

Identifikation von Wärmeaustauschparametern Thermischer Netzwerke durch transient gemessene Knotentemperaturen bei minimierter Meßzeit

vorgelegt von
Diplom-Physiker
Bernd Biering

Von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Naturwissenschaften
- Dr. rer. nat. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. G. Clauss

Berichter: Prof. Dr. rer. nat. H. P. Röser

Berichter: Prof. Dr. sc. nat. H. Jahn

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 25. 09. 2001

Berlin 2001
D 83

Abstrakt

Eine übliche Methode zur Formulierung von Thermalmodellen (Thermal Mathematical Models) ist die Methode der konzentrierten Parameter (thermische Netzwerke, thermische Knotenmodelle). Für die genaue Vorhersage des thermischen Verhaltens einer realen Hardware durch ein thermisches Knotenmodell ist es erforderlich, die Wärmeaustauschparameter so gut wie möglich zu kennen.

Oft sind transient gemessene Knotentemperaturen eines Thermal Engineering Models oder einer ähnlichen Hardware durch Thermal- Vakuum- Tests verfügbar.

In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung und Anwendung einer numerischen Prozedur zur Identifikation (bzw. Korrektur) der Wechselwirkungsparameter eines thermischen Netzwerkes beschrieben. Der Kern dieser Prozedur ist ein Kalman-Filter Algorithmus, der die gesuchten Parameter aus transient gemessenen Knotentemperaturen errechnet.

Dieser Algorithmus wurde so konditioniert, daß er sehr stabil arbeitet. Die notwendigen a priori Werte für das Kalman-Filter werden von einem angepassten Algorithmus der Verallgemeinerten Kleinsten Quadrate bereit gestellt. Dieser Algorithmus verwendet das SVD-Verfahren (Singular Value Decomposition) zur Berechnung der Startparameter und deren Fehlervarianzen und gibt zusätzlich Informationen zu ggf. schlecht gewählten experimentellen Randbedingungen oder zu Modellfehlern. Die gesamte Methode wird auf gemessenen Knotentemperaturen des Thermal Engineering Models des Wide Angle Optical Stereo Scanners der Russischen Mars 1996 Mission angewendet. Eine Prozedur zur Einsparung teurer Meßzeit in der Weltraumsimulationsanlage wurde implementiert.

Die Resultate werden diskutiert und bewertet. Ein Leitfaden zur Vorgehensweise bei der Validierung des Thermal Mathematical Models mit der vorgestellten Methode wird gegeben.

Abstract

A common method to create Thermal Mathematical Models is the lumped parameter method (Thermal Network; Thermal Nodal Model). For a well prediction of the thermal behaviour of a real hardware by a Thermal Nodal Model it is necessary to know the heat exchange parameters as exactly as possible. Transient measured node temperatures are often available e.g. from thermal vacuum tests of a Thermal Engineering Model (TEM) or a similar real hardware.

In this doctoral thesis the development and application of a numerical procedure for the identification (or correction) of interaction parameters of a Thermal Network is described. The core of this procedure is a Kalman Filter Algorithm, which calculates the wanted parameters by the transient measured node temperatures.

This Algorithm is conditioned to work very stable. The necessary a priori values for the Kalman Filter are supplied by an adjusted General Least Square Algorithm. This Algorithm uses the Singular Value Decomposition for calculating of the starting parameters and their error variances and additionally it indicates badly chosen experimental conditions or model failures. The whole method is applied on the measured node temperatures of the Thermal Engineering Model of the Wide Angle Optical Stereo Scanner of the Russian Mars '96 mission. A procedure for saving expensive measurement time in the space simulation chamber was implemented.

The results are discussed and assessed. A guideline is given for the kind of action along the validation of the Thermal Mathematical Model by the presented method.

Vorwort

Die Idee zu der vorliegenden Arbeit entstand und festigte sich während meiner mehr als zwanzigjährigen Mitarbeit an Temperaturkontrollsystemen verschiedener Weltraumprojekte im damaligen Institut für Kosmosforschung (der Akademie der Wissenschaften der DDR) bzw. im heutigen Institut für Weltraumsensorik und Planetenerkundung des Deutschen Zentrums für Luft – und Raumfahrt. Diese Idee resultierte aus dem ebenso alten wie bislang unbefriedigten Bedürfnis der Thermal-Ingenieure, ein Thermal Mathematical Model mit Meßdaten aus Verifikationstests zu validieren.

Da die Thematik neben den Tagesaufgaben bearbeitet wurde, gebührt mein besonderer Dank an dieser Stelle meinem Abteilungsleiter, Herrn Dr. rer. nat. F. Lura , der mir trotz häufig angespannter Projektsituation die erforderlichen Freiräume schaffte, diese Arbeit abzuschließen.

Herzlich danken möchte ich den Herren Prof. K. H. Schmelovsky, Prof. H. Jahn und Dr. G. Schlotzhauer, die durch wertvolle Anregungen zum Gelingen der Arbeit beitrugen.

Ich danke Herrn H. Gerstung für die präzise Präparation des Testobjektes, die eine wesentliche Voraussetzung für den Erfolg des gesamten experimentellen Teils war.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. G. Clauss für die bereitwillige Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses und bei Professor H. P, Röser und Professor H. Jahn für die Anfertigung der Gutachten.

Die Arbeit wurde von Prof. H. P. Röser betreut.

Verzeichnis der Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen	Bedeutung
ARGUS-Plattform	Montageplattform für die Kameras der Mars '96 Mission, nach dem hundertäugigen Riesen der griech. Sage benannt
BMFT	Bundesministerium für Forschung und Technologie
CCD	Charge Coupled Device
CNC	Computerized Numerical Control
DARA	Deutsche Anstalt für Luft- und Raumfahrtangelegenheiten
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.
ESATAN	European Space Agency Thermal Analyzer Network
ESARAD	European Space Agency Radiation Processor
FM	Flight Model
IKF	Institut für Kosmosforschung
KANTES	<u>K</u> alman <u>A</u> nalyzer for <u>T</u> est <u>S</u> hortening via extrapolation of temperatures
PC	Personal Computer
SINDA	Systems Improved Numerical Differencing Analyzer
SVD	Singular Value Decomposition
TCS	Thermal Control System
TEM	Thermal Engineering Model
TMM	Thermal Mathematical Model
WAOSS	<u>W</u> ide- <u>A</u> ngle- <u>O</u> ptoelectronic- <u>S</u> tereo- <u>S</u> canner
WSA	Weltraumsimulationsanlage

Symbole	Bedeutung
R_{th}	thermischer Widerstand [K/W]
N_i	isothermer Knoten i
$GL(i, j)$	linearer Conductor (Wärmeleitung) zwischen den Knoten i und j [W/K]
$GR(i, j)$	radiativer Conductor (Wärmestrahlung) zwischen den Knoten i und j [m ²]
T_i	Temperatur des Knotens i [K]
m_i	Masse des Knotens i [kg]
c_i	spezifische Wärmekapazität des Knotens i [W/kg K]
C_i	Wärmekapazität des Knotens i [W/K]
Q_i	Wärmedissipation des Knotens i [W]
A_i	wärmeabstrahlende Fläche des Knotens i [m ²]
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante [W m ⁻² K ⁻⁴]
ε_i	Emissionskoeffizient der abstrahlenden Oberfläche des Knotens i
$A[i, j]$	Element i,j der Matrix [A]
$\{x\}$	Zustandsvektor
$\{w\}$	Vektor der (stochastischen) Störgrößen (Systemrauschen)
$\{u\}$	(deterministischer) Stellvektor
[F]	Systemmatrix (Dynamikmatrix)

$[G]$	Steuereingangsmatrix
$[D]$	Störeingangsmatrix
$\{y\}$	Beobachtungsvektor (Vektor der Meßgrößen)
$\{v\}$	Vektor der Meßfehler (des Meßrauschens)
$[R]$	Kovarianzmatrix des Meßrauschens
$[H]$	Meßmatrix (Beobachtungsmatrix)
$\{w\}$	Vektor des Systemrauschens
$[W]$	Kovarianzmatrix des Systemrauschens
$[I]$	Einheitsmatrix
$[E]$	Einheitsmatrix
\tilde{T}	verrauschte n Knotentemperatur
$E[x]$	Erwartungswert von x
$\{x\}_{t+\Delta t}$	Zustandsvektor zur Zeit $t + \Delta t$
$\{\hat{x}\}_t$	neue Schätzung des Zustandsvektors nach Verarbeitung der Meßwerte des Zeitpunkts t (Measurement Update)
$\{x_a\}_t$	a priori Schätzung des Zustandsvektors (vor der Verarbeitung der Meßwerte des Zeitpunkts t)
$[K]_t$	Gewichtsmatrix der Messung (Kalman-Gain) zum Zeitpunkt t
$[P]_t$	Fehlerkovarianzmatrix für die Schätzung des a priori Zustandsvektors zum Zeitpunkt t (Time Update)
$[Q]_t$	Fehlerkovarianzmatrix für den neu geschätzten Zustandsvektor nach Verarbeitung der Meßwerte des Zeitpunkts t (Measurement Update)
$[\Phi]_t$	Transitionsmatrix (Time Update) zum Zeitpunkt t
$\frac{dT_i}{dt}$	zeitliche Ableitung der Knotentemperatur des Knotens i
\dot{T}	zeitliche Ableitung der Knotentemperatur
$\dot{T}(t_0)$	zeitliche Ableitung der Knotentemperatur zum Zeitpunkt t_0
$\frac{d\{x\}}{dt}$	zeitliche Ableitung des Zustandsvektors
Δt	zeitlicher Abstand, Intervall zwischen 2 Temperaturmessungen
$[\Pi]_t$	Faktor der faktorierten Fehlerkovarianzmatrix $[Q]_t$
$[\Theta]_t$	Faktor der faktorierten Fehlerkovarianzmatrix $[P]_t$
$D_j^k(T)$	Näherungswert für den Differentialquotienten (Romberg-Verfahren)
h	Schrittweite beim Romberg-Verfahren
ϑ	Gleichgewichtstemperatur
T_0	Starttemperatur, Knotentemperatur zum Zeitpunkt t_0
S	Intensität der Glättung für glättende Splines
a_i, b_i, c_i, d_i	Spline-Koeffizienten
Ψ	Substitution für die rechte Seite der Knotengleichung
T_{Anf}	erste gemessene Knotentemperatur der Meßphase
T_{End}	letzte gemessene Knotentemperatur der Meßphase
T_n	n -te gemessene Knotentemperatur der Meßphase

σ_l	die Standardabweichung des resultierenden Fehlers der linken Seite einer Gleichung
σ_r	die Standardabweichung des resultierenden Fehlers der rechten Seite einer Gleichung
$(x_i; y_i)$	i-ter Datenpunkt
$X_1(x), \dots, X_M(x)$	beliebige Funktionen von x , Basisfunktionen
w_j	Elemente einer Diagonalmatrix $[W]$
σ_i	Die Standardabweichung des resultierenden Gesamtfehlers σ_i für den i-ten Datenpunkt
χ^2	Meritfunktion des Fittingproblems
$[A_{ij}]$	Designmatrix des Fittingproblems
$\{a\}$	Parametervektor des Fittingproblems
$\{b_i\}$	Vektor dessen Komponenten i Quotienten aus dem Meßwert i und dessen Standardabweichung sind
$\sigma^2(a_j)$	Fehlervarianzen des Parametervektors des Fittingproblems
$\text{Cov}(a_j, a_k)$	Kovarianzen des Parametervektors des Fittingproblems
D_{Kalman}	Gütekriterium der Kalman-Filterung
$D_{\text{Preprozessor}}$	Gütekriterium des Preprocessings
K_{max}	max. zulässige Konditionierungszahl der Designmatrix des Fittingproblems
i, k, l, m, n, p	Zählvariable

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Aufgabenstellung	1
2	Das mathematische Modell des Wärmehaushaltes	9
2.1	Die Methode der konzentrierten Parameter	9
2.2	Die Knotengleichungen	10
3	Die Parameteridentifikation	13
3.1	Das thermische Knotenmodell als dynamisches System	13
3.2	Der Kalman-Filter-Algorithmus	15
3.3	Die Konditionierung des Kalman-Filters	23
3.3.1	Separation in Einzelfilter	25
3.3.2	Die Faktorisierung der Fehlerkovarianzmatrix	27
3.3.3	Die Verwendung der Ableitung der Knotentemperatur als Beobachtungsgröße	30
3.3.4	Die Knotentemperatur als Beobachtungsgröße	35
3.3.4.1	Die Behandlung des Meßfehlers	42
3.3.5	Zusammenfassung der Konditionierungsmaßnahmen für das Kalman-Filter	44
3.4	Die Gewinnung von Startwerten für das Kalman-Filter	46
3.4.1	Die Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate	46
3.4.2	Singular Value Decomposition	48
3.4.3	Anwendung der verallgemeinerten kleinsten Quadrate und SVD auf das thermische Knotenmodell	51
3.4.4	Zusammenfassung der Konditionierungsmaßnahmen zur Gewinnung von Startwerten für das Kalman-Filter	54
4	Die Minimierung der Meßzeit	57
5	Die Anwendung der konditionierten Algorithmen auf Knotentemperaturverläufe	59
5.1	Die Weitwinkel-Stereo-Kamera WAOSS	59
5.1.1	Die WAOSS-Baugruppen	59
5.2	Das Thermal Mathematical Model der WAOSS-Kamera	62
5.3	Erzeugung synthetischer Temperatur / Zeitverläufe mit dem ESATAN-Modell der WAOSS-Kamera	66
5.4	Die Implementierung der Identifikationsalgorithmen in Computer-Programme	69
5.4.1	Der Preprozessor	70
5.4.2	Das Kalman-Filter	72
5.5	Parameteridentifikation aus synthetischen Temperatur / Zeitverläufen	76
5.5.1	Nachbearbeitung der Rechenergebnisse	79
5.6	Das Thermal - Engineering-Model der WAOSS-Kamera	88
5.7	Die Messung von Temperatur/Zeitverläufen am TEM der WAOSS-Kamera	94
5.7.1	Test Equipment	94
5.7.2	Der Testablauf des WAOSS-TEM-Testes	94

5.7.3	Meßergebnisse	97
5.7.4	Meßwertvorverarbeitung	98
5.8	Parameteridentifikation aus gemessenen Temperatur / Zeitverläufen	99
5.8.1	Minimierung der Meßzeit	99
5.8.2	Rechenergebnisse	101
5.8.2.1	Separation der Wärmekapazität	107
5.8.2.2	Vergleich der gemessenen und errechneten Knotentemperaturen	109
6	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	115
7	Literaturverzeichnis	119
8	Appendix	

1 Einleitung und Aufgabenstellung

Das Thermal Control System (TCS) ist ein wesentliches Untersystem eines Raumflugkörpers oder einer Nutzlast. Der Zweck eines jeden Entwurfs eines Temperaturkontrollsystems für die Raumfahrt ist, die Temperaturen im Inneren und Äußeren des Raumflugkörpers in spezifizierten Grenzen zu halten. Qualitativ gesehen hat sich diese Aufgabe seit *Sputnik* (1957) und *Explorer* (1958) nicht geändert. Wohl sind einige wichtige quantitative Änderungen eingetreten. Die angebotene elektrische Leistung wurde gesteigert und damit die interne Dissipation erhöht. Die geforderten Temperaturbereiche sind enger und die Temperaturniveaus extremer geworden. Ebenso haben sich die Methoden, nach denen die thermischen Probleme gelöst werden, im Prinzip nicht geändert. Der Entwurf eines Thermalsystems basiert auf der sorgfältigen Kontrolle und Bilanz der Wärmemengen, der von außen zugeführten Strahlungsenergie, der innen dissipierten Energie und der von der äußeren Oberfläche abgestrahlten Energie. Diese Kontrolle wird ermöglicht durch die geeignete Wahl der Komponenten und deren Materialeigenschaften. [1]

Bei der Konzeption des TCS eines Raumflugkörpers (bzw. einer Nutzlast) werden zwei Ziele verfolgt [1]:

1. Zuverlässiges Arbeiten während der geforderten Lebensdauer (Missionsdauer)
2. Das 1. Ziel muß innerhalb der begrenzten Entwicklungszeit des Projektes zu minimalen Kosten erreicht werden.

Weitere Randbedingungen beim Entwurf eines TCS sind

- Einfachheit (Transparenz),
- Flexibilität,
- Realisierbarkeit,
- Testbarkeit.

Einen guten Überblick über die ganze Komplexität der Entwicklung und Verifikation eines Thermal Control Systems gibt die Abbildung 1, die [1] entnommen wurde.

Eine Spezifik bei der Realisierung von Temperaturkontrollsystemen besteht darin, daß das Untersystem Temperaturkontrolle von allen anderen Untersystemen abhängig ist. Das Untersystem Temperaturkontrolle existiert eigentlich nicht als solches [11]. Es benutzt die Wärmeleitung der Struktur und Verlustwärmern aus Baugruppen (z. B. Elektronikblöcken) als regelbare Größen. Änderungen in einem anderen Untersystem (Struktur, Energieversorgung, Telemetrie ect.) beeinflussen das TCS und müssen analysiert und beurteilt werden. Oft sind Redesigns erforderlich. Im Extremfall ist ein völlig neues Konzept der Temperaturkontrolle notwendig. Das mathematische Modell des Wärmehaushaltes hat in diesem Zusammenhang eine zentrale Bedeutung. Es ist evident, daß der Besitz eines validen mathematischen Modells (Thermal Math. Models ; TMM), die zuverlässige Analyse und Beurteilung solcher im realen Projektverlauf nicht ungewöhnlichen Änderungen an einem Subsystem oder geänderte Missionsparameter (z. B. veränderte Umlaufbahn) ohne Zeitverzug und praktisch kostenfrei gestattet. Die schnellstmögliche Verfügbarkeit eines (validen, d. h. experimentell abgesicherten) Thermalmodells liegt also im Interesse des Gesamtprojektes.

Tests, die die Verifikation des Thermalmodells gestatten, werden in der Regel (je nach Modell- und Testphilosophie) an sogenannten wärmetechnischen Mustern (Thermal Engineering Models; TEM) unter simulierten Weltraumbedingungen vorgenommen. Das TEM ist in wärmetechnischer Hinsicht mit der Flughardware möglichst identisch. Seine Struktur ist die des Flugmusters, es werden allerdings teure Bauelemente bzw. Baugruppen, die hardwaremäßig noch nicht existieren, durch entsprechende Thermal Dummies ersetzt. Dies kann z. B. eine geeignete Anordnung von ohmschen Widerständen sein, die die Verlustleistungen z. B. auf einer Elektronikleiterplatte nachbildet. Komponenten des Thermal Control Systems selbst, wie Vielschichtisolationshüllen (Multi Layer Insulation Cover), Radiatoren, Heat Pipes usw. sind "Originale".

Der Verifikationstest findet unter simulierten, möglichst missionsähnlichen Umweltbedingungen statt. Diese werden in einer Weltraumsimulationsanlage (WSA) realisiert. Die Abwesenheit der Atmosphäre, die solare Strahlung, und der Kältehintergrund sind die Haupteigenschaften des Weltraums, die experimentell nachgebildet werden müssen. Da es die primäre Aufgabe des Verifikationstests ist, das mathematische Modell des Wärmehaushalts zu prüfen, ist es nicht erforderlich, alle Orbitalparameter im Experiment nachzubilden. In der Regel ist es ausreichend, die extremen Bedingungen zu simulieren und auf solche Parameter wie Albedo, Erdeigenstrahlung usw. zu verzichten.

Die in der Abb. 2 hervorgehobenen Pfade und insbesondere die Behandlung der Differenzen zwischen modellgestützter Vorhersage des thermischen Verhaltens und korrespondierenden Testergebnissen sind der eigentliche Gegenstand dieser Arbeit.

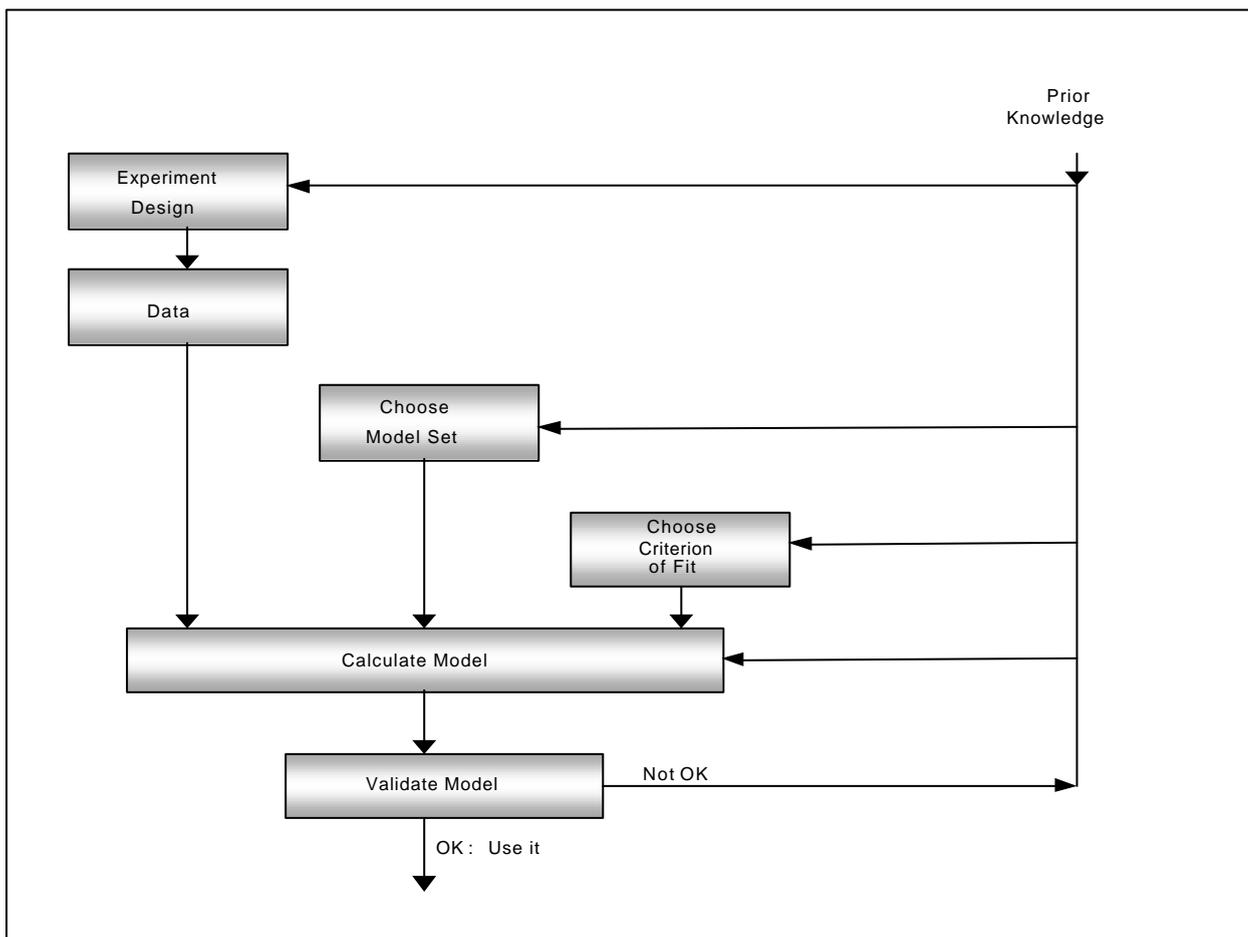
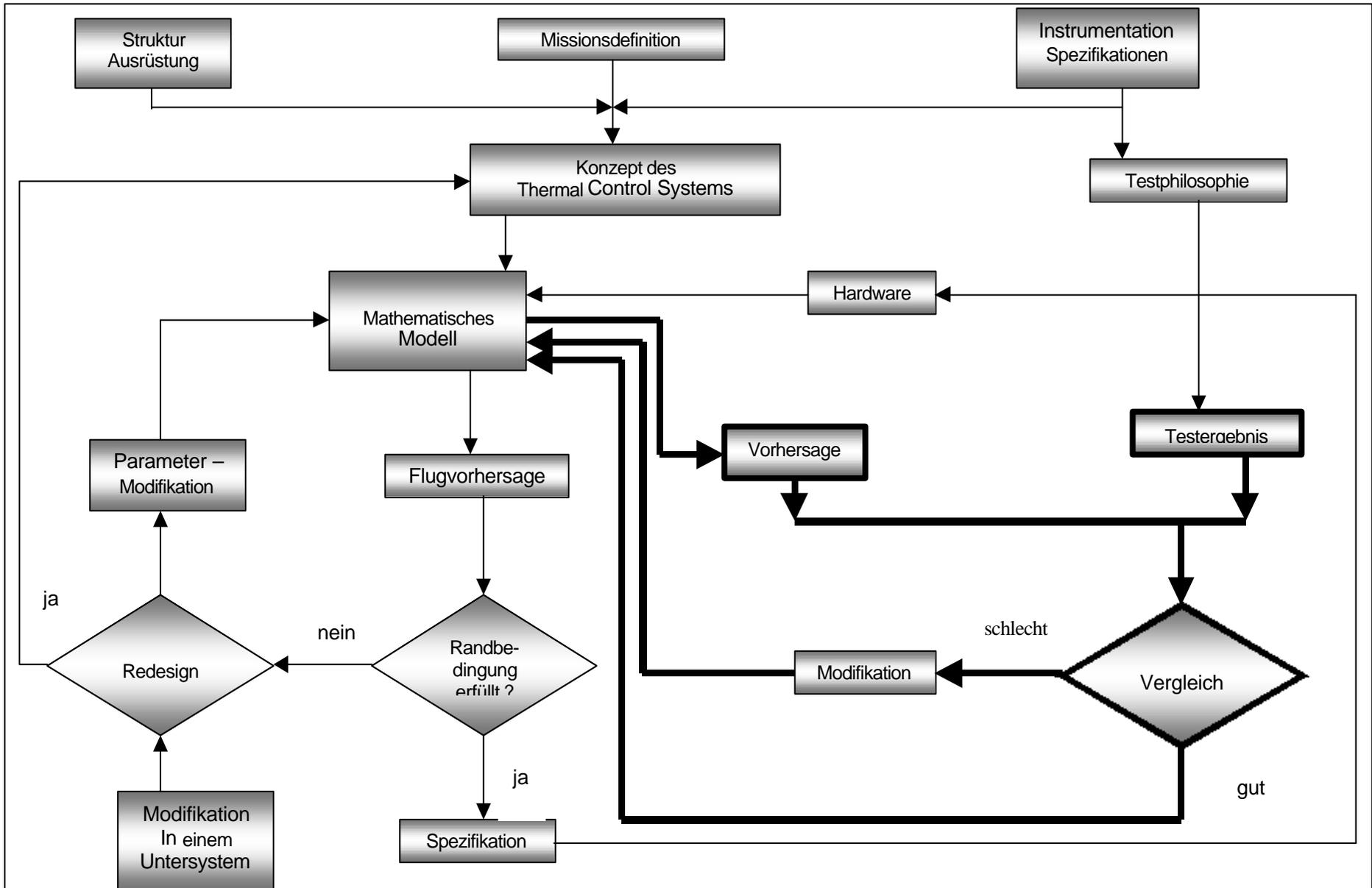


Abb. 1, System Identification Loop



3

Abb. 2, Entwicklung und Verifikation des Thermal Control System

Die Formulierung des mathematischen Modells selbst ist ein (schöpferischer) Prozeß, der in iterativer Weise abläuft und als Systemidentifikation bezeichnet wird. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll zur Modellierung der physikalischen Realität allerdings nur auf die Methode der konzentrierten Parameter (Lumped Parameter Method) zurückgegriffen werden, deren Ergebnis ein sogenanntes Knotenmodell ist. Der Vorgang der Systemidentifikation beschränkt sich in diesem Falle auf die Definition der Knoten und die Art der Wechselwirkung der Knoten untereinander. Den iterativen Charakter dieses Prozesses veranschaulicht die Abbildung 1, die [2] entnommen wurde.

Der Prozeß der Systemidentifikation an sich ist nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit, sondern "nur" ein Spezialfall desselben:

Es liegt bereits ein Knotenmodell vor, das in Größe und Struktur (Knotenzahl und definierter Art der Knotenwechselwirkung) die Realität optimal beschreibt. Lediglich die angenommenen Größen der Wechselwirkungen der Knoten untereinander können (grob) fehlerhaft sein.

Der letzte Schritt zur Validierung des Modells ist dann die Identifikation der wahren Größen dieser Wechselwirkungen mit Hilfe der bei den Simulationstests gemessenen Daten. Da die thermische Wechselwirkung im Knotenmodell über Wärmeaustauschparameter beschrieben wird, ist also der letzte Schritt der Modellvalidierung eine Prozedur der Parameteridentifikation.

Die Validierung des Thermal Math. Models (TMM) durch Testdaten ist seit mehr als 30 Jahren Anspruch vieler Arbeiten.

Ganz allgemein bedient man sich dazu der Differenz zwischen der Temperaturvorhersage des Modells (mit fehlerhaften Parametern) und den im Experiment gemessenen Temperaturen. Wenn man die Korrekturen der Parameter, die notwendig sind, um das Modell an die gemessenen Temperaturen anzupassen, in einem Vektor zusammenfaßt, nennt man die Ermittlung der Komponenten dieses Vektors, die Lösung des inversen Problems [15].

Man kann nun versuchen, durch fortgesetzte empirische Korrektur des Parametervektors eine immer bessere Übereinstimmung zwischen vorhergesagten (gerechneten) und gemessenen Knotentemperaturen herzustellen.

Dazu werden jeweils nach der Modifikation des Parametervektors über eine geeignete Software die Knotentemperaturen ausgerechnet und mit den gemessenen Temperaturen verglichen (Trial and Error Method). Hat man eine akzeptabel kleine Temperaturdifferenz zwischen gerechneten und gemessenen Temperaturen für *einen* gemessenen Gleichgewichtszustand des Systems erreicht, wird man mit sehr großer Wahrscheinlichkeit alsbald betrübt feststellen, daß der gefundene Parametervektor zur Vorhersage eines unter anderen Randbedingungen gemessenen Gleichgewichtszustandes ungeeignet ist. Man versucht nun den gefundenen Parametervektor auch an diesen Gleichgewichtszustand anzupassen, möglichst ohne die bereits erzielte Übereinstimmung zwischen gerechneten und gemessenen Temperaturen für den ersten Gleichgewichtszustand zu verlieren...

Die beträchtlichen Möglichkeiten der modernen Rechentechnik haben die "Trial and Error Method" in den Bereich des Machbaren befördert.

Dazu haben F. J. Harvatin und F. DeMauro auf der 24th bzw. 25th International Conference on Environmental Systems 1994 in Friedrichshafen bzw. 1995 in San Diego / California vorgetragen ([20] und [21]). Sie nutzten Empfindlichkeits- und Optimierungsalgorithmen des Programmpaketes MSC-NASTRAN. Die Parameterkorrektur erfolgte für ein 14-Knotenmodell an Hand eines gemessenen Gleichgewichtszustandes. Die Wärmekapazitäten der Knoten können dabei nicht

ermittelt werden. Die Vorhersage des transienten Systemverhaltens ist mithin von vornherein ausgeschlossen. Dem dennoch vielversprechenden Auftakt durch die beiden Vorträge und der Ankündigung, die Prozedur auf das Thermalmodell eines vollständigen Spacecrafts anzuwenden, folgten keine weiteren Veröffentlichungen.

Die erste systematische Lösung des inversen Problems beschrieb Toussaint 1967 in [15] auf der Basis seiner gemeinsam mit Doenecke und Martinet gemachten Untersuchungen zum thermischen Verhalten des ESRO-I Satelliten und der Verifikation dessen Knotenmodells. [38], [39]

Toussaint definiert eine Funktion von den Abweichungen zwischen vorhergesagten und gemessenen Temperaturen. Diese Funktion hat ein Minimum, wenn ihre partiellen Ableitungen nach den (gesuchten) Parametern verschwinden. Das so formulierte homogene Gleichungssystem heißt System der Normalgleichungen.

Bei der Gewinnung der notwendigen Anzahl von Normalgleichungen aus den transient gemessenen Knotentemperaturen kann es leicht geschehen, daß zwei oder mehr Gleichungen Linearkombinationen von anderen Gleichungen sind. Das Gleichungssystem ist dann schlecht konditioniert oder sogar singulär. Unvermeidbare Meßfehler oder Rundungsfehler bei der Rechnung führen dann zu drastisch verfälschten Parametern.

Toussaint gab an, daß mit dem beschriebenen Verfahren etwa zwei Parameter pro Knoten bestimmt werden können. Dies ist bei typischen Thermalmodellen weniger als die Hälfte der für die Wechselwirkung der Knoten untereinander zuständigen Parameter.

1970 hat J. Doenecke nacheinander zunächst das Trial / Error Verfahren und anschließend das (modifizierte) Verfahren von Toussaint auf das 93 Knotenmodell des Satelliten ESRO-I angewendet [16]. Die festgestellten max. Abweichungen zwischen gemessenen und gerechneten Knotentemperaturen von 10,8°C bzw. 16,1°C für 2 thermische Gleichgewichte konnten durch empirische Variation des Parametersatzes (in physikalisch glaubhaften Grenzen) auf 8,7 bzw. 11,0°C reduziert werden.

Für die anschließende systematische Korrektur des Parametersatzes wurden 7 verschiedene Testphasen des ESRO-I Satelliten herangezogen. darunter die bereits erwähnten 2 thermischen Gleichgewichte. Der beste aus den 7 Testphasen gewonnene Parametersatz halbiert nahezu die Standardabweichungen zwischen gemessenen und gerechneten Knotentemperaturen (für alle Testphasen) gegenüber dem unkorrigierten Modell. Der Algorithmus ist allerdings stark auf die speziellen Testbedingungen zugeschnitten und sehr unübersichtlich.

Eine mathematisch sehr interessante Methode zur Lösung des inversen Problems haben Bednov und Zakhartchuk 1997 in [42] vorgeschlagen. Sie basiert auf der Lagrangschen Multiplikatorregel (z. B. [31]).

Hier wird die Tatsache benutzt, daß die Funktion J der Differenz zwischen vorhergesagten und gemessenen Knotentemperaturen mit einer Nebenbedingung f verknüpft ist, nämlich der, daß im thermischen Gleichgewicht die Summe aller Wechselwirkungen zwischen den Knoten verschwindet. Eine Hilfsfunktion F kann jetzt als Produkt der Funktion J , der Nebenbedingung f und dem Lagrangschen Multiplikator λ definiert werden.

In [42] wird ein Algorithmus angegeben, der es ermöglicht, durch Verwendung der Funktion F iterativ zu einem Parametersatz zu gelangen, der die Funktion J minimiert, also die Differenzen zwischen gerechneten und gemessenen Temperaturen verringert.

Da auch hier nur Gleichgewichtsbedingungen herangezogen werden, ist die Bestimmung der Wärmekapazitäten der einzelnen Knoten ausgeschlossen und daher die Validierung des dynamischen (transienten) Modellverhaltens nicht möglich. Außerdem dürfte die Notwendigkeit alle

(ggf. zahlreichen) Wechselwirkungsparameter eines Knotens aus nur *einer* unvermeidbar fehlerhaft gemessenen (Gleichgewichts-)Temperatur zu bestimmen, zu nicht beherrschbaren numerischen Problemen führen. Die Funktionstüchtigkeit des Algorithmus wurde bisher lediglich an einem 7-Knotenmodell verifiziert, bei dem ein Knoten nur mit jeweils zwei Nachbarn und auch nur wärmeleitend (also linear) verbunden ist.

Die ersten sequentiellen Ansätze zur (transienten) Parameteridentifikation hat Ishimoto et al in [14] gemacht. Hier werden unter anderem "Verallgemeinerte Kleinste Quadrate" und Kalman-Filter auf transient gemessene Knotentemperaturen angewendet. Dies hat den Vorteil, daß eine Vielzahl von (zu unterschiedlichen Zeitpunkten) gemessenen Knotentemperaturen verfügbar ist und das unvermeidbare Meßrauschen rechnerisch behandelt werden kann.

Für wenig komplexe Modelle (≤ 10 Knoten) sind die Resultate der vorgeschlagenen Algorithmen bei einer Überprüfung durch den Autor der vorliegenden Arbeit befriedigend ausgefallen [36]. Bei einer typischen Dimension des Modells von ≥ 40 Knoten erwiesen sie sich wegen der hohen Komplexität des numerisch zu lösenden Problems als nicht beherrschbar divergent.

Dennoch bildeten die Ansätze von Ishimoto in [14] bzw. [40] die Ausgangspunkte für die vorliegende Arbeit.

Das Ziel *alle* Wechselwirkungsparameter transient zu identifizieren und dabei nicht bis zum thermischen Gleichgewichtszustand warten zu müssen, schien durch Ishimotos Ansätze zunächst realisierbar.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, dem Thermalingenieur ein robustes Werkzeug in die Hand zu geben, das ihm gestattet, die Übereinstimmung zwischen gemessenen Daten und entsprechenden Vorhersagen des Knotenmodells durch Parameterkorrektur herzustellen.

Im Appendix der Arbeit wird ein Leitfaden angegeben, der den Thermalingenieur ausgehend vom mathematischen Modell über die gezielte Festlegung der Testparameter für die Verifikationstests bis zur rechnergestützten Parameteridentifikation und deren Auswertung führt.

Es werden Kriterien formuliert, die es ermöglichen, den Verifikationstest deutlich vor Eintritt des thermischen Gleichgewichtszustandes abubrechen, also teure Meßzeit in der Weltraumsimulationsanlage zu sparen. Der Meßprozeß aller Knotentemperaturen wird dabei on-line beurteilt und die Erfüllung der Abbruchkriterien dem Thermalingenieur gemeldet.

Kern der Arbeit ist die Entwicklung und Testung eines Kalman-Filteralgorithmus', der aus den (im Verifikationstest) transient gemessenen Knotentemperaturen die Größen aller Wärmeaustauschparameter berechnet. Für diesen Algorithmus wird eine Formulierung gefunden, welche die Komplexität des Problems drastisch reduziert und außerdem eine modulare Anwendung des Filters auf nur Teile des Thermal Math. Models gestattet. Es ist dann nicht erforderlich, auf allen Knoten des Testobjektes Temperaturfühler zu installieren, sondern nur auf den Knoten, deren Wechselwirkung untereinander validiert werden soll. Dies wird auch Messungen an Flugmustern (z. B. Protoflightmodels) erleichtern, an denen die Anbringungsmöglichkeiten von Temperatursensoren limitiert sind.

Die Möglichkeit der modularen Filteranwendung unterstützt aber auch die komponentenweise Testung sehr großer und/oder komplexer Strukturen.

Die vorgenommene Dimensionsreduktion ermöglicht eine mathematisch konsequente Unterdrückung der Divergenzneigung des Kalman-Filters, was aus numerischer Sicht von außerordentlicher Bedeutung ist.

Zur Gewinnung der für das Kalman-Filter erforderlichen Startwerte wird basierend auf der Methode

der verallgemeinerten kleinsten Quadrate ein Algorithmus konditioniert, der insbesondere die zu den Startparametern zugehörigen Schätzfehlervarianzen- und Kovarianzen bereitstellt. Dieser Algorithmus gibt zusätzlich Hinweise auf Modellfehler oder zu verändernde Testbedingungen beim Verifikationstest.

Die gesamte o. g. Prozedur wird auf das 43-Knotenmodell des Wide Angle Optical Stereo Scanners (WAOSS) [12], [33] der russischen Mars 1996 Mission angewendet.

Es werden dazu zunächst synthetische (aber sehr realitätsnahe) Temperatur-Zeitverläufe ausgewertet, die auf Softwarebasis aus dem 43-Knotenmodell für *vorgegebene* Wärmeaustauschparameter erzeugt wurden. Es läßt sich so die Güte der Identifikationsmethode beurteilen, da aus den "Meßkurven" eben diese Parameter möglichst genau identifiziert werden müßten. Der Einfluß von Modellierungsfehlern ist auf diese Weise zunächst ausgeschlossen.

Danach erfolgt die Anwendung der erstellten und programmierten Algorithmen auf transient (in der Weltraumsimulationsanlage) gemessene Knotentemperaturen des Thermal Engineering Models der WAOSS-Kamera. Die Validität der gefundenen Parameter wird am Grad der Übereinstimmung zwischen den vom korrigierten Thermal Math. Model vorhergesagten und den unter simulierten Weltraumbedingungen gemessenen Knotentemperaturverläufen beurteilt.

2 Das mathematische Modell des Wärmehaushaltes

Das mathematische Modell des Wärmehaushaltes beschreibt alle Wärmeflüsse innerhalb eines Körpers. Die Energiebilanz eines Körpers wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$m \cdot c_w \cdot \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = P_{zu} - P_{ab} \quad (1)$$

Dabei bedeuten:

m [kg]	die Masse des Körpers
c_w [J/kgK]	die spezifische Wärme des Körpers
P_{zu} [W]	die zugeführte Leistung
P_{ab} [W]	die abgeführte Leistung
$T(x, t)$ [K]	die Temperatur des Körpers als Funktion des Ortes und der Zeit
t [s]	die Zeit

Die Gleichung (1) ist nur für sehr einfache geometrische Formen (z. B. Kugel) exakt lösbar, so daß der physikalische Sachverhalt im allgemeinen durch Näherungen beschrieben werden muß [1].

2.1 Die Methode der konzentrierten Parameter

Eine Methode, die physikalische Realität mathematisch angemessen zu beschreiben *und* handhabbare Lösungsalgorithmen verfügbar zu haben, ist die sogenannte Netzwerkanalogie oder Methode der konzentrierten Parameter (Lumped Parameter Method).

Ein kontinuierliches Medium wird hier als ein diskretes Netzwerk von "Knoten" aufgefaßt. Diese Knoten repräsentieren die Kapazität des Systems. Die Knoten sind durch Conductoren miteinander verbunden, die die Leitfähigkeit des Systems repräsentieren.

Die Methode der konzentrierten Parameter hat ihre konzeptionellen Ursprünge in der thermisch / elektrischen Analogie, in der die Temperatur der Spannung und der Wärmefluß dem elektrischen Strom entspricht. In Zeiten, in denen Digitalrechner nicht zur Verfügung standen, war es nicht ungewöhnlich, ein Thermalproblem durch den Aufbau eines analogen elektrischen (experimentellen) Modells zu analysieren. Langmuir verwendete spezielle Elektrolytbäder im Jahr 1913. In den Dreißiger Jahren wurden diskrete Modelle aus Widerständen und Kondensatoren verwendet. Das erste große (komplexe) elektrische Netzwerk wurde 1934 in Holland von Beuken konstruiert. Bereits das zweite Modell Beukens besaß eine Konsole, mit der die Parameter für 15 Gruppen von Widerständen und Kondensatoren eingestellt werden konnten. Diese Anordnung wurde zur Analyse von Problemen verwendet, die bei der Konstruktion von diskontinuierlich arbeitenden elektrischen Schmelzöfen auftraten. Sowohl transiente, als auch Gleichgewichtsprobleme konnten damit gelöst werden.

Die Methode der konzentrierten Parameter hat Vorteile in sowohl numerischer als auch in experimenteller Hinsicht und ist insbesondere für eine rechnergestützte Anwendung prädestiniert.

Ein kontinuierliches System gehorcht einer partiellen Differentialgleichung, während ein Knotenmodell für den Gleichgewichtsfall einem System algebraischer Gleichungen mit einer endlichen Anzahl von Variablen genügt, das mit Standardalgorithmen gelöst werden kann. Für den transienten Fall muß ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung numerisch integriert werden.

Mathematisch kann die Methode der konzentrierten Parameter als Mittel zur Gewinnung einer finiten Differenzenapproximation (erster Ordnung) aus der eigentlichen Differentialgleichung angesehen werden. In diesem Sinne ist sie ein (grobes) Mittel zur Beschaffung einer numerischen Lösung der Differentialgleichung (1). Ihr Hauptvorteil ist jedoch ihre intuitive Plausibilität und ihre physikalische Einfachheit. [3]

2.2 Die Knotengleichungen

Das betrachtete Objekt wird in n örtlich begrenzte Bereiche zerlegt, innerhalb derer jeweils die gleiche Temperatur herrschen möge. Diese Bereiche werden (isotherme) Knoten genannt. Es werden also n Knoten $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$ definiert. Die Temperatur des Knoten N_i sei T_i , seine Wärmekapazität sei C_i und seine interne Wärmequelle sei Q_i . Eine lineare Leitfähigkeit (z. B. Wärmeleitung durch Festkörper, Konvektion oder andere lineare Prozesse wie Verdampfung oder Kondensation) zwischen den Knoten N_i und N_j wird repräsentiert durch K_{ij} . Der Koeffizient für den Wärmeaustausch durch Strahlung zwischen den Knoten N_i und N_j sei R_{ij} . Für die Wärmebilanz des Knotens N_i ergibt sich dann die Gleichung

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_{i \neq j} K_{ij}(T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} R_{ij}(T_j^4 - T_i^4) + Q_i, \quad (2)$$

die sich reduziert auf

$$0 = \sum_{i \neq j} K_{ij}(T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} R_{ij}(T_j^4 - T_i^4) + Q_i \quad (3)$$

für den Gleichgewichtsfall.

Durch Integration der Knotengleichungen bei vorgegebenen Parametern ist es nun möglich, Vorhersagen des thermischen Verhaltens des modellierten Objektes zu machen. Dies wird von mehreren Softwarepaketen unterstützt, von denen SINDA [19],[40] und ESATAN [41] sicher die verbreitetsten sind. ESATAN (European Space Agency Thermal Analyzer Network) wurde entwickelt vom Engineering Research Centre, Whetstone unter ESA-Kontrakt 4791/81/NL/DK(SC).

Die Verwendung von ESATAN bei der Thermalanalyse ist für die Teilnahme an ESA-Projekten zwingend vorgeschrieben. Aber auch durch die Robustheit seiner Lösungsalgorithmen ist ESATAN zu einem weltweit verbreiteten Werkzeug der Thermalanalyse geworden. Es erscheint in diesem Zusammenhang als zweckmäßig, die Formulierung korrespondierender mathematischer Sachverhalte in ESATAN-Notation bzw. in ESATAN-ähnlicher Notation zu formulieren.

Wenn man dies tut, wird das System der n Gleichungen (2) zu folgendem System:

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_{i \neq j} GL(i, j)(T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} GR(i, j)(T_j^4 - T_i^4) + Q_i \quad (4)$$

hierbei steht $GL(i, j)$ für das K_{ij} aus (2), repräsentiert also einen linearen Conductor des Netzwerkes zwischen den Knoten N_i und N_j und $GR(i, j)$ steht für R_{ij} aus (2) und repräsentiert einen radiativen Conductor, wobei $GR(i, j) = \sigma \varepsilon_i \varepsilon_j F_{ij} A_i$ ist. A_i ist die (abstrahlende) Fläche des Knotens i , F_{ij} ist der Sichtfaktor (Viewfactor, Formfaktor) zwischen Knoten i und Knoten j , σ ist die Stephan-Boltzmann-Konstante, ε_i und ε_j sind die thermischen Emissionsvermögen der Knoten i und j .

Sind Kenntnisse über die Parameter Q_i , C_i , $GL(i, j)$ und $GR(i, j)$ vorhanden, dann kann man ausgehend von einer (für jeden Knoten frei wählbaren) Starttemperatur das thermische Verhalten des Netzwerkes berechnen. Es ist hier aber auch sofort zu erkennen, daß fehlerhaftes Wissen über die (bzw. einige der) Parameter zu völlig falschen Aussagen über das thermische Verhalten des Gesamtsystem führen kann.

Bei der Berechnung der Koeffizienten für den Strahlungsaustausch $GR(i, j)$ ist eine ESATAN-Erweiterung behilflich, die nach der Editierung der dem Knotenmodell zugrunde liegenden realen Geometrie auf CAD-Basis die Berechnung der Formfaktoren F_{ij} übernimmt (ESARAD [5]). Trotzdem bleiben Unsicherheiten bezüglich der (realen) Absorptions- und Emissionskoeffizienten, etwa durch die Art des Aufbringens eines Farbanstriches (Spritzen, Streichen o.ä.). Solche Unsicherheiten lassen sich nur experimentell beseitigen [7].

Für den linearen Wärmefluß (Materialwärmeleitung) und die Wärmekapazitäten stehen tabellierte Materialwerte zur Verfügung, z.B. in [5]. Aber bereits bei der Angabe eines Wärmeübergangswiderstandes, z.B. einer Schraubenverbindung, gibt es beträchtliche Fehlermöglichkeiten. Parameter für den Kontaktwiderstand sind u.a. Material und Rauigkeit der sich berührenden Oberflächen und Anzugsmoment der Schraube. Hinweise dazu können aus [6] entnommen werden. Man spricht in diesem Zusammenhang von "Formfaktoren der Wärmeleitung". Jedes Labor und meistens auch jeder Thermalingenieur hat im Laufe der Zeit eigene Regeln auf der Grundlage seiner Erfahrungen entwickelt, nach denen die sogenannten Formfaktoren der Wärmeleitung bestimmt werden [1]. Auf den Schritt, das Knotenmodell hinsichtlich seiner Parameter mit Hilfe geeigneter Tests zu verifizieren bzw. zu korrigieren, sollte keinesfalls verzichtet werden.

3 Die Parameteridentifikation

Unter Parameteridentifikation soll in dieser Arbeit der Prozeß der Findung bzw. Korrektur der relevanten Parameter eines Knotenmodells mit Hilfe gemessener Knotentemperaturen verstanden werden. Eine Veränderung der Modellstruktur, im Sinne der Systemidentifikation (z. B. Veränderung der Knotenzahl), ist nicht Gegenstand der folgenden Betrachtungen, falls nicht ausdrücklich darauf hingewiesen wird.

Die zu identifizierenden Parameter sind die Q_i , C_i , $GL(i, j)$ und $GR(i, j)$ aus Gleichung (4), also die interne Wärmequelle des Knotens N_i , die Wärmekapazität $m_i c_i$ des Knotens i und die Koeffizienten für geleiteten und gestrahlten Wärmeaustausch zwischen den Knoten i und j .

Ishimoto betrachtet in [14] verschiedene Methoden der Parameteridentifikation. Sie sind von ihm in zwei Klassen eingeteilt worden, die sogenannten Einschrittmethoden (One-Pass Methods) und die Mehrschrittmethoden (Sequential Methods). Die Einschrittmethoden sind dadurch charakterisiert, daß die verfügbaren Meßwerte (Knotentemperaturen) in einem "Durchlauf" zur Bestimmung der Parameter herangezogen werden. Typische Vertreter dieser Klasse sind die Regressionsanalyse, die Methode der Kleinsten Quadrate, die Maximum Likelihood und die Quasilinearisierung. Die zweite Klasse verwendet die gemessenen Knotentemperaturen sequentiell derart, daß neue (bessere) Parameterwerte nach jedem (k -ten) verarbeiteten Satz von Meßwerten ($T_i(t_k)$) erhalten werden. Hier ist ein typischer Vertreter das Kalman-Filter.

Da die gesuchten Modellparameter über Messungen am realen System gefunden werden sollen und Messungen immer mit Meßrauschen behaftet sind, ist Parameteridentifikation also eine Schätzung der Parameter auf der Basis fehlerhafter Messungen.

3.1 Das thermische Knotenmodell als dynamisches System

Systeme, die sich mit Hilfe von Differentialgleichungen (Differenzgleichungen) modellieren lassen, heißen dynamische Systeme. Sind diese Gleichungen linear, spricht man von linearen dynamischen Systemen. Ein Beispiel für das Modell eines dynamischen Systems, das dessen Verhalten hinreichend genau beschreibt, sind die Bewegungsgleichungen von Planeten. Unter den dynamischen Systemen haben die linearen die größte Bedeutung. Dies liegt vor allem in der Einfachheit ihrer mathematischen Beschreibung, aber auch darin, daß sich viele ausschlaggebende Systemeigenschaften nichtlinearer Systeme durch die linearen Anteile der Systemfunktionen hinreichend gut beschreiben lassen [8].

Beschreibt man das lineare dynamische System durch eine Bewegungsgleichung im sogenannten Zustandsraum (z. B. [2], [8], [9], [10]), erhält man die Matrixgleichung:

$$\frac{d\{x\}}{dt} = [F]\{x\} + [D]\{w\} + [G]\{u\}. \quad (5)$$

Die Gleichung (5) heißt Systemgleichung. Hierbei ist

der Vektor $\{x\} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ der sogenannte Zustandsvektor,

der Vektor $\{w\} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ der Vektor der (stochastischen) Störgrößen und

der Vektor $\{u\} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ der (deterministische) Stellvektor.

$[F]$ ist die $n \times n$ Systemmatrix (auch Dynamikmatrix genannt) und $[G]$ die $n \times p$ Steuereingangs-

matrix. $[G]$ bestimmt, in welchen Linearkombinationen die Stellgrößen auf die Komponenten von $\{x\}$ einwirken. $[D]$ ist die $n \times r$ Störeingangsmatrix.

Durch den Störvektor $\{w\}$ kann neben der Modellierung von Systemstörungen auch die nicht exakte Übereinstimmung von Modell und Wirklichkeit näherungsweise berücksichtigt werden. Die Systemgleichung (5) ist noch durch die Meßgleichung oder Beobachtungsgleichung für den Ausgangsvektor (Meßvektor, Beobachtungsvektor) $\{y\} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ zu ergänzen

$$\{y\} = [H]\{x\} + \{v\}. \tag{6}$$

Hierin ist

$\{v\} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$ der Vektor der Meßfehler (des Meßrauschens) und $[H]$ die $m \times n$ Meßmatrix oder Beobachtungsmatrix.

Als *Zustand* eines Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt $t = t_0$ bezeichnet man nun diejenigen Zahlenwerte (Komponenten des Zustandsvektors), deren Kenntnis zusammen mit der Kenntnis des mathematischen Modells (der Systemgleichung) und der Kenntnis der Stellgrößen (Eingangsgrößen; $\{u\}$) für $t = t_0$, die vollständige Bestimmung des Zeitverhaltens des Systems für $t > t_0$ erlauben. Kennt man also den Zustand eines Systems zum Zeitpunkt $t = t_0$, so ist allein die Größe dieser Zahlenwerte und nicht die Art und Weise wie diese Zahlenwerte durch Beeinflussung des Systems im Zeitraum $t < t_0$ erzielt wurden, für dessen Verhalten für $t > t_0$ verantwortlich. Die Vergangenheit des Systems kann dementsprechend ohne Nachteil für dessen zukünftiges Verhalten bei der Kenntnis des gegenwärtigen Zustandes *vergessen* werden [9].

Eine Möglichkeit das Gleichungssystem (4) in die Gestalt von (5) und (6) zu bringen, ist die Folgende: Zunächst wird (4) durch C_i dividiert und man erhält:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_i}{C_i} + \sum_{i \neq j} \frac{GL(i, j)}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} \frac{GR(i, j)}{C_i} (T_j^4 - T_i^4) \tag{7}$$

Man faßt nun die Q_i / C_i , die $GL(i, j) / C_i$, und die $GR(i, j) / C_i$ als Modellparameter auf und ordnet sie neben den n Knotentemperaturen dem Zustandsvektor $\{x\}$ zu

$$\{x\} = \left\{ T_1, T_2, \dots, T_n, \frac{Q_1}{C_1}, \dots, \frac{Q_n}{C_n}, \dots, \frac{GL(i, j)}{C_i}, \dots, \frac{GR(i, j)}{C_i} \right\}^T \tag{8}$$

Da es für n Knoten n Knotentemperaturen, n Q_i / C_i und jeweils $(n-1)^2$ $GL(i, j) / C_i$ bzw. $GR(i, j) / C_i$ gibt, hat der Zustandsvektor eine Dimension von $2n + 2(n-1)^2$. Stellgrößen sind nicht vorhanden und Störgrößen werden im Vektor $\{w\}$ zusammengefaßt. Gleichung (5) reduziert sich somit auf:

$$\frac{d\{x\}}{dt} = [F]\{x\} + \{w\} \quad (9)$$

Die Systemmatrix ist quadratisch und enthält neben einer großen Anzahl von Nullen und einigen Einsen u. a. auch die Terme $(T_j - T_i)$ und $(T_j^4 - T_i^4)$. Sie ist zeitlich nicht mehr konstant und hätte z. B. für das später betrachtete 43-Knotenmodell der WAOSS-Kamera die beträchtliche Dimension von 3614×3614 .

Die in der Systemmatrix auftretenden Knotentemperaturen T_i und T_j sind allerdings nur aus (transienten) Messungen bekannt. Sie sind zwangsläufig mit Meßrauschen behaftet. Dieses in die Systemmatrix eingebrachte Meßrauschen wird als Systemrauschen aufgefaßt und durch den Störvektor $\{w\}$ repräsentiert. Es soll $[W]$ die Kovarianzmatrix dieses Systemrauschens sein.

Die Beobachtungsgleichung (6) bleibt unverändert

$$\{y\} = [H]\{x\} + \{v\}$$

wobei $[H]$ folgende Gestalt annimmt:

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & & \vdots & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \vdots & & \vdots \\ & & (n \times n) & 1 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

3.2 Der Kalman-Filter-Algorithmus

Im Jahre 1801 verschwand der Planetoid Ceres 41 Tage nach seiner Entdeckung hinter der Sonne. Danach konnte er von den Astronomen nicht wiedergefunden werden.

Carl Friedrich Gauß ortete ihn schließlich mit seiner gerade entdeckten Methode der kleinsten Quadrate erneut. Damit leitete er die Entwicklung der Schätz-, Filter- und Prädiktionsverfahren ein, zu der später Fisher, Markov, Kolmogorov, Wiener, Follin, Kalman, Bucy und viele andere beitrugen. Diese Verfahren dienen der optimalen Schätzung des Zustandes dynamischer Systeme trotz mancher Störeinflüsse und Unsicherheiten, wie sie die Praxis mit sich bringt. [8]

Das Kalman-Filter [22] benutzt außer den Meßwerten auch a priori Kenntnisse über das Verhalten des dynamischen Systems und über statistische Kenngrößen der System- und Meßfehler. Es liefert daher genauere Schätzungen als herkömmliche Meßfehlerausgleichsverfahren. Die rekursive Arbeitsweise ist der wesentliche Vorteil des Kalman-Filters. Zur Gewinnung eines neuen Schätzwertes und seiner Fehlervarianz werden neben der aktuellen Messung der alte Schätzwert und seine Fehlervarianz benötigt. Bei Multisensorsystemen werden die Messungen aller Sensoren gemeinsam zu optimalen Zustandsschätzwerten verarbeitet, wobei abhängig von der jeweiligen Meßgenauigkeit eine automatische dynamische Wichtung erfolgt. Die gleichzeitig ermittelten Fehlervarianzen ermöglichen eine ständige Bewertung der Güte der Schätzergebnisse [8].

Im folgenden wird häufig auf die Kalman-Filtergleichungen zurückgegriffen. Deren Herleitung im Zusammenhang mit dem thermischen Knotenmodell soll daher (angelehnt an [14]) skizziert werden.

Ausgangspunkt ist ein n Knotenmodell und das System von n Knotengleichungen der in Abschnitt 3.1 verwendeten Formulierung (7)

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_i}{C_i} + \sum_{i \neq j} \frac{GL(i,j)}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} \frac{GR(i,j)}{C_i} (T_j^4 - T_i^4)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Möge k die Anzahl der Parameter des vorliegenden Problems sein. Es werden also $k = n + 2(n-1)^2$ Parameter gesucht. Dies sind n Q_i/C_i und jeweils $(n-1)^2$ $GL(i,j)/C_i$ bzw. $GR(i,j)/C_i$, da $GL(i,i) = GR(i,i) = 0$ ist.

Es sei außerdem p die Summe aus Knoten und Modellparametern :

$$p = n + k, \text{ also } p = 2n + 2(n-1)^2$$

Die am Modell gemessenen (verrauschten) n Knotentemperaturen \tilde{T} werden im Meßvektor angeordnet

$$\{y\} = (\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_n)^T. \quad (11)$$

Der Meßvektor gehorcht der bereits eingeführten Beobachtungsgleichung (6)

$$\{y\} = [H]\{x\} + \{v\},$$

wobei $[H]$ die ebenfalls bereits eingeführte $n \times p$ Meßmatrix (10) ist.

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & (n \times n) & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

und $\{x\}$ ist der $p \times 1$ Zustandsvektor (8)

$$\{x\} = \left\{ T_1, T_2, \dots, T_n, \frac{Q_1}{C_1}, \dots, \frac{Q_n}{C_n}, \dots, \frac{GL(i,j)}{C_i}, \dots, \frac{GR(i,j)}{C_i} \right\}^T.$$

$\{v\}$ ist der $n \times 1$ Vektor des Meßrauschens.

Es soll angenommen werden, daß das Meßrauschen den Mittelwert 0 hat, d.h. der Erwartungswert ist $E\{v\} = 0$.

Die Kovarianzmatrix von $\{v\}$ sei gegeben durch

$$[\mathbf{R}] = \left[\{v\} \{v\}^T \right] \quad (12)$$

Es sei $\{x_a\}$ eine biasfreie a priori Schätzung von $\{x\}$, wobei biasfrei bedeutet

$$E[\{x\} - \{x_a\}] = 0.$$

Es sei außerdem die $p \times p$ Fehlerkovarianzmatrix von $\{x_a\}$ gegeben als

$$[\mathbf{P}] = E\left[(\{x\} - \{x_a\})(\{x\} - \{x_a\})^T \right]. \quad (13)$$

Es wird weiterhin angenommen, daß Meßfehler, Fehler der a priori Schätzung und Systemstörung gegenseitig unkorreliert sind.

$$E\left[\{v\} \{x - x_a\}^T \right] = 0 \quad (14a)$$

$$E\left[\{w\} \{x - x_a\}^T \right] = 0 \quad (14b)$$

$$E\left[\{w\} \{v\}^T \right] = 0 \quad (14c)$$

Es soll nun angestrebt werden, eine neue und "verbesserte" Schätzung von $\{x\}$ unter Verwendung der Messung $\{y\}$ und der a priori Schätzung $\{x_a\}$ zu gewinnen.

Diese neue Schätzung soll mit $\{\hat{x}\}$ bezeichnet werden, und sie soll sich aus einer Linearkombination von $\{y\}$ und $\{x_a\}$ folgendermaßen ergeben:

$$\{\hat{x}\} = [\mathbf{K}]\{y\} + [\mathbf{C}]\{x_a\} \quad (15)$$

Die Matrizen $[\mathbf{K}]$ und $[\mathbf{C}]$ sind Gewichtungen der Messung und der a priori Schätzung. Diese beiden Matrizen sollen nun bestimmt werden.

Für $\{\hat{x}\}$ als biasfreie Schätzung muß gelten $E\{\hat{x}\} = E\{x\}$.

Zusammen mit Gleichung (15) erhält man

$$E\{\hat{x}\} = E([\mathbf{K}]\{y\} + [\mathbf{C}]\{x_a\}). \quad (16)$$

Setzt man Gleichung (6) in Gleichung (16) ein, ergibt sich folgendes

$$E\{\hat{x}\} = E([K][H]\{x\} + [K]\{v\} + [C]\{x_a\}).$$

Dies wird zu

$$E\{\hat{x}\} = [K][M]E\{x\} + [K]E\{v\} + [C]E\{x_a\}. \quad (17)$$

Weil

$$E\{x\} = E\{x_a\} \quad \text{und} \quad E\{v\} = 0 \quad \text{ist,}$$

reduziert sich Gleichung (17) auf

$$E\{\hat{x}\} = ([K][H] + [C]) E\{x\}.$$

Da aber $\{\hat{x}\}$ als biasfrei vorausgesetzt wurde, so daß

$$E\{\hat{x}\} = E\{x\} \quad \text{ist,}$$

erhält man

$$[K][H] + [C] = [I], \quad (18)$$

wobei $[I]$ die $p \times p$ Einheitsmatrix ist.

Analog zu der Fehlerkovarianzmatrix von $\{x_a\}$ definiert man die Fehlerkovarianzmatrix der Schätzung $\{\hat{x}\}$

$$[Q] = E[(\{x\} - \{\hat{x}\})(\{x\} - \{\hat{x}\})^T]. \quad (19)$$

$$\{x\} - \{\hat{x}\} = \{\tilde{x}\} \quad (19a)$$

ist dabei der Schätzfehler $\{\tilde{x}\}$ der Schätzung $\{\hat{x}\}$.

Unter Verwendung von (15), (6) und (18) erhält man

$$[Q] = E[(\{x\} - [K]\{y\} - [C]\{x_a\})(\{x\} - [K]\{y\} - [C]\{x_a\})^T]$$

$$[Q] = E\left\{\left(\{x\} - [K] [H]\{x\} - [K]\{v\} - [C]\{x_a\}\right)\left(\{x\} - [K] [H]\{x\} - [K]\{v\} - [C]\{x_a\}\right)^T\right\}$$

$$[Q] = E\left\{\left(\left([I] - [K] [H]\right)\{x\} - [K]\{v\} - \left([I] - [K] [H]\right)\{x_a\}\right)\left(\left([I] - [K] [H]\right)\{x\} - [K]\{v\} - \left([K] [H]\right)\{x_a\}\right)^T\right\}$$

$$[Q] = E\left\{\left(\left([I] - [K] [H]\right)\{x\} - \{x_a\}\right) - [K] [R]\left(\left([I] - [K] [H]\right)\{x\} - \{x_a\}\right) - [K] [R]\right\}^T$$

Mit den Gleichungen (12) und (13) reduziert sich die obere Gleichung auf

$$[Q] = \left([I] - [K] [H]\right) [P] \left([I] - [K] [H]\right)^T + \left([K] [R] [K]^T\right). \quad (20)$$

Um die Varianz der Schätzung $\{x\}$ zu minimieren, muß die Matrix $[K]$ so gewählt werden, daß eine mit $[Q]$ assoziierte, quadratische Form minimiert wird. Eine solche quadratische Form ist gegeben durch

$$S = \{z\}^T [Q]\{z\}, \quad (21)$$

wobei $\{z\}$ irgendein willkürlicher $px1$ Vektor ist. Verwendet man die Variation von S ergibt sich

$$\delta S = \{z\}^T \delta [Q]\{z\}. \quad (22)$$

Von Gleichung (20) erhält man

$$\begin{aligned} \delta [Q] = & -\delta [K] [H] [P] \left([I] - [K] [H]\right)^T - \left([I] - [K] [H]\right) [P] [H]^T \delta [K] + \\ & + \delta [K] [R] [K]^T + [K] [R] \delta [K]^T \end{aligned}$$

Zusammenfassen und Einsetzen in (22) liefert

$$\begin{aligned} \delta S = & \{z\}^T \left(-\left([I] - [K] [H]\right) [P] [H]^T + [K] [R]\right) \delta [K]^T \{z\} + \\ & + \left(\{z\}^T \left(-\left([I] - [K] [H]\right) [P] [H]^T + [K] [R]\right) \delta [K]^T \{z\}\right)^T \end{aligned}$$

Da beide Terme der rechten Seite Skalare sind, jeder von ihnen die Transponierte des anderen ist und weil die Transponierte eines Skalars wieder ein Skalar ist, erhält man

$$\delta S = 2\{z\}^T \left(-([I] - [K] [H]) [P] [H]^T + [K] [R] \right) \delta [K]^T \{z\}.$$

S wird minimiert für alle $\{z\}$, wenn

$$([I] - [K] [H]) [P] [H]^T = [K] [R] \quad (23)$$

bzw.

$$[P] [H]^T - [K] [H] [P] [H]^T - [K] [R] = 0 \text{ ist.}$$

Für $[K]$ ergibt sich

$$[K] = [P] [H]^T ([H] [P] [H]^T + [R])^{-1}. \quad (24)$$

Kombiniert man die Gleichungen (15) und (18), erhält man unter Verwendung von

$$\{y_a\} = [H] \{x_a\}$$

$$\{\hat{x}\} = \{x_a\} + [K] (\{y\} - \{y_a\}). \quad (25)$$

Die Gleichungen (24) und (25) ergeben zusammen die Schätzung minimaler Varianz $\{\hat{x}\}$ aus $\{x_a\}$. Dies wird auch als das sogenannte Measurement Updating bezeichnet. Das bedeutet, daß aus einer vorhandenen a priori Schätzung durch Einbeziehung der entsprechenden Meßwerte die verbesserte Schätzung $\{\hat{x}\}$ gewonnen wird.

Setzt man nun noch (24) in (20) ein, gewinnt man einen Ausdruck für die optimale Fehlerkovarianzmatrix der Schätzung $\{\hat{x}\}$.

$$[Q] = ([I] - [K] [H]) [P] \quad (26)$$

Das noch zu lösende Problem ist das sogenannte Time Updating. Das bedeutet, man möchte ausgehend von einem Zustand, der bekannt ist für einen Zeitpunkt t (dies kann z. B. der Zeitpunkt der letzten Messung sein), den Zustand des Systems für einen Zeitpunkt $t + \Delta t$ vorhersagen. Man sucht also gewissermaßen nach einer a priori Schätzung des Systemzustandes für den Zeitpunkt $t + \Delta t$, die dann durch die Messung, wenn der Zeitpunkt $t + \Delta t$ eingetreten ist, wieder in oben geschilderter, optimaler Weise verbessert werden kann.

Es wird vorausgesetzt, daß sich der Zustandsvektor für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ als lineare Funktion

des Zustandes für den Zeitpunkt t ausdrücken läßt, einschließlich einer Störung $\{w\}_t$ mit der Kovarianzmatrix $[W]_t$, die das in Gleichung (9) eingeführte Systemrauschen repräsentiert. Man schreibt also

$$\{x\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{x\}_t + \{w\}_t, \quad (27)$$

wobei $[\Phi]$ die sogenannte Transitionsmatrix ist.

Läßt man das Systemrauschen (Störvektor $\{w\}$) zunächst unberücksichtigt, erhält man für eine neue a priori Schätzung des Zustandsvektors

$$\{x_a\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{\hat{x}\}_t. \quad (28)$$

Das extrapolierte $\{x_a\}_{t+\Delta t}$ enthält sozusagen das Resümee aller bisherigen Kenntnisse über das zu erwartende $\{x\}_{t+\Delta t}$. Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen wird klar, wenn in Gleichung (28) $\{\hat{x}\}_t$ gemäß Gleichung (19a) durch $\{x\}_t - \{\tilde{x}\}_t$ ersetzt und $[\Phi]_t \{x\}_t$ anschließend gemäß (27) substituiert wird

$$\{x_a\}_{t+\Delta t} = \{x\}_{t+\Delta t} - [\Phi]_t \{\tilde{x}\}_t - \{w\}_t.$$

Auf der rechten Seite steht das gesuchte $\{x\}_{t+\Delta t}$ mit additiv überlagerten "Fehlern" $[\Phi]_t \{\tilde{x}\}_t$ und $\{w\}_t$. Die Kovarianzmatrix der Summe dieser Fehler wird mit $[P]_{t+\Delta t}$ bezeichnet. Es gilt demnach

$$[P]_{t+\Delta t} = E\left[\left([\Phi]_t \{\tilde{x}\}_t + \{w\}_t\right)\left(\{\tilde{x}\}_t [\Phi]_t + \{w\}_t\right)^T\right].$$

Wegen (14a), (14b) und (14c) ist $\{\hat{x}\}_t$ ebenso wie $\{x\}_t$ nicht mit $\{w\}_t$ korreliert. Deshalb verschwindet die Kreuzkovarianz zwischen $\{\hat{x}\}_t$ und $\{w\}_t$ in der obigen Gleichung und es verbleibt:

$$[P]_{t+\Delta t} = [\Phi]_t [Q]_t [\Phi]_t^T + [W]_t \quad (29)$$

mit $[W]_t$ als Kovarianzmatrix des Systemrauschens.

Damit ist das System der Kalman-Filtergleichungen für das thermische Knotenmodell vollständig.

Die Gleichungen und der Ablauf des Algorithmus' werden im folgenden noch einmal im Zusammenhang angegeben.

Die Kalman-Filtergleichungen sind :

$$\{y\}_t = [H]_t \{x\}_t + \{v\}_t \quad (30)$$

$$\{x\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{x\}_t + \{w\}_t \quad (31)$$

$$\{\hat{x}\}_t = \{x_a\}_t + [K]_t (\{y\}_t - \{y_a\}_t) \quad (32)$$

$$\{y_a\}_t = [H]_t \{x\}_t \quad (33)$$

$$[K]_t = [P]_t [H]_t^T ([H]_t [P]_t [H]_t^T + [R]_t)^{-1} \quad (34)$$

$$[Q]_t = ([I] - [K]_t [H]_t) [P]_t \quad (35)$$

$$\{x_a\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{\hat{x}\}_t \quad (36)$$

$$[P]_{t+\Delta t} = [\Phi]_t [Q]_t [\Phi]_t^T + [W]_t \quad (37)$$

Darin bedeuten:

- $\{y\}_t$ Vektor der verrauschten Meßwerte zum Zeitpunkt t
- $\{x\}_t$ Zustandsvektor (unbekannte Parameter) zur Zeit t
- $\{v\}_t$ Vektor des Meßrauschens
- $\{w\}_t$ Vektor des Systemrauschens
- $\{x\}_{t+\Delta t}$ Zustandsvektor (unbekannte Parameter) zur Zeit $t + \Delta t$
- $[H]_t$ Meßmatrix für den Zeitpunkt t
- $\{\hat{x}\}_t$ neue Schätzung des Zustandsvektors nach Verarbeitung der Meßwerte vom Zeitpunkt t (Measurement Update)
- $\{x_a\}_t$ a priori Schätzung des Zustandsvektors (vor der Verarbeitung der Meßwerte vom Zeitpunkt t)
- $[K]_t$ Gewichtsmatrix der Messung (Kalman-Gain)
- $[P]_t$ Fehlerkovarianzmatrix für die Schätzung des a priori Zustandsvektors (Time Update)
- $[Q]_t$ Fehlerkovarianzmatrix für den neu geschätzten Zustandsvektor nach Verarbeitung der Meßwerte vom Zeitpunkt t (Measurement Update)
- $[\Phi]_t$ Transitionsmatrix (Time Update)
- $[R]_t$ Kovarianzmatrix des Meßrauschens
- $[W]_t$ Kovarianzmatrix des Systemrauschens

1. Der Algorithmus läuft folgendermaßen ab:
2. Man beschafft sich einen a priori Wert des Zustandsvektors $\{x_a\}_t$ und seiner zugeordneten Fehlerkovarianzmatrix $[P]_t$ für den Startzeitpunkt t .
3. Die Kalman-Gain unter Verwendung der Gleichung (34) wird berechnet.
4. Die a priori Schätzung $\{x_a\}_t$ vom Zeitpunkt t wird durch die zum Zeitpunkt t gewonnenen Meßwerte $\{y\}_t$ mit Hilfe von Gleichung (32) zu $\{\hat{x}\}_t$ verbessert.
5. Die zugeordnete Fehlerkovarianzmatrix wird mit Gleichung (35) ausgerechnet.
6. Durch Gleichung (36) wird eine Vorhersage des Sytemzustands für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ gemacht. Gleichung (37) liefert die dazu gehörende Fehlerkovarianzmatrix der Prädiktion. Dieses Paar bildet analog zu Schritt 2 den Ausgangspunkt für die nächste Iteration.
7. Die Schritte 2-5 werden jetzt so lange wiederholt, bis die Fehlervarianz der Schätzung einen vorgegebenen Wert unterschreitet oder keine Meßwerte mehr verfügbar sind.

3.3 Die Konditionierung des Kalman-Filters

Die im vorhergehenden Abschnitt hergeleiteten und zusammengestellten Kalman-Filtergleichungen gelten für ein thermisches n -Knotenmodell, das durch ein System von n (gekoppelten) gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben wird.

Die formale Anwendung dieser Filtergleichungen auf ein Knotenmodell wäre zwar mathematisch korrekt, würde aber augenblicklich zu erheblichen numerischen Problemen führen, da die Rechengenauigkeit verfügbarer Digitalrechner zwar hoch, dennoch prinzipiell beschränkt ist.

Mathematik ist eine Wissenschaft, Rechnen ist eine Kunst postuliert R. Zurmühl in [27]. Zur Veranschaulichung der ersten Zielrichtung der Konditionierung des Kalman-Filters, sei zunächst ein Grundgedanke aus [27] kurz zitiert.

Die banale Schülerweisheit, *je weniger Rechnung, desto weniger Fehler*, bleibt gültig. Allerdings ist es nicht die Anzahl von Operationen, die infolge unvermeidlicher Rundungsfehler ein Ergebnis verfälscht, sondern die Länge einer Operationskette gibt den wesentlichen Ausschlag für die Stabilität einer Rechnung. Man betrachtet zum Beispiel das Matrizenprodukt

$$\{y\} = [A]\{x\}, \quad (38)$$

in dem die $n \times b$ Matrix $[A]$ von relativ geringer Breite b (Spaltenzahl), aber hoher Ordnung n (Zeilenzahl) sein soll. Die Komponenten y_i des Vektors $\{y\}$ sind die n voneinander unabhängigen Skalarprodukte

$$y_i = a_{i,i-b}x_{i-b} + \dots + a_{i,i}x_i + a_{i,i+1}x_{i+1} + \dots + a_{i+b}x_{i+b} \quad (39)$$

der Länge $2b+1$, die sich um so genauer berechnen lassen, je kleiner die Breite b , je kürzer also die einzelne Kette ist. Man nennt diese Art der Berechnung Vorwärtseinsetzen oder Vorwärtsrechnen. Dagegen besteht die umgekehrte Aufgabe, die Ermittlung von

$$\{x\} = [A]^{-1}\{y\} \quad (40)$$

aus einer einzigen Produktkette von großer Länge, wobei die Anzahl der Gesamtoperationen exakt die gleiche ist wie die zur Errechnung des Vektors $\{y\}$.

Während außerdem die Vorwärtsrechnung nach (38) keine Division erfordert, zerstört die Umkehraufgabe (40) im allgemeinen vom ersten Schritt an infolge der erforderlichen Divisionen (etwa vorgegebene) Ganzzahligkeit und zwingt dadurch zur Aufrundung; ein Prozeß der bei der Vorwärtsrechnung lange hinausgeschoben, bei kurzen Ketten oft ganz vermieden werden kann [27].

Neben ihrer hohen Komplexität, also der zu erwartenden sehr langen Operationsketten, implizieren die im vorangegangenen Abschnitt hergeleiteten, speziellen Filtergleichungen für ein thermisches Knotenmodell eine zusätzliche Divergenzgefahr des Filters.

Ein dynamisches System wird ganz allgemein durch die Bewegungsgleichung (5) im Zustandsraum beschrieben (siehe Abschnitt 3.1).

$$\frac{d\{x\}}{dt} = [F]\{x\} + [D]\{w\} + [G]\{u\},$$

dabei ist $\{x\}$ der Zustandsvektor und $\{u\}$ der sogenannte Steuereingangsvektor oder Stellvektor, $[F]$ ist die die Dynamik des Systems bestimmende Transitionsmatrix. Die Steuereingangsmatrix $[G]$ bestimmt, in welchen Linearkombinationen die Stellgrößen auf die Komponenten des Zustandsvektors einwirken. Der Störvektor $\{w\}$ und die Störeingangsmatrix $[D]$ berücksichtigen Systemstörungen.

Die hergeleiteten Filtergleichungen für ein thermisches Knotenmodell basieren aber auf einem Systemmodell, das sich durch die Abwesenheit von Steuergrößen auszeichnet (31):

$$\{x\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{x\}_t + \{w\}_t.$$

Das Fehlen der Stellgrößen beim Time Updating der Fehlerkovarianzmatrix des Zustandsvektors und die Tatsache, daß die Fehlervarianzen des geschätzten Zustands bei konvergierendem Filter immer kleiner werden, führt schließlich zu einer nahezu verschwindenden (singulären) Fehlerkovarianzmatrix $[P]$ des Systemzustands. Dadurch wird der Filteralgorithmus extrem empfindlich für Rundungsfehler.

Diese Rundungsfehler können den Verlust der nichtnegativen Definitheit der Matrix $[P]$ verursachen.

Dies kann zu negativen Diagonalelementen von $[P]$ führen, also zu negativen Fehlervarianzen des Schätzfehlers. Negative Quadrate des Schätzfehlers sind gewiß ein schmerzhafter Hinweis auf die eingetretene Sinnlosigkeit der Schätzergebnisse.

Das sukzessive Verschwinden der Matrix $[P]$ zieht außerdem die drastische Verkleinerung der Kalman-Gain-Matrix $[K]$ (34) nach sich

$$[K]_t = [P]_t [H]_t^T \left([H]_t [P]_t [H]_t^T + [R]_t \right)^{-1}$$

und somit die Desensibilisierung des Filters für neue Meßwerte, da die Gleichung für das Measurement Update (32)

$$\{\hat{x}\}_t = \{x_a\}_t + [K]_t (\{y\}_t - \{y_a\}_t)$$

sich dann reduziert auf annähernd

$$\{\hat{x}\}_t = \{x_a\}_t.$$

Die Meßwerte $\{y\}_t$ bleiben völlig unberücksichtigt.

All dies bedeutet, daß genau dann, wenn die Schätzung des Systemzustandes exakt zu werden beginnt, also mit dem tatsächlichen Systemzustand (annähernd) übereinstimmt, der Algorithmus divergiert.

Das generelle Ziel einer Konditionierung des Kalman-Filters muß deshalb möglichst die Vermeidung aller oben beschriebenen Nachteile sein.

Ein solcher Ansatz ist von mir gefunden worden und wird im Folgenden beschrieben.

3.3.1 Separation in Einzelfilter

Man betrachtet das System der n Knotengleichungen (7)

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_i}{C_i} + \sum_{i \neq j} \frac{GL(i,j)}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} \frac{GR(i,j)}{C_i} (T_j^4 - T_i^4)$$

wobei $i = 1 \dots n$ ist. n ist die Knotenanzahl.

Es handelt sich um ein System gewöhnlicher (gekoppelter) Differentialgleichungen erster Ordnung. Allerdings sind es nichtlineare Differentialgleichungen, verursacht durch die Terme $(T_j^4 - T_i^4)$.

Betrachtet man nun aber nur die für den Knoten i zuständige Gleichung, erkennt man, daß alle möglichen Wechselwirkungen des Knotens i mit den (restlichen) Knoten j innerhalb dieser Gleichung berücksichtigt sind.

Die i -te Differentialgleichung enthält somit alle Einflüsse des Gesamtsystems, die für den Knoten i relevant sind.

Dies ist der Ansatzpunkt für die Formulierung von "kleinen", auf den jeweiligen Knoten i bezogenen Kalman-Filtern, die ohne Informationsverlust nacheinander (off-line) abgearbeitet werden können. Das sehr komplexe Kalman-Filter für n Knoten zerfällt folglich in n Einzelfilter deutlich geringerer Komplexität. Der Zustand des Gesamtsystems kann aus den Einzelzuständen aller Knoten rekonstruiert werden.

Aber nicht der Systemzustand insgesamt ist Ziel der Wünsche, auch nicht der Einzelzustand des Knotens i .

Es besteht lediglich Interesse an den Parametern, welche die Knotentemperatur des betrachteten Knotens i beeinflussen, also den Wärmeaustausch zwischen beteiligten Knoten beschreiben.

Die Temperatur des betrachteten Knotens und die Temperaturen aller mit ihm wechselwirkenden Nachbarknoten j stehen ja bereits als Ergebnis eines Weltraumsimulationstests für diskrete Zeitpunkte (z. B. alle 0,25 min) und innerhalb eines größeren Zeitintervalls (z. B. 10h) bei der Annäherung des Gesamtmodells an ein thermisches Gleichgewicht zur Verfügung. Sie sind also bis auf unvermeidbare Meßfehler bekannt.

Die Temperatur des betrachteten Knotens selbst, die ebenfalls eine Komponente des Zustandsvektors ist, wird zwar durch den Filterprozeß (sukzessive) von ihrem Meßrauschen befreit, aber dieser Effekt ist für die vorliegende Arbeit sekundär.

Alle gemessenen Knotentemperaturen seien hier zunächst als fehlerfrei angesehen.

Der Einfluß der Meßfehler wird später besprochen.

Die Verfügbarkeit der Knotentemperaturen durch Messung an einer realen Struktur (Thermal Engineering Model) beseitigt die Probleme mit den Nichtlinearitäten der Terme $(T_j^4 - T_i^4)$.

Auf der linken Seite der hier betrachteten i -ten Knotengleichung (7) steht die Ableitung der i . Knotentemperatur.

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_i}{C_i} + \sum_{i \neq j} \frac{GL(i,j)}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} \frac{GR(i,j)}{C_i} (T_j^4 - T_i^4)$$

Auf der rechten Seite gibt es neben den gesuchten Parametern Q_i/C_i , $GL(i,j)/C_i$ und $GR(i,j)/C_i$, die in linearer Form vorliegen, nur noch Funktionen von gemessenen Temperaturen, also bekannte Größen.

Man formuliert nun analog zu (8) einen Zustandsvektor. Da sich das zu formulierende Kalman-Filter nun (nur noch) auf den i -ten Knoten bezieht, treten alle mit i indizierten Elemente von (8) nur noch einmal auf. Der Index i kann entfallen. Die Anzahl der Komponenten des Zustandsvektors verringert sich von $2n + 2(n-1)^2$ auf $2n$:

$$\{x\} = \left\{ T, \frac{Q}{C}, \frac{GL(j)}{C}, \dots, \frac{GR(j)}{C} \right\}^T. \quad (41)$$

Es gilt nach wie vor die Systemgleichung (9)

$$\frac{d\{x\}}{dt} = [F]\{x\} + \{w\}.$$

Die Terme $(T_j - T)$ und $(T_j^4 - T^4)$ versammeln sich in der Systemmatrix $[F]$ und werden aus den gemessenen Knotentemperaturen erstellt. Die Störung, die durch die Verwendung (unvermeidlich fehlerhaft) gemessener Knotentemperaturen in der Systemmatrix verursacht wird, wird durch die Störung $\{w\}$ berücksichtigt. $\{w\}$ ist jetzt ebenso wie $\frac{d\{x\}}{dt}$ ein Skalar. Die Systemmatrix $[F]$ ist nur

noch eine Zeilenmatrix, deren Dimension sich von $(2n + 2(n-1)^2) \times (2n + 2(n-1)^2)$ auf $1 \times 2n$ in drastischer Weise verringert hat.

Eine analoge Dimensionserniedrigung wird an alle Vektoren und Matrizen, die an der Formulierung des Kalman-Filters (30)...(37) beteiligt sind, "durchgereicht".

Die angestrebte, drastische Verkürzung von Operationsketten ist damit vollzogen.

Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, daß die zu invertierende Matrix bei der Berechnung der Kalman-Gain (34)

$$\left([H]_t [P]_t [H]_t^T + [R]_t \right)^{-1}$$

auf ein Skalar "schrumpft".

Aus der problematischen Inversion einer sich der Singularität nähernden Matrix, wird dadurch eine gewöhnliche Division.

Die Divergenzgefährdung des Filters durch den (allmählichen) Verlust der nichtnegativen Definitheit der Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung kann durch die vorgenommene Zerlegung in Einzelfilter ebenfalls mathematisch (und numerisch) konsequent beseitigt werden.

3.3.2 Die Faktorierung der Fehlerkovarianzmatrix

Die Fehlerkovarianzmatrix der a priori Schätzung $[P]_t$ sowie deren Measurement Update (35)

$$[Q]_t = ([I] - [K]_t [H]_t) [P]_t$$

sind symmetrische, nichtnegativ definite Matrizen.

Für die Erhaltung dieser Eigenschaft ist eine erhöhte Rechengenauigkeit (z. B. double precision) sicher hilfreich, aber sie wird nur den Zeitpunkt hinausschieben, von dem an die Rundungsfehler signifikante Folgen haben.

Eine unmittelbar wirksame Methode ist die Verwendung der Gleichung (20) zum Measurement Update der Fehlerkovarianzmatrix $[P]_t$ anstelle von (35)

$$[Q] = ([I] - [K] [H]) [P] ([I] - [K] [H])^T + ([K] [R] [K]^T)$$

Wegen ihrer Symmetrie ist diese Gleichung weniger empfindlich für Rundungsfehler als die Gleichung (35) [28]. Man spricht vom sogenannten stabilisierten Kalman-Filter [8].

Die konsequenteste Methode zur Erhaltung der nichtnegativen Definitheit von $[Q]_t$ bzw. $[P]_t$ ist allerdings nur dann anwendbar, wenn die den Filterprozeß stützende Messung für jeden Iterationsschritt ein Skalar ist. Aber genau das konnte durch die Aufspaltung des Problems in Einzelfilter erreicht werden.

Die folgende Herleitung zur Zerlegung der Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung wurde im wesentlichen [28] entnommen.

Die Matrix $[Q]_t$ ist symmetrisch und nichtnegativ definit, sie kann daher als Produkt einer nichtnegativen Matrix $[\Pi]_t$ und ihrer Transponierten dargestellt werden.

$$[Q]_t = [\Pi]_t [\Pi]_t^T \tag{42}$$

oder gemäß (35)

$$[\Pi]_t [\Pi]_t^T = [P]_t - [K]_t [H]_t [P]_t \tag{43}$$

Die gleiche Zerlegung ist für die Matrix $[P]_t$ anwendbar

$$[P]_t = [\Theta]_t [\Theta]_t^T. \quad (44)$$

Aus der Gleichung (43) erhält man unter Verwendung von (44) und der Gleichung für die Kalman-Gain $[K]_t$ (34)

$$[\Pi]_t [\Pi]_t^T = [\Theta]_t \left([I] - [\Theta]_t^T [H]_t^T ([H]_t [\Theta]_t [H]_t^T + [R]_t)^{-1} [H]_t [\Theta]_t \right) [\Theta]_t^T. \quad (45)$$

Eine Rekursionsbeziehung für $[\Pi]_t$ läßt sich ableiten, wenn es nur eine Beobachtungsgröße gibt. In diesem Fall ist der Term $([H]_t [P]_t [H]_t^T + [R]_t)$ ein Skalar. Er möge definiert sein als

$$r_t = ([H]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [H]_t^T + [R]_t). \quad (46)$$

Damit wird (45) zu

$$[\Pi]_t [\Pi]_t^T = [\Theta]_t \left([I] - \frac{1}{r_t} [\Theta]_t^T [H]_t^T [H]_t [\Theta]_t \right) [\Theta]_t^T. \quad (47)$$

Der Term in Klammern wird in Faktoren zerlegt

$$[I] - \frac{1}{r_t} [\Theta]_t^T [H]_t^T [H]_t [\Theta]_t = ([I] - a_t [\Theta]_t^T [H]_t^T [H]_t [\Theta]_t) ([I] - a_t [\Theta]_t^T [H]_t^T [H]_t [\Theta]_t)^T. \quad (48)$$

Dabei ist a_t ein vorerst noch unbekannter Skalar. Durch Ausmultiplizieren und Umsortieren ergibt sich

$$[I] - \frac{1}{r_t} [\Theta]_t^T [H]_t^T [H]_t [\Theta]_t = [I] - a_t (2 - a_t [H]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [H]_t^T) [\Theta]_t^T [H]_t^T [H]_t [\Theta]_t, \quad (49)$$

Die Betrachtung des mit runden Klammern versehenen Terms von (49) zeigt, daß

$$[H]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [H]_t^T$$

ein Skalar sein muß. Man sieht außerdem, daß

$$a_t \left(2 - a_t [\mathbf{H}]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T \right) = \frac{1}{r_t} \quad (50)$$

sein muß, damit (48) eine Gleichung ist.

(49) ist aber nichts anderes als eine quadratische Gleichung in a_t ,

$$\left([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T \right) a_t^2 - 2a_t + \frac{1}{r_t} = 0. \quad (51)$$

Sie hat folgende Lösungen

$$a_t = \frac{1 + \left(\frac{[\mathbf{R}]_t}{r_t} \right)^{\frac{1}{2}}}{[\mathbf{H}]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T} \text{ und}$$

$$a_t = \frac{1 - \left(\frac{[\mathbf{R}]_t}{r_t} \right)^{\frac{1}{2}}}{[\mathbf{H}]_t [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T}. \quad (52)$$

Die Lösung (52) soll für die weiteren Rechnungen verwendet werden, da sie die für die Matrix $[\Pi]_t$ vorausgesetzte Eigenschaft, nicht negativ definit zu sein, gewährleistet. Aus (47) und (48) läßt sich unter Verwendung der eben gefundenen Lösung für a_t eine Rekursionsbeziehung für $[\Pi]_t$ angeben

$$[\Pi]_t = [\Theta]_t \left([\mathbf{I}] - a_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T [\mathbf{H}]_t [\Theta]_t \right) \quad (53)$$

Das System der im Abschnitt 3.2 angegebenen Kalman-Filtergleichungen (30)-(37) und der Ablauf des Algorithmus' muß jetzt leicht modifiziert werden.

1. Man beschafft sich einen a priori Wert des Zustandsvektors $\{x_a\}_t$ und seiner Fehlerkovarianzmatrix $[\mathbf{P}]_t$ für den Startzeitpunkt t . Eine Zerlegung dieser Matrix in Faktoren gemäß (44)

$$[\mathbf{P}]_t = [\Theta]_t [\Theta]_t^T$$

wird vorgenommen.

2. Die Kalman-Gain unter Verwendung von

$$[\mathbf{K}]_t = [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T \left(([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t) ([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t)^T + [\mathbf{R}]_t \right)^{-1} \quad (54)$$

wird berechnet.

3. Die a priori Schätzung $\{\mathbf{x}_a\}_t$ vom Zeitpunkt t wird durch die zum Zeitpunkt t gewonnenen Meßwerte $\{\mathbf{y}\}_t$ mit Hilfe der Gleichung

$$\{\hat{\mathbf{x}}\}_t = \{\mathbf{x}_a\}_t + [\mathbf{K}]_t (\{\mathbf{y}\}_t - [\mathbf{H}]_t \{\mathbf{x}\}_t) \quad (55)$$

zu $\{\hat{\mathbf{x}}\}_t$ verbessert.

4. Die zugeordnete Fehlerkovarianzmatrix wird mit der Gleichung (53)

$$[\mathbf{\Pi}]_t = [\Theta]_t \left([\mathbf{I}] - a_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T [\mathbf{H}]_t [\Theta]_t \right)$$

berechnet.

5. Durch die Gleichung (36)

$$\{\mathbf{x}_a\}_{t+\Delta t} = [\mathbf{\Phi}]_t \{\hat{\mathbf{x}}\}_t$$

wird eine Vorhersage des Systemzustandes für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ gemacht. Die Gleichung

$$[\Theta]_{t+\Delta t} = [\mathbf{\Phi}]_t [\mathbf{\Pi}]_t [\mathbf{\Phi}]_t^T + [\mathbf{W}]_t^* \quad)^1 \quad (56)$$

liefert die dazu gehörige (in Faktoren zerlegte) Fehlerkovarianzmatrix der Prädiktion.

Dieses Paar bildet analog zu Schritt 2 den Ausgangspunkt für die nächste Iteration.

6. Die Schritte 2...5 werden jetzt so lange wiederholt, bis die Fehlervarianz der Schätzung einen vorgegebenen Wert unterschreitet bzw. keine Meßwerte mehr verfügbar sind.

Der so konditionierte Kalman-Algorithmus verwendet die Fehlerkovarianzmatrizen der Zustandsschätzungen als Produkte von Matrizen mit ihren Transponierten. Die *numerische* Realisierung solcher Multiplikationen führt *immer* auf nichtnegativ definite Matrizen.

Der allmähliche Verlust dieser wichtigen Eigenschaft durch Rundungsfehler ist somit ausgeschlossen.

3.3.3 Die Verwendung der Ableitung der Knotentemperatur als Beobachtungsgröße

Basis für die folgenden Betrachtungen sind die in den beiden vorangegangenen Abschnitten gemachten Dimensionsreduzierungen des Knotenmodells und die Divergenzunterdrückung des Filters, also die Filtergleichungen (36), (44) und (53)-(56). Ausgangspunkt für die Überlegung ist die Knotengleichung für den betrachteten Knoten

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4). \quad (57)$$

¹ Im Abschnitt 3.3.4.1 wird die besondere Gestalt der Kovarianzmatrix des Systemrauschens $[\mathbf{W}]_t$ erläutert. Dort wird ersichtlich, daß $[\mathbf{W}]_t^* = [\sqrt{\mathbf{W}(1,1)}]$ ist.

Würde man diese Gleichung formal in der Gestalt von der in Abschnitt 3.1 eingeführten Beobachtungsgleichung (6)

$$\{y\} = [H]\{x\} + \{v\}$$

aufschreiben, muß die zeitliche Ableitung der Knotentemperatur zur (skalaren) Beobachtungsgröße $\{y\}$ werden. Verzichtet man außerdem auf die Knotentemperatur als Komponente des Zustandsvektors (41), enthält dieser nur noch die tatsächlich gesuchten Parameter

$$\{x\} = \left\{ \frac{Q}{C}, \frac{GL(j)}{C}, \dots, \frac{GR(j)}{C}, \dots \right\}^T.$$

Die T und T_j tauchen nur noch in der Beobachtungsmatrix $[H]$ in Termen $(T_j - T)$ u. $(T_j^4 - T^4)$ auf.

Dadurch ist die Beobachtungsmatrix jetzt nicht mehr stationär wie in (10), muß also für die gewünschten Zeitpunkte aus den gemessenen Knotentemperaturen ausgerechnet werden.

Da der Zustandsvektor jetzt keine zeitabhängigen Komponenten mehr hat, wird die Transitionsmatrix $[\Phi]$ zur Einheitsmatrix. Dadurch entfällt die gesamte Time Updating Prozedur (36) und (55). Die in der Beobachtungsmatrix stehenden Knotentemperaturen werden zunächst wieder als "fehlerfrei gemessen" angesehen. Die im Kalman-Filter benötigte Meßgröße ist jetzt die zeitliche Ableitung der Knotentemperatur

$\frac{dT}{dt}$ und das Rauschen dieser Ableitung ist der im Filter verarbeitete Meßfehler $\{v\}$ der Beobachtungsgleichung (6).

Die Dynamik des Systems ist somit ganz in die Beobachtungs- oder Meßmatrix verlegt worden.

Daß der auf diese Weise entstandene Spezialfall des Kalman-Filters identisch ist mit dem sogenannten Regressionsfilter, wird in [23] nachgewiesen.

Es verbleibt allerdings die Aufgabe, die für das Filter benötigte Beobachtungsgröße $\frac{dT}{dt}$ aus der gemessenen Knotentemperatur T zu gewinnen.

Als ein vielversprechendes Verfahren zur numerischen Differentiation wurde zunächst das Romberg-Verfahren ausgewählt [24]. Dieses Verfahren sucht für eine Funktion $T(t)$, deren Funktionswerte für eine begrenzte Anzahl von Stützstellen in einem Intervall $[t_1, t_2]$ bekannt sein müssen, einen Näherungswert für \dot{T} an der Stelle $t = t_0 \in [t_1, t_2]$. Dies geschieht, indem durch fortgesetzte Halbierung einer Schrittweite h und geeigneter Linearkombination zugehöriger Approximationen $\dot{T}(t_0)$ Näherungswerte höherer Fehlerordnung für $\dot{T}(t_0)$ erzeugt werden. Mit $h_j = h/2^j$ für $j = 1, 2, \dots$, d.h. $h_{j+1} = h_j/2$ werden sogenannte zentrale Differenzenquotienten

$$D_j^{(0)}(T) = \frac{T(t_0 + h_j) - T(t_0 - h_j)}{2h_j} \quad (58)$$

gebildet und mit ihnen Linearkombinationen

$$D_j^{(k)}(T) = \frac{1}{2^{2k} - 1} (2^{2k} D_{j+1}^{(k-1)}(T) - D_j^{(k-1)}(T)) \quad (59)$$

für $j = 0, 1, 2, \dots$ und $k = 1, 2, \dots, n-1$, wobei das größtmögliche n sich aus der Voraussetzung ergibt, daß $T(t)$ im Intervall $[t_1, t_2]$ n mal stetig differenzierbar sein soll. Dann gilt Differentiation nach Romberg [24]:

$$\dot{T}(t_0) = D_j^k(T) + O(h_j^{2k+2}), \quad (60)$$

so daß $D_j^k(T)$ ein Näherungswert der Fehlerordnung h_j^{2k+2} für $\dot{T}(t_0)$ ist.

Bei zu kleinen Werten von h wird das Resultat durch Rechenfehler infolge Auslöschung sicherer Stellen bei der Bildung der $D_j^k(T)$ verfälscht.

Der Algorithmus ist stabil, solange die Werte $D_j^k(T)$ mit wachsendem j sich monoton verhalten; wenn sie zu oszillieren beginnen, ist die Rechnung abubrechen.

Ein wesentlicher Vorzug des Verfahrens liegt darin, daß sich durch die fortgesetzte Halbierung der Schrittweite schließlich einmal der Wert h_i einstellt, für den Verfahrensfehler und Rundungsfehler etwa gleich groß werden. Wenn die Oszillation beginnt, ist dieser Wert bereits überschritten, und es überwiegen die Rundungsfehler. [24]

Die Güte des Verfahrens wurde an einer analytischen Funktion [18] untersucht, die dem zeitlichen Verlauf einer Knotentemperatur bei der Annäherung an das Temperaturgleichgewicht angepaßt wurde

$$T(t) = (T_0 - \vartheta)e^{-\beta t} + \vartheta. \quad (61)$$

Darin ist T_0 eine Starttemperatur, ϑ die Gleichgewichtstemperatur für den betrachteten Knoten und β ein Parameter, der durch die thermische Trägheit des Knotens und seine Kopplung zu anderen Knoten bestimmt wird.

Mit den Parameterwerten $T_0 = 272\text{K}$, $\vartheta = 298\text{K}$ und $\beta = 0,0005$ für $t = 1, 2, \dots, 72000\text{s}$ erhält man die Näherung eines typischen Knotentemperaturverlaufes. Die Ableitung

$$\dot{T}(t) = -\beta(T_0 - \vartheta)e^{-\beta t} \quad (62)$$

wird zum Vergleich mit "Romberg" verwendet. Die Anstiege der Funktion bewegen sich für die gewählten Parameter und den festgelegten Wertebereich zwischen 10^{-2} und 10^{-18} . Bei der Verwendung unverrauschter Funktionswerte der Funktion (61) und 10 Halbierungen der Schrittweite h ergibt sich eine Abweichung zwischen "Originalableitung" (62) und der numerisch gewonnenen "Rombergableitung" erst ab der 10. Nachkommastelle der Mantisse. Eine hervorragende Übereinstimmung.

Die Kalman-Filterung synthetisch generierter (also quasi unverrauschter) Knotentemperaturverläufe eines 4-Knotenmodells und die Verwendung der "Rombergableitungen" als Beobachtungsgrößen brachte dann auch sehr gute Übereinstimmungen zwischen wahren und ermittelten Wärmeaustauschparametern des Modells.

Die Überlagerung der Funktionswerte (61) mit einem normalverteilten Rauschen (Standardabweichung $\sigma = 0,1$) führte allerdings zu völlig unakzeptablen Differenzen zwischen beiden Ableitungen, nämlich Abweichungen $> 20\%$ für Anstiege $< 10^{-3}$!

Solche Anstiege und Meßgenauigkeiten sind aber durchaus typisch bei der Betrachtung realer thermischer Knotenmodelle.

Die Verwendung der "Rombergableitung" als Beobachtungsgröße im Kalman-Filter mußte daher verworfen werden.

Um die Vorteile des Regressionsfilters nicht aufzugeben, wurde nach einer alternativen Differentiationsmethode der gemessenen Knotentemperaturen gesucht.

Die Verwendung von Interpolationspolynomen zur Beschreibung der gemessenen Knotentemperaturen war naheliegend.

Bei vollzogener Interpolation der Messungen stehen dann nicht nur Funktionswerte und Ableitungen an den Stützstellen, sondern auch zwischen den Stützstellen zur Verfügung. Die Häufigkeit der Knotentemperaturmessung kann so ggf. verringert werden.

Die Möglichkeit, bei der Interpolation der Knotentemperaturen durch kubische Splines zusätzlich eine Glättung der verrauschten Temperaturverläufe zu veranlassen, machte die in [25] und [26] gefundene Methode gegenüber dem verworfenen Romberg-Verfahren besonders attraktiv. Die Herleitung dieses glättenden Algorithmus' kann den angegebenen Quellen entnommen werden. Seine Wirkungsweise soll hier nur kurz skizziert werden.

Für einen an den Stützstellen t_i (numerisch) bekannten funktionalen Zusammenhang $T(t_i)$ mit $i = 0 \dots n$ wird eine glättende Funktion $f(t)$ konstruiert, die das Integral

$$\int_{t_0}^{t_n} g''(t)^2 dt \quad (63)$$

für alle Funktionen $g(t)$ minimiert und zwar derart, daß

$$\sum_{i=0}^n \left(\frac{g(t_i) - T_i}{\delta T_i} \right)^2 \leq S \quad (64)$$

ist.

Wenn für die δT_i die Standardabweichung der gemessenen Knotentemperaturen verwendet wird, liegt S innerhalb des Konfidenzintervalls

$$N - (2N)^{\frac{1}{2}} \leq S \leq N + (2N)^{\frac{1}{2}}, \quad (65)$$

wobei $N = n + 1$ ist.

Der Parameter S bestimmt die Intensität der Glättung.

Der Fall $S = 0$ beschreibt die Interpolation durch kubische Splines ohne Glättungseffekt.

Der Algorithmus [25] liefert folgendes Ergebnis:

$$f(t) = a_i + b_i(t - t_i) + c_i(t - t_i)^2 + d_i(t - t_i)^3, \quad (66)$$

mit $t_i \leq t < t_{i+1}$ für $i = 0, \dots, n-1$ und außerdem $a_n = f(t_n)$ und $c_n = 0$.

Die a_i, b_i, c_i und d_i sind die sogenannten Spline-Koeffizienten der die Meßwerte (Stützstellen) glättenden Funktion $f(t)$.

Man erkennt sofort, daß für die Stützstellen ($t = t_i$)

$$f(t_i) = a_i$$

gilt. Nach kurzer Rechnung erhält man außerdem, daß

$$f'(t_i) = b_i \text{ an der Stelle } t = t_i \text{ ist.}$$

Die Verwendbarkeit des Algorithmus wurde wieder an der Funktion (61) und deren Ableitung (62) untersucht.

Die Anwendung der Prozedur auf unverrauschte Funktionswerte brachte bereits bei der Einbeziehung von nur 10 Stützstellen eine Übereinstimmung zwischen Originalableitung und Spline-Ableitung bis zur 9. Nachkommastelle der Mantisse, also eine ebenso hohe Genauigkeit wie das Romberg-Verfahren, allerdings ohne zeitlich weit entfernte Stützstellen einbeziehen zu müssen.

Die Verwendung verrauschter Funktionswerte ($\sigma = 0,1$) führte freilich zu ebenso unbefriedigenden Ergebnissen wie das Romberg-Verfahren.

Die Abweichungen von der Originalableitung wurden zwar geringer bei der Einbeziehung von mehr Stützstellen, aber bei Werten der Originalableitung $\leq 6 \cdot 10^{-4}$ traten bei der Spline-Ableitung bereits Abweichungen von 30% auf. Es wurden 381 Stützstellen einbezogen und der Glättungsparameter lag mit $S = 380$ in der Mitte des Konfidenzintervalls (65).

Bei noch kleinerer Originalableitung traten immer häufiger negative Spline-Ableitungen auf. Ein "Restrauschen" ließ sich auch durch starke Glättung ($S \cong 1000$) nicht unterdrücken. Die doppelte Anwendung der Prozedur (Spline of Spline) auf die Stützstellen veranlaßte eine Schwingung der Spline-Ableitung von etwa $\pm 50\%$ um ihren wahren Wert.

Der Versuch die zeitlichen Ableitungen von verrauschten Knotentemperaturen als Meßgrößen für das Kalman-Filter zu verwenden, ist gescheitert.

Die Tatsache, daß die "Rauhigkeit" einer Funktion $f(t)$ bei der Verwendung ihrer Ableitung $f'(t)$ noch spürbarer wird, läßt sich für die gewünschte Anwendung auch durch so robuste Verfahren wie "Romberg" oder "glättende Splines" nicht unterdrücken.

Die Nutzung der gemessenen Knotentemperaturen als Beobachtungsgrößen für das Kalman-Filter mit der damit einhergehenden Unannehmlichkeit einer Time Updating Prozedur ist offensichtlich unvermeidbar.

3.3.4 Die Knotentemperatur als Beobachtungsgröße

Wenn in vorangegangenen Abschnitten von der Verwendung der Knotentemperatur als Beobachtungsgröße die Rede war, so ist nie detailliert worden, was dies tatsächlich bedeutet. Basis für die folgenden Überlegungen ist wieder die Knotengleichung (57)

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4)$$

Aus dieser Gleichung kann, wie im Abschnitt 3.3.1 bereits besprochen, durch Verwendung der gemessenen Knotentemperaturen die (lineare) Systemgleichung (9)

$$\frac{d\{x\}}{dt} = [F]\{x\} + \{w\}$$

formuliert werden. Der Zustandsvektor $\{x\}$ (41) enthält die Knotentemperatur des betrachteten Knotens als erste Komponente

$$\{x\} = \left\{ T, \frac{Q}{C}, \frac{GL(j)}{C}, \dots, \frac{GR(j)}{C} \right\}^T.$$

Das im Kalman-Filter verwendete Time Updating (31)

$$\{x\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{x\}_t + \{w\}_t$$

mit $[\Phi]$ als Transitionsmatrix gibt eine Rechenvorschrift an, wie aus der Knotentemperatur und den Wärmeaustauschparametern zu einem Zeitpunkt t die Knotentemperatur und die Austauschparameter für einen Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechnet werden können. Diese Berechnung wird dann mit einer Messung der Knotentemperatur verglichen, die Schätzung des Zustandes dadurch verbessert usw.

Bedauerlicherweise läßt sich die Knotengleichung bzw. die Systemgleichung wegen ihrer nichtlinearen Anteile nicht analytisch integrieren. Es bleiben nur numerische Verfahren übrig.

Numerische Ansätze zur Lösung dieses Problems sind den transienten Lösungsroutinen von ESATAN [3] entnommen worden. Es gibt hier zwei brauchbare Ansätze.

Zur einfacheren Darstellung des Vorgehens wird zunächst eine Substitution eingeführt. Die rechte Seite der Knotengleichung (57) soll durch Ψ substituiert werden

$$\Psi = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4). \quad (67)$$

Die zu lösende Gleichung heißt jetzt

$$\frac{dT}{dt} = \Psi. \quad (68)$$

In [3] wird zur sogenannten Vorwärtsiteration der folgende Ansatz gemacht

$$\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} = \Psi_t. \quad (69)$$

Er besagt, daß die Knotentemperatur für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ gänzlich aus Werten berechnet wird, die für den Zeitpunkt t bekannt sein müssen

$$T_{t+\Delta t} = T_t + \Delta t \Psi_t. \quad (70)$$

Da hier die Kurvensekante für die Zeitpunkte t und $t + \Delta t$ mit der Kurventangente für den Zeitpunkt t gleichgesetzt wird, ist dieser Ansatz nur für beschränkte Schrittweiten Δt anwendbar. Es kann gezeigt werden, daß er stabil ist, wenn das folgende Kriterium erfüllt wird

$$\Delta t < \sum \frac{C}{GL(j)} + \sum \frac{C}{GR(j)} (T_j^2 + T^2)(T_j + T). \quad (71)$$

Der zweite interessante Ansatz ist das sogenannte Crank-Nicholson-Schema

$$\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} = \frac{1}{2}(\Psi_t + \Psi_{t+\Delta t}). \quad (72)$$

Hier wird die Kurvensekante durch den Mittelwert der beiden Kurventangenten in den Schnittpunkten der Kurve mit der Sekante approximiert.

Auf die Nähe zum Mittelwertsatz der Differentialrechnung [29] sei hier am Rande hingewiesen.

Zum Vergleich der Approximationsgüte der beiden Ansätze müssen zunächst einige Vorbetrachtungen gemacht werden.

Ausgangspunkt ist die Gleichung (68)

$$\frac{dT}{dt} = \Psi.$$

Man fixiert nun einen beliebigen Punkt t auf der Zeitachse und verwendet außerdem die Punkte $t - \Delta t$ und $t + \Delta t$ zur Approximation des Differentialquotienten aus (68).

Man kann zunächst zwei Ausdrücke formulieren

$$\frac{dT^{(+)}}{dt} = \frac{T(t+\Delta t) - T(t)}{\Delta t} = \Psi^{(+)}, \quad (73)$$

$$\frac{dT^{(-)}}{dt} = \frac{T(t) - T(t-\Delta t)}{\Delta t} = \Psi^{(-)}. \quad (74)$$

Die Linearkombination von (73) und (74) ist ebenfalls eine Differenzenapproximation für $\frac{dT}{dt}$,

$$\frac{dT}{dt} = \sigma \Psi^{(+)} + (1 - \sigma) \Psi^{(-)}. \quad (75)$$

Dabei ist σ eine beliebige reelle Zahl. (Es gibt also unendlich viele Approximationen.) Für $\sigma = 1$ bzw. 0 bekommt man wieder (73) bzw. (74).

Für $\sigma = 0,5$ erhält man die sogenannte zentrale Differenzenableitung

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T(t+\Delta t) - T(t-\Delta t)}{2\Delta t} = \frac{1}{2}(\Psi^{(+)} + \Psi^{(-)}). \quad (76)$$

Es ist nun zu klären, welche Approximationsfehler mit der Verwendung der Ansätze (73),(74) und (76) einhergehen. Dazu ersetzt man $T(t+\Delta t)$ in (73),(74) und (76) durch den Anfang der Taylorreihe

$$T(t \pm \Delta t) = T(t) \pm \Delta t T'(t) + \frac{\Delta t^2}{2} T''(t) + O(\Delta t^3).$$

Es wird dabei stillschweigend vorausgesetzt, daß die Funktion $T(t)$ in einer gewissen Umgebung von t hinreichend glatt ist.

Man erhält

$$\begin{aligned} \frac{T(t+\Delta t) - T(t)}{\Delta t} &= T'(t) + \frac{\Delta t}{2} T''(t) + O(\Delta t^2), \\ \frac{T(t) - T(t-\Delta t)}{\Delta t} &= T'(t) + \frac{\Delta t}{2} T''(t) + O(\Delta t^2), \\ \frac{T(t+\Delta t) - T(t-\Delta t)}{2\Delta t} &= T'(t) + O(\Delta t^2). \end{aligned} \quad (77)$$

Um die Fehlerordnung der Approximationen (77) zu bekommen, muß man jeweils den exakten Wert

für den Differentialquotienten, nämlich $T'(t)$ von jedem Ansatz subtrahieren. Man erhält

$$\frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta t}{2} T''(t) + O(\Delta t^2),$$

$$\frac{T(t) - T(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{\Delta t}{2} T''(t) + O(\Delta t^2),$$

$$\frac{T(t + \Delta t) - T(t - \Delta t)}{2\Delta t} = O(\Delta t^2).$$

Man kann also sagen, daß die Ansätze (73) und (74) den Differentialquotienten jeweils mit erster Ordnung approximieren. Der Ansatz (76) approximiert $T'(t)$ dagegen mit der zweiten Ordnung.

Die höhere Approximationsordnung des Ansatzes (76) gegenüber (73) und (74) beruht auf der Einbeziehung von drei statt jeweils zwei Stützstellen.

Die Approximationsordnung eines Ansatzes könnte durch Einbeziehung weiterer Stützstellen und deren geschickte Linearkombination (theoretisch beliebig) erhöht werden, wie dies für das im Abschnitt 3.3.3 verwendete Romberg-Verfahren getan wurde. Die gewünschte Erhöhung der Approximationsgüte findet aber, wie bereits besprochen, nur bei der Verwendung unverrauschter Stützstellen statt.

Nun soll der hier auszuwählende Ansatz aber nicht eigentlich den Differentialquotienten möglichst exakt liefern, sondern die Basis für die Integration der Knotengleichung bilden.

Schreibt man in diesem Zusammenhang die Gleichung (76) für einen Bezugspunkt t_m in der Mitte des Intervalls $[t, t + \Delta t]$ auf, erhält man

$$\frac{T\left(t_m + \frac{\Delta t}{2}\right) - T\left(t_m - \frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} = \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} = \frac{1}{2}(\Psi_t + \Psi_{t+\Delta t}) \quad (78)$$

Dies ist aber genau die aus einem transienten ESATAN-Solver entlehnte Crank-Nicholson Beziehung (72), die dem Ansatz (69) wegen ihrer höheren Approximationsordnung vorzuziehen ist. Für detailliertere Betrachtungen, beispielsweise zu Stabilität und Konvergenz der obigen Ansätze sei auf das Standardwerk zur Theorie der Differenzenverfahren [30] verwiesen.

Die Stabilität und Approximationsfähigkeit des Crank-Nicholson-Ansatzes kann mit der schon einmal verwendeten Testfunktion (61)

$$T(t) = (T_0 - \vartheta)e^{-\beta t} + \vartheta$$

und deren Ableitung (62)

$$\dot{T}(t) = -\beta(T_0 - \vartheta)e^{-\beta t}$$

veranschaulicht werden.

Es werden wieder die Parameterwerte $T_0 = 272\text{K}$, $\vartheta = 298\text{K}$ und $\beta = 0,0005$ für $t = 1,2,\dots,72000$

zur Simulation eines typischen Knotentemperaturverlaufes verwendet.
Die folgende Abbildung 3 zeigt die Funktion (61).

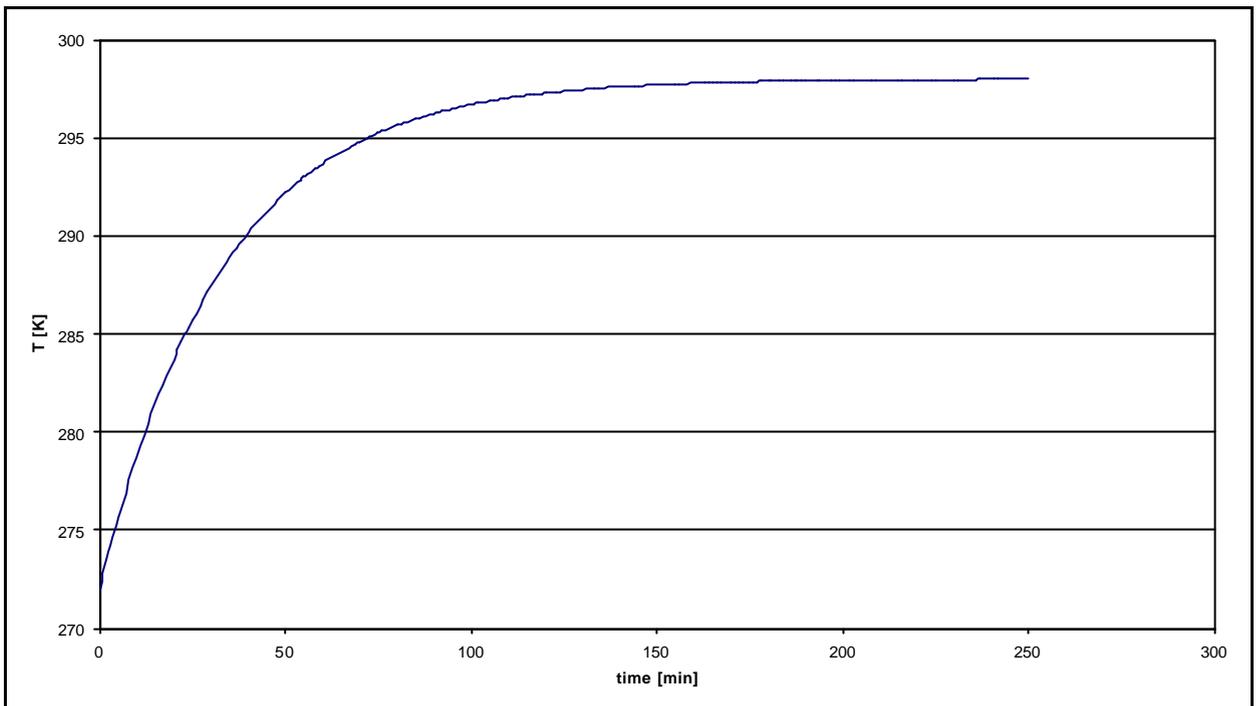


Abb. 3 graf. Darstellung der Testfunktion

Zur Betrachtung der Approximationsgüte der Crank-Nicholson-Gleichung wurden der resultierende Anstieg für die linke und die rechte Seite der Gleichung (72) angewendet auf die Testfunktion in Abhängigkeit von Δt aufgetragen (Abb. 4). Man sieht, daß für wachsende Δt die Differenz zwischen linker und rechter Seite von (72) gegen eine Konstante strebt, also beschränkt bleibt.

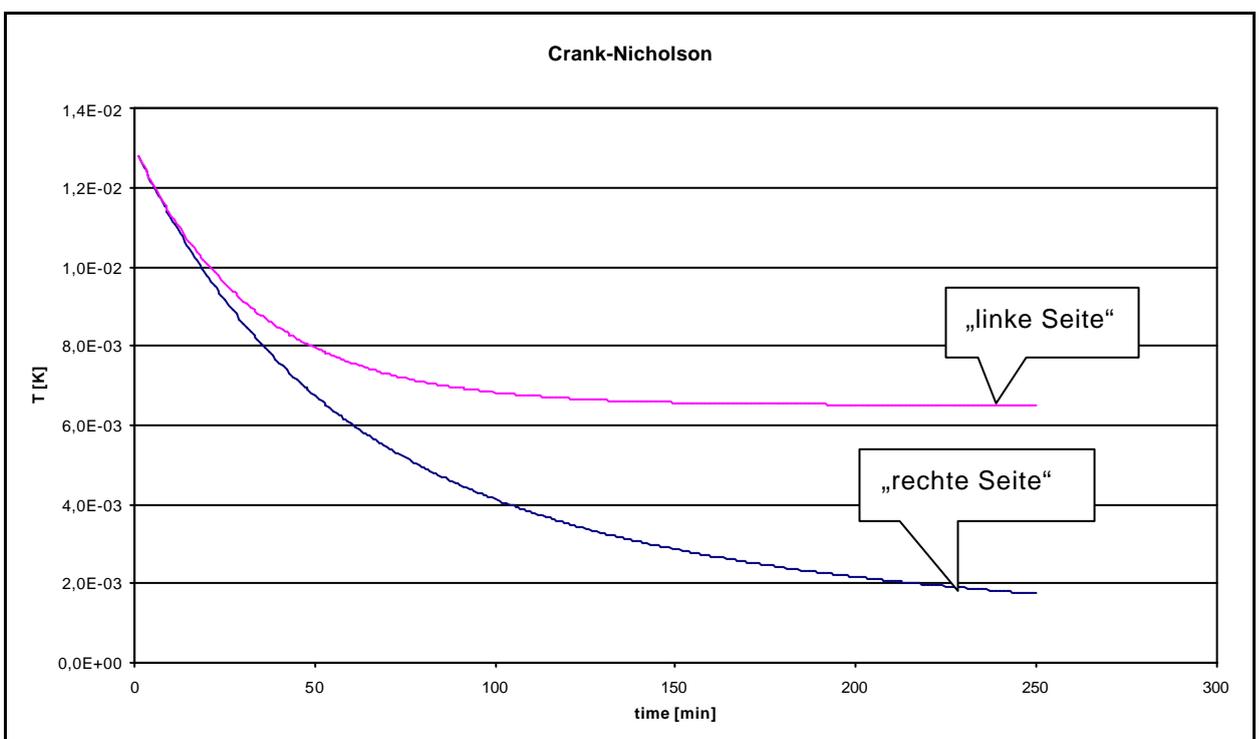


Abb. 4 Darstellung des resultierenden Anstiegs der linken bzw. rechten Seite von (72)

Und die ersten 4 Minuten höher aufgelöst

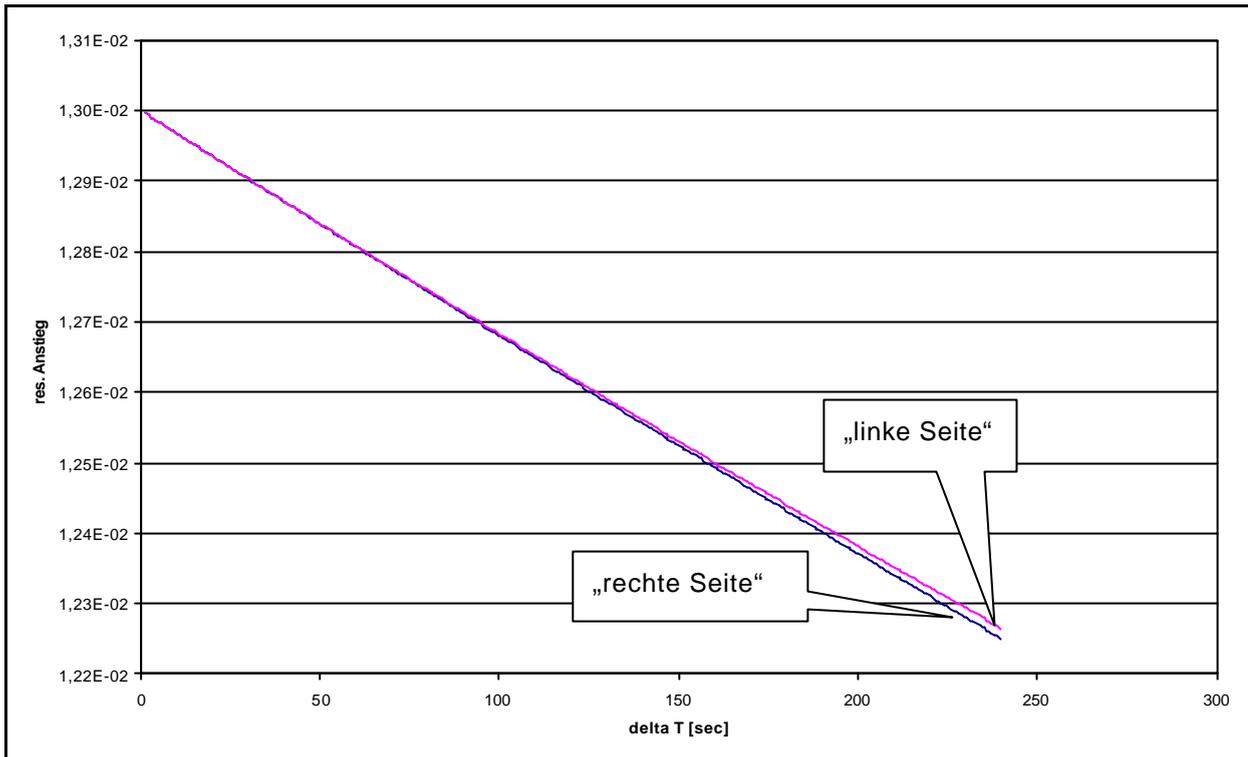


Abb. 4a Darstellung des resultierenden Anstiegs der linken bzw. rechten Seite von (72) für Δt zwischen 0 und 240s

Bei hinreichend klein gewähltem Δt ist also der Ansatz (72) eine gute Basis zur Einführung der Knotentemperatur als Beobachtungsgröße. Das minimal mögliche Δt wird dabei von dem gewählten Zeitabstand der Messung der benötigten Knotentemperaturen bestimmt.

Es ist allerdings aus numerischen Gründen zweckmäßig, nicht die Knotentemperatur des betrachteten Knotens, sondern eine Funktion der Knotentemperatur gewissermaßen von den Randbedingungen ihrer Messung zu verwenden. Man beginnt die Messung bei einem Zeitpunkt $t=0$. Dazu gehört die Temperatur T_{Anf} . Nach n Meßintervallen Δt wird die Messung abgebrochen, die n -te gemessene Knotentemperatur ist dann T_{End} . Als Meßgröße $\{y\}_t$ für das Kalman-Filter (Gleichung (30)) kann nun folgende Funktion der zeitabhängigen Knotentemperatur T_n verwendet werden :

$$\{y\}_t = 2T_n - T_{Anf} - T_{End}.$$

Für $n=0$, also $T_n = T_{Anf}$ ergibt sich als Beobachtungsgröße $T_{Anf} - T_{End}$. Für die letzte gemessene Knotentemperatur ergibt sich entsprechend $T_{End} - T_{Anf}$. Diese merkwürdig erscheinende Wahl der Beobachtungsgröße hat den Vorteil, daß bei der Prädiktion des Wertes, der nach der Time Updating Prozedur zum Vergleich mit der Messung herangezogen wird, alle gemessenen Temperaturstützstellen herangezogen werden, auch diejenigen, die nach T_n , also zu einem Zeitpunkt $t=n\Delta t$ gemessen wurden. Zur Berechnung der Vorhersage der Größe $2T_n - T_{Anf} - T_{End}$ wird somit unabhängig vom Zeitpunkt $t = n\Delta t$ immer die gleiche Anzahl von m

Stützstellen, nämlich sämtliche im Abstand Δt gemessenen Temperaturen einbezogen. Dies geschieht auf die folgende Weise:

$$2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}} = \Delta t \left[\frac{1}{2} \Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \frac{1}{2} \Psi_n - \frac{1}{2} \Psi_n - \Psi_{n+1} - \dots - \frac{1}{2} \Psi_m \right] \quad (79)$$

mit $n = 0..m$. $m+1$ ist die Anzahl der im Abstand Δt gemessenen Knotentemperaturen T und T_j . Ψ ist gemäß Gleichung (67)

$$\Psi = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4).$$

Da die zu identifizierenden Parameter $\frac{Q}{C}$, $\frac{GL(i)}{C}$ und $\frac{GR(j)}{C}$ nicht zeitabhängig sind, hat der Zustandsvektor als einzige zeitabhängige Komponente die Größe $2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}}$. Er hat die folgende Gestalt :

$$\{x\}_t = \left(2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}}, \frac{Q}{C}, \dots, \frac{GL(j)}{C}, \dots, \frac{GR(j)}{C}, \dots \right), \quad j = 1 \dots k.$$

Er hat $2k+2$ Komponenten, wobei k die Anzahl derjenigen Nachbarknoten ist, die mit dem betrachteten Knoten wechselwirken.

Die sogenannte Transitionsmatrix $[\Phi]_t$ gestattet, basierend auf dem Systemzustand für den Zeitpunkt t_1 , den Systemzustand für einen anderen Zeitpunkt t_2 vorherzusagen.

Die Transitions-Matrix $[\Phi]_t$ hat die Dimension $(2k+2)^2$. Die Multiplikation dieser Matrix mit dem Zustandsvektor muß für dessen erste Komponente, der Beobachtungsgröße, der Gleichung (79) genügen.

Es läßt sich leicht nachvollziehen, daß die Matrix im Detail die folgende Gestalt haben muß. Für die erste Komponente in der ersten Zeile dieser Matrix gilt

$$\Phi[1,1] = 0. \quad (80)$$

Für die zweite Komponente der ersten Zeile ergibt sich

$$\Phi[1,2] = \sum_{v=1}^{n-1} \frac{\Delta t}{2} - \sum_{v=n+1}^{m-1} \frac{\Delta t}{2}. \quad (81)$$

Für die 3. bis $(k+1)$ -te Komponente der ersten Zeile erhält man

$$\Phi[l, j] = \frac{\Delta t}{2} (T_j - T)_0 + \Delta t \sum_{v=1}^{n-1} (T_j - T)_v - \Delta t \sum_{v=n+1}^{m-1} (T_j - T)_v - \frac{\Delta t}{2} (T_j - T)_m. \quad (82)$$

Für die (k+2)-te bis einschließlich der letzten (2k)-ten Komponente der ersten Zeile der Updating-Matrix folgt

$$\Phi[l, j] = \frac{\Delta t}{2} (T_j^4 - T^4)_0 + \Delta t \sum_{v=1}^{n-1} (T_j^4 - T^4)_v - \Delta t \sum_{v=n+1}^{m-1} (T_j^4 - T^4)_v - \frac{\Delta t}{2} (T_j^4 - T^4)_m. \quad (83)$$

Für die Elemente in der zweiten und in den folgenden Zeilen ergibt sich

$$\Phi[q, r] = 0, \text{ wenn } q \neq r, \text{ für } q = 2 \dots 2k + 2 \text{ und } r = 1 \dots 2k + 2 \text{ bzw.} \quad (84)$$

$$\Phi[q, r] = 1, \text{ wenn } q = r, \text{ für } q = 2 \dots 2k + 2 \text{ und } r = 1 \dots 2k + 2. \quad (85)$$

Mit der so konfektionierten Updating-Matrix $[\Phi]_t$ kann nun für jeden beliebigen Zeitpunkt $t = n\Delta t$ ($n = 0 \dots m$) die Vorhersage des Zustandsvektors errechnet werden. Die gefundene Matrix $[\Phi]_t$ ist unmittelbar in den in Kapitel 3.3.2 modifizierten Kalman-Filter-Algorithmus mit den Gleichungen (36), (44) und (53) bis (56) einsetzbar. Die damit erzielten Parameterschätzungen sind sehr gut, wie in einem späteren Kapitel gezeigt wird. Die Konditionierung des Kalman-Filters ist damit erfolgreich abgeschlossen. Es ist lediglich noch offen, die Wirkung des Meßfehlers bei der Messung der Knotentemperaturen auf das "Rauschen" der gewählten Beobachtungsgröße und auf das "Systemrauschen" zu betrachten.

3.3.4.1 Die Behandlung des Meßfehlers

Bei der Formulierung der Kalman-Filtergleichungen (30)-(37) wurde davon ausgegangen, daß die Beobachtungsgröße $\{y\}_t$ (30) unmittelbar gemessen wird

$$\{y\}_t = [H]_t \{x\}_t + \{v\}_t.$$

Der Vektor $\{v\}_t$ ist dabei das unvermeidliche Meßrauschen. Die in Gleichung (34) der Filtergleichungen auftretende Matrix $[R]_t$ ist die Kovarianzmatrix dieses Meßrauschens.

Für das konditionierte Kalman-Filter gestalten sich diese Verhältnisse etwas komplizierter. Die hier verwendete Beobachtungsgröße ist eine *Funktion* der tatsächlich (fehlerhaft) gemessenen Knotentemperatur des betrachteten Knotens. Darüber hinaus werden bei der im vorangegangenen Abschnitt formulierten Updating-Prozedur die Knotentemperaturen der mit dem betrachteten Knoten wechselwirkenden Nachbarknoten benötigt, die ebenfalls nur fehlerhaft gemessen werden konnten. Ziel der folgenden Betrachtungen ist es, einen adäquaten Ausdruck für die zu berücksichtigenden Fehler und deren Varianzen (im konditionierten Kalman-Filter "schrumpft" die Kovarianzmatrix des Meßrauschens auf ein Skalar und die Kovarianzmatrix des Systemrauschens ist eine Matrix, die sich nur durch das Element [1,1] von der Nullmatrix unterscheidet) zu finden. Dies soll durch die

Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes von Gauß [31] auf die Gleichung (79) bewerkstelligt werden. Es besagt, daß die Standardabweichung σ des Fehlers eines Funktionswertes einer Funktion $f(x_1 \dots x_n)$, deren Variablen $x_1 \dots x_n$ fehlerhaft mit den Standardabweichungen $\sigma_1 \dots \sigma_n$ gemessen wurden, der folgenden Beziehung gehorcht:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2} \quad (86)$$

Nimmt man an, daß alle Knotentemperaturen mit der gleichen Fehlervarianz σ_T^2 gemessen worden sind, ergibt sich für die Standardabweichung des resultierenden Fehlers σ_1 der linken Seite von (79) gemäß (86):

$$\sigma_1 = \sigma_T \sqrt{6} \quad (87)$$

Will man das gleiche mit der rechten Seite von (79) unter Berücksichtigung der Substitution (67) machen, ist eine Menge Schreiarbeit erforderlich. Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial T_j}$ und $\frac{\partial f}{\partial T}$ bestehen jeweils aus einer großen Anzahl von Summanden, so daß die Darstellung ihrer Quadrate $\left(\frac{\partial f}{\partial T_j}\right)^2$ und $\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)^2$ analytisch nicht sinnvoll ist und mithin die Ermittlung der Standardabweichung des resultierenden Fehlers der rechten Seite von (79) σ_r numerisch während des Programmablaufes, vollzogen wird.

Die letztlich im Filteralgorithmus verwendete Fehlervarianz $[R]_t$ ist :

$$[R]_t = \sigma_1^2. \quad (88)$$

Für die Erstellung der Kovarianzmatrix des Systemrauschens $[W]_t$ wird die ermittelte Varianz der rechten Seite der Gleichung (79) herangezogen. Diese Kovarianzmatrix hat eine besondere Gestalt. Sie entsteht auf die folgende Weise aus dem Störvektor $\{w\}$ der Gleichung (31)

$$\{x\}_{t+\Delta t} = [\Phi]_t \{x\}_t + \{w\}_t.$$

Der Störvektor beschreibt den Fehler beim Time-Updating, der aus der Verwendung fehlerhaft gemessener Knotentemperaturen in der Updating-Matrix $[\Phi]_t$ (aufgefaßt als Systemrauschen) resultiert. Da im Zustandsvektor $\{x\}$ in (31) nur die erste Komponente (die als Beobachtungsgröße gewählte Funktion der Knotentemperatur) zeitabhängig ist, ist auch in $\{w\}$ nur die erste Komponente verschieden von Null.

Die Kovarianzmatrix für das Systemrauschen ergibt sich gemäß

$$[\mathbf{W}]_t = \left[\begin{array}{c} \mathbf{w} \\ \mathbf{w}^T \end{array} \right].$$

Es ist nun sofort klar, daß nur das erste Diagonalelement von $[\mathbf{W}]_t$ einen von Null verschiedenen Wert hat, nämlich $\mathbf{W}[1,1] = \sigma_r^2$.

3.3.5 Zusammenfassung der Konditionierungsmaßnahmen für das Kalman-Filter

- Durch die Separation des komplexen Kalman-Filters für n thermische Knoten in n Einzelfilter und deren sukzessive Abarbeitung tritt kein Informationsverlust hinsichtlich des Systemzustandes auf, da der Zustand des Gesamtsystems aus den Einzelzuständen aller Knoten rekonstruiert werden kann. Die drastische Reduzierung der Dimension aller beteiligten Matrizen und Vektoren führt zu einer wesentlichen Verkürzung von Operationsketten und damit zur Reduzierung der Wirkung von Rundungsfehlern. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, daß die zu invertierende Matrix bei der Berechnung der Kalman-Gain (34) auf ein Skalar "schrumpft". Aus der numerisch problematischen Inversion einer sich der Singularität nähernden Matrix wird eine gewöhnliche Division.
- Die Divergenzgefährdung des Filters durch den (allmählichen) Verlust der Symmetrieeigenschaften der Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung kann nach der vorgenommenen Zerlegung in Einzelfilter mathematisch konsequent beseitigt werden. Es ist dadurch eine Faktorisierung der Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung möglich. Die Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung kann nun als Produkt einer Matrix mit ihrer Transponierten geschrieben werden. Die numerische Realisierung dieser Multiplikation führt immer auf eine nichtnegativ definite Matrix. Der allmähliche Verlust dieser wichtigen Eigenschaft durch Rundungsfehler ist somit ausgeschlossen.
- Beobachtungsgröße des konditionierten Filters ist mittelbar die Knotentemperatur des betrachteten Knotens. Zur Realisierung der Time Updating Procedure wird die Crank-Nicholson-Approximation verwendet. Die Aufspaltung des Gesamtproblems in Einzelfilter erzwingt die offline Abarbeitung der gemessenen Knotentemperaturen. Durch geschickte Wahl der Beobachtungsgröße ist es möglich, sämtliche relevanten Knotentemperaturen für das Time Updating heranzuziehen, auch diejenigen, die aus der Sicht des gerade prozessierten Zeitpunktes in der Zukunft liegen.

Abschließend sei hier der letztlich verwendete Algorithmus für das Kalman-Filter nochmals aufgeschrieben. Beobachtungsgröße ist $2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}}$. Die Transitions- oder Updatingmatrix $[\Phi]_t$ wird gemäß Abschnitt 3.3.4 formuliert. Die Varianz des Meßfehlers $[\mathbf{R}]_t$ und die des Systemrauschens $[\mathbf{W}]_t$ wird gemäß Abschnitt 3.3.4.1 verwendet. Folgender Algorithmus ist abzuarbeiten:

1. Man beschafft sich einen a priori Wert des Zustandsvektors $\{x_a\}_t$ und seiner Fehlerkovarianzmatrix $[\mathbf{P}]_t$ für den Startzeitpunkt t . Eine Zerlegung dieser Matrix in Faktoren gemäß (44)

$$[\mathbf{P}]_t = [\Theta]_t [\Theta]_t^T$$

wird vorgenommen.

- Die Kalman-Gain unter Verwendung von (54)

$$[\mathbf{K}]_t = [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T \left(([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t) ([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t)^T + [\mathbf{R}]_t \right)^{-1}$$

wird berechnet.

- Die a priori Schätzung $\{x_a\}_t$ vom Zeitpunkt t wird durch die zum Zeitpunkt t gewonnenen Meßwerte $\{y\}_t$ mit Hilfe der Gleichung (55)

$$\{\hat{x}\}_t = \{x_a\}_t + [\mathbf{K}]_t (\{y\}_t - [\mathbf{H}]_t \{x\}_t)$$

zu $\{\hat{x}\}_t$ verbessert.

- Die zugeordnete Fehlerkovarianzmatrix wird mit der Gleichung (53)

$$[\mathbf{\Pi}]_t = [\Theta]_t \left([\mathbf{I}] - a_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T [\mathbf{H}]_t [\Theta]_t \right)$$

berechnet.

- Durch die Gleichung (36)

$$\{x_a\}_{t+\Delta t} = [\mathbf{\Phi}]_t \{\hat{x}\}_t$$

wird eine Vorhersage des Systemzustands für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ gemacht. Die Gleichung (56)

$$[\Theta]_{t+\Delta t} = [\mathbf{\Phi}]_t [\mathbf{\Pi}]_t [\mathbf{\Phi}]_t^T + [\mathbf{W}]_t^* \quad)^2$$

liefert die dazu gehörige Fehlerkovarianzmatrix der Prädiktion. Dieses Paar bildet analog zu Schritt 2 den Ausgangspunkt für die nächste Iteration.

- Die Schritte 2-5 werden jetzt so lange wiederholt, bis die Fehlervarianz der Schätzung einen vorgegebenen Wert unterschreitet bzw. keine Meßwerte mehr verfügbar sind.

Das so konditionierte Kalman-Filter leistet eine bemerkenswert gute Schätzung der Wärmeaustauschparameter eines thermischen Knotenmodells.

Die Güte dieser Schätzung hängt allerdings auch vom Schritt 1 des hier beschriebenen Algorithmus² ab, nämlich der Beschaffung von möglichst guten a priori Werten des Zustandsvektors $\{x_a\}_t$ und seiner Fehlerkovarianzmatrix $[\mathbf{P}]_t$ für den Startzeitpunkt t . Die numerische Beschaffung dieser Ausgangsgrößen für das Kalman-Filter soll Gegenstand der folgenden Kapitel sein.

² Durch die in Abschnitt 3.3.4.1 besprochene spezielle Gestalt von $[\mathbf{W}]_t$ gilt $[\mathbf{W}]_t^* = [\sqrt{\mathbf{W}(1,1)}]$

3.4 Die Gewinnung von Startwerten für das Kalman-Filter

Jeder Kalman-Filter-Algorithmus benötigt für den Beginn der Iterationsprozedur a priori Kenntnisse über das modellierte dynamische System in Form eines Zustandsvektors und dessen Fehlerkovarianzmatrix für den Zeitpunkt $t=0$. Das heißt, die Komponenten dieses a priori Zustandsvektors können zwar (auch grob) fehlerhaft sein, aber die Abweichung von ihrem wahren Wert muß dem Algorithmus in Form von Fehlervarianzen mitgeteilt werden.

Ein schlechter Zustandsschätzwert mit zu gering angegebener Fehlervarianz kann zur Divergenz des Filters führen. Andererseits wird eine gute Schätzung mit zu großer Fehlervarianz nicht "ernst genommen".

Ganz allgemein bedeutet dies, daß grob fehlerhafte Komponenten des a priori Zustandsvektors und seiner Fehlerkovarianzmatrix eine große Anzahl von Iterationsschritten, respektive eine große Anzahl von Meßwerten erfordern, um zu signifikant verbesserten Zustandsschätzwerten zu gelangen. Die Anzahl der auswertbaren Meßwerte ist aber im vorliegenden Fall prinzipiell beschränkt.

Nach dem Startzeitpunkt kommt man im Experiment nach endlicher Zeit in die Nähe des thermischen Gleichgewichts. Hier wird die Messung abgebrochen. Verwendbare Nähe des thermischen Gleichgewichtes bedeutet, daß der Unterschied der gemessenen Temperaturen sowohl zeitlich wie örtlich noch gewinnbringend auswertbar sein muß.

Es kommt hinzu, daß jede Messung unter simulierten Weltraumbedingungen teuer ist, und schon deswegen so schnell wie möglich beendet werden sollte.

Wenn es Möglichkeiten gibt, unter den zuvor geschilderten Bedingungen limitierter Meßzeit zu fundierten Startbedingungen für das Kalman-Filter zu kommen, sollten diese im Sinne einer verbesserten Parameteridentifikation nutzbar gemacht werden.

Wie dies, insbesondere auch numerisch effizient, erreicht werden kann, soll im folgenden dargestellt werden.

Das gesuchte Verfahren soll

- die Modellparameter aus den gemessenen Knotentemperaturen identifizieren und
- Fehlerabschätzungen für die gefundenen Modellparameter bereitstellen.

Es wird sich herausstellen, daß es zusätzlich möglich ist, statistische Informationen zur Güte des zugrundeliegenden Modells, also zu der Frage, wie gut das gewählte Modell die physikalische Realität beschreibt, zu bekommen.

Die grundlegenden Ideen für den Algorithmus wurden [32] entnommen. Der resultierende Algorithmus ist wie das Kalman-Filter für das vorliegende Problem von mir konditioniert worden.

Es sei mir an dieser Stelle gestattet, allen, die sich mit numerischen Problemen als Anwender "herumärgern", das brillante Buch ([32]; Numerical Recipes – The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press 1986) zu empfehlen. Die Mathematik ist kompakt und verständlich dargestellt, die Sprache ist präzise und humorvoll und die als Programme bereitgestellten Prozeduren sind lauffähig und leicht einzubinden. Ich bin den Autoren dankbar für ein gutes Stück Spaß an der Arbeit.

3.4.1 Die Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate

Die Anpassung eines Satzes von N Datenpunkten $(x_i; y_i)$ an eine Gerade

$$y(x) = y(x; a, b) = ax + b$$

wird oft lineare Regression genannt. Diese Bezeichnung wurde vor Jahrzehnten in der Sozialwissenschaft geprägt.

Das Minimum der Meritfunktion

$$\chi^2(a, b) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - a - bx_i}{\sigma_i} \right)^2$$

liefert die gewünschten Parameter a und b , wobei σ_i der Meßfehler (Standardabweichung) der gemessenen Größen y_i ist.

Eine verallgemeinerte Form dieses Ansatzes ist

$$y(x) = \sum_{k=1}^M a_k X_k(x), \quad (89)$$

wobei $X_1(x), \dots, X_M(x)$ beliebige Funktionen von x sind, die fortan Basisfunktionen genannt werden sollen. Diese Basisfunktionen $X_k(x)$ können hochgradig nichtlineare Funktionen von x sein. Der im folgenden verwendete Begriff ‚linear‘ bezieht sich nur auf die Abhängigkeit des Modells von seinen Parametern a_k . Die verallgemeinerte Meritfunktion sieht dann so aus

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - \sum_{k=1}^M a_k X_k(x_i)}{\sigma_i} \right]^2. \quad (90)$$

σ_i ist wieder die Standardabweichungen des Meßfehlers, der bei der Messung des i -ten Datenpunktes auftritt. σ_i wird als bekannt vorausgesetzt.

Zur Vereinfachung der folgenden Betrachtungen werden noch drei Definitionen, bzw. zwei Substitutionen gemacht.

Man konstruiert die $N \times M$ Matrix

$$[A_{ij}] = \frac{X_j(x_i)}{\sigma_i} \quad (91)$$

aus den M Basisfunktionen, die für die N Abszissen x_i ausgerechnet werden und den N Meßfehlern σ_i . Diese Matrix nennt man Designmatrix des Fittingproblems.

Man substituiert außerdem den Vektor der Länge N

$$\{b_i\} = \frac{y_i}{\sigma_i}. \quad (92)$$

Man definiert schließlich den Vektor $\{a\}$ der Länge M , dessen Komponenten die zu fittenden Parameter sind.

$$\{a\} = (a_1, \dots, a_M)^T \quad (93)$$

Es ergibt sich insgesamt die neue Formulierung für das Problem:

Gesucht wird ein Vektor $\{a\}$, der die Meritfunktion

$$\chi^2 = ([A]\{a\} - \{b\})^2 \quad (94)$$

minimiert.

Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten die Parameter a_k zu finden, welche die Meritfunktion (90) minimieren.

Die Meritfunktion ist minimal, wenn ihre partiellen Ableitungen nach den Parametern verschwinden.

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} = 0 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left[y_i - \sum_{j=1}^M a_j X_j(x_i) \right] X_k(x_i) \quad (95)$$

für $k = 1, \dots, M$.

Die Gleichungen (95) nennt man Normalgleichungen.

Bei manchen Datenkonstellationen sind die Normalgleichungen singulär oder sehr nahe der Singularität. Dies geschieht z. B. wenn zwei Basisfunktionen die Daten etwa gleich gut (oder gleich schlecht) fitten, dann kann die Matrix $[A]$ nicht mehr zwischen ihnen unterscheiden und wird singulär. Rundungsfehler sorgen dafür, daß dieser Zustand schnell erreicht wird. Das im folgenden beschriebene Verfahren vermeidet derartige Unannehmlichkeiten.

3.4.2 Singular Value Decomposition

Singular Value Decomposition (SVD), zu deutsch etwa Singularitätenzerlegung, ist mir als deutscher Fachterminus nicht geläufig. Ich werde also SVD beibehalten.

Die SVD - Methode basiert auf einem Theorem der linearen Algebra:

Eine beliebige $M \times N$ Matrix $[A]$ deren Zeilenzahl M größer oder gleich ihrer Spaltenzahl N ist, kann als Produkt einer $M \times N$ spaltenorthogonalen Matrix $[U]$, einer $N \times N$ Diagonalmatrix $[W]$ mit positiven oder Nullelementen und der Transponierten einer $N \times N$ Orthogonalmatrix $[V]$ geschrieben werden

$$[A] = [U] [W] [V]^T. \quad (96)$$

Wegen der Orthogonalität gilt

$$[U]^T [U] = [V]^T [V] = [E]. \quad (97)$$

Die Zerlegung (96) kann unabhängig von einer eventuellen Singularität von $[A]$ vorgenommen werden und ist immer eindeutig!

Bei Gleichungssystemen

$$[A]\{a\} = \{b\}, \quad (98)$$

mit $[A]$ als Koeffizientenmatrix ist SVD bei der Lösung

$$\{a\} = [A]^{-1} \{b\} \quad (99)$$

sehr hilfreich.

Wenn $[A]$ quadratisch ist, läßt sich die Inverse $[A]^{-1}$ einfach berechnen.

Ist $[A]$ quadratisch ($N \times N$), dann sind auch $[U]$, $[V]$ und $[W]$ quadratische Matrizen der gleichen Größe. $[U]$ und $[V]$ sind orthogonal, ihre Inversen sind also Ihre Transponierten. $[W]$ ist diagonal, die Inverse $[W]^{-1}$ ist also eine Diagonalmatrix deren Elemente die reziproken Elemente von $[W]$ sind. Damit ergibt sich für die Inverse von $[A]$

$$[A]^{-1} = [V] \left[\text{diag} \left(\frac{1}{w_j} \right) \right] [U]^T \quad (100)$$

Jetzt kann nur noch stören, daß eins oder mehrere der Elemente w_j gleich Null oder so klein sind, daß sie von Rundungsfehlern dominiert werden. Zur Beurteilung der Situation führt man die Konditionierungszahl der Matrix ein.

Die Konditionierungszahl der Matrix ist das Verhältnis des größten w_j zum kleinsten w_j . Eine Matrix nennt man singular, wenn ihre Konditionierungszahl unendlich ist. Die Matrix heißt schlecht konditioniert, wenn die Konditionierungszahl so groß ist, daß ihr Kehrwert die Gleitkommagenauigkeit der verwendeten Rechenmaschine erreicht.

Es kann gezeigt werden, daß für Gleichungssysteme (98)

$$[A]\{a\} = \{b\},$$

wo $[A]$ eine quadratische, singuläre oder schlecht konditionierte Matrix ist, trotzdem eine akzeptable Lösung konstruiert werden kann.

- Sind w_j 's der Diagonalmatrix $[W]$ in (96) gleich 0, ist also die Matrix $[A]$ singulär, werden bei der Lösung des Gleichungssystems (99) die entsprechenden reziproken Werte $(1/w_j)$ in (100) gleich Null gesetzt.
- Treten w_j 's auf, die sehr klein, aber verschieden von Null sind, also die Matrix $[A]$ schlecht konditioniert ist, werden ebenfalls bei der Lösung des Gleichungssystems (99) die entsprechenden reziproken Werte $(1/w_j)$ in (100) gleich Null gesetzt.

Die auf diese Weise konstruierten Lösungsvektoren $\{a\}$ lösen die Gleichung (98) zwar nicht exakt, aber unter allen möglichen Vektoren $\{a\}$ ist der durch die oben geschilderte ‚Editierung‘ der singulären w_j 's gefundene Vektor $\{a\}$ der im Sinne der kleinsten Quadrate bestmögliche Lösungsvektor.

Eine ausführliche Erklärung dieser paradox erscheinenden Verfahrensweise findet man in [32].

Die Identifikation eines Vektors $\{a\}$, der die Meritfunktion (94)

$$\chi^2 = ([A]\{a\} - \{b\})^2$$

minimiert, ist mit SVD nun formulierbar.

Sei gemäß (96)

$$[A] = [U] [W] [V]^T$$

die Singular Value Decomposition der Matrix $[A]$ und sind $\{U\}_{(i)}$ bzw. $\{V\}_{(i)}$ die Spaltenvektoren von $[U]$ und $[V]$, findet man für den gesuchten Parametervektor $\{a\}$

$$\{a\} = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\{U\}_{(i)} \{b\}}{w_i} \right) \{V\}_i. \quad (101)$$

Die $\{w_i\}$ sind die Elemente der Diagonalmatrix $[W]$ aus (96). Es läßt sich außerdem zeigen, daß die Fehlervarianzen – und Kovarianzen der Komponenten von $\{a\}$ folgendermaßen errechnet werden können:

$$\sigma^2(a_j) = \sum_{i=1}^M \frac{1}{w_i^2} [\{V\}_i]_j^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{V_{ji}}{w_i} \right)^2 \quad (102)$$

$$\text{Cov}(a_j, a_k) = \sum_{i=1}^M \left(\frac{V_{ij} V_{ik}}{w_i^2} \right) \quad (103)$$

Es stehen nunmehr Rechenvorschriften für die Identifikation der Modellparameter einschließlich ihrer Fehlerkovarianzmatrix zur Verfügung. Die Gleichungen (96),(101),(102) und (103) müssen jetzt für das thermische Knotenmodell adaptiert werden.

3.4.3 Anwendung der verallgemeinerten kleinsten Quadrate und SVD auf das thermische Knotenmodell

Dieser Abschnitt kann kurz gefaßt werden, weil Überlegungen, die bereits in vorangegangenen Abschnitten angestellt wurden, verwendbar sind.

Wir erinnern uns zunächst:

In Abschnitt 3.3.1. wurde das komplexe System von n Knotengleichungen (7)

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{Q_i}{C_i} + \sum_{i \neq j} \frac{GL(i,j)}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_{i \neq j} \frac{GR(i,j)}{C_i} (T_j^4 - T_i^4)$$

durch separate Betrachtung der Einzelknoten und sukzessive (off-line) Abarbeitung entkoppelt.

Es bleiben für den betrachteten Knoten mit der Knotentemperatur T die folgenden Wechselwirkungen übrig (57):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4)$$

Mit der Substitution (67)

$$\Psi = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4)$$

und der im Abschnitt 3.3.4 eingeführten Beobachtungsgröße $2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}}$ kann die dort ebenfalls eingeführte, parameterbehaftete Vorhersage (79) der Beobachtungsgröße für einen Zeitpunkt n vorgenommen werden .

$$2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}} = \Delta t \left[\frac{1}{2} \Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \frac{1}{2} \Psi_n - \frac{1}{2} \Psi_n - \Psi_{n+1} - \dots - \frac{1}{2} \Psi_m \right]$$

Die rechte Seite verwendet dazu alle, an m Zeitpunkten gemessenen Knotentemperaturen.

Als Produkt eines Zeilenvektors $\{\beta\}$ und eines Spaltenvektors $\{a\}$ bekommt (79) die folgende Gestalt

$$2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}} = \{\beta\}\{a\}, \quad (104)$$

wobei $\{a\}$ die zu identifizierenden Parameter als Komponenten enthält.

$$\{a\} = \left(\frac{Q}{C}, \dots, \frac{GL(j)}{C}, \dots, \frac{GR(j)}{C}, \dots \right), \quad j = 1 \dots k, \quad (105)$$

Dabei ist k die Anzahl derjenigen Nachbarknoten, die mit dem betrachteten Knoten wechselwirken. Es läßt sich leicht nachvollziehen, daß $\{\beta\}$ folgendermaßen aussehen muß (die Konstruktion von $\{\beta\}$ erfolgt analog zur Konstruktion der ersten Zeile der Updating-Matrix im Abschnitt 3.3.4.) :
Für die erste Komponente ergibt sich

$$\beta\{1\} = \sum_{v=1}^{n-1} \frac{\Delta t}{2} - \sum_{v=n+1}^{m-1} \frac{\Delta t}{2}. \quad (106)$$

Für die 2. bis k -te Komponente der ersten Zeile erhält man

$$\beta\{j\} = \frac{\Delta t}{2}(T_j - T)_0 + \Delta t \sum_{v=1}^{n-1} (T_j - T)_v - \Delta t \sum_{v=n+1}^{m-1} (T_j - T)_v - \frac{\Delta t}{2}(T_j - T)_m. \quad (107)$$

Für die $(k+1)$ -te bis einschließlich der letzten $(2k+1)$ -te Komponente folgt

$$\beta\{j\} = \frac{\Delta t}{2}(T_j^4 - T^4)_0 + \Delta t \sum_{v=1}^{n-1} (T_j^4 - T^4)_v - \Delta t \sum_{v=n+1}^{m-1} (T_j^4 - T^4)_v - \frac{\Delta t}{2}(T_j^4 - T^4)_m. \quad (108)$$

Die Gleichung (104) ist nun vergleichbar mit dem am Anfang des Abschnitts 3.4.1 gemachten Ansatz für die verallgemeinerten kleinsten Quadrate (89).

$$y(x) = \sum_{k=1}^M a_k X_k(x)$$

Die fehlerhaft gemessene Beobachtungsgröße $2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}}$ wird in (89) $y(x)$ und die Komponenten des Zeilenvektors $\{\beta\}$ aus (104) übernehmen dann die Funktion der Basisfunktionen aus (89), die ja hochgradig nichtlinear sein dürfen.

Der Fehler, der durch die fehlerhafte Temperaturmessung in (89) bzw. (104) hervorgerufen wird, ist analog zu Abschnitt 3.3.4.1 zu berücksichtigen.

Die Standardabweichung des Meßfehlers der gemessenen Temperaturen sei σ_T . Für den Fehler der linken Seite von (104) ergibt sich dann gemäß (87)

$$\sigma_i = \sigma_r \sqrt{6}.$$

Die analytische Darstellung des rechtsseitigen Fehlers σ_r von (104) ist nicht sinnvoll (siehe 3.3.4.1). σ_r wird deshalb numerisch während des Programmablaufes ermittelt. Die Standardabweichung des resultierenden Gesamtfehlers σ_i für den i -ten Datenpunkt soll dennoch formal eingeführt werden

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_r^2}.$$

Die linke Seite der Gleichung (104) ist ein Skalar. Um zu einem Gleichungssystem zu gelangen, welches die Ermittlung der k Komponenten von $\{a\}$ gestattet, muß die Gleichung (104) für k verschiedene Zeitpunkte untereinander geschrieben werden. Wenn man das so entstandene Gleichungssystem zusammenfaßt, entsteht links aus dem Skalar ein Vektor und der Zeilenvektor $\{b\}$ auf der rechten Seite wird zu einer quadratischen Matrix. Zusammen mit den Substitutionen (91) und (92)

$$[A_{ij}] = \frac{X_j(x_i)}{\sigma_i},$$

$$\{b_i\} = \frac{y_i}{\sigma_i}$$

gelangt man endlich auf die Meritfunktion (94)

$$\chi^2 = ([A]\{a\} - \{b\})^2,$$

die durch geeignete Komponenten von $\{a\}$ minimiert werden muß, was gleichbedeutend mit der Lösung des Gleichungssystems (98)

$$\{b\} = [A]\{a\}$$

ist.

Dies geschieht durch Singular Value Decomposition von $[A]$, gemäß (96)

$$[A] = [U] [W] [V]^T.$$

Die Elemente der Diagonalmatrix $[W]$ liefern dabei eine Information über die Kondition der Matrix $[A]$. Diese Kondition hängt nicht unerheblich von der Wahl der k Zeitpunkte ab, für die die

Gleichung (104) zur Bildung des erforderlichen Gleichungssystems (98) aufgeschrieben werden muß. Die bevorzugten k Zeitpunkte zur Bestimmung der k linken Seiten von (104) bzw. (79) könnten die k Punkte auf der Meßkurve der Temperatur des betrachteten Knotens $T(t)$ sein, die den gleichen *Temperaturabstand* zueinander haben. Oberflächlich betrachtet ist hier die Wahrscheinlichkeit am geringsten, daß die resultierenden Gleichungen des Systems (98) linear abhängig oder nahe der linearen Abhängigkeit sind. Allerdings hängen die Basisfunktionen (die Komponenten von $\{\beta\}$ auf der rechten Seite von (104) bzw. die Komponenten der Designmatrix $[A]$ in (98)) nicht nur von der Knotentemperatur $T(t)$ des betrachteten Knotens, sondern auch von den Temperaturen $T^{(j)}(t)$ seiner mit ihm wechselwirkenden Nachbarn ab.

Auch wenn man die Kurvenverläufe aller beteiligten Knotentemperaturen grafisch dargestellt hat, ist es schwierig die optimalen Zeitpunkte zur Bildung des Gleichungssystems (98) zu "sehen". Eine Möglichkeit zu einer möglichst gut konditionierten Designmatrix $[A]$ zu gelangen, ist die fortgesetzte Variation der Zeitpunkte in vorgegebenen Grenzen unter Verwendung eines Zufallsgenerators. Die nach einer endlichen Anzahl von Versuchen gefundene Matrix $[A]$ mit der geringsten Konditionierungszahl wird dann zur Identifizierung der Modellparameter und deren Fehlerkovarianzen gemäß (101), (102) und (103) weiterverwendet.

Sollte es nicht gelingen, eine Designmatrix mit hinreichend geringer Konditionierungszahl bezüglich der verfügbaren Gleitkommagenauigkeit zu finden, bleibt die ‚Editierung‘ der entsprechenden w_i 's.

Allerdings deutet eine schlecht konditionierte Designmatrix mindestens auf unglücklich gewählte experimentelle Randbedingungen bei der Messung der Knotentemperaturen hin. Im Extremfall bedeutet eine sehr schlecht konditionierte Matrix $[A]$ eine nicht mehr tolerierbar mangelhafte Übereinstimmung des zugrundegelegten Knotenmodells mit der gemessenen physikalischen Realität. Das Modell sollte dann einer kritischen Überprüfung unterzogen und ggf. geändert werden. Dies kann beispielsweise durch Streichung der Komponenten aus dem Parametervektor geschehen, auf die die singulären Elemente der Diagonalmatrix $[W]$ "zeigen".

3.4.4 Zusammenfassung der Konditionierungsmaßnahmen zur Gewinnung von Startwerten für das Kalman-Filter

- Die diskret im Abstand Δt gemessenen Temperaturen des betrachteten Knotens und seiner mit ihm wechselwirkenden Nachbarn gestatten es, ohne weitere a priori Kenntnisse über das System die Modellparameter und ihre Fehlerkovarianzen des zugrundegelegten thermischen Knotenmodells zu bestimmen. Diese "Wertepaare" sind exzellente Startbedingungen für das Kalman-Filter.
- Durch die Anwendung der Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate wird die Identifikation der Modellparameter auf die Lösung eines Gleichungssystems zurückgeführt, das hinsichtlich der Modellparameter linear ist.
- Die Singular Value Decomposition der Koeffizientenmatrix (Designmatrix) dieses Gleichungssystems ermöglicht die Bestimmung der Fehlerkovarianzmatrix, die zum Vektor der identifizierten Modellparameter gehört. Dazu müssen die Standardabweichungen der Meßfehler, die bei der Knotentemperaturmessung unvermeidbar gemacht werden, bekannt sein.
- SVD quantifiziert den Konditionierungszustand der Designmatrix. Die Konditionierungszahl der

Designmatrix kann durch geschickte Wahl der experimentellen Randbedingungen bei der Knotentemperaturmessung oder durch Modifikation des Knotenmodells im Sinne von Modellfehlerbeseitigung verringert werden. Sollten beide Maßnahmen nicht möglich sein, kann durch ‚Editierung‘ der Singular Values ($\rightarrow 1/w_i = 0$) auch bei singulärer Designmatrix ein Parametervektor konstruiert werden. Dieser ist dann der im Sinne der kleinsten Quadrate bestmögliche Lösungsvektor des Gleichungssystems.

Abschließend sei hier der letztlich verwendete Algorithmus zur Gewinnung von Startwerten für das Kalman-Filter nochmals aufgeschrieben.

Aus den gemessenen Temperatur-Zeitverläufen der beteiligten Knoten wird ein Gleichungssystem (98)

$$\{b\} = [A]\{a\} \text{ gebildet.}$$

Der Vektor $\{a\}$ enthält die gesuchten Modellparameter. $\{b\}$ ist der Vektor der Beobachtungsgrößen. Die Designmatrix $[A]$ wird einer Singular Value Decomposition (96)

$$[A] = [U] [W] [V]^T$$

unterzogen. Sind $\{U\}_{(i)}$ bzw. $\{V\}_{(i)}$ die Spaltenvektoren der orthogonalen Matrizen $[U]$ und $[V]$, findet man für den gesuchten Parametervektor $\{a\}$ (101)

$$\{a\} = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\{U\}_{(i)}\{b\}}{w_i} \right) \{V\}_i.$$

Die $\{w_i\}$ sind die Elemente der Diagonalmatrix $[W]$. Die zugeordneten Fehlervarianzen – und Kovarianzen der Komponenten von $\{a\}$ werden gemäß (102) bzw. (103) folgendermaßen errechnet:

$$\sigma^2(a_j) = \sum_{i=1}^M \frac{1}{w_i^2} [\{V\}_i]_j^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{V_{ji}}{w_i} \right)^2$$

$$\text{Cov}(a_j, a_k) = \sum_{i=1}^M \left(\frac{V_{ij} V_{ik}}{w_i^2} \right)$$

Damit stehen ausgezeichnete Startwerte für das Kalman-Filter zur Verfügung.

4 Die Minimierung der Meßzeit

Thermaltests an einem Thermal Engineering Model oder einer vergleichbaren Hardware-Struktur unter experimentell simulierten Weltraumbedingungen sind insgesamt sehr aufwendig. Das Testobjekt muß mit einer nicht geringen Zahl von Temperaturfühlern präpariert werden. Alle thermalen Randbedingungen (Kälte hintergrund des Weltraums, Vakuum, mechanisches / thermales Interface zum Spacecraft, ggf. Solarstrahlung) müssen in einer Weltraumsimulationskammer (WSA) realisiert werden. Bei sogenannten Thermal Balance Tests werden die Kurven $T(t)$ für jeden einzelnen Temperaturfühler beim Übergang von einem Temperaturgleichgewicht (oder von beliebigen Starttemperaturen) in ein anderes Temperaturgleichgewicht an diskreten Zeitpunkten gemessen. Das Warten auf den Eintritt des thermischen Gleichgewichtes ist langwierig. Theoretisch ist thermisches Gleichgewicht erst bei $t = \infty$ erreicht. Also muß zunächst definiert werden, was thermisches Gleichgewicht aus experimentell vertretbarer Sicht bedeuten soll. Eine übliche Definition ist: Das thermische Gleichgewicht gilt als eingetreten, wenn die Temperaturänderung an jedem Meßfühler während drei aufeinanderfolgender Stunden kleiner als 0,1K ist [18]. Häufig genügt ein "Gleichgewicht" $\Delta T \leq 0,1K/h$. Aber auch bei diesem Abbruchkriterium sind Meßzeiten $> 24h$ typisch. Der Wunsch nach Einsparung teurer Meßzeit ist also naheliegend.

Die Möglichkeit zur Einsparung von Meßzeit im Rahmen der vorliegenden Arbeit entsprang der Idee, das im Abschnitt 3.2 eingeführte (komplexe) Kalman-Filter in (quasi) Echtzeit während der Messung in der WSA laufen zu lassen. Bei guter Konvergenz des Filters wurde erwartet, daß die Wärmeaustauschparameter deutlich vor Eintritt des thermischen Gleichgewichtes identifiziert sind und die Messung abgebrochen werden kann.

Dieser aus heutiger Sicht etwas "blauäugig" anmutenden Idee steht nicht nur der Mangel an geeigneten Startwerten für das Kalman-Filter gegenüber. Darüber hinaus lassen sich insbesondere die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Maßnahmen zur Divergenzvermeidung des Filters bei der Komplexität thermischer Modelle nicht on-line realisieren. Dennoch gibt es eine zufriedenstellende Lösung des Problems.

1981 wurde in der Firma MBB unter ESTEC-Contract Nr.4410/80/NL/PP ein Programm zur Reduktion der Testzeit bei Thermal Balance Tests entwickelt [18]. Das Programm heißt KANTES – **K**alman **A**nalyzer for **T**est **S**hortening via extrapolation of temperatures.

Dieses Programm ignoriert bewußt die Wechselwirkungen zwischen den Knoten und betrachtet jede gemessene Temperatur (jeden Meßkanal) als unabhängig von den anderen. Diese grobe Vereinfachung des Sachverhaltes ist aber überhaupt nur dann zu akzeptieren, wenn sich die Kanaltemperatur bereits in der Nähe ihres Gleichgewichtszustands befindet. Das heißt, das Programm braucht eigentlich erst gestartet zu werden, wenn der Anstieg der Kanaltemperaturen nicht mehr groß ist. Der Schöpfer des Programms nennt diesen auszuwertenden Teil der Temperaturkurve "exponential tail".

Zur Modellierung der an jedem Meßfühler gemessenen Temperatur wird die bereits eingeführte Funktion (61)

$$T(t) = (T_0 - \vartheta)e^{-\beta t} + \vartheta$$

verwendet. Darin ist T_0 die Starttemperatur, ϑ die Gleichgewichtstemperatur für den betrachteten Meßkanal und β ein Parameter, der u. a. durch die thermische Trägheit des Knotens bestimmt wird. Die beiden Parameter ϑ und β sollen (deutlich) vor dem Eintritt von ϑ durch Kalman-Filterung der

zeitlich diskret gemessenen Kanaltemperatur bestimmt werden. Wenn dies auch für den letzten Kanal vollzogen ist, kann die Messung abgebrochen werden.

Um Startwerte für das hier formulierte Kalman-Filter zu bekommen, wird ein Zeitintervall festlegbarer Größe aufgespannt und die Meßkurve der Kanaltemperatur wird mit jedem neu eintreffenden Meßwert gewissermaßen durch das Intervall gezogen. Die jeweils innerhalb des Intervalls befindlichen Meßwerte werden einer nichtlinearen Regression (Gauß) unterzogen. Der Regressionsalgorithmus liefert neben den Startwerten für das Kalman-Filter auch die Varianz des Meßfehlers der im Intervall befindlichen Temperaturmeßwerte bezogen auf das zugrunde gelegte Kanalmodell (61). Die Quadratwurzel (R) dieser Varianz wird mit der dem Programm vorgegebenen (tatsächlichen) Standardabweichung der Temperaturmessung verglichen. Ist R hinreichend klein wird dies gemeldet, und die Kalmananalyse für diesen Kanal wird gestartet. Dies geschieht in einer gegenüber (61) leicht veränderten Form:

$$X(t + \Delta t) = (X(t) - \vartheta)e^{-\beta \Delta t} + \vartheta \quad (61a)$$

Jetzt werden alle eingehenden Meßwerte zum Update der Zustandsvariablen (X , β und ϑ) und deren Kovarianzen genutzt, wobei Δt der zeitliche Abstand zwischen zwei Temperaturmessungen ist.

Wenn das vorgegebene Stopkriterium $SE \leq 2\sigma_{\vartheta}$ erreicht ist, wird dieser Meßkanal nicht weiter ausgewertet. Haben alle Kanäle das Stopkriterium erreicht, kann die Messung abgebrochen werden. Das Ergebnis dieser Prozeduren sind allerdings nicht die Wärmeaustauschparameter zur Beschreibung der Wechselwirkung zwischen den Knoten, sondern lediglich die zu erwartende Gleichgewichtstemperatur für jeden Knoten.

Während des Umgangs mit dem Programm KANTES profilierte sich die folgende These:

Der Startzeitpunkt für das Kalman-Filter in KANTES ist der geeignete Abbruchzeitpunkt für die Temperaturmessungen zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter nach der in der vorliegenden Arbeit entwickelten Methode.

Das "Kanalmodell" von KANTES setzt voraus, daß sich die gemessene Kanaltemperatur dem Temperaturgleichgewicht bereits (bis auf mehrere Zehntel-Grad) angenähert hat, was gleichbedeutend mit der Tatsache ist, daß die Temperaturdifferenzen zwischen den einzelnen Knoten bereits annähernd stationär sind. Für die Identifikation der von mir gesuchten Wärmeaustauschparameter bringt dies aber keinen (nennenswerten) Informationszuwachs mehr. Mit der (zweckentfremdeten) Nutzung von KANTES steht also ein on-line taugliches Programm zur Verfügung, das eine Abbruchbedingung der Temperaturmessung zur Parameteridentifikation liefert. Hat also jeder Temperaturfühler das Startkriterium für das KANTES-Kalman-Filter erfüllt, kann die Messung in ganz erheblicher zeitlicher Entfernung vom Temperaturgleichgewicht abgebrochen werden.

Bei der später behandelten Auswertung der TEM-Messungen wurde dieses Abbruchkriterium erfolgreich angewendet.

Meßzeiteinsparungen von bis zu 50% sind auf diese Weise realisierbar.

5 Die Anwendung der konditionierten Algorithmen auf Knotentemperaturverläufe

5.1 Die Weitwinkel-Stereo-Kamera WAOSS

Das Thermal Engineering Model der Waoss-Kamera ist das experimentelle Testobjekt, auf das die entwickelten Algorithmen erstmals angewendet wurde. Bei der Beschreibung dieser für den interplanetaren Einsatz gebauten Kamera werde ich im wesentlichen die Quellen [33] und [34] zitieren. Das Buch [33] wurde von einem Autorenkollektiv geschrieben, dessen Mitglied ich bin. Es sind hier alle wichtigen Aspekte der Konzeption, der Entwicklung und des Baus der Kamera zusammengestellt.

Die Weitwinkel-Stereo-Kamera WAOSS (Wide-Angle-Optoelectronic-Stereo-Scanner) wurde im Jahre 1988 im Institut für Kosmosforschung (IKF) der Akademie der Wissenschaften der DDR konzipiert und teilweise entwickelt. Mit Hilfe von Fördermitteln von DARA und BMFT wurde WAOSS nach der Wiedervereinigung Deutschlands im Institut für Weltraumsensorik (WS) des Deutschen Zentrums für Luft-u.Raumfahrt (DLR) weiterentwickelt, gefertigt und kalibriert. Die Qualifikation für den Weltraumeinsatz wurde auf Testanlagen des Institutes (WS) nachgewiesen. Während mehrerer Flugzeugeinsätze über geeigneten, gut vermessenen Geländen wurde WAOSS unter "realistischen Einsatzbedingungen" erprobt.

WAOSS gehörte zu den wichtigsten Instrumenten auf den Orbitern der russischen Mission Mars 94/96. Es sollte zur Beobachtung der Dynamik in der Mars-Atmosphäre und an der Marsoberfläche sowie zur regionalen und globalen Kartierung des Mars eingesetzt werden. Durch den mißlungenen Einschuß in die Trajektorie zum Mars am 17. November 1996 ist die gesamte Mission verloren gegangen. Verständlicherweise waren Bestürzung und Enttäuschung bei allen Projektbeteiligten groß. Dennoch stellen die im Projektverlauf gewonnenen Erfahrungen eine beträchtliche Kompetenzerweiterung für das Projekt-Team, aber auch für jeden einzelnen Beteiligten dar, auf die bei nachfolgenden Fernerkundungsvorhaben auf Satelliten und Flugzeugen im wissenschaftlichen und kommerziellen Bereich bereits zurückgegriffen wurde.

5.1.1 Die WAOSS-Baugruppen

Zum Verständnis des gewählten thermischen Modells und dessen experimentgestützter Korrektur ist es erforderlich die Baugruppen der Kamera kurz zu beschreiben.

Der Kamerakopf besteht aus den Baugruppen

- *Baffle*
- *Optische Bank*
- *Objektiv*
- *Sensormodul*
- *Kamerakopfgehäuse*

Hinter dem Kamerakopf sind nacheinander die Elektronikmodule angeordnet:

- *Modul Front-End-Electronics 1 (FEE1)*
- *Modul Front-End-Electronics 2 (FEE2)*

- Modul Digital System Processor 1 (DSP1)
- Modul Digital System Processor 2 (DSP2)
- Modul Data Compression Electronics 1 (DCE1)
- Modul Data Compression Electronics 2 (DCE2)
- Modul Spacecraft Interface 1 (SCE1)
- Modul Spacecraft Interface 2 (SCE2)
- Modul Relay Plate (RPM)
- Modul Power 1 (POW1)
- Modul Power 2 (POW2)
- Modul Bussystem

Die Kamerastruktur besteht aus den Baugruppen

- Frontplatte
- Kameragestell
- Rückplatte

Die doppelte Realisierung der meisten Elektronikmodule resultiert aus dem Redundanzkonzept der Kamera.

Einen Überblick über die Anordnung der WAOSS-Baugruppen gibt die Abb. 5

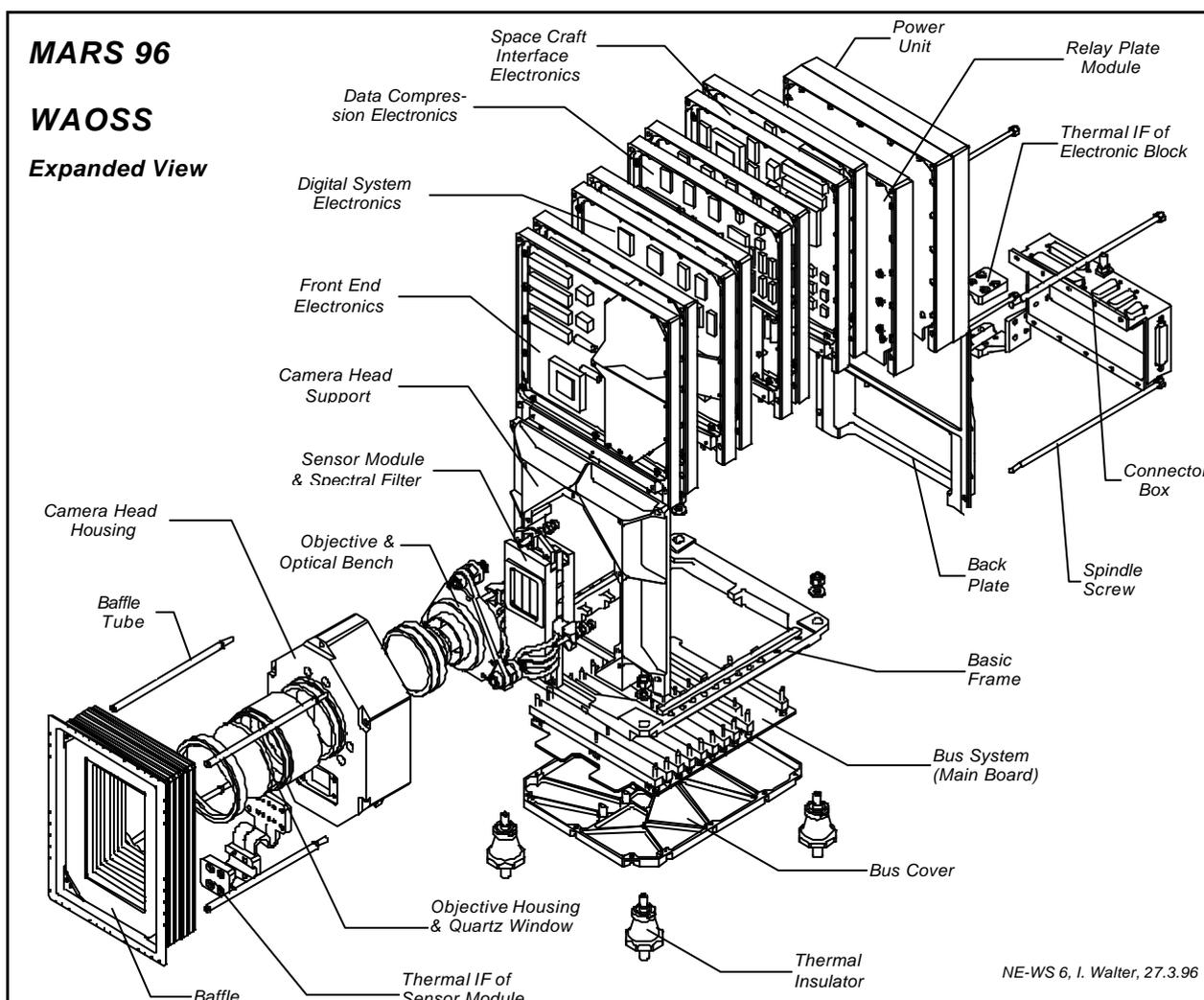


Abb. 5, Anordnung der WAOSS-Baugruppen

Die folgende kurze Beschreibung der Baugruppen geschieht so, daß hinter jeder Baugruppe, die im TMM als Knoten definiert wird, die Bezeichnung (**Knotenname;KnotenNr.**) erscheint.

Das *Baffle* (**Baffle;4**) als Streulichtschutzeinrichtung öffnet ein Sehfeld von $2 \times 40^\circ$ in CCD-Zeilenlängs- und $2 \times 25^\circ$ in CCD-Zeilenquerrichtung. Um eine hinreichende Absorptionswirkung bei der extremen Weitwinkligkeit zu erreichen, sind eng gesetzte Reflexionsflächen erforderlich. Deshalb wurde das Baffle als 10-fach Sandwich aus Waben und Blendenringen aufgebaut. Für die Befestigung der MLI sind am Bafflerand umlaufend Bohrungen angebracht.

Die *optische Bank* (**Optical Bench;8**) verbindet *Objektiv* (**Objectiv;9**) und Sensormodul zu einer separat justier- und testfähigen Einheit. Drei um jeweils 120° versetzt am Objektivträger angeordnete Justiereinrichtungen sichern über Kugel / Prismen-Paarungen den statisch bestimmten Sitz des Sensormoduls gegenüber dem Objektiv. Zur Kompensation thermisch verursachter Fokusbewegungen sind die optische Bank und der Objektivkörper aus Titan gefertigt.

Das *Sensormodul* (**Sensormodule;11**) hat die Aufgabe, die CCD-Zeilen parallel in der Bildebene der Optik in entsprechend dem Stereowinkel erforderlichen Abstand in Funktion zu bringen. Dazu gehört, aus signaltechnischen Gründen (Auslesefrequenz im MHz-Bereich) in unmittelbarer Nähe die Takt- und Betriebsspannungsversorgung und auf der Ausgangsseite Signalverstärker anzuordnen. Gleichzeitig müssen die Sensoren wegen ihrer Dunkelstromcharakteristik – der Dunkelstrom verdoppelt sich etwa mit einer Temperaturerhöhung von ca. 7°K – im Betrieb möglichst temperaturstabil gehalten werden. Da in der WAOSS Front-End-Elektronik eine pixelbezogene Dunkelstromkorrektur durchgeführt wird, beschränkt sich die Forderung nach Temperaturstabilität für die CCD-Zeilen auf den relativ großen Bereich von $0 \dots 25^\circ\text{C}$. Dieser Forderung konnte entsprochen werden, indem der Berylliumkörper, der die CCD-Zeilen trägt, mit einem Wärmetransfersystem aus Kupferseilen ausgestattet ist, das die Verbindung zur definierten Temperatursenke (Heat Pipe) des Spacecraft schafft.

Das *Kamerakopfgehäuse* (**Camera Head Housing;7**) dient gleichzeitig der Befestigung des Sensorsystems und dessen Abschluß nach außen. Es trägt Baffle, Objektivgehäuse (**Objectiv Housing;6**) und Wärmetransfer zum Wärmerohr des Spacecrafts. Die optische Öffnung ist durch eine 4 mm starke Quarzscheibe (**Quarz Window;5**) verschlossen. Sie vermindert die Auskühlung des Objektivs und bietet einen zusätzlichen Schutz vor Strahlungseinflüssen. Das Kamera Kopfgehäuse ist eine kompakte Aluminiumfrässtruktur mit einer aus Strahlungsschutzgründen festgelegten Mindestwandstärke von 2 mm und einer mattschwarzen Innenbeschichtung. Thermisch ist dieses Bauteil mit der Kamerastruktur verbunden, mit Ausnahme der Wärmetransferstrecke des Sensormoduls. Dieses wird vom Kamerakörper isoliert an den äußeren Wärmetransfer zum Wärmerohr des Spacecraft-TCS angeschlossen. Zum weitgehend verlustfreien Wärmetransport ($R_{th} < 2 \text{ K/W}$), aber gleichzeitiger mechanischer Flexibilität wurden dafür spezielle Kupferlamellenkörper mit elektronenstrahlgeschweißten Befestigungsglaschen und Wärmerohrklemmen entwickelt. Die Wärmerohrklemmen werden im TMM als thermisches Interface des Sensormodules bezeichnet (**TIF of Sensor Module;12**).

Der Elektronikblock ist nach dem im Raumfahrtgerätebau häufig verwendeten Tower-Prinzip aufgebaut und enthält 11 einzelne, funktionelle Module, die elektrisch über ein Bussystem verbunden sind.

Jedes der Elektronikmodule ist eine selbständige Baugruppe mit

- Mehrlagenleiterplatte (**EB...;32...42**)

- Steckverbinder
- Aluminiumrahmen (**Frame...;21...31**)

zur mechanischen Befestigung, Wärmeableitung und als Gehäuse nach außen.

Entsprechend den spezifischen Bedingungen einzelner elektronischer Bauelemente wurden Wärmeleitvorrichtungen und Versteifungsrahmen in die Konstruktion eingefügt. Damit wurden lokale Wärmezentren mit Verlustleistungen über 2 W konditioniert und die Resonanzfrequenz jeder Elektronikbaugruppe auf über 200 Hz angehoben.

Die Kamerastruktur enthält neben Grundrahmen (**Basic Frame;13...18**), Frontplatte (**Camera Head Support;10**), und Rückwand (**Back Plate;20**) mit Steckerkasten (**Connector Box;43**) keine weiteren Gehäuseteile. Die Struktur besteht aus schwarz eloxierten Frästeilen aus verzugsfreiem Aluminiumguß mit einer Mindestwandstärke von 2 mm.

Der Grundrahmen bildet die Basis der Kamera, trägt das Bussystem und sichert über die mechanischen Schnittstellen die Befestigung der Kamera auf der Spacecraft-Plattform. Da auf dieser Plattform noch weitere Kamera-Instrumente montiert sind, wurde sie ARGUS - Plattform (nach dem hundertäugigen Riesen der griech. Sage) (**Argus Platform;3**) genannt. Diese Plattform ist eine thermisch zwischen -30 und +30°C frei driftende Befestigungsstruktur. Die Montage der WAOSS-Kamera mußte daher thermisch isoliert, mit vier eigens zu diesem Zweck entwickelten und qualifizierten Thermalisolatoren (mit $R_{th} > 600$ K/W) realisiert werden.

Die thermische Kopplung des Elektronikblocks mit dem TCS-Wärmerohr (**Heat Pipe;2**) der ARGUS-Plattform erfolgt seitlich am Steckerkasten wieder über ein Thermisches Interface aus Kupferlamellen mit elektronenstrahlgeschweißten Befestigungsglaschen und Wärmerohrklemmen. Diese Wärmerohrklemme trägt im TMM die Bezeichnung (**TIF of Sensor Electronic;19**).

Der letzte im TMM auftretende und hier noch nicht erwähnte Knoten ist der Kältehintergrund des freien Weltraums (**Space;1**).

5.2 Das Thermal Mathematical Model der WAOSS-Kamera

Zur quantitativen Beschreibung des thermischen Verhaltens der WAOSS-Kamera wurde ein 43 – Knotenmodell formuliert. Die ersten drei Knoten des Modells bilden die thermale Umwelt, der die 40 Kameraknoten ausgesetzt sind. Diesen drei Knoten wird in Modellrechnungen ein sogenannter Boundary Status zugewiesen. Das bedeutet, daß die Temperatur dieser Knoten trotz Wechselwirkung mit den Kameraknoten konstant bleibt. Physikalisch entspricht das einer Wärmekapazität $C = \infty$. Die anderen Knoten, deren Zuordnung zu den Kamerabaugruppen im vorigen Abschnitt vorgenommen wurde, heißen Diffusionsknoten (Diffusion Nodes). Das bedeutet, daß ihre Temperaturen Funktionen der Zeit durch die Wechselwirkung mit anderen Knoten und durch ggf. interne Wärmequellen sind.

Im gewählten Modell sind zwei Arten von Wechselwirkungen zugelassen.

- Die lineare Wechselwirkung (Wärmeleitung) zwischen den Knoten i und j , repräsentiert durch die Parameter $GL(i, j)$ und als Symbol  im Übersichtsbild des Thermal Models.
- Die Wechselwirkung für den Wärmestrahlungsaustausch zwischen den Knoten i und j , repräsentiert durch die Parameter $GR(i, j)$ bzw. das Symbol .

Es gibt im Modell 57 lineare und 35 radiative Wechselwirkungen. Zahlenwerte für die $GL(i, j)$ wurden auf der Basis von tabellierten Materialwärmeleitungen, Näherungsformeln für Wärmeübergänge an Berührungsflächen und an Schraubenverbindungen usw. ermittelt, gestützt durch eigene Messungen und Erfahrungen. Dies gilt analog für die $GR(i, j)$. Die Sichtfaktoren einander "sehender" Oberflächen wurden geschätzt (nicht geometrisch berechnet). Auch die Emissionskoeffizienten (ϵ_i) der strahlungswechselwirkenden Flächen wurden lediglich geschätzt. Die Wärmekapazitäten der einzelnen Knoten C_i wurden auf der Basis der bekannten Massen der Baugruppen und deren Einzelteile möglichst genau ermittelt. Bei Verbundwerkstoffen wie etwa Mehrebenenleiterplatten wurden wieder Erfahrungswerte herangezogen. Recht genau konnten die Parameter Q_i in das Modell einbezogen werden, da es sich ausschließlich um elektrische Verlustleistungen handelt, die auf einzelnen Knoten freigesetzt werden. Es handelt sich hierbei z. B. um die dissipierte Energie von Schaltkreisen auf einer Leiterplatte. Die Verlustleistungen elektronischer Bauelemente sind aus den Datenblättern (bereits in der Konzeptionsphase des Projektes) bekannt.

Die Anlage 1 im Appendix enthält die Werte der verwendeten Parameter. Trotz aller Sorgfalt bei der Parameterfestlegung für das TMM dürfte klar sein, daß das errechnete thermische Verhalten des Modells der Realität bestenfalls nahe kommt.

Die Abbildung 6 zeigt das Übersichtsbild des TMM der WAOSS-Kamera.

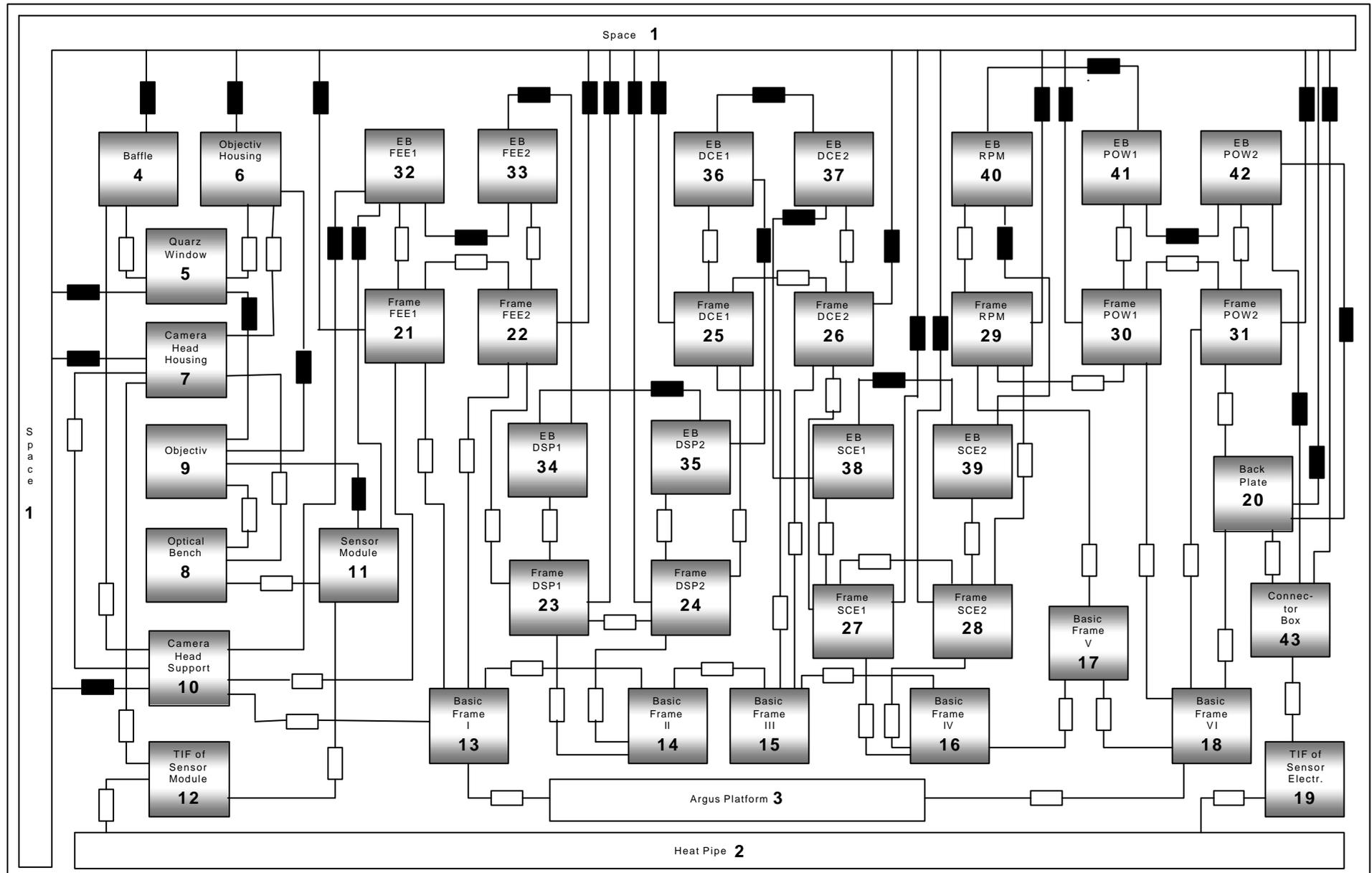


Abb. 6, Übersichtsbild des TMM der WAOSS-Kamera

Es ist zu erkennen, daß jede Elektronikleiterplatte durch jeweils einen Knoten repräsentiert wird. Normalerweise ist es üblich auch Elektronikleiterplatten in eine Knotenstruktur zu zerlegen, insbesondere wenn sie Bauelemente mit hoher Verlustleistung tragen. Da es aber in dieser Arbeit nicht eigentlich um die Konditionierung der Kamera geht, sondern um die Verifizierung der Parameteridentifikationsmethode, wurde auf die Detaillierung der Leiterplatten verzichtet. Die Knotentemperatur der Leiterplatte ist somit definitionsgemäß die integrale Temperatur der Leiterplatte, die im Experiment beispielsweise durch die gewichtete Mittelung aller an der Leiterplatte angebrachten Temperaturfühler repräsentiert wird.

Der Grundrahmen (Basic Frame) der Kamera, der ein geschlossenes Aluminiumfrästeil ist, wird dagegen in 6 Knoten aufgeteilt, um seinen in Blickrichtung der Kamera erwarteten Temperaturgradienten angemessen zu berücksichtigen. Die Abbildung 7 zeigt die gewählte Unterteilung des Grundrahmens in 6 Knoten.

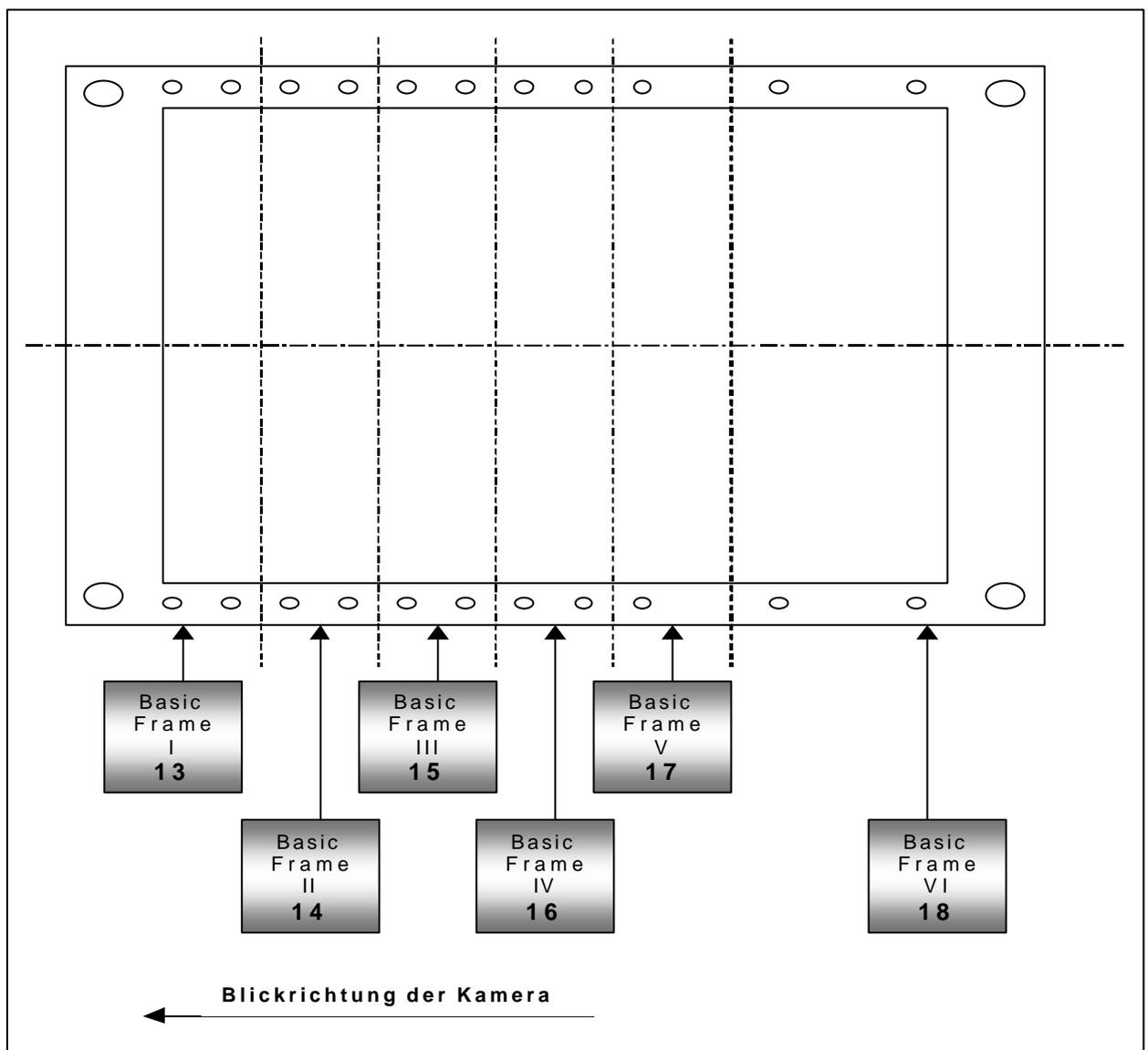


Abb. 7, Einteilung des Grundrahmens in 6 Knoten

Jetzt steht Modellrechnungen mit dem in ESATAN formulierten TMM nichts mehr im Wege.

5.3 Erzeugung synthetischer Temperatur / Zeitverläufe mit dem ESATAN-Modell der WAOSS-Kamera

Das TMM der WAOSS-Kamera wird als ESATAN-Modell formuliert. Es ermöglicht, mit den im vorangegangenen Abschnitt fixierten Parametern, das thermische Verhalten der Kamera für jeden beliebigen Zeitpunkt zu berechnen. Ziel der Rechnersimulation soll es an dieser Stelle sein, den später im Experiment tatsächlich realisierten Bedingungen nahe zu kommen.

Das im vorangegangenen Abschnitt beschriebene TMM der WAOSS-Kamera sei also (virtuell) montiert auf der ARGUS-Plattform, die eine konstante Temperatur von 223K haben soll. Das thermische Interface (Wärmerohr) der ARGUS-Plattform möge eine konstante Temperatur von 275 K haben, die gesamte Kamera sei in Multi Layer Insulation eingehüllt, das Testobjekt befinde sich in der Weltraumsimulationskammer (Vakuum, Kälte hintergrund 80K) und die Kamera sei ausgeschaltet, keine internen Wärmequellen seien aktiv. Diese Randbedingungen werden dazu führen, daß die Kamera auskühlt. Um einen Vergleich zu den später tatsächlich verwendeten Laborbedingungen zu haben, wählt man als Starttemperatur aller Knoten 20°C (293K) und als Abkühlungszeit 10h. Die auf diese Weise ausgerechneten Knotentemperaturen bilden die Startwerte für eine zweite Simulationsrechnung. Jetzt werden die Temperatur / Zeitverläufe ausgerechnet, die durch Einschalten der Kamera, also die Aktivierung interner Wärmequellen (Elektronik auf den Leiterplatten etc.) den Übergang jedes Knotens in ein thermisches Gleichgewicht veranlassen. Die Anlage 2 im Appendix enthält das ESATAN-Modell für diese Simulationsphase.

Typische Ergebnisse dieser Simulationsrechnungen zeigen die folgenden Abbildungen 8, 9, 10 und 11.

Dabei enthält jede Abbildung die Kurvenschar, die zur Parameteridentifikation des jeweils betrachteten Knotens erforderlich ist. Diese Knoten sollen im folgenden Basisknoten heißen.

Der Basisknoten 10 (***Camera Head Support;10***), siehe Abb.6) hat z. B. zu den Knoten

- ***(Space;1)***
- ***(Baffle;4)***
- ***(Camera head Housing;7)***
- ***(Basic Frame I;13)***
- ***(Frame FEE1;21)***
- ***(EB FEE1;32)***

durch die entsprechenden Modellparameter quantifizierte Wechselwirkungen. Zur numerischen Identifikation der Wärmeaustauschparameter des Basisknotens 10 mit seinen wechselwirkenden Nachbarn sind daher die Temperaturverläufe der o. g. Knoten erforderlich.

Auf die Darstellung von Knoten mit konstanter Temperatur (Boundary Status), beim Basisknoten 10 ist das der Knoten (***Space:1***), wurde in der Abbildung verzichtet.

Die Abbildung 9 läßt erkennen, daß die Temperaturunterschiede des Basisknotens 14 zu seinen Nachbarn 13 und 15 sehr gering sind. Dies ist die Folge der Abb. 7 vorgenommenen Unterteilung des relativ gut wärmeleitenden Grundrahmens in 6 Knoten. Die Identifizierung der Wechselwirkungsparameter zwischen den Knoten des Grundrahmens könnte als ein Prüfstein für die Empfindlichkeit der angewendeten Algorithmen angesehen werden.

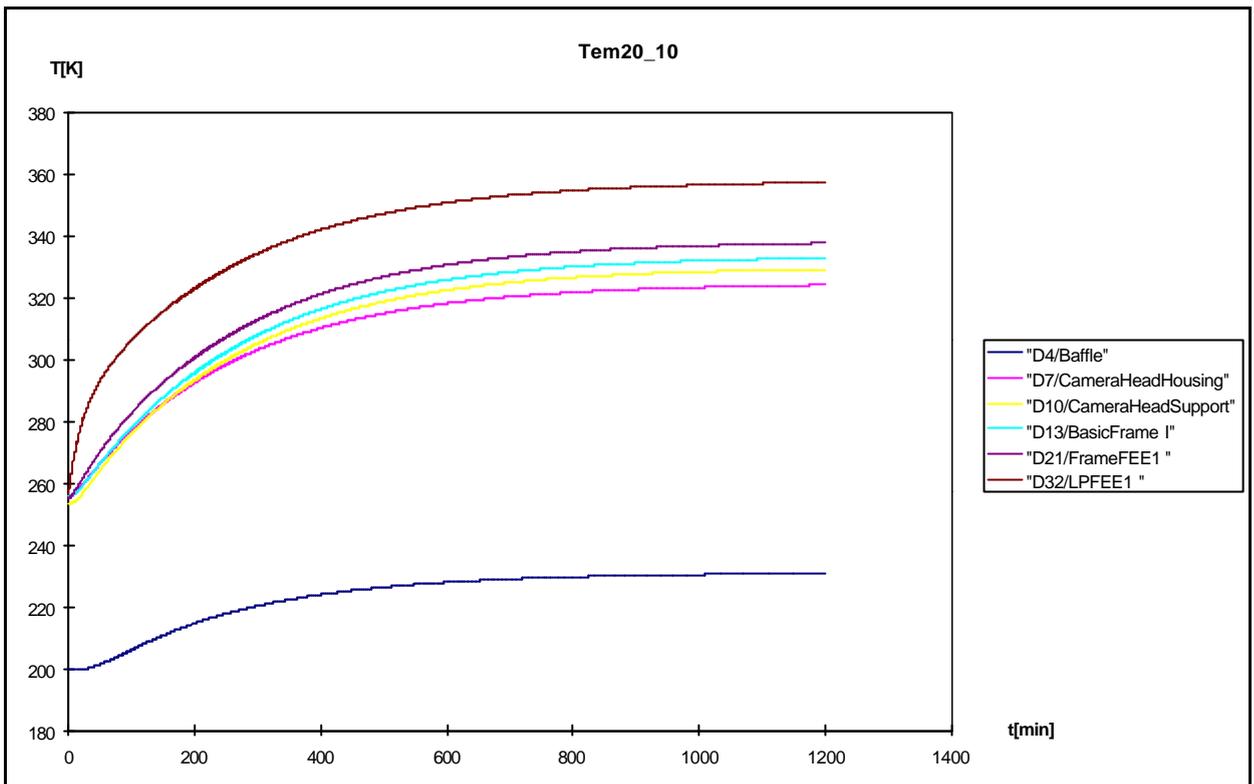


Abb. 8, Knotentemperaturen, die zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter des Basisknotens 10 benötigt werden

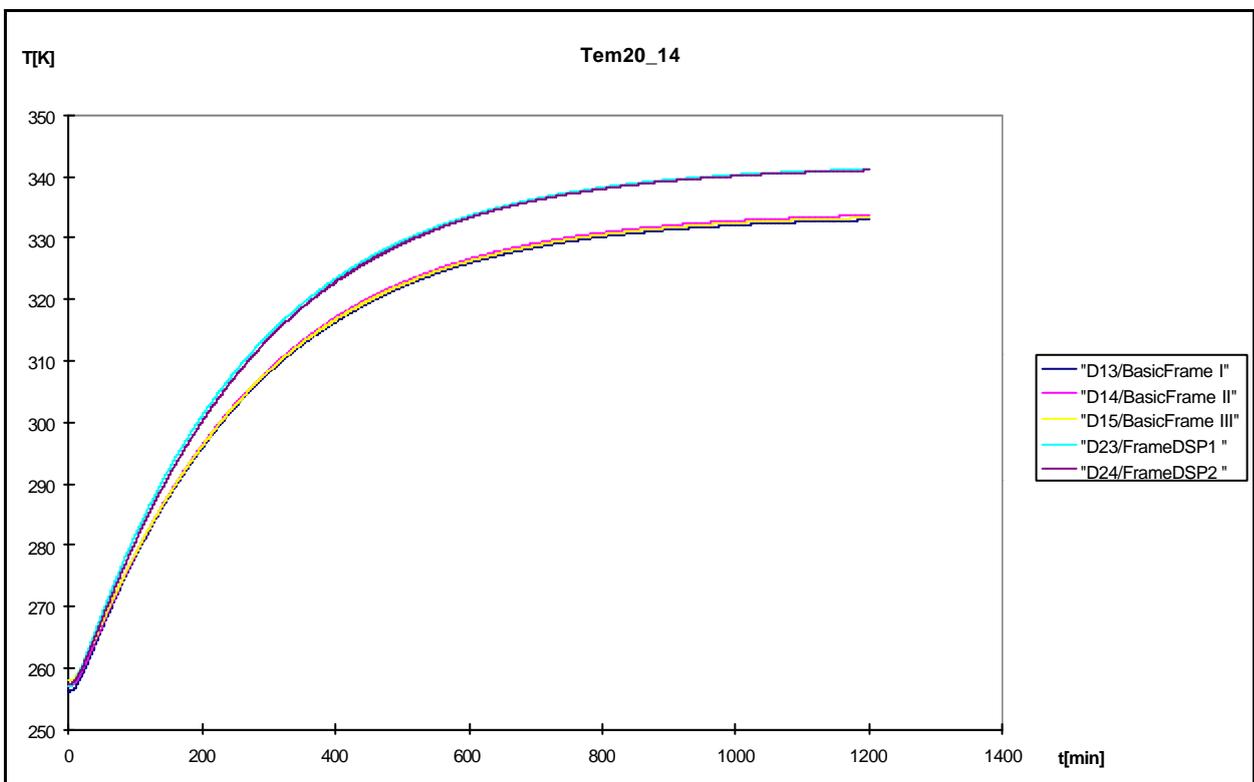


Abb. 9, Knotentemperaturen, die zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter des Basisknotens 14 benötigt werden

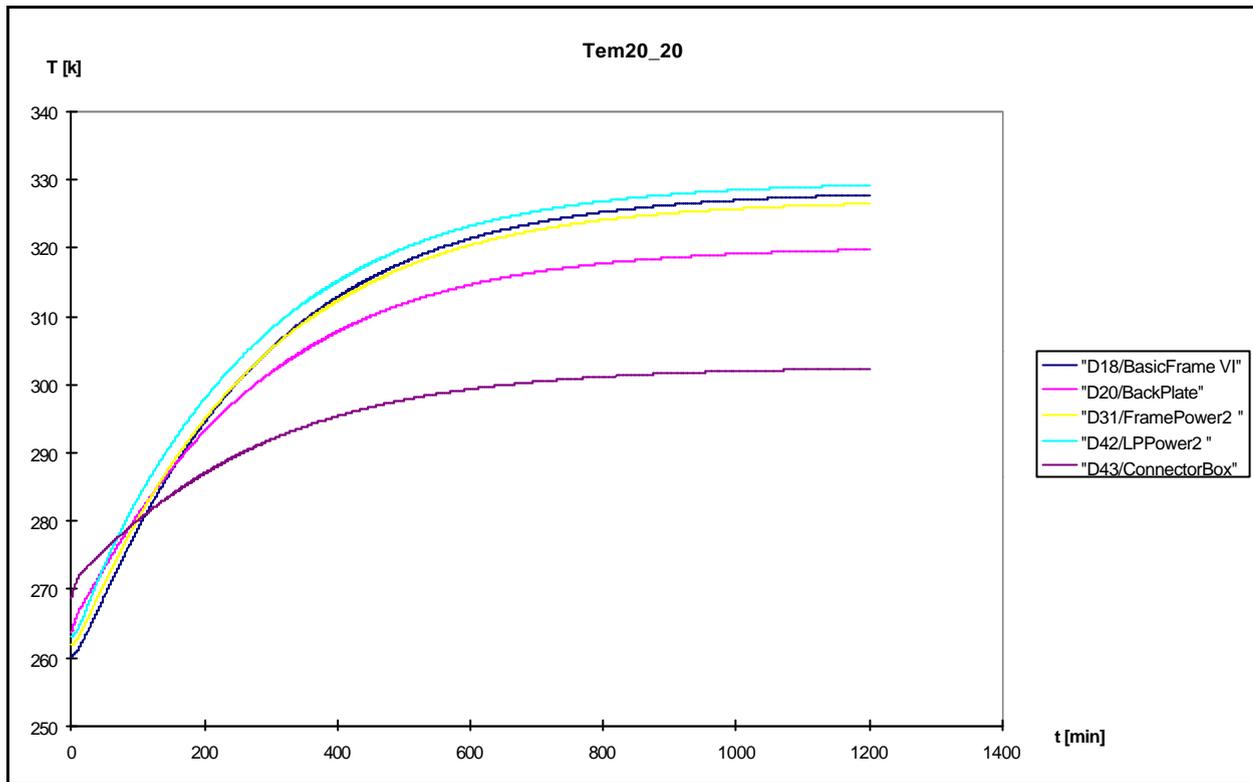


Abb. 10, Knotentemperaturen, die zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter des Basisknotens 20 benötigt werden

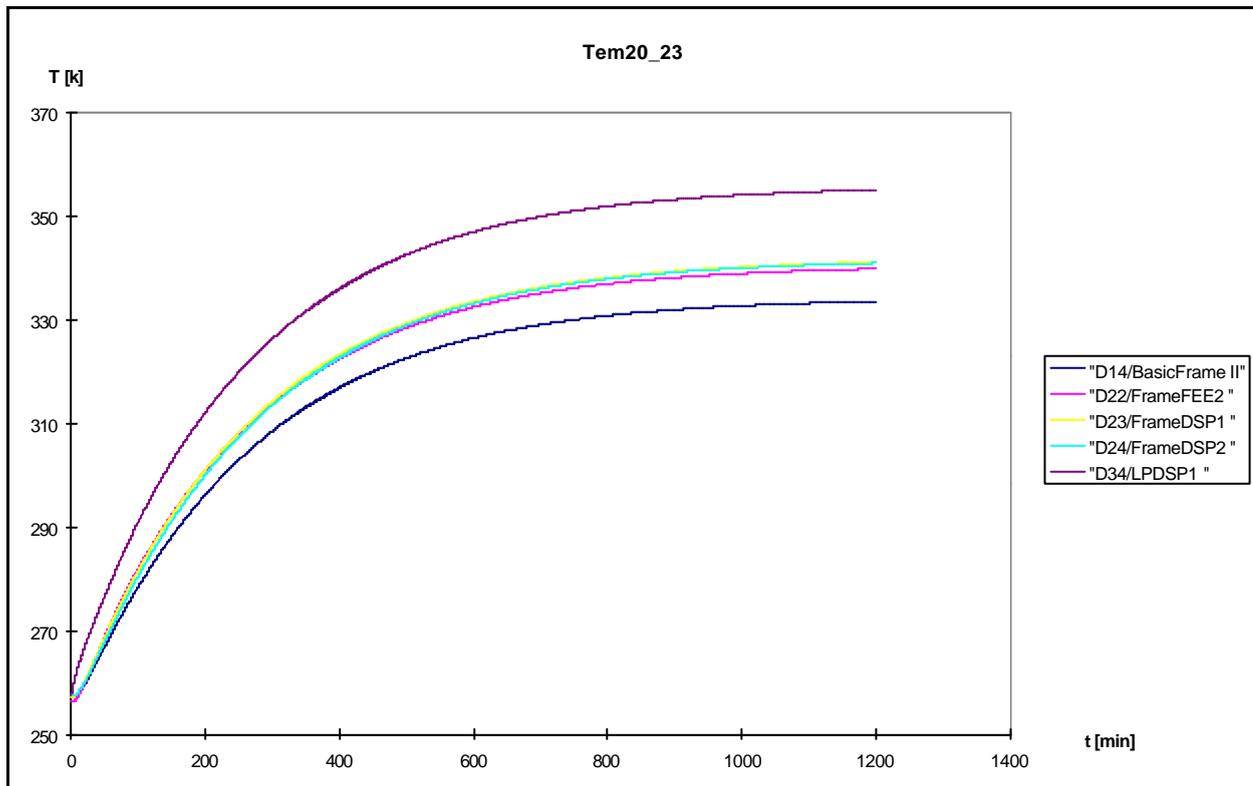


Abb. 11, Knotentemperaturen, die zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter des Basisknotens 23 benötigt werden

5.4 Die Implementierung der Identifikationsalgorithmen in Computer-Programme

Es entstanden zwei Hauptprogramme:

1. Der sogenannte Preprozessor. Er beinhaltet die Implementierung der konditionierten verallgemeinerten kleinsten Quadrate zur Bereitstellung von Startwerten für das Kalman-Filter und
2. das Kalman-Filter selbst. Dieses Programm realisiert die Implementierung des konditionierten Kalman-Filter-Algorithmus'.

Die Hauptprogramme werden flankiert durch Service- und Datenkonvertierungsprogramme.

Das wichtigste Serviceprogramm bei der Entwicklung der Hauptprogramme war eine Routine zur übersichtlichen Darstellung und der Änderungsmöglichkeit wahlweise jeder in den Algorithmen auftretender Matrix bzw. jedes auftretenden Vektors. Konvertierungsprogramme waren erforderlich um die gemessenen Daten in das gewählte Gleitkommaformat (14 Stellen Mantisse, 4 Stellen Exponent) zu konvertieren.

Vor der eigentlichen Anwendung der Algorithmen werden die gemessenen Daten in EXCEL vorverarbeitet. Wenn z. B. mehrere Temperaturmeßpunkte zu einer repräsentativen Knotentemperatur zusammengefaßt werden sollen, geschieht dies durch Sortierung und gewichtete Mittelwertbildung in EXCEL-Tabellen. Auch die Auswahl der notwendigen Meßdaten für die dimensionsreduzierten ("kleinen") Knotenmodelle aus dem Gesamtdatenmassiv und die Zuordnung der Daten zu den jeweiligen Basisknoten geschieht über verknüpfte EXCEL-Tabellen. Da EXCEL auch Verknüpfungen zu Tabellen (und Arbeitsmappen) herzustellen gestattet, die nicht geöffnet sind, ist es möglich, die Gruppierung der Datenmengen für die einzelnen Basisknoten in getrennten Arbeitsmappen zu organisieren. Dadurch bleibt die jeweils gleichzeitig zu verwendende Datenmenge, auch bei Meßintervallen für die Temperaturmessung von $\Delta t = 15\text{s}$ überschaubar und der PC bewahrt akzeptable Kommandoreaktionszeiten. Der große Vorteil der geschilderten Datenvorverarbeitung ist, daß die entstandenen "Datenmasken" für Messungen des gleichen Meßobjekts, aber verschiedenen experimentellen Randbedingungen unverändert bleiben können. Das TEM der WAOSS-Kamera z. B. wurde in 6 Meßphasen untersucht, die sich insbesondere durch Anzahl, Ort und Größe der eingeschalteten internen elektrischen Verlustleistungen Q_i unterscheiden. Der vom Meßwerterfassungssystem gespeicherte Datenfile mußte nach der Messung nur noch in die entsprechend vorbereitete EXCEL-Tabelle kopiert werden. Bei der Öffnung der den einzelnen Basisknoten zugeordneten Arbeitsmappen werden diese automatisch aktualisiert. Dies betrifft auch die in jeder Arbeitsmappe enthaltene graphische Darstellung der Temperaturen des Basisknotens und seiner Wechselwirkungspartner.

Durch die Visualisierung der sortierten Meßdaten bekommt man bereits hier Hinweise auf evtl. problematische Datenkonstellationen.

Die Implementierung der eigentlichen Identifikationsalgorithmen und Serviceprogramme erfolgte in *BORLAND TURBO-PASCAL (V. 6.0)*. Bei der Programmarchitektur wurde eine konsequente Unterprogrammstruktur verwirklicht. Die Unterprogramme werden durch das jeweilige Hauptprogramm zusammengebunden. Sämtliche Routinen wurden von mir selber geschrieben, mit Ausnahme der SVD-Procedure und dem Unterprogramm zur Ermittlung der Fehlerkovarianzmatrix im Preprozessor (beide aus [32]).

Da ich als Programmierer ein Autodidakt bin, sind die entstandenen Programme sicher an einigen

Stellen von höchst unvollendeter Eleganz. (Die dümmsten Programmierer haben die dicksten Programme). Ich empfinde dennoch einen gewissen Stolz, die aus meiner Sicht recht komplexen Probleme ohne professionelle Hilfe in lauffähige Routinen umgesetzt zu haben. Etwa 7200 geschriebene Programmzeilen in den letztlich genutzten *TURBO-PASCAL* Programmen mögen ein Hinweis auf den Umfang der geleisteten Programmierarbeit sein. Mindestens ebenso viele Programmzeilen sind im Laufe der Programmentwicklung wieder verworfen worden.

Die Dimension des Knotenmodells ist prinzipiell frei wählbar. Alle auftretenden Vektoren und Matrizen sind als sogenannte dynamische Variablen oder Zeigervariablen deklariert, d. h. sie belegen nur dann Arbeitsspeicher wenn sie unmittelbar an der Rechnung teilnehmen. Das k.o. Kriterium dürfte bei der verwendeten *TURBO-PASCAL*-Version die Beschränkung sein, daß für eine Variable maximal 64 kByte Speicherplatz verfügbar sind³. Das bedeutet bei Verwendung des komfortablen Gleitkommaformates "extended" (10 Bytes ; 14 Stellen Mantisse, 4 Stellen Exponent), daß eine quadratische Matrix die maximale Dimension 80x80 haben kann. Die implementierten Algorithmen können dann Basisknoten mit 39 Wechselwirkungspartnern gerade noch verarbeiten. Die Situation, daß in einem realen Knotenmodell ein Knoten mit 39 anderen Knoten direkt verknüpft ist, ist aber eher unwahrscheinlich.

Beim gewählten 43-Knotenmodell der WAOSS-Kamera ist der Knoten 10 (**Camera Haed Support;10**) der "meistbeschäftigte" Knoten. Er hat 6 wechselwirkende Nachbarn. In den geschriebenen Programmen bestimmt folgerichtig auch nicht die Dimension des Knotenmodells die Dimension der Vektoren und Matrizen. (In dem gewählten 43-Knotenmodell der WAOSS-Kamera könnte ja theoretisch jeder Knoten mit allen 42 Nachbarknoten wechselwirken.) Vielmehr bestimmt der Knoten mit der maximalen Anzahl der tatsächlich wechselwirkenden Nachbarn die Dimension der Matrizen und Vektoren. Dies wirkt sich förderlich auf Rechengeschwindigkeit – und Genauigkeit aus.

5.4.1 Der Preprozessor

Der Preprozessor benötigt außer der Standardabweichung des Meßfehlers der Temperaturmessung keine weiteren a priori Informationen.

Aus der zeitlichen Entwicklung der gemessenen Knotentemperaturen bei der Annäherung an ein thermisches Gleichgewicht werden die Modellparameter und die zugehörige Fehlerkovarianzmatrix ermittelt. Die Auswahl einer notwendigen Anzahl von Stützstellen gestattet die Konstruktion eines linearen Gleichungssystems. Die Koeffizientenmatrix der unbekannt Parameter in diesem System ist die sogenannte Designmatrix.

Im Abschnitt 3.4.3 wurde bereits darauf hingewiesen, daß eine Methode zu einer möglichst gut konditionierten Designmatrix zu gelangen, die fortgesetzte Variation der Zeitpunkte (Stützstellen für das zu lösende Gleichungssystem) in vorgegebenen Grenzen mit Hilfe eines Zufallsgenerators ist. Der jeweils erreichte Konditionierungszustand (Konditionierungszahl) der Designmatrix kann dann am Verhältnis vom größten zum kleinsten Diagonalelement der bei SVD entstehenden Diagonalmatrix abgelesen werden (siehe Abschnitt 3.4.3). Die nach einer endlichen Anzahl von Versuchen gefundene Designmatrix $[A]$ mit der kleinsten Konditionierungszahl wird zur

³Die 64kB Beschränkung für eine Variable dürfte bei höheren Programmversionen (INPRISE / DELPHI) inzwischen beseitigt sein.

Identifizierung der Modellparameter und deren Fehlerkovarianzen gemäß (101), (102) und (103) weiterverwendet.

Sollte es nicht gelingen, eine Designmatrix mit hinreichend kleiner Konditionierungszahl bezüglich der verfügbaren Gleitkommagenauigkeit zu finden, erfolgt die "Edition" der singulären Elemente der Diagonalmatrix $[W]$, durch die zwangsweise Gleichsetzung $1/w_i=0$. Diese Verfahrensweise ist implementiert und läuft automatisch ab. Sollte die ‚Editierung‘ zu negativen Komponenten im resultierenden Parametervektor führen, was gelegentlich geschieht, wird der gesamte Parametersatz automatisch verworfen.

Eine Schleife gestattet die Ansammlung von einer wählbaren Anzahl Parametervektoren (default 50). Dafür benötigt der verwendete PC (Pentium I, MMX 166 MHz) etwa 10 Minuten. Schließlich wird der Parametervektor mit der minimalen Konditionierungszahl zur Weiterverwendung ausgewählt.

Eine ergänzende Routine zur Beurteilung des über die minimale Konditionierungszahl der Designmatrix gefundenen Parametersatzes ist im Preprozessor implementiert. Es wird ein Gütekriterium für den Parametervektor formuliert, das sämtliche relevanten, gemessenen Knotentemperaturen einbezieht.

Die Anwendung dieses Gütekriteriums hat den Vorteil, daß es in gleicher Weise auf den später vom Kalman-Filter ermittelten Parametervektor angewendet werden kann. Dadurch kann die Wirksamkeit des Kalman-Filters, nämlich ob und wie intensiv eine Verbesserung des vom Preprozessor bereitgestellten Startvektors stattgefunden hat, beurteilt werden.

Basis zur Formulierung des Gütekriteriums ist die Gleichung (79) aus Abschnitt 3.4.3

$$2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}} = \Delta t \left[\frac{1}{2} \Psi_0 + \Psi_1 + \dots + \frac{1}{2} \Psi_n - \frac{1}{2} \Psi_n - \Psi_{n+1} - \dots - \frac{1}{2} \Psi_m \right]$$

mit der Substitution (67)

$$\Psi = \frac{Q}{C} + \sum_j \frac{GL(j)}{C} (T_j - T) + \sum_j \frac{GR(j)}{C} (T_j^4 - T^4).$$

Auf der linken Seite von (79) steht eine Funktion der gemessenen Temperatur des betrachteten Knotens (Basisknotens). Auf der rechten Seite von (79) werden die gefundenen Parameter mit den gemessenen Temperaturen des Basisknotens und seiner Wechselwirkungspartner verknüpft. Wären die gefundenen Parameter exakt, gäbe es eine sehr geringe Differenz zwischen linker und rechter Seite von (79) für jeden Zeitpunkt an dem die Temperaturen gemessen wurden. Die verbleibende, geringe Differenz zwischen links und rechts entsteht durch den fortgeplanten Meßfehler der Temperaturmessung. Dennoch läßt sich ganz allgemein sagen: Je kleiner die Differenz zwischen linker und rechter Seite von (79) ist, desto besser ist der gefundene Parametersatz.

Um prinzipiell alle verfügbaren Meßzeitpunkte einbeziehen zu können, wird folgendes Kriterium formuliert

$$D = \sqrt{\sum_{k=0}^z \left[(2T_n - T_{\text{Anf}} - T_{\text{End}})_k - \left(\Delta t \left[\frac{1}{2} \Psi_0 + \Psi_1 + \dots - \Psi_{n+1} - \frac{1}{2} \Psi_m \right] \right)_k \right]^2}. \quad (109)$$

Für k Meßzeitpunkte werden die quadrierten Differenzen der linken und rechten Seite der Gleichung (79) gebildet und die Quadratwurzel aus ihrer Summe wird als Gütekriterium D der identifizierten Parameter definiert.

Es kann im Preprozessor ausgewählt werden, an wie vielen Zeitpunkten z der jeweils gefundene Parametervektor für das Gütekriterium (109) herangezogen wird. Die maximale Anzahl ist selbstverständlich die Anzahl ($\approx 10^3$) aller Meßintervalle Δt . Als hinreichend repräsentativ hat sich die Zahl $z = 80$ (default) herausgestellt.

Die z Zeitpunkte werden im Programm ermittelt, indem die Knotentemperaturfunktion des Basisknotens $T(t)$ in die gewünschte Anzahl z Abstände gleicher *Temperaturdifferenz* eingeteilt wird.

Es ist noch zu erwähnen, daß bei der Suche nach günstigen Startwerten für das Kalman-Filter durch den Preprozessor gelegentlich Parametervektoren mit einer oder mehreren negativen Komponenten ermittelt werden, was physikalisch sinnlos ist. Dies war für verschiedene Basisknoten in Abhängigkeit von den gewählten, experimentellen Randbedingungen unterschiedlich häufig der Fall. Es ist offensichtlich so, daß bei ungünstigen Knotentemperaturkonstellationen der wechselwirkenden Knoten der Zufallsgenerator häufiger Stützstellen aussucht, die numerisch zu negativen Parametern führen.

Es hat bei den später zu besprechenden Messungen am TEM experimentelle Randbedingungen gegeben, bei denen der Preprozessor bei einigen wenigen Basisknoten gar keine ausschließlich positiven Parametervektoren ermitteln konnte. Um ggf. Rechenzeitverschwendung zu vermeiden, wurde die Suche nach positiven Parametersätzen zeitlich limitiert (default 2h).

Das Flußdiagramm des Preprozessors (Abb. 12) zeigt der Übersichtlichkeit halber nur die prinzipiellen Abläufe. Tatsächlich werden im Programm z. B. nach der Ermittlung der Güte eines Parametersatzes nicht Parametervektor, Fehlerkovarianzmatrix und Konditionierungszahl gespeichert, sondern lediglich die Konditionierungszahl K und die Stützstellen des dazugehörigen Gleichungssystems. Ist schließlich das kleinste verfügbare K gefunden worden, werden Parametervektor und seine Fehlerkovarianzmatrix noch einmal berechnet.

Es werden außerdem alle relevanten Rechenparameter neben den Rechenergebnissen in einer Protokolldatei (.doc) und einer EXCEL lesbaren Datei (.csv) gespeichert.

Das erzielte Ergebnis des Preprozessors ist letztendlich ein Wertepaar aus Parametervektor und seiner Fehlerkovarianzmatrix, welches die unter den vorgegebenen Randbedingungen optimal verfügbaren a priori Informationen für das Kalman-Filter sind.

5.4.2 Das Kalman-Filter

Der Ablauf des Kalman-Filter-Programms entspricht im wesentlichen dem konditionierten Algorithmus, der in dem zusammenfassenden Abschnitt 3.3.5 beschrieben wurde. Die Abb. 13 zeigt das Flußdiagramm des Kalman-Filters. Es ist zu beachten, daß der Parametervektor, der vom Preprozessor bereitgestellt wurde, noch um die Komponente der Beobachtungsgröße erweitert werden muß. Die Beobachtungsgröße ist eine Funktion der Knotentemperatur des Basisknotens, nämlich $2T_n - T_{Anf} - T_{End}$.

Der Parametervektor hat dann die folgende Gestalt.

$$\{x\}_t = \left(2T_n - T_{Anf} - T_{End}, \frac{Q}{C}, \dots, \frac{GL(j)}{C}, \dots, \frac{GR(j)}{C}, \dots \right)$$

wobei j über die Anzahl der mit dem Basisknoten wechselwirkenden Nachbarknoten läuft. Die Fehlerkovarianzmatrix des Parametervektors ist natürlich auch um die entsprechenden Elemente zu erweitern. Die a priori Varianz der Beobachtungsgröße σ wird aus der Varianz des Meßfehlers σ_T der Temperaturmessung gewonnen

$$\sigma = \sigma_T \sqrt{6}.$$

Die diesbezüglichen Zusammenhänge sind in Abschnitt 3.3.4.1 erläutert. Die zur Beobachtungsgröße gehörige Time Updating Procedure wurde im Abschnitt 3.3.4 mit den Gleichungen (80)...(85) definiert. Durch die spezielle Wahl der Beobachtungsgröße und die Gestaltung des Time Updatings ist es nicht erforderlich, die Beobachtungsgröße in der Reihenfolge ihrer Messung abzuarbeiten. Diese Reihenfolge kann vielmehr wieder von einem Zufallszahlengenerator festgelegt werden. Dies kann von Vorteil sein, wenn für einen Basisknoten singuläre Datenkonstellationen entstanden sind. Die Singularität und ihre Umgebung wird dann nur stochastisch "getroffen". Auch bei einer Temperaturabhängigkeit der zu identifizierenden Parameter, die analytisch nicht bekannt ist und demzufolge nicht in das Time Updating einbezogen werden konnte oder bei anderen unbekanntem Modellfehlern, *kann* durch stochastische Abarbeitung der Meßwerte die Überbewertung solcher Zusammenhänge durch das Kalman-Filter abgeschwächt werden. Die stochastische Abarbeitung der Beobachtungsgrößen im Programm ist optional.

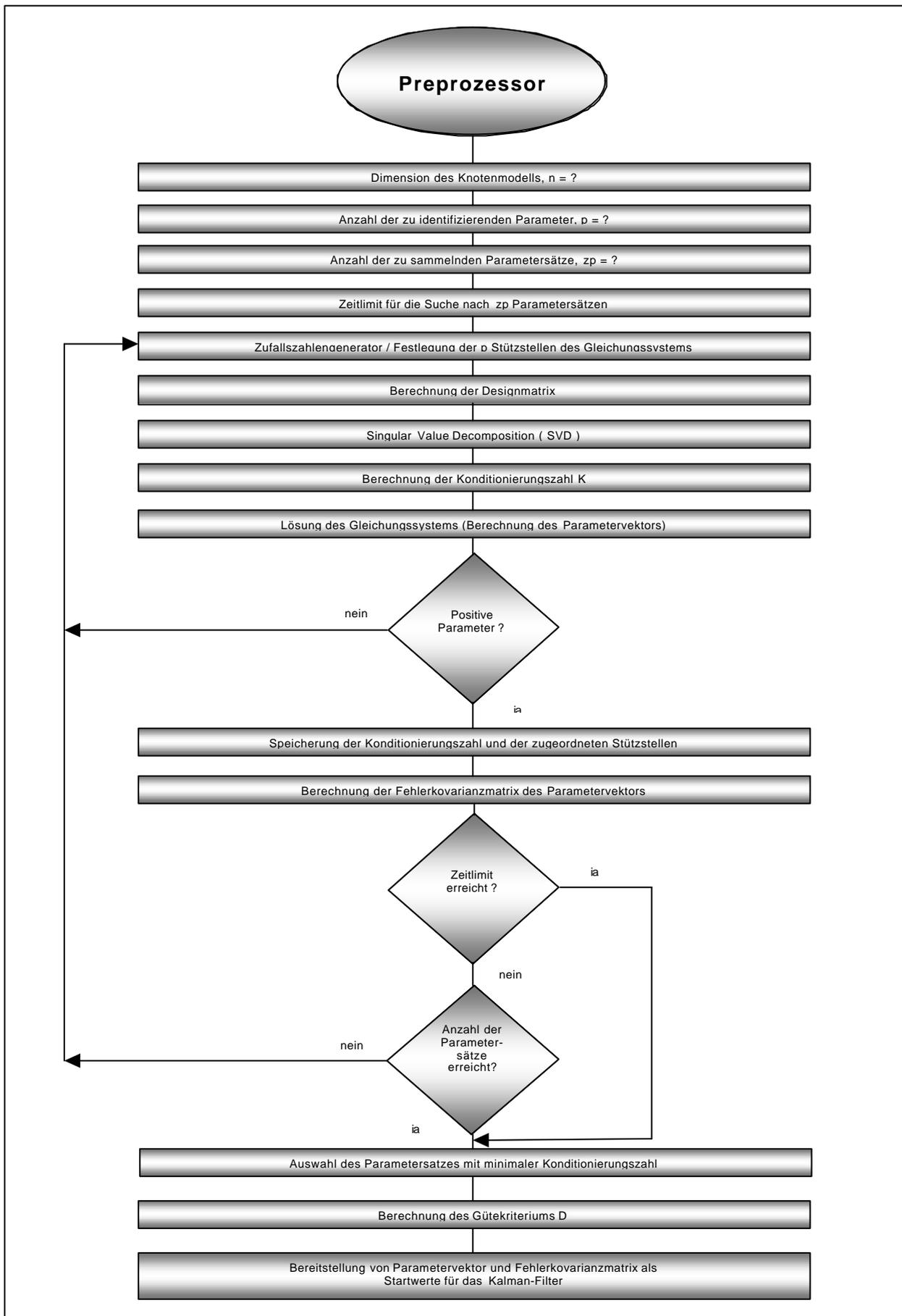


Abb. 12, Flußdiagramm des Preprozessors

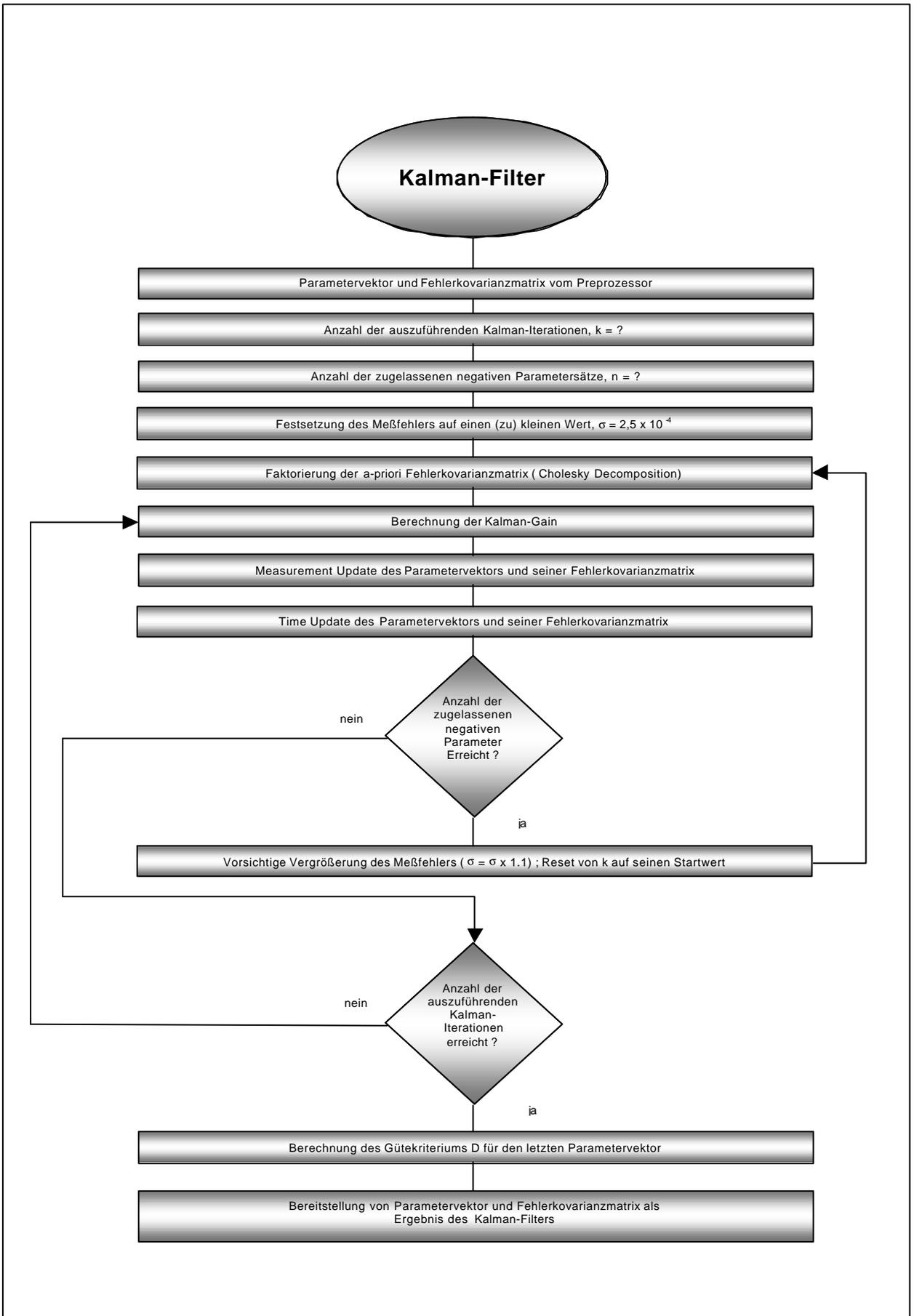


Abb. 13, Flußdiagramm des Kalman-Filters

Auch beim Kalman-Filter können durch Modellfehler oder singuläre Datenkonstellationen Parametervektoren auftreten, die (physikalisch sinnlose) negative Komponenten haben, dann aber bei fortgesetzter Iteration (Verlassen des singulären "Gebietes") wieder verschwinden. Das Auftreten solcher negativer Vektoren während der Kalman-Iteration wird vom Programm gezählt. Sollte diese Zahl ein festgelegtes Limit (als zweckmäßig haben sich 20% der gewählten Iterationsschrittzahl herausgestellt) übersteigen, wird der Iterationsprozeß abgebrochen und mit einer leicht erhöhten Vorgabe der Varianz des Temperaturmeßfehlers erneut begonnen. Den Sinn dieser Maßnahme erkennt man an den Gleichungen (54) und (55) (siehe Abschnitt 3.3.2 bzw. 3.3.5)

$$[\mathbf{K}]_t = [\Theta]_t [\Theta]_t^T [\mathbf{H}]_t^T \left(([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t) ([\mathbf{H}]_t [\Theta]_t)^T + [\mathbf{R}]_t \right)^{-1}$$

Die erhöhte Varianz des Temperaturmeßfehlers in $[\mathbf{R}]_t$ führt zu einer verkleinerten Kalman-Gain $[\mathbf{K}]_t$. Die sorgt ihrerseits beim Measurement Update für eine geringere Veränderung der Komponenten des Parametervektors $\{\hat{x}\}_t$, gemäß

$$\{\hat{x}\}_t = \{x_a\}_t + [\mathbf{K}]_t (\{y\}_t - [\mathbf{H}]_t \{x\}_t).$$

Die erhöhte Varianz des Temperaturmeßfehlers bei der Knotentemperaturmessung führt außerdem gemäß (56) zu einer Erhöhung des Systemrauschens (respektive zu dessen Kovarianzmatrix $[\mathbf{W}]_t^*$), da ja zur Konstruktion der Updating-Matrix $[\Phi]_t$ auch gemessene Knotentemperaturen verwendet wurden.

$$[\Theta]_{t+\Delta t} = [\Phi]_t [\Pi]_t [\Phi]_t^T + [\mathbf{W}]_t^*$$

Die Vergrößerung der Varianz des Systemrauschens hat im folgenden Kalman-Iterationsschritt ebenfalls eine dämpfende Wirkung auf die Kalman-Gain (54)

Man kann also auf diese Weise hinter einer höheren Varianz des Meßfehlers andere (unbekannte) Modellfehler verstecken.

Die Berechnung des Gütekriteriums D der gefundenen Parameter erfolgt in gleicher Weise wie im Preprozessor (Gleichung (109)). Der Vergleich zwischen D_{Kalman} und $D_{\text{Preprozessor}}$ zeigt, ob durch das Kalman-Filter eine Verbesserung der Parameter herbeigeführt werden konnte.

5.5 Parameteridentifikation aus synthetischen Temperatur / Zeitverläufen

In diesem Abschnitt werden die ersten Ergebnisse der Evaluation von Preprozessor und Kalman-Filter vorgestellt. Die zur Parameteridentifikation herangezogenen "Temperaturmessungen" sind für jeden einzelnen Knoten des Modells der WAOSS-Kamera mit ESATAN generierte Funktionen $T(t)$. Aus diesen Funktionen sollen mit Preprozessor und Kalman-Filter die Wärmeaustauschparameter wiedergefunden werden, die in ESATAN zur Generation der Knotentemperaturen vorgegeben wurden (siehe Appendix, Anlage 1). Auf diese Weise bleiben die zu evaluierenden Algorithmen zunächst von Modellfehlern verschont, die bei den später herangezogenen realen Temperaturmessungen am TEM nicht auszuschließen sind.

Bedauerlicherweise konnte ich in der gesamten ESATAN-Dokumentation keinerlei Fehlerangaben zu den Rechenergebnissen finden, die ESATAN liefert. Es ist also unklar, wie stark die errechneten Kurven $T(t)$ verrauscht oder anderweitig fehlerbehaftet sind. Die "Meßfehlervarianz" wurde daher

mehr oder weniger willkürlich auf $5 \cdot 10^{-2}$ festgelegt.

Um einen unmittelbaren Vergleich zwischen vorgegebenen und identifizierten Parametern zu ermöglichen, werden erstere zunächst in die implizite Form, die Preprozessor und Kalman-Filter liefern, umgerechnet. Für ESATAN werden (wie aus Anlage 1 des Appendix erkennbar) die Q_i , C_i , $GL(i, j)$ und $GR(i, j)$ explizit benötigt. Preprozessor und Kalman-Filter liefern aber $\frac{Q_i}{C_i}$, $\frac{GL(i, j)}{C_i}$ und $\frac{GR(i, j)}{C_i}$. Die Separation der Wärmekapazität muß in einem anschließenden Post-Processing erfolgen. Das Post-Processing wird im nächsten Abschnitt behandelt.

Die Rechenergebnisse sind in Tabellenform zusammengestellt. Aus dem 43-Knotenmodell der WAOSS-Kamera wurden für die relevanten 40 Basisknoten 40 Untermodelle separiert und jeweils von Preprozessor und Kalman-Filter abgearbeitet. In der ersten Tabellenspalte sind die Parameterbezeichnungen aufgeführt. Falls im betreffenden Basisknoten eine Wärmedissipation stattfindet, erscheint der entsprechende Parameter $\frac{Q_i}{C_i}$ in der ersten Zeile der Tabelle.

Die zweite Spalte (true) enthält die Parameterwerte die in ESATAN für die Generierung der "Meßkurven" vorgegeben wurden. Die 3. und 4. Spalte enthalten die von Preprozessor bzw. Kalman-Filter aus den "Meßkurven" identifizierten Parameterwerte. In der letzten Zeile dieser beiden Spalten ist das Gütekriterium D (siehe Gleichung (109)) aufgeführt. Die beiden letzten Spalten enthalten die den identifizierten Parametervektoren zugeordneten Fehlervarianzen.

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse für vier ausgewählte Basisknoten.

Basisknoten 10					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(10,4)/C10	1,25E-04	1,27E-04	1,25E-04	1,75E-11	7,55E-13
GL(10,7)/C10	8,35E-04	8,52E-04	8,41E-04	3,01E-09	8,07E-11
GL(10,13)/C10	1,25E-03	1,22E-03	1,25E-03	7,31E-09	4,64E-10
GL(10,21)/C10	6,26E-04	6,27E-04	6,16E-04	3,48E-08	3,26E-09
GR(10,1)/C10	6,39E-14	2,37E-14	5,64E-14	8,73E-27	2,94E-28
GR(10,32)/C10	1,68E-12	1,65E-12	1,70E-12	1,40E-25	1,54E-26
Güte-D		2,76E-03	6,33E-04		
Basisknoten 14					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(14,13)/C14	4,44E-02	2,88E-02	3,90E-02	1,37E-06	4,24E-08
GL(14,15)/C14	4,44E-02	3,02E-02	3,95E-02	1,15E-06	3,57E-08
GL(14,23)/C14	3,17E-03	2,93E-03	3,08E-03	2,40E-10	6,70E-12
GL(14,24)/C14	3,17E-03	1,23E-03	2,52E-03	2,22E-08	6,91E-10
Güte-D		1,50E-02	1,04E-02		
Basisknoten 20					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q20/C20	7,98E-03	8,27E-03	7,76E-03	6,11E-06	2,82E-07
GL(20,18)/C20	1,60E-03	1,62E-03	1,59E-03	2,10E-08	8,53E-10
GL(20,31)/C20	7,98E-04	7,53E-04	8,32E-04	1,56E-07	7,28E-09
GL(20,43)/C20	1,60E-03	1,59E-03	1,61E-03	1,61E-08	8,44E-10
GR(20,1)/C20	1,69E-13	2,18E-13	1,27E-13	2,04E-25	9,63E-27
GR(20,42)/C20	2,72E-12	2,87E-12	2,61E-12	1,62E-24	7,26E-26
Güte-D		1,00E-03	8,33E-04		
Basisknoten 23					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(23,14)/C23	1,60E-03	1,59E-03	1,60E-03	1,06E-11	8,06E-13
GL(23,22)/C23	2,40E-03	2,40E-03	2,40E-03	8,61E-09	4,66E-10
GL(23,24)/C23	2,40E-03	2,43E-03	2,39E-03	2,27E-08	9,23E-10
GL(23,34)/C23	1,28E-03	1,29E-03	1,28E-03	6,56E-10	1,88E-11
GR(23,1)/C23	1,72E-13	1,81E-13	1,72E-13	3,23E-28	5,04E-30
Güte-D		2,48E-03	1,52E-03		

Tabelle 1, Rechenergebnisse für die Basisknoten 10,14,20 und 23

Die Anlage 3 des Appendix enthält solche Tabellen für sämtliche Basisknoten.

Bei der Begutachtung der Rechenergebnisse ist zunächst festzustellen, daß bei fast allen Basisknoten die Güte der vom Kalman-Filter ermittelten Parametervektoren gegenüber dem Preprozessor verbessert wurde. Lediglich bei den Basisknoten 5 und 11 trat keine Verbesserung ein. Durch den Preprozessor wurden jeweils 50 Parametersätze gesammelt, und derjenige mit der kleinsten Konditionierungszahl wurde zur Weiterverwendung ausgewählt. Alle zur Weiterverarbeitung ausgewählten Parametersätze haben Konditionierungszahlen diesseits des 'Editierungslimits'. In der Regel waren die 50 Parametersätze nach 10-15 Minuten ermittelt, lediglich beim Basisknoten 20 reichte das vorgegebene Zeitlimit von 2h nur zur Ermittlung von 12 Parametervektoren. Die Basisknoten 10 und 20 sind die Knoten des Modells mit den meisten zu identifizierenden Parametern. Beim Knoten 10 sind das 4 lineare und 2 radiative Conductoren.

Beim Knoten 20 sind es 3 lineare und 2 radiative Conductoren und eine interne Wärmequelle $\frac{Q}{C}$.

Die entsprechenden Temperaturverläufe zeigen die Abbildungen 8 und 10. Die Überschreitung der max. zulässigen Konditionierungszahl von 2×10^{14} und die sich anschließende, automatische 'Editierung' machte beim Knoten 10 keine Probleme. Bei den gefundenen 50 Parametersätzen wurde K_{\max} 31-mal überschritten (das entsprechende w_i 'zeigte' dabei auf den Parameter $\frac{GL(10,1)}{C_{10}}$) und nach der 'Editierung' Parametersätze mit ausschließlich positiven Komponenten errechnet.

Die Designmatrix des schließlich für das Kalman-Filter ausgewählten Parametervektors hat eine Konditionierungszahl $K = 1,29 \times 10^{13}$ und liegt hinreichend weit diesseits der Editierungsgrenze.

Ein gänzlich anderes Verhalten bei der 'Editierung' zeigte sich beim Basisknoten 20. Das Überschreiten der max. Konditionierungszahl und die anschließende 'Editierung' führte immer zu negativen Werten der radiativen Conductoren und die Parametervektoren wurden daraufhin vom Preprozessor verworfen. Innerhalb des 2h Limits konnten so nur 12 Parametervektoren mit positiven Komponenten ermittelt werden. Aus diesen 12 Parametersätzen wurde wieder der mit der kleinsten Konditionierungszahl ($K = 1,24 \times 10^{14}$) ermittelt. Die Nähe zum Editierungskriterium deutet jedoch auch hier auf numerische Probleme hin.

Der zu überprüfende Parameter wäre in diesem Zusammenhang $\frac{GR(20,1)}{C_{20}}$.

Als Beispiel sehr guter Übereinstimmung zwischen wahren und identifizierten Parametern sei auf den Knoten 23 verwiesen. Zum ausgewählten Datensatz für das Kalman-Filter gehört die Konditionierungszahl $K = 1,12 \times 10^{13}$. Die zur Parameterermittlung verwendeten Temperaturverläufe zeigt die Abbildung 11.

Wiederum relativ schlechte Übereinstimmung zwischen wahren und identifizierten Parametern sind beim Basisknoten 14 (Kurvenverläufe Abb. 9) trotz der sehr kleinen Konditionierungszahl $K = 5,53 \times 10^4$ festzustellen. Gute numerische Randbedingungen führen offenbar nicht zwingend zu ebenso guten Identifikationsergebnissen⁴.

Es läßt sich meines Erachtens dennoch vorbehaltlos feststellen, daß Preprozessor und Kalman-Filter ihre Aufgabe gut erfüllen und ein beeindruckendes Identifikationsergebnis liefern.

⁴ Ich möchte daran erinnern, daß es keinen Bewertungsmaßstab dafür gibt, wie genau ESATAN die vorgegebenen Parameter an die gerechneten Temperaturverläufe "weitergibt". Insbesondere Fehlervarianzen für die errechneten Knotentemperaturen sind nicht verfügbar.

5.5.1 Nachbearbeitung der Rechenergebnisse

Hauptzweck der experimentell gestützten Parameteridentifikation ist die Möglichkeit der sicheren Vorausberechnung thermischer Zustände eines modellierten Objekts. Die autorisierte Software für diese Berechnungen ist ESATAN, die für ESA-Projekte überdies zwingend vorgeschrieben ist (ESA PSS 03-105).

Um die vom Kalman-Filter ermittelten Parameter in ESATAN zu verwenden, ist eine Nachbearbeitung nötig, weil die Wärmeaustauschparameter nur in impliziter Form $\frac{GL(i,j)}{C_i}$ und

$\frac{GL(j,i)}{C_j}$, $\frac{GR(i,j)}{C_i}$ und $\frac{GR(j,i)}{C_j}$ bzw. $\frac{Q_i}{C_i}$ vorliegen und nicht wie von ESATAN benötigt in der

Form C_i , $GL(i,j)$, $GR(i,j)$ und Q_i . ESATAN stützt sich dabei ausdrücklich auf die Symmetrien $GL(i,j) = GL(j,i)$ und $GR(i,j) = GR(j,i)$. Werden zum Beispiel die Leitwerte $GL(2,3) = 2$ und $GL(3,2) = 1,5$ deklariert geht $GL(2,3) = GL(3,2) = 3,5$ in die Bilanz ein.

Die erforderliche Separation der Wärmekapazität des Basisknotens von den Wärmeaustauschparametern, die die Verbindung zu den Nachbarknoten herstellen, kann aber nur rekursiv geschehen. Man geht von einem Knoten mit einer inneren Wärmequelle Q_i aus, die als bekannt vorausgesetzt wird. In der Regel handelt es sich hier um elektrische Verlustleistungen, die sich verhältnismäßig genau bestimmen lassen.

Aus dem identifizierten Parameter $\frac{Q_i}{C_i}$ gewinnt man die Wärmekapazität des Basisknotens.

Bei bekannter Wärmekapazität können nun die restlichen Parameter des Basisknotens i bestimmt werden. Da die meisten Basisknoten keine internen Wärmequellen haben, muß deren Wärmekapazität über Verbindungen zu Nachbarknoten bestimmt werden, deren Wärmekapazität bereits bekannt ist. Man nutzt dazu die Symmetrie $GL(i,j) = GL(j,i)$ oder $GR(i,j) = GR(j,i)$.

Man verfügt nach der Kalman-Filterung für den Knoten j z. B. über den Parameter $\frac{GL(j,i)}{C_j}$. Vom

Nachbarknoten i , bei dem die Separation von C_i bereits vollzogen wurde, hat man $GL(i,j)$. Damit ist die Ermittlung von C_j möglich usw.

Es ist ersichtlich, daß sich bei dieser Verfahrensweise Identifikationsfehler in sehr unangenehmer Weise fortpflanzen.

Um dies zu vermeiden, habe ich zunächst bei den ESATAN-Entwicklern angefragt, ob sie eine (aus meiner Sicht geringfügige) Programmodifikation in einem ESATAN-Solver für realisierbar halten, die der Solver-Routine die Unterscheidung zwischen $GL(i,j)$ und $GL(j,i)$ bzw. $GR(i,j)$ und $GR(j,i)$ gestattet. Die Antwort, die trotz mehrfachen Drängens erst nach 2 Monaten gegeben wurde, fiel (erwartungsgemäß) negativ aus.

Nachdem die konsequente Lösung des Problems nicht zu bekommen war, habe ich versucht das gewünschte Verhalten von ESATAN durch einen Trick bei der Modellierung zu erreichen.

Dazu wurde ein einfaches 3-Knoten Testmodell erstellt, wie man es in ESATAN verwendet.

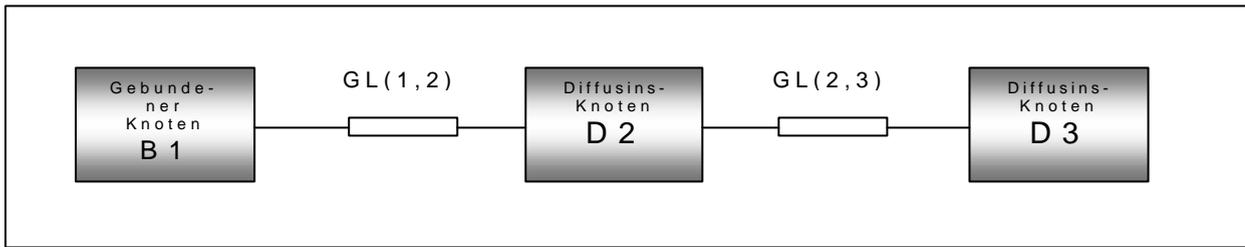


Abb. 14, Dreiknotenmodell

Dem Knoten D3 wurde eine interne Wärmequelle Q_3 zugewiesen und Knoten 1 hat eine konstante Temperatur (gebundener Knoten). Die in Knoten D3 entstehende Wärme wird über $GL(2,3)$ nach D2 und von dort über $GL(1,2)$ nach B1 fließen. ESATAN benötigt zur Berechnung der Gleichgewichtstemperaturen des Modells Starttemperaturen für D2 und D3 und die konstante Temperatur von B1 sowie außerdem die Werte für die linearen Conductoren $GL(1,2)$ und $GL(2,3)$. Soll das transiente Verhalten des Modells berechnet werden, werden zusätzlich die Wärmekapazitäten C_2 und C_3 benötigt.

Die Routinen der Parameteridentifikation würden für die Basisknoten D2 und D3 die folgenden (impliziten) Parameterwerte liefern :

- $\frac{Q_3}{C_3}$ und $\frac{GL(3,2)}{C_3}$ vom Basisknoten D3
- $\frac{GL(2,3)}{C_2}$ und $\frac{GL(2,1)}{C_2}$ vom Basisknoten D2.

Diese implizit belassenen Parameter sollten im folgenden 5-Knoten-Modell die gleichen Knotentemperaturen bewirken. Dazu werden die Knoten 2 und 3 in jeweils zwei Teilknoten (D21 und D22 bzw. D31 und D32) zerlegt, die mit einem Conductor sehr hoher Leitfähigkeit verbunden werden, so daß kein spürbarer Temperaturunterschied zwischen den beiden Teilknoten entstehen kann. Jedem der vier Teilknoten wird die Wärmekapazität $C_{21} = C_{22} = C_{31} = C_{32} = 0,5$ zugewiesen. Die interne Wärmequelle des ehemaligen Knotens D3 wirkt jeweils zur Hälfte auf D31 und D32, und die Teilknoten werden durch die impliziten Parameter, wie in der folgenden Abbildung, verknüpft.

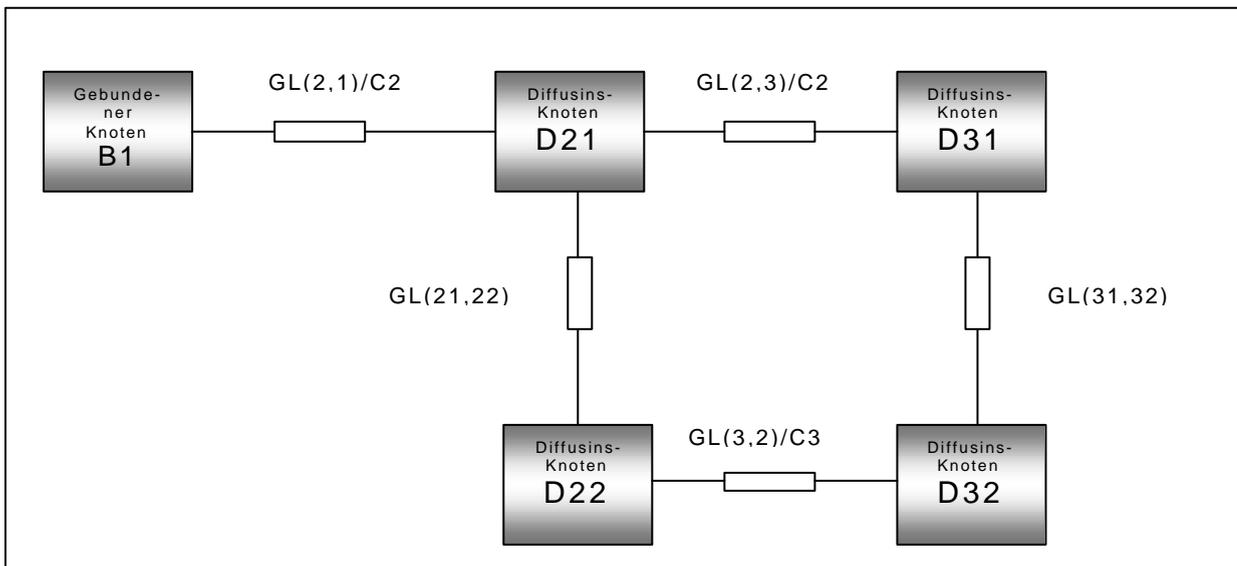


Abb. 15, Modifiziertes Knotenmodell

Rein mathematisch müßten (wenigstens) zwei ESATAN-Solver für das modifizierte Modell und für $D22 \equiv D21$ und $D31 \equiv D32$ die gleichen Temperaturen wie für D2 und D3 des ursprünglichen Modells errechnen.

Bezeichnenderweise bricht ESATAN die Rechnung ohne Angabe von Fehlercodes oder anderer Informationen ab.

Gelegentlich werde ich die Möglichkeiten der Parameternutzung in implizierter Form bei einem Work Shop der ESATAN-Nutzergemeinde diskutieren. Für die vorliegende Arbeit bleibt zunächst nur die unerfreuliche Rekursion.

Um die Fehlerfortpflanzung durch Identifikationsfehler so gering wie möglich zu halten, werden zunächst alle C_i von Basisknoten mit eigener Wärmequelle separiert, da die entsprechenden

Parameter $\frac{Q_i}{C_i}$ in der Regel einen dominierenden Einfluß auf den Basisknoten haben und daher sicher (d. h. mit geringer Varianz bzw. geringem relativen Fehler) zu identifizieren sind.

Zur Separation der C_i von Knoten ohne eigene Q_i werden selbstverständlich immer die Wechselwirkungsparameter zu bereits "separierten" Knoten verwendet, die den geringsten relativen Fehler aufweisen. Es ist auch zweckmäßig, die Wärmekapazität für die jeweils identischen Leiterplattenrahmen (CNC-Frästeile aus Aluminium) nur einmal über den Parameter mit der geringsten Varianz zu bestimmen.

Die Schilderung der Verfahrensweise macht deutlich, daß es wenig sinnvoll oder zumindest sehr aufwendig ist, diesen Rekursionsprozeß zu programmieren. Ich habe auch deswegen auf die Programmierung eines Postprozessors verzichtet, weil ich die Hoffnung auf die Verwendbarkeit der impliziten Parameter in einer modifizierten ESATAN-Version noch nicht gänzlich aufgegeben habe. Bis zur endgültigen Lösung des Problems kann man sich damit behelfen, wenn man die EXCEL-lesbaren Ergebnisdateien der Parameteridentifikation (sie enthalten Parameter und Fehlervarianzen) zu einer EXCEL-Tabelle zusammenfaßt und die Rekursion nebst Berechnung der Fehlerfortpflanzung mit den Möglichkeiten der Tabellenkalkulation bewerkstelligt. Das Ergebnis der Separation der Wärmekapazitäten für die identifizierten Parameter des vorigen Abschnitts zeigen die folgenden Tabellen 2-4. Bei den jeweils doppelt auftretenden Parametern $GL(i, j)$ und $GL(j, i)$ bzw. $GR(i, j)$ und $GR(j, i)$ sind die Parameter mit der jeweils geringeren Varianz ausgewählt und in der Tabelle aufgeführt worden.

Für die Wärmekapazitäten der einzelnen Knoten ergibt sich:

Bezeichn.	vorgegeben	Identifiziert	Varianz	Param.+1sigma	Param.-1sigma
C4	1,71E+02	1,75E+02	5,79E+02	1,99E+02	1,51E+02
C5	2,35E+01	2,35E+01	6,60E-02	2,38E+01	2,33E+01
C6	5,34E+01	5,34E+01	1,29E-01	5,37E+01	5,30E+01
C7	2,49E+02	2,50E+02	8,56E+00	2,52E+02	2,47E+02
C8	1,03E+02	1,02E+02	1,39E+00	1,04E+02	1,01E+02
C9	2,40E+02	2,39E+02	6,21E+00	2,42E+02	2,37E+02
C10	2,40E+02	2,58E+02	2,67E+01	2,63E+02	2,52E+02
C11	4,26E+02	4,26E+02	4,46E+01	4,33E+02	4,20E+02
C12	5,06E+01	5,08E+01	8,76E+00	5,37E+01	4,78E+01
C13	6,72E+01	6,95E+01	2,99E-01	7,01E+01	6,90E+01
C14	3,15E+01	3,25E+01	3,43E-02	3,27E+01	3,23E+01
C15	3,15E+01	3,13E+01	6,65E-02	3,15E+01	3,10E+01
C16	3,15E+01	3,07E+01	4,03E-02	3,09E+01	3,05E+01
C17	3,15E+01	3,15E+01	7,85E-01	3,24E+01	3,06E+01
C18	7,08E+01	7,40E+01	3,52E+00	7,59E+01	7,22E+01
C19	3,88E+01	3,63E+01	7,71E+00	3,90E+01	3,35E+01
C20	1,88E+02	1,93E+02	1,77E+02	2,07E+02	1,80E+02
C21	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C22	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C23	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C24	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C25	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C26	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C27	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C28	6,26E+01	6,26E+01	1,23E-01	6,29E+01	6,22E+01
C29	9,03E+01	9,02E+01	2,39E-01	9,07E+01	8,97E+01
C30	9,03E+01	9,02E+01	2,39E-01	9,07E+01	8,97E+01
C31	9,03E+01	9,02E+01	2,39E-01	9,07E+01	8,97E+01
C32	1,82E+02	1,82E+02	1,37E-01	1,83E+02	1,82E+02
C33	1,25E+02	1,25E+02	6,49E-02	1,26E+02	1,25E+02
C34	1,51E+02	1,50E+02	6,91E-01	1,51E+02	1,50E+02
C35	1,25E+02	1,25E+02	2,52E-01	1,26E+02	1,25E+02
C36	1,73E+02	1,73E+02	4,63E-01	1,74E+02	1,72E+02
C37	1,25E+02	1,25E+02	2,48E-01	1,26E+02	1,25E+02
C38	1,51E+02	1,50E+02	1,84E+00	1,52E+02	1,49E+02
C39	1,25E+02	1,25E+02	1,29E+00	1,26E+02	1,24E+02
C40	1,25E+02	1,26E+02	1,40E-01	1,26E+02	1,26E+02
C41	2,17E+02	2,17E+02	3,99E-01	2,18E+02	2,17E+02
C42	1,25E+02	1,26E+02	1,62E-01	1,27E+02	1,26E+02
C43	1,78E+02	1,71E+02	1,69E+02	1,84E+02	1,58E+02

Tabelle 2, Vergleich der identifizierten Wärmekapazitäten mit ihren wahren Werten

Für die linearen Conductoren erhält man:

Bezeichn.	vorgegeben	Identifiziert	Varianz	Param. +1sigma	Param. -1sigma
GL(5,4)	1,00E-02	1,00E-02	1,24E-08	1,01E-02	9,91E-03
GL(5,6)	1,00E-02	1,00E-02	1,21E-08	1,01E-02	9,92E-03
GL(10,4)	3,00E-02	3,22E-02	4,67E-07	3,29E-02	3,15E-02
GL(6,7)	1,00E-01	9,98E-02	6,73E-07	1,01E-01	9,90E-02
GL(8,7)	3,00E-01	3,00E-01	1,24E-05	3,04E-01	2,96E-01
GL(10,7)	2,00E-01	2,17E-01	2,42E-05	2,21E-01	2,12E-01
GL(12,7)	1,00E-02	1,01E-02	3,47E-07	1,07E-02	9,51E-03
GL(9,8)	5,00E-01	4,98E-01	3,24E-05	5,03E-01	4,92E-01
GL(8,11)	7,00E-02	6,98E-02	6,62E-07	7,06E-02	6,90E-02
GL(13,10)	3,00E-01	3,22E-01	1,09E-05	3,25E-01	3,19E-01
GL(21,10)	1,50E-01	1,48E-01	3,47E-06	1,50E-01	1,46E-01
GL(12,11)	1,00E+00	1,01E+00	3,47E-03	1,07E+00	9,51E-01
GL(12,2)	3,70E-01	3,73E-01	4,73E-04	3,95E-01	3,51E-01
GL(13,3)	1,00E-02	1,15E-02	3,07E-08	1,16E-02	1,13E-02
GL(14,13)	1,40E+00	1,27E+00	9,70E-05	1,28E+00	1,26E+00
GL(21,13)	1,00E-01	1,00E-01	3,61E-07	1,01E-01	9,95E-02
GL(22,13)	1,00E-01	1,01E-01	1,41E-06	1,02E-01	9,95E-02
GL(14,15)	1,40E+00	1,28E+00	9,13E-05	1,29E+00	1,27E+00
GL(23,14)	1,00E-01	1,00E-01	3,19E-07	1,01E-01	9,95E-02
GL(24,14)	1,00E-01	1,03E-01	4,06E-06	1,05E-01	1,01E-01
GL(15,16)	1,40E+00	1,37E+00	4,78E-04	1,40E+00	1,35E+00
GL(25,15)	1,00E-01	9,95E-02	3,95E-07	1,00E-01	9,89E-02
GL(26,15)	1,00E-01	9,51E-02	5,06E-06	9,74E-02	9,29E-02
GL(17,16)	1,40E+00	1,42E+00	1,59E-03	1,46E+00	1,38E+00
GL(27,16)	1,00E-01	1,00E-01	3,72E-07	1,01E-01	9,95E-02
GL(28,16)	1,00E-01	1,01E-01	2,18E-06	1,03E-01	9,99E-02
GL(18,17)	1,40E+00	1,46E+00	1,40E-03	1,50E+00	1,42E+00
GL(29,17)	1,00E-01	1,00E-01	7,94E-06	1,03E-01	9,73E-02
GL(18,3)	1,00E-02	1,04E-02	7,48E-08	1,07E-02	1,02E-02
GL(18,20)	3,00E-01	3,14E-01	6,67E-05	3,22E-01	3,06E-01
GL(30,18)	1,00E-01	9,74E-02	5,83E-06	9,98E-02	9,50E-02
GL(31,18)	1,00E-01	9,92E-02	1,79E-06	1,01E-01	9,79E-02
GL(19,2)	3,70E-01	3,46E-01	7,01E-04	3,72E-01	3,19E-01
GL(19,43)	1,00E+00	9,36E-01	5,13E-03	1,01E+00	8,64E-01
GL(31,20)	1,50E-01	1,49E-01	2,07E-06	1,50E-01	1,47E-01
GL(20,43)	3,00E-01	3,11E-01	4,89E-04	3,33E-01	2,89E-01
GL(22,21)	1,50E-01	1,50E-01	9,06E-07	1,50E-01	1,49E-01
GL(32,21)	8,00E-02	8,01E-02	4,46E-08	8,03E-02	7,99E-02
GL(22,23)	1,50E-01	1,50E-01	9,91E-07	1,51E-01	1,49E-01
GL(33,22)	8,00E-02	7,99E-02	2,70E-08	8,01E-02	7,98E-02
GL(24,23)	1,50E-01	1,49E-01	1,76E-06	1,50E-01	1,48E-01
GL(23,34)	8,00E-02	8,01E-02	2,76E-07	8,06E-02	7,96E-02
GL(25,24)	1,50E-01	1,49E-01	1,45E-06	1,50E-01	1,48E-01
GL(35,24)	8,00E-02	8,00E-02	1,03E-07	8,04E-02	7,97E-02
GL(25,26)	1,50E-01	1,50E-01	1,66E-06	1,51E-01	1,48E-01
GL(36,25)	8,00E-02	8,01E-02	1,51E-07	8,05E-02	7,97E-02
GL(27,26)	1,50E-01	1,49E-01	2,15E-06	1,50E-01	1,47E-01
GL(37,26)	8,00E-02	8,00E-02	1,11E-07	8,04E-02	7,97E-02
GL(28,27)	1,50E-01	1,49E-01	3,70E-06	1,51E-01	1,47E-01
GL(27,38)	8,00E-02	8,01E-02	2,83E-07	8,06E-02	7,96E-02
GL(28,29)	1,50E-01	1,50E-01	2,41E-06	1,51E-01	1,48E-01
GL(39,28)	8,00E-02	7,99E-02	5,32E-07	8,06E-02	7,91E-02
GL(30,29)	1,50E-01	1,52E-01	1,38E-06	1,53E-01	1,50E-01
GL(40,29)	8,00E-02	8,05E-02	5,98E-08	8,07E-02	8,02E-02
GL(30,31)	1,50E-01	1,52E-01	1,93E-06	1,53E-01	1,50E-01
GL(41,30)	8,00E-02	8,00E-02	1,44E-07	8,04E-02	7,96E-02
GL(31,42)	8,00E-02	7,99E-02	3,31E-07	8,05E-02	7,93E-02

Tabelle 3, Vergleich der identifizierten lin. Conductoren mit ihren wahren Werten

Und für die radiativen Conductoren erhält man schließlich;

Bezeichn.	vorgegeben	Identifiziert	Varianz	Param. +1sigma	Param. -1sigma
GR(4,1)	2,09E-02	2,14E-02	8,66E-06	2,44E-02	1,85E-02
GR(5,1)	3,50E-03	3,51E-03	1,47E-09	3,55E-03	3,47E-03
GR(9,5)	2,30E-03	2,30E-03	5,76E-10	2,33E-03	2,28E-03
GR(6,1)	2,75E-04	2,63E-04	3,12E-12	2,65E-04	2,61E-04
GR(6,9)	1,10E-03	1,15E-03	5,97E-11	1,16E-03	1,14E-03
GR(7,1)	5,90E-04	5,90E-04	4,79E-11	5,97E-04	5,83E-04
GR(9,11)	4,40E-04	4,31E-04	2,01E-11	4,35E-04	4,26E-04
GR(10,1)	2,70E-04	2,56E-04	2,64E-11	2,61E-04	2,51E-04
GR(32,10)	7,10E-03	7,14E-03	2,10E-10	7,16E-03	7,13E-03
GR(32,11)	2,38E-03	2,37E-03	2,31E-11	2,38E-03	2,37E-03
GR(20,1)	5,60E-04	4,33E-04	8,87E-10	4,63E-04	4,03E-04
GR(42,20)	9,00E-03	9,08E-03	8,40E-10	9,11E-03	9,05E-03
GR(21,1)	1,90E-04	1,94E-04	1,19E-12	1,95E-04	1,93E-04
GR(22,1)	1,90E-04	1,88E-04	1,11E-12	1,89E-04	1,87E-04
GR(23,1)	1,90E-04	1,90E-04	1,14E-12	1,91E-04	1,89E-04
GR(24,1)	1,90E-04	1,85E-04	1,08E-12	1,86E-04	1,84E-04
GR(25,1)	1,90E-04	1,91E-04	1,15E-12	1,92E-04	1,90E-04
GR(26,1)	1,90E-04	1,92E-04	1,16E-12	1,93E-04	1,91E-04
GR(27,1)	1,90E-04	1,92E-04	1,16E-12	1,93E-04	1,91E-04
GR(28,1)	1,90E-04	1,91E-04	1,15E-12	1,92E-04	1,90E-04
GR(29,1)	2,67E-04	2,64E-04	2,05E-12	2,66E-04	2,63E-04
GR(30,1)	2,67E-04	2,75E-04	2,22E-12	2,77E-04	2,74E-04
GR(31,1)	2,67E-04	2,63E-04	2,02E-12	2,64E-04	2,61E-04
GR(32,33)	1,16E-02	1,16E-02	5,51E-10	1,16E-02	1,16E-02
GR(34,33)	1,16E-02	1,16E-02	4,15E-09	1,17E-02	1,16E-02
GR(35,34)	1,16E-02	1,16E-02	2,16E-09	1,16E-02	1,16E-02
GR(36,35)	1,16E-02	1,16E-02	2,08E-09	1,16E-02	1,16E-02
GR(36,37)	1,16E-02	1,16E-02	2,08E-09	1,16E-02	1,16E-02
GR(37,38)	1,16E-02	1,16E-02	2,12E-09	1,16E-02	1,16E-02
GR(38,39)	1,16E-02	1,16E-02	1,10E-08	1,17E-02	1,15E-02
GR(40,39)	1,16E-02	1,17E-02	1,20E-09	1,17E-02	1,16E-02
GR(41,40)	1,16E-02	1,17E-02	1,15E-09	1,17E-02	1,16E-02
GR(41,42)	1,16E-02	1,17E-02	1,15E-09	1,17E-02	1,16E-02
GR(42,43)	4,60E-03	4,61E-03	2,16E-10	4,62E-03	4,59E-03
GR(43,1)	4,90E-04	6,47E-04	2,44E-09	6,96E-04	5,97E-04

Tabelle 4, Vergleich der identifizierten radiativen. Conductoren mit ihren wahren Werten

Die Abweichung der identifizierten Parameter von den wahren Werten illustriert für die linearen und radiativen Conductoren die folgende Abbildung.

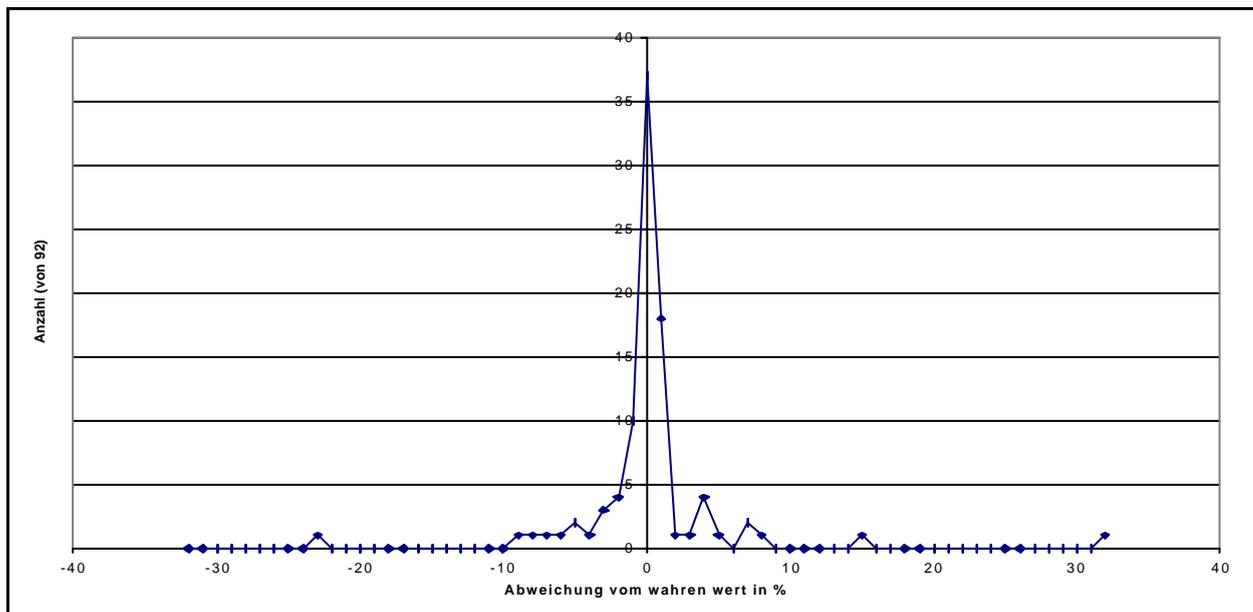


Abb. 16, Verteilung der Abweichung der identifizierten Conductoren von den wahren Werten

Die maximale Abweichung vom wahren Wert trat bei dem radiativen Conductor GR(43,1) auf. Sie beträgt 32%. Dieser Conductor beschreibt den Strahlungsaustausch der (**Connector Box;43**) durch die MLI hindurch mit dem Kälte hintergrund. Abweichungen von 23% und 15% betreffen die Conductoren GR(20,1) und GL(13,3), also die Strahlungswechselwirkung der (**Backplate;20**) (wieder durch die MLI hindurch) mit dem Kälte hintergrund und die schlecht wärmeleitende Verbindung des Grundrahmens (**Basic Frame I;13**) mit der (**Argus Platform;3**). Für die Tatsache, daß die Conductoren mit den größten Abweichungen jeweils zu gebundenen Knoten, d.h. zu Knoten mit unendlich großer Wärmekapazität führen habe ich keine Erklärung.

Die restlichen Abweichungen liegen innerhalb des $\pm 10\%$ Bereiches und verteilen sich einigermaßen symmetrisch um das Maximum bei 0%.

Eine analoge Verteilung hat die Abweichung der ermittelten Wärmekapazitäten von den wahren Werten.

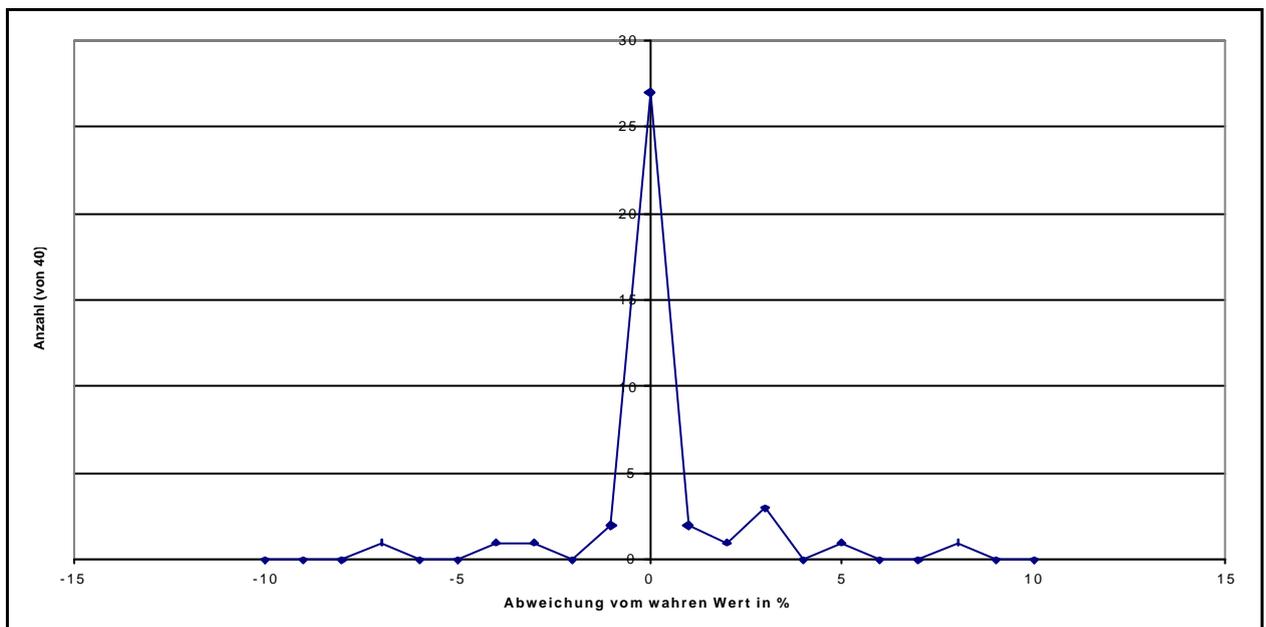


Abb. 17, Verteilung der Abweichung der identifizierten Wärmekapazitäten von den wahren Werten

Die maximalen Abweichungen betragen hier lediglich 8% bzw. -7% für die Wärmekapazitäten der Knoten (**Camera Head Support;10**) und (**TIF Sensor Electronic;19**). Die anderen Abweichungen liegen halbwegs symmetrisch im $\pm 5\%$ Bereich.

Dies ist meines Erachtens ein sehr gutes Ergebnis. Es hat dennoch einen nicht zu vernachlässigbaren Schönheitsfehler. Bei 44 von 132 ermittelten Parametern liegt der wahre Wert außerhalb des $\pm 1\sigma$ -Bereichs, der durch die zugeordnete Varianz des identifizierten Wertes aufgespannt wird. Betrachtet man den $\pm 3\sigma$ -Bereich, liegen immerhin noch die wahren Werte von 19 Parametern außerhalb dieses Intervalls.

Eine vernünftige Erklärung für dieses Phänomen kann nur darin gesehen werden, daß die von ESATAN produzierte "Meßfehlervarianz" als zu klein angesetzt wurde.

Wenn man die verwendete "Meßfehlervarianz" von 5×10^{-2} auf 1×10^{-1} , also um den Faktor 2 erhöht, hat dies zur Folge, daß ein Faktor 5 in etwa an die resultierenden Varianzen "durchgereicht" wird. Unter diesen Umständen lägen alle wahren Werte der ermittelten Parameter innerhalb des 3σ -Bereiches und lediglich 20 Parameter außerhalb des 1σ -Bereiches, der durch die zugeordneten Varianzen aufgespannt wird.

Die in den Tabellen 2-4 enthaltenen Parameter, die durch Preprozessor, Kalman Filter und dem

beschriebenen Post Processing ermittelt wurden, bilden jetzt die Basis für ein weiteres ESATAN-Modell zur Errechnung der Knotentemperaturverläufe. Der jetzt mögliche Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Temperaturen ergibt eindrucksvoll geringe Differenzen. Die maximale Temperaturdifferenz zwischen gemessenen und berechneten Knotentemperaturen beträgt lediglich 2,1 K.

Die folgende Abbildung zeigt den Kurvenvergleich für den Knoten mit der maximalen Temperaturdifferenz, den Knoten (**Basic Frame I;13**).

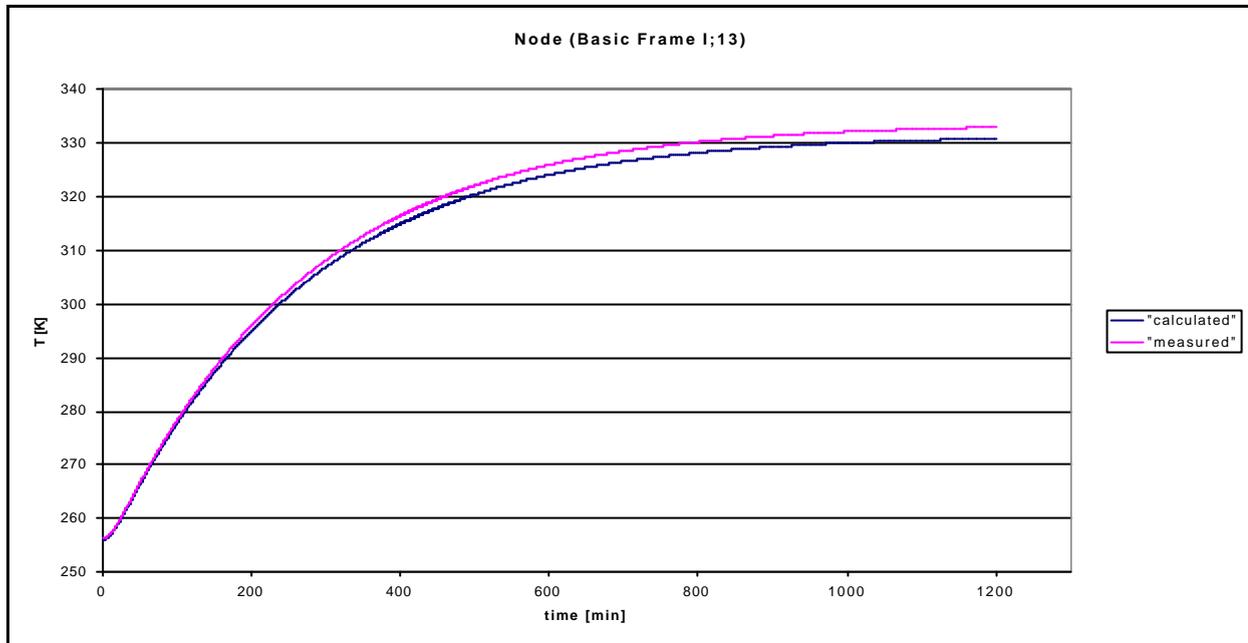


Abb. 18, Vergleich des gemessenen und errechneten Knotentemperaturverlaufes für Knoten 13

Die gleiche Gestalt der gemessenen und errechneten Knotentemperaturverläufe ist auch für alle anderen Knoten gefunden worden, allerdings mit geringeren Abweichungen zueinander. Die Temperaturdifferenzen zwischen gemessenen und gerechneten Knotentemperaturen aller Knoten sind in der Tabelle 5 aufgelistet.

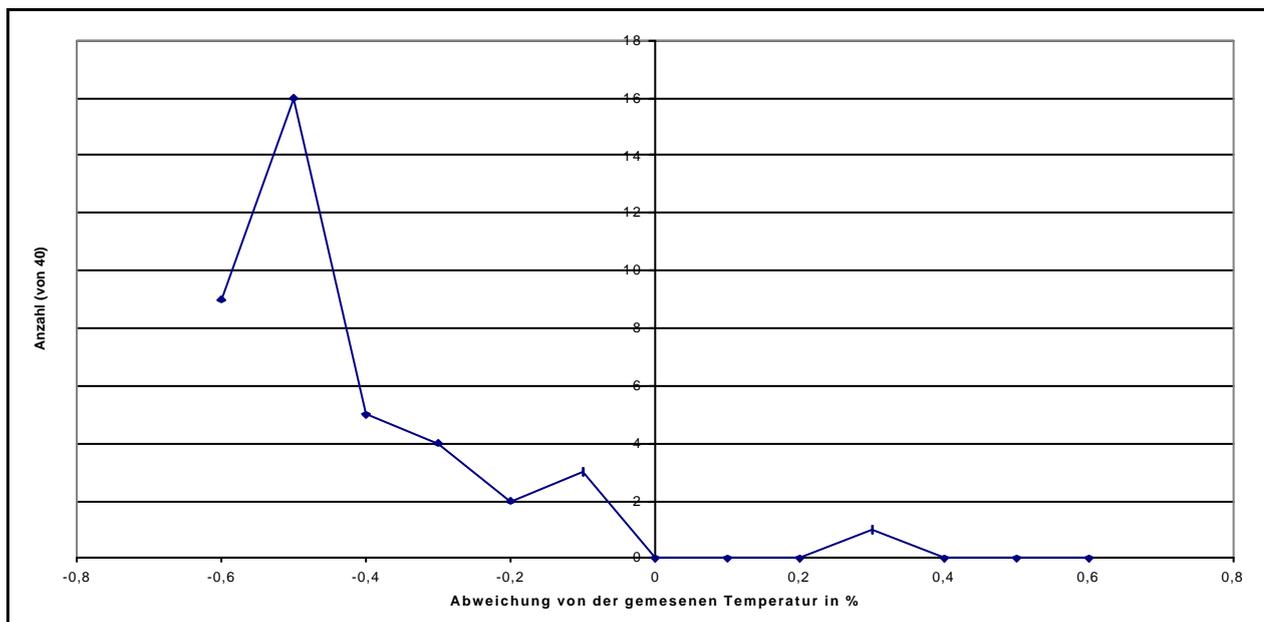


Abb. 19, Verteilung der Abweichung der errechneten Knotentemperaturen vom gemessenen Wert

Knotenbezeichnung	max. Temperaturdifferenz [K]	Abweichung vom gemessenen Wert in %
<i>Baffle;4</i>	0,6	0,3
<i>Quartz Window;5</i>	-0,5	-0,2
<i>Objectiv Housing;6</i>	-1,1	-0,3
<i>Camera Head Housing;7</i>	-1,2	-0,4
<i>Optical Bench;8</i>	-1,0	-0,3
<i>Objectiv;9</i>	-1,0	-0,3
<i>Camera Head Support;10</i>	-2,0	-0,6
<i>Sensor Module;11</i>	-0,5	-0,2
<i>TIF of Sensor Module;12</i>	-0,4	-0,1
<i>Basic Frame I;13</i>	-2,1	-0,6
<i>Basic Frame II;14</i>	-2,0	-0,6
<i>Basic Frame III;15</i>	-1,9	-0,6
<i>Basic Frame IV;16</i>	-1,8	-0,6
<i>Basic Frame V;17</i>	-1,8	-0,5
<i>Basic Frame VI;18</i>	-1,6	-0,5
<i>TIF of Sensor Electronic;19</i>	-0,3	-0,1
<i>Back Plate;20</i>	-1,1	-0,3
<i>Frame FEE1;21</i>	-1,9	-0,6
<i>Frame FEE2;22</i>	-2,0	-0,6
<i>Frame DSP1;23</i>	-1,9	-0,6
<i>Frame DSP2;24</i>	-1,9	-0,6
<i>Frame DCE1;25</i>	-1,8	-0,5
<i>Frame DCE2;26</i>	-1,7	-0,5
<i>Frame SCE1;27</i>	-1,8	-0,5
<i>Frame SCE2;28</i>	-1,7	-0,5
<i>Frame RPM;29</i>	-1,6	-0,5
<i>Frame POW1;30</i>	-1,5	-0,4
<i>Frame POW2;31</i>	-1,3	-0,4
<i>EB FEE1;32</i>	-1,7	-0,5
<i>EB FEE2;33</i>	-1,8	-0,5
<i>EB DSP1;34</i>	-1,8	-0,5
<i>EB DSP2;35</i>	-1,9	-0,5
<i>EB DCE1;36</i>	-1,8	-0,5
<i>EB DCE2;37</i>	-1,8	-0,5
<i>EB SCE1;38</i>	-1,7	-0,5
<i>EB SCE2;39</i>	-1,7	-0,5
<i>EB RPM;40</i>	-1,6	-0,5
<i>EB POW1;41</i>	-1,4	-0,4
<i>EB POW2;42</i>	-1,2	-0,4
<i>Connector Box;43</i>	-0,4	-0,1

Tabelle 5, Abweichung zwischen gemessenen und errechneten Knotentemperaturen

Sie bewegen sich also im Bereich $\leq 0,6\%$. Die bereits in der Tabelle erkennbare asymmetrische Verteilung der Abweichungen wurde in der Abbildung 19 illustriert.

Man sieht, daß sich alle Abweichungen im negativen Bereich aufhalten (ausgenommen die für den Knoten (**Baffle;4**)).

Diese Asymmetrie deutet auf einen systematischen Fehler bei der Identifikation der Parameter hin. Durch die geringfügige Verringerung eines Leitwertes zu einer Wärmesenke z. B. die Veränderung des Leitwertes $GL(13,3)$ von $1,15 \times 10^{-2}$ auf 9×10^{-3} läßt die maximale Temperaturdifferenz zwischen gemessenen und gerechneten Knotentemperaturen von 2,1K auf 1,0K schrumpfen. Es gibt aber keine Legitimation dies zu tun, da man den gleichen Effekt mühelos auch durch die moderate Veränderung anderer Leitwerte erreichen kann. Interessanterweise entfernt man sich mit wachsender Komplexität solcher Manipulationen immer weiter von den (hier ja bekannten) wahren

Werten der Parameter.

Es ist bei Knotenmodellen mit mehr als 15 Knoten faktisch unmöglich, den richtigen Parametersatz durch "probieren" zu finden.

Ich glaube, die vorgestellten Rechenergebnisse belegen die Wirksamkeit der angewendeten Algorithmen in sehr befriedigender Weise. In den folgenden Abschnitten wird die Anwendung der Algorithmen auf reale Temperaturverläufe, die am Thermal Engineering Model der WAOSS-Kamera gemessen wurden, besprochen und ausgewertet.

5.6 Das Thermal-Engineering-Model der WAOSS-Kamera

Das Thermal-Engineering-Model (TEM) der WAOSS-Kamera ist ein (frühes) Kameraexemplar, das im Projektverlauf gemäß der fixierten Modell -und Testphilosophie (siehe [35]) entstanden ist. Zweck des TEM war es, das für den Missionserfolg notwendige, thermische Verhalten der Kamera experimentell zu einem möglichst frühen Projektzeitpunkt zu verifizieren. Der zweite wesentliche Aspekt neben der experimentellen Überprüfung des thermischen Verhaltens der Kamera für die erwarteten Umwelt- und Betriebsbedingungen war die Identifikation der Wärmeaustauschparameter des dem TCS-Konzept zugrundeliegenden Thermal-Mathematical-Models der Kamera. Das auf diese Weise validierte TMM der Kamera ist im weiteren Projektverlauf Basis zur Bearbeitung sämtlicher noch auftretender thermalen Fragestellungen bis hin zur Prädiktion des thermischen Verhaltens der Kamera bei wesentlich geänderten Missionsbedingungen, etwa einem veränderten Orbit.

Es ist offensichtlich, daß die vom Test des TEM abgehobenen Erkenntnisse nur dann belastbar sind, wenn das getestete Modell bezüglich seiner thermischen Eigenschaften weitestgehend dem späteren Flugmuster (FM) entspricht, wobei der Fertigungsbeginn des FM aber noch hinreichend weit entfernt sein muß, um evtl. notwendige Konzeptänderungen im TCS auch realisieren zu können. Dieser Aspekt wurde bereits im Abschnitt 1 der vorliegenden Arbeit erörtert.

Hier soll im folgenden der Aufbau des TEM der WAOSS-Kamera und seine Präparation für die Tests in der Weltraumsimulationskammer skizziert werden.

Bei der Beschreibung des TEM-Aufbaus werde ich mich auf die bereits im Abschnitt 5.1 gemachten Ausführungen zum Aufbau der Originalkamera stützen. Ebenso werde ich auf die im gleichen Abschnitt eingeführte Zuordnung einzelner Baugruppen zu entsprechenden Knoten des TMM in der Form **(Knotenname;KnotenNr.)** zurückgreifen.

Beim TEM sind sämtliche Kamerastrukturteile mit denen des Flugmusters identisch. Dies trifft gleichermaßen auf das MLI Cover und die beiden Thermal Interfaces, also die Koppelstellen der Kamera an das Wärmerohr vom Spacecraft, zu. In der Reihenfolge ihres Auftretens im TMM als thermischer Knoten sind die folgenden Baugruppen identisch mit dem FM.

- **(Baffle;4)**
- **(Quarz Window;5)**
- **(Objectiv Housing;6)**
- **(Camera Head Housing;7)**
- **(Camera Head Support;10)**
- **(TIF of Sensormodul;12)**

- (**Basic Frame;13...18**)
- (**TIF of Sensor Electronic;19**)
- (**Back Plate;20**)
- (**Frame“Name der Leiterplatte“;21...31**)
- (**Connector Box;43**)

Unterschiede zum FM gibt es bei der optischen Bank (**Optical Bench;8**) und dem Objektiv (**Objektiv;9**), dem Sensormodul (**Sensormodule;11**) und allen Elektronikleiterplatten (**EB“Name der Leiterplatte“;32...42**).

Im Flugmuster verbindet die optische Bank, Objektiv und Sensormodul zu einer separat justier- und testfähigen Einheit. Drei um je 120° versetzt am Objektivträger angeordnete Justiereinrichtungen sichern über Kugel/ Prismen-Paarungen den statisch bestimmten Sitz des Sensormoduls gegenüber dem Objektiv.

Zur Kompensation thermisch bedingter Fokusbewegungen ist die optische Bank, basierend auf entsprechenden Optikrechnungen, genau wie der Objektivkörper aus Titan gefertigt. Im TEM besteht die optische Bank aus einer Al-Struktur gleicher Geometrie (selbstverständlich ohne Justiereinrichtung). Der geringe Wärmeleitwert der Kugel/Prismen-Paarung wurde ebenfalls durch eine vereinfachte Konstruktion aus Aluminiumteilen nachgebildet. Auch das Objektiv des TEM insgesamt ist ein (hohlgebohrtes) Aluminiumdrehteil.

Die Abbildung 20 zeigt die hybridisierte Fokalplatte der FM-WAOSS-Kamera. Deutlich zu erkennen sind die drei CCD-Zeilen und die sensornahe Elektronik. Diese Fokalplatte wurde im TEM durch eine Leiterplatte ersetzt, die durch passend gewählte Ohmsche Widerstände die gleiche Verlustleistung erzeugt wie die Hybridplatte.

Der die Hybridplatte tragende Berylliumkörper und das Wärmetransfersystem aus Kupferseilen (R_{th} ca. 3 K/W), das die Verbindung zur Temperatursenke des Kamerakopfgehäuses (**Camera Head Housing;7**) schafft, sind wieder "Originale".

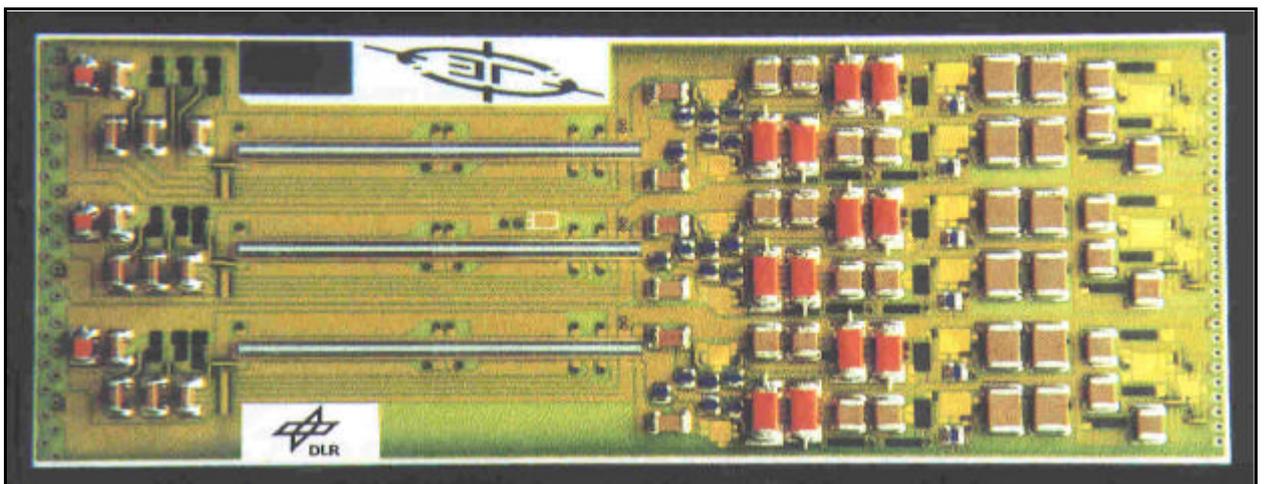


Abb. 20, hybridisierte Fokalplatte , verwendet für WAOSS und HRSC der Mars '96 Mission

Wie bereits oben erwähnt, sind sämtliche Elektronikleiterplatten des TEM im eigentlichen Sinne nicht funktionsfähig. Das heißt, alle elektronischen Bauelemente sind auf Leiterplatten, deren Material und Layout bis auf später notwendige, geringfügige Änderungen bereits mit den FM-Platten übereinstimmen, durch Widerstandskombinationen nachgebildet. Bei der Nachbildung von

großflächigen Schaltkreisen wurden die beteiligten Widerstände zur besseren Wärmeverteilung mit einem (1 mm) Kupferblech und untereinander mit Epoxidharz verklebt. Die Abb. 21 illustriert diese Vorgehensweise am Beispiel der Platine für die Front-End-Elektronik (**EB FEE1;32**).

Das Redundanzkonzept der Kamera zieht nach sich, daß alle Leiterplatten (mit Ausnahme der Relais-Platine (**EB RPM;40**)) in doppelter Ausführung vorhanden sind. Bei der Überprüfung des thermischen Verhaltens der Kamera hinsichtlich der erwarteten Umwelteinflüsse für Überflug und Marsorbit wurden analog Abb. 21 von jedem Elektronikmodul zwei Exemplare gefertigt und im Kameraverbund getestet.

Bei den TEM-Messungen zur Parameteridentifikation wurden allerdings die jeweils redundanten Leiterplatten

- (**EB FEE2;33**)
- (**EB DSP2;35**)
- (**EB DCE2;37**)
- (**EB SCE2;39**)
- (**EB POW2;42**)

durch Leiterplatten aus zweiseitig kupferkaschiertem Plattenmaterial ersetzt, das auf der "Bauelementeseite" großflächig mit einer Kapton-Heizfolie beklebt wurde. Eine der so verwendeten 5 Leiterplatten mit Rahmen zeigt die Abbildung 22. Sinn dieser Maßnahme war es, der Beschreibung der einzelnen Leiterplatte im TMM als (nur) einen Knoten experimentell möglichst nahe zu kommen und andererseits den Vergleich mit der jeweils (benachbarten) detaillierten Leiterplatte zu ermöglichen.

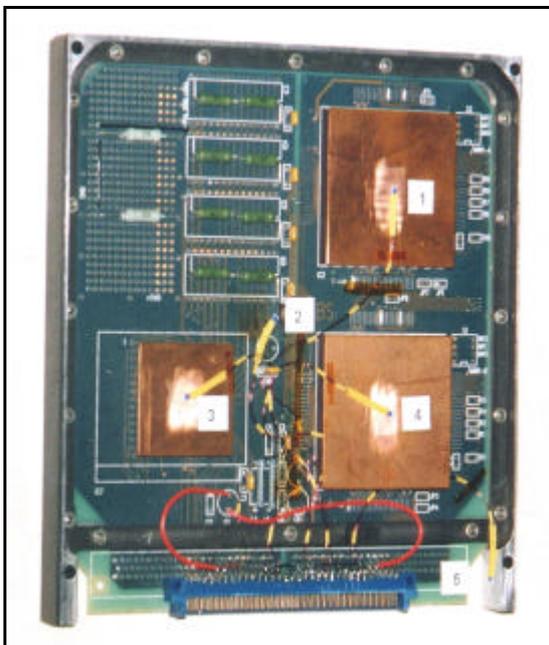


Abb. 21, Thermal Dummy FEE1

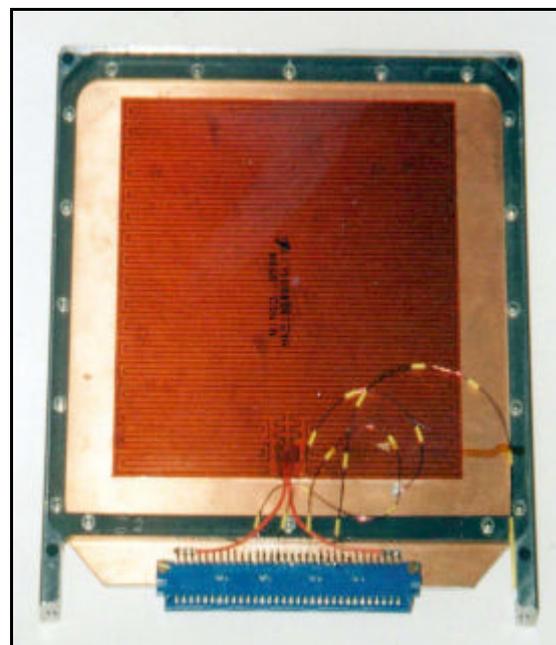


Abb. 22, Thermal Dummy FEE2

Zusätzlich wurden an Stellen des TEM, an denen im Flugmuster keine Wärme dissipiert wird, ebenfalls Folienheizer appliziert. Mit deren Hilfe können dann im (vorhersehbaren) Bedarfsfall gut meßbare Temperaturdifferenzen auch zwischen normalerweise passiven Knoten erzeugt werden, deren Wechselwirkungsparameter dadurch genauer bestimmbar sind.

Passende, selbstklebende Kapton-Heizfolien wurden deshalb an den folgenden Baugruppen (Knoten) angebracht:

- **(Objectiv Housing;6)**
- **(Camera Head Housing;7)**
- **(Objectiv;9)**
- **(Back Plate;20)**
- **(Connector Box;43)**

Die Präparation des TEM mit Temperatursensoren erfolgte nach folgenden Prinzipien:

Generell trägt jeder als thermischer Knoten definierte Bereich der Kamera mindestens einen Temperatursensor. Wenn ein solcher als isotherm definierter Bereich von vornherein Temperaturgradienten erwarten läßt, wie dies z. B. bei den (detaillierten) Elektronikleiterplatten der Fall ist, wurden mehrere Temperatursensoren verwendet. In der Abb. 21 erkennt man, daß auf der Leiterplatte für die Front-End-Elektronik (**EB FEE1;32**) vier Temperatursensoren installiert sind. Die Sensoren 1, 3 und 4 sind auf die die wesentlichen Schaltkreise der Platte repräsentierenden Kupferbleche mit darunter befindlichen Ohmschen Widerständen aufgebracht. Der Fühler 2 ist etwa im Schnittpunkt der Leiterplattendiagonalen direkt auf das Leiterplattenmaterial geklebt. Der im Bild erkennbare Sensor 5 ist einer der beiden am Leiterplattenrahmen (**Frame FEE1;21**) angebrachten Sensoren. Den Anbringungsort eines jeweils zweiten Sensors für die Leiterplattenrahmen (Sensoren 47...57) und die Kamerarückseite (Sensoren 58,59 und 61) illustriert die Abb. 23.

Die Sensorverteilung auf den "redundanten" Leiterplatten zeigt die Abb. 24 für die Platte (**EB FEE2;33**). Die Sensoren wurden hier jeweils auf die der Heizfolie abgewandten Leiterplattenseite aufgeklebt. Der in der Abb. 24 sichtbare Sensor 9 befindet sich wieder auf dem Fuß des Leiterplattenrahmens (**Frame FEE2;22**).

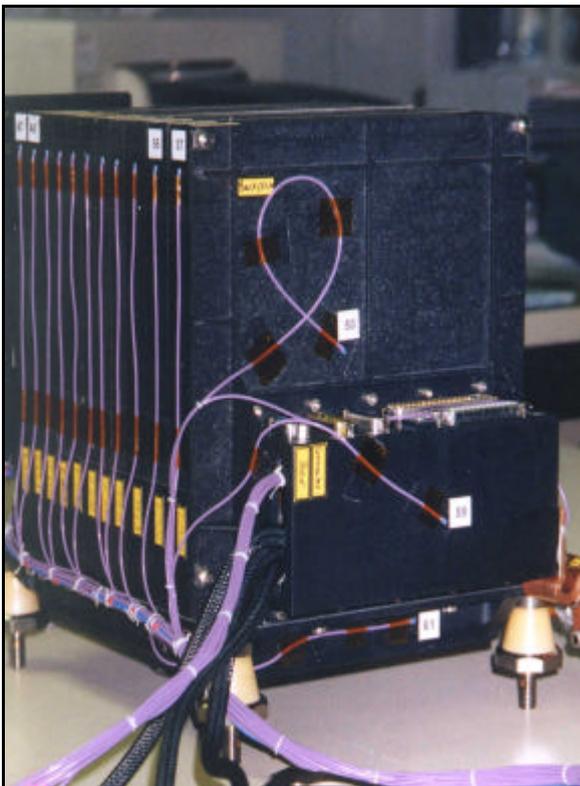


Abb. 23, Sensoren 47...57 u. 58,5



Abb. 24, Sensorverteilung auf FEE2

In analoger Weise wurden auch Temperatursensoren auf allen anderen Knoten angebracht, auf deren detaillierte Anbringungsorte hier nicht weiter eingegangen werden soll. Zur Erfassung der Umweltbedingungen (**Argus-Platform;3**), (**Heat Pipe;2**) und (**Space;1**) während des Tests wurden 14 (2+2+10) Sensoren genutzt.

An der Kamera selbst wurden insgesamt 63 Temperatursensoren angebracht.

Es sind ausnahmslos Dickschicht-Platin-Meßwiderstände vom Typ PT100. Sie sind mit schnell aushärtendem Epoxidharz auf den Meßort aufgeklebt, und sie werden generell in Vierleiterschaltung betrieben. Das bedeutet, daß z. B. die in der Abb. 23 erkennbare, Zuleitung des Sensors 58 in ihrer weniger als 1 mm dicken PTFE-Isolation vier lackisolierte Konstantan-Drähte (geringe parasitäre Wärmeleitung) zur Realisierung der Vierleiterschaltung beherbergt. Für die Temperaturfühler im Innern der Kamera wurden soweit wie möglich die ohnehin vorhandenen Stützpunkte und Steckverbinder des Bussystems zur Verdrahtung genutzt. Dies trifft auch auf alle im Kamerarinneren installierten elektrischen Heizer zu, die für jeden Knoten separat ansteuerbar, ebenfalls in Vierleiterschaltung über das Bussystem und die Connector Box aus der Kamera herausgeführt wurden.

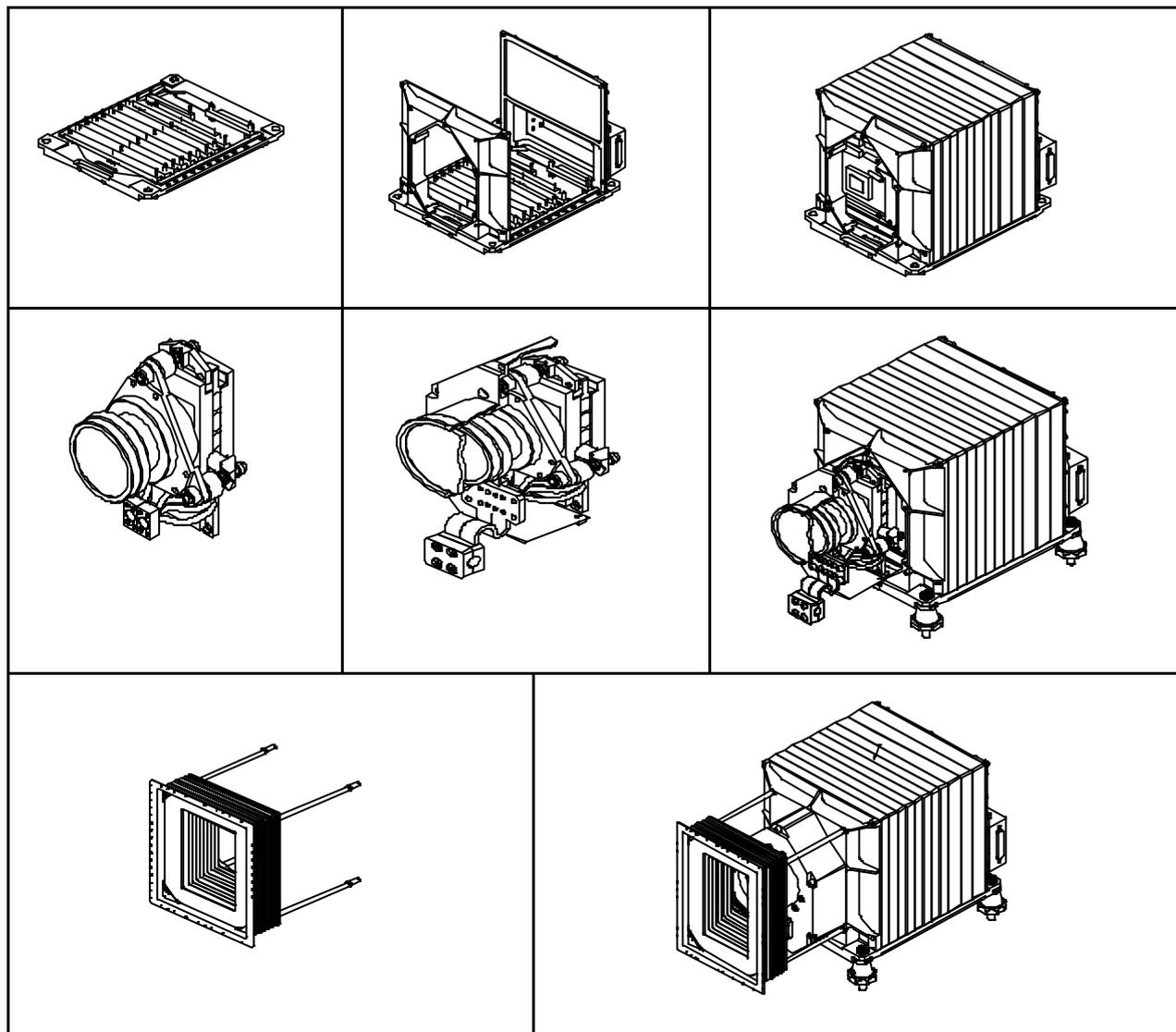


Abb. 25 Integrationsschema der WAOSS – Hauptbaugruppen

Die prinzipiellen Schritte der Kameraintegration sind für FM und TEM identisch. Sie sind schematisch in der Abb. 25 dargestellt, die [33] entnommen wurde. Die Abb. 26 zeigt eine Schnittdarstellung des TEM der WAOSS-Kamera.

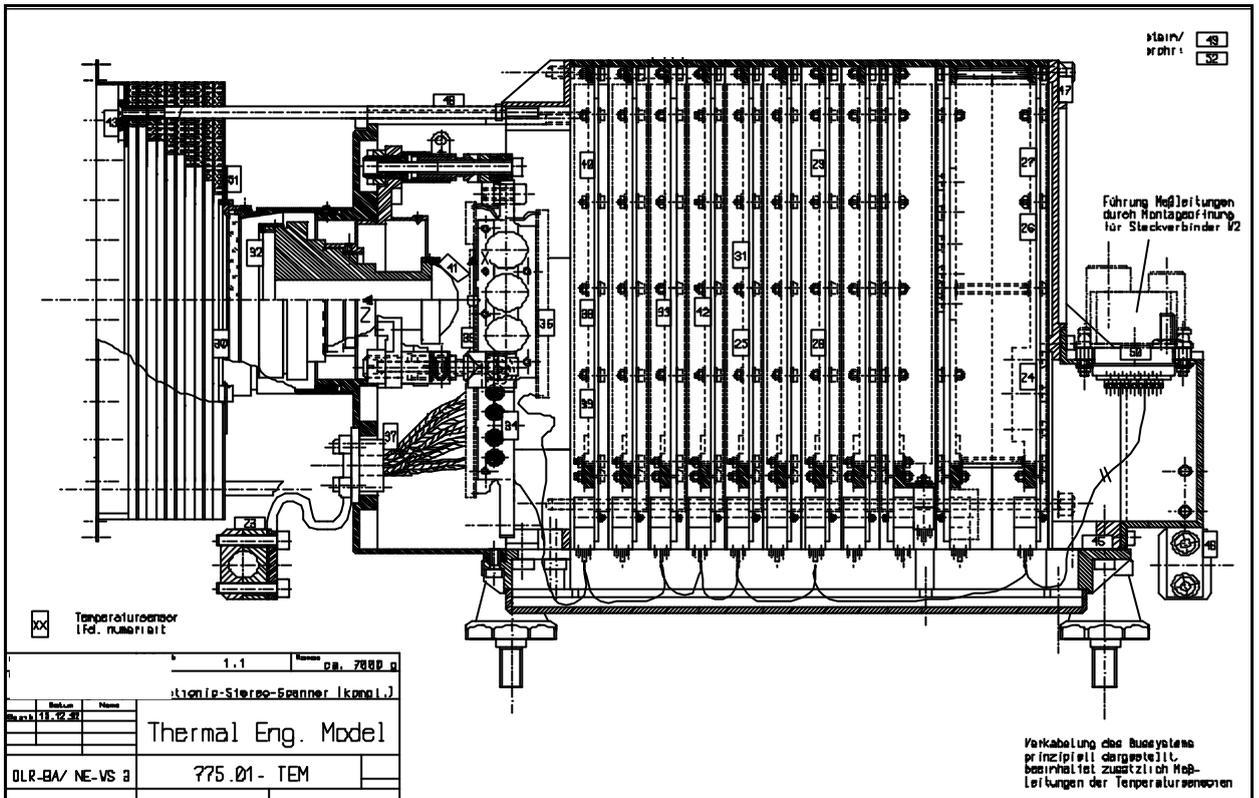


Abb. 26 Thermal Engineering Model der WAOSS-Kamera (© I.Walter)

Die Abb. 27 zeigt das integrierte TEM montiert auf der temperierbaren Plattform und mit vormontiertem "Wärmerohr". Der untere Teil des MLI-Covers (zwischen Kamera und Cu-Platte) ist ebenfalls bereits montiert. In der Abb. 28 steht die vollständig präparierte Kamera in der geöffneten Weltraumsimulationskammer.

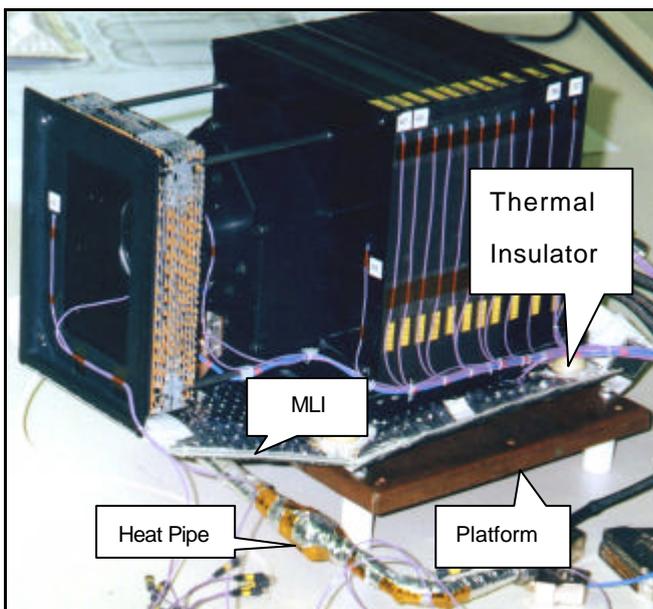


Abb. 27, integriertes TEM

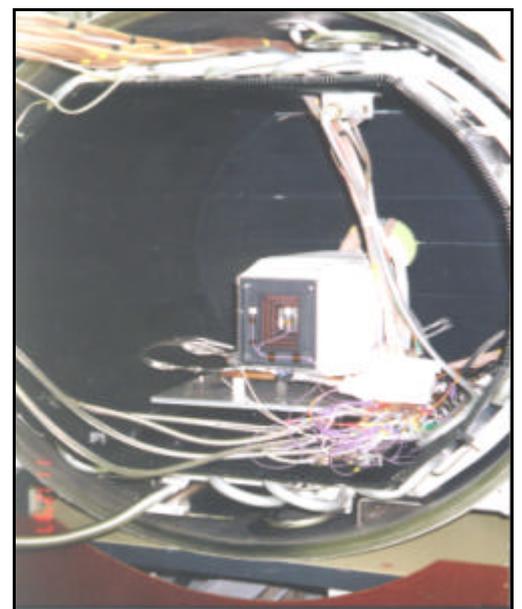


Abb. 28, TEM in der WSA

5.7 Die Messung von Temperatur/Zeitverläufen am TEM der WAOSS-Kamera

Nach der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Konfektionierung, Präparation und Integration des Thermal Engineering Model der WAOSS-Kamera, sollen hier die verschiedenen Meßphasen und die experimentellen Randbedingungen beschrieben werden, welche die Messungen der für die Parameteridentifikation notwendigen Knotentemperaturverläufe ermöglichten.

5.7.1 Test Equipment

Der Test des WAOSS-TEM's erfolgte in der kleinen Weltraumsimulationsanlage des Institutes. Sie hat ein nutzbares Volumen von 0,45 m³. Das Vakuum wird durch eine Turbo-Molekularpumpe erzeugt, der eine Drehschieber-Rootspumpenkombination vorgeschaltet ist. Der Enddruck ist $p \leq 10^{-6}$ Torr. Der Kälte hintergrund des freien Weltraums wird durch einen IN₂-gekühlten Zylinder aus Al-Profilen realisiert, der die gesamte Innenoberfläche des ebenfalls zylinderförmigen Vakuumrezipienten bedeckt.

Oben rechts in der Abb. 28 kann man erkennen, daß der gekühlte Zylinder aus extrudierten Elementen besteht, deren strukturierte Innenseite geschwärzt ist. Schwärzung und Struktur sollen die (Rück-)Reflexion von Wärmestrahlung auf das Testobjekt minimieren. Beim Extrusionsprozeß wurde entlang der Rückseite dieser AL-Elemente ein rohrförmiger Hohlraum (\varnothing 20mm) erzeugt, der von flüssigem Stickstoff durchflossen wird. Der Aluminiumzylinder wird dadurch auf eine Temperatur von 90K abgekühlt. Die Differenz zur tatsächlichen Temperatur des Weltraumhintergrunds (5K) verursacht einen Simulationsfehler von lediglich $\approx 5\%$. Die Anwendung von (vergleichsweise sehr teuren) flüssigem Helium ist daher unsinnig.

Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß die beschriebene Weltraumsimulationsanlage einen Simulator für Solar-Strahlung besitzt. Dies ist eine Xenon-Kurzbogenlampe, die zusammen mit entsprechender Optik und einem sogenannten Wabenkondensator einen uniformen Leuchtfleck von 15 cm Durchmesser und einer regelbaren Intensität von bis zu 1 Solarkonstante erzeugen kann. Das Spektrum ist dem der Sonnenstrahlung außerhalb der Atmosphäre sehr ähnlich.

Das Wärmerohr (**Heat Pipe;2**) ist ein passend geformtes Cu-Rohr, das ebenso wie die Cu-Montageplattform (**Argus Platform;3**) mit Laborthermostaten (Fa. Huber Kältemaschinenbau GmbH), die kontinuierlich eine Temperierflüssigkeit (Thermogen) umwälzen, auf konstanter Temperatur gehalten werden kann.

Zur Messung der Temperaturen wurde ein universelles Meßwerterfassungssystem (Fa. Brose) verwendet. Es ist ein 19" Front-End-System und realisiert eine flexible Verbindung zwischen Sensor und PC mit eigener Intelligenz. Für den vorliegenden Test wurden kalibrierte PT 100 Meßkarten mit einer Meßgenauigkeit $\leq 0,1^\circ\text{C}$ verwendet.

5.7.2 Der Testablauf des WAOSS-TEM-Tests

Zunächst wurde ein Arbeitsdruck von $p \leq 5 \times 10^{-5}$ Torr im Rezipienten hergestellt und die IN₂ Kühlung für den Kälte hintergrund gestartet.

Grundsätzlich liefen dann alle Meßphasen nach dem gleichen Schema ab :

- Realisierung konstanter Temperaturen für den Kälte hintergrund (**Space;1**), das Wärmerohr (**Heat Pipe; 2**) und die Montageplattform (**Argus Platform;3**).

- Auskühlung der Kamera durch Inaktivität sämtlicher elektrischer Heizquellen. Registrierung aller Temperatursensoren.
- Einschalten ausgewählter Heizquellen und Registrierung aller Temperatursensoren bei konstanter Heizleistung bis in die Nähe des thermischen Gleichgewichtes.

Die einzelnen Meßphasen wurden mit **Tem** und einer fortlaufenden Nummer bezeichnet. Auf diese Weise kamen die folgenden Meßphasen zu Stande:

Tem1

Testbeginn, Abwarten stationärer Temperaturen für (**Space;1**), (**Heat Pipe; 2**) und die Montageplattform (**Argus Platform;3**) bei gleichzeitiger Auskühlung der Kamera.

Tem2

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Heizleistung [W]
6	Objectiv Housing	1,82
9	Objectiv	1,48
11	Sensormodul	2,8
20	Back Plate	3,68
32	FEE1	7,1
34	DSP1	1,84
36	DCE1	2,47
38	SCE1	1,08
42	Power2	6,06
43	Connector Box	2,7

Die eingestellten Heizleistungen an den Knoten 11, 32, 34, 36, 38 und 42 entsprechen dem nominalen Betrieb der Kamera. Die zusätzlich geheizten Knoten 6, 9, 20, 43 sollen eine bessere Identifikation der zugeordneten Austauschparameter ermöglichen.

Tem3

Auskühlung der Kamera auf eine mittlere Temperatur von ca. 265K

Tem4

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Heizleistung [W]
7	Camera Head Housing	1,47
9	Objectiv	1,43
11	Sensormodul	2,8
33	FEE2	2,86
35	DSP2	2,71
37	DCE2	2,62
39	SCE2	2,64
43	Connector Box	1,53

Gegenüber **Tem2** werden hier die komplementären (kalt redundanten) Elektronikleiterplatten und alternativ zum (**Objectiv Housing;6**) das (**Camera Head Housing; 7**) geheizt.

Tem5

Auskühlung der Kamera auf eine mittlere Temperatur von ca. 254K

Tem6

Erwärmung der Kamera durch Einschalten des folgenden Heizers:

Knoten Nr.	Heizername	Heizleistung [W]
37	DCE2	6,73

Das Erwärmen nur eines Knotens in dieser Meßphase sollte einen Wärmeeintrag über den (**Frame DCE2;26**) genau in die Mitte des Basic Frames der Kamera, nämlich in (**Basic Frame III;15**) herbeiführen (siehe auch Abb. 7). Damit wurde ein etwa symmetrischer Temperaturabfall von der Mitte des Basic Frames zu seinen Randknoten (**Basic FrameI;13**) bzw. (**Basic FrameVIII;18**) angestrebt, um noch meßbare Temperaturdifferenzen zwischen den gut wärmeleitend verbundenen Knoten des Basic Frames zu erhalten.

Nach dieser Versuchsphase wurde der Test unterbrochen und die beiden rückwärtigen Montagefüße der Kamera (in der Abb. 27 als Thermal Insulator bezeichnet) wurden gegen ca. 10-fach besser wärmeleitende Exemplare ausgetauscht. Ziel dieser Maßnahme war ein ausgeprägter Temperaturgradient über den Basic Frame der Kamera bei den folgenden Meßphasen.

Tem7

Neubeginn des Tests, Erzeugung von Vakuum und Kälte hintergrund.

Abwarten stationärer Temperaturen für (**Space;1**), (**Heat Pipe; 2**) und die Montageplattform (**Argus Platform;3**) bei gleichzeitiger Auskühlung der Kamera.

Tem8

Erwärmung der Kamera durch Einschalten des folgenden Heizers:

Knoten Nr.	Heizername	Heizleistung [W]
33	FEE2	14,8

Die Herangehensweise in dieser Testphase ist analog zu **Tem 6**, allerdings bei etwa verdoppeltem Leistungseintrag hier über die Leiterplatte FEE2.

Tem9

Auskühlung der Kamera auf eine mittlere Temperatur von ca. 246K.

Die folgenden Meßphasen 10 und 12 sind den Phasen 4 und 2 in der Heizerkonfiguration ähnlich. Die eingetragenen Heizleistungen sind z. T. deutlich unterschiedlich.

Tem10

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Heizleistung [W]
7	Camera Head Housing	1,69
9	Objectiv	1,97
11	Sensormodul	1,5
33	FEE2	5,88
35	DSP2	6,02
37	DCE2	5,84
39	SCE2	5,9
41	Power1	5,89
43	Connector Box	3,32

Tem11

Auskühlung der Kamera auf eine mittlere Temperatur von ca. 245K.

Tem12

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Heizleistung [W]
6	Objectiv Housing	1,32
9	Objectiv	1,41
11	Sensormodul	1,37
20	Back Plate	2,13
32	FEE1	7,12
34	DSP1	1,9
36	DCE1	2,52
38	SCE1	1,11
42	Power2	6,41

Die Anlage 5 des Appendix enthält die vollständige Information zu den einzelnen Meßphasen, wie die stationären Temperaturen der gebundenen Knoten (**Space;1**), (**Heat Pipe; 2**) und (**Argus Platform;3**), die gemessenen Ströme und Spannungen zur Generierung der Heizleistungen und die jeweilige Dauer der Meßphase.

5.7.3 Meßergebnisse

Durch die im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Messungen wurden insgesamt 10 Datensätze erzeugt. 4-mal wurde die Abkühlung der Kamera bis auf eine gewünschte Starttemperatur für die nachfolgende Erwärmung aufgezeichnet und 6-mal der Erwärmungsverlauf selbst. Der Erwärmungsvorgang wurde jeweils bis in die Nähe des thermischen Gleichgewichtes aufgezeichnet. Bei den beschriebenen Meßphasen wurde die Aufzeichnung der Temperaturen erst dann abgebrochen, wenn für alle Temperatursensoren $\dot{T} \leq 1\text{Kh}^{-1}$ erfüllt war. In den Meßphasen **Tem2** und **Tem8** wurde der Meßfühler am (**Baffle;4**) aus diesem Abbruchkriterium ausgeklammert. Der Knoten (**Baffle;4**) ist thermisch vom Rest der Kamera stark abgekoppelt und reagiert sehr gedämpft auf Vorgänge in der Kamera. Die Meßphasen **Tem2** und **Tem8** waren die jeweils ersten Erwärmungsphasen der Kamera nach Testbeginn. In der Meßphase **Tem8** ist (**Baffle;4**) immer noch beim Abkühlen (kommend von der Zimmertemperatur des erneuten Testbeginns), obwohl die Kamera sich durch den Eintrag von 14,8W in (**EB FEE2;33**) erwärmt. Bezieht man den Meßfühler von (**Baffle;4**) mit in das Abbruchkriterium ein, ist für die Phasen **Tem2** und **Tem8** nur ein $\dot{T} \leq 2\text{Kh}^{-1}$ erfüllt.

Waren auf einem Knoten mehr als ein Temperatursensor installiert, wurde die Knotentemperatur aus dem arithmetischen Mittelwert dieser Sensoren gewonnen.

5.7.4 Meßwertvorverarbeitung

Die Rohdaten der jeweiligen Meßphase (z. B. für die Meßphase **Tem2** ist dies der File Tem2.csv) werden in eine spezielle Tabelle einer vorbereitete EXCEL-Arbeitsmappe kopiert. Die anderen Tabellen dieser Arbeitsmappe sind so mit der Tabelle der Rohdaten verknüpft, daß die Mittelwertbildung aller Temperaturfühler eines Knotens, die Mittelwertbildung der Temperatur der gebundenen Knoten bezüglich Zeit und Anbringungsort und die Umrechnung in absolute Temperaturen automatisch erfolgt. Dieser EXCEL-Arbeitsmappe sind 40 weitere Arbeitsmappen nachgeschaltet, welche die Zuordnung der in der ersten Arbeitsmappe gewonnenen Knotentemperaturen zu den 40 Basisknoten bewerkstelligt. Dies bedeutet, daß in dem Moment, in dem die Arbeitsmappe z. B. für den Knoten (**Baffle;4**) und die Meßphase **Tem8** geöffnet wird, alle Knotentemperaturen, die für Wechselwirkungen anderer Knoten mit dem Knoten 4 relevant sind, in Form einer EXCEL-Tabelle zur Verfügung stehen. Diese Tabelle wird mit der Extension ".txt" abgespeichert und steht nun (nach der Umwandlung des Kommas in einen Dezimalpunkt) dem Preprozessor und danach dem Kalman-Filter zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter des Knotens (**Baffle;4**) zur Verfügung. Die grafische Darstellung der entsprechenden Knotentemperaturen ist in der Abb. 29 gezeigt.

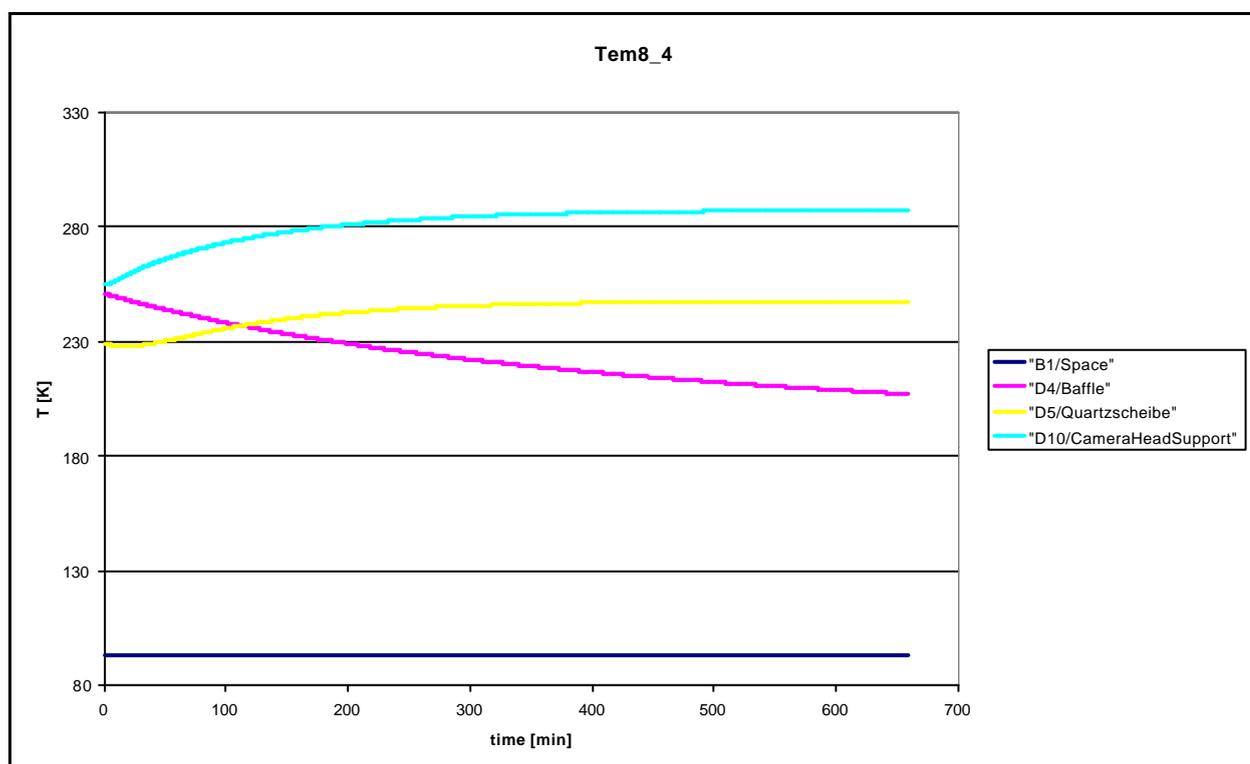


Abb. 29, relevante Knotentemperaturen für den Basisknoten (Baffle;4) in der Meßphase **Tem8**

Nach abgeschlossener Datenvorverarbeitung gibt es für jede Meßphase 40 Dateien, die jeweils die Verläufe der für die jeweiligen Basisknoten relevanten Knotentemperaturen enthalten. Ein solcher File enthält z. B. für die Meßphase **Tem8** und den Basisknoten 4 die Knotentemperaturverläufe des

Basisknotens (**Baffle;4**) und die der mit dem Basisknoten wechselwirkenden Knoten (**Space;1**), (**Quartz Window;5**) und (**Camera Head Support;10**).

Er heißt tem8_4.dat.

5.8 Parameteridentifikation aus gemessenen Temperatur / Zeitverläufen

In diesem Abschnitt werden die konfektionierten und programmierten Algorithmen zur Parameteridentifikation mit der physikalischen Realität konfrontiert, nämlich mit den (wie im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen, vorverarbeiteten) gemessenen Knotentemperaturverläufen des Thermal Engineering Models der WAOSS Kamera. Diese Knotentemperaturen enthalten mehr oder weniger alle Unannehmlichkeiten, die mit Temperaturmessungen an realen Objekten einhergehen können :

Systematische Meßfehler z. B. durch die Wahl eines nicht repräsentativen Anbringungsorts für den oder die Temperatursensor(en). Die teilweise Verwendung mehrerer Temperatursensoren zur Ermittlung einer Knotentemperatur dient nur zur Minimierung eines Modellfehlers, nämlich der Tatsache, daß einige definierte Knoten (z. B. die Elektronikleiterplatten) in der Realität eben nicht isotherm sind, sondern sehr wohl Temperaturgradienten aufweisen. Durch einfaches Aufkleben des Temperatursensors ist obendrein nur die Temperatur an der Oberfläche des Knotens erfassbar. Und die ist eben nicht mit der Isotherme des Knotens identisch, sondern ist eher etwas niedriger [16].

Es ist auch in jedem Fall zu bedenken, ob und ggf. wie die Temperaturabhängigkeit der Wärmeaustauschparameter berücksichtigt wird.

Fatale Modellfehler könnten darin bestehen, daß wesentliche Wärmeströme, etwa ein Wärmestrahlungsaustausch parallel zu einer modellierten Wärmeleitung, vernachlässigt oder sogar vergessen wurden.

Die nicht vollständige Aufzählung von Störungen der reinen Theorie macht schon hier deutlich, daß eine "formalistische Parameteridentifikation" kaum erfolgreich sein wird. Vielmehr ist zur Modellierung ein (durch Erfahrungen gestützter) Spürsinn für Wärmeaustauschprozesse notwendig, um einerseits die Dimension des Modells so gering wie möglich zu halten, andererseits aber alle wesentlichen Einflüsse zu erfassen. Im Experiment werden nur äußerste Sorgfalt bei der Versuchsplanung, der Präparation des Testobjekts und der Experimentdurchführung zu gut auswertbaren Datensätzen führen.

5.8.1 Minimierung der Meßzeit

Eine der Triebkräfte für die vorliegende Arbeit war der Wunsch nach Einsparung von (teurer) Meßzeit in der Weltraumsimulationsanlage.

Wie eine solche Meßzeiteinsparung trotz der Unmöglichkeit der on-line Parameteridentifikation erreicht werden kann, ist bereits im Abschnitt 4 beschrieben worden.

Zur Bestimmung des Zeitpunktes für den Abbruch der Messung bei allen Erwärmungsphasen der Kamera wurde das in Abschnitt 4 skizzierte Programm KANTES verwendet. Dieses Programm ist für den on-line Betrieb geschrieben worden und arbeitet zuverlässig, wurde aber im vorliegenden Fall nur off-line angewendet.

Um eine bessere Vergleichsmöglichkeit zwischen den tatsächlich gemessenen Knotentemperaturen

und den später aus den identifizierten Parametern berechneten Knotentemperaturen zu bekommen, wurden die Messungen länger als erforderlich in die Nähe des Temperaturgleichgewichts fortgesetzt. Allerdings wurden die zur Parameteridentifikation verwendeten Knotentemperatur-Files an dem von KANTES angegebenen Zeitpunkt gekappt, so als wäre die Messung nach Erfüllung des Abbruchkriteriums tatsächlich abgebrochen worden.

Die von KANTES benötigten Programmparameter sind in der Anlage 4 angegeben und erläutert. Die nächste Abbildung illustriert einen Überblick über die erreichbare Meßzeiteinsparung bei der ersten Erwärmungsphase der Kamera.

Stellvertretend für die gesamte Kurvenschar der Knotentemperaturen der Meßphase sind in der folgenden Abbildung nur die für den Basisknoten (**Baffle;4**) relevanten Knotentemperaturen dargestellt. Die dargestellten Abschnitte auf der Zeitachse haben von links nach rechts folgende Bedeutung.

- K – Abbruchkriterium nach KANTES (dies ist die Länge der zur Parameteridentifikation verwendeten Datenfiles)
- M – tatsächlicher Abbruch der Messung. Hier wurde vom Experimentator die Messung beendet, nachdem alle Temperatursensoren das Kriterium $\dot{T} \approx 0,5\text{Kh}^{-1}$ erfüllt hatten. Die Temperaturänderung des Knotens (**Baffle;4**) war davon ausgenommen.
- Ü – übliche Gleichgewichtsbedingung $\dot{T} \leq 0,1\text{Kh}^{-1}$. Bei formalistischer Herangehensweise hätte der Experimentator abwarten müssen, bis auch der Sensor für den Knoten (**Baffle;4**) das Abbruchkriterium erfüllt.

Die Abbildung 30 illustriert diesen Sachverhalt.

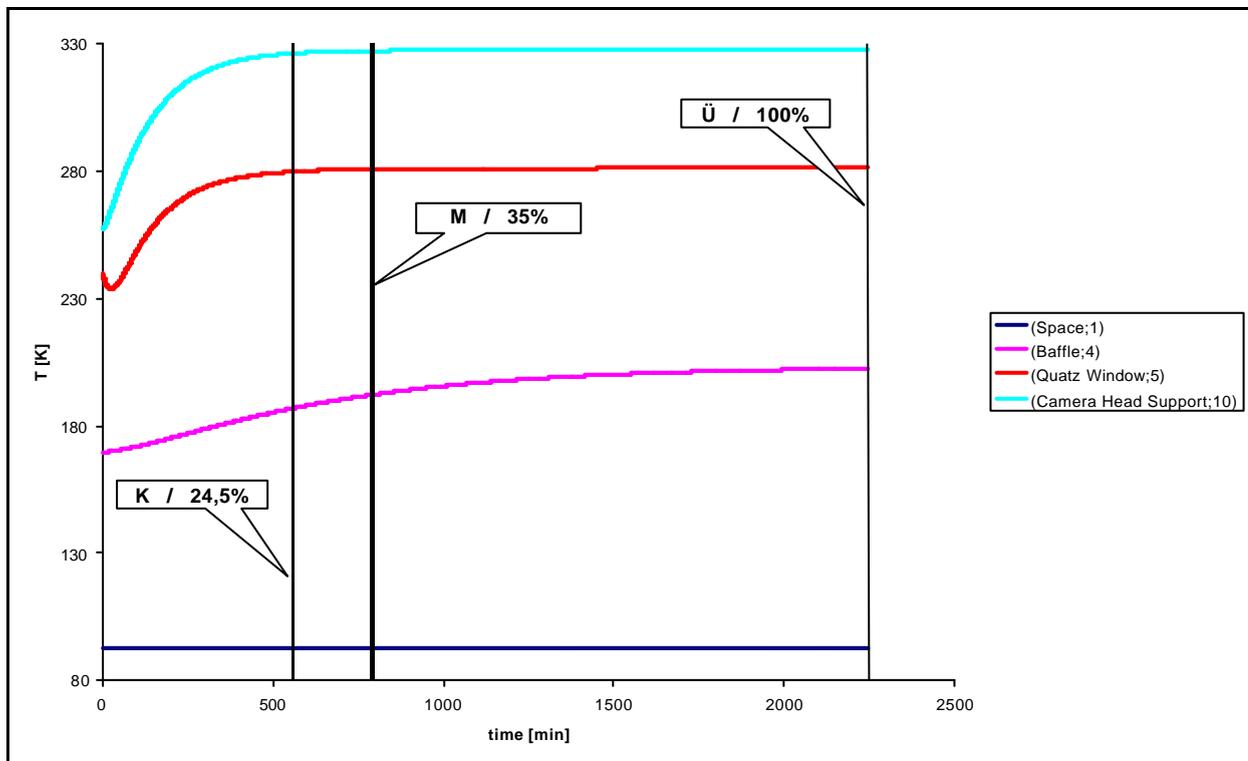


Abb. 30, Abbruchzeitpunkte der Meßphase **Tem2**

Gegenüber dem Abbruchzeitpunkt Ü (37 h Meßzeit), der eigentlich hätte abgewartet werden müssen (die Kurven wurden mit Hilfe der Funktion (61) extrapoliert), ergibt der von KANTES empfohlene

Abbruch der Messung (K) eine Meßzeiteinsparung von 75 % (!). Aber auch gegenüber dem tatsächlichen Ende der Messung (M) ergibt der Abbruch bei (K) eine Meßzeiteinsparung von 30 %. Für die anderen Meßphasen möchte ich mich darauf beschränken, die Meßzeiteinsparung des von KANTES vorgeschlagenen Abbruchs bezüglich des tatsächlichen Endes der Messung zu benennen.

Meßphase	Tatsächliche Meßzeit [min]	Meßzeit nach KANTES [min]	Einsparung [%]
Tem2	786,5	549,75	30
Tem4	815	624,75	23
Tem6	470,25	-	-
Tem8	659	524,75	20
Tem10	792,25	599,75	24
Tem12	721,5	624,75	13

Die Meßphase **Tem6** ist so zeitig abgebrochen worden, daß KANTES keinen früheren Abbruchzeitpunkt ermitteln konnte.

Trotz des relativ frühzeitigen tatsächlichen Abbruchs der Messungen, der jeweils in dem Bewußtsein erfolgte, alle wesentlichen Vorgänge erfaßt zu haben, würde die Gesamteinsparung nach KANTES über alle Meßphasen immerhin zusätzliche 14,2 h bzw. 20 % betragen. Bezogen auf das angewandte, eher milde Abbruchkriterium $\dot{T} \leq 0,5 \text{Kh}^{-1}$, aber unter Berücksichtigung des Knotens (**Baffle;4**) dürfte sich eine Meßzeiteinsparung ca. 50 % ergeben.

5.8.2 Rechenergebnisse

Basis für die in diesem Abschnitt zu besprechenden Ergebnisse von Preprozessor, Kalman-Filter und Postprocessing sind die gemäß Abschnitt 5.7.4 (Meßwertvorverarbeitung) zusammengestellten und gemäß Abschnitt 5.8.1 (Minimierung der Meßzeit) gekürzten Dateien, die die relevanten Temperaturen für jeden Basisknoten und jeweils für jede Erwärmungsphase der Kamera enthält. Die Abkühlungsphasen der Kamera sind prinzipiell auch auswertbar. Bei der Fülle des verfügbaren Datenmaterials aus den Erwärmungsphasen war dies aber nicht erforderlich. Bei den 6 Erwärmungsphasen der Kamera **Tem2**, **Tem4**, **Tem6**, **Tem8**, **Tem10** und **Tem12** und 40 zu untersuchenden Basisknoten (Knoten 4...43) der Kamera (siehe Abb. 6) müssen also 240 Dateien mit der Bezeichnung {Meßphase}_{Basisknoten}.dat jeweils vom Preprozessor und vom Kalman-Filter abgearbeitet werden. Die identifizierten Parametersätze werden wie die zugeordneten Dateien bezeichnet.

So heißt z. B. der aus dem File Tem2_4.dat, also der aus der Meßphase **Tem2** für den Basisknoten 4 vom Preprozessor identifizierte und dann vom Kalman-Filter verbesserte Parametersatz, Tem2_4. Dieser Parametersatz enthält alle Wechselwirkungsparameter, die den Basisknoten 4 mit seinen Nachbarn (1,5,10 ; siehe Abb.6) verbinden, in impliziter Form. Für den Basisknoten 4 sind dies die Parameter

$$\frac{GR(4,1)}{C_4}, \frac{GL(4,5)}{C_4} \text{ und } \frac{GL(4,10)}{C_4}.$$

Der Preprozessor sollte zu jedem Basisknoten 50 Parametersätze innerhalb von 120 Minuten finden. Er wählt dann den Satz mit der kleinsten Konditionierungszahl aus und stellt ihn zusammen

mit den zugeordneten Fehlervarianzen dem Kalman-Filter als Startvektor zur Verfügung. Bei der Identifikation von Parametersätzen mit einem oder mehreren negativen Parametern wird dieser Satz automatisch verworfen und nicht gezählt.

Aus den 240 auszuwertenden Dateien konnte der Preprozessor bei 225 Dateien im Zeitlimit von 120 Minuten jeweils die gewünschten 50 Parametersätze bereitstellen. Die typische Rechenzeit lag zwischen 15 und 30 Minuten für 50 Parametersätze.

Für die Datei Tem6_10 konnten innerhalb des vorgegebenen Zeitlimits nur 5 Parametersätze gefunden werden.

Aus den Dateien Tem2_21.dat, Tem2_24.dat, Tem4_11.dat, Tem4_20.dat, Tem4_30.dat, Tem4_36.dat, Tem6_4.dat, Tem6_11.dat, Tem6_12.dat, Tem6_35.dat, Tem8_4.dat, Tem8_5.dat, Tem8_6.dat und Tem10_21.dat konnte der Preprozessor während der zugelassenen 120 Minuten keine Parametersätze mit nur positiven Komponenten ermitteln. Die Ursache für dieses Phänomen soll am Beispiel des Basisknotens (**Frame DSP2;24**) betrachtet werden. Die Entwicklung der für den Basisknoten 24 relevanten Temperaturen in der Meßphase **Tem2** zeigt die Abbildung 31. Man sieht, daß die dargestellten Temperaturen für die Knoten (**Basic Framell;14**), (**Frame DSP2;24**) und (**Frame DCE1;25**) nur kaum erkennbare Temperaturdifferenzen aufweisen. Der Verlauf der Temperaturdifferenz zwischen den benachbarten Leiterplattenrahmen der Kamera (**Frame DSP2;24**) und (**Frame DCE1;25**) ist in der Abbildung 32 dargestellt. Sie verringert sich im Verlauf der Meßzeit von 0,55 K auf 0,1 bzw. 0,15 K. Das Quantisierungsrauschen des AD-Converters der Meßwerterfassung ist deutlich zu erkennen. Die Temperaturdifferenz von $\approx 0,1$ K ist ganz offensichtlich zu gering für den Preprozessor. Zum Vergleich sind in Abb.33 noch einmal die relevanten Knotentemperaturen für den Basisknoten (**Frame DSP2;24**) dargestellt, allerdings hier für die Meßphase **Tem10**. Aus dieser Meßphase konnte der Preprozessor für den Basisknoten 24 mühelos 50 Parametersätze im Zeitlimit identifizieren. Die Abb. 34 illustriert, daß die minimale Temperaturdifferenz zwischen den Knoten 24 und 25 in diesem Fall "beträchtliche" 0,7K beträgt.

In analoger Weise erklärt sich das Fehlen von Parametersätzen für die restlichen o. g. Basisknoten. Die Variation der Randbedingungen bei den einzelnen Meßphasen hat sichergestellt, daß für 28 Basisknoten in 6 Meßphasen jeweils 50 Parametervektoren, für 9 Basisknoten in 5 Meßphasen jeweils 50 Parametervektoren und für die 3 Basisknoten mit den größten Schwierigkeiten zumindest noch in 4 Meßphasen jeweils 50 Parametervektoren gefunden wurden. Aus jedem Parametersatz (mit jeweils 50 Parametervektoren und den dazugehörigen Fehlerkovarianzmatrizen) wurde vom Preprozessor der Parametervektor mit der kleinsten Konditionierungszahl ausgewählt und für das Kalman-Filter bereitgestellt.

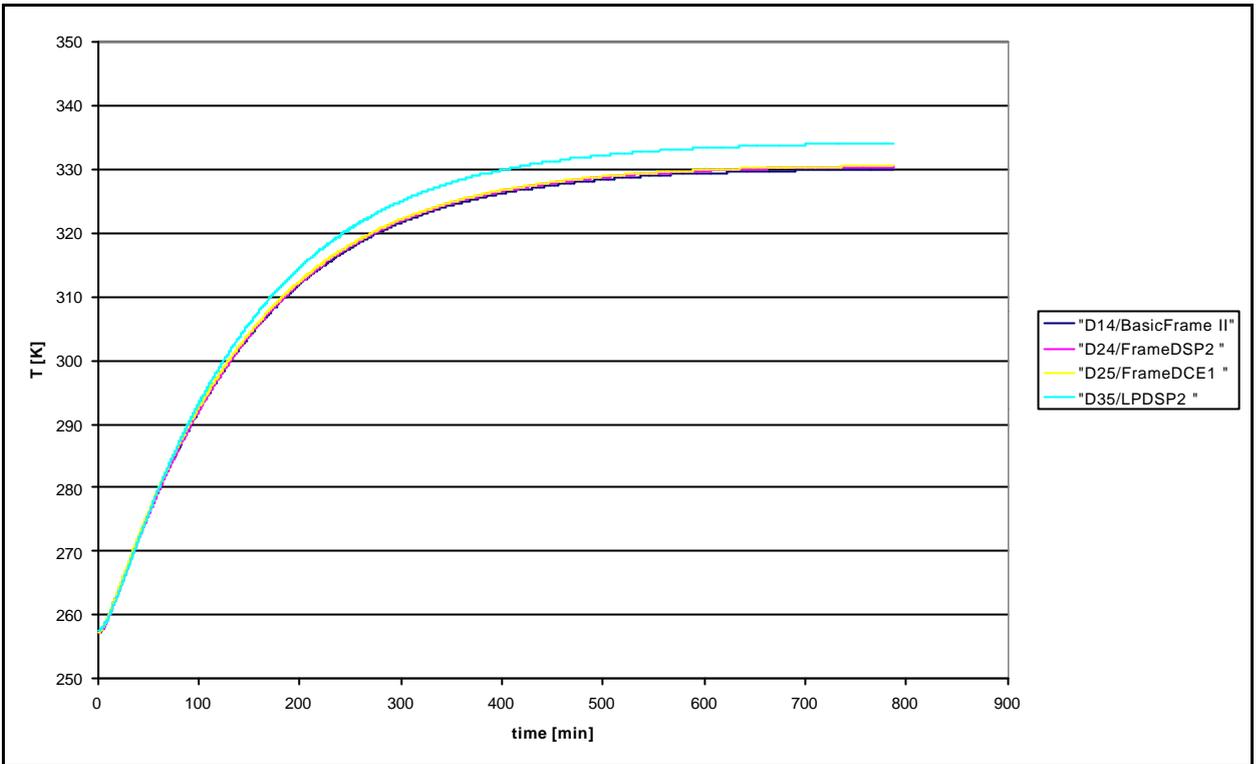


Abb. 31, Temperaturen für den Basisknoten 24 in der Meßphase **Tem2**

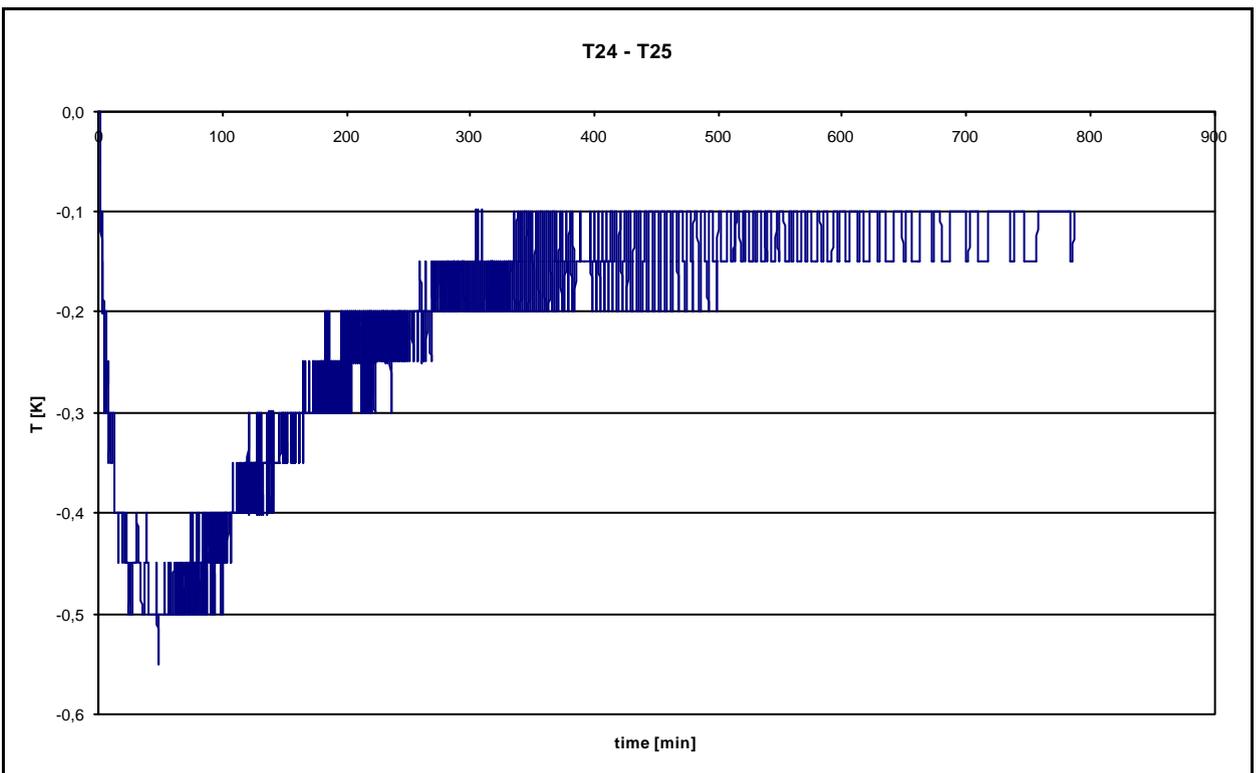


Abb. 32, Entwicklung der Temperaturdifferenz zwischen den Knoten 24 und 25 in der Meßphase **Tem2**

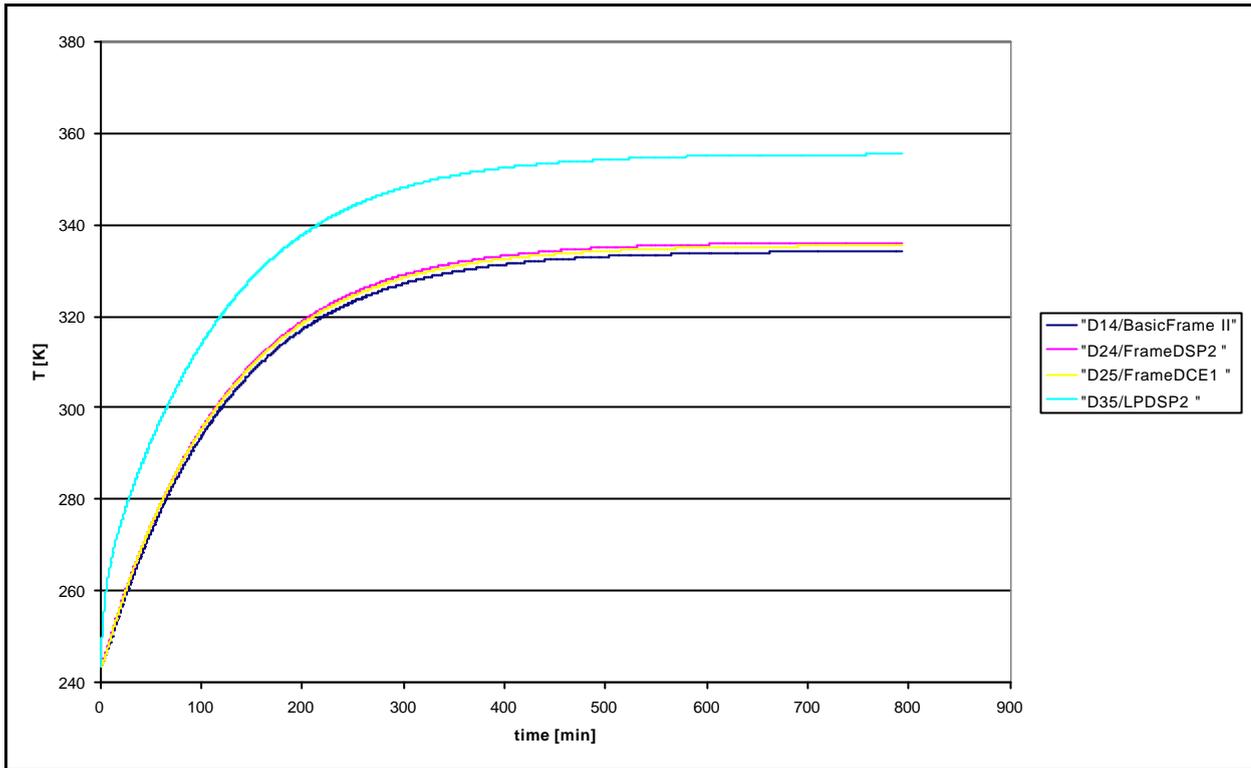


Abb. 33, Temperaturen für den Basisknoten 24 in der Meßphase **Tem10**

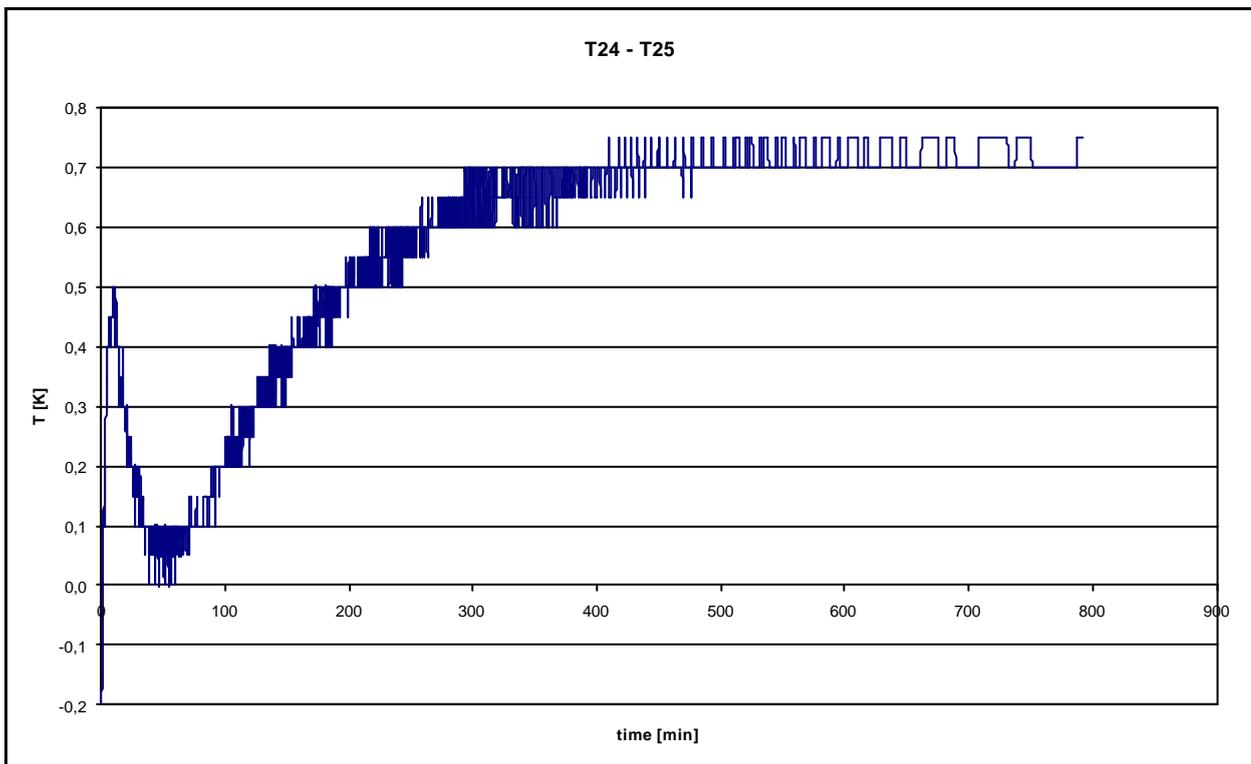


Abb. 34, Entwicklung der Temperaturdifferenz zwischen den Knoten 24 und 25 in der Meßphase **Tem10**

Bei den Basisknoten 10 und 20 kam es während der Suche nach positiven Parametervektoren erwartungsgemäß mehrfach zu Konditionierungszahlen $>2 \times 10^{14}$ und damit zu der im Abschnitt 3.4.2 erläuterten automatischen Editierungsprozedur im Preprozessor. Für das Kalman-Filter konnten aber letztlich Parametervektoren gefunden werden, deren Konditionierungszahl diesseits des Editierungskriteriums liegen.

Nach der Kalman-Filter-Prozedur stehen für jeden Basisknoten also zwischen 4 und 6 Parametervektoren und Fehlerkovarianzmatrizen als Ergebnis des Identifikationsprozesses in impliziter Form zur Verfügung. Es geht nun darum, aus den redundanten Parametervektoren für jeden Basisknoten den jeweils besten zu isolieren, um in einem anschließenden Postprocessing die Trennung der Wärmekapazität von den Conductoren zu vollziehen.

Als Kriterium für diese Auswahl ist im Abschnitt 5.4.1 die Güte D eines Parametervektors definiert worden.

Bei 21 von den insgesamt 226 vom Preprozessor bereitgestellten Parametervektoren trat durch das Kalman-Filter keine Verbesserung der Güte D ein. Dieses Phänomen konzentrierte sich deutlich auf die Basisknoten des Kameragrundrahmens. Der Grundrahmen wurde (siehe Abb. 7) in 6 Basisknoten (**(Basic FrameI;13)...**(Basic FrameVI;18)) zerlegt. Für den Grundrahmen konnte bei 16 von insgesamt 36 Kalman-Filterungen keine Güteverbesserung erzielt werden. Die eigentlich erwarteten numerischen Schwierigkeiten durch zu geringe Temperaturdifferenzen zu den benachbarten Basisknoten, die sehr gut wärmeleitend miteinander verbunden sind blieben dabei allerdings aus. Alle Konditionierungszahlen lagen zwischen 10^3 und 5×10^5 , also weit diesseits der kritischen Grenze 2×10^{14} .

Da der Grundrahmen ein Aluminiumfrästeil ist, läßt sich der Parameter für die Wärmeleitung zwischen zwei benachbarten Basisknoten leicht aus dem Materialquerschnitt und dem Abstand der Knotenmittelpunkte (wo auch die Temperaturfühler angebracht wurden) berechnen. In gleicher Weise läßt sich aus der bekannten Geometrie und der bekannten Masse des Grundrahmens die Wärmekapazität der Basisknoten relativ leicht bestimmen. Entsprechende Rechnungen führen zu den folgenden Ergebnissen:

$$GL(14,15)=GL(15,16)=GL(16,17) \cong 1,5 \text{ WK}^{-1}.$$

Für die dazugehörigen Wärmekapazitäten erhält man :

$$C_{14}=C_{15}=C_{16} \cong 24,5 \text{ WsKg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

Ausgestattet mit diesem a priori Wissen, sollen hier exemplarisch die Identifizierungsergebnisse des Basisknotens **(Basic Frame IV;16)** betrachtet werden.

In der impliziten Form müßte der Parameter für die Wärmeleitung des Knotens 16 zu seinem linken bzw. rechten Nachbarn den Wert

$$\frac{GL(16,15)}{C_{16}} = \frac{GL(16,17)}{C_{16}} = 6,12 * 10^{-2} \text{ haben.}$$

Die Tabelle 6 zeigt die gefundenen Parameter nach der Kalman-Filterung für die jeweilige Meßphase.

Meßphase	erwartete Parameter	Tem2	Tem4	Tem6	Tem8	Tem10	Tem12
Konditionierungszahl		7,18E+02	1,51E+04	1,29E+04	2,06E+04	1,41E+04	2,90E+04
GL(16,15)/C16	6,12E-02	1,43E-02	8,31E-03	3,38E-03	6,88E-03	6,99E-04	2,36E-02
GL(16,17)/C16	6,12E-02	1,41E-02	8,01E-03	7,55E-03	7,23E-03	3,01E-03	2,26E-02
GL(16,27)/C16		4,88E-03	1,26E-03	6,84E-03	6,12E-04	2,55E-03	1,02E-02
GL(16,28)/C16		4,78E-03	1,92E-02	7,17E-04	1,85E-03	9,38E-03	1,29E-02
Güte Preprozess		4,81E-02	1,44E-01	5,07E-02	2,78E-02	4,52E-01	1,35E-01
Güte Kalman		3,78E-02	1,59E-01	5,66E-02	1,79E-02	3,56E-01	9,10E-02

Tabelle 6, identifizierte (implizite) Parameter für den Knoten (**Basic Frame IV;16**)

Nach dem Gütekriterium müßte der Parametervektor der Meßphase **Tem8** zur Weiterverwendung ausgewählt werden. Dieser weist zwar eine Güteverbesserung zwischen Preprozess und Kalman-Filter auf, ist aber von den erwarteten Parametern beträchtlich weiter entfernt als etwa die Parameter der Meßphase **Tem2** und der Meßphase **Tem12**.

Insgesamt ist die Variation der identifizierten Parameter zwischen $2,36 \times 10^{-2}$ (Tem12) und $6,99 \times 10^{-4}$ (**Tem10**) gegenüber den erwarteten Parametern unakzeptabel hoch.

Zwei Schlußfolgerungen drängen sich auf:

- Da es trotz numerischer Stabilität an physikalisch sensiblen Stellen zu beachtlichen Identifikationsfehlern kommen kann, sollte vorhandenes a priori Wissen immer in den Identifikationsprozess einbezogen werden.
- Bei dem gewählten Gütekriterium werden aus fehlerhaft gemessenen Temperaturen identifizierte Parameter anhand fehlerhaft gemessener Temperaturen beurteilt. Diese unvermeidbar fehlerhaft gemessenen Knotentemperaturen werden im Kalman-Filter in optimaler Weise verarbeitet. Das Rauschen der Temperatur des Basisknotens wird als bekannt (mit seiner entsprechenden Varianz) vorgegeben. Das Rauschen der Temperaturen der wechselwirkenden Nachbarknoten wird als Systemrauschen (siehe Abschnitt 3.1) aufgefaßt. Die aus der Kalman-Filterung resultierenden Varianzen der gefundenen Parameter sind deshalb die optimale Basis zur Formulierung eines Gütekriteriums.

Dieses Gütekriterium soll in einer Zahl die Güte des Parametervektors für den Basisknoten i wiedergeben. Es wurde folgende Definition gewählt:

$$D_i = \sum_{j=1}^n \left(\text{Var} \left(\frac{GL(i,j)}{C_i} \right) \right) + \sum_{j=1}^n \left(\text{Var} \left(\frac{GR(i,j)}{C_i} \right) \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (110)$$

n ist die maximale Anzahl der mit dem betrachteten Basisknoten wechselwirkenden Nachbarn. Die Vierte Wurzel bei den Varianzen für die Strahlungswechselwirkung wurde gewählt, um ihnen etwa das gleiche Gewicht wie den Varianzen der Wärmeleitung zu verschaffen.

Die a priori Kenntnisse zum Grundrahmen wurden auf einfache Weise im Rechenprozeß verwendet. Bei den Basisknoten (**Basic FrameI;13**)...(**Basic FrameVI;18**) wurden in den vom Preprozessor bereitgestellten Parametervektoren die Komponenten für die Wärmeleitung innerhalb des Grundrahmens durch die aus der Geometrie und den Materialeigenschaften ermittelten ersetzt. In die Kovarianzmatrizen wurde an den entsprechenden Stellen eine "0" eingetragen. Bei der nun ausgeführten Kalman-Filterung blieben diese Komponenten unverändert, nur die restlichen Komponenten des Parametervektors konnten vom Filter variiert werden. Die folgende Tabelle zeigt das Ergebnis dieser Prozedur zusammen mit der neu definierten Güte (110).

Meßphase	Tem2	Tem4	Tem6	Tem8	Tem10	Tem12
Konditionierungszahl	7,18E+02	1,51E+04	1,29E+04	2,06E+04	1,41E+04	2,90E+04
GL(16,15)/C16	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02
GL(16,17)/C16	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02	6,13E-02
GL(16,27)/C16	4,92E-02	4,85E-02	4,89E-02	4,83E-02	4,90E-02	4,80E-02
GL(16,28)/C16	4,89E-02	5,00E-02	4,86E-02	4,89E-02	4,88E-02	4,82E-02
Güte nach (110)	1,45E-12	4,41E-12	1,34E-10	4,86E-12	5,51E-13	2,07E-12

Tabelle 7, Identifikationsergebnisse für den Basisknoten 16 mit fixierter Wärmeleitung im Grundrahmen

Man erkennt, daß die Fixierung der Wärmeleitung im Grundrahmen einen weiteren positiven Effekt mit sich bringt. Die Parameter für die Wärmeleitung zu den Leiterplattenrahmen GL(16,27) und GL(16,28) sind annähernd gleich groß. Dies ist vernünftig, weil die Befestigung der Leiterplattenrahmen am Grundrahmen jeweils über die gleiche, kontrollierte Schraubenverbindung (Drehmomentenschlüssel) realisiert ist. Aus der Menge redundanter Parametervektoren für den Basisknoten 16 wurde nach dem Gütekriterium (110) der Vektor der Meßphase **Tem10** ausgewählt. Außer bei den Basisknoten des Grundrahmens wurden keine Parameter im Identifikationsprozeß fixiert.

Die Anlage 6 enthält die Liste aller über das Gütekriterium zur Weiterverarbeitung ausgewählten Parametervektoren einschließlich Güte und Fehlervarianzen.

5.8.2.1 Separation der Wärmekapazität

In diesem Abschnitt geht es um die Trennung der Wärmekapazität C von den identifizierten Parametern. Die Prozedur ist bereits im Abschnitt 5.5.1 beschrieben worden.

Es werden zunächst alle Parametervektoren herangezogen, die einen Parameter $\frac{Q_i}{C_i}$ enthalten.

Über die in der jeweiligen Meßphase bekannte, in den Basisknoten i eingetragene Leistung Q_i läßt sich die Wärmekapazität des Knotens ermitteln und von den Parametern $\frac{GL(i,j)}{C_i}$ bzw. $\frac{GR(i,j)}{C_i}$ separieren.

Für die Basisknoten ohne eigenen Heat Input muß auf die Symmetrien $GL(i,j) = GL(j,i)$ bzw. $GR(i,j) = GR(j,i)$, ausgehend von möglichst "nahegelegenen" Knoten mit Wärmeeintrag, in rekursiver Weise zurückgegriffen werden. In einer für diese Rekursion gestalteten EXCEL-Tabelle ist auch die parallele Berechnung der den Parametern zugeordneten Varianzen mit einigermaßen erträglichem Aufwand zu bewerkstelligen. Bei den nach der Separation von der Wärmekapazität doppelt auftretenden Parametern $GL(i,j)$ und $GL(j,i)$ bzw. $GR(i,j)$ und $GR(j,i)$ sind die Parameter mit der jeweils geringeren Varianz ausgewählt worden.

Die folgenden Tabellen 8-10 präsentieren das letztendliche Ergebnis der Parameteridentifikation am TEM der WAOSS-Kamera.

Bezeichn.	Identifiziert	Varianz	Bezeichn.	Identifiziert	Varianz
C4	2,08E+02	3,84E+02	C24	7,00E+01	3,05E-01
C5	2,38E+01	4,70E-01	C25	7,00E+01	3,05E-01
C6	3,77E+01	1,07E+00	C26	7,00E+01	3,05E-01
C7	2,51E+02	1,77E+02	C27	7,00E+01	3,05E-01
C8	1,09E+02	6,56E+00	C28	7,00E+01	3,05E-01
C9	1,73E+02	2,47E+01	C29	9,23E+01	1,72E+00
C10	2,06E+02	1,78E+01	C30	9,67E+01	9,75E-01
C11	2,24E+02	1,67E+01	C31	9,67E+01	9,75E-01
C12	6,61E+01	1,65E+00	C32	1,45E+02	1,05E+00
C13	9,94E+01	7,66E-01	C33	7,80E+01	6,93E-02
C14	1,45E+01	1,45E-02	C34	8,23E+01	4,70E+00
C15	2,42E+01	3,75E-02	C35	7,81E+01	4,22E-01
C16	2,19E+01	3,27E-02	C36	1,02E+02	4,12E+00
C17	2,39E+01	2,09E-01	C37	7,81E+01	3,37E-01
C18	1,14E+02	2,37E+00	C38	8,22E+01	1,37E+01
C19	5,92E+01	2,22E+00	C39	7,80E+01	4,37E-01
C20	1,96E+02	8,01E+00	C40	7,71E+01	4,36E-01
C21	7,00E+01	3,05E-01	C41	7,78E+01	4,37E-01
C22	7,00E+01	3,05E-01	C42	1,25E+02	9,50E-01
C23	7,00E+01	3,05E-01	C43	1,51E+02	1,20E+01

Tabelle 8, identifizierte Wärmekapazitäten

Bezeichn.	Identifiziert	Varianz	Bezeichn.	Identifiziert	Varianz
GL(4,5)	4,50E-04	1,99E-10	GL(18,20)	1,20E+00	2,62E-04
GL(4,10)	1,66E-03	2,29E-08	GL(18,30)	1,19E+00	2,57E-04
GL(5,6)	5,12E-03	2,18E-08	GL(18,31)	1,20E+00	2,62E-04
GL(6,7)	7,65E-01	4,42E-04	GL(19,2)	4,01E-01	1,02E-04
GL(7,8)	5,77E-01	1,83E-04	GL(19,43)	5,02E-01	1,59E-04
GL(7,10)	1,77E+00	4,17E-03	GL(20,31)	5,69E-01	3,96E-05
GL(7,12)	5,40E-02	1,10E-06	GL(20,43)	8,92E-01	3,73E-04
GL(8,9)	1,10E+00	6,69E-04	GL(21,22)	5,11E-01	2,56E-05
GL(8,11)	6,16E-02	2,09E-06	GL(21,32)	2,02E-01	2,18E-06
GL(10,13)	1,37E+00	1,46E-04	GL(22,23)	6,41E-01	2,75E-05
GL(10,21)	4,16E-01	1,69E-05	GL(22,33)	2,02E-01	4,67E-07
GL(11,12)	1,18E-01	5,22E-06	GL(23,24)	7,70E-01	4,13E-05
GL(12,2)	7,86E-01	2,34E-04	GL(23,34)	1,42E-01	2,33E-06
GL(13,3)	9,39E-03	6,85E-09	GL(24,25)	6,05E-01	2,53E-05
GL(13,14)	1,39E+00	1,32E-04	GL(24,35)	1,92E-01	2,63E-06
GL(13,21)	1,09E+00	9,26E-05	GL(25,26)	6,35E-01	2,63E-05
GL(13,22)	1,11E+00	9,58E-05	GL(25,36)	1,92E-01	2,81E-06
GL(14,15)	1,39E+00	1,32E-04	GL(26,27)	6,90E-01	3,31E-05
GL(14,23)	1,11E+00	8,43E-05	GL(26,37)	2,03E-01	2,32E-06
GL(14,24)	1,11E+00	8,50E-05	GL(27,28)	6,70E-01	2,93E-05
GL(15,16)	1,35E+00	1,23E-04	GL(27,38)	1,77E-01	3,04E-06
GL(15,25)	1,18E+00	8,96E-05	GL(28,29)	6,03E-01	4,05E-05
GL(15,26)	1,19E+00	9,04E-05	GL(28,39)	1,81E-01	2,41E-06
GL(16,17)	1,35E+00	1,23E-04	GL(29,30)	6,55E-01	8,62E-05
GL(16,27)	1,08E+00	7,85E-05	GL(29,40)	1,97E-01	2,87E-06
GL(16,28)	1,07E+00	7,79E-05	GL(30,31)	6,20E-01	4,15E-05
GL(17,18)	1,50E+00	4,08E-04	GL(30,41)	1,99E-01	2,86E-06
GL(17,29)	1,17E+00	5,02E-04	GL(31,42)	1,97E-01	2,65E-06
GL(18,3)	9,99E-03	1,81E-08			

Tabelle 9, identifizierte lineare Conductoren

Bezeichn.	Identifiziert	Varianz	Bezeichn.	Identifiziert	Varianz
GR(4,1)	2,47E-03	5,41E-08	GR(27,1)	8,28E-04	4,27E-11
GR(5,1)	2,60E-03	5,61E-09	GR(28,1)	4,82E-04	1,44E-11
GR(5,9)	2,61E-03	5,62E-09	GR(29,1)	1,01E-03	2,07E-10
GR(6,1)	5,49E-03	2,28E-08	GR(30,1)	8,75E-04	7,98E-11
GR(6,9)	8,38E-04	5,30E-10	GR(31,1)	8,15E-04	6,93E-11
GR(7,1)	1,79E-03	9,02E-09	GR(32,33)	1,03E-02	1,21E-09
GR(9,11)	3,07E-03	3,14E-09	GR(34,33)	9,88E-03	1,11E-09
GR(10,1)	1,04E-03	4,53E-10	GR(34,35)	9,88E-03	6,75E-09
GR(10,32)	4,44E-03	9,79E-10	GR(35,36)	9,97E-03	6,88E-09
GR(11,32)	8,74E-04	3,81E-11	GR(36,37)	1,01E-02	5,67E-09
GR(20,1)	1,65E-03	5,69E-10	GR(37,38)	9,90E-03	5,43E-09
GR(20,42)	1,70E-02	1,76E-08	GR(38,39)	1,00E-02	7,19E-09
GR(21,1)	4,31E-04	1,16E-11	GR(39,40)	9,87E-03	7,15E-09
GR(22,1)	7,04E-04	3,08E-11	GR(40,41)	9,88E-03	7,05E-09
GR(23,1)	8,72E-04	4,73E-11	GR(41,42)	1,00E-02	6,15E-09
GR(24,1)	8,31E-04	4,30E-11	GR(42,43)	2,11E-03	2,73E-10
GR(25,1)	5,79E-04	2,09E-11	GR(43,1)	1,01E-03	5,35E-10
GR(26,1)	9,05E-04	5,10E-11			

Tabelle 10, identifizierte radiative Conductoren

5.8.2.2 Vergleich der gemessenen und errechneten Knotentemperaturen

Auf analoge Weise, wie dies bereits im Abschnitt 5.5.1 beim Vergleich zwischen "wahren" und errechneten Knotentemperaturen geschehen ist, soll hier zwischen den gemessenen Knotentemperaturen und den mit Hilfe der in den Tabellen 8-10 enthaltenen Parameter errechneten Knotentemperaturen verglichen werden. Zum Vergleich werden hier allerdings nicht die durch die Minimierung der Meßzeit gekürzten Knotentemperaturen herangezogen, sondern die während der einzelnen Meßphasen tatsächlich näher an das Temperaturgleichgewicht "herangemessenen" Knotentemperaturen. Basis zur Errechnung der Knotentemperaturen ist ein ESATAN-Modell, das die identifizierten Wärmeaustauschparameter nutzt.

Anders als im Abschnitt 5.5.1, wo der Vergleich zwischen "wahren" und gerechneten Temperaturen vorgenommen wurde (Siehe Abb. 18), muß jetzt zwischen errechneten und gemessenen Knotentemperaturen für jede Meßphase verglichen werden.

Insgesamt wären hier je 40 gemessene und errechnete Knotentemperaturen in 6 Meßphasen, also 240 Vergleiche zu dokumentieren. Der Übersichtlichkeit halber seien nur die maximalen Temperaturdifferenzen angegeben, die sich für die einzelnen Meßphasen zwischen errechneten und gemessenen Knotentemperaturen ergeben haben. Die Tabelle 11 gibt diese max. Differenzen und jeweils den Knoten an, an dem sie aufgetreten sind.

Meßphase	max. Temperaturdifferenz [K]	Knoten
Tem2	3	(EB DSP1;34)
Tem4	1,9	(EB DSP1;34)
Tem6	1	(EB SCE1;38)
Tem8	3,8	(EB DSP1;34)
Tem10	3,7	(EB DSP1;34)
Tem12	2,9	(EB DSP1;34)

Tabelle 11, max. Differenzen zwischen gerechneten und gemessenen Knotentemperaturen

Stellvertretend für alle Knotentemperaturvergleiche, sind in Abb. 35 die gemessene und gerechnete Temperatur des Basisknotens (**EB DSP1;34**) in der Meßphase **Tem8** dargestellt.

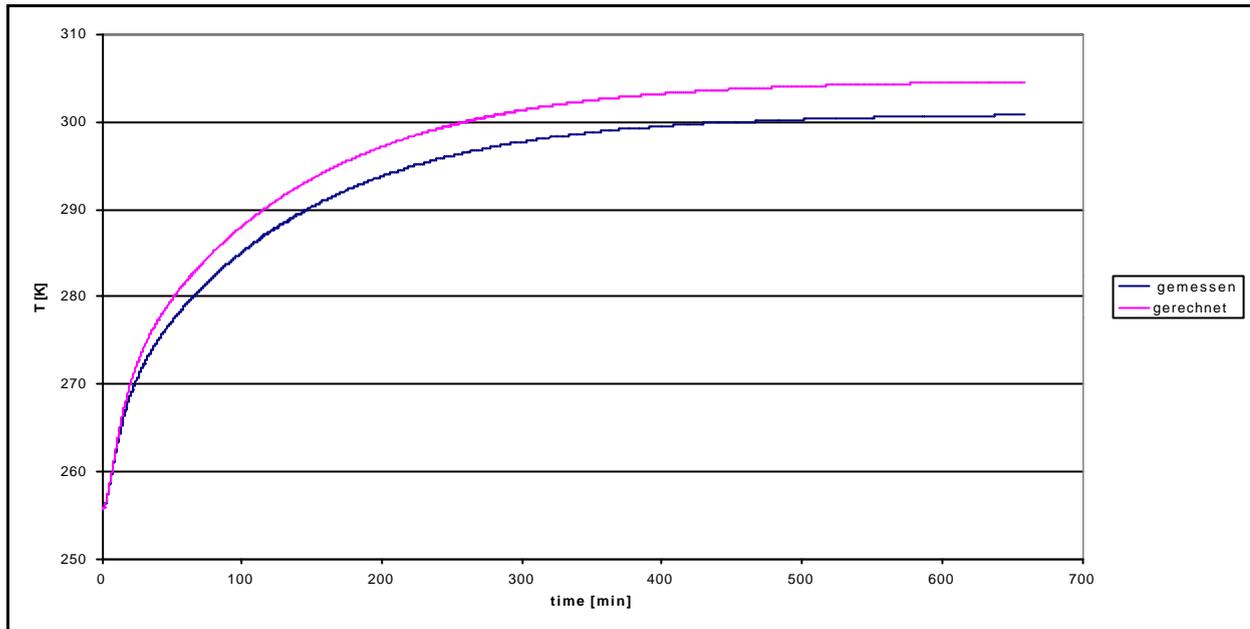


Abb. 35, Differenz zwischen gemessener und gerechneter Temperatur am Knoten (**EB DSP1;34**)

Für die unterschiedlich starken Temperaturdifferenzen in den verschiedenen Meßphasen bietet sich eine einfache Erklärung. Die Meßphase **Tem6** ist die Phase mit der geringsten eingetragenen Heizleistung (siehe Abschnitt 5.7.2) von 6,73 W (nur in den Knoten 37). Identifikationsfehler wirken sich hier bei der Hochrechnung in Richtung Temperaturgleichgewicht am wenigsten aus. Die Meßphase mit der größten Temperaturdifferenz ist die Phase **Tem8**. Hier wurde ebenfalls nur in einen Knoten (33) die beachtliche Heizleistung von 14,8 W eingetragen. Sowohl der Knoten 37 wie auch der Knoten 33 sind leere Elektronikleiterplatten, in die die Heizleistung großflächig über aufgeklebte Folienheizer eingebracht wurde (siehe Abschnitt 5.6). Die Knotentemperatur der beiden Leiterplatten wurde im Schnittpunkt der Leiterplattendiagonalen auf der ungeheizten Leiterplattenseite gemessen. Der Wärmeleitwert (Leiterplattendicke...) zwischen Temperatursensor und Heizquelle dürfte für beide Platten vergleichbar sein. Die Temperaturdifferenz zwischen gemessener (Knoten-)Temperatur und der tatsächlichen Temperatur der Heizfolie ist mit Sicherheit bei hoher Heizleistung größer und somit der nicht erfasste Verlust durch Wärmestrahlung ebenfalls. Die elektrisch gemessenen Heizleistung ist also größer als die vom Temperatursensor wahrgenommene, was dann über die Identifikationsprozeduren zu fehlerhaften Parametern führt. Dies geschieht um so heftiger, je höher die eingetragenen Heizleistungen sind. Das dürfte auch der Grund dafür sein, daß die Meßphase **Tem10** die zweitgrößte Temperaturabweichung zwischen gerechneten und gemessenen Knotentemperaturen aufweist. Hier hat die Summe der in alle geheizten Knoten eingetragenen Heizleistung den mit Abstand größten Wert (≈ 38 W). Mit Ausnahme von 2 Temperaturen in der Phase 2 (Knoten 19 und 43), einer Temperatur in der Phase **Tem8** (Knoten 4) und schließlich einer Knotentemperatur in der Meßphase 12 (Knoten 11) liegen alle gerechneten Knotentemperaturen über den gemessenen. Die maximalen Abweichungen zwischen Rechnung und Messung konzentrieren sich merkwürdigerweise (außer bei der Meßphase **Tem8**) auf den Knoten 34.

Der Knoten (**EB DSP1;34**) ist die 3. Elektronikleiterplatte im Leiterplattenstapel der Kamera (siehe

auch Abb. 6). Es sind vielfältige Ursachen für das festgestellte Phänomen denkbar. Nur die wahrscheinlichsten seien hier genannt:

- Systematische Fehler bei der Messung bzw. der Interpretation der Knotentemperatur. Die Knotentemperatur von **(EB DSP1;34)** wurde hier nur im Schnittpunkt der Leiterplattendagonalen auf der unbestückten Leiterplattenseite gemessen, obwohl auf der Bauelementeseite der Platte die Heizleistung relativ kleinflächig in 3 Bereiche eingebracht wurde.
- Rechenfehler bei der Identifikation der Parameter, die die Wechselwirkung des Knotens 34 mit seinen Nachbarn bestimmen.

Für den Fall einer eklatant falschen Knotentemperaturmessung (bzw. eines nicht repräsentativen Anbringungsortes des Sensors) gibt es keinen Interpretationsspielraum. Im Gegensatz zum Knoten 34 ist beim Knoten **(EB FEE1;32)** die Knotentemperatur das arithmetische Mittel aus 4 gemessenen Plattentemperaturen. Hier wäre beispielsweise eine andere Gewichtung der Messungen zur Korrektur der resultierenden Knotentemperatur denkbar.

Es sieht allerdings so aus, als ob die gemessenen Temperatur die Knotentemperatur des Knotens 34 hinreichend gut trifft. Die folgenden Überlegungen sollen dies stützen. Die Leiterplatte **(EB DSP1;34)** befindet sich inmitten eines Stapels ähnlich aufgebauter und gleichartig gerahmter Leiterplatten. Die Wechselwirkungsparameter der Platten untereinander (Strahlung), die Ankopplung an ihren AL-Rahmen und die Kopplung der Rahmen untereinander und zum Grundrahmen der Kamera sowie schließlich die radiative Anbindung der Leiterplattenrahmen an den Kälte hintergrund des Weltraums (durch die MLI hindurch) sollte für alle gerahmten Leiterplatten vergleichbar sein. Bei der Betrachtung der identifizierten Parameter (Tabelle 9) zeigt sich aber, daß der identifizierte Wärmeleitwert der betreffenden Leiterplatte **(EB DSP1;34)** zu ihrem Rahmen **(Frame DSP1;23)** deutliche Unterschiede zu den entsprechenden Leitwerten der Nachbarplatten aufweist. Die vergleichbaren Leitwerte (siehe auch Abb. 6) GL(21,32), GL(22,33) GL(24,35), GL(25,36) und GL(26,37) bewegen sich zwischen $1,92 \times 10^{-1} \text{ WK}^{-1}$ und $2,03 \times 10^{-1} \text{ WK}^{-1}$ (siehe Tabelle 9). Der identifizierte Parameter $GL(23,34)=1,42 \times 10^{-1} \text{ WK}^{-1}$ weicht also um ca. 30 % von den vergleichbaren Parametern ab. Daß dies vermutlich auf einen Identifikationsfehler zurückzuführen ist, zeigt die folgende Tabelle. 12. Hierfür wurden die gleichen Hochrechnungen der Knotentemperaturen gemacht wie für die Tabelle 11, allerdings wurde der identifizierte Leitwert $GL(23,34)$ von $0,142 \text{ WK}^{-1}$ auf $0,2 \text{ WK}^{-1}$ korrigiert.

Meßphase	max. Temperaturdifferenz [K]	Knoten
Tem2	2,6	(Baffle;4)
Tem4	1,7	(Baffle;4)
Tem6	1	(EB SCE1;38)
Tem8	1,6	(Frame FEE2;22)
Tem10	3,1	(EB SCE2;39)
Tem12	1,5	(Baffle;4)

Tabelle 12, max. Temperaturdifferenzen zwischen gerechneten und gemessenen Knotentemperaturen bei korrigiertem $GL(23,34)=0,2 \text{ WK}^{-1}$

Beim Vergleich der Tabellen 11 und 12 erkennt man, daß alle maximalen Temperaturdifferenzen für die jeweiligen Meßphasen kleiner geworden (bzw. gleich geblieben) sind. Bei den Verursachern der maximalen Temperaturdifferenzen zwischen gerechneten und gemessenen Knotentemperaturen dominiert nun der Knoten **(Baffle;4)**. Die verringerten Temperaturdifferenzen deuten tatsächlich auf einen Identifikationsfehler beim $GL(23,34)$ hin. Es wäre nun naheliegend, die gleiche Prozedur wie

oben auf den Knoten (**Baffle;4**) anzuwenden. Inwieweit dies berechtigt wäre, bedarf weiterer Untersuchungen. Es sei hier lediglich als möglicher Ausweg bei erheblichen Unterschieden zwischen gemessenen und berechneten Knotentemperaturen angedeutet.

Die im vorliegenden Fall festgestellte maximale Differenz zwischen gerechneten und gemessenen Knotentemperaturen ohne nachträgliche Korrektur von Parametern von knapp 4 K ist allerdings so gering, daß o. g. Nachbesserungen nicht vorgenommen wurden.

Die erreichte Genauigkeit der errechneten Knotentemperaturen gegenüber den gemessenen ist tatsächlich deutlich größer als dies vom Autor erwartet wurde.

Ich wäre mit einer maximalen Temperaturdifferenz für die hochgerechneten Gleichgewichtstemperaturen der Kameraknoten von ca. 8 K gegenüber den gemessenen Temperaturen durchaus zufrieden gewesen.

Ich möchte das an dieser Stelle einflechten, weil ich in Erwartung einer möglicherweise nicht beherrschbaren Fehlerfortpflanzung bei der Separation der Wärmeaustauschparameter von den mit ihnen verknüpften Wärmekapazitäten (siehe Abschnitt 5.5.1), zwei bisher nicht beschriebene Rettungsanker ausgeworfen hatte. Dies sind:

- Die Entwicklung eines Programmes zur Errechnung von Knotentemperaturverläufen unter Verwendung von implizit vorliegenden Parametern. (Dieses Programm ist speziell für das vorliegende 43-Knotenmodell geschrieben worden und kann nicht unmittelbar auf andere Knotenmodelle angewendet werden.) Es verwendet den einfachsten ESATAN-Solver der Gestalt

$$T_{i+\Delta t}^{(i)} = T_i^{(i)} + \Delta t \left(\frac{Q_i}{C_i} + \sum_j \frac{GL(i,j)}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_j \frac{GR(i,j)}{C_i} (T_j^4 - T_i^4) \right)$$

zur Errechnung der Knotentemperaturen. Dieses Programm ist in der Lage, Parameter der Form $\frac{Q_i}{C_i}$, $\frac{GL(i,j)}{C_i}$ und $\frac{GR(i,j)}{C_i}$ zu verarbeiten. Die weiter vorne beschriebene rekursive Separation der Wärmekapazität ist also zur Errechnung von Knotentemperaturverläufen nicht erforderlich.

- Die Wärmekapazitäten aller 40 Kameraknoten wurden am in Baugruppen zerlegten TEM der Kamera experimentell bestimmt. Das Meßverfahren wurde vom Autor eigens zum genannten Zweck entwickelt und liefert als Ergebnis die über einen wählbaren Temperaturbereich gemittelte Wärmekapazität des Testobjektes, auch wenn das Testobjekt ein Konstrukt aus sehr unterschiedlichen Materialien ist wie etwa eine bestückte Leiterplatte des WAOSS-TEM. Das Verfahren basiert auf der Tatsache, daß das Testobjekt in Abhängigkeit von seiner Wärmekapazität beim Eintauchen in ein Bad mit flüssigem Stickstoff eine wägbare Menge LN2 verdampft (Arbeitstitel evaporation method). Das Verfahren ist wenig aufwendig, aber recht präzise. Es ist ausführlich in [35] beschrieben und wurde auf der 30th International Conference on Environmental Systems (July 2000, Toulouse) veröffentlicht.

Die experimentelle Bestimmung der Wärmekapazitäten der Knoten ergab eine gute Übereinstimmung zu den rekursiv aus den impliziten Parametern ermittelten Kapazitäten des Modells. Einen Vergleich zwischen den Ergebnissen beider Methoden gibt die Tabelle in der Anlage 7 des Appendix.

Für jede Meßphase ergab die Errechnung der Knotentemperaturen aus den implizit belassenen Parametern (gemäß Appendix, Anlage 6) Temperaturdifferenzen zwischen errechneten und gemessenen Knotentemperaturen, die sogar in ihren maximalen Abweichungen über den

Differenzen bei expliziten Parametern lagen. Alle errechneten Temperaturen lagen hier unter den Gemessenen. Die folgende Tabelle 13 zeigt die maximalen Temperaturdifferenzen und die Knoten, an denen sie auftreten (vgl. Tabelle 11).

Meßphase	max. Temperaturdifferenz [K]	Knoten Nr.
Tem2	4,5	34, 35
Tem4	1,3	34, 36, 37, 38
Tem6	1,6	22, 23, 24, 33, 34, 35
Tem8	1,1	4
Tem10	2,2	7
Tem12	4,2	32, 33

Tabelle 13, max. Temperaturdifferenzen zwischen gerechneten und gemessenen Knotentemperaturen, basierend auf impliziten Parametern

Die maximalen Temperaturdifferenzen konzentrieren sich hier nicht wie bei den expliziten Parametern nur auf den Knoten 34.

Ich möchte aus der Sicht des Autors die beschriebenen Ergebnissen folgendermaßen bewerten: Bewertungsmaßstab für die Güte der Parameteridentifikation am TEM der WAOSS-Kamera sollte die Differenz der aus impliziten zu Knotentemperaturen hochgerechneten Parametern gegenüber den gemessenen Temperaturen sein. Diese impliziten Parameter sind das mathematisch saubere und numerisch optimale Ergebnis der Parameteridentifikation. Der beschriebene Rekursionsprozeß zur Separation der Wärmekapazität ist mathematisch nicht eindeutig und insbesondere in der Gestaltung seines Ablaufs durchaus willkürlich. Die überraschend gute Übereinstimmung zwischen identifizierten und gemessenen Wärmekapazitäten wie auch die damit verbundenen, z. T. geringeren Temperaturdifferenzen zwischen gemessenen und auf der Basis expliziter Parameter gerechneter Knotentemperaturen sind nicht zwangsläufig reproduzierbar und werden als zwar erfreulich, aber eher zufällig eingestuft. Falls keine Software zur Modellberechnung auf der Basis der impliziten Parameter verfügbar ist, sollte bei Knoten ohne eigene Wärmedissipation zur Separation der Wärmekapazität auf Messungen wie in [35] und (oder) auf gesichertes a priori Wissen zurückgegriffen werden.

6 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Es war das Ziel der vorliegenden Arbeit, ein robustes Werkzeug zur Identifikation der Wärmeaustauschparameter eines Knotenmodells aus transient gemessenen Knotentemperaturen zu schaffen. Die Messung dieser Knotentemperaturen erfolgte unter experimentell simulierten Weltraumbedingungen am Thermal Engineering Model der WAOSS-Kamera der russischen Mission Mars '96. Die erforderliche Meßzeit konnte minimiert werden.

Die bis dahin fehlerhaften Wärmeaustauschparameter des Thermal Mathematical Model konnten nach der Identifikationsprozedur durch experimentell abgesicherte Parameter ersetzt werden. Auf diese Weise gelang die gewünschte Validierung des TMM durch ein Experiment unter missionsnahen Bedingungen.

Zur Realisierung der Identifikationsprozedur wurde zunächst ein Kalman-Filter-Algorithmus formuliert und anschließend konditioniert.

Der komplexe Filteralgorithmus für ein n-Knotenmodell wurde in n Einzelfilter zerlegt, die nacheinander abgearbeitet werden. Die daraus resultierende drastische Reduzierung der Dimension aller beteiligten Matrizen führt zu einer wesentlichen Verkürzung von Operationsketten und damit zur Reduktion der Wirkung von Rundungsfehlern. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, daß bei der Berechnung der Kalman-Gain aus der numerisch problematischen Inversion einer sich der Singularität nähernden Matrix eine gewöhnliche Division wird.

Die Divergenzgefährdung des Filters durch den (allmählichen) Verlust der nichtnegativen Definitheit der Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung konnte nach der vorgenommenen Zerlegung in Einzelfilter mathematisch konsequent beseitigt werden. Es war dadurch eine Faktorisierung der Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung möglich. Die Fehlerkovarianzmatrix der Zustandsschätzung kann somit als Produkt einer Matrix mit ihrer Transponierten geschrieben werden. Die numerische Realisierung dieser Multiplikation führt immer auf eine nichtnegativ definite Matrix. Der allmähliche Verlust dieser wichtigen Eigenschaft durch Rundungsfehler ist somit ausgeschlossen.

Die Verwendung der 1. Ableitung der Knotentemperatur nach der Zeit, $\frac{dT}{dt}$, als Beobachtungsgröße im Kalman-Filter wurde wegen der damit verbundenen mathematischen Vereinfachungen (Regressionsfilter) untersucht. Zwei sehr robuste numerische Differentiationsverfahren wurden zur Evaluierung ausgewählt: das ‚Romberg-Verfahren‘ und die ‚glättenden Splines‘. Beide Verfahren erfüllten alle Erwartungen bei der Anwendung auf unverrauschte Knotentemperaturen, versagten jedoch nahezu gänzlich bei Rauschanteilen, die bei realen Temperaturmessungen unvermeidlich sind.

Als Beobachtungsgröße des konditionierten Filters war deswegen schließlich die Verwendung der Knotentemperatur des betrachteten Knotens unumgänglich. Zur Realisierung der Time Updating Procedure wurde die Crank-Nicholson-Approximation verwendet.

Da die Aufspaltung des Gesamtproblems in Einzelfilter ohnehin die off-line Abarbeitung der gemessenen Knotentemperaturen erzwang, konnte durch geschickte Konditionierung der Beobachtungsgröße erreicht werden, jeweils sämtliche relevanten Knotentemperaturen für das Time Updating heranzuziehen, auch diejenigen, die aus der Sicht des gerade prozessierten Zeitpunktes in der Zukunft liegen. Dies hat den Vorteil, daß das Kalman-Filter bei jedem Iterationsschritt auf die gleiche Anzahl (nämlich alle verfügbaren) Temperaturstützstellen zurückgreifen kann.

Jeder Kalman-Filter-Algorithmus benötigt für den Beginn der Iterationsprozedur a priori Kenntnisse über das modellierte dynamische System in Form eines Zustandsvektors und dessen

Fehlerkovarianzmatrix für den Zeitpunkt $t = 0$. Ein schlechter Zustandsschätzwert mit zu gering angegebener Fehlervarianz kann zur Divergenz des Filters führen. Andererseits wird eine gute Schätzung mit zu großer Fehlervarianz nicht "ernst genommen".

Die benötigten Startwertepaare lassen sich sehr effizient mit der Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate aus den gleichen Knotentemperaturdaten, die auch für das Kalman-Filter verwendet werden, ermitteln.

Die Identifikation der Modellparameter wird auf die Lösung eines Gleichungssystems zurückgeführt, das hinsichtlich der Modellparameter linear ist.

Die Singular Value Decomposition der Koeffizientenmatrix (Designmatrix) dieses Gleichungssystems ermöglicht die Konstruktion der Fehlerkovarianzmatrix, die zum Vektor der identifizierten Modellparameter gehört. Dazu müssen die Standardabweichungen der Meßfehler, die bei der Knotentemperaturmessung unvermeidbar auftreten, bekannt sein. SVD quantifiziert den Konditionierungszustand der Designmatrix und liefert dadurch Hinweise auf Modellfehler und (oder) Meßfehler. Die Konditionierungszahl der Designmatrix muß ggf. durch geschickte Wahl der experimentellen Randbedingungen bei der Knotentemperaturmessung oder durch Modifikation des Knotenmodells im Sinne von Modellfehlerbeseitigung so verringert werden, daß sie unterhalb einer kritischen Grenze bleibt. Dieser Grenzwert wird durch Rechengenauigkeit des verwendeten Programms bestimmt.. Sollte dies nicht möglich sein, kann durch 'Editierung' der (des) Singular Values ($\rightarrow 1/w_i = 0$), auch bei singulärer Designmatrix, ein Parametervektor konstruiert werden. Dieser ist dann der im Sinne der kleinsten Quadrate bestmögliche Lösungsvektor des Gleichungssystems.

Die Algorithmen wurden in Computerprogramme implementiert.

Es entstanden zwei Hauptprogramme. Der sogenannte Preprozessor und das Kalman-Filter selbst. Der Preprozessor beinhaltet die Implementierung der konditionierten verallgemeinerten kleinsten Quadrate zur Bereitstellung der Startwerte für das Kalman-Filter.

Die beiden Hauptprogramme werden flankiert durch Service- und Datenkonvertierungsprogramme. Sämtliche Routinen wurden vom Autor selbst geschrieben, mit Ausnahme der SVD-Procedure und des Unterprogramms zur Ermittlung der Fehlerkovarianzmatrix im Preprozessor.

Zur Evaluierung der Programme wurde das Thermal Engineering Model der WAOSS Kamera und sein ESATAN-Modell verwendet.

Zunächst wurden aus dem Thermal Mathematical Model der Kamera "Meßkurven" generiert.

Diese "Temperaturmessungen" sind für jeden einzelnen Knoten des Modells der WAOSS-Kamera mit ESATAN generierte Funktionen $T(t)$. Aus diesen Funktionen wurden mit Preprozessor und Kalman-Filter die Wärmeaustauschparameter wiedergefunden, die in ESATAN zur Generation der Knotentemperaturen vorgegeben waren. Die dabei erreichte Übereinstimmung zwischen vorgegebenen und identifizierten Parametern war sehr gut. Nach der Separation der Wärmekapazität von den identifizierten Parametern und der Verwendung dieser Parameter im ESATAN Modell wurde als maximal auftretende Differenz zwischen "gemessenen" und gerechneten Knotentemperaturen ein $\Delta T = 2,1K$ erreicht. Das sind nur 0,6 % der betreffenden Knotentemperatur. Die Verarbeitung real gemessener Knotentemperaturen war der nächste Schritt.

Das TEM der WAOSS-Kamera wurde mit 63 Temperatursensoren präpariert und unter missionsähnlichen Bedingungen in der Weltraumsimulationskammer getestet. Die 40 Knotentemperaturen der Kamera wurden bis in die Nähe des thermischen Gleichgewichtes bei 6 verschiedenen Erwärmungsphasen gemessen. Zur Minimierung der Meßzeit in der Weltraumsimulationsanlage wurde ein ESA Programm (KANTES) genutzt. Die on-line Verwendung

des Programms wird je nach Definition des thermischen Gleichgewichts Meßzeiteinsparungen zwischen 30 und 75 % ermöglichen, ohne die Identifizierungsergebnisse negativ zu beeinflussen. Die von Preprozessor und Kalman-Filter identifizierten Parametervektoren wurden sowohl in impliziter, als auch in expliziter Form in einem angepaßten TMM zur Knotentemperaturberechnung verwendet, um einen Vergleich zwischen gemessenen und gerechneten Knotentemperaturen für jede Meßphase der Kamera zu ermöglichen.

Für implizit belassene Parameter ergab sich eine maximale Abweichung zwischen errechneten und gemessenen Knotentemperaturen von $\Delta T = 4,5$ K. Bei der Verwendung expliziter Parameter (Separation der Wärmekapazität) verringerte sich diese Temperaturdifferenz auf $\Delta T = 3,8$ K. Aus Gründen einer möglichen Fehlerfortpflanzung wurde eine deutlich größere Differenz erwartet.

Die erreichten Identifikationsergebnisse am TEM der WAOSS-Kamera werden als gut eingeschätzt.

Das im Abschnitt "Einleitung und Aufgabenstellung" bzw. am Anfang dieses Abschnitts formulierte Ziel der Arbeit, nämlich die Validierung des TMM mit Wärmeaustauschparametern, die aus transient gemessenen Knotentemperaturen ermittelt wurden, ist erreicht worden. Die Algorithmen sind robust und gegenüber herkömmlichen Thermal Balance Tests werden deutliche Meßzeiteinsparungen erzielt.

Es gibt dennoch erhebliche Abweichungen von frühen und aus heutiger Sicht naiven Zielvorstellungen des Autors, die folgendermaßen aussahen:

Jeder Knoten des Testobjektes wird mit einem Temperatursensor versehen und in einer Weltraumsimulationsanlage, die missionsähnliche Bedingungen realisiert mit nominalen Betriebsbedingungen (keine zusätzlich angebrachten Heizquellen) betrieben. Etwa nach der halben Wartezeit bis zum thermischen Gleichgewicht hat das on-line agierende (komplexe) Kalman-Filter alle Wärmeaustauschparameter des Knotenmodells mit hinreichender Genauigkeit identifiziert, und die Messung kann abgebrochen werden. Als Startwerte für das Kalman-Filter dienen die bis dahin im TMM verwendeten Parameter. Die dazugehörigen Fehlervarianzen werden "aus dem Bauch heraus" geschätzt. Dem testenden Thermal-Ingenieur stehen die korrigierten (impliziten) Parameter mit dem Testende zur Verfügung. Er bleibt unbehelligt von internen Abläufen des Identifikationsalgorithmus'.

Der auf der Basis der in der vorliegenden Arbeit gewonnenen Erkenntnisse (im Appendix, Anlage 8) formulierte ‚Leitfaden für den Thermal-Ingenieur zur Parameteridentifikation‘ ist dann freilich wesentlich komplexer ausgefallen, als die oben stehenden Wunschvorstellungen.

Die während des Entstehens der vorliegenden Arbeit gesammelten Erfahrungen lassen die vollständige Anwendung der ‚experimentellen Parameteridentifikation‘ in einem zeitlich und finanziell knallhart kalkulierten Projektalltag eher unwahrscheinlich erscheinen.

Aus Kostengründen beinhalten moderne Modellphilosophien nur noch selten ein TEM.

Die Parameteridentifikation an einer anderen, verfügbaren Hardwarestruktur, die z. B. bei der Proto Flight Philosophy letzten Endes das Flight Model selbst ist, bringt Einschränkungen für die Anbringungsmöglichkeiten von Temperatursensoren, Zusatzheizern und für die Auswahl der experimentellen Randbedingungen ("Vorschädigung") mit sich. Die wohl störendste Einschränkung ist aber die (jedesmal) auf etwas weniger als das notwendige Minimum limitierte Verfügbarkeit des Musters für Tests.

Dem entgegen stehen die folgenden Notwendigkeiten für eine sinnvolle Parameteridentifikation, die

dazu führen, daß die zu testende Hardware für einen zusammenhängenden Zeitraum von etwa 4 Wochen für andere Projektaktivitäten nicht zur Verfügung steht:

- Der Ort, die sorgfältige Anbringung und die Anzahl der Temperaturfühler an jedem als Knoten definierten Bereich der getesteten Hardware haben fundamentale Bedeutung für den Identifikationserfolg. Bei der Präparation des Meßobjekts ist äußerste Sorgfalt erforderlich.
- Für die experimentelle Validierung des gesamten Knotenmodells muß auch für jeden Knoten ein repräsentativer Meßwert der Knotentemperatur verfügbar sein. Bei Modellen mit mehr als 50 Knoten dürfte der Präparationsaufwand zum dominierenden Problem werden.
- Die sichere Identifikation aller Parameter eines komplexen Modells wird in der Regel mehr als eine Meßphase erfordern.
- Die Auswertung der Daten einer Meßphase (mit Ausnahme der Berechnung der Abbruchkriterien für die Messung) erfolgt off-line und erfordert zusammen mit der Datenvorverarbeitung einige Zeit. Aber erst die ausgewerteten Daten belegen ggf. die Notwendigkeit für weitere Messungen mit veränderten experimentellen Randbedingungen.

Es sollte trotzdem nicht vergessen werden, daß die experimentelle Absicherung bzw. Korrektur des TMM vergleichsweise billig gegenüber schwerwiegenden Einschränkungen oder gar dem Verlust der Mission durch fehlerhafte Modellierung ist.

Ein Vorteil der entwickelten Methode ist es, daß sie innerhalb einer komplexen Struktur auch auf (nur) Teile des Modells angewendet werden kann. Es brauchen nur auf den Knoten Temperaturfühler angebracht werden, deren Wechselwirkung miteinander quantifiziert werden soll. Die punktuelle Anwendung der Methode, etwa auf quantitativ besonders schwer erfaßbare Wärmeaustauschvorgänge in einem komplexen Knotenmodell wie etwa die Wärmeleitung über mechanische Gelenke, dürfte aber auch in Low Cost Projekten möglich und sinnvoll sein.

7 Literaturverzeichnis

- [1] W. Hallmann, W. Ley, Handbuch der Raumfahrttechnik, 1988, Carl Hanser Verlag München Wien
- [2] Lennart Ljung, System Identification: Theory for the User, 1987 by Prentice Hall, New Jersey
- [3] Engineering Manual ESATAN-056, Version 2.1, Date 92/01/13
- [4] ESATAN Version 4.5 User Manual Supplement Version 1.2, Date 91/03/19
- [5] Kohlrausch, Praktische Physik (Band III), Teubner Verlag Stuttgart (1968)
- [6] Spacecraft Thermal Control Data, TST 02, (November 1979)
- [7] F.Lura, B.Biering, D.Hagelschuer, Efficient thermal measuring method for the determination of solar absorptance and thermal emittance of thermal control surfaces, Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumfahrt, Springer International, 18/6, Dez.'94
- [8] K-W. Schrick, Anwendung der Kalman-Filter-Technik, 1977, Oldenburg Verlag München
- [9] K. Brammer / G. Stiffing, Stochastische Grundlagen des Kalman-Bucy-Filters, 1986, Oldenburg Verlag München
- [10] F. L. Lewis, Optimal Estimation, 1986 New York, John Wiley & Sons, Inc.
- [11] Slachmuylders. F ; Stroom, C.,Future Trends in Spacecraft Thermal Control Designs, ESA SP 200 . (December 1983)
- [12] Bild und Ton, Fachzeitschrift für Bild- und Tonverarbeitung, Sonderheft, H.9/10 1992
- [13] J.J.Rebis, P. Jeanne, ESARAD - The European Space Agency's Radiative Analyser, 21st International Conference on Environmental Systems, San Francisco, California, July, 1991
- [14] Ishimoto, T. et al, Development of digital computer program for thermal network correction, NASA contract 9-8289 (1969)
- [15] Toussaint, M., Verification of the thermal mathematical model for artificial Satellites, AIAA-Paper Nr. 67, 304 (1967)
- [16] Doenecke, J., Adjustment of a thermal mathematical model to test data, Spacecraft Vol. 7 No. 6 (1970)
- [17] Lura, F.,Mathematisches Modell zur Bestimmung des Wärmeregimes elektronischer Blöcke für den Kosmoseinsatz, Feingerätetechnik 33 (1984) 8

- [18] Sander, M., Kalman analyzer for test-shortening via extrapolation of temperatures, ESTEC-Contract No. 4410/80/NL/PP (1981)
- [19] D. Popok, The SINDA/G Thermal Analysis Program – Improvements over the Last Ten Years, 28th International Conference on Environmental Systems, Danvers, Massachusetts, July 1998
- [20] Harvatine/De Mauro, Thermal model correlation using design sensitivity and optimization techniques, 24th International Conference on Environmental Systems, Friedrichshafen, June 1994
- [21] De Mauro/Harvatine, Thermal model correlation using design sensitivity and optimization techniques - continued progress, 25th International Conference on Environmental Systems, San Diego, California, July 1995
- [22] R.E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems. J. Basic Eng. 82D(1960)
- [23] Krogmann, U.: Regressionsfilter zur optimalen Schätzung von Systemparametern. Int. ELRU, Nr. 11, 1974
- [24] G. Engeln-Müllges, Formelsammlung zur Numerischen Mathematik mit C-Programmen, 1990, ISBN 3-411-1427-3
- [25] Reinsch, C., H.: Smoothing by Spline Functions, Numerische Mathematik Bd. 10 (1967), 177-183
- [26] Reinsch, C., H.: Smoothing by Spline Functions II, Numerische Mathematik Bd. 16 (1971), 451-454
- [27] R. Zurmühl, S. Falk : Matrizen und ihre Anwendungen, Teil 2 : Numerische Methoden , Springer Verlag 1986
- [28] H. W. Sorenson, Kalman Filter Techniques, Advances in Control Systems Theory and Applications, vol. 3, Edited by C. T. Leondes, 1966
- [29] I. N. Bronstein, K. A. Semedjajew, Taschenbuch der Mathematik, Stuttgart/ Leipzig 1991
- [30] A. A. Samamarskij, Theorie der Differenzenverfahren, Leipzig 1984
- [31] Kleine Enzyklopädie Mathematik, Leipzig 1968
- [32] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, Numerical Recipes – The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press 1986

- [33] R. Sandau (Herausgeber), Weitwinkel-Stereoscanner WAOSS für die Mission Mars96, Deutsche Hochschulschriften 1146, Hänsel-Hohenhausen, Egelsbach, Frankfurt a.M., Washington
- [34] I. Walter, F. Schrandt, U. Grote, DGLR - Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, DGLR Jahrestagung, 5.-8. Oktober 1998 Bremen
- [35] B. Biering, V. Baturkin, A.Khabatuk, Simple Experimental Methods for Measurement of Heat Capacities for Electronic and Structure Components, SAE Paper 2000-01-2495, 30th International Conference on Environmental Systems (Toulouse, July 2000)
- [36] B.Biering, D. Hagelschuer, Improvements of a Thermal Method for the Determination of Solar Absorbance and Thermal Emittance of Spacecraft Coatings, SAE Paper 961429, 26th International Conference on Environmental Systems (Monterey, California, July 1996)
- [37] T. Ishimoto, H. M. Pan, Thermal Network Correction Techniques, Presented as Paper 70-821 at the AIAA 5th Thermophysics Conference. L.A., California, June 29 - July 1, 1970
- [38] Toussaint, M. et al., A Study of the Thermal Behaviour of the ESRO-I Satellite; Pt. I: The Mathematical Model, ESRO TN-20, 1967
- [39] M. Toussaint, J. Doenecke, J. Martinet, A Study of the Thermal Behaviour of the ESRO-I Satellite; Pt. II: Verification of the Mathematical Model, ESRO TN-21, 1968
- [40] T. Ishimoto, SINDA Engineering Program Manual, TRW Systems, 14690-H002-R0-00, June 1971
- [41] J. N. Loughhead, G. A. Miles, J. R. Turner, The ESATAN Thermal Network Analysis Computer Program, SAE Paper 840967
- [42] S. M. Bednov, O. T. Zakharchuk, Solving the Inverse Problem: Methods for the Optimizing Space Vehicles Thermal Model Parameters, European Symposium on Space Environmental Control Systems, Noordwijk 1997
- [43] Biering, B. / Lura, F. : Estimation Methods of Heat Exchange Parameters by Transiently Measured Temperatures ; Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems , Florence , Italy , 10/91

8 Appendix

1. lineare Conductoren

GL(5,4)	0,01	GL(19,2)	0,37	GL(29,28)	0,15
GL(6,5)	0,01	GL(20,18)	0,3	GL(30,18)	0,1
GL(7,6)	0,1	GL(21,10)	0,15	GL(30,29)	0,15
GL(8,7)	0,3	GL(21,13)	0,1	GL(31,18)	0,1
GL(9,8)	0,5	GL(22,13)	0,1	GL(31,20)	0,15
GL(10,4)	0,03	GL(22,21)	0,15	GL(31,30)	0,15
GL(10,7)	0,2	GL(23,14)	0,1	GL(32,21)	0,08
GL(11,8)	0,07	GL(23,22)	0,15	GL(33,22)	0,08
GL(12,2)	0,37	GL(24,14)	0,1	GL(34,23)	0,08
GL(12,7)	0,01	GL(24,23)	0,15	GL(35,24)	0,08
GL(12,11)	1,0	GL(25,15)	0,1	GL(36,25)	0,08
GL(13,3)	0,01	GL(25,24)	0,15	GL(37,26)	0,08
GL(13,10)	0,3	GL(26,15)	0,1	GL(38,27)	0,08
GL(14,13)	1,4	GL(26,25)	0,15	GL(39,28)	0,08
GL(15,14)	1,4	GL(27,16)	0,1	GL(40,29)	0,08
GL(16,15)	1,4	GL(27,26)	0,15	GL(41,30)	0,08
GL(17,16)	1,4	GL(28,16)	0,1	GL(42,31)	0,08
GL(18,3)	0,01	GL(28,27)	0,15	GL(43,19)	1,0
GL(18,17)	1,4	GL(29,17)	0,1	GL(43,20)	0,3

2.radiative Conductoren

GR(4,1)	2,09 E-2	GR(24,1)	1,9 E-4	GR(53,34)	1,16 E-2
GR(5,1)	3,5 E-3	GR(25,1)	1,9 E-4	GR(36,35)	1,16 E-2
GR(6,1)	2,75 E-4	GR(26,1)	1,9 E-4	GR(37,36)	1,16 E-2
GR(7,1)	5,9 E-4	GR(27,1)	1,9 E-4	GR(38,37)	1,16 E-2
GR(9,5)	2,3 E-3	GR(28,1)	1,9 E-4	GR(39,38)	1,16 E-2
GR(9,6)	1,1 E-3	GR(29,1)	2,67 E-4	GR(40,39)	1,16 E-2
GR(10,1)	2,7 E-4	GR(30,1)	2,67 E-4	GR(41,40)	1,16 E-2
GR(11,9)	4,4 E-4	GR(31,1)	2,67 E-4	GR(42,20)	9,0 E-3
GR(20,1)	5,6 E-4	GR(32,10)	7,1 E-3	GR(42,41)	1,16 E-2
GR(21,1)	1,9 E-4	GR(32,11)	2,39 E-3	GR(43,1)	4,9 E-4
GR(22,1)	1,9 E-4	GR(33,32)	1,16 E-2	GR(43,42)	4,6 E-3
GR(23,1)	1,9 E-4	GR(34,33)	1,16 E-2		

3. Wärmekapazitäten

C1	∞	C16	31,5	C31	90,3
C2	∞	C17	31,5	C32	182,3
C3	∞	C18	70,8	C33	125,4
C4	171,2	C19	38,8	C34	150,5
C5	23,5	C20	187,9	C35	125,4
C6	53,4	C21	62,6	C36	172,9
C7	248,6	C22	62,6	C37	125,4
C8	103,2	C23	62,6	C38	150,5
C9	239,5	C24	62,6	C39	125,4
C10	239,5	C25	62,6	C40	125,4
C11	426,1	C26	62,6	C41	216,7
C12	50,6	C27	62,6	C42	125,4
C13	67,2	C28	62,6	C43	177,8
C14	31,5	C29	90,3		
C15	31,5	C30	90,3		

4. Elektrische Heizleistungen [W]

Q6	1,5
Q9	1,5
Q11	2,86
Q20	1,5
Q32	5,18
Q34	1,88
Q36	2,56
Q38	1,11
Q41	3,5
Q43	1,5

```
$MODEL TEM20
#10.12.96
# laeuft in Richtung warmes GG
#
$NODES
#
#
#gebundene Knoten
#
B1, T= 80.0;# 'Space'
B2, T=275.0; # 'HeatPipe'
B3, T=223.0; # 'Argus-Platform'
#
#Diffusionsknoten
#
#Kameravorderteil
#
D4, T=199.6 , C=171.2, QI=0.0 ; # 'Baffle'
D5, T=218.0 , C=23.5, QI=0.0 ; # 'Quarzscheibe'
D6, T=252.0 , C=53.4, QI=1.5 ; # 'Objectiv Housing'
D7, T=255.6 , C=248.6, QI=0.0 ; # 'Camera Head Housing'
D8, T=258.0 , C=103.2, QI=0.0 ; # 'Optical Bench'
D9, T=257.5 , C=239.5, QI=1.5 ; # 'Objectiv'
D10, T=253.6 , C=239.5, QI=0.0 ; # 'Camera Head Support'
D11, T=270.7 , C=426.1, QI=2.86 ; # 'Sensor Modul'
D12, T=271.8 , C=50.6, QI=0.0 ; # 'TIF Sensormod'
#
#Grundrahmen
#
D13, T=256.3 , C=67.2, QI=0.0 ; # 'Basic Frame I'
D14, T=257.1 , C=31.5, QI=0.0 ; # 'Basic Frame II'
D15, T=258.0 , C=31.5, QI=0.0 ; # 'Basic Frame III'
D16, T=258.8 , C=31.5, QI=0.0 ; # 'Basic Frame IV'
D17, T=259.5 , C=31.5, QI=0.0 ; # 'Basic Frame V'
D18, T=260.1 , C=70.8, QI=0.0 ; # 'Basic Frame VI'
#
D19, T=270.4 , C=38.8, QI=0.0 ; # 'TIF Electronic'
D20, T=263.7 , C=187.9, QI=1.5 ; # 'Back Plate'
#
#Leiterplattenrahmen
#
D21, T=255.5 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame FEE1'
D22, T=256.4 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame FEE2'
```

```

D23, T=257.1 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame DSP1'
D24, T=257.5 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame DSP2'
D25, T=258.1 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame DCE1'
D26, T=258.4 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame DCE2'
D27, T=258.9 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame SCE1'
D28, T=259.4 , C=62.6, QI=0.0 ; # 'Frame SCE2'
D29, T=260.0 , C=90.3, QI=0.0 ; # 'Frame RPM'
D30, T=260.8 , C=90.3, QI=0.0 ; # 'Frame Power1'
D31, T=261.9 , C=90.3, QI=0.0 ; # 'Frame Power2'
#
#Leiterplatten
#
D32, T=257.0 , C=182.3, QI=5.18 ; # 'LP FEE1'
D33, T=257.2 , C=125.4, QI=0.0 ; # 'LP FEE2'
D34, T=257.7 , C=150.5, QI=1.88 ; # 'LP DSP1'
D35, T=258.2 , C=125.4, QI=0.0 ; # 'LP DSP2'
D36, T=258.7 , C=172.9, QI=2.56 ; # 'LP DCE1'
D37, T=259.1 , C=125.4, QI=0.0 ; # 'LP DCE2'
D38, T=259.6 , C=150.5, QI=1.11 ; # 'LP SCE1'
D39, T=260.1 , C=125.4, QI=0.0 ; # 'LP SCE2'
D40, T=260.8 , C=125.4, QI=0.0 ; # 'LP RPM'
D41, T=261.8 , C=216.7, QI=3.5 ; # 'LP Power1'
D42, T=263.2 , C=125.4, QI=0.0 ; # 'LP Power2'
#
D43, T=268.7 , C=177.8, QI=1.5 ; # 'Connector Box'
#
#
$CONDUCTORS
#LINEAR
#
GL(5,4)=0.01;
#
GL(6,5)=0.01;
#
GL(7,6)=0.1;
#
GL(8,7)=0.3;
#
GL(9,8)=0.5;
#
GL(10,4)=0.03;
GL(10,7)=0.2;
#
GL(11,8)=0.07;
#

```

GL(12,2)=0.37;
GL(12,7)=0.01;
GL(12,11)=1.0;

GL(13,3)=0.01;
GL(13,10)=0.3;

GL(14,13)=1.4;

GL(15,14)=1.4;

GL(16,15)=1.4;

GL(17,16)=1.4;

GL(18,3)=0.01;
GL(18,17)=1.4;

GL(19,2)=0.37;

GL(20,18)=0.3;

GL(21,10)=0.15;
GL(21,13)=0.1;

GL(22,13)=0.1;
GL(22,21)=0.15;

GL(23,14)=0.1;
GL(23,22)=0.15;

GL(24,14)=0.1;
GL(24,23)=0.15;

GL(25,15)=0.1;
GL(25,24)=0.15;

GL(26,15)=0.1;
GL(26,25)=0.15;

GL(27,16)=0.1;
GL(27,26)=0.15;

GL(28,16)=0.1;
GL(28,27)=0.15;

```
#  
GL(29,17)=0.1;  
GL(29,28)=0.15;  
#  
GL(30,18)=0.1;  
GL(30,29)=0.15;  
#  
GL(31,18)=0.1;  
GL(31,20)=0.15;  
GL(31,30)=0.15;  
#  
GL(32,21)=0.08;  
#  
GL(33,22)=0.08;  
#  
GL(34,23)=0.08;  
#  
GL(35,24)=0.08;  
#  
GL(36,25)=0.08;  
#  
GL(37,26)=0.08;  
#  
GL(38,27)=0.08;  
#  
GL(39,28)=0.08;  
#  
GL(40,29)=0.08;  
#  
GL(41,30)=0.08;  
#  
GL(42,31)=0.08;  
#  
GL(43,19)=1.0;  
GL(43,20)=0.3;  
#  
#RADIATION  
#  
GR(4,1)=2.09E-2;  
#  
GR(5,1)=3.5E-3;  
#  
GR(6,1)=2.75E-4;  
#  
GR(7,1)=5.9E-4;
```


GR(9,5)=2.3E-3;
GR(9,6)=1.1E-3;

GR(10,1)=2.7E-4;

GR(11,9)=4.4E-4;

GR(20,1)=5.6E-4;

GR(21,1)=1.9E-4;

GR(22,1)=1.9E-4;

GR(23,1)=1.9E-4;

GR(24,1)=1.9E-4;

GR(25,1)=1.9E-4;

GR(26,1)=1.9E-4;

GR(27,1)=1.9E-4;

GR(28,1)=1.9E-4;

GR(29,1)=2.67E-4;

GR(30,1)=2.67E-4;

GR(31,1)=2.67E-4;

GR(32,10)=7.1E-3;
GR(32,11)=2.38E-3;

GR(33,32)=1.16E-2;

GR(34,33)=1.16E-2;

GR(35,34)=1.16E-2;

GR(36,35)=1.16E-2;

GR(37,36)=1.16E-2;
#

```
GR(38,37)=1.16E-2;
#
GR(39,38)=1.16E-2;
#
GR(40,39)=1.16E-2;
#
GR(41,40)=1.16E-2;
#
GR(42,20)=9.0E-3;
GR(42,41)=1.16E-2;
#
GR(43,1)=4.9E-4;
GR(43,42)=4.6E-3;
#
$CONSTANTS
$CONTROL
TIMEND=72000.0;
OUTINT=15.0;
TABS=0.0;
RELXCA=0.01;
NLOOP=100;
DTIMEI=1.0;
$EXECUTION
    CALL SLFRWD
$OUTPUTS
    CALL PRNDTB(' ',L,T,CURRENT)
$ENDMODEL TEM20
```

Basisknoten 4					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(4.5)/C4	5,84E-05	5,34E-05	1,89E-03	6,82E-04	6,27E-04
GL(4.10)/C4	1,75E-04	1,78E-04	3,45E-13	1,74E-03	2,37E-14
GR(4.1)/C4	6,92E-12	6,96E-12	6,93E-12	6,89E-26	2,99E-27
Güte-D		8,10E-04	6,06E-04		
Basisknoten 5					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(5.4)/C5	4,26E-04	4,26E-04	4,26E-04	2,60E-11	8,02E-13
GL(5.6)/C5	4,26E-04	4,26E-04	4,26E-04	7,64E-12	2,79E-13
GR(5.1)/C5	8,44E-12	8,45E-12	8,45E-12	8,44E-27	5,48E-28
GR(5.9)/C5	5,55E-12	5,56E-12	5,55E-12	5,23E-27	3,29E-28
Güte-D		5,82E-04	6,12E-04		
Basisknoten 6					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q6/C6	2,81E-02	2,81E-02	2,81E-02	1,14E-08	6,13E-10
GL(6.5)/C6	1,87E-04	1,79E-04	1,89E-04	3,88E-10	1,38E-11
GL(6.7)/C6	1,87E-03	1,89E-03	1,87E-03	2,31E-09	7,79E-11
GR(6.1)/C6	2,92E-13	3,45E-13	2,79E-13	1,55E-26	5,13E-28
GR(6.9)/C6	1,17E-12	9,18E-13	1,22E-12	3,28E-25	1,04E-26
Güte-D		1,42E-03	6,71E-04		
Basisknoten 7					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(7.6)/C7	4,02E-04	4,21E-04	4,00E-04	2,07E-08	1,12E-11
GL(7.8)/C7	1,21E-03	1,33E-03	1,22E-03	7,81E-08	3,41E-09
GL(7.10)/C7	8,05E-04	8,88E-04	8,08E-04	4,08E-08	6,53E-10
GL(7.12)/C7	4,02E-05	3,36E-05	3,94E-05	4,13E-10	1,41E-11
GR(7.1)/C7	1,35E-13	1,69E-13	1,34E-13	2,03E-26	2,70E-29
Güte-D		2,14E-03	7,04E-04		
Basisknoten 8					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(8.7)/C8	2,91E-03	2,93E-03	2,93E-03	6,30E-10	4,77E-11
GL(8.9)/C8	4,84E-03	4,86E-03	4,86E-03	4,21E-10	3,21E-11
GL(8.11)/C8	6,78E-04	6,82E-04	6,82E-04	2,05E-11	1,56E-12
Güte-D		1,74E-03	1,48E-03		
Basisknoten 9					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q9/C9	6,26E-03	6,24E-03	6,27E-03	4,74E-08	2,52E-09
GL(9.8)/C9	2,09E-03	2,09E-03	2,08E-03	1,11E-08	9,72E-11
GR(9.5)/C9	5,44E-13	5,30E-13	5,46E-13	1,42E-26	4,34E-28
GR(9.6)/C9	2,60E-13	2,03E-13	2,52E-13	2,13E-25	1,01E-27
GR(9.11)/C9	1,04E-13	1,03E-13	1,02E-13	3,82E-27	9,55E-29
Güte-D		8,66E-04	6,59E-04		
Basisknoten 10					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(10.4)/C10	1,25E-04	1,27E-04	1,25E-04	1,75E-11	7,55E-13
GL(10.7)/C10	8,35E-04	8,52E-04	8,41E-04	3,01E-09	8,07E-11
GL(10.13)/C10	1,25E-03	1,22E-03	1,25E-03	7,31E-09	4,64E-10
GL(10.21)/C10	6,26E-04	6,27E-04	6,16E-04	3,48E-08	3,26E-09
GR(10.1)/C10	6,39E-14	2,37E-14	5,64E-14	8,73E-27	2,94E-28
GR(10.32)/C10	1,68E-12	1,65E-12	1,70E-12	1,40E-25	1,54E-26
Güte-D		2,76E-03	6,33E-04		
Basisknoten 11					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q11/C11	6,71E-03	6,71E-03	6,71E-03	2,21E-09	1,05E-08
GL(11.8)/C11	1,64E-04	1,67E-04	1,67E-04	1,05E-09	3,03E-10
GL(11.12)/C11	2,35E-03	2,37E-03	2,37E-03	8,11E-08	1,77E-08
GR(11.9)/C11	5,85E-14	1,33E-14	1,37E-14	2,83E-25	6,50E-26
GR(11.32)/C11	3,17E-13	3,42E-13	3,41E-13	8,65E-26	1,84E-26
Güte-D		7,15E-04	7,33E-04		

Basisknoten 12					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(12.2)/C12	7,31E-03	7,31E-03	7,35E-03	1,26E-09	1,13E-10
GL(12.7)/C12	1,98E-04	1,98E-04	1,99E-04	1,52E-12	1,36E-13
GL(12.11)/C12	1,98E-02	1,97E-02	1,99E-02	8,89E-09	8,00E-10
Güte-D		5,88E-03	3,34E-03		
Basisknoten 13					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(13.3)/C13	1,49E-04	1,91E-04	1,65E-04	1,59E-10	4,67E-12
GL(13.10)/C13	4,46E-03	4,30E-03	4,63E-03	4,71E-08	9,27E-10
GL(13.14)/C13	2,08E-02	2,18E-02	2,19E-02	1,75E-07	6,87E-09
GL(13.21)/C13	1,49E-03	1,35E-03	1,44E-03	1,93E-09	5,38E-11
GL(13.22)/C13	1,49E-03	2,06E-03	1,75E-03	2,28E-08	7,92E-10
Güte-D		6,40E-03	2,87E-03		
Basisknoten 14					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(14.13)/C14	4,44E-02	2,88E-02	3,90E-02	1,37E-06	4,24E-08
GL(14.15)/C14	4,44E-02	3,02E-02	3,95E-02	1,15E-06	3,57E-08
GL(14.23)/C14	3,17E-03	2,93E-03	3,08E-03	2,40E-10	6,70E-12
GL(14.24)/C14	3,17E-03	1,23E-03	2,52E-03	2,22E-08	6,91E-10
Güte-D		1,50E-02	1,04E-02		
Basisknoten 15					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(15.14)/C15	4,44E-02	4,81E-02	4,39E-02	3,37E-06	4,03E-07
GL(15.16)/C15	4,44E-02	4,73E-02	4,39E-02	2,94E-06	3,57E-07
GL(15.25)/C15	3,17E-03	3,29E-03	3,18E-03	2,38E-09	2,83E-10
GL(15.26)/C15	3,17E-03	3,43E-03	3,08E-03	4,44E-08	5,49E-09
Güte-D		6,70E-02	1,38E-02		
Basisknoten 16					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(16.15)/C16	4,44E-02	4,08E-02	4,18E-02	7,80E-07	5,91E-08
GL(16.17)/C16	4,44E-02	4,12E-02	4,20E-02	6,90E-07	5,26E-08
GL(16.27)/C16	3,17E-03	3,32E-03	3,26E-03	8,52E-10	6,06E-11
GL(16.28)/C16	3,17E-03	2,51E-03	2,71E-03	3,01E-08	2,28E-09
Güte-D		1,69E-02	1,11E-02		
Basisknoten 17					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(17.16)/C17	4,44E-02	4,49E-02	4,50E-02	1,74E-09	1,34E-10
GL(17.18)/C17	4,44E-02	4,48E-02	4,49E-02	1,08E-09	8,05E-11
GL(17.29)/C17	3,17E-03	3,18E-03	3,18E-03	8,82E-12	7,93E-13
Güte-D		1,15E-02	1,01E-02		
Basisknoten 18					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(18.3)/C18	1,41E-04	1,43E-04	1,41E-04	3,62E-11	8,86E-13
GL(18.17)/C18	1,98E-02	2,00E-02	1,97E-02	4,69E-07	6,44E-09
GL(18.20)/C18	4,24E-03	4,32E-03	4,24E-03	4,59E-08	6,27E-10
GL(18.30)/C18	1,41E-03	1,46E-03	1,44E-03	1,56E-08	4,44E-10
GL(18.31)/C18	1,41E-03	1,30E-03	1,34E-03	4,81E-08	8,26E-10
Güte-D		4,88E-03	3,68E-03		
Basisknoten 19					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(19.2)/C19	9,54E-03	9,54E-03	9,53E-03	8,24E-11	5,20E-12
GL(19.43)/C19	2,58E-02	2,58E-02	2,58E-02	5,97E-10	3,79E-11
Güte-D		4,78E-03	3,35E-03		

Basisknoten 20					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q20/C20	7,98E-03	8,27E-03	7,76E-03	6,11E-06	2,82E-07
GL(20,18)/C20	1,60E-03	1,62E-03	1,59E-03	2,10E-08	8,53E-10
GL(20,31)/C20	7,98E-04	7,53E-04	8,32E-04	1,56E-07	7,28E-09
GL(20,43)/C20	1,60E-03	1,59E-03	1,61E-03	1,61E-08	8,44E-10
GR(20,1)/C20	1,69E-13	2,18E-13	1,27E-13	2,04E-25	9,63E-27
GR(20,42)/C20	2,72E-12	2,87E-12	2,61E-12	1,62E-24	7,26E-26
Güte-D		1,00E-03	8,33E-04		
Basisknoten 21					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(21,10)/C21	2,40E-03	2,37E-03	2,37E-03	1,77E-08	7,10E-10
GL(21,13)/C21	1,60E-03	1,60E-03	1,60E-03	1,77E-10	1,15E-11
GL(21,22)/C21	2,40E-03	2,38E-03	2,38E-03	8,48E-09	2,85E-10
GL(21,32)/C11	1,28E-03	1,27E-03	1,27E-03	1,20E-09	4,36E-11
GR(21,1)/C21	1,72E-13	1,73E-13	1,76E-13	2,79E-28	1,49E-29
Güte-D		1,52E-03	9,54E-04		
Basisknoten 22					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(22,13)/C22	1,60E-03	1,57E-03	1,61E-03	3,63E-08	2,78E-10
GL(22,21)/C22	2,40E-03	2,40E-03	2,39E-03	5,27E-09	5,15E-11
GL(22,23)/C22	2,40E-03	2,39E-03	2,39E-03	3,11E-09	7,32E-11
GL(22,33)/C22	1,28E-03	1,26E-03	1,28E-03	7,59E-09	5,50E-11
GR(22,1)/C22	1,72E-13	1,70E-13	1,70E-13	2,21E-28	3,97E-30
Güte-D		1,39E-03	9,48E-04		
Basisknoten 23					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(23,14)/C23	1,60E-03	1,59E-03	1,60E-03	1,06E-11	8,06E-13
GL(23,22)/C23	2,40E-03	2,40E-03	2,40E-03	8,61E-09	4,66E-10
GL(23,24)/C23	2,40E-03	2,43E-03	2,39E-03	2,27E-08	9,23E-10
GL(23,34)/C23	1,28E-03	1,29E-03	1,28E-03	6,56E-10	1,88E-11
GR(23,1)/C23	1,72E-13	1,81E-13	1,72E-13	3,23E-28	5,04E-30
Güte-D		2,48E-03	1,52E-03		
Basisknoten 24					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(24,14)/C24	1,60E-03	1,74E-03	1,64E-03	4,11E-08	9,52E-10
GL(24,23)/C24	2,40E-03	2,32E-03	2,38E-03	1,22E-08	2,72E-10
GL(24,25)/C24	2,40E-03	2,32E-03	2,38E-03	1,21E-08	2,82E-10
GL(24,35)/C24	1,28E-03	1,35E-03	1,30E-03	1,18E-08	2,90E-10
GR(24,1)/C24	1,72E-13	1,55E-13	1,68E-13	7,60E-28	1,48E-29
Güte-D		1,34E-03	9,44E-04		
Basisknoten 25					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(25,15)/C25	1,60E-03	1,63E-03	1,59E-03	1,03E-09	2,14E-11
GL(25,24)/C25	2,40E-03	2,45E-03	2,38E-03	4,99E-09	1,91E-10
GL(25,26)/C25	2,40E-03	2,43E-03	2,39E-03	5,79E-09	2,43E-10
GL(25,36)/C25	1,28E-03	1,28E-03	1,28E-03	2,89E-10	1,31E-11
GR(25,1)/C25	1,72E-13	1,48E-13	1,73E-13	3,54E-28	3,57E-30
Güte-D		5,27E-03	9,87E-04		
Basisknoten 26					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(26,15)/C26	1,60E-03	1,66E-03	Preprozess	Preprozess	0,00E+00
GL(26,25)/C26	2,40E-03	2,36E-03	1,65E-03	1,08E-03	Preprozess
GL(26,27)/C26	2,40E-03	2,39E-03	2,36E-03	1,68E-03	2,84E-02
GL(26,37)/C26	1,28E-03	1,33E-03	2,38E-03	1,68E-03	4,39E-04
GR(26,1)/C26	1,72E-13	1,77E-13	1,74E-13	3,89E-29	4,18E-30
Güte-D		3,05E-03	9,94E-04		

Basisknoten 27					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(27.16)/C27	1,60E-03	1,60E-03	1,60E-03	1,71E-10	1,43E-11
GL(27.26)/C27	2,40E-03	2,38E-03	2,38E-03	5,12E-09	3,70E-10
GL(27.28)/C27	2,40E-03	2,36E-03	2,35E-03	3,00E-08	2,31E-09
GL(27.38)/C27	1,28E-03	1,28E-03	1,28E-03	2,08E-10	2,06E-11
GR(27.1)/C27	1,72E-13	1,76E-13	1,74E-13	4,49E-29	6,46E-30
Güte-D		1,19E-03	1,08E-03		
Basisknoten 28					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(28.16)/C28	1,60E-03	1,65E-03	1,62E-03	4,37E-09	4,74E-10
GL(28.27)/C28	2,40E-03	2,36E-03	2,38E-03	4,14E-09	7,66E-10
GL(28.29)/C28	2,40E-03	2,38E-03	2,39E-03	3,35E-09	4,37E-10
GL(28.39)/C28	1,28E-03	1,31E-03	1,30E-03	2,78E-09	1,09E-10
GR(28.1)/C28	1,72E-13	1,71E-13	1,73E-13	1,55E-28	1,74E-29
Güte-D		1,87E-03	9,88E-04		
Basisknoten 29					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(29.17)/C29	1,11E-03	1,12E-03	1,11E-03	1,30E-08	9,40E-10
GL(29.28)/C29	1,66E-03	1,64E-03	1,66E-03	8,15E-09	7,50E-10
GL(29.30)/C29	1,66E-03	1,64E-03	1,66E-03	3,32E-09	1,28E-10
GL(29.40)/C29	8,86E-04	8,86E-04	8,83E-04	1,81E-10	4,91E-12
GR(29.1)/C29	1,68E-13	1,63E-13	1,66E-13	5,31E-28	3,55E-29
Güte-D		1,80E-03	1,07E-03		
Basisknoten 30					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(30.18)/C30	1,11E-03	1,08E-03	1,08E-03	4,69E-08	6,82E-10
GL(30.29)/C30	1,66E-03	1,68E-03	1,68E-03	7,55E-09	8,72E-11
GL(30.31)/C30	1,66E-03	1,68E-03	1,68E-03	8,45E-09	1,55E-10
GL(30.41)/C30	8,86E-04	8,88E-04	8,87E-04	8,94E-10	5,39E-12
GR(30.1)/C30	1,68E-13	1,73E-13	1,73E-13	1,01E-27	1,61E-29
Güte-D		1,30E-03	8,31E-04		
Basisknoten 31					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(31.18)/C31	1,11E-03	1,09E-03	1,10E-03	8,92E-09	1,85E-10
GL(31.20)/C31	1,66E-03	1,61E-03	1,65E-03	2,40E-09	1,75E-10
GL(31.30)/C31	1,66E-03	1,57E-03	1,64E-03	2,65E-08	6,17E-10
GL(31.42)/C31	8,86E-04	8,95E-04	8,86E-04	6,75E-10	1,77E-11
GR(31.1)/C31	1,68E-13	1,53E-13	1,65E-13	1,71E-27	2,07E-29
Güte-D		2,00E-03	1,00E-03		
Basisknoten 32					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q32/C32	2,84E-02	2,84E-02	2,84E-02	1,01E-08	3,08E-10
GL(32.21)/C32	4,39E-04	4,39E-04	4,39E-04	1,73E-11	5,49E-13
GR(32.10)/C32	2,21E-12	2,25E-12	2,22E-12	6,07E-26	1,54E-27
GR(32.11)/C32	7,40E-13	7,22E-13	7,37E-13	9,08E-27	2,29E-28
GR(32.33)/C32	3,61E-12	3,56E-12	3,60E-12	7,67E-26	1,93E-27
Güte-D		8,44E-04	6,27E-04		
Basisknoten 33					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(33.22)/C33	6,38E-04	6,38E-04	6,38E-04	1,51E-12	3,96E-14
GR(33.32)/C33	5,24E-12	5,24E-12	5,24E-12	2,44E-29	6,54E-31
GR(33.34)/C33	5,24E-12	5,24E-12	5,24E-12	4,33E-28	1,12E-29
Güte-D		1,12E-03	7,29E-04		

Basisknoten 34					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q34/C34	1,25E-02	1,25E-02	1,25E-02	2,41E-08	3,55E-10
GL(34,23)/C34	5,32E-04	5,21E-04	5,30E-04	1,45E-09	1,55E-11
GR(34,33)/C34	4,37E-12	4,50E-12	4,39E-12	3,62E-25	2,34E-27
GR(34,35)/C34	4,37E-12	4,58E-12	4,40E-12	4,15E-25	6,22E-27
Güte-D		8,83E-04	6,73E-04		
Basisknoten 35					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(35,24)/C35	6,38E-04	6,38E-04	6,38E-04	1,44E-13	5,71E-15
GR(35,34)/C35	5,24E-12	5,25E-12	5,24E-12	2,30E-28	1,11E-29
GR(35,36)/C35	5,24E-12	5,24E-12	5,24E-12	3,25E-28	1,56E-29
Güte-D		1,28E-03	8,30E-04		
Basisknoten 36					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q36/C36	1,48E-02	1,48E-02	1,48E-02	1,02E-09	4,72E-11
GL(36,25)/C36	4,63E-04	4,71E-04	4,63E-04	4,65E-10	1,72E-12
GR(36,35)/C36	3,80E-12	3,79E-12	3,80E-12	5,63E-27	2,90E-28
GR(36,37)/C36	3,80E-12	3,72E-12	3,80E-12	5,24E-26	1,22E-28
Güte-D		3,69E-03	6,71E-04		
Basisknoten 37					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(37,26)/C37	6,38E-04	6,39E-04	6,38E-04	2,31E-11	6,24E-13
GR(37,36)/C37	5,24E-12	5,25E-12	5,24E-12	3,01E-28	8,38E-30
GR(37,38)/C37	5,24E-12	5,23E-12	5,24E-12	6,11E-27	1,58E-28
Güte-D		1,39E-03	7,04E-04		
Basisknoten 38					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q38/C38	7,38E-03	7,37E-03	7,38E-03	1,14E-09	1,72E-11
GL(38,27)/C38	5,32E-04	5,32E-04	5,32E-04	3,49E-10	1,56E-12
GR(38,37)/C38	4,37E-12	4,34E-12	4,37E-12	1,01E-26	1,80E-28
GR(38,39)/C38	4,37E-12	4,34E-12	4,37E-12	6,81E-26	2,98E-28
Güte-D		1,56E-03	6,04E-04		
Basisknoten 39					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(39,28)/C39	6,38E-04	6,37E-04	6,38E-04	1,00E-11	4,36E-13
GR(39,38)/C39	5,24E-12	5,24E-12	5,25E-12	5,34E-28	2,34E-29
GR(39,40)/C39	5,24E-12	5,25E-12	5,24E-12	4,29E-28	1,88E-29
Güte-D		9,38E-04	7,14E-04		
Basisknoten 40					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(40,29)/C40	6,38E-04	6,38E-04	6,38E-04	4,97E-12	1,76E-13
GR(40,39)/C40	5,24E-12	5,24E-12	5,24E-12	2,28E-27	8,06E-29
GR(40,41)/C40	5,24E-12	5,24E-12	5,24E-12	2,84E-28	1,02E-29
Güte-D		1,13E-03	6,82E-04		
Basisknoten 41					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q41/C41	1,62E-02	1,62E-02	1,61E-02	1,88E-09	7,14E-11
GL(41,30)/C41	3,69E-04	3,70E-04	3,68E-04	4,98E-11	1,90E-12
GR(41,40)/C41	3,04E-12	3,04E-12	3,04E-12	1,37E-27	4,59E-29
GR(41,42)/C41	3,04E-12	3,03E-12	3,04E-12	2,15E-28	7,71E-30
Güte-D		1,38E-03	6,27E-04		

Basisknoten 42					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
GL(42.31)/C42	6.38E-04	6.40E-04	6.37E-04	1.09E-09	6.27E-11
GR(42.20)/C42	4.07E-11	4.21E-12	4.08E-12	2.05E-24	3.55E-26
GR(42.41)/C42	5.24E-12	5.26E-12	5.24E-12	2.25E-26	4.80E-29
GR(42.43)/C42	2.08E-12	2.04E-12	2.07E-12	1.99E-25	4.57E-27
Güte-D		1.24E-03	6.54E-04		
Basisknoten 43					
Parameter				Varianzen	
Bezeichn.	true	Preprozess	Kalman	Preprozess	Kalman
Q43/C43	8.44E-03	8.29E-03	8.78E-03	9.38E-06	4.44E-07
GL(43.19)/C43	5.62E-03	5.57E-03	5.59E-03	2.38E-08	8.16E-10
GL(43.20)/C43	1.69E-03	1.67E-03	1.68E-03	1.21E-09	2.01E-11
GR(43.1)/C43	1.56E-13	1.42E-13	2.19E-13	2.82E-25	1.35E-26
GR(43.42)/C43	1.47E-12	1.44E-12	1.48E-12	3.81E-26	1.63E-27
Güte-D		1.65E-03	7.64E-04		

KANTES fordert zur Anpassung an das zu beurteilende Temperaturmeßproblem die Quantifizierung einiger Parameter. Sie haben folgende Bedeutung:

NC	Gesamtzahl der Meßkanäle (max. 300)
LLI	Länge des Leader Intervalls (max. 40). LLI ist die Anzahl der verwendeten, zeitlich aufeinanderfolgenden Wertepaare Zeit / Temperatur
NLR	Anzahl der Stützstellen, die in die lineare Regression einbezogen werden. Danach wird eine nicht-lineare Regression an beiden Enden und in der Mitte des Leader Intervalls ausgeführt. ($4 \leq \text{NLR} \leq \text{LLI}-2$)
NBREAK	Wenn alle Kanäle "Kalman-Status" erreicht haben, wird nach jeweils NBREAK Temperaturmessungen die Möglichkeit eingeräumt, die bis hier bereits ermittelten Parameter zu besichtigen und ggf. das Programm abzubrechen.
DTM	minimaler Zeitabstand von t;T Wertepaaren, die von LEADER akzeptiert werden sollen.
SM	Standardabweichung der Temperaturmessung
SE	geforderte Genauigkeit der Extrapolation. Wenn die Standardabweichung der extrapolierten Gleichgewichtstemperatur σ des betreffenden Kanals gilt $\sigma \leq \text{SE}/2$, wird für diesen Kanal die Extrapolation beendet. Haben alle Kanäle das Stopkriterium erreicht, kann die Messung abgebrochen werden.
BST	Standardwert für die inverse Zeitkonstante β . Auf diesen Standardwert wird zurückgegriffen, wenn bei der linearen Regression unakzeptable Werte ermittelt werden sollten.
NXC	Gesamtzahl der von der Extrapolation ausgeklammerten Kanäle. Nach NXC müssen die Kanalnummern der auszuklammernden Kanäle eingegeben werden.

Es sei hier noch einmal darauf hingewiesen, daß das oben aufgeführte Stopkriterium für den betreffenden Kanal (SE) in der vorliegenden Arbeit nicht als Kriterium zum Abbruch der Messung verwendet wird. Die Messung wird bereits abgebrochen, wenn der letzte Kanal den "Kalman-Status" erreicht hat.

Folgende Parameter wurden auf alle Meßphasen (**Tem2, Tem4, Tem6, Tem8, Tem10, Tem12**) angewendet:

NC = 43, LLI = 20, NLR = 6, NBREAK = 1000, DTM = 25, SM = 0.1,
SE = 0.5, BST = 0.1E-2, 3 channels to be excluded from calculation (1, 2, 3)

Das thermische Verhalten des WAOSS-TEM wurde nacheinander in den folgenden Meßphasen untersucht:

Meßphase **Tem1**

Versuchsbeginn ; $p \leq 5 \times 10^{-5}$ Torr ; Start der LN₂ Kühlung für den Kälte hintergrund

Abwarten stationärer Temperaturen für die gebundenen Knoten

Auskühlung der Kamera.

Die Meßphase dauerte 14h und 23min

Die mittlere Kameratemperatur liegt am Ende der Meßphase bei 257K.

Meßphase **Tem2**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden stationären Temperaturen :

(Space;1) = 92,6K

(Heat Pipe; 2) = 277,9K

(Argus Platform;3) = 235,0K

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Widerstand [Ohm]	U [V]	I [A]	Heizleistung [W]	Steckbrett Nr.	Pins auf Steckbrett	Bemerkungen
6	Objectiv Housing	177,3	17,96	0,10	1,82	III	1,2/3,4	
9	Objectiv	80,2	10,89	0,14	1,48	II	1,2/3,4	
11	Sensormodul	256,2	26,78	0,10	2,80	II	5,6/7,8;9,10/11,12	Parallelschaltung der beiden Teilheizer
20	Back Plate	192,7	26,63	0,14	3,68	II	17,18/19,20	Parallelschaltung
32	FEE1	97,6	26,33	0,27	7,10	I	5,6/7,8	Parallelschaltung
34	DSP1	385,2	26,62	0,07	1,84	I	13,14/15,16	Parallelschaltung
36	DCE1	285,7	26,57	0,09	2,47	I	21,22/23,24	Parallelschaltung
38	SCE1	655,2	26,60	0,04	1,08	I	29,30/31,32	Parallelschaltung
42	Power2	114,2	26,30	0,23	6,06	I	45,46/47,48	Parallelschaltung
43	Connector Box	260,6	26,53	0,10	2,70	II	21,22/23,24	Parallelschaltung

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem2.csv

Die Meßphase dauerte 13h und 7min“.

Meßphase **Tem3**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 92,2K

(Heat Pipe; 2) = 273,2K

(Argus Platform;3) = 234,8K

Auskühlung der Kamera.

Die Meßphase dauerte 14h und 31min.

Die mittlere Kameratemperatur liegt am Ende der Meßphase bei 265K.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem3.csv

Meßphase **Tem4**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 91,8K

(Heat Pipe; 2) = 274,7K

(Argus Platform;3) = 234,9K

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizname	Widerstand [Ohm]	U [V]	I [A]	Heizleistung [W]	Steckbrett Nr.	Pins auf Steckbrett	Bemerkungen
7	Camera Head Housing	253,0	19,29	0,08	1,47	II	13,14/15,16	
9	Objectiv	82,1	10,84	0,13	1,43	II	1,2/3,4	
11	Sensormodul	254,9	26,71	0,10	2,80	II	5,6/7,8;9,10/11,12	Parallelschaltung der beiden Teilheizer
33	FEE2	98,4	16,18	0,16	2,66	I	9,10/11,12	Parallelschaltung
35	DSP2	96,5	16,17	0,17	2,71	I	17,18/19,20	Parallelschaltung
37	DCE2	99,5	16,14	0,16	2,62	I	25,26/27,28	Parallelschaltung
39	SCE2	98,8	16,15	0,16	2,64	I	33,34/35,36	Parallelschaltung
41	Power1	98,8	-	-	-	I	41,42/43,44	Falsch gesteckt
43	Connector Box	243,4	19,30	0,08	1,53	II	21,22/23,24	

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem4.csv

Die Meßphase dauerte 13h und 35min.

Meßphase **Tem5**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 90,1K

(Heat Pipe; 2) = 272,8K

(Argus Platform;3) = 235,1K

Auskühlung der Kamera.

Die Meßphase dauerte 11h und 45min.

Die mittlere Kameratemperatur liegt am Ende der Meßphase bei 254K.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem5.csv

Meßphase **Tem6**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 90,3K

(Heat Pipe; 2) = 272,8K

(Argus Platform;3) = 235,6K

Erwärmung der Kamera durch Einschalten des folgenden Heizers:

Knoten Nr.	Heizername	Widerstand [Ohm]	U [V]	I [A]	Heizleistung [W]	Steckbrett Nr.	Pins auf Steckbrett	Bemerkungen
37	DCE2	99,2	25,83	0,26	6,73	I	25,26/27,28	

Die Meßphase dauerte 7h und 50min.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem6.csv

Meßphase **Tem7**

Die rückwärtigen Thermal Insulators der Kamera wurden gewechselt

Erneuter Versuchsbeginn ; $p \leq 5 \times 10^{-5}$ Torr ; Start der LN₂ Kühlung für den Kältehintergrund

Abwarten stationärer Temperaturen für die gebundenen Knoten

Auskühlung der Kamera.

Die Meßphase dauerte 15h und 2min

Die mittlere Kameratemperatur liegt am Ende der Meßphase bei 255K.

Meßphase **Tem8**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 92,9K

(Heat Pipe; 2) = 266,7K

(Argus Platform;3) = 235,0K

Erwärmung der Kamera durch Einschalten des folgenden Heizers:

Knoten Nr.	Heizername	Widerstand [Ohm]	U [V]	I [A]	Heizleistung [W]	Steckbrett Nr.	Pins auf Steckbrett	Bemerkungen
33	FEE2	99,0	38,27	0,39	14,80	I	9,10/11,12	

Die Meßphase dauerte 10h und 59min.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem8.csv

Meßphase **Tem9**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 92,9K

(Heat Pipe; 2) = 265,3K

(Argus Platform;3) = 235,1K

Auskühlung der Kamera.

Die Meßphase dauerte 11h und 46min.

Die mittlere Kameratemperatur liegt am Ende der Meßphase bei 246K.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem9.csv

Meßphase **Tem10**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 93,2K

(Heat Pipe; 2) = 270,6K

(Argus Platform;3) = 235,6K

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Widerstand [Ohm]	U [V]	I [A]	Heizleistung [W]	Steckbrett Nr.	Pins auf Steckbrett	Bemerkungen
7	Camera Head Housing	299,0	22,48	0,08	1,69	II	13,14/15,16	
9	Objectiv	82,6	12,76	0,15	1,97	II	1,2/3,4	
11	Sensormodul	510,4	27,67	0,05	1,50	II	5,6/7,8;9,10/11,12	Parallelschaltung der beiden Teilheizer
33	FEE2	99,4	24,18	0,24	5,88	I	9,10/11,12	Parallelschaltung
35	DSP2	97,0	24,17	0,25	6,02	I	17,18/19,20	Parallelschaltung
37	DCE2	99,6	24,12	0,24	5,84	I	25,26/27,28	Parallelschaltung
39	SCE2	98,7	24,13	0,24	5,90	I	33,34/35,36	Parallelschaltung
41	Power1	98,8	24,12	0,24	5,89	I	41,42/43,44	Parallelschaltung
43	Connector Box	229,3	27,59	0,12	3,32	II	21,22/23,24	

Die Meßphase dauerte 13h und 12min.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem10.csv

Meßphase **Tem11**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 92,7K

(Heat Pipe; 2) = 266,1K

(Argus Platform;3) = 235,7K

Auskühlung der Kamera.

Die Meßphase dauerte 10h und 24min.

Die mittlere Kameratemperatur liegt am Ende der Meßphase bei 246K.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem11.csv

Meßphase **Tem12**

Die gebundenen Knoten haben die folgenden Temperaturen:

(Space;1) = 92,5K

(Heat Pipe; 2) = 268,7K

(Argus Platform;3) = 235,6K

Erwärmung der Kamera durch Einschalten der folgenden Heizer:

Knoten Nr.	Heizername	Widerstand [Ohm]	U [V]	I [A]	Heizleistung [W]	Steckbrett Nr.	Pins auf Steckbrett	Bemerkungen
6	Objectiv Housing	210,8	16,68	0,08	1,32	III	1,2/3,4	
9	Objectiv	85,7	10,99	0,13	1,41	II	1,2/3,4	
11	Sensormodul	534,5	27,06	0,05	1,37	II	5,6/7,8;9,10/11,12	Parallelschaltung der beiden Teilheizer
20	Back Plate	175,8	19,35	0,11	2,13	II	17,18/19,20	Parallelschaltung
32	FEE1	100,0	26,68	0,27	7,12	I	5,6/7,8	Parallelschaltung
34	DSP1	382,8	26,97	0,07	1,9	I	13,14/15,16	Parallelschaltung
36	DCE1	287,6	26,92	0,09	2,52	I	21,22/23,24	Parallelschaltung
38	SCE1	655,3	26,97	0,04	1,11	I	29,30/31,32	Parallelschaltung
42	Power2	111,0	26,68	0,24	6,41	I	45,46/47,48	Parallelschaltung

Die Meßphase dauerte 12 h und 2 min.

Die zur Meßphase gehörende Datei heißt Tem12.csv

Testende

Basisknoten 4		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,66E+09
Güte nach (110)		6,92E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(4,5)/C4	1,14E-06	9,08E-14
GL(4,10)/C4	7,97E-06	3,44E-14
GR(4,1)/C4	6,73E-13	2,29E-29
Basisknoten 5		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		3,90E+10
Güte nach (110)		1,30E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(5,4)/C5	1,89E-05	5,40E-14
GL(5,6)/C5	2,15E-04	1,31E-13
GR(5,1)/C5	6,19E-12	1,77E-29
GR(5,9)/C5	6,20E-12	1,77E-29
Basisknoten 6		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,06E+13
Güte nach (110)		2,37E-06
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
Q6/C6	4,83E-02	5,70E-12
GL(6,5)/C6	1,48E-04	2,92E-11
GL(6,7)/C6	2,03E-02	1,15E-13
GR(6,1)/C6	8,26E-12	1,84E-26
GR(6,9)/C6	1,26E-12	1,62E-23
Basisknoten 7		
ausgewählt aus Meßphase		Tem12
Konditionierungszahl (Preprozess)		7,44E+12
Güte nach (110)		1,14E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(7,6)/C7	3,14E-03	6,81E-10
GL(7,8)/C7	2,25E-03	1,51E-09
GL(7,10)/C7	7,51E-03	2,32E-09
GL(7,12)/C7	2,10E-04	5,17E-13
GR(7,1)/C7	4,05E-13	1,42E-28
Basisknoten 8		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		3,17E+02
Güte nach (110)		7,71E-12
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(8,7)/C8	5,28E-03	5,47E-12
GL(8,9)/C8	1,01E-02	2,23E-12
GL(8,11)/C8	5,64E-04	5,87E-15
Basisknoten 9		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		7,94E+12
Güte nach (110)		6,72E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
Q9/C9	1,14E-02	2,38E-08
GL(9,8)/C9	6,22E-03	3,26E-09
GR(9,5)/C9	8,55E-13	1,86E-27
GR(9,6)/C9	2,78E-13	3,02E-27
GR(9,11)/C9	1,27E-12	2,66E-27

Basisknoten 10		
ausgewählt aus Meßphase		Tem4
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,42E+13
Güte nach (110)		8,67E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(10,4)/C10	8,06E-06	5,14E-13
GL(10,7)/C10	8,62E-03	6,73E-08
GL(10,13)/C10	6,67E-03	1,53E-08
GL(10,21)/C10	1,82E-03	1,62E-07
GR(10,1)/C10	2,86E-13	8,72E-28
GR(10,32)/C10	1,52E-12	4,13E-26
Basisknoten 11		
ausgewählt aus Meßphase		Tem8
Konditionierungszahl (Preprozess)		9,04E+10
Güte nach (110)		3,28E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(11,8)/C11	2,75E-04	1,65E-11
GL(11,12)/C11	5,25E-04	1,25E-11
GR(11,9)/C11	7,78E-13	7,21E-27
GR(11,32)/C11	2,79E-13	1,80E-30
Basisknoten 12		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,07E+03
Güte nach (110)		4,55E-11
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(12,2)/C12	1,19E-02	4,44E-11
GL(12,7)/C12	8,18E-04	2,82E-13
GL(12,11)/C12	1,78E-03	8,41E-13
Basisknoten 13		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,59E+05
Güte nach (110)		3,52E-11
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(13,3)/C13	9,45E-05	1,13E-15
GL(13,10)/C13	1,38E-02	1,36E-11
GL(13,14)/C13	1,38E-02	0,00E+00
GL(13,21)/C13	1,10E-02	1,93E-12
GL(13,22)/C13	1,12E-02	1,97E-11
Basisknoten 14		
ausgewählt aus Meßphase		Tem4
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,25E+04
Güte nach (110)		5,73E-12
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(14,13)/C14	9,55E-02	0,00E+00
GL(14,15)/C14	9,55E-02	0,00E+00
GL(14,23)/C14	7,62E-02	4,74E-12
GL(14,24)/C14	7,65E-02	9,90E-13
Basisknoten 15		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		5,19E+03
Güte nach (110)		7,22E-13
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(15,14)/C15	6,13E-02	0,00E+00
GL(15,16)/C15	6,13E-02	0,00E+00
GL(15,25)/C15	4,89E-02	3,83E-13
GL(15,26)/C15	4,91E-02	3,39E-13

Basisknoten 16		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,41E+04
Güte nach (110)		5,51E-13
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(16,15)/C16	6,13E-02	0,00E+00
GL(16,17)/C16	6,13E-02	0,00E+00
GL(16,27)/C16	4,90E-02	1,16E-13
GL(16,28)/C16	4,88E-02	4,35E-13
Basisknoten 17		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,85E+03
Güte nach (110)		2,58E-14
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(17,16)/C17	6,13E-02	0,00E+00
GL(17,18)/C17	6,13E-02	0,00E+00
GL(17,29)/C17	4,90E-02	2,58E-14
Basisknoten 18		
ausgewählt aus Meßphase		Tem6
Konditionierungszahl (Preprozess)		3,60E+05
Güte nach (110)		3,57E-12
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(18,3)/C18	8,74E-05	1,65E-16
GL(18,17)/C18	1,31E-02	0,00E+00
GL(18,20)/C18	1,05E-02	4,90E-13
GL(18,30)/C18	1,04E-02	8,01E-13
GL(18,31)/C18	1,05E-02	2,28E-12
Basisknoten 19		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,44E+02
Güte nach (110)		2,94E-12
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(19,2)/C19	6,77E-03	1,15E-12
GL(19,43)/C19	8,47E-03	1,79E-12
Basisknoten 20		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,23E+13
Güte nach (110)		7,10E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
Q20/C20	1,88E-02	8,59E-09
GL(20,18)/C20	6,15E-03	1,48E-08
GL(20,31)/C20	1,98E-03	3,85E-08
GL(20,43)/C20	4,55E-03	5,39E-09
GR(20,1)/C20	4,78E-13	1,03E-27
GR(20,42)/C20	3,66E-12	4,97E-26
Basisknoten 21		
ausgewählt aus Meßphase		Tem4
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,43E+13
Güte nach (110)		1,82E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(21,10)/C21	5,95E-03	1,25E-09
GL(21,13)/C21	1,49E-02	3,61E-08
GL(21,22)/C21	7,90E-03	1,08E-08
GL(21,32)/C11	2,21E-03	2,18E-09
GR(21,1)/C21	3,49E-13	3,05E-28

Basisknoten 22		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,24E+13
Güte nach (110)		6,40E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(22,13)/C22	1,59E-02	3,83E-09
GL(22,21)/C22	7,30E-03	1,90E-09
GL(22,23)/C22	7,89E-03	1,81E-09
GL(22,33)/C22	2,58E-03	4,64E-11
GR(22,1)/C22	5,70E-13	1,01E-29
Basisknoten 23		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,55E+13
Güte nach (110)		7,77E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(23,14)/C23	9,82E-03	1,40E-08
GL(23,22)/C23	9,16E-03	3,89E-10
GL(23,24)/C23	1,10E-02	9,01E-10
GL(23,34)/C23	2,03E-03	2,20E-10
GR(23,1)/C23	7,06E-13	1,50E-29
Basisknoten 24		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,17E+13
Güte nach (110)		7,02E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(24,14)/C24	1,59E-02	1,61E-09
GL(24,23)/C24	9,03E-03	5,01E-09
GL(24,25)/C24	8,26E-03	2,88E-09
GL(24,35)/C24	2,75E-03	6,61E-11
GR(24,1)/C24	6,73E-13	1,35E-29
Basisknoten 25		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,93E+13
Güte nach (110)		7,12E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(25,15)/C25	1,70E-02	5,40E-09
GL(25,24)/C25	8,65E-03	5,02E-10
GL(25,26)/C25	9,08E-03	2,37E-10
GL(25,36)/C25	2,75E-03	1,02E-10
GR(25,1)/C25	4,69E-13	1,78E-29
Basisknoten 26		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		9,05E+12
Güte nach (110)		7,37E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(26,15)/C26	1,70E-02	4,63E-10
GL(26,25)/C26	9,78E-03	4,49E-09
GL(26,27)/C26	8,87E-03	2,54E-09
GL(26,37)/C26	2,90E-03	4,98E-11
GR(26,1)/C26	7,33E-13	1,92E-29

Basisknoten 27		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,09E+13
Güte nach (110)		8,02E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(27,16)/C27	1,54E-02	8,25E-09
GL(27,26)/C27	9,86E-03	7,01E-10
GL(27,28)/C27	9,58E-03	2,70E-10
GL(27,38)/C27	2,53E-03	2,22E-10
GR(27,1)/C27	6,71E-13	2,51E-29
Basisknoten 28		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,55E+13
Güte nach (110)		8,46E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(28,16)/C28	1,53E-02	1,33E-09
GL(28,27)/C28	7,78E-03	9,07E-09
GL(28,29)/C28	8,62E-03	3,64E-09
GL(28,39)/C28	2,58E-03	7,68E-11
GR(28,1)/C28	3,90E-13	2,47E-29
Basisknoten 29		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,14E+13
Güte nach (110)		1,09E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(29,17)/C29	1,27E-02	2,63E-08
GL(29,28)/C29	7,21E-03	8,37E-10
GL(29,30)/C29	7,09E-03	4,86E-11
GL(29,40)/C29	2,10E-03	7,11E-10
GR(29,1)/C29	6,21E-13	4,26E-29
Basisknoten 30		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,46E+13
Güte nach (110)		1,11E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(30,18)/C30	1,23E-02	1,17E-08
GL(30,29)/C30	6,77E-03	4,44E-09
GL(30,31)/C30	7,04E-03	2,34E-09
GL(30,41)/C30	2,06E-03	1,36E-10
GR(30,1)/C30	5,13E-13	7,30E-29
Basisknoten 31		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,29E+13
Güte nach (110)		9,17E-08
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(31,18)/C31	7,09E-03	2,97E-08
GL(31,20)/C31	5,88E-03	6,35E-10
GL(31,30)/C31	6,41E-03	1,57E-10
GL(31,42)/C31	1,29E-03	5,68E-10
GR(31,1)/C31	4,78E-13	1,35E-29

Basisknoten 32		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		6,74E+10
Güte nach (110)		2,92E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(32,21)/C32	1,39E-03	6,82E-12
GR(32,10)/C32	1,73E-12	7,03E-28
GR(32,11)/C32	3,41E-13	9,22E-29
GR(32,33)/C32	3,89E-12	9,45E-31
Basisknoten 33		
ausgewählt aus Meßphase		Tem8
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,24E+12
Güte nach (110)		3,24E-07
eingetragene Heizleistung [W]		1,48E+01
Bezeichnung	parameter	varianz
Q33/C33	1,90E-01	4,89E-10
GL(33,22)/C33	2,59E-03	3,12E-13
GR(33,32)/C33	7,48E-12	8,65E-28
GR(33,34)/C33	7,18E-12	5,47E-28
Basisknoten 34		
ausgewählt aus Meßphase		Tem8
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,34E+11
Güte nach (110)		2,02E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(34,23)/C34	2,43E-03	1,21E-11
GR(34,33)/C34	6,88E-12	5,71E-30
GR(34,35)/C34	6,81E-12	5,46E-28
Basisknoten 35		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		5,44E+11
Güte nach (110)		3,74E-07
eingetragene Heizleistung [W]		6,02E+00
Bezeichnung	parameter	varianz
Q35/C35	7,71E-02	1,04E-09
GL(35,24)/C35	2,62E-03	6,82E-12
GR(35,34)/C35	7,17E-12	1,21E-27
GR(35,36)/C35	7,24E-12	1,23E-27
Basisknoten 36		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,17E+10
Güte nach (110)		2,38E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(36,25)/C36	1,93E-03	3,93E-13
GR(36,35)/C36	5,40E-12	2,30E-28
GR(36,37)/C36	5,55E-12	1,75E-28
Basisknoten 37		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		5,83E+11
Güte nach (110)		1,91E-07
eingetragene Heizleistung [W]		5,84E+00
Bezeichnung	parameter	varianz
Q37/C37	7,51E-02	6,10E-10
GL(37,26)/C37	2,60E-03	6,52E-12
GR(37,36)/C37	7,35E-12	2,29E-28
GR(37,38)/C37	7,19E-12	2,08E-29

Basisknoten 38		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,10E+10
Güte nach (110)		1,76E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(38,27)/C38	2,45E-03	1,01E-12
GR(38,37)/C38	6,93E-12	8,70E-29
GR(38,39)/C38	6,98E-12	4,07E-29
Basisknoten 39		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		5,51E+09
Güte nach (110)		2,13E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(39,28)/C39	2,56E-03	4,02E-12
GR(39,38)/C39	7,27E-12	8,98E-31
GR(39,40)/C39	7,43E-12	1,10E-27
Basisknoten 40		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		3,36E+10
Güte nach (110)		1,40E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(40,29)/C40	2,56E-03	1,98E-12
GR(40,39)/C40	7,26E-12	4,72E-29
GR(40,41)/C40	7,27E-12	1,05E-29
Basisknoten 41		
ausgewählt aus Meßphase		Tem2
Konditionierungszahl (Preprozess)		4,42E+09
Güte nach (110)		2,40E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(41,30)/C41	2,56E-03	1,92E-13
GR(41,40)/C41	7,20E-12	6,49E-28
GR(41,42)/C41	7,25E-12	4,22E-29
Basisknoten 42		
ausgewählt aus Meßphase		Tem10
Konditionierungszahl (Preprozess)		1,01E+11
Güte nach (110)		8,44E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(42,31)/C42	1,58E-03	1,82E-11
GR(42,20)/C42	7,71E-12	4,31E-26
GR(42,41)/C42	4,56E-12	6,57E-29
GR(42,43)/C42	9,61E-13	7,91E-27
Basisknoten 43		
ausgewählt aus Meßphase		Tem6
Konditionierungszahl (Preprozess)		2,87E+12
Güte nach (110)		4,65E-07
eingetragene Heizleistung [W]		
Bezeichnung	parameter	varianz
GL(43,19)/C43	3,32E-03	1,17E-09
GL(43,20)/C43	6,68E-03	3,68E-09
GR(43,1)/C43	3,78E-13	1,75E-29
GR(43,42)/C43	9,02E-13	2,45E-26

Vergleich gemessener (evaporation method) und rekursiv aus identifizierten Parametern ermittelte Wärmekapazitäten

Knoten Nr.	Knotenbezeichnung	evaporation method		parameter identification method	
		C [Ws/Kg]	Varianz	C [Ws/Kg]	Varianz
4	Baffle	251,4	1,04E+02	207,9	3,84E+02
5	Quartz Window	23,0	1,90E+00	23,8	4,70E-01
6	Objectiv Housing	37,7	2,40E+00	37,7	1,07E+00
7	Camera Head Housing	248,7	3,53E+01	251,1	1,77E+02
8	Optical Bench	107,0	8,40E+00	109,2	6,56E+00
9	Objectiv	173,7	2,93E+01	172,8	2,47E+01
10	Camera Head Support	220,9	2,81E+01	205,6	1,78E+01
11	Sensor Module	222,6	2,93E+01	224,0	1,67E+01
12	TIF of Sensor Module	69,5	3,70E+00	66,1	1,65E+00
13	Basic Frame I	108,3	7,60E+00	99,4	7,66E-01
14	Basic Frame II	15,7	1,10E+00	14,5	1,45E-02
15	Basic Frame III	24,5	1,70E+00	24,2	3,75E-02
16	Basic Frame IV	24,5	1,70E+00	21,9	3,27E-02
17	Basic Frame V	24,5	1,70E+00	23,9	2,09E-01
18	Basic Frame VI	114,9	8,00E+00	114,4	2,37E+00
19	TIF of Electr.	59,1	2,80E+00	59,2	2,22E+00
20	Back Plate	196,1	2,25E+01	196,0	8,01E+00
21	Frame FEE1	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
22	Frame FEE2	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
23	Frame DSP1	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
24	Frame DSP2	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
25	Frame DCE1	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
26	Frame DCE2	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
27	Frame SCE1	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
28	Frame SCE2	70,6	2,90E+00	70,0	3,05E-01
29	Frame RPM	92,5	2,09E+01	92,3	1,72E+00
30	Frame POW1	97,3	2,17E+01	96,7	9,75E-01
31	Frame POW2	97,3	2,17E+01	96,7	9,75E-01
32	EB FEE1	145,7	2,90E+01	145,3	1,05E+00
33	EB FEE2	78,0	4,42E+00	78,0	6,93E-02
34	EB DSP1	82,6	1,67E+01	82,3	4,70E+00
35	EB DSP2	78,0	4,42E+00	78,1	4,22E-01
36	EB DCE1	103,5	2,09E+01	102,0	4,12E+00
37	EB DCE2	78,0	4,42E+00	78,1	3,37E-01
38	EB SCE1	81,6	1,62E+01	82,2	1,37E+01
39	EB SCE2	78,0	4,42E+00	78,0	4,37E-01
40	EB RPM	78,0	4,42E+00	77,1	4,36E-01
41	EB POW1	78,0	4,42E+00	77,8	4,37E-01
42	EB POW2	125,4	5,22E+01	124,7	9,50E-01
43	Connectorbox	152,9	1,32E+01	150,9	1,20E+01

Der 'Leitfaden für den Thermal-Ingenieur' wird hier als Flow Chart dargestellt. Da aber die experimentelle Parameteridentifikation sehr eng mit der Beschaffenheit des basierenden Thermal Mathematical Model verknüpft ist, müssen hier zunächst einige Bemerkungen zur Modellierung gemacht werden.

Das TMM sollte so wenig Knoten wie möglich, aber so viele wie nötig enthalten. Die Anzahl der Knoten erhöht entscheidend den Aufwand bei der Präparation des Testobjektes aber auch die Rechenzeit bei der Parameteridentifikation. Andererseits führt eine zu geringe Knotenzahl zu Fehlinterpretationen wichtiger Wechselwirkungen. Ein Patentrezept gibt es aus der Sicht des Autors nicht. Im schlimmsten Falle muß das Modell so oft korrigiert werden, bis es experimentell verifizierbar wird. Jeder Knoten, den das TMM enthält *und* dessen Wechselwirkungsparameter später experimentell identifiziert werden sollen, muß auch meßtechnisch als Knoten wahrgenommen werden können. Es muß sich dabei entweder um einen nahezu isothermen Bereich handeln, oder das Gebiet, das als Knoten definiert werden soll, aber nicht hinreichend isotherm ist, muß für die spätere Parameteridentifikation mit mehreren Temperatursensoren bestückt werden, um eine repräsentative, mittlere Temperatur gewinnen zu können.

Die Vernetzung der Knoten im Modell sollte eher maschenförmig als sternförmig sein. Damit ist gemeint, daß (sternförmige) Verbindungen von einem Knoten zu mehr als 4..5 anderen Knoten bei der Modellierung vermieden werden sollten, da die Werte für die Conductoren zu den Nachbarknoten alle auch aus der Temperatur des Basisknotens errechnet werden müssen. Je mehr Conductoren dies für einen Basisknoten sind, desto schwieriger bzw. ungenauer dürfte die Identifizierung des einzelnen Conductors werden. Spätestens die Konditionierungszahl im Preprozessor würde auf diesen Sachverhalt hinweisen.

In diesem Zusammenhang können Konflikte beim Modellieren auftreten. Eine gut wärmeleitende Baugruppe wie z. B. der Grundrahmen der WAOSS Kamera könnte mit einiger Berechtigung als Knoten definiert werden. Er hätte dann aber 14 Conductoren zu wechselwirkenden Nachbarn, die aus dem Knotentemperaturverlauf des Grundrahmens zu identifizieren wären. Die erfolgte Aufteilung des Grundrahmens in 6 Basisnoten muß dann aber die geringen Temperaturdifferenzen auswerten, die bei der Definition des Grundrahmens als nur ein Knoten noch als hinreichend klein vernachlässigt worden wären.

An dieser Stelle ist deutlich erkennbar, welche fundamentale Position die Messung der Knotentemperaturen bei der experimentellen Parametridentifikation besetzt.

Gemessene Knotentemperaturen, die nicht in Übereinstimmung zu dem zugrunde gelegten TMM gebracht werden können, führen bei der experimentellen Parameteridentifikation zu Parametervektoren, die negative Komponenten enthalten und daher von den Identifikationsalgorithmen verworfen werden.

Die herkömmliche experimentelle Ermittlung von Parametern und deren Einbindung in das TMM kann besonders bei systematischen Temperaturmeßfehlern schwerwiegende Folgen haben. Indiz für derartige Probleme ist, daß nicht alle Meßphasen mit demselben Parametersatz hinreichend gut beschrieben werden können.

Bei der in der vorliegenden Arbeit kreierte Methode muß ggf. so lange an den experimentellen Randbedingungen und (oder) am TMM geändert werden, bis physikalisch sinnvolle Parameter identifiziert werden.

In dem oben geschilderten Spannungsfeld möge der folgende ‚Leitfaden‘ eine Orientierungshilfe sein.

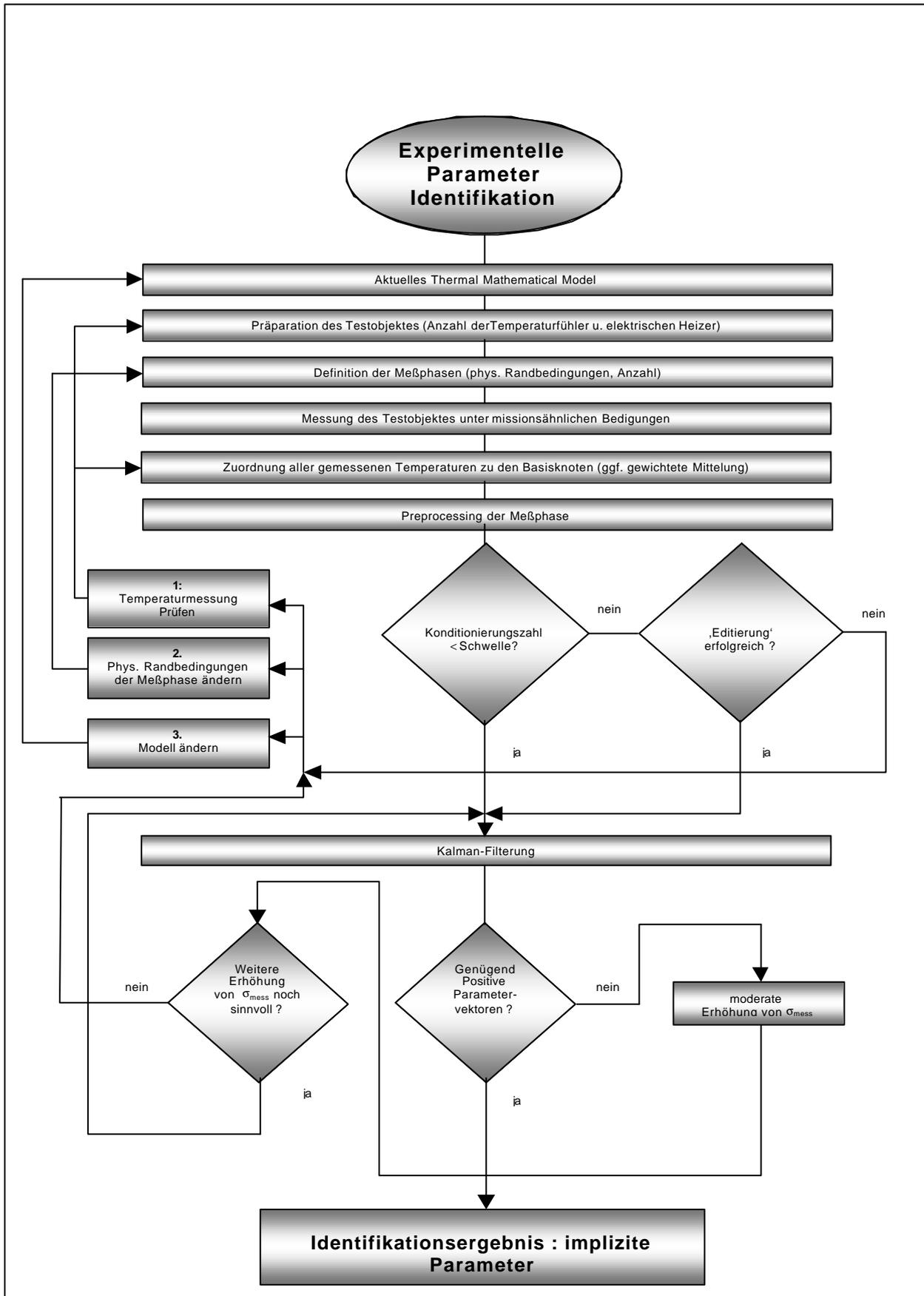


Abb. 36, Leitfaden für den Thermal-Ingenieur bei der Parameteridentifikation