

Ein Beitrag zur Erweiterung von Beamforming-Methoden

von Diplom-Ingenieur
Marcus Kern

aus Kassel

Von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. P. U. Thamsen

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. M. Möser

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. E. Sarradj

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 30. Juni 2008

Berlin 2008

D 83

Danksagung

Die 3-jährige Doktorandenzeit in der Akustik der Konzernforschung der VOLKSWAGEN AG war geprägt von einer sehr angenehmen, kollegialen und freundschaftlichen Arbeitsatmosphäre. All meinen Kollegen (die weibliche Form sei immer mit eingeschlossen) möchte ich an dieser Stelle meinen Dank aussprechen. Die gegenseitige Hilfsbereitschaft und der respektvolle, freundschaftliche Umgang miteinander waren eine feste Säule während meiner Arbeit. Aus der Vielzahl an Kollegen und Studenten, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, kann ich nur einige namentlich erwähnen.

Ich danke meinem Vorgesetzten, Herrn Dr. Jens Meschke, für das Vertrauen, das er mir während der gesamten Doktorandenzeit entgegenbrachte. Für den persönlichen Einsatz in Bezug auf meine Weiterbeschäftigung danke ich ihm sehr. Ich freue mich auf eine weiterhin angenehme und kollegiale Zusammenarbeit.

Ich danke meinen Kollegen Urs Reichart, Gordon Seitz und Stefan Twieg für die vielen intensiven Gespräche rund um die Akustik, für viele nützliche Hinweise und Hilfestellungen sowie für die zahlreichen außerfachlichen Themen. Der humorvolle und lockere Umgang in den vergangenen 3 Jahren bereicherten meinen Arbeitsalltag.

Viele Studenten durchliefen in den letzten Jahren die Unterabteilung. Ich danke u. a. Tim Berthold, Simon Bork, Thomas Herker, Michael Körner, Christian Müller, Markus Neubauer, Thomas Schroth, Henning ten Have, Silke Worlich und vielen anderen für herausfordernde Fragen, Antworten, Anregungen und freundschaftliche Gespräche.

Mein besonderer Dank gilt meinem fachlichen Betreuer, Herrn Dr. rer. nat. Holger Opfer, für die Unterstützung und das mir entgegengebrachte Vertrauen. Mit zahlreichen Ideen zu meiner Arbeit und einem stets offenen Ohr fand ich in ihm einen sehr kompetenten und engagierten Kollegen und Betreuer, der maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat. Die fachliche Betreuung und der freundschaftliche Umgang miteinander prägten eine sehr angenehme, interessante und lehrreiche Zeit.

Ich wünsche allen Kollegen, die mich während der 3 Jahre begleitet haben, einen erfüllten und zufriedenen Lebensweg.

Ich danke weiterhin der GFaI (Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik) aus Berlin, die mit der Bereitstellung einer Datenschnittstelle es mir ermöglicht hat, das Messsystem *Akustische Kamera* auf seine Erweiterbarkeit hin zu untersuchen und damit diese Arbeit anzufertigen.

Für die Bereitschaft zur Betreuung meiner Arbeit und die unkomplizierte Zusammenarbeit danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Möser. Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Sarradj danke ich für seine Bereitschaft, kurzfristig als Zweitgutachter sich meiner Arbeit anzunehmen.

Ich widme diese Arbeit meiner Mutter und danke ihr von Herzen für die Unterstützung in allen Lebenslagen.

Erklärung

Die Ergebnisse, Meinungen und Schlüsse dieser Dissertation sind nicht notwendigerweise die der Volkswagen AG.

Was wir wissen, ist ein Tropfen.
Was wir nicht wissen, ist ein Ozean.

Isaac Newton

Abstract

Im automobilen Entwicklungsprozess haben sich akustische Messsysteme etabliert, die mit einer Anordnung von Mikrofonen, einer optischen Kamera und einer nachgeschalteten Signalverarbeitung die Schalleinfallrichtung detektieren und dadurch die Schalldruckverteilung auf Quellorte im Fernfeld zurückrechnen und visualisieren können. Die Signalverarbeitung beruht i. A. auf dem Delay&Sum-Beamforming, deren Umsetzung im Zeit- oder Frequenzbereich erfolgt. Die Schwächen dieser Messtechnik bezüglich Ortsauflösung und Dynamik sowie akustisch schlechte Bedingungen erschweren die Interpretation akustischer Bilder und bieten Ansätze für Verbesserungen, die die Einsatzfähigkeit des System im Entwicklungsprozess des Automobils erweitern können. Neben dem Stand der Technik und der Theorie von Schallquellenlokalisations-Verfahren werden in dieser Studie auf Basis eines kommerziellen Beamforming-Systems Methoden diskutiert, die auf das verwendete Delay&Sum-Beamforming im Zeitbereich aufsetzen und die Einsatzfähigkeit des Systems in der täglichen Messpraxis erweitern sollen.

In automotive development process acoustic measurement systems established, that detect the direction of incidence of a sound wave by means of microphones, an optical camera and a signal processing unit. Sound sources are visualized in an acoustic photo by reprojecting the measured pressure level in the far-field to a virtual focus plane. The common technique is the delay&sum-principle in time or frequency domain. The interpretation of measurement results is sometimes complicated because of inherent drawbacks of the system and the method itself, and moreover by bad acoustic conditions. Thus, demands for improvements arise to extend the applicability of the system in automotive development process. Introduced by the state of the art of sound source localization approaches and their fundamental theory, further methods are investigated in this study that based on the delay&sum-beamforming in time domain focussing on extending the applicability of the system in practical measurements.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Abstract | 10 |
| 1 Einleitung und Motivation | 15 |
| I Theorie und Stand der Technik | 19 |
| 2 Grundlagen | 23 |
| 2.1 Signal- und systemtheoretische Grundlagen | 23 |
| 2.1.1 Korrelationstheorie | 24 |
| 2.1.2 Kenngrößen von Systemen | 28 |
| 2.1.3 Fouriertransformation und Spektralanalyse | 31 |
| 2.1.4 Filterbänke | 39 |
| 2.2 Akustische Grundlagen | 44 |
| 2.2.1 Der Schall | 44 |
| 2.2.2 Schallabstrahlung | 50 |
| 2.2.3 Lineares Mikrofonarray | 59 |
| 2.2.4 Optimierte Mikrofon-Gewichtungen | 67 |
| 3 Schallquellenlokalisierung | 69 |
| 3.1 Array-Signalverarbeitung | 69 |

| | | |
|--|--|------------|
| 3.1.1 | Array-bezogenes, parametrisches Datenmodell für einfallende Wellen | 70 |
| 3.1.2 | Schallquellenlokalisierung als zentrales Schätzproblem | 72 |
| 3.1.3 | Techniken der Schallquellenlokalisierung | 73 |
| 3.2 | Schallintensitätssonde | 75 |
| 3.3 | Nahfeldholographie | 78 |
| 3.4 | Beamforming | 84 |
| 3.4.1 | Vergleich Beamforming-NAH | 84 |
| 3.4.2 | Das Delay&Sum-Prinzip | 94 |
| 3.5 | Sonstige Verfahren | 112 |
| 3.6 | Erweiterte Beamforming-Methoden | 114 |
| 3.6.1 | Effiziente Beamforming-Algorithmen | 115 |
| 3.6.2 | Adaptives Beamforming | 119 |
| 3.6.3 | Extraktion von Quellen | 123 |
| 3.6.4 | Eliminieren der Mikrofon-Autoleistung | 128 |
| 3.6.5 | Optimierte Array-Geometrien | 131 |
| 3.6.6 | 3-dimensionales Beamforming | 133 |
| II Simulationen, experimentelle Untersuchungen und theoretische Ansätze | | 137 |
| 4 Implementierung von Beamforming-Algorithmen | | 141 |
| 4.1 | Das Array-Pattern | 142 |
| 4.2 | Beamforming | 153 |
| 4.2.1 | Delay&Sum im Zeit- und Frequenzbereich | 153 |
| 4.2.2 | Interpolation von Zeitdaten | 157 |
| 4.2.3 | Eliminieren der Autoleistungen im Frequenz- und Zeitbereich | 166 |
| 4.2.4 | Synchronisierte Mehrfachmessungen | 170 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.2.5 | Quellenextraktion mittels adaptiver Filter | 199 |
| 4.2.6 | Ortung kohärenter Schallquellen | 215 |
| 4.2.7 | Spektral-basierte Schallquellenortung/ Polyphasenansätze | 226 |
| 5 | Zusammenfassung und Ausblick | 235 |
| | Literaturverzeichnis | 246 |
| | Abbildungsverzeichnis | 251 |
| | Anhang | 252 |
| A | Beamforming | 253 |
| B | Array-Pattern | 255 |
| C | Synthetische Apertur | 259 |
| D | Adaptive Filter | 261 |

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

Die akustische Optimierung nimmt eine immer wichtiger werdende Stellung im Entwicklungsprozess des Automobils ein. Neben den subjektiven Kundenansprüchen spielen auch immer mehr umwelttechnische Auflagen eine Rolle. Akustische Fragestellungen ergeben sich bereits in frühen Phasen des Designs und reichen bis hin zur akustischen Fehlerdiagnose im fertigen Automobil.

Das Messen des Luftschalls mit Mikrofonen erlaubt Aussagen über den Schalldruckpegel an den Orten des Mikrofons, gibt aber keine detaillierte Information darüber, aus welcher Richtung der Schall kommt bzw. wo die verursachende Quelle zu finden ist. Mit der Anordnung mehrerer Mikrofone in Mikrofon-Arrays bekommt man dagegen einen tieferen Einblick in die Struktur des Schallfeldes. Zusammen mit moderner Rechentechnik, Signalverarbeitungs-Algorithmen und der Verwendung von CCD-Kameras wurden in den letzten Jahren Messsysteme zur Schallquellenlokalisierung entwickelt, deren herausragende Eigenschaft gegenüber herkömmlichen Mikrofonen darin besteht, dass sie "Schall sichtbar machen" können. Die Erstellung "akustischer Bilder" erlaubt eine intuitive Interpretation der akustischen Szenerie. Im akustischen Bild ist das optische Foto mit einer farbigen Pegelverteilung der wichtigsten Schallfeldgrößen überzogen. Die moderne Rechner-technik hat es ermöglicht, aufwendige Berechnungen und Simulationen in einem vertretbaren Zeitrahmen durchzuführen.

Neben zahlreichen auf dem Markt befindlichen Systemen zur Schallquellenortung hat vor allem die Beamforming-Technik in den letzten Jahren eine Renaissance erfahren, ist das Prinzip doch schon seit einigen Jahrzehnten bekannt. In [JOHNSON und DUDGEON 1993] ist eine Aparatur beschrieben, mit der im 1. Weltkrieg das Herannahen von Flugzeugen geortet werden konnte. Zwei Subarrays mit jeweils 6 Schalltrichtern fingen den Schall ein und gaben ihn "räumlich gemittelt" über Schläuche zu den Ohren der abhörenden Person weiter. Durch Schwenken dieser Aparatur konnte man die Richtung um ein Vielfaches besser auflösen als es das menschliche Gehör allein vermochte; das erste "Echtzeit"-Beamforming-System war geboren. Die Auswertung von Signalen, die auf einer Anordnung von mehreren Mikrofonen in Arrays (in der englischsprachigen Literatur auch "phased arrays", "microphon antenna" genannt) beruht, wurde im Zuge des 2. Weltkrieges in der Radar- und Sonartechnik zu aktiven Systemen weiterentwickelt; hier

wurde das Echo eines zuvor emittierten Signals ausgewertet, um Objekte zu detektieren. Die medizinische Ultraschalltechnik und die Radioastronomie sind morderne Anwendungsgebiete für dieses Prinzip.

Die Idee, mit mehreren Empfängern Signale unterschiedlichen Charakters zu trennen, wurde bereits Anfang der 60er Jahre mit den Arbeiten über adaptive Filtertechniken u.a. von [WIDROW und M. HOFF 1960], [GRIFFITHS 1969] und [FROST 1972] aufgegriffen und bis heute weiterentwickelt. Vereinfachend gesagt, besteht das Ziel darin, unerwünschte Störungen zu unterdrücken und ein erwünschtes Signal zu erhalten, das bestimmten Kriterien entspricht. In dieser Arbeit wird auf Basis der adaptiven Filterung ein Ansatz zur Eliminierung von Störungen aus dem akustischen Bild vorgeschlagen.

Das erste Beamforming-System zur Lokalisation und Visualisierung akustischer Quellen wurde von [BILLINGSLEY 1974] als "Akustisches Teleskop" vorgestellt. Den heutigen Systemen sehr ähnlich, bestand es aus einem Mikrofon-Array, AD-Wandlern, einem Mini-Computer, Datenspeichermedien und einem Farbbildschirm, der das akustische Bild zeigte. Erste Messungen an Triebwerken deckten schon damals Schwierigkeiten auf, für die in den folgenden Jahren erweiterte Signalverarbeitungs-Algorithmen geschaffen werden mussten.

Die Analyse von bewegten Objekten stellt die Signalverarbeitung vor eine besondere Herausforderung. Ab Mitte der 80er Jahre begannen Untersuchungen an vorbeifahrenden Zügen, z.B. von [BARSIKOW et al. 1987], an Kraftfahrzeugen, z.B. [MICHEL und BARSIKOW 2003] und aeroakustische Messungen der DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) an Flugzeugen bzw. Triebwerken, z.B. [MICHEL et al. 1997].

Als erstes Mikrofon-Array mit integrierter Kamera kam 1999 die *Akustische Kamera* der GFaI (Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik e.V.) [GFAI] auf den Markt. Der grundlegende Algorithmus zur Lokalisation von Schallquellen der *Akustischen Kamera* folgt dem Delay&Sum-Beamforming-Prinzip, mit dem die Richtcharakteristik virtuell über einen zu untersuchenden Bildbereich geschwenkt und die resultierende Pegelverteilung farblich über einem optischen Foto erscheint. Mit herkömmlicher PC-Technik wurde es nunmehr möglich, nach kurzer Berechnungszeit "akustische Landkarten" zu erstellen. Die schnelle Auswertung und die mitunter intuitive Interpretation begründen den Erfolg dieser Technologie, der sich bald zahlreiche Anbieter anschlossen und Konkurrenzsysteme auf den Markt brachten.

Trotz des rechentechnischen Fortschritts und der Qualität des Analyseergebnisses obliegt es doch dem erfahrenen Anwender, das Ergebnis aus dem Beamforming-Prozess richtig zu interpretieren. Der Grund liegt in den physikalischen und systembedingten Schwächen des Beamforming-Messsystems. Zum einen bestimmt das verwendete Mikrofonarray mit seiner räumlichen Ausdehnung und Mikrofonanordnung bzw. -anzahl die Güteparameter *Ortsauflösung* und *Dynamik*. Zum anderen ist durch den Auswertealgorithmus selbst das Analyse-Ergebnis beeinflusst.

In dieser Arbeit soll untersucht werden, wie sich Verbesserungen in der Analysequalität erreichen lassen. Der Fokus liegt dabei im Wesentlichen auf der Anwendbarkeit der Verfahren im alltäglichen automobilen Entwicklungsprozess. Für die Untersuchungen wird das Messsystem *Akustische Kamera* der GFaI verwendet. Die Mikrofondaten aus der systeminternen Software

NoiseImage werden exportiert und erweiterten Algorithmen unterzogen (s. Bild 1.1). Ein Teil der in dieser Arbeit behandelten Algorithmen aus Abschnitt 3.6 gehört zum Stand der Technik, wird aber dennoch programmtechnisch implementiert, auf praktische Messungen angewendet und in der Software *NoiseImage* visualisiert.

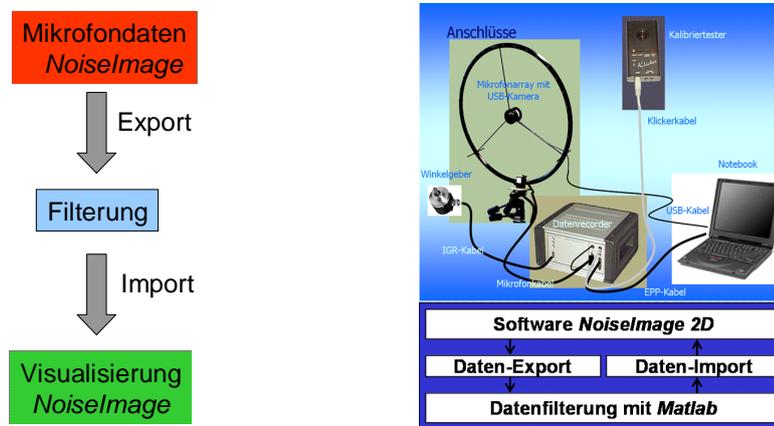


Abbildung 1.1: Erweitertes Messsystem *Akustische Kamera* [GFAI]

Die Abschnitte 4.2.4, 4.2.5 und 4.2.7 befassen sich mit Erweiterungen, die im Rahmen dieser Arbeit seitens VOLKSWAGEN patentiert worden sind und auch Inhalt mehrerer Fachvorträge waren [KERN und OPFER 2006b], [KERN und OPFER 2007], [KERN und OPFER 2008b].

Bevor auf detaillierte theoretische und praktische Weise auf das Beamforming mit seinen Erweiterungen eingegangen wird, erfolgt eine Aufarbeitung der signaltheoretischen und akustischen Grundlagen. Daran anschließend wird ein Blick über das weite Gebiet der Array-Signalverarbeitung gegeben, das zahlreiche, gängige Herangehensweisen für die Schallquellenortung enthält. Die "Subspace-based"-Methoden und parametrischen Modellansätze nur theoretisch beschreibend, befasst sich diese Arbeit mit dem Zeitbereichs-Beamforming, das im Messsystem der *Akustischen Kamera* schnell verfügbare und intuitiv interpretierbare Ergebnisse in der Messpraxis liefert. Neben den praxisrelevanten Ergebnissen der implementierten Erweiterungen werden zudem theoretische Ansätze aufgezeigt, mit denen man die Qualität und Effizienz von Beamforming-Verfahren weiter steigern kann und die Stoff für eine weiterführende Forschungsarbeit liefern.

Teil I

Theorie und Stand der Technik

Nachdem in der Einleitung ein grober geschichtlicher Abriss der Beamforming-Technologie gegeben und die Thematik für diese Arbeit im Kontext des automobilen Entwicklungsprozesses motiviert wurde, folgt nun im ersten Teil der Arbeit die Aufarbeitung der Theorie, die zum Verständnis der Problemstellungen und der Lösungsansätze nötig ist.

Da es sich bei der behandelten Thematik im Wesentlichen um gemessene Signale in einem akustischen System handelt, bilden die Grundlagen der Signal- und Systemtheorie ebenso wie die physikalischen Grundlagen der Akustik die Basis für den Themenkomplex der Schallquellenlokalisation. Darauf aufsetzend werden die wichtigsten Methoden und Verfahren zur Schallquellenortung vorgestellt, die bis zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit (Mai 2008) zum Stand der Technik gezählt werden können. Es betrifft neben den Nahfeldverfahren das Zeit- und Frequenzbereichs-Beamforming als Fernfeldverfahren mit ihren algorithmischen und Hardware-bezogenen Erweiterungen. Der zweite Teil befasst sich mit den in dieser Arbeit umgesetzten, erweiterten Algorithmen nebst simulierten und gemessenen Ergebnissen.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Signal- und systemtheoretische Grundlagen

Die folgenden Ausführungen sollen einen Blick über die wichtigsten Begriffe und Zusammenhänge in Bezug auf Signalarten sowie deren Analyse im Zeit- und Frequenzbereich geben. Sie stellen die Basis für die akustischen Anwendungen im Kontext der Schallortungsverfahren dar. Auf detaillierte Herleitungen der mathematischen Zusammenhänge ist in dieser Arbeit bewusst verzichtet worden. Sie sind in der einschlägigen Literatur erläutert. Insbesondere sei auf die Werke von [OPPENHEIM und SCHAFER 1989], [KRESS und IRMER 1989], [HESSELMANN 1992] und [VARY et al. 1998] verwiesen, auf die sich die geschilderten Grundlagen stützen.

2.1.1 Korrelationstheorie

In der Messpraxis hat man es im Allgemeinen mit Signalen zu tun, die nicht deterministisch, also nicht voraussagbarer Natur sind. Diese Tatsache zieht die Forderung nach sich, dass man stets genügend lange Messdauern gewährleisten muss, da nur über eine zeitliche Mittelung die stochastische Natur der gemessenen Signale gut zu erfassen ist. Um repräsentative Ergebnisse zu bekommen, ist weiterhin die Annahme eines stationären Verhaltens der Schallquelle(n) nötig. Gerade für das Frequenzbereichs-Beamforming spielen die Korrelationsfunktionen eine entscheidende Rolle. Die Manipulation der Kreuzspektralmatrix, in der die Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen den Mikrofonen zusammengefasst sind, ist die zentrale Technik der erweiterten Beamforming-Methoden. In Bezug auf die adaptiven Filter nimmt die Autokorrelationsmatrix eine wichtige Stellung ein. Die sog. 2. Momente der Signale (Mittelwerte, Korrelationsfunktionen) sollen nun etwas genauer betrachtet werden.

Stochastische Signale sind das Ergebnis (= Realisierung ρ) eines Zufallsexperimentes X . Die Beschreibung dieser zufälligen Signale erfolgt mit statistischen Größen. Die Gesamtheit aller Zufallsexperimente, sprich die Gesamtheit aller Realisierungen nennt man *Schar* oder *Ensemble*. Eine akustische Messung ist somit als Realisierung des stochastischen Prozesses zu deuten, die sich als Zeitfunktion $X(\rho_i, k)$ darstellt. Betrachtet man einen bestimmten Zeitpunkt k_j , erzeugt der stochastische Prozess eine Zufallsvariable $X(\rho, k_j)$, abhängig vom realisierten Ergebnis. Der stochastische Prozess ist also eine Zeitfolge von Zufallsvariablen. Die Zufallsvariablen werden durch die Verteilungsdichtefunktion beschrieben. Sie beschreibt, wie sich die Zufallsvariablen eines Zeitpunktes um einen Wert x im stochastischen Prozess verteilen. Die Ableitung der Wahrscheinlichkeitsfunktion $F(x, k)$ nach x ergibt die Dichtefunktion

$$p_X(x, k) = \frac{dF(x, k)}{dx}. \quad (2.1)$$

Beispiele für Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen sind die Normal-, Gauß-, Exponential-, Raleigh-, Binomial- und Poissonverteilung.

Wenn die Verteilungsdichten n -ter Ordnung zu allen Zeitpunkten k_n von allen Zufallsvariablen x_n bekannt ist, ist der stochastische Prozess vollständig beschrieben. In der Praxis ist dieser Sachverhalt nicht erfüllt. Man schränkt die Kenntnis über den gesamten Prozess ein, indem man dem stochastischen Prozess einen Erwartungswert (= 1. Moment) und Korrelationsfunktionen (= 2. Moment) zuordnet.

Der Erwartungswert ist der *Ensemblemittelwert* zu einem Zeitpunkt k und wird definiert als

$$E(X[k]) = \int_{-\infty}^{\infty} x p_X(x, k) dx. \quad (2.2)$$

Das 2. Moment eines stochastischen Prozesses sind die Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen. Sie bilden die Grundlage für die wichtige Kohärenzfunktion sowie zur allgemeinen Beur-

| | Amplitudenparameter | Leistungsparameter |
|------------------------|--|--|
| Lineare Mittelung | $m_1 = \overline{x(t)}$ Linearer Mittelwert | $m_1^2 = \overline{ x(t) ^2}$ Gleichleistung |
| Quadratische Mittelung | $x_{eff} = \sqrt{\overline{ x^2(t) }}$ Effektivwert | $m_2 = \overline{x^2(t)}$ quadratischer Mittelwert (= mittl. Leistung) |
| | $\sigma = \sqrt{\mu_2}$ Standardabweichung | $\mu_2 = \overline{[x(t) - \overline{x(t)}]^2}$ Varianz (=Wechselleistung) |

Tabelle 2.1: Mittelwerte

teilung von Messergebnissen, insbesondere in Bezug auf das Beamforming.

Stationarität und Ergodizität. Ein Prozess ist stationär, wenn seine Statistik nicht vom absoluten Zeitpunkt der Beobachtung abhängt. Man unterscheidet zwischen strenger und schwacher Stationarität. Die strenge Stationarität bezieht sich auf gleiche Verteilungsdichten einzelner Realisierungen; die schwache Stationarität setzt gleiche Erwartungswerte, Korrelationen und Kovarianzen voraus. Für die reale Messpraxis genügt es, mit der schwachen Stationarität zu arbeiten. Es fehlt noch der wichtige Begriff der Ergodizität; er besagt, dass *eine* Realisierung genügt, um den Prozess zu beschreiben. Die Ensemblemittelwerte entsprechen dann den Zeitmittelwerten. Die Statistik eines Prozesses kann durch eine realisierte Messung nur geschätzt werden. Die Schätzung ist umso besser, je länger die Messdauer, ergo je länger die Mittelungszeit ist. Mittelwerte können auf verschiedene Arten gebildet werden. Tabelle 2.1 fasst die wichtigsten zusammen.

Unter den gemachten Voraussetzungen der Stationarität und Ergodizität werden nun im Folgenden die Korrelationsgleichungen aufgestellt.

Autokorrelationsfunktion (AKF). Sie beschreibt die innere statistische Abhängigkeit eines Signals als Funktion einer zeitlichen Verschiebung und ist definiert als

$$\psi_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t) x(t + \tau) dt = \overline{x(t) x(t + \tau)}. \quad (2.3)$$

Eine Verschiebung $\tau = 0$ erzeugt in der Autokorrelation den *quadratischen Mittelwert* des Signals. Für $|\tau| \rightarrow \infty$ strebt ψ_{xx} gegen die Gleichleistung des Signals. Die **Autokovarianzfunktion** wird aus dem zentrierten Signal $x(t) - \overline{x(t)}$ gebildet. Die Gleichleistung nimmt dann

den Wert Null an.

Aperiodische Signale (z.B. einmalige Vorgänge) sind nicht stationär, weil der Zeitpunkt der Beobachtung genau dem Signalausschnitt entsprechen muss. Folglich wird auch kein Mittelwert definiert. Die AKF ergibt sich zu

$$\psi_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u(t + \tau) dt \quad (2.4)$$

Weiterhin muss das Signal $u(t)$ quadratisch integrierbar sein:

$$\psi_{uu}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)^2 dt < \infty \quad (2.5)$$

Signale, für die Gleichung 2.5 gilt, heißen *Energiesignale*. Signale, für die ein quadratischer Mittelwert angegeben werden kann, heißen *Leistungssignale*.

Spektrale Leistungsdichte. Die Fouriertransformierte der AKF ist die *spektrale Leistungsdichte*

$$\Psi_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{xx}(t) e^{j2\pi f t} dt . \quad (2.6)$$

(Wiener-Chincin-Theorem)

Das Integral über $\Psi_{xx}(f)$ ist die Gesamtleistung (= quadratischer Mittelwert = mittlere Leistung) des Signals. Die Gesamtleistung eines mittels Mikrofonen aufgezeichneten Schallsignals wird im Abschnitt 3.6.4 im Rahmen der erweiterten Beamforming-Methoden noch eine wichtige Rolle spielen. Dazu kann $\Psi_{xx}(f)$ auch als Grenzwert von Erwartungswerten auf T bezogener Amplitudendichte-Betragsquadrate für $T \rightarrow \infty$ dargestellt werden [KRESS und IRMER 1989]:

$$\Psi_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \right] \quad (2.7)$$

Spektrale Energiedichte. Die Fouriertransformierte der zuvor behandelten AKF *aperiodischer* determinierter Zeitfunktionen ist die *spektrale Energiedichte*

$$\Psi_{uu}(f) = |U(f)|^2 . \quad (2.8)$$

Für determinierte, aperiodische Signale gilt das *Theorem von Parseval* in der Form

$$\psi_{uu}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |U(f)|^2 df. \quad (2.9)$$

Vergleiche hierzu auch die Verwandtschaft zu den Betragsquadraten der spektralen *Leistungsdichte* in Gleichung 2.7.

Kreuzkorrelationsfunktion. Die Kreuzkorrelationsfunktion beschreibt die statistische Bindung zweier stochastischer Prozesse.

$$\psi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t + \tau). \quad (2.10)$$

Analog zur Autokovarianzfunktion ist die Kreuzkovarianzfunktion frei von den Gleichleistungen der beiden Signale x und y .

Unabhängigkeit. Zwei Zufallsvariablen sind X und Y unabhängig, wenn der Erwartungswert $E(X[k])$ (=Ensemblemittelwert) des Produktes gleich dem Produkt der Erwartungswerte der Einzelvariablen ist.

Unkorreliertheit. Zwei Zufallsvariablen sind unkorreliert, wenn die Kovarianzfunktion verschwindet:

$$\psi'_{xy}(\tau) = \psi_{xy}(\tau) - \overline{x(t)} \overline{y(t)} = 0 \quad (2.11)$$

Daraus folgt unmittelbar für die Kreuzkorrelierte zweier unkorrelierter, ergodischer Prozesse

$$\psi_{xy}(\tau) = \overline{x(t)} \overline{y(t)}. \quad (2.12)$$

Zwei stationäre, ergodische Prozesse sind demnach unkorreliert, wenn sich die Kreuzkorrelation aus dem Produkt der linearen Mittelwerte ergibt.

Orthogonalität. Die Forderung nach Orthogonalität geht noch weiter. Zwei stationäre, ergodische Prozesse sind orthogonal, wenn die Kreuzkorrelationsfunktion verschwindet. Orthogonalität und Unkorreliertheit sind identisch, wenn die Zufallsvariablen bzw. die Realisierungen mittelwertfrei sind. Erweiterte Beamforming-Verfahren sind in der Lage, unkorrelierte Quellen zu trennen. Die Verfahren stützen sich dabei auf die von den Quellen erzeugten "orthogonalen Schallfelder". Die gemessenen Signale lassen sich dann mit Hilfe von Matrizenoperationen in ihre unkorrelierten Anteile zerlegen (s. Abschnitt 3.6.3).

2.1.2 Kenngrößen von Systemen

Die Erläuterungen zur Korrelationstheorie von Signalen führen zu den wichtigen Begriffen der Systemtheorie. Jede Messung, mit welcher Art von Sensoren auch immer, untersucht im Endeffekt ein System. Das System kann z.B. ein Raum sein, eine elektronische Übertragungsstrecke oder ein Mikrofon mit einer frequenzabhängigen Richtwirkung. Adaptive Systeme bilden Übertragungsfunktionen nach, um z.B. Störgeräusche aus einem Gesamtsignal zu eliminieren. Ganz allgemein werden Eingangssignale vom System "gefiltert", d.h. in ihrer Frequenz und/ oder in ihrer Phase verschoben. Man spricht dann von komplexen Übertragungsfunktionen. Mit der Übertragungsfunktion und der Stoßantwort (oder Impulsantwort) als korrespondierende Fouriertransformierte kann ein Systemverhalten komplett beschrieben werden.

Stoßantwort und Übertragungsfunktion. Ein Signal $x(t)$ durchläuft ein System mit der Stoßantwort $h(t)$; am Ausgang entsteht das Signal $y(t)$:

$$y(t) = x(t) * h(t) \text{ bzw. } Y(f) = X(f) H(f) \quad (2.13)$$

Die Faltungsoperation im Zeitbereich

$$x(t) * h(t) = y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (2.14)$$

bildet sich im Frequenzbereich als Multiplikation ab. Zeit- und Frequenzfunktion sind über die Fouriertransformation miteinander verknüpft:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.15)$$

Die Bestimmung des Systemverhaltens bei stochastischen Signalen geschieht sinnvollerweise über die phasenlosen Leistungsspektren des Ein- und Ausgangssignals, da die Phase statistischen Schwankungen unterworfen ist und deshalb keine Rolle spielt. Die Leistungsübertragungsfunktion $|H(\omega)|^2$ ist der Quotient aus den Autoleistungsspektren Ψ_{xx} und Ψ_{yy} :

$$|H(\omega)|^2 = \frac{\Psi_{xx}}{\Psi_{yy}} \quad (2.16)$$

Die Leistungsübertragungsfunktion charakterisiert das System umso besser, je größer die Anzahl der spektralen Mittelungen ist.

Wie bereits beschrieben, geht die Kreuzleistungsdichte aus der Fouriertransformation der Kreuzkorrelierten zweier Signale hervor. Die Kreuzleistungsdichte kann auch aus den Fouriertransformierten der beteiligten Signale, also aus den Spektren $X(\omega)$ und $Y(\omega)$ des Ein- und Ausgangssignals gebildet werden:

$$\Psi_{xy} = X(\omega)Y^*(\omega) \quad (2.17)$$

$Y^*(\omega)$ ist das konjugiert-komplexe Spektrum von $y(t)$. Die Phasenbeziehungen gehen bei der Bildung des Leistungsspektrums dadurch verloren.

Der Unterschied zwischen Leistungs- und Leistungsdichtespektrum. Stochastische Signale besitzen ein kontinuierliches Spektrum. Die Fouriertransformation des abgestasteten Zufalls-signals liefert ein periodifiziertes Spektrum, das in den Grenzen $0 < f < \pi$ identisch mit dem originalen Spektrum ist. Man spricht in diesem Fall vom Leistungsdichtespektrum (Einheit z.B. V^2/Hz). Die DFT hingegen liefert diskrete Spektralwerte für einen zeitlimitierten Ausschnitt aus dem Originalsignal; es liegt dann das Leistungsspektrum (Einheit V^2) vor. Um auf das Leistungsdichtespektrum zu kommen, muss noch durch die Analysebandbreite, d.h. durch den Frequenzabstand zweier DFT-Komponenten dividiert werden.

Kohärenz. Die Kohärenzfunktion verknüpft die erläuterten Begriffen Kreuz- und Autoleistungsspektren von Ein- und Ausgangssignal und stellt eine wichtiges Werkzeug zur Charakterisierung von Systemen und deren beteiligten Signalen dar. Die Kohärenz γ^2 ist definiert als

$$\gamma^2(f) = \frac{|\Psi_{xy}(f)|^2}{\Psi_{xx}(f)\Psi_{yy}(f)}. \quad (2.18)$$

Analog zur Kreuzkorrelation gibt die Kohärenz die innere statistische und frequenzabhängige Bindung zwischen zwei Signalen an. Sie erlaubt eine Aussage über die Qualität eines Analyseergebnisses bei definierten Frequenzen, weil sie den auf das Eingangssignal bezogenen kohärenten Leistungsanteil vom Ausgangssignal bestimmt. Ein vom idealen Wert 1 abweichender Wert resultiert entweder aus einem nichtlinearen Systemverhalten, aus Störuschen oder aus zusätzlichen Signalen, die nicht erfasst wurden, aber mit zum Ausgangssignal des Systems beitragen.

In diesem Zusammenhang gibt die *multiple Kohärenz* an, wie hoch die innere statistische Bindung zwischen mehreren Eingangssignalen eines Systems und dessen Ausgangssignal ist [KUO und MORGAN 1996].

Ist es offensichtlich, dass es zur korrekten Bestimmung der Kohärenz einer *Laufzeitkompensation* zwischen den untersuchten Signalen bedarf. Liegen die Signale zeitlich nicht übereinander,

liefert die Kreuzkorrelationsberechnung die Werte zeitversetzt zu den Ergebnissen der Autokorrelierten. In der nachfolgenden Fouriertransformation und Division kommt es dann zu einer fehlerhaften Kohärenz.

Die Kohärenz wird noch eine wichtige Rolle bei den erweiterten Beamforming-Methoden spielen, wenn es darum geht, Messungen aus verschiedenen Zeitabschnitten zu vergleichen und ihre Reproduzierbarkeit zu beurteilen (s. Abschnitt 4.2.4). Auch für das korrekte Nachbilden einer Übertragungsfunktion im Kontext der adaptiven Filter ist eine hohe Kohärenz entscheidend, sagt sie doch aus, wie gut sich ein Signal aus einem anderen Signal schätzen lässt (s. Abschnitt 4.2.5).

2.1.3 Fouriertransformation und Spektralanalyse

Die Fouriertransformation stellt das grundlegende Werkzeug zur Behandlung von Signalen jeglicher Art dar. In dieser Arbeit geht es vorrangig um die Berechnung von *Wellenzahlspektren* aus mit Mikrofonen aufgezeichneten Ortsverläufen. Diese räumlichen Abtastsignale werden im Weiteren als Folgen $x(k)$ bezeichnet. Das über die Fouriertransformation berechnete Spektrum $X(k)$ besteht wie die Folge selbst aus diskreten Werten.

Die zur Spektralanalyse behandelten Aspekte bilden den Übergang zu den Filterbänken in Abschnitt 2.1.4. Diese werden später noch bei den erweiterten Beamforming-Methoden in Abschnitt 4.2.7 eine Rolle spielen.

2.1.3.1 Fouriertransformation

Allgemein lässt sich ein abgetastetes Signal $x(k)$ als Summe unendlich vieler sin- und cos-förmiger Schwingungen zusammensetzen. Wenn $x(k)$ in seiner Länge nicht begrenzt ist, wenn also die Periodendauer gegen Unendlich geht, hat das resultierende Spektrum einen in 2π periodischen und kontinuierlicher Verlauf. Der Abstand der spektralen Stützstellen wird infinitesimal klein, und die Periodizität ist durch das Abtasten an sich gegeben.

$$x(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega}) e^{jk\Omega} d\Omega \quad (2.19)$$

Es gilt allgemein $e^{jk\Omega} = \cos k\Omega + j \sin k\Omega$. Gl. 2.19 wird als "*inverse DFT* oder *IDFT*" bezeichnet und beschreibt die Synthese eines Signals aus Schwingungen mit den komplexen Amplituden $X(e^{j\Omega})$.

Die Umkehrung der Synthese-Gleichung 2.19 ergibt die Analyse einer einzelnen Frequenzkomponente in Gl. 2.20. Mit ihr werden die komplexen Amplituden der Einzelschwingungen berechnet. Die Fourieranalyse liefert also komplexe Spektralwerte, die den Betrag und die Phase einer Drehzeigerschwingung beschreiben. Diese Werte sind periodisch in 2π und werden unter Vernachlässigung des negativen Frequenzbereiches bis zur normierten Abtastfrequenz π berechnet.

$$\mathcal{F} \{x(k)\} = X(k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) e^{-jk\Omega} \quad (2.20)$$

Da das Signal bzw. die Folge als unendlich angenommen wurde, erfolgt die Summation in den Grenzen $k = -\infty \dots + \infty$.

Besitzen die Folgen eine endliche Länge M oder sind mit M periodisch, gilt die *diskrete Fouriertransformation*:

$$DFT \{x(k)\} = X_\mu = X(e^{j\mu\frac{2\pi}{M}}) = \sum_{k=0}^{M-1} x(k) e^{-j\mu k\frac{2\pi}{M}} \quad (2.21)$$

Die diskrete Fouriertransformation liefert diskrete Spektralwerte an den Stellen $\Omega_\mu = \mu\frac{2\pi}{M}$. Betrachtet man eine aperiodische Folge, die außerhalb der M Stützwerte nicht existiert, ist damit ein interpolierter, kontinuierlicher Verlauf des Spektrums erklärt. Setzt man eine periodische Folge der Länge M voraus, besteht das Spektrum ausschließlich aus den Spektralwerten an den Stellen Ω_μ . Die diskreten Spektralwerte sind periodisch mit der Abtastfrequenz bzw. mit der normierten Frequenz 2π .

Laplace- und z-Transformation. Signale, die innerhalb des Fourierintegrals nicht konvergieren - für die also die Fouriertransformierte nicht existiert - bedürfen einer mathematisch modifizierten Behandlung. Für analoge Signale ist die Laplace-Transformation das entsprechende Werkzeug. Sie ist als Fouriertransformierte einer exponentiell abklingenden Zeitfunktion interpretierbar [KRESS und IRMER 1989], die zudem nur in den Grenzen $0 < t < \infty$ betrachtet wird:

$$\mathcal{L} \{f(t)\} = F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt, \quad (2.22)$$

mit der komplexen Variablen $p = \sigma + j\omega$. Der Realteil σ ist die Dämpfung der exponentiellen Gewichtung, $j\omega$ stellt die Frequenzabhängigkeit dar. Beide Größen spannen eine zweidimensionale, komplexe Ebene auf. In dieser komplexen Ebene kann das Konvergenzverhalten der Transformierten illustriert werden, d.h. für welche Frequenzen die Transformierte endliche Werte annimmt und somit (laplace)transformierbar ist.

Die Annahme zeitdiskreter Werte führt im Integrationsbereich $0 < t < \infty$ zur *z-Transformation*. Natürlich gilt auch die z-Transformation für Signale, für die die Fouriertransformierte gemäß Gl. 2.20 nicht existiert. In Abwandlung von Gl. 2.20 lautet die z-Transformation:

$$\mathcal{Z} \{x(k)\} = X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) z^{-k}, \quad (2.23)$$

mit $z = e^{pt}$. In der z-Ebene liegt der sog. Einheitskreis. Die z-Transformierte konvergiert außerhalb des Einheitskreises. Die Punkte der z-Ebene, die auf dem Einheitskreis liegen, stellen wegen $z = e^{j\omega}$ die Fouriertransformierte des diskreten Signals dar:

$$\mathcal{Z} \{x(k)\}_{z=e^{j\Omega}} = \mathcal{F} \{x(k)\} = X(e^{j\Omega}) \quad (2.24)$$

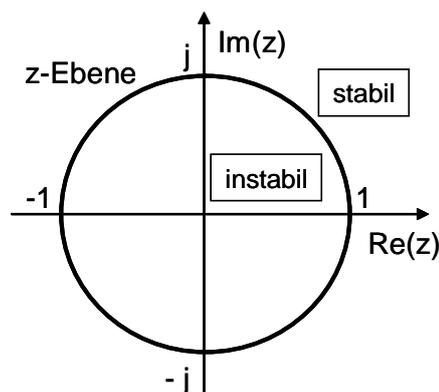


Abbildung 2.1: Einheitskreis in der z-Ebene: liegen die Polstellen der Übertragungsfunktion im Inneren des Einheitskreises, ist das Filter instabil; Stabilität herrscht außerhalb des Einheitskreises.

Es gibt noch eine Reihe weiterer Transformationen, die für bestimmte Anwendungsfälle besondere Vorteile aufweisen. So findet man die **Diskrete Cosinus-Transformation (DCT)** in der Audiocodierung oder der Bildverarbeitung; sie verwendet reelle Basisfunktionen. Die **Karhunen-Loève-Transformation (KLT)** verwendet die Eigenvektoren der Korrelationsmatrix als Basisfunktionen. Die KLT wird noch später in Abschnitt 3.6.3 "Extraktion von Quellmechanismen" und Abschnitt 4.2.5 "Adaptive Filter" erläutert.

2.1.3.2 Spektralanalyse

Die Bestimmung von spektralen Komponenten eines Signals ist eine wesentliche Aufgabe in vielen Bereichen der Signalverarbeitung. Auch zur Behandlung akustischer Spektren werden zuvor gemessene (Schalldruck-)Ortsverläufe mittels DFT in das Wellenzahlspektrum umgerechnet (siehe Abschnitt 4.1).

Mit der Messung einer spektralen Komponente möchte man die (komplexe) Amplitude einer Frequenzkomponente bestimmen. In der komplexen Zahlenebene ist dies die Länge des mit einer Nullphase behafteten Zeigers, der mit der Kreisfrequenz $\Omega_m = 2\pi f$ rotiert. Den Betrag des Zeigers ermittelt man durch eine Reihenschaltung aus Bandpassfilterung und Demodulation. Die Reihenfolge ist dabei vertauschbar. In der Digitaltechnik üblich ist die Reihenschaltung aus Demodulation und Bandpassfilterung. Die Demodulation mit $e^{-j\Omega_m}$ bewirkt eine Verschiebung der zu filternden Spektralkomponente in den Nullpunkt der Frequenzachse. Danach ist es die Aufgabe eines Tiefpassfilters, alle unerwünschten Komponenten abzutrennen (s. auch [VARY et al. 1998]). Die Flankensteilheit dieses "Prototyp-Tiefpasses" bestimmt die Güte der Frequenzselektivität.

Allgemein kann nach Fourier ein Signal $x(k)$ aus der Summe von unendlich vielen Drehzeigerschwingungen mit einer komplexen Amplitude aufgefasst werden:

$$x(k) = \sum_{\Omega=0}^{\infty} X(\Omega) e^{j\Omega k}. \quad (2.25)$$

Mit dem Verschiebungssatz der Fouriertransformation

$$x(k) e^{j\Omega_0 k} = \mathcal{F} \left\{ X(e^{j(\Omega - \Omega_0)}) \right\} \quad (2.26)$$

ergibt die komplexe Demodulation *einer* spektralen Komponente und die Filterung mit dem Tiefpass $h(k)$ das Ausgangssignal $y(k)$ der Spektralfilterung. Das Ausgangssignal $y(k)$ ist ein Bandpass mit den komplexen Amplituden an den Stellen $\Omega_m \kappa$:

$$y(k) = \sum_{\kappa=-\infty}^{+\infty} (x(\kappa) h(k - \kappa)) e^{-j\Omega_m \kappa} \quad (2.27)$$

Das Fenster $h(k - \kappa)$ blendet das Signal von k ab in die Vergangenheit aus. Mit wachsendem k , also mit gleitendem Fenster, erzeugt die Fouriertransformierte dieses gewichteten Signalfensters eine gleitende Kurzzeit-Spektralanalyse und liefert am Bandpassausgang Ω_m , in Abhängigkeit des Signalindex k , die komplexe Amplitude an der Stelle $X(\Omega_m)$. Die komplexen Amplituden an allen spektralen Stützstellen erzeugen dann das Gesamtspektrum, und zwar für die Position des Fensters an der Stelle k . Dieses von k abhängige Spektrum bezeichnet man als *Kurzzeitspektrum*. Es ändert sich mit jeder Verschiebung des Fensters um κ .

Taktreduktion. Das durch die Spektralanalyse erzeugte Bandpasssignal entspricht im Frequenzbereich der Faltung aus Signal- und Fensterspektrum. Es entsteht also ein mit 2π periodisiertes, kontinuierliches Spektrum, das je nach Durchlassbereich und Sperrdämpfung des Prototyp-Tiefpasses Überlappungen aufweisen kann. Hat das Fensterspektrum eine hohe Selektivität, kann das Ausgangssignal und damit auch das Eingangssignal unter bestimmten Voraussetzungen unterabgetastet werden. Zur Gestalt verschiedener Fensterspektren siehe auch Bild 2.2 in Abschnitt 2.1.3.3 "Fensterung". Für Bandpasssignale gelten allgemein folgende Bedingungen: $U(f) \equiv 0$ für $|f| \geq f_g$ und $|f| \leq f_u$, mit

$$f_m = (f_u + f_g)/2 \quad \text{und} \quad (2.28)$$

$$\Delta f = f_g - f_u. \quad (2.29)$$

Unter der Bedingung, dass das Band nicht zu breit sein darf, dass also $f_u \geq f_g/2$ gilt, sind für diese Signale Abtastfrequenzen f_p erlaubt, bei denen auch für $f_p < 2f_g$ keine spektralen Überlappungen auftreten. Für die erlaubten Abtastfrequenzen muss gelten:

$$2\Delta f \leq \frac{2f_m + \Delta f}{k + 1} \leq f_p \leq \frac{2f_m - \Delta f}{k}, \quad (2.30)$$

($k \geq 0$, ganz).

Für Schmalbandsignale mit kleiner relativer Bandbreite ($\Delta f/f_m \ll 1$) strebt f_p gegen die Mindestabtastfrequenz $2\Delta f$. [KRESS und IRMER 1989]

Der maximale Unterabtastungsfaktor beträgt $r_{max} = \frac{2\pi}{\Delta\Omega}$.

Durchlassbereiche (Bandbreiten) von verschiedenen Fenstertypen. Fenstertypen wie das Rechteck-, Hanning- oder Hammingfenster (um nur einige zu nennen) weisen unterschiedliche Merkmale hinsichtlich Durchlassbereich und Sperrdämpfung auf. Im folgenden Abschnitt 2.1.3.3 wird die Fensterung und ihre Bedeutung für die Gestaltung von Spektren behandelt.

2.1.3.3 Fensterung

Die Fouriertransformation eines Signals ist immer mit einer Fensterung des Signals verbunden. Analysiert man Zeit- oder Ortsverläufe, so kann dies stets nur in einem begrenzten zeitlichen oder örtlichen Signalausschnitt erfolgen. Man beobachtet den Vorgang also durch ein begrenztes *Fenster*, innerhalb dessen das Signal weiter analysiert wird. Führt man die diskrete Fouriertransformation (DFT) durch, so ist es Voraussetzung anzunehmen, dass das Signal periodisch mit der Fensterlänge fortgesetzt ist, denn nur dann bildet sich ein diskretes Spektrum aus.

Für die Transformation von Signalen in den Frequenz- bzw. Wellenzahlbereich soll nun angenommen werden, dass das Signal aus einer *endlichen* Folge von diskreten Werten besteht. Dies können zeitliche oder räumliche Abtastwerte sein. Endliche, diskrete Folgen (einmalige Vorgänge) haben ein kontinuierliches, periodifiziertes Spektrum, während die mit der Fensterlänge periodisierte Folge $X_P(m)$ aus diskreten Werten $X(e^{j\Omega})$ des kontinuierlichen (und periodifizierten) Spektrums X besteht:

$$X_P(m) = X(e^{j2\pi m/N}) = X(e^{j\Omega}) \quad (2.31)$$

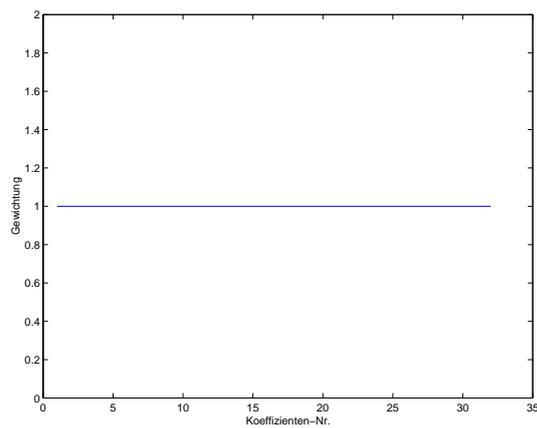
Die Annahme *endlicher*, diskreter Abtastvorgänge führt stets zu einer annähernd kontinuierlichen Darstellung des (Wellenzahl-)Spektrums. Dieser Zusammenhang ist auch aus der Fouriertransformation bekannt: der Übergang von der diskreten *Fouriersumme* zum *Fourierintegral* erklärt sich dadurch, dass man eine Fensterbreite $T \rightarrow \infty$ wählt. Ein größeres Analysefenster führt zu einer höheren spektralen Auflösung und damit zu einem immer dichteren spektralen Verlauf.

Einfluss des Fensters im Spektralbereich. Der Einfluss des Fensters im Spektralbereich zeigt sich in der Faltung des Signalspektrums mit dem Fensterspektrum:

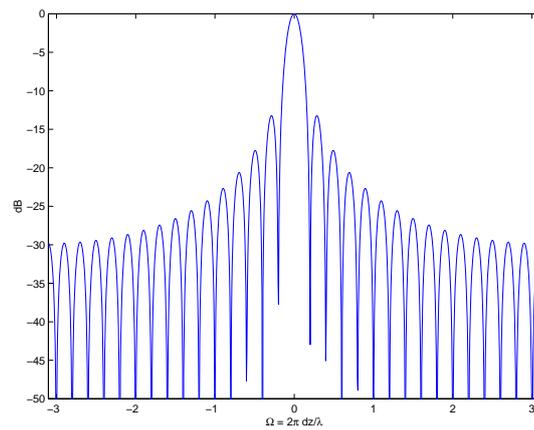
$$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2\pi} \int X(e^{j\nu})G(e^{j(\Omega-\nu)})d\nu \quad (2.32)$$

Bild 2.2 zeigt die Gewichtungsfunktionen und Spektren des Rechteck-, Hanning- und Hamming-Fensters bis zur Nyquistgrenze.

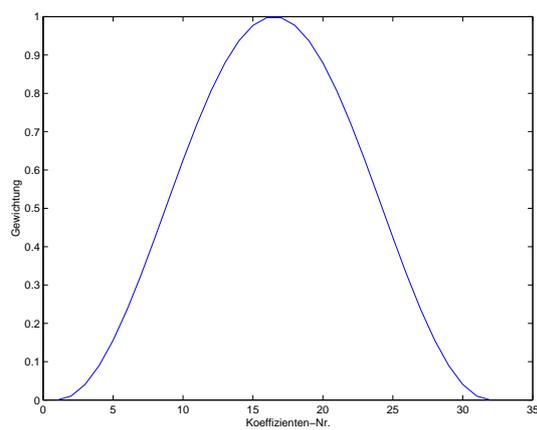
Interpretation des Fensterspektrums: Im (Zeit-)Frequenzbereich interessiert nur der Bereich von 0 bis π (Frequenzbereich bis zur Nyquistfrequenz, negative Frequenzen kommen physikalisch nicht vor). Interpretiert man das Spektrum als Ortsfrequenz-Verlauf, ist die Angabe von $-\pi$ bis π äquivalent zur Winkelangabe -90° bis 90° . In diesem Fall ist also auch der negative Teil des Spektrums von Interesse. Die Faltung des Signalspektrums mit dem Fensterspektrum lässt sich einfach anhand einer monofrequenten Welle veranschaulichen. Bei der Faltung verschiebt sich das Fensterspektrum an die Stelle der monofrequenten Signalkomponente. Als Ergebnisspektrum erhält man also ein durch das Fensterspektrum "verschmiertes" und verschobenes Si-



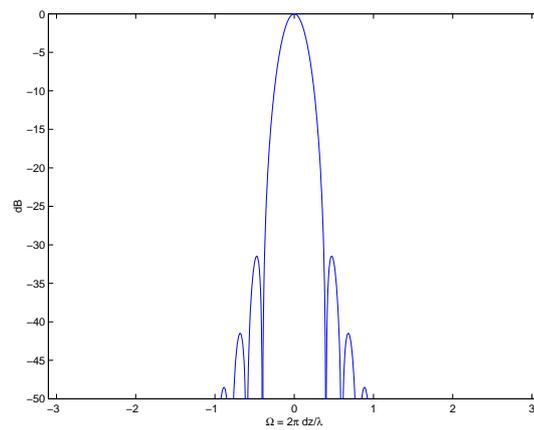
(a) Rechteck-Fenster



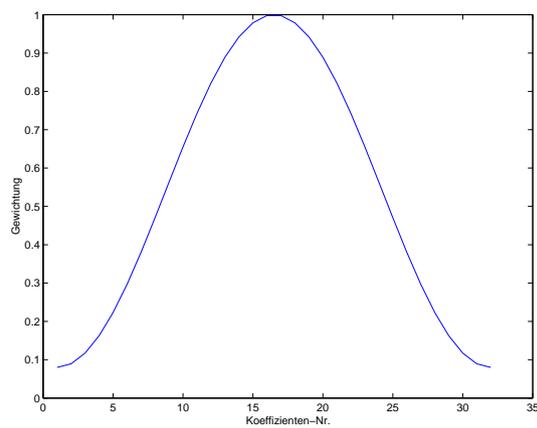
(b) Spektrum d. Rechteck-Fensters



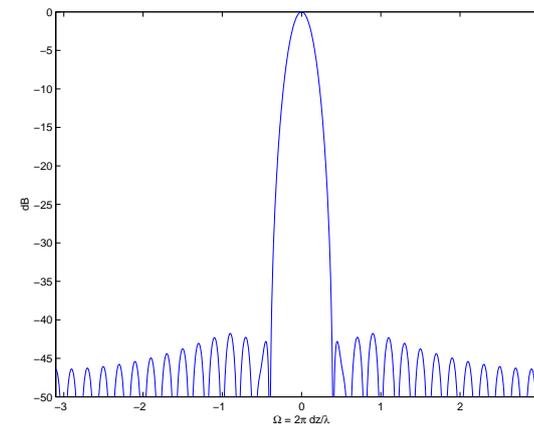
(c) Hanning-Fenster



(d) Spektrum d. Hanning-Fensters



(e) Hamming-Fenster



(f) Hamming-Fenster

Abbildung 2.2: Amplitudenspektren mit jeweils 32 Koeffizienten; das Verhältnis von Sensorabstand dz zu Wellenlänge λ beträgt 0.5 (Nyquistgrenze, $|\Omega_{max}| = \pi$).

gnalspektrum. Trägt man das Spektrum im Richtdiagramm über dem Winkel auf, lässt sich aus der Lage des Maximums auf den Einfallswinkel der Welle schließen. Die obere Frequenzgrenze wird dann durch den Einfallswinkel von 90° bestimmt (streifender Einfall); hier liegt für das Array die kürzeste Wellenlänge vor. Bei allen anderen Einfallswinkeln wird für das Array die Spurwellenlänge sichtbar. Nähere Ausführungen hierzu finden sich im Abschnitt 2.2.2.3.

Gestaltung des Fensters. Ein ideales Fenster würde wenig spektrale Verschmierungen zur Folge haben; es würde sich also einem Dirac-Stoß annähern. Dies würde aber gleichzeitig bedeuten, dass das Zeit- bzw. Ortsfenster sehr groß sein müsste. Eine Forderung, die in Realität nicht zu erfüllen ist. Um die Verfälschungen nach der spektralen Faltung (in der angelsächsischen Literatur auch als "spectral leakage" bezeichnet) möglichst klein zu halten, bedarf es einer Optimierung des Zeit- bzw. Ortsfensters. Die Optimierung läuft grundsätzlich darauf hinaus, das spektrale Maximum (Hauptkeule) möglichst schmal zu halten und die Nebenmaxima (Seitenkeulen) zu bedämpfen. Die Gestalt des Fensterspektrums sagt also aus, wie gut Signal-komponenten voneinander getrennt werden können und ob schwächere Komponenten von den Nebenmaxima verdeckt werden und somit noch zu erfassen sind. Je nach dem, ob eher eine gute Auflösung (schmale Hauptkeule) oder stark unterdrückte Nebenkeulen erwünscht sind, muss das Fenster entsprechend gewichtet werden. In Bild 2.2 kann man erkennen, dass die Hann-Folge und Hamming-Gewichtung eine viel bessere Nebenkeulenunterdrückung erzeugen als das Rechteck-Fenster, allerdings auf Kosten der Hauptkeulenbreite, sprich der spektralen Auflösung.

Die Konstruktion der Hann-Gewichtung (auch "squared cosine" genannt) und der Hamming-Folge (auch "raised cosine" genannt) erfolgt nach der Vorschrift:

$$w(n) = \epsilon_1 + \epsilon_2 \cos\left(n \frac{\pi}{M-1}\right), \quad (2.33)$$

mit $\epsilon_1 = 0.54$ und $\epsilon_2 = -0.46$ für das Hamming-Fenster und $\epsilon_1 = 0.5$ und $\epsilon_2 = -0.5$ für das Hann-Fenster [VARY et al. 1998].

Eine im gewissen Sinne optimale Gewichtungsfolge, die *Dolph-Chebyshev*-Gewichtung, wird in Abschnitt 2.2.4 im Zusammenhang mit der Richtwirkung von Mikrofonanordnungen noch genauer besprochen.

2.1.4 Filterbänke

Zur Abdeckung eines breiten Frequenzbandes ist es notwendig, eine Vielzahl von spektralen Werten zu berechnen. Hierfür eignen sich *Filterbänke*, die aus einer parallelen Anordnung von M Bandpässen mit ihren jeweils zugeordneten Bandmittenfrequenzen f_M bestehen [VARY et al. 1998]. Je mehr Bandpässe verwendet werden, desto besser wird die Frequenzauflösung.

Auf Basis der in Abschnitt 2.1.3 behandelten Analogie zwischen einer gefensterten Fouriertransformierten und einer Bandpassrealisierung lassen sich nun Filterbänke aufbauen, die an ihren Ausgängen Kurzzeitspektren erzeugen.

Bild 2.2(a), (b) und (c) zeigen allgemein Spektren verschiedener Fenstertypen, die auch als Kurzzeitspektren zu interpretieren sind. An jedem Bandpasskanal Ω_m der Filterbank entsteht solch ein Kurzzeitspektrum. Für die Stelle bzw. Bandpasskanal $\Omega_m = \pi/2$ zeigen Bild (d), (e) und (f) die verschobenen Fensterspektren. Der Bandpasskanal $\Omega_m = \pi/2$ entspricht der Filterung einer Spektralkomponente mit $f = f_{Nyq}/2$. Die Verschiebung des Fensters um k erzeugt das neue, ebenfalls um k verschobene Kurzzeitspektrum des zu $\Omega_m = \frac{2\pi}{M}\mu(k+1)$ gehörenden Bandpasses (s. Bild 2.4). Der Zusammenhang ist durch den Verschiebungssatz der Fouriertransformation gegeben:

$$u(t - t_0) = U(f) e^{j2\pi t_0 f} \quad (2.34)$$

Eine zeitliche Verschiebung bewirkt im Frequenzbereich durch den Faktor $e^{j2\pi t_0 f}$ eine Phasenverschiebung des Spektrums. Die Phasenverschiebung ist proportional zur Frequenz f ; es handelt sich also um eine *lineare Phasenverschiebung* mit konstanter Gruppenlaufzeit. Die Systemoperation "lineare Phasenverschiebung" (= konstante Gruppenlaufzeit) bedeutet für das Spektrum eine reine Verschiebung auf der Frequenzachse. Nicht-linearphasige Systeme bezeichnet man auch als dispersiv; sie bewirken neben einer zeitlichen Verschiebung zusätzlich eine spektrale Verzerrung.

2.1.4.1 DFT-Filterbank

Der Algorithmus der *Diskreten Fouriertransformation* (DFT) bzw. der effizienten *Fast Fourier Transformation* (FFT) kann wie in Abschnitt 2.1.3 direkt auf das Signal angewendet werden, oder aber in einer Filterbankstruktur implementiert sein. Bild 2.3 zeigt die DFT als Filterbankrealisierung.

Im Takt des gleitenden Fensters - in der Filterbank gleitet streng genommen das Signal im Abtasttakt über das Fenster - werden Kurzzeitspektren für die jeweiligen Bandmittenfrequenzen berechnet. Die Werte des Signals sind bis zum Index k in der Speicherkette abgelegt, werden mit der Fensterfunktion gewichtet und den Eingängen des DFT-Blocks zugeführt. Die Länge L des Speichers ist gleich der Fensterlänge des gewichteten Signals.

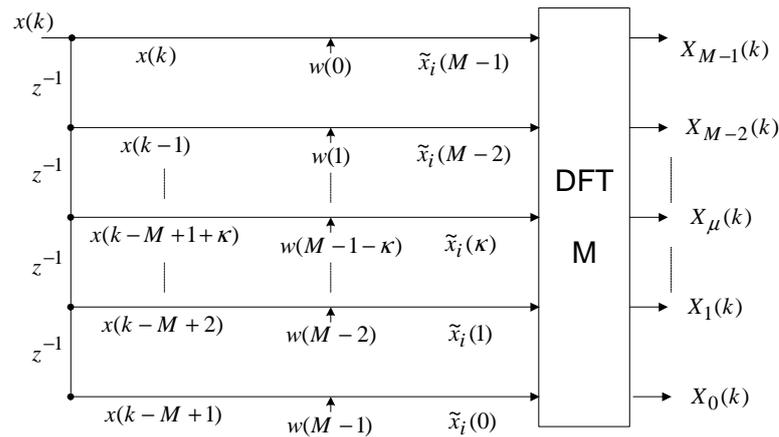


Abbildung 2.3: DFT-Filterbank nach [VARY et al. 1998]

Während Gl. 2.27 die Berechnung *einer* Frequenzkomponente des Kurzzeitspektrums durchführt, liefert Gl. 2.35 jeweils ein Kurzzeitspektrum an *jedem* Filterbankausgang $X(\Omega_m)$:

$$X_\mu(k) = \left(\sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} x(\kappa) h(k-\kappa) e^{-j\mu \frac{2\pi}{M} \kappa} \right) e^{j\mu \frac{2\pi}{M} (k+1)} \quad (2.35)$$

Der resultierende Gesamt-Frequenzgang ist als Überlagerung von verschobenen Tiefpässen zu deuten. Bild 2.4 illustriert die Überlagerung des um jeweils $\Delta\Omega = \pi/6$ verschobenen Prototyp-Tiefpasses an 7 Bandpassausgängen. Man erkennt, dass die Rechteck-Gewichtung einen schmaleren Durchlassbereich besitzt, dies aber auf Kosten der Flankensteilheit geht. Die hohe Flankensteilheit erkaufte man sich beim Hann-Fenster mit einer breiteren Hauptkeule. Dies führt zu einer schlechteren Frequenzselektivität.

Der *unverschobene* Tiefpass realisiert als Integrierglied einen Mittelwert über alle gefensternten Ausschnitte des Signals, da es wegen $\mu = 0$ (keine relative Verschiebung zwischen Signal und Fenster) lediglich zu einer Aufsummierung der einzelnen Kurzzeitspektren *ohne* Verschiebung kommt:

$$X_0(k) = \sum_{\kappa=-\infty}^{+\infty} x(\kappa) h(k-\kappa) \quad (2.36)$$

Taktreduktion. Die parallele Berechnung mehrerer Filterbankausgänge führt zwangsweise zu spektralen Überlappungen durch den verschobenen Tiefpass-Filter, wie in Bild 2.4 zu sehen. Im Gegensatz zu breitbandigen Signalen dürfen Bandpasssignale unterabgetastet werden,

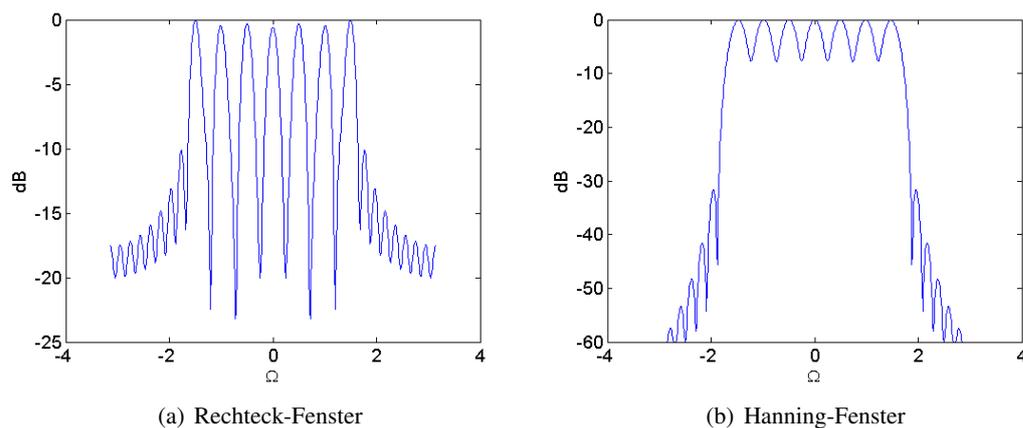


Abbildung 2.4: Überlappende Filterbankausgänge im Abstand $\pi/6$: der Gesamtfrequenzgang ist das Resultat einer additiven Überlagerung von Fenstertypen. Man beachte die deutlich höhere Nebenkeulendämpfung der Hann-Gewichtung (unterschiedliche dB-Skalen), allerdings auf Kosten einer breiteren Hauptkeule. Die Kanäle einer Filterbank sollten möglichst wenig überlappen, also eine hohe Trennschärfe der einzelnen Spektralkomponenten aufweisen.

ohne dass es zu spektralen Überlappungen kommt (s. Abschnitt 2.1.3). Die Höhe des Unterabtastungsfaktors richtet sich auch nach dem wirksamen Fenster. Je größer dieses ist, desto steilflankiger werden die Filter. Steile Filterflanken erlauben einen hohen Unterabtastungsfaktor. Auf Basis definierter Durchlassbereiche ergeben sich zulässige Unterabtastungsfaktoren r . Tabelle 2.2 zeigt die Werte für verschiedene Fenstertypen.

| Fenstertyp | Rechteck | Hanning | Hamming |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|
| Durchlassbereiche | $2(2\pi/M)$ | $4(2\pi/M)$ | $4(2\pi/M)$ |
| Unterabtastung | $M/2$ | $M/4$ | $M/4$ |

Tabelle 2.2: Fenstertypen, Durchlassbereiche und zulässige Unterabtastungsfaktoren [VARY et al. 1998]

2.1.4.2 Filterbankstrukturen

Die Verwendung einer Filterbank nach Bild 2.3 macht deutlich, dass man nur durch die Wahl der Fensterkoeffizienten Einfluss auf die zu berechnenden Spektralwerte hat. Möchte man stattdessen eine freie Gestaltung der entstehenden Bandpässe erreichen, legt man in die Filterzweige komplette "Sub-Filter", die die Eigenschaften des entsprechenden Kanals festlegen. Solche Filter können im Allgemeinen als FIR-Filter implementiert sein.

Weiterhin gibt es rekursive Filter oder (Brücken-)Wellendigitalfilter. Der Filterausgang der in Bild 2.5 gezeigten Ausführung berechnet sich aus

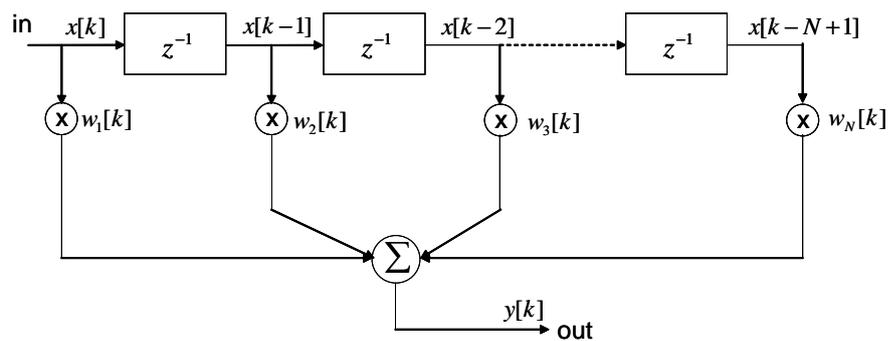


Abbildung 2.5: Nicht-rekursives Filter (FIR-Filter) in 2. kanonischer Form

$$H(z) = \sum_{k=0}^n \alpha_{n-k} z^{-k} . \quad (2.37)$$

Symmetrische Filterkoeffizienten erzeugen linearphasige Filter. Gerade diese Eigenschaft macht die FIR-Filterstruktur zu einer sehr verbreiteten Form für Anwendungen digitaler Filter. In Abschnitt 4.2.5 wird diese Struktur zur Realisierung eines *adaptiven* Filters verwendet.

Baumstrukturen und Quadratur-Spiegelfilter (QMF). Bevor im nächsten Abschnitt auf die *Polyphasenfilterbank* eingegangen wird, soll diskutiert werden, wie sich aus der phasenrichtigen Überlagerung von Allpassfiltern gewünschte Frequenzgänge (z.B. die eines Hoch- und Tiefpasses) ergeben. Das Prinzip dieser mehrphasigen Überlagerung führt dann zur Polyphasenfilterbank. Die Darstellung von Hoch- und Tiefpass gelingt auf Basis der Struktur des FIR-Filters (2. kanonische Form, Bild 2.5). Die beiden Teilfilter werden spiegelbildlich aufgebaut und unterscheiden sich nur im Vorzeichen jedes zweiten Koeffizienten. Der Ausgang des Tiefpassfilters entsteht durch Summation der Teilfrequenzgänge, der Ausgang des Hochpassfilters durch die Differenz. Die Teilfilter können als Allpässe aufgefasst werden, die sich in ihrer Phase unterscheiden; es handelt sich damit im allgemeinen Sinn schon um eine *"Polyphasen"*-Struktur. Mit der Forderung nach Leistungskomplementarität bezeichnet man das Filterpaar aus Hoch- und Tiefpass als *Quadratur-Spiegelfilter (QMF)* [VARY et al. 1998]. Die Zerlegung in 2 Filterzweige hat zur Folge, dass nun mit dem Faktor 2 unterabtastet werden darf. Eine weitere Verzweigung der Teilzweige führt zu einer Baumstruktur. Durch die entstehenden Taktreduzierungen können sehr effiziente Filterstrukturen aufgebaut werden.

2.1.4.3 Polyphasenfilterbank

In Anlehnung an die DFT-Filterbank stellt die *Polyphasenfilterbank* in Bild 4.59 eine sehr effiziente Filterbank dar, die höhere Unterabtastungsfaktoren ($r_{max} = M$) für die erzeugten Bandpasssignale am Filterbankausgang ermöglicht. Möglich wird dies durch eine Fensterlänge, die

größer ist als die Anzahl der Filterbankausgänge. Durch das größere Fenster entstehen Bandpässe mit höherer Flankensteilheit.

Wie in Abschnitt 4.2.7 noch genauer erläutert wird, entsprechen die Teilsummationen in den einzelnen Filterzweigen unterabgetasteten Teilimpulsantworten, die sich von Zweig zu Zweig in ihrer Phase unterscheiden, daher der Name "*Polyphase*".¹ Im erwähnten Abschnitt wird die Übertragbarkeit der DFT- und der Polyphasenfilterbank-Struktur auf den Ortsbereich diskutiert.

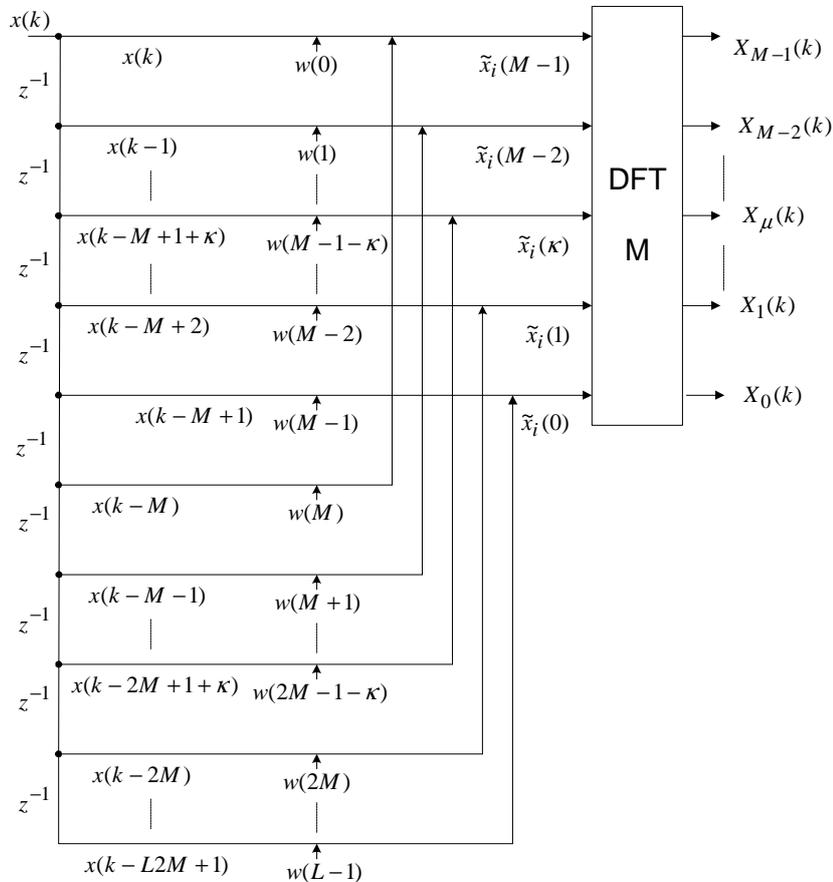


Abbildung 2.6: Polyphasenfilterbank nach [VARY et al. 1998]

¹Der Begriff "Polyphasenfilterbank" wird für die spezielle Form einer verallgemeinerten DFT-Filterbank verwendet, obgleich die mehrphasige Überlagerung von Allpassfiltern ebenfalls eine Polyphasen-Struktur darstellt.

2.2 Akustische Grundlagen

Die Abhandlung der akustischen Grundlagen erfolgt in der für diese Arbeit nötigen Ausführlichkeit. Neben den grundlegenden physikalischen und mathematischen Zusammenhängen der Schallfeldgrößen und der Wellenausbreitung interessiert vor allem der "Mechanismus" der Schallabstrahlung. Die Kenntnis über das akustische Verhalten von abstrahlenden Körpern ("structure-born sound") bzw. aeroakustischen Quellen ("air-born sound") ist die Voraussetzung für die korrekte Interpretation der Ergebnisse von Schallquellenlokalisations-Verfahren.

2.2.1 Der Schall

Unter dem Begriff Schall versteht man mechanische Schwingungen in elastischen Medien. Eine Kraft bewegt die Mediumteilchen aus ihrer Ruhelage, um die die Teilchen dann periodisch schwingen und dabei ihre Energie in Form einer Welle an die benachbarten Mediumteilchen weitergeben. Schall kann sich in Flüssigkeiten, Festkörpern und Gasen ausbreiten. In der akustischen Messtechnik, und damit auch in dieser Arbeit, ist vornehmlich das Medium Luft von Interesse. Sie transportiert die Energie eines Schallereignisses zum Ohr bzw. zum Mikrofon. Dieser Energietransport äußert sich in einer wellenförmigen Ausbreitung von Luftdichteschwankungen, also von Über- und Unterdruck, die sich zeitlich und örtlich auszugleichen versuchen.

Luftschall und Körperschall. Technisch relevant und für diese Arbeit von Interesse ist primär der Luftschall. Luftschall kann direkt, z.B. durch Verwirbelungen oder andere aeroakustische Phänomene entstehen oder aber von einem schwingenden Festkörper angeregt werden. Während die Schallausbreitung in Luft in Longitudinalwellen erfolgt, können beim Körperschall zusätzlich Teilchenbewegungen als Transversalwellen *quer* zur Ausbreitungsrichtung auftreten. Als gemischte Wellenform sind vor allem BiegeWellen (überwiegend transversal) bei Platten von technischem Interesse. Die in Platten frequenzabhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen (dispersive Schallausbreitung) wird in Abschnitt "Schallabstrahlung von ebenen Flächen" noch eine wichtige Rolle spielen.

2.2.1.1 Schallfeldgrößen

Im Schallfeld, z.B. in Luft, kommt es bei Anregung zu einer Veränderung der Ruhelage der Mediumteilchen; sie werden ausgelenkt und erzeugen so örtlich und zeitlich verteilte Dichte- und Druckschwankungen. Die Periodendauer der Anregung bestimmt die zeitliche Verteilung an einem festen Ort; zu einem festen Zeitpunkt wird durch die Anregungsfrequenz die Wellenlänge über den Ort festgelegt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle über den Ort ist die *Schallgeschwindigkeit c*; sie ist in Luft frequenzunabhängig, hängt aber allgemein von der Dichte eines Mediums ab; je höher die Dichte, desto größer die Schallgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit

der Teilchenauslenkung wird als *Schallschnelle* bezeichnet. Die genannten Wechselgrößen überlagern sich stets einem vorhandenen "statischen" Gleichanteil.

Schalldruck. Der Schalldruck ist dem atmosphärischen Druck überlagert. Der Wertebereich des hörbaren Wechseldrucks erstreckt sich von ca. 10^{-5} (0 dB) bis 20 N/m^2 (120 dB). Im Vergleich zum atmosphärischen Druck von ca. 10^5 N/m^2 sind diese Druckänderungen sehr klein. Der Schalldruck steht mit der Wechseldichte über den *Adiabatexponenten* in unmittelbarem Zusammenhang. Er sagt u.a. aus, dass die Schallausbreitung in Luft ohne Wärmeausgleich stattfindet; sie verläuft *adiabatisch*. Für Schalldruckberechnungen kommen die Pegelgesetze zur Anwendung. Der Pegel in [dB] berechnet sich aus dem logarithmierten Verhältnis der Effektivwerte des Schalldrucks. Bei der Pegeladdition von N Quellen muss deshalb immer mit den Schalldruckquadraten bzw. den Leistungsgrößen gerechnet werden:

$$L_{ges} = 10 \lg \sum_{n=1}^N \left(\frac{\tilde{p}_n}{\tilde{p}_0} \right)^2 \quad (2.38)$$

Schallschnelle. Die Schallschnelle ist die Geschwindigkeit, mit der die Mediumteilchen um ihre Ruhelage schwingen. Sie erreicht ihr Maximum an den Stellen, an denen die Auslenkung ξ pro Zeiteinheit am größten ist. Es gilt

$$v = \frac{d\xi}{dt}. \quad (2.39)$$

Je nach Art des Schallfeldes stehen Druck und Schnelle in einer bestimmten Phasenbeziehung zueinander. So sind z.B. bei ebenen, fortschreitenden Wellen beide Größen in Phase; bei stehenden Wellen in einer Rohrleitung sind sie zueinander um 90° phasenverschoben, wenn die Rohrenden geschlossen sind. Die Schallschnelle ist im Vergleich zur Schallgeschwindigkeit wesentlich kleiner. Sie beträgt an der Hörschwelle eines 1 kHz-Tones gerade einmal $5 \cdot 10^{-8}$ m/s.

Im Zusammenhang mit der Schallschnelle ist noch der **Schallfluss** Q zu nennen:

$$Q = \int_S v dS. \quad (2.40)$$

Er ist das Produkt aus Schallschnelle und durchströmter Fläche, wenn die Fläche klein gegen die Wellenlänge ist und überall gleiche Schnelle herrscht. Für eine Kugeloberfläche ergibt sich der Schallfluss folglich zu $4\pi r^2 v_r$.

Schallintensität und Schalleistung. Ebenso wie der Schalldruck und die Schallschnelle lässt sich die Energie im Schallfeld als sich ausbreitende Welle beschreiben, die sich sowohl zeitlich

als auch örtlich periodisch ändert. Die pro Zeiteinheit durch ein Flächenelement hindurchtretende Schallenergie bezeichnet man als **Schallintensität** I [W/m^2]. Im ebenen Schallfeld ist sie das Produkt aus Schalldruck und Schallschnelle (jeweils Effektivwerte):

$$I = \tilde{p} \cdot \tilde{v} = \frac{\tilde{p}^2}{Z_0}. \quad (2.41)$$

Die **Schalleistung** P (Einheit: Watt) ist die Energie, die pro Zeiteinheit durch eine beliebig große, senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehenden Fläche S hindurchtritt. Sie ist also ein Maß für eine Quelle, die Schall abhängig von ihrer Richtcharakteristik abstrahlt. Die Integration über eine die Quelle umhüllende Fläche liefert dann die Schalleistung der Quelle:

$$P = I \cdot S. \quad (2.42)$$

Der Quotient aus Schallintensität und Schallgeschwindigkeit ergibt die **Schalldichte**. Sie ist ein zeitlicher Mittelwert der Energie pro Volumeneinheit.

Schallkennimpedanz. Die Schallkennimpedanz Z_0 ist eine charakteristische Größe des Ausbreitungsmediums. Für Luft errechnet sie sich aus dem Quotienten von Druck und Schnelle im ebenen Wellenfeld bzw. aus der Ruhedichte $\bar{\rho}$ und der Ausbreitungsgeschwindigkeit c :

$$Z_0 = \frac{\tilde{p}}{\tilde{v}} = \bar{\rho} c \quad (2.43)$$

Sie liegt in Luft bei ca. 410 N s/m^3 .

Anders als beim ebenen Wellenfeld ist beim **Kugelschallfeld** die Schallimpedanz Z_K komplex; man spricht auch von spezifischer Schallimpedanz. Da sich ebene Welle und Kugelwelle aus dem Abstand zur Quelle ergeben, spielt die Nah- und Fernfeldbetrachtung hier eine Rolle.

Die **akustische Impedanz** (Einheit: W/m^5) gibt das Verhältnis von Schalldruck zu Schallfluss an.

Schallgeschwindigkeit. Die Schallgeschwindigkeit c berechnet sich nach Umformen der Boyle-Mariotte-Gleichung aus

$$c = \sqrt{\kappa \frac{R}{M_{mol}} T_0}, \quad (2.44)$$

mit κ als Adiabatenexponenten, $R=8.314 \text{ Nm/K}$, M_{mol} als molare Masse und T_0 als absolute Temperatur. Bei 20° Celsius in Luft beträgt $c = 343 \text{ m/s}$ ($1234,8 \text{ km/h}$).

Ferner ist c^2 der Proportionalitätsfaktor zwischen dem Schalldruck und der Wechseldichte in Flüssigkeiten und Gasen (s. Gleichung 2.46).

2.2.1.2 Schallausbreitung

Aus den behandelten Schallfeldgrößen soll nun die Ausbreitung des Schalls im Medium Luft mathematisch beschrieben werden. Zur detaillierten Herleitung der Gleichungen sei ergänzend auf [CREMER und MÖSER 2003] verwiesen.

Herleitung Wellengleichung:

Die Schallfeldgleichungen werden über die hydrodynamischen Grundgleichungen und die thermodynamischen Zustandsgleichungen hergeleitet. Für die adiabatische Schallausbreitung gilt

$$pV^\kappa = \text{const}, \quad (2.45)$$

sodass für kleine Druckänderungen kleine Dichteänderungen folgen:

$$\Delta p = c^2 \Delta \rho \quad (2.46)$$

Mit dem Quadrat der Schallgeschwindigkeit als Proportionalitätsfaktor ist Gleichung 2.46 eine erste Gesetzmäßigkeit, mit der die Ausbreitung von Schall beschrieben werden kann.

Die Verformung von Luftelementen äußert sich in Änderungen der Dichte. Aus der Auslenkung der Mediumteilchen über einer örtlichen Strecke (Dehnung=Dilatation) ergibt sich die Schalldichte:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = -d\xi(x)/dx \quad (2.47)$$

Mit der zweifachen Ableitung nach der Zeit und Druck $p = \rho/c^2$ sowie Schnelle $v = \frac{d^2\xi}{dt^2}$ erhält man das **Kompressionsgesetz** (=Kontinuitätsgleichung):

$$\text{div } \vec{v} = -\frac{1}{E} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.48)$$

$E = \rho c^2$ ist der Elastizitätsmodul für Gase.

Die auf die Mediumteilchen wirkenden Federkräfte führen zu beschleunigten Bewegungen der Teilchen. Analog zu Newtons Trägheitsgesetz für beschleunigte Massen lässt sich das **Trägheitsgesetz der Akustik** wie folgt formulieren:

$$-\text{grad } p = \rho \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.49)$$

Das Trägheitsgesetz (=Eulersche Bewegungsgleichung) und das Kompressionsgesetz (=Kontinuitätsgleichung) stellen mathematisch die zeitliche und örtliche Abhängigkeit der Schallfeldgrößen dar, deren grundsätzliche Gestalt für alle Arten von Wellenausbreitungen in einem Medium (z.B. elektromagnetische Wellen im freien Raum oder akustische Wellen in Flüssigkeiten, Festkörpern und Gasen) gilt. Sie beschreibt ferner die gegenseitige Abhängigkeit zweier komplementärer Energiespeicher für potentielle und kinetische Energie. Im elektromagnetischen Feld ist dies die periodische Wechselbeziehung zwischen *elektrischer* und *magnetischer Feldstärke*; für das Schallfeld werden die Größen *Schalldruck* und *Schallschnelle* in Beziehung gesetzt.

Die beiden Grundgleichungen bilden die Basis für die Beschreibung einer wellenförmigen Ausbreitung. Durch Gleichsetzen beider Gleichungen erhält man mit dem *Laplace*'schen Differentialoperator Δ die Wellengleichung:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.50)$$

Wichtig zu erwähnen ist, dass das Schallfeld durch eine skalare Ortsfunktion des Schalldrucks vollständig beschrieben ist. Die vektorielle Komponente des Schallfelds \vec{v} ist durch den Gradienten der skalaren Ortsfunktion gegeben. Deshalb lässt sich aus der Druckdifferenz auch die Schnelle errechnen (s. "Schallintensitäts-Messtechnik" in Abschnitt 3.2).

Die Wellengleichung sagt aus, wie sich eine zeitliche Änderung der Schallschnelle an einem bestimmten Anregungsort auf die örtliche Änderung des Schalldrucks auswirkt, und umgekehrt. Umformuliert lässt sich die Wellengleichung für zeitliche Vorgänge schreiben, die nur aus einer Frequenz bestehen. Setzt man dann noch $k = \omega/c$, ergibt sich die **Helmholtz-Gleichung** als homogene Differentialgleichung 2. Ordnung².

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_0^2 p = 0 \quad (2.51)$$

Diese Schwingungsgleichung wird durch die komplexwertige Exponentialfunktion $e^{j\omega t}$ gelöst. Somit sind auch die periodischen Funktionen $\sin x$ und $\cos x$ als Real- und Imaginärteil Lösungen der Schwingungsgleichung.

Die allgemeine Lösung der Wellengleichung für eine in x-Richtung fortschreitende ebene Welle lautet für einen zeitlich sinusförmigen Schalldruckverlauf:

$$p(t, x) = \hat{p}_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \phi \right] = \hat{p}_0 \cos(\omega t - kx + \phi) \quad (2.52)$$

Für den Fall einer zusätzlich reflektierten, ebenen Welle (stehende Welle) nimmt die Lösung der Wellengleichung folgende Form an:

²Homogene Differentialgleichungen stehen im Gegensatz zu inhomogenen für Schwingungen, die keinen äußeren Kräften ausgesetzt sind, also für freie Schwingungen.

$$p(t, x) = \hat{p}_1 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \phi \right] + \hat{p}_2 \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) + \phi \right] \quad (2.53)$$

Diese Lösung der Wellengleichung beschreibt also den Orts-Zeitverlauf einer ebenen Welle im Schallfeld. Zu einem bestimmten Zeitpunkt lässt sich dessen örtlicher Verlauf bestimmen, an einem bestimmten Ort der zeitliche Verlauf. Mit der Wellenzahl $k = \omega/c$ ergibt sich

$$\Re \{ p(x, k, t) \} = \hat{p}_0 \cos(\omega t - kx) = \Re \left\{ p_0 e^{-jkx} e^{j\omega t} \right\}. \quad (2.54)$$

Der Orts-Zeitverlauf des Schalldrucks einer fortschreitenden, ebenen Welle lautet in komplexer Form:

$$\underline{p}(x, k) = \hat{p}_0 e^{j(\omega t - kx)} \quad (2.55)$$

Die Betrachtung von ebenen Wellen wird für die Berechnung von Wellenzahlspektren noch eine wesentliche Rolle spielen. Da hierfür lediglich die Ortsverläufe des Schalldrucks relevant sind, entfällt die Zeitabhängigkeit, und die in x-Richtung fortschreitende, ebene Welle kann in allgemein gültiger Form mit

$$p(x, k) = p_0(k) e^{-jkx} \quad (2.56)$$

notiert werden.

Kugelwelle. Die Wellengleichung einer Kugelwelle ist eine lineare, homogene Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + k^2 p = 0, \quad (2.57)$$

mit der Lösung

$$\underline{p}(r, t) = \hat{p}_a \frac{r_a}{r} e^{j(\omega t - kr)}. \quad (2.58)$$

Die Beschreibung erfolgt in Kugelkoordinaten (r =Radius, ϕ =Azimuth, ϑ =Elevation). Bei der Kugelwelle nimmt die Druckamplitude p mit $1/r$ ab.

2.2.2 Schallabstrahlung

In Abschnitt 2.2 wurden die relevanten Schallfeldgrößen des Mediums *Luft* bestimmt und die Wellengleichungen des Schallfeldes aufgestellt. In diesem Kapitel soll nun die Abstrahlung von Quellen in das Medium beschrieben werden. Die Grundlagen finden sich in ausführlicher Form u.a. in [CREMER und MÖSER 2003], [ZOLLNER und ZWICKER 1984], [VEITH 2000].

2.2.2.1 Strahlungsimpedanz im Kugelschallfeld

Von Abstrahlung spricht man, wenn Schwingungen von einem Medium in ein anderes, i.A. Luft, übergehen. Der Ort der Abstrahlung ist die Quelle, das empfangende Medium die Senke. Die Abstrahlung kann dabei in ungestörtes oder gestörtes Schallfeld erfolgen. Die Abstrahlung in ein ungestörtes Freifeld bedeutet die Anpassung an die Schallkennimpedanz Z_0 der Luft. Befindet sich reflektierte Energie im Schallfeld, ändert sich je nach Phasenlage der reflektierten Welle die Impedanz der Senke. In jedem Fall belastet die Schallsenke die Quelle und entzieht ihr dabei Energie. In welchem Maße dies geschieht, hängt von der **Strahlungsimpedanz** Z_r ab. Sie ist der Widerstand, den die Luft der Quelle entgegensetzt und den die Quelle überwinden muss, um wirksam Schall abzustrahlen. In großen Entfernungen zur Quelle nähert sich die Strahlungsimpedanz der (reellen) Schallkennimpedanz Z_0 . In der Nähe der Quellenoberfläche ist die Strahlungsimpedanz das Produkt aus spezifischer Schallimpedanz $Z_s [Ns/m]$ des erzeugten Schallfeldes (z.B. Kugelschallfeld, s. Abschnitt 2.2) und Strahleroberfläche S :

$$Z_r = Z_s S \quad (2.59)$$

Analog zur Anpassung einer Quelle an einen Verbraucher in einem elektrischen Stromkreis handelt es sich um einen komplexen Widerstand mit Wirkanteil r_W und Blindanteil $j\omega m_s$.

$$Z_r = r_W + j\omega m_s \quad (2.60)$$

r_W ist der Strahlungswiderstand (reeller Wirkwiderstand); $j\omega m_s$ bezeichnet den Blindwiderstand der mitschwingenden Mediummasse, mit der die Oberfläche belegt ist. Die abgestrahlte Schalleistung P_a wird vom Wirkwiderstand r_W bestimmt und ist zudem das Produkt aus Schallintensität I und durchströmter Fläche S :

$$P_a = v^2 r_W = I S \quad (2.61)$$

Bei niedrigen Frequenzen wird die mitschwingende Mediummasse ohne Wirkleistung unkomprimiert hin- und hergeschoben; sie stellt den Blindanteil dar.

Zu großen Entfernungen von der Quelle und hohen Frequenzen nähert sich die spezifische Impedanz Z_K immer mehr der Schallkennimpedanz Z_0 an. Im Nahfeld dagegen bestimmt das

Verhältnis aus Entfernung r und Wellenlänge λ die *komplexe* Impedanz. Für einen Kugelstrahler 0. Ordnung berechnet sich der komplexe *Strahlungswiderstand* aus

$$Z_{rK} = Z_0 \cdot \frac{j kr/\lambda}{1 + j kr/\lambda}, \quad (2.62)$$

mit $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ als Wellenzahl.

Die Ortskurve der Kugelwellenimpedanz beschreibt einen Halbkreis. Im mechanischen Ersatzschaltbild wird eine Masse über einen Reibwiderstand bewegt. Der Reibwiderstand W und die Masse m ergeben sich aus

$$W = Z_0 4\pi r^2 \quad \text{und} \quad (2.63)$$

$$m = \rho 4\pi r^3. \quad (2.64)$$

Zur Schallabstrahlung muss die Kugelquelle die über den Widerstand W angekoppelte Luftmasse m zwischen r und $1.58r$ mitbewegen [ZOLLNER und ZWICKER 1984]. Je träger die Luftmasse (bei hoher Frequenz und/oder großer Kugel), desto mehr Leistung nimmt der Wirkwiderstand auf und desto besser wird die Abstrahlung. Die Mediummasse m_s wird dabei komprimiert, und der Blindanteil verschwindet.

Bei tiefen Frequenzen und kleinem Radius bewegt sich die Luftmasse mit, sie nimmt Blindleistung auf, und die wirksame Schallabstrahlung nimmt ab. Für $kr = 1$ sind Wirk- und Blindanteil gleich; die Phasenverschiebung zwischen Druck und Schnelle beträgt 45° .

Für die Praxis hat die Unterscheidung zwischen dem frequenzabhängigen Nah- und Fernfeld eine wesentliche Bedeutung. So besteht zwischen einer Schalldruckmessung im Nahfeldbereich, z.B. bei $r \leq \lambda$, und der dort herrschenden akustischen Leistung bzw. Energie im Schallfeld *kein* proportionaler Zusammenhang: die Strahlungsimpedanz ist hier komplex. Aufgrund der kr -abhängigen Impedanz nimmt im Nahfeld die Schnelle mit $1/r^2$ ab, der Schalldruck aber nur mit $1/r$. Es kommt zu einer Phasenverschiebung zwischen Druck und Schnelle. Die Phasenverschiebung lässt sich anhand der Kugelwellen-Ortskurve ablesen. Das Vorhandensein von *Blindleistung* führt dazu, dass aus dem gemessenen Schalldruck (genauer: der zeitlich gemittelte Effektivwert der periodischen Schwingung am betrachteten Ort) keine Aussage über die tatsächliche Schalleistung im Fernfeld der Quelle getroffen werden kann. Letztendlich interessiert bei akustischen Messungen die Wirkung im Fernfeld. Zur Ermittlung der Schallintensität bzw. Leistung aus dem Schalldruck muss $Z = Z_0 = \rho c$ gelten, d.h. die Leistungsmessung muss im großen Abstand zur Quelle erfolgen.

Ein Maß für die Abstrahlung ist der Abstrahlgrad $\sigma = P/P_z$. Er bezeichnet das Verhältnis von abgestrahlter Wirkleistung zur Leistung, die an die Schallkennimpedanz abgestrahlt würde. Die Abstrahlung erreicht also mit der Anpassung an die Schallkennimpedanz ihr Maximum. Ein anschauliches Beispiel ist die Tonerzeugung und -abstrahlung einer Trompete. Zu hohen Frequenzen nähert sich die Strahlungsimpedanz immer mehr Z_0 ; dabei fällt es dem Spieler aber

immer schwerer, den Ton zu "halten", da die reflektierte Energie, auf die sich seine Lippen synchronisieren, abnimmt. Tiefe Töne sprechen dagegen stets gut an, weil viel Energie zurück ins Instrument (gleichphasig) reflektiert wird. Liegt Z_S über Z_0 , z.B. bei Wandreflexionen, werden die Wellen gegenphasig reflektiert. Für Flächen, die klein gegen die abgestrahlte Wellenlänge sind, ist $\sigma < 1$; für große Abmessungen nähert sich σ dem Wert 1. Tiefe Frequenzen werden also von kleinen Flächen schlecht abgestrahlt.

Ein wesentliches Merkmal der Abstrahlung ist die Richtcharakteristik. Idealisierte Quellen, die klein gegen die Wellenlänge sind, werden als Punkt- bzw. Kugelquellen mit omnidirektionaler Charakteristik modelliert; reale Strahlertypen (Membranen, Platten etc.), die räumlich ausgedehnt sind, weisen im Allgemeinen eine frequenzabhängige Richtcharakteristik auf.

Schallfelder inkohärenter Quellen können superponiert werden, bei kohärenten Quellen muss die akustische Kopplung berücksichtigt werden [ZOLLNER und ZWICKER 1984].

2.2.2.2 Punktquelle und Volumenquelle

Im vorherigen Abschnitt wurden bereits die Gleichungen der ebenen Welle und Kugelwelle hergeleitet. Ebenso wurden die damit zusammenhängende Strahlungsimpedanz der Quelle und ihre Abhängigkeiten von Frequenz, Oberfläche und Radius (=Entfernung von der Quelle) erklärt. Es sollen nun die beschreibenden Größen der Quellen selbst erläutert werden.

Punktquelle. Die Punktquelle ist eine ungerichtete Schallquelle, die sich im Zentrum von Kugelflächen befindet. Die Leistung P einer Kugelschallquelle berechnet sich aus der gemessenen Intensität und der durchströmten Fläche, die für eine Kugelfläche mit $S = 4\pi r^2$ angegeben werden kann.

$$P = p v S = \frac{p^2}{\rho c} 4\pi r^2 \quad (2.65)$$

Mit doppeltem Abstand sinkt der Schalldruckpegel um 6 dB.

Volumenquelle. In Gleichung 2.58 wurde die Formel zur Berechnung des Schalldrucks in einem Kugelschallfeld aufgestellt. Die Druckamplitude kann nun aus der Oberflächenschnelle einer "atmenden" Kugel berechnet werden. Der Schalldruck ergibt sich zu

$$p = j\omega \rho Q \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \quad (2.66)$$

$Q = \int v dS$ ist der Schallfluss und beschreibt die Quelle mit der Schnelle v auf einer Fläche $S = 4\pi r^2$. Äquivalent ist die Darstellung als **Kirchhoff-Helmholtz-Integral**:

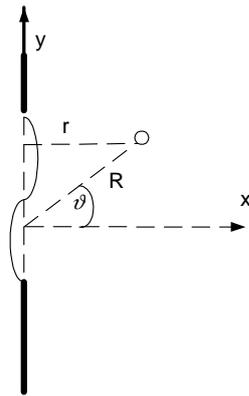


Abbildung 2.7: Berechnung des Schalldrucks im 2-dimensionalen Raum

$$p(\omega, r) = \frac{1}{4\pi} \oint j\omega \rho v \frac{e^{-jk_0 r}}{r} dS \quad (2.67)$$

2.2.2.3 Abstrahlung von Flächen

In der Akustik trifft man häufig auf das Problem einer schwingenden Fläche, die Schall abstrahlt. Die Berechnung des Schallfeldes bzw. des Schalldrucks an bestimmten Raumpunkten nach Anregung einer biegesteifen Oberfläche erfolgt durch das **Raleigh-Integral**. Zu dessen Herleitung wird im Folgenden gezeigt, dass sich die Richtcharakteristik einer strahlenden Flächen aus der fouriertransformierten Schnelleverteilung auf der Fläche ergibt. Ferner erklärt sich im Zuge der Herleitung auch das Prinzip der *Koinzidenz* von abstrahlenden Flächen bzw. das grundlegende Prinzip der Richtungsordnung mit Mikrofonarrays (s. auch [MÖSER 1988]).

Der Einfachheit halber wird der 2-dimensionale Fall betrachtet: eine schwingende Fläche, die eine Schnelleverteilung in y-Richtung (Biegequelle) aufweist, strahlt Schall ab, der sich in x-Richtung ausbreitet (s. Bild 2.7).

Koinzidenz. Aus der Helmholtz-Wellengleichung ergibt sich die Lösung in x-Richtung als ebene Welle. Da die schwingende Fläche eine Schnelleverteilung in y-Richtung aufweist, überlagert sich diese Lösung räumlich noch zusätzlich in y-Richtung mit dem Schnelle-Anregungssignal der Fläche. Dieses kann wiederum als eine Fouriersumme überlagerter Einzelschwingungen interpretiert werden. Mit diesen Überlegungen berechnet sich der Schalldruck an einem Punkt im Schallfeld wie folgt:

$$p(x, k) = \frac{1}{2\pi} \int P(x, k) e^{jk_0 y} dk \quad (2.68)$$

Eine bereits beschriebene Lösung der Wellengleichung bei einer bestimmten Frequenz ist die ebene Welle in der allgemeinen Form $p e^{-jk_r x}$. Da man es aber mit 2 Raumrichtungen zu tun hat, in denen unterschiedlichen Medien schwingen (Fläche als Biegeschwinger, Luft als Longitudinalwelle), muss man auch 2 unterschiedliche Wellenzahlen $k = 2\pi/\lambda$ berücksichtigen.

Die Wellengleichung für 2 Wellenzahlen lautet:

$$\frac{\partial^2 P(x, k)}{\partial x^2} + (k_0^2 - k^2) P(x, k) = 0 \quad (2.69)$$

Die möglichen Lösungen für den Schalldruck einer Frequenz in x-Richtung sind:

$$P(x, k) = P_0(k) e^{\pm j k_r x} \quad (2.70)$$

Für k_r gibt es nun 2 Möglichkeiten, je nach dem, welche Wellenzahl größer ist. $k_r = \sqrt{|k_0^2 - k^2|}$ gilt für $k_0^2 > k^2$, $k_r = -j\sqrt{|k^2 - k_0^2|}$ für $k^2 > k_0^2$.

Unter Berücksichtigung des negativen Vorzeichens (exponentiell abklingende Wellenanteile) ergibt $P(x, k)$ eingesetzt in Gleichung 2.68:

$$p(x, k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_0(k) e^{-j k_r x} e^{j k y} dk \quad (2.71)$$

Diese Gleichung beinhaltet das **Prinzip der Koinzidenz**. Es beschreibt die Spuranpassung einer von der Fläche wegeilenden Welle mit der Welle auf der schwingenden Fläche. Grundsätzlich unterscheiden sich die beiden Wellenlängen, da auf der biege steifen Fläche die Schallausbreitung dispersiv erfolgt, d.h. die Ausbreitungsgeschwindigkeit - und damit auch die Wellenlänge - ist im Gegensatz zur Luftschwingung frequenzabhängig. Bei einer bestimmten Frequenz, der *Koinzidenzgrenzfrequenz* f_{KG} , sind die Wellenlängen beider Medien gleich. Unterhalb von f_{KG} sind die Biegewellen kurzwelliger als die Luftwellen, darüber langwelliger. Das Prinzip der Koinzidenz (Spuranpassung) sagt nun aus, dass die Wellenlänge auf der strahlende Fläche gleich ist mit der Spurwellenlänge der abgestrahlten Welle. Die Spurwellenlänge entsteht beim geraden Schnitt der Fläche durch das Wellenmuster der abgestrahlten Welle (Bild 2.8).

Aus der Geometrie in Bild 2.8 wird ersichtlich, dass eine Abstrahlung einer Welle nur im Winkelbereich $0 \leq \vartheta \leq \pm 90^\circ$ zur Flächennormalen möglich ist. Die 90° -Abstrahlung entspricht dabei der y-Richtung parallel zur Fläche und liegt vor, wenn Biegewelle und Luftschallwelle dieselbe Länge haben, also bei der Koinzidenzgrenzfrequenz. Zu höheren Frequenzen wird der Flächenstrahler langwellig. Die Abstrahlung erfolgt hier unter einem Winkel $\vartheta < 90^\circ$, da gemäß der Spuranpassung die Luftschallwelle erst im schrägen Schnitt die größere Wellenlänge des Strahlers aufweist. Kurzwellige Strahler strahlen dagegen nichts ab; hier kommt es lediglich zu einer kompressionslosen Massenbewegung im sog. hydrodynamischen Nahfeld. Unter

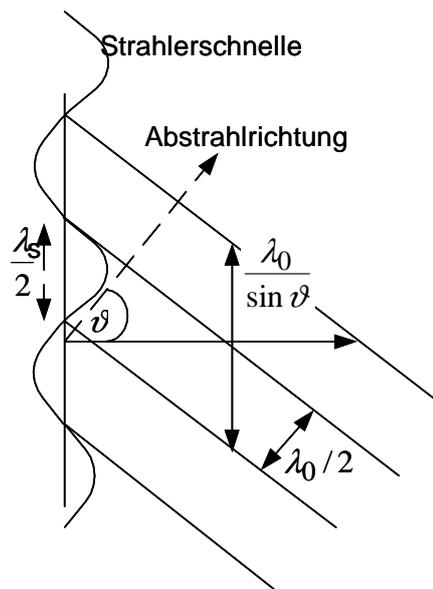


Abbildung 2.8: Prinzip der Koinzidenz zwischen Biege- und abgestrahlter Schallwelle

einem Abstrahlwinkel muss die Strahlerwellenlänge also immer größer sein als die abgestrahlte Wellenlänge.

Die Spurwellenlänge λ_S (=Strahlerwellenlänge) berechnet sich aus der Luftschallwellenlänge λ_0 und dem Abstrahlwinkel ϑ :

$$\lambda_S = \frac{\lambda_0}{\sin \vartheta} \quad (2.72)$$

Die Koinzidenzgrenzfrequenz ist abhängig vom Material, den Abmessungen der Fläche und der damit zusammenhängenden Biegesteifigkeit.

Mit der gegebenen Schnelle $V(k)$ auf der Oberfläche des Strahlers und der Schallkennimpedanz ρc findet man für den Schalldruck $p(x, k)$ aus Gleichung 2.68:

$$p(x, k) = \frac{\omega \rho}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V(k)}{k_r} e^{-jk_r x} e^{jk_y y} dk \quad (2.73)$$

Unter Verwendung der Hankelfunktion $H_0^{(2)}$ (2. Art, Ordnung 0) als Rücktransformierte von $e^{-jk_r x} e^{jk_y y} / k_r$ und des Faltungssatzes lässt sich diese Gleichung umschreiben in

$$p(x, y) = \frac{\omega \rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} v(y_q) H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{x^2 + (y - y_q)^2}) dy_q. \quad (2.74)$$

Gleichung 2.74 beschreibt die Superposition von Elementarquellen und ist gleichbedeutend mit der Zerlegung einer schwingenden Fläche in viele Teilvolumenquellen. Berücksichtigt man zusätzlich, dass es zu Reflexionen an der Fläche selbst kommt, und setzt man voraus, dass jedes Volumenelement der gleichen Totalreflexion ausgesetzt ist (d.h. es liegt eine unendlich ausgedehnte Schallwand vor), wird der Schalldruck in einem Raumpunkt durch das **Raleigh-Integral**³ beschrieben:

$$p(x, y, z) = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v(x, y) \frac{e^{-jkr}}{r} dx dy \quad (2.75)$$

Bei Strahlern *ohne* Schallwand gilt das Integral auch, wenn die Abmessungen der Fläche groß zur Wellenlänge sind. Bei tiefen Frequenzen tritt ein akustischer Kurzschluss auf, und das Raleigh-Integral liefert falsche Aussagen.

Der Schalldruck im Fernfeld ist durch die fouriertransformierte Schnelle auf der Strahleroberfläche gegeben.

Kolbenmembran (konphas schwingende Platte). Solange die Quelle klein gegen die Wellenlänge ist, kann man von einer kugelförmigen Abstrahlcharakteristik sprechen. In der Praxis ist dieser Fall jedoch nur selten gegeben. Bereits im mittleren Hörbereich treten Wellenlängen von wenigen Zentimetern auf, die den Abmessungen der Quelle sehr nahe kommen bzw. unterschreiten. Die Folge ist eine gerichtete Abstrahlung, die frequenz- und winkelabhängig den Schall abstrahlt. Ein einfaches und aussagekräftiges Modell ist die konphas schwingende Platte, die als Modell für Lautsprechermembranen oder ganz allgemein für Grenzflächen gilt, bei denen die Mediumteilchen konphas hin- und herschwingen.

Für große Entfernungen $r > a$ (a = Plattendurchmesser) strahlt eine konphas schwingende Kolbenmembran eine rotationssymmetrische Halbkugelwelle ab, bei der der Schalldruck vom Winkel abhängt. Je nach Frequenz ist die Richtcharakteristik mit ihrer Haupt- und Nebenkeule mehr oder weniger stark ausgeprägt. Die Grenze zwischen ungerichteter und gerichteter Abstrahlung liegt bei $ka = 1 \dots 2$. Die Ortskurve der Strahlungsimpedanz ähnelt der der Kugelwelle.

Die Richtcharakteristik lässt sich nur im Fernfeld sinnvoll messen, da sich mit zunehmendem Abstand diese nicht mehr ändert. Im Nahfeld tauchen Schalldruckminima auf, die sich im Fernfeld wieder ändern. Als Beispiel für eine mit Schnelle belegte Fläche ist die konphas schwingende Platte ein anschauliches Beispiel. Auch bei ihr gilt: die frequenzabhängige Richtwirkung ist als fouriertransformierte Schnelleverteilung zu interpretieren.

Nah- und Fernfeld. Wie bereits angeklungen, ist es entscheidend, die Richtwirkung nur im Fernfeld zu messen. Im Nahfeld einer Quelle, z.B. bei der Kolbenmembran, ist nicht nur der

³Zur detaillierten Herleitung s. [CREMER und MÖSER 2003].

Schalldruckpegel abstandsabhängig, sondern auch die Nebenkeulenstruktur. Es werden 3 Bedingungen erläutert, unter denen ein Raumpunkt sich im Fernfeld einer Quelle befindet [CREMER und MÖSER 2003]. Die Quelle kann dabei beliebiger Natur sein.

Die erste Bedingung ist, dass alle Sensoren eines Arrays bzw. alle Elemente eines Strahlers dem gleichen entfernungsabhängigen Amplitudenabfall unterliegen. Das bedeutet bezogen auf eine Lautsprecherzeile, dass der Abstand R zur Quelle größer sein muss als die Ausdehnung l der Quelle, die ja aus vielen Teilquellen bestehen kann. Für das Array heißt es, dass alle Mikrofone den gleichen Abstand R zu einer Quelle haben sollten, ergo der Abstand der Quelle sollte mindestens dem Array-Durchmesser D entsprechen:

$$R \gg D \text{ bzw. } R \gg l \quad (2.76)$$

Die zweite Bedingung bezieht sich auf die betrachtete Frequenz und damit auf die Phase der Welle. Setzt man

$$l/\lambda \ll R/l \quad (2.77)$$

voraus, gilt bis zu einer bestimmten oberen Grenzfrequenz f_o das Fernfeld im Sinne einer sich nicht mehr ändernden Amplitude. Darüber wird der Einfluss der Phase spürbar, sodass die Amplitude im Abstand R nicht mehr konstant bleibt. Für die Anwendung des Mikrofon-Arrays im Beamforming sind es gerade diese Phasenunterschiede, die ein selektives Schwenken ermöglichen. Diese Bedingung ist also nur für einen Strahler sinnvoll zu formulieren, der in einem bestimmten Abstand keine winkelabhängigen Amplitudeneinbrüche verursachen soll. Für das Beamforming sind es gerade die unteren Frequenzbereiche, die problematisch sind, da die geringen Phasenunterschiede eine schlechte Ortsselektivität zur Folge haben.

Die dritte Bedingung fordert, dass die Schallimpedanz Z_r näherungsweise $Z_0 = \rho c$ sein soll. Man geht also von fortschreitenden ebenen Wellen aus. Nach Umformungen erhält man

$$R \gg \lambda. \quad (2.78)$$

Im Fernfeld ist eine Intensitätsbestimmung aus einer reinen Druckmessung möglich.

Für reine Schalldruckmessungen, wie sie z.B. mit der *Akustischen Kamera* durchgeführt werden, spielt die Unterscheidung zwischen Nah- und Fernfeld ebenfalls eine große Rolle. Der ermittelte Schalldruck am Mikrofonarray wird einer Richtung und damit einer möglichen Quelle zugeordnet. Das Ergebnis ist eine relative Schalldruckverteilung, aus der man auch auf die *Schallleistung* der Quelle schließen kann, wenn man sich bei der Messung im Fernfeld befunden hat und eine omnidirektionale Quelle annimmt. Schließlich möchte man in erster Linie nicht die Wirkung der Quelle auf das Array im Nahfeld der Quelle messen, sondern eine Aussage über die Quelle selbst und damit auf die Wirkung im Fernfeld treffen.

Misst man nun im Nahfeld, wird die Quellencharakterisierung deshalb schwierig, weil bspw. ein hoher Druck nicht gleichbedeutend mit einer hohen abgestrahlten Leistung sein muss; es besteht eine Phasenverschiebung zwischen Druck und Schnelle aufgrund der komplexen Strahlungsimpedanz. Wenn sich alle (Teil-)Quellen gleich weit vom Array entfernt befinden und

man weiterhin annimmt, dass alle Teilquellen dieselben Strahlungsimpedanzen aufweisen, ist eine Aussage über die *relative* "Quellenstärke" möglich. Unterschiedliche Entfernungen innerhalb des Nahfeldes sowie anzunehmende verschiedene Größen und Geometrien der Quellen bewirken jedoch auch unterschiedliche Strahlungsimpedanzen, sodass die Druckmessung alleine einen möglicherweise falschen Aufschluss über die relativen "Quellenstärken" gibt. Mit einem Mindestabstand zur Quellenebene gewährleistet man zumindest in etwa gleich große Entfernungen zwischen Quellen und Mikrofonen, sodass Druckmessungen auf Basis des Beamformings im Nahfeld die Abstrahlung annähernd richtig beschreiben (Laufzeitkorrektur aufgrund der gekrümmten Wellenfronten vorausgesetzt). Die Strahlungsimpedanzen können jedoch aufgrund unterschiedlicher Geometrien zwischen den Teilquellen variieren, sodass eine reine Druckmessung im Nahfeld problematisch bleibt. Eine Druckmessung führt im schlimmsten Fall zu einer Überbewertung der Quelle(n), da die Messung nicht der tatsächlichen abgestrahlten Leistung entspricht.

2.2.3 Lineares Mikrofonarray

In diesem Abschnitt werden einige wichtige Zusammenhänge zwischen den bereits behandelten Grundlagen der Spektralanalyse, dem Abstrahlungsphänomen der Koinzidenz (Kapitel 2.2.2.3) und den akustischen Anwendungen in der Schallquellenlokalisierung hergestellt. Insbesondere für das in Abschnitt 3.4 beschriebene Beamforming dient das lineare Mikrofonarray zum grundlegenden Verständnis. Es wird zunächst als reines Empfänger-Array betrachtet, das eine frequenzabhängige Richtcharakteristik aufweist. Mit einer nachgeschalteten Signalverarbeitung ist es dann zusätzlich möglich, die aufgenommenen Signale so zu verzögern, dass diese Richtcharakteristik im Sinne des Beamformings virtuell ausgerichtet werden kann. Die theoretischen Grundlagen finden sich u.a. im Werk von [MÖSER 1988], das darüberhinaus noch viele wertvolle Informationen in Bezug auf die Gestaltung erwünschter Richtwirkungen von Mikrofon bzw. Lautsprecheranordnungen gibt.

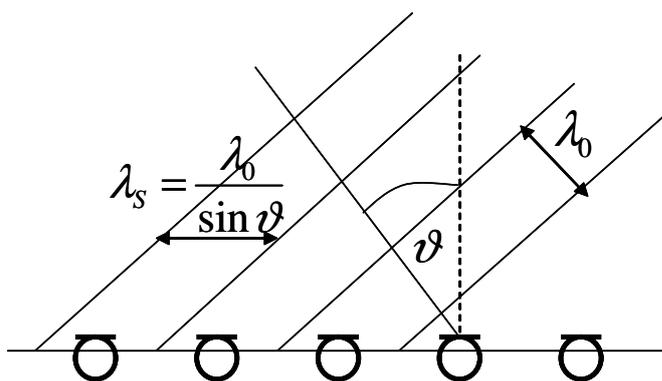


Abbildung 2.9: Ebene Welle trifft Linien-Array

Schalldruckortsverläufe (Signale im Ortsbereich) werden entlang des Arrays gemessen. Der in den Spektralbereich transformierte Ortsverlauf ergibt das Leistungsspektrum (=Wellenzahl-spektrum). Es gibt den Pegelverlauf über die spektralen Stützstellen $\Omega = 2\pi k/N$ an. Diese Stützstellen entsprechen dem Produkt kr aus Wellenzahl und betrachtetem örtlichen Abschnitt.

Der Schalldruck an einem Punkt im 3-dimensionalen Raum der x - y - z -Ebene berechnet sich bei Einfall einer ebenen Welle der Form $p = p_0 e^{jkr}$ nach [MÖSER 1988] zu

$$p(x, y, z) = p_0 e^{j2\pi(x \cos \vartheta \cos \gamma + y \cos \vartheta \sin \gamma + z \sin \vartheta)/\lambda}. \quad (2.79)$$

ϑ und γ bezeichnen die beiden Raumwinkel für Elevation und Elongation. Bildet das Linienarray eine Achse des Koordinatensystems, lässt sich in der 2-dimensionalen x - z -Ebene Gleichung 2.79 reduzieren. An den Mikrofonen des Linien-Arrays entlang der z -Achse ergibt sich der Schalldruck p zu

$$p(0, 0, \Delta z) = p_0 e^{j2\pi \sin \vartheta \Delta z / \lambda} \quad (2.80)$$

oder

$$p(n\Delta z) = p_0 e^{j2\pi n \Delta z / \lambda_s} = x(n). \quad (2.81)$$

p_0 ist die Amplitude der ebenen Welle, λ_s bezeichnet die für das Array wirksame *Spurwellenlänge*. Sie berechnet sich aus der tatsächlichen Wellenlänge λ der einfallenden Welle aus

$$\lambda_s = \frac{\lambda}{\sin \vartheta} \quad (2.82)$$

Zur Berechnung des Spektrums wird der diskrete Schalldruckortsverlauf fouriertransformiert. Die Fouriertransformation impliziert dabei immer die Verwendung eines Fensters, durch das das zu transformierende Signal beobachtet wird. Die Gewichtung des Signalverlaufs mit einer Fensterfunktion entspricht im Frequenzbereich stets einer Faltung des Fensterspektrums mit dem Signalspektrum (s. Abschnitt 2.1.3.3). Die Folge ist eine spektrale "Verschmierung" des aus einer Spektrallinie bestehenden Spektrums einer monofrequenten (ebenen) Welle. Die Fensterfunktion bestimmt die Gestalt des gefalteten Spektrums. Unter Annahme einer Rechteckgewichtung lautet die Faltungsoperation:

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn\Omega} = p_0 \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn(\Omega - 2\pi \sin \vartheta_0 \Delta z / \lambda)} \quad (2.83)$$

Das Ergebnis ist eine diskrete spektrale Folge $X(e^{j\Omega})$, mit $\Omega = kr$ bzw. $\Omega = 2\pi nk/N$. Ω bezeichnet den Wellenzahlbereich. Die Wellenlängen bzw. Frequenzen sind dabei stets im Verhältnis zum Mikrofonabstand zu sehen. Die üblichen Bezeichnungen der Ortsfrequenzachse sind $\Omega = kr = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta z$ mit π als Nyquistfrequenz oder $\Omega = k$ als reine Wellenzahl.

Trifft die monofrequente, ebene Welle senkrecht auf das Array, entspricht das Faltungsergebnis dem Spektrum des Rechteckfensters. Ein Einfallswinkel $\neq 0^\circ$ hingegen verschiebt das Maximum des Spektrums, da nun die *Spurwellenlänge* $\lambda_s = \lambda / \sin \vartheta$ für das Array sichtbar wird (Gleichung 2.83).

Wird das (räumliche) Abtasttheorem eingehalten, erstreckt sich das sichtbare Spektrum über einen Bereich von 2π . Zudem ist bei dieser oberen Grenze der streifende Einfallswinkel von 90° relativ zur Normalen des Linienarrays gegeben; hier "sieht" das Array die kürzeste Wellenlänge. Mit der Ausrichtung des Arrays relativ zum Schalleinfall erklärt sich die Interpretation des Richtmaßes bei einer senkrecht auftreffender Welle in Abb. 2.11(a).

Trifft die ebene Welle senkrecht auf das Array (0°), wird der sichtbare Wellenzahl Ausschnitt von $-\pi$ und π begrenzt. Der Term $2\pi \sin \vartheta \Delta z / \lambda$ in Gleichung 2.83 bewirkt eine Phasenverschiebung im sichtbaren Ausschnitt des Wellenzahlspektrums. Mit Einhaltung des Abtasttheorems bleibt die Größe des sichtbaren Bereichs von 2π weiterhin bestehen, jedoch sind die Grenzen verschoben. In Abbildung 2.10 ist das Spektrum bei schräg einfallender, ebener Welle dargestellt. Die sich daraus ergebenden Richtmaße sind in Abbildung 2.11 illustriert. Das Spektrum mehrerer Wellen unterschiedlicher Frequenz und/ oder Richtungen ist die Superposition aller beteiligten Spektren der entsprechenden Faltungsoperationen.

Es sei an dieser Stelle noch einmal betont, dass die Darstellungen von Wellenzahlspektren und Richtmaßen grundsätzlich dasselbe aussagen. Die Darstellungen sind allerdings verschieden zu interpretieren. Während das Richtmaß die direkte Richtungsinformation über die einfallende Welle liefert, zeigt das Wellenzahlspektrum den "sichtbaren" Ausschnitt, aus dem das Richtmaß abgeleitet wird. Der Empfindlichkeit des Arrays ist eine Funktion der beiden Wellenzahlvektoren von einfallender Welle k_x^0 und Ausrichtung des Arrays k_x .

Die Empfindlichkeit P des Arrays ergibt sich aus der Beziehung

$$P = k_x - k_x^0, \quad (2.84)$$

mit $k_x = k_x^0 = \sin |K|$ als Wellenzahlvektor der Array-Ausrichtung und k_x^0 als Wellenzahlvektor der einfallenden Welle.⁴ Im genannten Beispiel aus Bild 2.10 wird $\Omega = 0$ für $k_x = k_x^0$. An dieser Stelle im Wellenzahlspektrum liegt die maximale Empfindlichkeit vor. Die richtungsabhängigen Empfindlichkeiten werden nun im Richtdiagramm über dem Winkel $-90^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ aufgetragen (s. Bild 2.11). Dabei ist es egal, ob das Array relativ zu einer bestimmten Einfallrichtung geschwenkt wird oder sich bei starrem Array die Schalleinfallrichtung ändert.

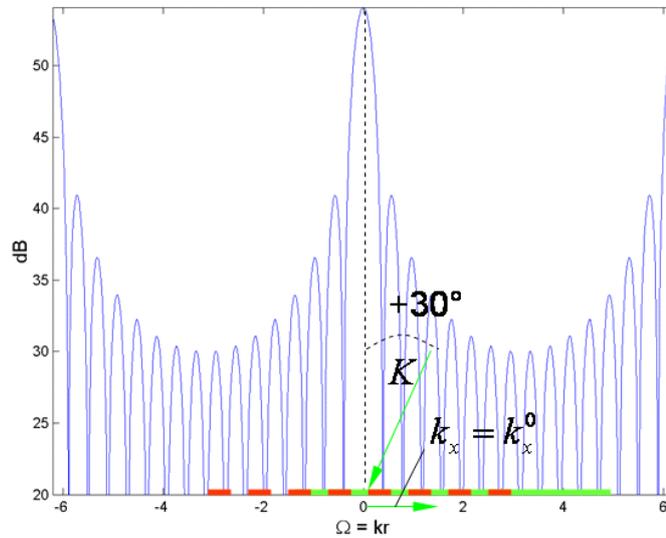
Das Richtungsmaß in Bild 2.11 ist so zu interpretieren, dass der Einfallswinkel $-90^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ nach Gleichung 2.85 die Richtkeule im Bereich von $-\pi$ bis π auf der Ortsfrequenzachse verschiebt.

$$\Omega_{max} = 2\pi \sin \vartheta \Delta z / \lambda \quad (2.85)$$

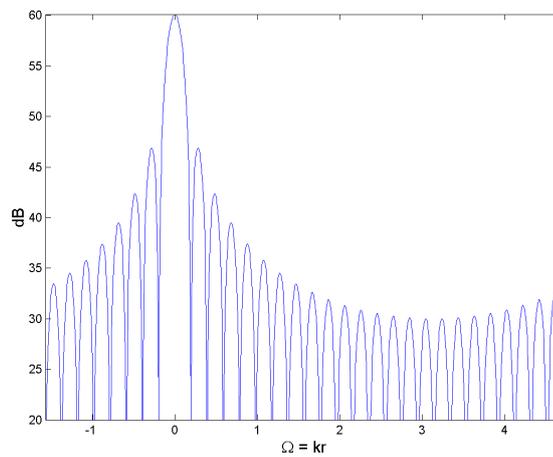
D.h., es resultiert das Maximum, wenn das Array in Richtung der einfallenden Welle ausgerichtet wird. Die Höhe des Maximums ist ein Maß für die Amplitude der einfallenden Welle. Umgekehrt lässt sich aus der Lage des Maximums der Einfallswinkel bestimmen:

$$\vartheta_0 = \arcsin \left(\frac{\Omega_{max} \lambda}{2\pi \Delta z} \right) \quad (2.86)$$

⁴Die Herleitung von Gleichung 2.84 erfolgt in Abschnitt 4.1.

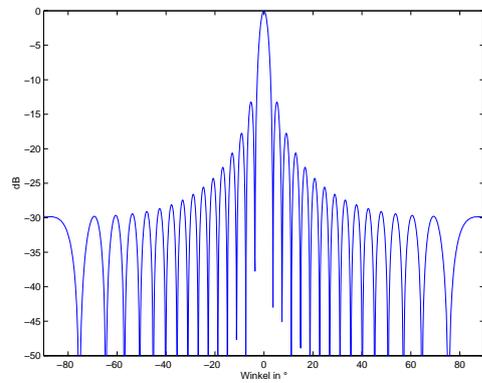


(a)

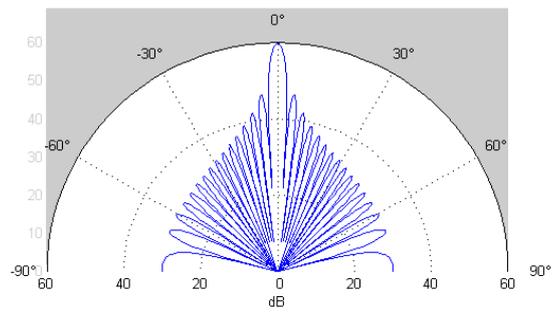


(b)

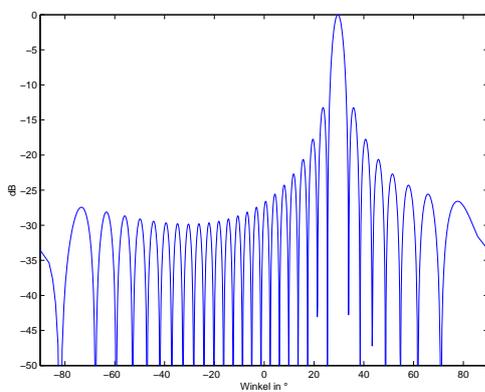
Abbildung 2.10: Konstruktion des sichtbaren Wellenzahlanschnitts bei Nyquistfrequenz und 30° Einfallswinkel: (a) Länge (Frequenz) und Einfallswinkel des Wellenzahlvektors bestimmen den sichtbaren Wellenzahlanschnitt (grün markierter Bereich); (b) sichtbarer Wellenzahlanschnitt, aus dem sich das Richtmaß in Bild 2.11(c) und (d) ableitet.



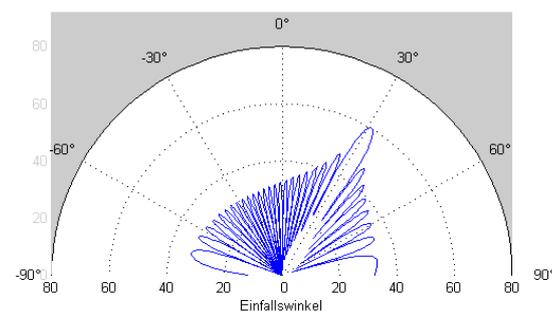
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 2.11: Richtungsmaß einer auf das Array treffenden (ebenen) Welle: (a) bei 0° ; (b) bei 0° in Polardarstellung; (c) bei 30° ; (d) bei 30° in Polardarstellung.

Die Frequenz der einfallenden, ebenen Welle bestimmt nach

$$\Omega(\text{rad}) = \sin \vartheta \Delta z / \lambda \quad (2.87)$$

den Ausschnitt des Gesamtspektrums, das sich im Richtdiagramm über die Halbebene von -90° bis 90° abbildet.

Beispiele für Richtmaße unterschiedlicher Frequenz und Gewichtungen. Die folgenden Abbildungen zeigen den Zusammenhang zwischen den Leistungsspektren unterschiedlicher Gewichtungsfenster und den daraus abgeleiteten Richtungsmaßen einer senkrecht auf das Array treffenden ebenen Welle der Frequenz f .

Abbildung 2.12 macht deutlich, dass die Gewichtung der Mikrofonkanäle einen wesentlichen Einfluss auf Ortselektivität und die Höhe der Nebenkeulen nimmt. Neben dem Hanning-Fenster lassen sich weitere Gewichtsfolgen konstruieren, die nach bestimmten Kriterien optimierte Ergebnisse hinsichtlich Selektivität und Nebenkeulenabstand liefern. Der folgende Abschnitt nimmt sich dieser Thematik an.

Signaltheoretische Grundlagen zur Berechnung des Spektrums. (siehe auch Abschnitt 2.1.3) Die berechneten Spektren beruhen auf der diskreten Fouriertransformation von Abtastwerten. Es wird also eine endliche Folge der Länge N , z.B. der mit Mikrofonen gemessene Schalldruckortsverlauf, in den Spektralbereich überführt. Die spektrale Folge besteht ebenfalls aus N Werten. Genau wie die diskreten Abtastwerte nur an bestimmten Stellen den kontinuierlichen Verlauf des Signals beschreiben, sind die diskreten Stützstellen im Spektralbereich nur ein Repräsentant des kontinuierlichen Spektralverlaufs, der sich aus dem *Fourierintegral* berechnen würde.

In jedem Fall führt die Abtastung eines Signals immer zu einer Periodifizierung des Spektrums im Intervall 2π . Die transformierten Abtastwerte repräsentieren dabei das Signal im Intervall 2π vollständig. Wie der Verlauf *zwischen* diesen Spektralwerten aussieht, hängt allein davon ab, welche Annahmen man bezüglich des Signals *außerhalb* des Beobachtungsfensters macht. Denkt man sich den Signalverlauf periodisch mit dem Fenster der Länge N fortgesetzt, resultiert daraus ein diskretes Spektrum mit $1/N$ als Linienabstand.⁵ Ist dagegen der beobachtete Vorgang *einmalig*, korrespondiert zu diesem aperiodischen, endlichen Verlauf ein kontinuierliches Spektrum, das mit einer beliebig hohen Anzahl von Spektrallinien berechnet werden kann. Die Korrektheit des berechneten Spektrums bleibt von der gewählten Linienanzahl unberührt. Der Beziehung zwischen einem aperiodischen Signal und seinem über die Fouriertransformation verknüpften Pendant begegnet man auch bei der Rekonstruktion von Abtastsignalen, bspw. in der Audiotechnik. Hier bewirkt ein Tiefpass im periodifizierten (und kontinuierlichen) Spektrum eine Interpolation zwischen den Abtastwerten bzw. eine Glättung des treppenförmigen Verlaufs, verursacht aus der Abtast-/ Halteschaltung.

⁵Der Übergang von der Fouriersumme diskreter Abtastwerte zum Fourierintegral lässt sich durch die Annahme einer theoretisch unendlich großen Periodendauer des Signals veranschaulichen; dann nämlich sind die spektralen Linienabstände infinitesimal klein.

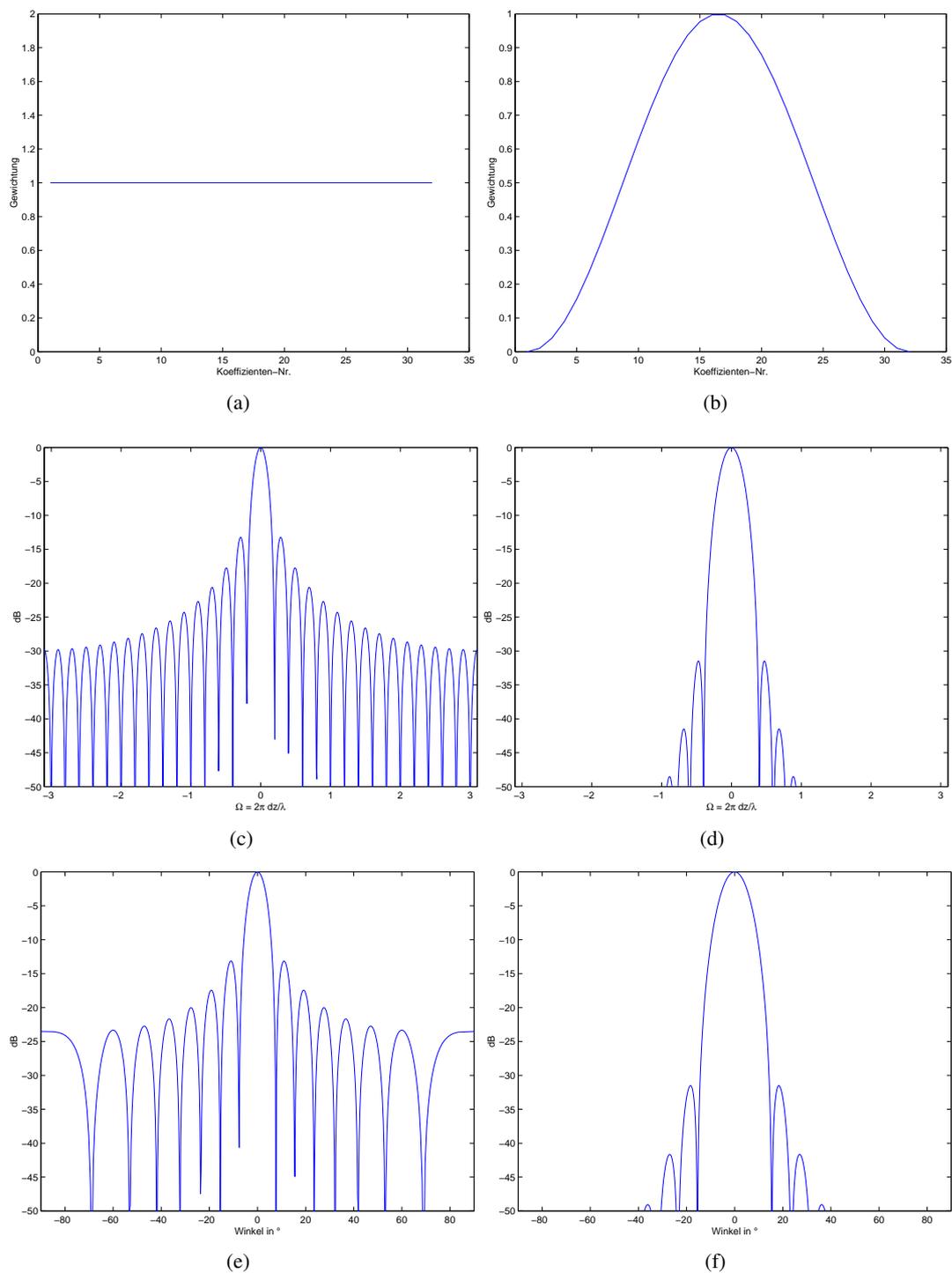


Abbildung 2.12: Leistungsspektren und Richtungsmaße einer senkrecht auf das Array treffenden (ebenen) Welle für $N=32$ Mikrofone: (a) Rechteck-Gewichtung; (b) Hanning-Gewichtung; (c) Leistungsspektrum der Rechteck-Gewichtung; (d) Leistungsspektrum der Hanning-Gewichtung; (e) Richtungsmaß bei halber Nyquistfrequenz und Rechteckgewichtung; (f) Richtungsmaß bei halber Nyquistfrequenz und Hanning-Gewichtung.

Die Beziehung für den sichtbaren Ausschnitt des Wellenzahlspektrums (=Leistungsspektrums, Leistung als Funktion von Azimuth und Frequenz) lautet:

$$\Omega = 2\pi \sin \vartheta \Delta z / \lambda \quad (2.88)$$

Interpretationshilfe bei der Auswertung. Da man von ebenen Wellen ausgeht, ist bei schrägem Einfall die Spurwellenlänge entscheidend (-> Koinzidenz). Aus dem Unterschied zwischen Spurwellenlänge und Länge der einfallenden Welle ergibt sich der Einfallswinkel. Die Richtcharakteristik für einen auftreffenden Schall entspricht einem Ausschnitt aus dem Wellenzahlspektrum. Bei kleiner werdender Frequenz (die Abstimmfrequenz bei streifenden Einfall ist die maximale Frequenz, bis zu der das Wellenzahlspektrum angegeben werden kann) wird der Ausschnitt immer kleiner und erscheint somit über $\pm 90^\circ$ verbreitert, was einer schlechteren Auflösung zu tiefen Frequenzen entspricht. Die schlechte Auflösung ist eine Folge der Redundanz im Array, da pro Wellenlänge zwei Sensoren ausreichen würden (Abtasttheorem).

2.2.4 Optimierte Mikrofon-Gewichtungen

Die Grundlagen sowie weiter ins Detail führende Erläuterungen zu der Thematik der Gewichtungsfenster finden sich u.a. in [MÖSER 1988] oder [HARRIS 1978].

Optimierte Gewichtsfolgen lassen sich nach bestimmten Kriterien konstruieren. So interessiert zum einen ein möglichst impulsartiges Spektrum, gleichbedeutend mit einer guten spektralen Selektivität. Zum anderen ist eine Energie-optimierte Lösung denkbar, wenn es z.B. um eine möglichst gute akustische "Ausleuchtung" mit einer Lautsprecherzeile geht. Da in dieser Arbeit das Mikrofonarray im Mittelpunkt steht, beschränken sich die Ausführungen auf die Optimierung im Sinne einer möglichst guten spektralen Trennschärfe. Ein Verfahren, das diese Forderung erfüllt, ist die *Dolph-Chebyshev-Gewichtung*.

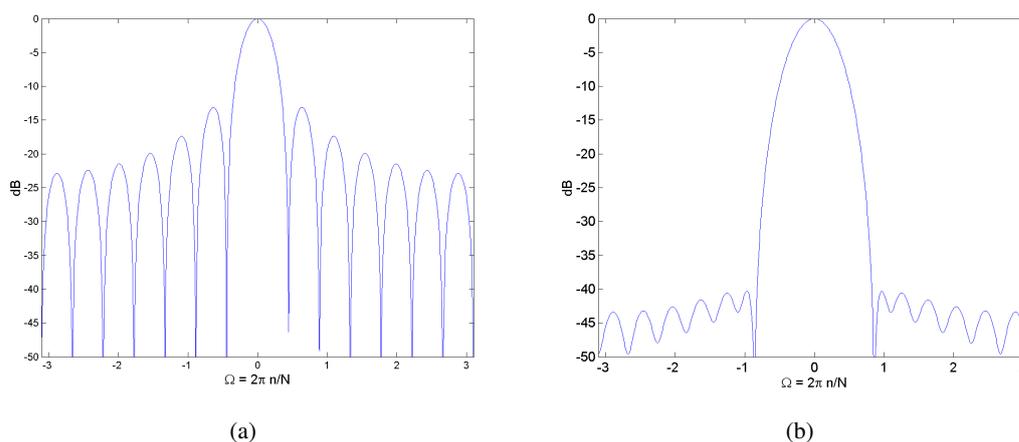


Abbildung 2.13: Vergleich von Leistungsspektren bei Nyquistfrequenz: (a) Rechteckgewichtung; (b) Dolph-Chebyshev-Gewichtung.

Allen Gewichtungen liegt das Grundprinzip zugrunde, die Nullstellen im z-transformierten Rechteckfenster so zu verschieben, dass eine bestimmte Forderung bezüglich Hauptkeulenbreite und Nebenkeulenabstand erfüllt ist. Die Nullstellen auf dem Einheitskreis der z-Ebene entsprechen den Nullstellen im Spektrum.

2.2.4.1 Gewichtsfolgen für bandbegrenzte Signale

Für die Anwendungen des Reihenmikrofons wäre es lediglich nötig, eine Optimierung für den "sichtbaren" Bereich des Wellenzahlspektrums durchzuführen [MÖSER 1988]. Zur Thematik des "sichtbaren Wellenzahlspektrums" siehe auch Abschnitt 4.1. Dies ist bei tieffrequenten Signalanteilen der Fall. Abbildung 2.12 veranschaulicht, dass bei Frequenzen unterhalb der Nyquistfrequenz nur ein Teil des Gesamtspektrums für das Richtungsmaß relevant ist. Für diesen Bereich wird die Optimierung durchgeführt. Man kann also von einer frequenzabhängigen Ge-

wichtung sprechen. Die Gestaltung der Richtwirkung lässt sich anschaulich in der z -Ebene darstellen. Dabei korrespondieren die Nullstellen des Leistungsspektrums mit den Nullstellen auf dem Einheitskreis in der z -Ebene.⁶ Bild 2.14 zeigt eine mögliche Verteilung der Nullstellen auf dem Einheitskreis unter Berücksichtigung eines reduzierten Wellenzahlabschnitts.

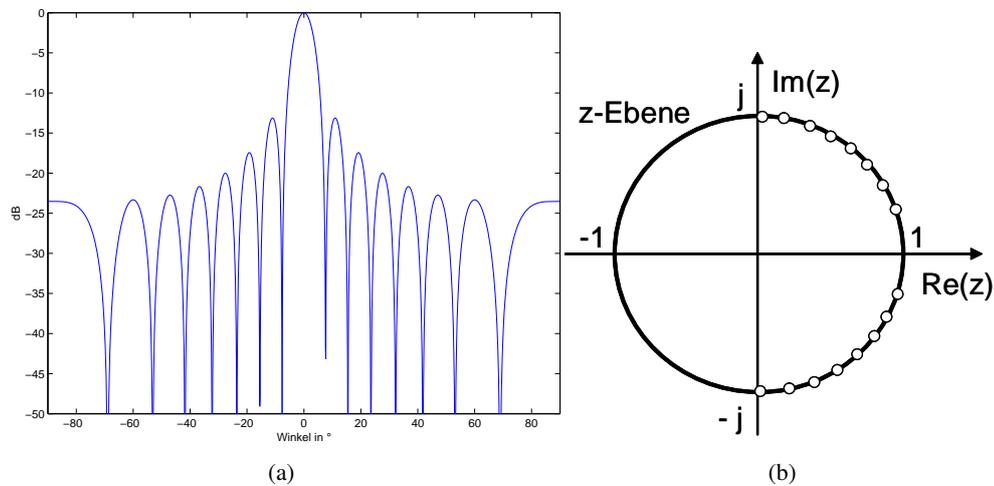


Abbildung 2.14: Bandpass-optimierte Gewichtung für ein Linien-Array mit 16 Mikrofonen bei halber Nyquistfrequenz ($dz/\lambda = 1/4$): (a) Richtungsmaß einer senkrecht einfallenden Welle; (b) entsprechende Nullstellenkonfiguration in der z -Ebene. Mit dieser Optimierung liegen $N = 16$ Nullstellen in Wellenzahlbereich $|\Omega| = \pi/2$; mit normaler Gewichtung wären es derer nur 8, mit einer entsprechend breiteren Hauptkeule.

Die außerhalb des sichtbaren Spektralbereiches liegenden, stark hervortretenden Anteile können jedoch zu empfindlichen Störungen führen, sodass die Anwendungen einer Bandpass-optimierten Gewichtung eher eingeschränkt sind [MÖSER 1988].

⁶Zur Erinnerung: Die z -Transformierte auf dem Einheitskreis der z -Ebene, d.h. für $z = e^{j\omega}$, ist gleich der Fouriertransformierten des Abtastsignals.

Kapitel 3

Schallquellenlokalisierung

Die Auswertung von Daten, die mittels Sensoren - i. A. Mikrofone - räumlich und zeitlich erfasst werden, erfolgt in einfachster Weise mit einer räumlichen Filterung oder mit dem Beamforming-Prinzip. Die Anfänge der ersten Beamformer reichen bis zurück in die Zeiten des 2. Weltkrieges und liefern im Endeffekt ein Wellenzahlspektrum, d.h. eine Fouriertransformation der räumlich aufgenommenen Daten. Da man - analog zur Abtastung von Zeitsignalen - immer an das Fenster gebunden ist, mit dem man die Realität beobachtet, ist auch die spektrale Auflösung vorgegeben. Die Trennung von spektralen Komponenten, sprich Quellen oder Maxima im Wellenzahlspektrum ist nach wie vor eine der wichtigsten Aufgaben eines Ortungssystems.

Bevor auf die gängigsten Verfahren der Schallintensitätsmessung, der Nahfeldholographie und insbesondere des Beamformings mit seinen Erweiterungen eingegangen wird, soll ein kurzer geschichtlicher Abriss der Array-Signalverarbeitung erfolgen, in dem es vor allem um den parametrischen, sprich daten-abhängigen Ansatz geht. Er leitet bereits einige wichtige Ansätze für die gesondert behandelten Erweiterungen zum Beamforming ein.

3.1 Array-Signalverarbeitung

Neben Erweiterungen mit adaptiven Beamformern und spezielle Techniken zur Laufzeitbestimmung entstanden vor allem Ansätze, die versuchen, auf statistischem Wege die nötigen Parameter (Amplituden, Einfallrichtungen, Wellenzahlen, kurz: Spektralwerte) der gesammelten Daten zu schätzen. Die Basis für diese Herangehensweise bildeten frühe Arbeiten, die mit den Schlagwörtern **Maximum Entropy (ME)**, **Maximum Likelihood Principle** und **Subspace Estimation techniques** zusammengefasst werden können. Die *Subspace*-Methode ermöglicht es anhand eines Datenmodells, die Auflösung für die Quellenortung unabhängig von der Array-Größe zu gestalten. Natürlich müssen die angenommenen Modellparameter der Realität entsprechen.

In [MÖSER 1988] wird ebenfalls ein **parametrisches Signalmodell** vorgeschlagen, anhand

dessen man sich von den Restriktionen einer fenstergebundenen, spektralbasierten Lokalisationsmethode löst. Die Restriktionen beruhen darauf, dass man stets ein *Signalmodell* zugrunde legt, das außerhalb des Beobachtungsfensters nicht existiert. Für das wahre Spektrum braucht man aber die Informationen des *gesamten* Signals. Natürlich sind die Ergebnisse der Fensterung korrekt, wenn der Vorgang außerhalb des Fensters tatsächlich nicht existiert. Als parametrische Darstellung des Signals wird nicht das Signal-Fenster-Modell, sondern ein *Wellen-Modell* verwendet, das die Welle grundsätzlich mit den Parametern "Amplitude" a und "Phasenwinkel" ϕ gemäß

$$x(n) = a e^{jn\phi} \quad (3.1)$$

beschreibt. Das Wellen-Modell nutzt die vorteilhafte Annahme, dass ein Signal an beliebigen Stellen (sei es zeitlich oder örtlich) vorausgesagt werden kann und mit dieser theoretisch unendlich ausgedehnten Beobachtungsdauer eine unendlich feine spektrale Auflösung gegeben ist. Der Nachteil dieses Vorgehens ist, dass ein reines Wellen-Modell nicht für jede Art von Signal gelten kann. Rauschvorgänge sind z.B. nicht als superponierte Wellen zu deuten, da hier die Phase jeder analytisch betrachteten Frequenz statistischen Schwankungen unterliegt; Vorhersagen sind deshalb nicht möglich. Die Berechnung der Spektren erfolgt beim parametrischen Ansatz über Gleichungssysteme, die einen höheren Rechenaufwand erfordern als eine fenstergebundene DFT bzw. FFT.

Der **Modellansatz der Wellensummen** [MÖSER 1988] berechnet aus einer begrenzten Anzahl M von Elementarwellen die Amplituden $b(m)$ und die Wellenzahlen $\phi(m)$ mit ihren Dämpfungen r_m gemäß

$$x(n) = \sum_{m=1}^M b(m) z_m^n \quad (3.2)$$

$$z_m = r_m e^{j\phi_m} . \quad (3.3)$$

Ein weiterer Ansatz ist das **All-Pol-Modell**. Es betrachtet die Signale als eine Darstellung von Polstellen ihrer z-Transformierten. All-Pol-Parameter werden mit der *Levinson-Durbin-Rekursion* oder mit der *Schätzung der Autokorrelierten* (Autokorrelationsverfahren, Kovarianz-Verfahren, Forward-Backward-Verfahren, Burg-Verfahren) berechnet. Das All-Pol-Modell extrapoliert die *Autokorrelierte*, während das Wellensummen-Modell das Signal selbst extrapoliert. Für detaillierte Beschreibungen s. [MÖSER 1988].

Grundsätzlich kommt es bei den parametrischen Ansätzen darauf an, den Fehler zur Wirklichkeit im Sinne kleinster Fehlerquadrate zu minimieren.

3.1.1 Array-bezogenes, parametrisches Datenmodell für einfallende Wellen

Es wird angenommen, dass Wellen mit bestimmten Einfallswinkeln auf ein Empfänger-Array treffen. Der Output an einem Sensor S ergibt sich zu:

$$x_M(t) = g_M(\vartheta) e^{-jk(x \cos \vartheta + y \sin \vartheta)s(t)} = a_m(\vartheta) s_m(t), \quad (3.4)$$

mit $a_m(\vartheta)$ als sog. *Steering-Vektor* einer einzelnen Welle der Einfallrichtung ϑ . Die Summe aller einfallenden Welle am Array lässt sich notieren als

$$x(t) = \sum_{m=1}^M A(\vartheta_m) s_m(t), \quad (3.5)$$

wobei $A(\vartheta)$ die *Steering-Matrix* darstellt, die alle einzelnen Steering-Vektoren $a_m(\vartheta)$ enthält. Wichtig ist die Feststellung, dass der Array-Output einen M -dimensionalen Unterraum des L -dimensionalen Vektorraums darstellt (L =Anzahl der Sensoren, mit $L > M$), der von den Steering-Vektoren aufgespannt wird. Hieraus leitet sich der Begriff "Subspace"-Methode ab.

Der in der Praxis oft mit einem Rauschanteil überlagerte, mehrkanalige Prozess $x(t)$ kann durch seine statistischen Momente erster und zweiter Ordnung (Mittelwerte und Auto- bzw. Kreuzkorrelationen) beschrieben werden. Für das parametrische Datenmodell interessiert insbesondere die *Kreuzkorrelations-* bzw. die aus den mittelwertfreien Sensorsignalen gebildete *Kreuz-Kovarianzfunktion*¹. Sie gibt Aufschluss über die räumliche Gestalt des Signals.

Die Annahme, dass die Kovarianzmatrix der Quellen nicht-singulär (unkorrelierte Signale) ist sowie die Rauschstörungen zwischen den Sensorsignalen unkorreliert sind, führt zu einem Datenmodell, in dem die Kovarianzmatrix der Sensorsignale \mathbf{R} *faktoriert* wird:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (3.6)$$

$$= \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (3.7)$$

Matrix \mathbf{A} enthält die Übertragungsfunktionen, die M Quellsignale auf $L > M$ Sensorsignale abbilden. σ^2 bezeichnet die Varianz in der Rausch-Kovarianz-Matrix \mathbf{I} . Durch die Diagonalisierung (Eigenwertzerlegung) entsteht die Diagonalmatrix, die als Hauptdiagonale die Eigenwerte $\mathbf{\Lambda} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_L\}$ besitzt. \mathbf{U} ist eine unitäre Matrix, d.h. die inverse ist gleich der komplexkonjugierten Matrix. Der Ausdruck $\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$ beschreibt die Sensor-Kovarianzmatrix \mathbf{R} als Kombination von Eigenvektoren, enthalten in \mathbf{U} , und Eigenwerten, enthalten in $\mathbf{\Lambda}$.

Die Zerlegung in Eigenvektoren (mit den entsprechenden Eigenwerten) des Signals und des Rauschens führt auf die spektral faktorisierte Form der Sensorsignale, auf die die *Subspace*-Methoden, insbesondere der *MUSIC*-Algorithmus im nächsten Abschnitt aufsetzen:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}_S \mathbf{\Lambda}_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_R \mathbf{\Lambda}_R \mathbf{U}_R^H \quad (3.8)$$

¹Die Eigenschaften der Kreuz-Kovarianzfunktion hängen von der Signalgestalt ab. Die Matrix ist nicht-singulär ("full-ranked"), wenn die Signale nicht korreliert sind; für kohärente Signale ist sie singulär (Rang-Defizit führt zu Divergenz des Signal-Eigenvektors in den Rausch-Subspace).

3.1.2 Schallquellenlokalisierung als zentrales Schätzproblem

Das Orten von Schallquellen ist gleichbedeutend mit einer spektralen Schätzung von Orts-Zeit-Verläufen. Im Wellenzahlspektrum bilden sich frequenzabhängig die Richtungen der emittierten Signale ab. Zunächst erfolgt eine Klassifizierung der gängigsten Methoden zur spektralen Schätzung, sprich zur Schallquellenlokalisierung.

- Spektral-basiert
 - Beamforming
 - * *Bartlet* Beamformer (konventionelles Delay&Sum)
 - Zeitbereich
 - Frequenzbereich
 - * Filter&Sum Beamformer
 - * Adaptive Beamformer
 - *Capon* Beamformer (Minimum Variance Distortionless Response Filter)
 - *Frost* Adaptive Beamformer
 - *Griffiths-Jim* Adaptive Beamformer
 - Subspaced Methods
 - * MUSIC
 - * Orthogonales Beamforming
- parametrisch
 - Deterministic Maximum Likelihood
 - Stochastic Maximum Likelihood

3.1.2.1 *Subspace-based* Methoden

Die *Subspaced*-Methoden nutzen, wie bereits geschildert, die Eigenschaften der Kreuz-Kovarianzmatrix. In der Vergangenheit wurden verschiedene Ansätze verfolgt, die hier zunächst stichpunktartig aufgeführt sind. Die Literaturangaben bezeichnen erste Publikationen, die auf diesem Gebiet entstanden sind und bis heute die Grundlage für viele Verfahren bilden.

- Spektrale Dekomposition mit Karhunen-Loève-Transformation
- Analyse der Eigenwert-Struktur
- Principal Component Factor Analysis [HOTELLING 1933]
- Errors-in-variables Time Series Analysis [KOOPMANS 1937]

- Harmonic Retrieval [PISARENKO 1973]
- MUSIC (Multiple Signal Classification) [BIENVENU und KOPP 1980]

Der *MUSIC*-Algorithmus gilt als wichtigster Vertreter der *Subspace*-Methoden.

MUSIC-Algorithmus. Wie beschrieben, gilt für ihn Gleichung 3.8, mit den Annahmen, dass das Rauschen auf alle Mikrofone gleich verteilt ist und die Quellsignale zueinander unkorreliert sind. Da die Eigenvektoren der Rausch-Kovarianz-Matrix \mathbf{U}_R orthogonal zur Signalmatrix \mathbf{A} sind, gilt

$$\mathbf{U}_R^H \mathbf{a}(\vartheta) = 0, \quad \vartheta \in \{\vartheta_1, \dots, \vartheta_M\}. \quad (3.9)$$

Die einzigen möglichen Lösungen sind somit $\{\vartheta_1, \dots, \vartheta_M\}$. Mit ihnen sind die Einfallrichtungen der Schallsignale bestimmt.

Konkret schätzt man die Kovarianz-Matrix \mathbf{R} aus den Mikrofonensignalen und splittet diese in die Signal- und Rauscheigenvektoren auf. Das räumliche Spektrum des MUSIC-Algorithmus' berechnet sich aus

$$P_M(\vartheta) = \frac{\mathbf{a}^H(\vartheta)\mathbf{a}(\vartheta)}{\mathbf{a}^H(\vartheta) \prod \mathbf{a}(\vartheta)}. \quad (3.10)$$

Das Spektrum ist nicht im Sinne eines Frequenz-Spektrums zu verstehen; vielmehr gibt es den Abstand zwischen 2 "*Subspaces*" an [KRIM und VIBERG 1996]. MUSIC versagt bei kurzen Beobachtungszeiten und hohem SNR. Im Gegensatz zu Beamforming ermöglicht MUSIC statistisch konsistente Schätzungen. Kohärente Signale sind ein Problem für MUSIC.

In Abschnitt 3.6.3.2 ist eine Technik [SARRADJ 2008] vorgestellt, die auf der *Subspace*-Methode basiert.

Neben den in dieser Arbeit beschriebenen Beamforming(BF)-Methoden ("Bartlett" als konventionelles Delay&Sum-BF, "Frost"- und "Griffiths"-BF als adaptives Filter&Sum-BF) werden die *parametrischen* Methoden in Abschnitt 4.2.6 aufgegriffen, wenn es um die Problematik kohärenter Quellen geht. Hier liegen die Stärken der parametrischen Ansätze, die sich in die Varianten *Deterministic Maximum Likelihood* und *Stochastic Maximum Likelihood* gliedern.

3.1.3 Techniken der Schallquellenlokalisierung

Mit Mikrofonen lassen sich Schallemissionen erfassen. Neben der Signalgestalt im Zeit- und Frequenzbereich interessiert bei vielen akustischen Problemstellungen aber auch die Ausbreitungsrichtung und der Ort der Schallentstehung; erst nach Kenntnis des Emissionsortes lassen sich viele akustische Maßnahmen zielführend anwenden. Zur Richtungsdetektion bedarf es mindestens zweier Mikrofone. Vergleichbar mit dem menschlichen Gehör ist es dann möglich, eine

ungefähre Aussage darüber zu treffen, aus welcher Richtung der Schall kommt. Die Lokalisierbarkeit wird umso besser, je mehr Mikrofone zur Verfügung stehen. Die Zusammenschaltung mehrere Mikrofone nennt man *Mikrofonarray*.

Zusammen mit einer nachgeschalteten Signalverarbeitung, schneller Rechentechnik und einer CCD-Kamera lässt sich nun mit verschiedenen Algorithmen ein "akustisches" Bild erstellen, in dem die Verteilung der Schallfeldgrößen, i.d.R. Schalldruck und Schallintensität, über einem optischen Foto visualisiert ist. Grob lassen sich die im Folgenden beschriebenen Verfahren in Nah- und Fernfeldverfahren unterscheiden. Typische Vertreter der Nahfeldverfahren sind die Schallintensitätsmessung und die Nahfeldholographie. In Ergänzung zu diesen klassischen Methoden wird auch kurz auf neuere Methoden eingegangen, die auf Basis mathematischer Modelle das Schallfeld im Nahfeld berechnen.

Schwerpunkt dieses Kapitels ist das *Beamforming*. Neben einem Vergleich zu den Nahfeldverfahren hinsichtlich ihrer Einsatzfähigkeit und der Güteparameter Ortsauflösung und Dynamik wird das Beamforming im Frequenz- und Zeitbereich erläutert. Die Vor- und Nachteile dieser beiden Beamforming-Methoden werden aufgezeigt.

Die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Ansätze zur Erweiterung des Beamforming-Verfahrens beziehen sich im Wesentlichen auf das Zeitbereichs-Beamforming, da die Messungen und Auswertungen in der automobilen Messpraxis mit der *Akustischen Kamera* auf diesem basieren.

Eine besondere Bedeutung kommt der Berechnung des Array-Patterns zu. Es ist der "akustische Fingerabdruck" der Mikrofonanordnung und liefert die frequenzabhängige Information darüber, wie sich eine Punktquelle aus einer bestimmten Richtung, beeinflusst durch den Beamforming-Prozess, im akustischen Bild darstellt. Aus dieser "Point-Spread-Function" kann man den Einfluss frequenzabhängiger Artefakte ablesen, die ebenfalls im akustischen Ergebnisbild einer Messung vorhanden sind. Die Kenntnis der "Point-Spread-Functions" ist die Voraussetzung für das Anwenden inverser Methoden (Entfaltungsalgorithmen), mit Hilfe derer das akustische Bild in seine Einzelquellen zerlegt werden kann.

Das Eliminieren von inkohärenten und insbesondere kohärenten Einzelquellen stellt eine wichtige Aufgabe für erweiterte Beamforming-Algorithmen dar. Im Rahmen dieser Arbeit werden verschiedene Techniken vorgestellt.

3.2 Schallintensitätssonde

Die Schallintensität ist der Nettofluss der Schallenergie. Sie ist das Produkt zwischen der skalaren Größe Druck p und der vektoriellen Schnelle \vec{v} und wird mit einer Sonde, bestehend aus zwei dicht beieinander platzierten Druckmikrofonen, gemessen.

$$\vec{I} \left[\frac{W}{m^2} \right] = p \vec{v} \quad (3.11)$$

Die Schallintensität beschreibt die wirksame Schalleistung (Energiefluss pro Zeiteinheit) durch ein Flächenelement. Genauer: Der Vektor der Schallintensität entspricht dem zeitlich gemittelten Produkt aus Druck und Schnelle. Da das Schallfeld nach Fourier in komplexe Harmonische zerlegt werden kann, bietet sich auch die komplexe Schreibweise an:

$$\vec{I} = 1/2 \Re(p \vec{v}^*) \quad (3.12)$$

Im Faktor $1/2$ ist die zeitliche Mittelung enthalten; v^* ist die konjugiert-komplexe Form von v .

Je nach relativer Phasenlage der Schallschnelle zum Schalldruck unterscheidet man *aktive* und *reaktive* Intensität. Messbar ist nur die aktive Intensität, denn nur in diesem Fall ergibt sich der zeitliche Mittelwert des Produktes $p v$ zu $\neq 0$. Die Ausbreitung einer ebenen Welle im Freifeld ist ein rein aktives Schallfeld. Über die Mediumimpedanz lässt sich aus dem Druck die Schnelle und damit auch direkt die Schallintensität aus den Signalen der beiden Drucksonden bestimmen. Sind hingegen Druck und Schnelle 90° phasenverschoben (Stehende Welle im Raum), ist keine Intensität messbar; der Nettofluss der Energie ist 0. Im ideal diffusen Schallfeld ist ebenfalls keine Intensität bzw. kein Netto-Energiefluss messbar, weil in jedem Punkt der Energiefluss in alle Richtungen derselbe ist.

Die Eulersche Bewegungsgleichung gibt in Analogie zu Newtons 2. Grundgesetz der Mechanik an, dass der Druckgradient proportional zur partiellen Beschleunigung, d.h. zur nach der Zeit abgeleiteten Schnelle ist. Der Proportionalitätsfaktor ist die Dichte ρ des Mediums.

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -grad p \quad (3.13)$$

Man erhält nun die zur Bestimmung der Intensität interessierende Schnelle durch zeitliche Integration des Druckgradienten.

$$v_r = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p}{\partial r} dt \quad (3.14)$$

r bezeichnet die Betrachtung einer Raumrichtung.

Mit der Messsonde wird der Druckgradient als örtliche Druckdifferenz zwischen den Einzelmikrofonen gemessen.

$$\hat{v}_r = -\frac{1}{\rho\Delta r} \int (p_2 - p_1) dt \quad (3.15)$$

Es wird somit die Vektorkomponente der Intensität in Richtung der Sondenachse erfasst, nicht der Vektor der Intensität. Hieraus ergibt sich die Richtcharakteristik der Intensitätssonde als Funktion des Winkels α zwischen der Richtung des Energieflusses und Ausrichtung der Sonde:

$$|I_r| = |\vec{I}| \cdot \cos \alpha \quad (3.16)$$

Die Sonde hat demnach ihre maximale Empfindlichkeit bei $\alpha = 0^\circ$ und 180° (Sondenachse) und ihre minimale Empfindlichkeit seitlich bei $\alpha = 90^\circ$ bzw. 270° .

Zur Schallquellenortung wird die Intensitätssonde über ein festgelegtes Messraster verschoben. Die berechneten Werte werden auf dieses Raster projiziert und graphisch ausgegeben. Die Phasenlagen zwischen den einzelnen Messpunkten bleiben unberücksichtigt.

Zur Auswertung kommen die *direkte* und die *indirekte* (FFT) Methode zum Einsatz.

Frequenzgrenzen. Die eingeschränkte Messgenauigkeit zu hohen Frequenzen hin lässt sich durch den Linearisierungsfehler bei der Druckgradientenbestimmung erklären. Ist die Wellenlänge im Verhältnis zum Mikrofonabstand klein genug, legt sich die Linearisierungsgerade nicht mehr der Welle an, sondern "durchschneidet" die Welle und misst eine falsche Druckdifferenz. Für eine zulässige Abweichung von $< 1dB$ muss die Wellenlänge sechs mal größer als der Mikrofonabstand sein [GADE 1982]. Als Maß für den Näherungsfehler gilt die Beziehung

$$L_\epsilon [dB] = 10 \lg \left(\frac{\hat{I}_r}{I_r} \right) = \frac{\sin(k\Delta r)}{k\Delta r}, \quad (3.17)$$

mit k als Wellenzahl und Δr als Mikrofonabstand.

Da es aus technischen Gründen eine geringe Verzögerung zwischen den beiden Mikrofonkanälen gibt, resultiert daraus auch eine veränderte Phase, die sogenannte *Phasenfehlanpassung*. Diese sollte relativ zur Phase des erfassten Druckgradienten gering ausfallen. Die Forderung bei höheren Frequenzen, die Wellenlänge sechsmal größer zu wählen als das Distanzstück, führt dazu, dass zu tiefen Frequenzen die Fehlanpassung in die Größenordnung der Phasenänderung kommt. Damit der Fehler kleiner als 1 dB bleibt, sollte die Phasenänderung mindestens fünfmal größer als die Phasenfehlanpassung sein. Der Fehler errechnet sich gemäß Gleichung 3.18, mit φ als Phasenfehlanpassung:

$$L_\epsilon [dB] = 10 \lg \left(\frac{\hat{I}_r}{I_r} \right) = \frac{\sin(k\Delta r - \varphi)}{k\Delta r} \quad (3.18)$$

Je nachdem, ob vorrangig tiefe oder hohe Frequenzen gemessen werden sollen, ist die Größe des Distanzstückes zu wählen (klein für hohe, groß für tiefe). Beispiel: 12 mm-Distanzstück ab 120 Hz bis 5 kHz, 6 mm ab 240 Hz bis 10 kHz.

Probleme ergeben sich im Nahfeld der Quelle. Abhängig von der Art der Quelle (z.B. Monopol, Dipol, Quadrupol) ergibt sich ein Fehler in der gemessenen bzw. daraus berechneten Intensität, wenn sich diese innerhalb der Sondenabmessung ändert. Der Fehler ist zum einen eine Funktion der Wellenzahl k und dem Mikrofonabstand Δx , zum anderen eine Funktion des relativen Verhältnisses von Mikrofonabstand und Quellenentfernung r (s. Tabelle 3.1).

| Quelle | Fehler <1dB bei r |
|-----------|-------------------|
| Monopol | $> 1,1\Delta x$ |
| Dipol | $> 1,6\Delta x$ |
| Quadrupol | $> 2,3\Delta x$ |

Tabelle 3.1: Nahfeldfehler bei verschiedenen Quellen und deren Entfernungen zur Sonde [GADE 1982].

Aus den Werten in Tabelle 3.1 lässt sich erkennen, dass die Schallintensitätsmessung im Nahfeld auch für kompliziertere Quellen verlässliche Werte liefert. Die Methode ist relativ unempfindlich gegenüber unkorrelierten Quellen und Hintergrundgeräuschen und setzt voraus, dass die Quelle ein stationäres Schallfeld abstrahlt. Da die Schallintensitätsmessung keine Phasenlagen innerhalb der Messfläche berücksichtigt, ist eine Berechnung des Schallfeldes auf Flächen vor und hinter der Messfläche nicht möglich. Mit der *akustischen Holographie*, die im nächsten Abschnitt behandelt wird, gelingt dies.

3.3 Nahfeldholographie

Die Nahfeldholographie beschreibt eine Lokalisationsmethode, die das Schallfeld nahe des Objektes *misst* und in Ebenen parallel zur Messebene das Schallfeld berechnet.

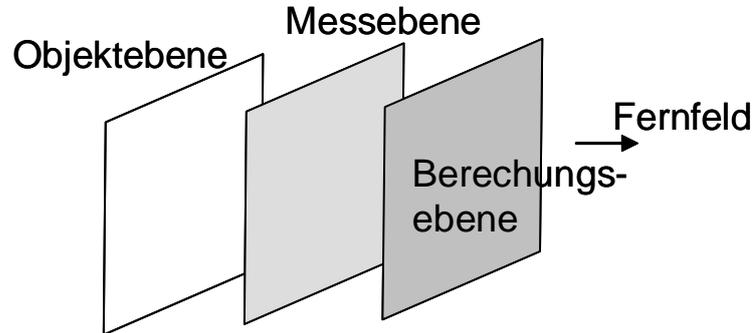


Abbildung 3.1: Prinzip der Nahfeldholographie

Die Berechnungen basieren auf den Wellengleichungen, die bereits in Abschnitt 2.2 hergeleitet wurden. Die fundamentale Gleichung ist die Wellengleichung

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (3.19)$$

Beschreibt man die Schnelle v mit dem Geschwindigkeitspotential Φ , lautet Gleichung 3.20 umformuliert:

$$-\operatorname{grad} p = \rho \frac{\partial \operatorname{grad} \Phi}{\partial t} \quad (3.20)$$

Durch örtliche Integration erhält man

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \operatorname{const}. \quad (3.21)$$

Mit der Substitution $p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t}$ erhält man nach Zeitintegration die modifizierte Wellengleichung

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}. \quad (3.22)$$

Mit der Technik der Nahfeldholographie ist es möglich, Druck, Schnelle und damit auch die Schallintensität bzw. -leistung im Nahfeld zu messen und aus den gemessenen Größen das Schallfeld auch im Fernfeld zu bestimmen. Im Gegensatz zur Schallintensitätsmessung berücksichtigt die Nahfeldholographie die Phasenbeziehungen zwischen Druck und Schnelle.

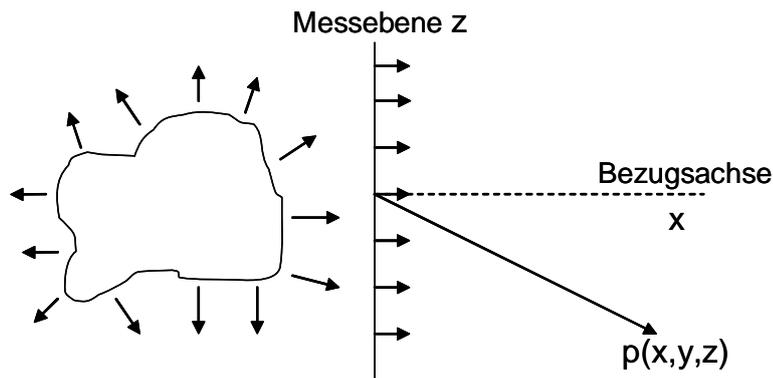


Abbildung 3.2: Zur Berechnung des Raleigh-Integrals.

Die akustische Holographie beruht auf der Transformation harmonischer, komplexer Schallfelder unter Berücksichtigung von abklingenden Wellen im Nahfeld. Aus der Helmholtzgleichung 2.69 kann das Wellenfeld außerhalb einer Fläche berechnet werden, die die Quellen geschlossen umgibt. Die Rechenvorschrift bildet das **Kirchhoff-Helmholtz-Integral**:

$$p(\omega, r) = \frac{1}{4\pi} \oint j\omega \rho v \frac{e^{-jkr}}{r} dS \quad (3.23)$$

Mit dieser Gleichung kann auch die Verteilung der Schallfeldgrößen auf der Quelle selbst berechnet werden. Üblich ist die Berechnung im Fernfeld, d.h. für Ebenen, die sich weiter entfernt vom Objekt befinden als die Messebene. Bei ebener Messfläche wird das **Raleigh-Integral** angewendet (s. auch Bild 3.2):

$$p(x, y, z) = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v(y, z) \frac{e^{-jkr}}{r} dy dz \quad (3.24)$$

Es berechnet den Schalldruck in einem Aufpunkt im Raum bzw. in einer Ebene bei gegebener Oberflächenschnelle. Anhand einer Fernfeldnäherung lässt sich das Integral zu einer geschlossenen Lösung führen: definitionsgemäß sind im Fernfeld die Abstände aller Strahlerelemente zum Aufpunkt gleich groß ($1/r \approx 1/R$). Die abstandsabhängige Amplitudenabnahme darf somit vor das Integral. Für den Abstand r vom Strahlerelement Q in der Ebene $x = 0$ bis zu einem Aufpunkt (x, y, z) gilt

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_Q)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + y_Q^2 + z_Q^2 - 2(yy_Q + zz_Q) \\ &\approx R^2 - 2(yy_Q + zz_Q). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Der für den Phasenterm $e^{jk(r-R)}$ entscheidende Ausdruck

$$r - R = -(y_Q \sin \vartheta \cos \phi - z_Q \sin \vartheta \sin \phi) \quad (3.26)$$

liefert, basierend auf dem allgemeinen *Raleigh-Integral*, die Vorschrift zur Berechnung des Schalldrucks an einem Punkt im Fernfeld:

$$p_{\text{Fern}}(R, \vartheta, \phi) = \frac{j\omega\rho}{2\pi R} e^{-jkR} \int_{-l_z/2}^{l_z/2} \int_{-l_y/2}^{l_y/2} v(y_Q, z_Q) e^{jk(y_Q \sin \vartheta \cos \phi + z_Q \sin \vartheta \sin \phi)} dy_Q dz_Q, \quad (3.27)$$

mit den Kugelkoordinaten R , ϑ und ϕ sowie einer begrenzten Strahleroberfläche mit den Abmaßen l_x und l_y .

Zur Koordinatendefinition s. Bild 3.3. Es ist zu beachten, dass sich der Schalldruck gegenüber dem *Kirchhoff-Helmholtz-Integral* aufgrund der Totalreflexion an der strahlenden Oberfläche verdoppelt.

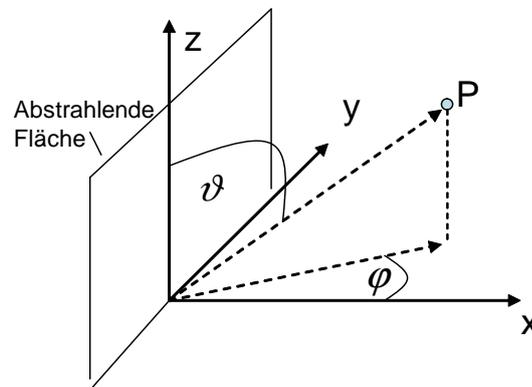


Abbildung 3.3: Koordinatendefinition für die Abstrahlung einer Ebene ins Fernfeld: die strahlende Fläche befindet sich in der Ebene $(0, y, z)$. Der Azimut-Winkel ϕ liegt x - y -Ebene; der Elevationswinkel ϑ befindet sich in der x - z -Ebene. R ist der Abstand des Punktes $P(x, y, z)$ vom Ursprung, mit $x = R \sin \vartheta \cos \phi$, $y = R \sin \vartheta \sin \phi$ und $z = R \cos \vartheta$.

NAH im Frequenzbereich. Transformiert man die Kirchhoff-Helmholtz-Integralgleichung in den Wellenzahlbereich, ergeben sich aus den gemessenen und den zu berechnenden Raumpunkten komplexe Übertragungsfunktionen. Die Wellenzahlspektren beinhalten sowohl die Frequenz der Wellen als auch den Einfallswinkel zum Mikrofonarray. Unkorrelierte Störungen, wie z.B. Hintergrundgeräusche, können durch die Verwendung von Kreuzleistungsspektren effektiv unterdrückt werden. Der Frequenzbereich ist nach oben durch den Abstand der Mikrofone begrenzt. Es gilt das räumliche Abtasttheorem. Es besagt, dass mit der doppelten Signalfrequenz

abgetastet werden muss. Mit dem Abstand d zwischen den Mikrofonen lässt sich damit die Wellenlänge $\lambda = 2d$ fehlerfrei rekonstruieren, entsprechend einer Frequenz von Schallgeschwindigkeit $c/2d$. Eine große, abzutastende Fläche erfordert somit eine große Anzahl von Mikrofonen. Die Messfläche muss vom Messgitter vollständig abgedeckt sein. Ferner bestimmt die Größe des Messgitters D die tiefste zu analysierende Frequenz, mit $D = \lambda$.

Die Nahfeldholographie liefert Schallkartierungen mit einer sehr guten Ortsauflösung, d.h. dicht beieinander liegende, unkorrelierte Quellen können gut getrennt werden. Da die Messergebnisse aus einer zeitlichen Mittelung generiert werden, erfordert die Messung stationäre Verhältnisse.

Nicht-stationäre NAH. Neben der Frequenzbereichsmethode existieren auch Algorithmen im Zeitbereich zur Messung nicht-stationärer Quellen und transienter Signale [HALD 2000]. Die Theorie soll hier nur kurz erläutert werden. Ausgangspunkt ist wieder die Helmholtzgleichung. Sie gibt die ortsabhängige Lösung für den Schalldruck einer Frequenz an. Über die inverse Fouriertransformation kann dann der gesamte Zeitverlauf des Drucks und aus ihm die Schnelle gewonnen werden. Desweiteren wird über die *Hilbert-Transformation* die komplexe Schallintensität bestimmt. Man bekommt somit einen Einblick in aktive und reaktive Intensitäten (s. Abschnitt 3.2). Der Vorteil der nicht-stationären NAH ist die sehr gute zeitliche und örtliche Auflösung im Nah- und Fernfeld. Die praktische Anwendbarkeit wird allerdings durch die hohe erforderliche Anzahl von Mikrofonen und den hohen Rechenaufwand eingeschränkt.

Hybride Methode aus NAH und BEM. Idealerweise misst man mit der NAH sehr nah am Objekt. Da dies in vielen Anwendungsfällen praktisch nicht möglich ist, kombiniert man die NAH mit der **inversen Boundary Element Methode**. Ziel ist die Schallfeldkartierung auf einer beliebig geformten Quelloberfläche. Die hybride Methode vereint alle Vorteile der NAH mit den Möglichkeiten der BEM. Nachteilig ist der hohe Rechenaufwand in der Nachverarbeitung und die Forderung nach stationären Quellen.

Sphärische Nahfeldholographie. Eine Methode zur Berechnung von Schallfeldern auf der Basis von Kugelfunktionen wird u.a. von [PRAGER et al. 2005] und [WU und ZHAO 2002] vorgeschlagen. Das Projizieren von Messungen auf das Objekt ermöglicht eine genaue Aussage über die Quellenverteilung. Die akustische Nahfeldholographie realisiert dies mit planaren Messflächen. Für viele Anwendungsfälle wäre es jedoch vorteilhafter, das Messobjekt auf einer Kugelfläche zu messen und die Schallfeldberechnung auf Basis von Kugelfunktionen ("spherical harmonics") durchzuführen. Diese Herangehensweise trägt der Tatsache Rechnung, dass viele abstrahlende Objekte, die klein gegen die Wellenlänge sind, als Kugelstrahler aufgefasst werden können. Die Erfassung sowie Vorwärts- und Rückwärtsprojektion des Schallfeldes auf Basis von Kugelfunktionen bietet gegenüber dem planaren oder zylindrischen Ansatz Vorteile, die sich in praktischen Messungen und Simulationen zeigen. Fehler, die durch das räumliche "Beschneiden" des Schallfeldes entstehen, werden bei der sphärischen NAH weitestgehend vermieden.

Die Lösung der Helmholtzgleichung (homogene Differentialgleichung 2. Ordnung) liefert ein Orthonormalsystem aus Kugelfunktionen. Der spärlichen NAH liegt ein Orthonormalsystem² zugrunde, das sich unter Verwendung von Kugelkoordinaten in sphärische Harmonische zerlegen lässt:

$$Y_n^m(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)}{4\pi(n+m)}} P_n^m(\cos \vartheta) e^{jm\varphi}, \quad (3.28)$$

mit $n = 0 \dots \infty$, $m = -n \dots 0 \dots n$ und P_n^m als *Legendre*-Funktionen.

Das sphärische Wellenspektrum des gemessenen Signals wird - analog zur Fourieranalyse - durch die Integration über alle Winkelemente $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ gebildet. Das Wellenspektrum wird durch die Koeffizienten

$$P_{mn}(r_0) = \int p(r_0, \vartheta, \varphi) Y_n^m(\vartheta, \varphi)^* d\Omega \quad (3.29)$$

bestimmt. Ausgehend von Gleichung 3.29 kann dann der Schalldruck oder die Schnelle auf der Oberfläche des Objektes (idealerweise eine Kugel) berechnet werden. Probleme, die durch die Diskretisierung der Abtastung entstehen, werden in [PRAGER et al. 2005] mit Interpolationsalgorithmen gelöst. Die vorgestellten Untersuchungen gelten zunächst für verschobene Einzelmikrofonmessungen, d.h. für stationäre Quellen.

HELs. Als Weiterentwicklung der Nahfeldholographie liefert die sog. *HELs*-Methode eine sehr genaue Schallfeldkartierung [WU 1997], [SENSOUND 2005]. Die Entwicklungen in der Nahfeldholographie können kurz wie folgt zusammengefasst werden:

1. PNAH (Planare NAH): Fourier-basierte Schallfeldtransformation von Ebenen
2. IBEM (Inverse Boundary Element Method): basierend auf der Helmholtzgleichung
3. HELs (**H**elmholtz-**E**quation-**L**east-**S**quares)

Die Methode berechnet alle Schallfeldgrößen im Nah- und Fernfeld auf Basis eines "Least-Squares-Fittings" an die *Helmholtzgleichung*. Mit dem System ist es ebenfalls möglich, die Schnelle auf Strukturoberflächen zu bestimmen und damit die Laser-Scanning-Vibrometrie zu ersetzen. Dadurch dass Schalldruck und Schallschnelle gemessen werden, wird auch die Schallintensität dargestellt. Mit ihr können genaue Aussagen über die akustische Leistung der Quelle ("structure-born" sound) abgeleitet werden. Zur Messung wird ein Mikrofon-Gitter der zu untersuchenden Oberfläche angepasst; die Messung erfolgt also im unmittelbaren Nahfeld.

²Ein beschreibbares System lässt sich in orthogonale Funktionen zerlegen; so ist z.B. die Fourieranalyse eine Zerlegung nach orthogonalen Funktionen, die unabhängig voneinander das System komplett beschreiben.

In der *HEL*S-Methode wird der Schalldruck mit Hilfe von orthogonalen Basisfunktionen ausgedrückt, die die Wellengleichung erfüllen [WILLIAMS 1999] (die Ähnlichkeit zur sphärischen NAH ist offensichtlich):

$$p(r, \vartheta, \varphi, \omega) = \rho c \sum_{j=1}^J [\Psi_j(r, \vartheta, \varphi, \omega)] C_j \quad (3.30)$$

Die Koeffizienten C der Basisfunktionen werden nun derart bestimmt, dass sich beim Anpassen der Lösung an den gemessenen Schalldruck p der Fehler im Sinne kleinster Fehlerquadrate minimiert. Ähnlich zur sphärischen NAH werden die Basisfunktionen $\Psi_{nm}(r, \vartheta, \varphi, \omega)$ mit Hilfe der Legendre-Funktionen $P_{nm}(\vartheta)$ und der sphärischen Hankelfunktionen $h(kr)$ ausgedrückt:

$$\Psi_{nm}(r, \vartheta, \varphi, \omega) = h_n(kr) P_{nm}(\cos \vartheta) \times \{\cos(m\varphi) \sin(m\varphi)\}. \quad (3.31)$$

n und m ergeben sich aus $j = n^2 + n + m + 1$, mit j als Anzahl von zu berücksichtigenden Basisfunktionen.

3.4 Beamforming

Die in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Verfahren zur Schallintensitätsmessung und Nahfeldholographie bestimmen die Schallfeldgrößen am Ort der Messung bzw. berechnen das Schallfeld auf Basis der Wellengleichungen. Der Zeitaufwand für die Schallintensitätsmessung ist sehr hoch, da im Allgemeinen ein Sondenmikrofon über ein Messraster verschoben werden muss. Bei der akustischen Holographie erfasst man zwar die akustische Szene mit *einer* Messung, jedoch ist der Rechenaufwand sehr groß, um eine Quellenortung jenseits der Messebene durchzuführen.

Eine Quellenortung auf Basis des *Beamformings* lässt sich hingegen in seiner einfachsten Realisierung sehr recheneffizient durchführen. Eine grobe Einordnung des Beamformings in den Kontext der Array-Signalverarbeitung wurde bereits in Abschnitt 3 vorgenommen. Der Vorteil des Beamformings besteht darin, dass man mit *einer Messung* im Fernfeld die Richtung des Schalleinfalls detektiert und den gemessenen Schalldruck bei gegebener Entfernung auf die Objektebene zurückprojiziert. Ein Beamforming im Nahfeld ist ebenfalls möglich; man muss dazu zusätzliche Delays aufgrund der gekrümmten Wellenfronten sowie einen abstandsabhängigen Amplitudenabfall berücksichtigen. In der Literatur findet man Beamforming-Systeme auch unter den Begriffen "phased antennas", "acoustic camera" etc. Zahlreiche Hersteller bieten Beamforming-Systeme an (s. Tabelle 3.2).

| Anbieter | System | Merkmal |
|-----------------------------------|---------------------------------|---------------|
| AkustikData, Berlin | <i>Linien-, Snowflake-Array</i> | FB-BF |
| Bruel&Kjaer, Naerum (DK) | <i>SONAH, PULSE</i> | NAH und FB-BF |
| Ges. f. Akustikforschung, Dresden | <i>AcoustiCam</i> | FB-BF |
| GFaI, Berlin | <i>Akustische Kamera</i> | ZB-BF |
| HEAD acoustics, Herzogenrath | <i>VISOR</i> | FB-BF |

Tabelle 3.2: Verschiedene Anbieter für Beamforming-Messsysteme (FB-BF = Frequenzbereichs-Beamforming, ZB-BF = Zeitbereichs-Beamforming, NAH = Nahfeldholographie).

3.4.1 Vergleich Beamforming-NAH

Im vorangegangenen Kapitel wurde die Nahfeldholographie beschrieben. Sie liefert kalibrierte Schallintensitätskartierungen mit guter Ortsauflösung, auch bei tiefen Frequenzen. Für die Messungen ist ein Mikrofonarray nötig, das möglichst nah an der Oberfläche des Objekts angebracht werden muss. Zieht man einen gewissen Abstrahlwinkel von der Oberfläche in Betracht, muss das Array die Oberfläche sogar überlappen, um die Abstrahlung zu kartieren. Je weiter man sich mit dem Array vom Objekt entfernt, desto größer muss aufgrund des Abstrahlwinkels das Array sein. Zudem erfordert eine fehlerfreie Kartierung einen Mikrofonabstand, der der halben Wellenlänge der höchsten zu messenden Frequenz entspricht (räumliches Abtasttheorem). Die Anzahl der Mikrofone kann also sehr groß werden.

Beamforming hingegen benötigt keine das Objekt überdeckende Mikrofonanordnung und kommt demnach mit weniger Mikrofonen aus. Es ist ein Fernfeldverfahren und wird für mittlere bis größere Entfernungen eingesetzt. Bild 3.4 schematisiert die Einsatzbereiche der vorgestellten Methoden *Beamforming*, *Nahfeldholographie* und *Schallintensitätsmessung*.

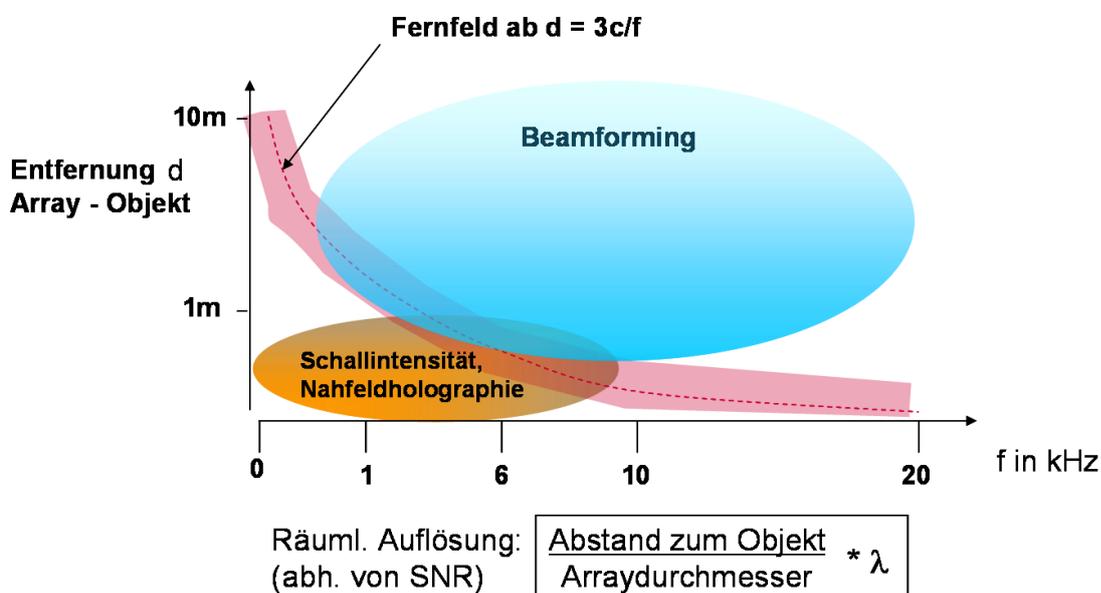


Abbildung 3.4: Messung im Nah- und Fernfeld: die Fernfeldgrenze ist mit 3λ angegeben.

Ortsauflösung. Die Ortsauflösung ist der minimale Abstand zweier unkorrelierter Quellen, die mit einem Messverfahren gerade noch getrennt dargestellt werden können. Im Beamforming wird die Auflösung mit wachsendem Abstand zum Messobjekt schlechter, sprich größer. Die

Auflösung beträgt für das Beamforming im Bereich der Fokusachse:

$$R_{BF} \approx 1,22 \frac{L}{D} \lambda \quad (3.32)$$

mit L als Abstand, D als Array-Durchmesser und λ als Wellenlänge der zu untersuchenden Frequenz. Die Formel lässt sich aus dem Raleigh-Kriterium für die Trennung zweier Einfallsrichtungen bzw. Quellen ableiten: 2 Einfallsrichtungen ebener Wellen können unterschieden werden, wenn der sich daraus ergebende Öffnungswinkel δ das erste Nebenmaximum³ trifft (s. Bild 3.5).

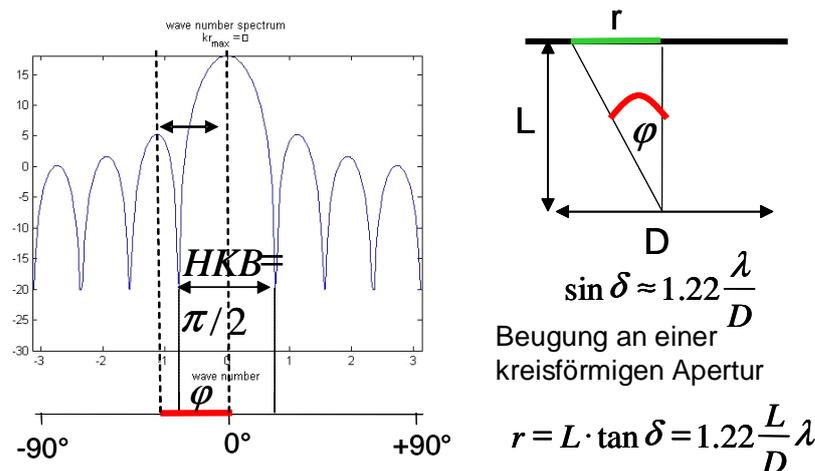


Abbildung 3.5: Zusammenhang zwischen Hauptkeulenbreite (HKB) und der Ortsauflösung r am Beispiel eines Linien-Arrays mit 8 Mikrofonen: das Wellenzahlspektrum ist für eine Welle mit Nyquistfrequenz dargestellt. Die HKB berechnet sich aus $4\pi/N$ Mikrofone, da bei mindestens 2 Mikrofonen die Auflösung gerade den Wert 2π im Wellenzahlspektrum annehmen kann. Mehr Mikrofone bei gleichem Abstand bewirken eine kleinere HKB und damit eine bessere Auflösung. Kleinere Abstände senken die obere Wellenzahlgrenze, ohne die Auflösung zu verbessern. Mit der HKB ist auch der Öffnungswinkel ϕ festgelegt. Bei gegebenem Abstand und Öffnungswinkel ergibt sich die Auflösung r . Diese ist beim Verhältnis $L/D = 1$ ungefähr eine Wellenlänge. Der Faktor 1.22 lässt sich anhand der Beugungseffekte einer kreisförmigen Apertur ableiten.

In Bild 3.4.1 ist schematisch der Unterschied in der Ortsauflösung zwischen den Verfahren der Nahfeldholographie und des Beamformings dargestellt.

Anhand einer idealisierten Messung mit einem monofrequenten Testsignal soll Gleichung 3.32 überprüft werden. In Bild 3.7 ortet ein Ring-Array mit 75 cm Durchmesser einen Lautsprecher in 1.50 m Entfernung.

³Das erste Nebenmaximum markiert das erste Minimum in der nicht-logarithmisch aufgetragenen Empfindlichkeit. Siehe dazu auch Grafik A.1 im Anhang.

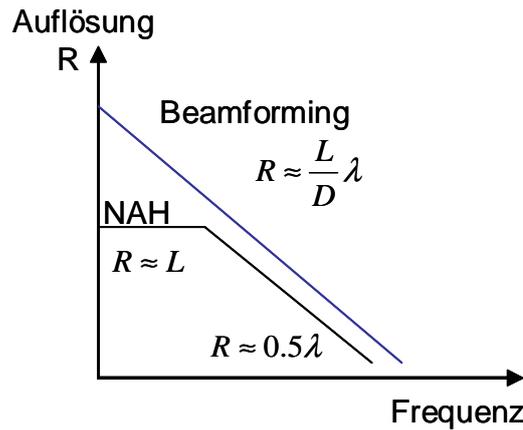


Abbildung 3.6: Örtliche Auflösung R von Beamforming und Holographie: die Auflösung der NAH wird nie schlechter als der Messabstand L . Beim Beamforming hängt R vom Verhältnis L/D ab, mit D als Array-Durchmesser. Zu hohen Frequenzen bietet Beamforming bei gleich guter Auflösung Vorteile hinsichtlich Messaufwand [CHRISTENSEN und HALD 2004].

Die gemessenen Ortsauflösungen in Bild 3.7 decken sich im Wesentlichen mit den berechneten Werten. Abweichungen können durch eine nicht genaue Farbdarstellung bzw. ungenaues Ablesen zustande kommen. Die räumliche Auflösung hängt vom gewählten Dynamikbereich ab, d.h. welcher Pegelbereich sich auf die Farbskala verteilt. Es leuchtet ein, dass bei klein gewählter Dynamik der Farbspot einen kleinen Durchmesser annimmt. Die berechnete Auflösung wird für den konkreten Fall erreicht, wenn die Pegel- bzw. Farbdynamik auf einen Wert von ca. 7 dB eingestellt wird. Dies entspricht ungefähr der Pegeldifferenz zwischen Hauptkeule und erster Nebenkeule, also dem Signal-/ Rauschabstand des Arrays; im Allgemeinen wird für das Ringarray eine Systemdynamik von ca. 7 dB angegeben. Die Simulation des Ringarray-Patterns bestätigt dies.

Die Dynamik bleibt über alle Frequenzen gleich; entscheidend ist der Abstand zwischen Hauptkeule und erster Nebenkeule. Die Auflösung ändert sich mit der Frequenz (s. Bild 3.7 und Gleichung 3.32). Sie lässt sich, wie schon beschrieben, auch aus dem Wellenzahlspektrum der entsprechenden Frequenz ableiten. Die Frequenz legt den Ausschnitt des Wellenzahlspektrums fest. Die Anzahl der Nullstellen korrespondiert dabei zu der Anzahl der Mikrofone N . Die Hauptkeulenbreite lässt sich für die Nyquistfrequenz mit $4\pi/N$ angeben (als Abstand der begrenzenden Nullstellen). Übertragen auf den Ortsbereich $\vartheta = -90^\circ \dots 90^\circ$ und verallgemeinert für alle Frequenzen erhält man die Beziehungen:

$$\text{HKB}_{\Omega=kr} = \frac{4\pi}{N} \frac{f_{Nyq}}{f} \quad \text{bzw.} \quad (3.33)$$

$$\text{HKB}_{\vartheta} = \frac{360^\circ}{N} \frac{f_{Nyq}}{f} \quad (3.34)$$

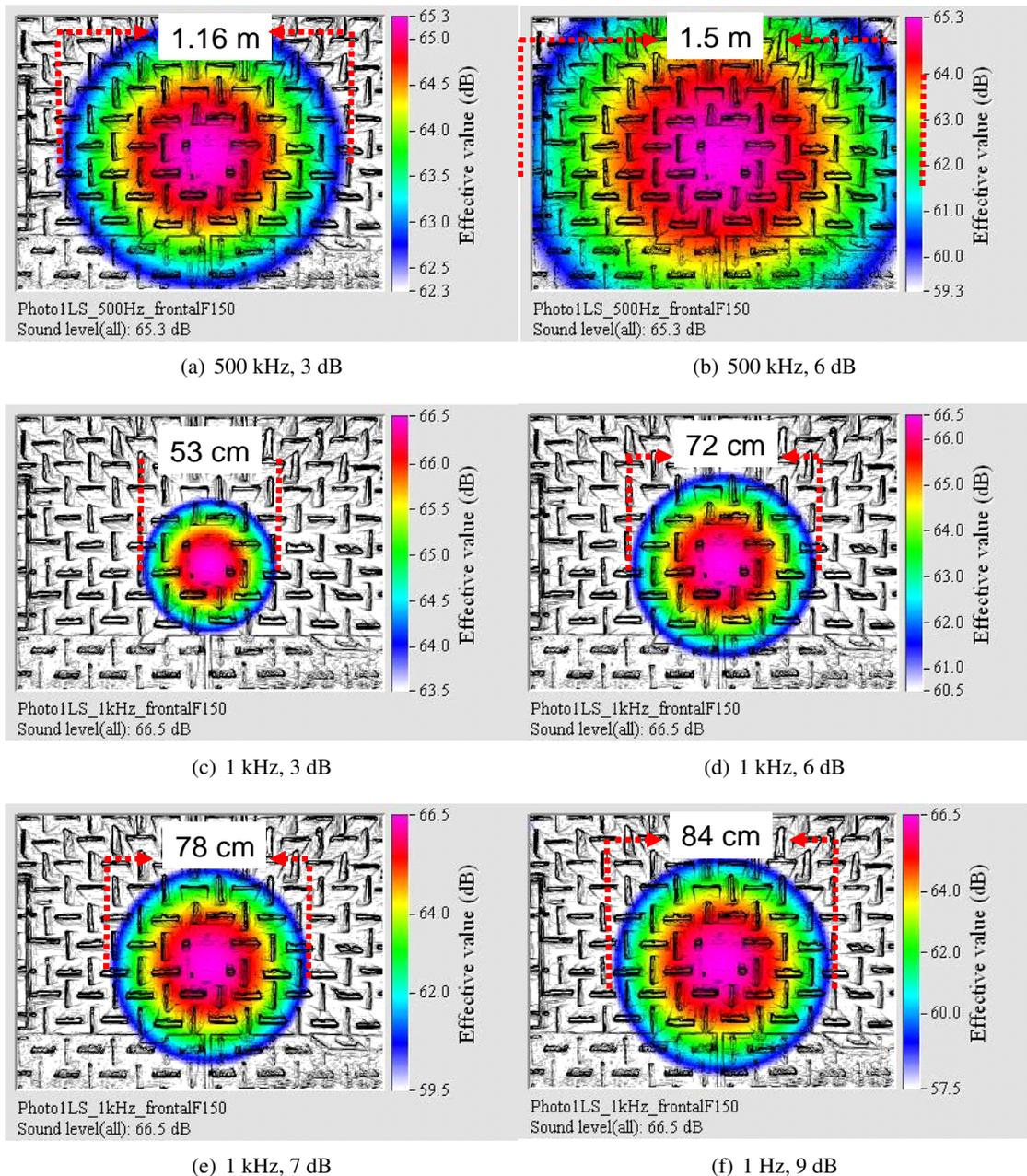


Abbildung 3.7: Lautsprechermessung zur Bestimmung der Auflösung (Abstand $L=1.5$ m, Array-Durchmesser $D=0.75$ cm): die berechnete Auflösung liegt für 1 kHz bei ca. 83 cm. In der Auswertung der Messung ergibt sich dieser Wert, wenn die Dynamik zwischen 7 und 9 dB eingestellt ist, s. (e) und (f). Die berechnete Auflösung 1.66 m bei 500 Hz findet sich in der Messung für eine Dynamik von ca. 9 dB wieder; damit liegt man aber außerhalb des sichtbaren Bildausschnitts (1.43 m horizontal, 1.08 m vertikal). Schränkt man die Dynamik auf 3 dB ein, liegt die Auflösung bei 1.16 m (a), für 6 dB bei ca. 1.5 m (b).

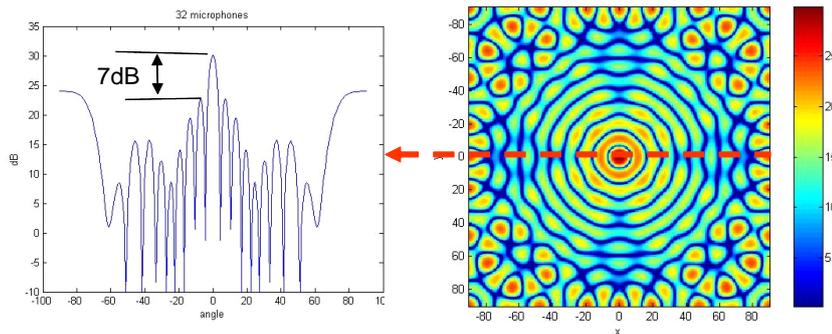


Abbildung 3.8: Simulierte Richtcharakteristik eines Ring-Arrays mit 32 Mikrofonen für Nyquistfrequenz (2300 Hz bei ca. 7 cm Mikrofonabstand): der Schnitt durch das Array-Pattern ergibt die Richtcharakteristik in einer Dimension (Azimut oder Elevation).

Die Erhöhung der Mikrofonanzahl bei gleichem Abstand der Sensoren zueinander vergrößert die Apertur und erhöht somit nach Gleichung 3.34 die Auflösung. Der Abstände der Nullstellen im Wellenzahlspektrum ergeben sich aus der Tatsache, dass mit Verkleinerung des Einfallswinkels von $90^\circ \dots 0^\circ$ die Spurwellenlänge $\lambda_s = \lambda / \sin \vartheta$ anwächst und sich dann alle $\lambda_s/2$ die Nullstellen wiederholen, wenn sich positive und negative Mikrofonensignale gerade aufheben. Um zu gewährleisten, dass der Dynamikbereich im Wellenzahlspektrum überhaupt genutzt werden kann, darf die Wellenlänge nicht größer sein als der Durchmesser des Arrays (2 Mikrofone pro Wellenlänge); die Nullstellen des Spektrums begrenzen in diesem Fall den sichtbaren Wellenzahlausschnitt. Für ein Array mit 75 cm Durchmesser bedeutet das eine untere Grenzfrequenz von $c/\lambda = 344[\frac{m}{s}]/0.75[m] = 459$ Hz. Für eine akzeptable Auflösung, mit der man noch einigermaßen Details im Bild unterscheiden kann, beginnt der Einsatzbereich des 75cm-Arrays ab ca. 800 Hz.

Es wird zwar eine gute Auflösung bei geringer Messentfernung erreicht, jedoch kann man nicht beliebig nah am Objekt messen. Nur im Fernfeld ist die Forderung nach gleichen Abständen aller Fokuspunkte zu den Array-Mikrofonen eingehalten. D.h., Amplitudenunterschiede kommen nicht zum Tragen, nur die Phasenunterschiede spielen eine Rolle. Obgleich man es auch im Fernfeld mit sehr ausgedehnten Kugelwellen zu tun hat, entspricht die Annahme unveränderlicher Amplituden der Annahme ebener Wellen, die auf das Array treffen. Natürlich gilt das Abstandsgesetz $p = 1/r$ weiterhin; nur für die Mikrofone innerhalb der begrenzten Array-Apertur kann man die Amplitudenabnahme vernachlässigen.

Die Forderung nach möglichst gleichen Abständen der Fokuspunkte zu den Array-Mikrofonen kann im Nahfeld nicht eingehalten werden, sodass Amplitudenunterschiede aufgrund unterschiedlicher Laufzeiten berücksichtigt werden müssen. Der Amplitudenabfall verläuft bei Annahme von Kugelwellen mit $1/r$. Im Beamforming-Algorithmus muss diese Tatsache berücksichtigt werden. Die Entfernungen der Bildpunkte variieren untereinander relativ stark, sodass

⁴0° entspricht dem senkrechten Einfall, 90° dem streifenden Einfall.

die Phasenberücksichtigung alleine keine korrekten Schalldruckwerte liefert. Die Mikrofonkanäle müssen also zusätzlich eine Amplitudenkorrektur erfahren. Einige kommerziell erhältliche Beamforming-Systeme (z.B. *AcoustiCam* (Gesellschaft für Akustikforschung Dresden), *Akustische Kamera* (GfaI), Bruel&Kjaer)) bieten diese Funktionalität an. Da man zur Deutung der Abstrahlcharakteristik aber auch die Phasenunterschiede zwischen Druck und Schnelle in Betracht ziehen muss, erlauben die Schalldruckwerte im Nahfeld keine direkte Aussage über die abgestrahlte Leistung. Dies ist nur mit den bereits beschriebenen Nahfeldverfahren möglich.

Ein weiterer Grund für die Einhaltung eines Mindestabstands vom Array zum Objekt ergibt sich aus der Überlegung, dass das Objekt eine gewisse Ausdehnung hat, die man mit dem maximalen Öffnungswinkel erfassen muss. Bei einem Öffnungswinkel von bspw. $\pm 45^\circ$ entspricht der minimal zulässige Abstand der sichtbaren Bildbreite. Aus der Sicht der Mikrofone ist bei Einhaltung dieses Mindestabstandes gewährleistet, dass mit dem elektronischen Schwenken der Richtkeule um $\pm 45^\circ$ alle möglichen Quellen der Fokusebene detektiert werden können. Aus Gleichung 3.32 kann man ableiten, dass die maximale zu erreichende Auflösung ca. eine Wellenlänge beträgt.

Die Nahfeldholographie erfordert einen minimalen Mikrofonabstand zur korrekten Abbildung der höchsten Frequenzen. Für eine große Messebene sind demnach sehr viele Mikrofone nötig. Die erreichbare Auflösung R ist abhängig von der Frequenz und bei vorgegebener Dynamik auch vom Messabstand. Es gilt:

$$R = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\ln 10}{40\pi}\right)^2 \left(\frac{D\lambda}{d}\right)^2}} \quad (3.35)$$

Hält man die Fernfeldforderung ein, benötigt das Beamforming zur maximalen Winkelauflösung den minimalen Abstand $L = D$ zum Objekt. Mit einem Öffnungswinkel von ca. $\pm 30^\circ$ ergibt sich bei maximaler Auflösung ein darstellbarer Bildbereich, der ungefähr der Array-Größe entspricht.

In [HALD 2003] wird ein kombiniertes Verfahren vorgestellt, das mit unregelmäßig verteilten Mikrofonen sowohl im Nah- als auch im Fernfeld messen kann. Das Array kann dabei auch kleiner sein als die zu untersuchende Oberfläche. Die Vorteile der Nahfeldholographie bei tiefen Frequenzen und des Beamformings bei hohen Frequenzen werden ausgenutzt.

Abschließend soll ein Beispiel aus der Messpraxis den Vergleich der Messverfahren illustrieren. Die tonale Abstrahlung eines Motors auf einem Prüfstand bei 800 Hz wurde dazu mit zwei Beamforming-Verfahren (Fernfeld) und mit einem NAH-Verfahren (Nahfeld) untersucht [KERN und MESCHKE 2006] (s. Bild 3.9).

Im Rahmen des EU-Projektes [KERN und MESCHKE 2006] wurde u.a. auch ein Vergleich zwischen der Laser-Scanning-Vibrometrie (LSV) und Beamforming durchgeführt. Beide Verfahren lassen sich natürlich nur schwer vergleichen, liegt der Fokus ihrer Anwendungen doch auf unterschiedlichen Ergebnisdarstellungen. Beim Beamforming interessiert i.d.R. die Abstrah-

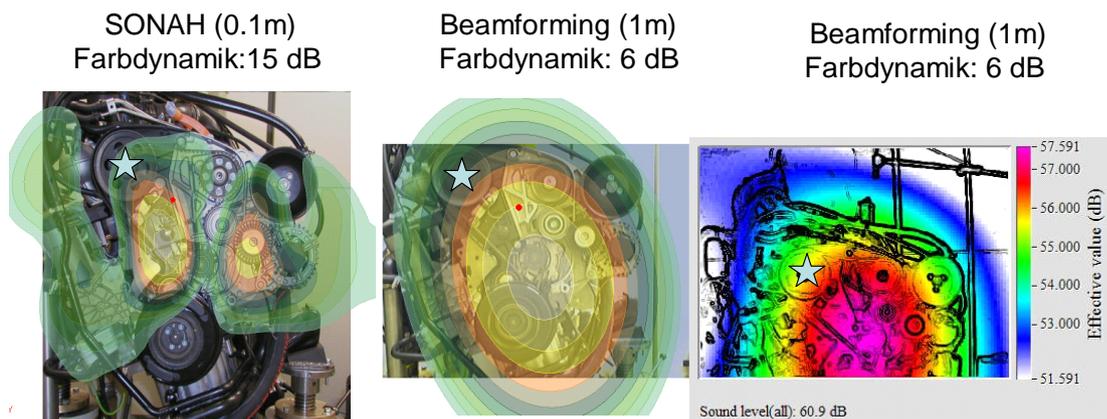


Abbildung 3.9: Vergleich von Nah- und Fernfeldmessung an einem Riementrieb: die stärkste tonale Abstrahlung erfolgt bei 800 Hz. Das Nahfeldverfahren (*SONAH* von Bruel&Kjaer, links) kann den Dipolcharakter der Quelle auflösen, während die Beamforming-Verfahren (Bruel&Kjaer (Mitte), GFaI (rechts)) den gemittelten Quellort detektieren. Die Messabstände betragen 1 m bei den Beamforming-Verfahren und 10 cm bei der NAH. Der Stern markiert dieselbe Position in den leicht zueinander verschobenen Bildausschnitten.

lung ins Fernfeld⁵; die LSV stellt Oberflächenschwingungen dar. Dennoch kann man in bestimmten Messszenarien "Korrelationen" zwischen beiden Herangehensweisen erkennen. Bild 3.11 zeigt die Untersuchung eines Motorblocks bei konstanter Drehzahl. Bild 3.10 stellt die Oberflächenschnelle dem Schalldruck im Fernfeld gegenüber.

Während der spektrale Verlauf der Schnelle zu hohen Frequenzen exponentiell abnimmt, ist der Amplitudenverlauf des Schalldrucks im Fernfeld auf nahezu gleichbleibendem Niveau; bei tieferen Frequenzen ist die Abstrahlung schwach. Die Abstrahlung dieser komplizierten Strahlergeometrie gehorcht dabei im Prinzip den gleichen Gesetzmäßigkeiten wie eine einfache Kugelquelle, bei der sich der Zusammenhang zwischen Strahlungsimpedanz und Frequenz relativ leicht erklären lässt.

Im Fernfeld sind die Schallfeldgrößen Druck und Schnelle in Phase. Daraus ergibt sich die Schallkennimpedanz der Luft als reeller Widerstandswert. Dieser ist vergleichbar mit einem Wirkwiderstand, an den Leistung abgegeben wird. Er ist aus akustischer Sicht also ein Maß für abgestrahlte Schall. Die Ortskurve der Quellimpedanz gibt Aufschluss über tatsächlich abgestrahlte (Wirk-)Leistung und evtl. vorhandene Blindanteile. Letztere bewirken eine Phasenverschiebung zwischen Druck und Schnelle. Eine Kugelquelle weist Blindanteile bei tiefen Frequenzen und kleinem Kugelradius bzw. kleinem Abstand auf. Grund ist die mitbewegte Masse in der Nähe der Kugeloberfläche, die Blindenergie benötigt und nicht zur Abstrahlung beiträgt. Bei hohen Frequenzen und großer Kugel bzw. Abstand wird die Luftmasse träge; es bleibt der reelle Wirkwiderstand. So ist zu erklären, dass trotz (nahezu exponentiell) abfallender Schnel-

⁵Es existieren auch Nahfeld-Beamforming-Algorithmen; diese berücksichtigen neben der entfernungsabhängigen Amplitudenabnahme auch ein zusätzliches Delay aufgrund der gekrümmten Wellenfronten.

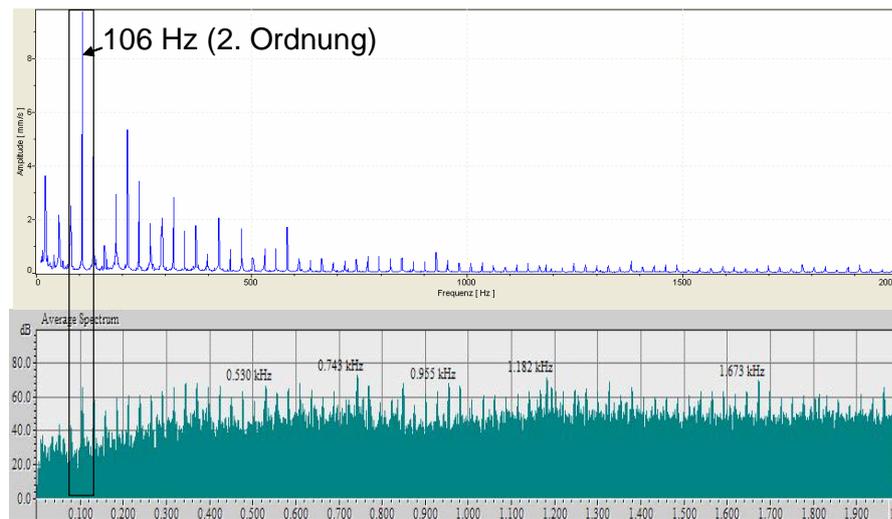


Abbildung 3.10: Vergleich der Spektren (Amplitude über Frequenz in Hz) von Laservibrometrie [POLYTEC] und Beamforming [GFAI] bei einem Motorlauf von 3240 Umdrehungen pro Minute: in beiden Bildern (Schnelle oben, Schalldruck im Fernfeld unten) sind die Peaks im Frequenzabstand 27 Hz zu erkennen; dies entspricht einer halben Motorordnung. Die 2. Motorordnung bei ca. 106 Hz ist in der Schnellemessung am stärksten ausgeprägt.

leamplituden zu hohen Frequenzen auf der Oberfläche dieser Verlauf nicht im Druckspektrum zu beobachten ist (s. Bild 3.10). Mit zunehmender Frequenz wird also die Anpassung an die Luftschallkennimpedanz und somit auch die Abstrahlung besser. Die Strahlungsimpedanz hängt dabei natürlich von der Strahlergeometrie ab (s. auch Abschnitt 2.2.2 "Schallabstrahlung").

Kohärente Quellen erzeugen zudem interferierende Abstrahlungsmuster, die zu Auslöschungen oder Verstärkungen im Fernfeld führen können. Gerade an einem Motor kann dieser Effekt sehr ausgeprägt sein, da die Anregung durch den Motorlauf (abhängig von Zylinderzahl, Umdrehungszahl, Last) eine Vielzahl von Bauteilen zu gleichen Schwingungsmustern anregt. Diese Schwingungsmuster lassen sich von der Laservibrometrie für jedes Bauteil getrennt darstellen, während örtliche Interferenzen im Fernfeld zu fehlerhaften Lokalisationen führen können. Dann sind beide Verfahren nicht miteinander vergleichbar.

Bild 3.11 zeigt, dass die Hauptabstrahlorte im Beamforming-Ergebnis mit zwei stark schwingenden Flächen korrespondieren. In der Animation der schwingenden Flächen erkennt man ein gegenphasiges Schwingen der Flächen mit der analysierten Frequenz. Das gleich- oder gegenphasige Schwingen mit gleicher Frequenz hat, wie gesagt, immer ein örtlich interferierendes Abstrahlungsmuster zur Folge. Die entsprechenden Quellen lassen sich jedoch bei genügend großem Abstand zueinander örtlich auflösen, wie in Bild 3.11 zu sehen ist. Der gegenteilige Fall wurde schon in Bild 3.9 illustriert; ein Riemtrieb verursachte hier eine Dipolabstrahlung (mit der Nahfeldholographie erkennbar), im Fernfeld jedoch überlagerten sich diese beiden Teilquellen und verschmolzen im Beamforming-Ergebnis zu *einer* Quelle.

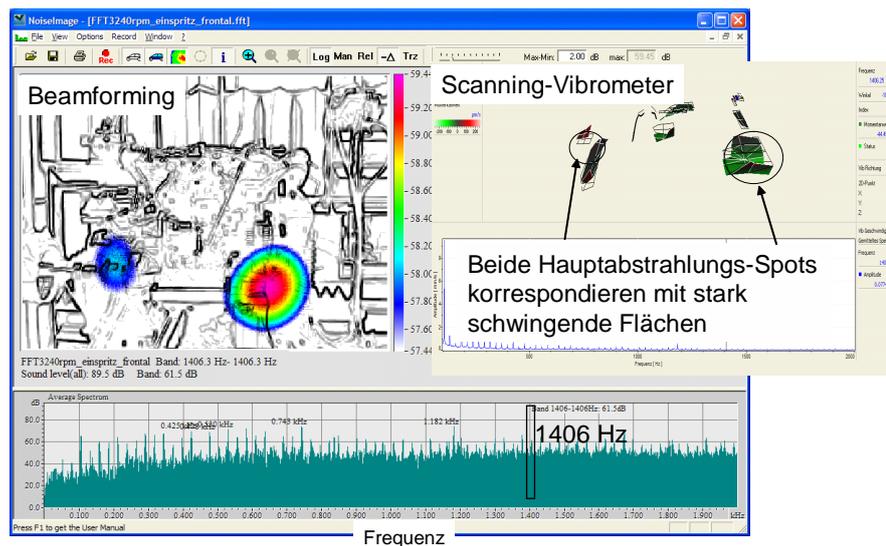


Abbildung 3.11: Beamforming- und Laserscanning-Ergebnis eines Motorlaufs bei 1406 Hz (24. Ordnung bei 3240 U/min): Die Hauptabstrahlorte des Beamformings korrespondieren zu den stark schwingenden Flächen der Laser-Vibrometrie.

Weiterhin ist anzumerken, dass sich die vergleichende Analyse nicht sinnvoll über den gesamten Frequenzbereich durchführen lässt, weil das Beamforming nur bedingt gute Ergebnisse liefert. Das Beamforming hat seine Schwächen klar im tieffrequenten Bereich; hier ist die Auflösung aufgrund der zu geringen Phasenunterschiede zwischen den Mikrofonen zu schlecht, sodass der Abstrahlungsort nur mit einer sehr eingeschränkten Dynamik erfasst wird. Bei zu groß gewählter Pegeldynamik erhält man einen sehr großen Spot mit geringer Farbdynamik. Ein wesentlicher Unterschied beider Verfahren besteht prinzipbedingt in der Detektion von flächigen Abstrahlungen. Während die Vibrometrie diese hochaufgelöst darstellen kann, rechnet das Beamforming die auf das Array einfallende Wellenfront auf eine Punktquelle im Fernfeld zurück. Diese dargestellte Punktquelle - ihre Größe ist abhängig von der gewählten Pegeldynamik - erscheint dann auf dieser Fläche und kann zu der irrtümlichen Annahme führen, die Fläche strahle nur von diesem Punkt aus. In Abschnitt 4.2.6 wird dieser Effekt an einer künstlich generierten, ebenen Wellenfront illustriert. Quelle ist das Wellenfeldsynthese-System, mit dem über ein Lautsprecherarray Wellenfronten aus jeder Richtung durch Phasenmanipulation erzeugt werden können. Dabei ist es zunächst egal, ob diese Wellenfront einer weit entfernten Punktquelle oder einer Fläche entspricht. Das Mikrofonarray detektiert in jedem Fall eine weit entfernte Punktquelle. Wird die Lautsprecherzeile als abstrahlende *Fläche* interpretiert, zeigt das Beamforming ein falsches Ergebnis im Sinne dieser Interpretation.

Die Laser-Scanning-Vibrometrie ist nur sekundär zur Ortung von Schallquellen geeignet, da sie lediglich die Oberflächenschwingungen abbilden kann, sich jedoch nicht das Abstrahlverhalten daraus ablesen lässt. Dieses hängt wiederum mit der Geometrie des schwingenden Bauteils und mit dem betrachteten Frequenzbereich zusammen. Die (komplexen) Strahlungswiderstände

der schwingenden Bauteilen müssen im Bereich der Schallkennimpedanz liegen. Bauteile mit zu kleiner Fläche bzw. zu geringer Schwingungsamplitude zeigen tieffrequent eine schwache bzw. gar keine Abstrahlung. Es ist klar, dass sich aus praktischen Gründen nicht alle Flächen abscannen lassen; Flächen, die von der Scanning-Ebene wegzeigen, können nicht gut erfasst werden. Zudem ist man hinsichtlich Speicher- und Rechenzeitbedarf an eine maximale Punktzahl gebunden. Dennoch lassen sich Ergebnisse der *Akustischen Kamera* mit Bildern der LSV untermauern und mitunter leichter interpretieren, sodass auch Maßnahmen zur akustischen Optimierung zielführender vorgenommen werden können.

3.4.2 Das Delay&Sum-Prinzip

Nachdem die allgemeinen Messanforderungen an das Beamforming beleuchtet wurden, wird nun der grundlegende Algorithmus des Beamformings erläutert. Es handelt sich um das *Delay&Sum*-Prinzip, das sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich zur Anwendung kommt. Die Laufzeiten der Mikrofone werden gemäß Fokusrichtung kompensiert, aufsummiert und normiert. Das Delay&Sum-Prinzip ist im Gegensatz zu den noch vorzustellenden adaptiven Verfahren ein *daten-unabhängiger* Algorithmus. D.h., dass zur Berechnung der Richtungen lediglich Zeitindizes bzw. die Phase des Signals manipuliert werden. Eine Filterung ist in den einfachen Algorithmen nicht vorgesehen.

Daten-*abhängige* Algorithmen zielen auf die Manipulation der Kreuzspektral- bzw. Kreuzkovarianzmatrix, sind also Verfahren, die im Frequenzbereich angewendet werden und nicht ausschließlich eine Laufzeitauswertung vornehmen.

Der Delay&Sum-Algorithmus im Zeitbereich verändert die *Zeitdaten* des Signals. Rechen-technisch ist er leicht zu implementieren und bietet einige wichtige Vorteile im Vergleich zum Frequenzbereich. Während im Frequenzbereich das Signal in seine Frequenzanteile zerlegt wird, erfasst man im Zeitbereich den breitbandigen Charakter des Signals. Außerdem entfallen die langen Mittelungszeiten, die im Frequenzbereich bei der Berechnung der Kurzzeitspektren gefordert werden. Transiente, pulsartige Signale sind also besser im Zeitbereich zu behandeln.

Die Vorteile des Frequenzbereichs liegen in der Trennung von Richtungsinformation (Steering-Vektoren) und Frequenzinhalt (Kreuzspektralmatrix). Gerade die Manipulierbarkeit der Kreuzspektralmatrix, in der die gesamte Information des Signalinhalts abgelegt ist, bietet viele Möglichkeiten, auf die Qualität im akustischen Bild Einfluss zu nehmen. Eine Blick über die Vor- und Nachteile vom Beamforming im Zeit- und Frequenzbereich bieten u. a. [KRIM und VIBERG 1996] und [JÄCKEL 2006].

Im Zeitbereich verwendet man keine Matrixschreibweise, sodass man andere Verfahren zur Erweiterung des Beamformings entwickeln muss. In den Abschnitten 3.6 und 4.2 wird darauf eingegangen.

3.4.2.1 Delay&Sum im Zeitbereich

Beim *Delay&Sum-Algorithmus im Zeitbereich* werden die erfassten Signale nach dem Durchlaufen von Verzögerungsgliedern aufsummiert. Mit der Wahl der Verzögerungsglieder wird die Einfallsrichtung der Schallwelle künstlich simuliert. Stimmen die gewählten Verzögerungen mit der realen Einfallsrichtung der Schallwelle überein, kommt es nach deren Aufsummierung zu einer Verstärkung des Signals. Bei anderen simulierten Richtungen tritt der Verstärkungseffekt nicht ein, da diese Signale nicht *kohärent* addiert werden und sich herausmitteln. Beamforming bedeutet also auch immer das Unterdrücken von *unkorrelierten* Störsignalen.

Bild 3.12 zeigt das Prinzip des Delay&Sum-Beamformers im Zeitbereich.

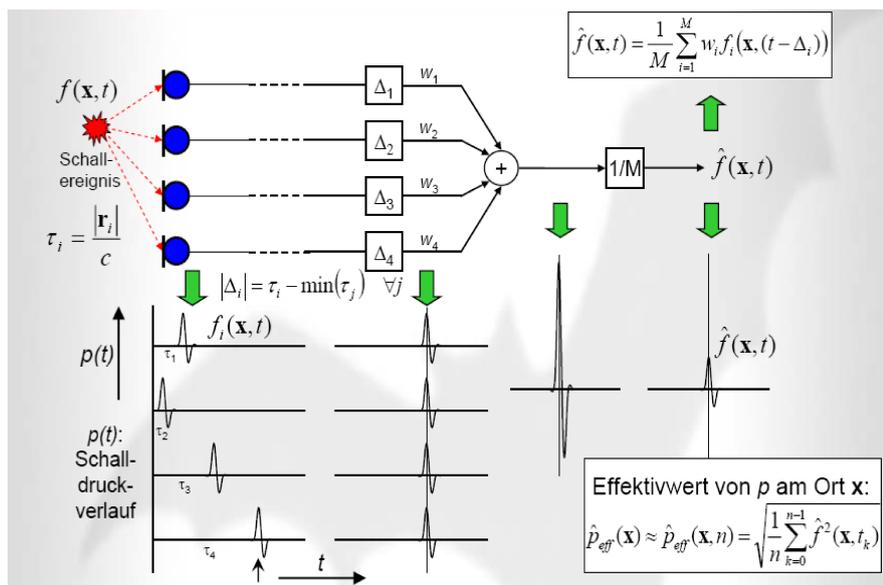


Abbildung 3.12: Das Delay&Sum-Prinzip im Zeitbereich. (Quelle: [JÄCKEL 2006])

Zur Bestimmung von Laufzeitdifferenzen zwischen den Mikrofonen wird ein gemeinsamer Bezugspunkt 0 im Array festgelegt. Zunächst betrachtet man die Laufzeitunterschiede Δ_m zwischen jedem Mikrofon M und dem Bezugspunkt 0 (s. Grafik 3.13):

$$\Delta_m = \frac{r_0 - r_m}{c} \quad (3.36)$$

Die Laufzeitunterschiede zu dem Mikrofonen bei Ausrichtung des Arrays auf einen Fokus-punkt F ergeben sich zu:

$$\Delta'_m = \frac{r'_0 - r'_m}{c} \quad (3.37)$$

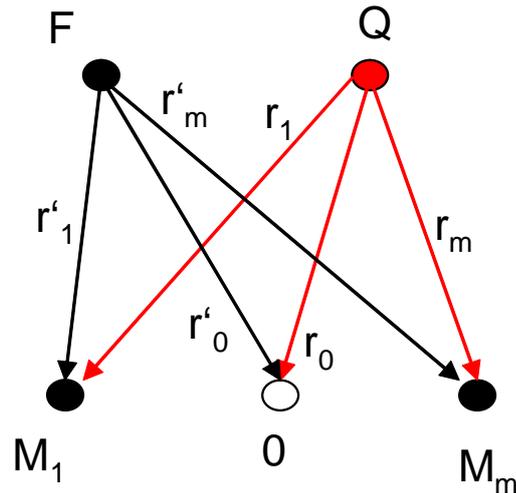


Abbildung 3.13: Prinzip der Laufzeitberechnungen

Nun wird für jede mögliche Einfallsrichtung auf bestimmte Raumpunkte fokussiert. Stimmt der Ort eines (virtuellen) Raumpunktes mit dem Quellort überein, ist $\Delta'_m = \Delta_m$. Das Ausgangssignal $z(t)$ bildet sich dann aus der Summe der unterschiedlich zum Bezugspunkt verzögerten Mikrofonensignale und wird maximal:

$$z(t) = \sum_{m=1}^M p_m(t - \Delta_m) \quad (3.38)$$

Bezogen auf das Quellsignal lautet diese Beziehung umformuliert:

$$z(t) = \sum \frac{1}{r} p_Q(t - \frac{r_m}{c} - \Delta_m) \quad (3.39)$$

Da bei Übereinstimmung von Raumpunkt und Quellpunkt

$$\Delta_m = \frac{r_0 - r_m}{c} \quad (3.40)$$

gilt, hebt sich die Laufzeit des Signals zu den Mikrofonen auf, so dass das summierte Ausgangssignal des Beamformers unter Berücksichtigung einer abstandsabhängigen Amplitudenabnahme wie folgt notiert wird:

$$z(t) = \sum \frac{1}{r} p_Q(t - \frac{r_0}{c}) \quad (3.41)$$

Gleichung 3.41 beschreibt gemäß *Green'scher Funktion* die Schallausbreitung einer Kugelwelle, erzeugt von einer idealen Punktquelle.

Das Kompensieren der Signallaufzeiten bedeutet eine lineare Phasenverschiebung. Im einfachen Fall einer reinen Laufzeitkompensation ohne Amplitudenkompensation kann man dies als Filteroperation mit einem Allpass interpretieren. Mit einer zusätzlichen Gewichtung der Kanäle kann man die Gestalt der Richtwirkung nach bestimmten Vorgaben beeinflussen (s. auch Abschnitt "Fensterung" in Abschnitt 2.1.3.3).

Im folgenden *Filter&Sum*-Algorithmus, einer Abwandlung des *Delay&Sum*-Prinzips, kann die Amplitudenabnahme und eine zusätzliche Frequenzgangbewertung berücksichtigt werden.

3.4.2.2 Beamforming in der Messpraxis - Die Akustische Kamera

Messsystem und Algorithmus. Bild 3.14 zeigt das Messsystem der *Akustischen Kamera* [GFAI], wie es seit 2004 bei VOLKSWAGEN in der Praxis eingesetzt wird. Die mit einem Mikrofonarray aufgezeichneten Schalldrucksignale werden während der Messung von einem Datenrekorder aufgezeichnet und anschließend in die Software *NoiseImage* eingelesen. Zusätzlich kann mit einem Kalibrierlautsprecher ("Klicker") das System auf die korrekte Lokalisation überprüft werden. Eventuelle Unregelmäßigkeiten in den Mikrofonpositionen, z.B. durch Erschütterungen beim Transport oder fehlerhafte Kabelverbindungen könnten eine Messung unbrauchbar machen; mit einer Testmessung vor der eigentlichen Messung kann dies überprüft werden. Für die unterschiedlichen Einsatzbereiche des Systems stehen verschiedene Mikrofonarrays zur Verfügung. Tabelle 3.3 gibt einen Blick über die unterschiedlichen Einsatzmöglichkeiten.

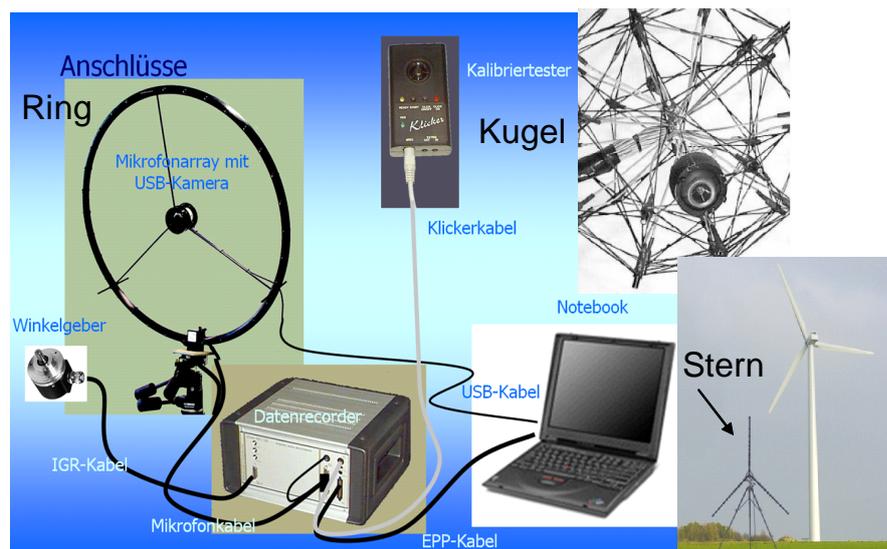


Abbildung 3.14: Messsystem *Akustische Kamera* [GFAI]

| | 32-kanaliger Ring (75 cm \varnothing) | 32-kanalige Kugel (35 cm \varnothing) | 36-kanaliger Stern (3 Arme à 2 m) |
|----------------|---|---|--------------------------------------|
| Innenraum | | X | |
| Motorprüfstand | X | | |
| Windkanal | X | | |
| Vorbeifahrten | | | X |
| Durchschallung | X | | |

Tabelle 3.3: Einsatzbereiche in der automobilen Messpraxis für verschiedene Mikrofonarrays (Beispiele für die *Akustische Kamera* [GFAI]).

Seit 2005 bietet der Hersteller eine neue Hardware-Generation an, die mit einer Ethernet-Schnittstelle zum Messrechner ausgerüstet ist und zudem Arrays mit höherer Kanalzahl bein-

haltet. Wichtigste Erweiterung ist die Option, 3D-Innenraummessungen durchzuführen. Die Schalldruckkartierung wird in diesem Fall auf eine 3D-Oberfläche projiziert. Für die Innenraummessung muss das 3D-Modell zur Verfügung stehen und die Messung mit dem Kugel-Array durchgeführt worden sein. Durch die räumliche Anordnung der Mikrofone können im Gegensatz zum Ring-Array die Schalleinfallrichtungen auch von vorne und hinten unterschieden werden. Das Ergebnis ist ein akustischer "Rundum-Blick" (Bild 3.30).

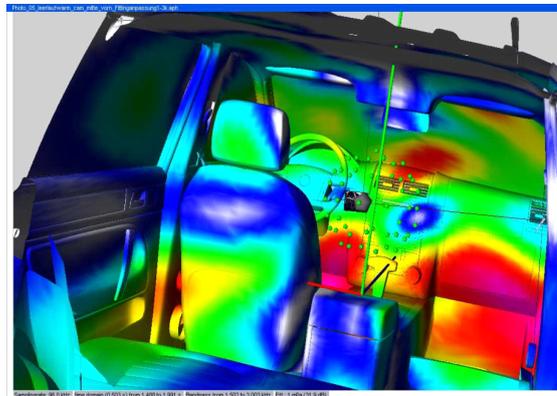


Abbildung 3.15: Akustisches 3D-Bild einer Durchschallungsmessung (Rauschquelle im Motorraum) in der 3.15 kHz-Terz: der Innenraum wurde mit künstlichen Leckagen versehen, um das Ergebnisbild verifizieren zu können.

Der Großteil der durchgeführten Messungen sowie die für diese Arbeit relevanten Erweiterungen beziehen sich jedoch auf die 2D-Version der Software *NoiseImage*. Der verwendete Algorithmus ist das **Delay&Sum-Beamforming im Zeitbereich**. Es ist recheneffizient umsetzbar und liefert - abhängig von der Messsituation - intuitiv interpretierbare, akustische Bilder.

Im akustischen Bild wird der Effektivwert des Schalldrucks dargestellt; es ist also eine Leistungs- bzw. Intensitätsgröße, die sich aus dem Quadrat des gemessenen Schalldrucks ableitet. Der Schluss auf eine gemessene Schalleistung ist nur dann zulässig, wenn als akustischer Widerstand die reelle *Schallkennimpedanz* herrscht ($P = U^2/Z_0$); dies ist nur im Fernfeld gegeben. Eine weitere Eigenschaft des Fernfeldes ist es, dass die Berücksichtigung des entfernungsabhängigen Schalldruckabfalls ($1/R$ -Gesetz) entfällt. Die Laufzeitberechnung im Delay&Sum-Algorithmus erfolgt auf Basis von Kugelwellen, also gekrümmten Wellenfronten, die sich natürlich im Fernfeld ebenen Wellenfronten angleichen. Eine Messung im Nahfeld ist damit möglich, nur stellt sich die Frage nach deren Aussagekraft. Da man stets an der Lokalisation von Quellen interessiert ist, die auch tatsächlich *Leistung* ins Fernfeld abstrahlen, kann eine sinnvolle Interpretation des akustischen Bildes nur anhand einer Messung im Fernfeld erfolgen.

Die korrekte Interpretation von berechneten Schalldruckkartierungen erfordert trotz aller rechentechnischer Algorithmik zusätzliches Wissen über die abstrahlende Quelle und den Algorithmus selbst. Es sind insbesondere die Absolutpegel, die einer kritischen Beurteilung zu unterziehen sind.

Die Problematik der Absolutpegel. Das kartierte, auf jeden Bildpunkt B der Fokusebene bezogene Beamforming-Ergebnis ist als *der* Schalldruck zu interpretieren, den eine dort befindliche Punktquelle P_B am Array hervorrufen würde. Der dargestellte Schalldruckpegel ist die phasenrichtige Aufsummierung aller Mikrofonsignale mit anschließender Normierung und gibt somit die Wirkung der Quellenverteilung am Mikrofonarray wieder. Eine Aussage über die Quelle selbst ist ohne Weiteres *nicht* möglich. Die Genauigkeit der absoluten Pegeldarstellung hängt zum einen von der Richtwirkung der Quelle ab; diese kann in Richtungen abstrahlen, die außerhalb der erfassten Bildbereiche, also außerhalb des Fokusbereiches liegen. Ebenso können Reflexionen an harten Oberflächen Spiegelquellen erzeugen.

Entscheidend für Lokalisationsverfahren auf Basis des Beamformings ist allerdings die Richtwirkung des Arrays, das sog. *Array-Pattern* selbst. Je nach frequenzabhängiger Gestalt der Richtwirkung wird bei Fokussierung in eine bestimmte Richtung zusätzlich Schall aus anderen Richtungen erfasst, der in die Messung der Fokusrichtung mit einfließt. Die Gestalt der Richtwirkung wird durch die Parameter *Hauptkeulenbreite = Ortsauflösung* und *Nebenkeulenhöhe = Dynamik* beschrieben. Bild 3.16 zeigt beispielhaft eine Richtwirkung für ein Linien-Array bei doppelter und halber Nyquistfrequenz.

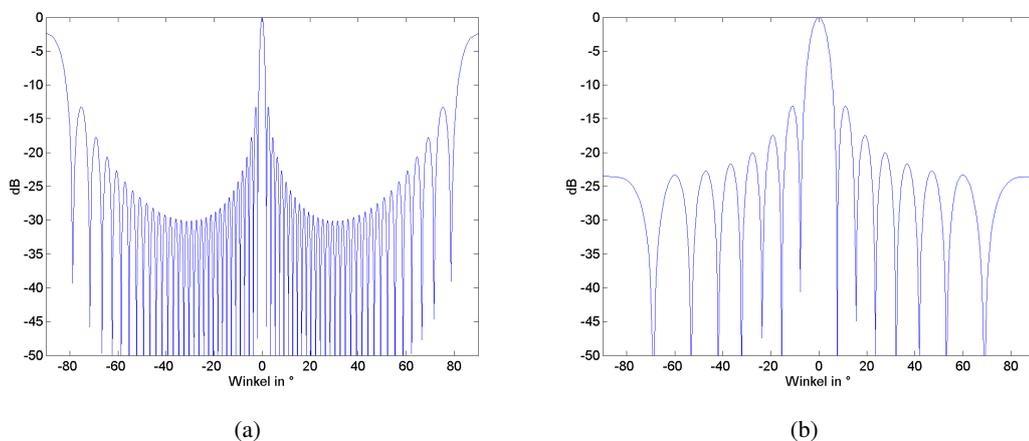


Abbildung 3.16: Vergleich der Richtwirkung eines Linien-Arrays mit 32 Mikrofonen und Rechteckgewichtung (a) bei doppelter Nyquistfrequenz; (b) bei halber Nyquistfrequenz.

Die Anzahl der Mikrofone legt die Anzahl der Nullstellen fest. Entsprechend der betrachteten Frequenz ist immer nur ein bestimmter Ausschnitt des Spektrum sichtbar. Die Gestalt der Nebenkeulen hängt von der Gewichtung ab, die Breite der Hauptkeule zusätzlich vom Array-Durchmesser. Die ausführliche Herleitung der Richtwirkung eines Mikrofonarrays im Beamforming-Prozess folgt in Abschnitt 4.1.

Grobe Fehler in der Bestimmung absoluter Pegel treten immer dann auf, wenn die Hauptkeulenbreite so groß ist, dass Quellen nicht getrennt werden können oder wenn durch zu starke Nebenkeulen Quellen anderer Richtungen der Fokusrichtung aufgeschlagen werden. Je höher die Ortsauflösung und die Dynamik des Arrays sind, desto genauer sind Aussagen über Absolutpegel möglich. Abschnitt 3.6 befasst sich mit verschiedenen Ansätzen zur Optimierung der

Richtwirkung. Diese Ansätze zielen zum einen auf die Optimierung der Array-Geometrie bzw. Mikrofonanordnung, zum anderen werden bei gegebener Geometrie verschiedene Algorithmen untersucht. Die sog. inversen Methoden in Abschnitt 3.6.3.1 zielen darauf, den Einfluss des Array-Patterns zu eliminieren und dadurch nur den "Peak", sprich die Quelle selbst, zu erhalten; man nennt diesen Vorgang auch *Entfaltung*.

Im Folgenden sollen einige wichtige Parameter aufgezählt werden, die direkten Einfluss auf das Ergebnis des Beamforming-Prozesses haben. Es handelt sich dabei um Punkte, die der Anwender während der Messung, in der Auswertung und nicht zuletzt in der Interpretation beachten muss.

Ausrichtung und Fokusabstand des Arrays. Die Ausrichtung des Arrays spielt eine wesentliche Rolle für die Lokalisation. In der Auswertung wird immer davon ausgegangen, dass der phasenrichtig (kohärent) aufaddierte Schalldruck seine Ursache in einer *omnidirektionalen Punktquelle* im Fernfeld hat. Dass die Quelle evtl. in andere Richtungen viel stärker abstrahlt, kann mit einer einfachen Messung nicht ermittelt werden. Mehrfachmessungen (s. Abschnitt 4.2.4) würden hierüber Aufschluss geben. Es sollten deshalb im Vorfeld Überlegungen angestellt werden, in welcher Richtung die Hauptabstrahlung zu erwarten ist und dementsprechend das Array ausgerichtet werden.

Nicht weniger wichtig ist die korrekte Angabe der Fokusdistanz. Ist die Distanz zu gering eingestellt, erscheinen Quellen, die an den Bildrändern liegen, weiter innen; bei zu großer Distanz weiter außen. Bei falscher Fokusdistanz werden die gekrümmten Wellenfronten der angenommenen Kugelquelle mit falschen Delays zu den Mikrofonen beaufschlagt. Aus diesem Grund sollte auch zur Kalibrierung des Systems die definierte Punktquelle ("Klicker") am Bildrand positioniert werden. Liegt eine zu betrachtende Quelle auf der Fokusachse eines Ring-Arrays, spielt die Fokusdistanz keine Rolle für die Lokalisation, da sich die Einfallswinkel zu allen Mikrofonen im gleichen Maße ändern und sich somit keine relativen Phasen- bzw. Laufzeitunterschiede ergeben. Diese entstehen, wenn sich die Quelle außerhalb der Fokusachse befindet und die Fokusdistanz vom wahren Wert abweicht. Zur Veranschaulichung siehe Bild 3.17.

Integrationszeit. In der Analyse einer Messung muss darauf geachtet werden, dass die Integrationszeit groß genug ist, um Effektivwertfehler zu vermeiden. Es muss gewährleistet sein, dass genügend Wellenlängen zur zeitlichen Mittelung zur Verfügung stehen; die Integrationszeit richtet sich somit nach der tiefsten zu analysierenden Frequenz und sollte ein Vielfaches der Periodendauer dieser Frequenz entsprechen.

Der Einfluss der Integrationszeit auf den dargestellten Effektivwert im akustischen Bild zeigt sich insbesondere bei impulsartigen Signalen. So liefert ein großes Integrationsfenster einen geringeren Effektivwert als ein kleines Integrationsfenster.

Die Integrationszeit legt ferner die erreichbare Frequenzauflösung fest. Da die Integrationszeit T umgekehrt proportional zur resultierenden Frequenzauflösung Δf ist, kann eine feine Auflö-

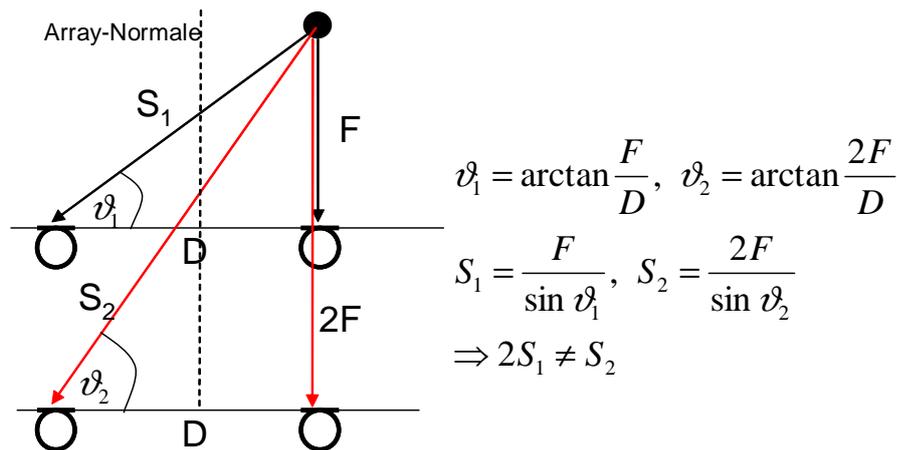


Abbildung 3.17: Laufzeitänderung einer ebenen Schallwelle bei Änderung der Fokaldistanz, bezogen auf das Ring-Array: liegt die Quelle nicht auf der Array-Normalen, ändert sich bei Verdopplung der Fokaldistanz der Weg S nicht um Faktor 2. Eine fehlerhafte Angabe der Fokaldistanz wirkt sich also auf die relativen Laufzeiten zwischen den Mikrofonen aus.

sung nur durch eine Vergrößerung der Beobachtungszeit erreicht werden.⁶ Eine schlechte Frequenzauflösung bedeutet weiterhin, dass die erste Frequenzkomponente $f_u > 0$ zu höheren Frequenzen wandert; die Größe des Fensters legt also die tiefste darstellbare Frequenz fest. Anschaulich gesprochen, muss mindestens eine Wellenlänge in das Zeitfenster passen.

Einfluss von Reflexionen und Beugung. Bei der Interpretation von akustischen Bildern muss stets berücksichtigt werden, dass die Schallausbreitung von einer Quelle zu den Mikrofonen im Allgemeinen nicht auf direktem Wege erfolgt. Abschattungen, Beugungen und Reflexionen der Schallwellen führen dazu, dass die Rückprojektion der eintreffenden Schallwellen auf die Fokusebene mitunter verschobene Quellorte zeigt. Der Delay&Sum-Algorithmus wertet nur die Laufzeiten an den Mikrofonen aus und kann keine Hindernisse berücksichtigen, die die Schallwelle im Ausbreitungsweg vorfand. Beugungseffekte treten auf, wenn das Hindernis klein zur Wellenlänge ist. Ist das Hindernis groß, kann es passieren, dass die Schallausbreitung in Richtung der Mikrofone gänzlich unterbrochen wird. Die dann mehr oder weniger stark auftretenden Reflexionen können dann am Array Scheinquellen hervorrufen. Messungen aus verschiedenen Blickwinkeln können hier Abhilfe schaffen; i.d.R. wandert eine Reflexion mit dem Blickwinkel, während die eigentliche Quelle fest an einem Ort bliebe. Bild 3.18 zeigt ein Beispiel aus der Messpraxis (Hupen-Messung), bei dem eine Reflexion am Boden auftritt.

Bei Messungen in komplizierteren Umgebungen, z.B. in einem Motorraum, kann die Abschattung von Bauteilen zu Fehlinterpretationen in der Ortung führen.

⁶Die Analogie zu einem örtlichen Beobachtungsfenster und dessen Auflösung im Wellenzahlspektrum ist offensichtlich.

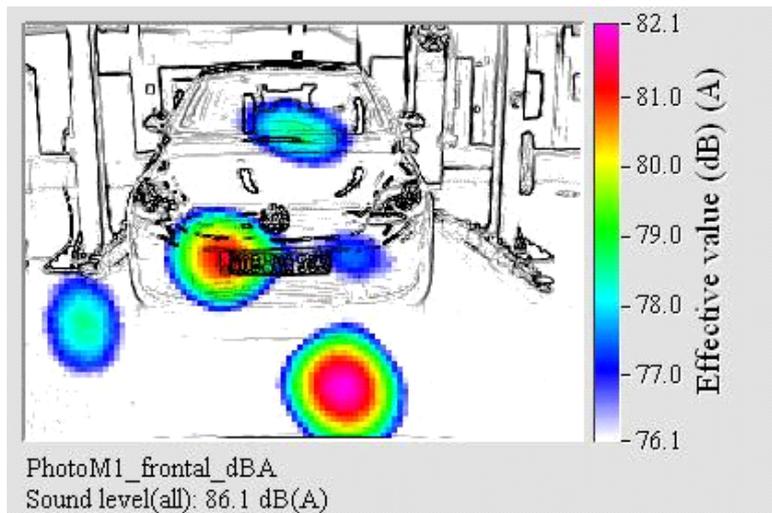


Abbildung 3.18: Reflexion am Boden bei einer Hupen-Messung

Stehende Wellen. Kommt es zur Reflexionen an zwei sich gegenüberliegenden Begrenzungsflächen, bilden sich dazwischen *Stehende Wellen* aus. Die reflektierten Schallfeldanteile überlagern sich phasenverschoben um π . Das Vorhandensein von stehenden Wellen führt zu einer fehlerhaften Lokalisierung anderer Quellen, da nun die sich im Raum wiederholenden Schall-druckmaxima einer Richtung zugeordnet werden, aus der sie de facto nicht kommen.

Aliasing. Die Struktur des räumlichen Aliasings hängt neben der Frequenz (es gilt das räumliche Abtasttheorem) auch stark von der Signalform ab. Breitbandige und sinusförmige Signale stellen die Extremfälle dar. Während sich bei breitbandigen Signalen bzw. nicht-periodischen Signalen die interferierenden Aliasing-Muster mehr oder weniger auslöschen, sind bei sinusförmigen Signalen die Muster stark ausgeprägt. Die Grenzfrequenz, bei der gerade noch kein räumliches Aliasing auftritt, berechnet sich aus $c/2dz$, mit c als Schallgeschwindigkeit und dz als Sensorabstand. Für ein Mikrofonarray mit ca. 7 cm Sensorabstand tauchen demnach die ersten Aliasing-Artefakte ab ca. 2.3 kHz auf.

Korrelierte Quellen. Die Abstrahlungsphänomene von Objekten sind im Allgemeinen sehr komplex. Selten hat man es mit Strahlern zu tun, die einer Punktquelle angenähert werden können. Ein nur schwer zu analysierendes Problem sind hoch korrelierte bzw. *kohärente* Quellen. Angeregt von *einer* gemeinsamen Ursache erzeugen sie aufgrund starrer Phasenbeziehungen örtliche Interferenzeffekte, die ihrerseits wieder Scheinquellen zur Folge haben. Ein Beispiel ist eine Durchschallungsmessung mit einem Lautsprecher. Hier können austretende Wellen (z.B. an Türschlitzen) Interferenzmuster an den Mikrofonen erzeugen. Ein weiteres Beispiel ist ein Motorblock. Hier werden zahlreiche Bauteile von der eigentlichen Ursache, dem Kolbenspiel mit seinen Motorordnungen, zur Abstrahlung angeregt. In Bild 3.19 sieht man die Ergebnisbilder einer Messung, bei der 2 Lautsprecher korreliertes Rauschen abstrahlen.

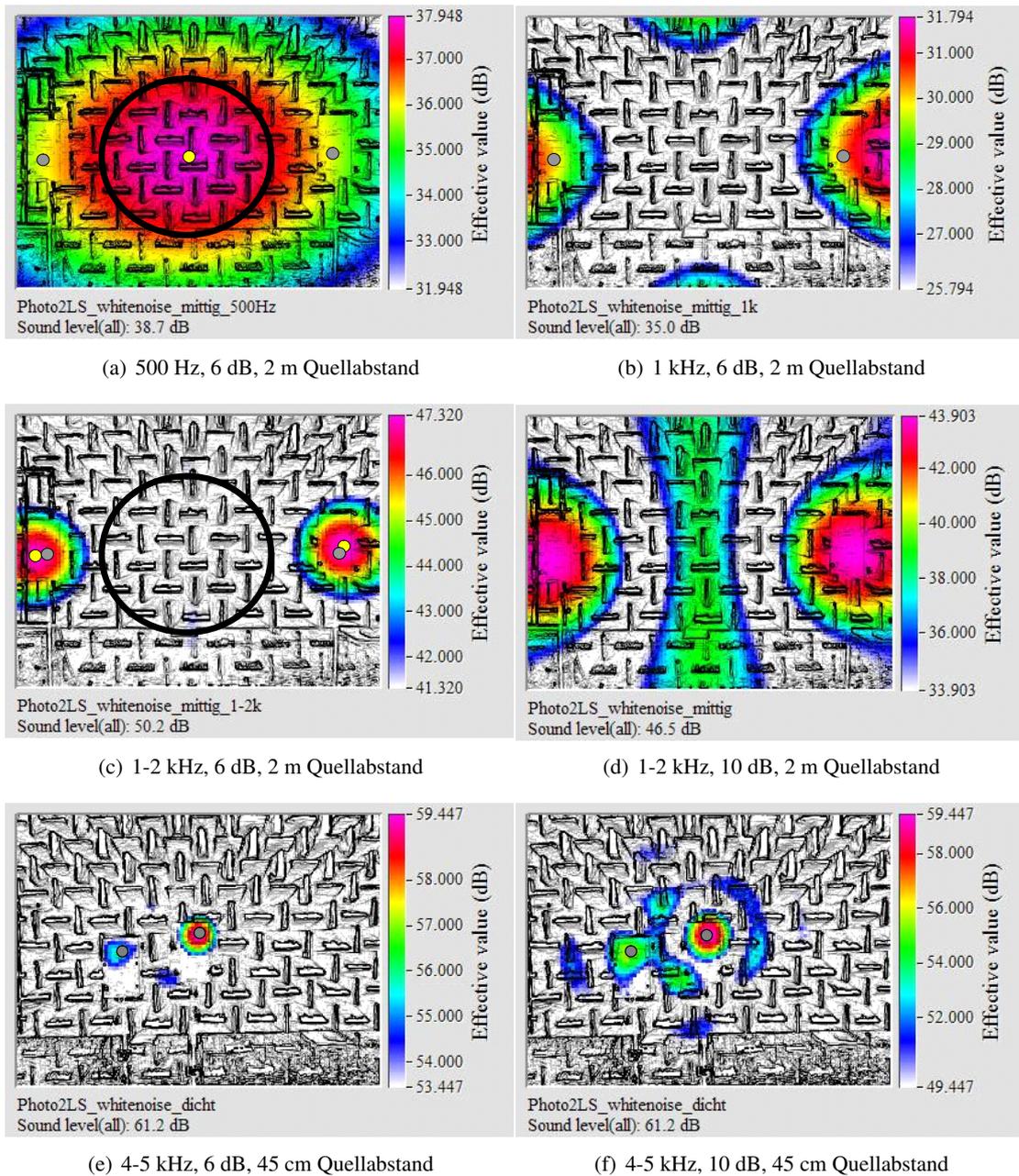


Abbildung 3.19: Kohärente Quellen in unterschiedlichen Frequenzbereichen und Abständen: die grauen Punkte kennzeichnen die Zentren der Lautsprecher, die gelben Punkte die Zentren der detektierten Quellen. In (b) liegen die detektierten Quellen sogar außerhalb des sichtbaren Bildausschnitts.

Aus Bild 3.19 geht hervor, dass eine Trennung bei höheren Frequenzen und großen Abständen der Quellen zueinander besser gelingt. Die Trennung tieffrequenter Schallquellen gelingt grundsätzlich deshalb nicht gut, weil tieffrequente Teilschallfelder aufgrund ihrer geringen Phasenunterschiede schon eine inhärente, räumliche Kohärenz aufweisen, wenn man das Schallfeld an 2 benachbarten Punkten untersucht. Reale, tieffrequente Schallfelder können also nie vollständig inkohärent sein. Die Trennung ideal unkorrelierter, tieffrequenter Quellen (synthetische Rauschquellen) ist mit einer vergrößerten Array-Apertur möglich, wie Bild 4.27 zeigt.

Koinzidenz. Ein weiteres Abstrahlungsphänomen betrifft den bereits in den Grundlagen behandelten Effekt der Koinzidenz bei abstrahlenden Flächen. Ab einer bestimmten unteren Grenzfrequenz, der Koinzidenzgrenzfrequenz, beginnt eine angeregte Begrenzungsfläche Schall zu transmittieren. Die Dämmwirkung bricht dann stark ein. Bei der Koinzidenzgrenzfrequenz sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten und damit auch die Wellenlängen in den Medien "Luft" λ_0 und "Festkörper" λ_S gleich, sodass die Abstrahlung entlang der Fläche (90° zur Flächennormalen) erfolgt (Bild 3.20(a)). Mit zunehmender Frequenz liegt im Festkörper aufgrund der höheren Schallgeschwindigkeit die größere Wellenlänge ($\lambda = c/f$) in Form einer Biegewelle vor.⁷ Die Abstrahlung in das Medium "Luft" kann aus der Sicht der Fläche nur unter einem bestimmten Winkel erfolgen, da dann die größere Wellenlänge λ_S der Biegewelle, die sog. *Spurwellenlänge* vorliegt (Bild 3.20(b)). Den Effekt der Abstrahlung unter einem bestimmten Winkel ϑ nennt man auch *Spuranpassung*, die Fläche einen langwelligen Strahler; er spielt für die Array-Messtechnik, also für das "inverse" Szenario einer unter ϑ einfallenden Welle eine entscheidende Rolle. Die Spurwellenlänge λ_S berechnet sich aus

$$\lambda_S = \frac{\lambda_0}{\sin \vartheta}. \quad (3.42)$$

In Bild 3.21 ist eine Durchschallungsmessung zu sehen, bei der der Effekt der Koinzidenz deutlich wird.

Der Koinzidenzeffekt äußert sich also in frequenzabhängigen Abstrahlwinkeln. Für die Praxis bedeutet dies auch, dass unter Umständen bestimmte Frequenzen gar nicht vom Array erfasst werden, weil sie vom Array weg gerichtet abstrahlen. Eine Analyse mehrerer Frequenzbereiche ist deshalb sinnvoll. Weiterhin gibt die Messung aus mehreren Positionen Aufschluss darüber, ob Quellen "wandern" und somit auf einen Koinzidenzeffekt hindeuten.

Die Koinzidenzgrenzfrequenz f_g hängt ganz entscheidend vom Material und der Größe der Fläche ab. Mit der Biegesteifigkeit B , der flächenbezogenen Masse m und der Schallgeschwindigkeit in Luft c_L berechnet sich f_g aus

$$f_g = \frac{c_L^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{B}}. \quad (3.43)$$

⁷Biegewellen breiten sich dispersiv aus, haben also eine frequenzabhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit.

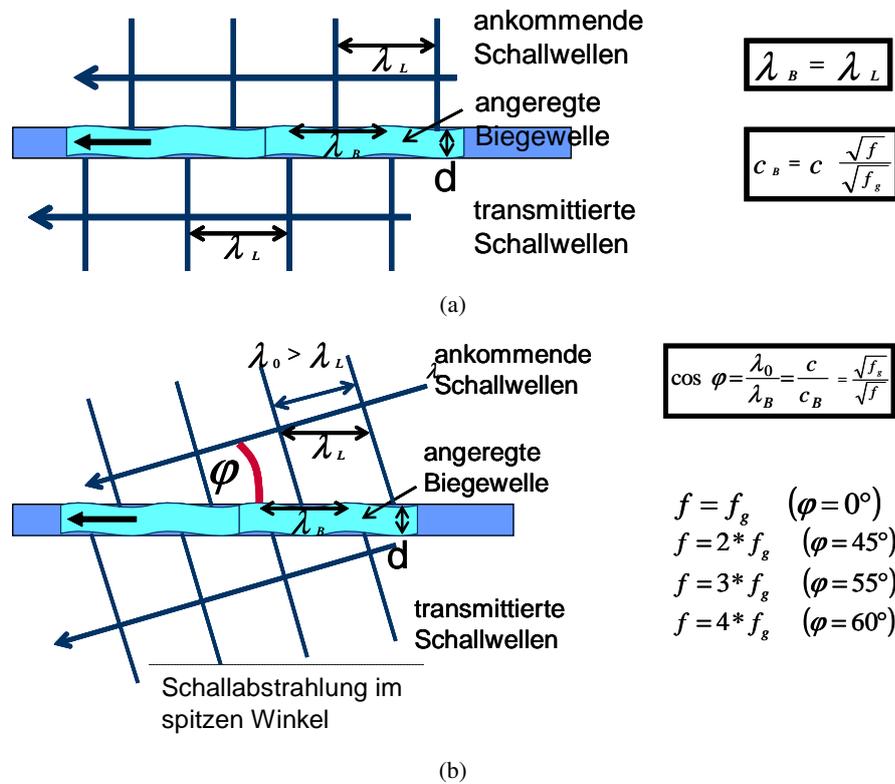


Abbildung 3.20: Angeregte Biegewelle auf einer Begrenzungsfläche: (a) bei Koinzidenzgrenzfrequenz f_g ; (b) oberhalb f_g .

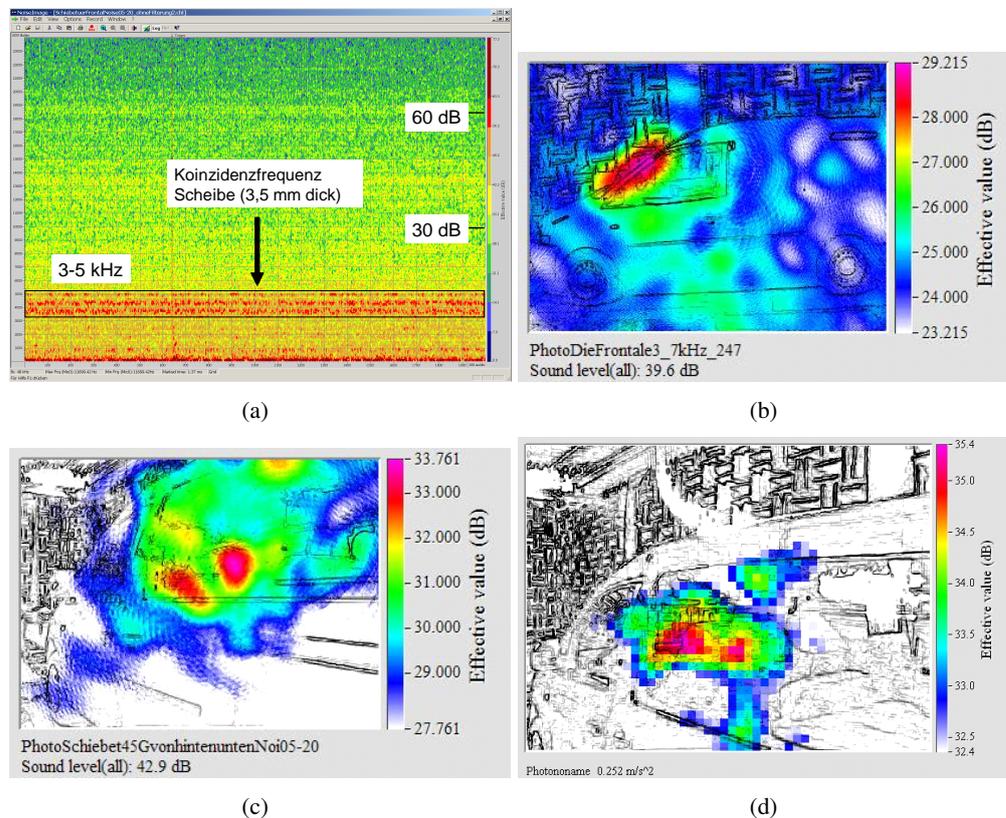


Abbildung 3.21: Koinzidenzeffekt an einer Scheibe bei einer Durchschallungsmessung [durchgeführt von H. Opfer, 2004]; Analyse bei 3-5 kHz: (a) Spektrogramm einer Durchschallungsmessung; (b) Koinzidenz an der Frontscheibe im Bereich 3-7 kHz, beobachtet von der Seite; (c) die Seitenscheibe wird in einem spitzen Winkel von ca. 45° beobachtet; (d) Aufnahme mit der gleichen Kameraposition, allerdings etwas nach oben verschoben. Der Koinzidenzleck verschiebt sich ebenfalls nach oben, wie erwartet.

Das Schalldämmmaß R sinkt im diffusen Schallfeld ($0 < \vartheta < 90^\circ$) ab f_g deutlich ab und unterscheidet sich demnach von der theoretischen Dämmwirkung nach dem Massengesetz $R = 20 \lg \frac{\pi f m}{\rho c}$ dB-3dB. Typische Werte für f_g liegen für Glasscheiben von einer Breite von 3-4 mm im Bereich 3-4 kHz.

3.4.2.3 Filter&Sum-Beamformer

Neben den Laufzeiten wird im Filter&Sum-Algorithmus auch die Amplitudenabnahme kompensiert. Laufzeit- und Amplitudenkompensation (i. A. gemäß Kugelwellenmodell) können als inverse Übertragungsfunktion $H_m(x, \omega)$ formuliert werden. Die Faltungsoperation im Zeitbereich mit der Impulsantwort h_m lautet:

$$y(t) = \sum_{m=1}^M h_m x_m(t - \tau_m) \quad (3.44)$$

Neben dem Kugelwellenmodell können die Übertragungsfunktionen $U(x, \omega)$ gemessen oder von adaptiven Algorithmen bestimmt werden. Die Koeffizienten liegen in Form eines FIR-Filters in jedem Mikrofonzweig.

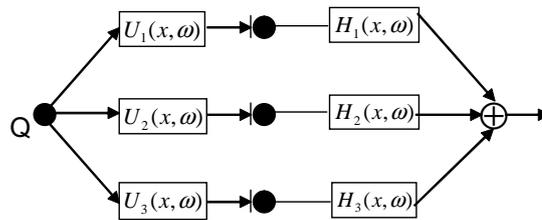


Abbildung 3.22: Filter&Sum-Beamformer

Der Einsatz von FIR-Filtern erlaubt zudem eine frequenzabhängige Gewichtung für *jeden* Mikrofonkanal. Im Gegensatz zur Gewichtung mit nur *einem* Koeffizienten pro Kanal ergeben sich somit für jede Frequenz andere Richtwirkungen; das Ergebnis ist ein *frequenzselektiver Beamformer*.

Die Richtwirkung eines Beamformers stellt sich grundsätzlich als sog. *Array-Pattern* dar. Bei gleicher Gewichtung der Kanäle bleibt die Gestalt des Patterns gleich, nur die oberen Grenzen verschieben sich gemäß betrachteter Frequenz (s. auch Abschnitt 4.1).

Die Richtwirkung eines Filter&Sum-Beamformers lautet bei Einfall einer ebenen Welle auf ein lineares Array:

$$h(k_x, \omega_0) = \sum_{m=1}^M H_m(\omega_0) e^{j(\omega_0 \tau_m - k_x x)}, \quad (3.45)$$

mit $k_x = |k| \sin \vartheta$.

3.4.2.4 Delay&Sum im Frequenzbereich

Wie in Abschnitt 3.4.2.1 beschrieben, werden je nach simulierter Einfallsrichtung der ebenen Welle die Mikrofonsignale um

$$\Delta t = \frac{\kappa r_m}{c}$$

verzögert. Diese Zeitverschiebung äußert sich im Frequenzbereich als Phasenverschiebung. Der Beamforming-Output lautet nun für den Frequenzbereich:

$$B(\kappa, \omega) = \sum_{m=1}^M P_m(\omega) e^{-j\omega \Delta t_M(\kappa)} \quad (3.46)$$

Bezieht man diesen Ausdruck auf den Wellenzahlbereich, ergibt sich aufgrund der Beziehung $k = \omega/c$ und κ als Einheitsvektor in Richtung der einfallenden Welle

$$B(\kappa, \omega) = \sum_{m=1}^M P_m(\omega) e^{-jk\kappa r_m}. \quad (3.47)$$

Die bisher gemachten Aussagen gelten für die von den Mikrofonen aufgezeichneten Schalldruckwerte. Wird die *Leistung* am Ausgang des Beamformers betrachtet, muss Gleichung 3.47 umgeschrieben werden. Hierbei entsteht die Kreuzspektralmatrix (CSM), die für eine Frequenz die (Kreuz-)Leistungen aller möglichen Kombinationen von Mikrofonpaaren enthält. Die Multiplikation der Spektralwerte zweier Mikrofonsignale wird mit dem konjugiert-komplexen Spektralwert durchgeführt. Zur Ermittlung der Spektralwerte eines jeden Kanals bietet sich eine Kurzzeit-Fouriertransformation an, mit der eine gleitende Analyse des Zeitsignals möglich ist. Eine Mittelung über die erzeugten FFT-Blöcke ergibt dann den Spektralwert, der das Signal für diese Frequenz repräsentiert.

Die gemittelte Leistung am Ausgang des Beamformers lautet nun:

$$V(\kappa, \omega) = \sum_{m,n=1}^M P_m(\omega) P_n^*(\omega) e^{jk(r_m - r_n)} \quad (3.48)$$

$$= \sum_{m,n=1}^M C_{mn}(\omega) e^{jk(r_m - r_n)} = \vec{S}^* C_{mn} \vec{S} \quad (3.49)$$

C_{mn} ist die Kreuzspektralmatrix, \vec{S} und \vec{S}^* beschreiben das konjugiert-komplexe Paar von Steering-Vektoren. Jedes Element i dieser Vektoren ist proportional zur Green'schen Funktion

$$C_i(x_m) = e^{j\omega\tau_{im}}, \quad (3.50)$$

die die Ausbreitung einer ebenen Welle von einem Quellepunkt x_m zu einem Mikrofon i angibt.

In der Kreuzspektralmatrix sind auf der Hauptdiagonalen die Autospektren der einzelnen Mikrofonkanäle enthalten. Gleichung 3.49 lässt sich nun in einen Autospektrum- und einen Kreuzspektrum-Anteil zerlegen:

$$V(\kappa, \omega) = \sum_{m=1}^M C_{mm} + \sum_{m,n=1}^M \vec{S} C_{mn} \vec{S}^* \quad (3.51)$$

Bei der Berechnung der Autospektren gehen die Phasenbeziehungen verloren.

Die Kreuzspektralmatrix bietet Ansätze für erweiterte Beamforming-Algorithmen (s. Abschnitt 3.6.4).

3.5 Sonstige Verfahren

Mit den vorgestellten Verfahren im Nah- und Fernfeld sind bereits die wichtigsten Methoden beschrieben worden, die auch in der alltäglichen Messpraxis ihre Verwendung finden. Es sollen nun in Kürze weitere Verfahren vorgestellt werden, mit denen Schallquellen lokalisiert werden können.

Hohlspiegelmikrofon. Ein Parabol- bzw. Ellipsoid-Spiegel sammelt einfallende Strahlen (optischer oder akustischer Natur) und bündelt sie in einem Brennpunkt. Der Parabolspiegel besitzt *einen* Brennpunkt F_1 und sammelt parallel einfallende Strahlen, während der Ellipsoidspiegel zwei Brennpunkte (F_1 in Spiegelnähe, F_2 weiter vor dem Spiegel) besitzt und Strahlen einfängt, die unter einem Winkel auf die reflektierende Fläche treffen (s. Bild 3.23). Platziert man ein Mikrofon im Brennpunkt F_1 , wird *der* Schall verstärkt, der von einer Quelle in F_2 bzw. aus der zur Symmetrieachse parallelen Richtung (F_2 im Unendlichen) kommt. Schall aus anderen Richtungen bzw. von anderen Quellorten wird nicht verstärkt. Der Hohlspiegel mit Mikrofon wirkt also wie ein Richtmikrofon. Die Ausrichtung des Spiegels auf verschiedene Einfallsrichtungen bzw. mögliche Quellorte ist dem Beamforming äquivalent, da dieses das Array *virtuell* durch Laufzeitmanipulationen der Mikrofon-signale ausrichtet. Ist durch das virtuelle Schwenken eine Quelle gefunden, entspricht dies dem Fall, dass das Hohlspiegelmikrofon im Brennpunkt F_1 sitzt (s. Bild 3.23).

Der Parabolspiegel ist für Fernfeldmessungen geeignet, da die parallel einfallenden, ebenen Wellenfronten sich im Brennpunkt, also an der Stelle des Mikrofons treffen. Für Nahfeldmessungen ist der Ellipsoidspiegel vorzuziehen, da hier die Wellen unter einem vom Abstand abhängigen Winkel einfallen.

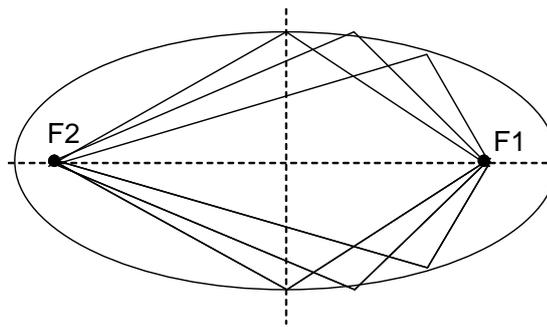


Abbildung 3.23: Prinzip des Hohlspiegels (Ellipsoid)

Verwendet man nun anstelle des Einzelmikrofons ein Mikrofon-Array vor dem Hohlspiegel, können auch Quellrichtungen außerhalb der Symmetrieachse detektiert werden, da zu diesen Richtungen jeweils ein Array-Mikrofon korrespondiert. Das Array legt also ein festes Raster auf der Objektfläche fest. Je nach dem, welche Mikrofone verstärkte Signale aufweisen, kann daraus der "aktive" Quellpunkt ermittelt werden, ohne einen Beamforming-Algorithmus zu verwenden. Zur flächendeckenden Schalldruckkartierung muss man interpolieren. Besonders geeignet ist

das "Hohlspiegel-Array" für Windkanalmessungen im Fernfeld.

Druck-Schnelle-Sonde. Eine Druck-Schnelle-Sonde (**PU-Sonde**) [MICROFLOWN 2008] ist vergleichbar mit einer Schallintensitätssonde, mit dem Unterschied, dass die Schnelle tatsächlich gemessen und nicht aus dem Druckgradienten bestimmt wird. Die Funktionsweise basiert auf 2 mikroskopisch dünnen Hitzdrähten, dessen Temperaturgradient bei Schalleinfall die Richtungskomponente des Schnellektors festlegt. Mit der Bestimmung des Schalldrucks als skalare Größe und der Schallschnelle als vektorielle Größe ist das Schallfeld eindeutig beschrieben. Mit der Richtung des Schnellektors ist die Schalleinfallrichtung bekannt, sodass man theoretisch mit 2 Druck-Schnelle-Sonden den Schallentstehungsort bestimmen kann. Das Auswerten von Laufzeiten zu einer großen Anzahl von herkömmlichen Drucksensoren entfällt somit. Der Hersteller bietet auch PU-Sonden-Arrays mit integrierter Kamera an, sodass die Kartierung aller Schallfeldgrößen möglich wird.

3.6 Erweiterte Beamforming-Methoden

Die vorangegangenen Abschnitte beleuchteten die grundlegenden Algorithmen für das Delay&Sum-Beamforming (DSB) im Zeit- und Frequenzbereich. Die reine Betrachtung von Laufzeiten bzw. Phasenunterschieden liefert bereits ein akustisches Bild, in dem die dominierenden Quellen lokalisiert sind. Um einen tieferen Einblick in die akustische Szene zu bekommen, bedarf es jedoch Erweiterungen, um insbesondere unter akustisch schwierigen Bedingungen ein Maximum an Information zu extrahieren. Oft werden pegelschwache Quellen von Lärmquellen, die nicht von Interesse sind, überdeckt. Im Allgemeinen sind auch stets mehrere "Quellmechanismen" am Gesamtschallfeld beteiligt, die für eine genaue Analyse getrennt dargestellt werden müssten. Von großem Interesse ist auch der *absolute* Pegelbeitrag von Einzelquellen, welcher sich aufgrund der örtlichen Faltung mehrerer Array-Pattern nicht ohne Weiteres eindeutig bestimmen lässt. Die Schwäche des Beamformings bezüglich Ortsauflösung und Dynamik hängt zudem unmittelbar mit der verwendeten Mikrofonanordnung zusammen. Diese kann unter bestimmten Gesichtspunkten optimiert werden.

Ein grober Überblick über die Array-Signalverarbeitung bzw. die Klassifikation von Ortungsmethoden mittels Array-Technik wurde bereits zu Beginn in Abschnitt 3.1 gegeben. Ergänzend gibt [MICHEL 2006] einen kurzen Überblick über die Geschichte des Beamformings mit dessen Erweiterungen.

Im Hinblick auf die genannten Schwächen sollen im Folgenden nun einmal die wichtigsten Erweiterungen zu Beamforming-Algorithmen vorgestellt werden, die zum Stand der Technik gehören und die teilweise im 2. Teil der Arbeit durch neue Ansätze ergänzt werden.

3.6.1 Effiziente Beamforming-Algorithmen

Das Aufkommen der Digitaltechnik von Beginn der 60er Jahre an erlaubte eine neue rechen-technische "Verwertung" der schon länger bekannten Beamforming-Idee. Es stand vor allem eine effiziente Verarbeitung der diskret vorliegenden Abtastwerte im Vordergrund, auch weil die Rechen- und Speicherkapazität zu Beginn begrenzt war. Heutzutage sind es Echtzeitanforderungen, die auf eine effiziente Verarbeitung hochabgetasteter Kanaldaten angewiesen sind.

3.6.1.1 Effizienzsteigerung herkömmlicher Delay&Sum-Algorithmen

Ausgangspunkt und Motivation für eine effizientere Gestaltung von Datenerfassung, Speicherung und Übertragung der Sensordaten zur Auswerteeinheit sind die Nachteile des einfachen Delay&Sum-Algorithmus':

- Hohe Samplingrate $f_s \geq 5f_{Nyq}$ zur Generierung feiner Delay-Abstufungen (hohe Winkelauflösung)
- Hoher Speicherbedarf für Signale hoher f_s , langer Delays (Signale dürfen nicht beliebig kurz sein, da sonst lange Delayzeiten nicht realisiert werden können) und für große Arrays
- Hohe (kabelgebundene) Übertragungsbandbreite ist erforderlich

Die anfallende Datenmenge $N f_s \max(\tau_n)$ samples/s hängt neben der Bitauflösung N und der maximalen Verzögerungszeit τ_{max} also direkt proportional mit der Eingangs-Samplingrate f_s zusammen. Für den Beamforming-Ausgang braucht man aber nur Werte gemäß Nyquistfrequenz zu entnehmen. Eine Reduzierung der Eingangs-Samplingrate ist demnach ein sinnvolles Vorgehen.

[MUCCI 1984] schlägt dazu verschiedene Ansätze für das Zeit- und Frequenzbereichs-Beamforming vor:

- *Partial-Sum Beamformer* reduziert die Speicheranforderungen für die Eingangsdaten
- *Interpolation-Beamformer* für Tiefpass-Signale
- *Interpolation-Beamformer* für Bandpass-Signale
- *Shifted-Sideband Beamformer*
- *DFT-Beamformer*
- *Phase-Shift Beamformer*

Der *Partial-Sum Beamformer* reduziert die Speicheranforderungen für die Eingangsdaten mit einer besonderen Speicherorganisation und -adressierung für die Partial-Summen (für Details s. [MUCCI 1984]), benötigt aber weiterhin eine hohe Samplingrate für eine hohe Winkelauflösung. Die Eingangs-Samplingrate kann signifikant durch den *Interpolations-Beamformer* [PRIDHAM und MUCCI 1978] reduziert werden, da lediglich das Nyquist-Kriterium eingehalten werden muss. Die bekannte Technik des "zero-paddings" und anschließender FIR-Filterung ist in der Literatur ausführlich beschrieben (stellvertretend sei hier [SCHAFER und RABINER 1973] genannt). Das Problem der Bestimmung von passenden FIR-Koeffizienten für linearphasige Filter ist ebenfalls ausführlich beschrieben und wird u.a. von Simulations-Tools wie MATLAB gelöst. Das Interpolationsproblem ist dennoch ein aktuelles Forschungsthema und wird auch häufig mit dem Begriff "fractional delays" überschrieben. In Abschnitt 4.2.2 wird die Thematik noch einmal aufgegriffen und für ein Messbeispiel angewendet. Ob der Interpolationsfilterblock vor oder hinter dem Beamforming-Prozess platziert wird, hängt vom Beamforming-Szenario ab. Werden alle N_B Beams gleichzeitig erzeugt, benötigt man $2N_B N_C f_s$ arithmetische Operationen pro Sekunde. $2N_B N_C f_s$ Multiplikationen und Additionen werden hingegen für das Beamforming mit *nachgeschalteter* Interpolation benötigt; je nach dem, ob die Anzahl der Beams oder die Anzahl der Sensoren überwiegt, ist das Interpolationsfilter entsprechend zu platzieren. Weitere Überlegungen ergeben sich, wenn das Filter auf den Partial-Sum-Beamformer angewendet wird.

Eine Einsparnis von Rechen- und Speicherbedarf eröffnet sich bei der Betrachtung von *Bandpasssignalen* [PRIDHAM und MUCCI 1979]. Bei diesem Signaltyp ist nicht die höchste Frequenz für die erforderliche Abtastrate entscheidend, sondern die Bandbreite; ist diese im Vergleich zur Mittenfrequenz klein, kann effizient abgetastet werden. 3 Sampling-Methoden stehen dabei zur Auswahl:

- Sampling eines analytischen Signals: mit Hilfe der *Hilbert-Transformation* wird das abzutastende Signal von seinem negativen Frequenzinhalt befreit, und das Signal kann mit einer Frequenz abgetastet werden, die der doppelten Breite des Bandpasses entspricht.
- Second-Order Sampling: aus $x(t)$ werden hier 2 unterabgetastete Sequenzen, $x(mT)$ und $x(mT + \alpha)$ generiert, mit T als Abtastintervall und α als zeitlichem Offset. Wenn $\alpha \neq T/2$ und $f_s > \Delta f$, gelingt die Interpolation. Nachteil: es wird ein annähernd ideales Bandpassfilter benötigt.
- Quadrature Sampling: nach einer Multiplikation mit cos- und sin-Termen wird der interessierende Bandpassbereich $-\Delta f \dots + \Delta f$ mit einem idealen Tiefpassfilter gewonnen.

Die Reduzierung der Sampling-Rate wird mit der Technik des *Shifted Side Band Beamformer* durch frequenzverschobene ("frequency translated") Sensordaten erreicht. Idealerweise liegt das neue Frequenzband als Basisband, sprich als Tiefpasssignal vor. Diverse Nachteile, wie z.B. besondere Nebenkeulenartefakte schränken die Anwendung des Shifted-Side Band Beamformers jedoch ein.

Das Beamforming im Frequenzbereich basiert auf den Zusammenhängen der Fourier-Transformation. Der Beamforming-Output ist die gewichtete Linearkombination der fouriertransformierten, empfangenen Wellen. Für Abtastsignale gilt die Diskrete Fourier-Transformation (DFT). Der Vorteil im Frequenzbereich ist, dass man an keine auflösungsabhängige Abtastfrequenz gebunden ist; die Schwenkrichtungen werden über Phasenverschiebungen realisiert, sodass die Nyquistfrequenz zur Abtastung ausreichend ist. Ein wesentlicher Nachteil des Frequenzbereiches ist die Tatsache, dass die DFT auf Signale unterschiedlicher Zeitausschnitte angewendet wird. Es wird deshalb die Empfehlung gegeben, dass das maximale Delay über die Array-Sensoren 10% der Gesamtdauer des zu transformierenden Signals betragen sollte, wobei die Abtastfrequenz wiederum von der Bandbreite des Signals abhängt. Der DFT-Beamformer ist eher für Arrays mit großer Kanalzahl effizient.

Der *Phase-Shift Beamformer* ist für schmalbandige Signale geeignet. Er basiert auf der Approximation einer linearen Phasenverschiebung durch eine konstante Phasenverschiebung, entsprechend der Mittenfrequenz des interessierenden Bandes und resultiert damit unmittelbar aus dem DFT-Beamformer. Das Formen eines Beams bei einer Frequenzkomponente ergibt also den Phase-Shift Beamformer.

Zusammengefasst kann man sagen, dass die Wahl einer der vorgestellten Methoden von vielen Faktoren abhängt (Kanalanzahl, Winkelauflösung bzw. Anzahl von Beams, interessierende Frequenzbänder, Dynamik).

Einen Überblick über die wichtigsten Ansätze gibt [MUCCI 1984].

3.6.1.2 Interpolations-Beamformer mittels Polyphasenzerlegung

Eine Erweiterung der im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Methoden stellt [SCHOBEN und SOMMEN 1996] mit einem *Polyphasen*-Ansatz vor. Dabei wird das Interpolationsfilter in eine Polyphasenstruktur zerlegt. Der Vorteil ist, dass man weiteren Rechenaufwand eingesparen kann. Die Funktionsweise soll hier kurz erläutert werden.⁸

In jedem Zweig von Bild 3.24(b) liegt eine unterabgetastete Teilimpulsantwort vor, die sich von Zweig zu Zweig in ihrer Phase unterscheidet (daher der Name "Polyphase"). Die Kombination aus rT_s und einem bestimmten Sub-Filter H_m approximiert das gewünschte Delay. Als Maß für die Komplexität wird die Anzahl von Multiplikationen im Interpolationsfilter herangezogen. Für die resultierende Struktur in Bild 3.24(c) reduziert sich der Rechenaufwand auf bis zu 50% gegenüber einer herkömmlichen Interpolation.

⁸In Abschnitt 4.2.7 wird der Polyphasenansatz in einem ähnlichen Zusammenhang noch einmal aufgegriffen.

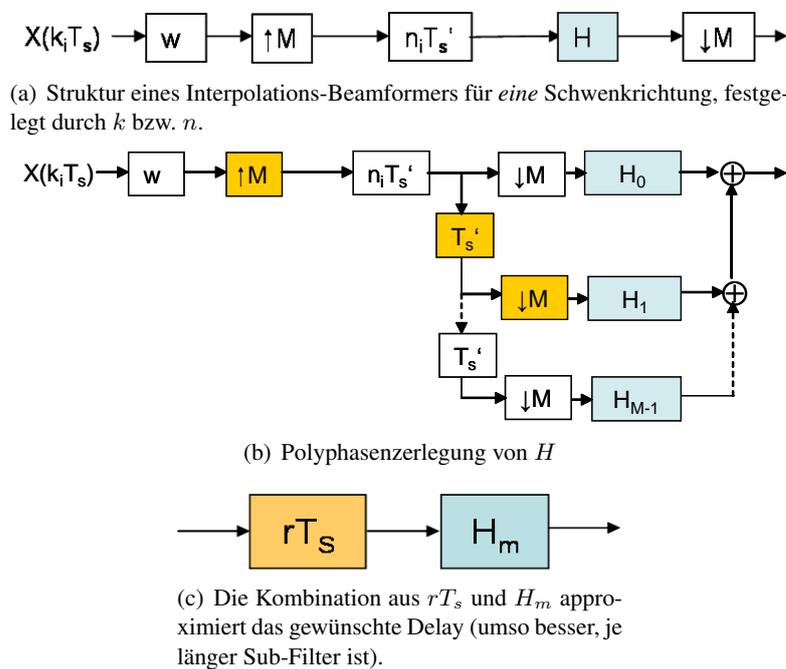


Abbildung 3.24: Interpolations-Beamformer mit Polyphasenzerlegung: das mit w gewichtete, diskrete Zeitsignal $x(kT_s)$ eines Mikrofonkanals i wird interpoliert ("zero-padding") und liegt mit neuer Abtastrate T'_s vor; n legt die Schwenkrichtung fest. Das Interpolationsfilter H interpoliert die Funktionswerte. Zur Auswertung kommt nur jeder k -te Wert, da die ursprüngliche Abtastrate ausreicht, solange sie das Abtasttheorem nicht verletzt.

3.6.2 Adaptives Beamforming

Als Erweiterung des konventionellen Filter&Sum-Beamformings bieten adaptive Beamforming-Verfahren zusätzliche Möglichkeiten hinsichtlich der Separation von Schallanteilen, die aus unterschiedlichen Richtungen auf das Array treffen. Je nach gewünschtem Ausgangssignal können diese im Raumbereich wirksamen adaptiven Algorithmen die Separation nach bestimmten Vorgaben durchführen. Eine häufige Anwendung ist das Orten eines Nutzsignals, z.B. eines Sprechers, bei gleichzeitiger Unterdrückung von Sprechern bzw. Störkomponenten aus anderen Richtungen. Die Funktionsweise folgt im einfachsten Fall von zwei Mikrofonen dem Prinzip, dass eine starke Störkomponente an beiden Mikrofonen auftritt und die beiden Mikrofonensignale subtrahiert werden. Aus dem entstehenden Differenz- oder *Fehlersignal* bildet dann ein adaptives Filter die Übertragungsfunktion von einem zu anderem Mikrofon derart nach, dass das Fehlersignal während der Adaption gegen Null geht; damit ist die Störkomponente eliminiert ("adaptive interference canceler", [WIDROW und STEARNS 1985]). Dieses Prinzip wird in Abschnitt 4.2.5 aufgegriffen, um Quellen aus dem akustischen Bild zu entfernen.

Interessante Anwendungen entstehen, wenn Arrays aus mehreren Mikrofonen eingesetzt werden. Die entstehende Richtcharakteristik kann dann mittels Laufzeit- bzw. Phasenmanipulationen so verändert werden, dass sich die Hauptempfindlichkeit auf eine gewünschte Richtung einstellt. Diese Vorgehensweise beschreibt schon das Prinzip des Beamformings an sich. Das Ziel ist es nun, die Störungen aus anderen Richtungen als der Blickrichtung auszulöschen. Dazu sind zwei Herangehensweisen denkbar. Entweder man versucht, das Nutzsignal mittels adaptiver Filter exakt im Sinne kleinster Fehlerquadrate nachzubilden oder man minimiert die Leistung des Filter-Ausgangssignals, ohne das Nutzsignal zu verzerren. Den Ausführungen von [WIDROW und STEARNS 1985] folgend, beschreiben die Ansätze von [GRIFFITHS 1969] und [FROST 1972] eine Lösung des Problems.

3.6.2.1 Frost-Beamformer

Der *Frost-Beamformer* besteht aus der Grundstruktur des Filter&Sum-Beamformers und adaptiert in einem rekursiven Zweig die Filterkoeffizienten unter dem Kriterium, dass die Signalleistung aller Anteile bis auf die des Nutzsignals minimal wird (s. Grafik 3.25). D.h., das Nutzsignal aus einer vorher festgelegten Richtung bleibt unverfälscht, während die Anteile der Störkomponenten aus anderen Richtungen unterdrückt werden. Der adaptive Beamformer erzeugt somit Nullen in der Seitenkeulenstruktur und minimiert dadurch die Ausgangsleistung. Die Richtcharakteristik einer Mikrofonanordnung bildet bei M Mikrofonen M Nullstellen aus, die jeweils das Hauptmaximum (Hauptkeule) und die Nebenmaxima (Nebenkeulen) voneinander abgrenzen. Die Nullstellen können nun so im Wellenzahlspektrum verschoben werden, dass das Array für bestimmte Richtungen unempfindlich wird.

Es kann also nur eine begrenzte Anzahl von Nullstellen manipuliert werden. Der Algorithmus des *Frost-Beamformers* wird auch "*minimum variance estimation*" genannt. [CAPON et al. 1967] haben gezeigt, dass es sich bei mittelwertfreien und Gauß-verteilten Signalen auch um

eine "*maximum likelihood estimation*" handelt. Dieser Bezeichnung begegnete man auch im Zusammenhang mit den parametrischen Methoden zur Schallquellenlokalisierung (s. Abschnitt 3). Die Adaption basiert im Wesentlichen auf dem LMS-Algorithmus. In Abschnitt 4.2.5 wird auf den LMS-Algorithmus noch näher eingegangen.

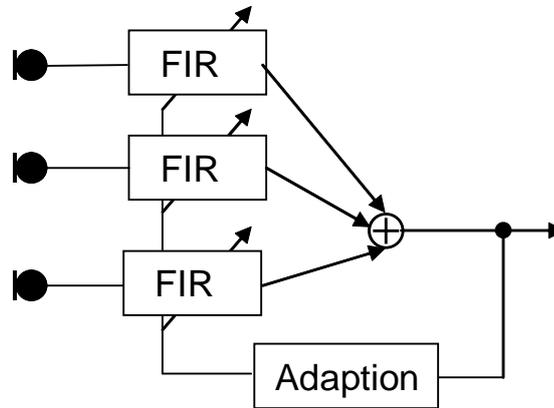


Abbildung 3.25: Prinzip des Frost-Beamformers

Unkorrelierte Störungen, die sich dem Nutzsignal aus der vorher festgelegten Richtung überlagern, erzeugen also einen zusätzlichen Anteil von (Rausch-)Leistung am Ausgang des Beamformers. Dieser Anteil wird durch den *Frost*-Algorithmus weitestgehend unterdrückt, unter Gewährleistung eines unverzerrten Nutzsignals. Zum Nutzsignal korrelierte Störungen lassen sich nur trennen, wenn die entsprechenden Quellen einen genügend großen Abstand aufweisen. Besteht das Nutzsignal bereits aus einer Überlagerung korrelierter bzw. kohärenter Anteile, ist eine Separation nicht möglich.

3.6.2.2 Griffiths-Jim-Beamformer

Eine Abwandlung des adaptiven *Frost*-Beamformers ist der *Griffiths-Jim*-Beamformer [GRIFFITHS und JIM 1982]. Er beinhaltet eine Adaption auf Basis des "least-squares"-Algorithmus'. Der *Griffiths-Jim*-Beamformer kombiniert adaptive und nicht-adaptive Filterung (s. Bild 3.26). Am Eingang des adaptiven Zweigs stehen die Differenzen der Störkomponenten benachbarter Mikrofone, wenn vorher das Array korrekt auf die Nutzsignalquelle ausgerichtet wurde. Die Adaption der Filterkoeffizienten erfolgt nun mit dem Ziel, die Leistung des Ausgangssignals zu minimieren, mit der Randbedingung, dass das Nutzsignal ungehindert an den Ausgang gelangt. Die FIR-Filter bilden nun aus schwachen Eingangssignalen im adaptiven Zweig die verbleibenden Störsignale am Ausgang des nicht-adaptiven Zweigs nach. Danach erfolgt die Subtraktion der nachgebildeten Störkomponenten. Erfolgt die Ausrichtung auf das Nutzsignal nicht korrekt, wird das Nutzsignal als Störquelle behandelt; am Ausgang des *Griffiths-Jim*-Beamformers ist das Nutzsignal dann ausgelöscht.

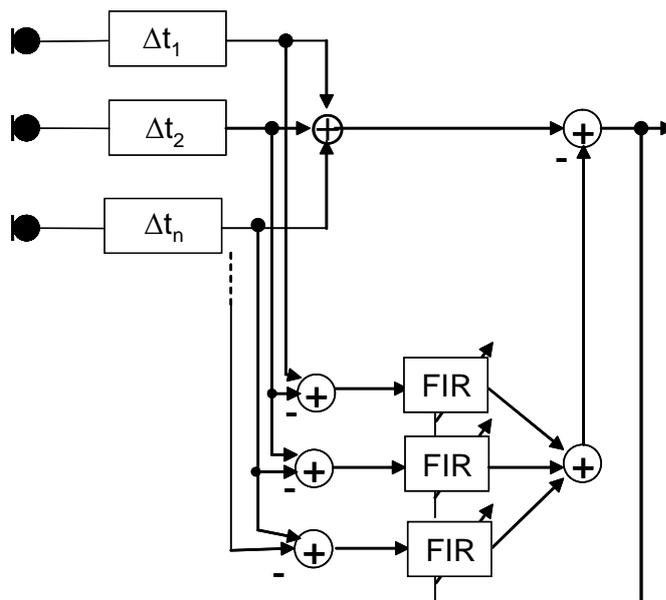


Abbildung 3.26: Prinzip des Griffiths-Jim-Beamformers

3.6.2.3 Die Anwendbarkeit adaptiver Beamforming-Algorithmen auf die Quellenortung

Die adaptiven Beamforming-Algorithmen sind auf Anwendungen zur Störquellenunterdrückung zugeschnitten. Bei vorgegebener Nutzsinalrichtung entfernen sie die "Störleistung" aus dem Gesamtsignal, indem sie die Nullstellen in die Richtung der Störquellen legen. Das Nutzsinal bleibt übrig, das Ausgangssignal wird minimiert.

Im Falle der Quellenortung ist die Richtung der Nutzsinalkomponente allerdings a priori *nicht* bekannt. Es erfolgt deshalb ein "Abscannen" der sichtbaren Bildbereichs, dessen Bildpunkte dann auch als Nutzsinalquelle interpretierbar sind. Schließlich erhält man an jedem Ort einen Schalldruckwert, der nach korrekter Laufzeitkompensation auch eine (Punkt-)Quelle für diesen Bildpunkt bedeutet. Das adaptive Filter würde also theoretisch für jeden Bildpunkt, ergo für jede Punktquelle die parasitären, unkorrelierte Einstreuungen aus anderen Richtungen minimieren. Der Einfluss der Nebenkeulen jeder frequenzabhängigen Richtcharakteristik würde dadurch minimiert und der Signal-Rauschabstand maximiert. Es bleibt zu untersuchen, inwieweit eine Verbesserung des akustischen Bildes dadurch erreicht werden kann. Sicherlich sind Einschränkungen hinsichtlich der Leistungsfähigkeit dieser adaptiven Beamformer zu machen, da man nicht immer von unkorrelierten Schallfeldanteilen ausgehen kann. Korrelierte bzw. kohärente Quellen sind für die gängigen Auswerteverfahren nach wie vor ein Problem.

Es gelingt zudem nicht, das Schallfeld in einzelne Quellmechanismen (korrelierte oder unkorrelierte) zu zerlegen, um Quellstärken einzelner Quellen sicher zu bestimmen. Da diese im Allgemeinen unterschiedliche Pegel haben, verdecken sie sich mehr oder weniger gegenseitig,

je nach gewähltem Dynamikbereich.

Die Fragestellung nach der Trennbarkeit verschiedener Quellmechanismen erfordert offensichtlich weitere Lösungsansätze. Im Allgemeinen besteht das Schallfeld aus einer Vielzahl unkorrelierter und korrelierter Teilschallfelder, die sich im Ergebnis der Messung überlagern. Ziel ist es, die "globalen" Hauptschallquellen zu identifizieren. Der nächste Abschnitt beschreibt zwei Verfahren, die das Schallfeld auf unterschiedliche Weise zerlegen.

In 2. Teil der Arbeit (Abschnitt 4.2.5) wird dann eine weitere Methode vorgeschlagen, die auf das Zeitbereichs-Beamforming der *Akustischen Kamera* zugeschnitten ist und ein Nachbearbeiten des akustischen Bildes gestattet.

3.6.3 Extraktion von Quellen

Das akustische Bild stellt als Beamforming-Ergebnis die Quellenverteilung innerhalb eines bestimmten Dynamikbereiches dar. Die Interpretation wird unter anderem dadurch erschwert, dass schwächere Quellen verdeckt werden oder aber die Bestimmung von Absolutpegeln von Einzelquellen nicht möglich ist. Letzteres beruht darauf, dass das akustische Bild die räumliche Faltung aus den *Point-Spread-Functions* aller Quellen ist. Im Folgenden sollen die relevanten Methoden zur Bestimmung des Absolutpegels von Einzelquellen sowie zur Trennung von Quellmechanismen erläutert werden.

3.6.3.1 Inverse Methoden

Die inversen Methoden zielen darauf, Aussagen über *absolute* Pegel von Einzelquellen zu gewinnen. Das akustische Bild ist die Faltung aller vorhandenen Quellen mit der *Point-Spread-Function* (PSF) und damit die Überlagerung mehrerer PSFs. Die absoluten Pegel jeder Quelle lassen sich nur ungenau bestimmen, wenn die Ortsauflösung des "Beams" zu schlecht ist bzw. wenn die Quellen nah beieinander liegen. Zudem tragen aufgrund der Nebenkeulenstruktur auch beabstandete Quellen zum Pegel eines beobachteten Quellpunktes bei. Eine verlässliche Pegelbestimmung ist also nur dann gegeben, wenn störende Quellen ausgeblendet werden können, d.h. wenn das akustische Bild in einem inversen Prozess *entfaltet* wird. Anders ausgedrückt, muss für jeden möglichen Quellpunkt die Stärke der entsprechenden PSF ermittelt werden. Dies geschieht über einen Least-Squares-Fit, d.h. man nähert sich mit jeder PSF-Kombination bei kleinstem quadratischen Fehler dem Beamforming-Ergebnis. Der Rechenaufwand hierfür ist allerdings sehr groß.

Es soll nun das Entfaltungs-Problem mathematisch formuliert werden. Das Ziel ist es, eine Quellenverteilung mit N Quellen und dazugehörigen Amplituden A zu finden, die in Summe das Beamforming-Ergebnis (z.B. anhand des Delay&Sum-Algorithmus') ergeben. Das Problem ist letztlich ein Schätzproblem, das den Fehler F aus der Differenz der Schätzung und des Beamforming-Outputs minimiert:

$$F(A) = \sum_{s=1}^N \left(\sum_{p=1}^N H_{ps} \sigma_s - B_p \right)^2, \quad \sigma_s \geq 0 \quad (3.52)$$

$$H_{ps}(\omega) = \left(\sum_{m=1}^M w_m \frac{r_{ms}}{r_{mp}} e^{-jk(r_{mp}-r_{ms})} \right)^2 \quad (3.53)$$

Die Indizes p und s kennzeichnen die fokussierten Bildpunkte bzw. die Quellpositionen. $H_{ps}(\omega)$ ist die Matrix von Point-Spread-Functions, d.h. in ihr sind für jede Quellposition s die Amplituden einer Frequenz an jedem Bildpunkt p enthalten.⁹ Der hohe Rechenaufwand zur Lösung des Least-Squares-Schätzproblems ist offensichtlich. Um diesen Rechenaufwand zu reduzieren, wurden verschiedene Varianten der DAMAS-Methode entwickelt.

⁹Ein Bildpunktraster von 100×100 Punkten erzeugt so eine 10000×10000 -Matrix H , und zwar für jede Frequenz.

CLEAN- und DAMAS-Algorithmus. Eine vereinfachte Version des Entfaltungsprozesses wurde mit dem *CLEAN-Algorithmus* geschaffen [DOUGHERTY und STOKER 1998]. Er berechnet nur für die stärkste Quelle die PSF und subtrahiert modellierte PSFs schwächerer Quellen im Bereich des Maximums sukzessive vom Beamforming-Ergebnis. Diese Methode ist für den praktischen Anwendungsfall eher eingeschränkt, da sie mit nur wenigen, gut lokalisierten Quellen arbeiten kann. Eine daran ansetzende Methode (*POWINT*) integriert die Leistung über einen bestimmten Bereich im Bild. *CLEAN* und *POWINT* sind Teil einer Beamforming-Software des NLR (National Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium, Netherlands). Weiterführende Ansätze zur Thematik der Entfaltung finden sich in den Arbeiten von [BRÜHL und RÖDER 2000] und [BROOKS 2004]. Die darin aufgegriffene *DAMAS*-Methode (**D**econvolution **A**pproach for the **M**apping of **A**coustic **S**ources) wurde in den letzten Jahren weiterentwickelt und führte zur *DAMAS-C*-Methode, die sich der Problematik räumlicher Kohärenz annimmt. Dies ist auch Inhalt der *CLEAN-SC*-Methode [SIJTSMA 2007].

CLEAN-SC. Diese Methode entstand als Erweiterung des *CLEAN*-Algorithmus' im Rahmen von aeroakustischen Untersuchungen. Im Gegensatz zu herkömmlichen Entfaltungsmethoden basiert *CLEAN-SC* nicht auf idealisierten Point-Spread-Functions (PSF). *CLEAN-SC* basiert auf der räumlichen Kohärenz von Quellen und kann die Nebenkeulen (*Side-Lobes*) unterdrücken, auch wenn das akustische Bild keine idealen PSFs aufweist; es werden alle Anteile, die zu dem Bereich eines Maximums räumlich korrelieren, eliminiert. Ferner eliminiert die Methode dominierende Hauptquellen, sodass schwächere Quellen sichtbar werden und ist in der Lage, Absolutwerte der abgestrahlten Schalleistung aus dem akustischen Bild zu gewinnen. In der Praxis hat man es im Allgemeinen mit Quellen zu tun, die nicht die idealen Merkmale einer omnidirektionalen Punktquelle aufweisen; damit sind auch die entsprechenden PSFs nicht ideal abzuschätzen bzw. zu berechnen. Kern der Überlegung ist, dass die Nebenkeulenstruktur zu der Hauptkeule bzw. zum Quellort *räumlich korreliert* ist. Durch Messung der räumlichen Kohärenz kann das Beam-Pattern für die realen Quellen bestimmt werden; synthetische PSFs werden also nicht verwendet.

Ein Vergleich verschiedener Entfaltungs-Algorithmen bringt [EHRENFRIED und KOOP 2006].

Einen parametrischen Ansatz verfolgen [BLACODON und ELIAS 2003]. Für jede mögliche Punktquelle wird eine Kreuzspektral-Matrix erzeugt. Die Amplituden werden dann über einen Least-Squares-Fit zwischen der modellierten und der gemessenen Kreuzspektral-Matrix bestimmt.

3.6.3.2 Trennung von Quellmechanismen/ Orthogonales Beamforming

Die im vorherigen Abschnitt angesprochenen Techniken zur Integration von Bildbereichen und zur Lösung der inversen Problematik können sehr rechenintensiv werden. Einen anderen Ansatz verfolgt [SARRADJ et al. 2005], [SARRADJ 2008] mit dem *orthogonalen Beamforming*.

Das Gesamtschallfeld ist eine Überlagerung vieler Einzelschallfelder, die untereinander korreliert oder unkorreliert sein können. Während die Trennung hoch *korrelierter* Anteile bzw. *kohärenter* Quellen ein grundsätzliches Problem für das herkömmliche Beamforming darstellt (s. Abschnitt 3), gelingt die Trennung *unkorrelierter* Quellen bzw. Schallfeldanteile, wenn man das Gesamtschallfeld auf eben diese unabhängigen Komponenten untersucht. Das orthogonale Beamforming basiert auf der Manipulation der **Kreuzspektralmatrix**, die auch für das Delay&Sum-Beamforming im Frequenzbereich neben der Matrix mit den Steering-Vektoren verwendet wird. Es ermöglicht die getrennte Darstellung der Quellmechanismen sowie quantitative Aussagen zur Quellenstärke.

Die Leistung am Beamformer-Output $P(\omega)$ lässt sich gemäß dem Delay&Sum-Prinzip im Frequenzbereich wie folgt notieren:

$$P(\omega) = s(\vec{x}_0)^H \mathbf{WC} \mathbf{W}^H s(\vec{x}_0) \quad (3.54)$$

Der Exponent H kennzeichnet die hermitesche¹⁰ Matrix. \mathbf{W} beschreibt die Gewichtungsmatrix, $s(\vec{x}_0)$ sind die Steering-Vektoren, und \mathbf{C} ist die Kreuzspektralmatrix (CSM), die aus dem Produkt des Signalspektrums mit seiner konjugiert-komplexen Variante entsteht. In der Kreuzspektralmatrix sind die Kreuzspektren jedes Mikrofonpaares *einer* Frequenz vertreten; auf der Hauptdiagonalen liegen die Autoleistungen der Mikrofonkanäle. Die Autoleistungen beinhalten neben der Leistung des Nutzsignals auch parasitäre Rauschleistungen. Das Löschen der Hauptdiagonalen ist eine zusätzliche Technik, mit der man das Beamforming-Ergebnis von unkorrelierten Rauschanteilen befreit (s. Gleichung 3.55). Auf den Nebendiagonalen ergeben sich die unkorrelierten Rauschleistungen (bei perfekter Orthogonalität) zu Null (s. auch Abschnitt 3.6.4).

Die mittlere Leistung des Schalldrucks berechnet sich, indem man den Beamforming-Term noch durch das Quadrat der Spur der Gewichtungsmatrix¹¹ dividiert. Bei gleicher Gewichtung der Mikrofonkanäle ("uniform shading") entspricht dies der Normalisierung mit der Anzahl der Mikrofone.

$$B(\omega) = \frac{s(\vec{x}_0)^H \mathbf{WC} - \text{diag} \mathbf{C} \mathbf{W}^H s(\vec{x}_0)}{\text{Spur} \mathbf{W}^2 - \text{Spur} \mathbf{C}} \quad (3.55)$$

Besteht nun ein Gesamtschallfeld aus M Teilschallfeldern, sprich aus mehreren unabhängigen Quellen q_m , registriert das Mikrofon i das Signal

$$y_i = \sum_{m=1}^M f_{im} q_m. \quad (3.56)$$

¹⁰Eine Matrix ist hermitesch, wenn für ihre Elemente $a_{ij} = a_{ji}^*$ gilt, d.h. wenn die transponierte und konjugiert-komplexe Umformung wieder auf die ursprüngliche Matrix führt.

¹¹Die Gewichtungsmatrix der Mikrofone ist eine Diagonalmatrix.

Der Ausdruck f_{im} enthält die Übertragungsfunktionen von der Quelle q_m zum Mikrofon i ; diese ist im Allgemeinen komplexwertig und enthält Phasen- und Amplitudeninformationen. Fasst man f für alle Mikrofone zusammen, erhält man einen Vektor \mathbf{f}_j , der von den zueinander orthogonalen Quellmechanismen (zusammengefasst in \mathbf{Q}) abhängt [SARRADJ 2008]:

$$Y = \sum_{m=1}^M \mathbf{f}_{jm} \mathbf{Q}_m = \mathbf{f} \mathbf{Q} \quad (3.57)$$

Die Auflösung nach \mathbf{Q} entspricht der bereits geschilderten Entfaltung, die bei gegebenem Quellort die Quellenstärke bestimmt. Damit diese inverse Vorgehensweise funktioniert, muss $M \leq L$ gelten, d.h. die Anzahl der Quellen darf die Anzahl der Mikrofone nicht übersteigen; eine Forderung, die in der Praxis nur selten gegeben ist. Diese Forderung, aus der sich die sog. "subspace-based"¹²-Methoden ableiten, wird in Abschnitt 4.2.6 bei den kohärenten Quellen noch weiter behandelt.

Die Idee des *orthogonalen Beamformings* [SARRADJ et al. 2005], [SARRADJ 2008] besteht nun darin, die voneinander unabhängigen Kreuzspektralmatrizen aller Quellen getrennt im akustischen Bild zu berechnen bzw. darzustellen und damit das Schallfeld in unkorrelierte Teilschallfelder zu zerlegen. Dazu nimmt man an, dass die aus den Messungen gebildeten Kreuzspektralmatrizen \mathbf{G} aus den Quell-Autospektren \mathbf{S} mit Übertragungsfunktionen - enthalten in \mathbf{A} - miteinander verknüpft sind. Zusätzlich treten Rauschanteile auf. Gleichung 3.58 beschreibt dieses Szenario.

$$\mathbf{G} = \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^H + n^2 \mathbf{I}, \quad (3.58)$$

mit n^2 als Rauschleistung und \mathbf{I} als Einheitsmatrix. Die Matrixschreibweise verdeutlicht, dass es nicht mehr Quellen M geben darf als Mikrofone L , da nur L gemessene Übertragungsfunktionen zur Verfügung stehen. Auch hier handelt es sich um eine *Subspace*-Methode, die auf ein Datenmodell des Schallfeldes aufsetzt. Die Schätzung der Kreuzspektralmatrix der Quellen erfolgt über eine Eigenwertzerlegung der Kreuzspektralmatrix \mathbf{S} . Das *Spektrale Theorem* [MOSCHYTZ und HOFBAUER 2000]

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^H = \sum_{i=1}^N \lambda_i \underline{q_i} \underline{q_i}^H \quad (3.59)$$

liefert hierzu die mathematische Beschreibung unter Zugrundelegung eines Schallfeldmodells. So müssen alle Quellen und Rauschanteile untereinander sowie die Rauschanteile zu den Quellen unkorreliert sein. \mathbf{Q} ist die aus den Eigenvektoren der Korrelationsmatrix bestehende Modalmatrix, $\mathbf{\Lambda}$ ist eine Diagonalmatrix, die die Eigenwerte enthält. Man gelangt zu dieser

¹²Die M Quellen bilden einen Unterraum *des* Raumes, der durch die Steering-Vektoren, ergo den Mikrofonen aufgespannt wird, mit $L > M$.

Zerlegung über die *unitäre Ähnlichkeitstransformation*, die die Autokorrelationsmatrix diagonalisiert. Die entsprechende Transformation des Signalvektors, die das Signal dekorreliert, ist die **Karhunen-Loève-Transformation**.

Die Zerlegung der Autokorrelationsmatrix nach Gleichung 3.59 ähnelt der Gleichung des Signalmodells aus Gleichung 3.58. Da sich die Kreuzspektralmatrizen aller Quellen diagonalisieren lassen, führt dies unmittelbar auf die Eigenwerte in $\mathbf{\Lambda}$. Die größten Eigenwerte korrespondieren zu den Quellspektren. Man bekommt also durch die Zerlegung direkt die Quellenstärken der zueinander orthogonalen Quellmechanismen. Die Zuordnung dieser Amplituden zu einem Quellort erfolgt dann über einen orthogonalen Beamforming-Algorithmus, der nur *eine* interessierende Quelle visualisiert. Der Algorithmus optimiert die Quellposition und fügt sukzessive die (unkorrelierten) Quellen dem akustischen Bild hinzu, wenn die gefundene Quelle in einem interessierenden Bereich des Bildes liegt [SARRADJ 2008].

Es steht nicht immer die genaue Bestimmung der absoluten Quellenpegel im Vordergrund. Oft interessiert in der Praxis lediglich die relative Pegelverteilung der stärksten Quellen innerhalb eines gewissen Dynamikbereiches. Allen genannten inversen Methoden ist der hohe Rechenaufwand gemein, und es stellt sich die Frage, ob es andere Herangehensweisen für das "Bereinigen" eines akustischen Bildes gibt. Basierend auf einem aus unkorrelierten Quellen zusammengesetzten Schallfeld wird in Abschnitt 4.2.5 eine andere Methode vorgeschlagen, die es ermöglicht, Hauptschallquellen aus dem akustischen Bild sukzessive zu entfernen [OPFER 2005], [KERN und OPFER 2006b]. In diesem Zusammenhang wird diskutiert, ob eine Trennung hoch korrelierter bzw. kohärenter Quellen gelingt.

3.6.4 Eliminieren der Mikrofon-Autoleistung

Signaltheoretische Grundlagen. Allgemein handelt es sich bei praktischen Messungen um Realisierungen eines stochastischen Prozesses. Man setzt voraus, dass das gemessene Zufallssignal stationär und ergodisch ist und damit unabhängig vom Zeitpunkt der Messung. Die das Zufallssignal beschreibenden zeitlichen Mittelwerte sind aufgrund der Ergodizität gleich den Erwartungswerten aller Realisierungen des stochastischen Prozesses. Zum Verständnis der nachfolgenden mathematischen Operationen sei auf die signaltheoretischen Grundlagen in Abschnitt 2.1 verwiesen. Von besonderer Bedeutung sind dabei - neben den zeitlichen Mittelwerten - die Korrelationsfunktionen und ihre Fourier-Transformierten. Wichtig ist der Zusammenhang

$$\text{Gesamtleistung} = \text{Gleichleistung} + \text{Wechselleistung}$$

bzw.

$$\overline{x^2(t)} = \overline{x(t)^2} + \overline{x_z^2(t)},$$

mit $\overline{x_z(t)} = x(t) - \overline{x(t)}$ als zentriertes Signal der Realisierung $x(t)$.

In der Autokorrelationsfunktion ψ_{xx} findet man die zeitlichen Mittelwerte wieder:

$$\psi_{xx}(0) = \overline{x^2(t)} = \text{mittlere Gesamtleistung}$$

$$\psi_{xx}(\pm\infty) = \overline{x(t)^2} = \text{Gleichleistung}$$

Signale, für die die Autokorrelationsfunktion existiert, heißen *Leistungssignale*. Dagegen werden aperiodische, determinierte Signale *Energiesignale* genannt. In den praktischen Messungen sind daher stets die Eigenschaften von *Leistungssignalen* von Interesse.

Die phasenrichtige Aufsummierung aller Mikrofonkanäle liefert das akustische Bild der beobachteten Szene. Das (quadrierte) Ergebnis enthält neben den phasenbehafteten Anteilen der Addition auch die Autoleistung jedes Mikrofonkanals. Eine einfache Überlegung macht dies deutlich. 2 kohärente Signale A und B werden addiert und anschließend quadriert:

$$(A + B)^2 = [A^2 + R_A^2] + 2AB + [B^2 + R_B^2] \quad (3.60)$$

Das Ergebnis liefert neben dem gemischten Term $2AB$ auch die Autoleistungen A^2 und B^2 der beteiligten Mikrofone. Sie überlagern sich dem eigentlich interessierenden, phasenbehafteten Term und erschweren dadurch die Interpretation des Ergebnisses. Nimmt man an, dass die Mikrofonkanäle ein inhärentes Eigenrauschen R (z.B. temperatur- und frequenzabhängiges Rauschen elektronischer Bauteile) aufweisen, schlägt sich dieser Anteil zusätzlich auf die Terme A^2 und B^2 . Der Term $2AB$ bleibt davon unberührt, weil das Eigenrauschen zwischen den Kanälen als inkohärent angenommen werden kann und sich bei genügend langer Integrationszeit herausmittelt. In welchem Maße sich die Autoleistung samt Eigenrauschen auf das

Beamforming-Ergebnis auswirkt, hängt vom zu messenden Signal und der Messumgebung ab. Ein Beispiel für eine kritische Messumgebung stellt der Windkanal dar.

Das Eliminieren der Autoleistung bzw. der Energie der einzelnen Mikrofonkanäle lässt sich sowohl im Frequenzbereichs- als auch im Zeitbereichs-Beamforming realisieren. Im Frequenzbereich bilden sich die Signale in der Kreuzspektralmatrix ab. Zusammen mit den oben angeestellten Überlegungen lässt sich daraus auch die Vorgehensweise für den Zeitbereich ableiten.

3.6.4.1 Eliminieren der Hauptdiagonalen in der Kreuzspektralmatrix und die Umsetzung im Zeitbereich

Zur Berechnung einer Kreuzspektralmatrix werden die Signale einer Mikrofonanordnung einer Kurzzeit-Fouriertransformation unterzogen und für jedes Mikrofonpaar die Multiplikation eines Spektralwertes mit seinem konjugiert-komplexen Pendant durchgeführt. Das so entstehende *Kreuz-Periodogramm* formt die Kreuzspektralmatrix *einer* Frequenz, auf deren Hauptdiagonale die Leistungsspektren der Mikrofonkanäle liegen. Für DFT-Signale gilt das *Parseval'sche* Theorem:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |d(n)|^2 = \sum_{\mu=0}^{N-1} |D(\mu)|^2 \quad (3.61)$$

Die Summe über die quadrierten Fourierkoeffizienten gibt demnach die Gesamtleistung des Signals an, die auch im Zeitbereich über den quadratischen Mittelwert der Abtastwerte bestimmt werden kann.

Das *Parseval'sche* Theorem ist ebenso für determiniert periodische und aperiodische Signale definiert. Periodische Signale weisen die diskreten (komplexen) Fourierkoeffizienten (C_μ) auf. Aperiodische Signale sind *Energiesignale*, da ihnen kein zeitlicher Mittelwert zugeordnet werden kann, und besitzen ein kontinuierliches Spektrum, die *spektrale Leistungsdichte* $\Psi_{xx}(f)$. Für determiniert aperiodische Signale gilt:

$$\psi_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{xx} df \quad (3.62)$$

Die (mittlere) Gesamtleistung ist hier das *Integral* über die Leistungsdichte Ψ_{xx} bzw. der quadratische Mittelwert der Zeitfunktion. Dieser findet sich in der Autokorrelationsfunktion bei $\psi_{xx}(0)$ wieder.

Für Zufallsfunktionen, deren Zeitverlauf statistischer Natur ist, kann die spektrale Leistungsdichte definiert werden, wenn $\Psi_{xx}(f)$ auch als Grenzwert von Erwartungswerten auf T bezogener Amplitudendichte-Betragsquadrate für $T \rightarrow \infty$ dargestellt werden kann [KRESS und IRMER 1989]:

$$\Psi_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \right]. \quad (3.63)$$

Das Integral von $-\infty \dots \infty$ über die spektrale Leistungsdichte von Zufallsfunktionen liefert (theoretisch) die Gesamtleistung der Zufallsfunktion.

Doch zurück zu den DFT-Signalen. Wie gesagt, zählen neben den periodischen auch die DFT-Signale zu den *Leistungssignalen*. Durch die DFT-Fensterung sind Abtastsignale schließlich auch einer "erzwungenen" Periodifizierung unterworfen, sodass ihnen auch ein zeitlicher Mittelwert zugeordnet wird. Die Summe über die (endlich vielen) Fourierkoeffizienten gibt die Gesamtleistung des Signals an (s. Gleichung 3.61); das Eliminieren dieses Autospektrums entspricht im Zeitbereich der Eliminierung der Autoleistung.

Das Eliminieren der Hauptdiagonalen bzw. der Leistung jedes Mikrofonkanals modifiziert die Delay&Sum-Gleichung des Zeitbereichs und ergibt den "bereinigten" Beamforming-Output b_{TD} [DOUGHERTY 2004]:

$$b_{TD} = \left\langle \left[\sum_{i=0}^{N-1} p_i(t - \tau_{im}) \right]^2 - \sum_{i=0}^{N-1} p_i^2(t - \tau_{im}) \right\rangle \quad (3.64)$$

Der Ausdruck $\langle \dots \rangle$ steht für eine zeitliche Mittelung der Form $\frac{1}{T} \int_0^T$. Nach Subtraktion der Mikrofon-Autoleistungen bzw. -energien verbleibt der Teil, der die gewünschte Phaseninformation enthält, analog zum gemischten Term $2AB$ in Gleichung 3.60. Für jeden Rasterpunkt wird die Summe der Gesamtleistungen jedes Mikrofonsignals vom Beamforming-Output abgezogen. Breitbandige Signale, wie z.B. Windkanalmessungen oder impulshafte Geräusche ermöglichen eine effektive Reduzierung, da sie eine hohe Signalenergie enthalten und damit die Terme $[A^2 + R_A^2]$ und $[B^2 + R_B^2]$ aus Gl. 3.60 verstärkt hervortreten. Insbesondere Windkanallärm erzeugt eine hohe Signalenergie an jedem Mikrofon. Da die Windgeräusche zwischen den Mikrofonen zudem als inkohärent angenommen werden können, mitteln sich diese im gemischten Term heraus, fallen dafür aber in den Autoterme A^2 und B^2 umso mehr ins Gewicht. In Abschnitt 4.2.3 werden "bereinigte" Messungen aus der Praxis analysiert, interpretiert und mit ungefilterten akustischen Bildern verglichen. Es wird ferner der Effekt der Autoleistung auf das in Abschnitt 4.1 vorgestellte *Array-Pattern* gezeigt.

3.6.5 Optimierte Array-Geometrien

Es existiert eine Vielzahl von Array-Geometrien, die hinsichtlich Handhabbarkeit, Realisierungsaufwand und Array-Pattern-Struktur einen bestmöglichen Kompromiss darstellen sollten. Neben dem schon oft erwähnten und für prinzipielle Berechnungen wertvollen Linien-Array bildet das Kreuz-Array die einfachste Form eines 2-dimensionalen Arrays. Die Ausdehnung in 2 Raumrichtungen ist die Voraussetzung dafür, dass Schalleinfall aus 2 Raumrichtungen detektiert werden kann (s. Bild 3.27).

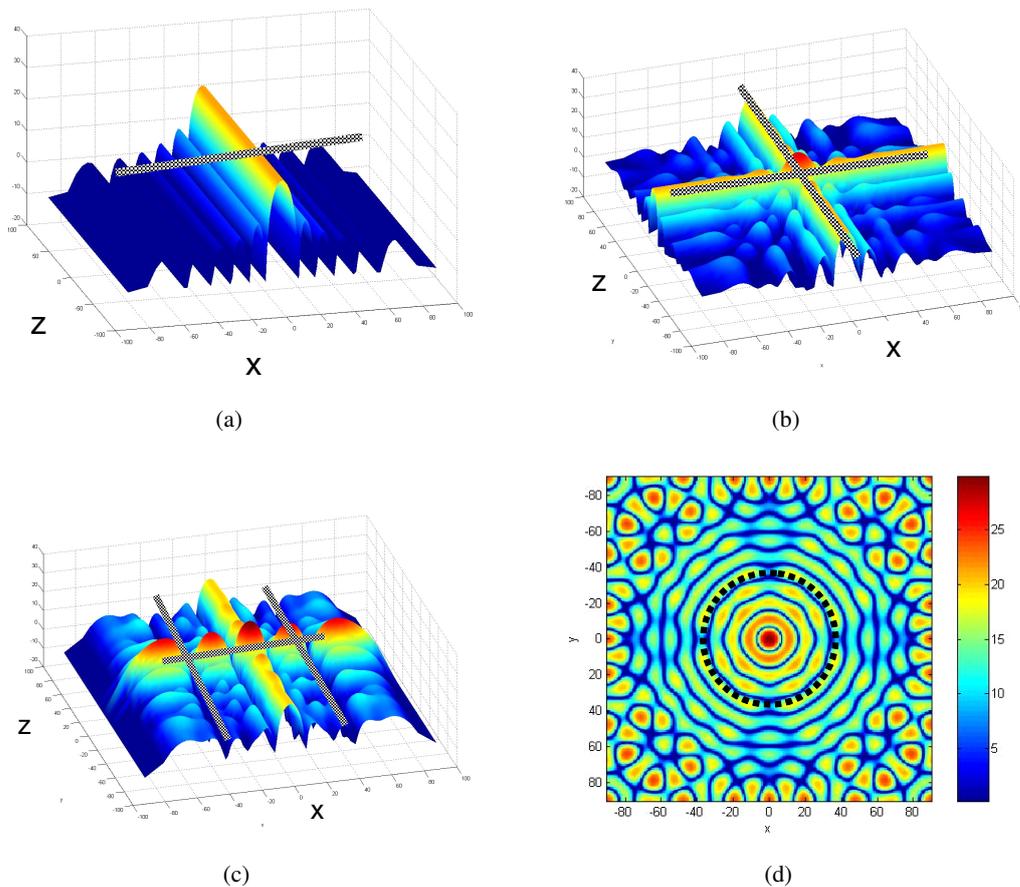


Abbildung 3.27: Räumliche Empfindlichkeit von kombinierten Linien-Arrays (11 gleichgewichtete Mikrofone) in der x - z -Ebene: (a) einfaches Linien-Array; (b) Kreuz-Array; (c) Doppelkreuz-Array; (d) Ring-Array mit 32 Mikrofonen (dargestellt bis zur doppelten Nyquistfrequenz).

Die Anzahl der Nullstellen korrespondiert mit der Mikrofonanzahl. Der Wunsch nach einem ausgeprägten Hauptmaximum und reduzierten Nebenkeulen lässt sich mit einfachen Geometrien und wenigen Mikrofonen nur eingeschränkt erreichen; Bild 3.27 macht dies deutlich. Eine der gebräuchlichsten Geometrien ist das **Ring-Array**. Mit der symmetrischen Anordnung von

Nebenkeulen-Ringen lassen sich Artefakte relativ gut abschätzen. In der Messpraxis mit der *Akustischen Kamera* findet das Ring-Array in vielen Messungen seine Verwendung. Es ist auch Grundlage für viele Erweiterungen, die in dieser Arbeit noch vorgestellt werden.

Die Ausbildung des Arrays in die dritte Raumdimension (z.B. als Kugel-Array) ermöglicht zusätzlich die Unterscheidung zwischen Schalleinfall von vorne bzw. von hinten. Das 3-dimensionale Array ist besonders für Innenräume geeignet, in denen unerwünschte Reflexionen auftreten. Um festzustellen, wie hoch die Dämpfung einer Quelle ist, die entgegen der Blickrichtung der Kamera abstrahlt, wurde das Kugel-Array (ca. 35 cm Durchmesser, 32 Mikrofone) des Messsystems *Akustische Kamera* in einem reflexionsarmen Raum mit 2 idealisierten Quellen vermessen. Die akustischen Bilder ergaben eine Rückwärtsdämpfung von ca. 12 dB. Die Lautsprecher waren frontal (0°) und aus 180° auf das Array gerichtet. 2-dimensionale Arrays können nicht zwischen vorne und hinten unterscheiden; sie erfassen lediglich eine Halbebene, d.h. die Einfallswinkel (-90° bis $+90^\circ$), bezogen auf die Array-Normale. Die Einzelmikrofone sind grundsätzlich Druckempfänger und somit omnidirektional.

In [SCHULZE et al. 2004] werden verschiedene Geometrien (Kreis-, Doppelkreis-, Spiralgeometrie) hinsichtlich Hauptkeulenbreite (Auflösung) und Nebenkeulenabstand (Dynamik) miteinander verglichen. Es zeigen sich Übereinstimmungen zwischen praktischen Ergebnissen und numerischen Simulationen. Die Simulationen haben zum Ziel, eine möglichst optimale Mikrofonanordnung zu ermitteln. Grundsätzlich muss man beim Finden einer optimalen Geometrie immer einen Kompromiss zwischen erreichbarer Auflösung und dem damit zusammenhängenden Nebenkeulenabstand eingehen; beide Parameter sind zudem frequenzabhängig.

Eine sehr empfehlenswerte Beschreibung von Array-Geometrien und der dahinterstehenden Theorie bringt [CHRISTENSEN und HALD 2004]. Hier werden Mikrofonanordnungen mit gleichen und ungleichmäßigen Abständen gegenübergestellt. Arrays, in denen sich die Mikrofonabstände nicht wiederholen, weisen ein sehr günstiges Dynamikverhältnis auf; sie sind nicht-redundant. Die Schwierigkeit im Design solcher Arrays liegt in der optimalen Bestimmung der stochastisch verteilten Sensoren bei guter Praktikabilität des gesamten Arrays. Die Vergleiche und Simulationen verschiedenster Geometrien (z.B. logarithmische Spirale, Archimedische Spirale) führen zu optimierten Geometrien hoher Kanalzahl (z.B. [BRUEL&KJAER 2000], (s. Bild 3.28(e)). Die Optimierung dieses Arrays erfolgte numerisch durch Minimierung der Nebenkeulen im zu betrachtenden Frequenzbereich. Bild 3.28 stellt einige Geometrien gegenüber.

Kombination von NAH und Beamforming. Die weiterführende Optimierung führte dazu, ein Array für NAH *und* Beamforming zu entwickeln [HALD 2003]. Während die herkömmliche NAH eine gleichmäßige Mikrofonverteilung mit $d = \lambda/2$ erfordert, ist eine ungleichmäßige Verteilung für das Beamforming vorteilhaft. Der Vergleich in Bild 3.4 zeigt, dass sich beide Methoden mit ihren Stärken in den unterschiedlichen Frequenzbereichen ergänzen. Die Kombination beider Methoden würde also ein Optimum für die Qualität der Quellkartierung liefern. Die entwickelte SONAH (Statistical Optimized NAH)-Technik [HALD 2003] erlaubt es, NAH auch mit einem unregelmäßigen Mikrofonarray durchzuführen, das auch kleiner als die zu messende Fläche sein darf. Fenstereffekte werden mit der SONAH-Methode vermieden. Für diese

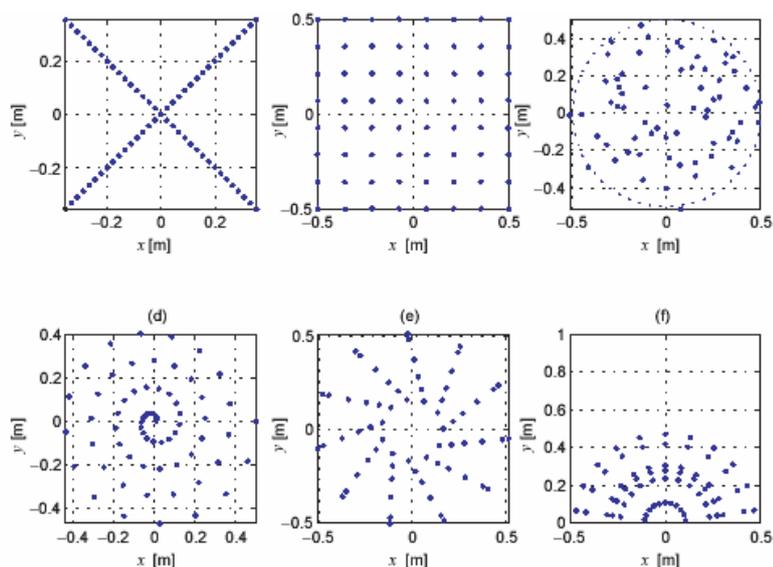


Abbildung 3.28: Beispiele für optimierte Array-Geometrien (Quelle: [HALD 2003])

Methode wurde ein rotationssymmetrisches "Sector-Wheel-Array" entwickelt, das die Mikrofone in Sektoren staffelt. Bild 3.29 illustriert das Array und seine Verwendung.

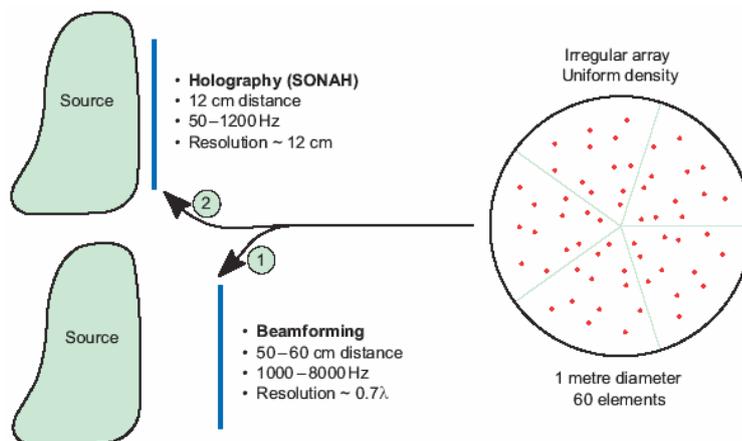


Abbildung 3.29: Optimiertes Array für NAH und Beamforming (Quelle: [HALD 2003])

3.6.6 3-dimensionales Beamforming

Die Berechnung akustischer *Fotos* impliziert (im engeren Sinne) zunächst die Einschränkung, eine (Schalldruck-)Pegelverteilung auf eine 2-dimensionale Fläche zu projizieren. Der Beamforming-Algorithmus ermittelt dazu für jeden Bildpunkt der Fokusebene den über die verzö-

gerten Mikrofonsignale aufsummierten, zeitlich gemittelten und normierten Pegelwert. Nun hat man es aber i.d.R. mit nicht-planaren Oberflächen zu tun. D.h., die emittierten Schallwellen einer 3-dimensionalen Quellenverteilung werden mehr oder weniger fehlerhaft laufzeitkompensiert, je nach dem, wie groß die Abweichungen der realen Geometrie von der virtuellen Fokusebene sind. Um diese Fehlerquelle auszuschließen, arbeiten neueste Verfahren mit einem Beamforming-Algorithmus, der die Laufzeiten auf *3-dimensionale* Oberflächen zurückrechnet [GFAI], [HEAD 2008]. Die Vorgehensweisen unterscheiden sich jedoch voneinander.

Innenraummessungen mit einem 3D-Modell. [GFAI] Das bereits erwähnte Kugel-Array wird vornehmlich für Innenraummessungen verwendet; es besitzt eine "Rückwärtsdämpfung"¹³ und ist deshalb zur Ausblendung von Reflexionen geeignet, wenn man beispielsweise im Fahrzeug nur frontal eintreffenden Schall kartieren möchte. Das Ergebnis des Beamforming-Prozesses ist dann ein akustisches Bild, in dem die Schalldruckverteilung 2-dimensional dargestellt ist. Als Erweiterung wird die Pegeldarstellung auch für 3D-Geometrien realisiert, da man mit dem Kugel-Array grundsätzlich alle Richtungen erfassen kann. Der eigentliche Beamforming-Algorithmus bleibt gleich, die Berechnung der Laufzeiten zu jedem Mikrofon erfolgt aber jetzt bezogen auf ein dreidimensionales Oberflächengitter eines CAD-Modells und nicht mehr auf eine 2-dimensionale Fokusebene. Das Kamerabild wird nur noch verwendet, um das Array bzw. die Mikrofone korrekt in der 3-dimensionalen Geometrie zu positionieren. Das Ergebnis ist ein akustischer und optischer "Rundumblick" (s. Bild 3.30).

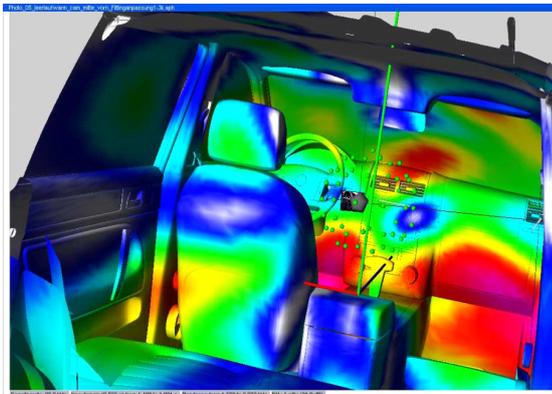


Abbildung 3.30: Akustisches 3D-Bild einer Durchschallungsmessung: der Eintrag einer im Motorraum platzierten (weißen) Rauschquelle wurde in der 3.15 kHz-Terz mit *NoiseImage3* [GFAI] analysiert. Das Bild zeigt eine Analyse mit künstlichen Leckagen im Innenraum.

Das verwendete Kugel-Array besteht aus 32 Mikrofonen. Arrays mit höherer Kanalzahl sind mittlerweile erhältlich. Auch für die 3D-Geometrien gilt natürlich, dass sich die Auflösung mit größerem Durchmesser und die Dynamik mit höherer Mikrofonanzahl bzw. -dichte verbessert.

¹³Die Rückwärtsdämpfung (Dämpfung eines aus 180° zur Blickrichtung versetzten Schalleinfalls) wurde experimentell mit 12 dB ermittelt.

Variabler optischer und "akustischer" Fokus. Mit mehreren optischen Kameras ist es möglich, den Abstand von Objekten im Raum zu ermitteln¹⁴. Das Fokussieren auf ein Objekt der akustischen Szene stellt somit den korrekten Abstandswert für die Laufzeitkompensation bereit. Räumlich gestaffelte Objekte lassen sich mit dieser Optik erfassen und als Schallquellen detektieren [HEAD 2008]. Ohne dieses "akustische Scharfstellen" würden für Quellen, die sich nicht in *einem* festen Abstand befinden, falsche Laufzeiten zu den Mikrofonen angenommen werden.¹⁵ Neben dem Fokussieren auf unterschiedlich weit entfernte Objekte können auch Bildpunkte ausgewählt und dadurch ein dreidimensionales Gitter erzeugt werden, für das die Schalldruckberechnung erfolgt. Dies entspricht vom Prinzip dem Beamforming auf Basis eines dreidimensionalen CAD-Modells, wie es bei Innenraummessungen der *Akustischen Kamera* zur Anwendung kommt.

¹⁴Dieses Prinzip liegt auch der Photogrammetrie zugrunde, die in Zusammenhang mit den Mehrfachmessungen in Abschnitt 4.2.4 erläutert wird.

¹⁵Die Ausnahme gilt für Quellen, die sich bei einem Ring-Array direkt auf der Mittelpunktachse befinden; hier bewirkt ein falsch eingestellter Fokusabstand keine relative Laufzeitverschiebung zwischen den Mikrofonpositionen.

Teil II

Simulationen, experimentelle Untersuchungen und theoretische Ansätze

Der zweite Teil dieser Arbeit befasst sich mit der Umsetzung von Erweiterungen des Zeitbereichs-Beamformings. Neben Simulationen des Array-Patterns bzw. von "Point-Spread-Functions" werden Ansätze verfolgt, die zum Teil von VOLKSWAGEN patentiert [OPFER 2005] und auf Fachtagungen vorgestellt worden sind [KERN und OPFER 2006a], [KERN und OPFER 2006b], [KERN und OPFER 2007], [KERN und OPFER 2008a], [KERN und OPFER 2008b]. Sie zielen in erster Linie auf die Erweiterung des Messsystems "Akustische Kamera" im Hinblick auf eine erweiterte Einsatzfähigkeit in der automobilen Messpraxis. Es handelt sich um die aus dem Frequenzbereich bekannte Technik der "Diagonal Deletion" (s. Abschnitt 3.6.4), das Auswerten von Mehrfachmessungen zur Erhöhung der Auflösung (s. Abschnitt 4.2.4) und die nachträgliche Extraktion von Quellen aus dem akustischen Bild (s. Abschnitt 4.2.5).

Zur Reduktion der Datenmenge und der damit verbundenen Messzeit wird in Abschnitt 4.2.2 das Thema "Fractional Delays" angeschnitten und exemplarisch gezeigt, dass mit Interpolationstechniken die anfallende Datenmenge des Zeitbereichs-Beamformings erheblich reduziert werden kann, bei gleichbleibender Qualität des akustischen Bildes.

Die Ortung kohärenter Quellen stellt jedes Ortungssystem vor grundsätzliche Schwierigkeiten; ein theoretischer Ansatz mit praktischem Hintergrund soll einen möglichen Lösungsweg aufzeigen.

Abschnitt 4.2.7 unternimmt einen Exkurs in den Frequenzbereich und stellt einen theoretischen Ansatz vor, mit dem ein reduzierter Rechenaufwand zur Berechnung einfacher, akustischer Bilder möglich werden soll. Es handelt sich um das Umsetzen von Schalldruckortsverläufen auf Basis einer "örtlichen Polyphasenfilterbank" [KERN und OPFER 2008b], die ein großes Ortsfenster auf Basis einer DFT-Filterbank effizient in ein Wellenzahlspektrum transformiert.

Kapitel 4

Implementierung von Beamforming-Algorithmen

Sämtliche Simulationen und Algorithmen wurden in MATLAB [THEMATHWORKS] implementiert. Es galt zu zeigen, dass die umgesetzten Ideen eine Verbesserung der Ergebnisqualität bewirken bzw. den Rechenaufwand grundsätzlich reduzieren können. Echtzeitanwendungen stehen nicht im Mittelpunkt. Die Simulation von Array-Pattern dient vor allem zum Verständnis der Richtwirkung eines Arrays, des Einflusses von Gewichtungsfenstern und als Vorbereitung für die Thematik der *räumlichen Filterbank*. Um vollen Zugriff auf den Beamforming-Algorithmus zu haben, wurde der Beamforming-Algorithmus komplett implementiert; er liefert als Ergebnis das akustische Bild einer Szene. Es werden lediglich die Mikrofon-signale und -positionen benötigt. Darauf aufsetzend konnten der Algorithmus der "Autoleistungs-Eliminierung" eingebunden sowie Mehrfachmessungen ausgewertet werden.

4.1 Das Array-Pattern

In den vorangegangenen Ausführungen wurde gezeigt, wie man die Mikrofonanordnung durch Manipulation der Laufzeit bzw. der Phase künstlich auf eine bestimmte Einfallrichtung lenken kann. Man nimmt dann an, dass nur Schall aus dieser Richtung registriert wird; für alle anderen Richtungen sollte das Array idealerweise keine Empfindlichkeit aufweisen. Die Tatsache, dass jedoch *keine* beliebig gute Richtungsselektivität, sprich Ortsauflösung, zu erreichen ist, wird deutlich, wenn man sich die Richtcharakteristik der Mikrofonanordnung herleitet.

Unter Richtcharakteristik versteht man die Empfindlichkeit eines Mikrofons bzw. einer Anordnung aus mehreren Mikrofonen in Abhängigkeit der Einfallrichtung und der Frequenz der einfallenden Welle. Der Einfachheit halber wird von ebenen Wellen ausgegangen.

Idealerweise ist das Mikrofon bzw. das Array nur in *der* Richtung sensitiv, aus der die Welle auf die Mikrofone trifft. Es wird zunächst der 1-dimensionale Fall betrachtet. Für Wellen, die senkrecht (0° -Richtung) auf das Array treffen, ist die Empfindlichkeit der Mikrofonanordnung am größten. Schall aus allen anderen Richtungen sollte nicht aufgenommen werden. Im Fall des Beamformings interpretiert man die Richtcharakteristik des Arrays so: da durch die Laufzeitmanipulation die Empfindlichkeit über die Raumrichtungen geschwenkt wird, sollte das Array nur in der jeweiligen Richtung empfindlich sein. Da die aus der Mikrofonanordnung resultierende Richtcharakteristik nicht ideal ist, werden zusätzlich zum Schall aus der Hauptempfindlichkeitsrichtung Anteile aus anderen Richtungen aufgenommen. Für das Beamforming-Ergebnis, das aus der Summe aller Mikrofonensignale gewonnen wird, bedeutet dies, dass der jeweiligen Fokusrichtung Schalldruck zugerechnet wird, der nicht aus dieser Richtung kommt. Eine ggf. vorhandene Quelle wird dann zu stark dargestellt; es können auf diese Weise aber auch Scheinquellen entstehen. Die Größe des so entstehenden Fehlers hängt demnach im Wesentlichen von der Struktur der Richtcharakteristik ab. Diese als Array-Pattern bezeichnete Empfindlichkeitsstruktur bestimmt als akustischer Fingerabdruck der Mikrofonanordnung die Gestalt des akustischen Bildes. In den nächsten Abschnitten wird das 2-dimensionale Array-Pattern hergeleitet und erklärt, wie es sich als Funktion der Fokusrichtung, der Schalleinfallrichtung und der Frequenz auf das Beamforming-Ergebnis, sprich auf das akustische Bild auswirkt. Betrachtet man lediglich eine monofrequente Punktquelle (Monopolquelle), entspricht die Berechnung des akustischen Bildes aus dem Array-Pattern der Berechnung der sog. *Point-Spread-Function*. Sie gibt an, wie sich eine monofrequente Punktquelle im Beamforming-Ergebnis räumlich darstellt. Die Berechnung der Point-Spread-Function ist Basis für das Eliminieren von Einzelquellen bzw. von Artefakten aus dem akustischen Bild.

Das akustische Bild ist als eine örtliche Faltung von frequenzabhängigen Array-Pattern mit den realen (Punkt-)Quellen interpretierbar. Abhängig von der Anzahl der Quellen und deren Verteilung liefert die Superposition der einzelnen Array-Pattern das Beamforming-Ergebnis, sprich das akustische Bild. Unter der Voraussetzung, dass die Quellenverteilung weitestgehend bekannt ist, lässt sich für jede reale (Punkt-)Quelle anhand der Point-Spread-Function die Quelle selber mit ihrer dazugehörigen Nebenkeulenstruktur aus dem akustischen Bild extrahieren. Diese als *Entfaltung* bekannte Technik wird anschließend gesondert behandelt.

Beamforming im Frequenzbereich. Das Array-Pattern muss für jede Frequenz getrennt berechnet werden. Sinnvollerweise wird hierfür das Beamforming im Frequenzbereich als Grundlage zur Berechnung herangezogen. Die unter 3.4.2 bereits beschriebene Berechnungsmethode im Frequenzbereich sei hier noch einmal kurz in ihrer mathematischen Form dargestellt:

$$B(\kappa, \omega) = \sum_{m=1}^M w_m P_m(\omega) e^{-j\omega \Delta_m(\kappa)} = \sum_{m=1}^M w_m P_m(\omega) e^{-jk r_m} \quad (4.1)$$

Da sich der Schalldruck sowohl zeitlich als auch örtlich ändert - je nach dem, welche Größe man unverändert lässt - ist die mathematische Darstellung mit zeitlichen Delays oder mit der Wellenzahl möglich. Beide Darstellungen des Beamforming-Ergebnisses sind äquivalent zueinander. Das Anwenden verschiedener Delay-Werte auf die Mikrofonkanäle entspricht im Frequenzbereich dem Verändern des Wellenzahlvektors κ . Mit der Wellenzahl $k = 2\pi/c$ und dem Zusammenhang $k = -k\kappa$ gibt die rechte Gleichung die Darstellung im Wellenzahlbereich an. Im Wellenzahlbereich sind die räumlichen Abtastintervalle r_m , sprich die Distanzen zwischen den Sensoren, im Verhältnis zur Wellenlänge zu sehen. Analog zum Zeitbereich ist bei zwei Abtastpunkten pro Wellenlänge die Grenze im Frequenz- bzw. Wellenzahlbereich mit $\pm\pi$ vorgegeben.

Zur Herleitung des Array-Patterns nimmt man nun an, dass eine ebene Welle der Form

$$P_m = P_0 e^{-jk_0 r_m} \quad (4.2)$$

auf ein Mikrofonarray trifft. Dabei ist k_0 der Wellenzahlvektor der einfallenden Welle. Der Betrag $k = 2\pi/\lambda$ beider Vektoren ist gleich; die Vektoren unterscheiden sich aber in ihren Richtungen, d.h. Einfallrichtung der Welle und Fokusrichtung der geschwenkten Hauptkeule stimmen nicht überein. Die Grafik in Bild 4.1 illustriert diesen Sachverhalt.

Am Ausgang des Beamformers ergibt sich nach Gleichung 4.1 somit:

$$B(\kappa, \omega) = \sum_{m=1}^M w_m P_m(\omega) e^{j(k-k_0)r_m} = P_0 W(k - k_0) \quad (4.3)$$

Die Funktion W

$$W(k - k_0) = \sum_{m=1}^M w_m e^{j(k-k_0)r_m} \quad (4.4)$$

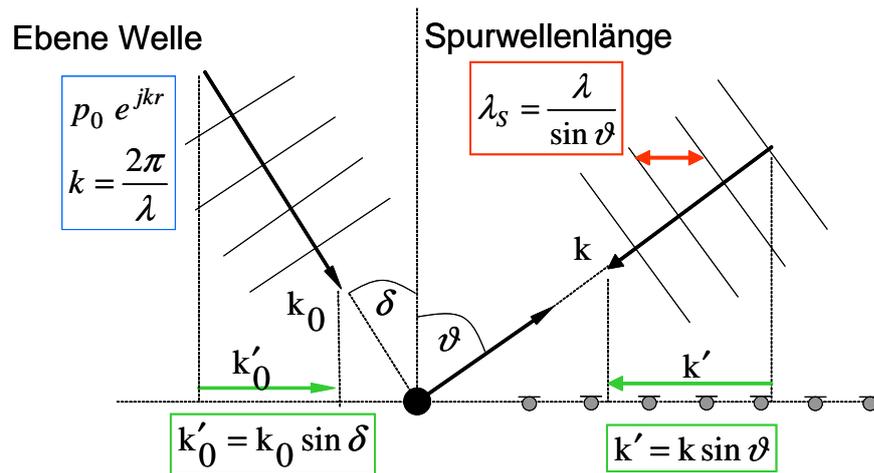


Abbildung 4.1: Einfallende, ebene Welle und Fokusrichtung am Beispiel eines Linien-Arrays

ist die mathematische Beschreibung des *Array-Patterns* [CHRISTENSEN und HALD 2004]. Man erkennt leicht, dass es sich hierbei um die räumliche Fouriertransformation der Gewichtungsfunktion handelt. Das Linien-Array wird mit der eindimensionalen DFT behandelt, ein flächiges Array, z.B. ein Ring-Array benötigt die zweidimensionale DFT. Die Gestalt des Array-Patterns ist also abhängig von der Aperturgewichtung und der Geometrie der Mikrofonanordnung.

Vom Wellenzahlspektrum zum akustischen Bild. In Bild 4.2 sind beispielhaft die Fouriertransformierten einer Rechteckgewichtung für ein Linien-Array und ein Ring-Array bis zur Nyquistfrequenz dargestellt. Die Grafiken enthalten die Information über die Empfindlichkeit des Arrays, wenn eine Welle mit Nyquistfrequenz in verschiedenen Winkeln auf das Array trifft. Bei $\vartheta = 90^\circ$, entsprechend π , ist die Empfindlichkeit minimal. Eine Welle, die frontal (senkrecht mit ihrer Normalen zur Ausbreitungsrichtung) auf das Array trifft, erzeugt unabhängig von der Frequenz der Welle immer ein Maximum an Empfindlichkeit, da an allen Mikrofonen dieselben Phasenzustände herrschen.

Bild 4.2 zeigt weiterhin den Einfluss einer unterschiedlichen Gewichtung. Wie bereits in den Grundlagen geschildert, erkennt man jetzt auch die Wirkung auf das 2-dimensionale Ring-Pattern.

Die Verwendung von Gewichtungsfunktionen auf das Ring-Array in Bild 4.2 zeigt, dass sich der gewünschte Effekt unterdrückter Nebenkeulen verstärkt nur in einer Dimension auswirkt. Dieser Effekt lässt sich aus der Funktionsweise der 2D-FFT erklären, die erst in einer Dimension die Fouriertransformierte berechnet und danach dieses Ergebnis noch einmal in der anderen Dimension transformiert. Für eine radialsymmetrische Dämpfung der Nebenkeulen müssen die Gewichte in anderer Weise auf dem Ring verteilt werden.

Das Ziel des Beamformings ist es, Wellen unterschiedlicher Richtung und Frequenz zu tren-

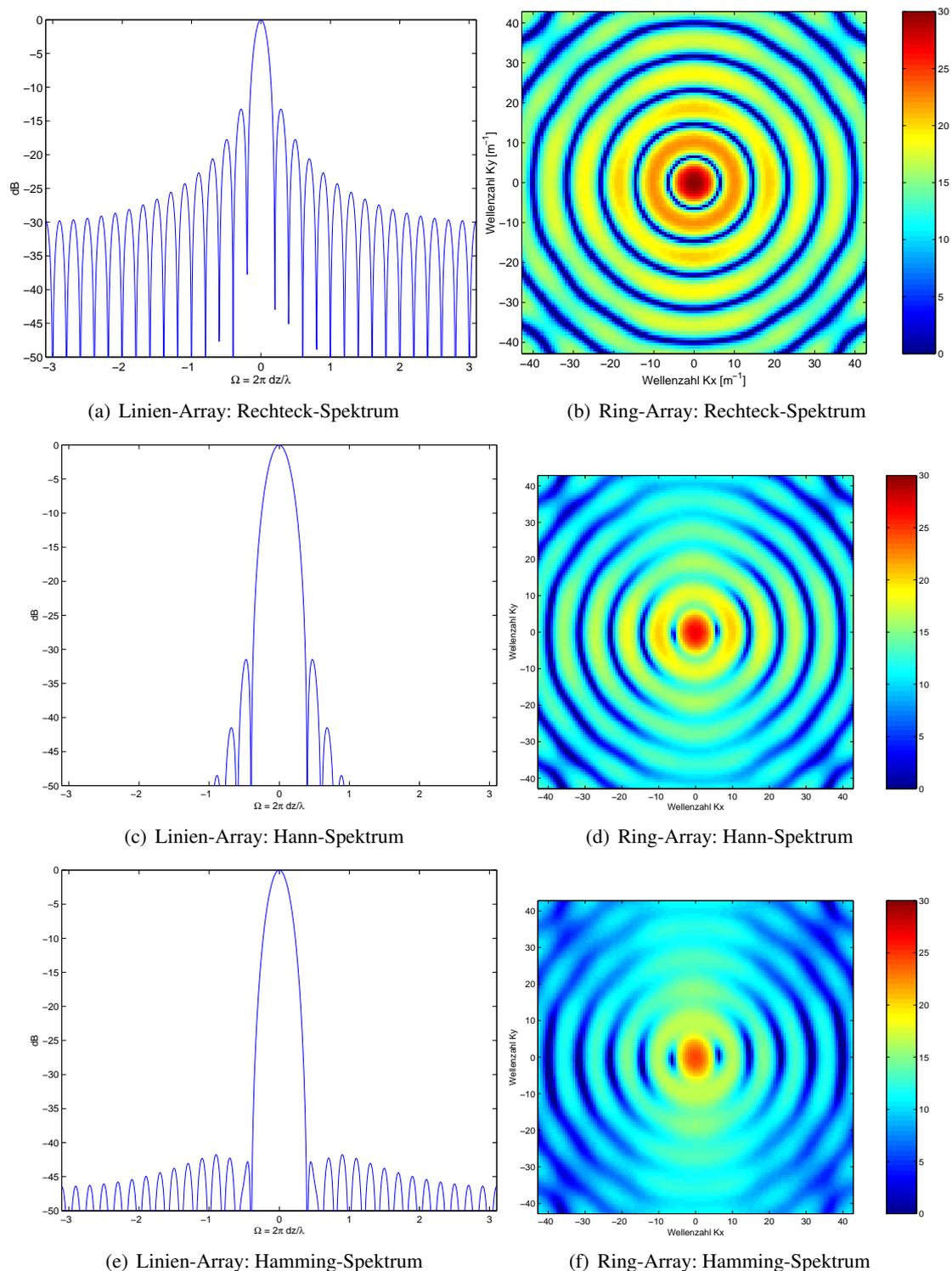


Abbildung 4.2: Wellenzahlspektrum eines Linien- und Ring-Arrays für verschiedene Gewich- tungen: normierte, obere Frequenzgrenze = $\pm\pi$ (Nyquistfrequenz), entsprechend einer Wellen- zahl von $K = 2\pi \sin(90^\circ) dz/\lambda = 42$; mit $dz = \lambda/2$. Die Abbildung der Gewichte auf die Ringmikrofone bewirkt eine Seitenkeulenunterdrückung in nur einer Dimension (Bild (c) und (e)).

nen und somit eine Aussage über Quellenverteilungen zu liefern. Das Array-Pattern stellt alle Informationen bereit, um das akustische Bild einer monofrequenten Welle als Beamforming-Ergebnis zu ermitteln. Für das Beamforming muss zusätzlich das künstliche Schwenken der Richtcharakteristik berücksichtigt werden. Einfallrichtung und Fokusrichtung können also entgegengesetzter Richtung sein; dadurch vergrößert sich der Wellenzahlbereich.

Im Array-Pattern des Beamformings sind alle Informationen über Frequenz, Einfallswinkel und Fokusrichtung enthalten, aus denen sich für jeden Bildpunkt der frequenzabhängige Beamforming-Output bei einer bestimmten Schalleinfallrichtung ableiten lässt. Sind alle diese Parameter bekannt, kann man das Ergebnis, welches das Beamforming liefert, auch rechnerisch aus der räumlichen DFT der Array-Apertur ermitteln. Die Empfindlichkeit des Arrays als Funktion der Einfallrichtungen bzw. der Wellenzahl wird im Array-Pattern dargestellt. Es ist der "akustische Fingerabdruck" des Arrays und gibt anhand der Hauptkeulen- und Seitenkeulenstruktur Aufschluss über die erreichbare Qualität der Lokalisation von Schallquellen. Mathematisch interpretiert, ist das Array-Pattern die 2D-Fourier-Transformierte der Aperturgewichtung. Das Array-Pattern enthält die Information für alle auf die Array-Ebene projizierten Wellenzahlvektoren und alle Frequenzen. Je nach interessierendem Frequenz- und Winkelbereich wird nur ein bestimmter Bereich des Patterns "sichtbar".

Wie bereits Abschnitt 2.2.3 erwähnt, entspricht die obere Grenze $\omega_{max}^{90^\circ}/c$ im Wellenzahlspektrum dem streifenden Einfall bei 90° der ebenen Welle; hier liegt für das Array die kürzeste Wellenlänge vor. Durch das Beamforming erweitert sich der maximale Bereich auf das doppelte, mit der oberen Grenze $K_{max} = 2\omega_{max}^{90^\circ}/c$. Der begrenzte Fokusbereich $\theta < 90^\circ$ schränkt dieses maximal sichtbare Wellenzahlspektrum wiederum ein. Es gilt:

$$K_{max}^\theta(\omega) = [1 + \sin(\theta)] \frac{\omega}{c} \quad (4.5)$$

Aus der maximalen Wellenzahl lässt sich aus Gleichung 4.5 auch die maximale Frequenz der Welle bestimmen, für die der maximale Wellenzahlbereich K_{max}^θ gilt [CHRISTENSEN und HALD 2004]:

$$\omega_{max}(\theta) = \frac{K_{max} c}{1 + \sin(\theta)} \quad (4.6)$$

Wird unter Beibehaltung des maximalen Wellenzahlbereiches K_{max} der Fokuswinkel von 90° auf 30° reduziert, gilt die Beziehung

$$\omega_{max}(30^\circ) = \frac{4}{3} \omega_{max}(90^\circ). \quad (4.7)$$

Es sollen nun die Zusammenhänge zwischen dem sichtbaren Array-Pattern und der Richtcharakteristik näher erläutert werden. Wie bereits beschrieben, legen der Einfallswinkel, die Frequenz der Welle und der Schwenkbereich des Beamformers den sichtbaren Bereich des maximalen Array-Patterns fest. Aus dem maximal sichtbaren Array-Pattern in Bild 4.3 entsteht der für das akustische Bild relevante Ausschnitt (Bild 4.4(a)).

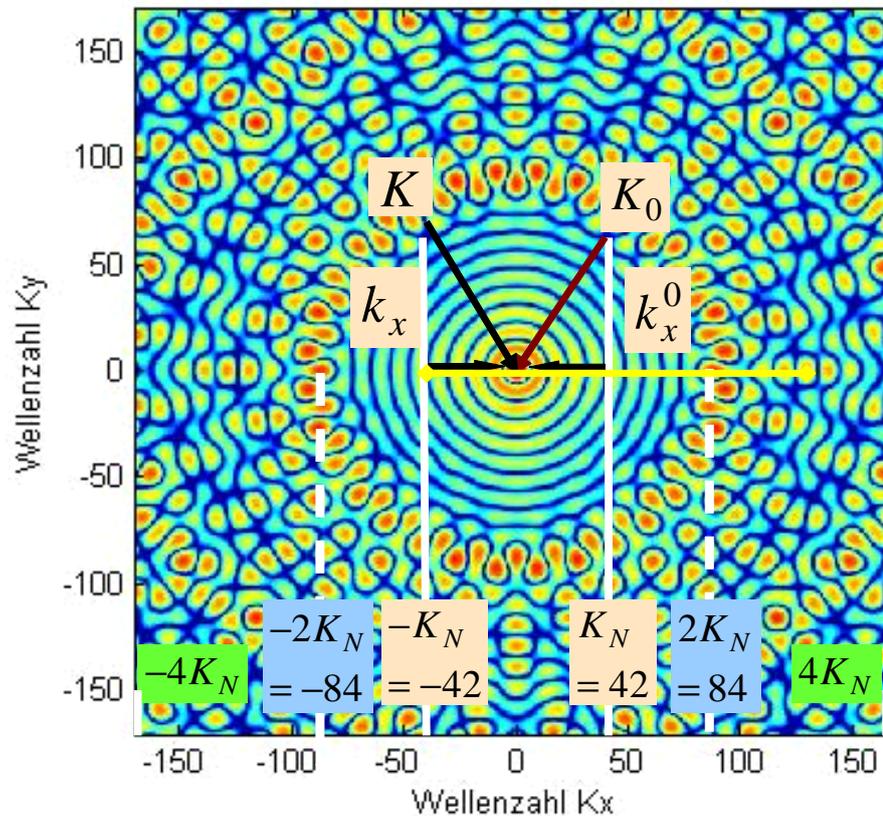


Abbildung 4.3: Konstruktion des sichtbaren Array-Patterns: der sichtbare Bereich (gelb) ergibt sich aus der Differenz des auf die x- bzw. y-Achse projizierten Wellenzahlvektors k_x^0 (30°) und des Fokusvektors k_x ($\pm 30^\circ$).

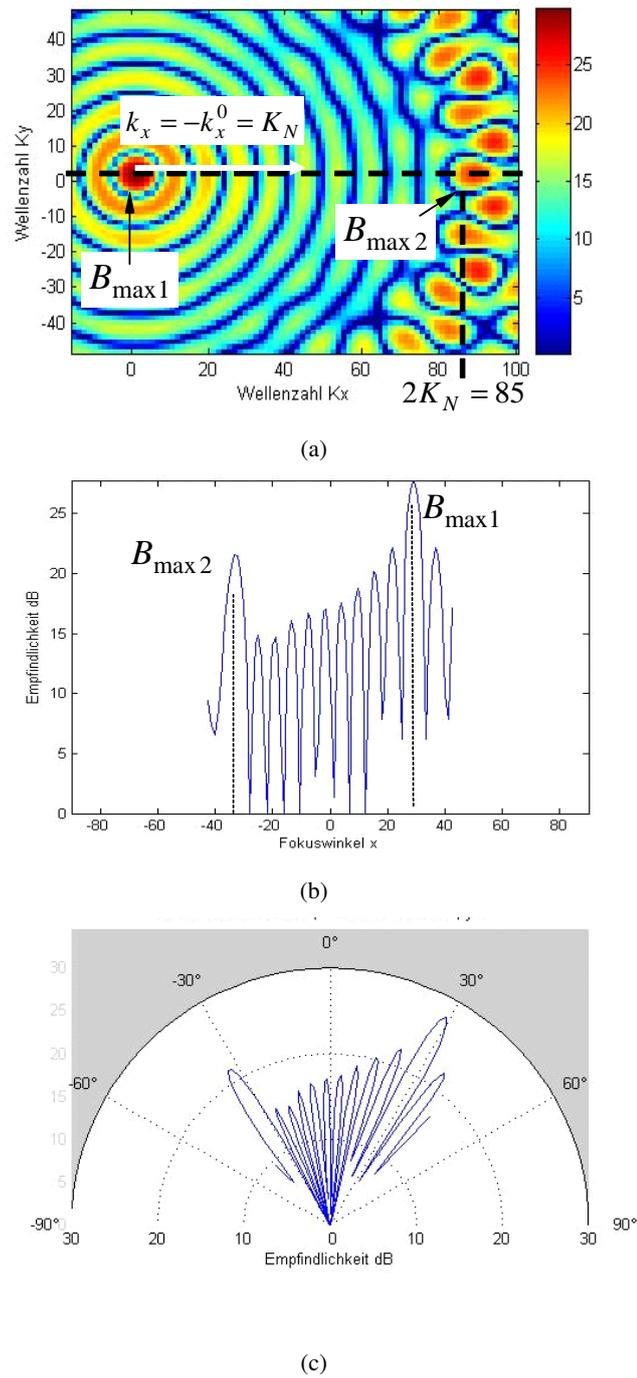


Abbildung 4.4: (a) Sichtbares Array-Pattern für Welle aus 30° , 4600 Hz und Schwenkbereich $\pm 42^\circ$ in x-Dimension, $\pm 34^\circ$ in y-Dimension; (b) eindimensionale Richtcharakteristik im Schwenkbereich; (c) Richtcharakteristik als Polardarstellung.

Wird die Hauptempfindlichkeit auf -30° geschwenkt, ergeben sich folgende Zusammenhänge: da sich Fokus-Wellenzahlvektor k_x und der Vektor der einfallenden Welle k_x^0 in diesem Fall im Vorzeichen unterscheiden und $k = k_x - (-k_x^0)$ gilt, findet man das Nebenmaximum B_{max2} bei $2K$, mit $K = |k|$. Dies ist klar, weil sich aus Sicht des Arrays die Spurwellenlänge verkürzt und damit die "gesehene" Frequenz vergrößert, wenn sich die Fokusrichtung ϑ_x von der Einfallrichtung im Vorzeichen unterscheidet. Überschreitet ϑ_x die 0° -Richtung und nähert sich mit gleichem Vorzeichen der Einfallrichtung, vergrößert sich die Spurwellenlänge zunehmend, bis schließlich $k_x - k_x^0$ den Wert 0 erreicht; der Wert $K = 0$ markiert das Maximum des Array-Patterns bzw. des Wellenzahlspektrums B_{max1} und entspricht dem frontalen Einfall der Welle auf das Array. Der sichtbare Ausschnitt aus dem gesamten Array-Pattern ist also (etwas salopp) "spiegelbildlich" im Sinne des abzuleitenden Richtdiagramms zu lesen. Anhand der beschriebenen Konstruktionsvorschrift wird auch klar, warum sich der Wellenzahlbereich im Beamforming im Vergleich zu einer reinen Fouriertransformierten mit $\omega = \pi$ als Wellenzahlgrenze auf $\omega = 2\pi$ verdoppelt. Bezüglich der Interpretation von Scheinquellen im akustischen Bild infolge von Aliasing-Artefakten ist die Kenntnis über das sichtbare Wellenzahlspektrum von praktischer Bedeutung.

Zur anschaulichen Darstellung der Richtcharakteristik wird zunächst der 2-dimensionale Ausschnitt des Array-Patterns mit einem Schnitt in ein 1-dimensionales Richtdiagramm überführt (s. Bild 4.4(a)). Die Maxima im Richtdiagramm ergeben sich durch Kombination von Fokus-Wellenzahlvektor und Vektor der einfallenden Welle (vgl. dazu Bild 4.3). Das Richtdiagramm ist durch den Schwenkbereich im gezeigten Beispiel auf $\pm 42^\circ$ begrenzt. Der "sichtbare" Wellenzahl-ausschnitt legt also für eine monofrequente Punktquelle bestimmter Richtung gleichzeitig das akustische Bild fest. Es müssen lediglich die Wellenzahlen in Einfallswinkel gemäß $\vartheta = \sin^{-1}(K\lambda/dz)$ umgerechnet werden, was in einer Verzerrung des Bildes zu großen Winkeln resultiert. Dieses akustische Bild stellt die sog. ortsabhängige *Point Spread Function* dar, mit der jede (Punkt-)Quelle im sichtbaren Bildbereich im Ortsbereich gefaltet wird. Bild 4.5 zeigt den Übergang vom "sichtbaren" Wellenzahlspektrum zum akustischen Bild einer monofrequenten Punktquelle (*Point-Spread-Function*) aus 0° -Richtung.

Für eine Punktquelle von 1 kHz wurde auf gleiche Weise das akustische Bild aus dem Wellenzahlspektrum berechnet und mit einer Beamforming-Simulation verglichen (Bild 4.6). Beide Ergebnisse aus Simulation und Berechnung stimmen überein. In 4.6(c) und (d) ist zum Vergleich das maximal sichtbare Array-Pattern und das akustische Bild für eine 1 kHz-Punktquelle, gemessen mit einem 16-kanaligen Ring-Array, dargestellt. Die Mikrofonabstände sind die gleichen wie bei 4.6(a) und 4.6(b), das Array hat damit die halbe Größe und eine dadurch schlechtere Ortsauflösung.

Die Überlagerung zweier monofrequenter Wellen lässt sich auf die gleiche Weise berechnen. Auch hier führt der Vergleich mit der Beamforming-Simulation zum selben Ergebnis (Bild 4.7).

Das Ziel bei der Optimierung von Mikrofon-Arrays ist es, das Signal-Rausch-Verhältnis einer Array-Apertur zu vergrößern, d.h. die Nebenkeulen stark zu bedämpfen, damit eine ungestörte Lokalisierung in Fokusrichtung gewährleistet ist.

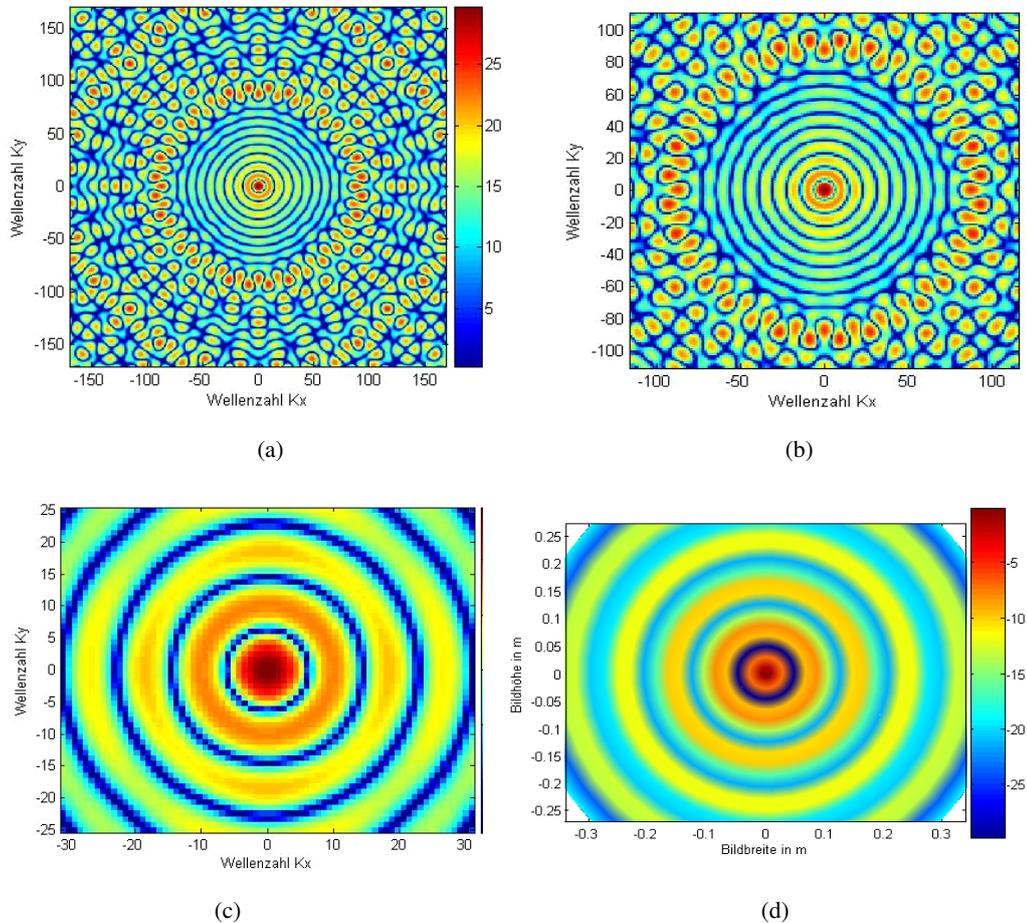


Abbildung 4.5: Konstruktion des akustischen Bildes aus dem Wellenzahlspektrum: dargestellt für eine monofrequenten Punktquelle von 4600 Hz (doppelte Nyquistfrequenz): (a) maximal sichtbares Spektrum (gültig für Wellen mit 4600 Hz und Einfallswinkel 90° in beiden Dimensionen); (b) reduziertes Spektrum für einen maximalen Schwenkbereich von $\pm 24.5^\circ$ in x-Dimension und $\pm 17^\circ$ in y-Dimension; (c) Ausschnitt für akustisches Bild (0° Einfallswinkel, Schwenkbereich $\pm 24.5^\circ$ in x-Dimension und $\pm 17^\circ$ in y-Dimension); (d) in Ortskoordinaten umgerechnetes Spektrum aus (c).

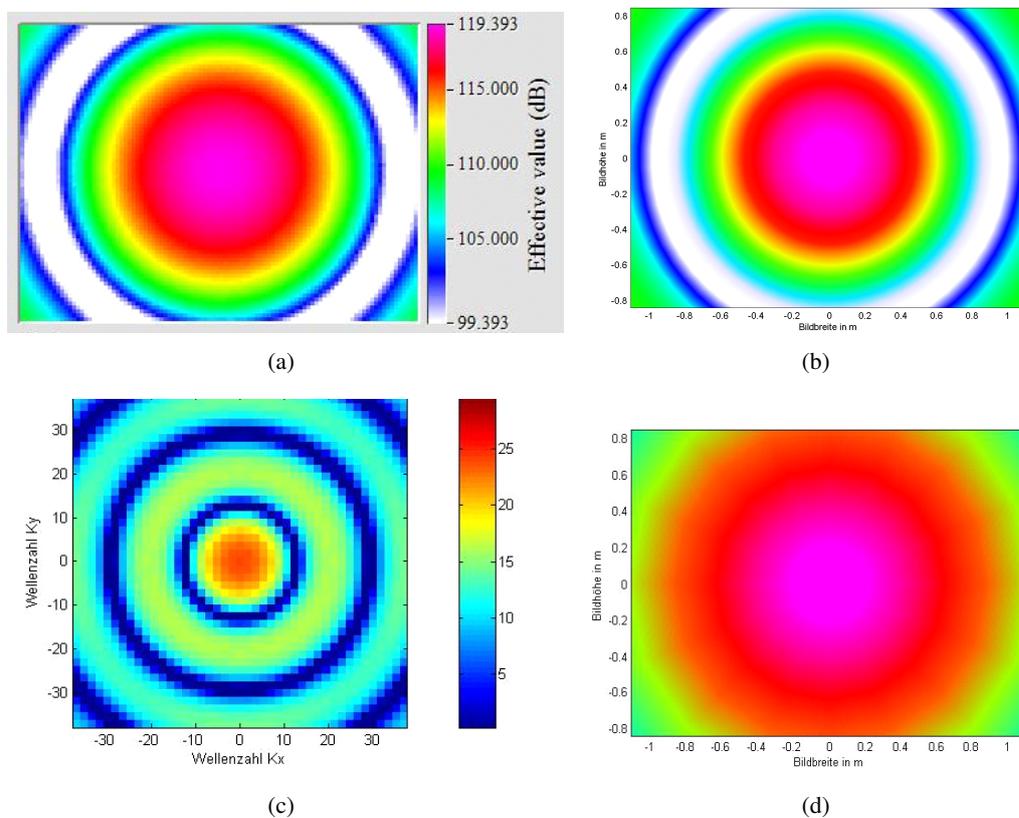


Abbildung 4.6: Vergleich von akustischen Bildern einer 1 kHz-Punktquelle (32-kanaliges Ring-Array, 20 dB Dynamik): (a) Beamforming-Ergebnis einer synthetischen Punktquelle; (b) aus 2D-Fouriertransformation der Aperturgewichtung berechnet; (c) maximal sichtbares Array-Pattern für ein Ring-Array mit 16 Mikrofonen (halbe Aperturgröße); (d) in MATLAB berechnetes, akustisches Bild des 16-kanaligen Ring-Arrays für die 1 kHz-Punktquelle.

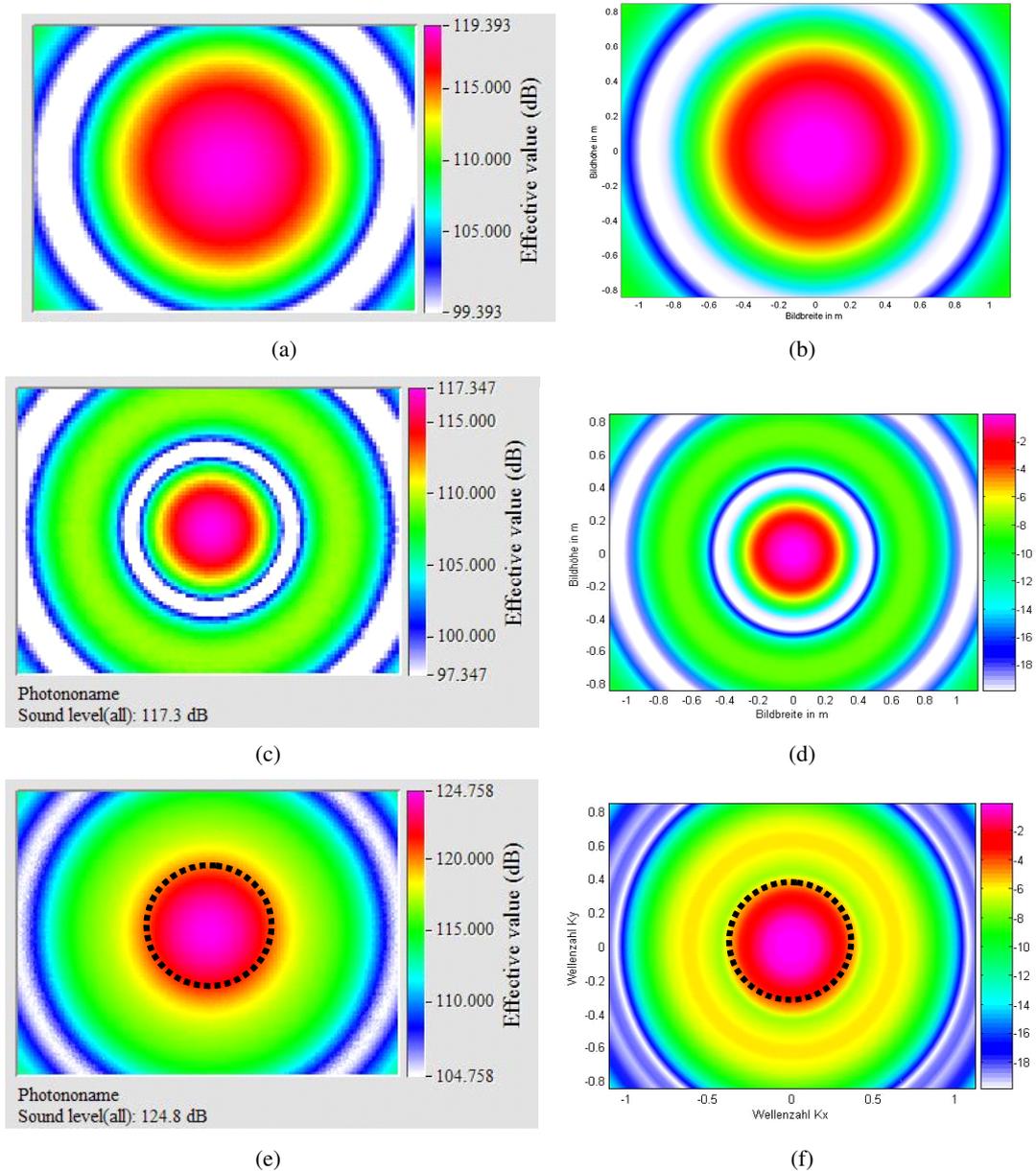


Abbildung 4.7: Überlagerung zweier Punktquellen unterschiedlicher Frequenz: (a), (c), (e) Beamforming-Simulation; (b), (d), (f) aus Wellenzahlspektrum in MATLAB berechnet. Die Dynamik beträgt in allen Bildern 20 dB, die 2. Quelle verursacht einen Pegelanstieg um ca. 6 dB. In der Summation kommt es aufgrund nicht exakt gleicher Pegelverhältnisse zu leichten Unterschieden zwischen Beamforming-Simulation und MATLAB-Berechnung. In den unteren Bildern ist das Ring-Array (75 cm Durchmesser) skizziert; die Bildmaße sind ca. 2.20 m in der Horizontalen und 1.60 m in der Vertikalen. Interessant - wenngleich auch trivial - ist die Feststellung, dass sich das *akustische* Bild nicht ändert, wenn der Fokusabstand variiert, also die Quellenentfernung geändert wird. Es ändern sich dann lediglich die Bildmaße, sodass eine größere Entfernung einen "Spot" gleicher Größe, aber über einen größeren Raumbereich abbildet, d.h. eine schlechtere Auflösung zur Folge hat.

4.2 Beamforming

Um das Delay&Sum-Beamforming insbesondere im Zeitbereich zu erweitern, wurde in MATLAB [THEMATHWORKS] ein Beamforming-Algorithmus implementiert. Unter Vorgabe verschiedener Parameter wird das akustische Bild einer zuvor durchgeführten Messung berechnet. Der Algorithmus mit seinen Möglichkeiten wird im Folgenden vorgestellt und mit den Ergebnissen der kommerziell erhältlichen Software *NoiseImage2* [GFAI] verglichen. Zudem erfolgte eine MATLAB-Umsetzung des Beamformings im Frequenzbereich.

Neben der Eingabe beliebiger Mikrofonverteilungen bietet der Algorithmus das *modifizierte* Zeitbereichs-Beamforming mit der Eliminierung der Autoleistung (s. Abschnitt 4.2.3), auch in Verbindung mit den synchronisierten Mehrfachmessungen (s. Abschnitt 4.2.4).

Bild 4.8 fasst die programmtechnische Umsetzung des Beamforming-Algorithmus in MATLAB in einem Flussdiagramm zusammen.

4.2.1 Delay&Sum im Zeit- und Frequenzbereich

Anhand von Simulationen und praktischen Messungen soll überprüft werden, ob die umgesetzten Algorithmen korrekte Ergebnisse liefern. Dazu dient der Vergleich mit den Ergebnissen der kommerziell erhältlichen Software *NoiseImage* des Messsystems *Akustische Kamera* [GFAI]. Zunächst wird eine synthetische 1 kHz-Punktquelle geortet. Die Ergebnisse von *NoiseImage* sind mit dem Zeitbereichs-Algorithmus berechnet, die MATLAB-Ergebnisse im Frequenzbereich. Die Ergebnisse in Bild 4.9 stimmen bis auf einen kleinen Unterschied in der Skalierung des maximalen Dynamikbereiches gut überein. Der Vergleich dient auch dazu, den Beamforming-Algorithmus im Frequenzbereich in MATLAB zu verifizieren, um für die Anwendung der "Diagonal Deletion"¹ im Zeitbereich eine Vergleichsmöglichkeit zu haben.

Der Ergebnisvergleich des Zeitbereichs-Beamformings in MATLAB und der kommerziellen Software zeigt Bild 4.10 anhand einer praktischen Messung mit einem 32-kanaligen Ring-Array. Die Ergebnisse stimmen in den wesentlichen Bereichen des Bildes gut überein. Leichte Abweichungen können durch nicht exakt gleiche Zeitausschnitte oder Bandpassfilterungen zustande gekommen sein. Da beide Algorithmen in der Entfernung 2.65 m *ebene* Wellen analysieren, sind die Unterschiede in einigen Bildbereichen nicht auf den Algorithmus zurückzuführen. Die insgesamt gute Übereinstimmung beider Analyseergebnisse bildet somit die Basis für erweiterte Algorithmen, die in den nächsten Abschnitten vorgestellt werden.

¹Der Begriff "Diagonal Deletion" stammt aus dem Frequenzbereich und beschreibt das Löschen der Hauptdiagonalen in der Kreuzspektralmatrix.

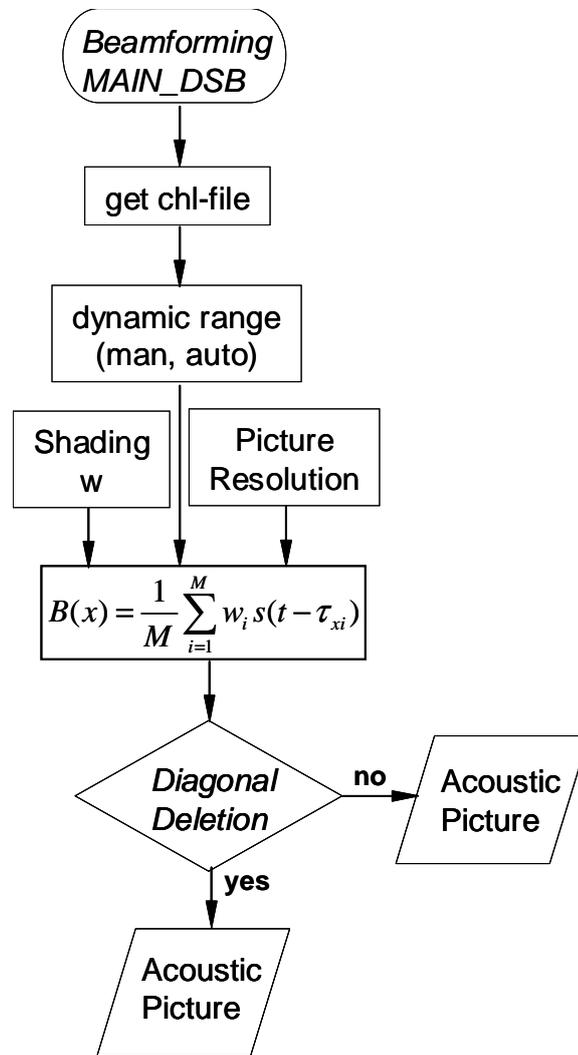


Abbildung 4.8: Beamforming-Algorithmus in MATLAB

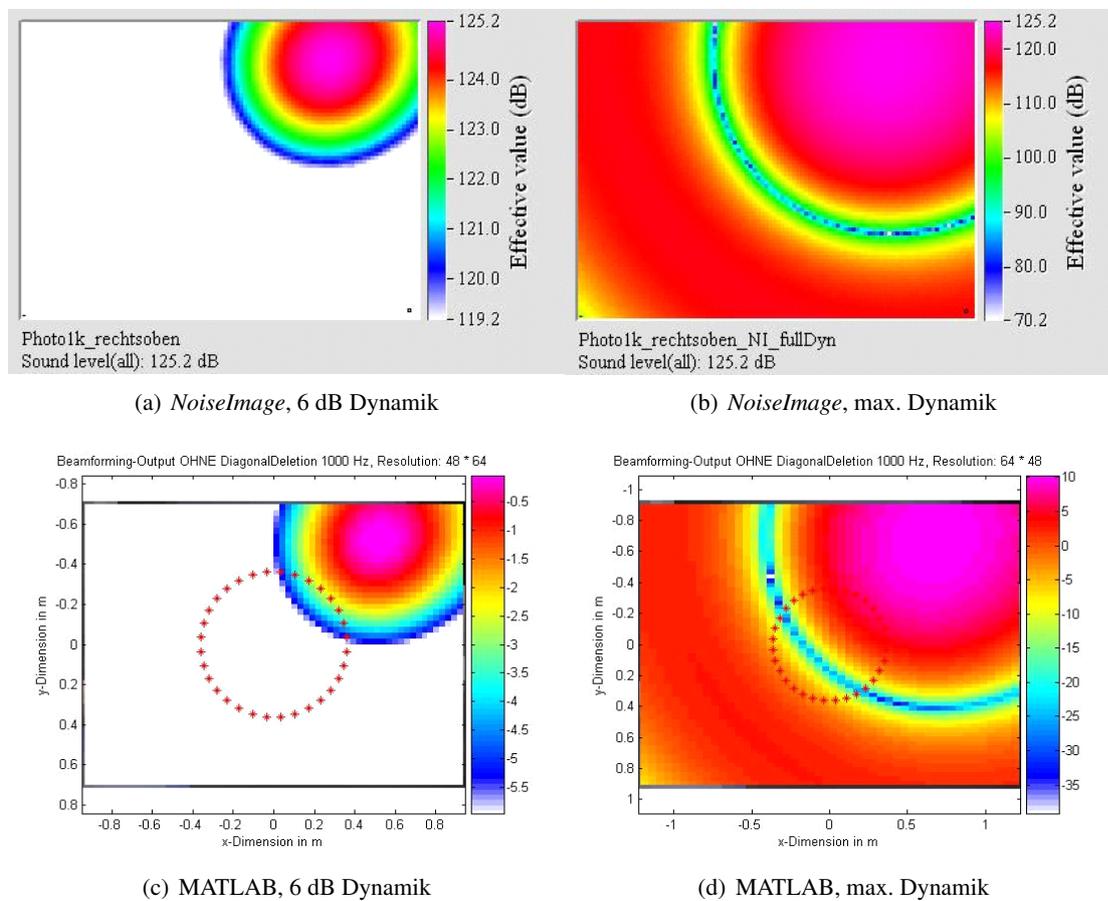
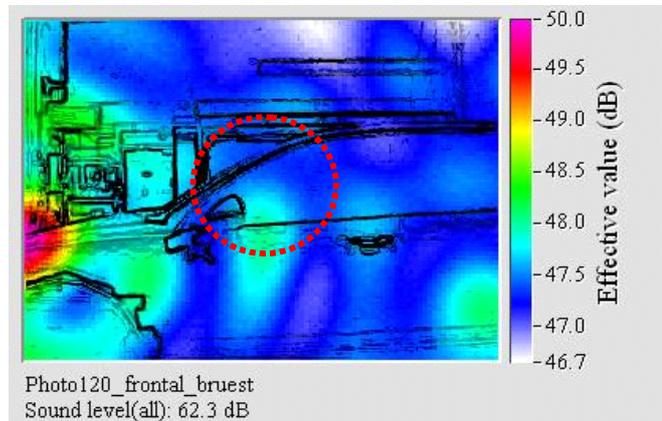
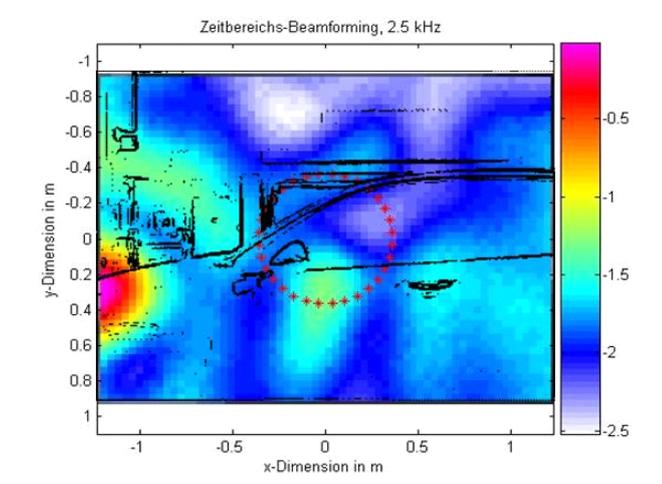


Abbildung 4.9: Beamforming im Zeit- und Frequenzbereich für eine 1 kHz-Punktquelle: die Ergebnisse im Zeitbereich in (a) und (b) wurden mit der kommerziellen Software *NoiseImage* generiert; (c) und (d) zeigen das in MATLAB erzeugte Ergebnis des Frequenzbereichs-Beamformings.

(a) *NoiseImage*

(b) MATLAB

Abbildung 4.10: Vergleich der Beamforming-Ergebnisse im Windkanal zwischen der kommerziellen Software *NoiseImage* und dem in MATLAB implementierten Algorithmus. Beide Ergebnisse zeigen denselben Dynamikbereich von ca. 3 dB bei 2.5 kHz. Leichte Unterschiede können durch nicht exakte Zeitausschnitte oder ungleiche Bandpassfilterung zustande kommen.

4.2.2 Interpolation von Zeitdaten

In der Literatur findet man zum Thema *Interpolation* diverse Anwendungsfälle. So stellen Abstratenumsetzung, Synchronisation von digitalen Modems oder Sprachcodierung die Forderung nach Interpolationstechniken, um diskret abgetastete Werte wieder in eine "analoge Form" zu bringen und damit an theoretisch beliebigen Stellen Einblick in das zu untersuchende Signal zu bekommen. Oft sind es gerade die *Zwischenwerte*, die eine korrekte Verarbeitung des Signals ermöglichen. Die Verwendung der diskreten Abtastwerte kann mitunter für den speziellen Anwendungsfall nicht ausreichend sein. Bei der Digital-Analog-Wandlung fordert die Rekonstruktion eines analogen Signals aus abgetasteten Werten die exakte und damit "lückenlose" Interpolation, um das Ursprungssignal zurückzugewinnen.

Im Rahmen des Zeitbereichs-Beamformings spielt die zeitliche Auflösung insofern eine Rolle, als sie die erreichbare Winkelauflösung bestimmt. Man kann hier direkt von *Delays* im engeren Sinne sprechen, da man zur Festlegung einer Richtung die aufgenommenen Mikrofon-signale verzögern muss. Da bei ungenügender Abtastrate, sprich zeitlicher Auflösung, die Delay-Quantisierung zu grob für eine gute Richtungsauflösung sind, bezeichnet man die interpolierten Zeitdaten auch als **Fractional Delays** [LAAKSO et al. 1996].

Zunächst sollen diese Zusammenhänge für das Beamforming näher erläutert werden, bevor auf die Interpolationstechnik zur Generierung von *Fractional Delays* im Speziellen eingegangen wird.

4.2.2.1 Delay-Quantisierung im Beamforming

Um im Zeitbereichs-Beamforming eine hohe Anzahl von Schwenkrichtungen zu erzeugen, bedarf es einer hohen zeitlichen Auflösung, sprich das Zeitsignal muss mit einer hohen Abtastfrequenz vorliegen. Bild 4.11 soll diesen Sachverhalt für den Fall des Linien-Arrays veranschaulichen.

Trifft eine ebene Welle aus einer bestimmten Einfallsrichtung auf ein Linien-Array, ergeben sich Laufzeitunterschiede der Welle zu den einzelnen Sensoren. Der maximale Laufzeitunterschied entsteht zwischen den beiden am weitesten entfernten Sensoren, also bei einem maximalen Einfallswinkel nahe 90° (senkrecht zur Arraynormalen). Die Verzögerung vom ersten Sensor zum i -ten Sensor berechnet sich aus:

$$\Delta t_{max} = \frac{id}{c} \sin \vartheta, \quad (4.8)$$

wobei die Laufzeit von der Quelle zum ersten Mikrofon in Δt_{max} schon berücksichtigt ist.

Wird das Beamforming-Ergebnis mit einer Samplerate f_s abgetastet, lässt sich zur Laufzeitkompensation auch nur ein Delay einstellen, dass einem ganzzahligen Vielfachen n des Abtast-

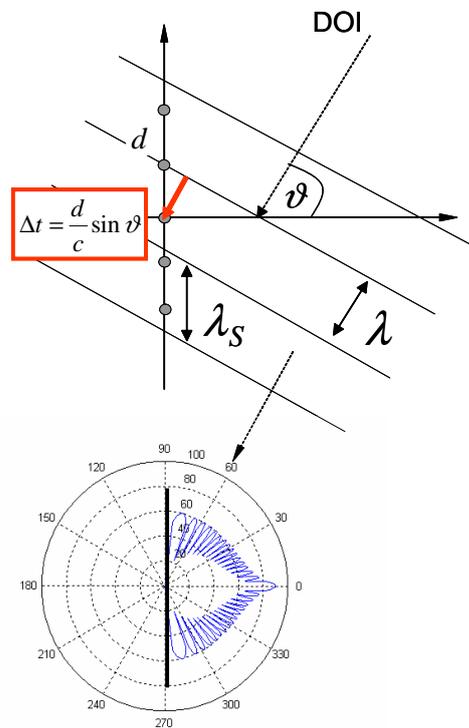


Abbildung 4.11: Eine ebene Welle trifft im Winkel ϑ auf ein Linienarray: die relativen Laufzeiten zwischen den Mikrofonen berechnen sich aus dem Abstand d der Sensoren und dem Einfallswinkel. Die Delay-Abstufung kann immer nur so fein sein, wie es die zeitliche Quantisierung des Signals erlaubt. λ_s bezeichnet die Spurwellenlänge. Zusätzlich ist das Richtmaß des Linien-Arrays dargestellt: die Empfindlichkeit sinkt zu größeren Winkeln und erreicht, abgesehen von den Nullstellen, bei 90° ihr Minimum.

intervalls T_s entspricht [SCHOBEN und SOMMEN 1996]. Die erreichbare minimale Verzögerung ist also durch das Abtastintervall selbst begrenzt. Die einstellbaren Delays

$$nT_s = \frac{d \sin \vartheta}{c} \quad (4.9)$$

lassen sich durch Umstellung auf die möglichen Schwenkrichtungen umrechnen [SCHOBEN und SOMMEN 1996]:

$$\vartheta_n = \arcsin \frac{cnT_s}{d} \quad (4.10)$$

Wird eine minimale Wellenlänge λ_0 angenommen, die dem doppelten Sensorabstand entspricht, mit $d = \lambda/2$ und eine Samplerate $f_s = 2\nu f_0$ angesetzt, folgt aus Gleichung 4.10, dass

$$|n| \leq \nu.$$

Die Hauptempfindlichkeit des Arrays lässt sich demnach in $1 + 2\nu$ Richtungen schwenken. Beispielsweise ergeben sich bei $\nu = 2$ fünf Richtungen; neben der 0° -Richtung sind $\pm 30^\circ$ und $\pm 90^\circ$ möglich. Eine größere Anzahl von Fokusrichtungen lässt sich z.B. durch eine **Interpolation** der gesampelten Daten erreichen. Im nächsten Abschnitt werden verschiedene Ansätze zur Interpolationstechnik vorgestellt.

4.2.2.2 Interpolationstechniken

Die Interpolation von Abtastwerten erfolgt mit digitalen Filtern, die auch als *Fractional-Delay-Filter* bezeichnet werden. Sie rekonstruieren ein bandbegrenztetes Signal korrekt, wenn die höchste Signalfrequenz die halbe Abtastfrequenz nicht überschreitet (*Shannon'sches* Abtasttheorem).

Die Bestimmung der Filter-Parameter hat dabei einen wesentlichen Einfluss auf die Güte der Approximation. Diese kann natürlich nur dann überprüft werden, wenn die Originalsequenz als Referenz vorliegt. In [LAAKSO et al. 1996] sind verschiedene IIR- und FIR-Filter hinsichtlich Design und Performance untersucht worden.

Signaltheoretische Zusammenhänge. Die gewünschte Verzögerung τ eines Signals kann in seiner abgetasteten Variante nur als ganzzahliges Verhältnis zum Abtastintervall T erfolgen:

$$y(nT) = x(nT - \frac{\tau}{T}) = x(nT) - D \quad (4.11)$$

Insbesondere im Beamforming sind die "*fractional Delays*" von Bedeutung.

Im z -Bereich bildet sich die gewünschte zeitliche Verschiebung als Phasenverschiebung ab. Unter Annahme gleicher Allpass-Charakteristika erhält man die Phasenverschiebung durch die Division der z -Transformierten.

$$H_{opt}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-D} \quad (4.12)$$

Die Phasenverschiebung lässt sich demnach mit der Filteroperation

$$H_{opt}(z) = e^{-j\omega D} \quad (4.13)$$

ausführen. Diese Darstellung macht deutlich, dass sich bei Einstellung der Phase auch nicht-ganzzahlige D ergeben können. Dies ist der Vorteil des Beamformings im Frequenzbereich.

Der Filter-Phasengang $\arg H(e^{-D\omega}) = -D\omega$ weist die konstante Gruppenlaufzeit D auf, d.h. das Filter ist linearphasig; alle Frequenzkomponenten erfahren dieselbe Verzögerung D . Je steiler der Phasengang, desto höher ist das Delay. Ist $D = 0$, liegt keine Verzögerung vor, d.h. alle Signalanteile passieren unverzögert das Filter. In der Praxis hat man es jedoch immer mit einer gewissen Filterlaufzeit zu tun.

Das Limitieren des Frequenzbandes entspricht der Multiplikation des Spektrums mit einem Rechteckfenster. Im Zeitbereich bildet sich diese Operation als Faltung mit der *si*-Funktion ab:

$$y(D) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)si(n - D) \quad (4.14)$$

Die superponierte *si*-Funktion rekonstruiert das Zeitsignal dann exakt, wenn die Multiplikation im Spektrum mit einem idealen Tiefpass erfolgte. Diese Forderung ist in der Praxis jedoch nicht erfüllt, sodass man immer einen Fehler in der Approximation begeht.

Die Minimierung des Fehlers ist neben anwendungsspezifischen Anforderungen die Aufgabe beim Entwurf von Interpolationsfiltern. Der Entwurf im Frequenzbereich kann in diesem Sinn nach verschiedenen Kriterien durchgeführt werden; der Fehler kann für eine Frequenz oder für einen integrierten Bereich minimiert werden. Filterparameter (obere Grenzfrequenz, Filterlänge) beeinflussen das Interpolationsergebnis und bedürfen einer genaueren Untersuchung, um die Interpolation effizient einsetzen zu können.

4.2.2.3 Interpolation im Beamforming

In diesem Abschnitt sollen einige Ergebnisse der Interpolation auf Basis praktischer Messungen vorgestellt werden. Ziel war es zu zeigen, wie sich die Reduktion der zeitlichen Abtastfrequenz auf das Beamforming-Ergebnis auswirkt und dass mit der zuvor beschriebenen Interpolationstechnik bei gleichbleibender Qualität des akustischen Bildes ein Speicher- und Rechenzeitgewinn gegenüber einer hohen Abtastrate erzielt wird. Messobjekt war ein Lautsprecher, der bei verschiedenen Frequenzen und Abtastraten mit dem Beamforming-Algorithmus lokalisiert wurde.

In Bild 4.12 werden verschiedene, schmalbandige Frequenzbereiche mit einer hohen und einer geringen Abtastfrequenz verarbeitet. Das Abtasttheorem wird nicht verletzt.

In Bild 4.13 wird untersucht, inwieweit die Flankensteilheit des verwendeten Bandpasses eine Rolle spielt, wenn die Abtastrate gerade die Nyquistgrenze überschreitet. Die Lokalisation ist - wie zu erwarten war - schlecht, hängt aber nicht vom verwendeten Bandpassfilter ab.

Die Interpolationen wurden mit verschiedenen Parametern (u.a. Filterlänge, Grenzfrequenz, Interpolationsfaktor) in MATLAB durchgeführt. Interessant ist der Effekt, dass bei stark reduzierter Abtastfrequenz der Pegel einbricht. Zu beobachten ist dies in Bild 4.12(h) und Bild 4.14(b). Offenbar reicht die Auflösung des Beamformers nicht aus, um das Schalldruckmaximum im Bild zu detektieren; die realisierbaren Delay-Werte führen zu keiner kohärenten Summation der Mikrofonsignale und erreichen somit nicht den Maximalpegel, der nur zustande kommt, wenn der Quellort exakt im Beamforming-Algorithmus erkannt wird.

Bild 4.15 zeigt beispielhaft den Speicher- und Rechenzeitbedarf einer Messung von 4 Sekunden Dauer mit einem 32-kanaligen Mikrofonarray bei 8 Bit Quantisierung im Vergleich zwischen einer herkömmlichen Auswertung und der interpolierten Variante.

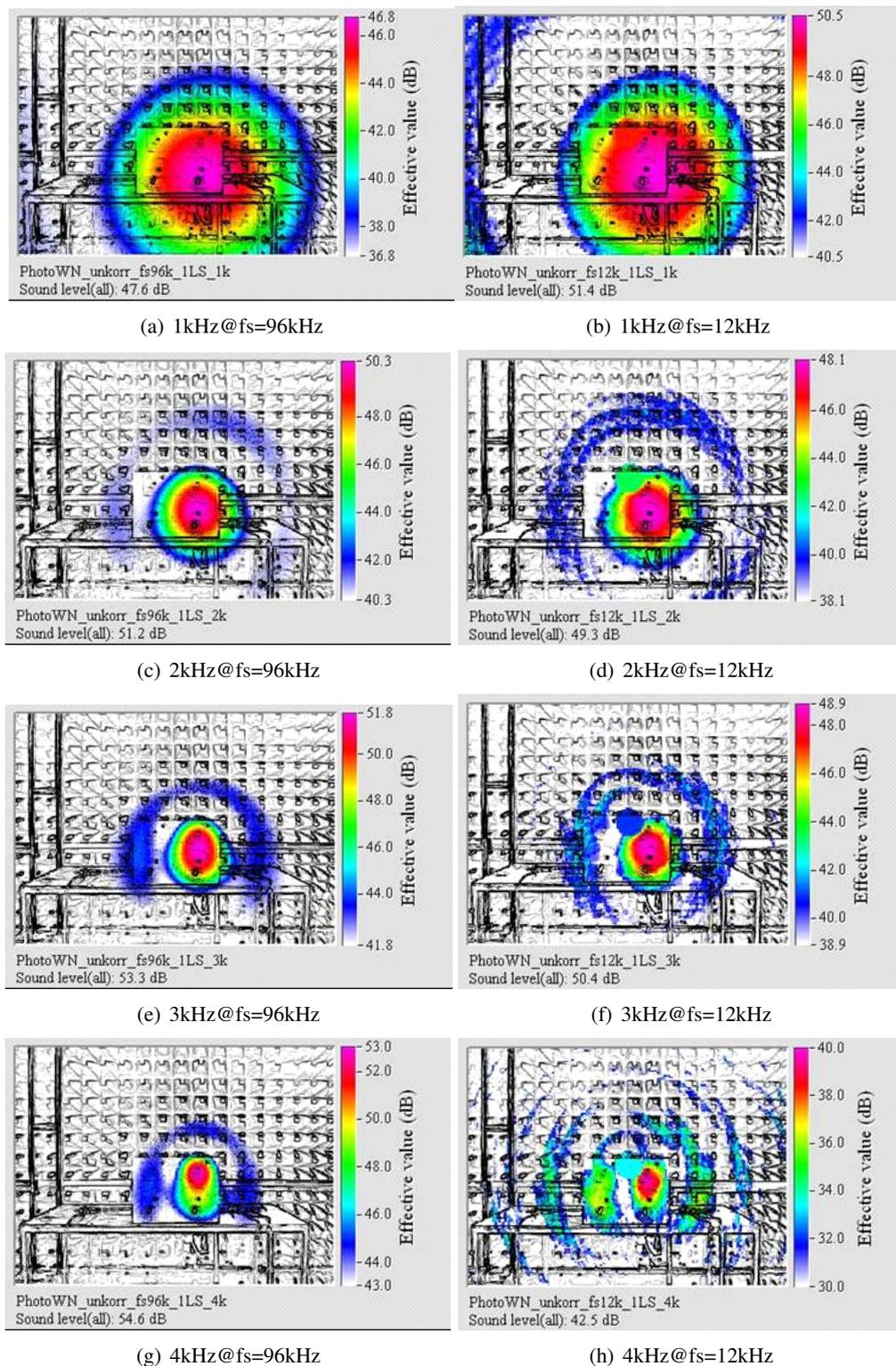
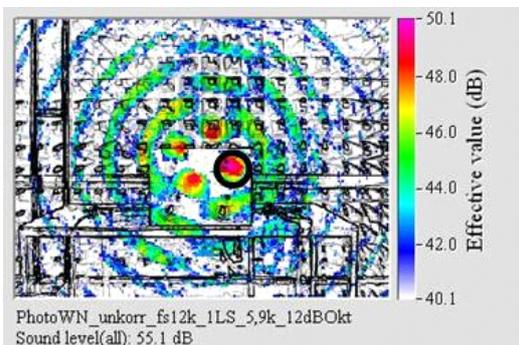


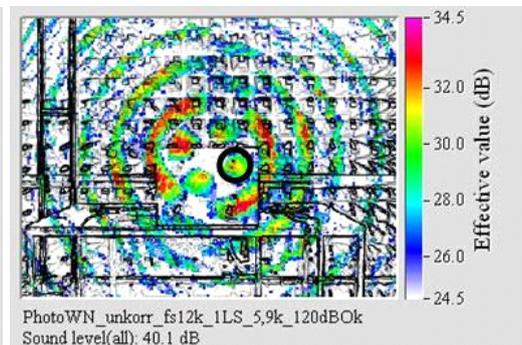
Abbildung 4.12: Lokalisation eines Lautsprechers bei unterschiedlichen Frequenzen und Abtastraten ($f_s = 12 \text{ kHz}$ und 96 kHz): aktiv ist der rechte Lautsprecher im Bild (s. auch Bild 4.13(a)). Der Effekt unzureichender Abtastung wirkt sich mit zunehmender Frequenz immer stärker aus. Als Richtwert ist eine Abtastrate zu wählen, die das Fünf- bis Zehnfache der zu analysierenden Frequenz betragen sollte.



(a) abstrahlender Hochtöner



(b) Bandpass mit 12 dB/ Oktave



(c) Bandpass mit 120 dB/ Oktave

Abbildung 4.13: Lokalisation von weißem Rauschen in der 5 kHz-Terz bei 12 kHz Abtastrate: man beachte die deutlichen Pegelunterschiede, die entstehen, wenn man mit unterschiedlich steilen Flanken im Spektrum filtert. Um überhaupt eine Aussage über absolute Pegel zu treffen (die absoluten Pegel werden zudem noch vom Beobachtungsfenster und der Ausrichtung des Arrays zum Objekt beeinflusst), sollten die verwendeten Filter hohe Flankensteilheiten aufweisen. Es galt zu beweisen, dass das Artefakt-Muster nur aufgrund der unzureichenden Richtungsauflösung zustande kommt und seine Ursache *nicht* in der Flankensteilheit des spektralen Filters begründet ist; das Artefaktmuster verbessert sich bei deutlich höherer Flankensteilheit nicht.

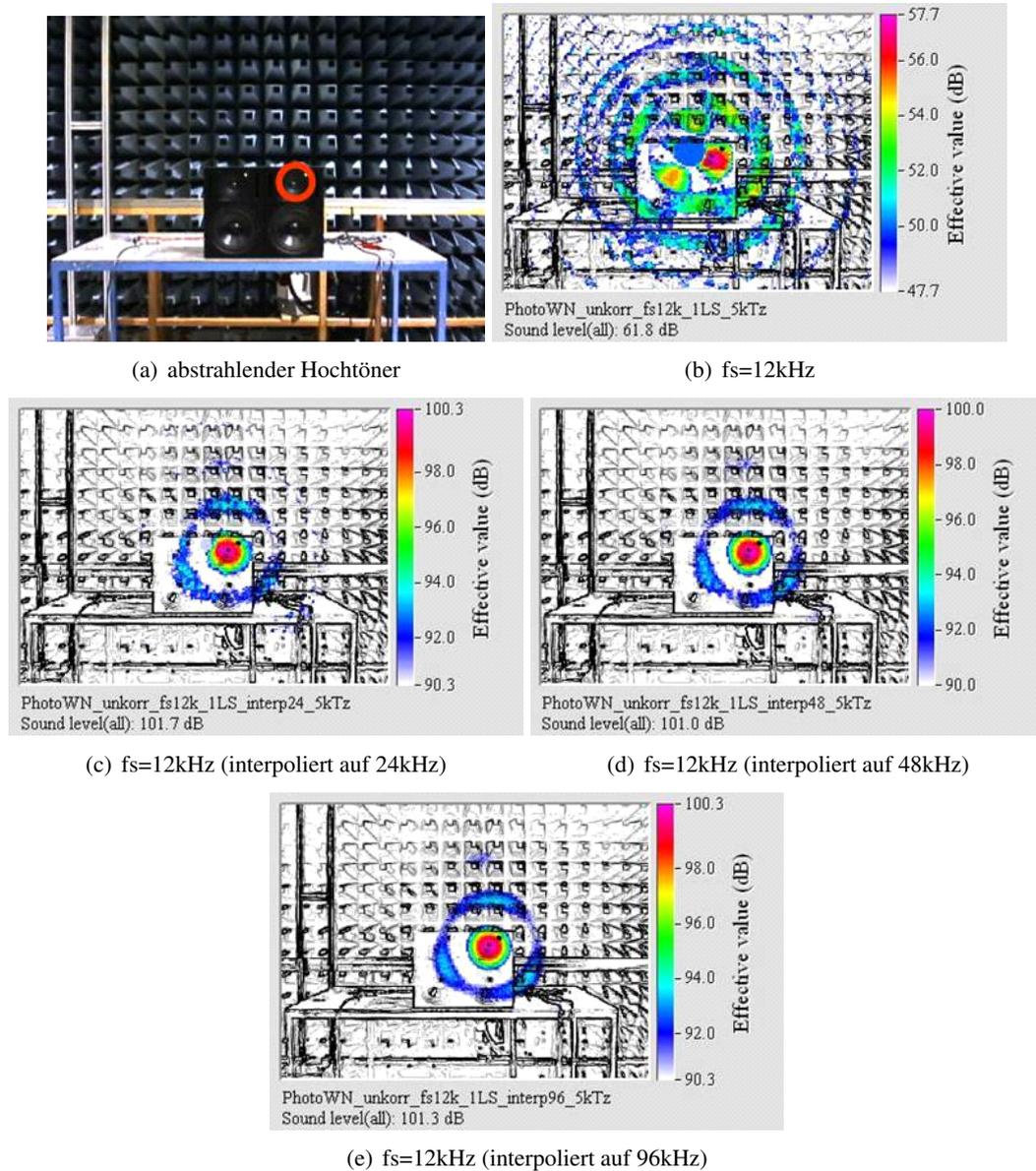


Abbildung 4.14: Lokalisation von weißem Rauschen in der 5 kHz-Terz mit 12 kHz Abtastrate und verschiedenen Interpolationen: geortet wird der Hochtöner des rechten Lautsprechers. Die Ortung liefert ab 24 kHz (interpoliert) ein brauchbares Ergebnis.

| Abtastrate in kHz | Speicherbedarf im Datenrekorder für 4s Aufnahme | Rechenzeit in s <i>Aufnahme</i> + Datentransfer + <i>MATLAB</i> + <i>Auswertung</i> |
|----------------------|---|---|
| 12 | 4 MB | $4+4+8 = 16$ |
| 24 (i) | 4 MB | $4+4+2+19 = 29$ |
| 48 (i) | 4 MB | $4+4+3+36 = 48$ |
| 96 (i) | 4 MB | $4+4+5+72 = 85$ |
| 192 (i) | 4 MB | $4+4+11+135 = 154$ |
| 24 | 8 MB | $4+8+19 = 31$ |
| 48 | 15 MB | $4+16+36 = 56$ |
| 96 | 30 MB | $4+32+72 = 108$ |
| 192 | 60 MB | $4+64+135 = 204$ |

$\Delta = -8\%$

$\Delta = -15\%$

$\Delta = -22\%$

$\Delta = -26\%$

Abbildung 4.15: Speicher- und Rechenzeitbedarf einer 4s-Aufnahme mit hoher Abtastung und mit interpolierter Abtastung: die Zeitersparnis äußert sich vor allem bei der Übertragung der Daten zum Messrechner, da erheblich weniger Daten vom Recorder aufgezeichnet werden. Die Berechnungszeit für die Interpolation in MATLAB hängt natürlich von der Geschwindigkeit des Rechners ab und ist deshalb ein relativ ungenauer Zahlenwert, der bei entsprechend effizienter Programmierung (z.B. in der Programmiersprache C) noch deutlich reduziert werden kann.

4.2.3 Eliminieren der Autoleistungen im Frequenz- und Zeitbereich

Das Entfernen der Autoleistung aus den Mikrofonkanälen bietet sich für bestimmte praktische Messungen an. Immer dann, wenn an den Mikrofonen ein hoher Anteil unkorrelierter Störungen vorhanden ist, wirkt sich dies stark auf das Ergebnisbild aus, da diese Anteile das eigentliche Ergebnis überlagern und zu keiner Richtungsinformation beitragen (s. auch Abschnitt 3.6.4). Zunächst soll in einer theoretischen Überlegung der Einfluss auf das Array-Pattern, also auf das Ergebnisbild einer monofrequenten Punktquelle erläutert werden. Danach zeigt die Anwendung dieser Technik auf praktische Messungen, dass ein Gewinn hinsichtlich Dynamik erzielt werden kann. Dazu wurde der in MATLAB umgesetzte Algorithmus um die Technik der "Diagonal Deletion" erweitert [KERN und OPFER 2008a]. Die mathematische Grundlage hierfür entstammt der Veröffentlichung von [DOUGHERTY 2004]. Es handelt sich im Wesentlichen um die Transformation der "Diagonal Deletion" vom Frequenz- in den Zeitbereich. In Abschnitt 3.6.4 sind alle wichtigen Grundlagen hierzu beschrieben.

4.2.3.1 Einfluss der Autoleistung auf das Array-Pattern

Das Entfernen der Autoleistung aus den akustischen Bildern lässt sich ebenfalls in der Herleitung des Array-Patterns aus Abschnitt 4.1 zeigen. Im Folgenden wird deshalb zunächst die Auswirkung auf den Beamformer-Ausgang im Frequenzbereich erläutert.

Die gemittelte Leistung am Beamformer-Ausgang lässt sich in einen Autospektrum- und einen Kreuzspektrumanteil zerlegen:

$$V(\kappa, \omega) = \sum_{m,n=1}^M P_m(\omega) P_n^*(\omega) e^{jk(r_m-r_n)} \quad (4.15)$$

$$= \sum_{m=1}^M C_{mm} + \sum_{m \neq n}^M C_{mn}(\omega) e^{jk(r_m-r_n)} \quad (4.16)$$

Da Störungen in den Mikrofonkanälen im Allgemeinen als unkorreliert angenommen werden können, mitteln sich diese in den Kreuzspektraltermen heraus, werden aber vollständig im Autoleistungsterm abgebildet. Es ist also das Ziel, diesen aus der Berechnung auszuschließen.

Nimmt man nun eine ebene Welle der Form $P = e^{-jk_0 r}$ an, die auf jedes Mikrofon des Arrays trifft, ergibt sich der Beamforming-Ausgang unter Vernachlässigung des Autoterms zu:

$$\begin{aligned} V(\kappa, \omega) &= |P_0^2| \sum_{m,n=1}^M e^{j(k-k_0)(r_m-r_n)} \\ &= |P_0^2| U(k - k_0), \end{aligned} \quad (4.17)$$

mit $U(k - k_0)$ als **Power-Array-Pattern** [CHRISTENSEN und HALD 2004] *ohne* die Auto-terme. Im akustischen Bild erkennt man den Effekt als reduzierte Nebenkeulen. Bild 4.16) zeigt das Beamforming-Ergebnis einer Punktquelle, deren weißes Rauschen von 950 Hz bis 1050 Hz bandpassgefiltert wurde.

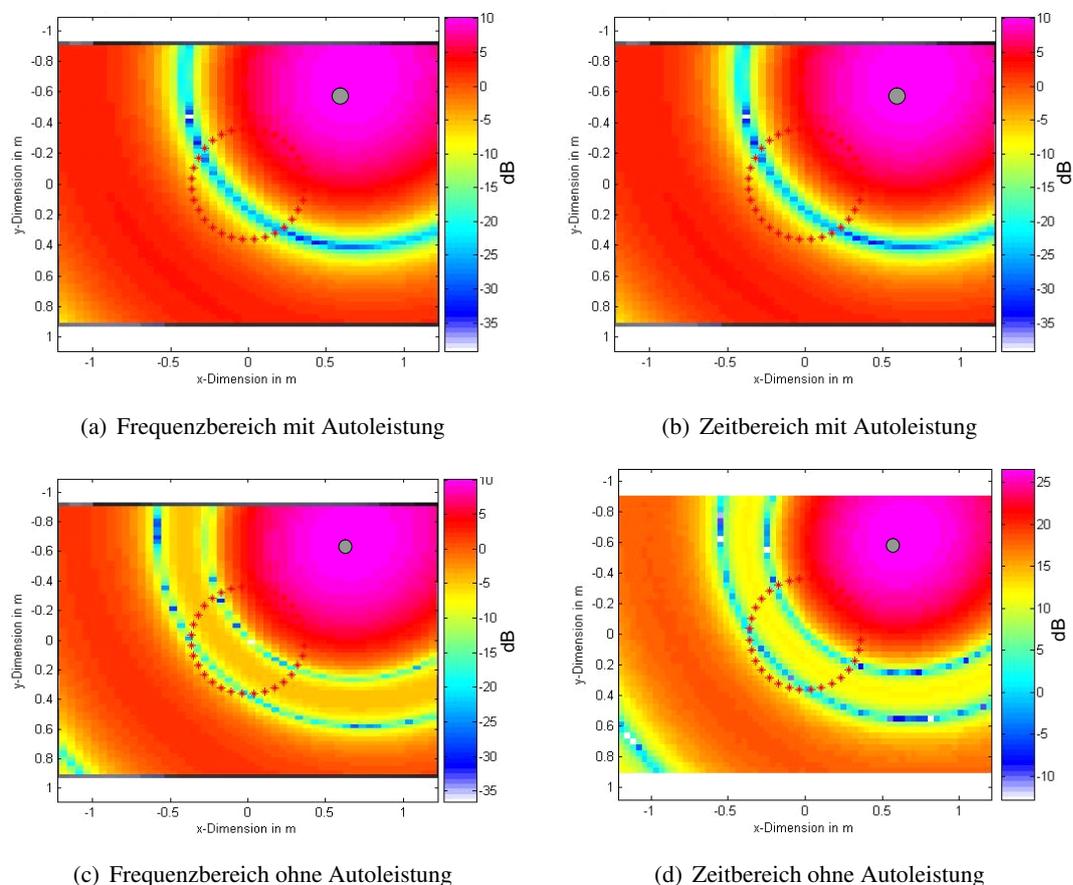


Abbildung 4.16: Akustisches Bild (950-1050 Hz) einer Punktquelle im Frequenz- und Zeitbereichs-Beamforming mit einem 32-kanaligen Ring-Array: (a) und (b) mit Autoleistung; (c) und (d) ohne Autoleistung; beide Methoden liefern übereinstimmende Ergebnisse.

Die reduzierten Beamforming-Ergebnisse nähern sich dabei der theoretisch bestmöglichen Nebenkeulenunterdrückung an, die durch die 2D-Fouriertransformierte der Aperturgewichtung gegeben ist.

Die Eliminierung der Autoleistung hat also einen direkten Einfluss auf die Stärke der Nebenkeulen im *Power-Array-Pattern* bzw. im *Array-Pattern*. [CHRISTENSEN und HALD 2004] zeigt, dass die Eliminierung der Autoleistung die Hauptkeule und Nebenkeulen im *Array-Pattern* um einen Wert reduziert, der proportional zur Anzahl der Mikrofone ist und damit das Verhältnis von Hauptkeule zu Nebenkeulen günstig beeinflusst.

4.2.3.2 Einfluss der Autoleistungs-Eliminierung auf praktische Messungen

Wie bereits erwähnt, ist die Leistungsfähigkeit dieser allgemein als "Diagonal Deletion" bezeichneten Technik dann besonders gut, wenn es neben dem eigentlichen Nutzsignal einen starken Anteil von Störungen gibt, die sich im Beamformingprozess *nicht* kohärent an den Mikrofonen überlagern lassen. Die Störungen verdecken gewissermaßen die eigentliche Information. Zwei unterschiedliche Messbeispiele aus der Praxis sollen den Effekt dieser Technik demonstrieren. Bild 4.17 zeigt eine Windkanalmessung, bei der der Einfluss des Seitenspiegels untersucht werden sollte. Da der Windkanal akustisch nicht optimiert ist, waren Störeinflüsse zu erwarten; die Dynamik lag im gesamten Bild unter 3 dB, die Hauptschallquelle dominierte.

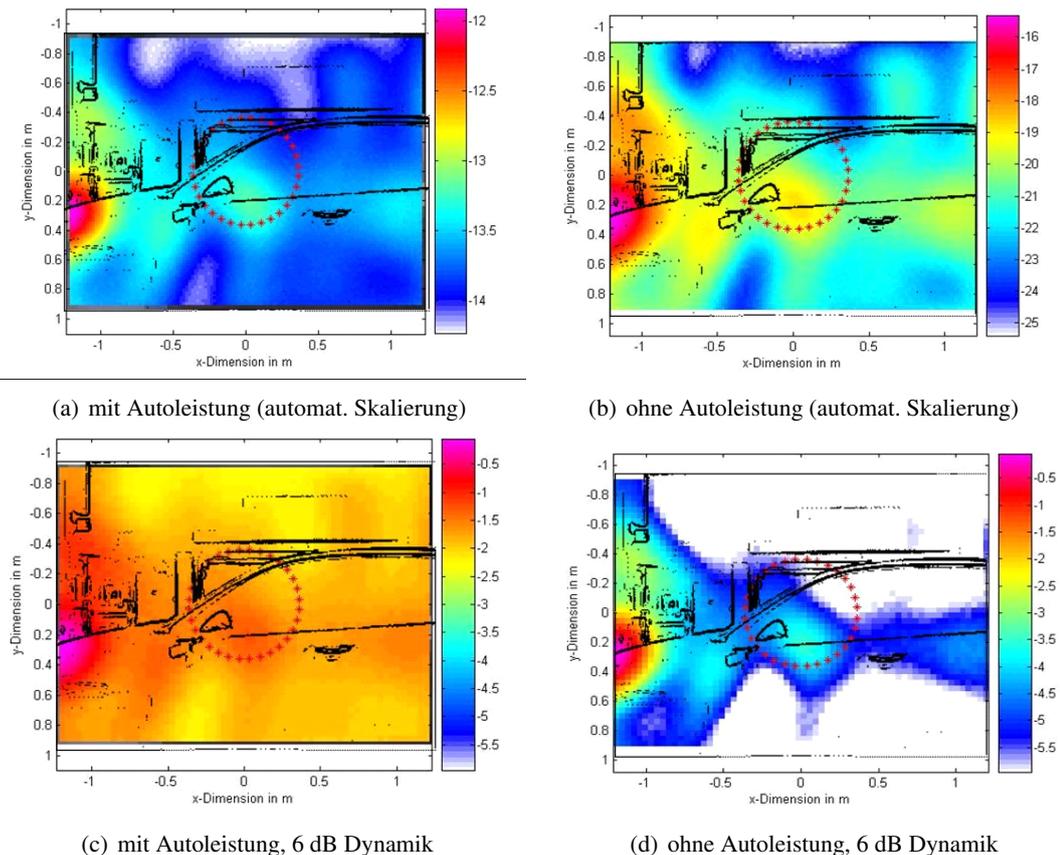
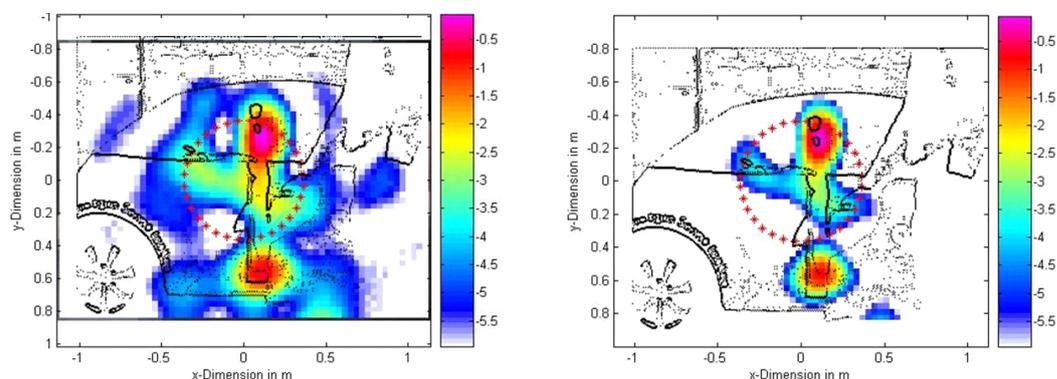


Abbildung 4.17: Vergleich zwischen dem herkömmlichen Beamforming-Algorithmus und Anwendung der "Diagonal Deletion" im Zeitbereich am Beispiel einer Windkanalmessung: (a) das Delay&Sum-Beamforming erreicht eine Dynamik von ca. 3 dB; (b) die Dynamik erhöht sich um 6-7 dB nach Eliminieren der Autoleistung; (c) stellt man den Farbkontrast auf 6 dB, sind auf dem akustischen Bild des unmodifizierten Beamformings keine Details mehr zu erkennen; nach dem Eliminieren der Autoleistung lässt sich im Dynamikbereich von 6 dB deutlich der Spiegel als Schallquelle identifizieren (d), auch wenn er pegelmäßig leicht von der dominierenden Quelle am linken Bildrand verdeckt wird.

Als zweites Beispiel dient das transiente Signal eines Türzuschlaggeräusches (Bild 4.18). Der Einfluss der Autoleistung wurde im Vorfeld als eher gering eingeschätzt, da die akustische Szene bis auf Hintergrundrauschen oder Rauschen der Mess-Hardware keine stark ausgeprägten unkorrelierten Schallfeldanteile aufweist. Die Analyse des modifizierten Beamformings bestätigt diese Vermutung. Der Dynamikgewinn liegt bei ca. 3 dB.



(a) Beamforming mit Autoleistung

(b) Beamforming ohne Autoleistung

Abbildung 4.18: Vergleich zwischen herkömmlichem Beamforming-Algorithmus und Anwendung der "Diagonal Deletion" im Zeitbereich am Beispiel eines Türzuschlaggeräusches: das modifizierte Beamforming "bereinigt" das akustische Bild (b); es treten deutlicher die Hauptschallquellen hervor. Die Dynamik erhöht sich um ca. 3 dB nach Eliminieren der Autoleistung. Der Dynamikgewinn fällt im Vergleich zur Windkanalmessung geringer aus, da der Anteil von hochfrequenten, unkorrelierten Schallfeldkomponenten schwächer ist. Hintergrundrauschen der Messumgebung und elektronisches Rauschen der Mess-Hardware können jedoch eliminiert werden.

Der Einfluss des Eliminierens der Autoleistung auf den Absolutpegel steht hier nicht im Fokus, bleibt aber dennoch zu diskutieren. Man entfernt Leistung aus dem Bild und reduziert damit auch den absoluten Pegel, der - wie schon öfter erwähnt - noch von anderen Faktoren beeinflusst wird. Es ist nicht auszuschließen, dass durch das Löschen der Autoleistung auch Energie des Nutzsignals verloren geht; eine Beurteilung des absoluten Beitrags der Quelle zum Gesamtschallfeld ist dann nur schwer möglich. Für die Richtungsinformation spielt die Autoleistung keine Rolle und wird deshalb mit dem Blick auf eine *relative* Pegelverteilung vernachlässigt. Die Bestimmung von Absolutpegeln einzelner Quellen ist den *inversen* bzw. *Subspace*-Methoden vorbehalten, die in Abschnitt 3.6.3 behandelt wurden.

4.2.4 Synchronisierte Mehrfachmessungen

Die Anzahl der Mikrofone, deren Anordnung und die Größe der gesamten Array-Apertur bestimmen die Gestalt des Array-Patterns (s. Abschnitt 4.1) und haben somit direkten Einfluss auf die Ortsauflösung und die Dynamik im akustischen Bild.

Eine Verbesserung der Qualität im Analyseergebnis lässt sich, wie schon gezeigt, durch verschiedene Erweiterungen in der Analyse-Algorithmik verbessern. Eine weitere, vom Beamforming-Algorithmus unabhängige Methode wird in diesem Abschnitt vorgestellt.

Die Idee ist es, mehrere Einzelmessungen zu synchronisieren, zu *einer* Messung zusammenzuführen und diese dann mit dem üblichen Algorithmus bzw. mit den erweiterten Algorithmen auszuwerten [OPFER 2005], [KERN und OPFER 2006a]. Der Vorteil dieser Methode ist offensichtlich. Durch die Mehrfachmessungen mit einem Array, bestehend aus n Mikrofonen, entsteht *ein* virtuelles, vergrößertes Array, das bei p Positionen $n * p$ Mikrofone zur Auswertung bereitstellt (s. Bild 4.19 und 4.20). Mit dem vergrößerten Array ist eine erhöhte Auflösung und Dynamik zu erwarten. Zudem wird der Richtcharakteristik von Quellen Rechnung getragen, da die Betrachtung der Quellen aus verschiedenen Perspektiven erfolgt.

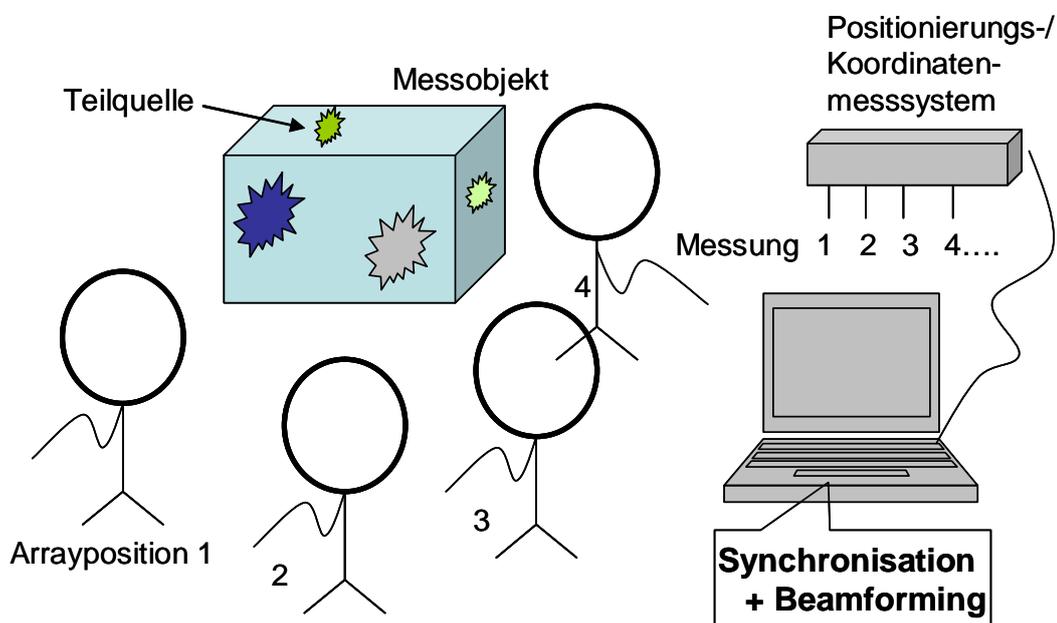


Abbildung 4.19: Szenario einer Mehrfachmessung mit einem Ring-Array

Eine kostenintensive Anschaffung eines größeren Mikrofonarrays entfällt somit. Der Vorteil eines kleineren und damit handlicheren Arrays bleibt weiterhin bestehen. Die theoretischen Überlegungen und die Auswertungen praktischer Messungen zeigen, inwieweit das vorgeschlagene Verfahren für den Praxiseinsatz anwendbar ist.

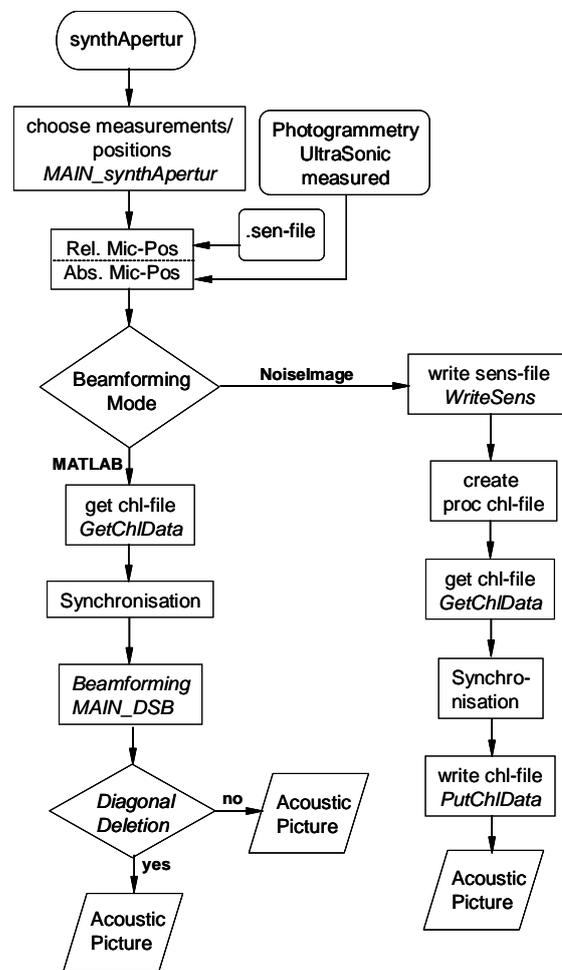


Abbildung 4.20: Programmablaufplan zur synchronisierten Mehrfachmessung

4.2.4.1 Simulationen mit idealisierten Quellen

Der Effekt einer Mehrfachmessung soll anhand von synthetischen Punktquellen in einer Beamforming-Simulation illustriert werden. Dazu werden exemplarisch eine 500 Hz sowie eine 5 kHz-Punktquelle mit verschiedenen Array-Anordnungen lokalisiert (s. Bild 4.21). Es zeigen sich die grundsätzlichen Auswirkungen bei tiefen und hohen Frequenzen. Zu tiefen Frequenzen erreicht man einen kleineren "Hot-Spot", zu hohen Frequenzen wird die Nebenkeulenstruktur mehr oder weniger günstig beeinflusst.

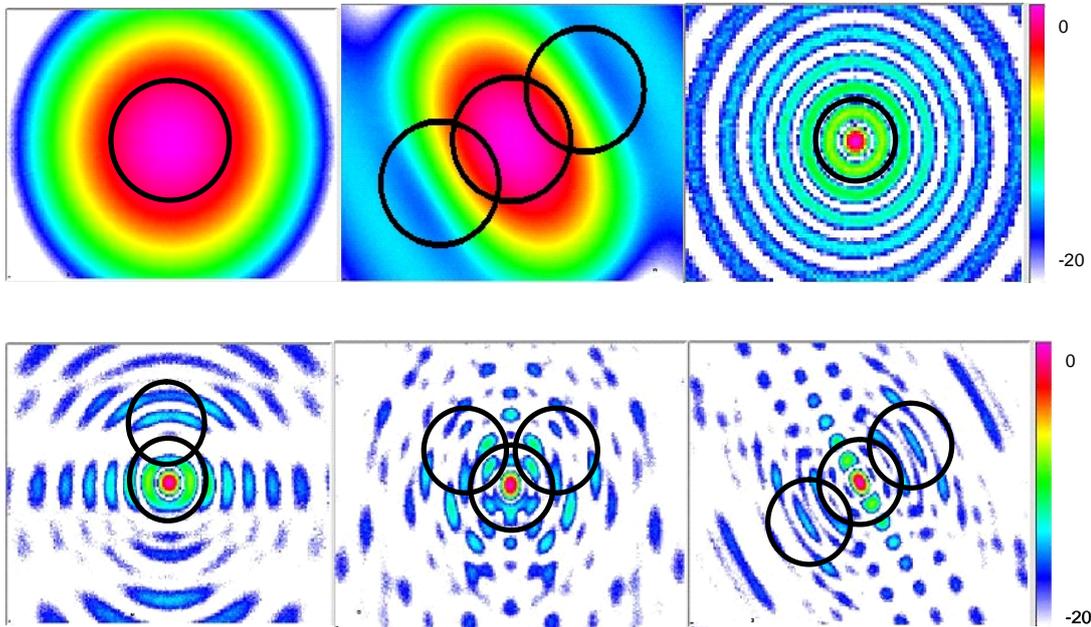


Abbildung 4.21: Beamforming-Simulationen von Mehrfachmessungen: 500 Hz (oben links und Mitte); 5 kHz (oben rechts und unten).

4.2.4.2 Reproduzierbarkeit

Die Voraussetzung für mehrere Einzelmessungen, die zusammen ausgewertet werden sollen, ist die Reproduzierbarkeit der gemessenen Signale. Es muss sich um ein zyklisches bzw. periodisches oder quasiperiodisches Signal handeln, das sich in gewissen Zeitabständen wiederholt oder zumindest einen stationären bzw. quasistationären Charakter haben. Diese Forderung ist in der Praxis im Allgemeinen nur in gewissen Grenzen erfüllt. So kann beispielsweise ein gemessener Motorlauf - idealerweise zyklisch - über der Zeit von Drehzahlschwankungen durch thermische Schwankungen beeinflusst sein, was sich im abgestrahlten Schallsignal niederschlägt. Die Aeroakustik in einem Windkanal erfüllt ebenfalls nur theoretisch die Forderung nach Stationarität. Im Hinblick auf diese Einschränkungen muss das Analyseergebnis einer Mehrfachmessung je nach Anwendungsfall kritisch beurteilt werden. Die Güte der Reproduzierbarkeit

steigt, wenn ein Quellsignal zur Verfügung steht, das kontrolliert wiedergegeben werden kann. So verspricht die Durchschallung eines Fahrzeuginnenraumes mit einem determinierten Signal ein weitaus besseres Ergebnis. Auch wenn das Anregungssignal stochastischer Natur ist (z.B. weißes Rauschen), kann es jederzeit exakt reproduziert werden.

Nicht auszuschließen sind hingegen Einflüsse der Messumgebung. Die Messumgebung eines reflexions- und geräuscharmen Raumes ist in der Praxis nicht zu finden. In Abschnitt 4.2.4.6 werden neben Ergebnissen aus der alltäglichen Messpraxis auch Ergebnisse einer solch idealisierten Messung vorgestellt.

Es stellt sich die Frage nach einem messbaren Kriterium, um die Güte der Reproduzierbarkeit abschätzen zu können. Die in Abschnitt 2.1 eingeführte Kohärenzfunktion liefert hierfür ein brauchbares Instrumentarium.

4.2.4.3 Kohärenz als Reproduzierbarkeitskriterium

Man stelle sich das Übertragungssystem "Quelle-Raum-Mikrofonarray" vor. Die Kohärenz ermittelt nun frequenzabhängig, in welchem Maße das Ausgangssignal (hier das Mikrofonarray) aus dem Quellsignal hervorgegangen ist. Weicht die Kohärenz vom Wert 1 mehr oder weniger stark ab, ist dies ein Zeichen dafür, dass die Übertragungstrecke entweder Nichtlinearitäten oder Rauschstörungen aufwies oder Schallanteile am Mikrofon vorhanden sind, die nicht ausschließlich von der betrachteten Quelle stammten. Nach Kompensation der Laufzeit zwischen beiden Signalen kann man mit der Kohärenz abschätzen, ob eine gute Reproduzierbarkeit vorliegt. Die Ergebnisse verschiedener Messszenarien werden durch die entsprechende Kohärenzberechnung ergänzt. Zur Erinnerung sei hier noch einmal die Formel zur Kohärenzberechnung aufgestellt:

$$\gamma^2(f) = \frac{|\Psi_{xy}(f)|^2}{\Psi_{xx}(f)\Psi_{yy}(f)}. \quad (4.18)$$

Die Kohärenz im Schallfeld. Um das Verhalten der Kohärenz zwischen Quell- und Mikrofonarray besser einschätzen zu können, soll im Folgenden untersucht werden, wie sich die Kohärenz zwischen den unmittelbar benachbarten Mikrofonen verhält. Man gewinnt dadurch eine Aussage über das "kohärente Verhalten" des Schallfeldes und damit auch über das Quellsignal an sich. Das Abnehmen der Korrelationen zu hohen Frequenzen - sowohl der Auto- als auch Kreuzkorrelation - führt auch zu einer schwächeren Kohärenz bei hohen Frequenzen (s. Bild 4.22).

Die dargestellten Kohärenzen charakterisieren das Quellsignal, das räumliche Schallfeld und die Reproduzierbarkeit der Mehrfachmessung. Zur Bewertung müssen alle drei Aspekte berücksichtigt werden. Zum einen nimmt die Kohärenz mit zunehmendem Abstand zwischen den Mikrofonen ab, wenn man die Signale nicht zusätzlich laufzeitkompensiert. Die beiden Signale liegen dann für die Kohärenzberechnung nicht im DFT-Fenster übereinander. Dass die Kohärenz zwischen 2 Messungen für den gleichen Kanal ebenfalls abnimmt, leuchtet ein, da neben

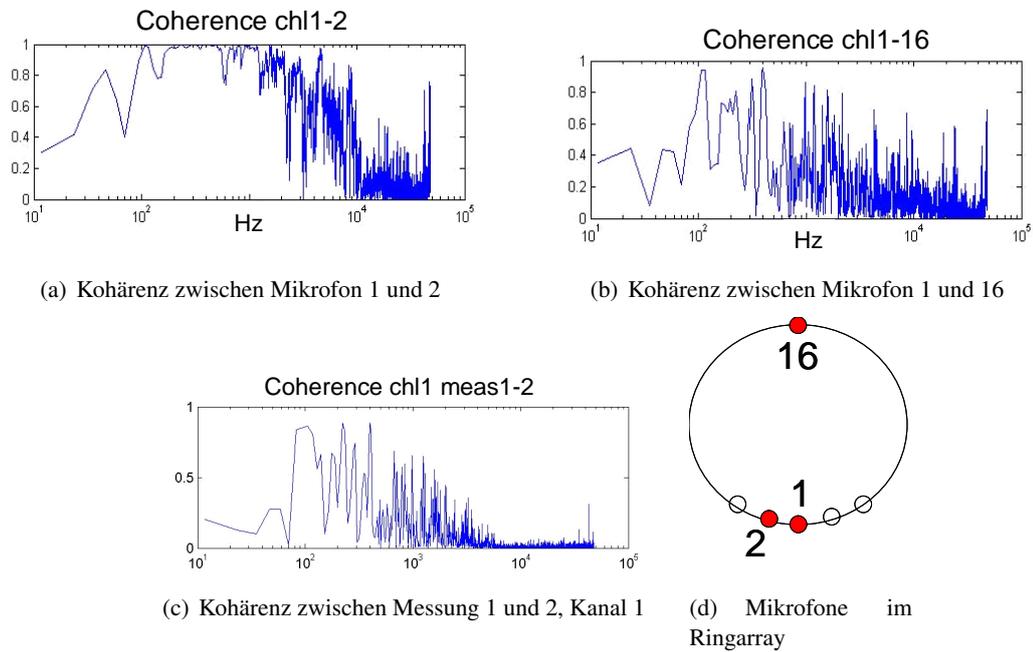


Abbildung 4.22: Kohärenzen zwischen den Mikrofonkanälen sowie zwischen einzelnen Messungen: die Messungen wurden an einem Motorprüfstand mit konstanter Drehzahl durchgeführt. Kanal 1 und 2 liegen im Abstand 7,5 cm zueinander, Kanal 1 und 16 liegen 70 cm auseinander. Die Messungen beinhalten einen 100 Hz-Hochpass. Ab ca. 2,3 kHz wird die räumliche Nyquistfrequenz überschritten. Mit zunehmender Frequenz und größerem, räumlichem Abstand zwischen den Kanälen sinkt die Kohärenz. Bei tiefen Frequenzen weist das Schallfeld aufgrund der geringen Phasenunterschiede immer ein gewisses Maß an Kohärenz auf.

einer veränderten Position des gleichen Kanals auch eine eingeschränkte Reproduzierbarkeit des Quellsignals vorliegt (s. Bild 4.22(c)). Um für die Mehrfachmessungen die Reproduzierbarkeit anhand des Kohärenzverhaltens beurteilen zu können, müssen zwei Kanäle verglichen werden, die sich nach der räumlichen Verschiebung des Arrays an ungefähr der gleichen Position befinden (s. auch das Beispiel einer Durchschallungsmessung in Bild 4.33 und Bild 4.34).

Das Vorhandensein von unkorrelierten Anteilen im Schallfeld (z.B. diffuser Hintergrundlärm in einem Windkanal) ist für die Schallquellenortung auf Basis des Beamformings kein wesentlicher Nachteil; diese Anteile mitteln sich in der Summation über alle Mikrofone heraus², während sich die Komponenten des Nutzsignals bzw. der abstrahlenden Quelle nach der Laufzeitkompensation *kohärent* überlagern; jedes Mikrofonensignal ist eine verzögerte Variante des anderen Mikrofonensignals und damit kohärent zu ihm. Zu tiefen Frequenzen tritt der Effekt einer verminderten Kohärenz aufgrund geringer Phasentoleranzen allerdings immer weniger in Erscheinung, weshalb ein tieffrequentes Schallfeld auch nie vollständig inkohärent bzw. unkorreliert sein kann. Auf die Kohärenzbetrachtung im Kontext der Mehrfachmessungen - und damit auch auf das Beamforming-Ergebnis der Mehrfachmessung - wirken sich unkorrelierte Anteile infolge von Reproduzierbarkeitstoleranzen hingegen aus. Die Kohärenz stellt ein qualitatives Maß zur Abschätzung der Reproduzierbarkeitsgüte dar. Da die Kohärenz der Mehrfachmessung immer nur im Vergleich zur Kohärenz der entsprechenden Kanäle *einer* Messung gesehen werden kann, wird die Reproduzierbarkeitsgüte als Abweichung in % angegeben. In den durchgeführten Mehrfachmessungen konnte mit einer Abweichung von maximal 10% ein korrektes Lokalisationsergebnis im interessierenden Frequenzbereich erzielt werden.

Man beachte, dass zwei benachbarte Mikrofonensignale *einer* Messung nur bei *den* Frequenzen eine hohe Kohärenz zeigen, die nicht zu unkorrelierten Schallfeldanteilen gehören. Nur in diesen Frequenzbereichen kann eine Aussage über die Reproduzierbarkeitsgüte von Mehrfachmessungen getroffen werden, da diese die "kohärente Information" einer Schallquelle tragen. Verschiedene Einflüsse, wie z.B. Koinzidenzabstrahlung, Hintergrundrauschen, räumliche Interferenzen durch stehende Wellen oder kohärente Quellen³, können die Kohärenz einer Array-Messung in bestimmten Frequenzbereichen absenken.

Multiple Kohärenz. Für einige Messungen muss man annehmen, dass das Ausgangssignal seine Ursache in mehr als nur *einem* Eingangskanal hat. Die *einfache* Kohärenz zwischen dem Ausgangssignal und *einem* Eingangssignal liefert dann einen zu geringen Wert für die Kohärenz. Für die Kohärenzberechnung müssen also alle beteiligten Eingangssignale berücksichtigt werden. Eine multiple (oder Mehrfach-) Kohärenz mit dem Wert 1 sagt aus, dass die komplette Leistung des Ausgangssignals ihren Ursprung in allen Eingangskanälen hat. Allgemein verringert das Vorhandensein von Nichtlinearitäten und Rauschen die Kohärenz. Die Berechnung basiert auf den Autoleistungsspektren des Ausgangskanals Ψ_{yy} , den Auto- und Kreuzspektren der

²Es verbleibt jedoch der Anteil der Autoleistung in den Mikrofonkanälen, der mit der im vorherigen Abschnitt besprochenen "Diagonal Deletion" entfernt werden kann.

³Kohärente Quellen beschreiben die Abstrahlung mehrerer gleichfrequenter Anteile mit fester Phasenbeziehung und sind nicht mit den Signalen zu verwechseln, die von mehreren Mikrofonen eines Arrays empfangen werden und vom Beamforming-Algorithmus kohärent überlagert werden, um eine auf eine verursachenden Quelle zurückzuschließen.

Eingangskanäle Ψ_{xx} und dem Kreuzspektrum zwischen Ausgangs- und allen Eingangskanälen Ψ_{xy} :

$$\gamma^2(f) = 1 - \frac{\det \Psi_{xyy}(f)}{\Psi_{yy}(f) \det \Psi_{xx}(f)}. \quad (4.19)$$

$\det \Psi_{xx}$ ist die Matrix-Determinante, die aus allen Auto- und Kreuzspektralen der Eingangssignale besteht. Ψ_{xyy} ist die um eine Spalte erweiterte Matrix Ψ_{xx} ; sie beinhaltet das Autosppektrum Ψ_{yy} , alle Kreuzspektrale Ψ_{xy} und ihre Konjugierten Ψ_{yx} .

Misst man im Schallfeld mit mehreren Mikrofonen, liefert die Mehrfachkohärenz immer einen höheren Wert als die einfache Kohärenz zwischen 2 Mikrofonkanälen.

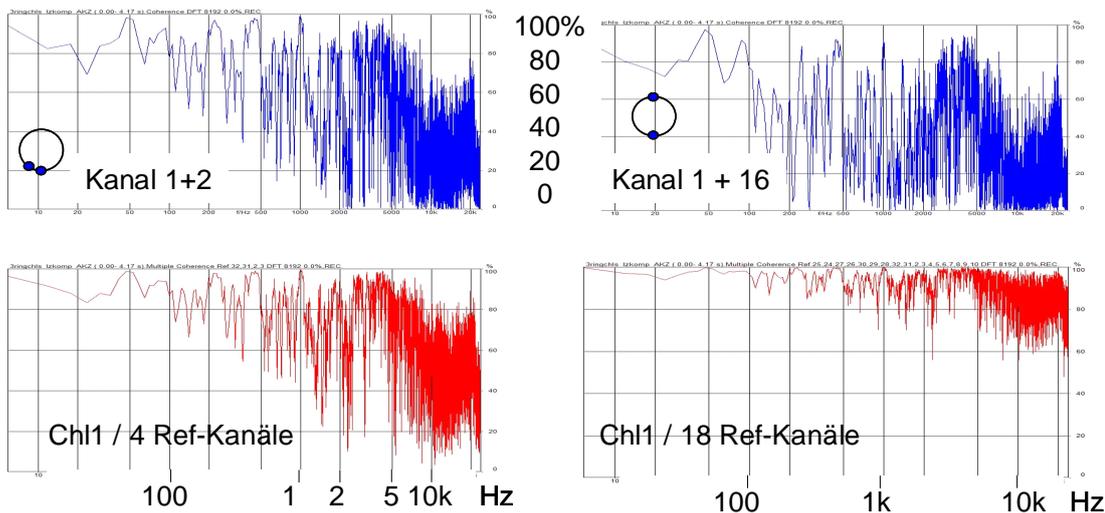


Abbildung 4.23: Kohärenz innerhalb eines Ring-Arrays bei einer Durchlungsmessung mit breitbandiger Anregung im Fahrzeuginnenraum und künstlichen Leckagen: einfach zwischen 2 Kanälen (oben); mehrfach zwischen einem Kanal und 4 bzw. 18 Referenzkanälen (unten). Zahlreiche Ausbreitungspfade und Abstrahlungsphänomene bewirken selbst zwischen benachbarten Kanälen *einer* Messung keine ideale Kohärenz.

Diese Tatsache lässt sich dadurch erklären, dass letztendlich eine Vielzahl von Schallausbreitungspfaden zu jedem Mikrofonsignal beitragen. Mit dem Bezug auf *mehrere* Kanäle wird der Tatsache Rechnung getragen, dass das *Gesamtschallfeld* zu einem Mikrofonsignal seinen Beitrag leistet und nicht nur *ein* Teil, der mit *einem* anderen Mikrofon gemessen wird.

Für die Mehrfachmessungen kommt es weniger darauf an, ob man die einfache oder die Mehrfachkohärenz zwischen den Messungen vergleicht. Entscheidend ist nur, dass keine von beiden einen zu geringen Wert im Vergleich zur Kohärenz benachbarter Mikrofone der selben Messung aufweist und damit das Maß für die Reproduzierbarkeit eingeschränkt ist. In der Durchlungsmessung (Bild 4.34) liegt der Wert des interessierenden Frequenzbereiches rund 10% unter der Kohärenz zweier benachbarter Mikrofone aus *einer* Messung. Die Schallquellen konnten mit diesem Maß noch lokalisiert werden.

4.2.4.4 Synchronisation

Nachdem die Reproduzierbarkeit der Messsignale untersucht wurde, widmet sich dieser Abschnitt der Synchronisation der Einzelmessungen. Geht man davon aus, dass Signalwiedergabe und Aufnahme gekoppelt bei jeder Messung von Neuem gestartet werden können, sind die Messungen synchronisiert. Die unterschiedlichen Laufzeiten zu den Mikrofonen sind durch die unterschiedlichen Positionen des Arrays gegeben; die Mikrofonensignale können direkt der Auswertung unterzogen werden. In der Praxis ist es im Allgemeinen so, dass die Aufnahme inmitten der Schallsignalwiedergabe startet, da ein erneutes Starten der Wiedergabe oft nicht einfach zu realisieren ist und zudem Wiedergabe und Aufnahme nicht gekoppelt sind. Es fehlt also ein gemeinsamer Startzeitpunkt; die Aufnahmen müssen untereinander synchronisiert sein.

Wenn man am Beispiel der Motormessung parallel zum ausgesandten Schallsignal ein Referenzsignal an der Quelle aufzeichnet, in dem eine Marke einen neuen Zyklus definiert, kann im Nachgang das Mikrofonensignal auf diese Referenzmarke synchronisiert werden. Solch eine Marke kann an einer Kurbelwelle angebracht sein, an der mit Beginn einer neuen Umdrehung ein Signal abgegriffen wird, auf das die Synchronisation erfolgt.

Steht kein Referenzsignal zur Verfügung, wird die Synchronisation schwierig. Zwar kann über die Kreuzkorrelation der Zeitversatz bestimmt werden; die Schwierigkeit besteht allerdings darin, Laufzeitverzögerung und Aufnahmeversatz zu trennen. Zur Bestimmung der Laufzeiten zu den Mikrofonen muss die Quellposition bekannt sein. Allein dies ist bei einer komplexen Quellverteilung nicht exakt realisierbar. Nach der Laufzeitkompensation bleibt als Versatz die Verschiebung des Aufnahmezeitpunktes. Ein späterer Aufnahmezeitpunkt lässt das Mikrofonensignal gegenüber einem anderen, früher aufgenommen früher erscheinen. Da es vor dem Aufnahmezeitpunkt nicht bekannt ist, muss das andere Signal der früheren Aufnahme um den Aufnahmeversatz dt_{rec} beschnitten werden. Diese doch recht aufwendige und zudem nicht besonders genaue Methode der Synchronisation bringt im Vergleich zu einer Referenzmarke ungenauere Lokalisierungsergebnisse.

4.2.4.5 Positionsbestimmung

Eine gute Synchronisation setzt die korrekte Erfassung der Mikrofonpositionen voraus. Innerhalb des Arrays sind diese relativ zum einem Koordinatenursprung (beim Ring-Array ist dies die Kameraposition bzw. Linsenmittelpunkt) bekannt. Die Relativverschiebung zu einem Koordinatenursprung des Raumes lässt sich - wenn auch etwas ungenau - mit normalen Messmitteln erfassen. Da die Projektion der berechneten Quellenverteilung auf eine Ebene erfolgt, wird das Array in den durchgeführten Messungen zunächst nur in einer Ebene, parallel zur Fokusebene, verschoben. Die Distanz F beider parallelen Ebenen ist der Fokusabstand, der dem Beamforming-Algorithmus übergeben werden muss.

Ein horizontal oder vertikal verkipptes Array zur Fokusebene produziert ebenfalls Fehler in der Lokalisation, da die Laufzeiten von der Fokusebene zur verkippten Array-Ebene nun falsch

berechnet werden. Der Fehler in den Laufzeiten wirkt sich zu hohen Frequenzen immer stärker aus, da sich hier die Phasenunterschiede zunehmend bemerkbar machen und zu einer fehlerhaften Summation im Beamforming-Prozess führen.

Photogrammetrie. Eine exakte Positionsbestimmung ist insbesondere bei hohen Frequenzen von großer Wichtigkeit. Zu hohen Frequenzen werden die Phasenfehler schon bei geringen Ungenauigkeiten in der Positionsbestimmung merklich. Dies führt zu Lokalisationsfehlern im akustischen Bild. Eine sehr genaue Möglichkeit zur Positionsbestimmung bietet die *Photogrammetrie*. Mit Hilfe der Photogrammetrie werden aus optischen Bildern geometrische Informationen über beliebige Objekte gewonnen. Die Rekonstruktion der dreidimensionalen Koordinaten wird im Allgemeinen auf Basis digitaler Bildvorlagen vorgenommen. Der Nachteil einer eingeschränkten Auflösung gegenüber der traditionellen Photographie wird mit mathematischen Interpolationstechniken umgangen. Das Grundprinzip der Photogrammetrie ist die räumliche Triangulation. Zu den theoretischen Grundlagen und den Anwendungen sei hier auf das Werk von [LUHMANN 2003] verwiesen. Die Photogrammetrie kommt bei den Lautsprechermessungen zum Einsatz.

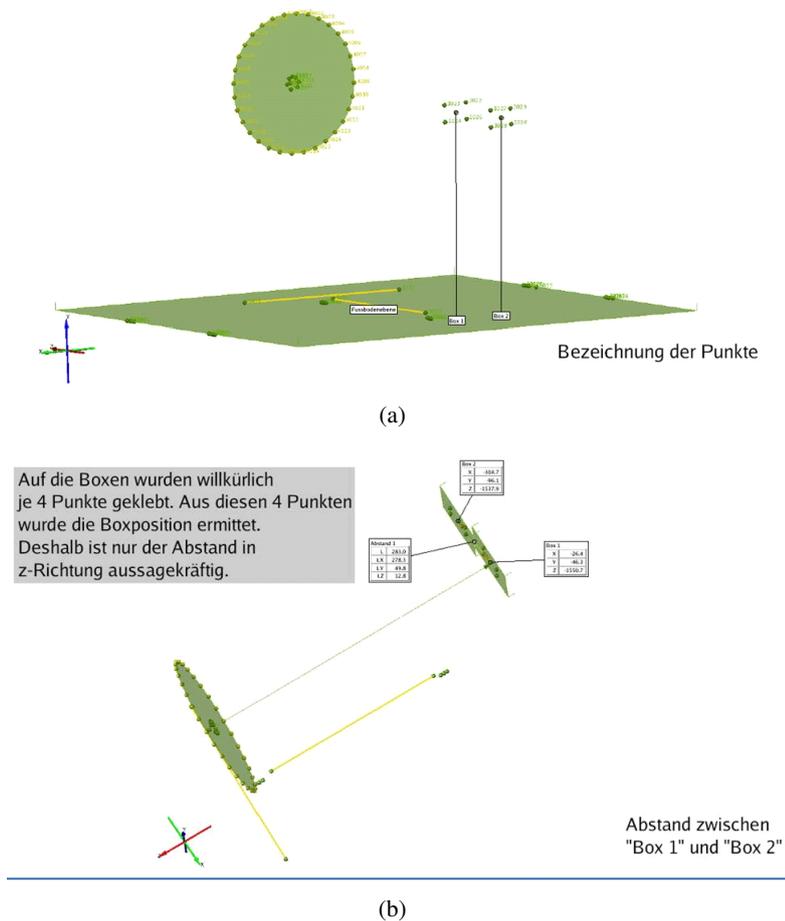
4.2.4.6 Messbeispiele und Ergebnisse

Dieser Abschnitt behandelt verschiedene Messszenarien, in denen das Potenzial und die Grenzen der Mehrfachmessungen deutlich werden. Bevor Beispiele aus der automobilen Messpraxis gezeigt werden, soll eine Messung idealisierter Quellen mit Testsignalen unter akustisch optimalen Bedingungen analysiert werden.

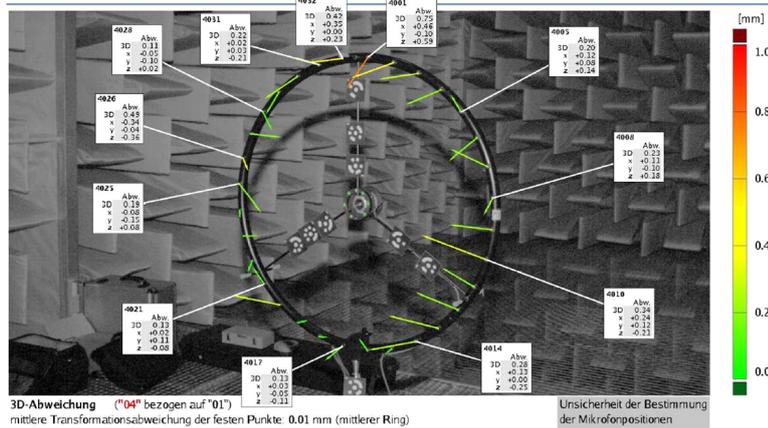
Prinzipversuche mit Lautsprechern. Diese Messung behandelt die Schallquellenlokalisierung unter idealen Bedingungen. Neben idealisierten Quellen, Testsignalen und minimierten Raumeinflüssen wurden zusätzlich die Positionen der Quelle(n) und der Mikrofone im Array mittels *Photogrammetrie* genau bestimmt. Bild 4.24 zeigt den Messaufbau und die genaue Positionierung im Raum.

Der Aufwand für die zusätzliche Photogrammetrie-Messung hielt sich in Grenzen. Die Anbringung der Marken, die Photo-Aufnahmen und die Auswertungen konnten während der eigentlichen Messung parallel durchgeführt werden. Die Messunsicherheit von weniger als 1mm liefert sehr genaue Positionen. Der mit dem Maßband gemessene Abstand (Fokus) zwischen Kamera und Messobjekt konnte mit den Photogrammetrie-Daten evaluiert werden. Große Differenzen würden sich in der Lokalisationsgenauigkeit auswirken. Die übliche Bestimmung der Fokusdistanz mit dem Maßband ist recht ungenau, sodass die Vermessung mit mobilen Distanzmessgeräten (z.B. auf Laser-Basis) vorzuziehen wäre.

Die folgenden Grafiken zeigen die Auswertungen für Einzel- und Mehrfachmessungen von Lautsprechern mit verschiedenen Testsignalen.



Bestimmung von Mikrofonpositionen mittels Photogrammetrie



(c)

Abbildung 4.24: Aufbau der Lautsprechermessung mit genauer Positionsbestimmung mittels Photogrammetrie: Die Messunsicherheit beträgt lediglich 1mm. (a) und (b) Ring-Array und die beiden LS-Boxen; (c) Unsicherheiten der Mikrofonpositionen in einem Photo-Zyklus (<1 mm).

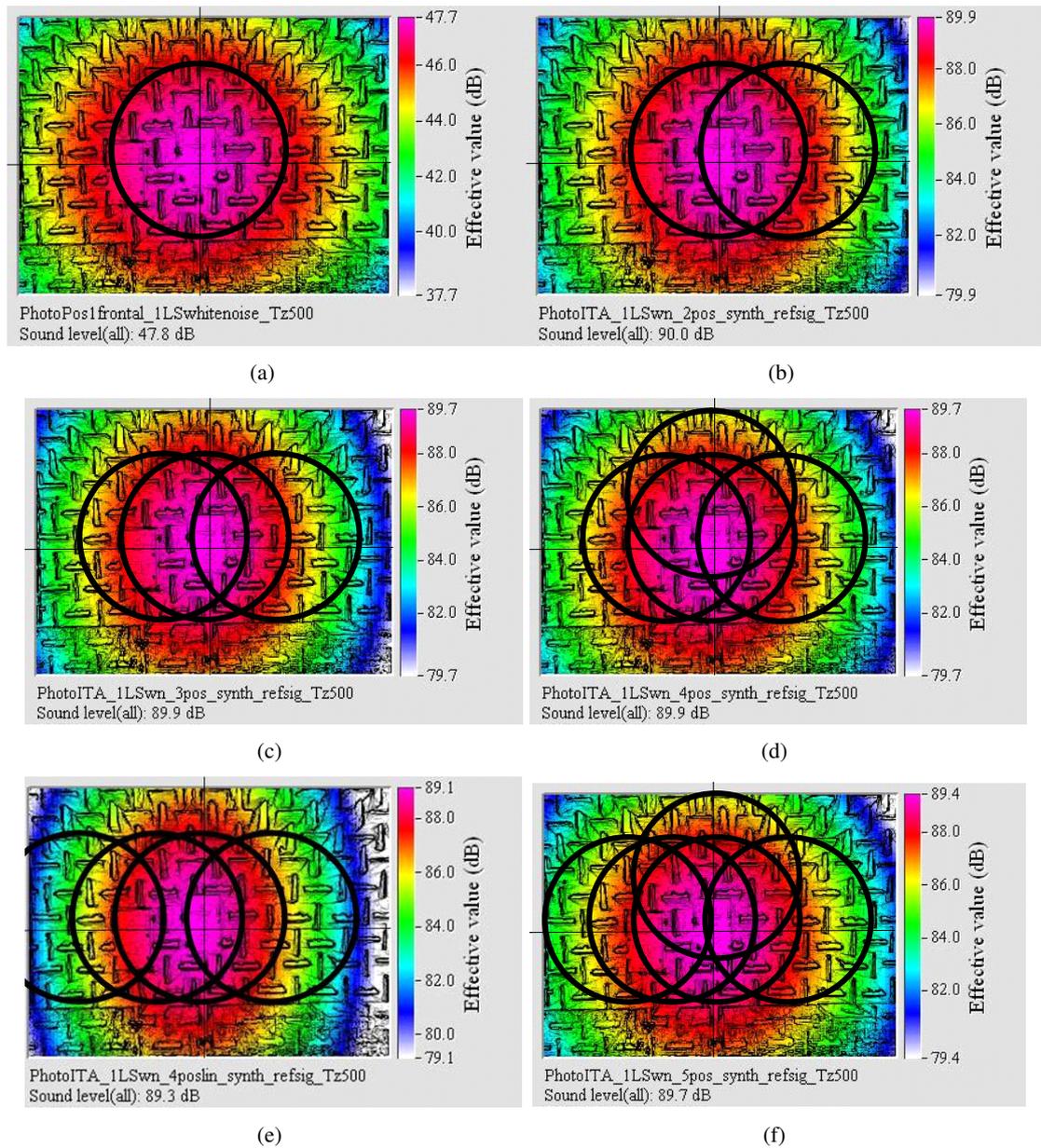


Abbildung 4.25: Vergleich Einfach-/ Mehrfachmessung (2-5 Ringe) mit 1 Lautsprecher in der 500 Hz-Terz (bandgefiltertes Weißes Rauschen), Dynamik 10 dB: Eine merkliche Einschnürung des "Hot-Spots" in der 500 Hz-Terz ist nur durch eine deutlich vergrößerte Apertur zu erreichen (gut zu sehen in Bild (e)). Das Fadenkreuz kennzeichnet das Zentrum des Tieftöners.

In Abbildung 4.25 ist der Effekt einer vergrößerten Apertur zu erkennen. Der praktischen Realisierung einer solchen Mehrfachmessung sind allerdings Grenzen gesetzt. So ist eine vertikale Aperturvergrößerung aufgrund endlicher Stativmaße nur eingeschränkt möglich. Das horizontale Verschieben stellt dagegen kein großes Problem dar, vorausgesetzt, dass genügend Platz vorhanden ist. In Bild 4.25(e) ist der gewünschte Effekt einer verbesserten Ortsauflösung am deutlichsten zu erkennen.

Es stellt sich am Rande die Frage, welchen Einfluss eine Vergrößerung der Apertur D in Bezug auf die Einhaltung eines Mindestabstandes L hat, der mit $L \geq D$ für das Beamforming angegeben ist. Während der Messung bleibt der Abstand L ja konstant. Mit einem Mindestabstand erreicht man, dass alle Mikrofone möglichst gleich weit vom Objekt beabstandet sind. So stellt man sicher, dass bei einer vorhandenen Richtcharakteristik der Quelle alle Mikrofone annähernd demselben Pegel ausgesetzt sind. Zu hohen Frequenzen wäre der Schalldruckanteil an weit außen liegenden Mikrofonen aufgrund der Richtcharakteristik geringer; in der Aufsummierung des Beamforming-Prozesses gelingt dann die Detektion einer Quelle aus dieser Richtung nur schlecht. Eine vergrößerte Apertur macht dann keinen Sinn mehr. Da die Richtcharakteristik zu tiefen Frequenzen weniger ausgeprägt ist, ist hier das Verhältnis des Abstandes zur Aperturgröße als nicht so kritisch anzusehen.

In den Bildern von Abb. 4.26 ist zu erkennen, dass der Einfluss vom zweiten und dritten Nebenkeulenring bei den Mehrfachmessungen abnimmt. Mit 4 Ringen verschwindet der dritte Ring fast vollständig. An der Größe des Hauptmaximums ändert sich nichts. Interessant ist der Vergleich mit den Simulationen einer idealen Punktquelle aus Bild 4.21; hier kann der Effekt einer Mehrfachmessung bereits qualitativ abgeschätzt werden. Ein kleineres Maximum bei 5 kHz ist demnach mit einer noch größeren Apertur zu erreichen, wenn nämlich die Apertur auf mehr als das Doppelte in einer Raumdimension anwächst.

Die Mehrfachmessungen sollen nun auf 2 Quellen angewendet werden. Die Aufgabe besteht darin, diese beiden Quellen zu trennen. Das Ortsauflösungsvermögen hängt neben der Array-Apertur natürlich von der Frequenz ab.

Die Effekte einer synthetisierten Apertur auf die Lokalisierbarkeit hoher Frequenzen zeigen die Abbildungen 4.26 bis 4.29. In den Messungen mit einem und zwei Lautsprechern können durch die Array-Anordnung die Ring-Artefakte unterdrückt und somit eine eindeutigere Lokalisation ermöglicht werden.

In Bild 4.27 gelingt die Trennung der Schallquellen in der 1.25 kHz-Terz mit einer symmetrischen "in-line" Anordnung aus 3 Ring-Arrays und einer dadurch verbesserten Ortsauflösung. Ein einzelner Ring produziert dagegen ein Scheinmaximum zwischen den Lautsprechern, weil die breite Hauptkeule in dieser Richtung beide Lautsprecher "erfasst" und deren Schalldruckbeitrag der Fokusrichtung aufschlägt.

Bild 4.29(d) illustriert, dass sich eine unsymmetrische Anordnung aus 4 Ringen positiv auf die Lokalisation höherer Frequenzen auswirkt; im genannten Beispiel verschwindet mit dem vierten Ring die Scheinquelle zwischen den beiden realen Quellen.

Zusammengefasst kann man für die Messpraxis die Empfehlung geben, 3-5 Einzelmessungen durchzuführen, um zum einen die Gesamtapertur in der Horizontalen für die tiefen Frequenzen

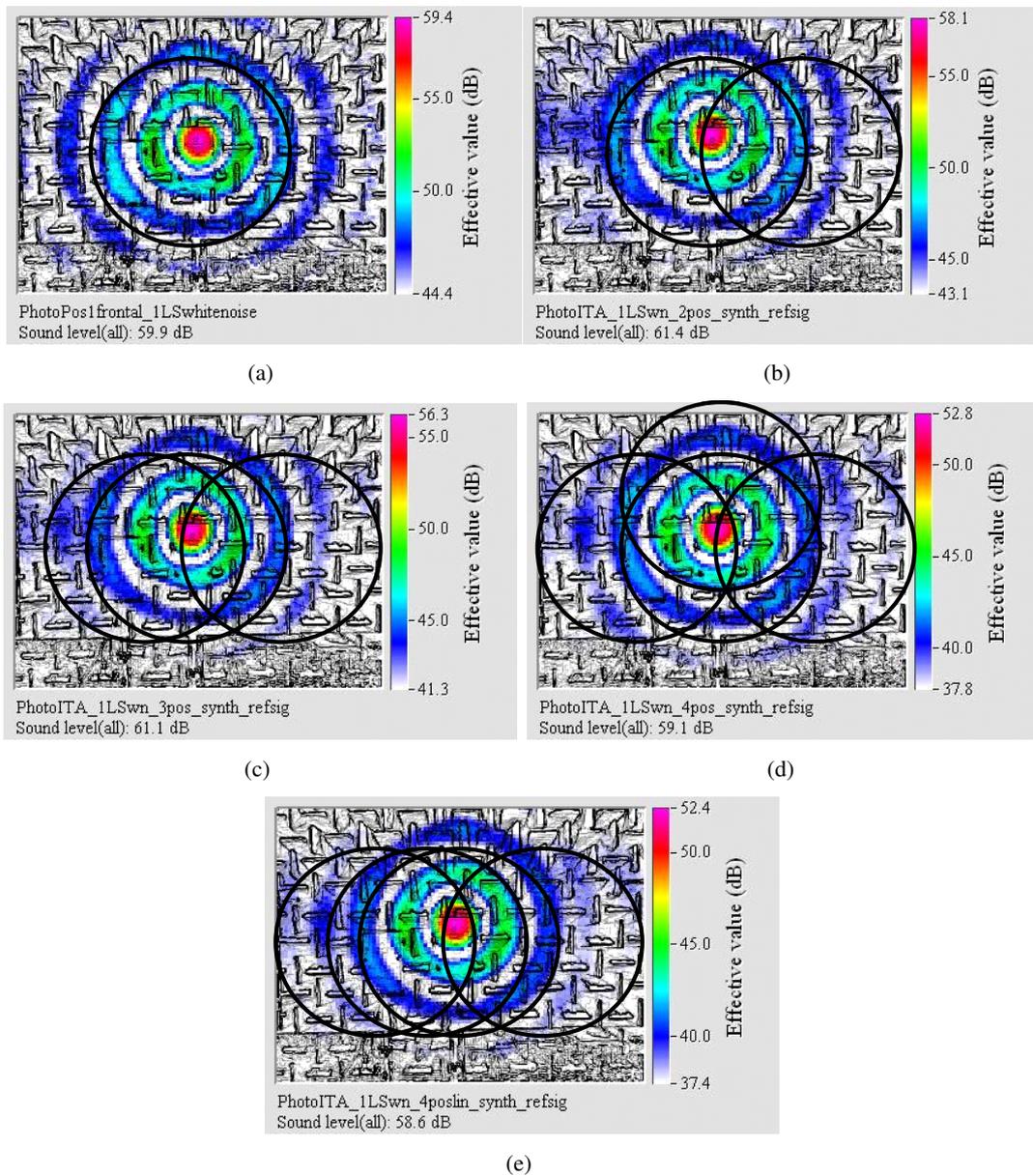


Abbildung 4.26: Vergleich Einfach-/ Mehrfachmessung (2-4 Ringe) mit 1 Lautsprecher in der 5 kHz-Terz (bandgefiltertes weißes Rauschen), Dynamik 15 dB: Mit Mehrfachmessungen kann die Nebenkeulenstruktur des Array-Patterns aufgebrochen werden. Mit den gewählten Anordnungen verschwindet der 3. Ring teilweise bzw. fast vollständig in (e).

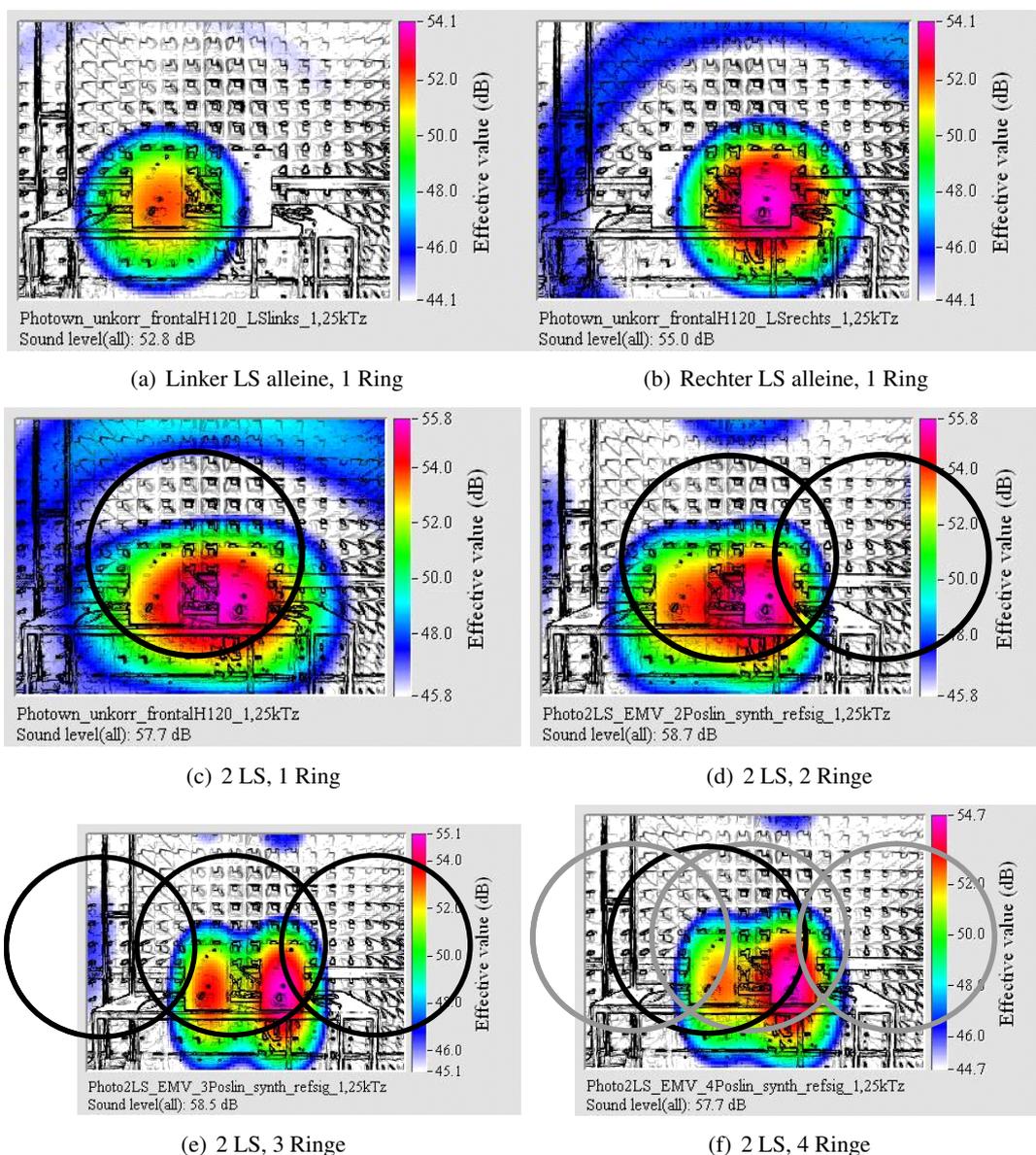


Abbildung 4.27: Vergleich Einfach-/ Mehrfachmessung mit 2 Lautsprechern in der 1.25 kHz-Terz (bandgefiltertes, unkorreliertes, weißes Rauschen bei 1-1.5 kHz), Dynamik 10 dB: eine Trennung der beiden unkorrelierten Quellen gelingt ansatzweise bereits mit 2 Ringen. 3 Ringe erreichen eine gute Trennung. In (f) ist der 4. Ring hervorgehoben, bringt aber in dieser Konstellation keine Verbesserung. Ideal ist in dieser Messung die Vergrößerung der Apertur in der horizontalen Dimension in (e).

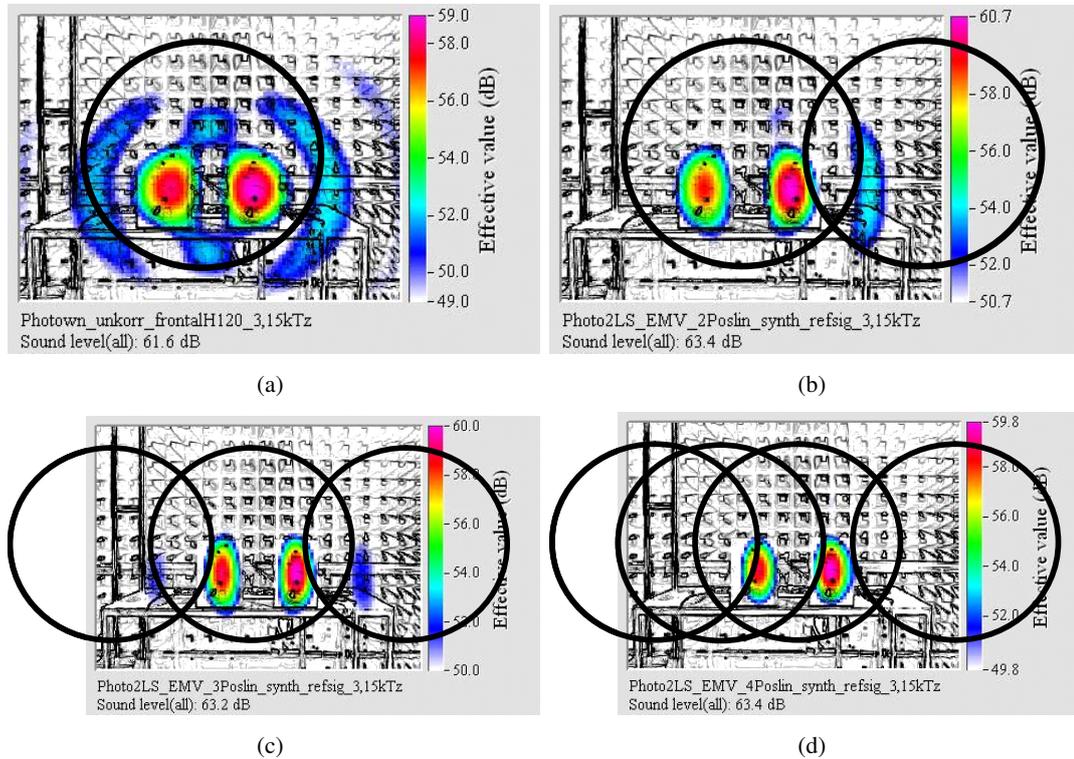


Abbildung 4.28: Vergleich Einfach-/ Mehrfachmessung: 2 Lautsprecher strahlen unkorreliertes, weißes Rauschen ab. Analyse der 3.15 kHz-Terz, Dynamik 10 dB: auch in dieser Messung erreicht man mit Mehrfachmessungen eine Reduktion der Nebenkeulen und eine verbesserte Auflösung. 3 Ringe in (c) liefern ein gutes Ergebnis, mit 4 Ringen werden Nebenartefakte vollständig unterdrückt (d).

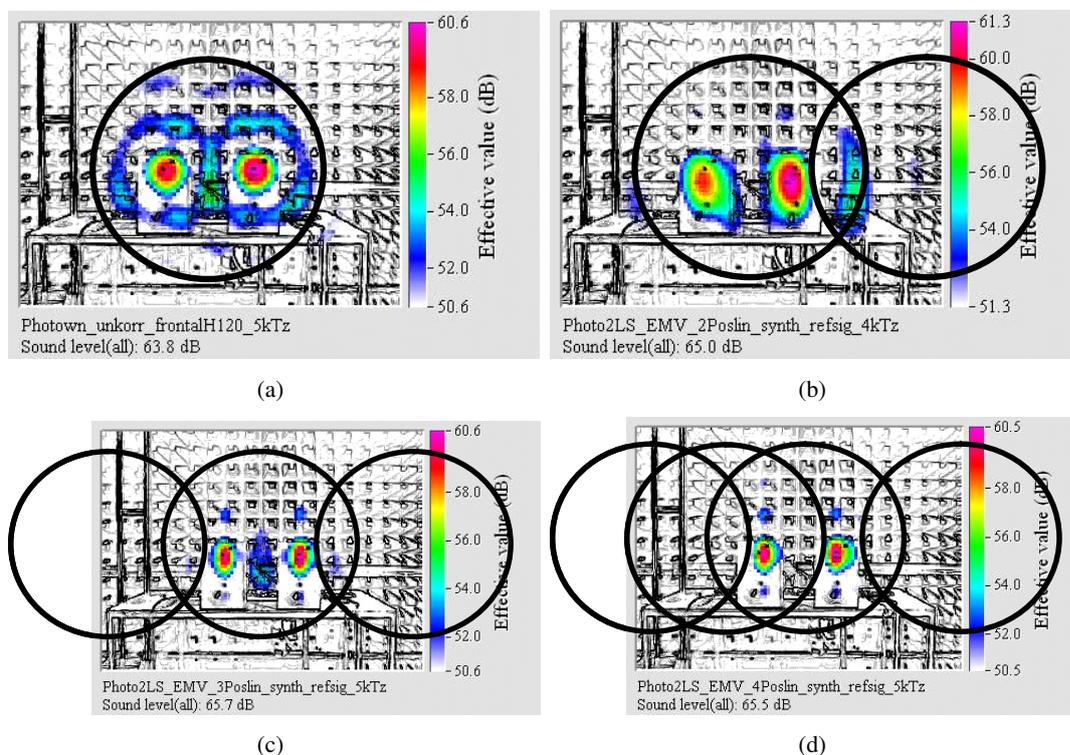


Abbildung 4.29: Vergleich Einfach-/ Mehrfachmessung: 2 Lautsprecher strahlen unkorreliertes, weißes Rauschen ab. Analyse der 5 kHz-Terz bei 10 dB Dynamik: die Anordnung von 4 Ringen liefert im höherfrequenten Bereich das beste Ergebnis. Die Unterdrückung von Artefakten setzt eine Vielzahl mit Mikrofonen voraus, während sich die Auflösung nur durch die vergrößerte Gesamtapertur verbessert.

zu vergrößern (symmetrische Anordnung aus 3 Ring-Arrays mit höchstens 25% "Overlap"); zum anderen dienen weitere Messungen dazu, die Mikrofonanordnungen ungleichmäßiger zu verteilen, sodass Artefakte zu hohen Frequenzen sich besser herausmitteln.

Die Trennung zweier benachbarter, korrelierter Quellen mit Mehrfachmessungen gelingt trotz einer verbesserten örtlichen Auflösung nicht (s. Bild 4.30), da auch für das synthetisierte Array ein kohärentes Schallfeld nicht in seine verursachenden Quellen zu zerlegen ist.

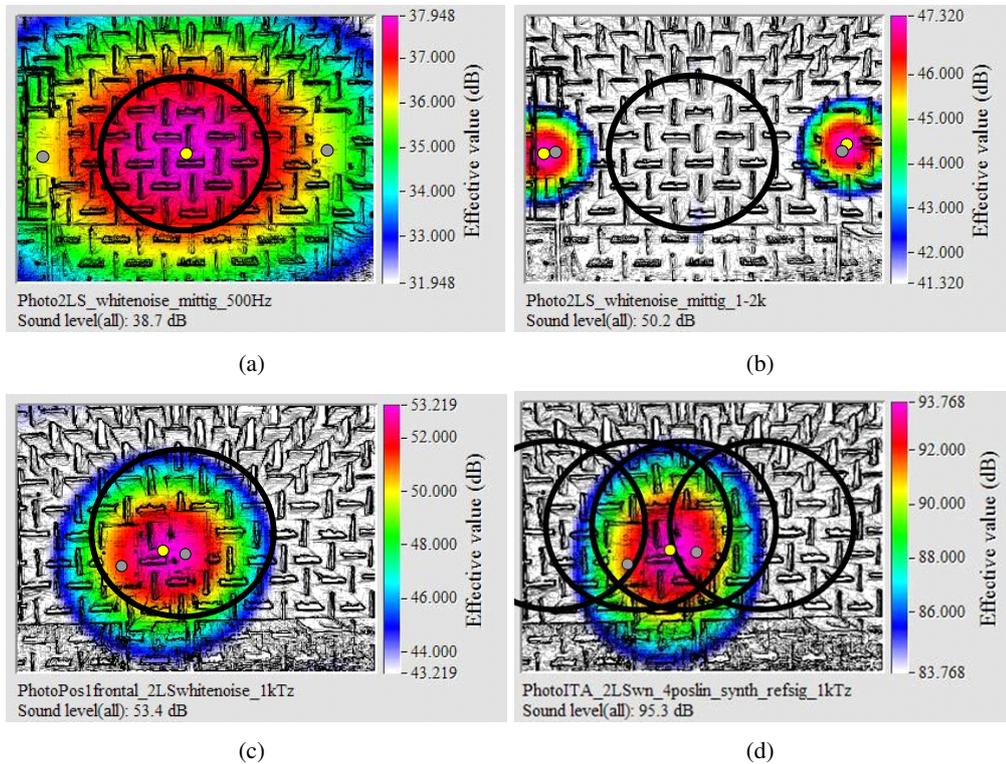


Abbildung 4.30: Mehrfachmessung von 2 korrelierten Rauschquellen. Die grauen Punkte markieren die Zentren der aktiven Lautsprecher, der gelbe Punkt das Zentrum der detektierten (Schein-)Quelle. (a) 1 Ring-Array bei 500 Hz, Abstand der LS ca. 1.5 m: die Quellen können nicht aufgelöst werden. (b) 1 Array bei 1 kHz, Abstand der LS ca. 1.5 m: die Quellen werden korrekt lokalisiert; (c) 1 Array bei 1kHz, Abstand LS ca. 0.2 m: die Auflösung der korrelierten Quellen ist nicht möglich. (d) 4 Arrays bei 1 kHz, Abstand LS ca. 0.2 m: auch mit Mehrfachmessungen gelingt die Auflösung korrelierter Quellen nicht; detektiert wird eine Scheinquelle zwischen den Lautsprechern.

Die Messungen in Bild 4.30 stellen einen Sonderfall und in der Praxis nicht selten auftretenden Fall dar. Es handelt sich um *kohärente* bzw. *korrelierte* Quellen.⁴ Aus Bild 4.30 kann man erkennen, dass die Trennbarkeit korrelierter Quellen von der ausgesandten Frequenz und

⁴Die beiden Begriffe *Kohärenz* und *Korrelation* bezeichnen den selben Sachverhalt, sind aber unterschiedlich definiert. Die Korrelationsfunktion entsteht durch zeitliche Verschiebung zweier Signale; die Kohärenzfunktion setzt die korrespondierenden Spektren der Kreuz- und Autokorrelationsfunktionen ins Verhältnis und erlaubt

dem Abstand der Quellen zueinander abhängt. Die Trennbarkeit verbessert sich zu hohen Frequenzen und großen Abständen. In der Messpraxis hat man es aber in der Regel mit relativ kleinen Abständen zu tun, sodass die Ortung kohärenter Quellen auch bei höheren Frequenzen ein grundsätzliches Problem darstellt.

Ein kohärentes Schallfeld tritt z.B. auf, wenn mehrere *Sekundärquellen* Schall abstrahlen, die ursprünglich *eine* gemeinsame Ursache haben. Ein Beispiel ist ein Motorblock, der von der Kolbenbewegung angeregt, über mehrere Bauteile den Schall mehr oder weniger gut abstrahlt. Kohärente Signale erzeugen ein Schallfeld, in dem ortsabhängige Interferenzen auftreten. Je nach zeitlicher Verzögerung der Signale zueinander kommt es zu ortsfesten Phasenverschiebungen zwischen den Signalkomponenten. Dieser auch als *Kammfiltereffekt* bekannte Effekt führt zu spektralen Auslöschungen bzw. Verstärkungen im Schallfeld. Die *stehende Welle* kann als Sonderfall dieses Effektes interpretiert werden; hier überlagern sich die Schallanteile zweier reflektierender Wände gleichphasig. Man findet so Schalldruckmaxima und -minima im Abstand der halben Wellenlänge. Die ortsabhängigen Interferenzen im kohärenten bzw. korrelierten Schallfeld führen weiterhin dazu, dass die Welle aus einer anderen Richtung zu kommen scheint. Das Beamforming detektiert dann diese falsche Richtung (s. Bild 4.30(c) und (d)). Man könnte auch von einer *Phantomschallquelle* sprechen. Den "inversen" Effekt macht man sich in der Stereo-Aufnahmetechnik zunutze. Zwei Mikrofone nehmen ein Schallsignal auf. Die Mikrofonsignale werden anschließend über zwei Lautsprecher wiedergegeben. Befindet sich der Hörer im richtigen Abstand zu den Lautsprechern, nimmt er die Quelle zwischen den Lautsprechern wahr. Die Lautsprecher erzeugen interferierende Wellen, die sich am Ort des Hörers kohärent überlagern und damit für diesen Ort das Schallfeld aus der Aufnahmeszene exakt reproduzieren. Die originale Schallquelle erscheint als Phantomschallquelle zwischen den Lautsprechern.

Die Trennung der Einzelquellen gelingt nicht ohne Weiteres, weil die interferierenden Schallsignale virtuelle Quellen erzeugen, die das Array bzw. die synthetisierte Apertur "sieht". Eine Möglichkeit, kohärente Quellen zu trennen, wurde bereits in Abschnitt 3.1 vorgestellt. Inwieweit für das Zeitbereichs-Beamforming die Trennung kohärenter Quellen gelingt, soll in Abschnitt 4.2.6 diskutiert werden.

Durchschallung mit künstlichen Leckagen. Eine idealisierte Messung kann auch ihren praktischen Nutzen haben. Ein Beispiel ist die Durchschallungsmessung. Ein Lautsprecher strahlt ein Testsignal (Sinuston, Sweep oder Rauschen) im Fahrzeuginnenraum ab, die Messung mit dem Mikrofonarray erfolgt außerhalb des Fahrzeuges. Zur Demonstration der Mehrfachmessungen mit reproduzierbaren Signalen sind dafür künstliche Leckagen an der Seitenscheibe eines PKWs angebracht worden. Das Testsignal ist weißes Rauschen, das mittels einer Marke (Sinuston) im Signal für jede Einzelmessung synchronisiert werden kann.

Bevor die praktischen Messungen ausgewertet werden, sollen Simulationen aufzeigen, welches Ergebnis theoretisch möglich ist, wenn man die künstlichen Leckagen als Punktquellen

frequenzbezogene Aussagen über die statistische Bindung der Signale. Korrelierte Signale sind auch kohärent zueinander und umgekehrt, während die statistischen Parameter für *ein* Signal natürlich nur über die Autokorrelationsfunktion gewonnen werden.



Abbildung 4.31: Messaufbau "Durchschallung": die Anregung erfolgte im Innenraum mit Rauschen über Lautsprecher. Der Messabstand betrug ca. 2.65 m; die Fensterdichtungen wurden mit künstlichen Leckagen versehen.

modelliert und mittels Mehrfachmessungen diese versucht zu trennen (s. Bild 4.32). Die Einzelquellen verschmelzen bei 1 kHz zu einer großen Quelle, die ein Array alleine nicht zu trennen vermag.

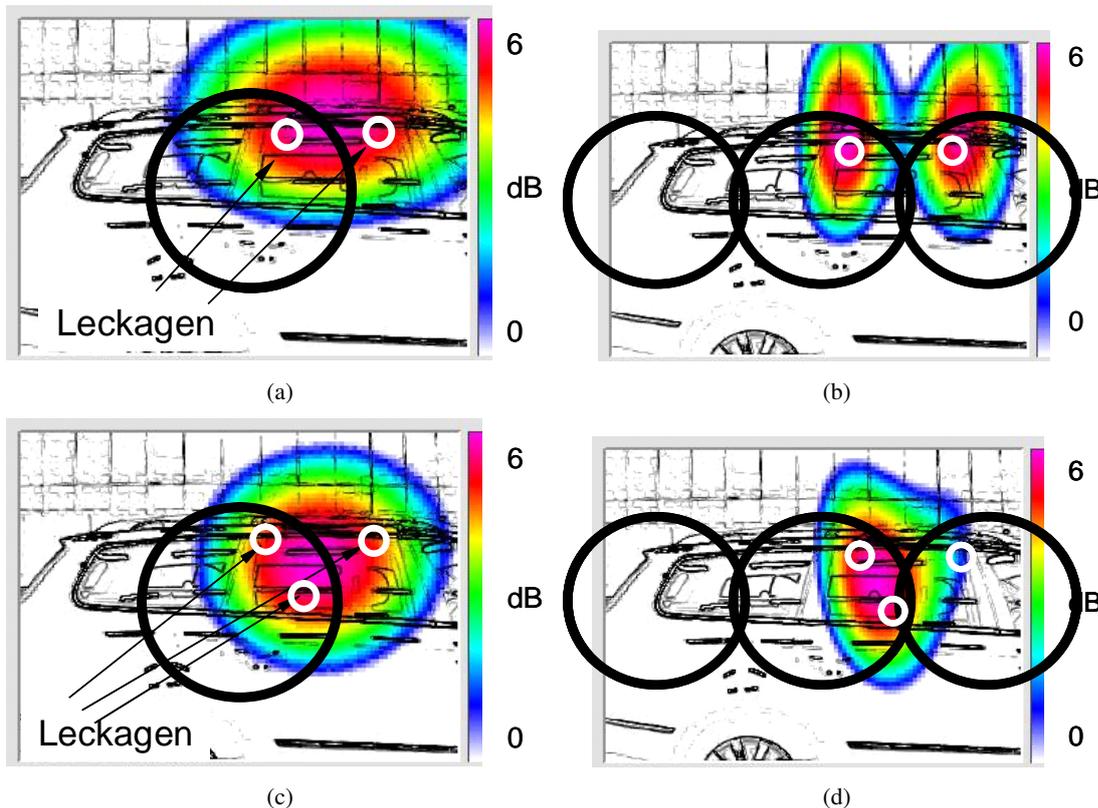


Abbildung 4.32: Simulierte Leckagen als 1 kHz-Punktquellen: (a) 2 Leckagen, 1 Ring: durch die eingeschränkte Auflösung können die beiden Quellen nicht getrennt werden. (b) 2 Leckagen, 3 Ringe: die vergrößerte Apertur stellt die beiden Einzelquellen dar. (c) 3 Leckagen, 1 Ring: keine Trennung möglich. (d) 3 Leckagen, 3 Ringe: durch die Vergrößerung der Apertur gelingt eine Trennung ansatzweise.

Die Trennung zweier Leckagen gelingt mit 3 Arrays. In Bild 4.32(d) ist zwar eine Einschnürung des Spots zu erkennen, für die dritte Leckage reicht die vergrößerte Apertur zur Trennung aber nicht aus.

Als nächstes erfolgt die Auswertung der praktischen Messung.

Auch in der Praxismessung lassen sich die Einzelquellen mit mehreren Arrays nicht trennen. Für die Frequenz 1 kHz ist die Kohärenz zwischen Mikrofonen der Berechnungen in Bild 4.33 hoch. Zwischen Mikrofon 1 und 16 sinkt sie etwas ab; zwischen den einzelnen Messungen bleibt die Kohärenz für die Position des Schnittpunkts der beiden Ringe auf einem hohen Wert (ca. 80-100%). Dies ist die Voraussetzung dafür, dass die Mehrfachmessungen mit einem hohen Maß an Reproduzierbarkeit ausgewertet werden können.

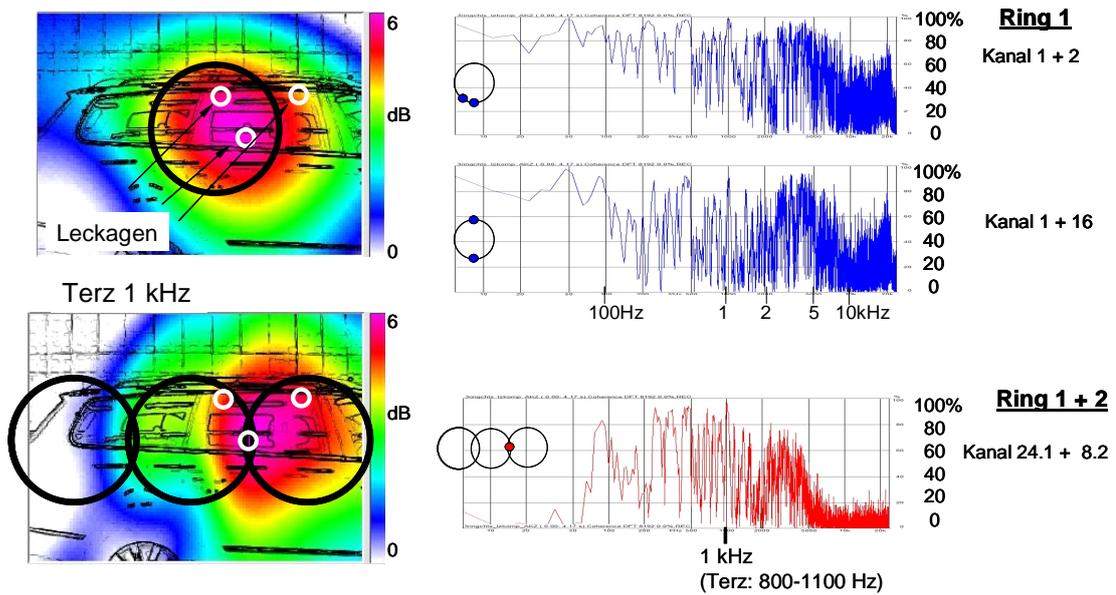


Abbildung 4.33: Durchschallungsmessung mit künstlichen Leckagen bei 1 kHz: Lokalisations-
 ergebnisse und Kohärenzen zwischen Mikrofonkanälen. Die Kohärenzberechnung erfolgte zwi-
 schen 2 Mikrofonsignalen innerhalb eines Rings sowie zwischen 2 Mikrofonsignalen aus unter-
 schiedlichen Messungen (unten).

Zu höheren Frequenzen sinkt die Kohärenz, sodass die Auswertung hinsichtlich Reproduzierbarkeit kritisch beurteilt werden muss. Bild 4.34 zeigt hierzu ein entsprechendes Beispiel einer Durchschallungsmessung bei 3.15 kHz. Die Lokalisation der drei Leckagen bleibt weitestge-

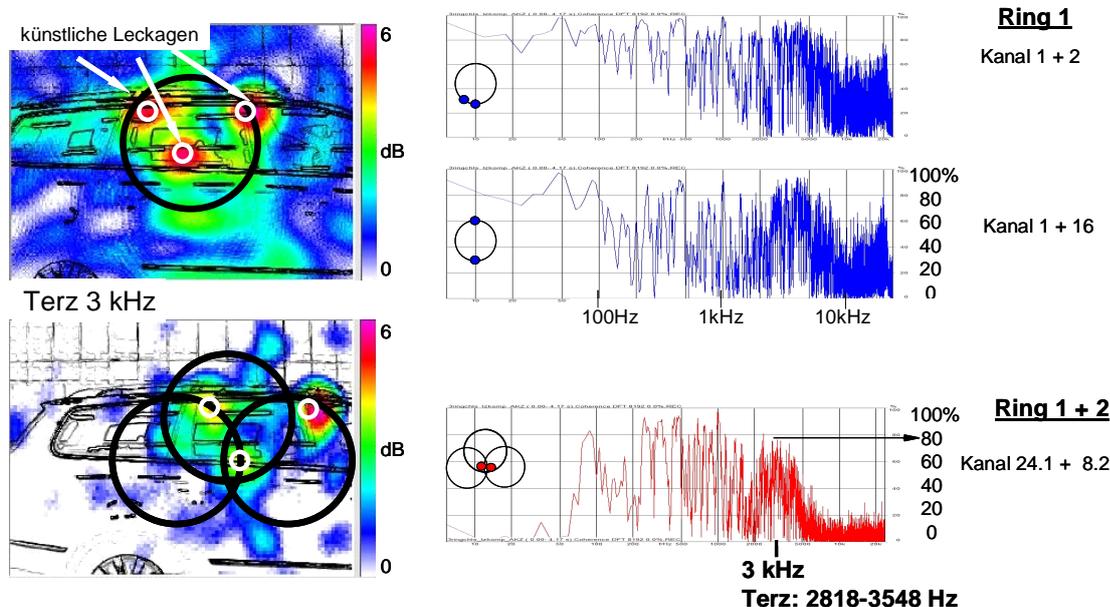


Abbildung 4.34: Durchschallungsmessung mit künstlichen Leckagen bei 3.15 kHz, Lokalisationsergebnisse und Kohärenzen zwischen Mikrofonkanälen: in der 3.15 kHz-Terz ist die Kohärenz zwischen korrespondierenden Kanälen (im Beispiel Kanal 24.1 und Kanal 8.2, mit der Nomenklatur *KanalNr.Messung*) zweier Einzelmessungen auf unter 80% abgesunken. Die Lokalisation der 3 Leckagen bleibt weitestgehend erhalten, sodass eine Kohärenz von 80% (10% unter der Einzelmessung) als noch akzeptabel im Sinne einer Reproduzierbarkeit gelten darf.

hend erhalten, sodass eine Kohärenz von 80% (10% unter der Kohärenz zweier benachbarter Kanäle einer Einzelmessung) als noch akzeptabel im Sinne einer Reproduzierbarkeit gelten darf. Die Mehrfachmessung wirkt sich positiv auf die Dynamik im gesamten Bild aus: das Bild wird im Dynamikbereich von 6 dB durch die reduzierten Scheinquellen "sauberer".

Ein interessanter Effekt tritt bei der Analyse von 5 kHz auf (Bild 4.35) An der B-Säule erscheint eine Quelle, deren Pegelwert mit den übrigen (bekannten) Quellen vergleichbar ist. Die Auswertung der Mehrfachmessung zeigt eine im Pegel reduzierte Quelle. Die Simulation mit drei Punktquellen liefert den Beweis, dass die Quelle an der B-Säule durch die Überlagerung der Einzel-Pattern zustande kommt. Das Bild ist die Superposition der beteiligten *Point-Spread-Functions*. Bild 4.36 und 4.37 schlüsselt die Überlagerungen der Einzelquellen für eine Array-Position sowie der superponierten Pattern für jede der drei Array-Positionen noch einmal auf.

Aus den Ergebnissen erkennt man einen Gewinn an Auflösung im tiefen Frequenzbereich. Eine Quelle an der hinteren Seitenscheibe lässt sich leicht erkennen (s. Bild 4.33). Zu hohen Frequenzen bleibt die Lokalisation der Hauptquellen im Wesentlichen erhalten. Scheinquellen

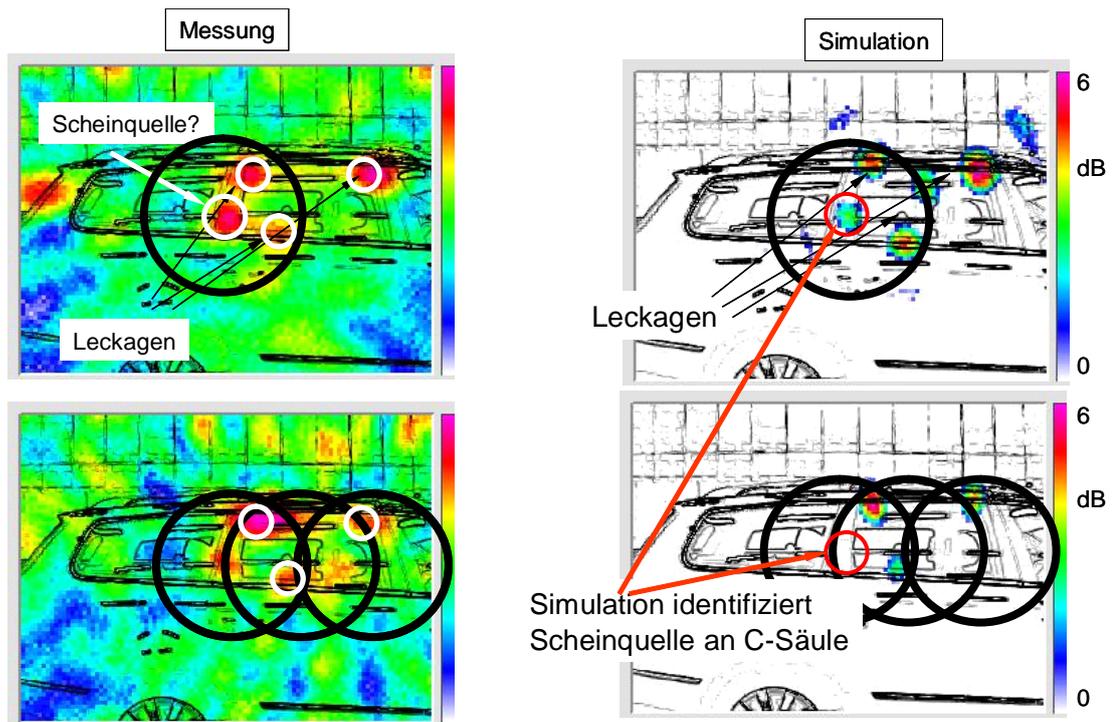


Abbildung 4.35: Durchschallung mit künstlichen Leckagen bei 5 kHz

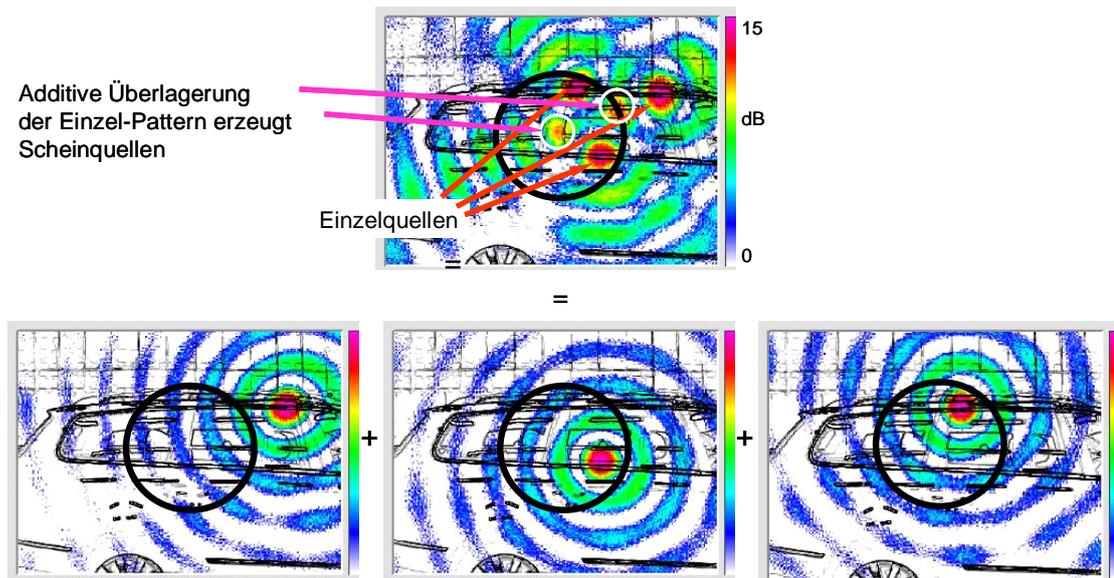


Abbildung 4.36: Simulation der Durchschallung mit verschiedenen Punktquellen und einer Array-Position bei 5 kHz: die Superposition der einzelnen Point-Spread-Functions erzeugt Scheinquellen im oberen Bild.

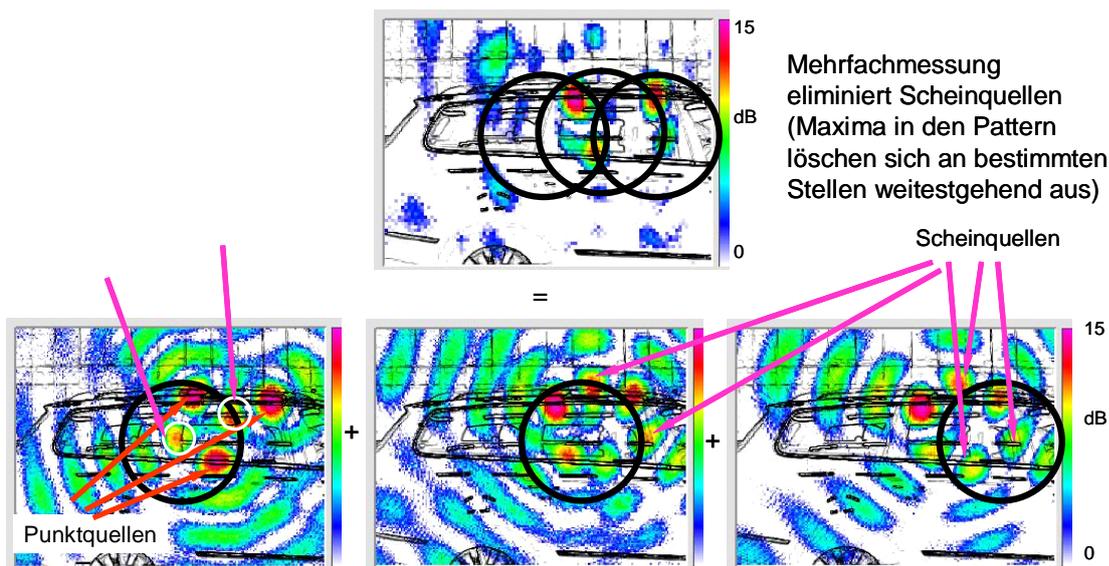


Abbildung 4.37: Simulation der Durchschallung von 3 Punktquellen und verschiedenen Array-Positionen: die Superposition der einzelnen Array-Pattern führt zur Auslöschung der Scheinquellen; die realen Quellen bleiben erhalten.

sind durch die Mehrfachmessung reduziert worden; die Dynamik ist insgesamt erhöht. Mit der Eliminierung des Autospektrums (s. Abschnitt 3.6.4) erreicht man einen zusätzlichen Gewinn an Dynamik.

Die Anregung des Fahrzeuginnenraumes erfolgte in den dargestellten Messungen mit weißem Rauschen. Es wurden weitere Messungen durchgeführt, in denen zusätzlich rosa Rauschen eingespielt wurde. Dies hatte jedoch keinen Einfluss auf die akustischen Bilder oder die Kohärenz (s. Anhang).

Motormessung. In dieser Motorprüfstands-Messung sollte die Schallabstrahlung der Riementriebe auf der Stirnseite eines Motors untersucht werden. Bekannt war im Vorfeld, dass eine verstärkte, Drehzahl-abhängige, tonale Abstrahlung auftritt. Darauf bezogen wurden die Frequenzbereiche um 500 Hz und 5 kHz näher betrachtet. Um eine möglichst gute Synchronisation zu erreichen, wurde parallel zur Mikrofonmessung auch ein Referenzsignal, abgegriffen an der Kurbelwelle, aufgezeichnet. Es liefert einen Puls pro 2 Umdrehungen. Mit der Synchronisation auf einen Puls konnte also sichergestellt werden, dass die Aufnahme bei jeder Einzelmessung zu vergleichbaren Zeitpunkten im Motorlaufzyklus erfolgte. Abb. 4.38 zeigt die akustischen Bilder der Einzel- und Mehrfachmessung.

Die Effekte der Mehrfachmessung sind in beiden Frequenzbereichen zu erkennen. Zu tiefen Frequenzen schnürt sich aufgrund der vergrößerten Array-Apertur das detektierte Schalldruckmaximum ein. Damit steigt auch die Dynamik in einem betrachteten Bildausschnitt; mögliche

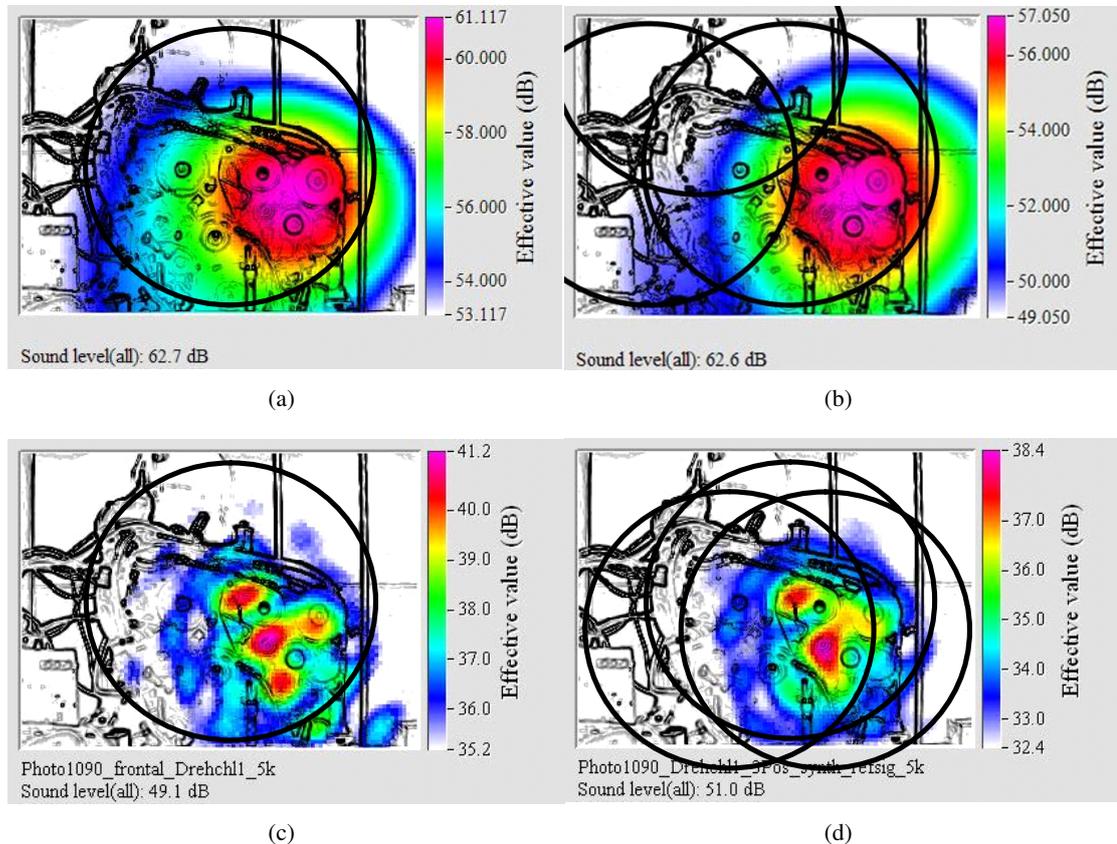


Abbildung 4.38: Synthetische Apertur mit 32-kanaligem Ring-Array: (a) 1 Array bei 800 Hz; (b) 3 Arrays bei 800 Hz: durch die vergrößerte Apertur gewinnen einige Bildbereiche an Dynamik, da die Auflösung sich leicht verbessert. (c) 1 Array bei 5 kHz: 4 Hauptschallquellen zu erkennen. (d) 3 Arrays bei 5 kHz: die Hauptquellen bleiben im Wesentlichen erhalten, verschmieren jedoch leicht; eine Verbesserung der Dynamik konnte nicht festgestellt werden. Ein Grund hierfür liegt in der eingeschränkten Kohärenz zwischen den einzelnen Messungen; sie sind im höherfrequenten Bereich nicht ideal reproduzierbar. Leichte Phasenschwankungen bewirken eine fehlerhafte Lokalisation.

schwächere Quellen können so detektiert werden, die vorher noch verdeckt waren. Zu hohen Frequenzen erwartet man vor allem eine Verbesserung der Dynamik im gesamten Bild aufgrund der erhöhten Mikrofonanzahl. Die Ergebnisse zeigen, dass die Quellen zwar im Wesentlichen korrekt lokalisiert bleiben, eine deutliche Verbesserung der Dynamik sich aber nicht einstellt. Es stellt sich die Frage nach dem Grund für die nur leicht verbesserte Qualität des akustischen Bildes der Mehrfachmessung bei höheren Frequenzen. Es muss berücksichtigt werden, dass der Motorlauf nicht exakt reproduzierbar ist; Unregelmäßigkeiten im Motorlauf (z.B. durch thermische Schwankungen im Laufe der Messungen) zwischen den Messungen können eine veränderte Schallabstrahlung zur Folge haben, die sich auf Synchronisation und Dynamik auswirkt. Eine schlechte Synchronisation führt zwangsweise zu einer fehlerhaften Lokalisation, insbesondere bei hohen Frequenzen aufgrund der großen Phasenunterschiede. Im Folgenden wird dieser Effekt erläutert und zudem aufgezeigt, wie man diese Störungen reduzieren kann.

4.2.4.7 Mehrfachmessungen mit Eliminierung der Autoleistung

Die Ergebnisse in Abschnitt 4.2.3 haben gezeigt, dass das Eliminieren der Autoleistung aus dem Mikrofonkanälen einen effektiven Algorithmus darstellt, um unkorrelierte Signalanteile zwischen den Mikrofonen herauszufiltern. Diese Anteile können dem Eigenrauschen der Mikrofone zugerechnet werden oder aber aus einem hochfrequenten Schallfeld entstehen, das einen "räumlich stochastischen" Charakter hat und sogar von Reflexionen geprägt sein kann. Wie schon erläutert, nehmen zu hohen Frequenzen die Korrelationen zwischen den Mikrofonen ab. Den Effekt findet man selbst bei der Autokorrelierten eines Signals. Die Erhaltungstendenz nimmt bei breitbandigen Rauschen ab; bandbegrenzt Rauschen hingegen liefert eine bessere Autokorrelation.

Neben der geringen Korrelation zu hohen Frequenzen im Schallfeld hat man es bei Mehrfachmessungen zudem mit nicht-idealer Stationarität zu tun. Es ist also zu erwarten, dass die Korrelationen zu hohen Frequenzen zwischen den Messungen weiter sinken, während die Signalenergie jedes Mikrofonsignals vollständig in das Beamforming-Ergebnis einfließt. Das Eliminieren der Autoleistung aus dem Beamforming-Ergebnis verspricht demnach eine deutlich verbesserte Dynamik. Der implementierte Algorithmus zur "synthetischen Apertur" wird dazu um den modifizierten Beamforming-Algorithmus erweitert. Die Kombination aus beiden Algorithmen liefert das akustische Bild einer vergrößerten Apertur mit erhöhtem Farbkontrast bei gegebener Dynamik bzw. eine verbesserte Gesamtdynamik.

Bild 4.39 zeigt die Beamforming-Auswertung der Motorprüfstandsmessung aus Abschnitt 4.2.4.6 von p Ring-Arrays mit den von der Autoleistung befreiten Mikrofonsignalen.

Im Vergleich zwischen den Beamforming-Algorithmen der kommerziellen Software und der in MATLAB implementierten sind die Ergebnisse *ohne* Eliminierung der Autoleistung identisch. Die vergrößerte, synthetische Apertur bringt leichte Verbesserungen hinsichtlich Dynamikgewinn und Lokalisation im 5kHz-Terzband. Es muss hierbei immer die nicht-ideale Stationarität des stochastischen Prozesses "Schallabstrahlung am laufenden Motor" berücksichtigt werden, sodass die synchronisierten Einzelmessungen zu keinem perfekten Ergebnis führen.

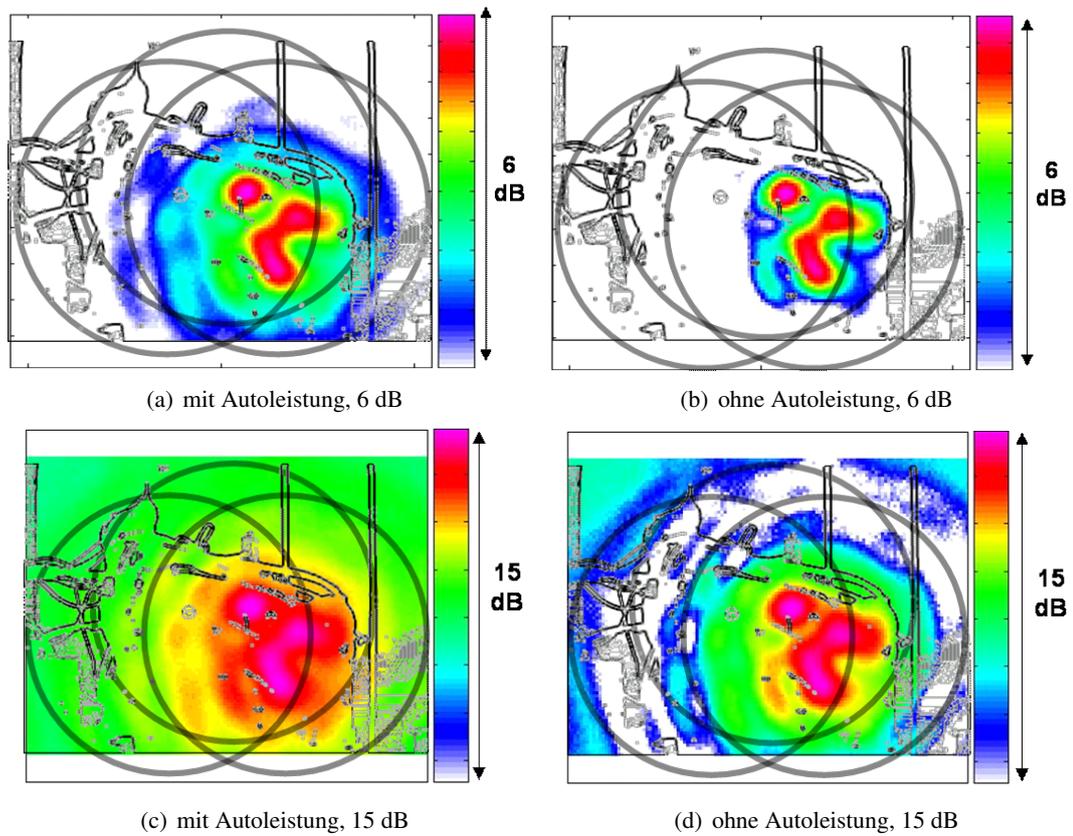


Abbildung 4.39: Synthetische Apertur aus 3 Ringen (3·32 Mikrofone) mit Eliminierung der Autoleistung: durch das Löschen der Autoleistung wird das akustische Bild der Mehrfachmessung von Artefakten bereinigt. Es verbleiben die Hauptschallquellen. In (d) ist dadurch im Dynamikbereich von 15 dB die Ringstruktur der synthetischen Apertur zu erkennen.

Die Modifikation im Beamforming-Algorithmus zur Eliminierung der Autoleistung verbessert - wie erwartet - den Farbkontrast im gewählten Dynamikbereich von 6 dB bzw. die Gesamtdynamik. Die Eliminierung der Autoleistung lässt in Bild 4.39(d) auch gut die ringförmige Struktur des Array-Patterns der synthetisierten Apertur erkennen (vgl. hierzu auch Abschnitt 4.1). Die Autoleistung ist hier im Vergleich zum reinen Beamforming-Term relativ stark ausgeprägt, da durch die schwache Korrelation viele Anteile in der Summation herausgemittelt werden.

Zu tiefen Frequenzen - hier wurde beispielhaft das 500 Hz-Terzband gewählt - zeigt das Eliminieren der Autoleistung keine Verbesserung. Auch dies war zu erwarten, da die Korrelation aufgrund der geringen Phasenunterschiede zwischen den Mikrofonen in diesem Frequenzband noch relativ hoch ist. Der Autoleistungsterm in Gleichung 3.64 unterscheidet sich nicht wesentlich vom "phasenbehafteten" Summenterm des reinen Beamformings.

Artefakt im Zentrum. Die Ergebnisse enthüllen aber auch noch ein anderes Phänomen, das in bestimmten Messsituationen auftaucht: im Zentrum des Arrays entsteht eine Scheinquelle, die aus jeder Position im akustischen Bild zu sehen ist (s. Bild 4.40).

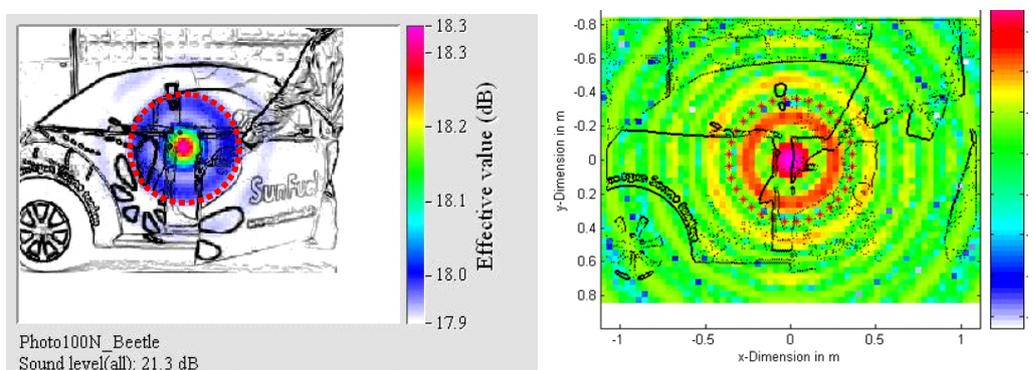
(a) Auswertung in *NoiseImage*(b) Auswertung in MATLAB *ohne* Autoleistung

Abbildung 4.40: Artefakt im Zentrum

Es stellt sich heraus, dass diese Scheinquelle bei leisen Signalen bzw. in ruhiger Messumgebung *ohne* Messsignal im gesamten Frequenzband zu finden ist. Die Anwendung der "Diagonal Deletion" (Eliminieren des Autospektrums) brachte keine Verbesserung (s. Bild 4.40(b)). Eine Störung infolge unkorrelierter Komponenten kann demnach ausgeschlossen werden. Offenbar hat die vermeintliche Quelle denselben Abstand zu allen Mikrofonen. Wenn deren Existenz als wahre Schallquelle ausgeschlossen werden kann, bleibt nur noch die Möglichkeit, dass es in der Hardware-Elektronik zu "gleichphasigen" Störungen der Mikrofonkanäle kommt. Eine genauere Untersuchung der "Schallquelle" ergab, dass periodisch auftretende Impulsspitzen sehr geringen Pegels in der Aufnahme enthalten waren. Der Pegel reichte aber aus, um leise Nutzsignale (z.B. bei Durchschallungsmessungen) zu überdecken. Da es sich um zeitlich sehr schmale, sprich breitbandige Impulse handelt, lassen sich diese auch über das ganze Frequenzband "lokalisieren". Die Kenntnis über diese technisch bedingten Artefakte kann einer Fehlinterpretation

des akustischen Bildes vorbeugen. Es bleibt zu untersuchen, ob diese Störungen beseitigt werden können.

4.2.5 Quellenextraktion mittels adaptiver Filter

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren zur Quellenextraktion mittels adaptiver Filter wurde seitens VOLKSWAGEN patentiert [OPFER 2005] und auf Fachtagungen präsentiert [KERN und OPFER 2006b]. Bevor der Algorithmus auf konkrete Messbeispiele angewendet wird, soll zunächst die Theorie adaptiver Filter erläutert werden. Die Ausführungen beschränken sich auf die notwendigen Zusammenhänge, die zum Verständnis und zur praktischen Umsetzung relevant sind. Für das detaillierte Studium der Materie sind die Werke von [WIDROW und STEARNS 1985], [HAYKIN 1996] und [MOSCHYTZ und HOFBAUER 2000] besonders zu empfehlen.

4.2.5.1 Grundlagen adaptiver Filter im Kontext der Quellenextraktion

Die Fähigkeit eines Systems, sich an seine Umgebung bzw. an eine vorgegebene Soll-Größe anzupassen, bezeichnet man i.A. als Adaptivität oder Lernprozess. Man unterscheidet zwischen überwachter Adaption, bei der ein Sollwert permanent zur Verfügung steht, und der blinden Adaption, bei der die Filterung eines Eingangssignals nach anderen Kriterien erfolgen muss. Die Basis für die überwachte Adaption stellt der LMS-Algorithmus [WIDROW und M. HOFF 1960] dar. Wie die meisten Algorithmen basiert er auf einer linearen FIR-Filterung, deren Koeffizienten gemäß vorgegebenem Soll-Wert ständig angepasst werden. In Abschnitt 3.6.2 wurde der LMS-Algorithmus im Rahmen des *Frost-* und *Griffiths-Jim-*Beamformers bereits vorgestellt.

Für die Anwendung eines adaptiven Filters im Kontext der Quellenextraktion entspricht der Soll-Wert dem geschätzten Anteil im Mikrofonsignal, der extrahiert werden soll. Dazu wird dem Filter als Eingangssignal ein sog. Referenzsignal zugeführt, das die zu extrahierende Quelle möglichst gut abbildet. Das adaptive Filter ermittelt dann die Übertragungsfunktion des Systems "Referenzsignal-Übertragungsstrecke-Mikrofonsignal".

In einer stationären Umgebung, in der sich die Statistik des Signals zeitlich nicht ändert, ist der Filterprozess durch die *Wiener-Filter-Theorie* beschrieben. Die gesuchten Filterkoeffizienten können dabei direkt aus den Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen berechnet werden, wenn die Statistik der Signale bekannt ist. So findet man zur Berechnung der Übertragungsfunktion H_1 bzw. H_2 die Beziehungen

$$H_1(f) = \Psi_{xy}/\Psi_{xx} \text{ bzw.} \quad (4.20)$$

$$H_2(f) = \Psi_{yy}/\Psi_{yx}, \quad (4.21)$$

mit Ψ_{xx} und Ψ_{yy} als Autospektren des Ein- und Ausgangssignals sowie Ψ_{xy} und Ψ_{yx} als Kreuzspektren. Die Spektren gehen aus der konjugiert-komplexen Multiplikation der Fouriertransformierten hervor. Die invers Transformierte der Spektren führt auf die Korrelationsfunktionen. Die in diesem Zusammenhang schon erläuterte Kohärenzfunktion wird durch $H_1(f)/H_2(f)$ gebildet. Es wird klar, dass die Kohärenz einen geringen Wert annimmt, wenn die entsprechende Komponente des Kreuzspektrums klein ist; dies ist der Fall, wenn die beiden Anteile des Kreuzspektrums eine lineare Unabhängigkeit zueinander aufweisen, z.B. durch auftretende Nichtlinearitäten in der Übertragungsstrecke oder Rauschen.

Übertragungsfunktionen werden also mit den Auto- und Kreuzkorrelierten bzw. deren Transformierten gebildet. Dies setzt aber voraus, dass man mit dem gewählten Zeitausschnitt genügend lange Mittelungszeiten realisieren kann, um die Statistik des Signals zu erfassen.⁵ Es setzt ferner voraus, dass sich die Statistik *nicht* ändert.

Eine andere Darstellungsform für die Übertragungsfunktion zwischen zwei Signalen gleichbleibender Statistik ist über die **Wiener-Hopf-Gleichung** gegeben. Sie gibt die Vorschrift zur Berechnung der optimalen Filterkoeffizienten w° an:

$$\underline{w}^\circ = \mathbf{R}^{-1} \underline{p}. \quad (4.22)$$

\mathbf{R}^{-1} ist die invertierte Autokorrelationsmatrix des Eingangssignals, \underline{p} ist der Kreuzkorrelationsvektor.

Die ermittelten Filterkoeffizienten sind optimal im Sinne eines **minimalen mittleren quadratischen Fehlers** (minimaler MSE). Dieser entspricht der Leistung des Fehlersignals, also der Differenz aus gewünschtem Signal (hier: das Mikrofonsignal) und dem Referenzsignal.⁶

In den meisten Fällen ist die Statistik der Signale allerdings nicht bekannt; das adaptive Filter erlernt in diesem Fall selbstständig deren Statistik, indem es seine Koeffizienten während der Adaption anpasst und den MSE minimiert. Dabei kann das Filter einer sich ändernden Statistik folgen ("tracking"). Bild 4.41 zeigt das Prinzip der adaptiven Filterung mit einer FIR-Filterstruktur.

Nach der Filterung des Referenzsignals mit den ermittelten Filterkoeffizienten - sei es durch Adaption oder durch direkte Berechnung - und dessen Subtraktion vom Mikrofonsignal ist das entstandene Differenzsignal (Fehlersignal) zum Referenzsignal **dekorreliert**; es weist im Idealfall keine Anteile des Referenzsignals mehr auf. Man spricht auch von Orthogonalität der Signale. Anschaulich interpretiert, bedeutet Orthogonalität, dass das Skalarprodukt der beiden Signalvektoren bzw. deren Erwartungswert verschwindet. Der Fehlervektor steht dann senkrecht zu $x[k]$ und $d[k]$ im Vektorraum (s. Bild 4.42).

Adaptive Algorithmen. Die adaptiven Algorithmen zur Bestimmung der Filterkoeffizienten lassen sich grundsätzlich in 2 Klassen unterteilen:

- Gradienten-Suchalgorithmen (Newton-, Gradienten-, LMS-Verfahren)
- Least-Squares-Algorithmen (z.B. RLS, SFTF)

Das Merkmal der Gradienten-Suchalgorithmen ist, dass sie Koeffizienten ermitteln, die optimal im statistischen Sinne sind (Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers MSE). Die

⁵Theoretisch müsste man unendlich lange mitteln; so verlangt es die Definition der Korrelationsberechnung.

⁶Zur Erinnerung: die "räumlich" wirkenden adaptiven Beamformer aus Abschnitt 3.6.2 minimieren die Ausgangsleistung nach bestimmten Vorgaben. Die Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers (MSE) ist damit äquivalent.

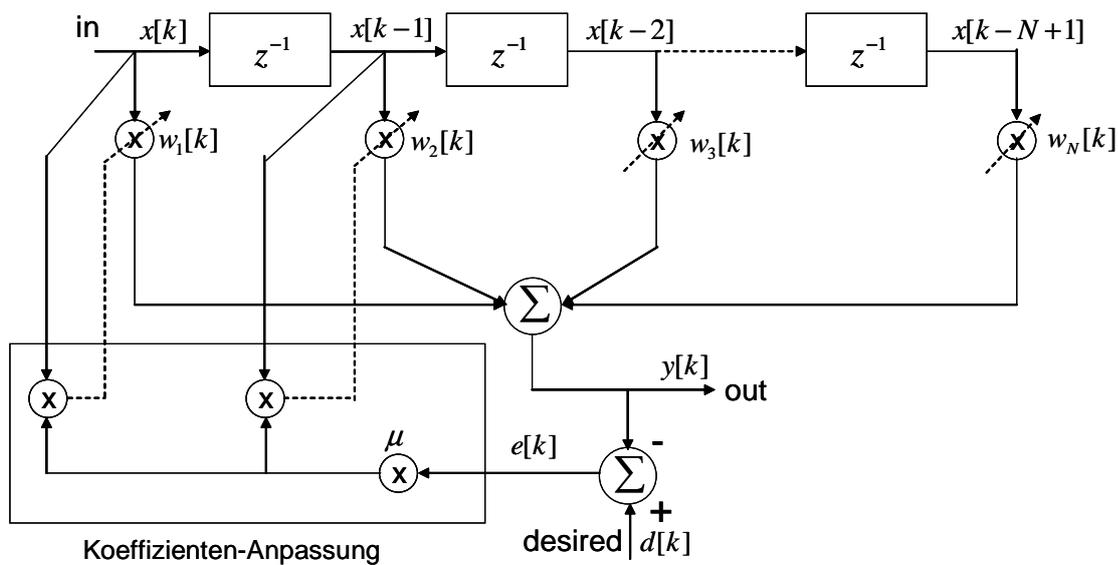


Abbildung 4.41: Struktur eines FIR-Filters im Kontext der Adaption nach [MOSCHYTZ und HOFBAUER 2000].

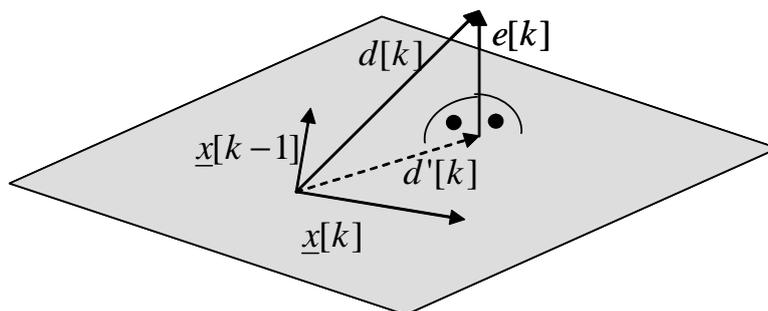


Abbildung 4.42: Veranschaulichung des Orthogonalitätsprinzips: die beiden Vektoren $\underline{x}[k]$ und $\underline{x}[k-i]$ bilden als Linearkombination den Vektor $d'[k]$ im aufgespannten Vektorraum. Ist der Differenzvektor $e[k]$ die Projektion von $d[k]$ auf die Ebene, ist der Fehler $e[k]$ unkorreliert zu $x[k]$ und $d'[k]$; es herrscht Orthogonalität.

Zusammenhänge sind durch die *Wiener-Filtertheorie* gegeben. Der wichtigste Vertreter dieser Klasse ist der **LMS-Algorithmus**. Er kommt in den praktischen Anwendungen des nächsten Abschnitts zur Verwendung. Die Konvergenzgeschwindigkeit des LMS-Algorithmus' wird wesentlich durch seine *Schrittweite* μ bestimmt und hängt von der Konditionierung (Eigenwertstruktur der Autokorrelationsfunktion) des Eingangssignals ab.

Die Klasse der *Least-Squares-Algorithmen* arbeitet ebenfalls direkt auf den vorhandenen Daten. Grundlage ist die *Methode der kleinsten Fehlerquadrate*. Es werden zu *jedem* Zeitpunkt die optimalen Koeffizienten gebildet und nicht auf Basis der Statistik. Der wichtigste Vertreter dieser Klasse ist der **RLS-Algorithmus**, eine rekursive Variante des Least-Squares-Verfahrens. Als Variante wird in den praktischen Beispielen der **SFTF-Algorithmus** verwendet.

Beide Klassen von Adaptionalgorithmen konvergieren in stationärer Umgebung zur *Wiener-Lösung* und sind deshalb direkt in ihren Eigenschaften vergleichbar. Es existieren andere Algorithmen, die im Frequenzbereich arbeiten (FMLS, PFLMS). Sie haben den Vorteil eines geringeren Rechenaufwandes und einer schnelleren Konvergenz.

LMS-Algorithmus. Nach einer Initialisierung des Gewichtsvektors $\underline{w}[k]$ und der Festlegung einer (konstanten) Schrittweite μ erfolgt der Filterprozess in 3 Schritten:

- Bestimmen des Filterausgangs $y[k] = \underline{w}^t[k]\underline{x}[k]$
- Bestimmen des Fehlerwertes $e[k] = d[k] - y[k]$
- Aufdatierung des Koeffizientenvektors $\underline{w}[k+1] = \underline{w}[k] + \mu e[k]\underline{x}[k]$

Die Berechnung dieser 3 Schritte erfolgt zu *jedem* Zeitpunkt k . Der Vorteil des LMS-Algorithmus' ist seine Einfachheit. Durch seine Abhängigkeit von der Signalkonditionierung ist er allerdings recht langsam. Der Rechenaufwand als Anzahl der reellen Multiplikationen M berechnet sich nach

$$M = 2N + 1, \quad (4.23)$$

mit N als Filterlänge. Um die Konvergenz zu gewährleisten, darf eine maximale Schrittweite nicht überschritten werden, da sonst das Filter instabil werden kann. Sie wird angegeben mit

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}} = \mu_{max} \quad (4.24)$$

Für die Praxis ist jedoch eine maximale Schrittweite von

$$0 < \mu < \mu_{max} = \frac{2}{Sp(\mathbf{R})} = \frac{2}{N \cdot (\text{mittlere Leistung})} \quad (4.25)$$

sinnvoll. $Sp(\mathbf{R})$ ist die *Spur* der Autokorrelationsmatrix. Jedes Element der Spur stellt die mittlere Leistung des Signals dar; N ist die Filterlänge.

Es lohnt ein Blick auf die Konvergenzeigenschaften des LMS-Algorithmus'. Die Konvergenzzeit ist umgekehrt proportional zur Schrittweite. Weiterhin bestimmen die Eigenwerte die Konvergenzzeit. Mit Einführung einer normierten Schrittweite $\alpha = \mu/\mu_{max}$ ergibt sich in Abhängigkeit der Konditionszahl $\lambda_{max}/\lambda_{min}$ als Wert für die Konvergenzzeit:

$$\tau_{LMS} \approx \frac{1}{4\alpha} \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \quad (4.26)$$

Konvergenzzeit und **Fehleinstellung** F hängen über die Beziehung

$$F_{LMS} \approx \frac{N}{4\tau_{LMS}} \quad (4.27)$$

zusammen. Das Nachführverhalten, also wie schnell der Algorithmus einer sich ändernden Statistik folgen kann, ist umso besser, je größer die Schrittweite μ ist.

nLMS-Algorithmus. Als Variante des LMS-Algorithmus' berücksichtigt der nLMS, dass die Schrittweite μ sich einer stark schwankenden Signalleistung ständig anpasst. Die Signalleistung wird geschätzt und die neue Schrittweite

$$\mu[k] = \frac{\beta}{\gamma + \mathbf{x}^t[k]\mathbf{x}[k]}, \quad 0 < \beta < 2 \quad (4.28)$$

realisiert. Die Konstante γ verhindert, dass μ zu groß wird, wenn die Signalleistung zu klein werden sollte. Der nLMS-Algorithmus kommt in Beispielmessungen des nächsten Abschnitts zur Anwendung.

RLS- und SFTF-Algorithmus. Der RLS-Algorithmus führt zu jedem Zeitpunkt in einem Schritt eine Aufdatierung des kompletten Gewichtungsvektors, quasi rückwirkend (rekursiv) durch. Für stationäre, ergodische Umgebungen gehen LMS- und RLS-Algorithmus ineinander über, da dann Zeit- und Ensemblemittelwerte gleichgesetzt werden dürfen. Zur genauen Herleitung des Least-Squares-Verfahren sei an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur verwiesen. Der **Stable-Fast-Transversal-Filter-Algorithmus** basiert auf dem Standard-RLS-Algorithmus und reduziert den Rechenaufwand M der Least-Squares-Optimierung von $M(N^2)$ auf $M(N)$ Operationen, mit N als Filterlänge. Der effizienteste RLS-Algorithmus benötigt $7N$ Operationen. Ein Problem der schnellen RLS-Algorithmen sind Rundungsfehler, die zu einer numerischen Instabilität führen können. Zur Behebung dieses Problems schlägt [SLOCK und KAILATH 1991] den SFTF-Algorithmus vor. Durch das Hinzufügen von Redundanz erhält man ein Feedback der

numerischen Fehler. Stellt man nun die Feedback-Parameter geeignet ein, kann eine numerische Stabilität erreicht werden. Der Rechenaufwand erhöht sich dabei leicht auf $8N$ Operationen pro Iterationen bzw. Abtastwert.

4.2.5.2 Extraktion unkorrelierter Quellen aus dem akustischen Bild

In Abschnitt 3.6.3.1 wurden bereits Techniken vorgestellt, die es ermöglichen, unkorrelierte Schallfeldanteile bzw. Quellen getrennt in akustischen Bildern darzustellen.

Der Ansatz, der in dieser Arbeit umgesetzt ist, basiert auf der Anwendung adaptiver Filter [OPFER 2005], [KERN und OPFER 2006b]. Der Ansatz ist vergleichbar mit dem Filter&Sum-Beamforming (s. Abschnitt 3.4.2.3), wobei das FIR-Filter auf ein *Referenzsignal* adaptiert und das adaptierte Signal dann vom Mikrofonsignal abgezogen wird. Das Ziel ist es, aus einem gestörten Eingangssignal $d[k]$ den Anteil eines Referenzsignals $x[k]$ herauszurechnen, indem das Filter den Anteil $x[k]$ im Eingangssignal des Filters schätzt und anschließend dieser geschätzte Anteil vom Eingangssignal subtrahiert wird. Voraussetzung ist, dass das Referenzsignal zur Störung korreliert, zum Rest des Eingangssignals aber unkorreliert ist. Die Schwierigkeit ist offensichtlich: es muss ein Referenzsignal gewonnen werden, dass diese Bedingungen erfüllt.

Anders als bei anderen Methoden wird hier das **Referenzsignal direkt aus dem akustischen Bild** gewonnen. Mit diesem komfortablen Ansatz entfallen zusätzliche Messungen zur Gewinnung eines Referenzsignals. Unter der Annahme, dass die detektierte Hauptschallquelle unkorreliert zu anderen Quellen ist bzw. dass die Quelle kein Resultat aus einer korrelierten Quellenverteilung - und damit eine Scheinquelle - ist, rechnet das adaptive Filter diese Quelle aus den Mikrofonsignalen heraus. Übrig bleiben idealerweise alle Anteile, die nicht mit dem Referenzsignal korrelieren. Bild 4.43 illustriert das Prinzip.

Die Generierung des Referenzsignals aus dem Beamforming-Ergebnis umgeht die Schwierigkeiten, die beim Messen eines Referenzsignals in unmittelbarer Nähe der Quelle entstehen. Die Abstrahlung nahe der Quelle wird sich im Vergleich zum Fernfeld durch unterschiedliche Strahlungsimpedanzen und andere Abstrahlcharakteristika immer unterscheiden und damit die Kohärenz zum Mikrofonsignal im Fernfeld absenken; eine korrekte Adaption der Filterkoeffizienten gestaltet sich dann problematisch, da die Adaption eine lineare Abhängigkeit und damit auch eine hohe Kohärenz voraussetzt. Der Vorteil des in dieser Arbeit verfolgten Ansatzes liegt darin, dass man gewissermaßen aus dem Fernfeld in Richtung der zu eliminierenden Quelle schaut und diese als Referenzsignal detektiert. Das so an einem Bildpunkt, ergo aus einer bestimmten Richtung gewonnene Schalldrucksignal ist der Schalldruckbeitrag, der aus dieser Richtung am Array hervorgerufen wird; eine sehr gute Kohärenz zwischen Referenz- und Mikrofonsignal ist demnach zu erwarten. Das adaptive Filter schätzt den Anteil aus dieser Richtung in jedem Mikrofonkanal und dekorreliert Referenz- und Mikrofonsignal. Das akustische Bild lässt sich somit sukzessive von Hauptschallquellen bereinigen.

Die Leistungsfähigkeit dieser Filtertechnik soll nun in idealisierten Messumgebungen mit Testsignalen und in praktischen Messungen demonstriert werden. Zum Einsatz kommt der *Nor-*

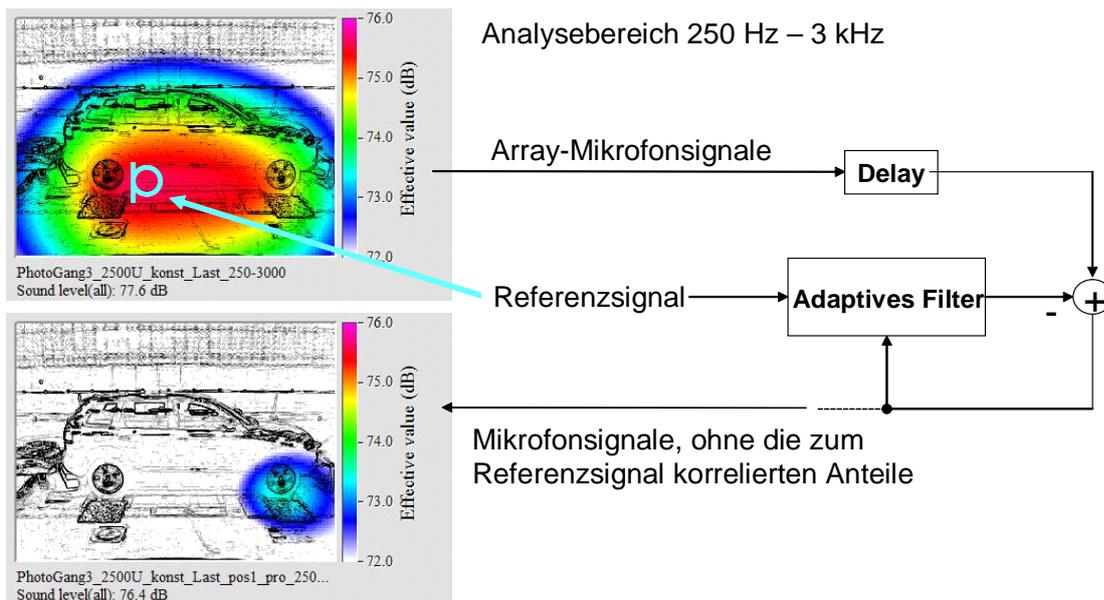


Abbildung 4.43: Prinzip der adaptiven Filterung zur Eliminierung von unkorrelierten Hauptschallquellen: der Anteil des Referenzsignals im Mikrofonsignal wird geschätzt und anschließend subtrahiert. Das Delay gewährleistet eine kausale Übertragungsfunktion.

malized Least Mean Squares (nLMS)- und der SFTF-Algorithmus.

Die adaptiven Filterungen in Bild 4.45 und 4.44 ermöglichen es, ein gewünschtes Signal aus einem Referenzsignal zu schätzen und diesen Anteil aus dem Gesamtsignal herauszurechnen; es wird also der zum Referenzsignal *korrelierte* Anteil eliminiert. Das Ergebnisbild zeigt die Auslöschung der rechten Lautsprecherquelle.

Es ist genauso möglich, alle zum Referenzsignal *unkorrelierten* Anteile zu entfernen, d.h. es verbleiben die zum Referenzsignal korrelierten Schallfeldkomponenten im akustischen Bild (s. nLMS-Filterung in Bild 4.46).

Die Adaption mit dem nLMS-Algorithmus in Bild 4.45 liefert qualitativ das gleiche Ergebnis. Dennoch ist ein Unterschied im Pegel festzustellen; beim LMS-Algorithmus ist der Pegel nach der Filterung nicht reduziert. Eine Erklärung ist in den Übertragungsfunktionen zu finden. Die Übertragungsfunktion des SFTF-Algorithmus' hebt die Signalkomponenten außerhalb des betrachteten Frequenzbereiches (1-3 kHz) an, während der nLMS-Algorithmus diese abschwächt. Das Referenzsignal weist außerhalb des betrachteten Frequenzbereiches kaum Signalenergie auf; lediglich das Grundrauschen und die endlich steilen Filter tragen dazu bei. Der SFTF-Algorithmus gleicht diese Differenz durch eine starke Anhebung aus, während der LMS-Algorithmus im Sinne eines minimalen *mittleren* quadratischen Fehlers diese Anteile im Vergleich zum Durchlassbereich absenkt. Das Mikrofonsignal liegt aber im gesamten Frequenzbereich vor, sodass nach der Subtraktion der Pegel des SFTF-Bildes geringer ist als beim LMS-Algorithmus, da "mehr Energie abgezogen wird." Die Anhebung der Komponenten außerhalb

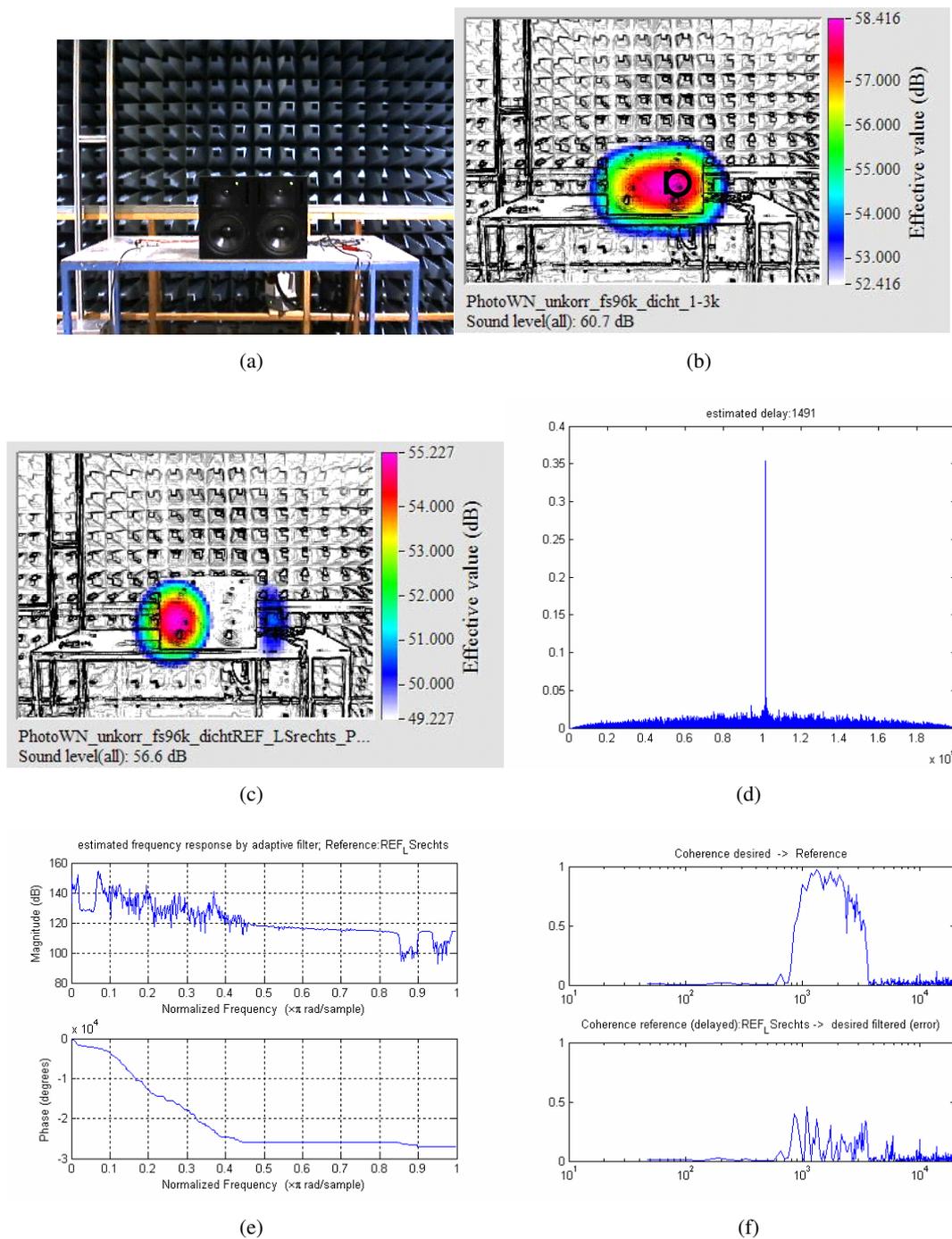


Abbildung 4.44: Trennung zweier unkorrelierter Rauschquellen im Bereich 1-3 kHz mit dem SFTF-Algorithmus: (a) Messaufbau; (b) Das Referenzsignal wird an der Stelle des rechten Lautsprechers extrahiert; (c) der linke, um 3 dB schwächere Lautsprecher verbleibt im akustischen Bild; (d) Kreuzkorrelierte zur Bestimmung des Delays zwischen Referenz- und Mikrofonsignal; (e) Bode-Diagramm der adaptierten Übertragungsfunktion (relevant ist der Bereich zwischen $0.02 - 0.06 \pi \equiv 1-3$ kHz); (f) Kohärenz zwischen Referenz- und Fehlersignal vor und nach der Adaption: durch die Filterung des Eingangssignals (bezogen auf jedes Mikrofonsignal) und die anschließende Subtraktion dieses Anteils von jedem Mikrofonsignal erreicht man eine Dekorrelation, die sich in der stark verminderten (60 bis 100%, frequenzabhängig) Kohärenz ausdrückt.

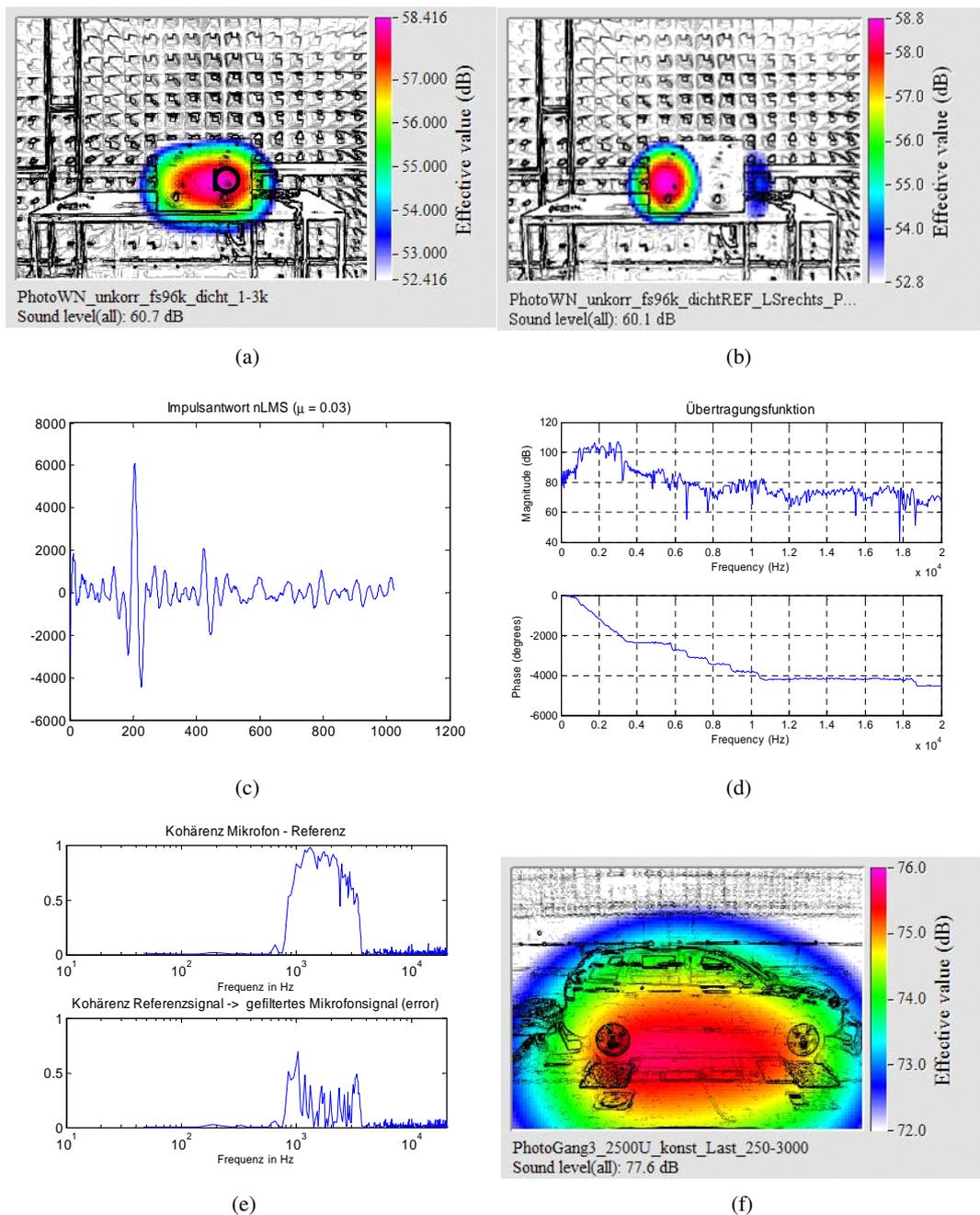
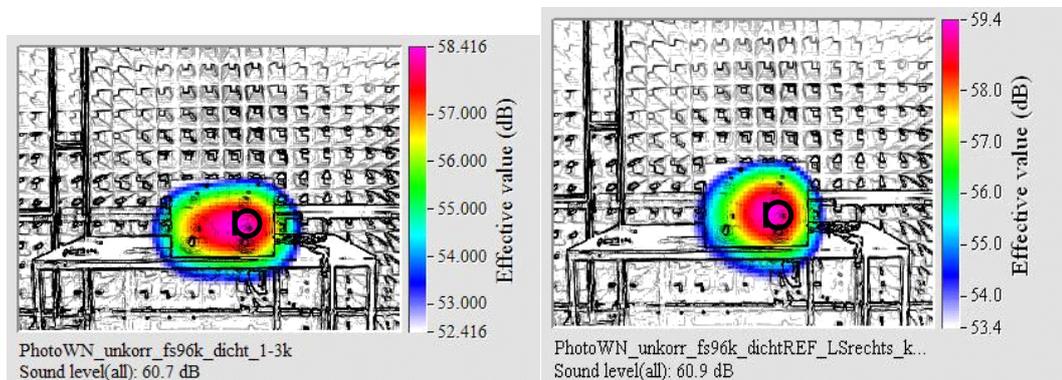
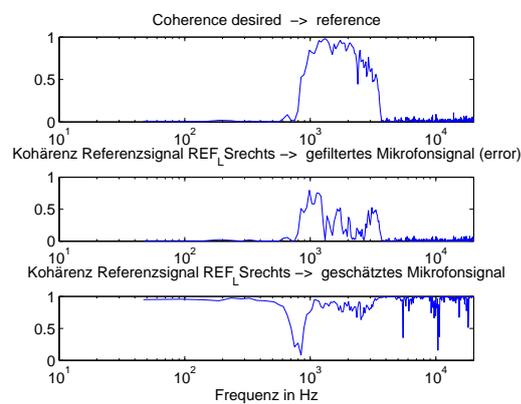


Abbildung 4.45: Trennung zweier unkorrelierter Quellen im Bereich 1-3 kHz mit dem nLMS-Algorithmus: (a) das Referenzsignal wird an der Stelle des rechten Lautsprechers extrahiert; (b) der linke, um 3 dB schwächere Lautsprecher verbleibt im akustischen Bild; (c) adaptierte Impulsantwort mit einem vorgegebenem Delay, um ein kausales System zu erzeugen; (d) komplexe Übertragungsfunktion der adaptierten Impulsantwort; im Bereich 1-3 kHz ($0.02-0.06 \pi$) zeigt das Filter den Übertragungsbereich mit einer linearen Phase; (e) Kohärenz zwischen Referenz- und Fehlersignal vor und nach der Adaption: im Vergleich zum SFTF-Algorithmus liegt die Kohärenz nach der Adaption um ca. 10-20% höher, d.h. die beiden Signale sind noch nicht optimal dekorreliert bzw. ist das Filter mit den eingestellten Parametern noch nicht gut konvergiert. (f) Messung auf Rollenprüfstand: in der breitbandigen Analyse von 250 Hz - 3 kHz "verschmelzen" die Hauptschallquellen des Vorder- und Hinterrades.



(a)

(b)



(c)

Abbildung 4.46: Eliminierung der zum Referenzsignal *unkorrelierter* Rauschquelle mit dem nLMS-Algorithmus: (a) Das Referenzsignal wird an der Stelle des rechten Lautsprechers extrahiert; (b) der rechte Lautsprecher verbleibt im akustischen Bild; (c) Kohärenzplot zwischen Referenz- und Fehlersignal vor der Adaption (oben), zwischen Referenz- und Fehlersignal nach der Adaption (mitte) sowie zwischen Referenzsignal und gefiltertem Referenzsignal. Es ist jeweils der Bereich 1-3 kHz relevant. Nach der Adaption hat ist das nLMS-Filter noch nicht vollständig konvergiert, es verbleibt eine relativ hohe Kohärenz. Der Effekt der Auslöschung am linken Lautsprecher ist dennoch zu erkennen.

des interessierenden Frequenzbereiches ist korrekt, da ja der Anteil im Mikrofonsignal nachgebildet werden soll. Diese Anhebung wäre falsch, wenn das Mikrofonsignal bereits auf den relevanten Frequenzbereich vorgefiltert wäre. Entscheidend ist hier, dass das Referenzsignal einen Bandpass des Mikrofonsignals darstellt.

Die Konvergenzgeschwindigkeit liegt beim SFTF höher, sodass davon auszugehen ist, dass auch der LMS-Algorithmus bei genügend großer Filter- und Signallänge sich dem Ergebnis des SFTF-Algorithmus' annähert. Dieser liefert ein plausibles Ergebnis in Bezug auf den Pegel im Ergebnisbild.

In Bild 4.47 sind die Frequenzbereiche des Referenz- und Mikrofonsignals gleich. Der nLMS-Algorithmus eliminiert neben der Hauptquelle auch die (örtlich kohärenten) Anteile aus dem von der Quelle erzeugten Array-Pattern.

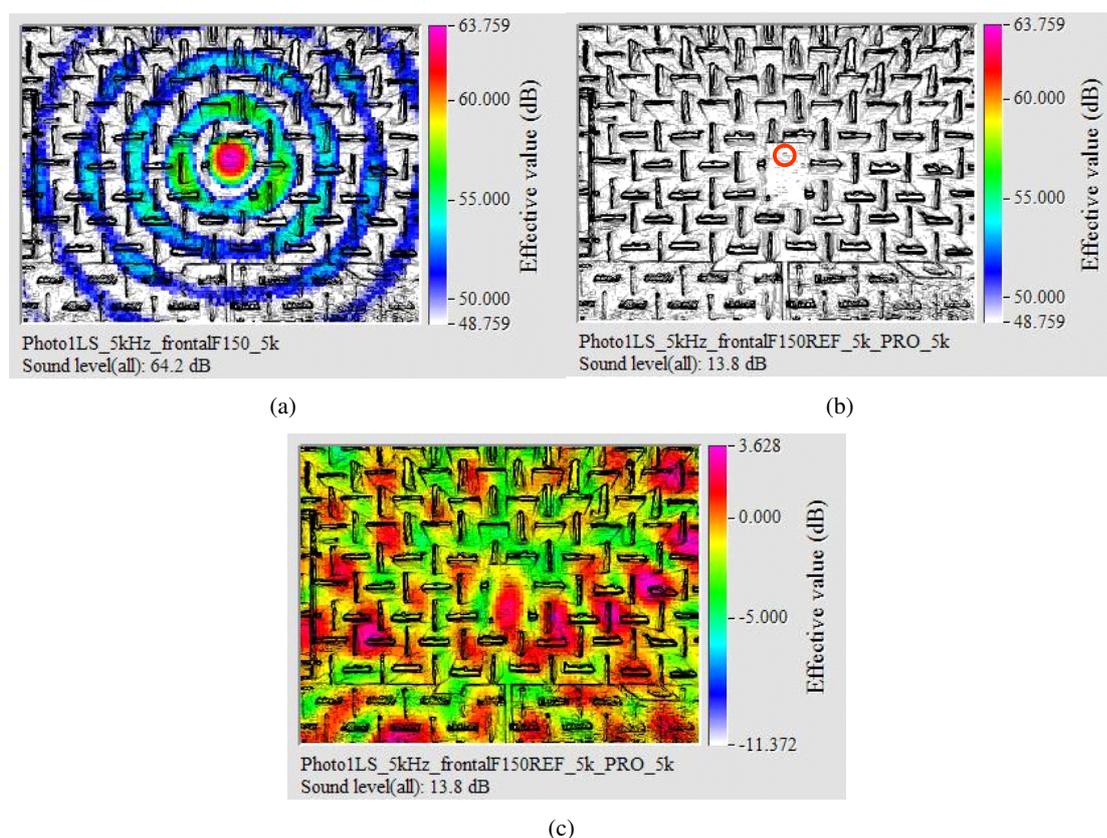


Abbildung 4.47: Eliminieren einer 5 kHz-Punktquelle (Hochtöner eines Lautsprechers, markiert mit Kreis) mittels adaptiven Filters (nLMS-Algorithmus): (a) georteter Hochtöner mit Aliasing-Artefakten; (b) eliminierte Punktquelle im gleichen Dynamikbereich ($\Delta = 15$ dB); (c) angepasster Dynamikbereich ($\Delta = 15$ dB), skaliert auf Maximum. Die Quelle verschwindet völlig (Pegeldifferenz: 60 dB).

Der Vergleich der beiden vorgestellten Algorithmen hinsichtlich Rechen- und Implementie-

rungswand ist nicht Schwerpunkt dieser Arbeit. Sicherlich bietet der LMS-Algorithmus die einfachste Umsetzung, wenn auch mit Einschränkungen bezüglich Rechenzeit. Die Optimierung der Rechenzeit stand bei der Realisierung in MATLAB nicht im Vordergrund.

Grundsätzlich gilt für den **LMS-Algorithmus**, dass die Konvergenzzeit umgekehrt proportional zur Schrittweite μ ist und die Genauigkeit der Adaption wiederum proportional mit der Konvergenzzeit wächst. Eine große Schrittweite gewährleistet auch ein schnelles Nachführen ("tracking"). Um die Konvergenz an sich aber sicherzustellen, darf eine maximale Schrittweite nicht überschritten werden; sie hängt von der Gestalt der Autokorrelationsmatrix des Signals ab. Je höher die Anzahl der Filterkoeffizienten, desto länger dauert die Adaption.

Der Rechenaufwand (Rechenoperationen pro Abtastwert) des Standard-**RLS-Algorithmus**' hängt quadratisch von der Filterlänge N ab und ist damit höher als beim LMS-Algorithmus. Die schnellen Varianten des RLS-Algorithmus' (z.B. der SFTF-Algorithmus), kommen mit einer Anzahl von Multiplikationen aus, die nur noch linear von N abhängt und sind damit mit dem LMS-Algorithmus vergleichbar. Die Konvergenzgeschwindigkeit der RLS-Derivate ist optimal, weil das Eingangssignal dekorreliert wird. Das Nachführverhalten ist auch hier umso besser, je größer die Schrittweite gewählt wird.⁷

Der Vergleich beider Algorithmen zeigt, dass sie hinsichtlich Quellentrennung im akustischen Bild qualitativ gute Ergebnisse liefern. Die quantitativen Unterschiede müssen kritisch beurteilt werden. Plausible Ergebnisse liefert im Falle der Lautsprechermessung der SFTF-Algorithmus. Die Dekorrelation zwischen Mikrofon- und Referenzsignal und damit die Eliminierung einer Quelle lässt sich an der deutlich verringerten Kohärenz ablesen. Im Falle des weißen Rauschens, das für die Lautsprechermessungen verwendet wurde, konvergieren die adaptiven Filter unterschiedlich schnell zur Wiener-Lösung. Die Statistik des Rauschsignals ändert sich nicht, sodass die Übertragungsfunktion auch direkt hätte bestimmt werden können. In der Praxis sind diese Bedingungen jedoch nicht gegeben. Da die Statistik im Allgemeinen zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, rechtfertigt dies die Verwendung von adaptiven Filteralgorithmen, die während der Adaption nachgeführt werden ("tracking") und die Statistik selbstständig erlernen.

Im Folgenden wird die adaptive Filterung auf praktische Messungen angewendet. Bild 4.48 zeigt das sukzessive Ausblenden von Hauptschallquellen auf einem Motorprüfstand. Mit dem sukzessiven Ausblenden erreicht man eine Dynamik bis zu 20 dB (bei 4 Filter-Iterationen) unter der stärksten Hauptquelle. Der Pegel der neu aufgedeckten Hauptquelle liegt in jedem Bild ca. 4-6 dB unter der zuvor eliminierten Quelle.

Bild 4.49 zeigt ein Spiegelpfeifen im Windkanal. Mit der Hauptquelle werden auch die damit zusammenhängenden (und gewissermaßen "räumlich kohärenten") Scheinquellen durch die adaptive Filterung eliminiert.

Neben den zu detektierenden Quellen treten im Windkanal auch unerwünschte Störgeräusche, vornehmlich im tieffrequenten Bereich, auf. Bild 4.50 macht deutlich, dass die Eliminierung

⁷Zu den genauen Abhängigkeiten der Performance von Filterparametern siehe [MOSCHYTZ und HOFBAUER 2000].

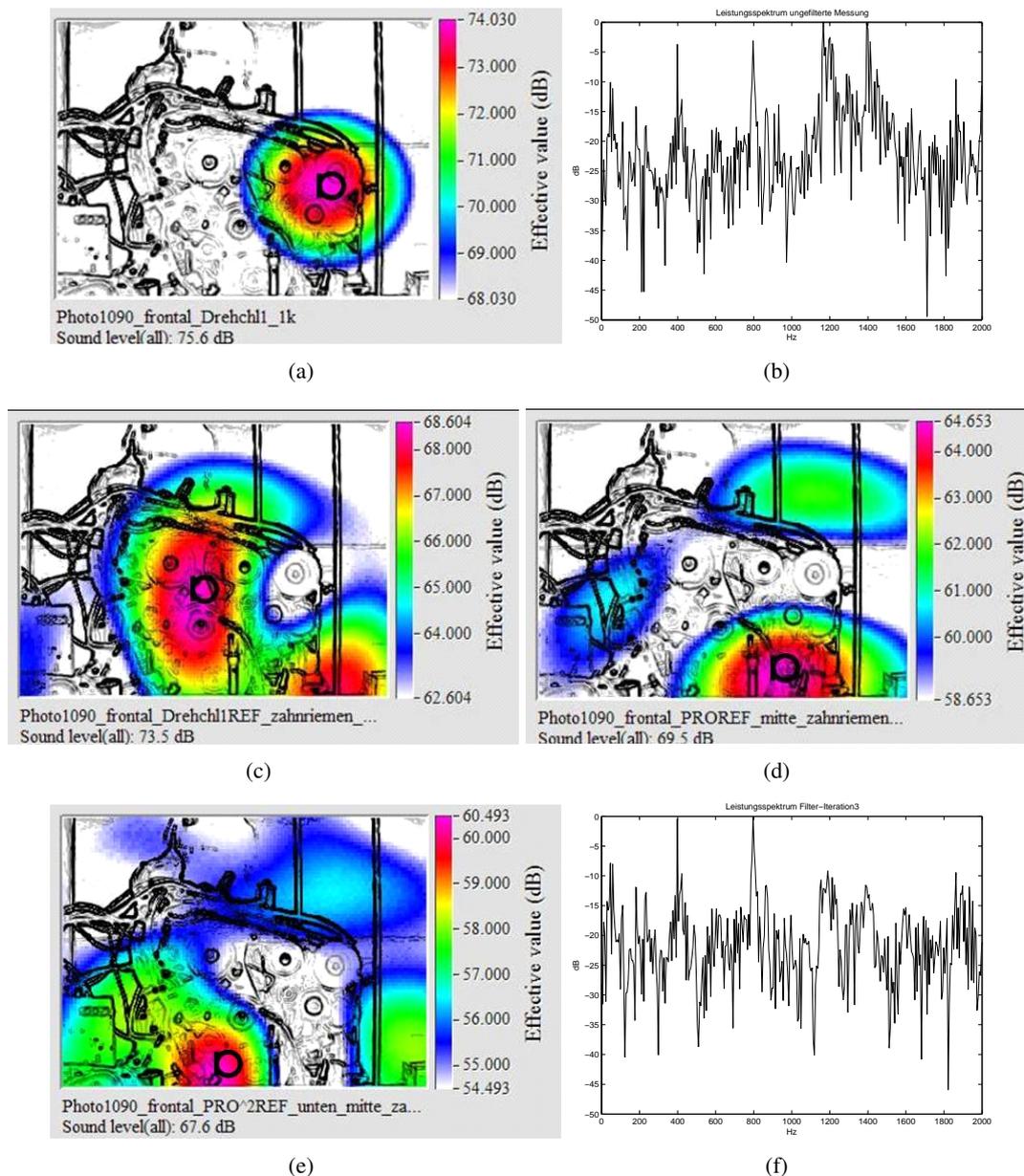


Abbildung 4.48: Sukzessives Ausblenden unkorrelierter Hauptschallquellen an einem Motor (1-2 kHz, konstante Drehzahl) mittels nLMS-Algorithmus: das Mikrofon symbolisiert das Referenzsignal, das nach der Beamforming-Berechnung aus dem akustischen Bild eliminiert wird. Der Pegel der neu aufgedeckten Hauptschallquelle liegt in jedem Bild ca. 4-6 dB unter der eliminierten Quelle. Zwischen der Hauptschallquelle in der ursprünglichen Messung und der dominierenden Quelle nach der 3. Filter-Iteration (e) ergibt sich ein Dynamikbereich von ca. 14 dB. Die Spektren in (b) und (f) zeigen, dass die Energie bzw. der Pegel im gefilterten Frequenzbereich (1-2 kHz) bis zur letzten Filterung abnimmt. Es muss bedacht werden, dass bei der Filterung alle zum Referenzsignal korrelierten Anteile aus dem Bild herausgerechnet werden; dies kann auch Abstrahlorte betreffen, die sich nicht in unmittelbarer Nähe des Referenzpunktes befinden. Die *Separation* korrelierter Anteile gelingt mit "normaler" Filtertechnik nicht.

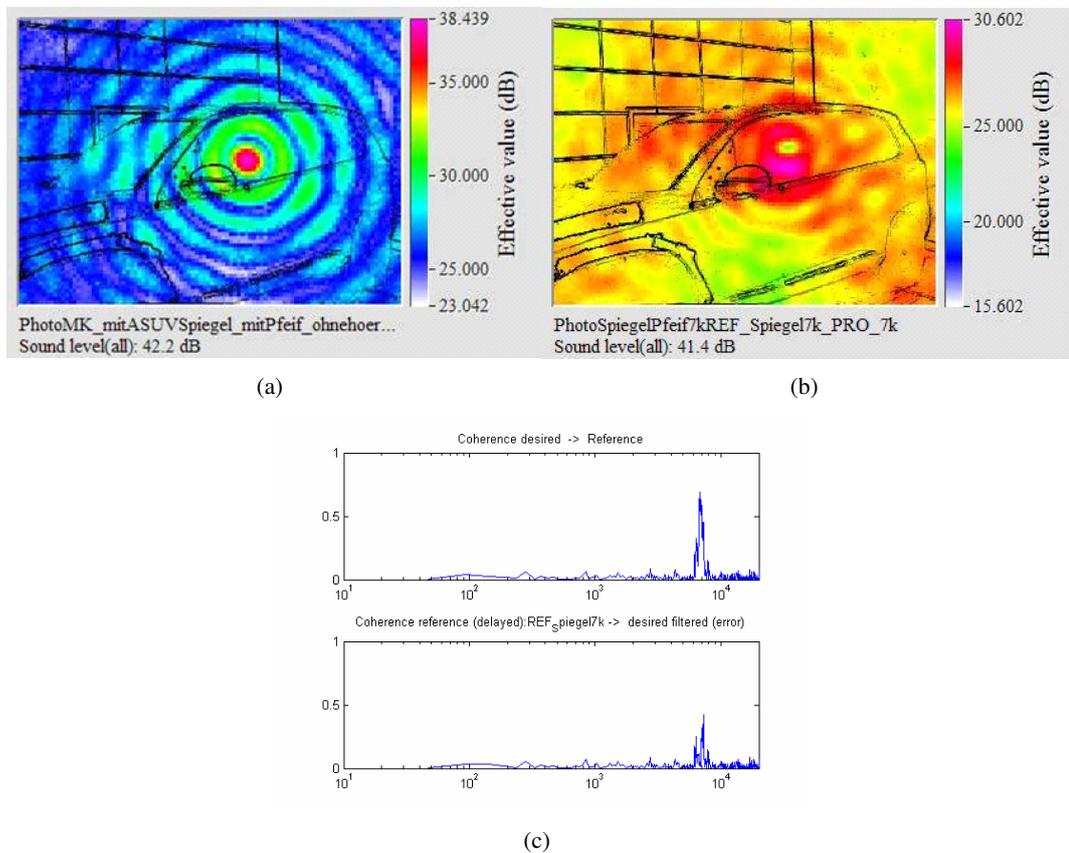


Abbildung 4.49: Eliminieren eines 7 kHz-Spiegelpfeifens im Windkanal mittels nLMS-Algorithmus: (a) Beamforming-Ergebnis; (b) eliminierte Quelle im gleichen Dynamikbereich ($\Delta = 15$ dB), der Gesamtpegel ist um ca. 8 dB reduziert. (c) Kohärenz-Plot: Die Kohärenz bei 7 kHz nimmt nach der Filterung deutlich ab (unten).

zwar gelingt, aber dadurch Quellen auftauchen, die nicht wesentlich geringer im Pegel sind. Die Dynamik in einem akustisch nicht-optimierten Windkanal ist sehr gering, sodass es vieler Filterungsiterationen bedarf, bis alle Störquellen ausgeblendet wären. Abhilfe würde eine vorher durchgeführte Unterdrückung der Autoleistung ("Diagonal Deletion") in den Mikrofonkanälen schaffen. Die Dynamik würde sich erhöhen und damit das Ausblenden von Hauptquellen effektiver werden.

Abhängig von der Signalquelle muss der nLMS-Algorithmus bezogen auf den Pegel kritisch beurteilt werden. Das Einstellen von Filterparamtern (Signal-, Filterlänge und Schrittweite) spielt dabei eine Rolle. Der SFTF-Algorithmus ist in den genannten Fällen vorzuziehen; auf einen Vergleich beider Algorithmen bei jeder Messung wurde hier verzichtet.

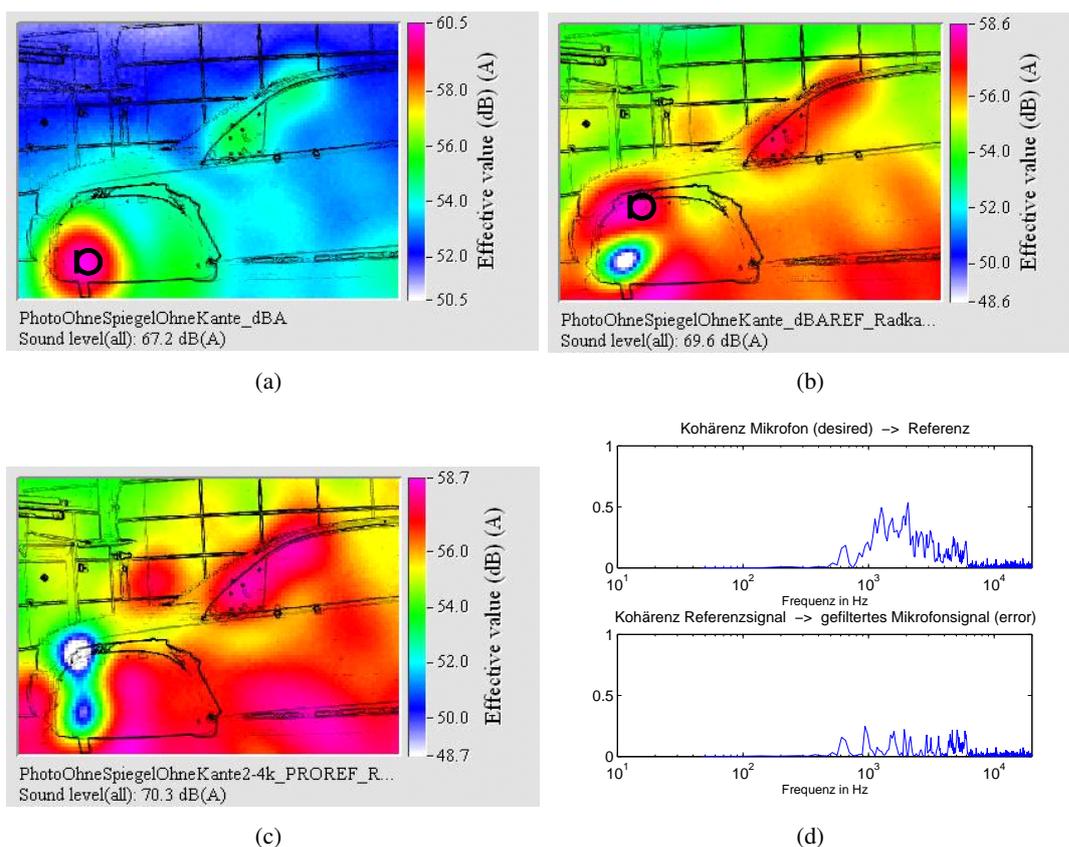


Abbildung 4.50: Eliminieren der Hauptschallquelle am Radkasten (500 Hz - 5 kHz) im Windkanal mittels nLMS-Algorithmus: (a) Ergebnis des Beamforming-Algorithmus; (b) Ergebnis nach der 1. Filterung; (c) Ergebnis nach der 2. Iteration; (d) Kohärenz-Plot (nach 1. Filterung): Die Kohärenz im analysierten Frequenzbereich 500 Hz - 5 kHz nimmt nach der Filterung ab (unten). Aufgrund der geringen Dynamik des unkorrelierten Windkanallärms im Bereich des vorderen Radkastens gelingt das Löschen der Referenzquelle nur örtlich begrenzt. Unkorrelierte Anteile in unmittelbarer Nähe des entnommenen Referenzsignals verbleiben mit relativ hohem Pegel.

Multiple Kohärenz. In den gezeigten Auswertungen wurde immer die einfache Kohärenz als Dekorrelationsmaß zugrunde gelegt. Wie in Abschnitt 4.2.4 bereits beschrieben, kann auch die Mehrfachkohärenz wichtige Information liefern, wenn es darum geht, ein Ausgangssignal auf *mehrere* Eingangskanäle zu beziehen. In diesem Fall ist das generierte Referenzsignal das Ausgangssignal, welches aus allen Mikrofonsignalen (genauer: aus der kohärenten Summe aller Mikrofonkanäle) gebildet wird. Die Angabe der multiplen Kohärenz hat allenfalls ergänzenden Charakter. Für die Adaption spielt die Mehrfachkohärenz keine wichtigere Rolle als die einfache Kohärenz. Der Grund liegt darin, dass das Filter bei der Adaption der Übertragungsfunktion sich auf jeden einzelnen Kanal anpasst. Die erfolgreiche Dekorrelation jedes einzelnen Kanals lässt sich dann in der einfachen Kohärenz ablesen. Natürlich ist zu erwarten, dass die multiple Kohärenz vor der Dekorrelation - absolut gesehen - höher liegt als bei der einfachen Kohärenz.

Bei den gezeigten Beispielen handelt es sich um *unkorrelierte* Quellen. Der nächste Abschnitt untersucht, inwieweit mit der vorgestellten Filtertechnik auch hochkorrelierte bzw. kohärente Quellen getrennt werden können.

4.2.6 Ortung kohärenter Schallquellen

Die Abschnitte 3.4.2.2 und 4.2.4 haben bereits die Problematik der Trennung kohärenter Quellen beschrieben. Örtlich interferierende Schallfeldanteile erzeugen neue Wellenfronten, die das Array bzw. die Auswertung nach dem konventionellen Beamforming-Algorithmus falschen Richtungen zuordnet. Der Effekt tritt besonders stark bei dicht beabstandeten und tieffrequenten Quellen auf. Den kleinen Abstand kann die Array-Apertur nicht auflösen, und Schallfelder werden zu tiefen Frequenzen zunehmend kohärenter⁸, da sich die örtlichen Phasen immer weniger unterscheiden.

Ortung an einem Wellenfeldsynthese-System. Die Lautsprechermessungen in Abschnitt 4.2.4 haben gezeigt, dass es prinzipiell ein Problem darstellt, kohärente Quellen zu trennen. Interessant ist die Fragestellung, die Richtung künstlich erzeugter Wellenfronten mit Beamforming zu detektieren. Ein System, das Wellenfronten erzeugen kann, ist das sogenannte *Wellenfeldsynthese (WFS)*-System. Einem Lautsprecher-Array werden phasenverschobene (kohärente) Versionen eines gemeinsamen Quellsignals zugeführt. Die Kohärenz bezieht sich auf die "starre" Phase zwischen den Signalen, obgleich sie natürlich gegeneinander verschoben sind. Je nach berechneten Phasenlagen kann man Wellenfronten beliebiger Art und Richtung generieren. Theoretisch kann das Beamforming-System diese Richtung erkennen und das aufgenommene Schalldrucksignal auf eine Punktquelle im Fernfeld zurückprojizieren. Die verursachende Quelle, ergo deren Richtung wird auf diese Weise korrekt lokalisiert.

Bild 4.51 zeigt das Ergebnis der praktischen Messung in einem Fahrzeuginnenraum.

Die Lokalisation gelingt, wenn keine Reflexionen die Ortung stören und man sowohl aus Sicht des Arrays als auch des Lautsprechersystems das räumliche Abtasttheorem nicht verletzt. Die Punktquelle erzeugt aus dem Fernfeld eine ebene Wellenfront, die von vielen Sekundärquellen (Lautsprecher) wiedergegeben wird. Detektiert wird nicht die Wellenfront, sondern die Richtung (Normalenvektor auf die Wellenfront) und damit die verursachende Quelle. Die Distanz der Quelle ist dabei für die Lokalisation nicht entscheidend; das akustische Bild bleibt das gleiche, nur die optische Abmaße des Bildausschnitts ändern sich.

Fehler treten auf, wenn man mit dem Sensor- bzw. Lautsprecherabstand Δx die halbe Wellenlänge der höchsten zulässigen Frequenz überschreitet, also das räumliche Abtasttheorem verletzt. Für die Lautsprecher liegt die räumliche Nyquistfrequenz bei ca. 1.7 kHz ($\Delta x=10$ cm), für das Mikrofonarray (Kugel-Array mit Durchmesser 35 cm und 32 Mikrofonen, $\Delta x=7.5$ cm) bei ca. 2.3 kHz. Die Folge der unzureichenden Abtastung sind spektrale Überfaltungen im Wellenzahlbereich, die sich in Artefakten an den Bildrändern äußern und mit zunehmender Frequenz in Richtung Bildmitte (d.h. zu kleineren Wellenzahlen) wandern. Die Lage dieser Artefakte ("Grating Lobes") hängt zudem noch vom Öffnungswinkel der Kamera und der Einfallrichtung der Welle ab. Bild 4.51(d) zeigt solch einen Artefakt; die Quelle sitzt in -20° -Richtung, wird aber

⁸Mit "Kohärenz im Schallfeld" ist gemeint, dass sie Mikrofonensignale an 2 Punkten im Schallfeld weitestgehend kohärent sind. Zu tiefen Frequenzen nimmt die Kohärenz zu.

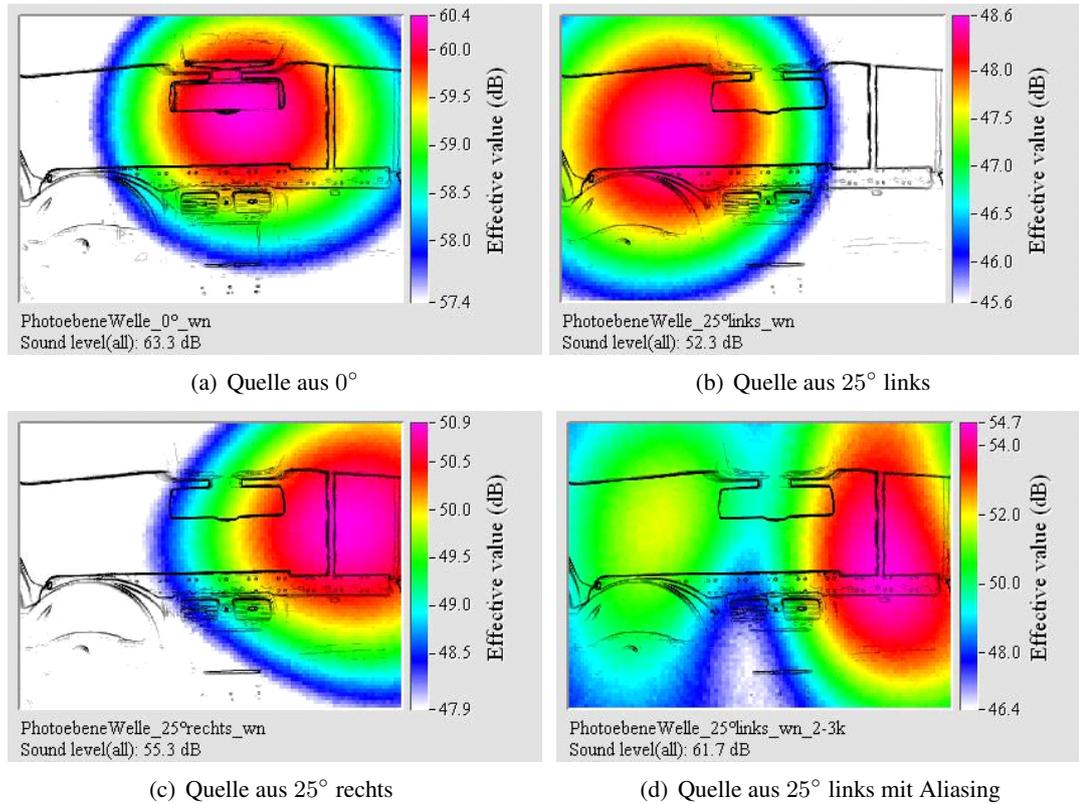


Abbildung 4.51: Lokalisation einer Rauschquelle unterschiedlicher Richtung: (a) bis (c) 1-1.5 kHz; (d) 2-3 kHz. Die Lokalisation in (d) ist aufgrund räumlichen Aliasings fehlerhaft. Zur Sichtbarmachung der wahren Quelle (links) wurde der Dynamikbereich auf 8 dB aufgeweitet.

pegelmäßig von einer Scheinquelle am *rechten* Bildrand überdeckt. Im Vergleich dazu ist die Lokalisation in Bild 4.51(a) bis (c) korrekt.

Zu tiefen Frequenzen stößt natürlich das räumliche Auflösungsvermögen der *Akustischen Kamera* an seine Grenzen, sodass eine sinnvolle Untersuchung der Wellenrichtung mit mindestens 3 dB Dynamik nicht unterhalb 1 kHz erfolgen kann.

Die Detektion einer Quelle, die eine Kugelwelle aussendet, ist mit Fehlern behaftet, wenn der verwendete Beamforming-Algorithmus nur *ebene* Wellen berücksichtigt. Bei (idealen) ebenen Wellen ist im Gegensatz zur Kugelwelle die Amplitude unabhängig vom Abstand zur Quelle. Abgesehen von Dissipationsverlusten in der Luft bleibt die Energie der Welle an jedem Punkt konstant. Befindet man sich in ausreichend großer Entfernung zu einer *Punktquelle*, kann die ausgesandte Kugelwelle am Ort des Mikrofonarrays nahezu als *ebene* Welle betrachtet werden. Die Energie der Welle nimmt zwar mit zunehmender Entfernung weiterhin ab, - entscheidend ist die Annahme einer *Punktquelle* - aus der Sicht des Arrays kann jedoch angenommen werden, dass jedes Mikrofon nahezu gleich von der Quelle beabstandet ist. Ein abstandsabhängiger Amplitudenabfall fällt dann nicht ins Gewicht; es werden lediglich die *Phasen* der Mikrofonsignale berücksichtigt.

Führt man das Beamforming im Nahfeld durch, muss man neben der abstandsabhängigen Amplitudenabnahme auch noch eine Laufzeit- bzw. Phasenkorrektur durchführen, die der gekrümmten Wellenfront Rechnung trägt. Anders als bei ebenen Wellen liegt die zu fokussierende Punktquelle nun in endlicher Entfernung. Die Laufzeiten der Zeitsignale müssen also gemäß einer gekrümmten Kugelwellenoberfläche kompensiert werden. Abbildung 4.52 illustriert diesen Sachverhalt.

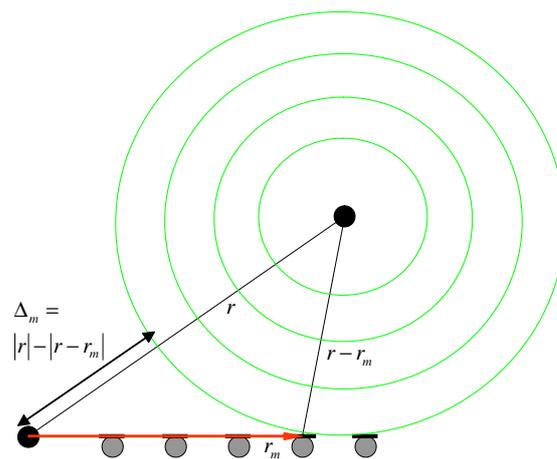


Abbildung 4.52: Laufzeitbestimmung Δ_m für m Mikrofonsignale bei einer Kugelwelle

Für eine monofrequente Welle ist die Laufzeitkompensation Δ_m in der Delay&Sum-Formel notiert:

$$b(r, \omega) = \sum_{m=1}^M P_m(\omega) e^{-j\omega\Delta_m(r)}, \quad (4.29)$$

wobei $\Delta_m(r) = \frac{|\mathbf{r}| - r'_m(r)}{c}$. $r'_m(r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_m|$ ist die Distanz von der Mikrofonposition r_m zum Fokuspunkt r . Je größer der Abstand r zum Fokuspunkt bzw. zur Quelle ist, desto mehr nähern sich die gekrümmten Wellenfronten ebenen Wellenfronten. Die Laufzeitkompensation jedes Mikrofonsignals m um Δ_m führt zur phasenrichtigen Aufsummierung im Beamforming-Prozess.

Die Problematik der Messung von tiefen Frequenzen im Nahfeld liegt darin, aus dem gemessenen Schalldruck nicht auf die tatsächliche Leistung der Quelle zurückschließen zu können (komplexe Strahlungsimpedanz). Zu hohen Frequenzen hat man das Problem einer ausgeprägten Richtcharakteristik, sodass im Nahfeld mitunter nicht alle Mikrofone im Bereich des Abstrahlwinkels liegen. Für alle Frequenzen gilt zudem, dass die abstandsabhängige Amplitudenabnahme an den Mikrofonen im Nahfeld berücksichtigt werden muss.

Abstrahlung von Flächen. (s. auch Abschnitt 2.2.2.3) Aus den Überlegungen zur Detektion ebener Wellenfronten wird eine Schwäche des Beamforming-Messsystems deutlich. Ebene Wellen sind nicht nur das Ergebnis von weit entfernten Monopolquellen. In der Praxis treten ebene Wellen vor allem durch Flächenabstrahlung auf. Ein idealisiertes Modell stellt die konphaschwingende Platte dar, die auch zur Modellierung einer Kolbenmembran herangezogen wird. Das Beamforming-Ergebnis liefert immer nur die Rückprojektion einer ebenen Welle auf eine Punktquelle im Fernfeld. Eine abstrahlende Fläche wird demnach als solche nicht erkannt. Zwar kann die Normale zur abgestrahlten Welle und damit die Einfallsrichtung bestimmt werden; bezüglich praktischer Maßnahmen wie Dämpfung oder Absorption muss jedoch immer die *ganze* Fläche in Betracht gezogen werden. Aus dem akustischen Bild lässt sich diese Tatsache nicht direkt ablesen.

4.2.6.1 Trennung kohärenter Quellen

Stand der Technik: Parametrische Ansätze. In der Vergangenheit beschäftigten sich viele Arbeiten mit dem Problem der kohärenten Quellentrennung. Während die spektral-basierten Methoden (Delay&Sum, adaptives Filter&Sum) entweder gar nicht oder nur eingeschränkt dazu in der Lage waren, boten die parametrischen Methoden einige Ansätze, um die beteiligten Schallfeldanteile zu "dekorrelieren".

Die als "Optimum Beamformer" bezeichneten Methoden (wie. z.B. *Capon-Beamformer* oder *Minimum Variance*) gehen davon aus, dass das Signal aus der gewünschten Richtung weder vollständig noch teilweise von den interferierenden Störungen betroffen ist. Sobald Korrelation vorhanden ist, spricht wenn ein Signal eine skalierte und verzögerte Kopie eines anderen ist,

können diese adaptiven Systeme kein brauchbares Ergebnis mehr liefern. Eine "subarray averaging technique", auch "spatial smoothing" genannt, konnte wenigstens teilweise die Kohärenz-Effekte unterdrücken [SHAN et al. 1983]. Ziel hierbei ist eine dekorrelierte Kovarianzmatrix mit vollem Rang, die man durch Mitteln der Kovarianzmatrizen der einzelnen Subarrays erhält.

Die bekannte Technik des "spatial smoothing" [REDDY et al. 1987] gilt nur für regelmäßige, *lineare* Arrays (ULAs), da nur diese Steering-Vektoren mit der sog. "Vandermonde-Struktur"⁹ aufweisen. [LAU und LEUNG 2000] schlagen eine Methode vor, die auf Basis der *Davies-Transformation* den "Optimum Beamformer" (*Capon* oder *minimum variance*) auch für Ring-Arrays (UCAs) im korrelierten Schallfeld anwendbar macht. Durch diese Transformation erhält man ein virtuelles Array, das die geforderte Vandermonde-Struktur aufweist.

Parametrische Methoden. Diese Methoden stützen sich voll auf das Datenmodell, also auf die möglichst korrekte Beschreibung des Wellenfeldes bzw. des Signalverlaufs und evtl. vorhandener parasitärer, voneinander unabhängiger Rauschstörungen. Wie schon in Abschnitt 3 beschrieben, zielen die parametrischen Ansätze darauf, ein möglichst mit der Realität übereinstimmendes Datenmodell zu entwickeln, dessen Parameter im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate korrekt bestimmt werden müssen.¹⁰ Im Ergebnisspektrum des Modells findet man dann den gesuchten Parameter, im Allgemeinen die Einfallrichtung (engl.: **Direction Of Arrival**). Diese Methoden erfordern jedoch einen hohen Rechenaufwand und sind empfindlich gegenüber signalfremden Anteilen. Für lineare Arrays existieren Vereinfachungen.

Andere Ansätze zur parametrischen DOA-Schätzung basieren auf statistischen Betrachtungen und werden unter dem Begriff "**Maximum Likelihood-Techniques**" zusammengefasst. Man unterscheidet zwei Herangehensweisen, die sich auf die Modellierung der Quellsignale beziehen. Einen detaillierten Überblick mit entsprechenden Literaturhinweisen bringen [KRIM und VIBERG 1996]. Im Folgenden werden die wichtigsten Ideen kurz zusammengefasst.

- Maximum Likelihood (ML) Technique
 - Deterministic ML (z.B. [CADZOW 1990])
 - Stochastic ML (z.B. [OTTERSTEN et al. 1993])
- Subspace-based approximations (Subspace Fitting SSF, z.B. [STOICA und SHARMAN 1990])

Deterministic Maximum Likelihood (DML). In diesem deterministischen Ansatz wird der Rauschanteil im Wellenfeld als gaußverteilt, weißes Rauschen modelliert, während die eigentlichen Signalbestandteile deterministischer Natur sind und bestimmt werden müssen. Die

⁹Die Vandermonde-Struktur ist eine spezielle Form einer regulären Matrix und spielt u.a. in der Polynominterpolation eine wichtige Rolle. Zur detaillierten Erläuterung siehe [BRONSTEIN et al. 2005].

¹⁰Als einfaches, intuitives Modell wird in [MÖSER 1988] das Modell der *Wellensummen* vorgeschlagen, für das die Parameter *Amplitude* und *Frequenz* bestimmt werden müssen. Das resultierende Modellspektrum liefert dann u.a. die Einfallrichtung als Lokalisationsergebnis.

Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion aller Beobachtungen enthält die unbekannt Parameter der Einfallrichtung, der Wellenform und der Rauschleistung als Varianz σ^2 . Die Lösung des Schätzproblems ist dahingehend zu interpretieren, dass die gesuchten Parameter die Wahrscheinlichkeit aller Beobachtungen (Messungen) maximieren. Zur numerischen Berechnung müssen multidimensionale Gleichungssysteme gelöst werden.

Stochastic Maximum Likelihood (SML). Dieser Ansatz geht davon aus, dass auch die Signalanteile der interessierenden Quellen als gaußverteilte Zufallsfunktionen modelliert werden. Nachweislich lassen sich die gesuchten Parameter lediglich aus den statistischen Momenten 2. Ordnung, also aus Leistungen und Korrelationen ableiten. Für wenige Sensoren, kleine Beobachtungszeiten und hoch korrelierte Signale liefert die SML-Methode eine höhere Genauigkeit als die DML-Methode.

Parametrische "Subspace-based" Methoden. Sie werden auch als *Subspace-Fitting* (SSF) bezeichnet. Dieser Ansatz nutzt die Vorteile eines geringeren Rechenaufwands und einer guten Schätzung der interessierenden Parameter, wenn die Beobachtungsdauer lang genug ist. Man unterteilt ferner in die *Weighted Subspace Fitting*- und die *Noise Subspace Fitting*-Methode.

Die Trennung hoch korrelierter bzw. kohärenter Quellen stellt für die sog. *parametrischen* Methoden kein grundsätzliches Problem dar, erfordert jedoch aufgrund eines mehrdimensionalen Berechnungsprozesses mehr Rechenaufwand.

Kohärente Quellen an einem Beispiel aus der Messpraxis. Anhand einer Motorprüfstandsmessung mit einem Dieselaggregat soll diskutiert werden, ob es möglich ist, kohärente bzw. hoch korrelierte Quellen zu trennen. Dabei wird von einem - im weitesten Sinne - parametrischen Ansatz ausgegangen, der mit Hilfe von berechneten Übertragungsfunktionen kohärente bzw. hoch korrelierte Quellen trennen soll. Kohärente Quellen sind zu erwarten, da am Motor bei einer konstanten Drehzahl bestimmte Bauteile nahezu identisch angeregt werden. Mit der Nahfeldholographie konnte bereits der Riemetrieb als eine eindeutige Hauptschallquelle identifiziert werden. Dabei regt der Motor mit einer bestimmten, von der Drehzahl U abhängigen Frequenz eine Vielzahl von Bauteilen an. Das feste Verhältnis $N = f/(U/60)$ bezeichnet man als N -te *Ordnung*. Bild 4.53 zeigt das Ergebnis der Nahfeldholographie für die 22. Motorordnung. Für die konstante Umdrehungszahl $U_{min}^{-1} = 1090$ entspricht dies der Frequenz $f = 400$ Hz. Der obere Teil des Riemetriebs wird resonant angeregt und strahlt als Dipol nach oben und unten ab.

Die Dipolquelle am Riemetrieb (sowohl die für 400 Hz als auch für 800 Hz) stellt bereits für sich eine kohärente Quellenverteilung dar, die aus 2 Teilquellen gleicher Frequenz, aber invertierter Phase besteht. In der Nahfeldanalyse sind diese beiden Quellen trennbar, in der Fernfeldanalyse mit der *Akustischen Kamera* hingegen verschmelzen die beiden Einzelquellen zu einer Quelle, wie z.B. in Bild 4.53(f) zu sehen ist. Der Grund dafür liegt darin, dass sich die Einzelschallfelder kohärent überlagern und durch diese räumliche Interferenz den Schall aus

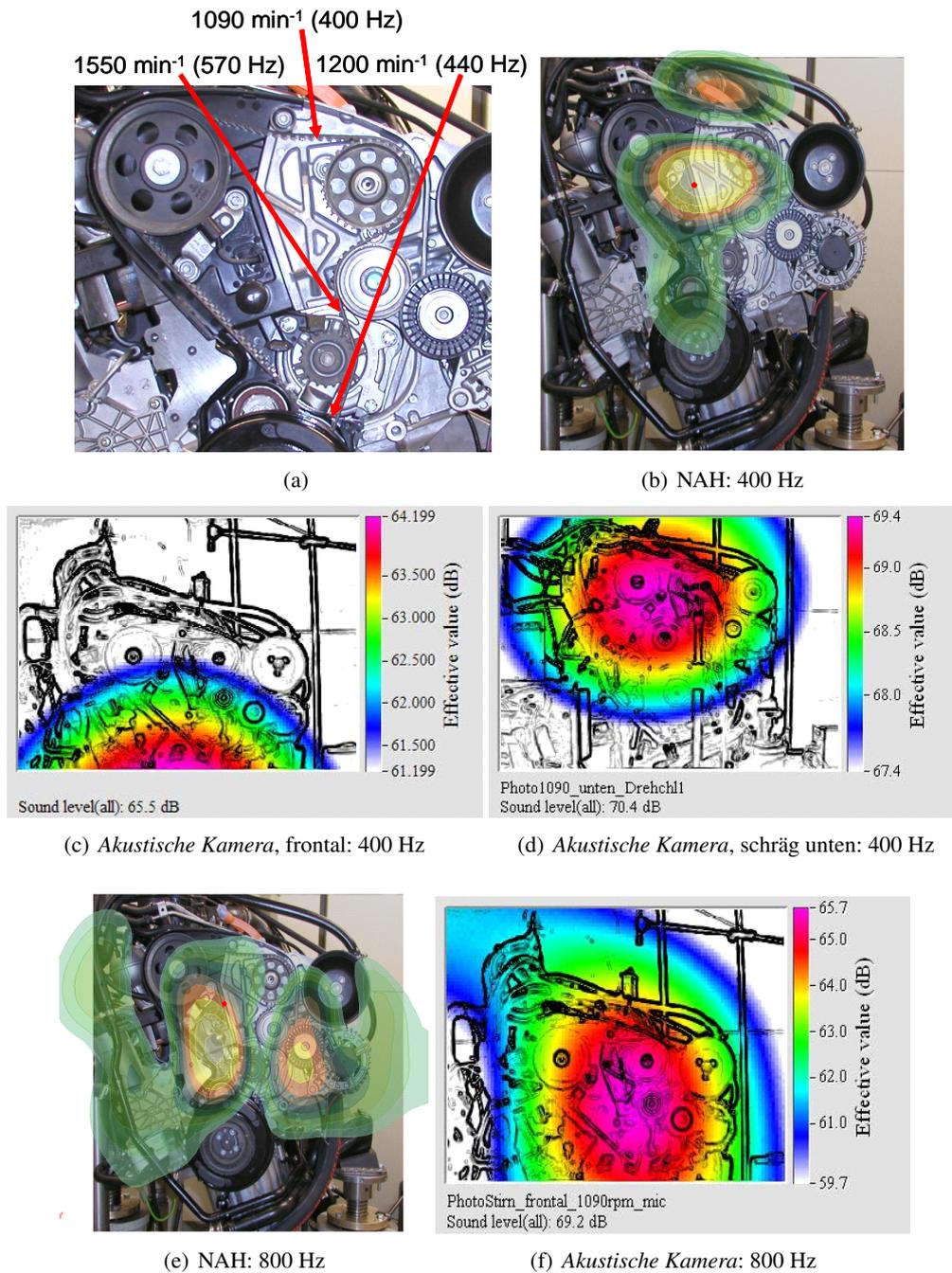


Abbildung 4.53: Nahfeldholographie an der Stirnseite des Dieselaggregats: Teile des Riementriebs werden von der 22. Ordnung resonant angeregt und strahlen hörbar die tonalen Komponenten 400 Hz und 800 Hz als Dipol ab. (a) Resonanzzustände des Riementriebs bei verschiedenen Frequenzen; (b) Schalldruckkartierung der NAH bei 400 Hz [LIESEGANG und HENZE 2006]; (c) Schalldruckkartierung der *Akustischen Kamera* bei 400 Hz mit frontaler Ausrichtung; (d) Schalldruckkartierung der *Akustischen Kamera* bei 400 Hz von unten. Nur aus dieser Perspektive lässt sich die Dipolquelle erkennen. (e) Schalldruckkartierung der NAH bei 800 Hz; (f) Schalldruckkartierung der *Akustischen Kamera* bei 800 Hz.

einer scheinbar anderen Richtung auf das Array treffen lassen. Andererseits hätte die gegebene Array-Geometrie auch bei inkohärenten Quellen das Problem, diese tieffrequenten Anteile örtlich aufzulösen. Letztere Überlegung soll hier allerdings eine untergeordnete Rolle spielen. Ziel der weiteren Überlegungen ist das Eliminieren *einer* der beiden Teilquellen.

Die Bilder (c) und (d) zeigen einen interessanten Fall, der sich bei der Abstrahlung des Riemens nach oben und unten ergibt. Wenn die Kamera zu hoch ausgerichtet ist, erkennt sie nur die Quelle am unteren Bildrand (die NAH in Bild (b) zeigt diese auch). Erst, wenn die Kamera von weiter unten auf den Motorblock ausgerichtet wird, ist die "verschmolzene" Dipolquelle zu sehen. Man kann in diesem Fall bereits von einer recht ausgeprägten Richtcharakteristik sprechen.

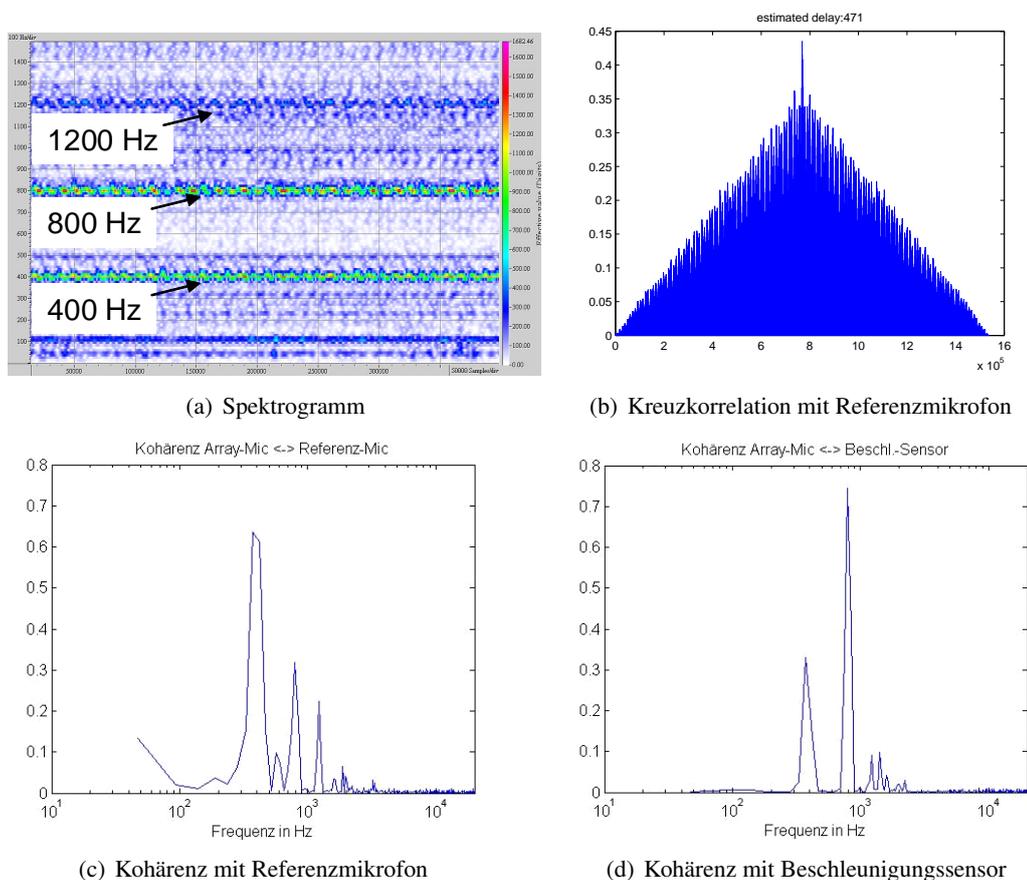


Abbildung 4.54: Kreuzkorrelation und Kohärenzen zwischen einem Array-Mikrofon und dem Beschleunigungsaufnehmer bzw. dem Referenz-Einzelmikrofon: deutlich zu erkennen sind Frequenzkomponenten der 22. Ordnung (400 Hz) und der 44. Ordnung (800 Hz). Die Kohärenz bei anderen Frequenzen ist aufgrund des Signalcharakters und des räumlichen Abstandes der gemessenen Signale nicht gegeben. In der Kohärenz zwischen Array-Kanal und Referenzmikrofon findet man mit 1200 Hz eine weitere Frequenz, die auch im Spektrum der Array-Signale (Bild 4.54(a)) deutlich zu sehen ist.

Doch zurück zur Problematik der kohärenten Quellen. Bild 4.54 zeigt die Frequenzkompo-

zenten der Abstrahlung sowie die Kohärenzen der Mikrofonsignale zu einem Referenzmikrofon und zu einem Beschleunigungsaufnehmer. Der Beschleunigungsaufnehmer wurde direkt auf der Stirnseite des Motorblocks fixiert, das Einzelmikrofon befand sich in ca. 30 cm Abstand vom oberen Riementrieb; auf den Bildern der *Akustischen Kamera* ist dieses zu sehen. Es erfolgt zunächst ein Vergleich der Kohärenzen zwischen Array-Mikrofonsignal und Beschleunigungsaufnehmer bzw. Einzelmikrofon. Beide Fälle weisen hohe Kohärenzen bei 400 Hz und 800 Hz auf. Diese sind die hörbaren, tonalen Komponenten, die bereits den Hauptschallquellen am Riementrieb zugeordnet werden konnten. Interessant sind die unterschiedlichen Ausprägungen der Kohärenzen beim Referenzmikrofon und beim Beschleunigungssensor. Während die Luftschallsignale vom Array- und Referenzmikrofon die erwartete Abhängigkeit in Form eines exponentiell abklingenden, harmonischen Spektrums mit dem Maximum 400 Hz aufweisen, zeigt die Kohärenz zwischen dem Arraysignal und dem Körperschallaufnehmer bei 800 Hz ihre stärkste Komponente. Die Kohärenz zwischen Array-Signal und Beschleunigungssensor beweist, dass es einen direkten Zusammenhang zwischen der Anregung durch den Motor und der Riemenabstrahlung gibt.

Die grundsätzliche Aussage der Kohärenzberechnungen im Kontext der adaptiven Filterung ist die, dass mit einer hohen Kohärenz die Voraussetzung einer linearen Abhängigkeit der beteiligten Signale bei diesen Frequenzen gegeben ist.¹¹

Ansatz zur Trennung kohärenter Quellen. Der im Folgenden vorgestellte Ansatz zu deren Trennung basiert auf der Bestimmung der Übertragungstrecke zwischen einem Referenzsignal und einem Mikrofonsignal am Array. Zur "Systemidentifikation" dienen wie im vergangenen Abschnitt adaptive Filter. Die Schwierigkeit in Bezug auf die vorgestellte Motormessung ist bereits offensichtlich. Das Bestimmen von System-Übertragungsfunktionen aus monofrequenten Signalen ist nicht möglich. Zwar gelingt eine Aussage über die Amplitudenveränderung im System, die Bestimmung der Phase ist bei sinusförmigen Signalen aber nicht eindeutig. Dies ist auch der Grund, warum adaptive Filter bei Signalen mit Linienspektren zu keiner eindeutigen Lösung führen.¹² Die Bestimmung der gesuchten Übertragungsfunktionen wird deshalb auf *breitbandige* Signale bezogen; zu ihnen gehören Rausch- und impulsförmige Signale. Während ein idealer Impuls (Dirac-Stoß) sich im Frequenzbereich als Konstante abbildet und damit keine Phaseninformation enthält, werden *impulsähnliche* Signale durch phasenverschobene Spektralanteile gebildet (komplexes Spektrum). Damit können zwei Signale kohärent zueinander sein, wenn sie in einer festen Phasenbeziehung zueinander stehen. Natürlich müssen sie auch den gleichen Frequenzinhalt aufweisen.

Mit den gemachten Überlegungen soll nun am Beispiel einer Motormessung ein Ansatz zur Trennung korrelierter Quellen beschrieben werden [OPFER 2005]. Gegeben sei ein laufender Motor, der viele verschiedene Bauteile anregt, die dann kohärent zueinander abstrahlen. Da sie

¹¹Es sei in Erinnerung gerufen, dass die Kohärenz den auf den Eingang bezogenen Anteil eines Ausgangssignals für eine Frequenz wertemäßig erfasst und damit eine Maß liefert, wie gut das Ausgangssignal aus dem Eingangssignal geschätzt werden kann. Die Frage nach der Güte der Adaption wird zunächst zurückgestellt. Ein adaptives Filter arbeitet optimal, wenn man ein "weißes" Eingangssignal verwendet.

¹²Signale mit einem Linienspektrum haben eine positiv *semidefinite* Autokorrelationsmatrix [MOSCHYTZ und HOFBAUER 2000].

eine gemeinsame Ursache haben und die Übertragungsfunktionen dieser Ursache zu den Mikrofonen bestimmt werden können, ist es - zunächst theoretisch - möglich, einzelne Quellen aus den Mikrofonensignalen zu trennen. Die ermittelten Übertragungsfunktionen (z.B. mittels adaptiver Filter) werden dazu auf Referenzsignale angewendet, die die korrelierten Einzelquellen möglichst gut repräsentieren. Nach der Subtraktion der gefilterten Referenzsignale von den Mikrofonensignalen verbleiben die restlichen Quellen. Man dekorreliert gewissermaßen Mikrofon- und Referenzsignal. Auf diese Weise können sukzessive korrelierte Quellen ausgeblendet werden.

Bild 4.55 illustriert das Prinzip.

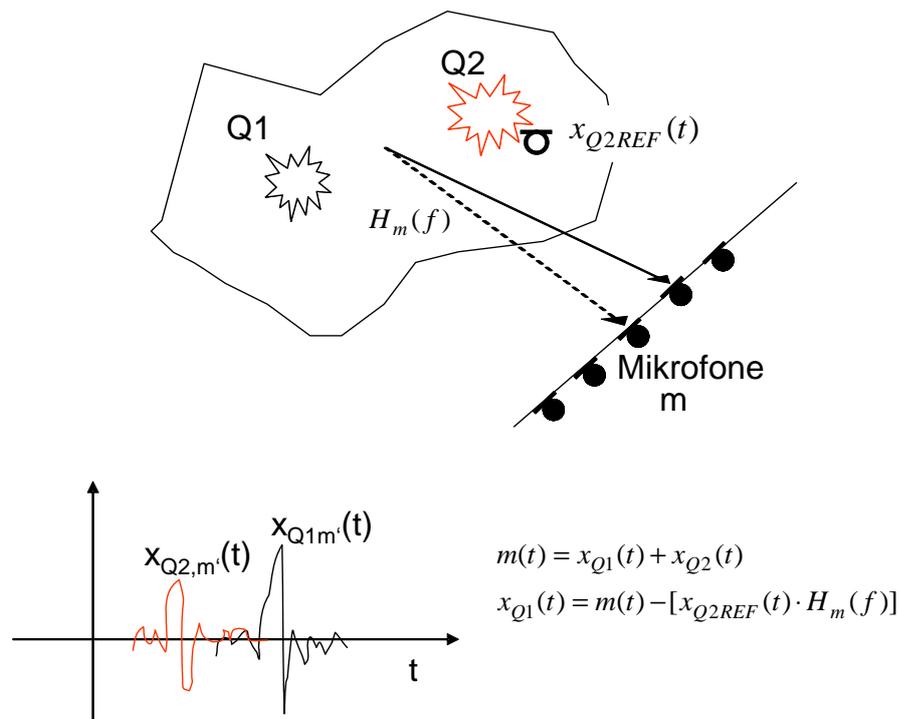


Abbildung 4.55: Modell zur Trennung von zwei impulsförmigen (kohärenten) Signalanteilen aus einem Gesamtschallsignal.

Mit den Übertragungsfunktionen kann der Anteil des Referenzsignals in den Mikrofonensignalen geschätzt werden. Die Übertragungsfunktionen beinhalten das Delay von der Quelle zu den Mikrofonen. Da jede der kohärenten Einzelquellen ihre Ursache in einem gemeinsamen "Zentrum" hat, lässt sich mit der dazugehörigen Übertragungsfunktion jede Quelle zeitlich vom Gesamtsignal dekorrelieren.

Das vorgestellte Modell entspricht zum Teil auch einem *parametrischen* Ansatz, nach dem das Schallfeld bzw. das Gesamtschallsignal durch Signale modelliert wird, die einen breitbandigen Charakter haben. Dies können sowohl impulsähnliche als auch rauschartige Signale sein. Für monofrequente Quellen ist eine eindeutige Bestimmung der Phase - und damit der Laufzeit -

nicht möglich.

4.2.7 Spektral-basierte Schallquellenortung/ Polyphasenansätze

[KERN und OPFER 2008b]

In diesem Abschnitt soll ein Ansatz verfolgt werden, der sich vom gewöhnlichen Beamforming, im Speziellen vom Delay&Sum-Prinzip unterscheidet. Im einleitenden Abschnitt 3.1 wurden das "Array-Processing" bereits in zwei Klassen unterteilt: *spektral-basiert* und *parametrisch*, wobei das Beamforming zu den spektralen Ansätze zu zählen ist. Die spektralbasierte Analyse in diesem Kapitel bezieht sich in einem noch engeren Sinne auf das Spektrum, genauer: auf das Wellenzahlspektrum eines Schalldruckortsverlaufes, das über eine DFT schnell aus den vorliegenden Abtastwerten berechnet wird. Es besteht also eine direkte Verbindung zur Berechnung des Array-Patterns, das ja bekanntlich dem akustischen Bild einer monofrequenten Punktquelle entspricht. Je nach Einfallrichtung wird ein Ausschnitt aus dem gesamten Array-Pattern "sichtbar". Die obere Grenze des gesamten Wellenzahlspektrums liegt für das Beamforming-Verfahren bei $\pm 2\pi$, wenn mit Nyquistfrequenz (örtlich) abgetastet wird. Die Verdopplung gegenüber einer reinen Fouriertransformierten mit der sonst geltenden Obergrenze π erklärt sich aus der Tatsache, dass die Schwenkrichtung der Einfallrichtung entgegengerichtet sein kann, was einer Spurwellenverkürzung und damit einer größeren Wellenzahl gleichkommt. Die obere Grenze wird erreicht, wenn der Vektor der einfallenden Welle und der Fokusvektor verschiedene Vorzeichen haben. Bild 4.56 zeigt den extremen Fall einer aus 90° auftreffenden Welle doppelter Nyquistfrequenz bei einem Schwenkbereich von $\pm 42^\circ$.

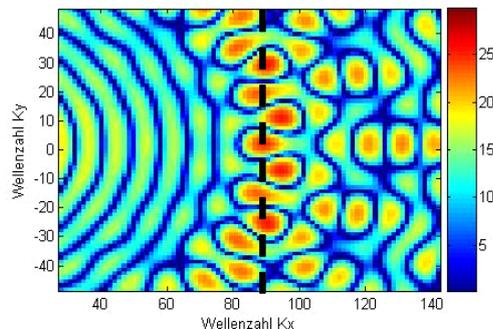


Abbildung 4.56: Wellenzahlspektrum einer aus 90° (x -Richtung) auftreffenden Welle doppelter Nyquistfrequenz, Schwenkbereich $\pm 42^\circ$. Die gestrichelte Linie markiert die doppelte Nyquistfrequenz.

Gegenüber der reinen Fouriertransformation ist der Wellenzahlbereich durch das Beamforming verdoppelt. Für das akustische Bild bedeutet dies eine Scheinquelle in der Mitte des Bildes; die reale Quelle ist außerhalb des Schwenkbereiches und damit nicht zu sehen. Der Schwenkbereich seinerseits begrenzt das Spektrum aber wiederum; nur bei einem theoretischen Schwenkbereich von $\pm 90^\circ$ wird das gesamte Spektrum erfasst. In der Praxis beschränkt man sich im Allgemeinen auf $\pm 30^\circ$.

Führt man nun eine Fouriertransformation des Schalldruckortsverlaufes durch, kann bei be-

kannter Frequenz der Welle die Einfallrichtung aus dem Maximum des Wellenzahlspektrums bestimmt werden. Es muss dazu die Länge des Wellenzahlvektors (sprich die örtliche Frequenz) der einfallenden Welle bekannt sein. Das Wellenzahlspektrum hat die Grenzen, die ihm durch die Parameter *Frequenz*, *Einfallswinkel* und *Schwenkbereich* vorgegeben sind. Dies leuchtet ein, da die Fouriertransformation kein anderes Ergebnisspektrum liefern kann als das Beamforming. Die Berechnung erfolgt aber direkt, *ohne* jeden Bildpunkt abzuscannen.

Hierbei ist natürlich die Schwierigkeit und damit der Unterschied zum Beamforming-Prozess offensichtlich: die Frequenz der Welle muss bekannt sein bzw. muss eine schmalbandige Filterung der zu untersuchenden Ortsfrequenz erfolgen. Ferner wäre die Präsenz *mehrerer* gleichfrequenter und damit *kohärenter* Quellen ein Problem. Mehrere, gleichfrequente Quellen aus verschiedenen Richtungen würden Maxima bei verschiedenen Wellenzahlen im Spektrum erzeugen. Die Trennung kohärenter Quellen stellt aber ein anderes Problem dar, das hier zurückgestellt wird. Man geht also hier von einem Szenario aus, in dem mehrere Quellen unterschiedliche Frequenzen abstrahlen, die dann auch getrennt im Spektrum gemäß Einfallswinkel detektiert werden können. Mit der Frequenz ändern sich aber auch die Wellenzahlgrenzen, sodass man für die Darstellung des akustischen Bildes verschieden ausgedehnte Wellenzahlspektren überlagern muss. So stellt das akustische Bild mit einer Mittelung über alle Frequenzen natürlich auch eine Mittelung über die zugeordneten Quellorte dar.

Nach der Beschreibung der Analogie des akustischen Bildes zu einem fouriertransformierten Schalldruckortsverlauf sollen nun die eigentlichen Ideen formuliert werden. Sie basieren darauf, dass durch den Beamforming-Prozess **Bandpässe im Wellenzahlspektrum** erzeugt werden¹³. Bandpasssignale besitzen die Eigenschaft, dass sie (im signaltheoretischen Sinn) *unter*abgetastet werden dürfen, ohne dass spektrales Aliasing auftritt. Maßgebend ist nicht die obere Frequenzgrenze, sondern die Bandbreite Δf des Bandpasses. Aus dem Zeitbereich (z.B. bei Filterbänken, s. Abschnitt 2.1.4) sind diese Anwendungen bekannt. In dieser Studie erfolgt nun eine Übertragung in den *Ortsbereich*, in dem ja bereits a priori eine Unterabtastung aufgrund endlicher Mikrofonabstände vorliegt. Es soll geklärt werden, ob und inwieweit eine "erlaubte" Unterabtastung Vorteile im Kontext des Beamformings bringt. Zwei Ideen sind im Folgenden beschrieben:

- Anwenden des *Heterodyn*-Prinzips (Frequenzlupe, Zoom-DFT) auf räumliche Abtastsignale
- Anwenden einer örtlichen Polyphasenfilterbank [KERN und OPFER 2008b] auf räumliche Abtastsignale

Es muss zunächst bedacht werden, dass durch die a priori gegebene Unterabtastung die Wellenzahlbandpässe (dazu zählt auch im weiteren Sinne der Wellenzahl-*Tiefpass*, der durch eine zentrierte Quelle generiert wird) mit Fehlern behaftet sind. Diese Fehler äußern sich als Aliasing-Artefakte bei höheren Wellenzahlen. Höhere Wellenzahlen entstehen entweder durch

¹³Eine Quelle im Zentrum des Arrays liefert den Sonderfall eines Wellenzahl-*Tiefpasses*, der als verschobener Bandpass interpretiert werden kann.

eine hohe Frequenz, einen größeren Schwenkbereich oder einen größeren Einfallswinkel. Bild 4.57 illustriert diese Überlegung.

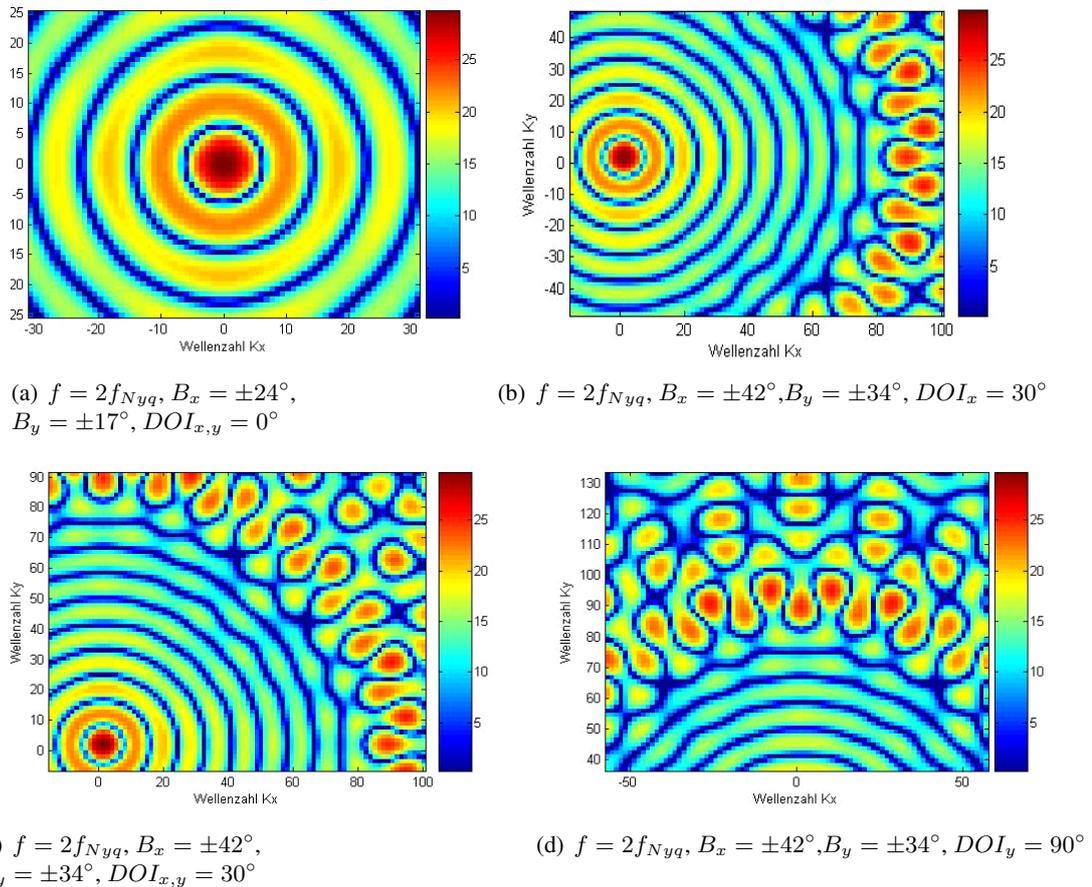


Abbildung 4.57: Wellenzahlbandpässe (2-dimensional) einer monofrequenten Welle als Funktion von Frequenz f , Schwenkbereich B und Einfallswinkel $DOI_{x,y}$.

Neben dem Hauptmaximum werden die sog. *Grating-Lobes* in Bild 4.57(b)-(d) durch die Verletzung des Abtasttheorems, großem Schwenkbereich und einem Einfallswinkel $> 0^\circ$ sichtbar. Es wird insbesondere deutlich, dass der größere Schwenkbereich wie eine "Blende" wirkt; je größer der Öffnungswinkel, desto schärfer wird die Auflösung einer Quelle, allerdings mit dem negativen Effekt, dass unerwünschte Aliasingkomponenten in das Bild "wandern". Dieser Effekt kann bei gleicher Auflösung nur vermieden werden, indem die Apertur des Arrays - bei gleichem Mikrofonabstand - größer wird, was letztendlich auch einer Vergrößerung der "Blende" gleichkommt. Mehr Mikrofone bedeuten dann mehr Nullstellen im Spektrum, die die Hauptkeule enger werden lassen.

Lassen sich nun die Eigenschaften dieser erzeugten Wellenzahlbandpässe mit bestimmten Methoden ausnutzen? Dazu soll als erstes das *Heterodyn-Prinzip* beleuchtet werden.

Zoom-FFT nach dem Heterodyn-Prinzip. Ziel dieses aus dem Zeit-/ Frequenzbereich bekannten Prinzips ist die Erhöhung der spektralen Auflösung, die - wie zuvor erwähnt - nur durch ein größeres Analysefenster erreicht werden kann. Das Analysefenster vergrößert sich entweder durch eine erhöhte Anzahl von Abtastwerten oder aber (bei gleicher Anzahl) durch Verringerung der Abtastfrequenz. Die Idee dieses Prinzips ist es, ein Bandpasssignal durch einen *äquivalenten* Tiefpass darzustellen. Dazu wird das Bandpasssignal einem hochfrequenten Träger $m_T(t) = e^{-j2\pi f_T t}$ mit der Frequenz f_T aufmoduliert und anschließend in den Bereich um $f = 0\text{Hz}$ heruntergemischt [HESSELMANN 1992]. Es findet gewissermaßen eine "Frequenztransformation" statt. Die Heruntermischung kann man als komplexe Demodulation verstehen, die das zuvor modulierte Bandpasssignal zu $f = 0\text{Hz}$ verschiebt. Für die Demodulation gilt der Verschiebungssatz:

$$u(t)e^{-j2\pi f_T t} = U(f + f_T) \quad (4.30)$$

Ist die Modulationsfrequenz f_T gleich der Bandmittenfrequenz, verschiebt sich das Bandpasssignal auf $f = 0$ (symmetrisches Bandpasssignal). Eine anschließende Tiefpassfilterung gewinnt das heruntergemischte Bandpasssignal zurück.

Die Abtastwerte der komplexen Trägerschwingung werden als Tabellenwerte abgelegt. Das heruntergemischte Signal braucht man dann nur noch mit der zweifachen Signalbandbreite abzutasten. Durch die Verringerung der Abtastfrequenz wird also bei konstanter Blocklänge eine höhere spektrale Auflösung erreicht.

Lässt sich im Ortsbereich ebenfalls eine Erhöhung der spektralen Auflösung, sprich der Ortsauflösung, durch diese Technik erreichen?

Im Ortsbereich ist das *Mikrofonarray* das Analysefenster. Die Blocklänge des Ortsfensters ist gleich der Mikrofonanzahl und damit konstant. Die i.A. zu geringe (örtliche) Abtastfrequenz ist ebenfalls vorgegeben.

Durch das "Heruntermischen" eines räumlichen Bandpasssignals bildet sich dann als Wellenzahlspektrum in *Tiefpasslage* ab, mit $f_{max} = \Delta f$. Eine **Nach**abtastung mit $f_{abt} = 2f_{max} = 2\Delta f$ ist dann ausreichend. Unter der Voraussetzung, dass das Signal vorher korrekt im Sinne des Abtasttheorems hoch abgetastet wurde, ließe sich also nun mit einer geringeren Abtastfrequenz und gleich vielen Abtastwerten eine höhere Auflösung erzielen. Die Abtastfrequenz und die Blocklänge sind aber in Form des Mikrofonarrays vorgegeben, d.h. *vor* und *nach* einer Heruntermischung herrschen dieselben Abtastbedingungen. Eine Erhöhung der Auflösung im Sinne des Heterodynprinzips ist also nicht umsetzbar. Die Problemstellung muss deshalb anders lauten:

Welchen Effekt hat eine Modulation mit anschließender Heruntermischung auf Wellenzahlbandpässe, die durch einen abgetasteten Schalldruckortsverlauf entstehen?

Da die geringere Abtastfrequenz bereits vorliegt, ist die Frage zu klären, ob sich positive Auswirkungen in Bezug auf Aliasing-Artefakte ergeben. Und in der Tat ist es so, dass für einen zu kleineren Wellenzahlen "verschobenen" Bandpass Aliasing-Artefakte unterdrückt werden,

da sie nicht mehr im sichtbaren Spektrum liegen. Denselben Effekt hat auch die Einschränkung des Beambereichs. Wenn aber das Ortssignal bereits vorher unzureichend abgetastet wurde, lässt sich dieser Fehler auch mit einem Zoom-Prinzip nicht mehr rückgängig machen.

Fazit: Das Heterodyn-Prinzip der Zoom-FFT im Zeitbereich dient dazu, das zu untersuchende Bandpasssignal mit einer reduzierten Abtastfrequenz *nachzubearbeiten*, um mit der geringeren Abtastfrequenz und gleicher Blocklänge die Beobachtungszeit und damit die spektrale Auflösung zu erhöhen. Da Abtastfrequenz und Blocklänge im *Ortsbereich* und damit die Größe des Ortsfensters festgelegt sind, ist das Prinzip nicht direkt vom Zeitbereich auf den Ortsbereich übertragbar.

Wie die Abtastung von örtlichen Bandpasssignalen dennoch im Kontext des Beamformings ausgenutzt werden kann, zeigt der nächste Abschnitt.

Örtliche Polyphasen-Filterbank. [KERN und OPFER 2008b] Das Prinzip des "Heruntermischens", sodass ein *symmetrisches Bandpasssignal* entsteht, wird bei genauerer Betrachtung auch in einer Filterbank angewendet. Abschnitt 2.1.4 "Filterbänke" ging bereits darauf ein. Die Analyse einer spektralen Komponente konnte mit einer Kettenschaltung aus Bandpassfilterung und anschließender Demodulation erklärt werden. In Analogie zu einer gefensterten Fouriertransformation ergeben sich an jedem Filterbankausgang, sprich bei jeder Frequenzkomponente, verschobene Versionen eines Prototyp-Tiefpasses. Die Gestalt dieses Prototyp-Tiefpasses ist durch die Fouriertransformierte des Beobachtungsfensters gegeben. Die Filterbankausgänge stellen die Mittenfrequenzen dar, auf denen sich der Prototyp-Tiefpass abbildet. Bilden mehrere Spektralanteile das Signal, ist das Ergebnisspektrum die Überlappung dieser Tiefpässe. Je größer das Beobachtungsfenster ist, desto selektiver kann die spektrale Analyse jeder einzelnen Frequenzkomponente erfolgen. Die höhere Selektivität ermöglicht eine bessere Trennung benachbarter Frequenzkomponenten; sie stören sich gegenseitig dann nicht so stark. Im Ortsbereich ist mit "Selektivität" die Fähigkeit des Systems gemeint, eng benachbarte Quellen noch auflösen zu können. Je größer das Beobachtungsfenster, sprich die Array-Apertur ist, desto näher kommt man diesem Ziel.

Bild 4.58 zeigt die Analogie eines Filterbankausgangs zum berechneten Wellenzahlspektrum einer Punktquelle im Zentrum des Arrays. Diese *Point-Spread-Function* entspricht umgerechnet in Ortskoordinaten dem akustischen Bild dieser monofrequenten Punktquelle.

Die 2D-Fourier-Transformation von M Mikrofonen liefert M diskrete Spektralwerte. Wird der Eingangsvektor $x(k)$ zwischen den Mikrofontgewichten (im einfachsten Fall sind alle Mikrofone mit 1 gewichtet) mit Nullen auf eine beliebig hohe Anzahl aufgefüllt, interpoliert die Transformation zwischen den "physisch vorhandenen" Spektralwerten. Die spektrale Darstellung kann damit theoretisch unendlich fein gemacht werden; am Informationsgehalt ändert sich jedoch nichts. Die Interpolation ist zulässig, da die Annahme gilt, dass das Signal ein *einmaliger* Vorgang ist und außerhalb der Beobachtung nicht mehr existiert. Die Zeit für die DFT-Berechnung wächst natürlich mit erhöhter Anzahl M' von DFT-Linien. Für *eine* Frequenzkom-

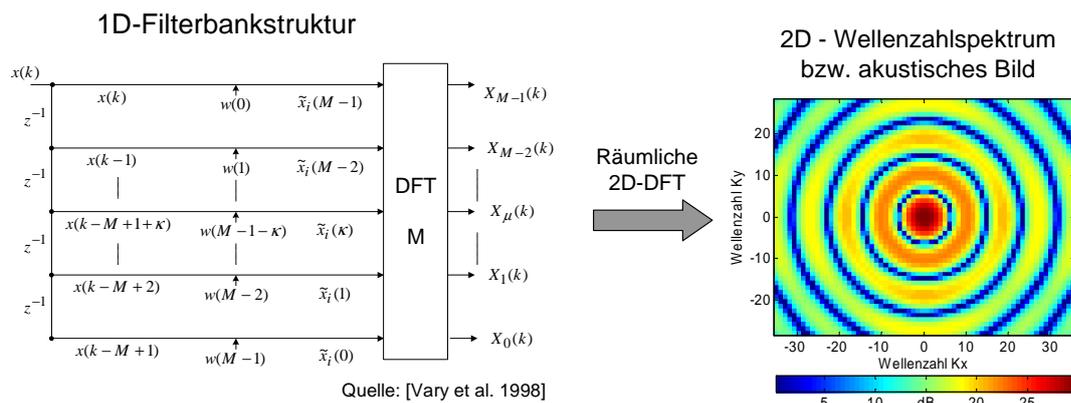


Abbildung 4.58: Analogie zwischen Filterbank und Wellenzahlspektrum für ein Ring-Array mit 32 Mikrofönen: die Frequenz der detektierten Welle hat doppelte Nyquistfrequenz (4600 Hz bei 7 cm Sensorabstand). Die Anzahl der sichtbaren Ringe richtet sich nach dem sichtbaren Wellenzahlausschnitt (der Schwenkwinkel reduziert den Wellenzahlbereich für k_x und k_y); bis zum ersten Grating-Lobe (nicht im Bild) sind es 8 Ringe, entsprechend 16 Nullstellen bzw. Mikrofönen in *einer* Dimension der Ringstruktur.

ponente müssen gemäß Gleichung 4.31 M' Multiplikationen durchgeführt werden.

$$DFT \{x(k)\} = X_\mu = X(e^{j\mu \frac{2\pi}{M}}) = \sum_{k=0}^{M'-1} x(k) e^{-j\mu k \frac{2\pi}{M}} \quad (4.31)$$

Eine FFT-Berechnung gemäß Bild 4.58 bildet $M/2$ nicht-redundante Spektralwerte ab. Für das symmetrische Ortwellenzahlspektrum müssen nun noch die negativen Frequenzen berücksichtigt werden, sodass man wieder auf M Werte kommt.

Je größer das Beobachtungsfenster, sprich das Mikrophonarray ist, desto schmaler werden die Bandpässe an den Filterbankausgängen, d.h. die Ortsauflösung verbessert sich. Eine (theoretisch) minimale Bandbreite würde dann bedeuten, dass sich die benachbarten Spektralkanäle nicht mehr stören. Für diesen Fall brauchen die Bandpasskanäle nicht mehr mit der vollen Abtastfrequenz f_{Nyq} abgetastet werden; es genügt die Abtastung f_{Nyq}/M , mit M als maximalem Unterabtastungsfaktor. Man spricht auch von *kritischer Unterabtastung*. Grundsätzlich definieren die Fenstertypen und Durchlassbereiche den Unterabtastungsfaktor. In Abschnitt 2.1.4 "Taktreduktion" wurde die Unterabtastung bereits genauer erläutert. Im Schaltbild 2.3 der DFT-Filterbank wird eine gleitende Kurzzeitspektralanalyse durchgeführt, d.h. mit jedem Abtasttakt erfolgt eine erneute Berechnung des Spektrums. Unter Berücksichtigung eines erlaubten Unterabtastungsfaktors r ist dies aber nicht nötig. Man bräuchte lediglich alle r Takte Werte zu berechnen. Die Voraussetzung ist, wie gesagt, ein genügend großes Fenster, damit sich die Filterbankkanäle nach Möglichkeit nicht überlappen.

Polyphasenfilterbank im Zeitbereich. Als Erweiterung der in Bild 2.3 gezeigten DFT-Filterbank wird in Hinblick auf ein vergrößertes Beobachtungsfenster die Polyphasenfilterbank vorgestellt (Bild 4.59).

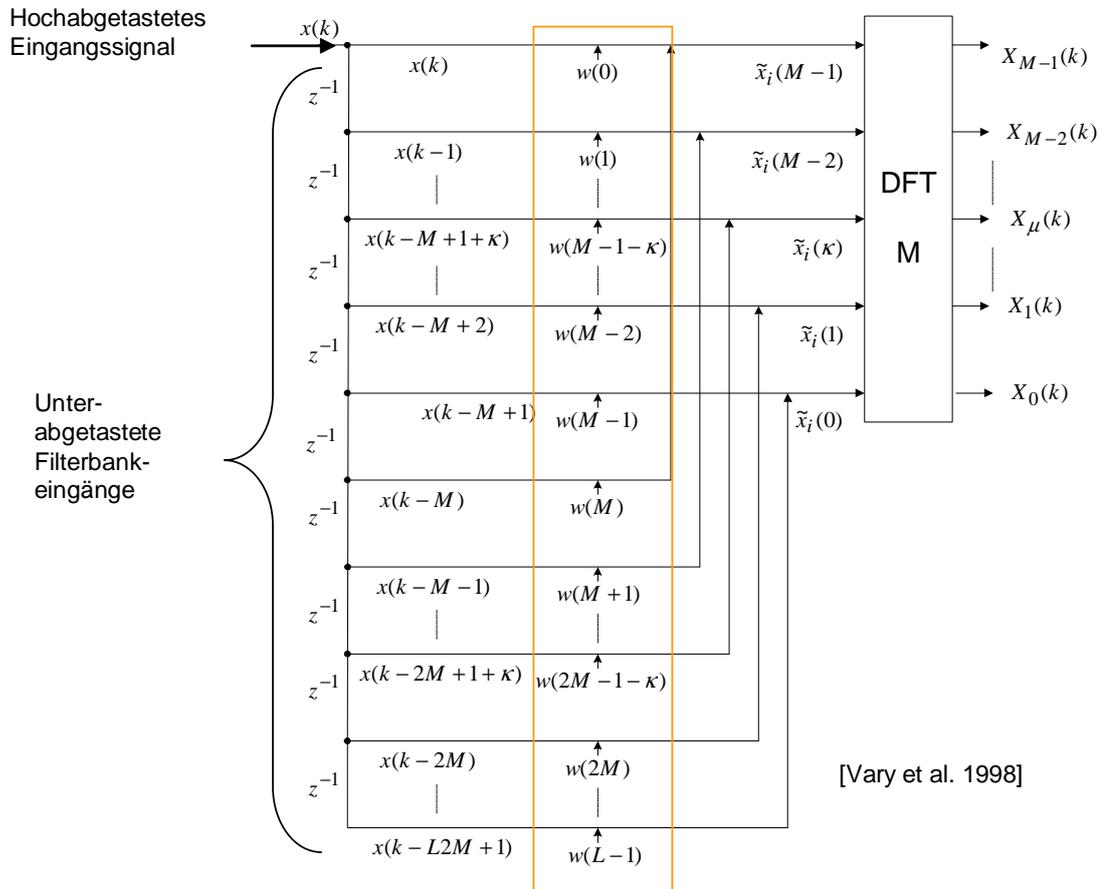


Abbildung 4.59: Polyphasenfilterbank-Struktur aus dem Zeitbereich nach [VARY et al. 1998]: der Unterschied zur DFT-Filterbank-Struktur liegt in dem vergrößerten Fenster mit $L > M$ Koeffizienten. Die Filterbank besteht aus M Eingängen und M Ausgängen und erlaubt eine maximale Unterabtastung der einlaufenden Abtastwerte mit Faktor M aufgrund des größeren Fensters w (farblich eingerahmt). Ein großes Fenster bedeutet eine bessere spektrale Auflösung in den Filterbankkanälen. Die Idee der örtlichen Polyphasenfilterbank ist es, Wellenzahlspektren von Arrays hoher Kanalzahl effizient zu berechnen.

Die Polyphasenfilterbank besteht aus $L > M$ Fensterkoeffizienten. Das Eingangssignal wird in einer Speicherkette der Größe L abgelegt und durch Teilsumationen auf die M Eingangskanäle des DFT-Blocks geführt. Für Zeitsignale gilt, dass das zu analysierende Signal im Abtasttakt in die Speicherkette einläuft. Alle M Takte werden mit *einer* Filterberechnung (L Multiplikationen und Summationen) und *einer* FFT M Bandpässe erzeugt, die eine Flankensteilheit gemäß der Filterlänge L aufweisen. In einer äquivalenten Darstellung kann man sich in jedem

DFT-Zweig eine unterabgetastete Teilimpulsantwort vorstellen. Jeder Zweig benötigt folglich nur jeden M -ten Wert der in der Speicherkette abgelegten Eingangsfolge. Alle M Takte liegt eine aktualisierte Eingangsfolge in der Speicherkette, die mit den L Filterkoeffizienten gewichtet und zu M Spektralwerten transformiert werden. Da zu jedem Zeitpunkt des M -ten Taktes der entsprechende Eingangswert $x(k)$ zusammen mit den vergangenen, in der Speicherkette abgelegten Werten mit *einem* Filterkoeffizienten multipliziert wird, entspricht dies einer Allpassfilterung, die sich von Zweig zu Zweig in ihrer Phase unterscheidet; aus dieser Tatsache heraus begründet sich der Name "*Polyphasenfilterbank*". Die Unterabtastung bezieht sich darauf, dass lediglich jeder M -te Werte des einlaufenden Signals in jedem Zweig verwertet wird. Die Werte $x(k)$ werden aber im Takt der hohen, ursprünglichen Abtastung in der Speicherkette abgelegt.

Im **Ortsbereich** ist der gemessene Schalldruck das Eingangssignal. Für den Ortsbereich muss man den Unterschied feststellen, dass hier im Gegensatz zum Zeitbereich kein Eingangssignal im Abtasttakt in die Speicherkette einläuft, da das Mikrofonarray sich nicht relativ zum Schalldruckortsverlauf verschieben kann. Man muss deshalb den mit L Mikrofonen gemessenen Schalldruckortsverlauf zu *einem* Zeitpunkt betrachten. In Analogie zum Zeitbereich liegen die zu *einem* Zeitpunkt gemessenen Schalldruckwerte nun in der Speicherkette der *Orts-Filterbank*. Dass dieser Schalldruckortsverlauf im Sinne des räumlichen Abtasttheorems *unterabgetastet* ist, ist bezogen auf die vorliegende Filterbankstruktur ohne Belang. Dennoch ergibt sich der Vorteil, dass sich bei einem relativ großen Mikrofonarray (und einer sich dadurch ergebenden guten Ortsauflösung) ein zulässiger Unterabtastungsfaktor einstellt, mit dem gerade noch verhindert wird, dass sich die M Nachbarkanäle gegenseitig merklich stören.

Der Nutzen dieser **örtlichen Polyphasenfilterbank** liegt also darin, die Umsetzung von räumlich abgetasteten Schalldruckortsverläufen in ein Wellenzahlspektrum **effizient** durchführen zu können [KERN und OPFER 2008b]. Die Effizienz begründet sich durch die Reduzierung auf $M < L$ Filterbankausgänge, unter Gewährleistung einer der Arraygröße L entsprechenden hohen spektralen, sprich örtlichen Auflösung.

Beispiel: Mit einer örtlichen Polyphasenfilterbank mit $M = 64$ Ausgängen würde man für ein 256-kanaliges Mikrofonarray dieselbe Ortsauflösung im akustischen Bild erreichen wie mit einer herkömmlichen DFT mit $M = 256$ Kanälen. Das große Fenster ermöglicht die Unterabtastung in jedem Filterzweig und damit die Teilsumationen der L Schalldruckwerte auf M DFT-Kanäle. Die Höhe des Unterabtastungsfaktors hängt natürlich auch vom Fenstertyp (z.B. Rechteck, Hanning oder Hamming) ab¹⁴.

Die Transformation erfolgt für jede (Orts-)Frequenz separat und liefert das akustische Bild in Form der Point-Spread-Function. Die breitbandige Analyse bedeutet dann die Superposition dieser Point-Spread-Functions, ähnlich wie beim klassischen Delay&Sum-Beamforming im Frequenzbereich. Die Berechnung zu mehreren Zeitpunkten liefert eine zusätzliche Zeitmitteilung für die einzelnen Frequenzen. Für die Darstellung des Transformationsergebnisses als

¹⁴Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass sich die Unterabtastung *r nicht* auf die räumliche Abtastung bezieht, sondern die Tatsache beschreibt, dass den Filterbankzweigen jeder r -te Wert aus der Speicherkette (also dem abgetasteten Schalldruckortsverlauf) zugeführt wird.

2-dimensionales Bild muss die Filterbank mit einem 2D-DFT-Block aufgebaut werden.

Die konkrete Umsetzung der "Räumlichen Polyphasenfilterbank" muss zeigen, welcher Unterabtastungsfaktor bei gegebenem Fenster möglich ist und welche Auswirkungen dies auf die Auflösung im berechneten Wellenzahlspektrum hat. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die theoretischen Ansätze und Überlegungen diskutiert. Die Umsetzung der "Räumlichen Polyphasenfilterbank" ist für zukünftige Studien geplant.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit zielt auf die Erweiterung des Messsystems *Akustische Kamera*, das im automobilen Entwicklungsprozess von VOLKSWAGEN eingesetzt wird. Unterschiedlichste Messszenarien zeigen, dass sich die Interpretation der Messergebnisse, insbesondere unter akustisch schwierigen Bedingungen, problematisch gestaltet.

Die beschriebenen theoretischen Grundlagen betreffen neben der allgemeinen Signaltheorie und akustischen Grundlagen im Wesentlichen die akustischen Zusammenhänge von Mikrofonanordnungen und die Konstruktion von Wellenzahlspektren sowie deren Interpretation im Kontext des Beamformings. Das Wissen über Quellmechanismen, Schallabstrahlung und -ausbreitung sowie über die physikalischen Grenzen des Messsystems sind unabdingbar für die Interpretation von "akustischen Fotos". Diese visualisieren farblich die Schalldruckverteilung einer akustischen Szene, die aus dem Fernfeld mit einem Mikrofonarray aufgenommen wurde. Anhand von theoretischen Grundlagen, Simulationen und praktischen Messungen beleuchtet diese Arbeit die Grenzen des Messsystems und zeigt die Notwendigkeit für erweiterte Beamforming-Verfahren auf, mit denen die Schallquellenlokalisierung verbessert und damit die Einsatzfähigkeit der *Akustischen Kamera* im Rahmen der täglichen Messpraxis weiter ausgebaut werden soll.

Die umgesetzten Simulationen und erweiterten Algorithmen beziehen sich im Wesentlichen auf folgende Punkte:

- Simulationen von Array-Pattern
- Synchronisierte Mehrfachmessungen
- Eliminierung des Autospektrums im Zeitbereichs-Beamforming
- Interpolation zur Reduktion der zeitlichen Abtastfrequenz
- Adaptive Filterung zur Quellenextraktion als modifiziertes "Filter&Sum-Beamforming"

Die erweiterten Beamforming-Methoden werden in Simulationen, Prinzipmessungen unter idealisierten Bedingungen und auf reale Messungen angewendet; ihre Leistungsfähigkeit wird in Hinblick auf die praktische Anwendbarkeit und Qualitätsverbesserung im akustischen Bild beurteilt. Zudem kommen theoretische Ansätze zu erweiterten Algorithmen zur Diskussion, die in zukünftigen Studien genauer untersucht werden sollen. Hauptsächlich betrifft dies die Themen:

- "Räumliche Polyphasenfilterbank" zur effizienten Berechnung von Wellenzahlspektren [KERN und OPFER 2008b]
- Trennung kohärenter Quellen

Die wichtigsten Ergebnisse werden im Folgenden noch einmal kurz zusammengefasst.

Simulationen von Array-Pattern. Die Berechnung bzw. Konstruktion der Point-Spread-Function aus dem Array-Pattern stellt eine wesentliche Grundlage zum Verständnis und zur korrekten Interpretation des akustischen Bildes dar. Das Array-Pattern enthält alle Informationen der Empfindlichkeit des Arrays für alle Frequenzen und Einfallrichtungen einer Punktquelle. Die Simulationen mit verschiedenen Fenstertypen zeigen den Einfluss von Gewichtungskoeffizienten, Frequenz, Schwenkbereich und Einfallswinkel auf das akustische Bild. Die Simulationen von zusammengesetzten Array-Pattern bzw. Point-Spread-Functions illustrieren auch die Wirkung einer synthetisierten Array-Apertur, die in Zusammenhang mit Mehrfachmessungen ein wichtiges Kapitel dieser Arbeit bildet.

Die Kenntnis des frequenzabhängigen Array-Patterns verhindert Fehlinterpretationen bezüglich Scheinquellen. Es ist deshalb geplant, ergänzend zur Berechnung des akustischen Bildes, ein Array-Pattern parallel für den Anwender einzublenden, das für einen schmalbandigen Frequenzbereich - in Abhängigkeit des Einfallswinkels und für eine angenommene Quellenverteilung - eine Abschätzung über evtl. Scheinquellen ermöglicht.

Das "uniform-shading", sprich die gleichmäßige Gewichtung aller Mikrofonkanäle stellt nicht das Optimum bezüglich Dynamik und Ortsauflösung dar. Es lohnt sich daher, optimierte Fensterfunktionen zu finden, um die Seitenkeulenstruktur zu unterdrücken. Einige solcher Fensterfunktionen wurden in dieser Arbeit vorgestellt. Ein optimiertes Array-Pattern zieht zudem weniger Ungenauigkeiten in den Absolutpegeln nach sich. Ein guter Ansatz für anknüpfende Arbeiten ist die Fensteroptimierung für *Bandpasssignale*, da das akustische Bild im Endeffekt eine räumliche Filterung im Wellenzahlspektrum mit Bandpasscharakter darstellt. Das Fenster muss dann nur für den relevanten Wellenzahlbereich optimiert werden.

Synchronisierte Mehrfachmessungen. Das optimale Analyseergebnis ließe sich mit einem Array großer Ausdehnung und vielen Mikrofonen erhalten. Da man u.a. aus Kosten- und Platzgründen in dieser Hinsicht eingeschränkt ist, wird in dieser Arbeit ein Verfahren vorgeschlagen, das es ermöglicht, mehrere Einzelmessungen zusammenzuführen und gemeinsam auszuwerten.

Als Reproduzierbarkeitsmaß wurde die Kohärenz herangezogen. Lag sie bei der Mehrfachmessung 10% unter der Kohärenz von benachbarten Mikrofonen aus einer Einzelmessung, war eine Lokalisation von Quellen noch möglich. Simulationen, experimentelle Untersuchungen und praktische Messungen belegen, dass der Einsatzbereich insbesondere zu tiefen Frequenzen hin erweitert werden kann: die Auflösung verbessert sich. In der Praxis hat sich eine Mehrfachmessung mit dem Ring-Array (Durchmesser 75 cm) als vorteilhaft erwiesen, wenn mindestens 3 Messungen mit symmetrisch angeordneten Arrays und einer räumlichen Überlappung $\leq 25\%$ durchgeführt werden. Eng benachbarte, unkorrelierte Quellen können so getrennt dargestellt werden; Bildbereiche, die vorher durch die breite Hauptempfindlichkeit des einzelnen Arrays verdeckt wurden, sind dadurch in ihrer Dynamik erweitert. Zu hohen Frequenzen empfehlen sich weitere Messungen mit beliebig angeordneten Positionen. Eine Mehrfachmessung mit maximal 5 Einzelmessungen hat sich in der Praxis hinsichtlich Rechenzeit, Speicherbedarf und erzielter Analysequalität im akustischen Bild als guter Kompromiss erwiesen. Die genaue Positionsbestimmung der Array-Mikrofone in den Einzelmessungen ist zu hohen Frequenzen hin ein immer wichtigerer Aspekt. Es bieten sich verschiedene Verfahren an, um eine hinreichende Genauigkeit mit vertretbarem Aufwand zu realisieren. In den Untersuchungen zeigte sich die Photogrammetrie als ein sehr genaues Verfahren (Messgenauigkeit 1 mm), dessen Aufwand sich im Rahmen einer Messung vertreten lässt. Zu tiefen Frequenzen ist das Abmessen der Distanzen mit dem Maßband ausreichend. Sicherlich ist die Verwendung eines lasergestützten Entfernungsmessgerät sinnvoll; dieses kann dann auch zur Bestimmung der Fokusdistanz eingesetzt werden. Der Einsatz eines Ultraschall-Distanzmessgerätes erwies sich als schwierig und nicht selten als ungenau (z.B. aufgrund von Reflexionen). Optische Messgeräte sind in jedem Fall die bessere Wahl.

Zusätzliche Untersuchungen hinsichtlich optimierter Array-Anordnungen können die Leistungsfähigkeit dieses Ansatzes weiter verbessern. Die Frage, wohin das Array verschoben wird, hängt aber auch von den Messbedingungen vor Ort ab. Für die 2D-Auswertung in einem Foto müssen die unterschiedlichen Positionen in einer Ebene parallel zum Objekt realisiert werden. Die Erweiterung des Verfahrens für 3D-Anwendungen ist geplant. Das räumliche Verschieben in allen drei Raumdimensionen ermöglicht dann den Einblick in die räumliche Abstrahlcharakteristik. Das Ergebnis der Analyse wird dann in einem akustischen 3D-Bild visualisiert. Die Funktion der räumlichen 3D-Schalldruckprojektion ist bereits in der neuesten Software-Generation der *Akustischen Kamera* implementiert.

Eliminierung des Autospektrums im Zeitbereich. Die Hauptdiagonale der Kreuzspektralmatrix trägt keine Richtungsinformation. Das Löschen der Hauptdiagonalen im Frequenzbereichs-Beamforming entfernt unkorrelierte Störeinflüsse aus dem akustischen Bild. Die verbleibenden Elemente der Nebendiagonalen enthalten aufgrund der Unkorreliertheit der Störeinflüsse nur noch die Richtungsinformationen. Die Transformation dieser als "Diagonal Deletion" bekannten Technik in den Zeitbereich führt zum gleichen Ergebnis. Dazu wurde in dieser Arbeit ein Algorithmus geschrieben (MATLAB), der nach Eingabe der relevanten Parameter das akustische Bild berechnet. Zusätzlich ist die Eliminierung der Autoleistung in der Beamforming-Berechnung berücksichtigt. Die Analyse von Messungen im Windkanal zeigten nach der "Diagonal Deletion" im Zeitbereich einen Dynamikgewinn von bis zu 10 dB. Dies deckt sich mit den Erfah-

rungen aus dem Frequenzbereichs-Beamforming. Auch andere Messungen mit breitbandigen Signalen brachten den zu erwartenden Dynamikgewinn. Wie groß der Gewinn ist, hängt vom Signalcharakter ab. Der Implementierungsaufwand der "Diagonal Deletion" für das Delay&Sum-Zeitbereich-Beamforming ist gering und würde das Messsystem um eine sehr nützliche Funktion, insbesondere für Windkanalmessungen erweitern. In der nächsten Software-Version der *Akustischen Kamera* ist diese Funktion umgesetzt.

Der Einfluss der DiagonalDeletion auf die Absolutpegel ist in den Absolutpegeln zu berücksichtigen. Diese sind aber ohnehin durch die Array-Geometrie und den Algorithmus selbst mehr oder weniger stark verfälscht, sodass die Absolutpegel stets kritisch beurteilt werden müssen. Es bleibt zu überlegen, ob es noch weitere aus dem Frequenzbereich bekannte Techniken gibt, die in das Zeitbereichs-Beamforming transformiert werden können.

Interpolation zur Reduktion der Abtastfrequenz. Für eine gute Lokalisation muss der Beamforming-Algorithmus eine möglichst feine Winkelauflösung realisieren können. Da diese davon abhängt, in welcher zeitlichen Rasterung die einzelnen Mikrofon-signale verzögert werden können, bestimmt die zeitliche Abtastrate direkt die Winkelauflösung im Beamforming-Prozess. Als Abtastfrequenz f_s wird das Zehnfache der höchsten zu analysierenden Signalfrequenz empfohlen. Eine hohe Abtastrate hat jedoch einen hohen Speicherbedarf sowie eine lange Übertragungsdauer der Messdaten zum Rechner zur Folge. Da es aus signaltheoretischer Sicht ausreicht, das Nyquisttheorem ($f_s > f_{max}$) einzuhalten, können mit einer geeigneten Interpolation theoretisch beliebig feine Werte zwischen den eigentlichen Abtastwerten gefunden werden. Die Problematik der "fractional Delays" ist nach wie vor ein aktuelles Thema in der Signalverarbeitung und insbesondere im Kontext des Beamformings. In dieser Arbeit wird anhand von Lautsprecher-messungen gezeigt, dass eine Interpolation ("zero-padding" und FIR-Filterung) von Kanaldaten geringer Abtastfrequenz zu den selben Ergebnissen führt wie hoch abgetastete Kanaldaten; die Qualität des akustischen Bildes bleibt gleich. Die Zeitersparnis von bis zu 30% äußert sich vor allem in der Übertragung der Daten vom Datenrekorder zum Messrechner. Studien der Filterparameter (z.B. Filterlänge und Abtastfrequenz) stehen nicht im Vordergrund dieser Arbeit, bieten aber Ansätze für eine weitere Optimierung, auch im Hinblick auf die zu untersuchenden Signale. Die Umsetzung von effizienten Algorithmen für einen Interpolations-Beamformer auf Basis einer Polyphasenfilterbankstruktur verspricht einen weiteren Rechenzeitgewinn. Der Ansatz ist in dieser Arbeit theoretisch beschrieben. Die Interpolation von Zeitdaten mit hoher Genauigkeit schafft insbesondere für das Beamforming ein großes Potenzial an Effizienzoptimierung. Zukünftige, ausführliche Parameterstudien für die verwendeten Interpolationsfilter bilden dafür die Basis.

Adaptive Filterung zur Quellenextraktion. Die Entwicklungen in den letzten Jahren haben gezeigt, dass die Quellenextraktion und die Entfaltung des akustischen Bildes eine wesentliche Aufgabe für das Beamforming bedeuten. Mit diesen Techniken erhält man einen guten Einblick in das Schallfeld, das in vielen Fällen von dominierenden Quellen störend überdeckt wird. Aus diesem Grund ist die getrennte Darstellung von Quellen bzw. das sukzessive Ausblenden von dominierenden Quellen ein vielversprechender Ansatz, um die Dynamik des Bildes erheblich

zu steigern.

In dieser Arbeit wird ein Ansatz vorgestellt, der ein erweitertes "Filter&Sum"-Beamforming darstellt. Die komplexen Filterfunktionen der einzelnen Kanäle werden dabei von einem adaptiven Filter derart bestimmt, dass bei Einstellung der optimalen Filterkoeffizienten der Anteil eines Referenzsignals in den Arraykanälen geschätzt wird und daraufhin von diesem abgezogen werden kann. Das entstehende Fehlersignal ist ein Gütemaß für die Adaption und enthält nach der Adaption keinen Anteil mehr, der zum Referenzsignal korreliert ist. Die Verwendung von adaptiven Filtern begründet sich aus der Tatsache, dass die Statistik der beteiligten Signale nicht konstant ist; das adaptive Filter kann der sich ändernden Statistik folgen. Nach der Adaption ist die Quelle des Referenzsignals im akustischen Bild eliminiert. Genauso kann die zum Referenzsignal *korrelierte* Quelle dargestellt werden.

Anhand von Messungen konnte gezeigt werden, dass das Ausblenden von Quellen mittels adaptiver Filter einen erheblichen Dynamikgewinn erzielen kann, abhängig davon, wie hoch die Anzahl der Filter-Iterationen ist. Besonders vorteilhaft ist die in dieser Arbeit vorgeschlagene Vorgehensweise zur Gewinnung des Referenzsignals, das eine hohe Kohärenz zum Mikrofon-signal aufweisen sollte. Es wird direkt aus dem akustischen Bild gewonnen, gewissermaßen als Messung mit einem Richtmikrofon, nämlich dem Beamforming-Array selber. Dominante Quellen werden detektiert und können mit einer hohen Kohärenz aus dem akustischen Bild sukzessive eliminiert werden. Es erfolgt ein Vergleich zwischen dem bekannten LMS-Algorithmus und dem SFTF-Algorithmus, einem Ableger der RLS-Filterklasse. Beide Verfahren weisen Unterschiede in ihrer Leistungsfähigkeit auf; diese werden in der nötigen Ausführlichkeit beschrieben. Für die praktischen Anwendungen steht allerdings die grundsätzliche Funktionsweise im Vordergrund.

Die Filterparameter (z.B. Schrittweiten, Filterlängen) hängen vom zu untersuchenden Signal ab und müssen von Fall zu Fall adäquat gewählt werden. Zukünftige Studien der adaptiven Filter-techniken können dazu beitragen, dass für den jeweiligen Anwendungsfall das optimale Filter hinsichtlich Rechenzeit und Ergebnisqualität gefunden wird.

Örtliche Polyphasenfilterbank. Das Wellenzahlspektrum eines gemessenen Schalldruckortsverlaufes beinhaltet alle Informationen des Schallfeldes. Unter anderem lässt sich für eine bekannte Frequenz die Einfallrichtung aus dem Spektrum bestimmen. In dieser Arbeit wird ein theoretischer Ansatz diskutiert, der eine effiziente Berechnung von Wellenzahlspektren auf Basis einer Polyphasenfilterbank-Struktur ermöglicht. In der von [KERN und OPFER 2008b] vorgestellten Methode wird die aus dem Zeitbereich bekannte Polyphasenstruktur auf den Ortsbereich übertragen. Sie soll für große Arrays mit vielen Kanälen eine effiziente Umsetzung von Schalldruckortsverläufen in Wellenzahlspektren bereitstellen. Die durch das große Array mit L Mikrofonen gegebene spektrale Selektivität, sprich die hohe Ortsauflösung, bleibt bei der Reduzierung auf $M < L$ Spektralwerte erhalten; es brauchen aber nunmehr lediglich M Spektralwerte berechnet zu werden.

In weiterführenden Studien soll die Umsetzbarkeit dieser Methode untersucht werden. Es interessiert der Zusammenhang zwischen notwendiger Array-Größe und der Anzahl von FFT-Punkten, um eine effiziente Berechnung unter Beibehaltung einer guten Ortsauflösung durchführen zu können.

Trennung kohärenter Quellen. Die Trennung kohärenter Quellen ist für die Delay&Sum-Beamforming-Methoden grundsätzlich ein Problem. Örtlich interferierende Schallfeldanteile können nachträglich nicht getrennt werden. Auch die räumlich-adaptiven Beamforming-Verfahren scheitern an dieser Problematik. In der Vergangenheit wurden zahlreiche *parametrische* Methoden entwickelt, die einen Lösungsansatz bieten. In dieser Arbeit wird ein theoretischer Ansatz für das Beamforming diskutiert, der auf einem adaptiven Filter&Sum-Verfahren basiert, das in dieser Arbeit bereits zur Trennung unkorrelierter Quellen vorgestellt wurde. Unter Annahme breitbandiger Quellen kann mit Hilfe von Übertragungsfunktionen und Referenzsignalen eine Dekorrelation des Schallfeldes am Mikrofonarray erreicht werden. Die Realisierung dieses Verfahrens auf praktische Anwendungen soll in kommenden Studien untersucht werden.

Kritische Schlussbemerkung. Das Messsystem *Akustische Kamera* bietet ein praktikables Werkzeug für die Anwendung in der täglichen Messpraxis der Automobilentwicklung. Die Software liefert eine schnelle Berechnung des akustischen Bildes auf Basis des Delay&Sum-Algorithmus'. Die Interpretation wird allerdings durch die systembedingten und physikalischen Grenzen erschwert. In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche Algorithmen und Methoden entwickelt, die den Informationsgehalt des gemessenen Schallfeldes weit über das ausreizen, was der Delay&Sum-Algorithmus zu leisten vermag. Die Entwicklungen in der Radar- und Sonartechnik weisen Merkmale auf, die teilweise erst in den letzten Jahren für die Akustik entdeckt wurden, nicht zuletzt durch den Fortschritt in der Rechentechnik. Die Erweiterung des dennoch in vielerlei Hinsicht leistungsfähigen Delay&Sum-Algorithmus' war die Motivation zur Erstellung dieser Arbeit. Gerade im Entwicklungsprozess der Automobilindustrie kommt es auf praktikable Messinstrumente sowie schnelle und aussagekräftige Ergebnisse an, sodass die Komplexität des Messsystems auch immer im Verhältnis zur Anwendung gesehen werden muss. Jedoch kommt kein Messergebnis ohne ein fundiertes Fachwissen aus. Nur allzu leicht neigt der Anwender dazu, ein farbiges Bild als Abbild der Wirklichkeit anzusehen. Obgleich Bilder mehr verraten als Zahlen oder *Wohrte*, müssen die mit der *Akustischen Kamera* gewonnenen Ergebnisse aus unterschiedlichsten Messszenarien mitunter einer zusätzlichen, kritischen Beurteilung unterzogen werden, um Fehlinterpretationen zu vermeiden. Sinnvoll, aber leider nicht immer verfügbar, ist ein Vergleich mit anderen Messverfahren; er ergänzt das Beamforming und schafft in vielen Fällen Klarheit. Und nicht zuletzt sollte der Akustik-Ingenieur immer auch auf das wertvollste Messinstrument hören, das ihm zur Verfügung steht. Seine Ohren.

Literaturverzeichnis

- [BARSIKOW et al. 1987] BARSIKOW, B., W. F. KING und E. PFITZENMAIER (1987). *Wheel/rai noise generated by a high-speed train investigated with a line array of microphones*. Journal of Sound and Vibration, 118:99–122.
- [BIENVENU und KOPP 1980] BIENVENU, G. und L. KOPP (1980). *Adaptivity to Background Noise Spatial Coherence for High Resolution Passive Methods*. Int. Conf. on Acoust., Speech and Signal Processing, S. 307–310.
- [BILLINGSLEY 1974] BILLINGSLEY, J. (1974). *An acoustic telescope*. In: *Aeronautical Research Council ARC35/364*.
- [BLACODON und ELIAS 2003] BLACODON, D. und G. ELIAS (2003). *Level Estimation of Extended Acoustic Sources Using an Array of Microphones*. In: *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, May 12-14, 2003*.
- [BRÜHL und RÖDER 2000] BRÜHL, S. und R. RÖDER (2000). *Acoustic Noise Source Modeling Based on Microphone Array Measurements*. J. Sound and Vibration, 231(3):611–617.
- [BRONSTEIN et al. 2005] BRONSTEIN, I. N., G. MUSIOL, H. MUEHLIG und K. A. SEMENDJAJEW (2005). *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch.
- [BROOKS 2004] BROOKS, T.; HUMPHREYS, W. (2004). *A Deconvolution Approach for the Mapping of Acoustic Sources (DAMAS) Determined from Phased Microphone Arrays*. In: *10th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, Manchester, Great Britain, 2004*.
- [BRUEL&KJAER 2000] BRUEL&KJAER (2000). *PULSE Messsystem*. www.bk.com.
- [CADZOW 1990] CADZOW, J. A. (1990). *Multiple Source Location - The Signal Subspace Approach*. IEEE Trans. ASSP, ASSP-38:1110–1125.
- [CAPON et al. 1967] CAPON, J., R. J. GREENFIELD und R. J. KOLKER (1967). *Multidimensional maximum-likelihood processing of a large aperture seismic array*. In: *Proc. IEEE*, Bd. 55, S. 192–211.
- [CHRISTENSEN und HALD 2004] CHRISTENSEN, J. J. und J. HALD (2004). *Technical Review, Beamforming*. Technical Review BrielKjaer, 1.

- [CREMER und MÖSER 2003] CREMER, L. und M. MÖSER (2003). *Theoretische Akustik*. Springer-Verlag.
- [DOUGHERTY und STOKER 1998] DOUGHERTY, R. P. und R. W. STOKER (1998). *Sidelobe suppression for phased array aeroacoustic measurements*. In: *AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Toulouse, France, June 2-4*.
- [DOUGHERTY 2004] DOUGHERTY, ROBERT P. (2004). *Advanced Time-domain beamforming Techniques*. In: *10th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*.
- [EHRENFRIED und KOOP 2006] EHRENFRIED, K. und L. KOOP (2006). *A Comparison of Iterative Deconvolution Algorithms for the Mapping of Acoustic Sources*. In: *12th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, Cambridge*.
- [FROST 1972] FROST, O. L. (1972). *An algorithm for linearly constrained adaptive array processing*. In: *Proc. IEEE*, Bd. 60, S. 926–935.
- [GADE 1982] GADE, S. (1982). *Sound Intensity (Theory)*. Technical Review (Bruel&Kjaer), 3rd Edition.
- [GFAI] GFAI. *Messsystem "Akustische Kamera": Software NoiseImage2 und NoiseImage3, Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik (GFaI), Berlin*. www.acoustic-camera.com.
- [GRIFFITHS 1969] GRIFFITHS, L. J. (1969). *A simple adaptive algorithm for real-time processing in antenna arrays*. In: *Proc. IEEE*, Bd. 57, S. 1696–1704.
- [GRIFFITHS und JIM 1982] GRIFFITHS, L. J. und C. W. JIM (1982). *An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming*. In: *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Bd. AP-30 d. Reihe 27-34.
- [HALD 2000] HALD, J. (2000). *Technical Review, non-stationary STSF*. Bruel&Kjaer Technical Review.
- [HALD 2003] HALD, J. (2003). *Patch Nearfield Acoustical Holography using a new Statistical Optimized Method*. In: *Inter-Noise*.
- [HARRIS 1978] HARRIS, F. J. (1978). *On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform*. In: *Proc. IEEE*, Nr. 66, S. 51–83.
- [HAYKIN 1996] HAYKIN, S. (1996). *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 3rd Edition.
- [HEAD 2008] HEAD (2008). *Messsystem "VISOR", HEADacoustics GmbH, Herzogenrath*. www.head-acoustics.de.
- [HESSELMANN 1992] HESSELMANN, N. (1992). *Digitale Signalverarbeitung*. Vogel-Verlag.
- [HOTELLING 1933] HOTELLING, H. (1933). *Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components*. *J. Educ. Psych.*, 24:417–441, 498–520.

- [JÄCKEL 2006] JÄCKEL, O. (2006). *Strength and Weakness of Calculating Beamforming in the Time Domain*. In: *1st Berlin Beamforming Conference (BeBeC)*.
- [JOHNSON und DUDGEON 1993] JOHNSON, D. H. und D. E. DUDGEON (1993). *Array Signal Processing: Concepts and Techniques*. PTR Prentice Hall.
- [KERN und MESCHKE 2006] KERN, M. und J. MESCHKE (2006). *SILENCE, EU-Projekt*.
- [KERN und OPFER 2006a] KERN, M. und H. OPFER (2006a). *Erweiterung von Beamforming-Verfahren durch synchronisierte Mehrfachmessungen*. In: *1st Berlin Beamforming Conference (BeBeC)*, Berlin.
- [KERN und OPFER 2006b] KERN, M. und H. OPFER (2006b). *Methoden zur Erweiterung der Einsatzbedingungen von Beamforming-Verfahren*. In: *DAGA 2006*, Braunschweig.
- [KERN und OPFER 2007] KERN, M. und H. OPFER (2007). *Methoden zur Erweiterung des Beamforming-Verfahrens mittels synchronisierter Mehrfachmessungen*. In: *DAGA 2007*, Stuttgart.
- [KERN und OPFER 2008a] KERN, M. und H. OPFER (2008a). *Enhancement of the Dynamic Range in Acoustic Photos by Modified Time Domain Beamforming*. In: *2nd Berlin Beamforming Conference*, Berlin.
- [KERN und OPFER 2008b] KERN, M. und H. OPFER (2008b). *Polyphasenansätze im Zeitbereichs-Beamforming*. In: *DAGA 2008*, Dresden.
- [KOOPMANS 1937] KOOPMANS, T. (1937). *Linear Regression Analysis of Economic Time Series*. Haarlem, De Erven F. Bohn N. V.
- [KRESS und IRMER 1989] KRESS, D. und R. IRMER (1989). *Angewandte Systemtheorie*. VEB Verlag Technik Berlin.
- [KRIM und VIBERG 1996] KRIM, H. und M. VIBERG (1996). *Two Decades of Array Signal Processing Research*. IEEE Signal Processing Magazine, 6(6):67–90.
- [KUO und MORGAN 1996] KUO, S. M. und D. R. MORGAN (1996). *Active Noise Control Systems*. John Wiley&Sons Inc.
- [LAAKSO et al. 1996] LAAKSO, T.I., V. VÄLIMÄK, M. KARJALAINEN und U. K. LAINE (1996). *Splitting the unit delay - tools for fractional delay filter design*. IEEE Signal Processing Mag., 13:30–60.
- [LAU und LEUNG 2000] LAU, B. K. und Y. H. LEUNG (2000). *Optimum Beamformers for Uniform Circular Arrays in a Correlated Signal Environment*. IEEE.
- [LIESEGANG und HENZE 2006] LIESEGANG, M. und W. HENZE (2006). *Nahfeldholographie an einem Diesellaggregat*.
- [LUHMANN 2003] LUHMANN, T. (2003). *Nahbereichsphotogrammetrie*. Wichmann Verlag, 2. Aufl.

- [MICHEL 2006] MICHEL, U. (2006). *History of Acoustic Beamforming*. In: *1st BeBeC Berlin Beamforming Conference*, Berlin.
- [MICHEL und BARSIKOW 2003] MICHEL, U. und B. BARSIKOW (2003). *Localisation of sound sources on moving vehicles with microphone arrays*. In: *Proceedings 5th European Conference on Noise Control Euronoise*.
- [MICHEL et al. 1997] MICHEL, U., B. BARSIKOW, B. HAVERICH und M. SCHÜTTPELZ (1997). *Investigation of airframe and jet noise in high-speed flight with a microphone array*. In: *AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Atlante, GA*.
- [MICROFLOWN 2008] MICROFLOWN (2008). *PU sound intensity probe based acoustic cameras*. www.microflown.com.
- [MOSCHYTZ und HOFBAUER 2000] MOSCHYTZ, G. und M. HOFBAUER (2000). *Adaptive Filter*. Springer Verlag.
- [MÖSER 1988] MÖSER, M. (1988). *Analyse und Synthese akustischer Spektren*. Springer-Verlag.
- [MUCCI 1984] MUCCI, RONALD A. (1984). *A Comparison of Efficient Beamforming Algorithms*. IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing, ASSP-32(3).
- [OPFER 2005] OPFER, H. (2005). *Patentschrift DE 10 2005 020 193 A1: Verfahren und Vorrichtung zum Eliminieren von Schallsignalanteilen aus Mikrofonsignalen eines Gesamtschallsignals und zum Orten von Schallquellen*.
- [OPPENHEIM und SCHAFER 1989] OPPENHEIM, A. V. und R. W. SCHAFER (1989). *Discrete-time signal processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [OTTERSTEN et al. 1993] OTTERSTEN, B., M. VIBERG, P. STOICA und A. NEHORAI (1993). *Exact and large sample ML techniques for parameter estimation and detection in array processing*. Springer-Verlag.
- [PISARENKO 1973] PISARENKO, V. F. (1973). *The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function*. Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 33:347–366.
- [POLYTEC] POLYTEC. *Laser-Scanning-Vibrometer*. www.polytec.com.
- [PRAGER et al. 2005] PRAGER, J., U. BUCHHOLZ und B. A. T. PETERSSON (2005). *Analyse komplex geformter Schallquellen mit Hilfe der sphärischen Nahfeldholographie*. In: *DAGA, München*.
- [PRIDHAM und MUCCI 1978] PRIDHAM, R. G. und R. A. MUCCI (1978). *A Novel Approach to Digital Beamforming*. J. Acoust. Soc. Amer., 63:425–435.
- [PRIDHAM und MUCCI 1979] PRIDHAM, R. G. und R. A. MUCCI (1979). *Digital interpolation beamforming for low-pass and bandpass signals*. Proceedings of the IEEE, 67(6):904–919.

- [REDDY et al. 1987] REDDY, V. U., A. PAULRAJ und T. KAILATH (1987). *Performance Analysis of the Optimum Beamformer in the Presence of Correlated Sources and Its Behaviour Under Spatial Smoothing*. IEEE Transactions on acoustic, speech, and signal processing, ASSP-35, NO. 7.
- [SARRADJ 2008] SARRADJ, E. (2008). *Quantitative source spectra from acoustic array measurements*. In: *2nd Berlin Beamforming Conference (BeBeC)*.
- [SARRADJ et al. 2005] SARRADJ, E., C. SCHULZE und A. ZEIBIG (2005). *Einsatz eines Mikrofonarrays zur Trennung von Quellmechanismen*. In: *Proceedings of DAGA 2005, Munich*.
- [SCHAFER und RABINER 1973] SCHAFER, R. W. und L. R. RABINER (1973). *A digital signal processing approach to interpolation*. Proc. IEEE, 61:692–720.
- [SCHOBEN und SOMMEN 1996] SCHOBEN, D. und P. SOMMEN (1996). *Increasing Beamforming Directions using Polyphase Decomposition*. iee, 4.
- [SCHULZE et al. 2004] SCHULZE, C., E. SARRADJ und A. ZEIBIG (2004). *Characteristics of Microphone Arrays*. In: *Proc. Inter-Noise, Prague*.
- [SENSOUND 2005] SENSOUND (2005). *Nearfield Acoustical Holography*. www.sensound.com.
- [SHAN et al. 1983] SHAN, T. J., M. WAX und T. KAILATH (1983). *Spatial Smoothing approach for location estimate of coherent sources*. In: *Proc. 17th Asomilar Conf. Circuits Syst. Comput.*, S. 367–371.
- [SIJTSMA 2007] SIJTSMA, P. (2007). *CLEAN Based on Spatial Source Coherence*. In: *13th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*.
- [SLOCK und KAILATH 1991] SLOCK, D. T. M. und T. KAILATH (1991). *Numerical Stable Transversal Filters for Recursive Least Squares Adaptive Filtering*. IEEE Trans. Signal Process, 3:92–114.
- [STOICA und SHARMAN 1990] STOICA, P. und K. SHARMAN (1990). *A Novel Eigenanalysis Method for Direction Estimation*. Proc. IEEE, S. 19–26.
- [THEMATHWORKS] THEMATHWORKS. *MATLAB Release 13*. Technischer Bericht, www.mathworks.com.
- [VARY et al. 1998] VARY, P., U. HEUTE und W. HESS (1998). *Digitale Sprachsignalverarbeitung*. B.G. Teubner Stuttgart.
- [VEITH 2000] VEITH, IVAR (2000). *Theoretische Akustik*. Vogel-Verlag.
- [WIDROW und M. HOFF 1960] WIDROW, B. und J. M. HOFF (1960). *Adaptive switching circuits*. In: *IRE WESCON Conv. Rec.*, S. 96–104.
- [WIDROW und STEARNS 1985] WIDROW, B. und S. D. STEARNS (1985). *Adaptive Signal Processing*. Prentice Hall.

- [WILLIAMS 1999] WILLIAMS, E. G. (1999). *Fourier Acoustics, Sound Radiation and Near-field Acoustical Holography*. Academic Press, San Diego, California.
- [WU 1997] WU, S. F. (1997). *Helmholtz equation least squares method for reconstructing the acoustic pressure field*. *Journal of the Acoustical Society of America*, 102:2020–2032.
- [WU und ZHAO 2002] WU, SEAN F. und X. ZHAO (2002). *Combined Helmholtz equation–least squares method for reconstructing acoustic radiation from arbitrarily shaped objects*. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112(1):179–188.
- [ZOLLNER und ZWICKER 1984] ZOLLNER, M. und E. ZWICKER (1984). *Elektroakustik*. Springer-Verlag.

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Erweitertes Messsystem <i>Akustische Kamera</i> | 17 |
| 2.1 | Einheitskreis in der z-Ebene | 33 |
| 2.2 | Rechteck-, Hanning- und Hamming-Fenster | 37 |
| 2.3 | DFT-Filterbank | 40 |
| 2.4 | Filterbankausgänge Rechteck und Hann | 41 |
| 2.5 | Nicht-rekursives Filter (FIR-Filter) in 2. kanonischer Form | 42 |
| 2.6 | Polyphasenfilterbank | 43 |
| 2.7 | Schalldruckberechnung im Raum | 53 |
| 2.8 | Prinzip der Koinzidenz zwischen Biegewelle und abgestrahlter Schallwelle | 55 |
| 2.9 | Ebene trifft auf Linien-Array | 59 |
| 2.10 | Konstruktion des sichtbaren Wellenzahlanschnitts | 62 |
| 2.11 | Richtungsmaß einer auf das Array treffenden (ebenen) Welle | 63 |
| 2.12 | Folgen, Leistungsspektren der Gewichtungsfenster und Richtungsmaße einer auf das Array treffenden (ebenen) Welle | 65 |
| 2.13 | Vergleich Dolph-Chebyshev mit Rechteck | 67 |
| 2.14 | Bandpass-optimierte Gewichtung | 68 |
| 3.1 | Prinzip der Holographie | 78 |
| 3.2 | Zur Berechnung des Raleigh-Integrals | 79 |

| | | |
|------|---|-----|
| 3.3 | Abstrahlung Ebene in das Fernfeld | 80 |
| 3.4 | Messungen im Nah- und Fernfeld | 85 |
| 3.5 | Zusammenhang zwischen Hauptkeulenbreite und Ortsauflösung | 86 |
| 3.6 | Auflösung BF-NAH | 87 |
| 3.7 | Lautsprechermessung zur Bestimmung der Auflösung | 88 |
| 3.8 | Simulierte Richtcharakteristik eines Ring-Arrays | 89 |
| 3.9 | Vergleich von Nah- und Fernfeldmessung an einem Riemtrieb | 91 |
| 3.10 | Vergleich Beamforming-LaserScanningVibrometrie | 92 |
| 3.11 | Beamforming- und Laserscanning-Ergebnis 1406 Hz | 93 |
| 3.12 | Delay&Sum-Prinzip | 95 |
| 3.13 | Prinzip der Laufzeitberechnungen | 96 |
| 3.14 | Messsystem <i>Akustische Kamera</i> | 98 |
| 3.15 | Durchschallungsmessung mit 3D-Software | 99 |
| 3.16 | Richtwirkung Linien-Array bei Nyquist- und halber Nyquistfrequenz | 100 |
| 3.17 | Laufzeitänderung einer ebenen Schallwelle bei Änderung der Fokusdistanz | 102 |
| 3.18 | Reflexion am Boden bei einer Hupen-Messung | 103 |
| 3.19 | Kohärente LS-Quellen | 104 |
| 3.20 | Prinzip der Koinzidenz | 106 |
| 3.21 | Koinzidenz Scheibe | 107 |
| 3.22 | Filter&Sum-Beamformer | 109 |
| 3.23 | Hohlspiegel-Prinzip | 112 |
| 3.24 | Interpolations-Beamformer mit Polyphasenzerlegung | 118 |
| 3.25 | Prinzip des Frost-Beamformers | 120 |
| 3.26 | Griffiths-Jim Beamformer | 121 |
| 3.27 | Array-Pattern des Linien- und Kreuzarrays | 131 |
| 3.28 | Beispiele für optimierte Array-Geometrien | 133 |

| | | |
|------|---|-----|
| 3.29 | Optimiertes Array für NAH und Beamforming | 133 |
| 3.30 | Akustisches 3D-Bild einer Durchschallungsmessung | 134 |
| 4.1 | Einfallende Welle und Fokusrichtung am Linienarray | 144 |
| 4.2 | Wellenzahlspektren von Linien- und Ringarray | 145 |
| 4.3 | Konstruktion des akustischen Bildes aus dem Array-Pattern | 147 |
| 4.4 | Wellenzahlausschnitt für DOI 30° | 148 |
| 4.5 | Akustisches Bild aus Wellenzahlspektrum | 150 |
| 4.6 | Vergleich Beamforming - Berechnung Punktquelle | 151 |
| 4.7 | Überlagerung zweier Punktquellen unterschiedlicher Frequenz | 152 |
| 4.8 | PAP Beamforming | 154 |
| 4.9 | Beamforming im Zeitbereich (<i>NoiseImage</i>) und Frequenzbereich (MATLAB) | 155 |
| 4.10 | Vergleich BF im Windkanal von <i>NoiseImage</i> und MATLAB | 156 |
| 4.11 | Ebene Welle und Delay-Quantisierungen | 158 |
| 4.12 | Lokalisation LS, versch. Abtastraten und Interpolation | 162 |
| 4.13 | Unterabgetastete Bandpasssignale mit verschiedenen Flankensteilheiten | 163 |
| 4.14 | Lokalisation LS versch. Abtastraten und Interpolationen | 164 |
| 4.15 | Speicher- und Rechenzeitbedarf mit und ohne Interpolation | 165 |
| 4.16 | Power Array Pattern mit und ohne DiagonalDeletion | 167 |
| 4.17 | Eliminierung der Autoleistung im Windkanal | 168 |
| 4.18 | Eliminierung der Autoleistung "Türzuschlag" | 169 |
| 4.19 | Szenario einer Mehrfachmessung mit einem Ring-Array | 170 |
| 4.20 | Programmablaufplan zur synchronisierten Mehrfachmessung | 171 |
| 4.21 | Beamforming-Simulationen von Mehrfachmessungen | 172 |
| 4.22 | Kohärenzen im Array | 174 |
| 4.23 | Kohärenz innerhalb eines Ring-Arrays | 176 |
| 4.24 | Aufbau Photogrammetrie | 179 |

| | |
|--|-----|
| 4.25 Mehrfachmessung 1LS, 500Hz | 180 |
| 4.26 Mehrfachmessung 1LS, 1 kHz | 182 |
| 4.27 Mehrfachmessung 2LS, 1.25 kHz-Terz | 183 |
| 4.28 Mehrfachmessung 2 LS, 3.15 kHz-Terz | 184 |
| 4.29 Mehrfachmessung 2 LS, 5 kHz-Terz | 185 |
| 4.30 Mehrfachmessung 2 LS mit korreliertem Rauschen | 186 |
| 4.31 Messaufbau Durchschallung | 188 |
| 4.32 Simulation von Leckagen | 189 |
| 4.33 Mehrfachmessungen mit Durchschallung 1 kHz | 190 |
| 4.34 Mehrfachmessungen mit Durchschallung 3.15kHz | 191 |
| 4.35 Mehrfachmessungen mit Durchschallung bei 5 kHz | 192 |
| 4.36 Simulation der Durchschallung mit verschiedenen Punktquellen | 192 |
| 4.37 Simulation der Durchschallung von 3 Punktquellen mit verschiedenen Array- Positionen | 193 |
| 4.38 Synthetische Apertur Motormessung | 194 |
| 4.39 Mehrfachmesung mit DiagonalDeletion | 196 |
| 4.40 Artefakt im Zentrum | 197 |
| 4.41 Struktur eines FIR-Filters im Kontext der Adaption | 201 |
| 4.42 Orthogonalitätsprinzip | 201 |
| 4.43 Prinzip der adaptiven Filterung im Kontext der Quellentrennung | 205 |
| 4.44 2LS unkor. Rauschen | 206 |
| 4.45 2LS unkor. Rauschen nLMS | 207 |
| 4.46 2LS unkor. Rauschen nLMS, "Kohärenzbandpass" | 208 |
| 4.47 Eliminieren einer 5kHz-Punktquelle mit adaptivem Filter | 209 |
| 4.48 Ausblenden von Hauptschallquellen am Motor mit nLMS-Algorithmus | 211 |
| 4.49 Eliminieren eines 7 kHz-Spiegelpfeifens im Windkanal mit nLMS-Algorithmus | 212 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.50 | Eliminieren der Radkastenquelle im Windkanal mit adaptivem Filter | 213 |
| 4.51 | WFS und AK bis 1.5 kHz und 2-3 kHz | 216 |
| 4.52 | Laufzeitbestimmung Δ_m für m Mikrofonsignale bei einer Kugelwelle | 217 |
| 4.53 | Riemen 22. Ordnung | 221 |
| 4.54 | Kohärenzen Beschleunigungssensor und Einzelmikrofon | 222 |
| 4.55 | Modell zur Trennung von zwei kohärenten Quellen | 224 |
| 4.56 | Wellenzahlspektrum einer ebenen Welle aus 90° | 226 |
| 4.57 | Wellenzahlbandpässe | 228 |
| 4.58 | Analogie zwischen Filterbank und Wellenzahlspektrum | 231 |
| 4.59 | Polyphasenfilterbank-Struktur aus dem Zeitbereich | 232 |
| | | |
| A.1 | Raleigh-Kriterium | 253 |
| | | |
| B.1 | Array-Pattern | 255 |
| B.2 | Richtungsmaß aus Array-Pattern für Quelle aus Zentrum | 256 |
| B.3 | Richtungsmaß aus Array-Pattern für Quelle aus 90° vertikal | 256 |
| B.4 | Richtungsmaß aus Array-Pattern für Quelle aus 30° horizontal und 30° vertikal | 257 |
| B.5 | Differenzbild von Beamforming und berechneter Point-Spread-Function | 258 |
| | | |
| C.1 | Durchschallung mit rosa Rauschen | 259 |
| | | |
| D.1 | Ausblenden von Hauptschallquellen am Motor | 261 |

Anhang A

Beamforming

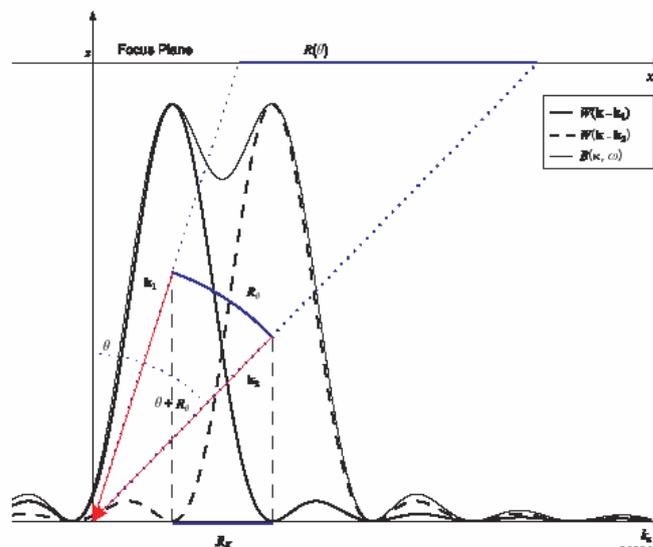


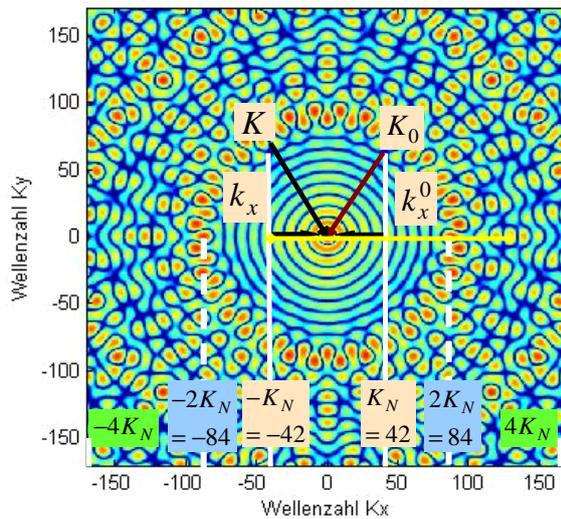
Abbildung A.1: Raleigh-Kriterium für die örtliche Auflösung (Quelle: [CHRISTENSEN und HALD 2004]): Das Array hat seine maximale Empfindlichkeit, wenn es auf den Einfallswinkel einer Welle ausgerichtet ist. Zwei ebene Wellen, repräsentiert durch 2 Wellenzahlvektoren, treffen nun auf das Array. Wenn die Projektion des zweiten Vektors in das erste Minimum (Nullstelle) des Array-Patterns der ersten Fokusrichtung fällt, lassen sich beide Wellenanteile bzw. Quellen trennen.

Aus dieser Beschreibung der maximal möglichen Winkelauflösung ergibt sich die Ortsauflösung als Maß für den minimalen Abstand zweier Quellen in Abhängigkeit des Einfallswinkels:

$$R(\vartheta) = \frac{zR_K}{k} \frac{1}{\cos^3\vartheta} \quad (\text{A.1})$$

Anhang B

Array-Pattern



Wellenzahlvektor d. einfallenden Welle

$$B = k_x - k_x^0$$

Fokus-Wellenzahlvektor

Wellenzahl

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

Wellenzahlgrenze bei Fokus $\pm \theta$

$$K_{\max}^{\theta} = [1 + \sin(\theta)] \frac{\omega}{c}$$

Sichtbares WZS bei Beambereich $\pm 30^\circ$

und $\text{doi} = 30^\circ$ (x-Richtung) und

$|k| = 2K_N$ (doppelte Nyquistfrequenz)

$$-K_N \geq K_{\text{sicht}} \leq 3K_N$$

Abbildung B.1: Konstruktion des sichtbaren Wellenzahlausschnitts

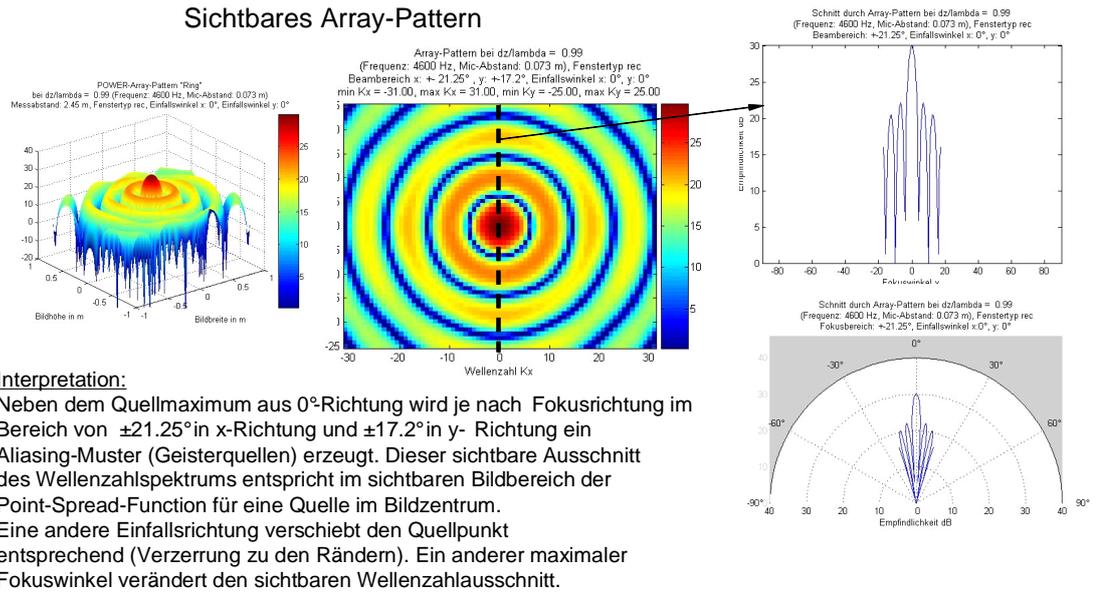


Abbildung B.2: Konstruktion des Richtungsmaßes aus dem Array-Pattern für Quelle aus Zentrum.

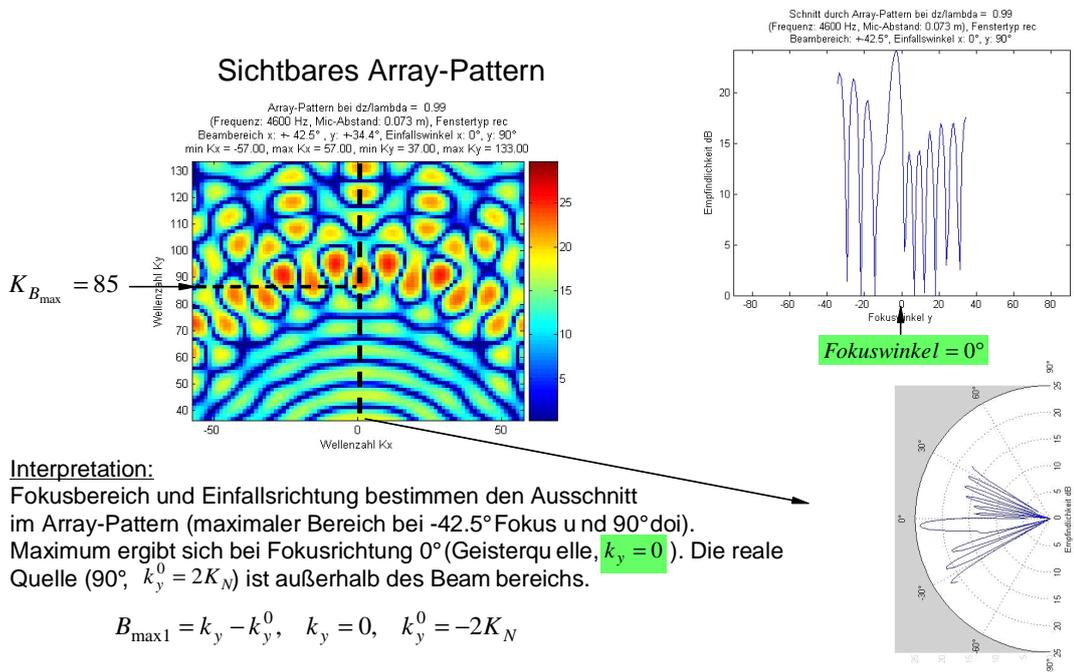
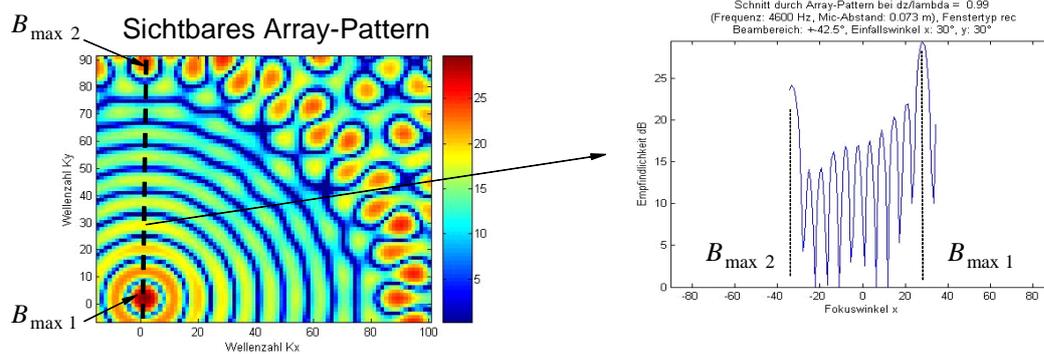


Abbildung B.3: Konstruktion des Richtungsmaßes aus dem Array-Pattern für Quelle aus 90° vertikal.



Interpretation:

Fokusbereich und Einfallrichtung bestimmen den Ausschnitt im Array-Pattern (maximaler Bereich bei -42.5° Fokus und 30° doi). Maxima ergeben sich bei Fokusrichtung 30° (=Einfallswinkel, $B_{\max 1}$) und Fokusrichtung -30° (Geisterquelle, $B_{\max 2}$).

$$k_x = k_y^0 = -K_N (\equiv \text{Fokus } 30^\circ), \quad B_{\max 1} = k_y - k_y^0 = 0$$

$$k_x = -k_y^0 = K_N (\equiv \text{Fokus } -30^\circ), \quad B_{\max 2} = k_y - k_y^0 = 2K_N,$$

Abbildung B.4: Konstruktion des Richtungsmaßes aus dem Array-Pattern für eine Quelle aus 30° horizontal und 30° vertikal.

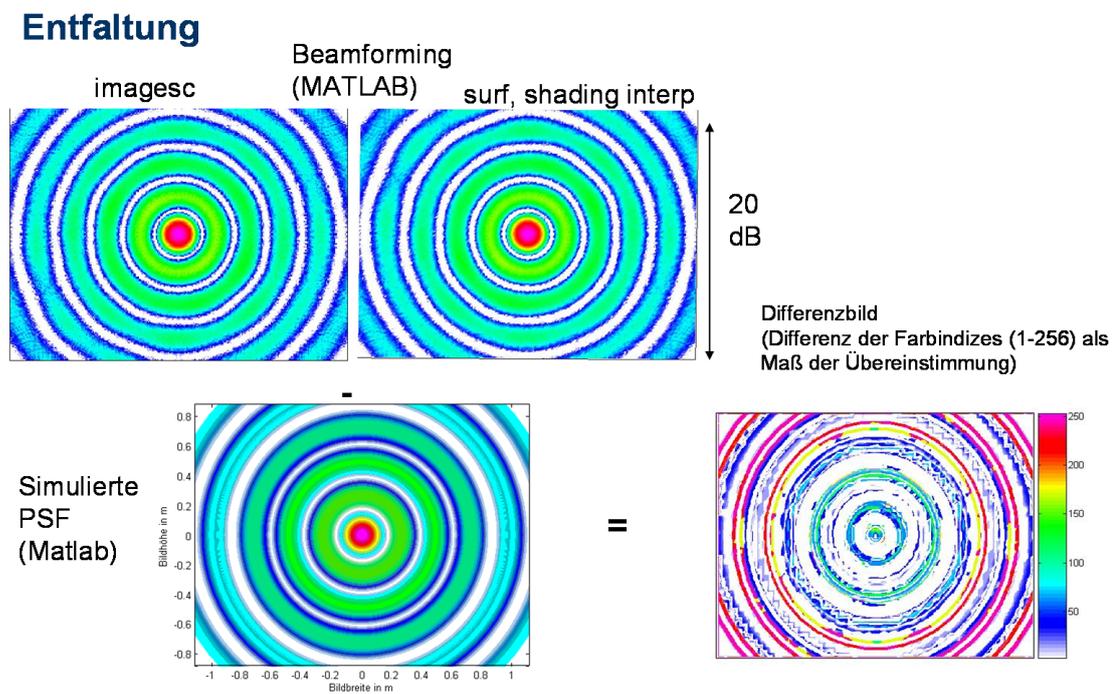


Abbildung B.5: "Entfaltung": die simulierte Point-Spread-Function bei 4600 Hz wird vom Beamforming-Ergebnis abgezogen. Die Farbindizes sind ein Maß für die Übereinstimmung der beiden Bilder. Bei Differenz = 0 erhält man weiße Flächen.

Anhang C

Synthetische Apertur

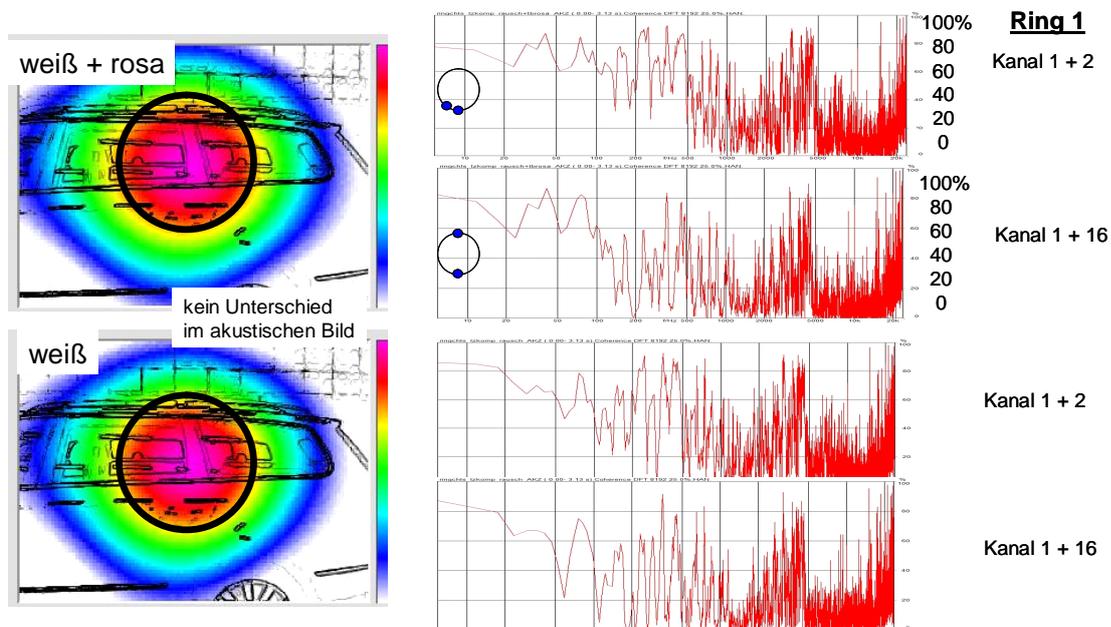


Abbildung C.1: Durchschallung mit rosa Rauschen bei 1 kHz: es gab keine nennenswerten Unterschiede zur Messung mit weißem Rauschen (s. Abschnitt 4.2.4).

Anhang D

Adaptive Filter

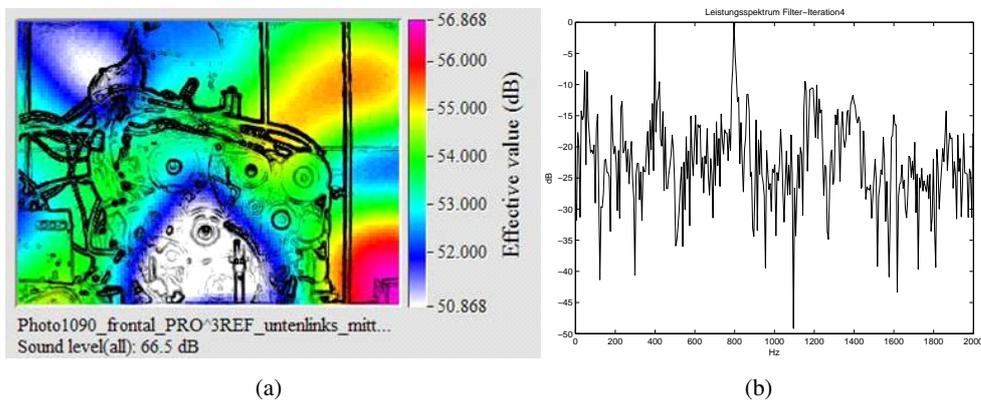


Abbildung D.1: Ergänzung zu Bild 4.48: Ausblenden von Hauptschallquellen am Motor, 4. Filter-Iteration. (a) akustisches Bild; (b) Spektrum eines Mikrofonkanals. Die sukzessive Filterung bzw. Ausblenden der stärksten Quelle führt zu einer Pegelabschwächung im untersuchten Frequenzbereich 1-2 kHz.