorgesehenen Bereich in der Störstrecke eingebaut. Im Nachlauf des jeweiligen Strömungsstörers wird das gestörte Strömungsprofil mittels LDV in der Fensterkammer untersucht. Der Abstand zwischen dem Ende des Strömungsstörers und der Messstelle in der Fensterkammer beträgt $6D$. Dies ist der kleinste realisierbare Abstand, da zum einen die Fensterkammer mit der Aufnahme des Glasrohres und des Diffusors eine Verschiebung der Messstelle in Strömungsrichtung hervorruft. Zum anderen benötigt der Flansch zum Anschrauben der Störgeometrie an die Fensterkammer ein gerades Rohrstück von $2D$. Durch diese Anordnung von Fensterkammer und Störgeometrie ist es möglich die stärkste gestörte Form des Geschwindigkeitsprofils der jeweiligen Störung zu messen. Dadurch kann das volle Potential der folgenden Erweiterung und Verbindung mit numerischen Simulationen untersucht werden. In der aufgeführten Übersicht (Abbildung 20) sind die untersuchten Strömungsstörer aufgezeigt.

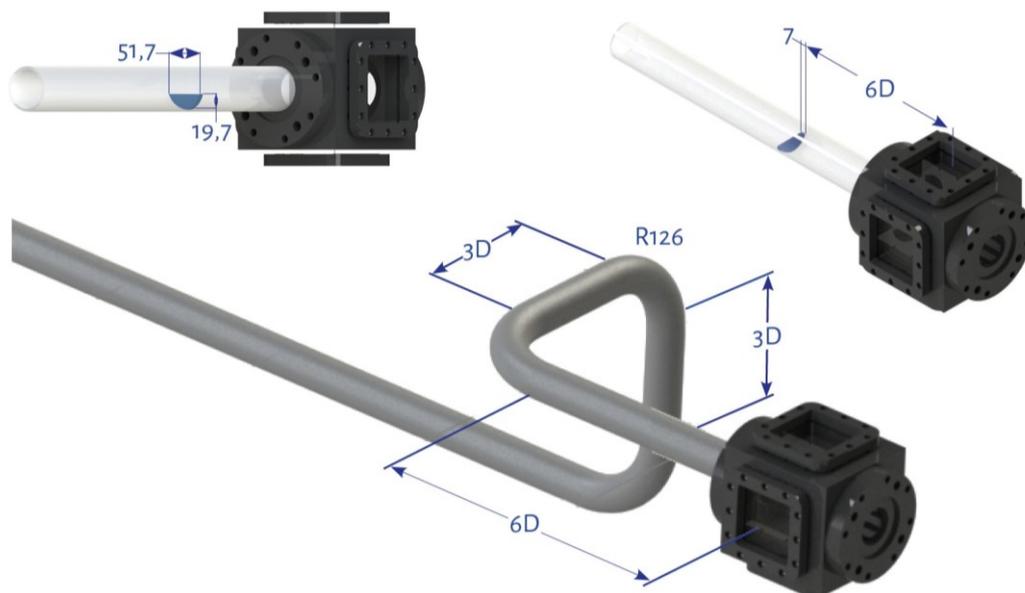


Abbildung 20: Untersuchte Strömungsstörer (1/3-Segmentblende und Raumkrümmer)

Die 1/3-Segmentblende stellt einen teilweise geschlossenen Schieber dar. Die Blende hat eine Dicke von 7 mm und verschließt 1/3 des Strömungsquerschnittes mit dem Durchmesser von 53,6 mm. Die Ränder der Blende schließen bündig mit der Rohrleitung ab. Hineinragende Kanten, welche eine ungewollte Störung der Strömung bewirken, wurden vermieden. Die Strömung wird ausschließlich durch die von unten in die Strömung ragende Blende gestört.

Die Raumkrümmer bestehen aus Kombinationen von 90° Rohrkrümmern. Diese sind zueinander so ausgerichtet, dass die drei Krümmer-Ebenen (Ebene, in der die Mittellinien der geraden Rohrstücke vor und nach dem Rohrkrümmer liegen) voneinander verschieden sind und je zwei Krümmer-Ebenen zueinander einen Winkel von 90° aufweisen. Zwischen den Rohrkrümmern ist je ein gerades Rohrstück von 3 D verbaut. Der Krümmungsradius beträgt $R = 126$ mm.

Zuletzt ist eine Störung untersucht worden, welche sich aus zwei Raumkrümmern zusammensetzt. Zwischen den Raumkrümmern wird ein gerades Rohrstück, bei dem die Länge mit 5 D, 10 D, 20 D oder 50 D variiert wird, eingebaut. Der zweite Krümmer ist eine Spiegelung des bereits vorgestellten Raumkrümmers. Die Messung des Strömungsprofils erfolgt 6 D stromabwärts in der Fensterkammer nach dem Austritt aus dem zweiten Raumkrümmer. Die Position des zweiten Raumkrümmers ist konstant gehalten worden. Der erste Raumkrümmer hingegen rückte mit zunehmender Länge des Zwischenstückes stromaufwärts. Bei der Konfiguration mit dem 50 D-Zwischenstück ist die Vorlaufstrecke auf 55 D gesunken. Daher wurde zu Beginn der Messreihe das Einlassprofil in den ersten Raumkrümmer gemessen. Die Fensterkammer wurde an der Stelle platziert, die der Position des Eintritts in den ersten Raumkrümmer in der 50 D Konfiguration entspricht. Die Bedingung ist, dass es sich um ein vollausgebildetes Geschwindigkeitsprofil handelt.

In Abbildung 21 ist die Messposition des Einlassprofils in Relation (seitlich versetzt) zu den vier unterschiedlichen Konfigurationen (50 D, 20 D, 10 D, und 5 D) der Raumkrümmer dargestellt.

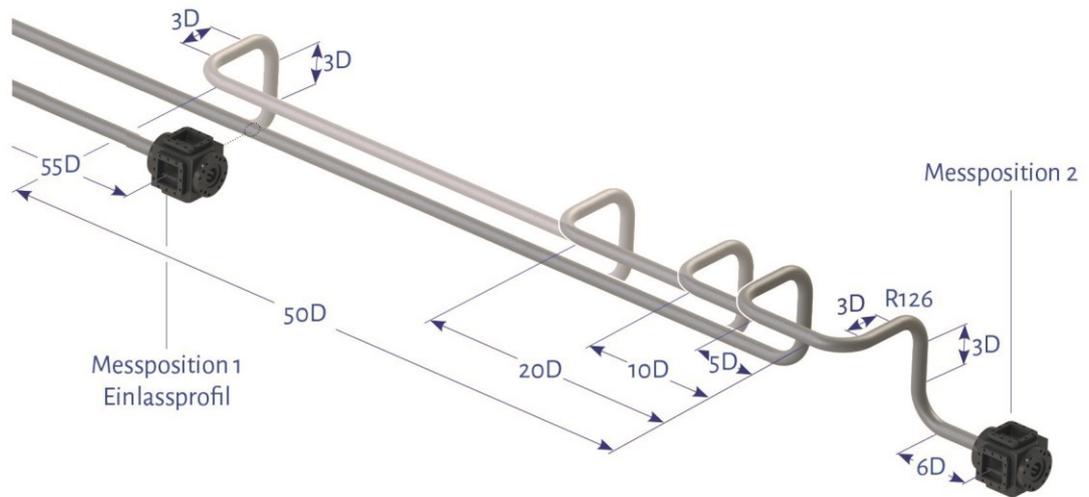


Abbildung 21: Darstellung unterschiedlicher Konfigurationen von zwei Raumkrümmern

In Abbildung 22 ist das Ergebnis der Messung des Einlassprofils dargestellt. Zur Bewertung werden die aus dem vorherigen Kapitel bekannten Faktoren angewendet.

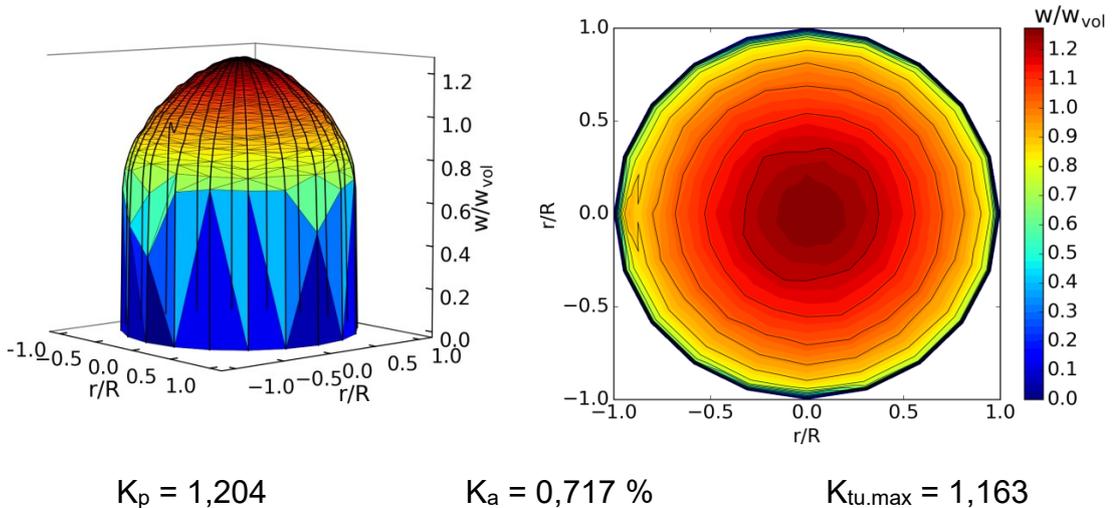


Abbildung 22: Messergebnis der Messung des Einlassprofils

Das Geschwindigkeitsprofil ist vergleichbar mit dem Ergebnis an der Messposition 2 (vgl. Abbildung 15). Der Profilkoeffizient und der Turbulenzgrad sind nahezu gleich. Der Asymmetriefaktor ist erhöht. Die maximale Bereichsgrenze von 1 % wird aber nicht erreicht. Daher kann trotz der kürzeren Vorlaufstrecke von einer vollausgebildeten Strömung ausgegangen werden.

3.3 Untersuchung von gestörten Strömungsprofilen

Die Messungen wurden bei einer Reynoldszahl von 50.000 durchgeführt. Die Temperatur des Strömungsmediums wurde parallel zum Volumenstrom gemessen. Dieser wurde wiederum unter Beachtung der Temperatur eingestellt, sodass die Reynoldszahl konstant verblieb. In der folgenden Abbildung 23 sind die Messergebnisse der Strömungsprofile nach dem Durchströmen der vorgestellten Störgeometrien dargestellt.

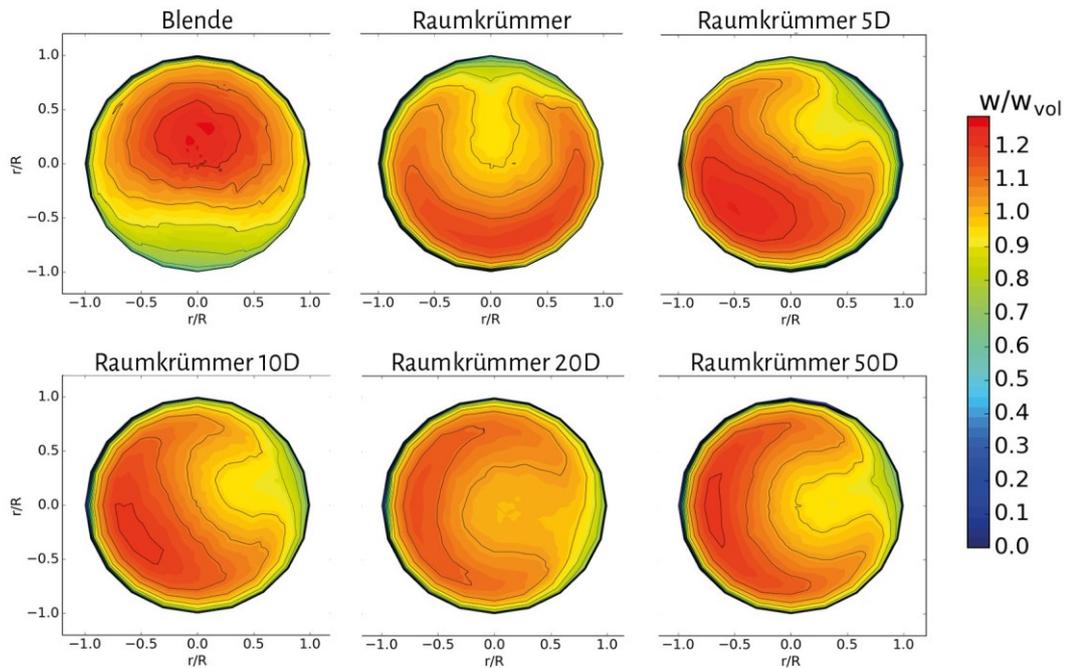


Abbildung 23: Messergebnisse der Strömung hinter der jeweiligen Störgeometrie bei $Re = 50.000$

Im Messergebnis der Blende ist der Bereich mit hohen Strömungsgeschwindigkeiten durch die Lage der Blende in der oberen Rohrhälfte zu finden. Das Ergebnis ist vorwiegend symmetrisch zur vertikalen Achse. Negative Werte durch eine Rückströmung des Fluides sind nicht vorhanden.

Die Messergebnisse der Raumkrümmer zeigen ähnliche Geschwindigkeitsverteilungen. In allen fünf Ergebnissen ist zu erkennen, dass sich die hohen Strömungsgeschwindigkeiten nahe der Rohrwand befinden. Außerdem ist in jedem Ergebnis eine in die Rohrmitte ragende Senke mit niedrigen Geschwindigkeiten zu finden. Die Ausrichtung des Bereichs mit hohen Strömungsgeschwindigkeiten bzw. der Senke variiert hingegen.

Es liegen sechs Messergebnisse von unterschiedlich gestörten Strömungsfällen vor, an denen die CFD-Ergebnisse nachfolgend validiert werden. Außerdem wird an diesen Messungen auch die Reduktion der Unsicherheit bei der Bestimmung des Volumenstroms durch Hinzuziehen von CFD-Simulation beurteilt.

4 CFD-Simulation von Rohrströmungen

Zur Validierung der CFD-Simulationen werden die in den Experimenten verwendeten Störgeometrien in ein CAD-Modell überführt. Alle wesentlichen geometrischen Eigenschaften des Originals, sofern realisierbar, werden dabei berücksichtigt. Durch eine sorgfältige Auswahl der numerischen Rechenverfahren sowie einer Variation der Auflösung des Rechengitters und der Turbulenzmodelle wird ein hochwertiges Simulationsergebnis der jeweiligen Strömung erzielt.

Numerische Rechenverfahren

Die Tabelle 14 zeigt die für die Simulationen verwendeten numerischen Verfahren. Die aufgelisteten Einstellungen wurden mit Hilfe des OpenFOAM Handbuchs [100] und der pitzDaily Simulation in den Tutorials vorgenommen. Es wird nun für die Strömungsgrößen und Rechenoperatoren die im Simulationsprogramm übliche Schreibweise verwendet.

Tabelle 14: Numerische Lösungsverfahren

ddtSchemes	
default	steadyState;
gradSchemes	
default	Gauss linear;
divSchemes	
default	none;
div(phi,U)	bounded Gauss linearUpwind grad(U);
div(phi,k)	bounded Gauss limitedLinear 1;
div(phi,omega)	bounded Gauss limitedLinear 1;
div(phi,R)	bounded Gauss limitedLinear 1;
div((nuEff*dev2(T(grad(U)))))	Gauss linear;
laplacianSchemes	
default	Gauss linear corrected;
interpolationSchemes	
default	linear;
snGradSchemes	
default	corrected;

Das Schlüsselwort *Gauss* beschreibt die bei den Finiten-Volumen standardmäßige Übertragung von Volumenintegralen in Oberflächenintegrale. Dies erfordert eine Interpolation der Werte von den Zellenmittelpunkten (Volumen) zu den Flächenmittelpunkten (Oberflächen).

Hierfür werden im verwendeten Simulationsprogramm numerische Rechenverfahren zur Berechnung der zeitlichen Ableitung (*ddtSchemes*), des Gradienten (*gradSchemes*), des Gradienten des Normalenvektors (*snGradSchemes*), der Divergenz (*divSchemes*), der Divergenz eines Gradienten (*laplacianSchemes*) und der Interpolation zwischen zwei Werten (*interpolationSchemes*) unterschieden.

Da in dieser Arbeit ausschließlich stationäre Simulationen durchgeführt wurden, ist die zeitliche Ableitung über den Eintrag *steadyState* gekennzeichnet.

Das Interpolationsverfahren für die Berechnung des Gradienten wird dann durch den Eintrag *linear* angegeben, was einer linearen Interpolation entspricht. Die lineare Interpolation wird auch zum größten Teil bei Interpolation zwischen zwei Werten und bei der Berechnung der Divergenz eines Gradienten angewendet.

Mit dem Stichwort *corrected* bei der Berechnung der Divergenz eines Gradienten werden Fehler, die durch mangelnde Orthogonalität und Verzerrungen des Rechengitters entstehen, entgegengewirkt. Ein absolut orthogonales und verzerrungsfreies Rechengitter ist an den Achsen eines kartesischen Koordinatensystems ausgerichtet. In technischen Simulationen kommen aufgrund komplexer Geometrien auch Elemente vor, die verzerrt und nicht rechteckig sind. Damit das Rechenverfahren trotzdem die Genauigkeit zweiter Ordnung beibehält, wird eine explizite Korrektur durchgeführt. Üblicherweise wird diese Einstellung auch bei der Berechnung des Gradienten des Normalenvektors verwendet.

Die meisten Einstellungsmöglichkeiten bietet das Simulationsprogramm bei der Berechnung der Divergenz von konvektiven Termen. Mit dem Stichwort ϕ in Verbindung mit einer Strömungsgröße wird die Festlegung der Interpolation der entsprechenden Konvektionsterme gekennzeichnet. *Phi* bezeichnet im Allgemeinen den (volumetrischen) Fluss über die Elementflächen für Strömungen mit konstanter Dichte wie zum Beispiel für die Konvektion der Geschwindigkeit $div(phi,U)$ und für die Konvektion der turbulenten kinetischen Energie $div(phi,k)$ sowie der Reynoldsspannungen $div(phi,R)$. Die folgenden fünf Interpolationsverfahren werden im Allgemeinen empfohlen:

- *linear*: Rechenverfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung
- *linearUpwind*: Rechenverfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung, basierend auf dem Upwind-Verfahren, erfordert die Diskretisierung des Geschwindigkeitsgradienten
- *LUST*: Mischung aus 75 % linearem Verfahren und 25 % linearUpwind Verfahren, erfordert die Diskretisierung des Geschwindigkeitsgradienten
- *limitedLinear*: Lineares Verfahren, welches sich im Bereich mit schnell änderndem Gradienten auf ein Upwind-Verfahren beschränkt, benötigt einen Koeffizienten, der den Grad der Beschränkung kennzeichnet (1 entspricht der stärksten Beschränkung – Übergang in ein lineares Verfahren bei kleiner werdendem Koeffizienten)
- *upwind*: Rechenverfahren mit einer Genauigkeit erster Ordnung, im Allgemeinen zu ungenau

Die Auswirkung der jeweiligen Interpolationsverfahren kann relativ einfach an einem numerischen Testfall gezeigt werden. Es wird eine rein konvektive Strömung von *alpha* mit einer klaren Grenze berechnet. *Alpha* besitzt auf der einen Seite der Grenze den Wert 1 und auf der anderen Seite den Wert 0. Werte von *alpha* zwischen 0 und 1 kommen in der exakten Lösung nicht vor.

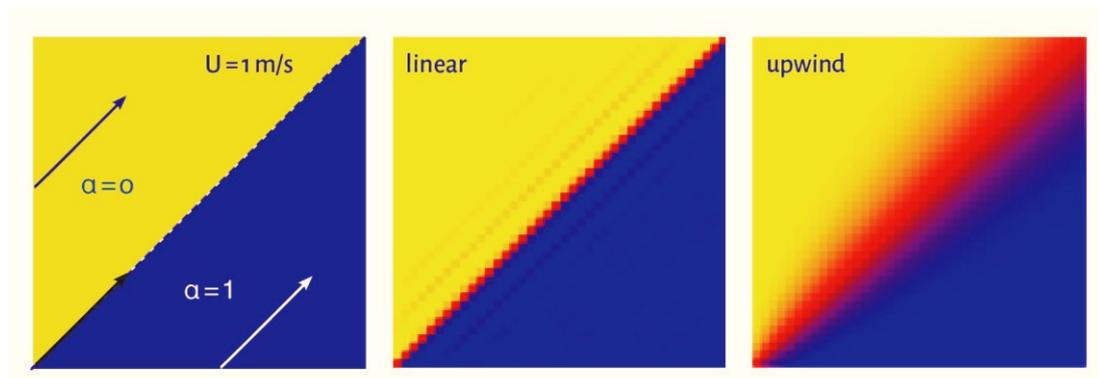


Abbildung 24: Geometrie und Simulationsergebnis mit dem linear- bzw. upwind-Verfahren einer konvektiven Strömung (e. D. nach [101])

Das *upwind* Verfahren zeigt eine fortschreitende Vermischung der beiden Werte von *alpha* entlang der Strömung. Im *linear* Verfahren ist die Grenze auch weiter stromaufwärts zu erkennen. Hier treten aber Werte von *alpha* > 1 auf (Überschwingen). Weitreichendere Ausführungen der einzelnen Interpolationsverfahren und des numerischen Testfalls sind u. a. in Schwarze [14], Ferziger & Peric [13] und Moukalled et al. [102] zu finden.

Für die Diskretisierung der Divergenz von diffusiven Termen, das Schlüsselwort *phi* entfällt hier, wird das lineare Interpolationsverfahren verwendet.

Bei einem konvergierten Simulationsergebnis wird die Kontinuitätsgleichung (2-4) eingehalten. Bevor dieser Zustand erreicht wird, ist das nicht der Fall. Unter bestimmten Umständen, besonders bei stationären Simulationen, ist es hilfreich, die Lösungsvariablen zu begrenzen, damit die Konvergenz der Simulation gefördert wird. Dies wird durch das Stichwort *bounded* im Simulationsprogramm eingestellt.

Zur Vervollständigung sind in Tabelle 15 die Einstellungen des Gleichungslösers aufgeführt. Auch hier wurden die Einträge anhand des OpenFOAM Handbuches und der pitzDaily Simulation gewählt.

Tabelle 15: Lösungseinstellungen

p		U k omega epsilon R	
solver	GAMG;	solver	smoothSolver;
smoother	GaussSeidel;	smoother	GaussSeidel;
cacheAgglomeration	true;	tolerance	1e-6;
nCellsInCoarsest	Level 100;	relTol	0.0;
nPreSweeps	0;	nSweeps	1;
nPostSweeps	2;		
agglomerator	faceAreaPair;		
mergeLevels	1;		
nCellsInCoarsest	Level 100;		
tolerance	1e-06;		
relTol	0.00;		
minIter	1;		

Die eingestellten Konvergenzkriterien (vgl. Tabelle 16) der einzelnen Strömungsgrößen sind für das OpenFOAM-Simulationsprogramm niedrig gewählt worden. Allgemein werden Werte in der Größenordnung 10^{-3} bis 10^{-5} vorgeschlagen [102].

Tabelle 16: Konvergenzkriterien

	p	U	k	epsilon	omega	R
Wert	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}

Beendet wurde die Simulation bei Erreichen der Stationarität von Strömungsgrößen wie der Geschwindigkeiten an festen Punkten und des Druckverlusts zwischen Ein- und Auslass der Geometrie. Dafür wurden Werte dieser Größen in jeder Iteration aufgezeichnet und dargestellt. Exemplarisch zeigt Abbildung 25 die Verläufe der aufgezeichneten Werte (Druck und Strömungsgeschwindigkeiten) über den Iterationsschritten.

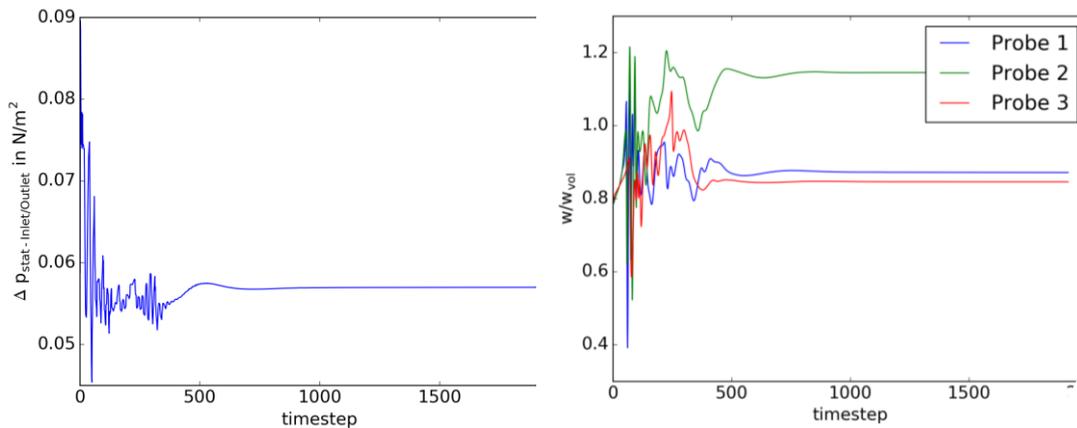


Abbildung 25: Darstellung der Verläufe der während der Simulationsrechnung ausgegebenen Werten

Es ist zu sehen, wie die Druckdifferenz zwischen Ein- und Austritt der Simulationsgeometrie nach anfänglich starken Schwankungen relativ schnell einen stationären Zustand einnimmt. Die Geschwindigkeitswerte an drei verschiedenen Stellen in der Simulationsgeometrie erreichen nach ungefähr 500 Iterationen Stationarität.

Turbulenzmodelle

Wie bereits beschrieben, existiert eine große Bandbreite von Turbulenzmodellen, die für verschiedene Einsatzzwecke konzipiert wurden. In Tabelle 17 sind auf Basis der Beschreibung aus Kapitel 2.2 die verwendeten Turbulenzmodelle aufgeführt. In den Turbulenzmodellen werden unterschiedliche Ansätze zur Berechnung des wandnahen Bereichs verwendet. Daher ist zusätzlich gekennzeichnet, ob es sich bei dem Turbulenzmodell um ein low-Re- oder high-Re-Modell handelt. Bei einem low-Re-Modell wird eine feine Wandauflösung $y^+ < 1$ benötigt. Ein high-Re-Modell hingegen kann mit einer gröberen Wandauflösung im Bereich von $y^+ = 30$ verwendet werden [14]. Das Geschwindigkeitsprofil an der Wand wird hierbei bei letzterem durch eine Wandfunktion modelliert. Die Berechnung des wandnahen Bereichs in der Turbulenzmodellierung ist abhängig vom Simulationsprogramm. In anderen Programmen können zusätzlich Terme

verwendet werden, die ein high-Re- in ein low-Re-Modell überführen. Im Folgenden werden die Turbulenzmodelle in der für das Simulationsprogramm üblichen Schreibweise genannt [100].

Tabelle 17: Übersicht der verwendeten Turbulenzmodelle

Lineare Wirbelviskositätsmodelle			
kOmega	low-Re	realizableKE	high-Re
kEpsilon	high-Re	RNGkEpsilon	high-Re
kOmegaSST	low-Re		
Nichtlineare Wirbelviskositätsmodelle			
ShihQuadraticKE	high-Re	LienCubicKE	low-Re
Reynoldsspannungs-Modelle			
SSG	high-Re		

Aus dem Bereich der linearen Wirbelviskositätsmodelle werden die Modelle *kEpsilon*, *kOmega* und *kOmegaSST* ausgewählt. Zusätzlich werden auch die Erweiterungen *realizableKE* und *RNGkEpsilon* des *kEpsilon*-Modells verwendet. Bei den nichtlinearen Wirbelviskositätsmodellen stehen im Simulationsprogramm das *ShihQuadraticKE*- und *LienCubicKE*-Modell zur Verfügung. Beim *ShihQuadraticKE*-Modell werden bei der Beschreibung des nichtlinearen Teils quadratische Terme miteinbezogen. Die Koeffizienten in diesen Termen (vgl. Gleichung (2-41)) werden dabei algebraisch bestimmt. Beim *LienCubicKE* werden zusätzlich kubische Terme hinzugezogen. Die Werte der Koeffizienten stammen hier aus Experimenten. Das *SSG*-Modell zählt zu den Reynoldsspannungs-Modellen. Aufgrund der guten physikalischen Übereinstimmung bei der Druck-Scherkorrelation wird dieses Modell gegenüber anderen Varianten von RSM bevorzugt.

Es werden alle aus der Übersicht zum Stand der Technik vorgestellten RANS-Turbulenzmodelle untersucht. Aus der Grafik zur Einordnung der RANS-Modelle (Abbildung 5) werden alle Bereiche abgedeckt. So kann eine zuverlässige Aussage über die Eignung der RANS-Turbulenzmodelle bei der Vorhersage turbulenter Rohrströmungen getroffen werden.

Randbedingungen

Der Randwert für die Geschwindigkeit wird aus der Formel zur Berechnung der Reynoldszahl abgeleitet:

$$w_{vol} = \frac{Re \cdot \nu}{D}. \quad (4-1)$$

Abhängig von der Wassertemperatur in den Experimenten ergeben sich bei einer Reynoldszahl von 50.000 Strömungsgeschwindigkeiten von 0,7 bis 1 m/s. Die Strömungsgeschwindigkeit wird im Simulationsprogramm am Einlass definiert. Die Strömungsrichtung liegt in positiver z-Richtung. Daher sind die ersten beiden Einträge bei der Geschwindigkeit gleich 0.

Auch in der Simulation wird eine gewisse Strömungslänge benötigt, damit sich ausgehend von den konstanten Größen am Einlass ein Strömungsprofil ausbildet. Durch eine zyklische Randbedingung (*mapped*) wird diese Länge auf ein Minimum reduziert. In Abbildung 26 ist dargestellt, wie aus einem gleichförmigen Einlassprofil ein vollausgebildetes Geschwindigkeitsprofil entsteht.

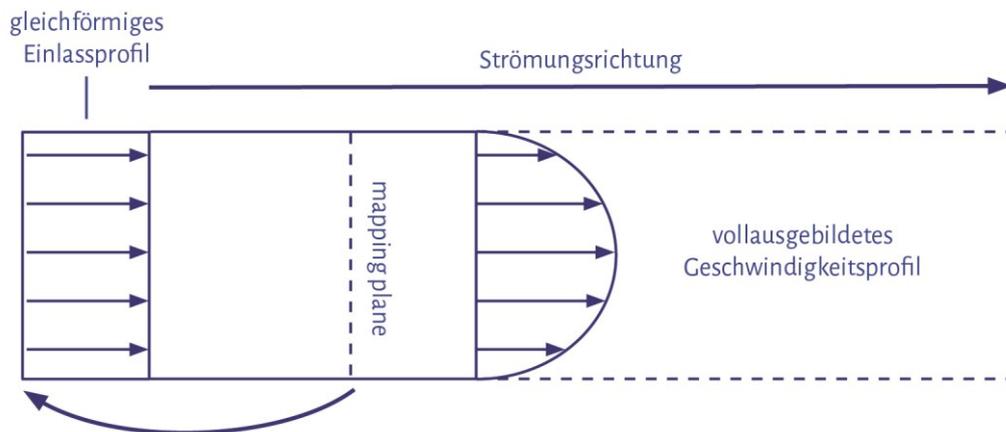


Abbildung 26: Prinzipdarstellung einer zyklischen Randbedingung

In jedem Iterationsschritt der Strömungssimulation werden, ausgehend von einer gleichförmigen Einlassbedingung, die Strömungswerte (U , ω , ϵ , k und gegebenenfalls R) an einer festgelegten Stelle (*mapping plane*) auf den Einlass übertragen. Bei einer konvergierten Lösung sind die Profile am Einlass und der *mapping plane* nahezu gleich. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass die Rechenzeit reduziert wird, da das Strömungsgebiet und damit auch die Elementanzahl wesentlich kleiner sind.

Die folgende Tabelle 18 zeigt die getroffenen Einträge für den Einlass. Das Stichwort *calculated* für die turbulente Viskosität *nut* bedeutet, dass das Feld

an dieser Stelle aus den anderen Größen abgeleitet wird. Die 0 als Eintrag für den Wert ist ein Platzhalter. Dies gilt auch für den Auslass und die Wände. Der Druck wird am Einlass als gradientenfrei (*zeroGradient*) angenommen.

Reynoldsspannungs-Modelle benötigen zusätzlich noch Randwerte für den Spannungstensor R . Da diese nur unzureichend vorab abgeschätzt werden können, ist ein gängiges Verfahren, die Werte für R aus zuvor durchgeführten Simulationen mit dem *kEpsilon*-Modell abzuleiten. Das Ergebnis sind Listen (nonuniform List(...)) mit Werten des Spannungstensors am Einlass und den Wänden, welche nun für die Simulation mit dem RSM auf dasselbe Gitter übernommen werden. Zusätzlich wird an den Wänden, da das verwendete RSM ein high-Re-Modell ist, eine Wandfunktion eingesetzt.

Die Werte für k , $epsilon$ und $omega$ wurden für eine Strömungsgeschwindigkeit von 0,94 m/s berechnet. Bei einer anderen Strömungsgeschwindigkeit wurden diese dementsprechend angepasst.

Tabelle 18: Randbedingungen für den Einlass des Strömungsgebiets

Strömungsgröße	Typ	Wert
Einlass		
U	mapped	uniform(0 0 0,94)
p	zeroGradient	-
k	mapped	uniform 0,003
epsilon	mapped	uniform 0,006
omega	mapped	uniform 19,52
nut	calculated	uniform 0
R	mapped	nonuniform List(...)

Die Formeln zur Abschätzung der Werte für k , $epsilon$ und $omega$ können dem Anhang entnommen werden.

Es wird davon ausgegangen, dass alle Größen am Auslass in Strömungsrichtung gradientenfrei sind. Der Druck wird an dieser Stelle auf 0 gesetzt. Für die Simulation inkompressibler Fluide wird der Druck relativ zum herrschenden Druck in der Anlage angegeben.

In Tabelle 19 können die Einträge entnommen werden.

Tabelle 19: Randbedingungen für den Auslass des Strömungsgebiets

Strömungsgröße	Typ	Wert
Auslass		
U	zeroGradient	-
p	fixedValue	uniform 0
k	zeroGradient	-
epsilon	zeroGradient	-
omega	zeroGradient	-
nut	calculated	uniform 0
R	zeroGradient	-

Low-Re- und high-Re-Modelle benötigen unterschiedliche Randbedingungen an der Wand. Ausgehend von der Auflösung des Rechengitters wird bei einem low-Re-Modell der Geschwindigkeitsgradient bis zur Wand vollständig berechnet. Daraus folgt, dass auch der Gradient der Turbulenzgrößen berechnet wird. Die Werte der einzelnen Größen, der Druck ist ausgenommen, werden mit einem festen Wert angegeben. In Tabelle 20 sind die Einstellungen an der Wand aufgelistet. Es wird zwischen low-Re- und high-Re-Modellen unterschieden.

Bei der Geschwindigkeit ist der Wert in allen Raumrichtungen = 0. Die skalaren Größen haben nur einen Eintrag = 0. Der Druck ist als gradientenfrei definiert.

Bei high-Re-Modellen wird der Geschwindigkeitsgradient und der Gradient der Turbulenzgrößen an der Wand aufgrund der niedrigen Netzauflösung durch Funktionen (...*WallFunction*) angenähert. Im Simulationsprogramm wird die Art der Wandfunktion durch die Einträge für die turbulente Viskosität und der Turbulenzgrößen festgelegt. Der hier gezeigte Eintrag für *nut* beschreibt ein kontinuierliches Profil für die turbulente Viskosität auf Basis der Strömungsgeschwindigkeit [103]. Der Wert 0 ist hierbei nur ein Platzhalter. Bei den Turbulenzgrößen werden die Standardfunktionen angewendet [100].

Für die Turbulenzgrößen werden die abgeschätzten Werte aus dem Einlass übernommen. Alle Geschwindigkeitskomponenten sind an der Wand 0. Der Druck ist wieder als gradientenfrei definiert.

Tabelle 20: Randbedingungen für die Wände des Strömungsgebiets

Strömungsgröße	Typ	Wert
Wand low-Re		
U	fixedValue	uniform (0 0 0)
p	zeroGradient	-
k	fixedValue	uniform 0
epsilon	fixedValue	uniform 0
omega	fixedValue	uniform 0
nut	fixedValue	uniform 0
Wand high-Re		
U	fixedValue	uniform (0 0 0)
p	zeroGradient	-
k	kqRWallFunction	uniform 0,003
epsilon	epsilonWallFunction	uniform 0,006
omega	omegaWallFunction	uniform 19,52
nut	nutUSpaldingWallFunction	uniform 0
R	kqRWallFunction	nonuniform List(...)

Die Anfangswerte im Strömungsraum werden alle gleich 0 gesetzt. Zu Beginn einer jeden Simulation wird eine Initiallösung über die OpenFOAM Anwendung *potentialFoam* berechnet. Hierbei wird in wenigen Iterationen eine rotations- und reibungsfreie Strömung berechnet. Das Konvergenzverhalten der darauffolgenden Simulation kann dadurch deutlich verbessert werden.

4.1 Simulation von ungestörten, turbulenten Rohrströmungen

Eine ungestörte, turbulente Rohrströmung stellt im Vergleich zu den Strömungen durch die Raumkrümmer und die Blende eine einfache Strömung dar. Ziel dieser Untersuchung ist es zu ermitteln, welche Abweichungen bei der Berechnung von Strömungsgeschwindigkeiten von turbulenten Rohrströmungen auftreten. Die Simulationsgeometrie besteht aus einem 30 D langen, geraden Rohr mit einem Durchmesser von 54,96 mm. Die Strömungsgeschwindigkeiten werden auf einer Schnittebene bei 20 D nach dem Einlass ausgewertet. Die verbleibenden 10 D dienen als Abstand zwischen der Auswerteebene und dem Auslass. So wird sichergestellt, dass das Ergebnis nicht von der Auslassbedingung beeinflusst wird. Das simulierte Geschwindigkeitsprofil wird mit dem GH-Profil verglichen.

Vernetzung

Insgesamt werden sechs Rechengitter verwendet: jeweils drei Rechengitter mit kleiner werdender Elementgröße für die Simulation mit low-Re- und high-Re-Modellen. Es wird ein hexa-dominantes Netz verwendet, welches zum größten Teil aus Hexaedern besteht, aber auch Prismen, Pyramiden und Tetraeder enthält. Zusätzlich werden in den Wandbereichen dünner werdende Elementschichten eingefügt. Abhängig von der Art des verwendeten Turbulenzmodells (low-Re- oder high-Re-Modell) wird eine unterschiedliche Anzahl an Schichten benötigt. Bei low-Re-Modellen wird ein $y^+ = 1$ gefordert. Durch die Verwendung von Wandfunktionen bei high-Re-Modellen wird die Wandauflösung auf $y^+ = 30$ geändert. Da die Größe der Wandschichten in Abhängigkeit des Hintergrundnetzes definiert wird, werden mit gröber werdendem Netz weitere Wandschichten hinzugefügt. So wird der Wert für $y^+ = 1$ bzw. $y^+ = 30$ auch bei wachsender Elementgröße konstant gehalten. In Abbildung 27 sind Auszüge der Rechengitter dargestellt. In der ersten Zeile sind die Rechengitter mit feiner werdendem Hintergrundnetz für die low-Re-Modelle gegenübergestellt. In der zweiten Zeile sind die Rechengitter für high-Re-Modelle zu finden. Das Hintergrundgitter der high-Re-Modelle ist generell gröber gewählt, damit auch bei der feinen Auflösung inklusive Wandschichten ein $y^+ = 30$ eingehalten wird. Bei einer feineren Auflösung würde ansonsten dieser Wert unterschritten.

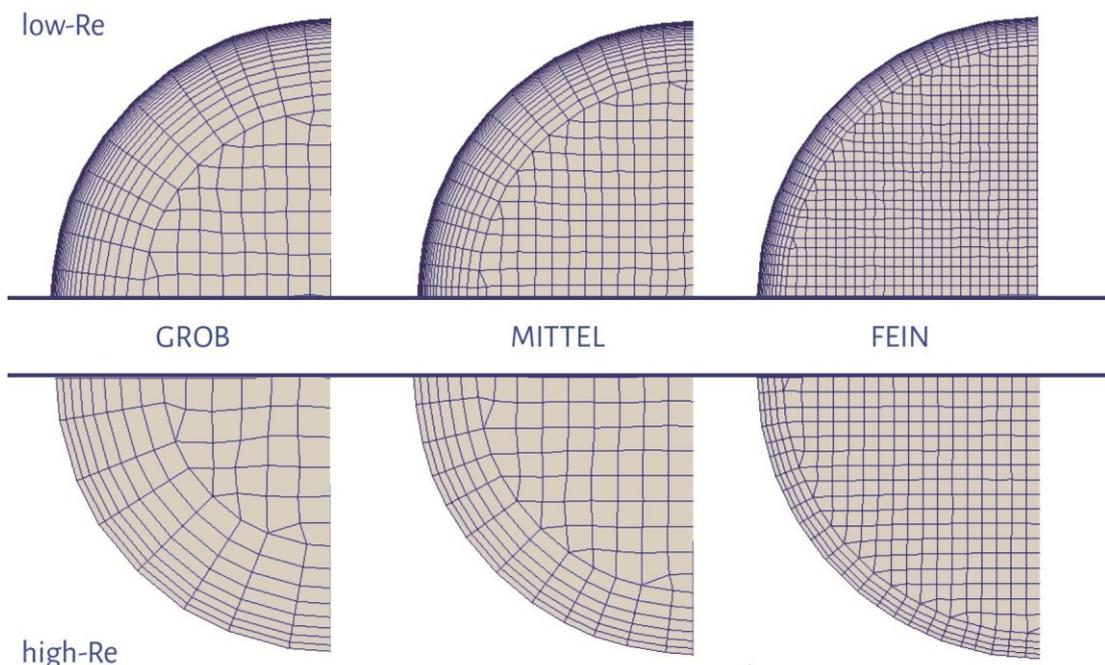


Abbildung 27: Rechengitter der ungestörten Strömung

Ergebnisauswertung

Die Abweichung wird über den Betrag der Differenz der Geschwindigkeiten und einer anschließenden numerischen Integration der Differenzen bestimmt. Dafür werden analog zu den LDV-Daten Strömungsgeschwindigkeiten an diskreten Positionen auf Pfaden durch den Rohrquerschnitt aus dem Simulationsergebnis entnommen. Ausgehend von der horizontalen Achse werden insgesamt zehn Pfade in jeweils 18° Schritten ausgewertet (vgl. Abbildung 13). Für die prozentuale Abweichung wird die Rechnung auf den Volumenstrom bezogen. Dieser Wert ergibt sich durch die numerische Integration der Pfade (siehe Nenner in Gleichung (4-2)). Für ein beliebiges Geschwindigkeitsprofil wird die Abweichung der Simulationsergebnisse w_{CFD} zu einer Referenz w_{Ref} nach

$$Abw[\%] = \frac{\int_0^R \int_0^{2\pi} |w_{CFD}(r, \varphi) - w_{Ref}(r, \varphi)| r d\varphi dr}{\int_0^R \int_0^{2\pi} w_{Ref}(r, \varphi) r d\varphi dr} \cdot 100. \quad (4-2)$$

berechnet. Im Falle einer rotationssymmetrischen Strömung vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$Abw[\%] = \frac{\int_0^R |w_{CFD}(r) - w_{Ref}(r)| r dr}{\int_0^R w_{Ref}(r) r dr} \cdot 100. \quad (4-3)$$

Hier ist es ausreichend, die Abweichung auf einem Pfad zu bestimmen.

Im Fall der ungestörten Rohrströmung werden die Simulationsergebnisse anhand des GH-Profiles validiert. Die Definition und die Übereinstimmung des GH-Profiles mit experimentellen Daten ist in Kapitel 3.1 dargestellt. In der folgenden Tabelle 21 sind die Eigenschaften der verwendeten Rechengitter gezeigt. Dabei wird zwischen low-Re- und high-Re-Modellen unterschieden.

Tabelle 21: Übersicht der verwendeten Auflösungsstufen des Rechengitters unterschieden nach low-Re- und high-Re-Modellen

low-Re			
	grob	mittel	fein
Elementanzahl	0,4 Mio.	0,9 Mio.	3,8 Mio.
Wandschichten	20	18	12
max. Elementgröße	3 mm	2 mm	1 mm

high-Re			
	grob	mittel	fein
Elementanzahl	0,08 Mio.	0,17 Mio.	0,9 Mio.
Wandschichten	8	6	4
max. Elementgröße	4,5 mm	3 mm	1,5 mm

Die Gitterstudie wurde bei den low-Re-Modellen mit einem auf den k - und ε -Gleichungen basierenden *LienCubicKE*-Modell und einem auf den k - und ω -Gleichungen basierenden *kOmega*-Modell durchgeführt.

Bei den high-Re-Modellen wurde die Gitterstudie mit dem *kEpsilon*-Modell durchgeführt. Ein Turbulenzmodell auf Basis der k - und ω -Gleichungen ist bei den high-Re-Modellen nicht verwendet worden.

Damit ausschließlich der Einfluss der Gitterverfeinerung bewertet werden kann, werden in diesem Schritt die Simulationsergebnisse der unterschiedlichen Rechengitter nur miteinander verglichen. Ein Vergleich mit Mess- oder Theorieprofilen erfolgt mit dem ausgewählten Rechengitter im Anschluss. Nach der Formel (4-3) kann die Abweichung bestimmt werden. Die Ergebnisse der Gitterverfeinerung sind getrennt nach Turbulenzmodellen in Tabelle 22 dargestellt.

Tabelle 22: Ergebnisse der Gitterstudie der ungestörten Rohrströmung

Verfeinerung	Abweichung in %		
	LienCubicKE	kOmega	kEpsilon
Grob → Mittel	0,21	1,12	0,71
Mittel → Fein	0,18	0,62	0,55

Es ist zu erkennen, dass die Abweichungen der Simulationsergebnisse auf den mittleren und feinen Rechengittern stets unter einem Prozent bleiben. Eine weitere Reduzierung dieser Abweichung durch noch feinere Rechengitter wurde nicht durchgeführt. Ein grafischer Vergleich der Simulationsergebnisse auf den unterschiedlichen Rechengittern, auch für die folgenden Störgeometrien, ist im Anhang zu finden.

Unter Vernachlässigung der verbleibenden Abweichung ist das Simulationsergebnis ab der mittleren Auflösung vom Rechengitter sowohl bei high-Re- als auch low-Re-Modellen unabhängig. Diese Gitterauflösung wurde für die Simulationen mit den noch nicht untersuchten Turbulenzmodellen nach

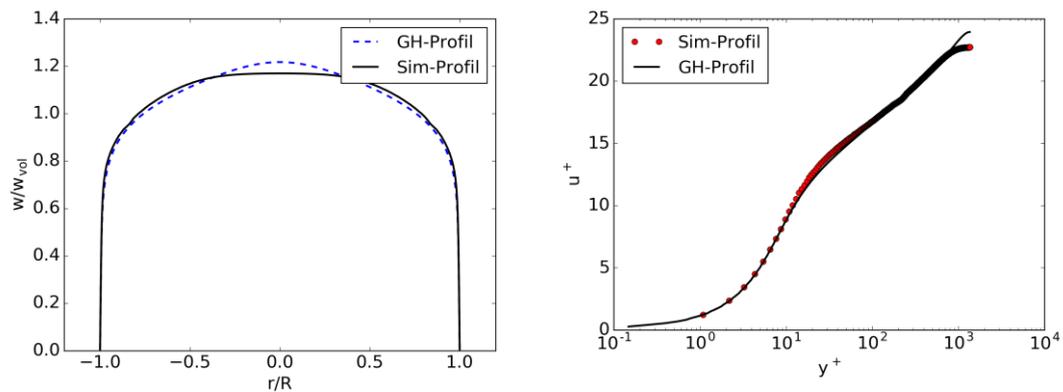
Tabelle 17 verwendet. Die Abweichungen der Simulationsergebnisse zum GH-Profil sind in Tabelle 23 dargestellt.

Tabelle 23: Abweichungen der Simulationsergebnisse mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zum GH-Profil

Abweichung in %	kOmegaSST	LienCubicKE	kEpsilon	realizableKE
		2,4	1,3	2,1
	RNGkEpsilon	ShihQuadraticKE	kOmega	SSG
	2,5	2,5	2,2	2,4

In der folgenden Abbildung 28 ist jeweils ein Pfad des Simulationsergebnisses mit dem *LienCubicKE*-Modell und dem *kEpsilon*-Modell mit einem Pfad des GH-Profiles gegenübergestellt. Die Werte der roten Punkte in den Diagrammen in der rechten Spalte sind in der Mitte der Volumenelemente des Rechengitters erhoben worden.

low-Re-Modell



high-Re-Modell

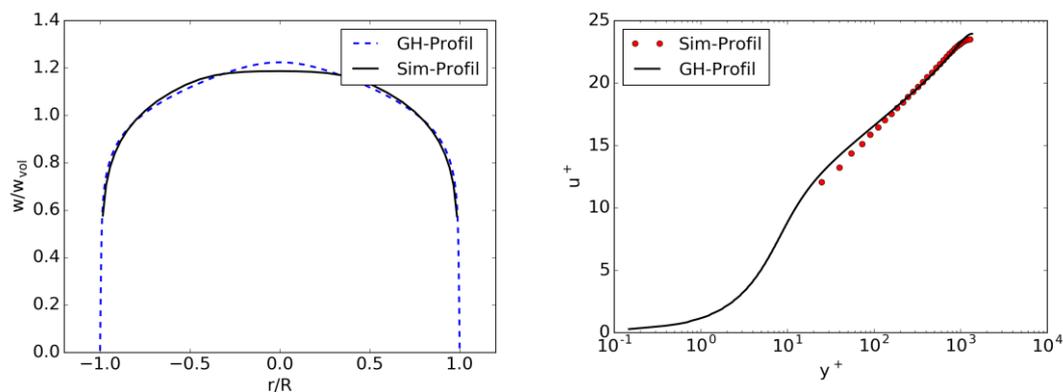


Abbildung 28: Simulationsergebnisse der Berechnung einer ungestörten Rohrströmung

Das Simulationsergebnis des low-Re-Modells stimmt vor allem im Randbereich mit dem GH-Profil überein. In der y^+ - und u^+ -Darstellung in der rechten Spalte ist erkennbar, dass im low-Re-Modell der erste Geschwindigkeitswert bei $y^+ = 1$ liegt. Beim high-Re-Modell liegt der erste Wert bei $y^+ = 30$. Hier wird ersichtlich, dass die gewählten Wandfunktionen den ersten Wert zufriedenstellend berechnen. Weitere Simulationsergebnisse mit unterschiedlichen y^+ -Werten sind im Anhang zu finden. Die weitere Form des Geschwindigkeitsprofils stimmt gut mit dem GH-Profil überein. Es ist aber auch zu sehen, dass bei beiden Ergebnissen das Simulationsprofil in der Rohrmitte flacher zuläuft als das GH-Profil.

4.2 Simulation von gestörten Rohrströmungen

Die numerischen Simulationen zeigen bei der Abbildung einer turbulenten, ungestörten Rohrströmung eine gute Übereinstimmung mit dem GH-Profil. Dies lässt sich besonders bei den low-Re-Modellen im wandnahen Bereich feststellen. In einem weiteren Schritt wurde untersucht, ob die geringen Abweichungen auch bei der Berechnung von gestörten Strömungsprofilen eingehalten werden. Hierbei bilden die realen Geometrien aus den LDV-Untersuchungen die Vorlage für die digitalen Modelle. Es wurde entsprechend zum vorherigen Kapitel zuerst eine Gitterstudie für low-Re- bzw. high-Re-Modelle durchgeführt. Des Weiteren wurden alle Turbulenzmodelle sowie die Verfahrensweise der Ergebnisauswertung übernommen.

4.2.1 1/3-Segmentblende

Das Simulationsmodell der 1/3-Segmentblende entspricht der im Experiment verwendeten Geometrie. Im Vorlauf der eigentlichen Störung befindet sich ein 5 D langes Rohrstück mit einem Durchmesser von 53,6 mm. Auf dieser Länge wird durch die *mapped* Einlassbedingung ein vollausbildetes Profil berechnet. Darauf folgend ist die Segmentblende mit einer Dicke von 7 mm angebracht. Sie ist so ausgelegt, dass auf dem Durchmesser von 53,6 mm 1/3 der Querschnittsfläche verblockt ist. Der freie Durchgang befindet sich in der oberen Hälfte des Rohres. In Abbildung 29 ist das Simulationsmodell dargestellt.

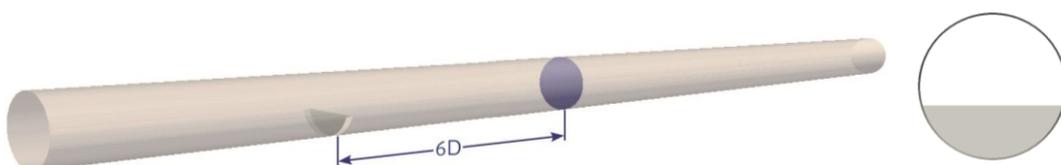


Abbildung 29: Simulationsmodell der 1/3-Segmentblende

In einem Abstand von 6 D hinter der Blende befindet sich die Auswerteebene (blau) für die Geschwindigkeit. Für einen detaillierten Vergleich wurde auch die Durchmesserergrößerung auf 54,96 mm in der Messkammer übernommen (Abbildung 12). Die Abmaße können der Beschreibung der Störgeometrien in den LDV-Messungen entnommen werden. Die Länge des Nachlaufes beträgt 15 D. Eine Verlängerung des Nachlaufes auf 20 D hat gezeigt, dass das Geschwindigkeitsprofil auf der Auswerteebene unverändert bleibt. Auf diese Weise wird auch hier sichergestellt, dass die Auslassbedingung keinen Einfluss auf die Auswerteebene hat.

Vernetzung

Vergleichbar zur ungestörten Rohrströmung ist auch bei der Simulation der Strömung durch die 1/3-Segmentblende ein hexa-dominantes Netz mit Wandschichten verwendet worden. Dabei wurde besonders beachtet, dass die Wandschichten auch im Bereich der Blende um die Kanten herum verlaufen. Zusätzlich wurde das Rechengitter in diesem Bereich aufgrund des zu erwartenden starken Geschwindigkeitsgradienten in mehreren Schritten verfeinert. Die Elementgrößen des Hintergrundnetzes und die Anzahl der Wandschichten sind aus der vorherigen Untersuchung übernommen worden. Um die Gitterunabhängigkeit der Lösung zu bewerten, wurden auch hier jeweils drei Rechengitter mit unterschiedlicher Elementgröße für die low-Re- und high-Re-Modelle erstellt. In der folgenden Übersicht (Abbildung 30) sind Ausschnitte des Rechengitters dargestellt.

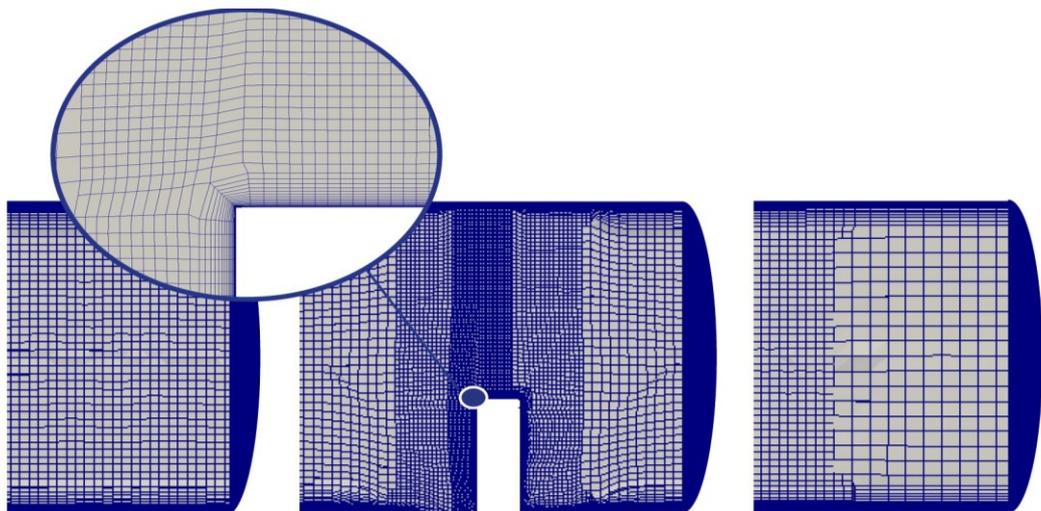


Abbildung 30: Rechengitter der 1/3-Segmentblende (gekürzt)

Ergebnisse

Um die Netzunabhängigkeit der Simulationsergebnisse zu bewerten, wurden die Ergebnisse auf den Rechengittern mit den low-Re- bzw. high-Re-Modellen jeweils untereinander verglichen. Eine Gegenüberstellung der Messdaten mit den Simulationsergebnissen erfolgt mit den ausgewählten Rechengittern im Anschluss. Dafür wurden die CFD-Ergebnisse anhand der LDV-Messungen validiert, indem die Strömungsgeschwindigkeiten auf den verschiedenen Durchmesserpfaden verglichen wurden. Da nun das Strömungsprofil nicht mehr rotationssymmetrisch ist, wurden die Abweichungen nach der Formel (4-2) berechnet. Diese Verfahrensweise wurde für alle weiteren gestörten Geschwindigkeitsprofile beibehalten.

Die Eigenschaften der Rechengitter sind in Tabelle 24 dargestellt.

Tabelle 24: Übersicht der Eigenschaften der verwendeten Rechengitter beim Modell der 1/3-Segmentblende

low-Re			
	grob	mittel	fein
Elementanzahl	2,3 Mio.	6,2 Mio.	15,2 Mio.
Wandschichten	20	18	12
max. Elementgröße	3 mm	2 mm	1 mm

high-Re			
	grob	mittel	fein
Elementanzahl	0,55 Mio.	1,5 Mio.	8,6 Mio.
Wandschichten	8	6	4
max. Elementgröße	4,5 mm	3 mm	1,5 mm

Die Bewertung der Netzunabhängigkeit des Simulationsergebnisses wurde mit dem *LienCubicKE*- und dem *kOmega*-Turbulenzmodell aus dem Bereich der low-Re-Modelle durchgeführt. Als high-Re-Modelle wurden das *kEpsilon*- und *SSG*-Turbulenzmodell verwendet. Die Simulationsergebnisse wurden getrennt nach Turbulenzmodellen untereinander verglichen. In der Tabelle 25 sind die Ergebnisse aufgeführt.

Tabelle 25: Ergebnisse der Gitterstudie der 1/3-Segmentblende

Verfeinerung	Abweichung in %			
	LienCubicKE	kOmega	kEpsilon	SSG
Grob → Mittel	0,88	0,52	0,54	2,31
Mittel → Fein	0,34	0,46	0,30	0,57

Die Abweichungen der Simulationsergebnisse mit der mittleren und feinen Gitterauflösung liegen bei allen Turbulenzmodellen bis auf eine Ausnahme unter 0,5 %. Beim Reynoldsspannungs-Modell liegt die Abweichung zwischen dem mittleren und feinen Rechengitter bei 0,57 %. Im Vergleich zu den vorherigen Ergebnissen ist dieser Wert aber ausreichend klein. Unter Vernachlässigung der verbleibenden, geringen Abweichung ist auch hier das Simulationsergebnis ab dem mittleren Gitter von der Gitterauflösung unabhängig. Daraufhin wurden die weiteren Untersuchungen der verbleibenden Turbulenzmodelle mit dieser Auflösung durchgeführt.

Die Abweichungen der Simulationsergebnisse zum Messergebnis sind in der folgenden Tabelle 26 gegenübergestellt.

Tabelle 26: Abweichungen der Simulationsergebnisse mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zum LDV-Messergebnis bei der 1/3-Segmentblende

Abweichung in %	kOmegaSST	LienCubicKE	kEpsilon	realizableKE
	13,6	13,4	9,3	9,4
	RNGkEpsilon	ShihQuadraticKE	kOmega	SSG
	9,1	10,7	10,2	3,8

Es ist zu erkennen, dass alle Wirbelviskositätsmodelle Abweichungen > 9 % aufweisen. Die Verwendung von nichtlinearen Modellen und einer Auflösung des wandnahen Bereichs hat keine nennenswerte Verbesserung bewirkt. Allein das Reynoldsspannungs-Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Zur Veranschaulichung sind die gemessenen und simulierten Geschwindigkeitsprofile in Abbildung 31 gegenübergestellt. Es ist zu sehen, dass die korrekte Position und Größe des Bereichs mit hohen Strömungsgeschwindigkeiten nur durch das Reynoldsspannungs-Modell korrekt abgebildet wird.

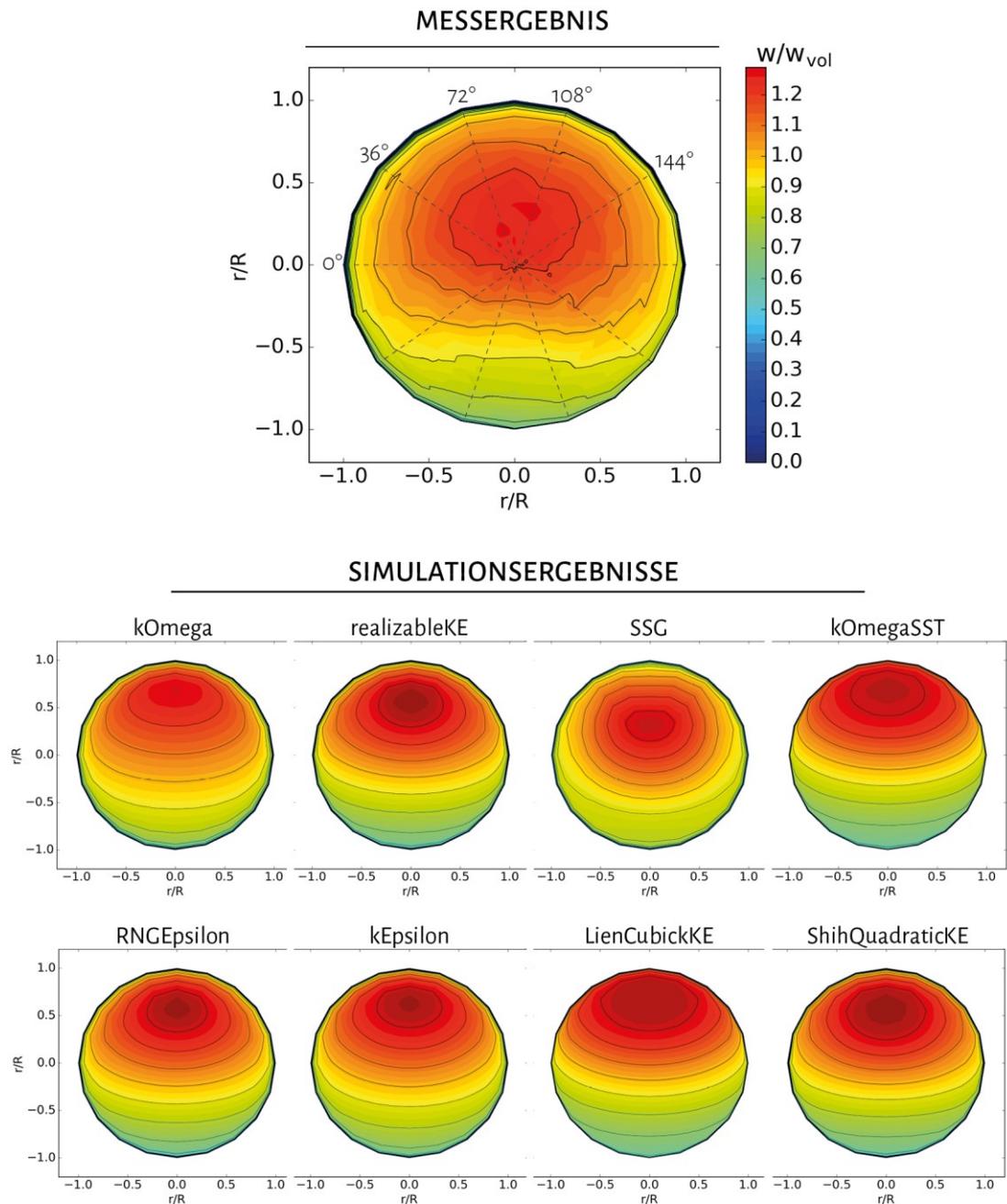


Abbildung 31: Simulationsergebnisse der Strömung durch die 1/3-Segmentblende

Zusätzlich sind in der folgenden Abbildung 32 Pfade mit Strömungsgeschwindigkeiten aus der LDV-Messung und der CFD-Simulation in Verbindung mit dem SSG-Turbulenzmodell gegenübergestellt. Hierbei sind in Grün die Messergebnisse aus der LDV-Messung und in Blau die Simulationsergebnisse dargestellt. Die entsprechende Lage der dargestellten Profile (s. Winkelangaben in der Überschrift) ist im Messergebnis in Abbildung 31 (oben) eingezeichnet.

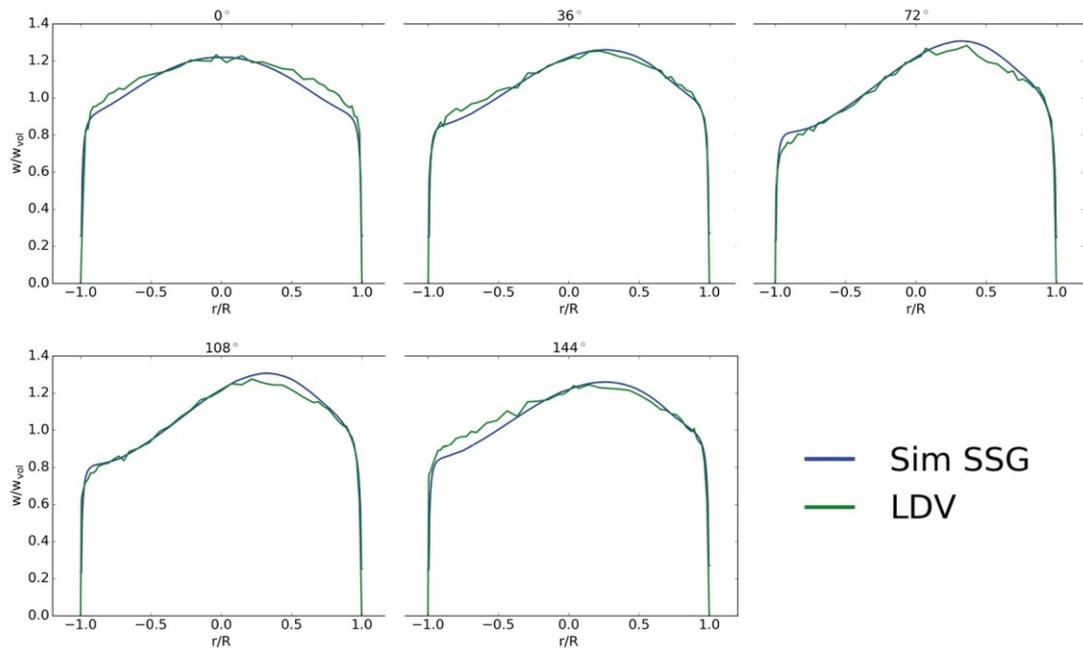


Abbildung 32: Gegenüberstellung der Mess- und Simulationsergebnisse aus den Untersuchungen an der 1/3-Segmentblende

Die Gegenüberstellung zeigt, dass die Kurven in vielen Bereichen übereinanderliegen. Im 0° Plot bestehen leichte Abweichungen im Bereich der Rohrwand. Im 72° und 108° Plot ist zu erkennen, dass der maximale Geschwindigkeitswert im Simulationsergebnis gering überschätzt wird.

4.2.2 Raumkrümmer

Nach der Untersuchung der Strömung durch die Segmentblende wurde eine Strömung durch eine Anordnung von 90° Rohrkrümmern simuliert. Entsprechend der Geometrie aus den Messungen sind drei Rohrkrümmer mit je einem Zwischenstück von $3 D$ miteinander verbunden. Diese sind dabei so angeordnet, dass die Rohrkrümmer nicht in der gleichen Ebene liegen, sondern um 90° zueinander verdreht sind. Der Krümmungsradius beträgt 126 mm . Ausgehend von der Hinterkante des letzten Rohrkrümmers (Position an der die Krümmung in die gerade Rohrleitung übergeht) befindet sich im Abstand von $6 D$ die Auswerteebene (blau) des simulierten Geschwindigkeitsprofils. In Abbildung 33 ist das geometrische Modell der Raumkrümmers zu sehen.

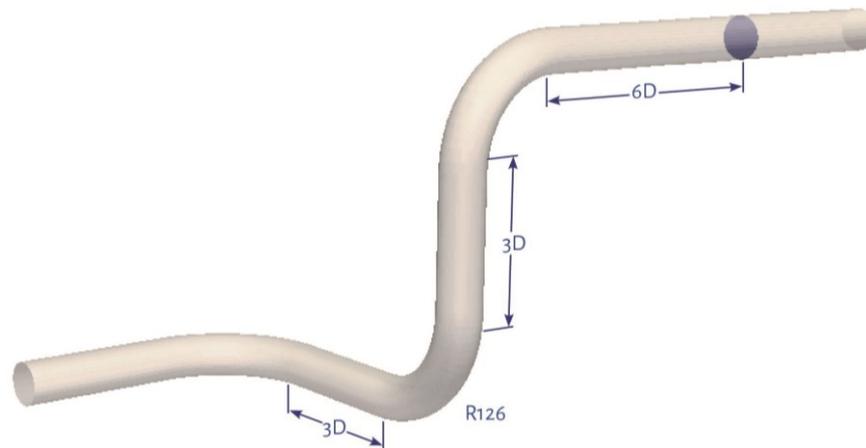


Abbildung 33: Modell der Raumkrümmers

Der Innendurchmesser beträgt 53,6 mm. Die Querschnittsvergrößerung in der Fensterkammer auf 54,96 mm ist in dem Modell ebenfalls berücksichtigt worden. Im Vorlauf der Störung ist ein gerades Rohrstück von 5 D vorgesehen. Auf dieser Strecke wird durch die *mapped* Randbedingung ein vollausgebildetes Geschwindigkeitsprofil berechnet.

Vernetzung

Wie zuvor wurde auch bei der Vernetzung der Raumkrümmergeometrie ein hexa-dominantes Netz gewählt. Die Einstellungen der Elementgröße und Anzahl der Wandschichten stammen aus der Simulation der ungestörten Strömung. In der Übersicht in Abbildung 27 sind Auszüge der verschiedenen Rechengitter der ungestörten Strömung dargestellt. Zur Bewertung der Gitterunabhängigkeit der Simulationsergebnisse ist die Verfahrensweise aus der Simulation der Strömung durch die Blende wiederholt worden.

Ergebnisse

Die Eigenschaften der verwendeten Rechengitter zur Untersuchung der Netzunabhängigkeit sind in Tabelle 27 dargestellt. Es wurden jeweils drei Rechengitter, getrennt nach low-Re- und high-Re-Modell, untersucht.

Tabelle 27: Übersicht der Eigenschaften der verwendeten Rechengitter beim Modell des Raumkrümmers

low-Re			
	grob	mittel	fein
Elementanzahl	0,6 Mio.	1,5 Mio.	6,7 Mio.
Wandschichten	20	18	12
max. Elementgröße	3 mm	2 mm	1 mm

high-Re			
	grob	mittel	fein
Elementanzahl	0,13 Mio.	0,28 Mio.	1,5 Mio.
Wandschichten	8	6	4
max. Elementgröße	4,5 mm	3 mm	1,5 mm

Auch hier wird eine Wandauflösung von $y^+ = 1$ erreicht. Eine feinere lokale Auflösung ist nicht notwendig. In Tabelle 28 sind die Ergebnisse der Gitterstudie mit den bereits zuvor verwendeten Turbulenzmodellen aufgelistet.

Tabelle 28: Ergebnisse der Gitterstudie des Raumkrümmers

Verfeinerung	Abweichung in %			
	LienCubicKE	kOmegaSST	kEpsilon	SSG
Grob → Mittel	0,54	1,67	2,81	3,93
Mittel → Fein	0,52	0,56	0,90	1,44

Wie in den vorherigen Studien ist das Simulationsergebnis unter Vernachlässigung der geringen Abweichungen ab der mittleren Gitterauflösung vom Rechengitter unabhängig. Dieses Gitter wurde für die weiteren Simulationen mit den verbleibenden Turbulenzmodellen verwendet. Die Abweichungen der Simulationsergebnisse zu den Messdaten sind in Tabelle 29 aufgelistet.

Tabelle 29: Abweichungen der Simulationsergebnisse mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zum LDV-Messergebnis beim Raumkrümmers

Abweichung in %	kOmegaSST	LienCubicKE	kEpsilon	realizableKE
		5,8	6,3	6,4
	RNGkEpsilon	ShihQuadraticKE	kOmega	SSG
	6,3	6,5	6,4	5,4

Hier zeigt das SSG-Modell ebenfalls die beste Übereinstimmung mit dem Messergebnis. Jedoch ist die Abweichung der restlichen Turbulenzmodelle nicht bedeutend größer, wie es bei der 1/3-Segmentblende der Fall war. In Abbildung 34 sind die simulierten Strömungsprofile dem Messergebnis gegenübergestellt.

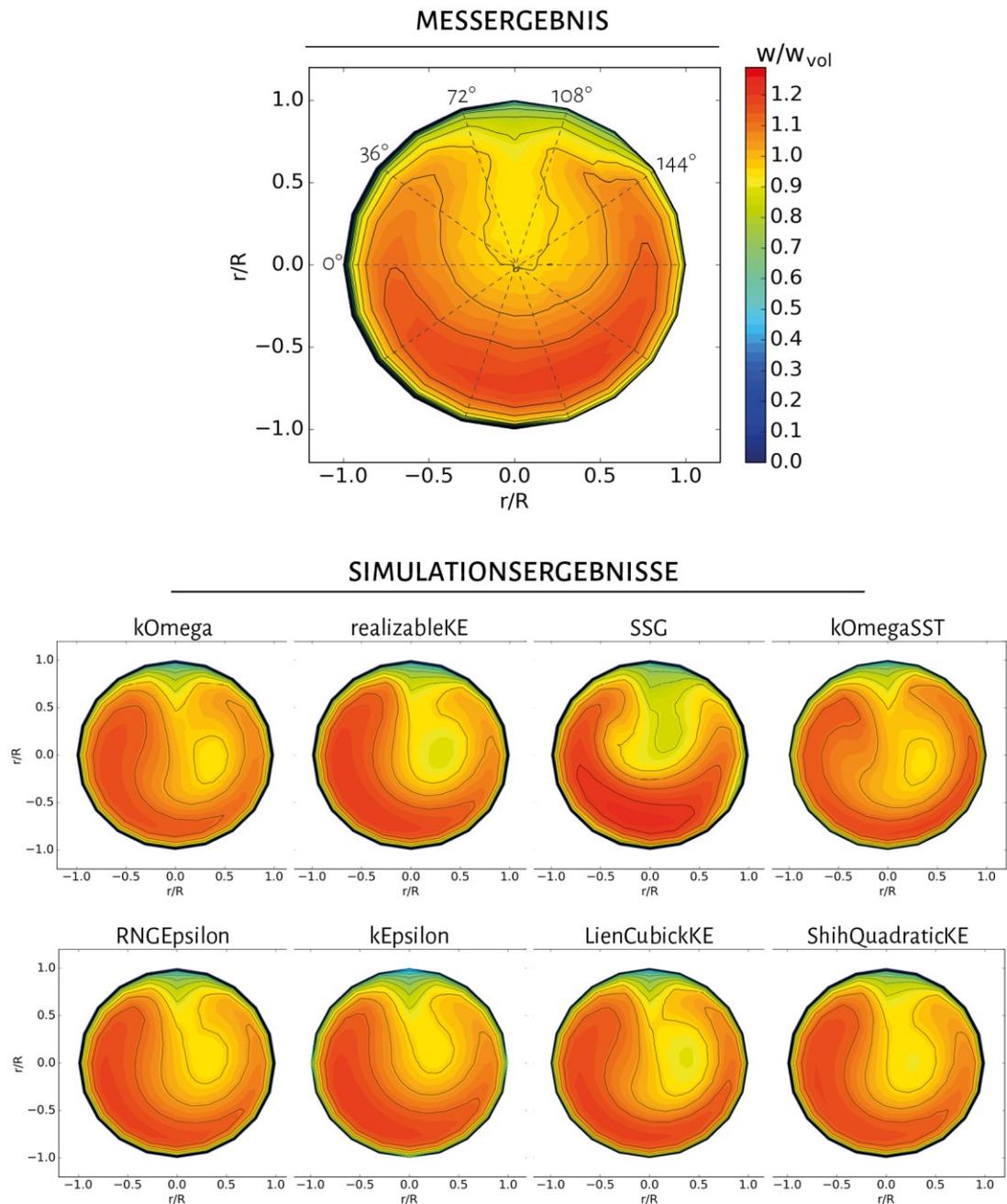


Abbildung 34: Simulationsergebnisse der Strömung durch den Raumkrümmer

Die Aussage aus Tabelle 29 spiegelt sich in der Gegenüberstellung wider. Die Ergebnisse der verschiedenen Turbulenzmodelle sind ähnlich. Die geringste Abweichung zeigt auch bei dieser Strömungsart das SSG-Modell. Die Größe des Bereichs mit hohen Strömungsgeschwindigkeiten ähnelt dem Messergebnis. Die Position hingegen ist im Uhrzeigersinn gedreht. Die Senke mit niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten ergibt die Form aus der Messung.

Außerdem zeigt auch das *kOmegaSST*-Modell eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem Messergebnis. Der Bereich mit hohen Geschwindigkeitswerten ist überwiegend entlang der Rohrwand verteilt. Die in

das Profil hineinragende Senke mit niedrigen Geschwindigkeitswerten ist ausgeprägter als im Messergebnis.

Die Turbulenzmodelle auf Basis der k - und ε -Gleichungen zeigen nahezu gleiche Ergebnisse. Die Verwendung von nichtlinearen Modellen oder einer wand aufgelösten Vernetzung liefert keine erkennbare Verbesserung. Die Lage der hohen Strömungsgeschwindigkeiten wie auch der Senke ähneln sich stark bei allen Ergebnissen mit den k - und ε -Gleichungen.

In Abbildung 35 sind Pfade mit Strömungsgeschwindigkeiten aus der LDV-Messung und der Simulation mit dem SSG-Modell gegenübergestellt. In Grün sind die Messergebnisse aus der LDV-Messung und in Blau sind die Simulationsergebnisse eingezeichnet. Die entsprechende Position zu den Winkelangaben können aus dem Messergebnis der vorherigen Grafik entnommen werden.

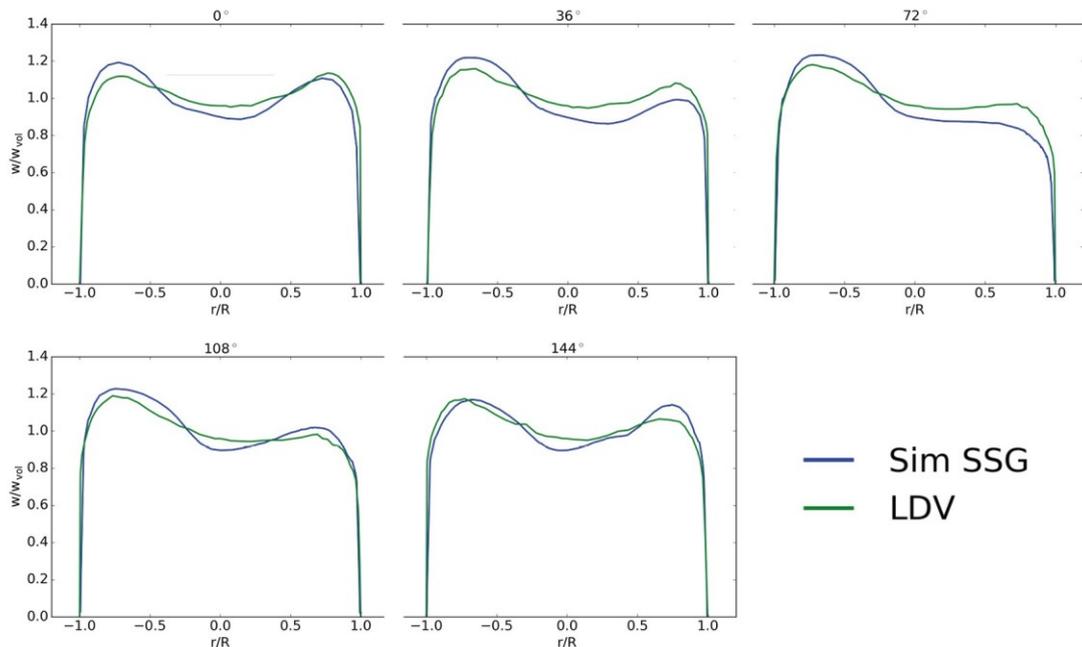


Abbildung 35: Gegenüberstellung der Mess- und Simulationsergebnisse aus den Untersuchungen am Raumkrümmer

In der Gegenüberstellung ist zu sehen, dass die Simulation die maximalen Geschwindigkeitswerte überschätzt sowie im Bereich der Rohrmitte die niedrigen Geschwindigkeitswerte unterschätzt. Die Kurven liegen nicht so gut übereinander wie beim Ergebnis der 1/3-Segmentblende. Die Abweichung ist dementsprechend mit 5,4 % im Vergleich zu 3,8 % höher.

4.2.3 Kombination zweier Raumkrümmer mit variablem Abstand

Ausgehend von den Simulationsergebnissen der Strömung durch den einfachen Raumkrümmer wurden Strömungen durch eine Störung simuliert, welche aus zwei Raumkrümmern besteht. An dieser Stelle wird keine Beurteilung der Gitterunabhängigkeit des Simulationsergebnisses mehr durchgeführt. Da die Einstellungen des mittleren Rechengitters aus den Simulationen mit der Geometrie des einfachen Raumkrümmers übernommen wurden, wird hier angenommen, dass das Ergebnis ebenfalls vom Rechengitter unabhängig ist. Darüber hinaus ist ausschließlich das SSG-Modell, da es die geringsten Abweichungen beim einfachen Raumkrümmer gezeigt hat, verwendet worden.

Es wurden vier geometrische Modelle der Raumkrümmerkonfigurationen erstellt, die sich allein in der Länge des Zwischenstücks unterscheiden. Die Geometrie des Raumkrümmers besteht aus dem in Kapitel 4.2.2 vorgestellten Raumkrümmer. Der zweite Raumkrümmer ist lediglich gespiegelt. Das Rohrstück zwischen den Raumkrümmern wird gemäß den Experimenten angepasst. Die Vergrößerung des Rohrquerschnittes in der Fensterkammer ist auch in diesem Modell berücksichtigt. In Abbildung 36 ist das Modell mit einem Abstand von $20 D$ zwischen den Raumkrümmern dargestellt. In der Abbildung ist die Auswerteebene nach $6 D$ nach dem Austritt aus dem letzten Rohrkrümmers des zweiten Raumkrümmers in Blau eingezeichnet. Zur besseren Veranschaulichung ist der Eintritt in den zweiten Raumkrümmer in Rot dargestellt.

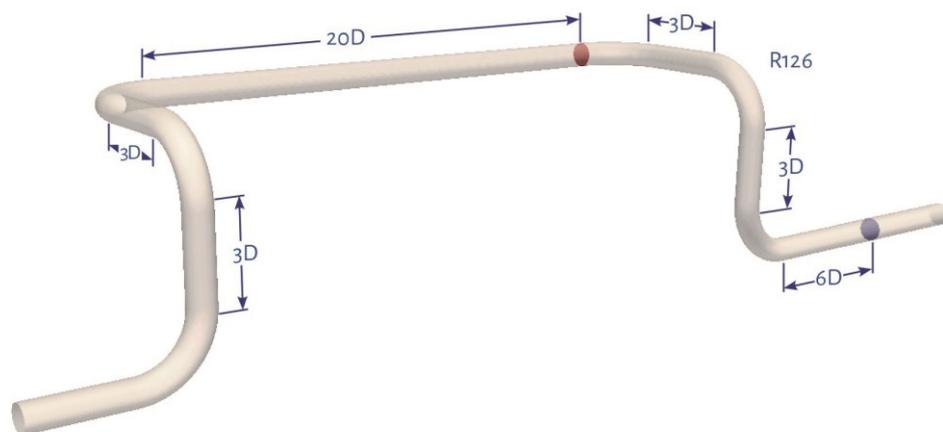


Abbildung 36: Simulationsmodell zur Untersuchung der Strömung durch zwei Raumkrümmer mit einem $20 D$ -Zwischenstück

Vernetzung

Der Strömungsraum ist mit den Netzeinstellungen des mittleren Netzes für high-Re-Modelle vernetzt worden. Die maximale Elementgröße des Hintergrundnetzes und die Anzahl an Wandschichten ist gleichgeblieben. Die Anzahl der benötigten Elemente steigt mit zunehmender Länge des Zwischenstücks. In Tabelle 30 sind die Eigenschaften der Rechengitter zusammengetragen.

Tabelle 30: Übersicht der Eigenschaften der verwendeten Rechengitter bei den Modellen der Raumkrümmerkonfigurationen

	5 D	10 D	20 D	50 D
Elementanzahl	0,62 Mio.	0,70 Mio.	0,81 Mio.	1,1 Mio.
Wandschichten	6	6	6	6
max. Elementgröße	3 mm	3 mm	3 mm	3 mm

Ergebnisse

Es wurde das bereits bekannte Verfahren zum Vergleichen von gestörten Geschwindigkeitsprofilen verwendet. In Tabelle 31 sind die Abweichungen gegenübergestellt.

Tabelle 31: Abweichungen der Simulationsergebnisse zum LDV-Messergebnis bei den verschiedenen Konfigurationen der Raumkrümmer

Zwischenstück	5 D	10 D	20 D	50 D
Abweichung in %	5,2	5,2	6,4	6,2

Die Abweichungen liegen relativ nah beieinander. Die maximale Abweichung von 6,4 % bei der Konfiguration mit dem 20 D-Zwischenstück liegt im Bereich der Abweichungen aus der Simulation des einfachen Raumkrümmers. Die Abweichung sinkt auf 5,2 % bei einer Reduktion der Länge des Zwischenstücks.

In Abbildung 37 sind die Simulationsergebnisse mit den Messergebnissen der Konfiguration mit dem 5 D-Zwischenstück gegenübergestellt. Zusätzlich ist auch der Vergleich der Pfade mit angefügt. Die Position der Pfade ist zu den vorherigen Auswertungen gleichgeblieben.

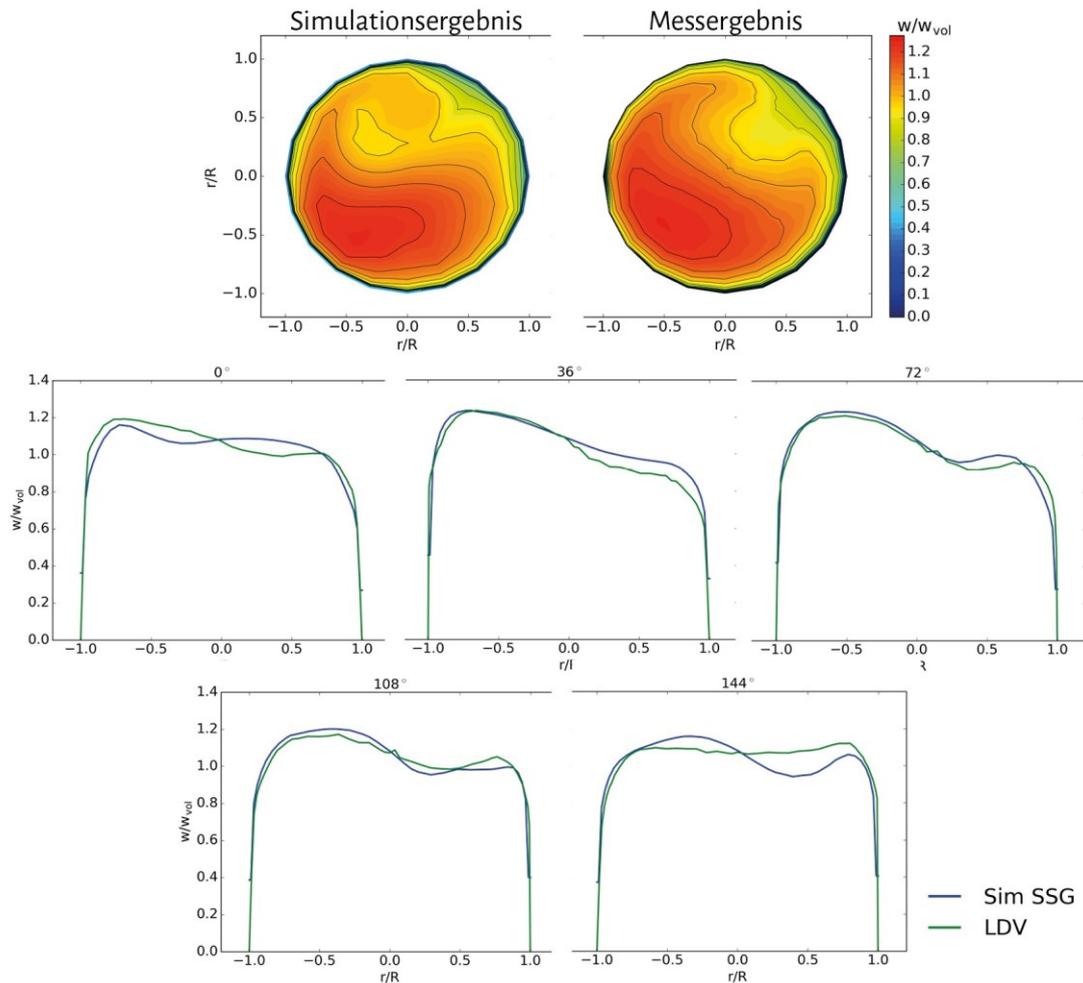


Abbildung 37: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 5 D-Zwischenstück

Die Position der maximalen Geschwindigkeiten wird in der Simulation korrekt abgebildet. Die Form der Senke mit niedrigen Geschwindigkeiten ist im Simulationsergebnis nur ansatzweise zu erkennen. Im oberen linken Bereich ist ein weiteres Gebiet mit niedrigen Geschwindigkeiten im Simulationsergebnis abgebildet. Dies ist im Messergebnis nicht zu sehen. Die Gegenüberstellung der Pfade zeigt aber, dass beide Ergebnisse überwiegend übereinstimmen. Lediglich im 144°-Pfad ist ein deutlicher Unterschied zwischen Messung und Simulation zu erkennen. Dieser hat aufgrund der Lage im Kernbereich der Strömung keinen starken Einfluss auf die Berechnung der Abweichung. 5,2 % Abweichung ist der geringste Wert, der bei den Untersuchungen von drallgeprägten Strömungen ermittelt wurde.

In Abbildung 38 sind die Ergebnisse der Konfiguration mit dem 10 D-Zwischenstück dargestellt.

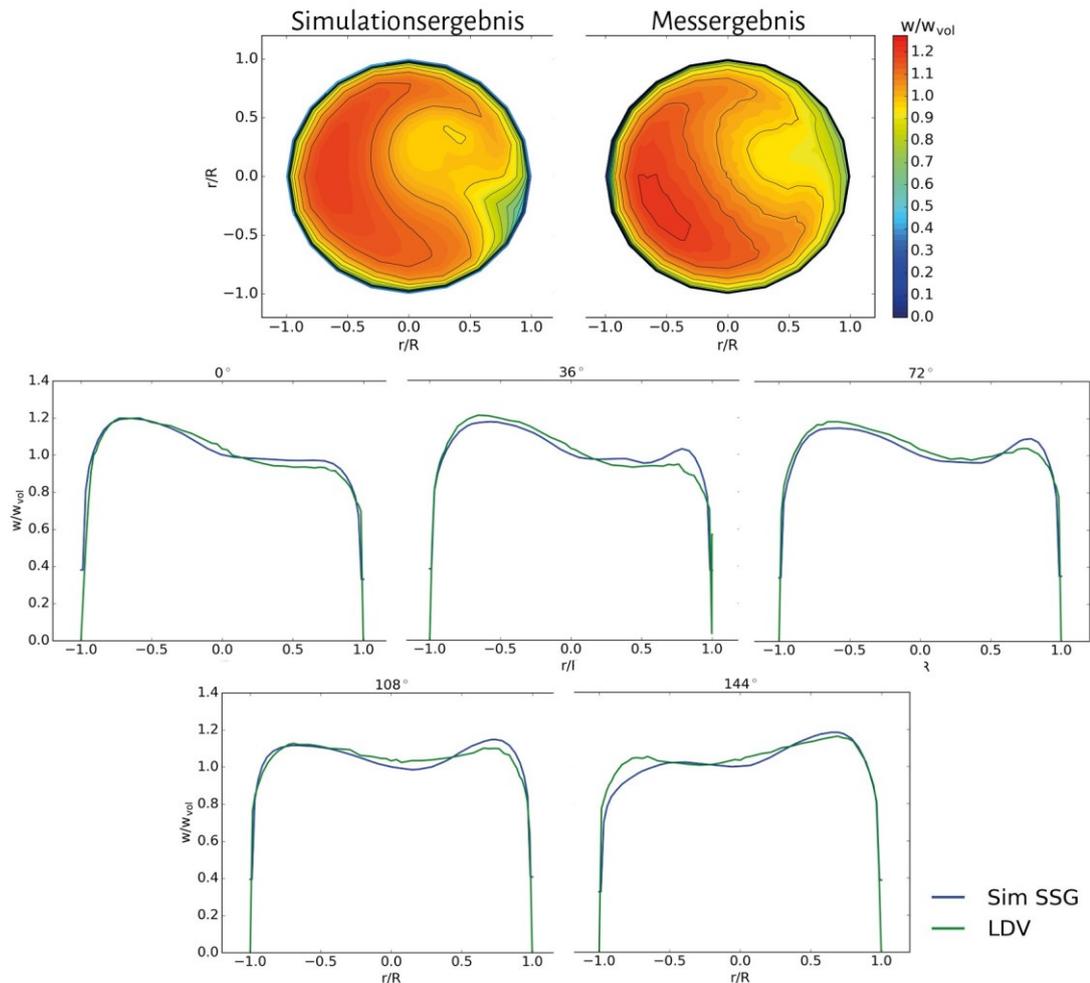


Abbildung 38: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 10 D-Zwischenstück

Das simulierte Strömungsprofil stimmt gut mit dem gemessenen Profil überein. Die Form und Größe des Bereichs mit hohen Geschwindigkeiten wird korrekt abgebildet. Die Senke der niedrigen Geschwindigkeiten ist im Simulationsergebnis ausgeprägter und in horizontaler Richtung weiter nach oben ausgerichtet als im Messergebnis. Die Gegenüberstellung der Pfade zeigt, dass das Simulations- und Messergebnis gut übereinanderliegen. Im 36° -Pfad ist zu sehen, dass nahe der Wand erkennbare Abweichungen in den Strömungsgeschwindigkeiten auftreten. Die Simulation errechnet höhere Werte. Auch im 144° -Pfad sind Unterschiede der Ergebnisse nahe der Wand zu erkennen. Hier bildet das Simulationsergebnis die Geschwindigkeitswerte zu niedrig ab. Die Abweichung von 5,2 % ist vergleichbar mit der Abweichung aus der 5 D Konfiguration.

In Abbildung 39 sind die Ergebnisse der Konfiguration mit dem 20 D-Zwischenstück dargestellt.

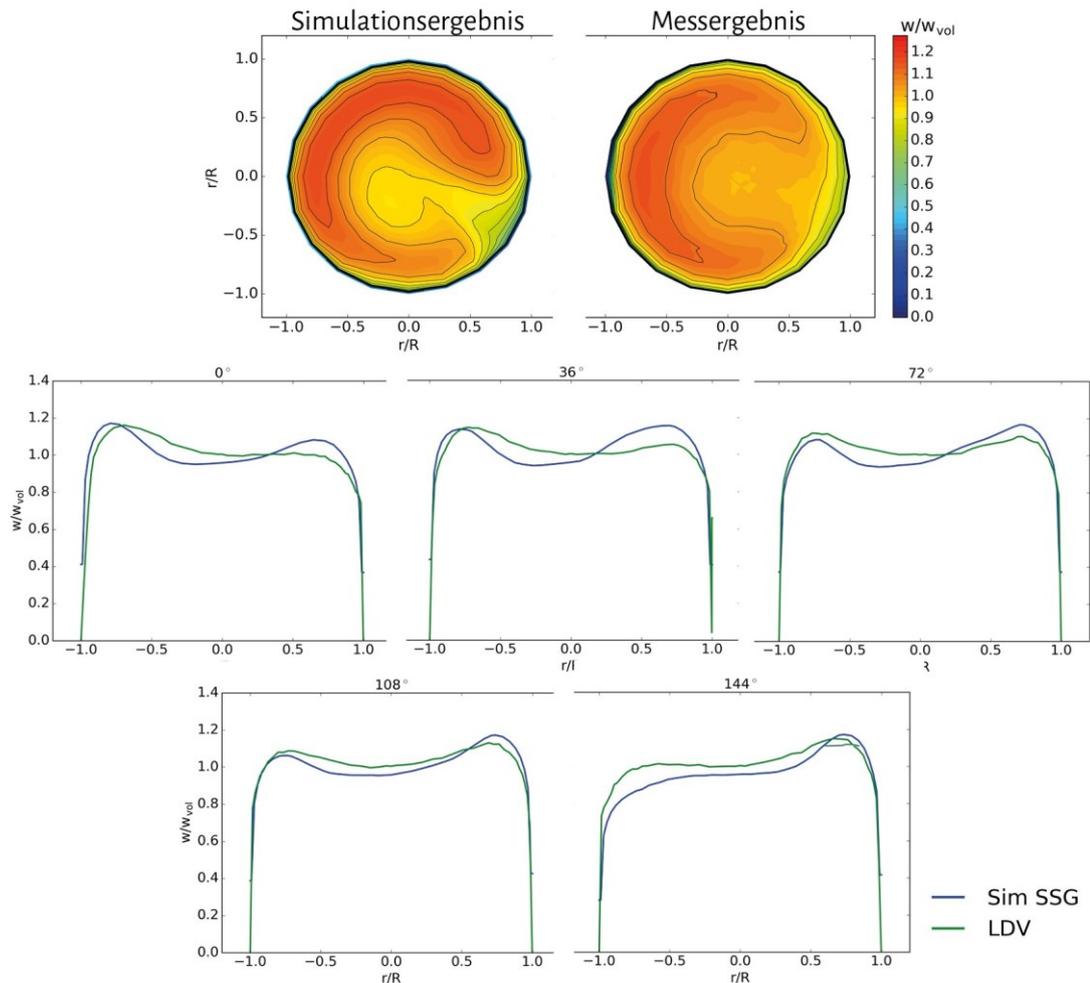


Abbildung 39: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 20 D-Zwischenstück

Es ist zu erkennen, dass die Ergebnisse aus Messung und Simulation in der Konfiguration mit dem 20 D-Zwischenstück von allen simulierten Geometrien der Raumkrümmer (einfach oder mit Zwischenstück) am wenigsten übereinstimmen. Dies spiegelt sich auch in der Höhe der Abweichung von 6,4 % wider. In der Simulation ist der Bereich mit hohen Strömungsgeschwindigkeiten im Vergleich zur Messung in Umfangsrichtung größer ausgebildet und im Uhrzeigersinn gedreht. Die Strömungsgeschwindigkeiten der in das Profil hineinragenden Senke sind in der Simulation niedriger als in der Messung. In der Gegenüberstellung liegen die Profile im Kernbereich der Strömung kaum übereinander. Im wandnahen Bereich ist die Übereinstimmung besser.

In Abbildung 40 sind die Ergebnisse der Konfiguration mit dem 50 D-Zwischenstück dargestellt.

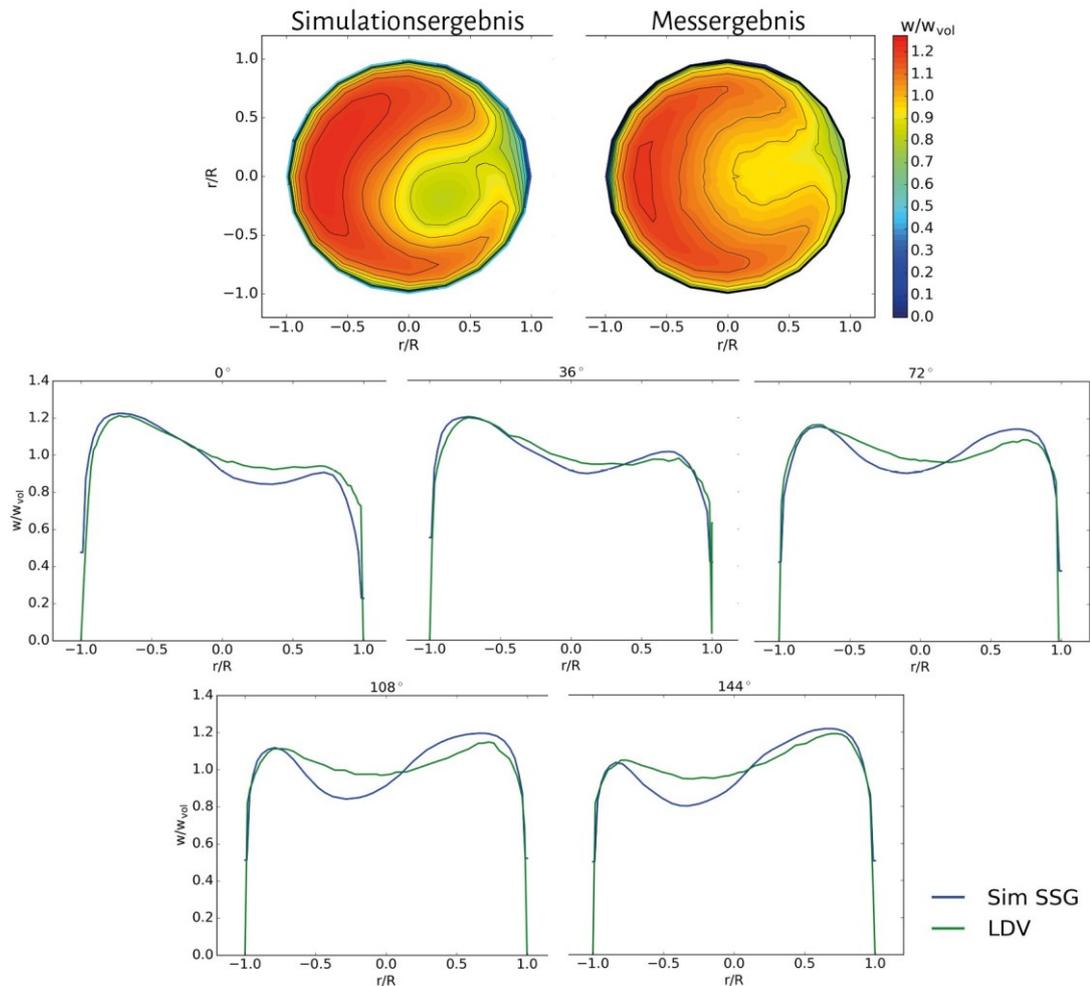


Abbildung 40: Gemessene Strömungsprofile mit gestörten Einlassprofilen nach einem 50 D-Zwischenstück

In der letzten Konfiguration mit dem 50 D-Zwischenstück hat sich die Übereinstimmung von Mess- und Simulationsergebnissen verbessert. Der Bereich mit den hohen Strömungsgeschwindigkeiten ist vergleichbar mit der Messung. Lediglich die Größe des Gebiets mit den höchsten Geschwindigkeiten ist in der Messung größer ausgebildet. Die Werte der Geschwindigkeiten der in die Strömung hineinragenden Senke werden zu niedrig berechnet. Dies ist auch in der Pfadgegenüberstellung zu sehen. In der Rohrmitte liegt der simulierte Pfad in jedem Winkel unter der Messung. Die Abweichung von 6,2 % liegt zwischen den Ergebnissen mit dem 5 D- bzw. 10 D- und dem 20 D-Zwischenstück.

In allen Strömungsfällen gilt, dass das Turbulenzmodell mit der größten Übereinstimmung mit der realen Physik, das Reynoldsspannungsmodell nach [48], die geringsten Abweichungen aufweist. Diese liegen jedoch noch im Bereich von 3,8 – 6,4 %. Lediglich bei ungestörten Rohrströmungen wurde eine geringe Abweichung von unter 2 % festgestellt.

4.3 Beschreibung der Unsicherheiten

Mögliche Gründe für Abweichungen in der Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Geschwindigkeitsprofile sind zu unterschiedlichen Anteilen in dem Messverfahren und der Simulationsmethode zu finden.

Beim Ganzfeld-Messverfahren zur Bestimmung des Volumenstroms mittels LDV kann der Fehler nach Steinbock [104] und Bükér [105] auf drei Kategorien von Einflussgrößen zurückgeführt werden. Bei der LDV werden Strömungsgeschwindigkeiten an bestimmten Positionen gemessen. Im Anschluss wird der Volumenstrom durch Integration der Geschwindigkeitswerte über den Strömungsquerschnitt bestimmt. Dieser Verfahrensablauf ist in der Formel

$$\dot{Q} = \int_0^{2\pi} \int_0^R w(r) r dr d\varphi \quad (4-4)$$

wiederzufinden. Auf jeden Punkt wirken sich unterschiedliche Einflussgrößen aus. In Tabelle 32 sind diese aufgelistet.

Tabelle 32: Einflussgrößen auf die Messunsicherheit der LDV-Messung

Integration	Geschwindigkeitsmessung	Messposition
Diskretisierung	LDA-Rückführung	Positionierung
Rekonstruktion	Messsignalmenge	Ausdehnung des Messvolumens
Numerik	Schwankungen des Volumenstroms	Geometrie des Querschnitts
	Partikelfolgevermögen	Strahlverfolgung

Die Messunsicherheit der LDV wird überwiegend durch die Menge an Messsignalen beeinflusst, die in die Berechnung des arithmetischen Mittelwerts einfließen (statistische Messunsicherheit). Im Kernbereich der Strömung sind in dieser Arbeit im Allgemeinen 1000 Messsignale gemessen worden. Die Unsicherheit der daraus berechneten Strömungsgeschwindigkeit ist gering. Im Wandbereich hingegen steigt die Unsicherheit aufgrund einer niedrigen Anzahl von Messsignalen an. Im Anhang ist die stat. Messunsicherheit aller Messungen zu finden

Mit einem Abstand liefert die Diskretisierungsunsicherheit den nächstgrößten Beitrag. In den Experimenten ist der Strömungsquerschnitt der DN50 Rohrleitung mit 461 Messpunkten diskretisiert worden. Im Wandbereich wurde eine höhere Dichte an Messpunkten im Vergleich zur Kernströmung angewandt. Eine erhöhte Unsicherheit aufgrund mangelnder Diskretisierung ist nicht zu erwarten.

Büker [105] gibt unter Laborbedingungen eine erweiterte Messunsicherheit mit $k_{\text{mess}} = 2$ (mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt das Messergebnis im zugeordneten Überdeckungsintervall) von 0,7 % an. Steinbock [104] hat die Messunsicherheit durch weitere Verbesserungen des Messaufbaus und der Auswertemethode auf 0,19 % ($k_{\text{mess}} = 2$) reduzieren können. Da die stat. Messunsicherheit der Messungen in dieser Arbeit im Mittel < 1 % ($k_{\text{mess}} = 2$) beträgt, ist davon auszugehen, dass die Messunsicherheit des gesamten Verfahrens in der Größenordnung der Experimente von Büker [105] liegt.

Unsicherheiten in CFD-Ergebnissen werden in die folgenden Kategorien unterteilt [11]:

- Modellfehler,
- numerische Fehler,
- Programmierfehler sowie
- Anwendungsfehler.

Modellfehler beziehen sich darauf, dass bei der Modellierung die reale Strömung durch ein mathematisch-physikalisches Modell näherungsweise abgebildet wird. Der Modellfehler stellt die Differenz zwischen der realen Strömung und der exakten Lösung der Modellgleichungen dar.

Numerische Fehler beziehen sich auf Rundungsfehler, iterative Konvergenzfehler und Diskretisierungsfehler.

Programmierfehler beziehen sich auf Fehler in der Software.

Anwendungsfehler beziehen sich auf menschliche Fehler durch falsche Einstellungen in der Software.

Teile der Simulationsergebnisse sind von anderen Anwendern mit unterschiedlichen Simulationssoftwares reproduziert worden. Zusätzlich ist das Simulationsprogramm weitverbreitet und unterliegt daher ständiger Kontrolle. Somit können grobe Programmierfehler ausgeschlossen werden.

Die Simulationen sind stark an vorhandenen Beispielen orientiert. Zusätzlich sind Empfehlungen aus der Literatur [14], [100] und [102] in die Einstellungen

von Numerik und Vernetzung eingeflossen. Anhand der ungestörten Rohrströmung wurde gezeigt, dass niedrige Abweichungen des Simulationsergebnisses zu einer Referenz erreicht werden. Die Wahrscheinlichkeit eines Anwendungsfehlers ist daher gering.

In allen Rechnungen wurden die Stationarität der Strömungsgeschwindigkeit an festen Punkten im Strömungsraum und des Druckverlustes zwischen Ein- und Auslass des Strömungsgebiets überprüft. Es wurde ein Zahlenformat mit doppelter Präzision verwendet. Darüber hinaus wurde für jede Geometrie überprüft, auf welchem Rechengitter das Simulationsergebnis von der Elementgröße unabhängig ist. Die verbleibende Abweichung aufgrund der Diskretisierung beträgt weniger als 1,5 %.

Der größte Einfluss auf die Unsicherheit von CFD-Ergebnissen ist die Modellierung der realen Physik. In Kapitel 2 ist aufgeführt worden, wie groß der Anteil von Approximationen in den Turbulenzmodellen ist. Die Gegenüberstellung der simulierten Geschwindigkeitsprofile mit den verschiedenen Turbulenzmodellen zeigt, wie groß die Unterschiede in den Ergebnissen sind. Der Vergleich mit Messdaten hat belegt, dass die Turbulenzmodelle mit dem höchsten Anteil an physikalischer Übereinstimmung, wie es bei den RSM der Fall ist, das Strömungsprofil am zuverlässigsten vorhersagen.

Zuletzt entstehen Unsicherheiten bei der Übertragung der Experimente in die Simulation. Am Versuchsstand sind die Volumenströme über kalibrierte Volumenstromzähler kontrolliert worden. Die Schwankungen des Volumenstroms sind vernachlässigbar klein. Zusätzlich wurde auch die Temperatur des Strömungsmediums zur Viskositätsbestimmung gemessen. Es wurde gezeigt, dass das vollausgebildete Strömungsprofil im Eintritt der Störstrecke im Experiment als Einlassbedingung in der Simulation mit einer geringen Abweichung reproduziert werden kann. Die gemessene Wandrauheit der verwendeten Rohrleitungen am Versuchsstand belegt, dass im Experiment mit hydraulisch glatten Wänden gerechnet werden kann. Die Geometrien der Rohre und der Störkörper sind hinreichend genau bekannt.

Trotz großer Sorgfalt bei der Montage der Rohrleitung kann nicht ausgeschlossen werden, dass leichte Einbaufehler entstanden sind. Außerdem sind minimale Kanten, welche in die Strömung ragen, beim Zusammenfügen der Rohrleitung mit z. B. den Rohrkrümmern oder Flanschen nicht zu vermeiden. Die Rohrleitung bzw. die Rohranschlüsse sind bereits im Vorlauf zur Reduzierung dieser Unsicherheit mechanisch bearbeitet worden.

5 Verknüpfung von Simulations- und Messergebnissen

Das Ergebnis einer VOK-Messung enthält bereits gemessene Strömungsgeschwindigkeiten entlang eines Pfades. Diese Messwerte werden verwendet, um die Abweichung der simulierten Geschwindigkeitsprofile zum eigentlichen Geschwindigkeitsprofil zu reduzieren. Da bei der VOK im Feld keine Messungen von Geschwindigkeitsprofilen auf dem gesamten Rohrquerschnitt vorhanden sind, werden die Messdaten für diese Untersuchungen aus den Experimenten herangezogen. Dem Verfahren der VOK folgend wird nun lediglich einer der zehn Messpfade mit dem Simulationsergebnis gegenübergestellt bzw. interpoliert. Die Abweichung des einfachen Simulationsergebnisses zum Messergebnis ist aus dem vorherigen Kapitel bekannt. Die Abweichung des interpolierten Ergebnisses wird auf dieselbe Weise berechnet.

5.1 Beschreibung des Interpolationsverfahrens

Ziel des Interpolationsverfahrens ist es, dass die Simulationsdaten an Positionen, an denen LDV-Messdaten vorliegen, die Werte der LDV-Messungen annehmen. Je weiter weg sich aber ein Simulationsergebnis von einem LDV-Messwert befindet, desto mehr überwiegt das Simulationsergebnis. Es wird eine Funktion benötigt, die einen Übergang zwischen den LDV-Messwerten und dem Simulationsergebnis herstellt. Unter der Annahme, dass die Funktion an Positionen von LDV-Werten den Funktionswert 1 annimmt und an den Rändern, an denen ausschließlich CFD-Werte verwendet werden, den Funktionswert 0 hat, kann der folgende Zusammenhang aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} w_{fit}(x, y) \\ = w_{LDV}(x) \cdot f_{\text{übertrag}}(x, y) + w_{CFD}(x, y) \cdot (1 - f_{\text{übertrag}}(x, y)) \end{aligned} \quad (5-1)$$

In dieser Gleichung ist $w_{LDV}(x)$ ein Messergebnis einer Pfadmessung, $w_{CFD}(x,y)$ ein simuliertes Geschwindigkeitsprofil und $f_{\text{übertrag}}(x,y)$ eine Übertragungsfunktion, die Funktionenwerte zwischen 0 und 1 besitzt. In dieser Schreibweise werden die Simulationsergebnisse senkrecht zur Pfadmessung angepasst.

Die Simulationen und Messungen von Geschwindigkeitsprofilen nach den Rohrkrümmern haben gezeigt, dass die Strömungsgeschwindigkeiten in Bereichen in Umfangsrichtung verteilt sind. Daher werden die

Simulationsergebnisse in einem zweiten Ansatz entlang einzelner Radien angepasst. In diesem Fall sind die Funktionen in Polarkoordinatenschreibweise von dem Polarwinkel φ_{PK} und dem Radiusvektor r abhängig:

$$\begin{aligned}
 & w_{fit}(\varphi_{PK}, r) \\
 &= w_{LDV}(r) \cdot f_{\text{übertrag}}(\varphi_{PK}, r) + w_{CFD}(\varphi_{PK}, r) \\
 &\quad \cdot (1 - f_{\text{übertrag}}(\varphi_{PK}, r)).
 \end{aligned} \tag{5-2}$$

Die folgende Abbildung 41 zeigt die beschriebenen zwei Interpolationsverfahren. Als Simulationsprofil wurde das Ergebnis der Strömung durch die 1/3-Segmentblende verwendet. Die Pfadmessung (blau) liegt horizontal bei 0° . Der Verlauf der Übertragungsfunktionen ist schwarz eingezeichnet. Aus der Achsenbeschriftung der Grafik kann entnommen werden, dass alle Längenangaben mit dem Radius normiert sind.

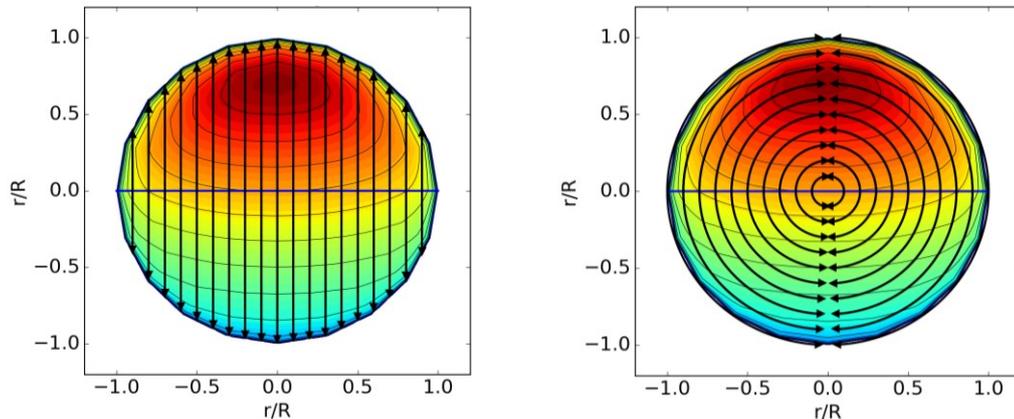


Abbildung 41: Linien- und Kreisinterpolation (LDV-Messpfad in blau und Übertragungsfunktion in schwarz)

Für die Übertragungsfunktion muss gelten, dass diese an den Rändern (größte Entfernung zum Messpfad) den Funktionswert 0 und an einem Messwert den Funktionswert 1 annimmt. Die Messwerte liegen immer in der Mitte der Übertragungsfunktion. Im ersten Schritt wird für die Übertragungsfunktion eine lineare Funktion

$$f(y) = m|y| + c \tag{5-3}$$

mit den Absolutwerten der Variablen gewählt. Die Variable der Übertragungsfunktion ist y , da die Funktion laut Abbildung 41 senkrecht verläuft. Diese Definition wird stets beibehalten. Das Koordinatensystem wird so gelegt, dass unabhängig von der Lage des Messpfades die Abszisse entlang des Messpfades und die Übertragungsfunktion entlang der Ordinate verläuft. Neben einer linearen Funktion wird eine quadratische Funktion

$$f(y) = my^2 + c \quad (5-4)$$

ohne linearen Anteil verwendet. Für beide Funktionen gilt, dass mit der Konstanten c der Funktionswert an der Stelle $y = 0$ definiert wird. Da an der Stelle $y = 0$ der Messwert gilt, ergibt sich somit für beide Funktionen $c = 1$. Über die Konstante m wird die Steigung und somit auch der Funktionswert an den Rändern definiert. Dabei muss die Steigung in Abhängigkeit vom Außenradius und der gerade betrachteten Position auf dem Messpfad individuell bestimmt werden. Entfernt sich die Position auf dem Messpfad von der Mitte des Rohres, werden die Funktionen schmaler. Dies wird durch die kürzer werdenden Pfeile in Abbildung 41, welche den Verlauf der Übertragungsfunktion repräsentieren, dargestellt. Für die lineare Funktion beschreibt

$$m = \frac{-1}{\sqrt{R^2 - x_{LDV}^2}} \quad (5-5)$$

und für die quadratische Funktion

$$m = \frac{-1}{R^2 - x_{LDV}^2} \quad (5-6)$$

die Berechnung von m . Wendland [106] stellt in seiner Arbeit eine Funktion vor, die einer Gauß-Glockenkurve ähnelt, aber an den Rändern den Funktionswert 0 annehmen kann. Angepasst als Übertragungsfunktion nimmt die Wendland-Funktion die folgende Form an:

$$f(y) = (1 - m|y|)^4 \cdot (1 + 4m|y|). \quad (5-7)$$

Über den Ausdruck

$$m = \frac{1}{\sqrt{R^2 - x_{LDV}^2}} \quad (5-8)$$

werden die Ränder bei der Wendland-Funktion eingestellt. In Abbildung 42 sind die drei beschriebenen Funktionen abgebildet. Die Ränder der Funktionen liegen aufgrund der normierten Werte bei -1 bzw. 1. Durch die zusätzliche Division mit der Steigung m ist die Darstellung für jede Position auf dem Messpfad gültig.

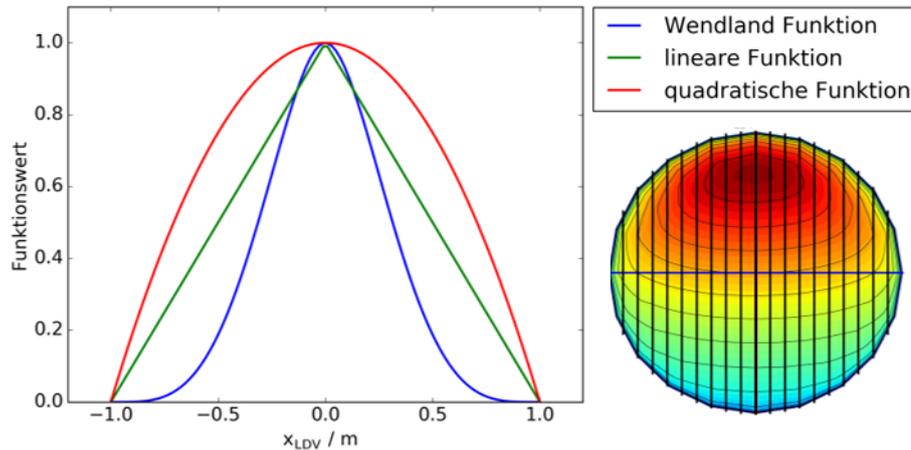


Abbildung 42: Darstellung möglicher Übertragungsfunktionen bei der Linieninterpolation

Der Verlauf der drei abgebildeten Kurven zeigt, dass ein unterschiedliches Verhalten der Übertragungsfunktion beim Übergang von Messdaten auf die Simulationsergebnisse erreicht wird. Die quadratische Funktion besitzt durch die bauchige Form bis $x_{LDV} / m = 0,5$ einen Funktionswert $< 0,75$. Dadurch wird erreicht, dass die LDV-Daten einen starken Einfluss auf das interpolierte Ergebnis haben. Die Wendland-Funktion hingegen ist wesentlich schmäler. Hier geschieht der Übergang näher der Rohrmitte. Dadurch haben die simulierten Geschwindigkeitswerte einen größeren Einfluss auf das interpolierte Geschwindigkeitsprofil. Die lineare Funktion ist eine Zwischenstufe.

Bei der Kreisinterpolation verläuft die Übertragungsfunktion auf verschiedenen Radien in Halbkreisen. Für die Übertragungsfunktion ist die variable Größe die Position auf den Kreisbögen. Der Messwert befindet sich in der Mitte der Halbkreise. Daraus resultiert, dass die Ränder der Übertragungsfunktion in Polarkoordinatenschreibweise bei $-\pi/2$ und $\pi/2$ liegen. Der Wert des dazugehörigen Radiusvektors wird von der Position des Messwerts auf dem Pfad definiert ($r = |x_{LDV}|$). Der Funktionswert an den Rändern der Übertragungsfunktion ist 0. Dies wird auch hier durch die Steigung m der Funktionen eingestellt. Die Steigung ist vom Radiusvektor abhängig. Mit Fortschreiten zur Rohrmitte wird die Steigung größer. In der Rohrmitte wird der Messwert für das interpolierte Geschwindigkeitsprofil übernommen. Für die Steigung gilt bei der linearen Funktion

$$m = \frac{-2}{\pi r} , \quad (5-9)$$

der quadratischen Funktion

$$m = \frac{-4}{(\pi r)^2} \quad (5-10)$$

und der Wendland-Funktion

$$m = \frac{2}{\pi r} . \quad (5-11)$$

Die Konstante c wird der Festlegung aus der Linieninterpolation folgend mit 1 definiert.

In Abbildung 43 sind die Verläufe der verschiedenen Übertragungsfunktionen in Abhängigkeit des Polarwinkels abgebildet. Durch die Abhängigkeit der Beschriftung des Polarwinkels vom Radiusvektor ist die Darstellung ebenfalls für alle Halbkreise bzw. Positionen auf dem Messpfad gültig.

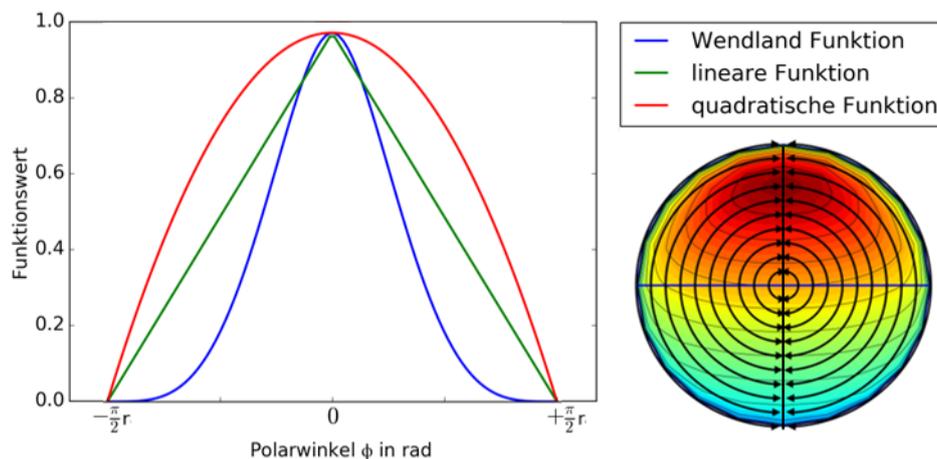


Abbildung 43: Darstellung möglicher Übertragungsfunktionen bei der Kreisinterpolation

Wie schon bei der Linieninterpolation beschrieben, ist durch den Verlauf der Kurven der Einfluss der Messwerte bzw. des Simulationsergebnisses auf die Interpolation unterschiedlich stark ausgeprägt.

Der Messpfad ist bei den Beschreibungen der beiden Interpolationsverfahren immer parallel zur horizontalen Achse bzw. bei 0° . Das Interpolationsverfahren kann aber auf jeden beliebig auftretenden Winkel des Messpfades angewendet werden. Hierfür wird das Koordinatensystem des Interpolationsverfahrens mit Hilfe einer Drehmatrix um den Ursprung gedreht, sodass der Messpfad kollinear zur Abszisse ist.

5.2 Anwendung auf Mess- und Simulationsdaten

Beide Interpolationsverfahren werden mit ihren drei Übertragungsfunktionen an den Mess- und Simulationsergebnissen der gestörten Strömungen aus den vorherigen Kapiteln getestet. Da die Simulationsergebnisse aus den Untersuchungen in Kapitel 4 vorliegen, werden keine neuen Berechnungen durchgeführt. Es werden lediglich die jeweiligen Simulationsergebnisse mit den niedrigsten Abweichungen übernommen. Außerdem wird aus den Messergebnissen jeweils nur noch ein Pfad entnommen. Anschließend werden die Geschwindigkeitswerte zwischen dem Simulationsergebnis und der Pfadmessung interpoliert. Die Abweichung des interpolierten Geschwindigkeitsprofils zum gemessenen Geschwindigkeitsprofil auf dem gesamten Rohrquerschnitt wird entsprechend der Bewertung der Simulationsergebnisse (Formel (4-2)) berechnet. Dieses Vorgehen wird für die neun weiteren Pfade der Messung wiederholt. In Abbildung 44 bis Abbildung 49 sind die Abweichungen über den Winkelpositionen der Pfadmessungen aufgetragen. Die Abweichungen wurden für jede Störgeometrie dargestellt. Der mit *Mess.* bezeichnete Eintrag ist die Abweichung des Simulationsergebnisses zum Messergebnis (vgl. Kapitel 4.2). Diese ist bei jeder Winkelposition gleich, da hier keine Interpolation durchgeführt wurde.

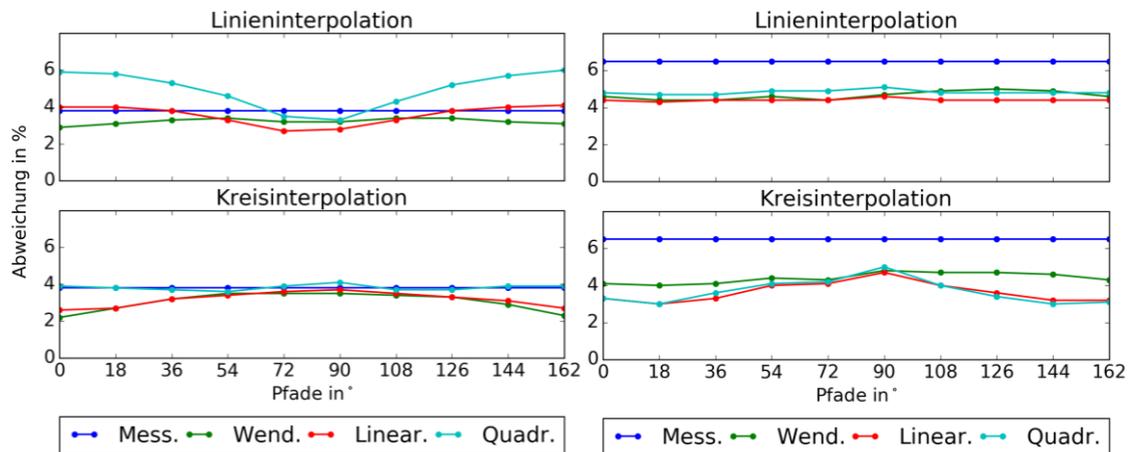


Abbildung 44: Ergebnisse der Interpolation bei der Blende

Abbildung 45: Ergebnisse der Interpolation beim Raumkrümmer

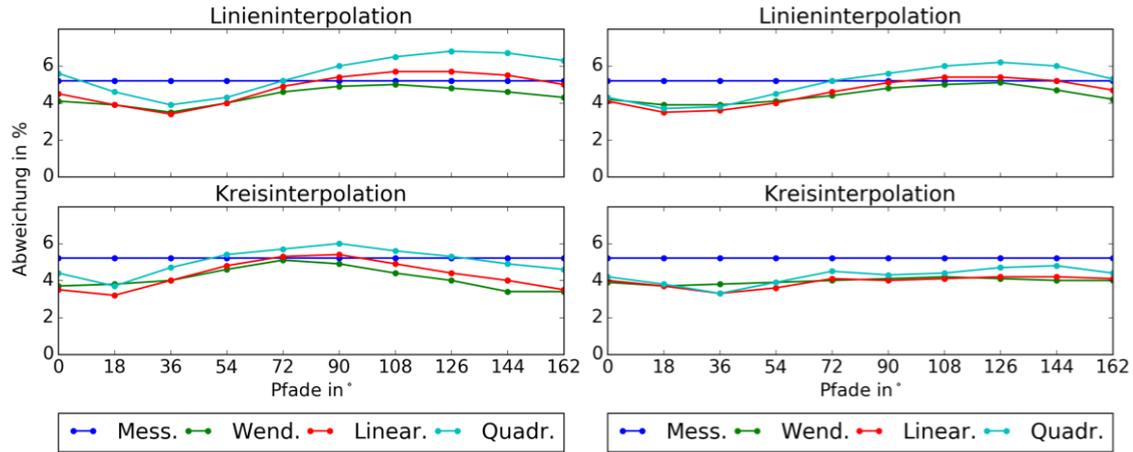


Abbildung 46: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 5 D-Zwischenstück

Abbildung 47: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 10 D-Zwischenstück

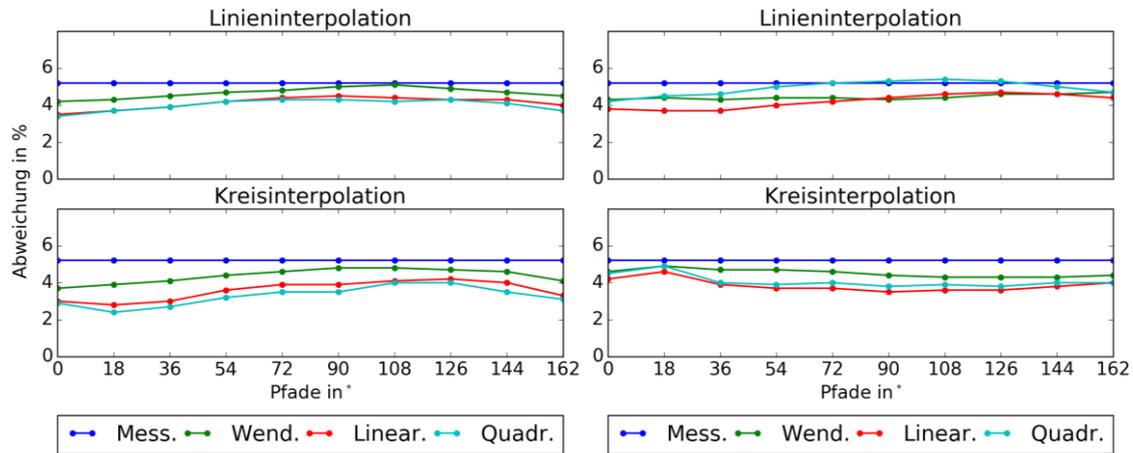


Abbildung 48: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 20 D-Zwischenstück

Abbildung 49: Ergebnisse der Interpolation bei der Raumkrümmerkon. mit dem 50 D-Zwischenstück

Bei der Linieninterpolation scheiden die lineare und quadratische Übertragungsfunktion aus, da die Abweichungen des interpolierten Ergebnisses bei der Blende und der Raumkrümmerkonfiguration mit dem 5 D- und 10 D-Zwischenstück zum Teil über der Abweichung des simulierten Geschwindigkeitsprofils liegen. Durch die Interpolation sollen unter keinen Umständen größere Abweichungen entstehen. Bei der Kreisinterpolation beim Raumkrümmer mit dem 5 D-Zwischenstück sind ebenfalls größere Abweichungen mit der linearen und quadratischen Übertragungsfunktion zu sehen. Zusätzlich überschreitet die quadratische Übertragungsfunktion auch noch bei der Blende die Abweichung des simulierten Geschwindigkeitsprofils.

In den Abbildungen ist zu erkennen, dass lediglich beide Interpolationsverfahren mit der Wendland-Übertragungsfunktion keine Überschreitung der Abweichungen hervorrufen. Durch die Interpolation werden die Abweichungen relativ konstant nach unten verschoben. Im Vergleich erreicht die Wendland-Übertragungsfunktion eine geringere Abweichung bei der Kreisinterpolation als bei der Linieninterpolation. Durch die Kreisinterpolation von Pfadmessung und simuliertem Geschwindigkeitsprofil wird die Abweichung zum eigentlichen Geschwindigkeitsprofil von 3,8 % beim Simulationsergebnis auf 3,05 % beim Interpolationsergebnis reduziert. Bei den Raumkrümmern wird die Abweichung im Mittel von 5,7 % auf 4,27 % reduziert. Im Anhang sind die aus dieser Interpolation resultierenden Geschwindigkeitsprofile für jede Störgeometrie dargestellt.

Durch die Kreisinterpolation von Mess- und Simulationsdaten mit der Wendland-Übertragungsfunktion wird eine weitere Reduktion der Abweichungen der Simulationsergebnisse vom tatsächlichen Messergebnis erreicht. Kein Ergebnis dieses Verfahrens weist eine höhere Unsicherheit auf als die entsprechenden Ergebnisse der nichtinterpolierten CFD-Simulationen.

5.3 Bewertung der Verfahrensverbesserung unter VOK-Bedingungen

In den vorangegangenen Kapiteln wurde der Volumenstrom als Randbedingung für die Simulation aus den Messungen am Versuchsstand übernommen. Ziel war in diesem Teil der Arbeit zu bewerten, wie groß die Abweichungen zwischen Simulations- und Messergebnissen unter bekannten Randbedingungen sind. Das Ergebnis ist, dass das SSG-Turbulenzmodell die geringsten Abweichungen zwischen Messung und Simulation liefert. Durch eine zusätzliche Interpolation von Simulationsdaten und Pfadmessung wurde die Abweichung weiter reduziert. Mit diesem Kenntnisstand wird nun die Reduktion der Unsicherheit der VOK bei gestörten Strömungsprofilen bewertet.

Unter VOK-Bedingungen kann der Volumenstrom nur aus einer einzelnen Pfadmessung bestimmt werden. Bei einem gestörten Strömungsprofil unterscheidet sich dieser Wert vom tatsächlichen Wert. Zusätzlich schwankt der Wert auch bei gleichbleibender Strömungssituation in Abhängigkeit der Lage des Messpfades.

Diese VOK-Bedingungen werden mit den Messdaten nachgeahmt. Wie im Abschnitt davor wird aus dem Messergebnis auf dem gesamten

Rohrquerschnitt nun noch einer von zehn Pfaden verwendet. Für eine vollständige Aussage wird aber jeder Pfad separat betrachtet. Das vollständige Messergebnis dient als Referenzwert.

Im ersten Schritt zur Bewertung der Verfahrensverbesserung wird die Strömung mit dem Volumenstrom aus der Pfadmessung als Randbedingung simuliert. Zusätzlich werden Strömungen mit geringerem und höherem Volumenstrom simuliert. Durch einen Vergleich der Pfadmessung mit dem entsprechenden Profil aus den Simulationen wird das Ergebnis mit der geringsten Abweichung ausgewählt. Die Abweichung wird für einen Pfad nach Formel (4-3) berechnet. Die Referenz ist in diesem Fall die Pfadmessung. Gegebenenfalls wird in einem weiteren Iterationsschritt mit einem angepassten Volumenstrom erneut ein Strömungsprofil berechnet.

In einem folgenden Schritt werden die Pfadmessungen- und Simulationsdaten mithilfe der Kreisinterpolation mit der Wendland-Übertragungsfunktion interpoliert. Aus dem neugewonnenen Geschwindigkeitsprofil wird der Volumenstrom über die Integration der einzelnen Geschwindigkeitswerte berechnet. In Abbildung 50 ist das Verfahren grafisch dargestellt.

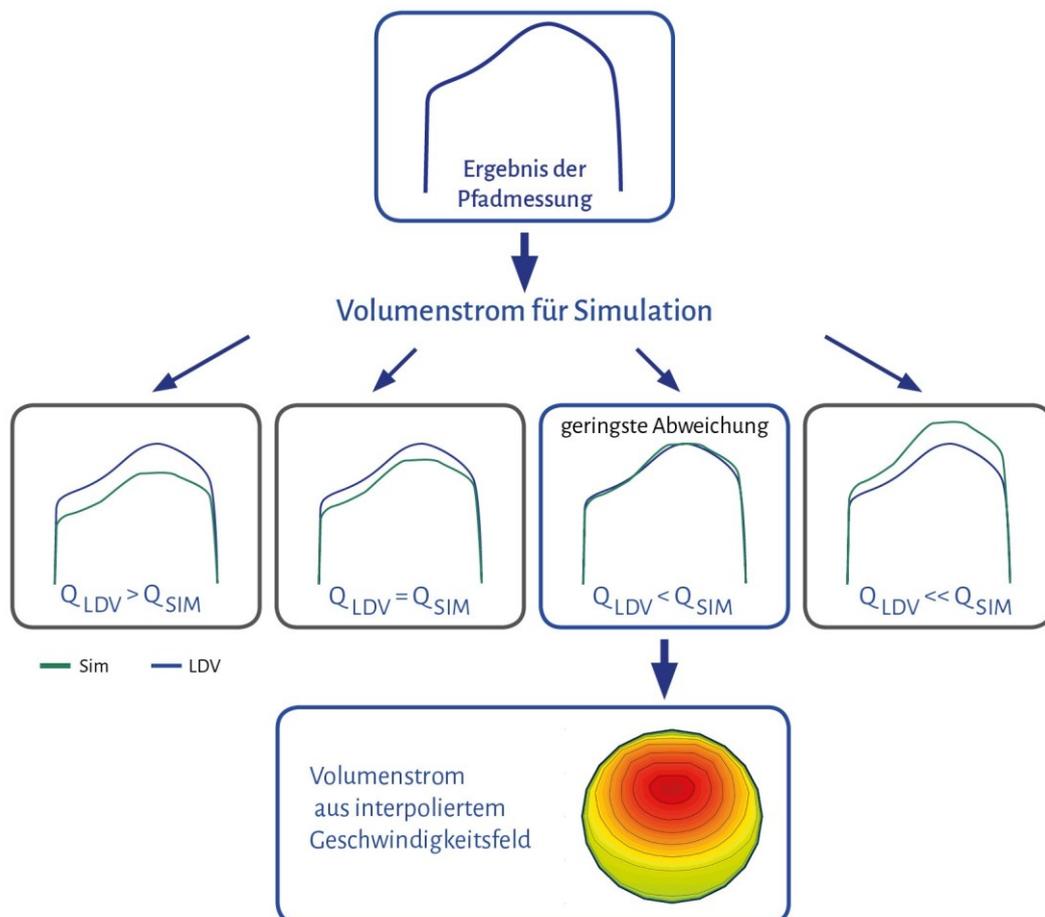


Abbildung 50: Bestimmung des Volumenstroms aus einer Pfadmessung und Strömungssimulationen

Als Referenzwert wird der Volumenstrom aus den Experimenten verwendet. Es sind nun drei Volumenströme von Bedeutung:

1. Volumenstrom aus der integrierten Pfadmessung,
2. Volumenstrom aus der Integration des interpolierten Geschwindigkeitsprofils und
3. Volumenstrom aus der Integration des gemessenen Geschwindigkeitsprofils auf dem gesamten Rohrquerschnitt (Referenz).

In Abbildung 51 sind die Volumenströme nach Durchführung des vorgestellten Verfahrens dargestellt. In Abhängigkeit der Pfadposition ist der Volumenstrom aus der Integration des Messpfades, aus der Integration des interpolierten Geschwindigkeitsprofils sowie der Referenzwert gezeigt. Der Referenzwert ist nicht von der Position des Messpfades abhängig, da dafür die vollständigen Messwerte verwendet werden. Es ist zu erkennen, dass durch das neue Verfahren der Volumenstrom weniger in Abhängigkeit der Position des Messpfades schwankt. Es ist dennoch zu sehen, wie das Ergebnis des Verfahrens von der Pfadmessung abhängt. Ist der Volumenstrom aus dem integrierten Messpfad deutlich geringer als der Referenzwert, wird auch aus dem Verfahren ein geringerer Volumenstrom bestimmt. In positiver Richtung ist das Resultat gleichermaßen. Durch das Verfahren werden die Ausschläge in positiver und negativer Richtung geglättet.

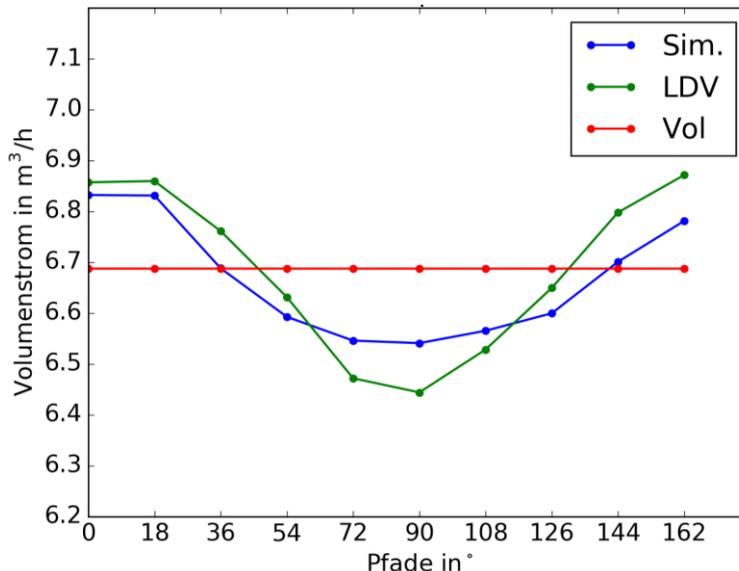


Abbildung 51: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Blende

In Abbildung 52 sind die Volumenströme bei der Geometrie des Raumkrümmers dargestellt. Auch hier wurde nach dem in Abbildung 50 gezeigten Verfahren ein Geschwindigkeitsprofil gewonnen und mit der

integrierten Pfadmessung und dem Referenzwert gegenübergestellt. Es ist gut zu sehen, dass der Volumenstrom in den meisten Winkelpositionen relativ konstant verbleibt. Lediglich bei 126° ist ein deutlicher Ausschlag nach unten festzustellen.

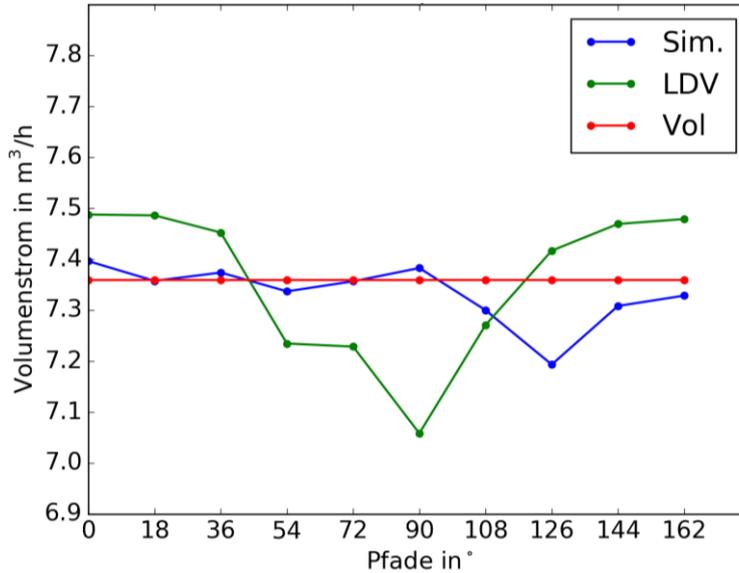


Abbildung 52: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie des Raumkrümmers

In den folgenden Abbildung 53 bis Abbildung 56 sind die Ergebnisse des Verfahrens für die Geometrien der Raumkrümmers mit der variierenden Länge von Zwischenstücken dargestellt. Aufgelistet werden die Ergebnisse in aufsteigender Reihenfolge von 5 D bis 50 D Länge des Zwischenstücks.

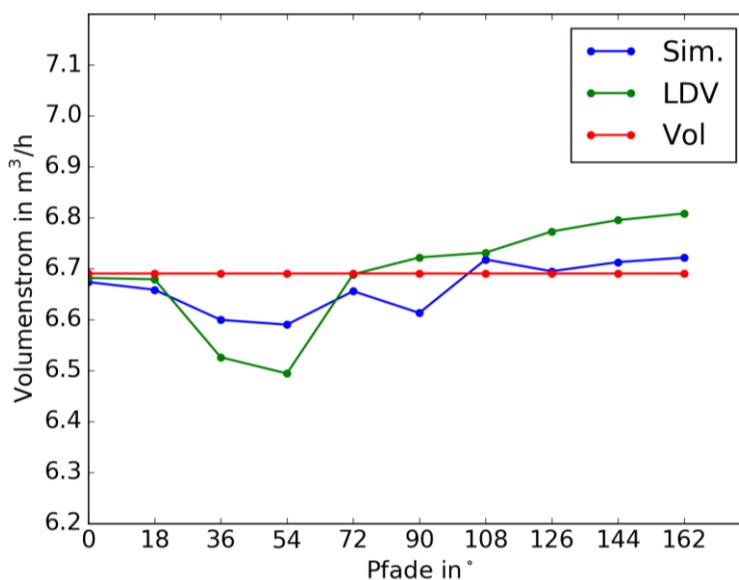


Abbildung 53: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmers mit dem 5 D-Zwischenstück

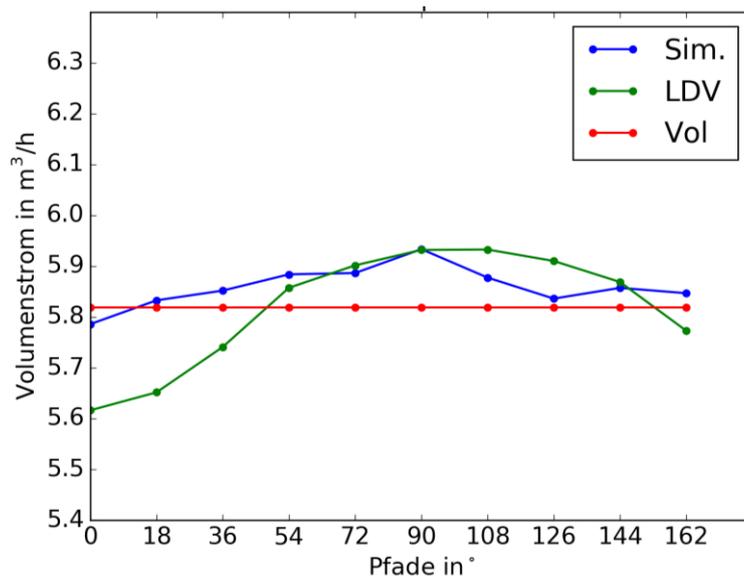


Abbildung 54: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 10 D-Zwischenstück

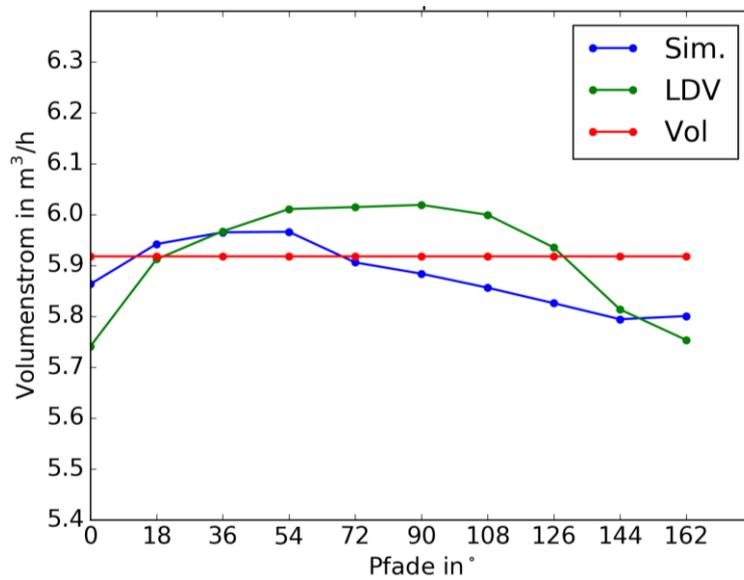


Abbildung 55: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 20 D-Zwischenstück

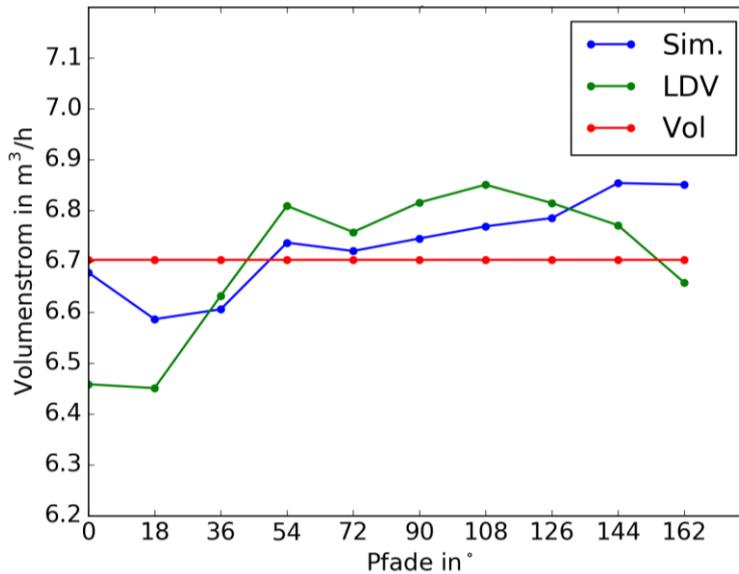


Abbildung 56: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen bei der Geometrie der Raumkrümmer mit dem 50 D-Zwischenstück

Die Ergebnisse zeigen, dass durch das Verfahren der Volumenstrom geringer schwankt als durch alleinige Bestimmung durch die Pfadmessung. Die Ausschläge in positiver als auch in negativer Richtung bezogen auf den Referenzwert sind weniger stark ausgeprägt.

In Tabelle 33 sind die Ergebnisse aus den Abbildungen in Zahlen festgehalten. Es ist zu erkennen, dass die Unsicherheit bei der Bestimmung des Volumenstroms durch die Verwendung von numerischen Simulationen in Verbindung mit der Interpolation mit der Pfadmessung in allen Fällen verringert wird. Der Mittelwert hingegen verbleibt relativ konstant. Dies zeigt, dass das Verfahren lediglich die Unsicherheit reduziert, ohne den Mittelwert zu verschieben. Im besten Fall wird bei der Geometrie der Raumkrümmer mit einem 50 D-Zwischenstück die Unsicherheit von 2 % auf 1,2 % reduziert.

Tabelle 33: Ergebnisse der Volumenstrombestimmung mit interpolierten Strömungssimulationen aller Geometrien

Blende				
Mittelwert in m³/h		Unsicherheit in m³/h		Referenzwert in m³/h
LDV-Pfad	Sim.	LDV-Pfad	Sim.	
6,696	6,676	0,157	0,109	6,687

Raumkrümmen				
Mittelwert in m ³ /h		Unsicherheit in m ³ /h		Referenzwert in m ³ /h
LDV-Pfad	Sim.	LDV-Pfad	Sim.	
7,362	7,335	0,142	0,055	7,359

Raumkrümmen 5 D				
Mittelwert in m ³ /h		Unsicherheit in m ³ /h		Referenzwert in m ³ /h
LDV-Pfad	Sim.	LDV-Pfad	Sim.	
6,692	6,665	0,100	0,047	6,690

Raumkrümmen 10 D				
Mittelwert in m ³ /h		Unsicherheit in m ³ /h		Referenzwert in m ³ /h
LDV-Pfad	Sim.	LDV-Pfad	Sim.	
5,826	5,861	0,110	0,037	5,829

Raumkrümmen 20 D				
Mittelwert in m ³ /h		Unsicherheit in m ³ /h		Referenzwert in m ³ /h
LDV-Pfad	Sim.	LDV-Pfad	Sim.	
5,912	5,884	0,103	0,061	5,917

Raumkrümmen 50 D				
Mittelwert in m ³ /h		Unsicherheit in m ³ /h		Referenzwert in m ³ /h
LDV-Pfad	Sim.	LDV-Pfad	Sim.	
6,700	6,732	0,140	0,086	6,702

6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Verfahren zur Volumenstrombestimmung bei gestörten Strömungsprofilen im Rahmen der VOK vorgestellt. Zu diesem Zweck wurden gemessene Strömungsgeschwindigkeiten auf einem Pfad mit CFD-Simulationen dieser Strömung zu einem kombinierten Strömungsprofil erweitert. In der Arbeit wurden die folgenden Erkenntnisse und Ergebnisse aus den Bereichen LDV-Messungen und numerischen Strömungssimulationen aufgezeigt:

LDV-Messungen

- Im Rahmen der Arbeit wurde ein Prüfstand zur Messung von Geschwindigkeitsprofilen über den gesamten Rohrquerschnitt aufgebaut. Ein Vergleich von Messergebnissen ungestörter Rohrströmungen mit theoretischen Geschwindigkeitsprofilen zeigt geringe Unterschiede
- Zusätzlich wurden durch häufig vorkommende Rohreinbauten gestörte Strömungsprofile gemessen, die als Grundlage zur Validierung der CFD-Simulationen zur Verfügung stehen. Es wurden Strömungen nach sechs unterschiedlichen Geometrien untersucht. Alle Messungen wurden unter Berücksichtigung der Fluidtemperatur bei einer Reynoldszahl von 50.000 durchgeführt.

Strömungssimulationen

- Stationäre RANS-Simulationen zeigen zum Teil große Abweichungen zu den Messergebnissen bei der Berechnung turbulenter, gestörter Rohrströmungen. In der Untersuchung verfügbarer RANS-Turbulenzmodelle berechnete das SSG-Modell die Strömung zuverlässig mit einer Abweichung $< 7\%$. In der Literatur häufig verwendete lineare Wirbelviskositätsmodelle lieferten hingegen Ergebnisse mit einer Abweichung von bis zu 14% .
- Bei der Berechnung einer ungestörten Strömung erwiesen sich alle betrachteten Turbulenzmodelle mit einer maximalen Abweichung von $< 3\%$ als geeignet. Die Übereinstimmung der low-Re-Modelle vor allem im wandnahen Bereich ist besonders hervorzuheben.
- In vorangegangenen Simulationen wurde sichergestellt, dass die Ergebnisse von der Gitterauflösung unabhängig sind. Die Untersuchung der Gitterunabhängigkeit der Lösung ist wiederholt für verschiedene Turbulenzmodelle durchgeführt worden. Außerdem wurde die Stationarität der Simulationsergebnisse für jede Simulation überprüft.

- Durch die Interpolation von Simulationsergebnissen und Messpfad, z. B. aus VOK-Messungen, wurde die maximale Abweichung zum gesamten Messergebnis auf $< 4,5 \%$ reduziert.
- Bei keiner durchgeführten Interpolation ist mit dem ausgewählten Verfahren eine höhere Abweichung als im Ausgangszustand festgestellt worden.

Mit den Erkenntnissen aus den numerischen Simulationen und den Ergebnissen aus den LDV-Messungen wurde untersucht, inwieweit sich die Messunsicherheit der Volumenstrombestimmung bei gestörten Strömungsprofilen unter VOK-Bedingungen reduzieren lässt. Dies bedeutet, dass nun nur noch der Messpfad als Information über die Strömungsgeschwindigkeiten zur Verfügung steht. Der Volumenstrom aus dem gesamten, gemessenen Strömungsprofil wurde als Referenz verwendet. Aufgrund nicht vorhandener Messdaten auf dem gesamten Rohrquerschnitt aus der VOK wurden für diesen Teil ebenfalls die Messdaten aus den Experimenten verwendet.

In einem iterativen Verfahren wurde der Volumenstrom in den Simulationen variiert, bis die Abweichung des Messpfades zum entsprechenden Pfad in der Simulation ausreichend klein ist. Nach einer anschließenden Interpolation des ausgewählten Simulationsergebnisses wurde der Volumenstrom über die Integration der Geschwindigkeitswerte bestimmt. Zum Vergleich wurde aus dem Messpfad ebenfalls ein Volumenstrom berechnet. Das Verfahren wurde für alle vorhandenen Positionen (10 Stück) bei jeder Geometrie wiederholt.

Im schlechtesten Fall wurde die Unsicherheit um ein Drittel reduziert. Für das Beispiel aus der Einleitung (gelieferte Wärmemenge von 17.500 MWh im Jahr) gilt damit, dass durch eine Messunsicherheit von nun nur noch 2,6 % bei einem Fernwärmepreis von 51,25 €/MWh eine Unsicherheit bei der Abrechnung von 24.000 € entsteht. Durch die Verwendung des iterativen Verfahrens aus Strömungssimulation und Interpolation von Pfadmessung und Simulationsergebnis kann an dieser Messstelle 12.000 € eingespart werden.

Andererseits muss angemerkt werden, dass bei allen Untersuchungen bzw. Gegenüberstellungen von Mess- und Simulationsdaten auf die experimentellen Ergebnisse zurückgegriffen wurde. Zwar wurden durch die Verwendung von einzelnen Messpfaden formal VOK-Bedingungen eingehalten, so sind aber viele Faktoren, die am Versuchstand gut zu kontrollieren waren, vor Ort kaum zu beeinflussen. Aufgrund des momentanen Fehlens einer Fensterkammer für den Einsatz bei der VOK, kann das Verfahren vor Ort noch nicht überprüft werden. Eine Validierung des Verfahrens vor Ort bietet einen guten Ansatz für nachfolgende Arbeiten.

Literaturverzeichnis

- [1] Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft, „Kenndaten der Wärme- und Kälteversorger,“ 2018. [Online]. Available: https://www.bdew.de/media/documents/Kenndaten-Fernwaerme-ab-2008_online_o_jaehrlich_Ki_31052018.pdf. [Zugriff am 19 06 2018].
- [2] Vattenfall Europe Wärme AG, *Technische Anschlussbedingungen*, Berlin, 2012.
- [3] K. W. Bonfig, *Technische Durchflussmessung*, Essen: Vulkan Verlag, 2002.
- [4] TÜV Rheinland AG, „Presseportal.de,“ 04 26 2010. [Online]. Available: <https://www.presseportal.de/pm/31385/1601929>. [Zugriff am 03 07 2018].
- [5] M. Dues und U. Müller, *Vor-Ort-Kalibrierung von Durchflussmessgeräten in Statusseminar Energieforschung für die Wärmewende*, Frankfurt: FIZ Karlsruhe – Leibniz-Institut für Informationsinfrastruktur GmbH, 2016.
- [6] P. Guntermann, J. Rose, T. Lederer, M. Dues, U. Mueller und A. Duckwe, „Vorort-Untersuchung von Wärmemengenzählern im Betrieb,“ *Euro Heat & Power*, pp. 44-47, 2010.
- [7] Vattenfall Europe Sales GmbH, *Power Pricer*, Berlin, 2012.
- [8] Vattenfall Europe Wärme AG, *Fernwärme Preisblatt*, Berlin, 2017.
- [9] M. Dues, U. Müller und S. Kallweit, „Verfahren zur Messung einer Strömung, Einbaueinheit und Messvorrichtung“. Deutschland Patent EP 2 389 566 B1, 2010.
- [10] H. Siekmann und P. Thamsen, *Strömungslehre - Grundlagen*, 2. Hrsg., Berlin: Springer, 2008.

- [11] E. Laurien und H. Oertel, Numerische Strömungsmechanik, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.
- [12] S. Lecheler, Numerische Strömungsberechnung, Schneller Einstieg durch anschauliche Beispiele mit ANSYS 15.0, 3 Hrsg., Springer Fachmedien Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- [13] J. Ferziger und M. Peric, Numerische Strömungsmechanik, 1 Hrsg., Berlin Heidelberg: Springer, 2008.
- [14] R. Schwarze, CFD-Modellierung Grundlagen und Anwendungen bei Strömungsprozessen, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.
- [15] D. Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, 3. Hrsg., La Canada: DCW Industries, Inc., 2006.
- [16] F. Schmitt, „About Boussinesq’s Turbulent Viscosity Hypothesis: Historical Remarks and a Direct Evaluation of its Validity,“ *Comptes Rendus Mécanique*, 2007.
- [17] L. Prandtl, „Report on investigation of developed turbulence,“ *ZAMM - Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik*, L. Prandtl, Report on investigation of developed turbulence 1925.
- [18] P. Spalart und S. Allmaras, „One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows,“ *La Recherche Aérospatiale*, 1994.
- [19] B. Launder und B. Sharma, „Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk,“ *Letters in Heat Mass Transfer*, 1974.
- [20] M. Leschziner und D. Drikakis, „Turbulence modelling and turbulent-flow computation in aeronautics,“ *The Aeronautical Journal*, 2002.
- [21] T.-H. Shih, W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang und J. Zhu, „A new k– ϵ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows,“ *Computers & Fluids*, 1995.
- [22] S. Orszag, I. Staroselsky, W. Flannery und Y. Zhang, „Introduction to Renormalization Group Modeling of Turbulence,“ in *Simulation and*

- Modling of Turbulent Flows*, T. Gatski, M. Yousuff Hussaini und J. Lumley, Hrsg., New York, Oxford University Press, 1996.
- [23] V. Yakhot, S. Orszag, S. Thangam, T. Gatski und C. Speziale, „Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique,“ *Physics of Fluids*, 1992.
- [24] D. Wilcox, „Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models,“ *AIAA Journal*, Bd. 26, pp. 1299-1310, 1988.
- [25] D. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, 2. Hrsg., La Canada: DCW Industries, Inc., 1998.
- [26] F. Menter, „Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective,“ *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2009.
- [27] F. Menter, „Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications,“ *AIAA Journal*, Bd. 32, Nr. 8, pp. 1598-1605, 1994.
- [28] T. Gatski und C. Rumsey, „Linear and nonlinear eddy viscosity models,“ in *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*, B. S. N. Launder, Hrsg., Cambridge, Cambridge University Press, 2002.
- [29] T. Gatski und C. Speziale, „On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 254, pp. 59-78, 1993.
- [30] T. Shih, J. Zhu und J. Lumley, „A new Reynolds stress algebraic equation model,“ *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Bd. 125, Nr. 1-4, pp. 287-302, 1995.
- [31] H. Tucker und A. Reynolds, „The distortion of turbulence by irrotational plane,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 32, pp. 657-673, 1968.
- [32] A. Hellsten und S. Wallin, „Explicit algebraic Reynolds stress and non-linear eddy-viscosity models,“ *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Bd. 23, Nr. 4, pp. 349-361, 2009.

- [33] T. Craft, B. Launder und K. Suga, „Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 17, Nr. 2, pp. 108-115, 1996.
- [34] M. Leschziner und D. Apsley, „A new low-Reynolds-number nonlinear two-equation turbulence model for complex flows,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 19, p. 209–222, 1988.
- [35] S. Wallin und A. Johansson, „An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 403, pp. 89-132, 2000.
- [36] S. Pope, „A more general effective-viscosity hypothesis,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 72, pp. 331-349, 1975.
- [37] T. Jongen und T. Gatski, „General explicit algebraic stress relations and best approximation for three-dimensional flows,“ *International Journal of Engineering Science*, Bd. 36, p. 739–763, 1998.
- [38] M. Leschziner, „Modelling strongly swirling flows with advanced turbulence closures,“ *ASME FED-Advances in Numerical Simulation Turbulent Flows*, Bd. 117, pp. 1-11, 1991.
- [39] B. Daly und F. Harlow, „Transport equations in turbulence,“ *The Physics of Fluids*, Bd. 13, p. 2634–2649, 1970.
- [40] J. Magnaudet, „The modelling of inhomogeneous turbulence in the absence of mean velocity gradients,“ *Proceedings of the fourth European Turbulence Conference*, 1992.
- [41] Y. Nagano und M. Tagawa, „Turbulence models for triple velocity and scalar correlations,“ *Turbulent Shear Flows*, Bd. 7, p. 63–78, 1991.
- [42] K. Hanjalic und S. Jakirlic, „Second-moment turbulence closure modelling,“ in *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*, C. U. Press, Hrsg., Cambridge, Launder, BE; Sandham, ND, 2002, p. 47–101.
- [43] J. Rotta, „Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz,“ *Zeitschrift für Physik*, Bd. 129, Nr. 6, p. 547–572, 1951.

- [44] B. Launder, G. Reece und W. Rodi, „Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 68, Nr. 3, pp. 537 - 566, 1975.
- [45] B. Launder, G. Reece und W. Rodi, „Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 68, p. 537–566, 1975.
- [46] T. Craft und B. Launder, „A Reynolds stress closure designed for complex geometries,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 17, p. 245–254, 1996.
- [47] B. Launder und D. Tselepidakis, „Application of a new second-moment closure to turbulent channel flow rotating in orthogonal mode,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 15, p. 2–10, 1994.
- [48] C. Speziale, S. Sarkar und T. Gatski, „Modelling the pressure-strain correlation of turbulence: an invariant system dynamic approach,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 227, pp. 245-275, 1991.
- [49] M. K. Chung und S. K. Kim, „A nonlinear return-to-isotropy model with reynolds number and anisotropy dependency,“ *Physics of Fluids*, Bd. 7, p. 1425–1436, 1995.
- [50] H. Iacovides, B. Launder und H.-Y. Li, „The computation of flow development through stationary and rotating U-ducts of strong curvature,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 17, Nr. 1, pp. 22-33, 1996.
- [51] M. Anwer, R. So und Y. Lai, „Perturbation by and recovery from bend curvature of a fully developed pipe flow,“ *Physics of Fluids*, Bd. 1, Nr. 8, pp. 1387-1397, 1989.
- [52] T. Gatski und T. Jongen, „Nonlinear eddy viscosity and algebraic stress models for solving complex turbulent flows,“ *Progress in Aerospace Sciences*, Bd. 36, Nr. 8, p. 655–682, 2000.
- [53] J. Eggels, F. Unger, M. Weiss, J. Westerweel, R. Adrian, R. Friedrich und F. Nieuwstadt, „Fully developed turbulent pipe flow : a comparison

- between direct numerical simulation and experiment," *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 268, pp. 175-210, 1994.
- [54] N. Nikitin, „Direct numerical modelling of three-dimensional turbulent flows in pipes of circular cross section," *Fluid Dynamics*, Bd. 29, Nr. 6, pp. 749-758, 1994.
- [55] S. Schmidt, L. Xue und F. Thiele, „Large-eddy simulation of turbulent pipe flow on semi-structured grids," *13th Australasian Fluid Mechanics Conference*, pp. 651-654, 1998.
- [56] S. Schmidt, D. McIver, H. Blackburn, M. Rudman und G. Nathan, „Spectral element based simulation of turbulent pipe flow," *14th Australasian Fluid Mechanics Conference*, pp. 917-920, 2001.
- [57] K. Fukagata und N. Kasagi, „Highly energy-conservative finite difference method for the cylindrical coordinate system," *Journal of Computational Physics*, Bd. 181, Nr. 2, pp. 478-498, 2002.
- [58] M. Veenman, „Statistical analysis of turbulent pipe flow : a numerical approach," Technische Universität Eindhoven, Eindhoven, 2004.
- [59] X. Wu und P. Moin, „A direct numerical simulation study on the mean velocity characteristics in turbulent pipe flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 608, pp. 81-112, 2008.
- [60] B. Boersma, „Direct numerical simulation of turbulent pipe flow up to a Reynolds number of 61,000," *Journal of Physics*, Bd. 318, Nr. 4, 2011.
- [61] X. Wu, J. Baltzer und R. Adrian, „Direct numerical simulation of a 30R long turbulent pipe flow at $R^+ = 685$: large- and very large scale-motions," *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 698, pp. 235-281, 2012.
- [62] G. El Khoury, P. Schlatter, A. Noorani, P. Fischer, G. Brethouwer und A. Johansson, „Direct Numerical Simulation of Turbulent Pipe Flow at Moderately High Reynolds Numbers," *Flow Turbulence and Combust*, Bd. 91, Nr. 3, pp. 475-495, 2013.

- [63] J. Ahn, J. Lee, S. Jang und H. Sung, „Direct numerical simulations of fully developed turbulent pipe flows for $Re = 180, 544$ and 934 ,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 44, pp. 222-228, 2013.
- [64] C. Chin, H. Ng, H. Blackburn, J. Monty und A. Ooi, „Turbulent pipe flow at $Re=1000$: A comparison of wall-resolved large-eddy simulation, direct numerical simulation and hot-wire experiment,“ *Computer and Fluids*, Bd. 122, pp. 26-33, 2015.
- [65] J. Ahn, J. Lee, J. Lee und H. Sung, „Direct numerical simulation of a 30R long turbulent pipe flow at $Re=3008$,“ *Physics of Fluids* , Bd. 27, Nr. 6, pp. 1-13, 2015.
- [66] J. Fröhlich, *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2006.
- [67] E. Unger und R. Friedrich, „Large eddy simulation of fully-developed turbulent pipe flow,“ *Proceedings of the 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, pp. 1-5, 1991.
- [68] M. Rudman und H. Blackburn, „Large eddy simulation of turbulent pipe flow,“ *Second International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*, p. 503–508, 1999.
- [69] S. Vijiapurapu und J. Cui, „Large Eddy Simulation of Fully Developed Turbulent Pipe Flow,“ *ASME 2004 Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference*, Bd. 2, pp. 675-679, 2004.
- [70] S. Jung und Y. Chung, „Large-eddy simulation of accelerated turbulent flow in a circular pipe,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 33, pp. 1-8, 2012.
- [71] F. Inzoli, P. Lampitella, R. Mereu und E. Colombo, „Large Eddy Simulation of a turbulent Pipe Flow: a sensitivity analysis on computational parameters,“ *UIT Heat Transfer Conference* , 2012.
- [72] S. Jung und Y. Chung, „Large-eddy simulation of accelerated turbulent flow in a circular pipe,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 33, pp. 1-8, 2012.

- [73] S. C. J. Vijiapurapu, „Performance of turbulence models for flows through rough pipes,“ *Applied Mathematical Modelling*, Bd. 34 , pp. 1458-1466, 2010.
- [74] N. Martins, N. Carriço, H. Ramos und D. Covas, „Velocity-distribution in pressurized pipe flow using CFD: accuracy and mesh analysis,“ *Computers & Fluids*, Bd. 105 , pp. 218-230, 2014.
- [75] W. Al-Rafai, Y. Tridimas und N. Woolley, „A Study of Turbulent Flows in Pipe Bends,“ *Journal of Mechanical Engineering Science*, Bd. 204, pp. 399-408, 1990.
- [76] G. Homicz, „Computational Fluid Dynamic Simulations of Pipe Elbow Flow,“ Sandia National Laboratories, Albuquerque, 2004.
- [77] I. Di Piazza und M. Ciofalo, „Numerical prediction of turbulent flow and heat transfer in helically coiled pipes,“ *International Journal of Thermal Sciences*, Bd. 49 , pp. 653-663, 2010.
- [78] J. Kim, M. Yadav und S. Kim, „Characteristics of Secondary Flow Induced by 90-degree Elbow in Turbulent Pipe Flow,“ *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Bd. 8, Nr. 2, pp. 229-239, 2014.
- [79] R. Röhrig, S. Jakirlic und C. Tropea, „Comparative computational study of turbulent flow in a 90° pipe elbow,“ *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 55, pp. 12-131, 2015.
- [80] R. Chowdhury, M. Alam und A. Sadrul Islam, „Turbulent flow analysis on bend and downstream of the bend for different curvature ratio,“ *AIP Conference Proceedings*, Bd. 1754, pp. 1-6, 2016.
- [81] E. S. Eiamsa-Ard, A. Ridluan, P. Somravysin und P. Promvonge, „Numerical investigation of turbulent flow through a circular orifice,“ *KMITL Science and Technology Journal*, Bd. 8, pp. 43-50, 2008.
- [82] M. Shah, J. Joshi, A. Kalsi, C. Prasad und D. Shukla, „Analysis of flow through an orifice meter: CFD simulation,“ *Chemical Engineering Science*, Bd. 71, pp. 300-309, 2012.

- [83] M. Kumar, Y. Kumar und V. Seshadri, „CFD Analysis of Flow through Dual Orifice Plate Assembly,“ *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, Bd. 5, pp. 136-144, 2015.
- [84] A. Cioncolini und L. Santini, „An experimental investigation regarding the laminar to turbulent flow transition in helically coiled pipes,“ *Experimental Thermal and Fluid Science*, Bd. 30, pp. 367-380, 2006.
- [85] K. Sudo, M. Sumida und H. Hibara, „Experimental investigation on turbulent flow in a square-sectioned 90-degree bend,“ *Experiments in Fluids*, Bd. 30 , pp. 246-252, 2001.
- [86] B. Ruck, K. Bauckhage, G. Schulte, D. Dopheide, M. Faber und A. Leder, *Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik*, Stuttgart: AT-Fachverlag, 1990.
- [87] J. Wiedemann, *Laser-Doppler-Anemometrie*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1984.
- [88] A. Boutier, *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics*, London: ISTE Ltd, 2012.
- [89] N. Matthies, *Messunsicherheit einer gravimetrischen Kalt- und Warmwasser-Normalmessenanlage für große Volumenströme*, Berlin: Mensch & Buch Verlag, 2005.
- [90] T. Yeh und G. Mattingly, „Pipeflow downstream of a reducer and its effects on flowmeters,“ *Flow Measurement and Instrumentation*, Bd. 5, Nr. 3, pp. 181-187, 1994.
- [91] T. Yeh und G. Mattingly, NIST technical note 1409 - Laser doppler velocimeter studies of the pipeflow produced by a generic header, Washington: U.S. Government Printing Office, 1995.
- [92] F. Durst, M. Fischer, J. Jovanovic und H. Kikura, „Methods to set up and investigate low reynolds number, fully developed turbulent plane channel,“ *Journal of Fluids Engineering*, Bd. 120, Nr. 3, pp. 496-503, 1998.

- [93] U. Müller und M. Dues, „Measurements of characteristic numbers for flow conditions on test benches,“ in *WELMEC WG 11 - Sub Working group Water and Heat*, Braunschweig, 2007.
- [94] H. Siekmann und P. Thamsen, *Stömungslehre für den Maschinenbau - Technik und Beispiele*, 2. Hrsg., Berlin: Springer, 2009.
- [95] W. Merzkirch, E. von Lavante, K. Gersten und V. Hans, *Fluid Mechanics of Flow Metering*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.
- [96] M. Zagarola und A. Smits, „Mean Flow Scaling of Turbulent Pipe Flow,“ *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 373, pp. 33-79, 1998.
- [97] A. Swienty, M. Dues, F. Neuer und P. Thamsen, „Messung von ungestörten Strömungsprofilen mittels orts aufgelöster LDV – Vergleich mit konventioneller LDV und CFD Simulationen,“ in *25. Fachtagung Experimentelle Strömungsmechanik*, Karlsruhe, 2017.
- [98] DIN EN ISO 5167, *Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt - Teil 1: Allgemeine Grundlagen und Anforderungen*, Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2004.
- [99] W. Kümmel, *Technische Strömungsmechanik - Theorie und Praxis*, 3. Hrsg., Wiesbaden: Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, 2007.
- [100] The OpenFOAM Foundation, „CFD-Direct,“ 2017. [Online]. Available: <https://cfd.direct/openfoam/user-guide/>. [Zugriff am 02 05 2018].
- [101] T. Holzmann, „Holzmann-CFD,“ 2018. [Online]. Available: <https://holzmann-cfd.de/numerical-schemes/case-description/the-equation-and-conditions>. [Zugriff am 3 05 2018].
- [102] F. Moukalled, L. Mangani und M. Darwisch, *The finite volume method in computational fluid dynamics*, Switzerland: Springer International Publishing, 2016.
- [103] D. Spalding, „A Single Formula for the Law of the Wall,“ *Journal of Applied Mechanics*, Bd. 28, Nr. 3, pp. 455-458, 1961.
- [104] J. Steinbock, „Aufbau und Validierung eines laseroptischen Normal-Durchfluss-Messgeräts für die metrologische Rückführung einer

Hochtemperatur-Prüfanlage,“ Dissertation Technische Universität Berlin, Berlin, 2017.

- [105] O. Büker, „Untersuchungen zur Darstellung und Weitergabe der Skala Volumen von Wasser mithilfe laseroptischer und konventioneller Messverfahren,“ Dissertation Technische Universität Berlin, Berlin, 2010.
- [106] H. Wendland, „Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree,“ *Advances in Computational Mathematics*, Bd. 4, Nr. 1, p. 389–396, 1995.
- [107] F. Russo und N. Basse, „Scaling of turbulence intensity for low-speed flow in smooth pipes,“ *Flow Measurement and Instrumentation*, Bd. 52, pp. 101-114, 2016.
- [108] R. Schröter, „Anwendung der Laser-Doppler-Velozimetrie zur Untersuchung der Laufradströmung halbaxialer Kreiselpumpen,“ Dissertation Technische Universität Berlin, Berlin, 1986.

Anhang

Reynoldszahl

Eine wichtige Kenngröße einer technischen Strömung ist die Reynoldszahl Re . Diese beschreibt das Verhältnis von Trägheitskräften zu Zähigkeitskräften. Für Rohrströmungen gilt entsprechend

$$Re = \frac{w_{vol} D}{\nu}$$

mit der volumetrischen Geschwindigkeit w_{vol} , dem Rohrdurchmesser D und der kinematischen Viskosität ν . Ab einer kritischen Reynoldszahl Re_{krit} von 2300 [10] ist davon auszugehen, dass eine laminare Strömung in eine turbulente Strömung umschlägt.

Randbedingungen

Nach Ferziger & Peric [13] und Schwarze [14] können die folgenden Abschätzungen für die Turbulenzgrößen am Eintritt an den Wänden verwendet werden:

$$k_{Rand} \approx 1,5 (w_{vol} \cdot tu_{Int})^2,$$

$$\varepsilon_{Rand} \approx 0,16 \frac{k_{Rand}^{3/2}}{L_t} \text{ und}$$

$$\omega_{Rand} \approx 1,8 \frac{\sqrt{k_{Rand}}}{L_t}$$

Bei Rohrströmungen gilt für $L_t \approx 0,1 D$ und $tu_{Int} = 5 \%$. Für tu_{Int} kann nach Russo & Basse [107] auch geschrieben werden:

$$tu_{Int} = 0,227 Re^{-0,1}.$$

Mit einer Reynoldszahl von 50.000 gilt für $tu_{Int} = 7,7 \%$.

Statistische Messunsicherheit

Die statistische Messunsicherheit einer LDV-Messung ist definiert nach [108]:

$$u_{stat} = k_{mess} \frac{tu}{\sqrt{N_{Bursts}}}$$

Die statistische Messunsicherheit ist für jeden Messpunkt mit dem Erweiterungsfaktor $k_{mess} = 2$ in Abbildung 57 dargestellt.

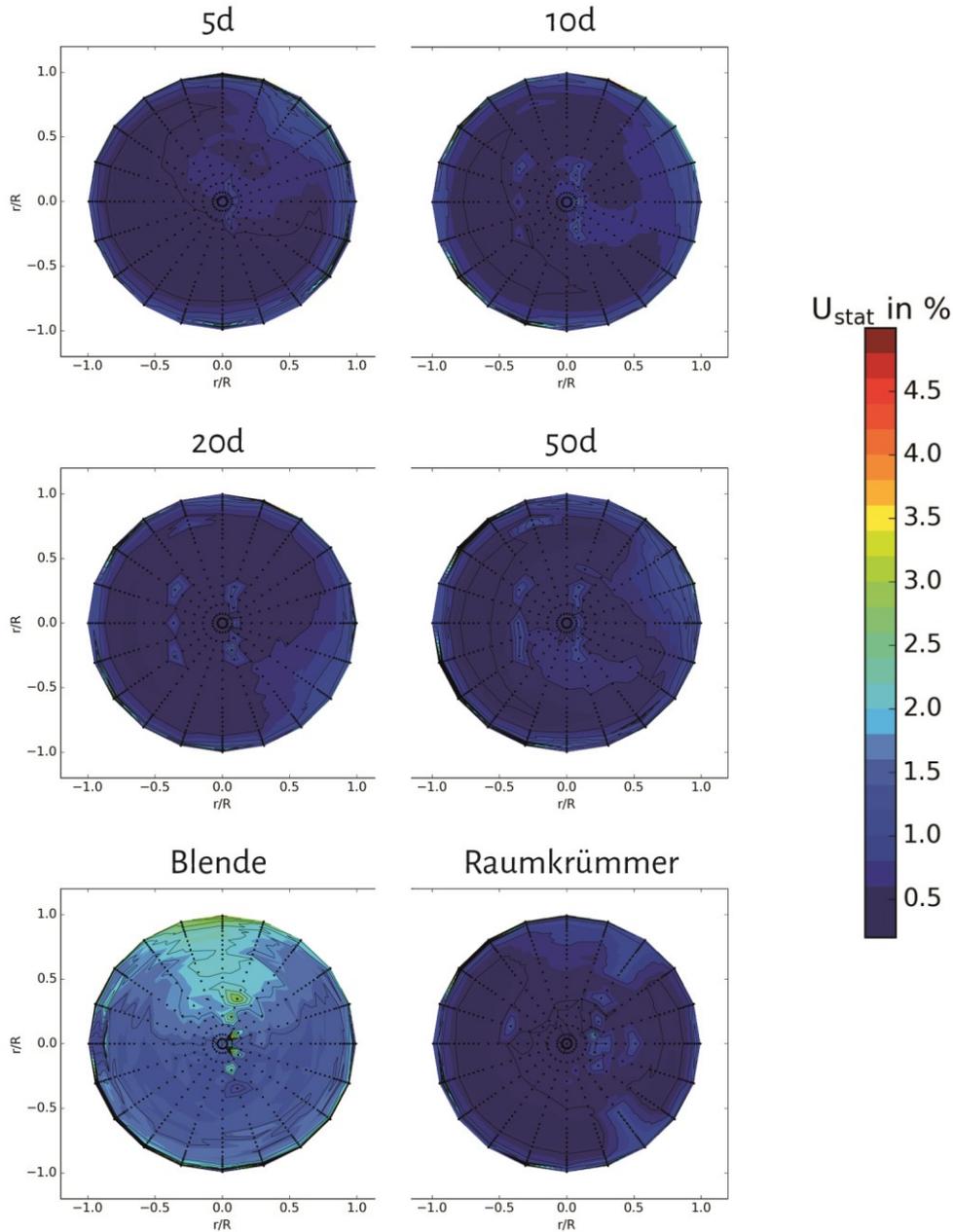


Abbildung 57: Darstellung der statistischen Messunsicherheit bei der Messung gestörter Strömungsprofile

Netzstudie

Ungestört

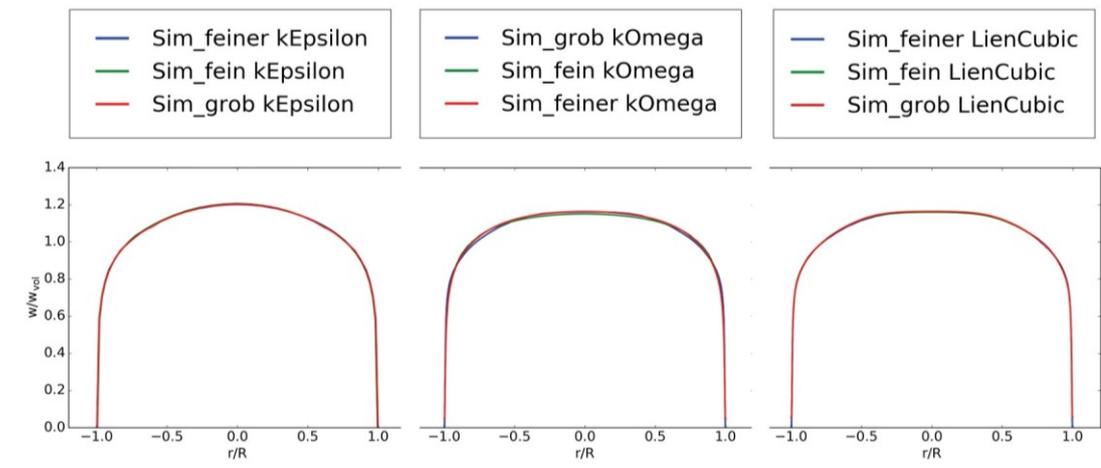


Abbildung 58: Netzstudie für die ungestörte Rohrströmung bei unterschiedlichen Turbulenzmodellen

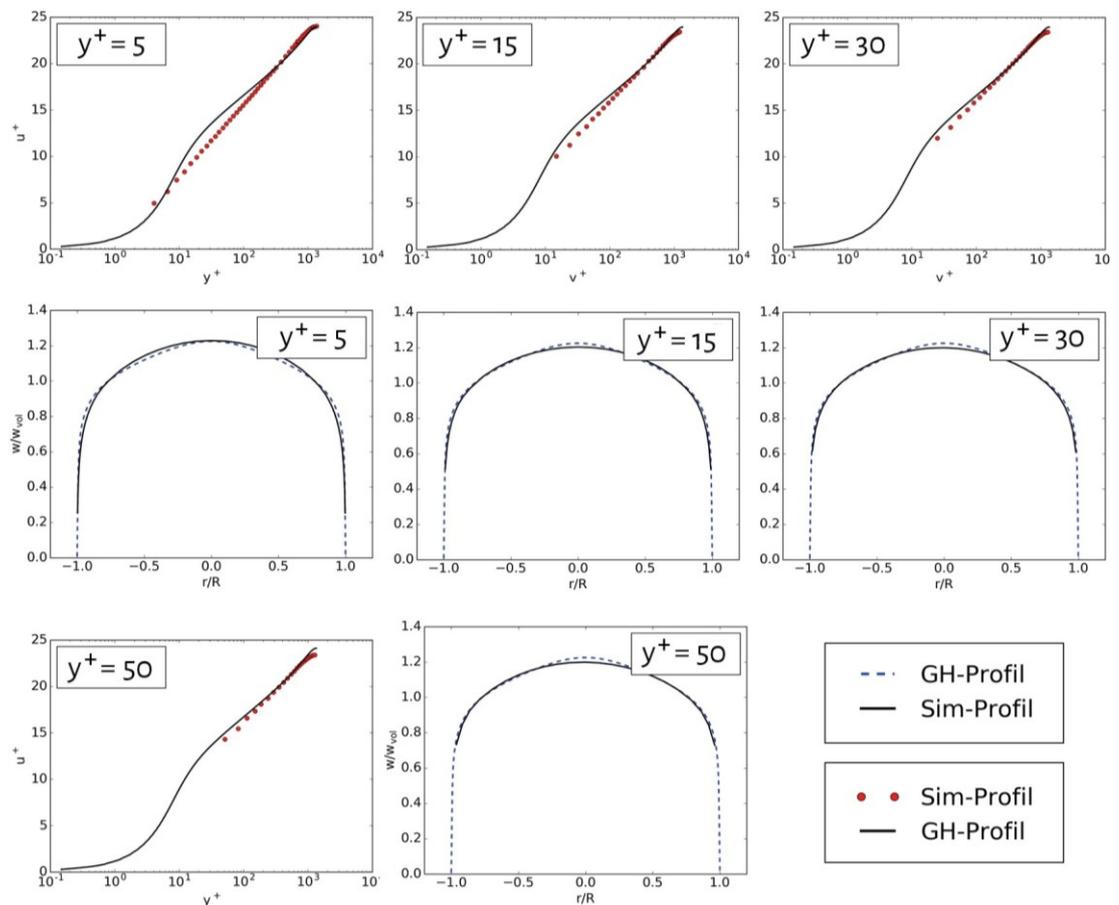


Abbildung 59: Gegenüberstellung von Simulationsergebnissen bei unterschiedlichem y^+ mit dem kEpsilon-Modell

Blende

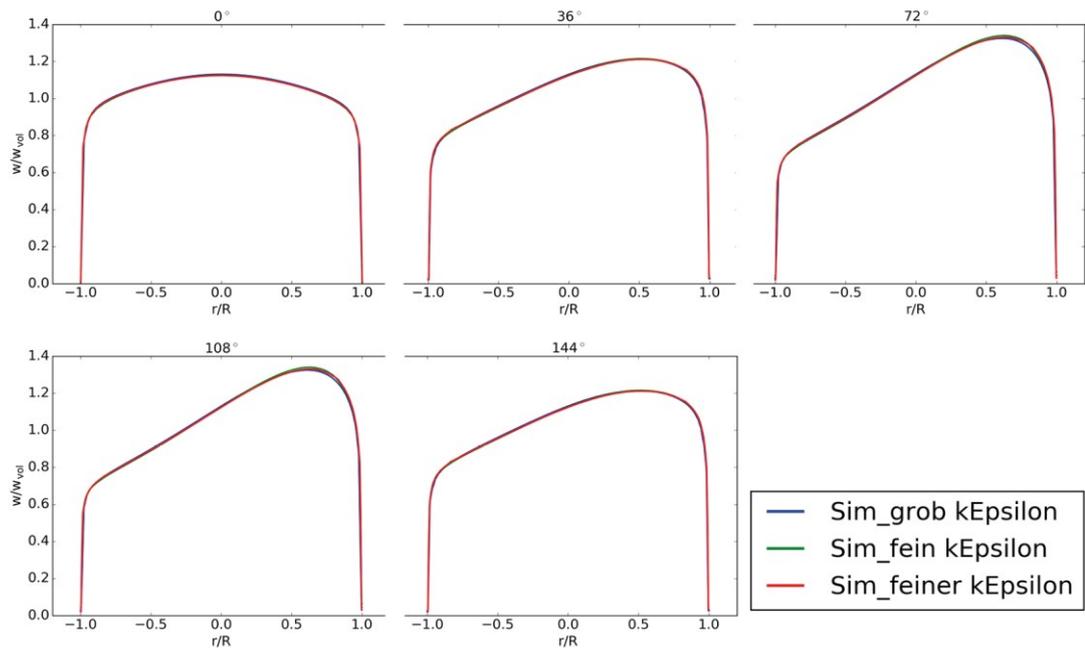


Abbildung 60: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem kEpsilon-Modell

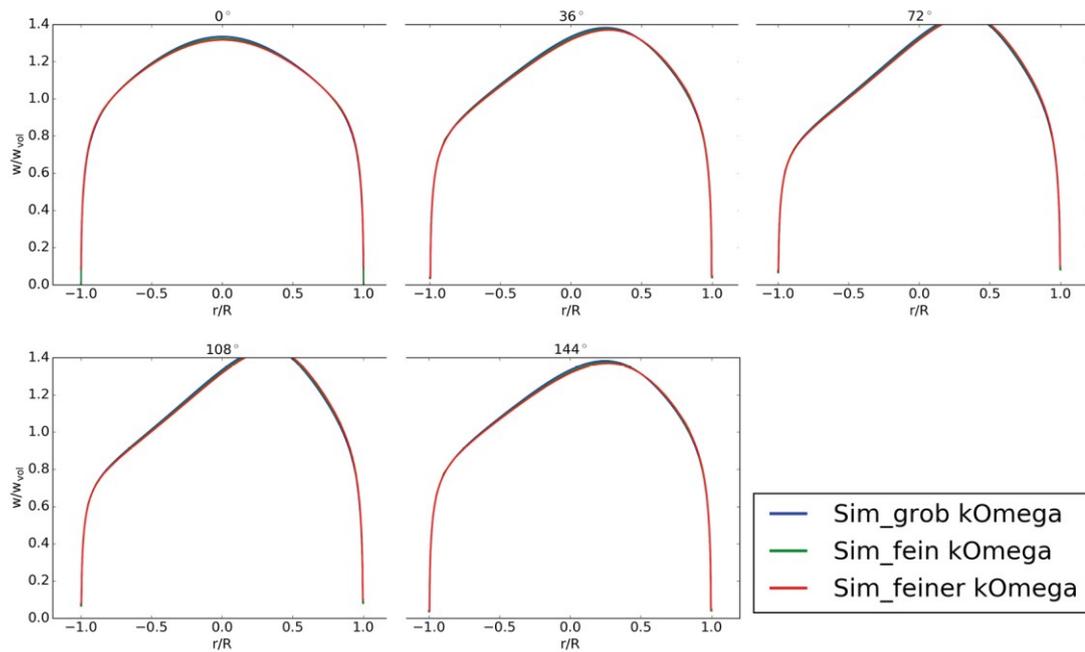


Abbildung 61: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem kOmega-Modell

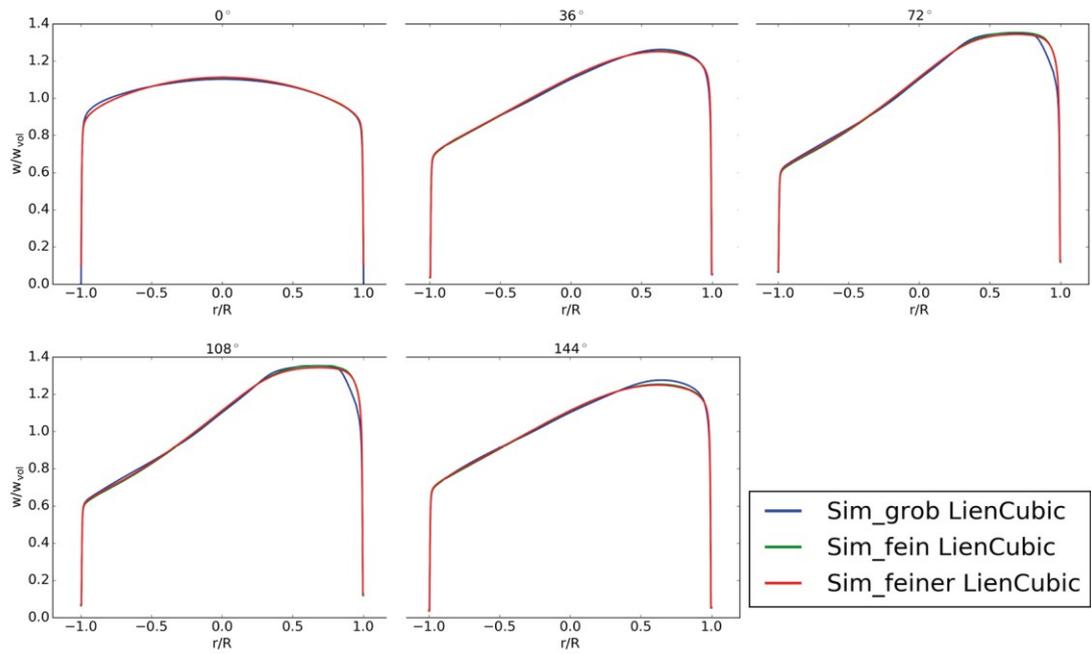


Abbildung 62: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem LienCubicKE-Modell

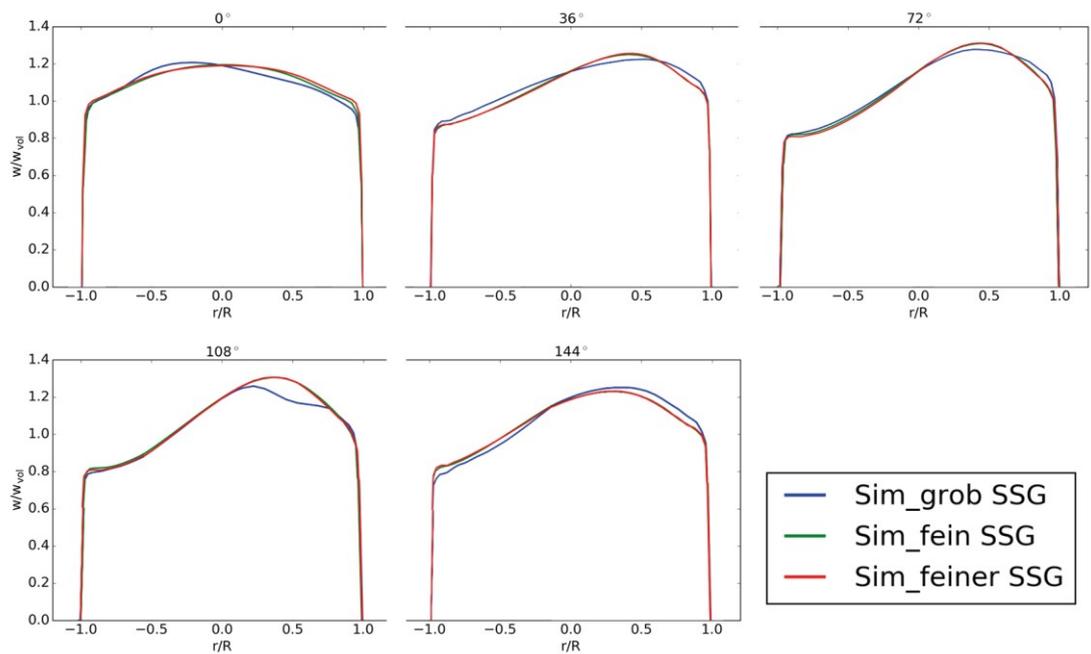


Abbildung 63: Netzstudie beim Modell der Blende mit dem SSG-Modell

Raumkrümmer

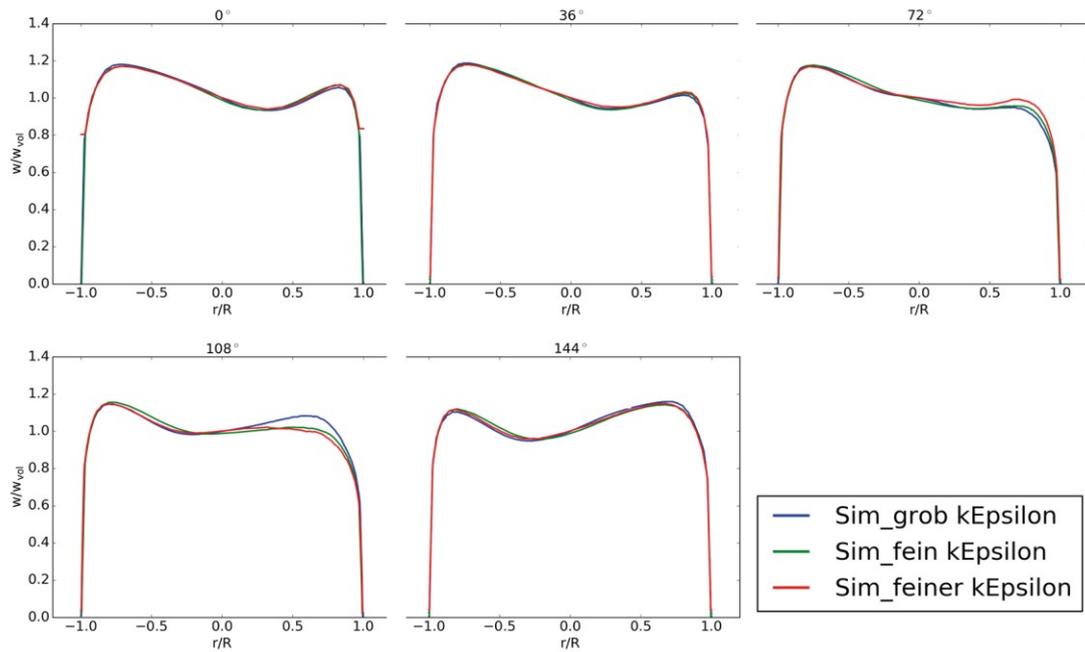


Abbildung 64: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem kEpsilon-Modell

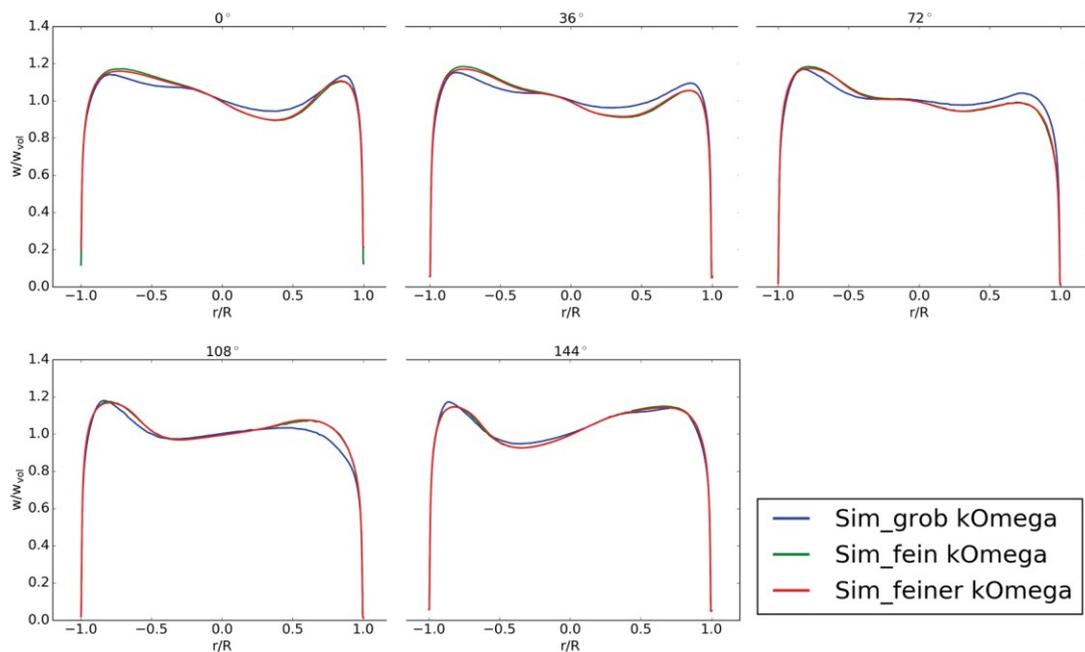


Abbildung 65: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem kOmega-Modell

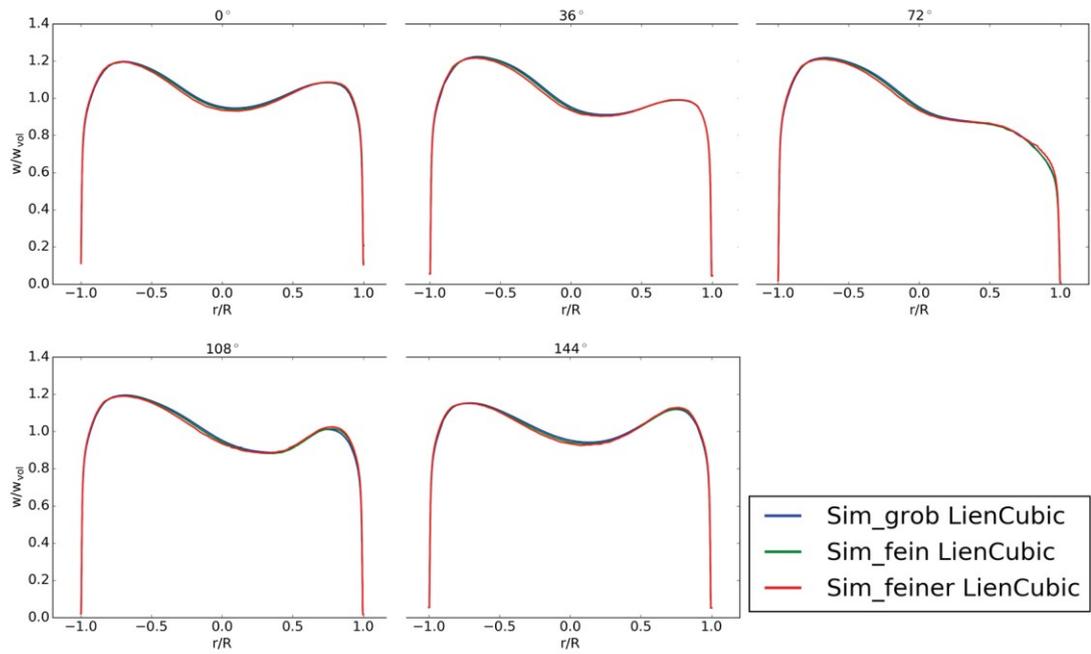


Abbildung 66: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem LienCubicKE-Modell

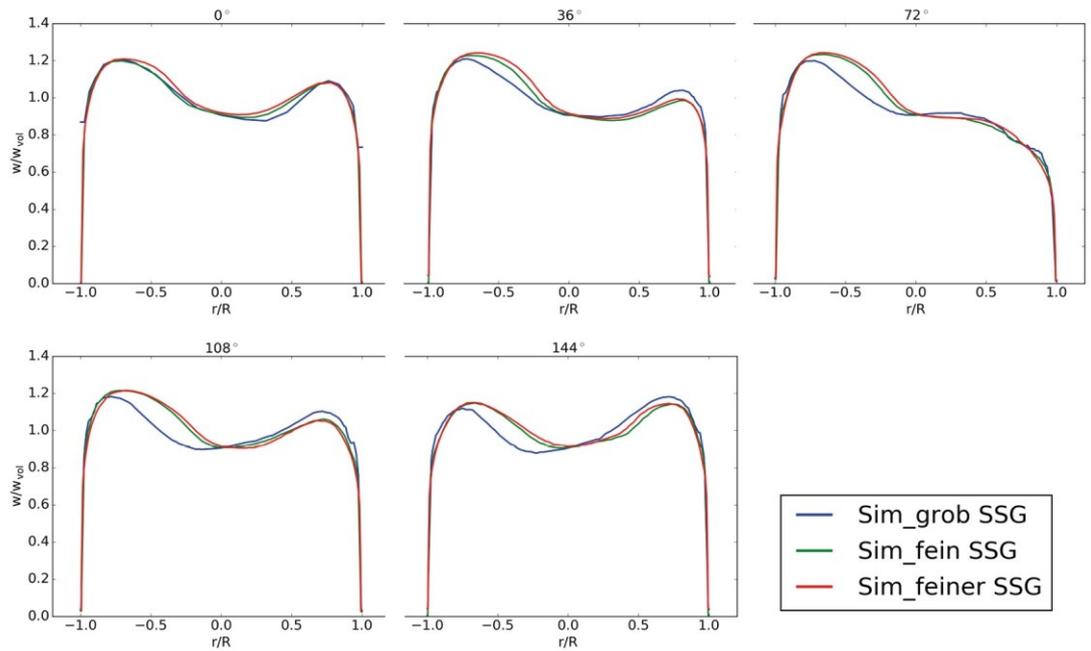


Abbildung 67: Netzstudie beim Modell des Raumkrümmers mit dem SSG-Modell

Interpolationsergebnisse mit Kreisinterpolation mit Wendland-Funktion

Blende

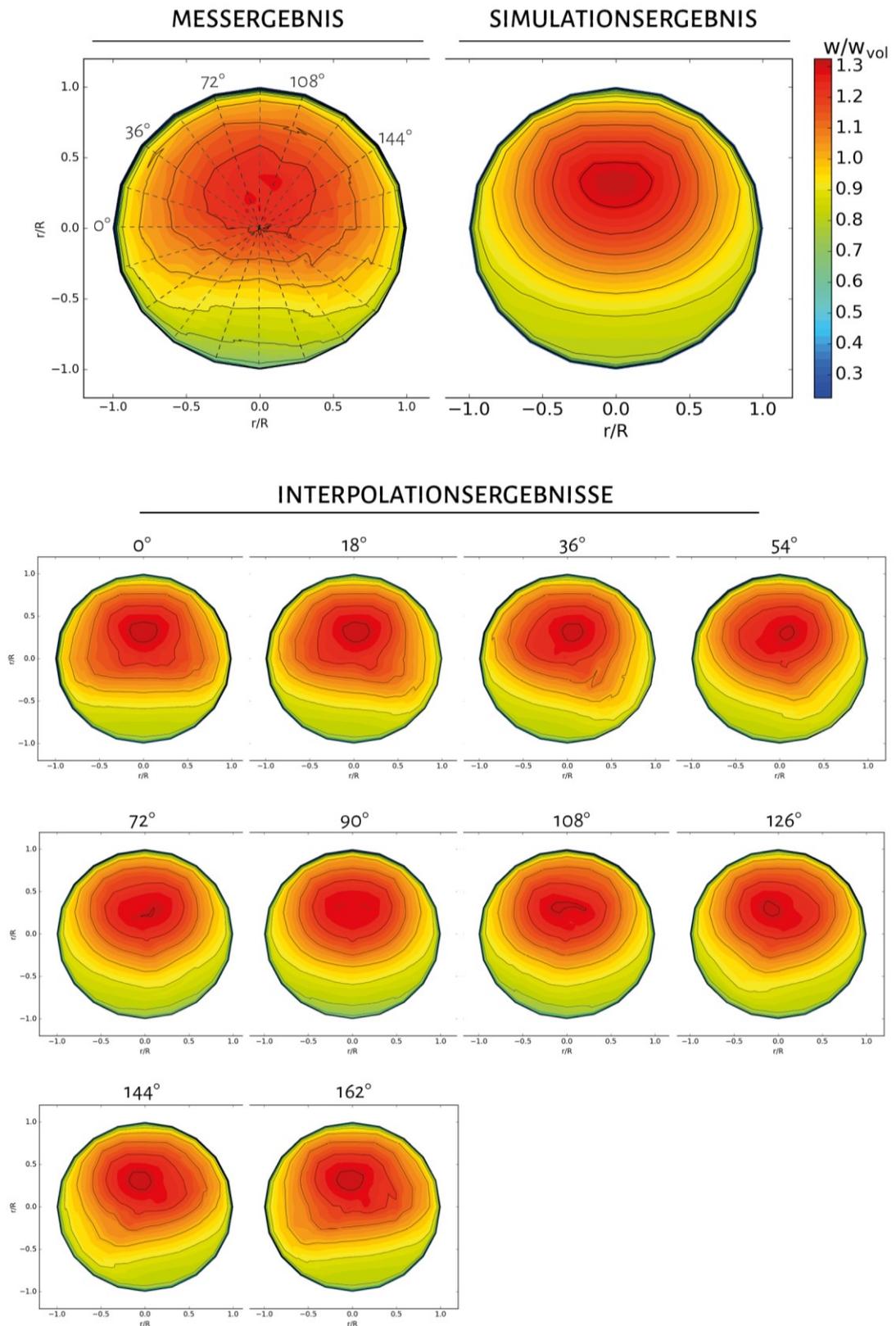


Abbildung 68: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Blende in Abhängigkeit der Position des Messpfades

Raumkrümmen

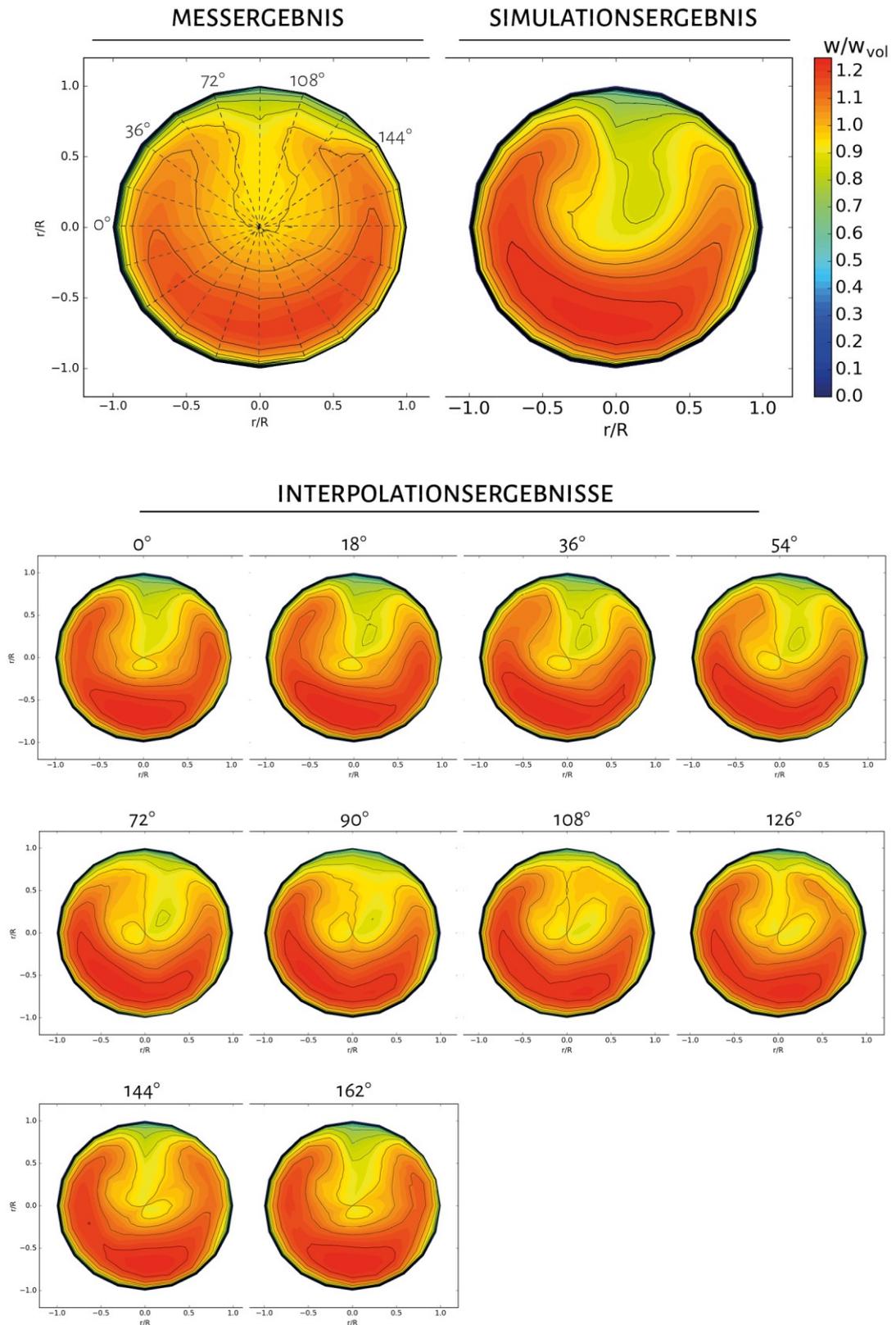


Abbildung 69: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell des Raumkrümmers in Abhängigkeit der Position des Messpfades

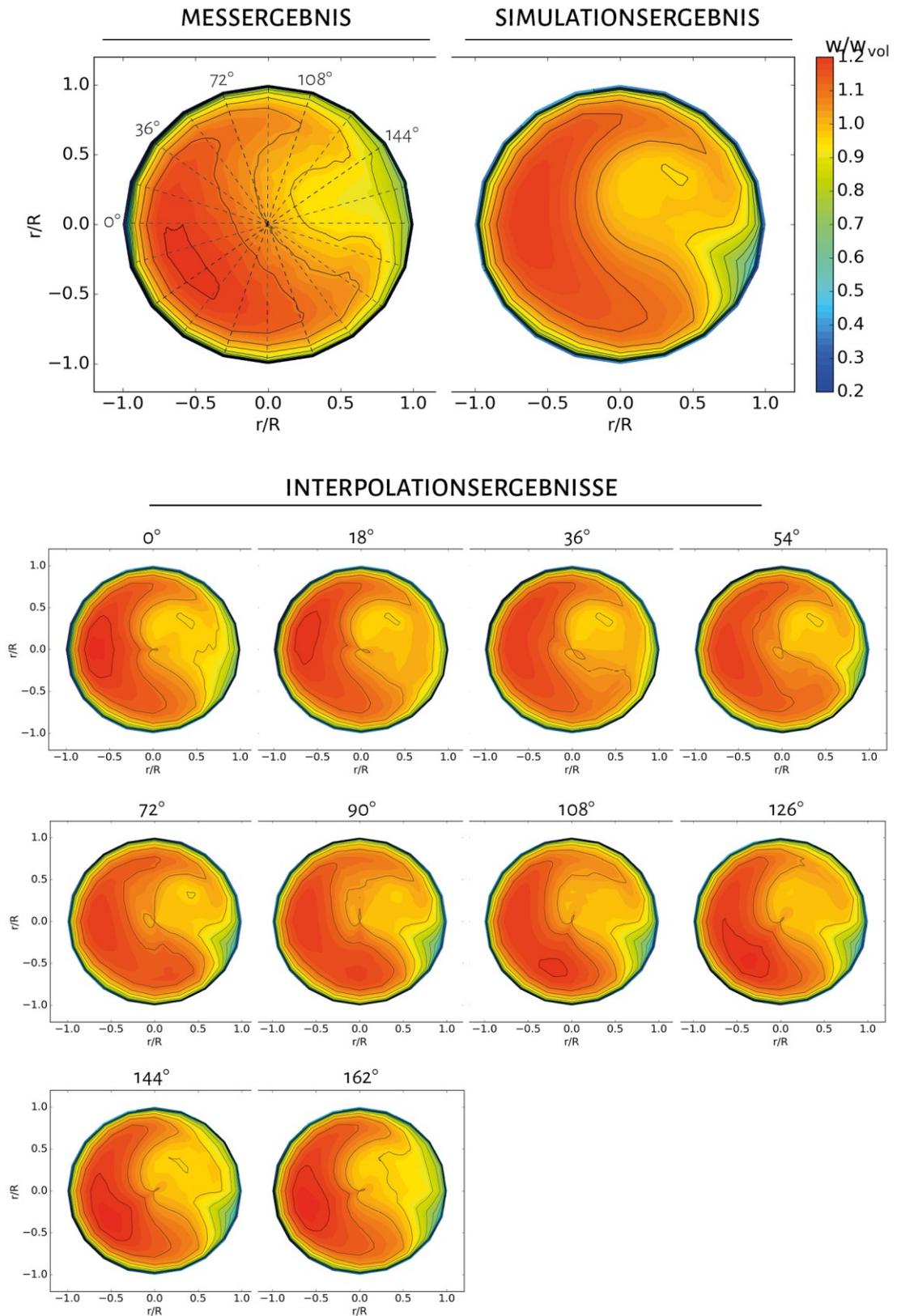
Raumkrümmungskonfiguration mit dem 10 D-Zwischenstück

Abbildung 71: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmungskonfiguration mit dem 10 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades

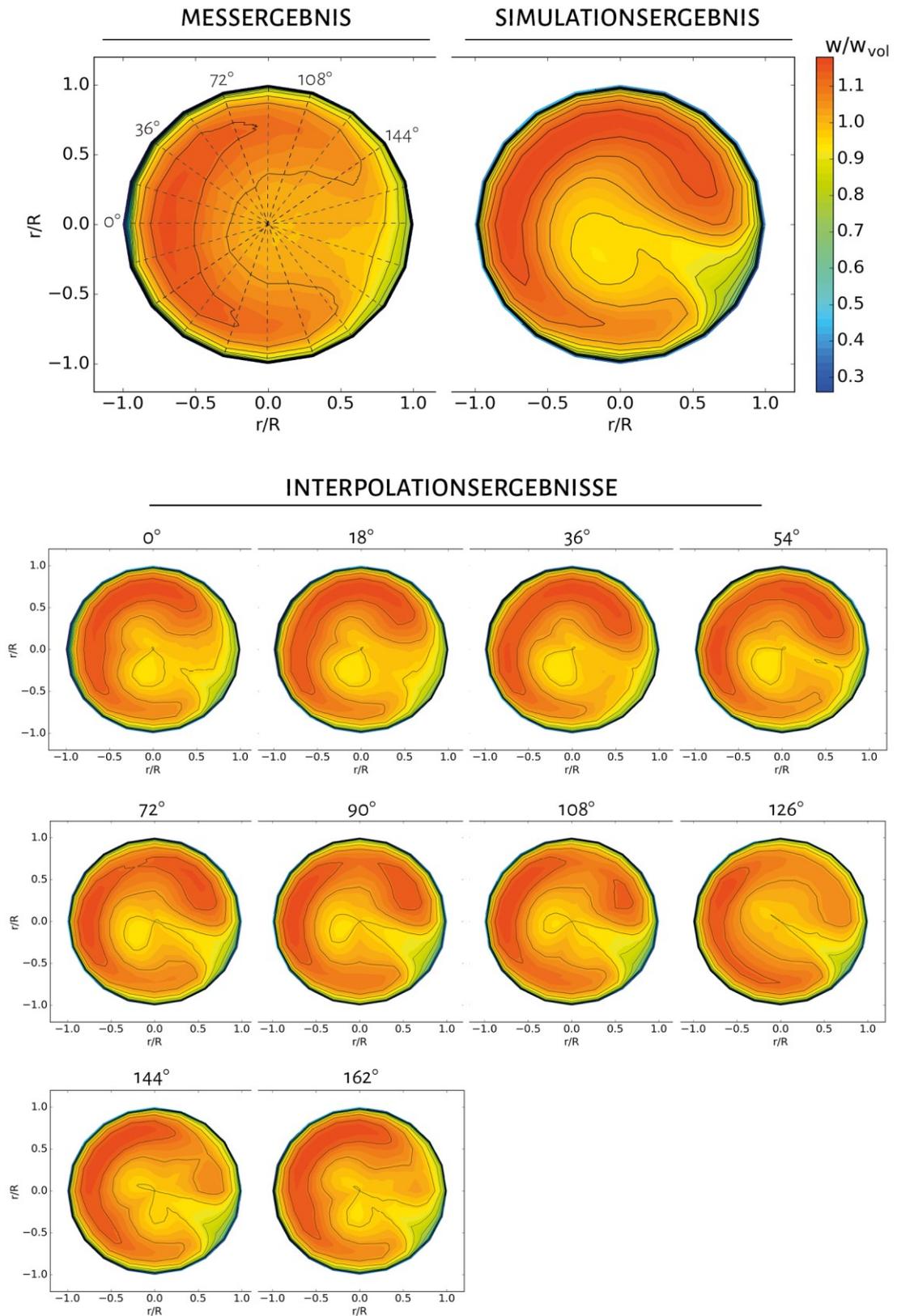
Raumkrümmungskonfiguration mit dem 20 D-Zwischenstück

Abbildung 72: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmungskonfiguration mit dem 20 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades

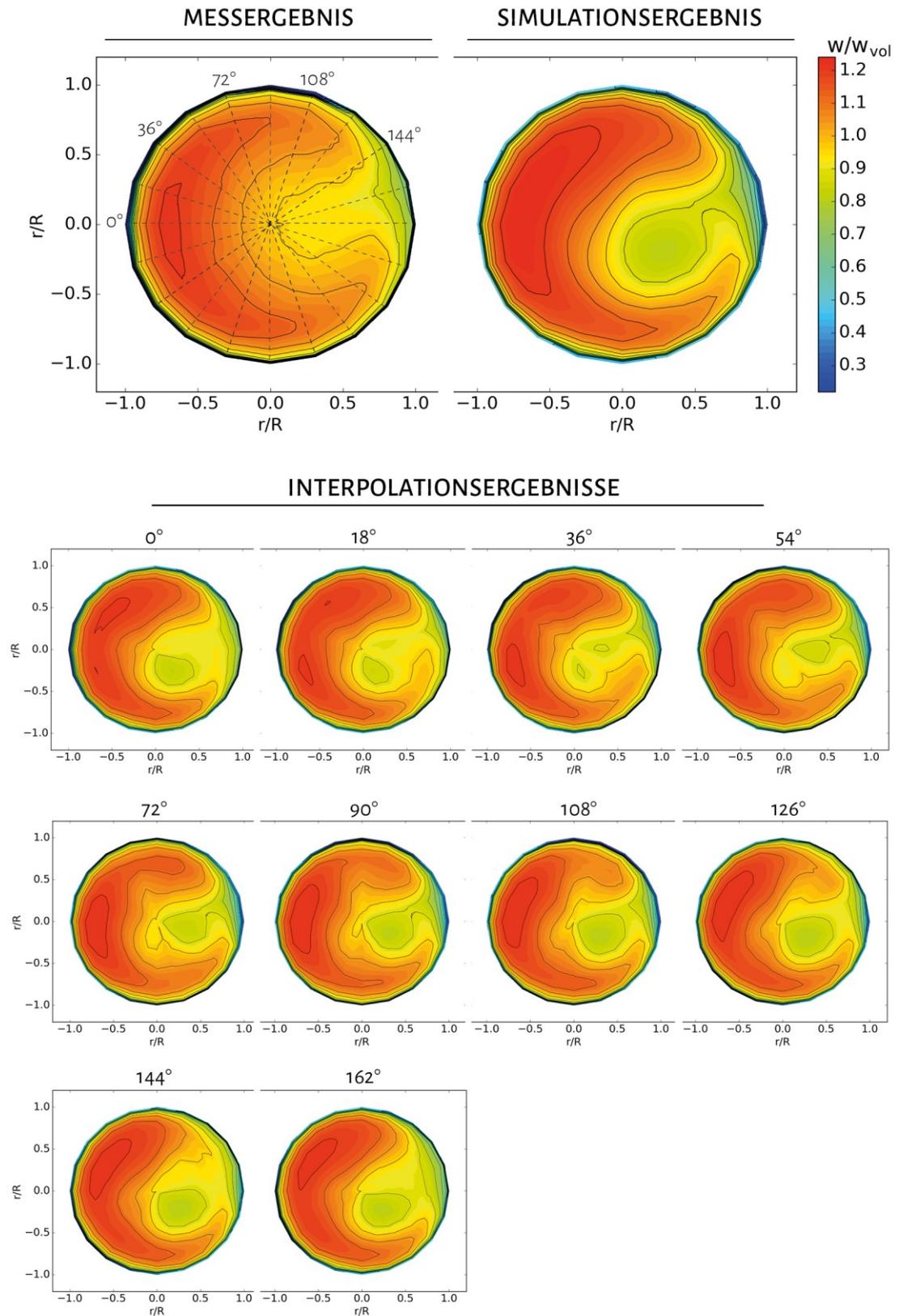
Raumkrümmungskonfiguration mit dem 50 D-Zwischenstück

Abbildung 73: Interpolationsergebnisse mit der Wendland-Übertragungsfunktion beim Modell der Raumkrümmungskonfiguration mit dem 50 D-Zwischenstück in Abhängigkeit der Position des Messpfades