

Vorträge

über

Statik der Baukonstruktionen,

gehalten an der k. Bauakademie in Berlin
von

Dr. Emil Winkler
Professor

Für die Hörer des Verfassers als Manuskript gedruckt.

Berlin, 1878

In den von Winkler publizierten als Manuskript gedruckten Vorlesungsumdrucken, teilweise auch in Büchern, wird auf die Angabe eines Inhaltsverzeichnisses verzichtet. Dieses erschwert es außerordentlich, sich einen Überblick darüber zu verschaffen, was in den jeweiligen Texten enthalten. Aus diesem Grund wird nachfolgend das Inhaltsverzeichnis zu den Vorlesungsumdrucken von 1878 angegeben, wobei allerdings darauf verzichtet wurde, die Paragraphenüberschriften auch noch mit auf zu nehmen. Eingefügt wurden außerdem Hinweise von Winkler, wo man einzelne Kapitel, die im Manuskript nicht ausgeführt sind, finden kann.

Berlin, April 2001

Klaus Knothe

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
§1 - §4	
Hauptsätze der grafischen Statik	7
§5 - §13	

I Theil	Festigkeitslehre	16
I. Kapitel	Allgemeines §14 - §19	16
II. Kapitel	Einfache Festigkeit §20 - §26	23
III. Kapitel	Biegungsfestigkeit gerader Stäbe im Allgemeinen §27 - §42	34
IV. Kapitel	Aeussere Kräfte statisch bestimmter Fälle	64
V. Kapitel	Behandlung der Querschnitte	64
	A. Bestimmung der Querschnittsgrössen im Allgemeinen §1 - §6	65
	B. Der rechteckige Querschnitt §7 - §11	76
	C. Der kreisförmige Querschnitt §12 - §14	85
	D. Zusammengesetzte Querschnitte §15 - §16	88
	E. Symmetrischer I-förmiger Querschnitt §17 - §20	95
	F. Unsymmetrischer I-förmiger Querschnitt §21 - §23	106
II Theil	Statisch bestimmte Stabsysteme	1
I. Kapitel	Allgemeine Behandlung statisch bestimmter Stabsysteme	1
II. Kapitel	Parallelträger mit eintheiligem Gitterwerk	1

III. Kapitel Parallelträger mit mehrteiligem Gitterwerk 1

IV. Kapitel Gitterträger mit polygonalen Gurten im Allgemeinen 1

V. Kapitel Spezielle Anwendungen auf einzelne Formen einfacher
Träger 1

VI. Kapitel Kontinuierliche Gelenkträger mit polygonalen Gurten 1

Hinsichtlich dieser sechs Kapitel verweisen wir auf „Winkler's Vorträge über
Brückenbau II Heft. Innere Kräfte der geraden Träger (Balkenträger) Seite 1 bis
53, Seite 79 bis 210.

VII. Kapitel Gitterpfeiler 1

A. Aeussere Kräfte 1
§1 - §5

B. Ebene Gitterpfeiler 16
§6 - §15

VIII. Kapitel Hänge- und Sprengwerke 38
§16 - §20

IX. Kapitel Dächer 51

A. Äussere Kräfte 51
§21 - §24

B. Spannungen 55
§25 - §31

X. Kapitel Formveränderung statisch bestimmter Träger 74
§1 - §7

XI. Kapitel Theorie der statisch unbestimmten Stabsysteme 93
8 - §9

III Theil	Gekrümmte Stäbe	1
I. Kapitel	Normalfestigkeit einfach gekrümmter Stäbe §1 - §10	1
II. Kapitel	Kantungstheorie der Gewölbe §11 - §12	19
	A. Symmetrische Anordnung §13 - §15	23
	B. Unsymmetrische Anordnung §16 - §18	27
	C. Allgemein §19 - §23	33
III. Kapitel	Gleitungstheorie der Gewölbe §24 - §25	39
IV. Kapitel	Druck auf das Lehrgerüst	43
Wir verweisen in dieser Beziehung auf das als Manuskript gedruckte Heft: Lehrgerüste steinerner Brücken, 2. Auflage.		
V. Kapitel	Biegungsfestigkeit und einfach gekrümmter Stäbe im Allgemeinen §26 - §35	43
<i>Die nachfolgende Kapitelbezeichnung steht so bei Winkler im fortlaufenden Text. Es handelt sich offensichtlich um einen Irrtum. Vermutlich war vorgesehen, das Ganze unter eine gemeinsame Überschrift Anwendung auf Bogenträger zu stel- len.</i>		
II. cap.	Belastung durch eine Einzellast	61
III. cap.	Totale Belastung	61
IV. cap.	Partielle Belastung	61
V. cap.	Einfluß der Wärme	61
VI. cap.	Anwendung auf einzelne Querschnittsformen	61

Hinsichtlich des II. bis VI. Kapitels verweisen wir auf die Publication „Ueber Theorie der Bogenträger, nach Vorlesungen von Dr. E. Winkler von F. Steiner“

in Försters Allgemeiner Bauzeitung, Jahrg. 1874. Auch als Separatabdruck erschienen.

VII. cap. Der Bogen-Gelenkträger	61
§1 – §5	

VIII. Kapitel Gittertraeger mit zwei Gelenken	73
§6 - §10	

IX. Kapitel Gitterbogentraeger ohne Gelenk	80
§11 - §16	

Statisch bestimmte Stabsysteme.

- I. Kap. Allgemeine Beschreibung statisch bestimmter Stabsysteme.
 - II. Kap. Parallelträger mit einseitigem Gelenkwerk.
 - III. Kap. Parallelträger mit maßstäblichem Gelenkwerk.
 - IV. Kap. Gelenkträger mit gleichgewichteten Gelenken im Allgemeinen.
 - V. Kap. Besondere Auseinandersetzungen auf einzelnen Fällen einfacher Träger.
 - VI. Kap. Kontinuierliche Gelenkträger mit gleichgewichteten Gelenken.
- Grundsätzlich sind es 6 Kapitel zusammenzufassen mit „Winkler's 6 Vorlesungen über Brückenbau II. Aufl. Innere Kräfte der geraden Träger (Balken, Bögen) Seite 1 bis 53, Seite 79 bis 210.

VIII Kapitel.

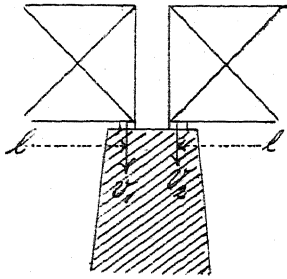
Gitterpfeiler.

a. Aeusserere Kräfte.

§1. Vertikaldruck auf die Krone. Nach dem bekannten Grundsatz sind die zufälligen Lasten der Brücke auf den Vertikaldruck leicht zu bestimmen. Derselbe ist sowohl bei einseitiger als bei beidseitiger Belastung, mit bei einseitiger Last, doppelt, wenn auch, weil bei letzterer der Horizontalschub größer wird, zu ermitteln. Dagegen kann man für einfache Träger die Symmetrie mit h , den Druck auf beiden Seiten mit P_1, P_2 , die Figurationen der Lastenkonstruktion zur Längsachse mit g , die zufällige Last zur

Längeneinheit mit p , q ist bei beiderseitiger Belastung

Stütz 1.



$$1. V_1 = V_2 = \frac{1}{2}(q+p)l$$

bei einseitiger Belastung

$$2. V_1 = \frac{1}{2}(q+p)l, \quad V_2 = \frac{1}{2}ql$$

Bei kontinuierlichen Trägern kann die Auflagerung hinsichtlich der Krümmung nachfolgenden sein. Je nach Regel wird man in der Mitte des Pfeils oder in

anderen Lagen vorfinden sein. Dies ist der Punkt, welcher auf der Flanke der kontinuierlichen Träger zu bestimmen. Ein Träger mit 2 Stützen wird bei beiderseitiger Belastung

$$3. V = 1,25(q+p)l$$

bei einseitiger Belastung

$$4. V = (1,25q + 0,63p)l$$

Ein mehr als 2 Stützen wird unmöglich bei beiderseitiger Belastung

$$5. V = (1,12q + 1,11p)l$$

und bei einseitiger Belastung

$$6. V = (1,12q + 0,61p)l$$

Bei Anwendung kontinuierlicher Träger kann bei der Krümmung, auf der Pfeile vorfinden oder vorfinden, je nach dem Pfeil die Lage nach der nachfolgenden oder vorfinden, der Pfeil die Pfeile vorfinden oder vorfinden. Bei mehreren Pfeilen ist die Lage der Pfeile größer, als bei mehreren, indem nicht die Lage der Flanke der kontinuierlichen Träger laßt, aus. Halber Krümmung, der Pfeil der Pfeile laßt bei mehreren Pfeilen vorfinden, nachfolgenden, werden kann.

Für diese Zusammenfassung sind die folgenden Angaben gegeben, die zu Folge unmöglich:

Höhen in m	g	p	Einfluss d. Höhen	
			gl	pl
20	1,4	6,2	28	124
40	2,0	5,4	80	216
60	2,6	4,9	156	294
80	3,5	4,5	280	360
100	4,3	4,2	430	420
Mittel	Mittel g u. p		Mittel	

§ 2. Eigengewicht der Pfeiler. Will man das Eigengewicht des Pfeilers von vornherein möglichst genau einschätzen, so muß man sich möglichst genau über den Bau des Pfeilers, man muß sich, nach Feststellung der Dimensionen und Einwirkungen auf denselben das Gewicht nach Mass, Größe des in der Höhe wirkenden Windes, nach Bestimmung des Gewichtes der Krone, des Gewichtes des Pfeilers, nach Bestimmung des Gewichtes der Pfeilerfüße u. s. f. Also genau mit der vorläufigen Bestimmung im Folgenden eine Zusammenstellung des Gewichtes der Pfeilerfüße, des Gewichtes des Pfeilers u. s. f.

Nr.	Bestimmung.	Mittelwert des Pfeilers.	Größe.	Mittelwert des Pfeilers.		
1.	Bestimmung des gew. Pfeilers. bei Wetzikon	Pfeiler.	4,5	6,5	0,26	0,040
2.	Bestimmung des gew. Pfeilers. bei Kloten	"	6,4	11,3	0,52	0,076

Nr.	Lagerführung.	Material für Einbau	Lohn	Mithara Rennw. L		
3	Stuhl. bei Kempten . . .	Rfm	5,4	14,5	0,58	0,040
4	Rainbrücke bei Hellingen . . .	"	32,7	55,0	2,14	0,039
5	Hausbrücke bei Ossingen . . .	"	24,6	72,0	2,26	0,032
6	Brücke bei Bassiac d'Alen, Oranienb. (*)	"	20,3	50,0	2,43	0,049
	Stuhl. (*)	"	33,9	50,0	2,29	0,046
7	Rheinbrücke bei Stein . . .	"	15,2	70,0	2,61	0,038
8	Brücke von Palagionello . . .	"	27,5	—	2,74	—
9	Brücke von San Stefano . . .		18,0	—	2,82	—
	Herrington? Brücke in Amerika . .		44,2	38,1	2,96	0,078
10	Stuhl.		54,3	38,1	2,80	0,073
	Stuhl		76,8	38,1	2,92	0,077
11	Brücke von Newviel, Oranienb.		37,5	49,1	3,17	0,065
12	Brücke von Bouble, Oranienb.		42,5	50,0	3,57	0,071
	Stuhl.		57,5	50,0	3,33	0,066
13	Kentucky. River, Brücke . . .		52,9	114,3	3,43	0,030
14	Brückenaufg. Brücke in Appamunif		18,7	46,9	3,75	0,080
	Stuhl		27,5	46,9	3,57	0,076
15	Rennw. Brücke bei Freiburg (*)		43,3	43,8	3,75	0,076
16	Johnson Brücke bei Libenshütz		21,4	62,7	3,90	0,062
	Stuhl.		26,4	62,7	3,78	0,060
17	Brücke von Cere, Oranienb. Hafen		20,2	50,0	3,98	0,080
	Stuhl		33,9	50,0	3,20	0,074

man kann.

2. Kontinuierliche Träger mit 2 Stützen. Genaß ist, wenn ein Stützpunkt in einer Gelenkstütze, in Folge der Eigenschwerklast des Trägers auf den fest.

gefallen $\frac{3}{8} g l$, auf dem Mittelständer $\frac{5}{8} g l$, in Folge der zufälligen Last der ersten Stütze auf den festfallenden $\frac{7}{16} p l$ und $\frac{1}{16} p l$, auf dem Mittelständer $\frac{5}{8} p l$. Wenn, wie es bei horizontaler Last der Last ist, der feste Lager auf dem Mittelständer liegt (Fig 5), so mindert der Horizontalschub auf dem Mittelständer, wenn der Reibungskoeffizient an den Enden f und f_1 ist $= \frac{3}{8} (f - f_1) g l$.

Setzen wir wieder $f_1 = \frac{1}{2} f$, so mindert der Schub $= \frac{3}{16} g l$. Bei einer fiktiven Belastung auf der ersten, durch die nun noch der Schub $\frac{7}{16} f p l - \frac{1}{16} f_1 p l$, d. h. für $f_1 = \frac{1}{2} f = \frac{13}{32} p l f$. Danach wird zu folgen

$$10. \quad H = \frac{1}{32} f (6g + 13p) l.$$

Liegt der feste Lager oben an einem Ende (Fig 6), so mindert der Horizontalschub $\frac{5}{8} f g l + \frac{5}{8} f p l$ oder

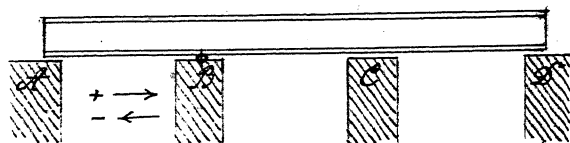
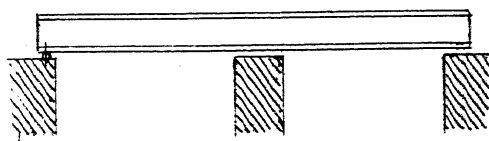
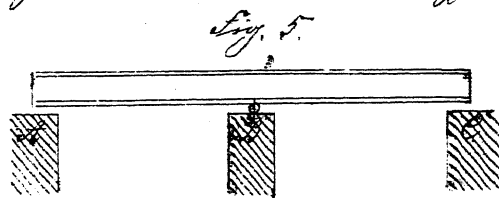
$$11. \quad H = \frac{1}{8} f (10g + 5p) l.$$

3. Kontinuierliche Träger mit 3 Stützen.

Der Druck auf die Pfeiler sei, in Folge der Eigenschwerklast D_0, D_1, D_2, D_3 , in Folge der zufälligen Last D_0', D_1' .

D_2', D_3' . Der feste Lager liegen gewisse auf dem Pfeiler B (Fig 7). Bei einer

finanziell großen Temperaturänderung wirken in A, C, D die Kräfte $\pm f D_0, \pm f D_2, \pm f D_3$, oder in dem Schub $\pm f (D_2 + D_3 - D_0)$. Der Schub D_3, D_0 ist, $\pm f D_2 = f D_1$. Ganz genau kann noch in Folge der Temperatur $+ f D_0' + f D_2' - f D_3'$, wenn die äußeren Stützen belastet, angegeben sein,



oder $-fD_0 - fD_2' + fD_3'$, wenn das Mittelstück belastet ist, ferner kommen.
Da $D_3' = D_0$ ist, so wird

$$12 \left\{ \begin{array}{l} H = +fD_1 + fD_2' \quad (\text{I, III belastet}) \\ H = -fD_1 - fD_2' \quad (\text{II belastet}) \end{array} \right.$$

Für das Querfallmoment $1:1,1:1$ bei $1:1,3:1$ der Enden wird

$$H = +f(1,15g + 0,54p)l$$

$$H = -f(1,15g + 0,61p)l$$

sofern man

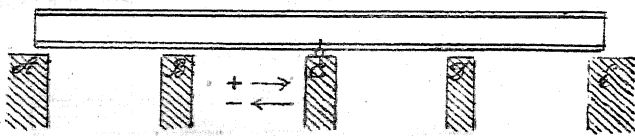
$$13. H = \pm f(1,15g + 0,58p)l$$

setzen kann. Hauptmoment ergibt sich auf das Pfeil auf dem Pfeiler C.

Ist das feste Lager in H angewandt, so wird das Pfeil Hauptmoment.

4. Kontinuierliche Träger mit 4 Enden. Bei horizontalen Trägern wird man das feste Lager am besten auf dem Mittelpfeiler ansetzen (sieg. 8). Ist D_1, D_2 das Pfeil in Folge der Eigengewicht und Lasten fälligen Lasten im Pfeiler B, so wirkt hier in Folge der Längenveränderung das Pfeil fD_3 in Folge der Verformung des Pfeil fD_3' auf, wobei das I und III oder II und IV stark belastet angenommen ist. Es ist also

Sieg. 8.



und das fällige Lasten im Pfeiler B, so wirkt hier in Folge der Längenveränderung das Pfeil fD_3 in

Folge der Verformung des Pfeil fD_3' auf, wobei das I und III oder II und IV stark belastet angenommen ist. Es ist also

$$14. H = f(D_1 + D_2')$$

Für die Querfallmomente $1:1,1:1,1:1$ bei $1:1,3:1,3:1$ wird durchschnittlich

$$15 \left\{ \begin{array}{l} H = +f(1,12g + 0,51p)l \quad \text{I und III stark belastet} \\ H = -f(1,12g + 0,60p)l \quad \text{II und IV stark belastet} \end{array} \right.$$

Das Pfeil auf dem Mittelpfeiler ist in Folge der Längenveränderung $= fD_0 + fD_1 - fD_3 - fD_4$, wenn D_0, D_1, D_3, D_4 die Platzansprüche in A, B, C betreffen. Da $D_3 = D_1$ und $D_4 = D_0$ ist, so wird dieses Pfeil Null,

wann die Riechungskoeffizienten gleich sind. Dargestellt man sich dann $f_0 = f_1 = f$, $f_2 = f_3 = \frac{1}{2}f$, so wird der Polus $= \frac{1}{2}f(D_0 + D_1)$. In Folge der Einwirkung wird die Belastung der II. und IV. Lähm. der Polus $= -f_0 D_0 + f_1 D_1 + f_2 D_2 - f_3 D_3 = f(-D_0 + D_1 + \frac{1}{2}D_2 - \frac{1}{2}D_3)$. Bei Lähmung der I. und III. Lähm. wird der Polus, ebenfalls, sehr ungleichmäßig, also ist zu folgern:

$$16. H = \pm f(D_0 + D_1) \pm f(-D_0 + D_1 + \frac{1}{2}D_2 - \frac{1}{2}D_3)$$

Durchschnittlich wird $D_0 + D_1 = 1,409 \text{ g}$, $D_0 = -0,075 \text{ pl}$, $D_1 = 0,603 \text{ pl}$, $D_2 = 0,513 \text{ pl}$, $D_3 = 0,418 \text{ pl}$, daher

$$17. H = \pm f(0,709 + 0,73 \text{ pl}) \text{ l.}$$

Ist das funktionale System gegeben, so wird der Polus in $D = f(D_1 + D_2)$, in $C = f(D_2 + D_3)$, wobei der I. und III. oder II. und IV. Lähm. belastet an. zu nehmen ist; Durchschnittlich wird der Polus in D :

$$18. H = +f(1,12 \text{ g} + 0,51 \text{ pl}) \text{ l} \\ = -f(1,12 \text{ g} + 0,60 \text{ pl}) \text{ l}$$

Polus in C :

$$19. H = \pm f(1,08 \text{ g} + 0,54 \text{ pl}) \text{ l.}$$

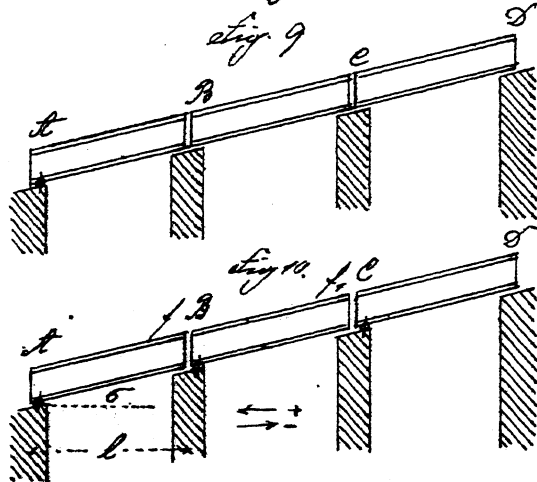
Ein l ist das Mittel aus den Proportionen zu nehmen.

Der Riechungskoeffizient ist für Flüssigkeiten zu setzen 0,2, für Rollsubstanzen etwa zu $\frac{1}{5}$ anzunehmen, wenn der Versuchsaussatz der Rollen in Millimetern besteht. Ein Rollsubstanzen wird durchschn. bei $f = 0,01$. Ein Zylinder ergibt sich beispielsweise für einen Zylinder

$l = 20 \quad 40 \quad 60 \quad 80 \quad 100 \text{ Meter}$

Fig. 2. $H =$	0,7	1,3	1,8	2,5	3,2	} Zonen
Fig. 4. $H =$	0,9	1,8	3,0	4,6	6,4	

§ 4. Längsschub in der Krone bei geneigter Bahn. Wenn ein aufliegender Läger so angeordnet sind, daß eine Kraftwirkung nur in horizontalen Sinn erfolgen kann, so ist die Größe des Horizontalschlubsatzes noch dem vorigen Satz bestimmen. Hauptkritik kann Änderung in der Bestimmung des Horizontalschlubsatzes sein, wenn man von unten durch A ein fester Läger angeordnet ist. (Fig. 9)



für einen unteren Läger, nimmt sich der Horizontalschlubsatz

ist jedoch der unteren Läger von unten her fast horizontal (Fig. 10) so kommt zu dem im vorigen Satz mit dem Horizontalschlubsatz $\pm \frac{1}{4} f (g + p) l$ noch $+(g + p) l \sin \phi$ hinzu. Von dem ab. nicht nur die Kräftekomponente

$(g + p) l \sin \phi$ geht zu dem die Richtung am oberen Läger ab, so kommt aber einfache Richtung am unteren Läger der horizontalen Kraft hinzu. Danach müssen:

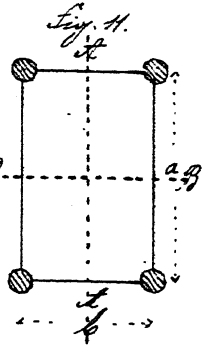
$$20. H = +(g + p) l \sin \phi \pm \frac{1}{4} f (g + p) l$$

zu setzen. Bei kontinuierlichen Trägern müßte $(g + p) l \sin \phi$ hinzu kommen, wenn L die ganze Länge L des Trägers bedeutet.

§ 5 Winddruck. Die Richtung des Winddruckes ist im Allg. immer variabel und ist freigelegt, welche Richtung als die gefährlichste anzunehmen ist. Wir haben in dieser Beziehung Vorleser und Stellen markieren.

a. Pöhlen. Hände des Pöhlen frei, d. h. müssen es nicht sein

Träger belastet, so würde der Wind in Richtung der kleinen h zu wirken, sein. Die Hauptwirkung aber ist die Allgemeinwirkung des auf den Träger wirkende Winddruck, und, dieser aber würde das dieser Richtung Koll. ist ein allseitiges ein Anfallung der Lasten a und b ist, gleichermaßen, der maßgebend höchsten B . Die Wirkung ist in der Richtung der kleinen h zu messen. Der Wind ist gleichmäßig. Der der üblichen Verhältnisse und der der Konstruktion, der der Wind in der Richtung von B zu messen, in derjenigen Höhe, wirken kann, wie in der Richtung von H (man kann das durch die Halmrinder und Pfeiler) ist für die Prüfung, in Allgemein der Windrichtung fast ganz zu berücksichtigen (in der Richtung von H angenommen).



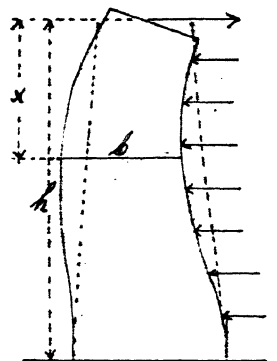
6. Gitterwerk. Ein der Gitterwerk in der Bauweise, welche der Wind in Richtung der Längsachse gar nicht berücksichtigt werden, gilt zu halten. Dagegen ist für das Gitterwerk in der Querschnitt und Richtung der in Richtung der Längsachse messende Wind der gleichmäßig. Dieser auf den Pfeiler wirkende Winddruck erzeugt aber eine Reaktion in der Krone. Ist für den Winddruck der Höhenmaßstab w die Reaktion in der Krone H , die Pfeilerhöhe h . Im Abstand x von der Krone ist das Moment $M = Hx - \frac{1}{2}wx^2$. Ist F der Trägheitsmoment. Fig. 12

der Flächenträgheitsmoment, oder Elastizitätskoeffizient, so ist die Differentialgleichung der elastischen Linie

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{Hx - \frac{1}{2}wx^2}{EI}$$

$$\eta \cdot \int_0^h \frac{d^2 y}{dx^2} x \cdot dx = \frac{1}{EI} \int_0^h \frac{Hx^2 - \frac{1}{2}wx^3}{2} dx \quad \text{oder}$$

$$\eta \cdot \frac{1}{EI} \left[\frac{Hx^3}{3} - \frac{w}{8} \frac{x^4}{4} \right]_0^h$$



Es ist gleich Null, sein wenig, so wird

$$22. \quad H = \frac{1}{2} \omega \frac{\int \frac{x^3 dx}{F}}{\int \frac{x^2 dx}{F}}$$

Ist die Querschnittsfläche aller Böden, die variablen Flächenbreite, so kann man $F = 2 \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} b^2$ setzen. Bei konstantem F wird

$$23. \quad H = \frac{3}{8} \omega l.$$

H kann in der Regel nicht größer werden, als die Röhre und zwar, wenn das Gefälle im konstanten Lager liegt, als die Röhre im steilen Lager, wenn das Gefälle im flachen Lager liegt, als die Röhre an den Enden liegt. Es ist also, wenn man es so ausdrückt, dass das Gefälle in allen Fällen gleich stark ist und alle Gefälle gleich groß sind.

Bei einfachen Trägern ist es auf die Träger mit einem Abstand von der Mitte auf die Gefälle. Bei kontinuierlichen Trägern ist die Druckverteilung weniger einfach zu berechnen. Betrachten wir eine von der Mitte der Länge an einfach, das Gefälle mit ω (oder ω_1 für die Gefälle) auf den Gefällen mit ω_1 , die horizontale Kräfte an den Enden der Gefälle mit $H_1, H_2, \dots$, die vertikale Kräfte an den Enden mit $C_1, C_2, \dots$. Die Momente an den Gefällen mit $M_1, M_2, \dots$, die mittlere Trägheitsmoment an den Trägern für eine vertikale Biegelinie mit I , die mittlere Biegelinie mit l , die einfachen mit $l_1 = (1+n)l$, so wird nach der Theorie der kontinuierlichen Trägern

$$24. \quad \begin{cases} 2(1+n)M_1 + M_2 = \frac{1}{4}(1+n^3)\omega l^2 - 6CF\left(-\frac{n+1}{n}C_1 + C_2\right), \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = \frac{1}{2}\omega l^2 - 6\frac{CF}{l^2}(C_1 - 2C_2 + C_3), \\ M_2 + 4M_3 + M_4 = \frac{1}{2}\omega l^2 - 6\frac{CF}{l^2}(C_2 - 2C_3 + C_4), \\ \dots \end{cases}$$

Entwickelt man das Formel 24 können wir setzen:

$$25. \quad G_1 = H_1 H_2 + B_1 w_1, \quad G_2 = H_2 H_3 + B_2 w_2 \dots$$

wo bei die Glieder $H_1, H_2, \dots, B_1, B_2, \dots$ durch die Dimensionen des Pfeiles bestimmt sind. Außerdem sind noch

$$26. \quad H_1 = \frac{n+1}{2} w l + \frac{d_1 - d_2}{l}, \quad H_2 = p l - \frac{d_1 - 2d_2 + d_3}{l} \dots$$

Setzt man diese Kollisionsformeln für $H_1, H_2, \dots$ in die Kollisionsformeln für G_1, G_2 und diese, wiederum in die Gleichungen 24, so erhält man die Gleichungen zur Bestimmung von $d_1, d_2, \dots$; durch die Gleichungen 26 ist wiederum $H_1, H_2, \dots$ bestimmt.

Nimmt man die Durchdringung des Pfeiles zu Null an, so erhält man den Druck auf den Pfeil abnehmend zu groß (bis zu 8%). Nimmt man die Länge des Pfeiles sehr einflussreich zu groß an, so erhält man den Druck abnehmend zu klein (bis zu 18%), so dass der wirkliche Druck, welcher in der Mitte und sich dann allmählich vermindert, ja sogar die Pfeile sind.

Empfehlung des Pfeiles der Winddrucke kann man sich auf die „Abwägung über die Drucke, die Konstruktivität, Seite 239.“ Zuerst kann man den Winddruck bei und abnehmend der Belastung der Pfeile zu 0,15, bei der Belastung der Pfeile zu 0,25 Ton. pro D. Meter annehmen. Die untere Pfeile sind noch:

1. Druck auf die Länge. Empfehlung des angestrichenen vom Wind getroffenen Pfeile kann man sich ebenfalls auf die „Abwägung über die Drucke, die Konstruktivität, Seite 240.“ Zuerst empfiehlt sich der Druck von 0,25 Ton. pro D. Meter und für eine ganze Öffnung in der Mitte, man folgt:

$$L = 20 \quad 40 \quad 60 \quad 80 \quad 100 \text{ Meter}$$

Druck auf die Länge	{	belastet $w =$	0,39	0,68	0,98	1,27	1,58	{	Tonnen pro Meter
		belastet $w =$	0,23	0,41	0,59	0,77	0,95		
		Druck auf den Zug ... $w =$	0,47	0,43	0,42	0,42	0,42		

$l = 20 \quad 40 \quad 60 \quad 80 \quad 100$ Meter

Drück auf den Trüger	überlastet $W =$	7,8	27,2	58,8	101,6	158,0
	belastet $W =$	4,6	16,4	35,4	61,6	95,0
Drück auf den Zug . . . $W =$	9,4	17,2	25,2	33,6	42,0	

Tomau pro
Meter.

Ob der Druck der belasteten Drücke, oder der überlasteten Drücke die gefährlichste Wirkung hat, ist besonders zu untersuchen, im letzteren Falle ist der Druck pro Stützquerschnitt größer, oder die Stütze kleiner, im ersten Falle ist der Druck pro Stützquerschnitt kleiner, aber die Stütze größer. Die belasteten Drücke sind heute selten neben dem sonstigen Pfalle ab belastet anzunehmen.

Die Annahme der kontinuierlichen Träger dürfte nur von den Trägern auf die Pfeilerkronen überzugehen, Drücke auf der Flavia der kontinuierlichen Träger bestimmt werden. Wenn sich die Pfeiler nicht biegen, müßte, so müßte sich der Druck größer sein, als bei einfachen Trägern (15 bis 25% größer). Durch die Biegung der Pfeiler wird dieser Druck merklich vermindert, so daß es willkürlich genügt, ihn um 10% größer anzunehmen, als für einfache Träger. Eine genauere Bestimmung ist auf der Flavia der kontinuierlichen Träger indess möglich.

Dieser Druck ist immer in der Höhe der Stützpunkte der Träger, d. h. größtenteils der Zugel nicht bekannt anzunehmen. (Fig. 13.)

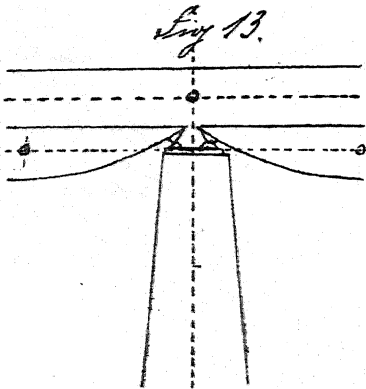
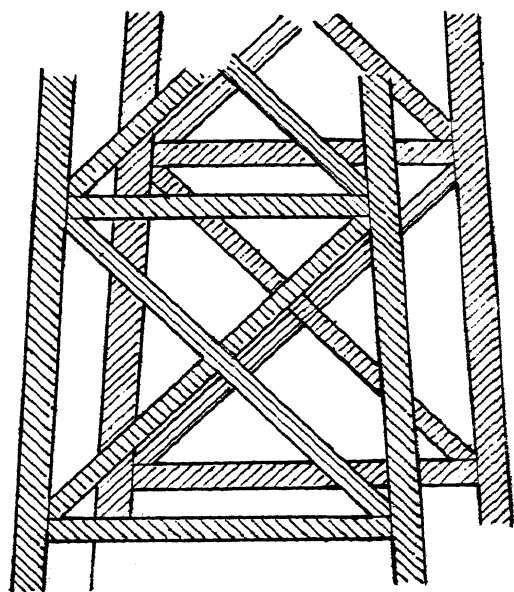


Fig. 13.

2. Druck auf die Pfeiler. Als Stütze, welche vom Wind getroffen wird, ist die Projektionsfläche anzunehmen, welche sich ergibt, wenn man sich die Pfeiler als einen ganzen zusammen mit einem Trichter. (Fig. 14). Sind die Dimensionen bekannt, so läßt sich diese Fläche leicht bestimmen. Für den

läufigen Kurfma fallen wir im Längen.
 Ein wenig zufließen nach amperifischen
 Längen zusammen. Gravin bezüglich
 Ein Tränkflüß gro Meter Höhe, b. Ein
 mittleren Flüßbrücke, also $\frac{1}{6}$ der
 Kurfmächtigkeit der Tränkflüße zur vollen
 Kurfmächtigkeit.

Grüner mindet Kurfmächtigkeit der
 Winterbrücke bei unbelasteter Brücke $0,25 \cdot 2,82$
 $= 0,70$, bei belasteter Brücke $0,15 \cdot 2,82 = 0,42$ ton.



Längsrichtung	b Meter	F □ Met.	$\frac{F}{b}$
Beckst. Viad. in Ostpreußen	4,2	2,07	0,50
Viad. von Bellen, Ostpreußen	3,4	2,51	0,74
Viad. von Biele, Ostpreußen	3,9	2,65	0,68
Weissenbach. Viad., Ostpreußen	3,6	2,65	0,74
Crumlin. Viadukt, England	6,8	2,70	0,40
Eglava. Viadukt, Ostpreußen	4,2	2,85	0,68
Guggenlocherbrücke, Bayern	2,8	3,00	1,07
Rheinbrücke bei Rhein, Bayern	3,0	3,00	1,00
Reuebrücke bei Mellingen, Bayern	3,6	3,16	0,88
Viadukt über die Graviere Italien	4,6	3,21	0,70
Thurviadukt bei Assingen, Bayern	3,3	3,25	0,98
Mittel	3,9	2,82	0,76

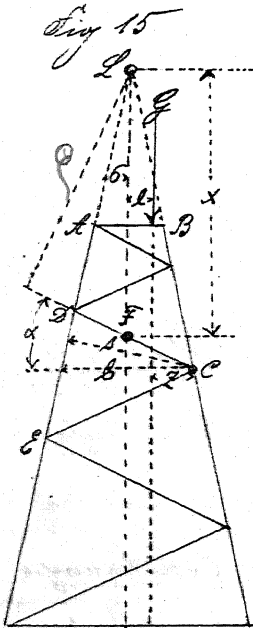
gro Meter Höhe sein.
 Ein Tränkflüß $\frac{1}{6}$ für
 Ein in der Richtung
 der Längsrichtung.
 Graden Viadukt gro 1 Met
 Höhe mind. um 0,6 bis
 1,3, im Mittel um 0,9 □ Met.
 Größter, so tief für
 Ein Winterbrücke bei
 gleichem Gefälle.
 Zeit bezüglich strom
 0,93 und 0,56 tonnen
 gro □ Meten werden.
 Ein geringere Viad.

Gründungsstärke genügt es wohl, ihn um $\frac{1}{3}$ zu vermindern, also 0,62
 und 0,37 tonnen gro □ Met. anzuordnen.

B. Ebene Gitterpfiler.

§6. Vertikaldruck in der Krone. Wir fügen ein geneigtes mauerndes Stütz-
die ganze Pfeilerkonstruktion in einer Vertikalen durch, in welcher

das auf die äußeren Kräfte wirken. Geneigt, wirkt
in der Krone ein Vertikaldruck G im Abstand e
von der Pfeileraxe



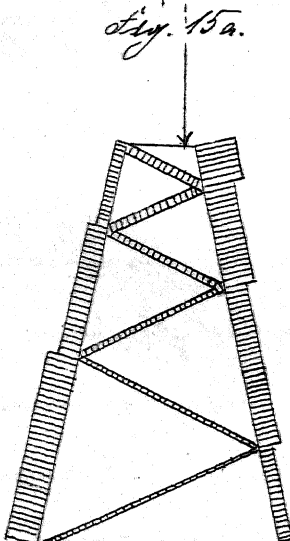
Ist die Spannung eines Drahtseiles $DE = P$,
das Normalabstand fallen von gegenüberliegenden
den Knotenpunkten C , B die horizontale Distanz in C ,
 Z der Abstand des Vertikaldruckes G von C und ϕ
der Neigungswinkel des Seilsstückes gegen die
Vertikale, so ist $PA + GZ = 0$, also

$$27. P = -\frac{GZ}{\sin \phi} = -\frac{GZ}{\sin \phi} \sec \phi = -\frac{1}{2} G (1 - 2 \frac{e}{b}) \sec \phi.$$

Die Spannung derjenigen Seile, welche der Krone
griffen, unter dem Lasten, wirdspannung, nimmt
nach unten ab, die Spannung der unteren Seile
nimmt nach unten zu. (Fig. 15a). Für $e = 0$ wird
einfach

$$28. P = -\frac{1}{2} G \sec \phi.$$

Ist die Spannung eines Drahtseiles $CD = P$, das
Abstand fallen von Punkten A , in welchem die
die Drahtseile von denjenigen Drahtseilen, welche
von einem Draht CD getragenen Punkten getroffen werden, $= E$, ferner
der Abstand des Punktes L von der Drahtseilmittelpunkts F eines Draht



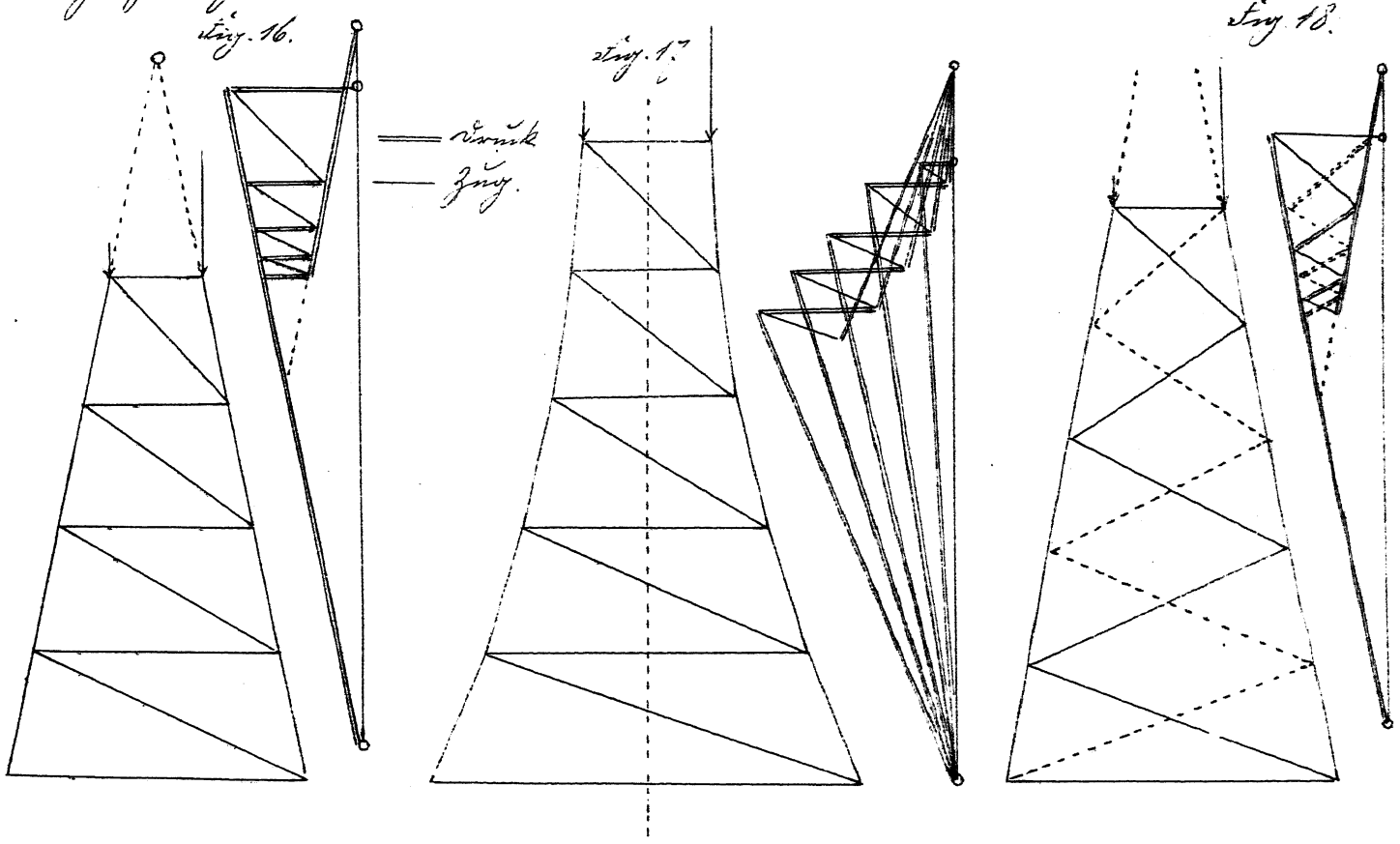
Leitungen Vertikalen mit dem Radius $= r$, um den Krümmungswinkel der Kabel CD gegen die Horizontale $= \alpha$, so ist $P_2 - P_1 = 0$, also

$$29. \quad P = \frac{G \cdot l}{r} = \frac{G \cdot l}{r} \sin \alpha.$$

Bei geraden Pöhlen nimmt hinwied die Spannung der Fittschöbe auf, indem, ob. Wicht G auf der rechten Seite der Längs, so sind die aufsteigenden Pöble, gegen, die links fallenden gedrückt. Dies $e = 0$, wird $P = 0$, ein tauchendes Wicht erzeugt also keine Spannung der Fittschöbe.

Die Annahme der geraden Polygonalmaßstäbe für gerade und gekrümmte Pöble zeigt Fig. 16 und 17. Man wird für die Last G in zwei auf die oberen Enden der Pöble, mit einem Krümmungswinkel gegeben.

Ein ein geradliniges System, wird man die Spannungen annähernd erhalten, indem man die geraden nichtlinearen Systeme zerlegt und auf jeder die selbe Last wirken lässt. Die größte Belastung, in dieser Weise zeigt Fig. 18.



§ 7. Eigengewicht. Die Spannung nennt Vönteupfücken D E ist, die
Begriffung der vorigen S. beibehalten,

Fig. 19.

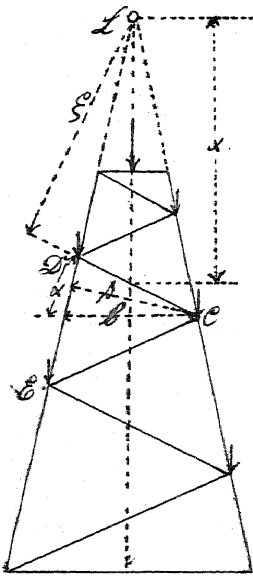
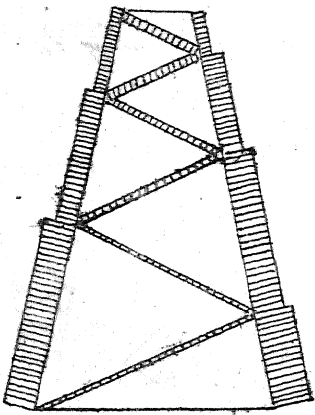


Fig. 19. a.



haben kleine Stücke auf,
zusammen fassen.

Ein großförmiges La.
Minimierung für Läng.
muss zuget. Fig.
20 und 21.

$$30. S = - \frac{M_0}{b} = - \frac{M_0}{b} \text{ set } b$$

manne M_0 das Moment aller über einem Stütz C
gelenkten Beseit wirkenden Kräfte in Längsrichtung
auf C begriffen. Die Spannung Punkt Stützpunkt CD
ist

$$31. P = + \frac{M_1}{x} = \frac{M_1}{x} \text{ set } x.$$

manne M_1 das Moment aller über einem Stütz CD
gelenkten Beseit wirkenden Kräfte in Längsrichtung auf
L begriffen. Das Moment der auf die Krone wirk.
Kräfte ist Null, so dass diese keine Spannung
der Stützstäbe erzeugen. Aber, auf die von den
übrigen Kräfte erzeugten Spannungen sind wir
jetzt klein. Beim Aufbruch sind die Diagonalen
durchgehend ohne Spannung, während die Längs.

Fig. 20

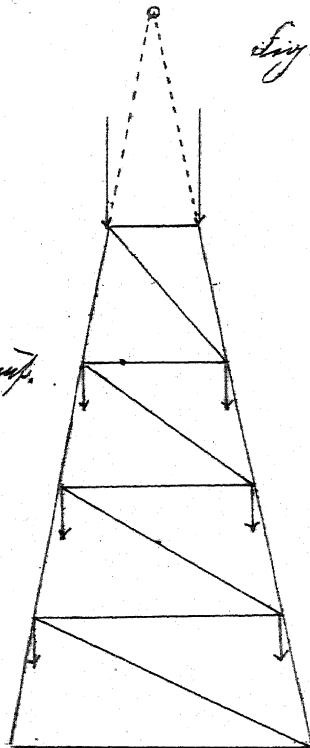
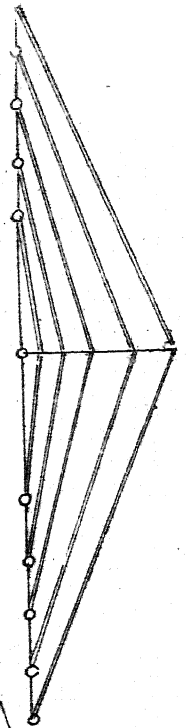
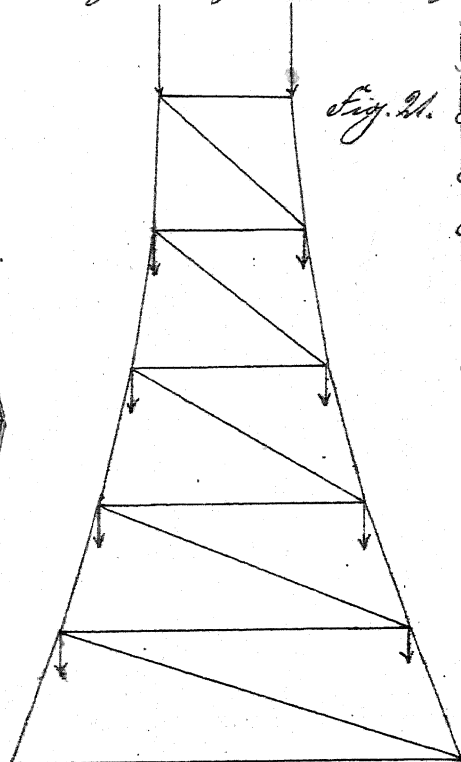


Fig. 21.



§ 8. Horizontalkraft in der Krone. Ein in beliebiger Höhe, mit einer Horizontalkraft bei H eine Spannung eines Gitterträgers DE ist (Fig. 22)

$$32. S = \frac{+Hx_1}{f} = \frac{+Hx_1}{f} \sin \phi,$$

man x_1 den Horizontalabstand und f den Rücken DE gegeneinanderliegenden, längen PC von H bezeichnet. Bei vorerwähnter Konstruktion Kraft ist die linke Seite gegeben, die rechte gegeben. In jedem beliebigen Punkt C des Trägers $H+Bx$ aufsuchen lässt, so nimmt S von oben nach unten zu (Fig. 22a) und man H durch den Punkt L gehen müsste, so müsste S konstant. Daher wird die Spannung eines Trägers CD

$$33. P = -\frac{Hc}{f} = -\frac{Hc}{f} \sin \alpha.$$

man c den Abstand der Horizontalkraft H von L bezeichnet. Bei vorerwähnter Konstruktion Kraft ist die nach links fallende Seite gegeben, die nach rechts fallende gegeben. Die Spannung nimmt von oben nach unten für ab (Fig. 22a). Ein ganz ähnliches System wird man in zwei ähnlichen Systemen gegeben und auf jeder Seite einfallende Kraft $\frac{1}{2}H$ wirken lassen.

Fig. 22

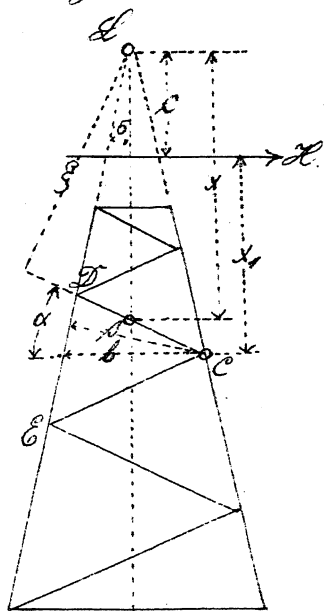


Fig. 22a

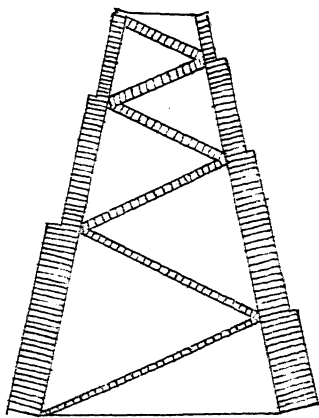
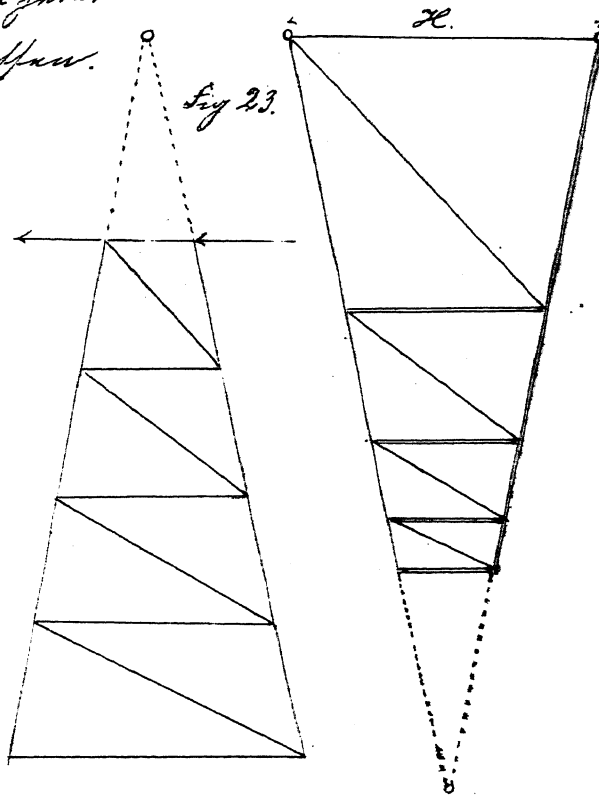
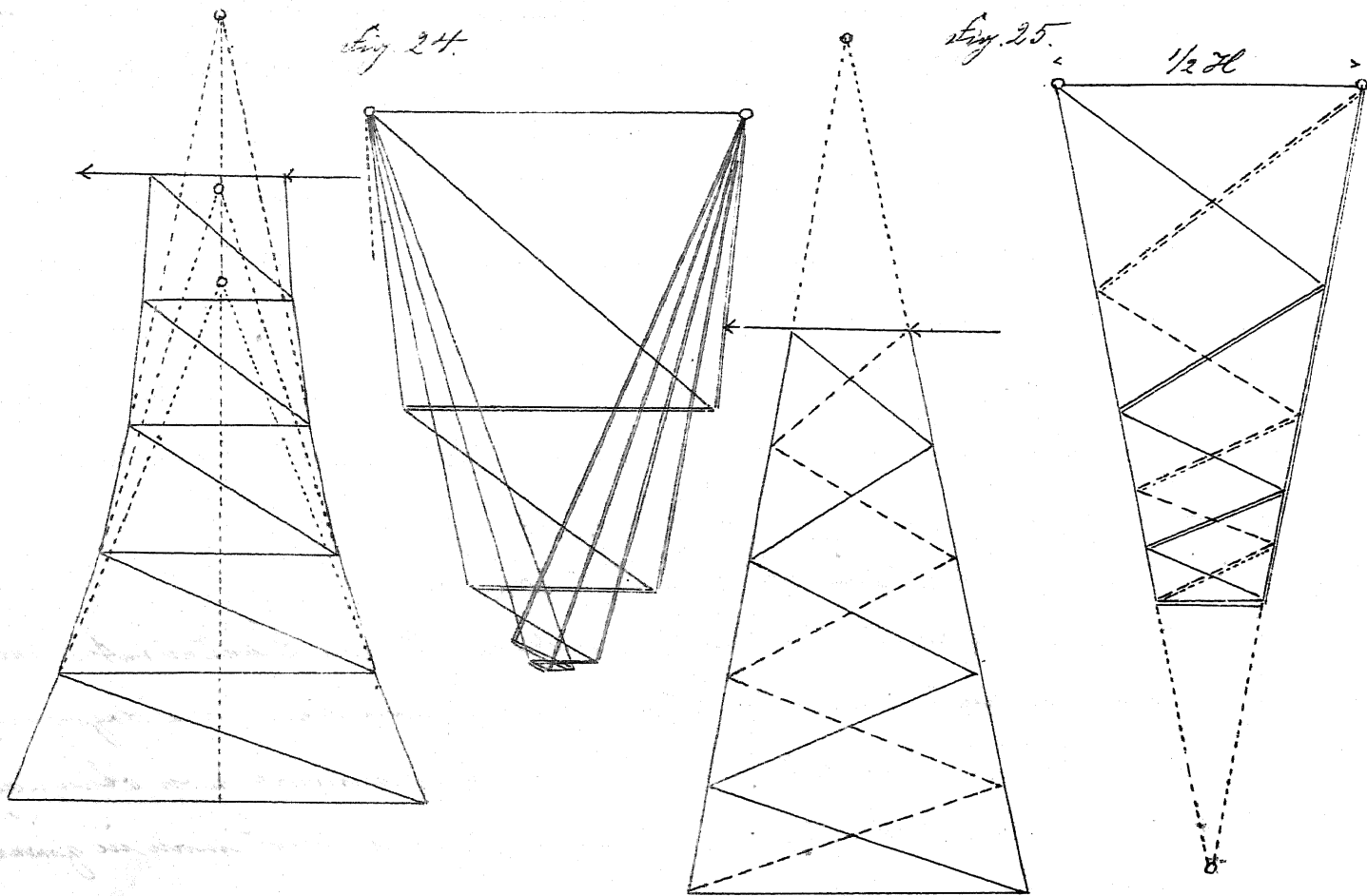


Fig. 23





Die Annahme der geraden Polygonalstruktur auf der Seite mit der
 polygonalen Kräfte bei nichtlinearer Lastverteilung nach Fig. 23 und 24, auf
 der Seite Kräfte bei linearer Lastverteilung nach Fig. 25. Wenn die Kraft
 H nicht genau in den oberen Knotenpunkten wirkt, so kann man
 sie, ohne Änderung der Spannungen zu ändern, auf ein Ende des
 vollständigen Systems mit der Kraft H versetzt denken. (Fig. 26.)

§ 9. Horizontalkräfte in den Knotenpunkten. Die Span-
 nung der Seilstränge ist

$$34. \quad S = \frac{M_x}{f} = \frac{M_x}{b} \text{ ser. 6.}$$

wobei M_x das Moment der über dem Seilstrang wirkenden Kräfte ist.

Kunden Kräfte in Beziehung auf C betrachtet.

Wenn die Druckpunkte einem gleichen Vertikalabstand a haben, und der Winddruck gleichmäßig verteilt angenommen wird, so läßt sich M_1 leicht ausdrücken. Wirkt auf jede Seite der Höhe x der Druck $\frac{1}{2}w$, so ergibt sich bei Annahme von Stiefdruck (Fig. 27): $M_1 = \frac{1}{2}wx^2$, wenn x den Abstand des Druckpunktes C von der Krone bedeutet.

Die Spannung nimmt ferner von oben nach unten zu; sie ist auf der Windseite ein Zug auf der Leeseite ein Druck.

Die Spannung Punkt E ist $\frac{1}{2}wx^2$.

$$35. P = \frac{M_1}{x} = \frac{M_1}{x} \sec \alpha.$$

wenn M_1 der Moment aller über einem Punkt E gelegten Punktwinden Kräfte in Beziehung auf C bedeutet. Der auf links fallenden Wind ist die rechts fallenden Kräfte entgegen, die links fallenden gedrückt. Bei gleichmäßig verteiltem Winddruck und gleichem Vertikalabstand a der Druckpunkte ergibt sich für den Enddruck (Fig. 29), für eine Stange noch

$$36. M_2 = \frac{1}{2}w[x^2 + 2cx + a(c+x)]$$

wobei x den Abstand des oberen Endes der Stange von der Krone bedeutet, m für eine Horizontale, welche von der Krone den Abstand a hat,

$$37. M_2 = \frac{1}{2}w(x^2 + 2cx)$$

für zwei gleiches System wird man in ganz ähnlicher Weise (Fig. 27.)

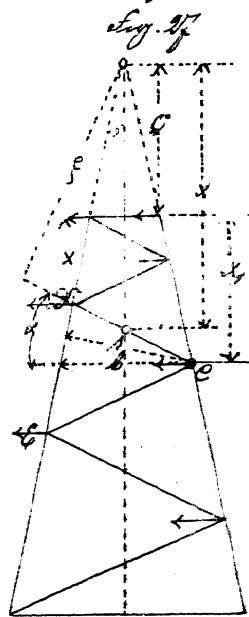
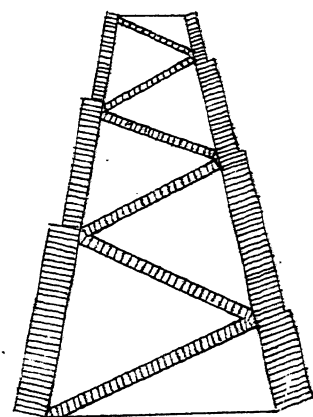
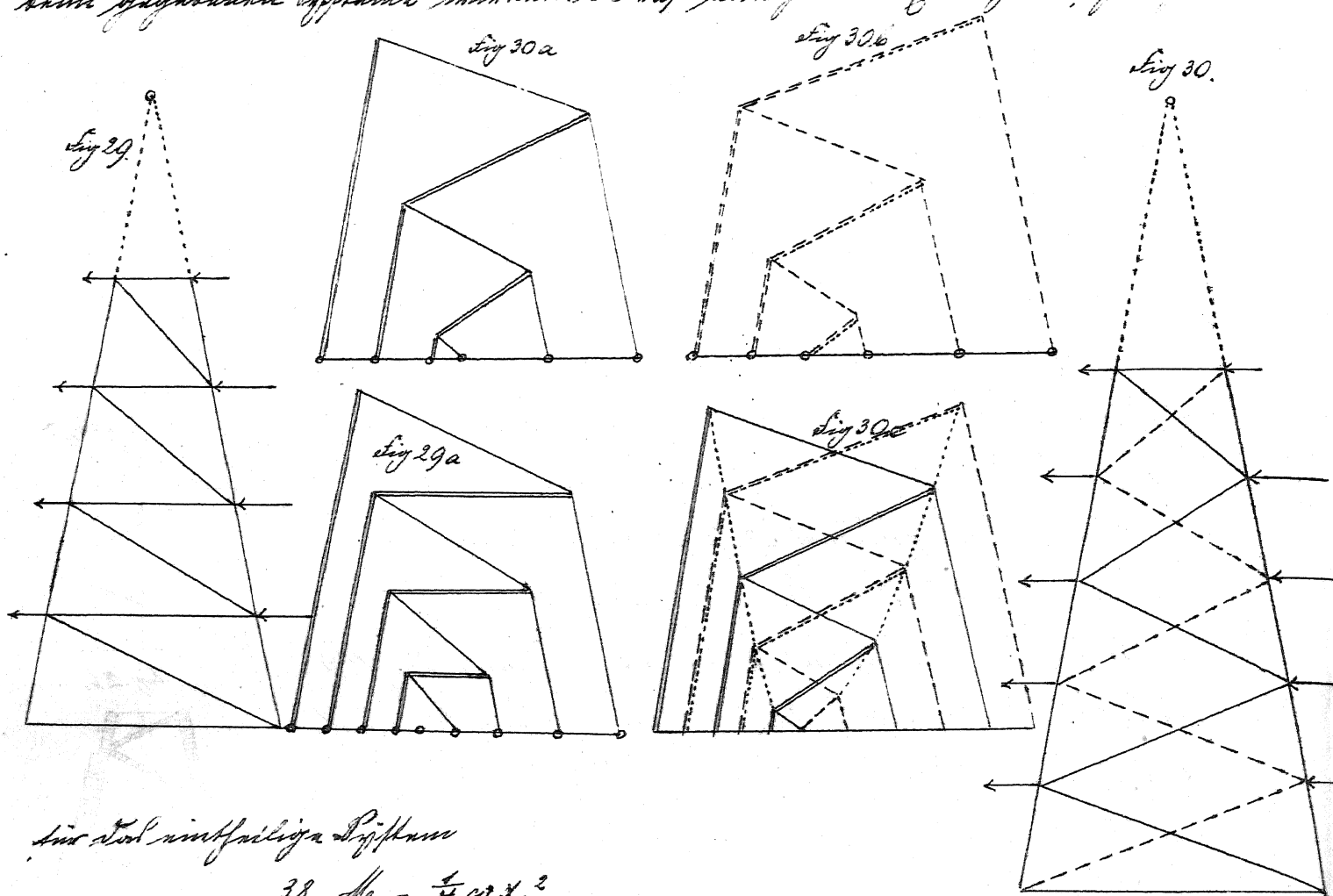


Fig. 28.



gezeigt und in jedem Knotenpunkte das einflussreiche Biegemoment für ein
 beim gegebenen Biegemoment wirkende Kraft annehmen. Es ergibt sich, dass



das das einflussreiche Biegemoment

$$38. M_1 = \frac{1}{4} \cos^2 \alpha$$

man α , den Winkel des gegebenen Knotenpunktes von der Krone ab.
 berechnet, mit

$$39. M = \frac{1}{4} \cos^2 \alpha [x^2 + 2cx + \frac{1}{2} \cos^2 \alpha (c+x)]$$

man x den vertikalen Abstand des oberen Endes des gegebenen
 Knotenpunktes von der Krone.

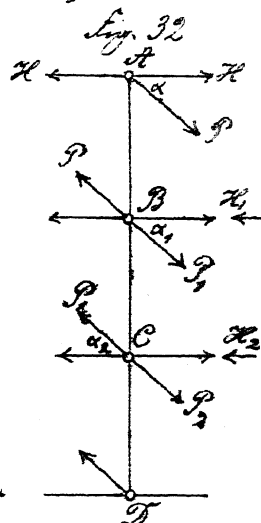
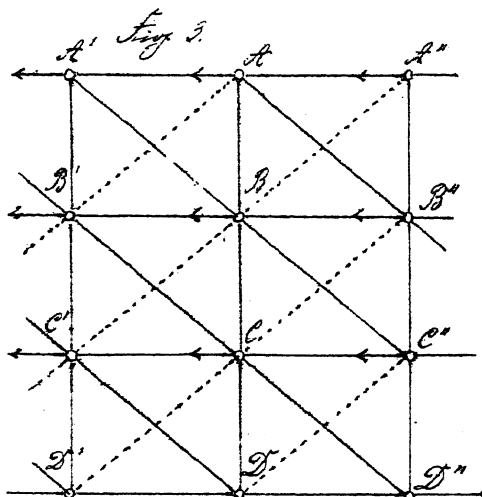
Die Konstruktion der gegebenen Polynomformeln für gegeben
 Punkte, sowie für einflussreiche Endpunkte und einflussreiche Knotenpunkte
 zeigt Fig. 29 und 30.

§ 10. Gerüstbrücken. Die Lücken mit Böden in gleichen Entfernungen, aufgestellt sind durch Gitterwerke verbunden (Fig. 31). Die Rahmen zunächst kleine Horizontalen, oder Ringel mit diagonalen Pfeilen, Diagonalen an. Wirkt auf alle Böden in der Ebene sind von den Knotenpunkten eine gleiche Horizontalkraft, so sind die Ringel ohne Spannung, weil sich alle Böden gleich stark ausdehnen, also keine Längsverschiebung der Ringel eintreten kann. Also, oder wirkt ein ein System von Diagonalen eine Spannung. Die Diagonalen von $A'B''$ mit $A'B'$ haben gleiche Spannung P , ebenso haben die Diagonalen von $B'C''$ mit $B'C'$ gleiche Spannung P u. s. w. Bezeichnet man die auf die Punkte A, B, C wirkenden Horizontalkräfte mit $H, H_1, H_2, \dots$, so wirkt sich für die durch $AB, BC, CD, \dots$ gelegten Systeme (Fig. 32) die Gleichgewichtsbedingung

$$40 \begin{cases} P \cos \alpha = H \\ P_1 \cos \alpha_1 = H + H_1 \\ P_2 \cos \alpha_2 = H + H_1 + H_2 \end{cases}$$

bestimmt ist.

Ein, andere Hauptbedingungserfordern mit manne die Böden mit gegebenenmaßen verbunden sind (wie bei Baumwerkbrücken) ist die Aufgabe statisch unbestimmt. Fürsolvingmanne wird man die Ringel für den Punkt $P \cos \alpha, P \cos \alpha_1, \dots, H, H + H_1, \dots$ bezeichnen können, welcher wirkt, wenn



nur ein Ringel und eine Diagonale, die man vorliegenden Endpunkten
anlagern, gespannt sind.

§ 11. Reduktion auf einen ebenen Gitterpfeiler. Wir nehmen
zunächst an, daß die äußeren Kräfte in einer Symmetrieebene $A_0 B_0 C_0 D_0$ (Fig. 33.) wirken. Die Spannungen aufgespannter Fäden des beiden
Hilfskreuzes $A B D C$ und $A_1 B_1 D_1 C_1$ müssen alle demselben gleich sein. Dem-
nach sind die Knoten A, B, C, D eines jeden dieser Punkte los-
gelassen, so treten die Spannungen der großflächigen Fäden der äußeren
Kräfte auf. Diese Kräfte wirken symmetrisch gegen eine Ebene $A_0 B_0 C_0 D_0$
der Symmetrieebene. In dieser Ebene in Eingangs- und Ausgangs-
des Querschnitts zur Wand punktförmig. Das keine Momente geben, so müßte
ein Diagonalschnitt dieser Wand der Krümmung. Richtigkeit geben, daß
die Hilfsfäden dieser Wand ohne Spannung sind.

Die Spannungen der aufgespannten Fäden des beiden Kreuzes
 $A B D C$ und $A_1 B_1 D_1 C_1$ lassen sich zu einer Resultante vereinigen, welche
in der Projektion der Knotenpunkte auf die Mittellinie. Lagern
wir die Spannungen der Fäden, Diagonalen und Ringel mit I, P, H ,
und dieselben Spannungen für den Fall, daß der Pfeiler ein abrunder
Pfeiler, welcher der Projektion der Fäden auf die Mittellinie $A_0 B_0 C_0 D_0$
aufgelegt, mit I_0, P_0 und H_0 , so ergibt sich

$$41. I = \frac{1}{2} I_0 \cos \beta, \quad P = \frac{1}{2} P_0 \cos \beta, \quad H = \frac{1}{2} H_0,$$

wenn wir $\angle B O B_1 = \beta$, $\angle F O F_1 = \beta$, setzen. Ist der Krümmungs-
winkel des Fäden in der Projektion auf die Ebene $A_0 B_0 D_0 C_0$
punktförmig Vertikalabstand $= \epsilon$, so ist:

Fig. 33.

$$72 \begin{cases} \tan \beta = \frac{\tan \epsilon}{\sec \epsilon}, & \sec \beta = \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \epsilon + \tan^2 \epsilon}}{\sec \epsilon} \\ \tan \beta_1 = \frac{\tan \epsilon_1}{\sec \epsilon_1}, & \sec \beta_1 = \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \epsilon + \cot^2 \alpha}}{\sec \epsilon} \\ & = \sqrt{1 + \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \epsilon} \end{cases}$$

Immer hat man für die
Brennung des Brenners für ein
abwärtiges Strahlensystem aufwärts
des Brenners sei ϵ , um die Stelle
des Brenners müsste jetzt nur
der Brenner

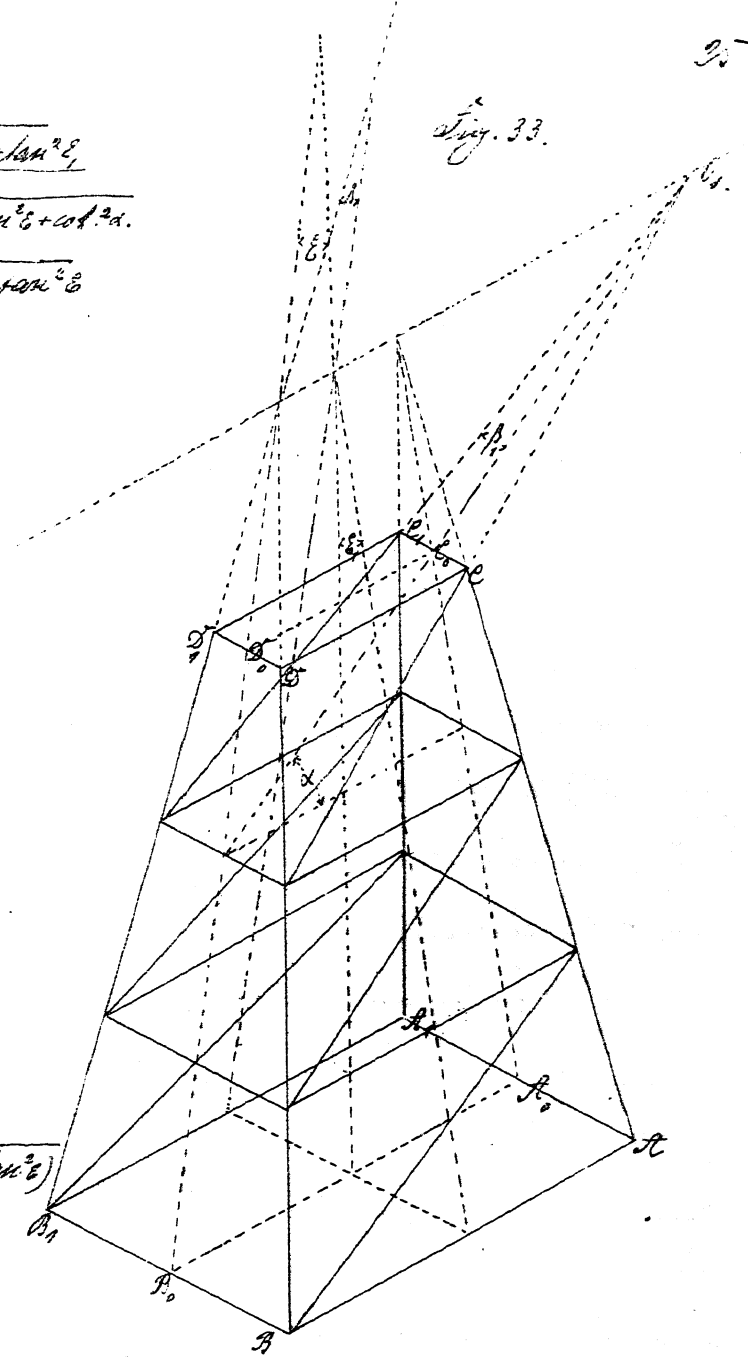
$$\frac{1}{2} \sqrt{1 + \tan^2 \epsilon + \tan^2 \epsilon},$$

zu setzen sein, abwärts aufwärts
in den Brenner für P der
Brenner sei α , um die Stelle
des Brenners müsste der
Brenner

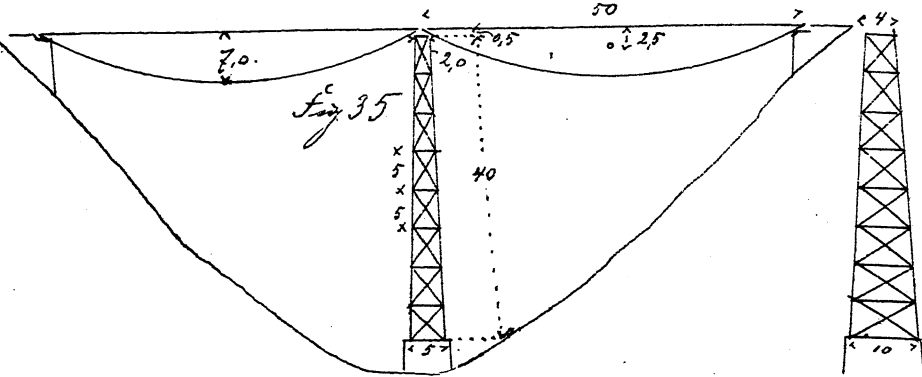
$$\frac{1}{2} \tan \alpha \sqrt{1 + \tan^2 \epsilon + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha (1 + \tan^2 \epsilon)}$$

zu setzen sein.

Immer projektionsverhältnis
des Brenners zu Fig. 34, mögen a
und die beiden Brenner des Brenners
vorfallen. Für die Projektion a geben
die Brennungen auf den Brenner
des abwärts Strahlensystems Kon-
stant. Man kann AC und CF
konstant zu AC und $AC = A_1 A_0$
 $CF = C_0 C'$, so ist die Brennung in



in der Größe KL der Abstände KL in der Verhältnis von KL zu $\frac{1}{2} KL$ zu vergrößern.
 Nach dem Punkt F KL GL Punkt.
 nach zu KL KL GL GL ,
 ist die Symmetrie der Pfeilspitze
 KL der Abstände KL in der
 Verhältnis von KL zu $\frac{1}{2} KL$ zu
 vergrößern.



§ 12. Beispiel. Ein Pfeilspitze für eine, eingeleitete Eisenfabrik
 mit zwei Läng Pfeilspitzen über einem Öffnung von 50^m Symmetrie
 fahr, die in Fig 35 angegeben sind. Die Läng ist horizontal
 und alle vier Läng auf der Mittelpfeiler sind horizontal. Die Pfeiler
 markieren die Längspfeiler mit Pfeiler horizontal, und Pfeiler
 nach. Es sind keine Pfeiler zu benutzen.

I. Senkrechte Kräfte. 1. Die Kräfte in der Läng der Pfeiler
 gemindert der Kräfte wird zu $V_0 = 2,3 \cdot 50 = 115$ Ton. angenommen.
 2. Die Kräfte in der Läng der Pfeiler wird bei totaler Pfeiler
 Belastung zu $V_1 = 50 \cdot 50 = 250$ Ton., bei unipartiger Pfeiler
 zu $V_1 = \frac{1}{2} \cdot 250 = 125$ Ton., und bei totaler leichter Belastung (Läng Pfeiler
 angenommen) zu $0,8 \cdot 50 = 40$ Ton. angenommen. Die Läng Pfeiler
 wird im Abstand von 0,4 von der Läng. 3. Die Kräfte in der Läng der Pfeiler
 Pfeiler wird zu $q = 2,5$ Ton. pro 1 Meter Läng, oder pro 4 Kräfte
 zu $5 \cdot 2,5 = 12,5$ Ton. angenommen. 4. Die Läng Pfeiler in der Läng
 wird bei totaler Belastung zu $F = \frac{1}{4} \cdot 0,015 (2,3 + 2,5) 50 = 2,3$ Ton., bei
 unipartiger Belastung zu $F' = \frac{1}{4} \cdot 0,015 \cdot 2,3 = 0,4$ Ton. angenommen.
 5. Die Kräfte in der Läng der Pfeiler bei totaler Pfeiler wird zu

$H_0 = 9,5 \cdot 50 = 25 \text{ Ton.}$, bei unbelasteter Brücke zu $\frac{2}{3} 25 = 41,7 \text{ Ton.}$ angenommen, Stützweite, nämlich $2,5^m$ unter dem Hauptträger des Trügers, oder $2,0^m$ unter der Pfeilerbrücke. 6. Der Winddruck auf den Güter wird bei beladener Brücke zu $H_1 = 9,42 \cdot 50 = 21 \text{ Ton.}$ angenommen, bei unbelasteter Brücke zu $10,5 \text{ Ton.}$ für beide Brückenglieder, Trüger zu $H_1' = 10,5 \cdot \frac{10+0,4}{2,0} = 7,35$ auf das Pfeilerhafte kreuzförmige Brückenglied. Stützweite, nämlich $1,9^m$ unter der Lufe, oder $2,4^m$ unter der Brücke. 7. Der Winddruck auf die Pfeiler in Richtung der Lufe bei unbelasteter Brücke wird zu $w = 0,58 \text{ Ton.}$ für 1 Meter Höhe, bei belasteter Brücke zu $0,35$, also bezogen auf $5,058 = 2,9$ und $5,035 = 1,75 \text{ Ton.}$ pro 4 Ausläufer, nämlich angenommen. 8. Endlich wird der Winddruck auf den Pfeiler punktförmig zur Lufe bei belasteter Brücke zu $w = 0,4 \text{ Ton.}$ pro 1 Meter Höhe, oder zu $5,040 = 2,0 \text{ Ton.}$ pro 4 Ausläufer, nämlich angenommen.

II. Querschnittsberechnung. Der volle Querschnitt f der gestrichelten Pfeile soll nach der Formel

$$f = \frac{P_{\max}}{0,72} - \frac{P_{\min}}{1,8}$$

berechnet werden. Der nutzbare Querschnitt f' , der gezogenen Pfeile soll $\frac{2}{3}$ so groß, also nach der Regel

$$f' = \frac{P_{\max}}{0,77} - \frac{P_{\min}}{1,7}$$

gemindert werden. Für die ist der Längengewicht des Eisenbetons und Stahls, wie es mit Blei ist, einzuführen. Die zugefügte Luft ist der Höhe folbar mit $1,3$ zu multiplizieren. Der Winddruck wird auf $\frac{2}{3}$ sein, wenn man die für die Pfeile zu berücksichtigen, nur mit $\frac{3}{4}$ seiner oben angenommenen Größe eingeführt werden.

III. Säulen. Längswert M des Moment der äußeren Kräfte

in Zugführung auf den inneren Punkt der zu betrachtenden Rangkanten, bei horizontaler Last der Abstand von diesen Punkten, in der Kraftebene, ist die Spannung S einer Rangkante

Fig. 36.

$$S = \frac{1}{2} \frac{M_0}{b} \sqrt{1 + \tan^2 \varepsilon + \tan^2 \varepsilon_1}$$

Man erhält hier $\tan \varepsilon = \frac{1,5}{40} = 0,0375$, $\tan \varepsilon_1 = \frac{3}{40} = 0,075$,
 also $\sqrt{1 + \tan^2 \varepsilon + \tan^2 \varepsilon_1} = \sqrt{1 + 0,0375^2 + 0,075^2} = 1,004$,

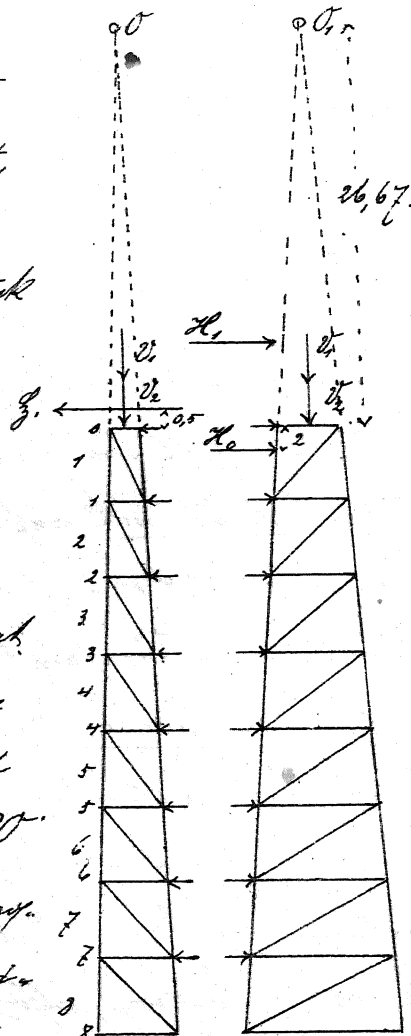
also $S = 0,502 \frac{M_0}{b}$.

Ein wenig in der Höhe wirkenden Druck

mindest $\frac{M_0}{b} = \frac{0,5 \cdot b}{b} = \frac{1}{2} V$, also

$$S = 0,251 V$$

Geometrisch gegeben auf die folgenden Resultate:
 (Tabelle Seite 29.)



II. Gitterwerk der Störflächen. Zugkraft.
 Die Last Momente der äußeren Kräfte für den fraglichen Punkt in Zugführung auf den Punkt O_1 und O_2 , der Vertikalabstand des Punktes O von dem in der Höhe liegenden Punkte der fraglichen Diagonale und von der fraglichen Horizontale, so ist die Spannung P_1 und P_2 der Diagonalen und der Horizontalen

Diagonale: $P_1 = + \frac{1}{2} \frac{M_0}{x_1} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha (1 + \tan^2 \varepsilon_1)}$

Horizontale: $P_2 = - \frac{1}{2} \frac{M_0}{x_1}$

Esobst wird $\frac{1}{2} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha (1 + \tan^2 \varepsilon_1)} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 1,0056 \tan^2 \alpha}$. Für die Diagonale in der $H = \frac{1}{2}$ Höhe wird z. B. $\tan \alpha = \frac{5}{1,5625 + 1,75} = 1,510$, mithin $\frac{1}{2} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha (1 + \tan^2 \varepsilon_1)} = 0,908$. Bei der Bestimmung der Querschnittsfläche ist für $P_{min} = 0$ zu setzen, mithin ist für die Diagonale $f = \frac{P_{max}}{0,77}$, für die Horizontale $f_1 = \frac{P_{max}}{0,72}$. Geometrisch

	Nummer des Fluges	Bemessung unter dem Einfluss von							Bemessung unter Bemessung		Gesamter Einfluss Höhe f.
		$\frac{V_0}{100}$	$\frac{V_0}{100}$	g	g	H_0	H_{ent}	w	Mus.	Mis.	
Höhe in. Lafsch	4.	-38,87	0	-12,55	$\pm 1,15$	$\pm 40,35$	0	$\pm 7,22$	-100,14	+2,70	—
Höhe Lafsch Lafsch	4	-38,87	-11,45	-12,55	$\pm 2,02$	$\pm 40,35$	$\pm 25,87$	$\pm 4,33$	-135,44	+21,25	—
Höhe Lafsch Lafsch	4.	-38,87	-71,58	-12,55	$\pm 1,15$	$\pm 24,21$	$\pm 25,87$	$\pm 4,33$	-178,56	+4,14	259,8
Höhe Lafsch Lafsch	4.	-38,87	-50,11	-12,55	$\pm 6,60$	$\pm 24,21$	$\pm 18,10$	$\pm 4,33$	-157,77	+1,82	—
Zusammen									Zusammen		□ Ent.

II

Lafsch.	Nummer des Fluges	Bemessung unter dem Einfluss von					Bemessung unter dem Einfluss von					Gesamter Einfluss Höhe f.
		$\frac{V_0}{100}$	$\frac{V_0}{100}$	g	g	H_0	$\frac{V_0}{100}$	$\frac{V_0}{100}$	g	g	H_0	
Höhe Lafsch	3	+	+	+	+	—	0,12	0	0,13	2,68	2,93	—
Höhe Lafsch	4.	0	0,21	6,64	6,85	6,2	0,12	0	0,12	3,42	3,66	5,1
Höhe Lafsch	3	—	—	—	—	—	0,12	0	0,13	1,61	1,86	—
Höhe Lafsch	4.	0	0,21	3,98	4,19	—	0,12	0	0,12	2,05	2,29	—
Höhe Lafsch	3	—	—	—	—	—	0,12	0,60	0,73	1,61	3,06	4,3
Höhe Lafsch	4.	1,04	1,27	3,98	6,29	—	0,12	0,53	0,66	2,05	3,36	—
Zusammen						□ Ent.	Zusammen					□ Ent.

V. Gitterwerk der Seitenflächen. Die obere Begrenzung bei: belüftet, ist frei

Diagonale: $P_1 = +\frac{1}{2} \frac{M}{x} \sqrt{1+\tan^2 \alpha (1+\tan^2 \varepsilon)}$

Horizontale: $P_2 = -\frac{1}{2} \frac{M}{x_1}$

Einbei wird $\frac{1}{2} \sqrt{1+\tan^2 \alpha (1+\tan^2 \varepsilon)} = \frac{1}{2} \sqrt{1+1,0014 \tan^2 \alpha}$. Für die Diagonale in der 4^{ten} Lage wird $g. \& \tan \alpha = \frac{5}{3,125+3,5} = 0,755$,

$\frac{1}{2} \sqrt{1+\tan^2 \alpha (1+\tan^2 \varepsilon)} = 0,627$, die Berechnung der Querschnittsart erfolgt nach dem IV. Einbei ergeben sich die folgenden Kapillaren:

Lagef. Nummer Lagef. Vor minip. Horizont.	Diagonalen						Horizontale					
	Einfluß von			P _{min.}	Quar. schnittl. fläche	g.	Einfluß von				P _{min.}	Quar. schnittl. fläche
	H ₁	H ₂ & H'	w.				H ₁	H ₂ & H'	w.	g.		
H ₁ & H' Belüftung	3	.	.	.	.	.	6,45	.	4,38	0,47	11,30	—
	4	7,67	0	5,23	12,90	—	5,76	0	3,93	0,47	10,16	—
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
L ₁ & L' Belüftung	3	.	.	.	.	.	6,45	4,49	2,63	0,47	14,04	19,5
	4	7,67	5,34	3,14	16,15	24,0	5,76	4,01	2,36	0,47	12,60	17,5
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
H ₁ & L' Belüftung	3	.	.	.	.	.	6,45	3,14	2,63	0,47	12,69	—
	4	7,67	3,74	3,14	14,55	—	5,76	2,81	2,36	0,47	11,40	—
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	Zusammen				□ best.		Zusammen				□ best.	

II Spannung der Ankerbolzen. Die Maximalspannung in einem Ankerbolzen wird bei totaler linker Belastung:

$$S = \frac{25.38 + 21.42.4 + 0.35.40.20}{10} - (115 + 40 + 2.5.40)5 = 84.5 \text{ Tonne.}$$

und bei unbelasteter Brücke

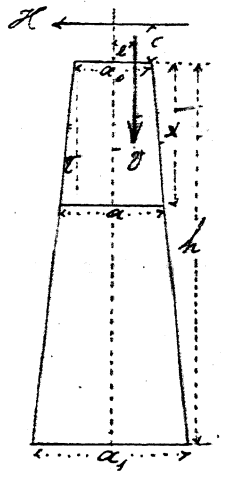
$$S = \frac{41.7.38 + 0.58.40.20}{10} - (115 + 2.5.40)5 = 97.4 \text{ Tonne.}$$

2) Volumen und Gewicht.

§ 13. Säulen ebener Gitterpfeiler. Ein Pfeiler besteht in Höhe h , oben und unten die Breite a_0, a_1 , von einer beliebigen Stelle im Abstand x von der Krone die Breite a , ab. kann ist

$$a = a_0 + \frac{a_1 - a_0}{h} x.$$

Die zylindrische Querschnittsfläche (gemessen nach der gemessenen Nutfläche) bei K , des Pfeilers ist Volumen W .



1. Vertikalkraft in der Krone. Eine im Abstand $\pm e$ von der Krone messende Vertikalkraft erzeugt die Biegung $S = \frac{V(\frac{a}{2} \pm e)}{a} \sec e = \frac{1}{2} V(1 \pm \frac{2e}{a}) \sec e$, also ist das Volumen W' einer Säule pro Längeneinheit

$$W' = \frac{V}{K} (1 + \frac{2e}{a}) \sec^2 e = \frac{V \sec^2 e}{K} \left[1 + \frac{2e}{a_0 + \frac{a_1 - a_0}{h} x} \right]$$

Die Integration geht mit Rücksicht auf die Integrationsformel

$$\int \frac{dx}{a + bx} = \frac{1}{b} \log nat(a + bx) + \text{const. als } W' \text{ eines Pfeilers}$$

$$43. W' = \frac{Vh \sec^2 e}{K} \left[1 + \frac{2e}{a_1 - a_0} \log nat \frac{a_1}{a_0} \right]$$

Da das gemessene Glied in der Formel sehr geringfügig nur klein ist, so genügt eine Näherung. Annimmt man immerfalls das für ein norm.

konstanten Bruch $\frac{a_0}{a_1 - a_0} \log nat \frac{a_1}{a_0} = 0.403 + 0.597 \frac{a_0}{a_1}$. So z.B. mit für $\frac{a_1}{a_0} = 1.4 \quad 1.8 \quad 2.0$ den gemessenen Bruch 1 0.844 0.735 0.693.

39.

Der Reibungswert $\mu = 1 \quad 0,830 \quad 0,735 \quad 0,701$. Und können wir folgen

$$44. D' = \frac{Th \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R} \left[1 + 0,806 \frac{c}{a_0} + 1,194 \frac{c}{a_1} \right]$$

2. Eigengewicht. Folgen wir der Eigengewicht zur Gefährdung gleich g , so wird $I = \frac{1}{2} g x \operatorname{ser} \epsilon$, also der Widerstand zur Längung $= \frac{g x \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R}$. Die Längung wirkt, als Gesamtwiderstand

$$45. D'' = \frac{g h^2 \operatorname{ser}^2 \epsilon}{2 R}$$

3. Horizontalkraft in der Krone. In der Krone c von der Krone wirkt eine Horizontalkraft H entgegen der Spannung $\pm \frac{H(c+x)}{a} \operatorname{ser} \epsilon$. Also wird der Widerstand zur Längung

$$D''' = \frac{2H(c+x) \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R a} = \frac{2H \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R} \frac{c+x}{a_0 + \frac{a_1 - a_0}{h} x}$$

Die Längung wirkt, als Gesamtwiderstand, für $\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \operatorname{lognat}(a+bx) + \text{const.}$ $\int \frac{x \cdot dx}{a+bx} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b^2} \operatorname{lognat}(a+bx) + \text{const.}$ ist

$$D''' = \frac{2H \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R} \left[\frac{ch \operatorname{lognat} \frac{a_1}{a_0}}{a_1 - a_0} + \frac{h^2}{a_1 - a_0} \frac{a_0}{(a_1 - a_0)^2} \operatorname{lognat} \frac{a_1}{a_0} \right] \text{ oder}$$

$$46. D''' = \frac{2H h^2 \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R(a_1 - a_0)} \left[1 + \left(\frac{c}{h} - \frac{a_0}{a_1 - a_0} \right) \operatorname{lognat} \frac{a_1}{a_0} \right]$$

Kann man leicht prüfen:

$$\frac{a_0}{a_1 - a_0} \left(1 - \frac{a_0}{a_1 - a_0} \operatorname{lognat} \frac{a_1}{a_0} \right) = 0,121 + 0,379 \frac{a_0}{a_1}$$

Ein $\frac{a_2}{a_0} = 1 \quad 1,4 \quad 1,8 \quad 2$ wird der Spannungswert $= 1 \quad 0,841 \quad 0,735$

0,693, der Reibungswert $\mu = 1 \quad 0,830 \quad 0,735 \quad 0,701$. Ein Vergleich zeigt

$$47. D''' = \frac{H h^2 \operatorname{ser}^2 \epsilon}{R} \left[\frac{0,242}{a_0} + \frac{0,758}{a_1} + \left(\frac{0,806}{a_0} + \frac{1,194}{a_1} \right) \frac{c}{h} \right]$$

4. Gleichmäßig verteilte Horizontalkraft. In der Krone w zur Gefährdung wirkt entgegen der Spannung $\pm \frac{wx^2}{2a} \operatorname{ser} \epsilon$, also wird der Widerstand zur Längung

Lösungsaufgabe

$$x''' = \frac{\omega x^2 \sin^2 \epsilon}{R a} = \frac{\omega \sin^2 \epsilon}{R} \frac{x^2}{a_0 + \frac{a_1 - a_0}{h} x}$$

Es ist $\int \frac{x^2 dx}{a + bx} = \frac{x^2}{2b} - \frac{ax}{b^2} + \frac{a^2}{b^3} \log nat. (a + bx) + \text{const.}$ Setzen wir dies in die Differentialgleichung ein:

$$x''' = \frac{\omega \sin^2 \epsilon}{R} \left[\frac{h^3}{2(a_1 - a_0)} - \frac{a_0 h^3}{(a_1 - a_0)^2} + \frac{a_0^2 h^3}{(a_1 - a_0)^3} \log nat. \frac{a_1}{a_0} \right] \text{ oder}$$

$$48. x''' = \frac{\omega h^3 \sin^2 \epsilon}{2R(a_1 - a_0)} \left[1 - \frac{2a_0}{a_1 - a_0} + \frac{2a_0^2}{(a_1 - a_0)^2} \log nat. \frac{a_1}{a_0} \right]$$

Man findet mit $\frac{a_0}{a_1 - a_0} \left[1 - \frac{2a_0}{a_1 - a_0} + \frac{2a_0^2}{(a_1 - a_0)^2} \log nat. \frac{a_1}{a_0} \right] = 0,120 + 0,547 \frac{a_0}{a_1}$.

Für $\frac{a_1}{a_0} = 1 \quad 1,4 \quad 1,8 \quad 2,0$ ist der gesamte Ausdruck = 0,667 0,573 0,428 0,386,
der Klammerausdruck = 0,667 0,511 0,424 0,393. Es wird

$$49. x''' = \frac{\omega h^3 \sin^2 \epsilon}{R} \left(\frac{0,060}{a_0} + \frac{0,274}{a_1} \right)$$

Das gesammte Resultat läßt sich so ausdrücken:

$$50. x = \frac{h \sin^2 \epsilon}{R} \left[U \left(1 + 0,806 \frac{h}{a_0} + 1,194 \frac{h}{a_1} \right) + \frac{g h}{2} + H \left(0,242 \frac{h}{a_0} + 0,758 \frac{h}{a_1} + 0,806 \frac{h}{a_0} + 1,194 \frac{h}{a_1} \right) + \omega h \left(0,060 \frac{h}{a_0} + 0,274 \frac{h}{a_1} \right) \right]$$

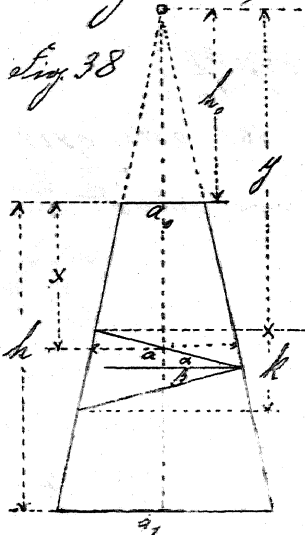
Wenn man zur Bestimmung des Hinstandes die Regel $f = \frac{P_0}{R_0} + \frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2}$ annimmt, so ist die ganze Formel zusammengefasst und das Verhältnis an Luft für verschiedene Teile V_0 und V_1 zu vergleichen. Als konstante Luft nimmt man V_0 und g , als variable Luft V_1 H und ω . Berücksichtigt man, daß ϵ H ω gegeben sind, so erhält man

$$51. Q = h \cdot \sec^2 \epsilon \left[\frac{1}{R_0} \left(V + \frac{1}{2} g h \right) + \frac{V_1}{R_1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sqrt{V_1^2 \left(0,806 \frac{a}{a_0} + 1,194 \frac{c}{a_1} \right) +} \right. \\ \left. + H \left(0,242 \frac{h}{a_0} + 0,758 \frac{h}{a_1} + 0,806 \frac{c}{a_0} + 1,194 \frac{c}{a_1} \right) + w h \left(0,860 \frac{h}{a_0} + 0,274 \frac{h}{a_1} \right) \right]$$

Es ist zu bemerken, dass man für ausfallt nicht nur sehr große Einflüsse, sondern auch geringe, und negative Spannung hervorbringen kann, fast für einen maßgebenden Einfluss.

§ 14. Gitterwerk ebener Gittergefäße. Wie aus der Figur

für Holzwerk und Doppelrohrwerk. Die Größe der Spannung ist σ , die Größe der Spannung des Rohrs ist σ_0 , die Größe der Spannung des Rohrs ist σ_0 , die Größe der Spannung des Rohrs ist σ_0 .



a. Holzwerk. Ist das Moment, in Bezug auf die Spitze L, α und β die Neigungswinkel zweier Röhre gegen die Horizontale, γ der Abstand der Röhre von L, so ist die Spannung der Röhre $= + \frac{M \sec \alpha}{R_1} + \frac{M \sec \beta}{R_2}$, also das Polynom beider Röhre $\frac{M}{R_1} (\sec \alpha + \sec \beta)$ mit der Größe der Röhre γ .

Gitterwerk

$$\sigma = \frac{M}{R_1} \frac{\sec \alpha + \sec \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}.$$

also für $\beta = \alpha$

$$52. \sigma = \frac{2 M \sec \alpha}{R_1 \sin 2 \alpha} = \frac{M}{R_1} (\tan \alpha + \cot \alpha)$$

Da $\tan \alpha = \frac{h}{a}$, $\cot \alpha = \frac{a}{h}$ ist, so wird $\sigma = \frac{M}{R_1} \left(\frac{h}{a} + \frac{a}{h} \right)$

$$52 a. \sigma = \frac{M}{R_1} \left(\frac{h}{a} + \frac{a}{h} \right)$$

Da $a = 24 \text{ cm}$ ist, so wird $\sigma = \frac{M}{R_1} \left(\frac{h}{24} + \frac{24}{h} \right)$

$$52 b. \sigma = \frac{M}{R_1} \left(\frac{2 \tan \epsilon}{R} + \frac{R \cot \epsilon}{24^2} \right)$$

Man soll in der ersten Gleichung, dass R konstant ist.

1. Vertikalkraft in der Krone. Für den gesamtseitig wirkende Druck, Balken nimmt eine Spannung. Für ist $M_0 = \pm T_0 l$, daher

$$\sigma' = \frac{T_0 l}{R} \left(\frac{2 \tan \epsilon}{R} + \frac{k \cot \epsilon}{2 y^2} \right)$$

Krümmung ist $\int \frac{dy}{y^2} = -\frac{1}{y} + \text{const.}$ $\int_{h_0}^{h_0+h} \frac{dy}{y^2} = \frac{h}{h_0(h+h_0)}$, mit der

$$\sigma' = \frac{T_0 l}{R} \left[\frac{2 \tan \epsilon}{R} + \frac{k \cot \epsilon}{2 h_0(h+h_0)} \right]$$

oder, weil $\tan \epsilon = \frac{a_1 - a_0}{2h}$, $h+h_0 = \frac{1}{2} a_1$, $\cot \epsilon = \frac{a_0 h}{a_1 - a_0}$ ist

$$53. \sigma' = \frac{T_0 l (a_1 - a_0)}{R} \left(\frac{1}{R} + \frac{k}{a_0 a_1} \right)$$

2. Das Eigengewicht nimmt nur sehr kleine Spannungen für ein unauflösbaren Krümmen.

3. Horizontalschub in der Krone. Für ist $M_0 = \pm H(h_0 - c)$. Hier erhalten wir das nachfolgende Polynom, σ'' , wenn wir in der vorigen Formel $H(h_0 - c)$ für $T_0 l$ setzen. Also ist

$$54. \sigma'' = \frac{H(h_0 - c)(a_1 - a_0)}{R} \left(\frac{1}{R} + \frac{k}{a_0 a_1} \right) = \frac{H[a_0 h - c(a_1 - a_0)]}{R} \left(\frac{1}{R} + \frac{k}{a_0 a_1} \right)$$

4. Gleichmäßig verteilte Horizontalkraft. Für ist $M_0 = \pm w x (h_0 + \frac{1}{2} x)$
 $= \pm w(y - h_0) \left(\frac{y}{2} - \frac{h_0}{2} \right) = \pm \frac{1}{2} w (y^2 - h_0^2)$ also

$$\sigma''' = \frac{w(y^2 - h_0^2)}{R} \left(\frac{2 \tan \epsilon}{R} + \frac{k \cot \epsilon}{2 y^2} \right)$$

Die Integration gibt

$$\sigma''' = \frac{w}{R} \left[\frac{(a_1^3 - a_0^3) h^2}{3k(a_1 - a_0)^2} - \frac{h^2}{a_1 - a_0} \left(\frac{a_0^2}{R} - k \right) - \frac{k a_0 h^2}{a_1(a_1 - a_0)} \right]$$

oder nachfolgendes Polynom:

$$55. \sigma''' = \frac{w h^2}{R} \left(\frac{2 a_0 + a_1}{3k} + \frac{k}{a_1} \right)$$

36.

Q' und Q'' wird zum Minimum für $k=$ Q''' wird zum
 Minimum für $k = \sqrt{\frac{1}{3}(2a_0 + a_1)}a_1$. Für $\frac{a_1}{a_0} = 1 \quad 1,4 \quad 1,8 \quad 2$ wird
 dann Q' und Q'' zum Minimum für $k=1 \quad 1,183 \quad 1,342 \quad 1,414a_0$.
 Q''' zum Minimum für $k=1 \quad 1,063 \quad 1,127 \quad 1,153a_0$
 das Gesamtergebnisse wird nun

$$56. Q = \frac{1}{R} \left[\left[U_1^2(a_1 - a_0) + H(a_0 h - ca_1 - ca_0) \right] \left(\frac{1}{k} + \frac{k}{a_0 a_1} \right) + \omega h^2 \left(\frac{2a_0 + a_1}{3k} + \frac{k}{a_1} \right) \right]$$

Zur Bestimmung der Formel $f = \frac{P_0}{R_0} + \frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2}$ ist für einfach
 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ für $\frac{1}{R}$ zu setzen, weil für alle Wirkungen positiv und
 negativ sein können.

b. Fachwerk mit offener, regelmäßiger Anordnung. Die obige La-
 gestellung beibehaltend ist das Rahmen der beiden Diagonalen zur
 Gesamtlänge

$$\frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{R_y a \tan \alpha}$$

und das Rahmen der Normale zur Gesamtlänge $= \frac{ka}{R_y a \tan \alpha}$,
 also das ganze Rahmen zur Gesamtlänge

$$57a. n = \frac{ka}{R_y} \cdot \frac{2 \sin^2 \alpha + 1}{\tan \alpha} = \frac{ka}{R_y} (2 \tan \alpha + 3 \cot \alpha)$$

oder, da $\tan \alpha = \frac{h}{a}$, $\cot \alpha = \frac{a}{h}$ ist

$$57b. n = \frac{ka}{R_y} \left(2 \frac{h}{a} + 3 \frac{a}{h} \right) = \frac{ka}{R} \left(\frac{6 \tan \alpha}{h} + \frac{3 \cot \alpha}{a} \right)$$

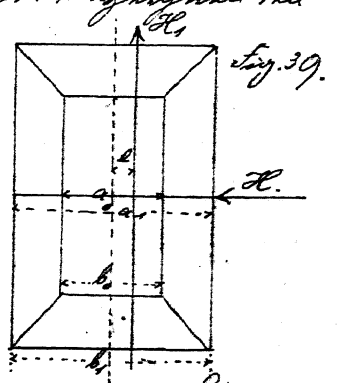
Es muss ist das erste Glied 3 mal, das zweite 2 mal so groß, als beim
 Netzwerk. Oder erhalten wir für aus der Formel 56, wenn wir
 $\frac{3}{R}$ statt $\frac{1}{R}$ und $2k$ statt k setzen,

$$58. Q = \frac{1}{R} \left[\left[U_1^2(a_1 - a_0) + H(a_0 h - ca_1 - ca_0) \right] \left(\frac{3}{k} + \frac{2k}{a_0 a_1} \right) + \omega h^2 \left(\frac{2a_0 + a_1}{k} + 2 \frac{k}{a_1} \right) \right]$$

Im Minimum werden die Flächen mit V und H für $k = \sqrt{\frac{3}{2}} a_0 a_1$,
 das Glied mit w für $k = \sqrt{\frac{1}{2}(2a_0 + a_1)} a_1$, d. i. für $\sin \alpha = \sqrt{1.5} = 1.22$ mal so
 groß als k , als beim Normalk.

Bei Annäherung der allgemeinen Formel $f = \frac{P_0}{R_0} + \frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2}$
 nimmt man $\frac{1}{R_1}$ für $\frac{1}{R_2}$ setzen, weil die äußere Krümmung der Faserung
 sowohl der Tangentialen, als der Normalen Null ist.

§15. Säulen obeliskartiger Gitterpfeiler. Wir bezeichnen die
 Querschnittsmitte in Folge der Faserungsmittelpunkt mit V ,
 den Faserungsmittelpunkt der Pfeiler-geraden Faserungsmittelpunkt
 mit g , den Querschnittsmitte in Folge der zufälligen
 Last mit V , den Horizontalsfuß in Richtung der
 Längsachse mit H , punktförmig gegen mit H_1 , den
 Querschnittsmitte auf dem Pfeiler in Richtung der Längsachse
 gegen mit w , punktförmig gegen Längsachse mit w_1 . Als dann ergibt sich
 die Annäherung der naturwahren Formeln mit Rücksicht auf §11
 für Normalk



$$\begin{aligned}
 59) \quad 2D = & k(1 + \sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha) \left[\frac{1}{R_0} (V + \frac{1}{2} gh) + \frac{V_1}{R_1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left\{ V_2 (0.806 \frac{c}{a_0} + 1.194 \frac{c}{a_1}) \right. \right. \\
 & + H (0.242 \frac{h}{b_0} + 0.758 \frac{h}{b_1}) + H_1 (1 + \frac{2c}{b_0}) (0.242 \frac{h}{a_0} + 0.758 \frac{h}{a_1} + 0.806 \frac{c}{a_0} + 1.194 \frac{c}{a_1}) \\
 & \left. \left. + w_1 h (0.060 \frac{h}{a_0} + 0.940 \frac{h}{a_1}) \right\} \right] + (1 + \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left[V_2 (b_1 - b_0) \right. \\
 & + H (b_0 h - c b_1 - c b_0) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{h}{b_0 b_1} \right) + w h^2 \left(\frac{3b_0 + b_1}{3R} + \frac{h}{b_1} \right) \left. \right] + (1 + \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha) \\
 & \left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \left[H_1 (a_0 h - c a_1 - c a_0) \left(\frac{1}{R} + \frac{h}{a_0 a_1} \right) + w_1 h^2 \left(\frac{3a_0 + a_1}{3R} + \frac{h}{a_1} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Man kann für $\sin \alpha$ und $\tan \alpha$ Mittelwerte, einfügen, der die

Gleiches sein α den α mit $\sin^2 \alpha$, den α , nur sehr klein sind.

Das Laufwerk mit fließenden Ringen ist $\frac{3}{R} + \frac{2K}{b_0 b_1}$, $\frac{3}{R} + \frac{2K}{a_0 a_1}$ für $\frac{1}{R} + \frac{K}{b_0 b_1}$, $\frac{1}{R} + \frac{K}{a_0 a_1}$ und $\frac{2b_0 + b_1}{R} + 2\frac{K}{b_1}$, $\frac{2a_0 + a_1}{R} + 2\frac{K}{a_1}$ für $\frac{3b_0 + b_1}{3R} + \frac{K}{b_1}$,

$\frac{3a_0 + a_1}{3R} + \frac{K}{a_1}$ zu setzen.

VIII. Kapitel.

Hänge- und Stützwerke.

§. 16. Das Dreiecks-Hängewerk. Daselbe besteht aus zwei Zugbändern

AC und BC (Fig. 40), dem Druckträger AB und den Hängepunkten oder

Stützen CD. Es nehmen wir an, in D wirkt eine Druck mit G, die

Spannung der Zugbänder mit S, die Last Druck

hingeb mit H, die der Hängepunkte mit V, der

Neigungswinkel der Zugbänder mit α , so ist

unter der Annahme, daß in ABC und D gleiche Kräfte

Kombinationen angeordnet sind, die Gleichgewichts-

bedingung für die Punkte D, C und A bezüglich

$V + G = 0$, $V + 2S \sin \alpha = 0$, $H + 2S \cos \alpha = 0$.

Es folgt sofort

$$\text{d.h. } V = -G, \quad S = + \frac{1}{2} G \cot \alpha, \quad H = - \frac{1}{2} G \cot \alpha.$$

Es ist nun einfachere Bestimmung der Spannungen, welche in Fig. 41 angedeutet ist, bedarf keiner weiteren Erläuterung.

Bei der Konstruktion wird man nur einfachen statischen Verhältnisse, daß man die Größe der gezogenen Gewichte zu irgend einer Spannung zusammen ist in D die Größe der Gewichte der

Veränderung, der Luft ist. und der Eingangsdruck, in C die Größe der Summe der Fraktionen und der Eingangsdruck, angegeben.

Ist die zufällige Luft vorwiegend, insbesondere, also bei Annäherung an Landkanten, so ist für alle Fälle die richtige Belüftung der angrenzenden, für mehr zum Maximum wird. Bei gleichmässiger Belüftung ist das die lokale Belüftung. Für ein System, von fengallstau ist eine besondere Natur, festung möglich. Zugleich, wie die Kaputur der in den beiden Enden, merkmale fengallstau mit G_1 und G_2 , ist der Abstand von G_1 , G_2 , ist der Abstand von einander mit a , so ist die Gesamtheit L

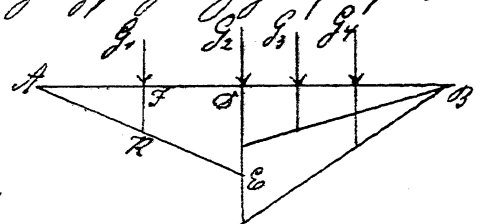
$$G = G_1 (1 - 2 \frac{G_2}{L}) + G_2 (1 - 2 \frac{G_1}{L})$$

oder, da $G_2 = a - G_1$ ist,

$$61. G = G_1 + G_2 (1 - 2 \frac{a}{L}) - 2 (G_1 - G_2) \frac{G_1}{L}$$

Bei einer Veränderung der Luftsysteme wird G entweder fortwährend zu oder abnehmen, je nachdem $G_1 - G_2$ positiv oder negativ ist. Damit G wächst, muß das System nach rechts oder links verschoben werden, je nachdem $G_1 \leq G_2$ ist, es muß also immer verschoben werden, bis G zu einem Maximum, wenn eine Luft in D steht liegt und wenn die Gesamtheit in beiden Enden möglichst gleich groß ist.

Nun den Druck, welcher eine in Fraktion fengallstau G_1 ansetzt, zu beschreiben, muß man $DE = G_1$, zieht AE und zeichnet AD und AE die Dr. Drucke FK , FK stellt die Drucke der G_1 in D an, die Drucke der



Volumen des Hängewerkes. Zug niefen, mit die zulässige Zugs-
spannung für gegeben sind, gestrichelte Probe mit R und R_1 , so
ist der Querschnitt des Zugbäumens, der Druckbäumens und Stütze
 $= \frac{G \cos \alpha}{2R}, \frac{G \cot \alpha}{2R_1}, \frac{G}{R_1}$, also das Volumen dieses 3 Teile
 $2. \frac{G \cos \alpha}{2R} \cdot h \cos \alpha = \frac{G \cdot h \cos^2 \alpha}{R}, 2. \frac{G \cot \alpha}{2R_1} \cdot h \cot \alpha = \frac{G h \cot^2 \alpha}{R_1}$ und $\frac{G}{R_1} \cdot h$, also das
Gesamtvolumen

$$V = G h \left(\frac{\cos^2 \alpha}{R} + \frac{\cot^2 \alpha}{R_1} + \frac{1}{R_1} \right)$$

oder, da $\cot \alpha = \frac{l}{2h}$, $\cos^2 \alpha = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \frac{l^2}{4h^2}$ ist

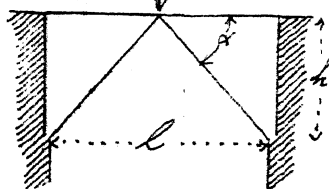
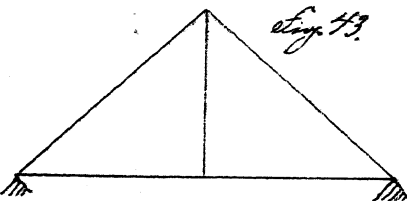
$$62. V = G \frac{(l^2 + 4h^2)}{4h} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) = \frac{1}{4} G l \left(\frac{l}{h} + \frac{h}{l} \right) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right)$$

Nehmen wir $\frac{l}{h} = x$, so wird V zu einem Minimum, wenn $\frac{d(\frac{1}{x} + 4x)}{dx} = 0$
ist, d. i. für $-x^{-2} + 4 = 0$ oder $\frac{1}{x^2} = 4$, oder $x = \frac{1}{2}$, also für

$$63. h = \frac{1}{2} l.$$

Ein tiefes Gefälle wird $\alpha = 45^\circ$ und das Volumen $V = G l \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$.
Die Rückstift auf die Rückstiftigkeit und Rückstiftung auf die Rück-
stiftigkeit können allerdings eine Abweichung bedingen, worauf
wir hier nicht näher eingehen wollen.

S. 17. Das Dreieckspengwerk. Dasfelbe besteht aus 2 Trabern,
dem Druckbäumens mit einem Zugsbaum. Es ist als eine ungespannte.
 Fig. 43. das Dreieckspengwerk zu betrachten; die
oben aufgestellten Formeln sind daher ohne
Widerspruch anwendbar; nur ändert sich der
Vom der Hauptstütze. Die Trabern können für unter dem Druck-
 Fig. 44. bogen liegen (Fig. 44), so dass der Zugsbaum
in der Fall kommt, und die Spannung des
Druckbäumens Null wird. Das Volumen des



beiden Planken ist allgemein

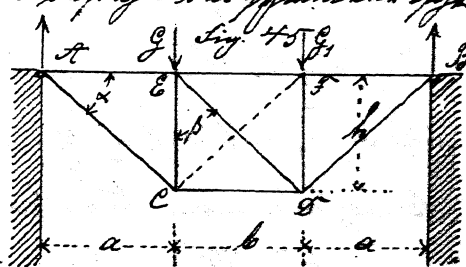
$$64. \quad V = \frac{g h \cos^2 \alpha}{K_1} = \frac{g h (1 + \cot^2 \alpha)}{K_1} = \frac{g l}{54 K_1} \left(\frac{l}{h} + 4 \frac{h}{l} \right)$$

Längs fix wird V zum Minimum für

$$65. \quad h = \frac{1}{2} l$$

Auf der Befestigung mit kontinuierlichen Plankenträgern können wir nicht ohne Befestigung der kontinuierlichen Träger verzichten.

§ 18. Das Trapezhängewerk. Das Falte besteht bei symmetrischer Anordnung aus einem horizontalen und zwei geneigten Tragbalken, dem Plankenträger AB und zwei Längsmastspindeln oder Stützen. In dieser symmetrischen Form kann aber unter der Voraussetzung gleichzeitiger Lastungspunkte der Längsmast nur im Gleichgewicht sein, wenn die in E und F wirkenden Lasten gleich sind. Bei beliebiger Belastung kann man eine Verstärkung durch einen kontinuierlichen Plankenträger oder durch zwei Diagonalen im mittleren Felde erzielen. Die einfachere Anordnung befanderte wir früher. Wir wollen hier zwei mittlere gefüllte Trapezwerke voranschlagen. In dieser Anordnung läßt sich der Längsmast auf old Gitterwerke aufbauen.



Wir bezeichnen die Gesamtlänge mit l , die Längen der 3 Teile mit a, b, a , die in E und F wirkenden Lasten mit G und G_1 , den Abstandsmaß in A und B mit T und T_1 , die Perimeter der Plankenträger in AC und BD mit H und H_1 , die Längsbalken AC und BD mit L und L_1 , die Vertikalen CE mit V und die Diagonalen CF und ED mit P und P_1 , die Winkel CEG und CEP mit α und β . Von den beiden Diagonalen

ist mit der gegebenen beizubehalten.

Zunächst ist $D = G \frac{a+b}{L} + G_1 \frac{a}{L}$. Aus Gleichgewicht des Knotenpunktes H gilt $H = D \cos \alpha$, $I = D \sin \alpha$, also, da $\cos \alpha = \frac{a}{h}$ ist

$$66. H = [G(a+b) + G_1 a] \frac{a}{Lh}, \quad I = [G(a+b) + G_1 a] \frac{\sin \alpha}{L}$$

Die Trambahnschwerkraft für einen Stütz E und C gelegten Pfeiler ist $Q = D - G = G \frac{a+b}{L} + G_1 \frac{a}{L} - G = (G_1 - G) \frac{a}{L}$; ist $G_1 > G$, so ist Q positiv und in diesem Falle kann mit der Diagonale DE gegeben sein. Die Momente M_1 und M_2 für die Stütz D und C gelegten Pfeiler, in Bezug auf die Punkte D und E werden $M_1 = D(a+b) - Gb = [Ga + G_1(a+b)] \frac{a}{L}$ und $M_2 = [G(a+b) + G_1 a] \frac{a}{L}$. Durch Division dieser Momente durch die Höhe h erhält man die Biegelungen H_1 und I_1 , also ist

$$67. H_1 = [Ga + G_1(a+b)] \frac{a}{Lh}, \quad I_1 = [G(a+b) + G_1 a] \frac{a}{Lh}.$$

Wenn ist $I_1 = H_1$, man auf der anderen Seite der Gleichung für einen Stütz H und C gelegten Pfeiler folgt. Die Biegelung P der Diagonale DE ist $= Q \sin \alpha$, d. i.

$$68. P = (G_1 - G) \frac{a}{L} \sin \alpha.$$

Endlich ist die Biegelung V der Stütze C gleich der negativen Trambahnschwerkraft für einen Stütz H und C gelegten Pfeiler, d. i. $= -D \sin \alpha$

$$69. V = -[G(a+b) + G_1 a] \frac{\sin \alpha}{L}$$

Mit Rücksicht auf die Momente von M_1 und M_2 können wir aufschreiben

$$70. \begin{cases} H = \frac{M_1}{h}, & H_1 = \frac{M_2}{h} \\ I = \frac{M_1}{h} \sin \alpha & I_1 = \frac{M_2}{h}, & V = -\frac{M_2}{a} \\ & P = (G_1 - G) \frac{a}{L} \sin \alpha. \end{cases}$$

Es wird man bei vorübergehender Belastung die Biegelungen H , I , I_1 und V zum Maximum, wenn M_2 zum Maximum wird, während H_1 gleichzeitig mit M_1 zum Maximum wird. Wie die

$$75. \begin{cases} \vec{v}_2 = [\vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1')] \\ \vec{g}_2 = +\frac{1}{2}[\vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1')] \cos \alpha_2. \end{cases}$$

Die Komponenten H H' des Feldes AC , BC des Planchéringes ergeben sich durch die Gleichgewichtsbetrachtung für die Punkte A und B .

$$H = -\vec{g}_1 \cos \alpha_1 - \vec{g}_2 \cos \alpha_2, \quad H' = -\vec{g}_1' \cos \alpha_1 - \vec{g}_2' \cos \alpha_2, \quad \text{d. i.}$$

$$76. \begin{cases} H = -\frac{1}{2}\vec{g}_1 \tan \alpha_1 - \frac{1}{2}[\vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1')] \cot \alpha_2 \\ H' = -\frac{1}{2}\vec{g}_1' \tan \alpha_1 - \frac{1}{2}[\vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1')] \cot \alpha_2 \end{cases}$$

2. Güngerswerte mit erster, zweiter und dritter Ordnung. (S. 46).
Günstig ist mind. für die Güngerswerte dritter Ordnung:

$$77. \begin{cases} \vec{v}_1 = -\vec{g}_1, \quad \vec{v}_1' = -\vec{g}_1', \quad \vec{v}_1'' = -\vec{g}_1'', \quad \vec{v}_2''' = -\vec{g}_1''' \\ \vec{g}_1 = +\frac{1}{2}\vec{g}_1 \cos \alpha_1, \quad \vec{g}_1' = +\frac{1}{2}\vec{g}_1' \cos \alpha_1, \quad \vec{g}_1'' = +\frac{1}{2}\vec{g}_1'' \cos \alpha_1, \quad \vec{g}_1''' = +\frac{1}{2}\vec{g}_1''' \cos \alpha_1, \end{cases}$$

potieren für Güngerswerte zweiter Ordnung

$$78. \begin{cases} \vec{v}_2 = -[\vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1')] & \vec{v}_2' = -[\vec{g}_2' + \frac{1}{2}(\vec{g}_1'' + \vec{g}_1''')] \\ \vec{g}_2 = +\frac{1}{2}[\vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1')] \cos \alpha_2, & \vec{g}_2' = +\frac{1}{2}[\vec{g}_2' + \frac{1}{2}(\vec{g}_1'' + \vec{g}_1''')] \cos \alpha_2 \end{cases}$$

Wenn D auf der Güngerswerte erster Ordnung steht, so ist
 $\vec{g}_3 + \vec{g}_2 \sin \alpha_2 + \vec{g}_2' \sin \alpha_2 + \vec{g}_1 \sin \alpha_1 + \vec{g}_1' \sin \alpha_1 = \vec{g}_3 + \frac{1}{2}[\vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \frac{1}{2}(\vec{g}_1 + \vec{g}_1' + \vec{g}_1'' + \vec{g}_1''')] + \frac{1}{2}\vec{g}_1' + \frac{1}{2}\vec{g}_1''$ also ist.

$$79. \begin{cases} \vec{v}_3 = -[\vec{g}_3 + \frac{1}{2}(\vec{g}_2 + \vec{g}_2') + \frac{1}{4}(\vec{g}_1 + 3\vec{g}_1' + 3\vec{g}_1'' + \vec{g}_1''')] \\ \vec{g}_3 = -\frac{1}{2}\vec{v}_3 \cos \alpha_3. \end{cases}$$

Die Komponente H des Feldes AC wird $H = -(\vec{g}_1 \cos \alpha_1 + \vec{g}_2 \cos \alpha_2 + \vec{g}_3 \cos \alpha_3)$,
die des Feldes BC : $H_1 = H + \vec{g}_1 \cos \alpha_1 - \vec{g}_1' \cos \alpha_1$, die des Feldes BF :
 $H''' = -(\vec{g}_1''' \cos \alpha_1 + \vec{g}_2' \cos \alpha_2 + \vec{g}_3 \cos \alpha_3)$ und die des Feldes DF : $H'' = H' + \vec{g}_1''' \cos \alpha_1 - \vec{g}_1'' \cos \alpha_1$, d. i.

$$80. \begin{cases} H = -\frac{1}{2} G_1 \cot \alpha_1 - \frac{1}{2} [G_2 + \frac{1}{2}(G_1' + G_1'')] \cot \alpha_2 \\ \quad - \frac{1}{2} [G_3 + \frac{1}{2}(G_2' - G_2'') + \frac{1}{4}(G_1' + 3G_1' + 3G_1'' + G_1''')] \cot \alpha_3. \\ H''' = -\frac{1}{2} G_1''' \cot \alpha_1 - \frac{1}{2} [G_2' + \frac{1}{2}(G_1'' + G_1''')] \cot \alpha_2 \\ \quad - \frac{1}{2} [G_3 + \frac{1}{2}(G_2' + G_2'') + \frac{1}{4}(G_1' + 3G_1' + 3G_1'' + G_1''')] \cot \alpha_3. \end{cases}$$

H' und H'' wefällt man, wenn man bezuglich in den Endpunkten für H und H''' in rothen Glieder G_1' für G_1 , G_1'' für G_1''' setzt.

Bei gleichmässiger Belastung müssten die Spannungen der Zugbänder und Zugsammetpfähle nach Zugsammetknotenpunkten Ordnung zum Maximum bei derjenigen Belastung, für welche die tiefen Zugsammetknoten anhängigen Lasten gleichgültig zum Maximum werden, d. h. bei totaler Belastung tiefen Zugsammetknoten. Die Spannungen im Zugsammetknoten müssten bei totaler Belastung der ganzen Trägers zum Maximum. In dieser Belastung müssten sämtliche Lasten gleich. Nehmen wir jede Last = G , so verfallen wir folgende Regeln:

Zugsammetknoten mit erster und zweiter Ordnung:

$$81. \begin{cases} \sigma_1 = -G & I_1 = +\frac{1}{2} G \cos \alpha_1, \\ \sigma_2 = -2G & I_2 = +G \cos \alpha_2 \\ H = -\frac{1}{2} G \cot \alpha_1 - G \cot \alpha_2. \end{cases}$$

Zugsammetknoten mit erster, zweiter und dritter Ordnung:

$$82. \begin{cases} \sigma_1 = -G, & I_1 = +\frac{1}{2} G \cos \alpha_1, \\ \sigma_2 = -2G, & I_2 = +G \cos \alpha_2, \\ \sigma_3 = -4G, & I_3 = +2G \cos \alpha_3, \\ H = -\frac{1}{2} G \cot \alpha_1 - G \cot \alpha_2 - 2G \cot \alpha_3. \end{cases}$$

Man erkennt, dass die Lasten, auf welchen die Endpunkte der Zugsammetknoten mit der selben Ordnung zu bilden sein müssten.

Die Dimensionen der Säule des Gängenmarktes nehmen linear
von der ersten Ordnung in dem Verhältnis $1:2^1:2^2$
 $:2^3:2^4 \dots z_n$.

Die obenstehende Konstruktion der Dimensionen mit Hilfe
des Polygonalverfahrens nach Fig 46a für gleiche Lasten. Ist es
leicht die Konstruktion für ungleiche Lasten darzustellen.

Volumen. Wie begriffen wird die zutreffende Formel
nehmen für die gegebenen mit ausdrücklichen Halls mit R und R_1 .

1. Gängenmarkt mit erster und zweiter Ordnung. Der
Wolmen des Gängenmarktsäule und der Gängenmarkt für
mit Gängenmarkt zweiter Ordnung ist

$$\frac{G}{R_1} h_1 + 2 \frac{G}{2R} h_1 \cos^2 \alpha_1,$$

oder da

$$\cos^2 \alpha_1 = 1 + \cot^2 \alpha_1 = 1 + \left(\frac{h_1}{4h_2}\right)^2 \text{ s. H. } = G h_1 \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} \left(1 + \frac{h_1^2}{16h_2^2}\right) \right].$$

Der Wolmen des Gängenmarktsäule und der Gängenmarkt der
Gängenmarkt erster Ordnung ist

$$2 \frac{G}{R_1} h_2 + 2 \frac{G}{2R} h_2 \cos^2 \alpha_2 = 2 G h_2 \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} \left(1 + \frac{h_2^2}{4h_1^2}\right) \right]$$

folgt ist der Wolmen der Konstruktion

$$G \left(\frac{1}{2} \cot \alpha_1 + \cot \alpha_2 \right) \frac{L}{R_1} = \frac{G}{R_1} \left(\frac{1}{2} h_1 + \frac{1}{2} h_2 \right)$$

Der Wolmen der ausdrücklichen Halls mit Formel

$$\frac{G}{R_1} \left(2h_1 + 2h_2 + \frac{h_1^2}{8h_1} + \frac{h_2^2}{2h_2} \right)$$

Der gegebenen

$$\frac{G}{R} \left(2h_1 + 2h_2 + \frac{h_1^2}{8h_1} + \frac{h_2^2}{2h_2} \right)$$

mit der Gesamtwolmen

$$83. \begin{cases} V = G \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) \left[2(h_1 + h_2) + \frac{h_1^2}{8h_1} + \frac{h_2^2}{2h_2} \right] \\ = \frac{1}{2} G L \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) \left[(\tan \alpha_1 + \cot \alpha_1) + 2(\tan \alpha_2 + \cot \alpha_2) \right] \end{cases}$$

2. Gängenmark mit ersten, zweiten und dritten Ordnung.

Gang und fallenen Winkel möglichst klein für:

$$84. \left\{ \begin{aligned} V &= g \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right) \left[4(h_1 + h_2 + h_3) + \frac{L^2}{16h_1} + \frac{L^2}{4h_2} + \frac{L^2}{h_3} \right] \\ &= \frac{1}{2} g l \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right) [(\tan \alpha_1 + \cot \alpha_1) + 2(\tan \alpha_2 + \cot \alpha_2) + 4(\tan \alpha_3 + \cot \alpha_3)] \end{aligned} \right.$$

Man erkennt, dass es bereits der Bildungssatz für den Kub. tritt das Volumen bei halbierter Ordnungszahl.

Wenn $K = K_1$ ist, so wird Formung des Volumens der g proportional und symmetrischen Falle gleich.

Zum Minimum wird der Winkel $\tan \alpha + \cot \alpha$ für

$$\frac{d(x + \frac{1}{x})}{dx} = 0.$$

d. i. für

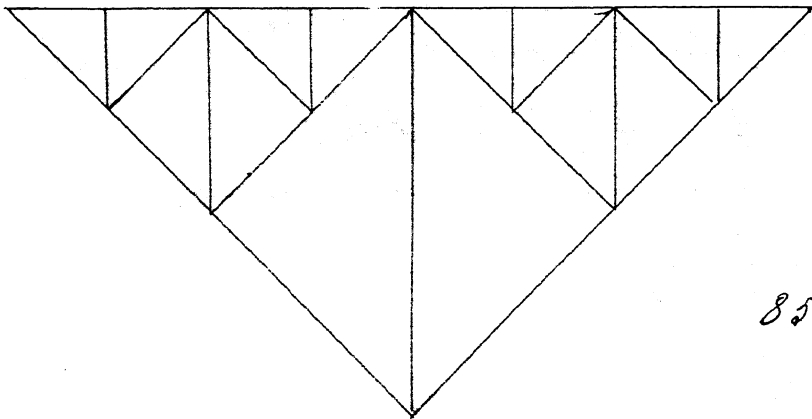
$$1 - x^{-2} = 0.$$

d. i. für

$$\frac{1}{x^2} = 1 \text{ oder für } x = 1.$$

also für $\tan \alpha = 1$ oder für $\alpha = 45^\circ$. Strenge wird nur das Volumen zum Minimum, wenn für den Winkel $\alpha = 45^\circ$ steht, also für die Anordnung Fig. 48.

Fig. 48.



Die beste Anordnung wird allgemein bei Gängenmarken n ter Ordnung

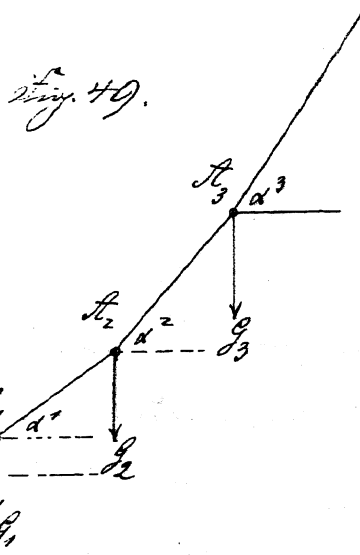
$$85. \left\{ \begin{aligned} V &= g l \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right) [1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1}] \\ V &= (2^n - 1) g l \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right) = \\ &= \frac{2^n - 1}{2^n} g l^2 \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right) \end{aligned} \right.$$

für $n = 1, 2, 3, 4$ wird

formelbezogen $V = 1, 3, 7, 15 \cdot g l \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right) = \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16} g l^2 \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_1} \right)$.

Außer diesen in Amerika sehr häufig angewendeten Rystemen sind es eine Reihe verschiedener Kombinationen, die man nicht ohne geringen Aufwand zu gleicher Abtragung stellen kann.

§ 20. Polygonalkängeswerk. Wir bezeichnen die Spannungen der einzelnen Fäden mit $P_0, P_1, P_2, \dots$, die Krümmungswinkel zwischen je zwei der Horizontalen mit $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$, die an den Krümmungswerten, mit anderen Worten vertikalen Lasten mit $G_1, G_2, G_3, \dots$ die Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Krümmungswerte sind:



$$86. \begin{cases} P_0 \cos \alpha_0 - P_1 \cos \alpha_1 = 0 & P_0 \sin \alpha_0 - P_1 \sin \alpha_1 + G_1 = 0 \\ P_1 \cos \alpha_1 - P_2 \cos \alpha_2 = 0 & P_1 \sin \alpha_1 - P_2 \sin \alpha_2 + G_2 = 0 \\ P_2 \cos \alpha_2 - P_3 \cos \alpha_3 = 0 & P_2 \sin \alpha_2 - P_3 \sin \alpha_3 + G_3 = 0 \\ \dots & \dots \end{cases}$$

Die letzte Gruppe von Gleichungen zeigt, daß die Horizontalkomponenten $P_0 \cos \alpha_0, P_1 \cos \alpha_1, \dots$ der Spannungen konstant sein muß. Diese konstante Horizontalspannung sei H . Also dann wird:

$$87. P_0 = H \sec \alpha_0, P_1 = H \sec \alpha_1, P_2 = H \sec \alpha_2 \dots$$

Sind die gesamte Folge von Gleichungen ausgelegt,
gibt

$$88. \left\{ \begin{array}{l} H \text{ kan } \alpha_1 - H \text{ kan } \alpha_0 = G_1 \\ H \text{ kan } \alpha_2 - H \text{ kan } \alpha_1 = G_2 \\ H \text{ kan } \alpha_3 - H \text{ kan } \alpha_2 = G_3 \\ \dots \dots \dots \\ H \text{ kan } \alpha_n - H \text{ kan } \alpha_{n-1} = G_n \end{array} \right.$$

die Addition dieser Gleichungen gibt

$$89. H(\text{kan } \alpha_n - \text{kan } \alpha_0) = G_1 + G_2 + \dots + G_n.$$

Ist H bekannt, so sind durch 88 und 89 die einzelnen Krümmungs-
winkel, durch 87 also auch die Pyramiden der einzelnen Fäden be-
stimmt. Bezeichnen wir die Horizontalabstände der Knotenpunkte
mit $a_0, a_1, a_2, \dots$ die Radikalabstände der Knotenpunkte von H_0 mit $y_1, y_2, \dots$, so ist

$$90. \left\{ \begin{array}{l} y_1 = a_0 \text{ kan } \alpha_0. \\ y_2 = a_0 \text{ kan } \alpha_0 + a_1 \text{ kan } \alpha_1 = (a_0 + a_1) \text{ kan } \alpha_0 + \frac{G_1}{H} a_1. \\ y_3 = a_0 \text{ kan } \alpha_0 + a_1 \text{ kan } \alpha_1 + a_2 \text{ kan } \alpha_2 = (a_0 + a_1 + a_2) \text{ kan } \alpha_0 + \frac{G_1}{H} a_1 + \frac{G_1 + G_2}{H} a_2 \\ y_n = (a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}) \text{ kan } \alpha_0 + \frac{1}{H} [G_1 a_1 + (G_1 + G_2) a_2 + \dots + (G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1}) a_{n-1}] \end{array} \right.$$

Sind außer dem Punkte H_0 die Ordinatenmaximal Knotenpunkte gegeben, so sind
auch die betreffenden Gleichungen $\text{kan } \alpha$, und H sind bestimmt, wenn H bis zu α be-
stimmt. Ist symmetrische Anordnung, genügt eine Gleichung. Ist die
Anzahl der Fäden ungerade, so ist, nämlich für die mittlere Faden $\text{kan } \alpha = 0$; ist die
Anzahl der Fäden gerade, so kann man statt des mittleren Knotenpunktes
 H mit der Last G zwei unmittelbar nebeneinander liegende Knoten-
punkte H', H'' mit der Last $\frac{1}{2} G$ annehmen; für die unmittelbar kürzer
Faden $H'H$ ist dann ebenfalls $\text{kan } \alpha = 0$.

IX. Kapitel.

Dächer.

A. Äussere Kräfte.

§ 21. Eigengewicht. Das Eigengewicht besteht aus zwei Theilen, aus der Dachdeckung und aus dem Tragwerk oder Dachstuhl. Das Gewicht der Dachdeckung lässt sich durchschnittlich nach folgenden Zahlen annehmen:

Dieses sind Materialen und Pfetten mit Lagen. nimmt. Das Gewicht ist gro 10^m. Das mittlere Dachfläch (mit gro 10^m Horizontalsprojektion) annehmen.

Das Gewicht des Dachstuhls ist ja nach Material und Konstruktion sehr verschieden.

Art der Dachdeckung.	Gewicht pro 10 ^m .
Folienmantel	130.
Brenn. Zingaldeck	90.
feinere Zingaldeck	80.
Pfistendeck mit Holzpfennung	65.
Glas auf Balkenbänken	50.
Pfistendeck auf Balkenbänken . .	46.
Wellendeck auf Balkenbänken . .	25.
Erde	22.
	Rilog.

Es ist nicht zu vergessen, dass das Gewicht zu 8 bis 16, durchschnittlich zu 11 Rlog. pro 10^m Horizontalsprojektion annehmen.

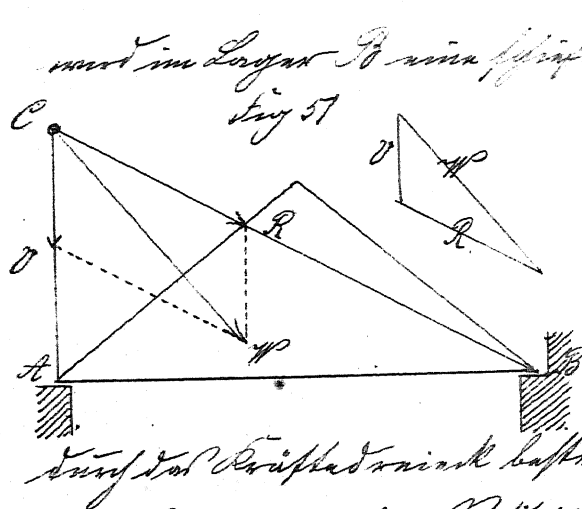
Ist ein Dach neu zu konstruieren, so wird man nach diesen Angaben das Gewicht annähernd annehmen, jedoch die Berechnungen bestimmen, das Dach konstruieren, darauf das Gewicht genau berechnen und um die statische Lasten noch einmal durchrechnen oder die ersten Korrekturen.

§ 22 Schneebelastung. Wenn zflacht bei und dem Wölbwinkel. Schneendruck zu 75 Kgr. pro 1 $\square$ Meter horizontale Grundfläche annimmt. Es entspricht dies ungefähr einem Schneefuß von 0,6 m und einem spezifischen Gewicht von 0,125. Bläht man die Leinwand ganz beliebig Luft voran zu setzen und die Lasten der ungünstigsten Fälle möglichen Belastungen zu Grunde zu legen, so ist es bei Dächern genügen, wenn man nur einen totalen Druck und die Belastung der einen Dachfläche voran setzt und von diesen beiden Belastungen die ungünstigste der Lasten zu Grunde legt.

§ 23 Winddruck. Der Winddruck wird sehr verschieden angenommen, gewöhnlich zwischen 8 und 150 Kgr pro 1 $\square$ Meter senkrecht zur Windrichtung gerichteter Fläche. Mit Rücksicht auf den Hauptdruck der Räume mit so verschiedenartigem Winddruck wird selten vorkommen, genügt es wohl, für unsere Berechnungen den Winddruck mit 120 Kgr. pro 1 $\square$ Meter anzunehmen. Hat der Wind eine Steig. 50. Richtung, welche nicht der Horizontalen den Winkel β bildet, und hat das Haus einen Neigungswinkel α , so misst der Wind unter dem Winkel $\alpha + \beta$ gegen das Haus. Ist ω , der Winddruck auf den 1 $\square$ Meter senkrecht zur Windrichtung, so ist der senkrecht auf die Dachfläche gerichtete Winddruck ω auf den 1 $\square$ Meter mit kleiner Fläche

$$\omega = \omega_0 \sin^2 (\alpha + \beta)$$

Gewöhnlich nimmt man β zu 10 Grad an; setzt man noch $\omega_0 = 120$, so



man im Lager B eine gleiche Reaktive hervorbringt. Kennt man die Richtung der Resultante W oder Winddrucke, so legt man durch A eine Vertikale, welche W in C spaltet und zieht B C. Für die Richtung von C A und C B wirken die Reaktionen D und R; ihre Größe ist durch das Kräfteviereck bestimmt.

Kann man die Resultante W des Winddruckes nicht direkt konstruieren, sondern nur die auf die einzelnen Flächen wirkenden Winddrucke $W_1, W_2, W_3, \dots$ (Fig. 52), so nimmt man im Kräfteviereck einen beliebigen

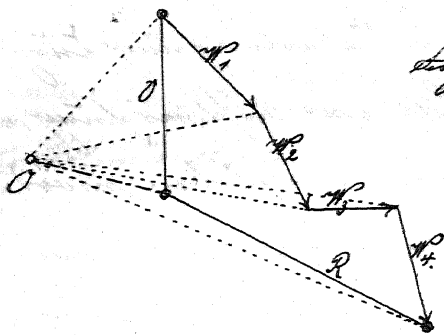
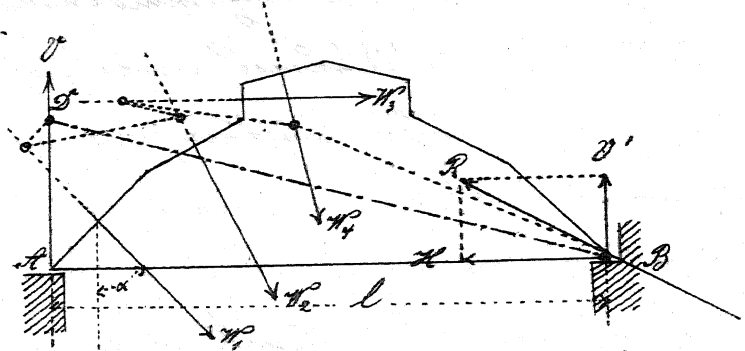


Fig. 52.



Punkt D und konstruiert hierzu gezeichnet die Richtungen der Kräfte $W_1, W_2, \dots$ und R im Kräfteviereck. Wenn man B als einen Punkt der Resultante annimmt, so läßt sich das selbe konstruieren, ohne vorher die Richtung von R zu kennen. Zieht man im Kräfteviereck zur Resultante B D einen parallelen Pfeil, so erhält man im Kräfteviereck sowohl D als R.

Bezeichnet $a_1, a_2, a_3, \dots$ die Abstände der Richtungen der Kräfte $W_1, W_2, W_3, \dots$ von B, ferner $a'_1, a'_2, a'_3, \dots$ die Abstände der Punkte von A, A' und D die Horizontal- und Vertikalkomponenten von R, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ die Neigungswinkel der Kräfte $W_1, W_2, \dots$ gegen die Vertikale,

Die Spannung, so ist

$$V = \frac{W_1 a_1 + W_2 a_2 + W_3 a_3 + \dots}{l}$$

$$V' = \frac{W_1 a'_1 + W_2 a'_2 + W_3 a'_3 + \dots}{l}$$

$$H = W_1 \sin \alpha_1 + W_2 \sin \alpha_2 + W_3 \sin \alpha_3 + \dots$$

Wenn sich die Tangentialkraft ändert, so wirkt auch die Reibkraft von einer Horizontalkraft, welche mit zunehmender Tangentialkraft zu- nimmt und endlich die Reibung überwindet. Hauptwirkung auf die Seilbahn eine nach innen gerichtete horizontale Reaktion, welche bis zur Abbremsung der Reibung gesehen kann. Ist H_1 das Maximum der nach innen, H_2 das Maximum der nach außen gerichteten Reaktion, so ist die gefüllte Luft zur horizontalen Spannung, g der Reibungskoeffizient, so ist

$$H_1 = \frac{1}{2} \varphi (g + p) l, \quad H_2 = \frac{1}{2} \varphi g l.$$

Wenn über die Tangentialänderung und die Seilbahn bis zur Abbremsung der Reibung gesehen kann, ist speziell zu untersuchen. Ist dies eine Frage, bei welcher die Flexibilität in Betracht kommt und daher auch bei Befestigung der Logenstützen und Logenstützen des. gezogen werden soll. Die Seilbahn kann in der Tat die Horizontalkraft bis zur Abbremsung der Reibung gesehen.

Der Reibungskoeffizient φ läßt sich für Stahlseile zu ungefähr 0,2, für Rollseile zu ungefähr 0,02 annehmen. Im letzteren Falle werden sich die Seilbahnen meist so klein verhalten, daß man sie vernachlässigen kann.

B Seilbahnen.

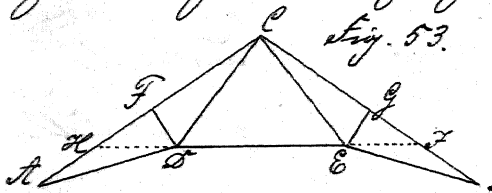
§. 25. Bestimmung der Spannungen im Allgemeinen.

Ein die Lastung wird man am besten die Schnittmethode anwenden. Die findet in Frage kommenden Gebalkwerke wird man entweder auf der Einspannung abgrenzen oder herausheben. Die Einspannung von geometrischen Funktionen ist für die Lastung weniger geeignet.

Einsichtlich der geographischen Methode ist die Polyzonormethode der Schnittmethode vorzuziehen, weil für uns mehrere Lasten in Frage kommen.

Legen wir nun die Spannung zweier symmetrisch liegender Teile bei unipoliger Belastung mit S_1 und S_2 , die Spannung dieses Teils bei totaler Belastung mit S , so ist offenbar $S_1 + S_2 = S$. Ist das immer möglich, und für unipolige Belastung unmittelbare Spannungen die Spannungen für totale Belastung direkt abgeleiten. Daraus folgt, man in der Regel, nur drei verschiedene Belastungen: gleichmäßig unipolige Polzonalbelastung und Winddruck zu untersuchen, möglicherweise die Reibung kommen kann.

§. 26. Einfacher Polonceau - Dachstuhl. Der selbe besteht aus zwei durch Stützanker hängende, an einem Giebel und einem anderen durch einen Stützanker hängende, durch einen fortgeführten Giebelträger DE . Die Spannungen im Giebel findet man, indem man durch D und E Schnitte legt und D und E als Stützpunkte ansieht. Ein der äußeren Zugspannungen werden bezüglich der F, C, G Schnitte gelegt und F, C, G als Stützpunkte angenommen. Ein der Zugspannungen CD und EC werden Schnitte durch diese Teile gelegt und die Punkte H und



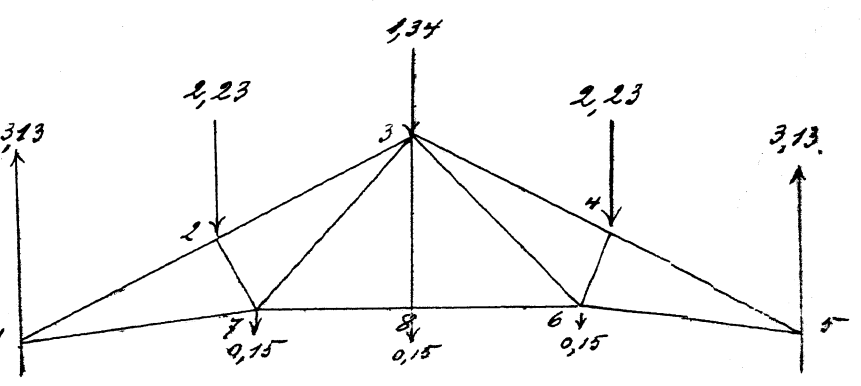
In mehreren der Figuren von der Ausdehnung von D & G gefestigt werden, als vergrößerte, zusammen. Die Spannung der Punkte D & E sind G findet man sofort durch das Gleichgewicht der Punkte E und G.

Es ergibt sich ferner leicht, daß bei einfacher Belastung der Figuren die Punkte und Punkte gedrückt, alle übrigen Punkte gezogen sind. Auf dem vorigen Schnitt und der Spannung bei totaler Belastung größer sein, als bei einfacher. Consequenz für eine totale Verabfolgung von Zugkraften.

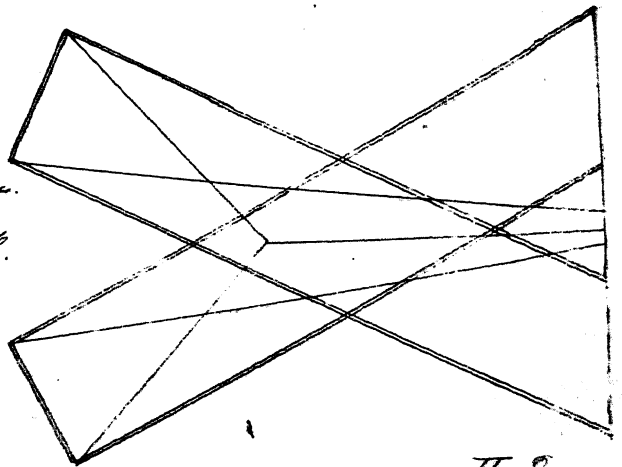
Die größte Belastung auf der Holzbaumstruktur wird einfach. Es zeigt daselbst für das Gleichgewicht, die für den Widerdruck. Beispiel. Holzwandung von 27^m Baumbau 6,75 Längsfläche, 4,4^m Längsfläche.

1. Außerer Kräfte. Das Gleichgewicht ist zu 65 Kgr pro 1^m horizontal. Fläche zusammen, davon 5 Kgr. auf die unter der Figuren liegen. Die Punkte kommen die Figuren haben dann

$27 \cdot 4,4 \cdot (65 - 5) = 7128 \text{ Kgr.}$
 $= 7,13 \text{ Ton. aufzunehmen.}$
 Auf dem Querschnitt der Bau-
 konstruktiven Länge der Punkt



auf den Punkten 1 und 5 $\frac{3}{8} \cdot 7,13 = 0,67 \text{ Ton.}$
 auf den Punkt 3 $2 \cdot 0,67 = 1,34 \text{ Ton.},$
 auf die Punkte 2 und 4 $\frac{10}{8} \cdot 7,13 = 2,23 \text{ Ton.}$
 Die unteren Punkte haben $27 \cdot 4,4 \cdot 5 = 594 \text{ Kgr.}$
 $= 0,59 \text{ Ton. aufzunehmen.}$ Ferner
 kommen ungefähr $\frac{1}{8} \cdot 0,59 = 0,07 \text{ Ton.}$



auf die Punkte 1 und 5, $\frac{1}{4} \cdot 0,59 = 0,15$ Ton. auf die Punkte 6 und 7, $\frac{1}{4} \cdot 0,59 = 0,15$ Ton. auf 3. Druck wirkt in 2 und 4 2,23 Ton., in 3 $1,34 + 0,15 = 1,49$ Tonn., in 6 und 7 0,15 Tonn. Jede Reaktion ist

$$\frac{1}{2}(2 \cdot 2,23 + 1,49 + 2 \cdot 0,15) = 3,13 \text{ Ton. Die Druckkraft}$$

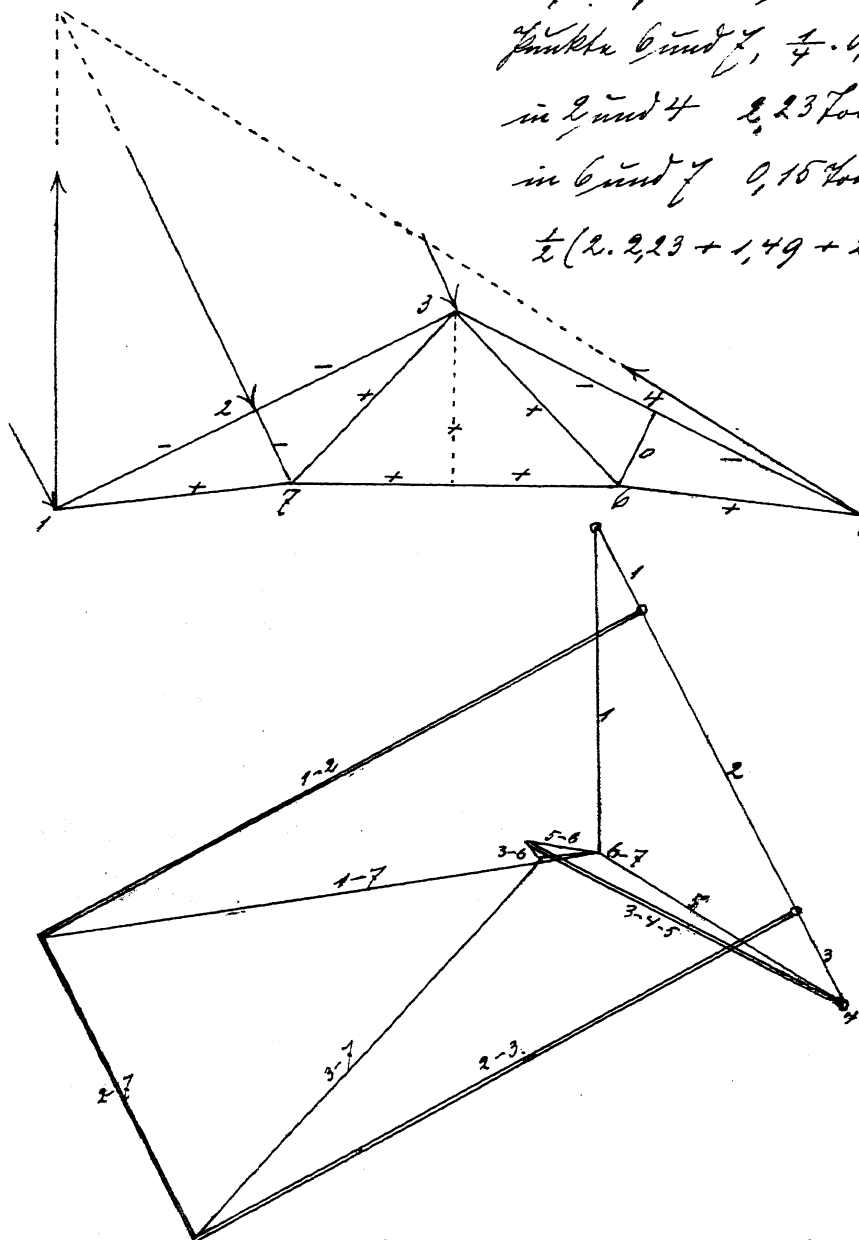
nehmen wir zu 30 Kgr zu $\square^{\text{te}}$ Horizontalkomponente an. Dies gibt auf den jungen Punkt $27 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 70 = 8320 \text{ Kgr.} = 8,32 \text{ Ton.}$

Nimmt man die Kraftteilung rein vertikal vor, so wirkt man auf die Punkte 2 und 4 2,6 Ton. auf 3 0,78 Ton. Jede Reaktion wird

$$\frac{1}{2}(2 \cdot 2,60 + 0,78) = 2,99 \text{ Ton.}$$

Der Winddruck nehmen wir zu $100 \sin^2(27^\circ + 10^\circ) = 36 \text{ Kgr.}$ $\square^{\text{te}}$ an. Druck wirkt auf eine Fläche von 20 qm.

Dann $15 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 36 = 2390 \text{ Kgr.} = 2,39 \text{ Ton.}$ Die Kraftteilung rein vertikal gibt für den Punkt 2 1,49 Ton., für 1 und 3 0,45 Ton. Druck auf den Masten 1-3. Der Gehalt an der Reflektante 2,39 in Beziehung auf 5 ist 10,67, daher ist die linke vertikale Reaktion $\frac{2,39 \cdot 10,67}{27} = 0,95 \text{ Ton.}$ Der Gehalt an der Reflektante in Beziehung auf 1 ist 7,55, daher die rechte vertikale Reaktion $\frac{2,39 \cdot 7,55}{27} = 0,67 \text{ Ton.}$ Die rechte horizontale Reaktion ist gleich der Horizontalkomponente des Winddrucks, also $\frac{2,89 \cdot 6,75}{15 \cdot 10} = 1,07 \text{ Ton.}$

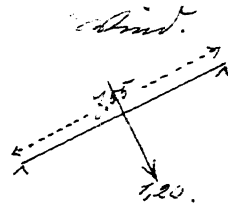
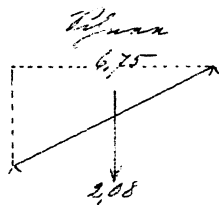
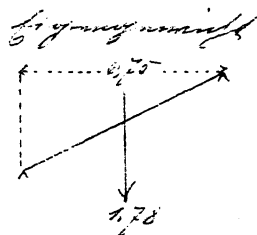


2. Spannungen, die durch Biegung und Durchdringung Luftdruckspannungen sowie die Maxima- und Minima durchfallen sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Stiel	Biegung			Spannung der Biegung		Durchdringfließen	
	Spannung mit	Spann.	Wind	Max.	Min.	Spann.	Druck
{ 1-2	-9,22	-9,50	-3,03	-21,75	-9,22	—	25,1
{ 2-3	-8,20	-8,30	-3,03	-19,53	-8,20	—	22,5
{ 1-7	+8,35	+8,45	+2,54	+19,34	+8,35	20,5	—
{ 6-7	+4,72	+4,54	+0,27	+9,53	+4,72	9,6	—
{ 3-7	+3,88	+4,08	+2,27	+10,23	+3,88	11,0	—
{ 2-7	-1,90	-2,20	-1,49	-5,59	-1,90	—	6,7
	Lumen			Lumen.		□ Continuum	

3. Querschnitte. Die Querschnitte gezogenen Stiele sind nach der Formel $f = \frac{P_{max} - P_{min}}{0,77} \cdot \frac{1}{1,7}$ berechnet. Für die Querschnitte gezogenen Stiele ist $f = \frac{P_{max} - P_{min}}{0,72} \cdot \frac{1}{1,8}$ anzusetzen. Die Flächengrößen sind in der Tabelle zusammengefaßt.

Die Querschnitte sind nach einer bestimmten Vorschrift mit Durchdringung. Ist das Maximalmoment, P_{max} der Stiel, F das Trägheitsmoment des Stieles, e der Abstand der äußeren Fasern von der Symmetrie, so wird nach der gewöhnlichen Regel $R = \frac{P}{F} + \frac{De}{F}$, oder $1 = \frac{P}{R \cdot F} + \frac{De}{R \cdot F}$, bei Anwendung gewisser Koeffizienten R_1 und R_2 wird statt dessen $1 = \frac{1}{F} \left(\frac{P_{max}}{R_1} - \frac{P_{min}}{R_2} \right) + \frac{e}{F} \left(\frac{A_{max}}{R_1} - \frac{A_{min}}{R_2} \right)$ gilt. Die hier für Druck nötigen Stiele, $\frac{F_0}{L_0}$ sind, für Zug nötigen Stielabschnittsmoment, so wird $1 = \frac{F_0}{F} + \frac{e \cdot F_0}{F \cdot L_0}$.
 Das sind die Querschnitte wirkenden Druck in Folge der



Längsansicht, Querschnitt
und Winkel ist $\frac{2.13}{4} = 1.78$

$$\frac{8.32}{4} = 2.08 \text{ und } \frac{2.39}{2} = 1.20.$$

Die Maximalmomente

bei einer Lastung von einem Tonnengewicht $\frac{1}{8} \cdot 1.78 \cdot 6.75 = 1.50 \frac{\text{tm}}{\text{m}}$,

$\frac{1}{8} \cdot 2.08 \cdot 6.75 = 1.76 \frac{\text{tm}}{\text{m}}$ und $\frac{1}{8} \cdot 1.20 \cdot 7.55 = 1.13 \frac{\text{tm}}{\text{m}}$ flussig groß werden die

Maximalmomente durch den Einfluss der kontinuierlichen Lasten.

Daher ist $M_{\text{max}} = 1.50 + 1.76 + 1.13 = 4.39 \frac{\text{tm}}{\text{m}}$. $M_{\text{min}} = 1.50 \frac{\text{tm}}{\text{m}}$ also

$$\frac{F}{S_0} = \frac{4.39}{0.72} - \frac{1.50}{1.8} = 516 \frac{\text{m}}{\text{m}^2}. \text{ Also ist, da } \frac{F}{S_0} = 25.1 \text{ ist, zu setzen}$$

$$1 = \frac{25.1}{F} + \frac{516 \cdot e}{F}$$

Daher, wie I sehen, so wird

Caliber I VI VII VIII

$$h = 22.5 \quad 25.0 \quad 27.5 \quad 30.0$$

$$b = 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15$$

$$s = 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4$$

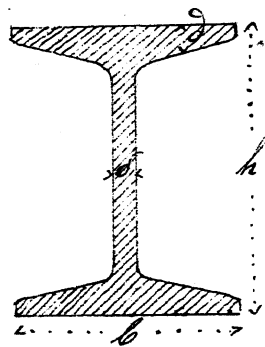
$$d = 1.65 \quad 1.8 \quad 1.95 \quad 2.0$$

$$F = 61.3 \quad 73.4 \quad 86.4 \quad 97.6$$

$$\frac{F}{e} = 441 \quad 538 \quad 753 \quad 952$$

$$\frac{25.1}{F} + \frac{516 \cdot e}{F} = 1.58 \quad 1.30 \quad 0.98 \quad 0.80.$$

Womit müsste das Caliber VII zu messen sein.



§ 27. Der englische Dachstuhl. Mit dem Namen englischer Dachstuhl bezeichnet man gewöhnlich bestimmte Konstruktionen, bei welchen

die beiden Giebelträger mit aufrechten Giebelmatten bilden, deren Ober- und Unterseite gesondert sind. (S. 57) Die spezielle Anordnung der Giebelmatten ist verschieden; merkwürdig ist die eine

Es war normal normal auf den Quernur angewandt (Fig. 57.) für einen
 gibt man der einen Quernur eine
 vertikale Last (Fig. 58.)

Die Bestimmung der Beanspruchungen
 erfolgt für ganz nach der Formel.
 gegeben allgemein an Hand der
 Gleichungen, so darf man auf eine
 normale Belastung verzichten
 können. Die größte Polygonal-
 last ist in Fig. 59, 60 und 61 dargestellt
 als Polygonal belastet
 und zwar in Fig. 59 für
 die Eigengewicht, in
 Fig. 60 für einseitigen
 Quernurbelastung und in

Fig. 57.

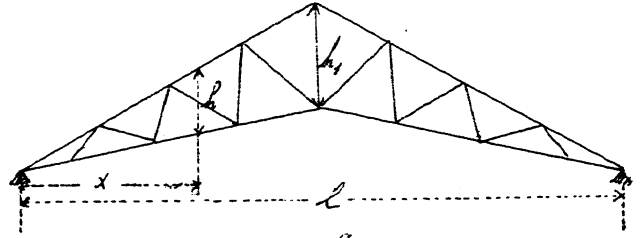


Fig. 58.

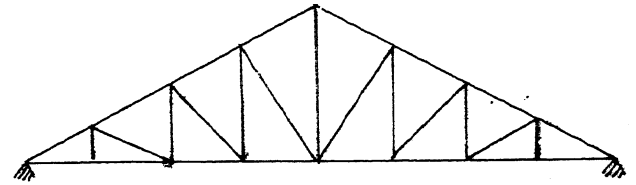
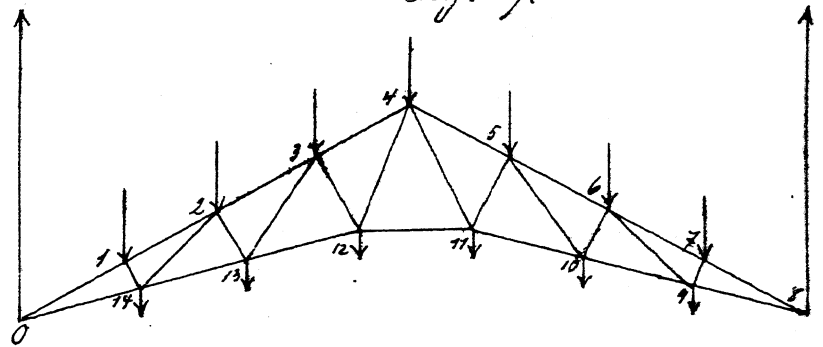
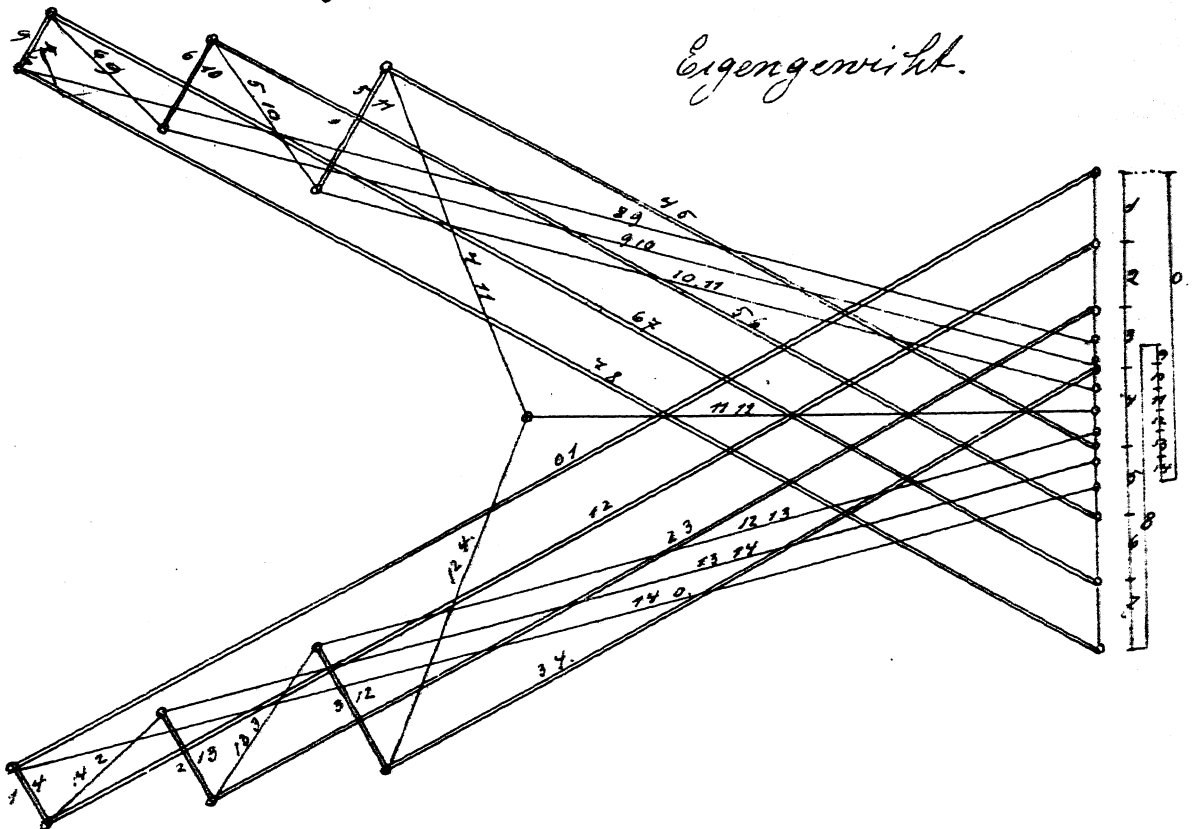


Fig. 59.



Eigengewicht.



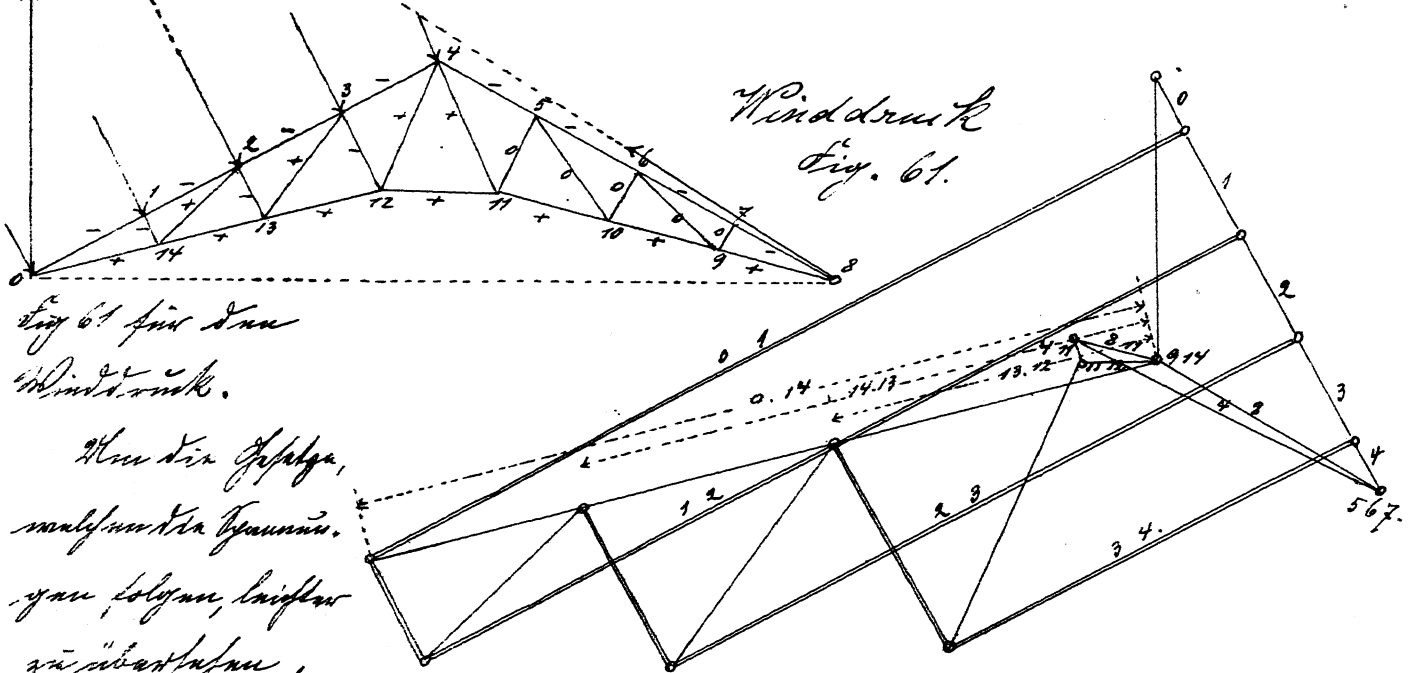
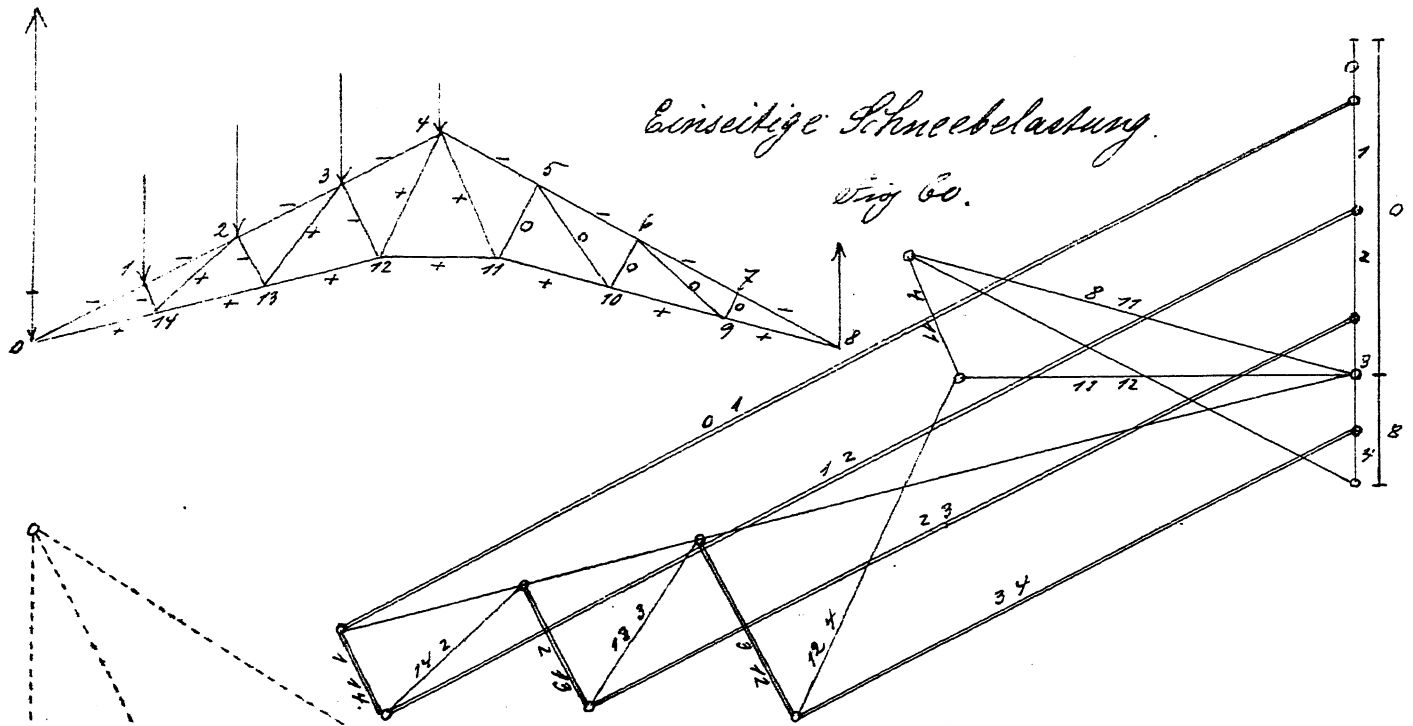


Fig. 61 für den
Winddruck.

Wenn die Gefälle,
maximale Spannweite,
von solchen, bis hin
zu überfahren,

mit dem mehr oder weniger Körpergewicht der Konstruktion auszurechnen.

1. Totlast gleichmäßig über die Spannweite, z. B. durch das Eigengewicht.
muss. Ist die Last eine horizontale Längsdruckkraft, ist die Spannweite,
so ist das Moment M für einen im Abstand x vom linken Auflager.

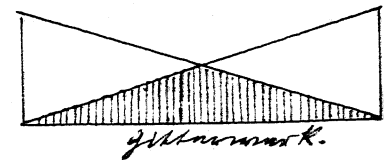
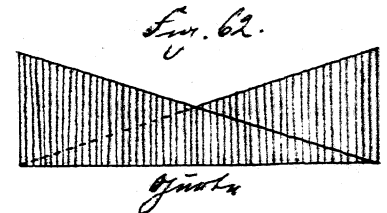
lagern gehalten Resultat: $M = \frac{1}{2} g x (l-x)$. Ist h , die vertikale Höhe des Aufkaffels in der Mitte, h die vertikale Höhe im Halbkreis x nach Auf. 1. lagern, so ist $h = h_1 \frac{2x}{l}$. Sind die Kräfte eines Punktes des Baus, und Druckwinkel gegen die Horizontale, so sind die Komponenten S_1, S_2 des Bau und Druckwinkel

$$\begin{cases} S_1 = -\frac{M}{h} \sin \alpha = -\frac{1}{4} \frac{g l \sin \alpha}{h_1} (l-x), \\ S_2 = +\frac{M}{h} \cos \alpha = +\frac{1}{4} \frac{g l \cos \alpha}{h_1} (l-x), \end{cases}$$

Es sei nun die Druckkraft $Y = \frac{d(M)}{dx} h$, oder, da $\frac{M}{h} = \frac{g l (l-x)}{4 h_1}$ ist, $Y = -\frac{g l h}{4 h_1} = -\frac{1}{2} g x$, also ist die Spannung eines Punktes des Baus, wenn die Kräfte eines Punktes des Baus gegen die Vertikale betrachtet,

$$Y = \pm \frac{1}{2} g x \sin \alpha = \pm \frac{1}{4} g l \frac{x}{h_1} \sin \alpha.$$

Die Spannung der Faser nimmt, also von den Enden nach der Mitte hin zu Null ab, während die Spannung der Faserstäbe von den Enden nach der Mitte hin zunimmt (Fig. 62).



2. einfache Belastung. Die Spannung der Faser nach der Faser Belastung zum Maximum. Die einfache Belastung kann aber nur für die Faser in der Mitte.

Ist für die linke Hälfte belastet und zwar mit p pro Länge. einfach. Sind die linke Seite wird $M = \frac{3}{4} p l x - p x \cdot \frac{1}{2} x$, d. h.

$$M = \frac{1}{4} p x (3l - 2x), \quad \frac{dM}{dx} = \frac{p l (3l - 2x)}{4 h_1},$$

$$Y = \frac{dM}{dx} h = -\frac{p l}{4 h_1} \cdot \frac{2 h_1 x}{l} = -\frac{1}{2} p x.$$

Die totale Belastung wirkt sich nach dem Obigen aus. $Y = -\frac{1}{2} p x$. Somit ist die Spannung der Faserstäbe in der Belastung der Hälfte, ausgerechnet, wie bei totaler Belastung.

In der unbelasteten Gölzke ist im Kleinfelde x von dem aufsteigenden Ende die Höhe $M = D x$, wenn D den Stützdruck bedeutet, also $\frac{dM}{dx} = \frac{D x l}{2 h_1 x} = \frac{D l}{2 h_1}$. In der Gölzke ist, so wie $Y = 0$. In der unbelasteten Gölzke ist die Spannung im Stützdruck der Spannung.

Man kann auch die Spannung für einen beliebigen Punkt für totale Belastung annehmen. Für die Höhe ist, wenn $g + p = g$ gilt, folgt, wird,

$$F_1 = - \frac{g l \sec \alpha_1 (l-x)}{4 h_1}$$

$$F_2 = + \frac{g l \sec \alpha_2 (l-x)}{4 h_2}$$

$$P = \pm \frac{1}{2} g x \sec \alpha = \pm \frac{1}{4} g l \frac{h_1}{h_2} \sec \alpha.$$

Ist α die Länge des fänglichen Stützdruckes, so ist annähernd $\alpha = h \sec \alpha$, also $P = \frac{g l \alpha}{4 h_1}$. Die Maximalspannung ist also Stützdruck. Stützdruck ist also annähernd seiner Länge proportional.

Für den Stützdruck machen die Formeln weniger nützlich. Aber wollen wir nicht näher darauf eingehen, sondern nur als Beispiel an, dass die auf für F_1 und F_2 und Y die folgenden Linien darstellen lassen.

Die Verteilungskraft Y ist für die Abhängigkeit der Stützdrucke, man hat den Stützdruck von, unabhängig von der Parallelität. Will man die Stützdrucke annehmen, so müssen die Stützdrucke auf der Lage sein. In der 58. Seite der Stützdrucke. Die Stützdrucke; man hat den Stützdruck von der Stützdrucke, jedoch machen für die Stützdrucke nicht gegeben werden gedruckt.

§ 28 Stützträger. Die Stützträger bestehen aus zwei Stützträgern

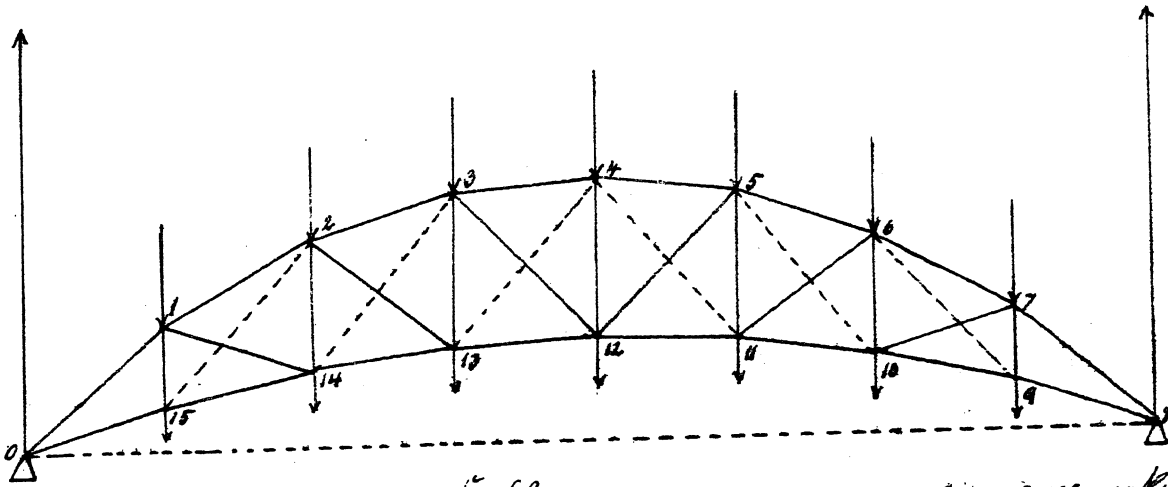
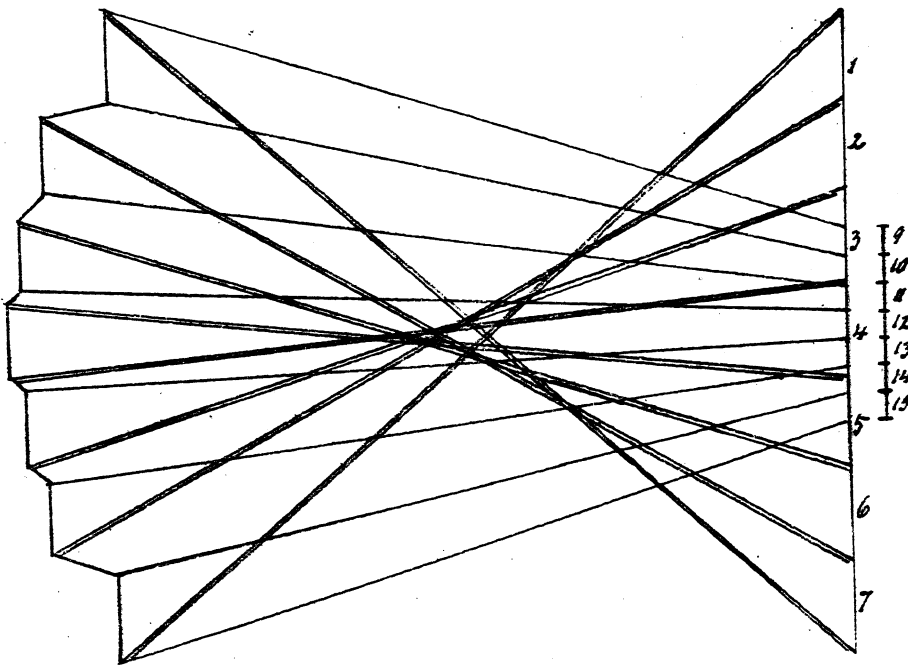


Fig 63.
Eigengewicht.



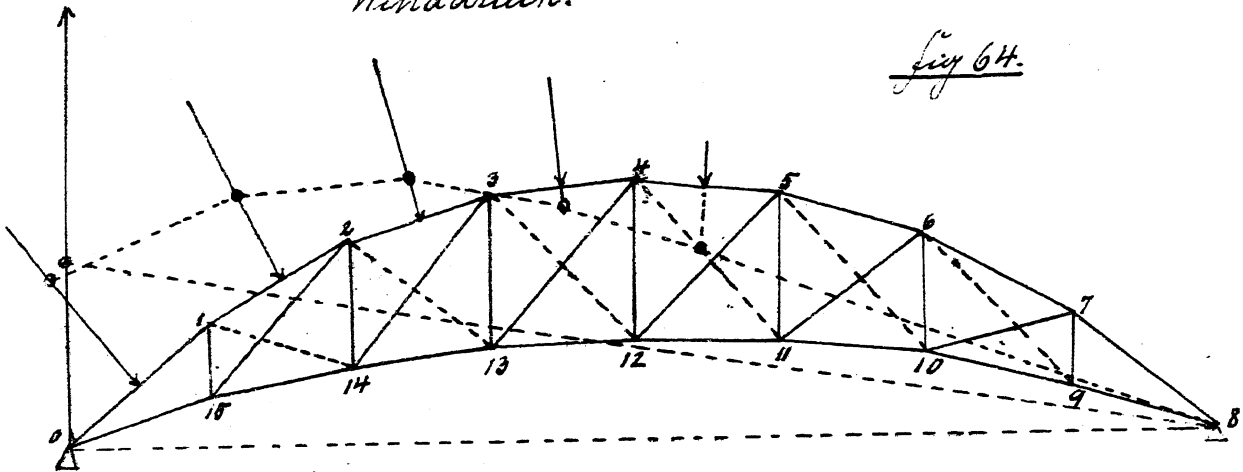
Course bestimmt,
ten Gürteln mit
zusammen liegen,
dem Gitterwerke.
Wenn man die
Gürtel, von der
mit der auf gegeben,
geradebühnen trümmen
so sind diese Träger
Parabelträger und
folgen ganz nach der
diese bereits mit,
mit kalten Gefügen.

Indes kommt man die Gürtel nicht kreisförmig. Das
Gitterwerk wird sehr verschieden angeordnet, meist als
Fächerwerk mit eingelegten schiefen Stützenden und steilen
Verticalen oder mit dem Obergürtel fast kreisförmig Normen,
dann, zinsenden nicht als einseitiges Netzwerk.
die größte Bestimmung der Anordnungen nach der

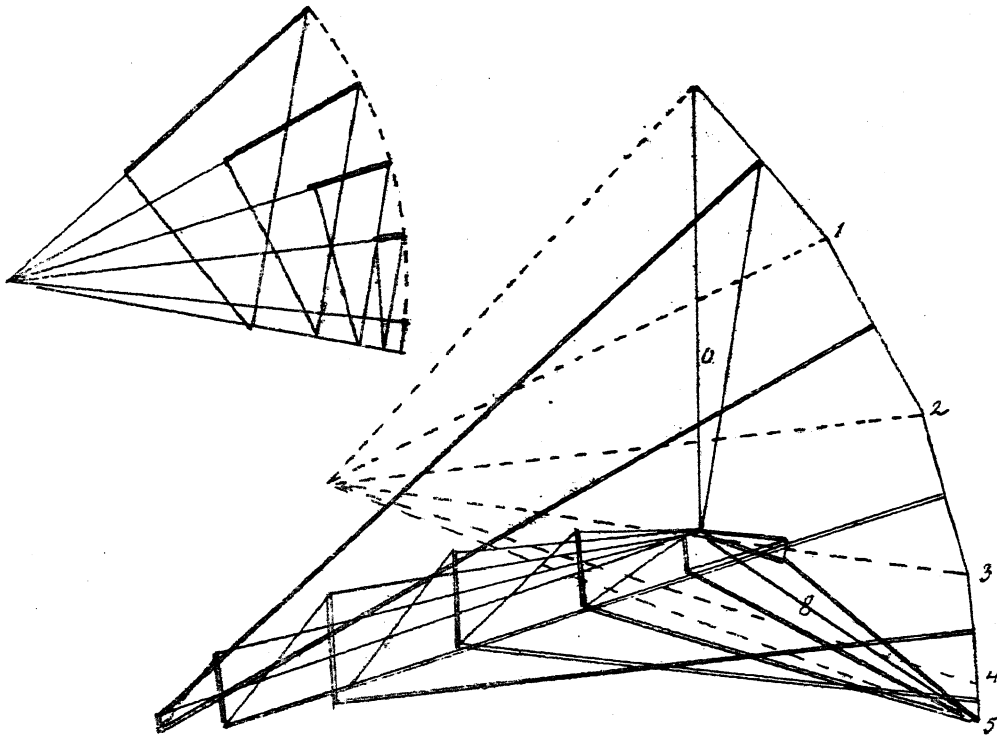
PolYGONALMETHODE ist beispielweise in fig. 63 für das Fugennetz,
 wiegt, in fig. 64 für den Winddruck gezeigt. Hierbei sind die,
 gelbe schraffierte Diagonalen angenommen, nach denen immer
 nur die Zugkraft in Betracht kommt; hingegen Diagonalen,
 welche ohne Wirkung sind, ist gestrichelt. Ferner ist angenommen,
 dass die Eckpunkte der Fugungen auf Kreisbogen liegen.

Winddruck.

Fig. 64.



Construction der Winddrücke.



Wir wollen nun
 noch, um die
 Gegend zu zeigen,
 besprechen zu können,
 dass, wenn man
 unregelmäßig das
 Stück, zerlegt,
 wegen der Form,
 welches = Tischer,
 ganz unregelmäßig.
 Wir setzen die
 Gänge in der Mitte,

$h = h_1$, die Höhe im Abstande x von einem Auflager $= h$, die
 Stützweite $= l$; also kann ist $h = \frac{4h_1 \cdot x \cdot (l-x)}{l^2}$.

1. Totale gleichmäßigige Lastung. Ist die Last pro horizontale Längeneinheit $= q$, so ist das Moment im Abstande x von der linken Stütze: $M = \frac{1}{2} q \cdot x \cdot (l-x)$. Also ist die Spannung der Ober- und Unterseile:

$$S_1 = -\frac{h}{n} \cdot \sec b_1 = -\frac{q \cdot l^2}{8h_1} \cdot \sec b_1,$$

$$S_2 = +\frac{h}{n} \cdot \sec b_2 = +\frac{q \cdot l^2}{8h_1} \cdot \sec b_2.$$

Wenn man die Spannungen beider Seile von der Mitte nach den Enden hin zu. Jedoch sind diese Spannungen nahezu constant. Der Nachdruck ergibt sich für totale Lastung $= 0$, so daß das Gitterwerk bei totaler Lastung unverspannt sein kann.

2. Einseitige Lastung. Hier nehmen jetzt an, daß nur die linke Hälfte gleichmäßig belastet ist und zwar mit p pro horizontale Längeneinheit. Der linke und rechte Stützdruck ist also $D = \frac{3}{8} p \cdot l$, $D_1 = \frac{1}{8} p \cdot l$. Für die linke und rechte Hälfte wird also $M = \frac{3}{8} p \cdot lx - \frac{1}{2} p \cdot x^2 = \frac{1}{8} p x (3l - 4x)$, $M_1 = \frac{1}{8} p l (l-x)$, daher

$$\frac{h}{n} = \frac{p l^2 (3l - 4x)}{32 h_1 (l-x)}, \quad \frac{h_1}{n} = \frac{p l^3}{32 h_1 x}$$

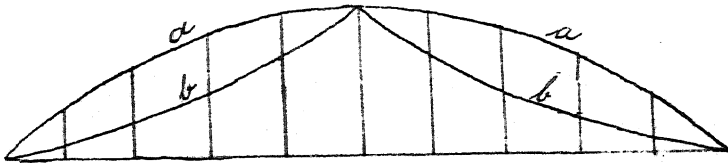
$$\frac{d \frac{h}{n}}{dx} = -\frac{p l^3}{32 h_1 (l-x)^2}, \quad \frac{d \frac{h_1}{n}}{dx} = -\frac{p l^3}{32 h_1 x^2}.$$

$$Y = \frac{d \frac{h}{n}}{dx} h = -\frac{p l \cdot x}{8 (l-x)}, \quad Y_1 = \frac{d \frac{h_1}{n}}{dx} h = -\frac{p l (l-x)}{8 x}.$$

Wenn Y und Y_1 in gleichem Abstande von linken und rechten Auflager gleich groß. Die Spannung sind Gitter, wobei wird man bezüglich $Y \cdot \sec \alpha$, $Y_1 \cdot \sec \alpha$, wenn α der Neigungswinkel des Seiles gegen die Vertikale bezieht.

für die absolut ungünstigste Lastvertheilung, welche bei Kuppelbau eintritt, wenn der Träger vom bezüglichen Stützpunkt aus bis zu einem Ende belastet ist, wird $Y = \frac{1}{2} \cdot p \frac{(l-x) \pi}{l}$. Diese Lastvertheilung ist in fig. 65 die Linie

fig. 65.

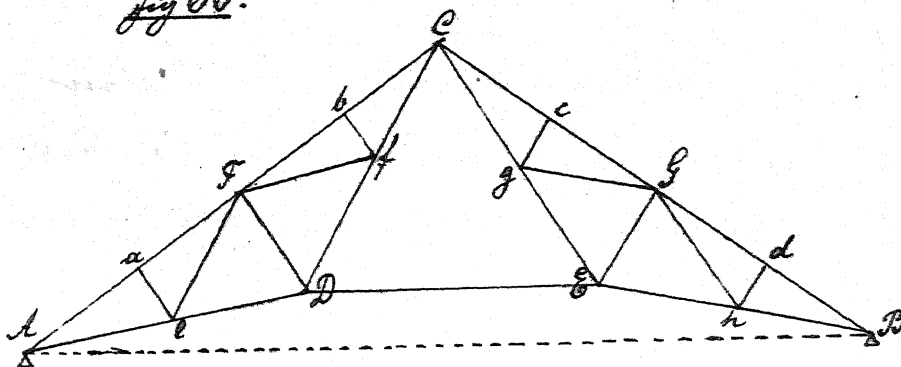


entsteht in fig. 65 die Linie a , während die Linie b der Belastung der Hälfte entspricht. Eine solche Lastvertheilung kann allerdings ein bedeutender

Einfluss auf die Lastvertheilung durch beide Belastungsweisen haben, und es ist deshalb wohl gerathen, die Kuppelträger ebenso wie die Brückenträger unter der Annahme der absolut günstigsten Lastvertheilung zu berechnen. Die Lastvertheilung der Kuppelträger für diese Lastvertheilung würde ganz wie die für Brückenträger mit einem Trichter durchgezogen sein.

§ 29. Der zusammengesetzte Polonceaudachstuhl. Derselbe hat, fast mit dem einfachen Polonceau, dasselbe durch Hinzufügen von vier secundären Hängern (fig. 66) oder durch eine Befestigung von anderen Füllungsmitgliedern zwischen den Hängern und den Stützpunkten.

fig. 66.

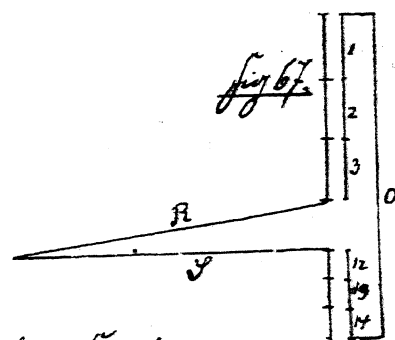
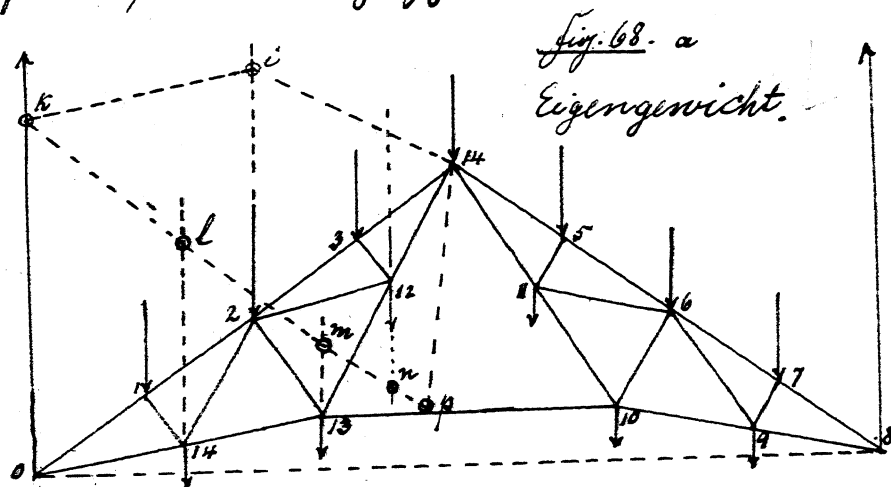


und den Stützpunkten A, D, E, B . Zu sehen, dass diese Füllungsmitglieder die Hänger, oder einzelne Hänger in den Dreiecken FDC

sind CEG nicht direkt bestimmbar, weil die Länge für gegebenes Resultat mindestens vier Geile treffen. Zuerst wird ab mög-
lich, die Spannung der horizontalen Zugseile DE direkt
zu bestimmen, indem man sich DE und C einem Punkt legt,
ist bestimmt, so kann man auf alle übrigen Spannungen
zu bestimmen, indem man sich auf die Konstruktionen
 ADC und BCE als äußere Kräfte wirken läßt.

Größt läßt sich die Spannung S in verschiedenen Weise bestim-
men:

1.) Die Resultante aller auf die Konstruktionseile ACD wirk-
enden Kräfte, einschließlich S , muß durch den Punkt C ge-
hen. Es muß sich also für diese Kräfte ein geschlossenes Kräfte-
viereck sein. Die Kräfte im Kräfteviereck konstruieren läßt
sich. In Fig. 67 sind die Kräfte im Kräfteviereck in der Reihen-
folge 1, 2, 3, 0, 14, 13, 12, S , R aneinander gereiht, wobei R die
Reaktion in C bezeichnet. Für den beliebig angenommenen
Punkt O ist das Kräfteviereck $4 i k l m n p 4$ konstruiert; hierbei sind

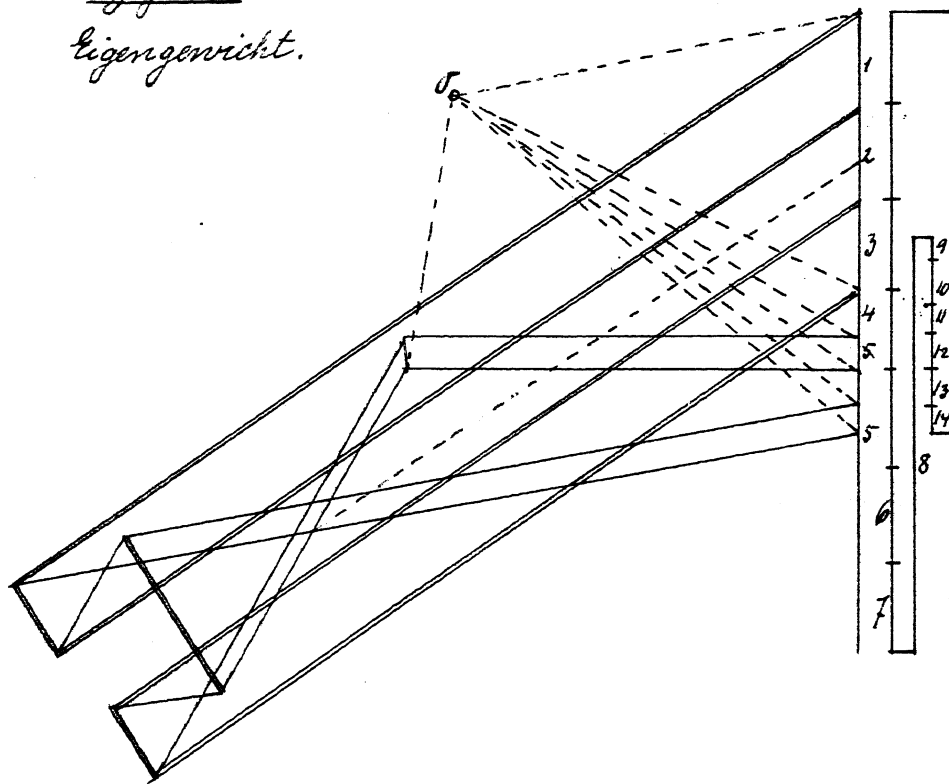


die Kräfte 1, 2, 3 zu ei-
ner in C wirkenden
Kräfte vereinigt ge-
hört.

Zieht man sich O zur Resultante $p 4$ hin, so

kurz Kraft, so bestimmt derselbe in Punkt der der Kraft P entspricht,
 durch die Teilpolygonepunkte die zu bestimmenden Kraft P ab. in
Fig 68. b.

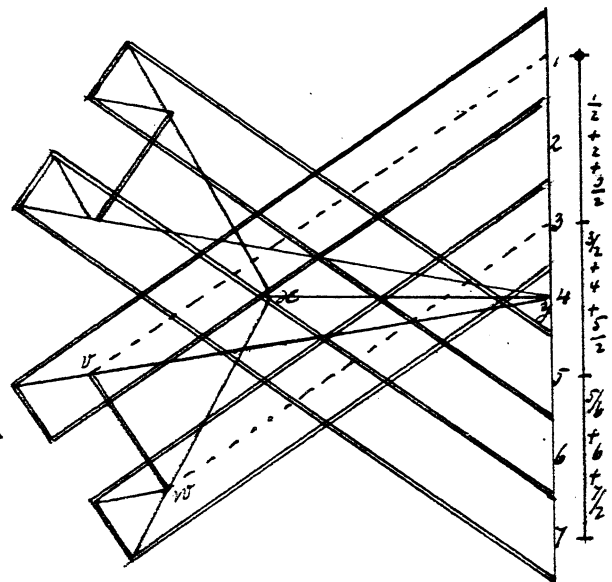
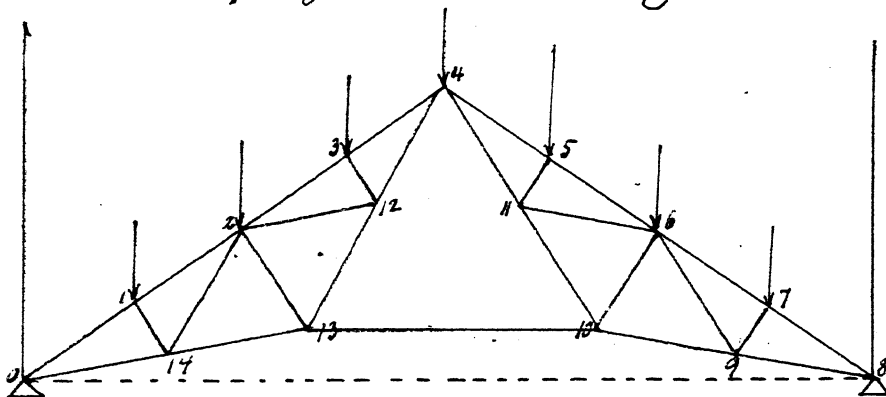
Eigengewicht.



Pyramiden
 der Höhe des
 „Längsrichtung“
 „Höhe 0413“
 sind nun in
 Fig. 68 in b_{11}
 konstruiert, hier
 so mittels
 der „Längs-
 richtung“
 nach b_{11}
 stimmt.

2.) Die Pyramide $P_{11} = \frac{M}{h}$, wenn M das Moment der auf
Fig 69.

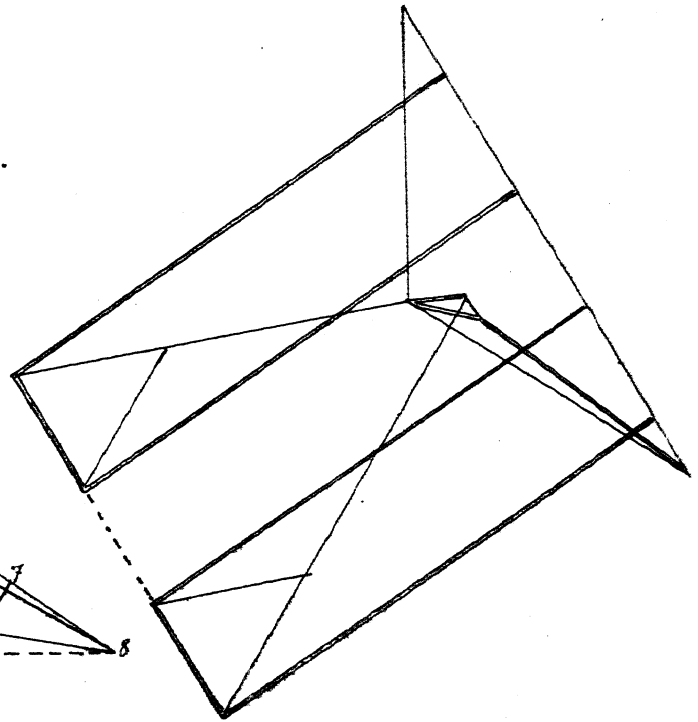
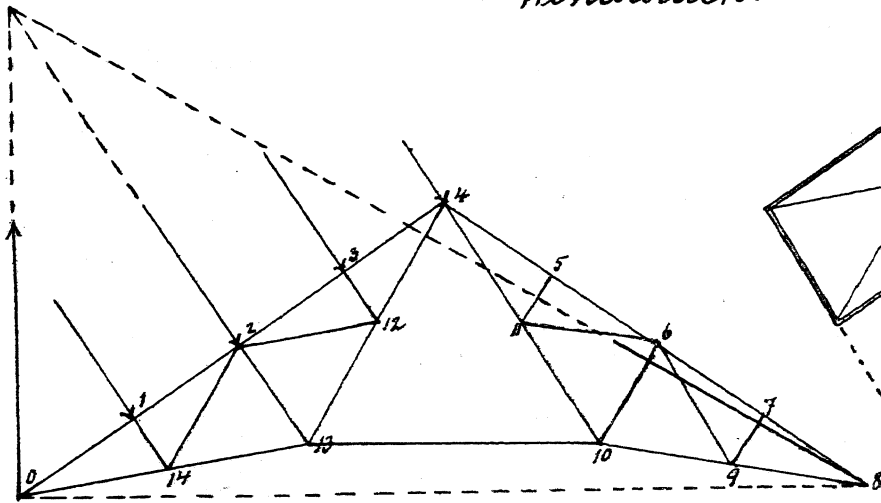
Zufällige totale Belastung.



Es nimmt hier nun C mit anderen
 Kräfte und h den Horizontalabstand der

Stützungen DE von C befreit. Einfache Regel gilt aber auch für das einfache Polencavü. Auf. Man kann also I ganz abso-
 so construiren, wie beim einfachen Polencavü auf
 fig. 53 bis 55. Hierbei wird ab aber notwendig, die in a, b, c, d,
 e, f, g, h (fig. 66) wirkenden Kräfte so auf die Druckpunkte
 des einfachen Polencavü. Nach zu merken daß das Moment
 nicht geändert wird. wenn wird daher die in a, b, c, d wir-
 kenden Kräfte auf die Punkte A, F, C, G, B verfahren. In die-
 ser Weise ist in fig. 69, 70 die Construction durchgeführt. Die
 punktierten Linien, sowie die Linien vw, wx, xy gehören
 dem einfachen Polencavü an.

Fig. 70.
 Winddrucke.



3) Man kann auch die secundären Längswerte ganz für
 sich bestimmen, wie fig. 71 zeigt und ablesen die gesuchte
 von Stützungen zu denen das einfache Polencavü
 eingefügt. die in a, b, c, d, e, f, g, h wirkenden Dr.

Fig. 71.

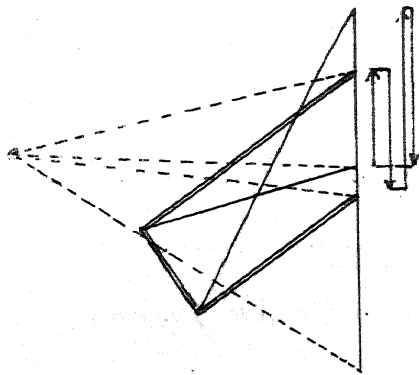
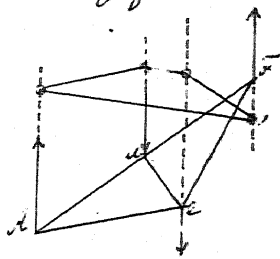
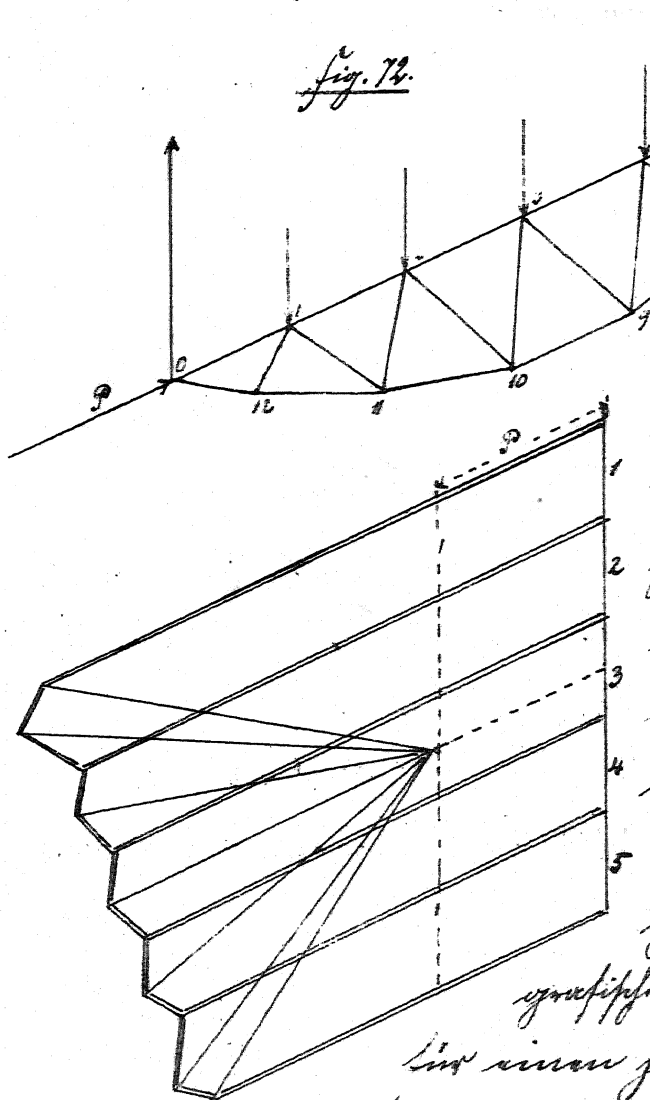


Fig. 72.



§ 30. Gittersparren.

Die Sparren der Dachstuhl-
 la konstruirt man häufig,
 um sie zur Uebernahme der Last,
 andrücken widerstandsfähig zu
 machen, als Gitterträger und
 zwar als Parallel-, oder Parabel-
 gitterträger. Die Bestimmung
 der Sparrenweiten erfolgt erst, um
 besser durch eine besondere Be-
 rechnung der Konstruktion. Hier
 geben in Fig. 73 als Leitziel die
 größte Bestimmung der Sparrenweiten
 für einen fängenden Parabelträger der

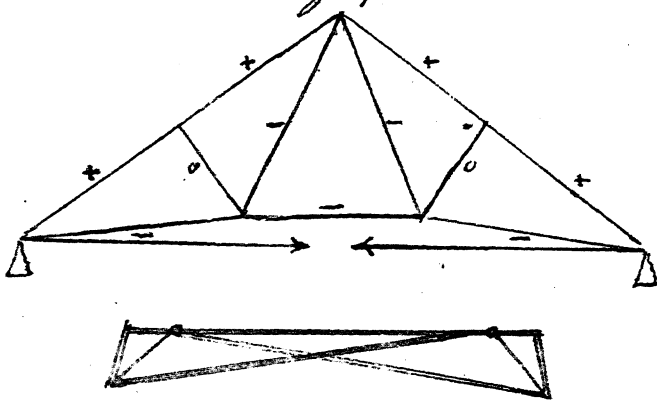
den vorgegebenen Dachstuhl in bekannter
 Weise zu bestimmen und dasselbe ist in A
 und B auf das einfache Poloncarückel wirken,
 da Lasten anzunehmen. Die in Fig. 69 u. 70 an-
 gegebenen Konstruktionen laufen auf das-
 selbe hinaus. man versteht für die Kon-
 struktion für das einfache Poloncarückel
 dass und für die sekundären Längen
 mehr anzeigt.

am den faden in der Länge einfluss nicht haben durch Einfluss des Aufhanges das ganze Druckverhältnis bekannt. Man versteht auch das eigentliche Gesetz, dass die Krümmungen des Aufhanges, sowie das Gewicht der ganzen Fäden, dass sind, als wenn der Aufhängepunkt nicht vorhanden wäre, während die Krümmung des Aufhanges durch die Wirkung des Aufhängepunktes P immer vergrößert wird.

Es wird für diese Länge nicht genügen, sich die Lasten nur von den Aufhängepunkten des Aufhanges wirkend zu denken.

S. 31. Einfluss der Temperatur. Aber die horizontale Funktion, welche bei Änderung der Temperatur aufpassen kann, wurde bereits in S. 24 gesprochen.

Die Krümmung der Krümmungen, welche auch diese Funktion erfüllt, war, ist nach dem vorigen Gesetze leicht einzusehen. Als Beispiel geben wir in Fig. 73 die gewisse Krümmung für einen Polonceau-Druckverhältnis.



Die resultierenden Krümmungen sind in jedem Falle positiv, als negativ zu verstehen, da bei zunehmender und abnehmender Temperatur die Krümmungen aufpassen.

Wenn man einen Druckverhältnis und einen bei der Krümmung aufpassen im Gleichgewicht eine Krümmung durch die horizontale Funktion, in sich in beiden Fällen die Krümmungen der dem Gewicht der Kräfte in der Krümmung der Krümmungen finden. In den Krümmungen wird bei einem Druckverhältnis eine Krümmung eine Krümmung. Ist das Gewicht gegeben, so ist eine Krümmung in der Krümmung als Krümmung aufpassen.

X. Kapitel.

Formveränderung statisch bestimmter Träger.

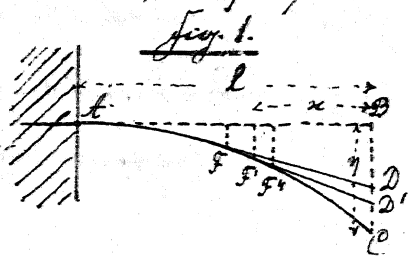
§1. Vollwandige Träger. Die Differentialgleichung der elastischen Linie ist bekanntlich

$$1.) \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot J},$$

wenn M das Moment für irgend einen Querschnitt, E das "Elastizitätsmodul", J das "Flächenträgheitsmoment" und $E \cdot J$ der "Biegesteifigkeit" bezogen auf die Querschnittsfläche ist. Durch partielle Integration erhält man für die Gleichung der elastischen Linie. Einfachster ist und ist im vorliegenden Falle das folgende Verfahren. Ist bei AC Fig. 1 die deformierte Lage eines in A horizontal eingespannten Trägers, AB die ursprüngliche Lage. Die Verlängerungen zweier benachbarten Logarithmendifferenziale in AB sind x von B , nämlich FF' , $F'F''$ zwischen die Vertikale BC in D , D' . Bezeichnen wir die Neigungswinkel der Logarithmendifferenziale mit τ , τ' , so ist $DD' = x(\tan \tau' - \tan \tau) = x \cdot d \tan \tau = x \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} dx = \frac{Mx}{EJ} \cdot dx$, mit,

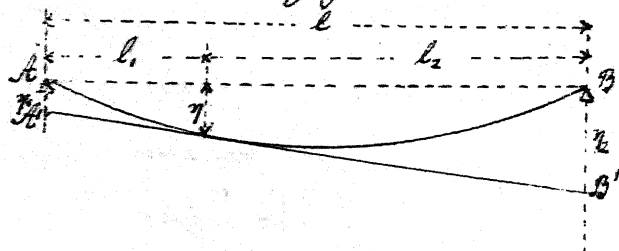
für die Durchbiegung DC , die wir mit η bezeichnen

$$2.) \eta = \frac{1}{EJ} \int_0^l Mx \, dx$$



Man erhält diese Gleichung übrigens auch direkt aus der Gleichung 1.) durch partielle Integration.

Fig. 2.



Simuliert es sich leicht möglich, die Durchbiegung η eines an beiden Enden frei aufliegenden Trägers in einem beliebigen Punkte C zu

bestimmen. Wir lagern in C' ein Seilgewicht an die Enden der St. von A C' B , welche die funicularen in A' und B' schneiden. Dessen von A $A' = \eta_1$, B $B' = \eta_2$ und A $C = l_1$, B $C = l_2$, so ist nach der vorigen Formel

$$\mathcal{E} \eta_1 = \int_0^{l_1} \frac{M x_1}{J} dx_1, \quad \mathcal{E} \eta_2 = \int_0^{l_2} \frac{M x_2}{J} dx_2,$$

wann x_1 und x_2 den Abstand eines beliebigen Punktes von A und B bezeichnen. Ist die Bückung $CC' = \eta$, so ist $\eta - \eta_1 = \eta_2 - \eta = l_1 : l_2$, also ist $\eta = \eta_1 + (\eta_2 - \eta_1) \frac{l_1}{l_2}$ oder

$$3.) \quad \eta = \eta_1 \frac{l_2}{l} + \eta_2 \frac{l_1}{l} \quad \text{oder}$$

$$4.) \quad \eta = \frac{l_2}{\mathcal{E} l} \int_0^{l_1} \frac{M x_1}{J} dx_1 + \frac{l_1}{\mathcal{E} l} \int_0^{l_2} \frac{M x_2}{J} dx_2$$

Bei symmetrischer Anordnung ist $\int_0^{l_1} \frac{M x_1 dx_1}{J} = \int_0^{l_2} \frac{M x_2 dx_2}{J} = \int_0^{l_1} \frac{M x_1}{J} dx_1$, mithin

$$5.) \quad \eta = \frac{l_2}{\mathcal{E} l} \int_0^{l_1} \frac{M x_1}{J} dx_1 + \frac{l_1}{\mathcal{E} l} \int_0^{l_1} \frac{M x_1}{J} dx_1$$

für die Bückung η in der Mitte wird $l_2 = l_1 = \frac{l}{2}$, mithin

$$6.) \quad \eta = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M x}{J} dx$$

Trägt man $\frac{M}{J}$ als Ordinate auf, so bedeutet $\int \frac{M x}{J} dx$ das statische Moment der betreffenden Fläche für diejenige Auflagerverticale, l_1 , von welcher aus x gemessen ist.

Bei gleichmäßiger Belastung mit der Last q pro Längeneinheit ist $M = \frac{1}{2} q x (l - x)$, also

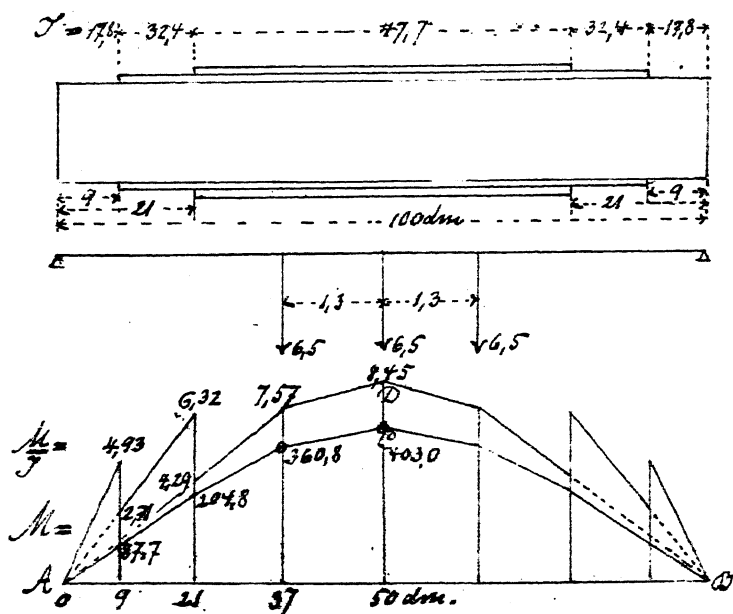
$$7.) \quad \eta = \frac{q}{2 \mathcal{E}} \int_0^{l_2} \frac{x^2 (l - x)}{J} dx$$

Bei constantem Querschnitt wird $\int_0^{l_2} x^2 (l - x) dx = \frac{1}{3} l \left(\frac{l}{2}\right)^3 - \frac{1}{4} \left(\frac{l}{2}\right)^4 = \frac{5}{96} l^4$, also

$$8.) \quad \eta = \frac{5 q l^4}{384 \mathcal{E} J}$$

Beispiel. Ein Lastträger von $10 \text{ m} = 100 \text{ dm}$ Spannweite set in den Längen $9, 12, 58, 12, 9 \text{ dm}$ das Biegemoment $T = 17,8; 32,4; 47,7; 32,4; 17,8 \text{ dm}$. Er ist symmetrisch durch eine Locomotive mit drei Achsen von $6,5 \text{ t}$ Raddruck und 13 dm Radstand belastet: wie groß ist die Durchbiegung in der Mitte? Im Längeneinheits

Fig. 3.



für M und $\frac{M}{J}$ Merks, welche in den bezüglichen Linien ACB und ADB (Fig. 3) eingezeichnet sind. Die Lösung des statischen Moments $\int \frac{M}{J} dx$ der Fläche der Fläche ADB für die Länge l gefundene Verticale ergibt:

$$\int_0^l \frac{M}{J} dx = \frac{1}{6} [9 \cdot 4,93 \cdot 2,9 + 12 \cdot \{2,71(2,9 + 21) + 6,32(2,21 + 9)\} + 16 \cdot \{4,29(2,21 + 37) + 7,57(2,37 + 21)\} + 13 \cdot \{4,57(2,37 + 50) + 8,45(2,50 + 37)\}] = 8353 \text{ dm.}$$

Nehmen wir

den Elastizitätskoeffizienten E zu $2000 \text{ t pro qcm} = 200000 \text{ t pro qdm mm}$, so wird nach Formel 6:

$$\eta = \frac{8353}{200000} = 0,042 \text{ dm} = 4,2 \text{ mm.}$$

§ 2. Näherungsregeln für constante Höhe. Ist der Träger gleichmäßig belastet und von constantem, symmetrischen Querschnitt, so ist derselbe bei der Höhe h zu betrachten nach der Gleichung: $K \cdot I = \frac{1}{8} q l^2 \cdot \frac{1}{2} h$, wenn K die zulässige Spannungszahl bezeichnet. Setzen wir für nach der Formel $\frac{q l^2}{J} = \frac{16 K}{h}$, so erhalten wir

$$9.) \frac{1}{l} = \frac{5}{24} \cdot \frac{K l}{E h}$$

Ist der Träger dagegen constant festigkeit, so ist in jedem Querschnitt $K \cdot I = \frac{1}{2} M h$ oder $\frac{M}{J} = \frac{2 K}{h}$. Ist daher nach Formel 6: $\eta = \frac{2 K}{E h} \int x dx$, d. i.

$$10.) \frac{\eta}{l} = \frac{1}{4} \frac{K l}{E h}$$

Nach den Formeln 9) und 10.) wird man in allen praktischen Fällen

$$11.) \frac{\eta}{\ell} = A \cdot \frac{K}{\epsilon} \cdot \frac{\ell}{h}$$

folgen können, wobei A immer je nach der Construction etwas verschiedene Coefficienten bedeutet. Dieser Coefficient ist nach Formel 9) für gewählte Träger zu $\eta_{tr} = 0,21$ anzunehmen. Für Lastträger liegt A mit Rücksicht auf die nöthige Verstärkung wegen der Verschiebung durch die Nicklöcher zwischen 0,18 und 0,22, im Mittel ist für

$$12.) \frac{\eta}{\ell} = 0,2 \cdot \frac{K}{\epsilon} \cdot \frac{\ell}{h}$$

Nutzen wir für kleine Biegemomente $\epsilon = 0,6$ t pro qcm, so wird

$$\frac{\eta}{\ell} = 0,00006 \frac{\ell}{h} = \frac{1}{16700} \frac{\ell}{h}$$

Man sieht hieraus, daß bei gleicher Lastaufgründung die Durchbiegung in demselben Verhältnisse abnimmt, in welchem die Trägerhöhe zunimmt.

Hiernach stellt man die gesuchten, von der zufälligen Last und vom Eigengewicht erzeugte Durchbiegung die Durchbiegung η in Folge der zufälligen Last ist, also $\eta = \frac{K_1}{K} \eta$, wenn K_1 das Momentum, welches in Folge der zufälligen Last, K das Momentum, welches in Folge der gesuchten Lastwirkung erzeugt wird. Bei gleichmässiger Lastvertheilung wird $\eta = \frac{p}{q} \eta$, wenn p die zufällige Last pro Längeneinheit bezeichnet.

Wendet man die bekannten Werte zwei besondere Coefficienten, K_0 und K_1 , für Eigengewicht und zufällige Last an, und sind K_0 die Momentenmomente für das Eigengewicht und die zufällige Last, so ist $\frac{2J}{h} = \frac{K_0}{K_0} + \frac{K_1}{K_1} = \frac{K_0 + K_1}{K}$, also

$$13.) K = \frac{(K_0 + K_1) K_0 K_1}{K_0 K_1 + K_1 K_0} = \frac{(q + p) \cdot K_0 K_1}{q \cdot K_1 + p \cdot K_0}$$

zu setzen.

§3. Geometrische Construction. Die Gleifung der Balken für particula Belastung

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{q}{E}$$

man q die Last pro Längeneinheit, E die constante Horizontalspannung,
muss bezieht. Der Vergleich mit der Gleifung 1.) zeigt

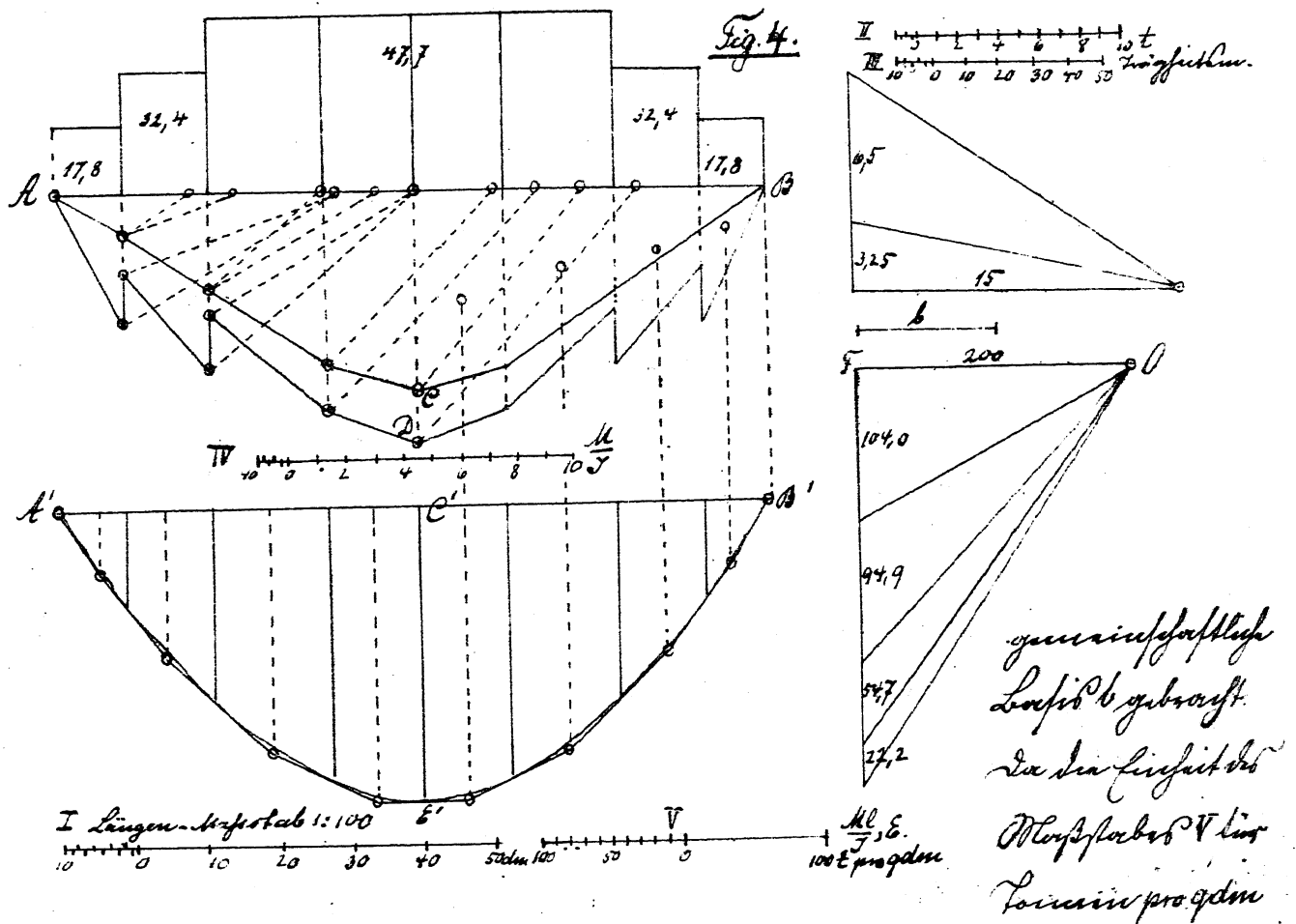
dass die elastische Linie als eine Balken zu betrachten ist,
man muss die Größe $\frac{M}{E}$ als Last q pro Längeneinheit und den
Elasticitätscoefficienten E als Horizontalspannung auffassen.

Ist der Querschnitt, also I constant, so kann man auch das Moment
 M als Last pro Längeneinheit und $E I$ als Horizontalspannung auffassen.

Die für die Construction der Balken gültigen Regeln sind
für jene Natur in Anwendung zu bringen.

Bei constanten Querschnitten lässt sich M durch die Construction des
Balkenpolygons für die gegebene Belastung bestimmen. Der variablen
Querschnitt ist nach die Division durch I vorzunehmen, die selbst,
der durch Rechnung oder ebenfalls durch Construction erhalten kann.

Beispiel. Das in §1. durch Rechnung gelöste Beispiel ist in fig. 78 ge-
zeigt. Längenausmaß I des der vert. Kr. des Balkenpolygons $A B$
ist mit dem Kräfteausmaß II compared. Feldstärke = 15 t. Also $\frac{M}{I}$ zu
comparieren, nimmt $ad = af = I$ gemessen, ae gleich einer Constanten
 a und ec parallel bd gezogen, also dann ist $ac = ab \cdot \frac{ae}{ad} = \frac{M}{H_0} \cdot \frac{a}{I}$. Da H_0
= 15 t (Maßstab II), $a = 60$ fassen des Maßstabes III für die Kräfteaus-
maß gewählt ist, so muss die fache des Maßstabes IV für $\frac{M}{I} =$
 $\frac{60}{15} = 4$ fassen des Längenausmaßes I gewählt werden, ac
gibt also dann, mit dem Maßstabe IV gemessen, $\frac{M}{I}$. Die in-
genau Größe der fache $A B$ nimmt durch Reduktion auf eine



= $\frac{1}{20}$ der Länge des Maßstabes IV gemässigt ist, so muß $b = 20$ fünfteilen des Längemaßstabes gemässigt werden.

für das zu comprimirnde Vielpolygon $A'E'D'$ müßte die Füllmenge $OF = 200\,000$ (nach Maßstab V) angenommen werden, wenn die Längen in natürlicher Größe aufgetragen wären; da aber die Längen nur in $\frac{1}{100}$ nat. Gr. aufgetragen sind, so wird OF nur $= 2000$ zu wählen sein, damit die Einkünge in natürlicher Größe erscheinen.

Wir haben nicht 0,5 mm = 200 angenommen, weil
 auch also findung die Dickenungen zusehst vergrößert. Die
 Löss C & E des Kitzbühlergebirges ergab sich zu 42 mm, die Gipsstei-
 nung des Jura in § 1 erwähnten Blatthäuser ist also in der
 Platte $\frac{42}{10} = 4,2$ mm.

§ 4. Formveränderung eines Gitterträgers. Zur Bestimmung der
 Verschiebung eines beliebig gestreckten Gitterträgers führt man
 einpaar die von Mole angewandte, auf dem Prinzip der
 Arbeit beruhende Methode, auf welche man durch folgende Be-
 trachtung geführt wird. Druckt man sich zunächst sämtliche Ein-
 wirkungskräfte, mit Ausnahme des einzigen AB als vollständig hervor
 und in einem beliebigem Punkte eines Last Ganges,
 drückt, so wird derselbe im Punkt AB eine Verschiebung s erzeu-
 gen, welche sich in bekannter Weise durch Rechnung oder graphi-
 sche Konstruktion bestimmen läßt. Eine unendlich kleine
 Längenänderung Δl des Halbs AB drückt sich der Punkt C um Δy .
 Druckt man sich nun den Halb AB beiseite und stellt dessen in
 den Punkten A und B die gleichen, aber entgegengesetzten Kräfte
 an, so sind die Kräfte $\pm s$, und die Auflagerreaktionen
 die einzigen, die auf den Träger wirken; da die letzteren kei-
 ne Arbeit verrichten, so ist nach dem Prinzip der Arbeit $s \Delta l =$
 $G \Delta y$. Druckt man sich jetzt noch der unendlich kleinen Größen
 Δl und Δy die endlichen, aber sehr kleinen Größen Δl und Δy , so
 ist offensichtlich, indem sehr genau $s \cdot \Delta l = G \cdot \Delta y$, also $\Delta y = \frac{s}{G} \cdot \Delta l$. Hier,
 durch Δy der Punkt C bestimmt, welcher durch
 die Längenänderung Δl eines Halbs AB entsteht. Wie groß man
 diesen Verschiebung, ist gleichgültig; setzt man $G = 1$, so wird einfach

$$\Delta y = s \cdot \Delta l.$$

Bestimmt man nun in gleicher Weise die Verschiebungen $s_1,$
 $s_2, s_3, \dots$, welche eine im Punkte C wirkende, der Einheit
 gleiche Last in sämtlichen Höhen, die zwischen den Trägern besteht,

erzeugt, und bestimmt, man ferner die Längenänderungen $\Delta l_1, \Delta l_2, \dots$, welche diese Hölzer unter der Wirkung irgend einer, beliebig, angenommenen Belastung annehmen, so wird jetzt offenbar die Bückung des Punktes C

$$14.) y = s_1 \cdot \Delta l_1 + s_2 \cdot \Delta l_2 + \dots$$

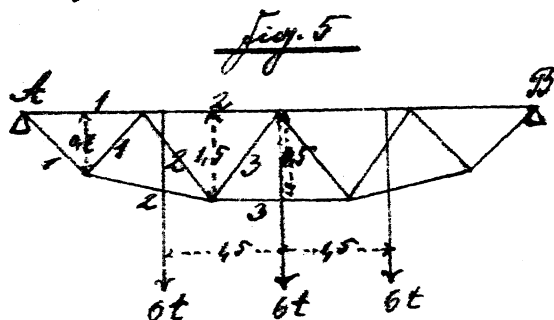
Man erhält also die Bückung y eines beliebigen Punktes C, wenn man die Längenänderung aller einzelnen Hölzer mit denjenigen Spannungen multipliziert, welche einem Punkte C wirkende, der leicht gleiche Last in diesen Hölzern erzeugt und förderliche For, Hölzer wirkt.

Diese Methode ist für alle Träger, einfache und continuirliche Balkenträger, Güterwägen und Pyramidenwägen gültig.

Betrachtet man die Spannungen, welche durch diejenige Belastung, für welche die Durchbiegung bestimmt werden soll, in den einzelnen Hölzern erzeugt wird, mit $S_1, S_2, \dots$ die Länge der Hölzer mit $l_1, l_2, \dots$, die Querschnitte mit $f_1, f_2, \dots$, so ist bei gleichem Elasticitätscoefficienten $E: \Delta l_1 = \frac{S_1}{f_1 E}, \Delta l_2 = \frac{S_2}{f_2 E}, \dots$, mithin

$$15.) y = \frac{1}{E} \left[\frac{S_1 l_1}{f_1} + \frac{S_2 l_2}{f_2} + \frac{S_3 l_3}{f_3} + \dots \right].$$

1. Beispiel. Welche Durchbiegung in der Mitte erleidet ein fests. Balkenträger nach Fig. 5 mit 8 m Spannweite, dessen Stütz- und Gitterstabsquerschnitte bezüglich 0,30 und 0,18 dm² sind, durch drei in 4,5 m Abstand voneinander liegende Lasten von 5 Ton.



man? So sind die Spannungen $s_1, s_2, \dots$ zu bestimmen, welche eine in der Mitte C liegende Last 1 erzeugt und die Pyram.

nimmern S_1, S_2 , welche den gegebenen wirkliche Lasten systeme erzeugt. Beide Laststellungen erfolgen nach der bekannten Theorie der Gitterträger mit polygonalen Gittern. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Träger	Stütz- maß	Stütz- weite q dm	Spann- weite d dm	$\frac{\lambda}{f}$	Spann- winkel α	Spann- winkel β	s.d.f. $\frac{1}{f}$
Ober- träger	1	0,30	20,0	66,7	-0,714	-12,86	612,4
	2	0,30	20,0	66,7	-1,000	-16,00	1067,1
Unter- träger	1	0,30	12,2	40,7	+0,871	+15,69	556,5
	2	0,30	21,5	7,17	+0,979	+16,71	1173,0
	3	0,30	10,0	33,3	+1,333	+18,00	799,0
Gitter- stäbe	1	0,18	12,2	67,8	-0,239	-4,27	69,2
	2	0,18	18,0	100,0	+0,165	+2,94	48,5
	3	0,18	18,0	100,0	-0,601	-5,41	325,1
Summe							4650,8

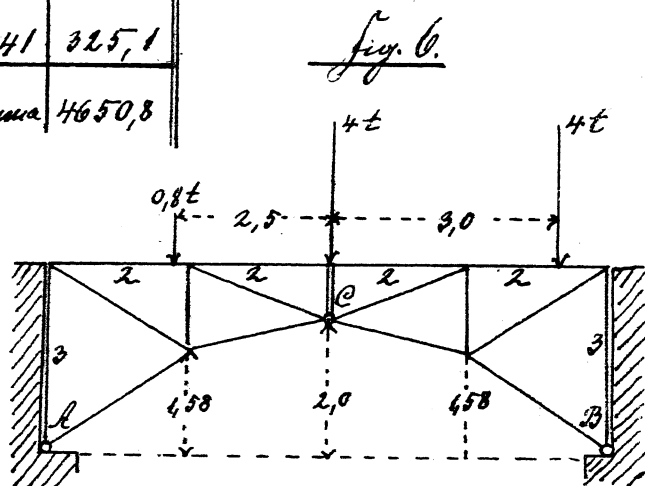
Da die Stämme nur für den selben Träger berechnet werden, so wird für den ganzen Träger $\sum \frac{s.d.f.}{f} = 2.4650,8 = 9302$; nehmen wir $E = 200000 \text{ t pro q dm}$ an, so wird

$$y = \frac{9302}{200000} = 0,047 \text{ dm} = 4,7 \text{ mm.}$$

2. Beispiel. Ein Bogenträger nach fig. 6 mit den in der folgenden Tabelle angegebenen Stützweiten ist nach fig. 6 mit drei Lasten von 0,8, 4, 4 Tonnern belastet.

Wahrscheinlich sind die Horizontal- und Vertikalverschiebung an der Stelle C?

Die Größen s sind für die Horizontalverschiebung η die Spannweite, welche man in C wirkende Horizontalkraft 1, für die Horizontalverschiebung ξ dagegen die Spannweite, welche man in C wirkende Vertikalskraft 1 erzeugt. Die Resultate der Ref.



wing sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Teil	Höhe, mm	Länge, mm	Querschnitt, mm ²	$\frac{A}{f}$	Torsions- moment	$\frac{d \cdot A \cdot l}{f}$	Horizontale Länge η		Horizontale Länge ξ	
							d	$\frac{d \cdot A \cdot l}{f}$	d	$\frac{d \cdot A \cdot l}{f}$
Chargier	1	20,0	0,15	133	+1,740	+231	+0,408	+94,2	+0,204	+47,1
	2	20,0	0,15	133	0	0	0	0	0	0
	3	20,0	0,15	133	0	0	0	0	0	0
	4	20,0	0,15	133	+0,754	+100	+0,408	+40,8	-0,204	+20,4
Stütze	1	25,5	0,25	102	-6,758	-689	-1,275	+878,5	-0,638	+439,6
	2	20,4	0,25	82	-7,196	-590	-1,439	+849,0	-0,720	+424,8
	3	20,4	0,25	82	-2,188	-179	-1,439	+257,6	+0,720	-128,9
	4	25,5	0,25	102	-6,758	-689	-1,275	+878,5	+0,638	-439,6
Horizontale	0	30,0	0,20	150	-0,490	-74	+0,290	-21,5	-0,145	+10,7
	1	14,2	0,15	95	-1,470	-140	-0,204	+28,6	-0,102	+14,3
	2	10,0	0,10	100	-2,000	-200	0	0	0	0
	3	10,0	0,10	100	-2,000	-200	0	0	0	0
	4	14,2	0,15	95	-2,374	-226	-0,204	+46,1	+0,102	-23,1
	5	30,0	0,20	150	-1,736	-260	+0,290	-75,4	-0,145	-37,7
Längs	1	24,5	0,20	123	-2,136	-263	-0,500	+131,5	-0,250	+65,8
	2	22,4	0,10	224	+1,952	+437	+0,457	+199,7	+0,229	+100,0
	3	22,4	0,10	224	+0,854	+191	+0,457	+87,3	-0,229	-43,7
	4	24,5	0,20	123	-0,934	-115	-0,500	+57,5	+0,250	-28,8
Summa							+3452		+421	

Daraus wird nun, wenn wir wieder $\xi = 200000 \pm$ zugrunde legen:

$$\eta = \frac{3452}{200000} = 0,01726 \text{ dm} = 1,7 \text{ mm},$$

$$\xi = \frac{421}{200000} = 0,002105 \text{ dm} = 0,2 \text{ mm}.$$

Bei Kurvenänderungen auf speciellen Trägerformen ergeben sich Herzsinfaltungen nur beim Parabel- und Parabelträger.

§5. Anwendung auf den Parabelträger. Wir wollen uns den einfluß einer totalen gleichmäßigen Belastung untersuchen. Das Gitterwerk ist hier wegen seiner Symmetrie, also auch auf die Bückung ohne einfluß. Die relative Längenänderung der Gitter ist, wenn man den Querschnitt proportional der Maximalformänderung gewählt hat, constant und zwar $= \frac{H}{E} \cdot \frac{p}{q}$, wenn H die zu lössige Spannung bezeichnet, q die Gitterkraft, p die zufällige Last, für welche die Durchbiegung bestimmt werden soll, q die Längenspannung bezeichnet.

Genau so ist es nur wenn die Bückung in einem beliebigen Punkt C im Abstand ξ von der linken Stütze, so ist, wenn man sich in C die Last 1 wirkt denkt und die Bückung der Herzsinfaltung mit σ, τ bezeichnet, der links und rechts stehenden Punkte $\frac{l-\xi}{2}$ und $\frac{\xi}{2}$, also für einen links von C liegenden Punkt der Herzsinfaltung $s = \frac{(l-\xi) \cdot \pi}{2h} \cdot \sec \sigma$, für einen rechts von C liegenden Punkt $s = \frac{\xi \cdot (l-\pi)}{2h} \cdot \sec \tau$. Setzen wir $h = 4h_1 \cdot \frac{\pi(l-\pi)}{l^2}$, so erhalten wir bezüglich

Fig. 6.

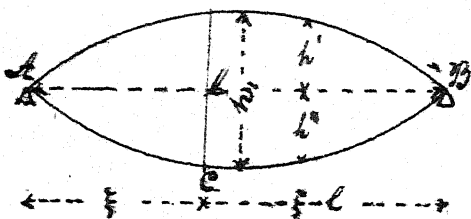
$$s = \frac{l(l-\xi) \sec \sigma}{4h_1(l-\pi)}, \quad s = \frac{l \cdot \xi \cdot \sec \tau}{4h_1 \pi}$$

für den Druckwert ist τ für σ zu setzen.

Die Länge der Gitter muß die Länge dx der Ober ist $dx \cdot \sec \sigma, dx \cdot \sec \tau$, mithin wird

$$\eta = \frac{H \cdot p \cdot l}{4q \cdot E \cdot h_1} \left[(l-\xi) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec \sigma + \sec \tau}{l-\pi} \cdot dx + \xi \int_{\frac{\pi}{2}}^l \frac{\sec \sigma + \sec \tau}{\pi} \cdot dx \right]$$

die Größe $\sec \sigma + \sec \tau$ liegt zwischen den äußeren Grenzen 2 , und $2,31$. Wenn wir $\sec \sigma + \sec \tau$ constant $= 2$ an, so wird



$$\eta = \frac{H \cdot p \cdot l}{4 \cdot g \cdot h_1} \left[(l - \xi) \int_0^{\xi} \frac{dx}{l - x} + \xi \int_{\xi}^l \frac{dx}{x} \right], \text{ d. i.}$$

$$16.) \eta = \frac{H \cdot p \cdot l}{2 \cdot g \cdot h_1} \cdot \left[(l - \xi) \ln \frac{l}{l - \xi} + \xi \ln \frac{l}{\xi} \right]$$

Für die Bückung in der Mitte wird $\eta = \frac{H \cdot p \cdot l^2}{2 \cdot g \cdot h_1} \ln 2$, d. i.

$$17.) \eta = 0,3465 \cdot \frac{H \cdot p \cdot l^2}{g \cdot q \cdot h_1}.$$

Mit Rücksicht auf die Neigung der Stäbe wird η etwas größer, etwa 1,1 mal so groß. Wegen der nicht vollkommenen Grundauflage der Verstärkung wird η wieder kleiner und zwar 0,8 bis 0,9 mal so groß, so daß wir etwa

$$18.) \eta = 0,32 \cdot \frac{H \cdot p \cdot l^2}{g \cdot q \cdot h_1}$$

setzen können.

§ 6. Näherungsregeln für Parallelgitterträger. Wir wollen die aufgestellten genannten Regeln noch zur Aufstellung von möglichst einfachen Näherungsregeln für die Bückung η der Mitte des Trägers anwenden.

a. Träger von constanten Festigkeit. Wir wollen zunächst nur ansetzen, daß die Querschnitte sämtlich den Tensionen bei totaler Belastung proportional seien; in diesem Falle sind die sämtlichen relativen Längenänderungen den absoluten Werten nach einander gleich und zwar $= \pm \frac{\sigma}{E}$; wenn H die Zug- und G die Druckkraft, E den Elastizitätskoeffizienten bezeichnen. Wirkt in der Mitte die Last 1 , so ist der Pfeilbruch $= \frac{1}{2}$, also die Tension im Stützpunkt im Abstände x vom Pfeil $= \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{h}$, die Tension im Stützpunkt x und β gegen die horizontale geneigten Gitterstäbe $= \frac{1}{2} \sec \alpha$, $= \frac{1}{2} \sec \beta$. Die Längenänderung der Stäbe bewirkt nach Formel (14) die Bückung:

$\eta_1 = 2 \left[\int_0^{\frac{h}{2}} \frac{x}{l} \frac{\pi}{h} \frac{\pi}{2} dx - \frac{1}{2} \frac{x}{h} \left(-\frac{\pi}{2} \right) dx \right] = \frac{2\pi}{\pi h} \int_0^{\frac{h}{2}} x dx = \frac{\pi \cdot l^2}{4\pi h}$. Die Längenausdehnung je Zentimeter unter α und β gemäßigter Gitterstäbe bei nicht nach Formel 14) die Bückung $\frac{1}{2} \sec \alpha \cdot \frac{\pi}{2} \cdot h \sec \alpha - \frac{1}{2} \sec \beta \left(-\frac{\pi}{2} \right) h \sec \beta = \frac{\pi h}{2\pi} (\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta)$. Da die Stange dieser Form von Gitterstäben $= \frac{l}{h(\lg \alpha + \lg \beta)}$ ist, so ist die Gesamtheit, von den Gitterstäben hervorgerufen, die Bückung $\eta_2 = \frac{\pi \cdot l}{2\pi} \cdot \frac{\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta}$. Die Gesamtbückung η ist ferner:

$$19.) \eta = \frac{\pi \cdot l}{4\pi} \left(\frac{l}{h} + 2 \cdot \frac{\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta} \right),$$

oder, wenn man den Maximalquerschnitt f eines Stabes $= \frac{q l^2}{8\pi h}$ und die Maximalquerschnitte $f' = \frac{q \cdot l \cdot \sec \alpha}{2\pi}$, $f'' = \frac{q \cdot l \cdot \sec \beta}{2\pi}$ der Gitterstäbe einführt, worin q die Belastung (Eigengewicht und zufällige Last) pro Längeneinheit ist, und die Knotenentfernung $h(\lg \alpha + \lg \beta) = a$ setzt:

$$20.) \eta = \frac{q \cdot l^4}{32\pi h^2 f} + \frac{q \cdot l^2 \cdot h}{4\pi a} \left(\frac{\sec^2 \alpha}{f'} + \frac{\sec^2 \beta}{f''} \right).$$

Legt man die Phosphorholzkörper der Stäbe und des Gitterwerks mit T_1 und T_2 , so ergibt sich

$$T_1 = \frac{q l^3}{8\pi h}, \quad T_2 = \frac{q l^2}{4\pi} \cdot \frac{\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta};$$

ferner gilt die Formel über in

$$21.) \eta = \frac{\pi^2}{2\pi q l} (3T_1 + 4T_2).$$

Da $T_2 = 0,30 T_1$ bis $0,56 T_1$ ist, so wird η durch den Gitterwerk um 40 bis 75% vergrößert.

b.) Träger mit constantem Querschnitt. Erfüllt jeder Stab den constanten Querschnitt $f = \frac{q \cdot l^2}{8\pi h}$ und die Gitterstäbe den constanten Querschnitt $f' = \frac{q \cdot l \cdot \sec \alpha}{2\pi}$, $f'' = \frac{q \cdot l \cdot \sec \beta}{2\pi}$, so ist die relative Längenausdehnung des Stabes $= \frac{q x(l-x)}{2\pi h f} = \frac{4\pi x(l-x)}{\pi l^2}$, daher wird für

$$\eta = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} 2 \cdot \frac{x}{l} \frac{\pi}{h} \frac{4\pi x(l-x)}{\pi l^2} dx = \frac{8\pi}{\pi l^2 h} \int_0^{\frac{h}{2}} x^2(l-x) dx = \frac{5}{24} \frac{\pi \cdot l^2}{\pi h}$$
 die relative Längenausdehnung gemittelt unter α und β gemäßigten Gitterstäben

$\eta^2 = \frac{q(l-2x)}{2\epsilon f'} \sec \alpha = \frac{K(l-2x)}{\epsilon l}$, $-\frac{q(l-2x)}{2\epsilon f'} \sec \beta = -\frac{K(l-2x)}{\epsilon l}$. Die durch Läufe
 beider Gitterstäbe hervorgerufene Bückung $\eta = \frac{1}{2} \sec \alpha \cdot \frac{K(l-2x)}{\epsilon l} \cdot h \sec \alpha$
 $-\frac{1}{2} \sec \beta \left(-\frac{K(l-2x)}{\epsilon l}\right) h \sec \beta = \frac{K(l-2x)h}{2\epsilon l} (\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta)$. Die Bückung, welche
 die auf die Länge dx kommenden Gitterstäbe hervorbringen,
 ist $\frac{dx}{h(\lg \alpha + \lg \beta)}$ und so groß, mithin ist die gesammte neue Lage Gitter-
 stäbe hervorgerufene Bückung $\eta_2 = \frac{K \cdot (\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta) \cdot l \int_0^{\frac{1}{2}l} (l-2x) dx}{2 \cdot \epsilon l (\lg \alpha + \lg \beta)} =$
 $\frac{K \cdot l (\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta)}{24 \epsilon (\lg \alpha + \lg \beta)}$. Die Gesamtbückung η ist demnach:

$$22.) \eta = \frac{K \cdot l}{4 \epsilon} \left(\frac{5l}{6h} + \frac{\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta} \right),$$

oder, wenn wir die Äußerungsbüchelformel $h(\lg \alpha + \lg \beta)$ mit a bezeichnen

$$23.) \eta = \frac{5q \cdot l^4}{192 \cdot \epsilon h^2 f'} + \frac{q l^2 h}{8 \epsilon a} \left(\frac{\sec^2 \alpha}{f'} + \frac{\sec^2 \beta}{f'} \right).$$

Die wirklichen Volumina V_1, V_2 der Gitter und des Gitterraums sind für

$$V_1 = \frac{q l^3}{4 K h}, \quad V_2 = \frac{q l^2}{2 K} \cdot \frac{\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta}.$$

Einsetzen geht die Formel 22.) über in

$$24.) \eta = \frac{K^2}{2 \epsilon q l} \left(\frac{5}{3} V_1 + V_2 \right).$$

Der $V_2 = 0,40 V_1$ bis $0,75 V_1$ ist, so wird η durch das Gitterwerk um
 24 bis 45 Prozent vergrößert.

c. Proklyseformel. Keine der oben behandelten Formeln für
 die proklyse Verformung. Vielmehr liegen die proklyse
 Formeln mitten inne. Die oben untersuchten Formeln
 können daher zur Aufstellung einer Interpolationsformel
 verwendet werden. Bezeichnen wir den Längswinkel der Gitter-
 stäbe mit f_0 , so wird die durch die Gitter hervorgerufene Bückung =
 $\frac{q l^4}{32 \epsilon h^2 f'}$, wenn $f_0 = 0$ ist, und $= \frac{5q l^4}{192 \epsilon h^2 f'}$, wenn $f_0 = f$ ist; allgemein
 kann man für diese Bückung $= \frac{1}{32} \left(1 - \frac{f_0}{f}\right) \cdot \frac{q l^4}{\epsilon h^2 f'}$ setzen. f_0
 bezieht sich auf die neue Gitterweite entsprechende Bückung
 durch Interpolation allgemein zu

$$\frac{q l^2 h}{8 g a} \left[\frac{\sec^2 \alpha}{f'} + \frac{\sec^2 \beta}{f''} \right],$$

wann f' und f'' die mittleren Querschnitte der Stützenstäbe bezeichnen.
Man set also allgemein:

$$25.) \eta = \frac{1}{32} \left(1 - \frac{f_0}{64} \right) \frac{q l^2}{g h^2 f} + \frac{q l^2 h}{8 g a} \left[\frac{\sec^2 \alpha}{f'} + \frac{\sec^2 \beta}{f''} \right].$$

Dies ist die allgemeinste Form, in welcher sich eine Näherungs-
gleichung aufstellen läßt; sie setzt nur eine gleichmäßige Be-
lastung, und es keine bestimmte statische Lastverteilung voraus. Das
Trägertor normiert. Es ist leicht zu übersehen, wie die Formel zu ver-
einfachen wäre, wenn beide Stützen und beide Lagen von Stüt-
zestäben aus verschiedenen Materialien beständen. Haben beide
Stützen nur verschiedene Querschnitte, so ist für f das harmonische
Mittel aus beiden Querschnitten einzusetzen.

Man kann auch die Formeln 22.) und 23.) zur Aufstellung
von Näherungsformeln verwenden. Man kann nämlich
nach diesen Formeln allgemein, wenn G die Gesamtlast $q l$
bedeutet:

$$26.) \eta = \frac{K^2}{8 g} (k_1 V_1 + k_2 V_2)$$

setzen, worin k_1, k_2 Coefficienten bedeuten, die von der speciel-
len Construction der Brücke unabhängig sind und nur abhän-
gen von der Größe der Querschnittsänderung der Stützen.

Durch Bestimmung dieser Coefficienten wird construierten Brük-
ken findet man, daß dieselben ziemlich constant sind und daß
 $k_1 = 0,9$ bis $1,2$, $k_2 = 0,8$ bis $0,9$ ist, daß man also annimmt

$$26a) \eta = \frac{K^2}{8 g} (V_1 + 0,85 V_2)$$

setzen kann. Hiermit folgt: die Brückung, welche durch die
Formänderung der Stützen und der Stützenstäbe entsteht, ist

bei derselben Symmetrie maßgebend dem Holzman oder dem Gesamte dieser Größe proportional und es ist auch die ganze Länge abhängig maßgebend dem Gesamtholzmann oder Gesamtgemischte des Trägers proportional. Es ist zwar das Gewicht der Fische und das Fichtengewicht auch auf die Gesamtlänge einen Einfluss, jedoch ist das selbe bei nicht zu großen Symmetrien gering.

Zur wirklichen Berechnung von η ist die Formel 25.), die dieselbe, bequemmere Resultate giebt, vorzuziehen.

Schließlich läßt sich noch aus der allgemeinen Formel 25.) eine Näherungsformel ableiten, wenn man die Ausdrücke für f, f', f'' einsetzt. Es ist nämlich theoretisch $f = \frac{q l^2}{8 H h}$, annähernd $f' = \frac{q l \sec \alpha}{4 H}$, $f'' = \frac{q l \sec \beta}{4 H}$. Berücksichtigt man nun aber, daß in der praktischen Ausführung aus verschiedenen Gründen die Fische zu groß gewählt werden, so ersetzt man die Regel

$$27.) \eta = \frac{H \cdot l}{4 E} \left(x_1 \frac{l}{h} + 2 x_2 C \right),$$

worin x_1 und x_2 aus construierten Trägern abzuleitende Coefficienten sind und worin zur Abkürzung

$$C = \frac{\sec^2 \alpha + \sec^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta} = \frac{2 + \lg^2 \alpha + \lg^2 \beta}{\lg \alpha + \lg \beta}$$

gesetzt ist. Die Coefficienten x_1, x_2 sind mit der Construierten nur wenig variabel; es liegt x_1 zwischen 0,8 und 0,9, x_2 zwischen 0,6 und 0,7, so daß man annähernd ohne Folgen kann

$$27.a) \eta = \frac{H \cdot l}{4 E} \left(0,85 \frac{l}{h} + 11,3 C \right)$$

der Coefficient C liegt zwischen 2,0 und 3,2. Es läßt sich für das System des gleichförmigen Triaktes (Netzwerk) zu 2, für das des nichtförmigen Triaktes (Fischmarkt) zu 3 annehmen.

Aus der Formel 27.) ist zu sehen, daß bei derselben Symmetrie

weite die Bückung um so kleiner wird, je näher der Träger ist.
Zu Beginnung auf das Gitterwerk wird die Bückung zum Mini-
mum, wenn C zum Minimum wird; da nun auch das
Holzman T_2 des Gitterwerks dem C proportional ist, so wird
die Bückung bei derselben Anordnung zum Minimum, die
entsteht auf das Holzman des Gitterwerks zum Minimum
wird, d. i. wenn beide Lagen von Gitterstäben unter nahezu
 45° angeordnet werden.

Nimmt man durchschnittlich $H = 0,70$, $E = 2000$ Tonnen pro qcm,
 $C = 2,6$, so wird

28. $\eta = (0,074 \frac{l}{h} + 0,30) l$ mm,
 wenn man l in Metern einsetzt. Da $\frac{l}{h}$ meistens zwischen
 8 und 11 liegt, so würde $\eta = 0,89$ l bis 1,1 l Millimeter.

§7. Verhältniss der Durchbiegung bei verschiedenen Träger-
formen. Wir denken uns an sämmtlichen in gleichen For-
 zensbalen aufstehenden befindlichen Knotenpunkten n ,
 und Gitterstäben Trägert eine Last G wirkend; ferner setzen
 wir in einem beliebigen Querschnitt $A-B$ mit der Querschnittsfläche
 und der Länge λ die Spannung P , also die Längenspannung
 $\frac{P\lambda}{E}$. Wäre in jedem Knotenpunkte die Last l wirkend, so wäre
 die Spannung des Querschnitts $A-B = \frac{P}{g}$. Folglich ist nach dem in §4.
 angegebenen Prinzip die Summe der Bückungen aller
 Knotenpunkte $= \frac{P}{g} \cdot \frac{P\lambda}{E} = \frac{P^2 \lambda}{Eg}$. Ist l die Spannweite, a der Horizont-
 abstand der Knotenpunkte, y_m das arithmetische Mittel aller Bück-
 ungen, oder die mittlere Bückung, so ist also $y_m = \frac{P^2 \lambda}{Eg} \cdot \frac{a}{l}$ oder,

weil $g \cdot \frac{L}{2}$ die Gesamtkraft G darstellt,

$$y_m = \frac{K^2 \cdot L}{8 \cdot g \cdot f}.$$

Ist die Spannung des Seils groß flächeneinheit = K , so ist $L = K \cdot f$, also $y_m = \frac{K^2 \cdot f \cdot L}{8 \cdot g}$; ferner ist aber $f \cdot L$ das Volumen v des Seils, wobei, wie wir schon sahen

$$y_m = \frac{K^2 \cdot v}{8 \cdot g}.$$

Denken wir uns nun, daß jeder Teil des Trägers bei der totalen Belastung mit G dieselbe Spannung K großflächeneinheit habe, so wird in Folge der Längenänderung sämmtlicher Teile des Trägers die mittlere Vertiefung

$$2g. \quad y_m = \frac{K^2 \cdot v}{8 \cdot g},$$

namens das gesammte Volumen des Trägers bezeichnet. Ist γ der Gewichtsd. des Holzeinschnitts, G' der Gesamtgewicht des Trägers, so ist $G' = \gamma \cdot v$, also

$$2g. a. \quad y_m = \frac{K^2 \cdot G'}{8 \gamma \cdot G}.$$

Spannung wäre also bei einem Träger von constanter Festigkeit bei gleichbleibender Gesamtbelastung die mittlere Vertiefung dem Volumen oder Gewicht des Trägers proportional. Ändert sich in G oder G' , so ändert sich auch y_m , obwohl in geringem Maße; bezeichnen wir die bei gegebenem Spannung für vorfindende Trägerformen gleichbleibende Nummer mit dem Gewicht der gleichmäßigen Belastung und der Querschnittsflächen mit G_0 , so ist $G = G_0 + G'$, mithin

$$2g. b. \quad y_m = \frac{K^2 \cdot G'}{8 \gamma \cdot G_0 + G'},$$

so daß sich also y_m in geringem Maße ändert mit G' . Indes ist der Nenner bei kleinen Spannweiten nur gering, so daß

best. sich z. B. γ_m bei Lebensdauerbrücken mit Spannweite von 20, 50, 100, 150 Metern immer bezüglich 9,0, 8,0, 6,4, 5,0 Prozent, wenn sich γ um 10 Prozent ändert.

Obwohl der für normungsgemäße Träger eine idealer ist, so geht doch aus der Nachprüfung hervor, daß sich durch die Normierung des Holmaass oder Gewichtes in Folge einer normierten Form des Trägers auf die mittlere Bückung normiert.

Für die Maximalbückung η , welche in der Mitte eintritt, läßt sich eine so einfache Regel allerdings nicht aufstellen. Indessen ist, wenn γ_m und η in einem wenig veränderlichen Verhältnis; so ist für einen Träger mit ganz constanten Querschnitten $\eta = 1,56 \gamma_m$, bei einem Träger mit constanten Gese und constanten Festigkeit $\eta = 1,40 \gamma_m$; sonst wird sich auf η normieren, wenn sich das Trägersgewicht normiert.

Die hier gegebenen Regeln lassen sich aufzuräumen, jedoch Berücksichtigung der Rundbückung für wirkliche Träger beachten, wenn man Correctioncoeffizienten einbringt, so findet man die mittlere Bückung γ_m , wenn man $\frac{K^2 \gamma}{E g}$ mit 0,58 bis 0,64, die Bückung η in der Mitte, wenn man $\frac{K^2 \gamma}{E g}$ mit 0,82 bis 0,98 multipliziert, wobei die Form der Träger, ob Parabol, , Parabel, , Gelb, , parabel, , Trage, , Besondere, , fester Träger, , Lagenträger mit oder ohne Gelenke, gleichgültig ist.

Kapitel.

Theorie der statisch unbestimmten Stabsysteme.

§8. Allgemeine Behandlung der statisch unbestimmten Stabsysteme. Wir entwickeln zunächst eine allgemeine Methode zur Befreiung statisch unbestimmter Systeme, indem wir uns hierbei an die zuerst von Mohr angewandete Methode an, festhalten.

1. Formänderung eines statisch bestimmten Systems. Bringt man als äußere Kräfte an zwei beliebigen Knotenpunkten A und B zwei in der Richtung AB im entgegengegesetzten Sinne wirkende, gleichgroße Kräfte P an, so erzeugen dieselben Auflagerreaktionen und in sämtlichen Gliedern Spannungen. Die Spannung eines beliebigen Gliedes CD sei S . Wir denken uns nun den Stab CD beseitigt und statt dessen an den Knotenpunkten C und D die in der Richtung von D im entgegengegesetzten Sinne wirkenden Kräfte S angebracht. Denkt man sich alle noch vorhandenen Stäbe als absolut starr, so sind die Kräfte P und S die einzigen, welche bei einer Formänderung des Systems eine mechanische Arbeit verrichten und zwar ist nach dem Prinzip der Arbeit, wenn man mit dp und ds die bei unendlich kleiner Formänderung auftretenden Längenveränderungen der Stäbe AB und CD bezeichnet, $P \cdot dp + S \cdot ds = 0$ oder $P \cdot dp = -S \cdot ds$. Für unendliche Formveränderungen ist unsere Bezeichnung null, kann man richtig; setzt man die Stelle von dp und ds jetzt klein, in unendliche Längenveränderungen Δp und Δs , so besteht die

gewiss nicht vollkommen, aber doch hinreichend genau in der
Zielführung $\Delta p = - \sum \Delta s$. Hierbei kann Σ beliebig gewählt werden;
Sind allgemein eine der bloßen Gestalten der Halbe bestimmt, wie groß man
auch Präzision möge, so bleibt doch das Verhältniß $\frac{\Delta p}{\Delta s}$ constant; das selbe
für n , allgemein wird

$$30. \quad \Delta p = - n \cdot \Delta s$$

Diese Beziehung legt die Längenänderung Δp einer beliebigen Ge-
samtheit $A B$ des Systems kennen, wenn die Längenänderung Δs einer
beliebigen Halbe $C D$ bekannt ist. Anders ist es nicht mit der Länge einer
Halbe, sondern ändern sich die Längen sämtlicher Halbe, so ist Δp für
die Längenänderung jeder einzelnen Halbe zu bestimmen und die so er-
haltenen Werthe, von Δp sind zu addiren, wir können also für folgen

$$31. \quad \Delta p = - \sum n \cdot \Delta s$$

2. Anwendung auf die Längenänderung der überzähligen Halbe.

Nun ein vollständig unbekanntes Halbsystem n Halbe sind in Knoten,
geankert, so wird das System durch Abspaltung von $n - 2m + 3$, in
Allgemein beliebiger Halbe statisch bestimmt. Wir nennen mit
Hilfe dieser Halbe die überzähligen, die Halbe des verbleibenden statisch
bestimmten Systems die notwendigen Halbe. Wir drücken uns
nun nur statisch bestimmten Systeme stellt das eine, beliebi-
ge überzähligen Halbe $A B$ mit der Länge s' an den Knoten,
punkten A und B in der Richtung von $A B$ zwei im entgegen-
gesetzten Sinne wirkende Kräfte $= 1$ (als Zugspannung)
angebracht. Hierfür mögen in den notwendigen Halben, mit den
Längen $s_1, s_2, s_3, \dots$ die Dehnungen $\alpha_1', \alpha_2', \alpha_3', \dots$ und die Längen-
änderungen $\Delta s_1', \Delta s_2', \Delta s_3', \dots$ ausfallen. Allgemein ist die Längenänderung

ring $\Delta s'$ des Herkes AB nach Formel 31: $\Delta s' = -u_1' \Delta s_1' - u_2' \Delta s_2' + \dots$, oder

$$32. \Delta s' = -\sum u_i' \Delta s_i'.$$

3. Bestimmung der Symmetrien. Es bezeichnen nun $P_1, P_2, P_3, \dots$, die Symmetrien der notwendigen Hölzer, welche durch die vorhandenen in der Höhe der Kräfte, auf der statisch bestimmte System wirkend gedacht, hervorbringen, und welche auf ein statisches Bogen zu bestimmen sind; ferner $L_1, L_2, \dots$ die wirklichen Symmetrien dieser Hölzer als Teile des statisch unbestimmten Systems $P, u_1', u_2', u_3', \dots u_1'', u_2'', u_3'', \dots$ die Symmetrien dieser Hölzer, welche auf der Höhe der Kräfte, auf der statisch bestimmten System wirkend gedacht, hervorbringen, und welche auf ein statisches Bogen zu bestimmen sind; ferner $L_1', L_2', \dots$ die wirklichen Symmetrien der überzähligen Hölzer der Reihe nach die Kräfte $1, 2, 3, \dots$ einbringen, $L_1'', L_2'', \dots$ die wirklichen Symmetrien der überzähligen Hölzer. Als dann ist offenbar

$$33. \begin{cases} L_1 = P_1 + u_1' L_1' + u_1'' L_1'' + \dots \\ L_2 = P_2 + u_2' L_1' + u_2'' L_1'' + \dots \end{cases}$$

Es bezeichnen nun ferner die Querschnittsflächen der notwendigen Hölzer mit $f_1, f_2, f_3, \dots$, die Querschnittsflächen der überzähligen Hölzer mit $f_1', f_1'', f_1''', \dots$, die entsprechenden Elastizitätskoeffizienten mit $E_1, E_2, E_3, \dots, E_1', E_1'', E_1''', \dots$ und setzen zur Abkürzung $\frac{u_i}{E_i f_i} = k_i, \dots, \frac{s_i'}{E_i' f_i'} = k_i', \dots$, also nach der Gleichung 11

$$k_1' P_1 = -u_1' k_1 L_1 - u_2' k_2 L_2 - u_3' k_3 L_3 - \dots$$

$$k_1'' P_1 = -u_1'' k_1 L_1 - u_2'' k_2 L_2 - u_3'' k_3 L_3 - \dots$$

Wesentlich, man für $L_1, L_2, \dots$ die Ausdrücke 32. einsetzt, so ergibt sich

$$k_1' P_1 = u_1' k_1 (P_1 + u_1' L_1' + u_1'' L_1'' + \dots) - u_2' k_2 (P_2 + u_2' L_1' + u_2'' L_1'' + \dots)$$

$$k_1'' P_1 = u_1'' k_1 (P_1 + u_1' L_1' + u_1'' L_1'' + \dots) - u_2'' k_2 (P_2 + u_2' L_1' + u_2'' L_1'' + \dots)$$

oder, wenn man nach der GröÙen $P_1, P_2, \dots$ ordnet:

$$34. \begin{cases} P_1 (k_1' + k_1 u_1' u_1' + k_2 u_2' u_2' + \dots) + P_2 (k_1 u_1' u_2' + k_2 u_2' u_2' + \dots) + k_1 u_1' P_1 + k_2 u_2' P_2 + \dots = 0 \\ P_1 (k_1 u_1' u_1' + k_2 u_2' u_2' + \dots) + P_2 (k_1 u_1' u_2' + k_2 u_2' u_2' + \dots) + k_1 u_1' P_1 + k_2 u_2' P_2 + \dots = 0 \end{cases}$$

sind sind $n - 2m + 3$ Gleichungen, mit den $n - 2m + 3$ Druckkonstanten $P_1, P_2, P_3, \dots$ Nachbestimmung derselben sind die Spannungen $S_1, S_2, S_3, \dots$ durch die Gleichungen 33. gegeben.

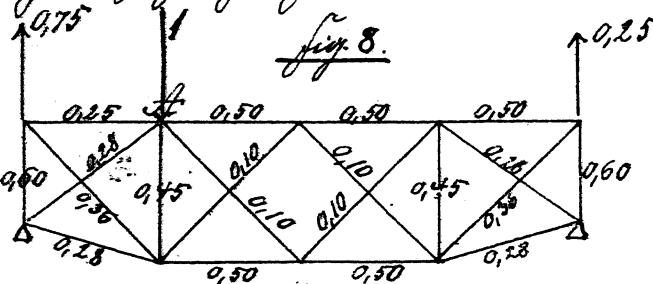
Halt der Elasticitätscoefficienten und Querschnittsflächen, oder statt der Zahlen K kann man auch andere, diesen proportionale Zahlen einführen, da nur das gegenseitige Verhältnis dieser Werte in Frage kommt; hier, dass es immer möglich werden, geeigneter, z. B. kleinere oder größere Zahlen einzuführen.

Der Fall eines unvollständigen, unvollständigen Stützensystems lässt sich in die, für diese ebenfalls behandeln. Hier ist nur ein überzähliger Stütz vorhanden; ist die Spannung derselben P , so gehen die Gleichungen 34. über in die Gleichung

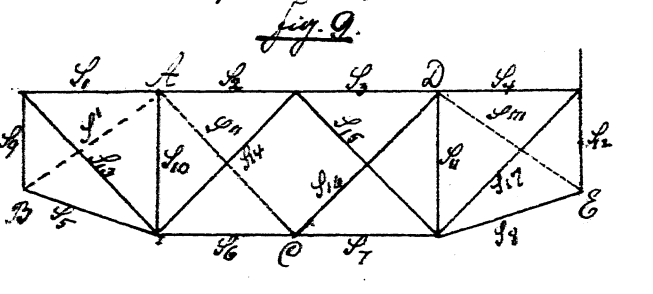
35. $P(K + K_1 u_1^2 + K_2 u_2^2 + K_3 u_3^2 + \dots) + K_1 u_1 P_1 + K_2 u_2 P_2 + \dots = 0,$

und nach Formel 33. wird man $P_1 = P_1 + u_1 P_1, P_2 = P_2 + u_2 P_2 + \dots$. Man kann sich dann als, überzähligen Stütz den einen Endpfeiler annehmen. Wir wollen indes nicht weiter auf den Fall eingehen, wohl aber die Anwendung von einem allgemeinen Lehrsatz zeigen.

Lehrsatz. Der Träger habe die in Fig. 8 gezeigte Form. Der Max. Moment sei für alle Stiele dasselbe; die Querschnittsflächen (in qdm) sind in Fig.



8 eingezeichnet. Im Punkte A wir, kann Last 1. Da der Abstand 10 Punkte, der Punkte sind 20 Höhe hat, so sind $2 \cdot 10 - 20 + 3 = 3$ überzählige Stütz vorhanden, die, als solche sind in Fig. 9 eingezeichnet, ist vorgegebene Höhe vorgegeben.



Die Bezeichnung der Symmetrien ist in fig. 9 in der ersten Spalte. Die Kräfte für $k_1, k_2 \dots$ (sind) sind die gleichen Elasticitätscoefficienten selbst. Die entsprechenden Querschnittsflächen, sind in folgender Tabelle eingetragen. Die Symmetrien $P_1, P_2 \dots$, welche sich bei Auflassung der überzähligen Kräfte und die sich leicht durch Rechnung oder Construction bestimmen lassen, sind ebenfalls in folgender Tabelle aufgeführt. Nimmt man in den Punkten A und B zwei, in der Richtung von A B in entgegengesetztem Sinne wirkende Kräfte 1 an, so ergaben sich als Symmetrien $u'_1, u'_2, u'_3, \dots$. Der entsprechenden Kräfte durch Rechnung oder Construction bezüglich $-0,894; 0; 0; 0; -1; 0; 0; 0; -0,894; 0,447; 0; 0; +1,265; 0; 0; 0; 0$. Es ergaben sich bei Annahme von Kräfte = 1 in der Richtung von A C und B C die Kräfte $u''_1, u''_2, \dots, u''_n, u''_n, \dots$. Diese Kräfte sind ebenfalls in der folgenden Tabelle aufgeführt:

Nr. der Kräfte	Fläche	k	P	u'	u''	u'''
1	0,25	4,00	-0,750	-0,894	0	0
2	0,50	2,00	-0,750	0	-0,707	0
3	0,50	2,00	-0,250	0	0	0
4	0,25	4,00	-0,250	0	0	-0,894
5	0,28	3,57	0	-1,000	0	0
6	0,50	2,00	+0,500	0	-0,707	0
7	0,50	2,00	+0,500	0	+0,707	0
8	0,28	3,57	0	0	0	-1,000
9	0,60	1,67	-0,750	-0,894	0	0
10	0,45	2,22	-1,000	-0,447	-0,707	0
11	0,45	2,22	0	0	+0,707	-0,447
12	0,60	1,67	-0,250	0	0	-0,894
13	0,36	2,70	+1,061	+1,265	0	0
14	0,10	10,00	+0,354	0	+1,000	0
15	0,10	10,00	-0,354	0	-1,000	0
16	0,10	10,00	0	0	-1,000	0
17	0,36	2,70	+0,354	0	0	+1,265

Die Kräfte sind nach $k' = 3,57, k'' = 10,00, k''' = 3,57$. Die ersten drei Gleichungen 34 wird folgende:

$$P'(3,57 + 4 \cdot 0,894^2 + 3,57 \cdot 1^2 + 1,67 \cdot 0,894^2 + 2,22 \cdot 0,447^2 + 2,7 \cdot 1,265^2) + P''(2,22 \cdot 0,447 \cdot 0,707) + P'''(0) + 4 \cdot 0,894 \cdot 0,750 + 1,67 \cdot 0,894 \cdot 0,750 + 2,22 \cdot 0,447 \cdot 1,000 + 2,7 \cdot 1,265 \cdot 1,061 = 0.$$

Bildet man in gleicher Weise, so die zweite und dritte Gleichung so erhält man:

$$16,435 \cdot S' + 0,702 \cdot S'' + 8,418 = 0.$$

$$0,702 \cdot S' + 45,220 \cdot S'' - 0,702 \cdot S''' + 1,762 = 0.$$

$$-0,702 \cdot S'' + 16,435 \cdot S''' + 2,476 = 0.$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergibt

$$S' = -0,511, \quad S'' = -0,034, \quad S''' = -0,152.$$

Nach den Gleichungen 33. sind nun z. B.

$$L_1 = -0,750 + 0,894 \cdot 0,511, \quad L_{10} = -1,000 + 0,447 \cdot 0,511 + 0,707 \cdot 0,034 \text{ u. s. w.}$$

Die in dieser Weise berechneten Spannungen sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Spannung	genau	ungefähr	Spannung	genau	ungefähr	Spannung	genau	ungefähr
S'	-0,511	-0,419	S_5	+0,511	+0,419	S_{12}	-0,114	-0,125
S''	-0,034	-0,177	S_6	+0,524	+0,625	S_{13}	+0,415	+0,530
S'''	-0,152	-0,140	S_7	+0,476	+0,375	S_{14}	+0,320	+0,177
S_1	-0,293	-0,375	S_8	+0,152	+0,140	S_{15}	-0,320	-0,177
S_2	-0,726	-0,625	S_9	-0,293	-0,375	S_{16}	+0,034	+0,177
S_3	-0,250	-0,375	S_{10}	-0,748	-0,688	S_{17}	+0,152	+0,177
S_4	-0,114	-0,125	S_{11}	+0,044	-0,063			

In dieser Tabelle sind unter der Rubrik „ungefähr“ auf die jüngeren Zahlen aufgenommen, welche sich als Spannungen durch die Zerlegung in zwei statisch bestimmte Systeme ergeben, wobei jedes System aus je vier Vertikalen in beiden Systemen, jede Diagonale nur in einem System vorkommt.

§ 9. Das Viereck mit beiden Diagonalen. In dem statisch unbestimmten Bau-Constructivsystem haben häufig Vierecke mit beiden Diagonalen

konstruirt. Es ist leicht möglich, eine Linsenförmige zwischen den Typen, nimmgen der jetzt Geile dieser Konstruktion anzugehen. Wir bezeichnen die Typen der beiden und internen Punkte mit Q_1, Q_2 , der linken und rechten Punkte mit T_1, T_2 , der beiden die, symmetrisch mit P_1, P_2 . Die Oberflächenbeziehung mit $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1, \psi_2$, f_1, f_2 ; die Längenbeziehung mit $L_1, L_2, M_1, M_2, l_1, l_2$, die Flächenkoeffizienten seien gleich. Sankt wir uns statt des Pl. bei P_1 in Punkt Q die Kraft 1 in Richtung von $P_1 D$ und $Q D$ gebracht, so entsprechen in den, beiden Geilen Typen, welche sich leicht bestimmen lassen, um leichtesten mit Hilfe des graphischen Polygonverfahrens. (Fig. 10 a.)

Fig. 10.

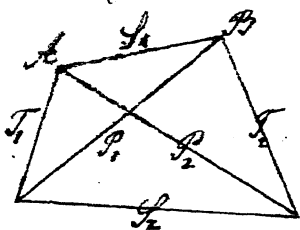
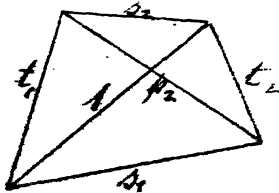


Fig. 10 a.



Die Typenbeziehung seien bezüglich $s_1, s_2, t_1, t_2, p_1, p_2$. Da die Längenänderungen der Kräfte be, bezüglich $\frac{L_1 \Delta L_1}{E \varphi_1}, \frac{L_2 \Delta L_2}{E \varphi_2}, \frac{T_1 \Delta M_1}{E \psi_1}, \frac{T_2 \Delta M_2}{E \psi_2}, \frac{P_1 \Delta l_1}{E f_1}, \frac{P_2 \Delta l_2}{E f_2}$ sind, so ist auch die Prinzip der Arbeit:

$$1. \left(-\frac{P_1 l_1}{E f_1} \right) = s_1 \frac{L_1 \Delta L_1}{E \varphi_1} + s_2 \frac{L_2 \Delta L_2}{E \varphi_2} + t_1 \frac{T_1 \Delta M_1}{E \psi_1} + t_2 \frac{T_2 \Delta M_2}{E \psi_2} + p_1 \frac{P_1 \Delta l_1}{E f_1} + p_2 \frac{P_2 \Delta l_2}{E f_2} \quad \text{oder}$$

$$26. \frac{s_1 L_1 \Delta L_1}{\varphi_1} + \frac{s_2 L_2 \Delta L_2}{\varphi_2} + \frac{t_1 T_1 \Delta M_1}{\psi_1} + \frac{t_2 T_2 \Delta M_2}{\psi_2} + \frac{p_1 P_1 \Delta l_1}{f_1} + \frac{p_2 P_2 \Delta l_2}{f_2} = 0.$$

Setzt die geprüfte Linsenförmige.

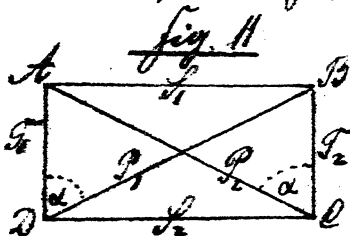
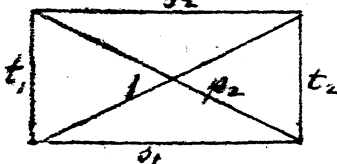


Fig. 11 a.



Wir wollen speziell noch ein Beispiel vor, mitsetzen. Die diagonalen mögen mit den Kräfte von den Typen T_1, T_2 der Winkel α bilden. Also man ergibt sich $s_1, s_2 = -\sin \alpha$, $t_1 = t_2 = -\cos \alpha$, $p_1 = 1$, da ferner $l_1 = l_2 = l$, $L_1 = L_2 = l \cdot \sin \alpha$, $M_1 = M_2 = l \cdot \cos \alpha$ ist, so ergibt sich

$$37. \left(\frac{F_1}{\varphi_1} + \frac{F_2}{\varphi_2} \right) \sin \alpha = \left(\frac{F_1}{\varphi_1} + \frac{F_2}{\varphi_2} \right) \cos \alpha = \frac{P_1}{\varphi_1} + \frac{P_2}{\varphi_2}.$$

Sind die Reflexitätscoefficienten gegeben, so sind die Durchmittkoeffizienten noch mit den betreffenden Reflexitätscoefficienten zu multiplizieren.

Hinsichtlich der speziellen Anwendung auf die gemessene Leuchtstärke des unvollständigen Gittermarktes und des combinirten Gittermarktes ohne künstliche Aufzählung und mit solcher Annahme wie auf die, Geometrie der Leuchtstärke. II: Licht: Zus. nach Punkte der vorherigen.