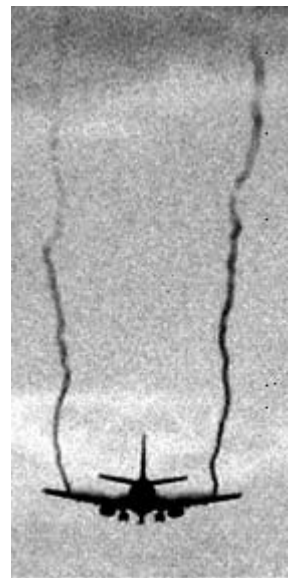
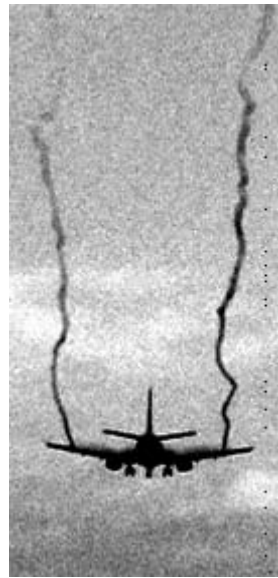
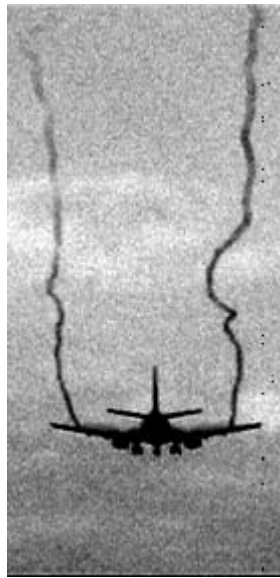


Peer Böhning

Akustische Lokalisierung von Wirbelschleppen



Akustische Lokalisierung von Wirbelschleppen

vorgelegt von
Diplom-Ingenieur
Peer Böhning

Von der Fakultät Verkehrs- und Maschinensysteme V
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. F. Thiele
Berichter: Prof. Dr. B.A.T. Petersson
Prof. Dr.-Ing. U. Michel

Tag der wissenschaftlichen Aussprache:
28. April 2006

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am *Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Institut für Antriebstechnik, Abteilung Triebwerksakustik* in Berlin-Charlottenburg.

Betreut wurde diese Arbeit durch meinen Gruppenleiter, Prof. Ulf Michel, bei dem ich mich an dieser Stelle ganz herzlich für die Unterstützung mit seiner Fachkenntnis, Erfahrung und Begeisterungsfähigkeit bedanke.

Für die Begutachtung und das gezeigte Interesse an meiner Arbeit bedanke ich mich freundlichst bei Prof. Björn A.T. Petersson und für den Vorsitz im Promotionsausschuss bei Prof. Frank Thiele von der *TU Berlin, Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik*.

Bei der Durchführung der aufwändigen Überflugmessungen war ich auf die Mitarbeit vieler Kollegen angewiesen, für deren Mitwirkung ich mich ebenfalls herzlich bedanke. So unterstützten mich Lars Neuhaus, Friedrich Bake und Stefan Forster auf den mehrwöchigen Messkampagnen in Deutschland, Frankreich und den USA. Die Mitarbeiter der Elektronikwerkstatt, von denen hier nur vertretend Joachim Helbig und Konrad Krawczyk genannt seien, stellten ein hochwertiges Datenerfassungssystem bereit und realisierten oft kurzfristige Änderungen. Gleiches gilt für die Mitarbeiter der mechanischen Werkstatt. Die mehrfache Datenrettung erledigte Angelika Pätzold und die Zeichnungen fertigte Evelyn Kulzer an.

Die Kollegen Thomas Gerz und Robert Baumann vom *DLR, Institut für Physik der Atmosphäre*, in Oberpfaffenhofen steuerten die *LES*-Rechnungen und viel Erfahrung für die numerische Untersuchungen bei.

Meine Kollegen der Arbeitsgruppe *Array-Technik* Henri Siller und Sébastien Guérin unterstützten mich bei den Messungen und lasen neben Wolfram Hage, Till Raitor, Christoph Richter und Robert Meyer diese Arbeit zur Korrektur.

Abschließend möchte ich mich bei meiner Frau für ihr Verständnis und ihre Unterstützung, besonders während der letzten Monate, bedanken.

Berlin, 02. Februar 2006
Peer Böhning

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen und Abkürzungen	vii
1. Einleitung	1
2. Einordnung der Arbeit in die Problematik der Wirbelschleppen	5
2.1. Geschichte der Wirbelschleppenforschung	5
2.2. Aktuelle Forschungsaktivitäten zur Wirbelschleppe	6
2.3. Aktuelle Forschungsaktivitäten zur Schallemission von Wirbelschleppen	7
2.4. Messtechniken für die Untersuchung von Wirbelschleppen in Überflugmessungen	7
2.4.1. Light Detection and Ranging (LIDAR) - Technik	8
2.4.2. Akustische Beugung	8
2.4.3. Radar Acoustic Sounding System (RASS)	8
2.4.4. Sound Detection and Ranging System (SODAR)	9
2.4.5. Opto-akustische Technik	9
2.4.6. Mikrofon-Array-Technik	9
2.4.7. Zusammenfassung zu den Messsysteme	10
2.5. Wirbel-Warnsysteme auf Flughäfen	10
2.5.1. Komponente I: Vorhersage von Wirbelschleppen	11
2.5.2. Komponente II: Risikobewertung von Wirbelschleppen	12
2.5.3. Komponente III: Messung der Wirbelschleppe	13
3. Beschreibung von Wirbelschleppen	15
3.1. Strömungsmechanische Grundlagen	15
3.1.1. Theorie unendlich langer Tragflügel	15
3.1.2. Theorie endlich langer Tragflügel	16
3.2. Charakterisierung von Wirbelschleppen	18
3.2.1. Wirbelmodelle	18
3.2.2. Kernradius der Wirbel	18
3.2.3. Zirkulation der Wirbelschleppe	19
3.2.4. Abstand der Wirbel	20
3.2.5. Trajektorien der Wirbel	20
3.2.6. Alter der Wirbelschleppe	21
3.2.7. Rollmoment	22
3.3. Lebenszyklus einer Wirbelschleppe	23
3.4. Der Aufrollvorgang im erweiterten Nahfeld	23
3.5. Zerfall der Wirbelschleppe im Fernfeld	24
3.5.1. Mechanismen des Zerfalls	24
3.5.2. Bedeutung der Instabilitätsmechanismen	25
3.5.3. Bedeutung des Aufplatzens	27
3.5.4. Bedeutung der Turbulenz vom Triebwerksstrahl und Flügelgrenzschicht	27
3.5.5. Bedeutung der Turbulenz der Atmosphäre	28
3.6. Transport und Zerfallsmodelle	28

3.7. Beeinflussung der Wirbelschlepe am Flugzeug	29
4. Numerische Untersuchungen: Methoden und Ergebnisse	31
4.1. Strömungsakustische Grundlagen	31
4.2. Diskussion potentieller Schallquellen bei Wirbelschleppen	33
4.2.1. Aufrollphase	33
4.2.2. Diffusive Phase	33
4.2.3. Zerfallsphase	34
4.3. Methoden der numerischen Strömungsakustik	34
4.4. Large Eddy Simulation des Strömungsfeldes	35
4.5. Ungestörtes gleichsinnig rotierendes Wirbelpaar	35
4.5.1. Analytische Lösung	36
4.5.2. Implementierung	37
4.5.3. Numerische Lösung mit Strömungsfeld aus LES-Rechnung	38
4.6. Gestörtes 4-Wirbelsystem mit LES Strömungsfeld	42
4.7. Zusammenfassung der Erkenntnisse aus der numerischen Untersuchung	47
5. Beschreibung der durchgeführten Messungen	49
5.1. Messung I: Berlin, 2000	49
5.2. Messung II: Tarbes, Frankreich, 2002	51
5.3. Messung III: Denver, USA, 2003	53
5.4. Datenerfassungssystem	56
6. Diskussion der experimentellen Ergebnisse	61
6.1. Sichtbare Wirbelschleppen	61
6.2. Charakteristische Daten verschiedener Flugzeugtypen	62
6.3. Diskussion der Quellverteilung in der x-y Ebene	63
6.3.1. Ergebnisse der Messung I, Berlin	63
6.3.2. Ergebnisse der Messung III, Denver	65
6.3.3. Einfluss der Mikrofon-Arrays auf die Quellverteilung	68
6.3.4. Einfluss der Mittlungszeit auf die Quellverteilung	69
6.4. Diskussion der Quellverteilung in der y-z Ebene	70
6.5. Diskussion der Quellverteilungen in der y-t Ebene	71
6.5.1. Interpretation der Quellverteilungen	71
6.5.2. Ergebnisse der Messung II, Tarbes	75
6.5.3. Ergebnisse der Messung III, Denver	78
6.6. Diskussion der fokussierten Spektren	86
6.6.1. Bestimmung der fokussierten Spektren aus den Quellverteilungen	87
6.6.2. Einfluss der räumlichen Wichtung auf die fokussierten Spektren	87
6.6.3. Normierung der fokussierten Spektren	88
6.6.4. Vergleich der fokussierten Spektren der Wirbelschleppen verschiedener Flugzeugtypen	90
6.6.5. Zeitlicher Verlauf der fokussierten Spektren	93
6.7. Diskussion der Signale von Einzelmikrofonen	95
6.7.1. Zeitverlauf der Terzpegel von Einzelmikrofonen	95
6.8. Abschätzungen für ein Wirbel-Warnsystem	99

7. Methoden der Auswertung	101
7.1. Mikrofon-Array-Technik	101
7.2. Beamforming im geometrischen Nahfeld	102
7.2.1. Auswertung im Zeitbereich	102
7.2.2. Auswertung im Frequenzbereich	102
7.2.3. Eigenschaften eines Mikrofon-Arrays	103
7.3. Arten von Mikrofon-Arrays und Auswerteverfahren	105
7.4. Kreuz-Array	106
7.4.1. Zeitbereich	106
7.4.2. Frequenzbereich	107
7.5. Beamforming im geometrischen Fernfeld	110
7.6. Optimierung der Mikrofonverteilung eines Arrays	111
7.6.1. Optimale Mikrofonverteilung	112
7.6.2. Optimale Plattenkonfiguration	114
7.7. Bestimmung der Trajektorien von Flugzeug und Wirbelschleppe	115
7.7.1. Bestimmung der 3D-Raumkoordinaten der Quelle	116
7.7.2. Bestimmung der Richtungsvektoren für die Flugzeugverfolgung:	117
7.7.3. Bestimmung der Richtungsvektoren für die Wirbelverfolgung	119
7.8. Detektion von Wirbelschleppen mittels Mikrofon-Array	120
7.8.1. Bestimmung der Wirbel-Trajektorien mittels Kalman Filter	120
8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Erfahrungen	123
9. Ausblick	127
Literaturverzeichnis	128
A. Herleitung des <i>klassischen</i> und des <i>X-Beamformers</i>	139
B. Quellverteilungen in der y-t-Ebene für verschiedene Flugzeugtypen	141
C. Mittelwerte der fokussierten Spektren	155

Formelzeichen und Abkürzungen

nichtmetrische Masseinheiten

Landmeile (M)	1M = 1,6093 km
nautische Meile (NM)	1NM = 1,852 km
Fuss (ft)	1ft = 0,3048 m
Zoll (in)	1in = 2,54 cm

Lateinische Buchstaben

A	m^2	Flächeninhalt, Flügelfläche
b, b_0	m	Wirbelabstand, initialer Wirbelabstand
b_{w50}	m	Hauptkeulenbreite
B	m	Spannweite
b, B	-	geschätztes Quellsignal, dessen Fourier-Transformierte
c	-	CFL-Zahl
c_0	m/s	Schallgeschwindigkeit
c_L, c_I, c_R	-	Beiwert für Auftrieb, induzierten Widerstand, Rollmoment
C	Pa^2	Kreuzleistungsdichtespektrum
D	dB	atmosphärische Dämpfung
D, D_{eff}	m	Mikrofon-Array-Größe, effektive Mikrofon-Array-Größe
f, f_m, f_s, f_r	Hz	Frequenz, Terzmitten-, Abtast- und Rotationsfrequenz
f_0	Hz	Referenzfrequenz $f_0 = \Gamma / (2(\pi b)^2)$
$f_N, f_g \Delta f$	Hz	Netzfrequenz, Filter-Eckfrequenz, Bandbreite
F, F_L, F_I	N	Kraft, Auftriebskraft, induzierter Widerstand
F_b	-	reduzierte Frequenz mit Wirbelabstand b , $F_b = f(2\pi b)^2 / \Gamma_0$
F_r	-	reduzierte Frequenz mit Kernradius r_c , $F_r = f(2\pi r_c)^2 / \Gamma_0$
g	m/s^2	Fallbeschleunigung
g	m^{-1}	Greensche Funktion, korregiert mit 4π
h	m	Höhe, Überflughöhe
l	m	Sehnenlänge eines Flügels, Wirbelabstand
l	m	charakteristisches Längenmaß
$\vec{k}, k$	$2\pi/m$	Wellenvektor, Wellenzahl
$L_p, L, \Delta L$	dB	Schalldruckpegel, Schalldruckpegeldifferenz
$\vec{L}$	m/s^2	Lamb-Vektor
$L_{x,y,z}$	m	Größe eines Rechengebietes
m	kg	Masse
M	-	Machzahl
$N1$	%	Drehzahl der Welle 1 eines Triebwerks
N_x, N_y, N_z, N_t	-	Anzahl der Gitterpunkt und der Zeitschritte
p	Pa	Druck
p, P	Pa	Mikrofonsignal, dessen Fourier-Transformierte
q	Pa	Staudruck
r, R	-	Erkennungsrate, totale Anzahl der erkannten Überflügen
r, r_c	m	Radius, Wirbelkernradius

Lateinische Buchstaben

r_0	m	Referenzentfernung, für Spektren $r_0 = 200m$
Re	-	Reynoldszahl
s, s_M	-	<i>Spanwise Lift Factor</i> (Korrekturfaktor), gemessener Wert
s	m	Strecke
s, S	Pa	Quellsignal, dessen Fourier-Transformierte
t, t_m, t_p	s	Zeit, Messzeit, Ausbreitungszeit
t^*	-	dimensionslose Zeit, Wirbelalter $t^* = t/t_0$
t_0	s	Referenzzeit $t_0 = 1/f_0$ oder $t_0 = 2\pi b_0^2/\Gamma$
T_c, T	s	Zeitpunkt des katastrophalen Zerfalls, Periodenlänge
$\vec{v}, v_\theta$	m/s	Geschwindigkeit, max. tangentielle Geschwindigkeit
v^*	-	dimensionslose Geschwindigkeit
v	-	Verstärkung
w_0	m/s	Referenzgeschwindigkeit
w	-	Wichtungen
W_g	-	Zielfunktion
x_g	m	Faktoren zur Beschreibung der Hauptkeulenbreite
x^*	-	dimensionslose Entfernung, $x^* = x/b_0$, $x^* = xD/(\lambda r)$
x'	-	dimensionslose Entfernung, $x' = x/B$
$\vec{x}$	m	Kurve, Beobachterposition
$\vec{y}$	m	Kurve, Quelleposition

Griechische Symbole

Γ, Γ_0	m^2/s	Zirkulation, initiale Zirkulation
$\dot{\Gamma}$	m^2/s^2	Zirkulationsabnahme
ε	m^2/s	Wirbelviskosität
λ	m	Wellenlänge
Λ	-	Flügelstreckung
ν	m^2/s	kinematische Viskosität
ρ	kg/m^3	Dichte
τ	s	retardierte Zeit
Ψ	-	Fehlerfunktion
ω	s^{-1}	Wirbelstärke
Ω	s^{-1}	Kreisfrequenz

Indizes und Hochzeichen

a	akustisch
i, j	Komponenten, Mikrofon-Paar
B_g, B_f	vorausfliegendes und folgendes Flugzeug
m, M	Mikrofon, Anzahl der Mikrofone
n, N	Zeitintervall, Anzahl der Zeitintervalle
o, u	Ober-, Unterseite des Flügels
x, y, z	Raumrichtungen
u, v, w	Geschwindigkeitskomponenten

Indizes und Hochzeichen

∞	ungestört vom Objekt
T, X	X-Array und T-Array betreffend
$p, p_0, p', \hat{p}$	Größe, Mittelwert, Schwankungsgröße, Spitzenwert
x^*	dimensionslose Entfernung

Symbole

$\underline{A}$	Matrix
$\underline{a}$	Vektor
$\underline{a}'$	Transponierte eines Vektors
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
$E_x, \langle x \rangle$	Erwartungswert
sp	Spaltfunktion

Flugzeugtypen

Es werden die ICAO Abkürzungen der Flugzeugtypen verwendet!

Axxx	Airbus
Bxxx	Boeing
CRJx	Canadair Regional Jet
BAxx	British Aerospace
MDxx	McDonnell Douglas

Abkürzungen

ATC	Air Traffic Control
C1 .. C4	Konfiguration eines Flugzeugs
CFL-Zahl	Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl
EA	elliptisches Mikrofon-Array
FT	Fourier-Transformation
GPS	Global Position System
HP	Hochpass
ILS	Instrument Landing System
IFR	Instrumented Flight Rules
LES	Large Eddy Simulation
LIDAR, CW-, P-	Light Detektion and Ranging, Continues Wave, Pulsed
LVV	Low Vorticity Vortex
MA	Mikrofon-Array
MTOW	Maximum Take Off Weight
NSG	Navier-Stokes-Gleichungen
RADAR	Radiation Detektion and Ranging
RASS	Radio Ranging System
SODAR	Sound Detektion and Ranging
TA, TPA	Mikrofon-Arrays: T-förmiges, erweitertes TA
TP	Tiefpass
TD-X, TDFD-X	Auswertemethoden für X-Array

Abkürzungen

VFR	Visual Flight Rules
W1, W2	Wirbel 1 und 2
WSWS	Wirbelschleppen-Warnsystem
QDV	Quickly Decaying Vortex
XA	Kreuz-förmiges Mikrofon-Array
XA,XAM-Spektren	Spektren: gemittelte oder nur Maxima in Gebiet
X1, X2	Typen von Kreuz-Arrays

Einrichtungen und Firmen

CTI	Coherent Technologies, Inc.
DGLR	Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt
	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Standorte in Berlin-Charlottenburg, Oberpfaffenhofen
DLR, -BC, -OP	
FAA	Federal Aviation Organisation
FST	Flight Safety Technologies Inc.
GBM	Gesellschaft für Bildanalyse und Messwerterfassung mbH
ICAO	International Civil Aviation Organisation
LM	Lookhead Martin
MIT	Massachusetts Institute of Technology
NASA	National Aeronautics and Space Administration
RME	Komponenten-Entwickler im Audio Bereich

Forschungsprojekte

AVOSS	Aircraft Vortex Spacing System
AWIATOR	Advanced Wing with Advanced Technology Operation
C-Wake	Wake Vortex Characterisation
	Instrumentation systems for on-board wake vortex and other hazards detection, warning and avoidance
I-Wake	
M-Flame	EU-Forschungsprogramm
S-Wake	Assessment of Wake Vortex Safety
	Sensor for Optically Characterizing Ring-eddy Atmospheric Turbulence Emanating Sound
SOCRATES	
WakeNet-EU, -US	Diskussionsplattformen zu Wirbelschleppen in Europa und den USA
WSVBS	Wirbelschleppenvorhersage- und Beobachtungssystem

1. Einleitung

Durch die Umströmung der Flügel eines Flugzeuges entsteht zwischen deren Ober- und Unterseite eine Druckdifferenz, die den Auftrieb erzeugt. Gleichzeitig verursacht dieser Druckunterschied an den Flügelspitzen, den Seitenkanten der Landeklappen und allen anderen Diskontinuitäten des Flügels sowie an der gesamten Flügelhinterkante Wirbel, die sich innerhalb weniger Flügelspannweiten hinter dem Flugzeug zu zwei sehr energiereichen, gegensinnig rotierenden Wirbeln aufrollen. Das resultierende Wirbelpaar wird Wirbelschlepe genannt und entsteht hinter jedem Flugzeug als Folge des Auftriebs und einer endlichen Flügelspannweite. Die Stärke der Wirbel ist proportional zum Gewicht und zu den reziproken Werten von Spannweite und Geschwindigkeit des Flugzeuges. Die beiden Wirbel werden durch das Geschwindigkeitsfeld des jeweils anderen beeinflusst und sinken gemeinsam ab. Die anfänglich stark konzentrierte Wirbelstärke verteilt sich räumlich und zerfällt langsam in ungeordnete turbulente Strukturen, die mit der Zeit durch die Dissipation vollständig verschwinden.

Eine stabile und langlebige Wirbelschlepe stellt eine ernsthafte Gefahr für nachfolgende Flugzeuge dar. Werden die Wirbel jedoch instabil, zerfallen sie und lösen sich sehr schnell in ungeordnete turbulente Strukturen auf.

Beim Einfliegen eines Flugzeuges in die Wirbelschlepe eines anderen wirken aufgrund der veränderten Anströmung zusätzliche Momente, die vom Piloten durch einen Ruderausschlag kompensiert werden müssen, um die ursprüngliche Flugzeuglage wieder herzustellen und Auftriebsverluste zu verhindern. Die dabei auftretenden Kräfte können auch die Flugzeugstruktur überlasten. Die Folgen können katastrophal sein, wie der Absturz eines Flugzeugs vom Typ A300 von *American Airlines* nach dem Einfliegen in eine Wirbelschlepe eines Flugzeugs vom Typ B747 in *New York* im November 2001 zeigte. Das Flugzeug stürzte als Folge eines abgebrochenen Höhenleitwerkes ab.

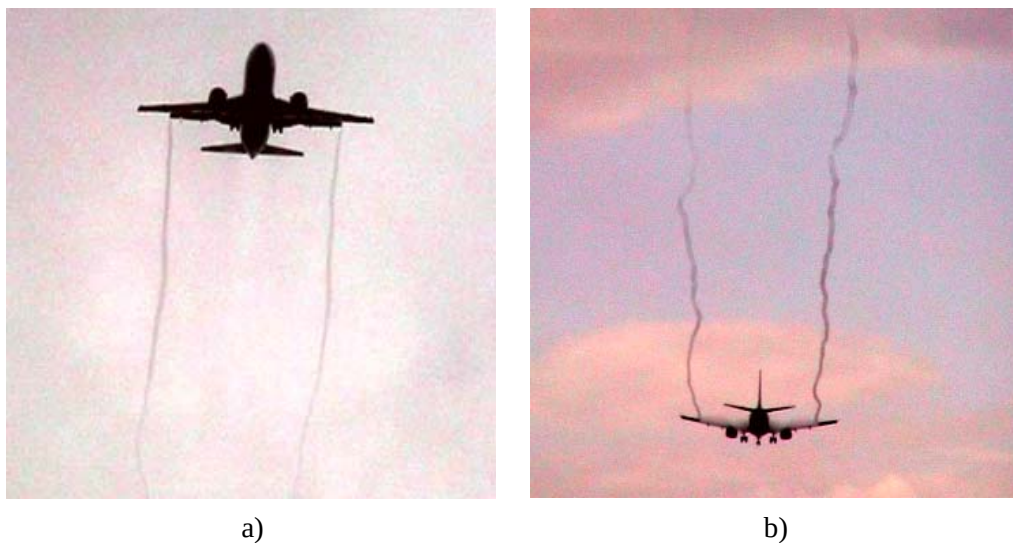


Abbildung 1.1.: Kondensation vom Wasser im Kern der an dem Klappenseitenkanten ablösenden Wirbel hinter Flugzeugen vom Typ a) A320 und b) B737

Zur Veranschaulichung der Wirbelschleppe wird in den Bildern 1.1 der sichtbare Teil einer Wirbelschleppe hinter Flugzeugen vom Typ a) A320 und b) B737 gezeigt. Es sind die von der äußeren Seitenkante der Landeklappen ablösenden Wirbel erkennbar, die die Zentren des Aufrollvorganges aller diskreten Einzelwirbel und der Wirbelschicht der Flügelhinterkante darstellen. Da der Druck im Innern der Wirbelkerne aufgrund der höheren Geschwindigkeiten sinkt, kann die Temperatur an Tagen mit günstigen Wetterbedingungen unter den Taupunkt fallen, so dass die in der Luft enthaltene Feuchtigkeit kondensiert. Die Wirbelkerne werden dadurch als Kondensstreifen sichtbar.

Besonders energiereiche Wirbelschleppen entstehen aufgrund der geringen Fluggeschwindigkeit beim Start und der Landung. Um das Risiko des Durchfliegens einer Wirbelschleppe zu minimieren, wurden von der *International Civil Aviation Organisation (ICAO)* [106] Sicherheitsabstände zwischen Flugzeugen beim Start und bei der Landung festgelegt, die auf stark frequentierten Flughäfen eine kapazitätsbestimmende Größe darstellen. Neuere Untersuchungen zeigen, dass diese Sicherheitsabstände sehr konservativ festgelegt wurden und unter vielen den Transport und den Zerfall der Wirbelschleppen begünstigenden Wettersituationen ohne Beeinträchtigung der Sicherheit erheblich reduziert werden können. Durch die Optimierung der Abstände könnten auf stark frequentierten Flughäfen Kapazitätsreserven geschaffen werden, mit denen Verspätungen reduziert oder eine allgemeine Kapazitätserhöhung eines Flughafens erreicht werden kann. Deshalb werden derzeit Systeme entwickelt, die die Bestimmung des optimalen Sicherheitsabstandes von Flugzeugen am Flughafen erlauben sollen.

Solche Systeme werden *Reduced Separation System (RSS)* genannt und bestehen im Wesentlichen aus drei Komponenten, i) der Vorhersage der Wirbelstärke und des Verhaltens der Wirbel, ii) der Risikoabschätzung für das folgende Flugzeug mit Abstandsempfehlung für den *Air Traffic Controller* und iii) der Messung der Stärke und des tatsächlichen Verhaltens der Wirbelschleppe nach der Landung oder dem Start. Für die erste und zweite Komponente sind Modelle vorhanden, die permanent weiterentwickelt werden. Für die dritte Komponente werden Messverfahren zur Bestimmung der Geschwindigkeitsprofile der Wirbel eingesetzt. Als Standardmessverfahren konnte sich hierfür in den letzten Jahren LIDAR durchsetzen. Vom *Deutschen Zentrum für Luft und Raumfahrt (DLR)* wurde ein alternatives Messverfahren, die Mikrofon-Array-Technik, als Ergänzung zur Geschwindigkeitsmessung vorgeschlagen.

Dieser Vorschlag basiert auf der Beobachtung, dass Wirbelschleppen tieffrequenten Schall emittieren und oft von einem peitschenden Geräusch begleitet werden. Da die mit einem Mikrofon-Array gemessenen Schalldrucksignale das dreidimensionale Schallquellgebiet beschreiben und diese mit einer im Vergleich zu LIDAR viel höheren Abtastrate bestimmt werden, könnte dieses Verfahren zusätzliche Informationen über die räumliche und zeitliche Struktur der Wirbelschleppe liefern. Das System könnte für kleine Anwendung eine kostengünstige Alternative darstellen.

In der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, ob Wirbelschleppen wirklich Schall emittieren. Kann diese Frage positiv beantwortet werden, soll überprüft werden, ob der emittierte Schall eine geeignete Größe für ein auf Schall basierendes Messsystem für die Detektion von Wirbelschleppen auf Flughäfen oder die Untersuchung der Wirbelschleppen in Überflugmessungen ist.

Damit lassen sich die folgenden in dieser Arbeit zu untersuchenden Thesen formulieren.

1. Wirbelschleppen erzeugen Schall und sind mit Mikrofon-Arrays lokalisierbar.

In numerischen Untersuchungen zum Zerfall von Wirbelschleppen wurde die Existenz von sekundären Wirbelstrukturen nachgewiesen. Diese sekundären Wirbelstrukturen interagieren mit den gegenläufig rotierenden Wirbeln der Wirbelschleppe, den primären Wirbelstrukturen. In einer numerischen Studie soll gezeigt werden, dass bei dieser Interaktion Schall an den Wirbelkernen entsteht und abgestrahlt wird. Im Experiment soll der Nachweis erbracht werden, dass Wirbelschleppen durch diese Schallemission mit Mikrofon-Arrays lokalisierbar sind. Die Lokalisierung erlaubt die Verfolgung der Bewegung der Wirbel und die Bestimmung der Spektren der Schallemission der Wirbel.

2. *Das Spektrum der Schallemission erlaubt die Bestimmung charakteristischer Größen der Wirbelschleppen.*

Es wird ein Maximum im Spektrum der Schallemission der Wirbelschleppe vermutet. In der numerischen Studie soll gezeigt werden, dass ein Zusammenhang der Frequenz des maximalen Schalldruckpegels im Spektrum der Schallemission mit den strömungsmechanischen Größen Zirkulation und Kernradius der Wirbel existiert. In Messungen soll dieser Zusammenhang experimentell bestätigt werden.

3. *Die Schallemission von Wirbelschleppen ist eine geeignete Messgröße für ein Wirbel-Warnsystem auf Flughäfen.*

Es soll experimentell gezeigt werden, dass der Schallquellmechanismus robust ist und somit eine verlässliche Basis für die akustische Lokalisierung der Wirbelschleppen mittels Mikrofon-Arrays in einer Flughafenumgebung darstellt. Die fundamentalen Größen, die Position der Wirbel und deren Zirkulation oder ein Gefährdungsmaß, müssen bestimmbar sein. Aussagen über die zeitliche Entwicklung der Zirkulation und den Zerfall der Wirbelschleppe müssen möglich sein.

Für Untersuchung der Schallemission in der numerischen Studie wird das Strömungsfeld mittels *Large Eddy Simulation* berechnet und die Schallemission mittels *Akustischer Analogien* abgeschätzt. Für die experimentelle Untersuchung wurden drei aufwändige Messungen, auf dem *Berlin Brandenburg Airport* in Berlin-Schönefeld und in der Nähe des *Denver International Airport*, USA, an landenden zivilen Flugzeugen, sowie auf dem *Tarbes-Lourdes-Pyrenees Airport*, Frankreich, an einem Flugzeug vom Typ Airbus 340, durchgeführt.

Die Arbeit gibt in Kapitel 2 zunächst einen Überblick zum aktuellen Stand der Forschung auf dem Gebiet der Wirbelschleppen. In Kapitel 3 wird eine kurze Zusammenfassung der strömungsmechanischen Grundlagen der Wirbelschleppen gegeben. Die Schallerzeugung durch Wirbel und eine numerische Studie der Charakteristiken des zu erwartenden Wirbelschalls ist Gegenstand des Kapitels 4. Die experimentellen Untersuchungen werden in den Kapiteln 5-7 vorgestellt, wobei das Kapitel 5 den Aufbau und die Durchführung der experimentellen Messungen, das Kapitel 6 die Ergebnisse und das Kapitel 7 die verwendeten und erarbeiteten Methoden für die Auswertung der Messergebnisse vorstellt. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse im Kapitel 8 und ein Ausblick auf in der Zukunft notwendigen Untersuchungen im Kapitel 9 schließen die Arbeit ab.

2. Einordnung der Arbeit in die Problematik der Wirbelschleppen

Das Kapitel beginnt mit einer historischen Einordnung der Forschung zu Wirbelschleppen und einem Überblick zu den aktuellen Forschungsprojekten. Die aktuellen Aktivitäten zur Untersuchung der Schallemission von Wirbelschleppen werden anschließend dargestellt. Weiter werden die derzeit bekannten Messverfahren für Wirbelschleppen im Überblick vorgestellt. Da ein möglicher Einsatz der Mikrofon-Array-Technik als Sensor eines Wirbel-Warnsystems abgeschätzt werden soll, werden der prinzipielle Aufbau derartiger Systeme und die Anforderungen an potentielle Sensoren erläutert.

2.1. Geschichte der Wirbelschleppenforschung

Mit dem steigenden Verkehrsaufkommen und den wachsenden Größenunterschieden zwischen Flugzeugen in den 50er und 60er Jahren begannen die Wirbelschleppen von Flugzeugen zu einer Gefährdung der allgemeinen Flugsicherheit zu werden. Die erste Veröffentlichung über Wirbelschleppen und deren Gefährdungspotential erschien in den USA und wurde in einem Übersichtsartikel [120] auf die 50er Jahre datiert und mit der Indienststellung des Flugzeugtyps DC-6 in Verbindung gebracht. Der erste Flugtest, bei dem die Wirbelschleppe eines Flugzeuges mit einem schwereren Messflugzeug untersucht wurden, wurde auf das Jahr 1955 datiert. Anfang der 60er Jahre wurden verschiedene Arbeiten zur Struktur der Wirbel und den am Flugzeug wirkenden Momenten beim Einfliegen in eine Wirbelschleppe durchgeführt. Dabei wurde festgestellt, dass die auftretenden Momente über den vom Flugzeug durch Klappenausschläge zu kompensierenden und sogar über den strukturellen Grenzen eines Flugzeuges liegen können. Noch in den 60er Jahren wurden die Anstrengungen in den USA stark intensiviert und ein großes Flugprogramm der *Federal Aviation Administration (FAA)* zur Untersuchung der Stärke und Struktur der Wirbelschleppen verschiedener damals im Dienst stehender Flugzeugtypen begonnen. Die wichtigsten Aspekte zur Entstehung, Struktur und Zerfall von Wirbelschleppen wurden in den 60er und 70er Jahren experimentell, theoretischen und bereits numerisch untersucht und ein grundlegendes Wissen geschaffen. Die Beeinflussung der Wirbel zur Reduzierung des Gefährdungspotential über die Auftriebsverteilung, Erhöhung der Dispersion der Wirbelstärke durch Einbringung von Turbulenz, durch Anbauten oder durch den Triebwerksstrahl wurden untersucht.

Die 1970 von Crow [28] durch eine Stabilitätsanalyse des Wirbelsystems gefundenen Instabilitätsmoden eröffneten die Möglichkeit eines beschleunigten Zerfalls durch anfänglich kleine Störung. Folgend wurde eine Vielzahl von Methoden und Anbauten am Flugzeug zur Anregung dieser Moden entwickelt und erprobt, von denen aber bis heute keine zur Anwendung kam.

Im Jahr 1970 führte die *International Civil Aviation Organisation (ICAO)* [106] allgemeine Separationsabstände, Tab. 2.1 a), für den Start und die Landung ein. Ein Jahr zuvor, 1969, wurde der Flugzeugtyp Boeing 747, in Dienst gestellt. Die Abstände richten sich nach der Kombination von Flugzeugen der Gewichtsklassen *leicht*, *mittel* und *schwer*, Tab. 2.1 b). Es wurde angenommen, dass die Wirbel in dieser Zeit durch einen Seitenwind aus dem Flugkorridor transportiert werden oder zu ungefährlicher Turbulenz abgeklungen sind.

Flugzeug		Abstand	Zeitversatz
voraus	folgend	in (NM)	in (s) bei $v=70\text{m/s}$
schwer	leicht	6	156
schwer	mittel	5	132
schwer	schwer	4	106
mittel	leicht	5	132
A380	alle	10	264

a)

Kategorie	max. Startmasse
leicht	$m \leq 7\text{t}$
mittel	$7\text{t} < m < 136\text{t}$
schwer	$136\text{t} < m$
A380	$m \approx 560\text{t}$

b)

Tabelle 2.1.: a) ICAO-Stafflungsabstände für die Kombination von Flugzeugen verschiedener Gewichtsklassen unter IFR-Bedingungen für Landung und Start (für Kombinationen anderer Klassen gilt die minimale Radar-Stafflung von 3 NM); b) Definition der Gewichtsklassen von Flugzeugen nach dem maximalen Startgewicht (MTOW)

2.2. Akutelle Forschungsaktivitäten zur Wirbelschleppe

Das wachsende Verkehrsaufkommen in der Luftfahrt lässt immer mehr Flughäfen an ihrer Kapazitätsgrenze arbeiten. Dadurch verursachte Ausfälle und Verspätungen stellen schon heute ein wirtschaftliches Problem dar und motivieren die Suche nach möglichen Reserven. Einer der wichtigsten die Kapazität von Flughäfen limitierenden Faktoren sind die durch Wirbelschleppen bedingten Stafflungsabstände.

Die derzeitigen Stafflungsregeln werden allgemein als zu konservativ eingeschätzt, da sie sich vereinfachend und pauschal nur am maximalen Startgewicht von Flugzeugen orientieren. Die aktuellen Flugzeugdaten und meteorologischen Bedingungen werden nicht berücksichtigt. Um die hier liegenden Kapazitätsreserven auszuschöpfen, konzentrieren sich die Forschungsaktivitäten in den USA und Europa seit den 90er Jahren verstärkt auf die Verkürzung der Separationsabstände bei der Landung und beim Start. Neben der Optimierung von Landeverfahren und Anflugsequenzen wird der Einsatz von Wirbel-Warnsystemen favorisiert, die Fluglotsen und Piloten befähigen sollen, die Stafflung zu optimieren.

Das Ziel ist die Einwicklung eines in das *Air Traffic Control (ATC)*-System integrierten Wirbel-Warnsystems zur Optimierung der Sicherheit und Kapazität von Flughäfen. Dabei wird der schnellere Zerfall der Wirbelschleppen bei bestimmten Wettersituation oder deren Transport aus dem Start- und Landkorridor ausgenutzt. Es wurden Modelle entwickelt, mit denen der Transport und der Zerfall von Wirbelschleppen unter Berücksichtigung von Wind, Windscherung, atmosphärischen Turbulenz, Temperaturschichtung und Topologie vorhergesagt werden kann. Die Weiterentwicklung von Messverfahren soll die genauere Detektion und Charakterisierung der Wirbelschleppen in Untersuchungen und als Bestandteil von Wirbel-Warnsystemen auf Flughäfen oder im Flugzeug ermöglichen.

Viele neue Untersuchungen zur Beeinflussung der Wirbelschleppe durch aktive und passive Maßnahmen kommen bedingt durch den Entwicklungsbedarf für den Airbus A380 aus Europa.

Im Projekt *MFLAME* (1997-2000) wurde ein *on-board Pulsed-LIDAR-System* zur Detektion von Turbulenzgebieten auf dem Flugpfad entwickelt und getestet. Mit den Projekten i) *C-Wake*, das sich mit der Charakterisierung der Wirbelschleppen während der Entstehung, deren zeitlichen Entwicklung und deren Zerfall, ii) *I-Wake*, das sich mit der Entwicklung und Erprobung von Messsystemen zur Warnung vor Wirbelschleppen für Piloten und Bodenpersonal und iii) *S-Wake*, das sich mit Sicherheitsaspekten im Flug und auf Flughäfen, beschäftigte, wurden in den Jahren 2000-2004 die wesentlichen Gebiete abgedeckt. Im Programm *AWIATOR* (2002- 2007) werden Anbauten zur Beeinflussung von Wirbelschleppen und die LIDAR-Messtechnik im Flugversuch demonstriert. Im *ATC-Wake* Projekt

(2002-2005) unter der Leitung von *Eurocontrol* wird eine in das *Air Traffic Control (ATC)*-System integrierte Plattform für ein Wirbel-Warnsystem entwickelt.

Das *DLR* finanzierte die internen Projekte Wirbelschleppe 1 und 2 (1990-2006) mit dem Ziel der Entwicklung und Implementierung eines Wirbel-Warnsystems. Ähnliche Projekte existieren bei *ONERA* in Frankreich. Mit der Etablierung der Netzwerke *WakeNet-EU* und *WakeNet-US* wurde neue Diskussionsplattform geschaffen.

In Übersichtsartikeln wurden das Wissen zu Wirbelschleppen von *Spalart* 1998 [134], *Rossow* 1999 [120] und *Gerz, Holzäpfel, Darracq* 2002 [56] zusammengefasst.

2.3. Akutelle Forschungsaktivitäten zur Schallemission von Wirbelschleppen

Die Schallemission von Wirbelschleppen wurde in Europa erstmalig im Projekt *C-Wake* untersucht. Das Ziel war die Entwicklung neuer Messtechniken zur Untersuchung von Wirbelschleppen in Überflugmessungen und zur Erkennung und Überwachung für Wirbel-Warnsysteme auf Flughäfen.

Mit einer Messung auf dem *Berlin Brandenburg Airport* im Jahr 2000 konnte durch den Autor erstmalig der Nachweis erbracht werden, dass Wirbelschleppen Schall emittieren und mittels der Mikrofon-Array-Technik lokalisierbar sind. Die Ergebnisse wurden 2002 [99] veröffentlicht und motivierten Untersuchungen in den USA, wo bereits seit 1997 das Projekt *SOCRATES*, mit zunächst geringem Erfolg [12], für die Erprobung und Weiterentwicklung eines opto-akustischen Messverfahrens existierte.

Die Wirbelschleppen eines Flugzeugs vom Typ A340 wurden 2002 in Tarbes, Frankreich, mit CW- und P-LIDAR und dem Mikrofon-Array vermessen. Die Ergebnisse des Mikrofon-Arrays wurden auf einem *DLR-NASA-FAA-Workshop* 2003 in Berlin präsentiert [6].

Im Jahr 2003 organisierte die NASA eine Messkampagne zum Vergleich der schallbasierten Technologien, Mikrofon-Array und opto-akustischer Sensor, in Denver, USA, an dem auch der Autor teilnahm. Die Ergebnisse der beteiligten Gruppen wurden in einem Workshop 2004 in Denver vorgestellt und unterstrichen die prinzipielle Machbarkeit der Wirbeldetektion mit beiden Technologien [9] [34] [12] [139] [49].

In [122] wurden die Wirbel-relevanten Schallereignisse in den Zeitverläufe von Einzelmikrofonen für Überflüge in einer Höhe von $h = 40 \text{ m}$ diskutiert.

Theoretische Untersuchungen zur Schallemission von Wirbelschleppen mit idealen Wirbeln während des Aufrollvorgangs, des stabilen Wirbelpaars und im Bodeneffekt wurden 2004 veröffentlicht [61], [144]. Eine numerische Studie zur Schallemission von Wirbelschleppen mittels einer akustischen Analogie und einer LES-Rechnung wurde durch den Autor [7] 2005 vorgetragen.

2.4. Messtechniken für die Untersuchung von Wirbelschleppen in Überflugmessungen

Grundlegende Untersuchungen zur Wirbeldynamik und der Wirksamkeit von Maßnahmen zur Beeinflussung der Wirbelschleppe werden in Modellversuchen unter Laborbedingungen mit optischen Messtechniken (*PIV*, *LDA*, *DGV*), Hitzdraht oder Drucksensoren durchgeführt. Um die Wirksamkeit dieser Maßnahmen unter realen Bedingungen zu überprüfen oder den Einfluss der meteorologischen Bedingungen auf den Zerfall der Wirbelschleppe zu untersuchen, müssen Messungen im Flug durchgeführt werden.

In Idaho Falls, 1990, untersuchte die *FAA* die Wirbelschleppen der Flugzeugtypen B727, B757 und B767 mit einem mit Anemometern bestückten 60 m-Instrumententurm und der *Tower Flyby Technique*. Die *NASA* setzte für die Vermessung der Wirbelschleppe einer Lockheed Martin C-130 in Wallops Island, 1995 und 1997, ein mit Drucksensoren bestücktes Testflugzeug, eine North-American Rockwell

OV-10, ein [31]. In Memphis (1995) [20] und New York (*JFK-Flughafen*, 1996, 1997) wurden die Wirbelschleppen ziviler Flugzeuge mit CW-LIDAR und anderen Systemen bei gleichzeitiger Wetterüberwachung vermessen. In Europa wurden die Wirbelschleppen des DLR-Testflugzeug ATTAS (WakeOP 2001) und eines Airbus A340 (WakeTOUL 2002 [86]) zur Erprobung der Messsysteme, der Bestimmung der Wirbelstruktur und der Validierung von Zerfallsmodellen mit CW-, P-LIDAR und einem Mikrofon-Array vermessen. Eine Messung der Wirbelschleppes von zivilen Flugzeugen zum Vergleich der Messsysteme LIDAR, Mikrofon-Array und opto-akustischem Sensor fand 2003 in Denver statt.

Die bekannten bodenbasierten Messtechniken zur Untersuchung von Wirbelschleppen und deren Überwachung für ein Wirbel-Warnsystem werden im Folgenden vorgestellt.

2.4.1. Light Detection and Ranging (LIDAR) - Technik

Bei der LIDAR-Technik, der Standardmesstechnik für Wirbelschleppen, wird ein von einem Sender emittierter Laserstrahl an den Aerosolen der Luft teilweise reflektiert und von einem Empfänger detektiert. Die Bewegung der Aerosole im Geschwindigkeitsfeld eines Wirbels führt zu einer *Doppler-Verschiebung* (Frequenzverschiebung) im reflektierten Signal, das vom System empfangen und analysiert wird. Bei den Standardausführungen sind Sender und Empfänger in einem Gehäuse integriert, wodurch stets nur die auf den Empfänger gerichtete Komponente des Geschwindigkeitsfeldes bestimmt werden kann. Durch das Schwenken des Laserstrahls kann sukzessive ein Volumenbereich, zumeist aber eine vertikale Ebene, abgetastet werden. Die Entfernung des Messpunktes wird beim CW-LIDAR durch das Fokussieren des Lasers eingestellt, wodurch die Intensität des reflektierten Signals für diesen Punkt maximal wird. Beim Pulsed-LIDAR werden kurze Lichtpulse gesendet. Im empfangenen Signal sind die Geschwindigkeitsinformationen aller Punkte entlang der Laserachse enthalten.

Die ersten Anwendungen von LIDAR für Wirbelschleppen fanden Anfang der 70er Jahre statt. Es existieren Veröffentlichungen zu der Technik, Messungen [31][85][78][16], dem Vergleich von LIDAR-Techniken [62] [87], der Kopplungen von LIDAR System zur besseren Bahnverfolgung der Wirbel [86] und der Bestimmung von Zirkulation der Wirbel [68] und der *Eddy Dissipation Rate (EDR)* [15]. Eine verkleinerte Version, das Mini-LIDAR, wurde im Katapult-Versuchsstand eingesetzt und mit *PIV* verglichen. Anwendungen als *on-board*-Applikation sind geplant.

2.4.2. Akustische Beugung

Eine weitere akustische Technik nutzt die Beugung von Schall an Geschwindigkeitsprofilen aus. Dabei wird ein gebündelter akustischer Impuls von einer Antenne am Boden ausgesandt. Beim Durchgang durch den Wirbelkern wird der Strahl aufgrund des Geschwindigkeitsprofils im Kern zum Boden zurückgelenkt. Am Empfänger werden die Pulse des direkten und der an den beiden Wirbeln gebogenen Schallstrahlen verzögert gemessen. Der Beugungswinkel wird durch das Geschwindigkeitsprofil bestimmt und kann am Boden über die Position der maximalen Intensität gemessen werden. Aus dem Beugungswinkel kann die Zirkulation abgeleitet werden. Ein geeigneter Aufbau erlaubt die Bestimmung der Trajektorien der Wirbel. Zur Abgrenzung des Verfahrens gegenüber SODAR sei angemerkt, dass der Schall beim Durchgang durch den Kern nicht *Doppler*-verschoben wird. Die Idee und theoretische Grundlage wurde Anfang der 70er Jahre von Georges [53] erarbeitet. Die praktische Umsetzung ist maßgeblich mit dem Namen Burnham [18] [17] [19] verbunden. Da die Entwicklung und Anwendung am Ende der 70er Jahre stoppte, ist zu vermuten, dass sich diese Technik als nicht leistungsfähig genug erwies.

2.4.3. Radar Acoustic Sounding System (RASS)

Das Verfahren beruht auf der Reflektion von Radar-Wellen an Druckschwankungen, die durch eine Schallwelle erzeugt werden. Dafür wird Schall mit der akustischen Wellenlänge λ_a gesendet, der ei-

ne periodische Druckschwankung in der Luft verursacht. Gleichzeitig wird eine elektromagnetische Welle mit der Wellenlänge λ_e ausgestrahlt, die an den periodischen Druckschwankung teilweise reflektiert wird. Beim Erfüllen der *Bragg*-Bedingung $\lambda_a = \lambda_e/2$ überlagern sich die reflektierten Anteile konstruktiv und ergeben ein messbares reflektiertes elektromagnetisches Signal. Über die *Doppler*-Verschiebung und die Laufzeit lassen sich Geschwindigkeitsverteilungen im Fluid bestimmen. Das Verfahren wird seit zwei Jahrzehnten für die Messung von Temperatur, Wind und Turbulenz in der Atmosphäre angewendet und wurde in den 90er Jahren für die Detektion von Wirbelschleppen modifiziert. Ein System wurde erfolgreich zur Detektion von Wirbelschleppen auf den *JFK*-Flughafen, New York, im Jahr 2000 angewendet [123]. Das Verfahren wurde in numerischen Simulationen untersucht [126] [30].

2.4.4. Sound Detection and Ranging System (SODAR)

Das Messsystem emittiert eine akustische Welle, die an der Turbulenz um die Wirbelkerne gestreut oder durch die Druckschwankungen im Wirbelkern reflektiert wird. Der gestreute oder reflektierte Schall wird vom System empfangen. Die Frequenzverschiebung gibt Aufschluss über die Turbulenz und die Geschwindigkeit der Hauptströmung. Die charakteristische Länge der Turbulenz muss dabei der halben Wellenlänge der ausgestrahlten akustischen Welle entsprechen. Dieses Verfahren wurde bereits Anfang der 70er Jahre für die Charakterisierung von Wirbelschleppen eingesetzt. Seit 2003 werden neuere Untersuchungen und Testmessungen in einem FAA-NASA Programm durchgeführt [13] [95]. Nachteile sind die derzeitige geringe räumliche und zeitliche Auflösung.

2.4.5. Opto-akustische Technik

Das System besteht aus einer Sendeeinheit die einen bodenparallelen Laserstrahl zur Empfangseinheit schickt. Die Druckschwankungen einer senkrecht durch den Laserstrahl laufenden ebenen Schallwelle verursacht kleine Änderungen im Brechungsindex der Luft für Licht, wodurch am Empfänger ein frequenzmoduliertes Signal gemessen wird. Die Analyse dieser kleinen Frequenzvariation erlaubt die Bestimmung der spektralen Schallenergie. Ändert sich die Orientierung der ebenen Schallwelle, erfahren verschiedene Bereiche des Lasers gleichzeitig eine Druckerhöhung und eine -verminderung. Dadurch heben sich die lokalen Änderungen des Brechungsindex teilweise bis vollständig auf, wodurch am Empfänger keine Frequenzmodulation gemessen wird. Dadurch kann der vom Flugzeug emittierte Schall unterdrückt werden.

Das Verfahren wurde ursprünglich für das *US Department of Defense* für die Anwendung im Wasser, d.h. für die Detektion von U-Booten, entwickelt. Das Technologieunternehmen *Flight Safety Technologies, Inc. (FST)* adaptierte das Verfahren in Kooperation mit *Lockheed Martin (LM)* für die Anwendung auf Wirbelschleppen. Das System wurde 1998, 2000 [124],[51], 2003 [49] und 2005 in Überflugmessungen im US-Projekt *SOCRATES* getestet. Das System erreichte bisher aufgrund der geringen Anzahl der parallelen Laser-Einheiten nicht die Leistungsfähigkeit von Mikrofon-Arrays.

Das System wird im *SOCRATES*-Programm permanent weiter entwickelt und soll von *FST* als Sensor für Wirbelschleppen auf Flughäfen zur Marktreife gebracht werden. In einer Ende 2005 durchgeführten Messung wurden verschiedene Anordnungen von 16 Laserstrahlen erprobt [49].

2.4.6. Mikrofon-Array-Technik

Die Mikrofon-Array-Technik erlaubt die Abtastung der Wirbelschleppen in der bodenparallelen Ebene mit einer hohen Abtastfrequenz, wodurch man eine bessere Vorstellung vom räumlichen und zeitlichen Verhalten der Wirbelschleppe erhalten würde. Die Eignung der Technik zur Detektion und Charakterisierung von Wirbelschleppen wird in dieser Arbeit untersucht.

2.4.7. Zusammenfassung zu den Messsysteme

Als Standardverfahren für die Detektion von Wirbelschleppen setzte sich in den letzten Jahren, begründet durch dessen hohe räumliche Auflösung, Zuverlässigkeit und langer Erfahrung in der Anwendung, LIDAR durch. Neben der Wirbelposition kann die Zirkulation derzeit mit einer Genauigkeit von 10% [54] bestimmt werden. Die Bestimmung der Kernradien der Wirbel ist derzeit noch ungenau [84]. Bei Wetterbedingungen, wie Nebel oder Schneefall, ist das Verfahren nicht einsatzfähig. Alle anderen Verfahren stellen zur Kompensation dieser Einschränkung eine Ergänzung dar.

Die Verfahren RASS und SODAR befinden sich derzeit in der Entwicklung und Erprobung. LIDAR, RASS und SODAR sind aktive Verfahren zur direkten Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit.

Das opto-akustische Verfahren (SOCRATES) und die Mikrofon-Array-Technik sind neue passive Methoden, die auf der Schallemission von Wirbelschleppen basieren. Für beide Verfahren ist die Existenz eines robusten Schallquellmechanismus im gesamten Lebenszyklus der Wirbelschleppe die Voraussetzung. Die Verfahren befinden sich seit 2000 in der Entwicklung und Erprobung.

Für die Überwachung der Wirbelschleppen auf Flughäfen ist der Einsatz von sich ergänzenden Messverfahren zu erwarten. Es ist notwendig verschiedene Wetterbedingungen, weite Höhenbereiche und verschiedene Wirbelparameter abzudecken. Neben der Optimierung der etablierten Verfahren ist deshalb auch die Entwicklung neuer Methoden von großer Bedeutung.

2.5. Wirbel-Warnsysteme auf Flughäfen

Die größte Zirkulation und somit das größte Gefährdungspotential weisen Wirbelschleppen während der Landung und dem Start auf. Da die Auftriebskraft proportional zum Quadrat der Fluggeschwindigkeit ist, muss der Auftriebskoeffizient c_L und damit die Zirkulation bei der Landung und beim Start aufgrund der geringen Fluggeschwindigkeit durch das Ausfahren der Hochauftriebshilfen erhöht werden.

Mit der Entwicklung neuer Anflugsequenzen, Anflugverfahren und Wirbel-Warnsysteme wird versucht, die Separationsabstände zu reduzieren. Es sei angemerkt, dass der untere Stafflungsabstand von 3 NM auch durch die Regeln der Radarstafflung limitiert wird [116].

Bei der Anflugssequenz kann die Folge von Flugzeugen verschiedener Gewichtsklassen auf einer oder mehreren Lande- bzw. Startbahnen optimiert werden [116]. Beim Landeverfahren kann ein zweiter, höher liegender Gleitpfad mit versetzter Landeschwelle für Flugzeuge der Gewichtsklasse *leicht* eingeführt (*High Approach Landing System/Dual Threshold Operation HALS/DTOP*) werden. Die Wirbel des leichteren Flugzeuges sinken dabei in den Pfad der schwereren ab, welchen eine größere aerodynamische Kontrollleistung zur Verfügung steht.

Ein Wirbel-Warnsystem, auch *Reduced Separation System (RSS)* genannt, besteht im wesentlichen aus drei Komponenten: i) der Vorhersage der Wirbelstärke und des Verhaltens, ii) der Risikoabschätzung für das folgende Flugzeug mit Abstandsempfehlung und iii) der Messung der Stärke und des tatsächlichen Verhaltens der Wirbelschleppe nach der Landung oder dem Start.

Die erste Komponente liefert zunächst eine Vorhersage über die Stärke und spezielle Charakteristiken einer Wirbelschleppe für den Typ, die tatsächliche Masse und Geschwindigkeit eines Flugzeuges. Das Verhalten der Wirbelschleppe, d.h. die Trajektorien und der Zerfall der Wirbel, wird unter Berücksichtigung der spezifischen Flugzeugeigenschaften und der gegebenen geografischen und aktuellen meteorologischen Bedingungen prognostiziert. Da die Anflugsequenz, das Anflugverfahren und der Separationsabstand bereits vor dem Beginn des Landeanflugs vom Lotsen festgelegt werden muss, sind neben permanenten Wettermessungen auch genaue Kurzzeitprognosen der lokalen Wettersituation erforderlich.

Die zweite Komponente schätzt das Sicherheitsrisiko für das konkrete nachfolgende Flugzeug ab und gibt eine Empfehlung für einen optimalen Sicherheitsabstand.

Die dritte Komponente besteht aus verschiedenen Messgeräten, die die Eigenschaften und die Entwicklung der Wirbelschlepe messen und mit den Vorhersagen vergleichen. Die ermittelte Abweichung zur Vorhersage wird dann zum Abgleich der Modelle der ersten Komponente verwendet.

Das Bild 2.1 zeigt die Implementierung eines System nach einer Studie für Eurocontrol [128]. Danach werden vier bezüglich der Wirbelschlepe kritische Räume definiert. Das Gebiet I umfasst den Anflug auf den ILS-Landepfad und den Endanflug. Die Flugzeuge werden hier nach den Abständen gestaffelt, die an der Landeschwelle nach ICAO eingehalten werden müssen. Der Landepfad ist mit einem Winkel von $\phi = 3^\circ$ definiert und lässt nur geringe Abweichungen zu. Das Gebiet II umfasst die Landung unterhalb einer Höhe $h=120$ m (400 ft) und das Gebiet III den Start unterhalb der Höhe $h=120$ m (400 ft). Das Flugzeug ist hier aufgrund seiner geringen Höhe besonders anfällig gegenüber Wirbelschleppen. Durch die Interaktion mit dem Boden und bei ungünstigen meteorologischen Bedingungen können komplizierte Trajektorien oder verlängerte Lebenszeiten auftreten. Das Gebiet IV beschreibt den Raum des Anfangssteigflugs in der Höhe von $h=120$ m bis 915 m (3000 ft). Im Gegensatz zum Landepfad können die Steigpfade stark variieren. Die Steigrate kann im Bereich von 5..16% liegen. Die Landung ist aufgrund des engeren Korridors hinsichtlich der Wirbelschlepe als erheblich kritischer als der Start zu betrachten.

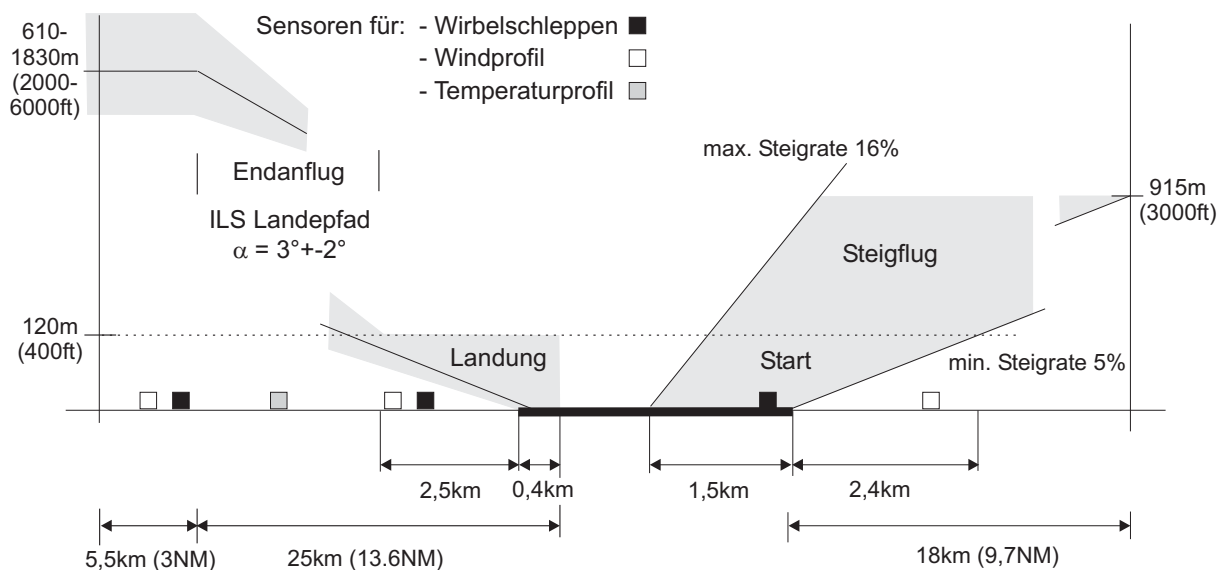


Abbildung 2.1.: Aufbau eines Wirbel-Warnsystems auf einem Flughafen

Als Zielgröße für einen reduzierten Stafflungsabstand wird eine Stafflung von 2,5nm für die Landung und 60s für den Start angegeben. Dafür müssen die technischen Probleme, wie die Entwicklung von zuverlässigen Wirbel-Überwachungssystemen oder die Verbesserung der Navigationsgenauigkeit der LFZ, gelöst werden, aber auch die Akzeptanz bei den späteren Anwendern gestärkt werden. Die Flughafenbetreiber, Lotsen, Flugsicherungsorganisation, Piloten und Luftverkehrsgesellschaften werden daher frühzeitig in den Entwicklungsprozess einbezogen, um deren Bedürfnisse frühzeitig erkennen und berücksichtigen zu können.

2.5.1. Komponente I: Vorhersage von Wirbelschleppen

Erste Systeme für die Vorhersage wurden in den USA, Deutschland und Frankreich bereits erprobt. Eine Übersicht der System wird in [116] gegeben. Mit dem System AVOSS [110], [125], erprobt am

Flughafen *Dallas-Fort Worth Airport* im Jahr 2000, wurden bereits die meisten der oben genannten Teilaufgaben realisiert. In Deutschland wurde in den 80er Jahren das System WSWs am *Flughafen Frankfurt am Main* zur Optimierung des Verkehrs auf den beiden Landebahnen entwickelt und getestet. Die parallelen Landebahnen dürfen aufgrund des geringen Abstandes nicht unabhängig betrieben werden, da die Wirbelschleppen in einem Landekorridor leicht durch Seitenwind in den Korridor der anderen Landebahn transportiert werden können. Eine Erweiterung des WSWs namens WSVBS mit verbessertem Vorhersagemodell und erweiterter Messtechnik wird im DLR Projekt *Wirbelschleppe 2* entwickelt und soll in die Verkehrskontrolle eingebunden werden. In Frankreich wurde das System SYAGE am Flughafen *Toulouse-Blagnac* erprobt.

2.5.2. Komponente II: Risikobewertung von Wirbelschleppen

Beim schrägen Einfliegen eines Flugzeug in einen Wirbel, eher typisch im Reiseflug, wirken starke Beschleunigungen auf die Flugzeugstruktur [121]. Beim Einfliegen von oben oder unten treten starke Nickmomente auf. Beim parallelen Einfliegen, eine typischen Situation während der Landung, erfährt es starke Rollmomente. Ein übliches Bewertungsmaß bei der Risikoabschätzung ist das Verhältnis des zur Kompensation notwendigen Ausschlags zum maximal möglichen Ausschlag der Querruder oder anderer Kontrollflächen, die *Roll Control Rate*.

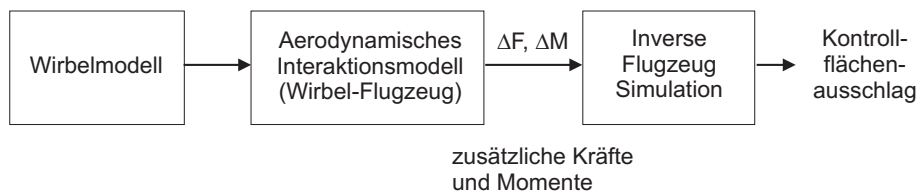


Abbildung 2.2.: Inverse Flugzeug-Simulation für die Risikoabschätzung beim Einfliegen in eine Wirbelschleppe

Die Berechnung der beim Einfliegen in eine Wirbelschleppe am Flugzeug wirkenden Momente erfolgt mittels eines aerodynamischen Interaktionsmodells von Wirbel und Flugzeug. Die Berechnung des notwendigen Querruderausschlags erfolgt mit einer inversen Flugzeug-Simulation, Bild 2.2.

Das Verfahren SHAPe (*Simplified Hazard Area Prediction*) [131], klassifiziert mittels der *Roll Control Rate* Räume hinter einem Flugzeug entsprechend ihres Gefährdungspotentials. Die Gebiete hinter dem Flugzeug mit einer *Roll Control Rate* unter 30% werden dabei als ungefährlich betrachtet.

Beim SHAPe-Verfahren wird von einem *idealen Piloten*, d.h. von einer idealen Flugzeugsteuerung, ausgegangen. Da das ideale Verhalten nicht erwartet werden kann, muss das Pilotenverhalten modelliert werden. Die Pilotenmodelle wurden in Studien zur Reaktion der Piloten bei einer Wirbelbegegnungen im Flugsimulator [93] und der Abweichung zwischen subjektivem Eindruck und objektiven Flugzeugdaten entwickelt. Die Toleranz der Piloten gegenüber Wirbelbegegnungen sinkt mit abnehmender Flughöhe.

Auf der Basis der Wirbelparameter und dem Wissen über das Piloten- und Flugzeugverhalten wurden Modelle zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit des Auftretens und der eventuellen Stärke eines Unfalls entwickelt werden. Über die Risikoabschätzung können sichere und möglicherweise verkürzte Separationsabstände abgeleitet. In einer gemeinsamen Studie von *FAA* und *Eurocontrol*, [43], wird ein Sicherheitsmodell für die Separation von Flugzeugen diskutiert.

2.5.3. Komponente III: Messung der Wirbelschleppe

Die dritte Komponente ist die Überwachung der tatsächlichen Wirbelschleppe. In Bild 2.1 werden Sensoren an zwei Positionen für den Landepfad und einer Position im Steigpfad vorgeschlagen. Das Messverfahren muss die Position und die Zirkulation der Wirbel bestimmen können. Die potentiellen Techniken wurden im Abschnitt 2.4 vorgestellt.

Für die Auswahl der optimalen Sensoren werden als Kriterien das Arbeitsgebiet, die Wetterbeständigkeit, die Störung anderer Systeme, die Anforderungen an den Nutzer, die Kosten und das Zukunftspotential vorgeschlagen [128]. Das Arbeitsgebiet bezieht sich z.B. auf die Reichweite eines Lasers und die Anzahl der erfassbaren Größen wie Windgeschwindigkeit oder Turbulenzgrad. Eine Störung eines anderen Systems kann durch elektromagnetische Felder auftreten. Bei den Anforderungen an den Nutzer ist die Zusatzbelastung für den Losten zu betrachten. Als Zukunftspotential werden mögliche Verbesserungen der Leistungsfähigkeit bewertet.

3. Beschreibung von Wirbelschleppen

In diesem Kapitel wird die Entstehung der Wirbelschleppe als Konsequenz des Auftriebs beschrieben und die Grundlagen deren Charakterisierung gegeben. Es werden die Mechanismen für die Entstehung, den Aufrollvorgang und den Zerfall der Wirbelschleppe erläutert.

3.1. Strömungsmechanische Grundlagen

Die kinematischen Größen zur Beschreibung von Wirbelströmungen sind die Wirbelstärke $\vec{\omega}$ als Vektorfeld und die Zirkulation als integrale Größe der Wirbelstärkeverteilung in einem Gebiet. Es sei angemerkt, dass die Strömung eines Wirbels mit festen Kern innerhalb des Kerns rotationsbehaftet, außerhalb aber rotationsfrei ist. Die Zirkulation ist damit unabhängig von der Größe des Integrationsgebietes, solange das gesamte rotationsbehaftete Gebiet eingeschlossen ist.

$$\vec{\omega} = \text{rot}(\vec{v}) \quad \Gamma = \oint \vec{v} d\vec{x} = \int \text{rot}(\vec{v}) dA = \int \vec{\omega} dA$$

In dreidimensionalen Strömungen bilden Wirbel Röhren, deren Eigenschaften in rotationserhaltenden Strömungen durch die Helmholtz'schen Wirbelsätze mit den Aussagen: i) Die Zirkulation entlang Wirbelröhre verändert sich bei einer Querschnittsänderung nicht. Bei einer Verjüngung muss somit die Wirbelstärke wachsen. ii) Ein Masseaustausch über den Mantel der Wirbelröhre erfolgt nicht. iii) Die Zirkulation einer Wirbelröhre verändert sich zeitlich nicht.

Eine Aussage über die Zirkulationserhaltung entlang einer materiellen Kurve in allgemeinen Strömungen wird durch den *Thomsonschen Satz*, Gl. (3.1), gegeben. Danach ist eine Strömung zirkulationserhaltend, wenn ihre substantielle Beschleunigung rotationsfrei ist. Die Einschränkung auf inkompressibel und reibungsfreie Strömungen führt zum *speziellen Thomsonschen Satz*, der besagt, dass eine solche Strömung in einem rotationsfreien äußeren Kraftfeld zirkulationserhaltend ist.

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint \frac{D\vec{v}}{Dt} d\vec{x} \quad (3.1)$$

3.1.1. Theorie unendlich langer Tragflügel

Der Magnus-Effekt (1852, G.V. Magnus) beschreibt die Entstehung einer Querkraft bei der Anströmung eines rotierenden Zylinders als Reaktion der Ablenkung des Fluides durch die Rotation, Bild 3.1 a). Die mathematische Formulierung dieses Effektes durch *Kutta* (1902) und *Joukowski* (1906) für einen unendlich langen Zylinder ist als *Kutta-Joukovskyscher Auftriebsatz* bekannt.

$$F = \rho b v_{\infty} \Gamma \quad (3.2)$$

Dabei ist F die Kraft senkrecht zur Anströmung oder Auftriebskraft pro Längeneinheit b des Zylinders, ρ die Dichte des Fluides, v_{∞} die Anströmgeschwindigkeit und Γ die Zirkulation des Zylinders¹. Die Kraft in Anströmrichtung verschwindet (*d'Alembertsches Paradoxon*). Der Satz gilt für stationäre, wirbelfreie, ebene Strömungen in inkompressiblen und reibungsfreien Fluiden. Der Formwiderstand, die Summe aus Druck- und Reibungswiderstandes, wird vernachlässigt. Eine solche Strömung lässt

¹ $\Gamma = 2\Omega$, wobei Ω die Kreisfrequenz des rotierenden Zylinder ist

sich mit der 2D-Potentialtheorie durch die Überlagerung einer Parallel-, einer Dipol- und einer Potentialwirbelströmung darstellen. Mittels verschiedener Transformationen können Zylinderumströmungen auf die Umströmung bestimmter Tragflügelprofile abgebildet werden. Der Auftrieb berechnet sich über die Zirkulation des Potentialwirbels. *Kutta* erkannte, dass sich an Tragflügeln die Zirkulation stets so einstellt, dass die Hinterkante des Profils nicht umströmt wird, da eine solche Umströmung in realen Strömungen zum Strömungsabriss führt. Die Strömungsgeschwindigkeit auf der Ober- und Unterseite hat an der Hinterkante den gleichen Betrag und Orientierung ($\underline{v}_o = \underline{v}_u$), Bild 3.1 c). Diese Erkenntnis wurde als *Kuttasche Abströmbedingung* bekannt.

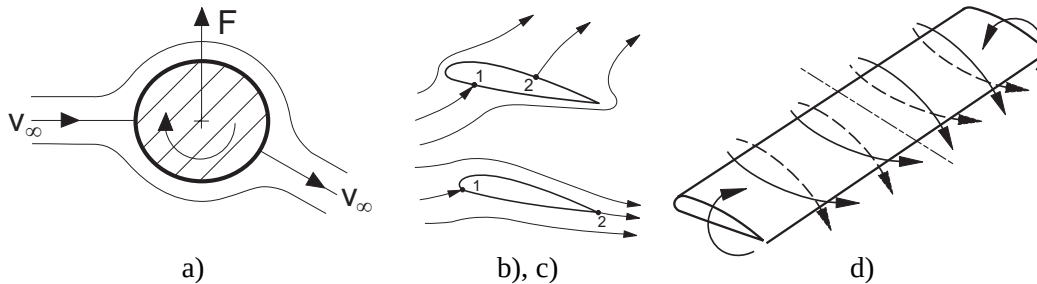


Abbildung 3.1.: a) Umströmung eines rotierenden Zylinders; b),c) Staupunkte eines Tragflügelprofils mit und mit nicht erfüllter *Kuttaschen Abströmbedingung*; d) Umströmung eines endlichen Tragflügels (Quelle: [37])

In einer reibungsbehafteten Strömung wird das Fluid an der Zylinderoberfläche durch die Rotation beschleunigt, wodurch die Parallelströmung an der Oberseite beschleunigt und an der Unterseite verzögert wird. Nach der *Bernoulli*-Gleichung resultiert aus der Geschwindigkeitsdifferenz eine Druckdifferenz und damit eine Auftriebskraft.

3.1.2. Theorie endlich langer Tragflügel

Die Strömung um einen endlich langen Tragflügel ist dreidimensional. An den Flügelenden führt der Druckunterschied zwischen der Flügelober- und Unterseite zu einer Wirbelströmung, dem Ursprung des Flügelspitzenwirbels. Diese Umströmung, Bild 3.1 c), transportiert Fluid von der Unter- zur Oberseite des Flügels, wodurch die Anströmung auf der Oberseite zur Mitte und auf der Unterseite zu den Enden des Flügels abgelenkt wird. An der Flügelhinterkante treffen die zwei Strömungen mit unterschiedlicher Orientierung in Spannweitenrichtung aufeinander, wodurch eine Wirbelschicht gebildet wird. Diese Wirbelschicht wird schnell instabil und rollt sich zusammen mit dem Flügelspitzenwirbel innerhalb weniger Spannweiten hinter dem Flügel zu zwei energiereichen, gegenläufig rotierenden Wirbeln auf, die als Wirbelschleppe eines Flugzeuges bezeichnet werden.

Der Auftrieb ist in der Flügelmitte am größten und fällt zu den Flügelenden ab. Die Berechnung eines endlich langen Flügels mit dem *Kutta-Joukowski'schen Auftriebsatz* erfordert eine entsprechende Zirkulationsverteilung über dem Flügel. *Lanchester* (1907) beschrieb als erster den Zusammenhang zwischen der Wirbelströmung hinter einem endlich langen Flügel und dem Auftrieb. *Prandtl* (1918) entwickelte die *Traglinientheorie*², in der die Zirkulationsverteilung durch die Überlagerung unendlich vieler Hufeisenwirbel mit infinitesimal kleiner Zirkulation nach Bild 3.2 a) modelliert wird. Die Überlagerung der Stirnseiten aller Hufeisen-Wirbel ergibt den *tragenden Wirbel* und der nach hinten

²Im Englisch-sprachigen Raum ist diese Theorie auch als *Prandtl-Lanchester-Lifting line theory* bekannt, da *Lanchester* die wesentlichen Ideen schon 1907 veröffentlichte. *Prandtl* ersetzte unabhängig von *Lanchester* den Flügel durch den tragenden Wirbel und ergänzte den Anfahrwirbel, wodurch ein geschlossenes Wirbelsystem entsteht und der 1. Helmholtzsche Wirbelsatz erfüllt wird.

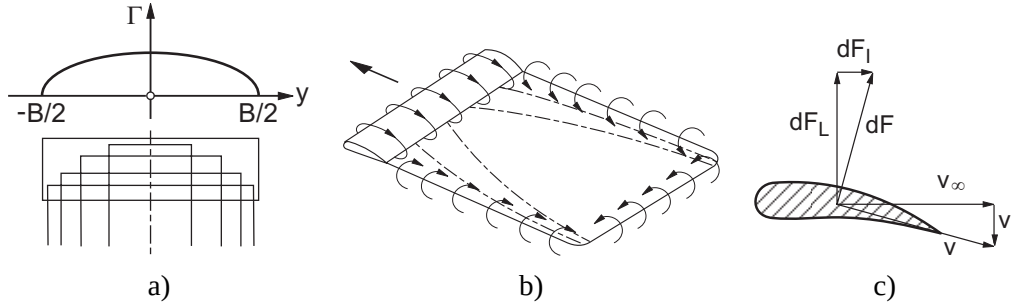


Abbildung 3.2.: a) Zirkulationsverteilung durch Überlagerung von Hufeisen-Wirbeln; b) geschlossenes Wirbelsystem; c) Kräfte am Flügel bei Anströmung (Quellen: [37],[129])

abgehenden Schenkel eine Wirbelschicht, die *freien Wirbel* oder die *Wirbelschleppe*. Geschlossen wird das Wirbelsystem durch den *Anfahrwirbel* an der Hinterseite. Beim Anfahren liegt der hintere Staupunkt zunächst auf der Flügeloberseite, wodurch die Strömung an der Hinterkante ablöst. Es stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem der Staupunkt zur Hinterkante wandert und so die Abströmbedingung erfüllt. Die dafür notwendige Zirkulation um den Flügel verursacht einen gegenläufig rotierenden Wirbel, den Anfahrwirbel, der am Startort verbleibt und durch Diffusion und Dissipation verschwindet. Durch den Anfahrwirbel wird die Forderung der Zirkulationserhaltung des *Thomsonschen Satzes* erfüllt, wenn das Integrationsgebiet diesen mit einschließt.

Der *tragenden Wirbel* ist eine Modellvorstellung, wogegen die *freien Wirbel* und der *Anfahrwirbel* real sind. Durch die *Traglinientheorie* kann die Berechnung dieser dreidimensionalen Strömung mittels der Methoden der Potentialtheorie erfolgen.

Die Wirbelschicht an der Flügelhinterkante wird ständig neu gebildet und schwimmt in der Strömung weg. Die dafür notwendige Energie wird der Strömung als Widerstand, dem *induzierten Widerstand*, entzogen. Das Bild 3.2 c) zeigt die Anströmung- v_∞ und eine Abwärtsgeschwindigkeit v_I , die durch das Wirbelsystem am Flügel induziert wird. Diese Geschwindigkeiten erzeugen nach dem *Kutta-Joukowskyschen Auftriebssatz* die Auftriebskraft F_L und den *induzierten Widerstand* F_I .

$$x: dF_L = \rho v_\infty \Gamma(y) dy \quad y: dF_I = \rho v_I(y) \Gamma(y) dy$$

Die Auftriebskraft F_L ergibt sich durch die Integration der Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ über die Spannweite B und ist gleich der Gewichtskraft des Flugzeuges $F_L = m g$ mit der Masse m . Dabei ist s ein Korrekturfaktor (*spanwise load factor*) und Γ_0 eine konstante Zirkulation (*root circulation*).

$$F_L = m g = \rho v_\infty s B \Gamma_0 \quad \text{mit:} \quad s = \frac{1}{B} \int_0^{B/2} \frac{\Gamma(y)}{\Gamma_0} dy \quad (3.3)$$

Der induzierte Widerstand erfordert die Integration über das Produkt der Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ und lokaler Abwärtsgeschwindigkeit $v_I(y)$. *Multhopp* (1923) zeigte, dass eine elliptische Zirkulationsverteilung $\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - (2y/B)^2}$ den induzierten Widerstand F_I minimiert und $s = \pi/4$ ist. Moderne Verkehrsflugzeuge weisen im Reiseflug eine nahezu elliptische Zirkulationsverteilung auf. Die Zirkulationsverteilung kann über den Flügelgrundriss, die geometrische und aerodynamische Verwindung beeinflusst werden.

Durch die Normierung der Kräfte auf den Staudruck $q = \rho v_\infty^2 / 2$ erhält man den Auftriebsbeiwert c_L und den induzierten Widerstandsbeiwert c_I der Gl.(3.4), wobei eine elliptische Zirkulationsverteilung angenommen wurde. $\Lambda = B^2/A$ ist die Flügelstreckung und A die Flügelfläche.

$$a) \quad \Gamma_0 = \frac{m g}{\rho s B v_\infty} = \frac{c_L B v_\infty}{2 s \Lambda} \quad b) \quad c_L = \frac{\pi \Gamma_0}{2 v_\infty B} \Lambda \quad c) \quad c_I = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\Gamma_0}{v_\infty B} \right)^2 \Lambda \quad (3.4)$$

Die Zirkulation Γ_0 am Flügel entspricht der der beiden Wirbel der Wirbelschleppe und der des Anfahrwirbels, da diese mit dem tragenden Wirbel ein geschlossenes System bilden und lässt sich mit den Parametern des Flugzeuges B, s, c_L ausdrücken, das mit der Geschwindigkeit v_∞ fliegt. Aus Gl.(3.4) a) wird deutlich, dass die Zirkulation und somit die Energie in den Wirbeln proportional zur Masse m des Flugzeuges und zu den reziproken Werten der Spannweite B und der Fluggeschwindigkeit v_∞ ist.

Durch gegenseitiges Einsetzen erhält man Funktion $c_L = \sqrt{\pi \Lambda c_L}$, über die üblicherweise im Polar-
diagramm die Auftriebseigenschaften von Flügelprofile mit dem Anstellwinkels α als Kurvenparameter dargestellt werden, da die Zirkulation Γ_0 eine Funktion des Anstellwinkels α ist.

3.2. Charakterisierung von Wirbelschleppen

Die Charakterisierung der Wirbelschleppen erfolgt mittels des Geschwindigkeitsprofils der Einzelwirbel, das durch die Zirkulation, den Wirbelkernradius und ein Wirbelmodell beschrieben wird, dem Wirbelabstand, den Trajektorien der Wirbel und dem Alter der Wirbelschleppen.

3.2.1. Wirbelmodelle

Nach dem Aufrollvorgang weisen beide Wirbel der Wirbelschleppe ein charakteristisches Geschwindigkeitsprofil auf, zu dessen Beschreibung verschiedene Wirbelmodelle entwickelt wurden [56]. Folgend sind die für diese Arbeit wichtigen Modelle aufgeführt.

$$\begin{aligned}
 \text{Potentialwirbel : } v_\theta(r) &= \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \\
 \text{Rankine : } v_\theta(r) &= \frac{\Gamma_0}{2\pi r_c} \frac{r}{r_c} \quad r \leq r_c \quad v_\theta(r) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \quad r > r_c \\
 \text{Lamb – Oseen : } v_\theta(r) &= \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[1 - \exp\left\{-1,2526\left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right\}\right] \\
 \text{Hallock – Burnham : } v_\theta(r) &= \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \frac{r^2}{r^2 + r_c^2}
 \end{aligned}$$

Im Bild 3.3 a) sind die Verläufe der Tangentialgeschwindigkeit v_θ einiger Wirbelmodelle dargestellt. Der Potentialwirbel weist im Wirbelzentrum eine unendliche große Geschwindigkeit auf und ist damit unphysikalisch. Beim Rankine-Wirbel wird die Geschwindigkeit durch die Einführung eines festen Wirbelkerns mit dem Radius r_c begrenzt. Außerhalb des Kerns entspricht das Geschwindigkeitsfeld weiterhin dem eines Potentialwirbels. Der Lamb-Oseen-Wirbel überblendet die Geschwindigkeitsprofile eines festen Kerns und seiner Außenströmung. Der Hallock-Burnham-Wirbel nutzt eine andere Überblendung und wurde aus Modellmessungen abgeleitet. Die Geschwindigkeit der Außenströmung fällt in allen Modellen mit r^{-1} ab.

3.2.2. Kernradius der Wirbel

Der Kernradius wird an der Position des Maximums der tangentialen Geschwindigkeit v_θ definiert. Der Radius wächst mit der Zeit $r_c \sim t^{0,5}$ durch viskose Diffusion an. Die Zeitabhängigkeit des Profils der tangentialen Geschwindigkeit eines *Lamb-Oseen-Wirbels* wird durch Gl.(3.5) a) gegeben. Der Kernradius, Gl.(3.5) b), wird durch die Ableitung des Profils bestimmt. Beim turbulenten Wirbel wird die molekulare Viskosität mit die Wirbelviskosität ϵ ergänzt.

$$\text{a) } v_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[1 - \exp\left\{\frac{-r^2}{4vt}\right\}\right] \quad \text{b) } r_c = 2,241\sqrt{vt} \quad \text{c) } v_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[1 - \exp\left\{\frac{-r^2}{4(v+\epsilon)t}\right\}\right] \quad (3.5)$$

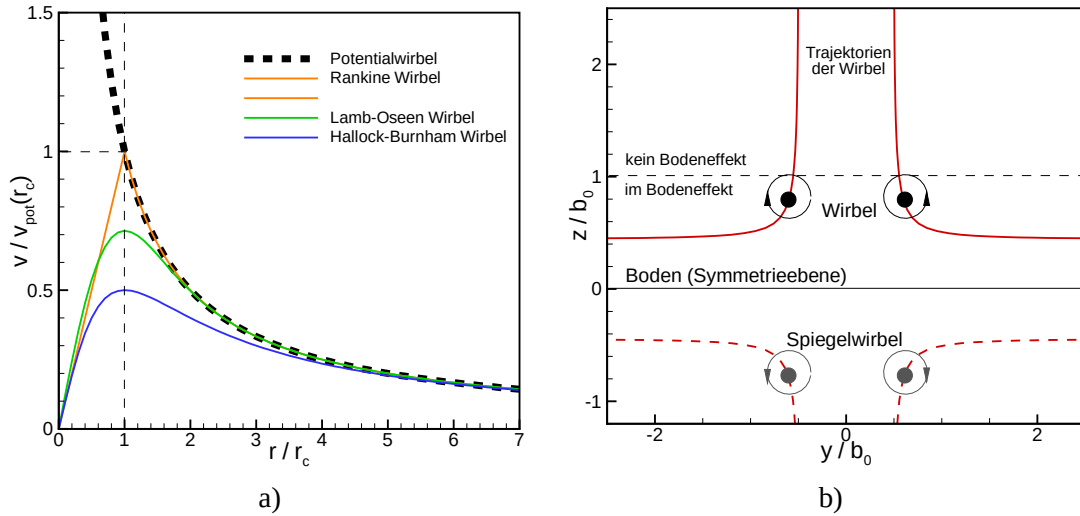


Abbildung 3.3.: a) Verlauf der tangentialen Geschwindigkeit v_θ für verschiedene Wirbelmodelle; b) theoretische Trajektorien der Wirbel einer Wirbelschleppe

Das Anwachsen der Kernradien wurde durch LES-Rechnungen bestätigt [55]. Die Auswertung von Daten von Überflugsmessungen [31] zeigten jedoch einen konstanten Kernradius.

Die Geschwindigkeitsprofile können in Überflugsmessungen nicht mit der hohen Genauigkeit von Laborexperimenten gemessen werden. Ungenauigkeiten ergeben sich durch die limitierte räumliche und zeitliche Auslösung und Rauschen bei LIDAR oder durch die unbekannte Lage der Schnittebene durch die Wirbel beim Einfliegen mit einem Messflugzeug. Eine Untersuchung basierend auf LIDAR-Messungen berichtet über spannenweitenbezogene Kernradien von $r_c = 0,08 B$ [84], wogegen in einer anderen $r_c = 0,01..0,02 B$ [31] ermittelt wurde. Die zweite Untersuchung nutzte die Ergebnisse verschiedener Flugversuche, bei denen die Geschwindigkeitsverteilungen durch das Einfliegen in die Wirbelschleppe, durch Windsensoren an einem Turm und mit LIDAR gemessen wurden. Die gefunden Kerngrößen waren viel kleiner als die bei numerischen Untersuchungen angesetzten Kernradius von $r_c = 0,05..0,12 B$.

Die Wirbel weisen für Flugzeuge in Reisekonfiguration (*Clean*) die kleinsten Wirbelkerne und damit große tangentialen Geschwindigkeiten auf. Ausgefahrenen Klappen oder Fahrgestelle verursachen eine erhöhte Dispersion der Wirbelstärke und somit größere Wirbelkerne [120].

Der Kernradius bestimmt bei einer gegebenen Zirkulation die Rotationsfrequenz der Kerne. Es wird eine Abhängigkeit der spektralen Eigenschaften der Schallemission der Wirbelschleppe von der Rotationsfrequenz erwartet.

3.2.3. Zirkulation der Wirbelschleppe

Für die Bestimmung der Zirkulation aus LIDAR-Daten von Überflugsmessungen wurden zwei Methoden vorgeschlagen. Die erste Methode mittelt die Zirkulation für verschiedene Radien nach Gl.(3.6) a), wogegen die zweite die Zirkulation aus der Sinkgeschwindigkeit v_z des Wirbelpaars nach Gl.(3.6) b) ermittelt. Als Radienbereich für die Mittlung nach der ersten Methode wird allgemein $r = 5\text{m} .. 15\text{m}$ verwendet. Die Profile der tangentialen Geschwindigkeit v_θ der Wirbelmodelle in Bild 3.3 a) sind für $r > 5 r_c$ identisch.

$$a) \Gamma_{r_i-r_u} = \frac{1}{n_r} \sum_{r=r_i}^{r_u} \Gamma(r) \quad \text{mit :} \quad \Gamma(r) = 2\pi r v_\theta(r) \quad b) \Gamma_d = \pi v_z b_0 / 2 \quad (3.6)$$

Die Genauigkeit der Zirkulationsbestimmung nach der ersten Methode in Überflugmessungen wird mit $\Delta\Gamma_0 = \pm 10 m^2/s$ abgeschätzt [54]. Bei der Bestimmung der Zirkulation aus Modellmessung wurde auf die Abhängigkeit des verwendeten Wirbelmodells hingewiesen.

Können die Wirbel mittels der Mikrofon-Array-Technik verfolgt und die Trajektorien bestimmt werden, wäre die Zirkulation mittels der zweiten Methode ermittelbar.

Die Zirkulationsabnahme wird durch Gl.(3.7) beschrieben, die nach [66] eine analytische Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen für eine instationäre, ebene Wirbelströmung darstellt. Die Zirkulationsabnahme wird danach durch die kinematische Viskosität bestimmt.

$$\frac{\Gamma(r,t)}{\Gamma_0} = 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{4\nu t}\right) \quad (3.7)$$

Um den Effekt weiterer für die Zirkulationsabnahme verantwortlicher Mechanismen in der Wirbelschleppe erfassen zu können, wird die kinematische Viskosität ν durch eine effektive Viskosität $\check{\nu}$ ersetzt, die aus Messungen bestimmt werden kann [66]. Die im Kapitel 3.5 diskutierten Mechanismen beruhen auf dem Impulsaustausch zwischen den beiden Wirbeln der Wirbelschleppe.

3.2.4. Abstand der Wirbel

Die Koordinaten des Schwerpunkts (y_c, z_c) der Wirbelstärkeverteilung über die halbe Spannweite wird als Zentrum des Aufrollvorgangs für einen Wirbel der Wirbelschleppe verstanden und nach Gl.(3.8) berechnet. Der initiale Wirbelabstand b_0 entspricht $b_0 = 2 y_c = s B$, wobei s ein Korrektur-Faktor ist.

$$y_c = \frac{1}{\Gamma_0} \int_0^{B/2} y \omega_x dy dz \quad z_c = \frac{1}{\Gamma_0} \int_0^{B/2} y \omega_x dy dz \quad (3.8)$$

Die Bestimmung des initialen Wirbelabstandes b_0 in Überflugmessung mit LIDAR [31] zeigte, dass auch während des Landeanfluges mit voll ausgefahrenen Klappen und Vorflügeln $s = \pi/4$ erreicht wird, was einer elliptischen Verteilung entspricht.

3.2.5. Trajektorien der Wirbel

Da sich die Wirbel im Geschwindigkeitsfeld des jeweils anderen Wirbels befinden, erfahren sie eine Abwärtsgeschwindigkeit v_z . Durch die Wirkung des festen Bodens, die durch Spiegelwirbel beschrieben wird, bewegen sich die Wirbel in Bodennähe auseinander. Die Trajektorien von zwei Wirbeln und dessen Spiegelwirbeln sind im Bild 3.3 b) dargestellt. Die Sinkgeschwindigkeit ist unabhängig vom Wirbelmodell, da alle das gleiche Geschwindigkeitsprofil r^{-1} in der Außenströmung aufweisen.

In Messungen wird oft eine von den theoretischen Erwartungen abweichende Trajektorie der Einzelwirbel gefunden, wofür verschiedene Ursachen verantwortlich sein können.

Kollabiert ein Wirbel frühzeitig, erfährt der andere keine Abwärtsgeschwindigkeit und verbleibt möglicherweise in Flughöhe. Der Einzelwirbel kann lange Zeit überleben, bevor er ebenfalls durch Instabilitätsmechanismus kollabiert. Das Bild 3.4 zeigt das Kollabieren eines Wirbels durch Instabilitätseffekte oder der Interaktion mit der atmosphärischen Turbulenz und den verbleibenden Einzelwirbel durch eine Sichtbarmachung. Verbleiben diese Einzelwirbel im Lande- bzw. Startkorridor, stellen sie eine Gefahr für nachfolgende Flugzeuge dar.

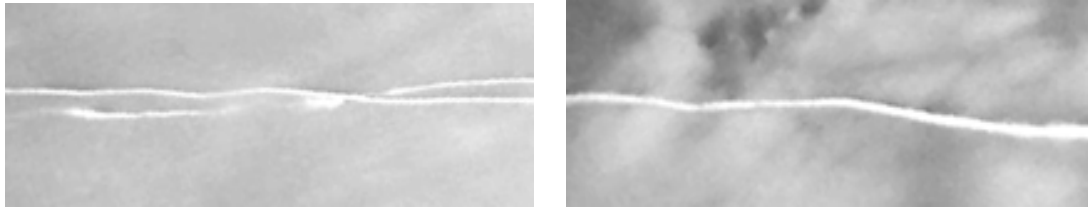


Abbildung 3.4.: Kollabieren eines Wirbels nach *Linking* a) und verbleibender Einzelwirbel b) (Quelle:[105])

Die Wirbel einer Wirbelschleppe können durch eine Scherschicht (Windprofil) mit atmosphärischer Turbulenz gedreht und separiert werden [69]. Der Wirbel mit zur Scherschicht gegensinniger Wirbelstärke zeigte dabei eine stärkere Tendenz zum Wiederaufsteigen. Derartige Effekte wurden für laminare Scherschichten mit konstanter Scherung nicht beobachtet.

Auch der Bodeneffekt kann zum Wiederaufsteigen der Wirbel führen. Das Bild 3.5 zeigt einen Wirbel in Bodennähe, der eine Geschwindigkeit induziert und einen Sekundärwirbel entstehen lässt. Der gegenläufig rotierende Wirbel steigt mit dem originalen Wirbel durch gegenseitige Induktion auf.

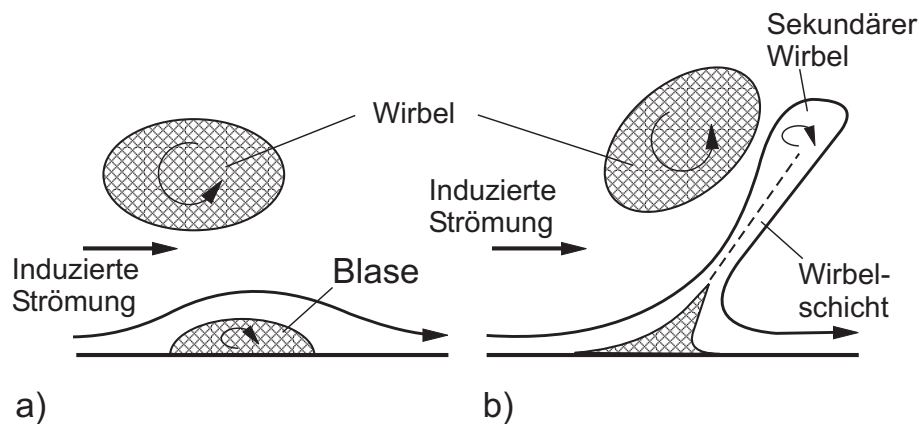


Abbildung 3.5.: Aufsteigen eines Wirbels der Wirbelschleppe als Folge der Interaktion mit dem Boden (Quelle:[40])

Eine Studie des Verhaltens in der Umgebung des Terminals [113] zeigte, dass der Boden die Sinkgeschwindigkeit und die Trajektorie bis zu einer Höhe von $3 h_0$ beeinflussen kann. Eine Bedeutung auf die Zirkulationsabnahme tritt erst bei $0,6 h_0$ auf. In anderen Arbeiten wurde gezeigt, dass Wirbel mit nahezu unverminderter Stärke durch ungünstige Topologien und Seitenwind bis zur Überflughöhe wieder aufsteigen und dort eine Gefahr für nachfolgende Flugzeuge darstellen können.

3.2.6. Alter der Wirbelschleppe

Die Zeit nach dem Überflug wird als Alter der Wirbelschleppe bezeichnet und häufig über den horizontalen Abstand $x = v\Delta t$ des Flugzeuges zum Messpunkt angegeben. Als Bezugsgrößen werden die Spannweite B , die Referenzzeit t_0 und die Referenzgeschwindigkeit w_0 eingeführt. Damit lassen sich die dimensionslos Entfernung x^* , Zeit t^* und Fluggeschwindigkeit v^* definieren. Die Referenzzeit t_0 ist die Zeit, in welcher die Wirbelschleppe um ihren initialen Wirbelabstand h_0 absinkt.

$$x^* = x/B \quad t^* = t/t_0 = x^* \frac{c_L}{4\pi s^3 \Lambda} \quad \text{mit :} \quad t_0 = 2\pi \frac{b_0^2}{\Gamma} \quad v^* = v/w_0 \quad \text{mit :} \quad w_0 = b_0/t_0 \quad (3.9)$$

In seltenen Fällen wird die Referenzzeit auf den Durchmesser des Wirbelkerns $2r_c$ und die maximale tangentielle Geschwindigkeit $v_{\theta\max} = v_{\theta}(r_c)$, $t_0 = 2r_c/v_{\theta\max}$, bezogen [69].

Durch die Altersangabe über die dimensionslose Entfernung x^* lassen sich Wirbelschleppen verschiedener Flugzeuggrößen und Modelle vergleichen. Dabei muss der Faktor $s\Lambda/q$ konstant gehalten werden. Durch die Altersangabe über die dimensionslose Zeit t^* lassen sich auch Messungen mit verschiedenen Faktoren $s\Lambda/c_L$ direkt vergleichen [56].

3.2.7. Rollmoment

Beim Einfliegen eines Flugzeuges in eine Wirbelschleppe erfährt es ein Rollmoment L . Die Berechnung des Rollmoments erfolgt mit einem aerodynamischen Interaktionsmodell von Wirbel und Flugzeug. Das Bild 3.6 zeigt die Abhängigkeit des Rollmomentenbeiwerts c_R vom Kernradius für das Verhältnis $B_g/B_f = 1$ und $B_g/B_f = 2$, wobei B_g die Spannweite des vorausfliegenden g und B_f die des folgenden Flugzeuges f ist. Der Beiwert ist das Rollmoment normiert auf die Flügelfläche A , die Spannweite B und den Staudruck $q = \rho v_{\infty}^2/2$.

$$c_R = \frac{L}{qA_f B_f} \quad (3.10)$$

Es wird deutlich, dass das Rollmoment mit sinkendem Kernradius wächst, wobei der Effekt mit dem Größenunterschied der Flugzeuge ansteigt. Begründet ist das durch die steigende tangentielle Geschwindigkeit bei sinkendem Kernradius [40]. Der Kernradius ist somit eine wichtige Größe zur Risikoabschätzung. Deren Bestimmung aus der Schallemission der Wirbelschleppe wäre von großer Bedeutung, zumal LIDAR aufgrund der limitierten räumlichen Auflösung die Kerngröße nicht exakt bestimmen kann.

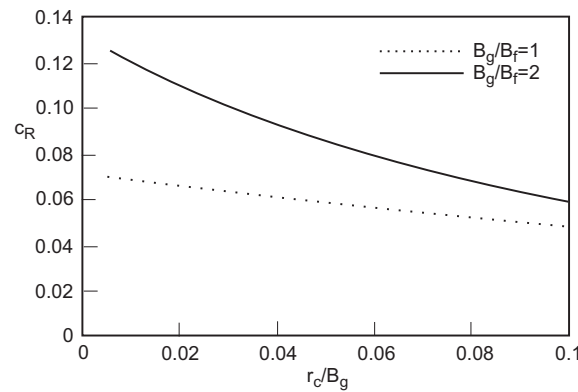


Abbildung 3.6.: Abhängigkeit des Rollmomentenbeiwerts c_R vom Kernradius der Wirbel für ein Flugzeug B747-400 als Wirbel-generierendes Flugzeug ($A_f = 8, \Lambda_f = 0,3$) (Quelle: [40])

3.3. Lebenszyklus einer Wirbelschleppe

Zur Beschreibung der Wirbelschleppe wird das Strömungsfeld hinter dem Flugzeug entsprechend den verschiedenen Lebensphasen in vier Gebiete unterteilt, die folgend kurz erläutert werden. Die Zuordnung der Gebiete erfolgt mittels der dimensionslosen Entfernung $x^* = x/B$ hinter dem Flugzeug. l ist die Sehnenlänge des Flügels.

Nahfeld ($-x/l < x^* < x/l$): Im Nahfeld wird die Wirbelschicht an der Flügelhinterkante mit konzentrierten Wirbeln an den Diskontinuitäten des Flügels gebildet. Die ablösende Flügelgrenzschicht und der Triebwerksstrahl liefern Turbulenz.

Erweiterte Nahfeld ($x^* < 10$): Innerhalb des erweiterten Nahfeldes verschmelzen die gleichsinnig rotierenden konzentrierten Wirbel, rollt sich die gesamte Wirbelschicht auf und bilden zwei energiereiche und gegensinnig rotierende Wirbel, die als Wirbelschleppe bezeichnet werden. Werden bei dem Aufrollvorgang nicht alle Wirbel gebunden, können Multi-Wirbelsystem entstehende.

Fernfeld ($10 < x^* < 100$): Im Fernfeld sinkt die stabile Wirbelschleppe ab. Die Zirkulation nimmt durch Diffusion nur langsam ab. Die Instabilitätsmoden der Wirbelschleppe werden durch die atmosphärische Turbulenz oder andere Störungen angeregt und wachsen.

Erweiterte Feldfeld ($100 < x^*$): Die Wirbelschleppe zerfällt durch Instabilitätsmechanismen in feinskalige Turbulenz, die für folgende Flugzeuge keine Gefahr mehr darstellt.

3.4. Der Aufrollvorgang im erweiterten Nahfeld

Die Entstehung der Wirbelschicht an der Flügelhinterkante mit konzentrierten Wirbeln an den Diskontinuitäten des Flügels wurde intensiv in Windkanal-, Schleppkanal und Katapultversuchen untersucht. In den konzentrierten Wirbeln steckt der Hauptanteil der Rotationsenergie. Die bedeutendsten Wirbel entstehen an der Flügelspitzen (FSW), der äußeren (HAW) und inneren (HIW) Seitenkante der Hinterklappen, der äußeren Kante des Querruders (QAW), Höhenleitwerk (HLW), an der Rumpf-Flügel-Verbindung (RFW) und der äußeren und inneren Seite der Triebwerksgondel. Die Position der Wirbel und deren Rotationssinn sind im Bild 3.7 dargestellt. Im Laufe des Aufrollvorgangs verschmelzen der FSW und der HAW und die kleinen Wirbel mit gleichem Rotationssinn und bilden einen der Hauptwirbel der Wirbelschleppe. Die Wirbel mit gegensinniger Rotation verschmelzen teilweise ebenfalls und werden aus dem Zentrum des Aufrollvorgangs transportiert. Experimentelle Untersuchungen zeigen [4], dass der HAW neben dem FSW die größte Zirkulation ausweist und zumeist das Zentrum des Aufrollvorgangs der diskreten Wirbel repräsentiert. Dieser Aufrollvorgang ist ein hoch dynamischer Vorgang bei dem Turbulenz entsteht und Energie dissipiert. Bei der Verschmelzung verschiedener diskreter Wirbel resultiert zumeist ein Wirbel mit größerem Wirbelkern, wodurch die maximal auftretende Wirbelstärke reduziert wird.

Der Triebwerksstrahl wird beim Aufrollen um die Hauptwirbel gewickelt. Zusätzliche turbulente Energie wird von der Flügelgrenzschicht geliefert. 3D-LES-Rechnungen des Aufrollvorgangs zeigten das gleiche Verhalten wie in 2D-Simulationen [67], woraus geschlossen wurde, dass die Turbulenz eine geringe Bedeutung für den Aufrollvorgang hat. Der Aufrollvorgang wird deshalb oft mit einfachen 2D-Euler-Codes berechnet [24] [23].

In Versuchen zur Wirbeldynamik wurden das Verschmelzen (*merging*) und die Interaktion von gleich- und gegensinnig rotierender diskreter Wirbel [14] [4] sowie das *Mäandern* von Wirbelkernen untersucht [74]. Das Meandern beschreibt eine selbst-induzierte Bewegung von Wirbelkernen mit einer Auslenkung kleiner als der Kernradius [117], dass bisher nur in Laborexperimenten beobachtet und als breitbandige Turbulenz wahrgenommen [4] wurde.

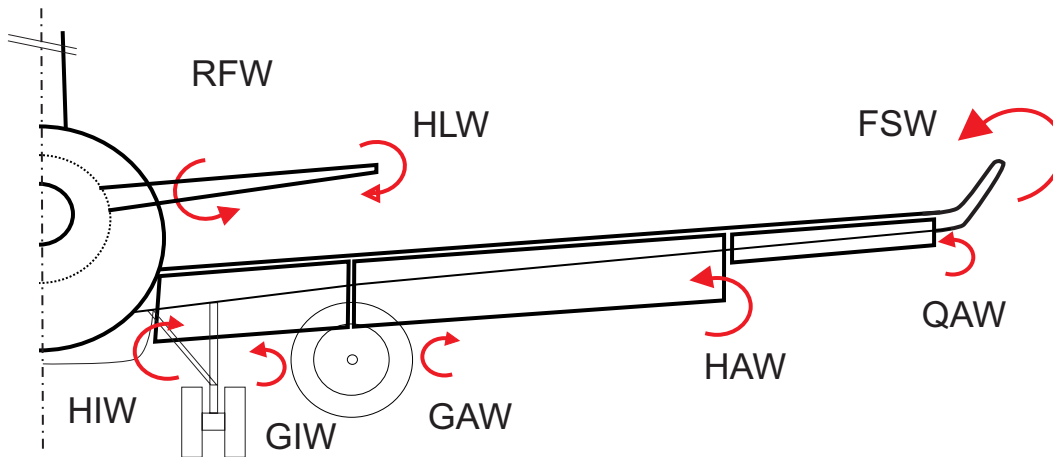


Abbildung 3.7.: Ansicht eines Tragflügel von hinten mit ausgefahrenen Hochauftriebshilfen: Die typische Positionen der Entstehung von diskreten Wirbeln an der Hinterkante sind als rote Pfeile gekennzeichnet.

3.5. Zerfall der Wirbelschleppe im Fernfeld

Die zeitliche Entwicklung der Zirkulation lässt sich nach Holzäpfel [66] in zwei Phasen beschreiben. Während der ersten Phase, der *diffusion phase*, klingt die Zirkulation Γ_{5-15} sehr langsam durch Diffusion ab. Die Zirkulation ist dabei ein Maß für die Wirbelstärke in einem beschränkten Gebiet $r/r_c = 5 \dots 15$. In der zweiten Phase, der *rapid decay phase*, zerfällt die Wirbelschleppe sehr schnell durch angefachte Instabilitätsmoden in kleinskalige und ungefährliche Turbulenz, wodurch auch die Zirkulation Γ_{5-15} schnell abfällt.

Die Mechanismen des Zerfalls von Wirbelschleppen und die Bedeutung der atmosphärischen Bedingung oder des Triebwerkstrahl können in Überflugmessungen nur unzureichend messtechnisch bestimmt werden. Zum Verständnis dieser Vorgänge konnte mit LES-Rechnungen ein wesentlicher Beitrag geleistet werden.

3.5.1. Mechanismen des Zerfalls

Als Hauptmechanismus für das Abklingen der Zirkulation während der *diffusion phase* wird die Bildung von sekundären Wirbelstrukturen (SVS) und deren Interaktion mit den Hauptwirbeln, den primären Wirbelstrukturen (PVS), angenommen.

Das Bild 3.8 a) zeigt die Deformation eines Turbulenzballen in der Größenordnung des Wirbelkerns in der Scherschicht eines Wirbels. Der Ballen wird gesteckt, wodurch Streifen entstehen, die azimuthal um den Wirbelkern angeordnet sind.

Nach Rossow [120] geht der Turbulenzballen dadurch in kleinskaligere Turbulenz über und kann somit keinen effizienten Impulstransport realisieren. Der Zerfall von isolierten Wirbeln wird danach eher durch die viskose Spannung als durch turbulenten Impulstransport bestimmt.

Nach Holzäpfel et. al. [69] stellen die entstehenden Streifen sekundäre Wirbelstrukturen dar, die miteinander und mit den primären Wirbelstrukturen interagieren und der Zerfall der Hauptwirbel durch turbulente Dissipation und Dispersion dominiert wird. Diese zweite Interpretation wird durch LES-Rechnung bestätigt. Das Bild 3.8 b) skizziert die in Rechnungen gefunden azimuthalen Wirbelstrukturen, die für isolierte Wirbel und das Wirbelpaar einer Wirbelschleppe gefunden wurden.

Bei Wirbelpaaren wurden zusätzliche vertikale sekundäre Wirbelstrukturen identifiziert, deren Erzeugung im Bild 3.8 c) verdeutlicht wird. Am oberen Staupunkt wird das Fluid horizontal gestaucht

und vertikal durch den vertikalen Gradienten der Geschwindigkeit $\partial w/\partial z$ gestreckt. Am unteren Stau-punkt wird das Fluid vertikal gestaucht und durch den horizontalen Gradienten der Geschwindigkeit $\partial u/\partial x$ gestreckt. Die resultierenden Wirbelstrukturen im äußeren Strömungsfeld nehmen an der Inter-aktion mit den Hauptwirbeln teil.

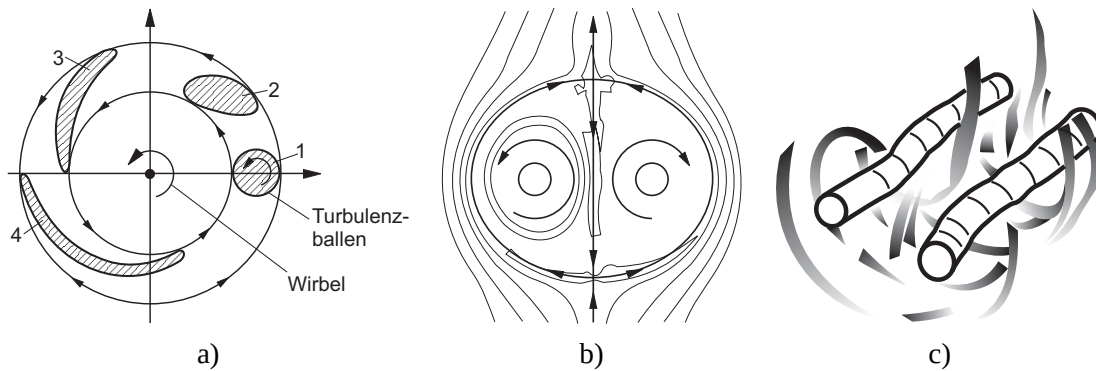


Abbildung 3.8.: Erzeugung von sekundären Wirbelstrukturen a) in der Außenströmung eines Wirbelkern und b) in der Symmetrieebene zwischen den Wirbeln; c) Verteilung von azimuthalen und vertikalen sekundären Wirbelstrukturen um die Hauptwirbel (Quelle: [69])

Die sekundären Wirbelstrukturen übertreten dabei auch die Symmetrielinie zwischen den Wirbeln, wodurch ein Impulsaustausch realisiert wird, der zum Abklingen der Zirkulation führt. Indizien für diesen Masseaustausch über die Symmetrielinie wurde bei Überflugmessungen mit LIDAR gefunden. Dabei wurde ein Wirbel mittels eines Rauchgenerators auf einer Tragfläche sichtbar gemacht. Nach kurzer Zeit konnte der Rauch im anderen Wirbel durch eine erhöhte Reflektionsrate im LIDAR-Signal detektiert werden.

Die vertikalen und azimuthalen Wirbelstrukturen, sogar Wirbelringe, kollidieren miteinander und interagieren mit den Hauptwirbeln, was offensichtlich auch Schall erzeugt. Sind diese Mechanismen für die Schallerzeugung verantwortlich, kann vermutet werden, dass die Schallerzeugung eine verlässliche Größe zur Beschreibung der Dynamik dieser sekundären Wirbelstrukturen ist.

3.5.2. Bedeutung der Instabilitätsmechanismen

Die Instabilitätsmechanismen können eine Wirbelschlepe sehr schnell zerfallen lassen. Die entscheidenden Größen sind die erreichbaren Störungsamplituden und Wachstumsraten. Die Störungsamplituden müssen in der Größenordnung der Spannweite liegen, um eine Mischung zu ermöglichen. Instabilitätsmoden mit maximalen Amplituden in der Größe der Wirbelkerne erlaubt zumeist keine Reduktion des Rollmoments, sondern nur eine erhöhte Dispersion in Kernnähe. Ein schnelles Anwachsen der Störung ist erforderlich, um eine schnelle Reduktion des Rollmoments und somit eine Verkürzung der Separationsabstände zu ermöglichen.

In einem 2-Wirbel System kann die Crow-Instabilität [28] (1970), eine langwellige Instabilität, entstehen, die zur Verformung der Wirbelachsen, zum Berühren der Wirbelachsen und anschließenden Bildung von Wirbelringen und dem Zerfall des Systems führt. Das Bild 3.9 zeigt zwei Beispiele für eine Crow-Instabilität.

Die Anregung der Instabilitätsmoden kann mit den Steuerflächen des Flugzeuges erfolgen. In Überflugmessungen konnte die Crow-Instabilität durch geeignete Klappenstellungen angeregt werden. Jedoch zeigte sich, dass die Anregung nach dem Ausfahren des Fahrwerks nicht mehr möglich

war [120]. Es wurde vermutet, dass das Fahrwerk zu einer erhöhten Dispersion der Wirbelstärke und somit zu größeren Kernradien und kleineren tangentialen Geschwindigkeiten führte.

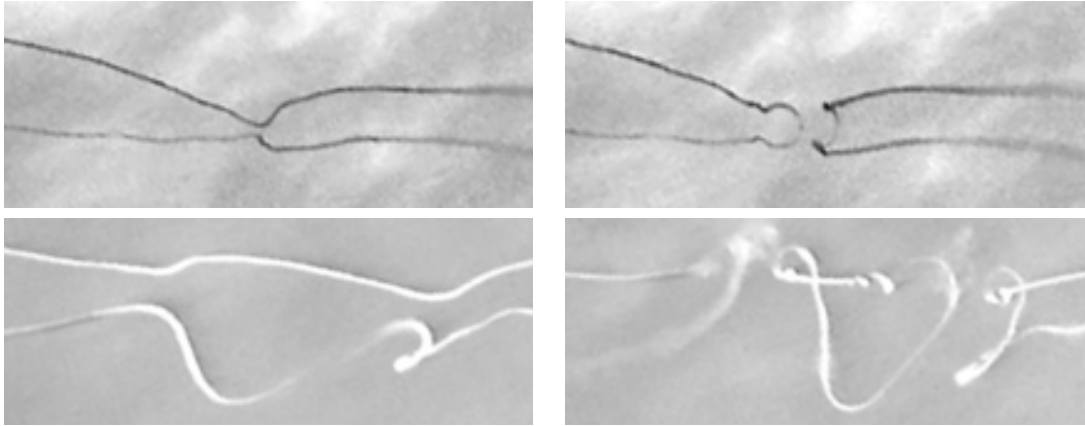


Abbildung 3.9.: Berührung und Zerfall des Wirbelpaares durch die Crow-Instabilität zu verschiedenen Zeitpunkten für zwei Überflüge (Quelle: [105])

Für ein 4-Wirbel-System, zwei Paaren von co-rotierenden Wirbeln, fand *Crouch* [26] (1996) zusätzlich kurzzeitige Instabilitäten, die zu einer höheren Wachstumsrate der Störung führen.

Das *Donaldson-Bilanin*-Diagramm, Bild 3.10 a), beschreibt das Verhalten von 4-Wirbel-Systemen, das im Bild 3.10 b) skizziert ist. Die Punkte I bis IV bezeichnen Gebiete mit verschiedenem Verhalten der Wirbel. Im Gebiet I und III interagieren die benachbarten Wirbel stark, wobei sie im Gebiet I absinken und in III die Höhe halten. Im Gebiet II und IV interagieren die Wirbel schwach und divergieren, wobei beide Wirbel im Gebiet II absinken und der innere im Gebiet IV aufsteigt.

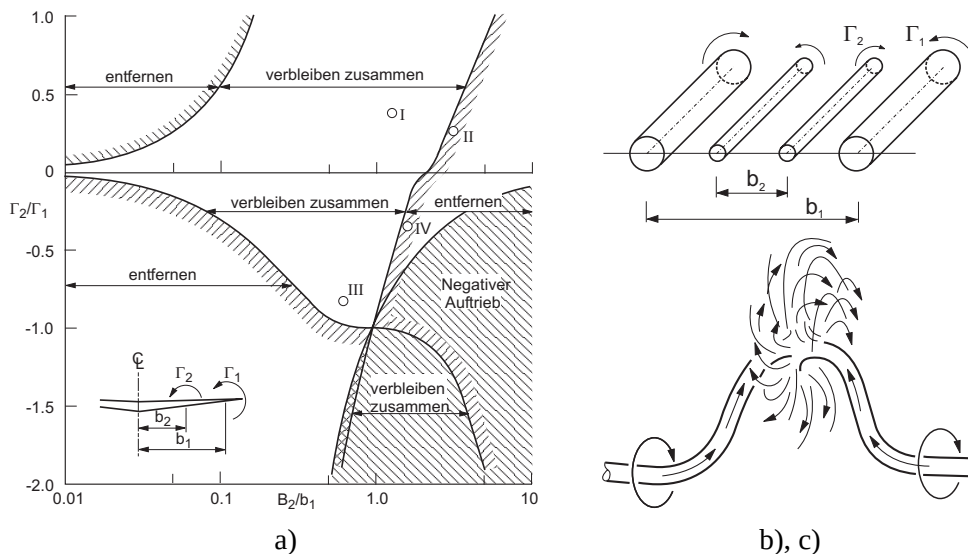


Abbildung 3.10.: a) Klassifizierung von 4-Wirbel-Systemen mit dem *Donaldson-Bilanin*-Diagramm; b) 4-Wirbel-System; c) Aufplatzen eines Wirbels nach starker Deformierung

Die Eigenschaften eines 4-Wirbel-Systems mit zwei Paaren gegenläufig rotierender Wirbeln wurde von *Rennich, Lele* [115] und *Fabre, Jacquin* [44] [45] [75] untersucht. Das System könnte durch die Wirbel der Flügelspitzen (1) oder der Hinterklappen (1) und des Höhenleitwerks (2) oder des Rumpf-

Flügel-Übergang (2) erzeugt werden können. Gleiche Vorzeichen (1), (2) markieren den gleichen Rotationssinn. Es wurde festgestellt, dass ein System mit zwei Paaren gegenläufig rotierender Wirbel höhere Wachstumsraten als ein System mit zwei Paaren gleichsinnig rotierender Wirbel aufweist. Die beiden kleineren Wirbel verstärken dabei auch die Anfachung der Crow-Instabilität.

Experimentell wurden 4-Wirbel-Systeme an Flugzeugmodellen mit verschiedenen Klappenstellungen im Wassertank untersucht [63], [107]. Ein System zur Erzeugung eines 4-Wirbel-Systems und Anregung für ein Flugzeug wurde von *Crouch & Spalart* [27] vorgestellt.

3.5.3. Bedeutung des Aufplatzens

Verschiedene Instabilitätsmechanismen einzelner Wirbel wurden durch *Rossow* [120] zusammengefasst. Das Aufplatzen von Wirbeln, deutlich hörbar als peitschendes Geräusch, wird auf einen axialen Druckgradienten entlang der Wirbelachsen zurückgeführt. Die damit verbundene Zerstörung der Wirbel scheint aber auf ein kleines Gebiet in Achsennähe unter Erhaltung der Drehmoments beschränkt zu sein, da keine Abnahme des Rollmoments auf folgende Flugzeuge beobachtet wurde. Die Bilder 3.11 zeigen diesen Vorgang in einer Überflugmessungen mit einer Sichtbarmachung mit einem Rauchgenerator.

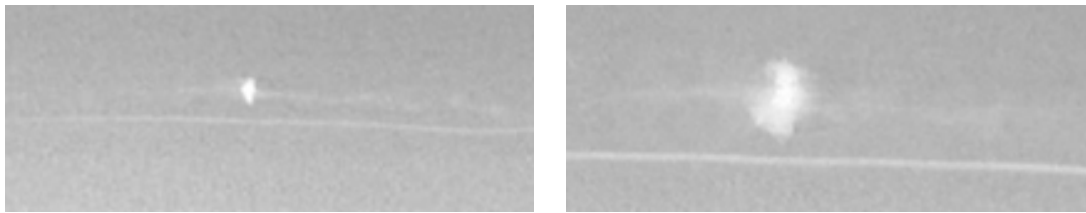


Abbildung 3.11.: Aufplatzen eines Wirbels zu verschiedenen Zeitpunkten (Quelle: [105])

Das Aufplatzen der Wirbel bei einer starken Deformierung der Wirbelachsen nach Bild 3.8 betrifft vermutlich nur eine äußere Kernregion, die einen starken inneren Kern hinterlässt und somit eine Reduzierung des Rollmoments bedeutet. Dabei strömt das Fluid im Kern zur Position des Defektes und tritt dort aus. Durch die Außenströmung wird das austretende Fluid gedreht.

3.5.4. Bedeutung der Turbulenz vom Triebwerksstrahl und Flügelgrenzschicht

Die Turbulenz der Flügelgrenzschicht und des Triebwerksstrahls hat Strukturgrößen in der Ordnung des Kernradius. In einer ruhigen Atmosphäre wird diese Turbulenz als wichtigste Ursache für die Anregung von kurzwelligen Instabilitätsmoden der Wirbelschlepe angesehen.

Für die Beschreibung der Interaktion des Triebwerksstrahls mit der Wirbelschlepe wird das *jet regime* und das *deflection regime* unterschieden [55]. Im ersten Regime, $x^* = 0,5 \dots 1$, entwickelt sich der Strahl ohne Beeinflussung durch die Wirbel. Im zweiten Regime, $x^* = 1 \dots 10$, wird der Abgasstrahl vollständig um die Wirbel aufgewickelt. In einer LES-Rechnung für eine B747 fiel die durch den Strahl verursachte axiale Geschwindigkeit schnell ab und verschwand nach $x^* = 80$.

Die Intensität der eingerollten Turbulenz zeigt ein Maximum am Kernradius. Bei Visualisierungen mit Rauch in Überflugmessungen wurde stets beobachtet, dass der Rauch bis zum Zerfall durch Instabilitätsmechanismen an die Wirbelkerne gebunden ist und auch in turbulenter Atmosphäre nicht verteilt wird.

3.5.5. Bedeutung der Turbulenz der Atmosphäre

Die atmosphärische Turbulenz hat Strukturgrößen in der Ordnung der Spannweite und wird als anisotrope Turbulenz modelliert. LES-Rechnungen zeigen, dass schon eine geringe atmosphärische Turbulenz die Wirbel leicht axial deformiert, wodurch der Wirbelabstand und die gegenseitig induzierten Geschwindigkeiten variieren und somit langwellige Instabilitätsmoden angeregt werden [55]. Die Interaktion der Wirbel mit der atmosphärischen Turbulenz verursacht zusätzlich eine verstärkte Dispersion von Wirbelstärke. Die atmosphärische Turbulenz wurde als wichtigste Größe beim Zerfall von Wirbelschleppen identifiziert [69].

3.6. Transport und Zerfallsmodelle

Um Vorhersagen über das Verhalten von Wirbelschleppen zu ermöglichen, wurde eine Reihe von Modellen entwickelt, die die Abnahme der Zirkulation, den Transport durch Seitenwind und den Zeitpunkt des Zerfalls der Wirbelschleppe durch Instabilitätsphänomene beschreiben. Entscheidend für den Zerfall ist die Turbulenz der Atmosphäre.

Die üblichen Größen zur Beschreibung der Atmosphäre sind die Brunt-Väisälä Frequenz N , die Windscherung S , die Richardson-Zahl Ri , die turbulente Dissipationsrate (*Eddy Dissipation Rate, EDR*) ϵ und die turbulente kinetische Energie (TKE) q und deren dimensionslosen Größen N^* , S^* und ϵ^* .

Die Brunt-Väisälä Frequenz ist ein Maß für die vertikale Stabilität der atmosphärischen Schichtung. Die Richardson-Zahl [1] ist ein Maß für die Stabilität in Scherströmungen. Die turbulente Dissipationsrate und die turbulente kinetische Energie beschreiben die atmosphärische Turbulenz als Anregung des Wirbelsystems. Die turbulente Dissipationsrate variiert entsprechend des Zustands der atmosphärischen Grenzschicht und der Höhe.

$$N^2 = \frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \quad S^2 = \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 \quad Ri = \frac{N^2}{S^2} \quad q = \frac{1}{2}(u'^2 + w'^2 + v'^2) \quad (3.11)$$

$$N^* = \frac{Nb_0}{w_0} \quad S^* = \frac{Sb_0}{w_0} \quad \epsilon^* = \frac{(\epsilon b_0)^{1/3}}{w_0} \quad (3.12)$$

In den Gleichungen stellt g die Fallbeschleunigung, z die Höhe, U die Windgeschwindigkeit, q die turbulente kinetische Energie und ϵ die turbulente Dissipationsrate dar. Die Eignung der Größen für die Vorhersage der Lebenszeit der Wirbelschleppen wurde und wird weiterhin in Messungen überprüft [41].

Das erste Modell wurde von Greene [58] im Jahr 1986 vorgestellt. Die derzeit wichtigsten Modelle sind das *Wake-Vortex Eddy-Dissipation Model* von Sarpkaya [127] und das *Probabilistic Two-Phase Wake Vortex Decay and Transport Model (P2P)* von Holzäpfel [66]. Die Modelle bestimmen die Trajektorie der Wirbelschleppe, die Zirkulationsabnahme und den Zeitpunkt des Zerfalls T_c . Der Zeitpunkt T_c ist beim Modell nach Sarpkaya eine Funktion von ϵ^* und beim P2P eine Funktion von ϵ^* und N^* .

Beim P2P existieren zwei Phasen, die *Diffusion Phase* und die *Rapid Decay Phase*. In der ersten Phase sinkt die Zirkulation Γ_{5-15} nur langsam, wogegen die Zirkulation in der zweiten Phase, deren Anfang durch T_c bestimmt ist, erheblich schneller abfällt. Die Zirkulationsabnahme wird in den Phasen durch die effektiven Viskositäten ν_1 und ν_2 modelliert.

Ein einfacheres Konzept zur Beschreibung der Entwicklung der Wirbelschleppe basiert auf der Definition von fünf Verhaltensklassen, wobei die ersten vier durch Ri , N^* und S^* und die fünfte durch den Seitenwind definiert sind [52].

3.7. Beeinflussung der Wirbelschleppe am Flugzeug

Bei der Beeinflussung der Wirbelschleppe werden grob zwei Ansätze, die *Low Vorticity Vortex- (LVV)* und die *Quickly Decaying Vortex- (QDV)* Strategie unterschieden. Die Reduzierung der Zirkulation der Wirbelschleppen durch eine Vergrößerung der Spannweite hat strukturelle Grenzen und verursacht eine Erhöhung der Masse und des Reibungswiderstand. Die maximale Spannweite wird ebenfalls durch die Platzverhältnisse auf Flughäfen begrenzt.

Die Idee der LVV-Strategie ist die Verteilung der Wirbelstärke über einen großen räumlichen Bereich, wodurch die Spitzenwerte der Wirbelstärke und des maximalen Rollmoments auf ein folgendes Flugzeug verringert werden. Diesem Ansatz folgend wurde zahllose passive und aktive Techniken für den Flügel entwickelt und getestet, von denen sich bisher nur *wing tip fences* und *winglets* durchsetzen konnten. Mit *winglets* lässt sich die Wirbelstärke zusätzlich in vertikaler Richtung verteilen. Die Probleme bei der Umsetzung stellen Zusatzwiderstand, Gewicht und Strukturproblem dar. Eine Übersicht zu Anbauten an der Flügelspitze wird von Rokhsaz in [118] gegeben. In neueren Arbeiten wurden mit kleinen *Zäunen* an den Klappenseitenkanten, *flap fence*, perforierten Klappenseitenkanten (Turbulenzgeneratoren) die Wirbelkerne vergrößert und die Dispersion der Wirbelstärke erhöht [25]. Mit Wirbelgeneratoren auf dem Flügel, *wing fins*, [64] oder durch bestimmte Klappenstellung (*differential flap setting*) werden Mehr-Wirbel-Systeme erzeugt [3], die stark interagieren, wodurch ebenfalls vergrößerte Kerne und eine verbesserte Dispersion resultiert. Durch eine Einkerbung, *notched wing*, zwischen der Hinterklappe und der Flügelspitze wird Wirbelstärke (gegenläufig rotierend) erzeugt, die eine Verschmelzung von Klappen und Flügelspitzenwirbel verhindert [142]. Mit kleinen Flügeln an der Flügelspitze, *wing tip sails*, kann Wirbelstärke mit beliebiger Orientierung in die Kerne der Spitzenwirbel injiziert werden [103]. Durch Einblasen an der Flügelspitze [145] kann der Aufrollvorgang stark gestört und somit einer erhöhte Dispersion von Wirbelstärke erzielt werden.

Exotischere Varianten sind Schaufeln hinter dem Flügel, *anit-swirl vanes*, die den Drall in der Strömung hinter dem Flügel in Auftrieb umwandeln sollen [140]. Mit Generatoren an den Flügelspitzen wurde versucht, die Rotationsenergie in elektrische Energie umzuwandeln [108].

Nach der QDV-Strategie werden mit kleinen oszillierende Störungen am Flügel Instabilitätsmoden der Wirbelschleppe angefacht, die zu einem schnellen Zerfall des Wirbelsystems führen. Durch periodisches Einblasen an der Hinterklappe kann die Position des Klappenwirbel variiert und die *Crow-Instabilität* angeregt werden [57]. Crough [26] fand 1997 in 4-Wirbel-Systemen kurzweilige Instabilitätsmoden, die zu einem schnelleren Zerfall als bei 2-Wirbel-System führen. Neue Untersuchungen beschäftigen sich mit der Erzeugung instabiler 4-Wirbelsysteme mittels des Klappensystems [25] und der Anregung der Instabilitätsmoden durch Klappenoszillation [63].

4. Numerische Untersuchungen: Methoden und Ergebnisse

Das Kapitel stellt die Grundlagen zur Schallerzeugung durch Wirbel und turbulente Strömungen vor und diskutiert die möglichen Mechanismen der Schallerzeugung bei Wirbelschleppen. Zur Abschätzung der Charakteristiken im Spektrum des von einer Wirbelschleppe emittierten Schalls wurde das Spektrum auf der Basis von LES-Rechnungen und einer akustischen Analogie berechnet. Das Verfahren und die Implementierung wurden für den Fall von zwei gleichsinnig rotierende Wirbeln durch den Vergleich mit der analytischen Lösung überprüft. Die Diskussion des Schalldruckspektrums der Wirbelschleppe soll helfen, die für die Schallerzeugung relevanten Vorgänge zu identifizieren und Zusammenhänge zwischen strömungsmechanischen und akustischen Größen der Wirbel aufzuzeigen.

4.1. Strömungsakustische Grundlagen

Die grundlegende Gleichung zur Beschreibung der Schallentstehung in turbulenten Strömungen, die *Lighthill-Gleichung*, wurde durch *Lighthill* [90] (1952) aus der nichtlinearen Kontinuitäts- und Impulsgleichung ohne Näherung abgeleitet. Die Dichte $\rho = \rho_0 + \rho'$ wird aus dem Mittelwert ρ_0 und der Schwankungsgröße ρ' gebildet. Der gleiche Ansatz gilt für den Druck p .

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad T_{ij} = \rho v_i v_j - \tau_{ij} + \delta_{ij}(p' - c_0^2 \rho') \quad (4.1)$$

Der linke Teil dieser inhomogenen Wellengleichung beschreibt die Schallausbreitung und der rechte Teil die Schallentstehung, wobei T_{ij} als *Lighthillscher*-Spannungstensor bezeichnet wird. Der Quellterm setzt sich aus den zweiten räumlichen Ableitungen $\partial^2 / (\partial x_i \partial x_j)$ der *Reynoldsschen*-Spannungen $v_i v_j$, der viskosen Schubspannungen τ_{ij} sowie der Differenz der Schankungsgrößen von Druck und Dichte $p' - c_0^2 \rho'$ zusammen. Die *Reynoldsschen*-Spannungen (Reynolds-Term) sind nichtlinear und nur in turbulenten Strömungen von Bedeutung. Die viskosen Schubspannungen sind linear, ursächlich für viskose Schalldämpfung (Viskose Term) und können in Strömungen mit großer Reynolds-Zahl (Re) vernachlässigt werden. Die Differenz der Druck- und Dichteschwankungen (Entropie-Term) beschreibt die Schallerzeugung durch eine inhomogene mittlere Dichte oder nichtlineare Schallamplituden. Durch die Ableitung $\partial^2 / (\partial x_i \partial x_j)$ hat der Term die Form eines Quadrupols.

Für die Anwendung der *Lighthill-Gleichung* auf die Schallerzeugung durch Wirbel werden einige Näherungen vorgenommen. Es wird angenommen, dass die im Strömungsgebiet auftretenden Geschwindigkeiten $|v_i|$ viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit c_0 sind und somit die Mach-Zahl $M = |v_i|/c_0 \ll 1$ ist. Im Quellgebiet werden somit nur sehr kleine Dichteschwankungen $\rho_0 \gg \rho'$ erwartet und $\rho v_i v_j \approx \rho_0 v_i v_j$ gesetzt. Der Term $p' - c_0^2 \rho'$ kann unter der Annahme kleiner Geschwindigkeiten und Isentropie mit der linearisierten Druck-Dichte-Beziehung $p' = c_0^2 \rho'$ vernachlässigt werden. Da im Quellgebiet $Re \gg 1$ ist, werden die viskosen Schubspannungen vernachlässigt. Der vereinfachte Quellterm ist in Gl.(4.2) gegeben.

$$\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = \rho_0 \frac{\partial^2 (v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} = \rho_0 \text{div}(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \rho_0 \Delta \left(\frac{1}{2} \vec{v}^2 \right) \quad \text{mit :} \quad |\rho_0 v_i v_j| \gg |\tau_{ij}|, \quad p' = c_0^2 \rho' \quad (4.2)$$

Dabei wurde zunächst die Produktregel angewendet, wobei der Term, $\partial v_i / \partial x_i = \text{div } \vec{v} = 0$, unter der Annahme einer inkompressiblen Strömung verschwindet. Der resultierende Ausdruck ist als zweite Vektorform bekannt.

$$\frac{\partial^2 (v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_i} v_j + v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} ((\vec{v} \nabla) \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\vec{\omega} \times \vec{v} + \nabla \left(\frac{1}{2} \vec{v}^2 \right) \right) = \text{div}(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \Delta \left(\frac{1}{2} \vec{v}^2 \right)$$

Die Lösung der *Lighthill-Gleichung* mit dem vereinfachten Quellterm und der *Green-Funktion* für das Freifeld führt zu Gl.(4.3), wobei die Größen in den Klammern [] zur retardierten Zeit $\tau = t - |\vec{x} - \vec{y}|/c_0$ zu nehmen sind. Die Position wird im Quellgebiet durch $\vec{y}$ und am Beobachter durch $\vec{x}$ beschrieben.

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{[(\vec{\omega} \times \vec{v})_i]}{4\pi|\vec{x} - \vec{y}|} d^3\vec{y} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \int \frac{[\frac{1}{2}\vec{v}^2]}{4\pi|\vec{x} - \vec{y}|} d^3\vec{y} \quad (4.3)$$

Für die Fernfeldlösung wird der Koordinatenursprung in das Quellgebiet verschoben, eine Ausdehnung des Quellgebiets $l \ll |\vec{x}|$ angenommen, Gl.(4.4 a), und der Nenner vor das Integral gezogen. Es wird mit der Approximation für das Fernfeld, Gl.(4.4 b), die räumliche Ableitung durch eine zeitliche Ableitung ersetzt. Mit der Druck-Dichte-Beziehung $p' = c_0^2 \rho'$, wobei der Strich weggelassen wird, ergibt sich die Form Gl.(4.5).

$$a) \frac{1}{|\vec{x} - \vec{y}|} \approx \frac{1}{|\vec{x}|} \quad b) \frac{\partial}{\partial x_j} \Leftrightarrow -\frac{1}{c_0} \frac{x_j}{|\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \quad c) \tau = t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0} \approx t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x}\vec{y}}{c_0|\vec{x}|} \quad (4.4)$$

$$p(\vec{x}, t) = \frac{-\rho_0 x_i}{4\pi c_0 |\vec{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int [(\vec{\omega} \times \vec{v})_i] d^3\vec{y} + \frac{-\rho_0}{4\pi c_0^2 |\vec{x}|} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \left[\frac{1}{2} \vec{v}^2 \right] d^3\vec{y}, \quad |\vec{x}| \rightarrow \infty \quad (4.5)$$

Mit einer Dimensionsanalyse schätzte Howe [71] die Bedeutung der Terme ab, wonach bei $l \ll \lambda$ der erste Term $p_1 \sim l \rho v^2 M^2 / |\vec{x}|$ und der zweite Term $p_2 \sim l \rho v^2 (M^4 + M^2 / Re) / |\vec{x}|$ ist. Im turbulenten Quellgebiet mit $M \ll 1$ und $Re \gg 1$ kann der zweite Term vernachlässigt werden. Es sei angemerkt, dass Powell [112] vor Howe den ersten Term angegeben hatte. Der Vorteil dieser Formulierung des Quellterms gegenüber der *Lighthillschen Spannungen* liegt in der Beschränkung der Integration auf ein kleines Gebiet mit großer Wirbelstärke. Die Wirbelstärke fällt außerhalb der Wirbelkerne schnell auf Null ab und wirkt somit wie eine Ausblendfunktion. Die zeitliche Ableitung des ersten Terms verdeutlicht, dass nur beschleunigte Wirbelstärke Schall erzeugen kann. Die Herleitung wurde [38] und [71] entnommen.

Eine ähnliche Formulierung des Quellterms wurde durch Möhring [102] gegeben, die aber auf die Geschwindigkeit $\vec{v}$ verzichtet. Dafür wird die retardierte Zeit durch Gl.(4.4 c) approximiert und der Ausdruck $[(\vec{\omega} \times \vec{v})_i]$ expandiert, um die nächst höhere Approximation für die retardierte Zeit zu erhalten, Gl.(4.7). Die Expansion erfolgt nach Gl.(4.6). Durch das Ersetzen von $[(\vec{\omega} \times \vec{v})_i]$ in Gl.(4.5) mit Gl.(4.7) und der Vernachlässigung des zweiten Terms erhält man Form Gl.(4.8). Der erste Term der Approximation verschwindet beim Integrieren, da die retardierte Zeit vernachlässigt wird und der Impuls des Wirbelsystems konstant ist.

$$f(y, \tau) \approx f(y, \tau_0) + \frac{f'(y, \tau_0)}{1!} (\tau - \tau_0) + \dots \quad (\tau - \tau_0) = \frac{\vec{x}\vec{y}}{c_0|\vec{x}|} \quad (4.6)$$

$$(\vec{\omega} \times \vec{v})(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x}\vec{y}}{c_0}) = (\vec{\omega} \times \vec{v})(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0}) + \frac{\vec{x}\vec{y}}{c_0|\vec{x}|} (\vec{\omega} \times \vec{v})(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0}) \quad (4.7)$$

$$p(\vec{x}, t) = \frac{-\rho_0 x_i x_j}{4\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int y_i (\vec{\omega} \times \vec{v})_j (y, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0}) d^3\vec{y} \quad (4.8)$$

Mit dem Zusammenhang Gl.(4.9), der in [71] dargestellt ist, lässt sich das Integral ersetzen und man erhält die Form, Gl.(4.10), nach *Möhring* [102]. Dabei wird der zweite Term mit der gleichen Argumentation von *Howe*, die bereits für den zweiten Term von Gl.(4.5) verwendet wurde, vernachlässigt.

$$\int y_i(\vec{\omega} \times \vec{v})_j d^3\vec{y} = -\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial t} \int y_i(\vec{y} \times \vec{\omega})_j d^3\vec{y} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \int \frac{1}{2} \vec{v}^2 d^3\vec{y} \quad (4.9)$$

$$p(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0 x_i x_j}{12\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \int y_i(\vec{y} \times \vec{\omega})_j (\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0}) d^3\vec{y} \quad (4.10)$$

Bei dieser Form muss die retardierte Zeit bei der Integration nicht berücksichtigt werden, da $\tau = t - |\vec{x}|/c_0$ nicht von $\vec{y}$ abhängt. Das Problem bei der numerischen Berechnung ist die dritte zeitliche Ableitung, da diese starkes numerisches Rauschen produziert.

4.2. Diskussion potentieller Schallquellen bei Wirbelschleppen

Der Lebenszyklus einer Wirbelschleppe lässt sich in die *Aufrollphase*, die *diffusive Phase* (*diffusion phase*) und die *Zerfallsphase* (*rapid decay phase*) gliedern.

4.2.1. Aufrollphase

Die *Aufrollphase* umfasst die Entstehung der Wirbelschicht mit diskreten Konzentrationen von Wirbelstärke an den Diskontinuitäten des Flügels, dem teilweise Verschmelzen von Wirbelstärke mit gleicher Orientierung, die Interaktion von gegenseitig orientierter Wirbelstärke und die Interaktion mit dem Freistrahle der Triebwerke des Flugzeuges.

Diese Vorgänge sind mit beschleunigter Wirbelstärke und Turbulenzerzeugung verbunden, wodurch Schall erzeugt wird. Der Aufrollvorgang ist jedoch auf das Nahfeld, $x/B < 10$, hinter dem Flugzeug beschränkt, wodurch lautere flugzeugfeste Quellen die Schallemission dominieren. Für ein Flugzeug vom Typ CRJ2 und einer Fluggeschwindigkeit $v_\infty \approx 80 \text{ m/s}$ ist das Nahfeld auf $t < 3 \text{ s}$ beschränkt.

4.2.2. Diffusive Phase

Die Erfahrung zeigt, dass stabile Wirbelschleppen als breitbandiges tieffrequentes Geräusch hörbar sind. Dabei wurden deutliche Unterschiede zwischen Flugzeugtypen festgestellt. So waren die Wirbelschleppen der Typen CRJ2 und B737 deutlich und der Typen A319 und A320 weniger deutlich und weniger oft hörbar. Die experimentellen Ergebnisse im Kapitel 6 werden zeigen, dass die Wirbel zwischen $5 \text{ s} < t < 40 \text{ s}$ nach dem Überflug mit Mikrofon-Arrays lokalisierbar sind und somit Schall erzeugen.

Ein möglicher Quellmechanismus ist eine inhomogene Wirbelstärkeverteilung im Kern eines Wirbels. So erzeugt ein *Kirchhoff-Wirbel*, der sich durch eine elliptische Wirbelstärkeverteilung auszeichnet, bei der Rotation ein zeitlich veränderliches Druckfeld, das vom entfernten Beobachter als Ton mit der doppelten Rotationsfrequenz wahrgenommen wird.

Ein Zerfallsmechanismus von Wirbeln ist die Erzeugung von sekundären Wirbelstrukturen, die miteinander und den Hauptwirbeln interagieren, dabei beschleunigt werden und somit Schall erzeugen. Die sekundären Wirbelstrukturen können Wirbelringe formen, deren Schallerzeugung von *Möhring* [102] und *Kambe* [81] [80] intensiv studiert wurde.

Befinden sich grob- oder feinskalige Turbulenzstrukturen in der Nähe des Kernradius, werden diese im Geschwindigkeitsfeld der Wirbel beschleunigt und erzeugen Schall. Derartige Turbulenzstrukturen können durch die Interaktion der Wirbel mit der atmosphärischen Turbulenz, dem Abgasstrahl der Triebwerke, den sekundären Wirbelstrukturen oder beim Aufplatzen von Wirbeln entstehen.

Sinkt das stabile Wirbelpaar in eine Höhe von $h < B$ ab, werden die Wirbel durch die Interaktion mit dem Boden seitlich abgelegt. Diese Beschleunigung erzeugt Infraschall [61]. Mit speziellen Mikrofonen für diesen Frequenzbereich müssen diese Druckschwankungen nachweisbar sein.

Bei der Interaktion der Wirbel mit dem Boden oder Hindernissen wird ebenfalls Turbulenz erzeugt, die als Schall wahrnehmbar ist. Es sei angemerkt, dass die Schallerzeugung bei der Interaktion der Wirbel mit den Blättern von Bäumen sehr stark ist, aber nicht primär durch die Wirbel sondern durch die Interaktion dieser mit einer festen Oberfläche verursacht wird.

Die beobachteten Deformationen der Wirbel entlang der Achsen ändern sich langsam und sind keine Quelle der Schallentstehung.

4.2.3. Zerfallsphase

Die *Zerfallsphase* ist durch das Aufplatzen der Wirbel, dem Kontakt der Wirbelkerne als Folge einer *Crow*-Instabilität oder der Durchmischung durch die atmosphärische Turbulenz gekennzeichnet. Alle diese Vorgänge sind vermutlich mit einer kurzzeitigen Schallemission verbunden. Während den Messungen wurden häufig peitschende Geräusche wahrgenommen, deren Ursachen in diesen Vorgängen vermutet wird.

4.3. Methoden der numerischen Strömungsakustik

Die Schallentstehung in Strömungen wird durch nichtlineare Prozesse beschrieben, wodurch die numerische Berechnung der Schallerzeugung im Quellgebiet die Lösung der nichtlinearen *Navier-Stokes-Gleichungen* (NSG) erfordert. Für die Berechnung der Schallausbreitung vom Quellgebiet zu einem Beobachter im Fernfeld kann das Rechengebiet entsprechend ausgedehnt werden, was einen erheblichen Rechenaufwand bedeutet und aufgrund der Unterschiede in den charakteristischen Amplituden und Längenskalen der strömungsmechanischen und akustischen Größen numerische Probleme provoziert. Die akustischen Störungen sind in der Amplitude einige Größenordnungen kleiner und in den Längenskalen größer als die strömungsmechanischen, wobei der Amplitudenunterschied mit steigender Mach-Zahl zunimmt. Eine Alternative stellt die Trennung des Rechengebiets in die Domäne der nichtlinearen Schallerzeugung und die der Schallausbreitung dar.

Die Berechnung des Quellgebiets kann mit der *Direct Numerical Simulation* (DNS), der *Large Eddy Simulation* (LES) und der *Reynolds-averaged Navier-Stokes-Simulation* (RANS). Bei der DNS werden die exakten NSG für den gesamten Turbulenzbereich gelöst, was aus Gründen der hohen Rechenzeit für viele praktische Anwendungen nicht realisierbar ist. Die LES löst die NSG für die großen energiereichen Strukturen unterhalb einer bestimmten Wellenzahl k auf und modelliert die Energiedissipation sowie den Einfluss der Turbulenz oberhalb dieser Wellenzahl. Diese Modellierung ermöglicht eine Reduzierung der Rechenzeit. In der RANS wird die Turbulenz vollständig modelliert, was den Rechenaufwand extrem reduziert. Weiter existieren Mischformen, wie die *Detached Eddy Simulation* (DES), bei denen die Vorteile der einzelnen Verfahren geschickt kombiniert werden.

Die Berechnung der Schallausbreitung kann im erweiterten Rechengebiet mit den *linearisierten Euler-Gleichungen* (LEE) oder mit Integralmethoden erfolgen. Die LEE erfordert die Ausdehnung des Rechengebiets bis zum Beobachter, zeichnet sich aber durch einen erheblich geringeren Rechenaufwand als die nichtlinearen Verfahren aus. Numerische Dissipation und Dispersion können ernsthafte Probleme darstellen. Die Integralmethoden verzichten auf die Ausdehnung des Rechengebiets und ermöglichen die Schallberechnung im Fernfeld über ein auf das Quellgebiet beschränktes Volumen- oder/und Oberflächenintegral.

Die *Akustische Analogie* nach *Lighthill* erfordert ein einfaches Volumenintegral über das Quellgebiet, erlaubt jedoch keine festen Oberflächen (Rotorblatt) im Quellgebiet. Die Lösung der erweiterten *Lighthill-Gleichung* nach *Curle* [29] erlaubt auch feste ruhende Oberflächen und nach *Ffowcs-Williams*

und Hawkings (FW-H) [141] auch feste bewegte Oberflächen im Quellgebiet. Die Formulierung erfordert die Berechnung eines Oberflächenintegrals und eines meist vernachlässigten Volumenintegrals. Die Kichhoff-Methode erfordert ein Oberflächenintegral über eine Kontrollfläche, die die gesamten Schallquellen einschließen muss. Eine andere Formulierung über eine Kontrollfläche stellt die poröse FW-H-Gleichung dar.

Eine ausführliche Diskussion der Integralmethoden und der Kopplung mit der LES für Strahlärm wird in [94] [137] gegeben. Vergleiche der Berechnung des Quell- und Ausbreitungsgebietes mit DNS und Integralmethoden werden für die Wirbelpaarung [100], Kollision von Wirbelringen [91] oder der Mischung in Scherschichten [5] durchgeführt. Die DNS Berechnung sind zumeist auf 2D-Rechnungen beschränkt. Die Kombination von LES und Akustischen Analogien wurde für die Umströmung von Zylindern [109], Seitenkantenlärm von Landeklappen [96], für Strahlärm [114] oder für die Untersuchung von Verbrennungslärm angewendet.

Das Quellgebiet der Wirbelschleppes wurde in dieser numerischen Studie mit LES berechnet. Für die Berechnung der Schallemission werden die *Akustischen Analogien* von Powell und Möhring, die ein Volumenintegral über das Quellgebiet erfordert, angewendet. Das Quellgebiet ist auf das Gebiet mit starker Wirbelstärke beschränkt.

4.4. Large Eddy Simulation des Strömungsfeldes

Die LES-Rechnungen wurden vom *Institut für Physik der Atmosphäre* des DLR in Oberpfaffenhofen zur Verfügung gestellt. Der verwendete LESTUF-Code löst die *Navier-Stokes-Gleichungen* für instationäre, inkompressible und drei-dimensionale Strömungen mit einem *Subgrid-scale*-Modell von Smagorinsky. Die Berechnung erfolgt auf einem versetzten (*staggered*) Gitter mit einem finiten Differenzenverfahren 2-ter Ordnung. Für die zeitliche Entwicklung wird ein Adams-Bashforth-Verfahren 2-ter Ordnung genutzt. Die Ränder sind nicht-reflektierend. Der Code nutzt intern eine *8-byte floating point* Darstellung. Eine ausführliche Erläuterung wird in [70] gegeben.

Die Wirbelachsen liegen entlang der y-Achse. Der Wirbelkern sollte mit mindestens 4 Gitterpunkten pro Kern aufgelöst werden. Die maximale Geschwindigkeit v_{max} des Strömungsfeldes bestimmt das Verhältnis von Gitterweite Δx , Δz und Zeitschritt Δt entsprechend $v_{max} < c\Delta x/\Delta t$. Dabei ist Faktor c im allgemeinen $c < 1$ (Aliasing). Erfahrungswerte zeigen, dass der Faktor c nicht größer als $c = 0,2$ gewählt werden sollte¹, um das numerische Rauschen zu minimieren.

Um die Entstehung der Crow-Instabilität zu erlauben, muss nach den Erfahrung $\Delta y = 5..10 \Delta x$ gewählt werden. Für kurzwellige Instabilitäten muss die Gitterweite Δy entsprechend kleiner gewählt werden. Für eine 3D gestörte Simulation sollten die Wirbel mit mindestens 64 Ebenen in Wirbelachse aufgelöst werden.

Der interne Zeitschritt ist stets um die Hälfte kleiner als die Ausgabe. Für die Berechnung der Schallemission wird nur der Teil des Rechengitters mit dominanter Wirbelstärke als *2-byte integer* mit optimaler Bereichsanpassung oder *4-byte floating point* ausgegeben.

4.5. Ungestörtes gleichsinnig rotierendes Wirbelpaar

Die erste Simulation dient der Validierung des implementierten Verfahren durch den Vergleich der numerischen mit der analytischen Lösung für den Schalldruck an einem Beobachterstandort im Fernfeld.

Zwei Wirbelfäden mit gleicher Zirkulation Γ , Bild 4.1, rotieren aufgrund der gegenseitig induzierten Geschwindigkeit mit der Kreisfrequenz Ω umeinander. Diese Bewegung der Wirbel verursacht am

¹Das Verhältnis bestimmt auch die Stabilität des Rechenverfahrens - Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl oder CFL-Zahl $c = v \Delta t / \Delta x$

Standort eines Beobachters $\vec{x}$ ein periodisch schwankendes Druckfeld, das als Ton mit der doppelten Rotationsfrequenz $\Omega_a = 2 \Omega$ wahrgenommen wird.

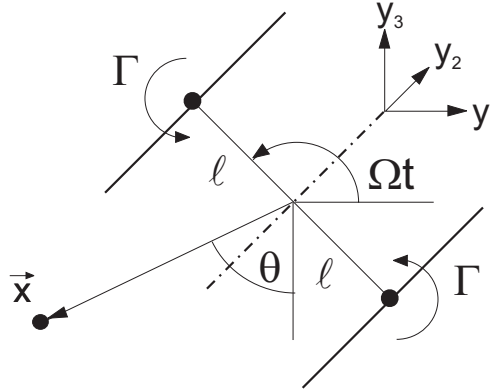


Abbildung 4.1.: Zwei gleichsinnig rotierende Wirbelfilamente bewegen sich durch die gegenseitig induzierte Geschwindigkeit umeinander (3D Darstellung)

Die Schallerzeugung zweier umeinander rotierender Wirbel ist ein Standardproblem in der Numerik, da die analytischen Lösungen für 3D [112] und 2D [104] vorliegen. In [100] wurde das Nah- und Fernfeld mit einer 2D-DNS berechnet und eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Fernfeldberechnung basierend auf den *Akustischen Analogien* von *Lighthill*, *Powell* und *Möhring* gefunden. In [91] und [88] wurden verschiedene 2D-CAA-Codes getestet.

4.5.1. Analytische Lösung

Ist der Wirbelabstand $2l$ und die Kohärenzlänge l_y entlang der Wirbelachsen klein gegenüber der Wellenlänge $\lambda = 2\pi c_0 / \Omega_a \gg l_y$, kann das Quellgebiet als akustisch kompakt betrachtet werden. Das Geschwindigkeitsfeld und die Schallleistung des rotierenden Wirbelpaars wurde mit diesen Annahmen von *Powell* [112] diskutiert, wobei keine Formulierung für den Schalldruck angegeben wurde. Wird die Kohärenzlänge l_y als unendlich angenommen, typisch für feste Wirbelkerne, muss bei der Berechnung der Schallemission die durch die retardierte Zeit am Beobachter auftretende Interferenz berücksichtigt werden. Eine analytische Lösung für diesen Fall wurde von *Howe* [71] angegeben.

Da bei realen Wirbelschleppen keine unendlichen Kohärenzlänge l_y vermutet wird, soll das Quellgebiet als akustisch kompakt angesehen werden. Der Schalldruck $p(\vec{x}, t)$ am Beobachter, Gl.(4.11), entspricht der Herleitung von *Howe* [71], wobei jedoch das Integral entlang der Wirbelachsen, das die Interferenz berücksichtigt, durch eine Multiplikation mit der Ausdehnung Δy ersetzt wurde. Es sei angemerkt, dass der Klammerausdruck die Wirbelgeschwindigkeit $|\vec{v}| = \Gamma / (2\pi 2l)$ darstellt und somit die Schallleistung einem u^8 -Zusammenhang folgt. Die Verdopplung der Kreisfrequenz 2Ω im Argument des Kosinus bewirkt einen akustischen Ton der doppelten Rotationsfrequenz $\Omega_a = 2 \Omega$.

$$p(\vec{x}, t) = \frac{4 \rho_0}{c_0^2 |\vec{x}|} \left(\frac{\Gamma}{4 \pi l} \right)^4 \Delta y \cos(2\theta - 2\Omega \left[t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} \right]) \quad \text{mit :} \quad \Omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{|\vec{v}|}{s} = \frac{\Gamma}{4\pi l^2} \quad (4.11)$$

Die Kreisfrequenz Ω wird durch die Tangentialgeschwindigkeit $|\vec{v}| = \Gamma / (2\pi 2l)$ und dem Weg eines Umlaufs $s = 2\pi l$ bestimmt.

Für den im Bild 4.1 dargestellten Fall ist nur die ω_2 -Komponente der Wirbelstärke $\vec{\omega}$ ungleich Null. Befindet sich der Beobachter in großer Entfernung direkt unter dem Wirbelpaar $\vec{x} = (0, 0, z)$, liefert durch die Multiplikation mit x_i nach Gl.(4.3) nur die Komponente $L_3 = -\omega_2 v_1$ einen Beitrag zum

Integral. Der Ausdruck $\vec{L}$ ist als *Lamb*-Vektor bekannt.

$$\vec{L} = \vec{\omega} \times \vec{v} = (\omega_2 v_3 - \omega_3 v_2; \omega_3 v_1 - \omega_1 v_3; \omega_1 v_2 - \omega_2 v_1) \quad (4.12)$$

Da die Geschwindigkeiten $\vec{v}^1 = -\vec{v}^2$ der Wirbel, W1 und W2, zu jedem Zeitpunkt t entgegengerichtet sind, besitzen auch die zugehörigen *Lamb*-Vektoren $\vec{L}^1 = -\vec{L}^2$ verschiedene Vorzeichen. Das Integral über den *Lamb*-Vektor im Quellgebiet ist damit Null. Da bei der Integration nach Gl.(4.3) aber die Laufzeitunterschiede durch die retardierte Zeit berücksichtigt werden, schwankt das Integral durch die zeitlich abhängigen Wirbelpositionen.

Zur Verdeutlichung wurden zwei rotierende *Rankine*-Wirbel mit einem Kernradius $r_c = 0,8m$ mit gleicher Zirkulation $\Gamma = 600 m^2/s$ und einem Abstand $2l = 3,2 m$ simuliert. Die Kreisfrequenz beträgt $\Omega = 18,65s^{-1}$ und die Geschwindigkeit der Wirbel $|\vec{v}| = 29,84m s^{-1}$. Damit ergeben sich die Referenzzeit $t_0 = 0,34s$ und die Referenzfrequenz $f_0 = 2,97Hz$ für die dimensionslose Zeit t^* und reduzierte Frequenz f^* . Die Referenzfrequenz f_0 entspricht der Rotationsfrequenz des Wirbelpaares.

$$t^* = t/t_0 \quad f^* = f/f_0 \quad \text{mit} \quad t_0 = \frac{1}{f_0} \quad \text{und} \quad f_0 = \frac{2\Omega}{2\pi} = \frac{\Gamma}{2(\pi b)^2} \quad \text{und} \quad b = 2l \quad (4.13)$$

Als Referenz für die Druckamplitude wird $p_0 = 0,16Pa$ nach Gl.(4.14) eingeführt.

$$p_0 = \frac{4 \rho_0}{c_0^2 |\vec{x}|} \left(\frac{\Gamma}{4 \pi l} \right)^4 \Delta y \quad (4.14)$$

Die Wirbelkerne wurden mit 4 Punkten auf jedem von 4 Kreisen aufgelöst. Die Wirbelgeschwindigkeit $\vec{v}_{1/2}$ und Position $\vec{y}_{1/2}$ wurde analytisch nach Gl.(4.15) vorgegeben.

$$\vec{y}_{1/2} = \pm(l \cos(\Omega t); 0; l \sin(\Omega t)) \quad \vec{v}_{1/2} = \pm(-\Omega l \sin(\Omega t); 0; \Omega l \cos(\Omega t)) \quad (4.15)$$

Das Bild 4.2 a) zeigt die L_z -Komponente für die beiden Wirbel getrennt und deren Summe. Es wird deutlich, dass die Summe der beiden L_z -Komponenten nur durch den zeitlichen Versatz aufgrund der unterschiedlichen Laufzeiten zum Beobachter ungleich Null ist. Die Spektren, Bild 4.2 b), zeigen den erwarteten Ton bei der reduzierten Frequenz $f^* = 2$, was der doppelten Rotationsfrequenz des Wirbelpaares f_0 entspricht, für verschiedene zeitliche Auflösungen $\Delta t = 2\pi/(n\Omega)$. Die Oberwellen und Subharmonische für $n=10$ entstehen durch Fehler bei der Interpolation am Beobachter durch den variierenden Abstand der Wirbelpositionen zum Beobachter und werden im Folgenden erläutert. Bei simulierten Strömungsfeldern mit äquidistanten Zeitschritten tritt dieser Fehler nicht auf.

4.5.2. Implementierung

Die Berechnung des Schalldrucks am Beobachter nach Gl.(4.5) erfordert die Integration des *Lamb*-Vektors, Gl.(4.12), im Quellgebiet zur retardierten Zeit, wobei das Drucksignal am Beobachter für äquidistante Zeitschritte bestimmt werden soll. Da die retardierte Zeit für jeden Punkt des Quellgebiets verschieden ist, das Strömungsfeld im Quellgebiet bei einer Simulation aber nur zu äquidistanten Zeitschritten vorliegt, muss der *Lamb*-Vektor i) im Quellgebiet oder ii) am Beobachter zeitlich interpoliert werden.

Bei der Methode i) werden die Zeitschritte am Beobachter vorgegeben und die *Lamb*-Vektoren an jedem Punkt des Quellgebiet zur retardierten Zeit berechnet, wobei eine Interpolation des Quellgebiets zwischen zwei Zeitschritten notwendig wird.

Bei der Methode ii) werden die *Lamb*-Vektoren an jedem Punkt des Quellgebiet zum durch die Simulation gegebenen Zeitpunkt berechnet und die Beiträge jedes Punktes entsprechend der Laufzeit am Beobachter integriert. Da die Immissionszeiten am Beobachter aufgrund der unterschiedlichen Laufzeiten nicht mit den diskreten Zeitschritten am Beobachter übereinstimmen, werden die Beiträge der

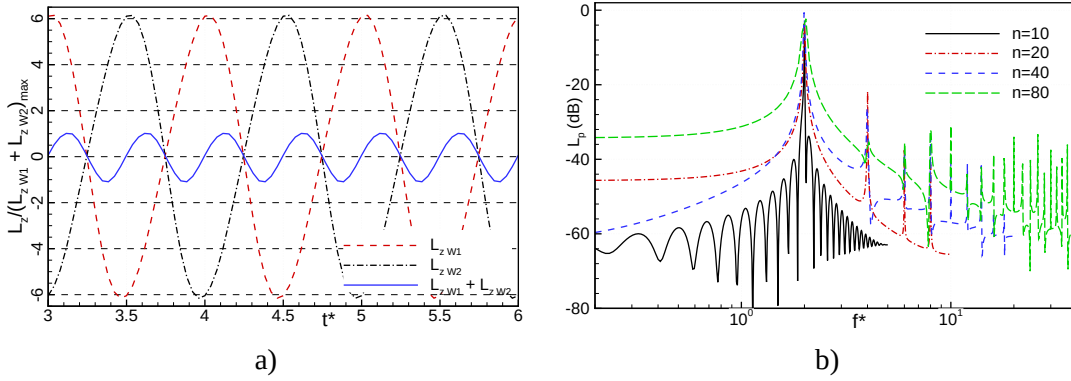


Abbildung 4.2.: a) zeitlicher Verlauf der *Lamb*-Vektoren der beiden Wirbel, W1 und W2, und deren Summe; b) Schalldruckspektrum am Beobachter für verschiedene zeitliche Auflösungen $\Delta t = 2\pi/(n\Omega)$ ($f^* = f2(\pi b)^2/\Gamma, L_p = 20\log(p/p_0)$)

Punkte des Quellgebiets auf die nächstliegenden Zeitschritte des Zeitverlaufs $I(\vec{x}, t)$ aufgeteilt. Das Vorgehen wird im Bild 4.3 a) verdeutlicht. Der Zeitverlauf $I(\vec{x}, t)$ wird Zeitschritt für Zeitschritt des Quellgebietes aufgebaut.

Die Methode i) erfordert für die Interpolation des Quellgebietes die Haltung mehrerer Zeitschritte des Strömungsfeldes im Speicher. Die Methode ii) erfordert nur einen Zeitschritt des Strömungsfeldes und eine einfache Interpolation am Beobachter. Aufgrund des geringeren Speicherbedarfs und Rechenaufwandes wurde die Methode ii) implementiert.

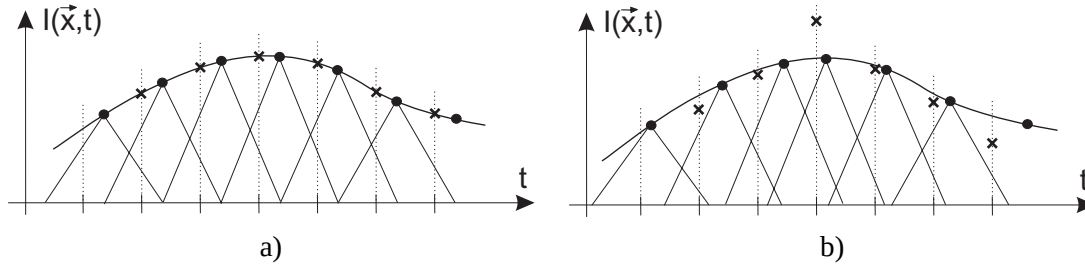


Abbildung 4.3.: zeitliche Interpolation des Beitrags des *Lamb*-Vektors am Beobachter für a) ein ruhendes und b) ein bewegtes Quellgebiet

Bei einer Bewegung des Quellgebietes variiert der Abstand eines Gitterpunktes zum Beobachter, woraus nicht-äquidistante Zeitschritte für die *Lamb*-Vektoren am Beobachter und somit Fehler bei der Interpolation nach Bild 4.3 b) resultieren.

Die einfache zeitliche Ableitung wurden mit einem zentralen Differenzenverfahren mit einem Abbruchfehler 2-ter und 4-ter Ordnung implementiert, wobei sich die 2-te Ordnung als ausreichend erwies. Gleiches gilt für die räumlichen Ableitungen für die Wirbelstärke $\omega = \text{rot}(\vec{v}) = (\nabla \times) \vec{v}$. Das Verfahren nach *Möhring* erfordert eine 3-fache zeitliche Ableitung, die unbedingt mit einem Verfahren 4-ter Ordnung realisiert werden muss und trotzdem noch starkes numerisches Rauschen verursacht.

4.5.3. Numerische Lösung mit Strömungsfeld aus LES-Rechnung

Es wurde das Strömungsfeld für zwei *Lamb-Oseen*-Wirbel mit einem Kernradius $r_c = 0,8 \text{ m}$ und einem Abstand $2l = 3,2 \text{ m}$ mit gleicher Zirkulation $\Gamma = 600 \text{ m}^2/\text{s}$ mit LES berechnet. Die Kreisfrequenz

beträgt $\Omega = 18,65 \text{ s}^{-1}$ ($f_0 = 2,94 \text{ Hz}$) und die Geschwindigkeit der Wirbel $|\vec{v}| = 29,84 \text{ m s}^{-1}$. Die Parameter wurden so gewählt, dass die Frequenz des zu erwartenden Tones in der Größenordnung des Maximums im Schalldruckspektrum der späteren Simulationen liegt. Die räumliche und zeitliche Auflösung des Rechen- und Ausgabegitters sind folgend angegeben.

Das Quellgebiet ist mit einem Wirbelabstand $2l = 3,2 \text{ m}$ und einer Ausdehnung $\Delta y = 1,5 \text{ m}$ bei einer Wellenlänge des zu erwartenden Tones $\lambda = 57,3 \text{ m}$ akustisch kompakt. Die Größe des Rechengitters beträgt $L_x = 4 b_0, L_y = 0,47 b_0, L_z = 4 b_0$ mit $b_0 = 2l$. Die auf die Wirbelgeschwindigkeit bezogene Mach-Zahl ist $M = 0,09 \ll 1$. Der Beobachter wird in einer Entfernung $|\vec{x}| = 200 \text{ m}$ unter dem Wirbelpaar an der Position $\vec{x} = (0, 0, -200 \text{ m})$ angenommen. Es werden die folgenden Normierungen verwendet.

$$x' = x/b_0 \quad y' = y/b_0 \quad z' = z/b_0 \quad t^* = t * f_0 \quad \text{mit:} \quad f_0 = \frac{2\Omega}{2\pi} = \frac{\Gamma}{2(\pi b)^2} \quad \text{und} \quad b = 2l$$

Rechengitter: $(\Delta x'; \Delta y'; \Delta z') = (0,0625; 0,15625; 0,0625); (N_x, N_y, N_z) = (64 \times 4 \times 64)$
 $\Delta t^* = 0,735e - 3$

Ausgabegitter: $(\Delta x'; \Delta y'; \Delta z') = (0,0625; 0,15625; 0,0625); (N_x, N_y, N_z) = (64 \times 4 \times 64)$
 $\Delta t^* = 1,47e - 3; N_t = 4607$

Die Bilder 4.4 zeigen die zeitliche Entwicklung der Wirbelstärkeverteilung ω_y . Zwei gleichsinnig rotierende Wirbel rotieren bis zum Erreichen eines kritischen Verhältnisses von Kernradius und Abstand umeinander und verschmelzen dann innerhalb einer Umdrehung. Die Angabe des kritischen Verhältnisses variiert leicht von $r_c/D \approx 0,24$ [97] bis $r_c/D \approx 0,26$ [98]. In viskosen Strömungen wird das Verhältnis durch das Anwachsen des Kernradius durch viskose Diffusion erreicht. In der Simulation ist das Verhältnis $r_c/D = 0,25$, wodurch das Verschmelzen sofort beginnt und nach 1,25 Umdrehungen vollzogen ist. Ein vollständiges Verschmelzen der Wirbel konnte bis zum Ende der Simulation nicht beobachtet werden.

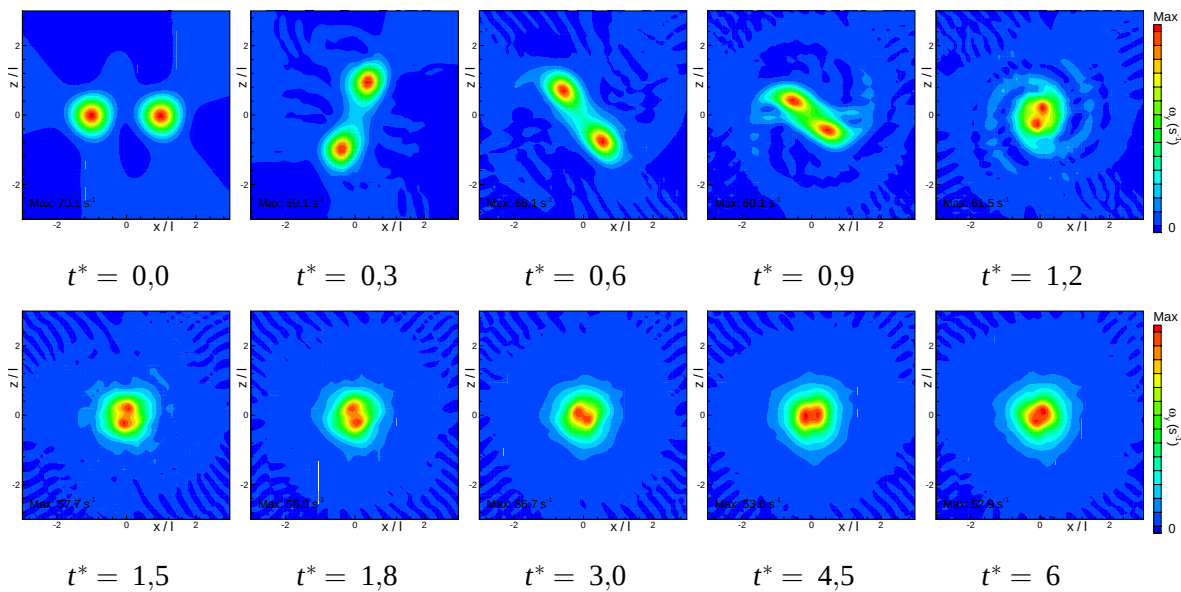


Abbildung 4.4.: Zeitliche Entwicklung der Komponente ω_y der Wirbelstärke

Die Profile der Geschwindigkeitskomponente $v_x(x)$ bei $z/l = \pm 0,06$; $\pm 0,3$ und $v_z(x)$ bei $z/l = \pm 0,06$ sowie der Wirbelstärke $\omega_y(x)$ bei $z/l = \pm 0,06$ sind in Bild 4.5 a) für den Zeitpunkt $t = 0$ s dargestellt. Die Komponente $v_x(x)$ verschwindet bei $z = \pm 0m$, wodurch auch die Komponente L_z des Lamb-Vektors verschwindet, und wächst im Betrag mit wachsendem z . Das Profil der Geschwindigkeitskomponente v_z zeigt die typischen Verläufe der Tangentialgeschwindigkeit von *Lamb-Oseen*-Wirbeln, wobei die Profile jedoch um die Wirbelgeschwindigkeit $v = \pm 29,84$ m/s verschoben sind. Das Profil der Wirbelstärke $\omega_y(x)$ ist um die Wirbelzentren rotationsymmetrisch.

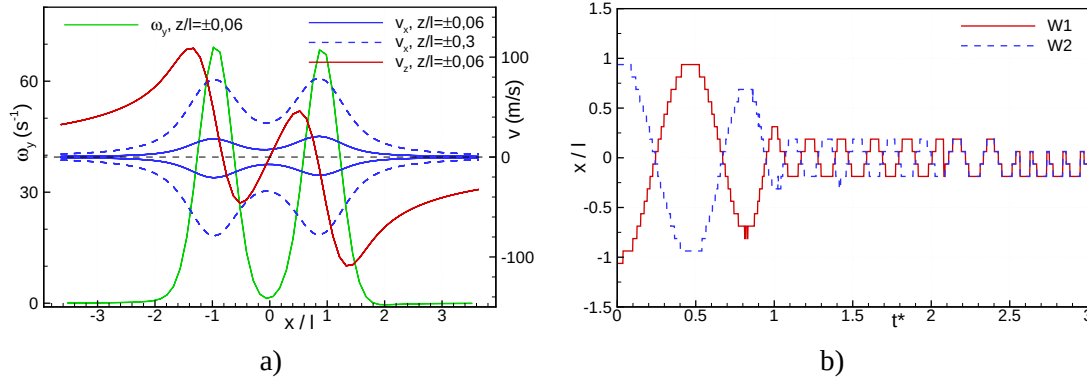


Abbildung 4.5.: a) Profile der Geschwindigkeitskomponenten v_x , v_z und der Wirbelstärke ω_y als Funktion von x ; b) Trajektorien der beiden Wirbel (W1, W2) mit $t^* = t f_0$

Für die Bestimmung der Trajektorien der beiden Wirbel wurden die beiden Maximalwerte der Wirbelstärke über die Zeit verfolgt. Das Bild 4.5 b) zeigt eine Abnahme des Wirbelabstandes als Folge des Verschmelzens der Wirbel und eine Zunahme der Rotationsfrequenz als Folge des verkleinerten Wirbelabstands. Die Tabelle 4.1 listet die aus den Trajektorien abgelesenen reduzierten Rotationsfrequenzen für verschiedene Zeitintervalle auf. Der Vergleich der erwarteten reduzierten Frequenz $f^* = 1$ mit der gemessenen $f^* = 1,1$ des Intervalls $t^* = 0 \dots 0,22$ zeigt eine gute Übereinstimmung. Der Unterschied resultiert aus der sofort einsetzenden Reduzierung des Wirbelabstands.

t^*	f^*	t^*	f^*	t^*	f^*
0 .. 0,22	1,1	0,65 .. 0,92	1,9	1,05 .. 2,44	4,7
0,22 .. 0,65	1,2	0,92 .. 1,05	3,7	2,44 .. 2,93	8,2

Tabelle 4.1.: reduzierte Rotationsfrequenz f^* des Wirbelpaars für verschiedene Zeitintervall t^* nach Bild 4.5 b)

Der Schalldruck-Zeit-Verlauf wurde mit dem Quellterm nach *Powell*, Gl.(4.5), und nach *Möhring*, Gl.(4.10), berechnet und auf ein Wirbelsegment der Länge $\Delta y = 1m$ normiert. Das Bild 4.6 a) zeigt den Schalldruck $p(t)$ nach *Powell* für die zeitlichen Auflösungen des Strömungsfeldes $\Delta t^* = 0,0015$; $0,006$; $0,012$ ($\Delta t = 0,5ms$; $2ms$; $4ms$). Die räumlichen (CS) und zeitlichen (CT) Ableitung wurden mit Verfahren 2-ter und 4-ter Ordnung berechnet.

Die Verläufe zeigen einen gestörten Sinus-Verlauf mit der erwarteten initialen Grundfrequenz $f^* = 2 * 1,1$, die mit der Zeit schnell anwächst. Die Amplitude liegt im erwarteten Bereich von $p/p_0 = 1$ mit $p_0 = 0,16 Pa$. Die Ursache für den gestörten Verlauf liegt vermutlich in der unzureichend genauen gegenseitigen Auslöschung der Lamb-Vektoren der beiden Wirbel. Eine Verbesserung würde eine höhere räumliche und zeitliche Auflösung der Strömungssimulation erfordern.

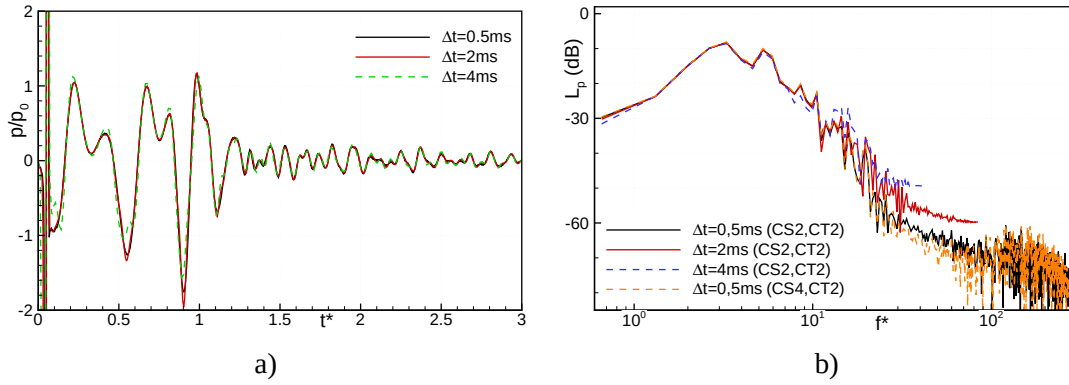


Abbildung 4.6.: a) Schalldruck-Zeit-Verlauf für die zeitlichen Auflösungen $\Delta t = 0,5\text{ms}; 2\text{ms}; 4\text{ms}$; b) Vergleich der Schalldruckspektren ($\Delta f^* = 0,66$) im Zeitintervall $t^* = 0,25..2,03$ mit räumlichen (CS) und zeitlichen (CT) Ableitungen 2-ter und 4-ter Ordnung nach Powell ($L_p = 20\log(p/p_0)$)

Das Schalldruckspektrum im Zeitintervall $t^* = 0,25..2,03$, Bild 4.6 b), zeigt eine deutliche Überhöhung im Bereich $f^* = 2..8$. Betrachtet man die reduzierten Rotationsfrequenz des Wirbelsystems, Tab. 4.1, im Mittlungsintervall $t^* = 0,25..2,03$ wird die Erwartung bestätigt, dass die Überhöhung mit der doppelten Rotationsfrequenz korreliert. Die Überhöhung im Spektrum liegt im Bereich der gemessenen doppelten Rotationsfrequenzen.

Die Berechnung des Schalldrucks mit dem Quellterm nach Möhring erfordert die dritte zeitliche Ableitung $\partial^3/\partial t^3$ des Integrals $I(\vec{x}, t)$, was starkes numerisches Rauschen verursacht. Das Bild 4.8 a) zeigt die normierten Zeitverläufe des Integrals $I(\vec{x}, t)$ nach der ersten, zweiten und dritten zeitlichen Ableitung, wobei die höheren Ableitungen in einem Schritt durchgeführt wurden. Nach der ersten Ableitung ist ein Sinus mit geringem Rauschen zu sehen, dass mit jeder weiteren Ableitung stark zunimmt.

Der Vergleich der Schalldrucksignale, Bild 4.7 a), mit den zeitlichen Auflösungen $\Delta t^* = 0,0015; 0,006; 0,012$ ($\Delta t = 0,5\text{ms}; 2\text{ms}; 4\text{ms}$) zeigt eine Dominanz des Rauschens für $\Delta t = 0,5\text{ms}$. Im Schalldruckspektrum, Bild 4.7 b), verursacht das Rauschen hohe Pegel für $f^* > 35$. Das Rauschen kann mit der Reduzierung der zeitlichen Auflösung im Schalldruckverlauf gedämpft werden.

Der Vergleich der Schalldruckverläufe, Bild 4.8, nach Powell und Möhring zeigen qualitativ ähnliche Verläufe, wobei die Formulierung nach Möhring bessere Ergebnisse liefert. Das Ergebnis nach Powell zeigt neben dem erwarteten sinusförmigen Verlauf noch zusätzliche Schwingungen im Bereich $0,2 < t^* < 0,8$.

Im Bild 4.9 werden die Spektren nach der Formulierung von Powell und Möhring für die Zeitintervalle $t^* = 0,25..2,03$ und $t^* = 1,78..3,55$ verglichen. Die Spektren der beiden Formulierungen zeigen in beide Intervallen ähnliche Verläufe, wobei das Rauschen bei der Formulierung nach Möhring für $f^* > 35$ durch die Reduzierung der zeitlichen Auflösung eliminiert wurde. Die durch das Rauschen bedingten Unterschiede sind für $f^* > 20$ sichtbar.

Die Spektren im zweiten Zeitintervall werden durch die Spitzen bei $f^* \approx 8$ dominiert. Ein Vergleich mit den Rotationsfrequenzen in Tabelle 4.1 lässt ebenfalls die erwartete Korrelation mit der doppelten Rotationsfrequenz im Intervall erkennen.

Der Vergleich der berechneten Schalldruckverläufe nach den Formulierungen nach Powell und Möhring lässt die zweite Formulierungen numerisch robuster erscheinen, obwohl diese starkes numerisches Rauschen im Bereich $f^* > 35$ verursachte. In den Schalldruckspektren wurden für beide Formulierun-

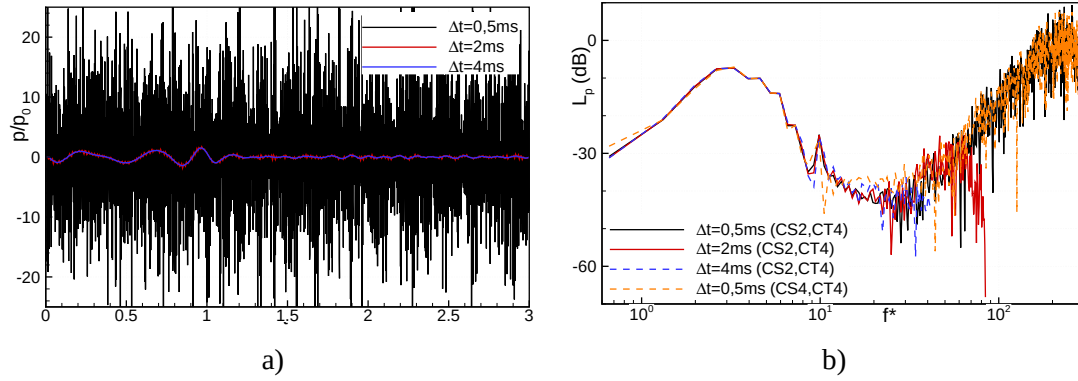


Abbildung 4.7.: a) Schalldruck-Zeit-Verlauf für die zeitlichen Auflösungen $\Delta t = 0,5\text{ms}; 2\text{ms}; 4\text{ms}$; b) Vergleich der Schalldruckspektren ($\Delta f^* = 0,66$) im Zeitintervall $t^* = 0,25..2,03$ mit räumlichen (CS) und zeitlichen (CT) Ableitungen 2-ter und 4-ter Ordnung Möhring ($L_p = 20\log(p/p_0)$)

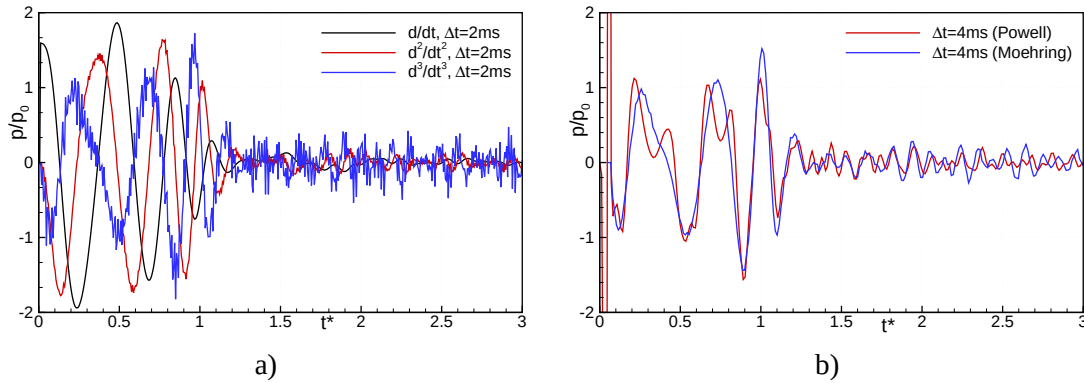


Abbildung 4.8.: a) Integral $I(\vec{x}, t)$ nach der ersten, zweiten und dritten zeitlichen Ableitung bei der Methode nach Möhring; b) Vergleich der Schalldrucksignale nach der Formulierung von Powell und Möhring

gen sehr ähnliche Verläufe beobachtet. Für die folgende Untersuchung eines 4-Wirbel-Systems wird die Formulierung nach Möhring verwendet.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Genauigkeit der Berechnung des Strömungsfeldes mit einem Abbruchfehler 2-ter Ordnung nicht sehr groß ist. Für die Abschätzung der Spektren des erzeugten Schalls durch grobe Strukturen ist die Genauigkeit jedoch ausreichend.

4.6. Gestörtes 4-Wirbelsystem mit LES Strömungsfeld

Um die Schallerzeugung bei der Interaktion der sekundären Wirbelstrukturen mit einander und mit den primären Wirbelstrukturen zu bestimmen, wurde eine Konfiguration aus 4 Wirbeln untersucht. Die Konfiguration wurde vom DLR-OP im EU-Projekt AWIATOR als Benchmark zum Vergleich der LES-Codes vom DLR, UCL (Belgien) und Cerfacs (Frankreich) gerechnet.

Das 4-Wirbel-System, Bild 4.10, besteht aus zwei gegenläufig rotierenden Hauptwirbeln mit der Zirkulation $\pm\Gamma_1$ im Abstand b_1 und zwei gegenläufig rotierenden Nebenwirbeln mit der Zirkulation $\pm\Gamma_2$ im Abstand b_2 , wobei die Paare von Haupt- und Nebenwirbeln ebenfalls gegenläufig rotierend

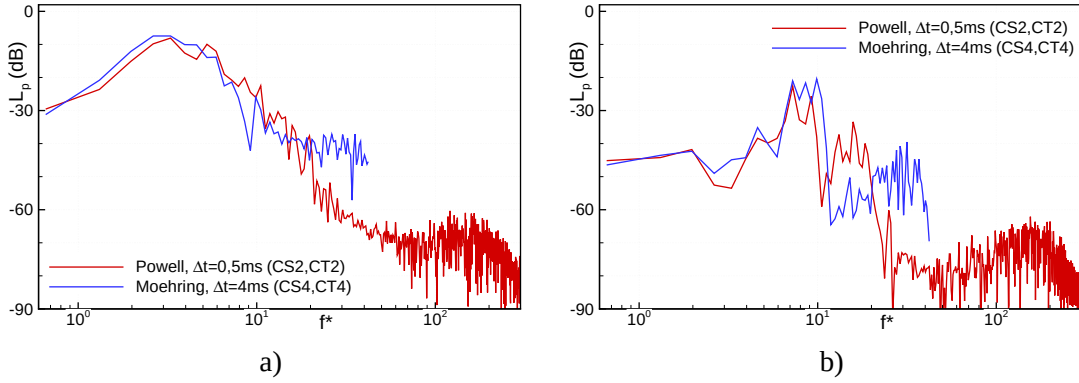


Abbildung 4.9.: Vergleich der Spektren ($\Delta f^* = 0,66$) nach der Formulierung nach *Powell* und *Möhring* in den Zeitintervallen a) $t^* = 0,25..2,03$ und b) $t^* = 1,78..3,55$ ($L_p = 20\log(p/p_0)$)

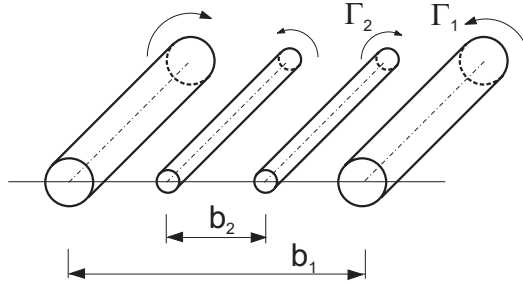


Abbildung 4.10.: Initialisierung des 4-Wirbelsystems

sind. Das Verhältnis der Zirkulation $\Gamma_2/\Gamma_1 = -0,3$ und der Wirbelabstände $b_2/b_1 = 0,3$ wurde so gewählt, dass die Haupt- und Nebenwirbel eines Paares nach dem *Donaldson-Bilanin*-Diagramm, Kapitel 3 Bild 3.10 a), stark interagieren. Die axiale Position der Hauptwirbel variiert entsprechend einer initialen sinus-förmigen Störung mit der Amplitude $a = 0,0001b_1$ und der Wellenlänge $\lambda = 0,98b_1$. Der schwankende Wirbelabstand verursacht eine variierende Auftriebskraft, die durch die Position der Nebenwirbel kompensiert wurde.

Da die LES-Rechnung reibungsfrei und inkompressibel ist, sind die Abstände $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ und die Zeit Δt unabhängig skalierbar und werden als normierte Werte angegeben. Dabei sei auf den Unterschied zwischen der normierten Zeit der LES-Rechnung t' und dem normierten Wirbelalter $t^* = t'/(2\pi)$ hingewiesen. Die Zirkulation und der Wirbelabstand werden $\Gamma = 1, b_1 = 1$ gesetzt.

$$x' = x/b_1 \quad y' = y/b_1 \quad z' = z/b_1 \quad t' = 2\pi t/t_0 = 2\pi t^* \quad \text{mit:} \quad t_0 = 2\pi b_1^2/\Gamma_1$$

Die Kerne der Hauptwirbel müssen nach Erfahrungswerten mit mindestens 6 Punkten aufgelöst werden. Die Radien der Hauptwirbelkerne wurden zu $r_{c1} = 0,075 b_1$ (6 Punkte pro Kernradius) und der Nebenwirbel zu $r_{c2} = 0,05 b_1$ (3 Punkte pro Kernradius) gesetzt. Die Kerngrößen realer Wirbel werden nach Messungen zu $r_c = 0,013 \dots 0,076 b_1$ ($r_c = 0,01 \dots 0,06 B$) geschätzt, weshalb die Kerngröße in der Rechnung überschätzt wurde. Die Größe des Rechengitters beträgt $L_x = 4,8 b_1, L_y = 0,98 b_1, L_z = 8 b_1$. Das Ausgabefeld ist kleiner als das Rechenggebiet und entspricht $L_x = 2,5 b_1, L_y = 0,98 b_1, L_z = 1,75 b_1$.

Die gesamte Rechnung wurde zunächst mit einem internen Zeitschritt $\Delta t' = 2 \cdot 10^{-3}$ aufgelöst und für den interessanten Bereich $t' = 10,65 - 13$ ($t^* = 1,69 - 2,07$) mit den höheren Auflösungen $\Delta t' = 2 \cdot 10^{-4}$ und $\Delta t' = 8 \cdot 10^{-4}$ wiederholt. Die Ausgabe für die erste Auflösung erfolgte als 2-byte integer

und für die zweite als 4-byte floating point. Das Strömungsfeld der geringen zeitlichen Auflösung diente der Initialisierung für die Rechnungen mit den höheren Auflösungen.

Rechengitter: $(\Delta x'; \Delta y'; \Delta z') = (0,0125; 0,01536; 0,0125)$; $(N_x, N_y, N_z) = (384; 64; 640)$
 $\Delta t' = 2 * 10^{-4}$

Ausgabegitter: $(\Delta x'; \Delta y'; \Delta z') = (0,0125; 0,01536; 0,0125)$; $(N_x, N_y, N_z) = (200; 64; 140)$
 $\Delta t' = 4 * 10^{-4}$; $N_t = 5780$ und $\Delta t' = 16 * 10^{-4}$; $N_t = 1445$; Zeitbereich $t' = 10.65 - 13$

Für die Berechnung des Wirbelschalls wurden die normierten Ergebnisse für ein Flugzeug vom Typ CRJ2 mit einer Landegeschwindigkeit $v_\infty = 80 \text{ m/s}$ umgerechnet. Die Dichte der Luft in Flughöhe $h \approx 300 \text{ m}$ während des Anflugs ist $\rho = 1,03 \text{ kg/m}^3$. Die Beobachterposition $\vec{x} = (0, 0, -200 \text{ m})$ befindet sich in großer Entfernung unter dem Wirbelsystem. Werden die Nebenwirbel am Flugzeug erzeugt, verringert sich der Auftrieb $mg = \rho(b_1 \Gamma_1 + b_2 \Gamma_2)$, da $\Gamma_2 / \Gamma_1 < 0$ ist.

Flugzeug : Typ CRJ2; $B = 21,21 \text{ m}$; $b_0 = 16,7 \text{ m}$; $m = 19100 \text{ kg}$; $v_F = 80 \text{ m/s}$
 Wirbel : $\Gamma = 136 \text{ m}^2/\text{s}$; $v_z = -1,3 \text{ m/s}$; $t_0 = 12,9 \text{ s}$; $r_c = 0,74 \text{ m}$
 Rechengitter : $(\Delta x; \Delta y; \Delta z) = (0,2; 0,256; 0,2) \text{ m}$; $\Delta t = 8,2 * 10^{-4} \text{ s}$ und $\Delta t = 3,28 * 10^{-4} \text{ s}$

Das Bild 4.11 zeigt die Isoflächen des λ_2 -Kriteriums² zu den Zeitpunkten $t^* = 1,76$, $t^* = 1,85$, $t^* = 1,95$, und $t^* = 2,03$. Die Nebenwirbel werden bei der Rotation um den jeweiligen Hauptwirbel deformiert und erzeugen durch die Interaktion mit dem Hauptwirbel feinskalige Turbulenz am Kern der Hauptwirbel. Die erzeugte Turbulenz bewegt sich aufgrund der Kernnähe mit einer Geschwindigkeit in der Größenordnung der maximalen tangentialen Geschwindigkeit des Wirbelkerns am Kernradius. Diese beschleunigte feinskalige Turbulenz erzeugt Schall.

Bei $t^* = 1,76$ wird deutlich, dass Abschnitte der Nebenwirbel die Kerne der Hauptwirbel berühren, wodurch sie im Geschwindigkeitsfeld der Hauptwirbel mit der maximalen tangentialen Geschwindigkeit um die Hauptwirbel rotieren. Diese Rotation von Wirbelstärke erzeugt Schall im Bereich der Rotationsfrequenz der Hauptwirbelkerne.

Das Bild 4.12 a) zeigt die Wirbelstärkeverteilung ω_y in einer x-z Ebene für $t^* = 1,69$. Es sind die Wirbelkerne der Hauptwirbel und die schwächeren Nebenwirbel deutlich erkennbar. Die Wirbelstärkeverteilung ω_y und das Profil der Geschwindigkeitskomponente v_z entlang der gestrichelten Linie ist in Bild 4.12 b) dargestellt. Dem Geschwindigkeitsprofil ist die Sinkgeschwindigkeit des Wirbelpaares überlagert. Die maximale tangentielle Geschwindigkeit am Kernradius beträgt $v_{\theta \max} \approx 12 \text{ m/s}$ und der Kernradius $r_c \approx 0,1 b_1$. Damit ergibt sich eine Rotationsfrequenz von $f_0 = v_{\theta \max} / s = v_{\theta \max} / 2\pi r_{c1} = 1,1 \text{ Hz}$.

Als Bezugsgröße für die Normierung der Frequenz im Schalldruckspektrum würde sich die Rotationsfrequenz f_0 des Wirbelkerns anbieten. Da der Kernradius jedoch in experimentellen Messungen nicht bekannt ist und nicht unnötig weitere Bezugsgrößen definiert werden sollen, wird auch hier die übliche Bezugszeit $t_0 = 2\pi b_1 / \Gamma$ verwendet werden. Diese steht mit der Rotationsfrequenz f_0 der Wirbelkerne über einen konstanten Faktor nach Gl.(4.16) in Beziehung.

$$t^* = t/t_0 \quad f^* = f t_0 \quad \text{mit} \quad f_0 = \frac{\Gamma}{(2\pi r_c)^2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{b_0}{r_c} \right)^2 \frac{\Gamma}{2\pi b_1^2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{b_0}{r_c} \right)^2 \frac{1}{t_0} \quad \text{und} \quad t_0 = \frac{2\pi b_1^2}{\Gamma} \quad (4.16)$$

²Das λ_2 -Kriterium detektiert lokale Druckminima als Kerne von Wirbeln. Als Kriterium wurden zwei negative Eigenwerte der Matrix $S^2 + \Omega^2$ definiert [77], wobei S den symmetrischen und Ω den antisymmetrischen Teil der Jacobi-Matrix der Geschwindigkeit ∇u darstellt. Der symmetrische Teil repräsentiert die Scherung $S = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ und der antisymmetrische die Rotation $\Omega = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})$. Dabei bedeutet $u_{i,j}$ die partielle Ableitung der Geschwindigkeitskomponente u_i nach der Raumrichtung j .

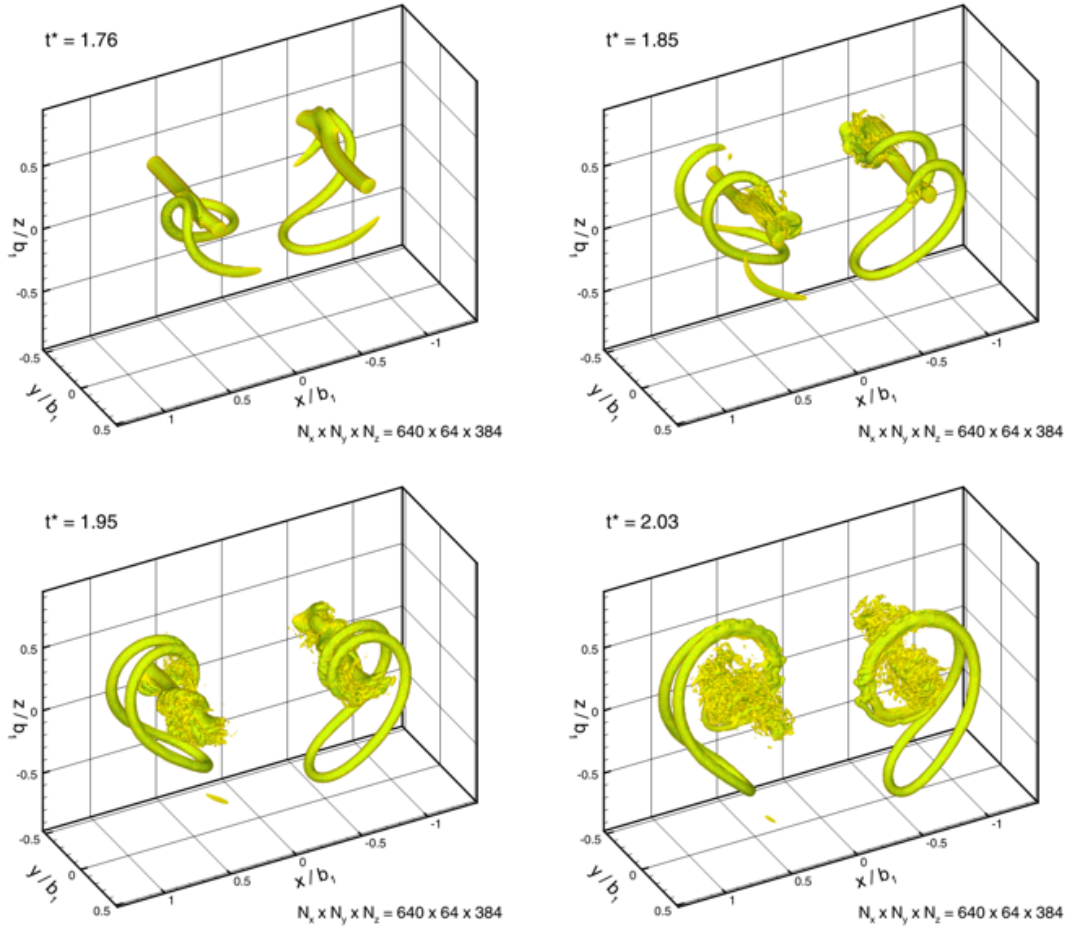


Abbildung 4.11.: Iso-Flächen des λ_2 -Kriteriums zu den Zeitpunkten $t^* = 1,76$, $t^* = 1,85$, $t^* = 1,95$, und $t^* = 2,03$

Der Schalldruck $p(\vec{x}, t)$ am Beobachter $\vec{x}$ wurde mit der Formulierung nach Möhring berechnet. Das Bild 4.13 a) zeigt, dass das Schalldrucksignal im Bereich $t^* = 1,8 \dots 1,9$ durch eine starke Interaktion eines Nebenvirbels mit einem Hauptwirbel dominiert wird. Dabei reduziert sich der Abstand zwischen Neben- und Hauptwirbel, wodurch der Nebenvirbel im Geschwindigkeitsfeld des Hauptwirbels beschleunigt wird. Dieser Vorgang erzeugt ähnlich dem rotierenden Wirbelpaar Schall. Jedoch ist die Zirkulationsverteilung des Gebildes aus Haupt- und Nebenvirbel stark unsymmetrisch, wodurch die Frequenz des am Beobachter registrierten Schall nicht der doppelten, sondern der einfachen Rotationsfrequenz des Hauptwirbels entspricht.

Das Schalldruckspektrum, Bild 4.13 b), zeigt eine Überhöhung bei $f^* \approx 11,6$, die sehr nah bei der geschätzten reduzierten Rotationsfrequenz von $f^* \approx 14,6$ am Kernradius der Hauptwirbel liegt. Die Schallemission der feinskaligen Turbulenz muss deutlich über diesem Frequenzbereich liegen und geht aufgrund der räumlichen Auflösung und der Genauigkeit der Zahlenwerte im numerischen Rauschen unter.

Zur Überprüfung der ausreichenden Genauigkeit der Ausgangsdaten wurde für die Darstellung des Strömungsfeldes eine optimierte 2-byte integer (16bit) und eine 4-byte floating point Darstellung (32bit) verwendet. Die resultierenden Spektren zeigen keinen wesentlichen Unterschied zwischen den

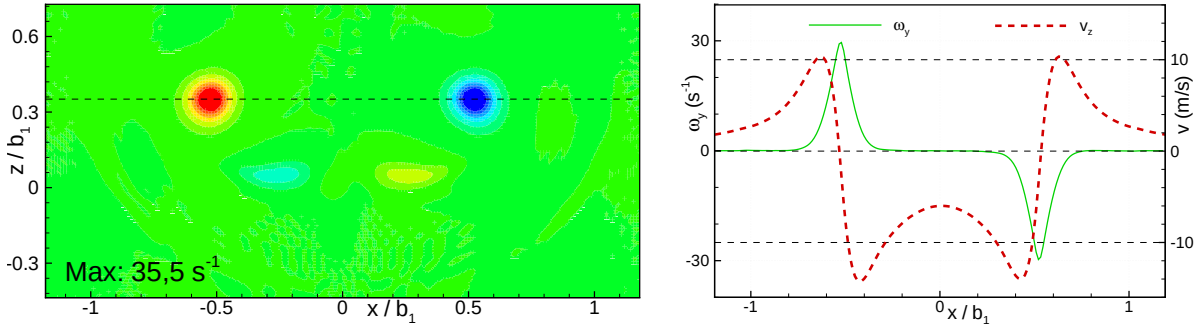


Abbildung 4.12.: a) Verteilung der Wirbelstärke ω_y zum Zeitpunkt $t^* = 1,69$; b) Wirbelstärke ω_y und Geschwindigkeit v_z zum Zeitpunkt $t^* = 1,69$

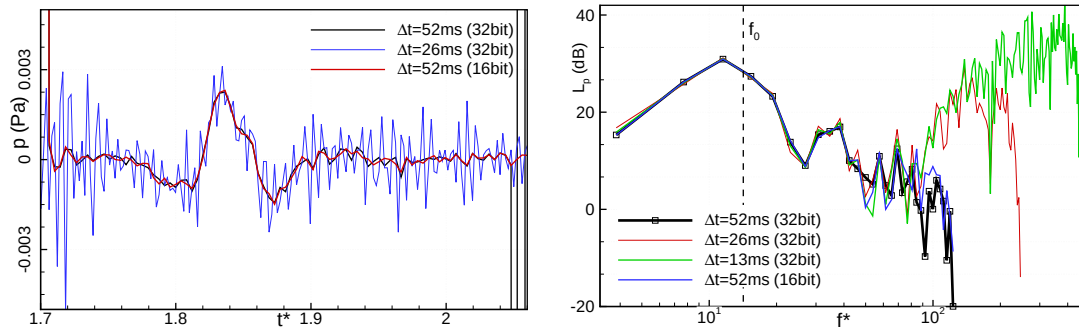


Abbildung 4.13.: a) Schalldrucksignal und b) Schalldruckspektrum ($\Delta f^* = 3,9$) nach der Formulierung von Möhring im Zeitintervall $t^* = 1,72..2,04$

beiden Genauigkeiten. Die Darstellung des Strömungsfeldes ist für die wesentlichen Eigenschaften des Spektrums ausreichend genau.

Die Wirbelkerne wurden bedingt durch die räumliche Auflösung der LES mit $r_c = 0,075b_1$ angenommen, obwohl die Ergebnisse von Überflugmessungen eher Werte von $r_c = 0,01 \dots 0,02 B \approx 0,013 \dots 0,026 b_1$ vermuten lassen. Da für die Rotationsfrequenz der Wirbelkerne $f \sim 1/r^2$ gilt, würde sich das Maximum im Spektrum bei einem realistischen Wirbelkern nach $f_k = (r_1/r_2)^2 f_1$ zu $f^* \approx 683$ ($f \approx 53Hz$) bei $r_{c1} \approx 0,013b_0$ und $f^* \approx 193$ ($f \approx 15Hz$) bei $r_{c1} \approx 0,026b_0$ verschieben. Diese Werte liegen im Bereich der experimentellen Ergebnisse.

Der Schalldruckpegel beim Maximum beträgt $L_p = 28dB$. Die Normierung der Schallemission auf eine Wirbelausdehnung in y-Richtung $\Delta y = 1m$ erfordert die Korrektur $\Delta L_p = -10 \log(\Delta y N_y / 1m) \approx -12 dB$ und erlaubt den Vergleich mit den experimentell ermittelten fokussierten und auf die Hauptkeulenbreite normierten Spektren. Die Spektren aus den Messungen zeigen maximale Pegel von $L_p = 20dB$. Da die Zirkulation der Nebenvirbel mit $\Gamma_2/\Gamma_1 = -0,3$ sehr hoch ist, überrascht die geringe Differenz zwischen den numerisch ($L_p = 16dB$) und experimentell ($L_p = 20dB$) ermittelten maximalen Schalldruckpegeln.

Diese numerische Untersuchung der Wirkung der sekundären Wirbelstrukturen lässt vermuten, dass die Lage des Maximums im Spektrum eine Aussage über die Rotationsfrequenz der Hauptwirbel erlaubt. Ist die Zirkulation bekannt, können die Kernradien der Hauptwirbel abgeschätzt werden. Die Zirkulation kann aus den akustisch gemessenen Werten der Sinkgeschwindigkeit und des Wirbelabstandes ermittelt werden. Die Pegel des Maximums erlauben möglicherweise Rückschlüsse auf die Störung der Wirbelkerne durch die sekundären Wirbelstrukturen und die den Kern umgebende Turbulenz.

4.7. Zusammenfassung der Erkenntnisse aus der numerischen Untersuchung

Es wurde gezeigt, dass rotierende Wirbelstärke Schall erzeugt. Ein rotierendes symmetrisches Wirbelpaar emittiert ein Ton, dessen Frequenz der doppelten Rotationsfrequenz des Wirbelpaares entspricht. Ist die Zirkulationsverteilung jedoch unsymmetrisch, dann entspricht die Frequenz der einfachen Rotationsfrequenz des Wirbelpaares.

Der Vergleich der analytischen Lösung für das Schallfeld eines rotierenden Wirbelpaares mit der numerischen Lösung basierend auf einer LES Rechnung und einer Akustischen Analogie zeigte, dass das numerische Verfahren geeignet ist, um Abschätzung für die Schallemission von Wirbelsystemen zu treffen.

Das numerische Verfahren wurde zur Untersuchung der Schallerzeugung durch die Interaktion von primären und sekundären Wirbelstrukturen in Wirbelschleppen angewendet. Diese Interaktion wird als dominanter Mechanismus der Schallerzeugung in Wirbelschleppen angesehen. Die Studie zeigte, dass bei dieser Interaktion Schall erzeugt wird. Da die größte Beschleunigung in der Nähe des Kernradius der primären Wirbelstrukturen auftritt, sind die stärksten Schallquellen auch in der Nähe der Kerne der primären Wirbelstrukturen zu finden.

Der maximale Schalldruckpegel liegt bei der Frequenz f_a , in der Nähe der Rotationsfrequenz f_r der Wirbel, $f_a/f_r = 0,82$. Bei Vernachlässigung des Faktor lässt sich mit der einfachen Beziehung Gl.(4.17) bei Kenntnis des Kernradius die Zirkulation abschätzen.

$$f_a \approx f_r = (2\pi r_c)^2 / \Gamma \quad (4.17)$$

Da bei der Interaktion der sekundären und primären Wirbelstrukturen auch feinskalige Turbulenz erzeugt wird, entsteht auch Schall oberhalb der Rotationsfrequenz.

Mit der Frequenz des maximalen Schalldruckpegels und der Kenntnis des Kernradius der primären Wirbel könnte die Zirkulation der primären Strukturen bestimmt werden. Experimentelle Untersuchungen lassen zeitlich konstante Kernradien von $r_c/B = 0,01 \dots 0,02$ [31] vermuten. Ist jedoch die Zirkulation bekannt, so könnte der Kernradius der primären Strukturen bestimmt werden.

Diese Ergebnisse sollen im Folgenden in experimentellen Messungen bestätigt werden.

5. Beschreibung der durchgeführten Messungen

Zur experimentellen Untersuchung der akustischen Eigenschaften von Wirbelschleppen sowie zur Klärung der Zusammenhänge zwischen akustischen und strömungsmechanischen Größen der Wirbel wurden drei Messungen an kommerziellen Flugzeugen durchgeführt. Im folgenden werden die Zielstellungen, der Messaufbau und die Durchführung dieser drei Messkampagnen beschrieben. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen ist Gegenstand des Kapitels 6.

Als akustisches Messverfahren wurde die Mikrofon-Array-Technik eingesetzt, deren Grundlagen in Kapitel 7 dargelegt werden. Diese Technik erlaubt die Lokalisierung von Schallquellen und die Bestimmung der zeitlichen und spektralen Eigenschaften einer Quelle. Die strömungsmechanischen Parameter der Wirbel wurden mit LIDAR von Partnern bestimmt und zur Verfügung gestellt.

5.1. Messung I: Berlin, 2000

Die erste Messkampagne wurde im Juni 2000 im Rahmen des europäischen Forschungsprojektes C-WAKE auf dem *Berlin Brandenburg Airport* in Berlin-Schönefeld an landenden zivilen Flugzeugen des regulären Flugbetriebs durchgeführt. Die Messung diente dem Nachweis, dass Wirbelschleppen mit Mikrofon-Arrays lokalisierbar sind. Die Bilder 5.1 a) und b) zeigen den Messaufbau. Die landenden Flugzeuge überflogen das Mikrofon-Array in einer Höhe von $h \approx 50\text{m}$ mit einer Geschwindigkeit von $v \approx 70\text{m/s}$. Die Höhe der Flugzeuge wurde mit drei Laser-Entfernungsmessern (L1-L3) an verschiedenen Positionen unter dem Flugpfad und die Geschwindigkeit mit zwei Zeilenkameras (Z1-Z2) als Helligkeitssensoren bestimmt. Der Messort befand sich auf der verlängerten Mittellinie der Landebahn 25L, ca. 900m vor der Landeschwelle.

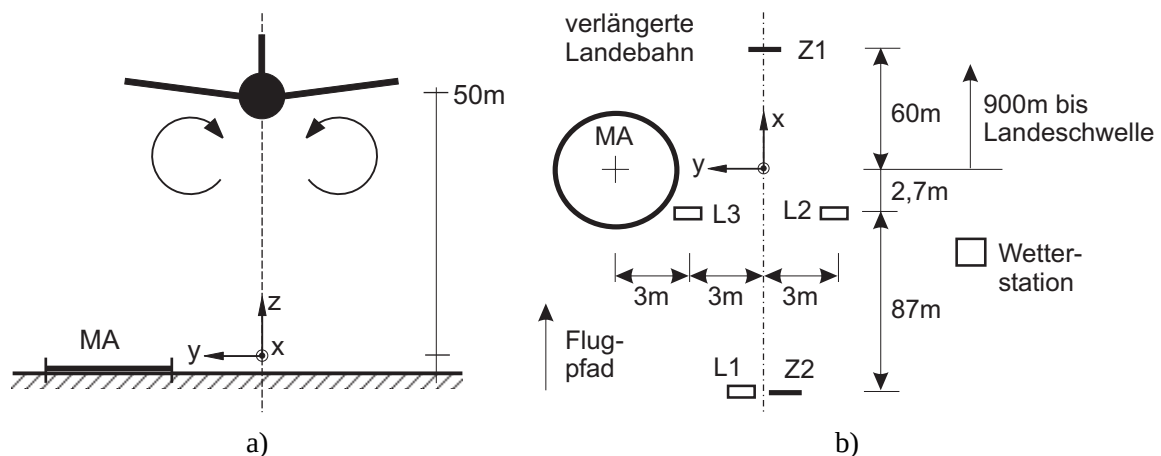


Abbildung 5.1.: Messaufbau der Messung I auf dem *Berlin Brandenburg Airport* in Berlin-Schönefeld: a) Blick in Flugrichtung und b) Blick auf den Aufbau von oben

Die Anzahl der gemessenen Überflüge pro Flugzeugtyp, die mittleren Überflughöhe $\bar{h}$, die mittlere Geschwindigkeit über Grund $\bar{v}$ und der mittlere Gleitwinkel $\bar{\alpha}$ sind in Tabelle 5.1 angegeben. Die

Flugzeugtypen wurden durch den Flughafen Berlin-Schönefeld zur Verfügung gestellt. Als Störgeräusch ist die Schubumkehr nach der Landung der Flugzeuge zu nennen. Das Mikrofon-Array bestand

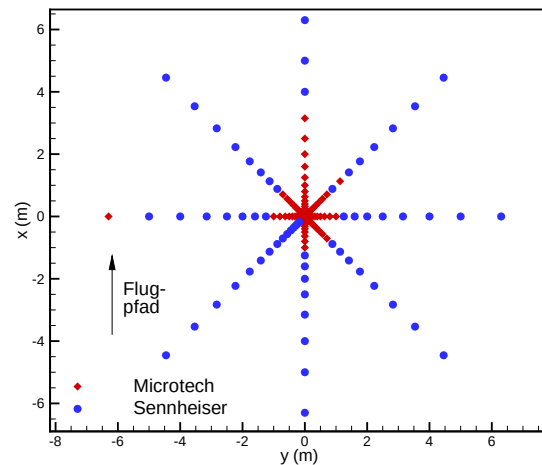
Typ	Anzahl Mikrofon	Anzahl LIDAR	Anzahl RADAR	Höhe $\bar{h}(m)$ / Stdabw.	Geschwindigkeit $\bar{v}(m/s)$ / Stdabw.	Gleitwinkel $\bar{\alpha}(^\circ)$ / Stdabw.
A319	2	-	-	48,4 / 2,0	62,6 / 7,2	3,7 / 1,8
A320	4	-	-	48,3 / 4,7	69,6 / 0,8	4,5 / 0,2
B733	3	-	-	49,3 / 3,3	72,1 / 5,0	2,8 / 0,8
B734	1	-	-	47,1 / -	63,6 / -	5,2 / -
B737	1	-	-	51,9 / -	63,0 / -	3,6 / -
B736	1	-	-	49,0 / -	66,6 / -	4,7 / -
B752	2	-	-	48,1 / 1,2	68,9 / 1,7	4,5 / 0,1
MD83	1	-	-	51,9 / -	60,0 / -	3,6 / -
TU134	1	-	-	50,6 / -	82,6 / -	3,0 / -
TU5M	2	-	-	46,3 / 0,8	74,3 / 2,0	3,1 / 1,8

Tabelle 5.1.: Übersicht der gemessenen Daten der Messung I, Flughafen Berlin-Schönefeld, 2000

aus 152 Mikrofonen, die auf Kreisen mit einem maximalen Durchmesser von $D=12m$ auf einer ebenen Holzkonstruktion ausgelegt wurden. Da die Hauptkeulenbreite des Arrays proportional zu dessen Ausdehnung ist und die Quellverteilungen üblicherweise für Terzbänder berechnet werden, wurde für die Radien der Kreise eine logarithmische Teilung gewählt. Die Mikrofonposition auf den Kreisen wurde durch den Startwinkel $\phi_0 = 0^\circ$ und einen konstantem Winkelabstand von $\Delta\phi = 45^\circ$ definiert.



a)



b)

Abbildung 5.2.: a) Sicht auf das installierte Mikrofon-Array am Messort der Messung I in Berlin-Schönefeld; b) gemischte Mikrofonverteilung von Kapseln von Sennheiser und Microtech-Gefell

Die Datenaufzeichnung erfolgte für den Überflug des Flugzeuges und die Wirbelschleife getrennt. Die erste Aufzeichnung wurde manuell ca. 2 s vor dem Überflug gestartet und dauerte $t_m = 5$ s. Die zweite Aufzeichnung startete automatisch nach dem Ende der ersten mit einem größerem Verstärkungsfaktor und dauerte $t_m = 25$ s. Die Verzögerungszeit durch die Umschaltung der Verstärkung zwischen der ersten und zweiten Aufzeichnung betrug ca. $\Delta t \approx 2$ s. Die Parameter der Datenaufzeichnung sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt.

Die Auswertung zeigte, dass ein konstanter Startwinkel auf allen Kreisen hohe Seitenkeulen im *Array-Pattern* verursacht. In späteren Überflugmessungen [60] [59] wurden deshalb Mikrofonverteilungen auf archimedischen $r = a \phi_0$ und logarithmischen Spiralen $r = a e^{b\theta_0}$ mit ungerader Anzahl von Armen verwendet. Arrays mit Verteilungen auf logarithmischen Spiralen sind durch ein US-Patent [35] geschützt.

Die Messung wurde aufgrund der *Internationalen Luftfahrtausstellung (ILA) 2000* und schlechten Wetters mehrfach unterbrochen. Das Mikrofon-Array wurde während dieser Unterbrechungen mit einer Plane abgedeckt. Durch Risse in der Plane konnten sich Wasserlachen auf den Holzplatten bilden, wodurch die Mikrofone teilweise im Wasser lagen. Die Kapseln KE-4 von Sennheiser, die mit einer Heizung zur Vermeidung von Kondenswasser in einem Metallröhrchen eingebaut waren, erwiesen sich unter diesen widrigen Bedingungen als erheblich robuster als die Kapseln MK301 von Microtech-Gefell. Die defekten Mikrofone wurden bei der Auswertung ausgeblendet.

Eine wichtige praktische Erkenntnis ergab sich aus dem Umstand, dass im Array 80 Mikrofonkapsel KE-4 von Sennheiser mit einem am *DLR-BC* entwickelten Vorverstärker und 72 Kapseln von Microtech-Gefell MK301 mit dem Vorverstärker MV302 eingesetzt wurden. Im Bild 5.2 sind die Kapseln von Sennheiser als blaue und die von Microtech-Gefell als rote Punkte gekennzeichnet. Die gleichzeitige Auswertung der beiden Kapseltypen führte zu schlechten Ergebnissen, obwohl die Phasendrehung von $\Delta\phi = 180^\circ$ berücksichtigt wurde. Begründet wird das durch die stark unterschiedlichen Amplituden- und Phasengänge der beiden Mikrofontypen. Die Amplituden- und Phasengänge von 80 Mikrofonkapseln vom Typ Sennheiser KE4 zu einem Referenzmikrofon von B&K Typ 4135 wurden in einem Teilprojekt des nationalen *Verbundvorhabens Leiser Verkehr* vermessen. Die Ergebnisse wurden vom Autor in einem *DLR Bericht* [8] veröffentlicht.

Der Autor verantwortete in dieser Messkampagne die Datenauswertung, in der der Nachweis erbracht wurde, dass Wirbelschleppen mittels eines Mikrofon-Arrays lokalisierbar sind. Die Wirbelschleppen wurden durch die geringe Überflughöhe vom Bodeneffekt beeinflusst. Es wurden erste Spektren des Wirbelschalls ermittelt. Als relevanter Frequenzbereich wurde $f < 1 \text{ kHz}$ identifiziert, wobei die Terzbändern $f_m = 250 \text{ Hz}$ und $f_m = 315 \text{ Hz}$ die deutlichsten Quellverteilungen zeigten. Die Ergebnisse wurden im Jahr 2002 auf der *Aeroacoustics Conference* in Breckenridge, USA, [99] vorgestellt.

5.2. Messung II: Tarbes, Frankreich, 2002

In der zweiten Messkampagne, die ebenfalls im Rahmen des Projektes *C-WAKE* durchgeführt wurde, wurden die Wirbelschleppen eines Flugzeuges vom Typ Airbus 340 auf dem *Tarbes-Lourdes-Pyrenees Airport*, Frankreich, im Juni 2002 gemessen. Die Bilder 5.3 und 5.4 zeigen den Messaufbau. Das Mikrofon-Array (MA TA) wurde am Punkt P1, 174 m neben der Landebahn 20, installiert. Aufgrund von starken Störgeräuschen von einem Motorenprüfstand wurde das Array später um 165m in Flugrichtung (P2) verschoben. Das Geschwindigkeitsprofil der Wirbelschleppen wurde gleichzeitig mit zwei kontinuierlichen (CW) LIDAR-Systemen von *ONERA* und *QinetiQ*, sowie mit einem gepulsten (P) LIDAR-System vom *DLR-OP* untersucht. Die Wetterbedingungen wurden mit einem SODAR-System bis zu einer Höhe von $h_{max} = 200\text{m}$ dokumentiert. Alle Systeme wurden über die GPS-Zeit, die als IRIG-B Code aufgezeichnet wurde, synchronisiert.

Das Flugzeug vom Typ A340 wurde in verschiedenen Konfigurationen, Tabelle 5.2, und in Überflughöhen $h = 180 \dots 410 \text{ m}$ geflogen. Bei den Konfigurationen C1, C2 und C4 stellte sich der Gleitwinkel α nach der aktuellen Masse des Flugzeuges, die durch den Treibstoffverbrauch ständig abnimmt, ein.

Das für diese Messung entwickelte kompakte Mikrofon-Array hat eine Ausdehnung von $\Delta x = 2,9 \text{ m}$ längs und $\Delta y = 5,1 \text{ m}$ quer zur Flugrichtung, Bild 5.5 b). Vor der Messung bestand die Forderung einer schnellen Verlegbarkeit des Mikrofon-Array entsprechend der Windrichtung des Messtages. Mit einem kompakten Aufbau des Arrays, welcher einen einfachen Transport und kurze Installationszeiten ermöglicht, wurde dieser Forderung Rechnung getragen. Das Array wurde mit den Erfahrungen

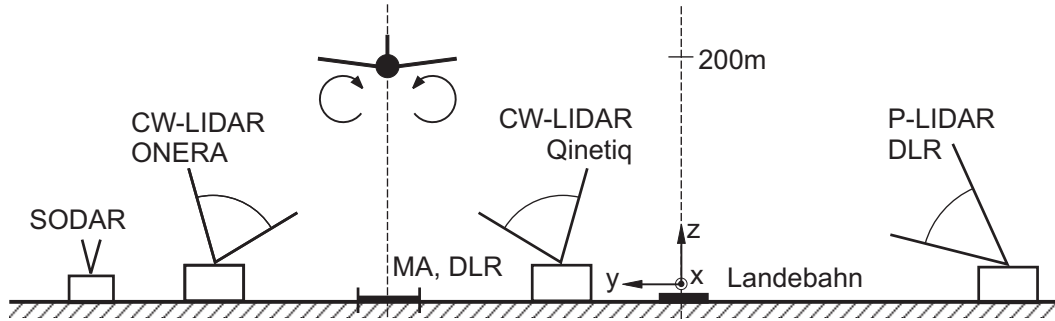


Abbildung 5.3.: Messaufbau der Messung II auf dem *Tarbes-Lourdes-Pyrenees Airport*: Blick in Flugrichtung

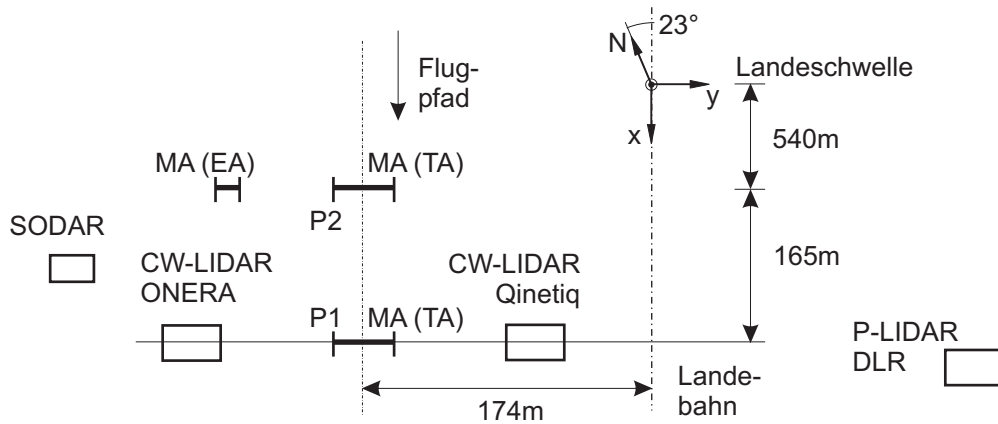


Abbildung 5.4.: Messaufbau der Messung II auf dem *Tarbes-Lourdes-Pyrenees Airport*: Blick auf den Aufbau von oben

aus der Messung I für einen Frequenzbereich $f = 200 \dots 1 \text{ kHz}$ ausgelegt, wobei die untere Grenze einen Kompromiss zwischen Kompaktheit und interessierendem Frequenzbereich darstellte. Das Array besteht aus 4 Platten in Sandwich-Bauweise mit den Abmessungen $1,7 \times 1,2 \text{ m}$, Bild 5.5 a) und b), mit je 32 vorinstallierten Mikrofonen vom Typ Sennheiser KE-4 und integrierten A/D-Wandlern. Zur Reduzierung von Eigenschwingungen wurden unregelmäßige Verstrebungen in die Platten eingezogen. Dieser Aufbau erforderte eine Optimierung der Mikrofonverteilung, welche im Kapitel 7.6 beschrieben wird. Die unterschiedlichen Abmessungen in x- und y-Richtung spiegeln sich in der elliptischen Form der Hauptkeule des Arrays wieder, die eine gute Separation der beiden Wirbel untereinander bei gleichzeitiger Integration längs der Wirbelachsen ermöglichte. Das Array wird aufgrund seiner Form als T-Array (TA) bezeichnet. Zur Unterdrückung des Windgeräuschs wurde das Array mit einer Platte aus retikuliertem Schaum abgedeckt. Dieser Schaum hat sich auch als effektiver Schutz vor kürzeren Regenschauern erwiesen.

Ein kleines Mikrofon-Array mit einer elliptischen Mikrofonverteilung (MA EA) befand sich an einem zum Punkt P2 um $\Delta y = 50 \text{ m}$ versetzten Punkt. Das Array besteht aus einer Platte in Sandwich-Bauweise mit den Abmessungen $1,7 \times 1,2 \text{ m}$ und diente dem Versuch der Flugzeug- und der vertikalen Wirbelverfolgung. Das Verfahren und die Ergebnisse zur Verfolgung des Flugzeuges werden im Abschnitt 7.7 erläutert.

Die Dauer der Aufzeichnung beträgt $t_m = 45 \text{ s}$. Die Parameter der Datenaufzeichnung sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt.

Konf.	Anzahl	Vorflügel/ Landeklappen	Fahrwerk ein/aus	Gleitwinkel $\alpha(^{\circ})$	Geschwindigkeit (TAS) v (m/s)	Zirkulation Γ (m^2/s)	Seitenwind w_y (m/s)	Drehzahl N1 (%) / Stdabw.
C1	13	24°/32°	ein	-	74	495	5,7	67,3 (2,8)
C2	16	0°/0°	ein	-	107	365	5,3	59,1 (4,3)
C3a	10	24°/32°	ein	3,9°	91	430	3,3	35,4 (0,5)
C3b	18	24°/32°	ein	1,9°	88	440	3,0	56,4 (6,1)
C4	8	24°/26°	ein	-	82	440	2,6	66,3 (2,0)

Tabelle 5.2.: Übersicht zu den geflogenen Konfigurationen des Flugzeuges vom Typ A340

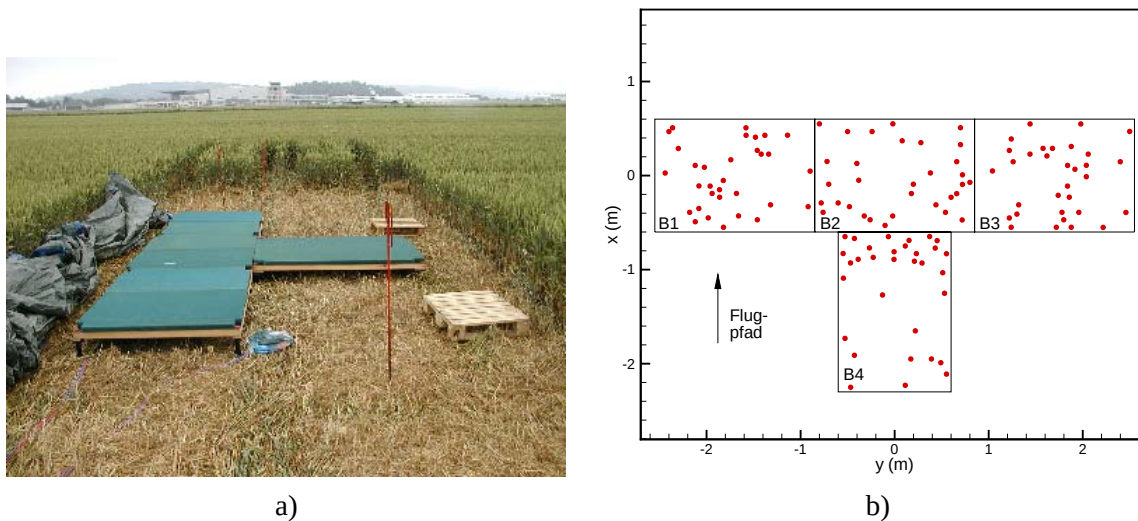


Abbildung 5.5.: a) Sicht auf das Mikrofon-Array (TA); b) Mikrofonverteilung des T-Arrays bei Messung II in Tarbes, Frankreich

Der Autor verantwortete die Planung, Durchführung und Auswertung der Messung. Die Ergebnisse wurden auf einem *DLR-NASA-FAA Workshop* in Berlin im April 2003 [6] und bei der *DGLR Jahrestagung 2004* [9] vorgestellt.

5.3. Messung III: Denver, USA, 2003

Die dritte Messkampagne wurde vom *NASA Langley Research Center* und dem *Volpe Center des U.S. Department of Transportation (DoT)* am *Denver International Airport* im August und September 2003 organisiert. Das *DLR-BC* nahm an den Messtagen 25.08.-04.09.03 teil. Die Messung diente dem Vergleich der Mikrofon-Array-Technik mit einem opto-akustischen System von *Flight Safety Technology Inc. (FST)* zur Lokalisierung und akustischen Charakterisierung der Wirbel. Dieser Technologievergleich wurde maßgeblich durch die Veröffentlichung der Ergebnisse der Messungen I und II motiviert. Es wurden die Überflüge landender ziviler Flugzeuge des regulären Flugbetriebs in einer Höhe von $h \approx 200 \text{ m}$ gemessen. Der Messort befand sich ca. 3050 m vor der Landeschwelle der Landebahn 16L. Die Bilder 5.6 und 5.7 zeigen den Messaufbau.

Zur Messung des Wirbelschalls wurde das T-Array eingesetzt. Um eine höhere räumlich Auflösung in x -Richtung zu erhalten, wurde das T-Array für Teile der Messungen um das elliptische Array (EA) ergänzt, Bild 5.9 a). Dieses Array wird im Folgenden als TP-Array (TPA) bezeichnet. Um eine ausreichende Auflösung bei tiefen Frequenzen $f < 250 \text{ Hz}$ zu erreichen, wurde ein Kreuz-Array, folgend



Abbildung 5.8.: Sicht auf a) das TP-Array und b) einen Arm des X-Array in der Messung III in am Flughafen Denver, USA

200 Hz gedacht war, in welchem hohe Signalpegel gemessen werden, resultiert durch die geringere Dynamik kein Nachteil.

Das opto-akustischen System (SOCRATES) von *FST* [50] [49] wurde auf der verlängerten Mittellinie der Landebahn durch *Lookheed-Martin* installiert und betrieben. Im Auftrag der *NASA* betrieb *OptiNav Inc.* ein großes Mikrofon-Array (MA NASA) mit einer Ausdehnung von 30 m x 250m [34]. Die Geschwindigkeitsprofile der Wirbelschleppen wurden mit einem CW-LIDAR System vom *MIT* und einem P-LIDAR System von *CTI* gemessen. Es sind nur die Trajektorien und die Zirkulation, nicht aber die Kernradien der Wirbel verfügbar. Die Flugzeug-Trajektorien sind als RADAR Daten verfügbar. Die Wetterbedingungen wurden mit einem SODAR-System ($h \approx 35..200\text{ m}$) und Wind-, Temperatur- und Feuchtigkeitsmessern in verschiedenen Höhen ($h < 40\text{ m}$) an einem Wasserturm der *NASA* und in einer Wetterstation ($h = 2\text{ m}$) von *Lookheed-Martin* dokumentiert. Alle Systeme wurden über die GPS-Zeit, die als IRIG-B Code aufgezeichnet wurde, synchronisiert. Dieses Zeitsignal stand jedoch für einige Überflüge durch Probleme mit der Datenerfassung nicht zur Verfügung. Für diese Überflüge wurde die im Dateinamen kodierte Zeit der internen Computeruhr genutzt. Dafür war die Drift von ca. 1 Sekunde pro Tag zu kompensieren.

Beim Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Messsysteme sind die Orientierungen der verwendeten Koordinatensysteme zu beachten. Das Bild 5.10 vergleicht die Koordinatensysteme des Mikrofon-Arrays, der RADAR-Daten und der Wetterdaten. LIDAR verwendete das System des Mikrofon-Arrays.

Die Tabelle 5.3 gibt einen Überblick über den gemessenen Datensatz und den zur Verfügung stehenden Daten anderer Messsysteme. Es werden die Mittelwerte der Überflughöhe $\bar{h}$, der mittleren Geschwindigkeit über Grund $\bar{v}$ und des mittleren Gleitwinkels $\bar{\alpha}$ zusammen mit deren Standardabweichungen angegeben.

Die Messdauer der Aufzeichnung war praktisch auf $t_m = 45\text{ s}$ begrenzt. Längere Messzeiten verursachten überproportional wachsende Speicherzeiten. Eine Erhöhung hätte die Anzahl der gemessenen Überflüge zu stark reduziert. Die Ursachen werden im Kapitel 5.4 erläutert. Für einige wenige Überflüge wurden längere Messdauern gewählt. Die Parameter der Datenaufzeichnung sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt. Als Störgeräusche sind die Schubumkehr nach der Landung, Flugzeuge auf der parallelen Landebahn (16R) und der Verkehr auf einer gering befahrenen Straße in 100m Entfernung zu nennen.

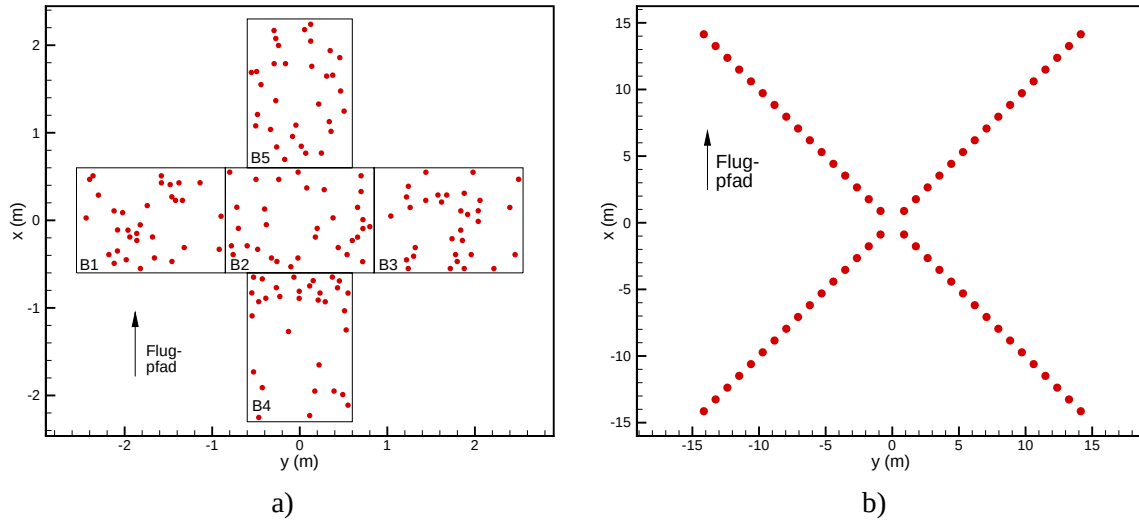


Abbildung 5.9.: Mikrofonverteilung des TP-Arrays a) und des X-Arrays b) in Denver

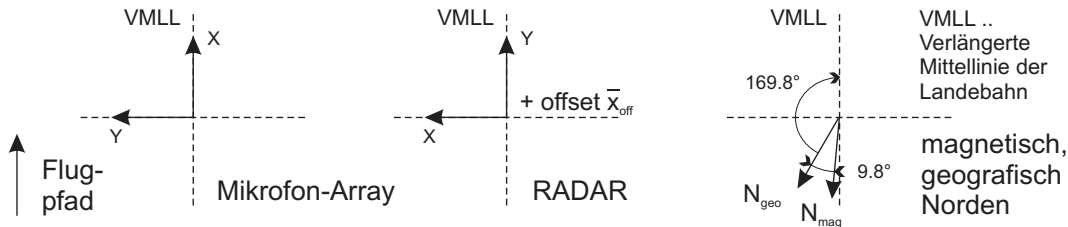


Abbildung 5.10.: Koordinatensysteme der Messsysteme Mikrofon-Arrays, RADAR, Wetterstation und der Abweichung zum geographischen und magnetischen Norden in Denver

Die akustischen Messungen konnten im Rahmen eines Unterauftrages von *Flight Safety Technologies (FST)* an das *DLR-BC* durchgeführt werden. Der Autor verantwortete die Planung, Durchführung und Auswertung der Messung. Die Ergebnisse wurden auf einem *NASA-FAA Workshop* in Denver im August 2004 [10] und bei der *DGLR Jahrestagung 2004* [9] vorgestellt.

5.4. Datenerfassungssystem

Das *DLR, Institut für Antriebstechnik, Abteilung Turbulenzforschung* hat eine lange Tradition in der Entwicklung von Datenerfassungssystemen. Die Messung I wurde mit einem 16-Bit Erfassungssystem von *GBM* durchgeführt, bei welchen jeweils 8 Kanäle zeitlich versetzt von einem A/D Wandler abgetastet wurden. Für die Messungen II und III kam ein neu entwickeltes und sehr leistungsfähiges Datenerfassung zu Einsatz, auf das im Folgenden genauer eingegangen wird.

Das System unterstützte zum Zeitpunkt der Messungen II und III 256 Kanälen mit einer Kanal-Abtastfrequenz von $f_s = 40 \text{ kHz}$. Dabei werden jeweils 32 Analog-Signalkanäle auf eine A/D Wandlereinheit zusammengeführt. Die Wandlereinheit besteht aus 4 Karten, AEB8-I von *RME*, die die A/D-Umsetzung mit einem 24-Bit Sigma-Delta-Wandler pro Kanal für jeweils 8 Kanäle realisieren. Die Analog-Signale werden vor der A/D-Wandlung mit einem Hochpass (HP) und einem Tiefpass (TP) gefiltert und vorverstärkt. Die HP-Filterung wird über ein RC-Glied vor dem Karteneingang realisiert. Der Filter verhindert die Übersteuerung durch tieffrequente Windgeräusche an den Mikrofonen und bietet zudem einen Schutz der A/D-Wandlereingänge. Der TP-Filter ist ein digitaler *Anti-Aliasing-Filter* der

Typ	Anzahl Mikrofon	Anzahl LIDAR	Anzahl RADAR	Höhe $\bar{h}(m)$ / Stdabw.	Geschwindigkeit $\bar{v}(m/s)$ / Stdabw.	Gleitwinkel $\bar{\alpha}(^\circ)$ / Stdabw.
A319	54	29	54	191,5 / 11,6	74,2 / 5,7	-2,8 / 0,2
A320	28	18	28	190,7 / 11,5	78,6 / 3,7	-2,8 / 0,3
B712	2	1	2	188,9 / 12,7	77,9 / 5,2	-2,9 / 0,1
B733	42	20	41	193,6 / 15,6	79,2 / 5,7	-2,9 / 0,4
B734	5	1	5	204,7 / 15,9	79,9 / 5,2	-2,7 / 0,2
B735	13	3	13	189,2 / 10,5	76,6 / 4,5	-2,8 / 0,2
B737	2	2	2	182,9 / 14,1	87,7 / 5,2	-2,8 / 0,1
B738	10	3	9	189,4 / 8,1	86,1 / 4,6	-2,8 / 0,1
B752	30	13	29	194,0 / 13,2	75,7 / 4,0	-2,8 / 0,2
B763	4	3	4	195,7 / 8,8	78,3 / 4,7	-2,8 / 0,2
B772	6	4	6	184,7 / 18,7	78,3 / 1,8	-2,7 / 0,1
BA46	8	3	8	204,4 / 45,8	79,0 / 4,7	-3,2 / 0,9
CRJ2	34	15	34	208,1 / 17,1	82,8 / 4,7	-2,9 / 0,3
CRJ7	1	0	1	204,9 / -	83,2 / -	-2,8 / -
E120	1	0	1	211,9 / -	73,6 / -	-2,8 / -
MD80	3	2	3	200,9 / 1,0	78,8 / 5,5	-2,6 / 0,0
MD82	10	6	10	196,4 / 14,8	79,3 / 3,8	-2,7 / 0,2
MD83	4	2	4	208,4 / 15,2	80,8 / 6,7	-2,9 / 0,2

Tabelle 5.3.: Übersicht der gemessenen Daten der Messung III, Denver, 2003

automatisch an die Abtastfrequenz angepasst wird. Die Übertragung der digitalisierten Signale zum zentralen Datenerfassungssystem und die Stromversorgung erfolgen über zwei CAT-5 Ethernet-Kabel pro Wandlereinheiten mit einer Länge von 50 m. Für die Stromversorgung werden DC/DC-Wandler eingesetzt, die eine Signalstörung durch Netzbrummen verhindern. Werden die 32 Mikrofone vorinstalliert, lassen sich mit diesem Konzept extrem kurze Installationszeiten und eine geringe allgemeine Fehleranfälligkeit realisieren. Das zentrale Datenerfassungssystem kann über eine Ethernetleitung mit einer Länge von 300 m ferngesteuert werden.

Das kompakte Mikrofon-Array besteht aus 5 Platten in Sandwich-Bauweise mit je 32 installierten Mikrofonen und einer integrierten A/D Wandlereinheit. Die kurzen Kabellängen für die Analogsignale minimieren Einstreuereffekte. In einer Labormessung konnte ein Signal-Rausch-Abstand von S/R = 108dB nachgewiesen werden.

In Tabelle 5.4 sind die wichtigsten Parameter der Datenerfassung bei den Messungen in Berlin (I), Tarbes (II) und Denver (III) zusammengefasst. Die Eckfrequenzen der Filter werden bei einer Dämpfung von 3dB bestimmt.

Während der Messung werden die Daten von den dezentralen Wandlereinheiten zum zentralen Datenerfassungssystem übertragen, wofür eine korrekte zeitliche Synchronisation aller Komponenten notwendig ist. Die dezentralen Einheiten wurden vor der Messkampagne zusammen mit den Datenleitungen und dem zentralen Datenerfassungssystem aufeinander abgestimmt und Unterschiede in der Signallaufzeit kompensiert. Trotzdem konnten Synchronisationsfehler und damit verbundene Fehlmessungen nicht verhindert werden. Die Fehlerwahrscheinlichkeit stieg bei der Messung III mit wachsender Abtastfrequenz f_s und Messzeit t_m an.

Die Messdaten wurden während der Messung im Arbeitsspeicher des Zentralcomputers gesammelt und anschließend konvertiert und auf der Festplatte gespeichert. Eine ineffiziente Konvertierungsroutine verursachte mit der Messzeit überproportional anwachsende Konvertierungsdauern. Die Messdauer

Messung	I	II	III
Mikrofone	Sennheiser KE-4 Microtech-Gefell MK301	Sennheiser KE-4	Sennheiser KE-4
A/D Wandler	16 Bit	24 Bit	24 Bit
Abtastfrequenz	$f_s = 33333 \text{ Hz}$	$f_s = 12820 \text{ Hz}$	$f_s = 12820 \text{ Hz}$
Messdauer	$t_m = 5 \text{ s}$ (Flugzeug) $t_m = 25 \text{ s}$ (Wirbel)	$t_m = 45 \text{ s}$	$t_m = 40..80 \text{ s}$
Verstärkung	$v = 20 \text{ dB}$ (Flugzeug) $v = 40; 60 \text{ dB}$ (Wirbel)	$v = 20 \text{ dB}$	$v = 20 \text{ dB}$
HP-Filter	- -	TA: $f_g = 30 \text{ Hz}$ -	TA: $f_g = 2,5 \text{ Hz}$ XA: $f_g = 42 \text{ Hz}$
Netzfrequenz	$f_N = 50 \text{ Hz}$	$f_N = 50 \text{ Hz}$	$f_N = 60 \text{ Hz}$

Tabelle 5.4.: Parameter der Datenerfassung bei den Messungen I bis III

wurde dadurch für die Messungen II und III praktisch auf $t_m = 45 \text{ s}$ begrenzt. Diese Einschränkung wurde in nachfolgenden Versionen des Erfassungssystems behoben.

Da der Einbau der Mikrofone, der Längen der Mikrofonkabel, die HP-Filterung und die Vorverstärkung für das X- und das T-Arrays in der Messungen III verschieden sind, sollen die Spektren von Einzelmikrofonen aus dem X-Array und dem T-Array für zwei Zeitpunkte, $t = 4 \text{ s}$ und $t = 35 \text{ s}$, nach dem Überflug an verschiedenen Tagen der Messung III verglichen werden. Das Bild 5.11 a) zeigt die Spektren für den Überflug eines A320 (DLR131) an einem Messtag mit provisorischer Stromversorgung durch einen Generator. Beide Spektren zum Zeitpunkt $t = 35 \text{ s}$ weisen Spitzen bei der Netzfrequenz $f_N = 60 \text{ Hz}$ und deren Harmonischen auf, deren Pegel im Gegensatz zum Umgebungsgeräusch als konstant angenommen werden können. Zusätzlich tritt eine Spitze bei der halben Netzfrequenz $f_N = 30 \text{ Hz}$ auf, die mit variierendem Pegel für Fälle mit und ohne Generator beobachtet wurde. Die Ursachen der Pegeldifferenz zwischen den XA- und TA-Mikrofonen bei tiefen Frequenzen sind die unterschiedlichen Eckfrequenzen der HP-Filter und unkorrelierte Windgeräusche. Das Spektrum des XA-Mikrofon wird in diesem Fall im Frequenzbereich $f > 500 \text{ Hz}$ durch das Eigenrauschen des Systems bestimmt. Der Pegelanstieg im Spektrum des TA-Mikrofons für $f > 2000 \text{ Hz}$ wurde ebenfalls durch das Systemrauschen verursacht. In den Spektren zum Zeitpunkt $t = 4 \text{ s}$ werden die meisten Töne durch das Flugzeuggeräusch maskiert. Der Pegel einbruch für das X-Array bei $f \approx 900 \text{ Hz}$ und die Pegelschwankungen im Bereich $f > 300 \text{ Hz}$ werden vermutlich durch Interferenzeffekte auf den Holzplatten der Mikrofone des X-Arrays durch die Impedanzsprünge von Platte zu Boden verursacht. Da das X-Array für den Frequenzbereich $f < 200 \text{ Hz}$ vorgesehen ist, spielen diese Effekte keine Rolle. Das Bild 5.11 b) zeigt die Spektren für den Überflug eines A319 (DLR226) an einem Messtag mit der Stromversorgung durch das lokale Stromnetz. Die Spektren zeigen im Wesentlichen die gleichen Merkmale. Die Mittlungszeit der Spektren beträgt $t_m = 4 \text{ s}$.

Die Bilder 5.12 zeigen die Differenzen der Spektren der Einzelmikrofone des X- und des T-Arrays zu den Zeiten a) $t = 2 \text{ s}$ und b) $t = 35 \text{ s}$ für vier Überflüge an verschiedenen Messtagen. Die durch die HP-Filter mit unterschiedlichen Eckfrequenzen bei tiefen Frequenzen verursachte Pegeldifferenz kann für das RC-Glied mit der Vierpoltheorie modelliert werden. Dabei wird angenommen, dass sich das gemessene Schalldruckspektrum p aus dem tatsächlichen p_{orig} nach $p = a(\omega) p_{orig}$ ergibt. Dabei stellen a_X und a_T die Dämpfungsfunktionen des X- und des T-Arrays dar. Die schwarze Linie zeigt die Differenz der modellierten Filterfunktion nach Gl.(5.1). Bei der Diskussion der Spektren der beiden Arrays müssen diese zuvor entsprechend der jeweiligen Dämpfung korrigiert werden.

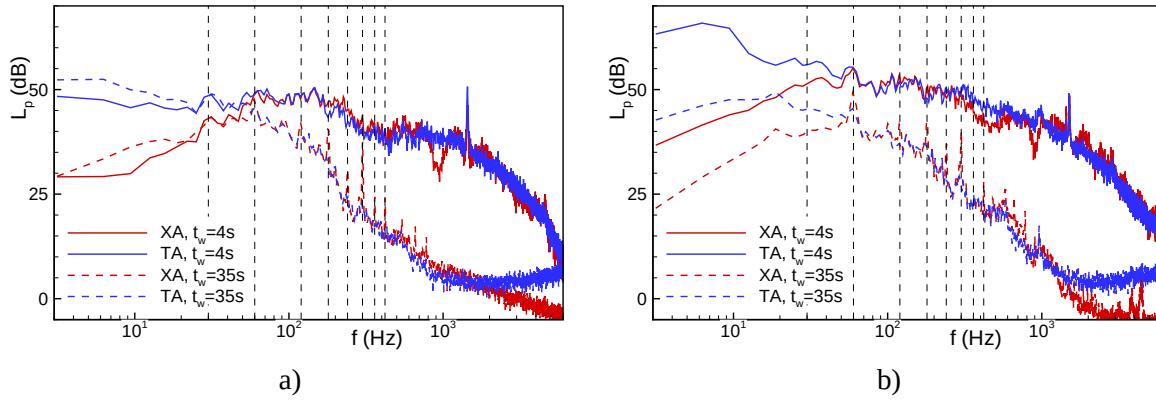


Abbildung 5.11.: Vergleich der Schalldruckspektren von Einzelmikrofonen des X- und des T-Arrays für die Zeitpunkte, $t = 4 \text{ s}$ und $t = 35 \text{ s}$, nach dem Überflug von Flugzeugen des Typs a) A320 und b) A319 an verschiedenen Messtagen

$$\Delta L_p(\omega) = 10 \log_{10}(|a_X(\omega)|^2 - |a_T(\omega)|^2) \quad (5.1)$$

$$\text{mit: } |a_X(\omega)|^2 = \frac{(f/f_{gX})^2}{1 + (f/f_{gX})^2} \quad |a_T(\omega)|^2 = \frac{(f/f_{gT})^2}{1 + (f/f_{gT})^2}$$

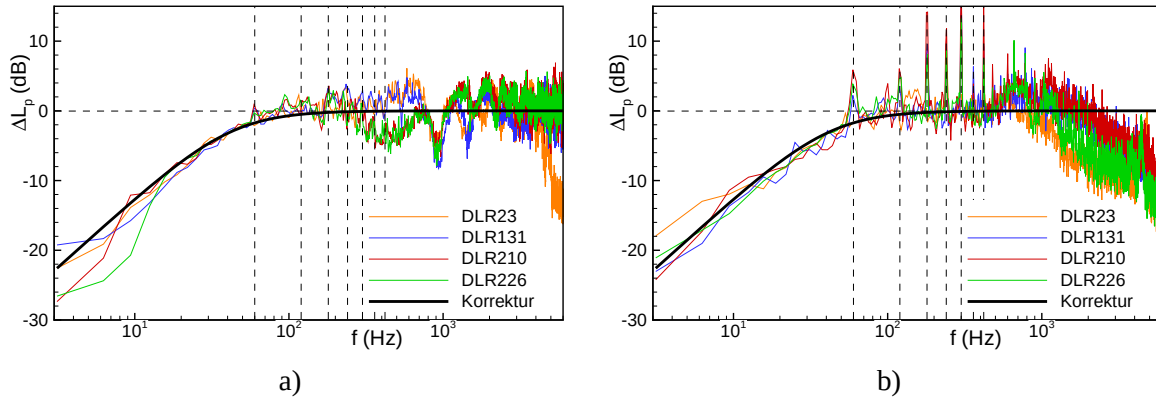


Abbildung 5.12.: Differenz der Schalldruckspektren von Einzelmikrofonen des X- und des T-Arrays für die Zeitpunkte a) $t = 2 \text{ s}$ und b) $t = 35 \text{ s}$ nach dem Überflug von Flugzeugen verschiedener Typen

Die Spitzen bei der Netzfrequenz $f_N = 60 \text{ Hz}$ und deren Harmonische im Differenzspektrum zum Zeitpunkt $t = 35 \text{ s}$, Bild 5.12 b), deuten auf eine schlechtere Spannungsstabilisierung für das X-Array hin. Die Überhöhung in den Differenzspektren im Frequenzbereich $f > 500 \text{ Hz}$ ist auf das schon diskutierte Systemrauschen zurück zu führen. Zum Zeitpunkt $t = 2 \text{ s}$, Bild 5.12 a), werden die Spitzen durch das Flugzeuggeräusch maskiert. Die Pegelschwankungen für $f > 300 \text{ Hz}$ und der Pegel einbruch bei $f \approx 900 \text{ Hz}$ wurde in den Spektren des X-Arrays als Folge von Interferenzen durch die Impedanzsprünge an den Enden der Holzplatten, auf den die Mikrofone des X-Arrays installiert waren, beschrieben.

6. Diskussion der experimentellen Ergebnisse

Das Kapitel stellt die Auswertung und die Ergebnisse der Messungen I bis III mit dem Ziel der Beantwortung der eingangs gestellten Fragen zur Schallemission von Wirbelschleppen vor.

1. *Erzeugen Wirbelschleppen wirklich Schall?*
2. *Welche charakteristischen Größen der Wirbelschleppen lassen sich über die Schallemission bestimmen?*
3. *Ist der Wirbelschall eine geeignete Messgröße für ein Wirbel-Warnsystem auf Flughäfen?*

Einleitend wird über sichtbare Wirbelschleppen berichtet, die eine Vorstellung von der räumlichen und zeitlichen Struktur der Wirbel geben. Die Berechnung der Schallquellverteilungen hinter den Flugzeugen verschiedener Typen auf der Basis der gemessenen Mikrofon-Array-Daten wird die klare Beantwortung der ersten Frage und detaillierte Aussagen zur Position der Schallquellen erlauben. Eine Diskussion der räumlichen und zeitlichen Verteilungen der Schallquellen wird Rückschlüsse auf die dominanten Mechanismen der Schallerzeugung ermöglichen.

Die Schallquellverteilungen werden die Bestimmung der Trajektorien der Wirbel erlauben, aber auch die Grenzen dieses Verfahrens erkennen lassen. Die Trajektorien der Wirbel sind die wichtigsten Eingangsgrößen für ein Wirbel-Warnsystem.

Mit der Diskussion der spektralen Eigenschaften des Wirbelschalls und deren zeitlichen Entwicklung soll ein möglicher Zusammenhang der strömungsmechanischen Größen, Zirkulation und Wirbelkernradius, mit den akustischen Größen, Frequenz und Schalldruckpegel, untersucht werden.

Eine abschließende Diskussion der Zeitverläufe der Terzpegel von Einzelmikrofonen wird die Möglichkeit der Detektion wirbel-relevanter akustischer Ereignisse mit geringem Aufwand aufzeigen.

6.1. Sichtbare Wirbelschleppen

An Tagen mit hoher Luftfeuchtigkeit werden die an den äußeren Seitenkanten der Landeklappen ablösenden Wirbel als Kondensstreifen sichtbar, da der Druck im Innern der Wirbelkerne aufgrund der höheren Geschwindigkeiten unter den Dampfdruck fällt. Diese Wirbel werden aufgerollt oder stellen selbst das Zentrum des Aufrollvorgangs dar. Die Kondensstreifen repräsentieren somit die Wirbelschleppe. Es sei angemerkt, dass die im Reiseflug sichtbaren Kondensstreifen durch die Kondensation des im Abgas enthaltenen Wassers entstehen [89].

Die Bilder 6.1 zeigen den als kondensiertes Wasser sichtbaren Teil einer Wirbelschleppe zu verschiedenen Zeitpunkten hinter einem Flugzeug vom Typ B737 an einem Messtag der Messung III in Denver, USA. Die starken Schwankungen in der Wirbelposition sind vermutlich auf den Aufrollvorgang zurückzuführen.

Die Bilder 6.2 zeigen das Ablösen der Wirbel an den äußeren Seitenkanten der Landeklappen eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 als Kondensstreifen und die Wirbelkerne zu verschiedenen Zeitpunkten nach dem Überflug. Bei genauer Betrachtung lässt sich eine Variation im Durchmesser der Kondensstreifen erkennen. Stellt der Kondensstreifen den Wirbelkern dar, so muss nach den *Helmholtzschen Wirbelsätzen* auch die Wirbelstärke und somit die tangentielle Geschwindigkeit in Wirbelkern variieren. Die Variation der Wirbelstärke führt bei einer konstanten Zirkulation entlang der Wirbel zu einer variierenden Rotationsfrequenz und somit zu einer vorstellbaren Schwankung im Schalldruckspektrum des Wirbelschalls.

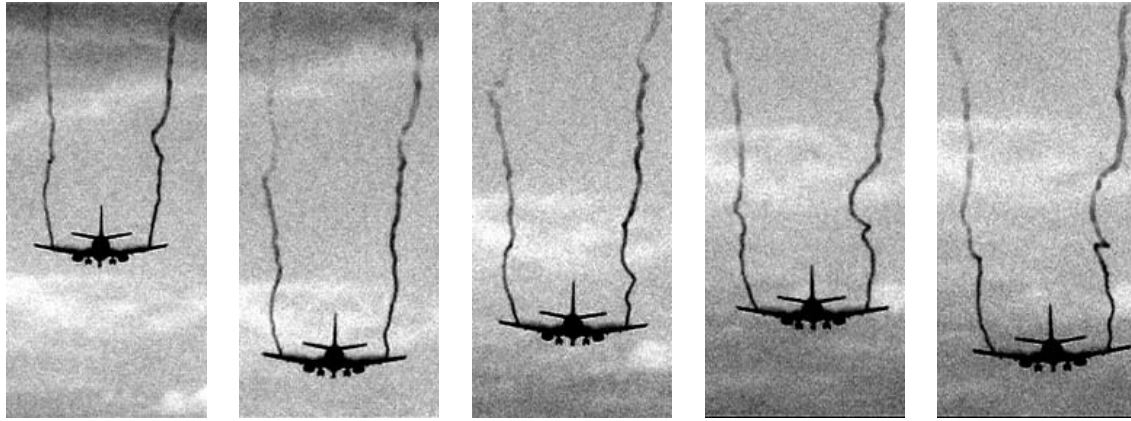


Abbildung 6.1.: Kondensation vom Wasser im Kern der an den Klappenseitenkanten ablösenden Wirbel hinter einem Flugzeug vom Typ B737 zu verschiedenen Zeitpunkten (Denver, 2003)

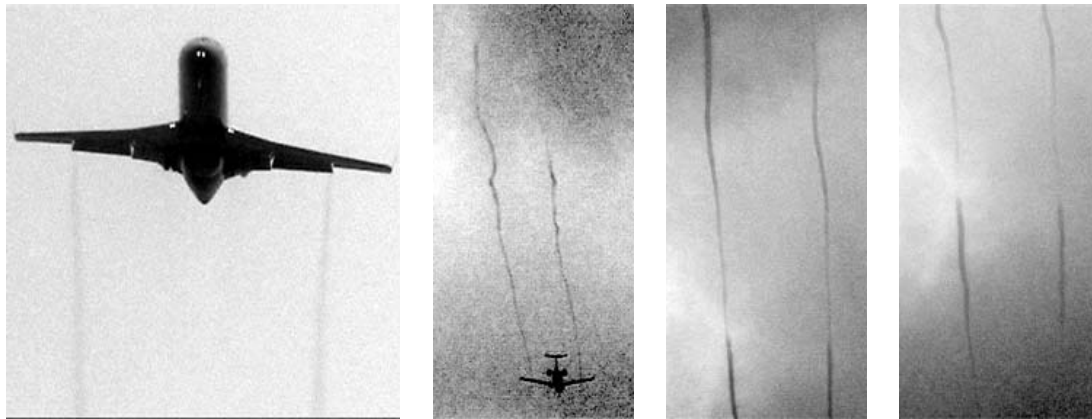


Abbildung 6.2.: Kondensation vom Wasser im Kern der an dem Klappenseitenkanten ablösenden Wirbel hinter einem Flugzeug vom Typ CRJ2 zu verschiedenen Zeitpunkten (Denver, 2003)

6.2. Charakteristische Daten verschiedener Flugzeugtypen

Die Tabelle 6.1 ist eine Aufstellung der relevanten Parameter verschiedener Flugzeugtypen und der daraus resultierenden Parameter der Wirbelschleppe, die eine Vorstellung der Zahlenwerte und deren Varianz zwischen den Flugzeugtypen erlaubt.

Die Anzahl der Sitze ist abhängig von der Fluggesellschaft und entspricht hier einer durchschnittlichen Bestuhlung. Als Landegeschwindigkeiten wurden die mittlere bei der Messung III gemessenen Werte verwendet. Die Landemasse (LM) des Flugzeuges setzt sich aus der operativen Leermasse (OLM), der Masse des verbleibenden Treibstoffs und der Masse der Zuladung zusammen. Der verbleibende Treibstoff wird als ausreichend für eine Flugzeit von 40 Minuten abgeschätzt. Als Zuladung werden nur Passagiere und keine zusätzlichen Güter angenommen. Die Auslastung der Sitzplätze wird zu 100% und das Gewicht eines Passagiers mit Gepäck zu $m_p = 100 \text{ kg}$ angenommen.

Es wird eine Dichte von Kerosin mit $\rho = 0,8 \text{ kg/l}$ und der Luft mit $\rho = 1,03 \text{ kg/m}^3$ für alle Berechnung genutzt. Die Rotationsfrequenz der Wirbelkerne wurde für die Kernradien, 6% und 1% der

Spannweite B berechnet. Der initiale Wirbelabstand wurde mit $b_0 = \pi/4B$ abgeschätzt. Die Berechnung der initialen Zirkulation erfolgte nach Gl.(3.4) a), die Sinkgeschwindigkeit und die Referenzzeit nach Gl.(3.9) und die Rotationsfrequenz nach Gl.(4.11).

Typ	Flugzeugdaten					Wirbelschleppendaten					
	Sitze	Spannweite B (m)	OLM (kg)	Verbrauch (l/h)	LM (kg)	b_0 (m)	Γ (m^2/s)	v_z (m/s)	t_0 (s)	f_r 6%B (Hz)	f_r 1%B (Hz)
A319	124	34,1	40,1	3104,0	54,0	26,8	240,1	-1,4	18,8	1,5	52,3
A320	150	34,1	40,9	3104,0	57,4	26,8	255,2	-1,5	17,7	1,6	55,6
B733	128	28,9	32,9	3221,0	47,2	22,7	247,9	-1,7	13,0	2,1	75,3
B734	146	28,9	34,6	2998,0	50,6	22,7	265,6	-1,9	12,2	2,2	80,7
B735	108	28,9	32,0	2827,0	44,1	22,7	231,7	-1,6	14,0	2,0	70,4
B738	162	34,3	41,6	3250,0	59,3	26,9	262,1	-1,5	17,4	1,6	56,4
B752	178	38,1	58,0	3974,0	77,7	29,9	309,5	-1,6	18,1	1,5	54,1
B763	261	47,6	80,9	7570,0	110,7	37,4	352,6	-1,5	24,9	1,1	39,5
B772	305	60,9	139,0	8013,0	173,4	47,9	431,3	-1,4	33,4	0,8	29,4
BA46	76	26,3	23,3	3092,0	32,4	20,7	186,6	-1,4	14,4	1,9	68,3
CRJ2	48	21,2	13,7	1230,0	19,1	16,7	136,6	-1,3	12,8	2,1	76,9
MD80	172	32,9	35,3	3531,0	54,2	25,8	250,1	-1,5	16,7	1,6	58,6

Tabelle 6.1.: Aufstellung relevanter Flugzeug- und abgeschätzter Wirbelschleppenparameter

Für die Flugzeugtypen wird der ICAO-Code [136] verwendet. Die Flugzeugdaten und der mittlere Kraftstoffverbrauch wurden den Quellen [73], [42], [21] und [46] entnommen.

6.3. Diskussion der Quellverteilung in der x-y Ebene

Die Mikrofon-Array-Technik erlaubt die Bestimmung der Quellverteilung, d.h. Position und Stärke von räumlich getrennten Quellen. Die Grundlagen des Verfahrens werden in Kapitel 7 ausführlich erläutert. Es werden die Quellverteilung in der boden-parallelen x-y Ebene für die Messung I und III diskutiert.

6.3.1. Ergebnisse der Messung I, Berlin

Die Messung I diente dem Nachweis, dass Wirbelschleppen mittels der Mikrofon-Array-Technik lokalisierbar sind. Es wurden die Überflüge von zivilen landenden Flugzeugen in geringer Überflughöhe auf dem *Berlin Brandenburg Airport* gemessen. Zur Überprüfung der Messdaten und des Auswerteverfahrens wurden zunächst die Schallquellverteilungen an den Flugzeugen im Überflug berechnet. Das Bild 6.3 a) zeigt die berechnete Quellverteilung im Terzband $f_m = 315 \text{ Hz}$ an einem Flugzeug vom Typ B752, welche das Array in einer Höhe von $h = 49 \text{ m}$ und mit einer Geschwindigkeit von $v = 67 \text{ m/s}$ auf dem 3° Landepfad überflog. Als dominante Quelle in diesem Terzband sind die Triebwerke zu identifizieren. Die Berechnung der Quellverteilung erfolgte mit dem *klassischen Beamformer* im Zeitbereich, wobei die Bewegung des Flugzeuges bei der Neuabtastung der Mikrofon-signale berücksichtigt wurde. Da im Mikrofon-Array zwei verschiedene Mikrofontypen verwendet wurden, bestand das für die Auswertung verwendete Mikrofon-Array aus nur 61 Mikrofonen vom Typ Sennheiser KE-4, die auf den fünf äußeren Kreise des gesamten Arrays lagen, Bild 5.2 b). Die äußeren Kreise erlauben eine bessere räumliche Auflösung bei tiefen Frequenzen. Durch die Verwendung aller Mikrofone des Arrays wird

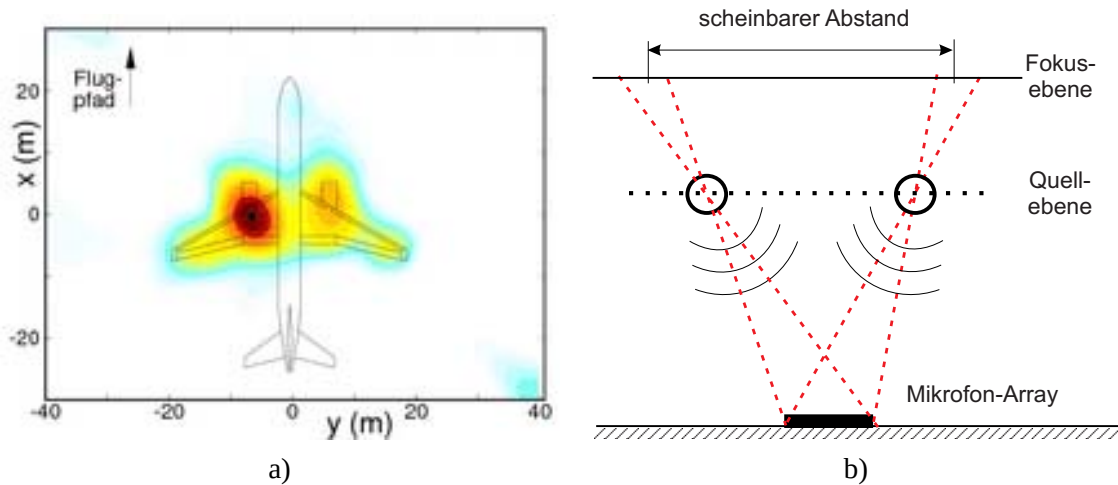


Abbildung 6.3.: a) Schallquellverteilung hinter einem Flugzeug vom Typ B752 im Terzband $f_m = 315 \text{ Hz}$; b) Verschiebung der Quellposition durch die Abweichung der Fokushöhe von der wirklichen Quellhöhe, Parallaxeneffekt

aufgrund der geringen Durchmesser der inneren Ringe keine wesentliche Verbesserung der Ergebnisse im wichtigen Frequenzbereich $f < 500 \text{ Hz}$ erwartet. Die Einbeziehung der Mikrofone vom Typ Microtech-Gefell MK301 hätte eine aufwendige Kompensation der frequenzabhängigen Unterschiede im Phasen- und Amplitudengang der beiden Mikrofontypen erfordert. Die Auswertung erfolgte auf einem Raster in der Fokusebene mit einem Punktabstand $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ m}$, mit der Mittlungszeit $t_m = 0,25 \text{ s}$ und der Frequenzauflösung $\Delta f = 10 \text{ Hz}$.

Für die Berechnung der Quellverteilung der Wirbelschleppe wurde die Existenz einer im Mittlungsintervall als stationär zu betrachtenden Quellverteilung hinter dem Flugzeug angenommen. Die Bilder 6.4 a) und b) zeigen die berechneten Verteilungen direkt über dem Mikrofon-Array im Terzband $f_m = 315 \text{ Hz}$ für die Zeitpunkte $t = 6 \text{ s}$ und $t = 10 \text{ s}$ nach dem Überflug des Flugzeuges. Die Auswertung erfolgte auf einem Raster in der Fokusebene mit einem Punktabstand $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ m}$, mit der Mittlungszeit $t_m = 0,5 \text{ s}$ und der Frequenzauflösung $\Delta f = 32,5 \text{ Hz}$.

In den Quellverteilungen markieren die gestrichelten Linien die Wirbelachsen. Die Verteilungen zeigen eine deutliche Konzentration von Schallquellen entlang zweier Linien in x-Richtung. Diese beiden Linien werden mit den Wirbelkernen der beiden Wirbel der Wirbelschleppe assoziiert. Es wird geschlussfolgert, dass Wirbelschleppen lokalisierbar sind und dominante Schallquellen in der Nähe der Wirbelkerne aufweisen. Die Verteilung lässt ebenfalls erkennen, dass die Quellen entlang der Wirbelachsen nicht gleichverteilt sind, sondern durch lokal begrenzte Vorgänge entlang der Wirbelkerne erzeugt werden. Als Vorgänge lassen sich lokale Deformationen entlang der Wirbelachse, lokale Interaktionen der Wirbelkerne mit der umgebenden Turbulenz oder ein Aufplatzen der Wirbel vermuten.

Die Höhe der Fokusebene wurde für die Auswertung mit $\Delta h = 10 \text{ m}$ unter der Überflughöhe des Flugzeuges initialisiert und zeitlich konstant gehalten. Die Fokusebene wurde nicht entsprechend der Sinkgeschwindigkeit der Wirbel nachgeführt, da sich die Wirbel im Bereich des Bodeneffekts $h \approx B$ bewegen. Durch einen Seitenwind oder die Bodengrenzschichten sind starke Abweichungen von den theoretischen Trajektorien zu erwarten. Das Verhalten von Wirbelschleppen in Bodennähe wurde im Kapitel 3 beschrieben. Das geringe räumliche Auflösungsvermögen des Mikrofon-Arrays in vertikale Richtung im relevanten Frequenzbereich $f < 1 \text{ kHz}$ unterstützt dieses Vorgehen. Mit den Parametern der Tabelle 6.1 und der Geschwindigkeit kann die Sinkgeschwindigkeit der Wirbelschleppe mit $v_z = 1,2 \text{ m/s}$ abgeschätzt werden. Die Wirbelschleppe würde die eingestellte Fokushöhe mit dieser Sinkgeschwindigkeit zur Zeit $t \approx 8 \text{ s}$ erreichen.

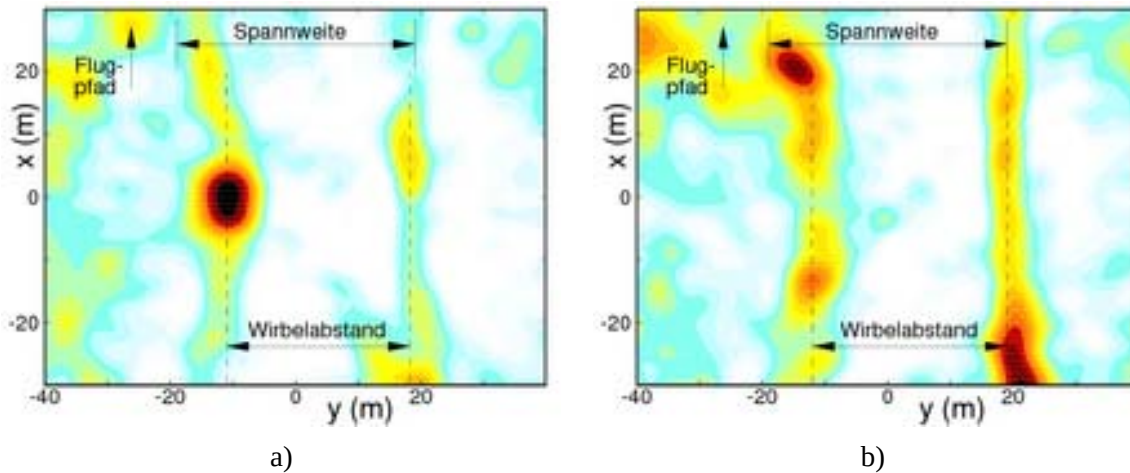


Abbildung 6.4.: Schallquellverteilung bei a) $t = 6$ s und b) $t = 10$ s nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ B752 in der Terz $f_m = 315$ Hz

Beim Vergleich der Quellverteilungen der beiden Zeitpunkte ist ein wachsender Wirbelabstand, $b = 28,9$ m bei $t = 6$ s und $b = 31,0$ m bei $t = 10$ s, festzustellen. Das Verhältnis zwischen Wirbelabstand und Spannweite $B = 38,05$ m ist mit $b/B = 0,76$ bei $t = 6$ s etwas kleiner als der theoretische Wert $b/B = \pi/4 = 0,785$. Eine Zunahme des Wirbelabstandes wird durch den Boden- und einen Parallaxeneffekt verursacht. In Folge des Bodeneffekts laufen die Wirbel für Höhen h kleiner als der initiale Wirbelabstand b_0 , $h < b_0$, tatsächlich auseinander. Der Parallaxeneffekt resultiert jedoch aus der Abweichung der Fokushöhe von der tatsächlichen Quellhöhe in der Auswertung. In der Quellverteilung erscheinen die Wirbel mit einem anderen Abstand. Der Effekt wird in Bild 6.3 b) verdeutlicht. Weiterhin ist festzustellen, dass die Wirbel im Gegensatz zum Flugzeug nicht auf dem Flugpfad zentriert liegen, sondern vermutlich durch einen leichten Seitenwind in y-Richtung transportiert wurden.

Ähnliche Schallquellverteilungen wurden hinter Flugzeugen vom Typ A320 und B733 gefunden.

6.3.2. Ergebnisse der Messung III, Denver

Die Messung III diente dem Vergleich der Messverfahren Mikrofon-Array-Technik, opto-akustisches Mikrofon und LIDAR. Es wurden die Überflüge von zivilen landenden Flugzeugen in einer Überflughöhe $h \approx 200$ m in der Nähe des *Denver International Airport* gemessen. Für die Berechnung der Schallquellverteilung stehen das X-, das T- und für einen großen Teil der Überflüge auch das TP-Array zur Verfügung.

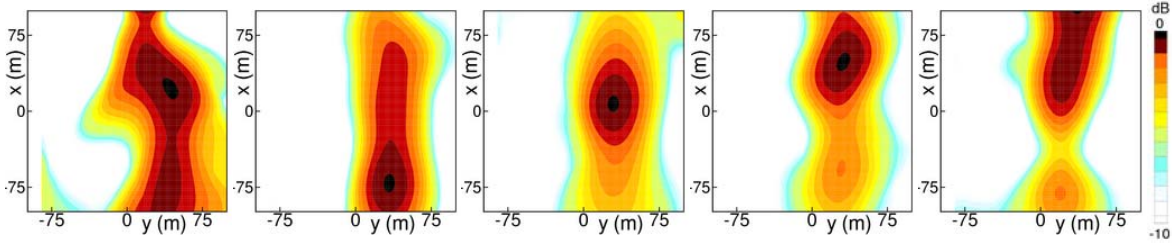
Mit dem X-Array wurden zunächst die Schallquellverteilungen in den Terzbänder $10 \text{ Hz} \leq f_m \leq 400 \text{ Hz}$ berechnet, wobei sich der Bereich von $40 \text{ Hz} \leq f_m \leq 200 \text{ Hz}$ für die Detektion der Wirbelschleppen als optimal erwies. Zwar konnte die Wirbelschleppe in einigen Fällen auch unterhalb von $f_m < 40 \text{ Hz}$ detektiert werden, aber die Wahrscheinlichkeit von Fehlbestimmungen stieg erheblich. Die sichere Lokalisierung unterhalb von $f_m < 40 \text{ Hz}$ erfordert ein größeres Mikrofon-Array. Oberhalb von $f_m > 200 \text{ Hz}$ verschlechtern sich die Ergebnisse aufgrund des großen Mikrofonabstandes von $\Delta d = 1,25$ m und durch eine limitierte Genauigkeit in den z-Positionen der Mikrofone. Signale von Quellen auf den verlängerten Armen des Arrays mit einer Wellenlängen kleiner als $\lambda < 2 \Delta d$, was einer Frequenz von $f = 140 \text{ Hz}$ entspricht, können nach dem Abtast-Kriterium (Nyquist) nicht reproduzierbar aufgelöst werden. Die z-Koordinaten der Mikrofonpositionen variierten durch den unebenen Grund erheblich und wurde da das Array für den Frequenzbereich $f < 200 \text{ Hz}$ vorgesehen war, nur sehr grob gemessen.

Mit dem T- und dem TP-Array wurden die Verteilungen in den Terzbänder von $100 \text{ Hz} \leq f_m \leq 1000 \text{ Hz}$ berechnet, wobei sich der Bereich von $250 \text{ Hz} \leq f_m \leq 630 \text{ Hz}$ für die Detektion der Wirbelschleppen als optimal erwies. Für den Frequenzbereich $f_m < 250 \text{ Hz}$ verschlechterten sich die Lokalisierungsergebnisse durch die geringen Abmessungen des Arrays. Oberhalb von $f_m = 630 \text{ Hz}$ fiel der Signalpegel schnell unter das Eigenrauschen des Messsystems.

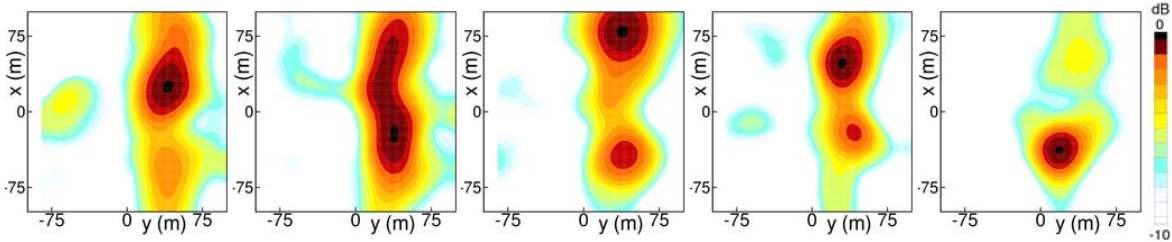
Die Auswertung erfolgte für das T- und das TP-Array mit dem *klassischen Beamforming* im Zeitbereich und für das X-Array mit einem modifizierten *X-Beamformer* im Zeit- und Frequenzbereich. Beide Methoden werden im Kapitel 7 erläutert.

Die Bilder 6.5 und 6.6 zeigen die Schallquellverteilungen für die Terzbänder $50 \text{ Hz} \leq f_m \leq 200 \text{ Hz}$ in der x-y Ebene zu fünf äquidistanten Zeitpunkten zwischen $t = 4,7 \dots 17,4 \text{ s}$ nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ B752 (DLR248). Die Bänder $f_m = 60 \text{ Hz}$ und $f_m = 120 \text{ Hz}$ werden ignoriert, da hier die Netzfrequenz die Ergebnisse beeinflusst. Bei Bedarf können die Verteilungen in diesen Bändern durch das Eliminieren der durch die Netzfrequenz dominierten Frequenzlinien im Spektrum ermittelt werden. Die Zeitpunkte repräsentieren die Mitte von Intervallen der Länge $t_m = 1,58 \text{ s}$, über die bei der Berechnung gemittelt wurde. Die Überflughöhe betrug $h = 204 \text{ m}$ und die Geschwindigkeit $v = 75 \text{ m/s}$. Die Höhe der Fokusebene wurde zum Zeitpunkt des Überflugs $t = 0 \text{ s}$ mit der Überflughöhe initialisiert und entsprechend der theoretischen Sinkgeschwindigkeit $v_z = -1,7 \text{ m/s}$ des Wirbelpaares mit der Zeit t abgesenkt.

$f_m = 50 \text{ Hz} :$



$f_m = 80 \text{ Hz} :$



$t = 4,7 \text{ s}$

$t = 7,9 \text{ s}$

$t = 11,1 \text{ s}$

$t = 14,2 \text{ s}$

$t = 17,4 \text{ s}$

Abbildung 6.5.: Schallquellverteilungen in der x-y Ebene für verschiedene Zeitpunkte nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ B752 (DLR248)

Die Schallquellverteilungen zeigen in allen Terzbändern eine deutliche Konzentration von diskreten Quellen im Bereich $0 \text{ m} < y < 75 \text{ m}$ entlang der x-Richtung. Diese Quellkonzentration wird mit den beiden Wirbeln der Wirbelschleppe assoziiert. Sind die beiden Wirbel in den Terzbänder $f < 160 \text{ Hz}$ aufgrund der frequenzabhängigen räumlichen Auflösung des Mikrofon-Arrays nicht separierbar, so lassen sich diese im Frequenzbereich $f \geq 160 \text{ Hz}$ deutlich unterscheiden. Alle Terzbänder weisen deutlich erkennbare lokale Pegelmaxima entlang der Wirbelachsen auf, die wieder die Existenz lokal begrenzter Vorgängen entlang der Wirbel vermuten lassen.

Die Detektion der Wirbelschleppen ist für die Intervalle $t < 4,7 \text{ s}$ nicht in allen Bändern $f_m < 80 \text{ Hz}$ eindeutig möglich, da hier die Verteilung weiterhin durch das Störgeräusch des Flugzeuges beeinflusst

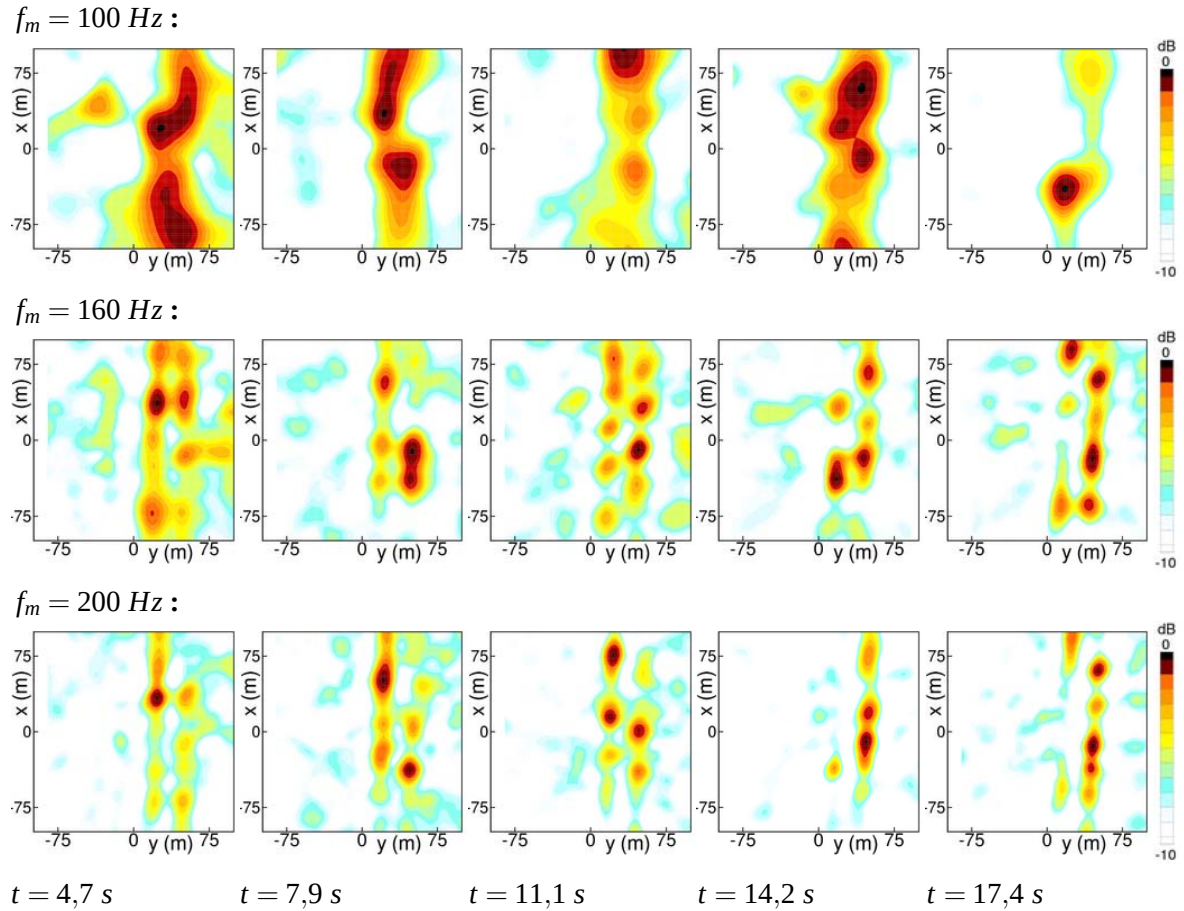


Abbildung 6.6.: Schallquellverteilungen in der x-y Ebene für verschiedene Zeitpunkte nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ B752 (DLR248)

wird. Als Ursachen sind die begrenzte und mit der Frequenz abnehmende Leistungsfähigkeit eines Mikrofon-Arrays und der hohe Pegelunterschiede zwischen Wirbel und Flugzeug zu nennen.

Im Bild 6.7 sind die berechneten Schallquellverteilungen desselben Überfluges zum Zeitpunkt $t = 20,5 \text{ s}$ für die Terzbänder im Bereich $40 \text{ Hz} \leq f_m \leq 630 \text{ Hz}$ dargestellt. Der Frequenzbereich $f_m \leq 200 \text{ Hz}$ wird durch das X-Array und $f_m > 200 \text{ Hz}$ durch das TP-Array abgedeckt. Die Mittlungszeit beträgt ebenfalls $t_m = 1,58 \text{ s}$. Der Vergleich der Ergebnisse macht die abnehmende Hauptkeulenbreite der Mikrofon-Arrays mit steigender Frequenz deutlich. Der Sprung der Hauptkeulenbreite zwischen den Bildern $f_m = 200 \text{ Hz}$ und $f_m = 250 \text{ Hz}$ wird durch den Übergang vom X- zum TP-Array verursacht, wobei das X-Array die 6-fache Größe des TP-Array aufweist. Die leicht unterschiedliche Ausdehnung des TP-Arrays in x- und y-Richtung verursacht eine höhere räumliche Auslösung in y-Richtung bei gleichzeitiger Integration entlang der Wirbelachsen. Das X-Array zeichnet sich im Gegensatz durch eine gleiche räumliche Auflösung in beide Raumrichtungen aus.

In den Verteilungen der Bänder $f_m = 160 \text{ Hz}$ und $f_m = 200 \text{ Hz}$ ist eine deutliche Separation der beiden Wirbel möglich. Alle Quellverteilungen weisen die charakteristischen diskreten Maxima entlang der Wirbelachsen auf.

Es sei angemerkt, dass diese Ergebnisse im Bereich $f \leq 200 \text{ Hz}$ mit nur 64 Mikrofonen erzielt wurden. Mit dem 6-mal größeren Mikrofon-Array der NASA mit erheblich mehr Mikrofonen konnte für wenigstens einen Fall eine räumliche Verformung der Wirbelkerne detektiert werden, die typisch für eine Crow-Instabilität ist, [34].

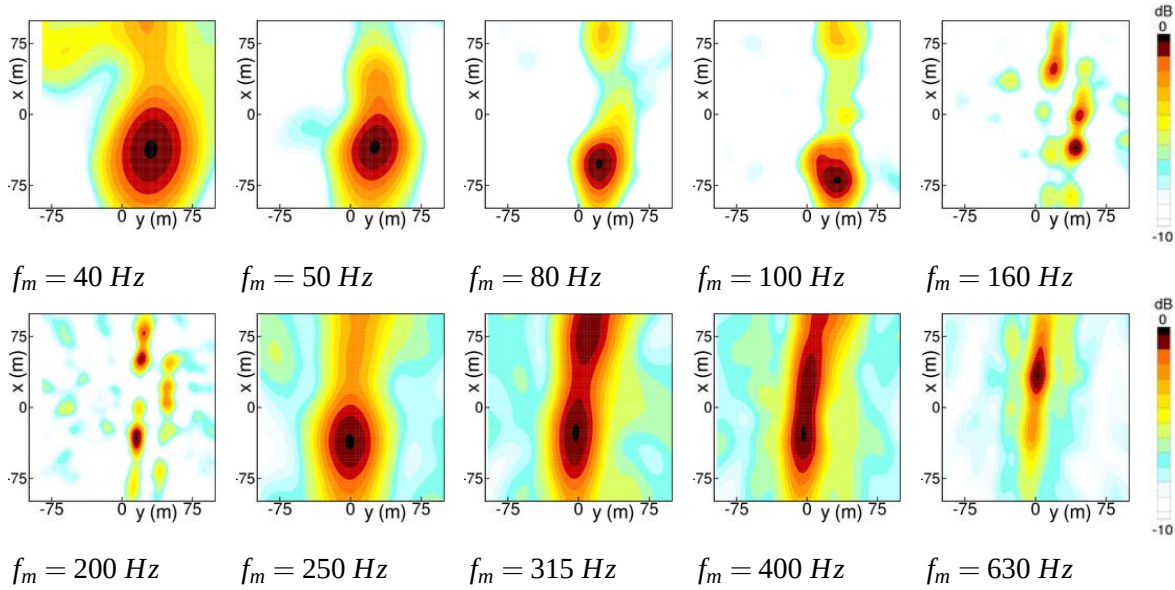


Abbildung 6.7.: Schallquellverteilungen in der x-y Ebene in den Terzbändern $40 \text{ Hz} \leq f_m \leq 630 \text{ Hz}$ für den Zeitpunkt $t = 20,5 \text{ s}$ nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ B752 (DLR248)

6.3.3. Einfluss der Mikrofon-Arrays auf die Quellverteilung

Um den Einfluss der verschiedenen Mikrofon-Arrays und Auswertemethoden auf die berechneten Quellverteilungen zu bestimmen, wurden die Verteilungen eines Überfluges zu verschiedenen Zeitpunkten mit den gleichen Parameter für das Terzband $f_m = 200 \text{ Hz}$ mit den X-, T- und TP-Array ausgewertet. Die Bilder 6.8 zeigen die Quellverteilungen zum Zeitpunkt des Überflugs $t = 0 \text{ s}$ eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 in einer Höhe von $h = 215 \text{ m}$ und einer Geschwindigkeit $v = 87 \text{ m/s}$, wobei die Bewegung nicht kompensiert wurde und die Mittlungszeit $\Delta t = 0,2 \text{ s}$ betrug. Ein Vergleich der Ergebnisse des T- und des TP-Arrays spiegelt die elliptische Hauptkeule des T-Arrays wieder, die durch die Erweiterung in x-Richtung für das TP-Array in eine annähernd kreisförmige verwandelt wurde. Aus der kleineren Hauptkeulenbreite und dem damit verbundenen kleineren Integrationsgebiet resultiert ein kleinerer maximaler Pegel in der Verteilung. Noch deutlicher wird dies im Ergebnis des X-Arrays, das aufgrund der Array-Ausdehnung die höchste räumliche Auflösung aufweist. Die Korrektur der Pegel für die fokussierten Spektren wird im Abschnitt 6.6 diskutiert. Bestimmt man die exakten Quellpositionen in den Verteilungen, fällt ein leichter Versatz zwischen dem T- bzw. TP- und dem X-Array in y-Richtung auf, der auf die ungenaue Bestimmung der z-Koordinaten der Mikrofone des X-Arrays zurück zu führen ist. Der Versatz von $\Delta y = 7 \text{ m}$ wurde für diese Auswertung als akzeptabel angesehen und in den Quellverteilungen nicht kompensiert, zumal sich dieser auch als leicht von der Quellposition abhängig zeigte.

Der zweite Vergleich, Bild 6.9, zeigt die Array-bedingten Unterschiede in den Verteilungen für die Wirbelschleppe, $t = 10 \text{ s}$ nach dem Überflug für das gleiche Terzband und einer typischen Mittlungszeit von $\Delta t = 1,58 \text{ s}$. Die Form und die Position der dominanten Quellen sind stark vom Mikrofon-Array abhängig. Der Grund ist das unterschiedliche räumliche Auflösungsvermögen. Werden die Quellen bei $(x,y) = (-60, -30) \text{ m}$ und $(x,y) = (10, -30) \text{ m}$ durch das X-Array aufgelöst, so werden sie im Ergebnis des TP-Array durch eine Quelle zwischen diesen bei $(x,y) = (-30, -37) \text{ m}$ repräsentiert, wobei wieder der Versatz in y-Richtung auftritt. Das Gleiche lässt sich für die nahe zusammen liegenden Quellen bei $(x,y) = (80, -30) \text{ m}$ und $(x,y) = (60, -30) \text{ m}$ im Ergebnis des X-Arrays beobachten. Die maximalen Pegel zeigen wieder die bereits festgestellte Abhängigkeit von der Hauptkeulenbreite.

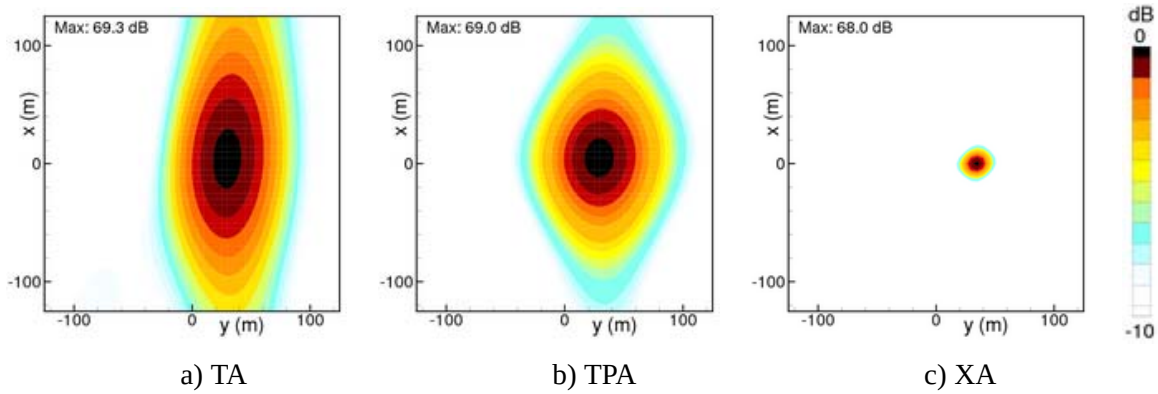


Abbildung 6.8.: Vergleich der Schallquellverteilung im Terzband $f_m = 200 \text{ Hz}$ des T-, des TP- und des X-Arrays für den Überflug, $t = 0 \text{ s}$, eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 (DLR212)

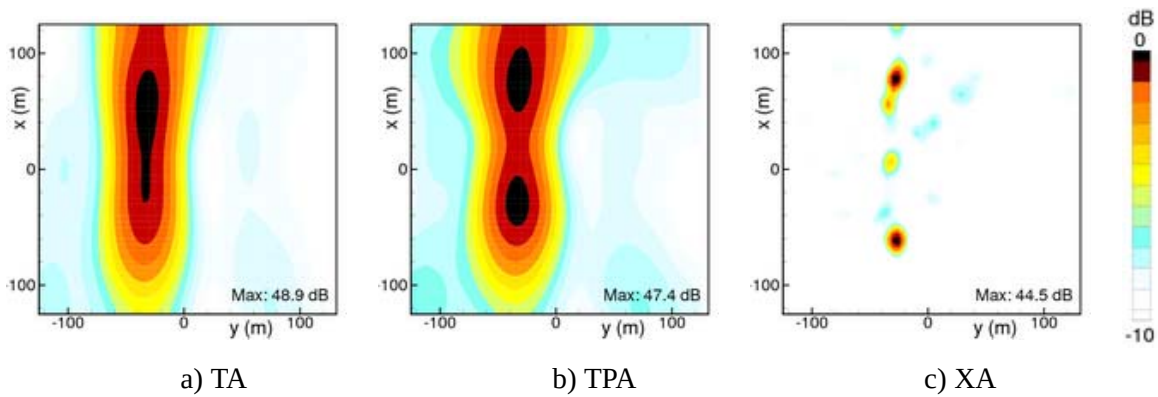


Abbildung 6.9.: Vergleich der Schallquellverteilung im Terzband $f_m = 200 \text{ Hz}$ des T-, des TP- und des X-Arrays zum Zeitpunkt $t = 10 \text{ s}$ nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 (DLR183)

Die beiden Beispiele zeigen, dass die mit verschiedenen Mikrofon-Arrays berechneten Quellverteilungen qualitative und quantitative Unterschiede aufweisen und deshalb nicht direkt mit einander verglichen werden sollten.

6.3.4. Einfluss der Mittlungszeit auf die Quellverteilung

Bei den bisher berechneten Quellverteilungen wurde eine im Mittlungsintervall stationäre Verteilung angenommen. Zur Überprüfung dieser Annahme wurde das für die Messung III übliche Mittlungsintervall der Länge $\Delta t = 1,58 \text{ s}$ in vier gleiche Unterintervalle der Länge $\Delta t = 0,4 \text{ s}$ geteilt und die Quellverteilung für diese berechnet. Das Bild 6.10 a) zeigt die mit der Mittlungszeit $\Delta t = 1,58 \text{ s}$ berechneten Quellverteilungen für den Überflug eines Flugzeuges vom Typ B757 zum Zeitpunkt $t = 4,7 \text{ s}$ im Terzband $f_m = 80 \text{ Hz}$. Die Bilder 6.10 b) bis e) zeigen die mit der Mittlungszeit $\Delta t = 0,4 \text{ s}$ berechneten Verteilung für die aufeinander folgenden Unterintervalle. Die Farbskala wurde für alle Bilder auf den gleichen Maximalwert bezogen, wodurch die Pegel zwischen den Bildern direkt verglichen werden können. Es wird deutlich, dass das Ergebnis des Hauptintervalls eine Mittlung der Unterintervalle darstellt. In den Quellverteilungen der Unterintervalle können höhere lokale Quellstärken als im Hauptintervall auftreten. Die starke Schallemission am Punkt $(x, y) = (20, 20) \text{ m}$ im Unterintervall $t = 5,5 \text{ s}$ ist mit geringerem Pegel auch in den Nachbarintervallen zu erkennen.

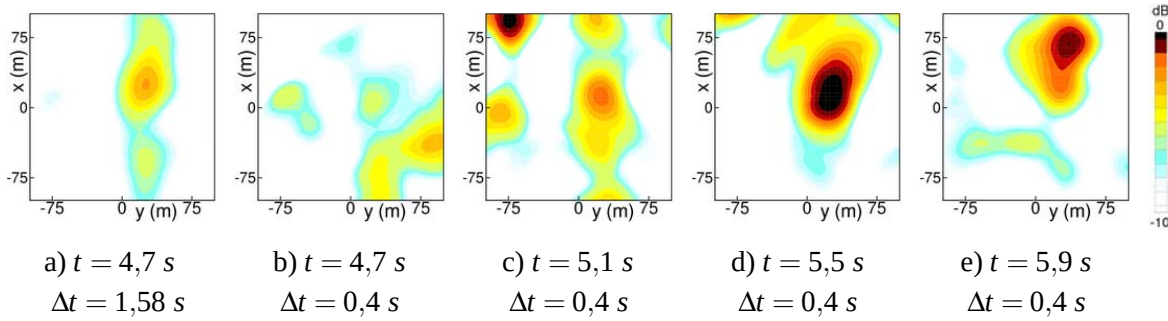


Abbildung 6.10.: Schallquellverteilung für ein Hauptintervall ($\Delta t = 1,58$ s) und dessen Unterintervallen ($t = 4,7$ s) im Terzband $f_m = 80$ Hz des X-Arrays

6.4. Diskussion der Quellverteilung in der y-z Ebene

Für ein Wirbel-Warnsystem ist neben der Bestimmung der aktuellen seitlichen Ablage der Wirbelschleppe auch dessen aktuelle Höhe von wesentlicher Bedeutung. Zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des X-Arrays für die Bestimmung der vertikalen Quellposition wurde die Quellverteilung in der y-z Ebene, Bild 6.11 a), für den Überflug, $t = 0$ s, eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 berechnet. Die Dynamik der Farbskalierung beträgt 1dB und die Überflughöhe $h = 214$ m ist markiert. Das Bild 6.8 c) zeigt die zugehörige Verteilung in der x-y Ebene des Überflugs zum gleichen Zeitpunkt. Zur genaueren Bestimmung der Hauptkeulenbreite des X-Arrays in der y-z Ebene wurden die Auswertung für eine simulierte Rauschquelle über dem X-Array in einer Höhe $z_0 = 200$ m durchführt und diese in Bild 6.11 b) dargestellt. Die Berechnungen erfolgten ohne Pegelkorrektur für die Entfernung des Fokuspunktes, da die übliche $1/r$ -Korrektur des Schalldrucks eine proportional zur Entfernung des Fokuspunktes wachsenden Quellstärke verursacht. Die Ergebnisse verdeutlichen die geringe vertikale Auflösung des X-Arrays.

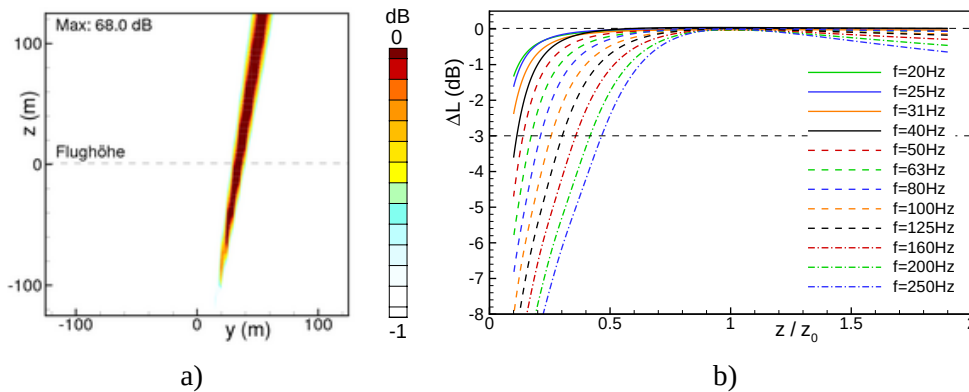


Abbildung 6.11.: Schallquellverteilung in der y-z Ebene für den Überflug, $t = 0$ s, eines Flugzeuges (DLR212) im Terzband $f_m = 200$ Hz

Für einen anderen Überflug eines Flugzeuges vom Typ B752 wurden die Quellverteilungen in der y-z Ebene zu verschiedenen Zeitpunkten berechnet. Das Bild 6.12 zeigt die Verteilungen im Terzband $f_m = 200$ Hz zu den Zeitpunkten $t = 0,75$ s, $t = 10,75$ s, $t = 20,75$ s, $t = 30,75$ s und $t = 40,75$ s nach dem Überflug. Es wurde über Intervalle der Länge $\Delta t = 1,58$ s gemittelt. Das erste Intervall wird durch das Flugzeug dominiert. Für die weiteren Intervalle wurden die mit einem P-LIDAR System vom CTI gemessenen Positionen der Wirbel als blaue Kreise eingezeichnet. Diese Ergebnisse lassen eine direkte

Höhenbestimmung in der y-z Ebene mit einem Mikrofon von der Größe des X-Array wenig geeignet erscheinen. Die Lage der maximalen Quellstärke variierte zumeist deutlich von der tatsächlichen Höhe der Wirbel.

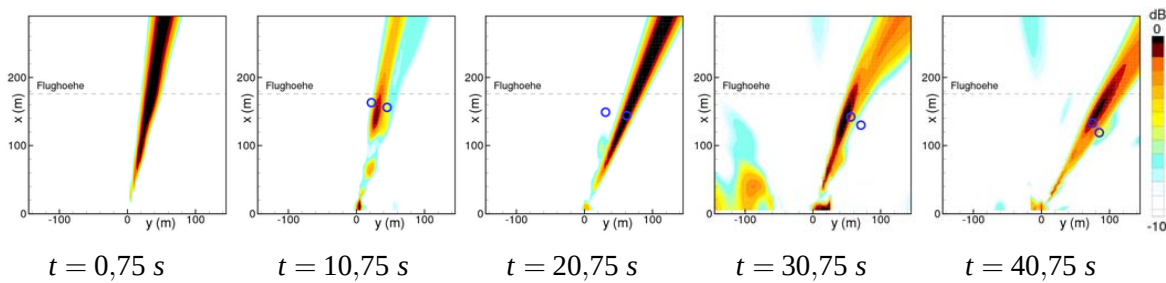


Abbildung 6.12.: Schallquellverteilung in der y-z Ebene im Terzband $f_m = 200 \text{ Hz}$ für verschiedene Zeitpunkte nach einem Überflug (Typ B752, DLR149) mit eingezeichneten Wirbelpositionen

Eine sichere Bestimmung der Höhe der Wirbelschleppen ist mit dem X-Array im Frequenzbereich $f_m \leq 200 \text{ Hz}$ nicht direkt realisierbar. Selbst das 6-mal größere Mikrofon-Array der NASA ermöglichte nur eine sehr ungenaue Höhenbestimmung [34]. Bessere Ergebnisse konnten für dieses große Mikrofon-Array mit der *Deconvolution*-Methode DAMAS erreicht werden [33].

Eine alternative Methode zur Bestimmung der vertikalen Positionen stellt die in Kapitel 7 diskutierte Triangulation dar. Dafür wurde ein zusätzliches Mikrofon-Array, das E-Array, mit 32 Mikrofonen in einer Entfernung von $\Delta y = 100 \text{ m}$ zum T-Array installiert. Aus den Quellverteilungen des T, TP- oder X-Arrays und dem des E-Array, sollte mittels der Triangulation die Quellhöhe berechnet werden. Leider erwies sich das E-Array aufgrund der geringen Mikrofon-Anzahl und Abmessungen als nicht leistungsfähig genug, um die Wirbel zu lokalisieren. Die Methode konnte deshalb nicht überprüft werden. Die prinzipielle Funktion der Triangulation konnte aber anhand der Flugzeugverfolgung im Kapitel 7 nachwiesen werden. Für zukünftige Messungen sollte ein zweites leistungsfähigeres Mikrofon-Array installiert werden.

Ein wesentlicher Vorteil der geringen vertikalen Auflösung ist, dass die Quellstärke durch eine von der Quellhöhe abweichenden Fokushöhe praktisch nicht frequenzabhängig verfälscht wird. Dadurch treten keine Fehler in Quellstärke durch das Fokussieren, sondern nur durch die $1/r$ -Skalierung des Schalldrucks auf. Als Konsequenz wurden alle Quellverteilungen ohne Korrektur der Entfernung berechnet und erst beim Vergleich der Spektren mit den von LIDAR gemessenen Wirbelhöhen skaliert.

6.5. Diskussion der Quellverteilungen in der y-t Ebene

Für die Bestimmung der Trajektorien der Wirbelschleppen ist die Berechnung der Quellverteilung in der y-t Ebene besonders geeignet. Dafür werden die Quellverteilungen in y-Richtung, senkrecht zur Wirbelachse, über die Zeit aufgetragen. Aus dieser Darstellung lässt sich der Transport der Wirbelschleppen aus dem Landekorridor durch einen Seitenwind oder der Wirbelabstand direkt ablesen.

6.5.1. Interpretation der Quellverteilungen

Für die Interpretation der Quellverteilung sollen zunächst einige Eigenheiten dieser Darstellung anhand von Simulationen erläutert werden. Die größte Einschränkung stellt die limitierte Dynamik von Mikrofon-Arrays dar, die aufgrund der großen Pegelunterschiede zwischen Wirbel und Flugzeug die Wirbeldetektion erst in geraumer Entfernung hinter dem Flugzeug erlaubt. Die Nebenkeulen der sich

bewegenden Quelle Flugzeug, sind mit den Quellen Wirbel verwechselbar. Die Abhängigkeit der Position der Nebenkeulen von der Quellposition, der Frequenz und dem Seitenwind hilft diese zu identifizieren.

6.5.1.1. Wirkung der Störquelle Flugzeug

Das Flugzeug dominiert während und kurze Zeit nach dem Überflug über das Array die Quellverteilung. Nachdem das Flugzeug das zu untersuchende Quellgebiet verlassen hat, erzeugt das Mikrofon-Array durch dessen Nebenkeulen virtuelle Quellen im Quellgebiet. Die Stärke dieser virtuellen Quellen werden durch die Höhe der Nebenkeulen im *Array-Pattern* und den Schalldruck des Flugzeuggeräuschs am Messort, der mit der wachsenden Entfernung des Flugzeuges nach $p \sim 1/r$ abnimmt, bestimmt. Durch die frequenzabhängige atmosphärische Dämpfung wird die Abnahme der Bedeutung des Flugzeuges beschleunigt. Die Bilder 6.13 zeigen die Quellverteilungen des X-Arrays für ein als Punktquelle simuliertes Flugzeug, dass das Mikrofon-Array in x-Richtung zum Zeitpunkt $t = 0$ s in der Höhe $z_0 = 200$ m und der Geschwindigkeit $v_x = 80$ m/s bei a),b) $y_0 = 0$ m und c) $y_0 = 150$ m überfliegt. Die Verteilungen werden zum Zeitpunkt $t = 0$ s durch das Flugzeug und anschließend durch Nebenkeulen dominiert, die sich jedoch deutlich von Wirbelschleppen unterscheiden. Für den Überflug bei $y_0 = 0$ m ist die Stärke und Lage der Nebenkeulen frequenzabhängig, aber symmetrisch um $y = 0$ m. Für den Überflug bei $y_0 = 150$ m ist diese Symmetrie nicht vorhanden.

Die Berechnung erfolgte für aufeinander folgende Zeitintervalle der Länge $\Delta t_m = 0,8$ s, wobei die Pegel in jedem Intervall auf dessen Maximalwert normiert werden. Diese Normierung erwies sich für die Darstellung der Wirbelschleppen als besonders geeignet, überhöht jedoch die Bedeutung der Nebenkeulen. Die Zeit der Quellverteilung ist um die Laufzeit des Signals $\Delta t = t_p$ kompensiert. Es sei angemerkt, dass bei der Korrelation der RADAR- oder LIDAR-Daten mit den Schallquellverteilungen diese Laufzeit stets berücksichtigt werden muss.

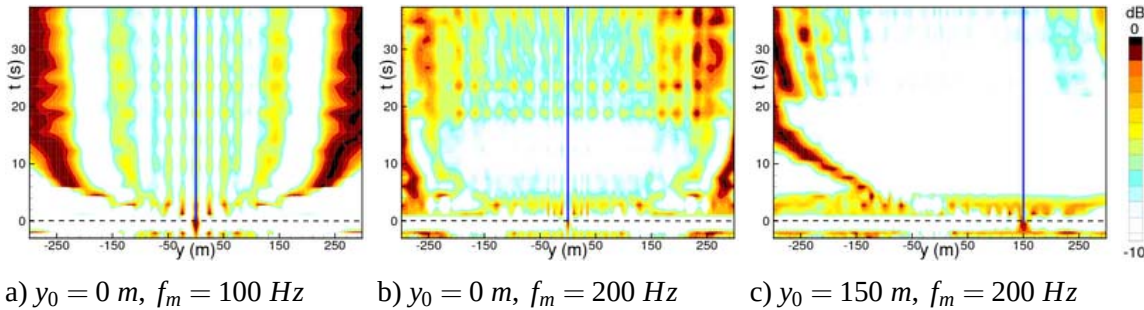


Abbildung 6.13.: Schallquellverteilung für das X-Arrays einer simulierten bewegten Punktquelle in der y-t Ebene

Die Bilder 6.14 zeigen die Quellverteilungen des TP-Arrays für die gleichen Simulationen, wobei hier die Nebenkeulen leicht mit Wirbelschleppen verwechselt werden könnten. Der frequenzabhängige Abstand der in den Bildern a) und b) symmetrisch liegenden Nebenkeulen hilft diese Fehlinterpretation auszuschließen. Noch deutlicher wird die Unterscheidung zwischen Nebenkeulen und Wirbelschleppen für ein das Mikrofon-Array bei $y_0 = 150$ m überfliegendes Flugzeug. Die anfangs versetzten Nebenkeulen wandern mit wachsender Entfernung des Flugzeuges auf Positionen symmetrisch um den Mittelpunkt des Mikrofon-Array, $y = 0$ m. Dieses Verhalten ist bei Wirbelschleppen unwahrscheinlich.

Ein Vergleich der Bilder 6.14 a) und b) zeigt, dass die breitere Hauptkeulenbreite in y-Richtung gleichzeitig eine Verbreiterung in t-Richtung bedeutet, wodurch das Flugzeug bei tiefen Frequenzen länger als bei hohen Frequenzen Pegel-bestimmend bleibt.

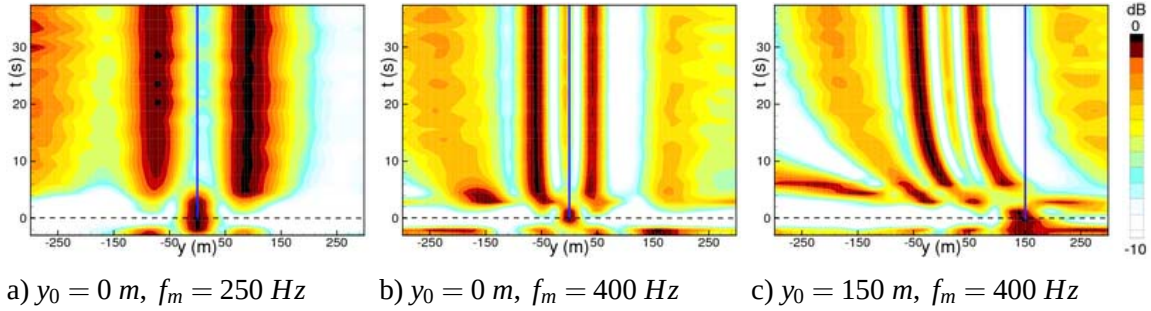


Abbildung 6.14.: Schallquellverteilung für das TP-Arrays einer simulierten bewegten Punktquelle in der y-t Ebene

6.5.1.2. Wirkung einer nicht korrekten Fokushöhe

Wie im Abschnitt 6.4 gezeigt wurde, ist die räumliche Auflösung eines flächigen Mikrofon-Arrays in der dazu senkrechten y-z Ebene erheblich geringer als in der Array-parallelen x-y Ebene. Die Auswertung ist daher tolerant gegenüber Differenzen zwischen der Quell- und der Fokussentfernung. Ein Entfernungsfehler führt aber aufgrund des Parallaxeneffektes zu falschen Quellpositionen in der Quellverteilung. Bei der Berechnung der Quellverteilung für die Wirbelschleppen wird die Fokushöhe häufig mit der Überflughöhe initialisiert und entsprechend der theoretischen Sinkgeschwindigkeit der Wirbel mit der Zeit abgesenkt. Entspricht die initiale Fokushöhe oder die erwartete Sinkgeschwindigkeit nicht den tatsächlichen Werten der Wirbelschleppe, erscheinen die Wirbel an falschen Positionen, woraus sich beispielsweise falsche Wirbelabstände ergeben.

Zur Veranschaulichungen der Wirkung wurden die Quellverteilungen im Terzband $f_m = 400 \text{ Hz}$ für das TP-Array, Bild 6.15, für zwei ortsfeste simulierte Punktquellen bei $(x,y,z) = (0, -50, 200) \text{ m}$ und $(x,y,z) = (0, 50, 200) \text{ m}$ mit einer zeitlich a) sinkenden und b) steigenden Fokushöhe, $v_z = \pm 3 \text{ m/s}$, berechnet. Die sinkende Fokushöhe reduziert den Quellabstand und die Hauptkeulenbreite des Arrays. Die steigende Fokushöhe vergrößert den Quellabstand und die Hauptkeulenbreite. Die Breite des Quellgebiets ist also kein Indiz für eine korrekte Fokushöhe. Die konstanten Quellpositionen sind als blaue Linien eingezeichnet.

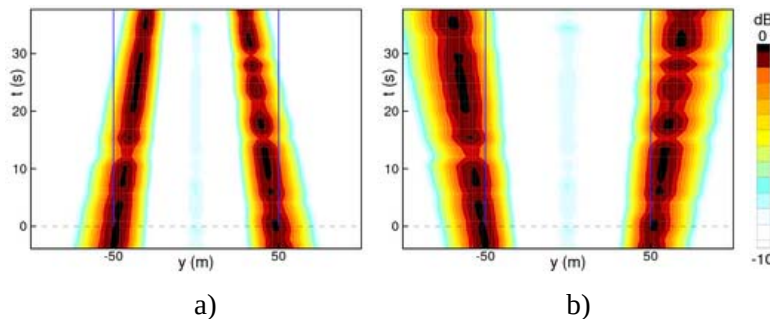


Abbildung 6.15.: resultierende Quellverteilung für eine Auswertung mit a) sinkender und b) steigender Fokushöhe (Parallaxeneffekt) für zwei ortsfeste Punktquelle im Terzband $f_m = 400 \text{ Hz}$ des TP-Arrays

6.5.1.3. Wirkung des Seitenwindes

Eine Strömung lässt die Position einer ortsfesten Quelle in der Quellverteilung aufgrund der Schallausbreitung im bewegten Medium um den Betrag $\Delta x = v t_p \approx v r/c$ verschoben erscheinen, wobei v die Strömungsgeschwindigkeit und t_p die Signallaufzeit sind. Die Laufzeit ergibt sich durch die Entfernung r der Quelle zum Mikrofon-Array und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c von Schall. Dieser Effekt spielt bei der Quelllokalisierung in Windkanälen eine bedeutende Rolle, [143].

Wird eine Quelle in einer Strömung transportiert, überlagern sich die wirkliche Quellverschiebung durch den Transport und die scheinbare Verschiebung durch die Schallausbreitung im bewegten Medium. Diese Situation liegt bei der Lokalisierung von Wirbelschleppen bei Seitenwind vor, der die Wirbelschleppe senkrecht zum Pfad des Flugzeuges transportiert. Da die Geschwindigkeit des Seitenwindes jedoch viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit ist, kann die Windgeschwindigkeit direkt aus der Quellverteilung abgelesen werden.

In den Bildern 6.16 a) bis c) sind die Quellverteilung des TP-Arrays für eine bewegte Punktquelle, dem Flugzeug ($z = 200 \text{ m}$, $v_x = 80 \text{ m/s}$), und eine mit dem Seitenwind in y -Richtung transportierte Punktquelle, einem mitschwimmenden Wirbelabschnitt ($z = 200 \text{ m}$, $v_y = 5 \text{ m/s}$), gezeigt. Dabei ist das Flugzeug a) $\Delta L = 10 \text{ dB}$, b) $\Delta L = 20 \text{ dB}$ und c) $\Delta L = 30 \text{ dB}$ lauter als der durch den Seitenwind transportierte Wirbelabschnitt. In den Quellverteilungen dominiert zum Zeitpunkt des Überflugs, $t = 0 \text{ s}$, das Flugzeug. Nach einer Zeit, die durch die Pegeldifferenz der Quellen bestimmt ist, wird die leisere und durch den Seitenwind transportierte Quelle sichtbar. Im Bild 6.16 c) wird deutlich, dass die Nebenkeulen des Flugzeuges sicher von einem transportierten Wirbelabschnitt trennbar sind, da die Positionen der Nebenkeulen des Flugzeuges nicht durch den Seitenwind verschoben werden. Der Wirbelabschnitt wird erst nach $t \approx 15 \text{ s}$ dominant. Die Transportgeschwindigkeit des Wirbelabschnitts lässt sich direkt aus der Darstellung ablesen. Das Quellgebiet des Wirbelabschnitts wächst mit der Zeit durch die zunehmende Entfernung und seitliche Ablage des Wirbels (Kapitel 7).

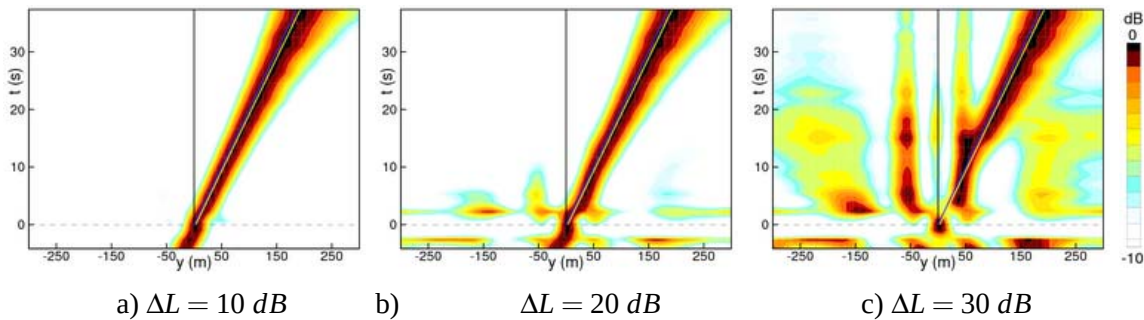


Abbildung 6.16.: resultierende Quellverteilung für die Überlagerung einer bewegten Punktquelle (Flugzeug) und einer durch den Seitenwind transportierten Punktquelle (Wirbelabschnitt) mit einer Differenz der Quellstärke von a) $\Delta L = 10 \text{ dB}$, b) $\Delta L = 20 \text{ dB}$ und c) $\Delta L = 30 \text{ dB}$ im Terzband $f_m = 400 \text{ Hz}$

Die Bilder 6.17 zeigen die zugehörigen Verläufe der Pegel am Mikrofon (blaue Linie) und der auf den Wirbelabschnitt fokussierten Pegel (rote Linie) für das Terzband $f_m = 400 \text{ Hz}$. Die Pegel wurden auf die Summe der am Mikrofon erwarteten Pegel der Einzelquellen normiert. Die tatsächlich gemessenen Pegel sind jedoch kleiner, da die Bewegung des Flugzeuges im Mittlungsintervall nicht berücksichtigt wurde. Der Maximalwert liegt bedingt durch die Lage der Intervallgrenzen leicht vor dem Zeitpunkt des Überflugs. Die fokussierten Pegel erreichen je nach Differenz der Quellstärke nach $t = 2 \text{ s}$, $t = 3 \text{ s}$ und $t = 15 \text{ s}$ die korrekten Pegel des Wirbelabschnittes. Das Array kann das Flugzeuggeräusch im Terzband $f_m = 400 \text{ Hz}$ mit $\Delta L \approx 15 \text{ dB}$ unterdrücken. Die korrekten Pegel sinken durch den wachsenden Abstand des Wirbels zum Mikrofon-Array. Die wichtigste Konsequenz dieser Simulation

ist, dass der fokussierte Pegel des Wirbelabschnitts korrekt ist und nicht durch das Flugzeug bestimmt wird, wenn der Wirbelabschnitt in der Quellverteilung eindeutig identifiziert werden kann.

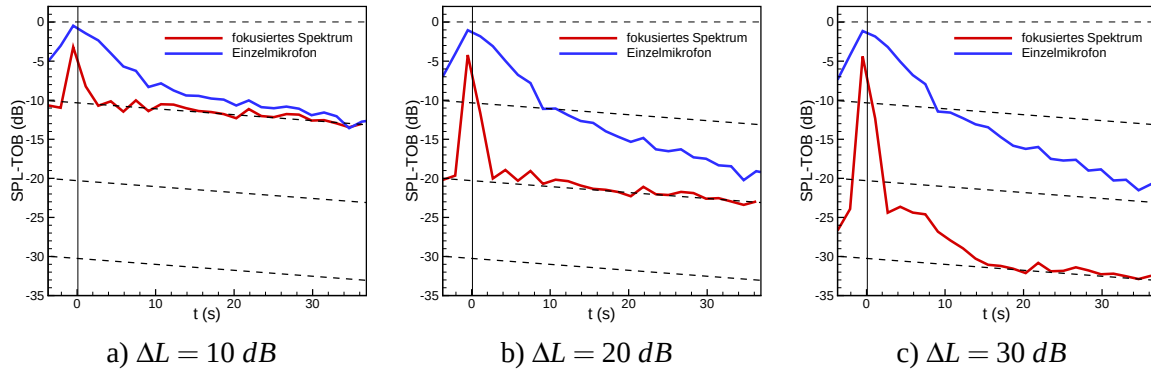


Abbildung 6.17.: Verläufe der Mikrofonpegel und der Pegel der fokussierten Spektren aus den Quellverteilungen im Terzband $f_m = 400 \text{ Hz}$ für die Simulationen aus Bild 6.16

6.5.2. Ergebnisse der Messung II, Tarbes

Die Messung II diente der Untersuchung der Wirbelschleppe des Flugzeugs A340 von Airbus mit LIDAR und der Mikrofon-Array-Technik. Es wurden Überflüge des A340 in verschiedenen Konfigurationen mit Überflughöhen $h \approx 160. \dots 380 \text{ m}$ auf dem *Tarbes-Lourdes-Pyrenees Airport* gemessen. Zur Überprüfung der Messdaten und des Auswerteverfahrens wurden zunächst wieder die Schallquellverteilungen am Flugzeug im Überflug berechnet. Das Bild 6.18 a) zeigt die berechnete Quellverteilung im Terzband $f_m = 500 \text{ Hz}$ am Testflugzeug in der Konfiguration C2 (*Clean*) (4_01), dass das Array in einer Höhe $h = 174 \text{ m}$, mit einer seitlichen Ablage $y = 83 \text{ m}$ und einer Geschwindigkeit $v = 110 \text{ m/s}$ überflog. Als dominante Quellen sind in diesem Terzband die Triebwerke zu identifizieren. Die Quellverteilung wurde mit dem T-Array mit dem *klassischen Beamformer* im Zeitbereich berechnet, wobei die Bewegung des Flugzeuges bei der Neuabtastung des Mikrofonsignals berücksichtigt wurde. Die Auswertung erfolgte auf einem Raster in der Fokusebene mit einem Punktabstand $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ m}$, mit der Mittlungszeit $t_m = 0,16 \text{ s}$ und der Frequenzauflösung $\Delta f = 12,6 \text{ Hz}$.

Die Bilder 6.19 zeigen die zeitliche Entwicklung der Quellverteilungen in der y-t Ebene für die Terzbänder $f_m = 315 \text{ Hz}$ und $f_m = 500 \text{ Hz}$ für einen Überflug (4_03) in der Konfiguration C2 (*Clean*) in einer Höhe $h = 187 \text{ m}$, einer seitlichen Ablage $y = 60 \text{ m}$, einer Geschwindigkeit $v = 108 \text{ m/s}$ und einer Triebwerksleistung $N1 = 61\%$. Die in den Zeitintervallen von $t_m = 0,8 \text{ s}$ gemittelten Verteilungen wurden für $x = 0 \text{ m}$ auf einem Raster $\Delta y = 1 \text{ m}$ berechnet. Die Fokushöhe wurde für jedes Zeitintervall aus den LIDAR Daten gewonnen und entsprechend mitgeführt. Zur Verbesserung der Darstellung wurde jedes Intervall auf den eigenen maximalen Schalldruckpegel normiert. Die Pegelabnahme über die Zeit wurde damit eliminiert. Die Trajektorie des Flugzeuges ist als schwarze Linie eingezeichnet.

Die Wirbel sind in den Quellverteilungen eindeutig detektierbar, wobei in der tieferen Terz $f_m = 315 \text{ Hz}$ längere Detektionszeiten zu beobachten sind. Die räumliche Auflösung ist in der Terz $f_m = 500 \text{ Hz}$ aufgrund der frequenzabhängigen Hauptkeulenbreite des Mikrofon-Arrays besser. In den Terzbändern $f_m < 250 \text{ Hz}$ konnten die Wirbel aufgrund der geringen Array-Größe nicht eindeutig lokalisiert werden. Die dominanten Schallquellen liegen in unmittelbarer Umgebung zu den Wirbelkernen. Ein Vergleich mit der Trajektorie des Flugzeugs bestätigt, dass der vom Flugzeug emittierte Schall durch das Mikrofon-Array ausreichend unterdrückt wird.

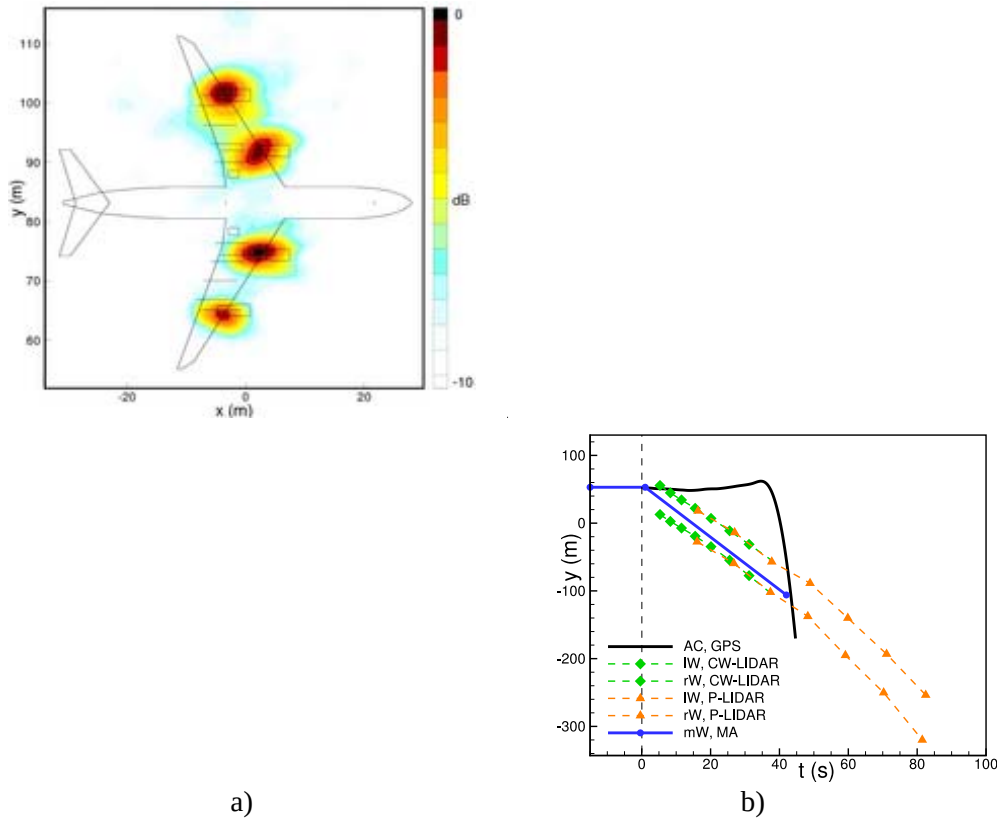


Abbildung 6.18.: Schallquellverteilung im Terzband $f_m = 500$ Hz am Testflugzeug A340 in der Konfiguration C2 (Clean)

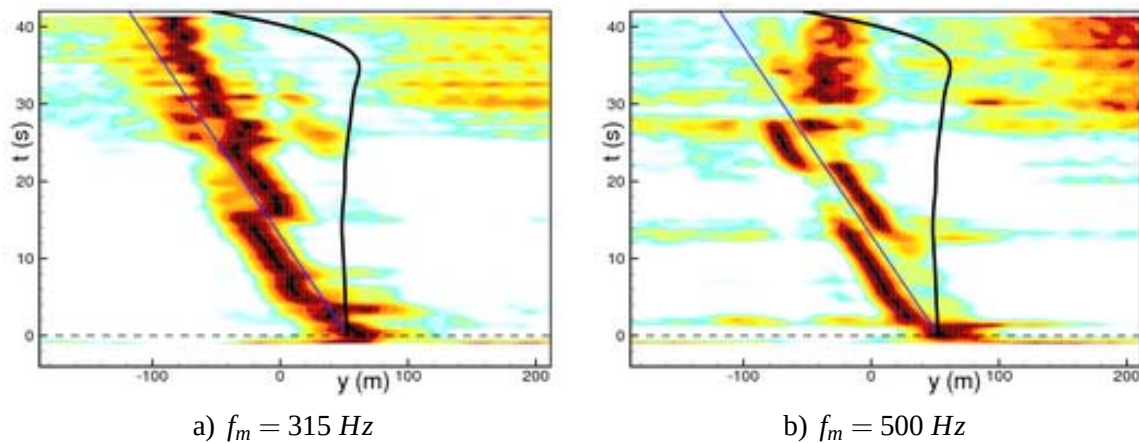


Abbildung 6.19.: Zeitliche Entwicklung der Quellverteilungen in den Terzbänder $f_m = 315$ Hz und $f_m = 500$ Hz hinter dem Testflugzeug A340 in Konfiguration C2 (Clean)

In beiden Terzbänder sind die beiden Wirbel der Wirbelschleppen als Maxima in der Quellverteilung deutlich sichtbar und separierbar, wobei oft nur einer der Wirbel dominant ist. Dieser Effekt ist eine Folge der räumlichen Struktur der Schallemission der Wirbel entlang deren Achsen, die im Kapitel 6.3 diskutiert wurde. Durch eine Mittlung der Pegel entlang der Wirbelachsen in jedem Zeitintervall kann dieser Effekt reduziert werden. Die Wirbelschleppe wird durch einen Seitenwind in

y-Richtung transportiert. Die Trajektorien der beiden Wirbel wurden aus den Verteilungen der Terzbänder $f_m = 250 \dots 630 \text{ Hz}$ als Gerade abgeleitet und als blaue Linie eingezeichnet. Der Vergleich der akustisch ermittelten Trajektorien mit den optisch mit LIDAR bestimmten Trajektorien der Wirbel in Bild 6.18 b) zeigt eine gute Übereinstimmung, obwohl der Seitenwind in der akustisch ermittelten Trajektorie größer erscheint. Die Ursachen für diesen Unterschied konnte nicht identifiziert werden. Die Übereinstimmung der Koordinatensysteme der Messsysteme wurde mehrfach überprüft. Für alle Überflüge dieser Konfiguration konnten die Wirbel detektiert werden, jedoch nahm die Qualität der Lokalisierung mit wachsender Höhe deutlich ab.

Die Bilder 6.20 zeigen die zeitliche Entwicklung der Quellverteilungen für die Terzbänder $f_m = 315 \text{ Hz}$ und $f_m = 500 \text{ Hz}$ für einen Überflug (5_1) in der Konfiguration C3a in einer Höhe $h = 285 \text{ m}$, einer seitlichen Ablage $y = 110 \text{ m}$, einer Geschwindigkeit $v = 101,7 \text{ m/s}$ und einer Triebwerksleistung $N1 = 34,5\%$.

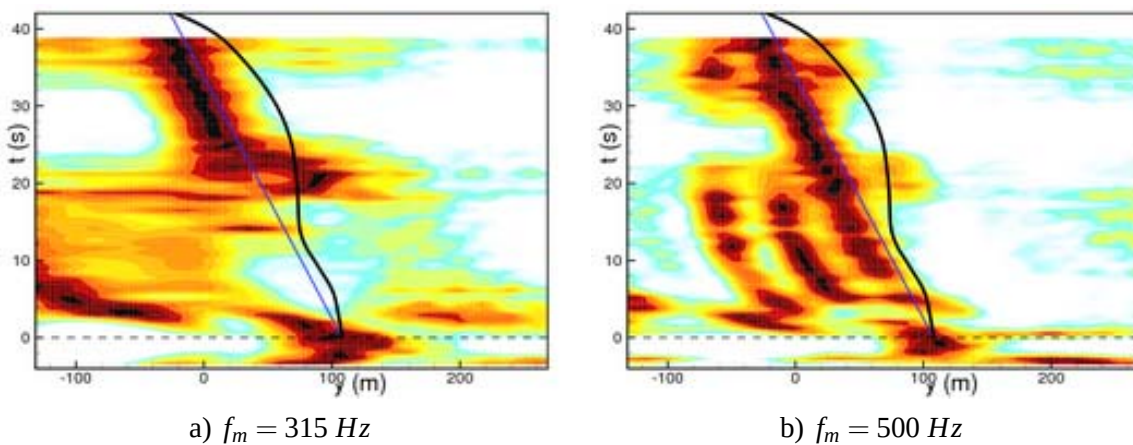


Abbildung 6.20.: Zeitliche Entwicklung der Quellverteilungen in den Terzbändern $f_m = 315 \text{ Hz}$ und $f_m = 500 \text{ Hz}$ hinter dem Testflugzeug A340 in Konfiguration C3a (*Clean*)

Die Wirbel sind im Terzband $f_m = 315 \text{ Hz}$ erst für $t > 30 \text{ s}$ und im Band $f_m = 500 \text{ Hz}$ für $t > 22 \text{ s}$ sichtbar, aber weniger deutlich erkennbar als im vorherigen Fall. Der Beginn der Quellverteilungen wird durch das Flugzeug über die Nebenkeulen dominiert. Die im Band $f_m = 500 \text{ Hz}$ für $t < 22 \text{ s}$ sichtbaren drei parallelen Schwünge, deren mittlerer an der Überflugposition beginnt und bei $y = 0 \text{ m}$ ausläuft, sind die bereits diskutierten typische Nebenkeulen des Flugzeug in den Quellverteilungen des T-Arrays. Eine Separation der beiden Wirbel ist nicht möglich. Die Trajektorien der beiden Wirbel wurden wieder aus den Verteilungen der Terzbänder $f_m = 250 \dots 630 \text{ Hz}$ als Gerade abgeleitet und als blaue Linie eingezeichnet. Der Vergleich der Trajektorien mit den Ergebnissen von LIDAR zeigte wieder eine gute Übereinstimmung.

Ein Grund für die schlechtere Lokalisierung ist die erheblich größer Überflughöhe, da das Auflösungsvermögen des Array mit wachsendem Abstand sinkt. Die Beobachtungen während der Messung zeigten jedoch bereits, dass nur die Wirbel der Konfiguration C2 (*Clean*) deutlich hörbar waren, obwohl diese die kleinsten Zirkulationswerte aufwiesen. Für die Konfiguration C1, C3b und C4 konnten die Wirbel in keiner der berechneten Quellverteilung, $200 \text{ Hz} < f_m < 800 \text{ Hz}$, nachgewiesen werden, obwohl diese Konfiguration die größten Zirkulationswerte aufweisen. Eine Lokalisation bei Frequenz $f < 250 \text{ Hz}$ war aufgrund der Array-Größe nicht möglich. Auffällig ist, dass die Überfluggeschwindigkeiten für die Konfigurationen C2 und C3a am größten waren. Die Triebwerksleistung der Konfigurationen C2 (59%), C3a (35%) und C1 (67%), C3b (56%), C4 (66%) lässt im Gegensatz keinen Zusammenhang mit der Detektierbarkeit der Wirbelschleppen erkennen.

Als Grund für die schlechteren Ergebnisse bei der Lokalisierung der Wirbel für die Konfigurationen C1, C3b und C4 wird die Struktur der Wirbel vermuten. Das ausgeführte Hochauftriebssystem verursacht eine zusätzliche Dispersion von Wirbelstärke. Größere Wirbelkerne verursachen vermutlich aufgrund der geringeren tangentialen Geschwindigkeit eine Verschiebung der maximalen Schallemission zu tieferen Frequenzen.

6.5.3. Ergebnisse der Messung III, Denver

In der Messungen III wurde eine große Anzahl von Überflügen verschiedener Flugzeugtypen aufgezeichnet. Für alle Überflüge wurden die Quellverteilungen in der y-t Ebene mit den Mikrofonen des X- und des T-Arrays berechnet und bewertet. Für jeden Flugzeugtyp wurden im Anhang B die Quellverteilungen eines typischen Überflugs in den Terzbändern im Bereich $40 \text{ Hz} \leq f_m \leq 630 \text{ Hz}$ dargestellt. Die Terzbänder $f_m = 160 \text{ Hz}$ und $f_m = 200 \text{ Hz}$ werden für beide, das X- und das T-Array, gezeigt.

6.5.3.1. Bewertung der akustische Detektion der Wirbelschleppen in der y-t Quellverteilungen

Die Bilder 6.21 a) und b) zeigen die Quellverteilungen in den Terzbändern $f_m = 80 \text{ Hz}$ und $f_m = 315 \text{ Hz}$ hinter einem Flugzeug vom Typ B733. Die Berechnung der Verteilung erfolgt in Intervallen von $\Delta t = 1,58 \text{ s}$, wobei über die gesamte Intervalllänge gemittelt wurde. Die Fokushöhe wurde zum Zeitpunkt des Überflugs mit der Flughöhe initialisiert und anschließend entsprechend der theoretischen Sinkgeschwindigkeit abgesenkt. Die Überflughöhe wurde aus den RADAR Daten gewonnen. Die Wirbelschleppe ist deutlich im gesamten Messzeitraum $t = 2..40 \text{ s}$ erkennbar und wird durch einen Seitenwind aus dem Anflugkorridor transportiert. Eine klare Trennung der beiden Einzelwirbel ist aufgrund der geringen Spannweite, der Überflughöhe und der unzureichenden Auflösung in diesen Terzbändern nicht möglich. Die schwankende Position des maximalen Schalldruckpegels im Bild 6.21 b) wird durch die abwechselnde Dominanz eines der beiden Wirbel verursacht.

Die Trajektorien der Wirbelschleppen, deren Bestimmung aus den Quellverteilungen im Abschnitt 7.7 erläutert wird, sind als blaue Linie eingezeichnet. Im Bild 6.21 c) wurde die mit dem Mikrofon-Array gemessene mittlere y-Koordinate zusammen mit den von LIDAR bestimmten y-Koordinaten der beiden Wirbel über die Zeit aufgetragen. Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung der Trajektorien. Der Vergleich macht aber auch deutlich, dass die Messzeit von $t_m = 38 \text{ s}$ für diesen Fall zu kurz ist, um den Zerfall zu detektieren. Das LIDAR-System detektiert die Wirbel bis $t \approx 80 \text{ s}$ nach dem Überflug. Die gewählte Messzeit erwies sich in vielen Fällen als deutlich zu kurz, konnte aber aufgrund von Restriktionen des Datenerfassungssystems, Kapitel 5, nicht wesentlich erhöht werden.

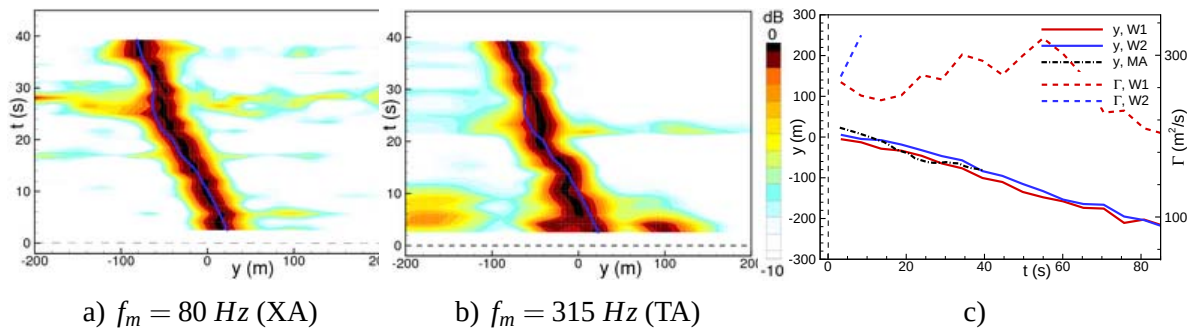


Abbildung 6.21.: Schallquellverteilung hinter einem Flugzeug vom Typ B733 (DLR14) in der y-t Ebene mit mittlerer Wirbeltrajektorie in den Terzbändern $f_m = 80 \text{ Hz}$ und $f_m = 315 \text{ Hz}$; c) Vergleich der akustisch und optisch (LIDAR) ermittelten Wirbeltrajektorien (y-Koordinate) und des optisch ermittelten Zirkulationsverlaufs

Das Bild 6.21 c) zeigt die mit LIDAR gemessene Zirkulation der beiden Wirbel (W1, W2), wobei für den Wirbel W1 ein langsamer und für W2 ein schneller Anstieg der Zirkulation festgestellt wurde. Derartige Verläufe sind unwahrscheinlich, wurden aber häufig gemessen. Diese Verläufe weisen auf Probleme in der Genauigkeit der Bestimmung der Zirkulation mit dem P-LIDAR System des CTI hin. Das CW-LIDAR war im Zeitraum der Messungen mit dem Mikrofon-Array an keinem Messtag aktiv. Nach Aussagen des DLR-OP kann das P-LIDAR System des DLR die Zirkulation aber mit einer maximalen Abweichung von 10% bestimmen.

Bei anderen Überflügen ließ sich ein deutlicher Abbruch der Wirbelschleppen in der y-t Ebene erkennen. Die Bilder 6.22 zeigen die Verteilungen hinter einem Flugzeug vom Typ BA46 (DLR189). In allen Terzbändern $40 \text{ Hz} \leq f_m \leq 630 \text{ Hz}$ konnte ein nahezu gleichzeitiger Abbruch bei $t \approx 25 \text{ s}$ detektiert werden. Der Vergleich der akustisch und optisch bestimmten Trajektorien, Bild 6.22 c), bestätigt diesen Abbruch, obwohl das LIDAR System die Wirbel 5 s länger detektiert. Es sei angemerkt, dass das Messintervall des LIDAR Systems $\Delta t \approx 5,7 \text{ s}$ betrug. Derartig abrupte Abbrüche werden vermutlich durch eine Interaktion der Wirbel oder dem Aufplatzen eines Wirbels verursacht, bedeuten aber nicht sicher den Beginn des katastrophalen Zerfalls. Diese Beobachtung wurde bereits in [139] erwähnt. Oft werden diese Vorgänge von einer kurzzeitig erhöhten Schallemission begleitet, die als ein peitschendes Geräusch hörbar sind. Aufgrund der räumlichen Verteilung und der Kurzlebigkeit dieser Vorgänge, sind diese jedoch in der Quellverteilung nicht lokalisierbar. Im Abschnitt 6.7 wird auf den Terzpegelverlauf von Einzelmikrofonen eingegangen.

Obwohl der Abbruch der Wirbelschleppe in den akustischen Quellverteilungen sehr häufig ist, konnte diese Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen von Mikrofon-Array und LIDAR nur für sehr wenige Überflüge gefunden werden. In vielen Fällen weist LIDAR erheblich längere Detektionszeiten als das Mikrofon-Array auf.

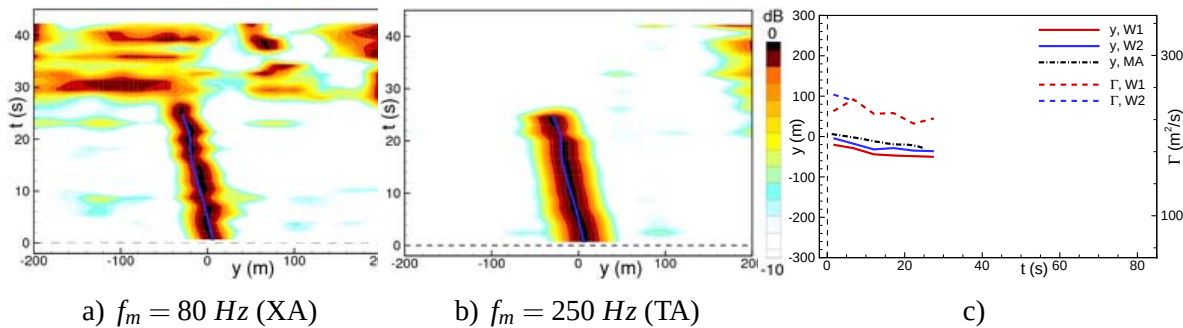


Abbildung 6.22.: Schallquellverteilung hinter einem Flugzeug vom Typ BA46 (DLR189) mit deutlichem Abbruch der Wirbelschleppe; c) Wirbeltrajektorien (Mikrofon-Array, LIDAR) und Zirkulationsverlauf (LIDAR)

Die meisten Überflüge zeichnen sich durch frequenzabhängige Detektionszeiten in den Schallquellverteilungen aus, wobei die längeren Detektionszeit zumeist im Frequenzbereich $f_m < 250 \text{ Hz}$ zu beobachten sind. Die Quellverteilungen hinter einem Flugzeug vom Typ CRJ2, Bild 6.23 zeigen diese Frequenzabhängigkeit der Detektionslänge für die Terzbänder $f_m = 80 \text{ Hz}$ und $f_m = 250 \text{ Hz}$. Bei diesem Fall wird die Detektionszeit im Frequenzbereich $f > 200 \text{ Hz}$ durch das Eigenrauschen des akustischen Messsystem begrenzt, da die Wirbelschleppe eine geringere Schallleistung emittiert. Der Zeitpunkt des Abbruchs der Wirbelschleppe im Band $f_m = 80 \text{ Hz}$ bei $t \approx 35 \text{ s}$ fällt mit einem plötzlich reduzierten Wirbelabstand, Bild 6.23 c), zusammen. Als Ursache des Abbruchs in der akustischen Quellverteilung ist deshalb eine Interaktion der Wirbel wahrscheinlich, die aber nicht den Zerfall der Wirbelschleppe bedeutet. Das LIDAR System detektiert die Wirbel bis $t \approx 60 \text{ s}$. Im Zirkulationsverlauf lässt sich im

Zeitraum $25\text{ s} < t < 35\text{ s}$ ein starker Abfall beobachten, der jedoch aufgrund der limitierte Genauigkeit der Zirkulationsmessung nicht sicher mit den akustischen Messungen korreliert werden kann.

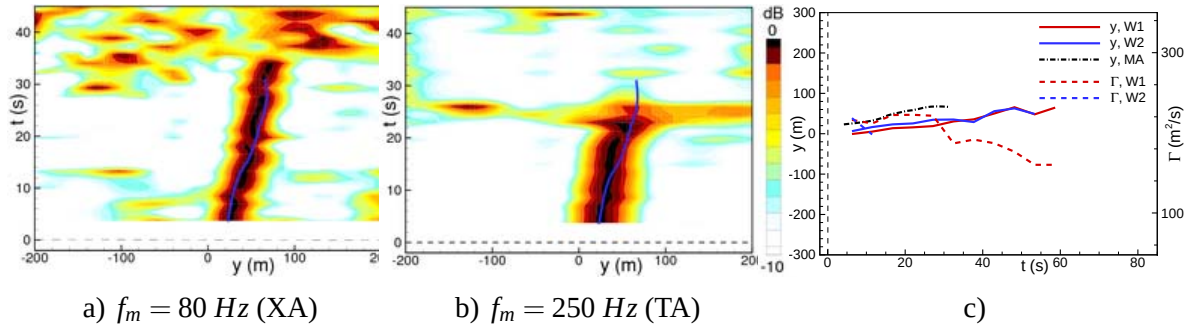


Abbildung 6.23.: Schallquellverteilung hinter einem Flugzeug vom Typ CRJ2 (DLR235) mit frequenzabhängigem Abbruch der Wirbelschleppe; c) Wirbeltrajektorien (Mikrofon-Array, LIDAR) und Zirkulationsverlauf (LIDAR)

Der Vergleich der optisch und akustisch ermittelten Trajektorien zeigt für diesen Fall eine Abweichung von bis zu $\Delta y = 30\text{ m}$. Zur Überprüfung wurde der Verlauf der Wirbelhöhe aus den LIDAR Daten abgeleitet und die Berechnung wiederholt. Die Ergebnisse zeigten keine Verbesserung. Andere Überflüge zeigten ähnliche Abweichungen. Da aber keine systematische Abweichung der Trajektorien gefunden werden konnte, wird als Ursache eine Ungenauigkeit bei der Detektion der Wirbel durch das LIDAR System vermutet. Die Probleme bei der Bestimmung der Zirkulation bestätigen diese Vermutung.

In den akustischen Quellverteilungen hinter dem Flugzeug vom Typ B738, Bild 6.24, wird die Frequenzabhängigkeit der Detektionslänge noch deutlicher. Kann in der Quellverteilung des Terzbands $f_m = 250\text{ Hz}$ die Wirbelschleppe nur bis $\approx 22\text{ s}$ detektiert werden, so wird diese im Band $f_m = 250\text{ Hz}$ durch die Messzeit begrenzt. Als optimaler Frequenzbereich für die Detektion wurde der Bereich $f_m \leq 200\text{ Hz}$ identifiziert, wo auch ein im Abschnitt 6.6 diskutiertes Maximum im Spektrum des Wirbelschalls gefunden wurde.

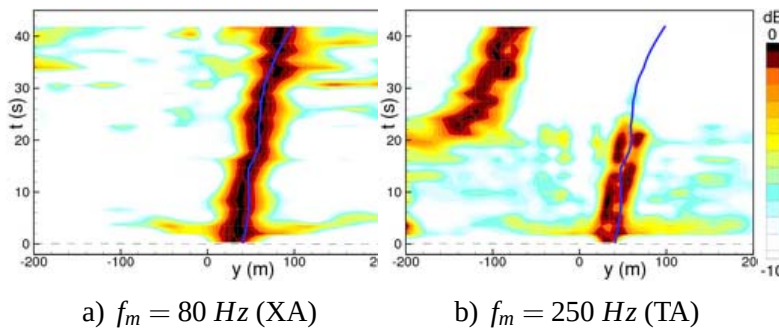


Abbildung 6.24.: Schallquellverteilung hinter einem Flugzeug vom Typ B738 (DLR139) mit Abbruch der Wirbelschleppe in den Terzbändern a) $f_m = 80\text{ Hz}$ und b) $f_m = 315\text{ Hz}$

Eine Extremsituation bezüglich der akustischen Detektion von Wirbelschleppen zeigt der Vergleich der Quellverteilungen hinter zwei Flugzeugen vom Typ A319 der Fluggesellschaft *United Airlines* die das Mikrofon-Array in einem zeitlichen Abstand von nur 24 Minuten überflogen. Die Bilder 6.25 a) zeigen die Quellverteilungen in zwei Terzbänder hinter dem ersten Flugzeug, das das Mikrofon-Array am 31.08.03 um 10:02 Uhr in einer Höhe $h = 210\text{ m}$ und mit einer Geschwindigkeit $v = 80\text{ m/s}$

überflog. Die Wirbel sind in den Quellverteilungen für die gesamte Messzeit deutlich lokalisierbar. Das zweite Flugzeug überflog das Mikrofon-Array um 10:26 Uhr in einer Höhe $h = 205 \text{ m}$ und mit einer Geschwindigkeit $v = 75 \text{ m/s}$. Die Wirbel dieses Überflugs konnten in keiner Quellverteilungen im gesamten Frequenzbereich $40 \text{ Hz} < f_m < 630 \text{ Hz}$ weder mit dem X- noch mit dem T-Array detektiert werden.

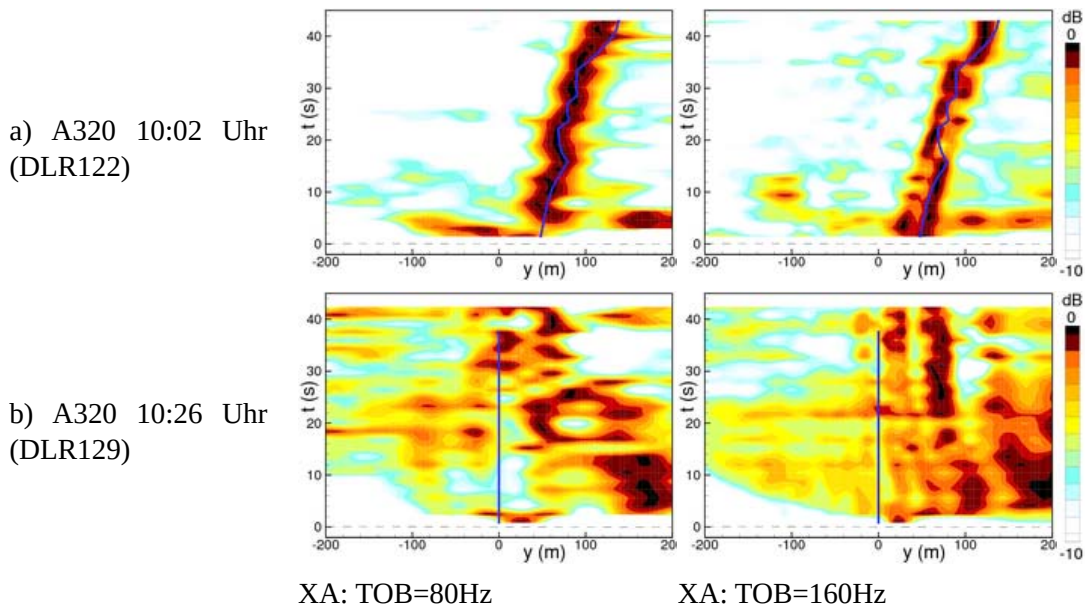


Abbildung 6.25.: Schallquellverteilung hinter zwei Flugzeugen vom Typ A319 a) mit detektierter Wirbelschleppe und b) ohne detektierter Wirbelschleppe in den Terzbändern $f_m = 80 \text{ Hz}$ und $f_m = 160 \text{ Hz}$

Dieser Vergleich macht deutlich, dass die Wirbelschleppen mit den derzeitigen Mikrofon-Array-Systemen nicht sicher detektiert werden können. Um die Detektionssicherheit quantitativ zu erfassen, wurden die maximale Detektionslängen der in den Quellverteilungen eindeutig nachweisbaren Wirbel für alle Überflüge aus den Schallquellverteilungen in den Terzbändern $f_m = 40 \dots 630 \text{ Hz}$ ermittelt. Es wurden 228 Überflüge in die Kategorien i) länger als 10s detektierbar, ii) länger als 20s detektierbar, iii) länger als 30s detektierbar und iv) länger als 40s detektierbar, eingeteilt. Dabei wird ein Überflug einer hohen Kategorie iv) auch in den kleiner Kategorien gezählt. Die Datensätze mit Synchronisationsfehlern wurden dabei ausgeschlossen.

Die absoluten Zahlen der erkannten Überflüge, Erkennung R , der vier Kategorien sind in Bild 6.26 gezeigt, wobei die Messtage eingezeichnet sind. Die Kategorie i) ist mit einer Erkennungsrate von $r \approx 80\%$ nahezu unabhängig vom Messtag. Die Kategorien iii) und iv) zeigen für die Messtage T7 .. T10 eine größere Erkennungsrate als an den Messtagen T2 .. T6. Ein Vergleich mit den Wetterdaten, Tab. 6.2, zeigt für die ersten Messtage eine höhere Windgeschwindigkeit. Eine detaillierte Untersuchung der Abhängigkeit der Erkennungsrate von den meteorologischen Bedingungen erfolgt im Rahmen dieser Arbeit nicht.

Die Erkennungsrate r für die Flugzeugtypen in den vier Kategorien wird in Bild 6.27 gezeigt. Die Wirbelschleppen der Typen A319 und A320 weisen erheblich schlechtere Erkennungsraten als die B733, B734 und B735 auf. Die kleinsten Erkennungsraten ergeben sich für die neueren Flugzeugmodelle A319, A320, B738 und B772. Es ist zu vermuten, dass diese Modelle eine starke Dispersion von Wirbelstärke beim Aufrollvorgang realisieren und somit große Wirbelkerne und stark verteilte Schall-

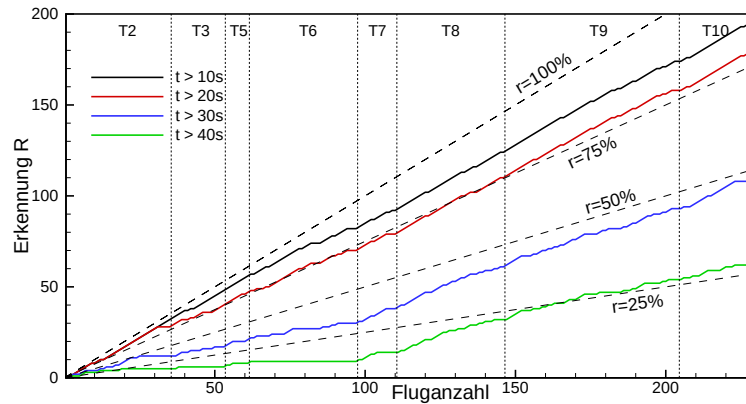


Abbildung 6.26.: Erkennung der Wirbelschleppen als Funktion der Überflüge

Messtag	Tag	Temperatur (°)	Wind (m/s)	Feuchtigkeit (%)
T2	26.08.03	15-30	3	60-30
T3	27.08.03	15-30	4	60-30
T5	29.08.03	15-30	2	40-30
T6	30.08.03	15-22	7	80-70
T7	31.08.03	15-30	1	90-80
T8	02.09.03	15-30	3	80-40
T9	03.09.03	15-22	3	90-55
T10	04.09.03	15-28	2	80-30

Tabelle 6.2.: Übersicht zur Wettersituation an den Messtagen

quellen erzeugen, die schlechter zu detektieren sind. Die Erkennungsraten aller Flugzeugtypen sind mit $r > 80\%$ groß und können durch eine Optimierung des Messsystems verbessert werden.

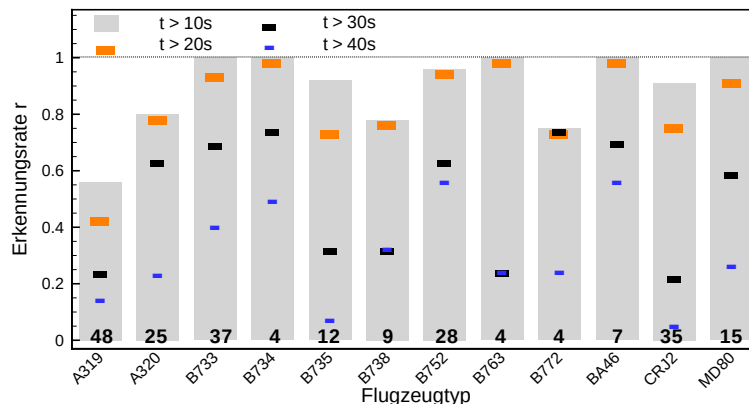


Abbildung 6.27.: Erkennungsrate der Wirbelschleppen für verschiedene Flugzeugtypen

Die Bilder 6.28 und 6.29 zeigen den Zeitpunkt des Abbruchs der Wirbelschleppe in den Quellverteilungen getrennt nach Flugzeugtyp als Funktion der Überflugsnummer. Die Häufung bei $t \approx 42$ s resultiert auf der limitierten Messzeit. Eine Abhängigkeit der Abbruchzeit in den Quellverteilungen

vom Flugzeugtyp oder Messtag konnte nicht identifiziert werden. Auch bei einer Normierung auf die Referenzzeit t_0 , Bild 6.29, ist keine Systematik erkennbar.

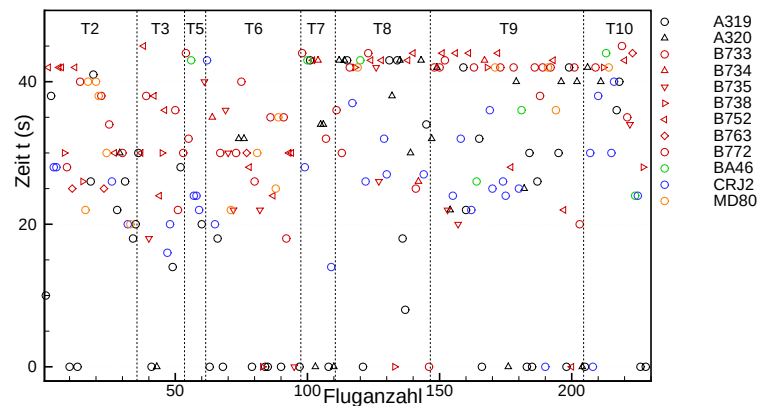


Abbildung 6.28.: Abbruchzeit t der Wirbelschlepe in den Schallquellverteilungen als Funktion der laufenden Überflugsnummer mit markiert Messtage (T2 .. T10)

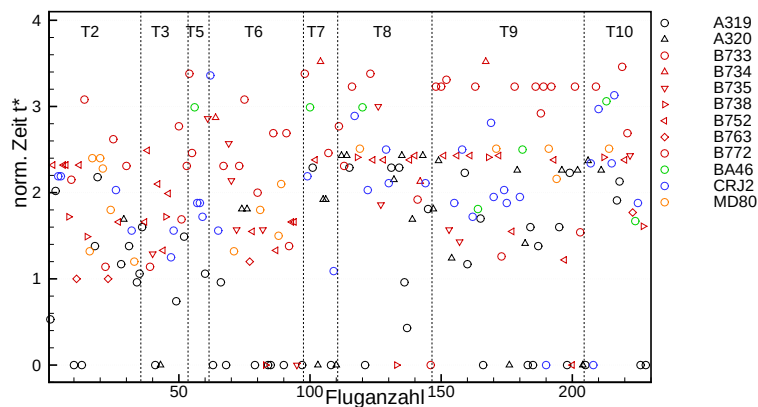


Abbildung 6.29.: normierte Abbruchzeit t^* der Wirbelschlepe in den Schallquellverteilungen als Funktion der laufenden Überflugsnummer mit markiert Messtage (T2 .. T10)

6.5.3.2. Bestimmung des Wirbelabstandes

Ein weiterer Parameter zur Beschreibung von Wirbelschleppen ist der Wirbelabstand h , der die Sinkgeschwindigkeit des Wirbelpaars beeinflusst. Soll die Zirkulation nach der in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Methode mit einem Mikrofon-Array bestimmt werden, muss die Sinkgeschwindigkeit und der Wirbelabstand bekannt sein. Der Wirbelabstand kann aus den Quellverteilungen der y-t Ebene abgelesen werden. Die Sinkgeschwindigkeit erfordert die vertikale Verfolgung der Wirbel mit einem System von zwei Mikrofon-Arrays.

Die Bilder 6.30 zeigen die Quellverteilungen der y-t Ebene für Überflüge verschiedener Flugzeugtypen, in denen die Wirbel deutlich separiert werden können. Die als schwarze Linien eingezeichneten LIDAR-Trajektorien der Wirbel zeigen teilweise eine deutliche Verschiebung, die bereits diskutiert wurde. Der Wirbelabstand wurde in allen Verteilungen bei $t = 10$ s bestimmt. Die gemessenen Wir-

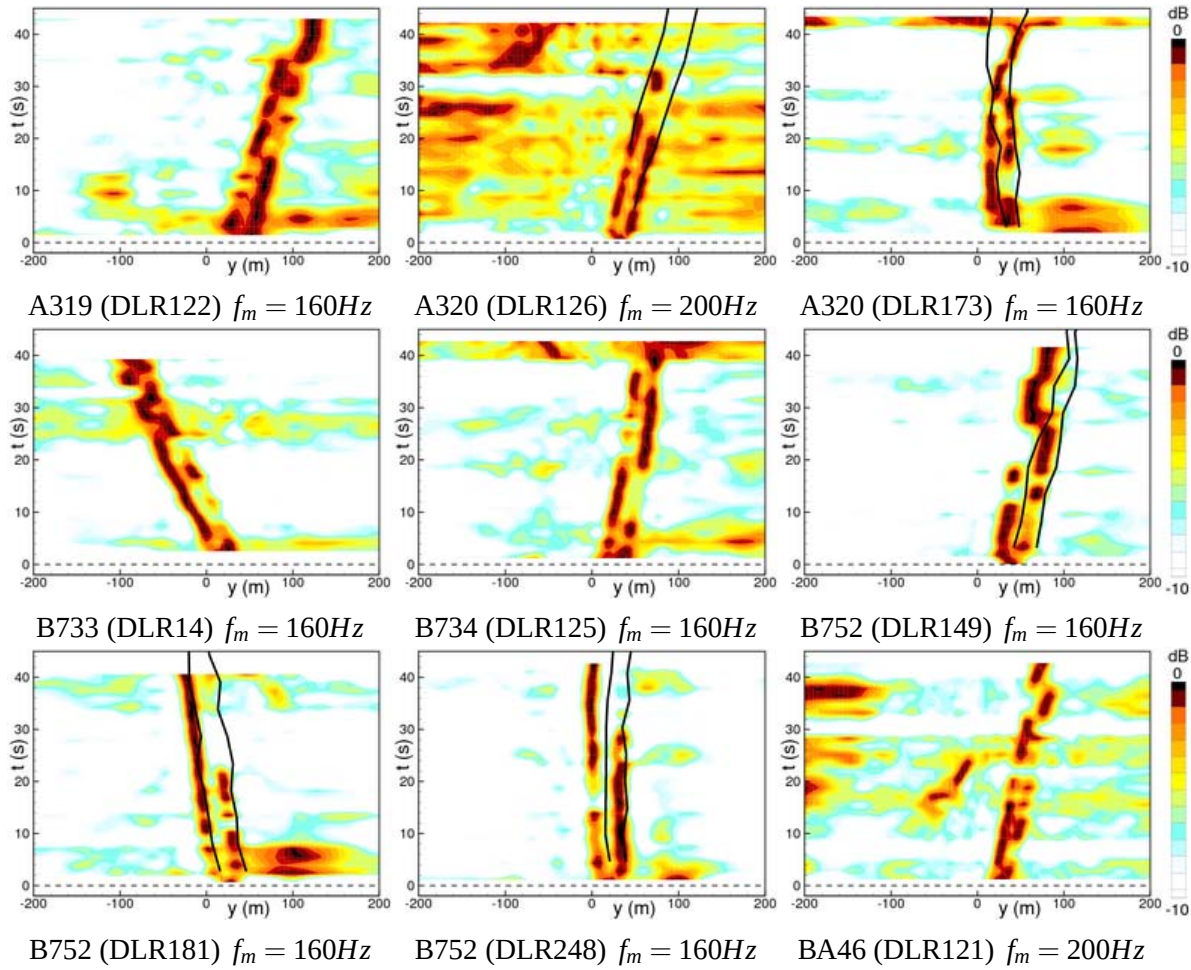


Abbildung 6.30.: Schallquellverteilungen verschiedener Überflüge für die Bestimmung des Wirbelabstandes

belabstände, der Korrekturfaktor s und die prozentuale Abweichung des Faktors von dem für eine elliptische Auftriebsverteilung $s = \pi/4$ sind in Tab. 6.3 zusammengefasst.

Eine ungenaue Fokushöhe kann einen Fehler im Wirbelabstand verursachen. Deshalb wurden die Fälle, für die eine LIDAR-Trajektorie verfügbar ist, mit den Höhen von LIDAR berechnet. Die entsprechenden Fälle sind in der Spalte *LIDAR* durch eine x markiert.

Ein Vergleich der Abweichungen des Korrekturfaktors s zeigt die größten Werte für die Typen A319 und A320. Möglicherweise weisen die Flugzeugtypen in der Landekonfiguration eine deutlich andere Auftriebsverteilung als die elliptische auf. Unterstützt wird diese Vermutung durch die geringe Erkennungsrate dieser Flugzeugtypen und der Annahme größerer Wirbelkerne für diese modernen Flugzeugtypen.

Die Bilder 6.31 vergleichen die LIDAR-Trajektorien mit den Quellverteilungen für einen Überflug eines Flugzeugs vom Typ B752. Die Trajektorien zeigen ebenfalls eine Verschiebung in y -Richtung. Der schnell anwachsende Wirbelabstand für $t > 30$ s wird auch in der Quellverteilung wieder gefunden.

6.5.3.3. Diskussion der LIDAR Daten

Um die Abweichung der tatsächlichen Sinkgeschwindigkeit v_z der Wirbel von den abgeschätzten zu erfassen, wurden die Sinkgeschwindigkeit v_z aus den LIDAR-Trajektorien bestimmt. Die gemessene

Typ	Fall	Spannweite B (m)	Wirbelabstand $b_0 = \pi B/4$ (m)	gemessener Wirbelabstand b_{0M} (m)	s_M	$4s_M/\pi - 1$	LIDAR
A319	DLR122	34,1	26,8	22	0,65	-0,18	
A320	DLR126	34,1	26,8	20	0,59	-0,25	x
A320	DLR173	34,1	26,8	21	0,62	-0,22	x
B733	DLR14	28,9	22,7	21	0,73	-0,07	x
B734	DLR125	28,9	22,7	23	0,8	0,01	
B752	DLR149	38,1	29,9	31	0,81	0,04	x
B752	DLR181	38,1	29,9	26	0,68	-0,13	x
B752	DLR248	38,1	29,9	29	0,76	-0,03	x
BA46	DLR121	26,3	20,7	18	0,68	-0,13	x
MD80	DLR21	32,9	25,8	28	0,85	0,08	x

Tabelle 6.3.: Vergleich von gemessenem und theoretischem Wirbelabstand sowie der resultierenden Korrekturfaktoren s_M und der Abweichungen von einer elliptischen Auftriebsverteilungen

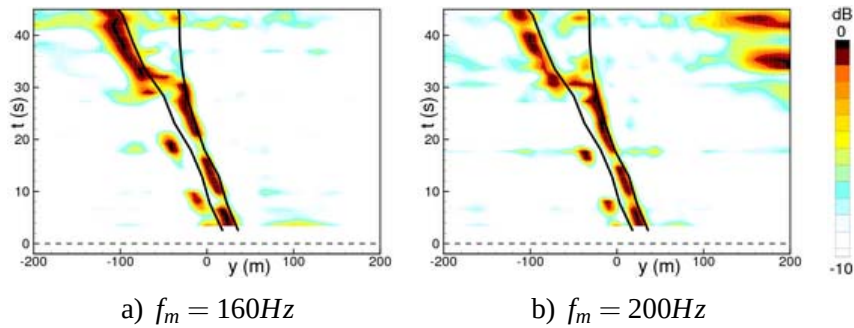


Abbildung 6.31.: Schallquellverteilung in den Terzbänder a) $f_m = 160 \text{ Hz}$ und b) $f_m = 200 \text{ Hz}$ hinter einem Flugzeug vom Typ B752 (DLR176)

ne Sinkgeschwindigkeit, deren Mittelwert (blauer Kreis) und der geschätzte Wert (schwarzes Dreieck) werden im Bild 6.32 a) für jeden Flugzeugtyp verglichen. Es zeigt sich eine starke Streuung der Messwerte, aber eine gute Übereinstimmung der Mittelwerte mit den Schätzwerten. Die gemessenen Schwankungen von $\Delta z \approx \pm 1 \text{ m/s}$ verursachen keine großen Fehler in der Positionsbestimmung der Wirbel. Die Fälle, für welche die Wirbel aufstiegen, wurden bei der Analyse ignoriert. Ein Aufsteigen des Wirbelpaares ist jedoch durchaus möglich.

Aus den LIDAR-Trajektorien wurden ebenfalls die Wirbelabstände b_0 ermittelt, die in Bild 6.32 b) mit deren Mittelwert (blaue Kreis) und dem Schätzwert (schwarzes Dreieck) dargestellt sind. Die aus den LIDAR-Daten ermittelten Wirbelabstände wurden im Zeitintervall $10 \text{ s} \leq t \leq 40 \text{ s}$ gemittelt. Wachsende Wirbelabstände wie in Bild 6.31 verursachen eine starke Streuung. Tendenziell werden die Wirbelabstände überschätzt, wodurch die Vermutung nahe liegt, dass die Auftriebsverteilung bei einer Landekonfiguration von einer elliptischen stark abweicht. Andere Messungen [31] berichteten über während der Landung gemessene Wirbelabstände die einer elliptischen Auftriebsverteilung entsprachen.

Zur Bestimmung der Zirkulation aus den LIDAR-Daten wurde der Verlauf im Intervall $10 \text{ s} \leq t \leq 60 \text{ s}$ durch eine Gerade approximiert und die initiale Zirkulation bei $t = 0 \text{ s}$ durch eine Extrapolation berechnet. Die LIDAR-Daten zeigten in den ersten 10 s stark schwankende Verläufe. Der Vergleich

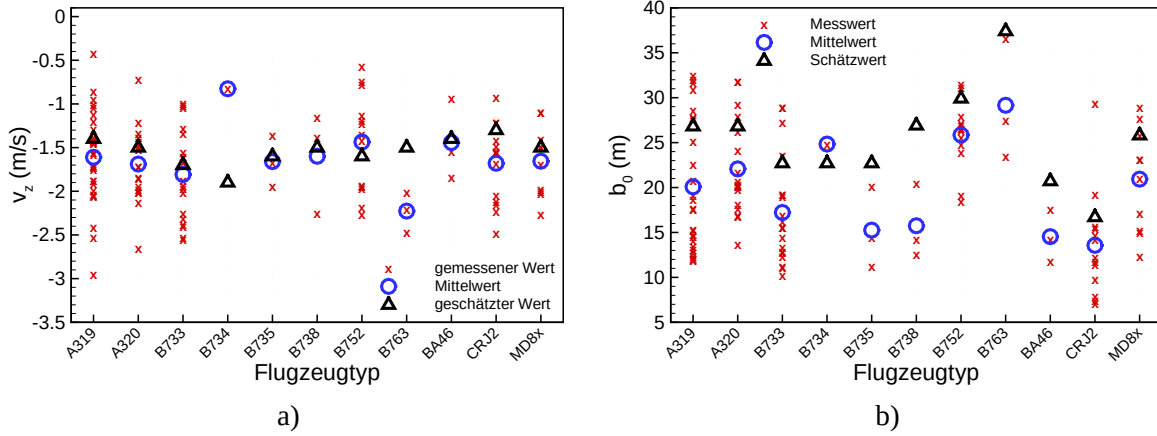


Abbildung 6.32.: Messwerte und Mittelwerte der LIDAR-Daten und Schätzwerte für a) die Sinkgeschwindigkeit v_z und b) den Wirbelabstand b_0

der initialen Zirkulation und deren Mittelwerte mit den Schätzwerten, Bild 6.33, zeigen tendenziell zu kleine Schätzwerte. Da die Zirkulation unterschätzt und der Wirbelabstand überschätzt wurde, müsste auch die Sinkgeschwindigkeit vom Betrag unterschätzt worden sein. Die Messwerte zeigen jedoch ein Überschätzen der tatsächlichen Werte.

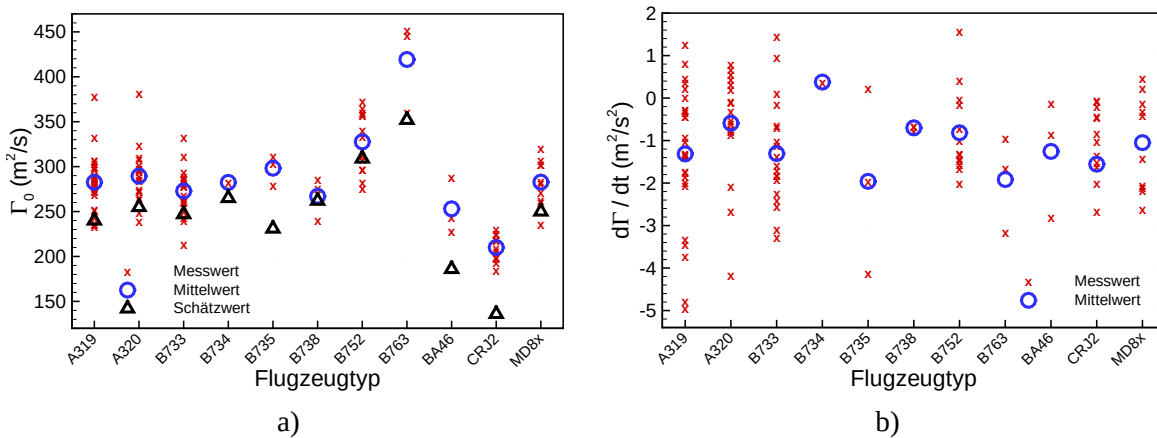


Abbildung 6.33.: Messwerte und Mittelwert der LIDAR-Daten und Schätzwerte für a) die Zirkulation Γ_0 und b) die Zirkulationsabnahme $\dot{\Gamma} = d\Gamma/dt$

Die Abklinggeschwindigkeit der Zirkulation beträgt nach den LIDAR-Daten $\dot{\Gamma} \approx 1 m^2/s^2$.

6.6. Diskussion der fokussierten Spektren

In den vorangegangenen Kapiteln konnte nachgewiesen werden, dass die Wirbel einer Wirbelschleife mittels der Mikrofon-Array-Technik lokalisiert werden können. Um die zeitlichen und spektralen Eigenschaften des Wirbelschalls zu untersuchen, sollen nun die fokussierten Spektren genutzt werden. Im Gegensatz zum Spektrum eines Einzelmikrofons, ist das fokussierte Spektrum räumlich gefiltert, wodurch Störquellen an anderen Positionen unterdrückt werden.

6.6.1. Bestimmung der fokussierten Spektren aus den Quellverteilungen

Die fokussierten Spektren werden aus den Quellverteilungen entlang der mittleren Trajektorien gewonnen. Bei der Diskussion der Quellverteilungen in der x-y Ebene wurde jedoch gezeigt, dass die Position der dominanten Schallquellen zeitlich, spektral und räumlich variiert, wodurch die Schall-emission nicht durch ein Spektrum an nur einem Punkt erfasst werden kann. Um dem Rechnung zu tragen, wurde eine Unschärfe zugelassen, nach der das Spektrum aus den Maximalwerten innerhalb eines räumlichen Gebietes gebildet wird. Die Quellverteilungen im Bild 6.34 verdeutlichen die frequenzabhängige Abweichung der Position der maximalen Quellstärke von der mittleren Wirbeltrajektorie (blaue Linie) und zeigen die Grenzen (blaue gestrichelten Linien) des definierten Gebietes in y-Richtung für die Bestimmung der Spektren. Das Zentrum des Gebietes wird durch die mittlere Trajektorie $\vec{x}_T = (x_T = 0, y_T, t_T)$ und die Grenzen über die Intervalle Δx_b und Δy_b beschrieben. Das Intervall Δy_b muss so gewählt werden, dass beide Wirbel innerhalb des Gebietes liegen, auch wenn sich die mittleren Trajektorien an einem Wirbel orientiert. Es wurden die Intervalle $(\Delta x, \Delta y) = (40, 40)m$ für das X-Array und $(\Delta x_b, \Delta y_b) = (0, 40)m$ für das T- und das TP-Array gewählt. Es hat sich gezeigt, dass aufgrund der elliptischen Hauptkeulen des T-Arrays und der damit verbundenen Integration entlang der Wirbelachse das Intervall $\Delta x_b = 0$ gesetzt werden kann. Durch eine Mittlung der Quellverteilung des X-Arrays entlang der Wirbelachsen kann der Effekt einer elliptischen Hauptkeule nachträglich erreicht werden.

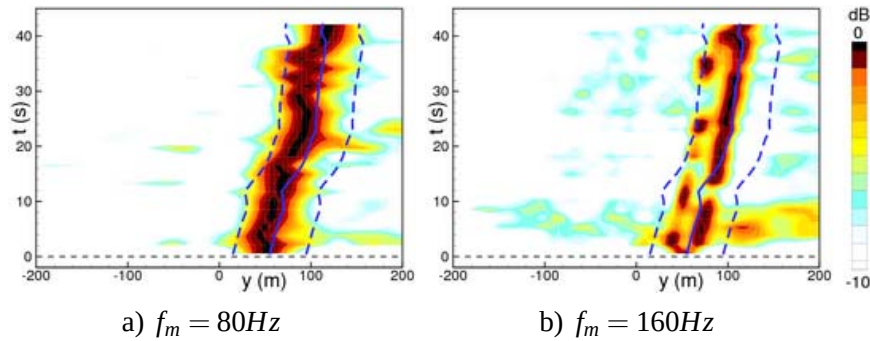


Abbildung 6.34.: Schallquellverteilung in den Terzbänder a) $f_m = 80 \text{ Hz}$ und b) $f_m = 160 \text{ Hz}$ hinter einem Flugzeug vom Typ B752 (DLR123) mit der mittleren Trajektorie der Wirbelschleppe und den für die Bestimmung der fokussierten Spektren verwendeten Grenzen in y-Richtung

Die Formulierung des X-Beamformers, Kapitel 7, verursacht durch die Bedingung $\max\{B_{xx}; 0\}$ Nullstellen in den fokussierten Spektren. Der Pegel am Fokuspunkt wird dabei durch Nebenkeulen von Quellen an anderen Positionen dominiert. Durch die Verwendung der Maximalwerte oder dem Mittelwert für Werte größer Null innerhalb eines Gebiets werden diese Nullstellen sinnvoll ausgeglichen. Traten trotz dieser Vorgehensweise Nullstellen im Spektrum auf, wurden diese durch den Mittelwert der benachbarten Frequenzlinien ersetzt. Es wird anbei angenommen, dass das Spektrum des Wirbelschalls stetig ist und keine *Löcher* aufweist.

6.6.2. Einfluss der räumlichen Wichtung auf die fokussierten Spektren

Die gezeigte Abhängigkeit der Pegel in den Quellverteilungen vom Mikrofon-Array und der Frequenz kann durch eine konstante Hauptkeulenbreite vermieden werden. Eine konstante Hauptkeulenbreite erfordert ein konstantes Verhältnis von Frequenz f , Quellentfernung r und effektiven Array-Ausdehnung D_{eff} , die die seitliche Ablage der Quelle berücksichtigt. Bei der praktischen Realisierung wird die

Array-Ausdehnung D durch eine räumliche Wichtung der Mikrofone an die Frequenz, Quellentfernung und die seitliche Ablage angepasst. Methoden zur Konstanthaltung der Hauptkeulenbreite werden in der Literatur häufig als *broad band beamforming* oder *frequency invariant beamforming* bezeichnet, [92].

Für Mikrofon-Arrays mit konstanter Mikrofondichte, wie dem X-, T- und dem TP-Array, bedeutet eine Verkleinerung der Array-Ausdehnung eine Reduzierung der Mikrofonanzahl und somit eine Reduzierung der statistischen Sicherheit der Quellverteilung. Bei Mikrofon-Arrays mit einer zum Rand abfallender Mikrofondichte, kann die effektive Anzahl der Mikrofone durch eine räumliche Wichtung und somit die statistische Sicherheit konstant gehalten werden.

In dieser Arbeit wird aus den genannten Gründen auf eine räumliche Wichtung zur Konstanthaltung der Hauptkeulenbreite verzichtet und stattdessen eine Normierung der Spektren der Quellstärke auf die Hauptkeulenbreite bevorzugt.

6.6.3. Normierung der fokussierten Spektren

Das Bild 6.35 a) vergleicht die fokussierten Spektren des X- und des T-Arrays desselben Überflugs eines Flugzeuges vom Typ B752 (DLR123) mit den Spektren von Einzelmikrofonen aus dem jeweiligen Array zum Zeitpunkt $t = 14$ s. Die Quellverteilungen wurde über die Intervalllänge von $\Delta t = 1,58$ s gemittelt. Da die Hauptkeulenbreite frequenzabhängig ist und mit sinkender Frequenz steigt, ist die räumliche Filterung bei tiefen Frequenzen zu vernachlässigen und das fokussierte Spektrum nähert sich dem eines Einzelmikrofons an. Beim T-Array liegen das fokussierte Spektrum und das des Einzelmikrofons für $f < 80$ Hz und beim X-Array für $f < 20$ Hz praktisch übereinander. Die höheren Pegel der Einzelmikrofone gegenüber denen der fokussierten Spektren im Bereich $f < 20$ Hz werden durch zwischen den Mikrofonen unkorrelierte Windgeräusche verursacht. Ein direkter Vergleich der fokussierten Spektren von X- und T-Array ist durch die unterschiedlichen Pegel nur schwer möglich. Unter der Annahme einer homogenen Quellverteilung kann diese Pegeldifferenz durch die Normierung auf eine Fläche, die durch die Hauptkeulenbreiten x_g und y_g bestimmt ist, nach Gl.(6.1) a) kompensiert werden. Da die Wirbelschleppen jedoch nur entlang der Wirbelachse als homogene Quellverteilung betrachtet werden kann, nicht aber senkrecht zu dieser, ist eine Normierung auf nur eine Hauptkeulenbreite x_g , entlang der Wirbelachsen, Gl.(6.1) b), sinnvoll. Eine Normierung auf die Hauptkeulenbreiten x_g und y_g verursacht eine Überkompensation. Da sich zwar die effektive Größe des Mikrofon-Arrays in y-Richtung für Quellen mit einem großen seitlichen Versatz reduziert, nicht aber in x-Richtung, ist die Normierung unabhängig von der Wirbelposition. Zur Skalierung der Pegel muss nur die Quellentfernung berücksichtigt werden.

$$a) \quad \Delta L_p = -10 \log(x_g y_g / 1 \text{ m}^2) \quad b) \quad \Delta L_p = -10 \log(x_g / 1 \text{ m}) \quad (6.1)$$

Das Bild 6.35 b) zeigt die nach Gl.(6.1) b) normierten fokussierten Spektren zusammen mit denen der Einzelmikrofone, wobei zusätzlich der in Kapitel 5 diskutierte Effekt der HP-Filterung der Mikrofonssignale kompensiert wurde. Die Spektren zeigen eine gute Übereinstimmung im Frequenzbereich $f < 300$ Hz, die jedoch nur erreicht wird, wenn die Annahme einer homogenen Quellverteilung entlang der Wirbelachsen erfüllt ist. Die Spektren können im Frequenzbereich $f < 150$ Hz divergieren, wenn diese Annahme nicht zutrifft und die Pegel des T-Arrays durch die große Hauptkeulenbreite vom Flugzeug bestimmt werden. Im Abschnitt 6.3 wurde gezeigt, dass mit dem X-Array oberhalb der Terz $f_m = 200$ Hz keine sinnvollen Quellverteilungen berechnet werden konnten. Das Spektrum ist deshalb im Bereich $f > 220$ Hz als Rauschen zu interpretieren, dessen Normierung auf die theoretisch sehr kleine Hauptkeulenbreite eine Überkompensationen verursacht.

Die Spektren des X-Arrays neigen zu *Pegeleinbrüchen* im fokussierten Spektrum in der Nähe von starken Störsignalen, wie dem Netzbrummen. Der *klassische Beamformer* zeigt die Einbrüche nicht, wodurch das Spektrum aber nicht *richtiger* wird.

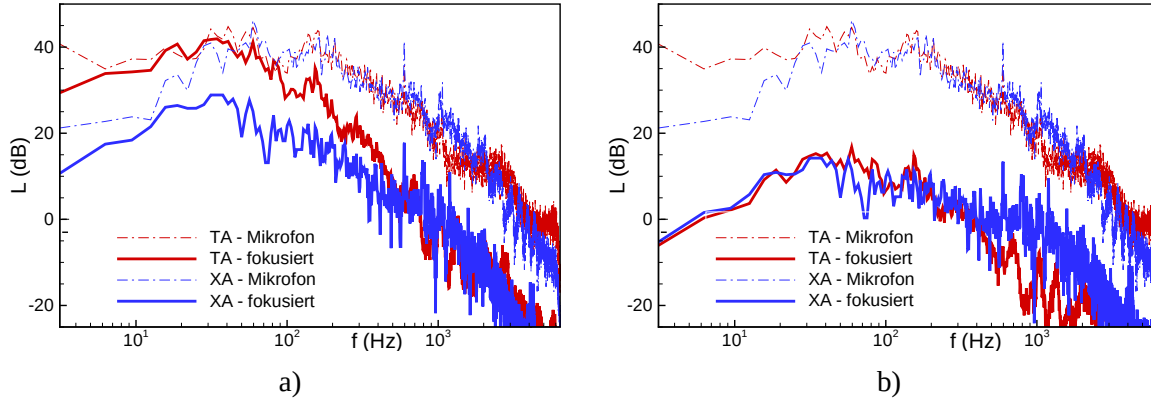


Abbildung 6.35.: Vergleich der Spektren von Einzelmikrofonen mit a) nicht normierten und b) normierten fokussierten Spektren des X- und T-Array zum Zeitpunkt $t = 14$ s hinter einem Flugzeug vom Typ B752 (DLR123)

Anhand der erreichbaren Pegeldifferenz zwischen dem fokussierten Spektrum und dem eines Einzelmikrofon im Bild 6.35 a) lässt sich grob die Leistungsfähigkeit des Array abschätzen. Danach können mit diesem Arrays Einzelquellen mit einem um ≈ 15 dB geringeren Signalpegel als der Gesamtpegel lokalisiert werden. Quellen mit einem geringeren Pegel werden von lauterer Quellen verdeckt. Bei verteilten Quellen ist der über die Hauptkeulenbreite integrierte Pegel maßgeblich. Die Simulation in Kapitel 6.5.1 zeigte, dass der Pegel als korrekt angesehen werden kann, wenn die Quelle eindeutig lokalisierbar ist.

Im Kapitel 6.4 wurde gezeigt, dass die Tiefenschärfe der Mikrofon-Arrays im Höhenbereich der Wirbelschleppen sehr gering ist, die Quellstärke aber mit der Entfernung skaliert. Waren LIDAR Messungen vorhanden, wurde die aktuelle Wirbelhöhe aus diesen abgeleitet. Für alle anderen Überflüge wurde die Höhe entsprechend der RADAR-Überflughöhe und der erwarteten theoretischen Sinkgeschwindigkeit der Wirbel verwendet. Als Referenzentfernung werden $r_0 = 200$ m festgesetzt.

Die frequenzabhängige Dämpfung des Schall in der Luft wird nicht kompensiert, da für maximale Entfernungen von $r_{max} \approx 400$ m, Temperaturen von $T < 30^\circ$ und einer relativen Feuchtigkeit $h \approx 50\%$ unter einem Standardluftdruck von $p_0 = 101,3$ kPa nur geringe Dämpfungen von $D < 0,3$ dB für $f < 200$ Hz und $D < 1,5$ dB für $f < 500$ Hz zu erwarten sind, [72].

Die diskutierte Normierung macht die Bestimmung der Hauptkeulenbreite der Mikrofon-Arrays notwendig. Die Werte x_g^* und y_g^* zur Beschreibung der Hauptkeulenbreite wurden in Simulationen mit einer Rauschquelle über dem Array bei der -3dB Grenze ermittelt.

Die Bilder 6.36 zeigen die berechneten normierten Quellverteilungen, Gl.(6.2), in den entsprechenden Terzbändern für alle Mikrofon-Arrays.

$$x^* = x \frac{D}{\lambda r} \quad y^* = y \frac{D}{\lambda r} \quad x_g = x_g^* \frac{\lambda r}{D} \quad y_g = y_g^* \frac{\lambda r}{D} \quad (6.2)$$

Die Hauptkeulenbreiten x_g, y_g ist von der Wellenlänge λ bzw. der Frequenz f , der Array-Ausdehnung D_x, D_y und der Entfernung der Quelle r in der y-z Ebene abhängig. Die Bilder zeigen ebenfalls den Gültigkeitsbereich dieser Normierung im Arbeitsbereich der Mikrofon-Arrays, X: $35 \text{ Hz} < f < 220 \text{ Hz}$ und T: $220 \text{ Hz} < f < 710 \text{ Hz}$. Die Amplitude wurde auf den Terzpegel eines Einzelmikrofons normiert. Die Werte über Null bei tiefen Frequenzen resultieren aus der Form der Berechnung. Die Mittlung erfolgt im Zeitbereich, aber es werden die Quellverteilungen in einer Datei für Schmalbandlinien einer FFT abgelegt. Bei der Addition aller Linien überlagern sich die Nebenkeulen energetisch und bilden Werte größer Null. Bei einer vollständigen Auswertung im Zeitbereich würde diese Überhöhung nicht auftreten. Die Werte für die normierten -3dB-Grenzen sind in Tabelle 6.4 zusammengestellt.

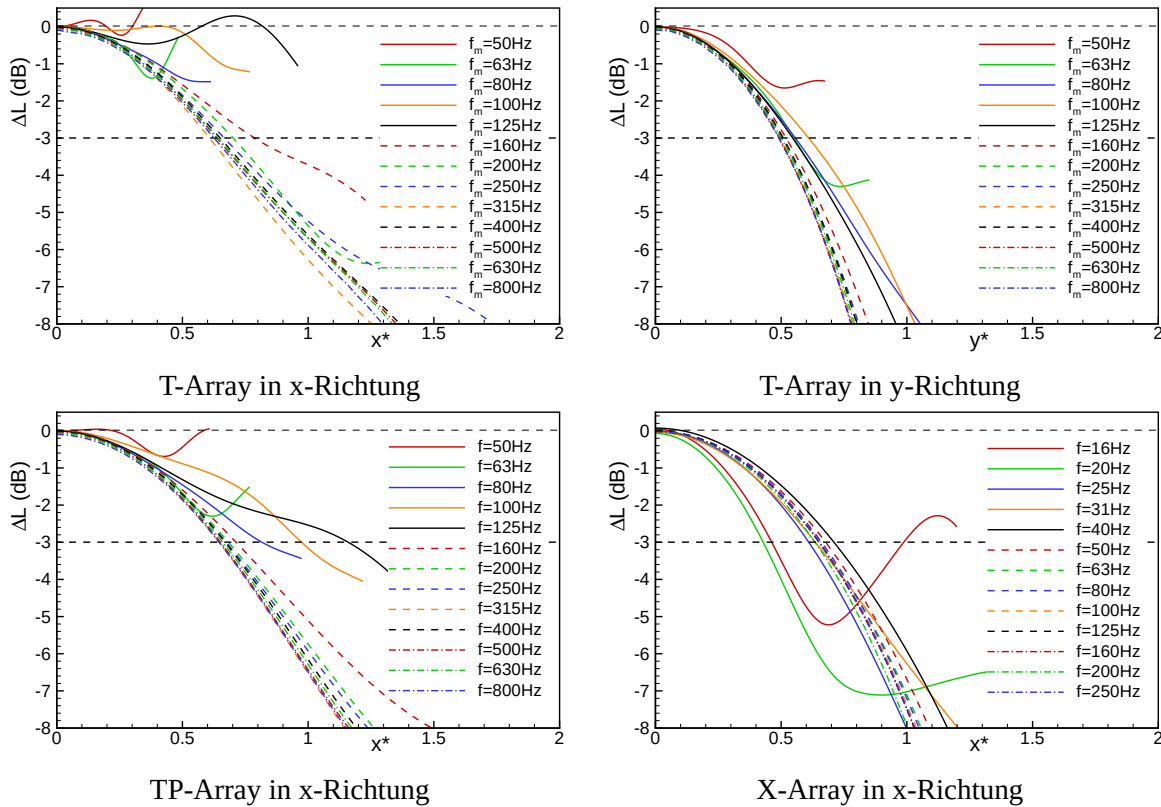


Abbildung 6.36.: Normierte Quellverteilung einer simulierten Rauschquelle in Terzbänder zur Bestimmung der Hauptkeulenbreite der eingesetzten Mikrofon-Arrays

Array	D_x (m)	D_y (m)	x_q^*	y_q^*
XA	28,3	28,3	0,66	0,66
TA	2,9	5,1	0,66	0,53
TPA	4,6	5,1	0,66	0,53

Tabelle 6.4.: Abmaße und normierte Hauptkeulenbreiten des X-, T- und TP-Mikrofon-Arrays

6.6.4. Vergleich der fokussierten Spektren der Wirbelschleppen verschiedener Flugzeugtypen

Für die Untersuchung der fokussierten Spektren wird davon ausgegangen, dass der Wirbelschall vom Flugzeugtyp abhängig und zwischen Überflügen des gleichen Typs gut reproduzierbar ist. Zur Bestätigung dieser Annahme wurden die Mittelwerte und die Standardabweichungen der fokussierten Spektren überprüft. Die Bilder 6.37 und 6.38 zeigen die gemittelten fokussierten Spektren und deren Standardabweichung der Flugzeuge vom Typ A320 und B733 für die Zeitpunkte $t = 10$ s und $t = 25$ s nach dem Überflug. Dabei wird der Frequenzbereich $f < 220$ Hz durch das X-Array (blau, orange) und $f > 220$ Hz durch das T-Array (rot) abgedeckt. Das Spektrum des X-Arrays wird i) durch die Mittlung der Pegel entlang der Wirbelachse im definierten Quellgebiet (XA, blau) und ii) durch die Maximalpegel entlang der Wirbelachsen (XAM, orange) gebildet. Der Arbeitsbereich des X-Arrays ist $35 \text{ Hz} < f < 220 \text{ Hz}$ und des T-Array $220 \text{ Hz} < f < 710 \text{ Hz}$. Die entsprechende Standardabweichung wurde für die Pegelwerte berechnet und als mit dem Mittelwert addiertes Spektrum als gestrichelte Linien eingetragen. Bei der Mittlung wurden nur die Überflüge einbezogen, in deren Quellverteilungen

die Wirbel eindeutig identifizierbar waren. Die Anzahl der gemittelten Überflüge ist der Tabelle 6.5 zu entnehmen.

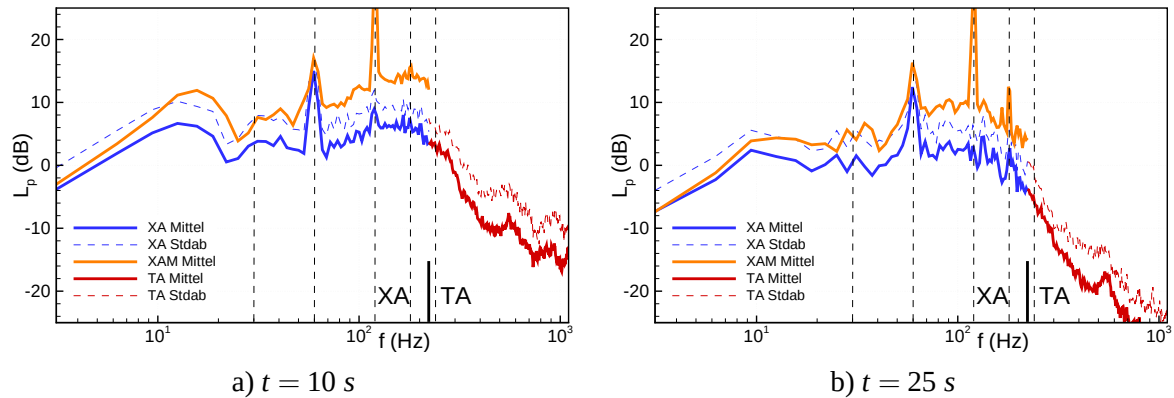


Abbildung 6.37.: Mittelwert und Standardabweichung (der Pegelwerte) der normierten fokussierten Spektren des T- (rot) und des X-Arrays (blau) der Wirbelschlepe hinter einem Flugzeug vom Typ A320 zum Zeitpunkt $t = 10$ s und $t = 25$ s für die Referenzentfernung $r_0 = 200$ m (Netzbrummen bei Vielfachen von $f = 60$ Hz)

Die Spektren XA und TA zeigen eine gute Übereinstimmung an der Grenze $f = 220$ Hz zwischen den Arbeitsbereichen des X- und des T-Arrays, womit die Eignung der Normierung und der Mittlung entlang der Wirbelachsen bestätigt wird. Da die Wirbel aber tatsächlich diskrete Quellen entlang deren Achsen aufweisen, liegt das XAM-Spektrum deutlich über dem XA-Spektrum und es resultiert eine Pegeldifferenz zwischen den Arrays an der Grenze $f = 220$ Hz. Der Vorteil des XAM-Spektrum ist, dass die Überhöhungen in den Spektren häufig markanter sind. Die Töne bei $f = 60$ Hz und dessen Vielfachen werden durch die Netzfrequenz verursacht.

Das fokussierte Spektrum der Wirbelschleppen des Typs A320 bei $t = 10$ s weist zwei Maxima, bei $f \approx 10$ Hz und bei $f \approx 180$ Hz, auf. Das erste Maximum ist durch das Array nicht lokalisierbar, wodurch dessen Quelle hier nicht eindeutig identifiziert werden kann. Ist jedoch das Flugzeug die Quelle, muss der Schalldruck durch die wachsende Entfernung mit $p \sim 1/r$ abnehmen. Die Korrektur des Zeitverlaufs des Schalldrucks für die wachsende Entfernung mittels der RADAR-Daten ergab keinen konstanten oder ansteigenden Pegelverlauf. Der erste hätte das Flugzeug und der zweite die Wirbel als Quelle identifiziert. Die atmosphärische Dämpfung wurde bei dieser Analyse berücksichtigt. Im Frequenzbereich des zweiten Maximums kann die Wirbelschlepe lokalisiert und somit als Quelle identifiziert werden.

Im fokussierten Spektrum zum Zeitpunkt $t = 25$ s sind beide Maxima bei tieferen Frequenzen zu finden.

Die fokussierten Spektren der Wirbelschleppen des Typs B733, Bild 6.38, weisen zu beiden Zeitpunkten ebenfalls beide Maxima auf. Die Form und Lage der zweiten Überhöhung unterschieden sich jedoch stark von der im Spektrum für den Typ A320.

Die Mittelwerte der fokussierten XA-, XAM- und TA-Spektren und die Standardabweichungen aller Flugzeugtypen sind im Anhang C zusammengefasst. Die für die Flugzeugtypen A320 und B733 identifizierten Maxima lassen sich in den Spektren aller Typen finden.

Die Bilder 6.39 vergleichen die fokussierten Spektren für die Typen A320 und B733 für die Zeitpunkte $t = 10$ s, 20 s, 30 s. Die Spektren zeigen ähnliche Verläufe in den Frequenzbereichen $f < 18$ Hz und $f > 180$ Hz. Der dazwischen liegende Bereich unterscheidet sich signifikant.

Durch einen Vergleich der gemittelten Spektren von Einzelmikrofonen kurz nach dem Überflug, Bild 6.40, soll unterstrichen werden, dass sich ein Unterschied zwischen den Typen A320 und B733 nur bei der Fokussierung des Mikrofon-Arrays auf die Wirbelschlepe ergibt und somit nicht durch

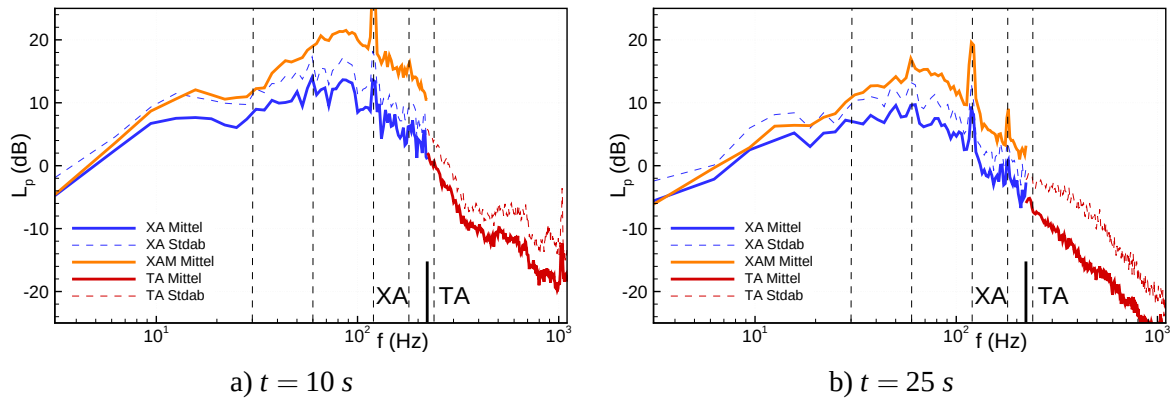


Abbildung 6.38.: Mittelwert und Standardabweichung (der Pegelwerte) der normierten fokussierten Spektren des T- (rot) und des X-Arrays (blau) der Wirbelschleppe hinter einem Flugzeug vom Typ B733 zum Zeitpunkt $t = 10$ s und $t = 25$ s für die Referenzentfernung $r_0 = 200$ m (Netzbrummen bei Vielfachen von $f = 60$ Hz)

Typ	5s		10s		15s		20s		25s		30s	
	X	T	X	T	X	T	X	T	X	T	X	T
A319	10	10	10	10	10	10	9	9	7	6	6	4
A320	12	12	12	12	12	12	12	11	12	10	10	7
B733	13	13	13	13	13	13	13	11	12	9	10	8
B735	7	7	7	7	7	6	5	4	5	4	3	4
B738	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	4	4
B752	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
BA46	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	6	6
CRJ2	24	24	24	24	24	24	24	24	16	18	5	6
MD8x	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	8

Tabelle 6.5.: Anzahl der in die Mittlung der fokussierten Spektren eingegangenen Überflüge

die Schallemission des Flugzeugs dominiert wird. In den Spektren des Einzelmikrofons wurden die HP-Filter im Gegensatz zu den fokussierten Spektren nicht kompensiert.

Der Vergleich der fokussierten Spektren (XAM) für die Typen A319, A320, BA46 und CRJ2, Bild 6.41, zeigt sehr ähnliche Spektren. Die Spektren für die Typen BA46 und CRJ2 weisen im Bereich $f > 220$ Hz bis zu 10dB höhere Pegel auf, wodurch bei der Detektion der Wirbel mit dem T-Array für diese Typen bessere Ergebnisse als für die Typen A319 und A320 erzielt wurden. Dieser Unterschied bestätigt die subjektiven Eindrücke während der Messung. Das Maximum bei $f \approx 10$ Hz der Typen A319 und A320 zeigt bis $t = 10$ s geringfügig höhere Pegel.

Der Vergleich der fokussierten Spektren für die Typen B733, B734, B735, B752 und MD80, Bild 6.42, zeigt ebenfalls sehr ähnliche Spektren. Das Maximum bei $f \approx 10$ Hz der Typen B752 und MD80 zeigt geringfügig höhere Pegel. Die Form des zweiten Maximums im Spektrum für den Typ B752 unterscheidet sich leicht von denen der anderen Typen.

Es lassen sich offensichtlich zwei Klasse von Spektren, dem der A320 und dem der B733, unterscheiden. Erstaunlich ist dabei, dass die Detektionsraten der Flugzeugtypen A319 und CRJ2 stark verschieden sind, obwohl sie der gleichen Klasse von Spektren angehören.

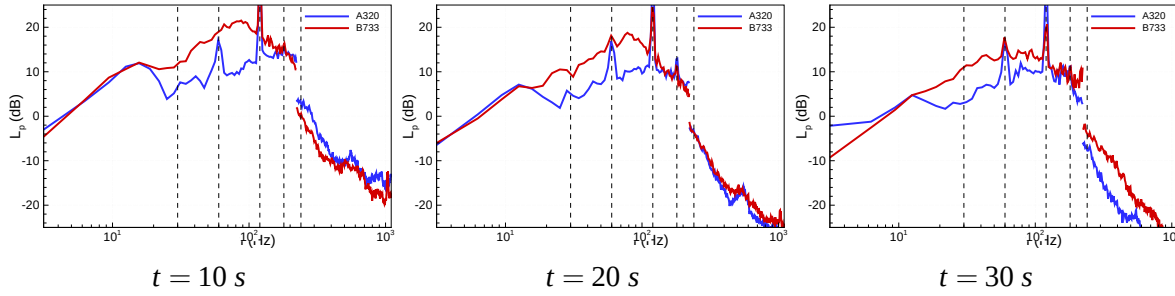


Abbildung 6.39.: Vergleich der mittleren fokussierten Spektren (Maximum) zu den Zeitpunkten $t = 10, 20, 30$ s hinter den Flugzeugtypen A320 und B733

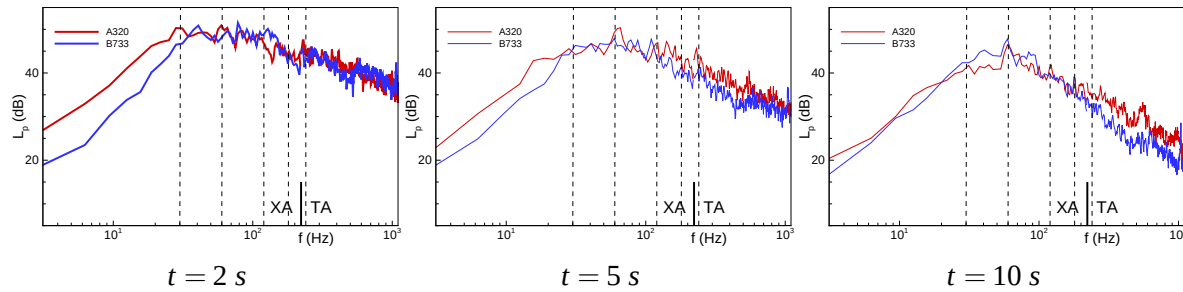


Abbildung 6.40.: Vergleich der gemittelten Spektren von Einzelmikrofonen zu den Zeitpunkten $t = 2; 5; 10$ s nach dem Überflug von Flugzeugen der Typen A320 und B733

6.6.5. Zeitlicher Verlauf der fokussierten Spektren

Die numerische Studie des Kapitels 4 zeigte einen Zusammenhang der Rotationsfrequenz der Wirbel f_r und der Frequenz f des Maximums im Schalldruckspektrum. Die Rotationsfrequenzen f_r für einen Potential-, Rankine- und Lamb-Oseen-Wirbel sind durch Gl.(6.3) gegeben, wobei r_c der Radius des Wirbelkerns und $v_\theta(r_c)$ die tangentielle Geschwindigkeit am Kernradius darstellen. Die Geschwindigkeit $v_\theta(r_c)$ ist vom Wirbelmodell abhängig, die Proportionalität $f \sim \Gamma/r_c^2$ gilt jedoch für alle Modelle.

$$\begin{aligned} \text{Potential, Rankine – Wirbel : } f_{r \text{ Pot}} &= \frac{v_\theta(r_c)}{s(r_c)} = \frac{\Gamma}{(2\pi r_c)^2} \\ \text{Lamb – Oseen – Wirbel : } f_{r \text{ LO}} &= 0,714 f_{r \text{ Pot}} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Die Auswertung der LIDAR-Daten ergab eine Abklingrate der Zirkulation $\dot{\Gamma} \approx -1m^2/s^2$, wodurch auch eine Abnahme der Rotationsfrequenz f_r zu erwarten ist. Ein Anwachsen der Wirbelkerne nach $r_c \sim \sqrt{t}$ würde diesen Effekt verstärken. Es sei jedoch angemerkt, dass in Überflugsmessungen [31] konstante Kernradien $r_c \neq f(t)$ gemessen wurden.

Das Bild 6.43 zeigt den Zusammenhang von Zirkulation und Rotationsfrequenz für verschiedene Flugzeugtypen für einen Rankine-Wirbel nach Gl.(6.3) unter der Annahmen eines Kernradius von $r_c = 0,01B$.

Zur Überprüfung des Zusammenhangs von Rotationsfrequenz f_r und der Lage des Maximums im Schalldruckspektrum wurden die normierten fokussierten Spektren (XAM) der Flugzeugtypen A320, CRJ2, B733 und B752 für verschiedene Zeitpunkte nach dem Überflug im Bild 6.44 dargestellt. Nach Bild 6.43 wird das Maximum im Spektrum für die Typen CRJ2 und B733 bei $f \approx 70$ Hz und für die Typen A320 und B752 bei $f \approx 50$ Hz erwartet. Der Vergleich zeigt jedoch, dass nur die Spektren für den Typ B733 ein Maximum in der Nähe der erwarteten Frequenz aufweisen.

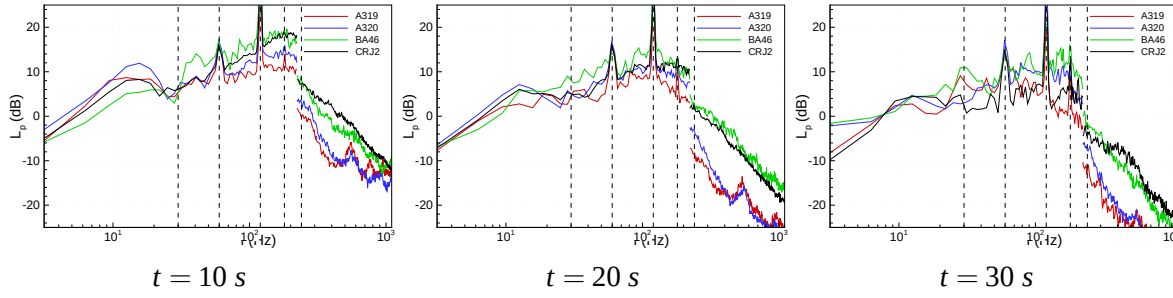


Abbildung 6.41.: Vergleich der mittleren fokussierten Spektren (Maximum) zu den Zeitpunkten $t = 10, 20, 30$ s hinter den Flugzeugtypen A319, A320, CRJ2 und BA46

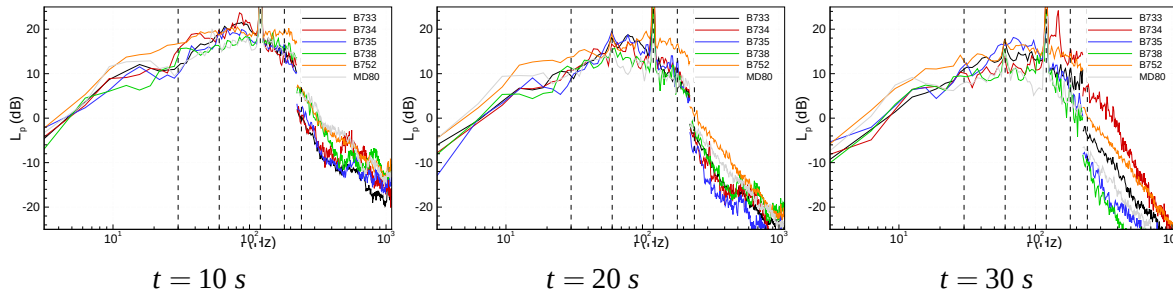


Abbildung 6.42.: Vergleich der mittleren fokussierten Spektren (Maximum) zu den Zeitpunkten $t = 5, 15, 25$ s $t = 10, 20, 30$ s hinter den Flugzeugtypen B733, B734, B735, B752 und MD80

Um den erwarteten Zusammenhang zwischen der Zirkulationsabnahme und der Verschiebung des Maximums zu identifizieren, wurden die Frequenzen der maximalen Schalldruckpegel für diese Flugzeugtypen aus den fokussierten Spektren bestimmt. Die zeitliche Verschiebung der beiden Maxima ist in den Bildern 6.45 a) und b) als gestrichelte Linie aufgetragen. Die erwartete Frequenzverschiebung durch die Zirkulationsabnahme wird durch Gl.(6.4) ausgedrückt und ist in den Bildern 6.45 a) und b) als durchgehende Linie eingezeichnet. Die initiale Zirkulation Γ_0 wurde Tab. 6.1 entnommen und die Zirkulationsabnahme mit $\dot{\Gamma} = -1\text{m}^2/\text{s}^2$ nach den Ergebnissen der LIDAR-Messungen angenommen. Die Kernradien werden mit den gemessenen Frequenzen zum Zeitpunkt $t = 5$ s bestimmt.

$$f = (\Gamma_0 + \dot{\Gamma}t)/(2\pi r_c)^2 \quad (6.4)$$

Die gemessenen und erwarteten Verläufe der Frequenz des ersten Pegelmaximums zeigen ähnliche Tendenzen. Jedoch ist die Frequenzauflösung mit $\Delta f = 3,1\text{Hz}$ zu gering, wodurch auch der Frequenzsprung in den gemessenen Werten erklärt wird.

Für das zweite Maximum liegen die gemessenen und erwarteten Verläufe für die Typen A320 und CRJ2 weit auseinander. Für die Typen B733 und B752 zeigen die gemessenen und erwarteten Verläufe eine gute Übereinstimmung. Eine Verschiebung des zweiten Maximum ist in den fokussierten Spektren für den Typ B752 nicht erkennbar und ist deshalb im Bild 6.45 b) als konstant eingezeichnet.

Die mit Gl.(6.4) bei $t = 5$ s abgeschätzten Kernradien $r_c/B = 0,005 \dots 0,009$, Tab. 6.6, sind kleiner als die in anderen Überflugsmessungen ermittelten Werte von $r_c/B = 0,01 \dots 0,02$ [31], liegen aber noch in einem realistischen Bereich. Für das tieferfrequente Maximum ergeben sich realistische Werte von $r_c/B = 0,021 \dots 0,025$.

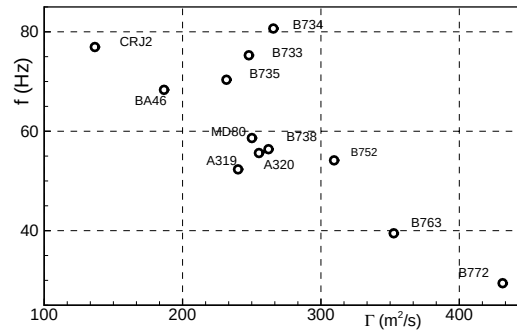


Abbildung 6.43.: Zusammenhang von Rotationsfrequenz f der Wirbel am Kernradius und der Zirkulation für verschiedene Flugzeugtypen nach Gl.(6.3)

	A320	B733	CRJ2	B752
r_c	0,17	0,26	0,12	0,24
r_c/B	0,005	0,009	0,006	0,006

Tabelle 6.6.: Frequenz der maximalen Schalldruckpegel des zweiten Maximums

Da die Spektren den Mittelwert aller Überflüge eines Flugzeugtyps darstellen und eine Variation in der Zirkulation zwischen verschiedenen Überflügen eines Typs sehr wahrscheinlich ist, könnten die Maxima bei der Mittlung der Spektren verschiedener Überflüge verschwimmen. Die Variation der initialen Zirkulation Γ_0 und der Zirkulationsabnahme $\dot{\Gamma}_0$ wurde auch bei der Auswertung der LIDAR-Daten gefunden, Abschnitt 6.5.3.3. Eine genaue Analyse erfordert die Bewertung der Spektren der einzelnen Überflüge. Eine Interpretation der Einzelspektren war jedoch aufgrund der Beeinträchtigung der Spektren durch interpolierte *Löcher* und Töne bei der Netzfrequenz und deren Harmonischen nicht möglich. Der Versuch die verrauschten Spektren zu glätten und an eine Modellfunktion anzupassen war nicht erfolgreich.

6.7. Diskussion der Signale von Einzelmikrofonen

Die Beobachtungen während der Messungen zeigten, dass die Wirbel häufig deutlich als tieffrequentes Rauschen hörbar sind und oft von einem peitschenden Geräusch, das mit einer Interaktion der beiden Wirbel oder dem Aufplatzen eines Wirbels assoziiert wird, begleitet werden. Es ist zu vermuten, dass der Wirbelschall und das peitschende Geräusch bereits im zeitlichen Verlauf der Spektren von Einzelmikrofonen nachweisbar sind.

6.7.1. Zeitverlauf der Terzpegel von Einzelmikrofonen

Das Bild 6.46 a) zeigt den zeitlichen Verlauf der Terzpegel eines Einzelmikrofons im Bereich $25 \text{ Hz} \leq f_m \leq 630 \text{ Hz}$ nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 (DLR206, $h = 210 \text{ m}$, $v = 80 \text{ m/s}$). Die Berechnung erfolgte für eine Bandbreite $\Delta f = 12 \text{ Hz}$, wobei die Pegel innerhalb einer Terz energetisch gemittelt wurden, und einer Mittlungszeit von $\Delta t = 1,58 \text{ s}$. Da bei der Diskussion der Systemeigenschaften, Kapitel 5, hohe Pegelspitzen bei der Netzfrequenz $f = 60 \text{ Hz}$ und deren Harmonischen sowie bei der Frequenz $f = 30 \text{ Hz}$ festgestellt wurden, werden die Terzbänder $f_m = 31,5 \text{ Hz}$, $f_m = 60 \text{ Hz}$ und $f_m = 120 \text{ Hz}$ bei der Betrachtung ausgeschlossen. Der HP-Filter des X-Arrays wurde nicht kompensiert. Zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ befindet sich das Flugzeug über dem Array. Die Pegelverläufe weisen

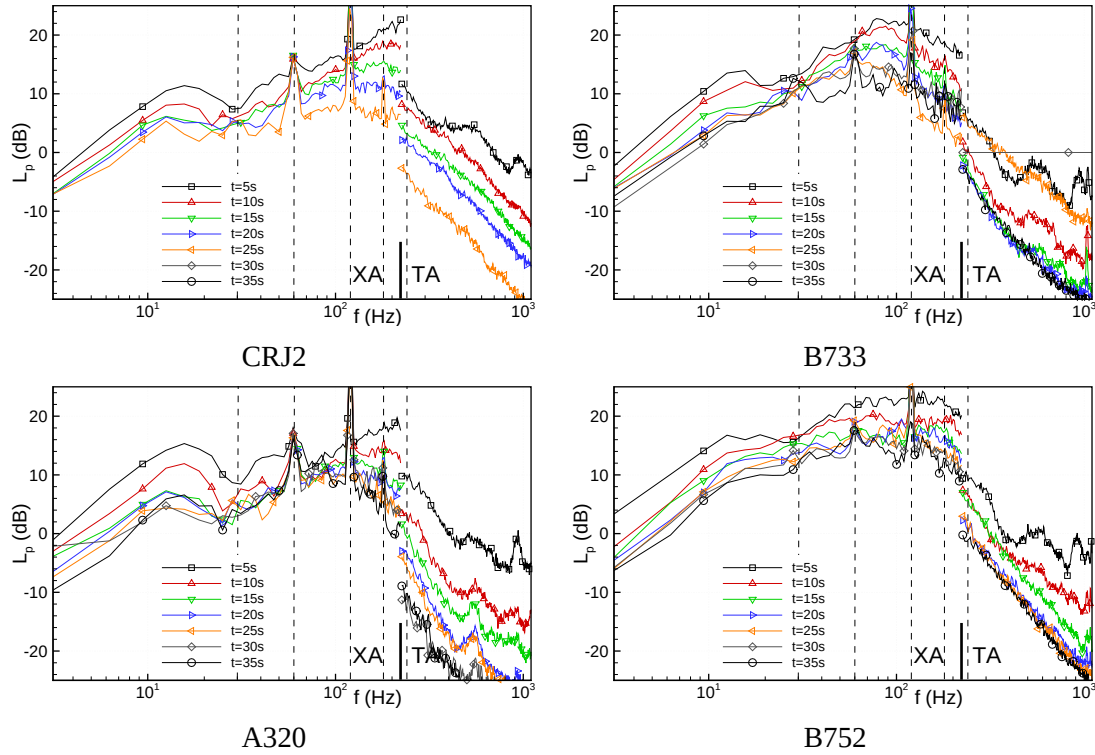


Abbildung 6.44.: Zeitliche Entwicklung der normierten fokussierten Spektren (XAM) hinter den Flugzeugtypen CRJ2, B733, A320 und B752

frequenzabhängig um den Zeitpunkt $t = 0$ s ein Maximum auf, da sich das Flugzeug über dem Array in kürzester Entfernung zu diesem befindet. Die Variation der Lage der Maxima wird durch die frequenzabhängige Richtcharakteristik und durch die Lage der Grenzen des Mittelungsintervalls verursacht. Das Flugzeug überstreicht im Mittelungsintervall $-0,79\text{s} < t < 0,79\text{s}$ einen Winkelbereich von $\Delta\phi \approx 34^\circ$.

Im Zeitintervall $18\text{ s} < t < 24\text{ s}$ ist eine plötzliche Überhöhung der Terzpegel $f_m = 400\text{ Hz}$ und $f_m = 630\text{ Hz}$ zu beobachten. Beim Abhören der Mikrofonsignale wurde als Ursache der Überhöhung eine Folge von peitschenden Geräuschen, das mit einer starken Wirbelinteraktion oder dem Aufplatzen eines Wirbels assoziiert wird, identifiziert. Die Quellverteilung im Terzband $f_m = 160\text{ Hz}$ zeigt in diesem Zeitraum ebenfalls den Abbruch der lokalisierten Wirbelschlepe. Es sei angemerkt, dass die Interaktion der Wirbel als Ursache der Pegelüberhöhung des Einzelmikrofons auch an einer anderen als an der Fokusposition des Arrays stattfinden kann und somit dieser Zeitpunkt nicht exakt mit dem Abbruch der lokalisierbaren Wirbel in der Quellverteilung übereinstimmen muss. Die mit LIDAR gemessenen Trajektorien, Bild 6.46 c), zeigen eine Annäherung der Wirbel bei $t \approx 18\text{ s}$. Diese Annäherung wurde in [139] als Ursache oder Indikator für eine Wirbelinteraktion gedeutet. Die Ergebnisse zeigen auch, dass die Wirbel mit LIDAR bis $t \approx 50\text{ s}$ detektiert werden konnte.

Derartige Überhöhungen im Pegelverlauf konnte für verschiedene Überflüge unabhängig vom Flugzeugtyp beobachtet werden. Im Bild 6.47 sind die Terzpegelverläufe hinter Flugzeugen vom Typ CRJ2, B735 und B733 dargestellt, deren Pegelüberhöhung durch das Abhören mit einem peitschenden Geräusch und mit einem Abbruch der lokalisierbaren Wirbelschlepe in den Quellverteilungen korreliert werden konnten. Die Überhöhung treten im Verlauf des Typs CRJ2 a) bei $t = 20\text{ s}$, des Typs B735 b) bei $t = 14\text{ s}$ und $t = 32\text{ s}$ und des Typs B733 c) bei $t = 19\text{ s}$ und $t = 37\text{ s}$ auf. Die Überhöhungen in den oberen Terzbändern unterstreichen den hochfrequenten Charakter des peitschenden Geräusches.

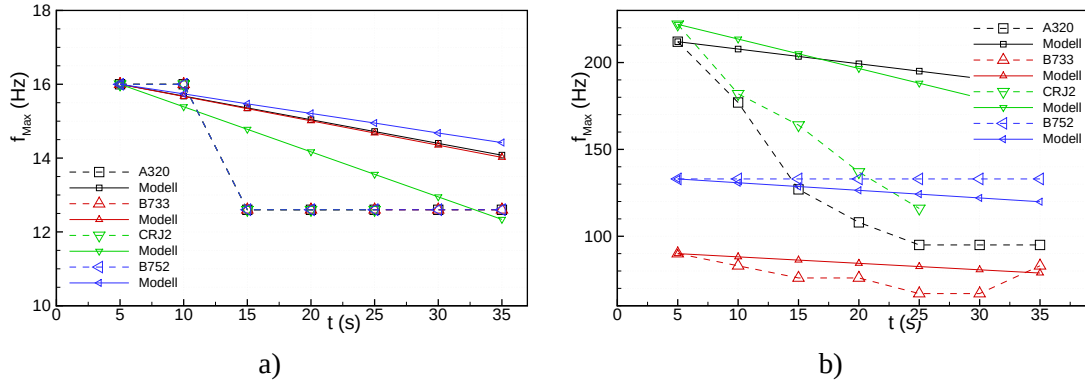


Abbildung 6.45.: Frequenz der maximalen Schalldruckpegel als Funktion der Zeit für das a) erste und b) zweite Maximum in den fokussierten Spektren für die Flugzeugtypen A320, B733, CRJ2 und B752

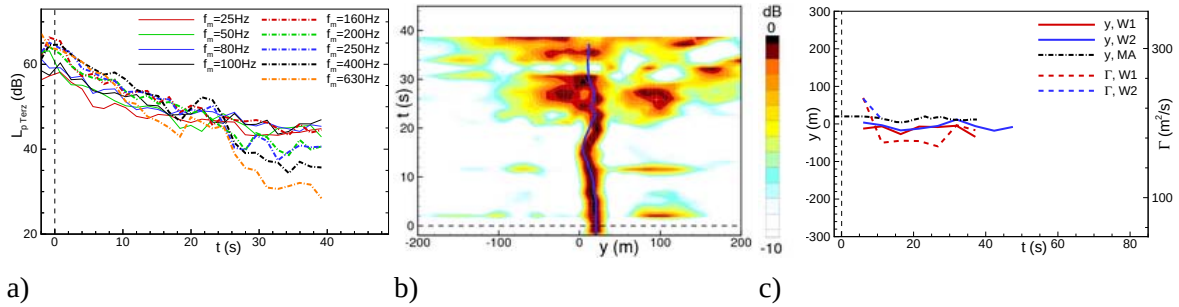


Abbildung 6.46.: a) Terzpegelverläufe eines Einzelmikrofons, b) Quellverteilungen im Terzband $f_m = 160 \text{ Hz}$ und c) Trajektorien und Zirkulation der Wirbel nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 (DLR206, $h = 210 \text{ m}$, $v = 80 \text{ m/s}$)

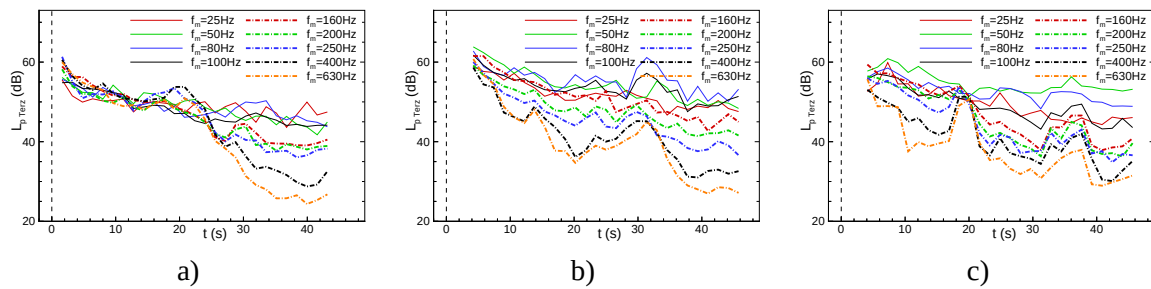


Abbildung 6.47.: Terzpegelverläufe eines Einzelmikrofon nach den Überflügen von Flugzeugen der Typen a) CRJ2, b) B735 und c) B733 mit Überhöhungen

Im Bild 6.48 a) sind die Verläufe der Terzpegel für den Überflug eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 dargestellt. Die Verläufe weisen einen geringen Pegelabfall zu Beginn, aber einen plötzlichen starken Pegelabfall in den Bändern $200 \text{ Hz} < f < 630 \text{ Hz}$ bei $t \approx 25 \text{ s}$ auf. Der Pegelabfall korreliert zeitlich mit einem peitschenden Geräusch und dem Abbruch der lokalisierbaren Wirbelschleife in der Quellverteilung aller Terzbänder, obwohl die plötzliche Pegelabnahme nur die Bänder $f_m \geq 200 \text{ Hz}$ betraf. Das Bild 6.48 b) zeigt die Quellverteilung im Terzband $f_m < 160 \text{ Hz}$. In den Ergebnisse der LIDAR

Messungen werden bis $t \approx 25$ s zwei Wirbel und danach nur ein Wirbel detektiert. Die Zirkulation kann ebenfalls nur bis $t \approx 25$ s ermittelt werden.

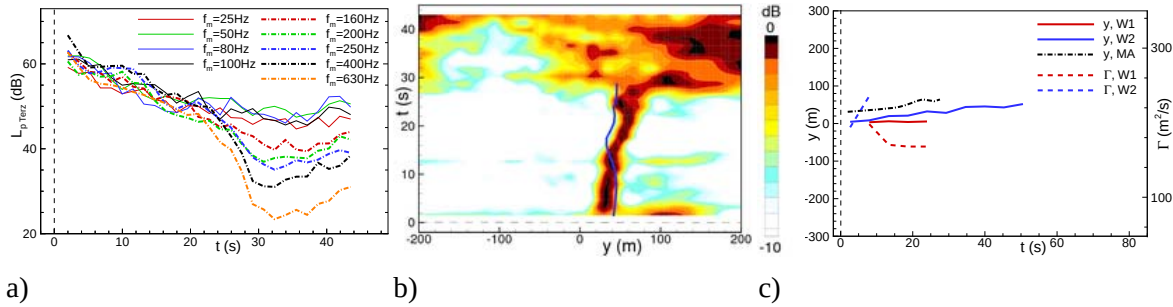


Abbildung 6.48.: a) Terzpegelverläufe eines Einzelmikrofons, b) Quellverteilungen im Terzband $f_m = 160$ Hz und c) Trajektorien und Zirkulation der Wirbel nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ CRJ2 (DLR167, $h = 176$ m, $v = 80$ m/s)

Das akustische Ereignis des peitschenden Geräusches fällt in diesem Fall offensichtlich mit einem Zerfall des Wirbelpaars über dem Mikrofon-Array zusammen. Die Korrelation eines abrupten Pegelabfalls mit dem Verlust der lokalisierbaren Wirbelschleppen in den Quellverteilungen wurde für den Flugzeugtyp CRJ2 häufig beobachtet. Die Ursache des Pegelabfalls ist jedoch eine Reduzierung der Triebwerksleistung des Flugzeuges. Ein Zusammenhang des Pegelabfalls und dem Aufplatzen der Wirbel kann zwar nicht nachgewiesen aber vermutet werden. Die Ausbreitung einer am Flugzeug eingebrachten Störung mit Schallgeschwindigkeit entlang der Wirbelachsen wäre vorstellbar.

Ein Gegenbeispiel für die Korrelation von Pegelabfall und Lokalisierbarkeit der Wirbel in den Quellverteilungen wird im Bild 6.49 für einen Überflug eines Flugzeuges vom Typ A320 gegeben. Trotz des deutlichen Pegelabfalls bei $t = 16$ s wird der Wirbel in der Quellverteilung des Terzbandes $f_m = 250$ Hz eindeutig bis $t = 38$ s identifiziert.

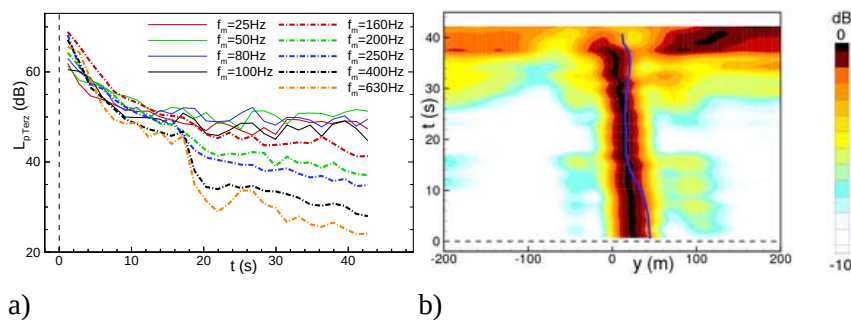


Abbildung 6.49.: a) Terzpegelverläufe eines Einzelmikrofons und b) Quellverteilungen im Terzband $f_m = 250$ Hz nach dem Überflug eines Flugzeuges vom Typ A320 (DLR153, $h = 211$ m, $v = 84$ m/s)

Für die Flugzeuge vom Typ CRJ2 wurde sehr oft ein geringerer Pegelabfall nach dem Überflug als für andere Typen gefunden. Ein Vergleich der Verläufe in den Bildern 6.46 und 6.49 macht das deutlich. Die Überflughöhe und die Geschwindigkeit sind ähnlich. Als Ursache wird eine starke Richtcharakteristik durch die beim Typ CRJ2 am Heck installierten Triebwerke vermutet.

Die gezeigten Beispiele verdeutlichen, dass bereits die Signale von Einzelmikrofonen interessante Hinweise auf den Zerfall von Wirbelschleppen geben können, deren Auftreten und Korrelation mit dem katastrophalen Zerfall jedoch sehr unsicher ist.

6.8. Abschätzungen für ein Wirbel-Warnsystem

Bei der Anwendung dieser Messtechnik für die Wirbeldetektion in der Nähe von Flughäfen müssen verschiedene Störquellen unterdrückt werden. Da die Mikrofon-Array-Technik nur eine begrenzte Unterdrückung von Störsignalen aus anderen Richtungen erlaubt, soll kurz der maximale Pegel des Hintergrundgeräuschs am Messort abgeschätzt werden.

Die fokussierten und auf die Hauptkeulenbreite normierten Spektren des Wirbelschalls gelten für ein Wirbelstück der Länge $\Delta y = 1m$ in einer Referenzentfernung $r_0 = 200$. Die Integration der Schallleistung entlang der Wirbel soll hier durch den Übergang von der Schallabstrahlung einer Punktquelle $p^2 \sim 1/r^2$ zu einer Linienquelle $p^2 \sim 1/r$ approximiert werden. Es ergibt sich damit ein Korrekturfaktor von $\Delta L = 10\log(r_0^2/r/1\text{ m}) \approx 23dB$ für $r_0 = r = 200\text{ m}$. Der Schalldruckpegel im Frequenzbereich von $f = 50..200Hz$ kann nach Bild 6.42 mit $L = 10dB$ grob abgeschätzt werden. Die Integration über diesen Frequenzbereich ergibt einen Korrekturfaktor $\Delta L = 10\log(150Hz/1Hz) \approx 22dB$. Das erreichbare Signal-Rausch-Verhältnis eines optimierten Mikrofon-Arrays mit Auswerteverfahren wie *MUSIC* oder *ESPRIT* [135] wird mit $S/N = 30..40dB$ abgeschätzt. Damit ergibt sich ein zulässiges Hintergrundgeräusch von $L = 85..95dB$ im angegebenen Frequenzbereich. Diese optimistische Abschätzung lässt den erfolgreichen Einsatz dieser Messtechnik in Flughafennähe realistisch erscheinen.

Es sei angemerkt, dass Systeme bestehend aus opto-akustischen Mikrofonen von *FST* noch größere Signal-Rausch-Abstände versprechen. Die praktische Installation eines solchen Systems wurde bereits in [49] diskutiert.

7. Methoden der Auswertung

Das Kapitel beschreibt die für die Messung des Wirbelschalls eingesetzte Mikrofon-Array-Technik und deren Eigenschaften, die Optimierung der Mikrofonverteilung für das T-Array und Verfahren zur Bestimmung der Trajektorien von Flugzeug und Wirbel sowie deren Glättung.

7.1. Mikrofon-Array-Technik

Das Prinzip der Array-Technik wird seit langer Zeit in verschiedenen Bereichen, wie der Astronomie, der Seismik, der Mobilfunktechnik und der Akustik, unter Verwendung entsprechender Sensoren angewendet. Die Mikrofon-Array-Technik ist in den letzten Jahren, begünstigt durch die Verfügbarkeit von preisgünstigen Mikrofonen und mehrkanaligen Datenerfassungssystemen, zu einem Standard-Messverfahren für die Lokalisierung von Schallquellen geworden. Die ersten bekannten Anwendungen gehen auf *Billingsley und Kinns* [76] zurück, welche ein Linien-Array zur Untersuchung der Schallabstrahlung von Flugtriebwerken entwickelten und einsetzten. Später wurde das Verfahren für die Untersuchung von aerodynamischen Schallquellen mit zwei-dimensionalen Arrays in Windkanälen angepasst [138]. Die Weiterentwicklung für bewegte Quellen erlaubte die Untersuchungen von aerodynamischen Schallquellen an schienengebundenen Fahrzeugen [2], an Straßenfahrzeugen [83], an Flugzeugen in Überflutests [111] und an rotierenden Quellen, wie Hubschrauberblättern [133].

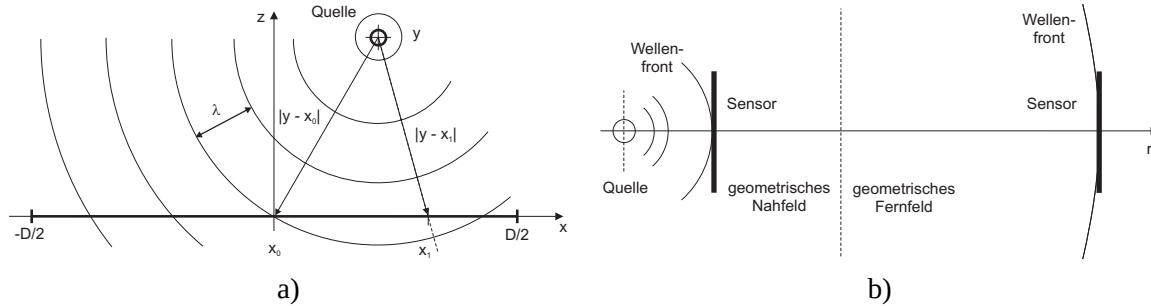


Abbildung 7.1.: a) Veranschaulichung der Funktionsweise der Array-Technik für eine Schallquelle;
b) Einteilung der Schallfeldes einer Punktquelle in geometrisches Nah- und Fernfeld nach der Form der Wellenfront über dem Sensor

Die prinzipielle Funktionsweise der Mikrofon-Array-Technik wird in Bild 7.1 a) veranschaulicht. Eine Schallquelle an der Position $\vec{y}$ emittiert das Signal $s(\vec{y}, t)$, welches an den Mikrofonpositionen $\vec{x}$ durch die Entfernung $|\vec{x} - \vec{y}|$ zur Quelle als verzögertes und abgeschwächtes Signal $p(t)$ registriert wird. Unter der Annahme einer Punktquelle im Freifeld wird das Mikrofonsignal bei der Kreisfrequenz ω durch Gl.(7.1) beschrieben, wobei c_0 die Schallgeschwindigkeit, $S(\vec{y}, \omega)$ die Fourier-Transformierte des Quellsignals und k die Wellenzahl sind.

$$\text{Zeitbereich : } p(\vec{x}, t) = \frac{s(\vec{y}, t - |\vec{x} - \vec{y}|/c_0)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \quad \text{Frequenzbereich : } P(\vec{x}, \omega) = S(\vec{y}, \omega) \frac{e^{jk|\vec{x} - \vec{y}|}}{|\vec{x} - \vec{y}|} \quad (7.1)$$

Zur Rekonstruktion der Schallquellverteilung wird das Mikrofon-Array auf einen Punkt $\vec{y}$ des Quellgebiets fokussiert. Dabei werden die Mikrofonsignale so verzögert und verstärkt, dass die Laufzeitun-

terschiede und Signalabschwächungen zwischen den Mikrofonen und dem Fokuspunkt kompensiert werden. Anschließend werden alle kompensierten Mikrofonsignale gemittelt, wobei sich die vom Fokuspunkt emittierten Komponenten im Mikrofonsignal konstruktiv überlagern. Da die Laufzeiten nur für den Fokuspunkt korrekt kompensiert wurden, sind die Signalanteile von anderen Punkten in den laufzeitkompensierten Mikrofonsignalen bei der Mittelung zeitlich versetzt und überlagern sich destruktiv. Dieser Algorithmus wird allgemein als *Beamforming* bezeichnet. Durch die Abtastung einer Fokuspunktverteilung im Quellgebiet erhält man eine geschätzte Quellverteilung.

Das Bild 7.1 b) zeigt das von einer Punktquelle ausgehende Schallfeld, welches nach der Form der Wellenfront über dem Sensor in ein geometrisches Nah- und Fernfeld eingeteilt wird. Im geometrischen Nahfeld werden sphärischen Wellen angenommen. Im geometrischen Fernfeld können die sphärischen Wellen in guter Näherung als ebene Wellen betrachtet werden. Der dabei gemachte Phasenfehler wird durch die Wellenlänge und dem Verhältnis der Sensorausdehnung zur Entfernung zwischen Sensor und Quelle bestimmt. Der Vorteil der Fernfeld-Approximation liegt in der vereinfachten mathematischen Beschreibung des Schallfeldes über dem Array.

Das *Beamforming* kann im Zeit- und Frequenzbereich ausgeführt werden. Für kurze Zeitsignale, wie sie bei Vorbeifahrt- oder Überflugmessungen vorliegen, und breitbandige Auswertungen werden Verfahren im Zeitbereich bevorzugt. Verfahren im Frequenzbereich erfordern die Fourier-Transformation der Mikrofonsignale. Die Verzögerung im Zeitbereich entspricht einer Phasendrehung im Frequenzbereich. Da jedoch Rauschen durch eine Kurzzeit-Fourier-Transformation im Frequenzbereich nicht exakt dargestellt werden kann, wird diese Auswertung nur bei langen Signallängen, wie sie bei Messungen im Windkanal oder am Triebwerksprüfstand vorliegen, benutzt. Der Vorteil der Auswertung im Frequenzbereich liegt in der Verfügbarkeit von sehr leistungsfähigen und hochauflösenden Auswertungsverfahren.

7.2. Beamforming im geometrischen Nahfeld

7.2.1. Auswertung im Zeitbereich

Das *klassische Beamforming* ist die Standard-Auswertemethode der Mikrofon-Array-Technik. Im Zeitbereich erlaubt die Methode die Abschätzung des vom Fokuspunkt $\vec{y}$ emittierten Zeitsignals $s(\vec{y}, t) \approx b(\vec{y}, t)$. Dabei werden die Mikrofonsignale laufzeitkompensiert, die Amplituden auf eine Referenzentfernung r_0 normiert, mit einer Funktion $w(\vec{x}_i)$ gewichtet und anschließend gemittelt. Die Wichtung erlaubt die Beeinflussung der Array-Eigenschaften. M ist die Anzahl der Mikrofone.

$$b(\vec{y}, t) = \sum_{i=1}^M w(\vec{x}_i) \frac{r_i}{r_0} p(\vec{x}_i, t - r_i/c) \quad \text{mit:} \quad \sum_{i=1}^M w(\vec{x}_i) = 1; \quad r_i = |\vec{x}_i - \vec{y}| \quad (7.2)$$

Das Leistungsdichtespektrum $B_{xx}(\vec{y}, \omega) = B^*(\vec{y}, \omega)B(\vec{y}, \omega)$ des Quellsignals wird aus dessen Fourier-Transformierten $B(\vec{y}, \omega)$ bestimmt. Die Signalleistung kann alternativ auch aus der Autokorrelation $b_{xx}(\tau)$ bei $\tau = 0$ des geschätzten Signals $b(\vec{y}, t)$, was dem quadratischen Effektivwert (RMS-Wert) entspricht, berechnet werden. Um die Signalleistung in einem Frequenzband zu bestimmen, wird das Signal $b(\vec{y}, t)$ vor der Autokorrelation gefiltert.

7.2.2. Auswertung im Frequenzbereich

Die Auswertung im Frequenzbereich geht von den Kreuzleistungsspektren G_j der Mikrofonsignale aus, welche die Elemente der Matrix $\underline{C}$ bilden. Die Kreuzleistungsspektren sind die zeitlich gemittelten Kreuzprodukte der Kurzzeit-Fourier-Transformierten $P_h(\vec{x}_i, \omega)$ und $P_h^*(\vec{x}_j, \omega)$ der Mikrofone i und j ,

wobei n die aufeinander folgenden Zeitfenster indiziert. N ist die Anzahl der Zeitfenster.

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & \dots & C_{1M} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{M1} & \dots & C_{MM} \end{pmatrix} \quad C_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P_n^*(\vec{x}_i, \omega) P_n(\vec{x}_j, \omega) \quad \underline{g} = \begin{pmatrix} \frac{e^{j k r_1}}{r_1} \\ \vdots \\ \frac{e^{j k r_M}}{r_M} \end{pmatrix}$$

Das *klassische Beamforming* erfordert die Kompensation der Laufzeitunterschiede zwischen den Mikrofonen i und j , was im Frequenzbereich einer Phasendrehung entspricht, die Normierung der Amplituden auf eine Referenzentfernung, hier $r_0 = 1$, die Wichtung mit einer Funktion $w(\vec{x}_i)$ und die anschließende Mittlung aller kompensierten Elemente der Matrix $\underline{C}$. Dabei ist g die *Greensche* Funktion für die Schallausbreitung einer Punktquelle im Freifeld, wobei der konstante Faktor 4π üblicherweise weggelassen wird. Das Ergebnis wird als Schalldruckquadrat in der Referenzentfernung $r_0 = 1m$ interpretiert. Die Doppelsumme lässt sich in Matrizenschreibweise darstellen.

$$B_{xx}(y, \omega) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M w(\vec{x}_i)^* g(\vec{x}_i)^* C_{ij} g(\vec{x}_j) w(\vec{x}_j) = \frac{\underline{g}' \underline{W}' \underline{C} \underline{W} \underline{g}}{\underline{g}' \underline{W}' \underline{W} \underline{g}} \quad \text{mit : } \sum_{i=1}^M w(\vec{x}_i) = 1 \quad (7.3)$$

$$\underline{W} = \text{diag}[w(\vec{x}_1), w(\vec{x}_2), \dots, w(\vec{x}_M)]$$

Da die Matrix $\underline{C}$ hermitesch ist, ist das Ergebnis stets eine reelle Zahl. Unter Ausnutzung der Symmetrie der Matrix lässt sich der Rechenaufwand bei einer Implementierung reduzieren.

7.2.3. Eigenschaften eines Mikrofon-Arrays

Zur Bewertung der Leistungsfähigkeit eines Mikrofon-Arrays in Bezug auf die Unterdrückung von anderen Quellen und das räumliche Auflösungsvermögen wird die normierte Antwort des Arrays auf eine Punktquelle, dem *Array-Pattern*, Gl.(7.4), genutzt. Dabei ist $\vec{y}_0$ die Quellposition und $\vec{y}$ die Fokuspotion des Arrays.

$$W(k, \vec{y}_0, \vec{y}) = \sum_{i=1}^M w(\vec{x}_i) \frac{r_i}{r_{0i}} e^{jk(r_i - r_{0i})} \quad \text{mit : } \sum_{i=1}^M w(\vec{x}_i) = 1; \quad r_i = |\vec{x}_i - \vec{y}|; \quad r_{0i} = |\vec{x}_i - \vec{y}_0| \quad (7.4)$$

Es sind die Breite der Hauptkeule und die Breite, Lage und Höhe der Neben- und Gitterkeulen charakterisierend. Das ideale *Array-Pattern* zeichnet sich durch eine unendlich schmale Hauptkeule und Nebenkeulen der Höhe Null aus. Das Bild 7.2 a) zeigt das *Array-Pattern* eines Linien-Arrays mit äquidistanten Mikrofonen. Die Gitterkeulen werden durch die Kompensation für die Entfernung r/r_0 in Gl.(7.2) größer als die Hauptkeulen. Das räumliche Auflösungsvermögen wird durch die Breite der Hauptkeulen bestimmt, die von der Frequenz f und Entfernung z der Quelle und der Größe D des Arrays abhängt. Nach dem *Rayleigh-Kriterium* sind zwei Quellen räumlich trennbar, wenn deren Abstand mindestens der halben Hauptkeulenbreite b_{w0} entspricht. Die Breite b_{w0} ist als Abstand der beiden nächstliegenden Nullstellen im *Array-Pattern* definiert. Nach einer weitaus üblicheren Definition wird die Hauptkeulenbreite b_{w50} bei 50% der normierten Leistung gemessen, was bei der logarithmischen Auftragung -3dB entspricht. Diese kann mit Gl. (7.5) a) abgeschätzt werden. Der minimale Abstand zweier Quellen sollte die Breite b_{w50} nicht unterschreiten. Der Faktor x_g^* ist von der Mikrofonverteilung abhängig. Die effektive Array-Größe $D_{eff} = D \cos \alpha$ sinkt mit zunehmenden Einfallswinkel α . Das *Array-Pattern* ist daher ebenfalls vom Fokuspunkt abhängig.

$$\begin{array}{lll} \text{a) Normierung} & \text{b) Hauptkeulenbreite} & \text{c) Gitterkeule:} \\ x^* = x / \frac{\lambda z_0}{D_{eff}} & b_{w50} = 2x_g^* \frac{\lambda z_0}{D_{eff}} & \lambda = \Delta x \sin \alpha \end{array} \quad (7.5)$$

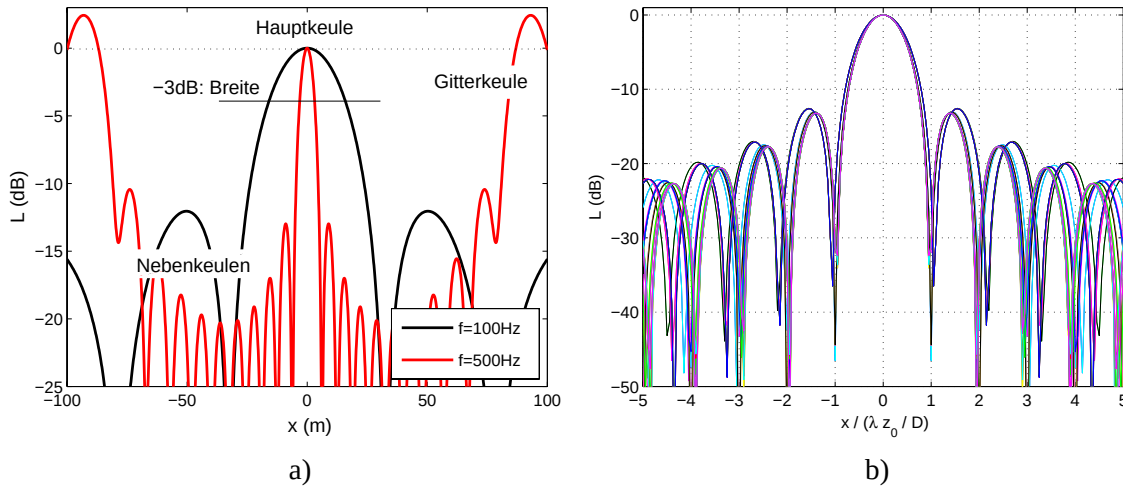


Abbildung 7.2.: a) *Array-Pattern* eines Linien-Arrays der Größe $D = 10 \text{ m}$ mit 11 äquidistanten Mikrofonen für die Frequenzen $f_0 = 100 \text{ Hz}$ und $f_0 = 500 \text{ Hz}$ an der Position $\vec{y}_0 = (0,0,100) \text{ m}$; b) normierte *Array-Pattern* eines Linien-Arrays mit 32 äquidistanten Mikrofonen für die Kombinationen verschiedener Frequenzen f_0 , Quellentfernungen z_0 und Array-Größen D

Das Bild 7.2 b) zeigt die normierten *Array-Pattern* eines linearen Arrays mit 21 Mikrofonen für die Kombination verschiedener Array-Größen $D=(1;5;10;50;100) \text{ m}$, Quellentfernungen $z_0=(10;50;100;500) \text{ m}$ und Frequenzen $f=(100;500;1000;5000) \text{ Hz}$. Die *Array-Pattern* sind auf die jeweilige Hauptkeulenbreite nach Gl.(7.5) normiert. Dabei werden die Bedingungen $z/D > 1$ und $\lambda/D < 0.1$ erfüllt. Die Übereinstimmung der *Array-Pattern* zeigt die Eignung dieser Normierung für den Vergleich von Ergebnissen für verschiedene Frequenzen, Entfernungen und Array-Größen.

Die Nebenkeulen entstehen durch die limitierte Unterdrückung der Quelle und erscheinen in der Verteilung als *virtuelle* Quellen. Die Höhe der Nebenkeulen bestimmt die Dynamik des Arrays, die die maximale Pegeldifferenz der lautesten zur leisesten Quelle definiert. Quellen mit geringeren Pegeln werden durch die Nebenkeulen der stärksten Quelle verdeckt. Die Gitterkeulen entstehen durch eine Wiederholung der Phasenbeziehung für verschiedene Quellpositionen bei Arrays mit regelmäßiger Mikrofonanordnung. Die Lage der Gitterkeulen wird durch den kleinsten Mikrofonabstand nach Gl.(7.5) b) bestimmt. Die genannten Eigenschaften sind neben dem Array auch stark von der Wichtungsfunktion $w(\vec{x}_i)$ und vom Auswerteverfahren abhängig.

Wird das Schallfeld durch eine Punktquelle dominiert, entspricht dessen Quellstärke dem Maximum in der geschätzten Quellverteilung. Bei verteilten Quellen repräsentiert die geschätzte Quellstärke ein Integral über die mit dem *Array-Pattern* gefaltete tatsächliche Quellverteilung und wird deshalb stark von der Hauptkeulenbreite beeinflusst. Die Normierung der geschätzten Quellstärke auf die Hauptkeulenbreite erlaubt die weitgehende Unterdrückung der Abhängigkeit des geschätzten Quellspektrums von der Frequenz, der Quellentfernung und der Array-Größe. Der direkte Vergleich von mit verschiedenen Arrays geschätzten Quellspektren ist nur mit dieser Normierung möglich.

Das Auflösungsvermögen von 2-dimensionalen Mikrofon-Arrays ist in der Ebene parallel zum Array groß und senkrecht dazu sehr gering. Die Auflösung in der senkrechten Ebene sinkt mit wachsender Entfernung und ist im geometrischen Fernfeld Null.

Neben dem *Array-Pattern* wird auch das *Co-Array*, der Autokorrelation der Wichtungsfunktion $w(\vec{x})$, Gl.(7.6), zur Bewertung von Mikrofonverteilungen herangezogen. Das *Co-Array* beschreibt die Häufigkeit des Auftretens der Verbindungsvektoren, d.h. der Länge und der Orientierung, zwischen

den Mikrofonen des Arrays. Das ideale *Co-Array* zeichnet sich durch eine Häufigkeit von Eins für alle Verbindungsvektoren aus. Eine größere Häufigkeit bedeutet eine höhere Redundanz, die nicht zu einer Verbesserung der Eigenschaft des Arrays beiträgt. Die Fourier-Transformierte des *Co-Array* führt zum *Fernfeld-Array-Pattern*.

$$c(\vec{\xi}) = \int w(\vec{x})w(\vec{x} + \vec{\xi})d\vec{x} \quad (7.6)$$

Eine grobe Abschätzung der Leistungsfähigkeit erlaubt das *Array-Gain*, Gl.(7.7), welches auf der Unterdrückung von unkorreliertem Rauschen bei der Mittlung der Signale verschiedener Sensoren basiert. Diese Formulierung überschätzt die Leistungsfähigkeit eines Arrays in Verbindung mit dem *klassischen Beamformer*, da die spezifischen Array-Eigenschaften nicht berücksichtigt werden.

$$G = \frac{|\sum_{i=1}^M w(\vec{x}_i)|^2}{\sum_{i=1}^M |w(\vec{x}_i)|^2} \quad (7.7)$$

Eine Verschlechterung der Ergebnisse durch Kohärenzverlust infolge von Turbulenzen in Bodengrenzschicht, Beugung durch Windprofile oder Schwankung der Schallgeschwindigkeit durch Temperaturprofile, atmosphärische Absorption und Ungenauigkeiten in den Übertragungsfunktionen der Mikrofonen oder eine Temperaturabhängigkeit sind im für diese Untersuchung relevanten Frequenzbereich $f < 200 \text{ Hz}$ von untergeordneter Bedeutung.

7.3. Arten von Mikrofon-Arrays und Auswerteverfahren

Bei den Mikrofonverteilungen sind zunächst 1-, 2- und 3-dimensionale Arrays zu unterscheiden. Die Mikrofonverteilungen lassen sich in i) Verteilung mit konstanten Mikrofonabständen, ii) ausgedünnte Verteilungen, iii) Random-Verteilungen und iv) Verteilungen auf vorgegebenen Geometrien unterscheiden [82].

Die ersten Anwendung der Mikrofon-Array-Technik erfolgten mit Linien-Arrays mit Verteilung mit konstanten Mikrofonabständen (i) [76]. Schnell wurde die hohe Redundanz im *Co-Array* dieser Array-Typen erkannt und zu Arrays mit ausgedünnten regelmäßigen Verteilungen (ii) übergegangen, die größere Arrays mit wenigen Mikrofonen erlaubten. Verfahren zur Ausdünnung wurden schon vorher für die Radar-Antennen-Technik entwickelt. Die *Minimum Redundancy*- [101] und die *Non-Redundancy*-Methode [32] reduzieren die Redundanz im *Co-Array*, wobei die ersten keine Löcher und die zweite keine höhere Redundanz als Eins erlaubt. Eine größere Bedeutung hat jedoch die zufällige Ausdünnung nach räumlichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen [79]. Bei den Random-Verteilungen (iii) wird auf regelmäßiges Raster verzichtet und jede Mikrofonposition erlaubt. Die Eigenschaften dieser Verteilungen wurde von Kook [82] ausführlich diskutiert und als extreme *Non-Redundancy*-Arrays interpretiert. Die Verteilung auf vorteilhaften geometrischen Formen (iv), wie Spiralen, Kreuzen, T-Formen oder Kreisen. *Dougherty* zeigte, dass die Verteilungen auf logarithmischen Spiralen eine minimale Redundanz aufweisen [35]. *Sijtsma* optimierte die Mikrofonpositionen auf Kreisen [132]. Die Verteilung auf Kreuzen zeigt mit einer Modifikation des *klassischen Beamformer* von *Elias* eine hohe Leistungsfähigkeit und reduziert die Anzahl der notwendigen Mikrofone [39]. *Boone* untersuchte die Verteilung auf einer T-Form und schlug ein optimiertes Auswerteverfahren vor [11].

Die Optimierung der Mikrofonpositionen erfolgt zumeist auf der Basis einer Fernfeld-Approximation [132] oder für kleine Frequenzbereiche [65], da das Nahfeld-*Array-Pattern* mit der Frequenz und dem Einfallswinkel variiert.

Durch eine optimierte Wichtung kann die Breite der Hauptkeule und die Bedeutung der Nebenkeulen kontrolliert werden. Bei Verteilungen mit konstantem Mikrofonabstand werden klassische Wichtungen, wie die *Dolph-Chebyshev*-Wichtung, verwendet. Die anderen Verteilungen nutzen zumeist frequenzabhängige empirische Wichtungen. Auswerteverfahren wie der *Capon-Algorithmus* [22], dessen

Weiterentwicklung, der *Robust adaptive Beamformer* oder *MUSIC* [135], [32] optimieren die Wichtung auf Basis der gemessenen Kreuzkorrelationsmatrix, also in Abhängigkeit vom gemessenen Schallfeld.

7.4. Kreuz-Array

Die Mikrofonverteilung in Form eines Kreuzes bietet neben der hohen Leistungsfähigkeit auch einige praktische Vorteile. So können die Mikrofone sehr schnell und mit hoher Präzision positioniert werden. Die Mikrofonkabel werden in Kabelbäumen zusammengefasst, wodurch die Installation beschleunigt und weniger fehleranfällig wird. Bei plötzlichem Regen lassen sich die Mikrofone durch zwei Plastik-Bahnen in wenigen Sekunden schützen.

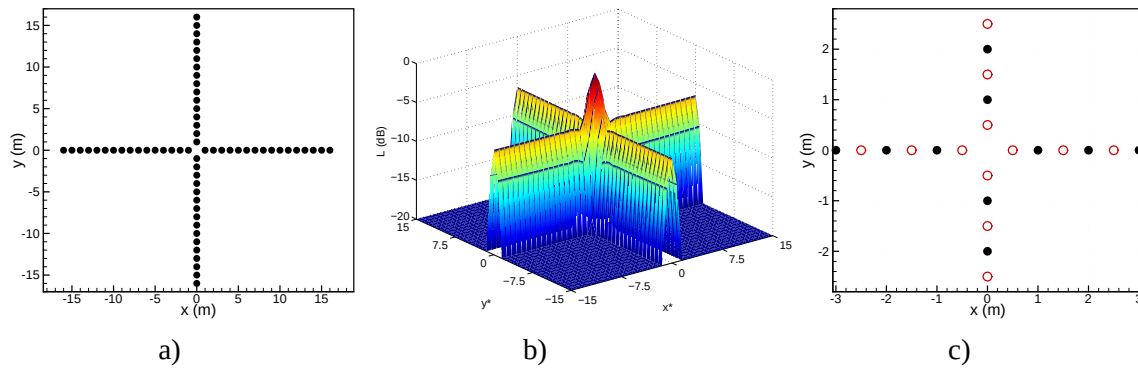


Abbildung 7.3.: a) Mikrofonverteilung eines Kreuz-Array; b) Nahfeld-Array-Pattern mit *kl. Beamformer* c) Mikrofonverteilung der Kreuz-Arrays vom Typ X1 (schwarz) und X2 (rot)

Die Eigenschaften eines Kreuz-Arrays lassen sich im *Array-Pattern* diskutieren. Das Bild 7.3 b) zeigt das mit dem *klassischen Beamformer* berechneten *Array-Pattern* der im Bild 7.3 a) dargestellten Mikrofonverteilung von 64 Mikrofonen. Das Pattern ist durch sehr niedrige Nebenkeulen zwischen Armen des Array, aber sehr hohen Nebenkeulen auf den Armen des Arrays gekennzeichnet. *Elias* [39] identifizierte die Kreuzleistungsspektren zwischen Mikrofonen eines Armes als Ursache für die hohen Nebenkeulen und schlug vor, diese zu Null zu setzen. Dadurch wird die Unterdrückung der Nebenkeulen erhöht, aber auch die statistische Sicherheit der Ergebnisse reduziert.

Das hier entwickelte Verfahren basiert auf der Idee von *Elias*, unterscheidet sich aber in der Herleitung und in der mathematischen Formulierung. Eine wesentliche Verbesserung wurde durch die zusätzlich eingeführte *Maximum-Bedingung* erreicht. Die Motivation für diese Bedingung wird bei der Erläuterung der Auswertung im Zeitbereich gegeben.

7.4.1. Zeitbereich

Die Idee eines *X-Beamformers* im Frequenzbereich [39] wurde von Dougherty [36] in den Zeitbereich übertragen. Dafür werden die Mikrofone in die Mengen A und B, entsprechend ihrer Lage auf den Armen A oder B, eingeteilt. Das Verfahren bestimmt das geschätzte Quellsignal getrennt für die beiden Arme des Kreuzes mittels des *klassischen Beamformers*. Anschließend wird die Kreuzkorrelation der beiden geschätzten Signale $p_A(\vec{y}, t)$ und $p_B(\vec{y}, t)$ gebildet. Die Signalleistung ist der Wert der Kreuzkorrelation $s_{AB}(\tau)$ bei $\tau = 0$. Ist die Kreuzkorrelation $s_{AB}(\tau)$ bei $\tau = 0$ kleiner Null, ergibt sich ein negativer Effektiv-Wert für das Quellsignal. Da dieses Ergebnis offensichtlich durch eine Quelle an einer anderen Position in Verbindung mit dem *Array-Pattern* verursacht wird, wird der Wert zu Null gesetzt. Diese Schlussfolgerung wurde als *Maximum-Bedingung* in die Formulierung des *X-Beamformer*, Gl.(7.8), eingeführt.

Die Ursache einer negativen Kreuzkorrelation bei $\tau = 0$ soll an einer Quelle, die ein periodisches Signal $s(t) = \sin(\omega t)$ emittiert, verdeutlicht werden. Für die gemittelten Signale der Arme A und B ergeben sich periodische Funktionen der Form $p_A(\vec{y}, t) = \sin(\omega t)$ und $p_B(\vec{y}, t) = a \sin(\omega t + \phi_{AB})$. Der Winkel ϕ_{AB} simuliert eine Phasenverschiebung und a eine Amplitudendifferenz. Die Kreuzkorrelation bleibt für Phasenverschiebungen $\phi_{AB} < \pm\pi/2$ positiv. Bei größeren Winkeln ergeben sich negative Werte. Damit wird deutlich, dass ein negativer Korrelationswert durch die Dominanz einer Quelle an anderer Position erzeugt wird.

Um die Signalleistung in einem Frequenzband zu bestimmen, werden die Signale $p_A(\vec{y}, t)$ und $p_B(\vec{y}, t)$ vor der Kreuzkorrelation gefiltert.

$$b_{xx}(\vec{y}) = \max\{s_{AB}(\vec{y}, \tau = 0); 0\} \quad s_{AB}(\vec{y}, \tau = 0) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I p_A(\vec{y}, t_i) p_B(\vec{y}, t_i) \quad (7.8)$$

$$p_A(\vec{y}, t) = \sum_{i \in A} w(\vec{x}_i) \frac{r_i}{r_0} p(\vec{x}_i, t - r_i/c) \quad p_B(\vec{y}, t) = \sum_{i \in B} w(\vec{x}_i) \frac{r_i}{r_0} p(\vec{x}_i, t - r_i/c) \quad \text{mit: } w(\vec{x}_i) = \frac{1}{M}; r_i = |\vec{x}_i - \vec{y}|$$

Bei langen Mittlungszeiten kann die Kreuzkorrelation der Signale $p_A(\vec{y}, t)$ und $p_B(\vec{y}, t)$ ohne wesentlichen Qualitätsverlust auch im Frequenzbereich erfolgen. Dabei wird die Kreuzkorrelation $S(\omega) = 1/I \sum_{i=1}^I P_A(\omega)_i^* P_B(\omega)_i$ der Fourier-Transformierten $P_A(\omega)_i$ und $P_B(\omega)_i$ kurzer Zeitfenster i gemittelt. Der Vorteil der zweiten Methode, die im Folgenden TDFD-X Methode genannt wird, ist die einfache Berechnung des Schmalband-Leistungsspektrums des Quellsignals. Bei der ersten Methode, die im Folgenden TD-X Methode genannt wird, ist eine aufwändige Filterung der Signale $p_A(\vec{y}, t)$ und $p_B(\vec{y}, t)$ notwendig.

Die Anwendung der beiden Methoden auf verschiedene Überflüge zeigte, dass für Mittlungszeiten von $t_m = 1,6$ s nur geringe Unterschiede in der Quellverteilung zu erwarten sind. Die Bilder 7.4 zeigen die mit der TD-X Methode berechneten Quellverteilungen in der x-y-Ebene für verschiedene Zeitpunkte nach dem Überflug von einem Flugzeug B373 im Terzband $f_m = 100$ Hz. Die Bilder 7.5 zeigen dieselbe Auswertung mit der TDFD-X Methode, wobei die Skalierung der der Bilder 7.4 entspricht. Die Zeitintervalle werden durch die Wirbel dominiert und der Vergleich zeigt geringfügig höhere Nebenkeulen für die TDFD-X Methode.

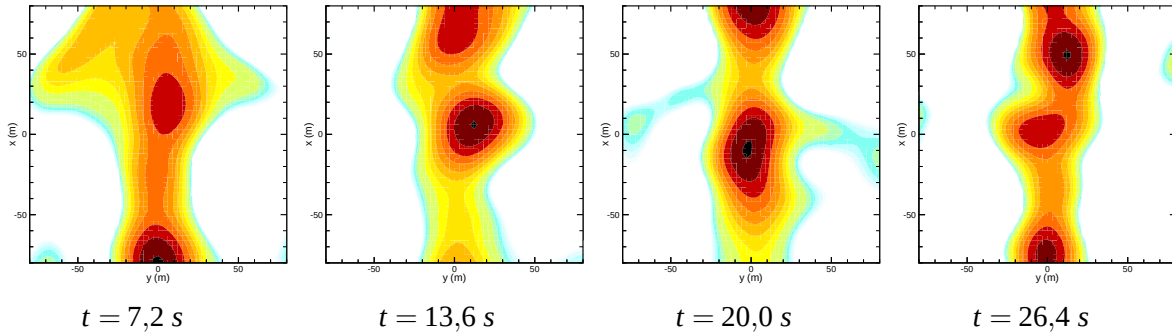


Abbildung 7.4.: Quellverteilungen in der x-y-Ebene im Terzband $f_m = 100$ Hz zu verschiedenen Zeitpunkten hinter einem Flugzeug (B373) nach der TD-X Methode

7.4.2. Frequenzbereich

Beim *X-Beamformer* werden die Kreuzleistungsspektren zwischen den Mikrofonen, die auf dem gleichen Arm des Kreuz-Arrays liegen, in der Matrix $\underline{C}$ zu Null gesetzt. Unter der Annahme, dass die Kreuzleistungsspektren im ersten Quadranten der Matrix $\underline{C}$ nur durch Mikrofone des Arms A und der vierte Quadrant nur durch Mikrofone des Arms B gebildet werden, resultiert eine modifizierte Matrix

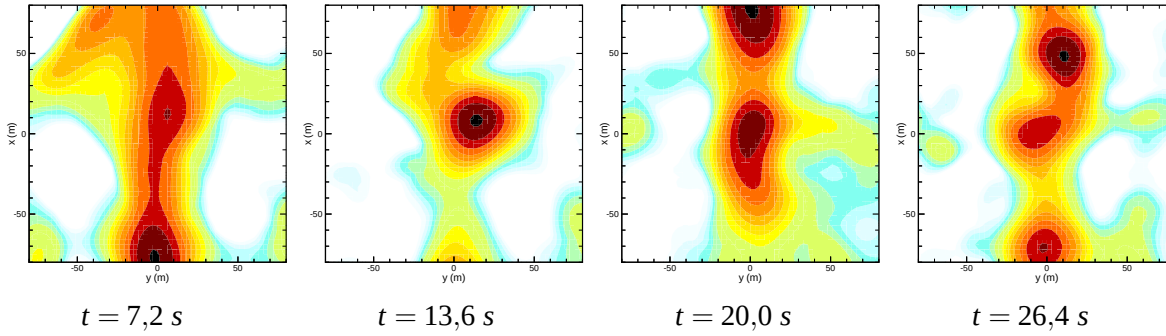


Abbildung 7.5.: Quellverteilungen in der x-y-Ebene im Terzband $f_m = 100$ Hz zu verschiedenen Zeitpunkten hinter einem Flugzeug (B373) nach der TDFD-X Methode

der Form $\underline{C}^{mod}$. Da die Matrix $\underline{C}$ hermitian ist, entspricht die Teilmatrix des zweiten Quadranten der Transponierten des dritten Quadranten.

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} \underline{C}_{AA} & \underline{C}_{AB}^* \\ \underline{C}_{AB} & \underline{C}_{BB} \end{pmatrix} \quad \underline{C}^{mod} = \begin{pmatrix} \underline{0} & \underline{C}_{AB}^* \\ \underline{C}_{AB} & \underline{0} \end{pmatrix}$$

Die resultierende Auswertung beschränkt sich auf die verbleibenden Teilmatrizen. In den Vektoren $\underline{g}_A$ und $\underline{g}_B$, den *Greenschen* Funktionen für die Arme A und B, werden die Elemente der Mikrofone, die nicht auf dem jeweiligen Arm liegen, zu Null gesetzt. MA und MB bezeichnet die Anzahl der Mikrofone auf den Armen A und B. Die oben eingeführt *Maximum*-Bedingung führt auch hier zu einer wesentlichen Verbesserung der Ergebnisse.

$$B_{xx} = \max\{B_{xx}; 0\} \quad B_{xx} = \frac{\underline{g}'_{wA} \underline{C}^{mod} \underline{g}_{wB}}{\underline{g}'_{wA} \underline{g}_A \underline{g}'_B \underline{g}_{wB}} \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned} \underline{g}'_A &= (g_1^* \dots g_{MA}^* 0 \dots 0) & \underline{g}'_B &= (0 \dots 0 g_{MA+1}^* \dots g_{MA+MB}^*) \\ \underline{g}'_{wA} &= (g_{w1}^* \dots g_{wMA}^* 0 \dots 0) & \underline{g}'_{wB} &= (0 \dots 0 g_{wMA+1}^* \dots g_{wMA+MB}^*) \end{aligned}$$

Für die Implementation lässt sich der Ausdruck Gl.(A.2) durch die Eliminierung der Multiplikationen mit Null und der Ausnutzung von Symmetrien optimieren. Die Optimierung wird im Anhang A beschrieben.

Über die Mikrofonverteilung lassen sich zwei verschiedene Kreuz-Arrays X1 und X2 mit äquidistanten Mikrofonen unterscheiden. Wie im Bild 7.3 c) gezeigt, beträgt der Abstand der nächsten Mikrofone zum Array-Zentrum beim Typ X1 d und beim Typ X2 $d/2$, wobei d der Mikrofonabstand ist.

Die Untersuchung der Array-Typen hat gezeigt, dass die *Maximum*-Bedingung beim Array vom Typ X1 zu einer erheblichen Verbesserung führt, beim Typ X2 jedoch nicht notwendig ist. Der Vergleich der Bilder 7.6 a) und b), welche die Array-Pattern für den Typ X1 mit und ohne *Maximum*-Bedingung zeigen, machen die Reduzierung der Nebenkeulen durch diese Bedingung deutlich. Wie im Bild 7.6 c) gezeigt, wird beim Typ X2 die Unterdrückung der Nebenkeulen auch ohne die *Maximum*-Bedingung erreicht. Die Ursache ist eine Phasenverschiebung der gemittelten Signale der Arme A und B.

Eine zusätzliche Quelle über den Armen mit einem Pegel, geringer als die Nebenkeulen der Quelle über dem Zentrum, wird bei einem Array vom Typ X1 unterdrückt. Beim Typ X2 löschen sich im Gegensatz die Nebenkeulen der Quelle über dem Zentrum aus und lassen die Quelle über dem Arm in der Verteilung erscheinen. Die *Maximum*-Bedingung erlaubt somit keine echte Erhöhung der Leistungsfähigkeit des Arrays vom Typ X1. Das Array vom Typ X2 muss daher als die bessere Mikrofonverteilung angesehen werden.

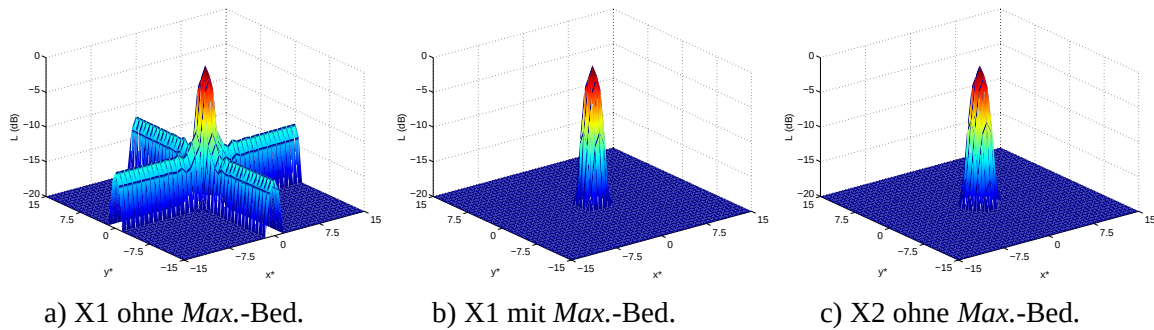


Abbildung 7.6.: Vergleich der *Array-Pattern* für die Array-Typen X1 und X2 nach Bild 7.3 mit und ohne der *Maximum*-Bedingung; für alle *Array-Pattern* wurde als räumliche Wichtung das Hanning-Fenster verwendet

Bei Kreuz-Arrays nach Typ X2 mit nicht-äquidistanten Mikrofonabständen verschlechtert sich die Auslöschung der Nebenkeulen ebenfalls. Durch die *Maximum*-Bedingung können die Nebenkeulen teilweise aus den Verteilungen gelöscht werden.

Eine Untersuchung der räumlichen Wichtungsfunktionen *Rechteck* und *Hanning* zeigte, dass die *Hanning*-Funktion im Vergleich zur *Rechteck*-Funktion, wie erwartet, zu erheblich geringeren Nebenkeulen, aber zu einer erhöhten Hauptkeulenbreite führt. Die Bilder 7.7 zeigen die *Array-Pattern* für die Arrays vom Typ X1 und X2 ausgewertet mit der *Rechteck*-Funktion. Die Hauptkeule wird schmaler und die Pegel der Nebenkeulen steigen.

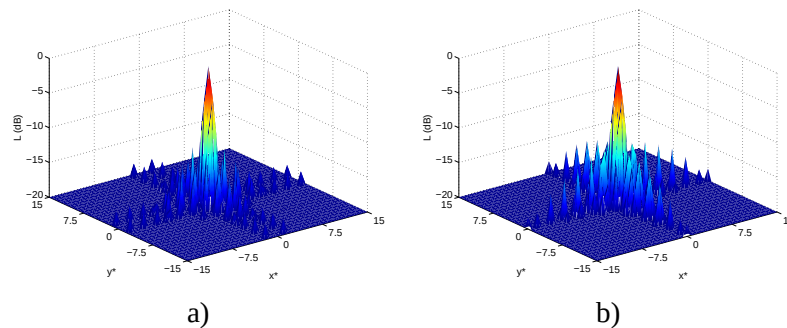


Abbildung 7.7.: *Array-Pattern* des *X-Beamformers* für die Array-Typen a) X1 und b) X2 mit *Rechteck*-Wichtung

Der *X-Beamformer* verwendet im Gegensatz zum *klassischen Beamformer* nur einen Teil der verfügbaren Kreuzkorrelationsspektren und nutzt geschickt die genaue Überlagerung von positiven und negativen Nebenkeulen im *Array-Pattern*. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass der *X-Beamformer* sehr stark auf Phasenfehler zwischen den Mikrofonen reagiert. Als Ursachen für Phasenfehler zwischen den Mikrofonen sind unter realen Bedingungen Abweichungen bei der Mikrofonpositionierung, Unterschiede im Phasengang der Mikrofone oder in den Schallausbreitungswegen durch Turbulenz in der Bodengrenzschicht oder Beugungseffekt durch Temperatur- und Windgradienten vorstellbar. Zur Bestimmung der Robustheit des Arrays wurden zwei Typen von Phasenstörungen, bekannte und unbekannte, angenommen. Die bekannten Phasenstörungen durch Fehler in Positionierung der Mikrofone erlauben deren Berücksichtigung bei der Auswertung. Die unbekannten Phasenstörungen können nicht kompensiert werden.

Die Mikrofonpositionen werden mit einer maximalen Abweichung von 5% des Mikrofonabstandes in x, y und z Richtung mit gleichverteiltem Rauschen beaufschlagt. Die Auswertungen für zwei Frequenzen in Bild 7.8 zeigen, dass eine bekannte Störung kompensiert wird. Eine unbekannte Störung führt bei beiden Array-Typen zu Fehlern in der Quellverteilung, wobei der Fehler, bezogen auf die Wellenlänge des Signals λ , wichtig ist. Die Fehler in der Position der Mikrofone sind für die Array-Typen X1 und X2 identisch.

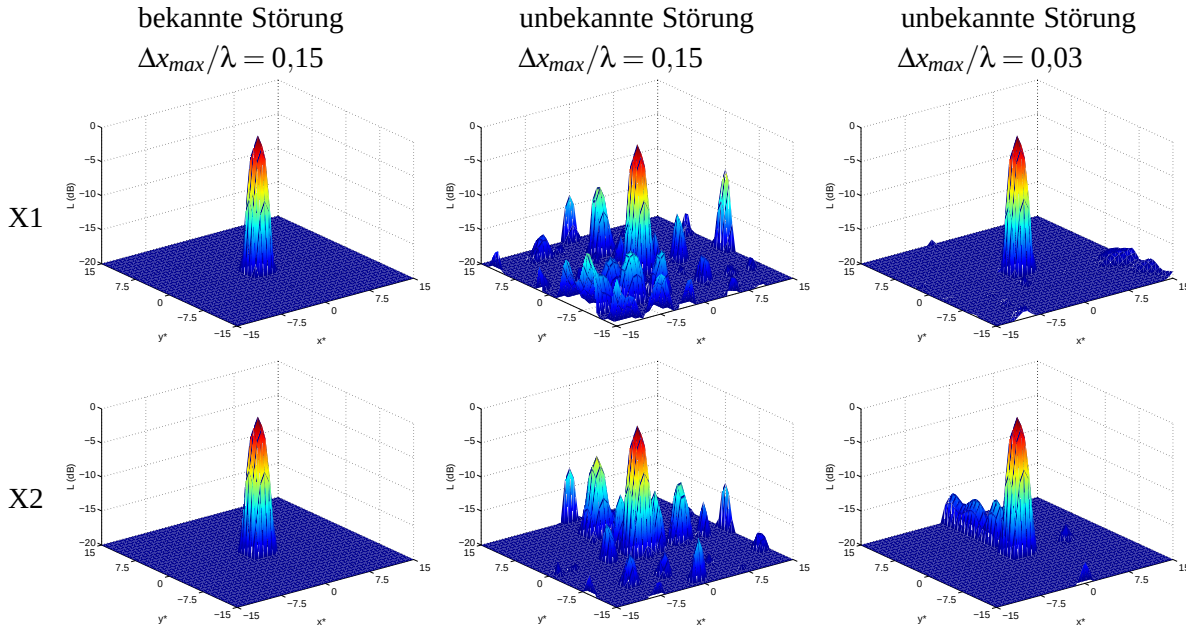


Abbildung 7.8.: Effekt von bekannten und unbekannten Störungen in der Position der Mikrofon auf das Array-Pattern der Kreuz-Arrays vom Typ X1 und X2

7.5. Beamforming im geometrischen Fernfeld

Im geometrischen Fernfeld kann das von einer Punktquelle ausgehende Schallfeld als ebene Wellen approximiert werden, wodurch die Eigenschaften des Arrays unabhängig von der Fokusposition werden. Die ebene Welle ist durch ebene Phasenfronten und die vom Ausbreitungsweg unabhängige Amplitude charakterisiert. Das Bild 7.9 zeigt Phasenbeziehung im Raum für eine unter dem Winkel α ebenen Welle mit der Wellenlänge λ . Die Phasendifferenz $\Delta\phi$ eines Mikrofons am Ort $\vec{x}$ zu einer Referenzposition $\vec{x}_0$ wird durch den Abstand $|\vec{x}_0 - \vec{x}|$ und die Einfallswinkel α und β bestimmt. Im Bild 7.9 lassen sich die Beziehungen für die Komponenten der Wellenlänge $\vec{\lambda} = (\lambda_x; \lambda_y; \lambda_z)$ ablesen.

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_x \sin\alpha \cos\beta & \lambda &= \lambda_y \sin\alpha \sin\beta & \lambda &= \lambda_z \cos\alpha \\ k_x &= \frac{2\pi}{\lambda_x} = k \sin\alpha \cos\beta & k_y &= \frac{2\pi}{\lambda_y} = k \sin\alpha \sin\beta & k_z &= \frac{2\pi}{\lambda_z} = k \cos\alpha \quad k = \omega/c \end{aligned}$$

Die Phasendifferenz zwischen den Mikrofonen eines Mikrofon-Arrays in der x-y Ebene lassen sich somit über die Komponenten k_x und k_y der Wellenzahl $\vec{k}$ und den Abstand $|\vec{x}_0 - \vec{x}|$ der Mikrofone darstellen. Durch die Definition der Referenzposition $\vec{x}_0 = (0; 0; 0)$ vereinfacht sich der Ausdruck für die Phasendifferenz $\Delta\phi = k_x x + k_y y$. Der klassische Beamformer entspricht somit einer Fourier-Transformation. Die Erweiterung für ein 2-dimensionales Mikrofon-Array entspricht einer 2-dimensionalen Fourier-

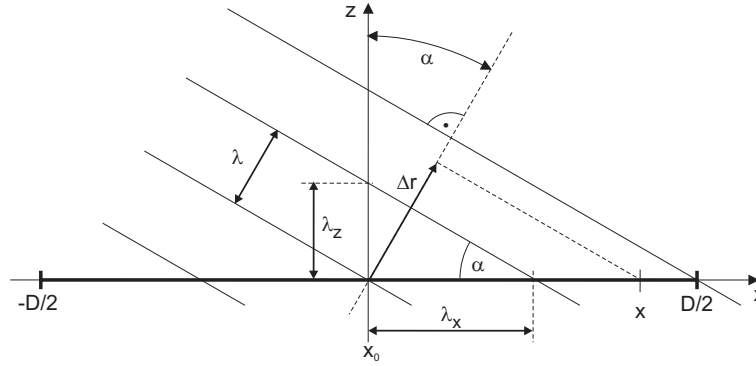


Abbildung 7.9.: Phasenbeziehung im Raum bei einer einfallenden ebenen Welle

Transformation.

$$B(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) P(k, x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy = FT\{w(x, y) P(k, x, y)\} \quad (7.10)$$

Da das Schallfeld nur im Bereich der endlichen Ausdehnung des Arrays gemessen wird, die Integrationsgrenzen aber Unendlich sind, wird das Schallfeld außerhalb des Array mittels einer Ausblendfunktion $w(x, y)$ auf Null gezwungen. Die Fourier-Transformierte des Produktes zweier Funktionen entspricht der Faltung (*) der individuellen Fourier-Transformierten. Die Fourier-Transformierte von $w(x, y)$ ist das Fernfeld-Array-Pattern des Mikrofon-Arrays.

$$FT\{w(x, y) P(k, x, y)\} = FT\{w(x, y)\} * FT\{P(k, x, y)\}$$

Da die Funktion $FT\{w(x, y)\}$ unabhängig vom Schallfeld ist, können die Eigenschaften des Array vom Schallfeld getrennt betrachtet werden. Für das Nahfeld lässt sich die Array-Antwort nicht als Faltung des Schallfeldes mit einem konstanten Array-Pattern darstellen. Der Vorteil der Fernfeld-Approximation liegt in der einfacheren analytischen Formulierung der Array-Antwort, die für viele Betrachtungen eingesetzt wird. Eine räumliche Wichtung ist äquivalent zur Wichtung bei der zeitlichen Fourier-Transformation. Die Fernfeld-Approximation wurde für die Optimierung der Mikrofonverteilung des T-Arrays eingesetzt.

Da das Schallfeld mit einem Mikrofon-Array im Raum nicht kontinuierlich abgetastet wird, muss die Diskrete-Fourier-Transformation (DFT) angewendet werden. Bei der räumlichen Diskretisierung ist das *Nyquist-Theorem* einzuhalten, nachdem der doppelte Mikrofonabstand d kleiner als die kleinste vorkommende Komponente der Wellenlänge sein muss, $\lambda_x/2 > \Delta x$ und $\lambda_y/2 > \Delta y$.

$$FT\{w(x, y)\} = W(k_x, k_y) = \sum_{m=1}^M e^{j(k_x x_m + k_y y_m)} \quad (7.11)$$

Neben der DFT für äquidistant abgetastete Signale existieren auch Methoden für nicht-äquidistant abgetastete Signale.

7.6. Optimierung der Mikrofonverteilung eines Arrays

Die Zielstellung für die Entwicklung des T-Arrays war die Lokalisation von Wirbelschleppen eines Airbus vom Typ A340 in einer Höhe von maximal $h_{max} = 200 \text{ m}$ und der Bestimmung der Spektren des Wirbelschalls mit einem kleinen mobilen System mit kurzen Installationszeiten und großem

Signal-Rausch Abstand. Das Array sollte die Differenzierung von Wirbelschall, Flugzeuglärm und Schallquellen in der Nähe der Messstelle im Frequenzbereich $f = 0,2 \dots 1$ kHz ermöglichen. Der Transport des Systems sollte mittels eines kleinen Transporters möglich sein. Entsprechend diesen Forderungen wurden ein System bestehend aus 4 Holzplatten in Sandwich-Bauweise mit den Abmessungen $1,2 \times 1,7$ m mit jeweils 32 installierten Mikrofonen entwickelt.

Die 4 Platten wurden in Form eines Tärangiert, Bild 5.5 b), wobei drei Platten den Querbalken und eine Platte den senkrechten Balken bilden. Diese Anordnung führt zu einer elliptischen Hauptkeule im *Array-Pattern*. Der längere Querbalken liegt senkrecht zur Flugrichtung und ermöglicht durch dessen höhere räumliche Auflösung die Separation der beiden Wirbel im geforderten Frequenzbereich. Die geringere Auflösung in Flugrichtung ermöglicht eine stärkere Mittlung entlang der beiden Wirbel.

Die geometrische Vorgabe durch die Array-Form und die Vorgabe von 32 Mikrofonen pro Platte macht die Optimierung der Mikrofonverteilung unter diesen Bedingungen notwendig. Das verwendete Verfahren wird im Folgenden vorgestellt. Da durch eine große Ausdehnung des Arrays eine kleine Hauptkeulenbreite erreicht werden kann, wurde zusätzlich die Auswirkung eines vergrößerten Abstandes zwischen den Platten auf das *Array-Pattern* untersucht.

7.6.1. Optimale Mikrofonverteilung

Bei der Optimierung eines Mikrofon-Arrays muss die Mikrofonverteilung und die Wichtungsfunktion bei der Auswertung betrachtet werden. Im Gegensatz zur Wichtungsfunktion kann die Mikrofonverteilung bei der Auswertung nicht dem Frequenzbereich angepasst werden. Der Mikrofonverteilung kommt daher beim Array-Entwurf eine besondere Bedeutung zu. Es kann eine Unterteilung, [79], zwischen der Optimierung i) der Wichtung von vollbesetzten regelmäßigen Arrays, die zur *Dolph-Tschebyscheff*-Wichtung führt, und ii) der Wichtung von unregelmäßigen Arrays, iii) der Optimierung der Mikrofonverteilung ohne Wichtung und iv) der gleichzeitigen Optimierung der Mikrofonverteilung und Wichtung vorgenommen. Die Mikrofonverteilung kann über die Optimierung des *Co-Array* [36] oder das *Array-Pattern* bestimmt werden. Die angewendete Optimierung basiert auf dem *Array-Pattern*.

Das Ziel ist eine Mikrofonverteilung, die eine möglichst schmale Hauptkeulenbreite und die Bedeutung der Seitenkeulen klein hält. Als Kriterien der Optimierung ist a) die Höhe der Seitenkeulen und b) die Energie unter dem *Array-Pattern* vorstellbar, die beide minimiert werden müssen [65]. Die Verbindung des ersten und zweiten Kriteriums erlaubt eine gleichzeitige Kontrolle der Energie der Seitenkeulen und der Hauptkeule und die Höhe der Seitenkeulen.

Die Bestimmung der Energie unter dem Array, die durch den Fehler ψ dargestellt wird, erfordert die Integration des quadrierten Array-Patterns im relevanten Bereich der Wellenzahl $\vec{k} = (k_x; k_y; 0)$ nach Gl.(7.12). Dabei wird zur Vereinfachung die Fernfeld-Approximation genutzt, die aufgrund des kleinen Verhältnisses der Ausdehnung des Arrays zur Quellentfernung legitim ist.

$$\psi = \int_{-k_{x \max}}^{k_{x \max}} \int_{-k_{y \max}}^{k_{y \max}} [W(k_x, k_y) W^*(k_x, k_y)] dk_x dk_y \quad \text{mit :} \quad W(k_x, k_y) = \sum_{i=1}^M e^{j(k_x x_i + k_y y_i)} \quad (7.12)$$

Durch das Einsetzen des Fernfeld-Array Patterns und das Vertauschen der Integration und Summation resultiert die Gl.(7.13).

$$\begin{aligned}
\psi &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \left[\int_{-k_x \max}^{k_x \max} e^{jk_x(x_i - x_j)} dk_x \int_{-k_y \max}^{k_y \max} e^{jk_y(y_i - y_j)} dk_y \right] \\
&= k_x \max k_y \max \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M [sp(k_x \max(x_i - x_j)) sp(k_y \max(y_i - y_j))] \quad (7.13)
\end{aligned}$$

Die Optimierung einer Mikrofonverteilung erfordert die Minimierung des Fehlers ψ . Für das Mikrofon - Array des *Deutsch - Niederländischen - Windkanals (DNW)* wurden die Mikrofone vor der Optimierung auf Kreisen verteilt und mittels eines Gradientenverfahrens auf den Kreisen so verschoben, dass der Fehler ψ minimiert wird [132]. Bei genauer Betrachtung zeigt sich jedoch, dass die Fehlerfunktion viele lokale Minima aufweist und das verwendete Gradientenverfahren nur das nächstliegende Minimum findet.

Zur Vermeidung dieses Effektes wurde eine aufwendigere Vorgehensweise gewählt, bei welcher die Anzahl der möglichen Lösungen durch die Einführung eines Rasters für die Mikrofonpositionen reduziert, aber alle diese berechnet werden. Die Rastergröße wird durch die Mikrofonabmessungen, $d=8\text{mm}$, nach unten und durch die Wellenlänge der höchsten relevanten Frequenz, $\lambda = 150\text{ mm}$, nach oben begrenzt. Um ein gutes Ergebnis bei erträglicher Rechenzeit zu ermöglichen, wurde die Rastergröße mit $\Delta x = \Delta y = 20\text{ mm}$ festgesetzt.

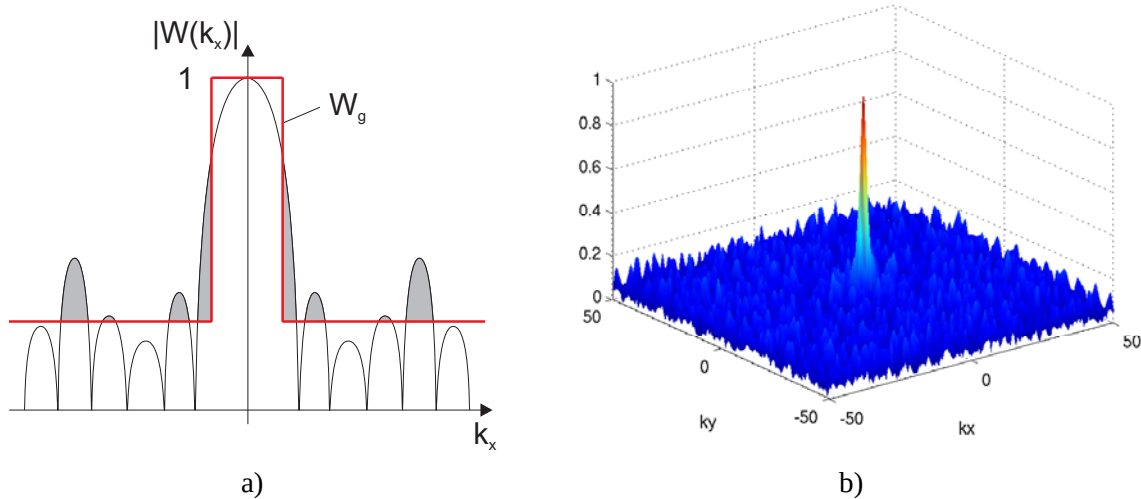


Abbildung 7.10.: a) Filterfunktion W_g für die Optimierung des *Array-Pattern* mit grau markiertem Fehler ψ ; b) *Array-Pattern* der optimierten Mikrofonverteilung des T-Arrays

Um neben der Kontrolle der Seitenkeulen auch die Breite der Hauptkeule kontrollieren zu können, wurde zusätzlich eine Zielfunktion $W_g(k_x, k_y)$ eingeführt. Der lokale Fehler e entspricht der Überschreitungen des *Array-Patterns* und wird im Gegensatz zum quadratischen Fehler mit einem variablen Exponenten α bewertet. Der Exponent erlaubt die Steuerung, in welchem Verhältnis große und kleine Abweichungen bewertet werden. Gute Ergebnisse wurden mit $\alpha = 3$ erzielt.

$$\psi = \sum_{i=1}^{K_x} \sum_{j=1}^{K_y} e_{ij} \quad \text{mit :} \quad e_{ij} = \max\{|W(k_{x_i}, k_{y_i})| - W_g(k_{x_i}, k_{y_i}); 0\}^\alpha \quad (7.14)$$

Der integrierte Fehler ψ , Gl.(7.14), ergibt sich durch die Integration des lokalen Fehlers e im relevanten Bereich der Wellenzahl $\vec{k} = (k_x; k_y; 0)$, die hier als Summation ausgeführt wird. Dazu wird in der k_x - k_y -Ebene ebenfalls ein Raster eingeführt. Die Schwingung $\cos(k_x D/2)$ mit der kleinsten Periode in der k_x - k_y -Ebene wird durch zwei Mikrofone an den Array-Grenzen $x_1 = D/2$ und $x_2 = -D/2$ bestimmt. Um den Fehler klein zu halten, sollte jede Periode mit 5 Punkten abgetastet werden. Mit $5\Delta k_x D/2 = 2\pi$ und $D = 5,1m$ ergibt sich eine Rastergröße von $\Delta k_x = \Delta k_y = 0,5m^{-1}$.

$$W(k_x) = \sum_{i=1}^M e^{jk_x x_i} = e^{-jk_x D/2} + e^{jk_x D/2} + \sum_{i=1}^{M-2} e^{jk_x x_i} \quad (7.15)$$

$$= 2 \cos(k_x D/2) + \sum_{i=1}^{M-2} e^{jk_x x_i} \quad (7.16)$$

Der verwendete Algorithmus verteilt die Mikrofone zu Beginn der Optimierung zufällig über das Array. Anschließend wird das erste Mikrofon über das Mikrofon-Array geschoben und der integrierte Fehler ψ für jede Position berechnet. Die Mikrofonposition mit dem kleinsten Fehler ψ ist die neue Mikrofonposition. Diese Prozedur wird für alle Mikrofone durchgeführt. Die gesamte Optimierung wird in einem zweiten und weiteren Iterationsschritten wiederholt. Dabei wird der Fehler ψ überwacht und die Optimierung abgebrochen, nachdem der Fehler einen stabilen Endwert erreicht.

Die Optimierung erfolgte für den Wellenzahlbereich $k_x = k_y = \pm 50m^{-1}$. Das *Array-Pattern* $|W|$, der optimierten Mikrofonverteilung ist in Bild 7.10 b) gezeigt. Die höchste Nebenkeule liegt $\Delta L = 12dB$ unter der Hauptkeule.

Ein geeigneteres Minimierungsverfahren ist das *Simulated Annealing*, das das Finden eines globalen Minimum in einem mit vielen lokalen Minima bestückten Fehlerraums erlaubt.

7.6.2. Optimale Plattenkonfiguration

Der Einfluss des Plattenabstandes auf das *Array-Pattern* wurde für die drei quer zur Flugrichtung liegenden Platten untersucht. Die Untersuchung nutzt zur Vereinfachung die Fernfeld-Approximation, die aufgrund des kleinen Verhältnisses von der Ausdehnung des Arrays zur Quellentfernung angewendet werden kann. Die Platten werden dabei als flächige Sensoren angesehen, wodurch sich das *Array-Pattern* mit Gl.(7.17) beschreiben lässt. Dabei beschreibt D_x und D_y die Ausdehnung der Einzelplatten in die x- und y-Richtungen, y_{-1} , y_0 und y_1 die Position der Mittelpunkte der Platten und k_x und k_y die Komponenten des Wellenvektors $\vec{k}$.

$$\begin{aligned} W(k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy \\ &= \left[\int_{-\frac{D_x}{2}}^{\frac{D_x}{2}} e^{jk_x x} dx \right] \left[\int_{y_{-1}-\frac{D_y}{2}}^{y_{-1}+\frac{D_y}{2}} e^{jk_y y} dy + \int_{y_0-\frac{D_y}{2}}^{y_0+\frac{D_y}{2}} e^{jk_y y} dy + \int_{y_1-\frac{D_y}{2}}^{y_1+\frac{D_y}{2}} e^{jk_y y} dy \right] \\ &= D_x D_y sp(k_x \frac{D_x}{2}) sp(k_y \frac{D_y}{2}) \left[\sum_{i=-1}^1 e^{jk_y y_i} \right] \end{aligned} \quad (7.17)$$

Aus Gl.(7.17) wird deutlich, dass die Plattenpositionen y_i keinen Einfluss auf das *Array-Pattern* in k_x -Richtung hat und damit auf die k_y -Richtung beschränkt werden kann. Das Koordinatensystem wird so gelegt, dass die äußeren Platten immer symmetrisch um den Ursprung in einer variablen Entfernung $y_1 = -y_{-1}$ liegen und die mittlere Platte y_0 beliebig verschoben werden kann. Das *Array-Pattern* lässt sich damit mit Gl.(7.18) ausdrücken.

$$W(k_y) = D_y sp(k_y \frac{D}{2}) \left[e^{jk_y y_0} + 2 \cos(k_y y_1) \right] \quad (7.18)$$

Das Bild 7.12 a) zeigt die integrierte Energie nach Gl.(7.12) unter dem *Array-Pattern* für den Helmholtz-Zahl-Bereich $k_y D = \pm 10$ als Funktion des Abstandes der äußeren Platten y_1 und der Position der inneren Platte x_0 . Es wird deutlich, dass der Fehler minimal wird, sobald es keine räumliche Überschneidung der Sensoren gibt. überlappen sich die Platten nicht, ist der Fehler konstant.

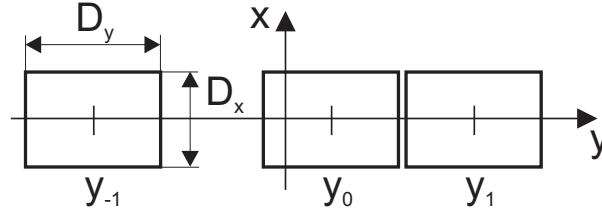


Abbildung 7.11.: mögliche Positionen der Holzplatten des Querbalkens des T-Array

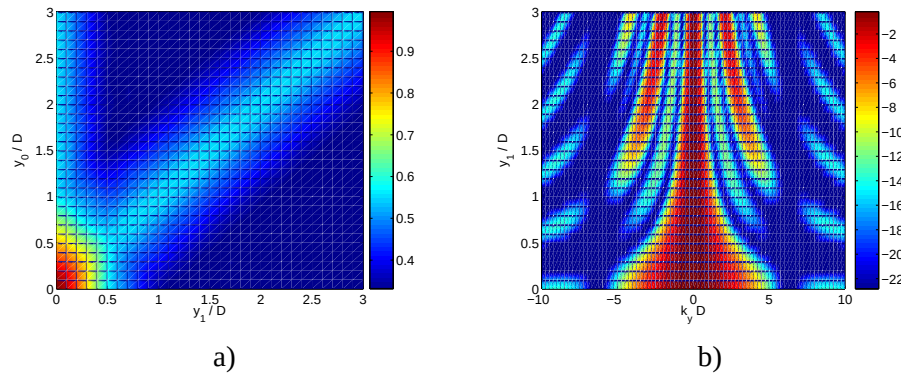


Abbildung 7.12.: integrierter Fehler ψ (normiert auf Maximum) als Funktion der Position der äußeren Platten $y_1 = -y_{-1}$ und der inneren Platte y_0 ; b) Fernfeld-*Array-Pattern* als Funktion der Position der äußeren Platten $y_1 = -y_{-1}$ bei $y_0 = 0$

Das Bild 7.12 b) zeigt die Abhängigkeit des *Array-Pattern* $W(k_y)$ vom Abstand der äußeren Platten y_1/D , wobei die innere Platte bei $x_0 = 0$ liegt. Die Farbkodierung zeigt das logarithmierte *Array Pattern* $L = 10 \log_{10} \{W(k_y)W^*(k_y)/(3 D_y)^2\}$ als Funktion von $k_y D$. Durch die Normierung mit D wird der Einfluss der Array-Größe eliminiert. Im Bild wird deutlich, dass die Hauptkeulebreite mit wachsendem y_1 abnimmt, aber die Höhe der Nebengeulen steigt. Bei $y_1/D = 1$ liegen die drei Platten nebeneinander. Da der integrierte Fehler im Bereich nicht überlappender Platten konstant bleibt, verschiebt sich die Energie unter der Hauptkeule in die Seitenkeulen. Da der vergrößerter Plattenabstand mit stark erhöhten Nebengeulen bezahlt wird und zu keiner Verbesserung des integrierten Fehlers führt, wurde die Plattenkonfiguration mit $y_1/D = 1$ gewählt, bei der die Platten nebeneinander liegen.

7.7. Bestimmung der Trajektorien von Flugzeug und Wirbelschleppe

Die Bestimmung der Trajektorie der Wirbelschleppe ist eines der Hauptanliegen eines Überwachungssystems für Wirbelschleppen an Flughäfen. Die Trajektorie des Flugzeuges liefert relevante Größen, wie die Wirbelstartposition und die Flugzeuggeschwindigkeit.

Die Trajektorie der Flugzeuge wird an Flughäfen standardmäßig mit Radar-Systemen erfasst. Für die Messung der Trajektorien von Wirbelschleppen wird zumeist LIDAR eingesetzt. Stehen diese Systeme

nicht zur Verfügung, können die Trajektorien über den vom Flugzeug und Wirbelschlepe emittierten Schall bestimmt werden. Die Verfolgung des Flugzeuges ist dabei einfach und mit wenigen Mikrofonen realisierbar, da es die einzige dominante Quelle darstellt. Die Verfolgung der Wirbelschlepe ist erheblich schwieriger, da das Flugzeug und andere Störgeräusche unterdrückt werden müssen.

Ein 2-dimensionales Mikrofon-Array weist eine viel höhere räumliche Auflösung in der Ebenen parallel zum Array als senkrecht zu diesem auf. Für die Objektverfolgung resultieren daraus eine hohe Präzision bei der Bestimmung der Raumwinkel und eine schlechte für die Entfernung. Eine hohe Auflösung senkrecht zu Mikrofonebene würde ein sehr großes Array erfordern. Für die Entfernungsschätzung mit einem kleinen Array kann die Doppler-Verschiebung bei bewegten Objekten oder die Krümmung der Wellenfronten ausgenutzt werden [119]. Eine höhere Präzision verspricht die Anwendung mehrerer kleiner räumlich getrennter Arrays bestehend aus wenigen Mikrofonen. Die Bestimmung der Trajektorien basiert auf den Laufzeitunterschieden zwischen den Mikrofonen und einem Bewegungsmodell für die Quelle [47]. Weitere Verbesserungen wurden bei der Korrelation der fokussierten Ausgangssignale der Einzel-Arrays erreicht [48]. Eine hier vorgeschlagene und getestete vereinfachte Methode basiert auf dem Einsatz mehrerer kleiner separater Arrays. Dabei wird für jedes Array ein Richtungsvektor bestimmt, die zusammen eine 3-D Lokalisierung der Quelle erlauben.

7.7.1. Bestimmung der 3D-Raumkoordinaten der Quelle

Das Verfahren basiert auf der Bestimmung eines Richtungsvektors $\underline{q}_i$ im Flächenschwerpunkt eines jeden separaten Arrays i , der jeweils in die Richtung der Quelle zeigt.

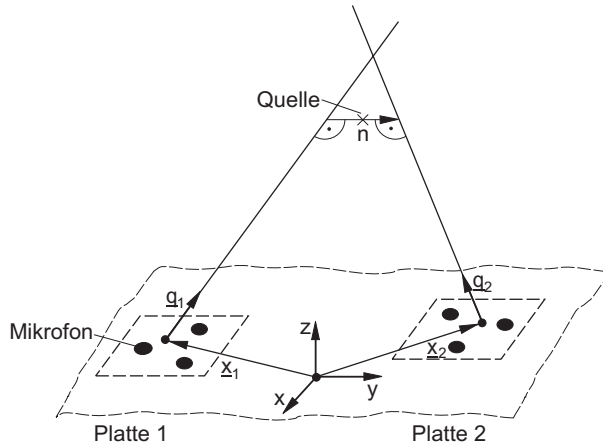


Abbildung 7.13.: Bestimmung der Quellposition mittels Triangulation

Der Schnittpunkt der durch diese Vektoren bestimmten Geraden, Bild 7.13, ist die Quellposition. Da diese Geraden bedingt durch Messfehler nur selten einen Schnittpunkt besitzen, wird die Quellposition am Mittelpunkt des kleinsten Abstandes $\underline{n}$ der Geraden angenommen. Dieser Fehlervektor steht senkrecht auf den Richtungsvektoren, $\underline{n} = \underline{q}_1 \times \underline{q}_2$. Aus Bild 7.13 lässt sich die Beziehung (7.19) ablesen, die als Gleichungssystem formuliert werden kann. Die Lösung dieses Gleichungssystems führt zu den Faktoren a_i der Richtungsvektoren, die den Schnittpunkt der Geraden mit dem Fehlervektor beschreiben.

$$\underline{0} = \underline{x}_1 + a_1 \underline{q}_1 - \underline{x}_2 - a_2 \underline{q}_2 + a_3 \underline{n} \quad \Rightarrow \quad \underline{0} = \underline{x} + \underline{A} \underline{a} \quad \Rightarrow \quad \underline{a} = \underline{A}^{-1} \underline{x} \quad (7.19)$$

$$\underline{x} = (-\underline{x}_1 + \underline{x}_2) \quad \underline{A} = \begin{pmatrix} \underline{q}_1 & \underline{q}_2 & \underline{n} \end{pmatrix} \quad \underline{a}' = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}$$

Die Quellposition $\underline{x}^s$ wird nach (7.20) in der Mitte des Fehlervektors angenommen. Die Zahl $\varepsilon = a_3$ kann als Fehlermaß aufgefasst werden.

$$\underline{x}^s = \underline{x}_1 + a_1 \underline{q}_1 + \frac{1}{2} a_3 \underline{n} \quad (7.20)$$

Für bewegte Objekte werden die Richtungsvektoren aus den Mikrofonsignalen für eine Sequenz von kleinen Intervallen bestimmt. Bei der Positionsbestimmung muss die Schallausbreitungszeit t_p für jedes Intervall berücksichtigt werden. In den folgenden Beispielen wurden dementsprechend die Zeitachse nach der Positionsbestimmung mit $t' = t - t_p$ korrigiert. Ohne diese Korrektur werden zu geringe Geschwindigkeitskomponenten gefunden. Der durch diese vereinfachte Berücksichtigung der Ausbreitungszeit gemachte Fehler wird am kleinsten, wenn das Flugzeug zwischen den Arrays auf einer Bahn senkrecht zur Verbindungslinie zwischen den Arrays fliegt.

7.7.2. Bestimmung der Richtungsvektoren für die Flugzeugverfolgung:

Die Bestimmung der Richtungsvektoren für das Flugzeug ist mit wenigen Mikrofonen realisierbar, da nur eine dominante Quelle existiert. Es wurden Verfahren zur Berechnung der Richtungsvektoren im Zeit- und im Frequenzbereich formuliert und getestet. Die Auswertung im Zeitbereich lieferte bessere Ergebnisse, da Rauschen im Frequenzbereich nur in einem statistischen Sinn exakt dargestellt wird.

7.7.2.1. Richtungsvektoren im Zeitbereich

Das Verfahren beruht auf der Annahme ebener Wellen. Aus Bild 7.14 lässt sich für die Mikrofonkombination (i,j) die Beziehung nach Gl.(7.21) ablesen. Dabei sind t_{ij} die gemessenen Laufzeitunterschiede zwischen den Mikrofonen (i,j) mit den Koordinaten x_i, y_i, z_i und x_j, y_j, z_j . Die Komponenten s_x, s_y, s_z des *Slowness*-Vektors entsprechen den reziproken Komponenten des Vektors der Schallgeschwindigkeit. Es lässt sich ein Gleichungssystem aufstellen, das diese Beziehung für alle möglichen Mikrofonkombinationen enthält. Die Lösung dieses überbestimmten linearen Gleichungssystems für den *Slowness*-Vektor, Gl.(7.22), entspricht einer Näherung mittels dem Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate. Die Genauigkeit der Lösung wird durch die Konditionszahl der Matrix $(\underline{X}'\underline{X})$ bestimmt. Für eine Konfiguration bestehend aus einem Referenzmikrofon x_1 im Koordinatenursprung und drei weiteren auf den Koordinatenachsen in gleicher Entfernung zum Ursprung, lässt sich eine geometrische Matrix $\underline{X}$ aufstellen, die einer Einheitsmatrix entspricht. Diese Matrix besitzt die optimale Konditionszahl $\kappa = 1$. Die Komponenten des Richtungsvektors entsprechen den reziproken Komponente des normierten *Slowness*-Vektors, $\underline{q}' = (1/s_x^+, 1/s_y^+, 1/s_z^+)$ mit $\underline{s}^+ = \underline{s}/|\underline{s}|$.

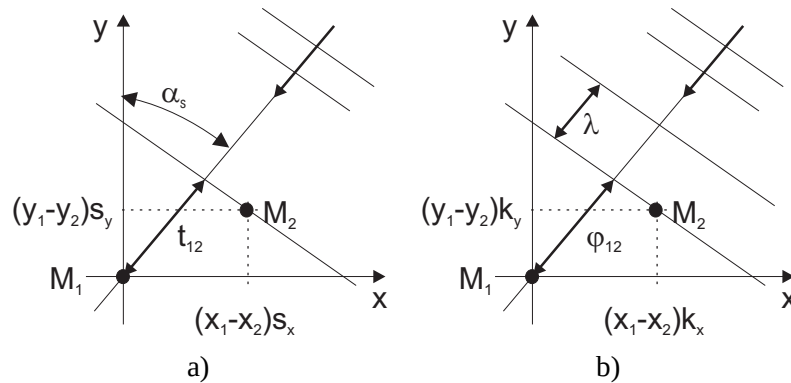


Abbildung 7.14.: Bestimmung der Richtungsvektoren im a) Zeit- und b) Frequenzbereich

$$t_{ij} = (x_i - x_j)s_x + (y_i - y_j)s_y + (z_i - z_j)s_z \quad (7.21)$$

$$\underline{t} = \underline{X} \underline{s} \Rightarrow \underline{s} = (\underline{X}' \underline{X})^{-1} (\underline{X}' \underline{t}) \quad (7.22)$$

Liegen alle Mikrofone in einer x-y Ebene, muss die dritte Spalte der Matrix $\underline{X}$ eliminiert werden. Zur Berechnung der z-Koordinate des *Slowness*-Vektors wird die Beziehung in Gl.(7.23) genutzt.

$$\frac{1}{|\underline{s}|^2} = \frac{1}{s_x^2} + \frac{1}{s_y^2} + \frac{1}{s_z^2} \Leftrightarrow |\underline{c}|^2 = c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 \quad (7.23)$$

Das Verfahren wurde in einer Simulation mit zwei Arrays mit jeweils 8 Mikrofonen und den Schwerpunkten $x_1 = (0; 0; 0)m$ und $x_2 = (0; 50; 0)m$ für eine bewegte breitbandige Quelle mit $x_0 = (0; 20; 200)m$ und $v = (80; 0; 0)m$ getestet. Die Abtastfrequenz betrug $f_s = 44kHz$ und die Intervalllänge für die Korrelationsberechnung im Zeitbereich $\Delta t = 0,11s$. Die Laufzeitdifferenz zweier Mikrofone entspricht der Lage des Maximums in der Korrelationsfunktion. Im Bild 7.15 ist a) der berechnete *Slowness*-Vektor sowie b) die Trajektorien dargestellt. Die Schwankung der Trajektorie kann durch den Einsatz eines Kalman-Filters weiter reduziert werden. Durch eine Überlappung der Intervalle für die Korrelationsberechnung oder die Auswertung für getrennte Bandbreiten durch eine vorherige Filterung lassen sich zusätzliche Punkte berechnen und somit die statistische Sicherheit erhöhen.

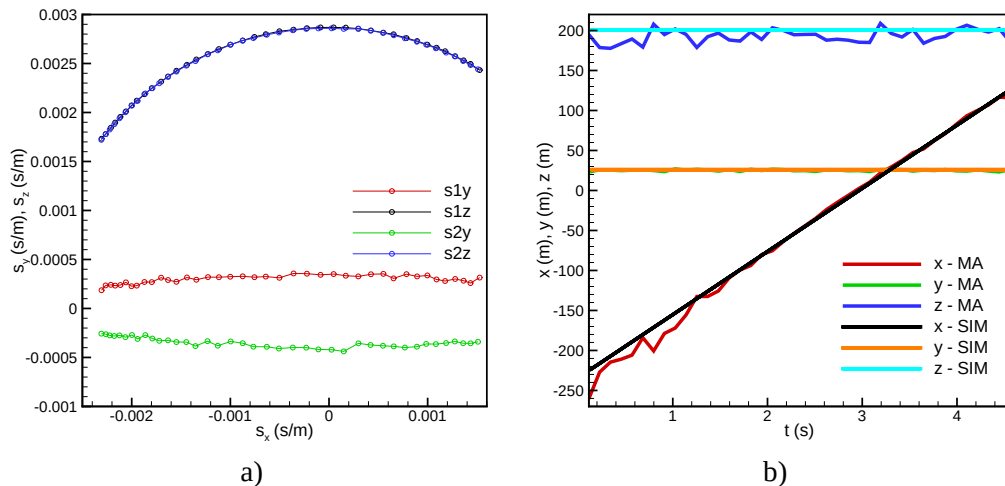


Abbildung 7.15.: Ergebnisse der Simulation einer bewegten breitbandigen Quelle, a) *Slowness*-Vektor, b) Trajektorien

Für einen zweiten Test des Verfahrens wurde die Daten der Messung II in Tarbes, 2002, an einem Flugzeug vom Typ A340 genutzt. Die Arrays mit jeweils 32 Mikrofonen lagen im verwendeten Koordinaten bei $x_1 = (594,191,0)m$ und $x_2 = (594,246,0)m$. Die Abtastfrequenz beträgt $f_s = 12820Hz$ und die Intervalllänge der Korrelationsberechnung $\Delta t = 0,19s$. Die Signale wurden vor der Korrelationsberechnung mit einem Bandpass $f = 0,5 \dots 1kHz$ gefiltert. Im Bild 7.16 ist a) der berechnete *Slowness*-Vektor sowie b) die Trajektorie dargestellt. Die Ergebnisse sind gut für Positionen des Flugzeuges über dem Array und verschlechtern sich mit wachsendem Abstand. Der große laterale Versatz der Trajektorie zu den Mikrofonen macht sich bei den *Slowness*-Vektoren durch nur positive Werte von s_y bemerkbar und führt auch zu schlechteren Ergebnissen. Der tendenzielle Anstieg in den y,z-Koordinaten der Trajektorie ist vermutlich auf die Unsicherheit bezüglich der genauen Lage der Arrays zurückzuführen. Eine weitere Fehlerquellen liegt in der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus der die z-Komponente des *Slowness*-Vektor resultiert. Beim Einsatz von 3-D Arrays kann diese Komponente direkt bestimmt

werden. Die unterschiedlichen Schallausbreitungszeiten von der Quelle zu den Arrays wurde nicht berücksichtigt, was ebenfalls zu Fehlern in der Trajektorie führt. Die Höhe und die Geschwindigkeit des Flugzeuges können mit diesem Verfahren ausreichend genau bestimmt werden. Für die Kalibrierung der Position der Arrays wird der Einsatz einer Kalibrationsquelle mit bekannter Position vorgeschlagen.

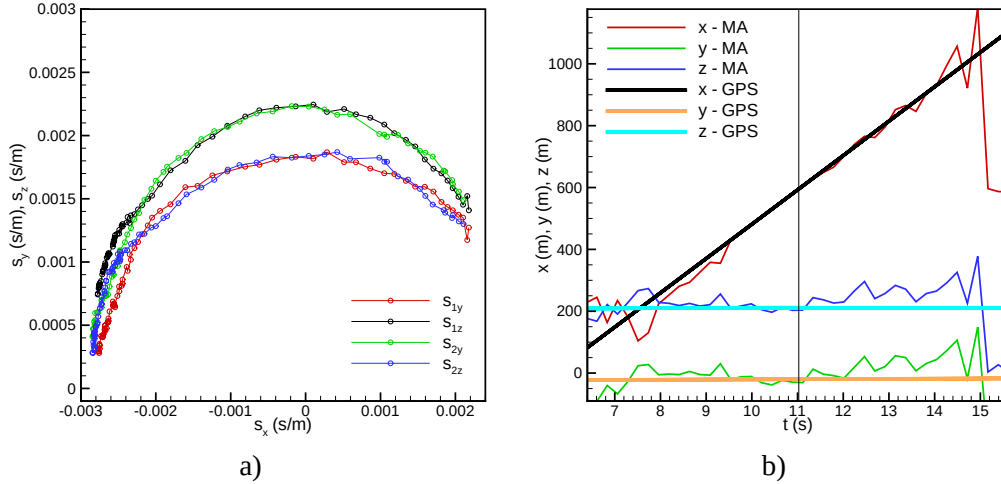


Abbildung 7.16.: Ergebnisse für einen Überflug eines Flugzeuges vom Typ A340 in Tarbes, a) Slowness-Vektor, b) Trajektorien

7.7.2.2. Richtungsvektoren im Frequenzbereich

Die Laufzeitunterschiede zwischen zwei Mikrofonen (i, j) entsprechen im Frequenzbereich einem Phasenunterschied, der aus dem Kreuzspektrum der Mikrofon abgelesen werden kann. Unter der Annahme ebener Wellen ist das Kreuzspektrum mit Gl.(7.24) darstellbar.

$$P_i P_j^* = A e^{-j(k_x(x_i^m - x_j^m) + k_y(y_i^m - y_j^m) + k_z(z_i^m - z_j^m))} \quad (7.24)$$

Mit den gemessenen Phasendifferenzen von mehr als zwei Mikrofonpaaren lässt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem aufstellen, mit dem die Komponenten des Wellenvektors $\underline{k}$ bestimmt werden. Die Komponenten des Richtungsvektors entsprechen den Komponenten des normierten Wellenvektors, $\underline{q}' = (k_x^+, k_y^+, k_z^+)$ mit $k^+ = \underline{k}/|\underline{k}|$.

$$\varphi_{ij} = (x_i - x_j)k_x + (y_i - y_j)k_y + (z_i - z_j)k_z \quad (7.25)$$

$$\underline{\varphi} = \underline{X} \underline{k} \Rightarrow \underline{k} = (\underline{X}' \underline{X})^{-1} (\underline{X}' \underline{\varphi}) \quad (7.26)$$

Liegen alle Mikrofone in einer x-y Ebene, muss die dritte Spalte der Matrix $\underline{X}$ eliminiert werden. Die z-Koordinate des Wellenvektors wird mit der Beziehung nach Gl.(7.27) berechnet.

$$|\underline{k}|^2 = (\omega/c)^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (7.27)$$

7.7.3. Bestimmung der Richtungsvektoren für die Wirbelverfolgung

Um die Richtungsvektoren für die Wirbelschlepe zu bestimmen, müssen die Quellverteilungen mittels Beamforming für mindestens zwei getrennte Arrays berechnet werden. Die Richtungsvektoren $\underline{q}$ werden durch die Quellposition (x_q, y_q) in der Quellverteilung und der Höhe der Fokusebene z_q gegeben, $\underline{q}' = (x_q, y_q, z_q)/|(x_q, y_q, z_q)|$.

Im Versuch wurde ein kleines Array in ca. 100m Abstand zum Hauptarray positioniert. Die Auswertungen zeigten jedoch, dass das kleine Array nicht in der Lage war, die Wirbel zu lokalisieren. Ein Test des Verfahrens war damit nicht möglich.

7.8. Detektion von Wirbelschleppen mittels Mikrofon-Array

Mit den Messungen konnte nachgewiesen werden, dass die Schallquellen einer Wirbelschleppe nahe an den Wirbelkernen liegen. Diese Erkenntnis erlaubt die Detektion von Wirbelschleppen in den mittels Mikrofon-Arrays bestimmten Quellverteilungen.

7.8.1. Bestimmung der Wirbel-Trajektorien mittels Kalman Filter

Es wird ein Absinken der Wirbel und eine seitliche Bewegung durch einen möglichen Seitenwind bei konstantem Wirbelabstand erwartet. In Bodennähe wächst der Wirbelabstand schnell an. Die Bewegung der Wirbel kann als leicht beschleunigte Bewegung, Gl.(7.28), modelliert werden, wobei die Beschleunigung der Wirbel beim Absinken durch einen höhenabhängigen Seitenwind verursacht werden kann. Dabei repräsentiert $x(k-1)$ die Wirbelposition, $\dot{x}(k-1)$ die Wirbelgeschwindigkeit in y-Richtung und $\ddot{x}(k-1)$ die Beschleunigung zum diskreten Zeitpunkt $(k-1)$ und $x(k)$ die Wirbelposition zum nächsten Zeitpunkt (k) . Die Zeitschrittweite der Diskretisierung ist Δt .

$$x(k) = \frac{\ddot{x}(k-1)}{2} \Delta t^2 + \dot{x}(k-1) \Delta t + x(k-1) + w(k-1) \quad (7.28)$$

Wird die Wirbelbewegung als System verstanden, kann die Wirbelposition, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zu einem Zustandsvektor $\underline{x}'(k-1) = (x(k-1), \dot{x}(k-1), \ddot{x}(k-1))$ zusammengefasst werden. Das Systemrauschen $w(k-1)$ beschreibt eine leichte, zufällige und zeitlich variable Beschleunigung durch Variation des Seitenwinds. Damit ergibt sich $w(k-1) = \sigma_a (\Delta t^2/2; \Delta t; 1)$, wobei σ_a die Standardabweichung der Beschleunigung ist.

Die Trajektorien der Wirbel werden aus den mit einem Mikrofon-Array als Funktion der Zeit bestimmten Quellverteilungen senkrecht zum Flugpfad $b(\Delta y, \Delta t)$ ermittelt. Die momentane Höhe des Array-Fokus $y_3(\Delta t)$ wird dabei durch die Flugzeughöhe zum Zeitpunkt des Überfluges und der theoretischen Sinkgeschwindigkeit des Wirbelpaares v_z vorgegeben. Die Trajektorien der Flugzeuge wurden in den Messungen als GPS oder RADAR Daten vom Flughafen bereitgestellt oder mittels Laser-Entfernungsmessung bestimmt. Die aktuelle Position der Wirbelschleppe $y_2(\Delta t)$ wird am Ort der maximalen Quellstärke angenommen.

Bei der Ausgleichsrechnung nach *Gauß* für eine Messgleichung $\underline{y} = \underline{D}\underline{x}$ wird der Schätzwert $\hat{\underline{x}}$ bestimmt. Durch die Minimierung des quadratischen Fehlers $(\underline{y} - \underline{D}\hat{\underline{x}})(\underline{y} - \underline{D}\hat{\underline{x}})^T \rightarrow \min(\hat{\underline{x}})$ erhält man $\hat{\underline{x}} = (\underline{D}'\underline{D})^{-1}\underline{D}'\underline{z}$. Die erweiterte Ausgleichsrechnung (*Markovsche Verallgemeinerung*) erlaubt eine Messgleichung mit additiven Rauschen $\underline{z} = \underline{D}\underline{x} + \underline{v}$, wobei das Rauschen $\underline{v}$ mittelwertfrei und zeitlich unkorreliert ist. Durch die Minimierung erhält man $\hat{\underline{x}} = (\underline{D}\underline{R}^{-1}\underline{D})^{-1}\underline{D}'\underline{R}^{-1}\underline{y}$. Dabei ist $\underline{R}$ die Kovarianzmatrix des Messfehlers $\underline{v}$, $\underline{R} = E\{\underline{v}\underline{v}'\}$. Die Matrix $\underline{R}$ muss bekannt und eine reelle, symmetrische sowie positiv definite Matrix sein.

Das Kalman-Filter ist das Standardwerkzeug zur Objektverfolgung, [130], und basiert auf einer rekursiven Formulierung der Ausgleichsrechnung. Das Verfahren lässt sich für lineare oder linearisierbare dynamische Systeme einsetzen. Das lineare dynamische System wird durch die Systemgleichung und die Messgleichung beschrieben. Die Systemgleichung, Gl.(7.29), ergibt sich aus der Modellierung, Gl.(7.28), mit dem Systemrauschen $\underline{w}(k)$. Die Messgleichung, Gl.(7.30), beschreibt den Messwert $y(k)$, hier die Wirbelposition, mit dem Zustandsvektor $\underline{x}(k)$, der Matrix $\underline{C}(k)$ und einem Messrauschen $\underline{v}(k)$. Das System wird als *Gauß-Markov-Prozess* betrachtet, bei dem der Systemzustand $x(k)$

nur von Zustand $\underline{x}(k-1)$ abhängt und die Rauschprozesse $\underline{w}(k)$ und $\underline{v}(k)$ gleichverteilt, mittelwertsfrei und zeitlich unkorreliert sind. Die zugehörigen Kovarianzmatrizen sind $\underline{Q}(k) = E\{\underline{w}(k)\underline{w}'(k)\}$ und $\underline{R}(k) = E\{\underline{v}(k)\underline{v}'(k)\}$.

$$\text{Systemgleichung : } \underline{x}(k) = \underline{A}(k-1) \underline{x}(k-1) + \underline{w}(k-1) \quad (7.29)$$

$$\text{Messgleichung : } \underline{y}(k-1) = \underline{C}(k-1) \underline{x}(k-1) + \underline{v}(k-1) \quad (7.30)$$

Die Matrix $\underline{A}(k-1)$ verknüpft den Zustandsvektor $\underline{x}(k)$ zum Zeitpunkt (k) mit dem alten zum Zeitpunkt $(k-1)$. Für die Wirbelverfolgung ergeben sich die Mess- und Systemgleichung nach Gl.(7.31). Da nur die Position des Wirbels aus der Quellverteilung bestimmt wird, ist die Messgleichung eindimensional. Das Messrauschen wird durch die räumliche Auflösung der berechneten Quellverteilung und den Wechsel des Maximums in der Quellverteilung zwischen dem linken und rechten Wirbel bestimmt.

$$\text{Systemgleichung : } \begin{bmatrix} x(k+1) \\ \dot{x}(k+1) \\ \ddot{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{1}{2}\Delta t^2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \\ \ddot{x}(k) \end{bmatrix} + \underline{w}(k) \quad (7.31)$$

$$\text{Messgleichung : } y(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ \dot{x}(k+1) \\ \ddot{x}(k+1) \end{bmatrix} + v(k) \quad (7.32)$$

Der tatsächliche Systemzustand $\underline{x}(k)$ muss durch den geschätzten $\hat{\underline{x}}(k)$ ersetzt werden, da zu keinem Zeitpunkt exaktes Wissen über das System vorliegt. Der Schätzfehler $\tilde{\underline{x}}(k) = \underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}(k)$ wird in der Kovarianzmatrix $\underline{P}(k) = E\{\tilde{\underline{x}}(k)\tilde{\underline{x}}'(k)\}$ zusammengefasst. Durch die Kalman-Filterung werden Diagonalelemente der Kovarianzmatrix $\underline{P}(k)$, die Fehlervarianzen $E\{\tilde{x}_i^2\}$, minimal. Der Rekursionsalgorithmus des Kalman-Filters besteht aus zwei Schritten:

1. *Extrapolation des neuen Systemzustandes $\underline{x}^*(k) = \underline{A}(k-1) \hat{\underline{x}}(k-1)$ aus dem alten Schätzwert für den Systemzustand $\hat{\underline{x}}(k-1)$ ohne Systemrauschen $\underline{w}$* - Die Extrapolation basiert auf dem bis zum Zeitpunkt $(k-1)$ gesammelten Wissen über das System.
2. *der Korrektur des extrapolierten Zustandes $\underline{x}^*(k)$ mit dem neuen Messwert $\underline{y}(k)$* - Nach der Messung wird die Differenz zwischen dem erwarteten $\underline{C}\underline{x}^*(k)$ und dem gemessenen Wert $\underline{y}(k)$ bestimmt. Diese Differenz wird mit der Verstärkungsmatrix $\underline{K}(k)$ gewichtet und zur Korrektur des extrapolierten Systemzustandes $\underline{x}^*(k)$ nach Gl.(7.34) genutzt. Es ergibt sich der neue Schätzwert $\hat{\underline{x}}(k)$.

Für die Bestimmung der Verstärkungsmatrix $\underline{K}(k)$, Gl.(7.36), muss ebenfalls die Kovarianzmatrix des Schätzfehler $\underline{P}^*(k)$ extrapoliert werden. Die Extrapolation für den Zeitpunkt (k) erfolgt nach Gl.(7.35). Nach der Korrektur des Systemzustandes wird abschließend die neue Kovarianzmatrix $\underline{P}(k)$ mit Gl.(7.37) ermittelt.

$$\text{Schätzung : } \underline{x}^*(k) = \underline{A}(k-1) \hat{\underline{x}}(k-1) \quad (7.33)$$

$$\text{Korrektur : } \hat{\underline{x}}(k) = \underline{x}^*(k) + \underline{K}(k)\{\underline{y}(k) - \underline{C}(k)\underline{x}^*(k)\} \quad (7.34)$$

$$\text{mit } \underline{P}^*(k) = \underline{A}(k-1)\underline{P}(k-1)\underline{A}'(k-1) + \underline{Q}(k-1) \quad (7.35)$$

$$\underline{K}(k) = \underline{P}^*(k)\underline{C}'(k)\{\underline{C}(k)\underline{P}^*(k)\underline{C}'(k) + \underline{R}(k)\}^{-1} \quad (7.36)$$

$$\underline{P}(k) = \underline{P}^*(k) - \underline{K}(k)\underline{C}(k)\underline{P}^*(k) \quad (7.37)$$

Als Startwerte für den Zustandsvektor $\hat{\underline{x}}(k-1)$ wurde die y-Koordinate der Position des Flugzugs beim Array-Überflug $x_{2\text{ FZ}}(t_0)$ und die Windgeschwindigkeit in y-Richtung $v_{y\text{ Wind}}(t_0)$ genutzt. Gute Ergebnisse für die Trajektorien wurden mit einer Standardabweichung des Beschleunigungsfehler (Systemrauschen) von $\sigma_a = 1\text{m/s}^2$ und des Messfehlers von $\sigma_y = 50\text{m}$ erzielt. Die Kovarianzmatrix des

Systemrauschen $\underline{Q}$ ist durch Gl.(7.38) und des Messrauschens durch $R = \sigma_y^2$ gegeben. Die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $\underline{P}$ wird in der Literatur mit $\underline{P} = \underline{Q}$ initialisiert.

$$\underline{Q} = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}\Delta t^4 & \frac{1}{2}\Delta t^3 & 0 \\ \frac{1}{2}\Delta t^3 & \Delta t^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.38)$$

Die besten Ergebnisse wurden mit verhältnismäßig großen Standardabweichungen für das System- und Messrauschen erzielt. Dadurch kann das Filter auf Änderungen in der Trajektorie schnell reagieren und wahrscheinliche Fehler bei den Startwerten werden schnell kompensiert. Um die geschätzte Trajektorie auch dann stabil zu halten, wenn die Wirbel in der Quellverteilung nicht zu erkennen sind, wurde für die Messwerte $y(k)$ eine Zusatzbedingung eingeführt. Danach wird ein Messwerte akzeptiert, wenn dieser weniger als 80m vom erwarteten Wert entfernt liegt. Andernfalls wird der Messwert mit dem erwarteten Wert gleichgesetzt.

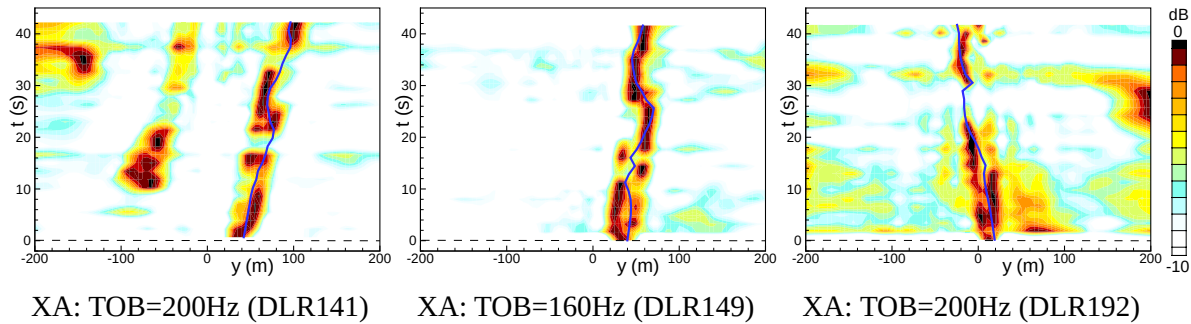


Abbildung 7.17.: Schallquellverteilung in verschiedenen Terzbänder hinter verschiedenen Flugzeugtypen mit eingezeichnet Trajektorie in der y-t-Ebene

Im Bild 7.17 werden die Schallquellverteilung über dem Mikrofon-Array nach dem überflug verschiedener Flugzeugtypen gezeigt. Die mittels des Kalman-Filters bestimmten Trajektorien in der y-t-Ebene sind als blaue Linie eingezeichnet.

Der Kalman-Filter wurde mit der Position des Flugzeuges und dem Seitenwind initialisiert. Die Trajektorien bewegen sich zwischen den Wirbeln und werden verzögert durch die Position des dominanten Wirbels im Zeitabschnitt bestimmt. Ein kurzzeitiger Verlust der Dominanz der Wirbelschlepe in der Quellverteilung wird durch den Filter ausgeglichen.

8. Zusammenfassung der Ergebnisse und Erfahrungen

Die vorgestellte Arbeit diente der Untersuchung von drei in der Einleitung formulierten Thesen, die im Folgenden wiederholt und mit gewonnenen Ergebnissen bestätigt werden sollen.

- *1. Wirbelschleppen erzeugen Schall und sind mit Mikrofon-Arrays lokalisierbar.*
In einer numerischen Untersuchung wurde gezeigt, dass bei der Interaktion von primären und sekundären Wirbelstrukturen Schall erzeugt wird. Die dominanten Schallquellen wurden in der Nähe der Kerne der primären Wirbelstrukturen vorausgesagt. Die experimentellen Untersuchungen an zivilen Flugzeugen haben gezeigt, dass Wirbelschleppen mit Mikrofon-Arrays lokalisierbar sind und die dominanten Schallquellen in der Nähe der Kerne der Hauptwirbel zu finden sind. Damit lassen sich die Wirbelposition und der Wirbelabstand bestimmen.
- *2. Das Spektrum der Schallemission erlaubt die Bestimmung charakteristischer Größen der Wirbelschleppen*
Die numerische Untersuchung hat gezeigt, dass bei der Interaktion von primären und sekundären Wirbelstrukturen Schall erzeugt wird. Gelangen sekundäre Strukturen in die Nähe der Kerne der primären Strukturen, werden sie stark beschleunigt und rotieren mit annähernd der Rotationsfrequenz der primären Kerne um diese. Da die Beschleunigung der sekundären Wirbelstrukturen in der Nähe der Kerne der primären Strukturen am stärksten ist, lassen sich dort auch die dominanten Schallquellen finden. Der maximale Schalldruckpegel wurde bei einer Frequenz $f_a = 0,82 f_r$ gefunden, wobei f_r die Rotationsfrequenz der Kerne der primären Wirbel darstellt. Bei Vernachlässigung des Faktors lässt sich nach der einfachen Beziehung Gl.(8.1) bei Kenntnis des Kernradius die Zirkulation abschätzen.

$$f_a \approx f_r = (2\pi r_c)^2 / \Gamma \quad (8.1)$$

In den experimentellen Untersuchungen wurden zwei Maxima in den Spektren des Wirbelschalls gefunden. Das höherfrequente Maximum konnte der Wirbelschleppe durch die Lokalisierung mittels Mikrofon-Arrays zugeordnet werden. Der Ursprung des tieferfrequenten Maximums konnte nicht lokalisiert werden, da das eingesetzte Mikrofon-Array zu klein war.

Die Berechnung der Kernradien für das höherfrequente Maximum nach Gl.(4.17) ergab für die Flugzeugtypen B737 und B757 Kernradien von $r_c/B = 0,006 \dots 0,009$, die kleiner als in der Literatur aufgeführten Kernradien sind. Für das tieferfrequente Maximum ergaben sich realistische Werte von $r_c/B = 0,021 \dots 0,025$

- *3. Die Schallemission ist eine geeignete Größe für ein Wirbel-Warnsystem auf Flughäfen.*
Der untersuchte Mechanismus der Schallerzeugung in Wirbelschleppen erscheint robust und über den gesamten Lebenszyklus der Wirbelschleppe vorhanden. Die Wirbel konnten mit einer hohen Detektionsrate erkannt und der Transport durch einen Seitenwind bestimmt werden. Ein eindeutiger Zusammenhang des Abbruchs der Wirbelschleppe in der Quellverteilung und dem Zerfall der Wirbelschleppe konnte noch nicht nachgewiesen werden. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind nicht ausreichend, um diese These ausreichend zu untermauern. Weitere Messungen sind notwendig.

Eine Abschätzung der Schallquellstärke der Wirbel, der Leistungsfähigkeit von Mikrofon-Arrays und der Pegel von Störquellen lässt den Einsatz dieser Methode zur Wirbelüberwachung unter Flughafenbedingungen als realistisch erscheinen.

Bei den numerischen und experimentellen Untersuchungen wurden zahlreiche Erfahrungen gemacht, die im Folgenden zusammengefasst wurden, um weitere Arbeiten zum Thema zu unterstützen.

Lokalisierung:

- Die experimentellen Ergebnisse zeigten, dass Wirbelschleppen Schall emittieren und mittels der Mikrofon-Array-Technik zum größten Teil lokalisierbar sind. Das Flugzeug, als Quelle eines dominanten Störgeräuschs, lässt sich durch die Fokussierung eines Mikrofon-Arrays unterdrücken.
- Ein Mikrofon-Array erlaubt die Bestimmung der Position der Wirbelschleppe aus der Schallquellverteilung in der horizontalen x-y-Ebene als Funktion der Zeit. Die Darstellung der Quellverteilung in der y-t Ebene ermöglicht die getrennte Verfolgung der beiden Wirbel.
- Die Bestimmung der Wirbelhöhe in der Quellverteilung der vertikalen y-z-Ebene war mit den verwendeten Mikrofon-Arrays nicht möglich. Durch ein zweites versetztes Mikrofon-Array kann auch die vertikale Wirbelposition mittels Triangulation ermittelt werden. Der experimentelle Nachweis konnte jedoch nicht erbracht werden.

Schallquellen:

- Die Quellverteilungen in der x-y-Ebene zeigten lokal begrenzte kurzzeitige akustische Ereignisse entlang der Wirbelachsen.
- Die Schallquellen sind mit den Wirbelkernen verbunden und beschreiben somit deren Position. Die Wirbel konnten in den Terzbändern $40 \leq f_m \leq 630\text{Hz}$ lokalisiert werden.
- Als Ursache des Wirbelschalls wird die Interaktion von sekundären Wirbelstrukturen mit den Hauptwirbel der Wirbelschleppe und die Turbulenz am Kernradius der Wirbel angenommen. Der erste Mechanismus erzeugt Schall im Bereich der Rotationsfrequenz der Wirbel und die Turbulenz oberhalb dieses Bereiches. Die Quellen der Turbulenz sind der Abgasstrahl, die Interaktion der sekundären Wirbelstrukturen und die atmosphärische Turbulenz mit den Hauptwirbeln.
- Die Messung an einem Flugzeug vom Typ A340 zeigte, dass die Wirbel für die Reiseflug- deutlicher als für die Landekonfigurationen detektierbar waren. Als Ursache werden die kleineren Kernradien der Wirbel für die Reiseflugkonfiguration vermutet, woraus konzentrierte Schallquellen resultieren. Die kleineren Kernradien können trotz geringerer Zirkulation größere tangential Geschwindigkeiten verursachen, wodurch die Turbulenz am Kernradius stärker beschleunigt wird und nach dem u^8 -Gesetz eine stärkere Schallquelle repräsentiert.
- Die Triebwerksleistung und die Triebwerksposition, unter dem Flügel oder am Heck, zeigten in dieser Messung keinen relevanten Einfluss auf die Detektierbarkeit der Wirbelschleppen.

Schalldruckspektren des Wirbelschalls:

- Die fokussierten Spektren sollten nur auf die Hauptkeulenbreite des Mikrofon-Arrays in Richtung der Wirbelachsen normiert werden.
- Die Spektren des Wirbelschalls zeigten zwei Pegelmaxima, bei $f \approx 12\text{Hz}$ und $f \approx 100\text{Hz}$. Das zweite Maximum konnte sicher auf die Wirbel zurückgeführt werden. Die Quelle des ersten Pegelmaximums, Flugzeug oder Wirbel, konnte nicht identifiziert werden.

Zusammenhang von aerodynamischen und akustischen Größen:

- Die numerische Studie zeigte einen Zusammenhang der Rotationsfrequenz f_r des Wirbelkerns und der Frequenz f des maximalen Schalldruckpegel für den Wirbelschall, $f_r \approx f$.
- Die experimentellen Ergebnisse zeigten zwei Maxima, die je nach Größe der unbekannten Kernradien beide den erwarteten Zusammenhang repräsentieren können. Eine vermutete Verschiebung der Maxima zu tieferen Frequenzen durch die Abnahme der Zirkulation der Wirbel konnte für die Flugzeugtypen A320, CRJ2, B733 und B752 gezeigt werden. Der Verlauf der gemessenen Frequenzverschiebung entsprach für die Flugzeugtypen B733 und B752 den Erwartungen. Für die Typen A320 und CRJ2 waren die Verschiebungen stärker als erwartet.
- Der Abbruch der Wirbel in den Quellverteilungen korreliert nur in wenigen Fällen mit dem Zerfall nach den LIDAR-Daten. Es konnte kein klarer Zusammenhang von Zirkulationsverlauf und Detektierbarkeit in der Quellverteilung gefunden werden.
- Die Korrelation der Abbruchzeiten in den Quellverteilungen mit den Wetterdaten zeigte eine Abhängigkeit von der Windstärke.

Detektion und Wirbel-Warnsystem:

- Die Detektion sollte im Frequenzbereich des Pegelmaximums $f \approx 100\text{Hz}$ erfolgen.
- Die Detektion der Wirbelschleppen war bis zu einer Überflughöhe von $h \approx 200\text{ m}$ im Frequenzbereich $f < 250\text{Hz}$ möglich. Der Einfluss der atmosphärischen Turbulenz auf die Schallausbreitung wird durch die größeren Wellenlängen kleiner.
- Der Transport der Wirbelschleppe aus dem Landekorridor kann detektiert werden.
- Die Wirbel konnten mit einer Detektionsrate von $r > 80\%$ detektiert werden. Die Detektionsrate variiert mit dem Flugzeugtyp. Durch eine Optimierung kann die Detektionsrate erhöht werden.
- Wenn die sekundären Wirbelstrukturen die Ursache der Schallerzeugung sind, ist diese über die gesamte Lebenszeit der Wirbelschleppe vorhanden und stellt somit einen verlässlichen Mechanismus für die Schallerzeugung und für die Wirbeldetektion dar.
- Die Bestimmung der Zirkulation und der Kernradien muss in weiteren Messungen bestätigt werden.

9. Ausblick

Die Klärung der vermuteten Zusammenhänge von Frequenz des maximalen Schalldruckpegels im Spektrum des Wirbelschalls und der geschätzten Rotationsfrequenz am Kernradius sowie der Abbruch in der Schallquellverteilung und dem Zerfall der Wirbelschlepe bedürfen weiterer Untersuchungen.

Eine weitere Auswertung der vorhandenen Daten wird nicht empfohlen, da diese aufgrund der unzureichenden Signalqualität sehr zeitaufwendig und damit kostenintensiv wäre. Die Daten der Messkampagne in *Tarbes* überzeugten durch den Einsatz des neuen Datenerfassungssystems mit einer hohen Qualität, wurden aber mit einem zu kleinen Mikrofon-Array gemessen. Es wurde an nur einem Flugzeugtyp gemessen. Die Daten der Messkampagne in *Denver* wurden mit einem großen Mikrofon-Array, aber einem schlechteren Datenerfassungssystem, gemessen. Die Ergebnisse zeigten, dass die Bewertung des Wirbelschalls bei tieferen Frequenzen notwendig ist, was nur mit großen Mikrofon-Arrays erreicht werden kann.

Ein Erfolg versprechender Ansatz wird in der Durchführung einer weiteren Messung an einem belebten Flughafen in Deutschland gesehen. Die Kosten einer solchen Messung sind überschaubar und die Leistungsfähigkeit der neuen Datenerfassung verspricht qualitativ hochwertige Daten. Für die Auswertung der Daten wurden die grundlegenden Methoden und Instrumente in dieser Arbeit entwickelt.

Als Flughafen wird der *Flughafen München* vorgeschlagen. Im Anflugspfad liegen landwirtschaftlich genutzte Flächen in einer ausreichend großen Entfernung zu Störquellen, wie Straßen oder Bahntrassen. Entsprechend der Messung III in Denver sollte der Messort ca. 3km vor der Landeschwelle liegen, wo eine Überflughöhe der Flugzeug von $h \approx 180 \text{ m}$ erwartet wird.

Das Ziel ist die Identifizierung der Quelle des Maximum bei $f \approx 12 \text{ Hz}$ und die Korrelation der Frequenz der Maxima in den Spektren des Wirbelschalls von Einzelüberflügen mit der Zeit und den Flugzeugtypen. Die erwartete Verschiebung der Frequenz der Maxima in den Spektren als Funktion der Zeit muss nachgewiesen werden.

Es wird der Einsatz eines Mikrofon-Arrays, das die Lokalisierung der ungeklärten Quelle des Maximums bei $f \approx 12 \text{ Hz}$ im Spektrum des Wirbelschalls erlaubt, vorgeschlagen. Die beiden Wirbel sollten bei $f \approx 100 \text{ Hz}$ trennbar sein. Als obere Grenze des Frequenzbereichs wird $f \approx 400 \text{ Hz}$ vorgeschlagen. Nach den Erfahrungen der Messung III erfüllt ein Spiral- oder Kreuz-Array mit einer Ausdehnung von $D = 150 \text{ m}$ bestehend aus 160 Mikrofonen diese Forderungen.

Um die vertikale Position der Wirbel mittels Triangulation verfolgen zu können, sollte ein zweites Mikrofon-Array in ausreichender Entfernung zum ersten installiert werden. Es wird ein Kreuz-Array bestehend aus 80 Mikrofonen und einer Größe von mindestens $D = 40 \text{ m}$ vorgeschlagen. Die Zirkulation sollte über den in den Schallquellverteilungen gemessenen Wirbelabstand und die Sinkgeschwindigkeit des Wirbelpaares abgeschätzt und dessen Richtigkeit durch die Korrelation mit dem Flugzeugtyp überprüft werden.

Die meteorologischen Bedingungen, Temperatur, Wind und atmosphärische Turbulenz, sollten als Funktion der Höhe parallel gemessen werden, um den Zeitpunkt des Abbruchs in der Quellverteilung mit der Wettersituation und mit den Vorhersagen der Wirbelzerfallsmodelle korrelieren zu können.

Die Messung sollte für eine große Anzahl von Überflügen und verschiedene Flugzeugtypen durchgeführt werden, um die Zusammenhänge von Zirkulation, Kernradius und Frequenz des maximalen Schalldruckpegels studieren zu können.

Mit dem Nachweis, dass die Zirkulation und die Kernradien über den Wirbelschall bestimmt werden können, würde eine kostengünstige Messtechnik zur Verfügung stehen, die auch kleinen Forschungs-

gruppen die Untersuchung der Wirbelschlepe unter realen Bedingungen ermöglichte. Mit dem Nachweis einer veränderten Schallemission nach dem Übergang der Wirbelschlepe von der *diffuse phase* zur *rapid decay phase* würde das Verfahren alle Anforderungen an eine erfolgreiche Technologie zur Wirbeldetektion erfüllen. Die Optimierung der Mikrofon-Array-Technik oder der opto-akustischen Mikrofone würde den Einsatz dieser als ergänzendes Messsystem in Wirbel-Warnsysteme für Flughäfen erlauben.

Literaturverzeichnis

- [1] ACHESON, D.J.: *Elementary Fluid Dynamics*. Oxford Applied Mathematics and Computing Science Series, ISBN 0-19-859679-0, 1990.
- [2] BARSIKOW, B., W.F. KING und E. PFIZENMAIER: *Wheel/Rail Noise Generated by a High-Speed Train Investigated with a Line Array of Microphones*. Journal of Sound and Vibration, 118:99–122, 1987.
- [3] BELLASTRADA, C. und C. BREITSAMTER: *Effects of differentail flap settings on the wake vortex evolution of large transport aircraft*. 14th Symposium of STAB 2004, Nov 16-18, Bremen, Germany, 2004.
- [4] BELLASTRADA, C. BREITSAMTER;C. und B. LASCHKA: *Investigation of the turbulent wake vortex flow of large transport aircraft*. ICAS 2002 Congress, 2002.
- [5] BOGEY, C., C. BAILLY und D. JUVE: *Numerical Simulation of Sound Generated by Vortex Pairing in a Mixing Layer*. AIAA Journal, 38(12):2210–2218, 2000.
- [6] BÖHNING, P.: *Investigation of Aircraft Wake Vortices with Phased Microphone Arrays*. Wake Vortex Meeting, April 8-9, Berlin, 2003.
- [7] BÖHNING, P., R. BAUMANN, T. GERZ und U. MICHEL: *Numerical study of wake vortex noise using LES and an acoustical analogy method*. Euromech Colloquium No. 467 Turbulent Flow and Noise Generation", July 18-20, Marseille, France, 2005.
- [8] BÖHNING, P., L. KOOP und M. SCHULZ: *Bestimmung der Übertragungseigenschaften des Mikrofons KE4 von Sennheiser*. DLR/IB 92517-04/B8, 2004.
- [9] BÖHNING, P. und U. MICHEL: *Detektion von Wirbelschleppen Mittels Mikrofon-Arrays*. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, DGLR-2004-015, 20.-23. Sept., Dresden, 2004.
- [10] BÖHNING, P. und U. MICHEL: *Investigation of Aircraft Wake Vortices with Phased Microphone Arrays*. Wake Acoustic Test Review & Mini Workshop, Aug. 18-19, Denver, CO, US, 2004.
- [11] BOONE, M.M., N. KINNEGING und T.V.D. DOOL: *Two-dimensional noise source imaging with a T-shaped microphone cross array*. Journal of Acoustical Society of America, 108(6):2884–2890, 2000.
- [12] BOOTH, E.R. und W.M. HUMPHREYS: *Tracking and Characterization of Aircraft Wakes using Acoustic and Lidar Measurements*. AIAA Paper 2005-2964, 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, May 23-25, Monterey, Ca, USA, 2005.
- [13] BRADLEY, S.G., S. HÜNERBEIN und K. UNDERWOOD: *Operational Reliability and Accuracy of SODARs in Wing Vortex Characterisation*. 12th Conference on Aviation Range and Aerospace Meteorology, Atlanta, GA., Jan. 30, 2006.
- [14] BRISTOL, R., J. ORTEGA und Ö. SAVAS: *A Towing Tank Study of Airfoil Wake Vortices at Re of Order 10^5* . 30th AIAA fluid Dynamisc conference and June, Norfolk, Virginia, USA, 1999.

- [15] BRITT, C.L., C.W. KELLY und D.P.C. NGUYEN: *Algorithmus of Generation of Wind Turbulence Profiles from Pulsed Lidar Measurements*,. RTI Technical Report RTI/8348/010-01F, 2003.
- [16] BRITT, C.L., D.P.C. NGUYEN und G. KOCH: *Pulsed lidar measurements of aircraft wake vortices at DFW and JFK*. 37th Aerospace Science Meeting and Exhibit, Jan. 11-14, Reno, NV, USA, 1999.
- [17] BURNHAM, D.: *Characteristics of a wake-vortex tracking system based on acoustic refractive scattering*. Journal of the Acoustical Society of America, 61 (3):647–654, 1977.
- [18] BURNHAM, D., R. KODIS und T. SULLIVAN: *Observation of Acoustic Ray Deflection by Aircraft Wake Vortices*. Journal of the Acoustical Society of America, 52(1):431–433, 1972. Letter to the Editor.
- [19] BURNHAM, D.C., T.E. SULLIVAN und L.S. WILK: *Measurement of Wake Vortex Strength by Means of Acoustic Back Scattering*. Journal of Aircraft, 13 (11):889–897, 1976.
- [20] CAMPBELL, S.D., T.J. DASEY, R.E. FREEHART, R.M. HEINRICHS, M.P. MATTHEWS und G.H. PERRAS: *1995 Wake Vortex Testing Program at Memphis, TN*, 1996.
- [21] CANADA, ATAC THE AIR TRANSPORT ASSOCIATION OF: *Aircraft Operating Statistics 1999*. http://www.atac.ca/en/aviation_facets/operating_stats.html, 1999.
- [22] CAPON, J.: *High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis*. Proceedings of the IEEE, Vol. 57(8):1408–1418, 1969.
- [23] CORJON, A., D. DARRACQ, S. CHAMPAGNEUX, G. GACHERIEU und T. SCHOENWALD: *Simulation of Aircraft in High-Lift Configuration*. 17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Norfolk, Virginia, 1999.
- [24] CORJON, A., D. DARRACQ, S. CHAMPAGNEUX und F. LAPORTE: *Wake Roll-Up Simulation up to Far-Field*. 17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Norfolk, Virginia, 1999.
- [25] COUSTOLS, E., E. STUMPF, L. JACQUIN, F. MOENS, H. VOLLMERS und T. GERZ: *Minimized Wake: a Collaborative Research programme on Aircraft Wake Vortices*. 37th Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, NV, USA, 6-9 Jan., 2003.
- [26] CROUCH, J.D.: *Instability and transient growth for two trailing vortex pairs*. Journal of Fluid Mechanics, 350:311–330, 1997.
- [27] CROUCH, J.D., G.D. MILLER und P.R. SPALART: *An-active control system for break-up of airplane trailing vortices*. AIAA Journal, 39(12):2374–2381, 2001.
- [28] CROW, S.C.: *Stability theory for a pair of trailing vortices*. AIAA Journal, 8:2172–2179, 1970.
- [29] CURLE, N.: *The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound*. Proceedings of the Royal Society of London, A231:505–514, 1955.
- [30] D. BURNHAM, R.P. RUDIS und S. ABRAMSON: *Performance of RASS Vortex Detection/Measurement System*. DOT Volpe National Transportation Systems Center, DOT-VNTSC-FAA-99-10, 1999.
- [31] DELISI, D.P., G.C. GREENE, R.E. ROBINS, D.C. VICROY und F.Y. WANG: *Aircraft Wake Vortex Core Size Measurements*. 21th AIAA/CEAS Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2003-3811, FL, Orlando, USA, June 23-26, 2003.

- [32] D.H.JOHNSON und D.E.DUDGEON: *Array signal processing: concepts and techniques*. P T R Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.
- [33] DOUGHERTY, R. P.: *Extentions of DAMAS and Benefits and Limitations of Deconvolution in Beamforming*. 11th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, AIAA-2005-2961, Monterey, CA, USA, May 23-25, 2005.
- [34] DOUGHERTY, R., F. WANG, E. BOOTH, M. WATT, N. FENICHEL und R. D'ERRICO: *Aircraft Wake Vortex Measurements at Denver International Airport*. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 2004-2880, Manchester, UK, May 10-12, 2004.
- [35] DOUGHERTY, R.P.: *Spiral-shaped array for broadband imaging*. US Patent No. 5838284, 1998.
- [36] DOUGHERTY, R.P.: *Advanced Time-domain Beamforming Techniques*. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 2004-2955, Manchester, UK, May 10-12, 2004.
- [37] DUBS, F.: *Aerodynamik der reinen Unterschallströmung*. Verlag Birkhäuser, 1966.
- [38] EHRENFRIED, K.: *Strömungsakustik*. Mensch und Buch Verlag, 2003. ISBN 3-89820-699-8.
- [39] ELIAS, G.: *Source Localisation with a Two-Dimensional Focused Array: Optimal Signal Processing for a Cross-Shaped Array*. Inter-Noise 95, Newport Beach, USA, July 10-12, 1995.
- [40] ELSENAAR, B.: *A Review of five WakeNet Workshops*. Vortrag, Toulouse, 17-18 June, 2002.
- [41] ELSENAAR, B.: *The Vortex Life Time from the Memphis Data and some implications*. WakeNet2-Europe, Langen, Germany, November 30, 2002.
- [42] EUROPEAN ORGANISATION FOR THE SAFETY OF AIR NAVIGATION: *Standard Inputs for Eurocontrol Cost Benefit Analyses*. <http://www.eurocontrol.int/eatm/gallery/content/public/library/CBA-standard-values.pdf>, 2005.
- [43] FAA, EUROCONTROL: *A Concept Paper for Separation Safety Modeling*. http://www.faa.gov/asd/ia-or/pdf/1998-05_separation_safety_modeling.pdf, 1998.
- [44] FABRE, D. und L. JACQUIN: *Stability of a four-vortex aircraft wake*. Physics of Fluid, 12(10):2438–2443, 2000.
- [45] FABRE, D. und A. LOOF L. JACQUIN: *Optimal pertubations in a four-vortex aircraft wake in counter-rotating configuration*. Journal of Fluid Mechanics, 451:319–328, 2002.
- [46] FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION: *Impact of Weight Changes on Aircraft Fuel Consumption*. <http://apo.faa.gov/arcc/Research.htm>, 1998.
- [47] FERGUSON, B. G.: *Time-delay estimation techniques applied to the acoustic detection of jet aircraft transits*. Journal of Acoustical Society of America, 106(1):255–264, 1999.
- [48] FERGUSON, B. G. und K. W. LO: *Turboprop and rotory-wing aircraft flight parameter estimation using both narrow-band and broadband passive acoustic signal-processing methods*. Journal of Acoustical Society of America, 108(4):1763–1770, 2000.
- [49] FINE, N.E. und D.. KRING: *Opto-Acoustic Tracking of Aircraft Wake Vortices*. 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 2005-2965, Monterey, Ca, USA, May 23-25, 2005.

- [50] FLIGHT SAFETY TECHNOLOGIES, INC.: *Project SOCTRATES, Phase I. Draft Final Version, Executive Summary*, 1999.
- [51] FLIGHT SAFETY TECHNOLOGIES INC., LOCKHEED MARTIN, ANTEON CORPOATION: *SOC-TRATES, Wake Vortex Turbulence Detection System, Langley AFB Test Final Report, Subtask 5E*. April 15, 2001.
- [52] FRECH, M. und T. ZINNER: *Concept of wake Vortex Behaviour Classes*. Journal of Aircraft, 41(3):564–570, 2004.
- [53] GEORGES, T.M.: *Acoustic Ray Path through a Model Vortex with Viscous Core*. Journal of the Acoustical Society of America, 51:206–209, 1972.
- [54] GERZ, T.: *persönliche Mitteilung*. November 2005.
- [55] GERZ, T. und F. HOLZÄPFEL: *Wing-Tip Vortices, Turbulence, and the Distribution of Emission*. AIAA Journal, 37(10):1270–1276, 1999.
- [56] GERZ, T., F. HOLZÄPFEL und D. DARRACQ: *Commercial aircraft wake vortices*. Progress in Aerospace Sciences, 38:181–208, 2002.
- [57] GREENBLATT, D., L. MELTON, C. YAO und J. HARRIS: *Active Control of a Wing Tip Vortex*. 23rd AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA-2005-4851, Toronto, Ontario, June 6-9, 2005.
- [58] GREENE, G.C.: *An Approximate Model of Vortex Decay in the Atmosphere*. Journal of Aircraft, 33(3):566–573, 1986.
- [59] GUERIN, S., U. MICHEL, H. SILLER, U. FINKE und G. SAUERESSIG: *Airbus A319 Database from Dedicated Flyover Measurements to Investigate Noise Abatement Procedures*. 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA-2005-2981, Monterey, California, May 23-25, 2005.
- [60] H. A. SILLER, U. MICHEL und F. ARNOLD: *Investigation of aero-engine core-noise using a phased microphone array*. AIAA-2001-2269, 2001. AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, 7th, Maastricht, Netherlands, May 28-30, 2001.
- [61] HARDIN, J.C., F.Y. WANG und H. WASSAF: *Sound Generation by Aircraft Wake Vortices Interacting with the Ground Plane*. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA/CEAS Paper, Manchester, UK, May 10-12, 2004.
- [62] HARRIS, M., R.I. YOUNG, F. KÖOP, A. DOLFI und J.P. CARIOU: *Wake vortex detection and monitoring*. Aerospace Science and Technology, 6:325–331, 2002.
- [63] HAVERKAMP, S., G. NEUWERTH und D. JACOB: *Active and passive vortex wake mitigation using control surfaces*. Aerospace Science and Technology, 9:5–18, 2005.
- [64] HEYES, A.L. und D.A. SMITH: *Modification of a wing tip vortex by vortex generators*. Aerospace Science and Technology, 9:469–475, 2005.
- [65] HOLM, S.: *Minimum Sidelobe Energy versus Minimum Peak Sidelobe Level for Sparse Array Optimization*. Proc. NORSIG-96, Helsinki, Finland, 1996.
- [66] HOLZÄPFEL, F.: *Probabilistic Two-Phase Wake Vortex Decay and Transport Model*. Journal of Aircraft, 40(2):323–331, 2003.

- [67] HOLZÄPFEL, F., T. GERZ und R. BAUMANN: *The turbulent decay of wake vortices in the stably stratified atmosphere*. 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2000-0754, Reno, NV, USA, Jan. 10-13, 2000.
- [68] HOLZÄPFEL, F., T. GERZ, F. KÖPP, E. STUMPF, M. HARRIS, R.I. YOUNG und A. DOLFI-BOUTEYRE: *Strategies for Circulation Evaluation of Aircraft Wake Vortices Measured by Lidar*. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 20 (8):1183–1195, 2003.
- [69] HOLZÄPFEL, F., T. HOFBAUER, D. DARRACQ, H. MOET, F. GARNIER und C.F. GAGO: *Analysis of wake vortex decay mechanisms in atmosphere*. Aerospace Science and Technology, 7:262–275, 2003.
- [70] HOLZÄPFEL, F., T. HOFBAUER, T. GERZ und U. SCHUMANN: *Aircraft wake vortex evolution and decay in idealized and real environments: Methodologies, benefits and limitations*. Institut für Physik der Atmosphäre, Report No. 160, 2001.
- [71] HOWE, M.S.: *Theory of Vortex Sound*. Cambridge University Press, 2004.
- [72] INTERNATIONAL STANDARD: *Acoustics - Attenuation of Sound during propagation outdoors - Part 1: Calculation of the absorption of sound by the atmosphere*. ISO 9613-1, 1993.
- [73] JACKSON, P.: *Jane's - All the World's Aircraft*. Jane's Information Group, 1997.
- [74] JACQUIN, L., D. FABRE und P. GEFFROY: *The properties of a Transport Aircraft Wake in the extended near field: an Experimental Study*. AIAA-2001-1038, Proc. 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, USA, January, 2001.
- [75] JACQUIN, L., D. FABRE, D. SIPP, V. THOEFILIS und H. VOLLMERS: *Instability and unsteadiness of aircraft wake vortices*. Aerospace Science and Technology, 7:577–593, 2003.
- [76] J.BILLINGSLEY und R.KINNS: *The Acoustic Telescope*. Journal of Sound and Vibration, 48(4):485–510, 1976.
- [77] JEONG, J. und F. HUSSAIN: *On the identification of a vortex*. Journal of Fluid Mechanics, 28:69–94, 1995.
- [78] J.M. VAUGHAN, M. HARRIS: *Lidar measurement of B747 wakes: observation of a vortex within a vortex*. Aerospace Science and Technology, 5(6):409–411, 2001.
- [79] J.O. ERSTAD, S. HOLM: *An Approach to the Design of Sparse Array Systems*. Proc. IEEE Symp. Ultrasonics, Cannes, France, 1994.
- [80] KAMBE, T.: *Acoustic emission by vortex motion*. Journal of Fluid Mechanics, 173:643–666, 1986.
- [81] KAMBE, T., T. MINOTA und M. TAKAOKA: *Oblique collision of two vortex rings and its acoustic emission*. Physical Review E, 48(3):1866–1883, 1993.
- [82] KOOK, H., P. DAVIES und J.S. BOLTON: *Statistical Properties of Random Sparse Arrays*. Journal of Sound and Vibration, 255(2):819–848, 2002.
- [83] KOOK, H., G.B. MOEBS, P. DAVIES und J.S. BOLTON: *An efficient procedure for visualizing the sound field radiated by vehicles during standardized passby tests*. Journal of Sound and Vibration, 233(1):137–156, 2000.

- [84] KÖPP, F.: *persönliche Mitteilung*. November 2005.
- [85] KÖPP, F.: *Doppler Lidar Investigation of Wake Vortex Transport Between Closely Spaced Parallel Runways*. AIAA Journal, 32(4):805–810, 1994.
- [86] KÖPP, F., S. RAHM, I. SMAKIKHO, A. DOLFI, J. CARIOU und M. HARRIS: *Characterization of Aircraft Wake Vortices by Multiple-Lidar Triangulation*. AIAA Journal, 41 (6):1081–1093, 2003.
- [87] KÖPP, F., S. RAHM, I. SMAKIKHO, A. DOLFI, J. CARIOU und M. HARRIS: *Comparison of Wake-Vortex Parameters Measured by Pulsed and Continuous-Wave Lidars*. Journal of Aircraft, 42(4):916–923, 2005.
- [88] LEE, D.J. und S.O. KOO: *Numerical Study of Sound Generation due to a Spinning Vortex Pair*. AIAA Journal, 33(1):20–26, 1995.
- [89] LEWELLEN, D.C. und W.S. LEWELLEN: *The Effects of Aircraft Wake Dynamics on Contrail Development*. Journal of the Atmospheric Science, 58:390406, 2001.
- [90] LIGHTHILL, M.J.: *On sound generated aerodynamically*. Proceedings of the Royal Society of London, A211:564–587, 1952.
- [91] LIOW, Y.S., M.C. THOMPSON und K.HOURIGAN: *Computation of acoustic waves generated by co-rotating vortex pairs*. 4th Australasian Fluid Mechanics Conference, Adelaide, Australia, Dec. 9-14, 2001.
- [92] LIU, W. und S. WEISS: *A New Class of Broadband Arrays With Frequency Invariant Beam Patterns*, 2004. Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing II, Montreal, Canada.
- [93] LUCKNER, R., G. HÖHNE und M.C.L. FUHRMANN: *Hazard criteria for wake vortex encounters during approach*. Deutscher Luft- und Raumfahrt Kongress, DLGR-JT2003-243, 2003.
- [94] LYRINTZIS, A.S.: *Integral Methods in Computational Aeroacoustics - From the (CFD) Near-Field to the (Acoustic) Far-Field*. CEAS Workshop From CFD to CAA", Athens, Greece, 2002.
- [95] MACKEY, S.M. und D.C. BURNHAM: *Use of a Commercial Wind SODAR for Measuring Wake Vortices*. 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, MA, May 8-10, 2006.
- [96] MANOHA, E., B. TROFF und P. SAGAUT: *Trailing-Edge Noise Prediction using Large-Eddy Simulation and Acoustic Analogy*. AIAA Journal, 38(4):575–583, 2000.
- [97] MEUNIER, P., U. EHRENSTEIN, T. LEWEKE und M. ROSSI: *A merging criterion for two-dimensional co-rotating vortices*. Physics of Fluid, 14(8):2757–2766, 2002.
- [98] MEUNIER, P. und T. LEWEKE: *Three-dimensional instability during vortex merging*. Physics of Fluid, 13:2747, 2001.
- [99] MICHEL, U. und P. BÖHNING: *Investigation of Aircraft Wake Vortices with Phased Microphone Arrays*. 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 2002-2501, Breckenridge, Co, June 17-19, 2002.
- [100] MITCHELL, B.E., S.K. LELE und P. MOIN: *Direct computation of the sound from a compressible co-rotating vortex pair*. Journal of Fluid Mechanics, 285:181–202, 1995.

- [101] MOFFET, A.T.: *Minimum-Redundancy Linear Arrays*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-16(2), 1968.
- [102] MÖHRING, W.: *On vortex sound at low Mach number*. Journal of Fluid Mechanics, 85(4):685–691, 1978.
- [103] M.T.AL-ATABI und W. ASRAR: *Wake and aerodynamic forces study for a wing with tip sails*. 17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA-1999-3203, Norfolk, VA, June 28, 1999.
- [104] MÜLLER, E.A. und F. OBERMEIER: *The spinning Vortices as a Source of Sound*. AGARD Proceeding, 1967.
- [105] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION: *Film von Überflugmessungen*.
- [106] ORGANIZATION, INTERNATIONAL CIVIL AVIATION: *Air Traffic Service Planning Manual*. II-5-3-2, 1992.
- [107] ORTEGA, J.M., R.L BRISTOL und Ö. SAVAS: *Experimental study of the instability of unequal-strength counter-rotating vortex pairs*. Journal of Fluid Mechanics, 474:35–84, 2003.
- [108] PATTERSON, J.C. und S.G. FLETCHNER: *Exploratory Wind tunnel investigation of a wingtip-mounted vortex turbine for vortex energy recovery*. NASA TP-2468, 1986.
- [109] PEROT, F., J.M. AUGER, H. GIARDI, C. BAILLY und D. JUVE: *Computation of the noise generated by low Mach number flows around a cylinder and a wall-mounted half-cylinder*. 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 2004-2859, 2004.
- [110] PERRY, R.B., D.A. HINTON, und R.A. STUEVER: *NASA wake vortex research for aircraft spacing*. 35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-1997-57, Reno, NV, Jan. 6-9, 1997. <http://techreports.larc.nasa.gov/ltrs/PDF/NASA-aiaa-97-0057.pdf>.
- [111] PIET, J.F., U. MICHEL und P. BÖHNING: *Localisation of Acoustic Sources of the A340 with a Large Phased Microphone Array during Flight Tests*. 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA/CEAS AIAA-2002-2506, Breckenridge, Co, June 17-19, 2002.
- [112] POWELL, A.: *Theory of Vortex sound*. JASA, 36(1):177–195, 1964.
- [113] PROCTOR, F.H. und JONGIL HAN: *Numerical Study of Wake Interaction with the Ground using the Termianl Area Simulation System*. AIAA-99-0754, 1999.
- [114] REMBOLT, B., J.B. FREUND und M. WANG: *An evaluation of LES for jet noise prediction*. Proceedings of the Summer Program, 2002.
- [115] RENNICH, S.C. und S.K. LELE: *Method for accelerating the destruction of aircraft wake vortices*. Journal of Aircraft, 36(2):398–404, 1999.
- [116] RINGEL, G., W. GERLING und J. REICHMUTH: *Probleme und Möglichkeiten der Einbindung von Wirbelschleppenbeobachtungs- und Wirbelschleppenerkennungssystemen in die ATC-Umgebung*. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, DGLR-JT2003-246, 2003.
- [117] ROKHASAZ, K., S.R. FOSTER und L.S. MILLER: *Exploratory Study of Aircraft Wake Vortex Filaments in a Water Tunnel*. 17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, June, Norfolk, Virginia, USA, 1999.
- [118] ROKHASAZ, K.: *A Brief Survey of Wing Tip Devices for Drag Reduction*. Progress in Aerospace Sciences, 102(1):1901–1910, 1994.

- [119] ROOSNEK, N.: *Passive ranging with four microphones in a spatial configuration*. InterNoise 20001, The Hague, Niederlande, Aug. 27-30, 2001.
- [120] ROSSOW, V.J.: *Lift-generated vortex wakes of subsonic transport aircraft*. Progress in Aerospace Sciences, 35:507–660, 1999.
- [121] ROSSOW, V.J. und K.D. JAMES: *Overview of Wake Vortex Hazards During Cruise*. Journal of Aircraft, 37 (6):960–975, 2000.
- [122] RUBIN, W.L.: *The Generation and Detection of Sound Emitted by Aircraft Wake Vortices in Ground Effect*. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 22:543–554, 2005.
- [123] RUBIN, W.L., D.C. BURNHAM und E.A. SPITZER: *A robust low Cost Airport Wake Vortex Sensor*. 21th AIAA/CEAS Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2000-0627, FL, Orlando, USA, June 23-26, 2000.
- [124] RUDIS, R.P., F.Y. WANG und A.C. DASKALAKIS: *Status Report - SOCRATES Concept Exploration Effort*. DOT-VNTSC-RSPA-01-04, 2001. verfügbar durch National Technical Information Service, Springfield, Virginia.
- [125] RUTISHAUSER, D.K. und C.J. O'CONNOR: *The NASA Aircraft Vortex Spacing System (AVOSS): Concept Demonstration, Results and Future Direction*. NASA-2001-46ATCA-DKR, 2001. <http://techreports.larc.nasa.gov/ltrs/PDF/2001/mtg/NASA-2001-46atca-dkr.pdf>.
- [126] S. BOLURIAAN, P.J. MORRIS: *Numerical Simulation of Wake Vortex Detection Using a Radio Acoustic Sounding System*. AIAA Journal, 39 (6):1097–1107, 2001.
- [127] SARPKEYA, T., R.E. ROBINS und D.P. DELISI: *Wake-Vortex Eddy Dissipation Model Predictions Compared with Observations*. Journal of Aircraft, 38:687–692, 2001.
- [128] SAUVAGE, L., E. ISAMBERT, G. WINCKELMANS, J.P. CARIOU und A. DOLFI: *Preparation of a Wake Vortex Detection Technologie Case and Public Summary Report*. Eurocontrol EE TRSC52/2004, 2004.
- [129] SCHADE, H. und E. KUNZ: *Strömungslehre*. Walter de Gruyter, Berlin, 2. Auflage, 1989.
- [130] SCHRICK, K.W.: *Anwendung der Kalman-Filter-Technik: Anleitung und Beispiel*. Oldenbourg Verlag, 1977.
- [131] SCHWARZ, C. und K.-U. HAHN: *Gefährdung beim Einfliegen in Wirbelschleppen*. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, DGLR-JT2003-242, 2003.
- [132] SIJTSMA, P. und H. HOLTHUSEN: *Source Location by Phased Array Measurements in Closed Wind Tunnel Test Section*. 5th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, AIAA-1999-1814, Bellevue, USA, May 10-12, 1999.
- [133] SIJTSMA, P., S. OERLEMANS und H. HOLTHUSEN: *Location of Rotating Sources by Phased Microphone Array Measurements*. 7th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, AIAA-2001-2167, Maastricht, Netherlands, May 28-30, 2001.
- [134] SPALART, P.R.: *Airplane trailing vortices*. Annual Review Fluid Mechanics, 30(1):107–138, 1998.
- [135] S.U.PILLAI: *Array signal processing*. Springer-Verlag, 1989.

- [136] THE AIRLINE CODES WEB SITE: *IATA Aircraft Type Codes*.
<http://www.airlinecodes.co.uk/acrtypes.htm>.
- [137] UZUN, A., S. LYRIINTZIS und G. BLAISDELL: *Coupling of integral acoustic methods with LES for jet noise prediction*. 42th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA 2004-0517, Reno, 2004.
- [138] WAL, H.M. VAN DER und P. SIJTSMA: *Flap Noise Measurements in a Closed Wind tunnel with a Phased Array*. 7th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, AIAA-2001-2170, Maastricht, Netherlands, May 28-30, 2001.
- [139] WANG, F.Y., H.S. WASSAF und A. GULSRUD: *Acoustic Imaging of Aircraft Wake Vortex Dynamics*. 23th AIAA/CEAS Applied Aerodynamics Conference, AIAA Paper 2005-4849, Toronto, Ontario, Canada, June 6-9, 2005.
- [140] WENTZ, W.H. und M.G. NAGATI: *Anti-swirl vanes for vortex upset alleviation*. 17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA-1999-3198, Norfolk, VA, June 28-July 1, 1999.
- [141] WILLIAMS, J.E. FLOWCS und D.L. HAWKINGS: *Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion*. Philosophical Transaction of the Royal Society of London, A264:321–514, 1969.
- [142] W.R. GRAHAM, S.W. PARK, T.B. NICKELS: *Trailing Vortices from a wing with a Notched Lift Distribution*. AIAA Journal, 41(9):1835–1838, 2003.
- [143] YAMAZAKI, N., K. NAGAKURA, M. IKEDA und A. SAGAWA: *Methods to Measure Acoustic Sources in a Closed Wind Tunnel Test Section*. AIAA/CEAS Paper 2005-3003, 2005. 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, California, May 23-25.
- [144] ZANG, Y., F.Y. WANG und J.C. HARDIN: *Spectral Characteristics of Wake Vortex Sound During Roll-Up*. NASA/CR-2003-212673, 2003.
- [145] ZHOU, Y., H.J. ZHANG und J.H. WHITELAW: *Wing-tip Vortex Measurement with Particle Image Velocimetry*. 34th AIAA Fluid Dynamics Conference And Exhibit, June, Portland, Oregon, 2004.

A. Herleitung des *klassischen* und des *X-Beamformers*

Die mathematische Formulierung des *klassischen Beamformers* im Frequenzbereich wird in der Literatur zumeist mit der linearen Ausgleichsrechnung (Methode der kleinsten Quadrate) [39] hergeleitet. Dabei wird angenommen, dass das mit einem Mikrofon-Array abgetastete Schallfeld durch nur eine Punktquelle der Stärke a an der Position $\vec{y}$ und erzeugt wird. Es wird weiter angenommen, dass den Messwerten *Gaußsches* Rauschen mit dem Erwartungswert Null überlagert ist. Die Abschätzung der Quellstärke a erfolgt mittels der Methode der kleinsten Quadrate über die Kreuzleistungsspektren G_{ij} zwischen den Mikrofonen i und j , der *Greenschen* Funktionen einer Punktquelle für das Freifeld g und g_j und den Wichtungsfaktoren w_i und w_j . Bei g_i wird üblicherweise der konstante Faktor 4π weggelassen, wodurch man das Ergebnis als Schalldruck in der Referenzentfernung $r_0 = 1m$ interpretiert.

$$\begin{aligned}\psi(a) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M |w_i w_j^* (C_{ij} - a g_i g_j^*)|^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (w_i w_j^*) (w_i w_j^*)^* (C_{ij} - a g_i g_j^*) (C_{ij} - a g_i g_j^*)^* \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M w_i w_j^* w_i^* w_j (C_{ij} C_{ij}^* - a C_{ij} g_i g_j^* - a C_{ij}^* g_i^* g_j + a^2 g_i g_j^* g_i^* g_j) \quad \text{mit :} \quad g_i = \frac{e^{jk|\vec{x}_i - \vec{y}|}}{|\vec{x}_i - \vec{y}|}\end{aligned}$$

Die geschätzte Leistung $B_{xx} = a$ der Quelle wird durch die Minimierung der gewichteten Fehlerfunktion $\psi(a)$ ermittelt. Der Nachweise, dass es sich um ein Fehlerminimum handelt, wird in [32] gegeben. Die Darstellung wird in Vektorschreibweise übersichtlicher.

$$\begin{aligned}\frac{d\psi(a)}{da} = 0 &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M w_i w_j^* w_i^* w_j (-C_{ij} g_i g_j^* - C_{ij}^* g_i^* g_j + 2a g_i g_j^* g_i^* g_j) \\ &= -\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w - (\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w)^* + 2a \underline{g}_w' \underline{g}_w \underline{g}_w' \underline{g}_w \\ \text{mit :} \quad g_{wi} &= w_i g_i \quad C_{wij} = w_i^* C_{ij} w_j\end{aligned}$$

Da die Matrix $\underline{C}$ hermitian ist, ist der Ausdruck $\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w$ selbst reell und die Bestimmung des Realteils im letzten Schritt kann entfallen. Die Formulierung für den *klassischen Beamformer* vereinfacht sich zu Gl.(A.1).

$$B_{xx} = \frac{1}{2} \frac{\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w + (\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w)^*}{\underline{g}_w' \underline{g}_w \underline{g}_w' \underline{g}_w} = \frac{1}{2} \frac{2 \operatorname{Re}\{\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w\}}{|\underline{g}_w' \underline{g}_w|^2} = \frac{\underline{g}_w' \underline{C}_w \underline{g}_w}{|\underline{g}_w' \underline{g}_w|^2} \quad (\text{A.1})$$

Beim *X-Beamformer* werden die Kreuzleistungsspektren zwischen den Mikrofonen, die auf dem gleichen Arm des Kreuz-Arrays liegen, in der Matrix $\underline{C}$ zu Null gesetzt. Unter der Annahme, dass die Kreuzleistungsspektren im ersten Quadranten der Matrix $\underline{C}$ nur durch Mikrofone des Arms A und der vierte Quadranten nur durch Mikrofone des Arms B gebildet werden, resultiert eine modifizierte Matrix der Form $\underline{C}^{mod}$. Da die Matrix $\underline{C}$ hermitain ist, entspricht die Teilmatrix des zweiten Quadranten der Transponierten des dritten Quadranten. In den Vektoren $\underline{g}_A$ und $\underline{g}_B$, den *Greenschen* Funktionen für die Arme A und B, werden die Elemente der Mikrofone, die nicht auf dem jeweiligen Arm liegen, zu Null gesetzt. M_A und M_B bezeichnte die Anzahl der Mikrofone auf den Armen A und B. Nach der

Minimierung der Fehlerfunktion resultiert die Formulierung des *X-Beamformers*, Gl.(A.2).

$$\psi(a) = \sum_{i=1}^{MA} \sum_{j=1}^{MB} |w_i w_j^* (C_{ij}^{mod} - a g_{Ai} g_{Bj}^*)|^2 \quad B_{xx} = \frac{\underline{g}'_{wA} \underline{C}_w^{mod} \underline{g}_{wB}}{\underline{g}'_{wA} \underline{g}_{wA} \underline{g}'_{wB} \underline{g}_{wB}} \quad (A.2)$$

$$\underline{C}^{mod} = \begin{pmatrix} \underline{0} & \underline{C}_{AB}^* \\ \underline{C}_{AB} & \underline{0} \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \underline{g}'_{wA} &= (g_{w1}^* \dots g_{wMA}^* 0 \dots 0) \\ \underline{g}'_{wB} &= (0 \dots 0 g_{wMA+1}^* \dots g_{wMA+MB}^*) \end{aligned}$$

Diese Formulierung kann für die Implementierung optimiert werden, indem alle Multiplikationen mit Null eliminiert werden. Dabei werden die oben zu Null gesetzten Elemente komplett aus den Vektoren $\underline{g}_A$ und $\underline{g}_B$ gestrichen und nur die Teilmatrix $\underline{C}_{AB}$ verwendet. Da die Teilmatrix $\underline{C}_{AB}^*$ bei der Auswertung ignoriert wird, ist der resultierende Ausdruck $\underline{g}'_{wA} \underline{C}_{wAB} \underline{g}_{wB}$ nicht reell. Die Bestimmung des Realteils im letzten Schritt entspricht jedoch einer Auswertung mit der Teilmatrix $\underline{C}_{wAB}^*$.

$$\psi(a) = \sum_{i=1}^{MA} \sum_{j=1}^{MB} |w_i w_j^* (C_{ABij} - a g_{Ai} g_{Bj}^*)|^2 \quad B_{xx} = \frac{Re\{\underline{g}'_{wA} \underline{C}_{wAB} \underline{g}_{wB}\}}{\underline{g}'_{wA} \underline{g}_{wA} \underline{g}'_{wB} \underline{g}_{wB}} \quad (A.3)$$

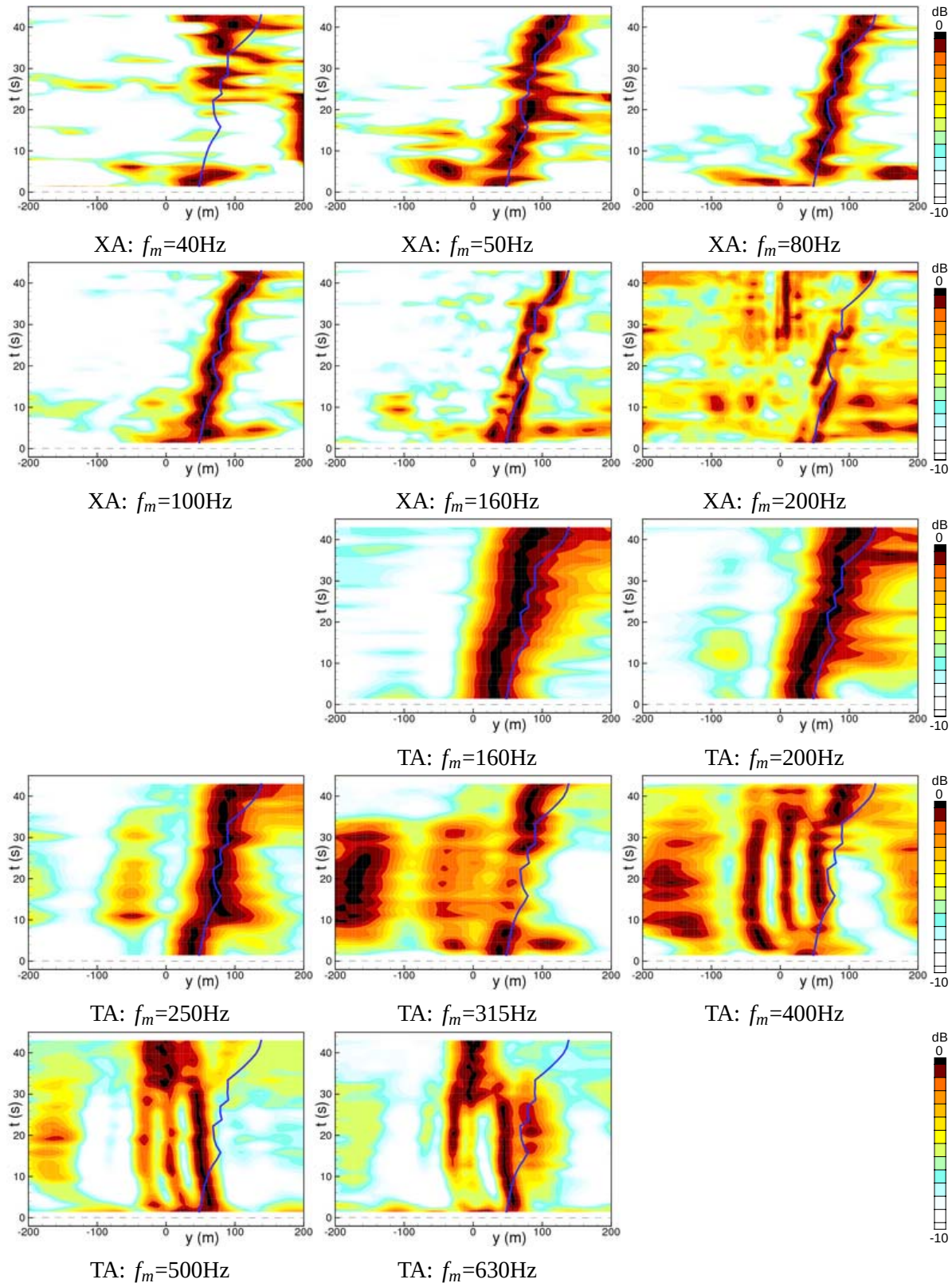
$$\underline{g}'_{wA} = (g_{w1}^* \dots g_{wMA}^*) \quad \underline{g}'_{wB} = (g_{wMA+1}^* \dots g_{wMA+MB}^*)$$

Für Kreuz-Arrays mit gleicher Mikrofonverteilung und räumlicher Wichtung auf beiden Armen kann der Ausdruck weiter vereinfacht werden.

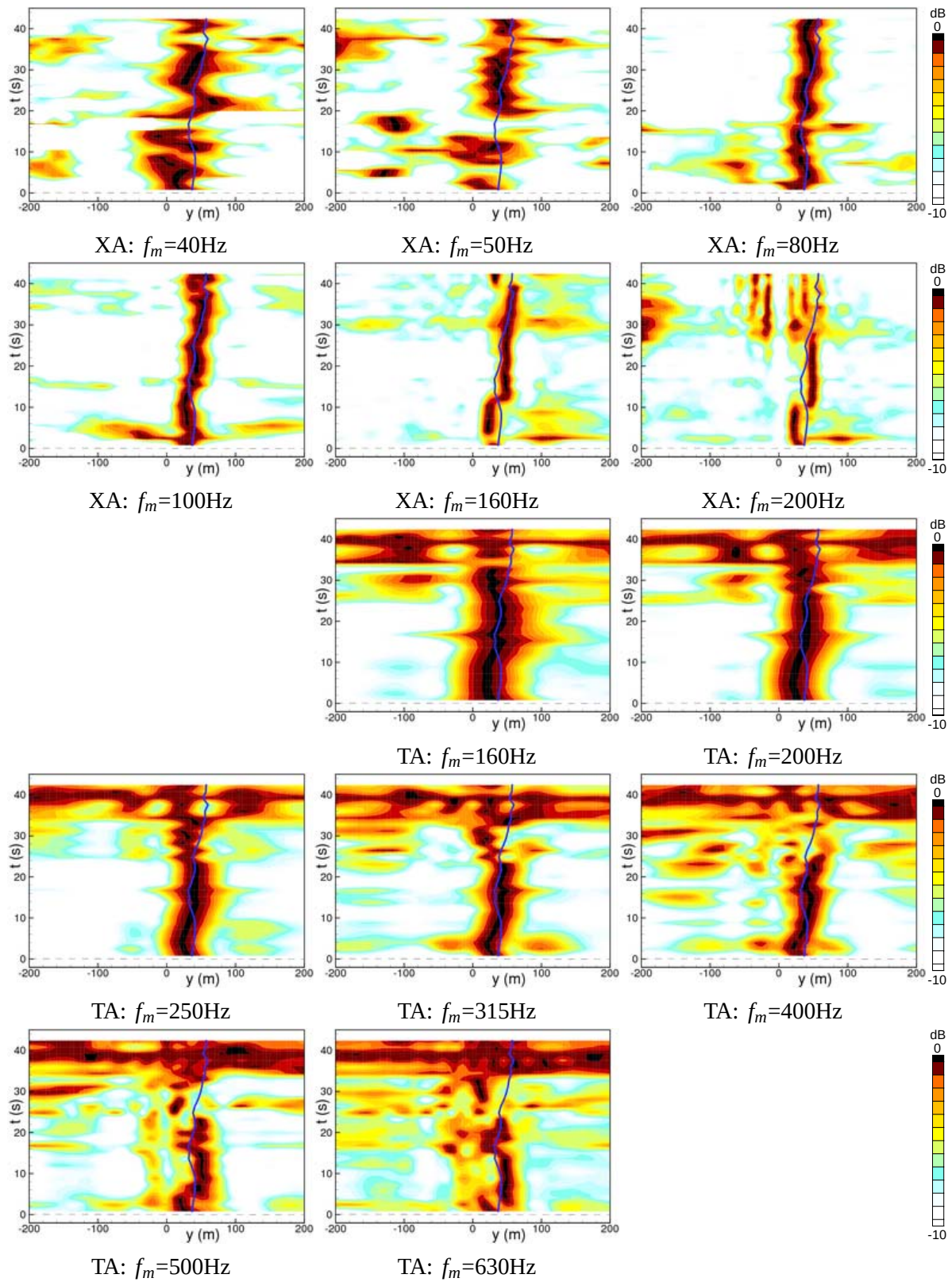
$$B_{xx} = \frac{Re\{\underline{g}'_{wA} \underline{C}_{wAB} \underline{g}_{wB}\}}{|\underline{g}'_{wA} \underline{g}_{wA}|^2} \quad (A.4)$$

B. Quellverteilungen in der y-t-Ebene für verschiedene Flugzeugtypen

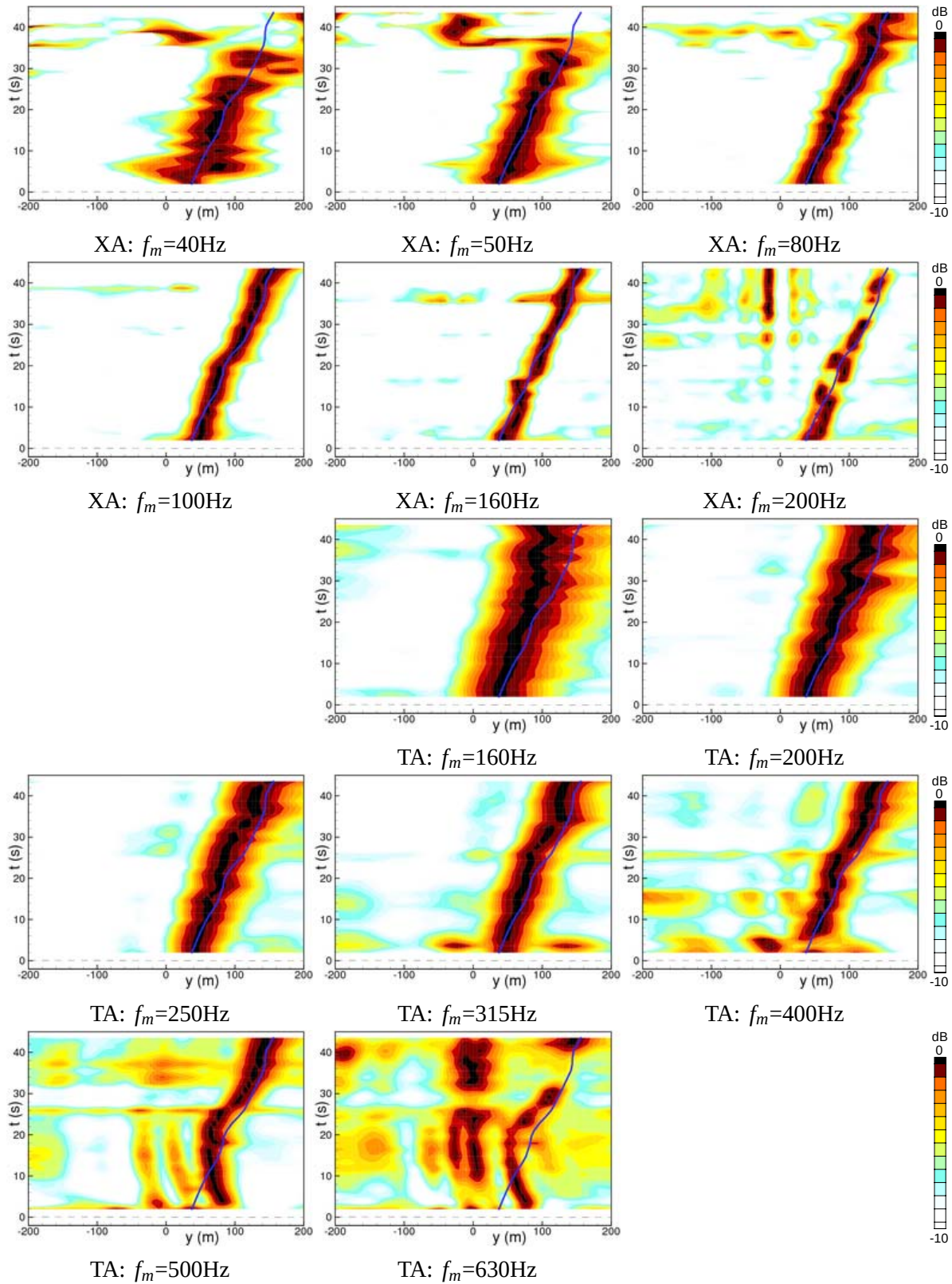
Airbus 319

Abbildung B.1.: Item DLR122; A/C type A319; $\Gamma=236.57$; $t_0=19.01$; Alt=209.91; $y_{off}=47.57$

Airbus 320

Abbildung B.2.: Item DLR229; A/C type A320; $\Gamma=264.43$; $t_0=17.01$; Alt=200.91; $y_{off}=18.59$

Boeing 737-300

Abbildung B.3.: Item DLR67; A/C type B733; $\Gamma=219.16$; $t_0=14.73$; $\text{Alt}=239.91$; $y_{off}=39.34$

Boeing 737-400

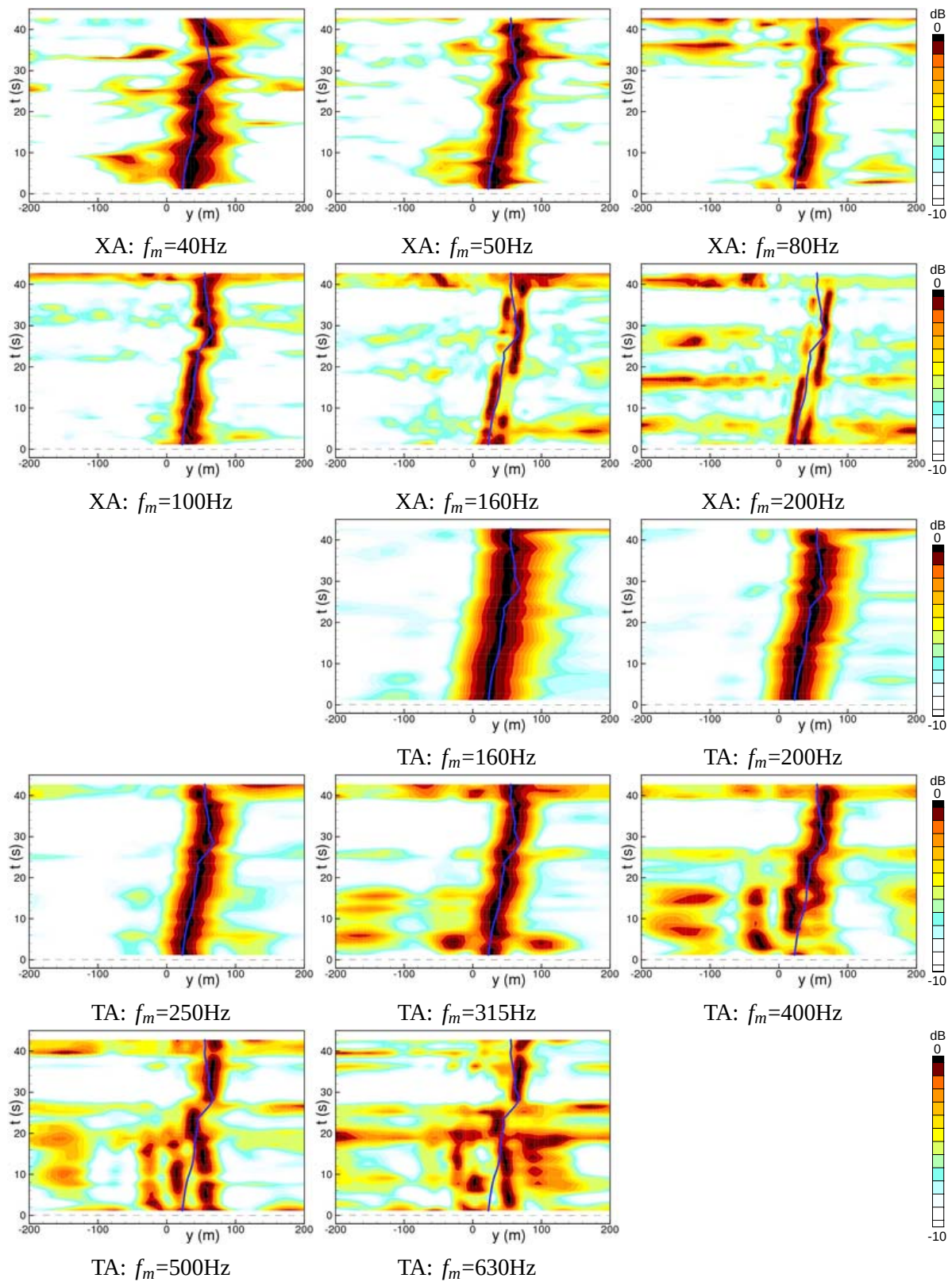
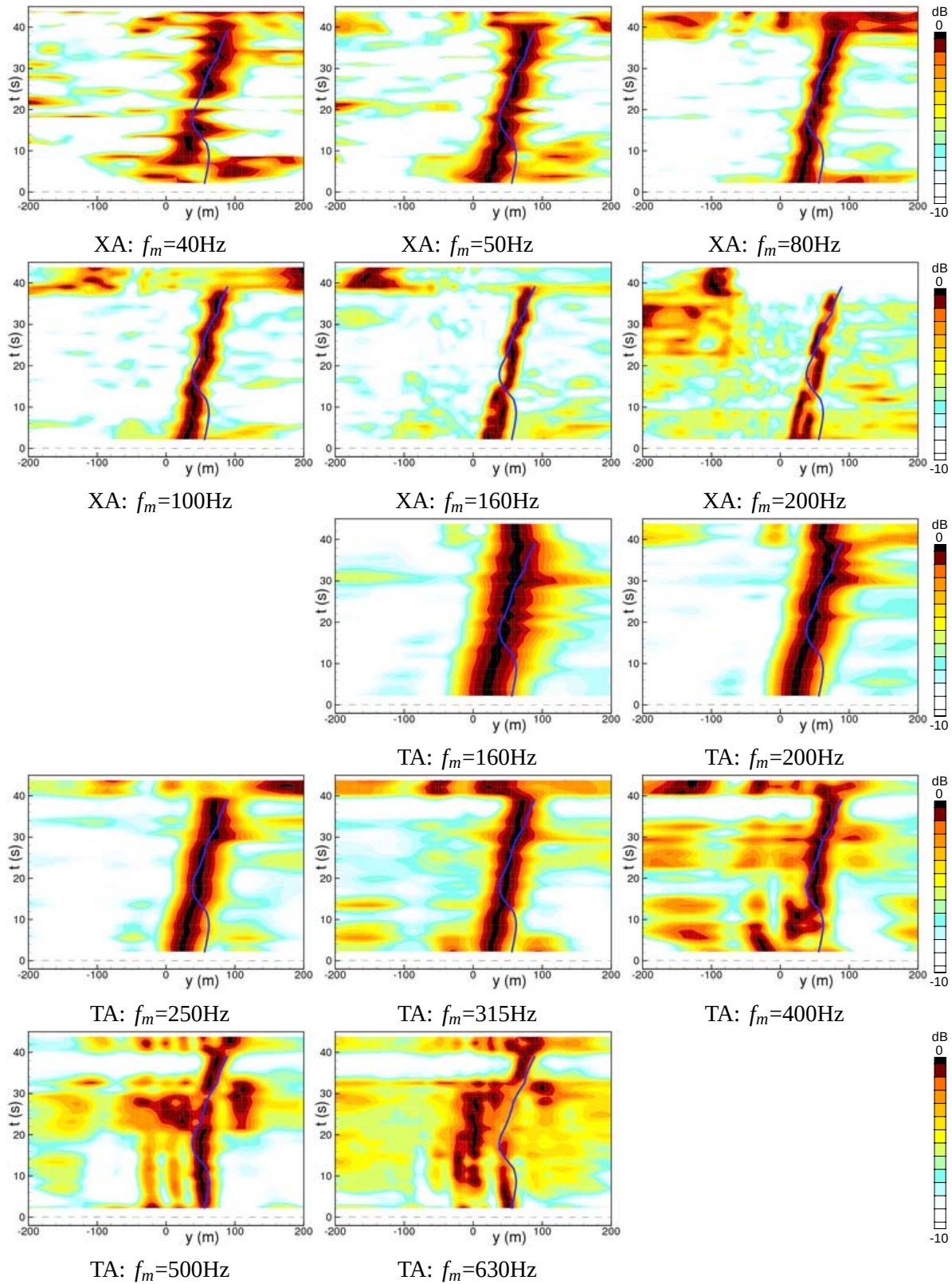


Abbildung B.4.: Item DLR125; A/C type B734; $\Gamma=261.15$; $t_0=12.36$; Alt=202.91; $y_{off}=28.53$

Boeing 737-500

Abbildung B.5.: Item DLR75; A/C type B735; $\Gamma=220.76$; $t_0=14.62$; $\text{Alt}=191.91$; $y_{off}=27.48$

Boeing 737-800

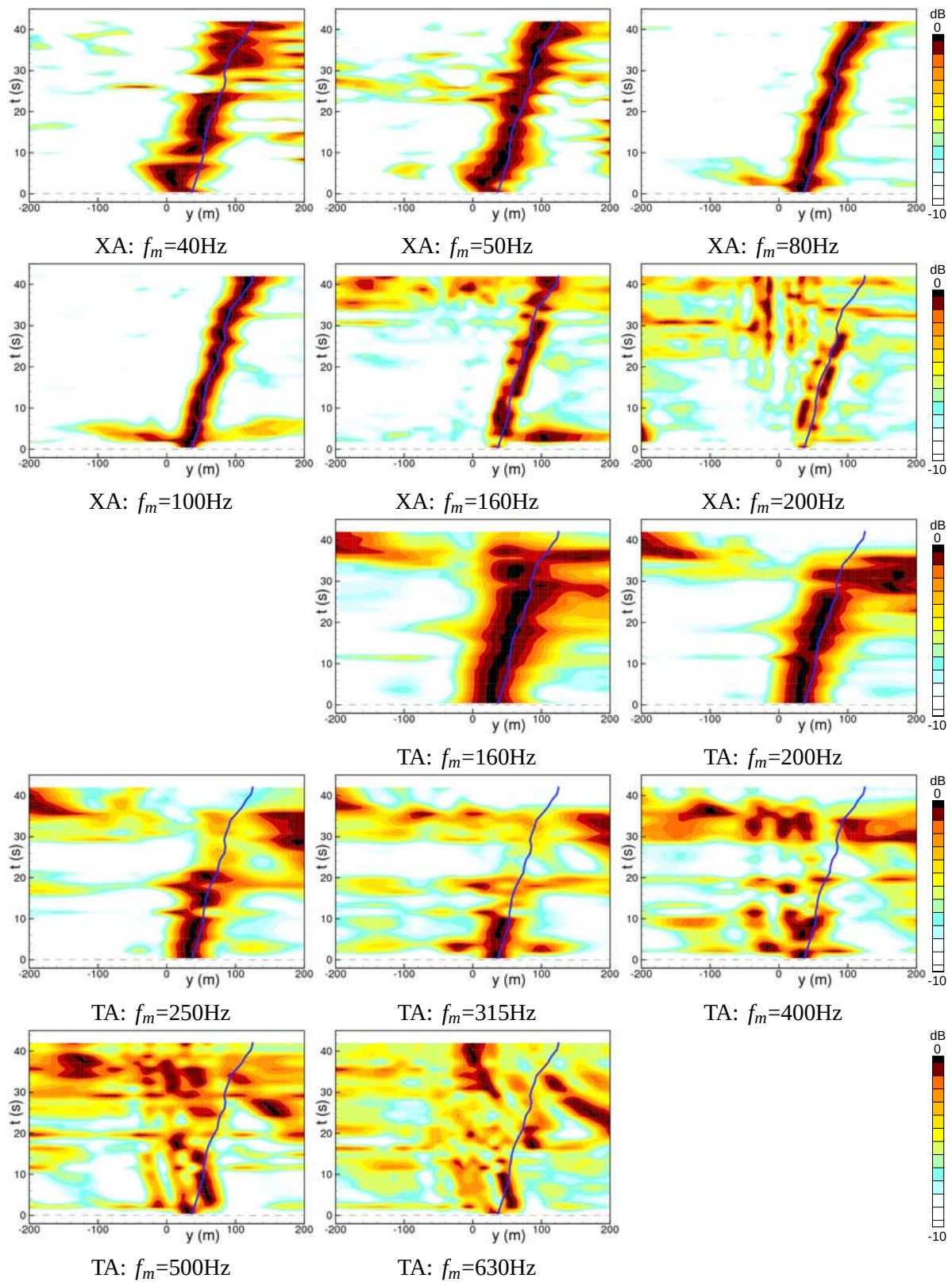
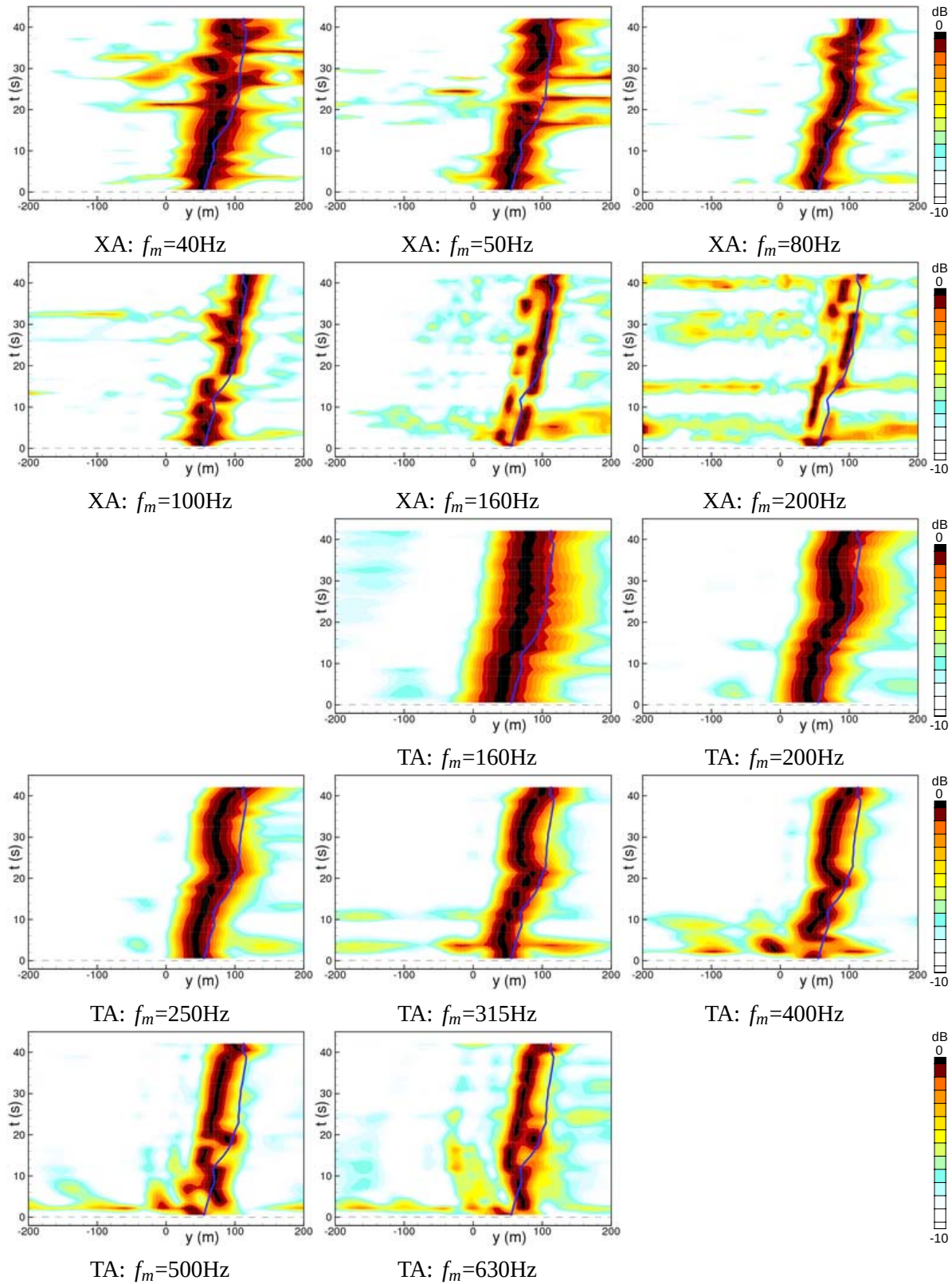


Abbildung B.6.: Item DLR240; A/C type B738; $\Gamma=234.92$; $t_0=19.39$; Alt=189.91; $y_{off}=4.32$

Boeing 757-200

Abbildung B.7.: Item DLR123; A/C type B752; $\Gamma=301.44$; $t_0=18.59$; Alt=214.91; $y_{off}=48.07$

Boeing 777-200

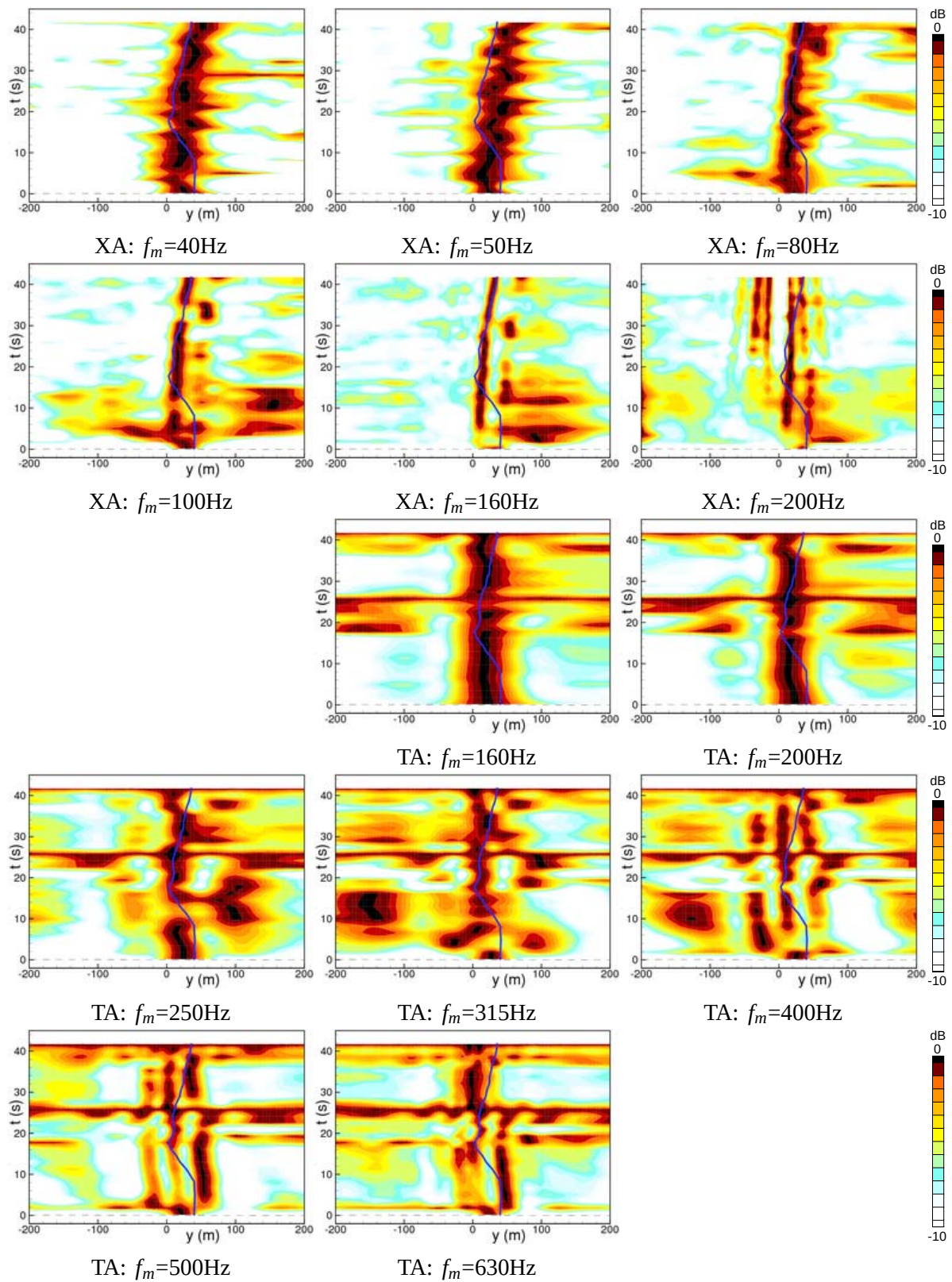
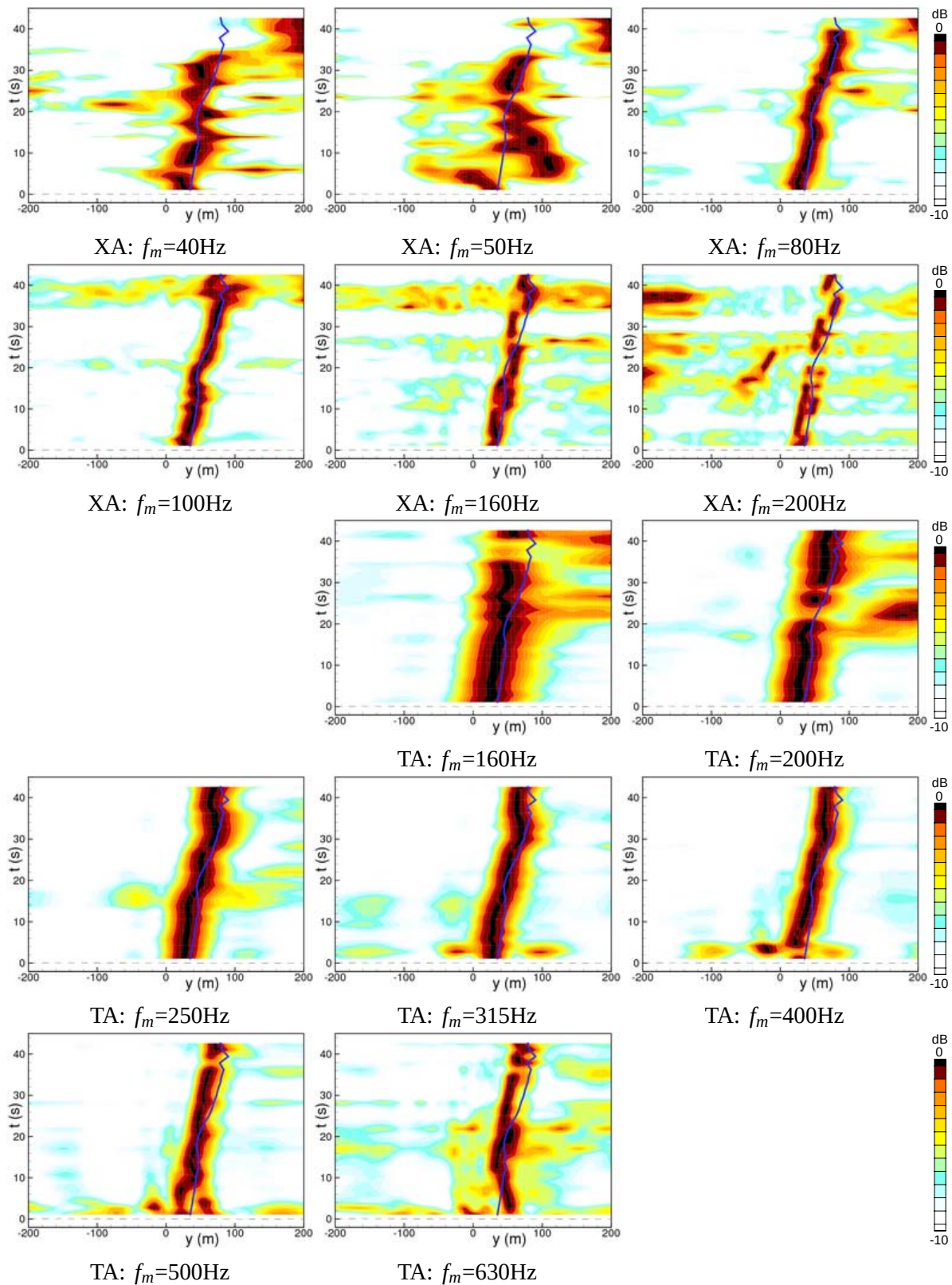


Abbildung B.8.: Item DLR198; A/C type B772; $\Gamma=432.63$; $t_0=33.21$; Alt=186.91; $y_{off}=34.59$

British Aerospace 146

Abbildung B.9.: Item DLR121; A/C type BA46; $\Gamma=192.29$; $t_0=13.92$; Alt=188.91; $y_{off}=27.73$

Canadair Regional Jet 200

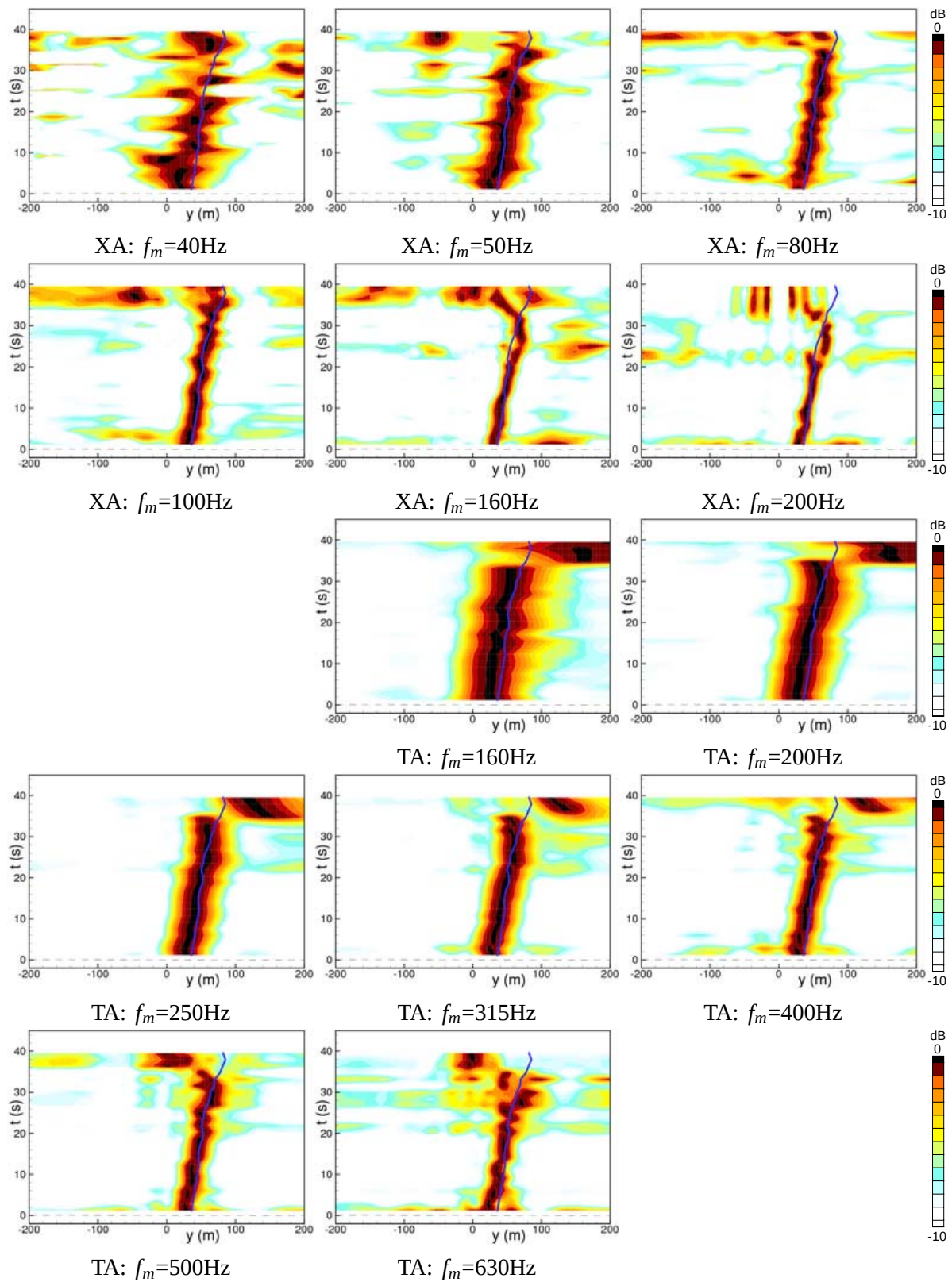


Abbildung B.10.: Item DLR194; A/C type CRJ2; $\Gamma=136.61$; $t_0=12.74$; Alt=195.91; $y_{off}=2.83$

Canadair Regional Jet 700

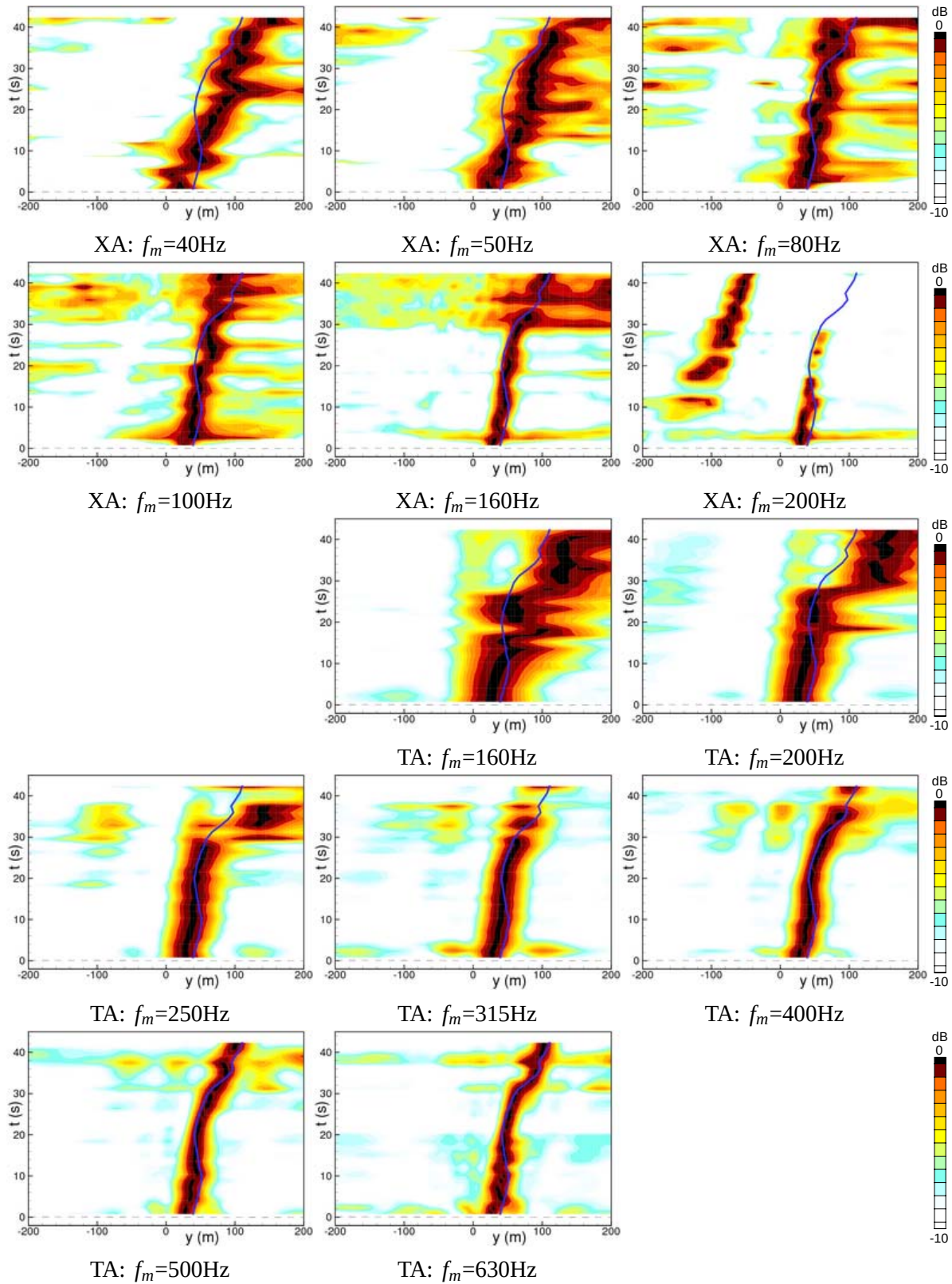


Abbildung B.11.: Item DLR146; A/C type CRJ7; $\Gamma=103.59$; $t_0=30.62$; Alt=204.91; $y_{off}=42.79$

McDonnell-Douglas 82

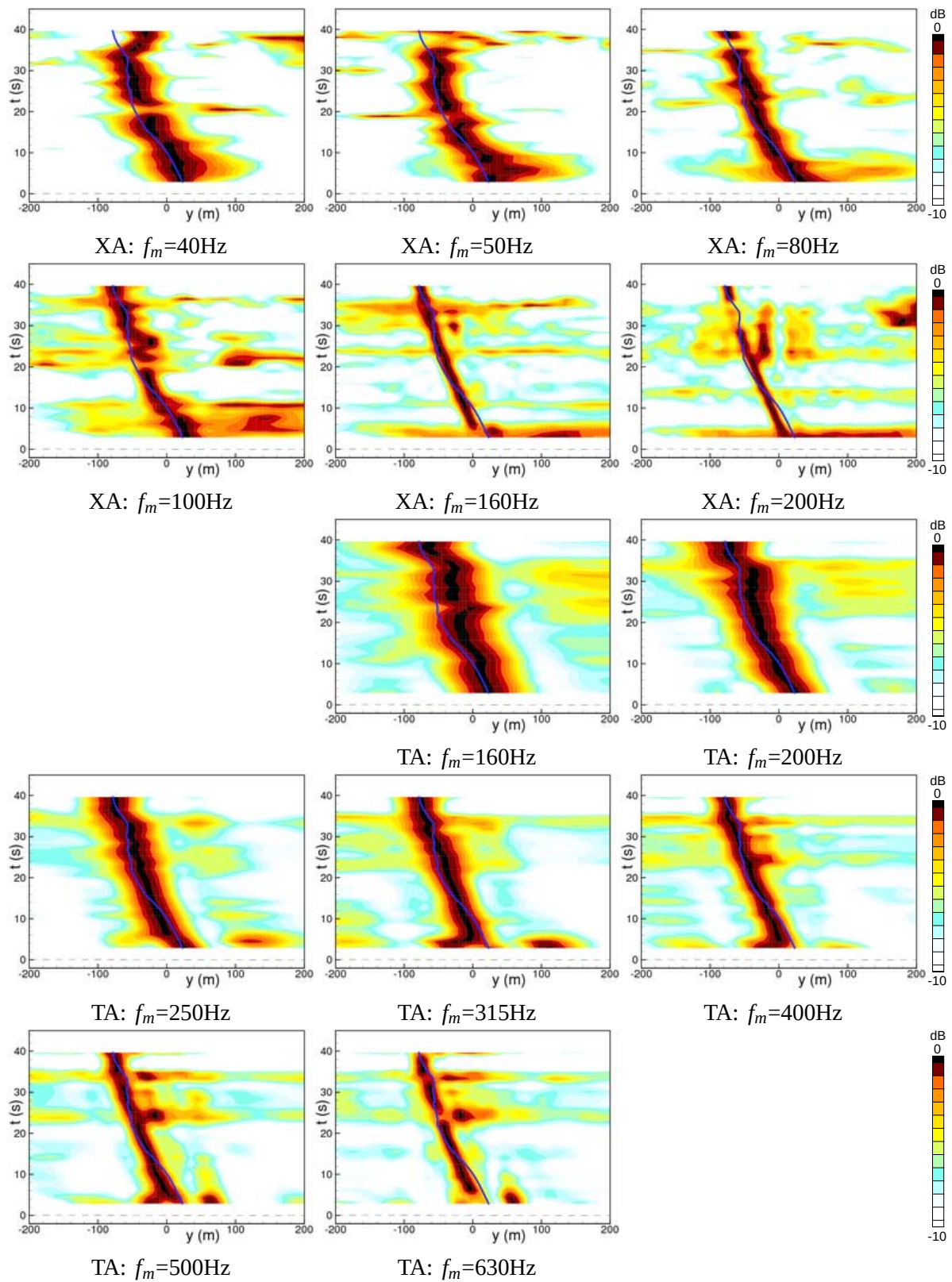
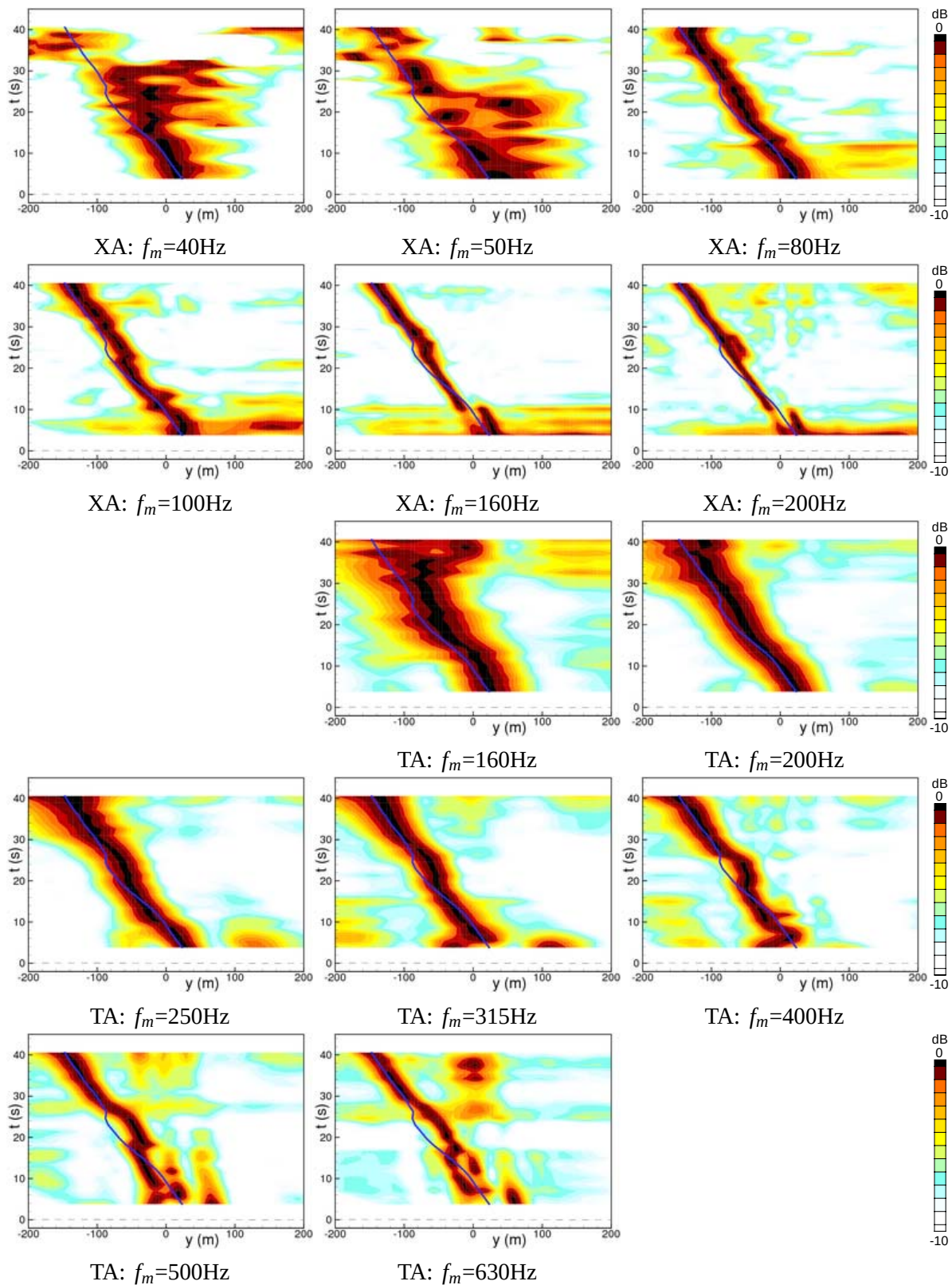


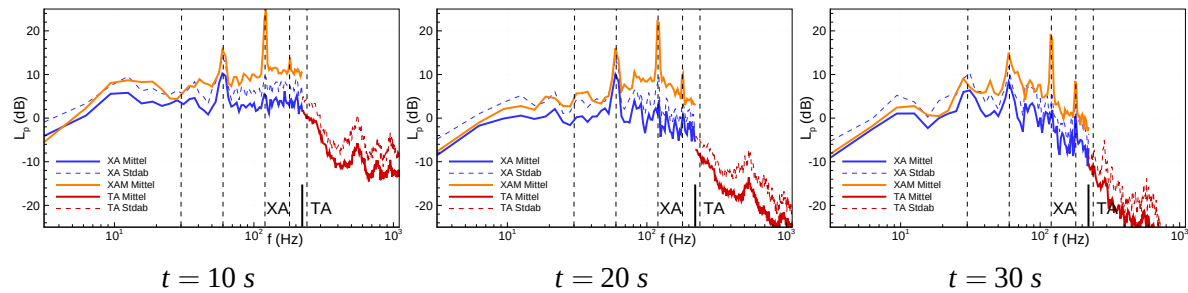
Abbildung B.12.: Item DLR20; A/C type MD82; $\Gamma=252.72$; $t_0=16.54$; Alt=218.91; $y_{off}=19.27$

McDonnell-Douglas 83

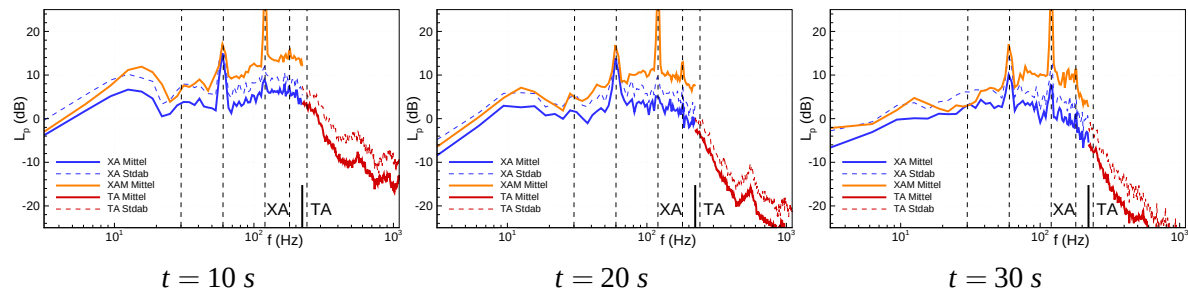
Abbildung B.13.: Item DLR17; A/C type MD83; $\Gamma=237.94$; $t_0=17.57$; Alt=213.91; $y_{off}=-3.30$

C. Mittelwerte der fokussierten Spektren

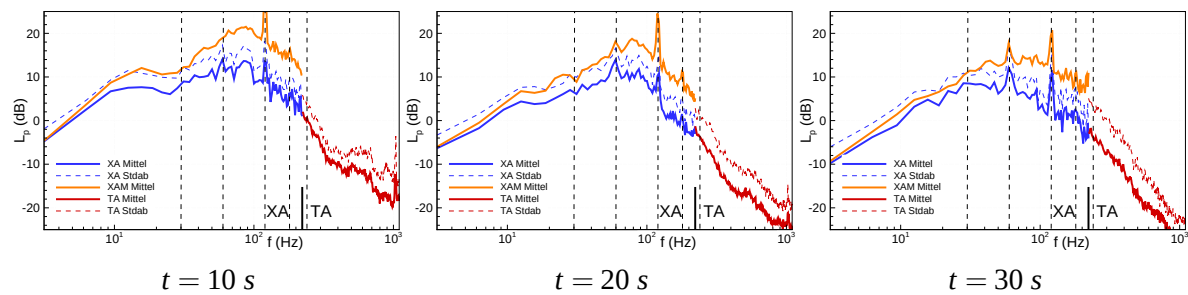
Airbus 319



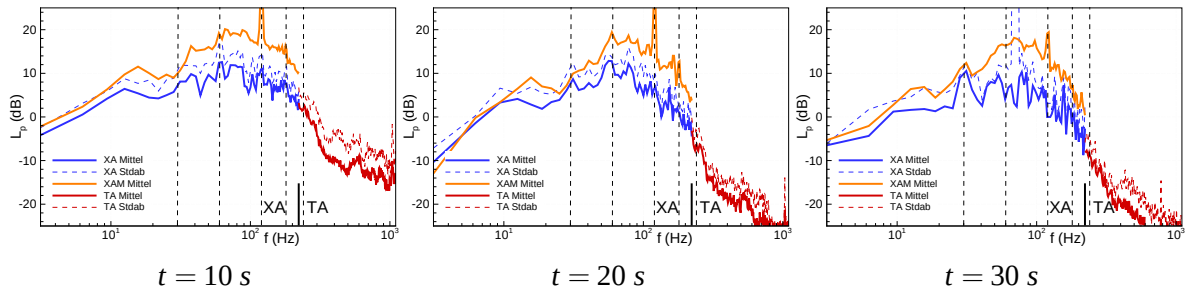
Airbus 320



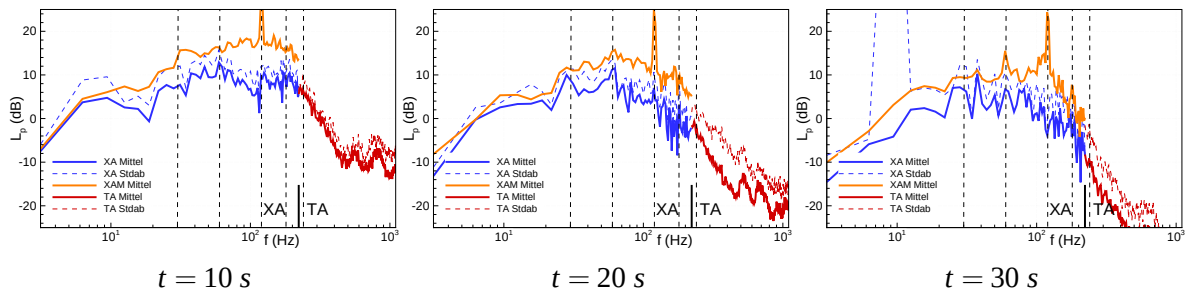
Boeing 737-300



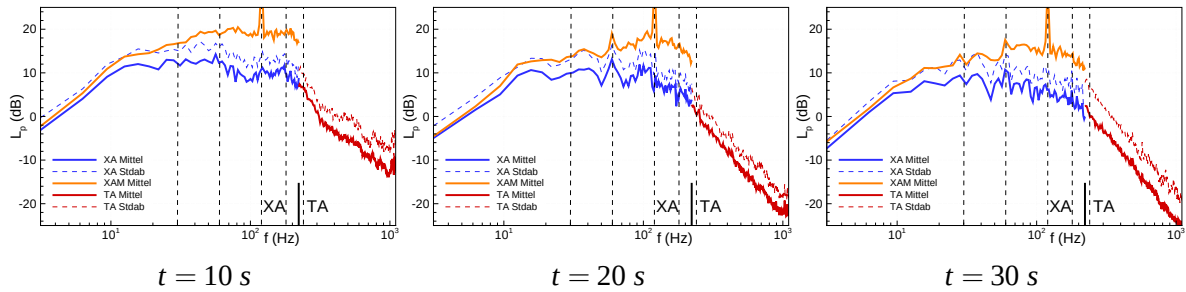
Boeing 737-500



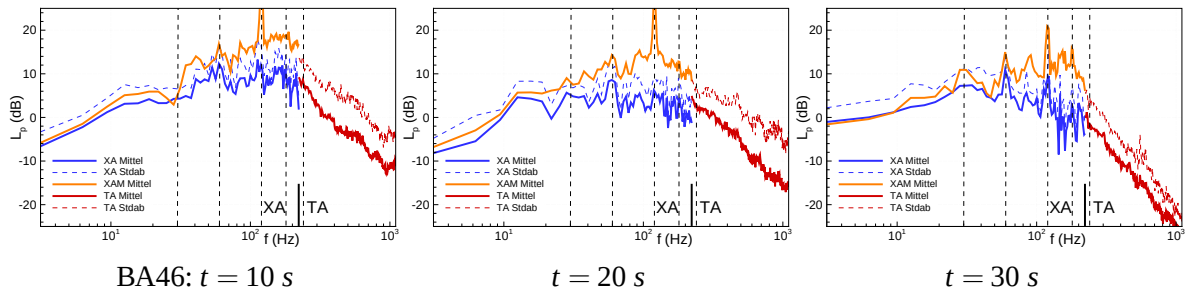
Boeing 737-800



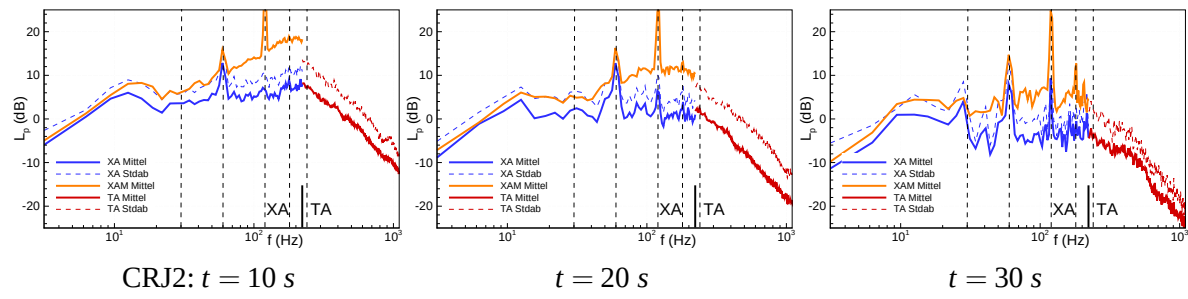
Boeing 757-200



British Aerospace 146



Canadair Regional Jet 200



McDonnell-Douglas 8x

