

Berechnungs- und Bewertungsstrategie zur Schadenstoleranzanalyse von komplexen Strukturen

vorgelegt von
Diplom-Ingenieur
Daniel Pucknat
aus Berlin

von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. Henning Meyer
Gutachter: Prof. Dr. Robert Liebich
Gutachter: Prof. Dr. Erik Grädener
Gutachter: Prof. Dr. Heinz Mertens

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 27. Mai 2015

Berlin 2015

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter mit Lehraufgaben am Fachgebiet Konstruktion und Produktzuverlässigkeit an der Technischen Universität Berlin entstanden.

Bei meinem Doktorvater - Prof. Dr. Robert Liebich - möchte ich mich für die hervorragende Betreuung bedanken. Ihrer Führung ist es zu verdanken, dass ich meine Ambitionen ausleben, jedoch meine Pflicht mir gegenüber nicht aus den Augen verloren habe.

Prof. Dr. Erik Grädener möchte ich dafür danken, die Mühen des zweiten Gutachtens auf sich genommen zu haben.

Für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses bin ich weiterhin Prof. Henning Meyer zu Dank verpflichtet.

Mein ganz besonderer Dank geht an Prof. Dr. Heinz Mertens. Kaum ein Mensch hat mich fachlich mehr geprägt und habe ich mit mehr mit Fragen gelöchert. Vielen Dank für all Ihre Antworten und für die Diskussionen, die wir in den Jahren meiner Zeit am Fachgebiet geführt haben und aus denen letztendlich auch diese Arbeit entstanden ist.

Ebenfalls möchte ich mich bei all meinen Fachgebietskollegen bedanken, die das Arbeiten als Team verstanden und ein freundschaftliches Klima geschaffen haben. Egal ob kleinere oder größere Probleme, stets konnte man sich Hilfe sicher sein. Mein besonderer Dank gilt hierbei allen voran meiner Kollegin und guten Freundin Bärbel Zeise.

Für die sprachliche Richtigkeit dieser Arbeit muss ich mich zudem bei Yamina Gorek bedanken.

Die thematisch im Rahmen dieser Arbeit entstandenen und betreuten Arbeiten haben den bearbeitenden Studierenden Zeit, Geduld und Aufwand gekostet. Speziell möchte ich hierbei das Engagement von Stephan Dreissig, Joachim Wirth, Ozan Han, Robert Fay und Tu-Anh Ly hoch anrechnen.

Der größte Dank gilt jedoch meiner langjährigen Freundin Cornelia. Vielen Dank, dass Du das alles mit mir ausgehalten und zusätzlich noch das schönste Geschenk gemacht hast, was man sich vorstellen kann. Unsere kleine Tochter Carolina Tabea. Aus diesem Grund widme ich Dir diese Arbeit und hoffe, dass wir auch die nächsten großen Abenteuer stets gemeinsam bestreiten, ohne aufeinander verzichten zu müssen.

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Berechnungs- und Bewertungsstrategie zur Schadenstoleranzanalyse von komplexen Strukturen vorgestellt. Das gewählte Beispiel eines Triebwerks innerhalb der Fan Blade off Windmilling Condition dient hierbei als Paradebeispiel einer komplexen Geometrie und Beanspruchungssituation. Die numerische Abbildung dieser Problemstellung ist aufgrund der Komplexität nicht innerhalb einer einzigen Programmlösung zu begegnen. Dementsprechend soll dargestellt werden, mit welchen Mitteln und Methoden eine Modellierung der einzelnen Problemstellungen erfolgen kann und eine adäquate Abbildung ermöglicht. Dadurch soll ein modularer Aufbau entstehen, der ohne große Anpassungsschwierigkeiten auf wesentlich komplexere Modelle und Lasten angepasst werden kann und dadurch die Aussagegüte in entsprechender Qualität ermöglicht.

Mit Hilfe der vorzustellenden MMM- und der darauf aufbauenden weiterentwickelten DIH-Hypothese wird eine auf FEM- bzw. BEM-basierende Festigkeitsbewertung für (nicht-)proportionale Beanspruchungen lastfreier Oberflächen verwirklicht. Es wird gezeigt, wie sie im Rahmen einer FEM-basierten Beanspruchungsanalyse eingesetzt werden kann und welche Vorzüge sie durch ihr prozessabhängiges Vorzeichen ergeben, mit dem Zug- und Druckbeanspruchungen klar voneinander unterscheidet werden können. Das Lebensdauerkonzept, welches von Mertens und Hahn [HAH95] vorgestellt wurde, wird für Verwendung von Vergleichsspannungen angepasst, was die Einführung eines neuartigen Haigh-Diagramms ermöglicht.

Durch die Verwendung des (modifizierten) Neuberverfahrens kann auf eine aufwendige plastische, nichtlineare FEM-Berechnung verzichtet werden, ohne nennenswerte Einbußen der Aussagegüte zu fürchten, wie der Vergleich mit Versuchswerten (Anhang G) zeigt.

Die vorgeführte Schadenstoleranzanalyse beweist exemplarisch, dass sie für eine komplexe Struktur gegenüber einer klassischen Bauteilbewertung überlegen ist und andere Aussagen bezüglich der Lebensdauer der Struktur zulässt.

Abstract

In this dissertation a calculation and evaluation strategy is presented to perform a damage tolerance analysis of complex structures. The chosen example of a jet engine within windmilling fan blade off condition serves as suitable sample of a complex geometry and loading situation. The numerical illustration of this problem can not be solved within a single program solution due to the complexity. Accordingly it will be shown which methods can be used to solve each problem and create a suitable modeling of the whole process. Thus, a modular process is to develop, which shall be adapted for more complex models and loads without major difficulties if desired. The result will only depend on the quality of the used models.

With the help of the new presented MMM and further developed DIH-Hypothesis a FEM- or BEM-based fatigue assessment for (non-)proportional loading of load free surfaces is feasible. It will be shown, how the FEM-/BEM-based fatigue assessment will be used and which advantages this new procedure offers. One of the advantages is a process based algebraic sign of the equivalent stress of the MMM-Hypothesis, which matches also the von Mises yield criterion for ductile materials exactly. By using the (modified) Neuber method a non-linear FEM-calculation can be dispensed, without a significant loss of quality in the result but a minor effort in computation. The to presenting damage tolerance analysis is going to exemplify, that it is superior for a complex structure compared to a classical component based evaluation and will allow other statements regarding the prediction of the fatigue life of the structure.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Windmilling post Fan Blade off Condition	1
1.2	Strukturmechanische Betrachtung	2
1.3	Struktur und Zielsetzung der Arbeit	3
2	Grundlagen der Bauteilermüdung	5
2.1	Festigkeitskonzepte	5
2.1.1	Nennspannungskonzepte	5
2.1.2	Örtliche Konzepte/ Kerbspannungskonzept	5
2.1.3	Strukturspannungskonzept	6
2.2	Lebensdauerkonzepte	6
2.3	Dauerfestigkeit von homogen beanspruchten Bauteilen	7
2.4	Zeitfestigkeit von homogen beanspruchten Bauteilen	11
2.4.1	Zyklische Spannungs-Dehnungskurve	11
2.4.2	Spannungs-Wöhlerlinien	13
2.4.3	Dehnungs-Wöhlerlinien	14
2.4.4	Mittelspannungsbedingter Schädigungsparameter	15
2.4.5	Zeitfestigkeit im Haighschaubild	15
2.5	Grundlagen des Spannungszustands	16
2.5.1	Mohrscher Spannungskreis	18
2.6	Festigkeitsypothesen für mehrachsige quasistatische Beanspruchungen	19
2.7	Vergleichsspannung für proportionale schwingende Beanspruchungen .	21
2.7.1	Vergleichsspannung unter einrequent, synchron wechselnder Beanspruchungen	21
2.8	Kerben und Werkstoffverhalten	24
2.8.1	Kerbeinfluss und Mehrachsigkeit	25
2.8.2	Makrostützwirkung durch Mehrachsigkeit	27
2.8.3	Makrostützwirkung durch inhomogene Spannungsverteilung .	30
2.8.4	Mikroplastizität	33
2.8.5	Makroplastizität	37
2.8.6	Technologische Einflüsse	41
3	Verfahren bei mehrachsigen nicht-proportionalen Beanspruchun- gen	43
3.1	Standardverfahren	44
3.1.1	Kritische Schnittebenenverfahren	44
3.1.2	Integrale Verfahren	45
3.1.3	DIH für einrequent phasenverschobene Beanspruchungen . . .	45
3.2	Neue Verfahren der MMM- und DIH-Hypothese	47
3.2.1	Invarianten	48
3.2.2	Zug-Schub-Wechselverfestigungsverhältnis k_a	53
3.2.3	Gewichtungsfaktor k_b	57
3.2.4	Stützwirkung	57
3.2.5	Vorzeichenfunktion $V(\eta)$ der MMM-Hypothese	60
3.2.6	Mittelspannungseinfluss	64
3.2.7	Werkstoffeinfluss	67
3.2.8	Fertigungseinflüsse	72
3.2.9	Ablaufplan	73

4	Lebensdauerkonzepte schadbehafteter Strukturen	75
4.1	Linear Elastische Bruchmechanik	76
4.2	Bruchkriterien und Rissausbreitung	77
4.2.1	Phasen des Ermüdungsrissses	79
4.2.2	Ermüdungsrissswachstum mit der LEBM	81
5	Abbildung der Schadenstoleranzanalyse	83
5.1	Schwierigkeiten der numerischen Abbildung	83
5.1.1	Ermittlung von Oberflächenspannungen	84
5.2	Modellannahmen	90
5.2.1	Beschreibung Globalmodell	91
5.2.2	Beschreibung Submodell Ansys	94
5.2.3	Beschreibung Submodell Beasy	94
5.3	Materialmodell	96
5.4	Gegenüberstellung der Modellierungen	98
5.4.1	Schadensortermittlung	99
5.4.2	Lagerkräfte	106
5.4.3	Auslenkungen der Welle	109
5.4.4	Beanspruchungen in der hinteren Struktur	111
5.5	Modellierungsfazit	113
5.6	Lebensdauerabschätzung der Gesamtstruktur	114
5.6.1	Bruchmechaniksimulation	118
6	Zusammenfassung und Ausblick	121
	Anhang	131
A	Äquivalenz der MMM-Hypothese (ohne Vorzeichen) und von Mises Hypothese für $k_a^2 = 3$	131
B	Dritte Mohrsche Invariante	132
C	Invarianz der dritten Mohrschen Invariante	133
D	Analytische Bestimmung von Hauptspannungen	134
E	Nutzung der FEM und REM	135
F	Versuche von Dietmann	136
G	Lebensdauer von gekerbten Rundzugproben unter Mittelspannungs- einfluss	137
H	Weitere Informationen zum Globalmodell	139
I	Vergleich der Submodelle Beasy vs. Ansys	141
J	Weitere Möglichkeiten zur Abbildung einer Schädigung	141

K Schadensmodellierung IMC ohne Kontakt	143
K.1 Schaden 1	143
K.2 Schaden 2	144
K.3 Schaden 3	145
K.4 Schaden 5	146
L Schadensmodellierung IMC mit Kontakt	147
L.1 Schaden 1	147
L.2 Schaden 2	148
L.3 Schaden 3	149
L.4 Schaden 5	150
M Lagerlasten in x-Richtung	151
N Die MMM-Hypothese im Kontakt	152
O Schadensmodellierung RBSS ohne Kontakt	154
O.1 Schaden 1	154
O.2 Schaden 2	155
O.3 Schaden 3	156
O.4 Schaden 5	157
P Schadensmodellierung RBSS mit Kontakt	158
P.1 Schaden 1	158
P.2 Schaden 2	159
P.3 Schaden 3	160
P.4 Schaden 5	161
Q Risslängen der Simulation I und II	162

Abbildungsverzeichnis

1.1 Beispiel eines aktuellen Turbofantriebwerks (BR725) der Fa. Rolls-Royce	2
1.2 Struktur einer Schadenstoleranzanalyse	3
2.1 Lebensdauerkonzepte nach [IRH03]	7
2.2 Aufteilung der Schwingungsanteile	7
2.3 Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh	8
2.4 Mittelspannungsempfindlichkeiten diverser Metalllegierungen nach Schütz [SCH65] mit Erweiterungen nach Radaj, Vormwald [RV07] und Issler [IRH03], gekerbte und ungekerbte Flachstabzugproben	9
2.5 a) Zyklische Spannungs-Dehnungskurve b) Hysteresen im Incremental-Step-Test, 316L Stahl, austenitisch, rostfrei [LC02]	11
2.6 a) Stabilisierte Hysteren von 316L Stahl bei Lastsequenzen mit Dehnungsintervallen von 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 2%, 3%, b) Ergebnisunterschied der diversen Verfahren, [LC02]	12
2.7 Spannungswöhlerlinienlinien für $R = -1$	13
2.8 Dehnungswöhlerlinien für $R = -1$	14
2.9 Würfelement mit räumlichen Spannungskomponenten	16
2.10 Beliebige Drehung des Koordinatensystems im ESZ	18
2.11 Mohrscher Spannungskreis im ESZ	18

2.12	Mohrsche Kreise des Allgemeinen Spannungszustands (nach [WD76])	19
2.13	Versagensgrenzen a) zähres Materialverhalten b) sprödes Materialverhalten	20
2.14	a): Qualitative Spannungsverteilung eines Zugstabs mit Umlaufkerbe; b): exemplarische Auswahl diverser Kerbformen und ihre Auswirkung auf den Kraftfluss	25
2.15	Darstellung divergierender Kerbformzahlen anhand Mohrscher Kreise am Beispiel einer Scheibe unter äußeren Schubnennspannung T	26
2.16	Zugversuche von Ludwik [LUD26] an ungekerbten und gekerbten Probekörpern	27
2.17	Qualitatives Schnadtschaubild	29
2.18	a) Bruchfläche einer ungekerbten Zugprobe aus S235 [IRH03] b) Schlibbild einer eingeschnürten Zugrundprobe aus Aluminium [LUD28] . . .	29
2.19	Einfluss der Fließbehinderung auf die Spannungs-Dehnungskurve (schematisch)	30
2.20	Fließkurven von glatten Zug- und Biegestäben bei ideal-elastisch-plastischem Werkstoffverhalten nach [WD76])	31
2.21	Bezogenes Anstrengungsgefälle χ^* , rechts Tabelle aus [WD76]	34
2.22	Stützziffer n_{χ^*} für metallische Werkstoffe [WD76]	34
2.23	Klassisches Neuberverfahren (mit zykl. Spannungs-Dehnungskurve) .	38
2.24	Ermittlung der maßgeblichen örtlichen Spannung mithilfe der Modifizierten Neubergermethode a) $\sigma_{\text{örtl}}$ für Vergleich mit einer Bauteilwöhlerlinie b) $\sigma_{\text{örtl}}^*$ für Vergleich mit einer lebensdaueräquivalenten Werkstoffwöhlerlinie	40
3.1	Beanspruchungsverläufe und Vorzeichenregelungen von Hauptspannungen und Vergleichsspannungen; a Arithmetisch größte Hauptspannung, b Betragsmäßig größte Hauptspannung, c Vergleichsspannung ohne Vorzeichen, d Vergleichsspannung mit Vorzeichen der betragsmäßig größten Hauptspannung; nach [HAI06]	43
3.2	Verzerrung eines Oberflächenelements nach [MP15]	49
3.3	Mohrsche Spannungskreise für Spannungszustände an a) Oberfläche und b) dicht unter der Oberfläche	49
3.4	Zerlegung eines 2D-Spannungszustands in die Teilzustände M und R [MP15]	50
3.5	Darstellung der Invarianten R in der $\Delta\sigma - \tau_{xy}$ -Ebene nach [MP15] . .	51
3.6	Hypothesenvergleich zwischen MMM-Hypothese und FKM für a) $k_a^2 = 1$ und b) $k_a^2 = 3$ [MP15]	56
3.7	Mittelspannungsfreie Beanspruchungsverläufe des Beispiels [MP15] . .	60
3.8	Spannungsverläufe der Radien und Komponenten a) <u>vor</u> Koordinatentransformation b) <u>nach</u> Koordinatentransformation [MP15]	61
3.9	a) Kreisdiagramm für $R_M^{\circ}(2\varphi)$ b) $\Delta\sigma - \tau_{xy}$ -Diagramm [MP15]	62
3.10	Gegenüberstellung der klassischen Hauptspannungen mit den Mohrschen Invarianten zur Vorzeichenzuweisung [MP15]	62
3.11	a) Verlauf der Radien R_M und $R_M^{\circ\circ}$ b) Verlauf der endgültigen Hauptspannungen σ_1 und σ_2 [MP15]	63
3.12	Qualitatives Vergleichsspannungs-Haighschaubild für einen Werkstoff mit den dazugehörigen Werkstoffversuchen nach [MP15]	66
3.13	Gegenüberstellung einiger Mohrschen Kreise für den Torsions- und Zugschwellversuch	67

3.14	Spannungsverläufe einer Rundzugprobe mit Umdrehungskerbe nach [NEU85]	68
3.15	Kerbformzahl im Kerbgrund von glatten und gekerbten Rundzugproben mit Umdrehungskerbe in Abhängigkeit von den Werkstoffparametern ν und k_a nach [MP15]	69
3.16	Komponenten der Mikrostützziffer in Abhängigkeit von v_0 , k_a und Querkontraktion nach [MP15]	70
3.17	Mehrachsigkeitsgrad h_0 in Abhängigkeit von v_0 und der Querkontraktion mit Versuchsergebnissen aus [DIE64] nach [MP15]	72
3.18	Ablauf Festigkeitsnachweis mit der MMM-Hypothese nach [MP15] . .	74
3.19	Ablauf weiterführender Festigkeitsnachweis nach Hahn [HAH95] . . .	75
4.1	Ebene Spannungskomponenten an der Rissspitze in a) kartesischen Koordinaten (x, y) und b) in Polarkoordinaten (r, φ) nach [KUN10] .	77
4.2	Darstellung der verschiedenen Rissmodi	78
4.3	Lebensdauerphasen und Rissstadien eines gekerbten Bauteils.	79
4.4	Entstehungsprozess der Riefenbildung nach [RHB03]	80
4.5	Qualitativer Verlauf der Rissfortschrittsrate über Spannungsintensität (Rissfortschrittskurve) für unterschiedliche Spannungsverhältnisse	81
4.6	Einfluss des Risschließens auf den Rissfortschritt	82
5.1	Abmaße und Belastung gekerbte Flachzugprobe	85
5.2	Ergebnisse größte Hauptspannung a) normal vernetzte Zugprobe b) fein vernetzte Zugprobe	86
5.3	Ergebniszusammenstellung gekerbte Flachzugprobe mit konventioneller Modellierung	87
5.4	Kerbspannungsverlauf der gekerbten Zugprobe mit V-Nut bei normaler Vernetzung mit Solid45	89
5.5	Mechanisches Lagermodell eines Turbofantriebwerks	90
5.6	FEM-Modell eines Turbofantriebwerks	91
5.7	IMC-Struktur (links) und RBS-Struktur (rechts)	92
5.8	Kontaktmodellierung der Strebenanbindung im IMC	93
5.9	Submodell für Beanspruchungsbewertung	95
5.10	Submodell für Rissfortschrittsuntersuchung	95
5.11	Wechselfestigkeitswerte für Magnesiumlegierungen nach [JUV67] . . .	97
5.12	IMC-Streben und Lastschrittfolgenfolge	99
5.13	Darstellung der MMM-Vergleichsspannungshypothese für eine Unwuchtbelastung von 500 kN als Elementergebnis der IMC-Struktur (Schaden 0), aufgeteilt in Lastschritte 1 bis 8	100
5.14	Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Strebe VIII (Schaden 1), Lastrichtung mit Pfeil dargestellt	101
5.15	Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Streben VIII und II (Schaden 2)	102
5.16	Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Streben VIII, II und I (Schaden 3)	103
5.17	Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Streben VIII, II, I, III und VII (Schaden 5)	104

5.18	Vergleich der Kontaktmodellierungen anhand der ermittelten MMM-Vergleichs- spannung im IMC bei einer Unwucht von 500 kN	105
5.19	Darstellung der ermittelten und untersuchten Schadensreihenfolge . .	105
5.20	Relative Lagerkraft der oberen Aufhängung der IMC-Struktur in y- Richtung.	106
5.21	Relative Lagerkraft der unteren Aufhängung der IMC-Struktur in y- Richtung.	107
5.22	Relative Lagerkraft der Aufhängung der RBS-Struktur (HUR) in y- Richtung.	108
5.23	Relative Verschiebung des vorderen Wellenendes bei voranschreiten- der Schädigung	109
5.24	Relative Verschiebung der Welle in der IMC-Struktur bei voranschrei- tender Schädigung	110
5.25	Relative Verschiebung der Welle in der RBS-Struktur bei voransch- reitender Schädigung	111
5.26	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelas- tung von 500 kN als Elementergebnis der RBS-Struktur	112
5.27	Vergleich der Modellierungen anhand der ermittelten MMM-Vergleichs- spannung in der RBS-Struktur bei einer Unwucht von 500 kN	113
5.28	Beanspruchungen in den Submodellen als Basis der Lebensdauerun- tersuchung	114
5.29	Spannungskomponenten der Oberfläche am Ort der höchsten MMM- Vergleichsspannung	115
5.30	Mohrsche Kreise der Spannungszustände mit der größten Zug- und Druckbeanspruchung	116
5.31	Mohrsche Invarianten vor und nach der endgültigen Vorzeichenzuwei- sung	117
5.32	Rissfront des Submodells der Strebe VIII nach 45 Inkrementen (Si- mulation 1)	118
5.33	Rissfront der Strebe VIII am Ende der Simulation II	119
E.1	Unterschied FEM (links) vs. BEM (rechts)	135
F.1	Ermittelte Festigkeitsgrößen Fließgrenze σ_F , Zugfestigkeit R_m und Reißfestigkeit σ_R aus Versuchen von Dietmann [DIE64]	136
G.1	2D-Modell einer gekerbten Rundzugprobe nach [BAI70]	137
G.2	Rundzugprobe nach Baier bei einer Mittelspannung von 0 MPa . . .	137
G.3	Rundzugprobe nach Baier bei einer Mittelspannung von 294 MPa . .	138
G.4	Rundzugprobe nach Baier bei einer Mittelspannung von 491 MPa . .	138
H.1	Abmaße der inneren Gehäusestruktur	139
H.2	Abmaße des IMC (links) und der RBS-Struktur (rechts)	139
H.3	Modellansicht der Rear Bearing Support Structure mit hinterer La- gerung (HUR) und A-Frame	139
H.4	Materialzuordnung des verwendeten FEM-Modells	140
I.1	Vergleich der Submodelllösungen für eine Unwuchtbelastung von 500 kN im 4. Lastschritt	141
K.1	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelas- tung von 500 kN für eine Schädigung der Strebe VIII als Elemen- tergebnis der IMC-Struktur	143

K.2	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der IMC-Struktur	144
K.3	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der IMC-Struktur	145
K.4	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III u. VII als Elementergebnis der IMC-Struktur	146
L.1	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für eine Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der IMC-Struktur	147
L.2	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der IMC-Struktur	148
L.3	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der IMC-Struktur	149
L.4	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III u. VII als Elementergebnis der IMC-Struktur	150
M.1	Relative Lagerkraft der oberen Aufhängung der IMC-Struktur in x-Richtung.	151
M.2	Relative Lagerkraft der unteren Aufhängung der IMC-Struktur in x-Richtung.	151
M.3	Relative Lagerkraft der unteren Aufhängung der RBS-Struktur in x-Richtung.	152
N.1	Detailansicht der Strebe VIII im ersten Lastschritt bei Modellierung mit Kontakt (Schaden 5) a) fehlerhafte Vorzeichenermittlung b) korrekte Vorzeichenermittlung	153
O.1	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der RBS-Struktur	154
O.2	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der RBS-Struktur	155
O.3	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der RBS-Struktur	156
O.4	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III und VII als Elementergebnis der RBS-Struktur	157
P.1	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der RBS-Struktur	158
P.2	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der RBS-Struktur	159

P.3	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der RBS-Struktur	160
P.4	Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III und VII als Elementergebnis der RBS-Struktur	161
Q.1	Ermittelte Risslängen der Simulation I und II	162

Tabellenverzeichnis

1	Plastische Formbeiwerte für diverse Querschnitte nach [WD76]	32
2	Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnis	55
3	Beispiel: Spannungskomponentenamplituden in [MPa]	60
4	Modelleigenschaften	85
5	Maximale Kerbzugspannung (in [MPa]) der Flachzugprobe mit diverser Elementierung	88
6	Maximale Kerbzugspannung (in [MPa]) der Flachzugprobe mit diverser Elementierung mit deaktivierter Extrapolation	88
7	Statische Werkstoffwerte der verwendeten Magnesiumgusslegierung nach [ME06]	96
8	Zeitfestigkeitswerte der verwendeten Magnesiumgusslegierung nach [ME06]	97
9	Wechselfestigkeitsverhältnisse für Torsion (t) und Biegung (b) diverser Werkstoffe nach [FOR62]	98
10	Bruchmechanische Kennwerte der verwendeten Magnesiumgusslegierung nach [ME06]	98
11	Ergebniszusammenfassung der Anrisslebensdauerberechnung	117
12	Kerbinformationen der von Dietmann [DIE64] verwendeten gekerbten Rundzugproben	136
13	Werkstoffdaten des FEM-Modells	140

Symbolverzeichnis

Große griechische Buchstaben

$\Delta\sigma_a$	Spannungsschwingbreite	[MPa]
$\Delta K_{I,th0}$	Dauerfest ertragbare Zugschwellspannungsinintensität	[MPa $\sqrt{\text{mm}}$]
Δ_0	Charakteristische Mikrostrukturlänge	[μm]
$\Delta\varepsilon_a$	Dehnungsschwingbreite	[%]
ΔK	Spannungsintensitätsschwingbreite	[MPa $\sqrt{\text{mm}}$]
$\Delta K_{\dot{U}}$	Übergangsspannungsintensitätsschwingbreite	[MPa $\sqrt{\text{mm}}$]
ΔK_{Ic}	Kritische Spannungsintensitätsschwingbreite	[MPa $\sqrt{\text{mm}}$]
$\Delta K_{I,th}$	Schwellspannungsintensitätsfaktor	[MPa $\sqrt{\text{mm}}$]
Π_{global}	Globales Plastizierungsvermögen	
Π_{lokal}	Lokales Plastizierungsvermögen	

$\Delta\sigma$	Schwingbreite der Bruttonennspannung in der LEBM	[MPa]
$\Delta\sigma$	Normalspannungsanteil des Mohrschen Radius	[MPa]
Kleine griechische Buchstaben		
$\alpha_{K,i}$	Kerbformzahl für z -Zug, b -Biegung, t -Torsion	
$\alpha_{K\sigma}$	Spannungsformzahl	
$\alpha_{K\varepsilon}$	Dehnungsformzahl	
$\bar{\alpha}_i$	Plastischer Formbeiwert für z -Zug, b -Biegung, t -Torsion	
$\bar{\beta}_i$	Wirksamer Formbeiwert	
β_K	Kerbwirkungszahl	
δ_{ij}	Phasenverschiebungswinkel der einzelnen Komponenten	
$\varepsilon_{a,el}$	Elastische Dehnungsamplitude	[%]
$\varepsilon_{a,pl}$	Plastische Dehnungsamplitude	[%]
ε_a	Dehnungsamplitude	[%]
$\check{\varepsilon}$	Wirksame untere Neuberdehnung (Neuberniveau)	[%]
ε	Untere Neuberdehnung (Neuberniveau)	[%]
$\varepsilon_{\text{örtl}}$	Örtliche Kerbgrunddehnung	[%]
$\varepsilon_{a,ges}$	Zusammengesetzte Dehnungsamplitude	[%]
ε'_f	Zyklische Dehngrenze	[%]
$\varepsilon_{pl,W}$	dauerfest ertragbare plastische Wechselamplitude (FKM)	[%]
η	Bezogene Zeitvariable	
λ	Frequenzverhältnis	
η_{Rmin}	Zeitpunkt des minimalen Mohrschen Radius	
φ	Fließbehinderung des Bauteilquerschnitts	
φ	Hauptachsenwinkel des Mohrschen Kreises	[°]
φ_{lokal}	Fließbehinderung	
ρ^*	Ersatzstrukturlänge, Mikrostrukturlänge	[mm]
$\check{\sigma}$	Untere Neuberspannung (Neuberniveau)	[MPa]
$\check{\sigma}$	Wirksame untere Neuberspannung (Neuberniveau)	[MPa]
χ^*	Bezogenes Anstrengungsgefälle	[1/mm]
$\hat{\sigma}$	Elastizitätstheoretische Kerbspannung	[MPa]
$\hat{\sigma}_{a1}$	Schwingensamplitude der Hüll-Hystereseschleife	[MPa]
$\hat{\sigma}_H$	Hookesche Spannung	[MPa]

$\hat{\sigma}_{o1}$	Oberspannung der Hüll-Hystereseschleife	[MPa]
$\hat{\sigma}_V$	Vergleichskerbspannung	[MPa]
σ_R^0	Reißfestigkeit (Werkstoff)	[MPa]
σ_R^K	Reißfestigkeit (Bauteil)	[MPa]
σ_S^0	Wahre Fließgrenze (Werkstoff)	[MPa]
σ_S^K	Wahre Fließgrenze (Bauteil)	[MPa]
σ_A	Dauerfest ertragbare Spannungsamplitude	[MPa]
σ_a	Amplitudenspannung	[MPa]
σ_m	Mittelspannung	[MPa]
σ_n	Nennspannung	[MPa]
σ_o	Oberspannung	[MPa]
σ_u	Unterspannung	[MPa]
σ_W	Zug-Druck-Wechselfestigkeit bei Dauerfestigkeit, Zeitfestigkeit	[MPa]
σ_1	1. Hauptspannung (betragsmäßig größte Hauptspannung)	[MPa]
σ_2	2. Hauptspannung	[MPa]
σ_3	3. Hauptspannung (betragsmäßig kleinste Hauptspannung)	[MPa]
$\sigma_{\text{örtl}}$	Örtliche Kerbgrundspannung	[MPa]
$\sigma_{\text{örtl}}^*$	Maßgeblich fiktive Nennspannung	[MPa]
σ_{DK}	Spannungsausschlag bei Dauerfestigkeit, gekerbtes Bauteil	[MPa]
σ_D	Spannungsausschlag bei Dauerfestigkeit	[MPa]
σ_F	Werkstofffließgrenze	[MPa]
σ'_f	Zyklische Fließgrenze	[MPa]
σ_{ija}	Amplitudenspannung einer Spannungskomponente des Spannungstensors	[MPa]
σ_{ijm}	Mittelspannung einer Spannungskomponente des Spannungstensors	[MPa]
$\sigma_{ij}(t)$	Spannungskomponente des Spannungstensors	[MPa]
σ_{max}	Maximale Normalspannung	[MPa]
σ_{Schw}	Zugschwellfestigkeit	[MPa]
$\sigma_{v,DIH}$	Vergleichsspannung nach der DIH-Hypothese	[MPa]
$\sigma_{v,MMM}$	Vergleichsspannung nach der MMM-Hypothese	[MPa]
$\sigma_{v,NH}$	Vergleichsspannung nach der Normalspannungshypothese	[MPa]
$\sigma_{v,SH}$	Vergleichsspannung nach der von Schubspannungshypothese	[MPa]
$\sigma_{v,vM}$	Vergleichsspannung nach der von Mises Hypothese	[MPa]

$\sigma_{va,vM}$	Vergleichsspannungsamplitude nach der von Mises Hypothese	[MPa]
σ_{vm}	Vergleichsmittelspannung	[MPa]
$\sigma_{W,90^\circ}$	Zug-Druck-Dauerwechselfestigkeit bei Phasenverschiebung von 90°	[MPa]
$\sigma_{WN,90^\circ}$	Zug-Druck-Zeitwechselfestigkeit bei Phasenverschiebung von 90°	[MPa]
σ_{xa}	Normalspannungsamplitude in x-Richtung	[MPa]
σ_x, σ'_x	Normalspannung in x- bzw. x' -Richtung	[MPa]
σ_y, σ'_y	Normalspannung in y- bzw. y' -Richtung	[MPa]
σ_z	Normalspannung in z-Richtung	[MPa]
$\hat{\sigma}$	Mikroplastisch gestützte Kerbspannung	[MPa]
$\hat{\sigma}_H$	Mikroplastisch gestützte Hookesche Spannung	[MPa]
σ_1^o	1. Hauptspannung (konventionelle Ordnung)	[MPa]
σ_2^o	2. Hauptspannung (konventionelle Ordnung)	[MPa]
$\sigma_{brutto,n}$	Nennspannung bezogen auf den ungestörten Querschnitt	[MPa]
σ_{SP}	Sprödbbruchfestigkeit	[MPa]
$\sigma'_{v,MMM,i}$	Ungestützte Vergleichsspannung mit Vorzeichenfunktion	[MPa]
τ_W	Torsionswechselfestigkeit	[MPa]
τ_{xya}	Schubspannungsamplitude in xy-Ebene	[MPa]
τ_{xy}, τ'_{xy}	Schubspannung in xy- bzw. xy' -Ebene	[MPa]
τ_{xz}	Schubspannung in xz-Ebene	[MPa]
τ_{yz}	Schubspannung in yz-Ebene	[MPa]
ω	Eigenkreisfrequenz	[s ⁻¹]
Kleine lateinische Buchstaben		
a	Halbe Höhe des symm. Querschnitts	[mm]
a	Risslänge	[mm]
a_G, b_G	Werkstoffparameter (FKM)	
b	Parameter der Lebensdauerlinie für das Haigh-Schaubild	
b, c	Werkstoffparameter der zyklischen Dehngrenze	
dA	Überstrichene Fläche durch eine Änderung von $d(2\varphi)/d\eta$	
$f_{W,\tau}$	Schubwechselfestigkeitsfaktor aus FKM-Richtlinie	
h_0	Mehrachsigkeitsgrad der MMM-Hypothese	
k, k'	Wöhlerlinienexponent/-steigung	
k_{90°	Wöhlerlinienexponent bei Phasenverschiebung von 90°	

k_a	Wechselfestigkeitsverhältnis bei Dauerfestigkeit	
k_{bN}	Gewichtungsfaktor der Invariante J_{3a}	
k_{st}	Weibullexponent (FKM - Tab. 2.3.2)	
k_{aN}	Wechselfestigkeitsverhältnis bei Zeitfestigkeit	
k_k	Wöhlerlinienexponent des Wechselfestigkeitsquotienten	
m	Makrostützziffer	
m	Werkstoffexponent der Paris-Erdogan Beziehung	
n	Mikrostützwirkung	
n'	Verfestigungsexponent	
n_{χ^*}	Mikrostützziffer	
n_{σ}	Mikrostützziffer (FKM)	
n_{bm}	Bruchmechanische Stützziffer (FKM)	
n_{st}	Statistische Stützzahl (FKM)	
n_{vm}	Verformungsmechanische Stützzahl (FKM)	
p	Parameter der Lebensdauerlinie für das Haigh-Schaubild	
q	Gewichtungsfaktor FKM-Mischhypothese (FKM)	
t	Zeit	[s]
u, v, w	Elliptische Koordinaten	
v_0	Randkoordinate der Kerboberfläche in ellipt. Koordinaten	
z	Inverse Oberflächennormale	
Große lateinische Buchstaben		
A_5	Bruchdehnung	[%]
$A_{\sigma, st}$	Hochbeanspruchte Oberfläche (FKM)	[mm ²]
A_K	Kerbquerschnitt	[mm ²]
$A_{ref, st}$	Referenzoberfläche (FKM)	[mm ²]
C	Werkstoffkonstante der Paris-Erdogan Beziehung	[mm/LW]
E	Elastizitätsmodul	[MPa]
F	Äußere Kraft	[N]
F_{Ei}	Einflussparameter Eigenspannungszustand	
F_{HV}	Einflussparameter Oberflächenfestigkeit	
$F_{O, Liu}$	Einflussparameter Oberflächentopographie nach Liu	
F_O	Einflussparameter Oberflächentopographie	

G'	bezogenes Anstrengungsgefälle	$[\text{mm}^{-1}]$
G_{MMM}	Vergleichsspannungsgefälle nach MMM-Hypothese	$[\text{mm}^{-1}]$
G_{MM}	Spannungsgefälle des Mohrschen Mittelpunkts	$[\text{mm}^{-1}]$
G_{RM}	Spannungsgefälle des Mohrschen Radius	$[\text{mm}^{-1}]$
G	Elastische Formänderungsenergie	$[\text{J/m}]$
G_σ	bezogenes Anstrengungsgefälle	$[\text{mm}^{-1}]$
I_1	1. Invariante des Spannungstensors	$[\text{MPa}]$
I_2	2. Invariante des Spannungstensors	$[\text{MPa}]$
I_3	3. Invariante des Spannungstensors	$[\text{MPa}]$
J_{1a}	1. Invariante phasenverschobener Amplitudenspannungskomponenten	$[\text{MPa}]$
J_{2a}	2. Invariante phasenverschobener Amplitudenspannungskomponenten	$[\text{MPa}]$
J_{3a}	3. Invariante phasenverschobener Amplitudenspannungskomponenten	$[\text{MPa}]$
K	Spannungsintensitätsfaktor	$[\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}]$
K'	Zyklischer Verfestigungskoeffizient	$[\text{MPa}]$
K_t	Kerbformzahl	
K_{Ic}	Risszähigkeit	$[\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}]$
M	Mittelspannungsempfindlichkeit	
$M_{i,el}$	Elast. Biege- bzw. Torsionsmoment	$[\text{Nm}]$
$M_{i,pl}$	Plast. Biege- bzw. Torsionsmoment	$[\text{Nm}]$
M_M	Mittelpunkt des Mohrschen Kreises	$[\text{MPa}]$
N	Ertragbare Lastspielzahl	
N_D	Ecklastspielzahl der Dauerfestigkeit	
P_{SWT}	Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper	$[\text{MPa}]$
Q	Parameter der Dauerfestigkeitslinie im Haighschaubild	
Q_N	Parameter der Zeitfestigkeitslinie im Haighschaubild	
R	Spannungsverhältnis für schwingende Zug-Druckbeanspruchungen	
R_m	Zugfestigkeit	$[\text{MPa}]$
R_v	Spannungsverhältnis der Vergleichsspannung	
R_z	Gemittelte Rautiefe	$[\mu\text{m}]$
R_{min}^o	Minimaler Mohrscher Radius im Zeitverlauf	$[\text{MPa}]$
$R_{m,bm}$	Referenz-Zugfestigkeit (FKM)	$[\text{MPa}]$
R_m^*	Fiktive Zugfestigkeit im Haighdiagramm	$[\text{MPa}]$

$R_M^{\circ\circ}$	Vorläufiger Radius zur Vorzeichenermittlung	[MPa]
R_M°	Vorläufiger Radius zur Vorzeichenermittlung	[MPa]
$R'_{p0,2}$	Zyklische 0,2%- Dehngrenze	[MPa]
R_M	Radius des Mohrschen Kreises	[MPa]
\bar{S}_b	Plast. Biegeennspannung	[MPa]
\underline{S}	Spannungstensor	[MPa]
\underline{S}_a	Spannungstensor der Amplitudenspannung	[MPa]
\underline{S}_m	Spannungstensor der Mittelspannung	[MPa]
\underline{S}_o	Spannungstensor der Oberspannung	[MPa]
S	Oberflächenenergie	[J]
S	Nennspannung	[MPa]
S_0	Bruttonennspannung	[MPa]
T	Torsionsnennspannung	[MPa]
\bar{T}_t	Plast. Torsionsnennspannung	[MPa]
T	Periodendauer	
U	Elastische Formänderungsenergie	[J]
W	Arbeit der äußeren Kräfte	[J]
Y	Geometriefaktor des Risses	
Z	Brucheinschnürung	[%]

Abkürzungsverzeichnis

BEM	Boundary Element Method
DIH	Drei Invarianten Hypothese
DIN	Deutsche Industrienorm
DOF	Degree of Freedom
EASA	European Aviation Safety Agency
EDZ	Ebener Dehnungszustand
ESZ	Ebener Spannungszustand
FAA	Federal Aviation Administration
FBO	Fan Blade off
FEM	Finite Elemente Methode
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese
GJL	Gusseisen mit Lamellengraphit (früher GG)
GJM	Temperguss (früher GTW)
GJS	Globularer Grauguss (früher GGG)
GS	Stahlguss
HCF	High Cycle Fatigue
HUR	Hinten Unten Rechts (Lagerung)
HW	Hochdruckwelle
IMC	Intermediate Casing
JAA	Joint Aviation Authorities
LCF	Low Cycle Fatigue
LEBM	Linear Elastische Bruchmechanik
MMM	Modifizierte Mohr Mises (Hypothese)
NW	Niederdruckwelle
QVH	Quadratische Versagenshypothese
RBS	Rear Bearing Support (Structure)
REM	Randelementemethode
SH	Schubspannungshypothese
SIH	Schubspannungsintensitätshypothese
VDEh	Verein Deutscher Eisenhüttenleute
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
VOR	Vorne Oben Rechts (Lagerung)
VUR	Vorne Unten Rechts (Lagerung)
vMH	von Mises Hypothese
WFBO	Windmilling post Fan Blade off (Condition)

1 Einleitung

Heutzutage dominiert die Globalisierung weite Teile des gesellschaftlichen Lebens. Es ist mittlerweile zu einer Selbstverständlichkeit geworden, zur täglichen Arbeit zu pendeln, zu jeder Zeit jegliche saisonale Ware zu erhalten oder dass der nächst auserkorene Urlaubsort weiter entfernt liegt. Zwar mag es einen Trend hin zu regionalen Begebenheiten hierzulande geben, jedoch sagt das World Business Council for Sustainable Development eine weitere globale Zunahme der jährlichen Verkehrsleistung voraus [WBC04]. So soll die jährliche Personentransportleistung von 2010 mit einem Wert von ca. 38 Billionen km bis 2050 auf einen Wert von ca. 74 Billionen km steigen, was nahezu einer Verdopplung entspricht. Hierbei sticht der Flugverkehr besonders hervor, da dieser die höchsten prozentualen Zuwachsraten der verschiedenen Verkehrssysteme aufweist. 2010 betrug allein der Personenflugverkehr einen Umfang von ca. 4,75 Billionen km [ICAO11] und steigt bis 2050 nach Prognosen auf eine jährliche Personentransportleistung von ca. 16 Billionen km an. Hierbei entsteht ein klarer Zielkonflikt zwischen dem Anstieg der Verkehrsleistung zu den zur Verfügung stehenden begrenzten natürlichen Ressourcen in Form von Öl.

Um die Kosten für den Transport preiswert halten zu können, sind die Verkehrsträger gezwungen Maßnahmen zu ergreifen, fossilen Kraftstoff einzusparen. Überwiegend geschieht dies über Leichtbau, der das Ziel verfolgt, Masse einzusparen. Dies ist jedoch gerade bei Verkehrsträgern schwierig, die bereits ein hohes Maß an Leichtbau aufweisen, wie es z. B. in der Luft- und Raumfahrttechnik der Fall ist.

Hier müssen die größten Anstrengungen unternommen werden, um weiter das Gewicht nach unten zu korrigieren. Dieser Innovationsdruck wird in der Luftfahrtindustrie von den Fluglinienbetreibern an die Flugzeughersteller herangetragen, die diese Einsparforderungen in der Regel an die Triebwerkhersteller weiterreichen. Seit den 1950er Jahren hat sich somit der Kerosinverbrauch von Triebwerken um ca. 70% gesenkt und soll weiter verringert werden.

1.1 Windmilling post Fan Blade off Condition

Die Rahmenhandlung dieser Arbeit befasst sich mit einer Triebwerkstruktur, welche sich im Lastfall des sogenannten „Windmilling post Fan Blade off Condition“ befindet, was im Folgenden mit FBO-Windmilling bezeichnet wird. Beim FBO-Windmilling handelt es sich um eine besondere Lastsituation für ein Triebwerk, bei dem es am vorderen Fan (siehe Abb. 1.1) zu einem Verlust von Teilen einer Schaufel, einer Schaufel oder auch zum Verlust von mehreren Schaufeln gekommen ist. Ein Schaufelverlust kann dabei mehrere Ursachen haben, wie z. B. ein Materialfehler oder der Eintritt eines größeren Fremdkörpers in das Triebwerk. Der Schaufelverlust wird als Fan Blade off-Event bezeichnet, ist jedoch nicht weiter Thema dieser Arbeit.

Ein solch beschädigtes Triebwerk besitzt eine große dynamische Unwucht (High Power Imbalance Condition) für die Tragstruktur, weshalb es nicht weiter betriebsbereit ist und folglich abgeschaltet wird. In der Regel geschieht das durch eine Unterbrechung der Treibstoffzufuhr. Aufgrund der Tatsache, dass moderne Passagiermaschinen mit mehreren Triebwerken ausgestattet sein müssen, kann im günstigen Fall ein anderes Triebwerk den notwendigen Schub zum Weiterflug zur Verfügung stellen. Da das beschädigte Triebwerk jedoch weiter durch den Fahrtwind durchströmt und dadurch angetrieben wird, ähnlich einer Windmühle, wird hierbei von

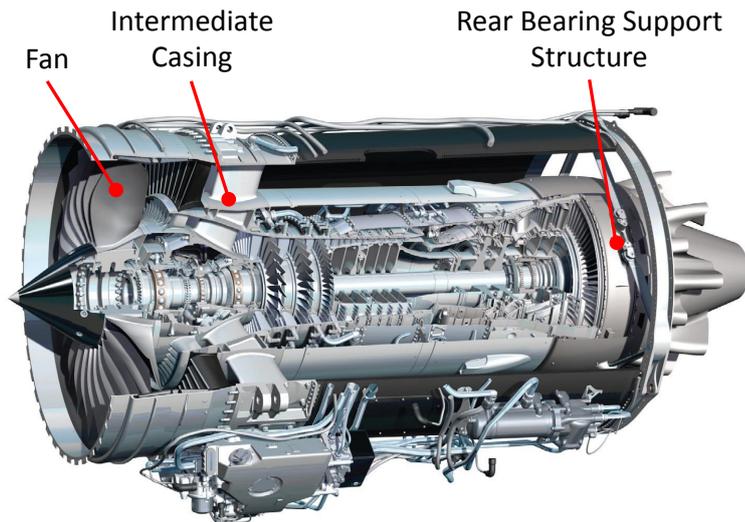


Abbildung 1.1: Beispiel eines aktuellen Turbofantriebwerks (BR725) der Fa. Rolls-Royce

Windmilling gesprochen (Windmilling Condition). Dadurch existiert weiterhin eine Unwucht, die die tragende Struktur des Triebwerks innerhalb wie außerhalb enorm belastet und wodurch es zu weiteren (fatalen) Schäden kommen kann. Diese besondere Lastsituation stellt somit das FBO-Windmilling dar.

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird der Fokus auf die innere Tragstruktur des Triebwerks gelegt, welche aus dem Intermediate Casing (IMC) und der Rear Bearing Support Structure (siehe Abb.1.1) besteht. Es sei nur am Rande erwähnt, dass zusätzlich sichergestellt sein muss, dass die auftretenden Schwingungen nicht den sicheren Flugbetrieb behindern dürfen. Im Cockpit muss ein sicheres Agieren und Ablesen der Instrumente stets möglich sein.

Zusammengenommen ergibt das FBO-Windmilling ein komplexes Szenario aus den Bereichen Strukturmechanik und -dynamik und ist aufgrund der möglichen Auswirkungen auch Bestandteil für die Zulassung eines neuen Triebwerks. Der Triebwerkshersteller ist verpflichtet nachzuweisen, dass das Triebwerk diesen Lastfall mit den gesetzten Anforderungen übersteht. Diese Arbeit betrachtet hierbei primär den strukturmechanischen Aspekt des FBO-Windmilling und die Möglichkeiten der Abbildung innerhalb einer Struktursimulation.

1.2 Strukturmechanische Betrachtung

Für die strukturmechanische Auslegung eines Triebwerks, bezogen auf den FBO-Windmilling-Lastfall, besteht grundsätzlich die Möglichkeit, die Struktur so auszulagen, dass sie hierdurch keinerlei Ermüdung erfährt und den Lastfall ohne weitere Schäden übersteht. Dabei handelt es sich um einen normalen Ermüdungs- bzw. Betriebsfestigkeitsnachweis („Fatigue (Safe-Life) Evaluation“). Eine solche Konstruktion besitzt jedoch den Nachteil, dass sie relativ schwer ist. Bezogen auf den normalen Betriebszustand bedeutet dies eine deutliche Überdimensionierung der Tragstruktur. Ein Vorhaben der nordamerikanischen Luftfahrtbehörde FAA¹ [FAA97] und der europäischen Pendant EASA²[EASA07], [EASA13] bzw. JAA³ sieht vor, dass bezüg-

¹Federal Aviation Administration

²European Aviation Safety Agency

³Joint Aviation Authorities

lich des FBO-Windmillingings auch ein Nachweis für eine gewisse Schadenstoleranz („Damage-tolerance (fail-safe) Evaluation“) möglich sein soll. Diese beinhaltet neben einer Ermüdungsuntersuchung eine bruchmechanische Betrachtung der Struktur. Der Lastfall muss somit nicht schadlos überstanden werden. Dabei ist angestrebt, dass die tragende Triebwerkstruktur die auftretende Unwucht mindestens 180 min überstehen muss, um damit der Besatzung genügend Zeit einzuräumen, dass sie einen sicheren Landeplatz erreichen kann. Die in dieser Zeit auftretenden Schäden müssen entsprechend beherrschbar sein und dürfen keine unmittelbare Gefahr für das Flugzeug darstellen.

Diese Vorgabe kann eine wesentlich geringere strukturelle Masse der tragenden Struktur des Triebwerks zur Folge haben, was im Normalbetrieb zu Kosteneinsparungen führt und den CO₂-Ausstoß verringert.

1.3 Struktur und Zielsetzung der Arbeit

Die Ziel der Arbeit ist die Beschreibung und Darstellung einer Schadenstoleranzanalyse, welche am Beispiel eines Triebwerks innerhalb des FBO-Windmilling-Szenario vorgeführt wird. Der grundlegende Aufbau einer Schadenstoleranzanalyse ist in Abb.

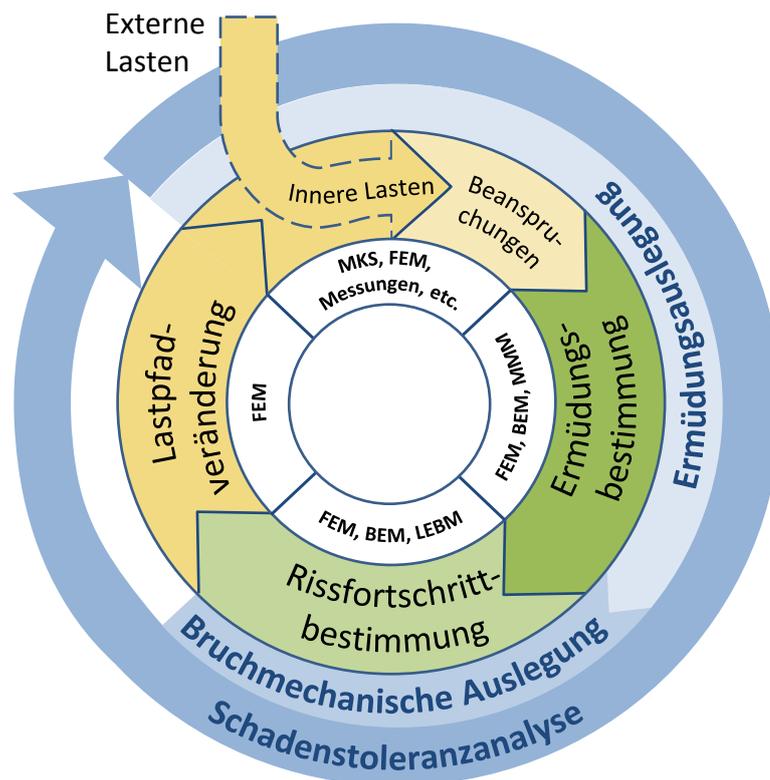


Abbildung 1.2: Struktur einer Schadenstoleranzanalyse

1.2 dargestellt und zeigt schematisch die einzelnen Bestandteile, Methoden und Werkzeuge, die im Laufe der Analyse zum Einsatz kommen (können). Die Gliederung der vorliegenden Arbeit orientiert sich entsprechend am besagten Ablauf. Zuerst werden hierzu die theoretischen Hintergründe beleuchtet, wobei die verwendeten Modellierungen und Werkzeuge am Ende vorgestellt werden.

Das FBO-Windmilling-Szenario kann sich je nach Dimensionierung der Tragstruktur und Belastungsgröße sowohl im Zeitfestigkeitsbereich als auch im Dauerfestigkeitsregime befinden. Beide weisen teilweise unterschiedliche Konzepte auf, da sie auf unterschiedlichen Wirkmechanismen basieren. Aus diesem Grund wird zu Beginn auf die Grundlagen der Bauteilmüdung (Kapitel 2) eingegangen, um u. a. aufzuzeigen, welchen Umfang allein der Bewertungsteil für die Ermüdung aufweist. Somit werden die einzelnen Konzepte und Einflussfaktoren der Lebensdauerabschätzung erläutert und ihre Schwierigkeit bei der Verwendung von Finiten Elementen bzw. Randelementemethoden dargestellt. Dies betrifft z. B. die traditionelle Komponentenaufteilung der Beanspruchungen, was die Berücksichtigung der Stützwirkung erschwert und für eine Verwendung von FEM bzw. BEM ungeeignet ist.

Weiterhin erfolgt im anschließenden Kapitel 3 eine kritische Betrachtung der bisherigen Konzepte, die bei nicht-proportionalen Beanspruchungsverläufen Verwendung finden. Als Konsequenz wird ein Verfahren vorgestellt (Kapitel 3.2), welches neue Lösungsansätze für die Lebensdauerabschätzung für lastfreie Bauteiloberflächen unter (nicht-)proportionaler Beanspruchung bietet und sich für die Verwendung der Methoden der Finiten Elemente als auch der Randelementemethode eignet. Es wird an einem Beispiel vorgeführt, was die Vorzüge herausarbeitet und neue Sichtweisen ermöglicht.

Als Teil einer genauen Lebensdauerabschätzung einer Struktur im Zeitfestigkeitsbereich ist eine bruchmechanische Bewertung unverzichtbar. Gerade bei komplexen Strukturen, die statisch unbestimmt sind, ist eine vollständige Schadensfreiheit zu hinterfragen, da sich neue Lastpfade ergeben, die die Beanspruchungssituation verändern können. Eine sich daraus ergebende Schadenstoleranzanalyse umfasst somit eine Ermüdungsbewertung und eine bruchmechanische Bewertung, um die Schädigung abbilden zu können. Dementsprechend wird in Kapitel 4 ein kurzer Überblick über die linear-elastische Bruchmechanik geboten, die für die Schadenstoleranzanalyse Verwendung findet. Hier wird ebenfalls erläutert, warum andere bruchmechanische Konzepte nicht genutzt werden.

In Kapitel 5 wird eine Schadenstoleranzanalyse exemplarisch am Beispiel eines einfachen Triebwerkmodells im Rahmen des FBO-Windmillings durchgeführt. Dies beinhaltet sowohl eine Diskussion der Schwierigkeiten einer numerischen Struktursimulation als auch die Darstellung entsprechender Lösungsmöglichkeiten, z. B. für die Abbildung der Schädigung.

Das Ergebnis zeigt eine Schadenstoleranzanalyse, die bewusst modular gestaltet ist, was sowohl den theoretischen Teil betrifft als auch die praktische Ausführung. Dadurch ist eine einfache Adaption der Schadenstoleranzanalyse auf andere komplexe Bauteile leicht umsetzbar.

2 Grundlagen der Bauteilermüdung

Bauteile unterliegen im Betrieb verschiedenartigen Belastungen, die im Optimalfall während des Auslegungsprozess des Bauteils allesamt berücksichtigt werden können und somit ein weitestgehend sicheres Bauteilleben garantieren. Sind diese Belastungen hingegen nicht von genau bekannter Größe, ergeben sich für den Auslegungsprozess Schwierigkeiten. Hilfreich in diesem Falle sind hierfür Sicherheitsrichtlinien, die für das jeweilige Bauteil Vorschläge zur Berechnung und Abwägungen von zu verwendenden Sicherheiten geben, wie z. B. die FKM-Richtlinien Betriebsfestigkeit und Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis, DIN 743, DIN 15018, VDI 2230 etc. Fast jegliche Anwendung ist heutzutage mit solchen Sicherheitsrichtlinien abgedeckt. Für speziellere Anwendungen (wie z. B. Windkraftanlagen und Triebwerke) gibt es häufiger sogenannte Vorschriftenrichtlinien, die ein Lastenheft vorschreiben. Sie definieren, welche Lasten bzw. welche Sonderlasten das Bauteil zu ertragen hat, damit es zugelassen werden kann oder schreiben die gesamte Auslegungsberechnung vor. Generell können Festigkeitsnachweise in verschiedene Konzepte unterteilt werden.

2.1 Festigkeitskonzepte

2.1.1 Nennspannungskonzepte

Das Nennspannungskonzept gilt als ein sehr aussagekräftiges Auslegungskonzept. In diesem werden die aus einer äußeren Belastung vorhandenen und auf einen Querschnitt bezogenen Nennspannungen mit zulässigen Bauteilwerten verglichen. Dies ist vor allem bei einfachen Bauteilformen, wie beispielsweise Wellen und Achsen, vergleichsweise leicht anzustellen. Ein Nennquerschnitt ist hier leicht zu identifizieren. Durch ausgeführte Bauteilversuche, die mit den im Betrieb zu erwartenden Lasten ausgeführt werden, ist ein sicheres Auslegen möglich.

Nachteilig ist natürlich der aufwendige Bauteilversuch, der zeit- und kostenintensiv ist. Um diesen Malus zu umgehen, sind für gängige Maschinenbauteile Sicherheitsrichtlinien entstanden, welche Berechnungsvorschriften beinhalten, um ausgehend von Werkstoffwerten zulässige Bauteilwerte zu ermitteln. Als Beispiel sei hier die DIN 743 [DIN743] zu nennen, welche auf umfangreiche Bauteilversuche von Wellen und Achsen zurückzuführen ist. Somit kann der Anwender dieses "Wissen" nutzen und ohne großem Aufwand ein Nennspannungskonzept als Berechnungsgrundlage für eine Wellenauslegung verwenden. Dementsprechend handelt es sich bei der DIN 743 um ein Nennspannungskonzept mit Interaktionsformeln.

2.1.2 Örtliche Konzepte/ Kerbspannungskonzept

Beim Örtlichen Konzept werden vorhandene Bauteilspannungen mit zulässigen Werkstoffwerten verglichen, um eine Festigkeitsaussage treffen zu können. Heutzutage entstammen die vorhanden Bauteilwerte aus numerischen Berechnungsprogrammen, wie z. B. FEM- oder BEM-Simulationen. Hier ist gegebenenfalls der Zeit- und Kostenaspekt bei der Modellerstellung zu sehen, der sich je nach Komplexizität mehr oder weniger aufwendig und fehleranfällig gestaltet. Dieses Konzept aus relativ leicht zu ermittelnden, vorhandenen Beanspruchungen und der einfache Vergleich mit zulässigen Werkstoffwerten ist heutzutage weit verbreitet. Jedoch zeigt beispielsweise Sonsino in [SON93] auf, dass bei Verwendung des Örtlichen Konzepts die Lebensdauer eines Bauteils weit unterschätzt werden kann. Ursächlich hierfür ist die Vernachlässigung der Stützwirkung aufgrund des Spannungsgradienten. Dieser ist

beispielsweise komplett unberücksichtigt, wenn die vorhandene, örtliche Kerbspannung mit einer kerbfreien Wöhlerkurve aus einem axialen Schwingversuch resultiert, dessen Spannungsverteilung im Probenquerschnitt homogen verteilt ist.

2.1.3 Strukturspannungskonzept

Das Strukturspannungskonzept betrachtet eine komplexe Struktur, wie z. B. Schweißkonstruktionen und ihre Strukturspannungen ganzheitlich. Spannungsüberhöhungen der vorhandenen Nennspannungen werden dabei nur bei globalen Geometrieänderungen betrachtet. Dies macht sie für größere komplexe Strukturen attraktiv, da sich der Rechenaufwand in Grenzen hält. Lokale Besonderheiten, wie beispielsweise Kerbstellen, welche Kerbspitzen zur Folge haben, werden generell nicht abgedeckt. Sie können jedoch leicht eingebunden werden, indem diese Stelle separat modelliert betrachtet wird und entsprechend äquivalent zu der in der FEM bekannten Methode der Submodell- oder der Substrukturtechnik ist. So werden Kerben oder werkstoffliche Besonderheiten auf der Seite der Festigkeit berücksichtigt in Form der zu verwendenden Wöhlerlinien (siehe Kapitel 2.4.2).

2.2 Lebensdauerkonzepte

Unter konventionellen Lebensdauerkonzepten sind Festigkeitskonzepte zu verstehen, die auf vereinfachte Modellannahmen basieren und einen Großteil der Anwendungen hinreichend genau abbilden. So wird beispielsweise die auftretende Belastung als zeitlich konstant oder als sich periodisch wiederholende Schwingbelastung modelliert (siehe Abb. 2.1 a)). Ebenso kann für einen Großteil der Anwendungen von einer proportionalen Beanspruchung der Struktur ausgegangen werden. Eine Phasenverschiebung wird somit nicht betrachtet (siehe 2.1 b)). Weiterhin wird bei den konventionellen Lebensdauerkonzepten der elastische Bereich und somit der Gültigkeitsbereich des Hooke'schen Gesetzes nicht verlassen (siehe 2.1 c)). Letztendlich geht die konventionelle Modellvorstellung von einer schadfreien Struktur aus. Somit können nur schwache Kerben bis Kerbformen mit $\alpha_K = 1 \dots 5 - 6$ berücksichtigt werden (siehe 2.1 d)).

Aufbauend auf diesen konventionellen Lebensdauerkonzepten haben sich mit der Zeit und auch aufgrund moderner Hilfsmittel die Möglichkeiten für den Auslegungsprozess erweitert. So können z. B. durch Messkampagnen oder durch Telemetriedaten die Belastungs-Zeitfunktionen teilweise hinreichend genau schon im Auslegungsprozess berücksichtigt werden. Plastizitätsreserven müssen demnach nicht unberücksichtigt bleiben. Ebenfalls die Berechnung von schadhaften Strukturen bzw. scharf gekerbte Bauteile sind durch die Methoden der Bruchmechanik soweit erschlossen, dass diese Bauteile beherrschbar erscheinen.

Einzig das Kapitel der nicht-proportionalen Beanspruchungen hat in den letzten Jahren und Jahrzehnten viele Theorien und Ansätze geliefert, jedoch sind diese stets durch neue Theorien und Ansätze ersetzt worden. Die Schwierigkeiten der nicht-proportionalen Beanspruchungen ergeben sich hierbei aufgrund der mitunter schwierigen Einbindung der klassischen Festigkeitshypothesen.

Eine kurze Übersicht auf die in der Literatur zu findenden und zurzeit verwendeten Methoden ist in Kapitel 3 zu finden.

Ebenfalls innerhalb dieses Kapitels wird ein einheitliches Konzept zur Erfassung der

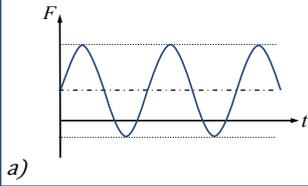
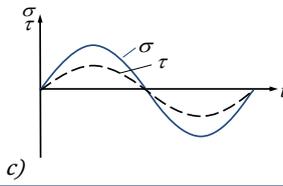
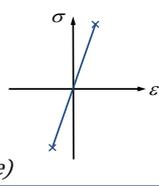
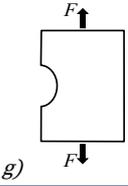
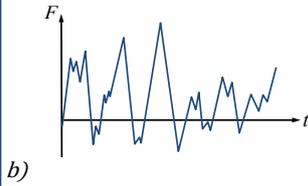
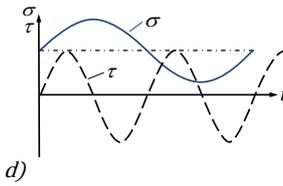
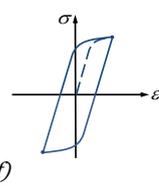
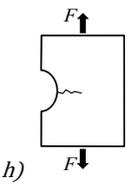
	Last- Zeit-Verlauf	Phasenlage	Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang	Berücksichtigung rissartiger Fehlstellen
Konventionelle Berechnung				
Fortschrittliche Berechnung				

Abbildung 2.1: Lebensdauerkonzepte nach [IRH03]

nicht-proportionalen Beanspruchungen und der sich daraus ergebenden Festigkeitskonzepte vorgestellt.

2.3 Dauerfestigkeit von homogen beanspruchten Bauteilen

Ein Bauteil wird als dauerfest angesehen, wenn es im vorgesehenen Betrieb, mit den zu erwartenden dynamischen Beanspruchungen, nicht zu einem Versagen kommt. Hierbei gelten, je nach Anwendungsfall, $5 \cdot 10^6$ bis $1 \cdot 10^8$ Lastwechsel als dauerfest. Generell unterscheiden sich Festigkeitsnachweise je nachdem, ob allein monotone oder zyklische Belastungen am auszulegenden Bauteil anliegen. Der Grund ist in den unterschiedlichen Wirkprozessen im Werkstoff zu suchen. Somit kann der selbe Werkstoff, je nachdem wie er belastet ist, ein unterschiedliches Festigkeitsverhalten aufweisen. So stellt z. B. eine monotone Belastung keine versagenskritische Last dar, während sie als Amplitude aufgebracht nach gewisser Zeit zu einem Versagen führt (Zeitfestigkeit, siehe Kapitel 2.4).

Für die Festigkeitsbewertung ist es somit notwendig, die vorhandene Belastung in ihre schwingenden und ruhenden Anteile zu zerlegen und dem Bewertungsprozess zuzuführen. Als einfachste Form der Modellierung einer dynamischen Beanspruchung wird eine harmonische Schwingung zugrunde gelegt (siehe Abb. 2.2).

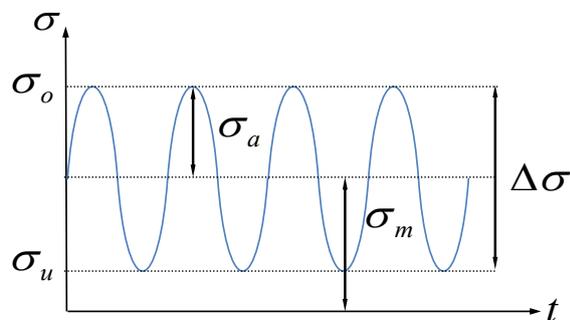


Abbildung 2.2: Aufteilung der Schwingungsanteile

Es können jedoch auch Rechteck-, Dreieck- oder Sägezahnfunktionen verwendet wer-

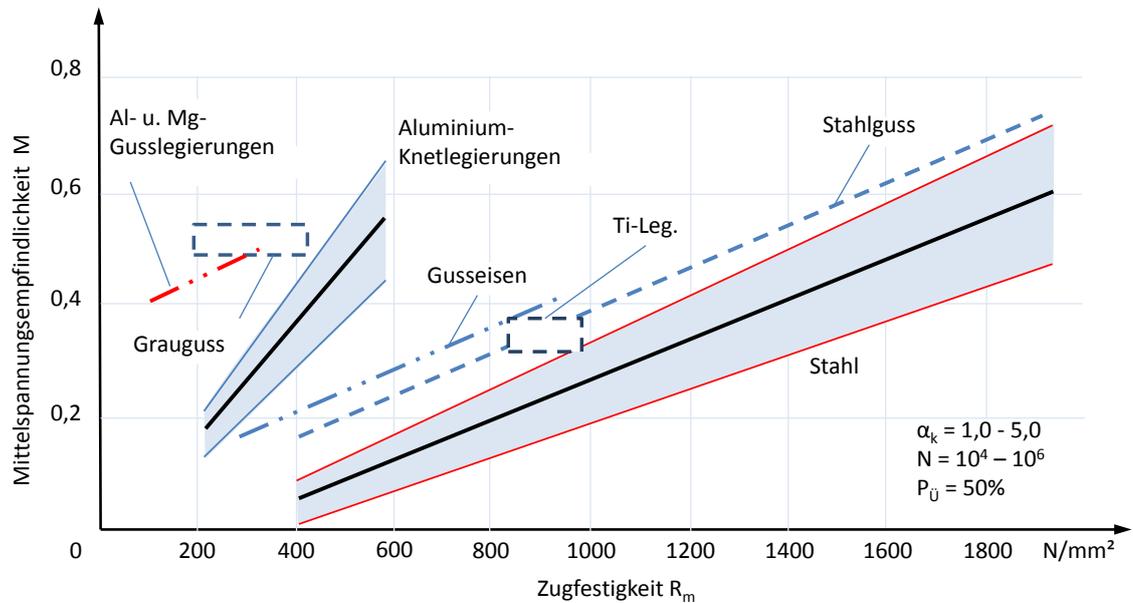


Abbildung 2.4: Mittelspannungsempfindlichkeiten diverser Metalllegierungen nach Schütz [SCH65] mit Erweiterungen nach Radaj, Vormwald [RV07] und Issler [IRH03], gekerbte und ungekerbte Flachstabzugproben

Dauerfestigkeitslinie bei diesen Werkstoffen tendenziell zu einer abfallenden Geraden degeneriert.

Bei duktilen Werkstoffen weist die Dauerfestigkeitslinie einen parabolischen bzw. einen elliptischen Verlauf auf, der die Mittelspannungsachse in den meisten Fällen bei der Zugfestigkeit (o. ä.) schneidet. So hat beispielsweise Dietmann [DIE73] mit

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_W} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{vm}}{R_m}} \quad (2.3)$$

eine Wurzelfunktion zur Beschreibung der Dauerfestigkeitslinie verwendet. Sie schneidet die Abszisse beim Zugfestigkeitswert unter einem Winkel von 90° , was bei einer Übertragung in ein sogenanntes Smith-Diagramm an dieser Stelle zu einem nicht nachvollziehbaren Verlauf führt.

Troost und El-Magd [TEM75] hingegen haben einen quadratischen Ansatz gewählt, der durch die Beziehung

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_W} = 1 - p \cdot \left(\frac{\sigma_{vm}}{R_m}\right) - (1 - p) \cdot \left(\frac{\sigma_{vm}}{R_m}\right)^2 \quad (2.4)$$

beschrieben wird. Hierbei ist der Parameter p durch

$$p = \frac{M^2 \cdot R_m^2 + M \cdot R_m^2 - \sigma_W^2}{\sigma_W \cdot (R_m - \sigma_W + M \cdot R_m)} \quad (2.5)$$

zu bestimmen.

Diese Parabel ist nach unten geöffnet, solange der Parameter $p < 1$ ist. Des Weiteren darf der Parameter nicht $p < 0$ werden, da ansonsten ein Scheitelpunkt im ersten Quadranten entsteht, der zur Aussage führt, dass sich bei steigender Mittelspannung zuerst ein Anstieg der zulässigen Ausschlagspannung einstellt, bevor diese zum Abszissenschnittpunkt bei R_m zu Null abfällt. Befindet sich der Parameter p hingegen im geforderten Bereich, besitzt die Parabel beim Scheitelpunkt R_m einen

Winkel von 45° ⁴. Jedoch ist hier ebenfalls die Zugfestigkeit als Abszissenschnittpunkt zugrunde gelegt und somit ein Festigkeitswert aus der Statik. Es wird folglich angenommen, dass sich dieser Festigkeitswert über die Belastungsgeschichte nicht verändert, obwohl beispielsweise Entfestigung und Verfestigung die Festigkeit wesentlich beeinflussen können (siehe Kapitel 2.4).

Daher wurde in [MER88] und [MH93] eine verallgemeinerte quadratische Beschreibung der Dauerfestigkeitslinie vorgestellt.

$$\frac{\sigma_{vm}}{R_m^*} = \frac{2}{b} \left(1 - \frac{\sigma_A}{\sigma_W}\right) - \frac{2-b}{b} \left(1 - \frac{\sigma_A}{\sigma_W}\right)^2 \quad (2.6)$$

Hierbei können die Parameter b und die fiktive Zugfestigkeit R_m^* an Versuchsergebnisse angepasst werden.

Durch die Forderung nach einem 45° -Winkel am Abszissenschnittpunkt müssen für die Parameter b und R_m^* die Beziehungen

$$\begin{aligned} b &= \frac{2(1+2M)}{2+2M-M^2} \\ R_m^* &= \frac{1+2M}{M \cdot (2+M)} \cdot \sigma_W \end{aligned} \quad (2.7)$$

gelten.

Mit der Einführung einer Abkürzung

$$Q = \frac{\sigma_W}{R_m^*} = \frac{M \cdot (2+M)}{1+2M} = \frac{4 \cdot \left(\frac{\sigma_W}{\sigma_{Schw}}\right)^2 - 1}{4 \cdot \frac{\sigma_W}{\sigma_{Schw}} - 1} \quad (2.8)$$

kann Gl. (2.6) umgestellt werden zu:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_W} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 4 \cdot (1-Q) \cdot \left(1 - Q \cdot \frac{\sigma_{vm}}{\sigma_W}\right)}}{2 \cdot (1-Q)} \quad (2.9)$$

Für ein vorhandenes Spannungsverhältnis R wird Gl. (2.9) umgeformt zu

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_W} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + (1-Q) \cdot (1-R)^2}}{(1-Q) \cdot (1-R)} \quad (2.10)$$

Dabei ist jedoch zu beachten, dass das hier verwendete Spannungsverhältnis R nur für schwingende Zug-Druckbeanspruchungen gilt.

Dennoch besitzt die Ansatzfunktion Gl. (2.10) für die Dauerfestigkeitslinie eine vielseitige Anwendungsmöglichkeit für semispröde und duktile Werkstoffe.

Eine weitere mögliche Variante ist, die Dauerfestigkeitslinie in verschiedene Bereiche der Mittelspannungsempfindlichkeit zu unterteilen, wie es beispielsweise die FKM-Richtlinie [FKM12] empfiehlt.

In der Regel wird beim Haighschaubild noch eine statische Festigkeitsgrenze berücksichtigt, welche die maximal zulässigen Dehnungen definiert. Dies ist eine konservative Vorgehensweise, wie Hahn [HAH95] sie beispielsweise aus Versuchsergebnissen von Beste [BES81] gezeigt hat.

⁴bei gleicher Achsenskalierung

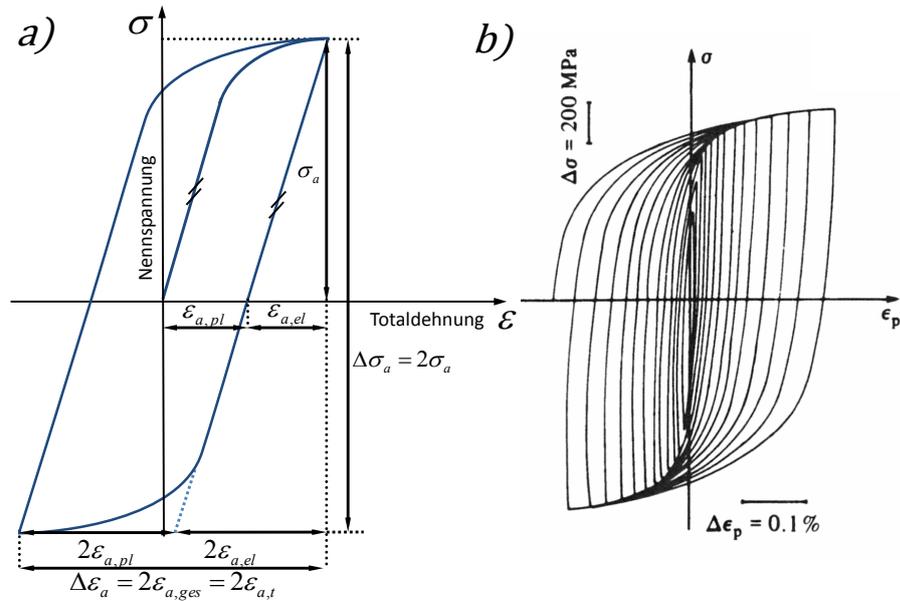


Abbildung 2.5: a) Zyklische Spannungs-Dehnungskurve b) Hysteresen im Incremental-Step-Test, 316L Stahl, austenitisch, rostfrei [LC02]

2.4 Zeitfestigkeit von homogen beanspruchten Bauteilen

Von Zeitfestigkeit wird gesprochen, sobald eine vorhandene zyklische Beanspruchung dazu führt, dass ein Versagen vor Erreichen der Dauerfestigkeitsgrenze eintritt. Dementsprechend gehören Lastwechselzahlen bis $5 \cdot 10^6$ Lastwechseln dem Zeitfestigkeitsbereich an. Unterteilt wird der Zeitfestigkeitsbereich in die Kurzzeitfestigkeit⁵ und in die Zeitfestigkeit⁶ allgemein. Streng genommen gehört die statische Festigkeit zum Lastwechselregime der Kurzzeitfestigkeit, wobei eine Lastwechselzahl von $1/4$ bis $1/2$ anzusetzen ist, sofern auf eine logarithmische Betrachtung verzichtet wird.

2.4.1 Zyklische Spannungs-Dehnungskurve

Abbildung 2.5 a) stellt eine sich ergebende stabilisierte Spannungs-Dehnungshysteresedar, die sich im zyklisch stabilisiertem Zustand befindet. Sie wird häufig auch als zyklische Spannungs-Dehnungskurve bezeichnet und lässt sich beschreiben durch die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_a$ und der dazugehörigen Dehnungsschwingbreite $\Delta\epsilon_a$. Betragsmäßig weicht sie in der Regel von der statischen Spannungs-Dehnungskurve (Zügige Spannungs-Dehnungskurve) ab. Liegen hierbei die gemessenen Spannungsamplituden oberhalb der ermittelten Spannungen aus dem statischen Zugversuch, wird von Verfestigung gesprochen und entsprechend von Entfestigung, sofern die gemessenen Spannungsamplituden unterhalb der zügigen Spannungs-Dehnungskurve liegen. Nur bei zyklisch stabilen Werkstoffen stimmen die zügige und die zyklische Spannungs-Dehnungskurve überein.

Die Hälfte der Spannungsschwingbreite ergibt die anliegende Spannungsamplitude σ_a wohingegen die Hälfte der Dehnungsschwingbreite die Dehnungsamplitude ϵ_a darstellt. Unterteilt wird die Dehnungsamplitude in einen elastischen $\epsilon_{a,el}$ und einen plastischen Anteil $\epsilon_{a,pl}$, wobei die Position der Hysteresekurve abhängig ist von einer

⁵engl. Low Cycle Fatigue, LCF

⁶engl. High Cycle Fatigue, HCF

mitunter vorhandenen Mittelspannung σ_m .

Die hierfür verwendeten Spannungs- und Dehnungsamplituden werden entweder aus spannungs- oder dehnungskontrollierten Versuchen ermittelt, welche prinzipbedingt aufwendiger sind als ein statischer Zugversuch. Der spannungskontrollierte Versuch ist so aufgebaut, dass eine Werkstoffprobe mit einer wechselnden Ausschlagspannung konstanter Amplitude beaufschlagt und die gemessene Dehnung über der Lastspielzahl aufgezeichnet wird. Nach Konvention wird hierbei die halbe Anriss-Schwingspielzahl verwendet und stellt somit ein Mittelwert der Gesamtlebensdauer dar; wobei die Definition des Anrisses nicht klar definiert ist. Dies ist für verschieden große Ausschlagspannungen mit weiteren Werkstoffproben zu wiederholen, damit durch die so entstehenden Umkehrpunkte der einzelnen stabilisierten Hysteresen eine Ausgleichskurve gezogen werden kann, welche die zyklische Spannungs-Dehnungskurve darstellt. Analog stellt sich der dehnungsgesteuerte Versuch dar, nur dass hier mit konstanten Dehnungsamplituden die jeweilige Werkstoffprobe beansprucht und die Spannung über der Lastspielzahl festgehalten wird. Da die Lastspielzahl zwischen Anriss und Bruch hier sehr kurz ausfällt, da die Probe ungekerbt ist, kann hier bis zum Bruch geprüft werden.

Eine weniger zeitlich aufwendige Methode ist der Incremental-Step-Test [LME69] (siehe Abb. 2.5 b), da hierfür nur eine Werkstoffprobe Verwendung findet und nicht bis zum Anriss bzw. Bruch gebracht werden muss. Die Werkstoffprobe wird hierbei mit einer an- und abschwelldenden Dehnungsamplitude beaufschlagt bis sich die ergebenden Hystereseschleifen der aufgetragenen Spannung über der Dehnung stabilisiert haben. Das Ergebnis weicht jedoch leicht von den oben genannten Versuchsergebnissen ab. Daher favorisieren Lemaitre und Chaboche [LC02] einer weitere Variante (siehe Abb. 2.6 a), in der eine Werkstoffprobe mit einer schrittweisen Er-

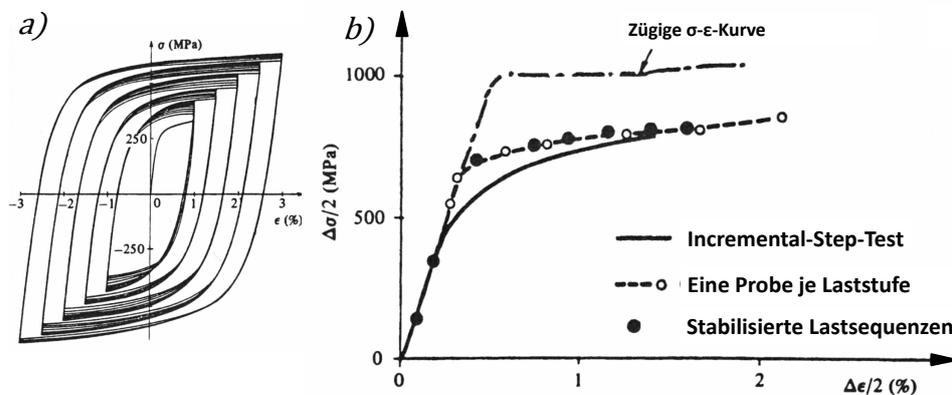


Abbildung 2.6: a) Stabilisierte Hysterese von 316L Stahl bei Lastsequenzen mit Dehnungsintervallen von 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 2%, 3%, b) Ergebnisunterschied der diversen Verfahren, [LC02]

höhung und späteren Verringerung der aufgebrachten Dehnungsamplitude belastet wird, sobald sich die Beanspruchungshysterese jeweils stabilisiert hat. Diese Ergebnisse stimmen mit den obigen Ergebnissen überein (siehe Abb. 2.6 b).

Zur Beschreibung der zyklischen Spannungs-Dehnungskurve hat sich die Formulierung von Ramberg, Osgood [RO43]

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.11)$$

bewährt. Mit dieser aus den drei Werkstoffparametern Verfestigungsexponent n' ,

zyklischer Festigkeitskoeffizient K' und Elastizitätsmodul E bestehende Beziehung können die Spannungen und Dehnungen miteinander verknüpft werden. Durch die Festlegung einer 0,2%-Dehngrenze, analog zur zügigen Spannungs-Dehnungskurve, ist der zyklische Festigkeitskoeffizient substituierbar durch die zyklische 0,2%-Dehngrenze $R'_{p0,2}$. Damit ist Gl. (2.11) übersichtlich in einen elastischen und plastischen Anteil aufzuteilen.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \varepsilon_a = \varepsilon_{a,el} + \varepsilon_{a,pl} = \frac{\sigma_a}{E} + 0,002 \cdot \left(\frac{\sigma_a}{R'_{p0,2}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.12)$$

2.4.2 Spannungs-Wöhlerlinien

Für die Darstellung der Zeitfestigkeit dienen u. a. die sogenannten Spannungs-Wöhlerlinien (siehe Abb. 2.7). In diesem Diagramm wird die dynamische Beanspruchung, bei einem konstanten Spannungsverhältnis R (Gl. (2.1)) und zumeist im doppelt-logarithmischen Maßstab, über der Lastspielzahl aufgetragen. Folglich können sowohl Spannungsamplituden als auch Oberspannungen verwendet und gegebenenfalls bei bekanntem Spannungsverhältnis R umgerechnet werden. Markant ist der Zeitfestigkeitsbereich, der durch die Zeitfestigkeitslinie begrenzt ist und durch die Steigung k und den Eckpunkt der Dauerfestigkeit beschrieben wird. Dieser setzt sich aus einer bekannten Dauerfestigkeitsamplitude σ_D und einer vorher festgelegten Dauerfestigkeitlastspielzahl N_D zusammen. Damit kann beispielsweise die zeitfest ertragbare Spannungsamplitude σ_A mit der Beziehung

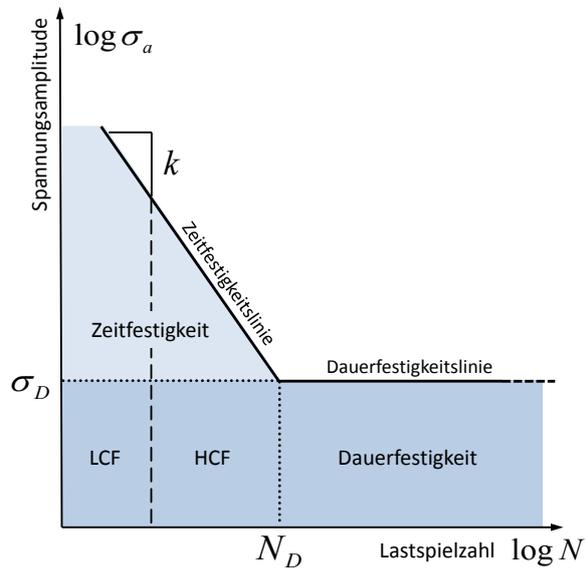


Abbildung 2.7: Spannungswöhlerlinien für $R = -1$

$$\sigma_A = \sigma_D \cdot \left(\frac{N_D}{N} \right)^{\frac{1}{k}} \quad \text{für } N \leq N_D \quad (2.13)$$

bestimmt werden.

Der Dauerfestigkeitsbereich folgt in der Abbildung der Modellvorstellung nach Miner, auch Miner Original genannt. Sie entspricht der These, dass Beanspruchungen unterhalb der Dauerfestigkeitsamplitude keinerlei Schädigung verursachen und es dementsprechend nicht zu einem Versagen kommt. Konträr hierzu existiert die Modellvorstellung, dass jeglicher Beanspruchungsanteil schädigungswirksam ist. Dementsprechend ist keinerlei Dauerfestigkeit vorhanden und die Zeitfestigkeitslinie wird bis zur Abszisse verlängert. Dies entspricht z. B. dem Versagensverhalten von Baustahl in einem korrosiven Medium. Geschieht dies mit der gleichen Steigung k , wird von einer Modellvorstellung nach Miner-Elementar gesprochen. Zwischen diesen beiden extremen Lösungen existieren auch Ansätze mit einer veränderten Steigung unterhalb der Dauerfestigkeitslinie, wie sie beispielsweise in [GGH64] oder [HAI70]

vorgestellt sind und in der Regel für Betriebsfestigkeitsberechnungen verwendet werden, worauf hier nicht weiter eingegangen wird.

2.4.3 Dehnungs-Wöhlerlinien

Im Bereich der Zeitfestigkeit und gerade im Regime der Kurzzeitfestigkeit, in denen die Beanspruchung sich nicht alleine aus elastischen Anteilen zusammensetzt, verliert das Hooke'sche Gesetz seine Gültigkeit und es besteht keine Proportionalität mehr zwischen Spannungen und Dehnungen. Plastische und elastische Anteile lassen sich hier nur über ihre jeweiligen Dehnungsanteile ausdrücken und separieren

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{a,ges} = \varepsilon_{a,el} + \varepsilon_{a,pl} \quad (2.14)$$

Mit jedem einzelnen Lastwechsel kommt es zu einer Akkumulation von plastischen Dehnungsanteilen, die mit der Zeit ein kritisches Maß erreichen kann. Dargestellt wird dies in einem Diagramm (s. Abb. 2.8) für Dehnungs-Wöhlerlinien nach Coffin [COF54], Manson [MAN65] und Morrow [MOR65].

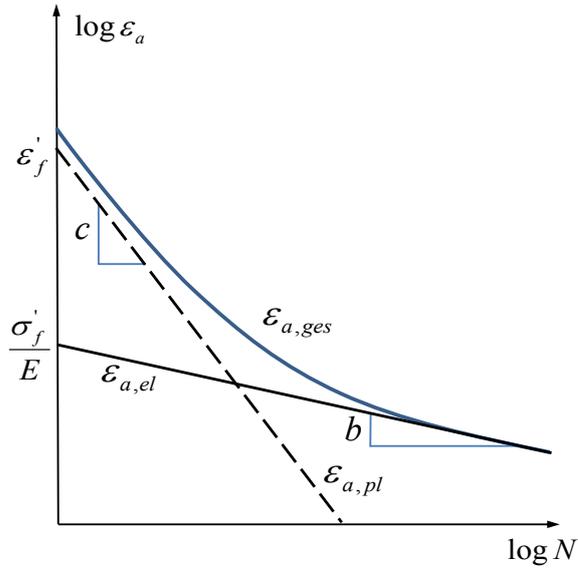


Abbildung 2.8: Dehnungswöhlerlinien für $R = -1$

Dies ist ebenfalls wie die Spannungs-Wöhlerlinien doppelt logarithmisch aufgetragen und zeigt in diesem Fall die zusammengesetzte Dehnungsamplitude⁷ $\varepsilon_{a,ges}$ über der ertragbaren Lastspielzahl N . Hierbei besteht die zusammengesetzte Dehnungsamplitude aus den zwei Geraden der elastischen Dehnungsamplitude

$$\varepsilon_{a,el} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N)^b \quad \text{und} \quad \varepsilon_{a,pl} = \varepsilon'_f \cdot (2N)^c \quad (2.15)$$

der plastischen Dehnungsamplitude. Wobei σ'_f und ε'_f die zyklische Fließgrenze bzw. Dehngrenze aus der zyklischen Spannungs-Dehnungskurve darstellen und die Exponenten b und c Werkstoffparameter sind.

Beide Wöhlerliniendiagramme lassen sich ineinander überführen. Dazu ist der elastische Dehnungsanteil aus Gl. (2.15) nach Coffin-Manson und Gl. (2.11) mit der Gl. (2.13) zu vergleichen, was zur Beziehung

$$b = -\frac{1}{k} \quad (2.16)$$

führt.

Weiterhin kann durch Ersetzen von $2N$ aus Gl. (2.15) eingesetzt in Gl. (2.14) durch den elastischen Anteil von Gl. (2.15) und anschließendem Vergleich mit Gl. (2.11)

⁷Aufgrund des logarithmischen Maßstabes wird häufig die zusammengesetzte Dehnungsamplitude als tangierende Kurve an die plastische Dehnungsamplitude angetragen.

auf die Zusammenhänge von

$$n' = \frac{b}{c} \quad \text{und} \quad K' = \frac{\sigma_f'}{(\varepsilon_f')^{\frac{b}{c}}} \quad (2.17)$$

geschlossen werden.

2.4.4 Mittelspannungsbedingter Schädigungsparameter

Die bisherigen Ausführungen zur Beschreibung der Zeitfestigkeit mit Hilfe der Spannungswöhlerlinien als auch nach den Dehnungswöhlerlinien gelten nur für rein wechselnde Beanspruchungen. Bei vorhandener Mittelspannung muss jedoch ein Schädigungsparameter gebildet werden, der den Einfluss der Mittelspannung auf die ertragbare Lastwechselzahl adäquat abbildet. Hier hat der Schädigungsparameter P_{SWT} nach Smith, Watson und Topper eine weite Verbreitung gefunden.

Liegen keine Versuchsergebnisse vor, kann durch die Gleichungen der Dehnungswöhlerlinien (Gl. (2.15) bzw. Gl. (2.12)) eine Art Schadenswöhlerlinie $P_{\text{SWT,zul}}$ konstruiert werden.

$$P_{\text{SWT,zul}} = \sqrt{\sigma_a \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad (2.18)$$

Diese Schädigungsparameterkurve, aufgetragen über der Lastwechselzahl, dient folglich zum Vergleich mit einem vorhandenen mittelspannungsbehafteten Schädigungsparameter. Der Mittelspannungseinfluss wird hierbei durch die Oberspannung ausgedrückt.

$$P_{\text{SWT,vorh}} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad (2.19)$$

In [HAI06] wird u. a. aufgezeigt, dass der Schädigungsparameter P_{SWT} nur bis Mittelspannungsempfindlichkeiten bis $M = 0,4$ adäquat darstellen kann, jedoch bei höheren Mittelspannungsempfindlichkeiten zur unsicheren Seite tendiert. Aus diesem Grund gibt es diverse Vorschläge ([HL76],[HAN81], [BER83], [HEI83], [VOR89], [KR13]) für neue Schädigungsparameter.

2.4.5 Zeitfestigkeit im Haighschaubild

Im Haighschaubild, welches klassischerweise für die Dauerfestigkeitsberechnung unter Berücksichtigung der Mittelspannung Verwendung findet, ist der Zeitfestigkeitsbereich ebenfalls abgebildet. Parallel zur Dauerfestigkeitslinie, außerhalb des dauerfesten Bereiches, befinden sich Linienscharen gleicher Zeitfestigkeiten.

Zur Beschreibung der Dauerfestigkeitslinie nach [HAH95] dienen nach Gl. (2.9) der Parameter Q und die Wechselfestigkeit σ_W . Analog sollen somit für den Zeitfestigkeitsbereich die Parameter Q_N und σ_{WN} gelten.

Somit ergibt sich für σ_{WN} unter einem rein wechselnden Spannungsverhältnis $R = -1$

$$\sigma_{WN} = \sigma_W \cdot \left(\frac{N_D}{N}\right)^{\frac{1}{k}} \quad (2.20)$$

aus der Wöhler-Beziehung Gl. (2.13).

Der Abszissenschnittpunkt sei dementsprechend bei $R_m^* = \sigma_{WN}/Q_N$ anzusetzen. Unter der Voraussetzung, dass für diesen Quotienten die Wöhlergleichung Gl. (2.13) gilt, kann diese Beziehung mit der noch unbekanntem Steigung k' formuliert werden zu:

$$\frac{\sigma_{WN}}{Q_N} = \frac{\sigma_W}{Q} = \left(\frac{N_D}{N}\right)^{\frac{1}{k'}} \quad (2.21)$$

Wird die Gleichung (2.20) durch Gl. (2.21) dividiert, ergibt sich für den Parabelparameter der Zeitfestigkeitslinie

$$Q_N = Q \cdot \left(\frac{N_D}{N} \right)^{\frac{1}{k_Q}} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{k_Q} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \quad . \quad (2.22)$$

Aufgrund Gl. (2.8) ist zu erkennen, dass der Parameter Q von der Mittelspannungsempfindlichkeit abhängig ist. Für den Bereich der Zeitfestigkeit erfolgt die Formulierung somit analog zu

$$Q_N = \frac{M_N \cdot (2 + M_N)}{1 + 2 \cdot M_N} \quad . \quad (2.23)$$

M_N ist hierbei der lastwechselzahlabhängige Mittelspannungseinfluss, welcher sinnfälliger Weise im Bereich der Dauerfestigkeit den Wert $M_N = M$ annimmt. Beim Zugversuch $N = 1/2$ hingegen, bei dem eine beliebige Aufteilung in ruhende und schwingende Anteile erfolgen kann, nimmt die Mittelspannungsempfindlichkeit den Wert $M_N = 1$ an. Dadurch ist der Parameter k_Q mit

$$k_Q = \frac{\log(2N_D)}{\log\left(\frac{1}{Q}\right)} = -\frac{\log(2N_D)}{\log Q} \quad (2.24)$$

zu bestimmen. Für Stahlwerkstoffe zeigt dieser Ansatz eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen.

2.5 Grundlagen des Spannungszustands

Im allgemeinen Fall kann der Spannungszustand eines würfelförmigen Volumenelements (siehe Abb. 2.9) in Form eines zeitabhängigen Tensors \underline{S} angegeben werden

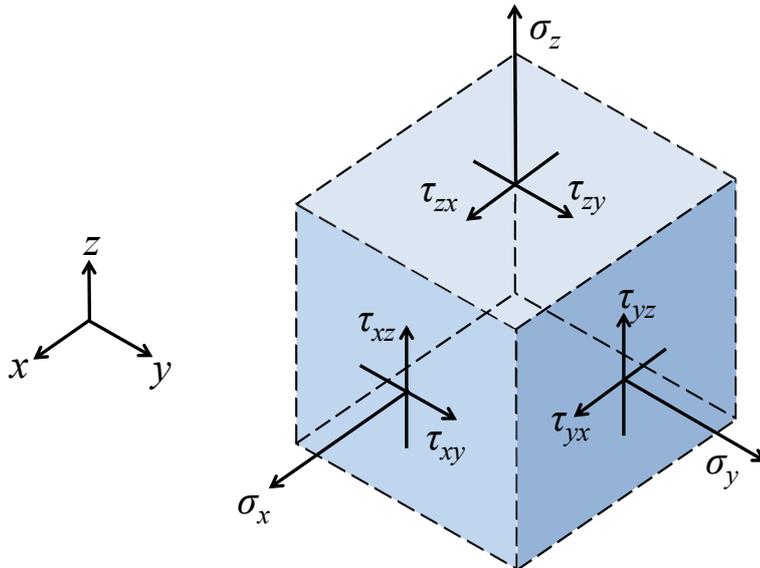


Abbildung 2.9: Würfelement mit räumlichen Spannungskomponenten

[IRH03].

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Dieser besteht aus drei Normalspannungen und sechs Schubspannungen, wobei die Schubspannungen die drei zugeordneten Paare

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy}\end{aligned}\tag{2.26}$$

ergeben. Bei einem Wechsel des vorhandenen Koordinatensystems kommt es zu einer Veränderung dieser Spannungskomponenten. Sie sind folglich nicht invariant. Jedoch ist es durch eine Hauptachsentransformation möglich, eine Koordinatenorientierung zu finden, in denen die zugeordneten Schubspannungen verschwinden und nur die Normalspannungen im Spannungstensor verbleiben. Diese werden sodann als Hauptspannungen bezeichnet und können mit Spannungszuständen in beliebigen Bezugssystemen verglichen werden.

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}\tag{2.27}$$

Neben dem Hauptspannungszustand existieren ebenfalls noch die Grundinvarianten des allgemeinen Spannungstensors \underline{S} , welche gegenüber einer Veränderung des Koordinatensystems eine invariante Charakteristik aufweisen. Sie können sowohl in den Komponenten des jeweiligen Bezugssystems (anhand Gl. (2.25))

$$\begin{aligned}I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \text{Spur}(\underline{S}) \\ I_2 &= \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_x \cdot \sigma_z + \sigma_y \cdot \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2 \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \det \underline{S}\end{aligned}\tag{2.28}$$

oder mit Hilfe der Hauptspannungen (siehe Gl. (2.27)) ausgedrückt werden

$$\begin{aligned}I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1 \\ I_3 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3\end{aligned}\tag{2.29}$$

Technisch relevant ist zumeist der Ebene Spannungszustand (ESZ), der sich an einer lastfreien Oberfläche einstellt, wodurch sich $\sigma_3 = 0$ ergibt. Hierdurch reduziert sich der Spannungstensor \underline{S} auf eine 2×2 -Matrix, da die Komponenten $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ verschwinden bzw. die dritte Hauptspannungskomponente σ_3 ebenfalls zu Null degeneriert.

Somit verbleiben ebenfalls nur die zwei Invarianten

$$\begin{aligned}I_1 &= \sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 \\ I_2 &= \sigma_x \cdot \sigma_y - \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \cdot \sigma_2\end{aligned}\tag{2.30}$$

Verändert sich die Lage des verwendeten Koordinatensystems um den Winkel φ (siehe Abb. 2.10), ergeben sich aufgrund des vorgegebenen Koordinatensystems die Spannungskomponenten zu:

$$\begin{aligned}\sigma'_x &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos(2\varphi) + \tau_{xy} \cdot \sin(2\varphi) \\ \sigma'_y &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos(2\varphi) - \tau_{xy} \cdot \sin(2\varphi) \\ \tau'_{xy} &= -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin(2\varphi) + \tau_{xy} \cdot \cos(2\varphi)\end{aligned}\tag{2.31}$$

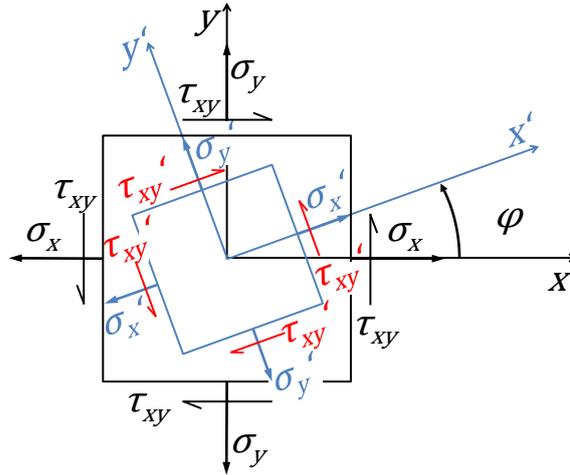


Abbildung 2.10: Beliebigem Drehung des Koordinatensystems im ESZ

Diese Spannungskomponenten eingesetzt in Gl.(2.30) zeigen somit

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y = \sigma'_x + \sigma'_y \\ I_2 &= \sigma_x \cdot \sigma_y - \tau_{xy}^2 = \sigma'_x \cdot \sigma'_y - \tau_{xy}'^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

die Unabhängigkeit dieser Invarianten gegenüber einem Koordinatenwechsel.

2.5.1 Mohrscher Spannungskreis

Der Spannungszustand bzw. der Spannungstensor kann mithilfe des Mohrschen Kreises übersichtlich dargestellt werden (siehe Abb. 2.11). Hierzu werden aus den vor-

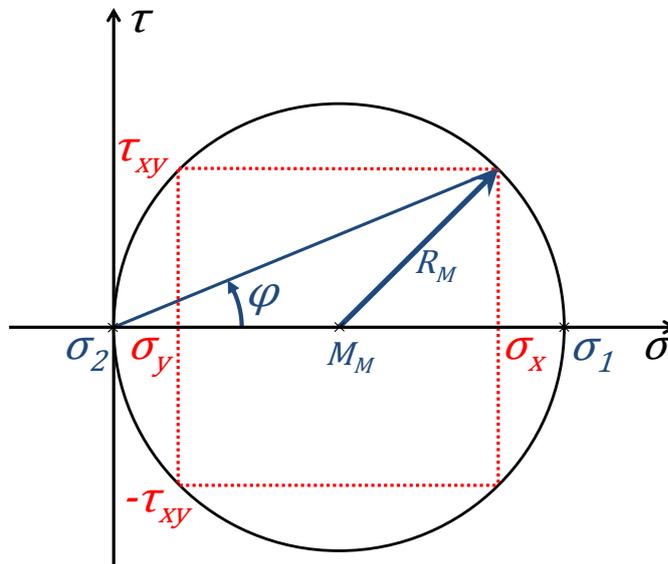


Abbildung 2.11: Mohrscher Spannungskreis im ESZ

handenen Spannungskomponenten der Radius R_M und der Mittelpunkt M_M des Mohrschen Kreises bestimmt. Für den Ebenen Spannungszustand gelten hierfür die formalen Zusammenhänge:

$$M_M = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (2.33)$$

$$R_M = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \equiv \sqrt{\Delta\sigma^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (2.34)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \text{atan} \left(\frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad (2.35)$$

Der Hauptachsenwinkel φ zeigt ebenfalls anschaulich, wie der vorhandene Span-

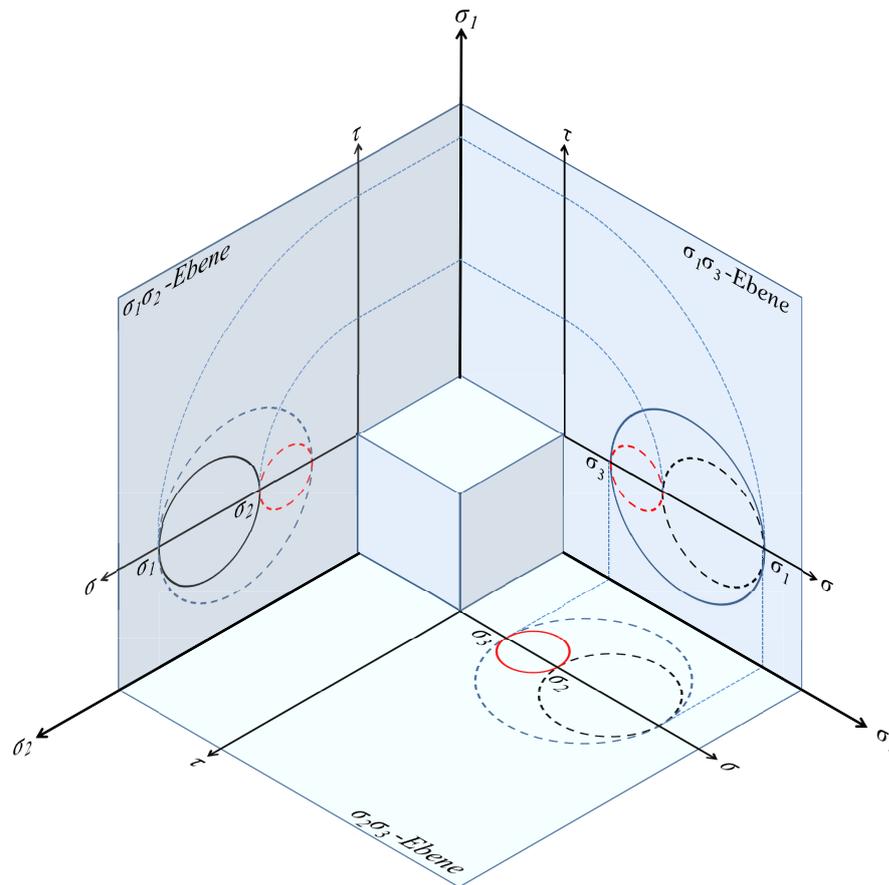


Abbildung 2.12: Mohrsche Kreise des Allgemeinen Spannungszustands (nach [WD76])

nungszustand im Bezug zum Hauptspannungszustand steht.

Der Allgemeine Spannungszustand ist ebenfalls durch die Mohrschen Kreise darstellbar, indem alle Hauptspannungen in einer Ebene aufgetragen sind. Diese Projektionsebene kann als Mohrsche Spannungsebene bezeichnet werden. Aufgeklappt repräsentieren die einzelnen Mohrschen Kreise den Spannungszustand in ihrer jeweiligen Ebene (siehe Abb. 2.12 [durchgezogene Kreislinien]).

2.6 Festigkeitshypothesen für mehrachsige quasistatische Beanspruchungen

Fast immer treten in der Praxis beliebig mehrachsige Beanspruchungszustände auf, welche einer Festigkeitsbewertung unterzogen werden sollen. Diese sind nicht generell mit statischen Werkstoffkennwerten alleine zu vergleichen. In diesem Fall ist es sinnvoll, die vorhandenen mehrachsigen Spannungen in eine äquivalente einachsige

Spannung, der sogenannten Vergleichsspannung zu überführen. Hierzu dienen sogenannte Festigkeitshypothesen.

Die Wahl der Festigkeitshypothese ist bedingt durch den Versagensmechanismus. So werden die Festigkeitshypothesen in Gruppen unterteilt, die sprödes Materialverhalten beim Bruch aufzeigen, d. h. ein verformungsfreier Bruch, oder in zähes Bruchverhalten und somit ein verformungsreicher Bruch. Der Sprödbbruch tritt hierbei durch Erreichen einer kritischen Normalspannung oder Dehnung und der zähe Bruch durch eine kritische Schubspannung bzw. Schiebung auf.

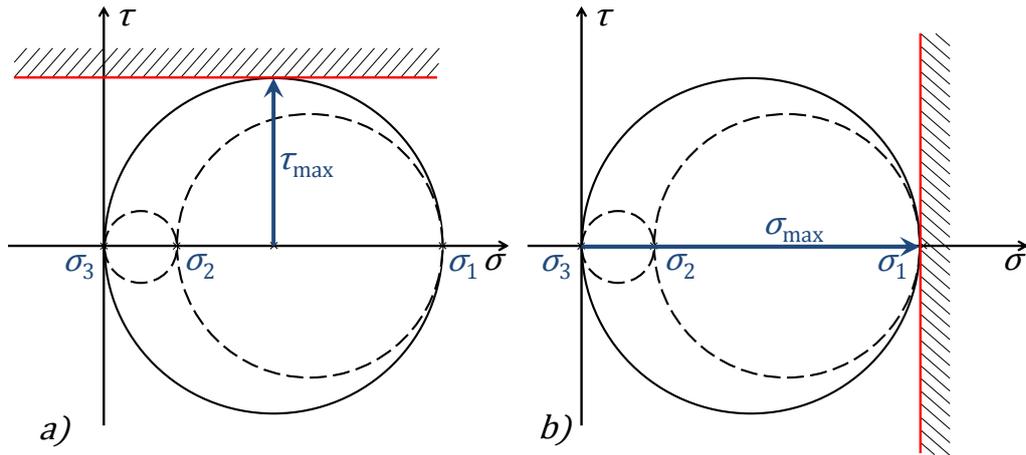


Abbildung 2.13: Versagensgrenzen a) zähes Materialverhalten b) sprödes Materialverhalten

Daraus lässt sich unmittelbar die Schubspannungshypothese (SH) (Abb.: 2.13 a)) für duktilen Materialverhalten beim Versagen und die Normalspannungshypothese (NH) (Abb.: 2.13 b)) für sprödes Materialverhalten beim Versagen ableiten.

Eine weitere wichtige Festigkeitshypothese ist die von Mises Hypothese (vMH), die im deutschsprachigen Raum häufig als Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) bezeichnet wird. Die vMH stellt eine mathematische Beschreibung für den Fließbeginn dar, die aus der zweiten Invarianten des Spannungsdeviators besteht. Daraus folgt die Interpretation der GEH. Beide sind formal identisch, wobei die GEH physikalisch im linear elastischen Bereich beschränkt ist, während die vMH ebenfalls im plastischen Bereich nutzbar ist. Dadurch eignet sich die vMH bzw. die GEH ebenfalls für die Bewertung duktiler Werkstoffe, wobei sie weniger konservativ ist als die Schubspannungshypothese.

Die einzelnen Versagenshypothesen für den ESZ lauten folglich:

Von Mises Vergleichsspannungshypothese bzw. GEH

$$\sigma_{v,vM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2} = \sqrt{I_1^2 - 3 \cdot I_2} \quad (2.36)$$

Normalspannungshypothese (NH)

$$\sigma_{v,NH} = \frac{1}{2} \left(\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2} \right) = \frac{1}{2} \left(I_1 + \sqrt{I_1^2 - 4 \cdot I_2} \right) \quad (2.37)$$

Schubspannungshypothese (SH)

$$\sigma_{v,SH} = \max(-\sigma_2, \sigma_1 - \sigma_2, \sigma_1) = \begin{cases} \sigma_2 & = \frac{1}{2} \left(I_1 - \sqrt{I_1^2 - 4I_2} \right) & \sigma_2 < \sigma_1 < 0 \\ \sigma_1 - \sigma_2 & = \sqrt{I_1^2 - 4I_2} & \sigma_2 < 0 < \sigma_1 \\ \sigma_1 & = \frac{1}{2} \left(I_1 + \sqrt{I_1^2 - 4I_2} \right) & 0 < \sigma_2 < \sigma_1 \end{cases} \quad (2.38)$$

Wie zu erkennen ist, benötigt die Schubspannungshypothese eine Vielzahl an Fallunterscheidungen, was ihre Anwendung bei einem komplexen Beanspruchungsgeschehen erschwert.

2.7 Vergleichsspannung für proportionale schwingende Beanspruchungen

Der schwingende Anteil einer dynamischen Beanspruchung besteht aus einem Amplitudenanteil und einer Zeitfunktion. Treten mehrere Beanspruchungskomponenten zeitgleich auf, mit identischer Zeitfunktion, wird von proportionalen Beanspruchungen gesprochen, wobei dem Amplitudenanteil ggfs. bei gegenphasigen Schwingbeanspruchungen der Komponenten ein Vorzeichen zugeordnet werden muss (Beispiel: Gegephasigkeit zw. mehrachsiger Zug- u. Druckbeanspruchung).

Solche schwingenden Beanspruchungszustände sind mit den im vorangegangenen Kapitel 2.6 genannten Festigkeitshypothesen bewertbar, verursachen jedoch Probleme.

Ursächlich ist die Konvention der arithmetischen Ordnung der Hauptspannungen ($\sigma_1^o > \sigma_2^o > \sigma_3^o$)⁸. Gerade bei Verwendung von FEM bzw. BEM, die ein Schwinggeschehen auch in Teilschritten ausgeben kann, kann es in diversen Teilschritten der Wiederholperiode zu einer Neuordnung der Hauptspannung kommen. Bei Betrachtung des alleinigen Amplitudengeschehens tritt dieses Problem in den Hintergrund, wobei jedoch die Vorzeichenfrage bei der Bestimmung der Vergleichsspannung in den Vordergrund rückt. Diese Problemstellungen werden im folgendem Kapitel an diversen Stellen aufgezeigt, jedoch in Kapitel 3 weiter vertieft und eine Lösung für eine prozessabhängige Vorzeichenfunktion vorgestellt.

2.7.1 Vergleichsspannung unter einrequent, synchron wechselnder Beanspruchungen

Für schwingende Beanspruchungen, welche in der Praxis in der Regel auftreten, setzt sich der Spannungstensor \underline{S} aus ruhenden als auch aus schwingenden Anteilen zusammen.

$$\underline{S}(t) = \underline{S}_a(t) + \underline{S}_m \equiv \underline{S}_o(t) \quad (2.39)$$

Im Folgenden werden nur deterministische Belastungen in Form von periodischen Zeitfunktionen betrachtet und somit keine stochastischen Zeitfunktionen. Diese gehören in der Regel zu Betriebsfestigkeitsberechnungen, die hier nicht thematisiert

⁸Im Falle der Verwendung der konventionellen Ordnung (um z. B. Zug- von Druckspannungen zu unterscheiden) oder um anzuzeigen, dass Spannungskomponenten aus einem beliebigen vorgegebenen Koordinatensystem entstammen, werden diese mit einem ^o gekennzeichnet. Letzteres wird jedoch nur verwendet, um zwischen verschiedenen Koordinatensystemen zu unterscheiden und wird daher im Folgenden weggelassen. Des Weiteren soll die Sortierung der Hauptspannungen über den Querschnitt beibehalten werden, wobei die Festlegung an der Oberfläche zu geschehen hat.

werden.

Demzufolge besitzen synchrone Komponenten $\sigma_{ij}(t)$ ($i, j = x, y$) des Spannungstensors eine zeitlich unabhängige Mittelspannung σ_{ijm} , eine Eigenkreisfrequenz ω , eine Amplitude σ_{ija} , ein Frequenzverhältnis λ , eine mögliche Phasenverschiebung δ_{ij} und lassen sich beispielsweise mit einer Fourier-Analyse bestimmen.

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ijm} + \sum_{\lambda=1}^n \left[\sigma_{ija} \cdot \sin(\lambda\omega t - \delta_{ij}) \right] \quad (2.40)$$

Für die synchronen Beanspruchungen $\lambda = 1$ ergeben sich für die rein wechselnden Spannungskomponenten die veränderlichen Spannungszeitfunktionen

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= \sigma_{xa} \cdot \sin(\omega t) \\ \sigma_y(t) &= \sigma_{ya} \cdot \sin(\omega t) \\ \tau_{xy}(t) &= \tau_{xya} \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (2.41)$$

mit identischer Zeitfunktion.

Die dazugehörigen Invarianten lassen sich analog zu Gl. (2.30) ermitteln, was zu

$$\begin{aligned} I_1(t) &= \sigma_x(t) + \sigma_y(t) \\ I_2(t) &= \sigma_x(t) \cdot \sigma_y(t) - \tau_{xy}^2(t) \end{aligned} \quad (2.42)$$

führt.

Durch die Quadrierung verliert die Zeitfunktion der zweiten Invariante ihre Vorzeichenfunktion, weshalb ein Vorzeichen für den Amplitudenanteil gerechtfertigt ist. Dadurch ergibt sich, dass die zweite Invariante der dazugehörigen Invariantenamplituden

$$\begin{aligned} I_{1a} &= \sigma_{xa} + \sigma_{ya} \\ I_{2a} &= \sigma_{xa} \cdot \sigma_{ya} - \tau_{xya}^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

bei Gegenphasigkeit der Normalspannungsamplituden negativ werden kann und bei Gleichphasigkeit eine positive Invariantenamplitude resultiert.

Die Vergleichsspannungsamplitude einer einrequenten, nicht phasenverschobenen, rein wechselnden Beanspruchung kann analog nach Gl. (2.36) die von Mises-Hypothese ermittelt werden.

$$\sigma_{va,vM} = \sqrt{I_{1a}^2 - 3 \cdot I_{2a}} \quad (2.44)$$

In [MER88] hat Mertens eine Vergleichsspannung für synchrone Beanspruchungen bei Dauerfestigkeit

$$\sigma_{va} = \sqrt{I_{1a}^2 - k_a^2 \cdot I_{2a}} = \sqrt{(\sigma_{xa} + \sigma_{ya})^2 - k_a^2 \cdot (\sigma_{xa}\sigma_{ya} - \tau_{xya}^2)} \quad (2.45)$$

vorge stellt. In dieser stellt der Werkstoffparameter k_a den Quotienten aus der Zug-Druck-Wechselfestigkeit σ_W und der Torsionswechselfestigkeit τ_W bei Dauerfestigkeits dar

$$k_a = \frac{\sigma_W}{\tau_W} \quad (2.46)$$

Hierbei ist zu erkennen, dass sich für Werkstoffe mit $k_a^2 = 3$ die Gl. (2.45) zur Vergleichsspannung nach von Mises modifiziert. Außerdem wird ersichtlich, dass selbst vorzeichenbehaftete Amplitudenanteile, durch das Quadrieren und Wurzelziehen innerhalb der Vergleichsspannung, ihr Vorzeichen der Vergleichsspannung nicht zur

Verfügung stellen können. Eine Vergleichsspannungsfunktion benötigt folglich eine eigene Vorzeichenfunktion, die bei allg. Betriebsfestigkeitsfällen immer wichtiger wird, um mit ihr eine Klassierung der Spannungskollektive durchführen zu können. Sie kann nicht aus einem einzelnen Spannungszustand gewonnen werden, was allein durch Betrachtung von Gl. (2.40) ersichtlich ist, sondern muss aus einer Beobachtung der Spannungszustände der gesamten Wiederholperiode des Schwingungsprozesses entstehen.

Weiterhin entspricht k_a dem Kehrwert des Schubwechselfestigkeitsfaktors $f_{W,\tau}$ aus der FKM-Richtlinie [FKM12] und wird im Kapitel 3.2.2 auf Seite 53 näher vorgestellt.

Im Zeitfestigkeitsbereich ist in [DIT91] und [HAH95] aufgezeigt worden, dass die zweite Invariante eine andere Gewichtung in Abhängigkeit von der Lastwechsellzahl benötigt. Dementsprechend ist der eingeführte Werkstoffparameter k_a ($k_a = k_{aN}(N_D)$) durch die Zeitfestigkeitsgrößen der Zug-Druck-Wechselfestigkeit σ_{WN} und Torsionswechselfestigkeit τ_{WN} zu beschreiben

$$k_{aN} = k_{aN}(N) = \frac{\sigma_{WN}}{\tau_{WN}} \quad (2.47)$$

und entsprechend zu benennen.

Eine zügige Belastung entspricht einem halben Lastwechsel. Aufgrund der überwiegend plastischen Verformung kann mit

$$k_{aN} \Big|_{N=1/2} = \sqrt{3} \quad (2.48)$$

die von Mises Hypothese verwendet werden.

Hinzu kommt, dass für eine in erster Näherung dünnwandigen, rohrförmigen Probekörper unter wechselnder Torsionsbelastung

$$k_{aN} = k_a \cdot \left(\frac{N_D}{N}\right)^{1/k_k} \quad (2.49)$$

analog zu einer Wöhlerlinie gelten soll. Somit ergibt Gl. (2.48) eingesetzt in Gl. (2.49) die Parametersteigung

$$k_k = \frac{\log(2 \cdot N_D)}{\log\left(\frac{\sqrt{3}}{k_a}\right)} \quad (2.50)$$

Dies setzt voraus, dass zyklische Veränderungen des Festigkeitsverhaltens entsprechende Gl. (2.45) verknüpft werden.

Für den Fall einer von Null verschiedenen Mittelspannung ist eine Vergleichsmittelspannung zu bestimmen. Diese können durch die oben erwähnten klassischen Festigkeitshypothesen (Gl. (2.36) - (2.38)) ermittelt werden.

Im Fall des Ebenen Spannungszustands (ESZ) wurde von Mertens [MER88] die Normalspannungshypothese zur Berechnung der wirksamen Mittelspannung empfohlen, da diese Zug- und Druckmittelspannungen unterschiedlich bewertet.

$$\sigma_{vm} = \sigma_{1m} = \frac{1}{2} \left[I_{1m} + \sqrt{I_{1m}^2 - 4 \cdot I_{2m}} \right] \quad \text{für } \sigma_1^o \geq 0 \quad (2.51)$$

Eine positive Vergleichsmittelspannung führt zu geringeren ertragbaren Ausschlagspannungen (siehe Kapitel 2.3). Bei vorhandenen negativen statischen Normalspannungen oder Druckeigenstressungen, bei denen die Vergleichsmittelspannung $\sigma_{vm} <$

0 ist, kann $\sigma_{vm} = 0$ gesetzt werden. Dadurch wird rechnerisch ein rein wechselndes Spannungsverhältnis $R = -1$ bei diesen druckbehafteten Spannungen angenommen, was eine konservative Abschätzung des Einflusses der Druckspannung darstellt. Dieses Vorgehen wurde von [DIT91] und [JAE93] erfolgreich anhand von Versuchsergebnissen bestätigt. Es berücksichtigt jedoch nicht unterschiedlich festigkeitsmindernde Wirkung des Einflusses einer vorhandenen Mittelspannung, welche beispielsweise in eine andere Richtung zeigt als die vorhandene wechselnde Beanspruchung [ELM77]. So wird unterstellt, dass sich die jeweiligen Vergleichsspannungen, bestehend aus statischen und dynamischen Anteilen, sich genauso miteinander verrechnen lassen, wie im einachsigen Belastungsfall. Somit kann es im Einzelfall zu sehr konservativen Ergebnissen kommen, was in [HAH95] aufgegriffen und zur Berechnung einer effektiv wirksamen Vergleichsmittelspannung führte.

$$\sigma_{vm} = \max \left[\sigma_{o,NH}(t) \right] - \max \left[\sigma_{a,NH}(t) \right] \quad (2.52)$$

Sie besteht aus der Differenz der maximalen Ober- und Amplitudenspannung einer Periode, wobei diese zu unterschiedlichen Zeitpunkten auftreten können, wie es beispielsweise auch in anderen Verfahren vollzogen wird ([TAK87], [LUE89], [LIU91]). Die möglicherweise unterschiedlichen Richtungen der Vergleichsober- und -amplitudenspannungen werden hierbei nicht korrigiert, dennoch zeigt diese Vorgehensweise eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen [HAH95].

2.8 Kerben und Werkstoffverhalten

Die Formgebung von Bauteilen ist geprägt durch ihre äußere Belastung und Funktion, soweit ästhetische Aspekte keine Rolle spielen. Diese Formgebung beeinflusst die Kraftflusslinien, die als zutreffende Analogie aus der Strömungslehre herangezogen werden kann. Der Ort, wo diese Kraftflusslinien eine Richtungsumlenkung erfahren und es somit zu einer Verengung der Kraftflusslinien kommt, wird als vom Kerbeinfluss beeinflusst verstanden und als eine kritische Stelle bezeichnet. Dabei spielt es keine Rolle, welche Ursache diese durch Richtungsumlenkung hervorgerufene Kraftflusslinienverengung hat. Sie kann von globaler Ursache sein, wie z. B. konstruktive Kerben (Nuten, Gewinde, Bohrungen etc.) oder von einer mikrostrukturellen Störstelle des Werkstoffs hervorgerufen werden. Dazu zählen z. B. Lunken, Intrusionen bzw. Extrusionen an der Oberfläche, allgemein Oberflächenrauigkeiten oder Korrosionsnarben. Des Weiteren gibt es ebenfalls noch Belastungskerben, die durch örtliche bzw. punktuelle Lastenleitungen entstehen, auf die hier jedoch nicht weiter eingegangen wird.

Kerben, in jeglicher Form, stellen weiterhin den größten Einflussfaktor für den Unterschied zwischen einem Bauteil und einer Werkstoffprobe dar. Bei dieser werden im Idealfall größtmögliche Anstrengungen unternommen, um jeglichen Größeneinfluss zu vermeiden. Dies führt zu Schwierigkeiten für einen aussagefähigen Vergleich, da Bauteile industriell gefertigte Oberfläche besitzen, welche zum Teil andere Rauigkeiten oder mitunter fertigungsbedingte Eigenspannungen aufweisen. Ein weiterer wesentlicher Unterschied besteht in der Größe der Werkstoffproben, die in ihrem Ausmaß um ein Vielfaches kleiner ausfallen können als die auszulegenden Bauteile. Geschuldet ist dies üblicherweise aufgrund der Reduzierung des Versuchsaufwandes.

2.8.1 Kerbeinfluss und Mehrachsigkeit

Wird ein gekerbter Zugstab einachsig belastet (siehe beispielsweise Abb. 2.14 a)), entsteht i. Allg. an der Kerboberfläche ein ebener Spannungszustand, sofern die Oberfläche selber lastfrei ist. Durch die Verengung der Kraftflusslinien (siehe Abb. 2.14 b)) kommt es lokal zu einer Spannungskonzentration, die sich in einer Spannungsspitze in gleicher Belastungsebene auszeichnet und somit die vorhandene Nennspannung S erhöht. Der Abfall der Spannungsspitze zum Bauteilinnern hin wird mit dem Spannungsgradienten beschrieben.

Im Kerbgrund selber führt der Spannungsgradient zu einer Dehnungsbehinderung und aus der äußeren einachsigen Belastung entsteht ein mehrachsiger Spannungszustand. Aus einer einachsigen äußeren Belastung wird somit ein mehrachsiger Beanspruchungszustand im Bauteil. Andersherum ist dies ebenfalls zu beobachten.

Als Maß für den Kerbeinfluss wird die elastisch wirkende Kerbformzahl α_K verwendet oder auch häufig K_t . Definiert wird sie häufig als Quotient aus der maximalen elastischen Kerbspannung (größte Normalspannung σ_1) σ_{max} über der im Kerbquerschnitt vorhandenen Nennspannung ohne Kerbeinfluss.

$$\alpha_K = \frac{\sigma_{max}}{S} = \frac{\hat{\sigma}}{S} \quad \text{bzw. für Torsion} \quad \alpha_K = \frac{\tau_{max}}{T} = \frac{\hat{\tau}}{T} \quad , \quad (2.53)$$

mit der Torsionsnennspannung T .

Sie kann jedoch auch über die sogenannte Bruttospannung S_0 ausgedrückt werden, bei der die Nennspannung über den ungestörten Bauteilquerschnitt berechnet wird, was mitunter z. B. bei Zugstäben mit Querbohrungen praktikabel sein kann.

Die Formzahl ist überwiegend eine geometrische Größe, ist jedoch ebenfalls von der Belastungsart (Zug = z , Biegung = b , Torsion = t) abhängig, so dass gilt: $\alpha_{Kz} > \alpha_{Kb} > \alpha_{Kt}$

Aufgrund des notwendigen Kräftegleichgewichts in der Querschnittsfläche A , bezogen auf die äußere Kraft

$$F = \int_{A_K} \sigma_{max} \cdot dA = S \cdot A_K, \quad (2.54)$$

ergibt sich beispielsweise im Bauteilinnern eine Absenkung der vorhandenen Spannung unterhalb des Nennspannungsniveaus im Kerbquerschnitt A_K .

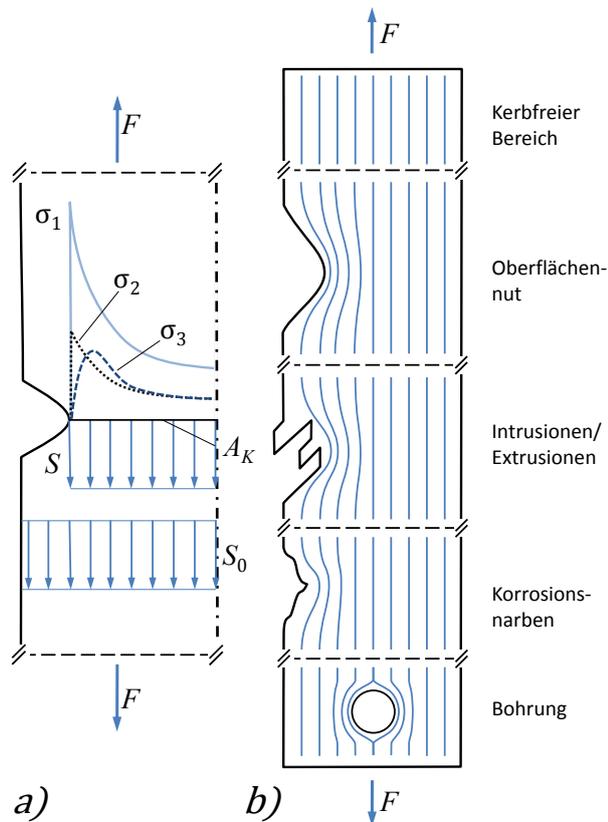


Abbildung 2.14: a): Qualitative Spannungsverteilung eines Zugstabs mit Umlauferkebe; b): exemplarische Auswahl diverser Kerbformen und ihre Auswirkung auf den Kraftfluss

Für einfache Bauteilgeometrien sind in der Vergangenheit auf verschiedenen Wegen, analytisch (z. B. [NEU33], [NEU36], [NEU85]), numerisch (z. B. [RAI84], [HEI84], [RAD88]) als auch experimentell (z. B. [DIE64]), Kerbformzahlen ermittelt und zusammengetragen worden. Die Erkenntnisse daraus sind beispielsweise in der [DIN743] oder [FKM12] in Form von Näherungsformeln oder Diagrammen übersichtlich für den Anwender zusammengestellt.

Die Ermittlung der Kerbformzahl kann sich u. U. als nicht trivial herausstellen, wie es beispielsweise die Abb. 2.15 zeigt. Hier ist der Fall einer unter Schubnennspannung beanspruchten Scheibe mit sehr kleinen Loch dargestellt.

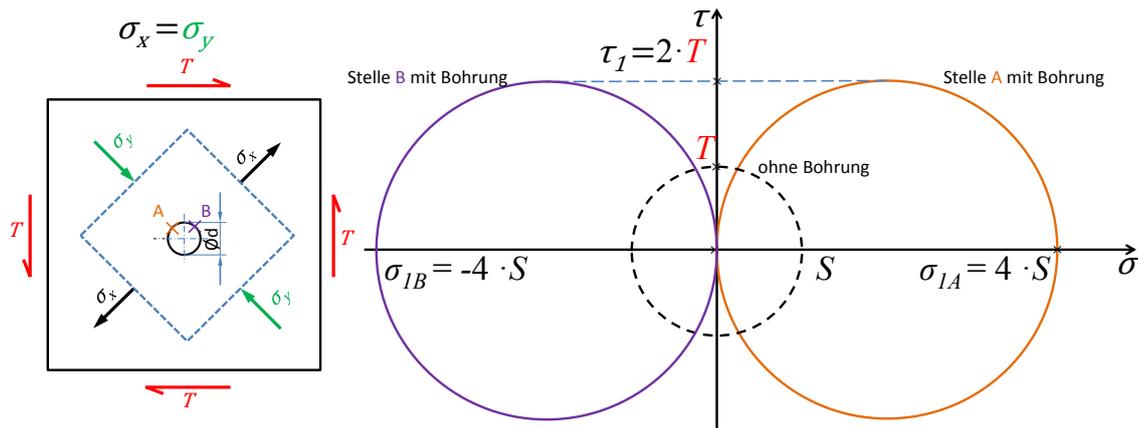


Abbildung 2.15: Darstellung divergierender Kerbformzahlen anhand Mohrscher Kreise am Beispiel einer Scheibe unter äußeren Schubnennspannung T

Dieser kann durch Drehung des verwendeten Koordinatensystems leicht zu einem kombinierten Zug-Druck Lastfall umorganisiert werden. Je nachdem, auf welche Nennspannung nach Gl. (2.53) bezogen wird, kann ein anderer Wert für die Kerbformzahl ermittelt werden. Außerdem müssen in diesem vermeintlich einfachen Fall die Orte, die beschrieben sind, klar voneinander unterschieden werden. So kann für die Stelle A eine Kerbformzahl von $\alpha_K = +4$ ermittelt werden und für die Stelle B eine Kerbformzahl von $\alpha_K = -4$. Wechselt die Beanspruchung dabei noch dynamisch das Vorzeichen, sehen beide Stellen auch jeweils den anderen Wert der Kerbformzahl. Die übrigen Stellen am Rand besitzen entsprechend ebenfalls verschiedenartige Kerbformzahlen, was die Verwendung eines Nennspannungskonzepts erschwert.

Da die Kerbformzahl an der Bauteiloberfläche ermittelt wird, kann die Mehrachsigkeit ebenfalls einen Einfluss auf die Größe der Kerbformzahl besitzen. So ist die maximale Kerbspannung σ_{\max} nicht alleine wirksam, sondern tritt im Verbund mit der Umfangsspannung auf, wenn es sich beispielsweise um eine runde Kerbprobe handelt und nicht um einen flachen Kerbstab. Aus diesem Grund erscheint es befremdlich nur die maximale Kerbspannung als Maß für die Kerbwirkung heranzuziehen und nicht eine sich ergebende Vergleichsspannung. Nachteilig hierbei ist, dass stets die für die Berechnung verwendete Vergleichsspannungshypothese mit anzugeben ist, da sich die resultierenden Kerbformzahlen stark voneinander unterscheiden können.

Dies erweckt den Anschein, als sei die in der Vergangenheit hauptsächlich praktizierte Methode der Kerbformzahlermittlung über die NH als unproblematischer bzw. zweckmäßiger. Problematisch hierbei ist jedoch, dass diese ermittelten Kerbformzahlen, die dem Anwender aus Regelwerken präsentiert werden, hiervon selten der genaue Ort oder die Richtung der Kerbspannungen bekannt ist und eventuell

gleichen Bezugsdurchmessers bei zunehmender Kerbschärfe beobachtet (Siehe Abb. 2.16). Der Fließbeginn erfährt hierbei eine deutliche Veränderung. So degeneriert z. B. die Streckgrenze zur Dehngrenze, die erstmalig von Moser [MOS26] als Begriff eingeführt wurde.

Die Beobachtungen von Ludwik lassen sich anhand eines Schnadtschaubilds kompakt und übersichtlich darstellen (siehe Abb. 2.17). In diesem ist das globale Plastizierungsvermögen Π_{global} über der „Wahren Nennspannung“¹⁰ aufgetragen, bei konstanter Temperatur.

Das globale Plastizierungsvermögen beschreibt die Fließfähigkeit des Gesamtquerschnitts in Abhängigkeit der anliegenden Nennspannung. Für die Beschreibung der Fließfähigkeit eines Ortes im Querschnitt wird das lokale Plastizierungsvermögen Π_{lokal} herangezogen, welcher durch

$$\Pi_{lokal} = \frac{\sigma_{v,vM}}{\sigma_1} = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}}{\sqrt{2} \cdot \sigma_1} \quad (2.55)$$

bestimmt werden kann. Der Kehrwert des lokalen Plastizierungsvermögen bildet die sogenannte Spannungsversprödung

$$\varphi_{lokal} = \frac{1}{\Pi_{lokal}} \quad (2.56)$$

In [HAH95] ist eine formelle Beziehung aus Versuchen von [DIE64] entwickelt worden, welche die Spannungsversprödung am Ort der größten Radialspannung im Kerbquerschnitt angibt. Dieser Punkt wurde von ihm als der Ort angesehen werden, der den Kerbgrund stützt bzw. den Übergang zwischen oberflächennahen Bereich (ESZ) und Bauteilinnern (EDZ) darstellt. Die Spannungsversprödung an dieser Stelle, die treffender als Fließbehinderung zu bezeichnen ist und im Folgenden weiter so genannt wird, war für ihn dementsprechend für die Stützwirkung des gekerbten Bauteils maßgeblich wirksam.

Mechanisch gesehen war für Hahn das bezogene Anstrengungsgefälle χ^* (siehe Gl. (2.62)) ursächlich. Allgemeine Gültigkeit kann damit jedoch nicht erzielt werden, da gekerbte Flachstäbe ebenfalls ein bezogenes Anstrengungsgefälle aufweisen, jedoch keine Fließbehinderung erfahren. Aus diesem Grund wird in Kapitel 3.2.7 eine neue Berechnungsgrundlage vorgestellt.

Bei einem duktilen Werkstoff unter Raumtemperatur existiert ein nach dem elastischen Bereich angrenzender plastischer Bereich, an dessen Ende sich der Bruch des Bauteils einstellt. Ein Versagen des Bauteils kündigt sich entsprechend durch vorhergehende plastische Deformation an. Aus diesem Grund kann dieser Wertebereich unter dem Aspekt der Makroplastizität betrachtet werden. Die vorhandene plastische Reserve wird durch Zunahme der Mehrachsigkeit (Absenkung von Π_{global}) ausgeschöpft bis letztendlich die Fließgrenze mit der Reißfestigkeit¹¹ zusammenfällt und ein ideal-sprödes Bauteilversagen eintreten kann. Ein potentieller Bruch ist dadurch nicht durch vorhergehende plastische Deformation makroskopisch erkennbar. Dementsprechend kann dieser Bereich mit dem Begriff „Kleinbereichsfließen“¹² in

¹⁰Auf den jeweils aktuell vorhandenen Querschnitt bezogene Nennspannung

¹¹Die Reißfestigkeit stellt ein Maß für die Materialkohäsion dar, während die Zugfestigkeit den Gleitwiderstand bei beginnender Einschnürung beschreibt.

¹²engl. small scale yielding

duktilen Grundwerkstoffs zu reduzieren [KOC63]. Die Rissentstehung erfolgt im Innern der Zugprobe, wie es schon Ludwik [LUD28] beschrieben hat (siehe Abb.2.18 b)). Durch die zunehmende Brucheinschnürung und die dadurch zunehmende Mehrachsichtigkeit im Innern kann sich keine große plastische Zone aufbauen, was die Rissbildung begünstigt. Nachdem der innere Bereich spröde versagt hat, folgt der äußere Randbereich, der sich aufgrund des Einflussbereichs des ESZ an der Oberfläche bis zum endgültigen Bruch duktil verformt. Dieses Beispiel zeigt deutlich, dass die Mehrachsichtigkeit einen großen Anteil am Versagensbild ausmacht.

Anhand der Abb. 2.16 ist zu erkennen, dass sich die Spannungs-Dehnungskurve des Werkstoffs aufgrund der Fließbehinderung stark von der Spannungs-Dehnungskurve des gekerbten Bauteils unterscheidet. Dies kann nach [HAH95] leicht formal berücksichtigt werden, indem die Werkstoff-Spannungs-Dehnungskurve mit der Fließbehinderung modifiziert wird (siehe Abb. 2.19).

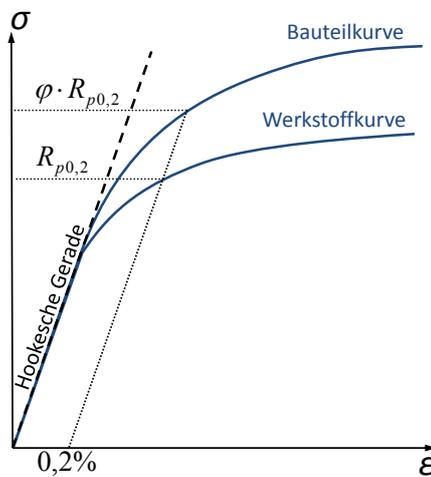


Abbildung 2.19: Einfluss der Fließbehinderung auf die Spannungs-Dehnungskurve (schematisch)

Dementsprechend kann, sofern eine formelle Beschreibung einer Werkstoffkurve vorliegt, wie z. B. die zyklische Spannungs-Dehnungskurve nach Ramberg-Osgood Gl. (2.12), diese mit Hilfe der Fließbehinderung zu einer zyklischen Spannungs-Dehnungskurve des Bauteils modifiziert werden. Die Einordnung der Bauteilkurve zwischen der elastisch steifen Hookeschen Geraden und der im plastischen Bereich wesentlich weniger steifen Werkstoffkurve ist bereits von Buxbaum [BUX92] als notwendig angesehen worden.

2.8.3 Makrostützwirkung durch inhomogene Spannungsverteilung

Ein weiterer wesentlicher Stützwirkungseffekt zeigt sich bei inhomogenen Beanspruchungen im Bauteilquerschnitt, wie sie z. B. bei Biegung oder Torsion auftreten. Idealerweise ist folgend von einem ideal elastisch-plastischen Werkstoff auszugehen. Diese Modellvorstellung ist beispielsweise für einen Stahl mit ausgeprägter Streckgrenze eine gute Näherung. Ein solcher Werkstoff verhält sich unterhalb der Fließgrenze entsprechend nach dem Hookeschen Gesetz linear und folgt ab Erreichen der Fließgrenze ebenfalls einer Geraden, welche horizontal verläuft.

Eine entsprechend ungekerbte Zugprobe erreicht aufgrund der homogenen Beanspruchung in jeder Faser gleichzeitig die Fließgrenze σ_F , wenn die Zugprobe entsprechend

belastet wird.

Bei einer ungekehrten Biegeprobe bildet sich jedoch eine lineare Spannungsverteilung im Querschnitt aus. Somit fließen zuerst die hochbeanspruchten Fasern am Rand, während der restliche Querschnitt nach wie vor elastisch beansprucht ist (siehe Abb. 2.20 a)).

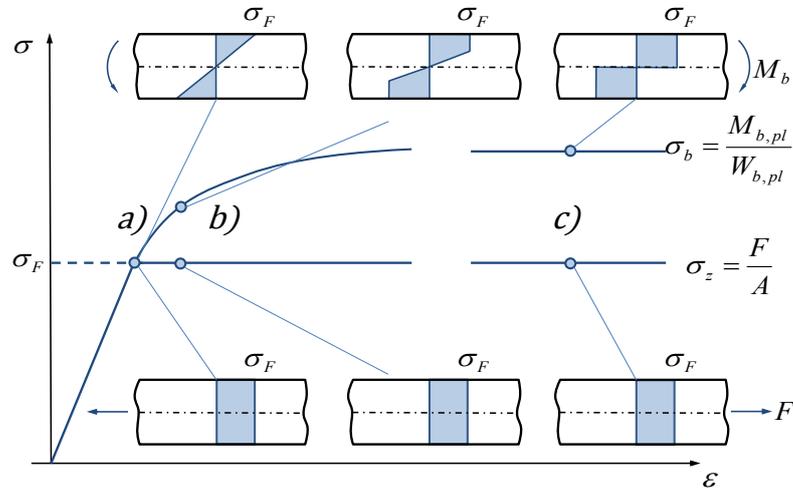


Abbildung 2.20: Fließkurven von glatten Zug- und Biegestäben bei ideal-elastisch-plastischem Werkstoffverhalten nach [WD76])

Bei einer Erhöhung der äußeren Belastung (2.20 b)) kommt es nach Überschreiten von σ_F zu keiner weiteren Erhöhung der Beanspruchungen im plastisch beanspruchten Bereich. Dementsprechend nimmt überall die Dehnung stärker zu als es die äußere Belastung vorgibt und aufgrund des Gleichgewichts mit der äußeren Belastung wird im elastischen Bereich eine überproportional erhöhte Spannung aufgenommen. Somit trägt und stützt der elastische Bereich die plastische Zone und bewirkt dadurch eine Erhöhung der Belastbarkeit über den rein elastischen Zustand hinaus. Begrenzt ist dies durch Erreichen eines vollplastifizierten Querschnittes (2.20 c)). Die Erhöhung der Belastbarkeit eines solchen Querschnittes gegenüber eines bis zur Fließgrenze rein elastisch beanspruchten Querschnittes wird für grundlegende Beanspruchungsarten und Querschnittsformen mit dem plastischen Formbeiwert $\bar{\alpha}$ beschrieben (siehe z. B. Tab. 1).

Er ist entsprechend belastungsart- und querschnittsformabhängig und folglich für Zugbeanspruchung $\bar{\alpha}_z = 1$, da aufgrund der homogenen Spannungsverteilung keinerlei Stützwirkung resultiert. Für biegebelastete, symmetrische Querschnitte lässt sich der plastische Formbeiwert bei symmetrischer Höhe $2a$ aus dem Quotienten des plastischen und elastischen Biegemomentes errechnen.

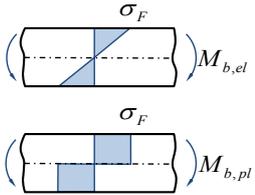
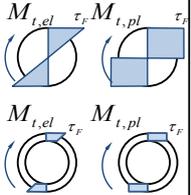
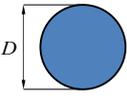
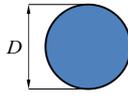
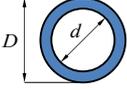
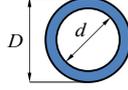
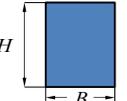
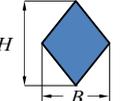
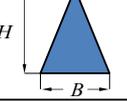
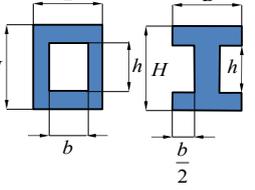
$$\bar{\alpha}_b = \frac{M_{b,pl}}{M_{b,el}} = \frac{\int \sigma_F \cdot y \, dA}{\int \sigma_F \cdot \frac{y^2}{a} \, dA} = \frac{\int y \, dA}{\int \frac{y^2}{a} \, dA} \quad (2.57)$$

Analog ist dies auch für kreisförmige Querschnitte mit dem Durchmesser $2a$ für Torsion beschreibbar.

$$\bar{\alpha}_t = \frac{M_{t,pl}}{M_{t,el}} = \dots = \frac{\int r^2 \, d\phi dr}{\int \frac{r^3}{a} \, d\phi dr} \quad (2.58)$$

Mit Hilfe der plastischen Formzahl kann die plastische Nennspannung ermittelt werden, die bei inhomogener elastischer Spannungsverteilung dem Niveau einer homo-

Tabelle 1: Plastische Formbeiwerte für diverse Querschnitte nach [WD76]

	$\bar{\alpha}_b = \frac{M_{b,pl}}{M_{b,el}}$		$\bar{\alpha}_t = \frac{M_{t,pl}}{M_{t,el}}$
	$\approx 1,7$		$\frac{4}{3}$
	$\frac{16}{3\pi} \frac{1 - (d/D)^3}{1 - (d/D)^4}$		$\frac{4}{3} \frac{1 - (d/D)^3}{1 - (d/D)^4}$
	1,5		
	2		
	2,37		
	$\frac{3}{2} \frac{H(BH^2 - bh^2)}{BH^3 - bh^3}$		

gen plastischer Beanspruchung entspricht. Für Biegung und Torsion ergeben sich somit die plastischen Nennspannungen

$$\bar{S}_b = \frac{S_b}{\bar{\alpha}_b} \quad \text{bzw.} \quad \bar{T}_t = \frac{T_t}{\bar{\alpha}_t} \quad (2.59)$$

Zusammenfassend drückt der plastische Formbeiwert die Stützwirkung des elastischen Bereichs aus, der durch das Fließen des Randbereichs aufgrund einer inhomogenen Beanspruchung dazu genötigt wird, sich überproportional am Tragen des Querschnittes zu beteiligen. Somit entsteht eine Makrostützwirkung durch Fließbehinderung. Streng genommen passiert das gleiche ebenfalls bei Kerben. Hier entsteht durch die hohe Mehrachsigkeit im Kerbgrund sogar noch eine Spannungsinhomogenität höherer Ordnung. Die Folge ist der beobachtete Festigkeitsanstieg und Abnahme der Duktilität, wie sie in Abb. 2.16 nach Ludwik zu sehen ist. Dementsprechend ist die Fließbehinderung φ_{lokal} als Makrostützwirkung des elastischen Bereichs für ein gekerbtes Bauteil anzusehen, während der plastische Formbeiwert $\bar{\alpha}$ als Makrostützwirkung von ungekerbten Werkstoffproben gilt. Fehlt einem Querschnitt der niedrig beanspruchte Bereich, wie es im Leichtbau teilweise üblich ist, ist die Makrostützwirkung wirkungslos bzw. weniger stark wirksam. Gerade bei Hohlkörpern oder biegebeanspruchten Trägern ist dies zu beobachten (siehe Tab. 1). Entsprechend sind Probekörper zu gestalten, um reine Werkstoffkennwerte zu erhalten, die

nicht durch diesen Größeneinfluss verändert sind.

2.8.4 Mikroplastizität

Bei einer durch Kerbeinfluss verursachten inhomogenen Spannungsverteilung wurde in Kapitel 2.8.1 für statische Beanspruchung die Kerbformzahl α_K eingeführt. Sie gibt die Überhöhung der Spannungsspitze σ_{\max} gegenüber der Nennspannung im Kerbgrund an.

In Versuchen zur Dauerfestigkeit wurde jedoch festgestellt, dass die Kerbformzahl bei technischen Werkstoffen nicht voll wirksam ist. Aus diesem Grund wurde die Kerbwirkungszahl β_K eingeführt, die das Verhältnis zwischen der dauerhaft ertragbaren Spannung des Werkstoffs zur dauerhaft ertragbaren Spannung des gekerbten Bauteils σ_{DK} darstellt.

$$\beta_K = \frac{\sigma_D}{\sigma_{DK}} \quad (2.60)$$

Ursächlich hierfür, warum der theoretische Höchstwert der Spannung nicht für das Werkstoffverhalten maßgeblich ist, ist durch die Werkstoffstruktur zu erklären. Die Modellvorstellung zur Berechnung der Kerbformzahl α_K geht von einem ideal elastisch strukturlosem Kontinuum aus. Dies entspricht jedoch nur annähernd der Wirklichkeit. In der mikroskopischen Betrachtung überwiegt der Einfluss des Gefüges, welches sich aus Körnern mit Korngrenzen zusammensetzt. Diese verformen sich unter Last blockweise, wobei sie sich gegenseitig abstützen, was naheliegend als Mikrostützwirkung bezeichnet wird. Der Spannungsverlauf ist somit nicht mehr als stetig zu betrachten und es ergibt sich dementsprechend eine Mittlung über eine gewisse strukturbedingte Länge. Eine Absenkung der Spitzenspannung ist die Folge. Dadurch befindet sich die Kerbwirkungszahl stets im Bereich $1 \leq \beta_K \leq \alpha_K$, was entsprechend werkstoffabhängig ist. Kann ein Werkstoff folglich nicht im Mikrobereich fließen, gilt er als ideal spröde und erfährt die gesamte Kerbwirkung $\alpha_K = \beta_K$. Er besitzt somit keinerlei Stützwirkung ([BUX92], [SON92], [WT67]). Im weiteren Verlauf werden die wirksamen Kerbspannungen, die sich aufgrund der Mikrostützwirkung ergeben, mit $\hat{\sigma}$ bezeichnet.

Zur Beschreibung der Mikrostützwirkung haben Siebel und Stieler [SS55] die Stützziffer n_{χ^*}

$$n_{\chi^*} = \frac{\alpha_K \cdot \sigma_n}{\sigma_D} = \frac{\alpha_K \cdot \sigma_n}{\beta_K \cdot \sigma_n} = \frac{\alpha_K}{\beta_K} \quad (2.61)$$

eingeführt, welche häufig auch als dynamische Stützwirkung bezeichnet wird. Sie gibt den Faktor an, um den die theoretische Spannungsspitze beim auftretenden Dauerbruch über der Dauerfestigkeit liegt. Hierbei ist die Stützziffer abhängig vom Werkstoff und dem bezogenen Anstrengungsgefälle χ^* . Dieses bezieht sich auf die maximale elastizitätstheoretische Kerbspannung und gibt den größten Spannungsgradienten im Kerbgrund an (siehe Abb. 2.21). Demzufolge wird hier wiederum die größte Normalspannung betrachtet. Nichtsdestotrotz ist es damit einfach zu erklären, warum die Zug-Druck-Wechselfestigkeit geringer ausfällt als die Biege-wechselfestigkeit bzw. warum mit zunehmender Bauteilgröße eine Verringerung der Biege- und Torsionswechselfestigkeit zu beobachten ist.

$$\chi^* = \frac{d\sigma}{dz} \Big|_{\hat{\sigma}} \cdot \frac{1}{\hat{\sigma}} \quad (2.62)$$

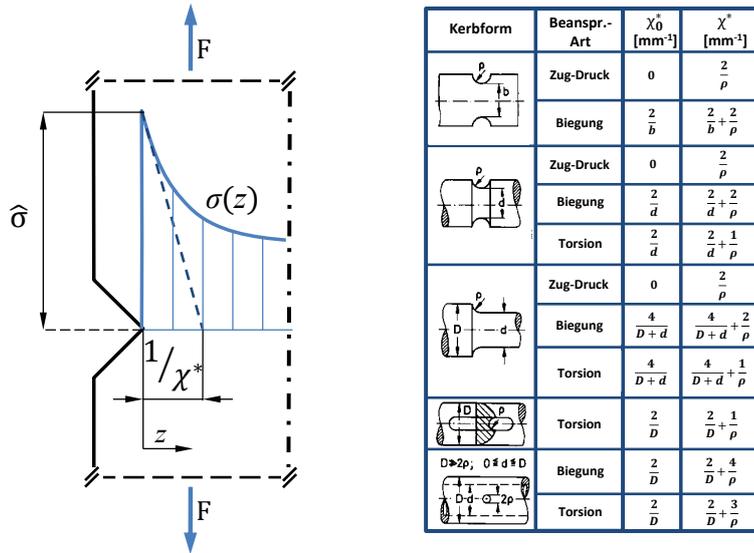


Abbildung 2.21: Bezogenes Anstrengungsgefälle χ^* , rechts Tabelle aus [WD76]

Der Spannungsgradient ist sowohl abhängig von der Beanspruchungsart, weswegen dieser Anteil auch als χ_0^* getrennt betrachtet werden kann, als auch von der Kerbform (siehe beispielsweise Abb. 2.21 rechts).

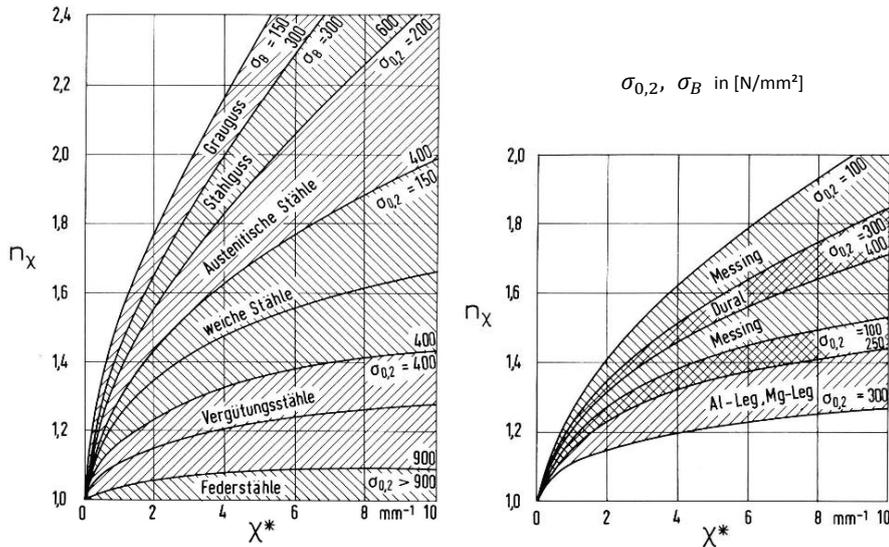


Abbildung 2.22: Stützziffer n_{χ^*} für metallische Werkstoffe [WD76]

Die Abhängigkeit vom Werkstoff ist anhand der Abb. 2.22 zu sehen, welche aus umfangreichen Versuchen ermittelt wurde. In dieser sind für diverse metallische Werkstoffe die Stützziffer in Abhängigkeit des Anstrengungsgefälles aufgetragen. Für ausgesuchte Werkstoffgruppen wurden daraus auch Näherungsformeln generiert. So hat Dietmann [DIE87] z. B. für ferritisch-perlitische Stähle die Stützziffer bestimmt mit

$$n_{\chi^*} = 1 + \frac{55\text{MPa}}{R_{p0,2}} \sqrt{\chi^* \cdot \text{mm}} \quad (2.63)$$

Innerhalb der [DIN743] werden ebenfalls empirische Näherungsgleichungen verwendet, wie z. B. für normalisierte Stähle

$$n = 1 + \sqrt{G'} \cdot \text{mm} \cdot 10^{-(0,33 + \frac{\sigma_F}{712 \text{MPa}})} \quad (2.64)$$

wobei G' das bezogene Anstrengungsgefälle für eine begrenzte Auswahl an Kerbformen darstellt und σ_F die Werkstofffließgrenze. Für FEM bzw. BEM-Berechnungen ist somit eine Verwendbarkeit prinzipbedingt schwierig.

Die [FKM12]-Richtlinie verfolgt hierbei einen zweigleisigen Weg. Zum einen ermittelt sie ebenfalls die dynamische Stützwirkung nach Siebel und Stieler, sowohl für einen Nachweis mit Nennspannungen als auch für einen Nachweis mit örtlichen Spannungen. Dabei gibt sie für verschiedene Stahl-, Guss- und Aluminiumwerkstoffe, je nach Größe für das bezogene Anstrengungsgefälle, diverse Gleichungen für die Stützziffer an, wie z. B.

$$n_\sigma = 1 + \sqrt{G_\sigma \cdot \text{mm}} \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G \cdot \text{MPa}}\right)} \quad (2.65)$$

für bezogene Anstrengungsgefälle G_σ im Bereich von $[0, 1 \text{ mm}^{-1} \leq G_\sigma \leq 1 \text{ mm}^{-1}]$. Die Werkstoffgruppen werden dabei durch die Parameter a_G und b_G berücksichtigt. Zum anderen bietet die [FKM12]-Richtlinie ergänzend einen Weg für einen Nennspannungsnachweis als auch für einen Nachweis mit örtlichen Spannungen an, der u. a. an die Bruchmechanik anknüpft und einen statistischen Größeneinfluss einführt. Im Folgendem wird die Umsetzung von Letzterem eingegangen, da dieser für die FEM bzw. BEM gelten soll.

So setzt sich die Stützziffer n_σ in diesem Fall aus

$$n_\sigma = n_{st} \cdot n_{vm} \cdot n_{bm} \quad (2.66)$$

zusammen. Dabei gibt die statistische Stützzahl

$$n_{st} = \left(\frac{A_{ref,st}}{A_{\sigma,st}} \right)^{\frac{1}{k_{st}}} \quad (2.67)$$

das Verhältnis aus der hoch beanspruchten Oberfläche $A_{\sigma,st}$ zu einer Referenzoberfläche $A_{ref,st}$ an, wenn davon ausgegangen wird, dass ein Ermüdungsriss an der Bauteiloberfläche entsteht, was dem allgemeinen Fall entspricht. Hierbei wird angenommen, dass größere Bauteile eher Fehlstellen besitzen als kleine Bauteile und somit ein Versagen wahrscheinlicher ist.

Damit wird ein Versuch unternommen, das mechanisch wirksame Gradientenkonzept zu ersetzen. Dabei wird jedoch ein Weibullansatz verwendet, was einem Weakest Link Konzept entspricht und somit dem Stützwirkungsgedanken allgemein entgegensteht. Außerdem fehlt für $A_{\sigma,st}$ ein allgemeingültiger Vorschlag für die Verwendung innerhalb einer FEM/BEM -Berechnung. Hier nennt die FKM-Richtlinie nur Möglichkeiten, ohne sich auf eine festzulegen.

Somit lassen sich die beiden folgenden Faktoren als Korrekturfaktoren betrachten. n_{vm} ist die verformungsmechanische Stützzahl, welche eine Stützwirkung in Anlehnung an die Neuberhyperbel darstellt. Sie gilt für duktile Werkstoffe, wie z. B. duktile Stähle oder Aluminiumknetlegierungen und weist für andere Werkstoffe einen Wert von $n_{vm} = 1$ auf. Ansonsten gilt für duktile Werkstoffe

$$n_{vm} = \sqrt{1 + \frac{E \cdot \varepsilon_{pl,W}}{\sigma_W} \cdot (n_{st})^{\frac{1}{n'} - 1}} \quad (2.68)$$

Das Neuberverfahren wird hier in einfacher Form angewendet, was die Verwendung eines ideal-elastisch-plastischen Werkstoffgesetzes betrifft als auch die Nichtberücksichtigung einer möglichen Mehrachsigkeit.

Als letzte Stützzifferkomponente der [FKM12]-Richtlinie wird die bruchmechanische Stützziffer n_{bm} eingeführt. Diese berücksichtigt den Umstand, dass ein Ermüdungsriss innerhalb eines gradientenbehafteten Beanspruchungsfelds langsamerer Wachstum zeigt, als einer innerhalb eines homogenen Beanspruchungsfelds gleicher Maximalbeanspruchung. Die Umsetzung

$$n_{bm} = \frac{5 + \sqrt{G \cdot \text{mm}}}{5 \cdot n_{vm} \cdot n_{st} + \frac{R_m}{R_{m,bm}} \sqrt{\frac{7,5 + \sqrt{G \cdot \text{mm}}}{1 + 0,2 \cdot \sqrt{G \cdot \text{mm}}}}} \quad (2.69)$$

basiert überwiegend auf dem Gradienten G , der jedoch keine unabhängige Ähnlichkeitszahl darstellt, da er größenabhängig ist. Näheres hierzu wird in Kapitel 3.2.7 erläutert.

Für eine Umsetzung innerhalb einer FEM- bzw. BEM-Berechnung ist eine klare Trennung der Gradienten für den Normalspannungsanteil und Schubspannungsanteil bedingt geeignet und aus Sicht des Werkstoffs und des numerischen Modells fragwürdig, da hiermit eine notwendige tensorielle Betrachtung nicht erfolgt. Entsprechend ist ein Vergleichsspannungsgefälle anzustreben, was in Kapitel 3.2.4 aufgezeigt wird.

Ein weiteres anschauliches Modell hat Neuber [NEU68] vorgestellt, in dem nicht der vorhandene geometrische Kerbradius ρ die wirksame Spannung bestimmt und damit das Anstrengungsgefälle, sondern ein fiktiver Kerbradius ρ_F , der sich aus der Summe des vorhandenen Kerbradius und der kleinen Zusatzlänge $s \cdot \rho^*$ ergibt. Letztere besteht aus der Mikrostrukturlänge (Ersatzstrukturlänge) ρ^* und einem dimensionslosen Faktor s , welcher abhängig von der Beanspruchungsart und der anzuwendenden Festigkeitshypothese ist. Dadurch wird auf Grundlage einer Mittelwerttheorie eine von der Elastizitätstheorie abgeminderte Kerbspannung berechnet, die sich aufgrund der mikrostrukturellen Stützwirkung des vorhandenen Gefüges ergibt. Der geometrische Kerbradius rundet damit fiktiv aus, ähnlich wie die Modellvorstellung einer Rissspitze, welche von einer plastischen Zone umgeben ist.

In [HAH95] hat Hahn eine elastische Stützziffer eingeführt, welche sowohl die Mikrostrukturlänge ρ^* verwendet als auch das Anstrengungsgefälle an sich beinhaltet.

$$n_{\chi^*} = \sqrt{1 + \chi^* \cdot \rho^*} \quad (2.70)$$

Damit gelingt eine Verknüpfung der vorherrschenden Einflüsse im Kerbbereich und ermöglicht eine sachgerechtere Beschreibung der werkstoffmechanischen Vorgänge. Hahn verwendet einen bruchmechanischen Ansatz von Lukář und Klesnil [LK78] für die Ermittlung der Mikrostrukturlänge, indem er diese auffasst als die maximale Länge eines Risses, der unter einer dynamischen Belastung dem Werkstoff die Dauerfestigkeit nicht verwehrt. Hierzu setzt er die dauerfest ertragbare Zugschwellspannungsintensität $\Delta K_{I,th0}$ mit der zugehörigen Zugschwelldauerfestigkeit σ_{Schw} in Beziehung und löst diese nach der Mikrostrukturlänge auf

$$\rho^* = \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_{I,th0}}{\sigma_{Schw}} \right)^2 \quad (2.71)$$

Damit fußt diese Stützziffer zur Berechnung der dynamischen Festigkeit sowohl auf dynamische Festigkeitsgrößen, Mittelspannungseinfluss und berücksichtigt ebenfalls

das bewährte Konzept des Anstrengungsgefälles. Außerdem sind festigkeitsmindernde Effekte, wie z. B. eine korrosive Umgebung, ebenfalls abdeckbar. Jedoch ist der Einfluss der Mehrachsigkeit nicht berücksichtigt, wodurch die Mikrostrukturlänge u. U. zu groß angenommen wird. Ein Ansatz für die Berücksichtigung der Mehrachsigkeit ist in Kapitel 3.2.4 zu finden.

Des Weiteren kann nach Hahn [HAH95], ausgehend von der Zusammenfassung von Schwalbe [SCH80], welche auf Versuche von Pook [POO72] beruhen, für verschiedene Metallwerkstoffe ein Zusammenhang zwischen dem Elastizitätsmodul und der dauerhaft ertragbaren Zugschwellspannungsintensität im Mittel verwendet werden.

$$\Delta K_{I,th0} = \frac{E \cdot \sqrt{\text{mm}}}{1150} \quad (2.72)$$

In dieser Mittelwertbetrachtung sind diverse Stahl-, Aluminium-, Nickel- und Kupferlegierungen vertreten. Jedoch können Magnesiumlegierungen durch diese formelle Betrachtung deutlich unterschätzt werden.

2.8.5 Makroplastizität

Bei der Makroplastizität sind bei entsprechender Belastung Fließvorgänge zu beobachten, die dazu führen, dass Spannungen durch großräumige Fließvorgänge beobachtbar durch Dehnungen umgelagert werden. Die Folge ist ein Abbau der vorhandenen Spannungen. Eine Umsetzung dieses Phänomens innerhalb der numerischen Simulation mit der Methode der Finiten Elemente oder Randelementemethode erfordert hierbei eine entsprechende Abbildung eines plastischen Materialgesetzes. Dieses ist jedoch in der Regel nichtlinear und erfordert dementsprechend vergleichsweise hohe Rechenzeiten und gegebenenfalls einen erhöhten Modellierungsaufwand. Hierfür bietet jedoch die Näherungsmethode nach Neuber einen praktikablen Ausweg für den Konstrukteur, welche die Spannungsumlagerung auf einfachem Wege, auf der Grundlage rein linear elastischer Berechnungen, abbildet. Diese wurde von Neuber [NEU61] an einem schubbelasteten Prisma mit Seitenkerbe erstmalig eingeführt, in der aufgezeigt wurde, dass die linear elastische Kerbformzahl α_K mit der Spannungs- und Dehnungsformzahl gekoppelt ist. Eine Übertragung auf andere Belastungsarten hat experimentell ebenfalls zu ausreichend genauen Ergebnissen bei Kerbformzahlen zwischen $\alpha_K = 2 \dots 5$ geführt, wodurch die Neuber-Methode eine weite Verbreitung in der Forschung gefunden hat. Zumal sie sowohl bei ruhenden als auch schwingenden Beanspruchungen anwendbar ist, da Mikro- und Makrostützwirkung gleichzeitig berücksichtigt werden können, jedoch wird die Mehrachsigkeit nicht berücksichtigt. Sie besagt, dass sich bei Plastizierung das geometrische Mittel der Spannungsformzahl $\alpha_{K\sigma}$ und der Dehnungsformzahl $\alpha_{K\varepsilon}$ nicht verändert.

$$\alpha_K^2 = \alpha_{K\sigma} \cdot \alpha_{K\varepsilon} \quad (2.73)$$

Nachfolgend wird die Neubermethode für einen allgemein mehrachsigen zyklischen Beanspruchungsfall dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass dieser Prozess sowohl für die Ober- und die Amplitudenspannungen zu durchlaufen ist, um daraus die wirksame Mittelspannung zu berechnen.

Ausgangspunkt ist eine linear elastisch bestimmte Vergleichskerbspannung $\hat{\sigma}_V$, wie sie beispielsweise aus einer linear elastischen FEM-Berechnung stammen kann. Diese befindet sich prinzipbedingt auf der Hookeschen Geraden, weshalb sie folgend als $\hat{\sigma}_H$ bezeichnet wird und weicht im Bereich plastischer Verformungen entsprechend

von einer gegebenen Spannungs-Dehnungskurve ab. Im dynamischen Fall ist eine zyklische Spannungs-Dehnungskurve zu verwenden, wobei vorab bei der vorhandenen Spannung die Mikrostützwirkung zu berücksichtigen ist. Entsprechend wird diese als wirksame maximale mikrogestützte Spannung $\hat{\sigma}_H$ bezeichnet (siehe Abb. 2.23).

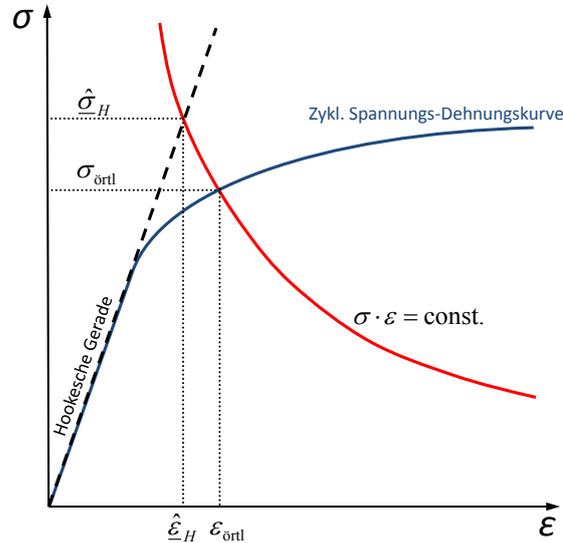


Abbildung 2.23: Klassisches Neubergerverfahren (mit zykl. Spannungs-Dehnungskurve)

Die auftretenden Spannungsspitzen werden in Form von plastischen Dehnungen abgebaut, wobei das Produkt aus Spannung und Dehnung als konstant angesehen wird.

$$\hat{\sigma}_H \cdot \hat{\epsilon}_H = \sigma_{\text{örtl}} \cdot \epsilon_{\text{örtl}} = \text{const.} = \frac{\hat{\sigma}_H^2}{E} \quad (2.74)$$

Dadurch ist die Örtliche Spannung $\sigma_{\text{örtl}}$ und die Örtliche Dehnung $\epsilon_{\text{örtl}}$ im Kerbgrund ermittelt.

Aufgrund von Spannungsumlagerungen werden die vorher weniger beanspruchten Bereiche des Querschnittes stärker am Tragen der Last beteiligt, was wiederum als Makrostützwirkung bezeichnet werden kann. Ein Vergleich der elastisch gestützten Hookespannung mit der durch die Neubergermethode ermittelten Örtlichen Spannung

$$m = \frac{\hat{\sigma}_H}{\sigma_{\text{örtl}}} \quad (2.75)$$

stellt daher die Makrostützziffer m dar.

Die klassische Neubergermethode erzielt im Bereich hoher Kerbwirkung gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen und hat die Näherungslösung von Stowell [STO50] weitestgehend verdrängt, welche überwiegend auf Annahmen basiert und bei höherer Kerbwirkung ungenaue Ergebnisse liefert [NEU68].

Im Bereich niedriger Kerbwirkung, in dem die Nennspannung einen großen Einfluss hat, erzielt die klassische Neubergermethode unbefriedigende Ergebnisse. Im Fall des glatten Zugstabes tendieren diese sogar zur unsicheren Seite hin.

Aus diesem Grund wurden von Mertens [MER88] und Dittmann [DIT91] eine Modifizierte Neubergermethode eingeführt, welche ebenfalls den Grenzfall des glatten Zugstabes beinhaltet. Hierfür ist eine untere Grenze für den maximal möglichen Abbau

der Spannungen eingeführt worden. Diese stellt die plastische Nennspannung

$$\check{\sigma} = \frac{S}{\check{\alpha}} \quad (2.76)$$

dar, wobei später die dazugehörige plastische Dehnung

$$\check{\varepsilon} = \frac{\check{\sigma}}{E} \quad (2.77)$$

hinzugefügt wurde. Beide werden sie folgend als unteres und linkes Neuberniveau bezeichnet. Bei einer mehrachsigen Beanspruchung ist entsprechend eine plastische Vergleichsnennspannung zu ermitteln.

Folglich verändert sich Gl. ((2.74)) zu

$$(\hat{\sigma}_H - \check{\sigma}) \cdot (\hat{\varepsilon}_H - \check{\varepsilon}) = (\sigma_{\text{örtl}} - \check{\sigma}) \cdot (\varepsilon_{\text{örtl}} - \check{\varepsilon}) \quad (2.78)$$

welche anschließend für die Bestimmung des Schnittpunkts mit der zykl. Spannungs-Dehnungskurve verwendet werden kann.

Ausgehend von experimentellen Untersuchungen von Hatanaka [HSN83] und Kloos [KKF94], die einen deutlichen Größeneinfluss der Versuchsproben bei der Ermittlung von zyklischen Spannungs-Dehnungskurven unter Umlaufbiegung festgestellt haben, wurde von Hahn [HAH95] eine weitere Modifikation durchgeführt. Der vollplastische Zustand ist bei größeren Durchmessern nicht zu erreichen, da die Querdehungsbehinderung im Bauteilinneren (EDZ) einer vollständigen Plastizierung im Wege steht. Daher ist von Hahn in Analogie zur Kerbformzahl α_K und wirksamen Kerbformzahl β_K der wirksame plastische Formbeiwert $\bar{\beta}$ eingeführt worden. Dieser geht von einer schwingungstechnisch wirksamen Plastizierung bis in eine Bauteiltiefe von $\rho_{pl} = 3mm$ aus.

Bei größeren Abmessungen muss von einem wirksamen plastischen Formbeiwert ausgegangen werden. Für einen biegebeanspruchten Rechteckquerschnitt der Höhe $d = 2a$ ergibt sich somit

$$\bar{\beta}_b = \begin{cases} \bar{\alpha}_b & \text{für} \\ \bar{\alpha}_b - (\bar{\alpha}_b - 1) \cdot (1 - \chi_0 \cdot \rho_{pl})^2 & d > 2 \cdot \rho_{pl} \end{cases} \quad (2.79)$$

und für einen torsionsbelasteten Kreisquerschnitt entsprechend

$$\bar{\beta}_t = \begin{cases} \bar{\alpha}_t & \text{für} \\ \bar{\alpha}_t - (\bar{\alpha}_t - 1) \cdot (1 - \chi_0 \cdot \rho_{pl})^3 & d > 2 \cdot \rho_{pl} \end{cases} \quad (2.80)$$

Für andere Querschnittsformen ist gemäß nach den Gleichungen Gl. (2.57) und Gl. (2.58) ein plastischer Formbeiwert zu bestimmen.

Somit ergibt sich für die Modifizierte Neubergermethode Gl. (2.78), mit dem wirksamen unteren und linken Neuberniveau, die Beziehung

$$(\hat{\sigma}_H - \check{\sigma}) \cdot (\hat{\varepsilon}_H - \check{\varepsilon}) = (\sigma_{\text{örtl}} - \check{\sigma}) \cdot (\varepsilon_{\text{örtl}} - \check{\varepsilon}) \quad (2.81)$$

Unter Einbeziehung des Sachverhaltes von Kapitel 2.8.2 auf Seite 30 ist ein Abbau der Spannungen, aufgrund der Fließbehinderung, nicht bis zur zyklischen Werkstoffkurve möglich. Dementsprechend ist Gl. (2.81) mit der zyklischen Bauteilfließkurve in Beziehung zu setzen. Dies ist in Abb. 2.24a) anschaulich dargestellt. Am Schnittpunkt zwischen der Modifizierten Neubergerhyperbel und der zykl. Bauteilkurve befinden sich die örtlichen Kerbgrundspannungen und -dehnungen, die sich aufgrund

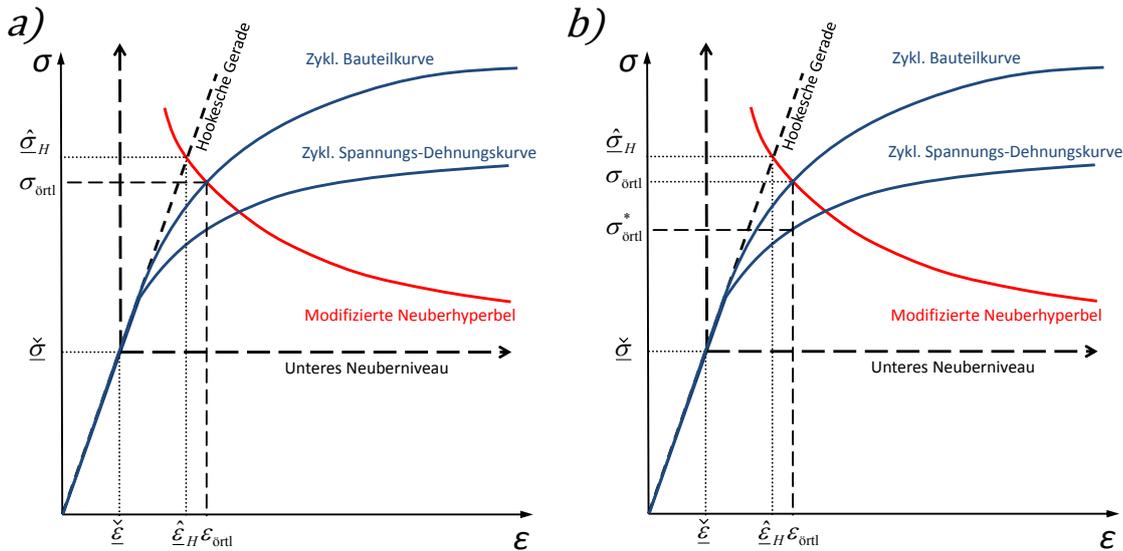


Abbildung 2.24: Ermittlung der maßgeblichen örtlichen Spannung mithilfe der Modifizierten Neuberhyperbel a) $\sigma_{\text{örtl}}$ für Vergleich mit einer Bauteilwöhlerlinie b) $\sigma_{\text{örtl}}^*$ für Vergleich mit einer lebensdaueräquivalenten Werkstoffwöhlerlinie

der Spannungumlagerung ergeben. Für die Verwendung innerhalb eines Lebensdauerkonzeptes sind die so ermittelten Kerbgrundspannungen und -dehnungen mit entsprechenden Wöhlerlinien gleichartiger Kerbwirkung zu vergleichen, um die im Kapitel 2.1.2 genannten Einflüsse zu berücksichtigen. Ein Vergleich mit einer entsprechenden Werkstoffwöhlerlinie ist jedoch einfach möglich, wie die Abb. 2.24 b) zeigt.

Lotrecht des Schnittpunktes der Modifizierten Neuberhyperbel mit der zykl. Bauteilkurve befindet sich ein Punkt, der die zyklische Werkstofflinie schneidet. Diese weist demnach die gleiche örtliche Dehnung auf, wie sie im Kerbgrund des Bauteils aufzufinden ist.

$$\varepsilon_{\text{örtl}} = \frac{\sigma_{\text{örtl}}}{E} + 0,002 \cdot \left(\frac{\sigma_{\text{örtl}}}{\varphi \cdot R'_{p0,2}} \right)^{1/n'} = \frac{\sigma_{\text{örtl}}^*}{E} + 0,002 \cdot \left(\frac{\sigma_{\text{örtl}}^*}{R'_{p0,2}} \right)^{1/n'} \quad (2.82)$$

Da es sich um plastische Dehnungen handelt, die im Zeitfestigkeitsbereich maßgeblich schädigungswirksam sind und die Lebensdauer bestimmen, entspricht dieser Punkt einer sogenannten Begleitprobe, welche ungekerbt ist. Somit werden zwei Proben miteinander verglichen, die die gleiche Lebensdauer aufweisen. Aus diesem Grund kann die ermittelte örtliche Dehnung dazu verwendet werden, um mithilfe von Dehnungswöhlerlinien (Gleichungen (2.14) und (2.15)) die Anrisslastwechselzahl zu bestimmen. Die so bestimmte plastische Dehnung wird beim glatten Stab bereits bei einer wesentlich geringeren anliegenden Spannung erreicht. Diese maßgeblich fiktive Nennspannung $\sigma_{\text{örtl}}^*$ kann jedoch dazu verwendet werden, um diese mit einer Spannungswöhlerlinie für den Werkstoff zu vergleichen. Dadurch kann weiterhin mit Spannungen agiert werden, weshalb auf einen Paradigmenwechsel verzichtet werden kann. Somit kann als Folge ein Umstieg auf Dehnungen entfallen, die für die Festlegung der Schädigung im Zeitfestigkeitsbereich maßgeblich sind. Dementsprechend berechnet sich die Makrostützwirkung aus

$$m = \frac{\hat{\sigma}_H}{\sigma_{\text{örtl}}^*} \quad (2.83)$$

Somit kann die Makrostützwirkung sowohl für eine vorhandene Amplitude

$$m_a = \frac{\hat{\sigma}_a}{\sigma_a^*} \quad (2.84)$$

als auch für eine vorhandene wirksame Oberspannung

$$m_o = \frac{\hat{\sigma}_o}{\sigma_m^*} \quad (2.85)$$

bestimmt werden, wobei bei der Oberspannung die Mikrostützwirkung und der wirksame plastische Formbeiwert auf die gesamte Oberspannung anzuwenden sind.

2.8.6 Technologische Einflüsse

Bauteile unterscheiden sich in der Regel stets in ihrer Geometrie von jenen Probekörpern, mit denen typischerweise die gängigen Festigkeitswerte ermittelt werden. Dies ist in den vorangegangenen Kapiteln umfassend erläutert worden. Sie unterscheiden sich jedoch auch in der Regel unter dem Aspekt der Fertigung.

Bei Probekörpern gehen die Bestrebungen dahin, möglichst reine Werkstoffwerte zu ermitteln. Festigkeitsbeeinflussende Maßnahmen werden dabei weitestgehend vermieden. Aus diesem Grund wird auf polierte Oberflächen geachtet und das Gefüge ist in der Regel homogen, damit es der isotropen Werkstoffmodellvorstellung entspricht. Bei Bauteilen ist dies nicht immer möglich und letzteres teilweise auch nicht erwünscht.

Um diese Einflüsse zu quantifizieren sind verschiedene Einflussfaktoren entwickelt worden, wie z. B. der Technologische Größeneinflussfaktor $K_1(d_{eff})$ aus der [DIN743]. Er beschreibt die Abnahme der Ermüdungsfestigkeit beim Vergüten mit steigendem Bauteildurchmesser, da die Wärmebehandlung sich nicht mehr gleichmäßig auf den Gesamtquerschnitt auswirken kann.

Für die Oberfläche hingegen existieren Einflussgrößen, welche sich klassischerweise an der gemittelten Rautiefe R_z orientieren. Dazu wurden von Siebel und Gaier [SG56] Untersuchungen angestellt, die die Oberflächenbeschaffenheit, bei verschiedenen Zugfestigkeiten, mit der Dauerschwingfestigkeit in Beziehung setzten. Dies wird heutzutage sowohl in der [DIN743] mit dem Faktor $K_{F\sigma}$ als auch in der [FKM12]-Richtlinie mit dem Faktor $K_{R,\sigma}$ weiterhin verwendet, wobei Letztere den Stand der Technik anklingen lässt.

Dieser besagt, dass nicht nur die Rautiefe und Zugfestigkeit maßgeblich die Dauerschwingfestigkeit beeinflussen, sondern die durch die jeweilige Fertigung eingebrachten Eigenspannungen und Randschichtverfestigungen. Dies fußt u. a. auf der Forschungsarbeit [FKM95], die einen geringen Einfluss der Rautiefe auf die Lebensdauer aufgezeigt hat. Außerdem zeigen Arbeiten von Sigwart [SIG94] und Borbe und Renner [BR00], dass Bauteile mit Oberflächen ähnlicher Rautiefen stark voneinander abweichende Lebensdauer aufweisen können. Die klassische Vorgehensweise wird jedoch innerhalb der [FKM12]-Richtlinie weiter verfolgt, da sie ausdrücklich keine neuen Festlegungen trifft. Aus diesem Grund wird im Folgenden kurz ein kleiner Überblick über ein paar Ansätze geliefert.

Kleemann und Zenner schlagen beispielsweise in [KLZ06] einen Gesamtfaktor für den Oberflächeneinfluss vor, der sich aus

$$F_{ges} = F_O \cdot F_{Ei} \cdot F_{HV} \quad (2.86)$$

multiplikativ ergibt, wobei F_{Ei} den Einfluss des Eigenspannungszustandes darstellt, F_{HV} den Einfluss der Randschichthärte und F_O den Einfluss der Oberflächentopographie. Durch die multiplikative Verknüpfung wird der Anschein erweckt, dass

diese drei Bestandteile des Oberflächeneinfluss einzeln betrachtet werden können, was jedoch gerade bei den Eigenspannungen schwer nachzuvollziehen ist. Der Ansatz ignoriert plastische Umlagerungsprozesse aus der lebensdauersteigernden Mittelspannungsrelaxation oder den Abbau von günstigen Druckeigenspannungen von schlussgerollten Schrauben bei hohen Vorspannungen.

Liu hat in [LIU01] einen Oberflächeneinflussfaktor vorgestellt, welcher die Topografie einer bearbeiteten Oberfläche beschreibt. Neben einer eingeführten Oberflächenformzahl nutzt er eine sogenannte charakteristische Mikrostrukturlänge Δ_0 . Laut Liu entspricht sie bei „fehlerfreien“ duktilen Werkstoffen der Korngröße. Damit sind Werkstoffe gemeint, die praktisch keine Ungenzen aufweisen, wie sie z. B. aus plastischen Gleitungen oder Versetzungsbewegungen entstehen. Jedoch widerspricht dies wiederum dem über mehrere Körner ausgleichenden Mittelwertgedanken, dem für die Deutung eines wirksamen Prozesses nachgegangen werden muss.

So verwundert es nicht, dass Kleemann und Zenner [KLZ06] für sich überraschend festgestellt haben, dass sowohl positive wie negative Eigenspannungen nach $2 \cdot 10^6$ Lastwechseln nicht nur betragsmäßig abgebaut werden, sondern teilweise auch betragsmäßig ansteigen können, bei gleicher Belastung. Auch das Ergebnis, dass nach Spannungsarmglühen von Proben mit Eigenspannungen (sowohl Zug- als auch Druckeigenspannungen) ein 10%iger Abfall der Schwingfestigkeit festgestellt wurde, basiert auf gleichen Umständen.

Ursächlich hierfür ist womöglich eine zu detaillierte Beobachtung der Eigenspannungen, welche durch röntgenographische Messmethoden ermittelt wurden. Eigenspannungen, die mit Spannungen aus äußeren Kräften interagieren und somit für eine spannungsbasierte Bauteilauslegung einen klaren Einfluss haben, müssen konsequenterweise in einem entsprechendem Mittel berücksichtigt werden und nicht als isolierte Einzelgröße. Innerhalb eines Rechengengerüsts sollte entsprechend ein homogener Detaillierungsgrad gefahren werden. Erfahrungen aus der Mikrostützwirkung haben gezeigt, dass ein inhomogen beanspruchtes Gefüge sich gegenseitig stützt und somit in Kerben beispielsweise die wirksame Kerbspannung $\hat{\sigma}$ zu berücksichtigen ist.

Der Einfluss der Oberflächenfestigkeit F_{HV} ist laut den Autoren schwierig zu quantifizieren, da die Oberflächenhärte (Mikrohärte) nicht unabhängig von den beiden anderen Einflussgrößen ist. Dies trifft streng genommen generell auf die verwendeten Einflussgrößen zu, da Eigenspannungen immer auftreten, weswegen eine rein multiplikative Verknüpfung unangebracht erscheint.

Für die Berücksichtigung der Oberflächenrauheit hat Hahn [HAH95] vorgeschlagen, dass diese in die charakteristische Strukturlänge einfließt und somit eine effektive Strukturlänge

$$\rho_{eff}^* = \rho^* - R_z = \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_{I,th0}}{\sigma_{Schw}} \right)^2 - R_z \quad (2.87)$$

zu bilden ist, mit der die Mikrostützwirkung berechnet werden kann. Diese effektive Strukturlänge gibt demnach den Bereich an, in dem es zu einer Mittelung der Mikrospannungen kommt und sich die maßgeblich wirkenden Spannungen aus Eigen- und Lastspannungen ergeben.

Die Eigenspannungen können dabei mit Hilfe des modifizierten Neuberverfahrens berücksichtigt werden, indem sie bei der Bestimmung der Makrostützwirkung der Oberspannung (Gl. (2.85)) in selbige einfließen und dadurch gegebenenfalls abgebaut werden können. In Kapitel 3.2.8 wird eine weitere Möglichkeit vorgestellt, um

mögliche Fertigungseinflüsse abzubilden.

3 Verfahren bei mehrachsigen nicht-proportionalen Beanspruchungen

Mehrachsige Beanspruchungszustände mit ruhenden und schwingenden Anteilen sind mit den klassischen Festigkeitshypothesen schwierig zu beschreiben, da mitunter Informationen bezüglich des Vorzeichens einer Spannungskomponente verloren gehen. Dies ist z. B. bei der von Mises Hypothese der Fall, bei der durch Quadrierung und Wurzelziehen eine skalare Vergleichsspannung berechnet wird. Für proportionale Beanspruchungsverläufe sind Vorzeichenregelungen noch verhältnismäßig leicht zu finden, diese lassen sich jedoch nicht ohne Weiteres auf nicht-proportionale Beanspruchungsverläufe anwenden (siehe Abb. 3.1).

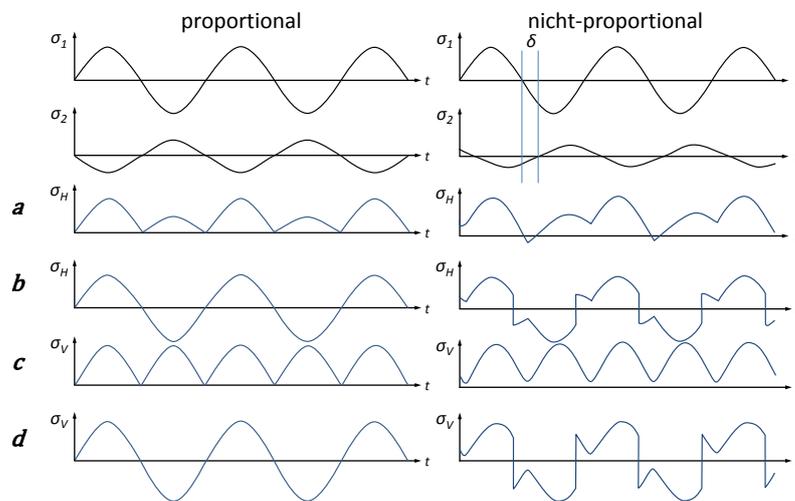


Abbildung 3.1: Beanspruchungsverläufe und Vorzeichenregelungen von Hauptspannungen und Vergleichsspannungen; **a** Arithmetisch größte Hauptspannung, **b** Betragsmäßig größte Hauptspannung, **c** Vergleichsspannung ohne Vorzeichen, **d** Vergleichsspannung mit Vorzeichen der betragsmäßig größten Hauptspannung; nach [HAI06]

Angenommen sei ein Ebener Spannungszustand, bei dem die zwei Hauptspannungsverläufe im Hintergrund wirksam sind. Ein FEM-System mit der klassischen Ordnung der Hauptspannung würde für einen Punkt den Hauptspannungsverlauf in Abb. 3.1 **a** wiedergeben. Im proportionalen wie auch im nicht-proportionalen Fall wird hierbei die eigentliche Schwingbreite stark unterschätzt. Erst durch eine betragsmäßige Ordnung, wie sie in Abb. 3.1 **b** dargestellt ist, gibt die Schwingbreite korrekt wieder.

Bei den Vergleichsspannungen ohne Vorzeichenregelung Abb. 3.1 **c** wird die Schwingbreite ebenfalls stark unterschätzt, wobei der nicht-proportionale Beanspruchungsfall noch weit stärker unterschätzt wird. Weiterhin kann die Periodendauer und damit die Lastwechselanzahl fehlinterpretiert werden. Durch eine Vorzeichenregelung gelingt es auch hier eine betragsmäßig richtige Schwingbreite zu ermitteln. Nichtsdestotrotz sind die im nicht-proportionalen Fall vorhandenen Unstetigkeiten in diesem Beispiel willkürlich gewählt, da bisher keine zufriedenstellende Lösung zur Fahndung dieser Sprungstellen existiert, welche für alle Koordinatensysteme gleich ist. Eine solche Methode wird in Kapitel 3.2.1 präsentiert.

Die bisherigen Methoden zur Berechnung von nicht-proportionalen Beanspruchungszuständen sind mitunter sehr komplex und prinzipbedingt sehr unterschiedlich. Es existieren u. a. sogenannte Weakest-Link-Ansätze (siehe Kapitel 3.1.1), in dem eine kritische Schnittebene mit größter Schädigung gesucht und nach diversen Ansätzen untersucht werden kann oder beispielsweise sogenannte Integrale Verfahren (siehe Kapitel 3.1.2), wie z. B. die Schubspannungsintensitätshypothese.

Beide besitzen die Gemeinsamkeit, dass sie mathematisch gesehen die Anzahl der zu beobachtenden Einträge des räumlichen Spannungstensors auf die Normalspannung der Schnittebene und die dazugehörige Schubspannung reduzieren.

Daneben existiert die Drei InvariantenHypothese (DIH), die im Kreis von Mertens in [HAH95] und [MOU02] in weiterentwickelter Form präsentiert wurde. Sie versucht das Schwinggeschehen der Spannungszustände mit Hilfe von Spannungsinvarianten zu beschreiben, die in einer Vergleichsspannung zusammengefasst sind. In Kapitel 3.1.3 ist die bisherige Formulierung dargestellt.

3.1 Standardverfahren

3.1.1 Kritische Schnittebenenverfahren

Das Alleinstellungsmerkmal der Verfahren der kritischen Schnittebene ist die verwendete Modellvorstellung des angenommenen Versagensmechanismus des Werkstoffs. Diesem wird die Existenz einer Ebene unterstellt, in der ein Fehler bzw. Schädigung vorhanden ist, welcher letztendlich durch die oben erwähnten Lastspannungen der Ebene zum vollständigen Versagen der Struktur führt. Als Fehler bzw. Ausgangsort des globalen Versagens gelten demnach Imperfektionen im Gefüge. Dazu zählen Unreinheiten, Einschlüsse, Ausscheidungen, Gushäute, Gasporen, etc.. Somit sind überwiegend Gusswerkstoffe mit intrinsischen Fehlern damit abbildbar, welche nach Mughrabi [MUG06] zur Werkstoffgruppe Typ 2 zählen. Hingegen sind Typ 1 Werkstoffe fehlerfreie Werkstoffe, bei denen Ermüdungsanrisse aufgrund von Gleitvorgängen an der Oberfläche ihren Ursprung haben. Die Fehler entstehen daher erst durch eine äußere Belastung, wodurch sie als extrinsisch aufzufassen sind. Generell wird bei den Methoden der kritischen Schnittebene keinerlei Stützwirkung berücksichtigt. Sie sind diesbezüglich als sehr konservativ anzusehen.

Für die Berechnung des Festigkeitsnachweises sind diverse Ansätze zur Behandlung der vorherrschenden Lastspannungen der Ebene vorhanden. Diese sehen entweder nur die Schubspannungsamplitude als maßgeblich, was dem Konzept der kritischen maximalen Schubspannungsamplitude entspricht, oder sie berücksichtigen ebenfalls die vorherrschende Normalspannung, welche ggf. rissöffnend wirkt. Als weitere Kombinationen existieren das Konzept der maximalen Normalspannungsamplitude, das Konzept der maximalen Schädigung oder die bekannteren Konzepte, die eine Kombination der Normal- und Schubspannungen berücksichtigen, wobei teilweise Mittelspannungskomponenten der Normalspannung ebenfalls berücksichtigt werden. Einen Überblick hierüber bietet u. a. [FGGE07].

Schwierigkeiten bereiten bei den genannten Festigkeitshypothesen die Ermittlung der Richtung und des Amplitudenanteils der Schubspannungskomponente eines Lastzyklus; wobei die Richtung der Schubspannung für die angenommenen Fehler weniger von Interesse ist.

Als Sonderfall der kritischen Schnittebenenverfahren ist die von Dietmann [DIE73] und Issler [ISS73] vorgeschlagene Oktaederschubspannungshypothese (OSH) zu nennen. Diese betrachtet die von einem ermittelten Hauptspannungsgerüst abhängigen

Schubspannungen der Oktaederschnittflächen als kritisch. Durch dieses feste Hauptspannungsgerüst ist sie jedoch nicht geeignet für wechselnde Hauptspannungsrichtungen, weshalb sie von Bhongbhibhat [BHO86] modifiziert wurde zur Modifizierten Oktaederschubspannungshypothese (MOSH).

3.1.2 Integrale Verfahren

Bei den integralen Verfahren zur Behandlung von komplexen Schwingbeanspruchungen, wie beispielsweise die Schubspannungsintensitätshypothese (SIH), kommt ein anderer Ansatz zum Tragen. Dieser geht davon aus, dass sämtliche Schubspannungen in den einzelnen Schnittebenen als schädigungsrelevant zu betrachten sind, wodurch die maßgebliche Schubspannung durch die Integration der einzelnen Schubspannungen über eine Kugeloberfläche zu ermitteln ist. Die Schubspannungsintensitätshypothese leitet sich aus der Interpretation nach Novozhilov [NOV61] von der von Mises Hypothese ab und gilt daher für duktile Werkstoffe. Sie beinhaltet sowohl die Schubspannungshypothese bei Integration über den Kugel-äquator als auch die von Mises Hypothese bei Integration über einen Breitenkreis von $\gamma = 63,4^\circ$ als Sonderfälle [ISS81].

Der Einfluss der Mittelspannungen auf die ertragbaren Schubspannungsamplituden geschieht hierbei nur über die Normalspannungskomponenten mittels eines linearen oder quadratischen Ansatzes.

Nach Haibach [HAI06] zählt die Schubspannungsintensitätshypothese zu den zuverlässigsten Methoden zur Festigkeitsbeurteilung von frequenzgleichen phasenverschobenen oder nicht frequenzgleichen mehrachsigen beanspruchten duktilen Werkstoffen. Jedoch verweist er auf die bisher begrenzte Absicherung der Hypothese durch experimentelle Untersuchungen, die sich überwiegend auf die Dauerfestigkeit ungekerbter Querschnitte beschränken. Ein wesentlicher Kritikpunkt, den die Schubspannungsintensitätshypothese mit der Methode der Kritischen Schnittebene gemeinsam haben, ist der immens große Rechenaufwand, der sich aufgrund der Vielzahl der untersuchten Schnittebenen ergibt und die Nachvollziehbarkeit erschwert. Haibach äußert zudem Bedenken, dass eine zutreffende Festigkeitshypothese aufgrund der Komplexität der verschiedenen Parameter auf empirischem Weg erfolgen kann.

Dies betrifft ebenfalls die Quadratische Versagenshypothese (QVH) nach [TEM82], [TEM86]. Sie ist umfangreich durch Werkstoffversuche überprüft worden und erzielt zufriedenstellende Ergebnisse für proportionale Beanspruchungen gegenüber der Schubspannungsintensitätshypothese (siehe z. B. [TAK87]). Sowohl für proportionale wie nicht-proportionale Beanspruchungen ist der anzuwendende Formelapparat sehr komplex und benötigt relativ lange Rechenzeiten, da gegebenenfalls viele Schnittebenen zu bewerten sind. Generell beinhaltet die QVH ebenfalls keine Stützwirkungen, wodurch sie als konservativ einzuschätzen ist.

3.1.3 DIH für einrequent phasenverschobene Beanspruchungen

In [HAH95] ist für die Bewertung von einrequent phasenverschobenen Beanspruchungen eine Variante der DIH vorgestellt worden, welche im Frequenzbereich agiert und daher nur für stationäre Vorgänge gilt. So können die eingehenden Beanspru-

chungen nach Gl. (2.40) mit $n = 1 \Rightarrow \lambda = 1$

$$\begin{aligned}\sigma_x(t) &= \sigma_{xa} \cdot \sin(\omega t - \delta_x) \\ \sigma_y(t) &= \sigma_{ya} \cdot \sin(\omega t - \delta_y) \\ \tau_{xy}(t) &= \tau_{xya} \cdot \sin(\omega t - \delta_{xy}) \quad .\end{aligned}\tag{3.1}$$

als Beanspruchungsfunktion beschrieben werden. Die dazugehörigen Invarianten lassen sich anschließend mit Methoden der Signalverarbeitung zeitversetzter Signale zu

$$\begin{aligned}J_{1a} &= \sigma_{xa}^2 + 2\sigma_{xa}\sigma_{ya}\cos(\delta_x - \delta_y) + \sigma_{ya}^2, \\ J_{2a} &= \sigma_{xa}\sigma_{ya}\cos(\delta_x - \delta_y) - \tau_{xya}^2 \\ J_{3a} &= \left| \tau_{xya} \cdot [\sigma_{xa}\sin(\delta_x - \delta_{xy}) - \sigma_{ya}\sin(\delta_y - \delta_{xy})] \right|\end{aligned}\tag{3.2}$$

zusammensetzen.

Hierbei verschwindet die dritte Spannungsinvariante, sobald keine Phasenverschiebung vorliegt.

Bei einer Phasenverschiebung kann mit diesen Spannungsinvarianten somit die Vergleichsspannungsamplitude nach der verwendeten DIH-Hypothese ausgedrückt werden zu

$$\sigma_{va} = \sqrt{J_{1a} - k_{aN}^2 \cdot J_{2a} - k_{bN} \cdot J_{3a}} \quad .\tag{3.3}$$

Der Parameter k_{bN} dient hierbei zur Gewichtung der dritten Invarianten und wird mit Hilfe der Gleichung

$$k_{bN} = k_{aN} \cdot \left[2 - \left(\frac{\sigma_{WN}}{\sigma_{WN,90^\circ}} \right)^2 \right]\tag{3.4}$$

bestimmt. Dazu ist die Ermittlung eines weiteren Festigkeitswertes $\sigma_{WN,90^\circ}$ notwendig, um den Einfluss der Phasenverschiebung auf das Festigkeitsverhalten abbilden zu können. Dieser ist mit dem Belastungsfall einer einachsigen Zug-Druck-Spannung σ_{xa} mit einer hierzu um 90° phasenverschobenen Torsionswechselspannung τ_{xya} zu bestimmen, die sich betragsmäßig aus

$$\tau_{xya} = \frac{\sigma_{xa}}{k_{aN}} = \frac{\sigma_{WN,90^\circ}}{k_{aN}}\tag{3.5}$$

ergibt. Zeitlich ist der Festigkeitswert $\sigma_{WN,90^\circ}$ nach Gl. (2.13) zu behandeln, sodass

$$\sigma_{WN,90^\circ} = \sigma_{W,90^\circ} \cdot \left(\frac{N_D}{N} \right)^{k_{90^\circ}}\tag{3.6}$$

gilt. Weiterhin muss der Parameter k_{bN} den Forderungen genügen, dass bei zügiger Belastung ($N = 1/2$) eine Phasenverschiebung keinen Einfluss haben darf und er dementsprechend den Wert Null annehmen muss. Folglich gilt für die Festigkeit

$$\sigma_{WN,90^\circ} = \frac{\sigma_{W,N}}{\sqrt{2}} \Big|_{N=1/2} = \frac{\sigma_W}{\sqrt{2}} \cdot (2 \cdot N_D)^{1/k}\tag{3.7}$$

und für die Dauerfestigkeit ($N = N_D$)

$$\sigma_{WN,90^\circ} = \sigma_{W,90^\circ} \cdot \frac{\sigma_W}{\sqrt{2 - \frac{k_b}{k_a}}} \quad .\tag{3.8}$$

Damit ist mit diesen beiden Gleichungen der Exponent

$$k_{90^\circ} = \frac{\log(2 \cdot N_D)}{\frac{1}{k} \cdot \log(2 \cdot N_D) + \frac{1}{2} \cdot \log\left(1 - \frac{k_b}{2 \cdot k_a}\right)} \quad (3.9)$$

bestimmbar.

Diese Formulierung ist in der Lage im Frequenzbereich zu operieren. Instationäre Vorgänge lassen sich jedoch schwer mit stationären Mitteln abbilden. Die Abbildung einzelner Frequenzen, mit anschließender Superposition in Form einer Fourierreihenentwicklung, stößt somit u. U. schnell an ihre Grenzen. Dadurch ist eine Rückkehr in den Zeitbereich sinnvoll und wird mit der folgenden Weiterentwicklung begangen.

3.2 Neue Verfahren der MMM- und DIH-Hypothese

In den nachfolgenden Kapiteln wird ein geschlossener Rechenablauf für mehrachsige nicht-proportionale Beanspruchungen lastfreier Oberflächen nach [MP15] dargestellt, der folgende Anforderungen erfüllt:

1. Invariant gegenüber Koordinatentransformation.
2. Zeit- und Dauerfestigkeit vereint in einem Rechenalgorithmus.
3. Gültigkeit für duktile, semiduktile und spröde Werkstoffe.
4. Gültigkeit vom glatten Stab bis zum gekerbten Bauteil
5. Berücksichtigung von Stützwirkungen basierend auf einer werkstoffbezogenen Vergleichsspannung
6. Gültigkeit für proportionale und nicht-proportionale Beanspruchungen.
7. Vorzeichenbehaftete Vergleichsspannung.
8. Mechanisch hergeleiteter Rechenprozess.
9. Geringer Rechenaufwand.
10. Instationäre Vorgänge abbildbar.

Die Grundlagen für ein solches Berechnungskonzept, welches die oben erwähnten Anforderungen erfüllt, wurden von Mertens u. a. in [MER11] gelegt. Die grundlegende Idee zur Verwendung von Invarianten zur Formulierung von Festigkeitshypothesen für mehrachsige phasenverschobene Schwingbeanspruchungen sind jedoch schon wesentlich früher erfolgt in [MER90]. Eine solche Berechnungsstrategie, die einen allgemeingültigen Ermüdungsfestigkeitsnachweis für gekerbte metallische Bauteile umfasst, benötigt im Zentrum eine werkstoffabhängige Vergleichsspannung, die zu jedem Zeitpunkt eine vorzeichenrichtige Aussage liefert. Mit dieser Voraussetzung ist es weiterhin möglich, sowohl proportionale als auch nicht-proportionale Beanspruchungsverläufe zu bewerten. Die Modifizierte Mohr-Mises-Hypothese (MMM-Hypothese, siehe Gl. (3.10)) und die darauf aufbauende Weiterentwicklung der DIH-Hypothese ermöglichen die oben erwähnten Anforderungen. Die einzelnen wesentlichen Bestandteile werden nachfolgend näher erläutert und teilweise mit Beispielen oder Herleitungen im Anhang verdeutlicht.

$$\sigma_{v,MMM}(\eta) = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} \cdot V(\eta) \cdot \sqrt{(4 - k_a^2) \cdot M_M^2(\eta) + k_a^2 \cdot R_M^2(\eta)} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sigma'_{v,MMM}(\eta)$$

Vergleichsspannung
Spannungsinvarianten

Zeitvariable
Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnis

Vorzeichenfunktion

Mikrostützwirkung

Makrostützwirkung

(3.10)

3.2.1 Invarianten

Die Ordnung der Hauptspannungen erfolgt unter Berücksichtigung des Schwingprozesses und der Hauptachsenwinkel. In [MER11] erfolgte die Orientierung am höchsten Wert der höchsten Hauptspannung σ_1 unter Berücksichtigung der Phasenlage mit der atan2-Funktion. Inzwischen ist das Verfahren präziser und wird hier vorgestellt. Eine solche Ordnung hat den Vorteil, dass die Komponenten des Mohrschen Kreises als Invarianten verwendet werden können. Sie sind einfach zu interpretieren und durch die Umordnung der Hauptspannungen sind aus ihnen ebenso leicht die Hauptspannungen zu ermitteln.

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= M_M + R_M = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \\
 \sigma_2 &= M_M - R_M = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Mit ihnen lassen sich dementsprechend Spannungszustände ausdrücken, die alle vorhandenen Ebenen des Spannungstensors berücksichtigend beschreiben und bei schwingenden Lastspannungen das Maß an zu beobachtenden Größen minimal klein hält.

Generell ist darauf zu achten, dass bei einem mittelspannungsbehafteten zeitlichen Beanspruchungsverlauf, der quasistatische arithmetische Mittelwert aus den Spannungskomponenten entfernt wird. Die Hauptspannungen werden vorerst nur mit den schwingenden Anteilen der Spannungskomponenten berechnet, um in einen späteren Zeitpunkt mittels Haighschaubilds das Beanspruchungsgeschehen zu beurteilen. Die Mittelspannungsanteile werden entsprechend mit einer geeigneten Vergleichsmittelspannung wieder in die Berechnung zurückgeführt (siehe Abb. 3.18 bzw. Kapitel 3.2.6).

Für den zeitlichen Verlauf ist es hingegen von entscheidender Bedeutung, die Hauptspannungen in jedem Zeitpunkt richtig zuzuordnen. Dies wird beispielsweise an einem rein schwingendem schubbelasteten Oberflächenelement deutlich (siehe Abb. 3.2). Dies nimmt im Laufe eines Lastspiels die folgenden Verzerrungszustände an. In dieser Abbildung sind ebenfalls die beiden Hauptspannungen σ_1^o und σ_2^o abgebildet, die sich aufgrund der Spannungszustands ergeben und der konventionellen Hauptspannungsordnung entsprechen. Im Punkt a) stellt sich durch die Schubbelastung eine Verzerrung ein, welche die erste Hauptspannung in die Richtung der roten durchgezogenen Faser koaxial in Ausrichtung bringt. Zum Zeitpunkt b) ist das Oberflächenelement beanspruchungsfrei und beide abgebildeten Fasern sind gleich lang. Beim letzten Punkt c) verzerrt sich das Oberflächenelement in die andere Richtung.

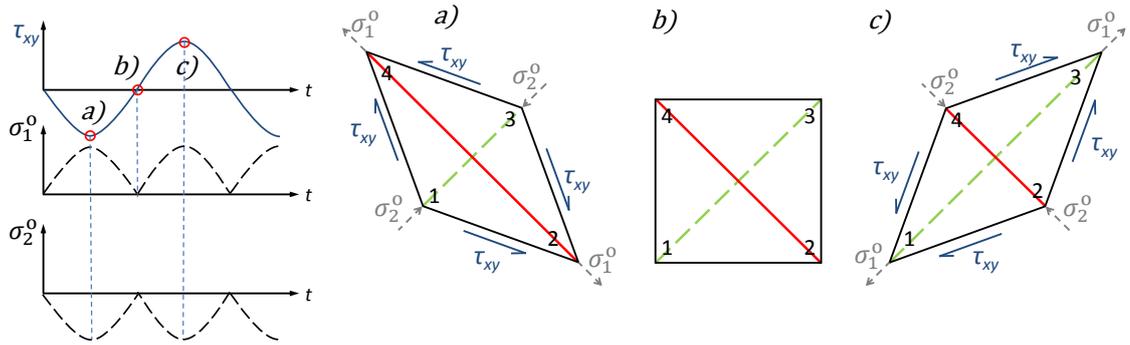


Abbildung 3.2: Verzerrung eines Oberflächenelements nach [MP15]

Die grüne gestrichelte Faser ist nun mit der ersten Hauptspannung in Übereinstimmung; dies entspricht der bisherigen konventionellen Vorzeichenregelung. Hier ist deutlich zu erkennen, dass ein Vertauschen der Hauptspannungsbenennung erfolgen muss, um die Hauptspannungen ihren vorherigen Faser zuzuordnen.

Für den dreidimensionalen Fall eines Spannungszustandes (z. B. im Bereich eines Kerbgrunds) wurde die dritte Raumrichtung in Richtung der inversen Oberflächennormale z eingeführt. Für lastfreie Oberflächen entspricht sie der Richtung der Gradienten im Fall einer Oberflächenkerbe (siehe Abb. 2.21). An der Oberfläche sei $z = 0$ und die Hauptspannungen entsprechend $\sigma_1(z = 0)$, $\sigma_2(z = 0)$ und $\sigma_3(z = 0) = 0$ sowie die zwei wesentlichen Invarianten $R_M(z = 0)$ und $M_M(z = 0)$. Betrachtet

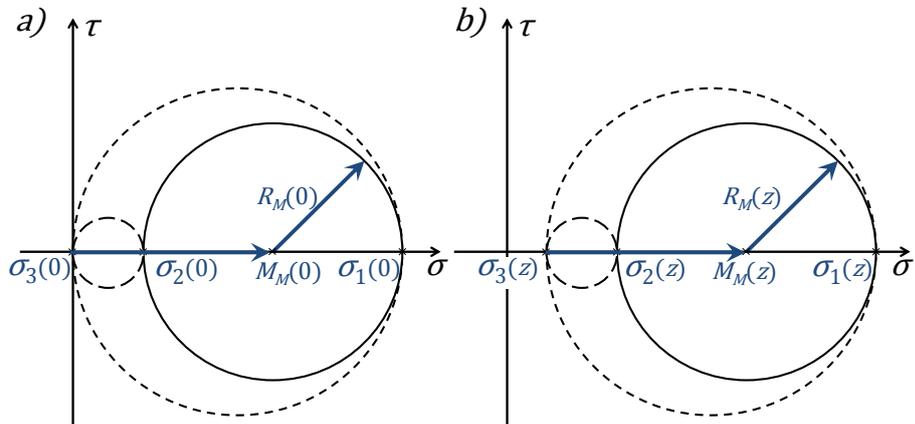


Abbildung 3.3: Mohrsche Spannungskreise für Spannungszustände an a) Oberfläche und b) dicht unter der Oberfläche

werden hierbei der Mohrsche Spannungskreis und die dazugehörigen Invarianten in der 1-2 Ebene (durchgezogene Linie). Diese Ebene an der Oberfläche ist als einzige von außen messbar und liegt orthogonal zum Spannungsgradienten. Die dritte Hauptspannung σ_3 wird jedoch nicht vernachlässigt. Sie fließt im Bereich unterhalb der Oberfläche über einen Vergleichsspannungsgradienten (siehe Kapitel 3.2.4) zur Berechnung der Mikrostützwirkung in den Berechnungsablauf ein. Formal ergeben

sich für den Radius und den Mittelpunkt des Kreises die Beziehungen

$$\begin{aligned} M_M(z) &= \frac{\sigma_1(z) - \sigma_3(z)}{2} + \frac{\sigma_2(z) - \sigma_3(z)}{2} = \frac{\sigma_1(z) + \sigma_2(z)}{2} - \sigma_3(z) \\ R_M(z) &= \frac{\sigma_1(z) - \sigma_3(z)}{2} - \frac{\sigma_2(z) - \sigma_3(z)}{2} = \frac{\sigma_1(z) - \sigma_2(z)}{2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Hierbei ist zu beachten, dass der Mittelpunkt nur vom Mohrschen Kreis selber abhängt und nicht vom Koordinatenursprung. Dies wird im Anhang in Kapitel A näher erläutert. Weiterhin ist zu sehen, dass die Hauptspannung σ_3 nicht explizit im Radius R_M enthalten ist. Daher können die ersten beiden Hauptspannungen σ_1 und σ_2 für die Vorzeichenwahl des Radius Verwendung finden, die i. Allg. auch für die Invariante M_M gilt, sofern $\sigma_3 < (\sigma_1 + \sigma_2/2)$ erfüllt ist. Dies ist beispielsweise bei Kerben der Fall.

Die beiden Mohrschen Spannungsinvarianten bieten weiterhin den Vorteil, dass sie ein einheitliches Bewertungssystem für alle metallischen Werkstoffe bieten. Diese reicht von duktilen über semi-duktilen bis hin zu ideal spröden Werkstoffen (siehe Kapitel 3.2.2).

Ein allgemeiner ebener Spannungszustand in der Oberfläche ist leicht in die beiden Zustände M und R zu überführen. In Abb. 3.4 ist dies vereinfacht für einen

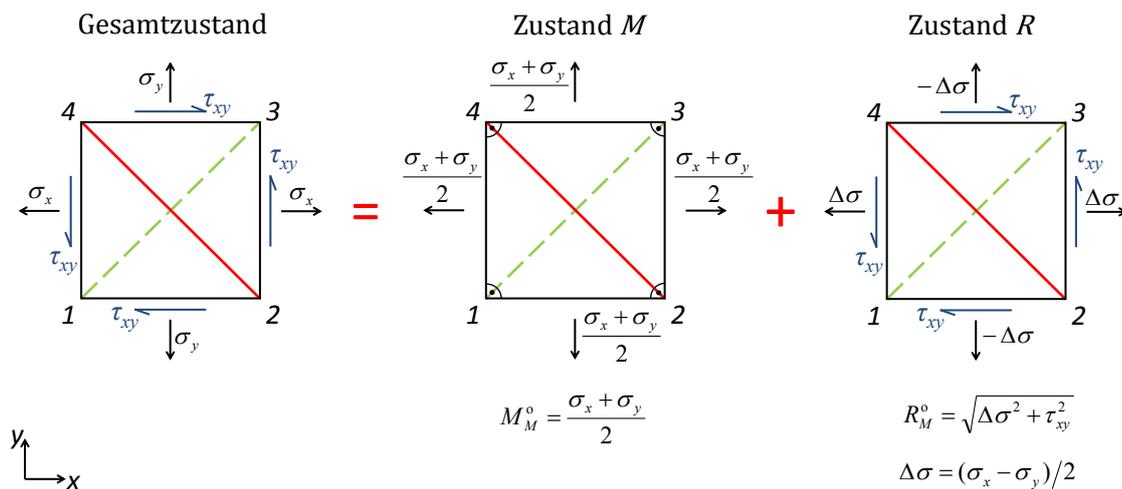


Abbildung 3.4: Zerlegung eines 2D-Spannungszustands in die Teilzustände M und R [MP15]

zweidimensionalen Fall in einem beliebigen x -, y -Koordinatensystem auf einer Bauteiloberfläche dargestellt. Wie zu erkennen ist, wird der ebene Spannungszustand in einen ebenen hydrostatischen (Zustand M) und einen hier „deviatorisch“ genannten Anteil (Zustand R) aufgelöst, was die Interpretation und Zuordnung des Versagensmechanismus erleichtert.

Der Teilzustand M ist Schubspannungsfrei und alle Seiten werden mit der gleichen Normalspannung M_M^o beansprucht. Aufgetragen in einen Mohrschen Kreis degeneriert dieser Teilspannungszustand zu einem Punkt, der sich bei einer Drehung des Koordinatensystem invariant verhält. Es gilt somit stets:

$$M_M = M_M^o = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (3.13)$$

Im Teilzustand R (ebenfalls in Abb. 3.4) und in Gl. (2.34) ist zu sehen, dass bei der Berechnung des Radius die Spannungskomponenten ihr Vorzeichen verlieren, was

streng genommen bei der Konstruktion eines Mohrschen Kreises mit einer Spiegelung an der Normalspannungsachse behoben wird. Der Radius ist jedoch unterhalb der Normalspannungsachse als negativ anzusehen und entsprechend zu bewerten, solange der Prozess einer endgültigen schwingungsunabhängigen Vorzeichenzuweisung noch nicht abgeschlossen ist. Das Vorhandensein eines negativen Radius ist auch in Abbildung 3.4 im Teilzustand R zu erkennen. Die Spannungskomponenten sind bezüglich der Diagonalen 1-3 bzw. 2-4 antimetrisch.

Weiterhin eignet sich der Teilzustand R , um eine Drehung des Koordinatensystems zu verfolgen. Hierzu kann der Radius in einem $\Delta\sigma - \tau_{xy}$ -Diagramm eingetragen werden, um dessen Koordinatenursprung der Radius umläuft (siehe beispielsweise Abb. 3.9b).

Die dritte Invariante ist Bestandteil der DIH-Hypothese, die sich auch dadurch von der MMM-Hypothese unterscheidet. Diese dritte Invariante wird innerhalb der DIH-Hypothese verwendet, um eine genauere Stützwirkung aufgrund der Rotation des Radius R_M durch die Phasenverschiebung zu berücksichtigen. Eine zeitliche Veränderung der Hauptachsenrichtung φ ist die Folge. Bisher ist hierfür J_{3a} aus Gl. (3.3) nach [HAH95] verwendet worden, die durch die neue Form der dritten Invariante zu ersetzen ist. Aufgrund des Umstands, dass die Invariante M_M keinen Einfluss auf die Hauptachsenrichtung aufweist, ist lediglich nur die zeitliche Änderung der Invariante R_M zu verfolgen. Hierfür sei wiederum beispielhaft ein Oberflächenelement gegeben, dessen Oberflächenkoordinaten in x - und y -Richtung zeigen und die z -Richtung parallel zur inversen Oberflächennormalen n ist. Die Invariante R_M besteht folglich nach Gl. (2.34) aus einer Normalspannungskomponente $\Delta\sigma$ und einem Schubspannungsanteil τ_{xy} ; dargestellt in Abb. 3.5.

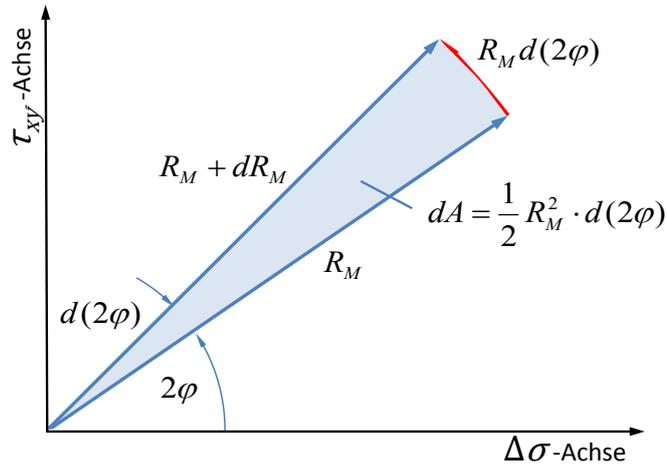


Abbildung 3.5: Darstellung der Invarianten R in der $\Delta\sigma - \tau_{xy}$ -Ebene nach [MP15]

Für einen Zeitpunkt t wird der Radius R_M durch die Komponenten $\Delta\sigma(t)$ und $\tau_{xy}(t)$ bestimmt, wodurch sich der Hauptachsenwinkel φ durch die Beziehung

$$\begin{aligned} \tan(2\varphi(t)) &= \frac{\tau_{xy}(t)}{\Delta\sigma(t)} \quad \text{oder} \\ \tan(2\varphi(\eta)) &= \frac{\tau_{xy}(\eta)}{\Delta\sigma(\eta)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

ergibt, wobei $\eta = \omega \cdot t$ eine Zeitvariable mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$ für eine Vergleichbarkeit von schwingenden Beanspruchungen bei Betrachtung einer Schwingperiode T darstellt. Bei einer Veränderung von $d(2\varphi)$ (siehe Abb. 3.5) unter Berücksichtigung der Zeitvariable η

$$\frac{d}{d\eta}(2\varphi(\eta)) \cdot d\eta = \frac{1}{R_M^2(\eta)} \cdot \left[\frac{d\tau_{xy}(\eta)}{d\eta} \cdot \Delta\sigma(\eta) - \tau_{xy}(\eta) \cdot \frac{d\Delta\sigma(\eta)}{d\eta} \right] \cdot d\eta \quad , \quad (3.15)$$

bei der die zeitlichen Ableitungen der Schubspannung und der Normalspannungskomponente entweder algebraisch oder numerisch zu bestimmen sind, entsteht eine Fläche

$$dA = \frac{1}{2} \cdot R_M^2(\eta) \cdot \frac{d}{d\eta}(2 \cdot \varphi(\eta)) \cdot d\eta \quad . \quad (3.16)$$

Mit Gl. (3.14) ergibt sich die Fläche $dA/d\eta$

$$\frac{dA}{d\eta} = \frac{1}{2} \cdot R_M^2(\eta) \cdot \frac{d}{d\eta}(2\varphi(\eta)) = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{d\tau_{xy}(\eta)}{d\eta} \cdot \Delta\sigma(\eta) - \tau_{xy}(\eta) \cdot \frac{d\Delta\sigma(\eta)}{d\eta} \right] \quad , \quad (3.17)$$

die im Differentiellen überstrichen wird. Diese stellt eine differentielle Invariante dar, welche bei proportionalen Spannungen zu Null wird, da sich

$$\frac{d\tau_{xy}}{d\eta} / \tau_{xy} = \frac{d\Delta\sigma}{d\eta} / \Delta\sigma \quad (3.18)$$

einstellt. Hiermit kann ebenfalls eine Überprüfung stattfinden, ob zu jedem Zeitpunkt eine proportionale Beanspruchung vorliegt.

Wie bereits in [MER90] gefordert, darf ein Vorzeichen von τ_{xy} aufgrund der Invarianz gegenüber dem Koordinatensystem keinen Einfluss auf eine Festigkeitshypothese aufweisen. Da $dA/d\eta$ jedoch aufgrund der Verwendung und Mehrdeutigkeit von $\Delta\sigma$ und τ_{xy} nicht vollständig unabhängig vom vorherrschenden Koordinatensystem sind, ist der wesentliche Teil von Gl. (3.17) betragsmäßig zu behandeln. Um J_{3a} aus der DIH ersetzen zu können, ist Gl. (3.17) zusätzlich mit dem Faktor 4 zu berücksichtigen, damit der Gewichtungsfaktor $k_b = k_b(k_a)$ aus [HAH95] übernommen werden kann. Die dritte Invariante lässt sich demnach durch

$$R_{M,rot} = \text{signum}(R_M) \cdot \sqrt{2 \cdot \left| \frac{d\tau_{xy}}{d\eta} \cdot \Delta\sigma - \tau_{xy} \cdot \frac{d\Delta\sigma}{d\eta} \right|} \quad (3.19)$$

beschreiben, wobei sie aufgrund der engen Beziehung zum Radius dessen Vorzeichen übernimmt. Dieses ist notwendig, damit sowohl positive als auch negative Extremwerte der Invariantenausschläge gleichartig gestützt werden können.

Im Anhang B und C befinden sich zur dritten Invarianten weitere Anmerkungen und Herleitungen, welche die Invarianz aufzeigen oder die Überführbarkeit zur Spannungsinvariante für phasenverschobene Spannungskomponentenverläufe J_{3a} .

Die weiterentwickelte DIH-Hypothese setzt sich entsprechend in der neuen Schreibweise zu Gl. 3.20 zusammen.

Durch die vorgestellten Invarianten können sowohl die MMM-Hypothese als auch die in der neuen Form vorgestellten DIH-Hypothese im Zeitbereich agieren und können daher im Gegensatz zu den früheren Veröffentlichungen von Hahn [HAH95] und Mourier [MOU02] auch für instationäre Vorgänge verwendet werden. Eine Modellierung der Beanspruchung mit Hilfe der Fourieranalyse und anschließender Superposition der zu untersuchenden Frequenzen ist nicht mehr notwendig und erweitert den möglichen Anwendungsbereich.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{l}
 \text{Vergleichsspannung} \\
 \text{Zeitvariable} \\
 \text{Makro-} \\
 \text{stützwirkung} \\
 \text{Mikro-} \\
 \text{stützwirkung}
 \end{array} \\
 \sigma_{v,DIH}(\eta) = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} \cdot V(\eta) \cdot \sqrt{(4 - k_a^2) \cdot M_M^2(\eta) + k_a^2 \cdot R_M^2(\eta) - k_b \cdot R_{M,rot}^2(\eta)} \\
 \begin{array}{l}
 \text{Zug-Schub-} \\
 \text{Wechselfestigkeits-} \\
 \text{verhältnis} \\
 \text{Vorzeichenfunktion} \\
 \text{Gewichtungsfaktor} \\
 \text{der dritten} \\
 \text{Invariante} \\
 \text{(für } k_b \geq 0 \text{)}
 \end{array} \\
 \text{Spannungsinvarianten}
 \end{array} \quad (3.20)$$

3.2.2 Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnis k_a

Das Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnis kann als Maß für die Duktilität eines Werkstoffs gesehen werden und fungiert innerhalb der MMM- und DIH-Hypothese als Gewichtungsfaktor zwischen dem (ebenen hydrostatischen) Normalspannungsanteil (Zustand M) und dem „deviatorischen“ Anteil (Zustand R); siehe beispielsweise Abb. 3.4 anhand eines ESZ. Dementsprechend kann mit der Verwendung von k_a^2 innerhalb einer Vergleichsspannung eine mehrachsige Beanspruchung aus Zug, Biegung, Schub und/oder Torsion in eine äquivalente Zugspannung umgewandelt werden, die in ihre jeweils wirkenden Anteile aufgeteilt ist. Selbst ein einachsiger Zugversuch ist damit augenscheinlich in einen ebenen hydrostatischen Zustand M und einen „deviatorischen“ Zustand R aufzuschlüsseln.

Im Folgenden wird das Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnis k_a bei Dauerfestigkeit betrachtet. Er ist jedoch abhängig von der Lastwechselzahl, wie es in Gl. (2.47) zu sehen ist. Dementsprechend sind alle folgenden Aussagen ebenfalls für die Zeitfestigkeit und Statik zutreffend, sofern Festigkeiten gleicher Lastwechselzahl betrachtet werden.

Idealerweise entstammen die für die Ermittlung von k_a notwendigen Wechselfestigkeiten

$$k_a = \frac{\sigma_W}{\tau_W} \quad (3.21)$$

aus entsprechenden Versuchen, die aufgrund ihrer Anzahl auf einen belastbaren Versuchsmittelwert schließen lassen. Die Zug-Druck-Wechselfestigkeit σ_W ist hierbei in Wechselfestigkeitsversuchen an glatten, zylindrischen Probekörpern zu ermitteln und wird für die MMM-Hypothese als Vergleichsspannung benutzt. Die dabei verwendeten Probekörper dürfen im Messbereich keine Kerben aufweisen, damit aus diesen Versuchen gültige Werkstoffwerte gewonnen werden können. Folglich gelten für die Hauptspannungen $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, was einen einachsigen Spannungszustand darstellt. Für die beiden Mohrschen Invarianten ergeben sich dadurch nach Gl. (3.12)

$$\begin{aligned}
 M_M(\eta) &= R_M(\eta) = \frac{\sigma_1}{2} \quad \text{bzw.} \\
 M_{Ma}(\eta) &= R_{Ma}(\eta) = \frac{\sigma_{1a}}{2}
 \end{aligned} \quad (3.22)$$

für die Beanspruchungsamplitude.

Werden diese in die MMM-Hypothese (Gl. (3.10)) eingesetzt, kommt als ungestützte

Vergleichsspannungsamplitude

$$\sigma'_{va,MMM} = \sqrt{(4 - k_a^2) \cdot \left(\frac{\sigma_{1a}}{2}\right)^2 + k_a^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{1a}}{2}\right)^2} = \sigma_{1a} \quad (3.23)$$

als Ergebnis heraus, welches unabhängig vom Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnis k_a ist. Somit entspricht letztendlich $\sigma_{1a} = \sigma_W$.

Zur Ermittlung der Torsionswechselfestigkeit τ_W ist darauf zu achten, dass die Mikro- und Makrostützwirkungen nicht wirksam sind ($m = n = 1$). Dies ist durch die Verwendung von einem glatten, dünnwandigen Rohr als Probenquerschnitt sichergestellt. Die Stützwirkung kann jedoch auch näherungsweise herausgerechnet werden, falls die genaue Probengeometrie und Mikrostrukturlänge ρ^* bekannt sind. Der zweiachsige Beanspruchungszustand aus diesem Versuch stellt sich, aufgetragen in einem $\sigma - \tau$ -Diagramm, als Mohrscher Kreis dar, dessen Mittelpunkt im Ursprung liegt. Die sich ergebenden Hauptspannungen betragen dementsprechend $\sigma_1(\eta) = -\sigma_2(\eta) = \tau_H(\eta)$, wobei $\tau_H(\eta)$ die maximale Torsionsschubspannung des Spannungszustands darstellt. Die beiden Amplituden der Mohrschen Invarianten ergeben nach Gl. (3.12)

$$M_{Ma}(\eta) = 0 \quad \text{und} \quad R_{Ma}(\eta) = \tau_{Ha}(\eta) \quad . \quad (3.24)$$

Eingesetzt in die MMM-Hypothese nach Gl. (3.10) ergibt sich eine *ungestützte Vergleichsspannungsamplitude* von

$$\sigma'_{va,MMM} = \sqrt{(4 - k_a^2) \cdot 0^2 + k_a^2 \cdot \tau_{Ha}^2} = k_a \cdot \tau_{Ha} \quad , \quad (3.25)$$

was dazu führt, dass

$$\sigma_W = k_a \cdot \tau_W \quad (3.26)$$

gilt.

Wie bereits in Kapitel 2.7.1 erwähnt, handelt es sich bei k_a um den Kehrwert des Schubwechselfestigkeitsfaktor $f_{W,\tau}$ aus der FKM-Richtlinie [FKM12]. In dieser wird der Zug-Schub-Schubwechselfestigkeitsfaktor indirekt ebenfalls, wie in der MMM- und DIH-Hypothese, als Gewichtungsfaktor verwendet, der in einer Mischhypothese zwischen den Anteilen aus Normalspannungs- und Gestaltänderungsenergiehypothese als Regler dient. Hierzu wird er in einem Gewichtungsfaktor q verarbeitet (siehe Tab. 2) und in die Mischhypothese eingefügt, die nur für proportionale Beanspruchungsverläufe gültig ist, da sie nicht invariant ist.

Wie in Tab. 2 zu sehen ist, liegen technische Werkstoffe, bezogen auf den Zug-Schubwechselfestigkeitsfaktor, im Bereich von $0 \leq k_a^2 \leq 4$. Innerhalb der FKM-Richtlinie [FKM12] werden Werkstoffe jedoch nur in einem Bereich von $1 \leq k_a^2 \leq 3$ betrachtet und mit der oben erwähnten Mischhypothese bewertet. In dieser gelten beispielsweise Werkstoffe mit $k_a^2 = 1$ bereits als spröde, weshalb sie durch den Gewichtungsfaktor q innerhalb der Mischhypothese rein mit der Normalspannungshypothese bewertet werden. Mit der Betrachtung durch die MMM-Hypothese und den Mohrschen Invarianten ist jedoch immer noch ein deviatorischer Anteil auszumachen, weshalb besser von einem „fast spröden“ Werkstoff zu sprechen ist. Dies ist auch durch die teilweise deutlichen Bruchdehnungen festzumachen, welche beispielsweise bei kleinen Bauteilabmessungen für GG und GJL laut FKM-Richtlinie

Tabelle 2: Zug-Schub-Wechselverhältnis

Werkstoff	Schubwechsel- festigkeitsfaktor $f_{W,\tau}$	Zug-Schub-Wechsel- festigkeitsverhältnis $k_a = \frac{1}{f_{W,\tau}}$	Gewichtungsfaktor $q = \frac{\sqrt{3}-k_a}{\sqrt{3}-1}$
Duktiler Grenzwert	—	2	—
Stahl, Aluminiumknet- werkstoffe mit $A \geq 6\%$	0,577	$\sqrt{3}$	0
GJS (GGG)	0,65	1,538	0,264
Aluminiumknet- werkstoffe mit $A < 6\%$	(0,732)*	(1,366)*	(0,5)*
GJM (GT), Aluminiumguss- werkstoffe	0,75	1,333	0,544
GJL (GG)	1	1	1
GJL (GG) Gusshaut [KBB12]	(1,25)*	(0,8)*	(1,273)*
Spröder Grenzwert	—	0	—

(*) Klammerwert berechnet

[FKM12] angegeben werden.

Für Werkstoffe mit einem Zug-Schubwechselverhältnis von $k_a^2 = 3$, welche generell als duktil bezeichnet werden, ergibt die MMM-Hypothese die von Mises Hypothese mit zugehörigen schwingungsabhängigen Vorzeichen. Bemerkenswert hierbei ist, dass die FKM-Richtlinie [FKM12] diesen Wert für alle Stähle verwendet und somit stets nach der von Mises Hypothese bewertet. Die MMM-Hypothese stimmt mit der FKM-Richtlinie [FKM12] nur für $k_a^2 = 3$ exakt überein, bietet jedoch den Vorteil, dass innerhalb von Werkstoffgruppen ein größeres Maß an Differenzierung möglich ist und durch das weitreichende Spektrum eine genauere Bewertung des Werkstoffverhaltens erfolgen kann. Zudem ist die MMM-Hypothese ebenfalls für nicht-proportionale Beanspruchungen gültig.

Das Risiko bei der Verwendung der MMM-Hypothese ist durch die Betrachtung der Grenzwerte der FKM-Richtlinie [FKM12] im proportionalen Fall nachvollziehbar. Beispielhaft seien für die beiden FKM-Grenzfälle $k_a^2 = 1$ und $k_a^2 = 3$ ein zweiachsiger ESZ gegeben mit den beiden Beanspruchungsamplituden σ_{1a} und σ_{2a} . Als Vergleichsspannung hierzu soll $\sigma_{va} = \sigma_W$ gelten.

Nach der MMM-Hypothese gilt für die *ungestützte Vergleichsspannungsamplitude*

$$\sigma'_{va,MMM} = \sqrt{\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 - \sigma_{1a} \cdot \sigma_{2a}} \quad \text{für } k_a^2 = 3 \quad (3.27)$$

und

$$\sigma'_{va,MMM} = \sqrt{\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 + \sigma_{1a} \cdot \sigma_{2a}} \quad \text{für } k_a^2 = 1 \quad (3.28)$$

Die obere Gl. (3.27) entspricht unter Berücksichtigung eines isotropen, duktilen Werkstoffs der von Mises Hypothese. Gl. (3.28) weicht hingegen von der FKM-Richtlinie [FKM12] ab, die für diesen Fall aus der Mischhypothese die Normalspannungshypothese (NH) generiert, mit

$$|\sigma_{va}| = \max(|\sigma_{1a}|, |\sigma_{2a}|) \quad (3.29)$$

und Vorzeichen nach Abb. 3.6.

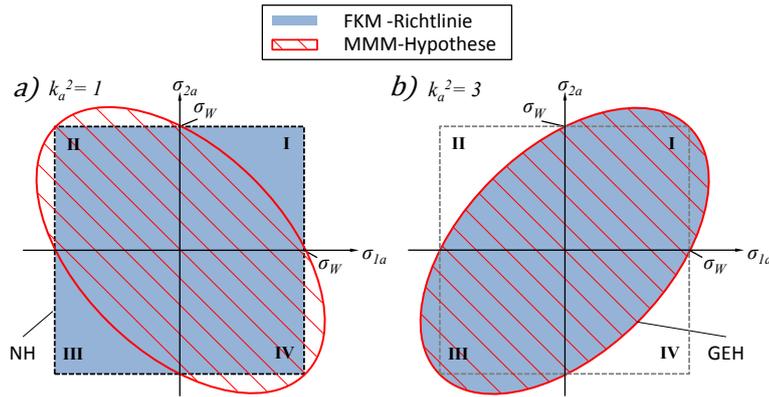


Abbildung 3.6: Hypothesenvergleich zwischen MMM-Hypothese und FKM für a) $k_a^2 = 1$ und b) $k_a^2 = 3$ [MP15]

Diese zeigt den Gültigkeitsbereich der MMM-Hypothese im Vergleich zur Mischhypothese der FKM-Richtlinie [FKM12] für die zwei Werkstoffgruppen, die die Grenzfälle der FKM-Richtlinie bilden. In Abb. 3.6a) ist ein „fast spröder“ Werkstoff mit $k_a^2 = 1$ zu sehen, der durch die FKM-Richtlinie mit der NH abgedeckt wird. Die MMM-Hypothese sticht hierbei durch ihre gekippte elliptische Form hervor. Wie zu erkennen ist, ist der Unterschied im I. und III. Quadranten zwischen den beiden Hypothesen am größten. Hier beträgt der Faktor zwischen den einzelnen Hypothesen $\sqrt{3} \approx 1,73$. Im II. und IV. Quadranten lässt die MMM-Hypothese im Unterschied zur FKM-Richtlinie eine um den Faktor $2/\sqrt{3} \approx 1,15$ größere Spannung zu. Insgesamt ergibt sich durch die Verwendung der NH ein deutlich höheres Risiko als mit der Verwendung der MMM-Hypothese für „fast spröder“ Werkstoffe.

In Abb. 3.6b) ist der Gültigkeitsbereich für duktile Werkstoffe mit einem Zug-Schubwechselfestigkeitsfaktor von $k_a^2 = 3$ dargestellt. Hier überdecken sich die MMM- und die Mischhypothese der FKM-Richtlinie mit der Gestaltänderungsenergiehypothese. Diese hat sich durch zahlreiche Untersuchungen für solche duktile Werkstoffe bewährt und ist sehr gut abgesichert.

Damit ist deutlich gemacht worden, dass die Verwendung der MMM-Hypothese ein insgesamt geringeres Risiko nach sich zieht als die Mischhypothese aus der FKM-Richtlinie [FKM12]. Gerade bei den weniger duktilen bzw. den semiduktilen Werkstoffen erscheint dies der Praxis näher, zumal hier gegebenenfalls Forderungen existieren, dass für dynamisch hochbeanspruchte Bauteile Werkstoffe mit $k_a^2 \leq 2,7$ und Bruchdehnungen von $A_5 \leq 12,5\%$ für die Angussprobe nicht zu verwenden sind. Gerade wenn sich der Werkstoff bei der Betriebstemperatur des Bauteils in der Tieflage - bezogen auf die Kerbschlagzähigkeit - befindet, ist ein solcher Werkstoff zu meiden. Möglicherweise liegen die negativen Erfahrungen mit weniger duktilen Werkstoffen an der Unzulänglichkeit der Normalspannungshypothese?!

Als eine weitere Methode zur Ermittlung des Zug-Schub-Wechselfestigkeitsverhältnisses k_a kann als Näherung die im VDEh-Bericht ABF 11 [HTS81] für Stahl, Stahlguss und Grauguss veröffentlichte Beziehung von

$$\tau_W = \sigma_W \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left(\frac{R_{p0,2}}{R_m} \right)^5 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right] \quad (3.30)$$

verwendet werden, die von [HAH95] nach

$$k_a = \frac{\sigma_W}{\tau_W} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3} - 1) \cdot \left(\frac{R_{p0,2}}{R_m}\right)^5 + 1} \quad (3.31)$$

umgestellt wurde. Diese Formulierung kann jedoch nur den Bereich $1 \leq k_a \leq \sqrt{3}$ abdecken.

3.2.3 Gewichtungsfaktor k_b

Der Gewichtungsfaktor der dritten Invariante $R_{M,rot}^2$ bzw. J_{3a} ist eine experimentell zu bestimmende Größe. Für die Ermittlung kann nach [HAH95] die Gl. (3.4) herangezogen werden, die für Dauerfestigkeit mit

$$k_b = k_a \cdot \left[2 - \left(\frac{\sigma_W}{\sigma_{W,90^\circ}} \right)^2 \right] \quad (3.32)$$

angegeben ist. Für die Zeitfestigkeit sind, wie weiter oben bereits erwähnt, die entsprechenden Festigkeiten einzusetzen, wobei sich prinzipbedingt der Einsatz der statischen Festigkeiten erübrigt. Der in Gl. (3.32) dahinter stehende Werkstoffversuch besitzt hierbei entsprechende phasenverschobene Parameter

$$\begin{aligned} \sigma_{xa} &= \sigma_{W,90^\circ}, & \sigma_{ya} &= 0, \\ \tau_{xa} &= \frac{\sigma_{xa}}{k_a}, & \delta_{xy} &= 90^\circ, \end{aligned} \quad (3.33)$$

die eingesetzt in Gl. (3.20) bzw. Gl. (3.3) die Gl. (3.32) ergeben. Da $\sigma_{W,90^\circ}$ eher selten bekannt ist, kann der Gewichtungsfaktor k_b auch aus artgleichen Versuchen mit anderen Phasenlagen δ_{xy}

$$k_b = \frac{\sigma_{xa}^2 + k_a^2 \cdot \tau_{xya}^2 - \sigma_W^2}{\sigma_W \cdot \tau_{xya} \cdot |\sin \delta_{xy}|} \quad (3.34)$$

gewonnen werden.

In [HAH95] ist für den Gewichtungsfaktor k_b eine Abschätzformel aus diversen Versuchen generiert worden, die ebenfalls als Ansatz zu betrachten ist, aufgrund der übersichtlichen Anzahl an dahinterstehenden Versuchen aus Walzstahl, Stahlguss, Aluminiumlegierungen und Grauguss.

$$k_b = \begin{cases} 0 & \text{für } k_a \leq 1,563 \\ 4,675 \cdot (k_a - 1,563) & \text{für } k_a > 1,563 \end{cases} \quad (3.35)$$

Diese Auswertung zeigt jedoch in erster Näherung eine Abhängigkeit von k_a , die für $k_a > 1,6$ tendenziell positive Werte für k_b generiert. Unterhalb von $k_a \approx 1,6$ ist keine sichere Aussage möglich. Dementsprechend sind weitere Untersuchungen diesbezüglich notwendig, zumal die starken Streuungen auf weitere Abhängigkeiten von k_b hindeuten.

3.2.4 Stützwirkung

In dem vorliegenden Berechnungskonzept werden sowohl die elastische Mikrostützwirkung als auch die Makrostützwirkung unter Berücksichtigung der Fließbehinderung φ berücksichtigt, sofern der Werkstoff aufgrund seiner plastischen Reserven

Fließen zulässt und durch die Beanspruchungshöhe aktiviert wird. Ersteres ist u. a. am Wechselfestigkeitsfaktor k_a oder der Brucheinschnürung Z auszumachen. Die elastische Mikrostützwirkung basiert bei diesem Berechnungskonzept auf das bezogene Vergleichsspannungsgefälle G_{MMM} und somit nicht auf das in Kapitel 2.8.4 erwähnte klassische Konzept nach Stieler mit dem bezogenen Anstrengungsgefälle χ^* . Dieses entspricht einer reinen Betrachtung von einer Normalspannung. Neuber hat jedoch bereits in [NEU68] gefordert, dass eine Vergleichsspannung zu verwenden ist, die nach einer für den Werkstoff gültigen Festigkeitshypothese zu bilden ist. Dies ist insofern konsequent, da ein Werkstoff bzw. Bauteil gemeinsam auftretende Komponenten nicht separat wahrnehmen kann, sondern nur ihre gemeinsame Wirkung. Aufgrund der heutzutage sehr weit verbreiteten Verwendung von FEM-Programmen bzw. rechnergestützten Berechnungsmöglichkeiten ist es unschwer, diese Forderung umzusetzen. Außerdem bieten die MMM- und die DIH-Hypothesen den Vorteil, dass die damit ermittelte Vergleichsspannung stets werkstoffbezogen ist, was die Handhabung wesentlich erleichtert.

Mikrostützwirkung

Die Mikrostützwirkung bzw. die elastische Stützwirkung n ist nicht für jeden Zeitpunkt η eines Lastspiels zu bestimmen, sondern nur für die Zeitpunkte der maximalen und der minimalen Vergleichsspannung $\sigma_{v,MMM}(\eta)$, wobei gegebenenfalls ein Mittelwert zu ermitteln ist. Nachfolgend wird vereinfacht von einem Amplitudengeschehen ausgegangen, was den Rechengang wesentlich einkürzt, jedoch vollständig wiedergibt. Außerdem kann auf die Indizierung der Zeitvariable η verzichtet werden, was der Übersichtlichkeit dient.

Da es sich hier um eine Gradientenbetrachtung handelt, steht entsprechend die Abhängigkeit der Gradientenrichtung im Fokus, die bei lastfreier Oberfläche der inversen Normalenrichtung n entspricht. Analog zur Abb. 2.21 entspricht dies der z -Richtung.

Für die Berechnung der Mikrostützwirkung mit Hilfe der MMM-Hypothese stehen zwei verschiedene Möglichkeiten für die Berechnung des bezogenen Vergleichsspannungsgefälles zur Verfügung. Falls für die einzelnen Spannungsverläufe analytische Formeln vorliegen, z. B. nach Neuber, kann durch Differentiation in inverser Normalenrichtung n direkt das bezogene Vergleichsspannungsgefälle G_{MMM} bestimmt werden mit

$$G_{MMM} = \frac{1}{\sigma'_{va,MMM}(0)} \cdot \left. \frac{\partial(\sigma_{va,MMM}(z))}{d(-z)} \right|_{z=0} . \quad (3.36)$$

Das bezogene Vergleichsspannungsgefälle kann jedoch ebenfalls auch über die Spannungsgefälle der Mohrschen Komponenten ausgedrückt werden.

$$\begin{aligned} G_{MM} &= \frac{1}{M_{Ma}(0)} \cdot \left. \frac{\partial(M_{Ma}(z))}{d(-z)} \right|_{z=0} \\ G_{RM} &= \frac{1}{R_{Ma}(0)} \cdot \left. \frac{\partial(R_{Ma}(z))}{d(-z)} \right|_{z=0} , \end{aligned} \quad (3.37)$$

was ebenfalls in Analogie zu den bisherigen Konzepten zur Berechnung des Spannungsgefälles steht. Somit ist auch hier eine klare verformungsmechanische Aufteilung zwischen dem ebenen hydrostatischen und deviatorischen Anteil möglich.

Das bezogene Vergleichsspannungsgefälle errechnet sich anschließend zu

$$G_{\text{MMM}} = (4 - k_a^2) \cdot \left(\frac{M_{Ma}(0)}{\sigma'_{va,\text{MMM}}(0)} \right)^2 \cdot G_{MM} + k_a^2 \cdot \left(\frac{R_{Ma}(0)}{\sigma'_{va,\text{MMM}}(0)} \right)^2 \cdot G_{RM} = \chi^* \quad (3.38)$$

Die andere Möglichkeit beruht auf numerischen Ergebnissen aus einer FEM- oder BEM-Berechnung und ist angelehnt an die [FKM12]-Richtlinie. Für diese Variante sind die bezogenen Spannungsgefälle der Mohrschen Spannungskomponenten zu bestimmen mit

$$\begin{aligned} G_{MM} &= \frac{1}{M_{Ma}(0)} \cdot \frac{\Delta M_{Ma}}{\Delta s} \quad \text{und} \\ G_{RM} &= \frac{1}{R_{Ma}(0)} \cdot \frac{\Delta R_{Ma}}{\Delta s} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Dabei ist Δs der Abstand der Knotenpunkte entlang der Gradientenrichtung, innerhalb dem sich eine Differenz für ΔM_{Ma} und ΔR_{Ma} ergibt. Somit wird eine Sekante als Annäherung an den Gradienten erzielt, die prinzipbedingt eine hohe Vernetzungsdichte am zu untersuchenden Ort einfordert.

Generell ist darauf hinzuweisen, dass bei Verwendung von der FEM keine Oberflächenspannungen ermittelt werden können. Die FEM bestimmt die Spannungen in den Integrationspunkten, welche sich generell innerhalb eines Elements befinden. Als Folge ist jeder ermittelte Spannungstensor voll besetzt. Hier bieten REM eindeutig Vorteile, da hier die Spannungen direkt ermittelt werden, ohne den Umweg über die Ermittlung von Verschiebungen und zum anderen direkt auf der Oberfläche. Dennoch existieren Möglichkeiten/ Annäherungen zur Ermittlung von Oberflächenspannungen mit Hilfe der FEM. Auf diese numerische Problemstellung wird in Kapitel 5.1.1 eingegangen.

Für die Berechnung der Stützziffer soll weiterhin die Idee nach Hahn [HAH95] verfolgt werden, bei der der Gradient gemeinsam mit der Mikrostrukturlänge nach Neuber die endgültige Mikrostützwirkung nach Gl. (2.70) ergibt. Die bisherige Mikrostrukturlänge stellt jedoch eine reine Werkstoffgröße dar, was im mehrachsigen Spannungsfeld im Kerbbereich zu hinterfragen ist. Die Idee der Mikrostrukturlänge nach Neuber ist eine Mittelung der linear elastischen Kerbspannung, um die Stützwirkung des Gefüges abzubilden und eine wirksame Spannung zu ermitteln.

In der Bruchmechanik existiert eine plastische Zone an der Risspitze, die den Bereich eingrenzt, in der Kleinbereichsfließen auftritt. Diese bildet sich abhängig vom vorherrschenden Spannungs- bzw. Dehnungszustand (ESZ bzw. EDZ) unterschiedlich stark aus. Es ist zu überlegen, die Mikrostrukturlänge nach Hahn ähnlich zu behandeln und den Einfluss der Mehrachsigkeit zu berücksichtigen. Demnach wird vorgeschlagen die Mikrostrukturlänge

$$\rho^* = \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_{I,th0}}{\varphi \cdot \sigma_{Schw}} \right)^2 - R_z \quad (3.40)$$

mit der Fließbehinderung φ zu bestimmen, für die in Kapitel 3.2.7 ein neuer Vorschlag vorgestellt wird.

Die Modellierung mit der Fließbehinderung ermöglicht dabei eine adäquate Anpassung an die jeweilige Mehrachsigsituation an der Kerbstelle. In der Bruchmechanik hingegen existieren für die plastische Zone nur die beiden Extremfälle in Form des ESZ bzw. des EDZ.

3.2.5 Vorzeichenfunktion $V(\eta)$ der MMM-Hypothese

Die Vorzeichenfunktion orientiert sich an den Vorzeichen der Mohrschen Invarianten $M_M(\eta)$ und $R_M(\eta)$ und wird am Rand bestimmt (siehe Kapitel 3.2.1) mit

$$V(\eta) = \text{signum}\left(\sqrt{4 - k_a^2} \cdot M_{M,0}(\eta) + k_a \cdot R_{M,0}(\eta)\right) . \quad (3.41)$$

Hierzu ist ein Algorithmus anzuwenden, der den beiden Invarianten ein eindeutiges Vorzeichen zuweist. Beispielhaft soll dieser Vorzeichenalgorithmus mit einem nicht-proportionalen Beanspruchungsverlauf vorgestellt werden, der aus einer Fourieranalyse mit drei Frequenzen (1. bis 3. Ordnung) mit Phasenverschiebungen entstammt. Die einzelnen Spannungskomponenten lauten

$$\begin{aligned} \sigma_x^o &= \sigma_{xa1}^o \sin(\eta + \delta_{x1}) + \sigma_{xa2}^o \sin(2\eta + \delta_{x2}) + \sigma_{xa3}^o \sin(3\eta + \delta_{x3}) \\ \sigma_y^o &= \sigma_{ya1}^o \sin(\eta + \delta_{y1}) + \sigma_{ya2}^o \sin(2\eta + \delta_{y2}) + \sigma_{ya3}^o \sin(3\eta + \delta_{y3}) \\ \tau_{xy}^o &= \tau_{xya1}^o \sin(\eta + \delta_{xy1}) + \tau_{xya2}^o \sin(2\eta + \delta_{xy2}) + \tau_{xya3}^o \sin(3\eta + \delta_{xy3}) . \end{aligned} \quad (3.42)$$

Wie zu erkennen ist, handelt es sich bei dem Beispiel um einen zeitlichen Beanspruchungsverlauf eines ESZ, der durch ein beliebiges Koordinatensystem x^o, y^o beschrieben ist, wie z. B. durch eine Messkampagne mit Dehnmessstreifen an einem Bauteil. Weiterhin seien für die einzelnen elastischen Spannungskomponentenamplituden und Phasenverschiebungen die Werte aus Tabelle 3 gegeben.

Tabelle 3: Beispiel: Spannungskomponentenamplituden in [MPa]

i	σ_{xai}	σ_{yai}	τ_{xyai}	δ_{xi}	δ_{yi}	δ_{xyi}
1	100	81	20	$-\pi$	0	$\pi/4$
2	50	40	40	0	$\pi/4$	$\pi/2$
3	20	50	20	0	0	$-\pi/4$

Mit diesen mittelspannungsfreien Werten ergeben sich die Beanspruchungsverläufe aus Abb. 3.7. Diese sind jedoch, wie weiter oben erwähnt, mit einem beliebigen Ko-

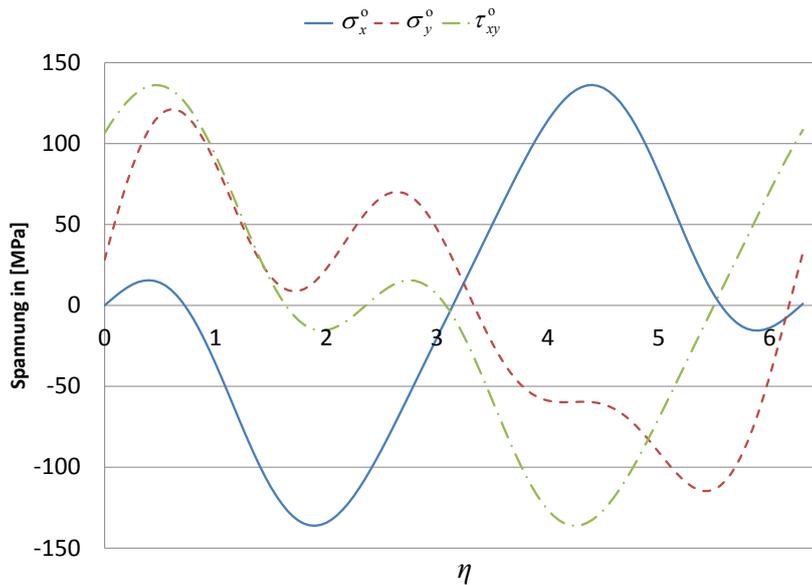


Abbildung 3.7: Mittelspannungsfreie Beanspruchungsverläufe des Beispiels [MP15]

ordinatensystem ermittelt und daher variant. Für eine einheitliche Festlegung eines Koordinatensystems, in das die Komponenten gedreht werden können, bieten sich auf dem ersten Blick keine eindeutigen Zeitpunkte als auch Größen an. Eine Verwendung der Komponenten zu einem beliebigen Zeitpunkt scheidet aufgrund der Varianz des zugrunde gelegten Koordinatensystems aus. Aus diesem Grund ist die Bestimmung der Mohrschen Invarianten notwendig. In Abb. 3.8 a) ist der Mohrsche Radius R_M dargestellt, zusammen mit seinem negativen Pendant, die bei proportionalen Beanspruchungen Berührungspunkte aufweisen. Gleichzeitig sind ebenfalls die Komponenten zur Ermittlung des Radius in der Abbildung zu sehen. Um eine Dre-

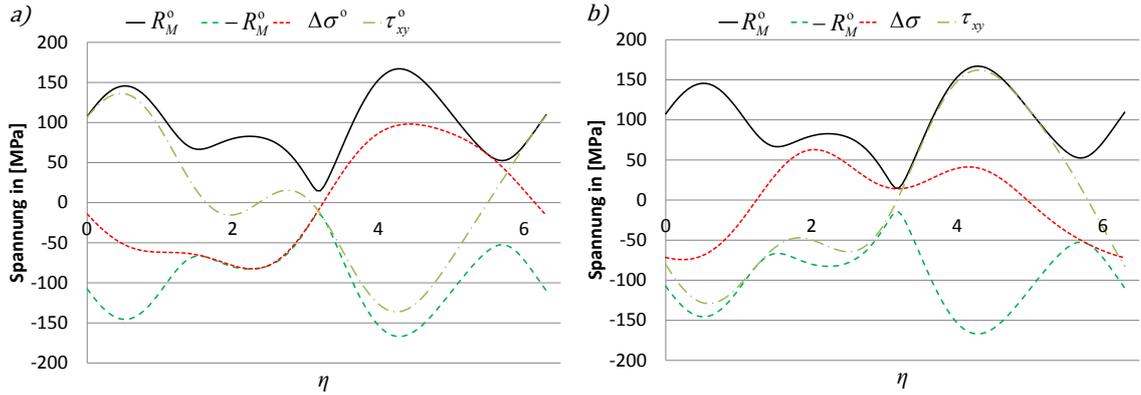


Abbildung 3.8: Spannungsverläufe der Radien und Komponenten a) vor Koordinatentransformation b) nach Koordinatentransformation [MP15]

hung des Koordinatensystems zu realisieren, wird die inverse Drehmatrix verwendet (siehe Gl. (C.5) aus Anhang C), welche einen Winkel benötigt. Hierzu ist der Hauptachsenwinkel zum Zeitpunkt $\eta_{R_{\min}}$ des kleinsten Mohrschen Radius R_{\min}^o aus den dazugehörigen Komponenten zu bestimmen mit

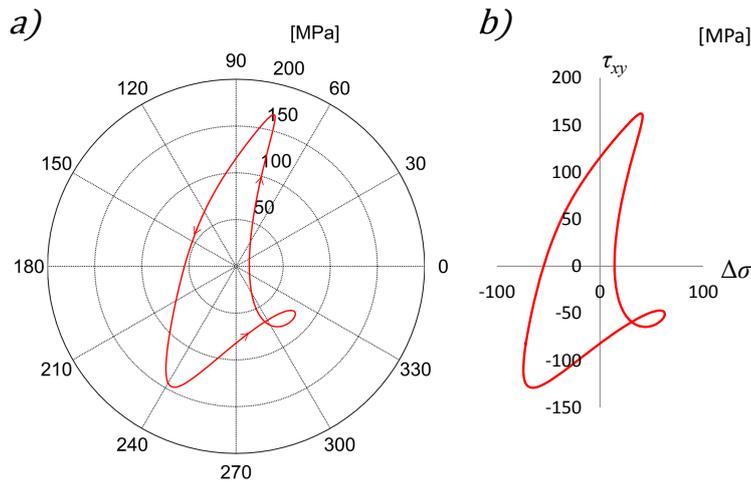
$$\varphi_{\min}^o = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(\tau_{xy}^o, \Delta\sigma_{\min}^o) \quad .^{13} \quad (3.43)$$

Durch die Drehung in das xy -Referenz-Koordinatensystem mithilfe der Drehmatrix verändern sich einzelne Komponenten teilweise signifikant, wie es in Abb. 3.8 b) bei τ_{xy} zu beobachten ist. Während der Radius als Mohrsche Invariante unverändert bleibt, haben sich die Verläufe der Komponenten sowohl quantitativ als auch qualitativ verändert. Die Schubspannung besitzt beispielsweise nur noch zwei Nulldurchgänge, während sie in Abb. 3.8 a) noch insgesamt vier aufweist.

Zum Zeitpunkt $\eta_{R_{\min}}$ des kleinsten Mohrschen Radius ist nun ein Nulldurchgang von τ_{xy} . Damit gilt zu diesem Zeitpunkt, dass $R_M^o = |\Delta\sigma|$.

Für die Vorzeichenzuweisung der Spannungsinvarianten dient anschaulich die Abb. 3.9. In dieser ist in der linken Abbildung a) ein Kreisdiagramm dargestellt, in welchem $R_M^o(2\varphi)$ aufgetragen ist. Der Zeitparameter η , mit dem der Radius umläuft, ist mit Pfeilen berücksichtigt. Ein gleicher Verlauf stellt sich in der rechten Abbildung 3.9 b) ein, in dem die Komponenten des Radius kartesisch aufgetragen sind. Bei $2\varphi = 0$ befindet sich in der linken Abb. der minimale Radius, welcher in der rechten Abbildung einem positiven Wert von $\Delta\sigma$ bei $\tau_{xy} = 0$ entspricht. Ein weiterer Nulldurchgang mit $\tau_{xy} = 0$ befindet sich bei $2\varphi = 180^\circ$ und besitzt einen negativen Wert von $\Delta\sigma$.

¹³Die $\operatorname{atan2}$ -Funktion ist in diversen Mathematikprogrammen unterschiedlich definiert hinsichtlich der Reihenfolge der Argumente. Abgebildet ist die Schreibweise in Matlab.


 Abbildung 3.9: a) Kreisdiagramm für $R_M^o(2\varphi)$ b) $\Delta\sigma$ - τ_{xy} -Diagramm [MPa]

Alle Spannungszustände, die sich im oberen Bereich der Abb. 3.9 befinden und entsprechend Abb. 3.9 b) Werte mit $\tau_{xy} \geq 0$ besitzen, erhalten ein positives Vorzeichen. Die Vorzeichenzuweisung für die negativen Spannungszustände erfolgt komplementär, wodurch ein Schaltoperator eingeführt werden kann mit

$$\text{schalt} = \text{signum}(\tau_{xy}) \quad . \quad (3.44)$$

Er kann verwendet werden, solange die Steigung von $\tau_{xy} \neq 0$ bei $\eta_{R\min}$ ist. Andererseits ist $\text{schalt} = \text{signum}(\Delta\sigma)$ zu verwenden. Mit diesem Schaltoperator kann eine vorübergehende Vorzeichenzuweisung für den Radius erfolgen durch

$$R_M^{oo} = \text{schalt} \cdot R_M^o \quad . \quad (3.45)$$

Dieser vorzeichenbehaftete Radius ist in einem letzten Schritt mit den konventionel-

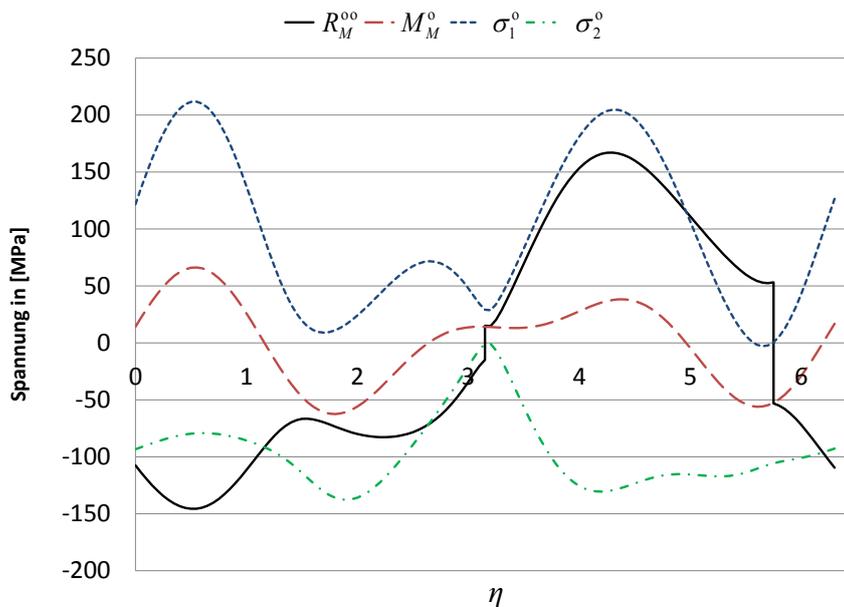


Abbildung 3.10: Gegenüberstellung der klassischen Hauptspannungen mit den Mohrschen Invarianten zur Vorzeichenzuweisung [MP15]

len Hauptspannungen σ_1^o, σ_2^o zu vergleichen, damit die Gleichung (3.11) stets gilt und

zwischen Zug- und Druckspannungen unterschieden werden kann. Die Vorzeichenzuweisung ist so vorzunehmen, dass die Extrema der zu definierenden Hauptspannungen σ_1 und σ_2 mit den jeweiligen Extremawerten der konventionell geordneten Hauptspannungen σ_1^o und σ_2^o übereinstimmen. In Abb. 3.10 ist der vorläufige Radius R_M^{oo} mit den konventionellen Hauptspannungen dargestellt. Wie zu erkennen ist, besitzt der Radius R_M^{oo} Sprungstellen bei $\eta \approx 3,2$ und $\eta \approx 5,8$, an denen τ_{xy} Nulldurchgänge in Abb. 3.8b) aufweist. Zu diesen Zeitpunkten werden dem Radius sowohl ein positiver als auch ein negativer Wert zugewiesen, was aufgrund des antimetrischen Charakters des Radius (siehe Zustand R in Abb. 3.4) nicht widersprüchlich ist. Die Sprungstellen verschwinden hierbei nur, wenn $R_{\min}^o = 0$ gilt. Für das Bauteil bzw. die Faser, stellt die Sprungstelle keine Sprungstelle dar, wie es in Abb. 3.9 zu sehen ist. Hier wechselt der Radius beim Übergang vom 2. in den 3. Quadranten sein Vorzeichen, wobei er seinen Betrag behält. Die vermeintlichen Sprungstellen zeigen vielmehr einen Wechsel der Betrachtungsebene an. Wirkliche Sprungstellen sind beispielsweise in Abb. 3.2 auf Seite 49 bei den Hauptspannungsverläufen σ_1^o und σ_2^o auszumachen, wobei der Schwingungscharakter massiv verfälscht wird.

Für die Vorzeichenzuweisung ist σ_1^o vorzeichenbestimmend, falls $\sigma_{1,\max}^o \geq (-\sigma_{2,\min}^o)$ ist. Im anderen Fall ist entsprechend σ_2^o zu verwenden. Wie in Abb. 3.10 zu sehen, ist in diesem Beispiel die σ_1^o die betragsmäßig größere Hauptspannung und entsprechend vorzeichengebend. Da der Radius R_M^{oo} zum Zeitpunkt von $\sigma_{1,\max}^o$ ein anderes Vorzeichen aufweist und somit der Gl. (3.11) nicht genügt, ist das Vorzeichen von R_M^{oo} entsprechend zu wechseln. Ein hierfür notwendiger Schaltalgorithmus sieht demzufolge wie folgt aus:

$$\text{Quot} = \begin{cases} \frac{\text{signum}(R_M^{oo})}{\text{signum}(\sigma_{1,\max}^o)} & \text{bei } \sigma_{1,\max}^o \geq (-\sigma_{2,\min}^o) \\ \frac{\text{signum}(R_M^{oo})}{\text{signum}(\sigma_{2,\min}^o)} & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.46)$$

Er kann anschließend in die Gleichung

$$R_M = \text{Quot} \cdot R_M^{oo} \quad (3.47)$$

eingesetzt und verwendet werden, um den endgültigen Radius (siehe Abb. 3.11 a)) zu erhalten.

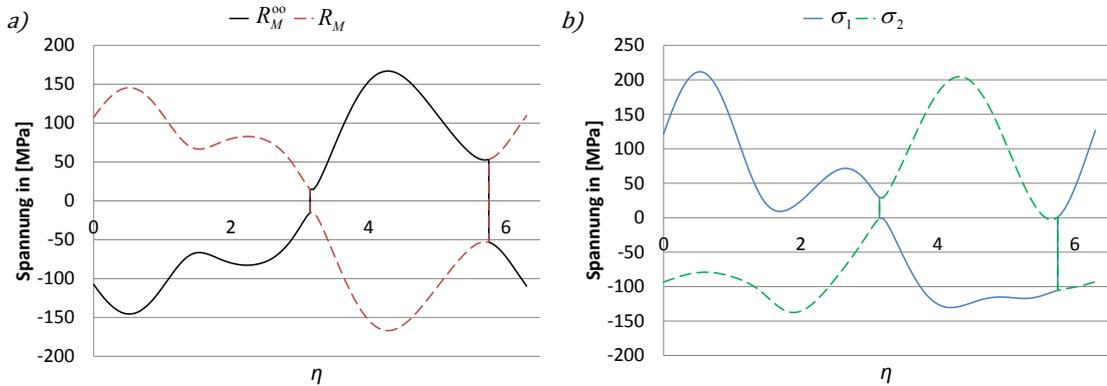


Abbildung 3.11: a) Verlauf der Radien R_M und R_M^{oo} b) Verlauf der endgültigen Hauptspannungen σ_1 und σ_2 [MPa]

und die von der Zeit abhängigen Hauptspannungen mit

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= M_M + R_M \quad \text{und} \quad \sigma_2 = M_M - R_M \quad \text{bzw.} \\ \sigma_1(\eta) &= M_M(\eta) + R_M(\eta) \quad \text{und} \quad \sigma_2(\eta) = M_M(\eta) - R_M(\eta) \end{aligned} \quad (3.48)$$

zu bestimmen.

3.2.6 Mittelspannungseinfluss

Die Vergleichsspannungen der MMM- bzw. der DIH-Hypothese werden aus den mittelspannungsfreien Komponenten einer beliebigen linearen, numerischen Simulation (FEM oder BEM) ermittelt. Eine eventuell vorhandene Mittelspannung ist vorher aus den Komponenten zu entfernen. Um jedoch das Beanspruchungsgeschehen vollständig wiederzugeben bzw. den Einfluss der Mittelspannung zu berücksichtigen, ist aus den Spannungskomponenten eine gestützte Vergleichsmittelspannung zu bilden, die im späteren Verlauf über ein Haighschaubild wieder in die Bewertung mit einbezogen wird.

Zur Vereinfachung der folgenden Darstellung soll angenommen werden, dass die vorhandenen Nennspannungen sich betragsmäßig stets unterhalb der Fließgrenze befinden. Dies entspricht der gängigen Konstruktionspraxis. Die sich ergebenden höchsten Kerbgrundspannungen, welche aus den Mittelspannungen und den schwingenden Anteilen bestehen, können dagegen in den plastischen Bereich hineinreichen. Dementsprechend ergeben sich dadurch Hystereseschleifen im Kerbgrund, die mehr oder weniger stark ausgebildet sind. Für eine genaue Betrachtung können die geschlossenen Hystereseschleifen mit einem Zählverfahren erfasst werden. Folgend wird jedoch nur die größte einhüllende, geschlossene Hystereseschleife berücksichtigt, die entsprechend als Hüll-Hystereseschleife bezeichnet wird. Damit wird ein einfaches Rechteckkollektiv angenommen, um damit später die entsprechenden Wöhlerlinien zu ermitteln.

Die Umkehrpunkte der Hüll-Hystereseschleife dienen entsprechend der Ermittlung der Vergleichsmittelspannung $\underline{\sigma}_{vm}$. Aufgrund der linear elastischen Betrachtung existiert vorerst nur eine „elastische“ Hüll-Hystereseschleife, welche eine Schwingbreite von $2\hat{\sigma}_{a1}$ und eine zugehörige Oberspannung $\hat{\sigma}_{o1}$ besitzt. Erst durch die Berücksichtigung der vorhandenen Stützwirkungen kann die „wirkende“ Hüll-Hystereseschleife aufgespannt werden.

Die Amplitude der Hüll-Hystereseschleife ist aus der Schwingbreite der zeitveränderlichen größten Hauptspannung $\sigma_1(\eta)$ nach Gl. (3.48) mit

$$\hat{\sigma}_{a1} = \frac{\max(\sigma_1(\eta)) - \min(\sigma_1(\eta))}{2} \quad (3.49)$$

zu ermitteln. Durch die Verwendung der zeitveränderlichen größten Hauptspannung sind damit auch nicht-proportionale Beanspruchungsverläufe berechenbar.

Die Oberspannung $\hat{\sigma}_{o1}$ wird aus der größten Zugspannung $\hat{\sigma}_{o1} \geq 0$ des mittelspannungsbehafteten Zeitverlaufs der ersten Hauptspannung ermittelt, da davon ausgegangen wird, dass diese ein inhomogenes Werkstoffgefüge auflockert und es dadurch aufgrund einer schwingenden Beanspruchung leichter zu Mikrorissen kommen kann. Es wird somit davon ausgegangen, dass das Gefüge Ungängen enthält. Dabei ist die Richtung der Schwingbeanspruchung nicht von Bedeutung. Damit ergibt sich mit den mittelspannungsbehafteten Komponenten $\sigma_{x,ges}^o = \sigma_{xm}^o + \sigma_x^o(\eta)$,

$\sigma_{y,ges}^o = \sigma_{ym}^o + \sigma_y^o(\eta)$ und $\tau_{xy,ges}^o = \tau_{xym}^o + \tau_{xy}^o(\eta)$, wie sie beispielsweise aus einer FEM- oder BEM-Berechnung entstammen können, der Zusammenhang

$$\hat{\sigma}_{o1} = \max[\sigma_{1o}^o(\eta)] = \max \left[\frac{\sigma_{x,ges}^o + \sigma_{y,ges}^o}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,ges}^o - \sigma_{y,ges}^o}{2} \right)^2 + \left(\tau_{xy,ges}^o \right)^2} \right] . \quad (3.50)$$

Aufgrund der Tatsache, dass die vorhandene Oberspannung die Mittelspannungsanteile enthält, empfiehlt sich nicht die Verwendung der MMM-Hypothese für die Bestimmung der Vergleichsmittelspannung, da die Mohrschen Invarianten aus den mittelspannungsfreien Komponenten gebildet werden. Hier reicht die oben vorgestellte Vorgehensweise mit den üblicherweise zur Verfügung stehenden Komponenten aus. Die Verwendung einer skalaren Vergleichsmittelspannung ist zielführend, wie es z. B. auch durch die guten Übereinstimmungen zwischen Versuch und Rechnung in [HAH95], [MH97] als auch im Anhang G zu sehen ist.

Letztendlich ergibt sich die wirkende Vergleichsmittelspannung σ_{vm} aus der Differenz der gestützten Werte aus Oberspannung und Amplitude mit

$$\sigma_{vm} = \frac{1}{m_{o1}} \cdot \frac{1}{n_{\chi^*}} \cdot \hat{\sigma}_{o1} - \frac{1}{m_{a1}} \cdot \frac{1}{n_{\chi^*}} \cdot \hat{\sigma}_{a1} , \quad (3.51)$$

wobei die Makrostützwirkung mit dem Neuber-Verfahren bestimmt wird (siehe Kapitel 2.8.5 Gleichungen (2.84) u. (2.85)). Für ungekerbte bzw. schwach gekerbte Bauteile mit $\alpha_{K,z} < 3$ ist jedoch mit dem modifizierten Neuberverfahren zu rechnen, um teilweise unplausible Ergebnisse zu vermeiden. Es müssen daher das unterere Spannungs- und Dehnungsniveau bestimmt werden, die durch den plastischen Formbeiwert zu bestimmen sind. Wie in Tabelle 1 zu sehen ist, bewegen sich die Formbeiwerte für klassisch verwendete Querschnitte im Bereich von ca. 1 - 2, was Basis für die Abschätzung des eigenen Querschnitts verwendet werden kann. Aufgrund der Definition des plastischen Formbeiwerts ist einzusehen, dass Leichtbaustrukturen, wie z. B. eine Hohlwelle oder ein I-Träger, eher Werte im unteren Bereich aufweisen.

Für eine mehrachsige Beanspruchung aus Zug-, Biegung- und Torsionsnennspannungen kann mit

$$\check{\sigma} = \sqrt{\left(\sigma_{zn} + \frac{\sigma_{bn}}{\bar{\alpha}_b} \right)^2 + k_a^2 \cdot \left(\frac{\tau_{tn}}{\bar{\alpha}_t} \right)^2} \quad (3.52)$$

für die Spannungsamplituden bzw. für die zugehörigen Oberspannungen der Mittelwert und eine Streubreite des unteren Spannungsniveaus bestimmt werden. Dadurch ist eine Abschätzung des Einflusses des unteren Spannungsniveaus auf das Ergebnis einer Zeit- bzw. Dauerfestigkeitsberechnung eines Bauteils möglich. Eine plastische FEM-Berechnung ist damit in den meisten Fällen vermeidbar. Durch die Erweiterung des modifizierten Neuberverfahrens mit der gekoppelten zyklischen Bauteil- und Werkstoff-Spannungs-Dehnungskurve gelingt, wie bereits erwähnt, die einfache Verwendung der Werkstoffwöhlerlinien.

Die Lebensdauerabschätzung erfolgt analog nach dem Konzept von Hahn, wobei jedoch die vorhandene Vergleichsmittelspannung durch ein neues, lastwechselzahlabhängiges Vergleichsspannungs-Haighschaubild (siehe Abb. 3.12) in der Festigkeitsbewertung berücksichtigt wird.

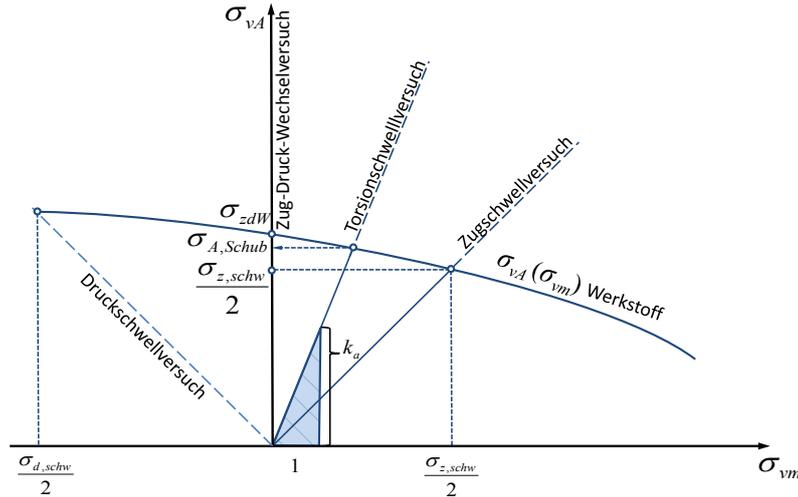


Abbildung 3.12: Qualitatives Vergleichsspannungs-Haighschaubild für einen Werkstoff mit den dazugehörigen Werkstoffversuchen nach [MP15]

Es zeigt die beiden Versuche, welche für die Konstruktion der Stützpunkte der Dauerfestigkeitslinie notwendig sind, in einem Bild. Durch die Darstellung der Vergleichsspannungsamplitude kann auf eine separate Darstellung der Spannungscomponentenamplituden verzichtet werden. Weiterhin wird deutlich, dass das Spannungsverhältnis der beiden Versuche den gleichen Wert besitzen, jedoch vollständig andere Steigungen aufweisen, was u. a. am Werkstoffkennwert des Wechselfestigkeitsverhältnisses k_a liegt. Bei einem Torsionsschwellversuch beträgt die Vergleichsmittelspannung den Wert $\sigma_{vm} = \tau_o - \tau_a = \tau_a$. Die Vergleichsspannungsamplitude nach der MMM-Hypothese besitzt hingegen den Wert $\sigma_{va,MMM} = k_a \cdot \tau_a$, was dem Radiusanteil entspricht. Dies ergibt die von k_a abhängige abweichende Steigung des Torsionsschwellversuchs. Es ist jedoch auch an den sich unterschiedlich ergebenden Mohrschen Kreisen zu sehen (siehe Abb. 3.13). Während der Zugschwellversuch mit Mohrschen Kreisen dargestellt werden kann, die sich nach rechts ausdehnen, schwellen beim Torsionsschwellversuch die Mohrschen Kreise um den Koordinatenursprung an und ab. Die dargestellte mittelspannungsabhängige Steigung des Torsionsschwellversuchs entstammt somit ebenfalls aus den Normalspannungskomponentenanteilen des Radius, während beim Zugschwellversuch zusätzlich der Invariante Mittelpunkt hinzukommt.

In Tabelle 2 ist zu sehen, dass k_a theoretisch einen Wert von $0 < k_a \leq 2$ annehmen kann, wobei der technisch relevante Bereich Werte von $0,8 < k_a \leq 1,8$ besitzt. Dementsprechend ist im überwiegenden Bereich von $1 < k_a \leq 1,8$ die Mittelspannungsempfindlichkeit gegenüber Torsion geringer als die von Werkstoffen mit $k_a = 1$, was auch die Erfahrung bestätigt.

Die Mittelspannungsempfindlichkeit M_σ gegenüber Normalspannungen oberhalb von $R_\sigma > 0$ nimmt laut der [FKM12]-Richtlinie ab. Dies ist für schwach bzw. ungekerbte Proben nicht nachvollziehbar. Die Makrostützwirkungen müssen für den glatten Stab mit $\alpha_{K,z} = 1$ zu $m_{1o} = m_{a1} = m_a = 1$ gesetzt werden bzw. ist die Verwendung eines unteren Neuberniveaus notwendig.

Die Ansatzfunktion für die Schwingfestigkeitsparabel Gl. (2.10) auf Seite 10 muss für die Verwendung des Vergleichsspannungs-Haighschaubilds dahingegen abgeändert

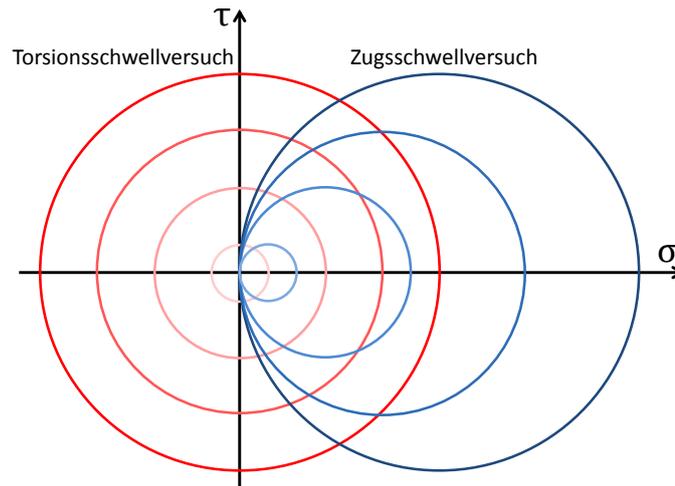


Abbildung 3.13: Gegenüberstellung einiger Mohrschen Kreise für den Torsions- und Zugsschwellversuch

werden, dass ein Vergleichsspannungsverhältnis R_v zu verwenden ist, da sich das Spannungsverhältnis R als beanspruchungsabhängig darstellt. Das zu verwendende Spannungsverhältnis muss über die Vergleichsspannungen beschrieben werden, was in dem hier vorgeführten Bewertungskonzept mit

$$R_v = \frac{\sigma_{vm} - \sigma_{va,MMM}}{\sigma_{vm} + \sigma_{va,MMM}} \quad (3.53)$$

bestimmt werden kann. Daraus ergibt sich unter Berücksichtigung der gestützten Vergleichsspannungsamplitude nach der MMM-Hypothese die Ansatzfunktion

$$\frac{\sigma_{va,MMM}}{\sigma_W} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + (1-Q) \cdot (1-R_v)^2}}{(1-Q) \cdot (1-R_v)} \quad (3.54)$$

Die Zeitfestigkeit ist entsprechend Kapitel 2.4.5 zu berücksichtigen und mit Gl. (3.54) in einem iterativen Prozess abzubilden, um die entsprechenden Wöhlerlinien zu berechnen.

3.2.7 Werkstoffeinfluss

Mit Hilfe der MMM-Hypothese eröffnen sich neue Blicke und Erkenntnisse bezüglich des Werkstoffeinflusses auf diverse Größen der Festigkeitslehre, die teilweise bisher als solche nicht wahrgenommen wurden. Dies liegt zum Teil daran, dass Möglichkeiten, wie rechnergestützte Methoden, nicht zur Verfügung standen. Im Folgenden wird daher am Beispiel von Neuber [NEU85] auf analytische Lösungen von gekerbten Rundzugproben zurückgegriffen, um diesen Werkstoffeinfluss, in Form des Wechselverfestigungsverhältnisses k_a und der Querkontraktionszahl ν , aufzuzeigen. Dabei werden diese Parameter nur im Bereich der im Maschinenbau typischen Größenordnung variiert, obwohl die MMM-Hypothese einen wesentlich größeren Bereich abdecken kann (siehe Tabelle 2 Kapitel 3.2.2).

Für eine Umdrehungskerbe unter Zugbeanspruchung (siehe Abb. 3.14) hat Neuber für die Kerbspannungen die Gleichungen

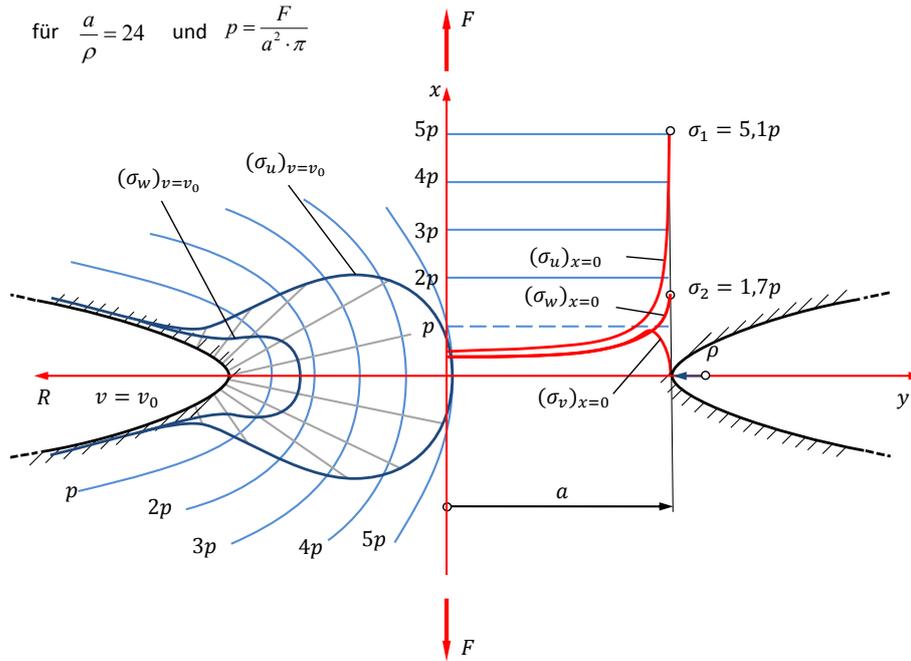


Abbildung 3.14: Spannungsverläufe einer Rundzugprobe mit Umdrehungskerbe nach [NEU85]

$$\begin{aligned}
 \sigma_u &= \frac{B - \alpha \cdot C}{\cos(v)} - \frac{A - B}{\cos^3(v)} \\
 \sigma_v &= \frac{1}{\cos(v)} \cdot \left[(\alpha - 2) \cdot C - \frac{A}{1 + \cos(v)} + \frac{A - B}{\cos^2(v)} \right] \\
 \sigma_w &= \frac{1}{\cos(v)} \cdot \left[\frac{A}{1 + \cos(v) - B(\alpha - 2 \cdot C)} \right]
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

aufgestellt mit

$$\begin{aligned}
 A &= (\alpha - 1) \cdot (1 + \cos(v_0)) \cdot C \\
 B &= A - C \cdot \cos^2(v_0) \\
 C &= -\frac{p}{2} \cdot \frac{1 + \cos(v_0)}{1 + (2 - \alpha) \cdot \cos(v_0) + \cos^2(v_0)} \\
 \alpha &= 2 \cdot (1 - \nu) \quad .
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

Zugrunde gelegt ist dabei ein elliptisches Koordinatensystem u, v, w , bei dem Linien mit $u = \text{const.}$ in der Zeichenebene Ellipsen bilden, wobei im engsten Querschnitt bei $x = 0$ gleichsam $u = 0$ gilt. Die Ellipse degeneriert zu einer Linie. Bei Linien mit $v = \text{const.}$ handelt es sich um Hyperbeln, wobei mit $v = v_0$ die Kerboberfläche der Hyperbelkerbe beschrieben wird. Mit der w -Koordinate werden die Umfangsspannungen beschrieben, die sich auf einer um die x -Achse rotierenden Radialebene befinden. Für eine Umrechnung in das kartesische Koordinatensystem gilt $y = \sin(v)$, wobei für den Rand entsprechend $a = \sin(v_0)$ mit v_0 als Randkoordinate einzusetzen ist.

Aus den Spannungsverläufen aus Gl. (3.55) können mit dem Verhältnis der Kerbkrümmung $a/\rho = \tan^2(v_0)$ und den Beziehungen in Anlehnung an [DIE64]

$$\cos(v_0) = \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}} \quad \text{und} \quad N = \frac{a}{\rho} + 2 \cdot \nu \cdot \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 2 \tag{3.57}$$

für die Höchstspannung $\sigma_{1,\max} = \sigma_{u,\max}$ die Kerbformzahlen für die Kerblängsspannung

$$\frac{\sigma_{u,\max}}{p} = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{a}{\rho} \cdot \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + (0,5 + \nu) \cdot \frac{a}{\rho} + (1 + \nu) \cdot \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \right] = \alpha_{K,\sigma_u} \quad (3.58)$$

und die Kerbformzahl für die Umfangsspannung

$$\frac{\sigma_{w,\max}}{p} = \frac{1}{N} \cdot \frac{a}{\rho} \cdot \left[\nu \cdot \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 0,5 \right] = \alpha_{K,\sigma_w} \quad (3.59)$$

gewonnen werden. Die klassische Kerbformzahl, die sich üblicherweise nach Gl. (2.53) aus dem Quotienten der höchsten Kerbspannung und der zugrunde gelegten Nennspannung ergibt, führt für diesen Kerbfall nach Abb. 3.14 eine Kerbformzahl von $\alpha_{K,\sigma_u} \approx 5,1$ auf. Diese Kerbformzahl liegt mittig zwischen denen mit der MMM-Hypothese für verschiedene k_a -Faktoren und Querkontraktionszahlen dargestellten Kerbformzahlen in Abb. 3.15 für die gleiche Probe mit $v_0 = \text{atan}(\sqrt{a/\rho}) \approx 1,37$.

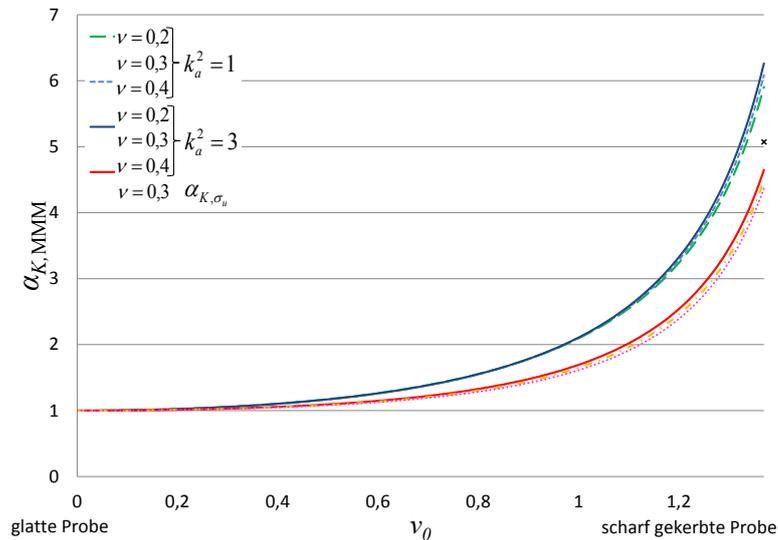


Abbildung 3.15: Kerbformzahl im Kerbgrund von glatten und gekerbten Rundzugproben mit Umdrehungskerbe in Abhängigkeit von den Werkstoffparametern ν und k_a nach [MP15]

Die Abbildung zeigt die Kerbformzahlen in Abhängigkeit von v_0 , was dem Kerbgrund entspricht. Dies bietet die Möglichkeit, Kerbformzahlen aufzutragen im Spektrum von glatten Proben bis hin zu den von Neuber zugrunde gelegten gekerbten Rundzugproben mit Hyperbelkerbe und einer Kerbkürvung von $a/\rho = 24$. Die mit der MMM-Hypothese ermittelten Kerbformzahlen berücksichtigen eine Vergleichsspannung aus sämtlichen auftretenden Kerbspannungen im Kerbgrund, wohingegen die klassische Kerbformzahl nur die größte Normalspannung einbezieht.

Wie in der Abbildung zu sehen ist, ist ein deutlicher Einfluss des Werkstoffs auf die Kerbformzahl zu erkennen, wobei der k_a -Faktor eine deutlich größere Gewichtung besitzt als die Querkontraktion.

Spröde Werkstoffe tendieren bei gleicher Kerbkürvung bei scharfen Kerben zu größeren Kerbformzahlen als duktile Werkstoffe. Bei gleicher Querkontraktion von $\nu = 0,3$ beträgt die Abweichung bezogen auf α_{K,σ_u} ca. +19,3% für spröde Werkstoffe und ca. -12% bei duktilen Werkstoffen.

Insgesamt vergrößert sich die Abweichung der Kerbformzahl zwischen spröden und duktilen Werkstoffen bei gleicher Querkontraktion. So beträgt die Abweichung der Kerbformzahl bei einer Querkontraktion von $\nu = 0,2$ ca. 27%, bei $\nu = 0,3$ beträgt sie in etwa 35,5% und bei $\nu = 0,4$ steigt sie auf ca. 43,3% an.

Der Einfluss der Querkontraktion selber ist gering und beträgt bei spröden Werkstoffen mit $k_a^2 = 1$ ca. 6%, wobei die Werkstoffe mit höherer Querkontraktion höhere Kerbformzahlen besitzen. Bei duktilen Werkstoffen mit $k_a^2 = 3$ beträgt die Abweichung ca. -6%, währenddessen die Werkstoffe mit geringer Querkontraktion die höheren Kerbformzahlen generieren.

In der folgenden Abbildung 3.16 ist das Produkt aus Vergleichsspannungsgefälle und Kerbradius, was den wesentlichen Teil der Mikrostützwirkung nach Gl. (2.70) basierend auf der MMM-Hypothese darstellt, ebenfalls über ν_0 aufgetragen. In der

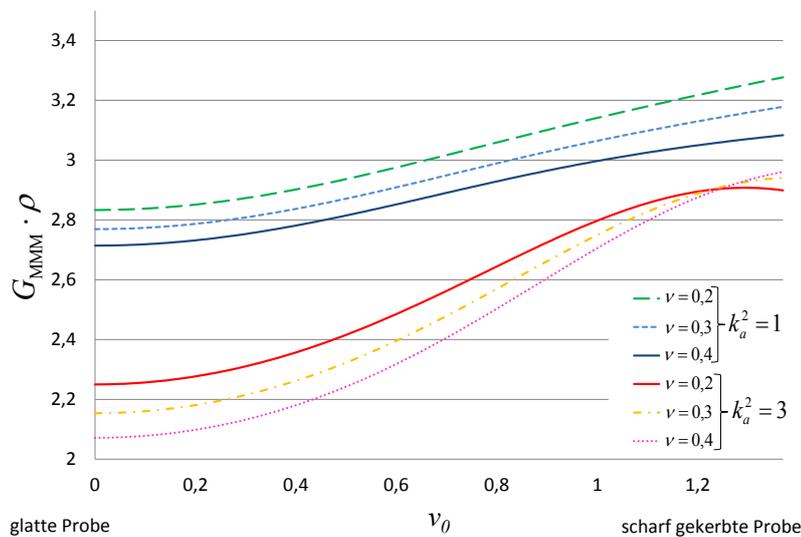


Abbildung 3.16: Komponenten der Mikrostützziffer in Abhängigkeit von ν_0 , k_a und Querkontraktion nach [MP15]

klassischen Betrachtungsweise (siehe Tabelle in Abb. 2.21) gilt für diverse Kerben unter Zug-/Druckbeanspruchung ein konstanter Wert für $\chi^* \cdot \rho = 2$. Wie jedoch zu erkennen ist, entspricht dies nicht den physikalischen Gegebenheiten. Das Vergleichsspannungsgefälle ist neben der Kerbschärfe ebenfalls abhängig vom Werkstoff, bei dem wiederum der k_a -Faktor einen größeren Einfluss besitzt als die Querkontraktion. Klassischerweise wird der Werkstoffeinfluss erst bei der Berechnung der Mikrostützziffern n_σ berücksichtigt, wie in den empirischen Gleichungen (2.63) u. ff. zu sehen ist. Dadurch erhalten die Gleichungen einen unübersichtlichen Charakter.

Der klassische Wert von $\chi^* \cdot \rho = 2$ gilt in erster Näherung nur für duktile Werkstoffe bei glatten, ungekerbten Proben. Auf diesen bezogen beträgt die Abweichung bei einer Querkontraktion von $\nu = 0,3$ bei duktilen Werkstoffen ohne Kerbe ca. 7,7% und ca. 47% bei scharfen Kerben. Bei spröden Werkstoffen mit $\nu = 0,3$ ist der Einfluss der Kerbschärfe geringer, jedoch wirkt sich der Werkstoffeinfluss mit einer Abweichung von ca. 38,5% bei glatten Proben und ca. 58,9% bei scharfen Kerben insgesamt größer aus. Diese größere Stützwirkung ist ebenfalls in der von $0,01 \leq G_\sigma \leq 10\text{mm}^{-1}$ begrenzt gültigen [FKM12]-Richtlinie bei Gusseisen mit Lamellengraphit GG (bzw. GJL) zu beobachten und erklärt, warum GJL gegenüber Stahlguss (GS) eine höhere

Stützwirkung aufweist. Generell ist darauf hinzuweisen, dass eine Vermischung der bezogenen Spannungsgefälle nach Stieler und des bezogenen Vergleichsspannungsgefälles sowie der Kerbformzahlen der verschiedenen Methoden nicht ratsam ist. Es kann sowohl eine Überschätzung der elastischen Stützwirkung zur Folge haben als auch eine Unterschätzung der Kerbwirkung.

Eine weitere wichtige Größe in der Festigkeitslehre stellt die Stützwirkung durch die Fließbehinderung φ (siehe Kapitel 2.8.2) dar. Diese ist im Rahmen der Dissertation von Dietmann [DIE64] an verschiedenen gekerbten Rundzugproben (siehe Tabelle 12 im Anhang F) untersucht und als global wirksam am Ort der größten Radialspannung festgelegt worden. Hahn hat im Rahmen seiner Arbeit [HAH95] diesbezüglich den Einfluss des bezogenen Spannungsgefälles einbezogen und eine Gleichung entwickelt. Jedoch stellt diese keinen allgemein gültigen Ansatz dar, da formal mit dieser Methode gekerbte Flachstäbe ebenfalls eine Stützwirkung durch Fließbehinderung aufweisen, was nicht der Fall ist. Daher wird im Rahmen der MMM-Hypothese davon abgewichen und in Analogie zur FKM-Richtlinie der lokale Mehrachsigsigkeitsgrad h zugrunde gelegt. Damit wird die Mehrachsigsigkeit an sich als maßgeblich für die Fließbehinderung angesehen. Der Mehrachsigsigkeitsgrad aus der FKM-Richtlinie wird normalerweise für den statischen Festigkeitsnachweis verwendet und berechnet sich üblicherweise aus dem Quotienten der mittleren Hauptspannung (Hydrostatische Spannung) und der Vergleichsspannung nach von Mises. Bezogen auf die Mohrschen Invarianten der Oberfläche ergibt sich die Gleichung zu

$$h_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{M_{M,0}}{\sqrt{M_{M,0}^2 + 3 \cdot R_{M,0}^2}} \quad (3.60)$$

Diese ist abgebildet in Abb. 3.17 in Abhängigkeit von v_0 . Wie zu sehen ist, besteht aufgrund von Gl. (3.60) keine Werkstoffabhängigkeit von k_a , sondern nur von der Querkontraktion.

Der Mehrachsigsigkeitsgrad steigt mit zunehmender Kerbschärfe an, wobei Werkstoffe mit hoher Querkontraktion einen höheren Mehrachsigsigkeitsgrad aufweisen. Bezogen auf eine Querkontraktion von $\nu = 0,3$ besitzen Werkstoffe mit einer Querkontraktion von $\nu = 0,4$ eine um bis zu ca. 7% höhere Mehrachsigsigkeit bei der untersuchten scharf gekerbten Rundzugprobe. Für glatte Proben beträgt der Mehrachsigsigkeitsgrad unabhängig von der Querkontraktion $h_0 = 1/3$.

Bei Betrachtung einer gekerbten Flachzugprobe gelten für die Hauptspannungen $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, wodurch sich $M_{M,0} = R_{M,0} = \sigma_1/2$ ergibt. Dies führt zu einem Mehrachsigsigkeitsgrad von $h_0 = 1/3$ und somit zu keiner Fließbehinderung, wie es auch bei einer glatten Zugprobe an der Oberfläche zu beobachten ist. Das ist ebenfalls bei einer reinen Torsionsbelastung der Fall. Hierfür gilt $M_{M,0} = 0$ und der dazugehörige Mehrachsigsigkeitsgrad beträgt hier sogar $h_0 = 0$. Die reine Schubverformung wird entsprechend nicht behindert. Diese ist ebenfalls beim globalen Plastizierungsvermögen π_{global} zu beobachten, bei dem der glatte Torsionsstab ein höheres Plastizierungsvermögen aufweist als der glatte Zugstab.

Zu einer Fließbehinderung kommt es erst bei $\sigma_2 > 0$, was z. B. durch die Versuche von Dietmann [DIE64] zu belegen ist, der verschiedene Stahlproben mit unterschiedlicher Bruchdehnung untersucht hat. Deren Ergebnisse für den Mehrachsigsigkeitsgrad sind in Abb. 3.17 mit roten Dreiecken markiert dargestellt. Die Fließbehinderung erfährt ab Werten von $h_0 > 0,5$ eine Art Sättigung, da ab diesem Punkt die Reißfestigkeit abfällt und sich der ansteigenden Fließkurve annähert (siehe Abb. F.1). Als

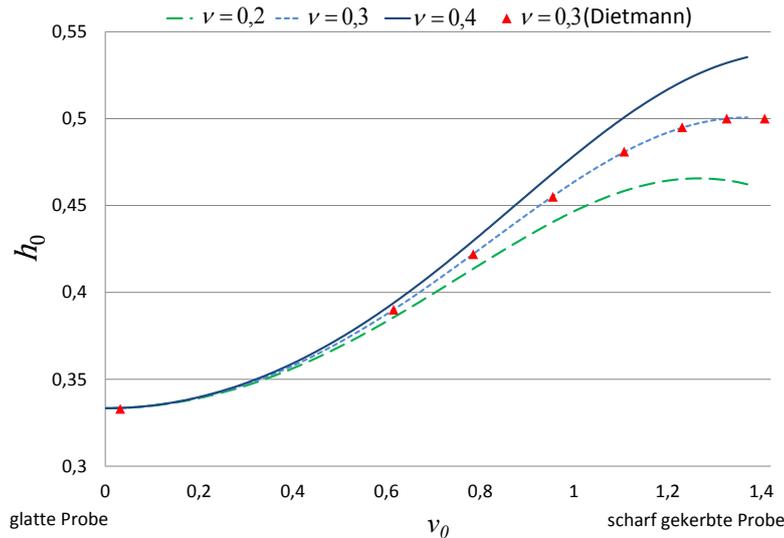


Abbildung 3.17: Mehrachsigsigtrag h_0 in Abhängigkeit von v_0 und der Querkontraktion mit Versuchsergebnissen aus [DIE64] nach [MP15]

Folge bilden sich bei statischen Beanspruchungen vermehrt Misch- und Sprödbüche aus. Ein Fließbruch ist nicht mehr auszumachen. Folglich ist bei hohen Kerbformzahlen $\alpha_{K,\sigma_x} > 5$ mit zunehmender Mikrorissbildung im LCF-Bereich zu rechnen und dementsprechend die Bruchmechanik zu verwenden. Diese massive Änderung des Bruchgeschehens bei einem duktilen Werkstoff zeigt, dass bei semiduktilen als auch spröden Werkstoffen Vorsicht geboten und der Empfehlung der FKM-Richtlinie für Werkstoffe mit geringer Bruchdehnung kleiner 6% zu folgen ist. Diese besagt, dass für jene Werkstoffe keine Fließgrenzenerhöhung berücksichtigt werden darf. Für duktile Stähle ergeben sich demnach auf Grundlage der Versuche von Dietmann für die Fließbehinderung

$$\varphi = \begin{cases} 1,0 & \text{für } 0 \leq h_0 \leq 1/3 \\ 11,97 \cdot h_0^{3,11} + 0,6 & \text{für } 1/3 < h_0 \leq 0,5 \\ 2,0 & \text{für } h_0 > 0,5 \end{cases} \quad (3.61)$$

3.2.8 Fertigungseinflüsse

In Kapitel 2.8.6 wurde der Stand der Technik bezüglich der technologischen Einflüsse auf das Festigkeitsverhalten von Bauteilen dargestellt. Diese umfassen in der Regel empirische Ansätze zur Beschreibung des Oberflächeneinflusses in Form der Oberflächenrauheit, der Eigenspannungen aus dem Fertigungsprozess und resultierende Einflüsse aufgrund von Randschichtverfestigungen. Innerhalb des Berechnungsablaufs einer Festigkeitsuntersuchung mit Hilfe der MMM-Hypothese lassen sich diese genannten Einflüsse auf unterschiedliche Weise berücksichtigen. Der Einfluss der Rauheit kann, wie in [HAH95] vorgeschlagen und in Gl. (2.87) bereits gezeigt, über eine effektive Mikrostrukturlänge ρ_{eff}^* in die Berechnung eingeführt werden. Auch die Eigenspannungen, die durch die Bearbeitung der Oberfläche im oberflächennahen Bereich wirksam sind, können weiterhin bei der Ermittlung der Vergleichsoberspannung mit der modifizierten Neuberhyperbel (siehe Kapitel 2.8.5) reduziert werden. Die Oberflächenverfestigung, die zusammen mit den Eigenspannungen den entscheidenden Einfluss auf die Bauteildauerfestigkeit hat, ist geprägt durch ihren begüns-

tigenden Einfluss von Mikrorissen und Relaxationsvorgängen des Werkstoffs im Betrieb, woraus sich die wirksamen Oberspannungen ergeben. Die Modellierung einer harten Randschicht ist sicherlich durch eine geeignete Anpassung des k_a -Faktors zu realisieren. Hierzu kann ein kleinerer k_a -Faktor im oberflächennahen Bereich zur Anwendung kommen, während im restlichen Bauteilquerschnitt ein für den Werkstoff üblicher Wert verwendet werden kann. Da es hierzu noch keine Untersuchungen gibt, werden hier vorerst nur homogene Gefüge und Bauteile mit polierter Oberfläche betrachtet.

3.2.9 Ablaufplan

Ein Ablaufplan für die Durchführung eines Festigkeitsnachweises mit der MMM-Hypothese ist in den folgenden beiden Abbildungen 3.18 und 3.19 übersichtlich dargestellt. Im ersten Block des ersten Teils befindet sich die Durchführung einer linear elastischen Berechnung, wie sie beispielsweise mit Hilfe einer FEM- bzw. BEM-Simulation ausgeführt werden kann. Das Kapitel 5.1 bietet hierzu nähere Anmerkungen und erläutert diverse Schwierigkeiten, mit denen u. U. gerechnet werden muss.

Der zweite Block ist thematisch mit der Datenaufbereitung verknüpft, in denen die Daten aus der linear elastischen FEM- bzw. BEM-Berechnung in die Mohrschen Invarianten überführt werden. Dies wird in den Kapiteln 3.2.5 und Kapitel 3.2.6 ausführlich dargestellt. Für die Umsetzung bieten sich hier skriptfähige Programmlösungen an, die mit Tensoren umgehen und eine Datenein- und -ausgabe besitzen, um einen automatisierten Ablauf zu ermöglichen. Hier sind beispielsweise die OpenSource-Lösung Scilab oder MatLab von MathWorks zu nennen.

Der dritte Block beinhaltet die Berücksichtigung der Stützwirkungen. Durch das in Kapitel 2.8.5 beschriebene Verfahren der (modifizierten) Neuber-Hyperbel, welches auf die MMM-Vergleichsspannung (siehe Kapitel 3.2) angewendet wird, kann auf eine nichtlineare FEM- bzw. BEM-Berechnung verzichtet werden, was den Berechnungsaufwand stark reduziert. Weiterhin wird eine Möglichkeit aufgezeigt, um einfache Werkstoffwöhlerlinien für die Bewertung verwenden zu können, was u. a. auch den Kurzzeitfestigkeitsbereich beinhaltet.

Der zweite Teil des Ablaufplans entspricht der Lebensdauerermittlung von Hahn [HAH95], welche in Kapitel 2.4.5 dargestellt und für die Verwendung von Vergleichsspannungen in Kapitel 3.2.6 angepasst wurde, wodurch ein neuartiges Haighschaubild, basierend auf Vergleichsspannungen, eingeführt wurde. Ein gesamter Ablauf des Festigkeitsablaufs mit der MMM-Hypothese ist in Kapitel 5.6 zu finden.

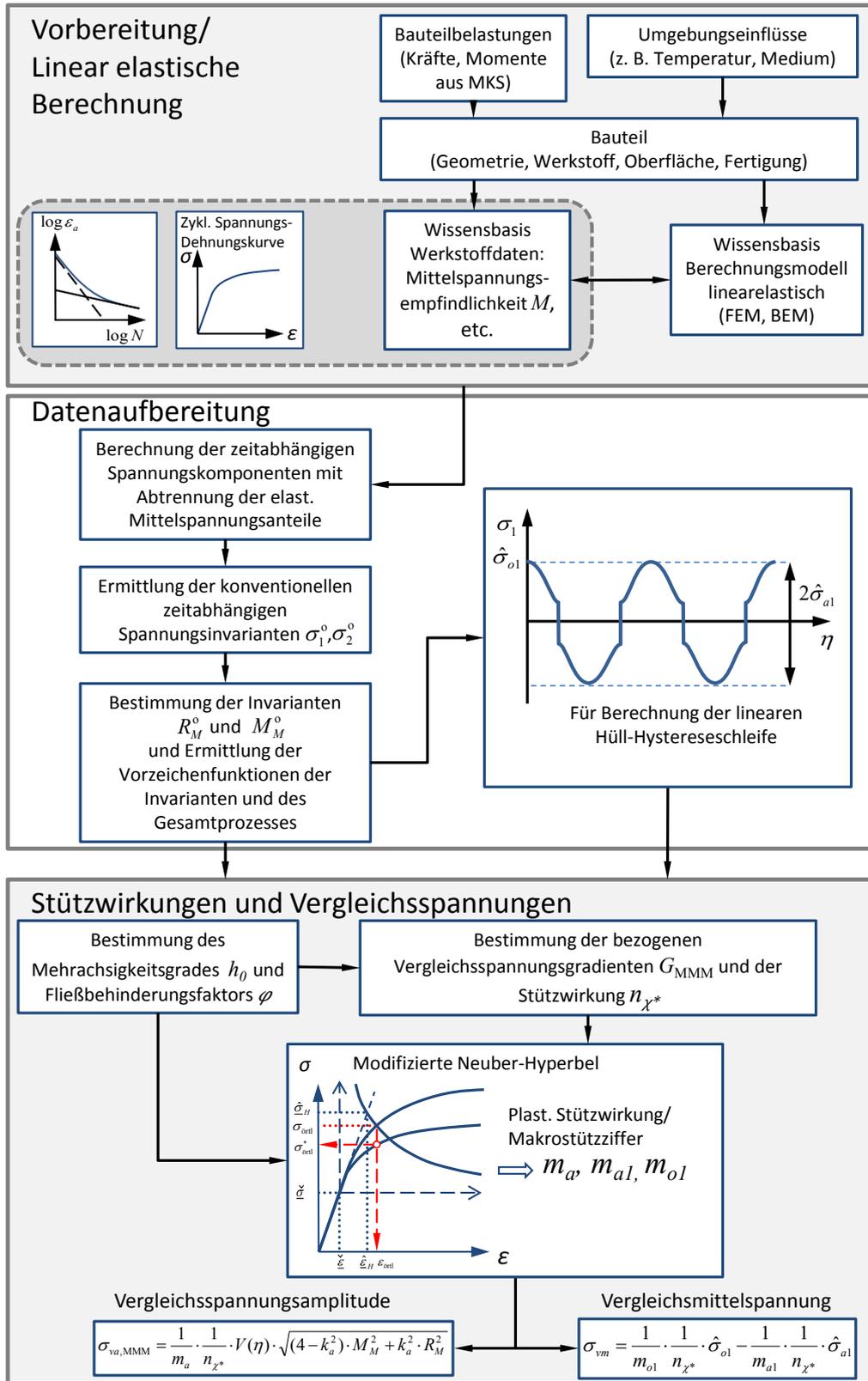


Abbildung 3.18: Ablauf Festigkeitsnachweis mit der MMM-Hypothese nach [MP15]

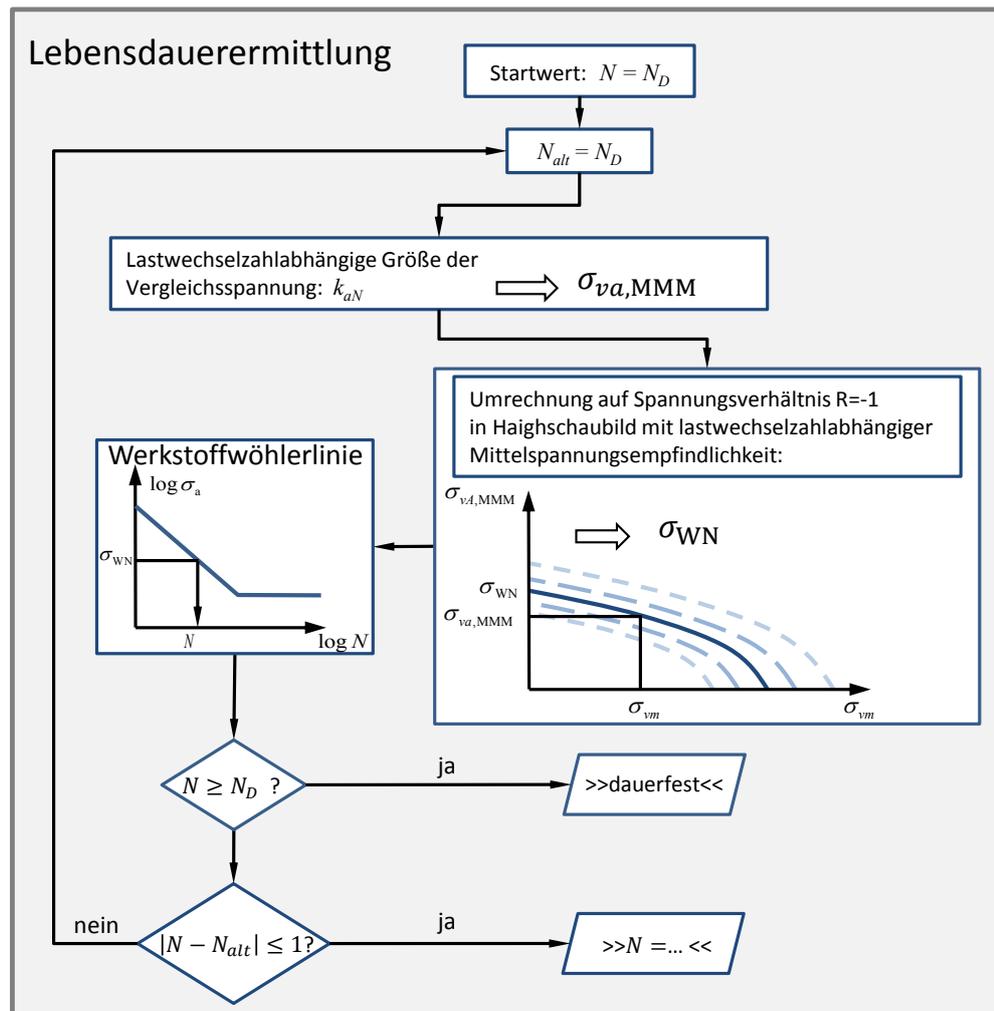


Abbildung 3.19: Ablauf weiterführender Festigkeitsnachweis nach Hahn [HAH95]

4 Lebensdauerkonzepte schadbehafteter Strukturen

Bei einer Festigkeitsbewertung eines Bauteils ist stets ein Versagenskriterium anzusetzen, gegen das das Bauteil sicher ausgelegt werden soll. Dies kann z. B. eine (zulässige) plastische Verformung sein, wenn der Werkstoff ein gewisses Verformungsvermögen aufweist. Potentiell auftretende Betriebsüberlasten, stoßartige Überbeanspruchungen oder lokale Spannungsüberhöhungen aufgrund von Fertigungsfehlern (z. B. Einbrandkerben bei Schweißnähten) können dabei durch plastisches Fließen abgefangen und begrenzt werden. Ein Anriss oder ein letztendlicher Bruch des Bauteils ist damit vermeidbar, da er sich vorher durch erkennbare plastische Deformation ankündigt. Dies entspricht einem in der Konstruktion angestrebten Basiskonzept. Unter dynamischer Belastung oder unter Einfluss von korrosiven Medien treten andere Versagensmechanismen in den Vordergrund, die zu einer Ermüdung des Werkstoffs führen. Ein Anriss entsteht dadurch, der letztendlich zum endgültigen Versagen im Form eines Bruchs führen kann oder zu einem Rissstopp führt. Das Belastungsniveau liegt dabei meist deutlich unterhalb der Beanspruchungshöhe bei einer zulässigen plastischen Verformung. In Wöhlerversuchen (siehe Kap. 2.4.2 und 2.4.3) wird dieser Zusammenhang aufgegriffen und zu einem Beanspruchungsniveau eine Lebensdauer ermittelt. Früher ist aus praktischen Gründen überwiegend die Bruchlebensdauer ermittelt worden, während heutzutage eher nach der Anrisslebensdauer

gefahrenet wird. Der Grund liegt am unterschiedlichen Berechnungsansatz, der zugrunde gelegt wird. Bis zum Anriss kann mit den in der Festigkeitslehre üblichen Beanspruchungen in Form von Spannungen und Dehnungen im Kerbgrund argumentiert werden. Ein Anriss, der eine sehr scharfe Kerbe darstellt, führt in der klassischen Berechnungsweise jedoch zu einer Singularität im Kerbgrund, weswegen allein mit Spannungen und Dehnungen nicht mehr argumentiert werden kann. Aus diesem Grund ist die Linear Elastische Bruchmechanik (LEBM) entwickelt worden, die von einer Fehlstelle ausgeht. Damit kann aufbauend auf einer konventionellen Festigkeitsuntersuchung eine bruchmechanische Lebensdauerabschätzung vorgenommen werden. Bauteile, welche bereits mit einer Schädigung aus der Fertigung kommen (z. B. schweissbedingte Bindefehler) oder sich im Betrieb befindliche beschädigte Bauteile, können damit bezüglich ihrer Festigkeit bewertet werden.

In diesem Abschnitt wird hauptsächlich auf die LEBM eingegangen, da sie Teil der Schadenstoleranzanalyse ist. Die Bruchmechanik bietet eine Vielzahl an Konzepten und Modelle für die Berechnung schadhafter Strukturen, wie z. B. die Fließbruchmechanik bzw. das J-Integral-Konzept u.v.m.. Das ist dem geschuldet, dass die Bruchmechanik, genauso wie die klassische Festigkeitslehre, eine Vielzahl an verschiedenen Mechanismen und Wirkprozesse abdecken muss, welche potentiell auftreten können. So unterscheiden sich die Prozesse bei hohen Lasten, die werkstoffbedingt zum Fließen führen können und damit eher zum statischen Einflussbereich zählen, von denjenigen Prozessen, die durch ihren dynamischen Charakter zum Versagen des Bauteils führen. Je nachdem, wie hoch die gewünschte Aussagegüte ausfallen soll, ist der entsprechende Modellierungsaufwand zu wählen, um beispielsweise Effekte, wie Rissstopp aufgrund von Überlasten oder Risssschließen abzubilden. Diese erfordern zum Teil die Berücksichtigung von Kleinbereichsfließeffekten bzw. schon die Verwendung der Fließbruchmechanik. Da die vorliegende Arbeit anwendungsorientiert ausgelegt ist, soll aus der Bruchmechanik nur die LEBM in der vorgestellten Schadenstoleranzanalyse verwendet werden, zumal sie für die dynamische Behandlung von Rissen geeignet ist. Eine weitere Vertiefung oder Weiterentwicklung bezüglich der Bruchmechanik ist im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgesehen.

4.1 Linear Elastische Bruchmechanik

Als Bewertungsgröße gilt in der LEBM der Spannungsintensitätsfaktor

$$K = \sigma_{\text{brutto},n} \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y \quad . \quad (4.1)$$

Er besitzt neben der vorherrschenden Bruttonennspannung auch die Information der Größe a und Lage der vorhandenen Fehlstelle bzw. des Risses mit dem Geometriefaktor Y . Letzterer berücksichtigt den Einfluss der Oberfläche auf das Spannungsfeld eines Risses bzw. einer rissähnlichen Ungänge. Die Gültigkeit des Spannungsintensitätsfaktors ist dadurch beschränkt, dass die um die Risspitze gelegene plastische Zone klein gegenüber der Risslänge sein muss. Es kann somit nur Kleinbereichsfließen zugelassen werden.

Mit dem Spannungsintensitätsfaktor ist die Beschreibung des Spannungsgeschehens

an der Rissspitze (siehe Abb. 4.1) möglich mit

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right) \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right) \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right) .\end{aligned}\quad (4.2)$$

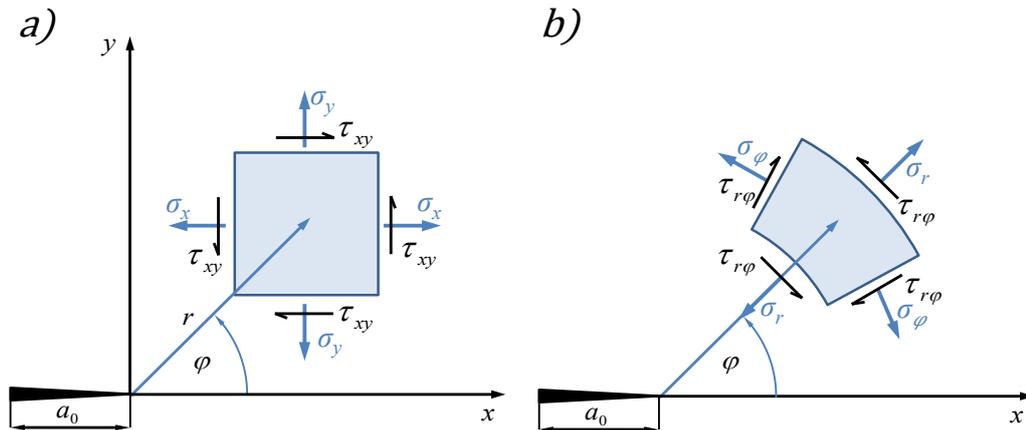


Abbildung 4.1: Ebene Spannungskomponenten an der Rissspitze in a) kartesischen Koordinaten (x, y) und b) in Polarkoordinaten (r, φ) nach [KUN10]

Der Spannungsintensitätsfaktor ist abhängig von der äußeren Belastung, weshalb der in drei unterschiedliche Modi (siehe Abb. 4.2) eingeteilt wird. Diese sind:

- Modus I: Äußere Last wirkt rissöffnend. Symmetrisches Auseinandergehen der Rissufer.
- Modus II: Die äußere Last bewirkt eine Schubbeanspruchung entlang der Rissausbreitungsrichtung. Die Rissoberflächen gleiten aneinander, wodurch Energieanteile in Wärme dissipiert werden.
- Modus III: Durch die äußere Last wirkt eine Schubbeanspruchung quer zur Rissausbreitungsrichtung. Auch hier wird ein Teil der Verformungsenergie in Wärmeenergie umgewandelt.

Die aus den Rissmodi resultierenden Spannungsintensitätsfaktoren können miteinander verknüpft werden, wenn sie aus der gleichen Riss- und Beanspruchungssituation entstammen. Vergleichsspannungsintensitätsfaktoren sind bei sogenannten Mixed-Mode-Beanspruchungen oder voneinander abweichenden Geometriefaktoren notwendig.

4.2 Bruchkriterien und Rissausbreitung

Für die Bewertung von schadhafte bzw. rissbehafteten Bauteilen existieren eine Vielzahl verschiedener Kriterien, welche überwiegend auf dem energetischen Ansatz

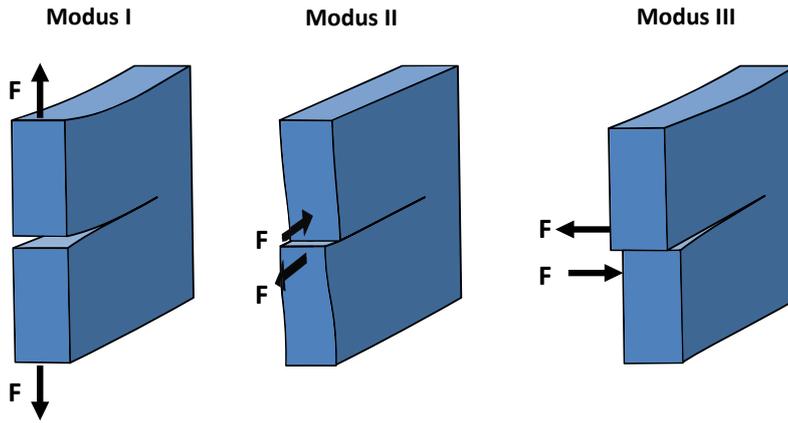


Abbildung 4.2: Darstellung der verschiedenen Rissmodi

von Griffith [GRI21] aufbauen. Er beschreibt eine Bilanz der einzelnen umgesetzten Energiebeiträge bei Rissausbreitung

$$\frac{d(U + W + S)}{da} \leq 0 \quad (4.3)$$

und besagt, dass eine Rissinitiierung bzw. instationäre Rissausbreitung da in einem ideal spröden Werkstoff nur dann erfolgen kann, wenn die bei einer infinitesimalen Rissausbreitung freigesetzte potentielle Energie $(U + W)$ größer ist als die für die Erzeugung von neuen Rissoberflächen notwendige Energie S . Dieser Ansatz ist daraufhin von Irwin [IRW48] als auch Orowan [ORO48] um einen weiteren Energieanteil erweitert worden, um ebenfalls die plastische Verformung an der Risspitze mit einzubeziehen. In einer weiterführenden Arbeit hat Irwin die energiefreisetzenden Energieanteile pro Rissausbreitung als Energiefreisetzungsrate bzw. Rissausbreitungskraft G bezeichnet.

Die Energiefreisetzungsrate kann für den ESZ mit

$$G = \frac{1}{E} K^2 \quad (4.4)$$

und für den EDZ mit

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} K^2 \quad (4.5)$$

mit dem Spannungsintensitätsfaktor in Beziehung gesetzt werden. Sowohl mit dem Spannungsintensitätsfaktor als auch mit der Energiefreisetzungsrate können folglich Aussagen bezüglich der Bruchsicherheit gemacht werden. Übersteigt z. B. die Energiefreisetzungsrate den werkstoffspezifischen Kennwert G_c , kommt es zu einem instabilen Risswachstum und das Bauteil versagt. Bezogen auf Mode I und des Spannungsintensitätsfaktors geschieht dies bei

$$K_I > K_{Ic} \quad , \quad (4.6)$$

während es bei einer ebenen Mixed-Mode Beanspruchung bspw. nach Richard [RIC85] bei einem Vergleichsspannungsintensitätsfaktor von

$$K_V = \frac{1}{2} K_I + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{K_{IIc}} K_{II} \right)^2} > K_{Ic} \quad (4.7)$$

dazu kommt.

4.2.1 Phasen des Ermüdungsrisseres

Ein Bauteil unter dynamischer Belastung durchläuft im Idealfall sämtliche Lebensdauerphasen, die in der folgenden Abbildung dargestellt sind. Der Idealfall geht

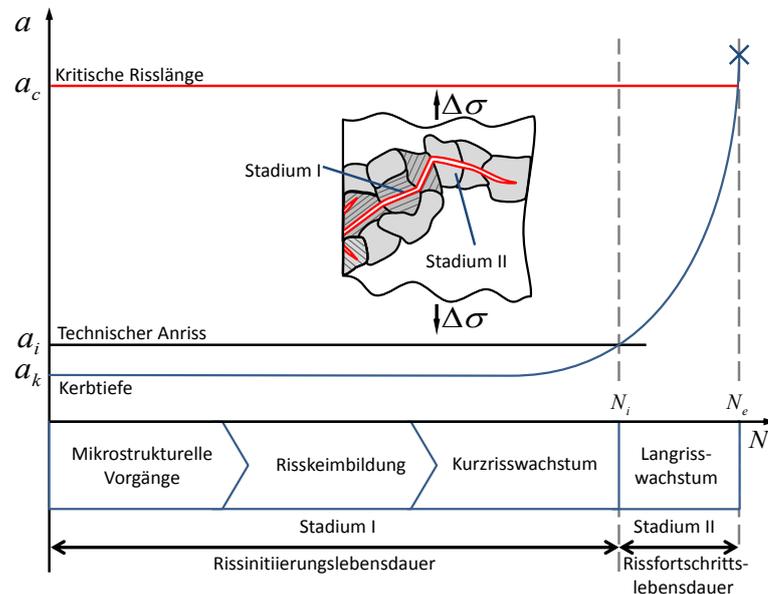


Abbildung 4.3: Lebensdauerphasen und Rissstadien eines gekerbten Bauteils.

von einem fehlerfreien Gefüge aus, bei dem durch die äußere dynamische Belastung Gleitvorgänge hervorgerufen werden, die an der Bauteiloberfläche zu Intrusionen und Extrusionen führen. Es entstehen Mikrokerben, die Ausgangspunkt von Mikrorissen darstellen. In einem fehlerbehafteten bzw. nicht fehlerfreien Gefüge (z. B. Gusswerkstoffe) geschieht Ähnliches, nur können hier auch Risse innerhalb des Gefüges entstehen. Außerdem besitzen sie bereits Risskeimzellen, wodurch sich eine verkürzte Rissinitiierungslebensdauer einstellen kann.

Die aus den Risskeimzellen entstammenden kurzen Mikrorisse wachsen innerhalb des Stadiums I in der Regel entlang der günstigen Gleitebenen innerhalb eines Korns (Modus I bzw. II) und können durch die Korngrenzen bisweilen aufgehalten werden, was zum Rissstopp führt. Nur bei den Übergängen, bei denen das benachbarte Gleitsystem günstig orientiert ist, wird ein Fortschreiten des Mikrorisses ermöglicht. Demnach verringert sich im Bereich des Übergangs kurzweilig das Risswachstum und steigt im Anschluss wieder an, bis ein weiteres mikrostrukturelles Hindernis erreicht wird. Insgesamt kann die Phase des Kurzrissswachstum im Bereich der Dauerfestigkeit bis zu 90% der Gesamtlebensdauer bei schwingend beanspruchten Bauteilen ausmachen.

Im Anschluss, sobald der Riss eine entsprechende Größe erreicht hat und er nicht mehr vom Gefüge wesentlich beeinflusst wird hinsichtlich der Rissfortschrittsrate, erreicht er mit Stadium II die Phase des Langrisswachstums und damit die Länge des technischen Anrisses a_i . Der Riss breitet sich orthogonal zur äußeren Normalspannung aus (Modus I) und kann mit der LEBM beschrieben werden mit beispielsweise

$$\Delta K_I = K_{\max} - K_{\min} = \Delta K_{\max}(1 - R) = \Delta\sigma\sqrt{\pi a} \cdot Y, \quad (4.8)$$

bis er u. U. eine kritische Länge a_c erreicht, ab der ein instabiler Risswachstum auftritt und das Bauteil versagt.

Während sich der Riss im Stadium II befindet, wird die Rissspitze aufgrund der

äußeren dynamischen Belastung stetig abgestumpft und gespitzt (siehe Abb. 4.4). Dabei entstehen die charakteristischen Riefen der sogenannten Dauerbruchfläche,

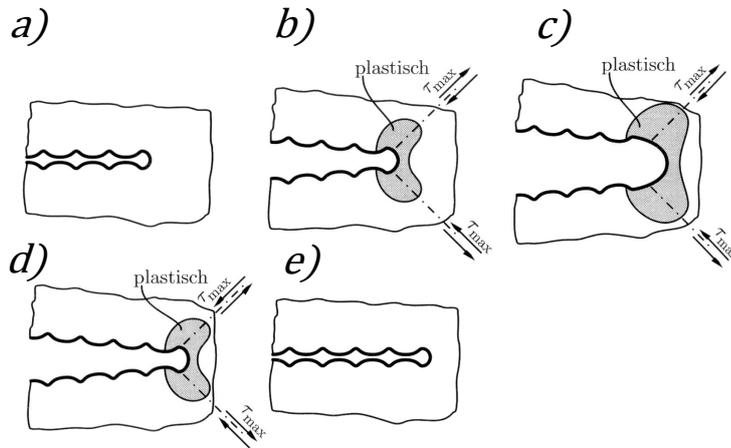


Abbildung 4.4: Entstehungsprozess der Riefenbildung nach [RHB03]

deren Abstand direkt Aufschluss bezüglich der Rissausbreitungsrate da/dN geben kann, sofern diese sich in einem Bereich von $10^{-4} \frac{\text{mm}}{dN} < da/dN < 10^{-3} \frac{\text{mm}}{dN}$ befindet [PLA96].

Innerhalb des Modus 1 findet ein Risswachstum generell nur zu den Zeitpunkten statt, in denen der Riss geöffnet ist und die plastische Zone wirksam ist. In Abb. 4.4 sind das die Teilstände *b)*, *c)* und *d)*. Beim Riss schließen *d)* werden die elastischen Dehnungen abgebaut, jedoch kann sich der Riss aufgrund der erfolgten plastischen Dehnung an der Risspitze nur durch Erzeugung von Druckeigenspannungen und einer entgegengesetzten plastischen Deformation schließen. Da sie ebenfalls nicht reversibel ist, schreitet der Riss auch hier voran und bildet eine Riefe aus.

Für den Bereich des Kurzrissswachstums existieren eine Vielzahl von verschiedenen Ansätzen und Theorien (siehe z. B. [RV07]), die teilweise sehr umfangreich sind, da sie die komplexe Interaktion zwischen Riss und Gefüge abzubilden versuchen. Hierzu existieren beispielsweise diverse Barrieremodelle, die das wiederholte Verzögern und Beschleunigen des Kurzrisssfortschritts beim Übergang der Korngrenze beschreiben. Zusätzlich besteht eine weitere Problematik darin, dass die plastische Zone bei Mikrorissen im Verhältnis zur Rissgröße sehr groß ist und dementsprechend einen Großteil des Mikrorisses einbettet. Das vergrößert den nichtlinearen Einfluss erheblich und erschwert die Handhabbarkeit. Zum einen müssen die für den Mikrobereich geltenden Parameter besorgt werden, was umfangreiche experimentelle Untersuchungen erforderlich macht und zum anderen stellt sich ein hoher rechnerischer Aufwand ein. Eine eingeschränkte Übertragbarkeit der Ergebnisse vermindert weiterhin den praktischen Nutzen für den pragmatisch bzw. konstruktiv arbeitenden Ingenieur. Sicherlich mag es vorteilhaft erscheinen, vom Bauteillebensbeginn bis zum Ende mit nahezu einem Rechenkonzept arbeiten zu können (siehe z. B. [ZMH11]), jedoch überwiegen für den normalen Anwender die Nachteile. Aus diesem Grund wird für die Phase der Rissinitiierungslebensdauer (siehe Abb. 4.3) weiterhin ein Spannungs- bzw. Dehnungskonzept verwendet und kein Kurzrissswachstumskonzept verfolgt. Erst nachdem die vom Ermüdungskonzept ermittelte Lebensdauer erreicht ist, soll die Struktur als geschädigt gelten und einen fiktiven technischen Anriss erfahren, um im Anschluss mit Hilfe der LEBM eine Restlebensdauer ermitteln zu

können.

4.2.2 Ermüdungsrisswachstum mit der LEBM

Die Gl. (4.8) zeigt die Bestimmungsgleichung für die Spannungsintensitätsschwingbreite ΔK . Wird diese mit der Rissfortschrittsrate in Verbindung gebracht, sind verschiedene Phasen der Ermüdungsrissausbildung des makroskopischen Risses auszumachen, wie es im doppelt-logarithmischen Maßstab in Abb. 4.5 zu sehen ist. Zu

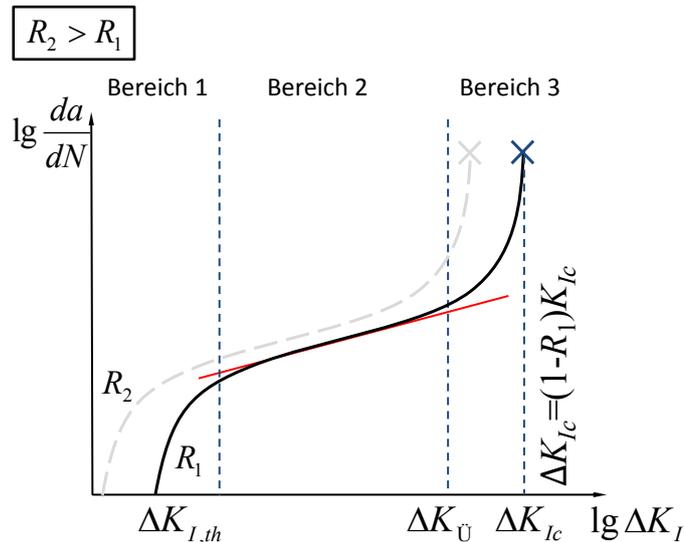


Abbildung 4.5: Qualitativer Verlauf der Rissfortschrittsrate über Spannungsintensität (Rissfortschrittskurve) für unterschiedliche Spannungsverhältnisse

unterscheiden hierbei sind:

Bereich 1: Unterhalb des Schwellenwertes $\Delta K_{I,th}$ ¹⁴ ist kein makroskopisches Risswachstum zu beobachten. Oberhalb führt jeder Lastwechsel zu einem Rissfortschritt, jedoch ist die Rissfortschrittsrate sehr gering. Der Riss wird durch die Gefügestruktur, das Spannungsverhältnis R und dem umgebenden Medium merklich beeinflusst.

Bereich 2: Der Rissfortschritt verhält sich im doppelt-logarithmischen Maßstab in diesem Bereich annähernd linear und kann mit dem Potenzansatz nach Paris-Erdogan [PE63] beschrieben werden. Die Konstanten C und m ¹⁵ sind vom Werkstoff abhängig, wobei erstere ebenfalls vom R -Wert beeinflusst wird.

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K}{\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}} \right)^m \quad (4.9)$$

Bereich 3: Wird geprägt durch eine große plastische Zone an der Risspitze und eine zunehmende Risswachstumsrate, welche ausgehend von einem stabilen Rissfortschritt schließlich in einen instabilen Rissfortschritt übergeht, bis es bei ΔK_{Ic} zum Bruch kommt. Häufig wird dabei $\Delta K_{Ü}$ mit ΔK_{Ic} gleichgesetzt.

Der Grund für die Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis R ist auf den Effekten des Riss-schließens zurückzuführen. Damit sind sämtliche Einflüsse zusammengefasst,

¹⁴ Index »th« für threshold, engl. Schwelle

¹⁵ ΔK wird in Gl. (4.9) durch dessen Einheit geteilt, damit C unabhängig vom Exponenten m die gleiche Einheit behält.

die dafür sorgen, dass es zu einem vorzeitigen Kontakt der beiden gegenüberliegenden Rissflanken kommt, bevor die äußere Last vollständig abgebaut ist und sich dementsprechend das Minimum der zyklischen Spannungsintensität einstellt. Hierunter zählen beispielsweise die Druckeigenstressungen in den plastischen Zonen, die für eine frühzeitige Entlastung der Risspitze sorgen als auch die Rissoberflächen selbst. Durch Rissuferverschiebung kann es dazu kommen, dass die Rissuferflanken nicht mehr zusammenpassen und sich ein vorzeitiger Kontakt der Rauigkeitsspitzen einstellt, was als rauheitsinduziertes Riss schließen bezeichnet wird. Somit ist nicht mehr die volle nominelle Schwingbreite der zyklischen Spannungsintensität für den Rissfortschritt in Gl. (4.9) maßgeblich, sondern nur der effektive Wert ΔK_{eff} , bei dem der Riss geöffnet ist (siehe Abb. 4.6).

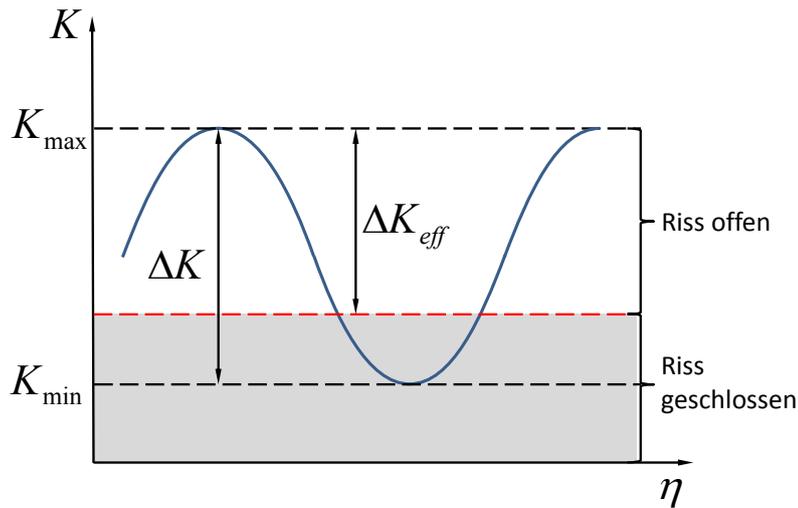


Abbildung 4.6: Einfluss des Riss schließens auf den Rissfortschritt

5 Abbildung der Schadenstoleranzanalyse

Das Ziel einer Schadenstoleranzanalyse mit Hilfe einer Simulation ist die Ermittlung der Lebensdauer einer komplexen Struktur, welche ein gewisses Schadensmaß aufweist. Sie muss dabei in mehrere Teilschritte unterteilt werden, da die Struktur mehrere Phasen durchläuft, welche teilweise die Rahmenbedingung der Simulation entscheidend verändern. Während zu Beginn - im Idealfall - von einer schadfreien Struktur ausgegangen werden kann, ist im späteren Verlauf der Einfluss der Schädigung mit zu berücksichtigen. Es entwickelt sich somit ein iterativer Prozess, der aus einer Ermüdungs- und Bruchmechaniksimulation besteht.

Für die Abbildung der Schadenstoleranzanalyse werden verschiedenartige Werkzeuge und Methoden verwendet, welche entsprechend miteinander verknüpft werden müssen. Der Kern der Simulation besteht aus einem FEM-Modell eines Triebwerks, welches diverse Vereinfachungen beinhaltet, um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen. Es wird in Kapitel 5.2.1 näher beschrieben. Es dient als Globalmodell, welches die Verschiebungen an interessierenden Orten bestimmt und an Submodelle übergibt, die die für eine Ermüdungssimulation notwendigen örtlichen Beanspruchungen ermitteln. Gleichzeitig werden mit dem Globalmodell auch die Auswirkungen der voranschreitenden Schädigungen auf die Gesamtstruktur des Triebwerks untersucht. Die Ergebnisse hierzu werden in Kapitel 5.4 dargestellt. Ein Hauptaugenmerk liegt ebenfalls auf der Auswirkung von unterschiedlichen Modellierungsarten der Schädigung innerhalb des Globalmodells. Als Simulationssoftware wird hierfür **Ansys Classic** (V14.5) verwendet, welches am Fachgebiet vorhanden ist. Es ermöglicht eine einfache Implementierung in einen Rechenprozess, der mit Hilfe von Matlab gesteuert wird. Dies wird ebenfalls dazu verwendet, um die Ermüdungslebensdauer zu bestimmen, welche durch die MMM- bzw. die DIH-Hypothese (siehe Kapitel 3) ermittelt wird.

Die bruchmechanische Bewertung und die Ermittlung der Rissfortschrittsdauer erfolgt mit dem REM-Programm **Beasy**, welches die Submodelle der FEM-Simulation nutzt. Eine kurze Gegenüberstellung zwischen der FEM und der REM ist im Anhang E auf Seite 135 zu finden.

5.1 Schwierigkeiten der numerischen Abbildung

Die numerische Abbildung einer Schadenstoleranzanalyse ist nicht trivial, da es des Öfteren zu einem Wechsel der theoretischen Basis kommt. Es muss, wie bereits erwähnt, von einer Ermüdungsberechnung zu einer bruchmechanischen Berechnung und zurück gewechselt werden. Dies erschwert den Einsatz einer einzelnen Simulationsbasis und die Erstellung eines automatischen Programmablaufs. Die Ermittlung der Ermüdungslebensdauer bzw. Anrisslebensdauer ist heutzutage mit diversen Softwarelösungen nahezu leicht in einem automatischen Simulationsalgorithmus zu etablieren. So bieten die gängigen FEM-Anbieter teilweise eigene simple Ermüdungs-Postprozessoren an oder mitunter teilentegrierte Lösungen für die Ermittlung der Betriebsfestigkeit (z. B. **nCode DesignLife**). Beim Übergang in die Bruchmechanik zeigen die meisten etablierten FEM-Anbieter Lücken in ihrem Portfolio. **Ansys** (Classic) beherrscht beispielsweise die Möglichkeit der 3D-Rissimulation, jedoch ohne Rissfortschritt. Eine automatische Neuvernetzung, die für einen Rissfortschritt notwendig ist, ist nur für eine 2D-Simulation vorhanden. Einzig **Abaqus** beherrscht als etabliertes FEM-Programm den 3D-Rissfortschritt. Eine Ermüdungsberechnung

muss jedoch vollständig extern abgebildet werden, da dies in Abaqus nicht implementiert ist.

Da die Bruchmechanik (siehe Kapitel 4) stets von einem Fehler ausgehen muss, von dem ein Riss ausgeht oder weiter wächst, ist an dieser Stelle der Anwender dazu aufgefordert, einen entsprechenden Anfangsriss zu platzieren. Spätestens hier ist somit ein automatischer Simulationsablauf unterbrochen bzw. gestört, weshalb sich ein Wechsel der Simulationssoftware nicht unbedingt nachteilig auswirkt.

Das verwendete Simulationsprogramm für den Rissfortschritt (**Beasy**) besitzt eine Schnittstelle zu **Ansys**, was die Importierung von Ansysmodellen in die Rissfortschrittsimulation ermöglicht. Jedoch sind an diversen Stellen Eingaben erforderlich, die nicht automatisierbar und von außen mit **Matlab** zu steuern sind.

Eine weitere Schwierigkeit stellt die Ermittlung von Oberflächenspannungen mit der FEM dar, was im folgendem Kapitel näher erläutert wird.

5.1.1 Ermittlung von Oberflächenspannungen

Bei Struktursimulationen findet die FEM eine größere Verbreitung als die REM. Durch eine adäquate Abbildung des zu untersuchenden Bauteils sind lokale Beanspruchungen relativ leicht zu bestimmen und lassen sich in Tensorform oder sogleich als Vergleichsspannung ausgeben.

Für Festigkeitsbewertungen sind die Modellgrößen meist wesentlich größer als FE-Modelle, die beispielsweise für eine dynamische Untersuchungen verwendet werden. Dies hat damit zu tun, dass geometrische Einzelheiten durch ihre Kerbwirkung einen wesentlich größeren Einfluss auf die Beanspruchungen haben als auf dynamische Eigenschaften des Bauteils. Sie müssen entsprechend hochauflösend abgebildet werden, was die Elementanzahl des Modells wesentlich erhöht und die notwendige Berechnungszeit dadurch ebenfalls verlängert.

Aus diesem Grund sind zielführende Maßnahmen zu ergreifen, um die Elementanzahl und Berechnungszeit zu verkürzen, wie beispielsweise Symmetrieausnutzung oder die Verwendung der Substruktur- bzw. Submodelltechnik. Jedoch ist es in der Regel nicht ohne Weiteren möglich, mit Hilfe der FEM Randspannungen zu ermitteln. Dies ist dadurch begründet, wie bereits weiter oben erwähnt, dass die Spannungen an den Gauss- bzw. Integrationspunkten ermittelt werden, die sich im Innern eines Elements befinden. Dadurch wird stets ein allgemein vollbesetzter Spannungstensor ausgegeben. Es stellt sich somit kein ESZ an der freien Oberfläche ein. Gerade für eine Festigkeitsbewertung, die in der Regel am Bauteilrand stattfindet, ist dieser Umstand ungenügend. Zusätzlich ist darauf hinzuweisen, dass standardmäßig die an den Integrationspunkten ermittelten Ergebnisse zu den Knoten hin extrapoliert werden. Die dadurch entstehenden Ergebnisse können dabei stark von den eigentlichen Ergebnissen an der Oberfläche abweichen, trotz feiner Elementierung und Verwendung von Elementen mit quadratischer Ansatzfunktion. Die Stützwirkung ist dementsprechend ebenfalls schwierig zu ermitteln, wenn die zugrunde gelegten Spannungen fehlinterpretiert werden.

Aus diesem Grund hat die REM für Festigkeitsbewertungen klare Vorteile gegenüber der FEM, da sie direkt am Rand bzw. an der Oberfläche agiert und sowohl die Oberflächenspannungen korrekt ausgeben kann, als auch das Spannungsgeschehen unterhalb der Oberfläche ermöglicht. Um die FEM dennoch für eine adäquate Oberflächenbewertung nutzen zu können, ist eine entsprechende Modellierung zu verwenden, welche in der Lage ist, Oberflächenspannungen auszugeben. Die nachfolgend dargestellte gekerbte Flachzugprobe ist mit Ansys Classic V14.5 erstellt worden

und soll dazu dienen, die Möglichkeiten zur Ermittlung von Oberflächenspannungen innerhalb von 3D-FE-Modellen darzustellen. Dabei haben sich zwei Methoden hervor getan, die nach der Modellbeschreibung vorgestellt werden.

Das verwendete Modell ist an der Kerbstelle forciert fein vernetzt, um dort eine ausreichend hohe Ergebnisauflösung zu erzielen. Dies betrifft sowohl die Oberflächenspannungen als auch den Spannungsgradienten in direkter Oberflächennähe. Der restliche Aufbau ist dabei einfach gehalten, da mit diesem Modell nur die Methodik der Oberflächenspannungsermittlung im Vordergrund steht. Auf eine wesentlich gröbere Vernetzung des restlichen Modells wird dabei verzichtet. Abbildung 5.1

Tabelle 4: Modelleigenschaften

Belastung	p	50 MPa
E-Modul	E	210 GPa
Poissonzahl	ν	0,3

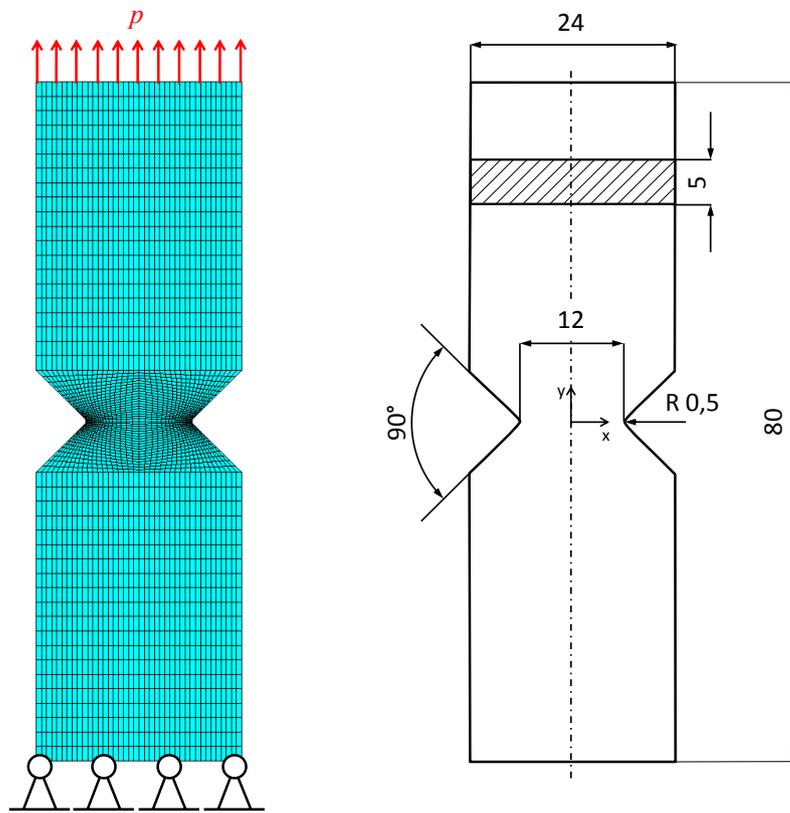


Abbildung 5.1: Abmaße und Belastung gekerbte Flachzugprobe

zeigt ein 3D-Modell, welches in drei unterschiedlichen Vernetzungsgüten untersucht wurde, um die Netzsensitivität zu ermitteln. Die dabei generierten Modelle besitzen ca. 18.000, 136.000 (abgebildet) und 1,05 Mio Knoten, wobei die berücksichtigten Freiheitsgrade bei letzteren ca. 3,2 Mio betragen. Außerdem sind verschiedene Volumenelementtypen im Fokus der Untersuchung, um deren Einfluss auf das Ergebnis zu überprüfen. Zur Validierung des Modells dienen mit dem REM-Programm Beasy erstellte Modelle, die ebenfalls auf Netzsensitivität überprüft werden. Dadurch können auf einem unabhängigen Weg die Randspannungen ermittelt werden, die die FE-Modelle liefern müssen.

Generell zeigen sich die sogenannten Locking-Effekte [KOS04], die bei den unterschiedlichen FE-Elementtypen teilweise standardmäßig korrigiert (z. B. beim Solid45) oder erst mit weiteren Einstellungen behoben werden können (z. B. beim Solid185). Beide erwähnten Elementtypen sind Elemente mit acht Eckenknoten und identischer Anzahl und Lage der insgesamt acht Integrationspunkte. Als Element mit einer höheren Ansatzfunktion wird außerdem das Solid186 verwendet, welches insgesamt 20 Knoten besitzt mit wahlweise 14 oder acht Integrationspunkten.

Mit Hilfe der REM ist es möglich, auf einem von der FEM unabhängigen Weg die Randspannungen zu ermitteln und zur Validierung der FEM-Ergebnisse zu benutzen. Durch die vorhandenen Fundamentallösungen der Randspannungen sind diese direkt numerisch zu bestimmen. Um zu zeigen, dass die Netzfeinheit bei einem REM-Programm keinen großen Einfluss hat, ist das REM-Modell einmal normal vernetzt und bei einem weiteren Modell wesentlich feiner. Für die Elementierung werden in beiden Fällen Elemente mit quadratischer Ordnung verwendet. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.2 zu sehen.

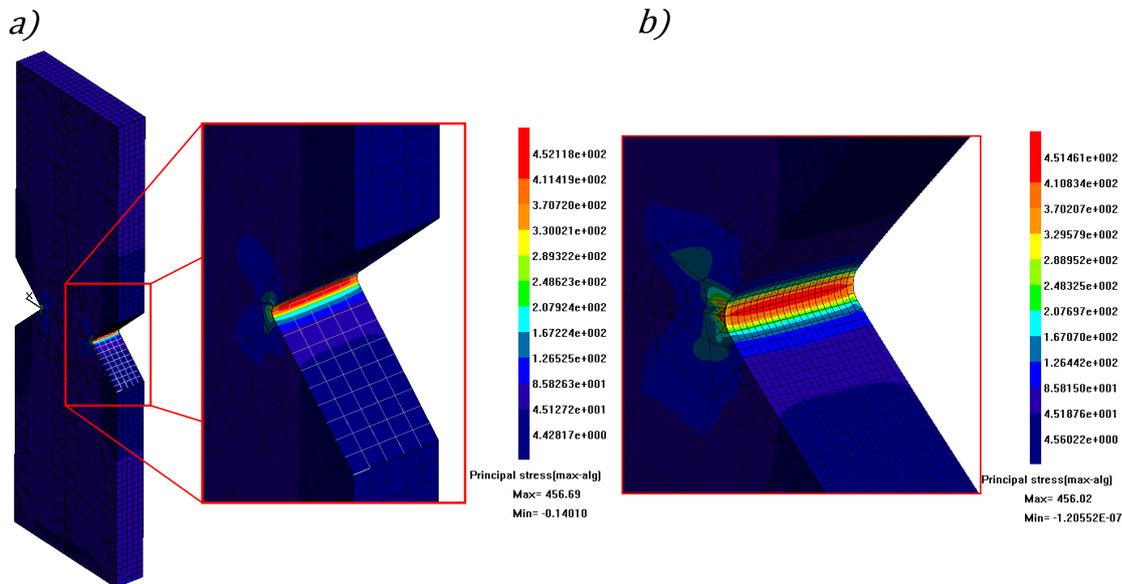


Abbildung 5.2: Ergebnisse größte Hauptspannung a) normal vernetzte Zugprobe b) fein vernetzte Zugprobe

In der Kerbe stellen sich bei beiden Modellen annähernd gleiche Kerbspannungen von ca. 456 MPa ein. Die Erhöhung der Elementanzahl bewirkt eine Veränderung von ca. $-0,15\%$. Eine feinere Elementierung des REM-Modells ist somit nicht notwendig und es ist davon auszugehen, dass dieses Ergebnis gefestigt ist und zu Validierungszwecken herangezogen werden kann.

Mit der FE-Software **Ansys** existieren zwei Möglichkeiten zur Ermittlung von Oberflächenspannungen. Die erste Variante beruht auf der Grundüberlegung, dass über ein vorhandenes Volumenmodell, welches eine entsprechend hohe und gleichmäßige Vernetzungsdichte zur Abbildung einer geometrischen Besonderheit aufweist, ein Schalenmodell als Haut gezogen wird. Dabei ist darauf zu achten, dass die Knoten der Schalenelemente koinzident zu den Knoten der an der Bauteiloberfläche liegenden Volumenelementknoten sind und beiden Elementtypen die gleichen Ma-

terialeigenschaften zugewiesen werden. Außerdem sollte die Biegesteifigkeit dieser Elemente ausgeschaltet werden, damit diese den Volumenkörper nicht versteifen. Generell stellt dies eine Näherungsmöglichkeit dar. Eine Übertragung dieser Methode auf andere FE-Softwarelösungen ist denkbar.

Eine weitere Methode ist die Verwendung von Volumenelementen, welche gegebenenfalls ein Oberflächenkoordinatensystem besitzen und Oberflächenspannungen ausgeben können. Innerhalb von **Ansys** bietet das Volumenelement **Solid45** diese Funktion. Bei Aktivierung der entsprechenden Keyoption gibt dieses Element die Spannungen an einer freien Elementoberfläche aus. Die Ausgabe erfolgt dabei über ein **etable**-Kommando, dessen Zielgröße auf die entsprechende Ergebnisoption via **surf**-Befehl zu stellen ist. Beide Methoden benötigen für die Ermittlung des Spannungsgradienten eine Vernetzung, die ebenfalls in inverser Normalenrichtung zur Oberfläche an der zu beobachtenden Stelle orientiert ist, damit ein Knotenpfad verwendet werden kann, der in einer Linie liegt. Damit kann im Anschluss die Ermittlung des bezogenen Spannungsgefälles nach Gl. (3.39) erfolgen.

Nachfolgend werden die Versuchsergebnisse präsentiert, die sich aus den Simulationen der Flachzugprobe mit diversen Elementtypen ergeben. Da es sich im Grunde um das selbe Modell mit der gleichen Belastung handelt, jedoch nur mit einer unterschiedlichen Elementtypwahl, ist exemplarisch das Ergebnis der Flachzugprobensimulation dargestellt, welches sich mit dem Volumenelementtyp **Solid185** ergeben. Die anderen Ergebnisse unterscheiden sich lediglich bei den Ergebniswerten der dargestellten Längsspannung. Bei allen Modellen sind über die Volumenelemente am Rand eine Oberfläche aus **Shell1181** Elemente gezogen, um eine Ergebnisauswertung näher am Rand zu erhalten. Alle Ergebnisse sind in Tabelle 5 übersichtlich zusammengetragen.

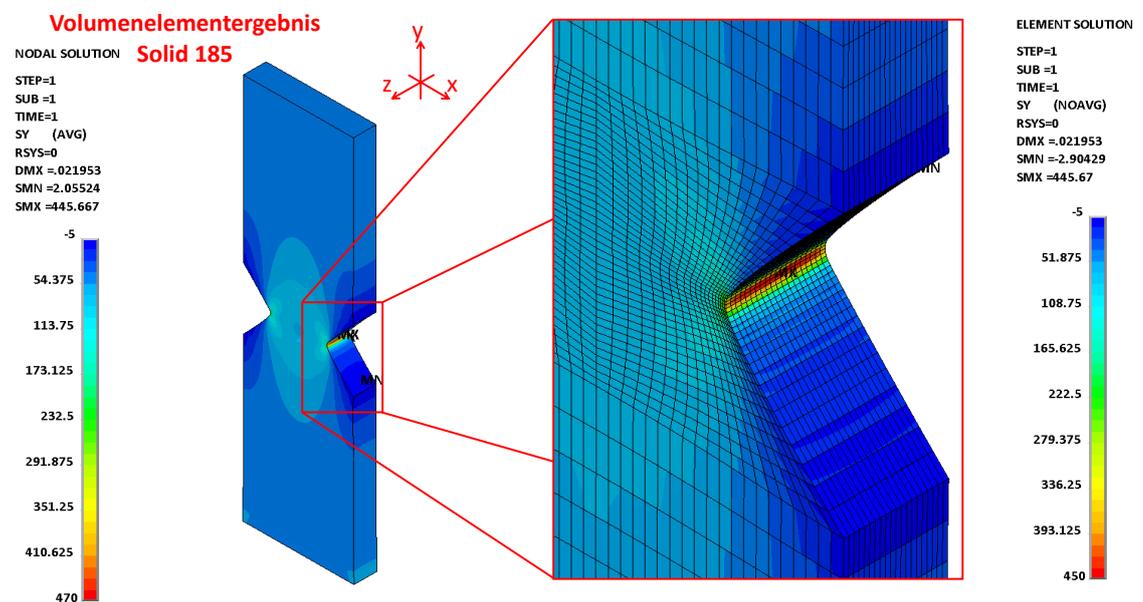


Abbildung 5.3: Ergebniszusammenstellung gekerbte Flachzugprobe mit konventioneller Modellierung

Wie zu erkennen ist, ergeben sich sowohl unterschiedliche Ergebnisse bei verschiedener Vernetzungsdichte (grob, normal und fein) als auch bei unterschiedlicher Elementwahl. Die Spalten mit der Bezeichnung "Shell" stellen die Ergebnisse dar, die mit der Methode der Shell-Oberfläche zustande kommen. Hier ist zu erkennen, dass

Tabelle 5: Maximale Kerbzugspannung (in [MPa]) der Flachzugprobe mit diverser Elementierung

Flachprobe	V-Nut	σ_{\max}	σ_{\max} (Shell)	σ_{\max}	σ_{\max} (Shell)	σ_{\max}	σ_{\max} (Shell)
Elementierung		grob		normal		fein	
Elementtyp	Solid45	454	438	471	457	472	465
	Solid45*	443	—	462	—	466	—
	Solid185**	428	429	446	461	455	467
	Solid186	469	424	494	459	484	467

* = Surface Output

** = Ohne Shear Locking Kompensation. Bei Aktivierung gleichen die Ergebnisse denen vom Solid45

die Ergebnisse relativ unabhängig vom gewählten Volumenelementtyp sind und bei grober Elementierung ca. 3%, bei normaler Elementierung ca. 1% und bei feiner Elementierung nur ca. 0,5% auseinanderliegen. Markant ist das ansteigende Ergebnis des Solid185 bei feiner werdende Vernetzung. Dies ist dem sogenannten Shear-Locking-Phänomen zuzuschreiben, welches bei feiner werdenden Vernetzung an Bedeutung verliert. Dem Solid185 kann durch eine Anpassung der Elementeneigenschaft, bei der über eine Keyoption weitere Freiheitsgrade im Element berücksichtigt werden, den Einfluss des Shear-Locking-Phänomens begegnen. Dies führt in Folge zu nahezu den gleichen Ergebnissen, die auch das Solid45-Element bietet.

Die Ergebnisse der Shell-Elemente der groben Vernetzung liegen beim Solid185 mit etwa 7% Abweichung vom Ergebnis der REM-Berechnung entfernt. Dies ist allein der groben Elementierung geschuldet und zeigt, dass eine solche Elementierung nicht empfehlenswert ist.

Augenscheinlich scheinen die Ergebnisse der Shell-Oberfläche je nach Elementtyp teilweise größer, jedoch auch teilweise kleiner als die Ergebnisse der Volumenelemente zu sein. Gerade das markante Ergebnis des Solid186 bei normaler Vernetzung zeigt, dass es eine ca. 8%ige Abweichung vom Ergebnis der REM-Berechnung gibt und nahezu die gleiche Abweichung zum Ergebnis der Shell-Oberfläche zu beobachten ist. Der Grund ist in der Extrapolation der Integrationspunktergebnisse zum Oberflächenknoten hin zu finden. Dies wird durch einen Blick in die Tabelle 6 deutlich. In dieser ist die Extrapolation der Ergebnisse von den Gausspunkten zu den Knoten hin deaktiviert (via ERESX-Befehl), was dazu führt, dass die Ergebnisse zu den Knoten kopiert werden. Somit existieren an den koinzidenten Oberflächenknoten sowohl Integrationspunktergebnisse als auch Ergebnisse aus der Shell-Oberfläche.

Tabelle 6: Maximale Kerbzugspannung (in [MPa]) der Flachzugprobe mit diverser Elementierung mit deaktivierter Extrapolation

Flachprobe	V-Nut	σ_{\max}	σ_{\max} (Shell)	σ_{\max}	σ_{\max} (Shell)	σ_{\max}	σ_{\max} (Shell)
Elementierung		grob		normal		fein	
Elementtyp	Solid45	413	423	443	457	465	465
	Solid45*	442	—	462	—	466	—
	Solid185**	399	429	429	461	447	467
	Solid186	432	418	457	459	463	467

* = Surface Output

** = Ohne Shear Locking Kompensation. Bei Aktivierung gleichen die Ergebnisse denen vom Solid45

Die Tabelle zeigt offenkundig, dass die Ergebnisse der Integrationspunkte der Volumenelemente stets unterhalb der Ergebnisse der Shell-Oberfläche liegen, sofern eine adäquate Vernetzung zugrunde liegt, was die grobe Netzfeinung ausschließt. Hier ist ebenfalls auffällig, dass nur bei der groben Vernetzung eine Veränderung der Shell-Ergebnisse eingetreten ist, während bei den anderen Vernetzungsgütern keinerlei Auswirkung der ausgeschalteten Extrapolation beobachtet werden kann. Eine beobachtbare Veränderung der Shell-Ergebnisse bei Veränderung der Extrapolationseinstellung deutet demnach auf ein zu grobes Netz hin.

Die Deaktivierung der Extrapolation kann die Möglichkeit eröffnen, dass mit der Abfrage eines interessierenden Knotens gleichzeitig ein Oberflächenergebnis als auch ein Ergebnis aus der Tiefe der Kerbe gewonnen werden kann. Bei bekannter Lage des Integrationspunktes ist damit beispielsweise nach Gl. (3.39) die Berechnung des bezogenen Spannungsgefälles möglich. Jedoch ist darauf hinzuweisen, dass dies nur im Einzelfall funktionieren kann, in dem der beobachtbare Bereich hinsichtlich der Netzgeometrie absolut symmetrisch ist. Dies muss in der Regel nicht der Fall sein. Generell empfiehlt sich eine adäquate Vernetzung, die die geometrischen Besonderheiten abbilden kann und gleichzeitig eine annehmbare Rechenzeit bietet. Dies ist in diesem Fall mit der normalen Vernetzung bewerkstelligt, zumal die Shell-Ergebnisse nicht auf die Deaktivierung der Extrapolation reagieren. Für die Bestimmung der Randspannungen empfiehlt sich der Einsatz von beiden erwähnten Methoden zur Ermittlung der Randspannung, um einen Abgleich der Ergebnisse zur Validierung zu ermöglichen.

In Abb. 5.4 sind die Kerbspannungsverläufe der normal vernetzten Flachzugprobe in Bauteilmitte aus Solid45-Elementen dargestellt. Dabei entstammen die Ergebnisse der Oberfläche aus der Oberflächenausgabe (Surface Output) des Solid45-Elements.

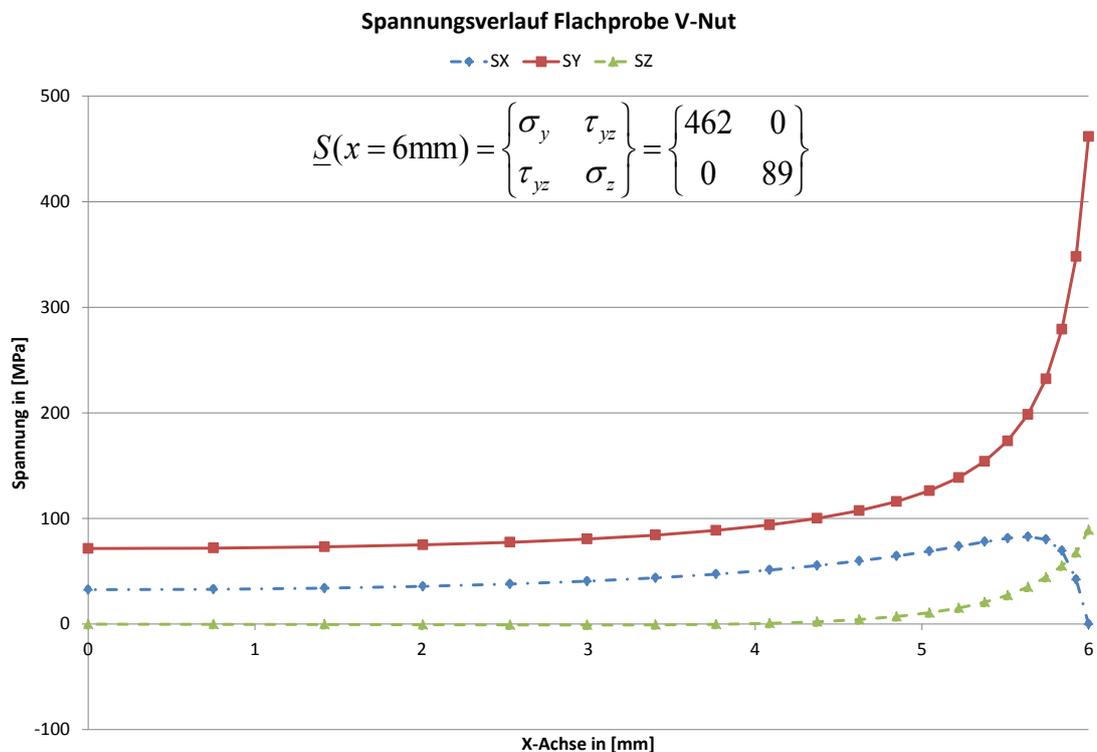


Abbildung 5.4: Kerbspannungsverlauf der gekerbten Zugprobe mit V-Nut bei normaler Vernetzung mit Solid45

Zu erkennen ist, dass sich die erwarteten Kerbspannungsverläufe einstellen und am Rand ein zweiachsiger Spannungszustand vorherrscht.

5.2 Modellannahmen

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Berechnungs- und Bewertungsstrategie für die Schadenstoleranzanalyse der komplexen inneren Tragstruktur eines Triebwerks. Als besonderer Lastfall dient hierbei die Windmilling Condition, die sich z. B. zeitlich nach einem Schaufelverlust (FBO-Event) einstellt und entsprechend mit "Windmilling post Fan Blade off condition" (WFBO) bezeichnet werden kann. Im ungünstigen Fall wird bereits durch das FBO-Event eine Vorschädigung in die Struktur eingebracht, was jedoch hier nicht berücksichtigt wird. Genauso wenig werden etwaige Vorschäden durch andere Einzelereignisse in die Bewertung mit einbezogen.

Die innere Tragstruktur eines Triebwerks besteht aus dem vorderen Intermediate Casing (IMC) und der hinteren Rear Bearing Support Structure (RBSS, siehe Abb. 5.5). Dazwischen liegen die für die Funktion des Triebwerks wesentlichen Bereiche der Verdichtung, Verbrennung und Expansion des Luft- bzw. Kerosin-Luftgemisches.

Die Verdichtung erfolgt dabei durch mehrere in Reihe angeordnete Stufen von

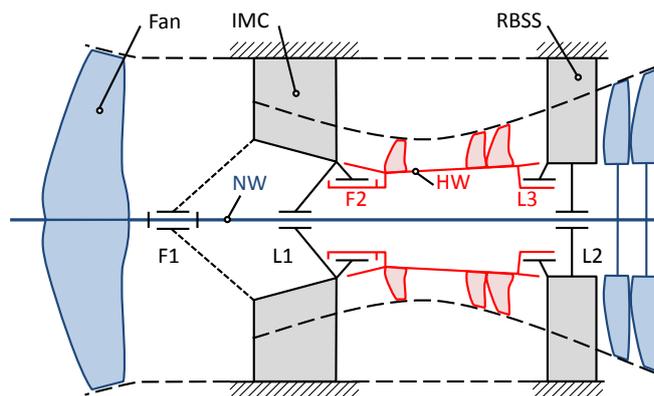


Abbildung 5.5: Mechanisches Lagermodell eines Turbofantriebwerks

Schaufelrädern, welche durch Turbinenräder im hinteren Bereich des Triebwerks angetrieben werden, um den Gesamtwirkungsgrad des Triebwerks zu erhöhen. Hierzu ist der Einsatz von mehreren Wellen notwendig, wobei sich Turbofantriebwerke mit zwei oder drei Wellen durchgesetzt haben. In Abb. 5.5 handelt es sich um eine Zweiwelliges Turbofantriebwerk mit einer Niederdruck- (NW) und einer Hochdruckwelle (HW). Die Niederdruckwelle ist dreifach gelagert und besitzt ein Fest- (F1) und zwei Loslager (L1 und L2), während die Hochdruckwelle zweifach gelagert ist und das Festlager F2 und das Loslager L3 besitzt. Beide Festlager werden durch das IMC gebettet, was entsprechend über den Thrust Trunnion (nicht eingezeichnet) den Schub auf das Flugzeug überträgt.

Es ist davon auszugehen, dass sich durch das FBO-Event die Lagersituation entscheidend verändert und dadurch mit dem normalen Betriebszustand nicht zu vergleichen ist. Das Festlager F1 besitzt im Lastpfad zum IMC Sicherungsscherbolzen, die bei zu hoher Belastung diese Verbindung kappen. Dadurch ist die Niederdruckwelle nur noch zweifach gelagert und weist kein Festlager mehr auf. Weiterhin ist davon auszugehen, dass kein Schub mehr erzeugt wird, weshalb die auftretenden Axialkräfte

gegenüber den Radialkräften als vernachlässigbar klein anzusehen sind und auf die Modellierung des Thrust Trunnion verzichtet wird. Das Triebwerk wird somit nur durch den Luftstrom angetrieben und erfährt durch den beschädigten Fan eine anhaltende Unwuchtbelastung. Diese wird überwiegend durch das Loslager L1 im IMC aufgenommen, weshalb das IMC im Fokus der Festigkeitsbewertung steht. Zusätzlich kann es jedoch über das Festlager F1 zu einer instationären Kraftübertragung kommen, sofern die Auslenkungen der Niederdruckwelle groß genug sind, um den Spalt zu überwinden, der sich durch die Sicherungsscherbolzen ergeben hat. Aus diesem Grund kann es im IMC zu nicht-proportionalen Beanspruchungen kommen. Die in der Windmilling Condition funktionslose Hochdruckwelle ist für die Schadenstoleranzanalyse zu vernachlässigen. Dementsprechend besitzt das für die Schadenstoleranzanalyse verwendete FEM-Globalmodell (siehe Kapitel 5.2.1) nur die Niederdruckwelle, um die Belastung an die tragende Struktur zu übertragen.

5.2.1 Beschreibung Globalmodell

Das verwendete Globalmodell stellt ein stark abstrahiertes Strukturmodell eines Turbofantriebwerks dar, welches seitliche Befestigungspunkte (grün) aufweist, wie es in Abb. 5.6 zu sehen ist. Die Abbildung zeigt eine isometrische, teilweise geöffnete

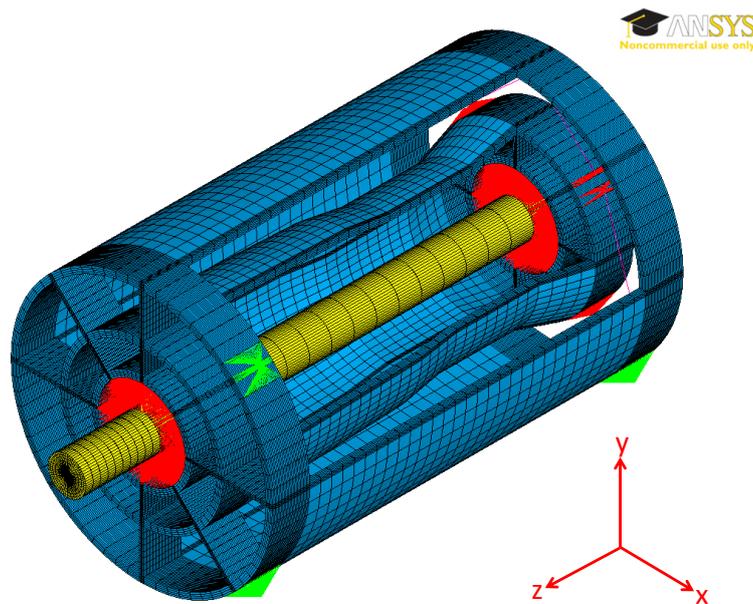


Abbildung 5.6: FEM-Modell eines Turbofantriebwerks

Ansicht des Modells, bei dem die unterschiedlichen Elementtypen farblich hervorgehoben sind. In blau sind die wesentlichen Gehäuseteile des Triebwerks abgebildet. Sie bestehen aus `Solid45`-Elementen mit unterschiedlichen Materialzuweisungen, um den Materialmix aus verschiedenen Werkstoffen gerecht zu werden. In Abb. H.4 im Anhang H ist eine übersichtliche Darstellung der Materialzuordnung zu finden. Da auf die Modellierung des schubaufnehmenden Thrust Trunnions verzichtet wird, ist das Modell nur an den bereits erwähnten drei Lagerpunkten aufgehängt, wobei die Lagerpunkte vom IMC translatorisch in alle drei Raumrichtungen gebunden werden, um das Modell ausreichend festzulegen. Das hintere Lager an der RBS-Struktur ist dabei nur in x- und y-Richtung festgelegt. Die durch das Weglassen des Thrust

Trunnion entstehenden Abweichungen der relevanten Verformungen und Spannungen liegen bei unter 1%, was als hinnehmbar klein angesehen wird.

Belastet wird die Struktur durch eine Belastungsroutine, die den vordersten Wellenknoten mit einer umlaufenden Biegebelastung beaufschlagt, um den unwuchtigen Fan darzustellen. Das IMC besitzt insgesamt acht Streben, die mit drei unterschiedlich großen Ringstrukturen verbunden sind. Hierbei wird auf eine strömungsoptimierte Formgebung verzichtet, um die Berechnungszeit klein zu halten. Aus dem gleichen Grund weist das gesamte Modell keinerlei Kerbradien auf, was die einfache Vernetzung mit Hexaedern ermöglicht. Kerbradien sind nur in den Submodellen berücksichtigt.

Die RBSS besteht aus zwei ringförmigen Segmenten, bei dem das innere Segment ebenfalls acht Streben aufweist. Verbunden sind die beiden Segmente mit einer Rahmenstruktur (A-Frame, siehe Abb. 5.7) aus MPC184-Elementen (Multipoint Constraint Element), die eine starre Balkenverbindung darstellen und zur reinen Kraftübertragung dienen. Zwischen dem IMC und der RBSS ist die statische Gehäusestruktur vereinfacht abgebildet, jedoch stellt die innere Gehäusestruktur, durch ihre Formgebung und der Materialzuweisung, die steifere Verbindung dar.

Markant am Modell in Abb. 5.6 ist die einzelne zentrale Welle (orange), welche die Niederdruckwelle darstellt. Sie besteht aus BEAM188-Elementen. Dabei handelt es sich um 3D-2-Knoten-Balkenelemente, denen über weitere Eigenschaftseingaben eine Geometrie zugeordnet werden kann. In diesem Fall wird für die Querschnittsform vereinfachend eine Vollwelle verwendet, was strukturmechanisch keinen nennenswerten Einfluss auf die Gehäusestruktur ausübt; zumal die Welle nicht im Fokus der Betrachtung steht. Gelagert ist die Welle ebenfalls mit MPC184-Elementen, was den Innenringen vom IMC und RBSS eine starre Modellierung verschafft.

Insgesamt besteht das Triebwerksmodell aus 117.789 Elementen mit 129.843 Knoten im Ursprungszustand, dessen Elementierung durch eine Sensitivitätsanalyse an interessierenden Orten angepasst ist, was überwiegend die Modellierung der IMC-Struktur betrifft. Sie ist in Abb. 5.7 zusammen mit der RBS-Struktur dargestellt. Wie zu erkennen ist, wird die Welle durch eine Vielzahl an MPC-Elementen mit der

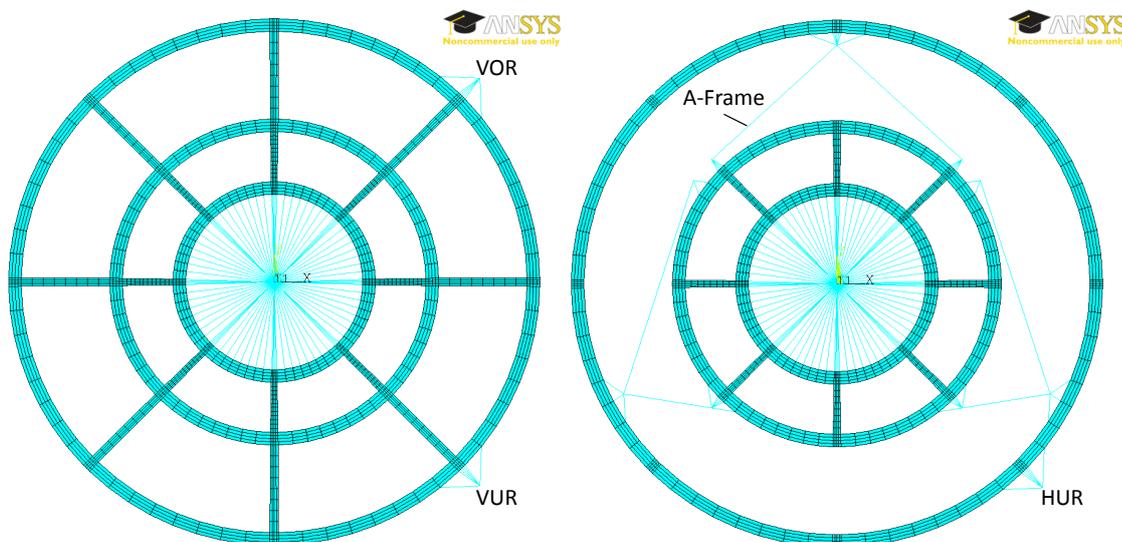


Abbildung 5.7: IMC-Struktur (links) und RBS-Struktur (rechts)

Tragstruktur verbunden. Die Anzahl ist dabei das direkte Ergebnis einer der getätigten Sensitivitätsanalysen. Bei einer verminderten Anzahl an Verbindungselementen haben sich Probleme der Krafteinleitung gezeigt und Spannungsspitzen erzeugt. Die Größenunterschiede der Elemente an den Übergangsstellen zwischen den Streben zu den jeweiligen Ringen erscheinen groß, sind jedoch nicht maßgeblich, da an den meisten Stellen keinerlei Auswertung erfolgt. Die eigentliche Auswertung bzw. Spannungsanalyse erfolgt über Submodelle, die in Kapitel 5.2.2 beschrieben sind. Einzig die Verschiebungen, die als Übergabegröße an die Submodelle übergeben werden, sind als Ausgabegröße in diesen Bereichen relevant, erfordern jedoch keine feinere Elementierung. Sowohl die Elementierung als auch die Abmaße des Gesamtmodells sind durch einen parametrischen Aufbau vollständig einstell- und veränderbar, wobei die für die Untersuchung verwendeten Abmaße des Globalmodells im Anhang H zusammengefasst sind.

Für die Abbildung der Schädigung im Gesamtmodell, die sich aufgrund des zu untersuchenden Überlastfall des FBO-Windmillings ergibt, sind an den Übergängen der Streben zum innersten Ring Kontaktelemente eingefügt (siehe Abb. 5.8). Damit

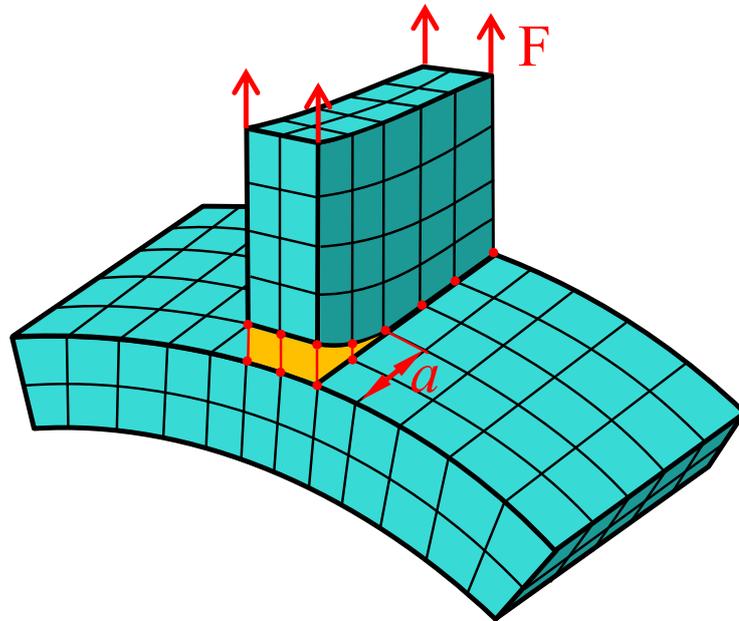


Abbildung 5.8: Kontaktmodellierung der Strebenanbindung im IMC

kann die Schädigung für die jeweilige Strebe prozentual, je nach Elementierung, einzeln modelliert werden, um den Einfluss auf das Gesamtmodell entsprechend zu untersuchen. Zusätzlich können mit Hilfe der Kontaktelemente die Auswirkungen von verschiedenen Kontaktdefinitionen untersucht werden. Dazu zählt eine normale Kontaktdefinition, die einen Riss bzw. Lastpfadunterbrechung für einen Zugzustand abbildet und eine Kontaktdefinition, die ebenfalls im Druckzustand eine Lastpfadunterbrechung darstellt. Letztere ist umgesetzt mit einer nicht behinderten Durchdringung der Kontaktflächen.

Für die Kontaktmodellierung werden **Conta173**- und **Targe170**-Elemente verwendet. Das Kontaktelement ist ein 3D-4-Knoten-Element, welches für Flächenkontakte (“surface to surface“) genutzt wird und mit einer entsprechenden Zielfläche (“target surface“) interagieren kann, die mit Target-Elementen überzogen ist. Die Ergebnisse

beider Modellierungen werden im Kapitel 5.4 vorgestellt und diskutiert. Alle sich daraus ergebenden Erkenntnisse und Konsequenzen fließen entsprechend in darauf folgende Schadenstoleranzanalyse ein.

Mit Hilfe der Kontaktelemente, die sich an den fünf IMC-Streben zwischen der 12 und 6h-Position auf der Befestigungsseite befinden, kann ein entsprechend hoher Beschädigungsgrad der IMC-Struktur dargestellt werden. Sie werden jedoch nicht dazu verwendet, um einen Rissfortschritt für eine Lebensdaueranalyse zu simulieren. Hierzu wird das bereits erwähnte Simulationsprogramm **Beasy** genutzt (siehe Kapitel 5.2.3), welches u. a. eine Submodellgeometrie verwendet, die z. B. einen Kerbradius beinhaltet. Weitere Möglichkeiten zur Abbildung einer Schädigung werden im Anhang J kurz aufgezeigt und diskutiert.

5.2.2 Beschreibung Submodell Ansys

Mit dem Submodell lassen sich die Bereiche, die besonders von Interesse sind, detaillierter beschreiben. Dazu zählen im IMC die Anbindungsstellen der Streben am Innenring der Struktur. Ein Submodell besteht aus insgesamt 258.100 Elementen mit 244.776 Knoten. Neben den **Solid45**-Volumenelementen besitzt das 3D-Modell noch einen Überzug aus **Shell1181**-Elementen, um eine weitere Ausgabemöglichkeit für die Oberflächenspannung (siehe Kapitel 5.1.1) zu nutzen. Das erhöht zwangsläufig die Elementanzahl, die damit die des Globalmodells übertrifft, was den Aufwand einer strukturmechanischen Analyse widerspiegelt. Zudem weist das Submodell einen parametrisch einstellbaren Kerbradius auf, der in einer Voreinstellung einen Wert von 4 mm besitzt. Dieser benötigt entsprechend einen hohen, gleichmäßigen Vernetzungsgrad, um das Spannungsgeschehen im Kerbbereich adäquat wiederzugeben. Gerade die gleichmäßige Vernetzung ist im späteren Verlauf notwendig, um den Spannungsgradienten ins Bauteilinnere zu bestimmen.

Aufgrund der Tatsache, dass nur der Anbindungsbereich der Streben am Innenring der IMC-Struktur mit den Submodellen abgebildet wird, kann aus Symmetriegründen stets das gleiche Submodell verwendet werden, was den Aufwand minimiert. Es erfährt je nach Einsatzort eine Koordinatentransformation und die entsprechenden Verschiebungen aus dem Globalmodell, um die jeweilige Strebenanbindung darzustellen. Somit ist durch eine Submodellvariante eine Vielzahl an möglichen Schädigungen abbildbar, was für diese Untersuchung ausreichend ist.

Da das Submodell universell für die detaillierte Abbildung der inneren Strebenanbindungen verwendet wird, ist die Vernetzungsdichte relativ hoch gewählt. Dadurch kann jeder Ort an der Kerboberfläche des Submodells ausgewertet werden, ohne einem zusätzlichen Bewertungsprozess unterzogen werden zu müssen. Somit ist sichergestellt, dass das gleiche Submodell für die verschiedenen Beanspruchungssituationen, die sich aus der fortschreitenden Schädigung der Gesamtstruktur ergeben, verwendet werden kann.

5.2.3 Beschreibung Submodell Beasy

Geometrisch stimmt das Submodell von **Beasy** vollständig mit dem von **Ansys** überein. Möglich ist dies durch eine Importroutine in **Beasy**, die sowohl Modelldaten im **inp**-Format als auch Ergebnisse von erfolgten FEM-Berechnungen einlesen kann, wobei entsprechend **rst**-Dateien eingelesen werden. Bei der letzteren Möglichkeit nutzt **Beasy** die von der FEM-Berechnung ermittelten Verschiebungen und berechnet daraus eine eigene Lösung für das Modell. Für die Importierung erhält **Beasy**

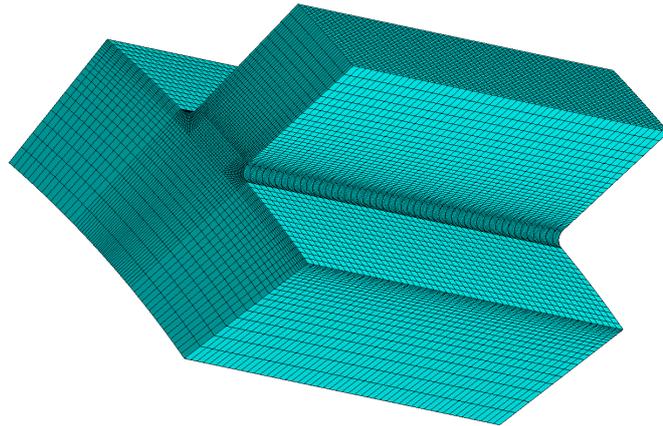


Abbildung 5.9: Submodell für Beanspruchungsbewertung

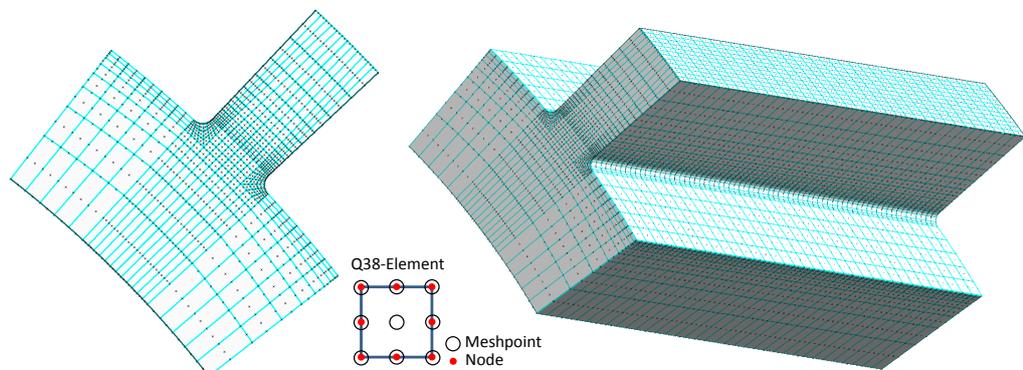


Abbildung 5.10: Submodell für Rissfortschrittsuntersuchung

ein größeres Submodell von Ansys, welches 14.838 Elemente und 12.996 Knoten aufweist, da zu große Modelle nicht in **Beasy** importiert bzw. berechnet werden können. Somit weist das letztendliche Submodell für die Rissfortschrittsimulation eine Anfangselementzahl von 3.848 Elementen mit 24.540 Meshpoints auf. Die gröbere Modellierung wirkt sich bei REM-Modellen nicht so stark auf die Beanspruchungen aus, wie es bei FEM-Modellen der Fall ist (siehe z. B. Abb. 5.2). Ein Vergleich der ermittelten Spannungen beider Submodelle ist in Abb. I.1 im Anhang I zu sehen. Außerdem verändert **Beasy** bei der Rissmodellierung selbstständig den Vernetzungsbereich um den Riss, wodurch die Anfangsvernetzung in diesem Bereich ohnehin aufgehoben wird.

Als Elementtyp wird das **Q38-Element** verwendet, welches ein reduziertes quadratisches Element mit acht Knoten und neun Meshpoints ist. Es besitzt jeweils drei Knoten auf den Elementkanten, in denen innerhalb von **Beasy** die Berechnungsgrößen ermittelt werden, während die Meshpoints nur die geometrischen Informationen enthalten. Dementsprechend besitzt ein quadratisches Element ebenfalls einen Knoten im Elementzentrum.

5.3 Materialmodell

Bei der vorhandenen Triebwerkstruktur handelt es sich um eine Leichtbaustruktur, deren Komponenten aus verschiedenen Werkstoffen bestehen (siehe z. B. Abb. H.4). Jede Komponente besteht dabei aus einem Werkstoff, der für die jeweilige Anwendung hin speziell ausgesucht bzw. gezielt hergestellt wird, um den hohen Anforderungen an den Leichtbau gerecht zu werden. Die in dieser Arbeit näher untersuchte Struktur besteht aus einer Magnesiumgusslegierung und stellt damit den Stand der Technik dar. Für einen Festigkeitsnachweis dieser Struktur, der im Folgenden als Teil der Schadenstoleranzanalyse angefertigt wird, sind demnach alle erforderlichen Festigkeiten und dazugehörigen Größen zu ermitteln, damit die vorhandenen Beanspruchungen bewertet werden können.

Da die vorliegende Arbeit eine Berechnungs- und Bewertungsstrategie zur Schadenstoleranzanalyse von komplexen Bauteilen aufzeigen soll und daher das Beispiel eines vereinfachten Triebwerkmodells unter Windmilling post Fan Blade off Condition verwendet, erscheint es als angemessen, dass der verwendete Werkstoff ebenfalls als solcher verallgemeinert dargestellt wird. Somit sind die folgenden Werte und Parameter das Ergebnis einer Zusammenstellung von verschiedenen Magnesiumgusslegierungen, die aus diesem Grund für eine genaue Festigkeitsbeurteilung in der Form nicht zu verwenden sind. Sie stellen weiterhin weder 50%-Werte dar, noch sind aus ihnen bereits enthaltende Stützwirkungen herausgerechnet, da die Probengeometrien teilweise nicht genau dokumentiert sind.

Die Werte gelten für feinporige Gussstrukturen, unter normaler Raumtemperatur und korrosionsarmer Umgebung. Alle diese Einflussfaktoren haben einen sehr großen Einfluss auf die Festigkeitswerte. Mit einem feinporigen Gussgefüge wird zudem unterstellt, dass die in der Luft- und Raumfahrttechnik verwendeten Gussbauteile mit hohem Aufwand gefertigt und daher keine nennenswerten intrinsischen Defekte aufweisen. In Tabelle 7 sind die statischen Festigkeitswerte aufgelistet, welche überwiegend angelehnt sind an den Werkstoff Rz5 nach [ME06].

Tabelle 7: Statische Werkstoffwerte der verwendeten Magnesiumgusslegierung nach [ME06]

Statische Festigkeitswerte			
Dehngrenze $R_{p0,2}$	150 MPa	E-Modul E	44 GPa
Zugfestigkeit R_m	220 MPa	Schubmodul G	17 GPa
Bruchdehnung A_5	4,5 %	Poissonzahl ν	0,35
Schubfestigkeit τ_m	140 MPa		

Die Zeit- und Dauerfestigkeitswerte orientieren sich an den Magnesiumgusslegierungen Rz5 und AZ91 (PT 1), wobei Letztere durch [FKM08] die Mehrzahl der in Tabelle 8 aufgelisteten Werte liefert. Der Zug-Druck-Wechselwert liegt innerhalb der für Magnesiumgusslegierungen typischen Werte, wie sie z. B. in [JUV67] zu finden sind (siehe Abb. 5.11).

Für die Verwendung der MMM-Hypothese ist das Wissen bezüglich des Zug-Schub-Wechselwertfaktors k_a essentiell. Da jedoch keine Ergebnisse aus Torsionswechselversuchen für die genannten Werkstoffe vorliegen, kann k_a nur näherungsweise bestimmt werden. Dies geschieht über Tabelle 9, welche aus [FOR62] stammt und verschiedene Wechselwertverhältnisse $\tau_{W,t}/\sigma_{W,b}$ diverser Werkstoffe gegenüberstellt. Damit ist nicht das notwendige Verhältnis der Zugwechselwertigkeit zur Schub-

Tabelle 8: Zeitfestigkeitswerte der verwendeten Magnesiumgusslegierung nach [ME06] u. [FKM08]

Dauerfestigkeitswerte	Zeitfestigkeitswerte		
Biegewechselfestigkeit $\sigma_{W,b}$	100 MPa	Zyklische Dehngrenze $R'_{p0,2}$	350 MPa
Zug-Druck-Wechselfestigkeit σ_W	90 MPa	Verfestigungsexponent n'	0,2361
Mittelspannungsempfindlichkeit M	(0,48)*	Zugschwellfestigkeit σ_{Schw}	(120 MPa)*
Wöhlersteigung k	(10)**		

(*) Klammerwert berechnet, (**) Klammerwert berechnet aus AZ91 HP¹⁶ Versuchsdaten aus [FKM08]

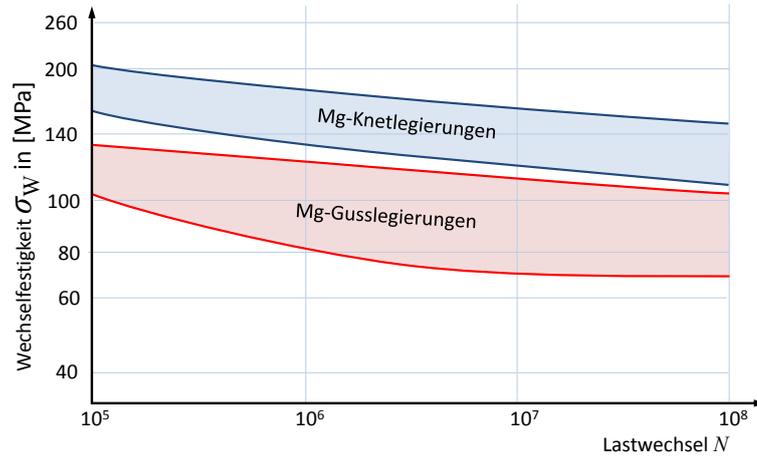


Abbildung 5.11: Wechselfestigkeitswerte für Magnesiumlegierungen nach [JUV67]

wechselfestigkeit aufgezeigt, jedoch ein nahezu ähnliches Verhältnis aus gestützten Schub- und Normalspannungswerten, die in etwa den Werten der Schubwechselfaktoren $f_{W,\tau}$ der Tabelle 2 entsprechen. Laut Tabelle 9 sind Magnesiumgusswerkstoffe in ihrem t/b-Verhältnis identisch mit Aluminiumgusswerkstoffen, die in Tabelle 2 auf Seite 55 einen ungestützten Wert von $k_a = 1,333$ aufweisen. Folglich sollte dieser Wert für Magnesiumgusswerkstoffe gelten und wird daher verwendet.

Die verwendete Wöhlersteigung entstammt dabei nicht aus dem Berechnungskonzept, sondern aus einem Wöhlerdiagramm aus [FKM08] und entstammt damit aus einem Versuch.

In der Literatur, wie beispielsweise in [SZK03], ist für die Magnesiumgusslegierung AZ91 HP¹⁶ eine wesentlich höhere Mittelspannungsempfindlichkeit von $M \approx 0,6$ ausgewiesen. Dieser Wert wird jedoch nicht verwendet, um eine weitere Werkstoffvermischung zu vermeiden. Vielmehr soll darauf hingewiesen werden, dass Magnesiumgusswerkstoffe teilweise sehr hohe Mittelspannungsempfindlichkeiten aufweisen können, die über die in Abb. 2.4 gezeigten Werte hinausreichen. Generell ist beim Magnesiumwerkstoff weiterer Forschungsbedarf hinsichtlich belastbarer Festigkeitswerte vorhanden. So zeigt dieser Werkstoff große Streuungen bei Versuchswerten, weswegen er keinen Einzug in die [FKM12]-Richtlinie gefunden hat.

In Tabelle 10 sind die für die Bruchmechaniksimulation notwendigen Werkstoffwerte aufgelistet. Sie beruhen auf Werte der Magnesiumgusslegierung Rz5 aus [ME06].

¹⁶engl. high purity, kennzeichnet Mg-Legierungen mit einem geringen Anteil an Eisen, Kupfer und Nickel

Tabelle 9: Wechselfestigkeitsverhältnisse für Torsion (t) und Biegung (b) diverser Werkstoffe nach [FOR62]

Werkstoff	Intervall des Verhältnisses t/b	Anzahl berücksichtigter Versuche	Durchschnitts- wert von t/b
Schweißbarer Stahl	0,52 - 0,69	31	0,60
Aluminiumknetlegierungen	0,43 - 0,74	13	0,55
Kupferknet- und Kupferlegierungen	0,41 - 0,67	7	0,56
Magnesiumknetlegierungen	0,49 - 0,60	2	0,54
Titan	0,37 - 0,57	3	0,48
Gusseisen	0,79 - 1,01	9	0,90
Aluminiumguss- und Magnesiumgusslegierungen	0,71 - 0,91	5	0,85

Tabelle 10: Bruchmechanische Kennwerte der verwendeten Magnesiumgusslegierung nach [ME06]

Bruchmechanische Kennwerte			
Paris-Erdogan Parameter C	$1,54 \cdot 10^{-9}$	<i>m</i>	2,69
Schwellspannungsintensität $\Delta K_{I,th}$	79 MPa $\sqrt{\text{mm}}$	Risszähigkeit K_{Ic}	515 MPa $\sqrt{\text{mm}}$

5.4 Gegenüberstellung der Modellierungen

Mit Hilfe der Kontaktmodellierungen sollen mögliche Durchrisse innerhalb der IMC-Struktur abgebildet werden, um ihre Auswirkungen auf die Beanspruchungssituation der Gesamtstruktur zu untersuchen. Gleichzeitig sollen die Orte identifiziert werden, welche in einer genaueren Untersuchung näher betrachtet werden müssen.

Die Kontaktmodellierung mit der Möglichkeit der Durchdringung stellt eine drastische Veränderung für die Schadensmodellierung dar. Durch die Durchdringung verliert die entsprechende Strebe jegliche Möglichkeit der Kraftübertragung und zwingt die verbleibende Struktur, die Belastung aufzunehmen. Es werden somit frühzeitig Lastpfade unterbrochen und neue Lastpfade aktiviert.

Die andere Modellierung, ohne Möglichkeit der Durchdringung, kommt dem realen Verhalten sehr nahe. Sie unterbricht den Lastpfad bei einer vorherrschenden Zugbelastung, während bei einer Druckbelastung der Lastpfad ungestört ist. Die nachfolgende Untersuchung soll zeigen, welche der beiden Kontaktmodellierungen für eine Festigkeitsbetrachtung einer statisch unbestimmten Struktur zu verwenden ist bzw. welche Auswirkungen die unterschiedlichen Kontaktmodellierungen auf die strukturmechanischen Ergebnisse haben.

Die folgenden Ergebnisse basieren auf Berechnungen, die jeweils einen vollständigen Umlauf der Unwucht zeigen. Dabei ist der Umlauf in acht Einzelschritte aufgeteilt, beginnend mit einer Belastung in x-Ri., die gegen den Uhrzeigersinn fortgesetzt wird (s. Abb. 5.12). Der Schädigungsprozess wird dabei mit Hilfe der erwähnten Kontaktmodellierungen nachgebildet, bei denen vereinfacht an den Streben ein Durchriss mittels Kontaktelemente (ohne und mit Durchdringung) modelliert wird. Die Abbildung ohne Durchdringung wird im weiteren Verlauf als Modellierung „mit Kontakt“ und entsprechend die andere als Modellierung „ohne Kontakt“ bezeichnet.

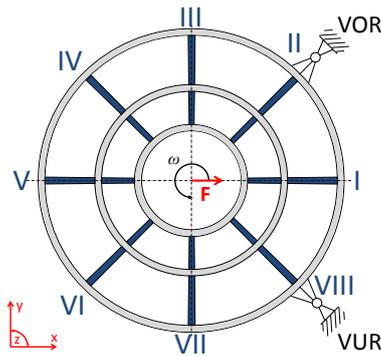


Abbildung 5.12: IMC-Streben und Lastschrittreihenfolge

Kleinere modellierte Risse verursachen bei beiden untersuchten Modellierungsvarianten keine nennenswerten Änderungen in den strukturmechanischen Ergebnissen des Gesamtmodells. Die Schädigungen in Form der Durchrisse reichen demnach aus, um die wesentlichen Unterschiede der Kontaktmodellierungen hervorzuheben. Angefangen wird mit der unbeschädigten IMC-Struktur, was als „Schaden 0“ bezeichnet wird. Die sich ergebende mögliche Schadensreihenfolge ist zusammenfassend am Ende des nachfolgenden Kapitels abgebildet.

5.4.1 Schadensortermittlung

Für die Ermittlung eines wahrscheinlichen Schadensortes ist bei einem 2D- bzw. 3D-Bauteil die Verwendung einer Vergleichsspannung notwendig, da die Beanspruchungszustände mehrachsrig sind. Dementsprechend ist eine geeignete Festigkeitshypothese zu wählen. Da für die IMC-Struktur ein Werkstoff mit $k_a = 1,3$ verwendet wird, gilt weder die von Mises Hypothese noch die Normalspannungshypothese. Die Erstgenannte erbringt hier sowieso keine zufriedenstellende Aussage, da sie keine Unterscheidung zwischen Zug- und Druckbeanspruchungen ermöglicht. Hier bietet die MMM-Hypothese eine weitaus zufriedenstellendere Möglichkeit zur Darstellung eines komplexen Beanspruchungsgeschehen.

Im Ausgangszustand ist das Globalmodell unbeschädigt, was in Abb. 5.13 durch ein Submodell der IMC-Struktur dargestellt ist. Darin sind die jeweiligen *ungestützten Vergleichsspannungen* nach der MMM-Hypothese zu sehen, die sich für die einzelnen Lastschritte ergeben.

Als Ausgangsgröße für die Ermittlung der *ungestützten* MMM-Vergleichsspannung $\sigma'_{v,MMM}$ (Gl. (3.10)) dienen die Oberflächenergebnisse des `Solid45`-Elements (siehe Kapitel 5.1.1), die mit einer Matlabroutine zur MMM-Vergleichsspannung umgerechnet und `Ansys` zum Plotten zur Verfügung gestellt werden. Hierbei werden u. a. nur für die Ermittlung der Vorzeichenfunktion separate Mohrsche Invarianten berechnet, die aus mittelspannungsfreien Spannungskomponenten entstammen, da eine vorhandene Mittelspannung die Schaltfunktion der Vorzeichenermittlung beeinflussen kann. Als Folge können falsche Vorzeichen ausgegeben werden, was zu unplausiblen Ergebnissen führt. Näheres hierzu ist im Anhang N nachzulesen.

Es ist ebenfalls darauf hinzuweisen, dass die Spannungsergebnisse aufgrund der groben Modellierung des Globalmodells nicht belastbar sind. Sie sollen vielmehr einen groben Eindruck des Spannungsflusses vermitteln, in welchen Bereichen der Struktur später gezielt mit feineren Methoden gearbeitet werden muss.

Wie Abb. 5.13 zeigt, ergeben sich im ersten Lastschritt auf der rechten Seite Druck-

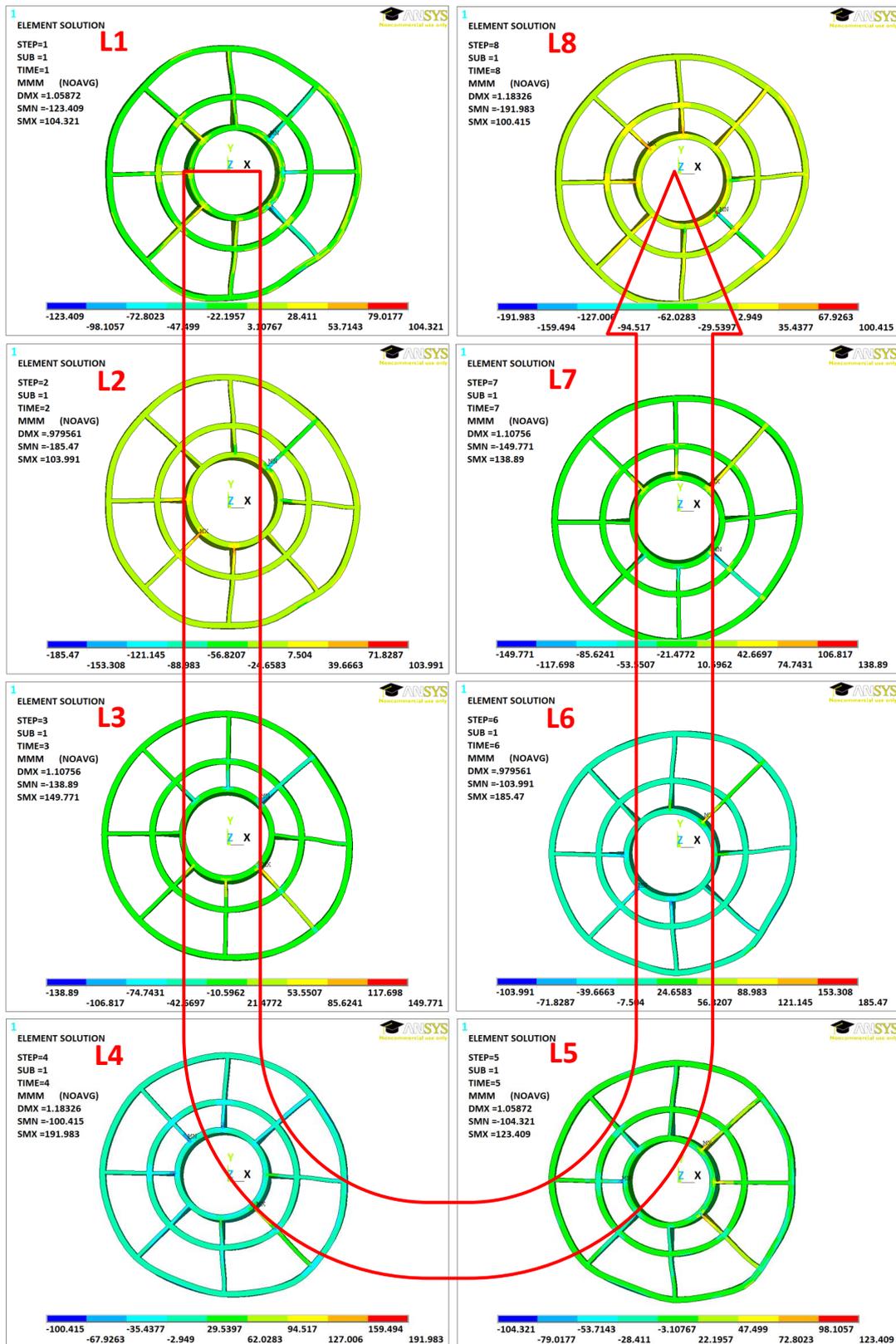


Abbildung 5.13: Darstellung der MMM-Vergleichsspannungshypothese für eine Unwuchtbelastung von 500 kN als Elementergebnis der IMC-Struktur (Schaden 0), aufgeteilt in Lastschritte 1 bis 8

und auf der linken Seite Zugbeanspruchungen. Im weiteren Verlauf wandern beide Bereiche entsprechend der äußeren Belastung um, wobei sich aufgrund der einseitigen

gen Lagerung niemals eine vollständige Symmetrie in den Beanspruchungen ergibt. Dies trifft selbst im ersten Lastschritt zu. Die größte Beanspruchung ist im vierten Lastschritt auszumachen und betrifft die Strebe zur unteren Aufhängung (Strebe VIII). Im Vergleich besitzt die Strebe zur oberen Aufhängung (Strebe II) im sechsten Lastschritt ihr Beanspruchungsmaximum, welcher einen etwas niedrigeren Wert aufweist, weil das Gesamtmodell unsymmetrisch gelagert ist (siehe Abb. 5.6). Demzufolge ist davon auszugehen, dass im statistischen Mittel die Strebe VIII, unter den gegebenen Annahmen, zuerst versagen wird, weshalb an ihr als Erstes ein fiktiver Durchriss zu modellieren ist. Die Strebe II, mit ihrem fast gleich großen Beanspruchungsniveau, folgt aus naheliegenden Gründen als wahrscheinlicher Schadensort, da die Ermüdungsschädigung ähnlich hoch ausfallen dürfte; zumal alle anderen Bereiche wesentlich geringere Spannungen aufweisen.

Bei einer durchgerissenen ersten Strebe (Strebe VIII), was im weiteren Verlauf mit „Schaden 1“ bezeichnet wird, ist zwischen den beiden Kontaktmodellierungen kein Unterschied im Ergebnis festzustellen, sofern besagte Strebe nicht auf Druck belastet wird. Das zeigt die Darstellung des Umlaufs für beide Modellierungen im Anhang K und L. Dort befinden sich für die verschiedenen Schadenskonstellationen die entsprechenden Ergebnisse der Umläufe.

Beide Kontaktmodellierungen erreichen im Lastschritt vier (siehe Abb. 5.14) ihr Be-

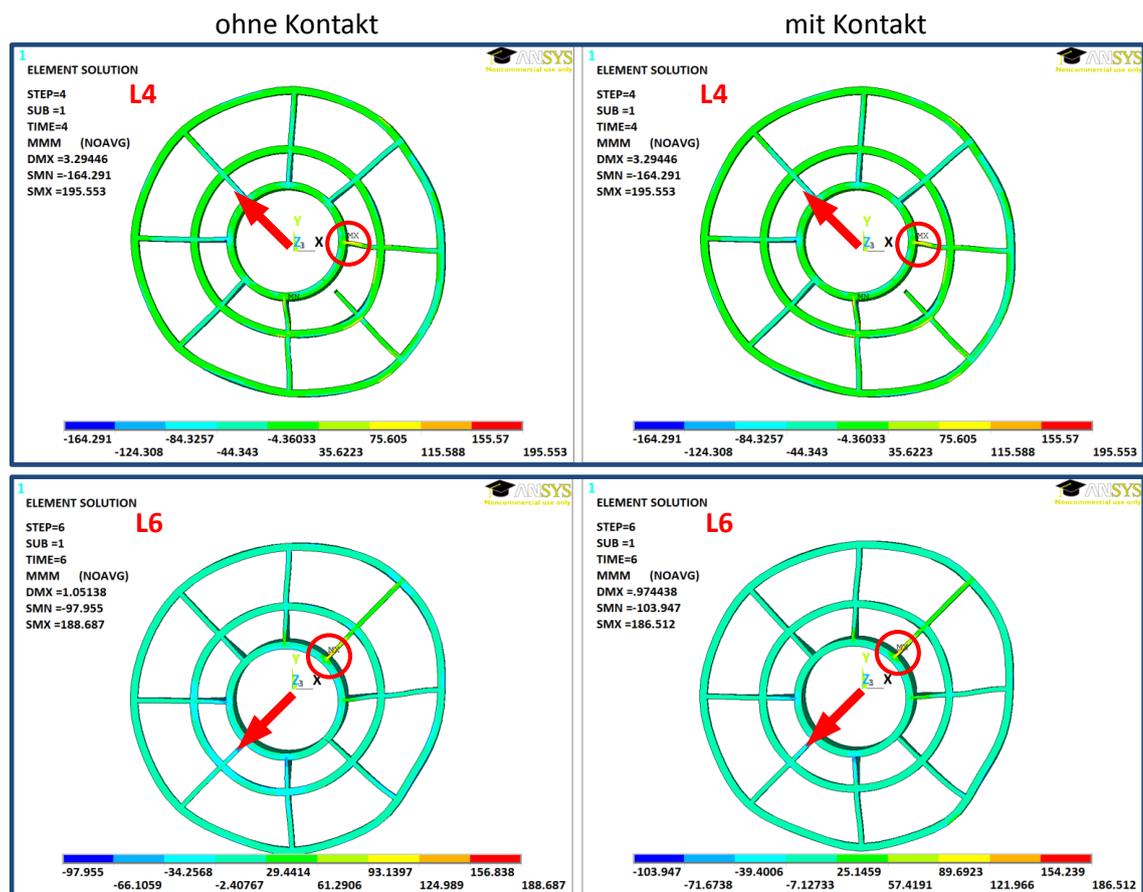


Abbildung 5.14: Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Strebe VIII (Schaden 1), Lastrichtung mit Pfeil dargestellt

anspruchungsmaximum an der Strebe I. Da jedoch die Strebe II bisher ein höheres Beanspruchungsniveau erlebt hat, ist der folgende Durchriss an ihr zu modellieren.

Dies wird zusätzlich dadurch bestätigt, dass die Strebe II in dieser Schadenskonstellation nahezu gleich hoch beansprucht ist, jedoch im sechsten Lastschritt (siehe Abb. 5.14). Beide Kontaktmodellierungen zeigen demnach keine wesentlichen Unterscheidungen hinsichtlich ihrer Beanspruchungsmaxima.

In der folgenden Abb. 5.15 sind ausgesuchte Lastschritte dargestellt, die sich aufgrund eines zusätzlichen Durchrisses der Strebe II ergeben. Die Ergebnisse der Gesamtumläufe beider Kontaktmodellierungen sind im Anhang K.2 und L.2 hinterlegt.

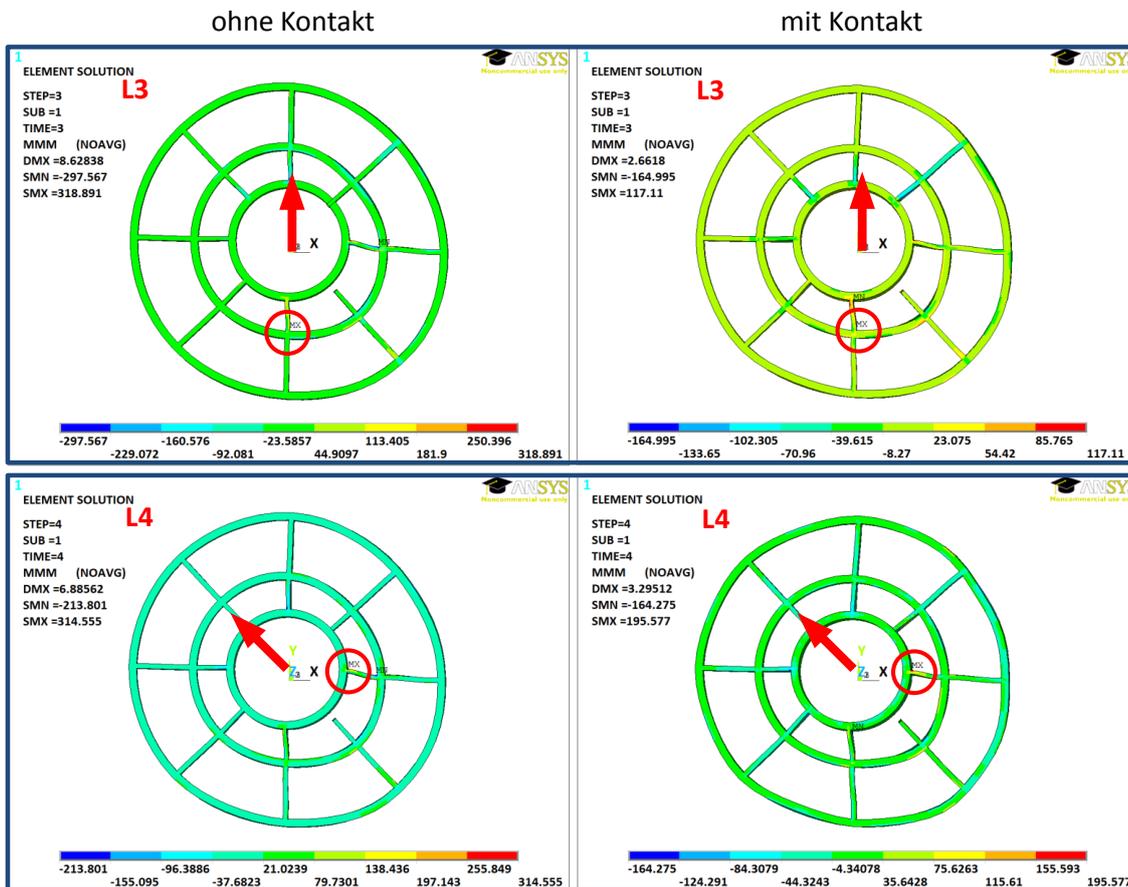


Abbildung 5.15: Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Streben VIII und II (Schaden 2)

Wie zu erkennen ist, weist die Modellierung ohne Kontakt den größten Beanspruchungswert von beiden Kontaktmodellierungen auf. Er befindet sich auf der abgewandten Seite am Übergang zum Mittelkreis der Strebe VII. Hier zeigt sich, dass durch die stützende Wirkung des Kontakts der Wert bei der Modellierung mit Kontakt wesentlich geringer ist. Er beträgt für das gleiche Element nur ca. 37% des Maximalwerts der Modellierung ohne Kontakt. Markant ist, dass der Ort der minimalen Beanspruchung bei beiden Modellierungen unterschiedlich ist. Durch den Druckkontakt der Strebe II wird die Strebe III wesentlich entlastet, wodurch die Druckfaser der Biegebeanspruchung der Strebe VII die größte Druckbeanspruchung aufweist. Für die Modellierung mit Kontakt stellt der vierte Lastschritt den kritischen Lastfall dar und entwickelt sein Maximum am Übergang der Strebe I zum Innenkreis. Die Modellierung ohne Kontakt weist dort einen 60% höheren Wert auf. Hier wird dem Umstand Rechnung getragen, dass die Strebe II keine stützende Wirkung besitzt und Strebe III nahezu allein den Lastpfad zur Aufhängung übernimmt.

Beide Kontaktmodellierungen zeigen unterschiedliche Orte auf, an denen mit einem möglichen weiteren Versagen einer Strebe zu rechnen ist, was bedingt ist durch die zunehmend voneinander abweichenden Verformungen der beschädigten IMC-Struktur. Spätestens ab dieser Schadenskonstellation ist eine weitere Vorhersage eines möglichen Schadensortes als kritisch anzusehen, da auch strukturdynamische Veränderungen berücksichtigt werden müssen, die sich durch den Schadensfortschritt ergeben (haben). Diese stehen in der vorliegenden Arbeit nicht im Fokus der Betrachtung, wodurch die folgenden Schadensbetrachtungen der Veranschaulichung dienen und nur die Auswirkungen des fortschreitenden Schadens deutlich machen sollen. Die folgenden fiktiven Durchrisse werden weiterhin an den Anbindungsstellen der Streben am Innenring eingeführt, was in diesem Fall der Vorhersage der Modellierung mit Kontakt entspricht und die unrealistische Vorhersage der Kontaktmodellierung mit Durchdringung bewusst ignoriert.

Wird zusätzlich die Strebe I mit einem fiktiven Durchriss versehen (Schaden 3 Abb. 5.16), werden auch hier Unterschiede der Kontaktmodellierungen erkennbar. Während die Modellierung mit Kontakt ihre höchste Beanspruchung im Umlauf

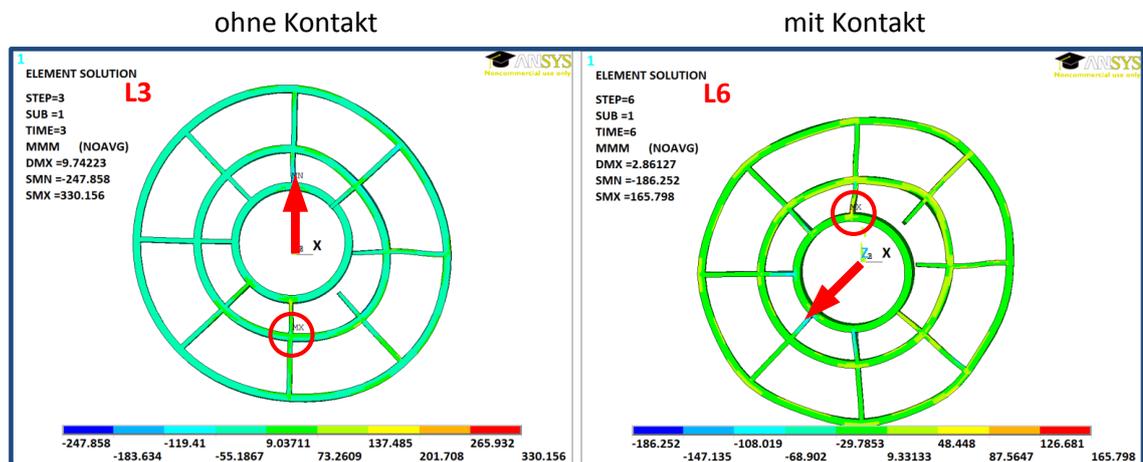


Abbildung 5.16: Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Streben VIII, II und I (Schaden 3)

(siehe u. a. Abb. L.3 im Anhang) im sechsten Lastschritt an der Strebe III am Innenring aufweist, ist für die Modellierung ohne Kontakt der dritte Lastschritt derjenige mit der höchsten Beanspruchung. Dabei ist wiederum die Verbindung der Strebe VII am Mittelring der Ort mit der höchsten MMM-Vergleichsspannung, der einen dreifach höheren Wert aufweist als die andere Kontaktmodellierung beim gleichen Lastschritt und Ort. Auch hier kommt wiederum der Effekt zum Tragen, dass für die Modellierung ohne Kontakt keine Stützwirkung vorhanden ist, was die höheren Beanspruchungswerte dieser Kontaktmodellierung erklärt. Jedoch ist an dieser Schadenskonstellation markant, dass die maximale Beanspruchung der Modellierung mit Kontakt niedriger ist als in den vorangegangenen Schadensabbildungen. Ursächlich hierfür dürfte die zunehmend verzweigtere Lastpfadsituation sein, die sich durch die Kappung des direkten Lastpfads ergibt und durch die Stützwirkung ermöglicht wird.

Am deutlichsten sind die Unterschiede bei Berücksichtigung zusätzlicher Durchrisse der Streben III und VII zu erkennen, die die vertikalen Streben darstellen. Dies stellt

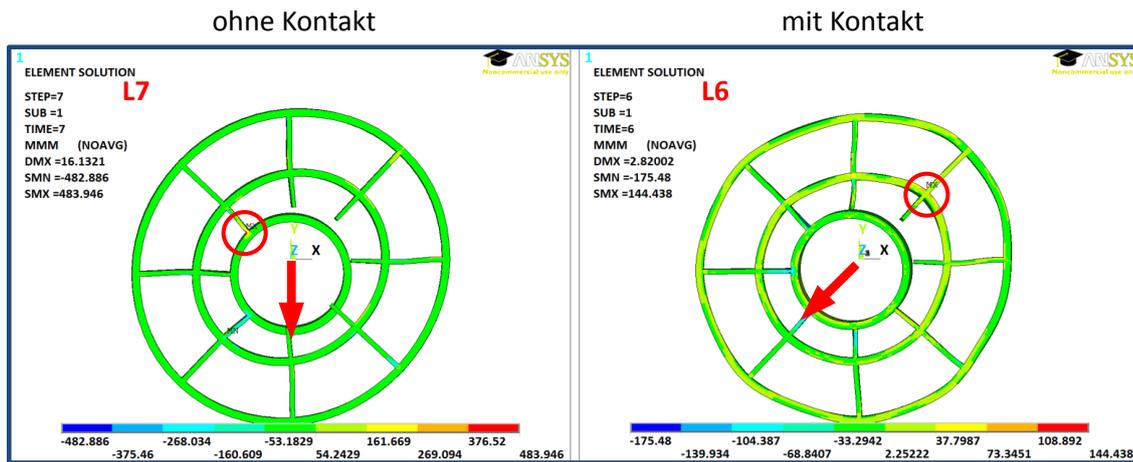


Abbildung 5.17: Ausgewählte Vergleichsspannungsergebnisse der beiden Kontaktmodellierungen bei einem fiktiven Durchriss der Streben VIII, II, I, III und VII (Schaden 5)

die größtmögliche untersuchte Schädigungskonstellation dar, wobei der dazwischenliegende Schaden 4 vereinfacht ausgelassen wird.

Wie in Abb. 5.17 zu sehen, tritt die höchste Beanspruchung für die Modellierung ohne Kontakt im siebten Lastschritt auf, wobei erstmalig eine Strebe auf der von der Lagerung abgewandten Seite in den Fokus der Betrachtung rückt. Diese Stelle ist jedoch bei der Modellierung mit Kontakt zu keinem Zeitpunkt im Umlauf (siehe Abb. L.4) der höchst beanspruchte Ort innerhalb eines Lastschritts. Im gleichen Lastschritt gibt sie für diesen Ort eine nahezu vernachlässigbar kleine Vergleichsspannung an.

Für die Modellierung mit Kontakt ist hingegen an der Strebe II am Mittelring der Ort der höchsten Beanspruchung im sechsten Lastschritt. Dieser Ort ist jedoch zu keinem Zeitpunkt des Umlaufs (siehe Abb. K.4) die höchst beanspruchte Stelle bei der Modellierung ohne Kontakt. Er gerät nicht in den Fokus.

Auch ist hier wiederum bei der Modellierung mit Kontakt ein weiteres Absinken des Beanspruchungsniveaus auszumachen, was, wie bereits weiter oben erwähnt, an der zunehmenden Aufteilung des Lastpfads liegt. Die andere Kontaktmodellierung hingegen tendiert weiterhin zu höheren Beanspruchungswerten, was u. a. auf die Verringerung der verbleibenden Lastpfade zurückzuführen ist. In Abb. 5.18 ist die vorangegangene Untersuchung kompakt in Form eines Diagramms dargestellt.

In diesem Diagramm stellen die beiden durchgezogenen Linien die maximalen Vergleichsspannungswerte der jeweiligen Modellierungen für die verschiedenen Schädigungskonstellationen im Umlauf dar, die in Abb. 5.19 noch einmal zusammengefasst dargestellt sind.

Mit den Kreisen sind die Streben erwähnt, an denen in der jeweiligen Kontaktmodellierung die höchste *ungestützte MMM-Vergleichsspannung* ermittelt wurde. Ausgehend von der unbeschädigten Struktur zeigen beide Modellierungen gleiche Ergebnisse bis einschließlich Schaden 1. Das Beanspruchungsniveau bleibt bis dahin nahezu konstant, da beide im gleichen Lastschritt den gleichen Ort als höchstbeanspruchten Bereich ausgeben. Erst ab Schaden 2 beginnen die beiden Modellierungen sich im Ergebnis zu unterscheiden, wobei die Modellierung ohne Kontakt steigende maximale Vergleichsspannungen ausgibt. Die Modellierung mit Kontakt präsentiert hingegen leicht fallende Vergleichsspannungen. Zu erwähnen ist, dass die Orte und

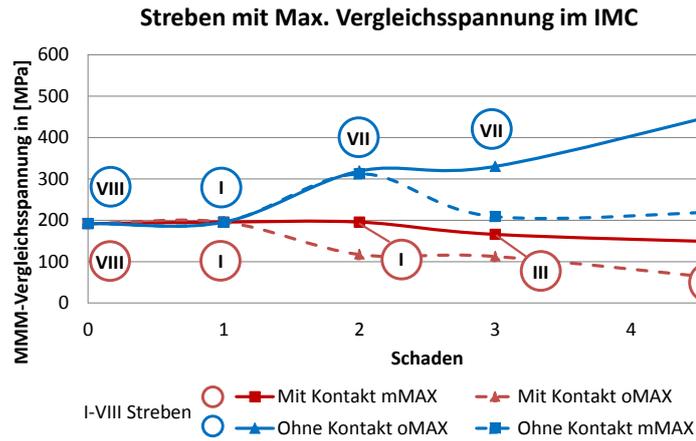


Abbildung 5.18: Vergleich der Kontaktmodellierungen anhand der ermittelten MMM-Vergleichsspannung im IMC bei einer Unwucht von 500 kN

Lastschritte, an bzw. in denen die maximalen Beanspruchungen ermittelt werden, sich bei beiden Modellierungen ab Schaden 2 markant unterscheiden. Aus diesem Grund sind die gestrichelten Linien im Diagramm aufgeführt, welche jeweils die maximale Vergleichsspannung am Ort der höchsten Beanspruchung der jeweils anderen Modellierung zeigen (mMAX und oMAX). Beispielhaft zeigt Schaden 5 die größte Diskrepanz. Während bei der Modellierung ohne Kontakt im Lastschritt sieben die größte Vergleichsspannung ausgibt, ist der gleiche Ort (im selben Lastschritt) bei der Modellierung mit Kontakt mit einer wesentlich geringeren Beanspruchung versehen. Die Beanspruchungen bei der Modellierung ohne Kontakt werden teilweise weit zu hoch eingeschätzt.

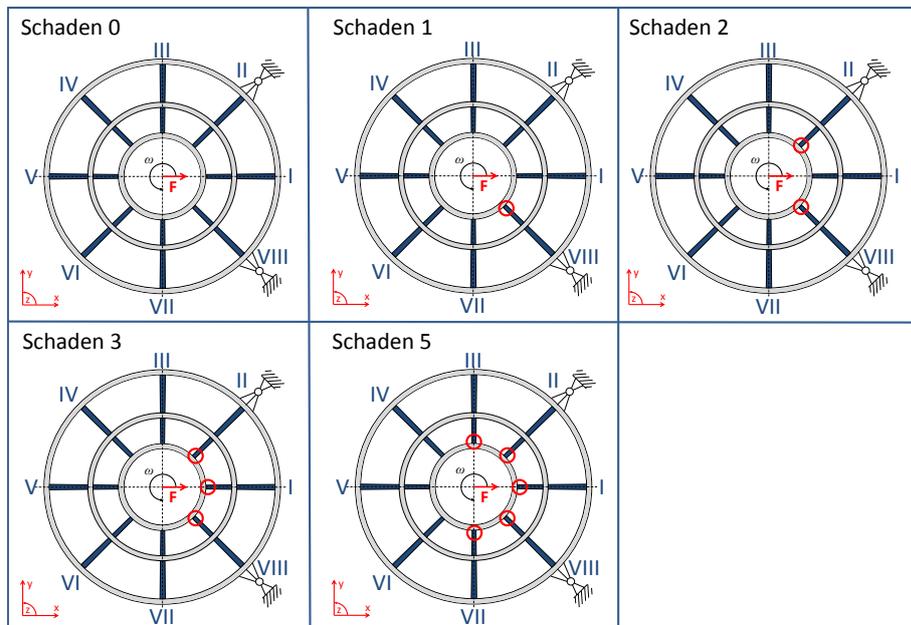


Abbildung 5.19: Darstellung der ermittelten und untersuchten Schadensreihenfolge

5.4.2 Lagerkräfte

Neben den Veränderungen in den Beanspruchungen in der IMC-Struktur haben die Schädigungen ebenfalls Auswirkungen auf die auftretenden Lagerkräfte der Gesamtstruktur. Es ist jedoch nochmals zu erwähnen, dass hier keine strukturdynamischen Einflüsse berücksichtigt werden und daher das Ergebnis vom realen Verhalten abweichen kann.

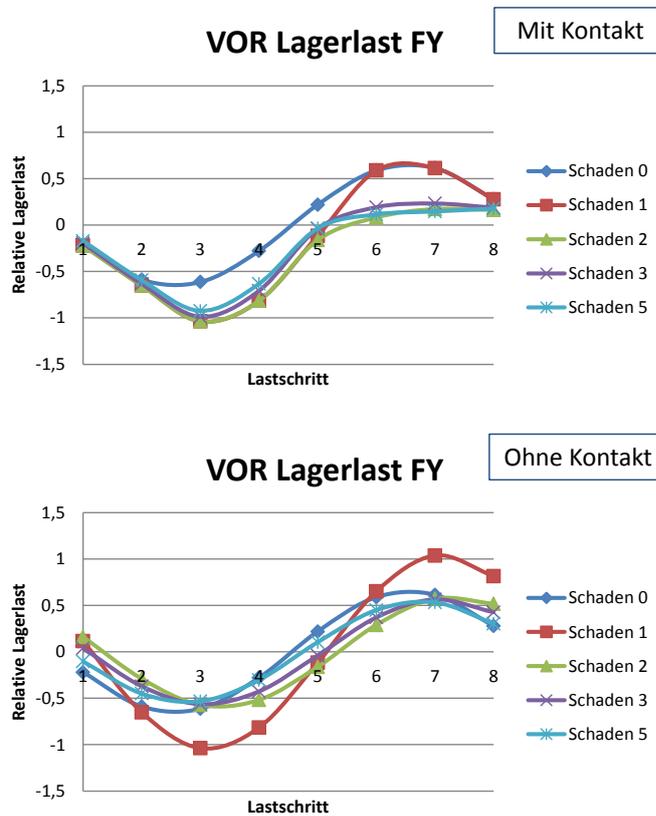


Abbildung 5.20: Relative Lagerkraft der oberen Aufhängung der IMC-Struktur in y-Richtung.

Veränderungen zeigen sich u. a. an der y-Komponente der sich ergebenden Lagerkraft der oberen Aufhängung der IMC-Struktur (VOR¹⁷, Abb. 5.20). Hier zeigen beide Modellierungen Unterschiede bei voranschreitender Schädigung, deren Reihenfolge jener aus Kapitel 5.4.1 gleicht. Die größte Abweichung beider Modellierungen wird bei Betrachtung der ersten Schädigung (Schaden 1) deutlich, bei der die Strebe VIII betroffen ist. Während sich die Modellierung mit Kontakt in den Lastschritten sechs bis eins an den ursprünglichen Verlauf ohne Schädigung (Schaden 0) anschmiegt, was an der möglichen Druckkraftübertragung liegt, weicht die Modellierung ohne Kontakt nahezu in allen Lastschritten vom Ursprungsverlauf ab. Beide Modellierungen gleichen sich jedoch in der ersten Hälfte des Umlaufs, da hier beide Modellierungen keine Zugkräfte übertragen können.

Für die Modellierung mit Kontakt ist im Bereich der Druckphase eine größere Kraftaufnahme in y-Richtung festzustellen, die bei wachsendem Schaden auf diesem hohen Niveau verbleibt. Die Modellierung ohne Kontakt weist hingegen ein geringeres Kraftniveau auf, welches sich im Bereich des Ausgangszustands befindet, sofern Schaden 1 nicht berücksichtigt wird. Bezogen auf die äußere Unwucht ist jedoch eine

¹⁷VOR=Vorne Oben Rechts

Phasenverschiebung zu beobachten, die mit zunehmendem Schaden wieder geringer wird. Ursächlich hierbei ist womöglich die mit dem ersten Schaden unsymmetrische Lagerungsstruktur, die durch die Schadenszunahme wieder symmetrischer wird. Ebenfalls aufgrund der Symmetrie ist bei den Lagerkraftkomponenten in x-Richtung in allen drei Lagern, den beiden vorderen Lagern der IMC-Struktur VOR und VUR¹⁸ sowie der hinteren Lagerung HUR¹⁹, keine nennenswerte Abweichung bei Schadenszunahme festzustellen. Diese sind im Anhang M zusammengefasst dargestellt.

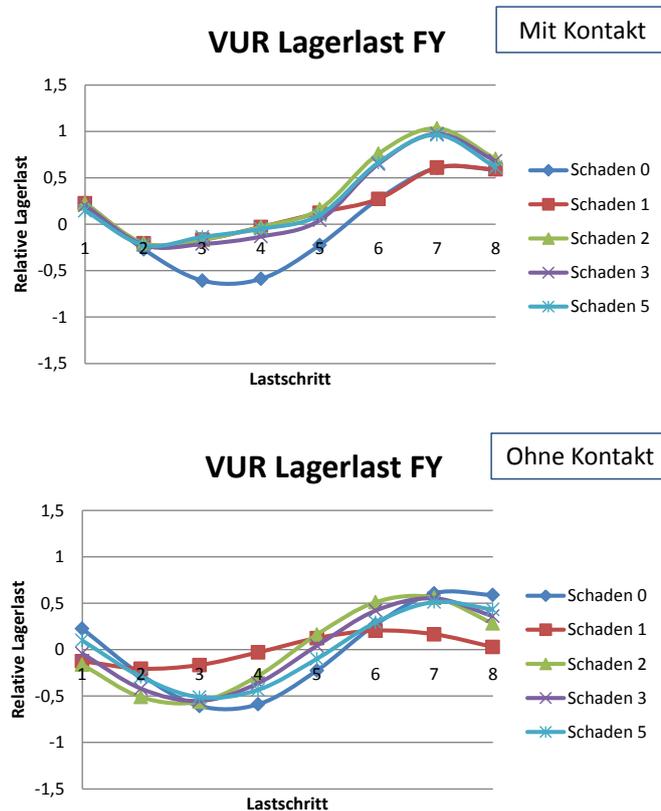


Abbildung 5.21: Relative Lagerkraft der unteren Aufhängung der IMC-Struktur in y-Richtung.

In Abb. 5.21 sind die Veränderungen der Lagerlast in y-Richtung von der unteren Aufhängung der IMC-Struktur (VUR, Abb. 5.20) zu sehen. Dabei verhalten sich die symmetrischen Schadensfälle Schaden 2-5 analog zu den Lagerlastverläufen der oberen Aufhängung in y-Richtung, wenn diese um 180° um den vierten bzw. fünften Lastschritt punktsymmetrisch gedreht werden. Einzig die unsymmetrische Schädigung der Strebe VIII (Schaden 1) sticht hierbei hervor, da das unterschiedlich übertragbare Kraftniveau deutlich zum Tragen kommt und die obere Aufhängung den größeren Kraftanteil aufnimmt, wenn der direkte Weg zur unteren Aufhängung gestört ist.

Im Vergleich zu den vorderen Lagerlasten weisen die Komponenten der hinteren Aufhängung (HUR) wesentlich geringere Kräfte auf, wie es beispielsweise die Abb. 5.22 für die y-Komponente der relativen Lagerkraft darstellt.

¹⁸VUR=Vorne Unten Rechts

¹⁹HUR=Hinten Unten Rechts

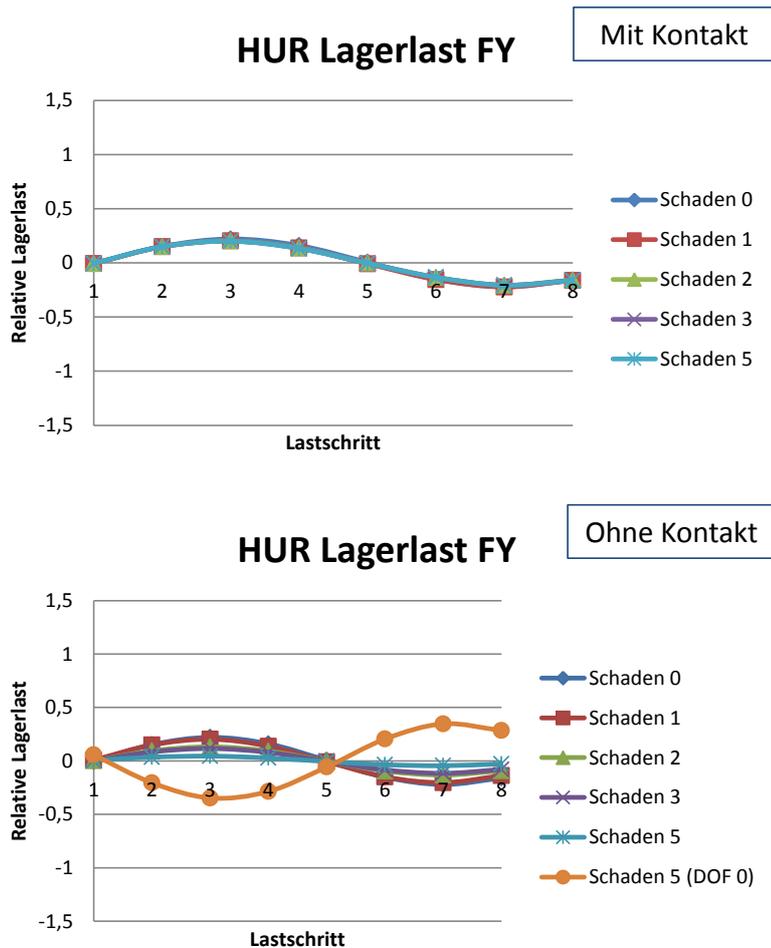


Abbildung 5.22: Relative Lagerkraft der Aufhängung der RBS-Struktur (HUR) in y-Richtung.

Für die Modellierung mit Kontakt ist nahezu kein Einfluss der Schädigung auf die hintere Lagerreaktion auszumachen, soweit keine strukturdynamischen Einflüsse berücksichtigt werden. Gleiches gilt für die Modellierung ohne Kontakt. Hier zeigt sich jedoch, im Gegensatz zur anderen Modellierung, eine generelle Abnahme der Lagerkraftkomponente bei steigender Schädigung.

Interessant ist jedoch, dass bei der Modellierung ohne Kontakt die Lagerbedingung einen entscheidenden Einfluss auf die hintere Lagerkraft in y-Richtung aufweist. In Schaden 5 (DOF²⁰ 0) ist die globale Lagerungsbedingung soweit abgeändert, dass alle Freiheitsgrade der drei Lagerpunkte fixiert sind. Daraus resultiert eine vollständige Phasenverschiebung bezogen auf die äußere Unwucht, die zusätzlich eine Lagerlasterrhöhung zeigt. Schaden 3 und 2 zeigen dabei ebenfalls eine Phasenverschiebung, mit entsprechend geringeren Lasten. Alle anderen Komponenten und die andere Modellierung zeigen diese Auffälligkeit nicht.

²⁰engl. degree of freedom, Freiheitsgrad

5.4.3 Auslenkungen der Welle

Im Folgenden sind die statischen Verschiebungen der Welle eines Umlaufs für die beiden Modellierungen dargestellt. Hierzu sind die Verschiebungen auf den größten ermittelten Radius im Ausgangszustand (Schaden 0) normiert und durch gleiche Skalierung zueinander in Bezug gesetzt. Abb. 5.23 zeigt die Verschiebungen der Lasteinleitungsstelle für die untersuchten Schädigungskonstellationen. Wie zu erkennen ist, weist der Ausgangszustand einen nahezu kreisförmigen Umlauf auf, der sich bei voranschreitender Schädigung merklich verändert. Schaden 1 beweist sich als unsymmetrischer Schadensfall und lässt bei der Modellierung mit Kontakt eine Vergrößerung der Verschiebung nur in Zugrichtung der Strebe zu. Die Modellierung ohne Kontakt bildet hingegen eine vollständige Ellipsenbahn aus.

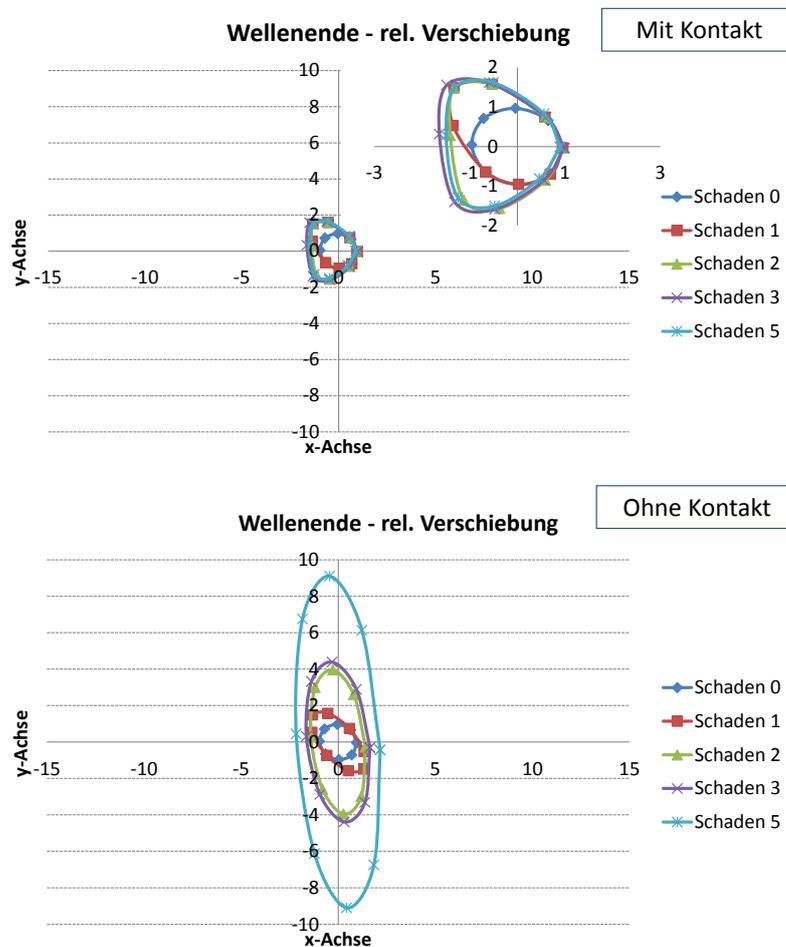


Abbildung 5.23: Relative Verschiebung des vorderen Wellenendes bei voranschreitender Schädigung

Die weiteren Schädigungen führen bei der Modellierung mit Kontakt zu einer Vergrößerung der Verschiebung in den Bereichen, in denen die jeweiligen Streben auf Zug belastet sind. Dadurch ergibt sich eine einseitige Vergrößerung der Verschiebung, während in den Bereichen, in denen die Streben auf Druck beansprucht werden, die Verschiebungen denen des Ausgangszustands entsprechen.

Bei der Modellierung ohne Kontakt ist bei fortschreitender Schädigung eine deutliche Zunahme der Verschiebung in y-Richtung festzustellen, wobei die Auslenkungen generell höher sind als bei der anderen Modellierung. Durch die Durchdringung zeigt

sich eine deutliche Zunahme der Verschiebung.

Die Verschiebungen der Welle innerhalb der IMC-Struktur (Abb. 5.24) ähneln qualitativ denen der nahegelegenen Lasteinleitungsstelle. Quantitativ werden jedoch geringere Werte ermittelt, was den Erwartungen entspricht. Die sich ausbildenden Ellipsen bei der Modellierung ohne Kontakt sind im Gegensatz zur Lasteinleitungsstelle nicht erkennbar geneigt. Ausgehend von den Werten ist jedoch eine Neigung in den 1. und 3. Quadranten festzustellen, die sich in Abb. 5.25 auf Höhe der RBS-Struktur deutlich zeigt. Ursächlich dürfte auch hier die generell unsymmetrische Lagerung des Gesamtmodells sein.

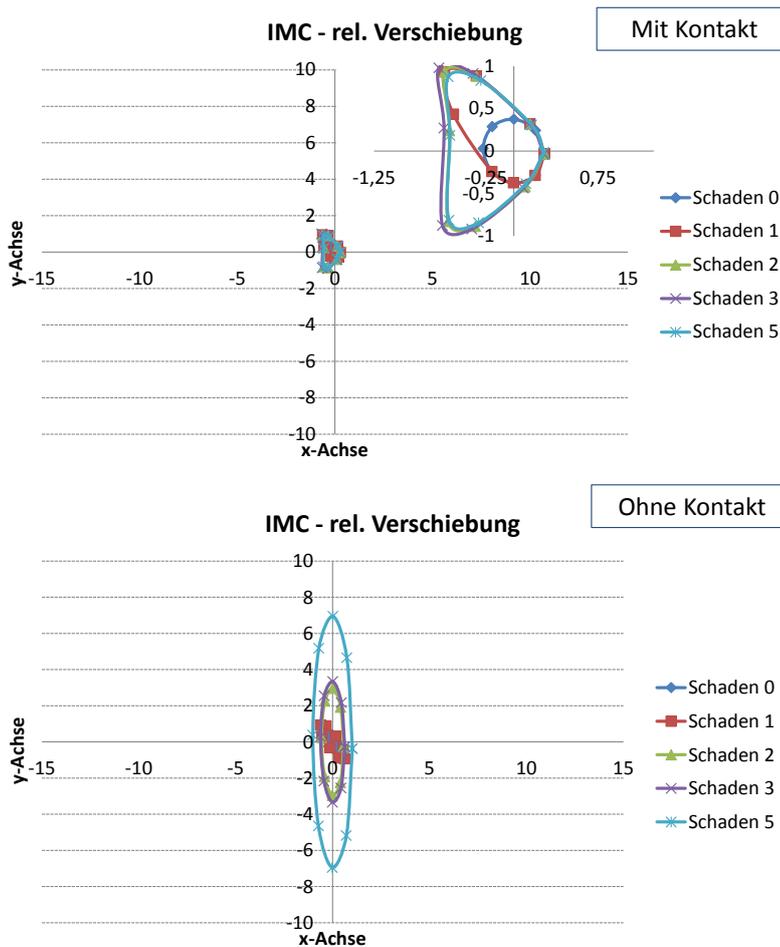


Abbildung 5.24: Relative Verschiebung der Welle in der IMC-Struktur bei voranschreitender Schädigung

In Abb. 5.25 ist das markant kleinere Verschiebungsniveau der hinteren Wellenlagerung auszumachen. Die sich ergebenden Verschiebungen, aufgrund der Schädigungen, entsprechen qualitativ den gegenläufigen Verschiebungen der Lasteinleitungsstelle, werden jedoch durch die Lagerungssituation der RBS-Struktur verändert. Diese grenzt die größer werdenden Verschiebungen stark in ihrer möglichen Ausbreitungsrichtung ein. Ab Schaden 2 sind bei der Modellierung mit Kontakt keine signifikanten Änderungen der Verschiebung zu beobachten, wohingegen die Verschiebungen bei der Modellierung ohne Kontakt stetig größer werden und eine elliptische Form annehmen.

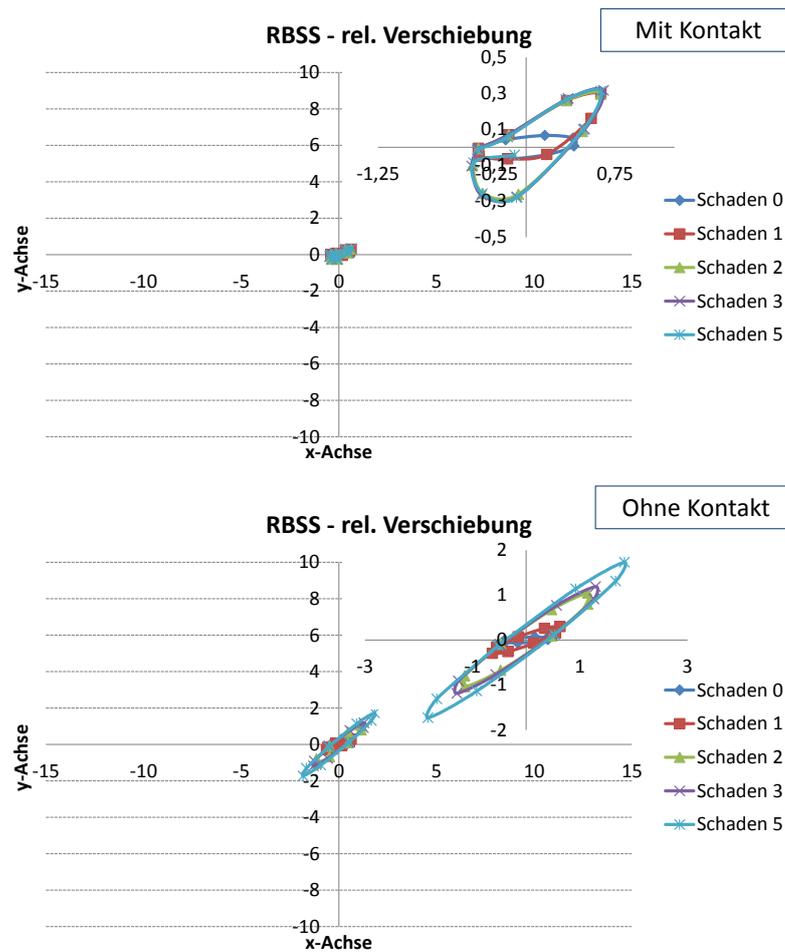


Abbildung 5.25: Relative Verschiebung der Welle in der RBS-Struktur bei voranschreitender Schädigung

5.4.4 Beanspruchungen in der hinteren Struktur

Die Beschädigungen in der vorderen Tragstruktur führen unweigerlich zu Veränderungen der Lagerreaktionen und Verschiebungen in der hinteren Gehäusestruktur, wie es die beiden vorangegangenen Kapitel gezeigt haben. Folglich sind Veränderungen in den Beanspruchungen zu erwarten. Im Vergleich zum IMC ist das Beanspruchungsniveau in der RBS-Struktur erwartungsgemäß wesentlich geringer, was in Abb. 5.26 zu sehen ist. Sie zeigt die Vergleichsspannung im Umlauf in der inneren Tragstruktur der RBSS, wobei die Elemente an den Anbindungsstellen zum A-Frame aus der Bewertung ausgeschlossen sind. Für sie werden keine Vergleichsspannungen bestimmt, da durch die starre Modellierung des A-Frames (siehe Abb. H.3) Lasteinleitungsprobleme entstehen. Außerdem wird auf die Darstellung des Aussenrings der RBS-Struktur verzichtet.

Wie die Abb. 5.26 zeigt, verhalten sich die Zug- und Druckbereiche in der RBS-Struktur komplementär zum IMC in den jeweiligen Lastschritten. Dies wird durch die als Hebelpunkt für die Welle wirkende IMC-Struktur verursacht. Die maximale Beanspruchung wird im Ausgangszustand im letzten Lastschritt in

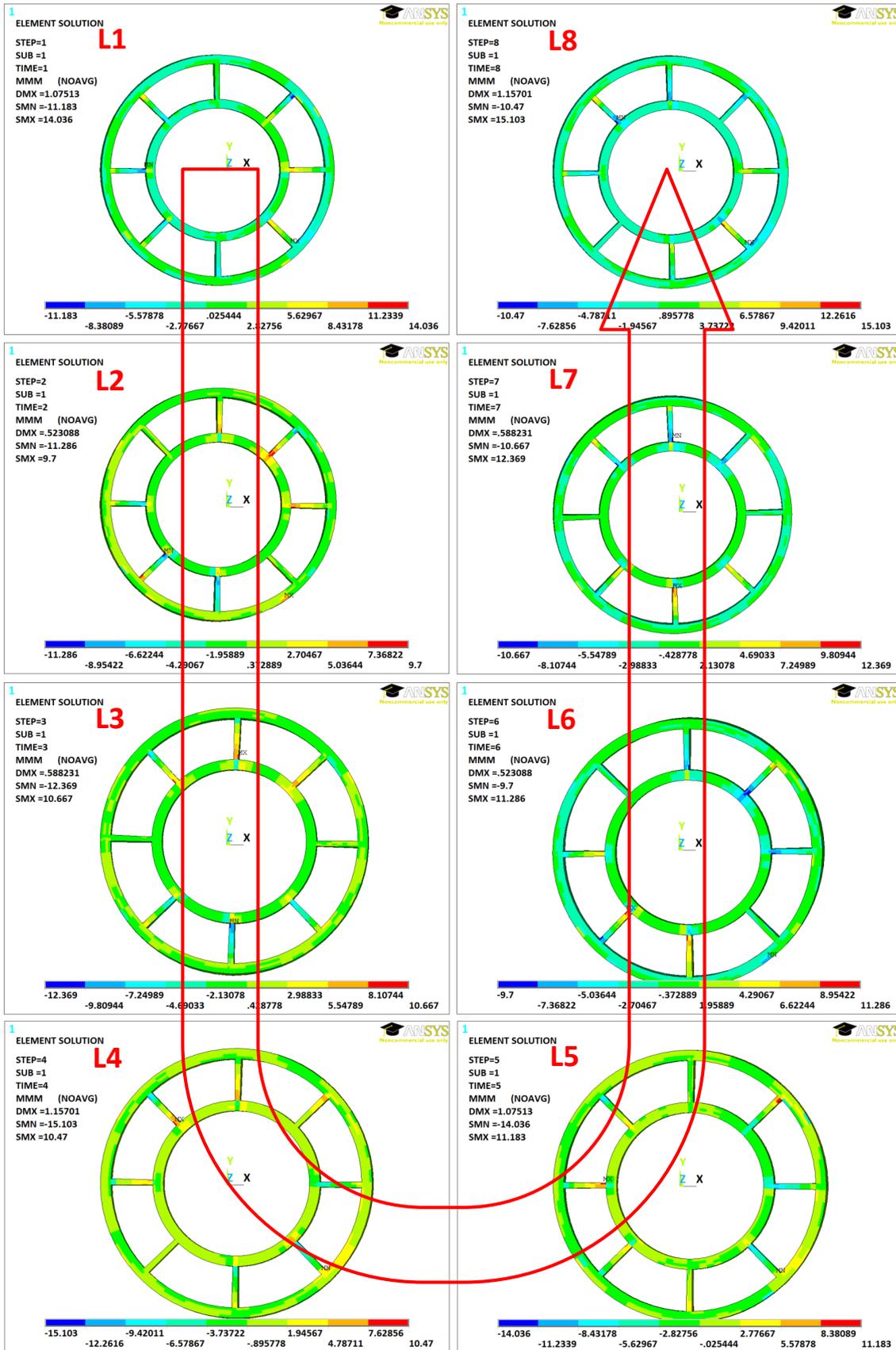


Abbildung 5.26: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN als Elementergebnis der RBS-Struktur

Strebe VIII (analoge Zählweise wie im IMC) erreicht, die auf Zug beansprucht ist und sich direkt an der Aufhängung VUR befindet. Weitere Schadenskonstellationen sind im Anhang O und P für beide Modellierungen zu finden.

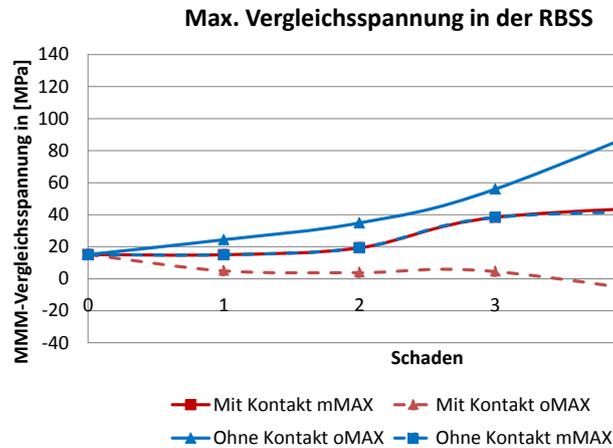


Abbildung 5.27: Vergleich der Modellierungen anhand der ermittelten MMM-Vergleichsspannung in der RBS-Struktur bei einer Unwucht von 500 kN

In Abb. 5.27 kann die Auswirkung der zunehmenden fiktiven Risses im IMC auf die ermittelten Vergleichsspannungen in der RBS-Struktur zusammengefasst betrachtet werden. Analog zu Abb. 5.18 zeigen die durchgezogenen Linien die jeweiligen maximalen Vergleichsspannungen der untersuchten Kontaktmodellierungen. Wie zu erkennen ist, steigt das Beanspruchungsniveau bei beiden Kontaktmodellierungsweisen an. Die Modellierung ohne Kontakt erreicht dabei wesentlich höhere Beanspruchungswerte als die Modellierung mit Kontakt, was dadurch begründet ist, dass die Verschiebungen in der hinteren Struktur bei der Modellierung ohne Kontakt wesentlich größer sind; im Vergleich zur anderen Modellierung.

Die Modellierung ohne Kontakt weist für die Orte der maximalen Beanspruchung der Modellierung mit Kontakt (mMAX) nahezu identische Vergleichsspannungswerte auf. Wohingegen die Modellierung mit Kontakt auch hier für die maximalen Vergleichsspannungsorte markant andere Beanspruchungen bereitstellt. Bei der Schadenskonstellation Schaden 5 weist sie für den Ort und Lastschritt, in denen die andere Modellierung ihr Maximum erreicht, eine negative Vergleichsspannung auf. Die unterschiedliche Modellierung verursacht eine vollständig andere Beanspruchung in diesem Bereich der RBS-Struktur.

5.5 Modellierungsfazit

Beide Kontaktmodellierungen haben in den vorigen Kapiteln wesentliche Unterschiede offenbart, die ein eindeutiges Ergebnis ermöglichen, welche von beiden untersuchten Kontaktmodellierungen für eine Festigkeitsbewertung zu verwenden ist. Die Modellierung ohne Kontakt scheint auf der sicheren Seite zu liegen, da sie stets höhere Beanspruchungen ausgibt. Ursächlich ist die stetig abnehmende Zahl an Lastpfaden. Das lässt auf eine konservative Modellierung schließen. Jedoch rücken dabei Orte in den Fokus des Interesses, die normalerweise nicht in den Fokus geraten würden, was an den zunehmend anderen Verformungsmöglichkeiten der schadhafte IMC-

Struktur liegt. Eine Durchdringung, was gleichzusetzen ist mit einer vollständigen Kappung des jeweiligen Lastpfades, ist somit nur betragsmäßig eine konservative Möglichkeit zur Abbildung einer Schädigung. Aber selbst hierbei kann sie ein vollständig anderes Ergebnis anzeigen, was in Abb. 5.17 bzw. in Abb. 5.18 und Abb. 5.27 bei Schaden 5 aufgezeigt wurde. Die Diskrepanz führt dahin, dass die Modellierung ohne Kontakt nicht in der Lage ist die Orte auszugeben, die bei der Modellierung mit Kontakt als kritisch angesehen werden. Dadurch kann es zu einer wesentlichen Fehleinschätzung kommen. Die Modellierung mit Kontakt ist aus strukturmechanischer Sicht näher am realen Modell, welches einen Riss aufweist. Es bildet die verbleibende Stützwirkung im Druckfall ausreichend adäquat ab, auch wenn keine Reibung zwischen den Kontaktflächen besteht.

Aus strukturmechanischer Sicht ist aus den gezeigten Lagerkräften keine nennenswerte Veränderung aufgrund der Modellierung festzustellen, was über eine Veränderung der Aufteilung der Lagerbelastungen innerhalb der jeweiligen Struktur hinausgeht. Hier dürfte eine strukturdynamische Betrachtung eventuell ein anderes Ergebnis liefern. Die Verschiebungen hingegen zeigen deutliche Unterschiede, da hier die Auswirkungen der unterschiedlichen Modellierungen zum Tragen kommen. Auch hier ist den Ergebnissen der Modellierung mit Kontakt mehr zu vertrauen, da es im realen, rissbehafteten Modell zu keiner Durchdringung kommen kann. Eine Zunahme der Auslenkungen in jede Richtung aufgrund der Schädigung ist somit unrealistisch. Aus diesen Gründen wird die Modellierung mit Kontakt verwendet, um die Schädigung im Gesamtmodell abzubilden. Außerdem bildet diese Modellierung die Lagerungssituation bezüglich der Steifigkeit und möglichen Auslenkungen adäquat ab, sofern eine strukturdynamische Betrachtung erfolgen sollte.

5.6 Lebensdauerabschätzung der Gesamtstruktur

Mit Hilfe einer Matlabroutine kann das vorhandene Triebwerksmodell mit einer beliebigen Belastung ausgestattet werden. Weiterhin ist sie in der Lage, die gesamte Ermüdungslebensdaueranalyse zu steuern und auszuwerten. Für die Lebensdauerabschätzung der Gesamtstruktur wird exemplarisch eine Unwuchtbelastung von 250 kN angenommen, welche, vorweggenommen, eine Anrisslebensdauer der Strebe VIII von ca. 17.200 Lastwechseln ergibt, da die Bruchmechaniksimulation eine hohe Belastung benötigt (siehe Kapitel 5.6.1). Damit ergeben sich die in Abb. 5.28 gezeigten Vergleichsspannungen im höchstbelasteten vierten Lastschritt an Strebe VIII.

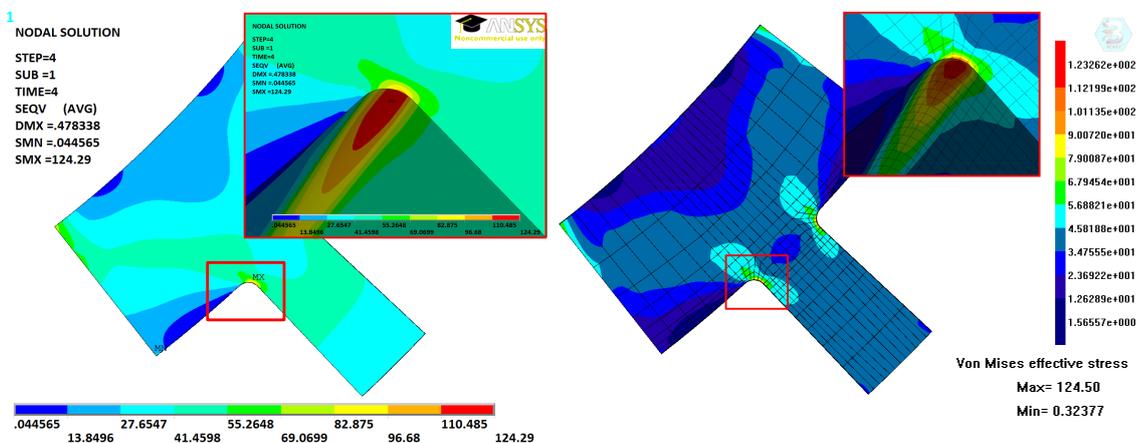


Abbildung 5.28: Beanspruchungen in den Submodellen als Basis der Lebensdaueruntersuchung

Dieser Lastschritt liefert für die höchstbeanspruchte Stelle im zylindrischen Koordinatensystem einen Spannungstensor an der Oberfläche

$$\underline{S}_{\text{Max}} = \begin{bmatrix} \sigma_x^o & \tau_{xy}^o & 0 \\ \tau_{xy}^o & \sigma_y^o & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{O,4} = \begin{bmatrix} 134,9 & -15,8 & 0 \\ -15,8 & 27 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad (5.1)$$

und für den benachbarten Knoten in Richtung Bauteilinnern den Tensor

$$\underline{S}_{\text{Max}} = \begin{bmatrix} \sigma_x^o & \tau_{xy}^o & \tau_{xz}^o \\ \tau_{xy}^o & \sigma_y^o & \tau_{yz}^o \\ \tau_{xz}^o & \tau_{yz}^o & \sigma_z^o \end{bmatrix}_{V,4} = \begin{bmatrix} 85,8 & 38,5 & -9,5 \\ 38,5 & 31,4 & -5,2 \\ -9,5 & -5,2 & 14,4 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad , \quad (5.2)$$

der für die spätere Gradientenermittlung benötigt wird. Der Verlauf der Spannungskomponenten über einen kompletten Umlauf ist in Abb. 5.29 dargestellt.

Die Matlabroutine ist in der Lage, den Ort mit der höchsten MMM-Vergleichsspannung zu ermitteln und den benachbarten Knoten im Bauteilinnern zu identifizieren und ebenfalls auszuwerten. Dafür muss entsprechend die Netzgeometrie den genannten Anforderungen (siehe Kapitel 5.2.2) entsprechen.

Die Vorzeichenermittlung der MMM-Vergleichsspannung erfolgt nur für die Oberfläche, da davon auszugehen ist, dass sich weder die Ordnung der Hauptspannung noch das Vorzeichen der beobachteten Orte unterscheiden kann, wenn diese nahe genug beieinander liegen, was bei der vorhandenen Vernetzung der Fall ist.

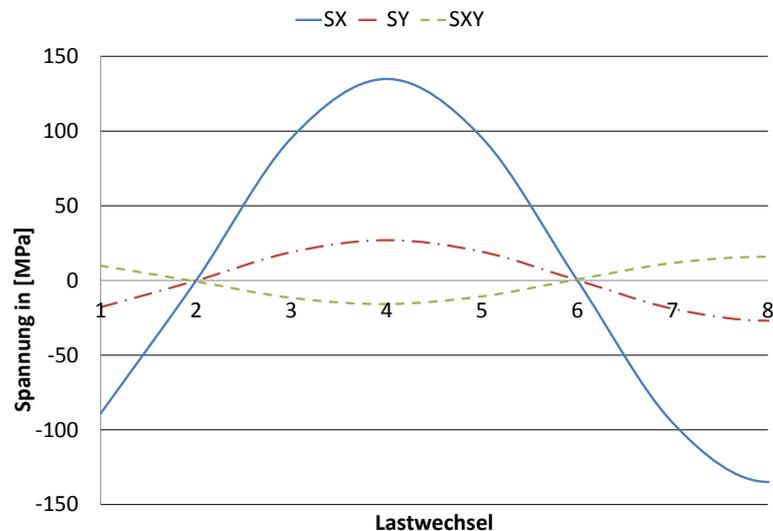


Abbildung 5.29: Spannungskomponenten der Oberfläche am Ort der höchsten MMM-Vergleichsspannung

Wie anhand der Abb. 5.29 zu erkennen ist, ist in diesem Fall nahezu keine Mittelspannung am beobachteten Kerbort über den gesamten Umlauf festzustellen. Das trifft jedoch nicht auf andere Orte der IMC-Struktur zu. Standardmäßig wird durch die Matlabroutine aus den einzelnen Spannungskomponenten der Mittelspannungsanteil extrahiert. Dadurch wird das Amplituden- und Oberspannungsgeschehen separat betrachtet. Wie ebenfalls zu erkennen ist, liegt durch die gleichzeitigen Nulldurchgänge eine proportionale Beanspruchung vor. Dieses wird sich jedoch ändern, sofern Durchrisse oder zeitabhängige Steifigkeitsänderungen auftreten, was beispielsweise in den Simulationen in Kapitel 5.4.1 mit und ohne Kontakt sichtbar wird.

Durch den deterministischen Verlauf der Beanspruchungszustände und die eindeutige Identifizierung eines Amplitudengeschehens ist es unschwer, sich neben den Mohrschen Kreisen der maximalen Zug- und Druckbeanspruchung (Abb. 5.30) auch die dazwischen liegenden Mohrschen Kreise der Spannungszustände vorzustellen. Diese schwellen jeweils in den beiden rechten und linken Quadranten an und ab, was mit den grau hinterlegten Mohrschen Kreisen angedeutet ist.

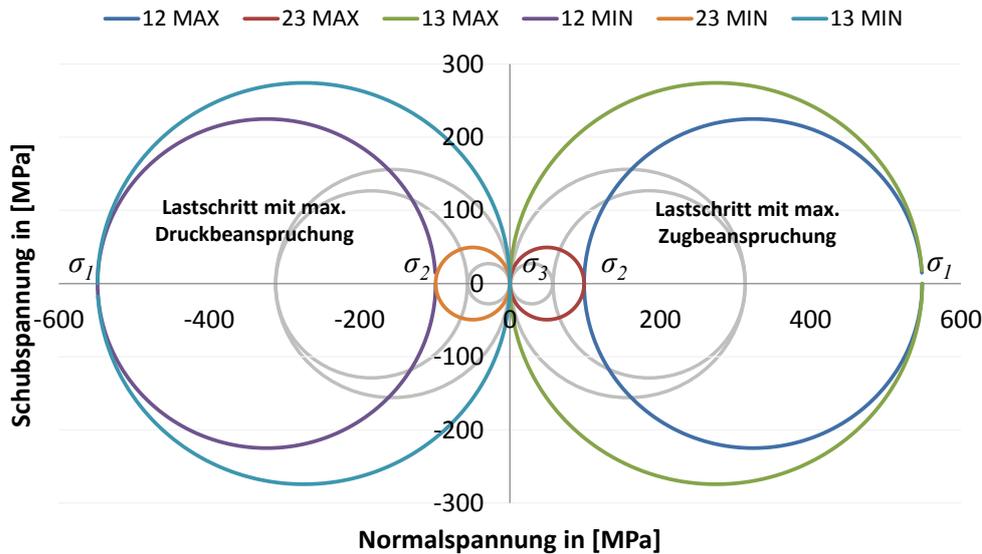


Abbildung 5.30: Mohrsche Kreise der Spannungszustände mit der größten Zug- und Druckbeanspruchung

Die eingezeichneten Hauptspannungen sind dabei das Ergebnis der vorzeichenkorrigierten Mohrschen Invarianten, die in Abb. 5.31 zu sehen sind. Durch die Vorzeichenfunktion wechselt das Vorzeichen des Mohrschen Radius, der dadurch einen eindeutigen Sinusverlauf annimmt.

Nach Gl. (3.49) und Gl. (3.50) sind die größten Hauptspannungen der Amplituden- und Oberspannungsgeschehen zu bestimmen sowie die ungestützte MMM-Vergleichsspannungsamplitude (Gl. 3.10) und das bezogene Vergleichsspannungsgefälle nach Gl. (3.38). In diesem Fall ergeben sich $\hat{\sigma}_{a1} = \hat{\sigma}_{o1} = 137,1$ MPa, $\sigma'_{va,MMM} = 142$ MPa und $G_{MMM} = 0,625 \frac{1}{\text{mm}}$.

Zusammen mit der Mikrostrukturlänge von $\rho^* = 0,133$ mm nach Gl. (3.40), der Fließbehinderung $\varphi = 1,443$ (Gl. (3.61)) und dem bezogenen Vergleichsspannungsgefälle G_{MMM} kann für die Mikrostützziffer ein Wert von $n_{\chi^*} = 1,04$ bestimmt werden. Somit wird die Spannungskonzentration nahezu nicht gestützt, was den relativ geringen k_a -Wert bestätigt.

Mit Hilfe des Neuberverfahrens wird numerisch die Makrostützwirkung berücksichtigt, wodurch aus den mikrogestützten Werten von $\hat{\sigma}_{a1} = \hat{\sigma}_{o1} = 131,8$ MPa und der Vergleichsspannungsamplitude $\underline{\sigma}_{va,MMM} = 136,5$ MPa die örtlichen Spannungen zu bestimmen sind, aus denen die gestützten Vergleichsspannungen $\sigma_{va,MMM} = 135,1$ MPa und $\sigma_{vm} = 0$ MPa resultieren.

Das sich daraus ergebende Spannungsverhältnis R_v nach Gl. (3.53) fließt anschließend mit Q_N aus Gl. (2.23) in Gl. (3.54), um die ertragbare Zeitwechselfestigkeit bei

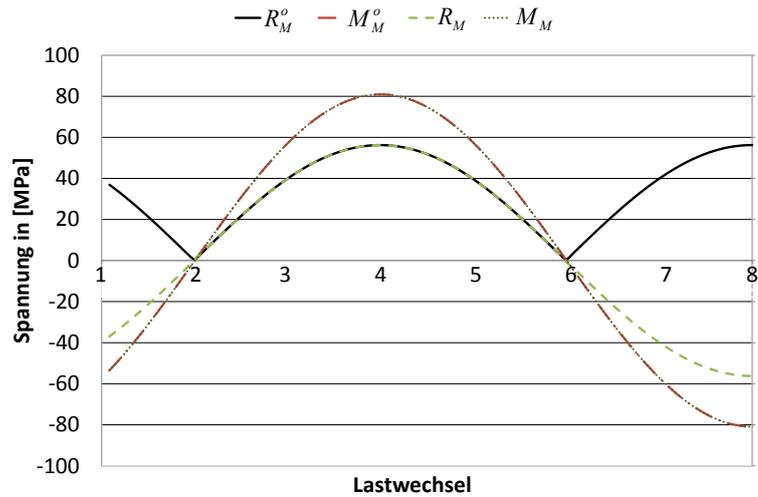


Abbildung 5.31: Mohrsche Invarianten vor und nach der endgültigen Vorzeichenzuweisung

u. U. vorhandener Mittelspannung σ_{WN} zu ermitteln. Dabei wird im ersten Iterationsschritt die Dauerfestigkeit mit $N_D = 10^6 LW$ angenommen, wodurch $Q_N = Q$ gilt. Folglich kann mit der Wöhlerbeziehung aus Gl. (2.20) mit $k = 10$ eine Lastwechselzahl bestimmt werden. Diese wird in einem Iterationsprozess der Gl. (2.22) zur Verfügung gestellt, mit der Q_N angepasst und in Gl. (3.54) eingesetzt wird. Mit der sich daraus ergebenden ertragbaren Zeitwechselfestigkeit kann wiederum eine genauere Lastwechselzahl bestimmt werden. Aufgrund der Mittelspannungsfreiheit kann in diesem Fall bereits im ersten Iterationsschritt ein Ergebnis von $N \approx 17.200 LW$ für die Strebe VIII erreicht werden, da sich in weiteren Iterationsschritten nichts mehr verändert.

Tabelle 11: Ergebniszusammenfassung der Anrisslebensdauerberechnung

Kenngröße	Wert
v. Mises Vergleichsspannung	$\sigma_{v,vM} = 124,3 \text{ MPa}$
ungest. Ober- u. Amplitudenspannung von σ_1	$\hat{\sigma}_{a1} = \hat{\sigma}_{o1} = 137,1 \text{ MPa}$
ungestützte MMM-Vergleichsspannungsamplitude	$\sigma'_{va,MMM} = 142 \text{ MPa}$
Mikrostrukturlänge	$\rho^* = 0,133 \text{ mm}$
Mikrostützziffer	$n_{\chi^*} = 1,04$
mikrogest. Ober- u. Amplitudenspannung von σ_1	$\hat{\underline{\sigma}}_{a1} = \hat{\underline{\sigma}}_{o1} = 131,8 \text{ MPa}$
mikrogestützte MMM-Vergleichsspannungsamplitude	$\underline{\sigma}_{va,MMM} = 136,5 \text{ MPa}$
gest. Ober- u. Amplitudenspannung von σ_1	$\hat{\sigma}_{a1} = \hat{\sigma}_{o1} = 130,6 \text{ MPa}$
MMM-Vergleichsspannungsamplitude	$\sigma_{va,MMM} = 135,1 \text{ MPa}$
Vergleichsmittelspannung	$\sigma_{vm} = 0 \text{ MPa}$
Anrisslebensdauer	$N \approx 17.200 LW$

5.6.1 Bruchmechaniksimulation

Mit der vorgegebenen Belastung von 250 kN ist ein modellierter Eckenanriss, welcher eine Kantenlänge von jeweils 0,5 mm aufweist, dauerhaft. Die ermittelte effektive Spannungsintensität erreicht dabei einen Wert von ca. $78,6 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$. Aus diesem Grund wird für den Anriss eine Anrisslänge je Kante von 1 mm angesetzt. Damit wird ebenfalls verhindert, dass der Riss kurz unterhalb der Oberfläche stecken bleibt, was aufgrund des Spannungsgefälles geschehen kann. Generell zeigt sich das vorhandene Modell nicht rissbegünstigend, was aufgrund der Ausführung als Vollstrebe im Zusammenspiel mit der inhomogenen Beanspruchung der modellierten Region zu begründen ist. Jedoch ist eine Übertragung auf eine reale IMC-Struktur, die aus einer Hohlkonstruktion besteht, nicht ohne Weiteres möglich.

Die Rissmodellierung erfolgt in mehreren Etappen, da die Berechnungszeit eines Inkrements im Laufe der Simulation stark zunimmt. Sie benötigt für das 45. Inkrement mehr als fünf Stunden, was nahezu einer Verfünfachung des Ausgangszustands entspricht. Dies liegt an der feinen Elementierung, die zu Beginn der Anrissimulation für den Riss notwendig ist, sich jedoch im späteren Verlauf als zu fein herausstellt. Selbst eine groß gewählte maximale Risselementgröße hilft hierbei nicht. Aus diesem Grund wird die erwähnte Anfangsrissimulation nach 45 Inkrementen unterbrochen und durch einen neuen Anfangsriss ersetzt, welcher die bis dahin entstandene Größe als Ausgangsgeometrie erhält. Dementsprechend wird die erste Simulation als „Simulation I“ bezeichnet und die darauf folgende Simulation als „Simulation II“. Die Abb. 5.32 zeigt den Rissfortschritt nach 45 Inkrementen, was einer ermittelten Lastschrittzahl von ca. 8600 Lastwechseln entspricht. Der Riss hat sich in dieser Zeit auf ca. 32 mm Gesamtrisslänge ausgeweitet, wobei die einzelnen Kantenlängen ca. 18,8 mm und 13,2 mm betragen. Auf der Stirnseite des Modells hat der Riss zu diesem

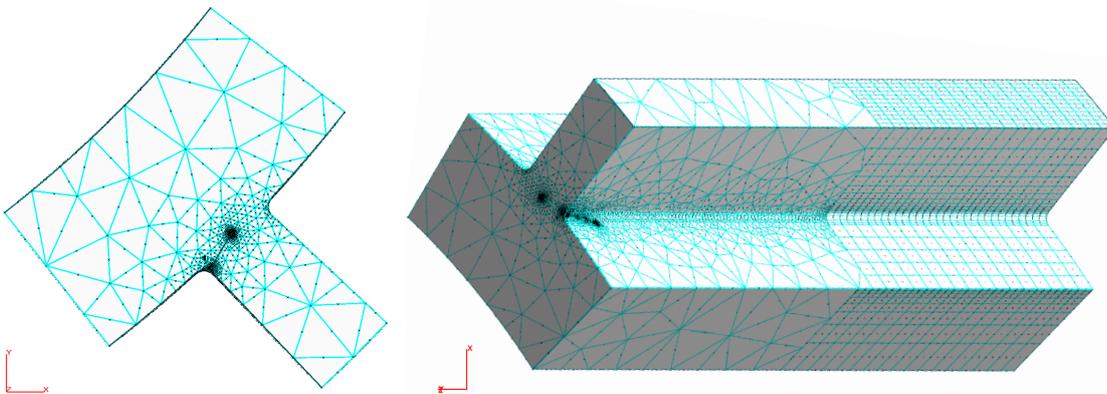


Abbildung 5.32: Rissfront des Submodells der Strebe VIII nach 45 Inkrementen (Simulation 1)

Zeitpunkt etwa die Hälfte der Strebenbreite eingenommen, während die Längsseite noch zu mehr als 90% unbeschädigt ist. Interessant dabei ist, dass durch die Neuvernetzung bereits ca. 50% der Längsseite eine neue Vernetzung erfahren haben. Mit dem neu angesetzten Riss in der Simulation II unterwandert der Riss die Strebe und gegenüberliegende Verrundung und wächst, bis er die Oberfläche des Innenrings nach ca. 19.000 Lastwechseln erreicht hat und die Simulation erwartungsgemäß unterbricht. In Abb. 5.33 ist der Riss am Ende der Simulation II zu sehen. In Abb. Q.1 im Anhang Q sind die dazugehörigen Risslängen aufgetragen.

Der Riss wächst demnach unterhalb der Strebe entlang, wodurch die Strebe großflächig vom Innenring abgeschält wird.

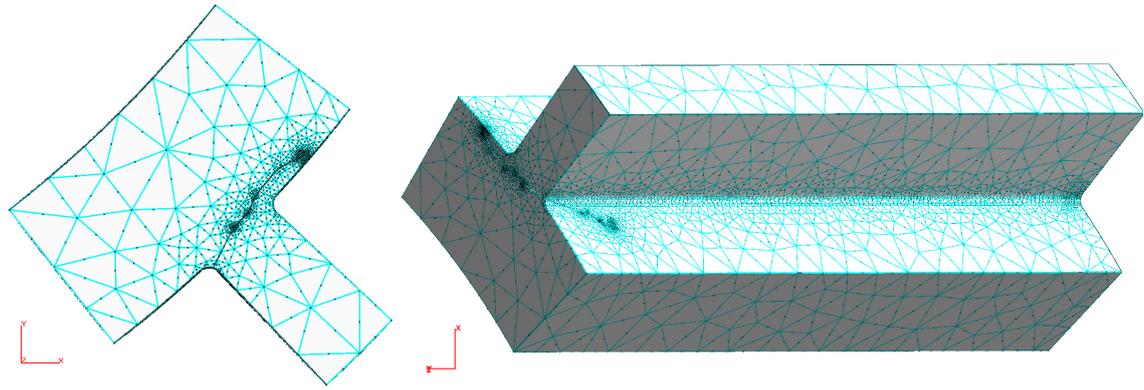


Abbildung 5.33: Rissfront der Strebe VIII am Ende der Simulation II

Aufgrund des Berechnungsaufwands, der sich durch diese komplizierte Rissgeometrie ergibt, wird für eine Schadenstoleranzanalyse eine vereinfachte Risskonfiguration vorgeschlagen, welche ein konservatives Berechnungsergebnis liefert. Hierzu wird als Anfangsriss ein Durchriss der Strebe über die Stirnbreite angenommen, welcher am engsten Querschnitt der Strebe - kurz oberhalb der Verrundung - ansetzt. Damit befindet sich der Riss am Rand der höchstbeanspruchten Stelle und gleichzeitig am engsten Querschnitt, womit der Riss den geringsten strukturellen Widerstand erfährt. Die Rissgeometrie ist vergleichsweise einfach, was dem Rechenaufwand ebenfalls zugutekommt. Eine daraus resultierende Lebensdauer kann als entsprechend konservativ angesehen werden.

Zu beachten ist jedoch, dass das vorhandene Submodell standardmäßig durch Verschiebungen belastet wird. Je weiter ein Durchriss voranschreitet, desto geringer wird dadurch die risstreibende Nennspannung. Somit sind Schnittkräfte bzw. Spannungen als Übergabegröße zwischen dem **Ansys**-Submodell und dem **Beasy**-Submodell zu wählen. Eine andere Möglichkeit besteht darin, dass zu ausgewählten Zeitpunkten des Rissfortschritts die entsprechenden Verschiebungen ermittelt werden, die dann als Belastung des Submodells dienen können. Da die vorhandene Routine die letztgenannte Möglichkeit leicht umsetzen kann, wird diese Variante hier vorgezogen.

Beim angesetzten Durchriss zeigt sich, dass auch hier, trotz der hohen Belastung von 250 kN, ein typischer Anriss von 0,5 mm dauerfest ist. Wird ein tieferer Anriss gewählt, wächst der Riss weiter, bis er innerhalb kürzester Zeit die kritische Risslänge erreicht, die in etwa 10% der Gesamtstrebtiefe ausmacht.

Die Schwierigkeiten mit dem Anbringen der Anfangsrisse zeigen, dass die vorhandene Struktur nicht auf typische Ermüdungsanrisslängen reagiert, mit denen eine bruchmechanische Untersuchung gestartet wird. Dementsprechend ist nicht damit zu rechnen, dass diese untersuchte Struktur durch Ermüdung versagt. Erst durch massive Anfangsrisse, wie sie beispielsweise aus Vorschädigungen durch das FBO-Events entstammen können, ist mit einem bruchmechanischen Versagen zu rechnen. Auf eine weitere bruchmechanische Simulation wird in diesem Fall verzichtet, da die vorherigen Ergebnisse in Kapitel 5.4.1 gezeigt haben, dass die folgende Strebe II nahezu die gleichen Beanspruchungen aufweist wie die Strebe VIII. Es ist nicht auszuschließen, dass die beiden Streben aufgrund ihrer nahezu gleichen Beanspruchungen zeitgleich ein Risswachstum erleben, jedoch benötigt die Strebe II ebenfalls einen massiven Vorschaden. Alle weiteren Streben zeigen zudem tendenziell geringere

Beanspruchungen, wodurch sich auch hier eine Ermüdungsrisswachstumssimulation erübrigt.

Als Ergebnis der Schadenstoleranzanalyse für die vorliegende Struktur kann gesagt werden, dass sie eine Ermüdungslebensdauer von ca. 17.200 Lastwechsel aufweist. Nach einem klassischen Lebensdauerkonzept, welches nach dem Prinzip der „Fatigue (Safe-Life) Evaluation“ funktioniert, ist die Lebensdauer entsprechend begrenzt. Jedoch erweist sich die Vollstruktur der Streben als nicht günstig für einen Ermüdungsanriss. Dies zeigen sowohl der Ecken- als auch der kurze Durchriss. Dementsprechend ist ein Versagen der Struktur nahezu unwahrscheinlich, sofern strukturdynamische Einflüsse unberücksichtigt bleiben und nicht von einer Vorschädigung ausgegangen wird. Das vorliegende Beispiel macht somit deutlich, dass eine bruchmechanische Bewertung, als Teil einer Schadenstoleranzanalyse, für die Abschätzung einer Lebensdauer von immenser Bedeutung sein kann.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit ist eine Berechnungs- und Bewertungsstrategie zur Schadenstoleranzanalyse von komplexen Strukturen vorgestellt worden. Dabei wurde untersucht, welche Auswirkungen Schädigungen auf die vereinfachte Struktur eines Turbotriebwerkmodells haben. Hierzu wurden Schädigungen untersucht, wie sie beispielsweise im Rahmen des Fan Blade off Windmilling Condition-Lastfalls auftreten können, welcher ein Zertifizierungsszenario darstellt.

Für die Abbildung der Schädigungen wurden in der vorderen Tragstruktur, dem sogenannten IMC, fiktive Durchrisse der Streben implementiert, da dort die höchsten Beanspruchungen innerhalb der Gesamtstruktur auftreten. Das IMC entspricht durch seine Gestalt einer statisch unbestimmten Tragstruktur, welche diverse Lastpfade ermöglicht und ein komplexes Zusammenspiel aufzeigt, sofern diese Lastpfade Änderungen erfahren.

Die numerische Abbildung dieser Problemstellung ist aufgrund der allgemeinen Komplexität nicht innerhalb einer einzigen Programmlösung zu verarbeiten. Dementsprechend wurde gezeigt, mit welchen Mitteln und Methoden eine Modellierung der einzelnen Problemstellungen erfolgen kann und eine adäquate Abbildung ermöglicht. Dadurch ist ein modularer Aufbau entstanden, der ohne große Anpassungsschwierigkeiten auf wesentlich komplexere Modelle und Lasten angepasst werden kann und dadurch die Aussagegüte in entsprechender Qualität ermöglicht.

Mit Hilfe der vorgestellten MMM- und der darauf aufbauenden weiterentwickelten DIH-Hypothese ist eine Festigkeitsbewertung für nicht-proportionale Beanspruchungen lastfreier Oberflächen möglich. Die für die Formulierung der Hypothesen verwendeten Invarianten ermöglichen einen schlanken, jedoch stets transparenten Rechenablauf, der dadurch u. a. leicht in eine FEM-basierten Beanspruchungsanalyse eingebunden werden kann. Es wurde ebenfalls gezeigt, welche Möglichkeiten und Vorteile eine vorzeichenbehaftete Vergleichsspannung bietet, die durch den verwendeten k_a -Faktor stets automatisch werkstoffbezogen ist. Im Vergleich mit der in der [FKM12]-Richtlinie angebotenen Mischhypothese, deckt die MMM-Vergleichsspannung einen größeren Werkstoffbereich ab, der von ideal spröde bis vollständig duktil reicht. Selbst Stahlwerkstoffe können mit Hilfe des verwendeten k_a -Faktors wesentlich differenzierter betrachtet werden, als es die FKM-Richtlinie anbietet. Diese, das wurde ebenfalls gezeigt, weist bei Verwendung für „fast spröde“ Werkstoffe zudem ein höheres Vorhersagerisiko als die MMM-Hypothese auf.

Die vorgestellte Festigkeitshypothese erlaubt neue Denkansätze und Sichtweisen auf diverse Themen der Festigkeitslehre, die seit Jahrzehnten teilweise nicht mehr hinterfragt wurden. Kerbformzahlen und Stützwirkungen werden seit Jahrzehnten auf die größte Normalspannung der Kerbe bezogen, wobei der Werkstoff nur die gemeinsame Wirkung der Beanspruchung wahrnehmen kann, nicht jedoch eine einzelne Komponente. Aus diesem Grund hatte Neuber schon in [NEU68] die Verwendung einer Vergleichsspannung für die Berechnung der Stützwirkung gefordert. Damit soll nicht ausgesagt werden, dass die bisherige Vorgehensweise falsch ist, sondern vielmehr daran erinnert werden, dass grundlegende Sichtweisen der Festigkeitslehre teilweise auf pragmatische Weise entstanden sind, die heutzutage anders gelöst werden können. So wurde ebenfalls gezeigt, dass Kerbformzahlen abhängig vom Werkstoff sein können und wie ein Stützwirkungskonzept basierend auf die MMM-Vergleichsspannung aussieht.

Das Lebensdauerkonzept, welches von Mertens und Hahn [HAH95] vorgestellt wur-

de, ist für die Verwendung von Vergleichsspannungen angepasst worden, was ebenfalls ein neuartiges Haigh-Diagramm hervorgebracht hat. Durch die Verwendung des (modifizierten) Neuberverfahrens konnte zudem auf eine plastische, nichtlineare FEM-Berechnung verzichtet werden, ohne nennenswerte Einbußen der Aussagegüte zu fürchten, wie der Vergleich mit Versuchswerten für gekerbte Zugproben ergeben hat.

Da die bisherige MMM- und DIH-Hypothese auf lastfreie Oberflächen beschränkt ist, mussten Schwierigkeiten mit der numerischen Simulation überwunden werden, was speziell die FEM betrifft. Hierzu wurden Möglichkeiten zur Ermittlung von Oberflächenspannungen innerhalb der FEM (ANSYS) aufgezeigt, welche mit Hilfe eines verwendeten REM-Programms validiert werden konnten. Das verwendete REM-Programm BEASY wurde ebenfalls dazu genutzt, die bruchmechanische Bewertung der Schadenstoleranzanalyse anzufertigen. Eine Erweiterung der MMM- bzw. der DIH-Hypothesen auf belastete Oberflächen bzw. den dreidimensionalen Fall ist geplant, wobei in [ZEI15] wesentliche Vorarbeiten geleistet wurden.

Für die Abbildung der zunehmenden Beschädigung der Struktur innerhalb des verwendeten FEM-Modells sind verschiedene Kontaktmodellierungen untersucht worden, die keine Rissimulation ersetzen, sondern nur den Einfluss einer möglichen Rissfolge innerhalb der Streben der IMC-Struktur darstellen sollen. Dabei wurden insbesondere zwei Kontaktmodellierungen ausführlich gegenübergestellt und ihre Auswirkungen auf verschiedene strukturmechanische Ergebnisse verglichen, um herauszufinden, welche der beiden Kontaktmodellierungen für eine Festigkeitsbewertung zu verwenden ist. Beide Kontaktmodellierungen unterscheiden sich dabei in ihrer Möglichkeit der Druckkraftübertragung, was durch eine Behinderung bzw. Nicht-Behinderung der Durchdringung umgesetzt ist.

Hierbei wurde festgestellt, dass beide Kontaktmodellierungen bei geringer Gesamtschädigung nahezu gleichwertig sind, wobei die Kontaktmodellierung mit Durchdringung schneller ein höheres Beanspruchungsniveau erreicht und damit vermeintlich konservativer ist. Ursächlich hierfür ist, dass diese Kontaktmodellierung keine Stützwirkung der bereits durchgerissenen Streben ermöglicht und sich dadurch frühzeitig die Last auf stetig weniger Streben verteilt. Zusätzlich werden durch die nicht behinderte Durchdringung der Kontaktflächen Verformungen ermöglicht, die bei der anderen Kontaktmodellierung nicht auftreten. Somit ergeben sich unterschiedliche Aussagen bezüglich potenzieller Schadensorte, was dazu führen kann, dass kritische Orte nicht wahrgenommen werden. Aus diesem Grund wird eine Kontaktmodellierung ohne Möglichkeit der Durchdringung empfohlen, weil diese nur Verformungen und Verschiebungen zulässt, die ein Riss ebenfalls ermöglicht.

Bei den beobachteten Lagerkräften zeigen sich keine großen Auffälligkeiten bezüglich einer Lastverschiebung zwischen den vorderen und der hinteren Triebwerkslagerung. Eine markante Verschiebung der Lagerlasten in Richtung hintere Aufhängung ist nur festzustellen, wenn die hintere Aufhängung ebenfalls axiale Kräfte aufnehmen kann, was nur durch eine wesentliche Veränderung der hinteren Lagerstruktur möglich ist.

Die Schadenstoleranzanalyse ist für eine äußere Unwuchtbelastung erstellt worden, die zu einer Anrisslebensdauer von etwa 17.200 Lastwechseln führt und somit sich im Bereich der Kurzzeitfestigkeit befindet. Die untersuchte IMC-Struktur ist durch die Unwuchtbelastung stark ungleichmäßig beansprucht, insbesondere sind die Streben

einer hohen Beanspruchung ausgesetzt. Somit wurde ein Eckenanriss adaptiert, an der höchst beanspruchten Stelle (siehe Abb.5.28), der sich jedoch als nicht rissbegünstigend herausgestellt hat. Dies trifft sogar auf einen adaptierten kurzen Durchriss über die Stirnbreite der Strebe zu. Selbst mit der gewählten hohen Belastung, die sich im Kurzzeitfestigkeitsbereich befindet, sind typische Anrisslängen beim gewählten Werkstoff dauerhaft. Dies mag am vorhandenen Modell liegen, welches aus Vollstreben besteht und dadurch zu geringen Bruttonennspannungen führt. Ein reales Modell, welches aus Hohlgussprofilen besteht, dürfte diese Auffälligkeit nicht zeigen und wesentlich anfälliger auf Ermüdungsanrisse reagieren. Jedoch zeigt das Beispiel deutlich, dass eine Schadenstoleranzanalyse zu einem vollständig anderen Ergebnis führen kann als eine klassische Ermüdungssimulation, die nach dem Prinzip der „Fatigue (Safe-Life) Evaluation“ funktioniert.

Da keine strukturdynamischen Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, wäre dieser Teilaspekt in zukünftigen Untersuchungen stärker in den Fokus zu nehmen, da sie durchaus rückwirkend Einflüsse, im Sinne der Struktur einer Schadenstoleranzanalyse (siehe Abb.1.2), auf die Untersuchungsergebnisse haben können. Dazu muss eine Abwägung erfolgen, bis zu welchem Schädigungsmaß eine Bewertung möglich ist, da aufgrund der Kontaktmodellierung eine nichtlineare Berechnung durchzuführen ist, die konvergieren muss. Zusätzlich sind weitere Anpassungen der Datenbearbeitung denkbar. Dies beinhaltet beispielsweise die Implementierung einer Rainflow-Zählung, um eine Klassierung zu ermöglichen, damit ein Betriebsfestigkeitsnachweis leicht umgesetzt werden kann. Die vorliegende Dissertation kann somit als strategischer Ansatz für ein Bewertungsverfahren zur Ermittlung der Lebensdauer von hochdynamisch belasteten gekerbten Bauteilen gesehen werden.

Literatur

- [BAI70] Baier, F.-J.: Zeit- und Dauerfestigkeit bei überlagerter statischer und schwingender Zug-, Druck- und Torsionsbeanspruchung, Dissertation, TU Stuttgart, 1970
- [BER83] Bergmann, J.W.: Zur Betriebsfestigkeit gekerbter Bauteile auf der Grundlage der örtlichen Beanspruchung, Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1983
- [BES81] Beste, A.: Elastisch plastisches Spannungs-Dehnungs- und Anrißverhalten in statisch und zyklisch belasteten Kerbscheiben - Ein Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen und Näherungsrechnungen, Dissertation TH Darmstadt, 1981
- [BHO86] Bhonghibhat, T.: Festigkeitsverhalten von Stählen unter mehrachsiger phasenverschobener Schwingbeanspruchung mit unterschiedlichen Schwingformen und Frequenzen, Techn.-Wiss. Ber. MPA Stuttgart, Heft 86-01, 1986
- [BR00] Borbe, C., Renner, F.: Vergleich der Schwingfestigkeit hartgedrehter und geschliffener Bauteile, Forschung für die Praxis/ P: 337 Studiengesellschaft Stahlanwendung, Verl. u. Vertriebsges., 2000
- [BUX92] Buxbaum, O.: Betriebsfestigkeit - Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwingungsbruchgefährdeter Bauteile, 2. Auflage, Stahleisen Verlag, 1992
- [COF54] Coffin, L.F.: A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductil Metal, Trans. ASME 76 No. 6, S. 931-950, 1954
- [DIE64] Dietmann, H.: Einfluss des Spannungszustandes auf das Festigkeitsverhalten gekerbter Zugstäbe aus Stahl, Dissertation, TH Stuttgart, 1964
- [DIE73] Dietmann, H.: Festigkeitsnachweis bei mehrachsiger- Schwingbeanspruchung. Konstruktion 25 S.181-189, 1973
- [DIE87] Dietmann, H.: Schwingfestigkeit gekerbter Bauteile, Konstruktion 37 H. 2 S. 67-71, 1987
- [DIN743] Deutsche IndustrieNorm: Festigkeitsnachweis für Wellen und Achsen, 2012
- [DIT91] Dittmann, K.J.: Ein Beitrag zur Festigkeitsberechnung und Lebensdauer-vorhersage für Bauteile aus Stahl unter mehrachsiger synchroner Beanspruchung, Dissertation, TU Berlin, 1991
- [EASA07] NPA for Engine & Auxiliary Power Unit (APU) Failure Loads and Sustained Engine Windmilling, European Aviation Safety Agency, 2007
- [EASA13] Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS-25, European Aviation Safety Agency, 2013
- [ELM77] El-Magd,E.: Dauerfestigkeit bei überlagerter zweiachsiger schwingender Beanspruchung, Konstruktion 29 H.7, S. 253-257, 1977
- [FAA97] Engine Windmilling Imbalance Loads, Final Report -Draft, Aviation Rulemaking Advisory Committee, 1997

- [FGGE07] Fröschl, J., Gänser, H.-P., Gerstmayr, G., Eichlseder, W.: Neuere Berechnungsansätze für die betriebsfeste Auslegung von Gussbauteilen in Leichtbauweise, Giesserei Rundschau 54, Heft 9/10, S. 222-232, 2007
- [FKM08] Mg-Bauteilverhalten II, Übertragbarkeit von Magnesium-Werkstoffdaten auf Bauteile unter komplexen Betriebsbeanspruchungen [sic], Abschlussbericht, FKM-Heft 299 Vorhaben 271 Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., 2008
- [FKM12] Forschungskuratorium Maschinenbau e.V.: FKM-Richtlinie - Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen, 6. Auflage, FKM, 2012
- [FKM95] Oberflächenrauigkeit - Untersuchungen zum Einfluß der Oberflächenrauigkeit auf die Ermüdungsfestigkeit, FKM-Heft 196 Vorhaben 156 Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., 1995
- [FOR62] Forrester, P. G.: Fatigue of Metals, Pergamon Press, 1962
- [GGH64] Gaßner, E., Griese, F.W., Haibach, E.: Ertragbare Spannungen und Lebensdauer einer Schweißverbindung aus St 37 bei verschiedenen Formen des Beanspruchungskollektivs, Arch. Eisenhüttenwesen 35 Nr. 3 S.255-267, 1964
- [GRA88] Grädener, E.: Rechnerunterstützte Gestaltung nichtschaltbarer starrer Flanschkupplungen unter besonderer Berücksichtigung des Reibverhaltens, Dissertation, TU Berlin, 1988
- [GRI21] Griffith, A. A.: The phenomena of rupture and flow in solids, Phil. Trans. Royal Soc., London 221 S. 163-198, 1921
- [GZ99] Gudehus, H., Zenner, H.: Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung, Verlag Stahleisen, 4. Auflage, 1999
- [HAH76] Hahn, H. G.: Bruchmechanik - Einführung in die theoretischen Grundlagen, B. G. Teubner Verlag Stuttgart, 1976
- [HAH95] Hahn, M.: Festigkeitsberechnung und Lebensdauerabschätzung für metallische Bauteile unter mehrachsiger schwingender Beanspruchung, Dissertation TU Berlin, Wissenschaft & Technik Verlag, 1995
- [HAI06] Haibach, E.: Betriebsfestigkeitslehre - Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. 3. Auflage, Springer Verlag, 2006
- [HAI70] Haibach, E.: Modifizierte lineare Schadensakkumulation-Hypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung, LBF-Technische Mitteilung TM 50/70, 1970
- [HAN81] Hanschmann, D.: Ein Beitrag zur rechnergestützten Lebensdauervorhersage schwingbeanspruchter Kraftfahrzeugbauteile aus Aluminiumwerkstoffen, DFVLR-Forschungsbericht FB-81-10, 1981
- [HEI83] Heitmann, H.H.: Betriebsfestigkeit von Stahl: Vorhersage der technischen Anrisslebensdauer unter Berücksichtigung des Verhaltens von Mikrorissen, Dissertation TH Aachen, 1983

- [HEI84] Heinrich, J.: Kerbwirkung an Sicherungsnuten und Berechnung von Sicherungsringverbindungen, Dissertation TH Darmstadt, 1984
- [HL76] Haibach, E., Lehrke, H. P., Das Verfahren der Amplitudentransformation zur Lebensdauerberechnung bei Schwingbeanspruchung, Arch. Eisenhüttenwesen 47 Nr. 10 S. 623-628, 1976
- [HSN83] Hatanaka, K., Shimizu, S., Nagae, A.: Size Effect on Rotating Bending Fatigue in Steels, Bulletin of the JSME, Vol. 26 No. 218 S. 1288-1295, 1983
- [HTS81] Hück, M., Thrainer, L., Schütz, W.: VDEh-Bericht ABF-11: Berechnung von Wöhlerlinien für Bauteile aus Stahl, Stahlguß und Grauguß - Synthetische Wöhlerlinien, 2. Fassung, Verein Deutscher Eisenhüttenleute (VDEh), Arbeitsgemeinschaft Betriebsfestigkeit, 1981
- [ICAO11] "International Civil Aviation Organization: *Annual Report of the Council - 2011*"
- [IRH03] Issler, L., Ruoff, H., Häfele, P.: Festigkeitslehre - Grundlagen, 2. Auflage, Springer-Verlag, 2003
- [IRW48] Irwin, G. R.: Fracture Dynamics, Fracturing in Metals, American Society for Metals, Cleveland, S. 147-166, 1948
- [ISS73] Issler, L.: Festigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei mehrachsiger phasenverschobener Schwingbeanspruchung. Techn.-Wiss. Ber. MPA Stuttgart, Heft 73-02, 1973
- [ISS81] Issler, L.: Gültigkeitsgrenzen der Festigkeitshypothesen bei allgemeiner mehrachsiger Schwingbeanspruchung, Berichtsband 7. Sitzung DVM-Arbeitskreis Betriebsfestigkeit, S.295-314, 1981
- [JAE93] Jaenicke, B.: Zur Gestaltung geschweißter, einatzgehärteter Großzahnräder, Dissertation, TU Berlin, 1993
- [JUV67] Juvinall, R. C.: Engineering Considerations of Stress, Strain and Strength, McGraw-Hill Book Company, 1967
- [KBB12] Klubberg, F., Broeckmann, C., Beiss, P.: Festigkeitskennwerte und mehrachsige Schwingfestigkeit von lamellarem Gusseisen, Materials Testing 54 S. 569-577, 2012
- [KKF94] Kloos, K.H., Kaiser, B., Friedrich, H.: Gegenüberstellung des Wechselverformungsverhaltens an Rundproben der Durchmesser 8 16 und 32 mm bei Axial- und Umlaufbiegebeanspruchung, Vortrag FKM Sitzung vom 18.02.1994 Frankfurt, 1994
- [KLZ06] Kleemann, U., Zenner, H.: Bauteiloberfläche und Schwingfestigkeit - Untersuchungen zum Einfluss der Randschicht auf die Dauerschwingfestigkeit von Bauteilen aus Stahl, Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 37 No. 5 S. 349-373, 2006
- [KOC63] Kochendörfer, A.: Physikalische Grundlagen der Formänderungsfestigkeit der Metalle, Stahleisen - Sonderberichte, Heft 5 Verlag Stahleisen M. B. H., Düsseldorf, 1963

- [KOS04] Koschnik, F.: Geometrische Locking-Effekte bei Finiten Elementen und ein allgemeines Konzept zu ihrer Vermeidung, Dissertation, TU München, 2004
- [KR13] Kletzin, U., Reich, R.: Schädigungsparameter bei der Lebensdauerabschätzung von Schraubendruckfedern, Best Practice, Konstruktion 5-2013, S. 59-66, 2013
- [KUN10] Kuna, M.: Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen - Finite Elemente in der Bruchmechanik, 2. Auflage, Teubner + Vieweg Verlag, 2010
- [LC02] Lemaitre, J., Chaboche, J.-L.: Mechanics of Solid Materials, Cambridge University Press, 2002
- [LIU01] Liu, J.: Dauerfestigkeitsberechnung metallischer Bauteile, Habilitation, TU Clausthal, 2001
- [LIU91] Liu, J.: Beitrag zur Verbesserung der Dauerfestigkeitsberechnung bei mehrachsiger Beanspruchung, Dissertation, TU Clausthal, 1991
- [LK78] Lukáč, P., Klesnil, M.: Fatigue Limit of Notched Bodies, Materials Science and Engineering 34 S. 61-66, 1978
- [LME69] Landgraf, R. W., Morrow, J.D., Endo, T.: Determination of the Cyclic Stress-Strain Curve, Journal of Materials 4 No. 1 S. 176-188, 1969
- [LUD26] Ludwik, P.: Streckgrenze, Kalt- und Warmsprödigkeit. Z. VDI 70 S. 379-286, 1926
- [LUD28] Ludwik, P.: Bruchgefahr und Materialprüfung, Diskussionsbericht No. 35 der Eidg. Materialprüfanstalt, Bericht No. 13 Schweiz. Verband für die Materialprüfungen der Technik, Zürich, 1928
- [LUE89] Lüpfert, H.-P.: Bewertung dreiachsiger Spannungen, Schmierungstechnik 20 H. 4 S. 125-127, 1989
- [MAN65] Manson, S.S.: Fatigue - A Complex Subject - Some Simple Approximations, Experimental Mechanics 5 No. 7 S. 193-226, 1965
- [ME06] Elektron RZ5, Datasheet 452 Magnesium Elektron - Service & Innovation in Magnesium, Magnesium Elektron UK, 2005/2006
- [MER11] Mertens, H.: Der Mohrsche Kreis und Festigkeitshypothesen für proportionale und nichtproportionale Beanspruchungen, Fachaufsatz Festigkeitslehre, Konstruktion 01. Feb -2011 S. 56-66, Springer-VDI-Verlag-2011
- [MER88] Mertens, H.: Kerbgrund- und Nennspannungskonzepte zur Dauerfestigkeitsberechnung - Weiterentwicklung des Konzepts der Richtlinie VDI 2226 VDI Bericht 661:00:00 Dauerfestigkeit und Zeitfestigkeit - zeitgemäße Berechnungskonzepte, S. 1-25, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988
- [MER90] Mertens, H.: Zur Formulierung von Festigkeitshypothesen für mehrachsige phasenverschobene Schwingungsbeanspruchungen, Z. angew. Math. Mech. 70 T 327/29 1990
- [MH93] Mertens, H.: Hahn, M.: Vergleichsspannungshypothese zur Schwingfestigkeit bei zweiachsiger Beanspruchung ohne und mit Phasenverschiebung, Konstruktion 45 Heft 6 S. 196-202, 1993

- [MH97] Mertens, H., Hahn, M.: Vorhersage von Bauteilwöhlerlinien für Nennspannungskonzepte, Konstruktion 49 S.31-37, 1997
- [MP15] Mertens, H., Pucknat, D.: Lebensdauer gekerbter metallischer Bauteile unter proportionaler und nichtproportionaler Beanspruchung Teil 1 u. 2, Konstruktion 1-2 (online), 2015
- [MOR65] Morrow, J.D.: Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals, American Society of Testing and Materials, ASTM STP 378 S. 45-87, 1965
- [MOS26] Moser, M.: Werkstoffaussch. V. d. Eisenh. Nr. 96 1926 und Forschungsarbeiten VDI, Heft 295 S. 74 Berlin, 1927
- [MOU02] Mourier, C.: Nennspannungsunabhängige Lebensdauervorhersage auf der Grundlage linear elastischer Finite-Elemente-Methode Berechnungen, Dissertation, TU Berlin, 2002
- [MUG06] Mughrabi, H.: Specific features and mechanism of fatigue in the ultra high-cycle regime, International Journal of Fatigue 28 S. 1501-1508, 2006
- [NEU33] Neuber, H.: Elastisch-strenge Lösungen zur Kerbwirkung bei Scheiben und Umdrehungskörpern, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Band 13 S. 439-442, 1933
- [NEU36] Neuber, H.: Theorie der technischen Formzahl, Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens, Volume 7 Issue 6 S. 271-274, 1936
- [NEU61] Neuber, H.: Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law, Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics 28 S. 544-550, 1961
- [NEU68] Neuber, H.: Über die Berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnungen, Konstruktion 20 H. 7 S.245-251, 1968
- [NEU85] Neuber, H.: Kerbspannungslehre, 3. Auflage, Springer Verlag, 1985
- [NOV61] Novozhilov, V.V.: Theory of Elasticity, Pergamon Press, Oxford, 1961
- [ORO48] Orowan, E.: Fracture of Strength of Solids, Reports on progress in Physics 12 S. 185-232, 1948
- [PAP05] Papuga, J.: Mapping of Fatigue Damages - Program Shell of FE-Calculation, Dissertation CTU Prague, 2005
- [PE63] Paris, P. C., Erdogan, F.: A critical analysis of crack propagation laws, Journal of Basic Engineering 85 S. 528-534, 1963
- [PLA96] Plank, R., Ermüdungsrißausbreitung unter nicht-proportionaler Mixed-Mode-Beanspruchung, VDI-Forschungsheft 207 Reihe 18:00 Mechanik/Bruchmechanik, 1996
- [POO72] Pook, L.P.: Fatigue crack growth data for various materials deduced from the fatigue lives of precracked plates, ASTM STP 513 1972
- [RAD88] Radaj, D.: Berechnung der Dauerfestigkeit von Schweißverbindungen ausgehend von Kerbspannungen, VDI-Bericht Nr. 661 Dauerfestigkeit und Zeitfestigkeit - zeitgemäße Berechnungskonzepte, S. 67-98, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1988

- [RAI84] Rainer, G.: Kerbwirkung an gekerbten und abgesetzten Flach- und Rundstäben, Dissertation TH Darmstadt, 1978
- [RHB03] Rösler, J., Harders, H., Bäker, M.: Mechanisches Verhalten der Werkstoffe, Teubner Verlag, 2003
- [RIC85] Richard, H. A.: Bruchvorhersage bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung von Rissen, VDI Forschungsheft 631 VDI-Verlag, 1985
- [RO43] Ramberg, W., Osgood, W. R.: Description of Stress-Strain Curves by three Parameters, National Advisory Committee For Aeronautics, Technical Note No. 902, 1943
- [RV07] Radaaj, D., Vormwald, M.: Ermüdungsfestigkeit - Grundlagen für Ingenieure, 3. Auflage, Springer-Verlag, 2007
- [SCH65] Schütz, W.: Über eine Beziehung zwischen der Lebensdauer bei konstanter und bei veränderlicher Beanspruchungsamplitude und ihre Anwendbarkeit auf die Bemessung von Flugzeugbauteilen, Dissertation TH München, 1965
- [SCH80] Schwalbe, K.-H.: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe, Hanser Verlag, 1980
- [SG56] Siebel, E., Gaier, M.: Untersuchungen über den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die Dauerschwingfestigkeit metallischer Bauteile, VDI-Z 98 S. 1751-1774, 1956
- [SH98] Simo, J.C., Hughes, T.J.R.: Computational Inelasticity, Interdisciplinary Applied Mathematics, Vol. 7 1998
- [SIG94] Sigwart, A.: Bauteilrandschicht und Schwingfestigkeit, Dissertation, TU Clausthal, 1994
- [SON92] Sonsino, C.M.: Schwingfestigkeit von Al_2O_3 - und Si_3N_4 -Keramiken, Fraunhofer-Inst. f. Betriebsfestigkeit (LBF), Bericht Nr. FB-195, 1992
- [SON93] Sonsino, C.M.: Zur Bewertung des Schwingfestigkeitsverhaltens von Bauteilen mit Hilfe örtlicher Beanspruchungen, Konstruktion 45 S. 25-33, 1993
- [SS55] Siebel, E., Stieler, M.: Ungleichförmige Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung, VDI-Z 97 Nr. 5 S. 121-126, 1955
- [STO50] Stowell, E. Z.: Stress and Strain Concentration at a Circular Hole in an Infinite Plate, NACA Technical Note 2073, 1950
- [SWT70] Smith, K.N., Watson, P., Topper, T.H.: A Stress Strain Function for the Fatigue of Metals, Journal of Materials 5 H. 4 S. 767-778, 1970
- [SZK03] Sonsino, C. M., Zenner, H., Kotte, K. L.: Einflussgrößen auf die Betriebsfestigkeit von Magnesiumgusslegierungen Teil 1 DVM-Bericht 801 S. 78-87, 2003
- [TAK87] Troost, A., Akin, O., Klubberg, F.: Dauerfestigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei zweiachsiger Beanspruchung durch drei phasenverschobene schwingende Lastspannungen, Konstruktion 39 Heft 12 S. 479-488, 1987
- [TAK92] Troost, A., Akin, O., Klubberg, F.: Versuchs- und Rechendaten zur Dauerschwingfestigkeit von metallischen Werkstoffen unter mehrachsiger Beanspruchung, Metallwissenschaft und Werkstofftechnik 23, S.1-12, 1992

- [TEM75] Troost, A., El-Magd, E.: Allgemeine Formulierung der Schwingfestigkeitssamplitude in Haighscher Darstellung, Materialprüfung 17 Nr. 2 S. 47-49, 1975
- [TEM82] Troost, A., El-Magd, E.: Experimentell gestützte Berechnung mehrachsiger Spannungszustände an der Schwingfestigkeitsgrenze bei zusammengesetzter Beanspruchung mit allgemeinem zeitlichen Verlauf, DFG-Abschlußbericht Tr. 73/22, 1982
- [TEM86] Troost, A., El-Magd, E.: Ermittlung der Versagensgrenzen zweiachsig schwingender Spannungszustände mit drei zeitabhängigen phasenverschobenen Spannungskoordinaten, DFG-Abschlußbericht, Tr 73/27-1, 1986
- [VOR89] Vormwald, M.: Anrisslebensdauervorhersage auf der Basis der Schwingbruchmechanik für kurze Risse, Institut für Stahlbau und Werkstoffmechanik, Technische Hochschule Darmstadt, Heft 47, 1989
- [WBC04] "World Business Council for Sustainable Development: *Mobility 2030: Meeting the challenges to sustainability. Full Report 2004*"
- [WD76] Wellinger, K., Dietmann, H.: Festigkeitsberechnung - Grundlagen und technische Anwendung, Alfred Kröner Verlag, 1976
- [WT67] Wiegand, H., Tolasch, G.: Dauerfestigkeitsverhalten einsatzgehärteter Proben, Härtetechn. Mitt. 22 S.330-338, 1967
- [ZEI15] Zeise, B.: Simulation des Einlaufvorgangs und Festigkeitsbewertung reibkorrosionsgefährdeter Pressverbindungen im Dauerfestigkeitsbereich, Dissertation, TU Berlin, 2015
- [ZMH11] Zerbst, U., Madia, M., Hellmann, D.: An analytical fracture mechanics model for estimation of S-N curves of metallic alloys containing large second phase particles, Engineering Fracture Mechanics, Elsevier, 2011

Studentische Arbeiten

Im Rahmen dieser Arbeit sind eine Reihe an nichtveröffentlichten studentischen Arbeiten entstanden, deren Ergebnisse und Erkenntnisse in diese Forschungsarbeit eingeflossen sind. Für die engagierte Bearbeitung dieser Projekt- und Abschlussarbeiten möchte ich mich bei allen beteiligten Studierenden herzlichst bedanken. Auch wenn ihr Beitrag teilweise nicht direkt verwendet wurde, stellen sie dennoch ein Fundament dieser Arbeit dar.

NAME	THEMA DER ARBEIT
Ly, T./ Fay, R.	Entwicklung einer Strukturanalyseroutine zur Abbildung von Post-FBO-Windmilling Phänomenen
Han, O.	Untersuchung und Abbildung einer voranschreitenden Schädigung eines unter FBO-Windmilling betriebenen Triebwerks mit FEM
Wirth, J.	Lokalisierung des Anrisses und bruchmechanische Simulation des Rissausbreitung einer Triebwerklagerung mit Hilfe einer BEM-Simulationssoftware unter dynamischer Belastung
Dube, D.	Erstellung eines Rotormodells für die Simulation eines sich im FBO-Windmilling befindlichen Triebwerks in Matlab
Dreissig, S.	Entwicklung einer Ermüdungsroutine zur Lebensdauerbewertung komplexer Strukturen mit der MMM-Hypothese

A Äquivalenz der MMM-Hypothese (ohne Vorzeichen) und von Mises Hypothese für $k_a^2 = 3$

Generell gilt für die MMM-Hypothese nach Gl. (3.10)

$$\sigma_{v,MMM}(\eta) = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} \cdot V(\eta) \cdot \sqrt{(4 - k_a^2) \cdot M_M^2(\eta) + k_a^2 \cdot R_M^2(\eta)} \quad . \quad (A.1)$$

Unter Vernachlässigung der Stützwirkung mit $m = n = 1$ und die Betrachtung einer proportionalen Beanspruchung rückt allein der Wurzel Ausdruck

$$\sqrt{(4 - k_a^2) \cdot M_M^2(\eta) + k_a^2 \cdot R_M^2(\eta)} \quad (A.2)$$

in den Fokus.

Für einen duktilen Werkstoff mit einem Zug-Schub-Wechselfestigkeitsfaktor von $k_a^2 = 3$ verändert sich der Wurzel Ausdruck zu

$$\sqrt{M_M^2 + 3 \cdot R_M^2(\eta)} \quad . \quad (A.3)$$

Werden nun die Mohrschen Invarianten nach Gl. (3.12) eingesetzt, ergibt sich

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_1(\eta) + \sigma_2(\eta)}{2} - \sigma_3(\eta)\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{\sigma_1(\eta) - \sigma_2(\eta)}{2}\right)^2} \quad . \quad (A.4)$$

Ausmultipliziert ergibt sich daraus

$$\sqrt{\sigma_1^2(\eta) + \sigma_2^2(\eta) + \sigma_3^2(\eta) - \sigma_1(\eta)\sigma_2(\eta) - \sigma_2(\eta)\sigma_3(\eta) - \sigma_1(\eta)\sigma_3(\eta)} \quad . \quad (A.5)$$

Durch Faktorisieren kann die Gleichung zu

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1(\eta) - \sigma_2(\eta))^2 + (\sigma_2(\eta) - \sigma_3(\eta))^2 + (\sigma_3(\eta) - \sigma_1(\eta))^2} \quad (A.6)$$

umgeschrieben werden, was augenscheinlich sofort als ein Ausdruck der Gestaltänderungsenergiehypothese identifiziert werden kann.

Somit ist gezeigt, dass die vorhandene Formulierung der Mohrschen Invarianten konsequent richtig ist, da die vom Koordinatensystem losgelöste Beschreibung von $M_M(\eta)$ dazu führt, dass die MMM-Hypothese zur von Mises Hypothese degeneriert, sofern ein isotroper Werkstoff mit $k_a^2 = 3$ vorliegt.

B Dritte Mohrsche Invariante

Mit dieser kurzen Herleitung soll gezeigt werden, dass die dritte Mohrsche Invariante $R_{M,rot}$ in die Spannungsinvariante für allgemein einfrequente phasenverschobene Spannungskomponentenverläufe J_{3a} überführt werden kann.

Sind beispielsweise für einen ebenen Spannungszustand die zeitlichen, phasenverschobenen Spannungskomponentenverläufe bekannt,

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_{xa} \cdot \sin(\eta + \delta_x) \\ \sigma_y &= \sigma_{ya} \cdot \sin(\eta + \delta_y) \\ \tau_{xy} &= \tau_{xya} \cdot \sin(\eta + \delta_{xy})\end{aligned}\tag{B.1}$$

ergeben diese eingesetzt in

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\tag{B.2}$$

nach Gl. (2.34) und nach Erweiterung

$$\Delta\sigma = \left(\frac{\sigma_{xa} \cos(\delta_x)}{2} - \frac{\sigma_{ya} \cos(\delta_y)}{2} \right) \sin(\eta) + \left(\frac{\sigma_{xa} \sin(\delta_x)}{2} - \frac{\sigma_{ya} \sin(\delta_y)}{2} \right) \cos(\eta) .\tag{B.3}$$

Daraus folgt nach Differentiation nach $d\eta$ der Ausdruck

$$\frac{d\Delta\sigma}{d\eta} = \left(\frac{\sigma_{xa} \cos(\delta_x)}{2} - \frac{\sigma_{ya} \cos(\delta_y)}{2} \right) \cos(\eta) - \left(\frac{\sigma_{xa} \sin(\delta_x)}{2} - \frac{\sigma_{ya} \sin(\delta_y)}{2} \right) \sin(\eta) .\tag{B.4}$$

Die Schubspannung aus Gl. (B.1) lässt sich ebenfalls nach Erweiterung zu

$$\tau_{xy} = \tau_{xya} \cdot \cos(\eta) \sin(\delta_{xy}) + \tau_{xya} \cdot \sin(\eta) \cos(\delta_{xy})\tag{B.5}$$

und Differentiation nach $d\eta$

$$\frac{d\tau_{xy}}{d\eta} = \tau_{xya} \cdot \cos(\eta) \sin(\delta_{xy}) - \tau_{xya} \cdot \sin(\eta) \cos(\delta_{xy})\tag{B.6}$$

darstellen. Mit Hilfe der Additionstheoreme

$$\begin{aligned}\sin(\delta_x - \delta_{xy}) &= \cos(\delta_{xy}) \sin(\delta_x) - \sin(\delta_{xy}) \cos(\delta_x) \quad \text{und} \\ -\sin(\delta_y - \delta_{xy}) &= -\cos(\delta_{xy}) \sin(\delta_y) + \sin(\delta_{xy}) \cos(\delta_y)\end{aligned}\tag{B.7}$$

sowie

$$\sin(\eta)^2 + \cos(\eta)^2 = 1\tag{B.8}$$

ergeben die Gleichungen (B.3) bis (B.6) eingesetzt in die dritte Mohrsche Invariante Gl. (3.19)

$$\begin{aligned}R_{M,rot} &= \sqrt{2 \cdot \left| \frac{d\tau_{xy}}{d\eta} \cdot \Delta\sigma - \tau_{xy} \cdot \frac{d\Delta\sigma}{d\eta} \right|} = \\ &= \dots = \\ &= \sqrt{\left| \tau_{xya} \cdot [\sigma_{xa} \sin(\delta_x - \delta_{xy}) - \sigma_{ya} \sin(\delta_y - \delta_{xy})] \right|} \\ &= \sqrt{J_{3a}} .\end{aligned}\tag{B.9}$$

$R_{m,rot}^2$ entspricht somit der dritten Spannungsinvarianten bei Phasenverschiebung nach Gl. (3.2). Sie sind ineinander überführbar.

C Invarianz der dritten Mohrschen Invariante

Ziel dieser Herleitung ist es zu zeigen, dass die dritte Mohrsche Invariante unabhängig vom gewählten Koordinatensystem ist. Dies wird anhand von vorgegebenen Spannungskomponenten gezeigt, welche mit Hilfe einer entsprechenden Drehmatrix beliebig verdreht werden.

Allgemein gilt für die Komponentenspannungen eines Spannungstensors

$$\sigma_x = M_M + \Delta\sigma^\circ \cos(2\varphi) + \tau_{xy}^\circ \sin(2\varphi) \quad (\text{C.1})$$

$$\sigma_y = M_M + \Delta\sigma^\circ \cos(2\varphi + \pi) + \tau_{xy}^\circ \sin(2\varphi + \pi) \quad . \quad (\text{C.2})$$

Nach Gl. (2.34) ergeben Gl. (C.1) und (C.2) eingesetzt

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \Delta\sigma^\circ \cos(2\varphi) + \tau_{xy}^\circ \sin(2\varphi) \quad . \quad (\text{C.3})$$

Dementsprechend gilt ebenfalls für die Koordinatentransformation nach Gl. (2.31) für

$$\tau_\varphi = -\Delta\sigma^\circ \sin(2\varphi) + \tau_{xy}^\circ \cos(2\varphi) \quad . \quad (\text{C.4})$$

Dies entspricht eine Koordinatentransformation mit der inversen Drehmatrix

$$\underline{R}_\varphi^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(2\varphi) & \sin(2\varphi) \\ -\sin(2\varphi) & \cos(2\varphi) \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{C.5})$$

Die zeitliche Differentiation der Spannungskomponenten bezogen auf die Zeitvariable η lauten anschließend

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma}{d\eta} &= \frac{d\Delta\sigma^\circ}{d\eta} \cos(2\varphi) + \frac{d\tau_{xy}^\circ}{d\eta} \sin(2\varphi) \quad \text{und} \\ \frac{d\tau_\varphi}{d\eta} &= -\frac{d\Delta\sigma^\circ}{d\eta} \sin(2\varphi) + \frac{d\tau_{xy}^\circ}{d\eta} \cos(2\varphi) \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Werden die Gleichungen (C.3), (C.4) und (C.6) in Gl. (3.19) eingesetzt, lässt sich mit Hilfe von Additionstheoremen zeigen, dass

$$R_{M,rot} = \sqrt{2 \cdot \left| \frac{d\tau_\varphi}{d\eta} \cdot \Delta\sigma - \tau_\varphi \cdot \frac{d\Delta\sigma}{d\eta} \right|} = \dots = \sqrt{2 \cdot \left| \frac{d\tau_{xy}^\circ}{d\eta} \cdot \Delta\sigma^\circ - \tau_{xy}^\circ \cdot \frac{d\Delta\sigma^\circ}{d\eta} \right|} \quad (\text{C.7})$$

gilt.

D Analytische Bestimmung von Hauptspannungen

Nach Simo und Hughes [SH98] existiert für symmetrische reelwertige Tensoren eine geschlossene Lösung zur Ermittlung der Eigenwerte/Hauptspannungen. Hierbei sei \underline{S} aus Gl. (2.25) ein allgemeiner Spannungstensor mit oben beschriebenen Eigenschaften. Aus diesem sind die Invarianten zu bestimmen, wobei die Gln. (2.28) bzw.

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{Spur}(\underline{S}) \\ I_2 &= \frac{1}{2} \left[(\text{Spur}(\underline{S}))^2 - \text{Spur}(\underline{S}^2) \right] \\ I_3 &= \det(\underline{S}) = \frac{1}{6} \left[(\text{Spur}(\underline{S}))^3 - 3 \cdot \text{Spur}(\underline{S}) \text{Spur}(\underline{S}^2) + 2 \cdot \text{Spur}(\underline{S}^3) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

verwendet werden können. Für die Bestimmung der Eigenwerte λ_i sind aus den Invarianten die Hilfsgrößen

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{54} (-2 \cdot I_1^3 + 9 \cdot I_1 I_2 - 27 \cdot I_3) \\ q &= \frac{1}{9} (I_1^2 - 3 \cdot I_2) \\ \theta &= \arccos \left(\frac{r}{\sqrt{q^3}} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

zu berechnen und in

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -2 \cdot \sqrt{q} \cdot \cos \left(\frac{\theta}{3} \right) + \frac{1}{3} I_1 \\ \lambda_2 &= -2 \cdot \sqrt{q} \cdot \cos \left(\frac{\theta + 2\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} I_1 \\ \lambda_3 &= -2 \cdot \sqrt{q} \cdot \cos \left(\frac{\theta - 2\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} I_1 \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

einzusetzen. Mit diesen können im Anschluss auch die dazugehörigen Eigenrichtungen φ_i gefunden werden, wobei folgende Fallunterscheidungen zu beachten sind:

Für $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$ gilt:

$$\varphi_i \otimes \varphi_i = \frac{\lambda_i}{2\lambda_i^3 - I_1\lambda_i^2 + I_3} \left(\underline{S}^2 - (I_1 - \lambda_i) \underline{S} + \frac{I_3}{\lambda_i} \underline{\mathbf{1}} \right) \quad (\text{D.4})$$

Für zwei gleiche Eigenwerte gilt:

$$\varphi_j \otimes \varphi_j = \underline{\mathbf{1}} - \varphi_i \otimes \varphi_i \quad (\text{D.5})$$

Für den hydrostatischen Spannungszustand gilt für das dyadische Produkt:

$$\varphi_i \otimes \varphi_i = \underline{\mathbf{1}} \quad (\text{D.6})$$

E Nutzung der FEM und REM

Die Randelementmethode (REM) steht neben der FEM für eine numerische Betrachtung vielseitiger Probleme zur Verfügung und wird beispielsweise übersichtlich in [GRA88] mit der FEM verglichen. Ihre Stärke gegenüber der FEM liegt darin, dass sie bei dreidimensionalen Problemstellungen auf eine Diskretisierung des Volumens verzichtet und dadurch eine Vielzahl an Elementen einspart, die bei der FEM benötigt werden. Es wird nur der Rand bzw. die Oberfläche diskretisiert (siehe Abbildung E.1) und damit das zu behandelnde Problem um eine Dimension eingekürzt. Gerade bei Bauteilen, deren Verhältnis der Oberfläche zum eingeschlossenen Volumen klein ist, kann die REM hier vorteilhaft eingesetzt werden. Bei diesen verändert

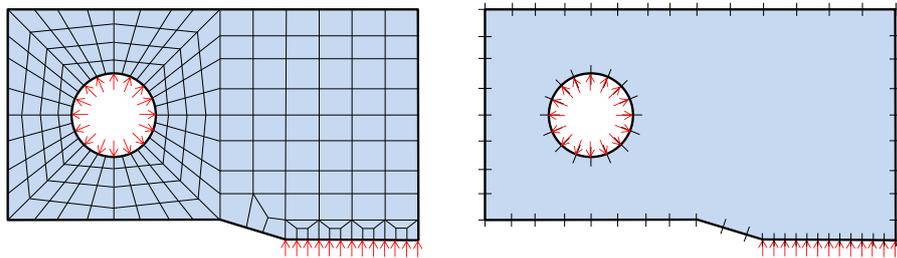


Abbildung E.1: Unterschied FEM (links) vs. BEM (rechts)

sich jedoch das schmale Band der von Null verschiedenen Koeffizienten entlang der Hauptdiagonalen der zu lösenden symmetrischen Matrix der FEM, zu einer vollbesetzten, nichtsymmetrischen Matrix, was den Vorteil der REM gegenüber der FEM teilweise wieder ausgleicht. Mäanderförmige Bauteile sind dagegen mit der FEM entsprechend günstig zu berechnen.

Weiter ist bekannt, dass die Randelementmethode im allgemeinen genauere Kerbgrundspannungsergebnisse als die FEM liefert; es sei denn, dass die Netzfeinheit der FEM wesentlich erhöht wird. In dieser Arbeit wird die REM deshalb zur Kalibrierung der FEM-Vernetzung und zusätzlich für die bruchmechanische Rissfortschrittssimulation verwendet.

Als ein großes Problem erweist sich bei der FEM die Ausgabe von Oberflächenspannungen, da es erforderlich ist, diese ausgehend von den innerhalb des Elements liegenden Integrationspunkten zur Oberfläche hin zu extrapolieren. Weiterhin ist zu erwähnen, dass die REM auf lineare Probleme beschränkt ist, was bedingt ist durch die Verwendung von Greenschen Fundamentallösungen, welche das Superpositionsprinzip unbedingt erfordern. Daher müssen bei Zeitfestigkeitsproblemen und Stützwirkungseffekten, bei denen (teil-)plastisches Verhalten auftritt, Näherungslösungen verwendet werden, wobei beispielsweise (modifizierte) Neubersche Stützwirkungstheorien anwendbar sind.

Diese plastischen Näherungslösungen ließen sich leicht mit angepassten plastischen Gesetzen an gekerbten FE-Proben bestätigen, was exemplarisch im Vorfeld der Arbeit erfolgte. Die vorliegende Arbeit ist dementsprechend ein Versuch, eine geeignete Kombination aus FEM und REM einzusetzen, um die jeweiligen Stärken und Schwächen gegenseitig auszugleichen und sie an ein neuartiges Lebensdauerbewertungskonzept anzuknüpfen.

F Versuche von Dietmann

Dietmann hat im Zuge seiner Dissertation [DIE64] verschiedene Stahlsorten (C15, C45 und C60) mit Bruchdehnungen von 13,7%; 6,2% und 5,8% und verschiedenartig gekerbte Rundzugproben untersucht. Dazu variierte er bei den Rundzugproben mit Umlaufkerbe die Kerbgeometrie, wodurch u. a. die in Abb. 3.17 ermittelten unterschiedlichen Mehrachsigsigkeitsgrade ermittelt werden konnten. In Tabelle 12 sind die hierzu wesentliche Informationen der verwendeten Probekörper zusammengetragen.

Tabelle 12: Kerbinformationen der von Dietmann [DIE64] verwendeten gekerbten Rundzugproben

Stab Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
a/ρ	0,001	0,5	1	2	4	8	16	36,4
v_0	0,03	0,62	0,79	0,96	1,11	1,23	1,33	1,41
α_{K,σ_u}	1	1,21	1,39	1,71	2,23	3,02	4,17	6,20
$\alpha_{K,MMM}^*$	1	1,15	1,29	1,55	1,99	2,67	3,69	5,48

* = Vergleichsspannungsformzahl mit $k_a^2 = 3$

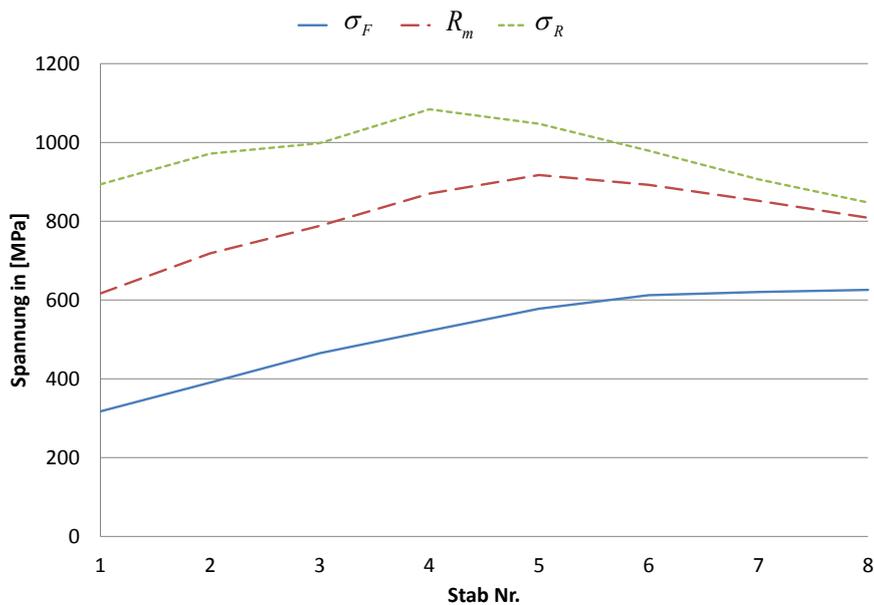


Abbildung F.1: Ermittelte Festigkeitsgrößen Fließgrenze σ_F , Zugfestigkeit R_m und Reißfestigkeit σ_R aus Versuchen von Dietmann [DIE64]

G Lebensdauer von gekerbten Rundzugproben unter Mittelspannungseinfluss

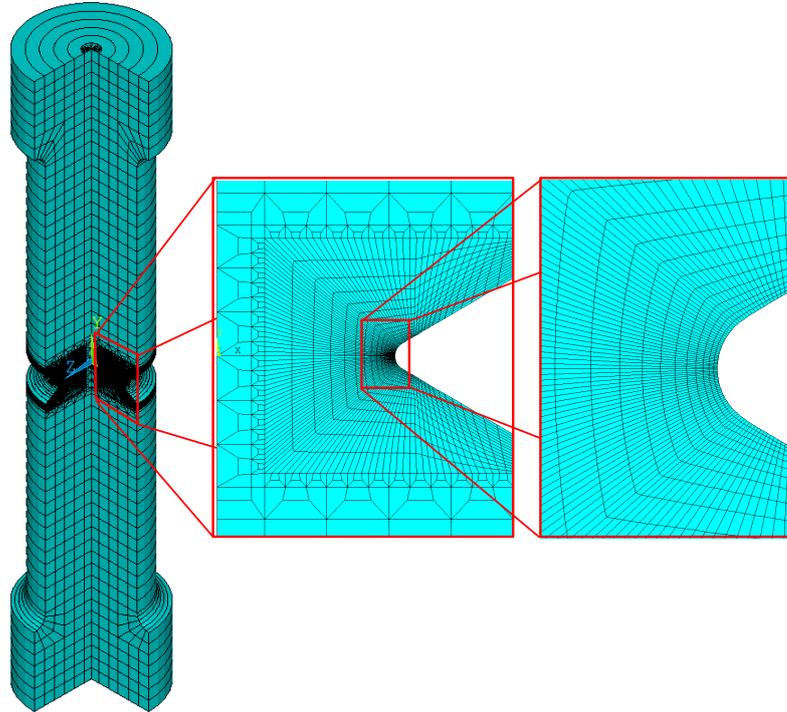


Abbildung G.1: 2D-Modell einer gekerbten Rundzugprobe nach [BAI70]

In den folgenden Diagrammen sind die Versuchswerte von Baier [BAI70] zusammen eingetragen mit den Berechnungsergebnissen von Hahn [HAH95] und den mit der MMM-Hypothese ermittelten Lebensdauern.

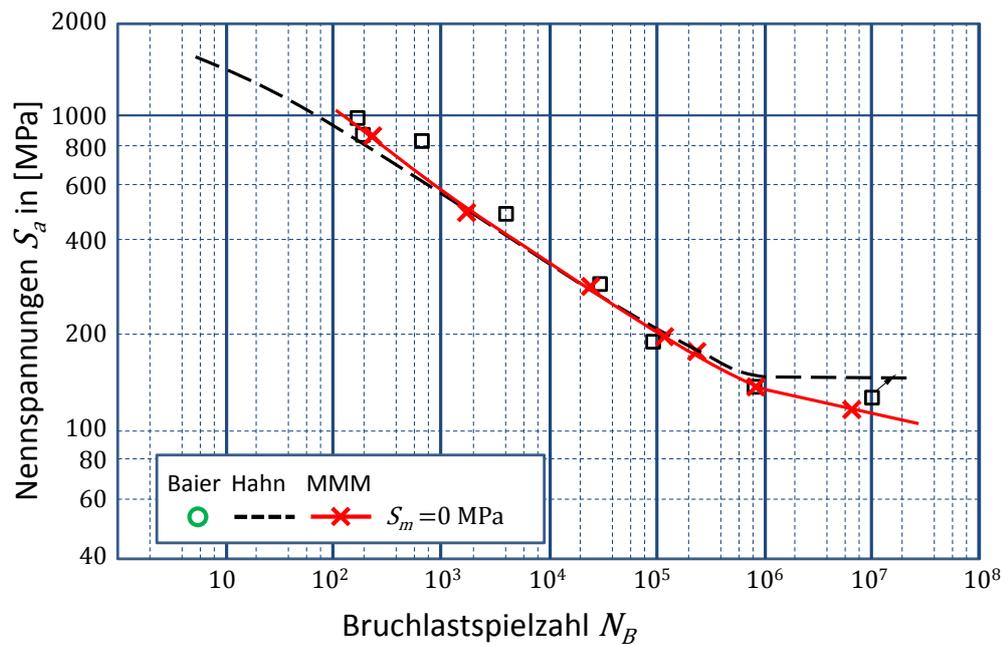


Abbildung G.2: Rundzugprobe nach Baier bei einer Mittelspannung von 0 MPa

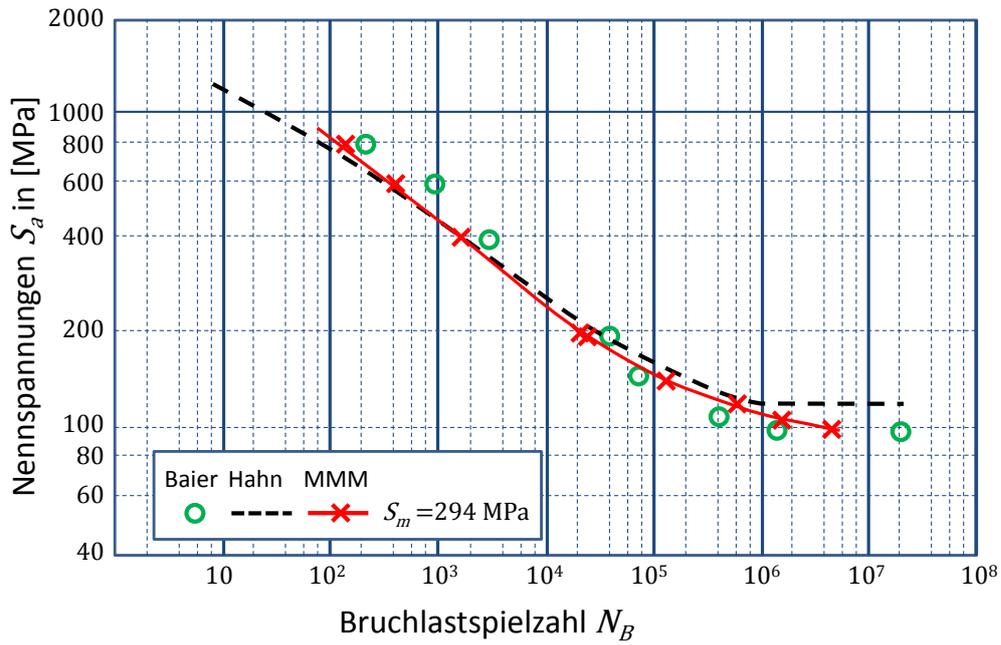


Abbildung G.3: Rundzugprobe nach Baier bei einer Mittelspannung von 294 MPa

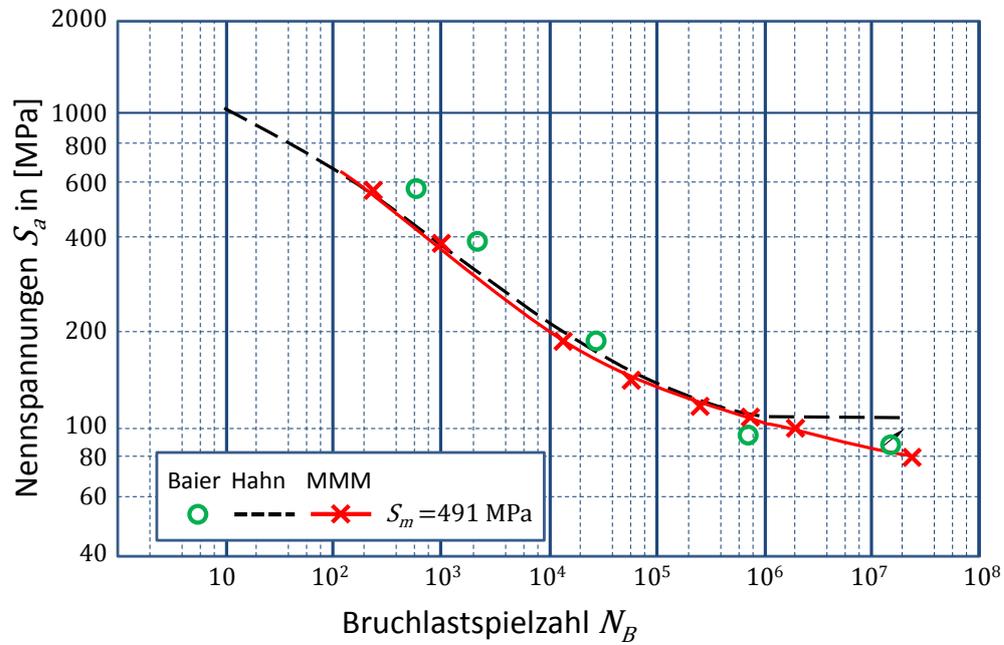


Abbildung G.4: Rundzugprobe nach Baier bei einer Mittelspannung von 491 MPa

H Weitere Informationen zum Globalmodell

Das parametrisch einstellbare Globalmodell besitzt für die hier getätigt Untersuchung folgende geometrische Eigenschaften.

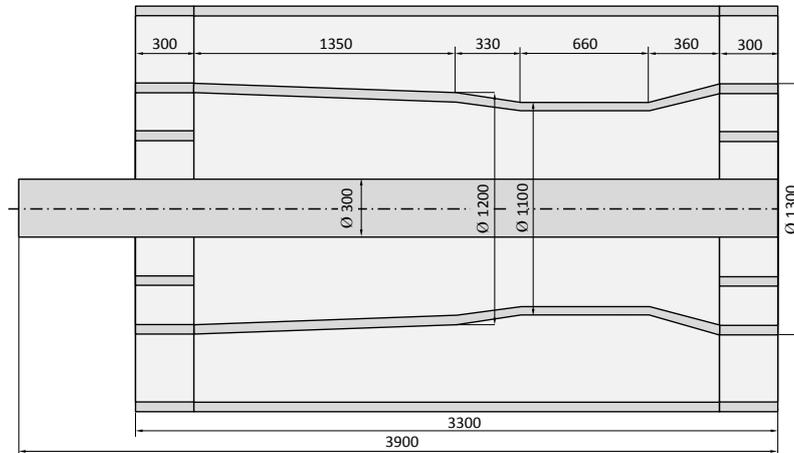


Abbildung H.1: Abmaße der inneren Gehäusestruktur

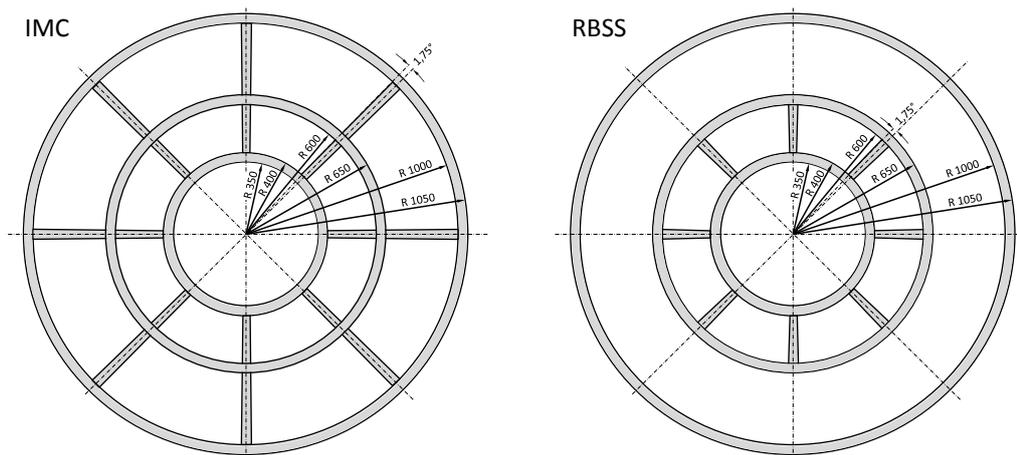


Abbildung H.2: Abmaße des IMC (links) und der RBS-Struktur (rechts)

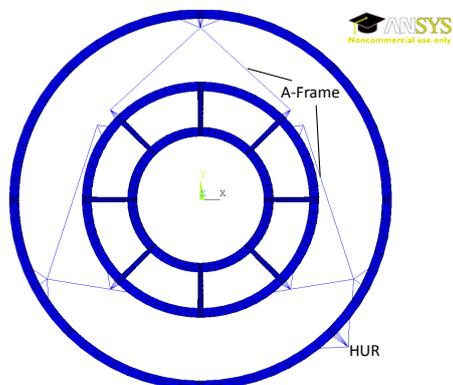


Abbildung H.3: Modellansicht der Rear Bearing Support Structure mit hinterer Lagerung (HUR) und A-Frame

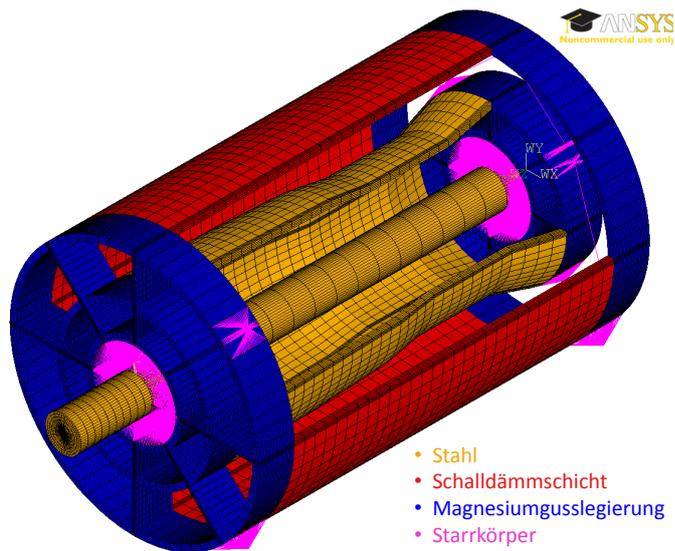


Abbildung H.4: Materialzuordnung des verwendeten FEM-Modells

Tabelle 13: Werkstoffdaten des FEM-Modells

Werkstoff	E-Modul	Poissonzahl
Stahl	210 GPa	0,33
Magnesiumgusslegierung	44 GPa	0,35
Schalldämmschicht (CFK)	50 GPa	0,33

I Vergleich der Submodelle Beasy vs. Ansys

In der folgenden Abbildung sind die Lösungen der Submodelle von **Ansys** und **Beasy** gegenübergestellt. Gezeigt ist hierbei die Vergleichsspannung nach von Mises für den vierten Lastschritt des unbeschädigten Ausgangsmodells, welcher für die Strebe VIII (siehe Abb. 5.12) die höchste Beanspruchung generiert. Im linken Bild ist das Elementergebnis der SHELL181-Elemente dargestellt und zeigt nahezu die gleichen Ergebnisse wie das BEM-Submodell.

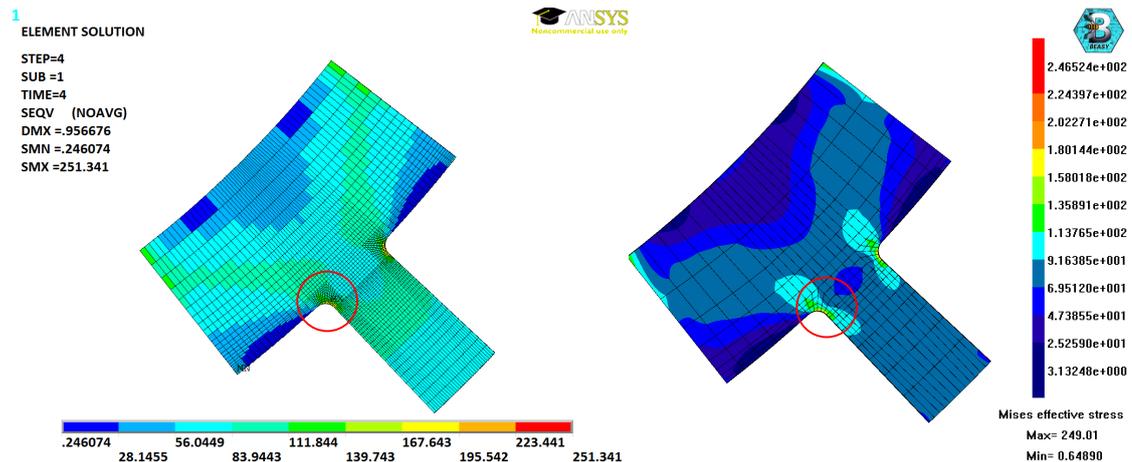


Abbildung I.1: Vergleich der Submodelllösungen für eine Unwuchtbelastung von 500 kN im 4. Lastschritt

Das **ANSYS**-Modell (links) erreicht im Kerbgrund eine maximale Vergleichsspannung von ca. 251,3 MPa, während das **BEASY**-Modell (rechts) am gleichen Ort eine Vergleichsspannung von etwa 249 MPa ausgibt.

J Weitere Möglichkeiten zur Abbildung einer Schädigung

Es existieren eine Vielzahl an denkbaren Möglichkeiten, um eine Schädigung bzw. einen rissähnlichen Fehler in einer Struktur abzubilden. Die Methoden sind teilweise sehr unterschiedlich und eignen sich je nach Anwendungsfall und gewünschtem Modellierungsaufwand für die Verwendung. Die einfachste Methode ist das triviale Entfernen des entsprechenden Bereichs. Im vorliegenden Fall entspräche dies dem Wegfall einer Strebe. Diese Modellierung entspricht im Grunde der Modellierung ohne Kontakt, da sowohl im Zug- als auch im Druckfall keine Kräfte übertragen werden können. Jedoch wird dadurch massiv die Masse des Modells verändert, was in strukturdynamischen Berechnungen zu falschen Ergebnissen führen kann.

Eine weitere Methode ist die Veränderung der Steifigkeit in dem Bereich, in dem die Schädigung auftreten soll. Dies kann durch die Modellierung des entsprechenden Bereichs mit einem separaten Elastizitätsmodul erfolgen. Je nach Modellierungsaufwand ist das Ergebnis unterschiedlich genau. Nachteilig bei dieser Methode ist, dass für eine korrekte Steifigkeitsabnahme, diese zuerst ermittelt werden muss. Eine Anwendung auf einzelne Elemente ist seitens Ansys nicht zu empfehlen, da es zu Singularitäten führen kann, sofern die Steifigkeit auf nahezu Null gesetzt wird, die Masse jedoch erhalten bleibt und das Element Beschleunigungs- bzw. Träg-

heitseffekten ausgesetzt ist. Hierfür bietet ANSYS eine ähnliche Modellierung an, die sich gezielt auf Elemente auswirkt und als "Element death" bezeichnet wird. Standardmäßig wird dabei der E-Modul des jeweiligen Elements mit dem Faktor 10^{-6} multipliziert und gleichzeitig die Masse ebenfalls verringert. Durch das einfache und gezielte Ausschalten von Elementen ist eine relativ feine Modellierung möglich. Jedoch stimmt das Ergebnis nicht unbedingt mit einem rissähnlichen Fehler überein, wenn die Vernetzung sehr grob ist und nicht auf dieses Ereignis hin vorbereitet ist. Im ungünstigen Fall entstehen Kerben entsprechend der Vernetzung, die teilweise störende Zusatzbeanspruchungen beim Riss schließen verursachen bzw. unrealistische Riss schließeffekte hervorrufen. Bei einem großflächigen Einsatz wird bei dieser Methode jedoch auch zwangsläufig die Masse des Bauteils geringer. In dieser Form entspricht diese Variante das gezielte Löschen von Elementen aus der Struktur.

Um einen rissähnlichen Fehler nachzubilden, kann eine solche Schädigung auch als selbige modelliert werden. Dies erfordert mitunter einen hohen Modellierungsaufwand, indem die Knoten und Elemente so gestaltet und platziert werden, dass sie geometrisch einen Riss ergeben. Dabei kommt es jedoch ohne Verwendung von Kontaktelementen auf den Rissflanken zu Durchdringungen. Im Grunde genommen entspricht diese Variante der verwendeten Modellierung ohne Kontakt, nur dass die Schädigung mit Hilfe des CZMESH-Befehls modelliert ist, die eine bestehende Vernetzung auftrennen kann. Für die Modellierung mit Kontakt ist im Anschluss eine Kontaktdefinition der Rissflanken erfolgt, die die Durchdringung verhindert. Diese Modellierung ist jedoch nicht in der Lage, das Spannungsfeld um die Riss spitze adäquat abzubilden, sofern die zugrunde gelegte Vernetzung zu grob ist.

K Schadensmodellierung IMC ohne Kontakt

K.1 Schaden 1

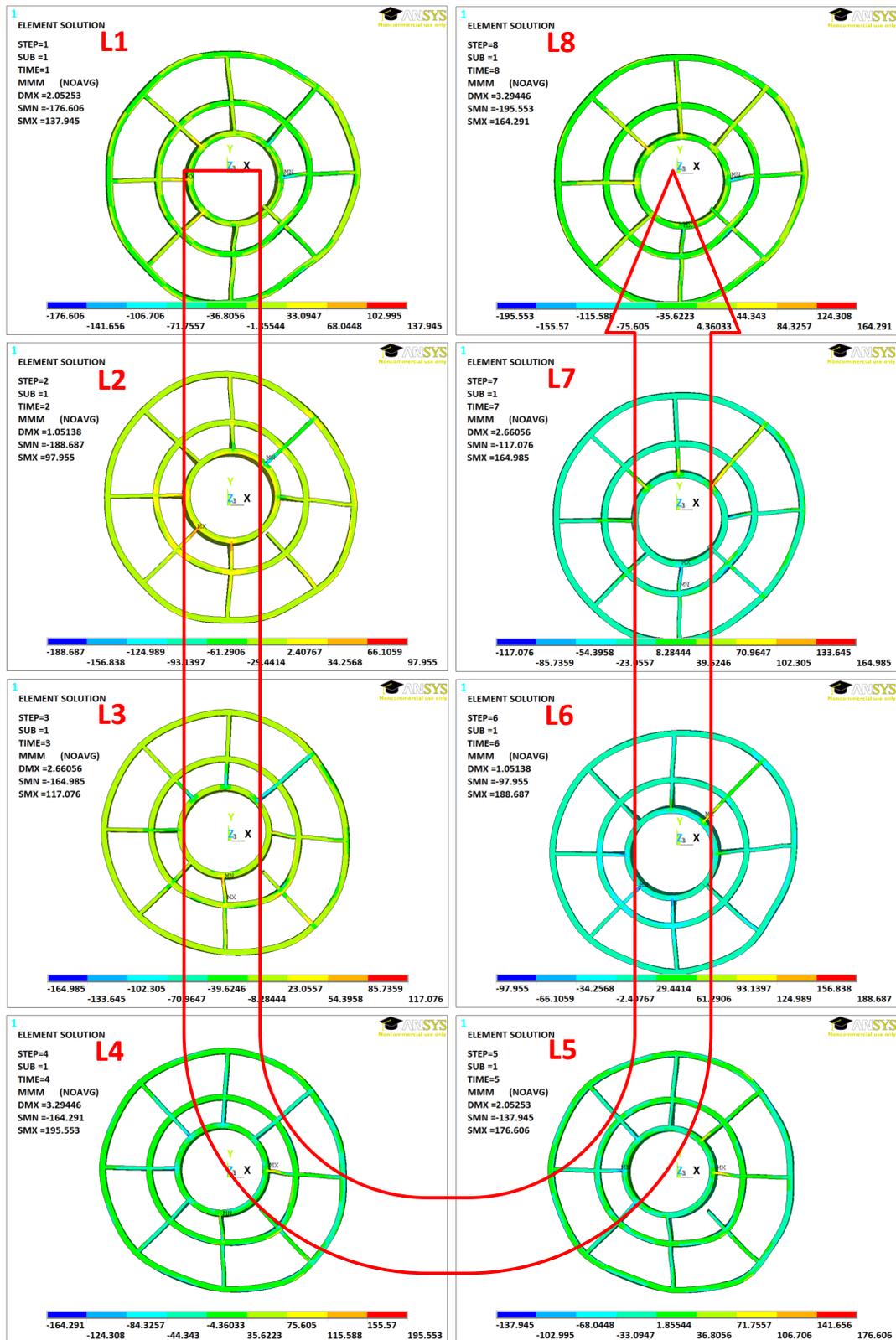


Abbildung K.1: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für eine Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der IMC-Struktur

K.2 Schaden 2

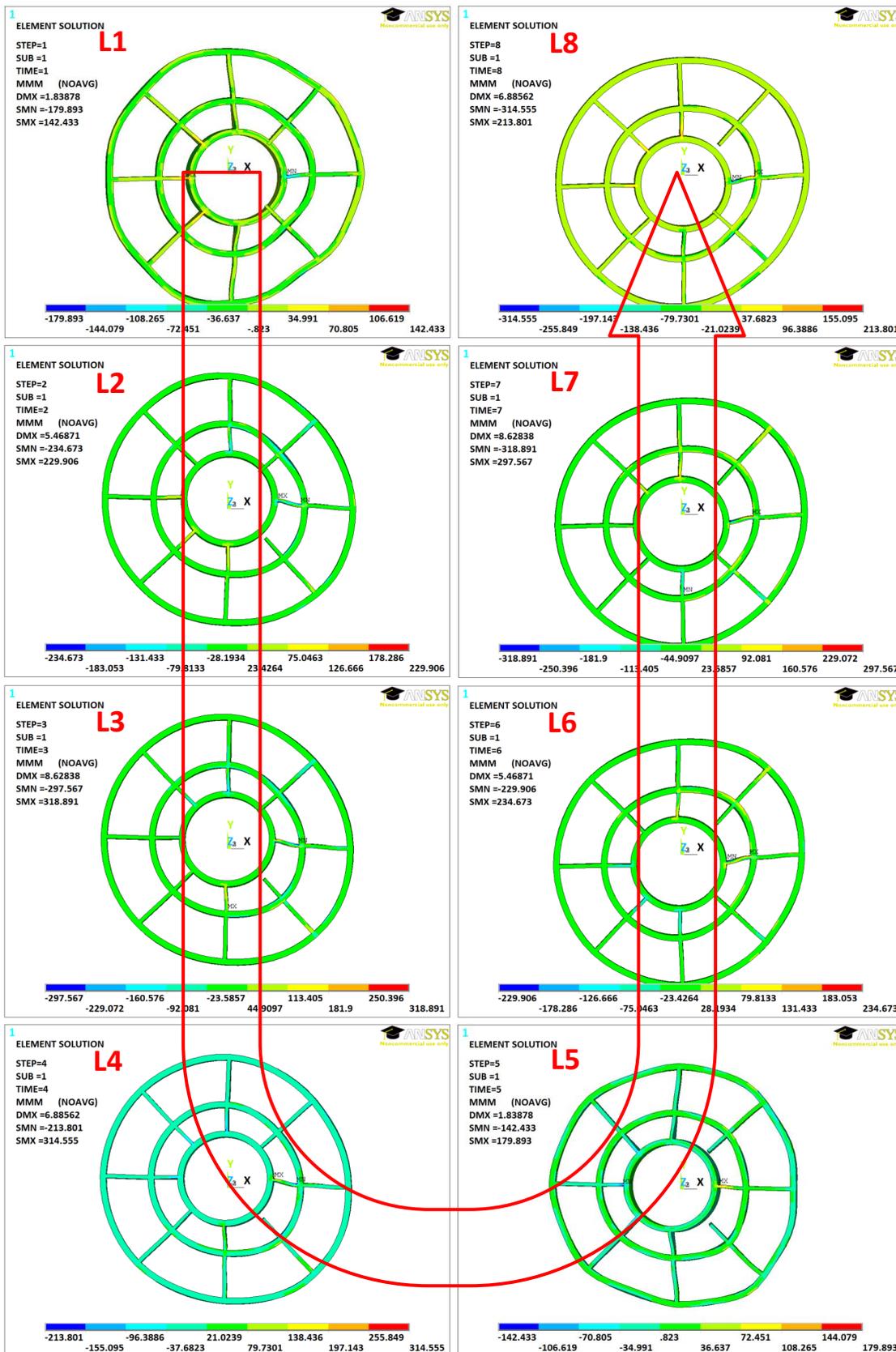


Abbildung K.2: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der IMC-Struktur

K.3 Schaden 3

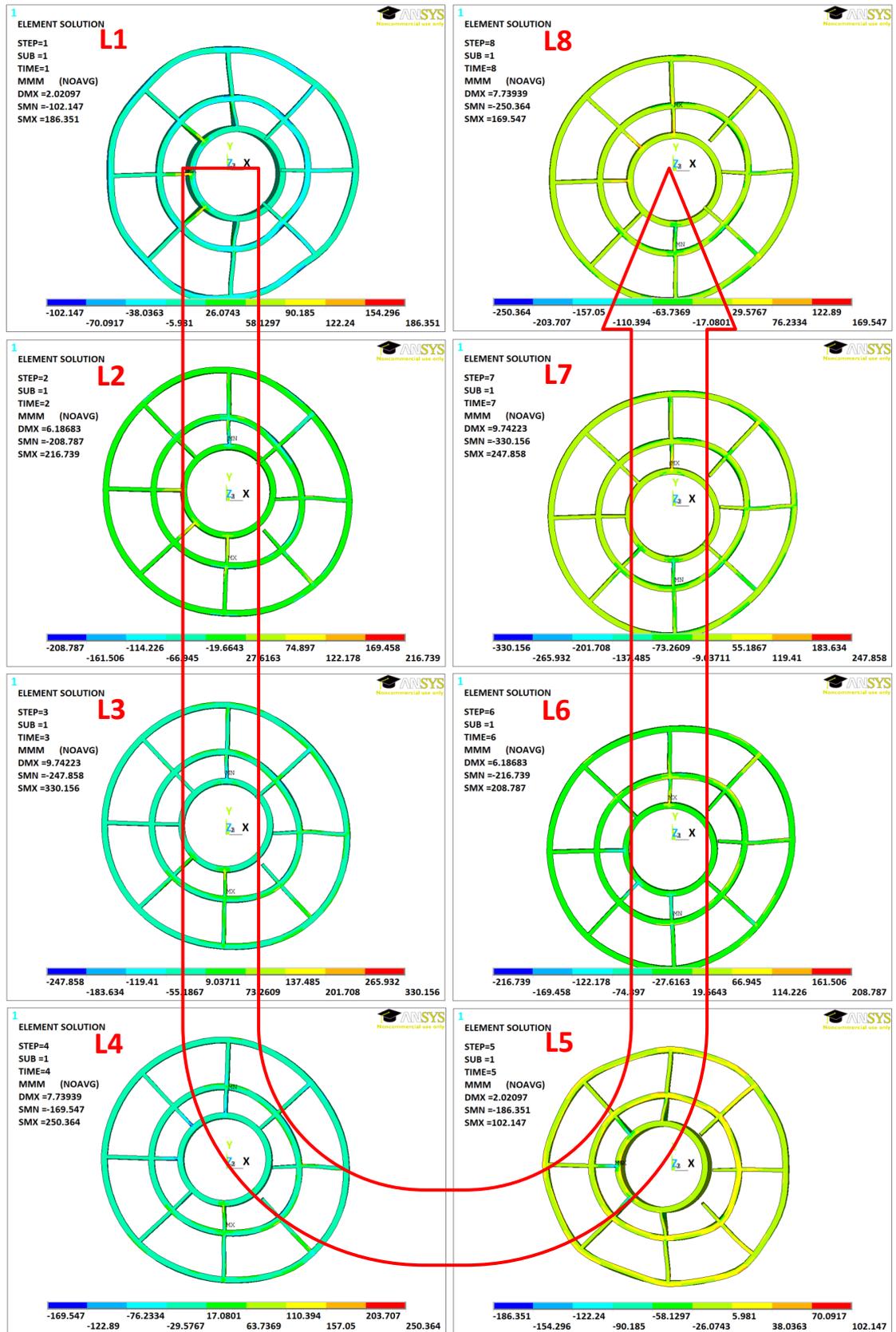


Abbildung K.3: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der IMC-Struktur

K.4 Schaden 5

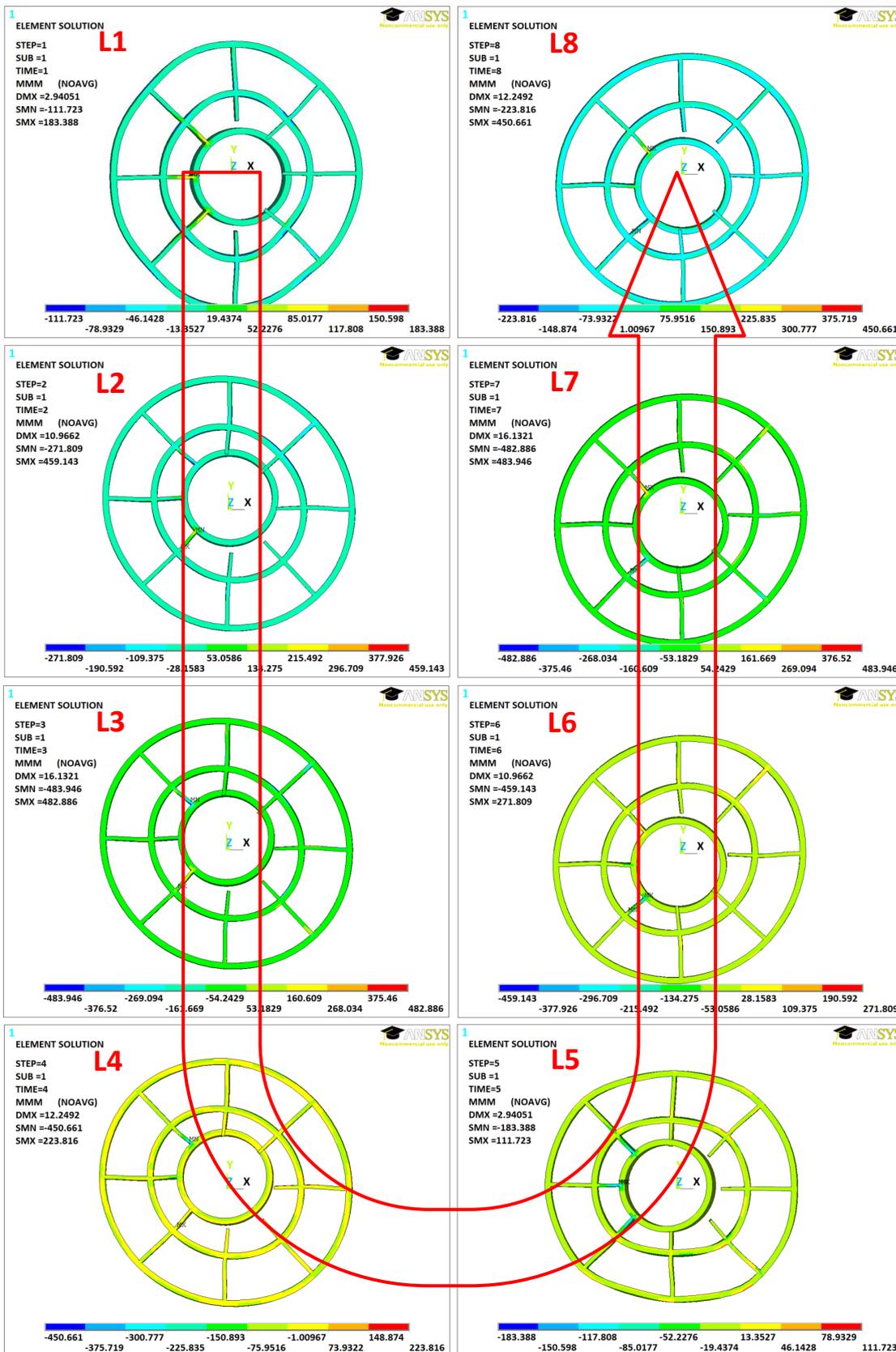


Abbildung K.4: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III u. VII als Elementergebnis der IMC-Struktur

L Schadensmodellierung IMC mit Kontakt

L.1 Schaden 1

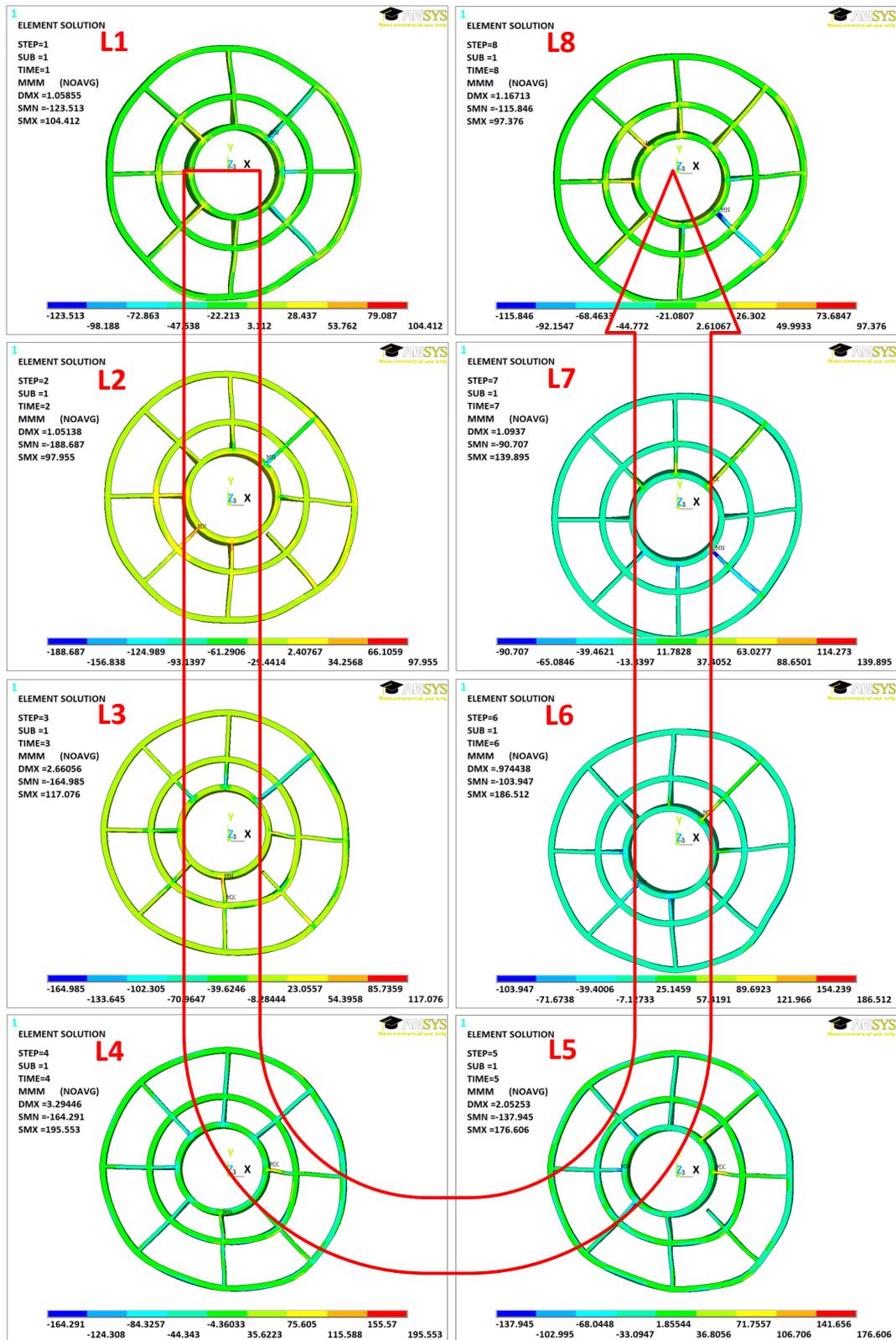


Abbildung L.1: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für eine Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der IMC-Struktur

L.2 Schaden 2

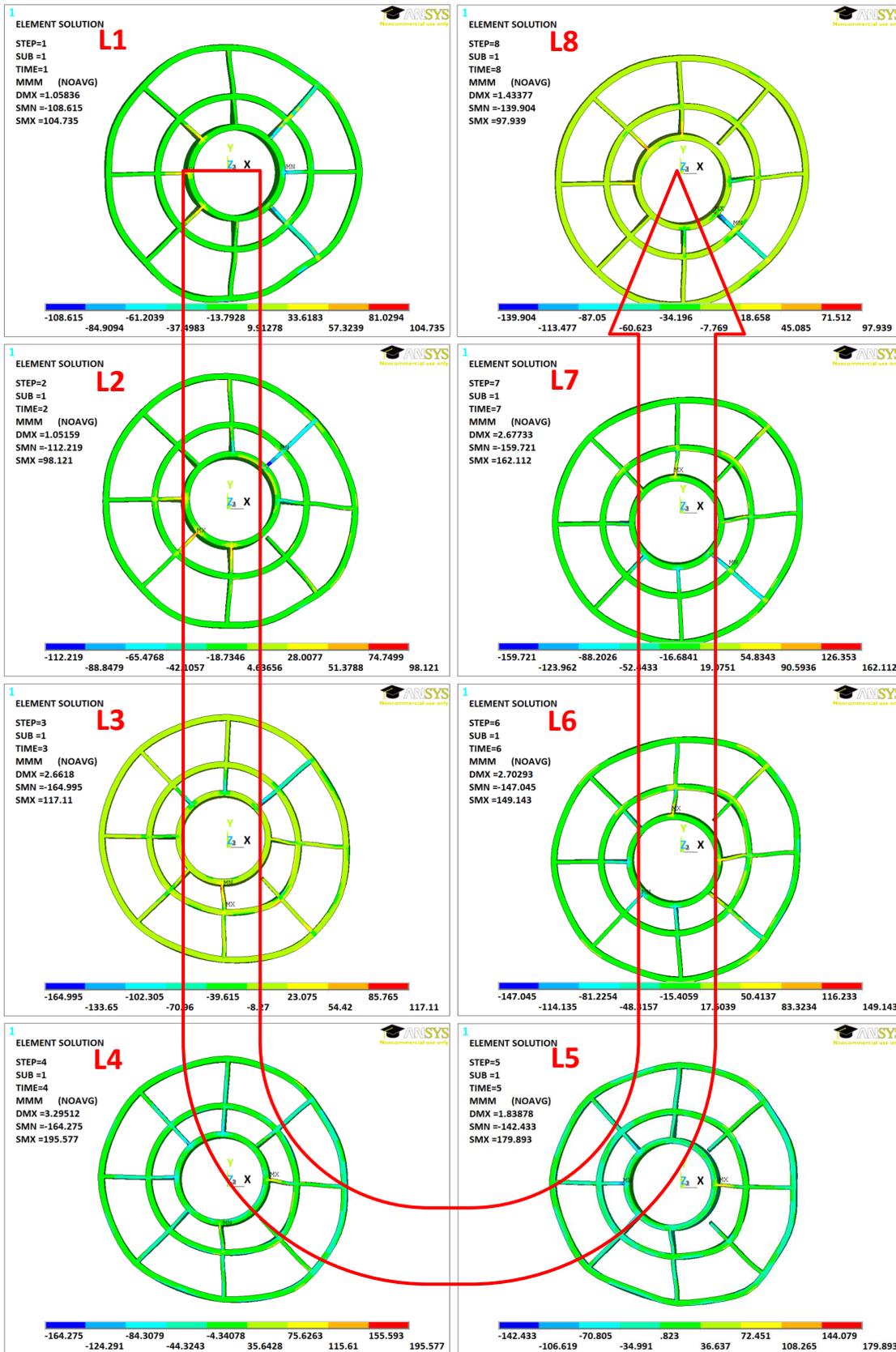


Abbildung L.2: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der IMC-Struktur

L.3 Schaden 3

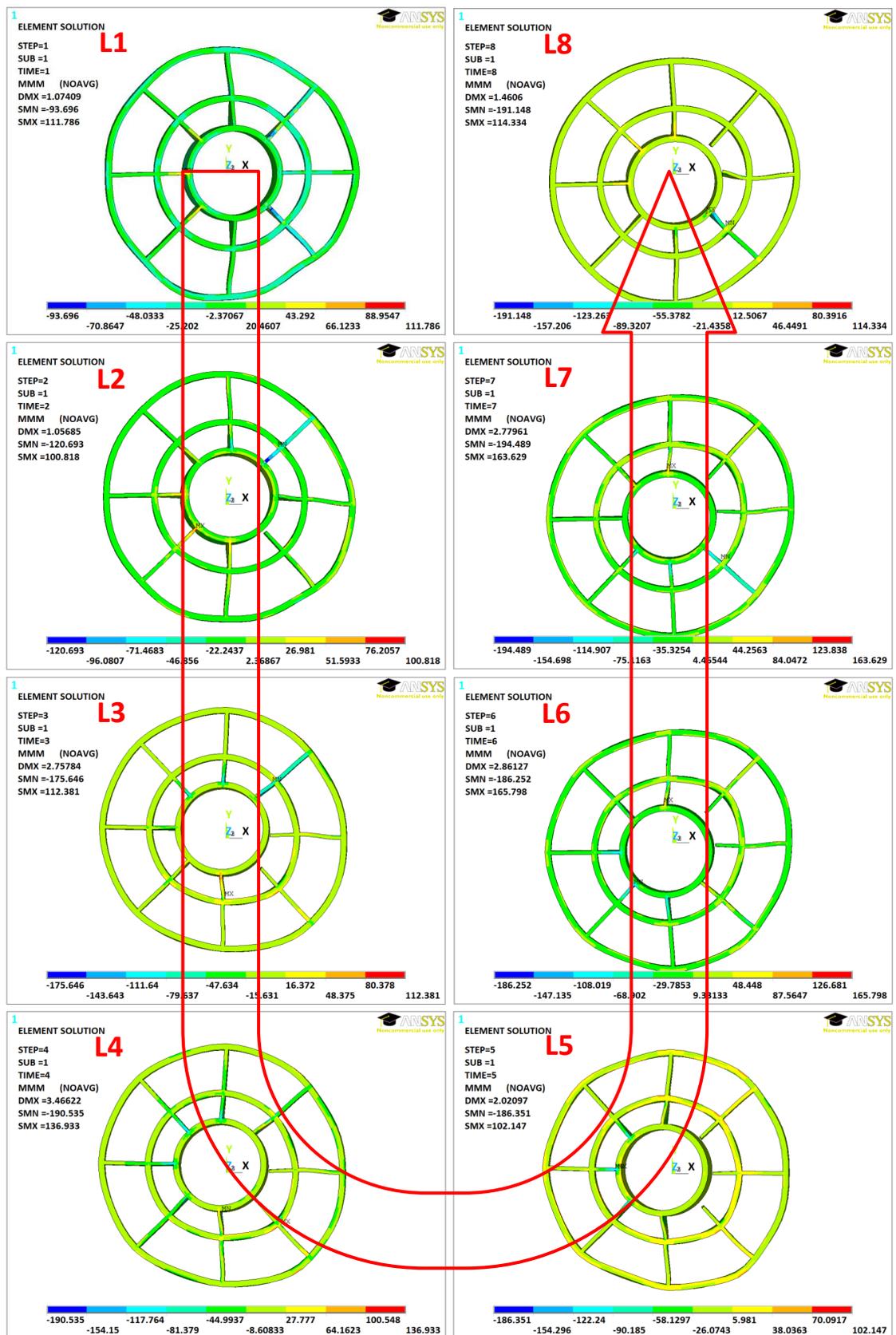


Abbildung L.3: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der IMC-Struktur

L.4 Schaden 5

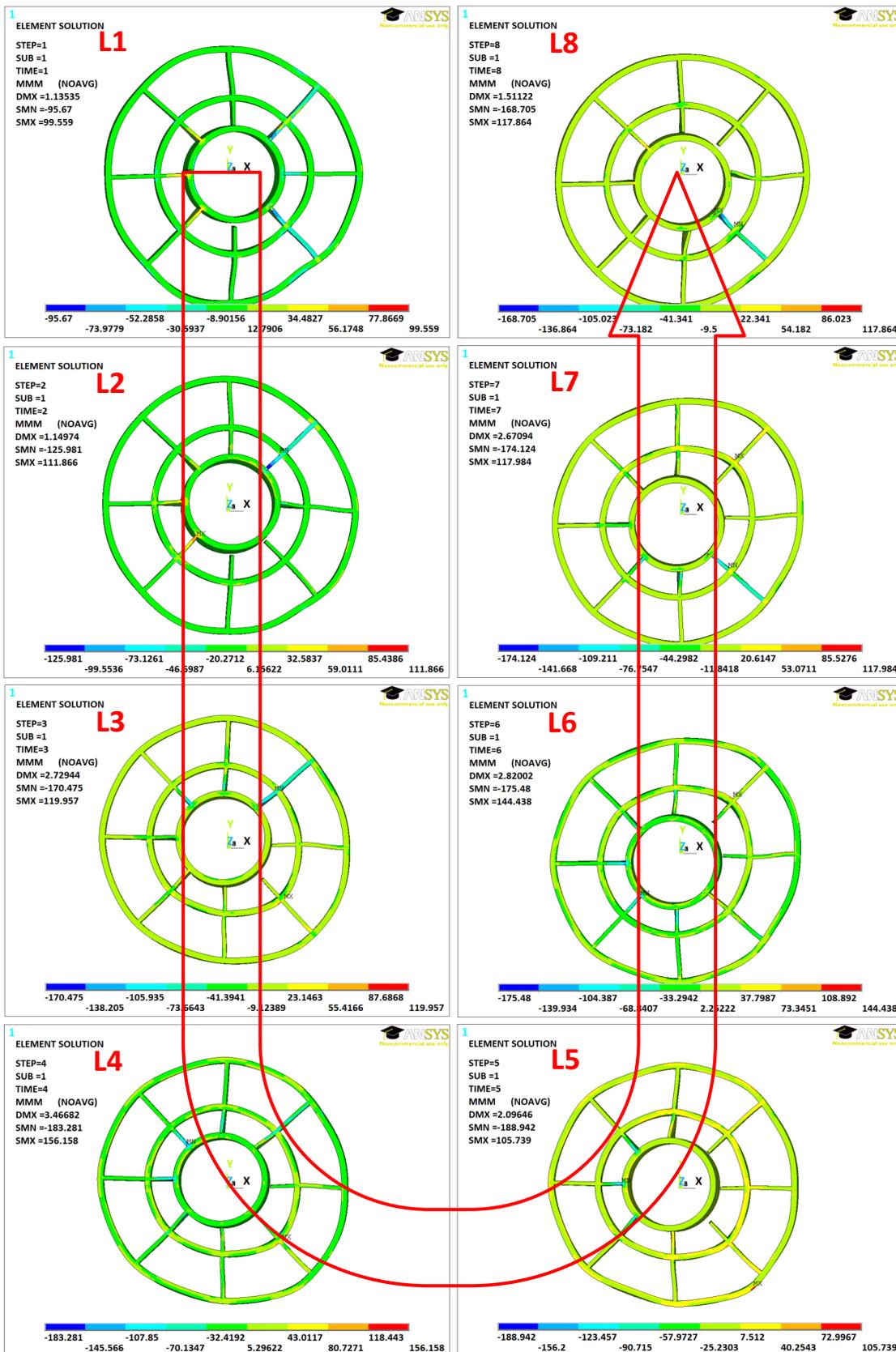


Abbildung L.4: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III u. VII als Elementergebnis der IMC-Struktur

M Lagerlasten in x-Richtung

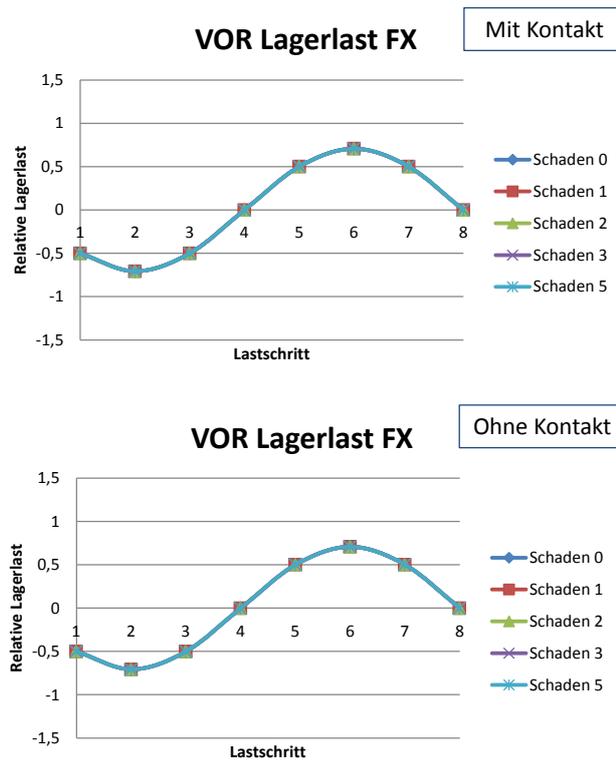


Abbildung M.1: Relative Lagerkraft der oberen Aufhängung der IMC-Struktur in x-Richtung.

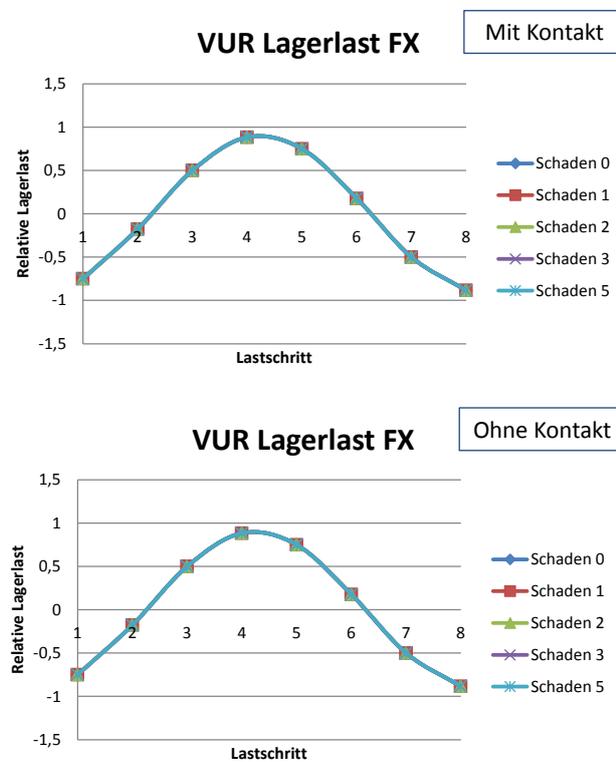


Abbildung M.2: Relative Lagerkraft der unteren Aufhängung der IMC-Struktur in x-Richtung.

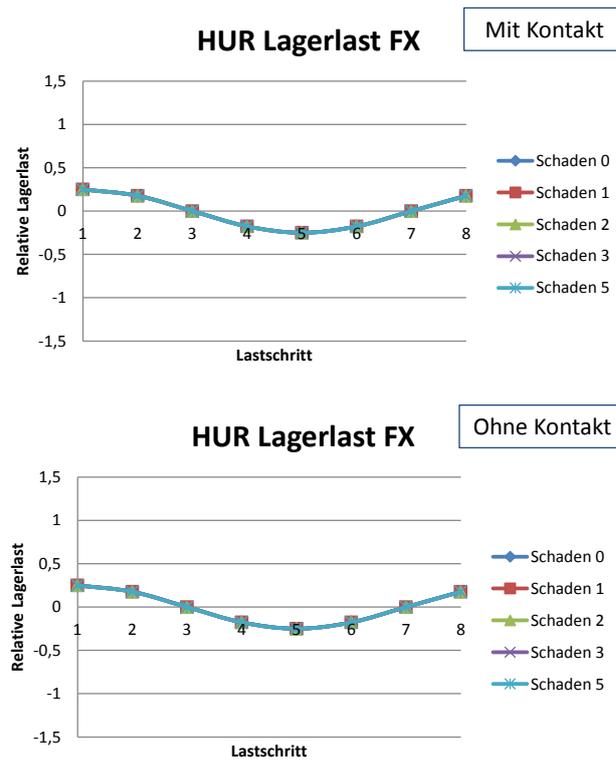


Abbildung M.3: Relative Lagerkraft der unteren Aufhängung der RBS-Struktur in x-Richtung.

N Die MMM-Hypothese im Kontakt

Die MMM-Vergleichsspannung bietet sich vor allem aufgrund ihrer Vorzeichenfunktion für eine spannungsbezogene Bauteilbewertung an, da sie eindeutig Zug- und Druckbereiche voneinander unterscheiden kann. Gerade bei der vorhandenen komplexen Struktur, die aufgrund der umlaufenden Biegebelastung nicht einfach zu bewerten ist, zeigt sie ihre Vorteile gegenüber der klassischen von Mises Hypothese. Bei Betrachtung der Modellierung mit Kontakt (siehe Anhang L) fallen jedoch einige Lastschritte ins Auge, in denen auf Druck beanspruchte Streben teilweise mit positiven Werten der MMM-Vergleichsspannung versehen sind. Dies trifft in der Regel nur auf diejenigen Streben zu, die eine entsprechende Kontaktmodellierung für die Abbildung der Schädigung aufweisen und auf Druck belastet sind. Dazu zählen beispielsweise die beschädigten Streben im ersten Lastschritt (siehe Abbildungen im Anhang L). Abbildung N.1 zeigt ein solches Verhalten im Detail für die Schadenskonstellation Schaden 5 im ersten Lastschritt. Zu erkennen ist die Strebe VIII, die in diesem Moment auf Druck beansprucht wird. Im linken Bild ist zu erkennen, dass der am Innenring liegende Bereich der Strebe überwiegend positive Vergleichsspannungswerte aufweist, was unplausibel ist. Ursächlich ist eine vorhandene Mittelspannung, die sich durch den Druckkontakt ergibt und die Vorzeichenfunktion stört. Wird die Vorzeichenfunktion hingegen mit Spannungskomponenten berechnet, die überwiegend mittelspannungsfrei sind, kann das Ergebnis auf der rechten Seite erreicht werden. In diesem Fall sind die Mittelspannungsanteile durch eine einfache Mittelwertbildung über die Lastschritte ermittelt und von den jeweiligen Spannungskomponenten abgezogen worden. Die damit berechneten Mohrschen Invarianten wurden im Anschluss nur für die Bestimmung der Vorzeichenfunktion verwendet, was die identischen Beanspruchungsbeträge erklärt.

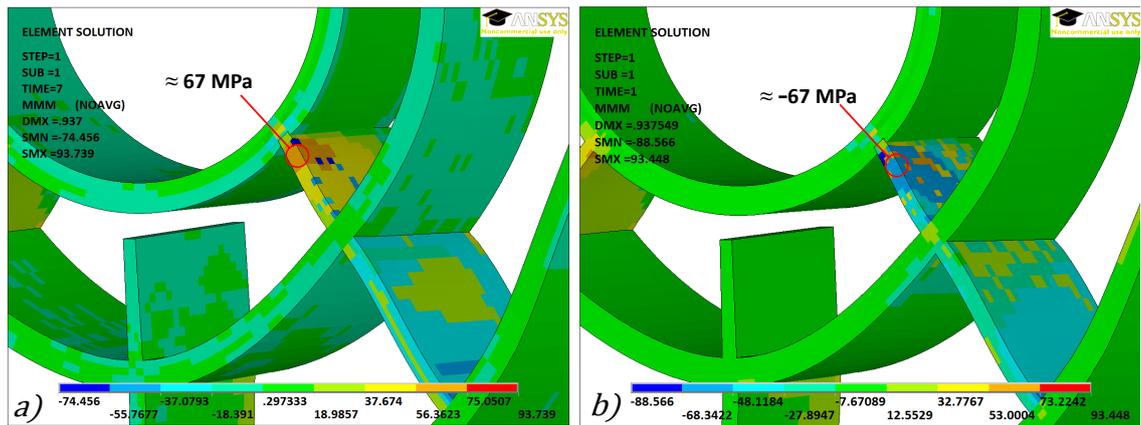


Abbildung N.1: Detailansicht der Strebe VIII im ersten Lastschritt bei Modellierung mit Kontakt (Schaden 5) a) fehlerhafte Vorzeichenermittlung b) korrekte Vorzeichenermittlung

Dadurch ergibt sich global eine wesentlich gleichmäßigere Spannungsverteilung, die jedoch lokal im Lasteinleitungsbereich weiterhin zu einer teilweise inhomogenen Vorzeichenverteilung führt. Die Gründe sind sehr wahrscheinlich in der groben Modellierung zu suchen, was sowohl die Lastschrittanzahl als auch die Elementgröße betrifft und eine genauere Mittelspannungsermittlung erschwert.

In Abb. N.1 fällt auf, dass die Strebe VIII teilweise in den Innenring eindringt, obwohl es sich um die Modellierung mit Kontakt handelt. Ursächlich ist die Modellierung dieses Modells. Es handelt sich um ein Submodell, welches nur aus der IMC-Struktur besteht und aus rechenökonomischen Gründen keine Kontaktelemente besitzt. Es erhält die Verschiebungen aus der Globalmodellrechnung, wobei die Verschiebungen der Kontaktstelle nicht berücksichtigt werden. Anderweitig kommt es zu diffusen Ergebnissen, die die beschädigten Streben mit dem Innenring verklebt darstellen und dadurch Spannungsspitzen generiert.

O Schadensmodellierung RBSS ohne Kontakt

O.1 Schaden 1

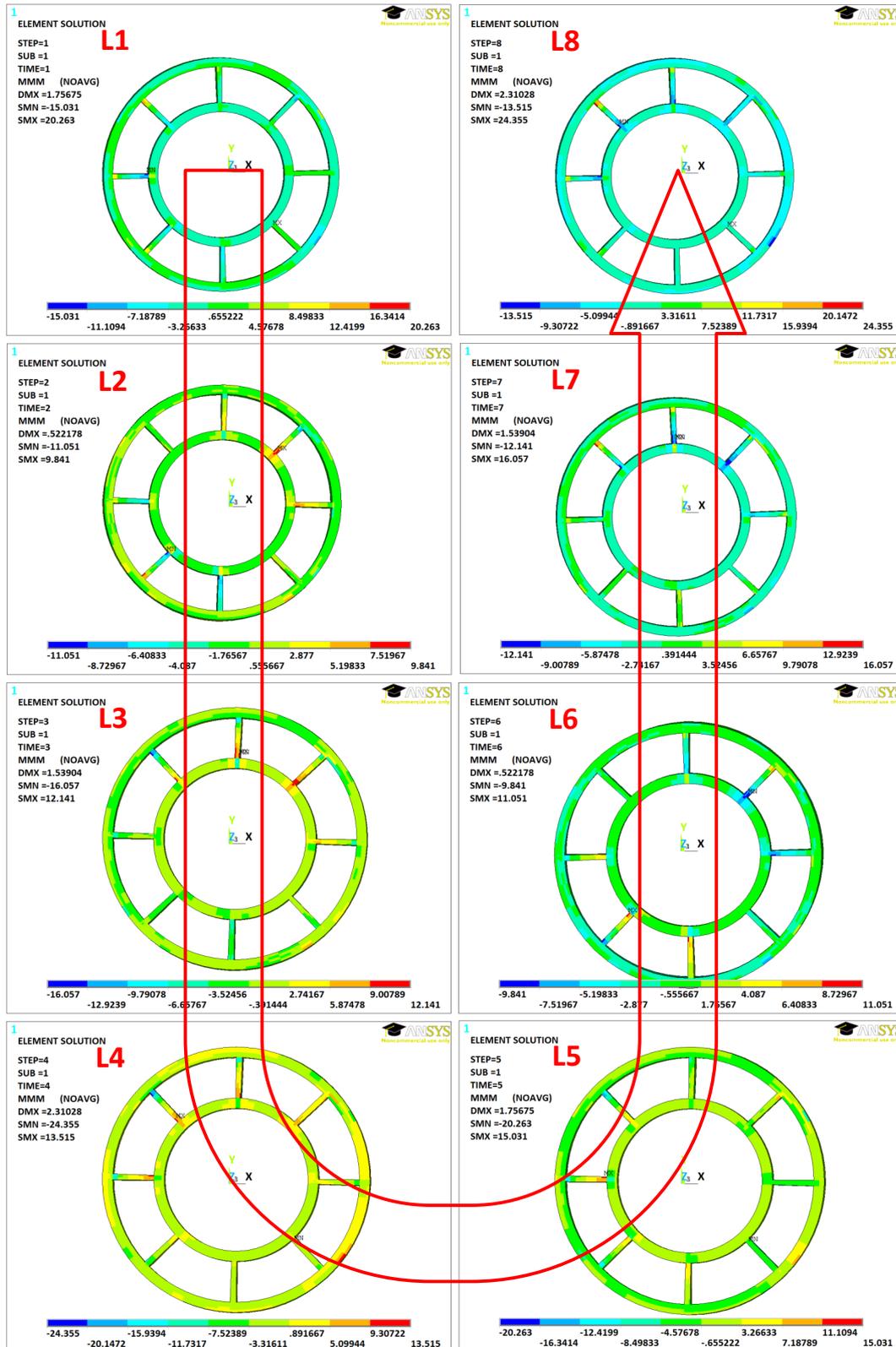


Abbildung O.1: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der RBS-Struktur

O.2 Schaden 2

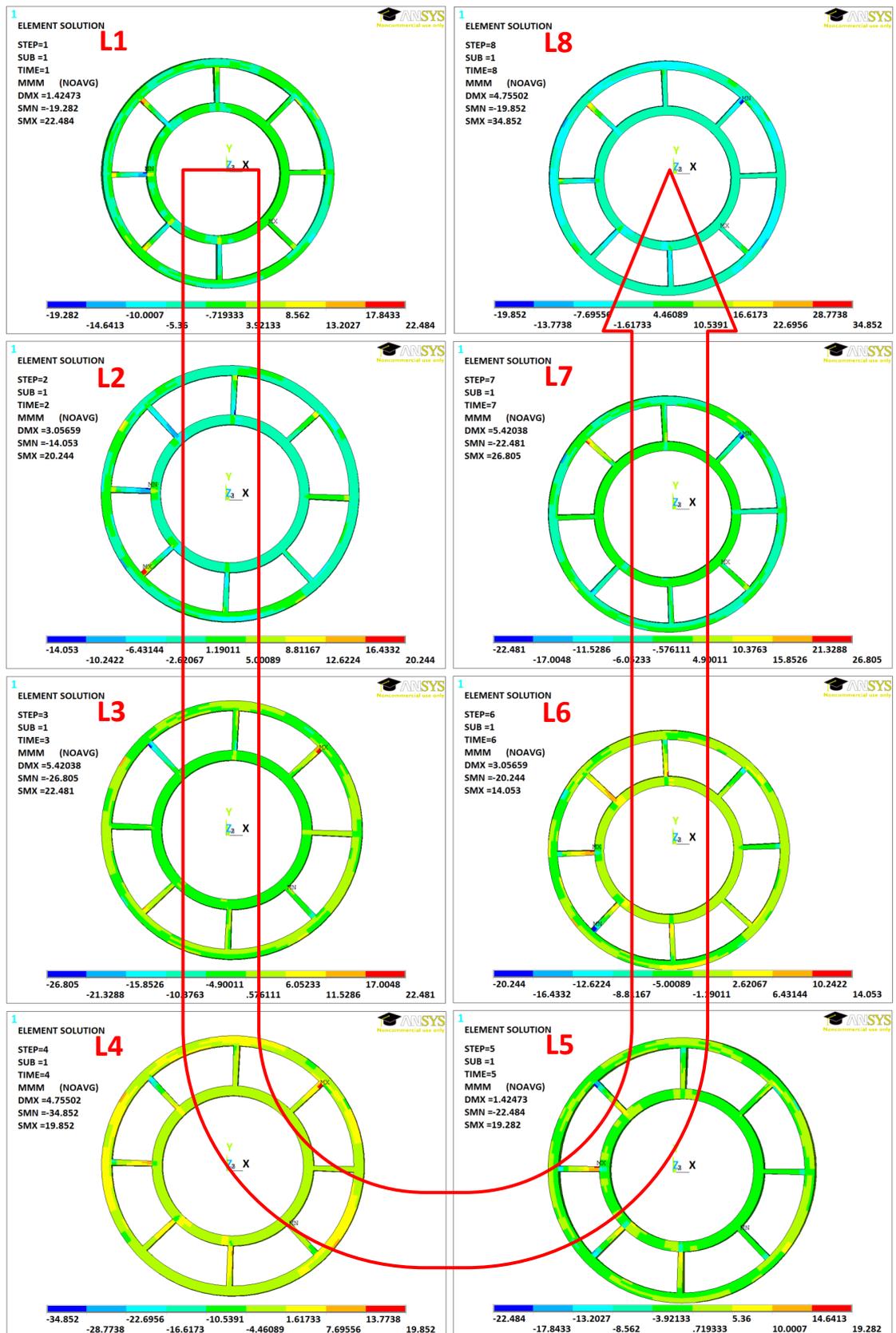


Abbildung O.2: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der RBS-Struktur

O.3 Schaden 3

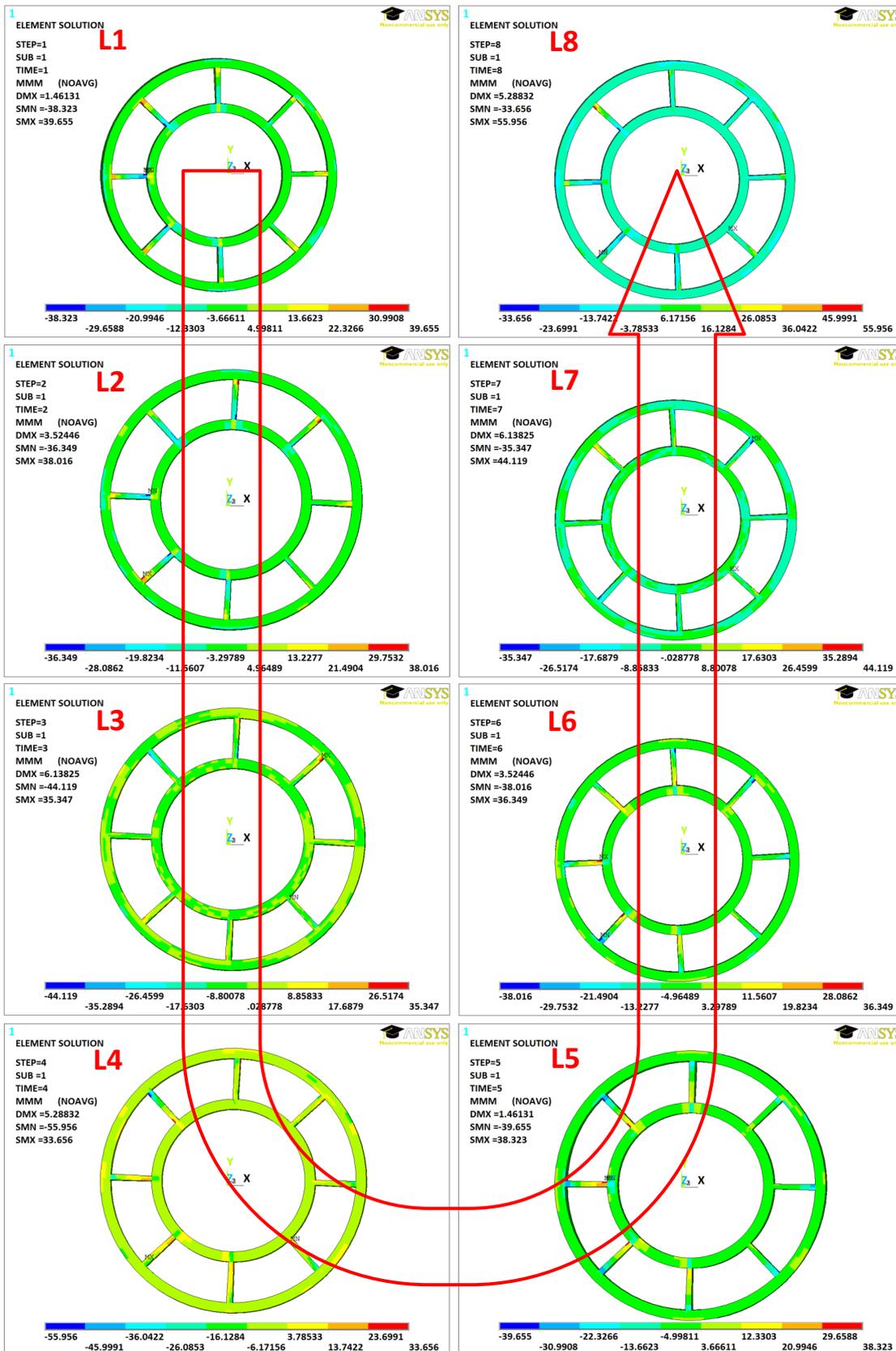


Abbildung O.3: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der RBS-Struktur

O.4 Schaden 5

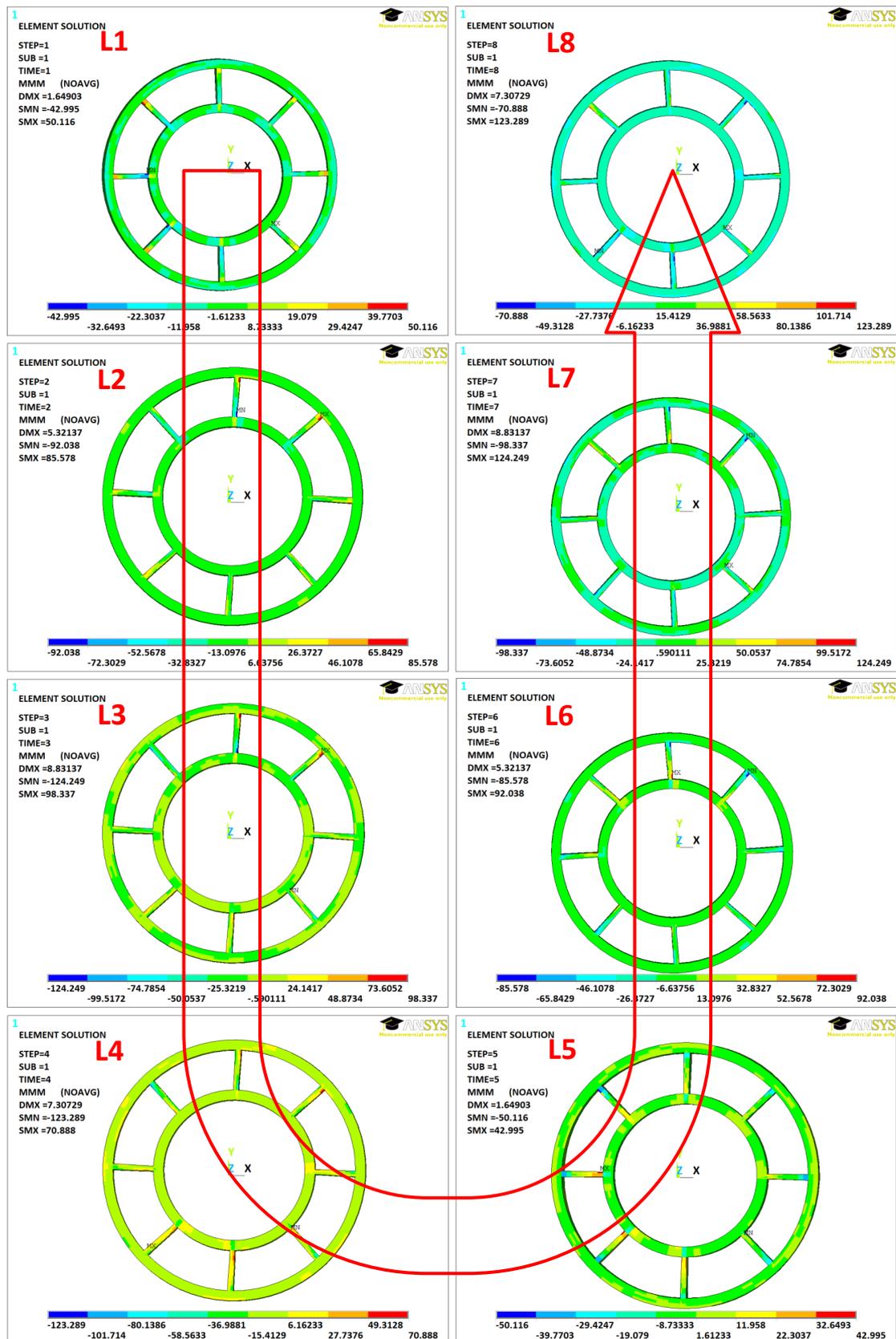


Abbildung O.4: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III und VII als Elementergebnis der RBS-Struktur

P Schadensmodellierung RBSS mit Kontakt

P.1 Schaden 1

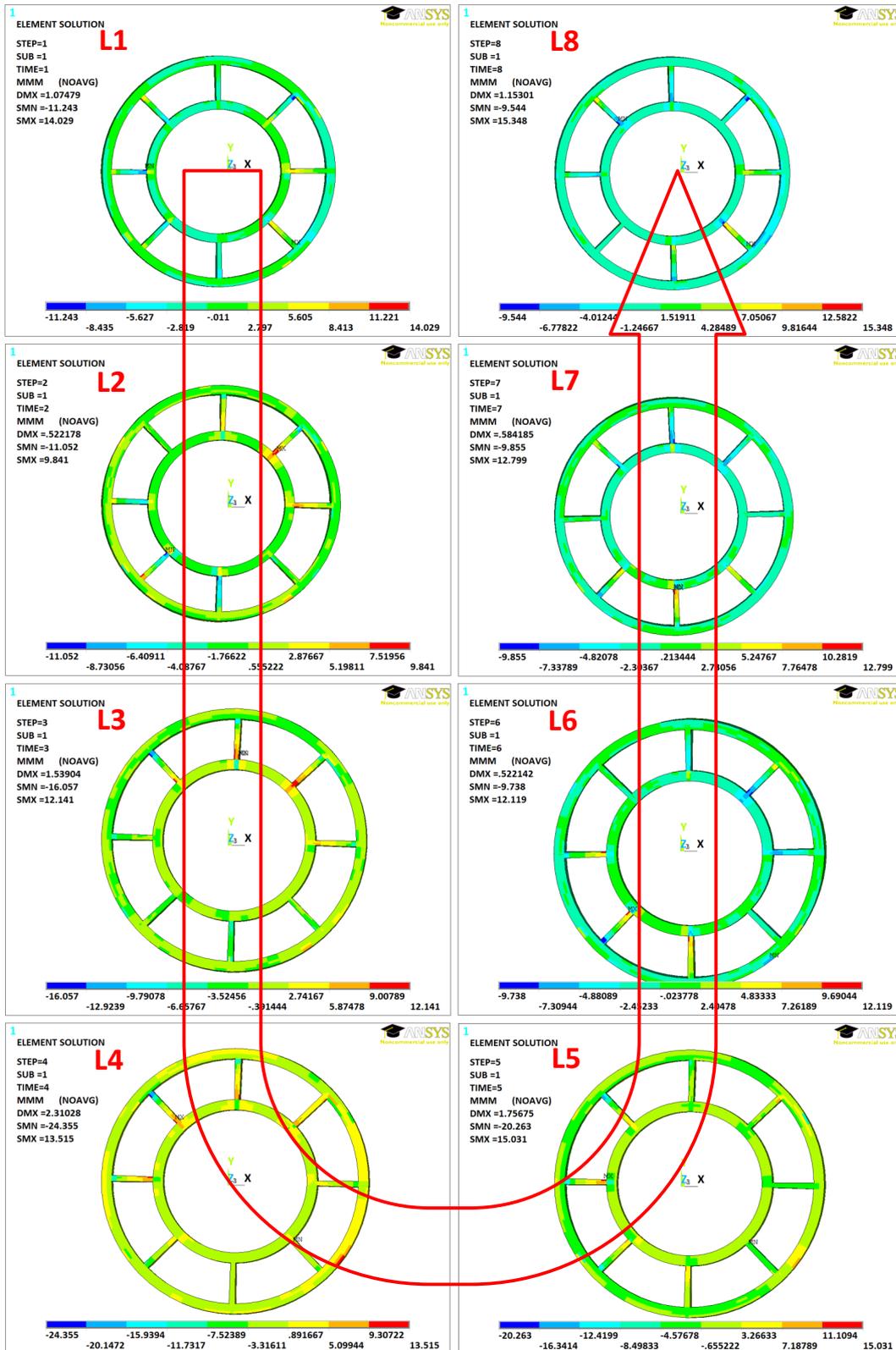


Abbildung P.1: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigung der Strebe VIII als Elementergebnis der RBS-Struktur

P.2 Schaden 2

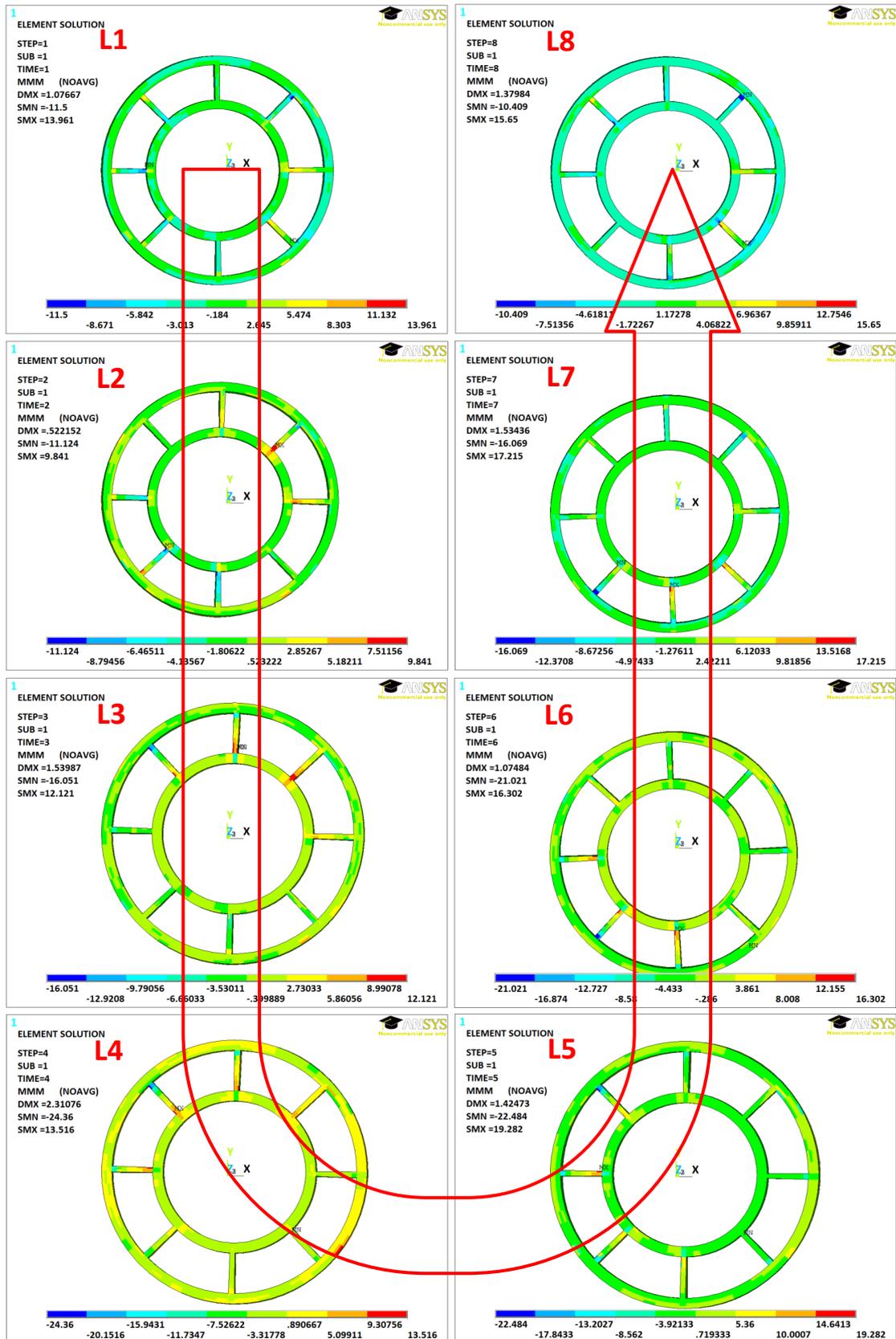


Abbildung P.2: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII und II als Elementergebnis der RBS-Struktur

P.3 Schaden 3

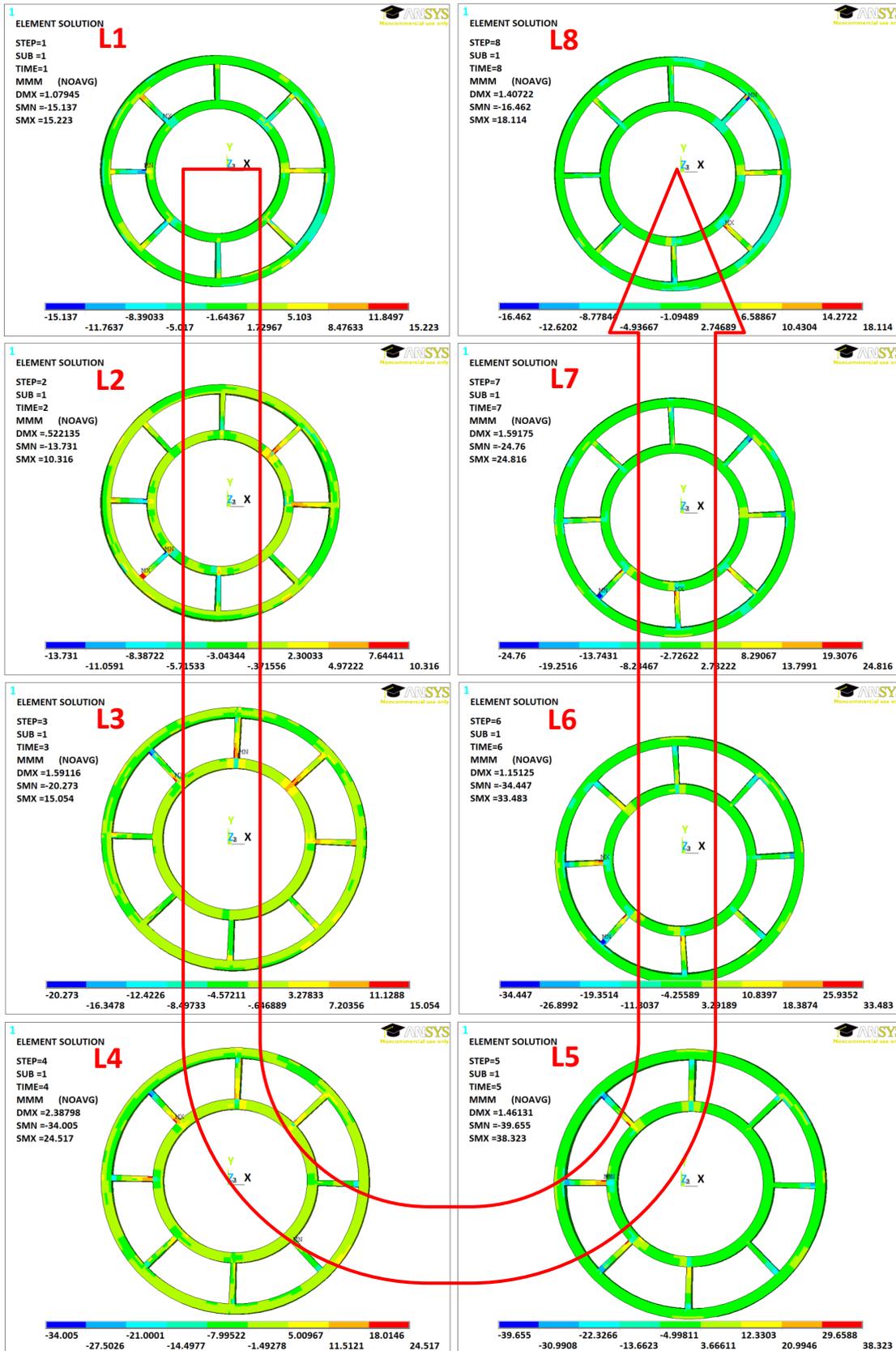


Abbildung P.3: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II und I als Elementergebnis der RBS-Struktur

P.4 Schaden 5

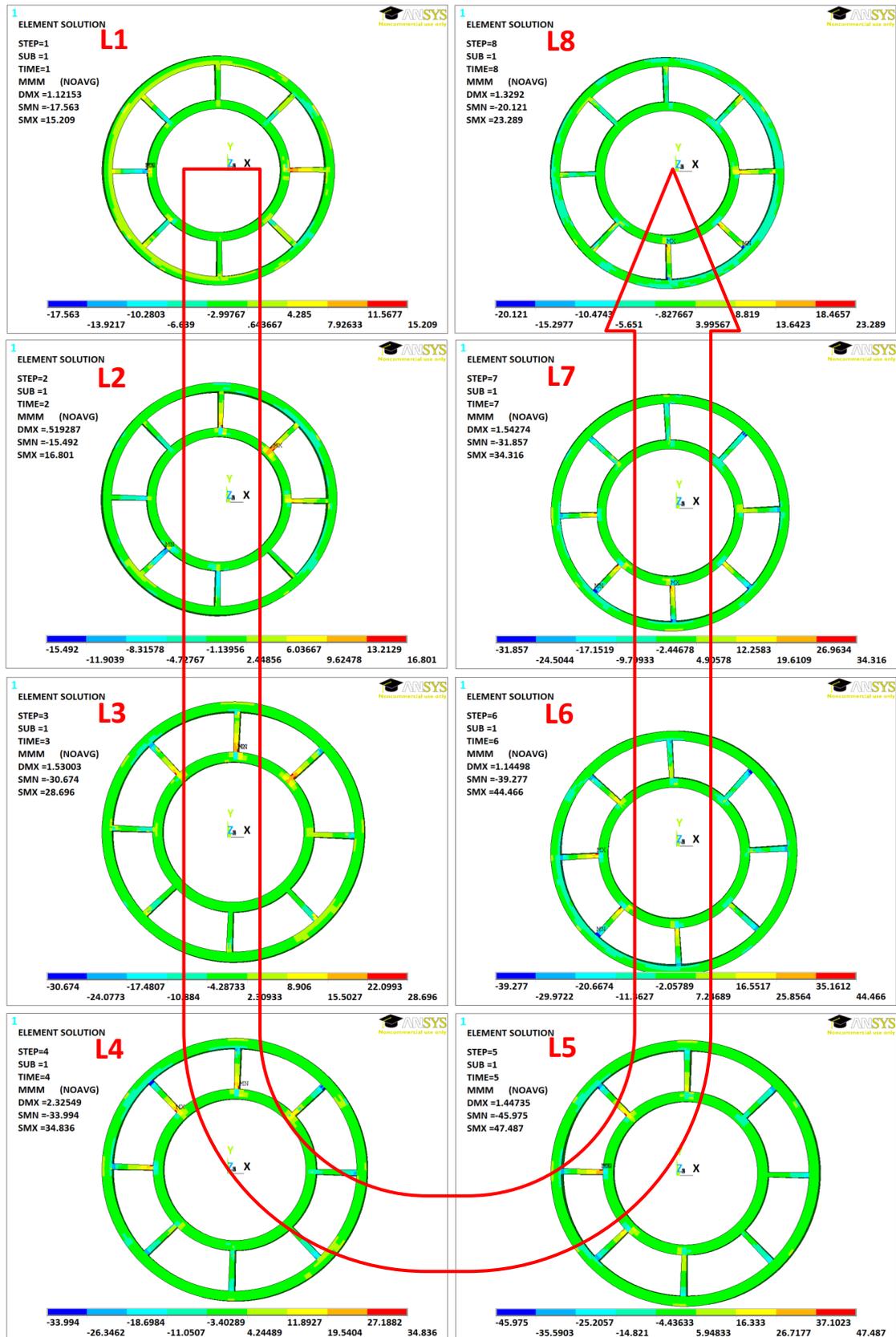


Abbildung P.4: Darstellung der MMM-Vergleichsspannung für eine Unwuchtbelastung von 500 kN für Schädigungen der Strebe VIII, II, I, III und VII als Elementergebnis der RBS-Struktur

Q Risslängen der Simulation I und II

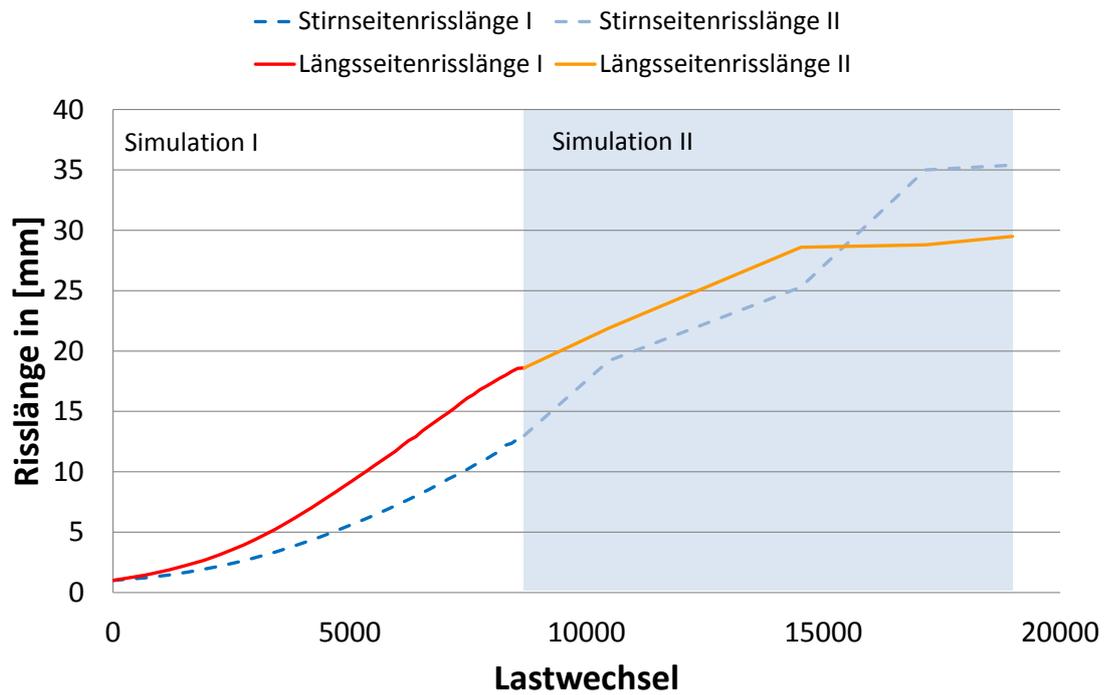


Abbildung Q.1: Ermittelte Risslängen der Simulation I und II