

Dynamisches Verhalten von Rotoren in
axialen Gasfolienlagern
- Eine numerische Untersuchung -

vorgelegt von
M. Sc.
Tomasz Pronobis

an der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr. - Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. - Ing. Henning Meyer

Gutachter: Prof. Dr. - Ing. Robert Liebich

Gutachter: Prof. Dr. - Ing. dr.techn. livre-docente Ilmar F. Santos

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 01. Juli 2021

Berlin 2021

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Sämtliche wesentlich verwendete Textauschnitte, Zitate oder Inhalte anderer Verfasser wurden ausdrücklich als solche gekennzeichnet.

Berlin, den 22.8.2021

Tomasz Pronobis

Danksagungen

Ich bedanke mich bei Prof. Robert Liebich für das entgegengebrachte Vertrauen, die überlassenen Freiheiten, die Betreuung dieser Arbeit sowie für konstruktive und angenehme Gespräche.

Bei Prof. Santos bedanke ich mich für die Übernahme des zweiten Gutachtens.

Wiktor Pronobis, Mikołaj Czuchaj, Hanns Michel, René Kamieth und Gervais Cédric Djoko Kayo danke ich für deren außerordentliche, nicht nur auf das Fachliche begrenzte, Hilfsbereitschaft sowie die kritische Durchsicht dieser Arbeit.

Monika Nowosielska danke ich für grenzenlose Unterstützung.

Maria und Ryszard Pronobis danke ich für Ihre bedingungslose Fürsorge und Ihren Rat.

Abstract

In the present work a numerical model for the simulation of the properties of axial gas foil bearings (AGFL) is developed. Gas foil bearings (GFL) are a type of bearing which show great potential in the area of small turbomachines, due to low losses, operability at high as well as low temperatures, low costs as well as completely oil-free lubrication. Compared to radial gas foil bearings (RGFL) the AGFL are significantly less thoroughly researched. Thus the occurrence of large-amplitude, self-excited vibrations, which is one of the main research topics of the RGFL, has not yet been investigated for their axial counterparts. Since both axial and radial gas foil bearings are required for a completely oil-free operation, the present work focuses on this topic.

For this purpose the equilibrium positions of the AGFL are numerically calculated. Using a perturbation approach, linearized bearing parameters are calculated for the considered equilibrium position. The developed numerical model is able to take into account misalignments and thermal behavior. The submodels are compared against the experimental and numerical data published in the publicly available literature. The validation against numerical data is successful without exception, while the comparison with the experimental data still shows some deviations. Their cause and possible solutions are discussed. Influencing parameters are varied to analyze the bearing's load carrying capacity, i.e. the maximum load that can be accommodated. Subsequently the linearized bearing parameters and the influence of the AGFL on stability is being investigated. It is shown that the stiffness- and damping matrices of an ideally aligned bearing can be described by three parameters each, while taking into account misalignment nine parameters are required for each matrix. For a simple rotor without the influence of radial bearings on stability, an analytical stability criterion is derived. The behavior of the linearized bearing parameters and their effects on stability are then assessed with reference to the previously developed stability criterion.

The impact on stability of the AGFL for a rotor in AGFL and RGFL, with a symmetrical arrangement of the RGFL regarding the centre of gravity, is examined. Thus it is shown, both numerically and analytically, that if the cylindrical eigenmode becomes unstable at lower speeds than the conical eigenmode, the stability limit is not affected by the axial gas foil bearings. If, however, the conical mode appears at lower speeds than the cylindrical mode, then the onset speed of this instability is increased by the AGFL. If rotors are considered where the RGFL are not symmetrical with respect to the centre of gravity or are not subjected to identical loads, then the AGFLs influence the onset of instability for both the conical and the cylindrical eigenform and should therefore be taken into account in the design process.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein numerisches Modell zur Simulation der Eigenschaften axialer Gasfolienlager (AGFL) entwickelt. Gasfolienlager (GFL) sind dabei eine Lagerungsart, die aufgrund von geringen Verlusten, Einsetzbarkeit in hohen und niedrigen Temperaturen, geringen Kosten sowie einer komplett ölfreien Schmierung großes Potenzial im Bereich kleiner Turbomaschinen besitzt. Im Vergleich zu den radialen Gasfolienlagern (RGFL) sind die AGFL deutlich weniger erforscht. So wurde das Auftreten von aufklingenden, selbsterregten Schwingungen, welches eines der Forschungsschwerpunkte der RGFL darstellt, bei deren axialen Pendants noch nicht untersucht. Da für einen komplett ölfreien Betrieb sowohl axiale als auch radiale Gasfolienlager erforderlich sind, widmet sich die vorliegende Arbeit dieser Thematik.

Zu diesem Zweck werden numerisch die Gleichgewichtslagen der AGFL berechnet. Unter Verwendung eines Störungsansatzes werden für die betrachtete Gleichgewichtslage linearisierte Lagerparameter berechnet. Das entwickelte numerische Modell ist dabei in der Lage, die Gleichgewichtslagen unter Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern, sowie unter anisothermen Zuständen zu ermitteln. Die Submodelle werden dabei mit in der frei zugänglichen Literatur veröffentlichten experimentellen und numerischen Daten verglichen. Die Validierung gegen numerische Daten gelingt dabei ausnahmslos, während der Vergleich mit den experimentellen Daten teilweise noch Abweichungen aufweist. Deren Ursache und mögliche Lösungsvorschläge werden diskutiert. Die Parameter, welche die Lagertragfähigkeit, also die maximale aufnehmbare Lagerlast, beeinflussen, werden analysiert. Anschließend werden die linearisierten Lagerparameter und der Stabilitätseinfluss der Lager untersucht. Es wird gezeigt, dass die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen eines ideal ausgerichteten Lagers durch jeweils drei Parameter beschrieben werden können, während unter Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern jeweils neun Parameter erforderlich sind. Für einen einfachen Rotor ohne Einfluss der radialen Lagerung auf die Stabilität wird ein analytisches Stabilitätskriterium aufgestellt. Das Verhalten der linearisierten Lagerparameter und deren Auswirkungen auf die Stabilität werden anschließend unter Bezug auf das zuvor entwickelte Stabilitätskriterium diskutiert.

Der Stabilitätseinfluss der AGFL für einen in AGFL und RGFL gelagerten Rotor, mit bezüglich des Schwerpunktes symmetrischer Anordnung der RGFL, wird untersucht. Dabei wird sowohl numerisch als auch analytisch gezeigt, dass, falls die zylindrische Eigenform bei niedrigeren Drehzahlen als die konische Eigenform aufklingt, die Stabilitätsgrenze durch die axialen Gasfolienlager nicht beeinflusst wird. Falls jedoch die konische Eigenform vor der zylindrischen auftritt, dann wird die Einsatzdrehzahl dieser Instabilität durch die AGFL angehoben. Werden Rotoren betrachtet bei denen die RGFL nicht symmetrisch um den Schwerpunkt angeordnet sind oder nicht identisch belastet werden, dann haben die AGFL sowohl auf die konische als auch auf die zylindrische Eigenform einen Einfluss und sollten deshalb bei der Auslegung berücksichtigt werden.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xv
Tabellenverzeichnis	xxi
Nomenklatur	xxiii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Ziele	4
1.3 Aufbau der Arbeit	5
2 Stand der Forschung	7
2.1 Aufbau von Gasfolienlagern	7
2.2 Numerische Modellierung	11
2.2.1 Axiale Gasfolienlager	11
2.2.2 Modellierung der elastischen Struktur von Gasfolienlagern	13
2.2.3 Stabilitätsuntersuchungen gasfoliengelagerter Rotoren	14
2.3 Experimentelle Untersuchungen axialer Gasfolienlager	16
2.4 Zusammenfassung und Bezug zur vorliegenden Arbeit	18
3 Theoretische Grundlagen	19
3.1 Funktionsprinzip von Gasfolienlagern	19
3.2 Reynoldsgleichung axialer Gasfolienlager	21
3.3 Störungsrechnung	24
3.3.1 Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten	24
3.3.2 Stabilitätsgrenzen von in Gasfolienlagern gelagerten Rotoren	27
3.4 Stationäre Energietransportgleichung axialer Gasfolienlager	29
3.4.1 Fluidgeschwindigkeiten	31
3.4.2 Fluideigenschaften	32
3.4.3 Wärmepfade	33

4	Numerische Modellierung und Programmablauf	35
4.1	Strukturmodellierung	35
4.1.1	Simple Elastic Foundation Model	35
4.1.2	Statisches <i>bump foil</i> -Modell nach Le Lez	36
4.1.3	Modellierung des <i>top foils</i>	42
4.2	Diskretisierung Reynoldsgleichung	44
4.3	Programmablauf zur Bestimmung der stationären, isothermen Ruhelage . .	45
4.4	Programmablauf zur Bestimmung linearisierter Lagerparameter	49
4.5	Diskretisierung der Energietransportgleichung	49
4.6	Programmablauf zur gekoppelten Lösung von Energietransport- und Reynolds- gleichung	53
5	Validierung der numerischen Modelle	57
5.1	Validierung des Modells zur Bestimmung der Strukturverformung	57
5.1.1	Validierung der <i>top foil</i> -FE-Modellierung	57
5.1.2	Validierung der Implementierung des <i>bump foil</i> -Modells nach Le Lez	59
5.2	Validierung des isothermen, stationären Modells	60
5.2.1	Vergleich mit experimentellen Daten	60
5.2.2	Vergleich mit numerischen Daten	62
5.3	Validierung des Modells zur Bestimmung der linearisierten Lagerparameter	64
5.3.1	Vergleich mit numerischen Daten	64
5.3.2	Vergleich mit experimentellen Daten	66
5.4	Plausibilitätsüberprüfung des thermischen Modells	72
5.4.1	Beschreibung des Prüfstands	72
5.4.2	Vorbetrachtung der für den Vergleich herangezogenen Messwerte . .	75
5.4.3	Vergleich der Messdaten mit der Simulation	79
5.4.4	Simulationsdaten unter Berücksichtigung der thermischen <i>runner</i> - Deformation	80
5.4.5	Vergleich von simulierten und gemessenen Lagertragfähigkeiten . .	82
5.4.6	Einordnung der Güte des thermischen Modells	83
6	Untersuchung der Lagertragfähigkeit	85
6.1	Vorbetrachtung über den Einfluss des Strukturmodells	85
6.1.1	Vergleich mit experimentellen Daten	85
6.1.2	Auswahl des Strukturmodells	89
6.2	Parameterstudie Tragfähigkeit	89
6.2.1	Einfluss der Rampenhöhe	90
6.2.2	Einfluss der <i>top foil</i> -Dicke	92
6.2.3	Einfluss der <i>bump foil</i> -Dicke	95

6.2.4	Einfluss der <i>bump</i> -Geometrie	97
6.3	Isotherme Tragfähigkeiten bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern	101
6.4	Tragfähigkeiten anisotherm	102
7	Untersuchung der dynamischen Lagereigenschaften	109
7.1	Grundlegende Beobachtungen und Schlussfolgerungen	109
7.2	Auswirkungen von Drehzahl und Anregungsfrequenz auf die dynamischen Lagereigenschaften	114
7.3	Auswirkungen der Lagerbelastungen auf die dynamischen Lagereigenschaften	118
7.4	Einfluss der Rotorgeometrie auf die Stabilitätsgrenzen	122
7.5	Einfluss der Rampenhöhe	123
7.5.1	Einfluss der Rampenhöhe auf die Lagersteifigkeiten und -dämpfungen	123
7.5.2	Kippschwingungen bei optimierter Rampenhöhe	127
7.6	Lagerparameter und dynamisches Verhalten bei anisothermer Betrachtung	129
7.6.1	Vergleich zwischen isotherm und anisotherm ermittelten Lagerpara- metern	129
7.6.2	Kippschwingungen bei anisothermer Rechnung	132
7.7	Einfluss von Ausrichtungsfehlern auf die Lagerparameter und das dyna- mische Verhalten	134
7.7.1	Grundlegende Beobachtungen und Schlussfolgerungen	134
7.7.2	Lagerparameter bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern	136
7.7.3	Stabilitätsverhalten bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern	138
8	Axiale und radiale Gasfolienlager im Zusammenspiel - Auswirkungen auf das dynamische Verhalten	145
8.1	Vorbemerkungen	145
8.2	Dynamik eines starren, symmetrischen Rotors in radialen Gasfolienlagern	149
8.3	Dynamik eines starren, symmetrischen, ideal ausgerichteten Rotors in axialen und radialen Gasfolienlagern	152
8.4	Dynamik eines starren, symmetrischen, verkippten Rotors in axialen und radialen Gasfolienlagern	154
8.5	Dynamik eines starren, verkippten, unsymmetrischen Rotors in axialen und radialen Gasfolienlagern	157
9	Fazit	161
9.1	Zusammenfassung und Diskussion	161
9.1.1	Validierung der entwickelten Submodelle	161
9.1.2	Analyse der Lagertragfähigkeit	162
9.1.3	Linearisierte Lagerparameter und Stabilitätseinfluss axialer Gasfolien- lager	163

9.1.4	Stabilität von Rotoren in axialen und radialen Gasfolienlagern . . .	164
9.2	Ausblick	164
9.2.1	Experimentelle Forschungsansätze	165
9.2.2	Numerische Forschungsansätze	166
A	Theoretische Grundlagen	167
A.1	Gleichungen für das <i>bump foil</i> -Strukturmodell	167
A.2	Störungsgleichungen	168
A.3	Nachweis bezüglich der Eigenwerte von Systemen mit Blockdiagonalstruktur	168
B	Numerische Modellierung und Programmablauf	171
B.1	Gleichungen für das SEFM nach Iordanoff	171
B.2	Wärmefade	171
B.2.1	Wärmefad 1 - Durch das Axiallager an die Umgebung	171
B.2.2	Wärmefad 2 - Vom Fluidspalt axial durch den <i>runner</i> an die Um- gebung	175
B.2.3	Wärmefad 3 - Radial vom Fluid an die Umgebung	176
B.2.4	Wärmefad 4 - Radial vom <i>runner</i> an die Umgebung	176
B.3	Materialien und Geometrien für die Modellierung der Wärmeströme	177
B.4	Finite-Volumen-Modellierung des <i>runners</i>	178
B.5	Thermische Verformung des <i>runners</i>	179
B.6	Fliehkraftbedingte Verformung des <i>runners</i>	180
C	Validierung	181
C.1	Vergleich gemessener und simulierter Lagerkräfte und -momente	181
C.2	Bewegungsdifferentialgleichung	181
C.3	Bestimmung der Massenträgheitsmomente	185
C.4	Validierung des thermischen Modells	185
D	Ergebnisse	187
D.1	Filmdickenverläufe in Abhängigkeit der Strukturmodellierung	187
D.2	Auswirkungen der Strukturmodellierung auf die linearisierten Lagerparameter	188
D.3	Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit der Drehzahl, der Anregungs- frequenz und der Lagerbelastung	190
D.4	Einfluss der <i>top foil</i> -Dicke auf die linearisierten Lagerparameter	192
D.5	Einfluss der <i>bump foil</i> -Dicke auf die linearisierten Lagerparameter	195
D.6	Einfluss von Fehlausrichtungen auf die linearisierten Lagerparameter	199
D.7	Einfluss einer anisothermen Betrachtung auf die Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in AGFL und RGFL	202

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung der Funktionsweise eines RGFL. Abb. in Anlehnung an [1, Abb. 1.2]	2
1.2	Öl-freier Turbolader gelagert in radialen und axialen GFL. Abb. entnommen aus [2].	2
1.3	Aufbau der Arbeit.	5
2.1	a) Axiales Gasfolienlager mit <i>bump foil</i> und <i>top foil</i> -Anordnung b) radiales Gasfolienlager in <i>leaf</i> -Anordnung	8
2.2	Verschiedene Varianten zur Erzeugung einer konvergierenden Spaltgeometrie bei axialen Gaslagern mit starrer Lagerwand	9
2.3	Schematischer Aufbau eines axialen Gasfolienlagers	9
3.1	Prinzip des aerodynamischen Druckaufbaus	20
3.2	Schematische Darstellung der im Modell berücksichtigten und vernachlässigten Wärmepfade	33
4.1	<i>bump</i> -Geometrie	36
4.2	Ersatzmodell eines 2- <i>bump</i> -Streifens nach Le Lez	36
4.3	Randbedingungen und Freischnitt zur Berechnung der Federsteifigkeit k_1 eines <i>bumps</i>	38
4.4	Programmablaufplan zur Bestimmung der Verschiebung nach Le Lez	41
4.5	Programmablaufplan zur Bestimmung der Ruhelage der stationären Reynolds-gleichung	46
4.6	Skizze zur Erläuterung der FV-Diskretisierung	50
4.7	Programmablaufplan zur gekoppelten Lösung von Reynolds- und Energie-transportgleichung	54
5.1	Vergleich der Deformationen ermittelt mit ANSYS SHELL181 Schalenelementen sowie mit in MATLAB implementierten isoparametrischen Schalenelementen	58
5.2	Validierung der Deformationen der <i>bump</i> -Gipfel	59

5.3	Gemessene Axialkräfte und Torsionsmomente im Vergleich zu berechneten Werten bei $n = 10\,000 \text{ min}^{-1}$ und $n = 40\,100 \text{ min}^{-1}$	61
5.4	Axialkraft und Torsionsmoment über dem Lagerspalt, Vergleich eigener Simulation mit numerisch ermittelten Literaturwerten	63
5.5	Vergleich der in dieser Arbeit berechneten Steifigkeiten und Dämpfungen mit numerisch ermittelten Literaturwerten	65
5.6	Vergleich der in dieser Arbeit berechneten Steifigkeiten und Dämpfungen bei angepassten Modellparametern mit numerisch ermittelten Literaturwerten	66
5.7	Vergleich der in dieser Arbeit berechneten Steifigkeiten und Dämpfungen mit gemessenen Daten aus der Literatur	68
5.8	Berechneter Verlauf der Kraft über dem Lagerspalt	70
5.9	Schnittdarstellung des zur Validierung herangezogenen Prüfstandes zur Messung von Temperaturen, Kräften und Torsionsmomenten	73
5.10	In der Literatur veröffentlichte, gemessene Temperaturen über den Lagerkräften	76
5.11	Gemessene Temperaturen über den Lagerkräften im Vergleich mit bei verschiedenen thermischen Randbedingungen simulierten Temperaturen	78
5.12	Schematische Darstellung der thermischen Verformung des <i>runners</i>	80
5.13	Gemessene Temperaturen im Vergleich mit simulierten Temperaturen unter Berücksichtigung der thermischen <i>runner</i> -Deformation	81
5.14	Vergleich gemessener und simulierter Lagertragfähigkeiten	82
6.1	Reibmoment über der Kraft in der Messung sowie in der Simulation unter Verwendung verschiedener Strukturmodelle	86
6.2	Strukturverformung und Druck unter Verwendung verschiedener Strukturmodelle	87
6.3	Lagerkraft und Reibmoment über dem Lagerspalt unter Verwendung verschiedener Strukturmodelle	88
6.4	Tragfähigkeit über der Rampenhöhe für verschiedene Drehzahlen	90
6.5	Strömungsprofile über dem Lager für zwei verschiedene Rampenhöhen	91
6.6	Lagertragfähigkeit in Abhängigkeit der <i>top foil</i> -Dicke, bei mehreren Drehzahlen sowie für 2 unterschiedliche Rampenhöhen	92
6.7	Strukturverformung, Filmdicke und Druck bei 2 unterschiedlichen Rampenhöhen sowie 3 verschiedenen <i>top foil</i> -Dicken	93
6.8	Lagertragfähigkeit ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\min} = 5 \mu\text{m}$ in Abhängigkeit der <i>bump foil</i> -Dicke bei zwei verschiedenen Rampenhöhen	95
6.9	Strukturverformung und Druck über dem Umfangswinkel für 3 verschiedene <i>bump</i> -Dicken	96

6.10	Ersatzfedersteifigkeiten des LL-Modells und geometrische Parameter der <i>bumps</i> in Abhängigkeit des halben <i>bump</i> -Öffnungswinkels bei konstanter <i>bump</i> -Höhe und konstantem <i>bump pitch</i>	98
6.11	Skizze zur Veranschaulichung der Notation für die Variation der <i>bump</i> -Geometrie	98
6.12	Berechnete Druckverläufe über einem verkippten Lager. Kippwinkel $\varphi = 0.005^\circ$, $n = 10\,000 \text{ min}^{-1}$, bei einer minimalen Filmdicke von $5 \mu\text{m}$ für ein Lager nach Tab. 5.1 mit $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$	101
6.13	Tragfähigkeiten in Abhängigkeit des Verkippwinkels	102
6.14	Tragfähigkeiten des anisothermen Modells in Abhängigkeit der Drehzahl	103
6.15	<i>runner</i> -Deformation bei $70\,000 \text{ min}^{-1}$	104
6.16	Tragfähigkeiten in Abhängigkeit der Drehzahl bei verschiedenen Umgebungstemperaturen	105
6.17	Tragfähigkeiten in Abhängigkeit der Drehzahl bei verschiedenen Umgebungstemperaturen isotherm und anisotherm	106
7.1	Schematisches Rotormodell: starrer Rotor in starrem Radiallager und axialem Gasfolienlager	110
7.2	Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz für verschiedene Drehzahlen	115
7.3	Eigenfrequenz und kritische Trägheit über der Drehzahl	116
7.4	Einflüsse an kritischer Trägheit über der Drehzahl	117
7.5	Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit von der Lagerlast	119
7.6	Eigenfrequenz und kritische Trägheit in Abhängigkeit der Last bei konstanter Drehzahl	120
7.7	Einfluss der Terme an kritischer Trägheit in Abhängigkeit der Kraft	120
7.8	Eigenfrequenz und kritische Trägheit in Abhängigkeit der Drehzahl für verschiedene Lagerkräfte	121
7.9	Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten und -dämpfungen in Abhängigkeit von der Rampenhöhe für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	124
7.10	Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten und -dämpfungen in Abhängigkeit von der Rampenhöhe für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	125
7.11	Linearisierte, Koppelwinkel-Lagersteifigkeiten und -dämpfungen in Abhängigkeit von der Rampenhöhe für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	126
7.12	Eigenfrequenz und kritische Trägheit in Abhängigkeit der Drehzahl für verschiedene Lagerkräfte für ein Lager mit $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$	128
7.13	Maximale Fluidtemperatur über der Drehzahl	130

7.14	Linearisierte Lagerparameter: Vergleich anisotherme und isotherme Berechnung.	131
7.15	Eigenfrequenz und kritische Trägheit in Abhängigkeit der Drehzahl für verschiedene Lagerkräfte	133
7.16	Anisotropie der Lagerparameter unter Verkipfung	135
7.17	Linearisierte, Lagerparameter in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel in φ -Richtung bei einem Verkippwinkel in ψ -Richtung von $\psi = 0$ für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	137
7.18	Stabilitätskarten für einen ideal ausgerichteten und einen verkippten Rotor	138
7.19	Kritische Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Drehzahl für verschiedene Lagerkräfte für ein ideal ausgerichtetes und ein verkipptes Lager	140
8.1	Schematische Darstellung eines in axialen und radialen Gasfolienlagern gelagerten starren Rotors.	146
8.2	Kritische Eigenfrequenzverhältnisse und Realteile der translatorischen Freiheitsgrade über der Drehzahl für einen Rotor in radialen Gasfolienlagern. .	150
8.3	Kritische Eigenfrequenzverhältnisse und Realteile der translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade über der Drehzahl für einen Rotor in radialen Gasfolienlagern.	150
8.4	Kritische Eigenfrequenzverhältnisse und Realteile der translatorischen Freiheitsgrade über der Drehzahl für einen Rotor in radialen Gasfolienlagern. .	152
8.5	Kritische Eigenfrequenzverhältnisse und Realteile der translatorischen Freiheitsgrade über der Drehzahl für einen Rotor in radialen Gasfolienlagern, bei Berücksichtigung eines Ausrichtungsfehlers.	155
8.6	Kritische Eigenfrequenzverhältnisse und Realteile der translatorischen Freiheitsgrade über der Drehzahl für einen Rotor in radialen Gasfolienlagern, bei Berücksichtigung eines Ausrichtungsfehlers.	157
9.1	Herstellung von Prototypen axialer Gasfolienlager.	165
C.1	Gemessene Axialkräfte und Torsionsmomente im Vergleich mit der Simulation bei der Drehzahl $21\,000\text{ min}^{-1}$	181
C.2	Rotierende, verkippte Scheibe	182
C.3	Gemessene und simulierte Kraft-Temperaturverläufe. Unter Verwendung verschiedener thermischer Randbedingungen und Thermoelementpositionen	186
D.1	Filmdickenverläufe unter Verwendung verschiedener Strukturmodelle	187
D.2	Einfluss der Strukturmodellierung auf die linearisierten Lagerparameter bei 2 verschiedenen Lasten	188
D.3	Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit von der Drehzahl	190
D.4	Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz .	191

D.5	Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von der <i>top foil</i> -Dicke für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	192
D.6	Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von der <i>top foil</i> -Dicke für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	193
D.7	Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von der <i>top foil</i> -Dicke für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	194
D.8	Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von der <i>bump foil</i> -Dicke für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	195
D.9	Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von der <i>bump foil</i> -Dicke für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	196
D.10	Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von der <i>bump foil</i> -Dicke für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	197
D.11	Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	199
D.12	Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	200
D.13	Linearisierte, Koppelwinkel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	201
D.14	Linearisierte, axiale Koppel-Lagersteifigkeiten- und Dämpfungen in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel für verschiedene Drehzahlen, Lasten und Anregungsfrequenzen	202

Tabellenverzeichnis

5.1	Parameter des untersuchten Referenzlagers	60
6.1	Tragfähigkeiten bei Variation des <i>bump</i> -Öffnungswinkels entlang des <i>bump strips</i>	98
7.1	Stabilitätsgrenzen in Abhängigkeiten der axialen Belastung für die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$	129
7.2	Stabilitätsgrenzen in Abhängigkeiten der axialen Belastung bei anisothermer Betrachtung	133
7.3	Übersicht über die Eigenformen eines ideal ausgerichteten und eines verkippten Rotors	141
7.4	Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit der Rampenhöhe, der axialen Belastung ohne Einfluss der radialen Lagerung .	142
8.1	Parameter des untersuchten Rotors	146
8.2	Parameter der untersuchten Radiallager	147
8.3	Stabilitätsgrenzen der in dieser Arbeit untersuchten radialen Gasfolienlager in der Übersicht.	151
8.4	Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit der Rampenhöhe, der axialen Belastung und des Nominalspalts	153
8.5	Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit der Rampenhöhe, der axialen Belastung und des Nominalspalts	156
8.6	Stabilitätsgrenzen eines starren Rotors mit unsymmetrischer Lageranordnung in Abhängigkeit der Rampenhöhe, der axialen Belastung und des Nominalspalts	158
B.1	Materialien und Geometrien für die Modellierung der Wärmeströme	177
D.1	Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit von der Rampenhöhe, der axialen Belastung und des Nominalspalts unter Berücksichtigung anisotherm AGFL-Parameter	203

Nomenklatur

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Bedeutung
AGFL	Axiale Gasfolienlager
BHKW	Blockheizkraftwerk
EF	Eigenform
EW	Eigenwert
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FD	Finite-Differenzen
FDM	Finite-Differenzen-Methode
FV	Finite-Volumen
FVM	Finite-Volumen-Methode
GFL	Gasfolienlager
KWK	Kraft-Wärme-Kopplung
LGS	Lineares Gleichungssystem
LL	Strukturmodell nach Le Lez
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
OSI	<i>Onset Speed of Instability</i> , Stabilitätsgrenze
RGFL	Radiale Gasfolienlager
SEFM	<i>Simple Elastic Foundation Model</i>

Hochgestellte Indizes

Symbol	Bedeutung
$\dot{()}$	partielle Ableitung nach der Zeit
$\hat{()}$	Amplitude
$\overline{()}$	normiert, gemittelt
$\underline{()}$	Vektor
$\underline{\underline{()}}$	Matrix
$(\prime\prime)$	durch 2 Drehungen erzeugte scheibenfeste Koordinaten
RF	raumfest
SF	scheibenfest

Tiefgestellte Indizes

Symbol	Bedeutung
0	in der Ruhelage
a	ambient, bezüglich der Umgebung
<i>bf</i>	<i>bump foil</i>
<i>tf</i>	<i>top foil</i>
crit	Übereinstimmung mit Eigenkreisfrequenz
<i>h</i>	hintere Wand der FV-Diskretisierung
<i>H</i>	Hinterer Knoten der FV-Diskretisierung
lin	linearisiert
m	gemittelt
<i>n</i>	Nordwand der FV-Diskretisierung
<i>N</i>	Nordknoten der FV-Diskretisierung
<i>o</i>	Ostwand der FV-Diskretisierung
<i>O</i>	Ostknoten der FV-Diskretisierung
pad	bezüglich des pads eins AGFL
r	radial
ramp	bezüglich der Rampe axialer GFL
res	resultierend
<i>s</i>	Südwand der FV-Diskretisierung
<i>S</i>	Südknoten der FV-Diskretisierung
θ	in Umfangsrichtung
<i>v</i>	vordere Wand der FV-Diskretisierung
<i>V</i>	vorderer Knoten der FV-Diskretisierung
<i>w</i>	Westwand der FV-Diskretisierung
<i>W</i>	Westknoten der FV-Diskretisierung
x	in <i>x</i> -Richtung
y	in <i>y</i> -Richtung
z	axial

Lateinische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung
a	-	Koeffizienten aus der Diskretisierung der Energietransportgleichung
A	m^2	Fläche
b_i	m	vertikaler <i>bump top</i> Freiheitsgrad des LL-Modells
b_r	m	<i>runner</i> -Breite
c	m	zur Normierung verwendete Länge
c_0	m	Nominalspalt der RGFL
c_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	isobare Wärmekapazität
$\underline{\underline{C}}$	-	Dämpfungsmatrix
C_f	-	Reibungsbeiwert laminare Strömung
E_f	Pa	Elastizitätsmodul der <i>foils</i>
f_i	m	horizontaler <i>bump</i> -Fuß Freiheitsgrad des LL-Modells
$F_{res,i}$	N	resultierende Kraft des <i>i</i> -ten <i>pads</i>
g	m s^{-2}	Erdbeschleunigung
$\underline{\underline{G}}$	-	Gyroskopiematrix
Gr	-	Grashof-Zahl
h	m	Filmdicke
h_B	m	<i>bump</i> -Höhe
h_f	m	Filmdicke aufgrund von thermischer- und Fliehkraftverformung
h_i	m	horizontaler <i>bump top</i> Freiheitsgrad des LL-Modells
h_{ramp}	m	Rampenhöhe
J_z	kg m^2	Trägheitsmomente um die <i>z</i> -Achse
J_a	kg m^2	Trägheitsmoment um die <i>x</i> - und <i>y</i> -Achse
$\underline{\underline{K}}$	-	Steifigkeitsmatrix
K_f	N m^{-3}	flächenbezogene Steifigkeit des SEFM
k_i	N m^{-1}	Federsteifigkeiten des LL-Modells
k_i^*	N m^{-1}	Federsteifigkeiten des ersten <i>bumps</i> des LL-Modells
\vec{L}	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$	Drall
l_0	m	halbe <i>bump</i> -Länge
l_1	m	Abstand RGFL 1 zum Schwerpunkt
l_2	m	Abstand RGFL 2 zum Schwerpunkt
l_s	m	Steglänge, Abstand zum Schwerpunkt
l_w	m	Wellenlänge
L_{strip}	m	Breite eines <i>bump foil strips</i>
m	kg	Masse des <i>runners</i>
m_r	kg	Rotormasse
$\underline{\underline{M}}$	-	Massenmatrix
M	N m	Moment

Symbol	Einheit	Bedeutung
M_s	N m	Schnittmoment
n	min ⁻¹	Drehzahl
N_{pad}	-	Anzahl der <i>pads</i>
N_r	-	Anzahl der Knoten in r -Richtung
N_s	N	Schnitt-Normalkraft
N_θ	-	Anzahl der Knoten in θ -Richtung
N_B	-	Anzahl der <i>bumps</i>
N_{strip}	-	Anzahl der <i>bump strips</i>
Nu	-	Nusseltzahl
p	Pa	Druck
Pe	-	Péclet-Zahl
Pr	-	Prandtl-Zahl
\dot{Q}	W	Wärmestrom
r	m	radiale Koordinate
r_a	m	Außenradius
r_i	m	Innenradius
r_w	m	Wellenradius
$r_{\text{res},i}$	m	Radius zum Kraftangriffspunkt der resultierenden Kraft des i -ten <i>pads</i>
R_B	m	<i>bump</i> -Radius
Re	-	Reynolds-Zahl
$\underline{\underline{R}}$	-	Drehmatrix
S	-	dimensionslose Foliennachgiebigkeit
s_{loss}	-	Strukturverlustfaktor
s_0	m	<i>bump pitch</i>
St	-	Stanton-Zahl
T	K	Temperatur
t	s	Zeit
t_b	m	<i>bump foil</i> -Dicke
t_f	m	<i>top foil</i> -Dicke
U	J	potentielle Energie
v	m s ⁻¹	Geschwindigkeit
W	N	Axialkraft auf Lager
x, y, z	m	Koordinaten

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung
α	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	Wärmeübergangskoeffizient
β	K^{-1}	Wärmeausdehnungskoeffizient ideales Gas
γ	-	Störfrequenzverhältnis
δ	-	normierte Strukturverformung
δ_{tr}	-	normierte thermische <i>runner</i> -Deformation
Δ	-	kleine Störung um die Ruhelage
ε	m	Lagerspalt
ζ	-	Relaxationskoeffizient
η	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität
θ	rad	Umfangskoordinate
θ_0	rad	halber <i>bump</i> -Öffnungswinkel
θ_d	rad	Federwinkel des LL-Modells
θ_p	rad	<i>bump pitch</i>
κ	-	Knudsen-Zahl
λ	s^{-1}	Eigenwert
λ	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
λ_{nl}	s^{-1}	nichtlinearer Eigenwert
λ_m	m	mittlere freie Weglänge Gasmoleküle
Λ	-	Kompressionszahl
μ	Pas	dynamische Viskosität
μ_{bf}	-	Reibungskoeffizient zwischen <i>bump foil</i> und Lagerplatte
μ_{tf}	-	Reibungskoeffizient zwischen <i>top</i> - und <i>bump foil</i>
ν_f	-	Poissonzahl der <i>foils</i>
ρ	kg m^{-3}	Dichte
φ	rad	Winkelkoordinate um die <i>x</i> -Achse
ψ	rad	Winkelkoordinate um die <i>y</i> -Achse
Ω	s^{-1}	Drehkreisfrequenz
ω	s^{-1}	Anregungs- / Störkreisfrequenz

Kapitel 1

Einleitung

Lager sind ein allgegenwärtiges Maschinenelement und dienen zur möglichst reibungsfreien Führung, Kraftübertragung und zur Separierung zwischen beweglichen und ruhenden Bauteilen [3, Abschn. 4.3]. Axiallager nehmen dabei Kräfte in Richtung der Drehachse und Radiallager Kräfte senkrecht dazu auf. Wälzlager und Gleitlager sind etablierte Lagerarten, während Gasfolienlager (GFL) eine innovative Lagerungsart sind, deren industrielle Verbreitung bislang noch gering ist. Um diese voranzutreiben, ist es notwendig valide numerische Modelle zu implementieren, die es erlauben wichtige Charakteristika von Lagern wie Tragfähigkeiten, Steifigkeiten und Dämpfungen, aber auch deren Stabilitätseigenschaften robust zur Auslegung solcher Lager zu bestimmen. Insbesondere für axiale Gasfolienlager (AGFL) gibt es nur ausgesprochen wenige geeignete Modelle. Die vorliegende Arbeit widmet sich diesen Themen, mit Fokus auf die AGFL.

1.1 Motivation

Gaslager übertragen Kräfte durch einen in wenige Mikrometer dünnen Spalt komprimierten Gases, in der Regel Luft, bei einem Minimum an Verlusten und ermöglichen so den Betrieb bei außerordentlich hohen Drehzahlen [4]. Aufgrund der mit steigender Temperatur steigenden Viskosität von Luft können diese Lager im Bereich sehr hoher und niedriger Temperaturen eingesetzt werden. Es wird kein Öl zur Schmierung benötigt, wodurch auch Dichtungen und ein System zur Ölzufuhr entfallen, was zu einer Reduktion der Kosten, des Gewichts und des Wartungsaufwands gegenüber Wälz- und - Gleitlagern führt, aber auch die Kontamination der umgebenden Medien mit Ölpartikeln verhindert [5]. GFL gehören zu den aerodynamischen Gaslagern. Das Betriebsmedium wird also alleine durch die Rotation des zu lagernden Bauteils angesaugt und es werden, im Gegensatz zu den aerostatischen Lagern, weder komprimierte Druckluft noch Dichtungen benötigt.

Dies hat allerdings den Nachteil, dass der Rotor im Stillstand auf der Lageroberfläche aufliegt. Erst ab einer ausreichend hohen Drehzahl wird genügend Luft angesaugt, um ein Abheben des Rotors zu bewirken. Unterhalb dieser Drehzahl kommt es zu Reibverschleiß

von Rotor und Lageroberfläche, welcher durch Beschichtungen minimiert werden kann [6]. Die geringe Viskosität der Luft sorgt auch für eine vergleichsweise niedrige, maximal aufnehmbare Last, also Lagertragfähigkeit, sowie eine geringe Dämpfung der Lager [7]. Beides kann durch den Einsatz von GFL abgemildert werden. GFL haben anstelle der üblichen starren Lagerwand nachgiebige Folien, die sich unter dem sich im Lager ausprägenden Druck verformen. Die Funktionsweise eines radialen Gasfolienlagers (RGFL) ist schematisch in Abb. 1.1 dargestellt. Aufgrund der Gewichtskraft befindet sich der Rotor nicht im geometrischen Mittelpunkt des Lagers, so dass sich die Filmdicke, also der Abstand zwischen dem Rotor und der Lageroberfläche, über den Umfang ändert. Durch die enger werdenden Filmdicken kommt es zu einer Kompression des vom Rotor mitgezogenen Gases und einem Anstieg des Drucks p , welcher wiederum die Verformung δ der elastischen Struktur bewirkt. Dies sorgt für eine, gegenüber Gaslagern mit starrer Lagerwand,

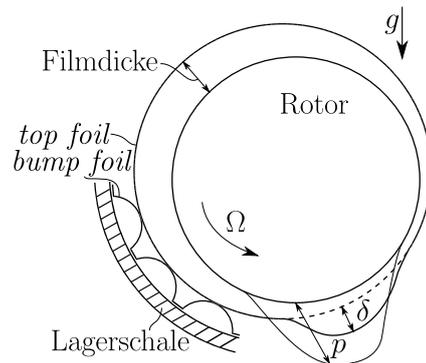


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Funktionsweise eines RGFL. Abb. in Anlehnung an [1, Abb. 1.2]

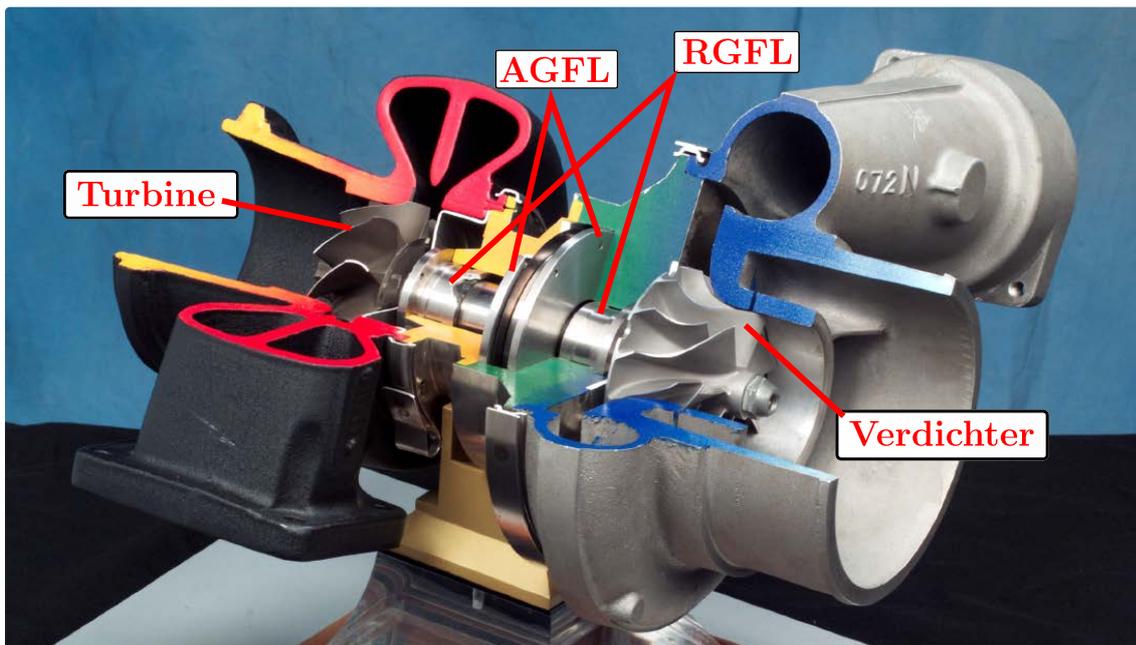


Abbildung 1.2: Öl-freier Turbolader gelagert in radialen und axialen GFL. Abb. entnommen aus [2].

gleichmäßigere Verteilung des Drucks und somit für höhere Tragfähigkeiten. Zusätzlich wird durch Reibkontakte der sich verformenden Folien Energie dissipiert, was für einen Anstieg der Dämpfung sorgt [7] und somit bei nur geringfügig höheren Reibungsverlusten einen stabileren Betrieb ermöglicht. Durch die Verformung der Folien können zudem die Auswirkungen von Ausrichtungsfehlern, welche zu einer Abnahme der Lagertragfähigkeit

führen, abgemildert werden [8].

Die aufgezählten Eigenschaften von Gaslagern und insbesondere GFL machen diese attraktiv für eine Anwendung im Bereich von schnell drehenden und gering belasteten Turbomaschinen, wie etwa dem in Abb. 1.2 dargestellten Turbolader. Ein anderes Beispiel für eine aufstrebende Technologie in der bereits GFL verbaut werden (siehe [9]), sind Mikrogasturbinen, welche bei Drehzahlen in der Größenordnung von $96\,000\text{ min}^{-1}$ [9] sowie Turbinenaustrittstemperaturen von 700 °C operiert. Mikrogasturbinen sind kleine Gasturbinen, welche zur dezentralen Energieversorgung z.B. in Blockheizkraftwerken (BHKW) zur Kraftwärmekopplung (KWK¹) [12] eingesetzt werden. Durch die Nutzung von Strom und Abwärme können hohe Wirkungsgrade von aktuell bis zu 81 % erreicht werden [13, S.13, Tab. 1-2], wodurch Potential zur Reduktion der CO₂-Emissionen vorhanden ist. Deshalb empfiehlt das Bundesamt für Wirtschaft und Energie die Ausweitung der staatlichen Förderung im Bereich der Mikrogasturbine und ihrer Komponenten [13, Abschn. 5.2 S.61].

Obwohl die Eigenschaften der GFL, wie beschrieben, in einigen Anwendungsgebieten offensichtliche Vorteile mit sich bringen, ist ihre industrielle Verbreitung nur in wenigen Produkten bekannt (ein Beispiel ist die genannte Mikrogasturbine [9], ansonsten ist noch der Einsatz bei Hochdrehzahl-Kühlturbinen zur Luftaufbereitung in der zivilen und militärischen Luftfahrt bekannt [8]). Eine große Hürde, um sich als Unternehmen für die Anwendung von GFL zu entscheiden, ist die Ungewissheit, ob bei den gegebenen Betriebsbedingungen überhaupt ein stabiler Betrieb mit GFL möglich ist und welche Geometrieparameter ein geeignetes GFL haben muss. Jedoch zeigt sich an den genannten Anwendungsbeispielen, dass bei entsprechenden Bemühungen die industrielle Nutzung von GFL auch kommerziell erfolgreich sein kann. Um die industrielle Verbreitung weiter voranzutreiben, müssen für die Unternehmen einfache Methoden zum Design und zur Auslegung von GFL geschaffen werden. Zur Annäherung an dieses Ziel, sind valide numerische Berechnungsprogramme erforderlich, mit deren Hilfe das Lagerverhalten vorausgesagt werden kann, ohne für jeden Anwendungsfall eine experimentelle Untersuchung durchführen zu müssen. Insbesondere im Bereich der AGFL ist die experimentelle Datengrundlage gering und auch numerische Studien (wie beispielsweise der Temperatureinfluss, das dynamische Verhalten und die Stabilität) wurden nicht oder nur in geringem Umfang durchgeführt. Während dem Auftreten von Instabilitäten bei RGFL zahlreiche Forschungsarbeiten gewidmet wurden (u.a. [14], [15], [16], [17], [1], [18], [19]), ist die Reaktion der AGFL auf diese Störungen noch weitgehend unerforscht. Dies motiviert die Entwicklung numerischer Modelle axialer GFL in dieser Arbeit, deren konkrete Funktionen und Ziele im folgenden Abschnitt beschrieben werden.

¹In Deutschland wird die KWK durch das Kraft-Wärme-Kopplungs-Gesetz [10] und das Erneuerbare-Energien-Gesetz [11] gefördert.

1.2 Ziele

Die konkreten Ziele der vorliegenden Arbeit sind:

- Entwicklung eines Programms zur Auslegung axialer GFL, welches in der Lage ist:
 - die Druckverteilung und Verformung der Lagerwand bei vorgegebener Lagerbelastung zu ermitteln
 - die Lagertragfähigkeiten zu berechnen
 - das Temperaturverhalten des Lagers abzubilden
 - Ausrichtungsfehler zu berücksichtigen
 - linearisierte Lagerparameter zu ermitteln, welche die Kopplung mit radialen GFL erlauben.
- Validierung der Simulationsergebnisse mit in der Literatur veröffentlichten numerischen und soweit verfügbar, experimentellen Daten.
- Untersuchung der Lagertragfähigkeiten in Abhängigkeit von relevanten Lagerparametern.
- Untersuchung der linearisierten Lagerparameter in Abhängigkeit der Drehzahl, der Lagerlast, der Anregungsfrequenz sowie relevanter Geometrieparameter der Lager. Die Auswirkungen von Ausrichtungsfehlern sowie einer anisothermen Betrachtung auf die linearisierten Lagerparameter sollen erfasst werden.
- Ermittlung des Einflusses von AGFL auf das rotordynamische Verhalten und insbesondere die Stabilität:
 - Die linearisierten Lagerparameter sollen genutzt werden, um zu untersuchen, ob in Analogie zu den RGFL, auch durch AGFL hervorgerufene, selbsterregte, instabile Schwingungen auftreten können.
 - Falls solche Schwingungen auftreten, sind die Bedingungen und Parameter unter denen sie einsetzen zu identifizieren.
 - Der Einfluss der AGFL auf das Stabilitätsverhalten für einen Rotor in AGFL und RGFL soll beispielhaft für einen Rotor untersucht werden.

1.3 Aufbau der Arbeit

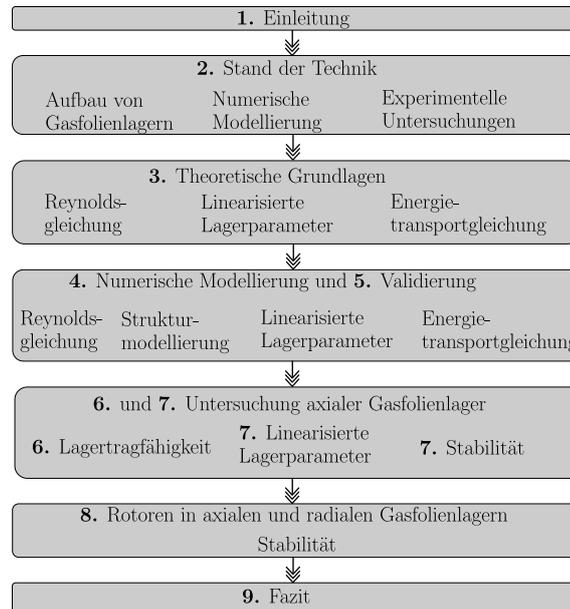


Abbildung 1.3: Aufbau der Arbeit.

Die Arbeit ist aufgebaut wie in Abb. 1.3 dargestellt und wie im Folgenden beschrieben:

- **Kap. 2:** Der aktuelle Stand der Forschung bezüglich des Aufbaus von Gasfolienlagern, numerischen Modellierungsansätzen, sowie Erkenntnissen aus experimentellen Untersuchungen wird dargelegt.
- **Kap. 3:** Der notwendige theoretische Hintergrund wird erläutert. Dazu gehört eine Erklärung des Funktionsprinzips axialer GFL, der zu Grunde liegenden Annahmen der beschreibenden Differentialgleichung (Reynoldsgleichung), der Bestimmung der linearisierten Lagerparameter mit Hilfe der Störungsrechnung sowie der stationären Energietransportgleichung von Gasfolienlagern, welche zur Berechnung der Temperaturverteilung im Lager erforderlich ist.
- **Kap. 4:** Die Diskretisierungsansätze und die Programmabläufe der Algorithmen, zur Berechnung der Verformung der elastischen Lageroberfläche, zur Lösung der Reynoldsgleichung, zur Bestimmung der linearisierten Lagerparameter sowie zur Lösung der stationären Energietransportgleichung werden beschrieben.
- **Kap. 5:** Die implementierten numerischen Modelle werden mit in der Literatur veröffentlichten numerischen und experimentellen Daten verglichen. Dies wird für die Modelle zur Berechnung der Verformung der elastischen Lageroberfläche, zur Lösung der Reynoldsgleichung, zur Berechnung der linearisierten Lagerparameter und zur Berechnung der Lagertemperatur durchgeführt.

- **Kap. 6:** Das Verhalten der Lagertragfähigkeit in Abhängigkeit relevanter Geometrieparameter wird untersucht. Der Einfluss von Ausrichtungsfehlern sowie von einer anisothermen Betrachtung wird diskutiert.
- **Kap. 7:** Das Verhalten der linearisierten Lagerparameter in Abhängigkeit relevanter Geometrieparameter wird untersucht. Für einen einfachen, akademischen Fall wird ein analytisches Kriterium zur Beurteilung der Stabilität eines Rotors in axialen GFL hergeleitet. Die dynamischen Lagerparameter und deren Auswirkungen auf die Stabilität werden in Abhängigkeit von Drehzahl, Anregungsfrequenz, Lagerbelastungen sowie relevanter Geometrieparameter untersucht. Der Einfluss von Ausrichtungsfehlern und einer anisothermen Betrachtung wird dokumentiert.
- **Kap. 8:** Das Stabilitätsverhalten eines Rotors in axialen und radialen GFL wird für einen Fall beispielhaft untersucht.
- **Kap. 9:** Es erfolgt eine Zusammenfassung und kritische Bewertung der Ergebnisse der Arbeit. Ansätze zur Vertiefung der Forschung im Bereich der AGFL werden im Ausblick gegeben.

Kapitel 2

Stand der Forschung

Dieses Kapitel gliedert sich in vier Unterkapitel, zunächst wird der Aufbau von GFL nach dem aktuellen Stand der Technik erläutert. Anschließend werden Forschungsarbeiten zur numerischen Modellierung vorgestellt, dabei werden zunächst die Veröffentlichungen zu den AGFL herausgehoben, da diese auch das Untersuchungsobjekt der vorliegenden Arbeit sind. In den nächsten beiden Unterkapiteln werden Modellierungsansätze zur Berechnung der Verformung der elastischen Lagerstruktur sowie zur Untersuchung der Stabilität vorgestellt. Dabei werden nahezu ausschließlich Veröffentlichungen zu den RGFL aufgeführt, da diese zum einen weitaus besser erforscht sind und zum anderen sind die zu Grunde liegenden physikalischen Prinzipien dieselben. Im dritten Unterkapitel werden experimentelle Untersuchungen von AGFL zusammengefasst, bevor im letzten Unterkapitel eine Einordnung des aktuellen Stands der Forschung mit Bezug auf die vorliegende Arbeit erfolgt.

2.1 Aufbau von Gasfolienlagern

Das Unterscheidungsmerkmal von GFL im Kontrast zu konventionellen Gaslagern mit „starrer“ Lagerwand ist die nachgiebige Struktur der Lager. Sie sorgt für eine bessere Verteilung des Drucks und somit für höhere Tragfähigkeiten gegenüber konventionellen Gaslagern. Durch Weiterentwicklung der elastischen Struktur konnte die Tragfähigkeit von RGFL im Vergleich zu den ersten Lagern dieser Bauart signifikant erhöht werden (um den Faktor 3 bis 4, siehe [20]). Aber auch die Dämpfungseigenschaften und damit das Stabilitätsverhalten dieser Lager wird durch die zusätzlichen Reibkontakte in der elastischen Struktur positiv beeinflusst. Da die geometrischen Abmessungen der Luftspalte in diesen Lagern sehr klein¹ sind, sorgt die Verformbarkeit der Lagerwand auch für eine erhöhte Toleranz gegenüber Fertigungs- und Ausrichtungsfehlern.

Die elastische Struktur dieser Lager wird konstruktiv auf verschiedene Arten umgesetzt, wobei die häufigste Variante aus einer gewellten Metallfolie (engl. *bump foil*) besteht,

¹typischerweise in der Größenordnung von 10 μm

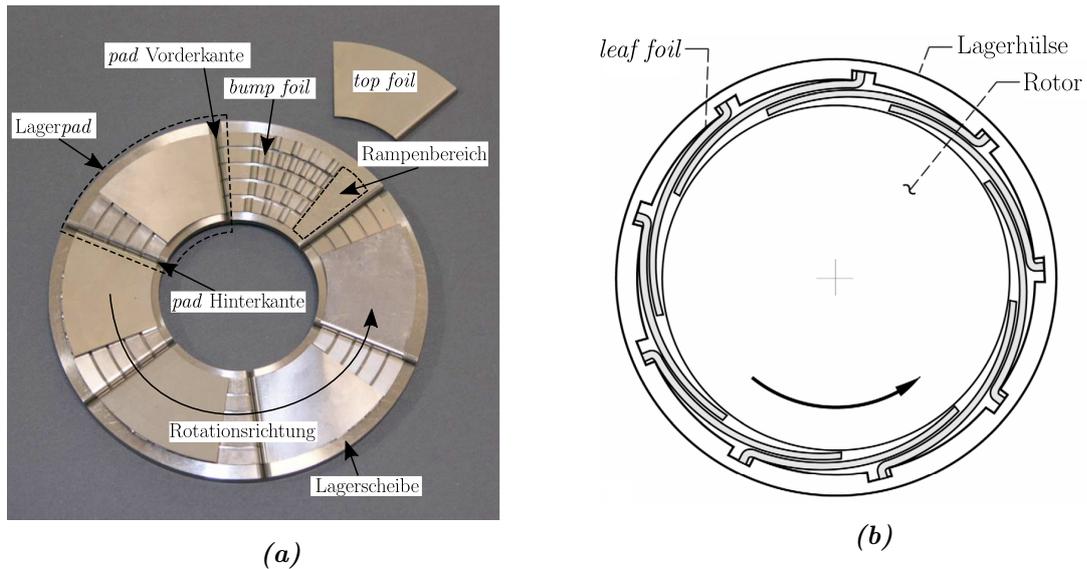


Abbildung 2.1: a) Axiales Gasfolienlager mit bump foil und top foil-Anordnung [22] b) radiales Gasfolienlager in leaf-Anordnung. Abb. entnommen aus: [20].

über der sich eine glatte Metallfolie (engl. *top foil*) befindet (siehe AGFL in Abb. 2.1a). Die Eigenschaften der *bump foil* sind dabei maßgeblich für die Steifigkeitseigenschaften der elastischen Lagerwand, während die *top foil* als glatte Oberfläche für den sich im Lagerspalt ausprägenden Druck dient. Durch Änderung der Geometrie der *bump foil* konnten die eingangs erwähnten Tragfähigkeitssteigerungen erzielt werden. So ist beispielsweise in Abb. 2.1a erkennbar, dass die *bump foil* durch Schlitze in der Metallfolie in mehrere Streifen (engl. *bump strips*) unterteilt ist. Die Abstände des *bumps* sind auf einem Streifen konstant, ändern sich aber von Streifen zu Streifen. Somit wird eine in radialer Richtung variable Steifigkeit erreicht. Die Oberfläche des *top foils* sowie die Oberfläche der sich gegenüber dem AGFL befindlichen notwendigen rotierenden Scheibe (im Folgenden wie im Englischen als *runner* bezeichnet, siehe Abb. 2.3) werden zur Verringerung des Verschleißes bei Hoch- und Runterfahrvorgängen, zur Erhöhung der ertragbaren Temperaturen und zur Verlängerung der Lagerlebensdauer beschichtet [21].

Eine andere Umsetzung der nachgiebigen Folienstruktur ist exemplarisch für ein RGFL in Abb. 2.1b dargestellt. Des Weiteren finden sich in der Literatur (z.B. in [23]) noch vereinzelt Modifikationen mit mehreren *top* und/oder *bump foils*, die für eine Erhöhung der Steifigkeit und Dämpfung der nachgiebigen Struktur sorgen.

Um die Ausprägung eines Drucks im Lager zu ermöglichen, wird ein enger werdender Luftspalt (auch als konvergierender Luftspalt bezeichnet) benötigt. Während sich der konvergierende Spalt bei den Radiallagern aufgrund der Auslenkung des Rotors im Vergleich zum Lagermittelpunkt von selbst einstellt, muss bei den Axiallagern durch die Geometrie der Lageroberfläche für die Existenz eines solchen Spalts gesorgt werden. Im Bereich der Gaslager mit „starrer“ Lagerwand existieren verschiedene konstruktive Varianten zur Erzeugung eines konvergierenden Spaltes (siehe Abb. 2.2).

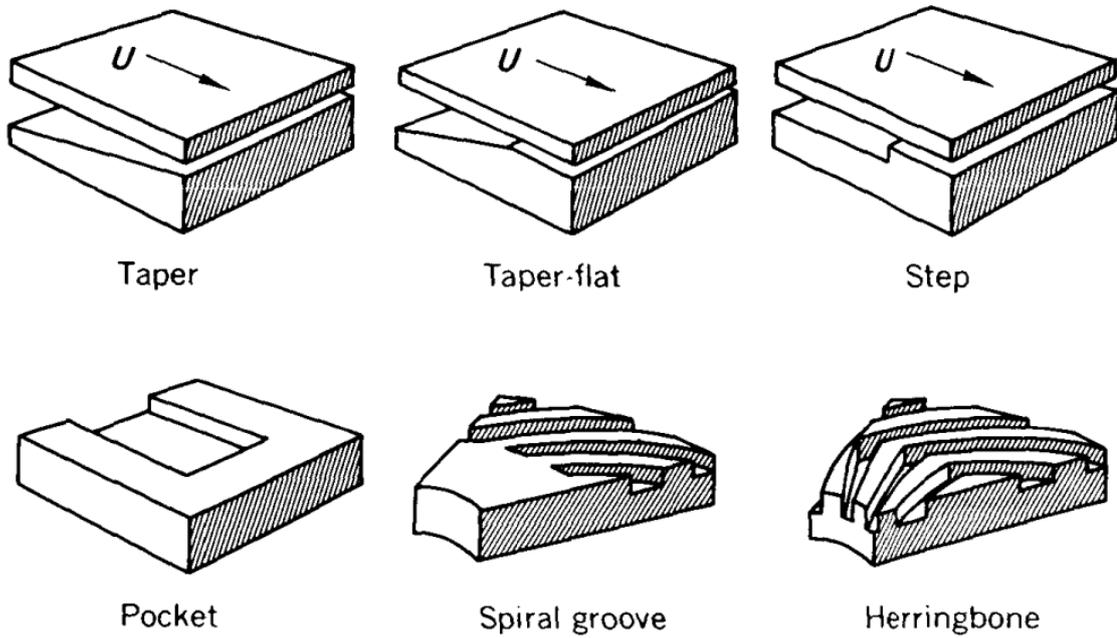


Abbildung 2.2: Verschiedene Varianten zur Erzeugung einer konvergierenden Spaltgeometrie bei axialen Gaslagern mit starrer Lagerwand. Abb. entnommen aus: [24]

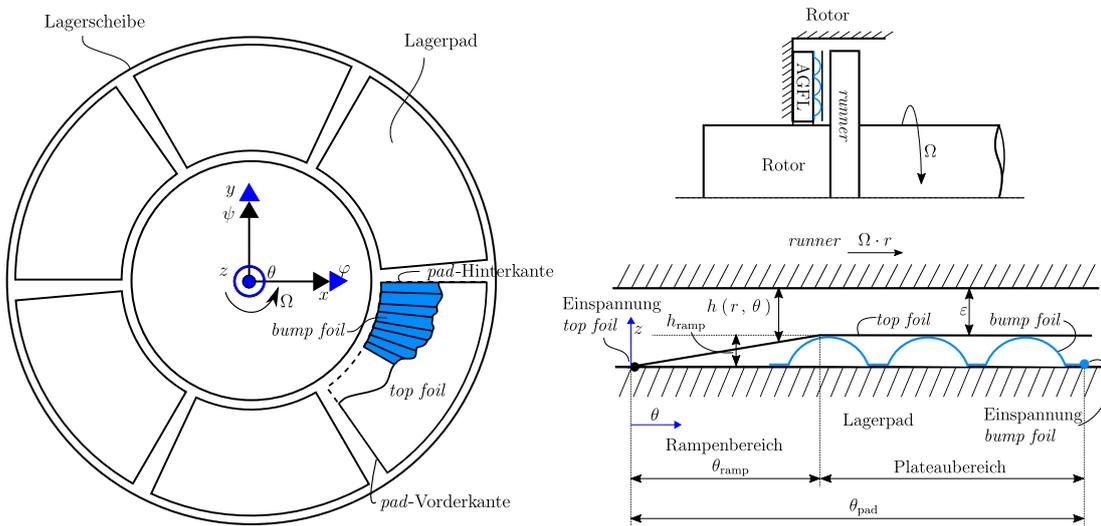


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau eines axialen Gasfolienlagers. Links: Frontalansicht, rechts oben: axiales Gasfolienlager mit gegenüberliegendem runner, rechts unten: Darstellung des Schmierfilms - Schnitt entlang des Umfangs eines pads.

Obwohl bereits 1918 von Lord Rayleigh [25] mathematisch gezeigt wurde, dass eine Spaltgeometrie wie bei einer parallelen Stufe (engl. *step*, siehe Abb. 2.2 rechts oben) eine optimale Tragfähigkeit besitzt, wenn die Leckageströmungen an den Rändern des Lagers vermieden werden können, hat sich diese Variante der Spaltgeometrie nicht durchgesetzt ([26] Abschnitt 8.6). Die Idee hinter der taschenförmigen Spaltgeometrie (engl. *pocket*, siehe Abb. 2.2 links unten) ist die Vermeidung eben jener Leckageströme. Heutzutage sind jedoch die *spiral groove* und *herring bone* - Lager im Bereich der Lager mit starrer Lagerwand am weitesten verbreitet.

Bei den Lagern mit nachgiebiger Lagerwand werden die konvergierenden Spalte anders umgesetzt. Rechts unten in Abb. 2.3 ist schematisch der Querschnitt in Umfangsrichtung durch die elastische Folienstruktur eines AGFL gezeigt. Dort ist zu erkennen, dass die *bump foil* in Drehrichtung nach der *top foil* beginnt. Der konvergierende Luftspalt prägt sich aus, weil die an der Lagerscheibe befestigte *top foil* den Höhenunterschied zum *bump foil* überwinden muss. Die tatsächliche Geometrie des Spalts eines AGFL hängt von der Verformung der elastischen Struktur ab. Verglichen mit den starren Gaslagern entspricht die Spaltgeometrie am ehesten jedoch der *taper flat* oder *step*- Variante (vgl. Abb. 2.2). Die Steigung der sich ausprägenden Rampe hängt von dem sogenannten Rampenendwinkel θ_{ramp} ab, der den Winkelunterschied zwischen der Befestigung des *top foils* zum ersten *bump* beschreibt. Die Strukturverformung der *top foil* wird zu der in Abb. 2.3 dargestellten Geometrie der *top foil* hinzuaddiert, welche sich aus dem linear ansteigenden Rampenbereich und dem flachen Plateaubereich des Lagers zusammensetzt (Bereiche sind in Abb. 2.3 gekennzeichnet). Üblicherweise beträgt der Rampenendwinkel etwa die Hälfte² des *Pad*winkels θ_{pad} (entspricht der Winkelausprägung des *top foils*). Ein Lagersegment oder auch Lager*pad* ist dabei eine Anordnung aus *top* und *bump foil*.

Die Befestigung des *bump foils* an der Lagerscheibe erfolgt auf der in Drehrichtung nachfolgenden Seite an der *pad* Hinterkante. Dies ist wichtig für die Steifigkeitseigenschaften der elastischen Struktur, da das *bump foil* in der Nähe seiner Befestigung steifer ist [28]. Ein AGFL hat typischerweise 6 oder 8 Segmente.

Ein wichtiger Parameter für Tragfähigkeit und Lagereigenschaften ist die Höhe der Rampe. In den dargestellten AGFL (Abb. 2.1a, 2.3) entspricht die Rampehöhe der Höhe der *bumps*. Jedoch zeigen neue Forschungsarbeiten von Kim et al. [27], dass ein signifikanter Anstieg an Tragfähigkeit durch kleinere Rampehöhen³ erreicht werden kann. Eine von der *Bump*höhe abweichende Rampehöhe kann umgesetzt werden indem die Befestigung der *top foil* nicht direkt auf der Lagerscheibe erfolgt, sondern an einer sich unterhalb der Position der Einspannung befindlichen, auf der Lagerscheibe montierten dünnen Platte.

Das Befestigen der Folien an der Lagerscheibe erfolgt meist durch Punktschweißen oder durch Klemmen der Folien in erodierte Schlitze.

²Dieser Wert wurde in einer numerischen Parameterstudie als Optimum ermittelt (siehe [7] und [27]).

³Für das untersuchte Lager betrug die optimale Rampehöhe 50 μm und die *Bump*höhe 500 μm .

2.2 Numerische Modellierung

2.2.1 Axiale Gasfolienlager

Eine erste numerische Abhandlung zu AGFL wurde 1983 von Heshmat et al. veröffentlicht [7]. Dabei handelt es sich um eine Parameterstudie, die zum Ziel hat, optimale Designparameter für maximale Lagertragfähigkeiten zu ermitteln. Die Ergebnisse dieser Studie haben noch heute Einfluss auf das Design von axialen GFL. So ist das in dieser Studie als optimal ermittelte Verhältnis von Innen- zu Außendurchmesser von 2 immer noch weit verbreitet, siehe z.B. [22, 29]. Zur numerischen Lösung des aerodynamischen Problems wird die stationäre Reynoldsgleichung (Gl. 3.3 unter Vernachlässigung der dort auftretenden Zeitableitung) mit der Finiten-Differenzen-Methode (FDM) diskretisiert und das resultierende Nullstellenproblem iterativ mit der Newton-Raphson-Methode gelöst. Die genannten Methoden werden auch in der vorliegenden Arbeit verwendet.

Iordanoff [30] beschäftigt sich in seiner numerischen Untersuchung mit der Frage der optimalen Schmierfilmgeometrie zur Erreichung hoher Lagertragfähigkeiten und zeigt in einer vereinfachten 1-dimensionalen Analyse die diesbezüglich optimalen Eigenschaften einer *taper-flat*-Geometrie (siehe Abb. 2.2). In einer 2-dimensionalen Parameterstudie bestätigt Iordanoff die höheren Tragfähigkeiten einer *taper-flat*- gegenüber einer reinen *taper*-Geometrie.

Aufgrund der sehr geringen Luftspalte bei GFL ist es nicht offensichtlich, ob das Gas strömungsmechanisch als Kontinuum modelliert werden kann oder ob die Bewegung der einzelnen Teilchen berücksichtigt werden muss. Um dies zu untersuchen, wird von Park et al. [29] eine modifizierte Reynoldsgleichung verwendet, die näherungsweise auch dann gilt, wenn die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle im Vergleich zu den charakteristischen Längen der Strömung nicht zu vernachlässigen ist. Die dabei ermittelten Unterschiede in der Lagertragfähigkeit sind jedoch vernachlässigbar. In der gleichen Arbeit werden mit Hilfe eines Störungsansatzes auch linearisierte, axiale Steifigkeiten und Dämpfungen des Folienlagers bestimmt. Auch für diese Parameter kann die Modellierung der einzelnen Teilchenbewegungen vernachlässigt werden. Somit wird auch in der vorliegenden Arbeit auf eine Modellierung der Teilchenbewegung verzichtet.

Feng et al. [31] verwenden für die Modellierung des *bump foils* ein Ersatzmodell aus Federn und starren Verbindungen. Das *top foil* wird mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) als Schale modelliert. Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten werden mit Hilfe eines linearen Störungsansatzes bestimmt. Dabei kann erstmals auch der Einfluss der Anregungsfrequenz auf die Lagerparameter abgebildet werden. In statischen Rechnungen wird auch der Einfluss der Verkipfung auf die Lagerkräfte untersucht und eine Zunahme der Lagerkraft unter Verkipfung festgestellt.

Eine Arbeit von Gad und Kaneko aus dem Jahr 2015 [32] beschäftigt sich ebenfalls mit der Berechnung der linearisierten Lagerparameter von AGFL. Eine modifizierte Reynoldsgleichung, welche auch zuvor vernachlässigte Strömungsanteile aufgrund radialer Träg-

heitskräfte modelliert, wird für die stationären Rechnungen verwendet. Der Einfluss der zentrifugalen Kräfte auf die Lagertragfähigkeiten wird untersucht, ist aber vernachlässigbar und wird damit auch in der vorliegenden Arbeit nicht näher untersucht. Ein Störungsansatz wird verwendet, um die linearisierten Lagerparameter zu ermitteln. Erstmals können auch Winkel- und Koppelsteifigkeiten und -dämpfungen bestimmt werden, im Gegensatz zu Feng et al. [31] jedoch nur unabhängig von der Anregungsfrequenz. In der vorliegenden Arbeit wird abweichend zu Feng et al. und Gad und Kaneko der Störungsansatz nach Lund [33] verwendet. Dieser bietet den Vorteil, dass die linearisierten Lagerparameter weder iterativ ermittelt werden müssen (wie bei Feng et al.) noch unabhängig von der Anregungsfrequenz sind.

In einer weiteren Veröffentlichung von Gad und Kaneko [34] werden verschiedene *bump*-Anordnungen der elastischen Struktur variiert, um deren Einfluss auf die Lagertragfähigkeit zu untersuchen. Die Unterschiede in den resultierenden Tragfähigkeiten sind für den untersuchten Lastfall jedoch gering ($\approx 10\%$). Ein signifikanter Anstieg der Lagertragfähigkeit ($\approx 50\%$) kann durch Verwendung eines *bump foils* mit in Umfangsrichtung ansteigender Dicke erzielt werden.

Alle zuvor in diesem Abschnitt genannten Arbeiten betrachten das Verhalten der Lager unter der Annahme isothermer Bedingungen, obwohl experimentell ein wesentlicher Einfluss der Temperatur auf das Lagerverhalten ermittelt wird, siehe z.B. [35]. Ein numerischer Ansatz zur Berechnung der Temperaturverteilung wird 2015 von Gad und Kaneko veröffentlicht [36]. Dabei wird der Strömungszustand unter Annahme der sogenannten „Couette-Approximation“⁴ stark vereinfacht. Dabei wird angenommen, dass der Strömungszustand im AGFL im Wesentlichen durch eine Couette-Strömung (siehe Abschnitt 3.1 und Abb. 3.1a) beschrieben werden kann. Alle durch einen Druckgradienten hervorgerufenen Strömungsanteile (siehe Abb. 3.1c) werden vernachlässigt. Durch diese Annahme können die Reynoldsgleichung und die Wärme-Transport-Gleichung entkoppelt werden, wodurch ein numerisch aufwändiges, iteratives Lösen entfällt. Die Ergebnisse zeigen, dass lediglich 5% der im Gasfilm umgewandelten Wärme durch die an den Seiten stattfindende Leckage abtransportiert wird, die restliche Wärme wird zum größten Teil über einen, in der Arbeit angenommenen, aktiven Kühlstrom abtransportiert.

Eine detailliertere Modellierung des Wärmetransports in AGFL wird in der Dissertation von Andreas Lehn [38] vorgenommen. Die Wärme-Transport-Gleichung und die Reynoldsgleichung werden in einer iterativen Schleife gelöst. Die Wärmeströme durch die elastische Folienstruktur werden detailliert modelliert. Thermische Verformungen insbesondere des *runners* werden berücksichtigt und sorgen bei hohen Drehzahlen aufgrund einer ungünstigen Spaltgeometrie für eine Abnahme der Lagertragfähigkeit. Bei passiver Kühlung wird nur etwa 10% der Wärme durch seitlich abfließende Luft abtransportiert. Hauptverantwortlich für den Wärmetransport sind somit die Wärmeströme durch den *runner* und durch die Folienstruktur, mit der Folge dass sich der *runner* und das Lager signifikant erwärmen.

⁴Diese Approximationsmethode wird 1979 von Pinkus und Bupara vorgestellt [37].

2.2.2 Modellierung der elastischen Struktur von Gasfolienlagern

Die frühesten Ansätze zur Berechnung der Folienstrukturen beruhen auf der Arbeit von Walowit et al. [39], welcher aus einem Energieansatz die Steifigkeit eines einzelnen, als dünne, gekrümmte, schubstarre Platte modellierten, *bumps* liefert.

Iordanoff [28] erweiterte die analytische Gleichung von Walowit et al. [39] um die Coulombsche Reibung. Die Steifigkeiten der *bump*-Struktur werden zudem für einen einseitig eingespannten sowie für einen beidseitig freien *bump* angegeben. In der gleichen Veröffentlichung wird zudem ein inverses Verfahren vorgestellt, welches ausgehend von einer stark vereinfachten Filmfunktion für eine gewünschte Tragfähigkeit die erforderliche Lagergeometrie berechnet.

Die von Iordanoff und Walowit entwickelten Strukturmodelle stellen einen linearen Zusammenhang zwischen Druck und Strukturverformung her. Modelle dieses Typs werden als *Simple Elastic Foundation Model* (SEFM) bezeichnet und sind, aufgrund ihrer Einfachheit auch in der aktuellen Forschung noch verbreitet (beispielsweise [27], [14], [40]).

In der ursprünglichen Form dieser Modelle wird der Einfluss des *top foils* auf die Strukturverformung vernachlässigt. Es wird angenommen, dass das *top foil* auf der *bump foil* aufliegt und sich nicht durchbiegt. Um den Einfluss der *top foil* auf die Verformung abzubilden werden SEFM häufig mit einem FE-Modell für die *top foil* (meist als Platte oder Schale modelliert beispielsweise in [41], [42], [43]) gekoppelt.

Um bei dynamischen Prozessen die dämpfende Wirkung der elastischen Struktur in Kombination mit einem SEFM abbilden zu können, wird in einigen Arbeiten (beispielsweise [32], [14], [44], [41]) Nutzen aus den empirischen Erkenntnissen von Rubio und San Andres [45] gezogen. Dort werden die Struktursteifigkeit und -dämpfung über eine als Strukturverlustfaktor s_{loss} (definiert in Gl. 3.18) bezeichnete Größe in Beziehung gesetzt. Rubio und San Andres ermitteln einen von der Anregungsfrequenz unabhängigen Strukturverlustfaktor, mit dessen Hilfe SEFM auf einfache Weise um eine dämpfende Wirkung erweitert werden können.

Komplexere Modelle der *bump foil* berücksichtigen die Interaktion zwischen den *bumps*, sowie richtungsabhängige Reibungskräfte. Eine Kategorie dieser Modelle charakterisiert sich dadurch, dass die *bump foil* durch ein Federersatzmodell abgebildet wird, dessen Koeffizienten durch Energiebetrachtungen bestimmt werden. Ein solches Modell wird in der Arbeit von Le Lez et al. [46] vorgestellt und in einer Folgearbeit [47] auf dynamische Anwendungen erweitert. In diesem Modell besitzt jeder *bump* drei Freiheitsgrade. Die Reibungskräfte werden über das Coulomb'sche Reibungsmodell berechnet, wobei deren Richtung je nach Richtung des entsprechenden Freiheitsgrades iterativ ermittelt werden muss. In einer Publikation aus dem September 2019 [48] wird das Modell um die Möglichkeit eines Abhebens der *top* von der *bump foil*, sowie der *bump foil* vom Lagergehäuse durch Überprüfung von Kontaktbedingungen erweitert. Ein alternatives Federersatzmodell von Feng und Kaneko [49] hat den Vorteil, dass sich jeder *bump* durch eine einzige Ersatzfeder beschreiben lässt.

Eine andere Kategorie von Strukturmodellen berechnet die Verformung der *bump foil* mit Hilfe einer FE-Diskretisierung. Hier sind die Arbeiten von Larsen et al. [50] und Lehn [38] hervorzuheben. Larsen et al. berücksichtigen die Möglichkeit des Auftretens großer Verformungen durch Verwendung Green-Langrangscher-Dehnungsansätze. Die Reibkontakte werden durch Anbringung einer nichtlinearen Feder in den jeweiligen Kontaktpunkten abgebildet. In den Kontaktpunkten wird von einem festen Kontakt zwischen *top* und *bump foil* ausgegangen, so dass kein Abheben der *top foil* möglich ist. Weiterhin wird bei dem Modell nicht berücksichtigt, dass sich die Folien auch in Tiefenrichtung (beim Radiallager in axialer Richtung beim Axiallager in radialer Richtung) unterschiedlich verformen können. Die zuletzt genannte Annahme wird in dem auf Schalenelementen basierenden FE-Modell von Lehn [51] aufgehoben, so dass Reibungseffekte in beiden Raumrichtungen abgebildet werden können.

Eine alternative Methode der Strukturmodellierung wird 2017 von Bin Hassan und Bonello präsentiert [52]. Zwar leitet sich auch dieses Strukturmodell aus einer FE-Diskretisierung der elastischen Struktur ab, jedoch wird das FE-Modell lediglich genutzt, um die Frequenzantwort durch modale Überlagerung der Eigenformen anzunähern. Diese Art der Strukturmodellierung hat den Vorteil, dass (sobald die Frequenzantworten einmal angenähert sind) eine einfache und vor allem rechenzeitsparende Kopplung des Strukturmodells mit der Strömungsmodellierung möglich ist. Nachteilig ist jedoch die für abweichende Foliengeometrien erforderliche, erneute FE-Berechnung der Frequenzantworten. Eine offene Frage ist außerdem, in welchem Maße die Eigenformen der Folienstruktur modal entkoppelbar sind.

Die Strukturmodellierung der GFL wird also in der aktuellen Forschung ausgiebig untersucht und zwar fast ausschließlich im Kontext der RGFL. Die Weiterentwicklung der Modellierung dieser Struktur ist damit nicht explizites Thema der vorliegenden Arbeit. Stattdessen werden in der vorliegenden Arbeit bereits entwickelte Strukturmodelle verwendet (SEFM nach Jordanoff [28], Strukturmodell nach Le Lez et al. [46], jeweils gekoppelt mit und ohne eine FE-Modellierung der *top foil*) und die mit Hilfe dieser Modelle ermittelten Simulationsergebnisse gegen Messdaten verglichen. So soll beurteilt werden, ob und welche der Modellierungen auch im Kontext der AGFL geeignet ist.

2.2.3 Stabilitätsuntersuchungen gasfoliengelagerter Rotoren

Ein für die Auslegung der Lagerung erstrebenswertes Ziel ist die Bestimmung der Stabilitätsgrenzen ohne die aufwendige Integration der beschreibenden Bewegungsdifferentialgleichung im Zeitbereich (auch als transiente Simulation bezeichnet). Da auf diesem Gebiet der Einfluss axialer GFL noch nicht untersucht wurde, wird im Folgenden der aktuelle Forschungsstand zur Bestimmung der Stabilitätsgrenzen radialer GFL dargelegt.

In seiner Arbeit aus dem Jahre 1968 [33] beschreibt Lund die Bestimmung von linearisierten Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten „starrer“ Gaslager, sowie deren Verwendung zur Bestimmung von Stabilitätsgrenzen. Im Bereich der RGFL wird dieser Ansatz

1993 von Peng und Carpino [53] aufgegriffen, um linearisierte, jedoch drehzahl-, last- und anregungsfrequenzabhängige Steifigkeits- und Dämpfungsparameter radialer GFL zu berechnen. Zur Ermittlung von Stabilitätsgrenzen radialer GFL wird derselbe Ansatz 2007 von Daejong Kim aufgegriffen [54]. Jedoch weichen die Stabilitätsgrenzen aus dem Störansatz signifikant von den mit Hilfe transienter Simulationen bestimmten Stabilitätsgrenzen ab. Da die transienten Simulationen im Gegensatz zu dem Störansatz nach Lund auf keinerlei Linearisierung beruhen, wird die Eignung des von Lund für „starre“ Gaslager entwickelten Ansatzes bei Lagern mit elastischer Lagerwand von den Autoren in Frage gestellt. Schiffmann und Spakovszky [19] vergleichen die Stabilitätsgrenzen aus dem Störansatz mit den experimentell erfassten Einsatzdrehzahlen selbsterregter Schwingungen eines gering belasteten Rotors und stellen dagegen eine gute Übereinstimmung fest.

Hoffmann et al. [55] vergleichen die Stabilitätsgrenzen aus Störansatz und transienter Simulation für RGFL unter drei verschiedenen Lasten. Im Allgemeinen wird eine gute Übereinstimmung erzielt, jedoch steigen die Abweichungen mit zunehmender Lagerbelastung an. In einer Folgeveröffentlichung [56] werden die simulierten Stabilitätsgrenzen auch im Experiment mit nur geringen Abweichungen identifiziert. Der Trend von zunehmenden Abweichungen zwischen den Stabilitätsgrenzen aus transienten Rechnungen und denen aus dem Störansatz werden von Larsen et al. [16] systematisch untersucht und bestätigt. Es wird gezeigt, dass die genannten Abweichungen, bei Fällen mit einem sehr großen Anteil der Strukturverformung an der Filmdicke, unzulässig hoch werden. Als mögliche Ursache wird die Vernachlässigung des Einflusses der Strukturverformung auf den Stördruck in dem ursprünglich für „starre“ Gaslager entwickelten Störansatz ausgemacht. Auf der Grundlage dieser These entwickeln von Osmanski et al. [15] 2018 einen expandierten Störansatz, in dem der Einfluss der Strukturverformung auf den Stördruck berücksichtigt wird. Die mit Hilfe dieses neuen, aufwändigen Störansatz ermittelten Stabilitätsgrenzen weisen signifikant geringere Abweichungen zu den Stabilitätsgrenzen aus transienten Rechnungen auf. Nichtsdestotrotz bleiben auch mit dem expandierten Störansatz noch Abweichungen von 9.2% für ein sehr weiches Lager und 4.2% für ein nahezu starres Lager erhalten. Pronobis und Liebich zeigen [44], dass ein Großteil der zuvor berichteten Abweichungen zwischen der transienten Rechnung und dem Störansatz auf eine Inkonsistenz bei der Modellierung der dynamischen Struktursteifigkeit zurückzuführen ist. Nach Beheben dieser Inkonsistenz verschwinden die Abweichungen ohne Verwendung des in [15] beschriebenen aufwendigen Störansatzes für steife Lager nahezu vollständig. Für Lager mit einem sehr hohen Anteil der Strukturverformung am Schmierspalt (entweder weiche oder stark belastete Lager) verbleiben jedoch Abweichungen von bis zu 6.5%. Wird neben der von Pronobis und Liebich vorgeschlagenen Modifikation der erweiterte Störansatz von Osmanski et al. verwendet, dann verschwinden auch diese Abweichungen wie Osmanski et al. [14] in einer weiteren Veröffentlichung zeigen.

2.3 Experimentelle Untersuchungen axialer Gasfolienlager

Die NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) verfügt über zwei Prüfstände zur Untersuchung axialer GFL, wovon einer für niedrige Drehzahlen bis zu $20\,000\text{ min}^{-1}$ ausgelegt ist und der andere theoretisch Drehzahlen bis zu $80\,000\text{ min}^{-1}$ erreichen sollte. Am Hochgeschwindigkeitsprüfstand (dargestellt in Abb. 5.9) der NASA wurden die Tragfähigkeiten und Torsionsmomente axialer GFL systematisch in der Masterarbeit von Joseph Dickman [57] untersucht. Aufgrund von Verschleiß im Presssitz zwischen *runner* und Welle ist die Drehzahl bei den Messungen jedoch aus Sicherheitsgründen auf $40\,000\text{ min}^{-1}$ limitiert. Nachdem die Abhebedrehzahl überwunden ist, steigt die Torsion linear mit der Drehzahl an. Die Tragfähigkeiten zeigen ebenfalls einen linearen Anstieg mit der Drehzahl. Ab einer gewissen Drehzahl sinken die Tragfähigkeiten wieder, was Dickman auf thermische Verformungen und damit eine ungünstigere Spaltgeometrie zurückführt. Bei der Untersuchung wird ein Einlaufverhalten der Lager beobachtet. Lager, die bei moderater Last mehreren Belastungszyklen ausgesetzt sind, zeigen bei gleicher Drehzahl geringere Torsionsmomente als Lager, die nur wenigen Belastungszyklen ausgesetzt werden. Durch den Reibkontakt zwischen *runner* und *top foil* werden die Oberflächen geglättet und aufeinander abgestimmt, wodurch sich das beobachtete Einlaufverhalten erklärt. Für zwei identische Lager, die gegen den gleichen *runner* getestet werden, wird eine Wiederholbarkeit der Tragfähigkeit von 30 % ermittelt. Die Wiederholbarkeit der Tragfähigkeit ein und desselben Lagers, getestet gegen zwei verschiedene *runner*, liegt bei 25 %. Die unterschiedlichen Tragfähigkeiten wurden mit der Streuung der Oberflächenrauigkeiten der *top foils* und der *runner* begründet.

Die Messungen aus [57] werden in einer nachfolgenden Arbeit [58], am gleichen Prüfstand bis zu Drehzahlen von $70\,000\text{ min}^{-1}$ erweitert. Dabei werden auch die Temperaturen im Lager dokumentiert, allerdings ohne explizite Angabe der Position der Temperaturmesssonden. Bei den Messungen wird die in [57] beobachtete Abnahme der Tragfähigkeiten bei hohen Drehzahlen bestätigt.

Eine erste messtechnische Analyse der Lagersteifigkeiten und -dämpfungen wird 2012 von Arora et al. [59] vorgenommen. Der Prüfstand besteht aus einem Motor, einer Motorhalterung, einem Rotor und dem Axiallager mit seiner Halterung. Bei den einzelnen Komponenten wird bei der Konstruktion darauf geachtet, dass die Eigenfrequenzen oberhalb des Betriebsbereichs liegen. Eine System zur Anbringung einer äußeren Anregung ist nicht vorhanden. Gemessen werden die axialen Beschleunigungen des Rotorsystems. Die Bestimmung der Steifigkeiten und Dämpfungen erfolgt dabei nicht direkt, also durch Aufbringen einer definierten Kraft und gleichzeitiger Messung des Weges, sondern durch Messung der Beschleunigungsspektren ohne äußere Anregung. Durch Analyse der Spektren können bei einer gegebenen Drehzahl die Eigenfrequenzen ermittelt werden. Die Eigenfrequenzen der einzelnen Komponenten und die Eigenfrequenzen des Aufbaus ohne Axiallager werden zuvor durch FE-Simulation und experimentelle Modalanalysen bestimmt. Um die Steifigkeiten und Dämpfungen des Lagers zu ermitteln, werden diese nun in das nume-

rische Modell integriert und deren Werte solange variiert, bis die simulierten mit den gemessenen Eigenfrequenzen übereinstimmen. Nach den Messungen von Aurora et al. [59] nehmen die Steifigkeiten mit steigender Drehzahl ab, wohingegen die Dämpfungen eine steigende Tendenz aufweisen.

Ein anderes Konzept zur Messung der Lagerparameter von axialen GFL wird 2013 von Balducci et al. vorgestellt [60]. Die Lagerparameter werden dabei direkt gemessen, also durch Aufbringung einer externen Last über einen elektromagnetischen Shaker und gleichzeitige Messung der Wege. Der Shaker kann definierte Wegamplituden mit Frequenzen von bis zu 2000 Hz aufbringen, wobei diese aufgrund der aufzubringenden Leistung nicht erreicht werden. Stattdessen werden multifrequente Anregungen im Bereich von 100 – 750 Hz untersucht bei Wegamplituden von 5 μm . Die Lastaufbringung am nicht rotierenden Teil des Prüfstands, auf der sich auch das untersuchte axiale GFL befindet, soll möglichst verlustfrei erfolgen, um eine genaue Messung des Drehmoments zu ermöglichen. Deshalb wird von Balducci et al. für die Lagerung des nicht rotierenden Teils ein aerostatisches Lager gewählt. Statisch wird die Lastaufbringung über eine Federkonstruktion realisiert. Der vertikal aufgebaute Prüfstand wird von einer 2.3 kW - Spindel auf bis zu 40 000 min^{-1} angetrieben. Die radiale und axiale Lagerung des rotierenden Teils erfolgt über Keramikkugellager. Der beschriebene Prüfstand eignet sich auch zur Messung der Tragfähigkeit und der durch die Scherverluste im Luftfilm auf das Lager übertragenen Drehmomente. Die Steifigkeiten und Drehzahlen werden bei 0 und 35 000 min^{-1} bestimmt. Bei 0 min^{-1} bildet sich kein tragender Luftfilm aus und die gemessenen Lagerparameter entsprechen der Steifigkeit und Dämpfung der elastischen Folienstruktur. Bei 35 000 min^{-1} wird an den Thermoelementen, welche unter der *bump foil* des axialen GFL angebracht werden, ein rascher Temperaturanstieg festgestellt. Dieser deutet auf einen Kontakt zwischen den *foils* und dem Rotor hin. Da die maximale Temperatur auch bei Drehung des Lagers immer am gleichen *pad* auftrat, wird die ungleichmäßige Geometrie der Lageroberfläche als Ursache für den Rotor-Stator Kontakt identifiziert, wobei auch eine nicht perfekte Lagerausrichtung als Ursache nicht ausgeschlossen werden kann. Um den Temperaturanstieg der Lager einzudämmen, wurden Bohrungen in die Lagerhalterung eingebracht. Der so entstehende passive Luftstrom kann den Temperaturanstieg deutlich verringern, wenn auch nicht gänzlich verhindern. Wie auch bei Arora et al. [59] ist bei dem Versuchsstand von Balducci et al. [60] lediglich die Identifizierung der axialen Steifigkeiten und Dämpfungen möglich. Im Unterschied zu Arora et al. können Balducci et al. jedoch die Steifigkeiten und Dämpfungen frequenz- und drehzahlabhängig bestimmen.

Transiente Hoch- und Runterfahrvorgänge an einem mit zwei axialen und zwei radialen GFL-gelagerten Rotor werden in [61] durchgeführt. Das Auftreten von hochamplitudigen, subharmonischen Schwingungen wird auf eine zu geringe Tragfähigkeit der axialen Gasfolienlager und dem daraus folgenden Rotor-Stator-Kontakt zurückgeführt. Durch eine Vergrößerung des Durchmessers der Axiallager wird dieses Problem behoben. Nach Erhöhung der Durchmesser der Axiallager zeigen die Wasserfalldiagramme auch vor dem Auftreten des Rotor-Stator-Kontakts ein abweichendes Verhalten im Vergleich zu dem

gleichen Aufbau mit kleineren Axiallagern. Dies zeigt, dass die Axiallager durchaus einen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Rotors haben, obwohl üblicherweise nur der Einfluss der Radiallager betrachtet wird. Weiterhin wird in dem Paper auch experimentell gezeigt, dass eine Verkippung der Lager, wie sie beispielsweise durch eine unpräzise Ausrichtung auftreten kann, zu einer signifikanten Absenkung der Lagertragfähigkeit führt.

Der Einfluss der Rampenhöhe auf die Lagertragfähigkeit wird 2017 von Kim et al. [27] experimentell untersucht. Dabei ergeben sich die höchsten Lagertragfähigkeiten bei den kleinsten untersuchten Rampenhöhen von $50\ \mu\text{m}$. Dieser Zusammenhang wird für alle drei untersuchten Drehzahlen $12\,000$, $15\,000$ und $18\,000\ \text{min}^{-1}$ festgestellt. Eine Verringerung der Rampenhöhe von $350\ \mu\text{m}$ auf $50\ \mu\text{m}$ führt zu einer Erhöhung der Tragfähigkeit um den Faktor ≈ 1.6 .

Insgesamt ist die öffentlich zugängliche, experimentelle Datengrundlage, welche als Basis zur Validierung der numerischen Programme dienen kann im Bereich der AGFL als gering einzustufen.

2.4 Zusammenfassung und Bezug zur vorliegenden Arbeit

Da in der vorliegenden Arbeit ein numerisches Programm zur Simulation von AGFL erstellt wird, ist die Erkenntnis, dass die Strömung als Kontinuum modelliert werden kann [29] relevant. Die Temperaturentwicklung und Ausrichtungsfehler [61] im Lager können zur signifikanten Beeinflussung der Lagertragfähigkeit führen [35] und sollten deshalb von dem Simulationsprogramm abgebildet werden können.

Die experimentelle Datengrundlage, welche in dieser Arbeit zur Validierung der numerischen Programme dient, ist als gering einzustufen. Insbesondere die Messung der Lagertemperaturen erfolgte ohne Angabe der Messposition [58] und ist somit lediglich für einen qualitativen Vergleich mit der Simulation geeignet.

Die Analyse der numerischen Vorarbeiten zeigt, dass bislang noch keine Analyse der linearisierten Lagerparameter unter Berücksichtigung von Temperatur und Ausrichtungsfehlern erfolgt ist. Der Einfluss von AGFL auf die Stabilität oder die Auswirkungen einer Kopplung von AGFL und RGFL wurden in der veröffentlichten Literatur noch nicht untersucht.

Kapitel 3

Theoretische Grundlagen

Die Erläuterung der theoretischen Grundlagen beginnt in Abschn. 3.1 mit einer Darlegung des Mechanismus für den Druckaufbau in GFL. Anschließend werden in Abschn. 3.2 die Reynoldsgleichung und ihre zu Grunde liegenden Annahmen erläutert. Durch Lösung der Reynoldsgleichung können die Druckverteilung und die Filmdicke im Lager berechnet werden. Der Abschn. 3.3 behandelt die Bestimmung linearisierter Steifigkeiten und Dämpfungen von AGFL unter Verwendung eines Störungsansatzes in Abschn. 3.3.1 sowie die Verwendung dieser Steifigkeiten und Dämpfungen zur Beurteilung der Stabilität in Abschn. 3.3.2. Zur Berechnung der Temperaturverteilung im Lager ist das Lösen der stationären Energietransportgleichung erforderlich, welche in 3.4 präsentiert wird und dieses Kapitel abschließt.

3.1 Funktionsprinzip von Gasfolienlagern

Axiale wie radiale GFL haben als Wirkprinzip den aerodynamischen Druckaufbau aufgrund einer durch Rotation hervorgerufenen Strömung in einen enger werdenden Spalt gemein.

Zur Verdeutlichung des Wirkprinzips wird zunächst eine stationäre, laminare Strömung zwischen zwei parallelen, ebenen Platten betrachtet (auch als Couette-Strömung oder einfache Scherströmung bezeichnet). Die obere der Platten bewegt sich mit der Geschwindigkeit v während die untere still steht. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 3.1a dargestellt. Aufgrund der Haftbedingung ist die Relativgeschwindigkeit an den Platten gleich null. Aus den Navier-Stokes-Gleichungen ergibt sich unter Einbeziehung der Geschwindigkeitsrandbedingungen ein lineares Geschwindigkeitsprofil wie es in Abb. 3.1a dargestellt ist. Die in der Abb. 3.1 mit p_a bezeichnete Größe, stellt den Umgebungsdruck dar.

Auch wenn sich der Abstand zwischen den Platten in Strömungsrichtung verengt, bleiben die Geschwindigkeiten an den Plattenwänden aufgrund der Haftbedingung unverändert. Ein lineares Strömungsprofil zwischen den beiden Platten hätte zur Folge, dass weniger Volumen den engeren Spalt durchströmt als den breiteren Spalt. Dies lässt

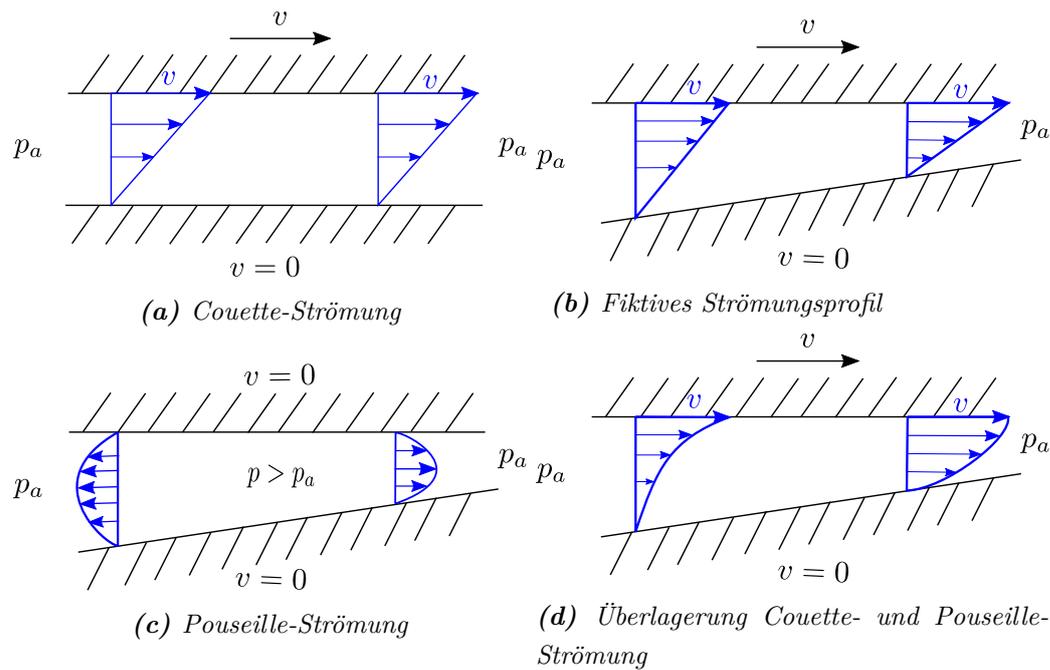


Abbildung 3.1: Prinzip des aerodynamischen Druckaufbaus

sich durch Vergleich der Flächen der Geschwindigkeitsdreiecke in Abb. 3.1b anschaulich nachvollziehen.

Die Kontinuitätsgleichung (siehe [26, Abschn. 6.4]) erzwingt jedoch, dass der Massenstrom in beiden Fällen gleich ist. Um die Massenerhaltung zu gewährleisten, prägt sich im Inneren des Spaltes ein Druck $p > p_a$ aus. Auch bei AGFL und RGFL treten enger werdende Spalte auf und es kommt somit zu dem hier beschriebenen Mechanismus des Druckaufbaus, welcher dafür verantwortlich ist, dass diese Lager Kräfte aufnehmen können. Da der Druck im Inneren größer ist als außen, wird eine Strömung nach außen induziert. Eine solche druckgetriebene, stationäre und laminare Strömung wird auch als Poiseuille-Strömung bezeichnet. Für Poiseuille-Strömungen zwischen ebenen Platten ist eine exakte Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen bekannt (siehe [26, Abschn. 6.5]). Das qualitative Strömungsprofil der Poiseuille-Strömung ist in Abb. 3.1c dargestellt.

Das letztlich resultierende Strömungsprofil ist eine Überlagerung der Couette- und der aufgrund des konvergierenden Spaltes hervorgerufenen Poiseuille-Strömung, siehe Abb. 3.1d. Das Prinzip des aerodynamischen und auch hydrodynamischen Druckaufbaus ist das Wirkprinzip von Gleitlagern, Gaslagern und insbesondere auch GFL. Diese Lager benötigen, um ihre Funktionalität zu gewährleisten, konvergierende Spalte in Strömungsrichtung.

3.2 Reynoldsgleichung axialer Gasfolienlager

Zur Beschreibung des Fluidverhaltens wird im Bereich der GFL die Reynoldsgleichung¹ angewendet. Durch Lösung dieser Gleichung können die Filmdicke sowie die Druckverteilung und damit letztlich die Lagerkräfte und Reibmomente berechnet werden. Diese Gleichung stellt eine Vereinfachung der Navier-Stokes-Gleichungen dar. In dieser Arbeit wird auf eine bereits oft gezeigte Herleitung verzichtet, stattdessen werden die bei der Herleitung gemachten Annahmen aufgeführt und diskutiert. Für eine detaillierte Herleitung wird beispielsweise auf [26, Kapitel 7] verwiesen.

- a) Es wird von einer laminaren Strömung ausgegangen. Die viskosen Kräfte des Fluids dominieren gegenüber den Trägheitskräften und der Gravitationskraft. In Spaltströmungen gilt die modifizierte Reynoldszahl $Re = \frac{\rho 2\pi n r_a c^2}{\mu(r_a - r_i)} < 1$ als Grenze, bei der die Strömung nicht mehr als laminar betrachtet werden kann [26, Kapitel 7.2.1]. Für ein konventionelles AGFL in Luft und schnellrotierenden Bedingungen ($n = 100\,000 \text{ min}^{-1}$, $r_a = 50 \text{ mm}$, $r_a - r_i = 25 \text{ mm}$, $c = 10 \mu\text{m}$; Dichte $\rho = 1.2041 \text{ kg m}^{-3}$ und dynamische Viskosität $\mu = 18.6 \times 10^{-6} \text{ Pas}$ wurden in dieser Rechnung bei Umgebungstemperatur 20°C angesetzt) ist $Re = 0.136$ und damit immer noch laminar. Es ist jedoch zu beachten, dass auch beim AGFL aufgrund von sich plötzlich ändernden Spaltgeometrien lokal Turbulenzen auftreten können. Beim AGFL ist dies vor allem am *pad*-Eintritt oder -Austritt der Fall. Diese werden in der aktuellen Forschung jedoch nicht mitsimuliert und sind auch in dieser Arbeit kein Thema, können jedoch für zukünftige Arbeiten interessant sein.
- b) Alle Terme mit den Faktoren $\frac{c}{r_a - r_i}$ und $\frac{c}{2\pi r}$ werden vernachlässigt, da die Länge c , welche ein Maß für die Spaltdicke darstellt, viel kleiner ist als die Radien der Lager. Werden die gleichen Geometriedaten wie in Punkt a) verwendet, dann ist der größere der beiden Faktoren $\frac{c}{r_a - r_i} = 0.0004$ und damit vernachlässigbar gegenüber den anderen Termen. Aus dieser Vereinfachung heraus ergibt sich ein konstanter Druck p in Spaltrichtung z , $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$.
- c) Die dynamische Viskosität μ des Fluides in Spaltrichtung ist konstant, d.h. $\frac{\partial \mu}{\partial z} = 0$. Diese Annahme kann eine erhebliche Einschränkung bei Gleitlagern sein, in denen es in Spaltrichtung zu starken Temperaturänderungen kommen kann. Da viele Öle eine starke Viskositäts-Temperaturabhängigkeit aufweisen, wird in diesen Fällen eine über die Spalthöhe gemittelte Viskosität verwendet werden. Bei Gasen ist diese Abhängigkeit deutlich geringer. So beträgt bei Luft und einem sehr hohen Temperaturunterschied in Spaltrichtung von $\Delta T = 100 \text{ K}$ die prozentuale Viskositätszunahme $\Delta \mu \approx 30\%$. Auch im Fall der Gase wird eine über den Spalt gemittelte Viskosität angewendet.

¹1886 für inkompressible Fluide hergeleitet von Osborne Reynolds. 1913 von Harrison auf kompressible Fluide erweitert.

- d) Das Gas wird strömungsmechanisch als Kontinuum beschrieben. Zur Beurteilung der Zulässigkeit dieser Annahme wird in der Strömungsmechanik die Knudsen-Zahl $\kappa = \frac{\lambda_m}{h}$ verwendet [26, Kapitel 14.2.2], wobei λ_m die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle und h eine charakteristische Länge – im Falle der GFL die Filmdicke – bezeichnet. Bei $\kappa > 0.01$ ist die Wandhaftbedingung nicht mehr gültig und es muss Wandgleiten berücksichtigt werden. Für Luft unter Umgebungsbedingungen ist $\lambda_m \approx 0.065 \mu\text{m}$ [62, table 5], daraus ergibt sich die charakteristische Länge, ab der Wandgleit-Effekte auftreten können, zu etwa $h_{min} \approx 6.5 \mu\text{m}$. In numerischen Simulationen wird die Tragfähigkeit üblicherweise als die Lagerkraft angenommen, bei der das Minimum der Filmdicke $5 \mu\text{m}$ beträgt (der Wert beruht auf der Messung der minimalen Filmdicke radialer GFL in [63]; in [27] wurden sogar $1.5 \mu\text{m}$ verwendet, da so die gemessenen Tragfähigkeiten numerisch besser abgebildet wurden). Damit bewegt sich die Strömung nahe der Tragfähigkeit belasteter GFL an der Grenze zur Gleitströmung. Zur Berücksichtigung des Wandgleitens kann eine modifizierte Reynoldsgleichung verwendet werden. Im Anwendungsbereich der AGFL scheint deren Einfluss jedoch klein zu sein, selbst wenn: $\kappa > 0.01$, siehe [29].
- e) Das Fluid des GFL genügt der idealen Gasgleichung. In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich Luft als Betriebsmedium des GFL betrachtet. Luft ist bei den betrachteten Bedingungen weit entfernt von den Kondensationsbedingungen und damit in guter Näherung ein ideales Gas. Der Realgasfaktor² liegt im auftretenden Druck- und Temperaturbereich zwischen 0.9992 und 1.0004 [64].

Aus den aufgeführten Annahmen a)-e) ergibt sich die kompressible Reynoldsgleichung idealer Gase:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{rph^3}{\mu_m T_m} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ph^3}{\mu_m T_m} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\Omega r \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ph}{T_m} \right) + 12r \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{ph}{T_m} \right). \quad (3.1)$$

Dabei ist r der Radius, θ der Umfangswinkel, Ω die Kreisfrequenz, p bezeichnet den Druck und t die Zeit. Die Größen p , h , μ , T hängen dabei von r , θ , t ab. Die dynamische Viskosität μ und die Temperatur T haben den Index m , um zu verdeutlichen, dass es sich gemäß Annahme d) um eine über die Spalthöhe gemittelte Größe handelt. Die Filmfunktion h ist der Abstand zwischen der *runner*- und *top foil*-Oberfläche (siehe Abb. 2.3).

$$h(r, \theta) = \begin{cases} \varepsilon + \varphi r \sin(\theta) - \psi r \cos(\theta) + h_{\text{ramp}} \left(1 - \frac{1}{\theta_{\text{ramp}}} \theta \right) + \delta + h_f, & 0 \leq \theta < \theta_{\text{ramp}} \\ \varepsilon + \varphi r \sin(\theta) - \psi r \cos(\theta) + \delta + h_f, & \theta_{\text{ramp}} \leq \theta \leq \theta_{\text{pad}}. \end{cases} \quad (3.2)$$

Die Fallunterscheidungen in der obigen Gleichung (3.2) gelten für den Rampen- ($0 \leq \theta < \theta_{\text{ramp}}$) und den Plateaubereich ($\theta_{\text{ramp}} \leq \theta \leq \theta_{\text{pad}}$), wobei θ_{pad} die Winkelausdehnung eines *pads* bezeichnet. Die Filmdicke h im Bereich der Rampe steigt dabei in Umfangsrichtung θ bis zum Winkel θ_{ramp} linear an (siehe Abb. 2.3 rechts) und erreicht die vollständige Rampenhöhe h_{ramp} beim Winkel $\theta = \theta_{\text{ramp}}$.

²Der Realgas- oder Kompressibilitätsfaktor beschreibt die Diskrepanz, welche durch die Beschreibung eines Gases als ideales Gas entsteht.

Der Abstand ε ist der Abstand zwischen der *runner*-Oberfläche des Lagers und dem nicht verformten *top foil* im Plateaubereich ($\theta_{\text{ramp}} \leq \theta \leq \theta_{\text{pad}}$) des *pads* (siehe Abb. 2.3 rechts). Anschaulich kann ε auch als absolute Koordinate verstanden werden, welche von einem Koordinatensystem mit Ursprung auf der unverformten *top foil*-Oberfläche in axialer Richtung auf die unverformte *runner*-Oberfläche zeigt. Dieser Abstand ε wird konventionell und auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Lager-spalt bezeichnet.

In der Größe h_f sind die Spaltänderungen durch Temperatur- und Fliehkraftverformungen zusammengefasst (auf deren Berechnung wird im Anhang B.5, B.6 eingegangen). Die Verformungen der elastischen Struktur aufgrund des Fluid-drucks p werden mit der Variablen δ bezeichnet. Deren Berechnung wird in Abschnitt 4.1 genauer beschrieben. Falls Lager und *runner* nicht exakt zueinander ausgerichtet sind, bewirkt dies eine Änderung der Filmdicke, die durch die Terme mit den Verkippwinkeln φ , ψ um die x - bzw. y -Achse berücksichtigt wird. In vielen Fällen wird der Temperatureinfluss vernachlässigt und eine isotherme Reynoldsgleichung gelöst. Da die Viskosität im Wesentlichen von der Temperatur abhängt, wird sie in diesem Fall im Lager auch als konstant auf Umgebungsbedingungen gesetzt $\mu = \mu_a$. Die Reynoldsgleichung wird in diesem Fall zu:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r p h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6 \mu_a \Omega r \frac{\partial}{\partial \theta} (p h) + 12 \mu_a r \frac{\partial}{\partial t} (p h) . \quad (3.3)$$

Die beiden Terme auf der linken Seite der Gleichung 3.3 sind die Pouseille-Terme, welche die Durchflussraten aufgrund von Druckgradienten beschreiben (vergleiche Abschnitt 3.1). Der erste Summand auf der rechten Seite der Gleichung, der sogenannte Couette-Term, beschreibt die Durchflussraten aufgrund der Haftbedingung an den rotierenden Oberflächen. Der zweite Summand auf der rechten Seite wird als Quetschterm bezeichnet und beschreibt die Durchflussraten aufgrund von translatorischen Bewegungen des *runners* sowie des *top foils*. Es ist möglich, die Annahme a) etwas aufzuweichen und die Trägheitskräfte des Fluids in radialer Richtung (die Fliehkkräfte auf das Fluid) zu berücksichtigen. Eine Herleitung befindet sich in [32]. Die isotherme Reynoldsgleichung 3.3 wird dann zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(r p h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) &= 6 \mu_a \Omega r \frac{\partial}{\partial \theta} (p h) + 12 \mu_a r \frac{\partial}{\partial t} (p h) \\ &+ \frac{3 \Omega^2}{10} \frac{\partial}{\partial r} (p \rho r^2 h^3) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{3 p \rho h^7}{280 \mu_a^2 r^2} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right)^2 \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{3 p \rho h^5}{10 \mu_a r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Es kann vorweggenommen werden, dass der Einfluss der Fliehkkräfte auf die Lagerkräfte sehr klein ist. Im Rahmen einer vom Autor betreuten Abschlussarbeit [65] wurden für verschiedene Konfigurationen maximale Unterschiede von 1% bei hohen Drehzahlen und großen Spalten festgestellt (dies deckt sich auch mit den Ergebnissen aus [32]). Da die Wirkung der Fliehkkräfte auf das dynamische Verhalten jedoch noch nicht untersucht wurde, ist dies ein möglicher Aspekt für zukünftige Arbeiten.

In der numerischen Implementierung wird die Reynoldsgleichung häufig in ihrer normierten Form verwendet. Der Zusammenhang zwischen den dimensionsbehafteten und den dimensionslosen Größen wird im Folgenden gegeben, wobei die normierten Größen durch

einen Strich über der jeweiligen Größe gekennzeichnet sind. Die Größe c in Gl. (3.5) ist dabei ein festzulegender Nominalspalt, auf den normiert wird.

$$p = \bar{p}p_a, \quad h = \bar{h}c, \quad r = \bar{r}r_a, \quad t = \frac{\bar{t}}{\omega} \quad (3.5)$$

Einsetzen der Beziehungen Gl. 3.5 in die isotherme Reynoldsgleichung 3.3 und Umstellen ergibt deren normierte Form:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) = \Lambda \bar{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{p} \bar{h}) + 2\Lambda \gamma \bar{r} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{p} \bar{h}) . \quad (3.6)$$

Mit den eingeführten Normierungsfaktoren:

$$\gamma = \frac{\omega}{\Omega}, \quad \Lambda = \frac{6\mu_a \Omega}{p_a} \left(\frac{r_a}{c} \right)^2, \quad (3.7)$$

wobei ω die Anregungskreisfrequenz bezeichnet und nicht mit der Rotationskreisfrequenz der Welle übereinstimmen muss. Λ wird in der Literatur auch als Kompressionszahl bezeichnet.

Die stationären Drücke und Filmdicken, welche sich durch Lösung von Gl. 3.6 unter Vernachlässigung des instationären Terms ergeben, werden auch zur Berechnung der linearisierten Lagerparameter benötigt. Deren Bestimmung wird im folgenden Abschnitt dargelegt.

3.3 Störungsrechnung

Mit Hilfe der Störungsrechnung können linearisierte Lagerparameter des Lagers bestimmt werden. Diese sind abhängig von der Lagergeometrie, der Lagerbelastung, der Rotordrehzahl und der Frequenz der auf den Rotor wirkenden Störung. Sie können in modalen Analysen zur Abschätzung von Eigenfrequenzen und Instabilitäten genutzt werden und ermöglichen so eine Analyse des dynamischen Verhaltens im Frequenzbereich, die im Vergleich zu Analysen im Zeitbereich wesentlich weniger Zeitaufwand erfordert. Im Gegensatz zu den Betrachtungen im Zeitbereich haben die linearisierten Lagerparameter jedoch den Nachteil nur in der „nahen“ Umgebung der Ruhelage gültig zu sein.

Im Folgenden wird der Störungsansatz nach Lund [33] der ursprünglich für Gaslager mit „starrer“ Lagerwand entwickelt, aber auch für RGFL genutzt wurde, erläutert und auf die AGFL angewendet. Die resultierenden Steifigkeits- und Dämpfungsparameter unterscheiden sich von den in bisheriger Literatur bestimmten Lagerparametern axialer Gasfolienlager. In dem Abschnitt 3.3.2 wird auf die Bestimmung der Stabilitätsgrenzen unter Verwendung der linearisierten Lagerparameter eingegangen.

3.3.1 Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten

Der in dieser Arbeit verwendete Störansatz nach Lund [33] geht von kleinen, harmonischen Schwingungen um die Gleichgewichtsposition aus. Dabei ändert sich die axiale Position

und Winkellage des *runners* harmonisch, relativ zum AGFL. Unter Verwendung des in Abb. 2.3 definierten Koordinatensystems können die Störwege $\Delta_{z,\varphi,\psi}$ und Störgeschwindigkeiten $\dot{\Delta}_{z,\varphi,\psi}$, wie folgt, ausgedrückt werden:

$$\Delta_z = \hat{\Delta}_z e^{i\omega t}, \quad \dot{\Delta}_z = i\omega \hat{\Delta}_z e^{i\omega t} \quad (3.8)$$

$$\Delta_\varphi = \hat{\Delta}_\varphi e^{i\omega t}, \quad \dot{\Delta}_\varphi = i\omega \hat{\Delta}_\varphi e^{i\omega t} \quad (3.9)$$

$$\Delta_\psi = \hat{\Delta}_\psi e^{i\omega t}, \quad \dot{\Delta}_\psi = i\omega \hat{\Delta}_\psi e^{i\omega t} \quad (3.10)$$

Dabei ist ω die Störkreisfrequenz und $\hat{\Delta}_{z,\varphi,\psi}$ sind die Störamplituden. Bisherige in der Literatur bei AGFL verwendete Ansätze [29, 31, 32] vermeiden die im obigen Ansatz gemachte Einschränkung harmonischer Störungen, müssen dann jedoch Annahmen bei der zeitlichen Ableitung der Störwege treffen. Dies resultiert entweder in störfrequenzunabhängigen Lagerparametern [29, 32] oder in iterativ zu lösenden Störungsgleichungen [31]. Die Annahme von harmonischen Störungen ist jedoch sinnvoll, weil die selbsterregten Schwingungen, welche bei dieser Lagerungsart auftreten harmonischer Natur sind. Die resultierenden Lagerparameter können somit für eine Stabilitätsanalyse verwendet werden.

Die Störungen auf den axialen Freiheitsgrad z so wie die Kippfreiheitsgrade φ und ψ Gl. (3.8 - 3.10) wirken sich unmittelbar auf die Filmdicke h , den Druck p sowie die aus der Störung resultierende Verformung $\Delta\delta$ aus:

$$h = h_0 + \Delta_z + \Delta_\varphi r \sin(\theta) - \Delta_\psi r \cos(\theta) + \Delta\delta \quad (3.11)$$

$$p = p_0 + \Delta_z \frac{\partial p}{\partial z} + \Delta_\varphi \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \Delta_\psi \frac{\partial p}{\partial \psi} + \mathcal{O}(\Delta^2) \quad (3.12)$$

$$= p_0 + \hat{\Delta}_z p_z e^{i\omega t} + \hat{\Delta}_\varphi p_\varphi e^{i\omega t} + \hat{\Delta}_\psi p_\psi e^{i\omega t} \quad (3.13)$$

$$\Delta\delta = \frac{1}{K_f} \left((\Delta_z p_z + \Delta_\varphi p_\varphi + \Delta_\psi p_\psi) e^{i\omega t} \right) \quad (3.14)$$

Dabei bezeichnet der Index $()_0$ die Ausprägung der jeweiligen Variable in der Gleichgewichtslage. Hierin ist K_f die flächenbezogene Steifigkeit nach dem *simple elastic foundation model* (siehe Gl. 4.1). Zur Berechnung der Störungsverformung $\Delta\delta$ muss ein linearer (oder linearisierbarer) Zusammenhang zwischen Druck und Filmdicke verwendet werden, da im Zuge der Störungstheorie linearisiert wird. Die Berechnung der Verformung der Ruhelage, welche in Gl. 3.11 in der Größe h_0 enthalten ist kann jedoch weiterhin mit einem nichtlinearen Strukturmodell berechnet werden.

Der Druck in Gl. (3.13) wurde hierbei über eine Taylorreihe erster Ordnung angenähert, die Größen $p_{z,\varphi,\psi}$ bezeichnen die partielle Ableitung des Druckes nach dem entsprechenden Freiheitsgrad. Es wird an dieser Stelle betont, dass die Taylorentwicklung des Druckes Gl. (3.12) unabhängig ist von der Reaktion der Struktur auf die Störung $\Delta\delta$. Dieser Umstand wird in den Arbeiten von Larsen et al. und Osmanski et al. [15, 16] für mögliche Abweichungen der berechneten Stabilitätsgrenzen aus dem Zeit- und Frequenzbereich verantwortlich gemacht. Auf diesen Umstand wird im nachfolgenden Kap. 3.3.2 ausführlicher eingegangen.

Die Gleichungen für den gestörten Druck, die Filmdicke und die Strukturverformung werden in die normierte Reynoldsgleichung (3.6) eingesetzt und Terme höherer Störungsordnungen werden vernachlässigt. Die resultierenden Gleichungen können in einen zeitunabhängigen Term (bzw. stationären Term) 0.-Ordnung Gl. (3.15) und in einen zeitabhängigen Term (bzw. instationären Term) 1.-Ordnung Gl. (3.16) in der Störung aufgeteilt werden. Der zeitabhängige Term 1.-Ordnung (3.8-3.10) ist dabei durch den verwendeten Störungsansatz (Gl.3.8) nur noch von der Frequenz und nicht mehr von der Zeit abhängig. Dies wird im Folgenden exemplarisch für eine Störung in z -Richtung gezeigt:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} \right) = \Lambda \bar{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0}{\bar{T}_m} \right) \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{p}_z \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} + 3 \bar{r} \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^2}{\bar{\mu} \bar{T}_m} (1 + S \bar{p}_z) \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_z}{\partial \bar{r}} \right) \\ + & \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{p}_z \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} + 3 \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^2}{\bar{\mu} \bar{T}_m} (1 + S \bar{p}_z) \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} + \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_z}{\partial \theta} \right) \\ = & \Lambda \bar{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{h}_0 \bar{p}_z}{\bar{T}_m} + \frac{\bar{p}_0}{\bar{T}_m} (1 + S \bar{p}_z) \right) + i 2 \gamma \Lambda \bar{r} \left(\frac{\bar{h}_0 \bar{p}_z}{\bar{T}_m} + \frac{\bar{p}_0}{\bar{T}_m} (1 + S \bar{p}_z) \right) \quad , \quad (3.16) \end{aligned}$$

γ ist dabei das Verhältnis aus Stör- zur Drehkreisfrequenz $\gamma = \frac{\omega}{\Omega}$ und wird im Folgenden als Störfrequenzverhältnis bezeichnet. Die Störgrößen wurden in Gl. 3.16, A.3, A.4 wie folgt normiert:

$$\bar{p}_z = \frac{p_z c}{p_a}, \quad \bar{p}_\varphi = \frac{p_\varphi}{p_a}, \quad \bar{p}_\psi = \frac{p_\psi}{p_a}, \quad \bar{\Delta}_z = \frac{\Delta_z}{c}, \quad \bar{T}_m = \frac{T_m}{T_a} \quad . \quad (3.17)$$

Der Faktor S in Gl. 3.16, A.3, A.4 bezeichnet die normierte Nachgiebigkeit, welche nach Gl. 3.18 bestimmt werden kann. Der darin auftauchende Parameter s_{loss} ist eine dimensionslose, empirische Größe, die als Strukturverlustfaktor bezeichnet wird. Wird die Folienstruktur als ein Einmassenschwinger mit der Steifigkeit K_{foil} und der äquivalenten, viskosen Dämpfung C_{foil} modelliert, dann ist der Strukturverlustfaktor definiert wie in Gl. 3.18. Der Strukturverlustfaktor ist näherungsweise unabhängig von der Anregungsfrequenz³ ω [45]. Abhängig von der Last wurden in der genannten Quelle (für RGFL) Strukturverlustfaktoren von $s_{\text{loss}} \approx 0.05 - 0.17$ bestimmt. In [66] wurden für AGFL Strukturverlustfaktoren von $s_{\text{loss}} \approx 0.05 - 0.2$ ermittelt. Die Foliennachgiebigkeit pro Fläche kann beispielsweise nach dem SEFM (Gl. 4.1) bestimmt werden.

$$S = \frac{p_a}{K_f c (1 + i s_{\text{loss}})} \quad \text{mit:} \quad s_{\text{loss}} = \frac{C_{\text{foil}} \omega}{K_{\text{foil}}} \quad (3.18)$$

Die Gleichungen erster Ordnung für Störungen in φ und ψ -Richtung befinden sich im Anhang A.2. Die stationäre Gleichung 0.ter Ordnung (3.15) ist eine nichtlineare, partielle Differentialgleichung, deren Ergebnisse der Druck p_0 und die Filmdicke h_0 in der Ruhelage

³In der Messung ist die Größe ω eine von außen aufgebrachte Anregungsfrequenz, in der numerischen Simulation kann damit aber auch die Frequenz einer aufgrund von Selbsterregung auftretenden Störung bezeichnet werden.

sind. Die Lösung erfolgt durch Diskretisierung der Gleichung mit Hilfe der FDM (Finiten-Differenzen-Methode) und anschließender Anwendung des Newton-Raphson Verfahrens (siehe Abschn. 4.2). Der stationäre Druck p_0 sowie die stationäre Filmdicke h_0 werden in die Gleichungen erster Ordnung 3.16, A.3, A.4 eingesetzt. Diese bilden ein lineares Gleichungssystem dessen Lösung in den Stördrücken $\overline{p_z}$, $\overline{p_\varphi}$, $\overline{p_\psi}$ resultiert. Die Integration der Stördrücke über die Padoberflächen $A_{pad,i}$ ergibt die Störkräfte und Momente, welche linear mit den Störwegen und Geschwindigkeiten zusammenhängen. Die linearisierten Steifigkeiten und Dämpfungen können somit berechnet werden:

$$\frac{p_a r_a^2}{c} \sum_{i=1}^{N_{pad}} \iint_{A_{pad,i}} \begin{bmatrix} \overline{p_z} & c\overline{p_\varphi} & c\overline{p_\psi} \\ \overline{p_z} r_a \bar{r} \sin(\theta) & c\overline{p_\varphi} r_a \bar{r} \sin(\theta) & c\overline{p_\psi} r_a \bar{r} \sin(\theta) \\ \overline{p_z} r_a \bar{r} \cos(\theta) & c\overline{p_\varphi} r_a \bar{r} \cos(\theta) & c\overline{p_\psi} r_a \bar{r} \cos(\theta) \end{bmatrix} \bar{r} d\bar{r} d\theta . \quad (3.19)$$

Der erste Index der Steifigkeiten $K_{\alpha\beta}$ und Dämpfungen $C_{\alpha\beta}$ steht für die Richtung der assoziierten Kraft oder des assoziierten Moments, wohingegen der zweite Index die Richtung der Störung angibt. Die Anwendung des Störansatzes nach Lund [33] auf die AGFL erlaubt erstmals den Einfluss der AGFL auf das Stabilitätsverhalten der gelagerten Rotoren zu untersuchen (siehe Abschn. 7.1, 7.2, 7.3, 7.6.2, 7.7.3, 8).

3.3.2 Stabilitätsgrenzen von in Gasfolienlagern gelagerten Rotoren

Transiente Simulation von Rotoren in GFL sind sehr zeitaufwendig, deshalb ist es für die Auslegung von Rotoren in solchen Lagern von hoher Bedeutung die Stabilitätsgrenzen mit weniger aufwendigen Mitteln vorhersagen zu können. Die in Abschnitt (3.3.1) bestimmten Steifigkeiten und Dämpfungen AGFL eignen sich dazu lineare Stabilitätsgrenzen durch Anwendung einer Eigenwertanalyse zu ermitteln. Wie allerdings im voranstehenden Abschnitt erwähnt verbleiben bei der Voraussage der Stabilitätsgrenze mit den hergeleiteten linearisierten Lagerparametern Ungenauigkeiten [15].

In einer eigenen Arbeit [44] wird gezeigt, dass diese Ungenauigkeiten nur für Lager mit einem hohen Anteil der Strukturverformung am Schmierspalt, welcher entweder bei sehr weichen oder bei sehr stark belasteten Lagern auftritt, relevant sind. Für ein weit gefasstes Set an Simulationsparametern wurden dabei ein maximaler Fehler der Stabilitätsgrenzen von 6.5% im Vergleich zur transienten Simulation ermittelt. In einer aktuellen Veröffentlichung von Osmanski et al. [14] konnte gezeigt werden, dass bei Erweiterung des vorgestellten Störansatzes um den Einfluss der Strukturverformung auf den Stördruck auch diese letzten Diskrepanzen verschwinden. Allerdings hat diese Erweiterung den Preis, eines hohen numerischen Aufwands, weil für jeden Freiheitsgrad der elastischen Struktur ein Steifigkeitskoeffizient ermittelt werden muss. Die resultierenden Systemmatrizen für ein AGFL hätten damit nicht mehr die Dimension 3×3 , sondern $(N_{pad} N_r N_\theta + 3) \times (N_{pad} N_r N_\theta + 3)$, wobei N_r , N_θ der Anzahl der Diskretisierungspunkte in r - und θ -Richtung entspricht

(in dieser Arbeit ist typischerweise $N_r = 30$, $N_\theta = 75$ basierend auf Konvergenzanalysen in einer betreuten Bachelorarbeit [65]; $N_{\text{pad}} = 6$ für das untersuchte Lager). Aufgrund des gestiegenen Aufwandes empfehlen die Autoren deshalb die Ermittlung der Stabilitätsgrenzen über Zeit-Integration der Bewegungsdifferentialgleichung. Aber auch diese ist numerisch sehr aufwendig, da im Falle der AGFL die Reynoldsgleichung für jedes *pad* in jedem Zeitschritt gelöst werden muss. Falls, wie in dieser Arbeit angestrebt auch die Kopplung an radiale Lager angestrebt ist steigt der numerische Aufwand weiter. Aus diesem Grund erfolgt in dieser Arbeit die Bestimmung der Stabilitätsgrenze über die linearisierten Lagerparameter, welche eine einfache Kopplung an die radialen Lager ermöglichen. Da für sehr weiche oder hochbelastete Lager jedoch Ungenauigkeiten verbleiben, werden entsprechende Lastfälle in dieser Arbeit vermieden.

Eine mögliche Behebung dieses Problems ist die Ermittlung der Eigenwerte mit Hilfe von Eigenwerten der Jacobi-Matrix wie sie in [67] vorgestellt wird. Zum Zeitpunkt des Abschlusses dieser Arbeit ist die Verwendung dieser Methode jedoch nur mit einem Strukturmodell möglich, welches einen analytischen Zusammenhang zwischen Druck und Strukturverformung herstellen kann. Die Anwendung des in dieser Arbeit überwiegend verwendeten Strukturmodells nach Le Lez et al. [46] in Kombination mit einem Plattenmodell für die *top foil* ist deshalb nicht mit der in [67] vorgestellten Methode zur Bestimmung der Stabilitätsgrenzen vereinbar. Um Effekte wie die *bump*-Interaktion und Coulomb'sche Reibung trotzdem berücksichtigen zu können ist für zukünftige Arbeiten, die Verwendung eines modal reduzierten Strukturmodells für die *bump foil* eine Option, wie dies von Hassan und Bonello in [52] vorgestellt wurde.

Im Folgenden erfolgt die Beschreibung der Ermittlung der Stabilitätsgrenzen, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt wurde. Im Allgemeinen kann die linearisierte Bewegungsdifferentialgleichung des Rotor-Lager-Systems, wie folgt, formuliert werden:

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{q}} + (\underline{\underline{C}}(\Omega, \omega) + \underline{\underline{G}}(\Omega))\dot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}}(\Omega, \omega)\underline{q} = \underline{0}, \quad (3.20)$$

wobei $\underline{\underline{M}}$ und $\underline{\underline{G}}$ die Massen- und Gyroskopiatrix darstellen, \underline{q} enthält die Freiheitsgrade des Rotors. Die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen $\underline{\underline{C}}(\Omega, \omega)$, $\underline{\underline{K}}(\Omega, \omega)$ können sowohl die linearisierten Lagerparameter von axialen und radialen GFL enthalten, als auch die entsprechenden Parameter von Welle und Gehäuse. Wie in der Notation in Gl. (3.20) erkennbar, können diese Matrizen nicht nur von der Rotationskreisfrequenz Ω sondern insbesondere auch von der Anregungskreisfrequenz ω abhängen (siehe Abschnitt 3.3.1).

Unter Anwendung des Exponentialansatzes lässt sich die linearisierte Bewegungsdifferentialgleichung, wie folgt, umstellen:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{\underline{M}}^{-1}\underline{\underline{K}}(\Omega, \omega) & -\underline{\underline{M}}^{-1}(\underline{\underline{C}}(\Omega, \omega) + \underline{\underline{G}}(\Omega)) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{q} \\ \underline{\dot{q}} \end{Bmatrix} &= \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \underline{q} \\ \underline{\dot{q}} \end{Bmatrix} \text{ mit } \underline{q} = \hat{\underline{q}}e^{\lambda t} \\ \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{\underline{M}}^{-1}\underline{\underline{K}}(\Omega, \omega) & -\underline{\underline{M}}^{-1}(\underline{\underline{C}}(\Omega, \omega) + \underline{\underline{G}}(\Omega)) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{q} \\ \underline{\dot{q}} \end{Bmatrix} &= \lambda \begin{Bmatrix} \underline{q} \\ \underline{\dot{q}} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

wobei $\underline{\underline{I}}$ die Einheitsmatrix darstellt. Die resultierende Gleichung (3.21) sieht auf den ersten

Blick aus wie ein gewöhnliches lineares Eigenwertproblem der Form $\underline{A}\underline{x} = \lambda\underline{x}$, jedoch sind die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen in Gl. (3.21) abhängig von der Anregungskreisfrequenz ω . Die Instabilitäten von Rotoren in GFL treten aufgrund von selbsterregten, eigenfrequenten Schwingungen auf (siehe [56]). Da diese Schwingungen eigenfrequent sind, muss für die Stabilitätsbetrachtungen die Bedingung $\omega = \text{Im}\{\lambda\}$ erfüllt sein. Die Matrix auf der linken Seite von Gl. (3.21) ist damit abhängig vom Imaginärteil des Eigenwertes. Somit stellt die Gl. (3.21) kein lineares Eigenwertproblem dar, sondern lässt sich in ein nichtlineares Eigenwertproblem der Form $\underline{T}(\lambda)\underline{x} = \underline{0}$ (siehe z.B. [68]) überführen:

$$\left(\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{M}^{-1}\underline{K}(\Omega, \text{Im}\{\lambda_{nl}\}) & -\underline{M}^{-1}(\underline{C}(\Omega, \text{Im}\{\lambda_{nl}\}) + \underline{G}(\Omega)) \end{bmatrix} - \lambda_{nl} \begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \underline{q} \\ \underline{\dot{q}} \end{pmatrix} = \underline{0}. \quad (3.22)$$

Die Formulierung als nichtlineares Eigenwertproblem erlaubt eine kompakte Bedingung für die Stabilitätsgrenzen aufzustellen:

$$\text{Re}\{\lambda_{nl}\} = 0, \quad (3.23)$$

wobei die sogenannten nichtlinearen Eigenwerte λ_{nl} diejenigen Eigenwerte sind, welche Bedingung Gl. 3.24 erfüllen:

$$\det \left(\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{M}^{-1}\underline{K}(\Omega, \text{Im}\{\lambda_{nl}\}) & -\underline{M}^{-1}(\underline{C}(\Omega, \text{Im}\{\lambda_{nl}\}) + \underline{G}(\Omega)) \end{bmatrix} - \lambda_{nl} \begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} \end{bmatrix} \right) = 0. \quad (3.24)$$

Die kleinste Rotationskreisfrequenz Ω bei der mindestens ein nichtlinearer Eigenwert existiert der die Gl. (3.24) erfüllt, ist die Stabilitätsgrenze und wird mit OSI (engl. Onset Speed of Instability) abgekürzt. Die Bestimmung der nichtlinearen Eigenwerte lässt sich auf die Bestimmung der Nullstellen einer nichtlinearen Funktion zurückführen (siehe [44]). In dieser Arbeit wurde dazu das Nelder-Mead-Verfahren (auch bekannt als Downhill-Simplex-Verfahren, siehe [69]), verwendet.

Die in den Matrizen \underline{K} , \underline{C} verwendeten linearisierten Lagerparameter sind nur in naher Umgebung der betrachteten Gleichgewichtslage gültig. Deshalb kann mit dieser Stabilitätsgrenze keine Aussage darüber gemacht werden, ob eine Drehzahl ab dem OSI zu einem Anstieg der Amplituden bis zur Lagerzerstörung führt oder ob sich ein stabiler Grenzyklus einstellt. Um dies zu ermitteln ist eine Integration der Bewegungsdifferentialgleichung im Zeitbereich erforderlich.

3.4 Stationäre Energietransportgleichung axialer Gasfolienlager

Zur Berechnung des Temperaturverhaltens von Rotoren in AGFL ist das gekoppelte, iterative Lösen der kompressiblen Reynoldsgleichung in der Form 3.1 sowie der stationären Energietransportgleichung erforderlich. Die Energietransportgleichung ist im Folgenden in

einer Temperaturformulierung nach [70, Gl. 3.85, Abschn. 3.2.4.3] angegeben:

$$\underbrace{\rho c_p \left(v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right)}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{v_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}}_{\text{Volumenänderungsarbeit}} + \underbrace{\phi}_{\text{Dissipation}}, \quad (3.25)$$

wobei im Vergleich zur zitierten Quellen instationäre Terme vernachlässigt sind. Im Term der Volumenänderungsarbeit wird die bereits bei der Herleitung der Reynoldsgleichung getroffene Annahme $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ verwendet (siehe Abschn. 3.2 Stichpunkt b). Aufgrund der Geometrie des Fluidspalts ist Gl. 3.25 in Zylinder-Koordinaten formuliert. Bei der Herleitung von Gl. 3.25 wird zur Modellierung der Wärmeleitung Gebrauch vom Fourier'schen Wärmeleitungsgesetz gemacht:

$$\underline{q} = -\lambda \nabla T, \quad (3.26)$$

welches einen proportionalen Zusammenhang zwischen Wärmestromdichte \underline{q} und dem Temperaturgradienten ∇T annimmt. Die Proportionalitätskonstante λ wird als Wärmeleitfähigkeit bezeichnet und ist im Falle isotroper Materialien ein Skalar, der im Allgemeinen von Druck p und Temperatur T abhängt. Der in Gl. 3.25 auftretende Parameter c_p bezeichnet die isobare Wärmekapazität und beschreibt die Änderung der Enthalpie über der Temperatur bei konstantem Druck. Die isobare Wärmekapazität ist ebenfalls ein druck- und temperaturabhängiger Parameter. Die Terme v_r , v_θ und v_z stellen die Fluidgeschwindigkeiten in r , θ und z -Richtung im AGFL dar und werden in Abschn. 3.4.1 hergeleitet. Die Dichte ρ der Luft kann über die ideale Gasgleichung:

$$p = \rho R_s T \quad (3.27)$$

berechnet werden, wobei $R_s = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ die spezifische Gaskonstante der Luft bezeichnet.

Die vollständige viskose Dissipation eines Newton'schen Fluids ist beispielsweise in [71, Gl. 3.53] angegeben. In dieser Arbeit wird eine im Bereich der GFL verbreitete Annahme (siehe beispielsweise [38], [72], [73]) zur Vereinfachung des Dissipationsterms verwendet: Aufgrund des sehr kleinen Spaltes in z -Richtung und der Geschwindigkeitsrandbedingung in z -Richtung am stillstehenden Lager und dem rotierenden Rotor, ergeben sich in z -Richtung sehr große Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial v_r}{\partial z}$, $\frac{\partial v_\theta}{\partial z}$. Es wird deshalb im Rahmen dieser Arbeit angenommen, dass alle anderen Geschwindigkeitsgradienten im Vergleich zu $\frac{\partial v_r}{\partial z}$, $\frac{\partial v_\theta}{\partial z}$ vernachlässigbar sind. Wodurch sich für die viskose Dissipation ergibt:

$$\phi = \mu \left(\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right), \quad (3.28)$$

mit der temperaturabhängigen dynamischen Viskosität μ . Somit resultiert die in dieser

Arbeit verwendete Energietransportgleichung axialer Gasfolienlager zu:

$$\rho c_p \left(v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + v_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right). \quad (3.29)$$

Möglicherweise ist noch eine weitere Vereinfachung der Energietransportgleichung zulässig. So wurde in [38, Abschn. 4.1.4] eine Größenordnungstudie der Wärmeflüsse durchgeführt, welche dazu führte, dass der Autor die Diffusionsterme senkrecht zum Spalt (in θ und r -Richtung), sowie den Konvektionsterm in Richtung des Spaltes (z -Richtung) vernachlässigte. In dieser Arbeit werden diese Terme jedoch berücksichtigt.

3.4.1 Fluidgeschwindigkeiten

Zum Lösen der Wärmetransportgleichung 3.29 sind die Fluidgeschwindigkeiten v_r , v_θ und v_z erforderlich. Zu deren Berechnung werden die Annahmen der Schmierfilmtheorie, welche schon bei der Herleitung der Reynoldsgleichung axialer Gasfolienlager genannt wurden (siehe Stichpunkte in Abschn. 3.2), verwendet. Hierdurch vereinfachen sich die Navier-Stokes-Gleichungen zu:

$$\mu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\rho v_\theta^2}{r} \quad (3.30)$$

$$\mu \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (3.31)$$

Der Term $\frac{\rho v_\theta^2}{r}$ stellt den Trägheitsterm in radialer Richtung dar. Die Annahme der laminaren Strömung bei der Herleitung der Reynoldsgleichung (siehe Abschn. 3.2) impliziert jedoch eine Vernachlässigung der Trägheitskräfte. Wie in [32] gezeigt wurde, ist es jedoch möglich durch Berücksichtigung des genannten Termes die Effekte der Trägheitskräfte auf die radiale Geschwindigkeitskomponente abzubilden.

Durch zweifache Integration in z -Richtung unter Verwendung der Wandhaftbedingungen als Randbedingungen:

$$v_r = 0, \quad v_\theta = \Omega r \quad \text{bei } z = 0 \quad (3.32)$$

$$v_r = 0, \quad v_\theta = 0 \quad \text{bei } z = h \quad (3.33)$$

resultiert die Fluidgeschwindigkeit v_θ :

$$v_\theta = \frac{-z(h-z)}{2\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\Omega r}{h} (h-z) \quad (3.34)$$

Bei der Integration wird von einer weiteren Annahme, welche bereits bei der Herleitung der Reynoldsgleichung getroffen wurde, gebraucht gemacht: die Viskosität wird in Spalt-Richtung als konstant angenommen. Analog kann auch die Geschwindigkeit v_r berechnet werden, allerdings wird hierbei v_θ nach Gl. 3.34 in Gl. 3.30 eingesetzt und dann

anschließend zweifach über z integriert:

$$v_r = \frac{-z(h-z)}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \rho r \Omega^2 \right) + \frac{\rho z}{\mu r} (T_4 (h^5 - z^5) + T_3 (h^4 - z^4) + T_2 (h^3 - z^3) + T_1 (h^2 - z^2)) \quad , \quad (3.35)$$

mit:

$$\begin{aligned} T_1 &= -\frac{\Omega h}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{(r\Omega)^2}{3h} \\ T_2 &= \frac{(r\Omega)^2}{12h^2} + \frac{1}{24\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(\frac{h^2}{2\mu r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} + 4\Omega \right) \\ T_3 &= -\frac{1}{20\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(\frac{h}{2\mu r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\Omega}{h} \right) \\ T_4 &= \frac{1}{30} \left(\frac{1}{2\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)^2 \quad . \end{aligned}$$

Falls in Gl. 3.30 die radialen Trägheitsterme vernachlässigt werden, dann verschwinden die Terme $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$. In einer im Rahmen dieser Promotion betreuten Masterarbeit wurde der Einfluss der radialen Trägheitsterme auf die Temperaturverteilung untersucht und als gering bewertet ([74, S.23 sowie Anhang B.2]). Deshalb wird im Weiteren Verlauf dieser Arbeit auf die Berücksichtigung der radialen Trägheitsterme verzichtet. Dies erleichtert auch die Berechnung der Geschwindigkeit in Spaltrichtung v_z erheblich. Zu deren Berechnung wird die stationäre Kontinuitätsgleichung verwendet:

$$\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r} + r \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad . \quad (3.36)$$

Unter Anwendung der Leibnizregel für Parameterintegrale, sowie der bekannten Geschwindigkeiten v_r (Gl. 3.35 mit $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$) und v_θ (Gl. 3.34) kann durch Integration über z die Geschwindigkeit in Spaltrichtung wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} v_z &= -\frac{1}{\rho r} \left[\left(\frac{z^3}{3} - h \frac{z^2}{2} \right) \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho}{2\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) \right. \\ &\quad - \frac{z^2}{2} \left(\frac{\rho}{2\mu r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho \Omega r}{h} \right) + \frac{\rho r}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \\ &\quad \left. + z \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho \Omega r}{h} \right) h + \frac{\rho \Omega r}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right) \right] \quad . \quad (3.37) \end{aligned}$$

Die Größenordnungsanalyse in [38, Abschn. 4.1.4] zeigt, dass die mit der Geschwindigkeit v_z gekoppelten Diffusionsterme klein sind im Vergleich zu der radialen Diffusion und der Diffusion in Umfangsrichtung. Somit ist gegebenenfalls auch eine Vernachlässigung der Geschwindigkeit v_z eine zulässige Annahme, die in dieser Arbeit jedoch nicht getroffen wird.

3.4.2 Fluideigenschaften

In der Energietransportgleichung 3.29 treten die im Allgemeinen von der Temperatur und von dem Druck abhängigen Stoffeigenschaften c_p (isobare Wärmekapazität), λ (Wärme-

leitfähigkeit) und μ (dynamische Viskosität) auf. Daten für trockene Luft dieser Eigenschaften liegen im Wärmeatlas des Vereins Deutscher Ingenieure in tabellierter Form vor [75, Wärmekapazität S. 205, Wärmeleitfähigkeit S. 211, Viskosität S. 212]. Für realistische Druckbereiche in GFL ($< 5 \cdot 10^5$ Pa) ist die Druckabhängigkeit aller drei Stoffeigenschaften vernachlässigbar. Um die Ausprägungen der Stoffeigenschaften in Abhängigkeit der Temperatur zu erhalten werden die in [75] tabellierten Werte nach [76] interpoliert.

$$c_p = -2.4543 \cdot 10^{-7} T^3 + 7.7852 \cdot 10^{-4} T^2 - 0.2157 T + 1025.1 \quad (3.38)$$

$$\lambda = 1.0124 \cdot 10^{-11} T^3 - 3.5625 \cdot 10^{-8} T^2 + 9.1139 \cdot 10^{-5} T + 0.002 \quad (3.39)$$

$$\mu = \begin{cases} 3.8 \cdot 10^{-8} T + 7.433 \cdot 10^{-6} & T \leq 823.15 \text{ K} \\ 2.8147 \cdot 10^{-8} T + 1.4994 \cdot 10^{-5} & T > 823.15 \text{ K} \end{cases} \quad (3.40)$$

Wird in die Gl. 3.38 - 3.40 die Temperatur in Kelvin eingesetzt dann resultieren die isobare Wärmekapazität c_p in $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$, die Wärmeleitfähigkeit λ in $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ sowie die dynamische Viskosität μ in Pas.

3.4.3 Wärmepfade

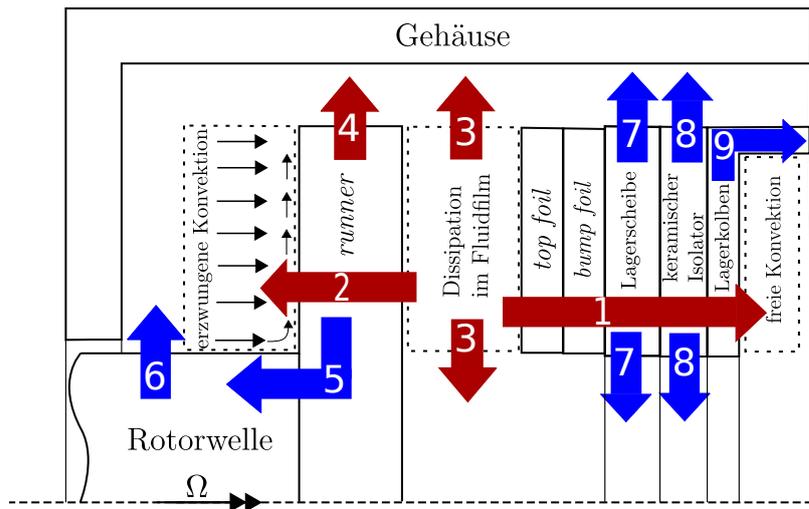


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der im Modell berücksichtigten Wärmepfade (rot) und der vernachlässigten Wärmepfade (blau). Das Modell soll die Wärmepfade des Aufbaus aus [58] nachbilden. Eigene Darstellung basierend auf [38] und [74].

Zur Berechnung der Temperaturverteilung im Lager muss auch die an die Umgebung abgegebene Wärme modelliert, Systemgrenzen gezogen und Randbedingungen definiert werden. Eine sinnvolle Modellierung der Wärmepfade hängt von den Einbaubedingungen des AGFL ab. In dieser Arbeit wird angenommen, dass das AGFL in dem in [58] beschriebenen Prüfstand (High Speed Thrust Bearing Test Rig - HSBTR) eingebaut ist. So kann das implementierte Temperaturmodell zur Validierung der in [58] gemessenen Temperaturen verwendet werden. Eine Beschreibung des HSBTR befindet sich in Abschn. 5.4.1, die Validierung wird in 5.4.3 vorgenommen. Im vorliegenden Abschnitt werden die berücksichtigten Wärmepfade beschrieben.

Die abzutransportierende Wärme wird durch die Scherung des Fluids im Schmierfilm aus Verformungsenergie in Wärme umgewandelt. In der verwendeten Modellierung werden vier Pfade zum Transport dieser Wärme berücksichtigt, welche in den nachfolgenden Unterkapiteln genauer erläutert werden. Unter den vernachlässigten Wärmepfaden ist der Wärmepfad in die Welle (gekennzeichnet durch die Nummer 5 in Abb. 3.2) am kritischsten zu betrachten. Auf der Rotorwelle des betrachteten Prüfstands befinden sich zwei RGFL, welche einen Wärmeeintrag in den Rotor bewirken. Trotz Kühlung werden auch die auf der Welle vorhandenen axialen Magnetlager für einen Wärmeeintrag sorgen. Zugleich wird die Welle durch ihre große Rotationsgeschwindigkeit an ihrem Außenradius, aber auch an den Stirnflächen, gekühlt (Wärmepfad 6). Auch die sich am Wellenende befindliche, mit Druckluft betriebene, Impulsturbine liefert ebenfalls eine kühlende Wirkung. In dieser Arbeit wird jedoch davon ausgegangen, dass der Wärmestrom an der *runner*-Rückseite (Wärmepfad 2), aufgrund der dort vorhandenen großen Fläche und Umfangsgeschwindigkeiten, gegenüber dem Wärmepfad in die Welle (Wärmepfad 5) dominiert. Ob diese Annahme zulässig ist kann im Rahmen dieser Arbeit nicht abschließend bewertet werden. Eine Modellierung aller auf der Welle befindlichen Komponenten wäre jedoch sehr aufwendig und letztlich aufgrund zu vieler unbekannter Modellparameter höchstens qualitativ möglich.

Weiterhin wurde die Wärmeleitung durch das Lager und durch nachfolgende Komponenten nur in axialer Richtung berücksichtigt. Es wird davon ausgegangen, dass die radialen Wärmepfade 7, 8 und 9 aufgrund der axial größeren Flächen und Wärmeleitfähigkeiten klein sind gegenüber dem Wärmepfad 1. Tendenziell ist davon auszugehen, dass die getroffene Modellierung aufgrund der Vernachlässigung der Wärmepfade 5 und 6 zu wenig Wärme an die Umgebung abgeben und somit zu einer Überschätzung der Fluidtemperaturen führen wird. Im Anhang B.2 wird die Modellierung der berücksichtigten Wärmepfade 1-4 im Detail beschrieben.

Eine Übersicht über die Materialien, relevanten Geometrien, sowie die Quellen für die Werkstoffparameter ist im Anhang in Tab. B.1 angegeben.

Kapitel 4

Numerische Modellierung und Programmablauf

In diesem Abschn. werden die zum Erreichen der in 1.2 formulierten Ziele notwendigen Submodelle beschrieben und die Abläufe der implementierten Algorithmen dargelegt. Dies umfasst die Modelle zur Berechnung der Verformung der elastischen Lagerwand in Abschn. 4.1, die Diskretisierung und den Programmablauf zum Lösen der isothermen, stationären Reynoldsgleichung in den Abschn. 4.2 und 4.3, die Bestimmung der linearisierten Lagerparameter in Abschn. 4.4 sowie die Diskretisierung und den Programmablauf zur gekoppelten Lösung von Reynolds- und Energietransportgleichung in den Abschn. 4.5 und 4.6.

4.1 Strukturmodellierung

In diesem Abschn. erfolgt die Beschreibung von je zwei Modellierungsansätzen zur Berechnung der *bump foil* und *top foil*-Verformung. In Abschn. 6.1 werden die unter Verwendung dieser Modellierungen erzielten Simulationsergebnisse mit Messungen verglichen und letztlich eine Modellierung ausgewählt.

4.1.1 Simple Elastic Foundation Model

Als SEFM-Modelle werden diejenigen Modelle bezeichnet, welche die Verformung der *bump foil* über eine elastische Bettung abbilden. Die *bumps* sind dabei einzelne, nicht interagierende Federn, deren Steifigkeit meist über eine Energiebetrachtung bestimmt wird. Diese Modelle erlauben eine sehr einfache und schnelle Berechnung der *bump foil*-Verformung. In dieser Arbeit wird das SEFM nach Iordanoff [28] verwendet. Die flächenbezogene Steifigkeit K_f ist durch Gl. 4.1 gegeben.

$$K_f = \frac{E_f \sin^3\left(\frac{\theta_0}{2}\right)}{6s_0 I(\mu_{bf}, \frac{\theta_0}{2})(1 - \nu_f)^2} \left(\frac{t_b}{l_0}\right)^3 \quad (4.1)$$

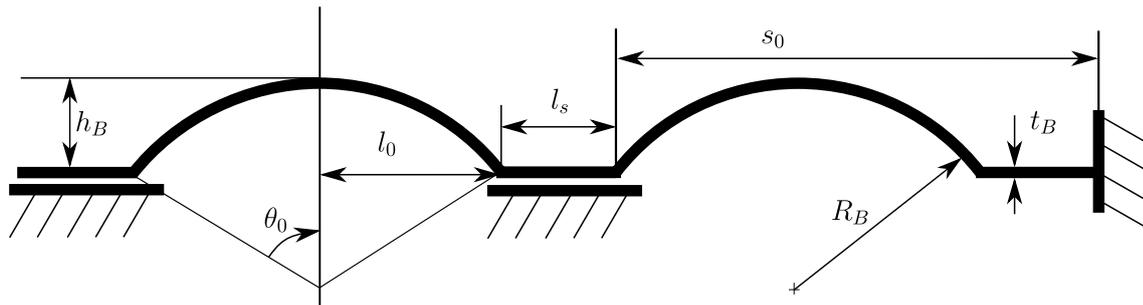


Abbildung 4.1: bump-Geometrie

Mit der *bump foil*-Dicke t_b , dem Elastizitätsmodul und der Poissonzahl der *foils* E_f , ν_f . Die Gleichung für die Funktion $I(\mu_{bf}, \frac{\theta_0}{2})$ ist im Anhang B.1 gegeben. Die Größen θ_0 , s_0 , l_0 werden in Abb. 4.1 erklärt. Die Dämpfung der Folien kann als äquivalent viskose Dämpfung über den Strukturverlustfaktor s_{loss} wie in Gl. 3.18 berücksichtigt werden. Die Verformung δ berechnet sich dann, wie folgt, aus dem Druck p :

$$\delta = \frac{1}{K_f (1 + i s_{\text{loss}})} p \cdot \quad (4.2)$$

4.1.2 Statisches *bump foil*-Modell nach Le Lez et al. [46]

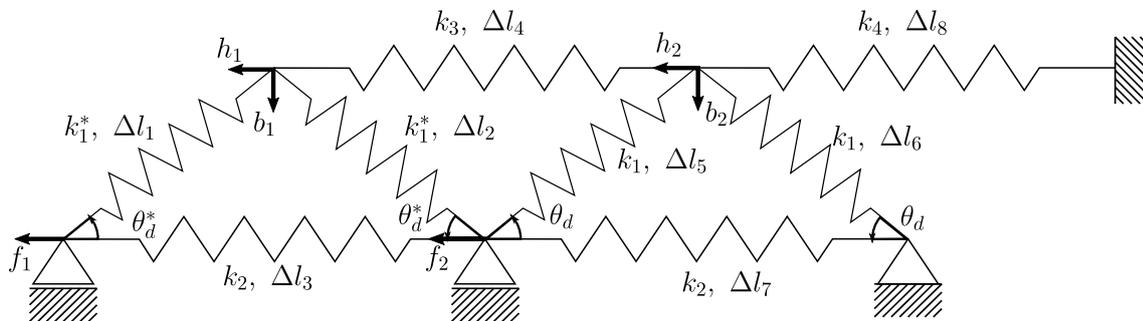


Abbildung 4.2: Ersatzmodell eines 2-bump-Streifens nach Le Lez [46]

Um das nichtlineare Deformationsverhalten der *bump foil* mit vertretbarem numerischen Aufwand abbilden zu können, wurden in der Literatur verschiedene, vereinfachte Modelle entwickelt. Zwei Beispiele sind die Strukturmodelle von Feng und Kaneko [49] und Le Lez et al. [46]. Beide Modelle berücksichtigen die Reibungskräfte zwischen den *foils*, sowie zwischen der *bump foil* und der Lagerplatte über das Coulomb'sche Reibungsmodell. Die Interaktion der *bumps* wird in beiden Fällen über ein mechanisches Feder-Dämpfer-Ersatzmodell abgebildet. Beide Modelle sind bezüglich der zugrunde liegenden Annahmen recht ähnlich, wobei das Modell von Feng den Vorteil hat, dass die *bumps* über eine einzige äquivalente Einzelfedersteifigkeiten abgebildet werden können. Theoretisch ist die Berechnung der Verformung damit etwas einfacher als bei Le Lez. In der Praxis scheiterte jedoch

der Versuch den in [49] angegebenen Algorithmus zu implementieren. Es konnten keine plausiblen Verformungen ermittelt werden, dies gelang mit dem Modell von Le Lez et al. [46]. Der Algorithmus zur Bestimmung der Folienverformung nach Le Lez ist zudem gut dokumentiert, leicht zu implementieren und ausführlich validiert. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit das statische Strukturmodell nach Le Lez et al. (LL-Modell) angewendet und im Folgenden kurz beschrieben.

Für einen aus zwei *bumps* bestehenden *bump*-Streifen ist das Feder-Ersatzmodell in Abb. 4.2 dargestellt. Ein *bump* hat an seinem Gipfel einen vertikalen und einen horizontalen Freiheitsgrad. Hinzu kommt je ein horizontaler Freiheitsgrad an den beiden *bump*-Füßen. Ein Streifen bestehend aus N_B *bumps* hat somit $3 \cdot N_B$ Freiheitsgrade: N_B vertikale (b_i), sowie $2 \cdot N_B$ horizontale Freiheitsgrade (h_i am Gipfel, f_i am Fuß).

Bestimmung der Einzelfedersteifigkeiten

Das Vorgehen zur Bestimmung der Einzelfedersteifigkeit wird nur schematisch für die Steifigkeit k_1 gezeigt. Für die detaillierte Herleitung und Formeln sei auf [46] verwiesen. Eine Annahme des Modells ist, dass die Dicke des *bump foils* t_B klein ist gegenüber dem Krümmungsradius R_B (siehe Abb. 4.1). Typischerweise erfüllt das Verhältnis dieser beiden Größen bei realen GFL die Bedingung: $\frac{R_b}{t_B} > 30$. Die Eigenschaften des *bump*-Streifens sind durch die Federsteifigkeiten k_i und die Federwinkel θ_d bestimmt. In der vorliegenden Arbeit befindet sich die Befestigung der *bump foil* am letzten *bump* in Umfangsrichtung (siehe Abb. 4.2, rechter *bump*). Dies unterscheidet sich von der ursprünglichen Veröffentlichung [46], bei welcher die Befestigung am ersten *bump* erfolgte. Die Auswirkung dieses Unterschiedes ist jedoch lediglich eine geringfügig anders sortierte Steifigkeitsmatrix.

Die Verformungsenergie U , von der in Abb. 4.3 dargestellten Halbschale, kann nach [77] wie folgt angegeben werden:

$$U = \int_0^{\theta_0} \left(\frac{M_s(\theta)^2}{2K_{\text{shell}}L_{\text{strip}}} + \frac{N_s(\theta)^2}{2EA} \right) R_B d\theta, \quad (4.3)$$

$$K_{\text{shell}} = \frac{Et_B^3}{12(1-\nu^2)}, \quad A = t_B L_{\text{strip}}. \quad (4.4)$$

Wobei L_{strip} die Breite des *bump*-Streifens, $M_s(\theta)$ das Biegemoment und $N_s(\theta)$ die Normalkraft entlang der Bogenlänge der Schale bezeichnen. Anhand der Abb. 4.3 wird im Folgenden exemplarisch gezeigt wie die Federsteifigkeiten k_1 in Abb. 4.2 berechnet werden. Für die Herleitung der übrigen Federsteifigkeiten k_i sowie der Federwinkel θ_d wird auf die Quelle [46] verwiesen.

Auf der linken Seite von Abb. 4.3 ist die Hälfte eines *bumps* dargestellt, sowie die Ersatzfedersteifigkeit k_1 und die für die Berechnung notwendigen Lagerungsbedingungen. Welche Knoten eines *bumps* Rotationsfreiheitsgrade erhalten, wurde von Le Lez et al. mit Hilfe von FE-Simulationen bestimmt. Letztlich gelten für alle *bumps* die gleichen Randbedingungen, abgesehen vom *bump* am freien Ende. Dies ist auch der Grund, weshalb der linke *bump* in Abb. 4.2 abweichende Federsteifigkeiten k_1^* und Federwinkel θ_d^* besitzt. V

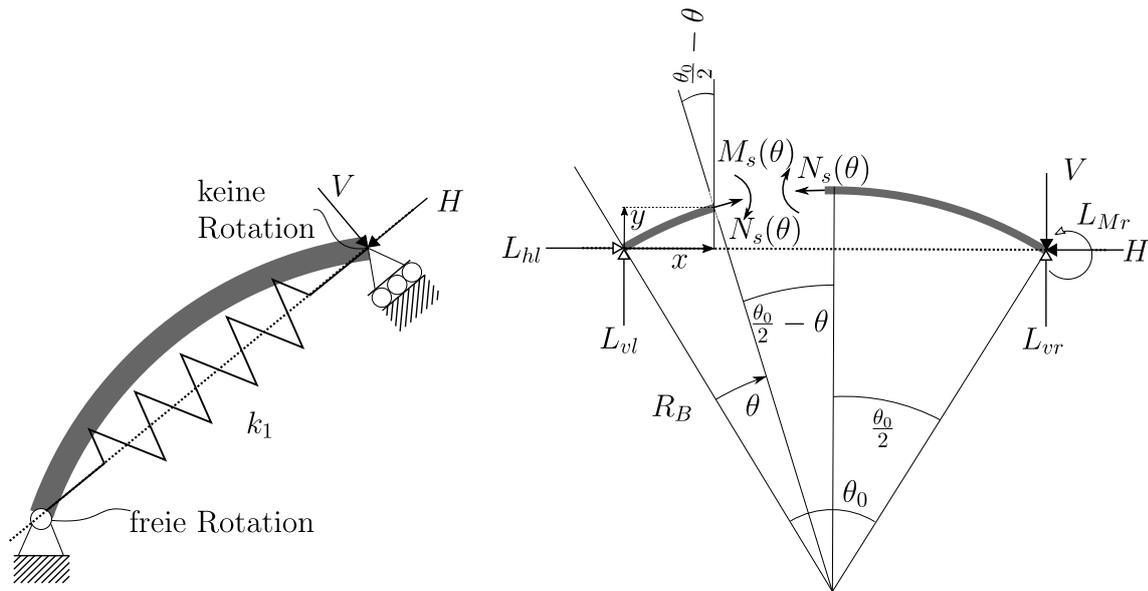


Abbildung 4.3: Randbedingungen und Freischnitt des mechanischen Ersatzmodells zur Berechnung der Federsteifigkeit k_1 nach Le Lez [46]

und H stellen allgemeine, am *bump*-Gipfel angreifende Kräfte dar, welche in Komponenten senkrecht zur und in Richtung der Feder k_1 aufgeteilt wurden.

Auf der rechten Seite von Abb. 4.3 ist der Freischnitt dargestellt, welcher zur Berechnung der Schnittgrößen dient. Lagerreaktionen, Schnittlasten sowie externe Kräfte sind dabei durch unterschiedliche Pfeilspitzen gekennzeichnet. Der Freischnitt ist zudem in die horizontale Richtung gedreht, um geometrische Beziehungen besser nachvollziehbar darzustellen. Das System ist statisch überbestimmt. Mit Hilfe des Satzes von Castigliano lassen sich jedoch die notwendigen Lagerreaktionen und Schnittlasten in Abhängigkeit von H bestimmen. Unter Verwendung der Schnittlasten lässt sich die Verformungsenergie U nach Gl. 4.3 berechnen. Die Federsteifigkeit k_1 lässt sich dann, wie folgt, bestimmen:

$$\delta_H = \frac{\partial U}{\partial H} \quad (4.5)$$

$$k_1 = \frac{H}{\delta_H}, \quad (4.6)$$

wobei δ_H die Verschiebung am Kraftangriffspunkt von H in Richtung der Feder k_1 darstellt. Für eine detaillierte Herleitung von k_1 sowie der anderen Steifigkeiten wird auf [46] verwiesen.

Bestimmung der Gesamtsteifigkeitsmatrix und des Lastvektors

Zur Bestimmung der Steifigkeitsmatrix ist es notwendig, die Längenänderungen Δl_i der Ersatzfedern des Modells zu bestimmen. Dies erfolgt im Folgenden exemplarisch für den in Abb. 4.2 dargestellten *2-bump*-Streifen. Dabei werden die folgenden Abkürzungen ver-

wendet: $c_\theta = \cos(\theta_d)$, $s_\theta = \sin(\theta_d)$.

$$\Delta l_1 = f_1 c_\theta - h_1 c_\theta - b_1 s_\theta, \quad \Delta l_3 = f_1 - f_2 \quad (4.7)$$

$$\Delta l_2 = h_1 c_\theta - f_2 c_\theta - b_1 s_\theta, \quad \Delta l_4 = h_1 - h_2 \quad (4.8)$$

$$\Delta l_5 = f_2 c_\theta - h_2 c_\theta - b_2 s_\theta, \quad \Delta l_7 = f_2 \quad (4.9)$$

$$\Delta l_6 = h_2 c_\theta - b_2 s_\theta, \quad \Delta l_8 = h_2 \quad (4.10)$$

In Analogie zu Le Lez et al. [46] wurde die positive Richtung der horizontalen Freiheitsgrade f_i, h_i in Richtung des freien *bumps* festgelegt. Da sich in der hier betrachteten Arbeit der freie *bump* am Beginn der Folie befindet, weichen die Formeln für die Längenänderungen (4.7)-(4.10) und letztendlich auch die Einträge in der Steifigkeitsmatrix teilweise von denen von Le Lez ab. Die potentielle Energie des *bump*-Streifens wird somit zu:

$$\begin{aligned} U_{\text{feder}} &= \frac{1}{2} [k_1^* (\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2) + k_1 (\Delta l_5^2 + \Delta l_6^2) + k_2 (\Delta l_3^2 + \Delta l_7^2) \\ &+ k_3 \Delta l_4^2 + k_4 \Delta l_8^2] . \end{aligned} \quad (4.11)$$

Die Anordnung der Verschiebungen $\underline{\delta}_{bf}$ und der an den jeweiligen Knoten angreifenden Kräfte kann der Gl. (4.12) entnommen werden. Dabei sind μ_{bf}, μ_{tf} jeweils die Reibungskoeffizienten zwischen der *top foil* und der *bump foil* sowie zwischen der *bump foil* und der Lagerplatte. F_i sind die senkrecht an einem *bump*-Gipfel angreifenden Kräfte, welche durch die Druckverteilung des Gasfilms bedingt sind.

$$\underline{\delta}_{bf} = \begin{pmatrix} f_1 \\ b_1 \\ h_1 \\ f_2 \\ b_2 \\ h_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{F}_{bf} = \begin{pmatrix} -\mu_{bf} \frac{F_1}{2} \\ F_1 \\ -\mu_{tf} F_1 \\ -\mu_{bf} \frac{F_1 + F_2}{2} \\ F_2 \\ -\mu_{tf} F_2 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Aus der Gl. 4.12 für den Kraftvektor \underline{F}_{bf} ist ersichtlich, dass die Reibungskräfte alle in negative Koordinatenrichtung, also in Richtung des freien *bumps* angenommen wurden. Auf diesen Umstand wird in späteren Teilen dieses Abschnittes noch einmal eingegangen. Die Steifigkeitsmatrix \underline{K}_{bf} der *bump foil* ergibt sich durch Koeffizientenvergleich der Gl. (4.11) und der ausmultiplizierten Form der folgenden Gl. (4.13):

$$U_{\text{feder}} = \frac{1}{2} \underline{\delta}_{bf}^T \underline{K}_{bf} \underline{\delta}_{bf} . \quad (4.13)$$

Die resultierende Steifigkeitsmatrix \underline{K}_{bf} ist im Anhang für eine beliebige Anzahl an *bumps* angegeben (siehe Gl. (A.2)).

Algorithmus zur Berechnung der Verschiebung

Bei der Herleitung der Steifigkeitsmatrix wurde davon ausgegangen, dass die Reibungskräfte alle in Richtung der Einspannung der *bump*-Folie zeigen. In Realität werden die

Reibungskräfte jedoch immer entgegen der horizontalen Bewegungsrichtung f_i , h_i der jeweiligen Knoten wirken. Falls eine Verschiebung in Richtung der Einspannung auftritt, ist also eine Anpassung des Lastvektors \underline{F}_{bf} (siehe Gl. 4.12) an dem entsprechenden Freiheitsgrad erforderlich. Zudem wird eine weitere Anpassung notwendig, wenn es zu einem Haften der Knoten kommt. Eine Sperrung der entsprechenden horizontalen Freiheitsgrade ist in diesem Fall erforderlich. Diese Anpassungen sind abhängig von den horizontalen Freiheitsgraden f_i , h_i und müssen deshalb in einem iterativen Prozess erfolgen, der im Folgenden beschrieben wird.

Der Algorithmus ist im Flussdiagramm Abb. (4.4) dargestellt. Als initiale Größen gehen die Steifigkeitsmatrix \underline{K}_{bf} , der sich aus den Gaskräften und den in Richtung der Einspannung der *bump*-Folie zeigenden Reibungskräften zusammensetzende Lastvektor \underline{F}_{bf} sowie ein Indexvektor \underline{h}_{fg} ein. Der Indexvektor \underline{h}_{fg} hat die Dimension $[\underline{h}_{fg}] = [2N_B \times 1]$ und enthält dabei in aufsteigender Reihenfolge die Indizes der horizontalen Freiheitsgrade f_i , h_i im Gesamtverschiebungsvektor $\underline{\delta}_{bf}$. Anschließend beginnt der iterative Prozess, die Zählvariable m wird gesetzt ($m = 2N_B$). Der Gesamtverschiebungsvektor $\underline{\delta}_{bf}$ wird bestimmt, indem das lineare Gleichungssystem (LGS) $\underline{K}_{bf}\underline{\delta}_{bf} = \underline{F}_{bf}$ gelöst wird.

Es muss überprüft werden, ob die Vorzeichen der horizontalen Freiheitsgrade in Richtung des freien *bumps* zeigen. Dies wird zu Beginn jedes Durchlaufs geprüft und der Zählindex m wird inkrementell verringert, solange kein Freiheitsgrad gefunden wurde, auf den dies nicht zutrifft. Sobald eine horizontale Verschiebung gefunden wurde, welche in Richtung der Einspannung zeigt, wird die Richtung der zu dem Freiheitsgrad gehörigen Reibungskraft umgedreht. Das Gleichungssystem $\underline{K}_{bf}\underline{\delta}_{bf} = \underline{F}_{bf}$ muss erneut gelöst werden. Es wird kontrolliert, ob das Vorzeichen dieses Freiheitsgrads nun zur Richtung der Reibungskraft passt. Wenn dies der Fall ist, dann wird der Zählindex m inkrementell verringert und mit dem nächsten Freiheitsgrad weitergemacht. Passt jedoch das Vorzeichen der Verschiebung erneut nicht zur Richtung der Reibungskraft, dann wird angenommen, dass der Freiheitsgrad der Haftbedingung unterliegt.

Haftet der Freiheitsgrad, dann wird seine Verschiebung zu Null gesetzt und der Freiheitsgrad wird aus dem Gleichungssystem entfernt¹. Falls es zum Haften kommt, wird der Zählindex wieder auf seinen Initialwert ($m = 2N_B$) gesetzt und der ganze Durchlauf beginnt von vorne. Da dies mit hohem numerischen Aufwand verbunden ist, ist es erstrebenswert, die haftenden Knoten zu Beginn des Algorithmus zu finden. Die haftenden Knoten sind in der Nähe der Einspannung des *bump foils* zu erwarten. Da diese sich in der hier betrachteten Anwendung am „Ende“ der *bump*-Folie befindet, wird ein rückwärts zählender Index m verwendet. Das Ende des Ablaufs ist erreicht, sobald alle horizontalen Freiheitsgrade durchlaufen wurden. Als Output wird der Verschiebungsvektor $\underline{\delta}_{bf}$ an die übergeordnete Funktion übergeben, wobei lediglich die vertikalen Verschiebungen zur Berechnung der

¹Programmiertechnisch wird dies umgesetzt, indem die zugehörige Zeile in der Steifigkeitsmatrix und der rechten Seite zu Null gesetzt wird (im Struktogramm: $\underline{K}_{bf}(\underline{h}_{fg}(m), :) = 0$, MATLAB Notation), abgesehen vom Eintrag auf der Hauptdiagonalen der Steifigkeitsmatrix des entsprechenden Freiheitsgrades, welcher zu Eins gesetzt wird (im Struktogramm: $\underline{K}_{bf}(\underline{h}_{fg}(m), \underline{h}_{fg}(m)) = 1$).

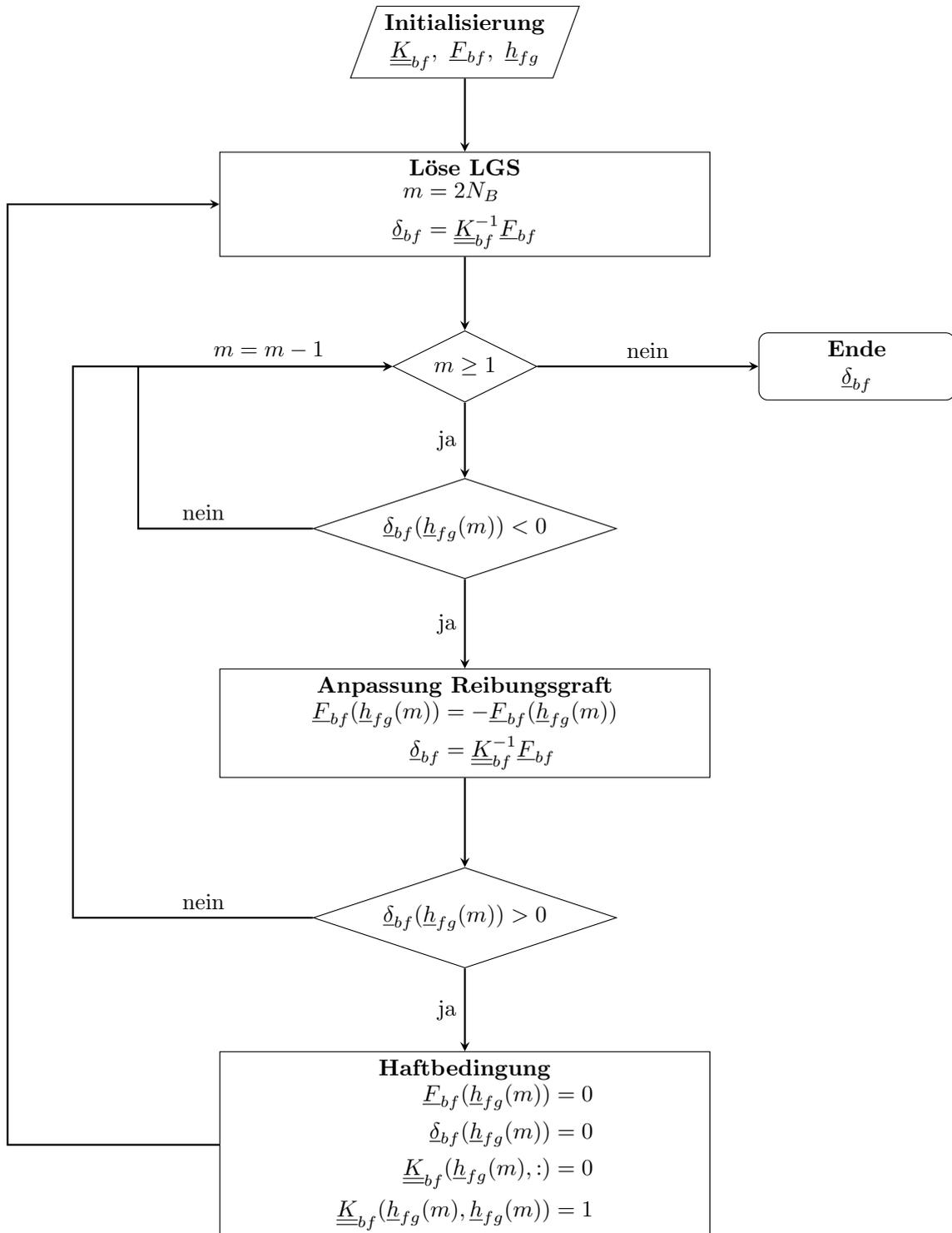


Abbildung 4.4: Programmablaufplan zur Bestimmung der Verschiebung nach Le Lez et al. [46]

Filmdicke benötigt werden.

Das Modell von Le Lez et al. berechnet pro *bump* eine vertikale Verformung. Auf die Durchsenkung der *bump foil* hat dies die Auswirkung, dass die *bump*-Verformungen in radialer Richtung des Axiallagers für jeden *bump strip* konstant sind. Wird das Modell mit einem 2D-*top foil*-Modell gekoppelt (wie in dieser Arbeit umgesetzt), dann ist die Verformung der Folienstruktur jedoch auch vom Radius abhängig.

4.1.3 Modellierung des *top foils*

Der Einfluss der *top foil*-Modellierung auf die Modellgüte wurde für axiale GFL noch nicht explizit untersucht. Für radiale GFL verglichen San Andrés und Kim [42] drei verschiedene Modellierungsansätze: 1. die Abbildung des *top foils* mit Hilfe von 2D-Schalenelementen², 2. die Berechnung der Verformung über 1D-Euler-Bernoulli-Balkenelemente in Kombination mit einer axialen Druckmittelung sowie 3. die Annahme, dass sich das *top foil* überhaupt nicht verformt, sondern der Verformung der *bumps* folgt. Die mit den drei Modellen ermittelten Filmdicken wurden mit gemessenen Filmdicken verglichen, mit dem Ergebnis, dass die 1D-Balkenelemente die geringsten Abweichungen zu den Messdaten aufwiesen, knapp gefolgt von dem einfachsten Modell ohne Berücksichtigung einer *top foil*-Verformung. Die 2D-Schalenmodellierung bildete die Verformungen am axialen Lagerrand gut ab, während die Verformung in der axialen Lagermitte deutlich unterschätzt wurde. Eine einfache Modellierung oder sogar Vernachlässigung des *top foils* liefert also bei RGFL adäquate Ergebnisse.

Die Bedingungen bei den AGFL sind jedoch andere. So befinden sich in vielen Konfigurationen axialer Gasfolienlager keine *bumps* unterhalb des Rampenbereichs des Lagers (so wie es auch in den Abb. 2.1a und 2.3 dargestellt ist). Die *top foil*-Verformung wird deshalb bei solchen Lagern die Rampengeometrie und möglicherweise auch die Lager-eigenschaften wesentlich beeinflussen. Deshalb ist es naheliegend zu vermuten, dass die *top foil*-Verformung bei den AGFL eine wesentlichere Rolle annimmt, als bei den RGFL. Die Eignung von 1D-Elementen erfordert eine Druckmittelung in radialer Richtung. Wie bereits im Abschn. 4.1.2 angesprochen, sind die Auswirkungen einer solchen Mittelung allerdings kritisch zu hinterfragen, da der Druck bei Axiallagern in radialer Richtung aufgrund der in radialer Richtung ansteigenden Strömungsgeschwindigkeiten signifikante Änderungen aufweisen kann. In Abschn. 6.1.1 werden experimentell ermittelte Daten (Reibmomente und Lagerkräfte) mit Simulationsdaten unter Vernachlässigung der *top foil*-Verformung sowie unter Berücksichtigung der *top foil* als 2D-Platte verglichen.

Modellierung als 2D-Platte

Das *top foil* ist eine dünnwandige Struktur, welche hauptsächlich durch den Druck im Gasfilm senkrecht zu seiner Oberfläche belastet wird. Weiterhin wirken an der Oberfläche

²Hierbei wurden die auf das *top foil* wirkenden Reibungskräfte am *bump foil* und am Gasfilm vernachlässigt.

des *top foils* noch die Scherkräfte des Fluidfilms, sowie die Reibungs- und Stützkkräfte an den *bumps*. Werden die Auswirkungen der Kräfte quer zur Plattenebene auf die Verformung der *top foil* vernachlässigt, dann kann eine Modellierung des *top foils* als 2D-Platte erfolgen. Um eine einfache Kopplung an die Finite-Differenzen (FD) Diskretisierung des Gasfilms zu ermöglichen, ist es sinnvoll, in beiden Fällen das gleiche Rechengitter zu verwenden. Aufgrund der Krümmung des *top foils* können Standardrechteckelemente die Geometrie nicht abbilden, deshalb wird ein isoparametrisches, quadratisches 4-knotiges Element verwendet, welches in [78, S.312 ff.] beschrieben ist. Isoparametrische Elemente können beliebige Vierecke oder sogar Elemente mit gekrümmten Strukturen abbilden, welche bei der Erstellung der Elementmatrizen auf äquivalente Quadratelemente umgerechnet werden [79, S.187 ff.].

Die hier verwendeten Elemente beruhen auf der Reissner-Mindlin-Plattentheorie, welche eine Erweiterung der Kirchhoff'schen-Plattentheorie darstellt. In Analogie zu Timoshenko-Balkenelementen müssen zur Mittelebene senkrechte, gerade Linien nach der Verformung gerade, jedoch nicht zwingend senkrecht bleiben. Das hier verwendete Q4-Element hat an jedem seiner vier Knoten drei Freiheitsgrade: die Verschiebung normal zur Plattenebene sowie die Winkel um die beiden in der Plattenebene liegenden Achsen. Ein frei zugängliches Matlab-Programm zur Erstellung der Gesamtelementmatrizen und zur Berechnung der Verformung, sowie dessen Validierung können unter dem folgenden Link <http://www.cimne.com/mat-fem/plates.asp> [80] heruntergeladen werden. Zusätzlich wurde die FE-Implementierung noch mit dem kommerziellen FE-Programm ANSYS validiert (siehe Abschnitt 5.1.1). Als Randbedingung wird gefordert, dass die Verformung sowie die Winkel an der Einspannung Null sind.

Zwei wesentliche Annahmen dieser *top foil*-Modellierung sind:

- Das *top foil* liegt immer auf den *bumps* auf, kann sich also nicht von den *bumps* lösen. Eine Berücksichtigung des zuletzt genannten Effekts erfordert eine komplexe Modellierung mit Prüfung von Kontaktbedingungen (wie dies beispielsweise in [48] umgesetzt wurde).
- Das Gleichgewicht zur Bestimmung der Verformung wird im nicht verformten Zustand gelöst, so dass kleine Verformungen vorausgesetzt werden.

Die Entwicklung eines *top foil*-Modells, welches das Abrücken von den beiden zuvor aufgeführten Annahmen ermöglicht, ist ein möglicher Ansatzpunkt für anschließende Forschungsarbeiten (siehe [48]).

Vernachlässigung der *top foil*-Durchsenkung

Eine einfache und schnelle Möglichkeit, die Folienverformung abzuschätzen, ergibt sich, wenn angenommen wird, dass die *top foil* der Verformung der *bumps* folgt und sich dazwischen nicht durchsenkt. Stattdessen wird die Folienverformung bei dieser Modellierung durch lineare Interpolation der Verformungen zweier benachbarter *bumps* bestimmt.

Die Anwendbarkeit und Grenzen dieser bei Radiallagern weit verbreiteten, jedoch auch bei Axiallagern (beispielsweise [32], [27]) angewendeten Modellierung, werden in Abschn. 6.1.1 untersucht.

4.2 Diskretisierung Reynoldsgleichung

Zur numerischen Lösung der Reynoldsgleichung 3.6 ist eine Diskretisierung der kontinuierlichen Gleichung erforderlich. In dieser Arbeit wird dazu die FDM angewendet. Die partiellen Ableitungen werden über zentrale Halbschrittdifferenzen der Ordnung $\mathcal{O}(\Delta\theta^2)$ bzw. $\mathcal{O}(\Delta\bar{r}^2)$ approximiert, wie exemplarisch in den Gl. (4.14)-(4.17) für eine allgemeine Größe k auf einem nicht-äquidistanten Netz gezeigt wird.

$$\left(\frac{\partial k}{\partial\theta}\right)_{i,j} \approx \frac{k_{i,j+1/2} - k_{i,j-1/2}}{\theta_{i,j+1/2} - \theta_{i,j-1/2}} \quad (4.14)$$

$$\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\theta^2}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{\theta_{i,j+1/2} - \theta_{i,j-1/2}} \left(\frac{k_{i,j+1} - k_{i,j}}{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}} - \frac{k_{i,j} - k_{i,j-1}}{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}} \right) \quad (4.15)$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial\bar{r}}\right)_{i,j} \approx \frac{k_{i+1/2,j} - k_{i-1/2,j}}{\bar{r}_{i+1/2,j} - \bar{r}_{i-1/2,j}} \quad (4.16)$$

$$\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\bar{r}^2}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{\bar{r}_{i+1/2,j} - \bar{r}_{i-1/2,j}} \left(\frac{k_{i+1,j} - k_{i,j}}{\bar{r}_{i+1,j} - \bar{r}_{i,j}} - \frac{k_{i,j} - k_{i-1,j}}{\bar{r}_{i,j} - \bar{r}_{i-1,j}} \right) \quad (4.17)$$

Die Ausprägungen der Größen an den Zwischengitterpunkten $i \pm 1/2$, $j \pm 1/2$ sind dabei unbekannt und ergeben sich durch lineare Interpolation:

$$(\)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} ((\)_{i+1} + (\)_i) \quad (\)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} ((\)_{i-1} + (\)_i) . \quad (4.18)$$

Analoge Zusammenhänge gelten für die Zwischengitterpunkte der θ bzw. j -Richtung. Die Verwendung von Zwischengitterpunkten ist dabei sinnvoll, um Untergitterentkopplung³ zu vermeiden. Die Ableitungsvorschriften (4.14)-(4.17) werden auf die normierte, stationäre Reynoldsgleichung angewendet, welche somit zu einer nichtlinearen algebraischen Gleichung wird. Diese wird als Nullstellenproblem formuliert, welche in jedem Gitterpunkt i, j die vorgegebene Toleranz nicht überschreiten darf $f_{i,j} < \text{Tol}$. Die explizit ausgeschriebene Formulierung der als Nullstellenproblem formulierten, diskretisierten Reynoldsgleichung $f_{i,j}$ lautet:

$$f_{i,j} = \frac{2}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_{i-1}} \left(\frac{\bar{p}_{i+1,j} - \bar{p}_{i,j}}{\bar{r}_{i+1} - \bar{r}_i} (\bar{r} \bar{p} \bar{h}^3)_{i+1/2,j} - \frac{\bar{p}_{i,j} - \bar{p}_{i-1,j}}{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}} (\bar{r} \bar{p} \bar{h}^3)_{i-1/2,j} \right) \quad (4.19)$$

$$+ \frac{2}{\bar{r}_i (\theta_{j+1} - \theta_{j-1})} \left(\frac{\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j}}{\theta_{j+1} - \theta_j} (\bar{p} \bar{h}^3)_{i,j+1/2} - \frac{\bar{p}_{i,j} - \bar{p}_{i,j-1}}{\theta_j - \theta_{j-1}} (\bar{p} \bar{h}^3)_{i,j-1/2} \right) \quad (4.20)$$

$$- \frac{2}{(\theta_{j+1} - \theta_{j-1})} \Lambda \left((\bar{r} \bar{p} \bar{h})_{i,j+1/2} - (\bar{r} \bar{p} \bar{h})_{i,j-1/2} \right) . \quad (4.21)$$

³Werden zentrale Differenzen ohne Zwischengitterpunkte verwendet, so ist die diskretisierte zweite Ableitung am Gitterpunkt i, j nicht von ihren direkten Nachbarpunkten abhängig sondern von den Punkten $i \pm 2, j$. Zweite Ableitungen an benachbarten Gitterpunkten haben damit keine gemeinsam verwendeten Punkte, was zu numerisch bedingten Oszillationen in der Lösung führen kann (siehe [81]).

Die diskretisierte Reynoldsgleichung $f_{i,j}$ im Gitterpunkt i, j ist abhängig von den normierten Drücken und Filmdicken in allen Nachbargitterpunkten:

$$f_{i,j}(\bar{p}_{i-1,j}, \bar{p}_{i,j-1}, \bar{p}_{i,j}, \bar{p}_{i+1,j}, \bar{p}_{i,j+1}, \bar{h}_{i-1,j}, \bar{h}_{i,j-1}, \bar{h}_{i,j}, \bar{h}_{i+1,j}, \bar{h}_{i,j+1}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.22)$$

$$\forall i \in [2, N_r - 1], j \in [2, N_\theta - 1] .$$

Als Randbedingung wird angenommen, dass der Druck an den Rändern jedes *pads* dem Umgebungsdruck entspricht:

$$\bar{p}_{1,j} = 1, \quad \bar{p}_{i,1} = 1, \quad \bar{p}_{N_r,j} = 1, \quad \bar{p}_{i,N_\theta} = 1 . \quad (4.23)$$

Das Lösungsvorgehen für das nichtlineare, algebraische Nullstellenproblem (4.22) wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

4.3 Programmablauf zur Bestimmung der stationären, isothermen Ruhelage

In bisherigen Veröffentlichungen zur numerischen Simulation axialer GFL wird, der Einfachheit halber, der Abstand zwischen dem *runner* und der unverformten *top foil*- Oberfläche (bezeichnet als Lagerspalt ε vgl. Abb. (2.3) und Gl. (3.2)) als bekannte Größe vorgegeben und die daraus resultierende Lagerkraft berechnet. Realistischer, jedoch aufwendiger, ist das umgekehrte Vorgehen: Die Lagerkraft ist durch die vorgegebenen externen Belastung definiert und der Lagerspalt ε stellt sich so ein, dass Lagerkraft und externe Belastung im Gleichgewicht sind. Die Vorgehensweise zur Bestimmung des Gleichgewichtszustands ist im Flussdiagramm 4.5 schematisch dargestellt.

Zunächst werden alle erforderlichen Größen initialisiert. Dies sind nicht nur die im Flussdiagramm angegebenen Größen sondern auch Lösungsparameter wie beispielsweise die Anzahl der Gitterpunkte oder Toleranzen und Modellparameter wie die auf den Rotor wirkende Axiallast W , die Lagergeometrie oder die Rotorkreisfrequenz Ω . Insbesondere eine geeignete Wahl des initialen Abstandes zwischen unverformter *top foil*- und *runner*-Oberfläche ε^1 ist wichtig für die Minimierung der bis zum Erreichen des Gleichgewichtszustands erforderlichen Anzahl an Iterationsschritten. Die „1“ im hochgestellten Index kennzeichnet hierbei den ersten Iterationsschritt. Im nächsten Schritt wird der Druck \underline{p}_{ini} in jedem Gitterpunkt festgelegt, wobei es für die effiziente Berechnung vorteilhaft ist die Feldgrößen in Vektoren anzuordnen. Der Initialdruck \underline{p}_{ini} wird entweder in jedem Gitterpunkt zu Umgebungsdruck gesetzt oder im Falle einer Parameterstudie aus dem auskonvergierten Druck des vorherigen Parametersatzes übernommen. Nach Festlegung des Druckes \underline{p}^1 wird die Strukturverformung $\underline{\delta}^1$ berechnet. In dieser Arbeit wird hierzu, sofern nicht anders erwähnt, das LL-Strukturmodell für die *bump foil* in Kombination mit einem FE-Modell für die *top foil* verwendet (siehe Abschn. 4.1.2 und 4.1.3). Bei ansonsten vorgegeben Geometrieparametern (Rampenendwinkel θ_{ramp} und Rampenhöhe h_{ramp}), sowie unter Vernachlässigung von Verkipfung und Temperaturendehnungen $\varphi = \psi = h_f = 0$ definieren Lagerspalt ε und Verformung δ die Filmdicke h^1 .

4.3. PROGRAMMABLAUF ZUR BESTIMMUNG DER STATIONÄREN, ISOTHERMEN RUHELAGE

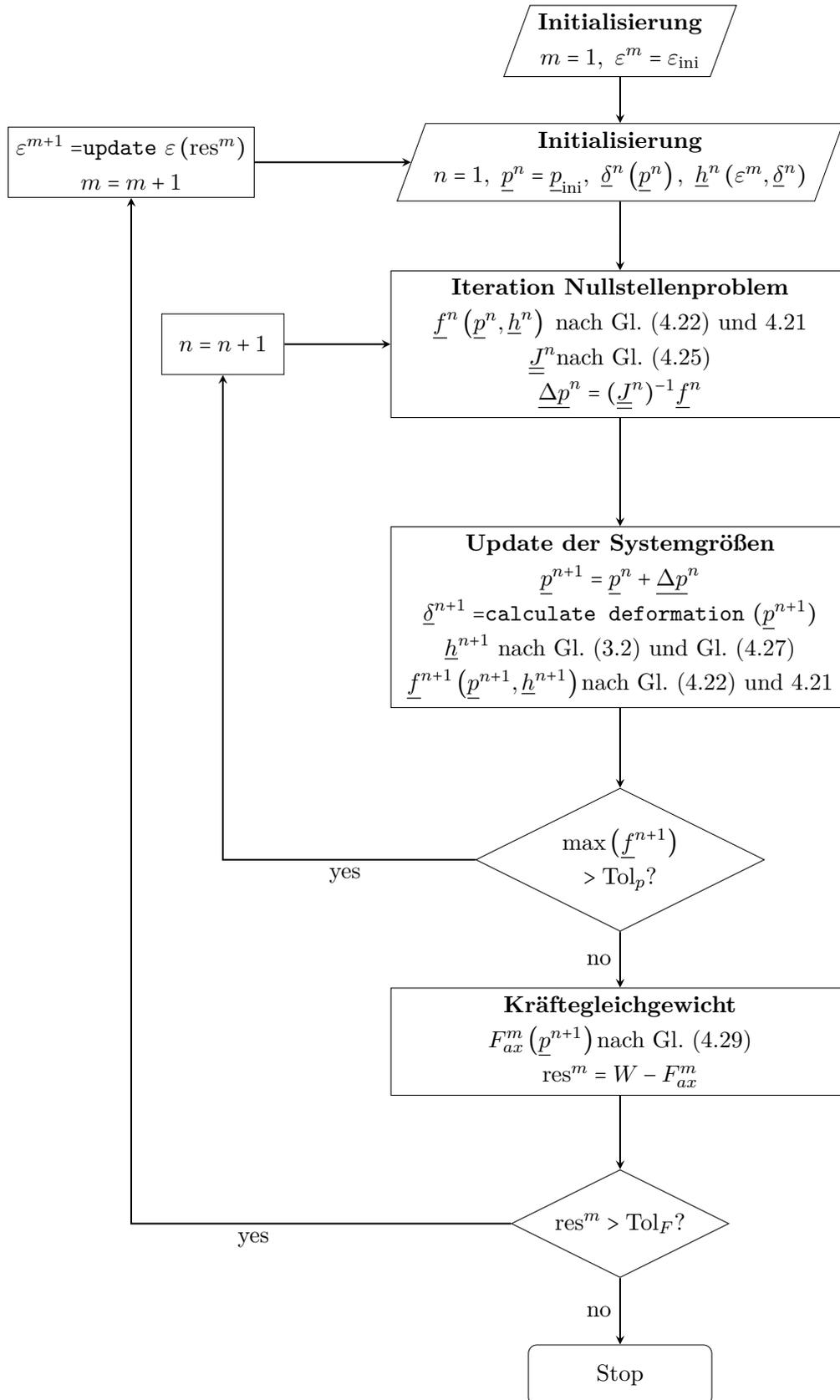


Abbildung 4.5: Programmablaufplan zur Bestimmung der Ruhelage der stationären Reynoldsgleichung

Als nächstes wird ein Iterationsschritt zur Lösung der Reynoldsgleichung (4.22) vorgenommen. Dazu werden zunächst der Druck \underline{p}^n und die Filmdicke \underline{h}^n des aktuellen Iterationsschrittes n in die als Nullstellenproblem formulierte Reynoldsgleichung eingesetzt. Zur Lösung dieses Nullstellenproblems wird in dieser Arbeit das Newton-Raphson-Verfahren (siehe z. B. [82]) angewendet. Dabei wird zunächst nur der Druck als beeinflussende Größe auf die Reynoldsgleichung berücksichtigt. Welche Gitterpunkte des Druckes die Reynoldsgleichung $f_{i,j}$ im Gitterpunkt i, j beeinflussen hängt von der gewählten Diskretisierung ab. Mit den in dieser Arbeit verwendeten Diskretisierungsvorschriften (4.14)-(4.17) sind dies die Gitterpunkte $(i+1, j), (i-1, j), (i, j), (i, j+1), (i, j-1)$. Im Rahmen des Newton-Raphson-Verfahrens ist eine Linearisierung der zu minimierenden Größe f nach den beeinflussenden Parametern erforderlich:

$$\begin{aligned} f_{i,j}^{n+1} &= f_{i,j}^n + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial p_{i+1,j}} \right)^n (p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i+1,j}^n) + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial p_{i-1,j}} \right)^n (p_{i-1,j}^{n+1} - p_{i-1,j}^n) \\ &+ \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial p_{i,j}} \right)^n (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n) + \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial p_{i,j+1}} \right)^n (p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j+1}^n) \\ &+ \left(\frac{\partial f_{i,j}}{\partial p_{i,j-1}} \right)^n (p_{i,j-1}^{n+1} - p_{i,j-1}^n) . \end{aligned} \quad (4.24)$$

Mit der Forderung $\underline{f}^{n+1} \stackrel{!}{=} 0$ können die Druckdifferenzen zur neuen Iteration $\underline{\Delta p}^n = \underline{p}^{n+1} - \underline{p}^n$ bestimmt werden:

$$\underline{J}^n \underline{\Delta p}^n = -\underline{f}^n \quad \text{mit: } J_{k,l} = \frac{\partial f_k}{\partial p_l} \quad (4.25)$$

$$\underline{p}^{n+1} = \underline{p}^n + \underline{\Delta p}^n \quad (4.26)$$

Die Indizes k und l in Gl. (4.25) beziehen sich dabei auf die Vektorformulierungen der Größen \underline{f} und \underline{p} . Die Jacobi-Matrix \underline{J} ist eine dünn besetzte Matrix mit Bandstruktur. Das lineare Gleichungssystem (4.25) wird in dieser Arbeit mit MATLAB's `mldivide`-Algorithmus⁴ gelöst, welcher je nach Matrixbelegung ein geeignetes Lösungsverfahren auswählt.

Die Strukturverformung der neuen Iteration $\underline{\delta}^{n+1}$ wird nun aus dem Druck der neuen Iteration berechnet, das Vorgehen hierzu hängt von dem gewählten Strukturmodell ab. Die Strukturmodelle sind in Abschn. 4.1 beschrieben.

Mit Hilfe der Strukturverformung wiederum kann die Filmdicke h^{n+1} der neuen Iteration nach Gl. (3.2) bestimmt werden. Um die Konvergenzgeschwindigkeit zu erhöhen oder Konvergenz überhaupt erst zu ermöglichen, werden bei iterativen Lösungsverfahren häufig Relaxationsverfahren (siehe z.B. [81, S.150 f.]) angewendet. In dem hier vorgestellten Algorithmus hat es sich als vorteilhaft für die Konvergenz erwiesen, bei der Berechnung der Filmdicke eine Unterrelaxation wie in Gl. (4.27) anzuwenden:

$$\underline{h}^{n+1} = \underline{h}^n + \zeta (\underline{h}^{n+1} - \underline{h}^n) \quad \text{mit: } \zeta \approx 0.2 . \quad (4.27)$$

⁴Link für die Dokumentation des `mldivide`-Algorithmus, letzter Zugriff 24.04.2019

Die Wahl des Relaxationsparameters ζ ist dabei abhängig von der Problemstellung und ergibt sich aus Erfahrungen bei der Berechnung der Ruhelage. Der Wert von $\zeta \approx 0.2$ ist dabei für viele Parameter eine gute Wahl, wobei tendenziell bei kleineren auftretenden Filmdicken (also hoch belasteten Lagern) ein Wert nahe 1 verwendet werden sollte, während bei großen Filmdicken ein kleinerer Wert von ζ zu schnellerer Konvergenz führt. Im Allgemeinen bietet es sich auch an den Parameter ζ im Laufe der Iteration bei fortschreitender Konvergenz zu erhöhen. Da die Berechnung der Ruhelage jedoch nicht laufzeitkritisch ist wurde in dem vorliegenden Fall darauf verzichtet.

Die nun berechneten Filmdicken und Drücke der neuen Iteration \underline{p}^{n+1} , \underline{h}^{n+1} werden wiederum verwendet und in die Reynoldsgleichung der neuen Iteration eingesetzt \underline{f}^{n+1} . Die Reynoldsgleichung wurde dabei als Nullstellenproblem formuliert, so dass die Iteration beendet werden kann sobald an jedem Gitterpunkt (also in jedem Eintrag von \underline{f}^{n+1}) Werte erreicht werden, die hinreichend nahe Null sind:

$$\max(\underline{f}^{n+1}) < \text{Tol}_p \text{ mit } \text{Tol}_p = 10^{-12} . \quad (4.28)$$

Andernfalls werden die zuvor beschriebenen Schritte wiederholt bis entweder die Bedingung (4.28) erfüllt ist oder eine maximale Anzahl an zulässigen Iterationen überschritten wird. Im zweiten Fall wurde keine Konvergenz erreicht und es bietet sich gegebenenfalls an die Rechnung mit größerem Relaxationsparameter ζ zu wiederholen. Ist die Bedingung jedoch erfüllt, dann wurde die Reynoldsgleichung für einen vorgegebenen Lagerspalt ε erfüllt.

Falls lediglich die Lagerkraft bei vorgegebenem Lagerspalt gesucht ist, kann der Algorithmus nach Durchlaufen der inneren Schleife in Abb. (4.5) beendet werden. Ist jedoch anstatt des Lagerspalts eine äußere Axialkraft W vorgegeben, so muss in einer zusätzlichen Iteration (Iterationsindex m) noch geprüft werden ob auch das Kräftegleichgewicht mit vorgegebener Genauigkeit erfüllt wird:

$$F_{ax}^m(\underline{p}^{n+1}) = N_{\text{pad}} p_a r_a^2 \int_{r_i}^{r_a} \int_0^{\theta_{\text{pad}}} (\underline{p}^{n+1} - \underline{1}) \bar{r} d\theta d\bar{r} \quad (4.29)$$

$$F_{ax}^m(\underline{p}^{n+1}) - W < \text{Tol}_F \quad \text{mit:} \quad \text{Tol}_F = 10^{-5} \text{N} . \quad (4.30)$$

Die Lagerkraft der aktuellen Iteration F_{ax}^m wird nach Gl. (4.29) bestimmt, sie ergibt sich aus der Integration der Druckes über eine *pad*-Fläche. Um die Gesamtlagerkraft zu erhalten, muss noch mit der *pad*-Anzahl N_{pad} multipliziert werden. Falls jedoch Lager und *runner* zueinander verkippt sind, muss das angegebene Integral in Gl. (4.29) für jedes *pad* berechnet und anschließend über alle *pads* summiert werden. Zur numerischen Bestimmung des Integrals (4.29) wird in dieser Arbeit eine Kombination der Simpson-Regel $\frac{3}{8}$ - und 3-Punkt Regel verwendet (siehe [83, S. 122]):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{48} \left[17f(x_0) + 59f(x_1) + 43f(x_2) + 49f(x_3) \right. \\ \left. + 48 \sum_{i=4}^{n-4} f(x_i) + 49f(x_{n-3}) + 43f(x_{n-2}) + 59f(x_{n-1}) + 17f(x_n) \right] \quad (4.31)$$

$$\text{mit:} \quad \frac{b-a}{n} \quad \text{und:} \quad x_i = a + ih , \quad (4.32)$$

wobei in den obigen Gleichungen n der Anzahl der diskreten Integrationspunkte entspricht.

Ist die Bedingung (4.30) erfüllt, dann ist die Ruhelage gefunden und die Rechnung wird beendet. Andernfalls muss der Lagerspalt ε solange angepasst werden bis das Kräftegleichgewicht mit vorgegebener Genauigkeit erfüllt ist (äußere Schleife in Abb. 4.5). Zur Beschleunigung der Konvergenz können als initiale Größen für Druck und Filmdicke die auskonvergierten Drücke und Filmdicken der inneren Schleife verwendet werden. Als Algorithmus zur Anpassung des Lagerspalts ε wird in dieser Arbeit das Nelder-Mead-Verfahren (auch bekannt als Downhill-Simplex-Verfahren) angewendet (siehe [69]).

4.4 Programmablauf zur Bestimmung linearisierter Lagerparameter

Zur Bestimmung der linearisierten Lagerparameter (siehe Beschreibung des theoretischen Hintergrundes in Abschn. 3.3) ist zunächst die Berechnung der Druck- und Filmdickenverteilung \bar{p}_0 , \bar{h}_0 in der Ruhelage erforderlich. Das Vorgehen dazu wurde im vorherigen Abschn. 4.2 definiert. Die (normierten) Gleichgewichtsdrücke und Filmdicken \bar{p}_0 , \bar{h}_0 werden in die linearen Störungsgleichungen 3.16, A.3, A.4 eingesetzt. Nach der Diskretisierung dieser Gleichungen mit Hilfe des FD-Verfahrens und der in den Gl. 4.14-4.18 angegebenen Diskretisierungsvorschriften ergeben sich lineare Gleichungssysteme, deren Lösung die Stördrücke \bar{p}_z , \bar{p}_φ , \bar{p}_ψ durch MATLAB's `mldivide`-Algorithmus bestimmt werden. Als Randbedingungen für die Stördrücke werden hierbei an allen für die Ruhelage vorgegebenen Rändern des Gleichgewichtsdrucks (siehe Gl. 4.23) Nullen gesetzt, da der Randwert der Ruhelage nicht von der Störung beeinflusst werden soll. Durch numerische Integration können aus den Stördrücken \bar{p}_z , \bar{p}_φ , \bar{p}_ψ die linearisierten Lagerparameter nach Gl. 3.19 bestimmt werden.

4.5 Diskretisierung der Energietransportgleichung

Zur Diskretisierung der Energietransportgleichung 3.29 wird die Finite-Volumen-Methode (FVM) angewendet. Hierzu wird die Gleichung (3.29) in ihrer Integralform benötigt. Durch Integration über das Volumen und Anwendung des Gaußschen Integralsatz ergibt sich die Energietransportgleichung 3.29 zu:

$$\int_V \left(\frac{\partial J_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right) dV = \int_V S dV \quad (4.33)$$

mit den Flüssen J_i :

$$\begin{aligned} J_r &= \rho v_r T - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \\ J_\theta &= \rho v_\theta T - \frac{1}{r} \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\ J_z &= \rho v_z T - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (4.34)$$

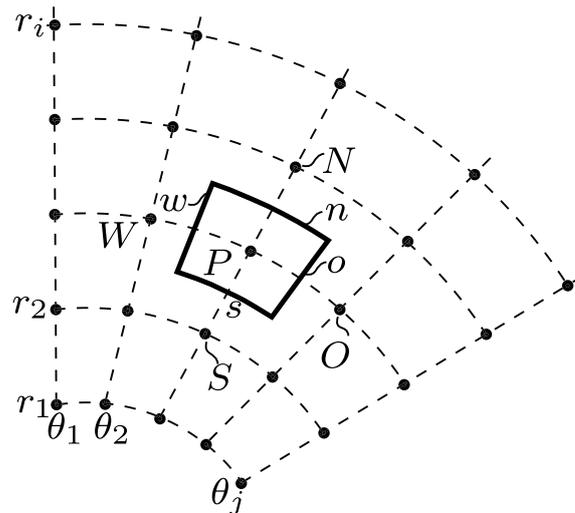


Abbildung 4.6: 2D - Skizze zur Erläuterung der FV - Diskretisierung. Gestrichelte Linien: Punkte - Gitter. Durchgezogene Linien: Einzelnes finites Volumen des Punktes P mit dessen Nord-, Süd-, West, und Ostwänden (n, s, w, o) und den zugehörigen Nachbarpunkten N, S, W, O .

und den Quelltermen S :

$$S = \frac{1}{c_p} \left[\left(v_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \mu(T) \left(\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right) \right]. \quad (4.35)$$

Die Integration erfolgt dabei über die Kontrollvolumina, welche sich durch Diskretisierung mit der FVM ergeben. Die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität ist dabei durch die Interpolation in Gl. 3.40 gegeben.

Im Folgenden werden Größen an den Grenzflächen der Kontrollvolumina durch die Indizes w, o, n, s, v, h (Westen, Osten, Norden, Süden, vorne, hinten) gekennzeichnet. Eine Skizze zur Veranschaulichung dieser Notation ist in Abb. 4.6 dargestellt. Wobei „Norden“ der positiven r -Richtung, „Osten“ der positiven θ -Richtung und „vorne“ der positiven z -Richtung entspricht. Analog, jedoch mit Großbuchstaben, werden die Indizes der Größen in den Nachbarpunkten des Punktes P indiziert (P, W, O, N, S, V, H). In der FVM sind die Größen an den Rechenpunkten bekannt. Aus ihnen werden durch Mittelung die Größen an den Grenzflächen des Kontrollvolumens bestimmt. In dieser Arbeit wird hierzu das harmonische Mittel angewendet, da es im Falle von starken Änderungen zu einer besseren Näherung als das arithmetische Mittel führt, wie Patankar in seinem Buch darlegt [84, Abschn. 4.2-3]. Die Formel zur Berechnung des harmonischen Mittels für eine mittige Grenzfläche wird am Beispiel der Nordwand für die isobare Wärmekapazität gezeigt:

$$c_{p,n} = \frac{2c_{p,N}c_{p,P}}{c_{p,P} + c_{p,N}}. \quad (4.36)$$

Falls es in der betrachteten Größe zwischen den benachbarten Knoten einen Vorzeichenwechsel gibt, dann wird das arithmetische Mittel angewendet, da das harmonische Mittel in einem solchen Fall ungeeignet ist (beispielsweise ist das harmonische Mittel von -3 und 2 gleich 12).

Es wird angenommen, dass die Flüsse an den Wänden des Kontrollvolumens konstant sind, wodurch das Integral in Gl. 4.33 einfach aufgelöst werden kann:

$$J_n A_n - J_s A_s + J_w A_w - J_o A_o + J_v A_v - J_h A_h = S \Delta V . \quad (4.37)$$

Das verwendete Diskretisierungsschema beruht auf einer Näherung der exakten, analytischen Lösung der eindimensionalen Version der Gl. 4.33 und 4.37 ohne Quellterme (auch als Konvektions-Diffusionsproblem bezeichnet):

$$J_n A_n - J_s A_s = 0 \quad (4.38)$$

mit der exakten Lösung (siehe [84, Abschn. 5.2-3]):

$$T = \frac{e^{\frac{\rho v_r c_p}{\lambda} x} - 1}{e^{\frac{\rho v_r L c_p}{\lambda}} - 1} (T_N - T_P) + T_P \quad (4.39)$$

$$T(x=0) = T_P \quad (4.40)$$

$$T(x=L) = T_N . \quad (4.41)$$

Wobei der Bruch $Pe = \frac{\rho v_r L c_p}{\lambda}$ der Péclet-Zahl entspricht und L den radialen Abstand zwischen den Punkten P und N bezeichnet. Wird die exakte Lösung 4.39 in die Definition der Flüsse eingesetzt, so ergibt sich der Fluss an der Nordwand J_n zu:

$$J_n = \rho_n v_{r,n} \left(T_P + \frac{T_P - T_N}{e^{Pe_n} - 1} \right) . \quad (4.42)$$

Wird die analytische Lösung 4.39 zwischen den Punkten S und P angewendet, mit $T(x=0) = T_S$ und $T(x=L) = T_P$, so ergibt sich auch der Fluss an der Südwand auf analoge Weise:

$$J_s = \rho_s v_{r,s} \left(T_S + \frac{T_S - T_P}{e^{Pe_s} - 1} \right) . \quad (4.43)$$

Durch Einsetzen der Gl. 4.42 und 4.43 in das Konvektions-Diffusionsproblem 4.38, wird die Gleichung diskretisiert:

$$a_P T_P - a_N T_N - a_S T_S = 0 \quad \text{mit :} \quad (4.44)$$

$$a_N = A_n \rho_n v_{r,n} \frac{1}{e^{Pe_n} - 1} \quad (4.45)$$

$$a_S = A_s \rho_s v_{r,s} \frac{e^{Pe_s}}{e^{Pe_s} - 1} \quad (4.46)$$

$$a_P = a_N + a_S + \underbrace{\rho_n v_{r,n} A_n - \rho_s v_{r,s} A_s}_{= 0} . \quad (4.47)$$

Der Ausdruck über der geschweiften Klammer in Gl. 4.47 entspricht der eindimensionalen Kontinuitätsgleichung und verschwindet deshalb. Das hergeleitete Schema, auch als Exponentialschema bezeichnet, wird in der Praxis aufgrund des hohen numerischen Aufwands beim Auswerten der Exponentialfunktion selten angewendet. Stattdessen wird in dieser Arbeit ein von Patankar [84] entwickeltes Verfahren, das *power-law-scheme*, welches auf

einer Approximation der Exponentialfunktion beruht verwendet. Die Koeffizienten des Schemas lassen sich kompakt formulieren:

$$a_{N/W/V} = A_{n/w/v} \frac{\lambda_{n/w/v}}{c_{p,n/w/v} \delta x_{n/w/v}} \max\left[0; (1 - 0.1|\text{Pe}_{n,w,v}|)^5\right] + \max\left[0; -G_{n/w/v}\right] \quad (4.48)$$

$$a_{S/O/H} = A_{s/o/h} \frac{\lambda_{s/o/h}}{c_{p,s/o/h} \delta x_{s/o/h}} \max\left[0; (1 - 0.1|\text{Pe}_{s/o/h}|)^5\right] + \max\left[0; G_{s/o/h}\right] \quad (4.49)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_W + a_O + a_V + a_H - \frac{S_a}{c_p} \Delta V \quad \text{mit:} \quad (4.50)$$

$$G_i = A_i \rho_i v_{j,i} \quad i = n/w/v/s/o/h, \quad j = r/\theta/z. \quad (4.51)$$

Der Operator $\max[a; b]$ bezeichnet dabei das Maximum der beiden Zahlen a und b . Die Größen δx sind dabei die Gitterabstände zwischen den jeweiligen Knoten, so ist z.B. $\delta x_w = r(\theta_W - \theta_O)$. Der Term S_a ist ein aus den Quelltermen stammender Term, welcher nachfolgend behandelt wird.

Die Quellterme S (siehe Gl. 4.35) werden in einen temperaturunabhängigen S_u und einen linear temperaturabhängigen Teil S_a aufgespalten. Durch Betrachtung der Gl. 4.35 und 3.40 ergeben sich diese zu:

$$S = \frac{S_u}{c_p} + \frac{S_a}{c_p} T \quad (4.52)$$

$$S_u = \left[\left(v_r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + c_1 \left(\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right) \right] \quad (4.53)$$

$$S_a = c_2 \left(\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right). \quad (4.54)$$

Die Koeffizienten c_1 und c_2 sind dabei die temperaturunabhängigen (c_1) bzw. temperaturabhängigen (c_2) Koeffizienten der Interpolation der dynamischen Viskosität $\mu(T)$ in Gl. 3.40. Obwohl die isobare Wärmekapazität c_p auch temperaturabhängig ist (siehe Gl. 3.38) wird sie aufgrund der nichtlinearen Temperaturabhängigkeit von der Quelltermlinearisierung in Gl. 4.52 ausgenommen. Stattdessen wird zur Berechnung von c_p ein Temperaturfeld aus der vorherigen Iteration verwendet. Gleiches gilt auch für die Wärmeleitfähigkeit λ (siehe Gl. 3.39), welche zur Berechnung der Wärmeströme notwendig ist. Innerhalb einer Iteration lässt sich aufgrund der FV-Diskretisierung die Bestimmung der Fluidtemperatur auf das Lösen eines linearen Gleichungssystems zurückführen:

$$\underline{\underline{A}} T = \underline{\underline{b}} \quad (4.55)$$

wobei in $\underline{\underline{A}}$ die Koeffizienten des *power-law-schemes* (Gl. 4.48-4.51), sowie die linear temperaturabhängigen Koeffizienten des Quellterms $\frac{S_a}{c_p} \Delta V$ (Gl. 4.54) und in $\underline{\underline{b}}$ die temperaturunabhängigen Quellterme $\frac{S_u}{c_p} \Delta V$ (Gl. 4.53) sowie die Randbedingungen (welche in den Abschn. zu den jeweiligen Wärmepfaden 3.4.3 angegeben sind) angeordnet sind. Der iterative Programmablauf zum Bestimmen der Temperatur sowie zum gekoppelten Lösen der Reynolds- und der Energietransportgleichung wird im Abschn. 4.6 beschrieben.

4.6 Programmablauf zur gekoppelten Lösung von Energietransport- und Reynoldsgleichung

Das Vorgehen zur Lösung der Reynoldsgleichung unter Berücksichtigung der Wärmeströme ist in Abb. 4.7 dargestellt. Neben der Initialisierung der Geometrie-, und Programmparameter müssen zunächst Druck \underline{p} , Lagerspalt ε , Temperatur \underline{T} sowie die Zählvariable j initialisiert werden. Die Verformung der Folien δ ergibt sich aus dem Druck (nach Abschn. 4.1). \underline{h}_f beinhaltet die Auswirkungen der *runner*-Verformung, aufgrund von Fliehkraft und Temperaturgradienten auf die Filmdicke \underline{h} . Zum Zeitpunkt der Initialisierung liegt am *runner* noch kein Temperaturgradient an, so dass \underline{h}_f nur von der Drehkreisfrequenz Ω abhängt (neben den Material- und Geometrieparametern des *runners*).

Bevor die isotherme Reynoldsgleichung 3.3 gelöst werden kann, muss die Viskosität $\underline{\mu}$ bei der aktuellen Temperatur berechnet werden. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Viskosität $\underline{\mu}(\underline{T}_m^j)$ (siehe Gl. 3.40) befindet sich dieser Schritt bereits in der äußeren Iterationsschleife (j -Schleife). Der Index m bei der Temperatur kennzeichnet hierbei, dass es sich bei der Temperatur \underline{T}_m um eine gemittelte Temperatur handelt. Diese Mittelung ist erforderlich, weil die Reynoldsgleichung im Gegensatz zur Energietransportgleichung im 2-dimensionalen gelöst wird. Für jede r und θ -Koordinate wird deshalb das arithmetische Mittel des 3-dimensionalen Temperaturfeldes \underline{T} über die Spaltrichtung z gebildet.

Die Reynoldsgleichung für das aktuelle 2d-Temperaturfeld \underline{T}_m^j wird nun isotherm gelöst. Das Lösen der Reynoldsgleichung ist selbst wiederum ein iterativer Prozess, der in (der inneren Schleife von) Abb. 4.5 dargestellt ist. Als Ergebnis dieser Iteration werden für das aktuelle Temperaturfeld auskonvergierte Drücke und Filmdicken zurückgegeben \underline{p}^{j+1} , \underline{h}^{j+1} .

Das Temperaturfeld wird in einer weiteren Schleife für ein konstantes Druckfeld durch Lösen der Energietransportgleichung aktualisiert. Bevor die Temperaturschleife betreten werden kann, muss das FV-Gitter erzeugt werden. Die Energietransportgleichung wird im 3-dimensionalen gelöst, so dass die zu vernetzende Geometrie abhängig von der aktuellen Filmdicke \underline{h}^{j+1} ist. Somit müssen auch die Grenzflächen und Volumina der FV Diskretisierung neu berechnet werden, sobald sich die Filmdicke ändert. Die Zählvariable der Temperaturschleife wird initialisiert $k = 1$.

Zu Beginn der Temperaturschleife werden die Fluideigenschaften \underline{c}_p , $\underline{\lambda}$, $\underline{\mu}$ bei der aktuellen Temperatur \underline{T}^k berechnet. Unter Verwendung der aktuellen Viskosität $\underline{\mu}(\underline{T}_k)$ werden die Fluidgeschwindigkeiten \underline{v}_r , \underline{v}_θ , \underline{v}_z bestimmt (siehe Gl. 3.35, 3.34, 3.37). Diese sind abhängig von dem 2-dimensionalen Druckfeld \underline{p}^{j+1} . Da die Geschwindigkeiten als 3d-Größen benötigt werden, wird hierbei von einer der Annahmen der Reynoldsgleichung Gebrauch gemacht: Der Druck wird über den Spalt als konstant angenommen.

Das Kernstück zur Bestimmung der Temperatur ist die Lösung des in Abschn. 4.5 beschriebenen *power-law*-Schemas nach [84]. Dieses Schema beruht auf einer Näherung der exakten Lösung des 1-dimensionalen Konvektions-Diffusionsproblems. Durch Anwendung

4.6. PROGRAMMABLAUF ZUR GEKOPPELTEN LÖSUNG VON ENERGIETRANSPORT- UND REYNOLDSGLEICHUNG

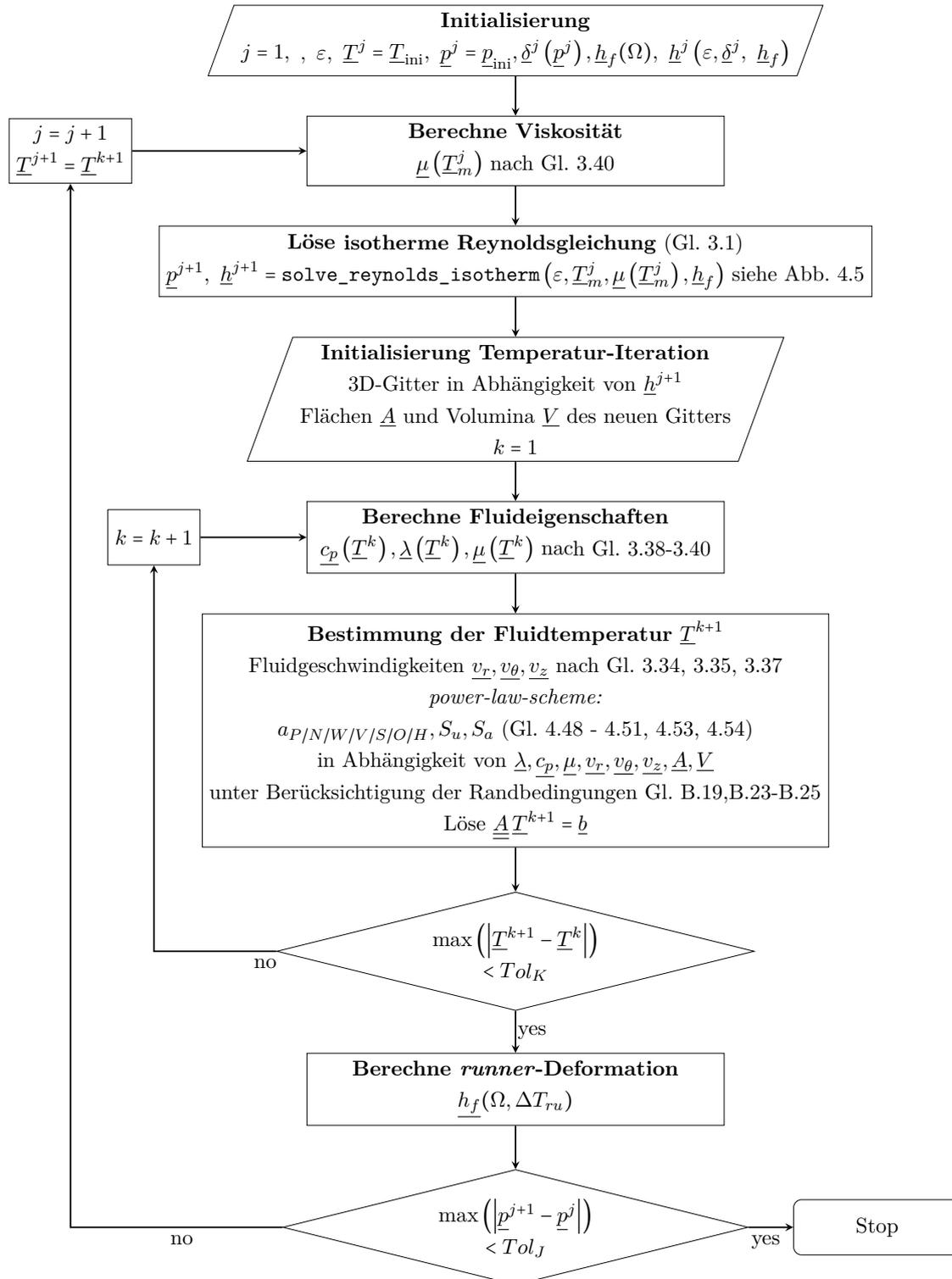


Abbildung 4.7: Programmablaufplan zur gekoppelten Lösung von Reynolds- und Energietransportgleichung

dieses Schemas lässt sich die Energietransportgleichung in ein lineares Gleichungssystem überführen, dessen Koeffizienten in den Gl. 4.48-4.51, 4.53, 4.54 angegeben sind. Beim Aufstellen des linearen Gleichungssystems müssen noch die Randbedingungen eingebaut werden, welche durch die Wärmeströme vom Fluid an die Umgebung (siehe B.19, B.23-B.25) charakterisiert werden. Durch Lösen des linearen Gleichungssystems kann schließlich das Temperaturfeld der nächsten Iteration \underline{T}^{k+1} bestimmt werden. Im Simulationsprogramm wird zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens noch ein Relaxationsschritt vorgenommen (analog wie in Gl. 4.27 bei der Bestimmung der Filmdicke). Der standardmäßig verwendete Relaxationsparameter für die Temperatur beträgt $\zeta_T = 0.2$.

Ist das Maximum des Betrages der Temperaturänderungen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Iterationen größer als die vorgegebene Toleranz (standardmäßig $Tol_K = 10^{-3}$ K) dann beginnt die Iteration von vorne und der Iterationszähler k wird um eins erhöht. Andernfalls kann die Temperaturschleife verlassen werden. Das Ergebnis der Temperaturschleife ist ein bei gegebenem Druck \underline{p}^{j+1} und Filmdicke \underline{h}^{j+1} auskonvergiertes Temperaturfeld \underline{T}^{k+1} .

Zur Berechnung des Temperaturfeldes muss auch die über den *runner* abgegebene Wärme bestimmt werden. Aufgrund der Temperaturunterschiede am *runner* wird sich dieser thermisch verformen (die Berechnung der Temperaturverformung wird in Abschn. B.5 beschrieben). Die Ermittlung der Fliehkraftverformung des *runners* ist in Abschn. B.6 dargelegt. Nach Durchlauf der Temperaturschleife wird die Auswirkung dieser Verformungen auf die Filmdicke berechnet.

Ändert sich der Druck zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchläufen der Druckiteration noch zu stark, dann muss die Druckiteration mit aktualisierter Temperatur- und *runner*-Deformation erneut durchlaufen werden. Die vorgegebene, relative Toleranz beträgt hierbei $Tol_J = 10^{-3}$. Andernfalls wird die Iteration als abgeschlossen betrachtet. Das Ergebnis sind auskonvergierte Drücke \underline{p} unter Berücksichtigung des Temperatureinflusses, sowie das Temperaturfeld.

Kapitel 5

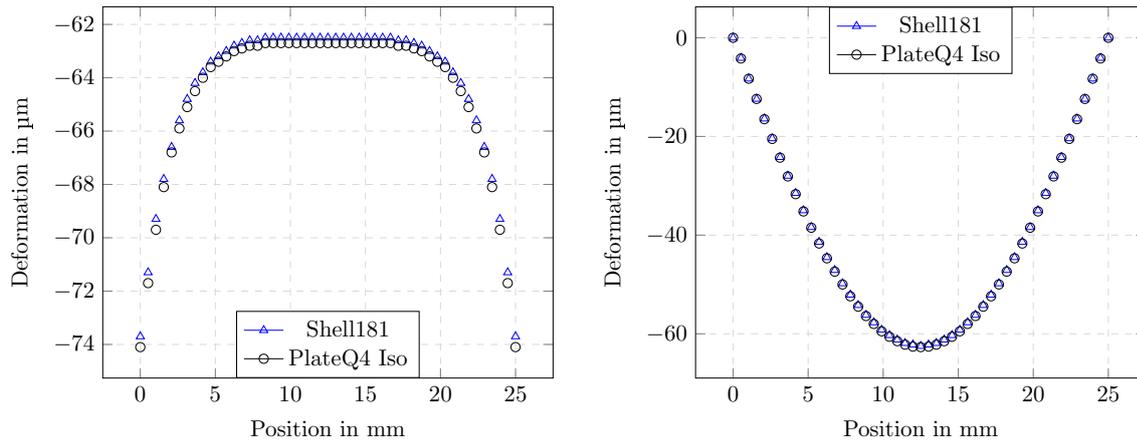
Validierung der numerischen Modelle

Im nachfolgenden Abschn. werden die zum Erreichen der in Abschn. 1.2 definierten Ziele notwendigen Submodelle mit in der Literatur veröffentlichten, numerischen und experimentellen Daten verglichen. Auf diese Weise wird beurteilt, ob die Implementierung der Modelle korrekt umgesetzt wurde und ob die Modelle die experimentelle Realität nachbilden. Die Validierung erfolgt in Abschn. 5.1 für die Modelle zur Berechnung der Strukturverformung, in Abschn. 5.2 für das Modell zur Lösung der isothermen, stationären Reynoldsgleichung, in Abschn. 5.3 für das Modell zur Bestimmung der linearisierten Lagerparameter und in Abschn. 5.4 für das Modell zur gekoppelten Lösung von Reynolds- und Energietransportgleichung.

5.1 Validierung des Modells zur Bestimmung der Strukturverformung

5.1.1 Validierung der *top foil*-FE-Modellierung

Für die FE-Modellierung des *top foils* wurde ein isoparametrisches Plattenelement nach der Reissner-Mindlin-Formulierung verwendet (siehe 4.1.3). Im Gegensatz zur Elementen nach der Kirchhoff'schen Plattentheorie eignet sich dieses Element auch für Platten deren Verhältnis Dicke/Seite > 0.1 ist. Nachteilig gegenüber den Elementen nach der Kirchhoff'schen Theorie ist jedoch das mögliche Auftreten von sogenannten Schub-Blockierungseffekten (engl. *shear locking*), welche bei sehr kleinen Verhältnissen von Dicke zur Seite auftreten können (siehe [85, Abschn. 7.3.1]). Diese Schub-Blockierungen führen zu einer Versteifung der Elemente gegenüber Biegung. Da das in dieser Arbeit betrachtete *top foil* lediglich eine Dicke von $150\ \mu\text{m}$ besitzt, wird an Hand eines realistischen Lastfalles der Einfluss von Schub-Blockierungen untersucht, sowie im Allgemeinen die Implementierung der Plattenelemente in Matlab validiert.



a) Deformation entlang der Breite, bei halber Höhe

b) Deformation entlang der Höhe, bei halber Breite

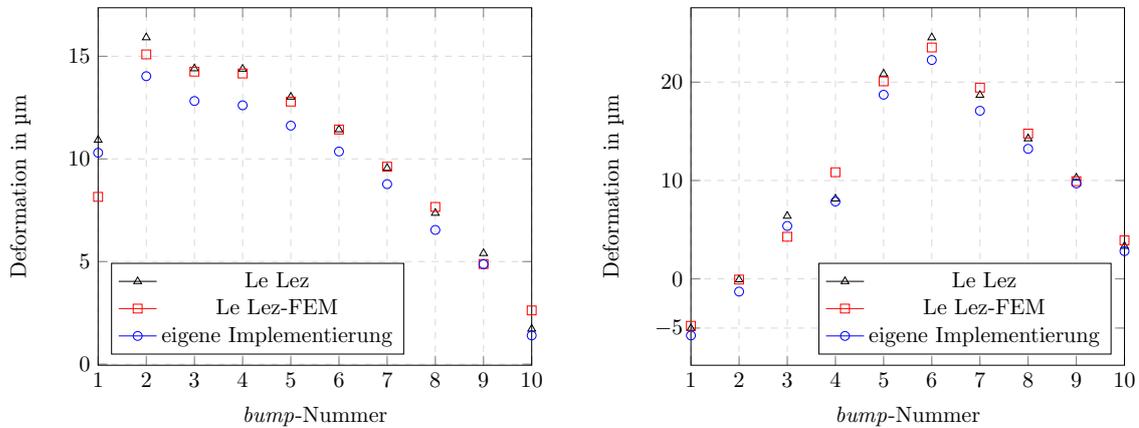
Abbildung 5.1: Vergleich der Deformationen ermittelt mit ANSYS SHELL181 Schalenelementen ([86]) mit in MATLAB implementierten isoparametrischen Plattenelementen (nach [78, S.312 ff.])

Im AGFL wird das *top foil* an den Positionen der *bumps* abgestützt. Lange Abschnitte ohne Abstützung sind besonders anfällig für Schub-Blockierungen da dort das Verhältnis von Dicke zur freier Länge am kleinsten ist. Beim AGFL ist der Rampenbereich somit der für Schub-Blockierungen kritischste Bereich und soll deshalb für ein typisches GFL untersucht werden. Der Einfachheit halber wird jedoch eine rechteckige Geometrie modelliert deren Abmaße den Dimensionen des Rampenbereichs (Breite×Höhe×Dicke)=(25 mm × 10 mm × 0.15 mm) des Gasfolienlagers nach Dykas et al. [22] entlehnt sind. Es wirkt ein konstanter Überdruck von 0.3 bar auf das *top foil*, welches erfahrungsgemäß einen relativ hohen Druck im Rampenbereich eines AGFL darstellt. An beiden Enden des *top foils* werden alle translatorischen Freiheitsgrade zu Null vorgegeben.

Zur Validierung der in MATLAB implementierten Plattenelemente wurde die Geometrie mit SHELL181 Schalenelementen (eine Dokumentation findet sich unter dem folgenden **Link** [86]) mit der kommerziellen Software ANSYS modelliert. Diese Elemente verfügen über eine von Bathe und Dvorkin vorgestellte Interpolationsmethode [87] der Schubverformungen zur Vermeidung von Schub-Blockierungen.

Zur Veranschaulichung werden die vertikalen Verformungen entlang der beiden Mittelachsen ausgegeben. Wie in Abb. 5.1 dargestellt ist stimmen die Verformungsergebnisse der beiden Modelle sehr gut überein, die Abweichungen betragen weniger als 1%. Die MATLAB Implementierung der Plattenelemente wird somit als valide betrachtet. Da die mit Hilfe der Plattenelemente ermittelten Verschiebungen sogar geringfügig größer ist, wird der Einfluss der Schub-Blockierungen als gering bewertet.

5.1.2 Validierung der Implementierung des *bump foil*-Modells nach Le Lez



Lastfall a) abfallender Druck nach figure 13c) aus [46]

Lastfall b) ansteigender und abfallender Druck nach figure 13d) aus [46]

Abbildung 5.2: Vergleich der Deformationen der *bump*-Gipfel. Schwarze Dreiecke: berechneten Verformungen von Le Lez et al. [46]. Rote Vierecke: Von Le Lez et al. mit Hilfe eines FEM-Programms berechnete Verformungen. Blaue Kreise: eigenständig mit dem Modell von Le Lez et al. berechnete Verformungen

Eine ausführliche numerische Validierung (mit Hilfe eines kommerziellen FEM Programms) sowie eine experimentelle Validierung findet sich in [46]. In diesem Abschnitt wird deshalb lediglich untersucht ob die Implementierung des Modells mit den für die Axiallager erforderlichen Anpassungen (siehe Abschn. (4.1.2)) die Ergebnisse der in [46] durchgeführten Validierung nachvollziehen kann. Die geometrischen Daten des untersuchten *bump*-Streifens sowie die vorgegebene Druckbelastung sind [46] zu entnehmen. Verglichen werden die vertikalen Verschiebungen an den *bump*-Gipfeln an einer aus 10 *bumps* bestehenden Folie. Es werden exemplarisch 2 Lastfälle verglichen, die anderen beiden untersuchten Lastfälle liefern vergleichbare Ergebnisse und werden deshalb nicht dargestellt.

Wie in Abb. (5.2) dargestellt ist sind nur kleine Unterschiede zwischen der Implementierung von Le Lez et al. und der eigenen Umsetzung erkennbar (weniger als $2.3\ \mu\text{m}$). Dabei ist zu beachten, dass der angreifende Druck Für GFL-Anwendungen sehr hoch¹ ist. Zudem ist ein Großteil der Unterschiede auf Ungenauigkeiten bei der Digitalisierung in [46] dargestellten Diagramme zurückzuführen. Angesichts dieser Umstände wird die Umsetzung und Anpassung des von Le Lez et al. entwickelten Modells als valide bewertet.

In der Abb. (5.2) sind, durch rote Vierecke gekennzeichnet, auch die von Le Lez et al. [46] mit Hilfe von einer FEM Software ermittelten Verformungen am *bump top* dargestellt. Die gute Übereinstimmung mit den durch das Federmodell ermittelten Verschiebun-

¹Die aus dem Druck resultierende Kraft entspricht einem konstanten Druck von 2 bar über dem gesamten *bump*-Streifen. Dieser Druck wurde gewählt, um relevante Verformungen zu bekommen.

Tabelle 5.1: Parameter des in [22] beschriebenen und in 2.1a dargestellten Lagers

Parameter	Bezeichnung	Wert
Lagerinnenradius	r_i	25.4 mm
Lagerausseradius	r_a	50.8 mm
Padwinkel	θ_{pad}	45 °
Rampenendwinkel	θ_{ramp}	15 °
<i>top foil</i> -Dicke	t_f	152 μm
<i>bump foil</i> -Dicke	t_b	100 μm
<i>bump</i> -Höhe	h_b	500 μm
Rampenhöhe	h_{ramp}	500 μm
Anzahl <i>bump</i> -Streifen	N_{strips}	5 –
Breite pro <i>bump</i> -Streifen	b_{strip}	5.08 mm
Anzahl <i>pads</i>	N_{pad}	6 –
<i>bump</i> -Radius	R_B	1.6 mm
<i>bump pitch</i>	$\underline{\theta}_p$	(8.6 7.3 5.9 4.4 5.7) °
Umgebungsdruck	p_a	101325 N m^{-2}
Elastizitätsmodul <i>foils</i>	E_f	$2.14 \cdot 10^{11}$ N m^{-2}
Poissonzahl <i>foils</i>	ν_f	0.29
Dichte <i>foils</i>	ρ_f	8280 kg m^{-3}

gen spricht für eine akkurate Modellierung der *bump* Folie durch das in [46] entwickelte Federmodell.

5.2 Validierung des isothermen, stationären Modells

5.2.1 Vergleich mit experimentellen Daten

Zur Validierung des implementierten Programms zum Lösen der isothermen, stationären Reynoldsgleichung (eine Programmbeschreibung befindet sich in Abschn. 4.3) werden die bei gegebenen Geometrie- und Betriebsparametern errechneten Lagerkräfte und Momente mit in der Literatur veröffentlichten, numerisch und experimentell bestimmten Werten verglichen. Ein experimentell und numerisch häufig untersuchtes Lager wird in [22] beschrieben. Dieses Lager wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit als NASA-Lager bezeichnet. Die Lagereigenschaften sind in Tab. 5.1 angegeben. Das Lager ist in Abb. 2.1a dargestellt.

Das untersuchte Lager hat in jedem *pad* fünf, in radialer Richtung durch Schlitze getrennte, *bump*-Streifen (siehe Abb. 2.1a) der Breite $b_{\text{strip}} = 5.08$ mm. Jeder dieser *bump*-Streifen hat einen anderen *bump pitch* $\underline{\theta}_p$ (der *bump pitch* $\underline{\theta}_p$ bezeichnet den Winkelabstand zwischen zwei *bumps* in Umfangsrichtung). Der Vektor gibt dabei den *bump pitch* vom in radialer Richtung innersten *bump*-Streifen zum äußersten *bump*-Streifen an. Aus dem variierenden *bump pitch* ergeben sich für die einzelnen Streifen auch eine variierende

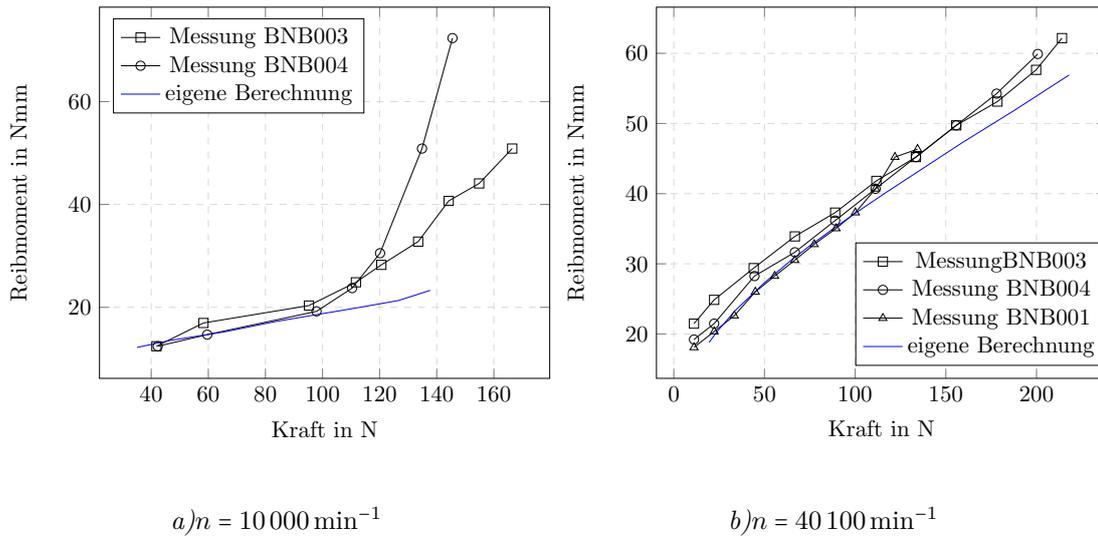


Abbildung 5.3: Gemessene Axialkräfte und Torsionsmomente (schwarze Linien mit Markern) aus [57] der baugleichen Lager BNB001, BNB003, BNB004 im Vergleich zu den berechneten Werten aus dieser Arbeit (blaue Linie, ohne Marker) für die Drehzahlen $n = 10000 \text{ min}^{-1}$ (links) und $n = 40100 \text{ min}^{-1}$ (rechts)

Anzahl von *bumps* $N_{\text{bump}} = (3\ 4\ 5\ 6\ 5)$ (von Innen nach Außen, nur „ganze“ *bumps* werden gezählt). Auf dem Foto des untersuchten Lagers (Abb. 2.1a) ist zu erkennen, dass die letzten *bumps* eines jeden Streifens in Umfangsrichtung zueinander ausgerichtet sind, weshalb auch in der numerischen Simulation der Winkel des letzten *bumps* für alle Streifen gleich ist und auf 43° gesetzt wird.

Zur Berechnung der Strukturverformung wird das *top foil* als 2D-Platte modelliert (siehe Abschn. 4.1.3) und das *bump foil* wird mit Hilfe des Strukturmodells nach Le Lez et al. [46] abgebildet 4.1.2. Der Einfluss der Strukturmodellierung auf die Berechnungsergebnisse ist nicht Gegenstand dieses Abschnittes und wird in Abschn. 6.1 gesondert untersucht. Die mit dem vorgestellten Modell berechneten Ergebnisse werden mit den Messungen von Lagerkraft und Lagerreibmoment aus [57] für drei Drehzahlen verglichen. Der Vergleich ist in den Abb. 5.3 und C.1 dargestellt.

Es wurden drei baugleiche Lager vermessen die vom Autor als BNB001, BNB003 und BNB004 benannt wurden und auch in dieser Arbeit so bezeichnet werden. Das Lager BNB001 wird jedoch in Kombination mit einem anderen *runner* verwendet als die Lager BNB003 und BNB004. Der *runner* der in Kombination mit Lager BNB001 gefahren wird wurde zuvor in Kombination mit einem Lager mit abweichender *bump*-Anordnung verwendet, so dass die Oberflächen von *runner* und Lager nicht so gut aneinander angepasst sind, wie dies bei den Lagern BNB003 und BNB004 der Fall ist.

Zunächst wird die Drehzahl $n = 10000 \text{ min}^{-1}$ betrachtet, siehe Abb. 5.3a). Für diese Drehzahl ist für das Lager BNB001 lediglich ein Messpunkt verfügbar, so dass dieses Lager nicht in die Abb. aufgenommen wurde. Die gemessenen Reibmomente der Lager BNB003 und BNB004 zeigen bis zu Kräften von etwa 100 N eine gute Übereinstimmung mit den

numerisch berechneten Werten. Bei größeren Kräften steigen jedoch die gemessenen Reibmomente überproportional an und entfernen sich immer weiter von den berechneten Werten. Die berechnete minimale Filmdicke (diese Größe wurde messtechnisch nicht bestimmt) bei Kräften von 100 N beträgt etwa $3.8\ \mu\text{m}$. Der Anstieg des Reibmomentes ab 100 N ist dabei für die theoretisch identischen Lager unterschiedlich stark ausgeprägt. Dieses Verhalten lässt sich durch den, bei den vorliegenden kleinen Filmdicken, verstärkten Einfluss der Oberflächenstruktur der Lager erklären. Diese sind trotz Betrieb gegen den gleichen *runner* für die Lager BNB003 und BNB004 unterschiedlich und in der Quelle [57] werden für die beiden theoretisch identischen Lager Tragfähigkeitsunterschiede von 30 % ermittelt. In der numerischen Simulation sind die Oberflächen jedoch ideal glatt, so dass sich die auch bei kleinen Filmdicken kein Anstieg der Reibmomente aufgrund von Oberflächenrauigkeiten und Unebenheiten ergibt. In der numerischen Simulation betrug die minimale Filmdicke bei 137 N nur noch $2.5\ \mu\text{m}$, bei noch kleineren Filmdicken wurde keine das Konvergenzkriterium erfüllende Lösung gefunden.

In Abb. 5.3b) werden die gemessenen und berechneten Werte für $n = 40\ 100\ \text{min}^{-1}$ dargestellt, dies entspricht der maximal gefahrenen Messdrehzahl. Über den gesamten Messbereich der aufgebrachten Kräfte ist hier eine gute Übereinstimmung der berechneten mit den gemessenen Reibmomenten zu erkennen, wobei für große Kräfte auch ein auseinanderlaufen der gemessenen und berechneten Werte deutlich wird. Bei 200 N beträgt die Abweichung zum Lager BNB004 etwa 6 Nmm und somit etwa 10 % des gemessenen Wertes. Dies ist ein akzeptabler Wert in Anbetracht der Tatsache, dass theoretisch baugleiche Lager um 30 % abweichende Lagertragfähigkeiten haben können. Der Grund für die bessere Übereinstimmung der Werte im Vergleich zur Drehzahl von $10\ 000\ \text{min}^{-1}$ ist die bei höheren Drehzahlen steigende Filmdicke. So beträgt die berechnete minimale Filmdicke bei 218 N noch etwa $5\ \mu\text{m}$. Im Umkehrschluss lässt sich sagen, dass eine numerische Voraussage des Lagerverhaltens axialer Gasfolienlager bei Filmdicken $h_{\min} < 5\ \mu\text{m}$ aufgrund des steigenden Einfluss von Oberflächenrauigkeiten und Unebenheiten keine validen Ergebnisse liefert. Möglicherweise kommt es für Filmdicken $h_{\min} < 5\ \mu\text{m}$ auch schon vereinzelt zu Kontakten zwischen *runner* und *top foil*, welche den Anstieg der Reibmomente in den Abb. 5.3, C.1 erklären könnten.

Der Vollständigkeit halber ist im Anhang (C.1) noch die Drehzahl $21\ 000\ \text{min}^{-1}$ dargestellt. Diese bestätigt die gemachten Beobachtungen und weist bei kleinen Filmdicken (200 N, $h_{\min} \approx 3\ \mu\text{m}$) abweichende Reibmomentenverläufe zwischen Rechnung und Messung auf, während bei größeren Filmdicken eine akzeptable Übereinstimmung erzielt wird.

5.2.2 Vergleich mit numerischen Daten

Der Vergleich mit numerischen Daten anderer Autoren bietet den Vorteil, dass im Experiment vorhandene Einflussgrößen wie beispielsweise die im letzten Abschnitt angesprochene Oberflächenrauigkeit, aber auch Mess- und Fertigungsungenauigkeiten keine Rolle spielen. Zudem sind im Gegensatz zur Messung alle Größen bekannt. Im letzten Abschnitt war

beispielsweise der Abstand zwischen *runner* und Lager eine implizite Größe die in der Rechnung bekannt war in der Messung jedoch nicht. Um zu prüfen ob die berechneten Lagerkräfte und Reibmomente auch zu dem Abstand von Lager und *runner* passen, sowie um den Einfluss unbekannter Einflussgrößen zu unterdrücken ist in Abb. 5.4 ein Vergleich mit numerisch berechneten Daten von Gad und Kaneko [32] dargestellt.

Das untersuchte Lager entspricht dem in in Tab. 5.1 spezifizierten mit der Ausnahme der Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 30 \mu\text{m}$. Zur Berechnung der Strukturverformung wird in diesem Vergleich das Strukturmodell nach Le Lez et al. [46] verwendet. Dieses ist zwar nicht identisch mit dem von Gad und Kaneko [32] verwendeten Strukturmodell, jedoch wurde das dort verwendete Modell gegen das Modell nach Le Lez et al. mit guter Übereinstimmung validiert. Weiterhin wird in Analogie zu Gad und Kaneko angenommen, dass die *top foil* der Verformung der *bumps* folgt und dazwischen linear interpoliert wird. Die Reibungskoeffizienten zwischen den Folien μ_{tf} und zwischen der *bump*-Folie und dem Gehäuse μ_{bf} nehmen mit 0.1 den Wert an, der in der zu vergleichenden Quelle [32] angegeben ist.

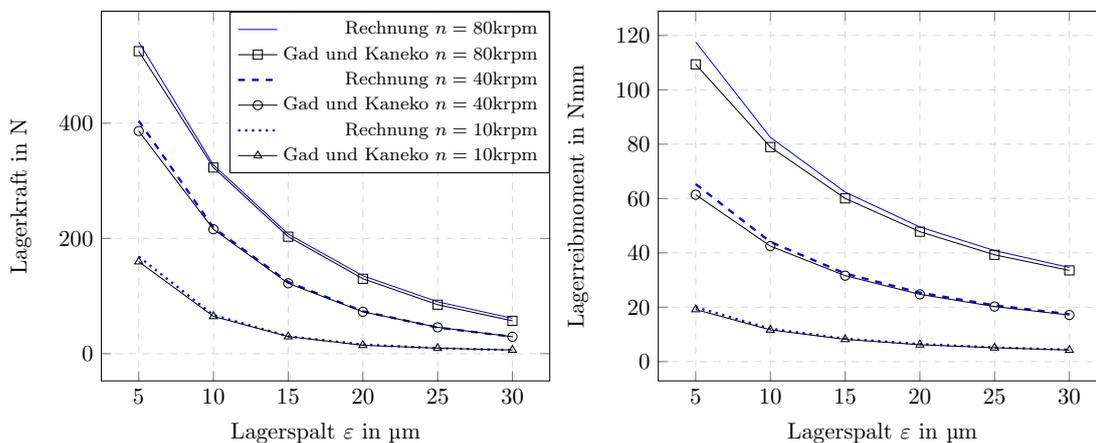


Abbildung 5.4: Axialkraft (links) und Torsionsmoment (rechts) über dem Lagerspalt ε : Berechnungen aus dieser Arbeit (blau, ohne Marker) im Vergleich mit Berechnungen aus Gad und Kaneko (schwarz mit Markern) [32]. Lagerparameter nach Tab. 5.1 mit $h_{\text{ramp}} = 30 \mu\text{m}$ und $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ für die Drehzahlen $n = 10, 40, 80\,000 \text{ min}^{-1}$

Verglichen werden die Lagerkräfte und das Lagerreibmoment bei vorgegebenen Drehkreisfrequenzen Ω und dem als Lagerspalt ε bezeichneten Abstand der unverformten *top foil* zum *runner*. Wie aus Abb. 5.4 ersichtlich wird eine gute qualitative und quantitative Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse von Gad und Kaneko [32] und den Berechnungsergebnissen aus dieser Arbeit festgestellt. Im Gegensatz zu dem Vergleich mit den gemessenen Lagerkräften und Reibmomenten (siehe Abschn. 5.2.1) stimmen die berechneten Werte auch bei kleineren Filmdicken (also auch bei kleinerem Lagerspalt) gut überein. Dies stützt die im letzten Abschnitt aufgestellte These, dass die Abweichungen zwischen der Berechnung und der Messung bei kleineren Filmdicken auf den Einfluss der Oberflächenrauigkeit, sowie auf mögliche lokale Kontakte zwischen *top foil* und *runner* zurückzuführen ist.

Jedoch muss erwähnt werden, dass auch bei den Berechnungsergebnissen die größten Abweichungen bei kleinem Lagerspalt auftreten. Diese Abweichungen (sowohl in der Lagerkraft (3% bei $\varepsilon = 5 \mu\text{m}$ und $n = 80\,000 \text{ min}^{-1}$) als auch im Lagerreibmoment (7% bei $\varepsilon = 5 \mu\text{m}$ und $n = 80\,000 \text{ min}^{-1}$)) steigen dabei mit steigenden Drehkreisfrequenz Ω . Dies lässt sich durch den steigenden Einfluss der Strukturverformung bei höheren Drehzahlen begründen: wie zu erkennen ist steigen die Lagerkräfte bei kleinerem Lagerspalt überproportional und somit nimmt bei kleinerem Lagerspalt auch die Strukturverformung überproportional zu. Da jedoch, wie erwähnt, die Strukturmodelle in den beiden Arbeiten nicht vollkommen identisch sind, wird vermutet, dass die Abweichungen auf die unterschiedlichen Strukturverformungen zurückzuführen sind. Bei kleineren Kräften sind nahezu keine Abweichungen zu erkennen. Das hier verwendete Modell zur Berechnung der Strukturverformung wurde gesondert in Abschn. 5.1.2 validiert.

Zusammenfassend folgt aus der guten Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse aus dieser Arbeit mit den in [32] berechneten Werten die korrekte Umsetzung der Implementierung des isothermen, stationären Modells. Der in Abschn. (5.2.1) gezeigte Vergleich mit den in [57] gemessenen Werten, deutet weiterhin auf eine Gültigkeit der zu Grunde liegenden getroffenen Modellannahmen hin. Für kleine Filmdicken $h_{\min} < 5 \mu\text{m}$ kann aufgrund des Einflusses von Oberflächenrauigkeiten jedoch keine akkurate Voraussage von realen Lagern mehr erfolgen. Insgesamt wird das Modell für Filmdicken $h_{\min} > 5 \mu\text{m}$ als valide bewertet.

5.3 Validierung des Modells zur Bestimmung der linearisierten Lagerparameter

5.3.1 Vergleich mit numerischen Daten

Um die korrekte Implementierung des in Abschn. 3.3 vorgestellten Störansatzes zu überprüfen werden die berechneten linearisierten Steifigkeiten und Dämpfungen mit den von Gad und Kaneko in [32] berechneten Parametern verglichen. Wie bereits in Abschn. 5.2.2 erläutert, wird hierzu das Strukturmodell nach Le Lez et al. [46] verwendet und die *top foil*-Durchsenkung wird vernachlässigt. Es ist zudem zu beachten, dass der in [32] verwendete Störansatz sich von dem in dieser Arbeit verwendeten Störansatz unterscheidet. Dies ist die Ursache für die in Abb. 5.5 erkennbaren deutlich verschiedenen Verläufe der in blauen gestrichelten Linien dargestellten Lagerparameter aus der vorliegenden Arbeit und der mit schwarzen durchgezogenen Linien dargestellten Lagerparameter aus [32].

Ein wesentlicher Unterschied der beiden Ansätze ist, dass in der vorliegenden Arbeit bei der Herleitung der Störungsgleichungen auch die Auswirkungen der Störungen auf das Verformungsfeld der elastischen Struktur berücksichtigt wurden. Dieser Unterschied lässt sich beheben in dem in der vorliegenden Arbeit der Nachgiebigkeitskoeffizient S in den Gl. erster Ordnung 3.16, A.3, A.4 zu null gesetzt wird.

Ein weiterer Unterschied ist, dass Gad und Kaneko [32] bei der Bildung der zeitlichen

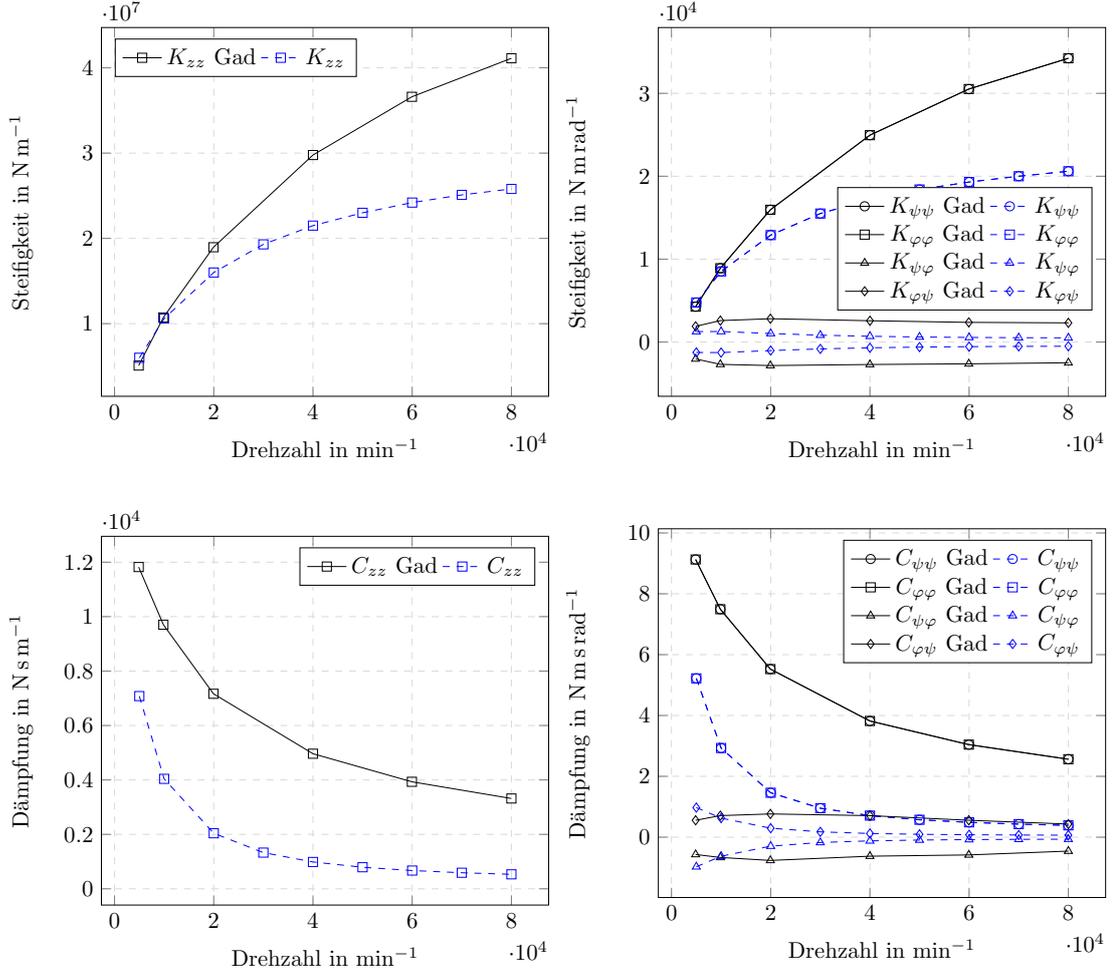


Abbildung 5.5: Vergleich der in dieser Arbeit (blaue, gestrichelte Linien) berechneten Steifigkeiten (oben) und Dämpfungen (unten) mit den von Gad und Kaneko [32] berechneten (durchgezogene, schwarze Linien) für ein Lager mit Parametern nach Tab. 5.1 und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$, $\varepsilon = 10 \mu\text{m}$, $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und $\gamma = 1$

Ableitungen gewisse Annahmen getroffen haben, die allerdings nicht explizit angegeben werden und damit nur schwer nachzuvollziehen sind. Ein Vergleich der resultierenden Störungsgleichungen zeigt, dass die in dieser Arbeit verwendeten Störungsgleichungen identisch mit denen von Gad und Kaneko sind, wenn die in den Störungsgleichungen 3.16, A.3, A.4 auftretenden Terme:

$$i2\gamma\Lambda\bar{r}\bar{h}_0\bar{p}_z\psi\varphi = 0 \quad (5.1)$$

vernachlässigt werden. Mit den beiden Annahmen 5.1 und $S = 0$ stimmen sowohl die Steifigkeits- als auch die Dämpfungskoeffizienten sehr gut mit den von Gad und Kaneko berechneten überein (siehe Abb. 5.6). Damit ist gezeigt, dass die Implementierung der linearisierten Lagerparameter mit der Literatur nachvollziehbare Resultate liefert und somit als valide betrachtet werden kann. Zusätzlich zeigt der Vergleich der Steifigkeiten in Abb. 5.5 und 5.6, dass die Folienstruktur einen erheblichen Einfluss auf die linearisierten Lagersteifigkeiten hat. Da bei dem in dieser Arbeit (siehe Abschn. 3.3) verwendeten Störansatz

5.3. VALIDIERUNG DES MODELLS ZUR BESTIMMUNG DER LINEARISIERTEN LAGERPARAMETER

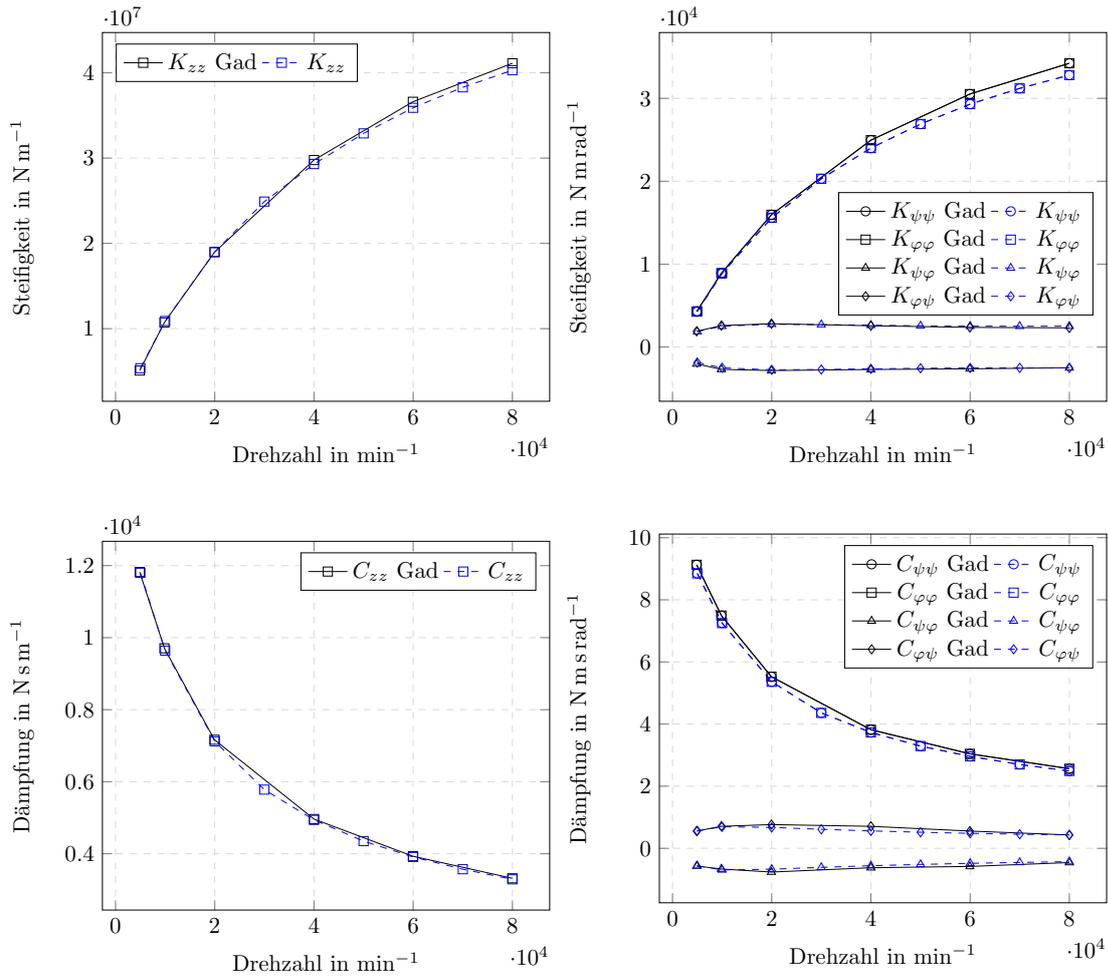


Abbildung 5.6: Vergleich der in dieser Arbeit (blaue, gestrichelte Linien) berechneten Steifigkeiten (oben) und Dämpfungen (unten) unter den Bedingungen $S = 0$ und Gl. 5.1 mit den von Gad und Kaneko [32] berechneten (durchgezogene, schwarze Linien). Lagerparameter nach Tab. 5.1 und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$, $\varepsilon = 10 \mu\text{m}$, $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$

keine weiteren Annahmen für die Bildung der zeitlichen Ableitungen erforderlich sind werden im Folgenden die Störungsgleichungen wie sie in 3.16, A.3, A.4 angegeben sind verwendet.

5.3.2 Vergleich mit experimentellen Daten

Axiale Steifigkeiten und Dämpfungen von AGFL wurden von Balducci et al. [66] experimentell ermittelt. Dazu wurde ein in der Literatur häufig untersuchtes Lager, dessen geometrische Parameter Tab. 5.1 entnommen werden können, auf einen aerostatisch gelagerten, nicht-rotierenden Schaft montiert, welcher von einem elektromagnetischen *Shaker* harmonisch mit Amplituden von $5 \mu\text{m}$ und Frequenzen von $150 \text{ Hz} - 750 \text{ Hz}$ in axialer Richtung angeregt wurde. Durch eine Federvorrichtung konnten der dynamischen Belastung auch statische Axialkräfte überlagert werden. Dabei wurden die Lagerparameter für 30 N , 60 N und 90 N bestimmt. Höhere Lasten wurden nicht untersucht, da nur ein Exemplar des

Lagers zur Verfügung stand, welches nicht zerstört werden sollte. Dem Lager gegenüber befand sich der rotierende Teil des Prüfstands auf dem auch der *runner* montiert war, die Lagerparameter wurden bei einer Drehzahl von $n = 35\,000 \text{ min}^{-1}$ ermittelt. Der rotierende Teil wurde durch Keramikkugellager relativ steif gelagert, um axiale Verschiebungen der rotierenden Prüfstandseinheit möglichst gering zu halten. Gemessen wurden die Beschleunigungen am AGFL, der Relativweg zwischen *runner* und Lager die statischen und dynamischen Kräfte, sowie die Temperaturen unterhalb der *bump foil*.

Zur messtechnischen Identifikation der Lagersteifigkeiten und -dämpfungen muss das modale Verhalten des Prüfstands identifiziert und berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck wurde der Prüfstand als kraftgleicher Drei-Massenschwinger modelliert, wobei die Federsteifigkeiten des nicht-rotierenden Teils des Prüfstands experimentell ermittelt wurden, während die Ermittlung der axialen Steifigkeit des rotierenden Prüfstandsteils von den Autoren nicht genauer beschrieben wurde [66]. Dieses Ersatzmodell enthält dabei nur Federn und Massen, wohingegen Dämpfungen vernachlässigt wurden. In die Bewegungsgleichung des Drei-Massenschwingers wurden auch die Steifigkeiten und Dämpfungen des axialen Gasfolienlagers eingebaut, welche durch Umstellung der im Frequenzbereich aufgestellten Bewegungsgleichungen berechnet werden konnten. Dabei wurde von den Autoren eine Resonanz im Intervall der Anregungsfrequenzen bei etwa 250 Hz identifiziert.

Die gemessenen axialen Steifigkeiten und Dämpfungen sind zusammen mit den in dieser Arbeit berechneten Lagerparametern in Abb. 5.7 dargestellt. Für die Berechnung der Gleichgewichtslagen wurde das *top foil* als Platte modelliert, während die Verformung des *bump foils* mit Hilfe des Strukturmodells nach LeLez et al. [46] berechnet wurde. Die Berechnung der Ruhelagen wurde bereits in Abschn. 5.2.1 gegen experimentelle Daten und in Abschn. 5.2.2 gegen numerische Daten validiert. Dabei wurden dieselben Modelle für die Strukturverformung verwendet wie in diesem Abschnitt (zusätzlich wurden die Modelle für die *top foil* und *bump foil* auch gesondert validiert, siehe Abschn. 5.1.1, 5.1.2).

Zur Lösung der Störungsgleichungen 1. Ordnung 3.16, A.3, A.4 ist jedoch ein linearer Zusammenhang zwischen Druck und Verformung erforderlich, welcher über die dimensionslosen Nachgiebigkeitskoeffizienten der elastischen Struktur hergestellt wird. In Abb. 5.7 sind linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten dargestellt, welche unter Verwendung von drei verschiedenen Nachgiebigkeitskoeffizienten der elastischen Struktur bestimmt wurden (S , S_{mess} , S_{lin}). Die Ermittlung der Nachgiebigkeitskoeffizienten der elastischen Struktur wird in den drei folgenden Stichpunkten erläutert:

1. Der lineare, dynamische Nachgiebigkeitskoeffizient der elastischen Struktur S (siehe Gl. 3.18), welcher bei der Lösung der Störungsgleichungen verwendet wird, wurde mit dem SEFM berechnet. Der so ermittelte Steifigkeitskoeffizient des Lagers (nach Gl. 3.19) ist unabhängig von der Lagerbelastung und von der Anregungsfrequenz. Die mit Hilfe des Nachgiebigkeitskoeffizienten der elastischen Struktur S ermittelten Lagerparameter sind in Abb. 5.7 durch Kreis-Marker gekennzeichnet.
2. Die in [66] ermittelten Strukturnachgiebigkeiten wurden verwendet, um den linearen

5.3. VALIDIERUNG DES MODELLS ZUR BESTIMMUNG DER LINEARISIERTEN LAGERPARAMETER

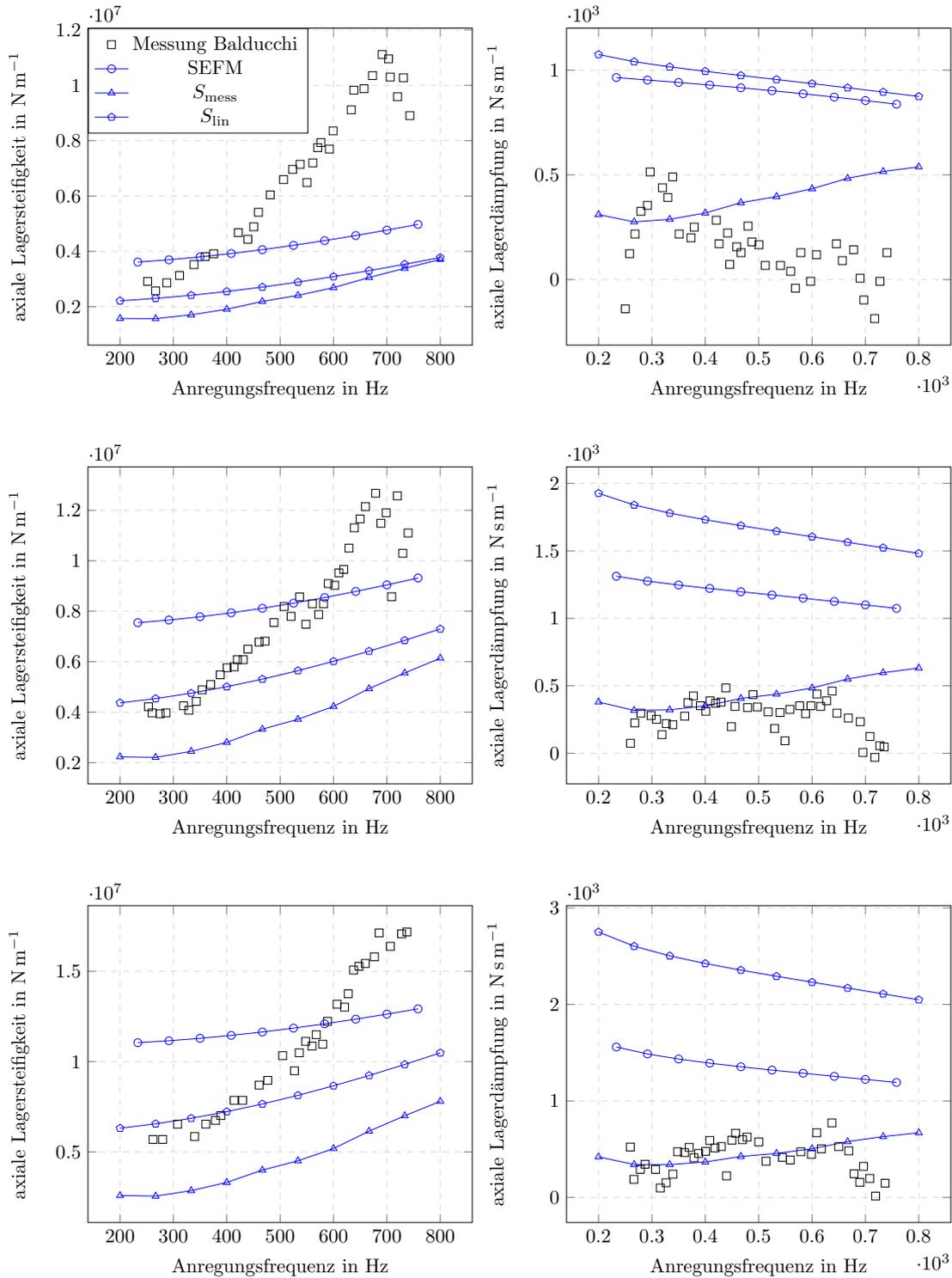


Abbildung 5.7: Vergleich der in dieser Arbeit (blaue Linien) unter Verwendung des SEFM (Kreise), einer linearisierten Steifigkeit (Pentagon) sowie der gemessenen dynamischen Struktursteifigkeiten (Dreiecke) berechneten Lagersteifigkeiten (links) und Dämpfungen (rechts) mit den von Balducchi et al. [66] gemessenen (schwarze Quadrate) bei einer Axiallast von 30 N (dargestellt in der ersten Reihe), 60 N (in der zweiten Reihe) und 90 N (in der dritten Reihe) sowie eine Drehzahl von 35000 min^{-1} . Lagerparameter nach Tab. 5.1 und $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$, $s_{\text{loss}} = 0.2$

Nachgiebigkeitskoeffizienten S_{mess} in Abhängigkeit von der Lagerbelastung und der Anregungsfrequenz zu ermitteln. Die axialen Lagerparameter die sich durch Verwendung der Strukturnachgiebigkeit S_{mess} ergeben, sind in Abb. 5.7 durch Dreiecks-Marker hervorgehoben.

3. Der Nachgiebigkeitskoeffizient S_{lin} wird durch eine Linearisierung um die Gleichgewichtslage berechnet:

$$S_{\text{lin}} = \frac{\bar{\delta}(\bar{p}_0) - \bar{\delta}(\bar{p}_0 + 0.05\bar{p}_0)}{0.05\bar{p}_0}. \quad (5.2)$$

Dabei wird die Reaktion der mit dem (normierten) Gleichgewichtsdruck \bar{p}_0 belasteten (normierten) Strukturverformung $\bar{\delta}$ auf eine Störung von $0.05\bar{p}_0$ durch die Störung dividiert. Zur Berechnung der Strukturverformung in Gl. 5.2 wird das LL-Modell in Kombination mit dem FE-Plattenmodell genutzt. Die so ermittelten Nachgiebigkeitskoeffizienten sind damit abhängig von der Lagerbelastung, allerdings unabhängig von der Anregungsfrequenz. Die mit Hilfe von S_{lin} bestimmten Lagersteifigkeiten und -Dämpfungen sind in Abb. 5.7 durch Pentagon-Marker kenntlich gemacht.

In allen drei Fällen wird die Strukturdämpfung mit Hilfe des experimentell bestimmten [66] Strukturverlustfaktors $s_{\text{loss}} \approx 0.2$ (siehe Gl. 3.18) abgebildet. Eine (nicht dargestellte) Variation dieses Parameters zeigt jedoch nur einen geringen Einfluss von s_{loss} auf die resultierenden Lagersteifigkeiten und Dämpfungen.

Generell passen die gemessenen und berechneten Daten in Abb. 5.7 nicht gut zusammen. Die simulierten linearisierten Steifigkeiten haben zwar die gleiche Größenordnung wie die gemessenen und weisen ebenso wie diese eine mit der Anregungsfrequenz steigende Tendenz auf, jedoch ist dieser Anstieg bei den berechneten Lagersteifigkeiten deutlich schwächer ausgeprägt als bei den gemessenen. Dies führt dazu dass zwischen den berechneten und gemessenen Werten Unterschiede bis zu etwa einem Faktor von 4 erkennbar sind. Noch deutlicher sind die Abweichungen zwischen den berechneten und den gemessenen Dämpfungen. Die berechneten Dämpfungen sind (bei Verwendung der dynamischen Steifigkeit nach dem SEFM oder nach der linearisierten Struktursteifigkeit (Kreis- und Pentagon -Marker) größer als die gemessenen, wobei wiederum ein Faktor bis zu etwa 4 zwischen den Werten liegt. Werden die gemessenen dynamischen Steifigkeiten verwendet (Dreiecks-Marker), dann passen die gemessenen Lagerdämpfungen besser zu den simulierten. Allerdings zeigen die Lagersteifigkeiten unter Verwendung von S_{mess} die schlechteste Übereinstimmung mit den Messwerten. Bei den Dämpfungen sind die sehr hohen Standardabweichungen des Versuchs zu erwähnen, welche bis zu $\approx 700 \text{ N s m}^{-1}$ betragen- und damit teilweise größer sind als die gemessenen Dämpfungswerte. Nichtsdestotrotz ist aufgrund des systematischen Unterschiedes zwischen den berechneten und den messtechnisch bestimmten Dämpfungswerten von einem systematischen Unterschied zwischen Rechnung und Messung auszugehen. Mögliche Ursachen für die in Abb. 5.7 gezeigten Diskrepanzen werden im Folgenden diskutiert:

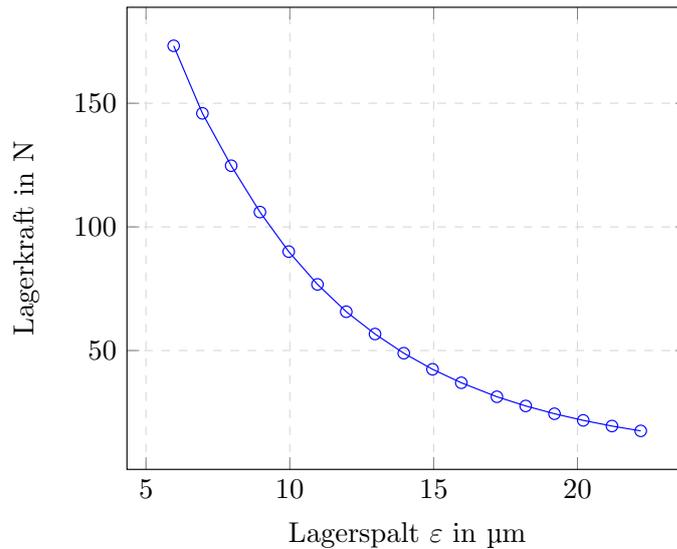


Abbildung 5.8: Berechneter Verlauf der Kraft über dem Lagerspalt für das von Balducci et al. [66] untersuchte Lager

1. Die numerisch ermittelten linearisierten Lagerparameter sind nur gültig in „nahen“ Umgebungen der Gleichgewichtslage. Die durch den *shaker* vorgegebenen Anregungsamplituden von $5\ \mu\text{m}$ sind für den Gültigkeitsbereich der linearen Lagerparameter jedoch möglicherweise zu groß. Um dies zu verdeutlichen wurde in Abb. 5.8 der Kraftverlauf über dem Lagerspalt dargestellt, die linearisierte, statische Steifigkeit ist die Steigung des dargestellten Grafen. Aufgrund des exponentiell abnehmenden Verlaufs wird bei der Approximation der Steigung durch eine Gerade aus zwei, $10\ \mu\text{m}$ auseinanderliegende Punkten ein Fehler gemacht.
2. Selbst bei Verwendung der gemessenen dynamischen Steifigkeiten S_{mess} , weichen die linearisierten Lagerparameter signifikant von den Messungen ab. Möglicherweise erklären sich die Unterschiede dadurch, dass S_{mess} lediglich ein Skalar ist und nicht die über die Lageroberfläche variierenden Steifigkeiten abbilden kann. Die anderen beiden dynamischen Steifigkeiten (SEFM, S_{lin}) bilden diese zwar ab sind jedoch im Gegensatz zu S_{mess} von der Anregungsfrequenz unabhängig. Eine Möglichkeit eine sowohl über die Lagerfläche variierende als auch frequenzabhängige linearisierte Lagersteifigkeit zu bestimmen, wäre durch Implementierung eines dynamischen Strukturmodells möglich. Dieses müsste über mehrere Anregungsperioden integriert werden, um anschließend für jeden Gitterpunkt des *pads* eine linearisierte Steifigkeit aus den Hysteresekurven zu bestimmen.
3. Eventuell bildet das von den Autoren [66] aufgestellte Feder-Masse-Ersatzmodell die dynamischen Eigenschaften des tatsächlichen Prüfstands nicht hinreichend genau ab, um eine quantitativ zuverlässige Aussage über die Lagersteifigkeiten zu ermöglichen. Bei der Vermessung der elastischen Struktur wurde überprüft inwiefern das Ersatzmodell des Prüfstands inklusive der ermittelten Struktursteifigkeit und -dämpfung,

mit der tatsächlich gemessenen Übertragungsfunktion des Prüfstands übereinstimmt. Dieser Vergleich wurde nur für die Last von 90 N durchgeführt. Die mit Hilfe des Ersatzmodells ermittelte Übertragungsfunktion wies dabei Abweichungen zu der gemessenen Übertragungsfunktion auf, die sich beispielsweise in Abweichungen von der berechneten zur gemessenen Resonanzfrequenz von 7.7% äußerte. Der gleiche Vergleich wurde leider nicht mit rotierendem *runner* (und sich damit auch aufbauendem Gasfilm) dokumentiert, aber es ist davon auszugehen dass die Abweichungen dann tendenziell ansteigen da im Ersatzmodell dann noch zusätzlich die Masse und axiale Steifigkeit der rotierenden Prüfstandseinheit (deren Bestimmung nicht beschrieben wurde) berücksichtigt werden muss. Eine Resonanz des statischen Kraftsensors im Messbereich (bei 250 Hz) erschwert weiterhin das Bilden eines akkuraten Ersatzmodells.

4. Eine Erklärungsansatz für die zu großen simulierten Dämpfungswerte könnte die Vernachlässigung der Dämpfung bei der Bildung des Feder-Ersatzmodells des Prüfstands sein. Die Dämpfung des Prüfstandes wurde vermutlich aufgrund sehr kleiner Werte und schwieriger messtechnischer Erfassung vernachlässigt. Jedoch ist zu beachten, dass bei der kraftgleichen Schaltung zweier Dämpferelemente unterschiedlicher Größenordnungen die resultierende Dämpferkonstante gegen den Wert des kleineren Dämpferelements strebt. Falls sich der Prüfstandsaufbau also (wie in der Modellierung der Autoren angenommen) wie ein kraftgleicher Drei-Massenschwinger verhält, dann kann der Dämpfungsparameter des Lagers unter Vernachlässigung der Prüfstandsdämpfung nur dann quantitativ richtig erfasst werden, wenn die Lagerdämpfung die signifikant kleinste in der Reihe ist. Andernfalls unterschätzt die messtechnisch bestimmte Lagerdämpfung die reale Lagerdämpfung.
5. Da für die Messungen nur ein einziges Lager zur Verfügung stand ist die statistische Relevanz der Messergebnisse gering. Eine Analyse über den nicht zu vernachlässigenden Einfluss von Fertigungsabweichungen [88] zeigt, dass alleine Höhenfehler der *bumps* mit einer Standardabweichung von 20 μm zu einer Reduzierung der Foliensteifigkeit um bis zu 50% führen können. Zudem wurde im Gegensatz zu den Messungen in [57] nicht angegeben ob eine Konditionierung² der *runner*- zur Lageroberfläche durchgeführt wurde. Eine Konditionierung führt zu besser aufeinander abgestimmten Oberflächenstrukturen und nähert sich somit den ideal glatten Oberflächen in der numerischen Simulation an.
6. Modellannahmen wie die isotherme Rechnung oder nicht genau bekannte Parameter wie die Reibungskoeffizienten μ_{bf} , μ_{tf} können zwar für einen Teil der Abweichungen verantwortlich sein, aber eine Variation der Parameter konnte zu keiner signifikanten besseren Übereinstimmung der linearisierten Lagerparameter führen (obwohl die

²Als Konditionierung wird der Einlaufprozess bezeichnet, welcher die Oberflächen von *runner* und Lager aufeinander abstimmt. Dabei drehen die Oberflächen bei geringer Last, kurz vor der Abhebedrehzahl aufeinander, so dass Oberflächenrauigkeiten abgeflacht werden [57, Abschn. 3.1].

simulierten Dämpfungskoeffizienten für fallende Reibungskoeffizienten geringfügig abfallen). Stichprobenartig durchgeführte anisotherme Berechnungen der Lagerparameter, zeigen dass sich die Lagerparameter bei den im Versuch vorhandenen, kleinen Lagerlasten kaum von den isothermen bestimmten unterscheiden (ein Vergleich zwischen isothermen und anisothermen Lagerparametern wird in 7.14 gezeigt). Somit entfällt die isotherme Betrachtung als mögliche Ursache für die beobachteten Abweichungen.

Zusammenfassend wird festgestellt, dass keine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen den messtechnisch ermittelten und den numerisch vorausgesagten linearisierten Steifigkeiten und Dämpfungen erzielt werden konnte. Aufgrund der Validierung gegen numerische Daten im Abschn. 5.3.1 wird davon ausgegangen, dass die Implementierung zur Berechnung der linearisierten Lagerparameter korrekt umgesetzt wurde. Auch die numerische Berechnung der Ruhelage ist gegen numerische 5.2.2 und experimentelle Daten 5.2.1 validiert. Jedoch kann trotz allem nicht ausgeschlossen werden, dass Modellierungsannahmen, wie insbesondere die linearisierte, dynamische Struktursteifigkeit (siehe Stichpunkt 2.) für Unterschiede im Vergleich zur Messung verantwortlich ist. Aufgrund der relativ großen Anregungsamplituden ($5\ \mu\text{m}$) in der Messung ist es fraglich ob die Werte überhaupt vergleichbar sind (siehe Stichpunkt 1.). Ungenauigkeiten in der messtechnischen Erfassung des dynamischen Prüfstandsverhaltens sind ebenfalls ein möglicher Grund für Abweichungen zwischen Messung und Simulation. Die tendenziell zu großen berechneten Dämpfungswerte lassen sich vermutlich durch die Vernachlässigung der Dämpfung im mechanischen Ersatzmodell des Prüfstandes (siehe Stichpunkt 4.) erklären.

5.4 Plausibilitätsüberprüfung des thermischen Modells

In diesem Abschnitt erfolgt der Vergleich der Simulationsergebnisse des thermischen Modells mit den von Stahl gemessenen Daten [58] an einem in [89] beschriebenen Prüfstand. Da entscheidende Informationen zum Nachvollziehen dieser Messdaten fehlen wurde im Titel dieses Abschnittes bewusst auf die Bezeichnung "Validierung" verzichtet. Zunächst zu nennen sind hierbei die unbekannt Positionen der Temperatursonde, sowie der Wärmeeintrag in die Rotorwelle. Auf diese Problematik wird im Folgenden Teilabschnitt im Detail eingegangen. Die gemessenen Temperaturen sind jedoch die am besten dokumentierten im Bereich der AGFL. Trotz der fehlenden Informationen wurde versucht den Prüfstand in gewissen Systemgrenzen nachzubilden, weshalb ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messwerten sinnvoll ist, um zu bewerten inwiefern das implementierte thermische Modell plausible Ergebnisse liefert.

5.4.1 Beschreibung des Prüfstands

Der von Stahl verwendete Prüfstand ist in Abb. 5.9 dargestellt. Er lässt sich in einen rotierenden und einen stillstehenden Teil unterscheiden. Der stillstehende Teil ist in der

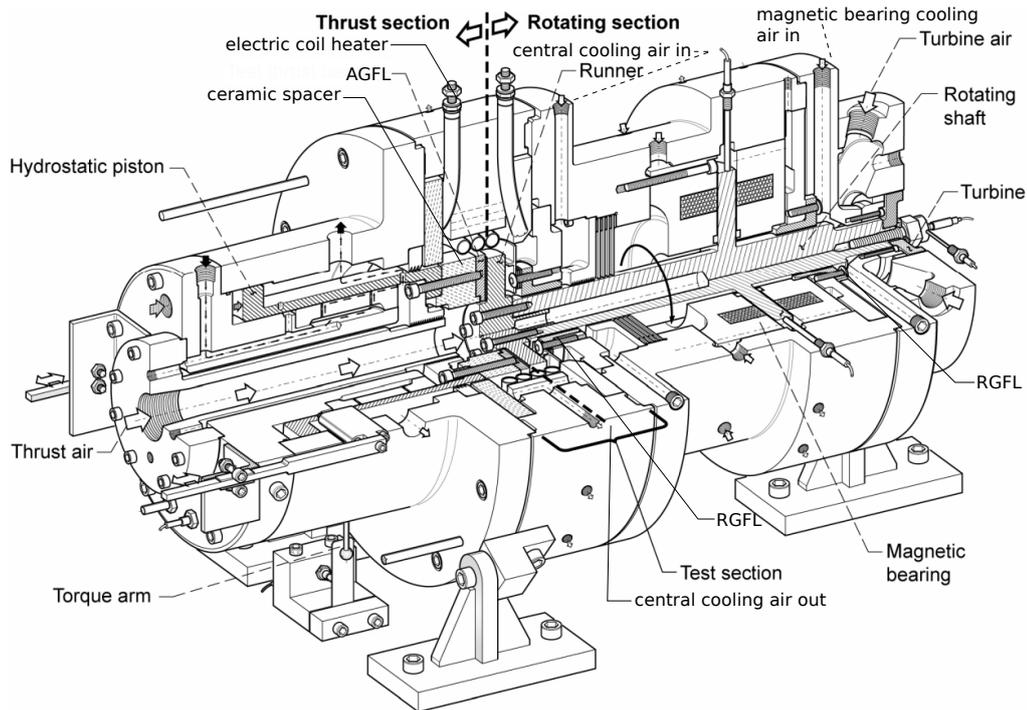


Abbildung 5.9: Schnittdarstellung des von Stahl verwendeten Prüfstandes [58] zur Messung von Temperaturen, Kräften und Torsionsmomenten. Abb. entnommen aus [89].

linken Hälfte der Abb. 5.9 dargestellt. Er beinhaltet das AGFL, welches auf einen keramischen Abstandshalter montiert ist. Dieser dient dazu das Lager thermisch von dem Lastkolben (*hydrostatic piston* in Abb. 5.9) zu isolieren. Da das Material und die Geometrie dieses keramischen Abstandshalters nicht angegeben sind, wurde an dieser Stelle bereits eine Systemgrenze des thermischen Modells gezogen. Aufgrund des unbekanntem Wärmeübergang zum keramischen Abstandshalter, wird das numerische Modell mit zwei verschiedenen Randbedingungen an dieser Stelle gerechnet, welche den tatsächlichen Wärmeübergang einschließen sollten. Zum einen wird angenommen, dass an der Rückseite der Lagerscheibe bereits Umgebungstemperatur (293.15 K) herrscht. Zum anderen wird der Abstandshalter als adiabatisch modelliert, so dass keine Wärme aus der Rückseite der Lagerscheibe fließen kann.

Das untersuchte Lager ist das schon von Dickman [57] verwendete und in Tab. 5.1 spezifizierte Lager. Die Position der Temperatursonde wird von Stahl nicht weiter spezifiziert, es wird daher angenommen, dass die Position des Thermoelements ähnlich ist, wie in der Arbeit von Dykas und Prahl [35, Abb. 4]. Dykas verwendete in seiner Dissertation den gleichen Prüfstand, gab allerdings keine Temperaturen an. Die von Dykas et al. verbauten Thermoelemente sind von unten mittels Epoxidharz an das *bump foil* möglichst in der Nähe der Stellen befestigt, an welchen das *top* und *bump foil* in Kontakt sind. Die Positionen der drei verwendeten Thermoelemente wurde aus [35, Abb. 4] digital vermessen und ergibt sich zu:

$$r_{ti} = 33.7 \text{ mm}, r_{tm} = 40.8 \text{ mm}, r_{ta} = 47.4 \text{ mm} \quad (5.3)$$

mit einer Umfangskoordinate von jeweils 40° . Obwohl die tatsächliche Position des Thermoelements eine andere sein kann, wurden nur diese drei Position für den Vergleich von Numerik und Simulation in Betracht gezogen. Die Genauigkeit der verwendeten Thermoelemente wurde in [90, Appendix A] mit $\pm 2.5^\circ\text{C}$ dokumentiert.

Der Lastkolben, welcher sich links vom keramischen Abstandshalter befindet, drückt das Lager pneumatisch gegen den rotierenden Teil des Prüfstands und bringt auf diese Weise die Lagerlast auf. Im ursprünglichen Prüfstandskonzept, welches auch in Abb. 5.9 dargestellt ist, ist der Lastkolben in einem hydrostatischen Luftlager gelagert. Stahl [58] verwendet anstatt des Luftlagers nicht näher spezifizierte Öllager zu diesem Zweck. Als Begründung für diesen Umbau wird die Dämpfung von durch das Magnetlager verursachten axialen Schwingungen genannt. Durch diese Maßnahme ist es jedoch nicht mehr möglich den Prüfstand auch bei erhöhten Temperaturen zu betreiben. Ursprünglich waren der *coil heater* und vorgewärmte *thrust air* zu diesem Zweck vorgesehen.

Am Lastkolben ist ein Hebel (engl. *torque arm*) befestigt, der gegen eine Biegebalkenkonstruktion drückt. Diese verhindert zum einen die Rotation von Lastkolben sowie AGFL und ermöglicht zum anderen die Messung des auf das Lager wirkenden Torsionsmomentes. Stahl gibt hierbei allerdings lediglich Messgenauigkeiten von $\pm 15\%$ ([58, Appendix A]) an. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit die Kraft-Temperatur-Wertepaare für den Vergleich zwischen Simulation und Messung genutzt. Die maximale Kraftunsicherheit wird von Stahl mit $\pm 4.45\text{ N}$ ([58, Appendix A]) beziffert.

Der rotierende Prüfstand beinhaltet den *runner*, welcher mit einer von der NASA entwickelten Beschichtung PS400 (für nähere Informationen siehe [91]) beschichtet ist. Der Einfluss dieser Beschichtung auf die Wärmeübertragung ist in der öffentlichen Literatur nicht dokumentiert und wurde deshalb in der numerischen Modellierung nicht berücksichtigt. Zudem ist die Breite der eingesetzten *runner* von Stahl nicht spezifiziert, es wird daher angenommen, dass die Breite derjenigen entspricht, welche von Dykas [90] angegeben wurde (12.7 mm).

Der *runner* ist mit dem Wellenende verschraubt. Am Wellenende in der Nähe des *runners* befindet sich ein RGFL, welches vermutlich für einen gewissen Wärmeeintrag in die Welle sorgt. Andererseits ist im Gehäuse hinter dem RGFL eine Bohrung für die Zufuhr von Kühlluft angebracht (siehe Abb. 5.9 *central cooling air in*). Diese strömt durch das RGFL, am *runner* vorbei und dann in einer entsprechenden Austrittsbohrung (siehe Abb. 5.9 *central cooling air out*) wieder aus dem Gehäuse hinaus. Der Volumenstrom und die Temperatur dieses Kühlstromes sind unbekannt. Auf der dem AGFL abgewandten *runner*-Rückseite wird deshalb in der numerischen Simulation Umgebungstemperatur angenommen.

Rechts hinter dem RGFL befindet sich eine Labyrinthdichtung und Wärmeverteilerplatten (engl. *heat diffuser plates*), welche die Kühlluft des Magnetlagers von dem Bereich des Lagers und des *runners* trennen. Die unzureichende Kühlung der Spulen des Magnetlagers wird von Stahl als Grund genannt, weshalb mit dem Prüfstand keine höhere Drehzahlen als $70\,000\text{ min}^{-1}$ erreichbar sind. Eine weitere Erhöhung der Drehzahl würde dazu führen,

dass die Temperatur der Spulen über eine Temperatur von $121\text{ }^{\circ}\text{C}$ steigt. Obwohl die Spulen nicht direkt im Kontakt mit dem Rotor sind, ist auch hier von einem Wärmeeintrag auszugehen. Das Magnetlager nimmt die durch das AGFL auf den Rotor aufgebrauchten Lasten, sowie die kleinen Axialkräfte der Luftturbine auf.

Am hinteren Ende befindet sich das zweite RGFL sowie die zum Antrieb verwendete Luftturbine. Das RGFL wird durch die für das Magnetlager bestimmte Kühlluft durchströmt, bevor diese das Magnetlager erreicht. Die Luftturbine wird durch die erforderliche hohe Anströmgeschwindigkeit der Druckluft eine kühlende Wirkung auf den Rotor haben. Laut Stahl ermöglicht die Luftturbine eine Drehzahl, die sich bis auf $\pm 200\text{ min}^{-1}$ einstellen lässt.

Aufgrund der Vielzahl der unbekanntenen Wärmeeinträge in den Rotor werden im numerischen Modelle zwei verschiedene Randbedingungen für die Welle getestet, welche vermutlich den realen Fall einschließen. Im ersten Fall wird angenommen, dass die Welle Umgebungstemperatur hat. Im anderen Fall ist der Wärmeübergang vom *runner* zur Welle adiabat.

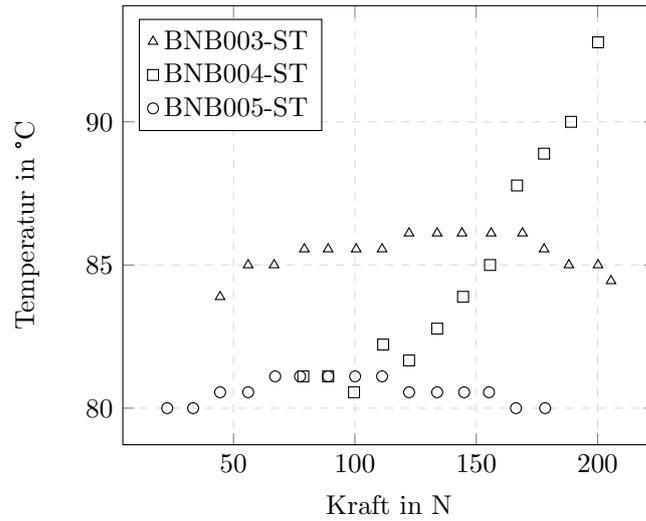
5.4.2 Vorbetrachtung der für den Vergleich herangezogenen Messwerte

Temperaturen, Kräfte und Torsionsmomente wurden von Stahl [58] für 4 Lager-*runner*-Paare der BNB-Serie erfasst, und in Abhängigkeit der Drehzahl gemessen. Dabei unterscheidet sich eines der Lager in der Anordnung der *bumps*, dieses Lager wird nicht für einen Vergleich herangezogen. Stattdessen werden die Lager gewählt, welche der Bezeichnung von Stahl und Dickman folgend als Lager der BNB-Serie benannt wurden. Hierbei wurde, um die Lager von Stahl von denjenigen von Dickman (welche in Abschn. 5.2.1 betrachtet wurden) zu unterscheiden, die von Stahl untersuchten Lager mit dem Kürzel „-ST“ gekennzeichnet. Die Temperaturdaten über den Lagerkräften der BNB-Serie sind in Abb. 5.10 dargestellt.

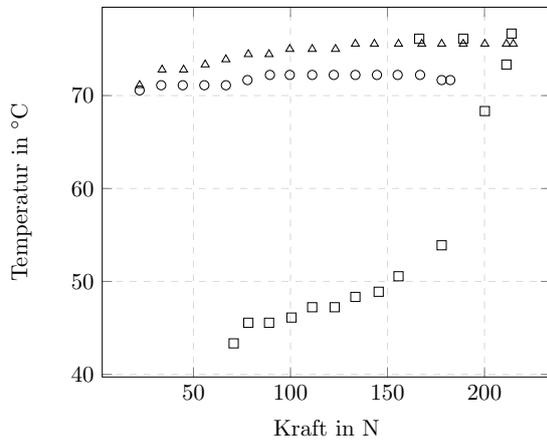
Die für die Lager-*runner*-Kombination BNB003-ST aufgenommenen Messdaten sind dabei kritisch zu betrachten. Zum einen wurde bei dieser Messung im Nachhinein ein Drift des Kraftsensors festgestellt, zum anderen wurden Dickenunterschiede von $50\text{ }\mu\text{m}$ zwischen Innen- und Außenradius bei einer Vermessung der *runner*-Oberfläche festgestellt. Durch Kühlung des Kraftsensors wurde der Drift in den Messungen der Lager BNB004-ST und BNB005-ST behoben. Zudem wurde in beiden Fällen jeweils ein neuer *runner* verwendet. Für $30\,000\text{ min}^{-1}$ wurden für BNB003-ST keine Messdaten angegeben.

Theoretisch eignen sich daher die Messungen BNB004-ST und BNB005-ST für den Vergleich mit den Simulationsdaten, praktisch unterscheiden sich die gemessenen Verläufe jedoch sowohl vom Verlauf her als auch quantitativ deutlich (siehe Abb. 5.10). Im Allgemeinen sind die Temperaturen für die Messung BNB005-ST größer (um bis zu $20\text{ }^{\circ}\text{C}$), ändern sich dafür aber kaum mit der Lagerlast. Teilweise nehmen die Temperaturen mit steigender Lagerkraft sogar ab, wie für BNB005-ST beispielsweise in Abb. 5.10 a) (Kreis-Marker) zu beobachten ist. Dies ist insofern merkwürdig, dass die Wärme im Fluidspalt

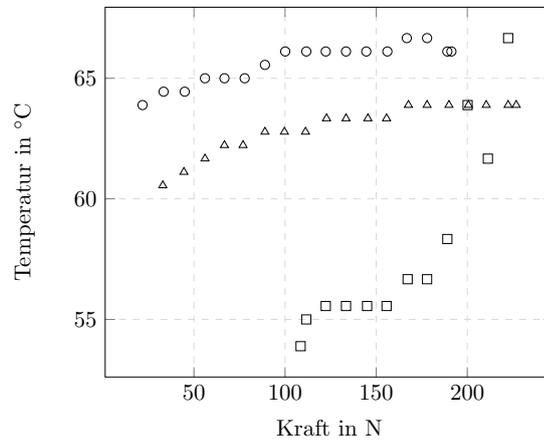
5.4. PLAUSIBILITÄTSÜBERPRÜFUNG DES THERMISCHEN MODELLS



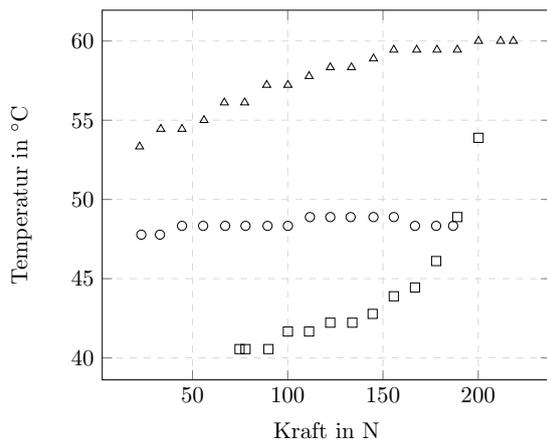
a) 70 800 min⁻¹



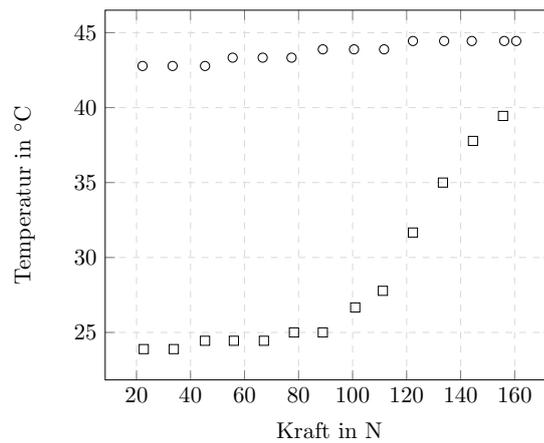
b) 60 600 min⁻¹



c) 50 400 min⁻¹



d) 40 200 min⁻¹



e) 30 200 min⁻¹

Abbildung 5.10: In [58] gemessene Temperaturen über den Lagerkräften, für die Lager BNB003-ST, BNB004-ST, BNB005-ST. Für die Drehzahlen 70 800 min⁻¹, 60 600 min⁻¹, 40 200 min⁻¹, 30 200 min⁻¹, (von oben bis rechts unten).

durch die Scherung des Fluids „erzeugt“ wird und diese auch für die Messung BNB005-ST deutlich zunimmt, wie an den Messungen des Torsionsmoments in [58, Abb. 3.10] zu erkennen ist. Das für BNB005-ST gemessene Torsionsmoment hängt weniger stark von der Kraft ab, was auch für eine weniger starke Temperaturabhängigkeit dieses Lagers spricht. Aber trotzdem verdoppelt sich das Torsionsmoment für $708\,000\text{ min}^{-1}$ bei einer Erhöhung der Kraft vom minimalen zum maximalen Wert. Dieser Anstieg im Torsionsmoment sollte sich auch in einer erhöhten Temperatur erkennbar zeigen.

Das von Stahl gemessene durchweg niedrigere Torsionsmoment des Lagers BNB005-ST im Vergleich zum Lager BNB004-ST sollte theoretisch auch zu kleineren Temperaturen dieses Lagers führen, in Abb. 5.10 lässt sich aber für die meisten Datenpunkte ein umgekehrtes Verhalten beobachten. Die niedrigeren Torsionsmomente des Lagers BNB005-ST führt Stahl auf eine bessere Konditionierung des zu diesem Lager gehörenden *runners* zurück. Auch Stahl bemerkt für das Lager BNB005-ST, dass die gemessenen Temperaturdaten und Daten des Torsionsmoments sich nicht so zueinander Verhalten, wie es zu erwarten wäre [58, Appendix B], gibt dafür allerdings keine mögliche Ursache an.

Auch die Messreihe für BNB004-ST ist nicht unproblematisch. So sind (abgesehen von den höchsten betrachteten Lagerbelastungen) die Temperaturen für $60\,600\text{ min}^{-1}$ niedriger als diejenigen bei $50\,400\text{ min}^{-1}$ (Viereck-Marker) in Abb. 5.10 c) und d). Das Drehzahl-Temperaturverhalten ist somit für BNB004-ST bei $60\,600\text{ min}^{-1}$ abweichend zu dem bei allen anderen Lagern und Temperaturen. Zudem sind für diese Drehzahl auch zwei Ausreißer mit deutlich höheren Temperaturen im Vergleich zum restlichen Kurvenverlauf zu erkennen. Im Kontrast zu den anderen beiden Lagern ist für BNB004-ST festzustellen, dass mit Ausnahme der Messreihe bei $30\,000\text{ min}^{-1}$ die Messdaten erst bei größeren Kräften gemessen wurde. Der in Kombination mit BNB004-ST verwendete *runner* wurde bei der letzten Messung ($70\,000\text{ min}^{-1}$) durch thermisches Versagen (engl. *thermal runaway*) zerstört. Laut Dykas [90] ist dieses thermische Versagen auf die plötzliche lokale Erhitzung aufgrund von vereinzelt Kontakten der *runner*- und Lageroberfläche zurückzuführen. Die in Abb. 5.10 dargestellten Messergebnisse sollen davon allerdings nicht beeinflusst sein.

Das Lager BNB003-ST wird aufgrund der in diesem Abschnitt beschriebenen Probleme nicht für den Vergleich zwischen Simulation und Messung herangezogen. Somit bleiben die quantitativ und qualitativ stark unterschiedlichen Daten der Messreihen BNB004-ST und BNB005-ST. Hierbei sind die Daten für das Lager BNB004-ST bei $60\,000\text{ min}^{-1}$ mit Vorsicht zu bewerten. Falls, wie von Stahl vermutet, der *runner* von BNB005-ST tatsächlich besser konditioniert ist, als derjenige von BNB004-ST, dann sollte dies eher zu den ideal glatten Oberflächen in der Simulation passen. Andererseits zeigen die Temperaturmessdaten dieses Lagers fast keine Abhängigkeit vom Torsionsmoment, was nicht plausibel ist. Trotzdem kann keine der beiden Messreihen ausgeschlossen werden, weshalb für den Vergleich mit den Simulationsdaten beide Messreihen dargestellt werden.

5.4. PLAUSIBILITÄTSÜBERPRÜFUNG DES THERMISCHEN MODELLS

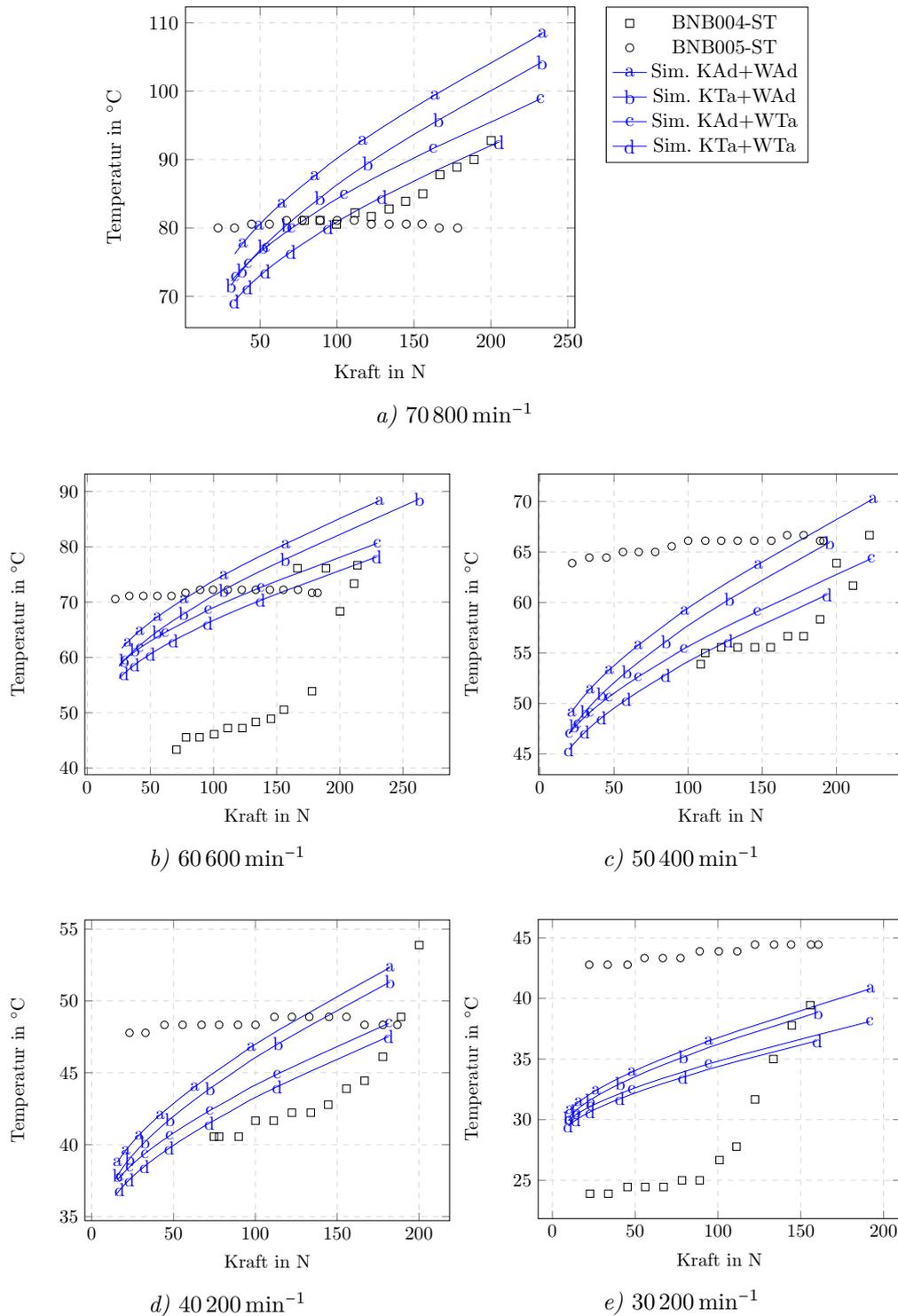


Abbildung 5.11: In [58] gemessene Temperaturen über den Lagerkräften, für die Lager, BNB004-ST, BNB005-ST. Für die Drehzahlen 70 800 min⁻¹, 60 600 min⁻¹, 40 200 min⁻¹, 30 200 min⁻¹, (von oben bis rechts unten). Sowie simulierte Daten: a- Keramik und Welle adiabatisch, b- Keramik Umgebungstemp und Welle adiabatisch, c- Keramik adiabatisch und Welle Umgebungstemp., d- Keramik und Welle Umgebungstemp. Simulationsdaten ermittelt ohne Berücksichtigung der thermischen Verformung des runners sowie abgegriffen an der innersten Thermoelement-Position: $r_{ti} = 33.7\text{ mm}$, $\theta = 40^\circ$.

5.4.3 Vergleich der Messdaten mit der Simulation

Der Vergleich der Simulationsdaten mit den Messungen von Stahl [58] ist in Abb. 5.11 für alle vier in der Simulation berücksichtigten Kombinationen an Randbedingungen dargestellt:

- a) adiabater, keramischer Abstandshalter und adiabate Welle
- b) keramischer Abstandshalter hat Umgebungstemperatur und adiabate Welle
- c) adiabater, keramischer Abstandshalter und Welle mit Umgebungstemperatur
- d) keramischer Abstandshalter und Welle haben Umgebungstemperatur

Wie bereits erwähnt, sind die Messpositionen der Thermoelemente in der Quelle der Messdaten [58] nicht angegeben. Deshalb wurden die simulierten Daten an den drei von Dykas in [35] veröffentlichten Messdaten abgegriffen, welcher den gleichen Messaufbau verwendete. In Abb. 5.11 sind lediglich die Simulationsdaten für die radial innerste der drei Messpositionen dargestellt, da diese am besten zu den Messdaten passen. Die radial weiter außen liegenden simulierten Temperaturdaten sind aufgrund der mit dem Radius steigenden Umfangsgeschwindigkeiten wesentlich höher. Die Simulationsdaten an allen drei Messpositionen sind im Anhang in Abb. C.3 dargestellt.

Weiterhin wurden sie Simulationsergebnisse ohne Berücksichtigung der thermischen *runner*-Deformation ermittelt. Die im Modell berücksichtigte thermische Verformung des *runners* bildet die tatsächliche Verformung nur näherungsweise ab. Die der Näherung zu Grunde liegenden Annahmen sind in B.5 dargelegt. Der Einfluss der thermischen *runner*-Deformation wird in Abschn. 5.4.4 gesondert untersucht. Die Strukturdeformation wurde mit dem LL-Modell in Kombination mit dem FE-Plattenmodell berechnet.

Die Abb. 5.11 zeigt, dass für keine der implementierten Randbedingungskombinationen die numerische Simulation die Werte und den Verlauf der Temperaturdaten des Lagers BNB005-ST abbilden kann. Die Temperaturen der numerischen Simulation sind deutlich abhängiger von der auf das Lager wirkenden Kraft. Ähnliches trifft auch auf die Drehzahl zu. Bei $30\,200\text{ min}^{-1}$ liegen die simulierten Temperaturen allesamt unter den gemessenen, während die berechneten Temperaturen bei $70\,800\text{ min}^{-1}$ größtenteils über den gemessenen liegen. Von den untersuchten Randbedingungen passt Fall a) (adiabater Wärmeübergang zum keramischen Abstandshalter sowie zur Welle) noch am ehesten zu den Messungen, allerdings betragen die max. Temperaturunterschiede auch für diesen Fall etwa 20 °C .

Die simulierten Daten passen etwas besser zu dem Lager BNB004-ST. Die Ausnahme bildet hierbei die Drehzahl $60\,600\text{ min}^{-1}$, bei der die gemessenen Temperaturen deutlich kleiner ausfallen. Allerdings wurde bererits im vorigen Abschn. 5.4.2 diskutiert, dass die Daten für BNB004-ST bei dieser Drehzahl nicht plausibel sind. Die Temperaturen sind bei $60\,600\text{ min}^{-1}$ größtenteils kleiner als bei $50\,400\text{ min}^{-1}$, was dem Trend aller anderen Messungen widerspricht und zudem auch nicht plausibel ist. Diese Daten werden deshalb bei der weiteren Auswertung nicht mehr beachtet.

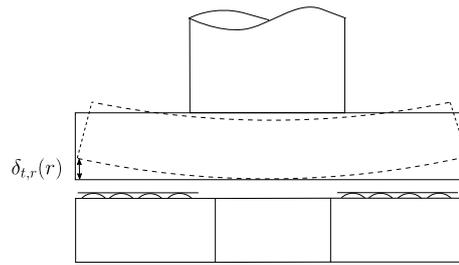


Abbildung 5.12: Schematische Darstellung der thermischen Verformung des runners (gestrichelte Linien). Abb. angelehnt an [92, Abb. 4]

Die geringsten Abweichungen (für das Lager BNB004-ST) ergeben sich für die Randbedingung d) (Welle und keramischer Abstandshalter haben Umgebungstemperatur). Für diesen Fall bleiben die maximalen Temperaturabweichungen (ausgenommenen der angesprochenen $60\,600\text{ min}^{-1}$) unterhalb von etwa $\approx 10^\circ\text{C}$.

5.4.4 Simulationsdaten unter Berücksichtigung der thermischen runner-Deformation

Die bisher gezeigten Simulationsdaten wurden alle ohne Berücksichtigung der thermischen runner-Verformung $\delta_{t,r}$ ermittelt. Der Grund dafür ist, dass in der aktuellen Implementierung kein detailliertes FE-Modell zur Bestimmung dieser Verformung existiert. Um dennoch die runner-Verformung ansatzweise zu berücksichtigen, wurde ein simples analytisches Modell nach Pan [92] verwendet, dessen Annahmen (insbesondere die Annahme des gleichmäßigen, rein axialen Wärmeflusses durch den runner) nur teilweise auf die vorliegende Anwendung zutreffen. Das Modell ist im Anhang in Abschn. B.5 beschrieben. Der Verlauf der sich ergebenden axialen Verformung ist in Abb. 5.12 dargestellt.

Die simulierten und gemessenen Daten sind in Abb. 5.13 dargestellt. Dabei wurde lediglich die Randbedingung der Welle und des keramischen Abstandshalters mit Umgebungstemperatur für diesen Vergleich herangezogen. Die Drehzahl $60\,600\text{ min}^{-1}$ wurde aufgrund der nicht plausiblen Messwerte des Lagers BNB004-ST nicht betrachtet. Zur Quantifizierung des Einflusses der runner-Deformation wurde auch die Rechnung ohne deren Berücksichtigung in die Darstellung aufgenommen. Wie zu erkennen ist, ergeben sich bei Einbeziehung der thermischen runner-Verformung kleinere Temperaturen. Eine nicht dargestellte Betrachtung der Druck- und Verformungsverteilungen über dem Lager zeigt, dass sich die radial äußeren Bereiche des runners, in denen die höheren Temperaturen wirken, vom Lager wegbiegen, wodurch das Fluid weniger stark geschert wird und sich letztlich auch weniger stark erwärmt.

Der Vergleich mit den Messdaten in Abb. 5.13 zeigt, dass die Simulationsdaten gut zu den Messungen von BNB004-ST passen, jedoch nicht mit denen des Lagers BNB005-ST in Einklang stehen. Pauschal kann nicht beurteilt werden, ob die Simulationsdaten unter Berücksichtigung der runner-Deformation besser zu den Messungen passen, als ohne deren Berücksichtigung. Es wird jedoch deutlich, dass die runner-Deformation einen

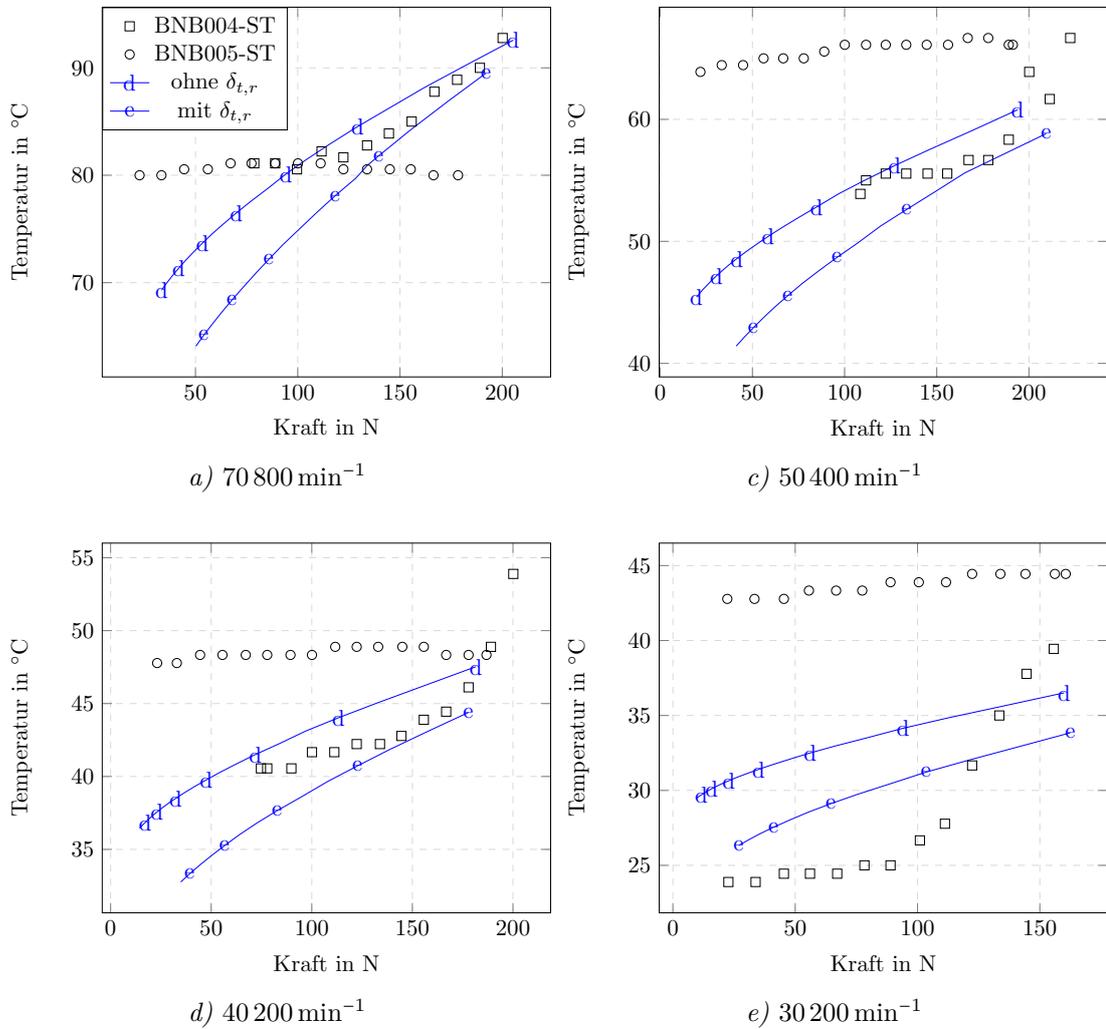


Abbildung 5.13: In [58] gemessene Temperaturen über den Lagerkräften, für die Lager, BNB004-ST, BNB005-ST. Für die Drehzahlen 70 800 min⁻¹, 40 200 min⁻¹, 30 200 min⁻¹, (von oben bis rechts unten). Sowie simulierte Daten unter den Randbedingungen Welle und keramischer Abstandshalter haben Umgebungstemperatur, einmal ohne Berücksichtigung der thermischen runner-Deformation (fall d) sowie mit deren Berücksichtigung (Fall e). Simulationsdaten abgegriffen an der innersten Thermoelement-Position: $r_{ti} = 33.7$ mm, $\theta = 40^\circ$.

signifikanten Einfluss auf das Temperaturniveau hat. In weiterführenden Arbeiten sollte deshalb dieser Einfluss mit Hilfe eines FE-Modells genauer untersucht werden.

5.4.5 Vergleich von simulierten und gemessenen Lagertragfähigkeiten

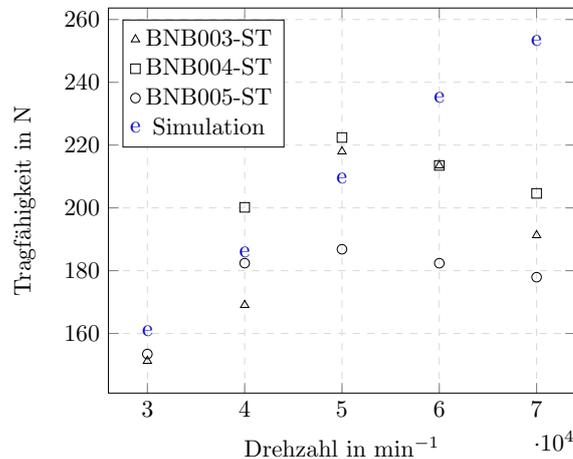


Abbildung 5.14: Vergleich der in [58] gemessenen Lagertragfähigkeiten mit den simulierten Lagertragfähigkeiten unter Anwendung des LL-Modells, unter Berücksichtigung der thermischen runner-Deformation. Thermische Randbedingung: d) Umgebungstemperatur an der Welle und am keramischen Abstandshalter. Simulierte Tragfähigkeiten ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $5\ \mu\text{m} \pm 0.3\ \mu\text{m}$

Obwohl sich die Messung der Lagertragfähigkeit nur indirekt zur Plausibilitätsüberprüfung des thermischen Modells eignet, erfolgt an dieser Stelle ein Vergleich der von Stahl [58] gemessenen Lagertragfähigkeiten und der simulierten Tragfähigkeiten. Die in der Messung beobachtbare Abnahme der Lagertragfähigkeiten für Drehzahlen $> 50\,000\ \text{min}^{-1}$ wird nach Dykas et al. [35] auf die thermische Deformation des *runners* zurückgeführt, deshalb ist es interessant zu beobachten, ob das thermische Modell dieses Verhalten abbilden kann.

Messtechnisch wurde die Lagertragfähigkeit als diejenige Kraft ermittelt bei der es zu einem Anstieg der Torsionsmoment-Kraft-Kurve kommt, da der Anstieg im Torsionsmoment mit dem Kontakt von Rauigkeitsspitzen von *top foil* und *runner* assoziiert wird. Im numerischen Modell wurde die Lagertragfähigkeit als diejenige Kraft festgelegt bei der sich eine minimale Filmdicke von $5\ \mu\text{m} \pm 0.3\ \mu\text{m}$ ergibt. Dieser Wert beruht auf Messungen bei Radiallagern [63], findet aber auch bei Axiallagern häufig Anwendung (siehe beispielsweise [32], [31]).

Die Daten sind in Abb. 5.14 dargestellt. Aufgrund der sehr geringen Filmdicken sind die numerischen Rechnungen sehr langwierig und haben ein schlechtes Konvergenzverhalten. Deshalb wurden die simulierten Tragfähigkeiten nur an den Drehzahlen ermittelt an denen auch gemessen wurde. Aufgrund der geringen Anzahl an Datenpunkten sowie der nur im Rahmen der Toleranz $\pm 0.3\ \mu\text{m}$ gleichen minimalen Filmdicken wurden die simulierten Datenpunkte nicht (wie in den anderen Abbildungen in dieser Arbeit) mit durchgezogenen Linien verbunden.

Es ist erkennbar, dass die berechneten Tragfähigkeiten bis auf die Drehzahl $70\,000\text{ min}^{-1}$ gut mit den gemessenen Tragfähigkeiten übereinstimmen. Die Daten des Lagers BNB005-ST passen dabei am schlechtesten zu den simulierten Ergebnissen. Interessanterweise hat dieses Lager die kleinsten Tragfähigkeiten, was ein Indiz gegen die These von Stahl [58] ist, dass der geringe Temperaturanstieg dieses Lagers durch eine gute Konditionierung zwischen *runner*- und *top foil*-Oberfläche bedingt ist. Bei den simulierten Daten wird der Effekt der mit steigender Drehzahl wieder abnehmenden Tragfähigkeiten nicht abgebildet. Die möglichen Ursachen sind vielfältig, unter anderem: eine ungenaue Abbildung der thermischen *runner*- Deformation durch die Modellierung, unrealistische thermische Randbedingungen, der Einfluss von Rauigkeiten, Unebenheiten, Ausrichtungsfehlern, Fertigungstoleranzen in der Messung, die Wahl von $5\text{ }\mu\text{m}$ als zulässige minimale Filmdicke. Eine weitere Analyse zur Lagertragfähigkeit unter Berücksichtigung der thermischen Verformung befindet sich in Abschn. 6.4.

5.4.6 Einordnung der Güte des thermischen Modells

Angesichts des stark unterschiedlichen Temperaturverhaltens der vermessenen Lager fällt es schwer die Güte und Plausibilität der simulierten Daten abschließend zu bewerten. Zunächst kann festgehalten werden, dass grobe qualitative Zusammenhänge, wie eine ansteigende Temperatur mit der Drehzahl oder der Last vom thermischen Modell abgebildet werden. Das Temperaturniveau der simulierten Daten stimmt für BNB005-ST grob und für BNB004-ST, sogar relativ gut überein (wenn die vermutlich fehlerbehaftete Messreihe bei $60\,600\text{ min}^{-1}$ nicht betrachtet wird). Die quantitativen Verläufe der gemessenen Temperaturen werden dabei für keine der beiden Messreihen korrekt abgebildet. Tendenziell nehmen die Temperaturen bei kleinen Lasten zu stark ab. Bei großen Kräften fällt die Temperaturkurve zu flach aus wenn mit BNB004-ST verglichen wird und zu steil, wenn mit BNB005-ST verglichen wird. Die simulierten Daten liegen dabei im Rahmen der Reproduzierbarkeit der Messung. Genauere Aussagen sind in Anbetracht der unterschiedlichen Messdaten nur spekulativer Natur, da zu viele Parameter der Messung unbekannt sind. Hier sind vor allem die Messpositionen der Thermoelemente, die dem *runner* zugeführte Kühlluft, die verschiedenen Wärmeeinträge in die Welle, sowie die *runner*-Dicke hervorzuheben.

Im Allgemeinen liefert das thermische Modell also plausible Ergebnisse, aber eine Validierung ist anhand der nicht reproduzierbaren Messung und der unbekannt Parameter des Messaufbaus nicht möglich. Der Einfluss der thermischen Randbedingungen wurde in der Simulation durch Vorgabe extremer Randbedingungen (adiabates Verhalten oder Umgebungstemperatur) untersucht. Hierbei ist festzuhalten, dass diese Randbedingungen zwar das Temperaturniveau verändern können, aber den grundsätzlichen Verlauf der Temperaturkurven wenig beeinflussen. Die ungenügende Datenlage zur Validierung thermischer Modelle axialer GFL verdeutlicht die Notwendigkeit entsprechender Temperaturmessungen in nachfolgenden Arbeiten.

Kapitel 6

Untersuchung der Lagertragfähigkeit

In diesem Abschnitt werden in einer Parameterstudie (Abschn. 6.2) der Einfluss der Rampenhöhe (Abschn. 6.2.1), der Dicken von *top* und *bump foil* (6.2.2 und 6.2.3), sowie die Anordnung, Geometrie und Position der *bumps* auf die Tragfähigkeit (Abschn. 6.2.4) untersucht. Im Abschn. 6.3 wird die Auswirkung von Ausrichtungsfehlern auf die Lagertragfähigkeit beschrieben. Alle zuvor genannten Untersuchungen werden mit dem isothermen Modell durchgeführt. Ein Vergleich der isotherm und anisotherm ermittelten Tragfähigkeiten erfolgt in Abschn. 6.4. Vor der Untersuchung der Tragfähigkeiten wird in Abschn. 6.1 jedoch eine Strukturmodellierung für die weiteren Berechnungen ausgewählt.

6.1 Vorbetrachtung über den Einfluss des Strukturmodells

Zur Durchführung der Auswertungen im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit, wird in diesem Abschnitt eine der in 4.1 beschriebenen Strukturmodellierung anhand eines Vergleichs mit Messdaten ausgewählt. Hierbei wird auf Messungen von Lagerkräften und Reibmomenten zurückgegriffen, da es sehr schwierig ist die Verformung oder die Filmdicke direkt zu messen und dies für AGFL nach Wissens des Autors auch noch nicht durchgeführt wurde. Die hier ausgewählte Strukturmodellierung wird in allen nachfolgenden Berechnungen dieser Arbeit angewendet.

6.1.1 Vergleich mit experimentellen Daten

In diesem Abschnitt werden die Strukturmodellierungen: 1. *simple elastic foundation model* (siehe Abschn. 4.1.1) 2. Strukturmodell nach Le Lez et al. [46] (siehe Abschn. 4.1.2) jeweils mit und ohne Berücksichtigung der Verformung der *top foil* (siehe Abschn. 4.1.3) hinsichtlich ihrer Vorhersagequalität von experimentell bestimmten Lagerkräften und Torsionsmomenten bewertet. Dazu werden wie schon in Abschn. 5.2.1 die von Dickman [57] gemessenen Lagerkräfte und Torsionsmomente verwendet. Die Parameter des Lagers

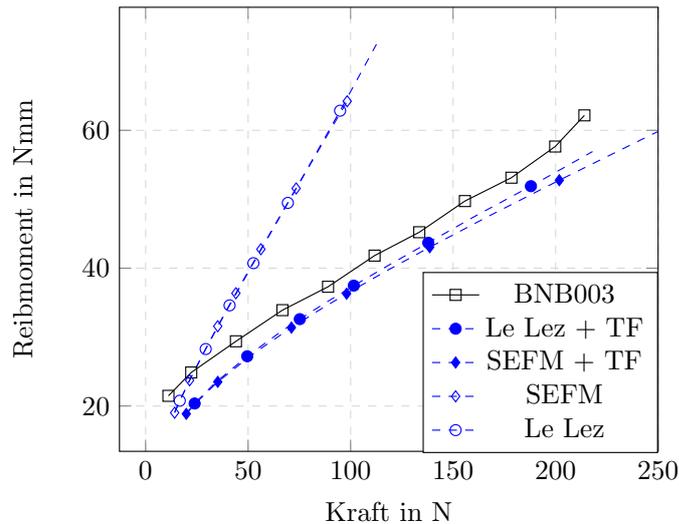


Abbildung 6.1: Reibmoment über der Kraft in der Messung des Lagers BNB003 aus [57] (schwarze durchgezogene Linie, Rechteck-Marker), sowie in der Simulation (gestrichelte blaue Linien) mit unterschiedlicher Strukturmodellierung: Le Lez-Modell (siehe [46]) und top foil-Deformation TF (Kreis-Marker mit Füllung), SEFM und top foil-Deformation TF (Rauten-Marker mit Füllung), SEFM ohne top foil-Modellierung (Rauten-Marker ohne Füllung) und Le Lez-Modell ohne top foil-Modellierung (Kreis-Marker ohne Füllung)

sind in Tab. 5.1 gegeben. Es wurden drei baugleiche Lager vermessen, deren Tragfähigkeiten einen ähnlichen Verlauf aufweisen, weshalb an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die Daten des Lagers BNB003 dargestellt werden. Für die Berechnung mit Hilfe des Strukturmodells nach Le Lez werden die Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ verwendet. Der in Abb. 6.1 dargestellte Vergleich wurde für die Drehzahl von $n = 40000 \text{ min}^{-1}$ durchgeführt. Dies ist die maximale Messdrehzahl und somit sind für diesen Fall auch die maximalen Strukturverformungen zu erwarten.

Bei Betrachtung von Abb. 6.1 ist erkennbar, dass die Strukturmodelle ohne top foil-Modellierung die Messergebnisse höchstens qualitativ abbilden können, während die Strukturmodelle mit top foil-Plattenmodellierung eine qualitativ und quantitativ akzeptable Übereinstimmung mit den Messergebnissen liefern und zwar unabhängig davon ob das SEFM oder das LL-Modell et al. [46] angewendet wird, wobei die Simulationsergebnisse mit dem LL-Modell minimal näher an den Messdaten dran sind. Eine Schlussfolgerung dieses Vergleichs ist deshalb, dass die top foil-Modellierung bei den AGFL eine hohe Bedeutung hat. Die Signifikanz der top foil - Modellierung stellt einen Unterschied zu den RGFL dar, bei welchen unter Vernachlässigung der top foil - Modellierung in [42] eine akzeptable Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Filmdicken erreicht werden konnte.

Die höhere Bedeutung der top foil-Modellierung bei AGFL ist durch den Rampenbereich erklärbar. So gibt es bei den AGFL (im Gegensatz zu deren radialen Pendanten) im Bereich der Rampe einen ausgeprägten Bereich in denen sich keine bumps unter dem top

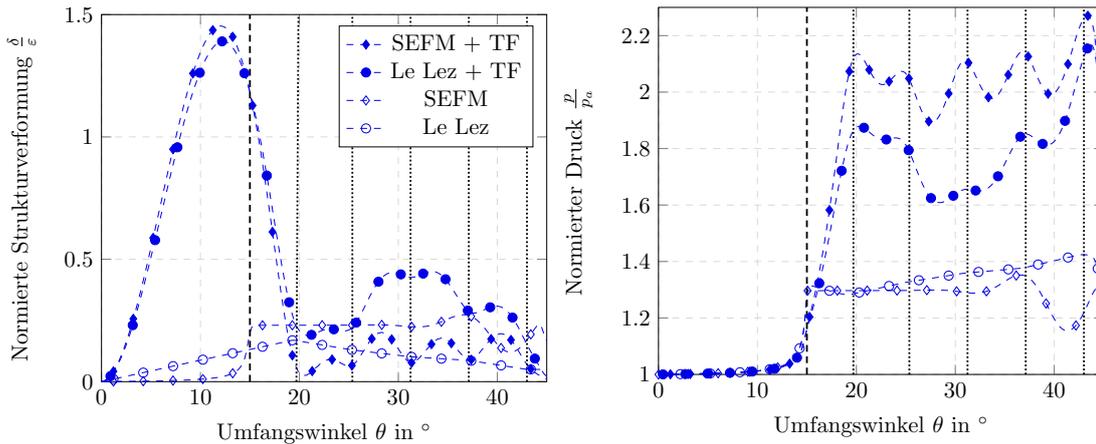


Abbildung 6.2: Berechnete Strukturverformung (links) und Druck (rechts) entlang des Lagerumfangs eines pads bei mittlerem Lagerradius $r_m = 37.55 \text{ mm}$, $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$, $\varepsilon = 5 \mu\text{m}$, des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers. Ergebnisse unter Anwendung der Strukturmodelle nach Le Lez et al. [46] (Kreise) und des SEFM (Rauten) jeweils in Kombination mit einer top foil-Plattenmodellierung (Füllung) sowie unter Vernachlässigung eines top foil Modells (keine Füllung). Vertikale gepunktete Linien kennzeichnen die Positionen der bumps, die vertikale gestrichelte Linie den Rampenendwinkel $\theta_{\text{ramp}} = 15^\circ$.

foil befinden (siehe Abb. 2.3). Um die Verformung in diesem Bereich realistisch abbilden zu können ist eine *top foil*-Modellierung erforderlich. Dies wird deutlich wenn die mit den verschiedenen Strukturmodellen ermittelten Verformungen (siehe Abb. 6.2 links) verglichen werden. Der in Abb. 6.2 durchgeführte Vergleich wurde bei dem Lagerstalt $\varepsilon = 5 \mu\text{m}$ durchgeführt, dies entspricht den höchsten Lagerlasten in Abb. 6.1.

Die Strukturmodelle unter Anwendung einer *top foil*-Modellierung weisen im Bereich bis zu dem ersten *bump* (erste gepunktete vertikale Linie) eine viel größere Folienverformung auf, als die Modelle ohne *top foil*-Modellierung, weil diese Modelle das relativ weiche Verhalten der *top foil* nicht abbilden können. Obwohl die Unterschiede der Verformungen in diesem Bereich sehr ausgeprägt sind ist deren Einfluss auf die Filmdicken bis zum Rampenendwinkel $\theta_{\text{ramp}} = 15^\circ$ aufgrund der im Vergleich zur Verformung großen Rampenhöhe ($h_{\text{ramp}} = 508 \mu\text{m}$) gering. Die Filmdicke ist im Bereich der Rampe gegenüber der Folienverformung dominierend (ein Vergleich der Filmdicke für die verschiedenen Strukturmodelle ist im Anhang in Abb. D.1 dargestellt). Deshalb sind auch die Druckverläufe unter Anwendung der verschiedenen Strukturmodelle bis zum Rampenendwinkel θ_{ramp} (vertikale gestrichelte Linie) sehr ähnlich (siehe Abb. 6.2). Ab dem Rampenendwinkel $\theta > \theta_{\text{ramp}}$ haben jedoch die Verformungen einen entscheidenden Anteil an der Filmdicke (siehe Abb. D.1 rechts). Somit erklären sich auch die stark unterschiedlichen Druckverläufe in Abb. 6.2 zwischen dem Rampenendwinkel und dem ersten *bump* (zwischen der gestrichelten vertikalen Linie und der ersten gepunkteten vertikalen Linie). Diese Betrachtungen zeigen, dass die Vernachlässigung eines *top foil*-Modells keine zulässige Annahme ist.

Anders als 6.1 vermuten lässt, unterscheiden sich aber auch die Druck- und Verformungsverläufe der Strukturmodelle, welche eine *top foil*-Plattenmodellierung verwenden

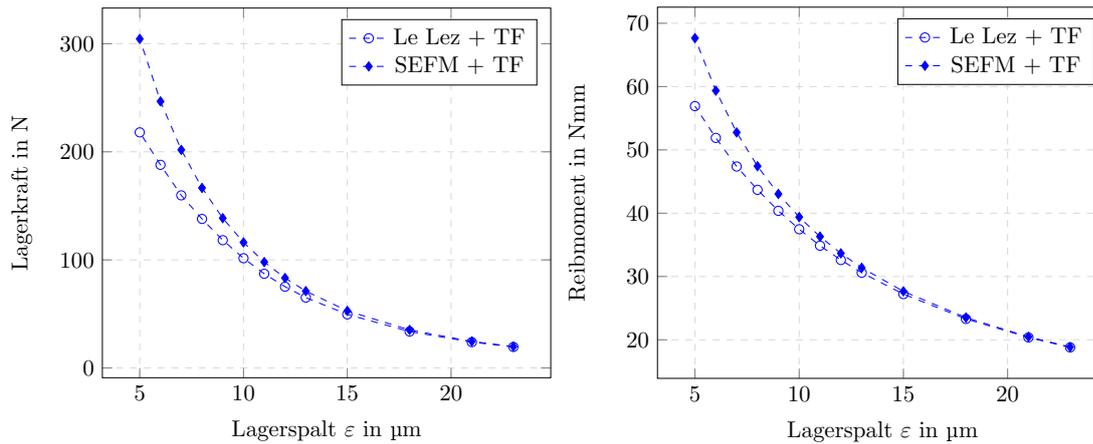


Abbildung 6.3: Vergleich von numerisch berechneten Werten der Lagerkraft (rechts) und Reibmoment (links) in Abhängigkeit des Lagerspalts ε bei Anwendung des Strukturmodells nach Le Lez et al. [46] (Kreise ohne Füllung) und des simple elastic foundation models (Rauten mit Füllung) jeweils in Kombination mit einer top foil-Plattenmodellierung

(siehe Abb. 6.2). Bis zu dem ersten *bump* sind die Verläufe noch ähnlich, dahinter ist das LL-Modell steifer als das SEFM. Da jedoch beide Modelle eine Übereinstimmung der Kraft-Reibmomentpaare mit den Messdaten ermöglichen, kann an dieser Stelle nicht final beurteilt werden, welches Modell die Realität besser abbildet. Das LL-Modell mit Plattenmodellierung ist dabei minimal näher an den Messdaten dran, jedoch kann aufgrund der geringeren Unterschiede zum SEFM keine Modellierung bevorzugt werden. Um die Auswirkungen der Modellierungsunterschiede aufzuzeigen werden die resultierenden Kräfte und Momente über dem Lagerspalt ε aufgetragen Abb. 6.3.

Bei kleinen Lagerspalten werden unter Anwendung des SEFM deutlich größere Lagerkräfte und Reibmomente errechnet. Für größere Lagerspalte und somit kleinere Lagerkräfte ist zwischen den beiden Modellen kein Unterschied erkennbar, weil die Strukturverformung nur einen geringen Anteil an der Filmdicke h hat. Für gering belastete Lager ist der Einfluss der Strukturverformung jedoch klein und beide Modelle liefern nahezu identische Ergebnisse. Aber selbst für den Fall gering belasteter Lager sollte eine *top foil*-Modellierung verwendet werden.

Die Unterschiede in der Strukturmodellierung wirken sich nicht nur auf die simulierten Lagerkräfte- und Reibmomente aus, sondern beeinflussen auch die linearisierten Lagerparameter. Jedoch ist hier kein aussagekräftiger Vergleich mit experimentellen Daten möglich, da die gemessenen Lagersteifigkeiten und -dämpfungen (siehe [66]) bei kleinen statischen Kräften (maximal 90 N) identifiziert wurden, bei welchen die Folienverformung lediglich einen kleinen Einfluss hat. Nichtsdestotrotz sind die Ergebnisse eines Vergleiches von mit Hilfe des SEFM und des LL-Modells (jeweils mit einer *top foil*-Plattenmodellierung) berechneten Lagerparametern in Abb. D.2 im Anhang dargestellt. Es wird deutlich, dass mit keinem der beiden Strukturmodelle eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Lagerparametern erreicht wird. In der gleichen Abb. D.2 sind auch die Lagerparameter

bei 150 N Belastung dargestellt. Die mit Hilfe der beiden Strukturmodelle vorausgesagten linearisierten Lagersteifigkeiten unterscheiden sich bei dieser Last etwa um den Faktor 1.5, wodurch die Relevanz des Strukturmodells bei hoch belasteten Lagern verdeutlicht wird.

6.1.2 Auswahl des Strukturmodells

Die Betrachtungen in Abschn. 6.1.1 zeigen, dass eine *top foil*-Modellierung unerlässlich ist. Weiterhin kann auf Basis eines Vergleiches mit experimentell ermittelten Lagerkräften, Reibmomenten sowie Lagersteifigkeiten und Dämpfungen keines der *bump foil*-Modelle vorgezogen werden. Bei hohen Lasten ergeben sich je nach Verwendung des *bump foil*-Modells große Unterschiede in den vorhergesagten Lagereigenschaften. In dieser Arbeit wird im Folgenden, sofern nicht explizit anders angegeben und abgesehen von den Störungsgleichungen, das in der Theorie höherwertige Strukturmodell nach Le Lez et al. [46] in Kombination mit einer Plattenmodellierung des *top foils* verwendet.

Bei der Lösung der Störungsgleichungen erster Ordnung 3.16, A.3, A.4 kann das LL-Modell nicht angewendet werden, da dort ein linearer Zusammenhang zwischen Druck und Folienverformung gefordert wird. In dieser Arbeit wird deshalb davon ausgegangen, dass für kleine Störungen in unmittelbarer Umgebung der Gleichgewichtslage die Folienverformung mit Hilfe des SEFM angenähert werden kann.

6.2 Parameterstudie Tragfähigkeit

Die Tragfähigkeit ist die vor dem Lagerversagen maximal aufnehmbare axiale Last bei vorgegebener Drehzahl. Die numerische Bestimmung dieses Parameters ist zwangsläufig unpräzise, da Effekte wie Oberflächenrauigkeiten, Fehlausrichtungen etc. nicht von dem numerischen Modell abgebildet werden. In dieser Arbeit wird die numerische Tragfähigkeit des Lagers als diejenige Last definiert, bei welcher das Minimum der Filmdicke $h_{\min} = 5 \mu\text{m}$ beträgt (mit einer Toleranz von $\pm 0.1 \mu\text{m}$). Die Wahl dieses Wertes beruht auf den Ergebnissen der in Abschn. 5.2.1 gezeigten Validierung. Diese hat gezeigt, dass die Lagerlasten (und Torsionsmomente) bei minimalen Filmdicken von $h_{\min} > 5 \mu\text{m}$ gut mit den Messergebnissen übereinstimmen, während es unterhalb dieses Wertes zu Abweichungen kommen kann. An den Stellen der Abweichungen kommt es in der Messung zu einem steilen Anstieg des Torsionsmomentes (siehe Abb. 5.3, C.1), welcher möglicherweise bereits auf erste Rotor-Stator-Kontakte hindeutet (welche vom Modell nicht abgebildet werden).

Die numerische Tragfähigkeit weicht also schon in der Definition von der tatsächlichen Tragfähigkeit ab, kann aber als Maß für die tatsächliche Tragfähigkeit betrachtet werden. Eine Optimierung der Lagertragfähigkeit ist nicht nur wegen der höheren aufnehmbaren Lasten interessant, sondern bietet auch das Potential den Außendurchmesser des *runners* zu verringern, welcher aufgrund von konstruktiven Einschränkung, Anforderungen an die Festigkeit und an die Wuchtgüte zu einem beschränkenden Faktor werden kann.

Die folgende Parameterstudie wird ausgehend von der Geometrie des in [22] entwickel-

ten Lagers durchgeführt. Die Lagerparameter sind in Tab. 5.1 spezifiziert.

6.2.1 Einfluss der Rampenhöhe

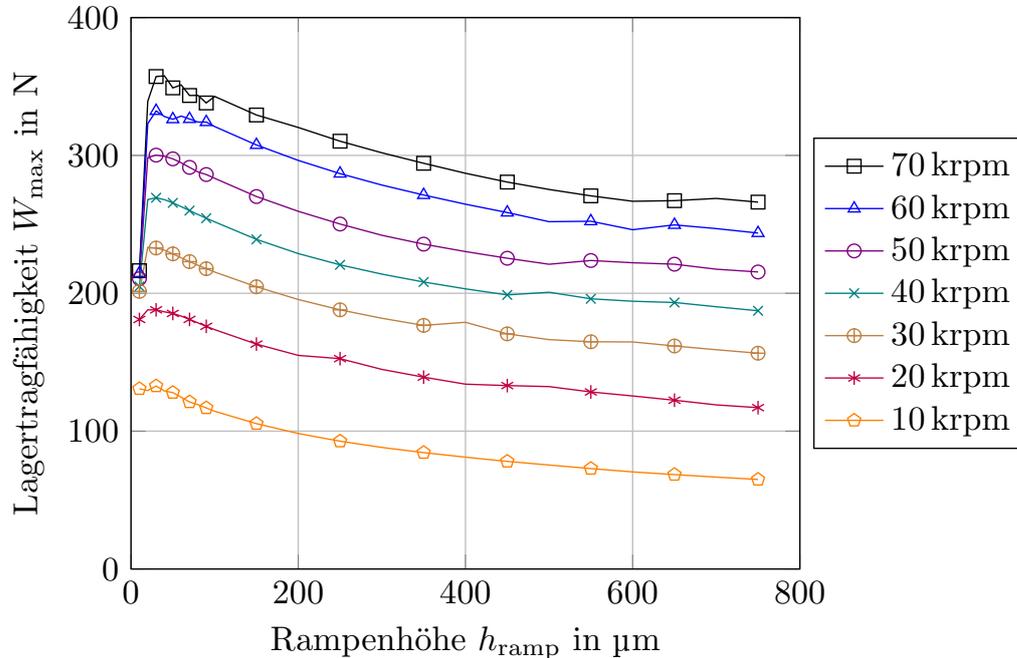


Abbildung 6.4: Tragfähigkeit ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\text{min}} = 5 \mu\text{m}$ über der Rampenhöhe für die Drehzahlen $n = 10\,000$ bis $n = 70\,000 \text{ min}^{-1}$ des in [22] entwickelten Lagers. Lagerparameter nach Tab. 5.1.

Der Einfluss der Rampenhöhe auf die Tragfähigkeiten bei verschiedenen Drehzahlen ist in Abb. 6.4 dargestellt. Das vermessene Lager nach Tab. 5.1 besitzt eine Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$. Die Abb. 6.4 zeigt, dass eine Verkleinerung der Rampenhöhe einen signifikanten Anstieg in der Tragfähigkeit bewirkt (abgesehen von sehr kleinen Rampenhöhen). Bei einer Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ nehmen die Tragfähigkeiten im Vergleich zum Referenzlager um 30 % ($70\,000 \text{ min}^{-1}$) bis 41 % ($40\,000 \text{ min}^{-1}$) zu, für $n = 10\,000 \text{ min}^{-1}$ sogar um 71 %.

Die Ursache für dieses Verhalten ist, dass bei einer steilen Rampe weniger Luft in den für die Druckerzeugung maßgeblichen Plateaubereich des Lagers transportiert wird. Zur Verdeutlichung sind die Strömungsprofile über der Lagerfläche in 50 % der Höhe des sich einstellenden Spalts in Abb. 6.5 für die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (links) und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (rechts) bei einer Drehzahl von $40\,000 \text{ min}^{-1}$ dargestellt. Die schwarzen Linien sind dabei die Grenzen des betrachteten *pads* während die graue Linie den Rampenwinkel von $\theta_{\text{ramp}} = 15^\circ$ kennzeichnet. Die Pfeillängen und Farben charakterisieren dabei die Beträge der normierten Geschwindigkeitsvektoren $|\underline{v}| = \frac{1}{\Omega r_a} \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Die vom *runner* mitgezogene Luft trifft auf die Rampe, wodurch sich auch Strömungsgeschwindigkeiten entgegen der Rotationsrichtung des *runners* ausbilden können. Das Strömungsprofil 6.5 für

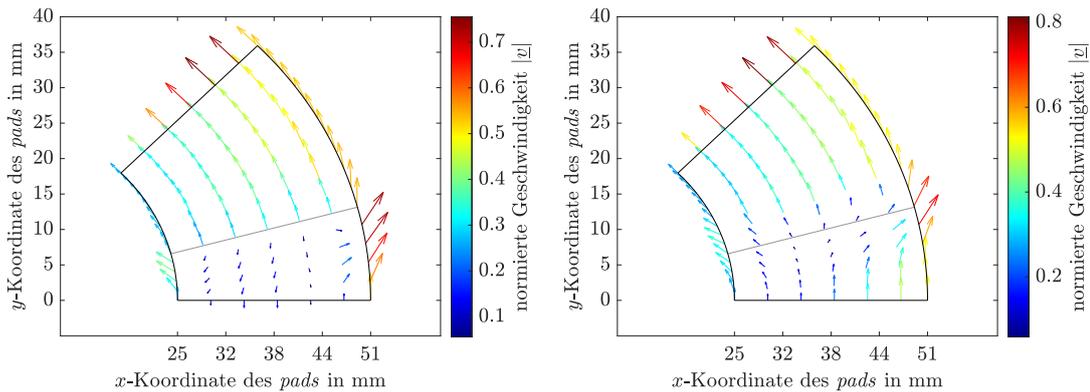


Abbildung 6.5: Strömungsprofile über dem Lager in Höhe von 50% der sich einstellenden Schmierfilmdicke h bei $n = 40\,000\text{ min}^{-1}$, $\theta_{\text{ramp}} = 15^\circ$ (graue Linie) für eine Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 500\ \mu\text{m}$ (links) und $h_{\text{ramp}} = 40\ \mu\text{m}$ (rechts).

die hohe Rampenhöhe (links) weist bei 50% des Lagerspalts bereits ein Rückströmgebiet auf, während die Luft bei der kleineren Rampenhöhe in Höhe von 50% des Lagerspalts zwar stark abgebremst wird, aber noch in den Plateaubereich des Lagers strömt. Je steiler die Rampe desto größer die Druckgradienten und somit auch die Anteile aus der Pouseille-Strömung (vgl. Abb. 3.1c). Während die Anteile der Couette-Strömung (vgl. Abb. 3.1a) unabhängig von der Rampenhöhe konstant bleiben. Aufgrund der sich so ausprägenden Geschwindigkeitsprofile sinkt bei der steileren Rampe der Massenstrom in den für die Druckerzeugung maßgeblichen Plateaubereich des Lagers (die Massenströme in Umfangsrichtung betragen an der Rampe $3.33 \cdot 10^{-5}\text{ kg s}^{-1}$ und $4.36 \cdot 10^{-5}\text{ kg s}^{-1}$ für $h_{\text{ramp}} = 500\ \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 40\ \mu\text{m}$).

Für die größeren Drehzahlen (ab $n = 30\,000\text{ min}^{-1}$) kommt es bei einer Verringerung der Rampenhöhe von 20 auf $10\ \mu\text{m}$ zu einem deutlichen Abfall der Tragfähigkeit (siehe Abb. 6.4). Zwar steigen die Strömungsgeschwindigkeiten in den Plateaubereich auch für $h_{\text{ramp}} = 10\ \mu\text{m}$ weiter an, allerdings wird aufgrund der geringen Höhenunterschiede im Gasfolienlager die Luft nicht mehr ausreichend stark verdichtet. Aufgrund der geringeren Dichte der einströmenden Luft fällt der Massenstrom in den Plateaubereich bei sehr geringen Rampenhöhen insgesamt ab ($3.66 \cdot 10^{-5}\text{ kg s}^{-1}$ und $4.45 \cdot 10^{-5}\text{ kg s}^{-1}$ für $h_{\text{ramp}} = 10\ \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 20\ \mu\text{m}$ bei $n = 40\,000\text{ min}^{-1}$).

Die Abb. 6.4 verdeutlicht auch die sehr starke Korrelation zwischen der Drehzahl und der Tragfähigkeit. Unabhängig von der Rampenhöhe kann durch eine Erhöhung der Drehzahl der Massenstrom in das Lager erhöht werden. Bei höheren Drehzahlen wird die Steigerung der Tragfähigkeit, welche durch eine Erhöhung der Drehzahl um $10\,000\text{ min}^{-1}$ erreicht werden kann, jedoch immer kleiner (siehe Abb. 6.4). Auch dies lässt sich durch einen erhöhten Anteil der Pouseille-Strömung im Vergleich mit der Couette-Strömung erklären. Bei höheren Drehzahlen herrscht im Plateaubereich des Lagers ein erhöhter Druck, die Anteile der Luft, welche aus dem Plateaubereich gedrückt werden steigen deshalb mit der Drehzahl und bewirken einen mit der Drehzahl abflachenden

Anstieg der Tragfähigkeit. So steigt bei Erhöhung der Drehzahl von $n = 10\,000 \text{ min}^{-1}$ auf $n = 20\,000 \text{ min}^{-1}$ der Massenstrom an der Rampe in Umfangsrichtung um den Faktor 2.7 an, während eine Erhöhung der Drehzahl von $n = 60\,000 \text{ min}^{-1}$ auf $n = 70\,000 \text{ min}^{-1}$ lediglich zu einem Anstieg des Massenstroms um den Faktor 1.22 führt. Dieses mit der Drehzahl abflachende Verhalten der Tragfähigkeit wurde experimentell in [93, fig. 3] und numerisch in [32, fig. 4] beobachtet.

Alles in allem wirkt sich eine Verkleinerung der Rampenhöhe (bis hin zu sehr kleinen Rampenhöhen von etwa $20 \mu\text{m}$) signifikant positiv auf die Tragfähigkeit aus. Dieser qualitative Zusammenhang wurde in [27] auch experimentell bestätigt. Daher wird empfohlen für künftige Generationen axialer GFL Lager mit geringeren Rampenhöhen in Betracht zu ziehen. Da sich eine kleinere Rampenhöhe als vorteilhaft bezüglich der Tragfähigkeit herausgestellt hat, werden im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit auch die Eigenschaften eines Lagers mit Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ gegenüber denen eines Lagers mit der ursprünglichen Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ untersucht.

6.2.2 Einfluss der *top foil*-Dicke

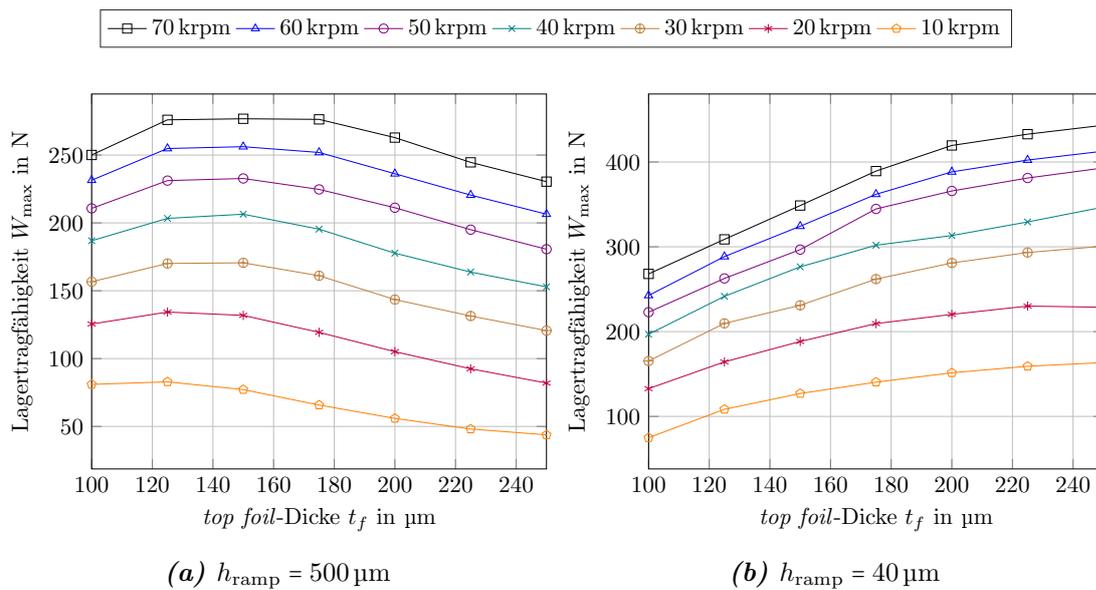


Abbildung 6.6: Lagertragfähigkeit ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\text{min}} = 5 \mu\text{m}$ in Abhängigkeit der top foil-Dicke t_f für verschiedene Drehzahlen und die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (links) und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (rechts). Lagerparameter nach Tab. 5.1.

Die Auswirkungen der top foil-Dicken auf die Tragfähigkeiten sind in Abb. 6.6 dargestellt. Dabei wurden neben der Rampenhöhe des Lagers nach 5.1 auch ein identisches Lager mit $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ betrachtet. Die top foil-Dicke des ursprünglichen Lagers beträgt $t_f = 152 \mu\text{m}$ und liegt in der Nähe des lokalen Maximums der Tragfähigkeit (vgl. Abb. 6.6a).

Im Gegensatz zur Rampenhöhe von $500 \mu\text{m}$ prägt sich für die Rampenhöhe von $40 \mu\text{m}$ kein lokales Maximum aus (vgl. 6.6b). Stattdessen steigen die Lagertragfähigkeiten über

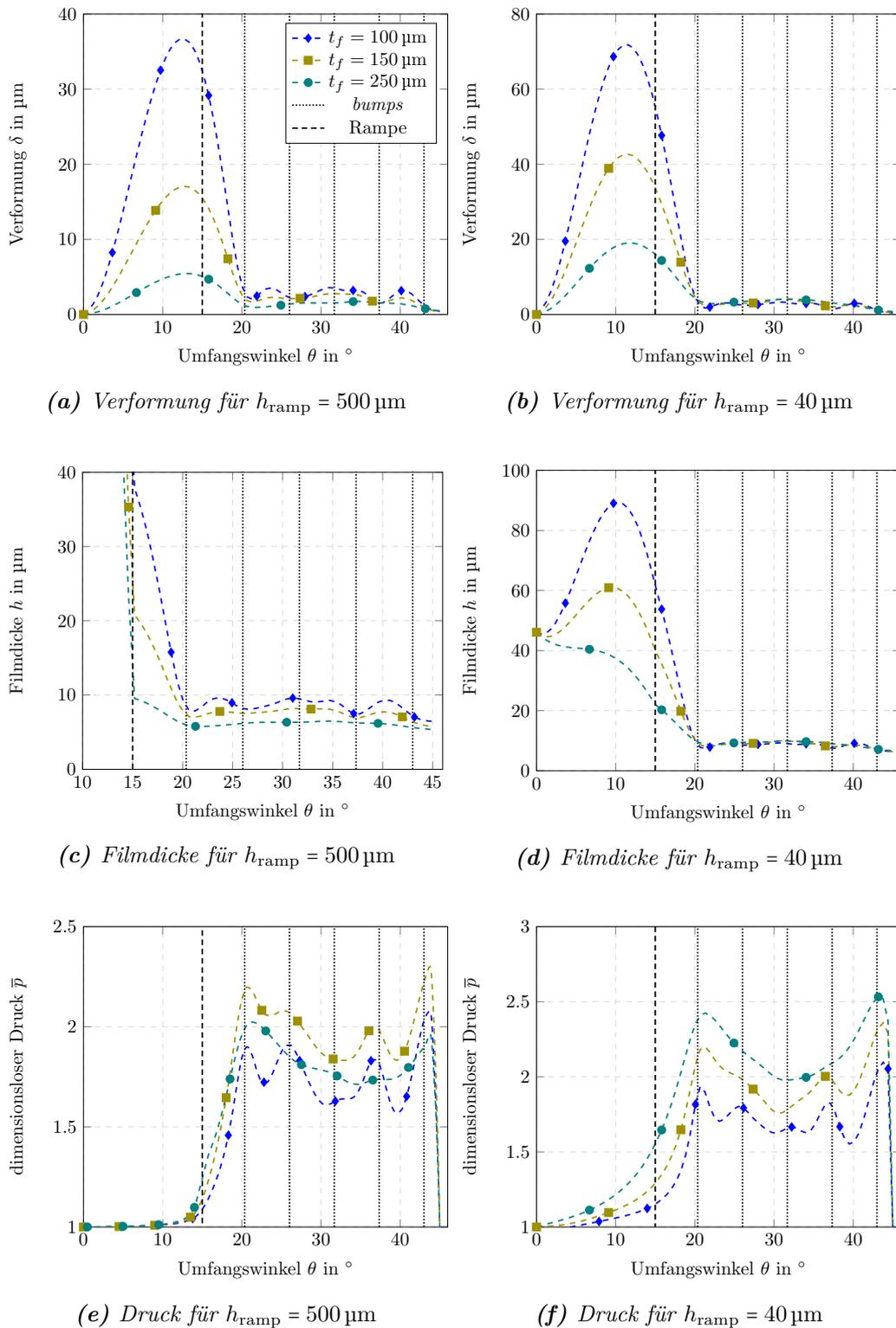


Abbildung 6.7: Verformungen (1. Reihe), Filmdicken (2. Reihe) und Drücke (3. Reihe) über dem Umfangswinkel bei Erreichen der Lagertragfähigkeit für $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$, an der radialen Koordinate $r = 46.4 \text{ mm}$, den Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (1. Spalte) und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (2. Spalte) sowie den top foil-Dicken $t_f = 100 \mu\text{m}$ (Rauten-Marker), $t_f = 150 \mu\text{m}$ (Quadrat-Marker) und $t_f = 250 \mu\text{m}$ (Kreis-Marker). Lagerparameter nach Tab. 5.1.

den gesamten Bereich der betrachteten *top foil*-Dicken an, wobei der Anstieg mit steigender Dicke immer geringer wird. Im Vergleich zur *top foil*-Dicke des ursprünglichen Lagers ($t_f = 152 \mu\text{m}$) ist für die Parameter $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$ und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ durch Erhöhung von t_f auf $250 \mu\text{m}$ eine Steigerung der Tragfähigkeit um $\approx 22\%$ möglich.

Zur Ermöglichung der Interpretation des beobachteten Verhaltens der Tragfähigkeiten sind in Abb. 6.7 die Verläufe von Verformung, Filmdicke und Druck für die Drehzahl $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$ und die *top foil*-Dicken 100 , 150 , $250 \mu\text{m}$ dargestellt. Zur Veranschaulichung wurden die Größen nicht über dem gesamten *pad* dargestellt, sondern entlang der radialen Koordinate $r = 46.4 \text{ mm}$, welche sich in der Nähe des Aussenrandes des Lagers und somit im Bereich maximaler Drücke befindet.

Eine Erhöhung der *top foil*-Dicke versteift die *top foil* und verringert somit vor allem die Folienverformung im Rampenbereich und zwischen den *bumps* (vgl. Abb. 6.7a, 6.7b). Bis zum Rampenendwinkel von 15° wirken sich kleinere Verformungen im Rampenbereich steigernd auf den Druck aus, da bis $\theta = 15^\circ$ der Druck umso größer ist, je kleiner die Verformung bzw. je größer die Foliendicke. Die hohen Beträge der Verformungen im Rampenbereich insbesondere bei dünnen Folien und der Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ deuten an, dass es sinnvoll sein könnte zur Berechnung der Verformung eine Theorie zweiter Ordnung anzuwenden, welche die Änderung der Wirkrichtung des Druckes bei Veränderung der Verformung abbildet. Dies wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht umgesetzt und ist ein möglicher Anschlusspunkt für weiterführende Arbeiten. Am Austrittsrand des Lagers (bei $\theta = 45^\circ$) nehmen die Verformungen ab, da dort als Randbedingung Umgebungsdruck gesetzt wurde.

Aufgrund der nach [57, Appendix D] bei $\theta = 15^\circ$ gesetzten Rampe ist in den Filmdicken für $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (vgl. Abb. 6.7c) unabhängig von der Dicke des *top foils* ein deutlicher Knick sichtbar. Für die Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (vgl. Abb. 6.7d) ist der Knick bei $\theta = 15^\circ$ deutlich schlechter erkennbar, da die Rampe aufgrund der geringeren Rampenhöhe wesentlich flacher ist. Für die Foliendicken $t_f = 100 \mu\text{m}$ und $t_f = 150 \mu\text{m}$ ist in Abb. 6.7d zudem bereits vor dem Erreichen des Rampenendwinkels ein Bereich mit ansteigenden Filmdicken erkennbar, welcher sich aufgrund der großen Folienverformungen in diesem Bereich (von $\theta = 0^\circ$ bis etwa 10°) ergibt.

Für die Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ sind in Abb. 6.7e deutliche Auswirkungen des Knicks in der Filmdicke auf die Druckerzeugung im Lager erkennbar. Für die Foliendicke von $t_f = 250 \mu\text{m}$ ist ein Abflachen des Druckverlaufs bei $\theta = 15^\circ$ erkennbar, da der Knick in der Filmdicke aufgrund der geringen Folienverformung dort tiefer liegt und am stärksten ausgeprägt ist. Die Druckkurve für $t_f = 250 \mu\text{m}$ fällt dadurch unter diejenige bei $t_f = 150 \mu\text{m}$. Die durch Knicke in der Filmdicke am Rampenendwinkel verursachten abflachenden Druckverläufe scheinen somit ursächlich für die in Abb. 6.6a beobachteten abnehmenden Tragfähigkeiten bei steigender Foliendicke zu sein. Für die Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ in Abb. 6.7f ist kein Abflachen des Druckverlaufs für $t_f = 250 \mu\text{m}$ erkennbar, weil der Verlauf der Filmdicke für diesen Fall wesentlich glatter ist. Somit fällt der Druckverlauf auch nicht unter denjenigen bei $t_f = 150 \mu\text{m}$. Die mit der Foliendicke zuneh-

menden Tragfähigkeiten in Abb. 6.6b können somit erklärt werden.

Generell verdeutlichen die Abb. in 6.7 nochmal die Bedeutung der Rampenhöhe auf die Tragfähigkeit, welche bereits in Abschn. 6.2.1 untersucht wurde. Für die Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ in Abb. 6.7e werden erst hinter dem Knick nennenswerte Drücke erreicht, da die Spaltgeometrie bei kleineren Winkeln zu steil ist.

Zusammenfassend wirken sich steigende *top foil*-Dicken bei geringen Rampenhöhen positiv auf die Lagertragfähigkeit aus, so dass im untersuchten Bereich kein lokales Maximum der Tragfähigkeit erkennbar ist. Bei Lagern mit größeren Rampenhöhen hingegen prägt sich ein lokales Maximum der Tragfähigkeiten früher aus, so dass dieses für $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ bei *top foil*-Dicken von etwa $150 \mu\text{m}$ erkennbar ist.

6.2.3 Einfluss der *bump foil*-Dicke

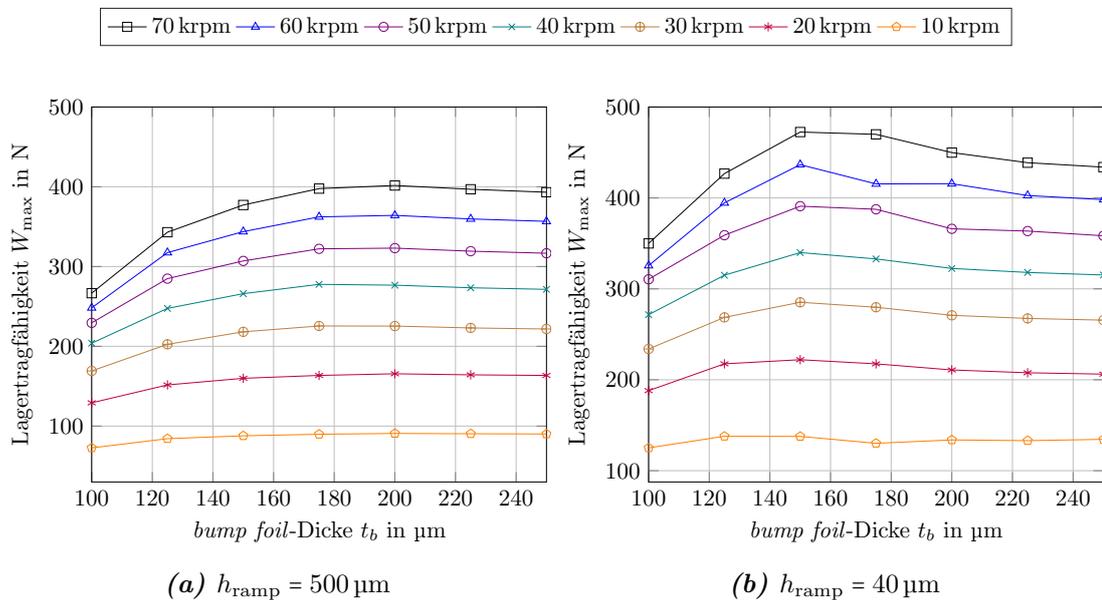


Abbildung 6.8: Lagertragfähigkeit ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\text{min}} = 5 \mu\text{m}$ in Abhängigkeit der *bump foil*-Dicke t_b für verschiedene Drehzahlen und die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (links) und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (rechts). Lagerparameter nach Tab. 5.1.

Eine Erhöhung der *bump foil*-Dicke erhöht deren Steifigkeit und beeinflusst das Niveau der Verformungen im Plateaubereich des Lagers. Die Auswirkungen der *bump foil*-Dicken auf die Lagertragfähigkeit sind für verschiedene Drehzahlen und die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ in den Abb. 6.8a und 6.8b dargestellt. Für die beiden betrachteten Rampenhöhen existiert ein lokales Maximum der Tragfähigkeit bei etwa $t_b \approx 175 \mu\text{m}$ (für $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$) und $t_b \approx 150 \mu\text{m}$ (für $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$). Dieses lokale Maximum ist dabei für höhere Drehzahlen stärker ausgeprägt, weil bei höheren Drehzahlen auch die Drücke steigen und somit auch die Folienverformung im Allgemeinen einen höheren Einfluss hat. Bei Betrachtung der Drehzahl $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$ ergibt sich für das Lager mit seinen ursprünglichen Parametern ($t_b = 100 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 508 \mu\text{m}$) durch Erhöhung der

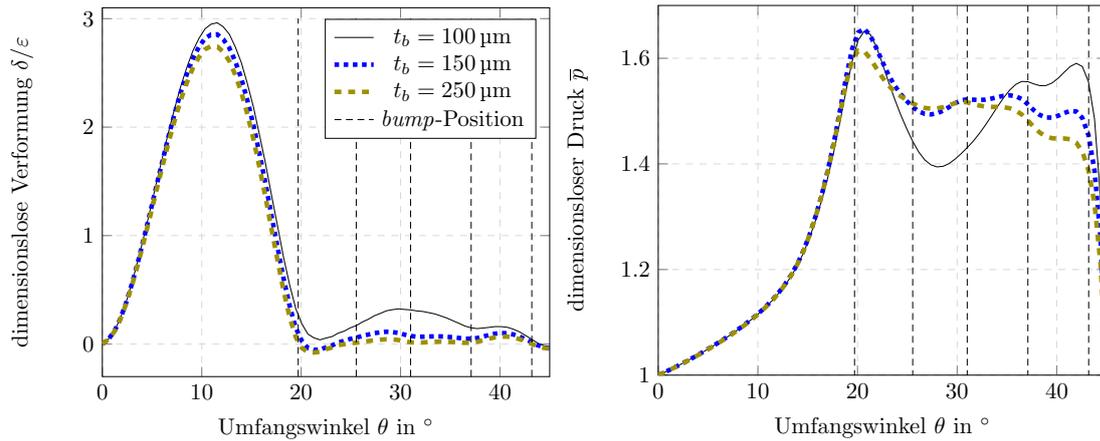


Abbildung 6.9: Dimensionenlose Verformung δ/ε (links) und Druck \bar{p} (rechts) über dem Umfangswinkel θ in der radialen Lagermittellinie, in Abhängigkeit der bump foil-Dicke t_b für $n = 30\,000 \text{ min}^{-1}$ und der Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (links). Die vertikalen, gestrichelten, schwarzen Linien kennzeichnen die Position der bumps. Lagerparameter nach Tab.5.1.

bump-Foliendicke ein maximaler Tragfähigkeitsunterschied von 35.5%. Für das betrachtete Lager mit der modifizierten Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ erhöht sich die Tragfähigkeit durch Erhöhung von t_b von $100 \mu\text{m}$ auf $175 \mu\text{m}$ (bei $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$) um 17.4%.

Aufgrund des komplexen nichtlinearen Strukturverhaltens, sowie des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Verformung und Druck kann auch bei Betrachtung der Druck- und Verformungsprofile (in Abb. 6.9 exemplarisch dargestellt für $t_b = 100, 150, 250 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$) keine einfache Erklärung für die beobachtete Abhängigkeit der Tragfähigkeit von der bump-Foliendicke gegeben werden. Bei der mit $100 \mu\text{m}$ weichsten Folie unterscheiden sich die Verformungen an den bumps deutlich stärker als bei den dickeren Folien. Bei $t_b = 100 \mu\text{m}$ sind die Folienverformungen an dem 2. und 3. bump besonders groß, so dass der Druck dort entsprechend ein Minimum aufweist. Da aufgrund der Randbedingung am pad-Austritt ($\theta = 45^\circ$) Umgebungsdruck herrschen muss, fallen die Verformungen dort ab. Im Vergleich mit den dickeren Folien verengt sich der Spalt der $100 \mu\text{m}$ -Folie zum Lageraustritt hin am meisten, so dass es dort zu einem erneuten Druckanstieg kommt, welcher allerdings nicht ausreicht, um die Tragfähigkeit gegenüber den dickeren Folien zu erhöhen.

Die dickeren Folien weisen im Vergleich ein viel gleichmäßigeres Verformungsprofil im Plateaubereich des Lagers auf (siehe Abb. 6.9), welches sich offenbar positiv auf die Lagertragfähigkeit auswirkt. Der Druck weist allerdings auch bei den Dicken $150 \mu\text{m}$ und $250 \mu\text{m}$ ein ausgeprägtes lokales Maximum zwischen dem ersten und dem zweiten bump auf. Die Ursache hierfür ist das lokale Maximum der Verformung in diesem Bereich, welches wiederum durch die der Rampe folgenden top foil bedingt ist. Obwohl die Verformung an dem ersten bump positiv ist, kommt es so bei den dickeren Folien zu negativen Folienverformungen, weil bei diesen die Verformung des ersten bumps am kleinsten ist. Diese Verkleinerung des Spalts zwischen dem ersten und zweiten bump ist möglicherweise

eine Begründung für die wieder abfallenden Lagertragfähigkeiten bei dickeren *bump foils*.

Die voranstehenden Betrachtungen deuten darauf hin, dass durch eine Anpassung der *bump*-Steifigkeiten mit einem weicheren ersten und einem steiferen letzten *bump* möglicherweise zu einer Erhöhung der Lagertragfähigkeit führen könnte. Zum einen da auf diese Weise das Druckmaximum am ersten *bump* aufgrund der größeren Verformungen abgemildert wird und zum anderen da durch den steiferen letzten *bump* die Folienverformung am *pad*-Austritt nochmal verringert wird, wodurch es dort zu einem Druckanstieg kommen kann. Dies wird im folgenden Abschn. 6.2.4 weiter untersucht.

6.2.4 Einfluss der *bump*-Geometrie

Das untersuchte Lager (siehe Tab. 5.1) besitzt mit seinen 5 *bump*-Streifen mit jeweils unterschiedlicher *bump*-Anzahl (3, 4, 5, 6, 5 *bumps* vom radial inneren zum radial äußeren *bump*-Streifen) bereits eine über die Lagerfläche variierende *bump*-Anordnung. Der Einfluss einer variierenden *bump*-Anordnung wird in diesem Abschnitt untersucht. Allerdings haben die *bumps* des Standardlagers alle die gleiche Geometrie und unterscheiden sich nur in der Steglänge l_s , welche in dem hier verwendeten Strukturmodell nur die Ersatzfedersteifigkeiten k_3 und k_4 beeinflusst (k_3, k_4 sind maßgeblich für die Interaktion zwischen den *bumps* verantwortlich, siehe Abb. 4.2 für die Definition von k_3, k_4 und l_s). Die Parameter l_s, k_3, k_4 ändern sich bei dem untersuchten Lager lediglich zwischen den *bump strips* also in radialer Richtung. Durch Veränderung des *bump*-Radius' R_B oder des halben *bump*-Winkels θ_0 bei gleichbleibender *bump*-Höhe ist es jedoch möglich, neben der Veränderung von k_3 , die Steifigkeiten k_1, k_2 der einzelnen *bumps* sowohl in radialer und als auch in Richtung des Umfangs anzupassen.

In Abb. 6.10 ist zunächst der Einfluss des halben *bump*-Winkels θ_0 auf die Parameter der Struktursteifigkeit dargestellt. Dabei sollen sich weder die Position noch die Höhe der *bumps* h_b im Vergleich zu dem Referenzlager (siehe Tab. 5.1) verändern. Die Position der *bumps* wird durch die Anpassung der Steglänge des k -ten *bumps* $l_s(k, l)$ und l -ten *strips* konstant gehalten:

$$l_s(k, l) = \underline{\theta}_p(k)r - 2l_0(k, l) \quad \text{mit:} \quad (6.1)$$

$$l_0(k, l) = \sin(\theta_0)R_B(k, l) \quad \text{und:} \quad (6.2)$$

$$R_B(k, l) = \frac{h_b}{1 - \cos(\theta_0)}. \quad (6.3)$$

Dabei sind der *bump pitch* $\underline{\theta}_p$ und die *bump*-Höhe h_b nach Tab. 5.1 vorgegeben, so dass der *bump*-Winkel θ_0 der einzige variable Parameter der Gl. 6.1-6.3 ist. Es ist darauf zu achten, dass sinnvolle Werte für diesen Parameter verwendet werden, ansonsten können sich negative Steglängen l_s ergeben (für die hier betrachtete Geometrie ist dies beispielsweise für $\theta_0 < 32^\circ$ der Fall). Wie bereits in Abschn. 6.1.1 sind die *bumps* so ausgerichtet, dass der letzte *bump* eines jeden Streifens bei $\theta = 43^\circ$ liegt. Alle anderen Positionen der *bumps* eines Streifens können dann über den zugehörigen *bump pitch* $\underline{\theta}_p$ bestimmt werden.

6.2. PARAMETERSTUDIE TRAGFÄHIGKEIT

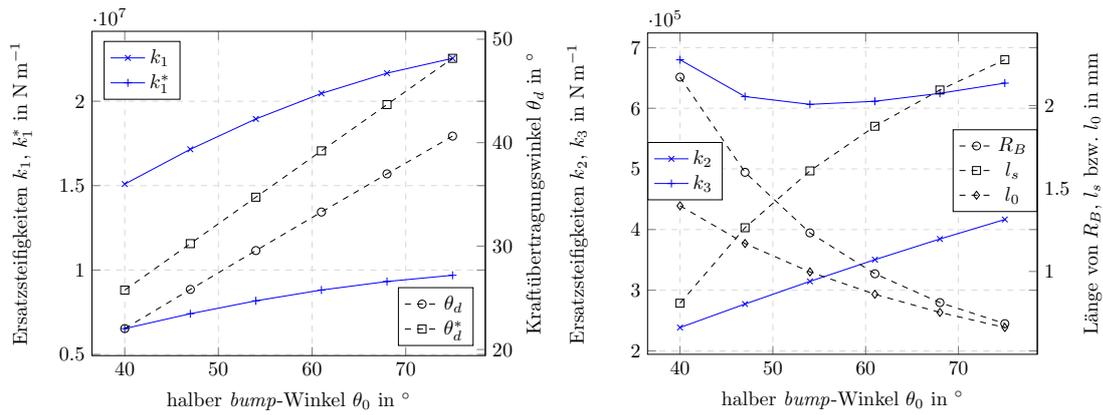


Abbildung 6.10: Ersatzfedersteifigkeiten des LL-Modells und geometrische Parameter der bumps in Abhängigkeit des halben bump-Öffnungswinkels θ_0 bei konstanter bump-Höhe h_b und bump pitch nach Tab. 5.1 und bei einem Radius von $r = 43.2 \text{ mm}$. Der bump-Öffnungswinkels des Referenzlagers liegt bei $\theta_0 = 47^\circ$.

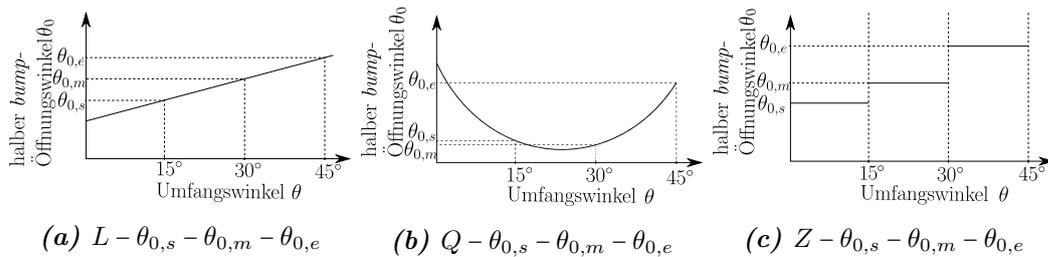


Abbildung 6.11: Skizze zur Veranschaulichung der Notation für die Variation der bump-Geometrie

Tabelle 6.1: Tragfähigkeitsverhalten ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\min} = 5 \mu\text{m}$ bei Variation des halben bump-Öffnungswinkels θ_0 für ein Lager nach Tab. 5.1 aber mit einer Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$, bei $n = 30\,000 \text{ min}^{-1}$. Die Tragfähigkeitsunterschiede ΔW_{\max} werden in Bezug auf das ursprüngliche Lager mit konstantem $\theta_0 = 47^\circ$ berechnet ($W_{\max} = 241.3 \text{ N}$ und $W_{\max} = 285.5 \text{ N}$ für $t_b = 100 \mu\text{m}$ bzw. $t_b = 150 \mu\text{m}$).

Konfiguration	$t_b = 100 \mu\text{m}$		$t_b = 150 \mu\text{m}$	
	$W_{\max} [\text{N}]$	$\Delta W_{\max} [\%]$	$W_{\max} [\text{N}]$	$\Delta W_{\max} [\%]$
L-40-57.5-75	270.5	+12.1	297.1	+4.1
L-75-57.5-40	230.0	-4.9	250.7	-12.2
Q-75-40-75	226.3	-6.2	271.5	-4.9
Q-40-75-40	257.1	+6.5	262.3	-7.9
Q-40-50-75	260.0	+7.7	294.2	+3.3
Q-40-65-75	290.3	+20.3	281.4	-1.4
Z-40-57.5-75	264.5	+9.6	300.6	+5.3
Z-40-70-75	302.4	+25.3	320.1	+12.1

Die Abb. 6.10 (links) zeigt, dass durch eine Vergrößerung von θ_0 von 40° auf 75° die Steifigkeiten der diagonalen Federelemente k_1 um etwa 50% zunimmt. Die diagonalen Federsteifigkeiten des freien *bumps* k_1^* verhalten sich qualitativ ähnlich sind aber deutlich kleiner. Der Kraftübertragungswinkel θ_d entspricht dem Anstellwinkel der diagonalen Federn und beeinflusst somit die tatsächliche vertikale *bump*-Steifigkeit (steigt mit steigenden θ_d), sowie die resultierende horizontale Steifigkeit am *bump*-Fuß (fällt mit steigendem θ_d). Im rechten Teil der Abb. 6.10 zeigt sich, dass die Steifigkeiten der horizontalen Federn k_2 und k_3 deutlich kleiner sind als die der diagonalen Federn. k_2 kann dabei als horizontale Federsteifigkeit eines *bumps* interpretiert werden, sie zeigt einen nahezu linearen Anstieg mit dem *bump*-Öffnungswinkel θ_0 . Die Feder k_3 bildet die horizontale Interaktionsteifigkeit zwischen den *bump tops* ab und zeigt über θ_0 ein zunächst abfallendes und dann leicht ansteigendes Verhalten.

Der Vollständigkeit halber sind im rechten Teil der Abb. 6.10 die Abhängigkeiten der geometrischen Parameter R_B, l_s und l_0 exemplarisch für die radiale Koordinate $r = 43.2\text{mm}$ dargestellt. Für steigende θ_0 werden R_B und l_0 sehr klein, so dass eine weitere Erhöhung von θ_0 aus fertigungstechnischer Sicht nicht sinnvoll erscheint.

Wie die vorangehenden Betrachtung zeigen, ist es also möglich durch Änderung des *bump*-Öffnungswinkels θ_0 die Steifigkeitseigenschaften der *bump*-Folie auch über den Umfang zu verändern. Zu diesem Zweck werden entlang der *bump*-Folie (von $\theta = 15^\circ$ bis $\theta = 45^\circ$) verschiedene Verteilungen des Winkels θ_0 untersucht. Die für das LL-Modell notwendigen Parameter der *bump*-Folie ergeben sich dann durch Auswertung der gewählten Verteilung an der jeweiligen *bump*-Position (welche für diese Betrachtung identisch sein soll wie bei dem Referenzlager siehe Tab. 5.1 und Abschn. 6.1.1). Es werden dabei für alle *bump strips* die gleichen θ_0 -Verteilungen verwendet. Die Verteilungen sind durch Angabe des Typs, der Verteilung und drei Wertepaare vollständig charakterisiert. Daher wird die Bezeichnung $x - \theta_{0,s} - \theta_{0,m} - \theta_{0,e}$ zur eindeutigen Identifizierung der Verteilung verwendet, wobei x eine Abkürzung des Verteilungstyps ist und $\theta_{0,s}, \theta_{0,m}, \theta_{0,e}$ die Werte von θ_0 bei der Umfangskoordinate $\theta = 15, 30, 45^\circ$ (siehe Abb. 6.11). Es werden folgende Typen von Verteilungen verwendet:

- quadratische Verteilung, **Abkürzung:** Q (siehe Abb. 6.11b)
- lineare Verteilung, **Abkürzung:** L (siehe Abb. 6.11a)
- Verteilung, bei welcher der erste *bump* die Parameter bei $\theta_{0,s}$, der letzte *bump* die Parameter bei $\theta_{0,e}$ und alle anderen *bumps* die Parameter bei $\theta_{0,m}$ bekommen. **Abkürzung:** Z (siehe Abb. 6.11c)

Der Einfluss der sich ergebenden acht Konfigurationen auf die Tragfähigkeit des Lagers ist in Tab. 6.1 dokumentiert. Es ist erkennbar, dass alle Verteilungen mit einer Steigerung der des Winkels θ_0 bzw. mit einer Steigerung der *bump*-Steifigkeit vom ersten bis zum letzten *bump* zu einer Erhöhung der Lagertragfähigkeit führen. Am erfolgreichsten ist dabei die Verteilung Z-40-70-75, welche für $t_b = 100\ \mu\text{m}$ und $t_b = 150\ \mu\text{m}$ zu einem Anstieg

der Tragfähigkeiten um 25.3 % bzw. 12.1 % führt. Dies zeigt das Potential auf, welches durch eine Variation der Steifigkeitseigenschaften der elastischen Struktur vorhanden ist.

6.3 Isotherme Tragfähigkeiten bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern

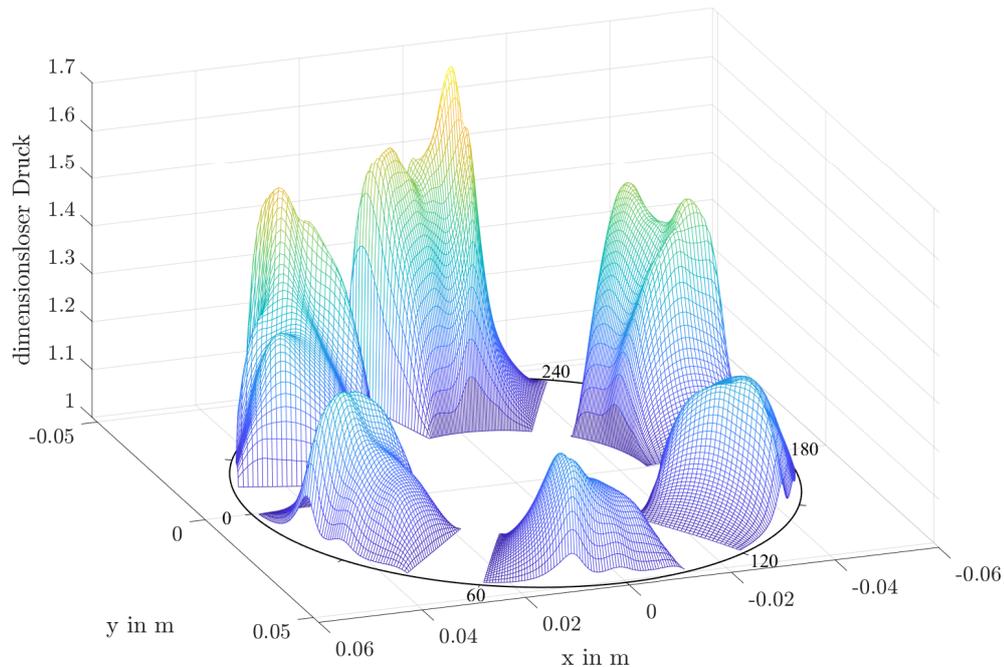


Abbildung 6.12: Berechnete Druckverläufe über einem verkippten Lager. Kippwinkel $\varphi = 0.005^\circ$, $n = 10\,000 \text{ min}^{-1}$, bei einer minimalen Filmdicke von $5 \mu\text{m}$ für ein Lager nach Tab. 5.1 mit $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$.

Die Auswirkung einer Verkipfung um $\varphi = 0.005^\circ$ des Lagers um seine x -Achse (siehe Abb. 2.3), wie sie z.B. durch eine fehlerhafte Ausrichtung entstehen kann, auf die Druckverläufe bei Erreichen der numerischen Lagertragfähigkeit ($h_{\text{min}} = 5 \pm 0.1 \mu\text{m}$) über den *pads* eines Lagers ist in Abb. 6.12 veranschaulicht. Die dem *runner* zugeneigten *pads* generieren aufgrund der kleineren Filmdicken deutlich höhere Drücke und somit Lagerkräfte. Da die Reynoldsgleichung bei Verkipfung für jedes der 6 *pads* gelöst werden muss, sind die Rechnungen numerisch sehr aufwendig und werden isotherm durchgeführt.

Die Tragfähigkeiten und ihre prozentuale Abnahme zum nicht verkippten Zustand sind in Abb. 6.13 dargestellt. Der maximale betrachtete Verkippwinkel beträgt 0.005° . Dies entspricht einer maximalen Veränderung der Position am Lageraußenradius um $4.4 \mu\text{m}$. Bereits dieser kleine Winkel führt zu einer Abnahme der Tragfähigkeiten um Werte zwischen 39 und 60 % (für $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$). Je kleiner die Drehzahl ist, desto stärker nehmen die Tragfähigkeiten prozentual ab. Die Tragfähigkeiten werden mit zunehmenden Verkippwinkel kleiner, wobei die Kurven zu größeren Winkeln hin flacher werden. Trotz der kleinen

Rampenhöhe wirkt sich die Verkippung relativ betrachtet bei $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ weniger stark aus. Gegenüber dem unverkippten Zustand liegen die Tragfähigkeitsverluste bei etwa 30 % (abgesehen von der Drehzahl $10\,000 \text{ min}^{-1}$, wo sie bei rund 44 % liegen).

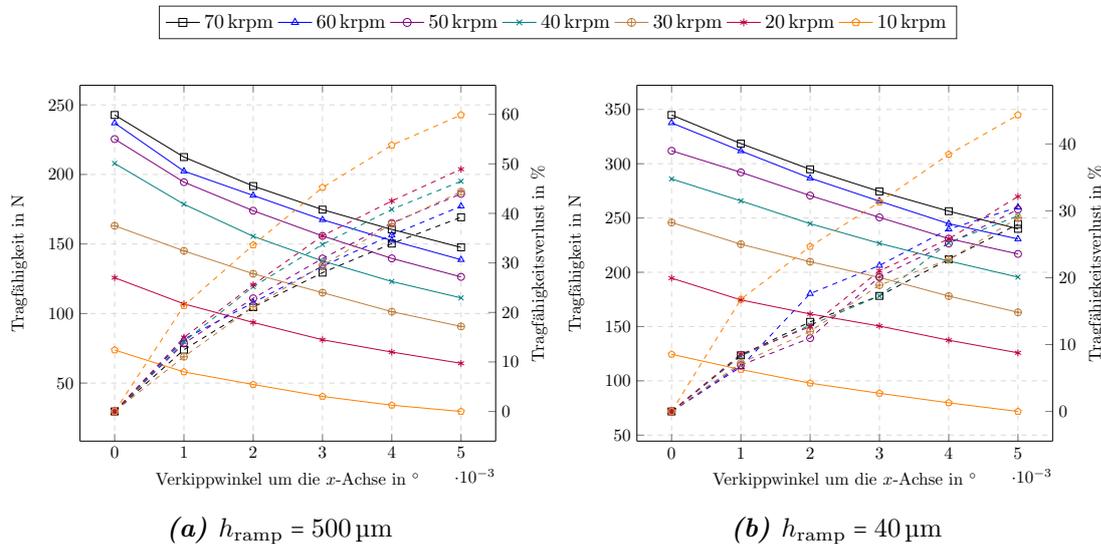


Abbildung 6.13: Tragfähigkeiten ermittelt bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\text{min}} = 5 \mu\text{m}$ (durchgezogene Linien) in Abhängigkeit des Verkippwinkels unter Berücksichtigung der Fiehkraftverformung für die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$. In gestrichelten Linien ist der prozentuale Tragfähigkeitsverlust gegenüber dem unverkippten Zustand dargestellt.

Die in diesem Abschnitt betrachteten Verkippwinkel sind als klein einzuordnen. Da die Abnahme der Tragfähigkeiten trotzdem sehr ausgeprägt ist sind die Ausrichtungsanforderungen bei Verwendung axialer Gasfolienlager dementsprechend sehr hoch. Werden AGFL in Kombination mit RGFL verwendet, kann es dazu kommen, dass es z.B. aufgrund einer unterschiedlichen Lastaufteilung in den radialen Lagern zu einer Verkippung des Rotors kommt. Dies gilt es bei einer Auslegung des Rotor-Lager-Systems zu berücksichtigen.

Sollte es im Betrieb des Rotors zu Eigenform-bedingten Änderungen des Biege winkels an der Position des *runners* kommen, dann folgt aus den in diesem Abschnitt gezeigten Ergebnissen, dass es zu Schwankungen der Lagerreaktionskraft und somit zu axialen Rorschwingungen kommen kann. Die Positionierung des *runners* an lokalen Extremstellen der Eigenformen zur Minimierung der Verkippung ist daher erstrebenswert. Diese axialen Schwingungen könnten zudem durch Einbau eines gegenüberliegenden AGFL abgemildert werden. Die Untersuchung des Einflusses eines gegenüberliegenden AGFL bei Fehlausrichtungen ist ein mögliches Forschungsthema für zukünftige Arbeiten.

6.4 Tragfähigkeiten anisotherm

In den vorherigen Abschnitten wurde die Tragfähigkeit als diejenige Kraft definiert bei der die minimale Filmdicke $h_{\text{min}} = 5 \mu\text{m}$ beträgt. Unter Verwendung des anisothermen Modells ist es jedoch insbesondere bei den hohen Drehzahlen schwierig und zeitaufwendig

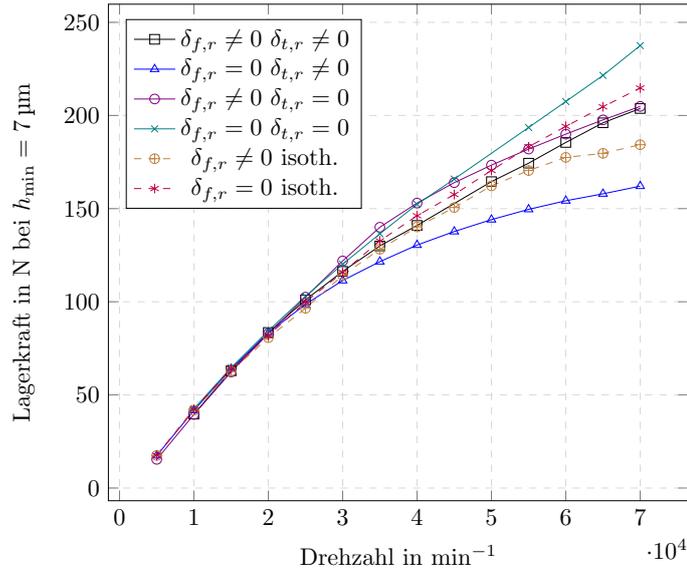


Abbildung 6.14: Lagerkräfte in Abhängigkeit der Drehzahl bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\min} = 7 \mu\text{m} \pm 0.1 \mu\text{m}$ bei Berücksichtigung oder Vernachlässigung der thermischen runner-Deformation $\delta_{t,r}$ und der Fliehkraftverformung $\delta_{f,r}$ für das anisotherme Modell (durchgezogene Linien) und das isotherme Modell (gestrichelte Linien). Thermische Randbedingungen: Welle und keramischer Isolator haben Umgebungstemperatur $T_a = 20^\circ\text{C}$ (siehe 5.4).

für so geringe Filmdicken Konvergenz zu erreichen. In diesem Abschnitt wurden deshalb die Lagerkräfte bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\min} = 7 \mu\text{m} \pm 0.1 \mu\text{m}$ betrachtet. Dabei wurde das Referenzlager nach Tab. 5.1 untersucht, welches in den in Abschn. 5.4 beschriebenen Prüfstand eingebaut wurde. In der Modellierung wurden dabei die Temperaturen des keramischen Isolators und der Welle auf Umgebungstemperatur gesetzt (der Einfluss der thermischen Randbedingungen wird in Abschn. 5.4.3 beschrieben).

Einfluss der runner-Deformation

Die Lagerkräfte bei $h_{\min} = 7 \mu\text{m} \pm 0.1 \mu\text{m}$ sind in Abb. 6.14 dargestellt. Diese Kräfte entsprechen nicht mehr ganz denjenigen, welche zuvor als Lagertragfähigkeit bezeichnet wurden (die Lagertragfähigkeiten wurden bei $h_{\min} = 5 \mu\text{m} \pm 0.1 \mu\text{m}$ ermittelt) und werden deshalb auch nicht mehr so genannt. In Abb. 6.14 wurden die separaten Auswirkungen von Fliehkraft- und thermischer runner-Deformation aufgeschlüsselt. Weiterhin wurden zum Vergleich auch die isotherm berechneten Lagerkräfte bei $h_{\min} = 7 \mu\text{m} \pm 0.1 \mu\text{m}$ in die Abb. 6.14 aufgenommen.

Es ist zu erkennen, dass die Kurven bis zu einer Drehzahl von etwa 20000 min^{-1} nur geringe Unterschiede aufweisen. Offenbar sind die bis zu dieser Drehzahl erreichten Temperatur- und Fliehkraftniveaus zu gering, um einen nennenswerten Unterschied in den Kurven zu bewirken. Die höchsten Lagerkräfte ergeben sich, wenn jegliche runner-Deformation vernachlässigt wird (türkise Linie mit x-Marker). Wird die Verformung aufgrund der Fliehkraft berücksichtigt (lila Linie, o-Marker), dann kommt es in Bezug auf den

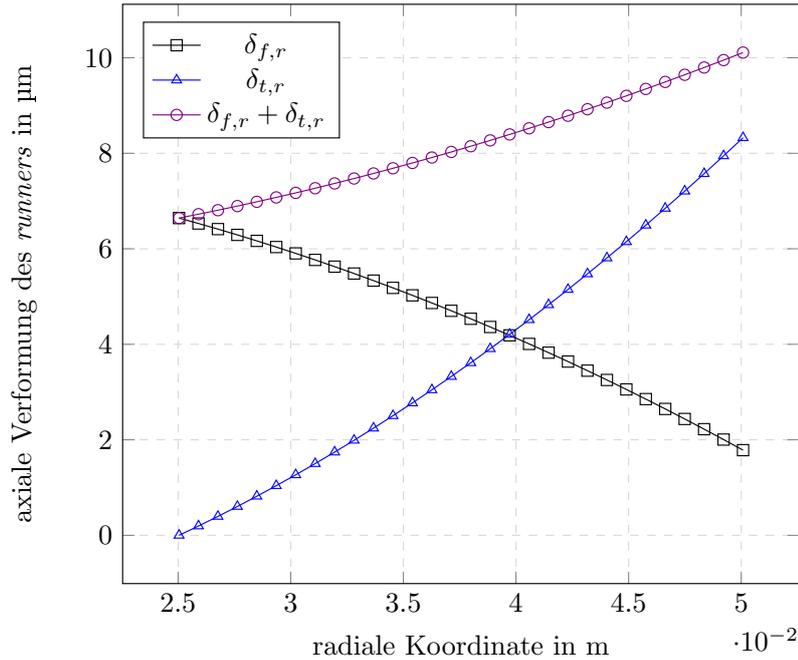


Abbildung 6.15: Fliehkraftverformung $\delta_{f,r}$, thermische runner-Deformation $\delta_{t,r}$, sowie Gesamtdeformation des runners bei $n = 70\,000 \text{ min}^{-1}$ und $h_{\min} = 7 \mu\text{m} \pm 0.1 \mu\text{m}$.

unverformten Zustand zu einem Abfall der Lagerkraft. Noch geringere Lagerkräfte ergeben sich jedoch bei Berücksichtigung der thermischen runner-Verformung bei gleichzeitiger Vernachlässigung der Fliehkraft (blaue Linie Dreieck-Marker).

Werden sowohl Fliehkraft- als auch thermische Verformung berücksichtigt (schwarze Linie, Viereck-Marker), dann ergeben sich Lagerkräfte, die zwischen den beiden Einzelbetrachtungen liegen. Zur Erklärung dieses Verhaltens sind die Fliehkraftverformung $\delta_{f,r}$, die thermische runner-Verformung $\delta_{t,r}$ sowie dessen Gesamtdeformation in Abb. 6.15 bei $n = 70\,000 \text{ min}^{-1}$ über der radialen Koordinate dargestellt. Es ist zu sehen, dass sich beide Verformungsmechanismen gegensätzlich verhalten und deshalb auch teilweise aufheben. So bewirkt die Fliehkraft eine Verschlanung des runners, die bei kleineren Radien größer wird. Die thermische runner-Deformation hingegen, bewirkt ein Wegbiegen von der dem Lager zugewandten Seite, so dass die Spalte bei größeren Radien größer werden. Im dargestellten Fall überwiegt die thermische Verformung. Dies kann ein Grund für den stärkeren Einfluss der thermischen runner-Deformation gegenüber der Fliehkraft in Abb. 6.14 sein. Die konkave Verformung der thermischen runner-Deformation ist aber auch deswegen als kritischer einzustufen, weil sie den Spalt bei größeren Radien erhöht. Dort wird aufgrund der großen Umfangsgeschwindigkeiten der höchste Druck generiert. Weiterhin kann es sich negativ auf die Tragfähigkeit auswirken, wenn an der Rückseite des runners gekühlt wird. Da die thermische runner-Deformation in diesem Fall größer werden kann. Um den Effekt der thermischen runner-Deformation abzumildern eignen sich *bump foils* mit radial nach außen zunehmender Steifigkeit. Inwiefern solche *bump foils* die Auswirkungen der runner-Deformation abfangen können, kann in Anschlussarbeiten

untersucht werden.

Die isothermen Lagerkräfte sind in Abb. 6.14 mit gestrichelten Linien jeweils mit und ohne Fliehkraftverformung dargestellt (rote Linie, Stern Marker / braune Linie oplus-Marker). Die isotherme Rechnung unter Berücksichtigung der Fliehkraft liefert dabei ähnliche Lagerkräfte, wie das anisotherme Modell. Nennenswerte Abweichungen treten erst zu höheren Drehzahlen hin auf. Jedoch ist bei Interpretation dieses Umstandes Vorsicht angebracht. Die Ergebnisse des anisothermen Modells hängen von den Einbaubedingungen des Lagers ab. Diese sind in den durchgeführten Rechnungen mit Bezug auf den in 5.4 beschriebenen Prüfstand gewählt. Wenn sich die Einbaubedingungen ändern wird dies auch die Lagerkräfte des anisothermen Modells beeinflussen, während die Lagerkräfte des isothermen Modells unverändert bleiben.

Einfluss der Umgebungstemperatur

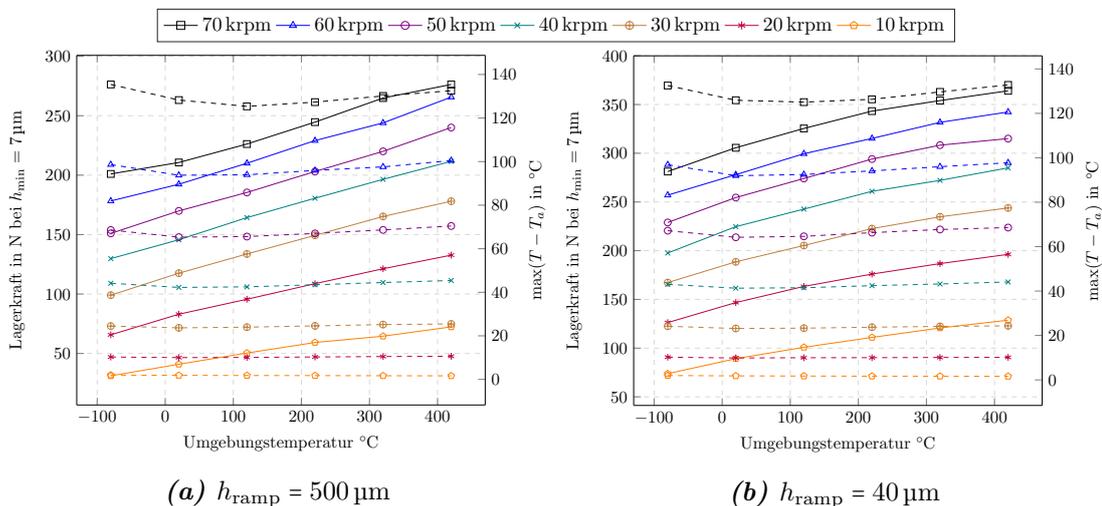


Abbildung 6.16: Lagerkräfte bei $h_{\min} = 7 \mu\text{m}$ (durchgezogene Linien) in Abhängigkeit der Drehzahl bei verschiedenen Umgebungstemperaturen für $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (links) und $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (rechts). Die gestrichelten Linien zeigen den Anstieg der maximalen Fluidtemperatur gegenüber der jeweiligen Umgebungstemperatur. Thermische Randbedingungen: Welle und keramischer Isolator haben Umgebungstemperatur $T_a = 20^\circ\text{C}$

Da Lager oftmals in Hoch- oder Tieftemperaturanwendungen eingesetzt werden (wie beispielsweise die Lager der in der Motivation erwähnten Mikrogasturbine), wird in diesem Abschnitt untersucht wie sich die Lagertragfähigkeit bei veränderlicher Umgebungstemperatur verhält. Neben der isobaren Wärmekapazität, der Wärmeleitfähigkeit, sowie der dynamischen Viskosität sind im numerischen Modell auch die Materialeigenschaften (Elastizitätsmodul, Wärmeleitfähigkeit, Wärmeausdehnungskoeffizient) der elastischen Struktur und des *runners* temperaturabhängig abgebildet und werden somit durch eine veränderliche Umgebungstemperatur beeinflusst. Die Lagerkräfte wurden bei einer minimalen Filmdicke von $h_{\min} = 7 \mu\text{m}$ ermittelt.

Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 6.16 dargestellt. Sowohl für Rampenhöhen

von $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ als auch für $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ sind mit der Umgebungstemperatur ansteigende Lagerkräfte erkennbar. Die wesentliche Ursache für diesen Anstieg ist die mit der Temperatur zunehmende Viskosität der Luft. So nimmt die Viskosität der Luft innerhalb der Grenzen der betrachteten Umgebungstemperaturen (zwischen $T_a = -80^\circ\text{C}$ und $T_a = 420^\circ\text{C}$) um den Faktor 2.28 zu, wohingegen die anderen Materialparameter (mit Ausnahme der Wärmeleitfähigkeit der Luft) weniger stark variieren (Elastizitätsmodul $\times 0.86$, Wärmeleitfähigkeiten der Metalle $\times 1.5$, Wärmeleitfähigkeit der Luft $\times 2.5$, Wärmeausdehnungskoeffizienten $\times 0.98$). Hinzu kommt, dass die dynamische Viskosität im Gegensatz zu den anderen Parametern direkt in die Reynoldsgleichung eingeht und damit unmittelbare Auswirkungen auf den Druck hat. Für kleine Drehzahlen ($n = 10\,000 \text{ min}^{-1}$) steigen die Lagerkräfte zwischen $T_a = -80^\circ\text{C}$ und $T_a = 420^\circ\text{C}$ um die Faktoren 2.4 und 1.7 für die beiden Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ nahezu linear an. Bei höheren Drehzahlen werden die relativen Anstiege der Lagerkräfte kleiner, die absoluten jedoch größer. So nimmt bei $n = 70\,000 \text{ min}^{-1}$ die Lagerkraft um die Faktoren 1.37 und 1.29 zu. Das Tragfähigkeitsverhalten der AGFL in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur zeigt deren Potential insbesondere für Hochtemperaturanwendungen.

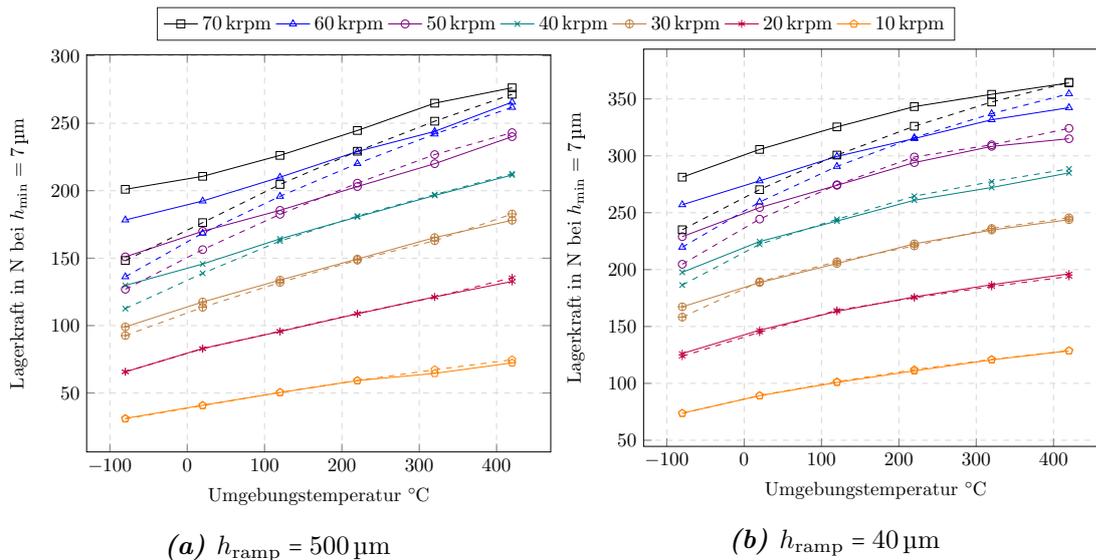


Abbildung 6.17: Lagerkräfte bei $h_{\text{min}} = 7 \mu\text{m}$ des anisothermen (durchgezogene Linien) sowie des isothermen Modells (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit der Drehzahl bei verschiedenen Umgebungstemperaturen für $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (links) und $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (rechts). Thermische Randbedingungen: Welle und keramischer Isolator haben Umgebungstemperatur $T_a = 20^\circ\text{C}$.

Ein weiterer interessanter Aspekt ist die annähernd von der Umgebungstemperatur unabhängige Erwärmung des Fluidfilms. Auf den rechten Ordinaten der Abb. 6.16 ist die Differenz der maximalen Fluidfilmtemperatur zur jeweiligen Umgebungstemperatur ange tragen. Die zugehörigen Kurven sind in den Abb. 6.16 gestrichelt dargestellt und verlaufen nahezu horizontal. Die Erwärmung des Fluidfilms wird im Wesentlichen durch die viskose Dissipation (siehe Gl. 3.28) und die Abfuhr der Wärme an die Umgebung bestimmt. In die viskose Dissipation geht die dynamische Viskosität als Faktor ein, diese ist zwar tempe-

raturabhängig, allerdings für Luft näherungsweise linear (siehe Gl. 3.40), so dass sich für verschiedene Umgebungstemperaturen ein lineares Verhalten der Dissipation ergibt. Die neben der Viskosität in die Dissipation einfließenden Geschwindigkeitsgradienten werden durch die Spaltgeometrie beeinflusst. Diese ändert sich bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen nur geringfügig aufgrund der Abnahme der Elastizitätsmoduln des *runners* und der *foils* mit der Temperatur. Die Abgabe der Wärme an die Umgebung wird wesentlich durch die Wärmeleitfähigkeit der Luft beeinflusst, welche zwar durch ein von der Temperatur abhängiges Polynom dritten Grades modelliert wird (3.39), allerdings trotzdem nahezu linear verläuft. Da nun die für Wärmeumwandlung und Wärmeabfuhr relevanten Parameter (nahezu) linear in der Temperatur sind, ergibt sich auch eine annähernd lineare maximale Fluidtemperatur (bzw. eine konstante Differenz zwischen maximaler Temperatur und jeweiliger Umgebungstemperatur).

Die Umgebungstemperatur kann auch im isothermen Modell berücksichtigt werden da in Gl. 3.3 die dynamische Viskosität bei Umgebungstemperatur eingeht. Die Lagerkräfte bei $h_{\min} = 7 \mu\text{m}$ des isothermen Modells (gestrichelte Linien) sind in Abb. 6.17 denen des anisothermen Modells (durchgezogene Linien) gegenübergestellt. Es ist erkennbar, dass zumindest für das hier untersuchte GFL die Lagerkräfte für verschiedene Umgebungstemperaturen auch gut mit dem isothermen Modell berechnet werden können, sofern die Drehzahlen nicht zu groß werden ($n > 50\,000 \text{ min}^{-1}$). Bei höheren Drehzahlen steigen die Temperaturgradienten im Lager aufgrund der größeren Geschwindigkeitsgradienten an, dies wird im isothermen Modell nicht abgebildet. Es ist dabei anzumerken, dass die isothermen und anisothermen Lagerkräfte auch deshalb gut zueinander passen, weil, aufgrund der besten Übereinstimmung mit den gemessenen Temperaturen des Lagers BNB004-ST, die thermischen Randbedingungen mit der geringsten Temperaturausbildung im Schmierfilm gewählt wurden (Umgebungstemperatur der Welle und an der *runner*-Rückseite siehe Abschn. 5.4.3).

Kapitel 7

Untersuchung der dynamischen Lagereigenschaften

In diesem Kapitel werden die dynamischen, linearisierten Lagerparameter sowie der Stabilitätseinfluss axialer GFL untersucht. Zunächst wird dabei erläutert, welche Struktur die Systemmatrizen der Lager bei idealer Ausrichtung haben und es wird für einen Rotor ohne Einfluss der radialen Lagerung auf die Stabilität ein analytisches Stabilitätskriterium hergeleitet (siehe Abschn. 7.1). Die linearisierten Lagerparameter in Abhängigkeit der Drehzahl, der axialen Lagerbelastung und der Anregungsfrequenz, sowie die Stabilität werden in den darauf folgenden Abschn. 7.2, 7.3 präsentiert. Es wird diskutiert wie sich die linearisierten Lagerparameter und das Stabilitätsverhalten in Abhängigkeit der Rampenhöhe verändern (Abschn. 7.5.1). Der Einfluss von *top-* und *bump foil-*Dicke auf die linearisierten Lagerparameter ist im Anhang D.4, D.5 dargestellt. Abschließend werden noch die Auswirkungen einer anisothermen Betrachtung und von Ausrichtungsfehlern auf die dynamischen Lagerparameter und die Stabilität untersucht Abschn. 7.6, 7.7.

7.1 Grundlegende Beobachtungen und Schlussfolgerungen

Das lineare, dynamische Lagerverhalten der AGFL wird durch die axiale Steifigkeit (und Dämpfung) sowie zwei Kippsteifigkeiten (und -dämpfungen) abgebildet. Inklusive der Koppelseifigkeiten und -dämpfungen ergeben sich somit zwei $[3 \times 3]$ Matrizen (siehe Gl. 3.19), welche das dynamische Verhalten des Lagers beschreiben. Die Summe der Simulationsergebnisse aus dieser Arbeit zeigen jedoch, dass sich das System für die meisten Lagerkonfigurationen vereinfachen lässt. Solange die *pads* bezüglich der Geometrie und Steifigkeit identisch, Lager und *runner* ideal zueinander ausgerichtet und die *pads* in Umfangsrichtung gleichmäßig angeordnet sind, verschwinden die Koppelparameter mit axialer Beteiligung (im Rahmen der numerischen Genauigkeit). Die Koppelparameter der Winkelfreiheitsgrade unterscheiden sich nur im Vorzeichen und die Hauptkippsteifigkeiten und -dämpfungen sind identisch. Anstatt durch 9 Parameter können die Matrizen demnach

durch je 3 Parameter, wie folgt, beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} K_{zz} & K_{z\varphi} & K_{z\psi} \\ K_{\varphi z} & K_{\varphi\varphi} & K_{\varphi\psi} \\ K_{\psi z} & K_{\psi\varphi} & K_{\psi\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\varphi\varphi} & K_{\varphi\psi} \\ 0 & -K_{\varphi\psi} & K_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}. \quad (7.1)$$

Ein analoger Zusammenhang gilt auch für die linearisierte Dämpfungsmatrix \underline{C} . Aus der Betrachtung der ersten Zeile der Matrizen wird ersichtlich, dass sich ein Rotor in AGFL bei kleinen axialen Auslenkungen in axialer Richtung wie ein Ein-Massenschwinger verhält. Ein Ein-Massenschwinger kann wiederum nur instabil werden, wenn die Dämpfung C_{zz} negativ wird, was für keine der simulierten Parameterpaarungen beobachtet wird. Nach der linearisierten Stabilitätstheorie weisen AGFL (im ideal ausgerichteten Zustand, mit identischen in Umfangsrichtung gleichmäßig angeordneten *pads*) also keine axialen Instabilitäten auf.

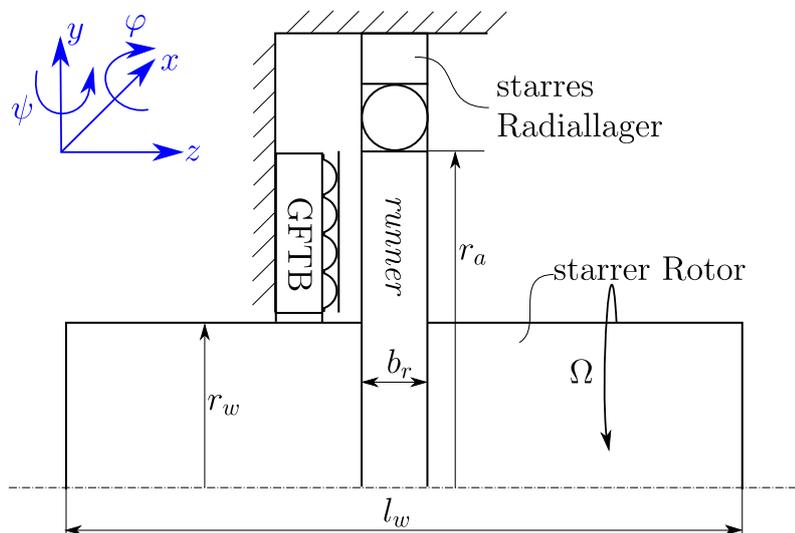


Abbildung 7.1: Schematisches, akademisches Rotormodell zur Isolation des Einflusses axialer Gasfolienlager auf die Kippschwingungen: starrer Rotor in starrem Radiallager und axialem Gasfolienlager.

Für ein stark vereinfachtes, akademisches Rotormodell (dargestellt in Abb. 7.1) sind die durch die Axial- bzw. Radiallager beeinflussten Freiheitsgrade entkoppelt, so dass für ein solches System der Einfluss der AGFL auf die Dynamik und insbesondere die Stabilität des Rotors isoliert werden kann. Der symmetrische starre Rotor, in dessen Mitte sich der *runner* befindet, ist mittig durch ein starres radiales Lager gelagert, welches radiale Bewegung verhindert, axiale und Kippbewegungen jedoch ungehindert zulässt. Dies ist kein für die Praxis relevantes Rotormodell, sondern eines für das sich ein analytisches Stabilitätskriterium (durch Anwendung der Methode nach Lund [94]) herleiten lässt. Somit lassen sich mit Hilfe dieses Rotors die durch die AGFL hervorgerufenen Instabilitäten anschaulich analysieren. Aus diesem Grund wird der in Abb. 7.1 dargestellte Rotor in

dem vorliegenden Kapitel mehrfach zur Ermittlung von Stabilitätsgrenzen verwendet.

Aufgrund des symmetrischen Aufbaus fällt der Schwerpunkt mit dem geometrischen Mittelpunkt in der Rotormitte zusammen. Die radialen Lagerkräfte haben damit keinen Hebelarm und beeinflussen die Kippschwingungen nicht. Dies ist zwar keineswegs ein realistisches Rotormodell aber in diesem Fall gewollt und hilfreich, da für ein solches Rotor-Lager-System der Einfluss der radialen Lagerung auf die Kippschwingungen eliminiert wird. Rotoren unter Berücksichtigung des Einflusses radialer GFL werden in Abschn. 8 untersucht.

Das Kräfte- und Momentengleichgewicht um den Schwerpunkt liefert die Bewegungsdifferentialgleichungen. Unter Berücksichtigung von Gleichung 7.1 lässt sich das resultierende Eigenwertproblem, wie folgt, formulieren:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}} + [\underline{\underline{C}}(\Omega, \omega) + \underline{\underline{G}}(\Omega)] \dot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}}(\Omega, \omega) \underline{q} = \underline{0}, \text{ mit } : \underline{q} = \begin{Bmatrix} \Delta z \\ \Delta \varphi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \hat{z} \\ \Delta \hat{\varphi} \\ \Delta \hat{\psi} \end{Bmatrix} e^{i\omega_{\text{crit}} t}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{zz} - \lambda_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\varphi\varphi} - \lambda_J & Z_{\varphi\psi} + iJ_z\Omega\omega_{\text{crit}} \\ 0 & -Z_{\varphi\psi} - iJ_z\Omega\omega_{\text{crit}} & Z_{\varphi\varphi} - \lambda_J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \hat{z} \\ \Delta \hat{\varphi} \\ \Delta \hat{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (7.2)$$

wobei: $Z_{\alpha\beta} = K_{\alpha\beta} + i\omega C_{\alpha\beta}$, $\lambda_m = m_r \omega_{\text{crit}}^2$, $\lambda_J = J_a \omega_{\text{crit}}^2$. Die im Exponentialansatz angesetzte Schwingung mit $i\omega_{\text{crit}}$ ist dabei nicht nur ein Eigenwert des Systems, sondern auch ein im Sinne der Stabilität kritischer Eigenwert, weil der Realteil des angesetzten Eigenwerts gerade null ist. J_z , J_a bezeichnen die Massenträgheitsmomente um die Rotorachse z bzw. um eine der dazu senkrechten Achsen (x, y) . Abgesehen von der trivialen Lösung ist das Eigenwertproblem 7.2 genau dann lösbar, wenn die Determinante der Matrix zu null wird:

$$[Z_{zz} - \lambda_m] [Z_{\varphi\varphi}^2 - 2Z_{\varphi\varphi}\lambda_J + \lambda_J^2 + (Z_{\varphi\psi} + iJ_z\Omega\omega_{\text{crit}})^2] = 0. \quad (7.3)$$

Die Gl. 7.3 ergibt sich zu null, wenn sowohl Real- als auch Imaginärteil (mindestens) eines der Produkte in den eckigen Klammern zu null werden. Diese Bedingung erlaubt die Herleitung von zwei Stabilitätskriterien. Betrachtet wird zunächst die erste der beiden Klammern:

$$\text{Im} \{Z_{zz} - \lambda_m\} = C_{zz}(\omega_{\text{crit}}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (7.4)$$

$$\text{Re} \{Z_{zz} - \lambda_m\} = K_{zz}(\omega_{\text{crit}}) - m_r \omega_{\text{crit}}^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (7.5)$$

Die aus dem Imaginärteil resultierende Gleichung 7.4 wird verwendet, um die kritische Eigenkreisfrequenz ω_{crit} zu bestimmen. In diesem Fall ist die kritische Eigenkreisfrequenz eine Nullstelle der axialen Dämpfung. Dies bestätigt die zuvor beschriebenen Überlegung, dass sich die Stabilität des Systems in axialer Richtung analog zu einem Ein- Massenschwinger verhält. Wie bereits erwähnt, wurde in allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen keine Nullstelle der axialen Dämpfung gefunden, woraus die axiale Stabilität der Lager gefolgert werden kann.

Selbst wenn ein ω_{crit} existiert, welches die Gl. 7.4 erfüllt, so muss auch der aus dem Realteil resultierende Teil der Gl. 7.5 zu null werden. Da für eine betrachtete Rotormasse und Drehkreisfrequenz Ω nicht immer ein instabiler Bereich existiert, formulierte Lund [94] die Gl. 7.5 um, so dass mit der kritischen Masse ein Kennwert für die Nähe zur Stabilitätsgrenze resultierte. Dabei wird nicht die reale Rotormasse m_r verwendet, sondern eine fiktive, kritische Rotormasse m_{crit} :

$$m_{\text{crit}} = \frac{K_{zz}(\omega_{\text{crit}})}{\omega_{\text{crit}}^2} . \quad (7.6)$$

Die Stabilität kann dann durch einen Vergleich mit der realen Rotormasse beurteilt werden. Der instabile Bereich ist dabei charakterisiert durch:

$$m_r > m_{\text{crit}} . \quad (7.7)$$

In gleicher Weise kann eine Bedingung für die sogenannte kritische Trägheit J_{crit} hergeleitet werden, in dem die rechte Klammer in Gl. 7.3 zu Null gesetzt wird:

$$\lambda_{J1,2} = Z_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}}) \pm i \left(Z_{\varphi\psi}(\omega_{\text{crit}}) + i J_z \Omega \omega_{\text{crit}} \right) \quad (7.8)$$

$$\text{Im} \{ \lambda_{J1,2} \} = \omega_{\text{crit}1,2} C_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}}) \pm K_{\varphi\psi}(\omega_{\text{crit}}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (7.9)$$

$$\text{Re} \{ \lambda_{J1,2} \} = J_{\text{crit}1,2} \omega_{\text{crit}1,2}^2 \quad (7.10)$$

$$J_{\text{crit}1,2} = \frac{1}{\omega_{\text{crit}1,2}^2} \left(K_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}}) \mp \omega_{\text{crit}1,2} C_{\varphi\psi}(\omega_{\text{crit}}) \mp J_z \Omega \omega_{\text{crit}1,2} \right) \quad (7.11)$$

$$J_a > \min(J_{\text{crit}1,2}) . \quad (7.12)$$

Die Nullstelle von Gl. 7.9 bestimmt ω_{crit} . Durch Einsetzen von ω_{crit} in Gl. 7.11 wird wiederum die kritische Trägheit berechnet. Gl. 7.9 zeigt, dass für die Kippfreiheitsgrade zwei Lösungen für ω_{crit} existieren. Da die Richtung der Anregungsfrequenz ω für die Lagerparameter keine Rolle spielt, gilt:

$$\underline{\underline{K}}(\Omega, \omega) = \underline{\underline{K}}(\Omega, -\omega), \quad \underline{\underline{C}}(\Omega, \omega) = \underline{\underline{C}}(\Omega, -\omega) . \quad (7.13)$$

Aus Gl. 7.9 ist unter Verwendung von 7.13 leicht zu sehen, dass für jede gefundene ω_{crit} auch dessen gegenläufige Kreisfrequenz $-\omega_{\text{crit}}$ eine Lösung darstellt. Bei Betrachtung von Gl. 7.11 fällt auf, dass die aus den gegenläufigen Lösungen von ω_{crit} resultierenden kritischen Trägheiten identisch sind:

$$\omega_{\text{crit}1} = -\omega_{\text{crit}2} \quad (7.14)$$

$$J_{\text{crit}1} = J_{\text{crit}2} . \quad (7.15)$$

Sobald die tatsächliche Trägheit J_a größer ist als die kritische Trägheit, ist die lineare Stabilitätsgrenze der untersuchten Gleichgewichtslage erreicht (siehe Gl. 7.12). Die gefundenen Instabilitäten sind dabei selbsterregter Natur, da sie eigenfrequent sind und da in der Bewegungsgleichung 7.2 keine Fremderregung anwesend ist. Da die linearisierten Lagerparameter zwar frequenz-, jedoch nicht zeitabhängig sind, fallen die untersuchten

Schwingungen auch nicht unter die Definition der parametererregten Schwingungen [95, S.103 ff.].

Werden die für das akademische Beispiel hergeleiteten analytischen Gleichungen 7.9, 7.11, 7.12 für die Stabilitätsgrenzen betrachtet, so können einige Schlussfolgerungen bezüglich des rotordynamischen Einflusses axialer GFL gezogen werden:

- Eine selbsterregte Kippschwingung kann nur auftreten, wenn $\omega C_{\varphi\varphi}(\omega)$ und $K_{\varphi\psi}(\omega)$ unterschiedliche Vorzeichen haben und die Koppelwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}(\omega)$ einen ausreichend hohen Betrag haben (Gl. 7.9). Werden positive Kreisfrequenzen ω betrachtet und vorausgesetzt, dass die Hauptwinkeldämpfungen $C_{\varphi\varphi}$ ein positives Vorzeichen haben, dann sind demnach hohe, negative Werte von $K_{\varphi\psi}$ eine Voraussetzung für die Existenz eines Eigenwertes der durch Selbsterregung angeregt werden kann. Allerdings ist die zu dem Eigenwert zugehörige Gleichgewichtslage nicht zwingend instabil.
- Existiert eine für Selbsterregung anfällige Eigenfrequenz (ein ω_{crit} , welches Gl. 7.9 erfüllt), dann resultiert diese in einer instabilen Gleichgewichtslage falls Gl. 7.12 erfüllt ist. Niedrige Hauptwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$, hohe, positive Koppeldämpfungen $C_{\varphi\psi}$ und große Verhältnisse von $\frac{J_z}{J_a}$ (kurze, dicke Rotoren) fördern somit instabiles Verhalten.
- Durch AGFL hervorgerufene instabile, axiale Schwingungen sind für ideal ausgerichtete AGFL, mit identischen, in Umfangsrichtung gleichmäßig angeordneten *pads* nur möglich, falls die axiale Hauptdämpfung C_{zz} einen Nulldurchgang aufweist. Ein solches Verhalten ist schwer vorstellbar und wurde auch für keine der berechneten Parameterpaarungen beobachtet. Hieraus kann die axiale Stabilität solcher AGFL geschlossen werden.

Somit konnte im Rahmen dieser Arbeit auch analytisch gezeigt werden, dass AGFL potentiell zu selbsterregten Kippinstabilitäten fähig sind. Für ein stark vereinfachtes, akademisches Ersatzmodell wurden analytische Bedingungen zum Prüfen der linearen Stabilität im Frequenzbereich hergeleitet. Nach Wissen des Autors sind die voranstehenden Überlegungen, die ersten veröffentlichten, expliziten Kriterien, welche die Analyse der Auswirkungen von AGFL auf das Stabilitätsverhalten von in AGFL gelagerten Rotoren erlauben.

Es ist jedoch zu beachten, dass bei realistischeren Systemen die radialen Lager einen entscheidenden Einfluss auf die Kippschwingungen haben und somit bei der Bewertung der Stabilität des Rotorsystems berücksichtigt werden müssen. Durch die in dieser Arbeit hergeleiteten linearisierten Lagerparameter steht jedoch ein Mittel bereit, um die Auswirkungen der AGFL auf die Stabilität eines sowohl axial als auch radial gasfoliengelagerten Systems zu untersuchen. Dies wird in Abschn. 8 durchgeführt. Zuvor werden jedoch in den folgenden Abschnitten die linearisierten Lagerparameter und Stabilitätsgrenzen der AGFL isoliert von den RGFL betrachtet.

7.2 Auswirkungen von Drehzahl und Anregungsfrequenz auf die dynamischen Lagereigenschaften

In der Abb. 7.2 sind die linearisierten Lagerparameter in Abhängigkeit des Anregungsfrequenzverhältnisses γ bei verschiedenen Drehzahlen n und einer konstanten axialen Lagerbelastung von $W = 100\text{ N}$ dargestellt.

Obwohl die Lagerbelastung konstant $W = 100\text{ N}$ beträgt, nimmt der Lagerspalt ε mit zunehmender Drehzahl n zu. Da aufgrund der erhöhten Umfangsgeschwindigkeiten mehr Luft in den Plateaubereich des Lagers gesogen wird, kann der gleiche Grad an Kompression und somit letztlich auch an Lagerkraft bei größeren Filmdicken erreicht werden. Obwohl ein ähnlicher Grad an Kompression vorliegt, sind die Steifigkeiten bei kleineren Drehzahlen (und damit auch kleineren Lagerspalten ε) größer. Die kleineren Lagerspalte führen zu lokal höheren Druckmaxima, welche die beobachtete Zunahme in der Steifigkeit erklären. Eine Erhöhung der Drehzahl führt relativ betrachtet hingegen zu einem gleichmäßigeren Druckprofil, welches zu einem weicherem Verhalten führt. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Kurven aller Parameter für größere Drehzahlen immer näher zusammenrücken.

Bei Betrachtung von Abb. 7.2 wird ebenfalls deutlich, dass AGFL zwar signifikant große Koppelwinkelparameter (mit Index $(\)_{\varphi\psi}$) besitzen, deren Betrag jedoch deutlich geringer ist als derjenige der Hauptwinkelparameter. Die Koppelsteifigkeitsparameter haben entgegengesetzte Vorzeichen zu den Hauptwinkeldämpfungen. Dies ist eine der Voraussetzungen damit Gl. 7.9 eine Lösung haben kann und somit auch eine Voraussetzung für das Auftreten von selbsterregten Schwingungen. Die Vorzeichen der Koppeldämpfungen sind gleich denen für die Hauptsteifigkeiten (außer bei kleinen Werten für das Frequenzverhältnis γ), so dass die kritische Trägheit nach Gl. 7.11 durch den Einfluss der Koppeldämpfungen verringert wird.

Für sehr kleine Anregungsfrequenzen streben die linearisierten Dämpfungsparameter einer Unendlichkeitsstelle entgegen. Dieses Verhalten lässt sich auf das empirisch modellierte Dämpfungsverhalten der elastischen Struktur zurückführen. In [45] wurden messtechnisch frequenzunabhängige Strukturverlustfaktoren für die elastische Struktur ermittelt. Diese resultieren in einer endlichen und von null verschiedenen Dämpfungskraft für $\omega \rightarrow 0$. Dies hat zur Folge, dass auch in den Gleichungen erster Ordnung 3.16, A.3, A.4 für $\omega \rightarrow 0$ von null verschiedene Stördrücke resultieren (der Strukturverlustfaktor geht hier in die normierte Nachgiebigkeit S ein (siehe Gl. 3.18)). Bei der Berechnung der linearisierten Dämpfungskoeffizienten nach Gl. 3.19 müssen die aus den Stördrücken resultierenden Kräfte und Momente allerdings durch die Anregungskreisfrequenz ω geteilt werden, wodurch die Dämpfungsparameter für $\omega \rightarrow 0$ nach unendlich streben.

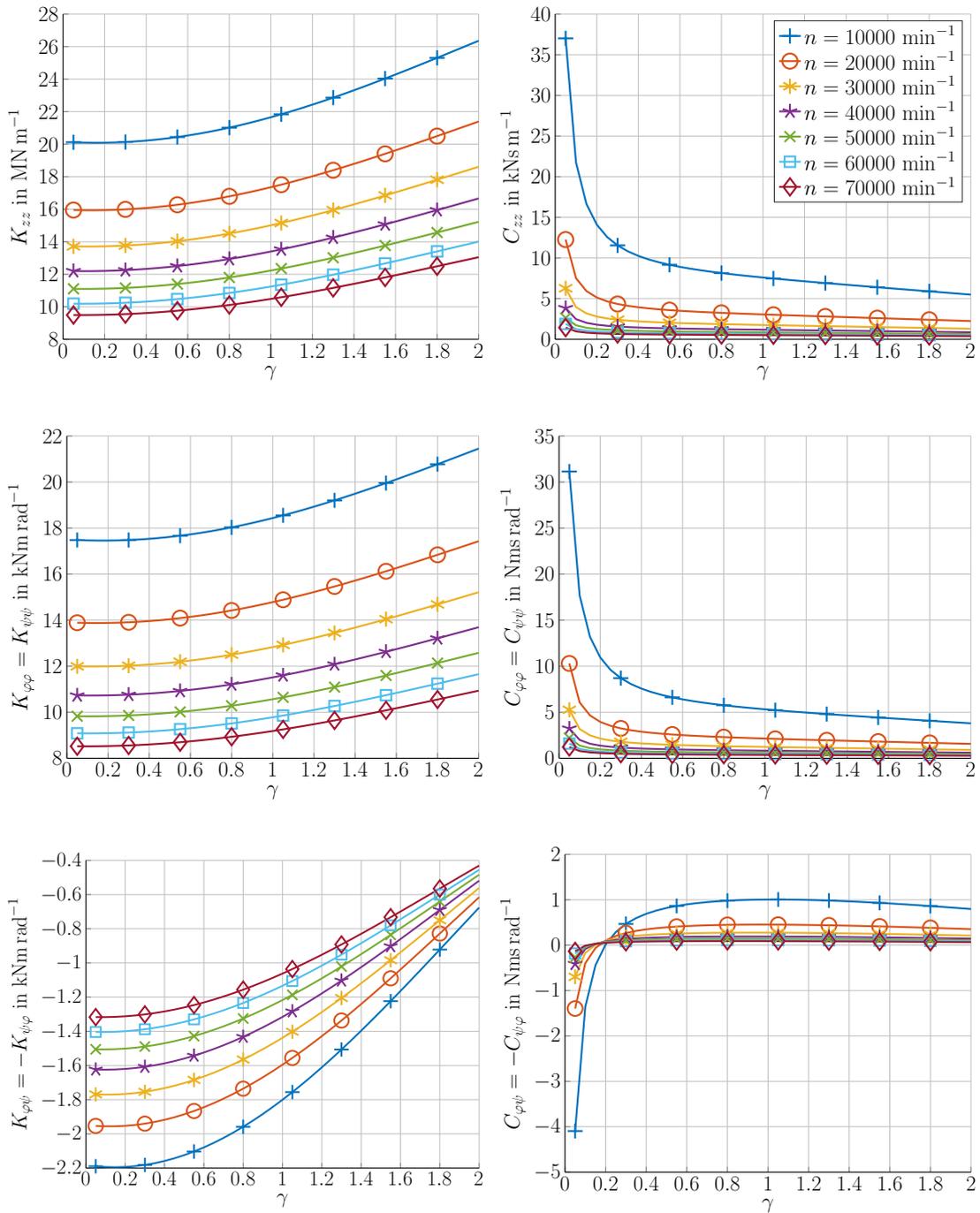


Abbildung 7.2: Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit vom Störfrequenzverhältnis γ bei verschiedenen Drehzahlen n des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers bei einer statischen, axialen Lagerbelastung von $W = 100\text{ N}$, Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

7.2. AUSWIRKUNGEN VON DREHZAHL UND ANREGUNGSFREQUENZ AUF DIE DYNAMISCHEN LAGEREIGENSCHAFTEN

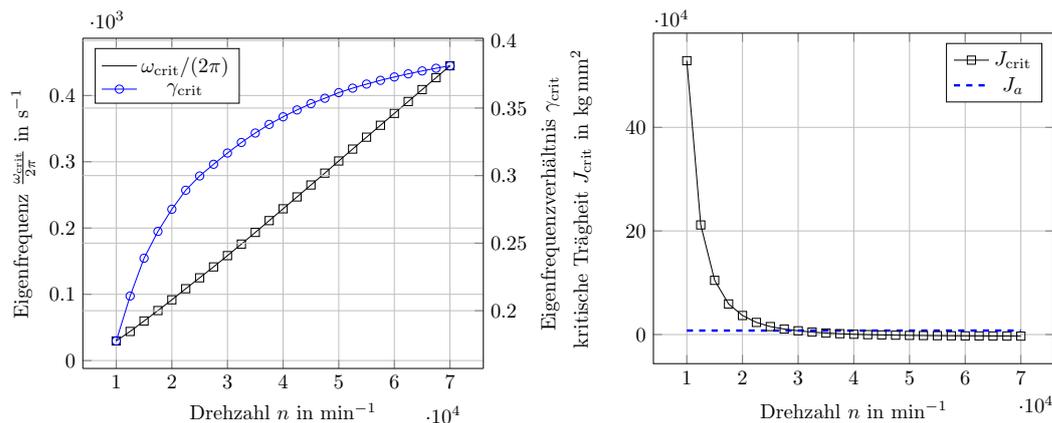


Abbildung 7.3: Links: Eigenfrequenz $\frac{\omega_{\text{crit}}}{2\pi}$ und Eigenfrequenzverhältnis $\gamma_{\text{crit}} = \frac{\omega_{\text{crit}}}{\Omega}$ über der Drehzahl. Rechts: Kritische Trägheit J_{crit} und Trägheitsmoment J_a über der Drehzahl für einen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$ unter einer statischen Axiallast von $W = 100 \text{ N}$.

Für hohe Anregungsfrequenzen gehen die Koppelparameter gegen null, so dass für diese Anregungsfrequenzen nicht mit aufklingenden, selbsterregten Schwingungen zu rechnen ist. Allerdings ist zu beachten, dass die Hauptdämpfungen mit steigendem Störfrequenzverhältnis ebenfalls stark abnehmen.

Um die Auswirkungen der linearisierten Lagerparameter auf das Stabilitätsverhalten weiter zu verdeutlichen sind in Abb. 7.3 die kritischen Eigenkreisfrequenzen ω_{crit} , das Eigenfrequenzverhältnis $\gamma_{\text{crit}} = \frac{\omega_{\text{crit}}}{\Omega}$ sowie die kritischen Trägheiten J_{crit} über der Drehzahl n aufgetragen. Werden die Eigenfrequenzen (links Abb. in 7.3) betrachtet, fällt der scheinbar lineare Anstieg der Eigenfrequenzen über der Drehzahl auf. Dieser Anstieg ist jedoch nur scheinbar linear, dies wird deutlich wenn das abflachende Verhältnis der Eigenfrequenz zur Drehzahl betrachtet wird. Bei hohen Drehzahlen scheint das Eigenfrequenzverhältnis gegen eine Asymptote zu laufen. Dieses Verhalten ist ähnlich zu dem von radialen Gasfolienlagern oder Gleitlagern bei dem das Frequenzverhältnis auf Werte < 0.5 beschränkt ist [96, S.118]. Für das untersuchte Lager existieren über den gesamten untersuchten Drehzahlbereich kritische Eigenfrequenzen ω_{crit} , offenbar ist das Verhältnis von Hauptwinkeldämpfung zur Koppelwinkelsteifigkeit nicht ausreichend groß, um deren Auftreten zu verhindern (vgl. Gl. 7.9, Abb. 7.2).

Im rechten Teil der Abb. 7.3 sind die kritischen Trägheiten nach Gl. 7.11 über der Drehzahl aufgetragen. Zu deren Berechnung ist jedoch das Trägheitsmoment des Rotors um seine Rotationsachse J_z erforderlich. Zu diesem Zweck wurden die Trägheiten eines 175 mm langen Rotors mit einem Radius von 25 mm, in dessen Mitte sich ein 10 mm breiter *runner* mit einem Außendurchmesser von 100 mm befindet, berechnet (siehe C.3). Es ergeben sich: $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$. Für Drehzahlen bei denen die gestrichelte blaue Linie des axialen Trägheitsmoments J_a unterhalb der durchgezogenen, mit schwarzen Markern versehenen Linie der kritischen Trägheit liegt, sind die zugehörigen Gleichgewichtslagen stabil. Liegt die durchgezogene schwarze Linie unterhalb der gestri-

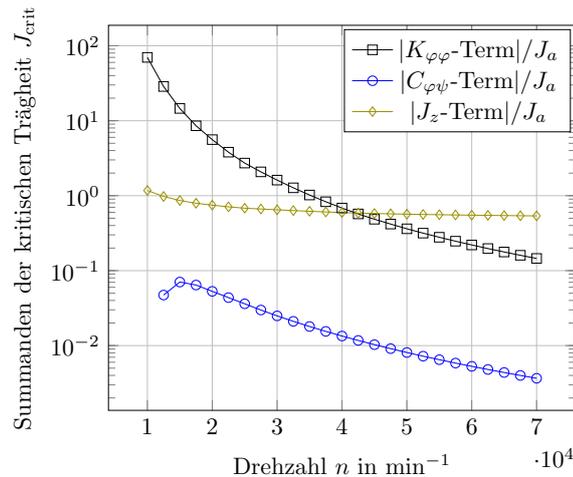


Abbildung 7.4: Beträge der in die kritische Trägheit Gl. 7.11 eingehenden Terme normiert mit J_a für variierende Drehzahlen und einer konstanten Lagerbelastung von 100 N.

chelten blauen Linie, dann sind die zu den Drehzahlen gehörigen Gleichgewichtslagen instabil. Für das hier betrachtete Rotor-Lager-System liegt die Stabilitätsgrenze demnach bei etwa $31\,000\text{ min}^{-1}$. Für kleinere Drehzahlen sind die kritischen Trägheiten sehr groß, fallen aber mit zunehmender Drehzahl stark ab und nehmen einen sehr flachen Verlauf an. Die kritischen Trägheiten können auch negative Werte annehmen.

Um das Verhalten der kritischen Trägheit genauer aufzuschlüsseln, sind in Abb. 7.4 die in die Gl. der kritischen Trägheit 7.11 eingehenden Terme über der Drehzahl dargestellt (die einzelnen Lagerparameter über der Drehzahl sind im Anhang D.3 gezeigt). In der Abbildung sind die Beträge der Summanden aus Gl. 7.11 normiert mit dem Trägheitsmoment J_a über der Drehzahl dargestellt. Die Beträge werden verwendet, um eine semilogarithmische Darstellung zu ermöglichen, denn der J_z -Term, sowie der $C_{\varphi\psi}$ -Term sind negativ und verringern die kritische Trägheit. Die Normierung mit J_a ist sinnvoll, denn das System wird instabil, wenn $J_{\text{crit}}/J_a < 1$.

Die großen kritischen Trägheiten bei kleinen Drehzahlen in Abb. 7.3 können nach Betrachtung von Abb. 7.4 auf die hohen Werte der Hauptwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$ zurückgeführt werden. Der J_z -Term ist in diesem Drehzahlbereich deutlich geringer und hat zudem einen negativen Betrag, verringert also die kritische Trägheit. Bei ansteigenden Drehzahlen nehmen die Hauptwinkelsteifigkeiten ab und sowohl ω_{crit} als auch Ω steigen an, wodurch die kritische Trägheit nun maßgeblich durch den gyroskopischen Term in Gl. 7.11 gebildet wird. Dies bedeutet nicht zwangsläufig, dass eine Erhöhung des Trägheitsmoment J_z die Stabilitätsgrenze zu niedrigeren Drehzahlen verschiebt, weil eine Veränderung von J_z auch das Trägheitsmoment J_a (und somit den Schnittpunkt der Kurven in Abb. 7.11) beeinflusst. Der Einfluss des Trägheitsterms wird in Abschn. 7.4 diskutiert.

Abb. 7.4 verdeutlicht auch den sehr geringeren Einfluss der potentiell destabilisierenden Koppelwinkeldämpfungen $C_{\varphi\psi}$, welcher über dem gesamten Drehzahlbereich zu einer Ab-

senkung der kritischen Trägheit um weniger als 1.5% führt. Im Gegensatz zu den Koppelwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}$, deren Existenz eine Voraussetzung für die Existenz von nicht trivialen Lösungen der Gl. 7.9 ist, sind die Parameter $C_{\varphi\psi}$ zumindest für das betrachtete Lager unter der angegebenen Last vernachlässigbar.

Zusammenfassend nehmen die axialen und Hauptwinkel - Lagersteifigkeiten und - dämpfungen mit zunehmender Drehzahl ab. Die Steifigkeiten steigen mit steigender Anregungsfrequenz, während die Dämpfungen abfallen. Die bei steigenden Drehzahlen abnehmenden Hauptwinkelsteifigkeiten können dabei das Auftreten von Kippinstabilitäten begünstigen.

7.3 Auswirkungen der Lagerbelastungen auf die dynamischen Lagereigenschaften

Bisher wurde lediglich der Einfluss der Drehzahl und der Anregungsfrequenz auf die dynamischen Lagerparameter untersucht. Neben der Lagergeometrie hängen diese aber auch noch von der Lagerbelastung ab. Zunächst werden die Lagerparameter in Abhängigkeit der Lagerkraft in Abb. 7.5 für verschiedene Störfrequenzverhältnisse γ exemplarisch für eine Drehzahl von $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$ gezeigt. Ergänzend sind im Anhang in Abb. D.4 die Lagerparameter für verschiedene konstante Lagerkräfte über der Anregungsfrequenz dargestellt.

Die Hauptsteifigkeiten des Lagers in axialer Richtung und gegen Verkippen steigen mit Erhöhung der Lagerbelastung deutlich an, wobei der Anstieg mit Erhöhung der Lagerlast flacher wird. Die Hauptdämpfungen verhalten sich ähnlich, deren Beträge steigen aber bei kleinen Störfrequenzverhältnisse γ stark an. Die Beträge der Koppelsteifigkeiten steigen bis zu Lasten von etwa 100 N an, nehmen für größere Lasten allerdings wieder etwas ab. Der Verlauf der Koppeldämpfungen flacht mit steigender Last ab und zeigen für $\gamma = 0.05$ einen Vorzeichenwechsel. Die linearisierten Dämpfungsparameter sind insbesondere im relevanten Bereich von potentiell kritischen Störfrequenzverhältnissen $\gamma < 0.5$ stark von der Anregungsfrequenz abhängig, während die Hauptsteifigkeiten für $\gamma < 0.5$ nur geringfügig mit der Anregungsfrequenz ansteigen.

Die Eigenfrequenzen und die kritischen Trägheiten in Abhängigkeit der Lagerlast bei einer konstanten Drehzahl von $40\,000 \text{ min}^{-1}$ sind in Abb. 7.6 aufgetragen. Da die Drehzahl konstant ist, sind die Verläufe der Eigenkreisfrequenzen ω_{crit} und des Eigenfrequenzverhältnisses γ_{crit} identisch (links in Abb. 7.6). Bei kleinen Lagerlasten ist γ_{crit} nahe 0.5 und nimmt mit steigender Lagerlast immer weiter ab. Dieses Verhalten kann durch Betrachtung der Gl. 7.9 erklärt werden. Falls ein ω_{crit} existiert, folgt es der Beziehung:

$$\omega_{\text{crit}} = \mp \frac{K_{\varphi\psi}(\omega_{\text{crit}})}{C_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}})}. \quad (7.16)$$

Da der Betrag der Koppelsteifigkeiten für kleine Lagerlasten zunimmt und anschließend abflacht, während die Hauptwinkeldämpfungen mit steigender Lagerlast über den gesamten Kraftbereich ansteigen (siehe Abb. 7.5 links unten), erklärt sich der Verlauf zunächst leicht

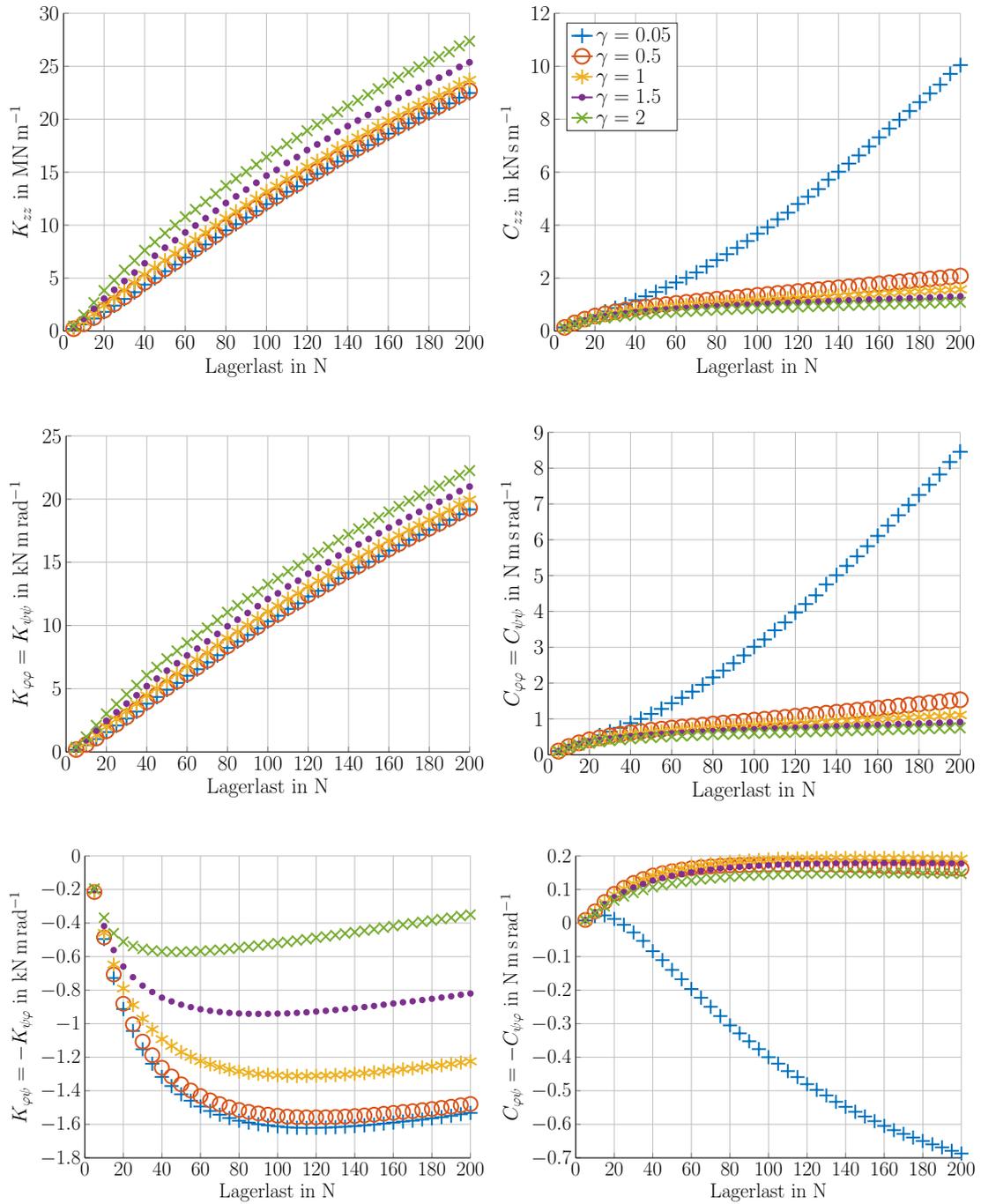


Abbildung 7.5: Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit von der Lagerbelastung W bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers bei einer Drehzahl von $n = 40000 \text{ min}^{-1}$, Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

7.3. AUSWIRKUNGEN DER LAGERBELASTUNGEN AUF DIE DYNAMISCHEN LAGEREIGENSCHAFTEN

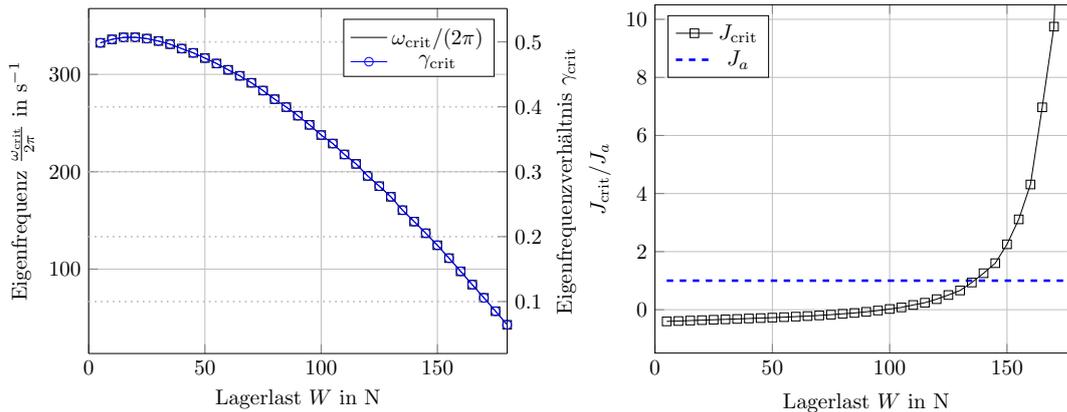


Abbildung 7.6: Links: Eigenfrequenz $\frac{\omega_{\text{crit}}}{2\pi}$ und Eigenfrequenzverhältnis $\gamma_{\text{crit}} = \frac{\omega_{\text{crit}}}{\Omega}$ über der Lagerlast W . Rechts: Kritische Trägheit J_{crit} und Trägheitsmoment J_a über der Lagerlast W für einen angenommenen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$ unter einer Drehzahl von 40000 min^{-1} .

ansteigender und anschließend kontinuierlich abfallender Werte der kritischen Eigenkreisfrequenzen ω_{crit} .

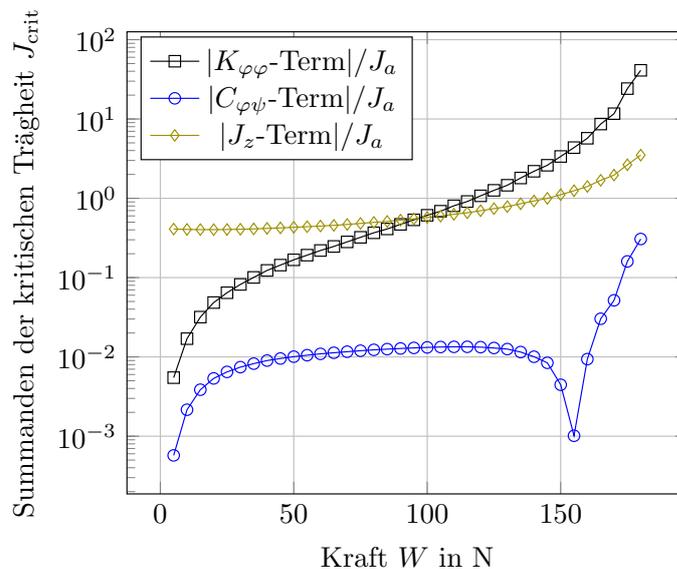


Abbildung 7.7: Anteile der 3 Terme aus Gl. 7.11 an der kritischen Trägheit in Prozent bei variierender Lagerlast und einer konstanten Drehzahl von 40000 min^{-1} .

Die kritische Trägheit steigt mit Erhöhung der Lagerkraft stark an (vergleiche Abb. 7.6 rechts). Die Gleichgewichtslage des hier betrachteten Rotor-Lager-Systems wird erst ab Lasten von etwa $W = 137 \text{ N}$ stabil. Dies liegt zum einen an den für kleine Lasten zu geringen Kippsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$, der mit J_a normierte $K_{\varphi\varphi}$ -Term nimmt erst bei etwa 120 N Werte > 1 an (siehe Abb. 7.7). Da dieser der einzige Term ist, der positiv in J_{crit} eingeht, kann

Stabilität erst erreicht werden, wenn dieser dominiert und zu dem größer als eins ist. Zum anderen lässt sich der steigende Anteil des $K_{\varphi\varphi}$ -Terms an der kritischen Trägheit durch die abnehmenden Eigenkreisfrequenzen ω_{crit} erklären (welche sich nach Betrachtung von Gl. 7.16 wiederum durch die mit der Lagerlast steigenden Hauptdämpfungen begründen).

Genauso wie bei der Variation der Drehzahl in Abb. 7.4 ist auch bei Variation der Lagerlast der destabilisierende Anteil der Koppeldämpfungen $C_{\varphi\psi}$ auf die kritische Trägheit vernachlässigbar. Bei hohen Lasten ist hier zwar ein starker Anstieg erkennbar, jedoch ist auch bei den maximalen Lasten dieser Term noch um zwei Größenordnungen kleiner als der $K_{\varphi\varphi}$ -Term. Erwähnenswert ist, dass der $C_{\varphi\psi}$ -Term bei etwa 155 N einen Vorzeichenwechsel ins Positive aufweist und somit für Kräfte > 155 N zur Stabilisierung beiträgt, während er bei kleineren Kräften destabilisierend wirkt.

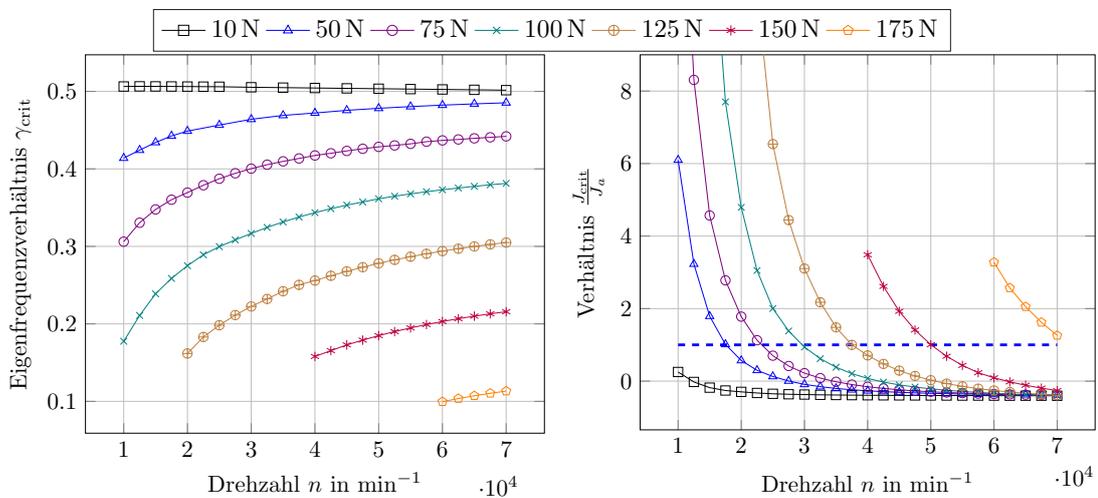


Abbildung 7.8: Links: Eigenfrequenzverhältnis $\gamma_{\text{crit}} = \frac{\omega_{\text{crit}}}{\Omega}$ über der Drehzahl n . Rechts: Kritische Trägheit J_{crit} dividiert durch das Trägheitsmoment J_a über der Drehzahl n für einen angenommenen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$ und verschiedene Lagerlasten.

Bisher wurden die kritischen Trägheiten und Eigenkreisfrequenzen für eine konstante Drehzahl ($n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$) und verschiedene axiale Lagerbelastungen (Abb. 7.6) oder für eine konstante Belastung ($W = 100 \text{ N}$) bei verschiedenen Drehzahlen untersucht (Abb. 7.3). Ein vollständigeres Bild der kritischen Trägheiten und deren zugehörigen Eigenfrequenzverhältnissen ist in Abb. 7.8 gezeigt. Dabei wurden die größten der berücksichtigten Lasten (125, 150 und 175 N) nicht über den gesamten Drehzahlbereich betrachtet, weil sich das Lager bei diesen Lastfällen an der Grenze seiner numerischen Tragfähigkeit befindet.

Es ist erkennbar, dass die kritischen Frequenzverhältnisse γ_{crit} für alle Drehzahlen bei steigender Lagerbelastung abfällt. Für kleine Lagerbelastungen strebt γ_{crit} gegen $\approx 0,5$. Bei kleinen Drehzahlen kommt es zu einem Abfall des Frequenzverhältnisses der umso stärker ausgeprägt ist, je größer die Lagerbelastung.

Das Verhältnis der kritischen Trägheit zum tatsächlichen Trägheitsmoment J_a ist rechts in Abb. 7.8 über der Drehzahl für mehrere Lagerlasten aufgetragen. Je höher die Lagerbelastung und je kleiner die Drehzahl, desto höher das Trägheitsverhältnis. Mit steigender

Drehzahl nehmen die kritischen Trägheiten schnell ab und flachen dabei zu hohen Drehzahlen immer weiter ab. Mit steigender Lagerbelastung ist dabei ein deutlicher Anstieg von J_{crit} über alle Drehzahlen hinweg zu beobachten, so dass das betrachtete Rotorsystem für die Last 175 N im betrachteten Drehzahlbereich nicht mehr zu instabilen Kippschwingungen neigt. Ursächlich hierfür ist zum einen der Anstieg der Hauptwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$ mit der Lagerbelastung und zum anderen die mit der Lagerkraft abnehmenden Eigenkreisfrequenzen ω_{crit} . Im Gegensatz dazu wird bei kleiner Lagerbelastung der instabile Bereich immer größer und tritt für $W = 10\text{ N}$ bereits bei kleineren Drehzahlen als der minimal betrachteten Drehzahl auf.

Zusammenfassend steigen die axialen und Hauptwinkelsteifigkeiten und -dämpfungen mit steigender axialer Belastung. Die bei kleinen Lasten geringen Hauptwinkelsteifigkeiten können das Auftreten von Kippinstabilitäten begünstigen.

7.4 Einfluss der Rotorgeometrie auf die Stabilitätsgrenzen

Da es sich bei dem hier betrachteten Rotormodell lediglich um einen beispielhaften Rotor ohne eine realistische Berücksichtigung der radialen Lagerung handelt, wird auf eine Parameterstudie der Rotorgeometrie an dieser Stelle verzichtet und lediglich deren qualitativer Einfluss diskutiert. Bei der Analyse der in die kritische Trägheit eingehenden Terme (siehe Abb. 7.4, 7.7) fällt der insbesondere für große Drehzahlen und kleine Lasten hohe Einfluss des Trägheitsterms an der kritischen Trägheit auf. Zugleich wird die kritische Trägheit mit dem lediglich von der Rotorgeometrie abhängigen Trägheitsmoment J_a um eine der zur Rotorachse (z -Achse) senkrechten Achsen verglichen, um die Stabilität der betrachteten Gleichgewichtslage zu beurteilen. Wird die Gl. 7.11 und Gebrauch von Gl. 3.7 zur Bestimmung der kritischen Trägheit durch J_a dividiert ergibt sich der J_z -Term zu:

$$\mp \frac{J_z}{J_a} \frac{\Omega}{\omega_{\text{crit}}} = \pm \Omega \frac{J_z C_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}})}{J_a K_{\varphi\psi}(\omega_{\text{crit}})}. \quad (7.17)$$

Da der J_z -Term die kritische Trägheit verringert, wirkt er destabilisierend. Rotoren mit einem großen Verhältnis von J_z zu J_a (scheibenförmige Rotoren) neigen daher eher zur Kippinstabilität als walzenförmige Rotoren. Der Trägheitsterm wird dabei umso größer, je kleiner die kritische Eigenkreisfrequenz ω_{crit} (nach Gl. 7.16) ist. Obwohl die kritische Eigenkreisfrequenz mit steigender Lagerlast deutlich abfällt, sinkt der relative Anteil des J_z -Terms an der kritischen Trägheit (wie in Abb. 7.6), weil der ebenfalls in die kritische Trägheit (siehe Gl. 7.11) eingehende $K_{\varphi\varphi}$ -Term proportional zu $\frac{1}{\omega_{\text{crit}}^2}$ ist. Der Quotient der beiden dominierenden, aber gegensätzlich wirkenden Terme $K_{\varphi\varphi}$, J_z lautet:

$$\frac{|J_z\text{-Term}|}{|K_{\varphi\varphi}\text{-Term}|} = \Omega J_z \frac{K_{\varphi\psi}(\omega_{\text{crit}})}{K_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}}) C_{\varphi\varphi}(\omega_{\text{crit}})}. \quad (7.18)$$

Demnach ist der Einfluss der J_z -Terms dann am größten, wenn die Koppelsteifigkeiten groß und die Hauptsteifigkeiten und -dämpfungen klein sind.

7.5 Einfluss der Rampenhöhe

Die Rampenhöhe ist ein Geometrieparameter der AGFL und beeinflusst deren Lagertragfähigkeit maßgeblich (siehe Abschn. 6.2.1). Im folgenden Teilabschnitt werden die Auswirkungen variierender Rampenhöhen auf die linearisierten Lagerparameter vorgestellt. Im darauf folgenden Teilabschnitt wird das Stabilitätsverhalten eines Rotors mit hinsichtlich der Tragfähigkeit optimierter Rampenhöhe untersucht.

7.5.1 Einfluss der Rampenhöhe auf die Lagersteifigkeiten und -dämpfungen

Nachdem in Abschnitt 6.2.1 gezeigt wurde, dass die Rampenhöhe einen signifikanten Einfluss auf die Lagertragfähigkeit hat, wird in diesem Abschnitt analysiert wie sich eine Variation dieses Parameters auf die linearisierten Lagerparameter auswirkt. Zu diesem Zweck sind in Abb. 7.9 die axialen Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -dämpfungen (gestrichelte Linien) für verschiedene Drehzahlen ($n = 70, 45, 20\,000 \text{ min}^{-1}$ von der ersten bis zur dritten Reihe) und Lagerlasten $F = 50 \text{ N}$ (3. Spalte), $F = 100 \text{ N}$ (2. Spalte) und den für jede Reihe maximalen Lasten in der 1. Spalte dargestellt. Diese maximalen Lasten wurden so gewählt, dass sie für die gegebenen Drehzahlen die Lagertragfähigkeiten nicht überschreiten. Zusätzlich werden für jeden der 9 Lastfälle noch jeweils fünf Störfrequenzverhältnisse $\gamma = 0.05, \gamma = 0.5, \gamma = 1, \gamma = 1.5, \gamma = 2$ betrachtet, welche durch unterschiedliche Marker gekennzeichnet sind (siehe Legende oben in Abb. 7.9). Um die Vielzahl an Daten übersichtlicher darzustellen wurde nicht jeder Datenpunkt durch einen Marker gekennzeichnet.

Unabhängig vom betrachteten Lastfall ist ein Minimum der Steifigkeiten und Dämpfungen bei Rampenhöhen von etwa $40 \mu\text{m}$ erkennbar. Dieses Minimum in den Lagerparametern korrespondiert mit dem Maximum der Lagertragfähigkeiten für kleine Rampenhöhen (siehe Abb. 6.4). Bei Erreichen der optimalen Tragfähigkeit stellt sich ein möglichst gleichmäßiges Druckfeld ein. Da die lokalen Druckspitzen somit weniger stark ausgeprägt sind, nehmen die erreichten linearisierten Steifigkeits- und Dämpfungswerte ab.

Die Verläufe der Steifigkeiten und Dämpfungen ähneln sich und sind nahezu unabhängig von Axiallast und Drehzahl. Zu beachten sind jedoch, die aufgrund der Darstellbarkeit gewählten, unterschiedlichen Skalierungen der Ordinatenachsen. Für größere Rampenhöhen steigen die Steifigkeiten degressiv an. Tendenziell ist der prozentuale Anstieg der Steifigkeiten größer, je kleiner die Last (von rechts nach links in Abb. 7.9). Falls ein Rotor nur unter kleinen Axiallasten betrieben werden soll und gleichzeitig eine hohe axiale Steifigkeit gefordert ist, bietet sich der Einsatz von AGFL mit größeren Rampenhöhen an.

Auffällig ist die gute Übereinstimmung zwischen der Dämpfung bei $\gamma = 0.05$ mit der Steifigkeit bei $\gamma = 2$. Teilweise lässt sich dies auf die Skalierung der Ordinatenachsen zurückführen, welche bewirkt, dass die Kurven nahezu übereinander liegen. Jedoch zeigen die Dämpfungsparameter für $\gamma > 0.05$ nicht das für die Steifigkeit charakteristische Ab-

7.5. EINFLUSS DER RAMPENHÖHE

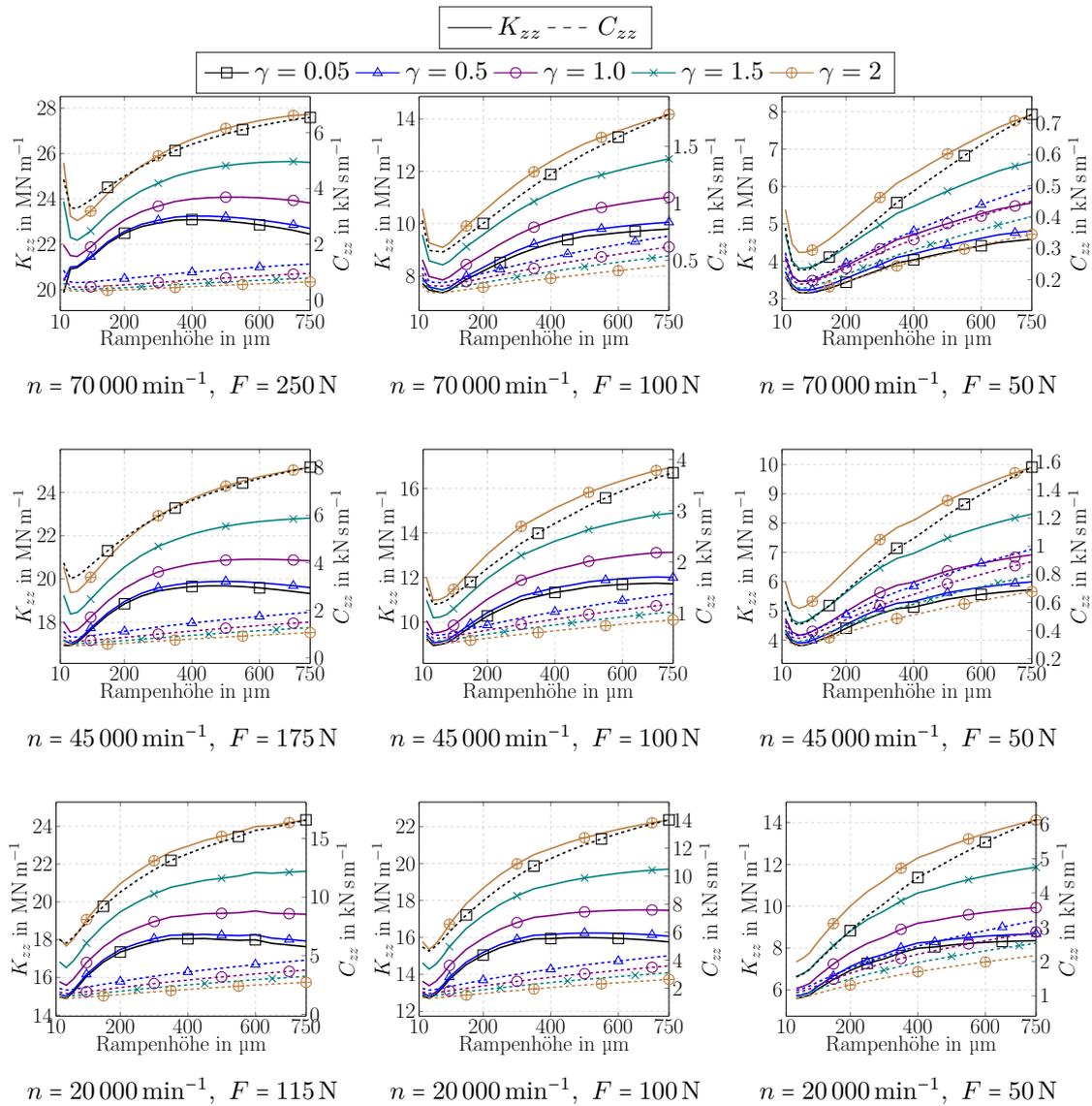


Abbildung 7.9: Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der Rampenhöhe bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

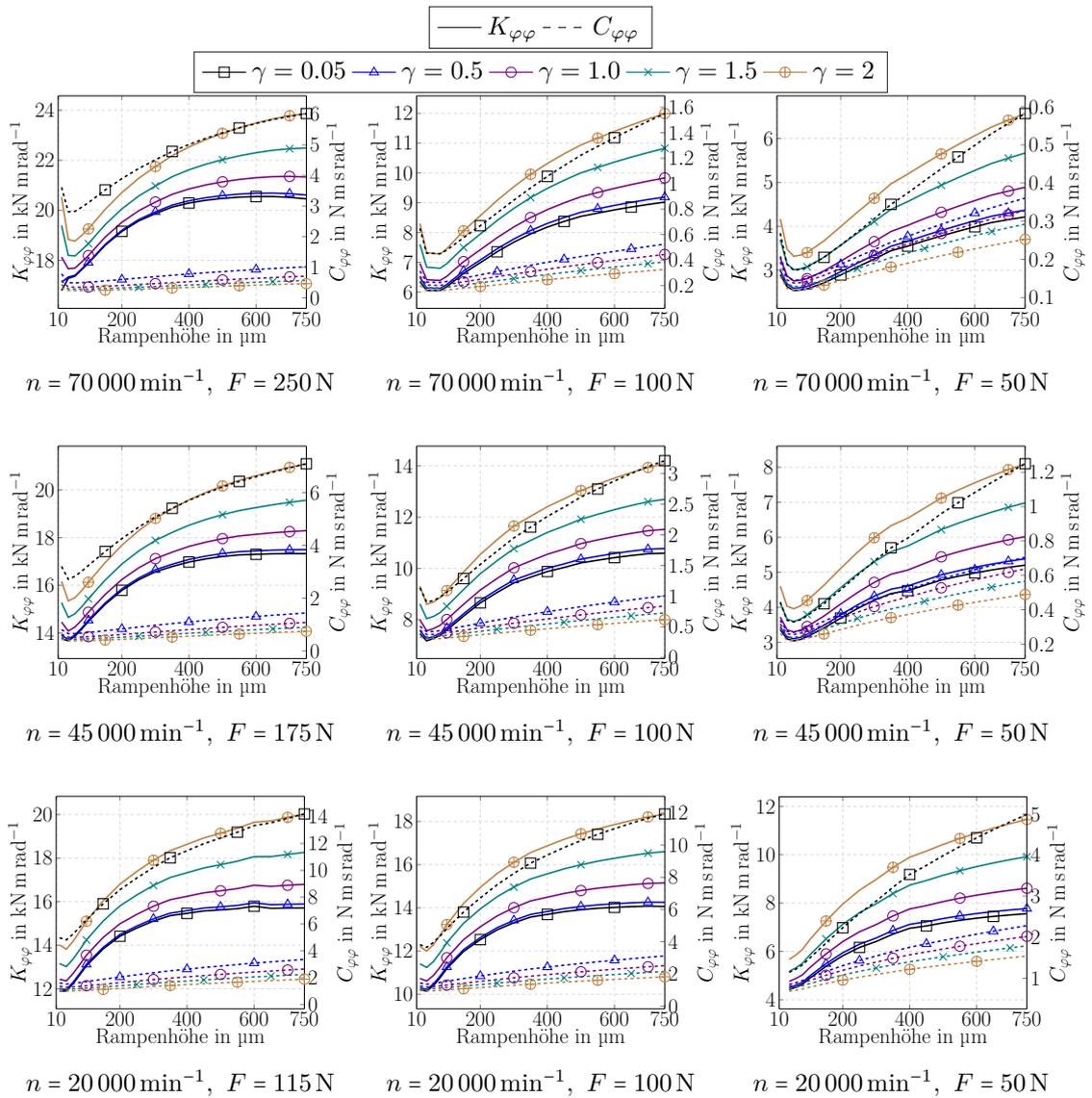


Abbildung 7.10: Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der Rampenhöhe bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

7.5. EINFLUSS DER RAMPENHÖHE

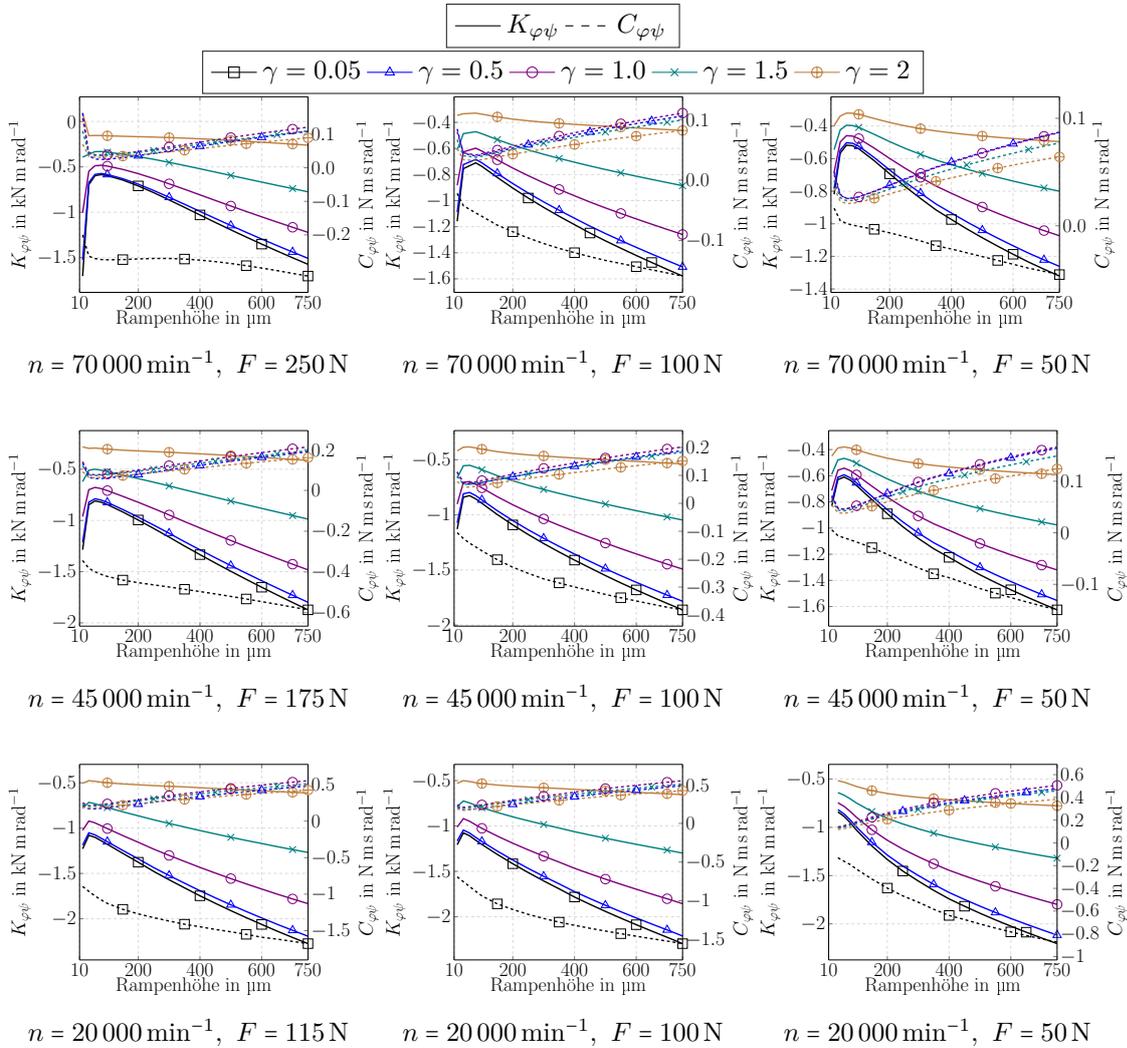


Abbildung 7.11: Linearisierte, Koppelwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der Rampenhöhe bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

flachen zu höheren Rampenhöhen, sondern steigen etwa linear an. Bei sehr kleinen γ und damit kleinen Anregungsfrequenzen steigen die Dämpfungswerte der Struktur aufgrund der äquivalent viskosen Modellierung über den Strukturverlustfaktor (siehe Gl. 3.18) stark an.

Wird davon ausgegangen, dass sich der Gasfilm und die Struktur vereinfacht wie eine Reihenschaltung von Feder-Dämpfer-Elementen verhalten, dann bedeutet dies, dass die Dämpfungswerte bei kleinen γ gegen die Dämpfung des Gasfilms streben. Die Dämpfungswerte ändern sich umso weniger mit der Rampenhöhe, je größer γ ist. Dies zeigt den immer größer werdenden Einfluss der im numerischen Modell von der Rampenhöhe unabhängigen Strukturdämpfung bei höheren Anregungsfrequenzen.

Die Kippsteifigkeiten und -dämpfungen $K_{\varphi\varphi}$, $C_{\varphi\varphi}$ des Lagers sind in Abb. 7.10 dargestellt. Sie verhalten sich analog zu den axialen Steifigkeiten und Dämpfungen K_{zz} , C_{zz} . Das Minimum der Winkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$, bei der für das Erreichen hoher Lagertragfähigkeit vorteilhaften Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$, kann zu abnehmenden kritischen Trägheiten J_{crit} (siehe Gl. 7.12) und der damit verbundenen höheren Anfälligkeit für instabile Kipperschwingungen von Lagern mit kleinen Rampenhöhen führen.

Allerdings haben hierauf auch die Winkeldämpfungen $C_{\varphi\varphi}$ und die Koppelwinkelparameter $K_{\varphi\psi}$, $C_{\varphi\psi}$ (diese werden in Abb. 7.11 gezeigt) einen Einfluss. Hier lässt sich kein eindeutiger Trend erkennen. Während die Hauptwinkeldämpfungen $C_{\varphi\varphi}$ ein Minimum bei kleinen Rampenhöhen aufweisen sind die Koppelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}$ dort betragsmäßig minimal jedoch negativ. Dies hat gegensätzliche Wirkungen auf die kritischen Eigenkreisfrequenz ω_{crit} , so dass nicht vorausgesagt kann, wie sich die Änderung dieser Parameter auf die kritische Trägheit auswirkt.

Der Einfluss der Koppelwinkeldämpfungen $C_{\varphi\psi}$ auf die kritische Trägheit J_{crit} lässt sich ebenfalls nicht eindeutig identifizieren, da die Koppelwinkeldämpfungen im relevanten Bereich des Störfrequenzverhältnisses (zwischen $\gamma = 0$ und $\gamma = 0.5$) einen Nulldurchgang hat. Somit wird je nach Wert der kritischen Eigenkreisfrequenz ω_{crit} die kritische Trägheit vergrößert oder verringert. Für die bisherigen betrachteten Fälle (alle bei Rampenhöhen von $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$) war der Einfluss des $C_{\varphi\psi}$ -Terms gegenüber den anderen Termen jedoch vernachlässigbar (siehe Abb. 7.7 und Abb. 7.4).

Das Verhalten der linearisierten Winkelparameter lässt also keinen eindeutigen Schluss auf die Veränderungen der Stabilitätsgebiete zu. Das Minimum der Hauptwinkelparameter deutet auf eine Verkleinerung des stabilen Bereichs hin, während keine eindeutigen Aussagen bezüglich der kritischen Eigenkreisfrequenz gemacht werden können. Im folgenden Abschnitt wird daher das dynamische Verhalten exemplarisch für die Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ untersucht.

7.5.2 Kippschwingungen bei optimierter Rampenhöhe

Da die Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ deutlich erhöhte Tragfähigkeiten gegenüber der tatsächlich verwendeten Rampenhöhe $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ des NASA-Lagers (Tab. 5.1) ermög-

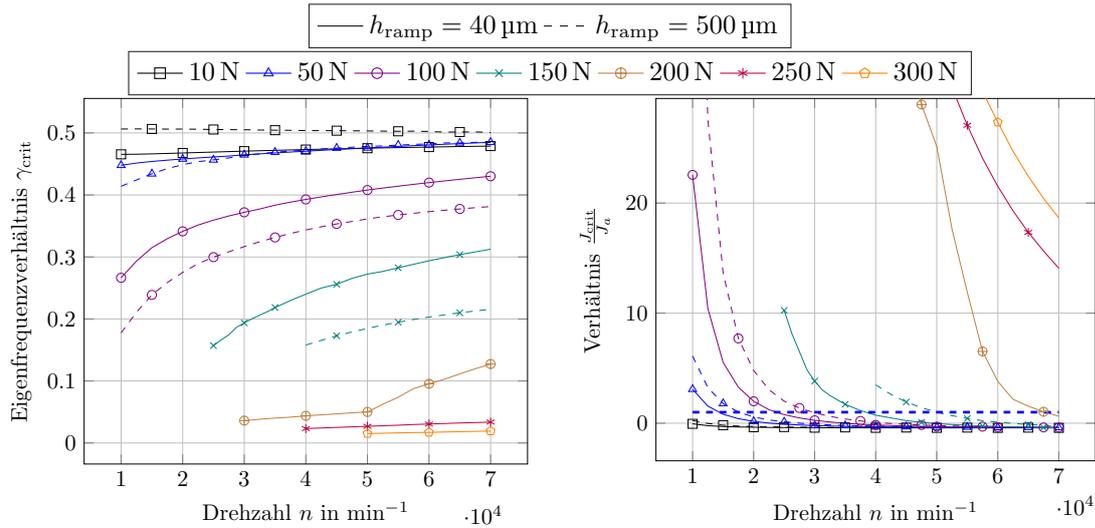


Abbildung 7.12: Links: Eigenfrequenzverhältnis $\gamma_{\text{crit}} = \frac{\omega_{\text{crit}}}{\Omega}$ über der Drehzahl n . Rechts: Kritische Trägheit J_{crit} dividiert durch das Trägheitsmoment J_a über der Drehzahl n für einen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$, verschiedene Lagerlasten, für ein Lager mit $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ (durchgezogene Linien) und $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ (gestrichelte Linien).

licht, wird in diesem Teilabschnitt untersucht wie sich die Verwendung eines hinsichtlich der Rampenhöhe optimierten Lagers auf das Auftreten von instabilen Kippschwingungen auswirkt. Zu diesem Zweck sind die kritischen Trägheiten J_{crit} und die kritischen Eigenkreisfrequenzverhältnisse γ_{crit} eines akademischen Beispielrotors (siehe Abb. 7.1) in Abb. 7.12 dargestellt. Um einen direkten Vergleich der genannten Parameter zu illustrieren, sind in Abb. 7.12 auch die Kurven unter Verwendung des Referenzlager mit der tatsächlichen Rampenhöhe ($h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$) durch gestrichelte Linien dargestellt. Für hohe Lasten ab 200 N wurden jedoch nur noch die Kurven unter Verwendung des optimierten Lagers ($h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$) dargestellt, um nicht zu nah an die Lagertragfähigkeit des Referenzlagers zu kommen.

Die kritischen Eigenfrequenzverhältnisse des Referenzlagers (links in Abb. 7.12) zeigen dabei auch mit der modifizierten Rampenhöhe ein ähnliches Verhalten wie bei der Referenzrampenhöhe: Eine Steigerung der Last, aber auch eine Verringerung der Drehzahl führt zu einer Abnahme des kritischen Eigenfrequenzverhältnisses. Für kleine Belastungen scheinen die Eigenfrequenzverhältnisse durch $\gamma_{\text{crit}} \approx 0.5$ beschränkt zu sein, während sie für große Lasten mit immer kleiner werdendem Abstand gegen null streben. Ungewöhnlich ist der Verlauf des Eigenfrequenzverhältnisses bei 200 N, wo ein Knick in der Kurve erkennbar ist, der durch die diskrete Drehzahlaufösung bedingt ist. Für die bisher betrachteten Fälle galt auch, dass das Eigenfrequenzverhältniss umso größer ist, je kleiner die Lagerbelastung. Für das Lager mit der modifizierten Rampenhöhe von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ existiert jedoch bei 10 N und $n > 45\,000 \text{ min}^{-1}$ ein Bereich, in welchem das krit. Eigenfrequenzverhältnis für 50 N geringfügig dasjenige von 10 N übersteigt.

Die kritischen Eigenkreisfrequenzen gehen auch antiproportional in die kritischen Träg-

Tabelle 7.1: Stabilitätsgrenzen (OSI) in Abhängigkeiten der axialen Belastung für die Rampenhöhen $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ und $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ für einen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$

h_{ramp} [μm]	OSI in 10^3 min^{-1}			
	10 N	50 N	100 N	150 N
500	<10	17.6	29.7	50.0
40	<10	14.4	23.8	38.2

heiten J_{crit} ein, welche normiert mit der Rotorträgheit J_a um eine zur Rotationsachse senkrechte Achse im rechten Teil von Abb. 7.12 dargestellt sind. Die gestrichelte Linie bei 1 kennzeichnet dabei die Stabilitätsgrenze des angenommenen Rotors, wobei Kurvenabschnitte oberhalb der Linie stabil und unterhalb der Linie instabil sind. Demnach werden für diesen beispielhaften Rotor durch Verwendung von AGFL mit modifizierten Rampenhöhen von $h_{\text{ramp}} = 40 \mu\text{m}$ die Stabilitätsgrenzen, welche in dieser Arbeit auch mit OSI (*Onset Speed of Instability*) abgekürzt werden, deutlich verringert. Die OSIs für Lager mit den beiden Rampenhöhen sind in Tab. 7.1 gegenübergestellt. Je größer die axiale Belastung, desto größer auch der Unterschied in den OSIs für die beiden Lager. Bei 150 N unterscheiden sich die Stabilitätsgrenzen um $11\,800 \text{ min}^{-1}$. Werden die Lasten noch weiter erhöht, dann ist für das Lager mit $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ die Lagertragfähigkeit bald erreicht, während das Lager mit der kleineren Rampenhöhe weiter betrieben werden kann und bei den hohen Belastungen ein stabiles Verhalten zeigt.

7.6 Lagerparameter und dynamisches Verhalten bei anisothermer Betrachtung

Die Ermittlung der Lagerparameter und des dynamischen Verhaltens unter Berücksichtigung des Temperatureinflusses von AGFL, welche im Folgenden präsentiert wird, erfolgt nach Wissen des Autors erstmalig in der öffentlich zugänglichen Literatur.

7.6.1 Vergleich zwischen isotherm und anisotherm ermittelten Lagerparametern

Die in dieser Arbeit bisher präsentierten Lagerparameter wurden ausschließlich mit dem isothermen Modell berechnet. Um den Einfluss des sich im Luftspalt ausbildenden Temperaturfeldes auf die Lagerparameter zu ermöglichen, müssen die Reynoldsgleichung und die Wärmetransportgleichung gekoppelt gelöst werden (siehe Abschn. 4.6). Die auskonvergierten Druck-, Schmierpalt-, Viskositäts- und Temperaturfelder gehen dann in die Störungsgleichungen 3.16, A.3, A.4 ein. Anschließend werden die Störungsansätze (nach Abschn. 3.3) durchgeführt, wobei davon ausgegangen wird, dass sich Temperatur und Viskosität nicht in Abhängigkeit der Störung ändern.

Die so ermittelten anisothermen linearisierten Lagerparameter (durchgezogene Linien)

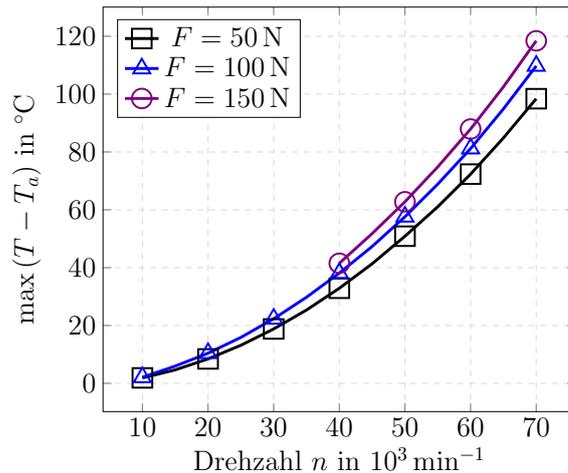


Abbildung 7.13: Differenz der maximalen Fluidtemperatur zur Umgebungstemperatur $T_a = 20^\circ\text{C}$ über der Drehzahl für die drei betrachteten Lastfälle $F = 50 \text{ N}$ - Vierecks-Marker, $F = 100 \text{ N}$ - Dreiecks-Marker, $F = 150 \text{ N}$ - Kreis-Marker.

sind in Abb. 7.14 den isotherm ermittelten Lagerparametern (gestrichelte Linien) für drei Lastfälle ($F = 50 \text{ N}$ - Vierecks-Marker, $F = 100 \text{ N}$ - Dreiecks-Marker, $F = 150 \text{ N}$ - Kreis-Marker) gegenübergestellt. Als thermische Randbedingungen werden angenommen, dass die Welle und der keramische Isolator Umgebungstemperatur $T_a = 20^\circ\text{C}$ aufweisen. Um eine Orientierung über die bei den jeweiligen Drehzahlen und Lasten vorliegenden Fluidtemperaturen zu geben, ist die Differenz der maximalen Fluidtemperatur zur Umgebungstemperatur in Abb. 7.13 über der Drehzahl für die drei betrachteten Lastfälle dargestellt. Die Fluidtemperaturen steigen dabei stark mit Erhöhung der Drehzahl und Last an. Bis zu $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$ liegt das Temperaturniveau jedoch lediglich 40°C über der Umgebungstemperatur, bei $70\,000 \text{ min}^{-1}$ werden jedoch bereits bis zu 120°C über der Umgebungstemperatur erreicht. Die Axialkraft hat einen deutlich geringeren Einfluss auf das Temperaturniveau als die Drehzahl. Dieses Verhalten wurde bereits bei den RGFL beobachtet, siehe [97].

Trotz der hohen Temperaturunterschiede, unterscheiden sich die anisothermen Lagerparameter nur relativ wenig von den isothermen Parametern, wie in Abb. 7.14 zu sehen ist. Insbesondere bei den Dämpfungen (rechte Hälfte der Abb. 7.14) ist optisch kaum ein Unterschied erkennbar. Dieser Eindruck täuscht jedoch etwas aufgrund des Verlaufes der Kurven. Bei geringen Drehzahlen sind die Dämpfungen sehr hoch, während die Dämpfungen bei hohen Drehzahlen relativ gering sind. Gerade bei hohen Drehzahlen sind jedoch aufgrund des hohen Temperaturniveaus die größten Unterschiede zwischen dem isothermen und dem anisothermen Modell zu erwarten. Deshalb sind die absoluten Dämpfungsunterschiede bei großen Drehzahlen zwar gering, jedoch relativ betrachtet durchaus relevant. So betragen die prozentualen Unterschiede der Dämpfungskoeffizienten bei $n = 70\,000 \text{ min}^{-1}$ und $F = 150 \text{ N}$ bezogen auf den Wert der anisothermen Dämpfungen: 9.05% (C_{zz}), 17.9% ($C_{\varphi\varphi}$) und 1.0% ($C_{\varphi\psi}$).

Bei den Steifigkeiten, insbesondere bei der Hauptwinkelsteifigkeit $K_{\varphi\varphi}$, ergeben sich bei

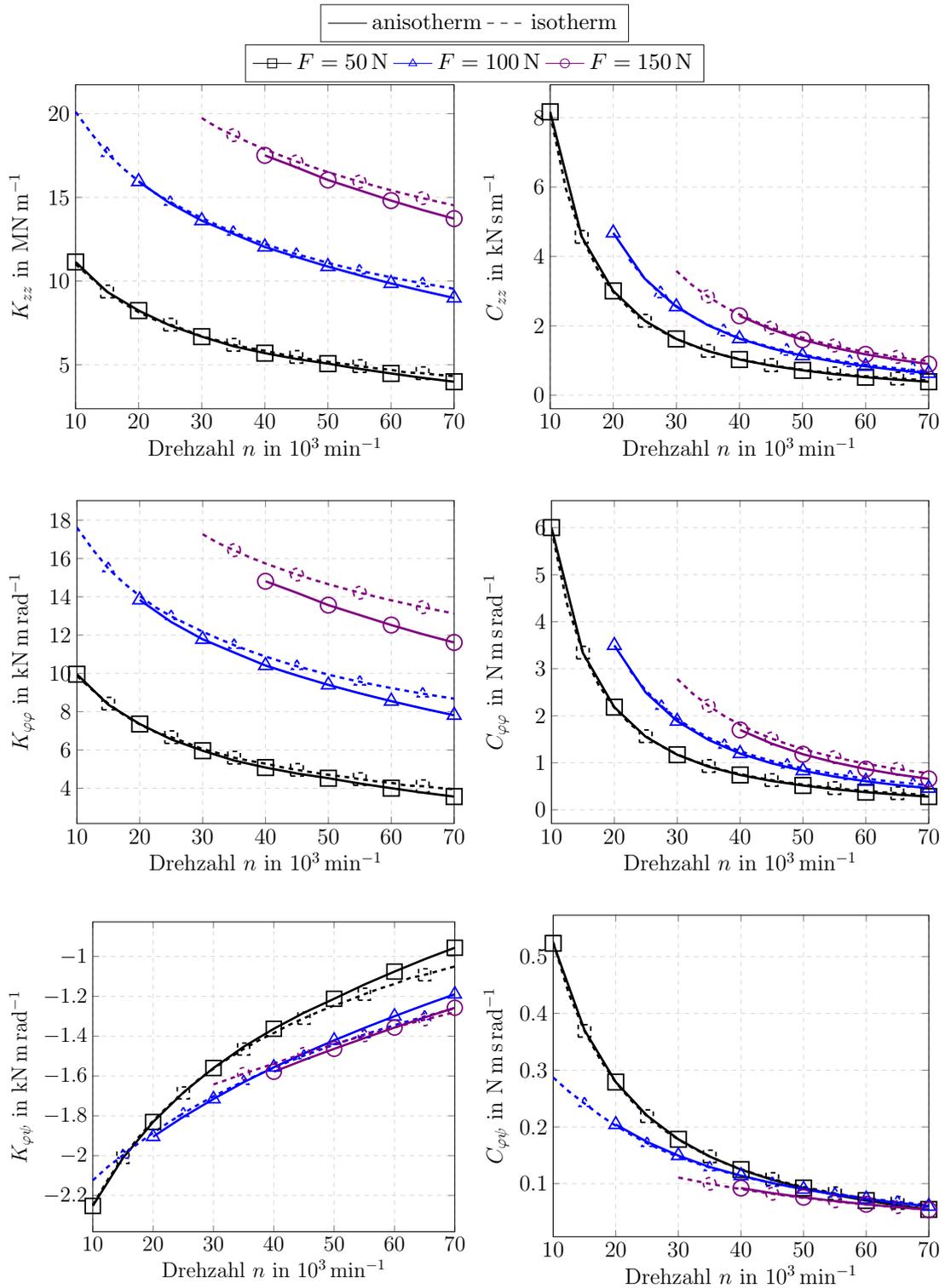


Abbildung 7.14: Linearisierte Lagerparameter anisothem (durchgezogene Linien) und isotherm (gestrichelte Linien) berechnet, in Abhängigkeit von der Drehzahl bei verschiedenen Lagerbelastungen, für das in Tab. 5.1 spezifizizierte Lager mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$, einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$ und einem Störfrequenzverhältnis von $\gamma = 0.25$.

hohen Lasten und hohen Drehzahlen und somit auch bei den maximalen Temperaturniveaus signifikante Unterschiede zwischen der isothermen und der anisothermen Rechnung. Für $n = 70\,000\text{ min}^{-1}$ und $F = 150\text{ N}$ ergeben sich bei maximalen Fluidtemperaturen, die 118°C über der Umgebungstemperatur liegen Unterschiede in den Parametern von 13.0% in den Hauptwinkelsteifigkeiten. Der Einfluss der anisothermen Rechnung auf die Hauptwinkelparameter ist deshalb besonders groß, weil sich durch die Berücksichtigung der thermischen Verformung des *runners* der Schmierspalt in den radialen Außenbereichen des Lagers vergrößert, was zu einer Verringerung des Druckes in diesen Bereichen und letztlich zu einem weicheren Verhalten des Lagers gegenüber Verkipfung führt.

Die axialen Hauptsteifigkeiten K_{zz} zeigen bei anisothermer Rechnung, trotz der mit steigender Temperatur zunehmenden Viskosität, ein gegenüber der isothermen Rechnung abnehmendes Verhalten. Dieses ist jedoch weniger stark ausgeprägt als bei den Winkelparametern. Der Unterschied zwischen isothermer und anisothermer Rechnung beträgt bei der Drehzahl $n = 70\,000\text{ min}^{-1}$ und $F = 150\text{ N}$ 5.7%.

Der Einfluss der anisothermen Rechnung auf die Koppelwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}$ ist gering. Erstaunlich ist jedoch, dass die Unterschiede zwischen isothermer und anisothermer Rechnung für die kleinste Belastung $F = 50\text{ N}$ und damit auch die kleinsten Fluidtemperaturen am stärksten ausgeprägt ist. Im Gegensatz zu K_{zz} und $K_{\varphi\varphi}$ werden die Koppelwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}$ bei Berücksichtigung der Anisothermie betragsmäßig größer.

Besonders die bei anisothermer Betrachtung kleiner werdenden Hauptwinkelsteifigkeiten aber auch die -Dämpfungen legen ein Verringerung des Stabilitätsgebiets bei Berücksichtigung des anisothermen Verhaltens nahe. Dies wird im folgenden Abschnitt untersucht.

7.6.2 Kippschwingungen bei anisothermer Rechnung

Im letzten Abschnitt 7.6.1 wurde gezeigt, dass die Berücksichtigung der Anisothermie bei hohen Drehzahlen und Lagerlasten zu einer Abnahme der Hauptwinkelparameter $K_{\varphi\varphi}$ führt. In Abschn. 7.1 und den Abb. 7.7, 7.4 wurde argumentiert, dass diese Parameter einen wesentlichen Einfluss auf die Einsatzdrehzahl selbsterregter Kippschwingungen haben. Aus diesem Grund wird in diesem Abschn. geprüft, wie sich die Stabilitätsgrenzen des in Abschn. 7.1 vorgestellten Beispielrotors verändern, wenn die Lagerparameter anisotherm ermittelt werden. Zu diesem Zweck sind in Abb. 7.15 die kritischen Eigenfrequenzverhältnisse (links) und kritischen Trägheiten (rechts) anisotherm (in durchgezogenen Linien) sowie isotherm (mit gestrichelten Linien) dargestellt.

Je größer die Last und die Drehzahlen (und somit auch die Fluidtemperaturen), desto größer die Unterschiede in den Eigenfrequenzverhältnissen der isothermen und anisothermen Modellierung. Dieser Effekt ist im Wesentlichen auf die im vorherigen Abschnitt dokumentierte Abnahme der Hauptwinkeldämpfungen $C_{\varphi\varphi}$ bei Berücksichtigung des anisothermen Verhaltens zurückzuführen.

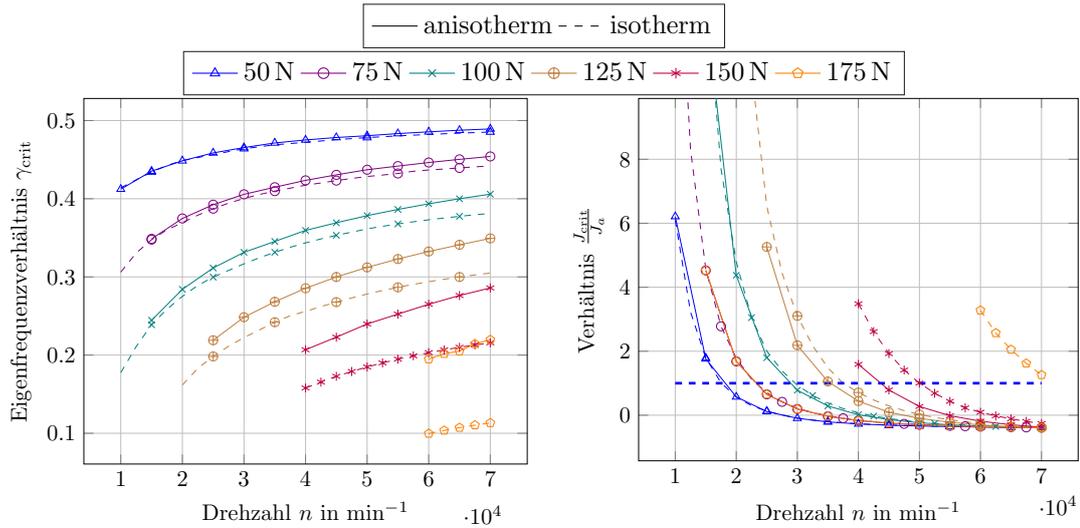


Abbildung 7.15: Links: Eigenfrequenzverhältnis $\gamma_{\text{crit}} = \frac{\omega_{\text{crit}}}{\Omega}$ über der Drehzahl n . Rechts: Kritische Trägheit J_{crit} dividiert durch das Trägheitsmoment J_a über der Drehzahl n für einen angenommenen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$ und verschiedene Lagerlasten. In durchgezogenen Linien wurden die anisotherm ermittelten und in gestrichelten Linien die isotherm ermittelten Parameter dargestellt.

Tabelle 7.2: Stabilitätsgrenzen (OSI) in Abhängigkeiten der axialen Belastung bei anisothermer Betrachtung für einen Rotor mit $J_a = 7670 \text{ kg mm}^2$, $J_z = 1565 \text{ kg mm}^2$.

Modell	OSI in 10^3 min^{-1}					
	50 N	75 N	100 N	125 N	150 N	175 N
isoth.	17.6	23.3	29.7	37.4	50.0	>70
anisoth.	17.6	23.3	28.9	35.4	43.7	<60

Die berechneten Stabilitätsgrenzen des isothermen und des anisothermen Modells sind in Tab. 7.2 gegenübergestellt. Die kritischen Trägheiten der anisothermen Rechnung nehmen gegenüber der isothermen Rechnung ab, was zu einer Abnahme der Stabilitätsgrenzen führt, welche umso ausgeprägter ist, je größer die Lasten sind. Unter einer Belastung von 150 N beträgt der Unterschied 6300 min^{-1} . Bei 175 N ist der Unterschied sogar noch deutlich größer ($>20\,000 \text{ min}^{-1}$), kann jedoch nicht genau ermittelt werden, da die Stabilitätsgrenze im isothermen Modell den betrachteten Drehzahlbereich überschreitet und im anisothermen Fall bei Drehzahlen auftritt, bei welchen die Lagertragfähigkeit überschritten wird. Nichtsdestotrotz wird deutlich, dass bei großen Lasten die Temperaturentwicklung im Lager einen starken Einfluss auf die Stabilität hat. Die treibenden Faktoren für die kleineren Stabilitätsgrenzen bei anisothermer Betrachtung sind zum einen die steigenden kritischen Eigenfrequenzen, welche wiederum durch die abnehmenden Hauptwinkeldämpfungen $C_{\varphi\varphi}$ bedingt sind. Zum anderen bewirken die geringeren Hauptwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$ ein Abnahme der kritischen Trägheit nach Gl. 7.12 und begünstigen so Instabilität. Die physikalische Ursache für die abnehmenden Parameter $K_{\varphi\varphi}$ ist die thermische Aus-

dehnung des *runners*, welcher sich aufgrund des Temperaturunterschieds vom Lager wegbiegt (siehe Abschn. B.5), so dass in den radialen äußeren Bereichen der Luftspalt größer wird und die Drücke somit kleiner.

Zusammenfassend kann geschlossen werden, dass bei der Vorhersage des dynamischen Lagerverhaltens das anisotherme Lagerverhalten bei großen Lasten berücksichtigt werden muss. Im Detail hängt jedoch das thermische Verhalten stark von den thermischen Randbedingungen ab, welche durch die das Lager umgebenden Komponenten bestimmt werden.

7.7 Einfluss von Ausrichtungsfehlern auf die Lagerparameter und das dynamische Verhalten

Wie in Abschn. 6.3 gezeigt wurde haben bereits kleine Winkelfehler bei der Ausrichtung des AGFL große Verminderungen der Lagertragfähigkeit zur Folge. Da eine ideale Ausrichtung nur im theoretischen Modell möglich ist, werden an dieser Stelle die Auswirkungen von Winkelfehlern auf die linearisierten Lagerparameter und das dynamische Lagerverhalten untersucht. Nach Wissen des Autors existieren keine weiteren öffentlich zugänglichen Untersuchungen dieser Art im Bereich der AGFL.

7.7.1 Grundlegende Beobachtungen und Schlussfolgerungen

Wird ein Zustand betrachtet in dem Rotor und Lager einen von null verschiedenen, relativen Winkel zueinander haben, dann gelten einige der in Abschn. 7.1 bezüglich der Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen von AGFL gemachten Beobachtungen nicht mehr. Im Gegensatz zu dem ideal ausgerichteten Lager, sind bei einer Lagerverkippung die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen voll besetzt, d.h.:

$$Z_{z\varphi}, Z_{\varphi z}, Z_{z\psi}, Z_{\psi z} \neq 0 . \quad (7.19)$$

Anschaulich bedeutet dies, dass bei einem schräg stehenden Lager eine Winkelstörung des *runners* auch zu einer Änderung der Axialkraft führt, sowie dass eine Störung in axialer Richtung auch das Lagermoment beeinflusst. Selbst wenn ein Zustand betrachtet wird, bei dem ein Relativwinkel zwischen Rotor und Lager lediglich um eine Achse vorliegt, (z.B. $\varphi \neq 0, \psi = 0$) sind die Lagerparameter des mit dem Nullwinkel assoziierten Freiheitsgrades verschieden von null ($Z_{z\psi}, Z_{\psi z} \neq 0$ obwohl $\psi = 0$). Die Ursache hierfür ist die rotationssymmetrische, jedoch nicht achsensymmetrische Anordnung der *pads*. Eine achsensymmetrische Anordnung wäre für das hier gewählte Koordinatensystem möglich, jedoch sinnlos, da eine Verkippung um jede beliebige Achse auftreten kann.

Weiterhin sind bei einem Relativwinkel zwischen Rotor und Lager die Winkelsteifigkeiten nicht mehr symmetrisch. Im Unterschied zu dem ideal ausgerichteten Lager gilt:

$$K_{\varphi\varphi} \neq K_{\psi\psi}, C_{\varphi\varphi} \neq C_{\psi\psi} \quad (7.20)$$

$$K_{\varphi\psi} \neq -K_{\psi\varphi}, C_{\varphi\psi} \neq -C_{\psi\varphi} . \quad (7.21)$$

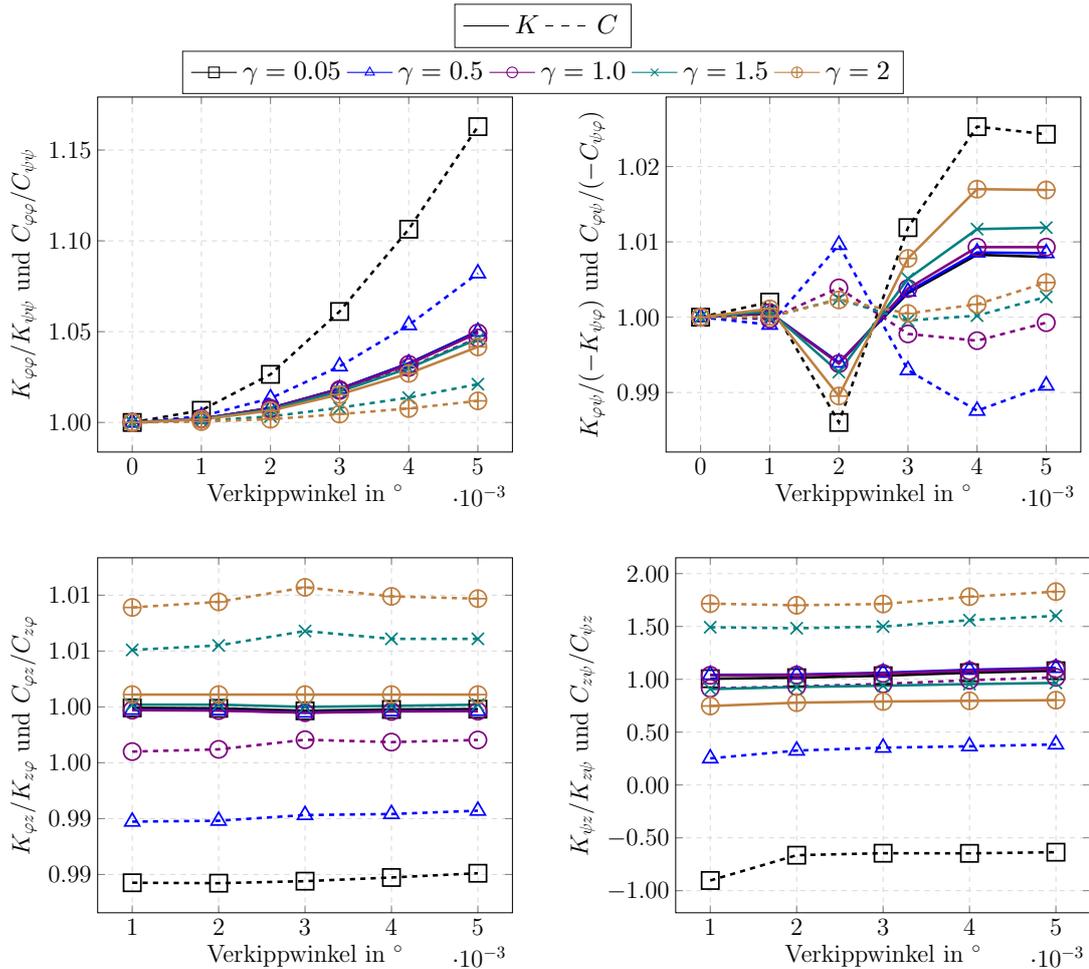


Abbildung 7.16: Exemplarische Darstellung der Anisotropie der Lagerparameter über dem Verkippwinkel in φ -Richtung bei einem Verkippwinkel in ψ -Richtung von $\psi = 0$ (Durchgezogene Linien - Steifigkeiten, gestrichelte Linien - Dämpfungen). Exemplarisch dargestellt für $W = 125 \text{ N}$ und $n = 70000 \text{ min}^{-1}$ und das in Tab. 5.1 spezifizierte Lager mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

Die Quotienten der obigen Lagerparameter sind in Abb. 7.16 dargestellt, um das Ausmaß der Anisotropie der Parameter zu verdeutlichen. Exemplarisch wird ein Lastfall betrachtet mit: $\varphi = 0.005^\circ$, $\psi = 0^\circ$, $W = 125 \text{ N}$, $n = 70000 \text{ min}^{-1}$. Es ist ersichtlich, dass für die in dieser Arbeit betrachteten Verkippwinkel von maximal $\varphi = 0.005^\circ$ um die x -Achse die Hauptwinkel-Lagerparameter insbesondere die Dämpfung nicht mehr isotrop sind. Die Orthotropie der Hauptwinkel-Lagerparameter (links oben in Abb. 7.16) steigt mit zunehmenden Verkippwinkeln an. Bei Betrachtung der Verläufe wird ebenfalls deutlich, dass die Hauptwinkelparameter in Richtung der Verkippfung ($K_{\varphi\varphi}$, $C_{\varphi\varphi}$) im Vergleich zu denjenigen senkrecht zur Verkippfung ($K_{\psi\psi}$, $C_{\psi\psi}$) überproportional zunehmen. Die Koppelwinkelparameter (rechts oben in Abb. 7.16) sind auch bei Verkippfung noch näherungsweise antisymmetrisch.

Links unten in Abb. 7.16 wird gezeigt, dass bei einer reinen Verkippfung in φ -Richtung

näherungsweise gilt: $K_{\varphi z} = K_{z\varphi}$, $C_{\varphi z} = C_{z\varphi}$. Wird, wie in Abb. 7.16, ein Zustand betrachtet mit $\varphi \neq 0$, $\psi = 0$, dann kann die gleiche Relation nicht für die Parameter $K_{\psi z}$, $K_{z\psi}$, $C_{\psi z}$, $C_{z\psi}$ aufgestellt werden. Diese Parameter sind aber im Vergleich zu den entsprechenden Parametern mit φ -Beteiligung um eine Größenordnung kleiner.

Zwar ließe sich analog zu dem ideal ausgerichteten Rotor (siehe Gl. 7.12) auch für ein Rotor-Lager-System mit Ausrichtungsfehlern ein analytisches Stabilitätskriterium angeben, jedoch wird dieses aufgrund der vollbesetzten Systemmatrizen deutlich komplexer und weniger anschaulich ausfallen. Deshalb wird an dieser Stelle darauf verzichtet. Die Stabilität unter Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern kann trotzdem durch Anwendung des in Abschn. 3.3.2 beschriebenen Verfahrens beurteilt werden. Im Gegensatz zum ideal ausgerichteten Rotor kann aufgrund der voll besetzten Systemmatrizen das Auftreten von axialen, instabilen Schwingungen nicht ausgeschlossen werden. Dies wird in Abschn. 7.7.3 genauer untersucht. Zunächst wird jedoch im nachfolgenden Abschnitt die Abhängigkeit der linearisierten Lagerparameter von den Verkippwinkeln präsentiert.

7.7.2 Lagerparameter bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern

Da, wie im letzten Abschnitt 7.7.1 beschrieben, die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen eines verkippten Lagers durch jeweils 9 Parameter beschrieben werden (im Vergleich zu den jeweils 3 Parametern bei einem ideal ausgerichteten Lager), nimmt die Darstellung dieser Ergebnisse für mehrere Lastfälle sehr viel Raum in Anspruch. Aus diesem Grund und weil die Verläufe, unabhängig vom betrachteten Lastfall, qualitativ ähnlich sind, wird die Veränderung der Lagerparameter in Abhängigkeit des Verkippwinkels im Hauptteil dieser Arbeit nur exemplarisch an einem Lastfall ($F = 100 \text{ N}$, $n = 45000 \text{ min}^{-1}$) gezeigt (Abb. 7.17). Für weitere Lastfälle sind die Lagerparameter der Vollständigkeit halber im Anhang in den Abb. D.11 - D.14 dargestellt. Weiterhin wurde in Abb. 7.16 deutlich, dass die Anisotropie bei den in dieser Arbeit betrachteten Verkippwinkeln von maximal 0.005° nur schwach ausgeprägt ist, so dass auf die Präsentation der Parameter $K_{\psi\psi}$, $K_{\psi\varphi}$, $K_{\varphi z}$, $C_{\psi\psi}$, $C_{\psi\varphi}$, $C_{\varphi z}$ verzichtet wird, diese nehmen ähnliche Werte an wie die Parameter $K_{\varphi\varphi}$, $-K_{\varphi\psi}$, $K_{z\varphi}$, $C_{\varphi\varphi}$, $-C_{\varphi\psi}$, $C_{z\varphi}$. Bei den in diesem Abschnitt durchgeführten Untersuchungen ist das Lager um den Winkel φ um seine x -Achse (siehe Abb. 2.3) verkippt, der Verkippwinkel ψ um die y -Achse beträgt null.

Die linearisierten, axialen Steifigkeiten K_{zz} (durchgezogene Linien, links oben in Abb. 7.17) zeigen mit ansteigender Schrägstellung des Lagers nur geringe Veränderungen. Eine Analyse der Steifigkeiten der einzelnen *pads* verrät, dass sich die Steifigkeiten der dem *runner* zugewandten *pads* vergrößern, während die vom *runner* weg bewegten *pads* abnehmende Steifigkeiten haben. Obwohl die Steifigkeit des *pads*, welches dem *runner* am stärksten zugeneigt ist, überproportional ansteigt, heben sich diese Effekte in Summe in etwa auf und resultieren in dem beobachteten, flachen Verläufen von K_{zz} über dem Verkippwinkel. Werden alle in D.11 dargestellten Lastfälle betrachtet, so ist tendenziell eine leichte Abnahme der axialen Lagersteifigkeiten K_{zz} mit dem Verkippwinkel zu erkennen.

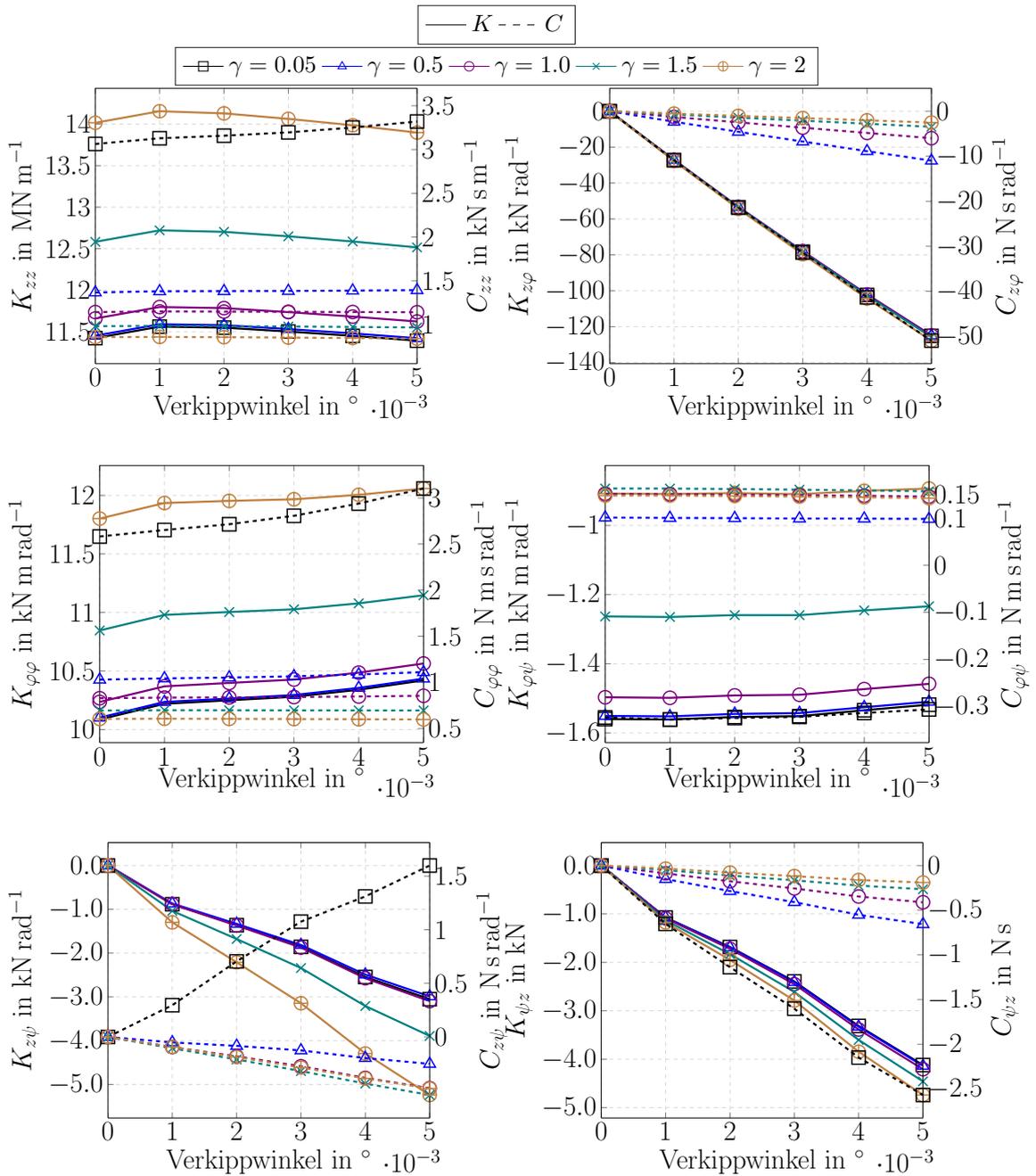


Abbildung 7.17: Linearisierte Steifigkeiten (durchgezogene Linien) und Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von dem Verkipswinkel bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , für die Drehzahl $n = 45000 \text{ min}^{-1}$ unter einer Lagerbelastung von $F = 100 \text{ N}$ des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

Die axialen Dämpfungen C_{zz} zeigen nur bei kleinen Störfrequenzverhältnissen γ einen mit dem Verkippwinkel ansteigenden Verlauf und sind ansonsten für $\gamma > 0.5$ nahezu vom Verkippwinkel unabhängig.

Die Winkel-Hauptdämpfungen $C_{\varphi\varphi}$ verhalten sich ähnlich wie die axialen Hauptdämpfungen C_{zz} . Die Hauptwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$ zeigen im Unterschied zu K_{zz} einen leichten Anstieg mit dem Verkippwinkel. Wobei auch bei $K_{\varphi\varphi}$ ein flacher Verlauf und damit nur eine geringe Abhängigkeit vom Verkippwinkel zu erkennen ist. Die Koppelwinkelparameter $K_{\varphi\psi}, C_{\psi\varphi}$ verändern sich ebenfalls nur wenig mit zunehmendem Verkippwinkel.

Einzig die Beträge der Koppelparameter $K_{z\varphi}, C_{z\varphi}$ nehmen mit steigender Schrägstellung nahezu linear zu. Die negativen Vorzeichen der Parameter bedeuten, dass eine Vergrößerung des Verkippwinkels zu einer Verkleinerung der Lagerkraft führt. Die Parameter $K_{z\varphi}$ zeigen nur für kleine Lasten (siehe Abb. D.14) eine nennenswerte Abhängigkeit vom Anregungsfrequenzverhältnis γ und nehmen betragsmäßig mit steigender Anregungsfrequenz zu. Ein ähnliches Verhalten ist auch für die Koppelparameter $K_{z\psi}, K_{\psi z}, C_{z\psi}, C_{\psi z}$ zu beobachten, welche jedoch aufgrund des betrachteten Verkippzustandes mit $\psi = 0$ deutlich kleiner sind als die entsprechenden Parameter mit φ -Beteiligung.

7.7.3 Stabilitätsverhalten bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern

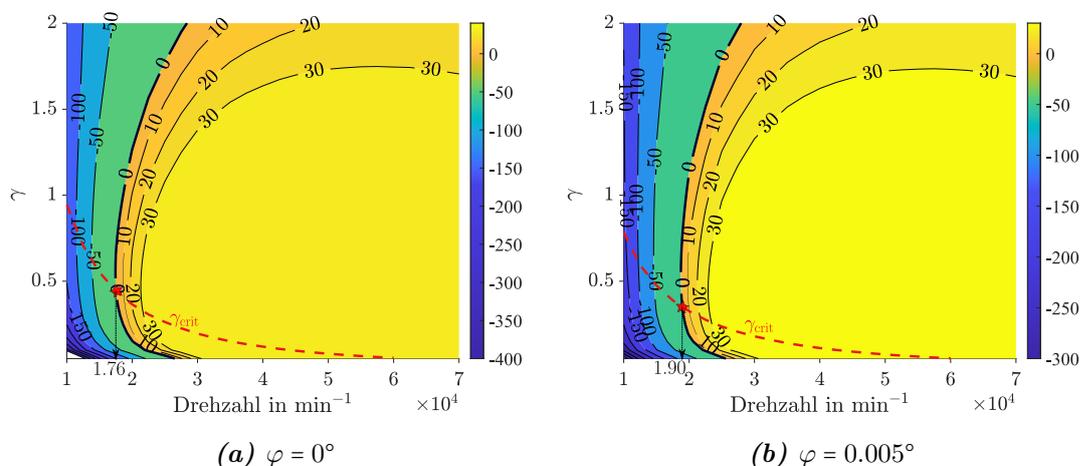


Abbildung 7.18: Maximaler Realteil aller Eigenwerte über der Drehzahl und dem Eigenfrequenzverhältnis für einen ideal ausgerichteten Rotor (links) und einem Rotor mit Relativwinkel zum Lager jeweils unter einer axialen Belastung von $W = 50\text{ N}$. Entlang der roten gestrichelten Linie stimmen Stör- und Eigenfrequenz überein $\gamma = \gamma_{\text{crit}}$ (was eine der Voraussetzungen für Selbsterregung ist). Die Stabilitätsgrenze ist durch einen roten Stern hervorgehoben. Dargestellt für einen Rotor nach Abb. 8.1, Tab. 8.1 mit $J_a = 7670\text{ kg}^2\text{ mm}$, $J_z = 1565\text{ kg}^2\text{ mm}$.

Wie in den vorherigen beiden Abschn. 7.7.1, 7.7.2 gezeigt, treten bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern Anisotropien in den Winkelsteifigkeiten auf und die Hauptwinkelsteifigkeiten und -dämpfungen, steigen mit zunehmendem Verkippwinkel leicht an. Weiterhin treten bei Berücksichtigung die Koppelparameter $K_{z\varphi}, K_{\varphi z}, K_{z\psi}, K_{\psi z}, C_{z\varphi}, C_{\varphi z}$,

$C_{z\psi}$, $C_{\psi z}$ in Erscheinung, welche beim ideal ausgerichteten Lager vernachlässigt werden können. All dies lässt einen Einfluss der Verkipfung auf das Stabilitätsverhalten des Lagers vermuten, welcher in diesem Abschnitt untersucht wird.

Aufgrund der voll besetzten Systemmatrizen bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern lassen sich jedoch keine kompakten Gleichungen für die kritischen Trägheiten und Eigenkreisfrequenzen angeben. Um trotzdem eine anschauliche Gegenüberstellung von Lagern mit und ohne Ausrichtungsfehlern zu ermöglichen wird eine grafische Methode zur Beurteilung der Stabilität angewendet (siehe Abb. 7.18). Dabei wird das Maximum der Realteile aller Eigenwerte über der Drehzahl n und dem Störfrequenzverhältnis γ in einem Konturplot dargestellt. Das System beginnt aufzuklingen, sobald zwei Bedingungen erfüllt sind: zum einen muss der Realteil größer als null sein (der Grenzfall mit Realteil gleich null ist in Abb. 7.18 durch eine dicke, schwarze Konturlinie hervorgehoben), zum anderen muss die Eigenfrequenz mit der angesetzten Störfrequenz übereinstimmen $\gamma = \gamma_{\text{crit}}$ (siehe hierzu Abschn. 3.3.2, Gl. 3.21, 3.23). Die zweite Bedingung wird als Kurve in das Diagramm eingefügt (rote, gestrichelte Linie in Abb. 7.18). Der Schnittpunkt dieser Linie mit der Null-Konturlinie des Realteils (in der Abb. 7.18 durch einen roten Stern markiert) des Eigenwerts kennzeichnet die Stabilitätsgrenze (der betrachteten Eigenform). Die Drehzahl, welche den Übergang zum instabilen Bereichen kennzeichnet ist im Diagramm dargestellt.

Als Rotor wird der in Abschn. 8.1 vorgestellte Beispielrotor unter einer statischen axialen Belastung von $W = 50\text{ N}$ verwendet. Die Realteile des Eigenwerts des ideal ausgerichteten Rotors werden links in Abb. 7.18 gezeigt und der verkippte Rotor (mit einem Relativwinkel $\varphi = 0.005^\circ$ um die x -Achse) rechts.

Auf den ersten Blick sind die beiden Stabilitätskarten in Abb. 7.18 sehr ähnlich. Tatsächlich ist aber das Gebiet mit Realteil größer null für den verkippten Rotor leicht zu höheren Drehzahlen verschoben, wodurch dessen Stabilitätsgrenze von $17\,600\text{ min}^{-1}$ ($\varphi = 0^\circ$) auf $19\,000\text{ min}^{-1}$ ($\varphi = 0.005^\circ$) angehoben wird.

Jedoch zeigen die Stabilitätskarten nur das Verhalten des Eigenwertes (EW) mit maximalem Realteil. Die Real- und Imaginärteile (bzw. kritische Störfrequenzverhältnisse) aller EW sind deshalb in Abb. 7.19 dargestellt. Zu sehen sind die kritischen Eigenfrequenzverhältnisse (links), sowie die Realteile aller Eigenwerte (rechts) über der Drehzahl für den ideal ausgerichteten Rotors (oben) und den Rotor mit Relativwinkel zum Lager (unten). Die dargestellten EWe sind jeweils diejenigen, welche die Bedingung $\gamma = \gamma_{\text{crit}}$ erfüllen, also diejenigen, welche sich auf der roten gestrichelten Linie in den Stabilitätskarten 7.18 befinden. Per Eigenwertverfolgung wurde sichergestellt, dass die mit einem spezifischen Marker gekennzeichneten EWe immer zur selben Eigenform (EF) gehören.

Wird bedacht, dass zu jedem EW noch der konjugiert komplexe EW gehört, dann kann es erstaunen, dass bei einem 6×6 -System (in der Zustandsraumdarstellung) überhaupt 7 konjugiert komplexe EWe möglich sind. Dies liegt daran, dass die EWe zusätzlich die Bedingung $\gamma = \gamma_{\text{crit}}$ erfüllen müssen und es für eine Drehzahl mehrere γ geben kann, bei denen dies zutrifft. Die Eigenschaft, dass die Anzahl der EWe nicht zwingend an

7.7. EINFLUSS VON AUSRICHTUNGSFEHLERN AUF DIE LAGERPARAMETER UND DAS DYNAMISCHE VERHALTEN

die Dimension der Systemmatrizen gebunden ist, ist eine Charakteristik nichtlinearer Eigenwerte (siehe 3.3.2 und [98]).

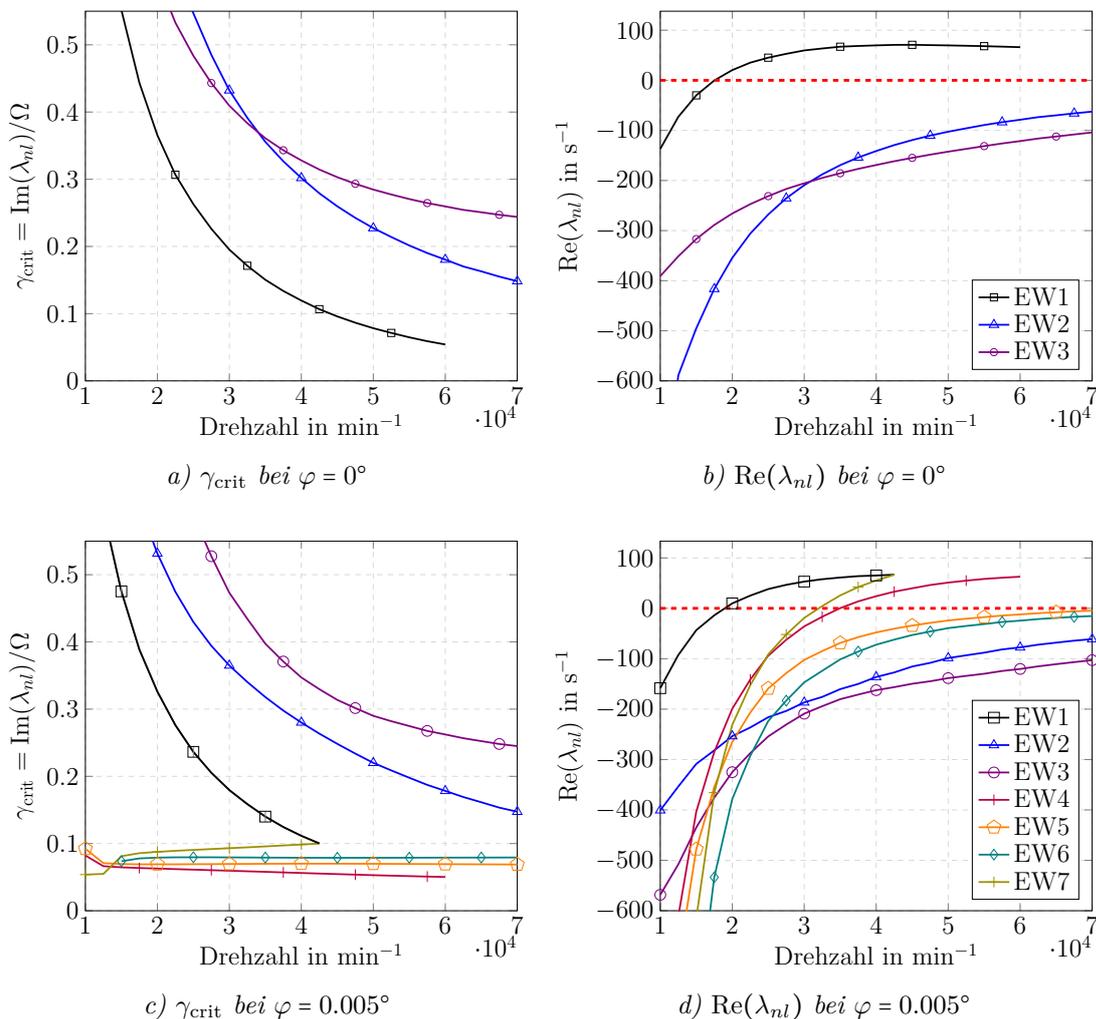


Abbildung 7.19: Kritische Eigenfrequenzverhältnisse (links) und Realteile der Eigenwerte (rechts) über der Drehzahl für die verschiedenen Eigenwerte eines verkippten Lagers (unten) und eines ideal ausgerichteten Lagers (oben) jeweils unter einer Belastung von $W = 50 \text{ N}$. Das Überschreiten der roten gestrichelten Linie kennzeichnet den Übergang in den instabilen Bereich. Dargestellt für einen Rotor nach Abb. 7.1 mit $J_a = 7670 \text{ kg}^2 \text{ mm}$, $J_z = 1565 \text{ kg}^2 \text{ mm}$.

Die EWe sind nur durch Nummerierung gekennzeichnet, die dazugehörigen EFen werden daher in Tab. 7.3 spezifiziert. Die Nummerierung der EFen und EWe im verkippten Fall wurde so angepasst, dass die EW1-EW3, welche einen sehr ähnlichen Verlauf zeigen wie beim ideal ausgerichteten Zustand, die gleichen Nummern bekommen. Jedoch zeigt Tab. 7.3, dass sich deren EFen unterscheiden. Vor allem die EF2, welche im ideal ausgerichteten Zustand eine rein axiale EF ist, hat im verkippten Zustand nur einen kleinen axialen Anteil und weist die größte Amplitude in ψ -Richtung auf. Die Amplituden der EF1 und EF3 bei idealer Ausrichtung und Verkipfung ähneln sich zwar, aber die Phasenlage unterscheidet sich. Generell haben im verkippten Zustand alle EFen auch eine axiale Komponente.

Tabelle 7.3: Übersicht über die Eigenformen eines ideal ausgerichteten und eines verkippten, starren Rotors nach Abb. 7.1, mit $J_a = 7670 \text{ kg}^2 \text{ mm}$, $J_z = 1565 \text{ kg}^2 \text{ mm}$. Da sich die Eigenformen über der Drehzahl leicht ändern können, sind in der Tabelle die arithmetischen Mittel der Phasen und Amplituden über der Drehzahl angegeben. Die Amplituden sind so normiert, dass deren Betrag zu Eins wird.

a) $\varphi = 0.00^\circ$							b) $\varphi = 0.005^\circ$						
EF	norm. Amplitude			Phase [°]			EF	norm. Amplitude			Phase [°]		
	φ	ψ	z	φ	ψ	z		φ	ψ	z	φ	ψ	z
1	0.71	0.71	0.00	12	0	-	1	0.78	0.64	0.02	0	99	3
2	0.00	0.00	1.00	-	-	0	2	0.60	0.80	0.03	94	0	102
3	0.71	0.71	0.00	32	0	-	3	0.80	0.60	0.02	0	-108	16
							4	0.95	0.28	0.09	0	95	142
							5	0.95	0.28	0.09	0	-93	-144
							6	0.85	0.50	0.06	0	-83	-102
							7	0.82	0.56	0.02	0	101	-1

Trotz der ähnlichen Stabilitätskarten des ideal ausgerichteten und des verkippten Lagers (siehe Abb. 7.18) zeigen deren Imaginär- und Realteile in ihrer Gesamtheit ein stark abweichendes Verhalten (siehe Abb. 7.19). Zwar existieren drei EWe mit ähnlichen Verläufen, jedoch weichen die zugehörigen EFen ab (siehe Tab. 7.3). Zusätzlich treten noch vier weitere EWe auf die im ideal ausgerichteten Fall nicht auftreten. Sechs von sieben EFen haben dabei maximale Amplituden in die Richtung der Verkipfung φ und lediglich eine einzige EF (EF2) hat maximale Amplituden in ψ -Richtung.

Auffällig ist das Verhalten von EW1 und EW7 die zusammenlaufen und verschwinden. Die zugehörigen EFen der beiden EWe sind sehr ähnlich jedoch nicht identisch. Für dieses Verhalten wurde keine Erklärung gefunden.

Das Verschwinden von EW4 bei Drehzahlen über $60\,000 \text{ min}^{-1}$ ist vermutlich auf eine numerische Ursache zurückzuführen. Das minimal vorgegebene Störfrequenzverhältnis γ beträgt 0.05, deshalb können EW mit $\gamma_{\text{crit}} < 0.05$ nicht gefunden werden.

Zur Interpretation muss hinzugefügt werden, dass mit der angewendeten Methode nicht vorausgesagt werden kann, was nach dem Eintreten der ersten Instabilität geschieht, weil die im Modell angenommene Gleichgewichtslage aufgrund der Instabilität verlassen wird, die berechneten linearisierten Lagerparameter jedoch lediglich in naher Umgebung dieser Gleichgewichtslage gültig sind. Trotzdem kann mit der durchgeführten Analyse beurteilt werden, ob die betrachtete Gleichgewichtslage eventuell nach dem Auftreten der ersten Instabilität wieder stabil wird, was jedoch nicht automatisch bedeutet, dass die wieder stabile Gleichgewichtslage angenommen wird.

Im hier betrachteten Fall bleibt die Gleichgewichtslage jedoch nach Überschreiten des OSI über den betrachteten Drehzahlbereich instabil, wie bereits im nicht verkippten Fall. Selbst nach dem sich die instabilen EW1 und EW7 bei etwa $42\,500 \text{ min}^{-1}$ auslösen ist

Tabelle 7.4: Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit von der Rampenhöhe h_{ramp} , und der axialen Belastung W für einen Rotor nach Abb. 7.1, mit $J_a = 7670 \text{ kg}^2 \text{ mm}$, $J_z = 1565 \text{ kg}^2 \text{ mm}$.

Parameter	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 0.005^\circ$	
W	h_{ramp}	OSI_{ax}	OSI_{ax}
N	μm	10^3 min^{-1}	
10	500	<10	<10
50	500	17.6	19.0
75	500	23.3	24.4
100	500	29.7	<35
10	40	<10	<10
50	40	14.4	14.8
100	40	23.8	24.4
150	40	38.2	38.8
200	40	68.0	68.1

mit EW4 ein instabiler EW vorhanden. Dieser verschwindet zwar bei $60\,000 \text{ min}^{-1}$, dies ist aber lediglich darauf zurückzuführen, dass $\gamma_{\text{crit}} < 0.05$ und damit nicht im Suchbereich der vorgegeben Störfrequenzverhältnisse ist.

Das dynamische Verhalten eines ideal ausgerichteten Rotors und eines verkippten Rotors unterscheidet sich also deutlich, wobei die Einsetzdrehzahlen der Instabilität (OSI_{ax}) letztlich ähnlich sind und für den verkippten Rotor etwas höher liegen als bei dem ideal ausgerichteten Rotor. Die OSIs für den ideal ausgerichteten und den verkippten Rotor sind in Tab. 7.4 für verschiedene Lastfälle gegenübergestellt. Der untersuchte Drehzahlbereich beträgt dabei, $10\,000 \text{ min}^{-1} - 70\,000 \text{ min}^{-1}$, wobei für hohe Lasten (und insbesondere im verkippten Zustand) die untere Drehzahlgrenze angehoben werden musste, um die Lagertragfähigkeit nicht zu überschreiten. Es ist erkennbar, dass sich die OSIs trotz des signifikant unterschiedlichen Verhaltens der EWe im verkippten und ideal ausgerichteten Fall nicht sehr stark unterscheiden. Tendenziell verringern sich die Unterschiede in den Stabilitätsgrenzen bei hohen Lagerbelastungen, was vermutlich auf die dort stark ansteigenden Hauptwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$ zurückzuführen ist.

Zusammenfassend unterscheidet sich das dynamische Verhalten bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern deutlich von dem eines ideal ausgerichteten Rotors. Die Stabilitätsgrenzen liegen im Fall des verkippten Lagers nur leicht höher, als bei dem ideal ausgerichteten Fall. Die Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern ist daher bei der Vorhersage der Stabilitätsgrenzen nicht zwingend erforderlich, zum einen aufgrund der geringen Unterschiede in den Stabilitätsgrenzen und zum anderen, weil die Stabilitätsgrenzen des ideal ausgerichteten Systems eine konservative Schätzung sind.

Hierbei sind jedoch zwei Dinge zu beachten: Erstens sind die in dieser Arbeit betrachteten Verkippwinkel sehr klein (aus dem Grund weil bereits sehr kleine Verkippwinkel die

Lagertragfähigkeit stark verringern) und zweitens wurde im voranstehenden Abschn. ein System untersucht, bei welchem die RGFL keinen Einfluss haben. Der zweite Aspekt wird im folgenden Abschn. behandelt.

Kapitel 8

Axiale und radiale Gasfolienlager im Zusammenspiel - Auswirkungen auf das dynamische Verhalten

Im vorangegangenen Teil der vorliegenden Arbeit wurden Rotoren untersucht, die bewusst so aufgebaut sind, dass die radiale Lagerung keinen Einfluss auf das Stabilitätsverhalten hat. Jedoch ist zu erwarten, dass durch eine Berücksichtigung von RGFL das dynamische Verhalten des Rotors maßgeblich beeinflusst wird. Dies wird in diesem Kapitel analysiert. Im ersten Teilabschnitt 8.1 werden der Rotor und die Parameter der RGFL vorgestellt, die Systemmatrizen aufgestellt und erste Überlegungen zum möglichen Einfluss der RGFL formuliert. Um das Stabilitätsverhalten der RGFL von dem der AGFL zu isolieren, wird in Abschn. 8.2 das dynamische Verhalten ohne Berücksichtigung der AGFL dokumentiert. Die Auswirkungen, wenn sowohl AGFL als auch RGFL berücksichtigt werden, sind in Abschn. 8.3 für einen starren, symmetrischen Rotor ohne Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern dokumentiert. In Abschn. 7.7.3 wurde gezeigt, dass Ausrichtungsfehler zwischen AGFL und Rotor eine signifikante Änderung des dynamischen Verhaltens bewirken können, dies wird in Abschn. 8.4 nun auch unter Berücksichtigung der RGFL für einen starren, symmetrischen Rotor untersucht. Die Bedingung des symmetrischen Rotoraufbaus wird im Teilabschn. 8.5 in einer qualitativen Untersuchung fallen gelassen.

8.1 Vorbemerkungen

In diesem Abschnitt wird das Stabilitätsverhalten eines starren, in axialen sowie radialen Gasfolienlagern gelagerten Rotors, nach Wissen des Autors erstmalig (abgesehen von einer eigenen Veröffentlichung [99]), untersucht. Die Berechnungen der Parameter der AGFL

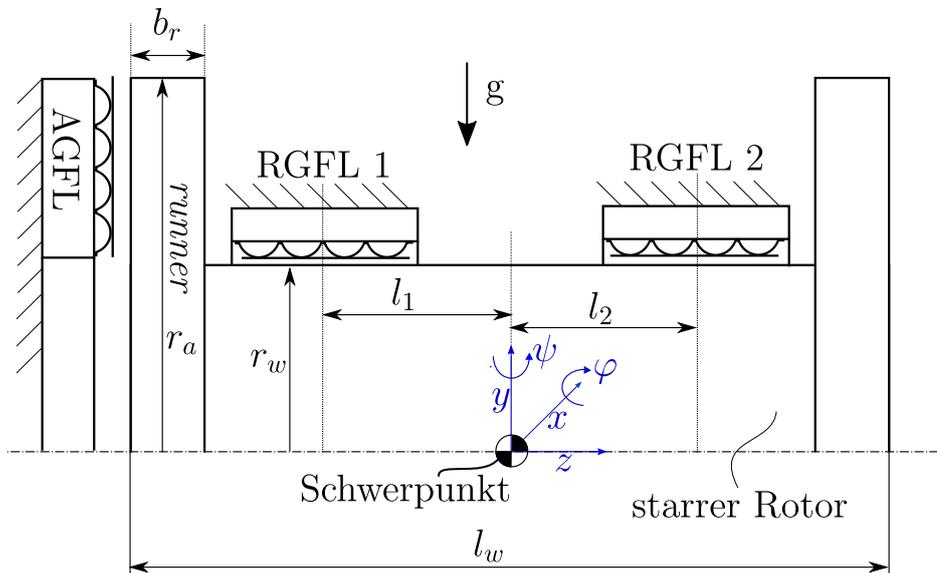


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung eines in axialen und radialen Gasfolienlagern gelagerten starren Rotors.

Tabelle 8.1: Parameter des untersuchten Rotors.

Parameter	Bezeichnung	Wert
Wellenradius	r_w	25.0 mm
Wellenlänge	l_w	175.0 mm
runner-Radius	r_a	50.0 mm
runner-Breite	b_r	10.0 mm
Schwerpunktsabstand Lager 1	l_1	64 mm
Schwerpunktsabstand Lager 2	l_2	64 mm
Dichte der Welle	ρ_w	7850 kg m^{-3}
Rotormasse	m_r	3.62 kg
Trägheitsmoment z -Achse	J_z	$0.0023 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-1}$
Trägheitsmoment x - und y -Achse	J_a	$0.0143 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-1}$

Tabelle 8.2: Parameter der untersuchten Radiallager

Parameter	Bezeichnung	Wert
Lagerdurchmesser	d_r	25.0 mm
Lagerbreite	b_r	25.0 mm
<i>bump</i> -Höhe	h_B	0.508 mm
<i>bump</i> -Abstand	s_0	4.6 mm
<i>bump</i> -Anzahl	N_B	17
halbe <i>bump</i> -Länge	l_0	1.8 mm
nominaler Spalt	c_0	32 μm
<i>top foil</i> -Dicke	t_f	102 μm
<i>bump foil</i> -Dicke	t_b	102 μm
Strukturverlustfaktor	s_{loss}	0.2
Umgebungsdruck	p_a	101325 N m^{-2}
Elastizitätsmodul <i>foils</i>	E_f	$2.14 \cdot 10^{11}$ N m^{-2}
Poissonzahl <i>foils</i>	ν_f	0.29
Dichte <i>foils</i>	ρ_f	8280 kg m^{-3}

erfolgen, bis auf einen gesondert gekennzeichneten Fall, isotherm. Zwar wurde in Abschn. 7.6.2 gezeigt, dass die anisotherme Betrachtung einen signifikanten Einfluss auf die Stabilitätsgrenzen haben kann, allerdings ist die gleichzeitige Betrachtung von Ausrichtungsfehlern und anisothermen Lagerverhalten sehr aufwendig. Für den ideal ausgerichteten Fall wird im Anhang D.7 gezeigt, dass der Einfluss der anisotherm berechneten AGFL-Parameter für ein System aus AGFL und RGFL für die betrachteten Lastfälle gering ist. Die Lagerparameter der RGFL sind hingegen anisotherm gerechnet. Bei den RGFL haben Ausrichtungsfehler vergleichsweise geringe Auswirkungen und werden deshalb vernachlässigt. Daher ist der numerische Aufwand bei den RGFL nicht so groß, was eine anisotherme Betrachtung in allen Lastfällen erlaubt.

Der betrachtete Rotor ist schematisch in Abb. 8.1 dargestellt. Am linken Wellenende befindet sich der *runner* und am rechten Wellenende eine Scheibe mit identischer Geometrie wie der *runner*, so dass der Schwerpunkt mit dem geometrischen Mittelpunkt zusammenfällt. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus befindet sich der Schwerpunkt bei der halben Wellenlänge l_w . Die Radiallager, deren Parameter in Tab. 8.2 angegeben sind, sind symmetrisch um den Schwerpunkt angeordnet, so dass $l_1 = l_2 = 64$ mm. Die RGFL sind dabei fast soweit außen angebracht wie für den in Abb. 8.1 dargestellten Rotor möglich. Der Außenrand der Lager befindet sich jeweils 1 mm vom *runner* bzw. der gegenüberliegenden Scheibe entfernt. Auf die Radiallager wirkt in negativer y -Richtung die Gewichtskraft des Rotors, welche sich aufgrund des symmetrischen Aufbaus zur Hälfte auf die beiden identischen RGFL verteilt.

Analog zu den AGFL können auch für die RGFL linearisierte Lagerparameter berechnet werden. Hierzu wurde ein am Fachgebiet implementierter Code verwendet, siehe Disserta-

tion Michel [100]. Die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen $\underline{\underline{K}}_r$, $\underline{\underline{C}}_r$ der RGFL sind dabei wie folgt aufgebaut:

$$\underline{\underline{K}}_r = \begin{bmatrix} K_{yy} & K_{yx} \\ K_{xy} & K_{xx} \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{C}}_r = \begin{bmatrix} C_{yy} & C_{yx} \\ C_{xy} & C_{xx} \end{bmatrix}. \quad (8.1)$$

Die Feder- und Dämpferkräfte greifen in der Mittelebene der RGFL an (in Abb. 8.1 durch gepunktete Linien gekennzeichnet). Die Gesamtsteifigkeitsmatrix $\underline{\underline{A}}$ kann durch Aufstellen des Kräfte- und Momentengleichgewichts im Schwerpunkt aufgestellt werden:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} m_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_a \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{q}} = \begin{Bmatrix} \Delta z \\ \Delta y \\ \Delta x \\ \Delta \varphi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} \quad (8.2)$$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} K_{zz} & 0 & 0 & K_{z\varphi} & K_{z\psi} \\ 0 & K_{yy,1} + K_{yy,2} & K_{yx,1} + K_{yx,2} & A_{y\varphi} & A_{y\psi} \\ 0 & K_{xy,1} + K_{xy,2} & K_{xx,1} + K_{xx,2} & A_{x\varphi} & A_{x\psi} \\ K_{\varphi z} & A_{\varphi y} & A_{\varphi x} & A_{\varphi\varphi} & A_{\varphi\psi} \\ K_{\psi z} & A_{\psi y} & A_{\psi x} & A_{\psi\varphi} & A_{\psi\psi} \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

Mit:

$$A_{y\varphi} = K_{yy,1}l_1 - K_{yy,2}l_2, \quad A_{y\psi} = -K_{yx,1}l_1 + K_{yx,2}l_2 \quad (8.4)$$

$$A_{x\varphi} = K_{xy,1}l_1 - K_{xy,2}l_2, \quad A_{x\psi} = -K_{xx,1}l_1 + K_{xx,2}l_2 \quad (8.5)$$

$$A_{\varphi y} = K_{yy,1}l_1 - K_{yy,2}l_2, \quad A_{\varphi x} = K_{yx,1}l_1 - K_{yx,2}l_2 \quad (8.6)$$

$$A_{\varphi\varphi} = K_{\varphi\varphi} + K_{yy,1}l_1^2 + K_{yy,2}l_2^2, \quad A_{\varphi\psi} = K_{\varphi\psi} - K_{yx,1}l_1^2 - K_{yx,2}l_2^2 \quad (8.7)$$

$$A_{\psi y} = -K_{xy,1}l_1 + K_{xy,2}l_2, \quad A_{\psi x} = -K_{xx,1}l_1 + K_{xx,2}l_2 \quad (8.8)$$

$$A_{\psi\varphi} = K_{\psi\varphi} - K_{xy,1}l_1^2 - K_{xy,2}l_2^2, \quad A_{\psi\psi} = K_{\psi\psi} + K_{xx,1}l_1^2 + K_{xx,2}l_2^2. \quad (8.9)$$

Die Dämpfungsmatrix ist analog aufgebaut. Die Indizes 1 bzw. 2 stehen dabei für das linke bzw. rechte RGFL. Für den symmetrischen Fall mit $l_1 = l_2 = l_s$ und $\underline{\underline{K}}_{r,1} = \underline{\underline{K}}_{r,2}$ sowie $\underline{\underline{C}}_{r,1} = \underline{\underline{C}}_{r,2}$ vereinfacht sich die Gesamtsteifigkeitsmatrix $\underline{\underline{A}}$ wie folgt:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} K_{zz} & 0 & 0 & K_{z\varphi} & K_{z\psi} \\ 0 & 2K_{yy} & 2K_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 2K_{xy} & 2K_{xx} & 0 & 0 \\ K_{\varphi z} & 0 & 0 & K_{\varphi\varphi} + 2K_{yy}l_s^2 & K_{\varphi\psi} - 2K_{yx}l_s^2 \\ K_{\psi z} & 0 & 0 & K_{\psi\varphi} - 2K_{xy}l_s^2 & K_{\psi\psi} + 2K_{xx}l_s^2 \end{bmatrix}. \quad (8.10)$$

Es ist ersichtlich, dass in den Einträgen $[2-3, 2-3]$ der Gesamtsteifigkeitsmatrix $\underline{\underline{A}}$ die doppelte Steifigkeitsmatrix der Radiallager $\underline{\underline{K}}_r$ als Block enthalten ist. Durch Umsortierung

der Freiheitsgerade (z.B. zu $\{\Delta y, \Delta x, \Delta z, \Delta \varphi, \Delta \psi\}^T$) haben die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix Blockdiagonalstruktur. Da die Eigenwerte unabhängig von der Sortierung der Freiheitsgerade sind, blieben diese nach der Sortierung unverändert. Es lässt sich daher die folgende Eigenschaft (siehe [101, Gl. 402]) von Blockdiagonalmatrizen ausnutzen:

$$\det \left(\begin{bmatrix} \underline{\underline{X}}_{11} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{X}}_{22} \end{bmatrix} \right) = \det(\underline{\underline{X}}_{11}) \det(\underline{\underline{X}}_{22}) \quad (8.11)$$

Hierbei ist $\underline{\underline{X}}$ eine Matrix mit Blockdiagonalstruktur und die Blöcke $\underline{\underline{X}}_{11}$, $\underline{\underline{X}}_{22}$ sind beliebige quadratische Matrizen, welche nicht zwingend die gleiche Dimension haben müssen. Aufgrund dieser Eigenschaft (Gl. 8.11) von Blockdiagonalmatrizen und ihren Determinanten folgt, dass die Eigenwerte von Systemen mit Blockdiagonalstruktur den Eigenwerten der einzelnen Blockmatrizen entsprechen. Es ist anzumerken, dass in dem hier betrachteten Fall die Matrix, von welcher beim Lösen des Eigenwertproblems die Determinante gebildet wird, keine Blockdiagonalstruktur hat. Dies liegt daran, dass das vorliegende quadratische Eigenwertproblem in ein lineares Eigenwertproblem überführt werden muss (so wie dies in den Gl. 3.20-3.21 gezeigt wird). Trotzdem bleibt die Eigenschaft der Blockdiagonalmatrizen auch für das quadratische Eigenwertproblem erhalten: Die Eigenwerte eines Blocks sind auch Eigenwerte des Gesamtsystems. Dies wird im Anhang A.3 gezeigt.

Es folgt daher eine wichtige Eigenschaft für starre Rotoren mit bezüglich des Schwerpunktes symmetrischer Anordnung der RGFL: Die Eigenwerte des entkoppelten y , x -Systems sind auch immer Eigenwerte des Gesamtsystems. Somit sind Instabilitäten der translatorischen Radiallager - Freiheitsgrade auch Instabilitäten des Gesamtsystems (unter der Voraussetzung eines symmetrischen Rotoraufbaus, mit 2 identischen Radiallagern bzw. Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen mit Blockdiagonalstruktur wie in Gl. 8.10).

8.2 Dynamik eines starren, symmetrischen Rotors in radialen Gasfolienlagern

Wie im letzten Abschn. 8.1 dargelegt, sind die Instabilitäten der translatorischen Freiheitsgrade (y, x) für einen symmetrischen Rotoraufbau mit gleichem Abstand der Radiallager zum Schwerpunkt $l_1 = l_2 = l_s$ und zwei identischen Radiallagern auch Instabilitäten des Gesamtsystems. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt die dynamischen Eigenschaften eines Systems untersucht, welches durch die Bewegungsdifferentialgleichung 8.12 beschrieben wird.

$$\begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{y} \\ \Delta \ddot{x} \end{Bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} C_{yy} & C_{yx} \\ C_{xy} & C_{xx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{y} \\ \Delta \dot{x} \end{Bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} K_{yy} & K_{yx} \\ K_{xy} & K_{xx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta y \\ \Delta x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.12)$$

Dabei ist anzumerken, dass die Gl. 8.12 lediglich die translatorische Bewegung in den Radiallagern abbildet. Kippbewegungen um die x und y -Achsen werden maßgeblich durch die Axiallager beeinflusst und deshalb gesondert untersucht.

8.2. DYNAMIK EINES STARREN, SYMMETRISCHEN ROTORS IN RADIALEN GASFOLIENLAGERN

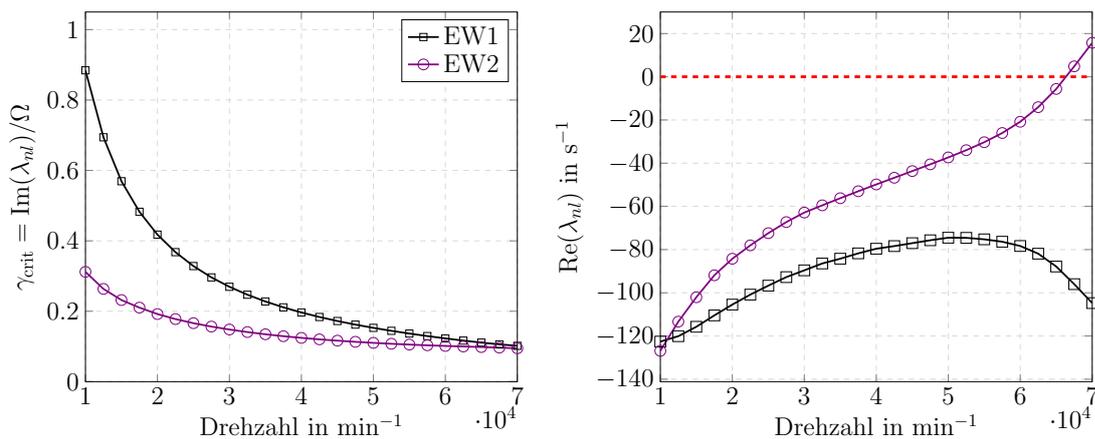


Abbildung 8.2: Kritische Eigenfrequenzverhältnisse (links) und Realteile der Eigenwerte (rechts) der translatorischen Freiheitsgrade (x , y) über der Drehzahl für den Rotor aus Abb. 8.1, Tab. 8.1. Lagerparameter nach Tab. 8.2.

Die kritischen Eigenfrequenzverhältnisse γ_{crit} für ein durch die Gl. 8.12 beschriebenes System sind in Abb. 8.2 (links) über der Drehzahl dargestellt. Die Eigenwerte sind dabei komplex konjugiert, weshalb in Abb. 8.2 nur diejenigen mit positivem γ_{crit} dargestellt werden. Die Eigenwerte haben Anteile aus beiden translatorischen Komponenten, wobei EW2 größere Amplituden in x -Richtung aufweist und EW1 größere Amplituden in y -Richtung hat. Bei $n = 66\,340 \text{ min}^{-1}$ und $\gamma_{\text{crit}} = 0.0974$ weist EW2 eine Instabilität auf. Die kleinste Drehzahl bei der ein Eigenwert des durch die Gl. 8.12 beschriebenen Systems eine Instabilität aufweist, wird im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit als $\text{OSI}_{r,2}$ bezeichnet (*Onset Speed of Instability*). Die „2“ im Index deutet dabei auf die Dimension ($[2 \times 2]$) der Systemmatrizen hin. Diese Instabilität wird auch beim symmetrischen Gesamtsystem, welches auch die axialen und Kippfreiheitsgrade berücksichtigt erhalten bleiben, ist dort aber nicht mehr zwingend die Instabilität mit der geringsten Drehzahl (also kein OSI mehr).

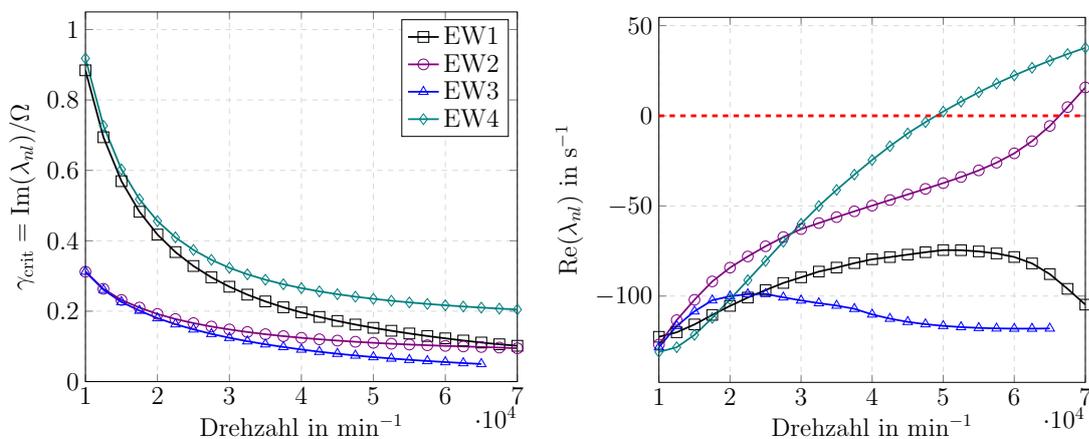


Abbildung 8.3: Kritische Eigenfrequenzverhältnisse (links) und Realteile der Eigenwerte (rechts) der Freiheitsgrade (x , y , φ , ψ) über der Drehzahl für den Rotor aus Abb. 8.1, Tab. 8.1. Lagerparameter nach Tab. 8.2 unter Vernachlässigung der Einflusses der axialen Gasfolienlager.

In der zuvor betrachteten Bewegungsdifferentialgleichung 8.12 wurde bewusst die Möglichkeit von Kippbewegungen ausgeschlossen. Falls sowohl translatorische als auch Kippbewegungen für ein Rotorsystem untersucht werden, bei welchem die Axiallager keinen Einfluss auf die Verkipfung haben, dann lautet die Bewegungsdifferentialgleichung:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{y} \\ \Delta \ddot{\varphi} \\ \Delta \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} C_{yy} & C_{yx} & 0 & 0 \\ C_{xy} & C_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{yy}l_s^2 & -C_{yx}l_s^2 + \Omega J_z \\ 0 & 0 & -C_{xy}l_s^2 - \Omega J_z & C_{xx}l_s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta \dot{\varphi} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} \\
 + 2 \begin{bmatrix} K_{yy} & K_{yx} & 0 & 0 \\ K_{xy} & C_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{yy}l_s^2 & -K_{yx}l_s^2 \\ 0 & 0 & -K_{xy}l_s^2 & K_{xx}l_s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \varphi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (8.13)
 \end{aligned}$$

Die Imaginär- und Realteile eines solchen Systems sind in Abb. 8.3 dargestellt. Aufgrund der angesprochenen Eigenschaften der Eigenwerte von Blockmatrizen, sind die zu EW1 und EW2 gehörigen Verläufe identisch wie beim translatorischen Subsystem in Abb. 8.2. Zusätzlich kommen jedoch noch die EWe (EW3 und EW4) der Winkelfreiheitsgrade hinzu. Bei EW3 hat der φ Freiheitsgrad größere Amplituden und bei EW4 der ψ Freiheitsgrad. Der EW4 hat dabei bereits bei geringeren Drehzahlen positive Realteile als der EW2, die zugehörige Drehzahl bei der die Realteile gerade null sind, ist demnach der OSI des betrachteten Systems. Die Stabilitätsgrenze eines solchen Systems wird im Folgenden mit OSI_{r4} bezeichnet. Für den betrachteten Lastfall liegt sie bei $OSI_{r4} = 49010 \text{ min}^{-1}$ und damit unterhalb der rein translatorischen Instabilität des 2×2 -Systems aus Gl. 8.12. Die assoziierte Instabilität ist aber eine Winkelinstabilität, welche im Gegensatz zu der translatorischen Instabilität durch die AGFL beeinflusst werden kann.

Tabelle 8.3: Stabilitätsgrenzen der in dieser Arbeit verwendeten RGFL in der Übersicht für den Rotor aus Abb. 8.1, Tab. 8.1, Lagerparameter nach Tab. 8.2.

c_0	OSI_{r2}	OSI_{r4}
μm	10^3 min^{-1}	10^3 min^{-1}
32	66.3	49.0
20	32.8	32.8

Neben dem in Tab. 8.2 spezifizierten RGFL wird in dieser Arbeit noch ein identisches RGFL mit lediglich abweichenden Nominalspalt $c_0 = 20 \mu\text{m}$ untersucht. Die OSIs der verwendeten RGFL sind in Tab. 8.3 spezifiziert. Es wird deutlich, dass bei den RGFL mit $c_0 = 20 \mu\text{m}$ die translatorische Instabilität OSI_{r2} kleiner ist als die Kippinstabilität, da $OSI_{r2} = OSI_{r4}$.

Ob diese OSIs auch die Stabilitätsgrenzen des in AGFL und RGFL gelagerten Rotors sind, wird im nachfolgenden Abschn. zunächst für einen starren, symmetrischen und ideal ausgerichteten Rotor untersucht.

8.3 Dynamik eines starren, symmetrischen, ideal ausgerichteten Rotors in axialen und radialen Gasfolienlagern

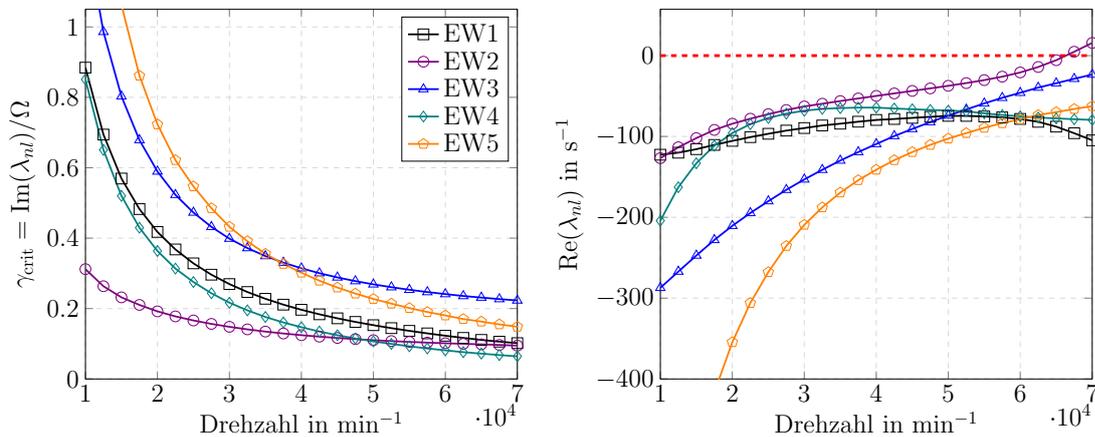


Abbildung 8.4: Kritische Eigenfrequenzverhältnisse (links) und Realteile der Eigenwerte (rechts) über der Drehzahl für den Rotor aus Abb. 8.1, Tab. 8.1. Lagerparameter nach Tab. 8.2 und Tab. 5.1. Belastung in y -Richtung durch die Gewichtskraft und in axialer z -Richtung durch $W = 50 \text{ N}$.

Da ein starrer, symmetrischer Rotor betrachtet wird, sind dessen Gesamtsteifigkeits- und -dämpfungsmatrizen aufgebaut wie in Gl. 8.10. Weiterhin wird angenommen, dass das AGFL ideal zum Rotor ausgerichtet ist. Die kritischen Eigenfrequenzverhältnisse sowie die Realteile der EWe sind in Abb. 8.4 dargestellt. Zudem sind die kritischen Eigenkreisfrequenzverhältnisse nur bis zu Werten von 1 und die Realteile bis zu Werten von -400 s^{-1} dargestellt, um eine geeignete Skalierung der Diagramme zu gewährleisten.

Zunächst kann beobachtet werden, dass sich die translatorischen Freiheitsgrade x , y (dargestellt in Vierecks- und Kreismarkern) identisch verhalten wie für das in Abschn. 8.2, Abb. 8.2 untersuchte Subsystem. Dies liegt an der Blockstruktur der Systemmatrizen Gl. 8.10. Der instabile Bereich des x -Freiheitsgrades ab Drehzahlen von $66\,340 \text{ min}^{-1}$ ist somit auch für das Gesamtsystem erkennbar.

Die Imaginär- und Realteile des axialen Subsystems wurden für einen ähnlichen, aber nicht identischen Rotor bereits in Abb. 7.19 c) und d) gezeigt. Die dort beobachtete Instabilität der Winkelfreiheitsgrade φ , ψ ist für das Gesamtsystem nicht mehr zu beobachten. Dies liegt daran, dass die relevanten Einträge in der Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix (siehe Gl. 8.10) durch die translatorischen Radiallagerparameter verändert werden. Der Einfluss der Radiallager ist dabei umso stärker ausgeprägt, je größer der Abstand der Lager zum Schwerpunkt l_s ist. Obwohl EW3 (maximale Amplituden in ψ - und φ -Richtung, die Amplituden der anderen Freiheitsgrade sind vernachlässigbar) Realteile nahe null aufweist, zeigt eine (nicht dargestellte) schrittweise Verringerung des Parameters l_s von den ursprünglichen 64 mm , dass eine Aufklängen der konischen Eigenform erst bei $l_s = 39 \text{ mm}$ mit einer Einsatzdrehzahl von $n_{\text{osi}} = 31\,130 \text{ min}^{-1}$ auftritt. Für den untersuchten

Tabelle 8.4: Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit der Rampenhöhe h_{ramp} , der axialen Belastung W und des Nominalspalts c_0 .

a)				b)			
$c_0 = 32 \mu\text{m}$,				$c_0 = 20 \mu\text{m}$,			
$\text{OSI}_{r,2} = 66\,350 \text{ min}^{-1}$,				$\text{OSI}_{r,2} = 32\,830 \text{ min}^{-1}$,			
$\text{OSI}_{r,4} = 49\,010 \text{ min}^{-1}$				$\text{OSI}_{r,4} = 32\,830 \text{ min}^{-1}$			
Parameter		Stabilitätsgrenzen		Parameter		Stabilitätsgrenzen	
W	h_{ramp}	OSI	OSI_{ax}	W	h_{ramp}	OSI	OSI_{ax}
N	μm	10^3 min^{-1}		N	μm	10^3 min^{-1}	
10	500	60.0	<10	10	500	32.8	<10
50	500	66.4	14.4	50	500	32.8	14.4
100	500	66.4	24.6	100	500	32.8	24.6
150	500	66.4	43.1	150	500	32.8	43.1
10	40	54.5	<10	10	40	32.8	<10
50	40	66.4	11.6	50	40	32.8	11.6
100	40	66.4	19.6	100	40	32.8	19.6
150	40	66.4	33.1	150	40	32.8	33.1
200	40	66.4	66.9	200	40	32.8	66.9

Rotor ergeben sich somit nur für geringe Abstände der Radiallager zum Schwerpunkt aufklingende konische Eigenformen.

Das Zusammenspiel von axialen und radialen Gasfolienlagern wirkt sich also positiv auf das Vermeiden von mit Kippschwingungen verbundenen Instabilitäten aus. Wie bereits beobachtet wurde, verschwinden durch Berücksichtigen der Radiallager die bei AGFL beobachteten Kippinstabilitäten. Umgekehrt können sich AGFL jedoch auch stabilisierend auf Kippschwingungen auswirken, welche nur mit den radialen Steifigkeiten verbunden sind. So hat ein Rotor nach Abb. 8.1 mit einem ideal starren Axiallager ohne Winkelsteifigkeiten und -dämpfungen eine mit dem Winkel φ assoziierte Instabilität bei $\text{OSI}_{r,4} = 49\,010 \text{ min}^{-1}$ (siehe Abb. 8.3, Tab. 8.3). Im Gesamtsystem ist diese Instabilität nicht mehr zu erkennen, was auf den stabilisierenden Einfluss des AGFL zurückzuführen ist.

Bisher wurde allerdings nur ein Lastfall betrachtet, deshalb sind die Tab. 8.4 die OSIs des Gesamtsystems und des axialen Subsystems für verschiedene Kräfte, Rampenhöhen und Nominalspalte gegenübergestellt.

Die Betrachtung der Lastfälle zeigt, dass falls die zylindrische EF vor der konischen EF instabil aufklingt, die OSIs des Gesamtsystems durch Berücksichtigung der AGFL unverändert bleiben. Dies ist in Tab. 8.4 b) der Fall, erkennbar an der Tatsache, dass die OSIs des radialen Systems unter Berücksichtigung von Kippbewegungen denen ohne deren Berücksichtigung gleichen ($\text{OSI}_{r,2} = \text{OSI}_{r,4}$). Die Ursache für dieses Verhalten wurde bereits in Abschn. 8.1 diskutiert. Die AGFL beeinflussen die translatorischen Bewegungen senkrecht zu Rotorachse nicht und können daher auch eine Instabilität dieser Bewegungen

nicht verhindern.

Anders sieht es aus, wenn die zylindrische EF vor der konischen EF auftritt wie in Tab. 8.4 a) (erkennbar an $OSI_{r2} > OSI_{r4}$). Die AGFL erhöhen in diesem Fall durch ihre Steifigkeiten und Dämpfungen in φ - und ψ -Richtung die mit der Verkippung assoziierte Instabilität, welche bei $49\,010\text{ min}^{-1}$ einsetzt. Dabei sind für das betrachtete System nur bei geringen Lasten die Hauptwinkelsteifigkeiten der AGFL $K_{\varphi\varphi}$ so gering, dass die Einsatzdrehzahl der Kippinstabilität nicht über die translatorische Instabilität bei $66\,350\text{ min}^{-1}$ hinaus angehoben wird.

Daraus kann geschlossen werden, dass für einen ideal symmetrischen Rotor die Stabilitätsgrenze ohne Berücksichtigung der AGFL vorausgesagt werden kann, falls die zylindrische EF vor der konischen EF auftritt.

Ist dies nicht der Fall, tritt also die konische EF vor der zylindrischen EF auf, dann führt die Berücksichtigung der AGFL zu einem Anheben der Einsatzdrehzahl der Kippinstabilität. Für größere axiale Belastungen ist dann meist die Stabilitätsgrenze des Gesamtsystems identisch zu der des translatorischen, radialen Subsystems ($OSI = OSI_{r2}$). Allerdings kann es gefährlich sein, des Gesamtsystems nur mit Hilfe von OSI_{r2} vorauszusagen. Denn ab welchen Lasten die AGFL vernachlässigbar sind, muss von Fall zu Fall geprüft werden.

Werden anisotherm berechnete linearisierte Lagerparameter der AGFL verwendet, dann ändern sich die Stabilitätsgrenzen des Gesamtsystems nur für einen der betrachteten Lastfälle und auch dort nicht besonders stark. Dies ist im Anhang (siehe Tab. D.7) für die in Tab. 8.4 betrachteten Lastfälle dargestellt. Die zuvor gemachten Aussagen bleiben also auch bei einer anisothermen Betrachtung gültig. In diesem Abschn. wurden die isothermen Parameter präsentiert, um eine bessere Vergleichbarkeit mit den kommenden Abschnitten zu gewährleisten. Dort wurde aufgrund des hohen numerischen Aufwands bei gleichzeitiger Betrachtung von Anisothermie und Ausrichtungsfehlern isotherm gerechnet.

8.4 Dynamik eines starren, symmetrischen, verkipperten Rotors in axialen und radialen Gasfolienlagern

Für ein Rotorsystem ohne Einfluss der radialen Lagerung auf Kipp- und axiale Bewegungen, wurde das dynamische Verhalten unter Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern bereits in Abschn. 7.7.3 diskutiert und die EWe über der Drehzahl in Abb. 7.19 c) und d) dargestellt. Nachdem im letzten Abschn. 8.3 für ein ideal ausgerichtetes System festgestellt wurde, dass die Kippinstabilitäten aufgrund der zusätzlichen Kippsteifigkeiten und -dämpfungen der RGFL verschwinden, wird dies in diesem Abschn. für ein AGFL mit einem Relativwinkel von $\varphi = 0.005^\circ$ zum Rotor untersucht. Die Real- und Imaginärteile der EWe sind zu diesem Zweck in Abb. 8.5 über der Drehzahl dargestellt.

Allerdings ist anzumerken, dass ein Relativwinkel zwischen AGFL und Rotor keine natürliche Gleichgewichtslage des Rotorlagersystems darstellt. Durch Aufbringung eines äußeren Moments wäre es zwar möglich diese Gleichgewichtslage zu erzielen, jedoch be-

einflusst diese wiederum die auf die RGFL wirkenden Kräfte und somit auch deren linearisierte Lagerparameter. Dieser Effekt ist in der Betrachtung im vorliegenden Abschnitt nicht abgebildet. Um dies zu berücksichtigen, müssten die Gleichgewichtslagen von AGFL und RGFL gekoppelt bestimmt werden, was eine möglicher Ansatz für anschließende Arbeiten ist.

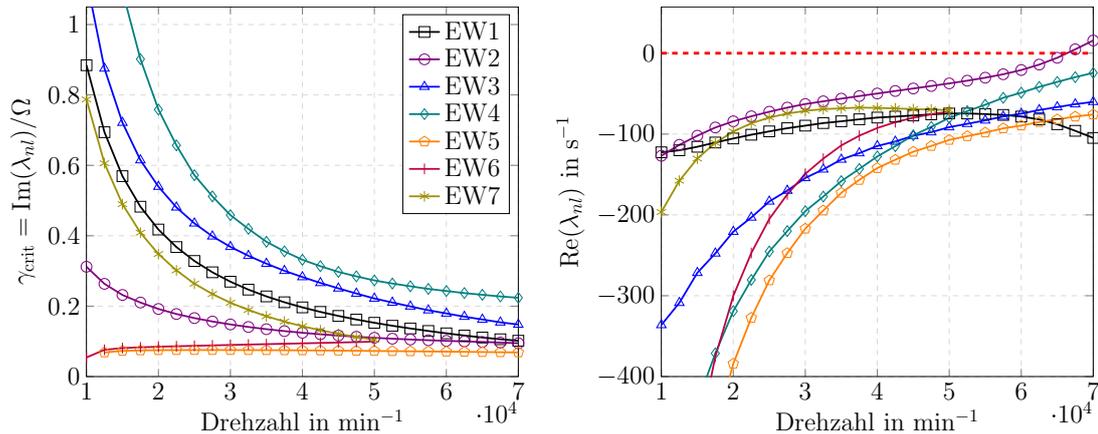


Abbildung 8.5: Kritische Eigenfrequenzverhältnisse (links) und Realteile der Eigenwerte (rechts) über der Drehzahl für den Rotor aus Abb. 8.1, Tab. 8.1. Lagerparameter nach Tab. 8.2 und Tab. 5.1. Belastung in negativer y -Richtung durch die Gewichtskraft und in axialer z -Richtung durch $W = 50\text{ N}$. Rotor und AGFL haben einen Ausrichtungsfehler von $\varphi = 0.005^\circ$ zueinander.

Abbildung 8.5 zeigt, dass sich die Anzahl der EWe im Vergleich zum ideal ausgerichteten Rotor (dargestellt in Abb. 8.4) um zwei (EW6 und EW7) erhöht. Die beiden zusätzlichen EFe sind sehr ähnlich und haben eine dominierende Amplitude in ψ -Richtung. Die Verläufe der EWe zeigen ein Verhalten, dass bereits für den Rotor verkippten Rotor ohne Berücksichtigung der RGFL in Abb. 7.19 c) und d) beobachtet wurde. Die EWe laufen zusammen und löschen sich dann aus. Die Stabilitätsgrenze liegt jedoch unverändert bei der Drehzahl $\text{OSI} = 66\,340\text{ min}^{-1}$, wie bereits bei dem ideal ausgerichteten Rotor in Abschn. 8.3, sowie auch für das translatorische, radiale Subsystem in Abschn. 8.2. Somit wird auch die für den verkippten Rotor ohne Einfluss der radialen Lagerung beobachtete aufklingende Eigenform mit axialem Schwingungsanteil durch die RGFL stabilisiert.

In Tab. 8.5 sind die OSIs unter Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern für verschiedene Lastfälle dargestellt. Die Ergebnisse ähneln dabei denen für den ideal ausgerichteten Rotor in Tab. 8.4. Die OSIs des axialen Subsystems OSI_{ax} sind dabei minimal größer als für den ideal ausgerichteten Fall. Die OSIs des Gesamtsystems unterscheiden sich nur bei der geringsten Last von $W = 10\text{ N}$ für den Nominalspalt $c_0 = 32\ \mu\text{m}$ und sind bei der Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern leicht höher. Die Erkenntnisse aus dem letzten Abschn. gelten somit auch für einen symmetrischen Rotor mit Ausrichtungsfehlern:

- Tritt eine Instabilität der zylindrischen EF vor der konischen EF auf, dann werden die Stabilitätsgrenzen durch die AGFL nicht beeinflusst. (unter der Voraussetzung

8.4. DYNAMIK EINES STARREN, SYMMETRISCHEN, VERKIPPTEN ROTORS IN AXIALEN UND RADIALEN GASFOLIENLAGERN

Tabelle 8.5: Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit der Rampenhöhe h_{ramp} , der axialen Belastung W und des Nominalspalts c_0 .

a)				b)			
$c_0 = 32 \mu\text{m}$,				$c_0 = 20 \mu\text{m}$,			
$\text{OSI}_{r2} = 66\,350 \text{ min}^{-1}$,				$\text{OSI}_{r2} = 32\,830 \text{ min}^{-1}$,			
$\text{OSI}_{r4} = 49\,010 \text{ min}^{-1}$				$\text{OSI}_{r4} = 32\,830 \text{ min}^{-1}$			
Parameter		Stabilitätsgrenzen		Parameter		Stabilitätsgrenzen	
W	h_{ramp}	OSI	OSI_{ax}	W	h_{ramp}	OSI	OSI_{ax}
N	μm	10^3 min^{-1}		N	μm	10^3 min^{-1}	
10	500	59.3	<10	10	500	32.8	<10
50	500	66.4	15.1	50	500	32.8	15.1
100	500	66.4	<35	100	500	32.8	<35
10	40	54.4	<10	10	40	32.8	<10
50	40	66.4	12.5	50	40	32.8	12.5
100	40	66.4	20.2	100	40	32.8	20.2
150	40	66.4	33.7	150	40	32.8	33.7

eines ideal symmetrischen Rotoraufbaus)

- Tritt eine Instabilität der konischen EF vor der zylindrischen EF auf, dann werden die Stabilitätsgrenzen durch die AGFL beeinflusst. Die Einsatzdrehzahlen der konischen EF werden durch die AGFL angehoben. Bei mittleren bis höheren, axialen Lasten gehen dadurch die Stabilitätsgrenzen des Gesamtsystems OSIs in diejenigen des translatorischen, radialen Subsystems (OSI_{r2}) über:

$$\text{OSI} = \text{OSI}_{r2} . \quad (8.14)$$

Ab welchen Lasten dieser Übergang stattfindet, hängt jedoch von vielen Parametern ab und sollte daher von Fall zu Fall ermittelt werden.

Bisher wurde ein symmetrischer Rotoraufbau mit identischen RGFL betrachtet mit der Folge, dass die mit den translatorischen Bewegungen in x und y verbundenen Instabilitäten unverändert erhalten blieben. Im folgenden Abschn. wird für einen Fall untersucht, wie sich das dynamische Verhalten verändert, wenn die Lagerandordnung nicht symmetrisch um den Schwerpunkt verteilt ist.

8.5 Dynamik eines starren, verkippten, unsymmetrischen Rotors in axialen und radialen Gasfolienlagern

Der in diesem Abschnitt betrachtete Rotor ist identisch mit dem in Abb. 8.1 und in Tab. 8.1 angegeben, mit der Ausnahme, dass der Abstand von RGFL2 zum Schwerpunkt nun $l_2 = 35$ mm beträgt, während $l_1 = 64$ mm seinen ursprünglichen Wert beibehält. Da sich nun die Gewichtskraft nicht mehr zu gleichen Teilen auf beide RGFL aufteilt, wird sich der Rotor verkippen. Der Grad dieser Verkipfung wird wiederum durch die Axiallager beeinflusst werden. Um also eine korrekte Aufteilung der Kräfte und die resultierende Winkellage zu berechnen, wäre eine gekoppelte Gleichgewichtslagenberechnung zwischen axialen und radialen GFL erforderlich. Dies wurde in der vorliegenden Arbeit nicht umgesetzt. Um trotzdem eine qualitative Untersuchung zu ermöglichen, wurde der Verkippwinkel auf $\varphi = 0.005^\circ$ gesetzt und außerdem angenommen, dass das weiter vom Schwerpunkt entfernte Lager um den Faktor 0.9 weicher ist: $\underline{K}_{r,1} = 0.9\underline{K}_{r,2}$, $\underline{C}_{r,1} = 0.9\underline{C}_{r,2}$, weil es unter einer geringeren radialen Belastung steht. Der Faktor 0.9 ist hierbei willkürlich. Die in diesem Abschn. durchgeführte Untersuchung ist demnach qualitativer Natur, und dient dazu mögliche Effekte eines unsymmetrischen Aufbaus aufzuzeigen.

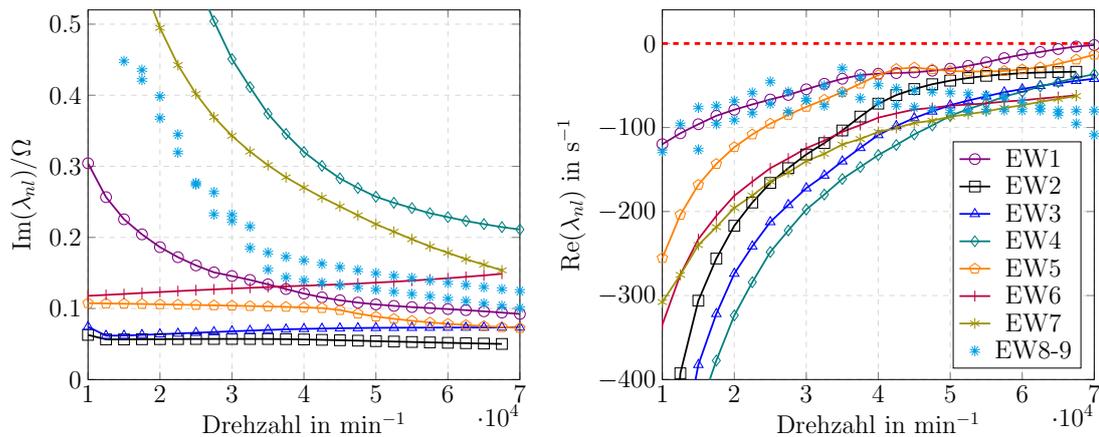


Abbildung 8.6: Kritische Eigenfrequenzverhältnisse (links) und Realteile der Eigenwerte (rechts) über der Drehzahl für den Rotor aus Abb. 8.1, Tab. 8.1. Lagerparameter nach Tab. 8.2 und Tab. 5.1. Belastung in negativer y -Richtung durch die Gewichtskraft und in axialer z -Richtung durch $W = 50$ N. Rotor und AGFL haben einen Ausrichtungsfehler von $\varphi = 0.005^\circ$ zueinander.

Ein solches Rotor-Lager-System wird durch Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen beschrieben, die aufgebaut sind wie in Gl. 8.3. Somit sind die radialen Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen 8.1 keine Blockmatrizen der Gesamtmatrix mehr, wodurch eine Änderung des mit den translatorischen Freiheitsgraden x , y assoziierten Eigenformen möglich ist. Die Real- und Imaginärteile der Eigenwerte sind in Abb. 8.6 dargestellt.

Es ist erkennbar, dass im untersuchten Drehzahlbereich keine Eigenwerte mit Realteilen größer Null existieren und somit keine Instabilitäten. Weiterhin treten im Vergleich zum symmetrischen, verkippten Rotor zwei zusätzliche EWe auf (EW8 und EW9). Diese beiden

8.5. DYNAMIK EINES STARREN, VERKIPPTEN, UNSYMMETRISCHEN ROTORS IN AXIALEN UND RADIALEN GASFOLIENLAGERN

Tabelle 8.6: Stabilitätsgrenzen eine starren, unsymmetrischen Rotors in Abhängigkeit der Rampenhöhe h_{ramp} , der axialen Belastung W und des Nominalspalts c_0 .

a)				b)			
$c_0 = 32 \mu\text{m}$,				$c_0 = 20 \mu\text{m}$,			
$\text{OSI}_{r2} = 66\,510 \text{ min}^{-1}$,				$\text{OSI}_{r2} = 32\,650 \text{ min}^{-1}$,			
$\text{OSI}_{r4} = 18\,420 \text{ min}^{-1}$				$\text{OSI}_{r4} = 32\,140 \text{ min}^{-1}$			
Parameter		Stabilitätsgrenzen		Parameter		Stabilitätsgrenzen	
W	h_{ramp}	OSI	OSI_{ax}	W	h_{ramp}	OSI	OSI_{ax}
N	μm	10^3 min^{-1}		N	μm	10^3 min^{-1}	
10	500	62.7	<10	10	500	34.2	<10
50	500	>70	15.1	50	500	37.1	15.1
100	500	62.9	<35	100	500	<35	<35
10	40	54.9	<10	10	40	31.9	<10
50	40	>70	12.5	50	40	36.0	12.5
100	40	64.0	20.2	100	40	34.1	20.2
150	40	62.2	33.7	150	40	32.9	33.7

zusätzlichen EWe haben sehr ähnliche Real- und Imaginärteile, so dass sie schwer auseinandergehalten werden können. Daher sind beide EWe durch die gleichen hellblauen Stern-Marker gekennzeichnet und nicht durch eine Linie verbunden. In beiden Fällen sind die dazugehörigen EFen von den Winkelfreiheitsgeraden dominiert (insbesondere φ) obwohl Komponenten aller Freiheitsgerade eingehen.

Es ist anzumerken, dass aufgrund des veränderten Wertes von l_2 sowie der veränderten Systemmatrizen von RGFL1 auch die Stabilitätsgrenzen der radialen Subsysteme nicht mehr die gleichen sind. Sie betragen: $\text{OSI}_{r2} = 66\,510 \text{ min}^{-1}$ (zuvor $66\,350 \text{ min}^{-1}$) und $\text{OSI}_{r4} = 18\,420 \text{ min}^{-1}$ (zuvor $49\,010 \text{ min}^{-1}$). Aufgrund des geringeren Abstands der RGFL zueinander, ist das System also anfälliger für Kippschwingungen, während die leicht veränderten Systemmatrizen des RGFL1 nur einen sehr geringen Einfluss auf die Einsatzdrehzahl der zylindrischen EF (OSI_{r2}) haben. Da in Abb. 8.6 keine Stabilitätsgrenzen im betrachteten Drehzahlbereich auftreten, wird deutlich, dass beim unsymmetrischen Aufbau im Gegensatz zum symmetrischen Aufbau die Stabilitätsgrenzen des radialen, translatorischen Subsystems OSI_{r2} nicht mehr unverändert im Gesamtsystem erhalten bleiben.

Die Einsatzdrehzahlen für unterschiedliche Lastfälle geben einen umfassenderen Überblick über mögliche Auswirkungen einer unsymmetrischen RGFL-Anordnung und sind daher in Tab. 8.6 angegeben. Bei 50 N sind die OSIs des Gesamtsystems maximal und fallen für kleinere oder größere Lasten ab. Auch für größere Lasten sind die OSIs des Gesamtsystems im Gegensatz zum symmetrischen Rotor-Lager-Aufbau nicht mehr identisch mit denen des translatorischen Subsystems:

$$\text{OSI} \neq \text{OSI}_{r2} . \tag{8.15}$$

Durch die Berücksichtigung der AGFL kann es dabei sowohl zu einer Vergrößerung als auch zu einer Verringerung der OSIs kommen. Eine pauschale Aussage über den Einfluss der AGFL beim nichtsymmetrischen System ist daher nicht möglich. Es wird jedoch deutlich, dass für ein nicht symmetrisches System die Stabilitätsgrenzen nur unter Berücksichtigung der AGFL korrekt vorausgesagt werden können.

Kapitel 9

Fazit

9.1 Zusammenfassung und Diskussion

Der Übersichtlichkeit halber gliedert sich der vorliegende Abschnitt in vier Unterabschnitte, welche sich an den in 1.2 formulierten Zielen: 1. Validierung der numerischen Modelle, 2. Analyse der Lagertragfähigkeit, 3. Analyse der linearisierten Lagerparameter, 4. Stabilitätseinfluss axialer GFL, orientieren. Es wird kritisch beurteilt, ob die angestrebten Ziele erreicht wurden und Limitierungen des Modells werden genannt.

9.1.1 Validierung der entwickelten Submodelle

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein numerisches Programm entwickelt, welches u.a. die Lagerkräfte und Reibmomente von AGFL berechnet. Die Validierung der simulierten Ergebnisse gegen numerische Arbeiten anderer Autoren (siehe Abschn. 5.2.2) sowie gegen experimentell ermittelte Ergebnisse (siehe Abschn. 5.2.1) verlief erfolgreich. Der Vergleich mit den experimentellen Daten legt den Schluss nahe, dass die mit dem Simulationsprogramm ermittelten Kräfte und Reibmomente korrekt sind, solange die minimalen Filmdicken im Lager $\approx 5 \mu\text{m}$ nicht unterschreiten. Bei kleineren minimalen Filmdicken kommt es aufgrund von im Modell nicht abgebildeter Oberflächenrauigkeiten zu vereinzelt Rotor-Stator-Kontakten. Dies führt zu einem Anstieg in den Reibmomenten der experimentellen Daten, welcher vom numerischen Modell nicht nachgebildet wird.

Durch Anwendung eines Störungsansatzes (Abschn. 3.3) konnten linearisierte Lagerparameter bestimmt werden, welche die Kopplung mit radialen GFL erlauben. Beim verwendeten Störungsansatz ist kritisch anzumerken, dass die Auswirkungen von Störungen in der Strukturverformung auf den Druck vernachlässigt werden. Aufgrund dessen kann es bei hoch belasteten oder sehr weichen Lagern zu kleinen Ungenauigkeiten¹ bei der Vorhersage der Stabilitätsgrenze kommen. Der Vergleich der ermittelten Lagerparameter mit einer numerischen Arbeit anderer Autoren (siehe Abschn. 5.3.1) zeigt die korrekte Umsetzung

¹In [44] wurden für ein breites Feld von Lastfällen maximale Ungenauigkeiten von 6.5% für Lager mit einem sehr hohen Anteil der Strukturverformung ermittelt.

der Implementierung in der vorliegenden Arbeit. Der Vergleich mit experimentell ermittelten Lagersteifigkeiten und vor allem Dämpfungen bildet lediglich die qualitativen Verläufe und Größenordnungen der Parameter ab. Die möglichen Ursachen wurden im Detail in Abschn. 5.3.2 diskutiert. Hervorzuheben sind hierbei die Vernachlässigung der Dämpfung bei der Bildung des genutzten Prüfstandersatzmodells der Autoren in [66] sowie die in der vorliegenden Arbeit frequenzunabhängig modellierte, linearisierte Struktursteifigkeit. Für den zweiten Punkt wird ein möglicher Ansatz zur Verbesserung im Ausblick 9.2 genannt.

Es wurde ein Algorithmus für die gekoppelte Lösung von Reynoldsgleichung und Energie-transportgleichung implementiert, welcher die Berechnung der Temperaturverteilung im Lager erlaubt. Die Berechnung des Temperaturverhaltens im Lager ist u.a. deshalb relevant, weil in [35] und [51] eine auf thermische Effekte zurückzuführende Abnahme der Lagertragfähigkeit mit steigender Drehzahl dokumentiert ist. Die Ergebnisse des in der vorliegenden Arbeit implementierten Algorithmus wurden in Abschn. 5.4 gegen gemessene Temperaturen im Lager verglichen. Aufgrund zu vieler unbekannter Parameter im Experiment (u.a. die Position des Thermoelements, die Temperatur und die Massenströme der Kühlluft) ist hier keine seriöse Validierung des Algorithmus möglich. Qualitativ bilden die Simulationsergebnisse die gemessenen Temperaturverläufe ab, jedoch ist an dieser Stelle keine abschließende Bewertung möglich.

9.1.2 Analyse der Lagertragfähigkeit

Die Lagertragfähigkeiten eines AGFL wurden in Abhängigkeit der Rampenhöhe, der *top foil*-Dicke, der *bump foil*-Dicke und der *bump*-Anordnung untersucht. Bei der Rampenhöhe zeigte sich, dass eine Verkleinerung der Rampenhöhe einen signifikant positiven Effekt auf die Lagertragfähigkeit besitzt. Als Ursache dafür wurde festgestellt, dass bei zu steilen Rampen der aus dem Lager fließende Massenstrom zunimmt, was zu einer Abnahme des Druckes und letztlich der Tragfähigkeiten führt. Bei der Variation der *top*- und *bump foil*-Dicken wurde herausgefunden, dass bezüglich der Tragfähigkeit optimale Dicken existieren, die jedoch wiederum von der Rampenhöhe der Lager abhängen. Es wurde gezeigt, dass die Lagertragfähigkeiten axialer GFL ansteigen, wenn die *bumps* vom Rampenendwinkel bis zur *pad* -Hinterkante steifer werden. Dies kann beispielsweise durch einen mit dem Umfangswinkel ansteigenden *bump*-Öffnungswinkel umgesetzt werden.

Weiterhin wurde gezeigt, dass bereits kleine Ausrichtungsfehler zu einer deutlichen Abnahme der Lagertragfähigkeit führen können (siehe Abschn. 6.3). Ein Vergleich der isothermen und anisothermen Tragfähigkeiten zeigt, dass in vielen Fällen die Lagertragfähigkeit isotherm gut vorausgesagt werden kann (siehe Abschn. 6.4). Bei größeren Drehzahlen und kleineren Umgebungstemperaturen werden die durch die isotherme Rechnung gemachten Fehler jedoch größer. Hier muss betont werden, dass diese Ergebnisse von den Einbau- und Betriebsbedingungen des Lagers abhängen und davon wie gut Wärme aus dem Lager abtransportiert werden kann. Ein Anstieg der Umgebungstemperatur führt auch zu einem Anstieg in der Lagertragfähigkeit.

9.1.3 Linearisierte Lagerparameter und Stabilitätseinfluss axialer Gasfolienlager

Eine Analyse der linearisierten Lagerparameter eines ideal ausgerichteten AGFL zeigte, dass die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen durch jeweils drei Parameter beschrieben werden können (siehe Abschn. 7.1). Für einen einfachen, akademischen Beispielrotor (siehe Abb. 7.1) wurde nach der Lund'schen Methode [33] ein analytisches Stabilitätskriterium aufgestellt. Es wurde gezeigt, dass die AGFL instabile Kippinstabilitäten hervorrufen können, während instabile, axiale Schwingungen bei einem ideal ausgerichteten AGFL nicht möglich sind. Mit Hilfe des zuvor entwickelten analytischen Stabilitätskriteriums konnte gezeigt werden, dass hohe Werte der Koppelsteifigkeiten und -dämpfungen die Instabilität begünstigen, während die Hauptwinkelsteifigkeiten und -dämpfungen stabilisierend wirken. Bei der Analyse der Stabilitätsgrenzen ist kritisch zu beachten, dass die verwendete Methode nur in unmittelbarer Umgebung der betrachteten Gleichgewichtslage gültig ist und somit keine Aussage darüber erlaubt, ob sich nach dem Verlassen der Gleichgewichtslage ein stabiler Grenzzykel einstellt oder es zu einem Anstieg der Amplituden bis zur Lagerzerstörung kommt.

Die linearisierten Lagerparameter wurden in Abhängigkeit der Drehzahl, Anregungsfrequenz und Lagerbelastung berechnet (Abschn. 7.2, 7.3). Steigende Drehzahlen verringern bei gleichbleibender axialer Belastung die Steifigkeiten und Dämpfungen des Lagers. Steigende Lasten vergrößern die Hauptsteifigkeiten und -dämpfungen. Bei hohen Anregungsfrequenzen fallen die Beträge der Koppelsteifigkeiten und -dämpfungen. Es wurde gezeigt, dass sich die Stabilitätsgrenzen eines beispielhaften Rotormodells mit steigender Axiallast deutlich nach oben verschieben. Als Ursache konnten vor allem die mit der Lagerlast zunehmenden Hauptwinkelsteifigkeiten und -dämpfungen ausgemacht werden. Die Berechnungen zeigten, dass die kritischen Eigenfrequenzen bei AGFL mit Frequenzen aufklingen, die bis zur Hälfte der Drehfrequenz betragen können.

Der Einfluss der Rampenhöhe, der *top foil*-Dicke und *bump foil*-Dicke auf die linearisierten Lagerparameter wurde untersucht (Abschn. 7.5.1, D.4, D.5). Bei der Rampenhöhe wurde deutlich, dass bei den für die Lagertragfähigkeit optimalen Rampenhöhen ein Minimum der Hauptsteifigkeiten und -dämpfungen der AGFL auftritt. Für eine gewählte Rampenhöhe wurde gezeigt, dass dies zu einer Verringerung der Einsatzdrehzahlen instabiler Schwingungen führt.

Die berechneten Stabilitätsgrenzen wurden isotherm sowie erstmalig auch anisotherm ermittelt, wobei sich für größere axiale Belastung ein signifikanter, negativer Einfluss der Temperaturverteilung im Lager auf die Stabilitätsgrenzen zeigt (Abschn. 7.6.2). Als Ursache für die geringer werdenden Stabilitätsgrenzen wurden vor allem die abnehmenden Hauptwinkelsteifigkeiten identifiziert, welche wiederum auf die thermische Verformung des *runners* zurückzuführen sind.

Der Einfluss von Ausrichtungsfehlern auf die Lagerparameter und das Stabilitätsverhalten wurde in der vorliegenden Arbeit erstmals untersucht (Abschn. 7.7). Dabei wurde fest-

gestellt, dass sich die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen axialer GFL nicht mehr durch jeweils drei Parameter beschreiben lassen, sondern jeweils neun Parameter benötigen.

Die zusätzlichen auftretenden Parameter führen zu einer deutlichen Veränderung des dynamischen Verhaltens gegenüber dem ideal ausgerichteten Fall (Abschn. 7.7.3). Die Stabilitätsgrenzen sind jedoch unter Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern nur leicht erhöht gegenüber einer idealen Ausrichtung. Bei Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern haben die aufklingenden Schwingungen auch eine axiale Komponente.

9.1.4 Stabilität von Rotoren in axialen und radialen Gasfolienlagern

Es wurde untersucht, wie sich das Stabilitätsverhalten eines Rotors in axialen und radialen GFL verhält (Abschn. 8). Für einen symmetrischen Rotor mit identischen, gleichmäßig um den Schwerpunkt verteilten RGFL wurde gezeigt, dass die Eigenwerte der translatorischen Freiheitsgrade senkrecht zur Rotorachse nur durch die RGFL beeinflusst werden. Falls bei solchen Rotoren die Stabilitätsgrenze mit der zylindrischen Eigenform (EF) verknüpft ist, kann diese durch die AGFL nicht beeinflusst werden. Auch die Berücksichtigung von Ausrichtungsfehlern ändert daran nichts.

Klingt bei solchen Rotoren hingegen die konische EF als erste auf, dann findet eine Beeinflussung der Stabilitätsgrenze durch die AGFL statt. Durch Berücksichtigung der AGFL wird diese Stabilitätsgrenze dabei stark angehoben. Für die untersuchten Lastfälle genügten bereits geringe axiale Lasten, um die Stabilitätsgrenze der konischen EF über die Stabilitätsgrenze der zylindrischen EF hinaus zu erhöhen.

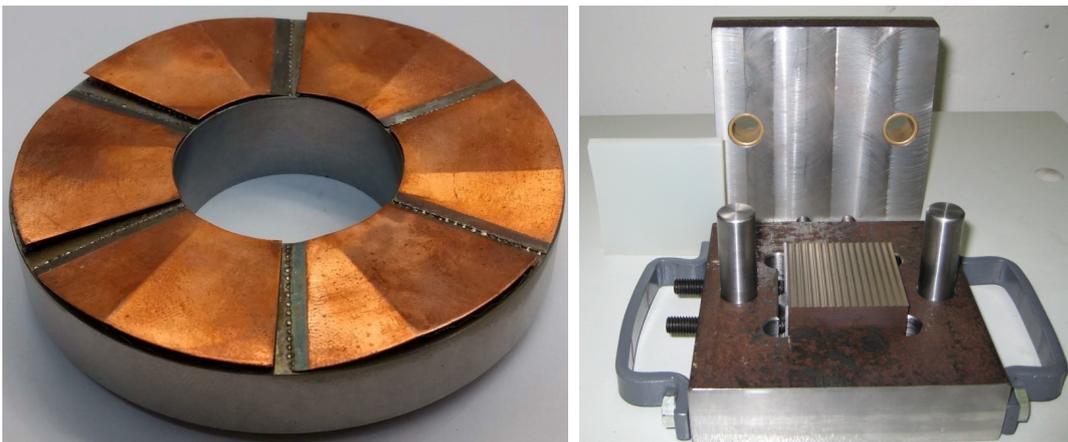
Wird ein Rotor betrachtet, bei dem die RGFL nicht symmetrisch um den Schwerpunkt angeordnet sind (Abschn. 8.5), dann gelten die zuvor gemachten Beobachtungen nicht mehr. Bei der kombinierten Betrachtung von Rotoren in AGFL und RGFL sowie einem unsymmetrischen Lastfall ist kritisch anzumerken, dass die Ergebnisse für eine vorgegebene Gleichgewichtslage ermittelt wurden, anstatt die Gleichgewichtslage des gekoppelten Systems zu ermitteln. Zur Behebung dieser Einschränkung wird die Implementierung eines gekoppelten Gleichgewichtslöser empfohlen. Trotzdem konnten die auftretenden Effekte eines nicht-symmetrischen Rotor-Lager-Aufbaus auf die Stabilitätsgrenzen untersucht werden. Dabei zeigt sich, dass sowohl die Instabilitäten der konischen EF als auch die der zylindrischen EF durch die AGFL beeinflusst werden. Dies sollte bei der Ermittlung der Stabilitätsgrenzen solcher Rotoren berücksichtigt werden. Die vorliegende Arbeit liefert damit wertvolle und neuartige Erkenntnisse für die rotordynamische Auslegung von Rotoren, welche sowohl in AGFL als auch in RGFL gelagert sind und erfüllt damit das Hauptziel dieser Arbeit.

9.2 Ausblick

Der Ausblick gliedert sich in mögliche experimentelle (Abschn. 9.2.1) und numerische Folgearbeiten (Abschn. 9.2.2).

9.2.1 Experimentelle Forschungsansätze

Die experimentelle Datenmenge im Bereich der AGFL ist als gering einzustufen. Zur Validierung der numerischen Modelle sind weitere, nachvollziehbare und öffentlich zugängliche Messdaten erforderlich. In einer anschließenden Forschungsarbeit sollte deshalb die Datengrundlage im Bereich der AGFL erweitert werden. Hier ist zum einen die Ermittlung der linearisierten Lagerparameter zu nennen, welche im Bereich der AGFL bislang nur für ein einziges Lager durchgeführt wurde und somit eine geringe statistische Relevanz aufweist. Die Lagerparameter wurden, um das einzige vorhandene Lager nicht zu zerstören, auch nur bei geringen Lasten ermittelt. Die Steifigkeiten und Dämpfungen wurden nur in axialer Richtung erfasst. Die experimentellen Dämpfungsparameter sind zudem aufgrund der Vernachlässigung der Prüfstandsämpfung im mechanischen Ersatzmodell des Prüfstands, welches zur Ermittlung der experimentellen Lagerparameter verwendet wurde, als zweifelhaft zu betrachten. Haupt- und Koppelwinkelparameter, welche für die Kopplung mit RGFL erforderlich sind, wurden bisher noch nicht experimentell erfasst.



(a) Prototyp eines am Fachgebiet hergestellten axialen Gasfolienlagers. Abb. aus [102] (b) Prägwerkzeug zur Erzeugung der gewellten Form der bump foil. Abb. aus [103]

Abbildung 9.1: Herstellung von Prototypen axialer Gasfolienlager.

Am Fachgebiet wurde ein Antrag zur Finanzierung eines entsprechenden Prüfstands an die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter Beihilfe des Autors ausgearbeitet. Die in diesem Prüfstand zu vermessenden Lager sollen am Fachgebiet selbstständig hergestellt werden. Hierzu wurde bereits Vorarbeit geleistet und ein Verfahren zur Herstellung von Prototypen axialer Gasfolienlager entwickelt. Einer der Prototypen ist in Abb. 9.1a dargestellt, daneben ist das Prägwerkzeug zur Erzeugung der welligen Kontur der *bump foil* gezeigt, Abb. 9.1b. Vor der Vermessung der selbst hergestellten Lager ist sicherzustellen, dass die Lager reproduzierbare Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften haben. Dazu sollte der Herstellungsprozess der Lager weiter optimiert werden. Der aktuelle Herstellungsprozess sowie bisherige Anstrengungen in diese Richtung können den folgenden Abschlussarbeiten entnommen werden: [103], [104], [105], [102], [106], [107].

Neben der Vermessung der linearisierten Lagerparameter können durch Verwendung

von Thermoelementen auch die Temperaturen im Lager erfasst werden. Dies ist dringend notwendig, denn bei den bisher einzigen veröffentlichten Temperaturmessdaten ist entweder die Position der Thermoelemente unbekannt [58] oder die Geometrie des Lagers [38].

Weiterhin ist es erstrebenswert, die in dieser Arbeit ermittelten Erkenntnisse bezüglich des Einflusses der AGFL auf die Stabilitätsgrenzen eines Rotors in AGFL und RGFL mit Hilfe eines rotordynamischen Prüfstands zu verifizieren.

9.2.2 Numerische Forschungsansätze

Neben der Erweiterung der experimentellen Datengrundlage kann das numerische Modell erweitert werden. Ein möglicher Ansatz ist die Implementierung eines modalen Modells zur Berechnung der Strukturverformung, wie es in [52] vorgestellt wurde. Ein solches Modell bietet die Möglichkeit auch nach der Linearisierung der Strukturverformung noch frequenzabhängige Struktursteifigkeiten zu bekommen und eliminiert so eine mögliche Ursache für Abweichungen der simulierten linearisierten Lagerparameter im Vergleich mit den gemessenen.

Das mit Hilfe der linearisierten Lagerparameter bestimmte dynamische Verhalten von Rotoren in AGFL hat zudem den Nachteil, dass nicht vorhergesagt werden kann, was nach dem Eintreten von aufklingenden Schwingungen passiert, da dann die Gleichgewichtslage, für welche die linearisierten Lagerparameter gültig sind, verlassen wird. In transienten Simulationen kann das Rotorverhalten auch über die Stabilitätsgrenze hinaus berechnet werden. Hierzu wurde ebenfalls bereits Vorarbeit geleistet. Die Bewegungsdifferentialgleichung eines Rotors in AGFL wird im Anhang angegeben C.2. Für einen Rotor ohne Einfluss von RGFL wurde die angegebene Bewegungsdifferentialgleichung im Zeitbereich bei konstanter Drehzahl integriert (siehe [108]). Auch in diesen Simulationen wurden selbsterregte, aufklingende Schwingungen festgestellt. Allerdings ist im verwendeten Implementierungsansatz (nach Bonello und Pham, siehe [17]) ein analytisch formulierter Zusammenhang zwischen Strukturverformung und Druck erforderlich, was iterative Modelle zur Berechnung der Strukturverformung ausschließt. Aus diesem Grund wurden die durchgeführten transienten Simulation lediglich unter Verwendung eines SEFM-Modells durchgeführt. Durch die Verwendung des bereits vorgeschlagenen Strukturmodells (siehe [52]) ist es trotzdem möglich ein höherwertiges Strukturmodell zu verwenden.

Die Bestimmung der Gleichgewichtslage unter Einfluss sowohl von AGFL als auch von RGFL sollte gekoppelt durchgeführt werden, hierzu sollten die am Fachgebiet existierenden Programme zur Bestimmung der Gleichgewichtslagen vereinigt werden. Dies ermöglicht die korrekte Vorhersage der Stabilitätsgrenzen von Rotoren, welche sowohl in AGFL als auch RGFL gelagert.

Anhang A

Theoretische Grundlagen

A.1 Gleichungen für das *bump foil*-Strukturmodell

Die Steifigkeitsmatrix des *bump foils* \underline{K}_{bf} lässt sich, wie folgt, zusammensetzen:

$$\begin{aligned}
 \underline{d}_0 &= \left(\begin{array}{c} k_1^* c_\theta^{*2} + k_2 \\ 2 k_1^* s_\theta^{*2} \\ 2 k_1^* c_\theta^{*2} + k_3^* \\ k_1 c_\theta^2 + k_1^* c_\theta^{*2} + 2 k_2 \\ 2 k_1 s_\theta^2 \\ 2 k_1 c_\theta^2 + k_3 + k_3^* \\ \hline 2 k_1 c_\theta^2 + 2 k_2 \\ 2 k_1 s_\theta^2 \\ 2 k_1 c_\theta^2 + 2 k_3 \\ \hline \vdots \\ 2 k_1 c_\theta^2 + 2 k_2 \\ 2 k_1 s_\theta^2 \\ 2 k_1 c_\theta^2 + k_3 + k_4 \end{array} \right) \left. \vphantom{\begin{array}{c} k_1^* c_\theta^{*2} + k_2 \\ 2 k_1^* s_\theta^{*2} \\ 2 k_1^* c_\theta^{*2} + k_3^* \\ k_1 c_\theta^2 + k_1^* c_\theta^{*2} + 2 k_2 \\ 2 k_1 s_\theta^2 \\ 2 k_1 c_\theta^2 + k_3 + k_3^* \\ \hline 2 k_1 c_\theta^2 + 2 k_2 \\ 2 k_1 s_\theta^2 \\ 2 k_1 c_\theta^2 + 2 k_3 \\ \hline \vdots \\ 2 k_1 c_\theta^2 + 2 k_2 \\ 2 k_1 s_\theta^2 \\ 2 k_1 c_\theta^2 + k_3 + k_4 \end{array}} \right\} \times (N_B - 3) \\
 \underline{d}_1 &= \left(\begin{array}{c} -c_\theta^* k_1^* s_\theta^* \\ 0 \\ -c_\theta^{*2} k_1^* \\ -c_\theta k_1 s_\theta \\ 0 \\ -c_\theta^2 k_1 \\ \vdots \\ -c_\theta k_1 s_\theta \\ 0 \end{array} \right) \left. \vphantom{\begin{array}{c} -c_\theta^* k_1^* s_\theta^* \\ 0 \\ -c_\theta^{*2} k_1^* \\ -c_\theta k_1 s_\theta \\ 0 \\ -c_\theta^2 k_1 \\ \vdots \\ -c_\theta k_1 s_\theta \\ 0 \end{array}} \right\} \times (N_B - 2) \\
 \underline{d}_2 &= \left(\begin{array}{c} -c_\theta^{*2} k_1^* \\ c_\theta^* k_1^* s_\theta^* \\ 0 \\ -c_\theta^2 k_1 \\ c_\theta k_1 s_\theta \\ \vdots \\ 0 \\ -c_\theta^2 k_1 \end{array} \right) \left. \vphantom{\begin{array}{c} -c_\theta^{*2} k_1^* \\ c_\theta^* k_1^* s_\theta^* \\ 0 \\ -c_\theta^2 k_1 \\ c_\theta k_1 s_\theta \\ \vdots \\ 0 \\ -c_\theta^2 k_1 \end{array}} \right\} \times (N_B - 2) \\
 \underline{d}_3 &= \left(\begin{array}{c} -k_2 \\ 0 \\ -k_3^* \\ -k_2 \\ 0 \\ -k_3 \\ \vdots \end{array} \right) \left. \vphantom{\begin{array}{c} -k_2 \\ 0 \\ -k_3^* \\ -k_2 \\ 0 \\ -k_3 \\ \vdots \end{array}} \right\} \times (N_B - 2) \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{K}}_{bf} = \begin{bmatrix} \underline{d}_0(1) & \underline{d}_1(1) & \underline{d}_2(1) & \underline{d}_3(1) & & & 0 \\ \underline{d}_1(1) & \underline{d}_0(2) & \underline{d}_1(2) & \underline{d}_2(2) & & & \\ \underline{d}_2(1) & \underline{d}_1(2) & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ \underline{d}_3(1) & \underline{d}_2(2) & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ 0 & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ 0 & & \underline{d}_3(3 * N_B - 3) & \underline{d}_2(3 * N_B - 2) & \underline{d}_1(3 * N_B - 1) & \underline{d}_0(3 * N_B) & \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Mit: $c_\theta^* = \cos(\theta_d^*)$, $s_\theta^* = \sin(\theta_d^*)$.

A.2 Störungsgleichungen

Störungsgleichung der Ordnung Δ_φ^1 :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\bar{p}_\varphi \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} + 3 \bar{r} \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^2}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \left(\frac{r}{c} \sin(\theta) + S \bar{p}_\varphi \right) \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} + \bar{r} \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_\varphi}{\partial \bar{r}} \right) \\ & + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{p}_\varphi \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} + 3 \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^2}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \left(\frac{r}{c} \sin(\theta) + S \bar{p}_\varphi \right) \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} + \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_\varphi}{\partial \theta} \right) \\ & = \Lambda \bar{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{h}_0 \bar{p}_\varphi}{\bar{T}_m} + \frac{\bar{p}_0}{\bar{T}_m} \left(\frac{r}{c} \sin(\theta) + S \bar{p}_\varphi \right) \right) + i 2 \gamma \Lambda \bar{r} \left(\frac{\bar{h}_0 \bar{p}_\varphi}{\bar{T}_m} + \frac{\bar{p}_0}{\bar{T}_m} \left(\frac{r}{c} \sin(\theta) + S \bar{p}_\varphi \right) \right) . \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Störungsgleichung der Ordnung Δ_ψ^1 :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\bar{p}_\psi \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} - 3 \bar{r} \frac{\bar{p}_\psi \bar{h}_0^2}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \left(-\frac{r}{c} \cos(\theta) + S \bar{p}_\psi \right) \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{r}} + \bar{r} \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_\psi}{\partial \bar{r}} \right) \\ & + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{p}_\psi \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} - 3 \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^2}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \left(-\frac{r}{c} \cos(\theta) + S \bar{p}_\psi \right) \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} + \frac{\bar{p}_0 \bar{h}_0^3}{\bar{\mu} \bar{T}_m} \frac{\partial \bar{p}_\psi}{\partial \theta} \right) \\ & = \Lambda \bar{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{h}_0 \bar{p}_\psi}{\bar{T}_m} + \frac{\bar{p}_0}{\bar{T}_m} \left(S \bar{p}_\psi - \frac{r}{c} \cos(\theta) \right) \right) + i 2 \gamma \Lambda \bar{r} \left(\frac{\bar{h}_0 \bar{p}_\psi}{\bar{T}_m} + \frac{\bar{p}_0}{\bar{T}_m} \left(S \bar{p}_\psi - \frac{r}{c} \cos(\theta) \right) \right) . \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

A.3 Nachweis bezüglich der Eigenwerte von Systemen mit Blockdiagonalstruktur

Für Systeme mit einer Bewegungsdifferentialgleichung mit einer Struktur wie in Gl. 3.20 kann das quadratische Eigenwertproblem in ein lineares Eigenwertproblem überführt werden, wie in Gl. 3.21:

$$\underbrace{\left(\begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{I}} \\ -\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} & -\underline{\underline{M}}^{-1} (\underline{\underline{C}} + \underline{\underline{G}}) \end{bmatrix} - \lambda \underline{\underline{I}} \right)}_{=\underline{\underline{Q}}} \begin{Bmatrix} \underline{\underline{q}} \\ \underline{\underline{\dot{q}}} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{0}} , \quad (\text{A.5})$$

mit der Einheitsmatrix \underline{I} und der Nullmatrix $\underline{0}$. Die Matrix \underline{Q} hat also eine Blockstruktur, somit gilt nach [101, Abschn. 9.1.2]:

$$\det(\underline{Q}) = \det\left(\begin{bmatrix} \underline{W} & \underline{X} \\ \underline{Y} & \underline{Z} \end{bmatrix}\right) = \det(\underline{Z}) \det(\underline{W} - \underline{X} \underline{Z}^{-1} \underline{Y}) \quad (\text{A.6})$$

$$= \det(\underline{Z}) \det(\underline{W} - \underline{Z}^{-1} \underline{Y}). \quad (\text{A.7})$$

Die obige Gl. A.7 gilt unabhängig davon, ob die Systemmatrizen $\underline{C} + \underline{G}$, \underline{K} Blockdiagonalstruktur haben oder nicht. Wird jedoch angenommen, dass:

- \underline{M} eine Diagonalmatrix ist
- $\underline{C} + \underline{G}$ und \underline{K} Blockdiagonalmatrizen sind,

dann haben auch $\underline{Y} = -\underline{M}^{-1} \underline{K}$ und $\underline{Z} = -\underline{M}^{-1} (\underline{C} + \underline{G})$ eine Blockdiagonalstruktur. Auch die Matrix \underline{Z}^{-1} hat eine Blockdiagonalstruktur aufgrund der folgenden Eigenschaft [101, Gl. 401] von Blockdiagonalmatrizen:

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{Z}_{22}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Sind weiterhin die Blockdiagonalmatrizen $\underline{C} + \underline{G}$ sowie \underline{K} identisch besetzt, d.h. befinden sich die Nullmatrizen an der gleichen Stelle und haben die gleiche Dimension, dann ist auch $\underline{Z}^{-1} \underline{Y}$ eine Blockdiagonalmatrix. Auch $\underline{W} - \underline{Z}^{-1} \underline{Y}$ ist eine Blockdiagonalmatrix, da \underline{W} eine Diagonalmatrix ist. Somit gilt unter Verwendung von Gl. 8.11:

$$\begin{aligned} \det(\underline{Q}) &= \det(\underline{Z}) \det(\underline{W} - \underline{Z}^{-1} \underline{Y}) = \det(\underline{Z}) \det(\underline{Z}^*) \\ &= \det(\underline{Z}_{11}) \det(\underline{Z}_{22}) \det(\underline{Z}_{11}^*) \det(\underline{Z}_{22}^*) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

mit $\underline{Z}^* = \underline{W} - \underline{Z}^{-1} \underline{Y}$. Die Eigenwerte der Matrix:

$$\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{M}^{-1} \underline{K} & -\underline{M}^{-1} (\underline{C} + \underline{G}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

erfüllen die Gleichung:

$$\det(\underline{Q}) = \det(\underline{Z}_{11}) \det(\underline{Z}_{22}) \det(\underline{Z}_{11}^*) \det(\underline{Z}_{22}^*) = 0 \quad (\text{A.11})$$

und entsprechen demnach den Eigenwerten der einzelnen Blockmatrizen.

Anhang B

Numerische Modellierung und Programmablauf

B.1 Gleichungen für das SEFM nach Jordanoff [28]

$$I = \left(A^2 + \frac{1 + \mu_{bf}^2}{2} \right) \frac{\theta_0}{2} - \frac{(1 - \mu_{bf}^2) \sin(\theta_0)}{4} - \frac{\mu_{bf}(\cos(\theta_0) - 1)}{2}$$
$$- 2A \left[1 - \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \mu_{bf} \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \right]$$
$$A = \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \mu_{bf} \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$$

B.2 Wärmepfade

B.2.1 Wärmepfad 1 - Durch das Axiallager an die Umgebung

Aufgrund von unbekanntem Material- und Geometriedaten des keramischen Isolators und des Lagerkolbens wird dieser durch eine von zwei Randbedingungen abgebildet. Entweder wird angenommen, dass der keramische Isolator Umgebungstemperatur $T_a = 293.15 \text{ K}$ aufweist oder es wird angenommen, dass der keramische Isolator adiabat ist und somit keine Wärme von der Rückseite der Lagerscheibe in diesen übergeht. Tendenziell sollte die erste Randbedingung zu einer Unterschätzung der Temperaturen der Lagerscheibe führen, während die zweite Randbedingung in einer Überschätzung resultieren sollte. Jedoch ist der Einfluss dieser Randbedingung als gering einzustufen, da der Wärmestrom durch den *runner* gegenüber demjenigen durch das Lager aufgrund der Rotationsgeschwindigkeiten des *runners* dominiert.

Wärmeübergang vom Fluidfilm an das *top foil*

Zur Vermeidung in der Regel aufwendiger und komplexer Simulationen von Wärmeübergängen an Grenzflächen zwischen Festkörpern und Fluiden, werden diese oftmals über meist empirisch ermittelte Wärmeübergangskoeffizienten α bzw. deren dimensionslosen Pendant den Nusselt-Zahlen abgebildet:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_f L}{\lambda} \quad (\text{B.1})$$

dargestellt. In Gl. B.1 stellt L eine charakteristische Länge und λ die Wärmeleitfähigkeit des Fluids dar. Die Nusselt-Zahl am betrachteten Wärmeübergang kann mit Hilfe der Reynolds-Colburn-Analogie ¹: [109, S. 242, Gl. 5-56]

$$\text{StPr}^{\frac{2}{3}} = \frac{C_f}{2} \quad (\text{B.2})$$

bestimmt werden, wobei C_f den Reibungswiderstand und St die Stanton-Zahl darstellt, welche wie folgt definiert ist:

$$\text{St} = \frac{\alpha_f}{\rho c_p v} \quad (\text{B.3})$$

In Gl. B.3 stellt α_f den Wärmeübergangskoeffizienten und v die Fluidgeschwindigkeit dar. Die Prandtl-Zahl Pr ist ein Maß für das Verhältnis der Dicken von Strömungsgrenzschicht und Temperaturgrenzschicht:

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (\text{B.4})$$

Einsetzen der Gl. B.3, B.4 und B.1 in die Reynolds-Colburn-Analogie B.2 liefert:

$$\text{Nu} = \frac{C_f v \rho L}{2\mu} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (\text{B.5})$$

C_f bezeichnet den Reibungsbeiwert für laminare Strömungen, welcher nach [73] wie folgt bestimmt werden kann:

$$C_f = \frac{12}{\text{Re}} \quad \text{mit:} \quad \text{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (\text{B.6})$$

Werden die Gl. B.6 in die Gl. B.5 eingesetzt ergibt sich:

$$\text{Nu} = 3\text{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (\text{B.7})$$

Für trockene Luft in den für gewöhnliche AGFL üblichen Temperatur- und Druckbereichen (maximal etwa 1-5 bar und 20-300 °C) zeigt die Prandtl-Zahl nur Änderungen von maximal etwa 1% [75, D2.2 Tabelle 1 und Tabelle 16], so dass in dieser Arbeit eine temperatur- und druckunabhängige Prandtl-Zahl von $Pr = 0.7$ verwendet wird. Somit kann durch Gl.

¹Die Reynolds-Colburn-Analogie stellt eine Analogie zwischen Masse-, Impuls- und Wärmetransport dar und zeigt empirisch eine gute Übereinstimmung für laminare Gase. In der Analogie werden Wärmetransfer und Fluidreibung einer laminar umströmten flachen Platte zueinander in Beziehung gesetzt. [109]

B.7 der dimensionslose Wärmeübergangskoeffizient Nu bestimmt werden. Über dessen Definition in Gl. B.1 ergibt sich der dimensionsbehaftete Wärmeübergangskoeffizient an der *top foil*-Innenseite α_{tf} :

$$\alpha_{tf,i} = \frac{Nu\lambda}{h(r,\theta)}. \quad (\text{B.8})$$

Als charakteristische Länge wurde dabei der Fluidspalt $h(r,\theta)$ verwendet. Die Wärmeleitfähigkeit der Luft kann über Gl. 3.39 berechnet werden.

Wärmetransport vom *top foil* in die Lagerscheibe

Die Konduktion durch das *top foil* wird als Wärmeleitung durch eine ebene Platte modelliert:

$$\alpha_{k,tf} = \frac{\lambda_{tf}}{t_f}. \quad (\text{B.9})$$

Aufgrund der geringen *top foil*-Dicke (150 μm) ergibt sich ein großer Koeffizient $\alpha_{k,tf}$. Der Wärmeübergang zwischen *top* und *bump foil* wird in dieser Arbeit in Anlehnung an eine Vorarbeit von San Andrés und Kim [73] vereinfacht modelliert. Dabei wird auf eine aufwendige Modellierung der thermischen Kontaktwiderstände zwischen den beiden *foils* verzichtet. Auch der Wärmeeintrag findet nicht über die reale Geometrie der Kontaktflächen statt, sondern über das betrachtete *bump strip* verschmiert. Die Wärmeleitung durch das *bump foil* α_{bf} wird dabei auf die abgeschätzte Kontaktfläche A_k skaliert, die Kontaktbreite wird dabei als das Doppelte der *bump foil*-Dicke t_b angenommen:

$$\alpha_{bf} = \frac{A_k}{A_{\text{pad}}} \frac{\lambda_{bf}}{t_b} \quad \text{mit :} \quad (\text{B.10})$$

$$A_k = \sum_{n=1}^{N_{\text{strip}}} 2t_b \frac{r_a - r_i}{N_{\text{strip}}} N_{\text{bump}}(n) \quad \text{und :} \quad A_{\text{pad}} = \frac{\theta_{\text{pad}}}{2} (r_a^2 - r_i^2). \quad (\text{B.11})$$

Die vereinfachte Modellierung des Wärmedurchgangs durch das *bump foil* kann in anschließenden Arbeiten durch eine detailliertere Modellierung verbessert werden (wie sie beispielsweise in [38] umgesetzt wurde). Allerdings werden auch detailliertere Modelle der Kontaktflächen und Kontaktwiderstände notwendigerweise auf vereinfachenden Annahmen in einer tieferen Ebene beruhen.

Bisher wurde nicht berücksichtigt, dass von *top foil* und *bump foil* auch Wärme an die mit Luft gefüllten Hohlräume zwischen den *foils* abgegeben werden kann. In seiner Dissertation zeigt Dykas [90], dass bei Einbringung einer aktiven Strömung zwischen den *foils* eine Erhöhung der Lagertragfähigkeiten erreicht werden kann. In dem hier modellierten Prüfstand [58] wird allerdings eine solche Kühlung nicht verwendet. Es wird deshalb in den Berechnungen dieser Arbeit davon ausgegangen, dass die Luft in die Hohlräume zwischen den *foils* die Temperatur der sie umgebenden Materialien annimmt und somit auch keine Wärme fließt. Die Wärmeübergänge müssen also nicht berücksichtigt werden. Prinzipiell bietet der implementierte Code jedoch die Möglichkeit Wärmeströme in die Hohlräume aufgrund von freier Konvektion abzubilden (siehe [74]).

Wärmeleitung durch die Lagerscheibe an die Umgebung

Der Wärmedurchgang durch die Lagerscheibe α_{ls} , wird analog zum *top foil* als Wärmeleitung durch eine ebene Platte berechnet:

$$\alpha_{ls} = \frac{\lambda_{ls}}{t_{ls}} \quad (\text{B.12})$$

mit Dicke der Lagerscheibe t_{ls} . Auch der Wärmedurchgang durch den Lagerkolben α_{lk} kann auf diese Weise modelliert werden.

Zur kompletten Beschreibung des Wärmepfades 1 fehlt nur noch der mittels freier Konvektion modellierte Wärmeübergang von der Lagerscheibenrückseite an die Umgebung. Eine wesentliche Kennzahl zur Beschreibung des Wärmeübergangs bei freier Konvektion ist die Grashof-Zahl Gr (siehe [75, Abschn. A2]), welche angegeben werden kann zu:

$$Gr_{lk} = \frac{g\beta(2r_a)^3(\bar{T}_{Lk,a} - T_a)}{\eta^2} \quad (\text{B.13})$$

$$\beta = \frac{2}{(\bar{T}_{Lk,a} + T_a)} \quad (\text{B.14})$$

wobei g die Erdbeschleunigung und β den Wärmeausdehnungskoeffizienten (für ideale Gase berechnet nach [75, Abschn. F1]) bezeichnet. $\bar{T}_{Lk,a}$ stellt die arithmetisch gemittelte, äußere Lagerscheibenoberflächentemperatur dar. Nach dem VDI Wärmeatlas [75] kann dann für vertikale Flächen die Nusselt-Zahl mit der folgenden, empirischen Formel angegeben werden:

$$Nu_{lk} = \left(0.825 + 0.387 (Gr_{lk} Pr f_1(Pr))^{\frac{1}{6}}\right)^2 \quad \text{mit:} \quad (\text{B.15})$$

$$f_1(Pr) = \left(1 + \left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{-\frac{16}{9}}. \quad (\text{B.16})$$

Somit ergibt sich der Wärmeübergangskoeffizient an die Umgebung $\alpha_{lk,u}$ zu:

$$\alpha_{lk,u} = \frac{\lambda Nu_{lk}}{r_a - r_i}. \quad (\text{B.17})$$

Da nun die Wärmeübergangskoeffizienten aller einzelnen Komponenten bekannt sind, können diese zu einem einzigen für den Wärmepfad 1 charakteristischen Wärmewiderstand R_1 verrechnet werden:

$$R_1 = \frac{1}{A_{\text{pad}}} \left(\frac{1}{\alpha_{tf,i}} + \frac{1}{\alpha_{k,tf}} + \frac{1}{\alpha_{bf}} + \frac{1}{\alpha_{ls}} + \frac{1}{\alpha_{lk}} + \frac{1}{\alpha_{lk,u}} \right). \quad (\text{B.18})$$

Der Wärmestrom entlang des Wärmepfades 1 \dot{Q}_1 folgt damit zu:

$$\dot{Q}_1 = \frac{(T(r, \theta, z = 0) - T_a)}{R_1}. \quad (\text{B.19})$$

B.2.2 Wärmepfad 2 - Vom Fluidspalt axial durch den *runner* an die Umgebung

Der Wärmepfad axial vom Fluidspalt durch den *runner* an die Umgebung teilt sich auf in den Wärmeübergang vom Fluidspalt an den *runner*, die Wärmeleitung durch diesen und den Wärmeübergang vom *runner* an die Umgebung an dessen Stirnfläche (beschrieben in diesem Abschnitt) sowie Mantelfläche (beschrieben im Abschn. B.2.4). Der Wärmeübergang vom Fluidspalt an die *runner*-Innenseite wird äquivalent modelliert wie der Übergang vom Fluidspalt zum *top foil*. Somit berechnet sich der Wärmeübergangskoeffizient analog zu Gl. B.8:

$$\alpha_{ru,i} = \frac{3\text{Pr}^{\frac{1}{3}}\lambda}{h(r,\theta)} \quad , \quad (\text{B.20})$$

wobei $\text{Pr} = 0.7$ aufgrund der geringen Temperatur- und Druckabhängigkeit der Luft angenommen wird.

Der Wärmedurchgang durch den *runner* wird mit Hilfe eines zweidimensionalen Finite-Volumen-Modells (FV) bestimmt. Das verwendete FV-Modell wird im Anhang in Abschn. B.4 beschrieben und deshalb an dieser Stelle nicht genauer ausgeführt.

Somit fehlt zur Komplettierung des Wärmepfades 2 nur noch der Übergang von der *runner*-Außenseite an die Umgebung $\alpha_{ru,a}$. Im Gegensatz zur *runner*-Innenseite handelt es sich an der Außenseite jedoch nicht mehr um eine Spaltströmung, sondern um eine freie Grenzschichtströmung, damit kann die Strömung nicht mehr über die gesamte *runner*-Oberfläche als laminar betrachtet werden. Die empirisch ermittelten Übergänge zwischen den Strömungszuständen sind in Gl. B.21 charakterisiert. Aufgrund der komplexen Strömungssituation wird auf eine aufwendige numerische Simulation der Strömung verzichtet. Stattdessen werden für die Nusselt-Zahl empirische Messdaten aus [110] verwendet:

$$\text{Nu}_{ru,a} = \begin{cases} 0.33\text{Re}^{0.5} & \text{laminar: } \text{Re} \leq 2.5 \cdot 10^5 \\ 8.01 \cdot 10^{-14}\text{Re}^{2.8} & \text{transient: } 2.5 \cdot 10^5 < \text{Re} < 320000 \\ 0.0169\text{Re}^{0.8} & \text{turbulent: } \text{Re} \geq 320000 \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

Quantitativ ähnliche empirische Gleichungen für den Wärmeübergang an rotierenden Scheiben wurden beispielsweise auch in [111] ermittelt. Für die Reynoldszahl des *runners* gilt dabei $\text{Re}_{ru} = \frac{\Omega r^2}{\eta}$, mit der kinematischen Viskosität $\eta = \frac{\mu}{\rho}$. Der Wärmeübergangskoeffizient einer rotierenden Scheibe kann nach [112] folgendermaßen bestimmt werden:

$$\alpha_{ru,a} = \frac{\lambda \text{Nu}_{ru,a}}{\sqrt{\frac{\eta}{\Omega}}} \quad . \quad (\text{B.22})$$

Die Wärmeströme vom Fluidfilm an den *runner* $\dot{Q}_{2,ru,i}$ und vom *runner* an die Umgebung $\dot{Q}_{2,ru,a}$ sind durch:

$$\dot{Q}_{2,ru,i} = \alpha_{ru,i} A_{pad} (T(r, \theta, z = h) - T_{ru,i}(r, \theta)) \quad (\text{B.23})$$

$$\dot{Q}_{2,ru,a} = \alpha_{ru,a} A_{pad} (T_{ru,a}(r_r, \theta_r) - T_a) \quad (\text{B.24})$$

gegeben, mit den *runner*-Koordinaten r_r , θ_r . Wobei sich die Temperaturen an der *runner*-Innen- und Außenfläche $T_{ru,i}$, $T_{ru,a}$ iterativ aus dem zwischengeschalteten FV-Modell ergeben. Damit ist die Beschreibung des Wärmepfades 2 komplett.

B.2.3 Wärmepfad 3 - Radial vom Fluid an die Umgebung

Aufgrund der radial aus dem Spalt strömenden Luft wird Wärme an die Umgebung abgegeben. Eine explizite Modellierung des Wärmeübergangs an dieser Stelle ist jedoch nicht erforderlich, da sich an dieser Stelle bereits die Systemgrenzen des simulierten Bereiches befinden. Da die Randbedingungen der Wärmetransportgleichung nur stromabwärts angegeben werden müssen, werden an den radialen Rändern des *pads* auch keine Randbedingungen gesetzt. Die Massenerhaltung erfordert, dass der aus dem Lager abfließende Massenstrom an anderer Stelle wieder angesaugt wird. Die kalte Umgebungsluft wird an den Positionen des niedrigsten Drucks und des höchsten Spalts angesaugt. Beim AGFL befinden sich diese zwischen den *pads*. Der Bereich zwischen den *pads* befindet sich außerhalb des simulierten Bereiches. Allerdings müssen an der Stelle des *pad*-Eintritts (bei $\theta = 0^\circ$) die Mischungstemperaturen zwischen der kalten, angesaugten Umgebungsluft und der aus dem vorherigen *pad* umlaufenden Luft als Randbedingung vorgegeben werden. Anstatt komplexer numerischer Simulationen des Mischungsbereiches, wurden zur Bestimmung dieser Temperaturen bei RGFL vereinfachte Mischungsmodelle angewendet z.B. [73, 113].

Speziell für AGFL wurde bislang nur in [38] ein Mischungsmodell entwickelt, welches auf der transienten Simulation der eindimensionalen (in Spaltrichtung) Wärmetransportgleichung unter ausschließlicher Berücksichtigung der Konduktion beruht und auch in dieser Arbeit verwendet wird. In der zitierten Quelle wurde die *runner*-Temperatur auf 100° gesetzt und gefordert, dass der Temperaturgradient an der Lageroberfläche zu null wird. Für verschiedene Drehzahlen heizte sich die Luft in der zur Durchströmung des Spalts benötigten Zeit von 20°C auf nahezu 100°C auf. Somit kann die *runner*-Temperatur näherungsweise als Mischungstemperatur verwendet werden. Es gilt die Randbedingung:

$$T(z, \theta = 0, r) = T_{ru,i}(r, \theta) . \quad (\text{B.25})$$

Somit ist auch die Beschreibung des Wärmepfades 3 abgeschlossen.

B.2.4 Wärmepfad 4 - Radial vom *runner* an die Umgebung

Die Nusselt-Zahlen an rotierenden Zylindern wurden in der Dissertation von Yildiz [114] experimentell ermittelt. Die dort angegebene Interpolationsformel wird auch in dieser Arbeit verwendet:

$$\text{Nu}_{ru,r} = 0.5 \left(\text{Gr} + 7.4 \text{Re}^{3.4} \text{Pr} \right)^{\frac{1}{4}} . \quad (\text{B.26})$$

Die Grashof-Zahl ist nach Gl. B.13 definiert, wobei auch für den *runner* der Durchmesser $2r_a$ als charakteristische Länge verwendet wird. Für sehr große Reynolds-Zahlen nehmen

die Nusselt-Zahlen aufgrund dissipativer Effekte wieder ab (siehe [115]). Obwohl ein Abflachen der experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen auch in den Messungen von Yildiz zu beobachten ist, wird dieser Effekt durch Gl. B.26 nicht abgebildet. Ab etwa $Re = 2 \cdot 10^6$ flachen die von Yildiz gemessenen Nusselt-Zahlen ab, so dass:

$$Nu(Re > 2 \cdot 10^6) = Nu(Re = 2 \cdot 10^6) \quad (\text{B.27})$$

gesetzt wird. Somit folgen der radiale Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{ru,r}$ des *runners*, sowie der Wärmewiderstand R_4 und der Wärmestrom \dot{Q}_4 zu:

$$\alpha_{ru,r} = \frac{Nu_{ru,r} \lambda_{ru}}{2r_a} \quad (\text{B.28})$$

$$R_4 = \frac{A_{rz,ru}}{\alpha_{ru,r}} \quad (\text{B.29})$$

$$\dot{Q}_4 = \frac{(T_{ru}(r_a, z) - T_a)}{R_4} \quad (\text{B.30})$$

wobei $A_{rz,ru}$ die aus der FV-Diskretisierung resultierenden Flächen an dem radialen Außenrand des *runners* sind. Der Wärmestrom 4 nach Gl. B.30 wird als Randbedingung auf das FV-Modell des *runners* aufgebracht, welches im Anhang B.4 beschrieben ist.

B.3 Materialien und Geometrien für die Modellierung der Wärmeströme

Die Materialien und relevanten geometrischen Größen sind in Tab. B.1 gegeben.

Tabelle B.1: Materialien und Geometrien für die Modellierung der Wärmeströme

Parameter	Wert
Material Lagerscheibe	Inconel X-750
Dicke Lagerscheibe	10 mm
Material <i>foils</i>	Inconel X-750
Material <i>runner</i>	Inconel 718
Dicke <i>runner</i>	12.7 mm
Außenradius <i>runner</i>	50.8 mm

Dicken und Radien der *foils* und der Lagerscheibe sind identisch und können Tab. 5.1 entnommen werden. Kritisch ist anzumerken, dass die Quelle für das *runner*-Material und dessen Dicke [90] nicht identisch ist mit der Quelle für die Messdaten der Temperatur [58], welche für die Validierung verwendet werden. Da allerdings beide Autoren den selben Prüfstand verwenden, wird davon ausgegangen, dass auch identische *runner* verwendet wurden.

Die Wärmeleitfähigkeiten λ , Elastizitätsmoduln E und Wärmeausdehnungskoeffizienten κ für Inconel 718 und Inconel X750 sind in Abhängigkeit von der Temperatur in [116] bzw. [117] angegeben. Die dort angegebenen Parameter wurden in dieser Arbeit temperaturabhängig interpoliert und verwendet. Die Dichten und Poisson-Zahlen wurden ebenfalls

den zitierten Quellen entnommen und werden in dieser Arbeit unabhängig von der Temperatur modelliert.

B.4 Finite-Volumen-Modellierung des *runners*

Im Gegensatz zur FV-Diskretisierung des Fluidspaltes (siehe 4.5) wird der *runner* 2-dimensional (in z und r -Richtung) diskretisiert. Aufgrund der hohen Rotationsgeschwindigkeit des *runners* kann davon ausgegangen werden, dass sich in Umfangsrichtung konstante Temperaturen einstellen werden.

Weiterhin wird der *runner* lediglich als rotierende Ringscheibe diskretisiert. In dem verwendeten Modell fließt somit keine Wärme vom *runner* in die Welle. Die Modellierung des Wärmestroms wird vernachlässigt, weil zum einen die Wellengeometrie unbekannt ist und zum anderen, weil sich auf der Welle RGFL, ein Magnetlager, sowie eine Luftturbine befinden deren Beitrag zum Wärmeaustausch unbekannt ist. Eine detaillierte Modellierung ist somit nicht möglich. Da der Wärmestrom in die Welle vernachlässigt wird, ist die Diskretisierung des *runners* nur im Bereich zwischen Innen- und Außenradius der Lagerscheibe erforderlich. Aufgrund der getroffenen Annahmen wird der *runner* vermutlich insgesamt zu wenig Wärme abgeben und deshalb tendenziell zu warm werden.

Im Gegensatz zur FV-Modellierung des Fluidspaltes wird im *runner* keine Wärme konvektiv transportiert, somit bleibt abgesehen von der vernachlässigten Wärmestrahlung nur die Konduktion als Wärmeübertragungsmechanismus übrig. Dadurch vereinfachen sich die Koeffizienten des FV-Schemas zu:

$$a_{O/W} = A_{O/W} \left(\frac{\lambda_{ru}}{c_{p,ru} \delta z_{ru}} \right)_{O/W} \quad (\text{B.31})$$

$$a_{N/S} = A_{N/S} \left(\frac{\lambda_{ru}}{c_{p,ru} \delta r_{ru}} \right)_{N/S} \quad (\text{B.32})$$

$$a_P = a_O + a_W + a_N + a_S . \quad (\text{B.33})$$

mit den *runner*-Koordinatenabständen δz_{ru} , δr_{ru} . Werden die Randbedingungen B.30, B.24 eingebaut, dann resultiert wieder ein lineares Gleichungssystem der Form 4.55 dessen Lösung die Temperaturverteilung des *runners* liefert.

B.5 Thermische Verformung des *runners*

Die thermische Verformung des *runners* wird des Aufwandes und der Einfachheit halber lediglich näherungsweise berechnet. Die in dieser Arbeit verwendete Berechnung beruht auf einem Paper von Pan und Sternlicht [92], welche die Auswirkungen der thermischen *runner*-Verformung auf den Fluidspalt eines axialen Spiralrillenlagers berechneten. Die zugrunde liegenden Annahmen sind:

- rein axialer Wärmefluss
- gleichmäßiger Wärmefluss durch den *runner*
- Produkt aus Wärmeausdehnungskoeffizient und Temperaturdifferenz ist klein gegenüber eins
- kressegmentförmige Verformung des *runners*

Eine Betrachtung der Annahmen offenbart, dass die getroffenen Annahmen nicht alle auf den *runner* zutreffen. So ist der Wärmefluss nicht rein axial. Aufgrund der hohen Umfangsgeschwindigkeiten wird ein nicht zu vernachlässigender Teil der Wärme auch radial nach außen übertragen. Außerdem wird auch Wärme in die Welle übertragen. Auch die zweite Annahme trifft nicht zu und es stellen sich im Fluidfilm große Temperaturgradienten in radialer Richtung ein. Somit sind auch die axialen Temperaturgradienten und damit der Wärmefluss am äußeren radialen Rand größer. Die dritte Annahme:

$$\kappa(\bar{T}_F - \bar{T}_U) \ll 1 \quad (\text{B.34})$$

trifft hingegen in guter Näherung zu. Hierbei bezeichnen \bar{T}_f und \bar{T}_U die gemittelten Temperaturen an der dem Fluidspalt bzw. der Umgebung zugewandten Stirnflächen des *runners*. Der Wärmeausdehnungskoeffizient κ hat für den *runner*-Werkstoff die Größenordnung 10^{-5} .

Die angenommene Verformung des *runners* ist in Abb. 5.12 dargestellt. Für eine rotierende Scheibe, mit rein axialem Wärmefluss und konstanten Temperaturen an den beiden Stirnflächen der Scheibe, trifft diese Annahme in guter Näherung zu. Aufgrund der radialen Temperaturgradienten am *runner* ist jedoch eine abweichende Verformungsgestalt zu erwarten.

Weiterhin muss erwähnt werden, dass in dieser Arbeit die thermische Verformung der Lagerscheibe und Lagerfolien vernachlässigt wird. Aufgrund der sich dort einstellenden geringen Temperaturgradienten ist diese Annahme in guter Näherung zulässig. Unter den genannten Voraussetzungen lässt sich über geometrische Beziehungen die *runner*-Temperatur-Deformation $\delta_{t,r}$ herleiten zu:

$$\delta_{t,r}(r) = R_r \left(1 - \cos \left(\arcsin \left(\frac{r - r_i}{R_r} \right) \right) \right) \quad (\text{B.35})$$

$$R_r = \frac{t_{ru}}{\kappa_{ru}(\bar{T}_F - \bar{T}_U)} \quad (\text{B.36})$$

mit der *runner*-Dicke t_{ru} . Da es sich beim *runner* nicht um eine frei rotierende Scheibe handelt, sondern dieser mit der Welle verschraubt ist, wird in der vorliegenden Arbeit angenommen, dass am Innenradius des *pads* r_i keine thermische Ausdehnung möglich ist. Deshalb wird in Gl. B.36, anders als in der von Pan und Sternlicht [92] angegebenen Gleichung, $r - r_i$ anstatt r im Argument des arcsin verwendet. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass die thermische Verformung am Übergang zur Welle null ist.

Zusammenfassend muss gesagt werden, dass aufgrund der getroffenen Annahmen kein akkurates Modell der thermischen *runner*-Verformung verwendet wurde. Die verwendete Modellierung der *runner*-Verformung gestattet somit lediglich qualitative Aussagen. Wenn in den Simulationsergebnissen der vorliegenden Arbeit die Temperatúrausdehnung des *runners* berücksichtigt wurde, dann wird explizit darauf hingewiesen.

B.6 Fliehkraftbedingte Verformung des *runners*

Der *runner* wird als Scheibe ohne Loch modelliert, für die ein ebener Spannungszustand angenommen wird. Die Annahme des ebenen Spannungszustands trifft dabei nicht zu, da die Scheibe aufgrund des im Lagerspalt aufgebrachtten Druckes axial belastet wird. Allerdings sind die im Lager auftretenden Drücke vernachlässigbar im Vergleich zu den Fliehkraftspannungen. Diese können nach [118] angegeben werden zu:

$$\sigma_r = \frac{3 + \nu_{runner}}{8} \rho_{runner} \Omega^2 (r_a^2 - r^2) \quad (\text{B.37})$$

$$\sigma_\phi = \frac{3 + \nu_{runner}}{8} \rho_{runner} \Omega^2 \left(r_a^2 - \frac{1 + 3\nu_{runner}}{3 + \nu_{runner}} r^2 \right) \quad (\text{B.38})$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu_{runner}}{E_{runner}} (\sigma_r + \sigma_\phi) \quad (\text{B.39})$$

mit der radialen Koordinate r . Der *runner* verschlankt sich symmetrisch auf beiden Seiten, wovon lediglich die lagerseitige Verformung relevant ist $\delta_{f,r}$:

$$\delta_{f,r} = \frac{1}{2} \varepsilon_z t_{runner} . \quad (\text{B.40})$$

Anhang C

Validierung

C.1 Vergleich gemessener und simulierter Lagerkräfte und -momente

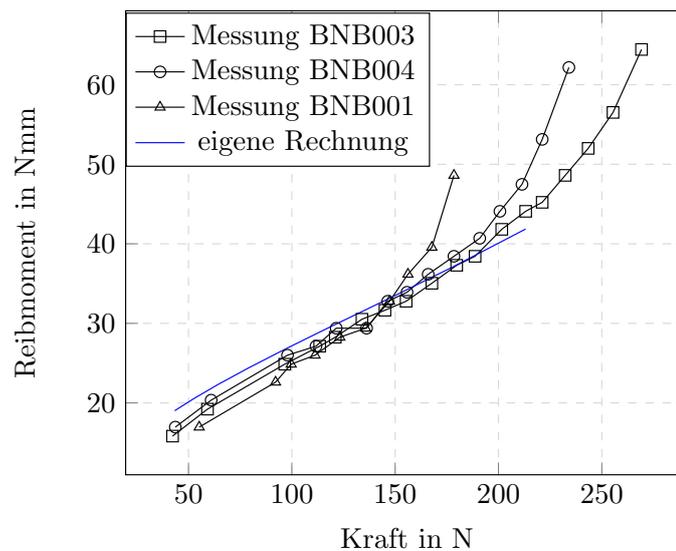


Abbildung C.1: Gemessene Axialkräfte und Torsionsmomente (schwarze Linien mit Markern) aus [57] der baugleichen Lager BNB001, BNB003, BNB004 im Vergleich zu den berechneten Werten aus dieser Arbeit (blaue Linie, ohne Marker) für die Drehzahl $21\,000\text{ min}^{-1}$

C.2 Bewegungsdifferentialgleichung

Zur transienten Simulation eines in AGFL gelagerten Rotors ist es erforderlich, die Bewegungsdifferentialgleichung des Rotors aufzustellen. Dies soll im Folgenden am Beispiel einer Scheibe geschehen. Zur Beschreibung der Position der Scheibe wird ein raumfestes Koordinatensystem $A(\underline{x}, \underline{y}, \underline{z})$ und ein Koordinatensystem $B(\underline{x}'', \underline{y}'', \underline{z}'')$ verwendet, wie schematisch in Abb. C.2 dargestellt. Es wird angenommen, dass die Scheibe mit der

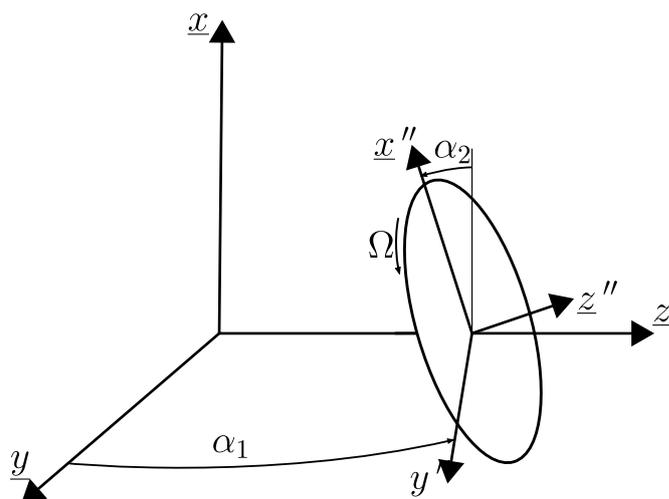


Abbildung C.2: Rotierende, verkippte Scheibe

konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω um ihre Achse \underline{z}'' rotiert. Für die transiente Simulation des Rotors in AGFL sind der axiale Freiheitsgrad sowie die Kippfreiheitsgrade interessant. Die radiale Bewegung wird durch die Annahme starrer Radiallager verhindert. Ein Rotor-Lager-System für das die an dieser Stelle aufgestellte Bewegungsdifferentialgleichung gilt ist in Abb. 7.1 dargestellt. Das Koordinatensystem $B(\underline{x}'', \underline{y}'', \underline{z}'')$ folgt der Kippbewegung der Scheibe. Sie wird ausgedrückt durch zwei aufeinander folgende Drehungen zuerst mit dem Winkel α_1 um \underline{x} und anschließend mit α_2 um $\underline{y}' = \underline{y}''$ (da die zweite Drehung um die gedrehte \underline{y}' -Achse erfolgt handelt es sich um eine intrinsische Drehung)¹. Das Koordinatensystem B ist aber strenggenommen kein körperfestes Koordinatensystem, weil die \underline{z}'' -Achse die Drehbewegung der Scheibe nicht mitmacht. Da die Scheibe rotationssymmetrisch ist, ist das Koordinatensystem B trotzdem ein Hauptachsensystem. Die Winkelgeschwindigkeiten der Scheibe $\underline{\omega}_{\text{scheibe}}$ und die Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems B , $\underline{\omega}_B$ im raumfesten Koordinatensystem können somit formuliert werden:

$$\underline{\omega}_{\text{scheibe}} = \dot{\alpha}_1 \underline{x} + \dot{\alpha}_2 \underline{y}'' + \Omega \underline{z}'' \quad (\text{C.1})$$

$$\underline{\omega}_B = \dot{\alpha}_1 \underline{x} + \dot{\alpha}_2 \underline{y}'' + 0 \cdot \underline{z}'' . \quad (\text{C.2})$$

Die \underline{x} -Achse kann durch die Vektoren des Koordinatensystems B ausgedrückt werden:

$$\underline{x} = \cos(\alpha_2) \underline{x}'' + \sin(\alpha_2) \underline{z}'' \quad (\text{C.3})$$

$$\underline{\omega}_{\text{scheibe}} = \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2) \underline{x}'' + \dot{\alpha}_2 \underline{y}'' + (\Omega + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2)) \underline{z}'' \quad (\text{C.4})$$

$$\underline{\omega}_B = \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2) \underline{x}'' + \dot{\alpha}_2 \underline{y}'' + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2) \underline{z}'' . \quad (\text{C.5})$$

Da B ein Hauptachsensystem ist, ist der Trägheitstensor nur diagonal besetzt und der Drall der Scheibe kann geschrieben werden als:

$$\underline{L} = J_a \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2) \underline{x}'' + J_a \dot{\alpha}_2 \underline{y}'' + J_p (\Omega + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2)) \underline{z}'' . \quad (\text{C.6})$$

¹In der verwendeten Notation kennzeichnen die hochgestellten Striche ()'' die Anzahl an Drehungen, aus der sich die jeweilige Achse ergibt

Dabei ist J_a das Trägheitsmoment um die \underline{x}'' -Achse sowie um die \underline{y}'' -Achse und J_p ist das Trägheitsmoment um die \underline{z}'' -Achse. Durch die Ableitung des Dralls nach der Zeit im raumfesten Koordinatensystem $\frac{A d}{dt}$ resultieren die auf die Scheibe wirkenden Momente. Der Drall in Gl. C.6 ist jedoch ausgedrückt bezüglich des Koordinatensystems B . Deshalb gilt für die Zeitableitung:

$$\begin{aligned} \frac{A d \underline{L}}{dt} &= \frac{B d \underline{L}}{dt} + \underline{\omega}_B \times \underline{L} & (C.7) \\ &= \begin{Bmatrix} J_a(\ddot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2) - \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_2)) \\ J_a \ddot{\alpha}_2 \\ J_p(\ddot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2) + \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos(\alpha_2)) \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{Bmatrix} J_p(\Omega + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2))\dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2) J_a \dot{\alpha}_2 \\ -J_p(\Omega + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2))\dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2) + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2) J_a \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2) \\ 0 \end{Bmatrix} & (C.8) \end{aligned}$$

Somit können die Differentialgleichungen für die Verkippfreiheitsgrade folgendermaßen angegeben werden:

$$\ddot{\alpha}_1 = \frac{1}{J_a \cos(\alpha_2)} (2J_a \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin(\alpha_2) - J_p(\Omega + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2))\dot{\alpha}_2 + M_{x''}) \quad (C.9)$$

$$\ddot{\alpha}_2 = \frac{1}{J_a} (-J_a \dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_2) \cos(\alpha_2) + J_p(\Omega + \dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2))\dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 + M_{y''}) . \quad (C.10)$$

Wobei $M_{x''}$ und $M_{y''}$ die Momente um die „scheibenfesten“ \underline{x}'' , \underline{y}'' - Achsen sind, die sich in dem hier betrachteten Fall durch eine ungleiche Verteilung der Lagerkräfte über den einzelnen *pads* im verkippeten Zustand ergeben. Der Spalt zwischen der rotierenden Scheibe beträgt nur wenige Mikrometer, so dass auch die betrachteten Winkel sehr klein sein müssen, um den Spalt nicht vollständig aufzubrechen. Aufgrund der kleinen Winkel kann eine Linearisierung zweckmäßig sein, die linearisierten Bewegungsgleichungen sind deshalb an dieser Stelle angegeben:

$$\ddot{\alpha}_1 = \frac{1}{J_a} (-J_p \Omega \dot{\alpha}_2 + M_{x''}) \quad (C.11)$$

$$\ddot{\alpha}_2 = \frac{1}{J_a} (J_p \Omega \dot{\alpha}_1 + M_{y''}) . \quad (C.12)$$

Dabei wurden die Beziehungen $\cos(\phi) \approx 1$, $\sin(\phi) \approx \phi$ für kleine ϕ verwendet und zudem Terme mit höherer als linearer Ordnung in den Winkeln ϕ und ihren Geschwindigkeiten $\dot{\phi}$ vernachlässigt.

Zur Berechnung der Lagerkräfte über den einzelnen *pads* sowie deren Kraftangriffspunkten (nach Gl. 4.29) wird der Spalt senkrecht zur Lageroberfläche, also in die Richtung der raumfesten \underline{z} -Achse, verwendet. Die Änderung der projizierten Fläche des gegenüberstehenden *runners* wird dabei vernachlässigt, was zum einen aufgrund der kleinen Winkel und zum anderen dadurch gerechtfertigt ist, dass der *runner* in der Regel einen größeren Außendurchmesser als das Lager hat. In die Bewegungsdifferentialgleichungen C.11, C.12

bzw. C.9, C.10 gehen jedoch nicht die Kräfte auf das Lager, sondern die Kräfte auf den *runner* ein. Da es eine fundamentale Annahme der Reynoldsgleichung ist, dass sich der Druck in Spaltrichtung nicht ändert, sind die auf den *runner* wirkenden Kräfte betragsgleich zu den Lagerkräften. Da der Druck jedoch immer senkrecht auf Flächen wirkt, unterscheidet sich die Wirkrichtung der Kräfte auf den *runner*, welche nun in Richtung der \underline{z}'' - Achse zeigen. Nach den vorstehenden Überlegungen können die scheibenfesten Momente auf den *runner* angegeben werden zu:

$$\begin{Bmatrix} M_{x''} \\ M_{y''} \\ 0 \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{N_{pad}} \begin{Bmatrix} r_{res,i} \cos(\theta_{res,i}) \\ r_{res,i} \sin(\theta_{res,i}) \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{res,i} \end{Bmatrix}. \quad (C.13)$$

mit den resultierenden Kräften $F_{res,i}$ und deren Positionen $r_{res,i}$, $\theta_{res,i}$. Die Variable θ läuft dabei so wie in Abb. 2.3 dargestellt von der \underline{x} -Achse in mathematisch positiver Richtung um die \underline{z} -Achse. Um $F_{res,i}$ zu berechnen, ist die Auswirkung der Verkipfung auf die Filmfunktion in raumfesten Koordinaten zu bestimmen. Die Koordinaten der begrenzenden Oberfläche des *runners* können dabei über die intrinsische und passive² Drehmatrix (C.14 bzw. in linearisierter Form Gl. C.15) ins Raumfeste transformiert werden.

$$\begin{Bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{Bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) & 0 & \sin(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_1) \sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \\ -\cos(\alpha_1) \sin(\alpha_2) & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \end{bmatrix}}^{RF \underline{R}^{SF}} \begin{Bmatrix} r \cos(\theta) \\ r \sin(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (C.14)$$

$$\approx \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha_2 \\ 0 & 1 & -\alpha_1 \\ -\alpha_2 & \alpha_1 & 1 \end{bmatrix}}_{RF \underline{R}_{lin}^{SF}} \begin{Bmatrix} r \cos(\theta) \\ r \sin(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (C.15)$$

Mit der eingeführten Drehmatrix $RF \underline{R}^{SF}$ und der zuvor beschriebenen Überlegung über die Wirkrichtung der Kräfte auf den *runner* kann auch die Bewegungsdifferentialgleichung für den raumfesten, axialen Freiheitsgrad des Schwerpunkts des *runners* z_{rsp} aufgestellt werden:

$$\ddot{z}_{rsp} = \frac{1}{m} \cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \sum_{i=1}^{N_{pad}} F_{res,i} \quad (C.16)$$

bzw. in linearisierter Form:

$$\ddot{z}_{rsp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N_{pad}} F_{res,i}. \quad (C.17)$$

Freiheitsgrade in \underline{y} - und \underline{x} -Richtung werden aufgrund der Annahme starrer Radiallager nicht betrachtet.

²Bei einer passiven Drehung wird das Koordinatensystem und nicht der eigentliche Vektor gedreht.

C.3 Bestimmung der Massenträgheitsmomente

Die Massenträgheitsmomente in dieser Arbeit betrachteten einfachen Rotoren lassen sich durch Zusammensetzung von Massenträgheitsmomenten von Voll- und Hohlzylindern berechnen. Für Zylinder (Länge l , Radius r) mit der axialen Richtungen z gilt ([119, B31]):

$$J_{voll,z} = \frac{mr^2}{2} \quad (C.18)$$

$$J_{voll,x} = J_{voll,y} = \frac{m(3r^2 + l^2)}{12} \quad (C.19)$$

$$J_{hohl,z} = \frac{m(r_a^2 + r_i^2)}{2} \quad (C.20)$$

$$J_{hohl,x} = J_{hohl,y} = \frac{m(r_a^2 + r_i^2 + \frac{l^2}{3})}{4} . \quad (C.21)$$

Für den Gesamttrotor lassen sich die Trägheiten dann wie folgt zusammensetzen:

$$J_z = \sum (J_{voll,zi} + J_{hohl,zi}) \quad (C.22)$$

$$J_a = J_x = J_y = \sum (J_{voll,xi} + J_{hohl,xi} + m_i z_{Si}) \quad (C.23)$$

mit den Massenschwerpunktsabständen z_{Si} und $x_{Si} = y_{Si} = 0$.

C.4 Validierung des thermischen Modells

Abb. C.3 macht deutlich, dass die Simulationsdaten an der innersten der drei in [35] angegebenen Messpositionen am besten zu den Messdaten passen. Weiterhin werden die großen radialen Temperaturgradienten deutlich. Außerdem ist interessant, dass für die beiden radial weiter außenliegenden Messpositionen die Temperaturniveaus der Randbedingungen b) und c) vertauscht sind im Vergleich zur innersten Messposition. Dies liegt daran, dass der Einfluss der Randbedingungen an der Welle vor allem bei kleineren Radien ins Gewicht fällt. Für größere Radien überwiegt der Einfluss der Randbedingung an der Keramik gegenüber dem an der Welle.

C.4. VALIDIERUNG DES THERMISCHEN MODELLS

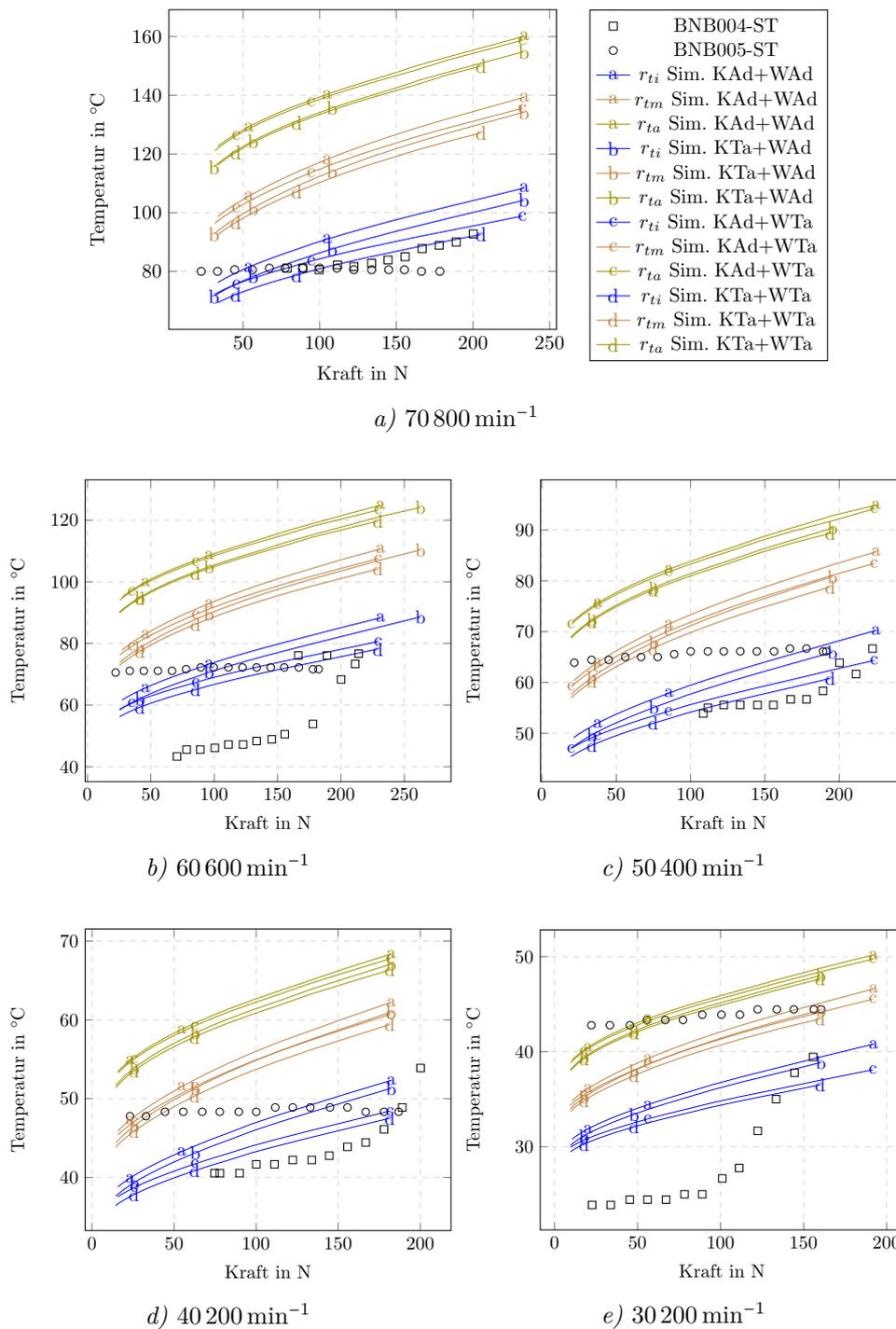


Abbildung C.3: In [58] gemessene Temperaturen über den Lagerkräften, für die Lager BNB004-ST, BNB005-ST. Für die Drehzahlen 70 800 min⁻¹, 60 600 min⁻¹, 40 200 min⁻¹, 30 200 min⁻¹, (von oben bis rechts unten). Sowie simulierte Daten: a - Keramik und Welle Umgebungstemp., b - Keramik Umgebungstemp und Welle adiabat, c - Keramik und Welle adiabat, d - Keramik adiabat und Welle Umgebungstemp. Simulationsdaten ermittelt ohne Berücksichtigung der thermischen Verformung des runners an den drei Thermoelement-Position: $r_{ti}x = 33.7$ mm, $r_{tm}x = 40.8$ mm, $r_{ta}x = 47.4$ mm jeweils mit $\theta = 40^\circ$

Anhang D

Ergebnisse

D.1 Filmdickenverläufe in Abhängigkeit der Strukturmodellierung

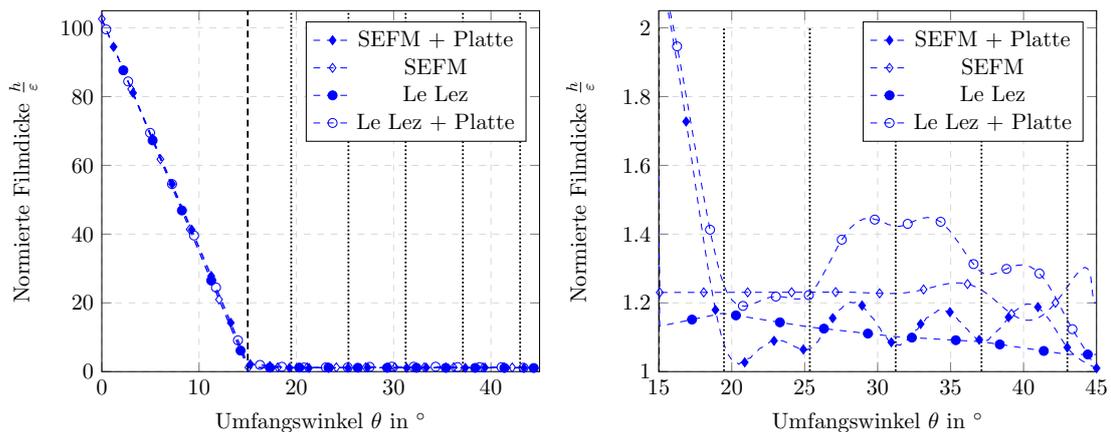


Abbildung D.1: Vergleich von numerisch berechneten Werten der Filmdicke (links: kompletter Padumfang, rechts: Vergrößerung des Plateaubereichs $\theta > \theta_{\text{ramp}}$) entlang des Lagerumfangs eines pads bei mittlerem Lagerradius $r_m = 37.55 \text{ mm}$, $\Omega = 40\,000 \text{ min}^{-1}$ und einem Lagerspalt von $\epsilon = 5 \mu\text{m}$ des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers. Ergebnisse unter Anwendung der Strukturmodelle nach Le Lez et al. [46] (Kreise ohne Füllung) und des SEFM (Rauten mit Füllung) jeweils in Kombination mit einer top foil-Plattenmodellierung sowie unter Vernachlässigung eines top foil Modells: Le Lez-Modell (Kreis mit Füllung), SEFM Raute ohne Füllung. Die vertikalen gepunkteten Linien kennzeichnen die Positionen der bumps, die vertikale gestrichelte Linie ist beim Rampenendwinkel $\theta_{\text{ramp}} = 15^\circ$ eingezeichnet.

D.2 Auswirkungen der Strukturmodellierung auf die linearisierten Lagerparameter

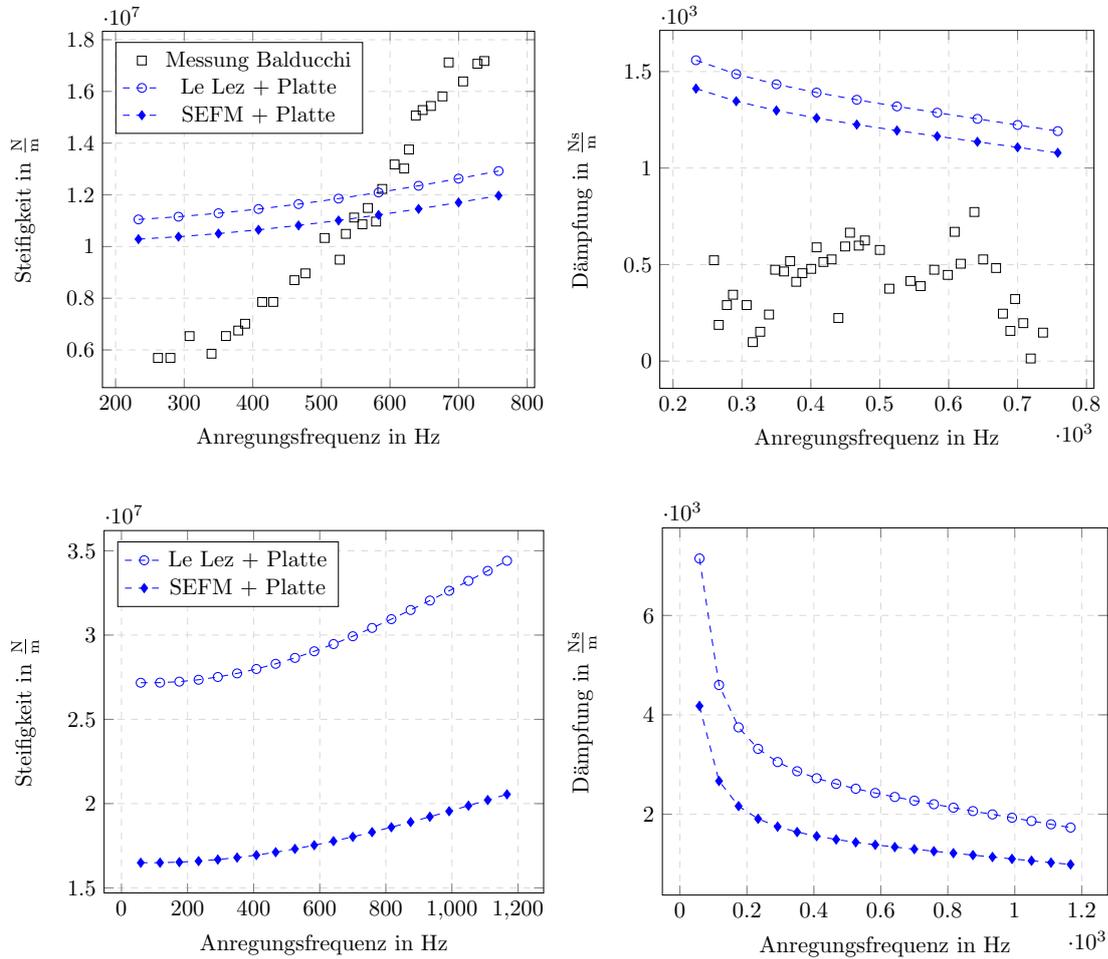


Abbildung D.2: Vergleich der in dieser Arbeit (blaue gestrichelte Linien) berechneten Steifigkeiten (links) und Dämpfungen (rechts), unter Anwendung des SEFM (volle Rauten) und des SEFM (Kreise ohne Füllung) jeweils in Kombination mit einer top foil-Plattenmodellierung mit den von Balducchi et al. [66] gemessenen (schwarze Quadrate) bei einer Axiallast von 90 N bzw. 150 N (erste respektive zweite Reihe) sowie einer Drehzahl von $35\,000\text{ min}^{-1}$. Lagerparameter nach Tab. 5.1 und $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$, $s_{\text{loss}} = 0.2$

D.3 Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit der Drehzahl, der Anregungsfrequenz und der Lagerbelastung

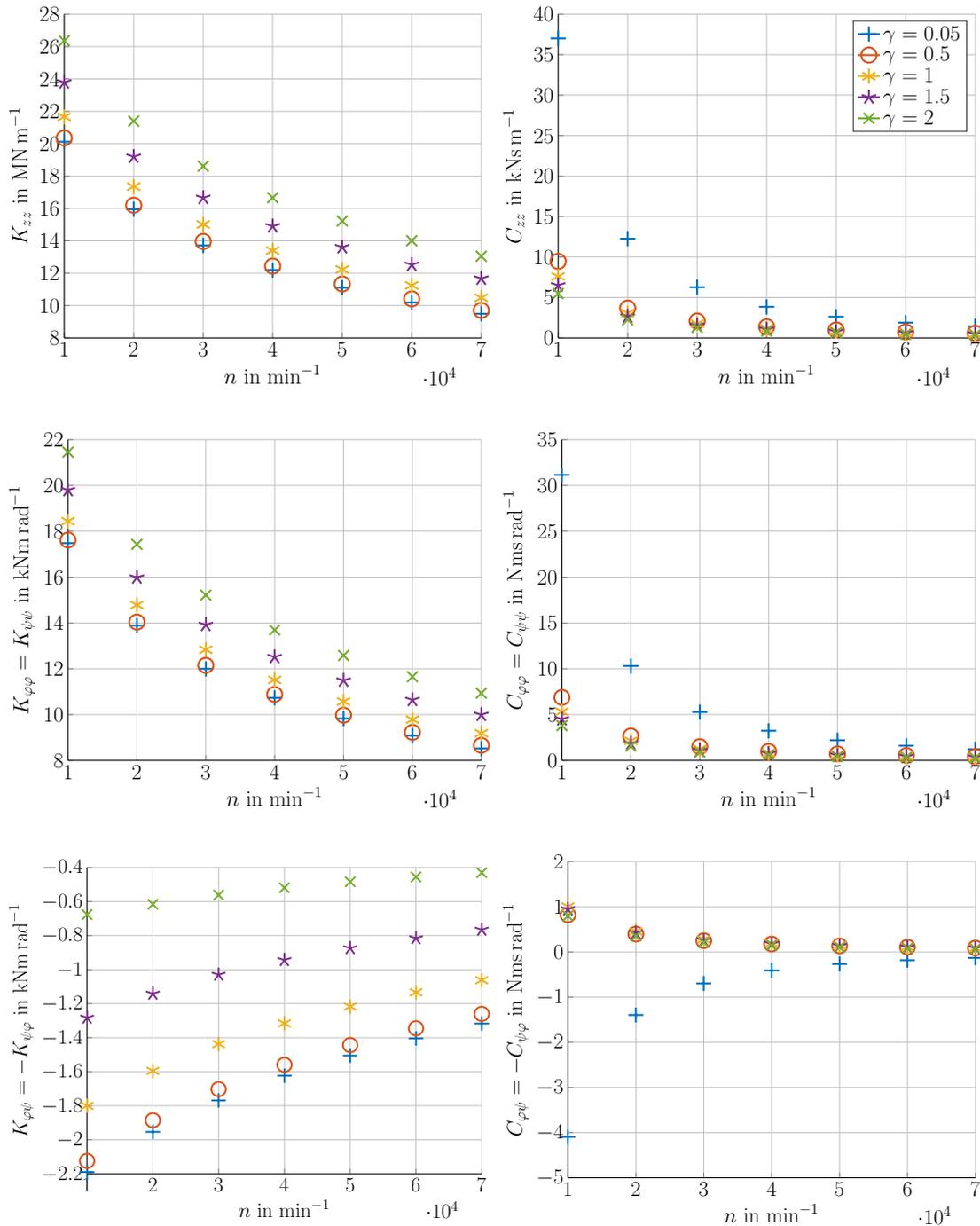


Abbildung D.3: Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit von der Drehzahl n bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers bei einer statischen, axialen Lagerbelastung von $W = 100 \text{ N}$, Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

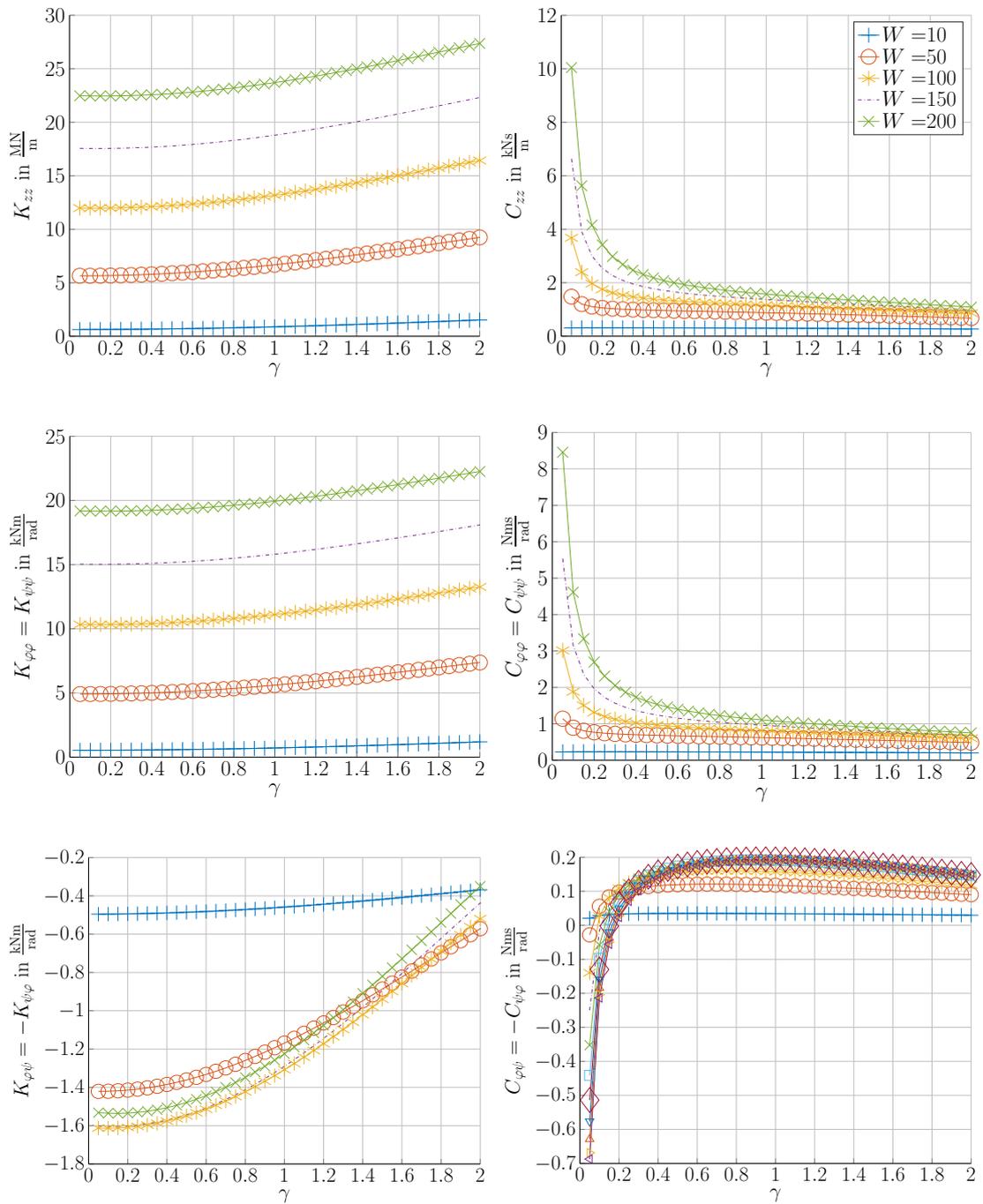


Abbildung D.4: Linearisierte Lagerparameter in Abhängigkeit von dem Anregungsfrequenzverhältniss γ bei verschiedenen Lagerlasten W des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers bei einer Drehzahl von $n = 40\,000 \text{ min}^{-1}$, Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

D.4 Einfluss der *top foil*-Dicke auf die linearisierten Lagerparameter

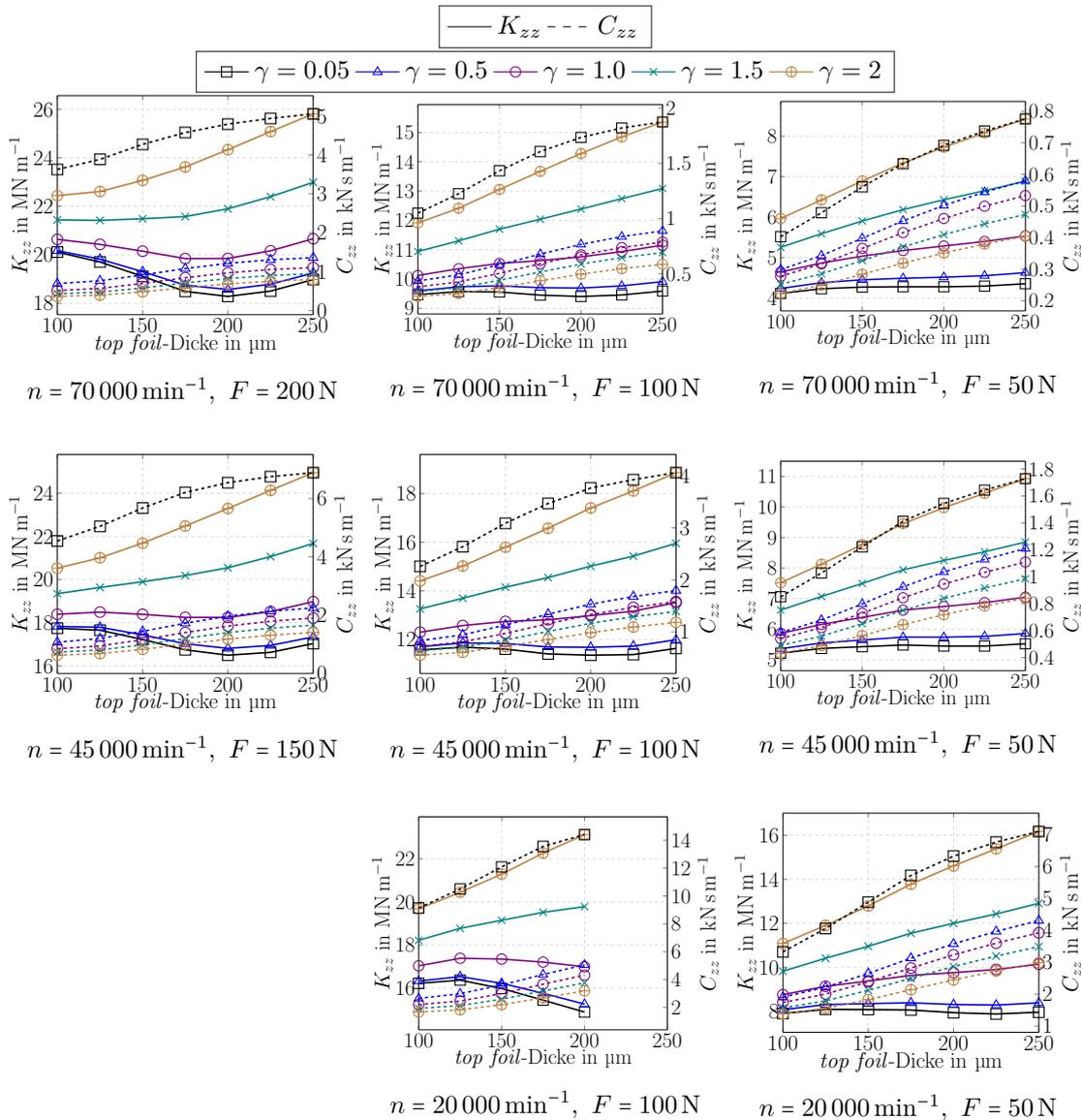


Abbildung D.5: Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der *top foil*-Dicke bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

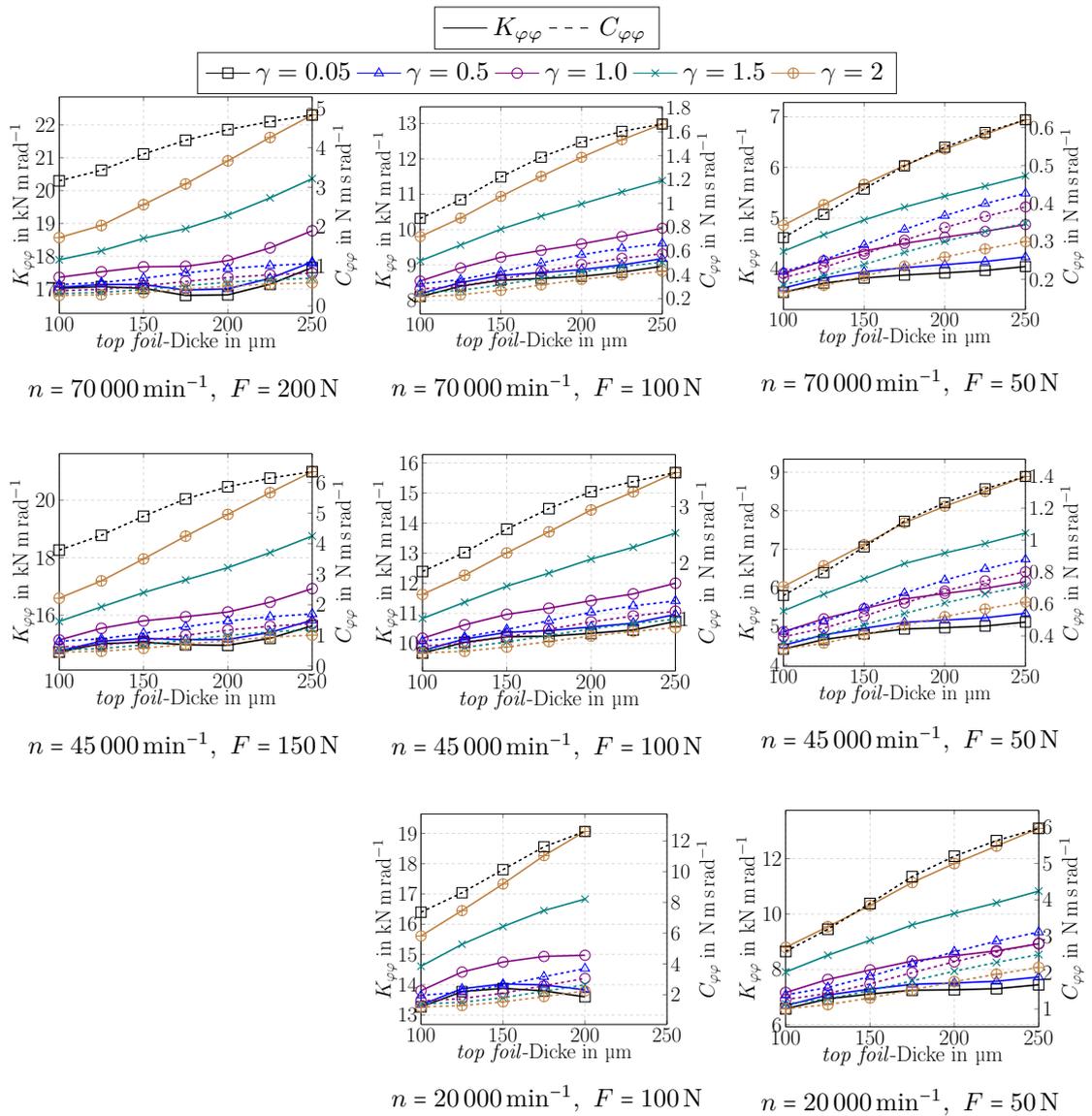


Abbildung D.6: Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der top foil-Dicke bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

D.4. EINFLUSS DER *TOP FOIL*-DICKE AUF DIE LINEARISIERTEN LAGERPARAMETER

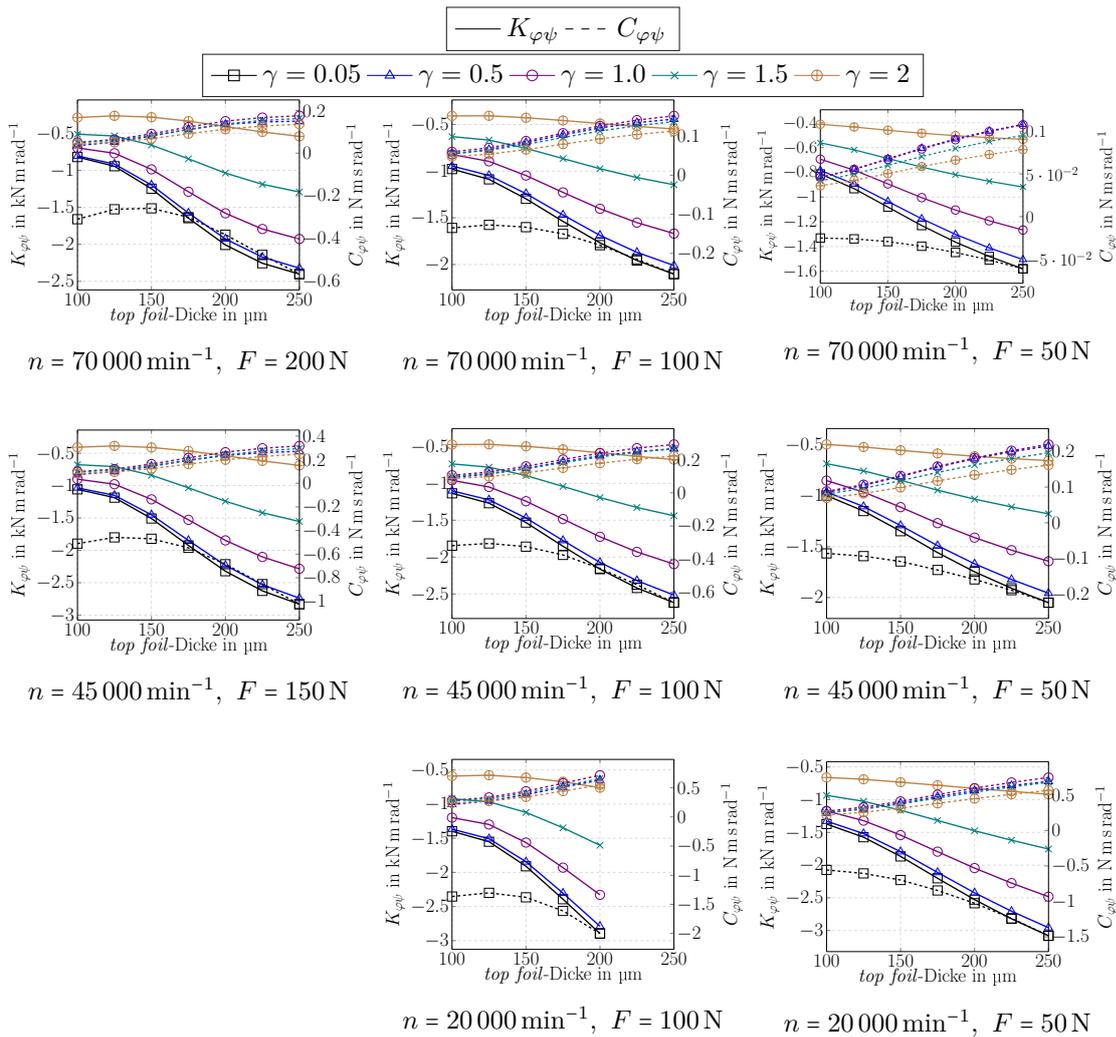


Abbildung D.7: Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der *top foil*-Dicke bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

Die Abb. D.5-D.7 zeigen die Verläufe der linearisierten Lagerparameter bei verschiedenen Drehzahlen und Lasten über der *top foil*-Dicke. Es ist ersichtlich, dass die qualitativen Verläufe der linearisierten Lagerparameter unabhängig von Drehzahl und Belastung ähnlich aussehen. Die axialen Steifigkeiten K_{zz} steigen für größere Störfrequenzverhältnisse ($\gamma > 1$) mit steigender *top foil*-Dicke an, während es bei $\gamma < 1$ zu einem lokalen Minimum dieses Parameters bei *top foil*-Dicken von etwa 200 μm kommt. Die axialen Dämpfungen C_{zz} zeigen einen Anstieg mit zunehmender *top foil*-Dicke.

Die Winkelsteifigkeiten und -dämpfungen $K_{\varphi\varphi}$, $C_{\varphi\varphi}$ verhalten sich ähnlich zu den axialen Parametern K_{zz} , C_{zz} und nehmen mit steigender *top foil*-Dicke zu.

Die Koppelwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}$ nehmen mit steigender *top foil*-Dicke ab, wobei der Abfall dieses Parameters umso stärker ausfällt je größer das Störfrequenzverhältnis γ ist. Die zugehörigen Dämpfungsparameter $C_{\varphi\psi}$ zeigen hingegen einen Anstieg mit der *top*

foil-Dicke, nur bei $\gamma < 0.5$ kommt es zu einem Abfall von $C_{\varphi\psi}$.

D.5 Einfluss der *bump foil*-Dicke auf die linearisierten Lagerparameter

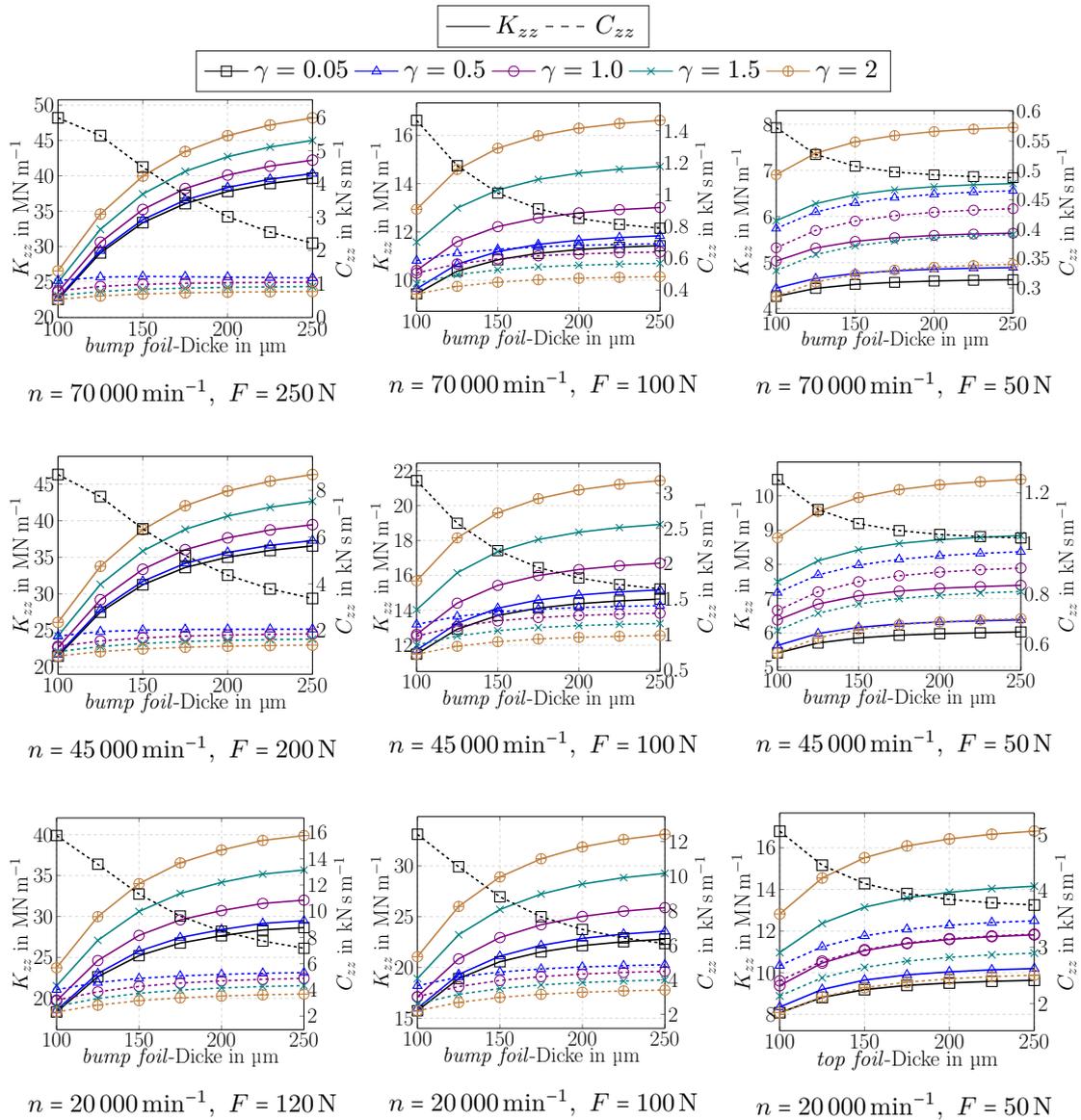


Abbildung D.8: Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der bump foil-Dicke bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

D.5. EINFLUSS DER *BUMP FOIL*-DICKE AUF DIE LINEARISIERTEN LAGERPARAMETER

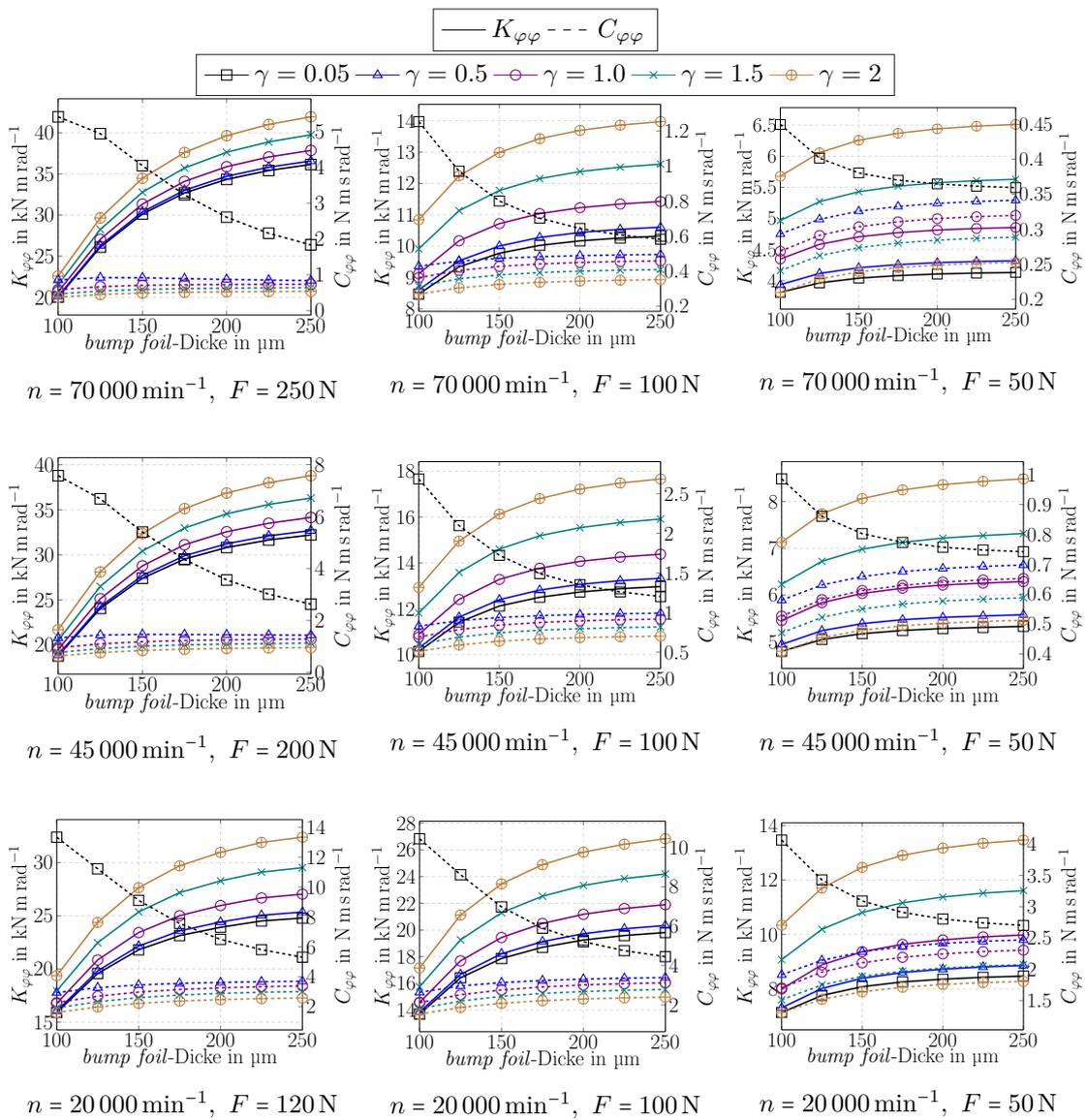


Abbildung D.9: Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der bump foil-Dicke bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

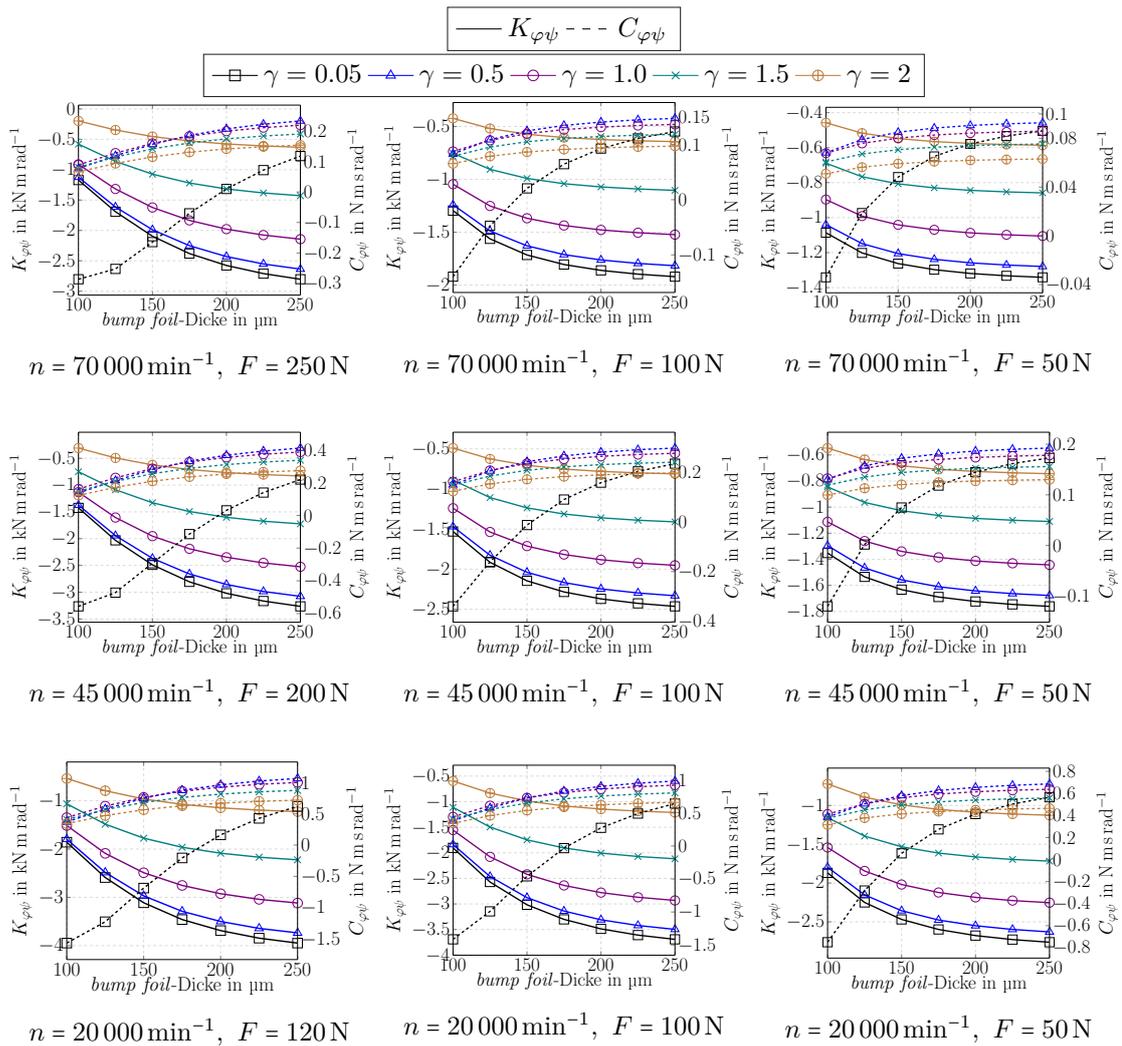


Abbildung D.10: Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von der *bump foil*-Dicke bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

Die Abb. D.8-D.10 zeigen die Verläufe der linearisierten Lagerparameter bei verschiedenen Drehzahlen und Lasten über der *bump foil*-Dicke. Es ist ersichtlich, dass die qualitativen Verläufe der linearisierten Lagerparameter unabhängig von Drehzahl und Belastung ähnlich aussehen. Die axialen Steifigkeiten K_{zz} , aber auch die Winkelsteifigkeiten $K_{\varphi\varphi}$, steigen mit zunehmender *bump foil*-Dicke degressiv an. Auch bei den zugehörigen Dämpfungsparametern C_{zz} und $C_{\varphi\varphi}$ sind degressiv ansteigende Verläufe erkennbar, abgesehen von kleinen Anregungsverhältnissen $\gamma < 0.5$, wo es zu einem abflachenden Abfall dieser Parameter kommt.

Die Beträge der Koppelwinkelsteifigkeiten $K_{\varphi\psi}$ fallen mit steigender *bump foil*-Dicke ab, wobei der Verlauf mit steigender *bump foil*-Dicke immer mehr abflacht. Die zugehörigen Dämpfungsparameter $C_{\varphi\psi}$ zeigen das entgegengesetzte Verhalten: die Beträge nehmen mit steigender Dicke der *bump foil* abflachend zu.

Eine mögliche Erklärung der über alle Parameter, Drehzahlen und Lastfälle beobachteten abflachenden Verläufe kann gegeben werden, wenn Struktur und Gasfilm der AGFL als Reihenschaltung betrachtet werden. Steigt die Dicke der *bump foil*, dann nehmen deren Steifigkeiten und Dämpfungen zu. Die Gesamtsteifigkeiten und -dämpfungen streben dann gegen die Steifigkeiten und Dämpfungen des Gasfilms, wodurch sich die beobachteten abflachenden Verläufe möglicherweise erklären lassen.

D.6 Einfluss von Fehlrichtungen auf die linearisierten Lagerparameter

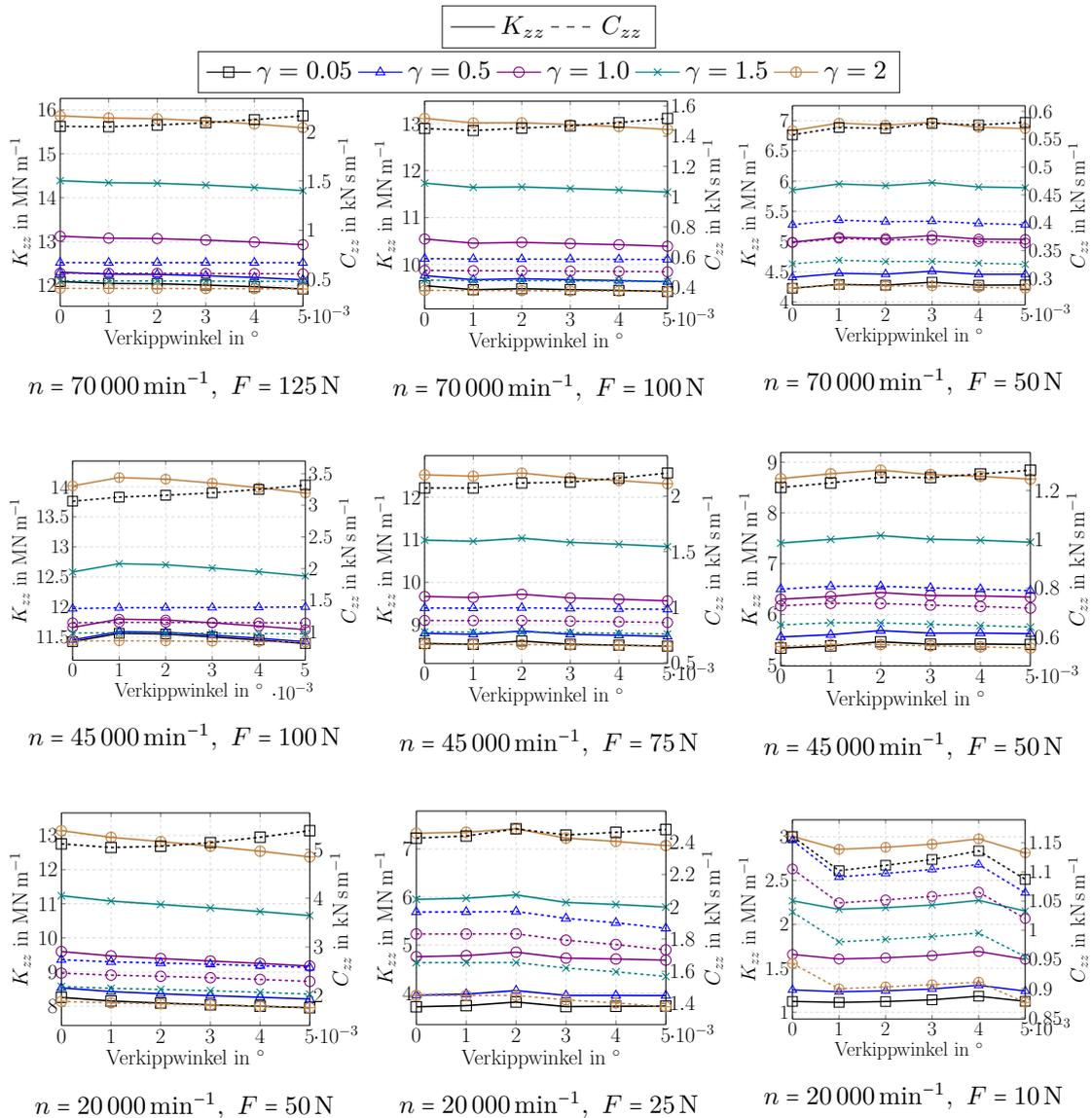


Abbildung D.11: Linearisierte, axiale Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

D.6. EINFLUSS VON FEHLAUSRICHTUNGEN AUF DIE LINEARISIERTEN LAGERPARAMETER

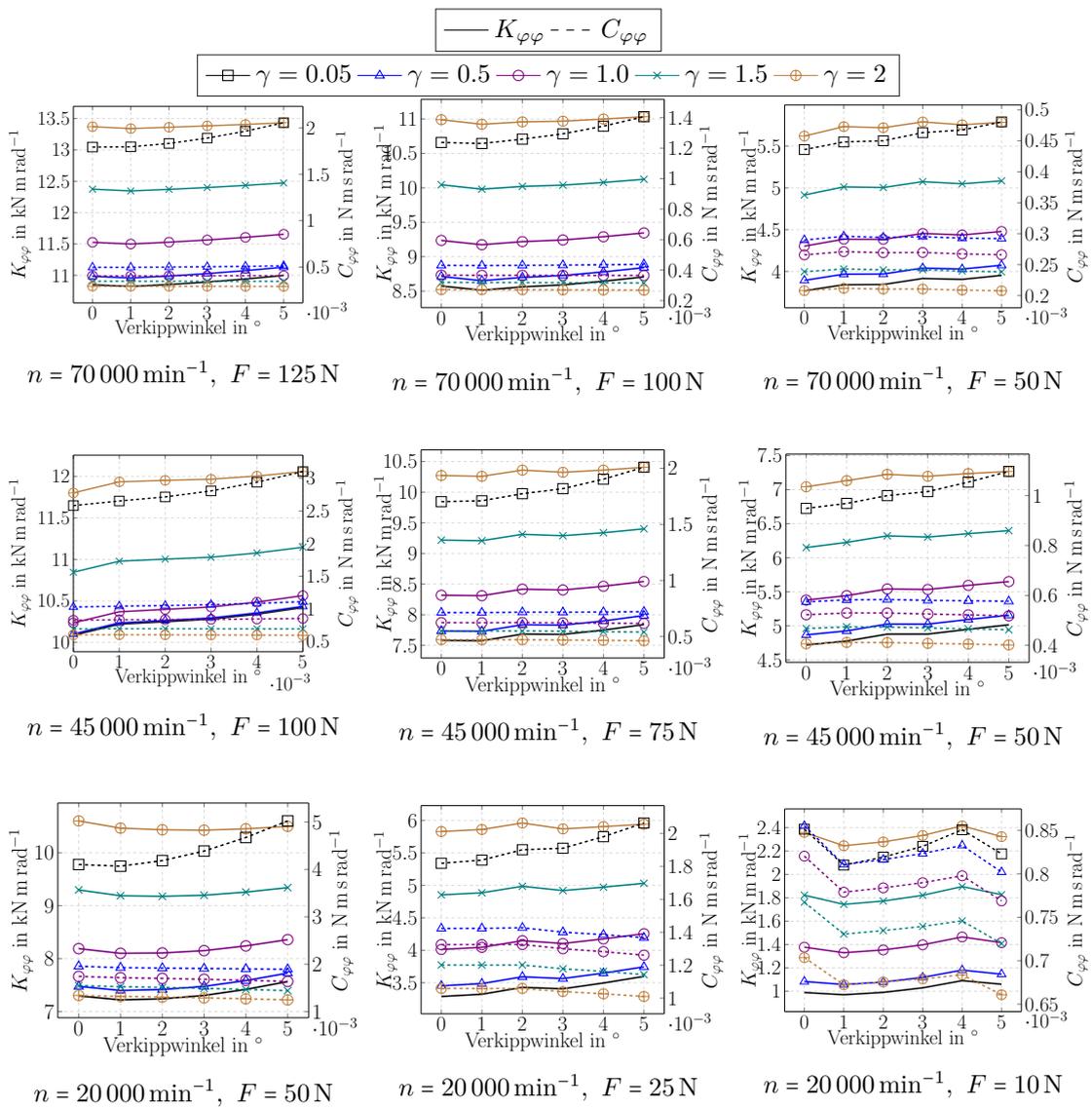


Abbildung D.12: Linearisierte, Hauptwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

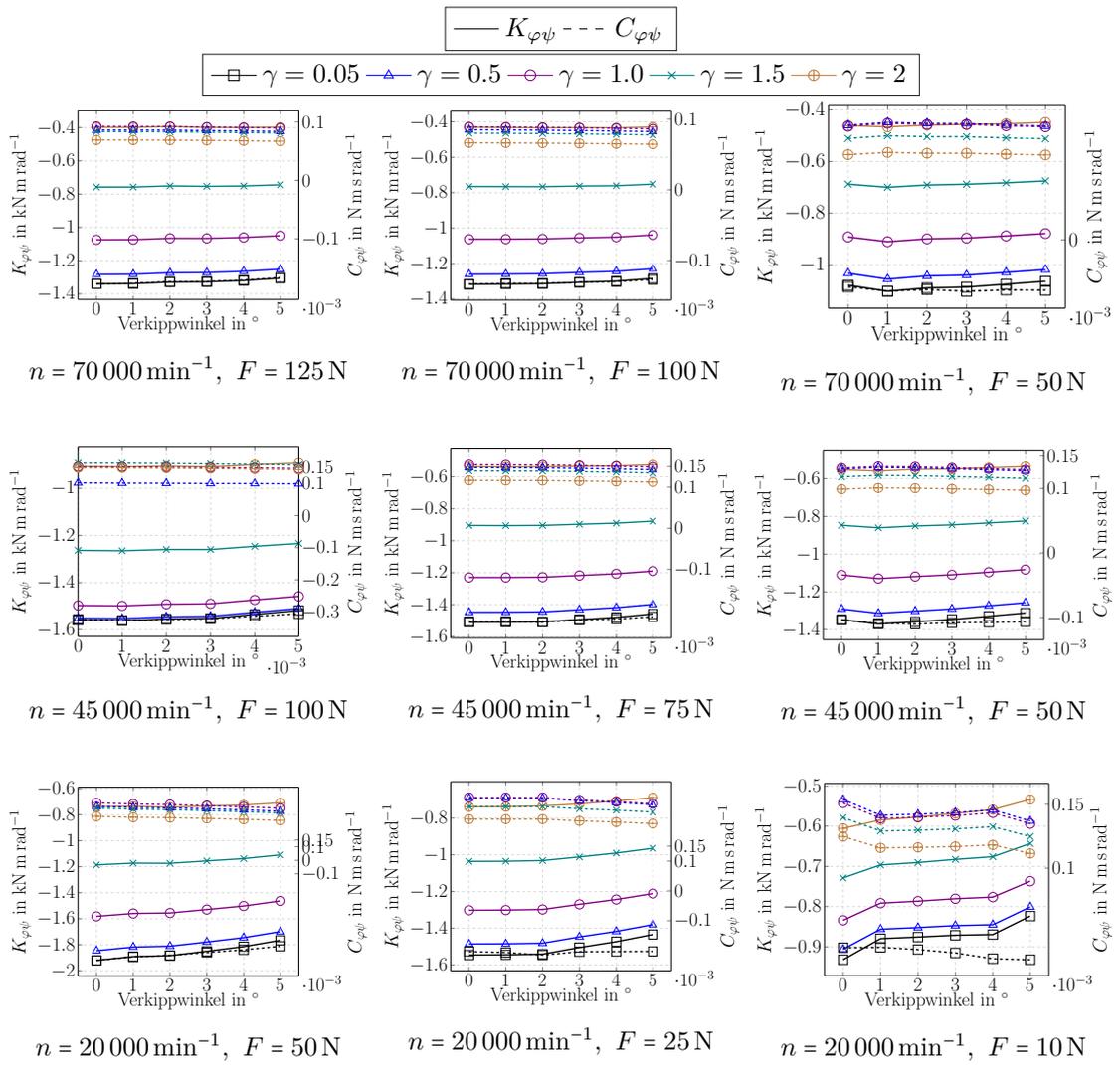


Abbildung D.13: Linearisierte, Koppelwinkel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von dem Verkippwinkel bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

D.7. EINFLUSS EINER ANISOTHERMEN BETRACHTUNG AUF DIE STABILITÄTSGRENZEN EINES STARREN, SYMMETRISCHEN ROTORS IN AGFL UND RGFL

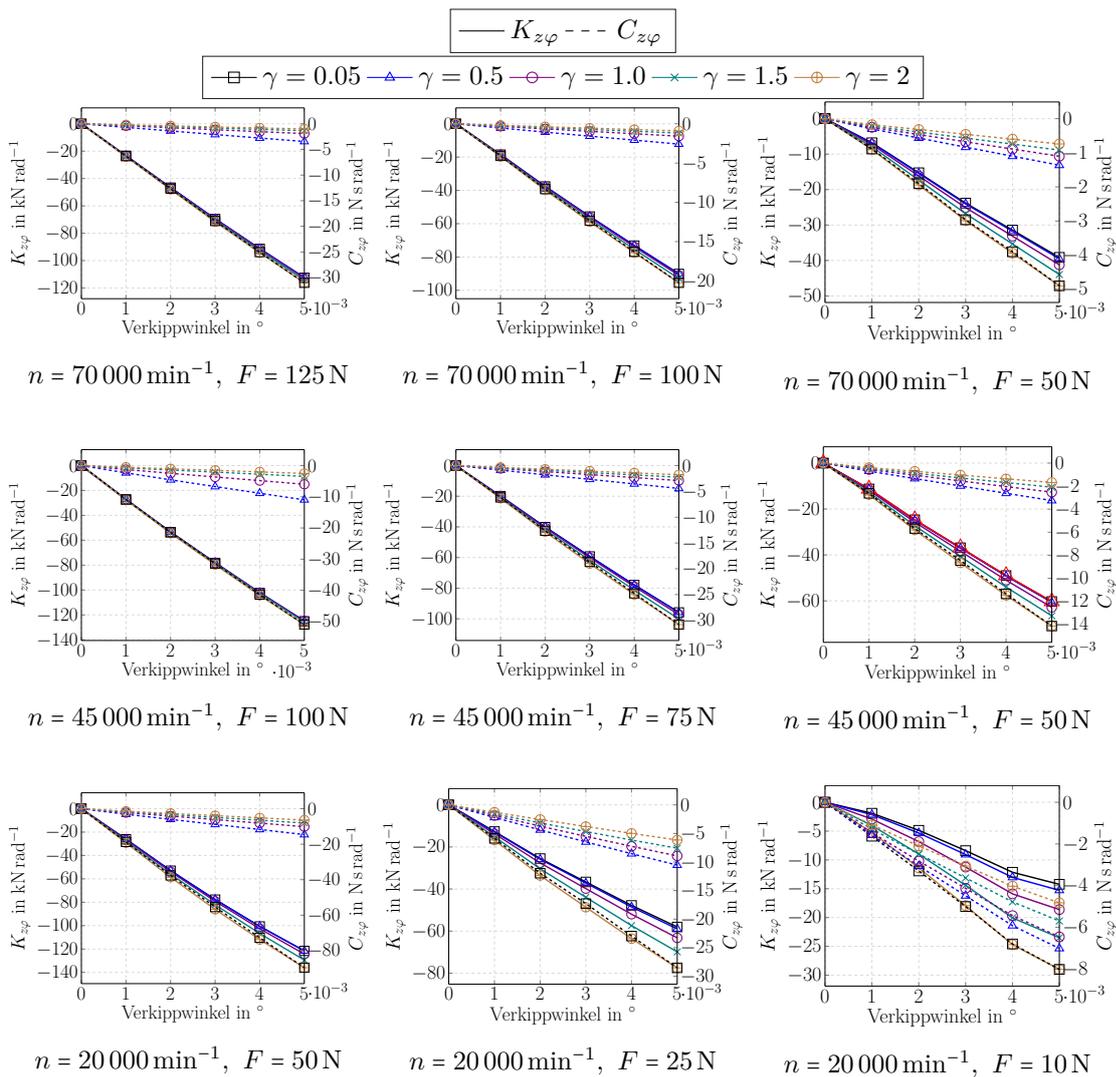


Abbildung D.14: Linearisierte, axiale Koppel-Lagersteifigkeiten (durchgezogene Linien) und -Dämpfungen (gestrichelte Linien) in Abhängigkeit von dem Verkipswinkel bei verschiedenen Störfrequenzverhältnissen γ , Lagerbelastungen und Drehzahlen des in Tab. 5.1 spezifizierten Lagers mit einem Reibungskoeffizienten $\mu_{bf} = \mu_{tf} = 0.1$ und einem Strukturverlustfaktor von $s_{\text{loss}} = 0.2$.

D.7 Einfluss einer anisothermen Betrachtung auf die Stabilitätsgrenzen eines starren, symmetrischen Rotors in AGFL und RGFL

Ein Vergleich der Stabilitätsgrenzen unter Verwendung isotherm und anisothermer AGFL Lagerparameter in den Tab. 8.4 und D.1 offenbart, dass die OSIs des Gesamtsystems nur für den Lastfall $W = 10 \text{ N}$, $h_{\text{ramp}} = 500 \mu\text{m}$ unterschiedlich sind ($58\,210 \text{ min}^{-1}$ anisotherm im Vergleich zu $59\,870 \text{ min}^{-1}$ isotherm). Alle anderen OSIs sind, trotz mit steigender Belastung zunehmend unterschiedlicher Stabilitätsgrenzen des axialen Subsystems OSI_{ax} , komplett identisch.

Tabelle D.1: Stabilitätsgrenzen eine starren, symmetrischen Rotors in Abhängigkeit von der Rampenhöhe h_{ramp} , der axialen Belastung W und des Nominalspalts c_0 . Linearisierte Parameter der AGFL und RGFL wurden anisotherm ermittelt.

a)				b)			
$c_0 = 32 \mu\text{m}$,				$c_0 = 20 \mu\text{m}$,			
$\text{OSI}_{r_2} = 66\,350 \text{ min}^{-1}$,				$\text{OSI}_{r_2} = 32\,830 \text{ min}^{-1}$,			
$\text{OSI}_{r_4} = 49\,010 \text{ min}^{-1}$				$\text{OSI}_{r_4} = 32\,830 \text{ min}^{-1}$			
Parameter	h_{ramp}	Stabilitätsgrenzen		Parameter	h_{ramp}	Stabilitätsgrenzen	
W	μm	OSI	OSI_{ax}	W	μm	OSI	OSI_{ax}
N		$1000 \times \text{min}^{-1}$		N		$1000 \times \text{min}^{-1}$	
10	500	58.2	<10	10	500	32.8	<10
50	500	66.4	14.3	50	500	32.8	14.4
100	500	66.4	23.4	100	500	32.8	23.4
150	500	66.4	37.4	150	500	32.8	37.4
10	40	54.5	<10	10	40	32.8	<10
50	40	66.4	11.6	50	40	32.8	11.6
100	40	66.4	19.5	100	40	32.8	19.5
150	40	66.4	32.2	150	40	32.8	32.2

Literaturverzeichnis

- [1] Robert Hoffmann. *Eine Methode für die Vorhersage nichtlinearer selbsterregter Schwingungen von Rotoren in Gasfolienlagern: Eine numerische und experimentelle Untersuchung*. PhD thesis, Technische Universität Berlin (Germany), 2017.
- [2] Abbildung: Ölfreier Turbolader. https://www.hq.nasa.gov/office/aero/oil_free.htm. letzter Zugriff: 03.08.2020.
- [3] Horst Haberhauer and Ferdinand Bodenstein. *Maschinenelemente: Gestaltung, Berechnung, Anwendung*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. ISBN 978-3-642-37417-3. doi:10.1007/978-3-642-37417-3.
- [4] P. Vleugels, T. Waumans, J. Peirs, F. Al-Bender, and D. Reynaerts. High-speed bearings for micro gas turbines: stability analysis of foil bearings. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16(9):S282–S289, 08 2006. doi:10.1088/0960-1317/16/9/s16.
- [5] M. A. Barnett and A. Silver. Application of air bearings to high-speed turbomachinery. In *SAE Technical Paper*. SAE International, 02 1970. doi:10.4271/700720.
- [6] C. Dellacorte and M. J. Valco. Load capacity estimation of foil air journal bearings for oil-free turbomachinery applications. *Tribology Transactions*, 43(4):795–801, 2000. doi:10.1080/10402000008982410.
- [7] Hooshang Heshmat, J.A. Walowit, and Oscar Pinkus. Analysis of gas lubricated compliant thrust bearings. *Journal of lubrication technology*, 105(4):638–646, 1983. doi:10.1115/1.3254696.
- [8] Giri L. Agrawal. Foil Air/Gas Bearing Technology - An Overview. volume Volume 1: Aircraft Engine; Marine; Turbomachinery; Microturbines and Small Turbomachinery of *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, 06 1997. doi:10.1115/97-GT-347. V001T04A006.
- [9] Capstone Microturbine Model C65 User's Manual. http://www.globalmicroturbine.com/pdf/LFG/400017A_C65_Users_Manual_V5XX.pdf. letzter Zugriff: 26.10.2019.

- [10] Das Kraft-Wärme-Kopplungsgesetz. <https://www.bmwi.de/Redaktion/DE/Gesetze/Energie/KWKG-2016.html>. letzter Zugriff: 06.06.2019.
- [11] Das Erneuerbare-Energien-Gesetz. https://www.erneuerbare-energien.de/EE/Redaktion/DE/Dossier/eeg.html?cms_docId=401818. letzter Zugriff: 19.05.2020.
- [12] Marco Antônio Rosa do Nascimento, Lucilene de Oliveira Rodrigues, Eraldo Cruz dos Santos, Eli Eber Batista Gomes, Fagner Luis Goulart Dias, Elkin Iván Gutiérrez Velásques, and Rubén Alexis Miranda Carrillo. Micro gas turbine engine: A review. 2013. doi:10.5772/54444.
- [13] Timo Lingstädt, Hannah Seliger, Stefan Reh, and Andreas Huber. Technologiebericht 2.2 b Dezentrale Kraftwerke (Motoren und Turbinen) innerhalb des Forschungsprojekts TF_Energiewende. *Wuppertal Institut für Klima, Umwelt, Energie*, 2018.
- [14] Sebastian von Osmanski, Jon S. Larsen, and Ilmar F. Santos. Multi-domain stability and modal analysis applied to gas foil bearings: Three approaches. *Journal of Sound and Vibration*, 472:115174, 2020. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115174>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X20300055>.
- [15] Sebastian von Osmanski, Jon S. Larsen, and Ilmar F. Santos. The classical linearization technique’s validity for compliant bearings. In *Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM*, pages 177–191, Cham, 2019. Springer International Publishing. ISBN 978-3-319-99262-4. doi:10.1007/978-3-319-99262-4_13.
- [16] Jon S. Larsen, Ilmar F. Santos, and Sebastian von Osmanski. Stability of rigid rotors supported by air foil bearings: Comparison of two fundamental approaches. *Journal of Sound and Vibration*, 381:179 – 191, 2016. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.06.022>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X16302619>.
- [17] P. Bonello and H.M. Pham. The efficient computation of the nonlinear dynamic response of a foil-air bearing rotor system. *Journal of Sound and Vibration*, 333(15):3459 – 3478, 2014. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.03.001>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X14001813>.
- [18] Sébastien Le Lez, Mihai Arghir, and Jean Frêne. Nonlinear numerical prediction of gas foil bearing stability and unbalanced response. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 131(1), 2009. doi:10.1115/1.2967481.
- [19] J. Schiffmann and Z.S. Spakovszky. Foil bearing design guidelines for improved stability. *Journal of Tribology*, 135(1):011103, 2013. doi:10.1115/DETC2012-70899.

- [20] Christopher DellaCorte, Kevin C. Radil, Robert J. Bruckner, and S. Adam Howard. Design, Fabrication, and Performance of Open Source Generation I and II Compliant Hydrodynamic Gas Foil Bearings. *Tribology Transactions*, 51(3):254–264, 2008. doi:10.1080/10402000701772579.
- [21] C. Dellacorte, J. A. Fellenstein, and P. A. Benoy. Evaluation of Advanced Solid Lubricant Coatings for Foil Air Bearings Operating at 25° and 500°C. *Tribology Transactions*, 42(2):338–342, 1999. doi:10.1080/10402009908982226.
- [22] Brian Dykas, Robert Bruckner, Christopher DellaCorte, Brian Edmonds, and Joseph Prahl. Design, fabrication, and performance of foil gas thrust bearings for microturbomachinery applications. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 131(1):012301, 2009. doi:10.1115/1.2966418.
- [23] Hooshang Heshmat, James F. Walton, and Andrew Hunsberger. Oil Free 8 kW High-Speed and High Specific Power Turbogenerator. In *ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V01BT24A023–V01BT24A023. American Society of Mechanical Engineers, 2014. doi:10.1115/GT2014-27306.
- [24] Edmond E Bisson and W. J. (William J.) Anderson. Advanced bearing technology. *Technical Report NASA-SP-38*, 1964. URL <https://trove.nla.gov.au/work/10154417>.
- [25] Lord Rayleigh O.M. F.R.S. I. Notes on the theory of lubrication. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 35(205):1–12, 1918. doi:10.1080/14786440108635730.
- [26] Bernard J. Hamrock, Steven R. Schmid, and Bo O. Jacobson. *Fundamentals of fluid film lubrication*. CRC press, 2004. ISBN 9780429215315. doi:10.1201/9780203021187.
- [27] Tae Ho Kim, Moonsung Park, and Tae Won Lee. Design optimization of gas foil thrust bearings for maximum load capacity. *Journal of Tribology*, 139(3):031705, 2017. doi:10.1115/GT2015-43999.
- [28] I. Iordanoff. Analysis of an Aerodynamic Compliant Foil Thrust Bearing: Method for a Rapid Design. *Journal of Tribology*, 121(4):816–822, 10 1999. ISSN 0742-4787. doi:10.1115/1.2834140.
- [29] Theoretical considerations of static and dynamic characteristics of air foil thrust bearing with tilt and slip flow. *Tribology International*, 41(4):282 – 295, 2008. ISSN 0301-679X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2007.08.001>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X07001223>.
- [30] I. Iordanoff. Maximum Load Capacity Profiles for Gas Thrust Bearings Working Under High Compressibility Number Conditions. *Journal of Tribology*, 120(3):571–576, 07 1998. ISSN 0742-4787. doi:10.1115/1.2834589.

- [31] Kai Feng, Liang-Jun Liu, Zhi-Yang Guo, and Xue-Yuan Zhao. Parametric study on static and dynamic characteristics of bump-type gas foil thrust bearing for oil-free turbomachinery. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 229(10):1247–1263, 2015. doi:10.1177/1350650115577026.
- [32] Abdelrasoul M. Gad and Shigehiko Kaneko. Performance characteristics of gas-lubricated bump-type foil thrust bearing. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 229(6):746–762, 2015. doi:10.1177/1350650114564709.
- [33] J. W. Lund. Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 90(4):793–803, 10 1968. ISSN 0022-2305. doi:10.1115/1.3601723.
- [34] Abdelrasoul M. Gad and Shigehiko Kaneko. CFD-based design and performance characteristics of generation ii foil thrust bearing for microturbomachinery applications. *Proceedings of ISROMAC-15, Honolulu, HI, USA*, pages 24–28, 2014.
- [35] Brian Dykas, Joseph Prahl, Christopher DellaCorte, and Robert Bruckner. Thermal Management Phenomena in Foil Gas Thrust Bearings. In *ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea, and Air*, pages 1417–1423. American Society of Mechanical Engineers, 2006. doi:10.1115/GT2006-91268.
- [36] Abdelrasoul M. Gad and Shigehiko Kaneko. Fluid Flow and Thermal Features of Gas Foil Thrust Bearings at Moderate Operating Temperatures. In *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, pages 1223–1233, Cham, 2015. Springer International Publishing. ISBN 978-3-319-06590-8.
- [37] Oscar Pinkus and Sargit S. Bupara. Adiabatic Solutions for Finite Journal Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 101(4):492–496, 10 1979. ISSN 0022-2305. doi:10.1115/1.3453400.
- [38] Andreas Lehn. *Air foil thrust bearings: A thermo-elasto-hydrodynamic analysis*. PhD thesis, Technische Universität Darmstadt, 2017. URL <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/6272>.
- [39] Jed Allen Walowit, James N. Anno, et al. *Modern developments in lubrication mechanics*. *Journal of Lubrication Technology*, 1975. doi:10.1115/1.3453088.
- [40] Tae Ho Kim. *Analysis of side end pressurized bump type gas foil bearings: a model anchored to test data*. PhD thesis, 2007. URL <http://hdl.handle.net/1969.1/ETD-TAMU-2088>.
- [41] Luis San Andrés, Keun Ryu, and Paul Diemer. Prediction of gas thrust foil bearing performance for oil-free automotive turbochargers. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 137(3):032502, 2015. doi:10.1115/1.4028389.

- [42] Luis San Andrés and Tae Ho Kim. Analysis of gas foil bearings integrating FE top foil models. *Tribology International*, 42(1):111 – 120, 2009. ISSN 0301-679X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2008.05.003>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X08001035>.
- [43] R. Hoffmann, T. Pronobis, and R. Liebich. Stability analysis of pressurized gas foil bearings for high speed applications. In Institute of Mechanical Engineers, editor, *11th International Conference on Turbochargers and Turbocharging*, pages 437 – 447, Oxford, 2014. Woodhead Publishing. ISBN 978-0-08-100033-5. doi:<https://doi.org/10.1533/978081000342.437>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780081000335500354>.
- [44] Tomasz Pronobis and Robert Liebich. Comparison of stability limits obtained by time integration and perturbation approach for gas foil bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 458:497 – 509, 2019. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.06.034>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X19303736>.
- [45] Dario Rubio and Luis San Andres. Structural stiffness, dry friction coefficient, and equivalent viscous damping in a bump-type foil gas bearing. *Journal of engineering for gas turbines and power*, 129(2):494–502, 2007. doi:10.1115/1.2360602.
- [46] Sébastien Le Lez, Mihăi Arghir, and Jean Frene. Static and dynamic characterization of a bump-type foil bearing structure. *Journal of tribology*, 129(1):75–83, 2007. doi:10.1115/1.2390717.
- [47] Sébastien Le Lez, Mihai Arghir, and Jean Frene. A Dynamic Model for Dissipative Structures used in Bump-Type Foil Bearings. *Tribology Transactions*, 52(1):36–46, 2008. doi:10.1080/10402000802065345.
- [48] Mihăi Arghir and Omar Benchekroun. A New Structural Bump Foil Model With Application From Start-Up to Full Operating Conditions. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 141(10), 2019. doi:10.1115/1.4044685.
- [49] Kai Feng and Shigehiko Kaneko. Analytical model of bump-type foil bearings using a link-spring structure and a finite-element shell model. *Journal of Tribology*, 132(2):021706, 2010. doi:10.1115/1.4001169.
- [50] Jon S. Larsen, Alejandro C. Varela, and Ilmar F. Santos. Numerical and experimental investigation of bump foil mechanical behaviour. *Tribology International*, 74:46 – 56, 2014. ISSN 0301-679X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.02.004>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X14000553>.
- [51] Andreas Lehn, Marcel Mahner, and Bernhard Schweizer. Elasto-gasdynamic modeling of air foil thrust bearings with a two-dimensional shell model for

- top and bump foil. *Tribology International*, 100:48 – 59, 2016. ISSN 0301-679X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.11.011>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X15005198>. 42nd Leeds-Lyon Symposium on Tribology- Surfaces and Interfaces: Mysteries at Different Scales.
- [52] M.F. Bin Hassan and P. Bonello. A new modal-based approach for modelling the bump foil structure in the simultaneous solution of foil-air bearing rotor dynamic problems. *Journal of Sound and Vibration*, 396:255 – 273, 2017. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.02.028>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X17301220>.
- [53] J.-P. Peng and M. Carpino. Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings. *Journal of Tribology*, 115(1):20–27, 01 1993. ISSN 0742-4787. doi:10.1115/1.2920982.
- [54] Daejong Kim. Parametric studies on static and dynamic performance of air foil bearings with different top foil geometries and bump stiffness distributions. *Journal of tribology*, 129(2):354–364, 2007. doi:10.1115/1.2540065.
- [55] Robert Hoffmann, Tomasz Pronobis, and Robert Liebich. Non-linear stability analysis of a modified gas foil bearing structure. In *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, pages 1259–1276, Cham, 2015. Springer International Publishing. ISBN 978-3-319-06590-8.
- [56] Robert Hoffmann and Robert Liebich. Characterisation and calculation of nonlinear vibrations in gas foil bearing systems’s. An experimental and numerical investigation. *Journal of Sound and Vibration*, 412:389 – 409, 2018. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.09.040>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X17307137>.
- [57] Joseph Robert Dickman. An investigation of gas foil thrust bearing performance and its influencing factors. Mater’s thesis, Case Western Reserve University, 2010. URL http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=case1270153301.
- [58] Brian James Stahl. Thermal stability and performance of foil thrust bearings. Master’s thesis, Case Western Reserve University, 2012. URL http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=case1333722754.
- [59] Vikas Arora, P.J.M. Van der Hoogt, Ronald G.K.M. Aarts, and Andries de Boer. Identification of stiffness and damping characteristics of axial air-foil bearings. *International journal of mechanics and materials in design*, 7(3):231, 2011. doi:10.1007/s10999-011-9161-7.
- [60] Franck Balducchi and Mihaï Arghir. Experimental study of the start-up and dynamic characteristics of a double effect foil thrust bearing. *21ème Congrès Français de*

-
- Mécanique, 26 au 30 août 2013, Bordeaux, France (FR)*, 2013. ISSN 1573-8841. URL <http://hdl.handle.net/2042/52267>.
- [61] Tae Ho Kim, Yong-Bok Lee, Tae Young Kim, and Kyong Ho Jeong. Rotordynamic performance of an oil-free turbo blower focusing on load capacity of gas foil thrust bearings. *Journal of engineering for gas turbines and power*, 134(2), 2012. doi:10.1115/1.4004143.
- [62] S.G Jennings. The mean free path in air. *Journal of Aerosol Science*, 19(2):159 – 166, 1988. ISSN 0021-8502. doi:[https://doi.org/10.1016/0021-8502\(88\)90219-4](https://doi.org/10.1016/0021-8502(88)90219-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021850288902194>.
- [63] David Ruscitto, J. McCormick, Stanley Gray, and Bharat Bhushan. *Hydrodynamic air lubricated compliant surface bearing for an automotive gas turbine engine*. Department of Energy, Office of Conservation and Solar Applications, 1978. URL <https://doi.org/10.2172/7095892>.
- [64] H. Perry Robert, W. Green Don, and O. Maloney James. Perry’s Chemical Engineers’ Handbook. *New York: McGraw-Hill*, 1984. URL <https://www.accessengineeringlibrary.com/content/book/9780071422949>.
- [65] Anton Scharton. Numerische Modellierung und Simulation axialer Gasfolienlager unter Berücksichtigung von Fliehkraft und Ausrichtungsfehlern. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2017.
- [66] Franck Balducchi, Mihai Arghir, and Romain Gauthier. Experimental analysis of the dynamic characteristics of a foil thrust bearing. *Journal of Tribology*, 137(2): 021703, 2015. doi:10.1115/1.4029643.
- [67] Philip Bonello. The extraction of Campbell diagrams from the dynamical system representation of a foil-air bearing rotor model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 129:502 – 530, 2019. ISSN 0888-3270. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2019.04.018>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327019302493>.
- [68] Volker Mehrmann and Heinrich Voss. Nonlinear eigenvalue problems: a challenge for modern eigenvalue methods. *GAMM-Mitteilungen*, 27(2):121–152. doi:<https://doi.org/10.1002/gamm.201490007>. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/gamm.201490007>.
- [69] J. A. Nelder and R. Mead. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*, 7(4):308–313, 01 1965. ISSN 0010-4620. doi:10.1093/comjnl/7.4.308.
- [70] Hans Dieter Baehr and Karl Stephan. *Wärme-und Stoffübertragung*, volume 7. Springer Vieweg, 1994. doi:10.1007/978-3-642-36558-4.
-

- [71] Stefano Morosi. *From Hybrid to Actively - Controlled Gas Lubricated Bearings - Theory and Experiment*. PhD thesis, DTU Mechanical Engineering, 2011. URL <https://orbit.dtu.dk/en/publications/from-hybrid-to-actively-controlled-gas-lubricated-bearings-theory>.
- [72] Donghyun Lee and Daejong Kim. Thermohydrodynamic analyses of bump air foil bearings with detailed thermal model of foil structures and rotor. *Journal of Tribology*, 132(2):021704, 2010. doi:10.1115/1.4001014.
- [73] Luis San Andrés and Tae Ho Kim. Thermohydrodynamic analysis of bump type gas foil bearings: a model anchored to test data. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 132(4), 2010. doi:10.1115/1.3159386.
- [74] Christian Linné. Implementierung eines Simulationsprogrammes zur thermo-fluiddynamischen Modellierung axialer Gasfolienlager. Masterarbeit, Technische Universität Berlin, 2019.
- [75] Verein Deutscher Ingenieure VDI Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (Hrsg.). VDI-Wärmeatlas. *11. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg*, 2006.
- [76] Stefan Hansen. Implementierung und Aufbau eines termo-elasto-fluiddynamischen Modells für eine lineare Stabilitätsanalyse von Gas-Folien-Lager gelagerten Strukturen. Masterarbeit, Technische Universität Berlin, 2016.
- [77] Stephen P. Timoshenko and Sergius Woinowsky-Krieger. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-hill, 1959. ISBN 978-0070647794.
- [78] Eugenio Oñate. *Structural Analysis with the Finite Element Method. Linear Statics: Volume 2: Beams, Plates and Shells*. Springer Science & Business Media, 2013. ISBN 978-94-017-7703-2.
- [79] Eugenio Oñate. *Structural Analysis with the Finite Element Method. Linear Statics: Volume 1: Basis and Solids*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [80] MAT-fem, MATLAB, Finite-Elemente-Programm. <http://www.cimne.com/mat-fem/plates.asp>. letzter Zugriff: 03.07.2020.
- [81] Joel H Ferziger and Milovan Peric. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 978-3-540-68228-8. doi:10.1007/978-3-540-68228-8.
- [82] Peter Deuffhard. *Newton Methods for Nonlinear Problems: Affine Invariance and Adaptive Algorithms*, volume 35. Springer Science & Business Media, 2011. ISBN 978-3-540-21099-3.
- [83] William H. Press and William T. Vetterling. *Numerical Recipes in Pascal: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, USA, 1989. ISBN 0521375339.

- [84] Suhas Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, 1980. ISBN 9781315275130.
- [85] Marcus Wagner. *Lineare und nichtlineare FEM*. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2017. ISBN 978-3-658-17865-9.
- [86] Dokumentation Ansys181 Schalenelement. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html. letzter Zugriff: 28.05.2020.
- [87] Klaus-Jürgen Bathe and Eduardo N. Dvorkin. A formulation of general shell elements - The use of mixed interpolation of tensorial components. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22(3):697–722, 1986. doi:<https://doi.org/10.1002/nme.1620220312>. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.1620220312>.
- [88] Aurelian Fatu and Mihaï Arghir. Numerical analysis of the impact of manufacturing errors on the structural stiffness of foil bearings. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 140(4):041506, 2018. doi:10.1115/GT2017-63822.
- [89] Steve Bauman. An oil-free thrust foil bearing facility design, calibration, and operation. *Technical Report NASA/TM-2005-213568*, 2005. URL <https://ntrs.nasa.gov/citations/20050160253>.
- [90] Brian David Dykas. *Factors influencing the performance of foil gas thrust bearings for oil-free turbomachinery applications*. PhD thesis, Case Western Reserve University, 2006. URL http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=case1144261305.
- [91] Christopher Dellacorte and Brian J Edmonds. High temperature solid lubricant coating for high temperature wear applications, June 17 2009. US Patent 8,753,417.
- [92] C. H. T. Pan and B. Sternlicht. Thermal Distortion of Spiral-Grooved Gas-Lubricated Thrust Bearing Due to Self-Heating. *Journal of Lubrication Technology*, 89(2):197–202, 04 1967. ISSN 0022-2305. doi:10.1115/1.3616948.
- [93] Robert J. Bruckner. Performance of simple gas foil thrust bearings in air. *Technical Report No. NASA/TM - 2012-217262*, 2012. URL <https://ntrs.nasa.gov/citations/20120003368>.
- [94] J. W. Lund. Stability and Damped Critical Speeds of a Flexible Rotor in Fluid-Film Bearings. *Journal of Engineering for Industry*, 96(2):509–517, 05 1974. ISSN 0022-0817. doi:10.1115/1.3438358.
- [95] Kurt Magnus, Karl Popp, and Walter Sestro. *Schwingungen: physikalische Grundlagen und mathematische Behandlung von Schwingungen*. Springer Vieweg, 2013. ISBN 978-3-8348-2575-9. doi:10.1007/978-3-8348-2575-9.

- [96] Chong-Won Lee. *Vibration Analysis of Rotors*, volume 21. Springer Science & Business Media, 1993. ISBN 978-0-7923-2300-6. doi:10.1007/978-94-015-8173-8.
- [97] Kevin Radil and Michelle Zeszotek. An Experimental Investigation into the Temperature Profile of a Compliant Foil Air Bearing. *Tribology Transactions*, 47(4):470–479, 2004. doi:10.1080/05698190490501995.
- [98] Stefan Güttel and Françoise Tisseur. The nonlinear eigenvalue problem. *Acta Numerica*, 26:1–94, 2017. doi:10.1017/S0962492917000034.
- [99] Tomasz Pronobis, Alexander Ramin, and Robert Liebich. Numerical Study on the Influence of Gas Foil Thrust Bearings on the Vibrational Behavior. In *Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics - IFToMM*, pages 97–115. Springer, 2018.
- [100] Hanns Michel. *Entwicklung eines numerischen Modells zur Beschreibung von Gasfolienlagern unter Berücksichtigung der Temperatur*. PhD thesis, Technische Universität Berlin, 2020. URL <https://depositonce.tu-berlin.de/handle/11303/12086>.
- [101] K.B. Petersen and M.S. Pedersen. The Matrix Cookbook, version 20121115. *Technical Univ. Denmark, Kongens Lyngby, Denmark, Tech. Rep*, 3274, 2012. URL <http://www2.compute.dtu.dk/pubdb/pubs/3274-full.html>.
- [102] Dirk Schön. Analyse der Fertigung von axialen Gasfolienlagern. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2019.
- [103] Aptin Haerian. Schaffung von Konstruktions- und Fertigungsgrundlagen axialer Gasfolienlager. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2017.
- [104] Vitali Besgans. Optimierung des Produktionsprozesses von Prototypen axialer Gasfolienlager. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2018.
- [105] Nikolas Potchinkov. Geometrische Vermessung und konstruktive Anpassung axialer Gasfolienlager. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2018.
- [106] Shaowen Huang. Optimierung von Prototypen axialer Gasfolienlager. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2019.
- [107] Iryna Novytska. Vermessung der Struktureigenschaften axialer Gasfolienlager. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2019.
- [108] Max Bittner. Implementierung eines Berechnungsprogrammes zur transienten simulation von Rotoren in axialen Gasfolienlagern. Bachelorarbeit, Technische Universität Berlin, 2019.
- [109] Jack P Holman. *Heat transfer*. McGraw-hill, 2010. ISBN 0073529362.

- [110] G Cardone, T Astarita, and GM Carlomagno. Heat transfer measurements on a rotating disk. *International Journal of Rotating Machinery*, 3(1):1–9, 1997. doi:10.1155/S1023621X97000018.
- [111] Christopher J Elkins. *Heat transfer in the rotating disk boundary layer*. PhD thesis, STANFORD UNIVERSITY, 1998.
- [112] E. M. Sparrow and J. L. Gregg. Mass Transfer, Flow, and Heat Transfer About a Rotating Disk. *Journal of Heat Transfer*, 82(4):294–302, 11 1960. ISSN 0022-1481. doi:10.1115/1.3679937.
- [113] Kyuho Sim and Tae Ho Kim. Thermohydrodynamic analysis of bump-type gas foil bearings using bump thermal contact and inlet flow mixing models. *Tribology International*, 48:137 – 148, 2012. ISSN 0301-679X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2011.11.017>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X11003458>. 14th Nordic Symposium on Tribology, NORDTRIB 2010.
- [114] Alâaettin Yildiz. *Zum Wärmeübergang am Kommutator*. PhD thesis, TU Berlin, 1965.
- [115] D Geropp. Der turbulente Wärmeübergang am rotierenden Zylinder. *Ingenieur-Archiv*, 38(4-5):195–203, 1969.
- [116] Material properties Inconel 718. https://www.specialmetals.com/assets/smc/documents/inconel_alloy_718.pdf, . letzter Zugriff: 13.03.2020.
- [117] Material properties inconel x750. <https://www.specialmetals.com/assets/smc/documents/alloys/inconel/inconel-alloy-x-750.pdf>, .
- [118] Herbert Balke. *Einführung in die technische Mechanik: Festigkeitslehre*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 978-3-642-10398-8. doi:10.1007/978-3-642-10398-8.
- [119] Karl-Heinrich Grote and Jörg Feldhusen. *DUBBEL: Taschenbuch für den Maschinenbau*, volume 22. Springer Vieweg, 2007. ISBN 978-3-642-38891-0. doi:10.1007/978-3-642-38891-0.