Zum Einfluss von Dämpfung auf Bremsenschwingungen

vorgelegt von
M. Sc.
Dominik Schmid

an der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender:	Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Utz von Wagner
Gutachter:	Prof. Dr. rer. nat. Norbert Hoffmann

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 26. Juni 2020

Berlin 2020

Vorwort

„Weniger ist mehr.“

Ludwig Mies van der Rohe, 1930 – 1933 Direktor des Bauhauses

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mechatronische Maschinendynamik (MMD) der Technischen Universität Berlin.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Utz von Wagner, dem langjährigen Leiter des Fachgebiets Mechatronische Maschinendynamik und Dekan der Fakultät Verkehrs- und Maschinensysteme, danke ich im besonderen Maße für die Möglichkeit der Promotion, das konstruktive Arbeitsumfeld, die lehrreichen Projekte und Freiräume sowie das Vertrauen in mich und meine Arbeit.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Norbert Hoffmann, Leiter der Arbeitsgruppe für Strukturdynamik der Technischen Universität Hamburg, danke ich sehr für die Übernahme des Korreferats. Meinen Dank will ich weiterhin Herrn Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller, Leiter des Fachgebiets Kontinuumsmechanik und Materialtheorie der Technischen Universität Berlin, für den Vorsitz der Promotionskommission aussprechen.

Allen aktiven und ehemaligen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des MMD danke ich für die motivierende Arbeitsatmosphäre, das kollegiale Miteinander und den regen fachlichen Austausch. Universitätsübergreifend danke ich den Kollegen des Karlsruher Institutes für Technologie und dem Industriepartner Audi für die gute Zusammenarbeit.

Die erarbeiteten Erkenntnisse entstanden im Rahmen des Schwerpunktprogrammes 1897 „Calm, Smooth and Smart“ in der ersten Förderphase. Ich bedanke mich herzlich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung des Teilprojektes.

Mein größter Dank gilt jedoch meiner Familie. Besonders möchte ich mich bei meinen Eltern und meinem Bruder für die großartige Unterstützung, Ihren Rückhalt sowie das entgegengebrachte Verständnis und Vertrauen in meine Fähigkeiten bedanken. Ihnen widme ich diese Arbeit.

Berlin, im Juli 2020

Dominik Schmid

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**
1.1 Motivation . . . 3
1.2 Zielsetzung . . . 4
1.3 Aufbau der Arbeit . . . 5

2 Stand der Wissenschaft **7**
2.1 Fachtermini . . . 8
2.2 Analyse des Bremsenquietschens . . . 8
2.2.1 Modellierungsansätze . . . 9
2.2.2 Einflussgrößen und Maßnahmen . . . 15
2.3 Shimaufbau . . . 17
2.4 Relevante Publikationen . . . 20
2.4.1 Standards zu Dämpfungsmaterialien und Bremsenkomponenten . . . 20
2.4.2 Patente . . . 21
2.4.3 Abhandlungen zu Bremsgeräuschen mit Fokus auf Shims . . . 21
2.5 Diskussion und Handlungsbedarf . . . 23

3 Rheologie **25**
3.1 Dissipation . . . 25
3.2 Schwingungen diskreter Systeme . . . 29
3.2.1 Viskose Dämpfung . . . 31
3.2.2 Strukturdämpfung . . . 33
3.3 Charakterisierung von Elastomeren . . . 35
3.3.1 Modellierung . . . 35
3.3.2 Elastomereigenschaften untersuchter Shims . . . 38
3.3.3 Dynamisch-Mechanische-Analyse . . . 38
3.4 Reibmaterial . . . 41
3.5 Zwischenfazit und kritische Betrachtung . . . 42

4 Analytische Beschreibung von Shims **45**
4.1 Dimensionierungsprozess . . . 45
4.2 Schwingungen kontinuierlicher Systeme . . . 47
4.2.1 Freie Torsionsschwingungen gerader Stäbe . . . 47
4.2.2 Freie Biegeschwingungen von Balken . . . 48
4.3 Sandwichbalken - Homogenisierungstheorien . . . 50
4.3.1 Free-layer-damping . . . 51
4.3.2 Constrained-layer-damping . . . 53
4.4 Weiterführender CLD-Ansatz für Shimcharakterisierung . . . 56
4.4.1 Trägerstrukturen mit vollständiger Bedeckung . . . 56
4.4.2 Trägerstrukturen mit partieller Bedeckung . . . 62
4.5 Diskussion weiterer Konzepte . . . 68

5 Experimentelle Untersuchungen 71
5.1 Shimcharakterisierung . . . 71
5.1.1 Temperatureinfluss . . . 75
5.1.2 Partielle Bedeckung und Positionseinfluss . . . 76
5.1.3 Klebstoffeinfluss und Delamination . . . 78
5.1.4 Diskreter Constrained-layer-damping Aufbau (Cutouts) . . . 80
5.2 Weitere Bremsenkomponenten . . . 81
5.2.1 Bremsscheibe . . . 81
5.2.2 Baugruppe Bremssattel . . . 84
5.3 Untersuchungen am Gesamtbremssystem . . . 85
5.3.1 Auswertung - Quietschverteilung . . . 88
5.3.2 Erprobung vorgestellter Maßnahmen . . . 90

6 Finite-Elemente Ansatz 95
6.1 Modellierung . . . 95
6.2 Dämpfungsmodelle . . . 97
6.2.1 Strukturdämpfung . . . 97
6.2.2 RAYLEIGH-Dämpfung . . . 98
6.3 Ergebnisse auf Komponentenebene . . . 99
6.4 Komplexe Eigenwertanalyse . . . 103
6.5 Fazit . . . 106

7 Schlussbetrachtung 107
7.1 Zusammenfassung . . . 107
7.2 Ausblick . . . 109

Literaturverzeichnis 111

Anhang 143

A Weitere Instabilitätsmechanismen 143

B Literaturübersicht zu FLD und CLD 145
B.1 Publikationen zu Free-layer-damping . . . 145
B.2 Publikationen zu Constrained-layer-damping . . . 145
B.2.1 Vollständige Bedeckung . . . 145
B.2.2 Partielle Bedeckung . . . 146

C Analytische Berechnungen 149
C.1 Randbedingungen . . . 149
C.1.1 Fest-/Loslagerung . . . 149
C.1.2 Parallelführung . . . 150
C.2 Weitere Constrained-layer-damping Berechnungen . . . 150

D Warm-up-Bremsungen 155

Sachverzeichnis 157

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen — Kapitel

Im()	Imaginärteil	2.2.1
Im$\{\omega\}$	Sandwichverlustfaktor	4.4.2
Re()	Realteil	2.2.1
Re$\{\omega\}$	Eigenkreisfrequenz	4.4.2
ACM	Polyacrylate	3.3.2
BA	**B**eschleunigungs**a**ufnehmer	5.3
BR	**B**utadien-Kautschuk	3.3.2
C	**C**lamped (Einspannung)	C
CAD	**C**omputer **A**ided **D**esign	4.3
CEA	**C**omplex **E**igenvalue **A**nalysis	2.2.1
CLD	**C**onstrained-**l**ayer-**d**amping	2.1
d. h.	**d**as **h**eißt	4.4.1
DFG	**D**eutsche **F**orschungs**g**emeinschaft	1.1
DMA	**D**ynamisch-**M**echanische-**A**nalyse	3.3.3
EPDM	**E**thylen-**P**ropylen-**D**ien-Kautschuk	5.1.3
EPM	**E**thylen-**P**ropylen-Kautschuke	3.3.2
F	**F**ree (Freie Randbedingung)	4.4.1
FE	**F**inite-**E**lemente	1
FFT	**F**ast **F**ourier **T**ransformation	5.3
FLD	**F**ree-**l**ayer-**d**amping	2.1
FRF	**F**requency **R**esponse **F**unction	3.2
hom	**hom**ogenisierte Modellierung	6.3
i. d. R.	**i**n **d**er **R**egel	1
IR	**I**sopren-Kautschuk	3.3.2
Kfz	**K**raft**f**ahr**z**eug	1
KIT	**K**arlsruher **I**nstitut für **T**echnologie	3.3.3
ml	**m**ulti **l**ayer (Mehrschichtverbund)	6.3
MMD	**M**echatronische **M**aschinen**d**ynamik	1.1
NAO	**N**on-**A**sbestos **O**rganic	3.4
NBR	Acrylnitril-Butadien-Kautschuk	3.3.2
NVH	**N**oise **V**ibration **H**arshness	1
P	**P**inned (Fest- Loslagerung)	C
PKW	**P**ersonen**k**raft**w**agen	1
POD	**P**roper **O**rthogonal **D**ecomposition	2.2.1
S	**S**liding (Parallelführung)	C
SBR	**S**tyrol-**B**utadien-Kautschuk	3.3.2
Si	**Si**likone	3.3.2
SPP	**S**chwer**p**unkt**p**rogramm	1.1
u. a.	**u**nter **a**nderem	2.2.1
ub	**un**bekannt	2.3
WLF	**W**illiams **L**andel **F**erry	3.3.1
z. B.	**z**um **B**eispiel	5.2.1

Griechische Symbole

α	Amplitudenfrequenzgang	3.2
α	Neigungswinkel	A
α	Phasenversatz	4.2.1
α	RAYLEIGH-Parameter	2.4
α_{max}	Maximum des Amplitudenfrequenzganges	3.2
β	RAYLEIGH-Parameter	2.4
β	Verlustfaktor (Strukturdämpfung)	3.2
β	Verlustfaktor Dämpfungsschicht	4.4.2
β_{struc}	Dämpfungsparameter	6.2.1
ϕ_i	Rechtseigenvektoren	2.2.1
δ	Abstand zur neutralen Faser	4.3.1
δ	Verlustwinkel	3.1
ϵ	Dehnung	3.1
η	Bremseffizienz	5.3
η	Frequenzverhältnis	3.2
η	Verlustfaktor	2.4
$\eta_2 - \eta_1$	Halbwertsbreite	3.2.1
η_{Balken}	Verlustfaktor Trägerbalken (FLD)	4.3.1
η_{Elast}	Verlustfaktor Dämpfungsschicht (FLD)	4.3.1
η_{Elast}	Verlustfaktor Elastomer (CLD)	4.4.1
η_{hom}	Verlustfaktor der gesamten Struktur (FLD)	4.3.1
η_{res}	Frequenzverhältnis bei Resonanz	3.2.1
η_o	Frequenzverhältnis oberhalb der Resonanz	3.2
η_u	Frequenzverhältnis unterhalb der Resonanz	3.2
η_m	Sandwichverlustfaktor	4.4.1
$\eta_{\tilde{1}}, \eta_{\tilde{2}}, \eta_{\tilde{3}}$	Nullstellen	3.2.1
κ	Übertragungskoeffizient	3.2.1
λ, λ_i	Eigenwerte	2.2.1
λ_B	Biegewellenlänge	4.3.1
λ_n	Eigenwerte	4.2.2
λ_{ref}	Referenzkreisfrequenz	6.2.1
μ	Viskosität	3.3.1
μ_G	Gleitreibungsbeiwert	2.2.1
μ_H	Haftbeiwert	2.2.1
ν	Querkontraktionszahl	2.3
Ω	Erregerkreisfrequenz	3.2.1
ω	Komplexe Nullstelle	4.4.2
ω	Kreisfrequenz	3.3.1
ω_0	Eigenkreisfrequenz	3.2.1
Ω_o	Kreisfrequenz oberhalb der Resonanz	3.2
Ω_u	Kreisfrequenz unterhalb der Resonanz	3.2
ω_d	Gedämpfte Eigenkreisfrequenz	3.2
Ω_m	Eigenkreisfrequenz Schichtverbund	4.4.1
Ω_m^*	Komplexe Nullstelle	4.4.1
ψ	Relative Dämpfung (Hysterese)	3.1
σ	Spannung	3.1
τ	Relaxationszeit	3.3.1
$\theta(x)$	Ortsfunktion	4.2.1
φ	Phasenfrequenzgang	3.2.1

ϱ	Dichte	4.2.1
ϱ_{hom}	Dichte der homogenisierten Struktur	4.3
ϱ_{Stahl}	Dichte Stahl	4.3.2
ϑ	Dämpfungsgrad	3.1
$\vartheta(x,t)$	Verdrehwinkel	4.2.1
$\vartheta_n(x)$	Eigenfunktion	4.2.1
ξ_n	Eigenwert	4.3.2

Lateinische Symbole

$\widehat{\boldsymbol{q}}$	Amplitudenvektor	6.2.1
$\boldsymbol{A}$	Quadratische Koeffizientenmatrix	4.2.2
$\boldsymbol{b}$	Vektor der Konstanten	4.4.1
$\boldsymbol{c_n}$	Vektor der Konstanten	4.2.2
$\boldsymbol{D}$	Dämpfungsmatrix	2.2.1
$\boldsymbol{f}_{\text{nl}}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}, t)$	Vektor der Nichtlinearitäten	2.2.1
$\boldsymbol{f}$	Lastvektor	6.2.1
$\boldsymbol{G}$	Gyroskopische Matrix	2.2.1
$\boldsymbol{K}$	Steifigkeitsmatrix	2.2.1
$\boldsymbol{M}$	Massenmatrix	2.2.1
$\boldsymbol{N}$	Zirkulatorische Matrix	2.2.1
$\boldsymbol{q_i}$	Lösungsvektor	2.2.1
$\boldsymbol{q}$	Lösungsvektor	6.2.1
$\tilde{\boldsymbol{q}}$	Vektor der generalisierten Koordinaten	2.2.1
$\ddot{q}$	Beschleunigung	2.2.1
$\Delta f/f_0$	Halbwertsbreite	3.1
ΔW	Verlust an mechanischer Arbeit	3.3.3
$\dot{q}$	Geschwindigkeit	2.2.1
$\hat{F}$	Erregeramplitude	3.2.1
$\hat{q}$	Wegamplitude	3.2.1
$\log a(T, T_0)$	Zeit-Temperatur-Verschiebungsfaktor	3.3.1
$\overline{a}$	Abstand der Mittelachsen zwischen Schicht 1 und 3	4.4.2
$\overline{t}$	Normierte Zeitkoordinate	4.4.1
$\overline{x}$	Normierte Längenkoordinate	4.4.1
A	Koeffizient	4.2.1
A	Querschnittsfläche	4.2.2
a, b, c, d	Schubverformung Mehrschichtverbund	4.5
A_1	Querschnittsfläche Deckschicht	4.4.1
$A_1, A_2, ..., A_{14}$	Koeffizienten	4.4.2
A_3	Querschnittsfläche Balken	4.4.1
A_{Kolben}	Kolbenfläche	5.3
a_{max}	Maximale Beschleunigung	5.3.1
B	Koeffizient	4.2.1
b	Balkenbreite	4.4.2
b	Breite	4.2.1
B_n	Konstanten	4.4.1
c	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit	4.2.1
C_1	Konstante	3.2.1
C_1	Materialspezifische Konstante	3.3.1
C_2	Konstante	3.2.1

C_2	Materialspezifische Konstante	3.3.1
C_n, C_1, C_2, C_3, C_4	Konstanten	4.2.2
D	Abstand neutrale Faser und Mittelachse (Schicht 1)	4.3.2
D	Energiedissipation pro Schwingungszyklus	3.1
d	Dämpferkonstante	2.2.1
D_L	Biegesteifigkeit des Verbundes	4.4.2
E	Elastizitätsmodul	2.3
E'	Speichermodul	3.1
E''	Verlustmodul	3.1
E^*	Komplexwertiger Elastizitätsmodul	3.1
E_1	Elastizitätsmodul Deckschicht	4.4.1
e_2	Dimensionsloser Elastizitätsmodul	4.3.1
E_3	Elastizitätsmodul Balken	4.4.1
E_Balken	Elastizitätsmodul Balken	4.3.1
E_Elast	Elastizitätsmodul Elastomer	4.3.1
E_hom	Homogenisierter Elastizitätsmodul (FLD)	4.3.1
E_i	Elastizitätsmodul	4.3.2
e_n, e_1, e_2	Korrekturfaktoren	4.2.2
F	Äußere Kraft	2.2.1
f	Frequenz	3.1
F_N	Normalkraft	2.2.1
F_R	Reibkraft	2.2.1
f_n	Eigenfrequenz	4.2.1
G	Schermodul der Dämpfungsschicht	4.4.2
g	Scherparameter	4.3.2
G	Gleitmodul	2.4
G'	Speichermodul	3.1
G''	Verlustmodul	3.1
G^*	Komplexer Schermodul	4.4.2
G^*	Komplexwertiger Schubmodul	3.1
g^*	Komplexer Scherparameter	4.4.1
G_i	Schubmodul	4.3.2
h	Höhe	4.2.1
H_1, H_2, H_3	Schichtdicken CLD	4.4.2
h_2	Dimensionslose Dicke	4.3.1
H_Balken	Höhe Trägerbalken (FLD)	4.3.1
H_Elast	Höhe Dämpfungsschicht (FLD)	4.3.1
H_1	Dicke Schicht 1 (Balken)	4.3.2
H_{20}	Abstand neutrale Faser und Mittelachse (Schicht 2)	4.3.2
H_{21}	Abstand Mittelachsen von Schicht 1 und 2	4.3.2
H_2	Dicke Schicht 2 (Elastomer)	4.3.2
H_{30}	Abstand neutrale Faser und Mittelachse (Schicht 3)	4.3.2
H_{31}	Abstand Mittelachsen von Schicht 1 und 3	4.3.2
H_3	Dicke Schicht 3 (Deckschicht)	4.3.2
I_1	Flächenträgheitsmoment Deckschicht	4.4.1
I_3	Flächenträgheitsmoment Balken	4.4.1
I_hom	Homogenisiertes Flächenträgheitsmoment	4.3.1
I_p	Polares Flächenträgheitsmoment	4.2.1
I_T	Torsionsflächenträgheitsmoment	4.2.1
I_y	Flächenträgheitsmoment	4.2.2
K	Kompressionsmodul	2.3

k	Federkonstante/-steifigkeit	2.2.1
k'	Speichermodul	3.1
k''	Verlustmodul	3.1
k^*	Komplexe Steifigkeit	3.1
L	Länge	4.2.1
L	Trägerlänge	4.4.2
M	Drehmoment	5.3
M	Moment	4.4.1
m	Masse	2.2.1
m_{ges}	Gesamtmasse	4.3
m_{i}	Masse einzelner Schichten	4.3
N	Normalkraft	4.4.1
p	Bremsdruck	5.3
p	Wellenzahl	4.3.2
$p(t)$	Zeitfunktion	4.2.1
$p_{\text{Threshold}}$	Mindestbremsdruck	5.3
Q	Querkraft	4.4.1
q	Koordinate, Verschiebung	2.2.1
$q(t)$	Allgemeine Lösung	3.2.1
q_0	Amplitude	3.2.2
$q_{\text{h}}(t)$	Homogene Lösung	3.2.1
$q_{\text{p,res.}}$	Amplitude bei Resonanz	3.2.1
$q_{\text{p}}(t)$	Partikuläre Lösung	3.2.1
R	Steifigkeitsparameter	4.4.1
r, s	Ränder bei CLD	4.4.2
r_{eff}	Radialer Abstand	5.3
T	Periodendauer	3.3.3
T	Temperatur	3.1
t	Zeit	3.1
T_0	Bezugstemperatur	3.3.1
T_{g}	Glasübergangstemperatur	3.3.1
u	Längsverschiebung	4.4.1
U, U_1, U_2, U_3	Elastisches Potenzial	4.4.1
u_1, u_3	Längsverschiebungen der Schichten 1 und 3	4.4.1
v	Geschwindigkeit	6.4
v_0	Bandgeschwindigkeit	2.2.1
V_{ges}	Gesamtvolumen	4.3
V_{i}	Volumen einzelner Schichten	4.3
v_{rel}	Relativgeschwindigkeit	2.2.1
W	Gesamtsystemenergie E_{pot} und E_{kin}	3.1
W	Mechanische Arbeit	3.3.3
$w(x, t)$	Verschiebung	4.2.2
$W_{\text{I}}, W_{\text{II}}, W_{\text{III}}$	Ansatzfunktionen bei partiellem Schichtverbund	4.4.2
w_m	Biegemoden	4.4.1
$W_n(x)$	Eigenfunktionen	4.2.2
x	Koordinate	2.2.1
x, y, z	Beschleunigungsrichtungen	5.3.1
Y	Geometrieparameter	4.4.1
y	Koordinate	2.2.1

1 Einleitung

Mobilität bestimmt heutzutage die Lebensqualität vieler Menschen. Sie ermöglicht den Güteraustausch und führt zu einer besseren Erreichbarkeit von Ländern und Menschen. Negative Folgen des technischen Fortschritts sind die hohe Anzahl an Unfallopfern, der hohe Ausstoß an Emissionen wie CO_2, Stickoxiden und Feinstaub sowie die Belastung durch Störgeräusche. Hohes Verkehrsaufkommen, vornehmlich in urbanen Ballungsgebieten, führt unweigerlich zu einer hohen Lärmbelastung. Eine Studie, durchgeführt und ausgewertet vom statistischen Bundesamt aus dem Jahr 2013, zeigt, dass sich immerhin jeder zweite Befragte von Lärm gestört fühlt [Des13, S. 4, 46]. Nicht nur Verkehrsteilnehmer ohne Motorisierung, sondern auch Fahrzeuginsassen sind Störgeräuschen ausgesetzt. Neben Roll- und Windgeräuschen nehmen Bremsgeräusche, die bei Fahrzeugen mit Reibungsbremsen auftreten, einen großen Stellenwert ein.

Die deutsche Rechtsprechung hat in den vergangenen Jahren Urteile zu **Bremsgeräuschen** gefällt. Zwei häufig genannte Fälle, die das Quietschen von Reibungsbremsen behandeln, wurden von dem Oberlandesgericht Schleswig-Holstein und dem Kammergericht Berlin verkündet. Betroffen waren sowohl ein Neufahrzeug als auch ein fast neuwertiges Gebrauchtfahrzeug [Urt08] und [Urt13]. In beiden Fällen wurde das Quietschen von Kfz-Bremsen[1] als erheblicher Sach- bzw. Komfortmangel wahrgenommen. Dies ist unter anderem auch Gegenstand der Betrachtungen in [Shi01, S. 1], [Jam03, S. 237], [Kun03, S. 1].[2] Als unmittelbare Folge ergeben sich Rückrufaktionen, die mit hohen Kosten für die Fahrzeughersteller und Unannehmlichkeiten für die Besitzer verbunden sind [Fie99, S. 1], [Day14, S. 343].

Bremsenentwickler und Fahrzeughersteller haben sich seit geraumer Zeit dieser Problematik angenommen und erarbeiten seither Lösungen, die eine Beseitigung von Störgeräuschen bei Reibungsbremsen zur Folge haben. Bisherige Bemühungen haben jedoch zu keinen universell auf unterschiedliche Bremssysteme übertragbaren Maßnahmen geführt. Die steigende Nachfrage nach motorisierten Fahrzeugen und Anhängern seit dem Jahr 2000 legt zudem nahe, dass die Thematik nach wie vor nicht an Relevanz verloren hat. Die Statistik [Des19, S. 92] zeigt einen stetigen Zuwachs des Personenkraftwagenbestandes von etwa 38.4 Millionen auf 47.1 Millionen. Allein 2019 wurde die Zahl an Personenkraftwagen (PKW), die am Straßenverkehr teilnehmen können, gegenüber dem Vorjahr um 1.3 % erhöht. Abbildung 1.1 geht auf PKW-Neuzulassungen in Deutschland innerhalb des letzten Jahrzehnts ein, wobei eine prozentuale Aufschlüsselung verschiedener Kraftstoffkonzepte berücksichtigt wird.

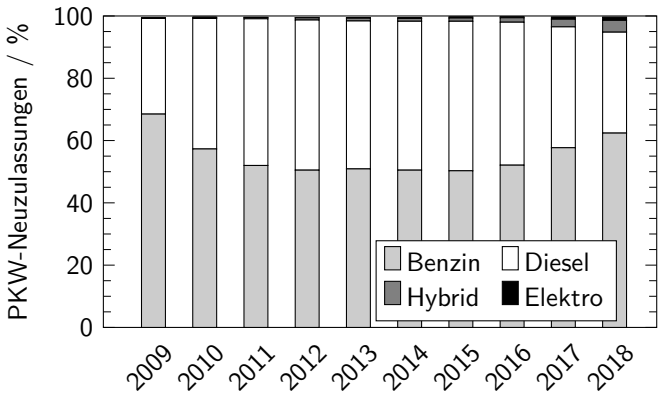


Abbildung 1.1: PKW-Neuzulassungen in Deutschland nach ausgewählten Kraftstoffarten, nach [Kra19]

[1] Kfz - das Akronym steht für **K**raft**f**ahr**z**eug.

[2] Die Bremsleistung wird durch das Auftreten von Bremsenquietschen nicht gemindert [Hoc06b, S. 1].

Ein verändertes globales Umweltbewusstsein, das sich namentlich in dem Klimaschutzabkommen[3] von Paris widerspiegelt, hat unter anderem Konsequenzen auf die Fortbewegung. Eine Auswirkung ist die Elektrifizierung von Personenkraftwagen, die in den letzten Jahren nach und nach Einzug in den Straßenverkehr gehalten hat.[4] Rein elektrisch betriebene Fahrzeuge haben aktuell (Stand 2018) lediglich einen Marktanteil von 1 % wie Abbildung 1.1 verdeutlicht. Der überwiegende Teil wird von Verbrennungsantrieben, die ausschließlich mit Reibungsbremsen ausgestattet sind, dominiert [Kra19]. Diese Verteilung wird sich sukzessive in den nächsten Jahren drastisch verändern, so dass eine flächendeckende Bereitstellung von Elektrofahrzeugen zu verzeichnen sein wird.

PKW mit Elektroantrieben werden während des Fahrbetriebs i. d. R. neben konventionellen Reibungsbremsen durch eine Generatorbremse nach dem Rekuperationsprinzip[5] verzögert. Eine Frage, die unmittelbar mit dieser Thematik auftritt, ist, ob die Weiterentwicklung geräuscharmer Reibungsbremsen durch die Verwendung berührungsloser Bremsaktuatoren obsolet wird. Um diesen Standpunkt kurz aufzugreifen, muss auf technische Grenzen von Elektrofahrzeugen und Regularien eingegangen werden. Erreicht das zu bremsende Fahrzeug eine Fahrgeschwindigkeit nahe des Stillstandes, erfolgt eine Transition von dem generatorischen Betrieb des Elektromotors auf die Reibungsbremse, um kurze Bremswege sicherzustellen [Win12, S. 269], [Bre17, S. 511f].[6] Dieser niedrige Drehzahlbereich ist für reibungsinduzierte Schwingungen wie das Auftreten von **Bremsenquietschen** als äußerst kritisch einzustufen. Der Gesetzgeber schreibt vor, dass bei Ausfall eines Bremssystems (Generatorsystems) mindestens eine zweite unabhängige Bremseinrichtung vorhanden sein muss.[7] Diese Faktoren zeigen auf, dass rekuperative Energierückgewinnung bei Elektrofahrzeugen allein nicht ausreicht, um Bremsgeräusche zu eliminieren.

Eine Klassifizierung relevanter Bremsgeräusche hinsichtlich ihrer Frequenz zeigt Abbildung 1.2 a). Das in dieser Arbeit behandelte Bremsenquietschen tritt zwischen 1 kHz und 15 kHz auf [Sch13, S. 208]. Eine Einordnung von Quietschen kann in nieder- und hochfrequente Ereignisse erfolgen.

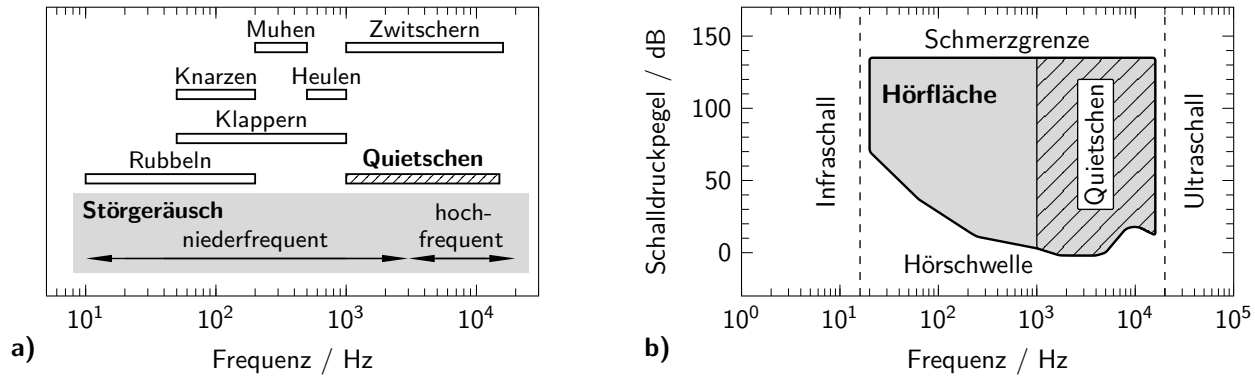


Abbildung 1.2: a) Klassifizierung typischer Bremsgeräusche, nach [Bre17, S. 630], [Wal99, S. 2], [Aka02, S. 1535], [Mas14, S. 869] und **b)** Hörfläche des menschlichen Hörorgans, nach [Sin14, S. 208]

Abbildung 1.2 b) verdeutlicht das menschliche Hörvermögen, das i. d. R. im Hörfrequenzbereich von 16 Hz bis 16 000 Hz liegt [DIN1320, S. 4]. Die höchste Sensitivität ist etwa zwischen 0.5 kHz und 4 kHz zu erwarten [Gen10, S. 41]. Bremsenquietschen, das in diesen Bereich fällt, ist sowohl für Fahrzeuginsassen als auch die Umwelt das wohl am häufigsten auftretende und am unangenehmsten wahrgenommene Geräusch

[3] Die nachhaltige Reduzierung von Treibhausgasemissionen wird als zentrales Ziel formuliert, um den Anstieg der weltweiten Durchschnittstemperatur unter 2 °C bzw. 1.5 °C gegenüber vorindustriellen Werten zu begrenzen [UN19, S. 9], [EC19].

[4] Positive ökologische Auswirkungen sind eine geringere Luftverschmutzung und eine höhere Effizienz [Dör12, S. 563]. Die gesamte Produktionskette muss bei der Beurteilung der Umweltbilanz einbezogen werden [Dör12, S. 571].

[5] Energierückgewinnung bei Elektro- und Hybridfahrzeugen durch generatorischen Betrieb des Elektromotors [Bre17, S. 51f]. Das Verzögerungsvermögen des Fahrzeugs rein durch Generatorbremsungen erhöht die Lebensdauer der Reibungsbremse.

[6] Ein Generatorbremsmoment erfordert eine Drehzahldifferenz zwischen Generator und Antriebswelle [Win12, S. 269].

[7] Bei Kraftfahrzeugen schreibt der Gesetzgeber vor, dass bei Defekt einer Bremskomponente mit der verbleibenden funktionsfähigen oder einer weiteren Bremse mindestens 44 % der regulären Bremswirkung erreicht werden muss, ohne dass das Fahrzeug seine Spur verlässt [StVZO].

[Kin03, S. 106], [Can09, S. 905].[8] Hinzu kommt, dass Quietschphänomene bei Reibungsbremsen vorwiegend bei langsamer Fahrt auftreten und infolgedessen nur bedingt von weiteren Fahrgeräuschen überdeckt werden können [Zel12, S. 306]. Eine Herausforderung, der sich die Automobilindustrie und Bremsenentwickler gleichermaßen stellen, ist die Reduzierung oder gar Beseitigung von Lärmemissionen im Fahrzeug zu realisieren [Hoh99, S. 36]. Die Entwicklung geräusch- und emissionsarmer Bremssysteme ist nach wie vor sehr langwierig und umfasst umfangreiche und demzufolge kostenintensive Versuche zur Geräuschoptimierung [Hoc06b, S. 1], [Neu06, S. 1]. Abendroth gibt an, dass sich derartige NVH-Probleme[9] auf etwa 50 % der Entwicklungskosten bei Bremsbelagherstellern belaufen [Abe00, S. 1].[10]

Eine Minderung von Quietschgeräuschen, die durch reibungsinduzierte *selbsterregte Schwingungen* hervorgerufen werden [Wal99], [Kin03], kann nur durch eine gesamtheitliche Betrachtungsweise des Systems Bremse und ihrer Komponenten erfolgen. Der Selbsterregungsmechanismus bei Quietschphänomenen resultiert aus den nichtkonservativen, zirkulatorischen Reibungskräften [Wal99], [Pop02], [Che03a, S. 1]. Die rotierende Bremsscheibe wirkt als Energiequelle und ist über den Reibungskontakt mit den Bremsbelägen gekoppelt. Ein Teilaspekt, der bei selbsterregten Systemen von entscheidender Bedeutung ist und Abhilfe verspricht, ist die Bereitstellung eines hohen Dissipationsniveaus. Wie beispielsweise in [Hag15a, S. 702] beschrieben wird, kann in Reibungsbremsen zusätzlich eingebrachte Dämpfung zur Vermeidung hochfrequenter, selbsterregter Schwingungen beitragen. Bei der Beurteilung des Quietschverhaltens von Bremsen in Simulationen wird häufig die Stabilität der trivialen Lösung von linearisierten Finite-Elemente-Modellen (FE) untersucht [Esg15b], [Grä16]. Die Eigenwerte dieser Systeme reagieren oftmals äußerst sensitiv auf Dämpfung [Hag14, S. 3, 8]. Folglich ist der Dämpfungseinfluss entscheidend, um eine realistische Modellierung zu gewährleisten. Auf Einzelheiten zur Modellierung von Bremsgeräuschen und auf eine mögliche Destabilisierung durch Dämpfung [Hag14, S. 2] wird im weiteren Verlauf der Arbeit hingewiesen. Zusammenhänge und der Handlungsbedarf diesbezüglich werden aufgezeigt und die Realisierung weiterführender Dämpfungsmaßnahmen näher beleuchtet.

1.1 Motivation

Im Rahmen des Schwerpunktprogrammes SPP 1897 - „Calm, Smooth and Smart - Novel Approaches for Influencing Vibrations by Means of Deliberately Introduced Dissipation“ wurde am Fachgebiet Mechatronische Maschinendynamik (MMD) der Technischen Universität Berlin das Teilprojekt „Suppressing Brake Vibrations by Deliberately Introduced Damping“ bearbeitet, das durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) - WA 1427/27-1 gefördert wurde und als Grundlage für die erarbeiteten Ergebnisse und Erkenntnisse diente. Der Audi AG sei zudem für die Bereitstellung von Bremsenkomponenten und eines industriellen FE-Bremsenmodells gedankt, das für weiterführende Untersuchungen verwendet wurde.

Den Schwerpunkt dieser Arbeit stellt die Untersuchung des Dämpfungseinflusses hinsichtlich hochfrequenter Schwingungen bei Reibungsbremsen dar. Eine passive Abhilfemaßnahme bei Kfz-Scheibenbremsen, die inzwischen Einzug in alle Bremssysteme gehalten hat, ist die Applizierung dämpfungssteigernder Kompositstrukturen auf Belagträgerplatten. Diese in der Automobilindustrie als *Shim* bezeichneten Sandwichstrukturen besitzen eine oder mehrere viskoelastische Schichten, die zu einem lokalen Dämpfungsanstieg beitragen.

Der Auswahlprozess geeigneter Shimbestandteile und deren Zusammensetzung beinhaltet aktuell umfassende und kostspielige Tests auf Komponentenebene sowie an Geräuschprüfständen. Das Dissipationsniveau muss hierbei stets auf das betrachtete Bremssystem abgestimmt werden. Folglich ist die korrekte Erfassung von Dämpfungsmechanismen das wesentliche Attribut von Shims für numerische Berechnungen mit prädiktivem Charakter. Jedoch kommen elementaren Dämpfungseigenschaften von Bremsbelägen in Finite-

[8] Schall wird umso störender empfunden, je mehr tonale Anteile (dominante Frequenz) beinhaltet sind. Deshalb empfindet das menschliche Ohr tieffrequente Dröhngeräusche oder hochfrequentes Pfeifen als besonders unangenehm [Zel12, S. 196].

[9] NVH ⟨engl.⟩ steht für **N**oise **V**ibration **H**arshness, zu Deutsch Geräusch, Vibration, Rauigkeit.

[10] Die Ursache von 60 % aller bremsenbezogener Garantiefälle im Automobilsektor sind Bremsgeräusche. Bremsenquietschen, insbesondere im hochfrequenten Bereich, stellt die Mehrheit dar [Yan03, S. 1].

Elemente Simulationen oftmals eine untergeordnete Relevanz zu oder werden sogar vollständig vernachlässigt. Ein weiterer Punkt, der zu Problemen beitragen kann, ist, dass in State-of-the-Art FE-Modellierungen von Shimstrukturen Schichten isoliert betrachtet und als Mehrschichtaufbau modelliert werden. Sehr dünne Schichtdicken von oftmals wenigen Zehntelmillimetern führen zu inhomogenen Elementseitenverhältnissen von bis zu 1:50.[11] Eine feinere Vernetzung ist unweigerlich mit einem massiven Anstieg der Modellgröße (Freiheitsgrade) verbunden und wirkt sich kontraproduktiv auf die Berechnungszeiten aus. Fragen, die sich zwangsläufig stellen, münden in der Forschungshypothese, die nachfolgend konkretisiert wird.

Forschungshypothese

Zukünftig soll das bislang angewandte, teils intuitive Vorgehen bei der Shimauswahl nach der „Trial-and-Error"-Methodik verbessert werden. Zunächst ist es dafür erforderlich, ein grundsätzliches Verständnis der Wirkungsweise von Shims zu entwickeln. Die Modellierungsmethode von Sandwichverbunden in Finite-Elemente Berechnungen muss dahin gehend optimiert werden, dass adäquate Seitenverhältnisse entstehen und essenzielle Dämpfungscharakteristika berücksichtigt werden. Dies greift unter anderem die Fragestellung von [All14, S. 170] auf, der das Problem aufwirft, wie Shims in Finite-Elemente Bremsensimulationen modelliert werden müssen, um eine hinreichend genaue Prognosegüte zu gewährleisten.

Der weitere Handlungsbedarf leitet sich somit aus dem aufgezeigten Status quo ab. Im Fokus stehen die Entwicklung und Erprobung von Maßnahmen, die hochfrequente Geräuschphänomene reduzieren, sowie die Darlegung eines verbesserten Finite-Elemente Modellierungsansatzes. Die vorliegende Arbeit adressiert den Bedarf, eine systematische Vorgehensweise bei der Beschreibung von Shims abzuleiten und gezielt die Beantwortung evidenter Fragestellungen zu diesem Aspekt zu fokussieren.

1.2 Zielsetzung

Ein Augenmerk liegt auf der analytischen Beschreibung von Shimsandwichverbunden, um die vorherrschende „Trial-and-Error"-Methode abzulösen. Diese Ansätze verfolgen das Ziel Vorhersagen bezüglich des Dämpfungsoptimums treffen zu können und reduzieren den Versuchsaufwand erheblich [Sun90, S. 286].

Viskoelastische Materialien bei Shimverbunden haben die Fähigkeit große Mengen an Schwingungsenergie abzubauen. Ein ganzheitliches Verständnis der Dämpfungskonfigurationen wird durch die starken Frequenz- und Temperaturabhängigkeiten auf die dynamischen Eigenschaften erheblich erschwert. Im Allgemeinen weisen reibungsinduzierte Bremsgeräusche eine starke Abhängigkeit von Variationen der Temperatur- und Normalkraftverteilung auf [Ibr94b, S. 237]. Folglich sind vollständige Informationen über die Dämpfungsparameter für die Auslegung ein entscheidender Faktor [Whi60, S. 16]. Es sollte daher eine korrekte Abbildung von Dämpfungseigenschaften verfolgt werden. Häufig ist die Abbildung repräsentativer Dämpfungskennwerte jedoch unzureichend. Hinzu kommt, dass sich kleine Änderungen bei den Dämpfungseingangsparametern dramatisch auf das Stabilitätsverhalten auswirken können [Hof08a, S. 5]. Eine detaillierte experimentelle Charakterisierung von Shimstrukturen muss demzufolge im Vordergrund der Untersuchungen stehen.

Dünnwandige Shimkomposite können bei unsachgemäßer FE-Modellierung zu starken Verzerrungen unter dynamischer Beanspruchung führen. Eine verschlechterte Abbildungsgüte und fehlerhafte Ergebnisse sind die direkte Folge. Einen zentralen Punkt der Arbeit bildet ein optimierter Modellierungsansatz.

[11] Ähnliche Seitenverhältnisse werden in diesem Zusammenhang bei Sandwichverbunden in [Soo85a, S. 5-39] und [Sun90, S. 279] beschrieben.

Zielstellung

Eine Beschreibung von Shimmaterialien durch geeignete Materialgesetze gestaltet sich äußerst schwierig [Hof08a, S. 3]. Folglich muss zunächst eine experimentelle Charakterisierung von Shims hinsichtlich modaler und thermischer Eigenschaften auf Komponentenebene sowie im eingebauten Zustand erfolgen. Um das heuristische Vorgehen einzuschränken, wird eine systematische Einbeziehung aller Systemgrößen von Shimsandwichverbunden unter Verwendung analytischer Theorien dargelegt. Die Verwendung eines Homogenisierungsansatzes löst die Vernetzungsproblematik dünnschichtiger Elemente. Die Methode fasst essenzielle Schichten zusammen und ermöglicht die Modellierung als gleichwertiger Einschichtaufbau in Dickenrichtung [Soo85a, S. 5-47]. Äquivalente Systemeigenschaften werden für den Einsatz einer homogenisierten Modellierung als Forderung ausgegeben. Vorgestellte Ansätze und Modellierungstechniken leisten einen Beitrag zur Reduzierung experimenteller Untersuchungen und tragen zur Verbesserung der Vernetzungsqualität bei. Das Ziel ist ein allgemeines Verständnis für Sandwichverbunde zu schaffen, Auswahlkriterien aufzuzeigen und Handlungsempfehlungen abzuleiten.

Ein Ersatz von Prüfstandsversuchen durch simulative Methoden, die der Vorhersage von Quietschereignissen dienen, ist zukünftig nicht zu erwarten. Numerische Verfahren werden weiterhin unterstützend als zusätzliches Werkzeug genutzt werden, um experimentelle Untersuchungen zu reduzieren [Buc08, S. 128], [Can09, S. 901]. Der folgende Abschnitt 1.3 stellt den Zusammenhang einzelner Kapitel vor.

1.3 Aufbau der Arbeit

Für die in der Arbeit ausgegebene Zielstellung eine verbesserte Modellierung und Charakterisierung von Shims zu ermöglichen, bedarf es einer systematischen Herangehensweise und Einordnung aller Einflussfaktoren. Abbildung 1.3 zeigt den Aufbau und bildet den Bezugsrahmen für das weitere Vorgehen. Relationen zwischen einzelnen Kapiteln und der Weg dorthin werden verdeutlicht.

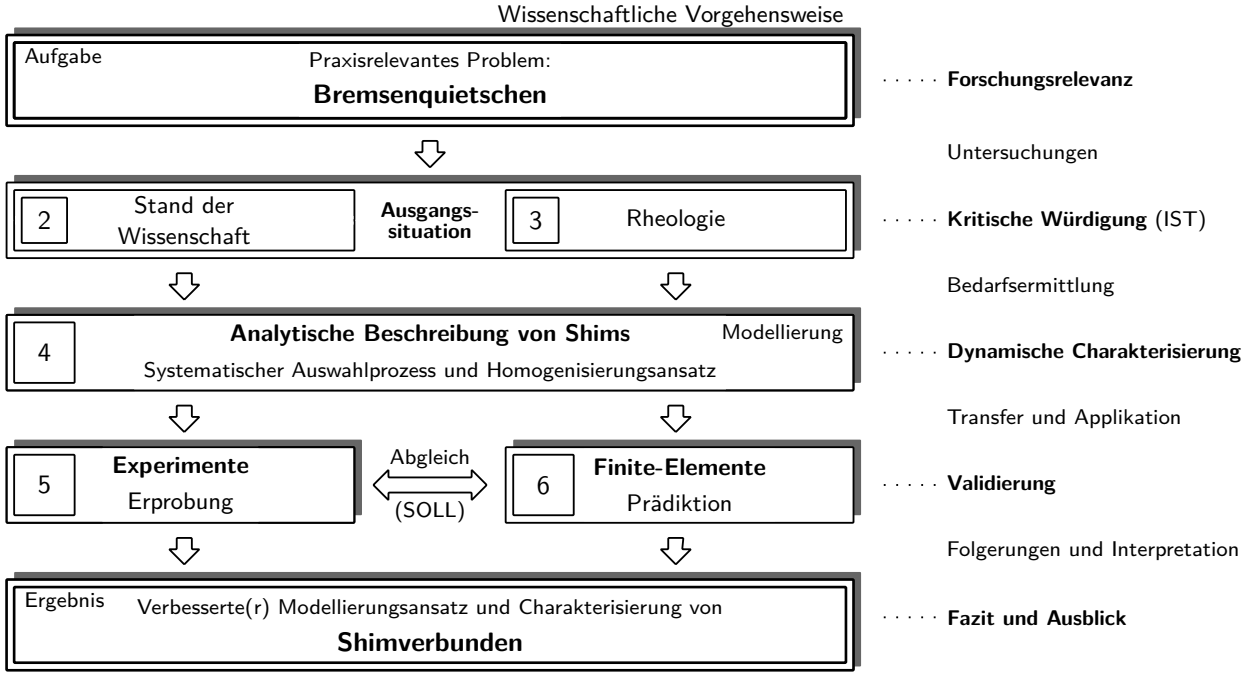


Abbildung 1.3: Modus Operandi

Die vorliegende Arbeit besteht inhaltlich aus sieben Kapiteln. In dem **einleitenden Kapitel** wird auf die Thematik von Geräuschproblemen bei Kfz-Reibungsbremsen hingewiesen und der Handlungsbedarf im Be-

reich der Charakterisierung und Modellierung von Shimverbunden bei Bremsbelägen abgeleitet. Das **zweite Kapitel** gibt einen Überblick zur Modellierung von reibungsinduzierten Schwingungen und arbeitet Grenzen der vorgestellten Berechnungsmethoden heraus. Es wird der Bezug zu Vorarbeiten im Bereich der Shimmodellierung respektive Erprobung hergestellt und eine kritische Bewertung durchgeführt. In die Betrachtung werden Industrierichtlinien, Patente, Publikationen und Erkenntnisse aus dem Forschungs- und Industrieumfeld einbezogen. Im **dritten Kapitel** erfolgt eine Einordnung des Dissipationsbegriffes und eine Gegenüberstellung von Dämpfungsmodellen, die im Shimkontext von Relevanz sind. Eine experimentelle Charakterisierung von Shim-Sandwichverbunden wird in Form von Dynamisch-Mechanischen-Analysen durchgeführt und das Dämpfungspotenzial über einen breiten Temperatur-/Frequenzbereich abgeleitet. Gegenstand des **vierten Kapitels** bildet eine analytische Beschreibung von Shimstrukturen, die auf Trägerplatten appliziert sind. Im Vordergrund stehen Homogenisierungstechniken, die eine Zusammenfassung von essenziellen Schichten ermöglichen. Zudem wird ein systematischer Auswahlprozess aufgezeigt, der relevante Einflussgrößen wie Bedeckungsgrad und Schichtdicke einbezieht und Gestaltungsrichtlinien darlegt. Das **fünfte Kapitel** behandelt sowohl die experimentelle Erprobung von Shims auf Komponentenebene als auch in einem NVH-Bremsenprüfstand. Maßnahmen, die eine Reduzierung der Quietschaffinität bewirken, werden näher untersucht. Als zentraler in den Fokus rückender Aspekt kann die Erhöhung der Bremsscheibendämpfung verstanden werden. Im **sechsten Kapitel** erfolgen Finite-Elemente Berechnungen von homogenisierten Shimverbunden, die in ein Gesamtbremssystem integriert werden. Eine Validierung des modifizierten FE-Bremsenmodells unter Einbeziehung von Randbedingungen, die den Versuchsaufbau repräsentieren, werden ausgeführt. Eine Zusammenfassung und kritische Reflexion des entwickelten Ansatzes sowie Schlussfolgerungen werden im **siebten Kapitel** gewährt. Mögliche, weitere Fragestellungen bei Reibungsbremsen werden abschließend thematisiert.

Ergänzende Sachverhalte werden im Anhang dargelegt. Weitere Instabilitätsmechanismen, die oftmals in Bezug zu Bremsgeräuschen genannt werden, werden in Abschnitt A aufgezeigt. Weiterführende Inhalte zu Sandwichverbunden, die bei Shimstrukturen Anwendung finden können, werden anschließend dargestellt. Es erfolgt eine Einteilung relevanter Publikationen hinsichtlich Wirkprinzip und Bedeckungsgrad im Anhang B. Zusätzliche Ergebnisse analytischer Berechnungen von Shimverbunden finden im Anhang C Berücksichtigung. Ergänzend werden im Anhang D Quietschereignisse, die während Warm-up-Bremsungen detektiert wurden, zusammengefasst.

Im Rahmen der Arbeit entstanden die studentischen Abschlussarbeiten [Sel16], [Bar17], [Bök17], [Dan18], [Maa19], [Con19]. Speziell seien die erzielten Ergebnisse in [Bök17], [Dan18] und [Maa19] erwähnt, auf die an den jeweiligen Stellen in dieser Arbeit verwiesen wird. Kern der Untersuchungen war vorrangig die experimentelle Bestimmung von Dämpfungskennwerten bei Shims unter diversen Einflussfaktoren wie Bedeckungsgrad, Elastomer- oder Klebstoffschicht.

2 Stand der Wissenschaft

Die Aufgabe von Kfz-Bremssystemen besteht darin, kinetische Energie während eines Bremsvorgangs durch Reibung in Wärme zu wandeln [Jea05, S. 1]. Ein geringer Anteil kann in Form von Schallenergie emittiert werden und erzeugt Störgeräusche [Cao03, S.269], [Rhe89, S. 40]. Die flache Bremsscheibenoberfläche dient hierbei als Abstrahlkörper des Bremsgeräusches [Esg15a, S. 23], [Pap02, S. 393], [Des03, S. 1], siehe auch [Gli10, S. 38]. Die Entstehung von Bremsgeräuschen und die Quietschaffinität einer Bremse unterliegen diversen Einflüssen und Unsicherheiten[12] , die eine frühzeitige Prognose immens erschweren [Ouy03, S. 66]. Quietschrelevante Einflussgrößen (Umgebungs- und Betriebsbedingungen) wie z. B.

- Temperatur,
- Luftfeuchtigkeit,
- Belagverschleiß und -historie sowie
- Bremsdruck oder Erregermechanismus

sind selbst in Prüflaboren schwer reproduzierbar. Identische Bremssysteme weisen nicht immer die gleichen Eigenschaften auf. Darüber hinaus ist die Schwingform während des Quietschens nur mit großem Aufwand zu erfassen [Ren14, S. 1], [Cro91, S. 170], [Ibr94b, S. 237], [Sin98, S. 18], [Eri00, S. 42], [Fli00, S. 4ff], [Pap02, S. 393f], [Abu05, S. 1], [Hoc06b, S. 5], [Hoc09, S. 64], [Suz09, S. 342ff]. Zudem sind Dynamometertests in Laborumgebung nicht direkt auf Bedingungen im Straßenbetrieb übertragbar [Hoc09, S. 63], siehe auch [Rin96, S. 98]. Die Entwicklung, Erprobung und Auswahl geeigneter Abhilfemaßnahmen sind infolgedessen sowohl zeit- als auch kostenintensiv und müssen stets an das Bremssystem adaptiert werden [Ouy05, S. 209]. Erschwerend kommt hinzu, dass viele Systemparameter unbekannt oder nicht zugänglich und somit mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind [Hof08a, S. 6], [Bla02, S. 44], [Buc08, S. 3]. Im Laufe der letzten Jahrzehnte wurden mehrere Methoden respektive Maßnahmen entwickelt und getestet, die eine Quietschneigung stark reduzieren (können). Jedoch mit der Einschränkung, dass noch keine universell einsetzbare Maßnahme existiert.

Die Intention dieser Arbeit zielt nicht darauf ab eine allgemeingültige Lösung zu präsentieren, sondern vielmehr den Auswahlprozess von Shims zu erleichtern, einen verbesserten Modellierungsansatz aufzuzeigen, Grenzen der bisherigen Berechnungsmethoden offenzulegen und dem Trial-and-Error Ansatz, der bei der Auswahl von Shims und Abhilfemaßnahmen nach wie vor vorherrscht, entgegenzuwirken [Dai08, S. 197], [Lew87b, S. 1], [Ber99, S. 11], [Ouy03, S. 62], [Ouy05, S. 209].

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über wesentliche Berechnungsansätze zur Ermittlung von Bremsenquietschen, fasst Entstehungsmechanismen und Abhilfemaßnahmen zusammen, zeigt den aktuellen Stand der Wissenschaft und folgert daraus den weiteren Handlungsbedarf.

Termini, die zum Verständnis der Arbeit beitragen, werden nachfolgend aufgeführt. Dabei werden Begrifflichkeiten aus internationalen Publikationen aufgegriffen. Es findet gegebenenfalls keine Übersetzung von Bezeichnungen statt.

[12] Unsicherheiten ergeben sich aus Steifigkeits- und Dämpfungsschwankungen, die durch zufällige Variation der Reibungs- und Kontaktkräfte verursacht werden [Ibr94b, S. 248]. Schwankungen des Reibkoeffizienten sowie der Materialeigenschaften, Abweichungen der Bauteilgeometrie und Belagverschleiß tragen hierzu signifikant bei [Lü14, S. 7317], [Nob15a, S. 888].

2.1 Fachtermini

Constrained-layer-damping

Von Constrained-layer-damping, kurz CLD, wird gesprochen, wenn eine Dämpfungsschicht zwischen Strukturoberfläche und einer zusätzlichen elastischen Schicht (constraining Schicht) aufgebracht wird, um Vibrationen zu kontrollieren. Eine Voraussetzung ist, dass die Deckschicht eine größere Steifigkeit als das Dämpfungsmaterial besitzt. Energie wird durch zyklische Deformation dissipiert, primär durch **Scherung** der viskoelastischen Zwischenschicht [AST05, S. 1], [VDI3833-1, S. 58f].

In der Praxis wird das Potenzial des dämpfenden Kerns jedoch durch verschiedene Faktoren limitiert. Die einschränkende Deckschicht verhält sich beispielsweise nicht ideal starr und weist in Längsrichtung elastische Verformungen auf. Diese schränken die Scherverformung der Dämpfungsschicht ein [Tor89, S. 2250f], [Soo85a, S. 3-41].

Free-layer-damping

Free-layer-damping, kurz FLD[13], beschreibt eine Maßnahme zur Dämpfung von Biegeschwingungen, indem eine Dämpfungsschicht auf die zu dämpfende Strukturoberfläche aufgebracht wird. Energie wird durch zyklische Deformation dissipiert, primär durch **Längenänderung** (Dehnung) und Kontraktion des meist viskoelastischen Dämpfungsmaterials [DiT67, S. 633], [Ker90, S. 323], [Tom90, S. 234], [Rao03, S. 460f], [AST05, S. 1], [VDI3833-1, S. 58f].

Reibung

Reibung ist in der Tribologie als Kraft definiert, die der Relativbewegung zwischen zwei Kontaktflächen widersteht [Ibr94a, S. 209]. Sie überträgt Energie von einer Oberfläche auf eine andere und dissipiert Energie während dieser Relativbewegung. Der Reibprozess führt oftmals bei den am Gleitkontakt beteiligten Festkörpern zu Schwingungen innerhalb dieser Körper, die häufig eine Abstrahlung von Schall an das umgebende Medium zur Folge haben [Aka02, S. 1525, 1539]. Reibung ist ein hochgradig nichtlinearer Prozess, der von verschiedenen Parametern wie der Gleitgeschwindigkeit, Zeit, Temperatur und der Normalkraft abhängt [Ibr94a, S. 223].

Selbsterregte Systeme

Selbsterregte Schwingungen sind freie Schwingungen (autonom), die zur Aufrechterhaltung der Schwingung Energie einem Reservoir entnehmen, um Verluste durch Dissipationsprozesse auszugleichen [Mag13, S. 16, 71].

Shim - Dämpfungsblech

Sandwichverbunde, die nach dem Constrained-layer-damping Prinzip eine höhere Dissipation gewährleisten, werden auf Belagrückenplatten eingesetzt und in der Automobilwelt als *Shim* bezeichnet. Der Aufbau setzt sich aus einer oder mehreren Dämpfungs- und Metallschichten zusammen, die stoffschlüssig mit der Belagrückenplatte verbunden sind. Die Schichtanzahl und Geometrie können je nach Bremsendesign und Einsatzgebiet variieren.

2.2 Analyse des Bremsenquietschens

Selbsterregte Schwingungen stellen in einer Vielzahl technischer Anwendungen die Ursache für Störgeräusche dar, wie bei Quietschphänomenen von Kraftfahrzeugen [Hof02, S. 197]. Bremsenquietschen wird durch reibungsinduzierte, selbsterregte Schwingungen erzeugt, wenn die auf der Reiboberfläche zwischen Belag und Bremsscheibe erzeugte Erregungsenergie die Dämpfungsenergie des Systems übersteigt [Ich93, S. 103], [vWa04a, S. 1], [Nas06, S. 1], [Hoc09, S. 63]. Oftmals findet bei der Modellierung lediglich eine Stabilitätsuntersuchung und anschließende Beurteilung der trivialen Lösung statt. Das als Quietschen wahrgenommene

[13] Auch als Unconstrained-layer-damping oder zweischichtiges Verbundblech bezeichnet [VDI3833-1, S. 58].

Störgeräusch stellt hingegen eine Grenzzykelschwingung dar, welche bedingt durch Nichtlinearitäten aus einer instabilen trivialen Lösung resultiert [vWa04b, S. 3], [Hoc09, S. 63]. Gemessene Schwingungsamplituden während eines Quietschereignisses bewegen sich im Mikrometerbereich [Kin03, S. 124], [Hoc06b, S. 11], [Het08, S. 107], [Hoc10, S. 3867], [Grä16, S. 75].

Es existiert bislang keine allgemeingültige Definition für Bremsenquietschen. Merkmale, die mit Quietschsignalen assoziiert werden, sind nach [Ouy05, S. 209]:

- Bremsenquietschen ist meist eine monofrequente, harmonische Schwingung im hörbaren Bereich, oberhalb von 1 kHz, die unabhängig von der Rotordrehzahl auftritt [Spu61, S. 34], [Shi97, S. 6], [Kin03, S. 106], [Het08, S. 98], [Grä14, S. 2]. Es können Schalldruckpegel bis etwa 110 dB auftreten [Fri07, S. 591].
- Es treten keine Haftphasen zwischen Bremsscheiben- und Belaggleitfläche auf (kein Stick-slip) [Ouy05, S. 209].
- Es sind In-plane und/oder Out-of-plane Bremsscheibenmoden an dem Störgeräusch beteiligt. In vielen Fällen können Quietschfrequenzen eindeutig Eigenfrequenzen von Bremsenkomponenten wie der Bremsscheibe zugeordnet werden [Hof08a, S. 2], [Pap02, S. 396], [Chi03, S. 6].

Systemparameter, die sich verändern können, haben signifikanten Einfluss, ob die triviale Lösung stabil oder instabil ist und gelten als Indikator für den Beginn eines Quietschereignisses [Wag04, S. 373].

2.2.1 Modellierungsansätze

Die Beschreibung respektive Modellierung von Quietschereignissen lässt sich in zwei Kategorien unterteilen. Die erste Kategorie beinhaltet analytische Modellierungsansätze, die lediglich im akademischen Kontext von Relevanz sind. Diese Minimalmodelle bilden die Geometrie und das modale Verhalten rudimentär ab und dienen dazu, Phänomene und Charakteristika an einfachen Scheiben und Belaginteraktionen wie Relativbewegungen zu untersuchen. In der zweiten Kategorie lassen sich hochdimensionale Finite-Elemente Bremsenmodelle zusammenfassen, die den Fokus auf eine exakte Abbildung der Geometrie legen. Relevante Quellen, die eine derartige Einteilung vornehmen, sind u. a. [Wau01, S. 1], [Ibr94b, S. 242ff], [Kin03, S. 135ff], [Hoc06a, S. 263], [Che07, S. 3], [Hof08a, S. 4], [Can09, S. 911ff, 931], [Kim16, S. 213].

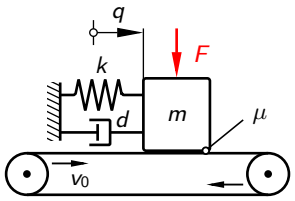
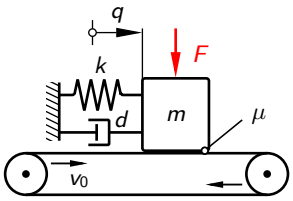
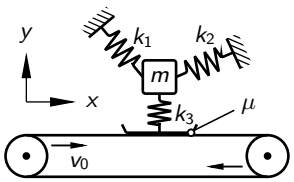
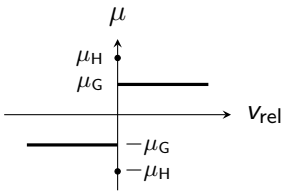
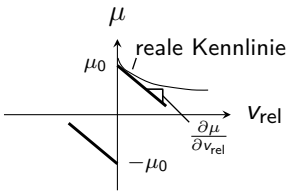
Modellierung von Störgeräuschen bei reibungsinduzierten Schwingungen

Wesentliche Entstehungsmechanismen von Bremsgeräuschen, die in Publikationen genannt werden, sind nach [Gha13, S. 1], [Hof02, S. 197f], [Fli02a, S. 1ff], [All02b, S. 79ff], [Tuc03, S. 5ff], [Hof04b, S. 185], [Sch04, S. 2], [Hof05, S. 471], [Che07, S. 1], [Bal08, S. 255], [Can09, S. 931f], [Kha10, S. 1] [Bre17, S. 639f], siehe auch [Ibr94b, S. 242]:

- Stick-slip (Unterschied zwischen statischen und dynamischen Reibkoeffizienten),
- Negative Dämpfung (degressiver Reibkoeffizientenverlauf mit steigender Relativgeschwindigkeit) bzw.
- Dynamische Instabilitäten wie Modenkopplungen (binärer Flattermechanismus).

In Tabelle 1 sind essenzielle mechanische Minimalmodelle zusammengefasst, die hauptsächlich für die Quietschmodellierung von Relevanz sind. Der Bezug zu den einzelnen Ersatzmodellen wird im weiteren Verlauf hergestellt.

Tabelle 1: Instabilitätsmechanismen

	1 Freiheitsgrad		**2 Freiheitsgrade**
Ursache	**a)** Stick-slip	**b)** Fallende Reibkennlinie	**c)** Modenkopplung
Quellen	[Klo80], [Pop02]	[Hag88], [Cro91], [Pop01]	[Nor72], [Nor76], [Hof02]
Modell			
Kennlinie			nur Slip: $F_R = \mu_G F_N$

μ_H - Haftbeiwert, μ_G - Gleitreibungsbeiwert, m - Masse, k - Federkonstanten, d - Dämpferkonstante, v_0 - Bandgeschwindigkeit, v_{rel} - Relativgeschwindigkeit, F_R - Reibkraft, F_N - Normalkraft, q, x, y - Koordinaten

Eine erweiterte Übersicht über Minimalmodelle ist in [Lan94, S. 26ff], [Kin03, S. 135ff], [vWa07], [Can09, S. 913ff], [Obe11, S. 956ff], [Mas14, S.878ff] zu finden. Ein Forschungsschwerpunkt lag in der nahen Vergangenheit sowohl analytisch als auch experimentell auf „Pin on Disk“ Modellen[14], die einen vereinfachten Aufbau und Reibkontakt zugrunde legen [Ear76, S. 83], [Nor76, S. 170ff], [Tuc01, S. 72]. Erweiterungen bestehender Ansätze wurden sukzessive in den vergangenen Jahren durchgeführt. Die Modellierung wurde dahingehend erweitert, dass nicht nur Erregermechanismen abgebildet sondern auch Systeme mit realen Scheibenbremsen assoziiert werden konnten [Hoc06b, S. 16f]. Eine Erhöhung der Freiheitsgrade [Sch02, S. 6, 44, 54] und die Erweiterung um wichtige Charakteristika wie beispielsweise die Berücksichtigung der Elastizität von Belag und Scheibe [Fli02a, S. 8f], [Fli02b, S. 19ff] oder gyroskopischer Effekte bei einem Taumelscheibenmodell in [vWa07], [vWa09, S. 227] ging damit einher. Der Einfluss unterschiedlicher Reibgesetze und Berechnungsverfahren bei Minimalmodellen ist unter anderem in [Hof04b] und [Hof07] untersucht worden. Verfahren aus der Stochastik treten weiter in den Fokus und sind u.a. in [Sch02], [Chi11, S. 3] und [Kru14, S. 27ff] einbezogen worden. Anschließend werden drei Mechanismen, die die Entstehung von Bremsgeräuschen bei Reibungsbremsen erklären, dargestellt.

Der **Stick-slip** Mechanismus stellt eine physikalisch induzierte Instabilität dar [Wal99, S. 2ff], [Shi97, S. 8ff]. Für die Beschreibung des Systems wird auf den Oszillator mit trockener Reibung aus Tabelle 1 a) zurückgegriffen, der einen Freiheitsgrad besitzt. In Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit treten intermittierende Gleit- und Haftphasen auf, die eine nichtlineare Charakteristik aufweisen [Pop05, S. 346]. Die Berechnung kann klassischen Lehrbüchern wie u. a. [Kau58, S. 347ff], [Klo80, S. 165ff], [Hag88, S. 140ff] entnommen werden, siehe auch [Lar97, S. 4], [Pop02, S. 2], [Buc08, S. 6ff]. Eine Masse m, die mit einer Dämpfungskonstante d und der Federkonstante k gegenüber der Umgebung gekoppelt ist, liegt auf einem mit der Geschwindigkeit v_0 versehenen Band. Zwischen Band und Masse wirkt die Reibungskraft $F_R = \mu_G \cdot F_N \cdot \mathrm{sgn}(v_{rel})$ mit dem dynamischen Gleitreibungsbeiwert μ_G, siehe Reibgesetz in Tabelle 1 a). Es besteht demnach eine Reibkraftabhängigkeit vom Betrag und der Richtung der Relativgeschwindigkeit v_{rel}

$$v_{rel} = v_0 - \dot{q}. \tag{2.1}$$

Bei $v_{rel} \neq 0$ gleitet die Masse auf der Oberfläche. Liegt keine Relativgeschwindigkeit $v_{rel} = 0$ zwischen Masse und Band vor, befindet sich das System solange im Haftzustand bis die Summe aus Feder- und Dämpferkraft die maximale Haftkraft überschreitet und der Gleitvorgang von neuem beginnt. Die Haftkraft wird durch

[14] Eine Erweiterung auf „Beam on Disk“ Modelle wie in [Mas08] wurde anschließend fokussiert [Mas07, S. 2376], [Aka09, S. 2591f], [Can11, S. 1728], [Obe11, S. 957], [Wan16, S. 225].

den statischen Haftbeiwert μ_H charakterisiert. Die mathematische Beschreibung beider Phasen lautet wie folgt

$$\text{Gleiten:} \qquad m\ddot{q} + d\dot{q} + kq = \underbrace{\mu_G \cdot F_N \cdot \operatorname{sgn}(v_{rel})}_{F_R} \qquad \forall \;\; v_{rel} \neq 0, \tag{2.2a}$$

$$\text{Haften:} \quad |m \underbrace{\ddot{q}}_{\equiv 0} + d \underbrace{\dot{q}}_{=v_0} + kq| \leq \qquad \mu_H \cdot F_N \qquad \forall \;\; v_{rel} = 0, \quad \text{mit } \mu_H > \mu_G. \tag{2.2b}$$

Das Phasenporträt zeigt ein stabiles Grenzzykelverhalten mit Ruhestrecke (Haftphase) des Reibschwingers. Die sich einstellende Amplitude entscheidet über den Schalldruckpegel während des Quietschens [Sch03, S. 44ff], [Grä16, S. 52]. Makroskopische Beobachtungen zeigen, dass im Allgemeinen kein Haften des Belages stattfindet und die Bremsscheibe deutlich höhere Geschwindigkeiten als die Beläge aufweist. Stick-slip Mechanismen treten vermehrt bei niederfrequenten Störgeräuschen ($<$1 kHz) auf, bei denen Fahrzeuggeschwindigkeiten nahe Null vorliegen wie bei Bremsenknarzen [Buc08, S. 8f], [Sch03, S. 47], [Hoc06b, S. 16], [Grä15, S. 2].

Eine **degressive Reibungscharakteristik** mit steigender Relativgeschwindigkeit v_{rel} kann als reibungsinduzierter Quietschmechanismus verstanden werden, der in Tabelle 1 b) angeführt wird [Cro91, S. 167], [Shi97, S. 11], [Pop02, 2ff], [Kin03, S. 135f] [Pop05, S. 347ff], [Hof08a, S. 3], [Hoc10, S. 3867]. Der reale Reibkennlinienverlauf wird im Bereich sehr kleiner Relativgeschwindigkeiten linearisiert [Hag88, S. 142ff], [Klo80, S. 170], [Hei02, S. 59], [Sch03, S. 47f]. Die Bewegungsdifferenzialgleichung des Reibschwingers mit linearer Reibkennlinie kann, siehe auch [Buc08, S. 9ff], folgendermaßen geschrieben werden[15]

$$m\ddot{q} + d\dot{q} + kq = \begin{cases} \left(-\frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} (\underbrace{v_0 - \dot{q}}_{v_{rel}}) + \mu_0 \right) F_N & \forall \;\; v_{rel} > 0 \;\; (\dot{q} < v_0) \\ \left(-\frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} (\underbrace{v_0 - \dot{q}}_{v_{rel}}) - \mu_0 \right) F_N & \forall \;\; v_{rel} < 0 \;\; (\dot{q} > v_0). \end{cases} \tag{2.3}$$

Nach Umstellen der Gleichung ist evident, dass der geschwindigkeitsproportionale Term als negative Dämpfung aufgefasst werden kann, wenn die Beziehung $|d| < |\frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} F_N|$ gilt

$$m\ddot{q} + (d - \frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} F_N)\dot{q} + kq = \begin{cases} \left(-\frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} v_0 + \mu_0 \right) F_N & \forall \;\; \dot{q} < v_0 \\ \left(-\frac{\partial \mu}{\partial v_{rel}} v_0 - \mu_0 \right) F_N & \forall \;\; \dot{q} > v_0. \end{cases} \tag{2.4}$$

Der negative Dämpfungsterm sorgt für ein exponentielles Aufklingverhalten des Oszillators, bis die Grenzgeschwindigkeit v_0 erreicht ist. Die fallende Reibungscharakteristik ist jedoch allein nicht in der Lage Bremsenquietschen vollständig zu erklären, da Quietschereignisse auch bei konstanten oder progressiven Reibkoeffizienten auftreten [Spu61, S. 33], [Wal99, S. 3], [Pap02, S. 395].

Schwingungsmoden von Substrukturen mit benachbarten Frequenzen können über eine Reibungsschnittstelle in eine neue, kohärente Mode gekoppelt werden. Der Mechanismus ist in der Literatur unter dem Begriff **Modenkopplung**[16] zusammengefasst [Dun99, S. 3] bzw. [Jar63, S. 847], [All01, S. 49], [All02a, S. 528f], [Hof08a, S. 3], [Dai08, S. 196], [Mas08, S. 2017]. Die Kopplung bringt mehr Energie in das System ein, als dissipiert werden kann. An dem Kopplungsmechanismus können diverse Bremsenkomponenten wie Belag, Scheibe, Sattel und die Radaufhängung beteiligt sein [Gha13, S. 7], [Chi03, S. 4ff]. Ein einfaches mechanisches Ersatzsystem[17] , wie es in Tabelle 1 c) gezeigt wird [Hof02, S. 198f], besitzt mindestens zwei

[15] $v_{rel} = 0$ ist für diese Modellierung nicht definiert.

[16] Auch als Steifigkeitskopplung, Flattermechanismus oder nichtkonservative verschiebungsabhängige Kräfte bezeichnet, die zu *mode lock-in* führen [Shi97, S. 97], [All99, S. 35], [All01, S. 49], [Aka02, S. 1527, 1533], [Sin07a, S. 181], [vWa07, S. 527], [Gha13, S. 8].

[17] Erste Publikationen gehen auf NORTH zurück [Nor72], [Nor76].

Freiheitsgrade und weist für dieses Modell einen konstanten Reibkoeffizienten auf [Hoc10, S. 3867], [Bal08, S. 255], [The49, S. 3]. Weiterführende Untersuchungen zu dieser Thematik wurden u. a. in [Hof03] und [Hof04b] angestellt. Die Instabilität der trivialen Lösung resultiert dabei aus dem Reibkontakt, der eine asymmetrische Steifigkeitsmatrix zur Folge hat [Pop01, S. 200], [Pop02, S. 7], [vWa07, S. 529], [Can11, S. 1728], [Weh18, S. 13], siehe auch [Mül77, S. 199f]. Für die Modellierung von Bremsenquietschen wird der Fall eines allgemeinen zirkulatorischen Systems (***M***-***D***-***G***-***K***-***N***) [Mül77, S. 50]

$$\boldsymbol{M}\ddot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{G})\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + (\boldsymbol{K} + \boldsymbol{N})\tilde{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{f}_{\mathsf{nl}}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}, t) = \boldsymbol{0} \tag{2.5}$$

mit dem Vektor der generalisierten Koordinaten $\tilde{\boldsymbol{q}}$ betrachtet, das neben dem zirkulatorischen Anteil $\boldsymbol{N}$, die geschwindigkeitsproportionalen Matrizen $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{D}$ aufweist.[18] Der Vektor $\boldsymbol{f}_{\mathsf{nl}}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}, t)$ beinhaltet Nichtlinearitäten, die eine Begrenzung der Schwingungsamplitude bewirken [Hoc09, S. 65], [Grä15, S. 2]. Eigenschaften des Systems bzw. von Subsystemen können Lehrbüchern wie [Hag15a, S. 109], [Mül77, S. 148ff] entnommen werden. Wichtige Charakteristika sind in Tabelle 2 zusammengetragen.

Tabelle 2: Eigenschaften der Matrizen aus Gleichung (2.5)

Symbol	Bezeichnung	es gilt	Eigenschaften
$\boldsymbol{M}$	Massenmatrix	$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}^{\mathsf{T}}$	symmetrisch, positiv definit
$\boldsymbol{D}$	Dämpfungsmatrix	$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}^{\mathsf{T}}$	symmetrisch, positiv semidefinit
$\boldsymbol{G}$	Gyroskopische Matrix	$\boldsymbol{G} = -\boldsymbol{G}^{\mathsf{T}}$	schiefsymmetrisch
$\boldsymbol{K}$	Steifigkeitsmatrix	$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}^{\mathsf{T}}$	symmetrisch, positiv semidefinit
$\boldsymbol{N}$	Zirkulatorische Matrix	$\boldsymbol{N} = -\boldsymbol{N}^{\mathsf{T}}$	schiefsymmetrisch

Differenzialgleichungen werden bei Modellen für Bremsenquietschen nach wie vor um einen bestimmten Betriebszustand linearisiert. Das lineare Differenzialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten lautet [Hoc06a, S. 23f], [Hag15a, S. 109, 160], [Grä15, S. 2]

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{G})\dot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{K} + \boldsymbol{N})\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0}. \tag{2.6}$$

Das Eigenwertproblem führt mit dem Exponentialansatz $\boldsymbol{q_i}(t) = \phi_i \mathrm{e}^{\lambda_i t}$ zu der charakteristischen Gleichung

$$\det\left(\lambda_i^2[\boldsymbol{M}] + \lambda_i[\boldsymbol{D} + \boldsymbol{G}] + [\boldsymbol{K} + \boldsymbol{N}]\right) = 0 \tag{2.7}$$

mit den Eigenwerten λ_i und den Eigenvektoren ϕ_i [Baj03, S. 2]. Aussagen über Eigenwerte, wie es für Subsyteme möglich ist, sind für diesen allgemeinen Fall äußerst schwierig [Hag15a, S. 160], [Mül77, S. 184].

M-***G***-***K***-***N***-Systeme, die keine Dämpfungsmatrix $\boldsymbol{D}$ enthalten, besitzen mindestens einen Eigenwert mit positivem Realteil [Hag15a, S. 157]. Daraus folgt, dass die Dämpfungsmatrix bei reibungsbedingten Instabilitäten einen entscheidenden Faktor darstellt Systeme zu stabilisieren und darf infolgedessen bei der Modellierung nicht vernachlässigt werden [Grä15, S. 2], [Hof03, S. 534]. Die Aussage, dass Dämpfung ausschließlich eine Stabilisierung des Systems bewirkt, ist hingegen unzutreffend [Hof03, S. 532], [Sin07a, S. 189]. Eine Destabilisierung des Systems kann herbeigeführt werden, wie in [Fri07, S. 608], [Sin07b, S. 891], [Hag14, S. 2], [Hag15b, S. 696] und [Jek17, S. 374] untersucht und beschrieben wurde.

In der Praxis treten Quietschereignisse mit progressiven, degressiven und konstanten Reibkoeffizienten auf [Wal99, S. 3]. Eine Theorie allein ist demzufolge nicht in der Lage Bremsenquietschen in seiner Vollständigkeit abzubilden, sondern es ist ein Zusammenspiel der aufgezeigten Mechanismen vonnöten [Bal08, S. 255]. Weitere Instabilitätsmechanismen sind im Anhang A kurz dargestellt.

Finite-Elemente Modellierung

Im industriellen Kontext werden zwei numerische Methoden zur Vorhersage von Quietschereignissen verfolgt, die auf Finite-Elemente Bremsenmodellen beruhen.[19] Dazu gehören eine transiente Analyse im Zeitbereich, die auf der direkten Zeitintegration der zugrunde liegenden Bewegungsgleichungen basiert wie

[18] Matrizen werden groß und fett, Vektoren klein und fett gekennzeichnet.

[19] Mehrkörpermodelle finden nur noch selten Anwendung, siehe [Hen02], [Van02], [Sch03], [Sch04].

beispielsweise in [Abu06], [Lin11, S. 30], [Ren16], [Iro17], [LeG17], [Stu17][20], und eine komplexe Eigenwertanalyse (CEA)[21] im Frequenzspektrum. Bei der CEA wird die Analyse des Stabilitätsproblems der reibungsinduzierten Schwingung auf ein Eigenwertproblem reduziert. Transiente Berechnungen sind sehr rechen- und kostenintensiv [Ren14, S. 4], [Ouy05, S. 218], [Jab06, S. 1] und werden bei hochdimensionalen FE-Bremsenmodellen, die eine Million und mehr Freiheitsgrade aufweisen, oft gemieden.[22] Im Fokus stehen nach wie vor CEA, die eine schnelle Bewertung mit prädiktivem Charakter gewährleisten sollen [Wag14, S. 1889], [Lil89, S. 250], [Ouy03, S. 62], [Baj04, S. 1], [Ouy05, S. 218], [Hof08a, S. 4], [Abu08a, S. 1074], [Can11, S. 1727].

Bei der **komplexen Eigenwertanalyse** beruht die Bestimmung potenzieller Quietschfrequenzen auf der Existenz einer asymmetrischen Steifigkeitsmatrix, die aus den nichtkonservativen Reibkräften zwischen Belag und Scheibe resultiert, und so zu Flatterinstabilitäten führen kann [Nou09, S. 54], [Lil89, S. 249], [Cro91, S. 169], [Hul93, S. 2], [Lee02, S. 2], [vWa04a, S. 1], [Dai08, S. 206], [Lin09, S. 79], [Abd10, S. 233], [Grä15, S. 4]. Die Berechnung quietschrelevanter Moden ist in vier Schritte unterteilt, wie Tabelle 3 zeigt, [Lin09, S. 79], [Stü91, S. 148], [Kun03, S. 3], [Liu07, S. 607], [Buc08, S. 29], [Lin11, S. 30], [Grä16, S. 14ff], [LeG17], [Das17]:

Tabelle 3: Schritte bei einer komplexen Eigenwertanalyse für Bremsenquietschen

Step	Berechnung	Eigenschaften
1:	Nichtlineare, statische Analyse	Aufbringen des Bremsdruckes
2:	Nichtlineare, statische Analyse	Bestimmung der Reibkräfte, bei Berücksichtigung der Bremsscheibenrotation
3:	Reelle Eigenwertanalyse	Bestimmung der Eigenfrequenzen (ungedämpftes $\boldsymbol{MK}$-System)
4:	Komplexe Eigenwertanalyse	Berücksichtigung der zirkulatorischen Effekte ($\boldsymbol{N}$-Matrix) sowie der Matrizen $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{D}$

Eine unmittelbare Berechnung des vollständigen $\boldsymbol{M}$-$\boldsymbol{D}$-$\boldsymbol{G}$-$\boldsymbol{K}$-$\boldsymbol{N}$-Systems, das um den sich einstellenden Gleichgewichtszustand linearisiert wird, ist unter Verwendung heutiger Eigenwertlöser aus ökonomischen Gesichtspunkten nicht praktikabel. Aus Effizienzgründen wird zunächst eine iterative KRYLOV-Unterraum-Projektionsmethode durchgeführt, bei der die Bewegungsgleichungen des linearisierten, symmetrischen $\boldsymbol{MK}$-Systems in Step 3 berechnet werden [Ouy05, S. 211], [Kru14, S. 19], [Grä16, S. 17], [Weh18, S. 3]. In einem nächsten Schritt 4 werden dissipative, gyroskopische und zirkulatorische Effekte berücksichtigt, um anschließend eine lineare Stabilitätsanalyse des Gesamtsystems nach LJAPUNOW ausführen zu können. Der Linearisierungsprozess ist demzufolge von entscheidender Bedeutung für das weitere Vorgehen [Jab06, S. 1].

Die Berechnung liefert konjugiert komplexe oder reelle Eigenwerte λ_i und zugehörige Rechtseigenvektoren ϕ_i [Das17]. Der Realteil der Eigenwerte beschreibt die Systemdämpfung für eine betrachtete Schwingungsmode, der Imaginärteil wird als Kreisfrequenz gedeutet - im Fall eines positiven Realteils deren Quietschfrequenz [Buc08, S. 26f]. Positive Realteile bedeuten eine instabile, triviale Lösung. Im Rahmen dieses Berechnungsverfahrens werden positive Realteile so gedeutet, dass die zugehörigen Schwingungsmoden bei der Entstehung von Störgeräuschen beteiligt sind [Wal99, S. 4], [Wag04, S. 379], [Ouy05, S. 211], [Che09, S. 3], [Ren14, S. 4], [Grä15, S. 2]. Eigenwerte und korrespondierende Lösungen können folgende Gestalt annehmen, siehe Abbildung 2.1.

[20] Eine FOURIER-Transformation überführt das transiente Signal in den Frequenzbereich [Can09, S. 908]. Aufklingraten wurden in diesem Zusammenhang von ALLGAIER [All02a, S. 531f] bestimmt und in [Kru14] bzw. [Ste19] aufgegriffen.

[21] CEA ⟨engl.⟩ steht für **C**omplex **E**igenvalue **A**nalysis.

[22] Vor- und Nachteile beider Berechnungsvarianten sind in [Can09, S. 909], [Ouy05, S. 218], [Mas14, S. 895] dargestellt.

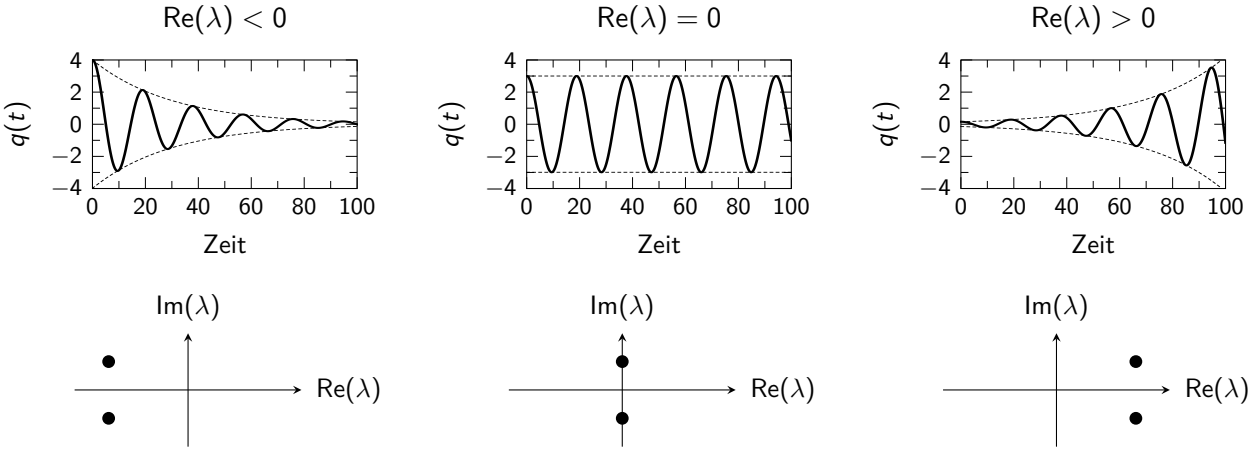


Abbildung 2.1: Schwingungsverhalten und korrespondierende Eigenwerte λ bei komplexer Eigenwertanalyse

Für um die statische Gleichgewichtslage linearisierte Systeme weist die triviale Lösung asymptotische Stabilität auf, wenn sich alle Eigenwerte λ in der linken Halbebene befinden und somit einen negativen Realteil besitzen. Liegt wenigstens ein positiver Realteil vor, ist die triviale Lösung instabil und zeigt ein exponentielles Aufklingverhalten [Arn01, S. 215], [Mül77, S. 73], [Hag88, S. 88], [Hei02, S. 21], [Buc08, S. 26f], [Weh18, S. 3f].

Positive Realteile geben lediglich Aufschluss über das Aufklingverhalten des Systems, können jedoch nicht die sich einstellende Amplitude wiedergeben. Es besteht demnach keine Korrelation zwischen Aufklingrate und tatsächlichem Geräuschpegel [Ouy05, S. 218], [Weh18, S. 13], [Grä16, S. 56ff]. Wallaschek hat bei seinen Untersuchungen festgestellt, dass dennoch eine starke Korrelation zwischen sehr großen, positiven Realteilen und dem Auftreten eines Quietschereignisses besteht [Wal99, S. 4], siehe auch [Lil89, S. 251]. In der Praxis beschränken Nichtlinearitäten das Wachstum der Schwingung bis sich eine Grenzzykellösung einstellt [Cro91, S. 166], [Ouy05, S. 218], [Grä16]. Die Vorhersagegenauigkeit von Quietschereignissen mit dem CEA-Berechnungsverfahren ist durch folgende Faktoren limitiert:

- Eine Einschränkung des Analyseverfahrens besteht darin, dass essenzielle nichtlineare Effekte keine Berücksichtigung finden [Obe16, S. 9], [Obe13, S. 2285], [Obe15a, S. 121], [Grä16, S. 8], siehe auch [Shi97, S. 16].[23] Der Grund hierfür ist, dass nichtlineare Analysen für hochdimensionale Finite-Elemente Bremsenmodelle einen sehr hohen Berechnungsaufwand darstellen und zur einfacheren Handhabung linearisiert werden [Kin03, S. 157]. Hierzu muss stets beachtet werden, dass eine Linearisierung, die während des Berechnungsalgorithmus erfolgt, ausschließlich im stationärem Gleitzustand (um die sich einstellende Gleichgewichtslage) adäquate Ergebnisse gewährleistet [Ouy05, S. 218].
- Eine realistische Prognose der Quietschfrequenzen ist bei Vernachlässigung von Dämpfungscharakteristika nur selten möglich [Nac00, S. 273], [Kun03, S. 5], [Ouy05, S. 219, 222], [Aka09, S. 2606], [Grä16, S. 20], siehe auch [Her08, S. 159]. Keine oder nur partiell berücksichtigte, dissipative Kenngrößen tragen dazu bei, dass häufig signifikant mehr Quietschfrequenzen als an dem realen Bremssystem detektiert werden [Kun03, S. 5].[24] Bremsenmodelle werden oftmals nicht mit Daten von experimentellen Modalanalysen aktualisiert (*Model Updating*), um die Vorhersagegüte zu verbessern und einer Überbewertung entgegenzuwirken. Das betrifft nicht nur Schwingungsmoden, sondern vor allem das Dämpfungsniveau in Fügestellen oder in passiven Dämpfungselementen, welches oftmals vernachlässigt wird [Obe16, S. 1f].
- Unzureichende, vereinfachte Reib- und Kontaktmodellierungen zwischen Belag und Rotor schränken die Prognosegüte ein [Obe13, S. 2285], [Obe15a, S. 121]. Für den Reibkontakt wird gewöhnlich

[23] Nicht stationäre Merkmale wie beispielsweise zeitabhängige Materialeigenschaften oder nichtlineare Eigenschaften in Fügestellen fallen darunter [Ouy03, S. 6], [Ouy05, S. 218], [Weh18, S. 39].

[24] Eine Unterschätzung der Quietschfrequenzen kann ebenfalls auftreten [Obe11, S. 958], [Obe15b, S. 273].

COULOMB-Festkörperreibung angenommen, wie u. a. in [Grä14, S. 3], [Kru14, S. 15], [Jek17, S. 373], [Weh18, S. 31]. Zudem finden Temperatureinflüsse bei Quietschsimulationen nur selten Berücksichtigung [Hu97, S. 2226].

- Eine zuverlässige Prognose erschließt sich nur bei einer umfassenden Variation der Systemparameter, bestehend aus Druck, Reibkoeffizient und Drehzahl. In den Fokus treten deshalb verstärkt Modellreduktionstechniken und Methoden die eine Parameterabhängigkeit in Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen wie POD[25] ermöglichen [Des11], [Grä14, S. 9], [Grä16, S. 8], [Iro17].

Zusammenfassend kann konstatiert werden, dass nicht alle durch CEA vorhergesagten Moden mit Bremsenquietschen der realen Bremse übereinstimmen und nicht alle quietschrelevanten Moden durch die CEA ermittelt werden [Obe13, S. 2285].

2.2.2 Einflussgrößen und Maßnahmen

Fahrzeuge sind während ihrer Lebensdauer vielen Einflüssen ausgesetzt, die die geräuschrelevante Physik beeinflussen können, wie beispielsweise der Belagverschleiß und das damit einhergehende reduzierte Volumen des Reibmaterials [Abe01, S. 4], [Mil78, S. 1572]. Der Verschleiß von Bremsenkomponenten kann dazu führen, dass sich neue Gleichgewichtspositionen einstellen, respektive Eigenschaften von Fügestellen verändern können [Ste19, S. 260]. Reibkoeffizienten werden in der Literatur in einem Bereich von etwa 0.1 bis 0.7 angegeben [Ost03, S. 852], [Che03a, S. 4], [Ouy05, S. 224], [Esg13a, S. 1], [Ren16, S. 40], in manchen Literaturquellen bis 0.9 [Ost01, S. 267], und müssen bei der Entwicklung von Bremssystemen einbezogen werden [Che07, S. 6]. Zudem übt die Topografie des Kontaktpaares Belag und Bremsscheibe einen signifikanten Einfluss auf das Quietschverhalten aus. Die Kontaktsteifigkeit zwischen neuer/verschlissener Bremsscheibe und neuem/abgenutztem Bremsbelag gepaart mit Alterungseffekten aber auch *Fading*[26] tragen hierzu bei [Abu05, S. 5], [Abe01, S. 4], [She04, S. 691], [Che07, S. 6], [Abu08b].

Dieser Exkurs zeigt, dass bei Scheibenbremsen diverse Bremsgeräusche beeinflussende Komponenten wie die Bremsscheibe und Beläge eine zentrale Bedeutung haben, aber auch weitere an Fügestellen beteiligte Komponenten wie Kolben und Bremssattel interagieren können und bei der Entwicklung Berücksichtigung finden müssen [Nas06, S. 1], [Tri08, S. 156ff].

Abhilfemaßnahmen

Die Verhinderung respektive Beseitigung von Bremsenquietschen beinhaltet zwei Lösungskonzepte, die Eliminierung der Quietschursache (Selbsterregung) und die Implementierung von Abhilfemaßnahmen (Reduzierung der Schallemissionen), um Folgen entgegenzuwirken [Shi97, S. 107], [All02b, S. 155ff]. Ein Großteil der am Fahrzeug kommerziell verwendeten Strategien zielt darauf ab, den Problemursprung zu bekämpfen. Bei der Entwicklung von (Brems-)Systemen wird stets ein robustes Design angestrebt, das stabil gegenüber variierenden Betriebs- und Nutzungsbedingungen sowie Umwelteinflüssen ist [Che03b, S. 2].[27] Bei der nachfolgenden Darlegung von Maßnahmen besteht kein Anspruch auf Vollständigkeit, sondern es wird vielmehr ein Einblick in häufige, quietschreduzierende Maßnahmen gewährt. Für Abhilfemaßnahmen, die in [Lil89] aufgegriffen werden, gilt stets die Einschränkung, dass getätigte Aussagen bei abweichenden Bremssystemen differieren können. Folgende Erkenntnisse sind in [Lil89, S. 257] zusammengefasst, siehe auch [Kin03, S. 133f], [Che05, S. 1], [Gli10, S. 38, 42], [Bre17, S. 645]:

- Eine Vergrößerung des Reibungskoeffizienten erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass Quietschereignisse auftreten, siehe auch [Spu61, S. 34], [Ich93, S. 104], [Wal99, S. 3], [Fie03, S. 958], [Kin03, S. 124], [Sel05, S. 13], [Dai08, S. 212]. DAI verdeutlicht, dass in der Vergangenheit ein Reibkoeffizient von 0.35

[25] POD ⟨engl.⟩ steht für **P**roper **O**rthogonal **D**ecomposition subspace construction technique.

[26] Eine Überhitzung von Bremsbelägen verringert den Reibwert [Bre17, S. 45], [Ibr94a, S. 222], [Ost03, S. 852], [Ost06, S. 370].

[27] Schwankungen des Reibkoeffizienten und Veränderung von Belageigenfrequenzen aufgrund des Reibmaterialverschleißes finden u. a. Berücksichtigung. Einflüsse auf Reibmaterial und Shim, die nur schwer kontrollierbar sind, wie Salz oder Sand bzw. der Einsatz unter extremen Bedingungen stellen eine besondere Herausforderung dar [Che03b, S. 4], [Sin98, S. 18].

üblich war, jedoch heutige Bremssysteme über Reibkoeffizienten von 0.45 und größer verfügen und somit NVH-Probleme begünstigen [Dai08, S. 209]. Eine einfache und zugleich grundlegende Methode wäre eine Reduzierung des Reibkoeffizienten. Die infolgedessen abnehmende Bremsleistung wirkt sich negativ auf den Bremsweg aus und sollte nicht als probate Maßnahme verstanden werden [Pap02, S. 394], [Bre17, S. 644].

- Strukturmodifikationen und -optimierungen sowie die Materialauswahl sind elementar bei der Entwicklung und Erprobung leiser Bremssysteme.
  - Konkret werden Kühlrippenform und -anordnung bei Bremsscheiben, die Scheibendicke und die Rückenplattenenden modifiziert sowie Schlitze in Bremsscheibe, Rückenplatte und Reibmaterial eingebracht. Der Verschiebung des Krafteinleitungspunktes (Kolbendruck), dem Anbringen von Zusatzmassen aber auch der Anpassung der Steifigkeit und der Fasenform des Reibmaterials (radial, vertikal, Diamant) kommen eine konstitutive Bedeutung zu [Lin09, S. 74], [Lil89, S. 254], [Mat93, S. 130], [Rin96, S. 106f, 127], [Yan97, S. 508], [Fie99, S. 5f], [Dun99, S. 5f], [Kun00b, S. 4f], [Liu00b, S. 3f], [Kum01, S. 2], [Shi01, S. 3], [Aka02, S. 1535f], [Kun03, S. 7], [Des03, S. 3], [Che03b, S. 3], [Fie03, S. 968], [Mar04, S. 5], [Abu05, S. 6], [Che07, S. 5], [Buc08, S. 107], [Dai08, S. 210, 212], [Par10, S. 4], [Abd10, S. 245], [Lin11, S. 31], [Nou11, S. 662ff], [Lak12, S. 186], [Nou09, S. 63f], [Day14, S. 346ff], [Kim16, S. 219ff], [Pan18, S. 7].[28]
  - Der Einsatz von Bremsbelaghaltefedern (*Abutment Clips*), die sich zwischen den Rückenplattenfingern und dem Bremssattel befinden, verhindert eine Belagverschiebung, gewährleistet somit eine feste Position [Gli10, S. 46], [Rin96, S. 107], [Stj17, S. 9f] und erhöht zusätzlich die Dämpfung [Wol19b], siehe auch [Jar15, S. 5]. Ferner werden weitere Konzepte wie der Einsatz von Ringdämpfern erprobt [Aka02, S. 1536], eine Oberflächenbehandlung der Bremsscheibe durchgeführt [Ham06, S. 54], Verstärkungen an Haltern vorgesehen [Ges05, S. 5] oder die Verwendung von Belägen, die mit Transferfilm-Technologie ausgestattet sind, um Unregelmäßigkeiten auf der Bremsscheibenoberfläche auszugleichen und eine glattere Oberfläche sicherstellen [Gli10, S. 41].
  - Ein gezielter Einsatz von Asymmetrien kann zur Quietschreduzierung beitragen. Strukturelle Optimierungen der Bremsscheibenkühlkanäle wurden von WAGNER verfolgt. Eine asymmetrische Aufteilung der Kanäle entkoppelt doppelte Eigenfrequenzen des Rotors und begünstigt eine Stabilisierung des Systems [Wag14, S. 1891]. Es wird bei selbsterregten Systemen empfohlen, benachbarte Eigenfrequenzen soweit wie möglich zu separieren [Spe13, S. 19]. Modifikationen an Bremsscheiben zur Quietschreduzierung wurden bereits von NISHIWAKI und SPELSBERG-KORSPETER an analytischen Modellen und experimentell beschrieben [Nis89], [Buc08, S. 110ff], [Spe09, S. 803], [Spe10a, S. 4837f], [Spe10b], [Spe11], [Wag13]. Radiale Bohrungen werden zu Erprobungszwecken in die Bremsscheibe eingebracht [Fie04, S. 10], [Spe12, S. 4266]. Eine Rotorasymmetrie kann aus thermischer Sicht nur in Grenzen umgesetzt werden und ist infolgedessen nicht weit verbreitet [Des03, S. 3].
- Eine aktive Geräuschunterdrückung kann durch den Einsatz *smarter* Materialien realisiert werden. Diese Systeme vereinen mechanische und elektrische Komponenten. Sensoren erfassen das Signal, ein Regler dient zur Weiterverarbeitung und ein Aktuator zur Erzeugung eines Signals, das dem Störsignal entgegenwirkt [Alk03, S. 367]. Hierbei muss zwischen geregelten und ungeregelten Systemen unterschieden werden.
  - Piezokeramiken werden beispielsweise auf der Belagrückenplatte platziert und stellen einen Vertreter geregelter Systeme dar (⟨engl.⟩ Closed-loop control) [vWa04a, S. 2], [Hag04], [vWa04b, S. 1,4], [Nis97, S. 84], [Neu06], [Jea06, S. 4], [Hoc06b, S. 49ff], [Hoc06a, S. 262], [vWa09, S. 226],

[28] Fasen an Bremsbelägen (⟨engl.⟩ chamfer) verringern die Kontaktfläche, die Druckverteilung und beeinflussen die modalen Eigenschaften [Che07, S. 5], [Che03a, S. 7], [All14, S. 157], [Tie15, S. 68]. Belagschlitze (⟨engl.⟩ slots) zielen darauf ab Biegeeigenfrequenzen zu verschieben und einen Kanal für Schmutz- und Staubaustritt bereitzustellen [Che07, S. 6], [Nou11, S. 668]. BERGMAN untersucht verschiedene Reibmaterialzusammensetzungen, indem die Kontaktfläche reduziert wird oder Bohrungen vorgesehen werden [Ber00, S. 562], [Ber99, S. 30f].

[Neu13, S. 46f]. Eine Regelung erzeugt i. d. R. ein gegenphasiges, harmonisches Signal [vWa04b, S. 5], [Alk03, S. 367].

– *Dither* als ungeregelter (⟨engl.⟩ Open-loop[29]) Vertreter ist ein externes, periodisches Signal, das zur Steuerung nichtlinearer Systeme verwendet wird, oftmals bei der Reduzierung von Grenzzykelamplituden [Mor99, S. 144], [Cun01a], [Cun01b], [Cun02, S. 579], [Pop05, S. 357ff]. Es ist ein monofrequentes Erregersignal, das signifikant höher als die Grenzzykelfrequenz (Quietschfrequenz) ist, meist im Ultraschallbereich [Che04, S. 1f]. *Dither* benötigt keine Erfassung des Störsignals und kann zur Kontrolle chaotischer Systeme eingesetzt werden [Mor99, S. 144, 151], [Fee00, S. 173], [Che04, S. 2]. Aktoren werden vermehrt innerhalb des Bremskolbens appliziert.[30]

WAGNER verdeutlicht [Wag14], dass aktive Maßnahmen zur Geräuschunterdrückung sehr effektiv sein können, jedoch mit hohem Abstimmungsaufwand, Kosten und zusätzlichem Gewicht verbunden sind, siehe auch [Tho99, S. 1100], [Che07, S. 6]. Sie sollen vielmehr als Werkzeug in Prüfumgebung verstanden werden, um den Zeitraum für die Entwicklung neuer Bremsendesigns zu verkürzen [vWa04b, S. 6]. Passive Maßnahmen sind hingegen üblicherweise nicht in der Lage Quietschen vollständig zu beseitigen, jedoch weniger komplex und teuer [Wag14, S. 1889].

- Hoher, applizierter Bremsdruck ist laut [Ber00, S. 567] eine Maßnahme, die die Entstehung von Quietschen verhindert [Sch04, S. 9]. Ein Reduzierung der Kontaktfläche ist ähnlich wie eine Verringerung des Reibkoeffizienten nicht praktikabel. Als Folge wäre ein Anstieg der mechanischen und thermischen Spannungen zu verzeichnen, die ein mögliches Bremsversagen bei höheren Geschwindigkeiten nach sich zieht und erhöhten Belagverschleiß begünstigt.
- Eine Erhöhung der Strukturdämpfung hat sich als sehr effektive Maßnahme herausgestellt, um die Quietschaffinität zu reduzieren [Nor72, S. 7], [Che03b, S. 3], [Pop02, S. 11f], [Sch04, S. 10], [Pop05, S. 368], [Hoc06b, S. 45], [Sin07a, S. 182], [Bal08, S. 254], [Dai08, S. 212], [Kru14, S. 58]. Insbesondere die Erhöhung der Belagdämpfung oder das Einbringen zusätzlicher dämpfender Schichten (Sekundärmaßnahmen) auf der Belagrückenplatte oder zwischen Rückenplatte und Reibmaterial [Mat06], [Jea05, S. 73], [Dup07, S. 6], aber auch die Dämpfung weiterer Komponenten wie z. B. der Bremsscheibe rücken in den Fokus [Che07, S. 5], [Ibr94b, S. 245]. Es sei nochmals auf eine mögliche Destabilisierung durch das Einbringen zusätzlicher unter bestimmten Systemparametern zu tragen kommender Dämpfung hingewiesen [Pop01, S. 215], [Shi02, S. 846f], [Weh18, S. 45].[31]

Sehr oft reicht eine alleinige Abhilfemaßnahme nicht aus, um Störgeräusche zu beseitigen. Bei der Entwicklung leiser Bremsen ist eine Synthese verschiedener Maßnahmen gefragt [Che03b, S. 4]. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Analyse, Weiterentwicklung und Erprobung von dissipationssteigernden Maßnahmen bei Bremssystemen insbesondere Bremsbelägen, da sich die Implementierung passiver Dämpfungsstrukturen als **eine** der Schlüsselfaktoren erwiesen hat.

2.3 Shimaufbau

Bremsbeläge besitzen als Dissipationsquellen Materialdämpfung der einzelnen Komponenten wie Reibmaterial und Rückenplatte, wobei letzterer eine untergeordnete Bedeutung zukommt. Darüber hinaus werden Zwischenschichten (⟨engl.⟩ Underlayer), zwischen Reibmaterial und Rückenplatte eingesetzt, die zur Dämpfung beitragen können [Che03a, S. 3], [Che05, S. 3f], [Buc08, S. 43], [Bre17, S. 579]. Eine Erhöhung der

[29] Bei der Anwendung von *Dither* ist weder Kenntnis über die Quietschfrequenz noch deren Amplitude erforderlich [Cun01b, S. 2].

[30] Das Störgeräusch wird hierbei nicht vollständig eliminiert, sondern geht in eine hochfrequente Schwingung mit geringer Amplitude über. Es können bei dem Einsatz von *Dither* weitere Probleme einhergehen, wie die Generierung von Wärme infolge der energiereichen Schwingungen [Tho99, S. 1101].

[31] Eine gleichmäßige Erhöhung der Strukturdämpfung (*Lowering Effect*) führt zu einem gleichzeitigen Anstieg der modalen Dämpfung der gekoppelten Mode und kann zu einer Verringerung der Quietschneigung beitragen. Eine inhomogene Erhöhung der Systemdämpfung der an der Kopplung beteiligten Moden kann das Auftreten von Bremsenquietschen sogar begünstigen (*Smoothing Effect*) [Gia09, S. 106], [Mas08, S. 2022f], [Nob15a, S. 893], [Nob15b, S. 170, 176].

Dämpfung in selbsterregten Systemen z. B. durch konstruktive Veränderungen wird bei der Entwicklung fokussiert. Als probate Abhilfemaßnahme hat sich in vielen Einsatzfeldern die Implementierung zusätzlicher Dämpfungsschichten auf bestehende Metallträgerstrukturen durchgesetzt [Shi01, S. 4], [Pap02, S. 394]. Im Automobilsektor werden Dämpfungsbleche (Shims) auf Bremsbelagrückenplatten eingesetzt [Nor72, S. 119], [Cro91, S. 170], [Che03b, S. 4]. Abbildung 2.2 a) zeigt den grundsätzlichen Aufbau von Bremsbelägen in Kraftfahrzeugen. Das mit der Stahlrückenplatte verbundene Reibmaterial steht während eines Bremsvorganges mit der Bremsscheibe in Kontakt. Eine dünne Klebstoffschicht verbindet Rückenplatte und Shim stoffschlüssig und kann zu einer zusätzlichen Dämpfung beitragen [Gli10, S. 44].[32,33]

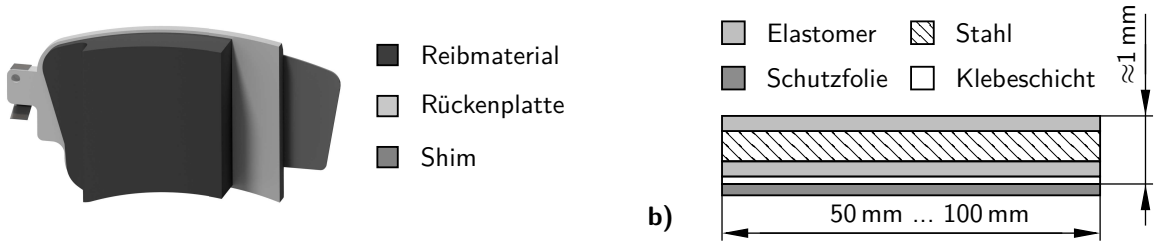


Abbildung 2.2: a) Zusammensetzung konventioneller Bremsbeläge [Sch18b] und **b)** Schichtaufbau (stark vergrößert dargestellt) untersuchter Shims nach [Wol16]

Shims sind dünnwandige Kompositstrukturen mit einer Dicke meist geringer als 1 mm [Sin98, S. 18], [Mah05, S. 1], [Che19, S. 15863], [Gli10, S. 43], [Wol16], [Abu17, S. 84]. Die essenziellen Bestandteile, die zur Energiedissipation beitragen, sind viskoelastische Polymerschichten (z. B. Elastomere) sowie Metallschichten mit hoher Steifigkeit. Die Dissipationssteigerung beruht größtenteils auf dem Constrained-layer-damping Konzept. Bei Deformation eines Bremsbelages wird der zwischen Rückenplatte und Deckschicht befindliche Elastomerkern geschert und führt dadurch zu einem Anstieg der Dämpfung.[34] Abbildung 2.2 b) verdeutlicht den Aufbau der untersuchten Shimverbunde. Unterschiedliche Anordnungen der Einzelschichten sind in [Che19, S. 15864], [Gli10, S. 44f], [Kha10, S. 6] aufgelistet und können je nach Einsatzort - Europa, Nordamerika und Japan - variieren [Jar15, S. 1].

Flint hebt drei wesentliche Aufgaben von Shims hervor [Fli10, S. 389], siehe auch [Nak97, S. 4], [Dun99, S. 7], [Fli02b, S. 96], [Fli03, S. 1] [Che07, S. 6], [Kha10, S. 3], [Jar15, S. 2], [Stj17, S. 2]:

- Bremsbelagbiege- und Torsionseigenmoden führen zu einer Scherdämpfung des Shimelastomers nach dem Constrained-layer-damping Prinzip.
- Es kann eine Entkopplung der Belag- und Sattelbewegung in **tangentialer** Richtung eintreten. Die Reibkräfte, die zwischen Shim und Bremssattel respektive Shim und Kolben wirken, beeinflussen das Geräuschverhalten [Jar15, S. 3]. Die Reibung zwischen fingerseitigem Shim und Sattel hat Einfluss auf die Quietschneigung der Bremse. Demzufolge wirkt sich die Deckschicht des Shims (Stahl oder Elastomer) auf das Quietschverhalten aus [Kha10, S. 5]. Balvedi gibt an, dass Elastomerdeckschichten

[32] Um eine Fixierung des Shims zu gewährleisten, werden bei einer Vielzahl von Bremsbelägen zusätzliche Befestigungsmaßnahmen wie Klammer- oder Nietverbindungen vorgesehen [Sin98, S. 18], [Hof08b, S. 8], aber auch die Verwendung geschlossener Falze mit der Belagrückenplatte [Aki00]. Schwimmend eingebrachte Shims ohne Klebstoffverbindung mit der Rückenplatte, die mit Klammern fixiert werden, haben einen positiven Effekt auf niederfrequente Geräusche ($<$4 kHz) [Jar15, S. 1ff].

[33] Fette werden zwischen Shim und Kolben bzw. Bremssattel eingesetzt, um die Reibung zu reduzieren [Shi14, S. 1], [Kin03, S. 133], [Yue09, S. 1412], [All14, S. 130f]. Die Verwendung erfolgt in niedrigen und hohen Temperaturbereichen, in denen Gummimaterialien ihre Struktur verändern können [Shi14, S. 8]. Niederfrequentes Quietschen kann durch Zugabe von Fetten zwischen Rückenplattenfingern und Halter minimiert werden, infolge der erhöhten Steifigkeit des Belages (fester Sitz) und der reduzierten Reibung [Shi14, S. 3, 5, 7]. Fette können sich jedoch bei längerer Nutzung zersetzen. Aufsteckbare als Abdeckung dienende Klammern (Clips) können Abhilfe schaffen [Shi14, S. 5].

[34] Constrained-layer-damping Strukturen müssen dort appliziert werden, wo eine große Deformation vorliegt. Idealerweise eignet sich als Anbringungsort der Rotor aufgrund der hohen Deformation und Oberfläche. Vor allem sicherheitsrelevante aber auch thermische Gründe tragen dazu bei, dass die Applizierung von passiven Dämpfungselementen auf der Belagrückenplatte erfolgt [Lew87b, S. 9].

als Isolator wirken und geeignet sind, wenn der Bremssattel am Quietschverhalten beteiligt ist [Bal08, S. 257].[35]

- Eine Entkopplung in **axialer** Richtung (Normalenrichtung), auch als Kompressionsdämpfung bezeichnet, ist zudem denkbar.

Es kann vorkommen, dass die Hauptaufgabe von Shims nicht aus der Bereitstellung zusätzlicher Dämpfung besteht, sondern vielmehr die Erhöhung der Belagsteifigkeit verfolgt [Gli10, S. 46]. Neben dem Anstieg der Systemsteifigkeit üben Shims Einfluss auf die Kompressibilität, die Kontaktbedingungen und Druckverteilung aus [Kha10, S. 3], [Che03a, S. 3], [Che07, S. 6], [Abu12, S. 24ff], [Yue09, S. 1411]. Die Effektivität von Shims ist von verschiedenen Faktoren wie Druck, Temperatur und Quietschfrequenz abhängig [Dun99, S. 7], [Che07, S. 6].

Die Zusammensetzung und Materialeigenschaften der untersuchten Shims gibt Tabelle 4 wieder. Neben dem Shimtyp, der in der Arbeit als Serienshim bezeichnet wird, werden drei weitere Konfigurationen untersucht, Shim A, B und C. Diese Shimverbunde unterscheiden sich in den verwendeten Elastomeren sowie in ihren Dickenabmessungen. Die Stahlschicht von Shim B besitzt etwa die doppelte Dicke wie die Shimvarianten A und C.

Tabelle 4: Isotrope Materialdaten und Abmessungen untersuchter Shims

Shimtyp	**Schicht**	**Elastizitätsmodul** in $\mathrm{N\,mm^{-2}}$	**Dichte** in $\mathrm{g\,cm^{-3}}$	**Dicke** in mm	**Querkontraktionszahl**[36] in 1
Shim A	Stahl (G90)	210 000	7.70 ... 7.85	0.406 ± 0.038	0.300
	Elastomer (NBR80)	3 ... 30	1.25	0.117 ± 0.010	0.495
	Elastomer (NBR80)	3 ... 30	1.25	0.117 ± 0.010	0.495
	Kleber (Silikon, -24)	ub*	ub	0.076 ± 0.013	ub
Shim B	Stahl (G90)	210 000	7.70 ... 7.85	0.838 ± 0.038	0.300
	Elastomer (NBR70)	3 ... 30	1.21	0.117 ± 0.010	0.495
	Elastomer (NBR80)	3 ... 30	1.25	0.117 ± 0.010	0.495
	Kleber (Silikon, -24)	ub	ub	0.076 ± 0.013	ub
Shim C	Stahl (G90)	210 000	7.70 ... 7.85	0.406 ± 0.038	0.300
	Elastomer (NBR50)	3 ... 30	1.18 ... 1.45	0.117 ± 0.010	0.495
	Elastomer (NBR75)	3 ... 30	1.20 ... 1.25	0.117 ± 0.010	0.495
	Kleber (Acrylic, -28)	ub	ub	0.051 ± 0.013	ub

* ub - unbekannt

Zum Einsatz kommen häufig Acryl- und Silikonkleber [All14, S. 107]. Acrylklebstoffe weisen gute Dämpfungseigenschaften im niedrigen bis mittleren Temperaturbereich auf bei mittlerer bis hoher Temperaturbeständigkeit. Silikonklebstoffe zeigen hohe Dämpfung bei mittleren bis hohen Temperaturen und eine hohe Temperaturbeständigkeit [Wol19a], [Hof08b, S. 9].[37]

Passive CLD-Strukturen werden häufig auch abseits von Kraftfahrzeugscheibenbremsen eingesetzt. Darunter fallen Trommelbremssysteme [Abu15], Motorräder [Kha10, S. 6], aber auch Schienenfahrzeuge [Mer14, S. 4897].

[35] Shims haben Einfluss auf die Kontaktsteifigkeit und das Übertragungsverhalten zwischen Belag und Bremssattel. Der Entkopplungsmechanismus wird häufig in der Literatur als Isolationseffekt beschrieben. Shims mit einer weichen und zugleich dicken Elastomerdeckschicht weisen im Allgemeinen gute Isolationseigenschaften auf [Gli10, S. 46, 50], [Buc08, S. 52].

[36] Elastomere werden im Allgemeinen mit einer Querkontraktionszahl von 0.5 angegeben. Um numerischen Problemen im späteren Verlauf vorzubeugen, wird ein Wert von 0.495 für alle weiteren Berechnungen angenommen. Ein Wert von $\nu = 0.5$ würde zu einem inkompressiblen Festkörper mit Kompressionsmodul K unendlich führen ($\lim_{\nu \to 0.5} K = \frac{E}{3(1-2\,\nu)} = \infty$).

[37] Querkontraktionszahlen liegen im Allgemeinen zwischen 0.25 und 0.45 [Hab09, S. 283].

2.4 Relevante Publikationen

Nachfolgend werden Publikationen zu Bremsgeräuschen aufgezeigt, die sich unter anderem mit der Beschreibung und Implementierung von Shims befassen. Hierbei kann es sich um experimentelle Untersuchungen und Erkenntnisse als auch um Finite-Elemente Modellierungen handeln. Darüber hinaus wird Bezug zu Maßnahmen genommen, welche eine Erhöhung der Dämpfung zur Folge haben.

2.4.1 Standards zu Dämpfungsmaterialien und Bremsenkomponenten

ASTM E-756-05 - Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials, [AST05]

Inhalt ist die Messung von Dämpfungs- und Materialeigenschaften, wie der Verlustfaktor η, der Elastizitätsmodul E oder der Schermodul G. Als System wird ein einseitig eingespannter Balken verwendet, der unterschiedlich mit Dämpfungsschichten versehen wird: a) Balken ohne Dämpfungsschicht, b) Balken mit einseitiger (OBERST-Balken) oder zweiseitiger äußerer Dämpfungsschicht (modifizierter OBERST oder VAN OORT-Balken) und c) Sandwich-Balken mit dämpfender Zwischenschicht. Aus Übertragungsfunktionen werden Verlustfaktoren für entsprechende Moden bestimmt unter Zuhilfenahme der 3 dB oder n dB-Methode. Voraussetzungen für eine anschließende Berechnung von Dämpfungskennwerten sind ein lineares Systemverhalten. Die Breite der Dämpfungsschicht sowie der Verlustfaktor des Stahlbalkens finden keine Berücksichtigung. Alle Kernaussagen sind größtenteils den Inhalten von NASHIF entnommen [Nas85]. SAE J1637 basiert auf der Richtlinie ASTM E 756-05, wobei Material, Probengröße und Lagerbedingungen spezifiziert werden [SAEJ1637], siehe hierzu auch [Bla01].

SAE-J3001 - Brake Insulator Damping Measurement Procedure, [SAEJ3001]

Vorschläge, die in [Den11] diskutiert werden, finden sich hierin wieder. Das Prüfverfahren soll einen standardisierten Test zur Bestimmung von Shimdämpfungseigenschaften darstellen. Es werden Übertragungsfunktionen von Shims, die auf normierte Stahlträgerstrukturen aufgebracht sind, bei unterschiedlichen Temperaturen gemessen. Die Auswertung erfolgt im Frequenzspektrum unter Verwendung eines Curve-fit Algorithmus oder Anwendung der 3 dB-Methode. Es wird empfohlen, eine Schaumstofflagerung aufgrund der Reibungseffekte zu vermeiden, die Einfluss auf die Dämpfungskennwerte ausüben kann. Ein mit der Struktur kraftschlüssig verbundener Beschleunigungssensor soll für die Erfassung der Systemantwort sorgen. Die Messmethode sollte kritisch hinterfragt werden, da die zusätzliche Masse des Aufnehmers und dessen Ankopplung das Systemverhalten beeinflussen. Eine berührungslose Messung mit Laser-Doppler-Vibrometer wird in dieser Arbeit präferiert.

SAE-J2598 - Automotive Disc Brake Pad Natural Frequency and Damping Test, [SAEJ2598]

In dem Dokument werden ähnliche Inhalte wie in SAE-J3001 behandelt. Anregeart und Position für Bremsbeläge, um Torsions- und Biegemoden im Frequenzbereich bis 16 kHz zu erfassen, werden vorgegeben. Die Messungen werden bei Raumtemperatur und bei Lagerung auf Schaumstoff durchgeführt. Die Erfassung der Systemantwort kann gleichermaßen mit Mikrofon, Beschleunigungsaufnehmer oder Laser-Vibrometer erfolgen. Verlustfaktoren werden im Frequenzbereich mit der 3 dB-Methode bestimmt. Eine lineare Interpolation zwischen diskreten Messpunkten ist hierbei vorzusehen.

VDA-313 - Modellierung von Dämpfungsblechen für die Simulation von Bremsenquietschen, [VDA313]

Die VDA-Empfehlung 313[38] geht auf die Modellierung von Dämpfungsblechen (Shims) ein. Jede Schicht wird bei der Modellierung geometrisch exakt berücksichtigt. Die Vernetzung erfolgt primär mit linearen Hexaederelementen (C3D8). Der Anteil an Pentaederelementen soll kleiner als 1 % gehalten werden, was sich aufgrund von Rundungen und zusätzlichen Verbindungsstellen in der Shimgeometrie schwierig gestaltet. Elemente mit reduzierter Integration sind nicht zulässig. Es ist jeweils ein Element pro Schichtdicke vorzusehen. Die Diskretisierung in der Ebene soll mit einer Kantenlänge von 2 mm bis 3 mm realisiert werden. Eine Angabe, welche Seitenverhältnisse (⟨engl.⟩ *Aspect Ratio*) einzuhalten sind, wird bewusst nicht näher

[38] Siehe hierzu auch EKS Richtlinie 9101.

erläutert. Klebeschichten sollen bei der Modellierung Berücksichtigung finden. Diese weisen oftmals Dicken von wenigen Hundertstel Millimeter auf ($<$0.1 mm) und sind für die Integration in ein Gesamtbremsenmodell hinderlich. Trägerstrukturen sind mit Elementkantenlängen von mindestens 1 mm über die Dicke und 2.5 mm in der Ebene bei der Verwendung von linearen Hexaederelementen zu modellieren. Die Empfehlung ist somit lediglich auf Komponentenebene realisierbar, da es bei den vorgesehenen Elementlängen zu einem rasanten Anstieg an Freiheitsgraden käme.

2.4.2 Patente

Es werden in [Wic99, S. 1f] Ringdämpfer in eine vorgesehene Nut umfangsseitig in beide Reibringflächen der Bremsscheibe eingesetzt, die bei Vibration der Scheibe zu einer Relativbewegung zwischen Dämpfer und Rotor führen. Der Ringdämpfer wird vorzugsweise quer gegen die Nut verspannt und trägt reibungsbedingt zu einer höheren Dissipation bei. Ein in die Bremsscheibe eingegossener Dämpfungskern, der sich über den Umfang erstreckt, ist in [Ide77] beschrieben. Der Einfluss des Fertigungsverfahrens auf Dämpfungseigenschaften bei Bremsscheiben wird in [Dau01] thematisiert. Applizierbare Dämpfungsmaterialien - die zum Teil nach dem Constrained-layer-damping Prinzip wirken - sind in den Patenten [Ker59c], [Rat80], [Thi92], [Tak05] und [Kah12] aufgeführt.

2.4.3 Abhandlungen zu Bremsgeräuschen mit Fokus auf Shims

Nachfolgend wird Bezug zu wesentlichen Publikationen genommen. Bestehenden Ansätze und Abhandlungen lassen sich kategorisierend in zwei Gruppen einordnen:

- Modenkopplung und
- Modellierung.

Die **Entkopplung** von Schwingungsmoden steht bei folgenden Quellen im Vordergrund:

Reduction of Squeal Noise from Disc Brake Systems Using Constrained Layer Damping, [Tri04]
2004, M. Trichês Júnior, S. N. Y. Gerges und R. Jordan

Als zentraler Punkt des Bremsenquietschens wird die Modenkopplung einzelner Bremskomponenten dargestellt. Im niederfrequenten Quietschbereich (1 ... 7 kHz) sind primär Out-of-plane Moden der Bremsscheibe verantwortlich, wohingegen im Bereich ab 7 kHz in-plane Formen der Scheibe aufgrund der höheren Steifigkeit eine wesentliche Rolle spielen. Zu beachten ist stets, dass durch den Druck- und Temperatureinfluss auf Eigenfrequenzen und Verlustfaktoren oftmals keine Entkopplung in Form von Frequenzverschiebungen einzelner Bauteile möglich ist. Der Einsatz von Constrained-layer-damping Schichten liefert Abhilfe und sorgt für eine Erhöhung der Dämpfung. Eine gezielte Anpassung des Verlustfaktors an relevante Modenformen, die zur Quietschaffinität beitragen, führt zu einer Zeit- und Kosteneinsparung. Die Bestimmung modaler Größen von beteiligten Bremskomponenten wie Belag, Bremsscheibe und Bremssattel erleichtert eine geeignete Shimauswahl.

Geometric Tuning of Insulators for Brake Squeal Attenuation, [Kap08a]
2008, R. V. Kappagantu und E. Denys

Der Einfluss von Shimgeometrie auf Eigenfrequenzen und Dämpfung wird sowohl experimentell als auch simulativ untersucht. Quietschgeräusche treten infolge von Modenkopplungen mehrerer Bremskomponenten wie Scheibe, Belag und Sattel auf. Eine Erhöhung der Bremsbelagsteifigkeit wird durch gezieltes Einbringen zusätzlicher Biegekanten in Shims (*Flanged Insulators*) sowie kuppelförmiger Hohlräume (*Domed Insulators*) geschaffen. Wenn Dämpfungsbleche zu Schwingungen angeregt werden, kommt es zu Scher-effekten und Längenänderungen in den viskoelastischen Schichten. Die dadurch erzeugte Energie wird in Form von Wärme dissipiert. Bei näherer Betrachtung der gemessenen modalen Dämpfungswerte sind nur unwesentliche Änderungen zu herkömmlichen Shims erkennbar. Beide vorgestellten Maßnahmen tragen zu einer Reduzierung der Quietschaffinität des untersuchten Bremssystems bei. Die eingebrachten Hohlräume müssen jedoch stets auf den Kolbendurchmesser (Kompatibilität) abgestimmt werden.

In **Modellierungsansätzen** werden sowohl analytische aber vor allem numerische Methoden einbezogen. Bei der Finite-Elemente Modellierung von Scheibenbremsen, die zur Beurteilung des Quietschverhaltens dienen, werden oftmals essenzielle Bestandteile wie gyroskopische und zirkulatorische Terme sowie Dämpfungscharakteristika kaum berücksichtigt oder teils vollständig vernachlässigt. Dies führt zu einer Überschätzung von instabilen Moden bei der komplexen Eigenwertanalyse und trägt zur Ungenauigkeit des Prozesses bei.

Ein generalisiertes MAXWELL-Modell wird zur Implementierung von Dämpfungscharakteristika für das Reibmaterial und weitere viskoelastische Shimschichten genutzt [Che09], [Tho09], [Fes12]. CHEVALLIER beschreibt, dass viskoelastische Dämpfung in vielen Fällen eine stabilisierende Wirkung ausübt, indem benachbarte Eigenfrequenzen entkoppelt werden. Es kann aber durchaus vorkommen, dass nicht nur eine Stabilisierung sondern auch eine Destabilisierung von Moden eintritt [Che09]. Weitere zu nennende Publikationen in diesem Zusammenhang sind:

Disc Brake Squeal, [Fli02b]
2002, J. FLINT

FLINT gibt eine Übersicht relevanter CLD-Theorien und leitet aus seinen Berechnungen allgemeine Zusammenhänge für vollständig bedeckte Trägerplatten ab. Materialparameter werden experimentell in seinen Untersuchungen bei Variation der Temperatur, der Kraftamplitude und Frequenz bestimmt. Dämpfungskennwerte von Shimstrukturen werden aus gemessenen Übertragungsfunktionen ermittelt.

A Review of Theories on Constrained Layer Damping and [...] Measurements on Shim Material, [Fli03]
2003, J. FLINT

Für die Auswahl geeigneter Shims sind oft umfangreiche Materialprüfungen erforderlich. Ein systematischer Ansatz setzt die Kenntnis aller Parameter wie Elastomerverlustfaktor oder Shimabmessungen voraus. FLINT lässt bei seinen Untersuchungen Shimeinflussgrößen wie Dickenverhältnisse und Steifigkeit mit einfließen. Es findet jedoch keine vollständige Untersuchung aller Einflussfaktoren statt. Eine Positionsabhängigkeit oder der Einfluss des Bedeckungsgrades finden keine Berücksichtigung. Die Validierung zeigt, dass analytische Ansätze bei dickeren Shimelastomerschichten lediglich eine qualitative Übereinstimmung aufweisen. Gründe, die hierfür angeführt werden, sind die einer gewissen Varianz unterliegenden experimentell ermittelten Dämpfungswerte und der große Schichtdickenunterschied, der die tatsächliche Steifigkeit und die Dämpfungseigenschaften des viskoelastischen Materials beeinflussen kann.

Measurement and Simulation of the Complex Shear Modulus of Insulators, [Fli04]
2004, J. FLINT, J. G. MCDANIEL, X. LI, A. ELVENKEMPER, A. WANG, et. al.

Die Schersteifigkeit eines viskoelastischen Shimmaterials, das zwischen Massen geklemmt ist, wird experimentell bestimmt. Die Anregung des Aufbaus erfolgt durch einen Shaker, die Systemantwort wird mit zwei Beschleunigungsaufnehmern ermittelt. Die Viskoelastizität wird mit entsprechenden Federn, die in Scherrichtung angeordnet sind, modelliert. In Finite-Elemente Simulationen werden Dämpfungscharakteristika von Shims durch proportionale Dämpfung (RAYLEIGH-Dämpfung) realisiert. Einzelheiten zu RAYLEIGH-Dämpfung sind in Abschnitt 6.2.2 beschrieben.

Simulating the Effect of Insulators in Reducing Disc Brake Squeal, [McD05]
2005, J. G. MCDANIEL, X. LI, A. ELVENKEMPER, E. WEGMANN, A. WANG, et al.

MCDANIEL stellt eine Methode vor, die es ermöglicht, aus dem Übertragungsverhalten von Bremsbelägen ein reduziertes Modell mit frequenzunabhängigen Matrizen zu erzeugen. Experimentelle und numerische Untersuchungen an Bremsbelägen werden mit und ohne Shim angestellt. Die Elastomerparameter entstammen der Publikation von FLINT [Fli04]. RAYLEIGH-Dämpfung wird für das Reibmaterial ausschließlich steifigkeitsproportional ($\alpha = 0$) implementiert. Aussagen zu Shimverlustfaktoren finden in der Untersuchung keine Erwähnung. Die Modellierung der äußerst dünnen Klebstoffschicht und Shimstahlschicht wird lediglich mit einem Element entlang der Dicke realisiert. Diese Art des Modellaufbaus zieht zwangsläufig Elementverzerrungen und inakkurate Ergebnisse nach sich.

Application of State of the Art FE Software for Simulating the Effect of Insulators, [Elv06]
2006, A. Elvenkemper, E. Wegmann, A. Wang, J. Flint, et al.

Ein Least-Squares Algorithmus wird verwendet, um den Rayleigh-Parameter β zu bestimmen ($\alpha = 0$) und zusätzlich den Shim-Elastizitätsmodul frequenzabhängig zu approximieren. Eine Validierung wurde mit CLD-Theorien von DiTaranto und Mead und Markuš, die im Anhang (Abschnitt B) Erwähnung finden, sowie experimentellen Ergebnissen vollzogen.

New Method to Identify Dynamic Normal Stiffness and Damping of Shims for CAE Modeling, [Fli10]
2010, H. Flint, A. Chinnasamy und A. Stikvoort

Eine experimentelle Methode zur Ermittlung der Steifigkeit in Normalenrichtung sowie der Dämpfung von Shims wird vorgestellt. Für die analytische Modellierung wird ein diskretes, schwingungsfähiges System mit zwei Massen und einer komplexen Steifigkeit als Kopplungselement vorgesehen. Eine FE-Modellierung besteht aus zwei Zylindern, die den untersuchten Shimverbund umschließen.

Computer Aided Engineering Prediction of Brake Noise: Modeling of Brake Shims, [Esg14]
2014, M. Esgandari und O. Olatunbosun

Shims werden bei Esgandari vereinfacht als einzelne Schichten modelliert, wobei die Klebstoffschicht keine Berücksichtigung findet. Die FE-Implementierung von Rayleigh-Dämpfung erfolgt in viskoelastische Shimschichten, die Stahlschichten sind weiterhin ungedämpft. Charakteristische Werte für die Rayleigh-Parameter α und β wurden der Veröffentlichung von Flint entnommen [Fli04]. Aussagen zur Dämpfung des Reibmaterials finden keine Erwähnung, siehe auch [Esg13b].

Implicit-Explicit Co-Simulation of Brake Noise, [Esg15a]
2015, M. Esgandari und O. Olatunbosun

Esgandari nutzt einen hybriden Berechnungsalgorithmus, der explizite und implizite Berechnungsschritte vereint. Die Belagrückenplatte und der Shimverbund werden aus Stahl modelliert, das Reibmaterial besitzt anisotrope Materialparameter. Alle Bremsenkomponenten werden mit TIE-constraints verbunden.[39] Eine Validierung des vereinfachten FE-Bremsenmodells zeigt, dass Abweichungen zwischen Versuch und CEA bei herkömmlicher Berechnungsweise auftreten und Quietschfrequenzen nicht vollständig prognostiziert werden. Bei Einsatz der Co-Simulation hingegen liegt eine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Quietschfrequenzen vor.

2.5 Diskussion und Handlungsbedarf

Bei Quietschproblemen kann es durchaus vorkommen, dass Ergebnisse von Labor- und Fahrzeugprüfungen nicht korrelieren. Um diese Diskrepanz zu verstehen und im späteren Verlauf beseitigen zu können, müssen zunächst Untersuchungen auf Komponentenebene durchgeführt und verbessert werden. Deshalb ist es unverzichtbar, eine fundierte Charakterisierung von Shims vorzunehmen und Informationen, die ein bestimmtes Design betreffen, zu aggregieren [Sin98, S. 22].

Fahrzeuggeräuschtests können aber erst durchgeführt werden, nachdem das Bremssystem entwickelt und gefertigt wurde. Demzufolge ist es von Bedeutung Maßnahmen gegen Bremsgeräusche so frühzeitig wie möglich im Systementwicklungsprozess einzubinden. Spätere Änderungen können oftmals nur mit großem Aufwand realisiert werden und sind mit hohen Kosten verbunden [Wal99, S. 1]. Nach Ehrlenspiel werden 70 % der (vermeidbaren) Kosten in der Entwicklungsphase determiniert [Ehr07, S. 13]. Bremsendesign und Anbindungen, aber auch die Konzipierung und Auswahl von passiven Dämpfungsmaßnahmen bei Geräuschproblemen sind davon besonders betroffen. Bereits sehr geringe Unterschiede in der Modellbildung können zu einer wesentlich veränderten Quietschneigung beitragen [Hof08a, S. 4].

[39] TIE-constraints verbinden zwei Bereiche miteinander, so dass keine Relativbewegung möglich ist. Diese Art von Einschränkung ermöglicht es, Oberflächen zu verschmelzen, auch wenn unterschiedliche Vernetzungen vorliegen [Das17].

Ein wesentlicher Bereich bei Strukturdämpfung ist die korrekte Definition von Dämpfungskriterien. Der Verlustfaktor allein bildet oftmals keine adäquate Beschreibung der Systemdämpfung ab. Die durch zusätzliche Dämpfungsmaßnahmen hinzugefügte Steifigkeit und Masse müssen gleichfalls berücksichtigt werden. Eine Frage, die sich Wissenschaftler in der Mitte des letzten Jahrhunderts gestellt haben, ist heutzutage gleichermaßen aktuell. Welcher Grad an Dämpfung ist erforderlich, um eine gewünschte Geräuschreduzierung zu erzielen, Schwingungsamplituden zu begrenzen sowie strukturelle Ermüdungserscheinungen zu verhindern [Ker64, S. 144].

Dämpfung ist im Allgemeinen schwer zu quantifizieren und modellieren [Shi01, S. 7]. Neben dem Modellierungsdefizit wird im Verlauf der Arbeit darauf eingegangen, wie Dämpfung bei Shimverbunden in Finite-Elemente Simulationen abgebildet werden kann. Bei der Shimauswahl und Modellierung müssen folgende Faktoren berücksichtigt werden, siehe Abbildung 2.3. Hierzu werden Teilaspekte von [Fli02b, S. 85], [Fli03, S. 1] aufgegriffen und um essenzielle Gesichtspunkte erweitert. Die wesentlichen Einflussfaktoren finden Berücksichtigung. Es besteht jedoch kein Anspruch auf Vollständigkeit.

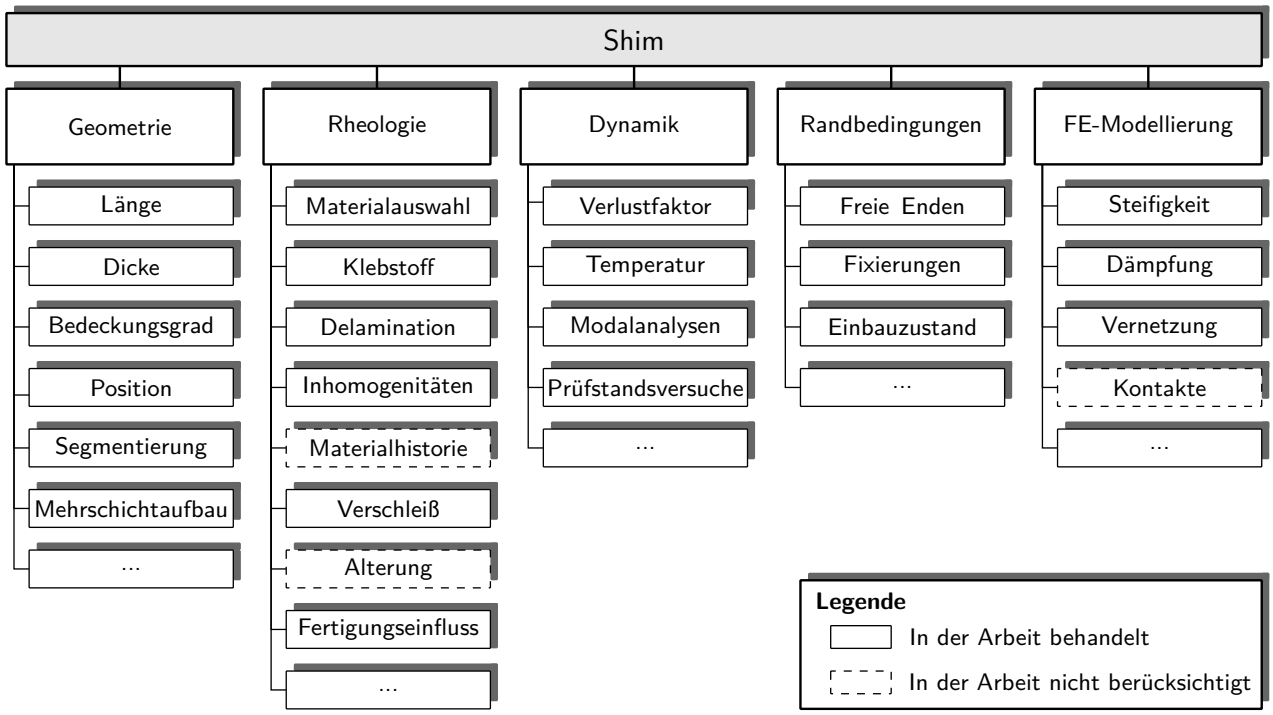


Abbildung 2.3: Einflussgrößen auf Shims

3 Rheologie

In diesem Kapitel werden zunächst Termini, die bei Dissipationsprozessen von Bedeutung sind, definiert, erläutert und in Beziehung zueinander gesetzt. Mechanische Ersatzmodelle zur Charakterisierung von Elastomeren werden veranschaulicht und Verfahren zur Dämpfungsermittlung aufgezeigt. Weiterführend wird näher auf thermische Testmethoden zur Ermittlung von Polymereigenschaften eingegangen sowie Speicher- und Dissipationsverläufe in Form von Shim-Masterkurven deduziert.

3.1 Dissipation

COULOMB hat bereits Ende des 18. Jahrhunderts in seinen Untersuchungen an Eisenfilamenten eine Verringerung der Schwingungsamplitude infolge von inneren Verlusten beobachtet. Eine Dämpfungswirkung durch Luftreibung konnte ausgeschlossen werden [Cou84], [Nak01, S. 461]. Diese Erkenntnisse sind mit heutigem Verständnis auf Dissipationsvorgänge des Werkstoffes zurückzuführen. Nachfolgend wird eine Charakterisierung und Einordnung des Dämpfungsbegriffes vorgenommen.

Dämpfung

> „*Sensitive rheological measurements reveal that perfect elasticity is almost never observed in materials and structures even at low stress. Under cyclic loading inelasticity [...] forms a hysteretic loop. The area within the loop is proportional to the energy dissipated per cycle of loading, a property identified by the term* ***damping*** *or* ***internal friction*** *[...].*“
>
> † Prof. Dr. Benjamin J. Lazan 1964, siehe [Laz64, S. 493] und [Laz62, S. 81]

Der Dämpfungsbegriff nach LAZAN schließt ausdrücklich Energieabsorptionsmechanismen wie elektro- oder hydromechanische Interaktionen verschiedener Komponenten, akustische Abstrahlung, Fluid- und Wirbelstromdämpfung sowie magnetische Hysteresen aus [Laz62, S. 81].

Dämpfung wird in [VDI3830-1, S. 4] als irreversible Umwandlung mechanischer Energie in eine andere Energieform definiert, zumeist in Wärme [Laz62, S. 81], [ISO10112, S. iii]. Eine mikroskopische Betrachtungsweise bei Polymeren zeigt, dass Dämpfung oft auf Dreh- oder Gleitvorgänge von langen Polymerketten zurückzuführen ist. In beiden Fällen werden diese dissipativen Effekte in der Literatur oft als *innere Reibung* bezeichnet [Gra92, S. 317], [Nak01, S. 464]. PLUNKETT beschreibt, dass Dämpfung weitestgehend für lineare Systeme definiert ist [Plu69c, S. 319]. In technischen Anwendungen erfüllt Dämpfung zwei wesentliche Aufgaben, 1. die aus Festkörpern abgestrahlten Störgeräusche zu schwächen und 2. Resonanzamplituden zu minimieren [Obe56a, S. 144], [Har02, S. 37.5]. Für weiterführende Inhalte sei unter anderem auf [Plu72] verwiesen.

Die VDI-Richtlinie 3830 nimmt eine phänomenologische Dämpfungseinteilung in innere und äußere Kräfte respektive *innere* und *äußere Dämpfung* vor. Kräfte, die zu Dissipationsvorgängen führen, sind nichtkonservativ [VDI3830-1, S. 5], siehe auch [Gau99, S. 2].

- Falls beim Freischneiden der Dämpfungskraft Actio und Reactio innerhalb der Systemgrenze wirken, handelt es sich um innere Dämpfung. Darunter fallen Werkstoffdämpfung infolge eines nichtelastischen Werkstoffverhaltens, Reibung zwischen Bauteilen z. B. in Führungen oder Umwandlung mechanischer Schwingungsenergie in elektrische Energie z. B. durch den piezoelektrischen Effekt.

- Wenn die Reaktionskraft über die Systemgrenze hinaus wirkt, handelt es sich um äußere Dämpfung, beispielsweise durch Reibung mit dem umgebenden Medium oder Schallabstrahlung.

Energiedissipationsprozesse sind ein wichtiger Bestandteil von Materialien und Materialsystemen. Grundsätzlich sind vier Dämpfungsquellen zu nennen: 1. inhärente Materialdämpfung, 2. Fügestellendämpfung (Relativbewegung zwischen Bauteilen), 3. Energiedissipation in Fluiden und 4. Abstrahlung (akustische Abstrahlung). Im Allgemeinen kommt Materialdämpfung eine untergeordnete Rolle zu. PLUNKETT beschreibt, dass Fügestellendämpfung gewöhnlich der entscheidende Mechanismus bei der Energiedissipation ist [Plu80, S. 67f], siehe auch [Plu72, S. 3], [Nel77, S. 3], [Soo85a, S. 7-2]. LAZAN nimmt eine ähnliche Unterteilung von Dämpfungsmechanismen in vier essenzielle Kategorien vor [Laz68, S. 20] und [Laz62, S. 82]:

1. Makroskopisch homogene Materialen beinhalten metallische und nichtmetallische Werkstoffe, viskoelastische Materialien, Elastomere, gummiartige sowie geschäumte Materialien und Fluide. Dämpfung kann verschiedene Ursachen haben, wie Anelastizität, Wechselwirkungen zwischen Molekülen in Polymeren oder viskoelastische Phänomene.
2. Eine weitere Gruppe wird in LAZANs Monografie als Element kategorisiert. Hierunter zählen Bauteile oder Proben aus einem einzigen homogenen Material, das keinerlei Füge- oder Kontaktstellen aufweist. Ausschließlich die Eigenschaften des Materials sind für die Dämpfung verantwortlich (*Materialdämpfung*).
3. Verbundwerkstoffe bestehen aus mehreren Schichten, die miteinander verklebt sind oder z. B. durch Vulkanisation von Elastomeren mit Trägermaterialien während des Fertigungsprozesses verbunden sind. Laminate, Sandwichstrukturen oder gewebeverstärkte Gummimaterialien vereinen zunehmend Dämpfungs- und Steifigkeitseigenschaften einzelner Bestandteile, um eine bessere Adaption zu erzielen, siehe hierzu auch [Gra92, S. 317].
4. In Fügestellen tritt eine Relativbewegung zwischen angrenzenden Flächen auf. Es wird in diesem Zusammenhang von Fügestellendämpfung gesprochen, bei LAZAN unter dem Begriff Schnittstelleneffekte in Strukturen zu finden.[40] Das größte Energiedissipationspotenzial ergibt sich durch Relativbewegung von mindestens zwei Komponenten in Form von Reibung oder durch einen Aufprall. Die vorherrschenden Phänomene sind hochgradig nichtlinear [Plu72, S. 3], [Nel77, S. 3]. BEARDS gibt an, dass über 90 % der Dämpfung in strukturellen Fügestellen auftritt [Bea83, S. 104]. Untersuchungen von Fügestellen an Bremssystemen mit anschließender experimenteller Ermittlung von Nichtlinearitäten wurden von TIEDEMANN durchgeführt [Tie15]. Modale Dämpfungskennwerte von gefügten Bremsenkomponenten waren bei seinen Untersuchungen bis zu sechzig mal größer als die der Einzelkomponenten [Tie14, S. 5]. Weiterführende Informationen und Untersuchungen zu Fügestellendämpfung können [Ott85, S. 58ff], [Ott87], [Mea00, S. 328ff], [Gau01], [Cre05, S. 225ff], [VDI3830-3, S. 5ff], [VDI3833-1, S. 58f], [Kru15] entnommen werden.

Die Mechanismen in Materialien und Systemen, die zu einer Energiedissipation beitragen, sind vielfältig und komplex. Insbesondere hängen Energieverluste von folgenden Faktoren ab [Jon80, S. 29], [Soo85a, S. 2-1]:

- Interne Faktoren - Art des Materials, chemische Zusammensetzung, (nicht-)kristalline Struktur
- Externe Faktoren - Temperatur, Vorspannung, Anfangsdehnung
- Von der Bewegung abhängige Faktoren - Amplitude und Frequenz der Verformung, Spannungszustand
- Faktoren bei Probekörpern - Geometrie, Maßstab, Oberflächengüte, Verbindungsschicht.

Komplexer Modul

Werden Probekörper harmonisch erregt (*erzwungene Schwingung*) und das Spannungs-/Dehnungsverhalten ermittelt, können zunächst zwei Grenzfälle betrachtet werden.

[40] VDI 3830 Blatt 1 spricht von *Kontaktflächendämpfung*, die durch Relativbewegung in Verbindungsstellen wie Schraub-, Niet- oder Klemmverbindungen auftritt [VDI3830-1, S. 5].

1. Ein perfekt elastischer Körper antwortet stets phasengleich. Physikalische Gesetzmäßigkeiten enthalten keinen Dissipationsanteil.
2. NEWTONsche Fluide mit hoher Viskosität reagieren mit einer Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$. Die Modellierung des Dämpfungsterms wird durch eine rein imaginäre Größe realisiert.

Die meisten Festkörper verhalten sich jedoch bei sinusförmigen Erregungen mit hinreichend kleinen Amplituden im Wesentlichen in einer linear viskoelastischen Weise [Par62, S. 2]. Das bedeutet, wie Abbildung 3.1 verdeutlicht, dass ein Phasenversatz zwischen Erregung und Antwort von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ vorliegt [Bla69, S. 38ff], [Hab09, S.808ff]. Bei jeder Schwingung wird somit ein Teil der Energie elastisch gespeichert und ein Teil dissipiert.

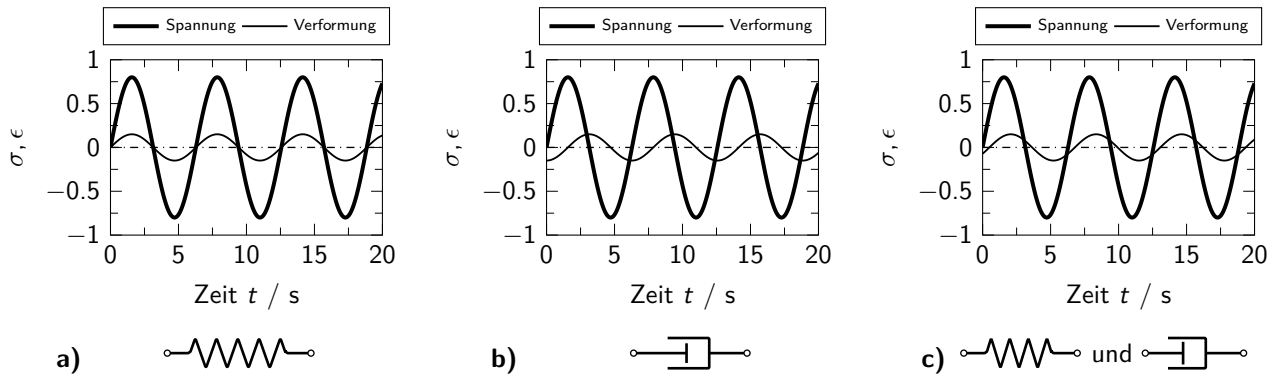


Abbildung 3.1: Spannungs- und Dehnungsverhalten ($\sigma - \epsilon$) eines **a)** elastischen, **b)** viskosen und **c)** viskoelastischen Körpers, nach [Bla69, S. 40], [Jon01, S. 45] und [Hab09, S. 808f]

Die dynamischen Eigenschaften können durch eine elastische und dissipative Komponente als komplexe Steifigkeit $k^* = k' + \mathrm{i}k''$ abgebildet werden. Der Speicheranteil wird durch den Realteil k' und die Verlustkomponente der komplexen Feder durch den Imaginärteil k'' modelliert [Lea61, S. 675], [Laz68, S. 30], [ISO4664-1, S. 5]. Die komplexe Notation

$$E^* = E' + \mathrm{i}E'' = E'(1 + \mathrm{i}\eta), \tag{3.1a}$$

$$G^* = G' + \mathrm{i}G'' = G'(1 + \mathrm{i}\eta) \tag{3.1b}$$

ist fast universell einsetzbar und wird häufig zur Beschreibung von viskoelastischer Dämpfung bei Polymeren verwendet. In technischen Anwendungen werden viskoelastische Materialien in der Regel einer Scherbeanspruchung ausgesetzt, demzufolge ist die Schreibweise (3.1b) als komplexer Schubmodul G^* üblich [Laz62, S. 84], [Laz68, S. 31f], [Lea49, S. 199, 201], [ISO4664-1, S. 5]. G' und E' beschreiben den elastischen Modul oder Speichermodul und E'' sowie G'' den Verlustmodul. Eine Formulierung G^* respektive E^* mit dem Verlustfaktor η ist ebenfalls gebräuchlich. Den Zusammenhang zwischen Speicher- und Verlustmodul gibt Abbildung 3.2 wieder. Das Dissipationspotenzial kann zusätzlich mit dem Verlustwinkel $\delta = \arctan\left(\frac{G''}{G'}\right)$ bzw. $\delta = \arctan\left(\frac{E''}{E'}\right)$ ausgedrückt werden.

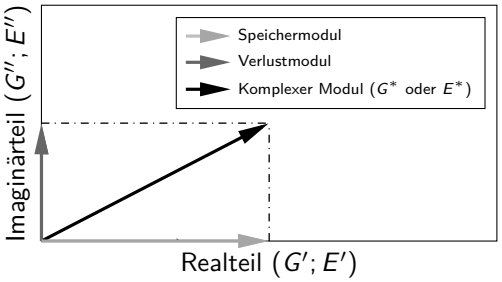


Abbildung 3.2: Komplexer Modul und Verlustwinkel δ in Anlehnung an [Plu60, S. 123], [Laz68, S. 60], [Bla69, S. 42], [Ber73, S. 137], [Ber80, S. 55], [Bri08, S. 187] und [DIN6721-1, S. 7]

Gewöhnlich weisen Materialparameter wie Schubmodul G und Verlustfaktor η

$$G = G(f, T), \tag{3.2a}$$

$$\eta = \eta(f, T) \tag{3.2b}$$

eine Temperatur- und Frequenzabhängigkeit auf [Tro78, S. 345]. Eine Amplitudenabhängigkeit des Verlustfaktors ist in vielen Fällen bei starken Dehnungen ebenfalls zu beobachten [ISO10112, S. iii]. In Bremssystemen ist spezifisch, dass darüber hinaus bei Shimkompositen eine Abhängigkeit vom Bremsdruck (Vorspannung), der in Normalenrichtung aufgebracht wird, vorliegt [Fli03, S. 1]. Die Variation der dynamischen Eigenschaften ändert sich jedoch selten linear [Gro70, S. 424].

Verlustfaktor

> *„Der Verlustfaktor gibt an wie groß die innerhalb einer Schwingungsperiode in Wärme umgewandelte (verloren gegangene) Energie im Verhältnis zur wieder gewinnbaren mechanischen Energie ist."*
>
> † Prof. Dr.-Ing. Lothar Cremer und † Prof. Dr. rer. nat. Manfred Heckl 1967, siehe [Cre67, S. 174]

Der Verlustfaktor η eines Systems

$$\eta = \frac{1}{2\pi}\frac{D}{W} \tag{3.3}$$

ist für den stationären Zustand für eine vorgegebene Frequenz und Amplitude definiert.[41] Der formulierte Ansatz kann auch für nichtlineare Systeme und frequenzabhängige Parameter herangezogen werden. Die Energie, die dem System zugeführt werden muss, um den eingeschwungenen Zustand aufrechtzuerhalten, wird oftmals mit D (Energiedissipation pro Schwingungszyklus) beschrieben. Der Parameter W charakterisiert die Gesamtsystemenergie, bestehend aus potenzieller und kinetischer Energie, die in der Schwingung enthalten ist. Die Definition von W ist nur für kleine Dämpfungen eindeutig definiert [Kor69, S. 975], [Ung62a, S. 954], [Ker64, S. 126], [Ung64, S. 387], [Laz68, S. 31], [Ung80, S. 76] und [Mea00, S. 320]. Es muss zwischen linearer Dämpfung, bei der Verlustfaktoren unabhängig von der Belastungsart sind, und nichtlinearer Dämpfung unterschieden werden. Im Allgemeinen sind Materialdämpfungsmechanismen nichtlinear und somit besteht für Verlustfaktoren η eine Abhängigkeit von der Belastung [Laz62, S. 83]. Es ist davon auszugehen, dass das in einem Sandwichverbund am stärksten dämpfende Element (Elastomer) mehr Dämpfung als der zusammengesetzte Verbund selbst besitzt. Infolgedessen ist der Strukturverlustfaktor des Gesamtsystems stets geringer als der Verlustfaktor der dämpfenden viskoelastischen Schicht [Ung62b, S. 1086].

In vielen Publikationen ist eine unmittelbare Kausalität zwischen Dämpfungskennwerten, die aus unterschiedlichen Versuchen oder Modellen ermittelt werden, dargestellt. Grundlage ist ein lineares mechanisches System mit einem Freiheitsgrad [Plu60, S. 123, 127]. Der Zusammenhang lautet nach [Gra92, S. 316], [Plu60, S. 123], [Laz62, S. 82], [Laz68, S. 71], [Ber88, S. 439], [Car98, S. 581] und [VDI3833-1, S. 65f]

$$2\vartheta = \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)_{3\,\mathrm{dB}} = \eta = \frac{E''}{E'} = \frac{\psi}{2\pi} = \tan(\delta). \tag{3.4}$$

Die Parameter charakterisieren den Dämpfungsgrad ϑ, die Halbwertsbreite $\Delta f/f_0$, den Verlustfaktor η, einen komplexen Modul, der über das Verhältnis zwischen Verlustmodul E'' und Speichermodul E' ausgedrückt werden kann, die relative aus einer Hysterese ermittelte Dämpfung ψ und den Verlustwinkel δ.

[41] Im englischen Sprachgebrauch als *loss factor* oder in älteren Publikationen als *loss coefficient* bezeichnet [Laz68, S. 31].

Eine Klassifizierung von metallischen und nichtmetallischen Werkstoffen hinsichtlich ihres Verlustfaktors gibt Abbildung 3.3 wieder.

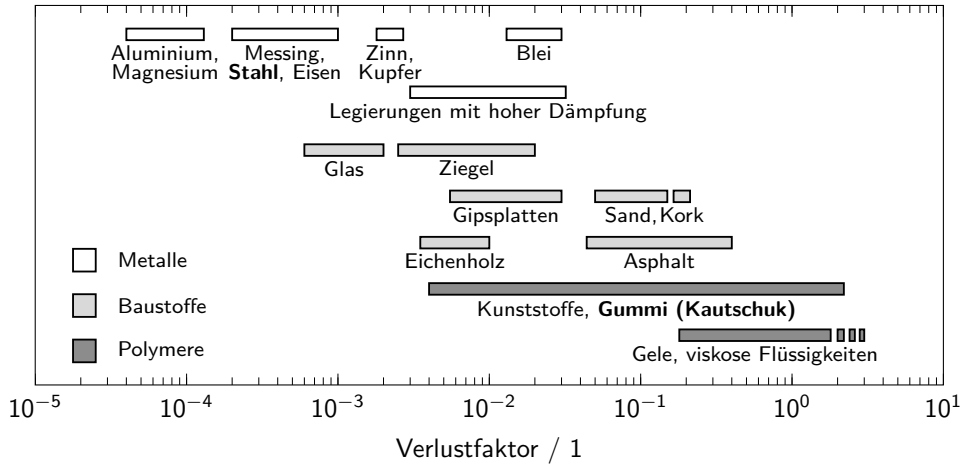


Abbildung 3.3: Verlustfaktoren verschiedener Werkstoffklassen bei Raumtemperatur und geringer Deformation, in Anlehnung an [Cre67, S. 207, 210f] und [Ung92, S. 462]

Amplitudenunabhängige Werte für Verlustfaktoren bewegen sich nach OTTL bei Metallen im Bereich von $< 10^{-3}$ bis $\approx 10^{-2}$, bei Polymeren sind Größenordnungen von < 0.1 bis ≈ 10 zu erwarten [Ott81, S. 5], [Obe56a, S. 145], [Cre67, S. 207f, 210], [Laz68, S. 205-250], [Soo85b, S. 8-3] und [Cre05, S. 193]. CRANDALL gibt gemessene Strukturverlustfaktoren im Allgemeinen in einem Bereich von 10^{-5} bis 0.2 an [Cra70, S. 4]. Eine Einteilung von Verlustfaktoren in Abhängigkeit der benötigten Abklingzyklen ist in [Ker90, S. 321] zu finden. Reibungseffekte in Fügestellen bewirken einen Dämpfungsanstieg mit Verlustfaktoren in der Größenordnung 10^{-2} [Ung73, S. 142]. Verlustfaktoren werden im weiteren Verlauf der Arbeit auf drei Nachkommastellen angegeben, wie es in vielen essenziellen Publikationen gehandhabt wird, wie in [SAEJ1637, S. 11].

LAZAN legt dar, dass leichte Unterschiede in der Materialzusammensetzung, bei Wärmebehandlungsverfahren und in der mechanischen Bearbeitung (Spannungshistorie) zu einer signifikanten Beeinträchtigung der Ergebnisse für das gleiche Material führen (können). In der Regel enthalten Publikationen keine detaillierten Informationen über chemische, thermische und mechanische Eigenschaften, so dass keine Rückschlüsse auf Dämpfungsmerkmale gezogen werden können. Kleine Unterschiede, die die Temperatur und Luftfeuchtigkeit betreffen, können erhebliche Auswirkungen auf die Dämpfung haben, insbesondere bei Elastomeren und Polymeren [Laz68, S. 203].

Wie von PLUNKETT beschrieben, kann es durchaus vorkommen, dass Dämpfungsmessungen aus verschiedenen Laboren unterschiedliche Ergebnisse für das gleiche Material respektive Messobjekt liefern. Wenn Messungen bei gleicher Belastung und unter vergleichbaren Methoden durchgeführt werden und dennoch größere Diskrepanzen auftreten, stellt sich die Frage, welche Ergebnisse korrekt sind. In diesem Fall kann i. d. R. angenommen werden, dass der niedrigste gemessene oder berechnete Dämpfungswert näher an der Realität liegt [Plu60, S. 128ff]. Als mögliche Erklärung kann die starke Amplitudenabhängigkeit der meisten Dämpfungstypen angeführt werden.

3.2 Schwingungen diskreter Systeme

Die Methode der Halbwertsbreite, häufig unter dem Begriff 3 dB-Methode zu finden, ist ein Verfahren im Frequenzbereich, um Dämpfungscharakteristika aus Übertragungsfunktionen (*FRF*) zu ermitteln. Sie wird im weiteren Verlauf für die Bestimmung modaler Dämpfungskennwerte genutzt. Abbildung 3.4 zeigt das Übertragungsverhalten für unterschiedlich stark gedämpfte mechanische Systeme in Form des Amplituden-

frequenzganges α.[42] Die mechanische Modellierung setzt ein lineares Ersatzsystem voraus, das in diesem konkreten Fall einen Freiheitsgrad besitzt. In der Praxis wird gefordert, dass benachbarte Eigenfrequenzen einen hinreichend großen Abstand zueinander aufweisen.[43] Betrachtet werden Systeme sowohl mit viskoser (KELVIN-VOIGT-Element) als auch struktureller Dämpfung.[44]

In einer Vielzahl relevanter Publikationen wird der Dissipationsterm β bei Strukturdämpfung als Verlustfaktor[45] eingeführt. Üblicherweise wird in Literaturquellen zur Kennzeichnung des Verlustfaktors der griechische Buchstabe η verwendet. Um eine Verwechslung mit dem Frequenzverhältnis η auszuschließen, wird in diesem Abschnitt von der gebräuchlichen Benennung abgesehen.

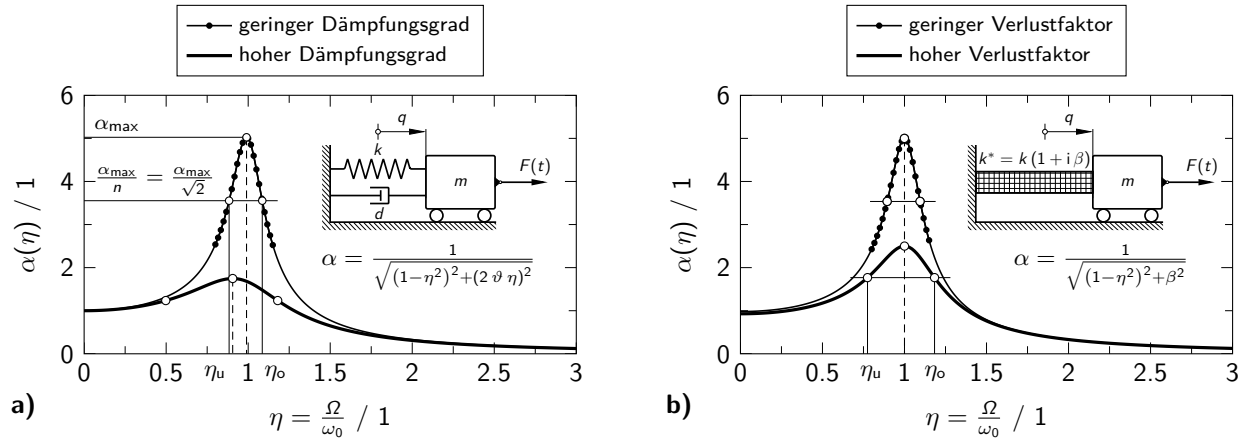


Abbildung 3.4: Methode der Halbwertsbreite für den Amplitudenfrequenzgang α bei **a)** viskoser Dämpfung und **b)** Strukturdämpfung nach [Nas85, S. 125], [Mea00, S. 63]

Das Dissipationsmaß ϑ bzw. β ergibt sich, indem das Frequenzband η_u und η_o bei einem Abfall des Maximums α_{max} um $\frac{1}{n}$ ermittelt wird. Bei realen Systemen liegen immer diskrete Messpunkte vor, so dass zur Bestimmung der Schnittpunkte mit der Resonanzkurve zwischen einzelnen Punkten eine lineare Interpolation erfolgen muss. Bei der üblichen Konvention

$$20\log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx -3.01\,\text{dB} \tag{3.5}$$

wird ein Abfall des Maximums um den Wert $2^{-\frac{1}{2}}$ verzeichnet, der mit einer Reduzierung der Amplitude um näherungsweise 3 dB korrespondiert [Nas85, S. 131], [VDI3833-1, S. 22f].[46] Der Zusammenhang zwischen Halbwertsbreite und Dämpfungsgrad ϑ für eine unsymmetrische Übertragungsfunktion kann Gleichung (3.6) entnommen werden. Bei einer Resonanzkurve der Schwinggeschwindigkeit (Mobilität) infolge einer Kraft- oder Federerregung gilt nach [VDI3830-5, S. 24]

$$2\vartheta = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\Omega_o}{\omega_d} - \frac{\omega_d}{\Omega_o}\right) - \left(\frac{\Omega_u}{\omega_d} - \frac{\omega_d}{\Omega_u}\right)\right] \tag{3.6}$$

mit der Kreisfrequenz Ω_o oberhalb der Resonanz sowie Ω_u unterhalb der Resonanz und der gedämpften Eigenkreisfrequenz ω_d des Systems. Nachfolgend wird auf den Zusammenhang zwischen Dämpfungsgrad ϑ und Verlustfaktor β eingegangen.

[42] Die verwendete Notation orientiert sich an den Vorgaben von [DIN1311-2].
[43] Die Modenüberlappung kann als Produkt aus Halbwertsbreite und der Modendichte bestimmt werden. Die Modendichte ist als Anzahl der Schwingungsmoden pro Hertz definiert [Mös10a, S. 213, 220].
[44] Diese Dämpfungsform wird auch als KIMBALL-LOVELL-komplexe Steifigkeit bezeichnet [Inm06, S. 325], nach [Kim27].
[45] THOMSON bezeichnet den Verlustfaktor als strukturellen Dämpfungsfaktor [Tho93, S. 76].
[46] Der Gebrauch von *n*-dB-Methoden ist durchaus möglich, jedoch weniger verbreitet.

3.2.1 Viskose Dämpfung

Es wird ein KELVIN-VOIGT Modell betrachtet, das aus einer ideal-elastischen Feder und einem idealen Dämpfer, der sich wie ein linear viskoses Fluid verhält, besteht. Abbildung 3.5 zeigt das zugehörige mechanische Ersatzmodell mit der Koordinate q, der Federsteifigkeit k, der Dämpfungskonstante d, der Masse m und einer äußeren harmonischen Kraft $F(t) = \hat{F}\cos(\Omega\, t)$ mit der Erregerkreisfrequenz Ω. Die homogenen und partikulären Lösungen eines Einfreiheitsgradsystems mit viskoser Dämpfung können entsprechender Fachliteratur entnommen werden, u. a. [Sun95, S. 45, 53] oder [Hag15a, S.45ff].

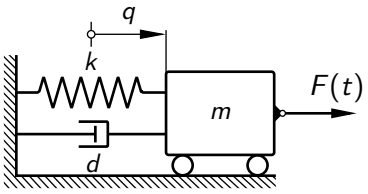


Abbildung 3.5: Einfreiheitsgrad Masse-Feder-Dämpfer System mit viskoser Dämpfung nach [Hag15a, S. 31]

Die Bewegungsdifferenzialgleichung des Systems

$$m\ddot{q} + \quad d\dot{q} + \quad kq = \hat{F}\cos(\Omega t), \tag{3.7a}$$

$$\ddot{q} + 2\vartheta\omega_0\dot{q} + \omega_0^2\, q = \frac{\hat{F}}{m}\cos(\Omega t) \tag{3.7b}$$

beinhaltet den Dämpfungsgrad ϑ und die Eigenkreisfrequenz ω_0. Die allgemeine Lösung

$$q(t) = q_\mathrm{h}(t) + q_\mathrm{p}(t) \tag{3.8}$$

setzt sich aus Superposition der homogenen Lösung $q_\mathrm{h}(t)$ und partikulären Lösung $q_\mathrm{p}(t)$ zusammen. Das Frequenzverhältnis zwischen Erregerkreis- und Eigenkreisfrequenz wird mit η $(= \frac{\Omega}{\omega_0})$ gekennzeichnet. Die allgemeine Lösung lautet somit

$$q_\mathrm{h}(t) = \mathrm{e}^{-\vartheta\omega_0 t}\left[C_1 \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\vartheta^2}\right) + C_2\cos\left(\omega_0\sqrt{1-\vartheta^2}\right)\right], \tag{3.9a}$$

$$q_\mathrm{p}(t) = \frac{\hat{F}}{m}\frac{\frac{1}{\omega_0^2}}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+4\vartheta^2\eta^2}}\cos(\Omega t-\varphi) = \hat{F}\underbrace{\frac{1}{k}}_{\kappa}\underbrace{\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+4\vartheta^2\eta^2}}}_{\alpha}\cos(\Omega t-\varphi) \tag{3.9b}$$

mit dem Amplitudenfrequenzgang α, dem Übertragungskoeffizienten κ und dem Phasenfrequenzgang φ. Die Amplitude der Systemantwort $q_\mathrm{p}(t)$ wird im weiteren Verlauf mit $\hat{q} = \frac{\hat{F}\alpha}{k}$ bezeichnet. Der Phasenfrequenzgang kann mit seinen trigonometrischen Anteilen

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{2\vartheta\eta\alpha}{(1-\eta^2)\alpha} = \frac{2\vartheta\eta}{1-\eta^2} \tag{3.10}$$

ausgedrückt werden.

Halbwertsbreitenmethode

Herleitungen sind in kondensierter Form in [Nas85, S. 122ff] und [Tho93, S. 77f] zu finden. Gesucht ist das Maximum des Amplitudenfrequenzganges. Hierzu werden die Extremwerte von α

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}\eta} = \frac{\eta(-1+2\vartheta^2+\eta^2)}{\sqrt{1+2(2\vartheta^2-1)\eta^2+\eta^4}} \stackrel{!}{=} 0 \tag{3.11}$$

bestimmt. Die Nullstellen ergeben sich zu

$$\eta_{\tilde{1}} = 0 \quad \text{und} \quad \eta_{\tilde{2},\tilde{3}} = \pm\sqrt{1-2\vartheta^2}. \tag{3.12}$$

Die relevante Extremstelle liegt somit bei $\eta_{\text{res}} = \sqrt{1-2\vartheta^2}$. Wird η_{res} in den Amplitudenfrequenzgang eingesetzt, gilt für die Amplitude bei Resonanz

$$q_{\text{p,res}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\left(\sqrt{1-2\vartheta^2}\right)^2\right)^2 + 4\vartheta^2\left(\sqrt{1-2\vartheta^2}\right)^2}} = \frac{1}{2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}}. \tag{3.13}$$

Der Schnittpunkt bei Abfall des Amplitudenfrequenzganges um $\frac{1}{n}$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\vartheta^2\eta^2}} = \frac{1}{n}\frac{1}{2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}} \tag{3.14}$$

liefert die beiden Kreisfrequenzen respektive die dimensionslosen Parameter η_1 und η_2. Die Nullstellen η, die die Gleichung erfüllen, können wie folgt bestimmt werden

$$-\eta^4 + (2-4\vartheta^2)\eta^2 + 4n^2\vartheta^2(1-\vartheta^2) - 1 = 0. \tag{3.15}$$

Eine Substitution der biquadratischen Gleichung führt zu folgenden exakten Lösungen

$$\eta_{1,2} = \sqrt{1-2\vartheta^2 \mp 2\sqrt{-\vartheta^2\left(\vartheta^2-1\right)\left(n^2-1\right)}}, \tag{3.16}$$

wobei ausschließlich positive Lösungen physikalisch sinnvoll sind. Wird die Halbwertsbreite $(\eta_2 - \eta_1)$ mit dem Frequenzverhältnis bei Resonanz η_{res} in Relation gesetzt, ergibt sich

$$\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_{\text{res}}} = \frac{\sqrt{1-2\vartheta^2+2\sqrt{-\vartheta^2\left(\vartheta^2-1\right)\left(n^2-1\right)}} - \sqrt{1-2\vartheta^2-2\sqrt{-\vartheta^2\left(\vartheta^2-1\right)\left(n^2-1\right)}}}{\sqrt{1-2\vartheta^2}}. \tag{3.17}$$

Ein Abfall der Resonanz um 3 dB ($n = \sqrt{2}$) liefert den mathematisch exakten Zusammenhang

$$\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_{\text{res}}} = \frac{\sqrt{1-2\vartheta^2+2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}} - \sqrt{1-2\vartheta^2-2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}}}{\sqrt{1-2\vartheta^2}}. \tag{3.18}$$

Gleichung (3.18) kann als Potenzreihe (TAYLOR-Entwicklung[47]) mit dem Entwicklungspunkt bei Null geschrieben werden. Die Approximation der beiden Terme bis TAYLOR-Glied 8 nimmt folgende Form an

$$\sqrt{\frac{1-2\vartheta^2 \pm 2\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}}{1-2\vartheta^2}} \simeq \frac{\sqrt{\frac{1-2\cdot0^2\pm2\cdot0\sqrt{1-0^2}}{1-2\cdot0^2}}}{0!}(\vartheta-0)^0 \pm \ldots - \ldots, \tag{3.19a}$$

$$\simeq 1 \pm \vartheta - \frac{1}{2}\vartheta^2 \pm 2\vartheta^3 - \frac{17}{8}\vartheta^4 \pm 6\vartheta^5 - \frac{145}{16}\vartheta^6 \pm 22\vartheta^7. \tag{3.19b}$$

Die in der Literatur gebräuchliche Abschätzung

$$\frac{\Delta\eta}{\eta_{\text{res}}} = \frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_{\text{res}}} \simeq 1 + \vartheta - (1-\vartheta) = 2\vartheta \tag{3.20}$$

resultiert, indem die TAYLOR-Entwicklung nach dem zweiten Glied abgebrochen wird. Abbildung 3.6 verdeutlicht die Abweichung zwischen exakter und approximierter Lösung. Dämpfungsgrade bis 0.1 zeigen eine

[47] Die TAYLOR-Entwicklung mit der k-ten Ableitung lautet $T_f(x,a) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$ [Bro08, S. 445].

sehr gute Übereinstimmung. Bei Dämpfungsgraden größer als 0.1 führt die vereinfachte lineare Annahme zu einer Unterschätzung der Dämpfung.

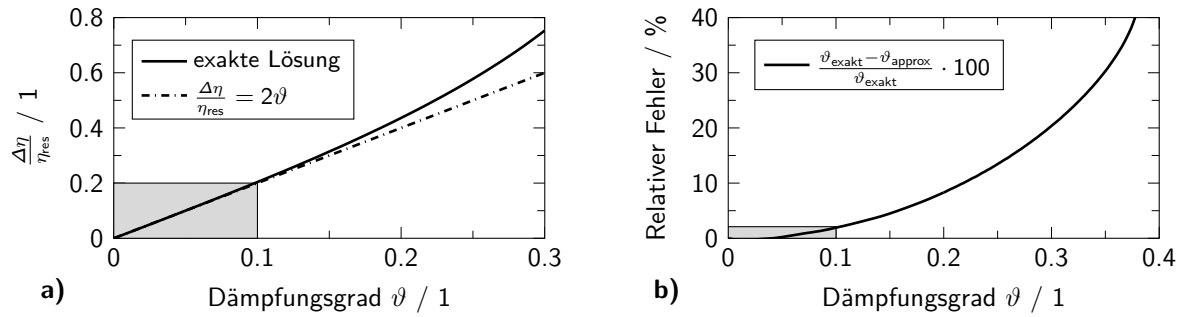


Abbildung 3.6: Abweichung des Dämpfungsgrades ϑ (Halbwertsbreitenmethode) bei viskoser Dämpfung. **a)** Gegenüberstellung der exakten Lösung und der Näherungslösung nach Gleichung (3.20) und **b)** Darstellung des relativen Fehlers nach [Nas85, S. 132], [Gra92, S. 335]

3.2.2 Strukturdämpfung

Bei der Modellierung von Strukturdämpfung[48] wird der geschwindigkeitsproportionale Term $d\dot{q}$ durch eine komplexwertige Steifigkeit $k^* = k(1 + \mathrm{i}\beta)$ ersetzt. Das mechanische Ersatzsystem zeigt Abbildung 3.7.

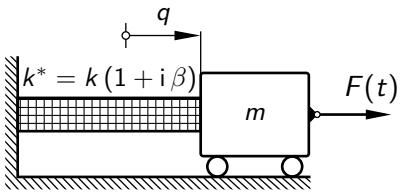


Abbildung 3.7: Einfreiheitsgradsystem mit komplexer Steifigkeit k^* nach [Sun95, S. 43]

Die Bewegungsdifferenzialgleichung des linearen, fremderregten Systems lässt sich wie folgt formulieren [Neu62, S. 8]

$$m\ddot{q} + k(1 + \mathrm{i}\beta)q = \hat{F}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}. \tag{3.21}$$

Der Ansatz $q = q_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$ liefert die Partikulärlösung $q_\mathrm{P}(t)$ der Differenzialgleichung. In Tabelle 5 wird die Relation zwischen viskos und strukturell gedämpften Systemen hergestellt.

Tabelle 5: Gegenüberstellung von viskoser und struktureller Dämpfung

	Viskose Dämpfung	**Struktur**dämpfung
Differenzialgleichung:	$\ddot{q} + 2\vartheta\omega_0\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\hat{F}}{m}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$	$\ddot{q} + \omega_0^2(1 + \mathrm{i}\beta)q = \frac{\hat{F}}{m}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$
mit $q = q_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$:	$q_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}(-\Omega^2 + \omega_0^2[1 + \mathrm{i}2\vartheta\eta]) = \frac{\hat{F}}{m}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$	$q_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}(-\Omega^2 + \omega_0^2[1 + \mathrm{i}\beta]) = \frac{\hat{F}}{m}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$

Beide Modelle unterscheiden sich lediglich in ihren Imaginärteilen. Gleichung (3.22) stellt beide Imaginärteile gegenüber. Es ist evident, dass ausschließlich im Resonanzfall ($\eta_{res} = 1$) die Relation $\beta = 2\vartheta$ zulässig ist. Eine Entfernung von der Resonanzstelle führt zu einer starken Frequenzabhängigkeit des viskos gedämpften Modells

$$\beta = 2\vartheta \underbrace{\frac{\Omega}{\omega_0}}_{\eta}. \tag{3.22}$$

[48] MYKLESTAD führt strukturelle Dämpfung als *komplexe Dämpfung* ein [Myk52]. Bei NASHIF unter dem Begriff *hysteretische Dämpfung* zu finden [Nas85, S. 123].

Die partikuläre Lösung nimmt letztendlich folgende Form an

$$q_{\mathrm{p}}(t) = \hat{F} \underbrace{\frac{1}{k}}_{\kappa} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+\beta^2}}}_{\alpha} \cos(\Omega t - \varphi), \tag{3.23}$$

mit der Resonanzstelle η_{res} bei 1. Der Phasenfrequenzgang φ lässt sich wie folgt in seine trigonometrischen Bestandteile aufspalten

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{\beta\alpha}{(1-\eta^2)\alpha} = \frac{\beta}{1-\eta^2}. \tag{3.24}$$

Halbwertsbreitenmethode

Herleitungen zu diesem Themenkomplex können [Nas85, S. 132f] oder [Bea83, S. 34] entnommen werden. Die Vorgehensweise ist an Abschnitt 3.2.1 in komprimierter Schreibweise angelehnt. Die beiden Schnittpunkte zwischen Amplitudenfrequenzgang α und Abfall des Maximums $\frac{1}{\beta}$ um $\frac{1}{n}$ führen zu

$$\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+\beta^2}} = \frac{1}{n\beta} \tag{3.25}$$

und den Nullstellen $\eta_{1,2} = \sqrt{1 \mp \beta}$ der Gleichung (3.25) für $n = \sqrt{2}$ und $\beta > 0$. Das Verhältnis zwischen Bandbreite $\Delta\eta$ und η_{res} zeigt die exakte mathematische Formulierung des Verlustfaktors

$$\frac{\Delta\eta}{\eta_{\mathrm{res}}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_{\mathrm{res}}} = \sqrt{1+\beta} - \sqrt{1-\beta}. \tag{3.26}$$

Eine TAYLOR-Entwicklung liefert die Approximation des exakten Ausdruckes. Die Potenzreihe für $\sqrt{1 \pm \beta}$ bis TAYLOR-Glied 8 setzt sich dergestalt zusammen

$$\sqrt{1 \pm \beta} \simeq \frac{(1\pm 0)^{\frac{1}{2}}}{0!}(\beta-0)^0 \pm \frac{\frac{1}{2}(1\pm 0)^{-\frac{1}{2}}}{1!}(\beta-0)^1 - \frac{\frac{1}{4}(1\pm 0)^{-\frac{3}{2}}}{2!}(\beta-0)^2 \pm \dots, \tag{3.27a}$$

$$\simeq 1 \pm \frac{1}{2}\beta - \frac{1}{8}\beta^2 \pm \frac{1}{16}\beta^3 - \frac{5}{128}\beta^4 \pm \frac{7}{256}\beta^5 - \frac{21}{1024}\beta^6 \pm \frac{33}{2048}\beta^7. \tag{3.27b}$$

Werden Minuend und Subtrahend zu dem Ausdruck aus Gleichung (3.26) zusammengeführt, bleiben ausschließlich Terme mit ungeraden Exponenten für β erhalten. Es ergibt sich

$$\frac{\Delta\eta}{\eta_{\mathrm{res}}} \simeq \beta + \frac{1}{8}\beta^3 + \frac{7}{128}\beta^5 + \frac{33}{1024}\beta^7. \tag{3.28}$$

Abbildung 3.8 verdeutlicht, dass die in der Praxis häufig verwendete Annahme $\frac{\Delta\eta}{\eta_{\mathrm{res}}} = \beta$ für Verlustfaktoren bis $\beta = 0.4$ eine sehr gute Übereinstimmung zeigt.

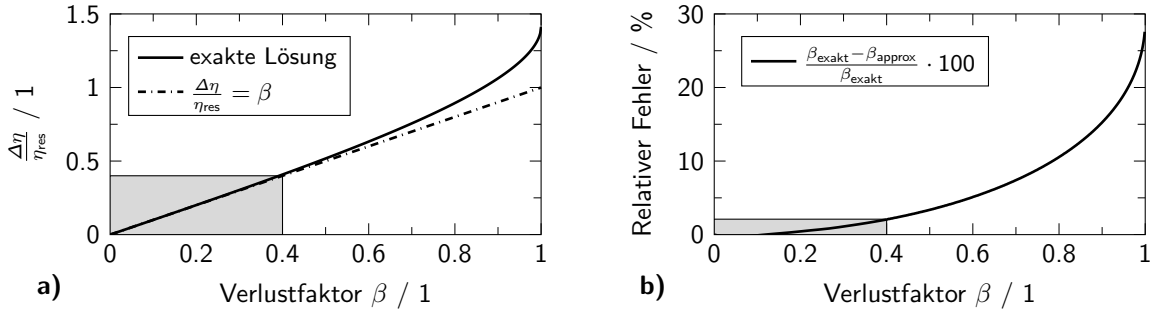


Abbildung 3.8: Abweichung des Verlustfaktors β (Halbwertsbreitenmethode) bei Strukturdämpfung, **a)** Gegenüberstellung der exakten Lösung und der linearen Näherungslösung und **b)** Darstellung des relativen Fehlers nach [Nas85, S. 132f], [Gra92, S. 333f]

Bei Bremsbelägen sind Verlustfaktoren sehr viel kleiner als Eins zu erwarten ($\beta \ll 1$). Demzufolge ist die Relation zwischen Dämpfungsgrad und Verlustfaktor

$$\beta = 2\vartheta \tag{3.29}$$

bei Auswertung der Resonanzstelle ($\Omega = \omega_0$) zulässig, nach [Nas68, S. 132ff], [Ber73, S. 141], [Ewi84, S. 163], [Gra92, S. 334] und [Car98, S. 582]. Voraussetzung ist ein lineares System mit einem Freiheitsgrad, das Verlustfaktoren deutlich unterhalb von Eins besitzt. Herausforderungen, die bei experimentellen Untersuchungen mit der Methode einhergehen, sind die Asymmetrie der Übertragungsfunktion, die diskrete Datenerfassung (*Interpolation*) und fehlende Schnittpunkte bei einem 3 dB Abfall. Zusammenfassend gibt Tabelle 6 wesentliche Eigenschaften von mechanischen Systemen mit viskoser und struktureller Dämpfung wieder.

Tabelle 6: Charakteristika von erzwungenen Schwingungen eines Einfreiheitsgradsystems bei viskoser und Strukturdämpfung in Anlehnung an [Nas85, S. 126]

Eigenschaften	**Viskose Dämpfung**	**Strukturdämpfung**
Differenzialgleichung:	$m\ddot{q} + d\dot{q} + kq = \hat{F}\cos(\Omega\, t)$	$m\ddot{q} + k(1 + \mathrm{i}\beta)q = \hat{F}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}$
Resonanzfrequenz:	$\eta_{\mathrm{res}} = \sqrt{1 - 2\vartheta^2}$	$\eta_{\mathrm{res}} = 1$
	Verringerung bei steigender Dämpfung	unabhängig vom Frequenzverhältnis η
Resonanzamplitude:	$\frac{\hat{F}}{2k\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2}}$ mit $\vartheta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{d^2}{km}}$	$\frac{\hat{F}}{k\beta}$
	von m, k und d abhängig	masseunabhängig

3.3 Charakterisierung von Elastomeren

Nachfolgend wird in diesem Abschnitt eine Modellierungsmethode für Elastomere gezeigt sowie eine experimentelle Bestimmung von Shimverlustfaktoren vorgestellt.

3.3.1 Modellierung

Viskoelastische Materialien besitzen die Eigenschaft, innerhalb bestimmter Temperatur- und Frequenzbereiche Materialdämpfung aufzuweisen, die mehrere Größenordnungen höher als herkömmliche Konstruktionswerkstoffe liegt [Nel77, S. 4].[49] Zunächst werden grundlegende Begrifflichkeiten, die zum Verständnis beitragen, definiert. Der Effekt von Temperatur- bzw. Frequenzänderungen führt bei Elastomeren zu folgender Einteilung, siehe unter anderem [AST05, S. 1], [Owe67, S. 25f], [Laz68, S. 49], [Jon01, S. 63ff].

- **Glaszustand:** Dieser Temperaturbereich ist durch eine hohe Steifigkeit (Speichermodul/Modul) und geringe Dämpfung (Verlustfaktor) gekennzeichnet. Mit steigender Temperatur ist eine deutliche Erhöhung des Verlustfaktors zu verzeichnen.
- **Glasübergangsbereich:** Auch als *Erweichungsbereich* bezeichnet, beschreibt den Abschnitt zwischen glasartigem- und gummiartigem Bereich. In diesem Temperaturbereich absorbiert das Material einen beträchtlichen Teil der mechanischen Energie und dissipiert ihn als thermische Energie (Wärme). Das Elastomer ist hierin charakterisiert durch das Überschreiten des Verlustfaktormaximums und einem steilen degressiven Verlauf des Speichermoduls bei steigender Temperatur. Oberhalb der Glasübergangstemperatur T_{g} werden die langen Molekülketten der Hochpolymere beweglich und Segmente können ihre Position verschieben [Obe68, S. 442]. In dem Temperaturbereich um die Glasübergangstemperatur besitzt das Elastomer die effektivsten Dämpfungseigenschaften.
- **Gummibereich:** Dieser Bereich ist durch einen relativ geringen Speichermodul gekennzeichnet. Der Verlustfaktor nimmt mit steigender Temperatur deutlich ab. Die Dissipationseigenschaften sind höher als im glasartigen Bereich, jedoch erheblich geringer als im Glasübergangsbereich.

[49] JONES nimmt eine Unterteilung in *weiche* und *steife* viskoelastische Materialien vor [Jon69, S. 319].

Die Korrelation, die zwischen Frequenz- und Temperaturabhängigkeit bei dynamisch mechanischen Eigenschaften besteht, wird durch Abbildung 3.9 verdeutlicht. Eine Temperaturverringerung entspricht qualitativ einer Frequenzerhöhung [Fer52, S. 703], [Dar81, S. 75], [Sch90, S. 202], [Jon01, S. 64].

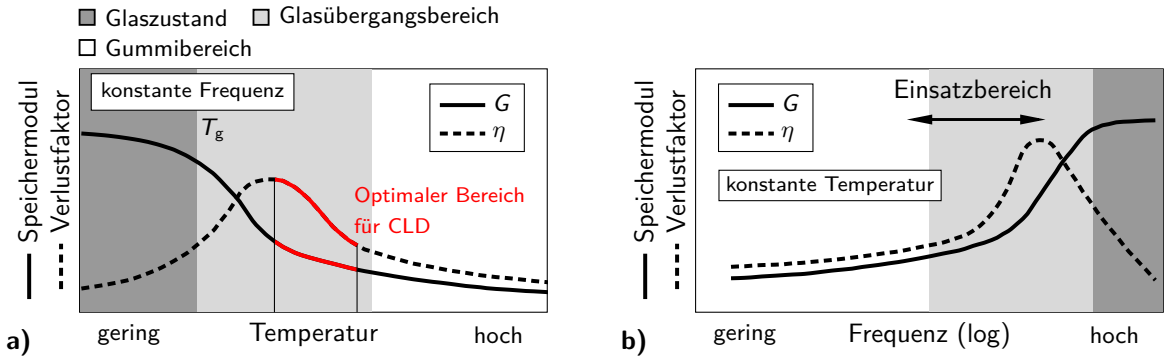


Abbildung 3.9: Exemplarischer Einfluss von **a)** Temperatur und **b)** Frequenz auf Speichermodul G und Verlustfaktor η eines Polymers in Anlehnung an [Jon01, S. 64f], [Laz68, S. 49], [Dar81, S. 71], [Soo85a, S. 3-36], [Soo85b, S. 4-6], [Tom90, S. 235], [Bri08, S. 223], [Ham16, S. 38]

Für die rheologische Modellierung von Elastomeren stellt das MAXWELL-Modell eine wichtige Komponente dar. Es besteht aus einer Reihenschaltung von HOOKE- und NEWTON-Element, siehe Abbildungen 3.1 und 3.10 a), und beschreibt eine einfache Möglichkeit zur Charakterisierung des Relaxationsverhaltens von Kunststoffen [Fer80, S. 57f], [Sun95, S. 16], [Pop10, S. 243ff]. Bei kontinuumsmechanischen Materialmodellen wird häufig von der Steifigkeitsdefinition abgesehen und der Modulbegriff verwendet. Mit den Moduln G der Feder und $\mathrm{i}\mu\omega$ des komplexen, frequenzabhängigen Dämpfers, der die Viskosität μ besitzt, ergibt sich

$$G^*_{\text{Maxwell}} = \frac{G \cdot \mathrm{i}\mu\omega}{G + \mathrm{i}\mu\omega} = \frac{G \cdot \mathrm{i}\mu\omega}{(G + \mathrm{i}\mu\omega)} \frac{(G - \mathrm{i}\mu\omega)}{(G - \mathrm{i}\mu\omega)} = \frac{G(\mu\omega)^2 + \mathrm{i}G^2\mu\omega}{G^2 + (\mu\omega)^2}. \tag{3.30}$$

Die Aufteilung in Real- und Imaginärteil liefert den Speicher- respektive Verlustmodul. Die Substitution durch die Relaxationszeit $\tau = \frac{\mu}{G}$ führt zu

$$G'_{\text{Maxwell}} = G\frac{(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2}, \tag{3.31a}$$

$$G''_{\text{Maxwell}} = G\frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}. \tag{3.31b}$$

Ein Modell zur Charakterisierung von Elastomeren ist das in Abbildung 3.10 b) gezeigte Standardmodell, das auch als ZENER-Modell (M-Typ) bezeichnet wird. Das aus Federn und einem Dämpfer bestehende Modell beschreibt die dynamischen Eigenschaften von Elastomeren bei einer periodischen Erregung.

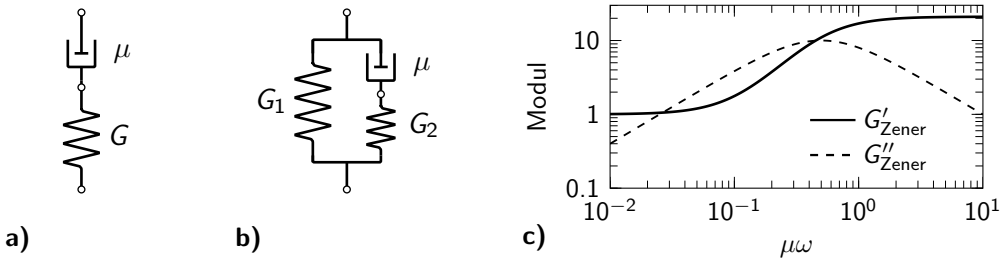


Abbildung 3.10: **a)** Zweiparameter-Modell: MAXWELL-Element, **b)** Dreiparameter-Modell: ZENER-Modell (M-Typ) und **c)** Darstellung von Speichermodul G'_{Zener} und Verlustmodul G''_{Zener} [Ber73, S. 130], [VDI3830-2, S. 4] und [Pop10, S. 251]

Elastomercharakteristika, die durch die Modellierung abgebildet werden sollen, sind abschließend nochmals aufgeführt.

- bei **kleinen** Kreisfrequenzen ω liegen sowohl ein geringer Speichermodul (weiches Elastomer) als auch geringe Dissipation vor
- im **mittleren** Frequenzbereich weisen Elastomere mittlere Moduln sowie eine starke Dämpfung auf
- **sehr hohe** Frequenzen führen zu einer geringen Dissipation, jedoch zu einem ausgeprägten Speichermodul (hartes Elastomer)

Die Parallelschaltung aus linearelastischen Federelement G_1 und MAXWELL-Körper mit $\tau = \frac{\mu}{G_2}$ liefert

$$G'_{\text{Zener}} = G_1 + G_2 \frac{(\omega\tau)^2}{1+(\omega\tau)^2}, \tag{3.32a}$$

$$G''_{\text{Zener}} = G_2 \frac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}. \tag{3.32b}$$

Die Grenzwertbetrachtungen

$$\lim_{\omega\to 0}(G'_{\text{Zener}} + \mathrm{i}G''_{\text{Zener}}) = G_1, \tag{3.33a}$$

$$\lim_{\omega\to \infty}(G'_{\text{Zener}} + \mathrm{i}G''_{\text{Zener}}) = G_1 + G_2 \tag{3.33b}$$

geben Aufschluss über das Systemverhalten des ZENER-Modells. Bei einer quasistatischen Belastung (sehr geringe Frequenzen) strebt der komplexe Modul gegen G_1. Werden hohe Frequenzen betrachtet nimmt die Parallelschaltung den Grenzwert $G_1 + G_2$ an. Abbildung 3.10 c) gibt den Speicher- und Verlustmodul des Standardmodells bei doppellogarithmischer Auftragung wieder. Das Verhalten entspricht qualitativ dem aus Abbildung 3.9. Die Temperatursensitivität von Elastomeren kann experimentell ausgenutzt werden, indem ein breiter Temperaturbereich - bei meist kleinen Erregerfrequenzen - abgefahren wird. Daraus resultieren einzelne gegeneinander verschobene Moduläste, die mithilfe der von WILLIAMS, LANDEL und FERRY (WLF) beschriebenen Shift-Funktion

$$\log a(T, T_0) = \frac{-C_1(T-T_0)}{C_2 + T - T_0} \tag{3.34}$$

zu einer Elastomermasterkurve zusammengefügt werden können [Wil55, S. 3704], [Dar81, S. 76], [Ott85, S. 28], [Sch90, S. 204f], [Kra86, S. 445], [Jon01, S. 70], [Bal08, S. 260]. $\log a(T, T_0)$ wird als Zeit-Temperatur-Verschiebungsfaktor bezeichnet, C_1 und C_2 stellen materialspezifische Konstanten dar, die von der Bezugstemperatur T_0 abhängen.[50] Um den Übergang von sehr kleinen zu sehr großen Moduln bei einer Masterkurve exakter abbilden zu können, wird das zuvor eingeführte ZENER-Modell erweitert [Pop10, S. 250ff]. Weitere parallelgeschaltete MAXWELL-Elemente führen zu dem in Abbildung 3.11 illustrierten generalisierten MAXWELL-Element.[51]

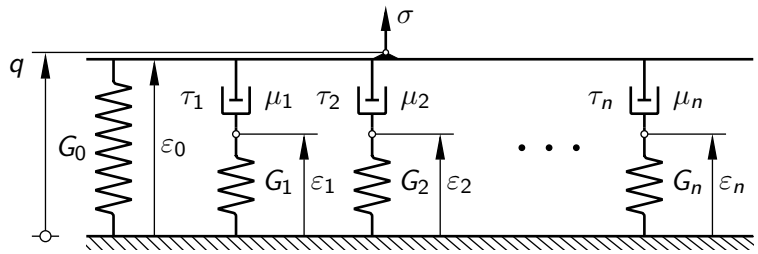


Abbildung 3.11: n-Parameter-Modell: Generalisiertes MAXWELL Element (Prony-Reihe) nach [Ber73, S. 134], [Sch90, S. 146], [Hol01, S. 286], [Pop10, S. 251]

Die Bestimmung von Pronyparametern wird durch einen *Least-Squares* Fit-Algorithmus realisiert. Grundlage stellt eine zuvor experimentell ermittelte Elastomermasterkurve dar. Die Implementierung in Simulationstools wie Abaqus kann in einem weiteren Schritt sowohl im Zeit- als auch Frequenzbereich erfolgen.

[50] Ein Fit-Algorithmus gewährleistet eine bestmögliche Anpassung von C_1 und C_2 [Bal08, S. 260].

[51] In der Literatur auch unter den Begriffen MAXWELL-WIECHERT Modell oder *Prony-Reihe* zu finden.

Für hochdimensionale FE-Bremsenmodelle wäre eine Fokussierung eines Details zu rechenintensiv und die Ermittlung geeigneter Pronyparameter mit hohem experimentellen Aufwand verbunden. Dieser Ansatz ist somit für komplexe Eigenwertanalysen nicht geeignet, jedoch auf Komponentenebene und für analytische Ansätze anwendbar und zielführend.

3.3.2 Elastomereigenschaften untersuchter Shims

Hauptbestandteil der untersuchten Shims ist das Elastomer Acrylnitril-Butadien-Kautschuk, kurz NBR.[52] NBR ist ein amorpher Kautschuk, der selbst bei Dehnung nicht kristallisiert. Es ist das Co-Polymerisat aus Butadien und Acrylnitril, wie die nachfolgende Mikrostruktur in Abbildung 3.12 verdeutlicht [Röt13, S. 119ff].

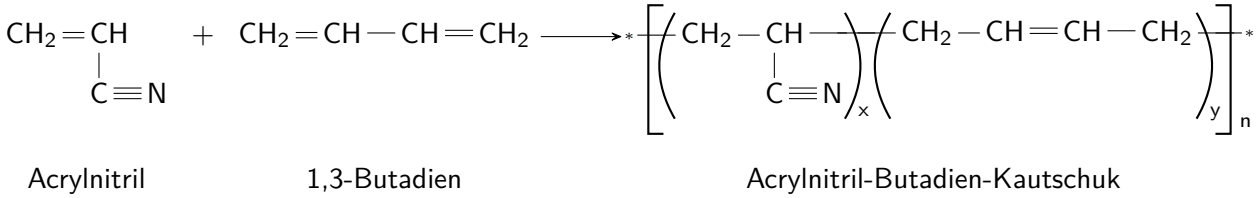


Abbildung 3.12: Mikrostruktur von Acrylnitril-Butadien-Kautschuk [Röt13, S. 121], [Tre75, S. 5]

Die viskoelastischen Eigenschaften wie Dämpfung, Elastizität und Kälteflexibilität, die von der Glasübergangstemperatur T_g abhängen, werden maßgeblich durch den Acrylnitrilgehalt bestimmt. Die Vorteile von NBR sind die hohe Dämpfung, gute Wärme-, Abrieb- und Aufprallbeständigkeit, [Cap89, S. 168]. Nachteilig sind die schlechtere Witterungsbeständigkeit als bei anderen Elastomeren und die geringe Kälteflexibilität (geringe Elastizität) zu erwähnen. Mit NBR-Vulkanisaten lassen sich Härten von 40 bis 95 Shore A herstellen, [All14, S. 114f]. Verwendung findet NBR unter anderem in Gummiprodukten der Kfz-Industrie [Röt13, S. 121, 129f].

Die Tatsache, dass keine Angaben des Herstellers zu chemischen oder mechanischen Eigenschaften für die verwendeten Shimelastomerschichten vorliegen, führt zu dem Schluss, dass auf Literaturangaben, experimentelle Modalanalysen sowie Dynamisch-Mechanische-Analysen zurückgegriffen werden muss. Cremer gibt Nitrilkautschuk mit einem Verlustfaktor von $\eta = 0.8$ und einem Elastizitätsmodul $33 \cdot 10^7\,\mathrm{N\,m^{-2}}$ bei 20 °C und einer Frequenz von 1000 Hz an [Cre05, S. 195]. Weitere in Frage kommende Elastomerschichten sind Styrol-Butadien-Kautschuk (SBR), Isopren-Kautschuk (IR), Butadien-Kautschuk (BR), Ethylen-Propylen-Kautschuke (EPM), Silikone (Si), Polyacrylate (ACM) u. v. a. m. [Aki00, S. 3], [Sin98, S. 18], [Abu17, S. 83].

3.3.3 Dynamisch-Mechanische-Analyse

Dynamisch-Mechanische-Analysen (DMA) stellen eine Methode zur Ermittlung von Polymersystemeigenschaften dar. Bei dem nachfolgend beschriebenen Dreipunkt-Biegeversuch werden über einen engen Frequenz- jedoch breiten Temperaturbereich Speichermodul und Verlustwinkel $\tan(\delta)$ der zu untersuchenden Probe erfasst. Die Ableitung von Shimmasterkurven und die Charakterisierung des Dissipationspotenzials über einen breiten Frequenzbereich folgen daraus. Alle DMA erfolgten am Institut für Angewandte Materialien des Karlsruher Institutes für Technologie (KIT), siehe [Sch19b]. Allgemeine Messgrundlagen sind u. a. in [DIN6721-5], [Men08] und [Eye08, S. 549ff] zusammengetragen.

Bei DMA wird auf einen Probekörper eine sinusförmige Querkraft oder Verschiebung ausgeübt, deren Erregerfrequenz weit genug von der ersten Biegeeigenfrequenz entfernt liegen muss. Die oszillierende Kraft führt dazu, dass eine sinusförmige Spannung auf die Probe wirkt, die wiederum eine sinusförmige Dehnung zur Folge hat. Abbildung 3.13 zeigt den verwendeten Versuchsaufbau in Form eines Drei-Punkt-Biegeversuches, der sich innerhalb einer Temperaturkammer befindet. Als Erregersignal wird ein sinusförmiger Sweep - der

[52] NBR ⟨engl.⟩ steht für **N**itrile **B**utadiene **R**ubber.

über eine Traverse symmetrisch auf die Probe ausgeübt wird - im Frequenzbereich von 0.1 Hz bis 10 Hz vorgegeben und die Verschiebungsamplitude gemessen. Während des Messvorganges werden für jeden Zyklus Kraft- und Verschiebungsverläufe aufgezeichnet und der Phasenwinkel zwischen den beiden Signalen ermittelt [DIN6721-5, S. 1f], [Men08, S. 3, 84].

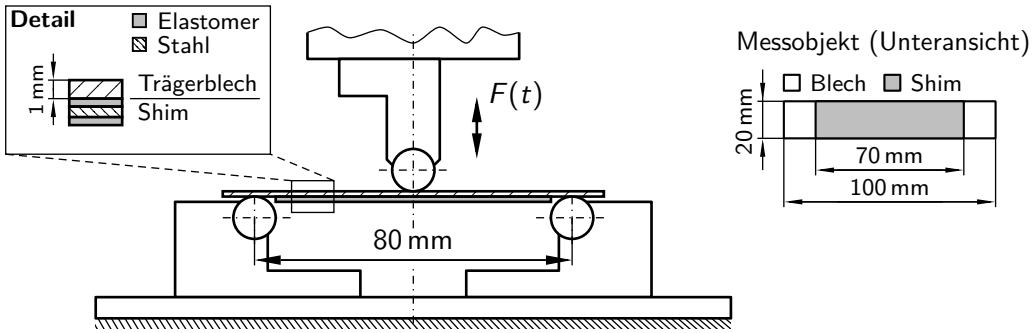


Abbildung 3.13: Drei-Punkt-Biegeversuch nach DIN 6721 [Sch19d], durchgeführt am Institut für Angewandte Materialien des KIT, siehe hierzu auch [DIN6721-5, S. 6]

Für Frequenzen unterhalb von 100 Hz gestaltet sich die Bestimmung von dynamischen Elastomereigenschaften vergleichsweise einfach, entweder durch freie oder erzwungene Schwingungsprüfungen. Aufgrund der geringen mechanischen Steifigkeit von viskoelastischen Materialien wird eine Ermittlung der dynamischen Eigenschaften im hochfrequenten Kilohertzbereich anspruchsvoll. Konkret stellt sich heraus, dass bei hohen Frequenzen die Erfassung von sehr kleinen Kräften oder Verschiebungen eine Herausforderung darstellt, um zuverlässige Ergebnisse zu erzielen [Smi83, S. 158]. Infolgedessen wird ein Temperaturbereich von $-100\,°C$ bis $195\,°C$ abgefahren und entsprechende Spannungs-/Dehnungsverläufe ermittelt. Die bereits erwähnte WLF-Funktion ermöglicht die Verschiebung aller Temperaturverläufe bezogen auf die betrachtete Referenztemperatur.

Als Messobjekte dienen dünne, rechteckige Stahlträgerbleche ($100\text{x}20\,mm^2$), die zu 70 % symmetrisch mit Shims beklebt werden. Ein Lagerabstand von 80 mm wird für alle Messungen vorgesehen, um einen Überstand an beiden Enden von je 10 mm zu gewährleisten. Für Messungen wird sowohl die gesamte Constrained-layer-damping Struktur als auch das Trägerblech getestet. Eine Charakterisierung des Elastomerkerns war nicht möglich, da ausschließlich ein Shimverbund vorgelegen hat.

Die Modellierung der Dissipations- und Speichereigenschaften beruht auf dem Phasenversatz zwischen Erreger- und Antwortsignal. Inhalte zu Phasenverschiebung zwischen Krafterregung und Wegantwort sowie der Dämpfungsbestimmung aus Hysteresekurven sind in [Dre16, S. 49f] und [VDI3830-5, S. 23] zusammengefasst. Infolge der Dämpfungseigenschaften der betrachteten Einfreiheitsgradmodelle eilt der Wegverlauf dem Kraftverlauf nach, wie in Abbildung 3.14 dargestellt wird. Eine Auswertung des Phasenversatzes wird stets im stationären Zustand durchgeführt.

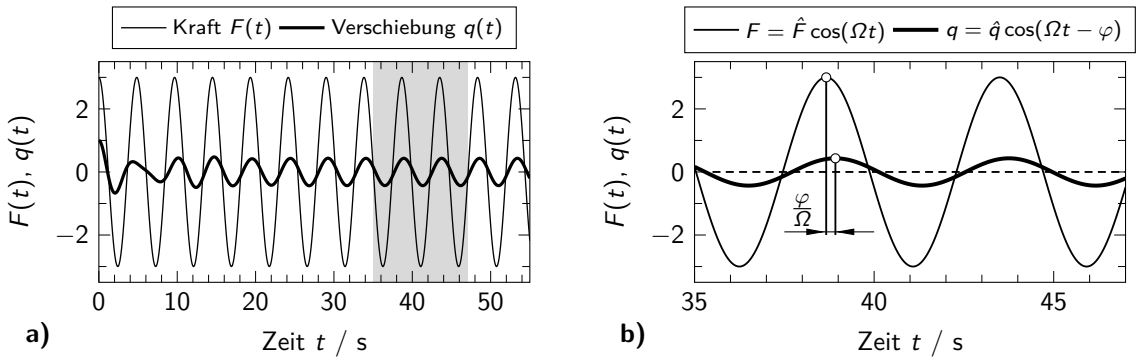


Abbildung 3.14: a) Phasenversatz zwischen Erregersignal $F(t)$ und Systemantwort $q(t)$ und **b)** Detailansicht des grau hinterlegten Bereichs aus a)

Aus den Gleichungen (3.10) und (3.24) lässt sich der Zusammenhang zwischen Verlustwinkel φ und den Dissipationstermen d und β herstellen

$$\text{Viskose Dämpfung:} \quad \sin(\varphi) = 2\vartheta\eta\alpha = 2\frac{d}{2m\omega_0}\eta\alpha = \frac{d\Omega}{k}\alpha, \tag{3.35a}$$

$$\text{Strukturdämpfung:} \quad \sin(\varphi) = \beta\alpha. \tag{3.35b}$$

In der Praxis gestaltet sich eine Ermittlung des Verlustwinkels auf mehrere Nachkommastellen exakt schwierig, da Messdaten oft Einflüssen wie Rauschen unterliegen. Für die Bestimmung der relativen Dämpfung ψ bei harmonischer Anregung eignet sich im stationären Zustand eine Auswertung der Hysteresekurve, wie Abbildung 3.15 veranschaulicht, besser. Die von der Hysterese eingeschlossene Fläche stellt ein Maß des Energieverlustes durch innere Dämpfung dar. Die Form ist abhängig von der Beanspruchungsart, dem betrachteten Werkstoff und der Probekörpergeometrie [Dre16, S. 49f, 53].

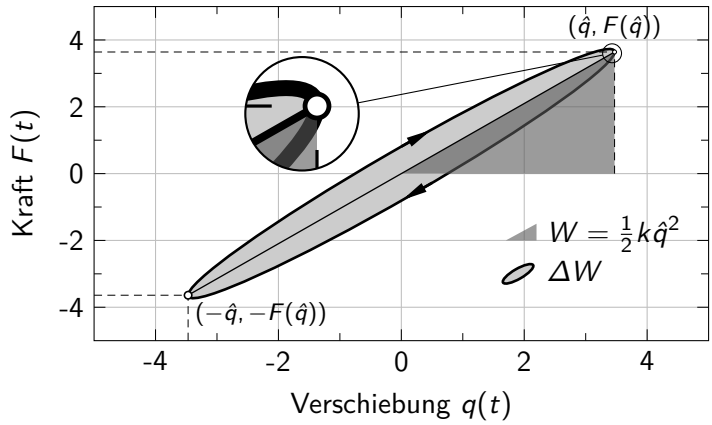


Abbildung 3.15: Hysterese eines fremderregten Einfreiheitsgradsystems mit viskoser oder struktureller Dämpfung, siehe [Nas85, S. 141]

Die relative Dämpfung ψ

$$\psi = \frac{\Delta W}{W} \tag{3.36}$$

stellt das Verhältnis zwischen Verlust an mechanischer Arbeit ΔW pro Periode T zur mechanischen Arbeit $W = \frac{1}{2}k\hat{q}^2$ dar. Die mechanische Arbeit ΔW (eingeschlossene Fläche), die während eines Schwingzyklus $T = 2\pi$ verrichtet wird, beträgt[53]

$$\begin{aligned}\Delta W &= \oint F\mathrm{d}q = \int_0^T F(t)\dot{q}\mathrm{d}t = \int_0^T -\hat{F}\cos(\Omega t)\underbrace{\frac{\hat{F}}{k}\alpha}_{\hat{q}}\Omega\sin(\Omega t - \varphi)\mathrm{d}t \\ &= -\hat{F}\hat{q}\int_0^{2\pi}\left[\sin(\Omega t)\cos(\Omega t)\cos(\varphi) - \cos^2(\Omega t)\sin(\varphi)\right]\mathrm{d}(\Omega t) = \hat{F}\hat{q}\pi\sin(\varphi).\end{aligned} \tag{3.37}$$

Werden Antwortamplitude und Phasenversatz ersetzt, führt dies zu [Nas85, S. 125]

$$\text{Viskose Dämpfung:} \quad \Delta W = \hat{F}\hat{q}\pi\sin(\varphi) = \frac{\hat{q}k}{\alpha}\hat{q}\pi 2\vartheta\eta\alpha = \ldots = \pi d\Omega\hat{q}^2, \tag{3.38a}$$

$$\text{Strukturdämpfung:} \quad \Delta W = \hat{F}\hat{q}\pi\sin(\varphi) = \frac{\hat{q}k}{\alpha}\hat{q}\pi\beta\alpha = \ldots = \pi k\beta\hat{q}^2. \tag{3.38b}$$

[53] Das Additionstheorem $\sin(x_1 \pm x_2) = \sin(x_1)\cos(x_2) \pm \cos(x_1)\sin(x_2)$ wird bei der Berechnung angewendet [Bro08, S. 80].

Die amplitudenunabhängigen Dämpfungsbeziehungen für viskose und strukturelle Dämpfung lauten

$$\text{Viskose Dämpfung:} \quad \frac{\Delta W}{W} = \frac{\pi d \Omega \hat{q}^2}{\frac{1}{2} k \hat{q}^2} = 2\pi \frac{d}{k} \Omega = 2\pi \frac{2m\vartheta\omega_0}{k} \Omega = 4\pi\vartheta\eta, \tag{3.39a}$$

$$\text{Strukturdämpfung:} \quad \frac{\Delta W}{W} = \frac{\pi k \beta \hat{q}^2}{\frac{1}{2} k \hat{q}^2} = 2\pi\beta. \tag{3.39b}$$

Die Ermittlung des eingeschlossenen Flächeninhalts ΔW wird bei einer DMA durch numerische Integration von der Prüfsoftware übernommen.

Shim-Masterkurven

Abbildung 3.16 zeigt zwei Masterkurven für Shim A und B bei einer Referenztemperatur von 20 °C. Shim B weist im Frequenzbereich bis 10 kHz einen höheren Verlustfaktor auf, der auf einen geringeren Speichermodul zurückzuführen ist. Die Maxima treten bei Erregerfrequenzen bis 30 Hz auf und liegen bei $\eta_{\text{ShimA}} = 0.15$ und $\eta_{\text{ShimB}} = 0.19$. Das Stahlträgerblech kennzeichnet ein hoher Modul und infolgedessen geringe Dissipationseigenschaften. Im quietschrelevanten Frequenzbereich ab 1 kHz liegen Elastomerverlustfaktoren von etwa 0.090 bis 0.130 vor. YANG gibt an, dass für eine hohe Geräuschunterdrückung Verlustfaktoren oberhalb von 0.1 vorliegen sollen [Yan97, S. 510].

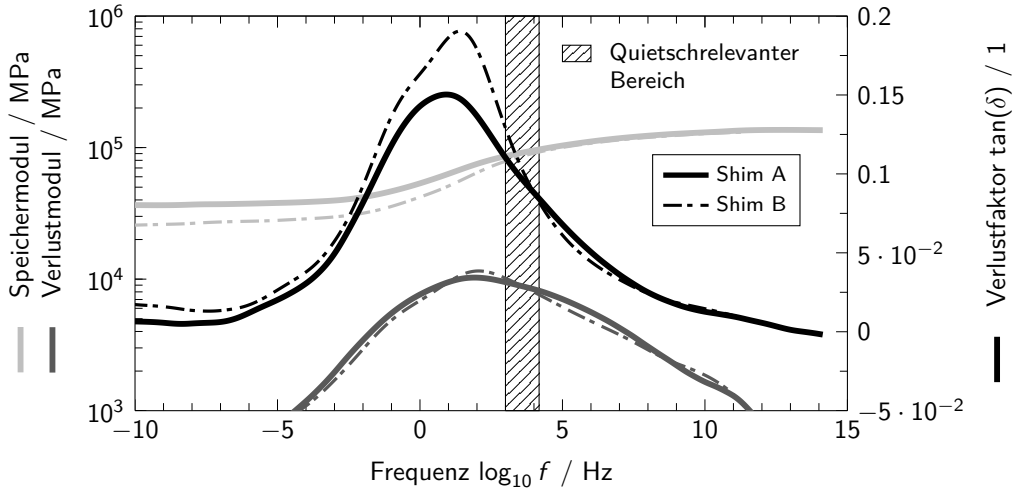


Abbildung 3.16: Masterkurven von Shim A und B bei einer Referenztemperatur von 20 °C, Ergebnisse von Shim B aus [Sch19b, Fig. 3 b)]

Dissipationskennwerte von Modalanalysen und DMA weisen gemeinhin eine größere Divergenz auf. Als Begründungen können die unterschiedlichen Randbedingungen der Testobjekte (frei-frei und los-/losgelagert) aber vor allem das Deformationsverhalten, das bei höheren Moden einen starken Einfluss ausübt, angeführt werden. Die Art der Deformation (Eigenform) hat starken Einfluss auf die Dissipation. Die erste Biegeeigenform entspricht annähernd dem Deformationsverhalten des Drei-Punkt-Biegeversuches und liegt für den betrachteten Sandwichverbund bei etwa 700 Hz [Sch19b].

3.4 Reibmaterial

Reibmaterialien zeigen ein nichtlineares und transversal isotropes Materialverhalten [Wal99, S. 6], [Bre03, S. 1], [Yuh06, S. 2], [Hof08a, S. 3]. Die Materialeigenschaften weisen infolgedessen eine Richtungsabhängigkeit auf. In-plane unterscheiden sich von Out-of-plane Eigenschaften [Shi01, S. 5f]. Eine fundierte Beschreibung eines transversal isotropen Materialverhaltens ist beispielsweise in [Buc08, S. 44ff], [All14, S. 88ff], [Hor15, S. 9ff] zu finden. Die Eingabe von richtungsabhängigen Materialparametern erfolgt in

Finite-Elemente Programmen über Ingenieurkonstanten. Hierbei ist stets zu beachten, dass in Gesamtbremsenmodellen die Stabilität der trivialen Lösung sensitiv auf kleine Parameterabweichungen reagieren kann [Shi01, S. 5f], [Hor15, S. 14ff].

Reibbeläge bei PKW-Bremsen sind heutzutage größtenteils in zwei Kategorien unterteilt, NAO[54] und Low-Steel[55] [Kim00, S. I], [Sel05, S. 15]. Diese unterscheiden sich vor allem in ihrem Gehalt an metallischen Bestandteilen und werden je nach Marktrestriktionen eingesetzt [Kim00, S. I]. Wichtige Bestandteile respektive Rohstoffe sind unter anderem Kupfer, metallische Komponenten, Petrolkoks, Schmierstoffe, Fasern, Füll- und Bindestoffe und Kautschuke [Sel05, S. 15], [Hoh99, S. 4, 39f], [Wal99, S. 8], [Ber99, S. 12], [Eri99, S. 163], [Kim00, S. I], [Eri00, S. 13f], [Kin03, S. 111], [Ost03, S. 852]. Eine detaillierte Aufschlüsselung ist in [Bre17, S. 581] hinterlegt. Informationen bezüglich des Herstellungsprozesses können z. B. [Rin96, S. 13ff], [Sel05, S. 18], [Bre17, S. 588ff] entnommen werden.

Reibbeläge und deren Bremscharakteristika sind temperatur-, druck- bzw. vorspannungsabhängig [Weg09, S. 6], [Bre03, S. 5f], [Hu97, S. 4], [Sel05]. Der applizierte Bremsdruck reduziert temporär das Materialvolumen und hat somit Auswirkungen auf die Kompressibilität des Belages während einer Bremsung. Bei Reduzierung des Bremsdrucks kehrt das Reibmaterial in seinen Ursprungszustand zurück [Ste08, S. 1], [Ich93, S. 104]. Der Kontaktbereich ist auf wenige **Kontaktplateaus** beschränkt, die sich entlang der Oberfläche verteilen [Eri00, S. 10], [Arc53, S. 981]. Diese Plateaus sind typischerweise 50 µm bis 100 µm groß, in manchen Quellen bis 500 µm [Eri00, S. 20], und expandieren unter steigendem Bremsdruck. Die Größe der Plateaus kann die Entstehung von Bremsenquietschen begünstigen [Ber99, S. 14f, 44], [Eri99, S. 163, 167]. Eine Vorspannung wirkt sich auf das Steifigkeitsverhalten aus und zeigt darüber hinaus einen Einfluss auf die Dissipationseigenschaften [Weg09, S. 5], [ISO6310], [Hor15, S. 63], [Grä16, S. 63ff]. Die Dämpfungseigenschaften des gesamten Belages werden stark durch das Reibmaterial bestimmt [Sch02, S. 92ff], [Lew87b, S. 10], [Tie15, S. 17].

Die Verschleiß- und Spannungshistorie beeinflussen zudem den Reibwert [Wal99, S. 6], [Ber99, S. 47]. Reibkoeffizienten von NAO-Belägen, die für den europäischen Markt vorgesehen sind, sind in [Sel05, S. 12] zwischen 0.45 bis 0.5 angegeben. Hierbei muss stets eine Unterscheidung zwischen uneingefahrenen und eingefahrenen Bremsbelägen erfolgen [Sch02, S. 101], [Abu08a]. Fortschreitender Verschleiß beeinflusst die Oberflächentopografie und führt dazu, dass Bremskomponenten eine axiale Verschiebung erfahren und sich neue Gleichgewichtszustände einstellen können [Rin96, S. 129], [Ren14], siehe auch [Hof08a, S. 3]. Die FE-Verschleißmodellierung der Reibmaterialkontaktfläche kann beispielsweise durch eine Knotenverschiebung auf der Reibmaterialoberfläche in Normalenrichtung realisiert werden [Baj04, S. 5].

Die finale Auswahl von Reibmaterialien kann durchaus 12 Monate in Anspruch nehmen [Pap02, S. 393]. Der komplexe Belagaufbau und Unsicherheiten (Streuung), die sich bei Messungen von Belagparametern ergeben, tragen hierzu bei [Che03a, S. 7]. Hinzu kommt, dass die Belagzusammensetzung betreffende Optimierungen oftmals nach der *Trial-and-Error* Methodik erfolgen [Ost03, S. 852].

3.5 Zwischenfazit und kritische Betrachtung

Dynamisch-Mechanische-Analysen können als Werkzeug genutzt werden, um das Dissipationspotenzial von Shimelastomeren zu bestimmen. Diese viskoelastischen Materialien bieten den Vorteil einen hohen Verlustfaktor aufzuweisen [Nas68, S. 1184f]. Eine Einschränkung besteht darin, dass eine hohe Dämpfung lediglich innerhalb eines schmalen Temperaturbandes um die Glasübergangstemperatur T_g vorliegt. Um diesen Temperaturbereich zu erweitern, können Polymerblends[56] eingesetzt werden [Owe67, S. 28, 34],

[54] Das Akronym NAO bedeutet ⟨engl.⟩ **N**on-**A**sbestos **O**rganic, zu Deutsch asbestfrei organisch.

[55] Low-Steel ⟨engl.⟩ low-steel friction material, oft als Low-Met friction material bezeichnet, beschreibt Reibmaterialien mit geringem Metallanteil.

[56] Als **Polymerblend**, auch Polyblend genannt, werden Mischungen aus zwei oder mehreren Basispolymeren und möglichen Additiven bezeichnet. Blends (Mischungen ⟨engl.⟩) nutzen Eigenschaften aller Mischungspartner und erzielen Synergieeffekte [Goo11, S. 755].

[Nas68, S. 1184f]. Sie besitzen mehrere Phasen[57] mit unterschiedlichen voneinander unabhängigen Glasübergangstemperaturen. Neben Polymermischungen mit unterschiedlichen Glasübergangstemperaturen können Copolymerisationen[58] geeigneter Monomere verwendet werden, die bereits von OBERST angeführt wurden [Obe61a, S. 1662], siehe auch in diesem Zusammenhang [Jon80, S. 34]. Der Einsatz von Polymerblends oder Copolymerisationen ermöglicht einen hohen sich über einen breiteren Temperaturbereich erstreckenden Verlustfaktor, geht jedoch mit einer Reduzierung des Dissipationsmaximums einher. Eine weitere Möglichkeit neben Polymerblends das Temperatur- und Frequenzband zu erweitern, ist der Einsatz mehrerer polymerer Dämpfungsschichten mit unterschiedlichen Beschaffenheiten, siehe Abbildung 3.17. Angestrebt werden Materialien mit möglichst gleicher Steifigkeit, aber unterschiedlichen Temperaturpeaks (Glasübergängen).

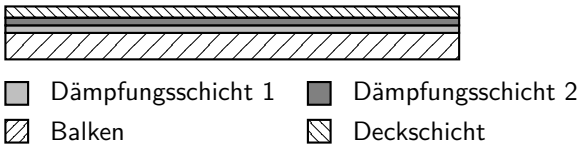


Abbildung 3.17: CLD-Aufbau mit zwei Dämpfungsschichten, in Anlehnung an [War72, S. 121]

WARNAKA empfiehlt Dämpfungsschichten, die entweder auf Scherung oder Dehnung beansprucht werden. Die Dämpfungsschicht (1) erfährt idealerweise eine reine Längenänderung (Dehnung), bei Dämpfungsschicht (2) liegt hingegen eine reine Scherbeanspruchung vor. Eine konkrete Realisierung ist die Verwendung einer Polymerschicht (Dämpfungsschicht (1)), die eine höhere Glasübergangstemperatur als Dämpfungsschicht (2) besitzt. Dämpfungsschicht (1) verhält sich in niedrigen Temperaturbereichen starr, so dass eine Scherdeformation von Dämpfungsschicht (2) zur Energiedissipation führen kann. Bei höheren Temperaturen wird eine Dämpfung aufgrund der Längenänderung von Dämpfungsschicht (1) erzielt, da das in diesem Temperaturbereich weiche Scherpolymer (2) nur einen geringen Teil zur Energiedissipation beiträgt [War72, S. 119f], [Fur94, S. 2791].

Shims besitzen häufig nur ein hohes Dämpfungspotenzial innerhalb eines engen Temperaturbereiches. Mit den beschriebenen Maßnahmen können Shimverbunde auf mehrere Temperaturbereiche zugeschnitten werden, beispielsweise wenn Quietschereignisse bei niedrigen und hohen Temperaturen auftreten [Che07, S. 6].

Das Interesse vieler Arbeiten auf diesem Gebiet zielt auf eine Vergrößerung der Temperaturbandbreite, die jedoch mit einer gleichzeitigen Verringerung der Dämpfungshöhe einhergeht, ab. OBERST hatte bereits früh erkannt, dass bei einer Vielzahl von technischen Anwendungen keine Notwendigkeit besteht, eine extrem hohe Dämpfung zu erzielen [Obe61b, S. 367].

[57] Der Begriff **Phase** beschreibt einen Bereich mit homogenen physikalischen Eigenschaften [Goo11, S. 711].
[58] Bei einer **Copolymerisation** bilden sich zwischen den Copolymeren chemische Bindungen, Blends sind hingegen Mischungen [Goo11, S. 230]. Weiterführende Inhalte werden z. B. in [Eck57] und [Obe66] beschrieben.

4 Analytische Beschreibung von Shims

Kontinuumsmechanische Ansätze zur Charakterisierung von Shim-Sandwichstrukturen stehen in diesem Kapitel im Vordergrund. Die Energiedissipation eines Shimverbundes wird durch das Scherverhalten der viskoelastischen Dämpfungsschicht berücksichtigt. Der Fokus liegt hierbei auf der Beschreibung von Transversalschwingungen.

Die in dieser Arbeit verwendeten Theorien ermöglichen die Homogenisierung von Schichtverbunden sowie die analytische Beschreibung von Biegeeigenfrequenzen und -verlustfaktoren von Shims, die auf Trägerstrukturen aufgebracht sind. Einflussgrößen wie Randbedingungen, Geometrie und rheologische Parameter können bei diesen Ansätzen einbezogen werden. Zudem werden Längen- und Positionsabhängigkeiten (partielle Bedeckung) von Shims dargelegt und deren Einfluss auf das Systemverhalten aufgezeigt. Die Shimcharakterisierung durch derartige Ansätze ist mit einer Reduzierung experimenteller Untersuchungen verbunden.

4.1 Dimensionierungsprozess

Die Charakterisierung und anschließende Auswahl von Maßnahmen zur Quietschbeseitigung stellt unweigerlich ein Problem für Bremsenentwickler dar. Ein Problem ist allgemein durch drei Komponenten gekennzeichnet: 1. einem unerwünschten Anfangszustand, 2. einem erwünschten Endzustand und 3. einer Barriere, die die Transformation von Anfangs- zu Endzustand verhindert. Probleme grenzen sich strikt von Aufgaben ab, bei denen eine bewährte Lösungsmethode zum Einsatz kommt. Bei Aufgaben erfordert es lediglich einer Reproduktion bekannter Ansätze. Das Lösen von Problemen setzt hingegen neuartige Ansätze voraus [Dör76, S. 10]. Diverse Anforderungen wie gute Dissipations- und Steifigkeitseigenschaften über einen breiten Temperaturbereich und Langlebigkeit müssen bei der Shimentwicklung einbezogen werden [Hof88, S. 2].

Wichtige Schritte bei der Dimensionierung von Dämpfungssystemen, die zur Beseitigung von Bremsenquietschen beitragen, sind siehe [Soo85b, S. 4-13ff], [Dra90, S. 346f], [Mea00, S. 398f]:

- **Dynamische Problemidentifizierung**
  Ist das betrachtete Problem auf Geräuschabstrahlung zurückzuführen, muss eine Untersuchung bei Betriebsbedingungen erfolgen, um Quietschfrequenzen, Amplituden und die Geräuschquelle zu detektieren. Das Gleiche trifft für Strukturprobleme zu, die gleichermaßen zu behandeln sind. Als Ergebnis der Untersuchungen liegt die Ursache des dynamischen Problems vor. Es muss geprüft, werden welcher Mechanismus für das Geräuschproblem verantwortlich ist. Sowohl Resonanz als auch Selbsterregungsmechanismen, wie es bei Bremsenquietschen der Fall ist, müssen gleichermaßen berücksichtigt werden.

- **Dynamische Charakterisierung**
  Ein für das Gesamtsystem erfolgversprechendes Dämpfungsdesign kann nur bei vollständigem Verständnis des dynamischen Verhaltens entwickelt werden. Der für die Problemstellung relevante Dynamikbereich kann aus Betriebsprüfungen bestimmt werden. Bei Bremssystemen ist das Frequenzspektrum ausschlaggebend, in dem Quietschfrequenzen detektiert worden sind. Nach Bestimmung des Frequenzbereiches muss eine vollständige dynamische Charakterisierung erfolgen. Das betrifft Resonanzfrequenzen, modale Dämpfungskennwerte sowie Steifigkeits- und Massenverteilung passiver Dämpfungsmaßnahmen wie Shims. Es besteht die Forderung, experimentelle Untersuchungen an Bremsenprüfständen zu minimieren, da diese sehr kostenintensiv und mit hohem Aufwand verbunden sind.

- **Umgebungsbedingungen**
  Neben den Systemeigenschaften einzelner Komponenten, die keine Wechselwirkungen beinhalten und somit losgelöst von dem Gesamtsystem agieren, sind Einsatzbedingungen wie Bremsdruck und Drehzahl entscheidend. Darüber hinaus liegen in frühen Phasen des Entwicklungsprozesses keinerlei temperaturspezifische Daten von Shimmessungen vor. Daher sollten Messdaten von ähnlichen Bremssystemen rezensiert werden. Umwelteinflüsse wie Feuchtigkeit oder weitere Faktoren wie Verschleiß des Reibmaterials bzw. Delamination der Klebstoffschicht müssen bei der Auswahl von Shims betrachtet werden, um Auswirkungen insbesondere auf die Dämpfungseigenschaften vorzubeugen.

- **Dämpfungsmaßnahmen**
  Eine elementare Frage, die sich bei NVH-Problemen von Kfz-Scheibenbremssystemen stellt, ist, wie viel Dämpfung erforderlich ist, um das Geräuschproblem zu beseitigen. Ein genereller und pragmatischer Ansatz besteht darin, ein Dämpfungssystem mit hohem Dissipationspotenzial zu entwerfen. Wenn dadurch alle Störgeräusche beseitigt sind, ist das Problem eliminiert. Maßnahmen zur Dämpfungssteigerung haben in der Praxis oftmals Auswirkungen auf die Steifigkeit der veränderten Struktur. Wie in Abschnitt 2.2.1 angesprochen wurde, kann ein Dämpfungsanstieg eine destabilisierende Wirkung auf das Bremssystem ausüben.

- **Materialauswahl und Applikation**
  In einem nächsten Schritt muss bestimmt werden, welche Schwingungsmoden das akustische Problem verursachen. Bei der Auswahl der Dämpfungsmaßnahmen und Elastomerzusammensetzung muss neben den dynamischen Eigenschaften (relevante Quietschfrequenzen) der Temperaturbereich während des Einsatzes gleichermaßen berücksichtigt werden [Gro86], [Ash07].

Das Flussdiagramm in Abbildung 4.1 visualisiert ein mögliches Vorgehen bei der Auswahl von Dämpfungsmaßnahmen wie z. B. Shims. Eingangsgrößen stellen sowohl dynamische Eigenschaften als auch Temperaturabhängigkeiten des Bremsbelages, des Shims und der Klebstoffschicht dar. Als Ausgangsgröße ist der Verlustfaktor der Gesamtstruktur zu nennen. Es sind so viele Iterationen vonnöten, bis die erforderlichen Systemparameter wie Dämpfung und Steifigkeitsverteilung erreicht sind [Dra90, S. 351].

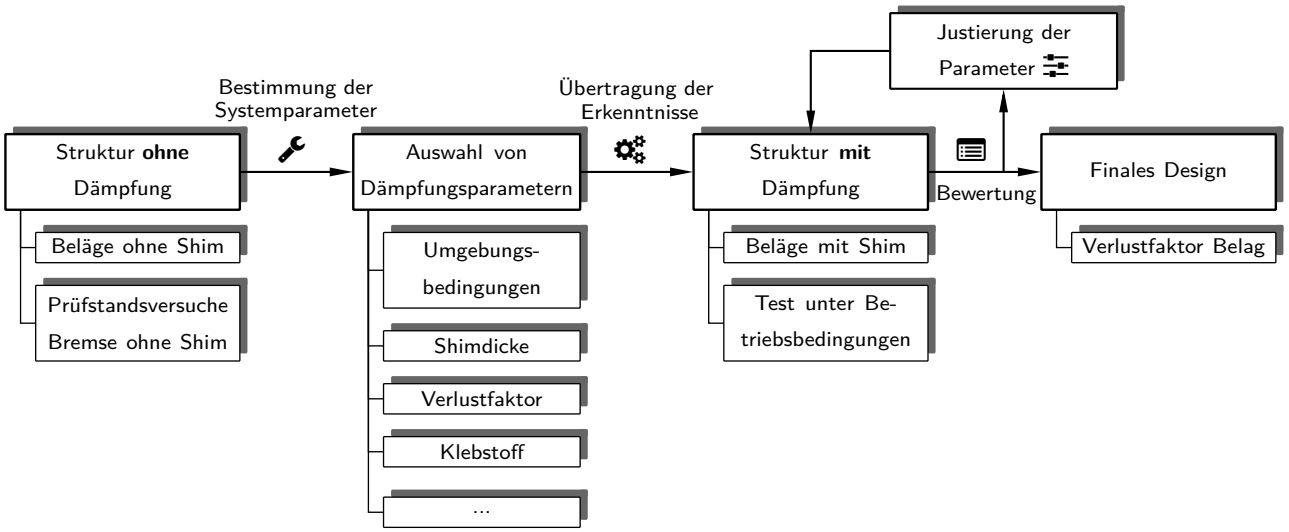


Abbildung 4.1: Vorgehensweise bei der Auswahl von Dämpfungsmaßnahmen in Anlehnung an [Dra90, S. 352]

4.2 Schwingungen kontinuierlicher Systeme

Klassische Ansätze in der Kontinuumsmechanik ermöglichen die dynamische Charakterisierung von ungedämpften Linientragwerken wie Stäben oder Balken, die z. B. in den Lehrbüchern [Hag07] und [Wau08] beschrieben werden.

Mit Shims beklebte Bremsbeläge weisen im quietschrelevanten Bereich vor allem Biege- und Torsionsmoden auf, die sich in Out-of-plane Richtung bewegen. Folglich besteht keine Notwendigkeit In-plane Bewegungen zu betrachten.

4.2.1 Freie Torsionsschwingungen gerader Stäbe

Abbildung 4.2 zeigt einen homogenen Stab mit rechteckigem Querschnitt, der durch den Verdrehwinkel $\vartheta(x, t)$ um die x-Achse, den Schubmodul G, die Dichte ϱ, das polare Flächenträgheitsmoment I_P, das Torsionsflächenträgheitsmoment I_T, die Länge L und Breite b sowie die Querschnittsabmessung h eindeutig beschrieben wird.

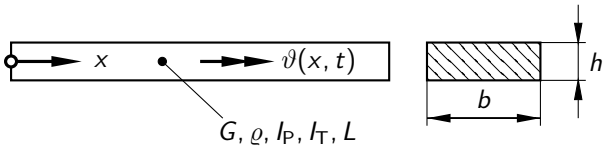


Abbildung 4.2: Stab mit rechteckigem Querschnitt unter frei-frei-Endbedingungen

Die eindimensionale Wellengleichung in ϑ für Torsionsstäbe mit der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c lautet [Lei11, S. 83], [Gro14, S. 237]:

$$\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{mit} \qquad c^2 = \frac{GI_\mathrm{T}}{\varrho I_\mathrm{P}} \tag{4.1}$$

Das Anfangs-Randwertproblem kann durch einen Separationsansatz nach Bernoulli berechnet werden. Die Trennung der partiellen Differenzialgleichung liefert zwei homogene lineare Differenzialgleichungen in x und t. Der Lösungsansatz

$$\vartheta(x, t) = \underbrace{\left(A\sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) + B\cos\left(\frac{\omega}{c}x\right)\right)}_{\theta(x)} \cdot \underbrace{\cos(\omega t - \alpha)}_{p(t)} \tag{4.2}$$

wird zur Berechnung herangezogen, wobei A und B die Koeffizienten, ω die Eigenkreisfrequenzen und α einen Phasenversatz darstellen. Der Fokus liegt anschließend meist auf der Ortsfunktion $\theta(x)$, die Zeitfunktion $p(t)$ wird nicht weiter betrachtet.

Wirken keine äußeren Kräfte und Momente auf die Stabenden (freie Lagerung) ergibt sich jeweils eine dynamische Randbedingung. Das Moment ist an beiden Enden null, daraus folgt $\vartheta'(0, t) = 0$ und $\vartheta'(L, t) = 0$. Nach Einsetzen der Randbedingungen kann der Koeffizient A zu Null ermittelt werden. Die charakteristische Gleichung des Systems lässt sich folgendermaßen formulieren

$$\sin\left(\frac{\omega}{c}L\right) = 0. \tag{4.3}$$

Gleichung (4.4) liefert den Zusammenhang zwischen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c und den Eigenfrequenzen f_n [Inm14, S. 544]

$$f_n = \frac{n\pi c}{2\pi L} \qquad \forall\ n \in \mathbb{N}. \tag{4.4}$$

Die Eigenfunktionen ergeben sich zu

$$\vartheta_n(x) = B_n \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \qquad \forall\ n \in \mathbb{N}. \tag{4.5}$$

Für isotrope (elastische) Materialien kann der Gleitmodul

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{4.6}$$

durch den Elastizitätsmodul E und die Querkontraktionszahl ν ausgedrückt werden [Zen48, S. 57].

4.2.2 Freie Biegeschwingungen von Balken

Der Balken in Abbildung 4.3, der die Querschnittsfläche A und die Länge L besitzt, wird durch die Verschiebung $w(x,t)$ in z-Richtung beschrieben. Weitere Kenngrößen zur eindeutigen Charakterisierung sind die Dichte ϱ, der Elastizitätsmodul E und das Flächenträgheitsmoment I_y. Die EULER-BERNOULLI-Hypothese wird zur Berechnung herangezogen, ein Schubeinfluss wird nicht berücksichtigt.

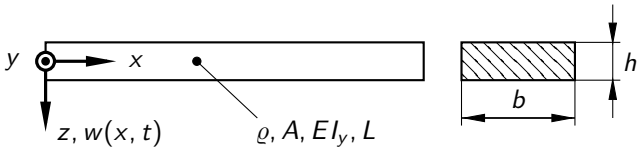


Abbildung 4.3: EULER-BERNOULLI Balken mit freien Enden

Die Feldgleichung zur Beschreibung von freien Biegeschwingungen lautet nach [Gor75, S. 3ff], [Hag07, S. 129ff], [Gro14, S. 242ff]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\varrho A}{E I_y}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \tag{4.7}$$

Ein Produktansatz zur Lösung

$$w(x,t) = W(x) \cdot p(t) \tag{4.8}$$

setzt sich aus der Zeitfunktion $p(t)$ und der Ortsfunktion $W(x)$ zusammen. Nach Einsetzen in Gleichung (4.7) kann eine Separation der partiellen Balkendifferenzialgleichung erfolgen. Es entstehen zwei gewöhnliche Differenzialgleichungen

$$\frac{\mathrm{d}^2 p(t)}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 p(t) = 0, \tag{4.9a}$$

$$\frac{\mathrm{d}^4 W(x)}{\mathrm{d}x^4} - \lambda^4 W(x) = 0 \tag{4.9b}$$

mit der Eigenkreisfrequenz ω und $\lambda^4 = \omega^2 \frac{\varrho A}{E I_y}$. Auf die Zeitfunktion, die für weitere Betrachtungen in dieser Arbeit keine Relevanz hat, wird nicht näher eingegangen. Der Exponentialansatz

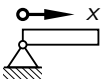
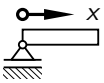
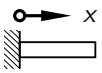
$$W_n(x) = C_n \mathrm{e}^{\lambda_n x} \tag{4.10}$$

stellt die allgemeine Lösung der Ortsfunktion $W(x)$ dar. Nach Substitution von Gleichung (4.10) in Gleichung (4.9b) soll die geläufige, reelle Schreibweise

$$W_n(x) = C_1 \sin(\lambda_1 x) + C_2 \cos(\lambda_2 x) + C_3 \sinh(\lambda_3 x) + C_4 \cosh(\lambda_4 x) \tag{4.11}$$

als Superposition eines harmonischen und hyperbolischen Terms für die weitere Berechnung herangezogen werden [Tim37, S. 333]. Die Konstanten C_1 bis C_4 werden aus den Balkenendbedingungen bestimmt. Für die weitere Betrachtung werden ausschließlich Balken mit konstantem Querschnitt sowie Randbedingungen beider Enden berücksichtigt. Eine Bereichsunterteilung und somit Ermittlung von Übergangsbedingungen entfällt dadurch. Tabelle 7 stellt geometrische und dynamische Randbedingungen gängiger Lagerungsarten dar.

Tabelle 7: Zusammenstellung relevanter Randbedingungen [Bro14, S. 284]

Randbedingung					
Geometrisch	Durchbiegung	-	$w\big\|_{x=0} = 0$	$w\big\|_{x=0} = 0$	$w\big\|_{x=0} = 0$
	Verdrehung	-	-	-	$w'\big\|_{x=0} = 0$
Dynamisch	Biegemoment	$EIw''\big\|_{x=0} = 0$	$EIw''\big\|_{x=0} = 0$	$EIw''\big\|_{x=0} = 0$	-
	Querkraft	$EIw'''\big\|_{x=0} = 0$	-	-	-

Ein freies Ende liefert zwei dynamische Randbedingungen. Das Moment und die Querkraft sind an beiden Enden null. Die resultierenden Gleichungen

$$-C_2\lambda^2 + C_4\lambda^2 = 0 \tag{4.12a}$$

$$-C_1\lambda^3 + C_3\lambda^3 = 0 \tag{4.12b}$$

$$-C_1\lambda^2\sin(\lambda L) - C_2\lambda^2\cos(\lambda L) + C_3\lambda^2\sinh(\lambda L) + C_4\lambda^2\cosh(\lambda L) = 0 \tag{4.12c}$$

$$-C_1\lambda^3\cos(\lambda L) + C_2\lambda^3\sin(\lambda L) + C_3\lambda^3\cosh(\lambda L) + C_4\lambda^3\sinh(\lambda L) = 0 \tag{4.12d}$$

können in ein lineares, homogenes Gleichungssystem $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{c_n} = \boldsymbol{0}$ überführt werden, mit der quadratischen Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$ und dem Vektor der Konstanten $\boldsymbol{c_n}$. Für den betrachteten Fall ergibt sich:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\lambda L) & -\cos(\lambda L) & \sinh(\lambda L) & \cosh(\lambda L) \\ -\cos(\lambda L) & \sin(\lambda L) & \cosh(\lambda L) & \sinh(\lambda L) \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{c_n}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{0}} \tag{4.13}$$

Nichttriviale Lösungen entstehen nur bei einer singulären Matrix $\boldsymbol{A}$, d. h. wenn die Determinante von $\boldsymbol{A}$ gleich null ist ($\det \boldsymbol{A} = 0$). Für freie Endbedingungen resultiert folgende transzendente Gleichung

$$\cos(\lambda L)\cosh(\lambda L) = 1, \tag{4.14}$$

deren Nullstellen in Form von Schnittpunkten zwischen den Funktionen $\cos(y)$ und $\cosh^{-1}(y)$ mit $y = \lambda L$ in Abbildung 4.4 a) visualisiert sind. Abbildung 4.4 b) repräsentiert die ersten drei Biegeeigenformen des Balkens, die normiert auf die Länge dargestellt sind [Hag07, S. 134ff].

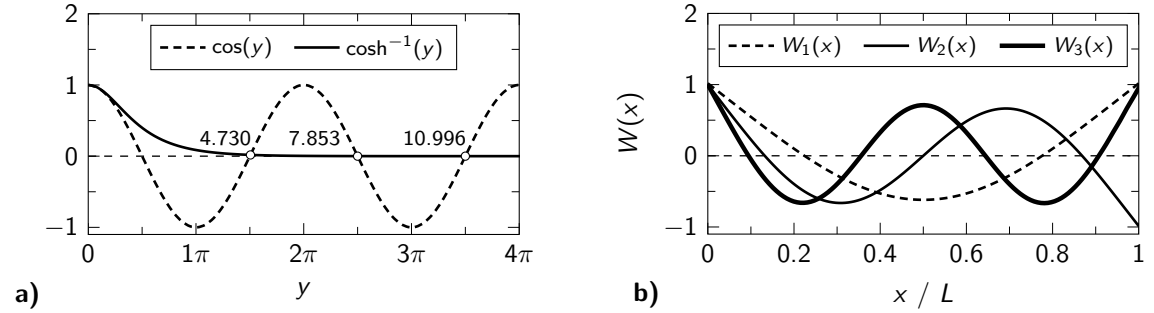


Abbildung 4.4: a) Nullstellen der charakteristischen Gleichung (4.14) und **b)** normierte Eigenformen eines frei-frei gelagerten Balkens

Die Eigenfrequenzen f_n und Eigenfunktionen $W_n(x)$ des Balkens lauten unter Berücksichtigung von Korrekturfaktoren e_n [Hag07, S. 136][59]

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2n+1}{2}\pi + e_n\right)^2 \frac{1}{L^2}\sqrt{\frac{EI_y}{\varrho A}}, \qquad \forall\ n \in \mathbb{N}, \tag{4.15}$$

$$W_n(x) = \sinh\lambda_n x + \sin\lambda_n x + \left(\frac{-\sinh\lambda_n L + \sin\lambda_n L}{\cosh\lambda_n L - \cos\lambda_n L}\right)(\cosh\lambda_n x + \cos\lambda_n x), \qquad \forall\ n \in \mathbb{N}. \tag{4.16}$$

4.3 Sandwichbalken - Homogenisierungstheorien

Sandwichkonstruktionen sind dazu konzipiert Vibrationsenergie zu dissipieren, indem viskoelastische Schichten deformiert werden. Der Deformationsprozess hat einen Anstieg der Temperatur zur Folge [Par89, S. 2]. Neben der Forderung nach maximaler Dämpfung, werden ein geringes Gewicht und hohe statische Steifigkeit angestrebt [Haj91, S. 98]. Im weiteren Verlauf werden Homogenisierungsmethoden für Free-layer-damping (FLD) und Constrained-layer-damping (CLD) Strukturen vorgestellt. Die berechneten homogenisierten Systemparameter dienen als Grundlage für anschließende FE-Simulationen. Zudem wird auf weiterführende analytische Sandwichtheorien eingegangen, die es ermöglichen Eigenfrequenzen und Dissipationseigenschaften von Sandwichbalken unter Biegeschwingungen zu ermitteln.

Essenzielle Quellen sind für diesen Abschnitt [Obe52], [Ros59], [Nas85, S. 263ff]. Shims stellen bei der Modellierung in Finite-Elemente Programmen unweigerlich ein Problem aufgrund sehr geringer Schichtdicken dar. Eine feinere Vernetzung und somit Erhöhung der Freiheitsgrade ist als kontraproduktiv einzustufen und geht zulasten der Berechnungszeit.

Die zugrunde gelegten Homogenisierungstheorien ermöglichen die Zusammenfassung elastischer sowie viskoelastischer Schichten, die unterschiedliche Charakteristika hinsichtlich ihrer Steifigkeit und ihres Verlustfaktors aufweisen. Als Resultat entsteht eine homogenisierte Schicht, die äquivalente mechanische Eigenschaften besitzt, wie in Abbildung 4.5 an einem Dreischichtaufbau veranschaulicht wird. Hierunter fällt zudem, dass äußere Abmessungen und charakteristische Modenformen nach dem Homogenisierungsprozess erhalten bleiben. Die in diesem Abschnitt vorgestellten Theorien werden für die Homogenisierung von Shims und Stahl- respektive Belagrückenplatten genutzt.

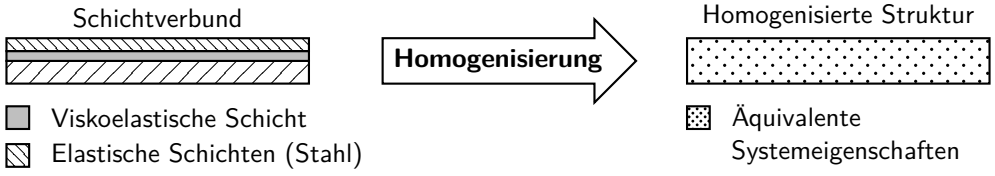


Abbildung 4.5: Homogenisierungsprinzip von Sandwichbalken, siehe in ähnlicher Form [Mah05, S. 3]

[59] Die ersten beiden Korrekturfaktoren ergeben sich zu $e_1 = 0.01766$ und $e_2 = -0.00078$ [Hag07, S. 136].

Bei der FE-Beschreibung von isotropen Materialien werden im Allgemeinen der Elastizitätsmodul, die Dichte und die Querkontraktionszahl vorausgesetzt. Diese Parameter werden im weiteren Verlauf der Arbeit für die homogenisierte Struktur ermittelt respektive begründet. Die Dichte der homogenisierten Struktur ϱ_{hom}

$$\varrho_{\text{hom}} = \frac{m_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}} = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} V_i\right)^{-1} \tag{4.17}$$

berechnet sich aus dem Quotient der Gesamtmasse m_{ges} und deren Volumen V_{ges}. Volumen einzelner Schichten V_i von Constrained-layer-damping Balken mit rechteckförmigen Querschnitt ergeben sich unmittelbar aus den Abmessungen. Bei Strukturen höherer Komplexität wie Bremsbelägen werden die Volumen der Berechnung eines CAD-Systems[60] entnommen. Materialkennwerte der Einzelschichten zur Ermittlung der Massen m_i sind in Tabelle 4 hinterlegt. Gleichung (4.17) berücksichtigt n zu homogenisierende Schichten. Tabelle 8 zeigt eine Zusammenfassung relevanter Volumen, die für die weitere Berechnung als Homogenisierungsgrundlage dienen.

Tabelle 8: Volumen untersuchter Bremsbelagkomponenten

	Shim			**Bremsbelag**	
	Stahl	Stahl	Elastomer	Rückenplatte	Rückenplatte
Dicke / mm	0.406	0.838	0.117	vollständig	Aussparung
Volumen / mm^3	1476.93	3048.44	425.62	31014.69	30646.54

Vernetzungsprobleme von Shims als Schichtverbund, die angesichts der Dickenabmessungen einhergehen, werden durch die modifizierte Modellierungsart als einzelne Schicht gelöst. Auf die Finite-Elemente Modellierung von Shims wird in Kapitel 6 im Detail eingegangen.

Querkontraktionszahlen von viskoelastischen Materialien hängen im Allgemeinen von Verformungsgrad und -geschwindigkeit sowie von der Materialstruktur ab und sind demnach nicht - wie oftmals angenommen - konstant. In viskoelastischen Materialien weist die Kontraktion gewöhnlich eine Verzögerung gegenüber der Materiallängsdehnung auf [Rig67, S. 8]. Der tatsächliche Einfluss der Querkontraktionszahl bei Finite-Elemente Berechnungen wird an gegebener Stelle aufgegriffen.

4.3.1 Free-layer-damping

Free-layer-damping (FLD) stellt die einfachste Maßnahme dar, passive Dämpfung mit Leichtbaucharakter in Strukturen einzubringen [Soo85b, S. 4-1], [Yi96, S. 362]. Die FLD-Theorie erlaubt die Beschreibung des Dämpfungseinflusses von Elastomerdeckschichten, die auf Metallträgerschichten aufgebracht sind. Voraussetzung zur Anwendung der Theorie ist eine vollständige und gleichmäßige Bedeckung des Trägerbalkens. Der Verlustfaktor η wird neben der Beschreibung der inneren Elastomerdämpfung (weiche viskoelastische Schicht) für die Energiedissipation des Blech-Elastomerverbundes verwendet. Das Gesamtsystem wird somit als homogene Einheit betrachtet. Ein Zweischichtaufbau ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Dissipation beruht auf der Längenänderung der dämpfenden Deckschicht.

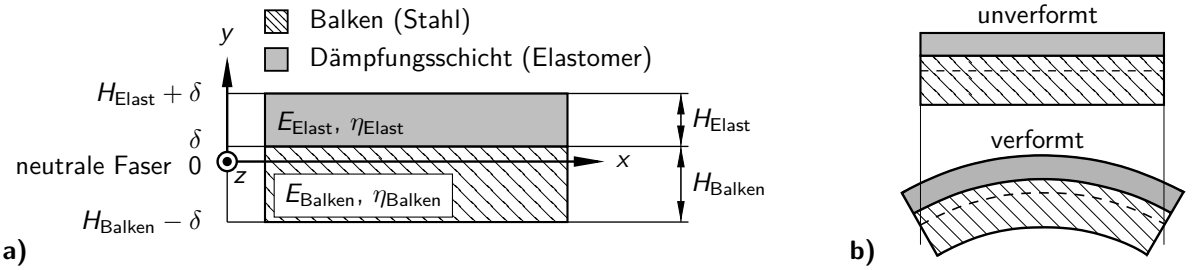


Abbildung 4.6: a) Längsschnitt durch einen Free-layer-damping Aufbau (stark vergrößert dargestellt) nach [Obe52, S. 184] und **b)** Dämpfungswirkung infolge von Längenänderungen der viskoelastischen Deckschicht in Anlehnung an [Ros59, S. 69]

[60] CAD ⟨engl.⟩ **C**omputer **A**ided **D**esign steht für rechnerunterstütztes Konstruieren.

Annahmen, die dieser Theorie zugrunde liegen, sind nach [Kol06, S. 47]:

- Die Breite b des Balkens ist wesentlich geringer als dessen Biegewellenlänge λ_B ($b \ll \lambda_B$). Die Wellenlängen liegen bei den betrachteten Objekten für eine Breite von 0.05 m etwa zwischen 0.3 m und 0.1 m in einem Frequenzbereich von 0.5 kHz bis 5 kHz, siehe Berechnungsgrundlagen in [Kol06, S. 74ff].
- Der Balken (Trägerstruktur) führt rein harmonische (hyperbolische) Biegeschwingungen aus.
- Die Dämpfungsschicht weist einen vielfach größeren Verlustfaktor als der Balken auf. Zudem wird vorausgesetzt, dass der Balken einen Verlustfaktor deutlich kleiner als Eins besitzt ($\eta_{\text{Balken}} \ll 1$). Bei den verwendeten Shims ist ein Verlustfaktor der Stahlschichten deutlich unterhalb von Eins zu erwarten.

Zur Bestimmung der Biegesteifigkeit $E_{\text{hom}} \cdot I_{\text{hom}}$ des FLD-Aufbaus werden die Lage der neutralen Faser δ, die Normalspannung σ in x-Richtung und das Biegemoment M bestimmt. Die Dämpfung wird im Folgenden in Form eines komplexwertigen Elastizitätsmoduls $E^* = E_{\text{Elast}}(1+\mathrm{i}\eta_{\text{Elast}})$ berücksichtigt. Der Verlustfaktor des Balkens η_{Balken} wird als vernachlässigbar klein angenommen [Obe56a, S. 146]. Die detaillierte Herleitung kann in [Obe52, S. 184f] nachgelesen werden. Die Trennung von Real- und Imaginärteil liefert zwei Ausdrücke für die Beschreibung der Biegesteifigkeit sowie des Kompositverlustfaktors. Das Verhältnis der Biegesteifigkeiten stellt Gleichung (4.18) gegenüber mit $e_2 = \frac{E_{\text{Elast}}}{E_{\text{Balken}}}$ und $h_2 = \frac{H_{\text{Elast}}}{H_{\text{Balken}}}$ [Nas85, S. 264][61]

$$\frac{E_{\text{hom}} \cdot I_{\text{hom}}}{E_{\text{Balken}} \cdot I_{\text{Balken}}} = \frac{1 + 2e_2\left(2h_2 + 3{h_2}^2 + 2{h_2}^3\right) + {e_2}^2{h_2}^4}{1 + e_2 h_2}. \tag{4.18}$$

Bei bekanntem Verlustfaktor und Elastizitätsmodul der Dämpfungsschicht sowie Dickenverhältnis können der homogenisierte Elastizitätsmodul E_{hom} und der homogenisierte Verlustfaktor η_{hom} berechnet werden.

Eine essenzielle Eigenschaft der Free-layer-damping Theorie ist Dämpfungsunabhängigkeit von der Biegemode. Voraussetzung ist hierbei eine vollständige Bedeckung des Balkens mit einer entsprechenden Dämpfungsschicht [Rao03, S. 461], siehe auch [Ham16, S. 236]. Das Verhältnis aus dem Verlustfaktor der gesamten Struktur η_{hom} und der dämpfenden Elastomerschicht η_{Elast} ist folgendermaßen definiert

$$\frac{\eta_{\text{hom}}}{\eta_{\text{Elast}}} = \frac{e_2 h_2\left(3 + 6h_2 + 4{h_2}^2 + 2e_2\,{h_2}^3 + {e_2}^2{h_2}^4\right)}{\left(1 + e_2 h_2\right)\left(1 + 2e_2\left(2h_2 + 3{h_2}^2 + 2{h_2}^3\right) + {e_2}^2{h_2}^4\right)}. \tag{4.19}$$

Die Dichte der dämpfenden Deckschicht findet in Gleichung (4.19) keine Berücksichtigung. Entsprechend erzielen unterschiedliche Dämpfungsmaterialien mit dem gleichen Elastizitätsmodul E_{Elast} und Verlustfaktor η_{Elast} dieselbe Dämpfung bei konstantem Dickenverhältnis [Obe52, S. 193].

Oberst weist in seiner Theorie auf die Problematik temperatur- und alterungsabhängiger Verlustfaktoren der Dämpfungsschicht hin [Obe52, S. 194]. Der Temperatureinfluss wird in Abschnitt 5.1.1 fundiert dargelegt. Die dimensionslosen Elastizitätsmodul- und Dickenverhältnisse der untersuchten Shims bewegen sich im Bereich von:

- $e_2 = \frac{E_{\text{elast}}}{E_{\text{Balken}}} = \frac{30\ldots60}{210000} \approx 1 \cdot 10^{-4} \ldots 3 \cdot 10^{-4}$
- $h_2 = \frac{H_{\text{elast}}}{H_{\text{Balken}}} = \frac{0.15}{0.4\ldots0.9} \approx 0.1 \ldots 0.4$

Abbildung 4.7 a) zeigt das Dämpfungspotenzial, das mit einem FLD-Aufbau realisierbar ist. Eine Vergrößerung der Elastomerdicke geht mit einer Erhöhung des Verlustfaktors η_{hom} einher. Bei sehr großen

[61] Oberst verwendet folgende mathematische Formulierung [Obe52, S. 185]: $\xi = \frac{d_2}{d_1} \mathrel{\hat{=}} \frac{H_{\text{Elast}}}{H_{\text{Balken}}} = h_2$, $a = \frac{E_2}{E_1} \mathrel{\hat{=}} \frac{E_{\text{Elast}}}{E_{\text{Balken}}} = e_2$.

Dickenverhältnissen h_2 nimmt die Sandwichstruktur den Verlustfaktor der dämpfenden Deckschicht an. Liegen geringe Dickenverhältnisse vor, kann ein Dissipationsanstieg durch Erhöhung des Elastomermoduls E_{Elast} erzielt werden [Kol06, S. 52f].

Das Ergebnis in Abbildung 4.7 b) relativiert jedoch das Dissipationsvermögen bei Berücksichtigung gängiger Shimelastomerverlustfaktoren und -dickenverhältnisse. FLD-Verlustfaktoren liegen in der Größenordnung 10^{-4} und darunter (grauer Bereich).

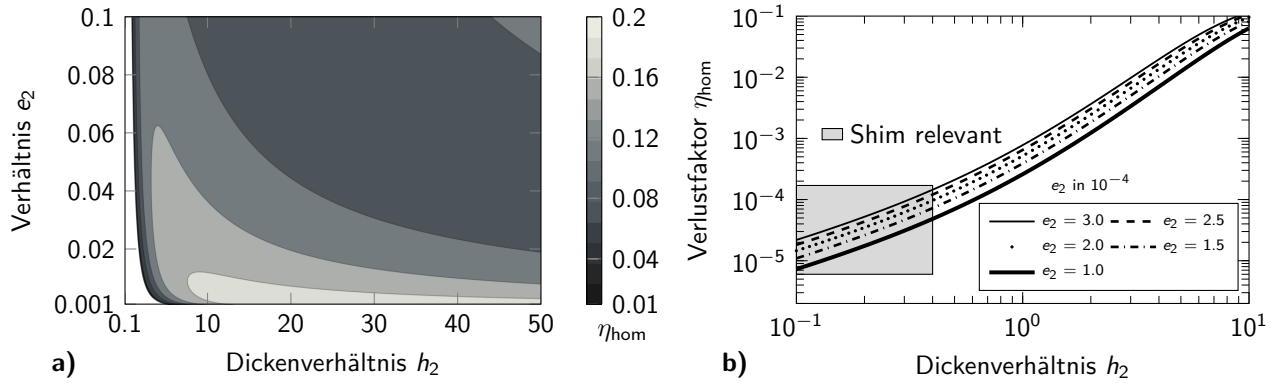


Abbildung 4.7: Free-layer-damping nach OBERST-Theorie: **a)** Verlustfaktoren allgemein und **b)** Verlustfaktoren untersuchter Shims

Schlussfolgerungen, die sich aus der zugrunde gelegten Theorie ergeben, sind:

- Der Systemverlustfaktor hängt nur vom Dickenverhältnis der beiden Schichten ab, jedoch nicht vom absoluten Dickenwert des Balkens [Obe52, S. 193].
- Für Shimverbunde, die eine Elastomerdeckschicht aufweisen, ist die Free-layer-damping Theorie zur Beschreibung des Dissipationspotenzials lediglich von untergeordneter Relevanz. In der Praxis werden FLD-Elastomerschichten bei Shims dennoch eingesetzt, da diese mit dem Bremssattel und Kolben interagieren und Einfluss auf die Fügestellen nehmen.

Eine Erweiterung des FLD-Ansatzes sind beidseitig mit einer Dämpfungsschicht beklebte Balken, die als *modifizierte* OBERST-Balken oder VAN OORT-Balken bezeichnet werden. Berechnungsgrundlagen können Fachliteratur wie [Nas85, S. 307ff], [AST05, S. 7f] und [Jon01, S. 98ff] entnommen werden.

4.3.2 Constrained-layer-damping

Shims, die auf Belagrückenplatten geklebt sind, sind bei heutigen PKW ein wesentlicher Bestandteil von Bremsbelägen. Das Wirkprinzip wird in der Literatur als Constrained-layer-damping (CLD) bezeichnet [Ker59f, S. 953], [AST05, S. 1], [Mea00, S. 388ff]. Abbildung 4.8 zeigt schematisch die Funktionsweise dieser Zusammensetzung. Der Dreischichtaufbau besteht aus einer Trägerstruktur (Balken), die meist eine signifikant größere Dicke als die zusätzlich am Verbund beteiligten Schichten besitzt, einer dünnen viskoelastischen Zwischenschicht (Elastomer) und einer steifen Deckschicht. Der Balken kann bei Bremsbelägen mit der Rückenplatte, die Dämpfungs- und Deckschicht mit dem Shimverbund gleichgesetzt werden. Die in Abbildung 4.8 ersichtliche Anordnung führt bei Deformation zu einer Scherung des weichen Elastomerkerns und infolgedessen zu einem Dissipationsanstieg, meist in Form von Wärme [Soo85a, S. 2-1], [Mor06, S. 398].[62]

Biegeschwingungen der Struktur führen zu einer Scherdeformation der viskoelastischen Schicht. Die elastischen Schichten erfahren sowohl eine Biegeverformung als auch eine Längenänderung [Asn76, S. 896].

[62] Gezielte Körperschalldämpfung kann durch den Einsatz von Materialien mit hohem Verlustfaktor realisiert werden. Die Körperschallenergie nahe der Quelle wird in Wärmeenergie umgewandelt [Hec94, S. 584].

Es liegt demnach keine reine Biegung nach EULER-BERNOULLI sondern eine Scherung des Elastomers z. B. infolge einer Biegeverformung des Schichtverbundes vor, wie in Abbildung 4.8 a) und b) verdeutlicht wird.

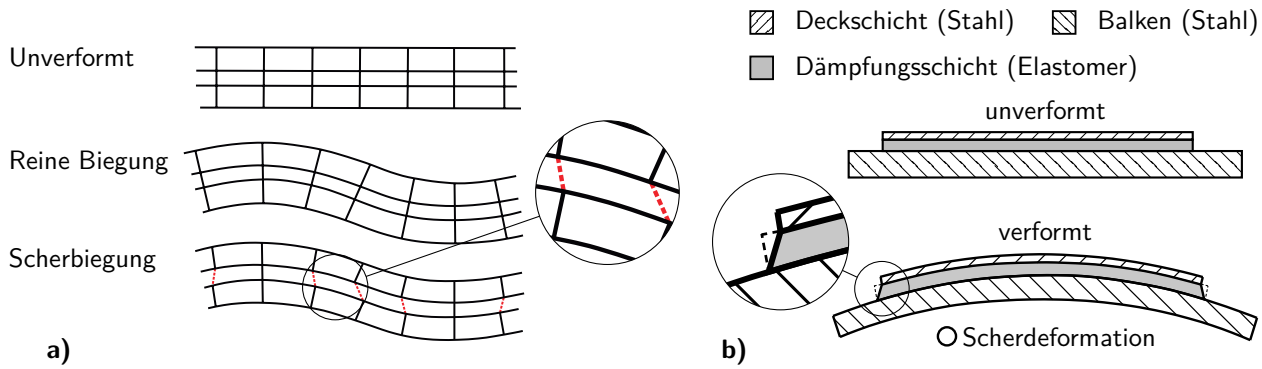


Abbildung 4.8: Scherdeformation der viskoelastischen Zwischenschicht bei Constrained-layer-damping Anordnung [Sch19c] in Anlehnung an **a)** [Par62, Fig. 5], [Laz65a, S. 31] und **b)** [Ros59, S. 62]

ROSS, KERWIN und UNGAR haben einen Homogenisierungsansatz für einen klassischen Constrained-layer-damping Dreischichtaufbau vorgestellt [Ros59]. Dieser ermöglicht es, äquivalente, homogenisierte Parameter für den Schichtverbund zu bestimmen. Annahmen für die Theorie sind nach [Sun95, S. 175f]:

- Ein Gleiten zwischen elastischen und viskoelastischen Schichten ist ausgeschlossen.
- Ein Großteil der Dämpfung resultiert aus der Scherung des Elastomers, das durch einen komplexen Schermodul charakterisiert wird.
- Der Balken ist beidseitig frei drehbar gelagert und führt nur Eigenschwingungen aus.
- Eine vollständige Bedeckung wird vorausgesetzt. Die Breite wird bei allen nachfolgenden Formulierungen vernachlässigt.[63]

In Abbildung 4.9 werden Abmessungen eines CLD-Aufbaus visualisiert, auf die im weiteren Verlauf verwiesen wird.

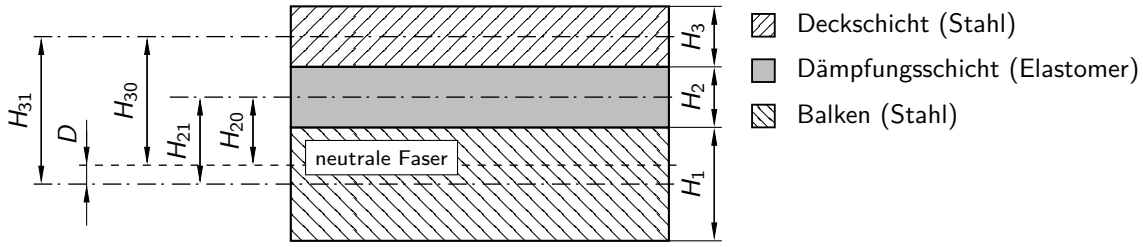


Abbildung 4.9: Abmessungen bei Homogenisierung eines Dreischichtverbundes nach [Ros59, S. 56]

Bei der Homogenisierung werden ausschließlich Balken, Elastomerzwischenschicht und die steife Deckschicht berücksichtigt. Weitere Elastomerdeckschichten sind bei dem Homogenisierungsprozess nicht inbegriffen. Die Notation nach NASHIF lautet [Nas85, S. 259ff][64]

$$E_{\text{hom}} I_{\text{hom}} = E_1 \frac{H_1^3}{12} + E_2 \frac{H_2^3}{12} + E_3 \frac{H_3^3}{12} - E_2 \frac{H_2^2}{12} \left(\frac{H_{31} - D}{1+g} \right) + E_1 H_1 D^2 + E_2 H_2 (H_{21} - D)^2 + E_3 H_3 (H_{31} - D)^2 - \left(\frac{E_2 H_2}{2} (H_{21} - D) + E_3 H_3 (H_{31} - D) \right) \left(\frac{H_{31} - D}{1+g} \right). \tag{4.20}$$

[63] ROSS definiert die Biegesteifigkeit pro Breite [Ros59, S. 50].
[64] Die Notation von ROSS führt zu demselben Ergebnis [Ros59, S. 49ff].

mit

$$D = \frac{E_2 H_2 \left(H_{21} - \frac{H_{31}}{2}\right) + g(E_2 H_2 H_{21} + E_3 H_3 H_{31})}{E_1 H_1 + \frac{1}{2} E_2 H_2 + g(E_1 H_1 + E_2 H_2 + E_3 H_3)}, \quad \text{in } \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N\,m^{-1}}} = \mathrm{m} \tag{4.21a}$$

$$H_{31} = \frac{1}{2}(H_1 + H_3) + H_2, \quad \text{in m} \tag{4.21b}$$

$$H_{21} = \frac{1}{2}(H_1 + H_2), \quad \text{in m} \tag{4.21c}$$

$$g = \frac{G_2}{E_3 H_3 H_2 p^2}, \quad \text{in 1.} \tag{4.21d}$$

E_i bezeichnet den Elastizitätsmodul, G_i den Schubmodul, I_{hom} das Flächenträgheitsmoment, H_i die Dicke (Abbildung 4.9 zu entnehmen), D den Abstand zwischen neutraler Faser des Balkens (H_1) und neutraler Faser des Dreischichtaufbaus und p die Wellenzahl.[65] Index 1 bezieht sich auf den Balken, Index 2 beschreibt die Dämpfungsschicht (Elastomer) und Index 3 die Deckschicht. Die Wellenzahl

$$p = \frac{\xi_n}{L} \tag{4.22}$$

ist definiert als der n-te Eigenwert ξ_n geteilt durch die Balkenlänge L [Hag07, S. 79], [Ham16, S. 21, 24], [Sun95, S. 176].

Schwierigkeiten, die sich bei der Homogenisierung der verwendeten Rückenplatten und Shims mit dieser Methode ergeben, sind:

- Es liegt keine exakte Überstimmung der Shimbreite respektive -länge mit den Rückenplattenabmessungen vor. Eine Recherche ergab, dass ausschließlich partiell mit Shims bedeckte Rückenplatten eingesetzt werden.
- „Nietverbindungen“ zwischen Rückenplatte und Shim, die als zusätzliche Befestigungsart dienen, werden bei der Modellierung nicht berücksichtigt.
- Es gestaltet sich aufgrund der komplexeren Geometrie schwierig, die Gesamtlänge der Rückenplatte für eine Elastizitätsmodulberechnung zu messen.

Tabelle 9 stellt Homogenisierungsparameter, die in anschließende Finite-Elemente Berechnungen implementiert werden, dar. Vollständig bedeckte rechteckige Stahlplatten sowie Rückenplatten, die mit Shims beklebt werden, sind aufgelistet. Der Tabelle ist zu entnehmen, dass Shims nur einen geringfügigen Einfluss auf die Dichte des Schichtverbundes ausüben (Änderung von $\varrho_{\mathrm{stahl}} = 7.85\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ auf etwa $\varrho_{\mathrm{hom}} = 7.6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$). Dominierender Bestandteil ist die Stahlträgerstruktur (Balken).[66]

Tabelle 9: Homogenisierungsparameter

Komponente		**Volumen** in $\mathrm{mm^3}$	**Querkontraktionszahl** in 1	**Dichte** in $\mathrm{kg\,m^{-3}}$	**Elastizitätsmodul** in $\mathrm{N\,mm^{-2}}$	
Rechteckplatte [a]	mit Shim A	50 760.00	0.300	7576.17	183 182 *	172 000 **
180x50 $\mathrm{mm^2}$	mit Shim B	54 648.00	0.300	7594.88	160 486 *	
	mit Shim C	50 760.00	0.300	7580.32	183 182 *	
Rückenplatte [b]	mit Shim A	33 342.77	0.300	7681.50	175 344 *	175 000 **
	mit Shim B	34 914.23	0.300	7688.60	147 836 *	156 000 **
	mit Shim C	33 342.77	0.300	7684.06	175 344 *	175 000 **

[a] vollständige Bedeckung, [b] ohne Sensoraussparung, * Theorie, ** korrigiert

[65] Der Zusammenhang zwischen Wellenzahl p und Eigenkreisfrequenz ω lautet: $p^4 = \frac{m}{EI}\omega^2$. Die Dimension stimmt hierbei überein, da m als Masse pro Länge definiert ist [Ros59, S. 58].

[66] Abweichungen, die sich bei der experimentellen Massenbestimmung unter Verwendung einer industriellen Waage ergeben haben, sind als vernachlässigbar klein einzustufen.

In der Praxis liegt bei Kompositstrukturen kein homogener Verbund vor. Demzufolge würden experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung der Poissonzahl bei ungleichen Materialkomponenten keine sinnvollen Ergebnisse liefern. FE-Ergebnisse haben gezeigt, dass eine Variation der Querkontraktionszahl nur einen äußerst geringfügigen Einfluss auf die Eigenfrequenzen des Gesamtsystems ausübt. Folglich wird die Querkontraktionszahl aller homogenisierter Strukturen nachfolgend mit $\nu = 0.3$ festgelegt.[67]

In Abschnitt 6.3 zeigt sich, dass die vorgestellte Theorie von Ross, Kerwin und Ungar aus Gleichung 4.20 als gute Näherung für Bremsbelagrückenplatten verwendet werden kann. Aufgrund des deutlich höheren Komplexitätsgrades sind mehrere Iterationen vonnöten, um eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen zu erzielen. Die in Tabelle 9 als korrigiert markierten Elastizitätsmoduln, die geringfügig von den berechneten Werten abweichen, weisen eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen auf. Abweichungen resultieren daraus, dass die äußere Shimelastomer- sowie Klebstoffschicht bei der Homogenisierungstheorie keine Berücksichtigung finden und die Adhäsionskräfte des Klebstoffes bei experimentellen Untersuchungen nicht homogen zwischen beiden Kontaktpartnern verteilt sind.

4.4 Weiterführender CLD-Ansatz für Shimcharakterisierung

CLD-Ansätze nach [Mea69], [Mea70a] oder [Rao78] ermöglichen es, Eigenfrequenzen und Verlustfaktoren von Biegeschwingungen eines Sandwichverbundes zu berechnen. Hierbei können Geometrie- und Materialparameter aller beteiligter Schichten sowie Randbedingungen einbezogen werden. Eine chronologische Darlegung verschiedener Theorien ist im Anhang B aufgelistet.

4.4.1 Trägerstrukturen mit vollständiger Bedeckung

Für vollständig bedeckte Trägerstrukturen wird auf die Formulierungen von [Rao78] zurückgegriffen. Die verwendeten Parameter spiegelt Abbildung 4.10 wider. Die Indizes beziehen sich auf die Deckschicht 1, die Dämpfungsschicht 2 und den Balken 3. In diesem Abschnitt werden Trägerbalken mit den Abmessungen 180x50x5 mm^3 betrachtet. Die Dimensionen der Elastomer- und Deckschicht stimmen mit den untersuchten Shims, die im weiteren Verlauf der Arbeit experimentell validiert werden, überein.

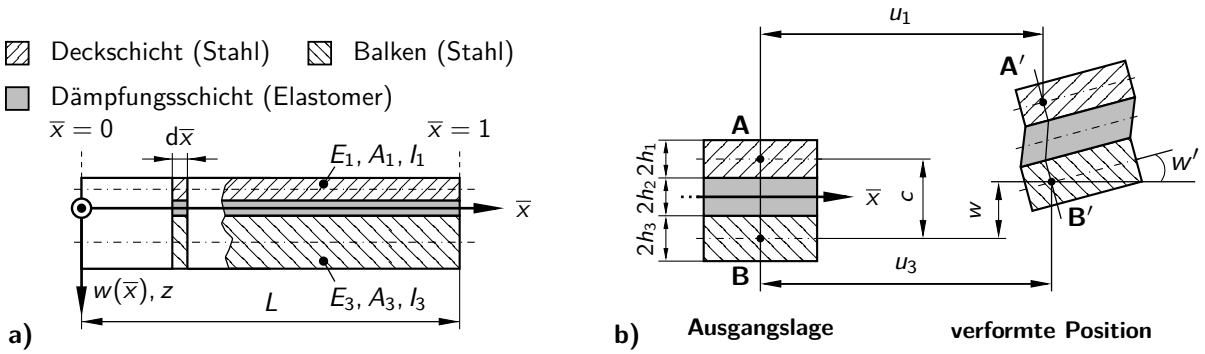


Abbildung 4.10: a) Constrained-layer-damping Aufbau und **b)** Scherdeformation der viskoelastischen Zwischenschicht in Anlehnung an [Rao78, S. 272]

Die Annahmen der Theorie lauten nach [Rao78]:

- Die Balkendurchbiegung ist klein
- Die axialen Verschiebungen sind kontinuierlich
- Die Deckschichten verhalten sich gemäß der Euler-Bernoulli-Hypothese, siehe auch [Mil86, S. 56]
- Der weiche Elastomerkern verformt sich hauptsächlich durch eine Scherungsbeanspruchung, siehe auch [Mil86, S. 56]

[67] Gewöhnliche Dämpfungsschichten sind in Kompressionsrichtung wesentlich steifer (annähernd inkompressibles Material) als in Scherungsrichtung [Syl87, S. 40].

- Longitudinale und rotatorische Trägheitseffekte werden vernachlässigt, wie auch in [Mil86, S. 57], [Mea70b, S. 3] und [Lif87, S. 1028] beschrieben wird

Weitere Annahmen, die nicht explizit in [Rao78] erwähnt werden, aber dennoch von Relevanz sind:

- Die elastischen Schichten (Balken und Deckschicht) verhalten sich isotrop und homogen und können mit dem HOOKEschen Gesetz beschrieben werden [Yan72, S. 1041]
- Die gedämpften Modenformen entsprechen den ungedämpften Eigenmoden [Kun98, S. 781], [Bal94, S. 3.3] und [Ass11, S. 559]
- Es besteht eine perfekte Bindung zwischen allen Schichten, d. h. mögliche Delaminationen, Spalte, Überlappungen und Schlupf sind damit ausgeschlossen. Alle Verformungen werden als gering angenommen, so dass nichtlineare Effekte vernachlässigbar sind [Mil86, S. 57f], [Yan72, S. 1041], [Lif87, S. 1028], [Fli03, S. 2]
- Trägerbalken und elastische Deckschicht weisen keinen Verlustfaktor auf [Gro70, S. 426]
- Der Elastomerkern wird als linear viskoelastisches Material modelliert [Lif87, S. 1028], [Plu70, S. 152]. Bei der Modellierung als komplexer Modul wird angenommen, dass die Zeitabhängigkeit rein sinusförmig ist [Bal94, S. 3.4]
- Als Grundlage der Berechnungen wird vorausgesetzt, dass sowohl die Deck- als auch die viskoelastische Schicht dieselbe Breite wie der Trägerbalken besitzen. Untersuchungen haben gezeigt, dass nach Möglichkeit ein Großteil der Breite bedeckt sein soll, um eine höhere Energiedissipation zu erzielen [Gar94, S. 244]
- Die Scherverformung in der Elastomerschicht ist gleichmäßig über die Tiefe verteilt [Mea70b, S. 3]
- Die Deckschicht und der Elastomerkern besitzen eine verhältnismäßig kleine Dicke bezogen auf die Trägerstruktur [Plu70, S. 152], [Mar74, S. 181]
- Die Auswirkungen auf die Querkontraktion werden vernachlässigt [Plu70, S. 152], [Bal94, S. 3.4]
- Eine Dehnung des Kerns und Scherverformungen in Deckschicht und Balken werden vernachlässigt [Ass11, S. 559]
- Die Temperaturverteilung ist einheitlich, es treten keine thermischen Spannungen auf [Yan72, S. 1042]
- Die Scherspannung verhält sich gleichmäßig und wird als konstant entlang der Dicke angenommen [Mea69, S. 165]

Eine ausführliche Herleitung für den Sandwichaufbau kann [Rao78], [Bal94, S. 4.1ff] entnommen werden. Das Ergebnis ist die nachfolgende Differenzialgleichung

$$-\frac{\partial^6 w}{\partial \overline{x}^6} + g^*(1+Y)\frac{\partial^4 w}{\partial \overline{x}^4} - \frac{\partial^4 w}{\partial \overline{t}^2 \partial \overline{x}^2} + g^*\frac{\partial^2 w}{\partial \overline{t}^2} = 0 \tag{4.23}$$

zur Beschreibung von Biegeschwingungen, die es zu lösen gilt. Gleichung (4.23) ergibt sich, indem das Prinzip von HAMILTON auf die kinetische und potenzielle Energie des Schichtverbundes angewendet wird. Relevant sind die elastischen Potenziale U für Biegung, Längsverschiebung und Scherung. Es müssen konkret $(U_1 + U_3)_{\text{Biegung}}$, $(U_1 + U_3)_{\text{Longitudinal}}$, welche die Längsverschiebungen u_1 und u_3 enthalten, und das Scherpotenzial $(U_2)_{\text{Scherung}}$ des Elastomerkerns formuliert werden.

Bei Gleichung (4.23) handelt es sich um eine lineare, partielle Differenzialgleichung sechster Ordnung mit konstanten Koeffizienten in w. Die freie Schwingung wird mit den normierten Längen- und Zeitkoordinaten $\overline{x}$ bzw. $\overline{t}$ [Rao78, S. 272f] beschrieben.[68, 69]

[68] Parameter, die mit * gekennzeichnet sind, beschreiben komplexe Größen.

[69] Die Notation nach MEAD lautet [Mea69, S. 167f], [Mea70b, S. 4]: $\frac{\partial^6 w}{\partial x^6} - g^*(1+Y)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{m}{D_t}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - g^*\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) = 0.$

Einen möglichen Produktansatz zur Lösung der partiellen Differenzialgleichung zeigt Gleichung (4.24). Für die Formulierung der Orts- und Zeitfunktion wird jeweils ein komplexer Exponentialansatz

$$w_m(\overline{x},\overline{t}) = \sum_{n=1}^{6} B_n \mathrm{e}^{k_n^* \overline{x}}\, \mathrm{e}^{\Omega_m^* \overline{t}} \tag{4.24}$$

gewählt. Im Allgemeinen sind die Konstanten B_n komplex. Das bedeutet, dass die gedämpften Moden $w_m(\overline{x},\overline{t})$ ebenfalls komplex sind [Mea69, S. 169]. Der Ansatz aus Gleichung (4.24) liefert nach Einsetzen in Gleichung (4.23) nachfolgende charakteristische Gleichung

$$-{k_n^*}^6 + g^*(1+Y){k_n^*}^4 + {\Omega_m^*}^2({k_n^*}^2 - g^*) = 0. \tag{4.25}$$

Die in dem Polynom enthaltenen Parameter

$$Y = \frac{(h_1+h_3+2h_2)^2}{E_1 I_1 + E_3 I_3}\,\frac{E_1 A_1 E_3 A_3}{(E_1 A_1 + E_3 A_3)}, \tag{4.26a}$$

$$g^* = \frac{G_2^* A_2 L^2}{4h_2^2}\,\frac{(E_1 A_1 + E_3 A_3)}{E_1 A_1 E_3 A_3} \tag{4.26b}$$

beschreiben den Geometrieparameter Y und den komplexen Scherparameter g^*, mit der Schichtdicke h_i, dem Elastizitätsmodul E_i, der Querschnittsfläche A_i und dem Flächenträgheitsmoment I_i. Die Eigenschaften des viskoelastischen Kerns werden durch den komplexen Schermodul

$$G_2^* = G_2(1 + \mathrm{i}\eta_{\mathrm{Elast}}) \tag{4.27}$$

ausgedrückt. Der Realteil wird durch den Schermodul G_2 charakterisiert, das Dämpfungspotenzial der Elastomerschicht durch den Verlustfaktor η_{Elast}. Die Nullstellen des Polynoms 6. Grades in k^* (Gleichung (4.25)) werden in Abhängigkeit der gesuchten Größe Ω_m^* ermittelt. Dadurch, dass das Polynom ausschließlich gerade Exponenten besitzt, können paarweise Lösungen - Substitution als kubisches Polynom in $(k^*)^2$ - bestimmt werden.

Die Berechnung der Konstanten B_n erfordert drei Randbedingungen für jedes Ende ($\overline{x}=0$, $\overline{x}=1$) des Sandwichbalkens. Zwei Bedingungen ergeben sich für je ein Ende aus der klassischen EULER-BERNOULLI Formulierung und je eine zusätzliche aus der Longitudinalverschiebung u bzw. Normalkraft N der Deckschicht.

Für experimentelle Untersuchungen wird eine frei-frei Lagerung angestrebt, um den Einfluss der Lagerung zu vermeiden. Im realen Einbauzustand von Bremsbelägen liegen jedoch Kopplungen mit der Umgebung wie dem Bremssattel bzw. Kolben vor.[70] Tabelle 10 stellt zwei freie Randbedingungen dar, die auf Komponentenebene von Bedeutung sind. Es werden sowohl vollständig als *uneingeschränkt* bezeichnete freie Enden und freie, genietete Endbedingungen, bei denen eine Fixierung aller Schichten an den Rändern vorliegt, näher betrachtet.

Tabelle 10: Relevante Randbedingungen für Shimverbunde

Lagerart	**Auflistung von Endbedingungen**		
uneingeschränkt 1) F → $\overline{x}$	$M\big\vert_{\overline{x}=0} = 0$ 2)	$Q\big\vert_{\overline{x}=0} = 0$ 3)	$N\big\vert_{\overline{x}=0} = 0$ 4)
	$w_m^{\mathrm{ii}} = 0$	$w_m^{\mathrm{v}} - g^*(1+Y)w_m^{\mathrm{iii}} - {\Omega_m^*}^2 w_m^{\mathrm{i}} = 0$	$w_m^{\mathrm{iv}} - \Omega_m^{*2} w_m = 0$
genietet 1) F → $\overline{x}$	$M\big\vert_{\overline{x}=0} = 0$ 2)	$Q\big\vert_{\overline{x}=0} = 0$ 3)	$u\big\vert_{\overline{x}=0} = 0$ 5)
	$w_m^{\mathrm{iv}} - g^*(1+Y)w_m^{\mathrm{ii}} - {\Omega_m^*}^2 w_m = 0$	$w_m^{\mathrm{iii}} = 0$	$w_m^{\mathrm{v}} - \Omega_m^{*2} w_m^{\mathrm{i}} = 0$

1) freie Endbedingung, 2) M - Moment, 3) Q - Querkraft, 4) N - Normalkraft, 5) u - Längsverschiebung

[70] In Fügestellen sind Shims teils großer Reibung ausgesetzt [Mah05, S. 7]. AOKI untersucht den Einfluss der Vorspannung, der einer realen Kolbensituation gleich kommt, an einem eigens entwickelten Prüfstand experimentell [Aok16].

Die sechs Randbedingungen können als lineares, homogenes Gleichungssystem

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}, \quad \text{mit } \boldsymbol{b} = [B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6]^\mathsf{T} \tag{4.28}$$

geschrieben werden. Die Koeffizienten für das lineare Gleichungssystem bilden die Matrix $\boldsymbol{A}$. Um nichttriviale Lösungen zu erhalten, muss die Determinante der quadratischen Matrix $\boldsymbol{A}$

$$\det \boldsymbol{A} = 0 \tag{4.29}$$

zu null gesetzt werden, siehe Abschnitt 4.2.2. Die resultierende Gleichung enthält den komplexen Parameter Ω_m^*. Gleichung (4.30) gibt den Zusammenhang zwischen berechneter komplexer Nullstelle Ω_m^* und gesuchter Eigenkreisfrequenz Ω_m sowie Verlustfaktor η_m der Gesamtstruktur wieder[71]

$$\Omega_m^* = \Omega_m \sqrt{1 + \mathrm{i}\eta_m}. \tag{4.30}$$

Ein berechnetes Ω_m^* setzt sich aus dem Realteil $\mathrm{Re}(\Omega_m^*)$ und dem Imaginärteil $\mathrm{Im}(\Omega_m^*)$

$$\mathrm{Re}(\Omega_m^*) + \mathrm{i}\,\mathrm{Im}(\Omega_m^*) = \Omega_m \sqrt{1 + \mathrm{i}\eta_m} \quad |^2 \tag{4.31a}$$

$$\mathrm{Re}(\Omega_m^*)^2 + 2\,\mathrm{Re}(\Omega_m^*)\,\mathrm{Im}(\Omega_m^*)\mathrm{i} - \mathrm{Im}(\Omega_m^*)^2 = \Omega_m^2 + \mathrm{i}\Omega_m^2\eta_m \tag{4.31b}$$

zusammen. Ein Koeffizientenvergleich liefert [Rao78]

$$\text{Realteil:} \quad \mathrm{Re}(\Omega_m^*)^2 - \mathrm{Im}(\Omega_m^*)^2 = \Omega_m^2, \tag{4.32a}$$

$$\text{Imaginärteil:} \quad 2\,\mathrm{Re}(\Omega_m^*)\,\mathrm{Im}(\Omega_m^*) = \Omega_m^2\eta_m. \tag{4.32b}$$

Die Eigenkreisfrequenzen Ω_m und Verlustfaktoren η_m des Sandwichbalkens entsprechen somit

$$\Omega_m = \sqrt{\mathrm{Re}(\Omega_m^*)^2 - \mathrm{Im}(\Omega_m^*)^2}, \tag{4.33a}$$

$$\eta_m = \frac{2\,\mathrm{Re}(\Omega_m^*)\,\mathrm{Im}(\Omega_m^*)}{\Omega_m^2}. \tag{4.33b}$$

Die Berechnungen ergeben, dass der Imaginärteil mehrere Größenordnungen kleiner als der Realteil ist. Es kann daher vereinfacht davon ausgegangen werden, dass $\Omega_m \simeq \mathrm{Re}(\Omega_m^*)$ entspricht. Die Lösung der Gleichung (4.29) erfolgt unter Verwendung eines konsekutiven NEWTON-Iterationsverfahren in Mathematica. Unter Angabe eines geeigneten Startwertes kann die entsprechende Biegemode berechnet werden. Es ist zunächst vorteilhaft, eine geringe Anzahl von Startwerten für den Berechnungsalgorithmus vorzugeben, um einzugrenzen, welcher Startwert zu welcher Biegemode führt.

Der Einfluss des Elastizitätsmoduls E_{Elast} und Verlustfaktors η_{Elast} der Elastomerschicht auf das Systemverhalten ist für frei-frei uneingeschränkte und genietete Randbedingungen in den Abbildungen 4.11 und 4.12 dargestellt. Entgegen der Aussagen von MARKUŠ [Mar77, S. 593], dass eine steifere Zwischenschicht zu kleineren Systemverlustfaktoren η_m führt, ist in Abbildung 4.11 eine starke Modenabhängigkeit erkennbar. Neben einem hohen Materialverlustfaktor, der modenunabhängig eine höhere Dissipation bewirkt, verhält sich der Elastizitätsmodul modenabhängig, siehe auch [Mea07, S. 758]. Mit steigender Biegemode ist ein höherer Elastizitätsmodul vorteilhaft, wie auch in [Par62, S. 1] beschrieben wird.

[71] Die Notation nach MEAD $\left(\Omega_n^2 = \omega_n^2(1 + \mathrm{i}\eta)\frac{ml^4}{D_t}\right)$ weicht von der in dieser Arbeit verwendeten Gleichung (4.30) ab. Hierbei sind die Kreisfrequenzen $p = \omega_n$ kongruent [Mea70a, S. 101].

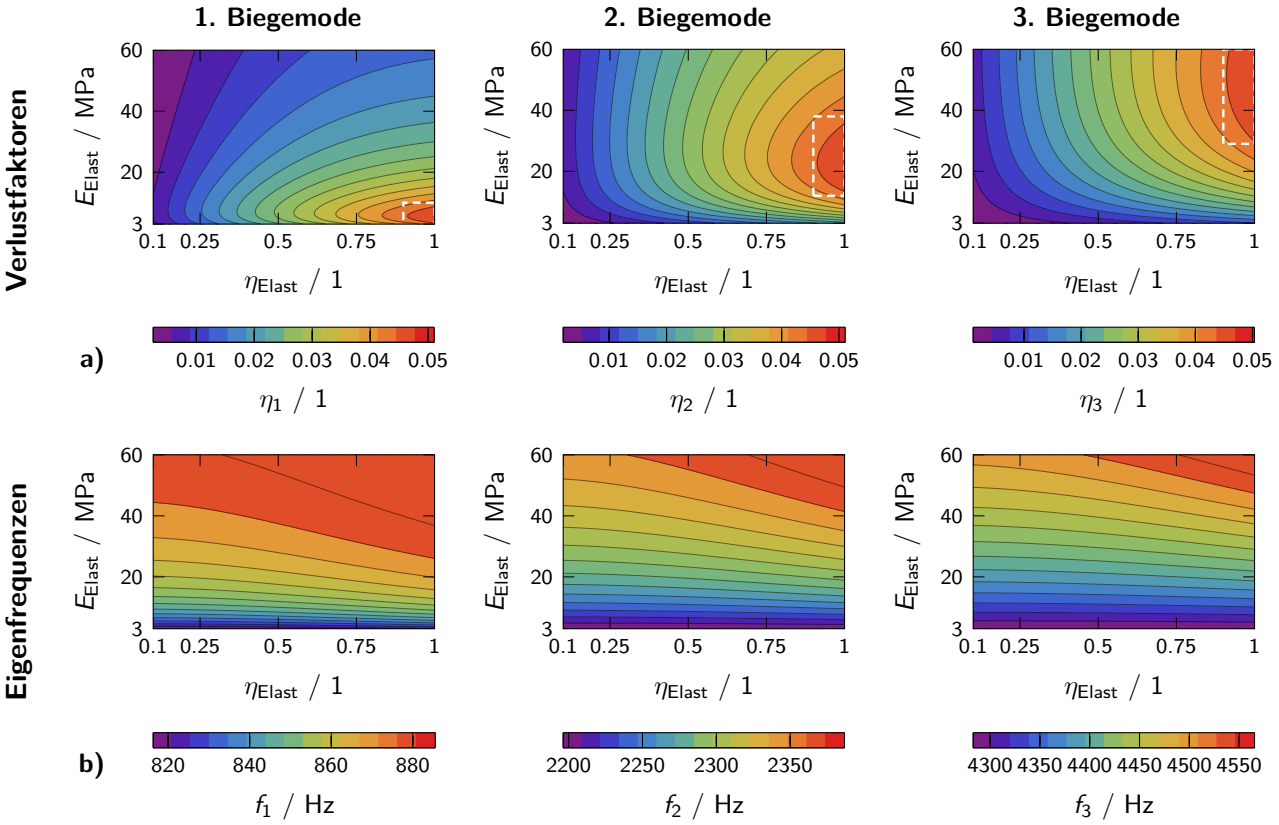


Abbildung 4.11: Einfluss rheologischer Parameter bei einer vollständig mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung frei-frei uneingeschränkter Randbedingungen auf **a)** die Verlustfaktoren und **b)** die Eigenfrequenzen der ersten drei Biegemoden, Verlustfaktoren in **a)** aus [Sch18a, Fig. 2]

Häufig wird in der Literatur ein Steifigkeitsparameter R beschrieben, der das Verhältnis zwischen Schersteifigkeit der viskoelastischen Schicht zur Dehnsteifigkeit der Deckschicht angibt. Zwei Grenzfälle lassen sich beobachten. Bei einer sehr weichen Elastomerschicht ($R \approx 0$) treten große Scherdeformationen auf, jedoch wird aufgrund des geringen Elastizitätsmoduls wenig Energie gespeichert und infolgedessen dissipiert. Liegt ein sehr steifer viskoelastischer Kern ($R \to \infty$) vor, sind die Einzelschichten fest miteinander verbunden und verhalten sich wie ein homogener Euler-Bernoulli Balken. Die Scherdeformation innerhalb der dämpfenden Schicht ist gering und zeigt gleichermaßen ein niedriges Dämpfungspotenzial. Es gibt demzufolge ein Optimum für R, welches unter anderem vom Verlustfaktor der viskoelastischen Schicht abhängt [Nel77, S. 4, 8] und [Nok68, S. 8].

Genietete Randbedingungen, die eine Längsverschiebung verhindern, weisen geringere Systemverlustfaktoren auf. Insbesondere die erste Biegemode zeigt in Abbildung 4.12 eine deutlich schwächere Dissipation als vollständig freie Enden in Abbildung 4.11. Genietete Endbedingungen oder ähnliche Verbindungsarten, die eine Verschiebung einschränken, werden häufig bei Bremsbelägen genutzt, um eine zusätzliche Befestigungsmöglichkeit des Shims zu gewährleisten. Stehen primär Dämpfungsaspekte bei Shims im Vordergrund, ist eine Fixierung des Shims mit der Trägerstruktur als hinderlich einzustufen.

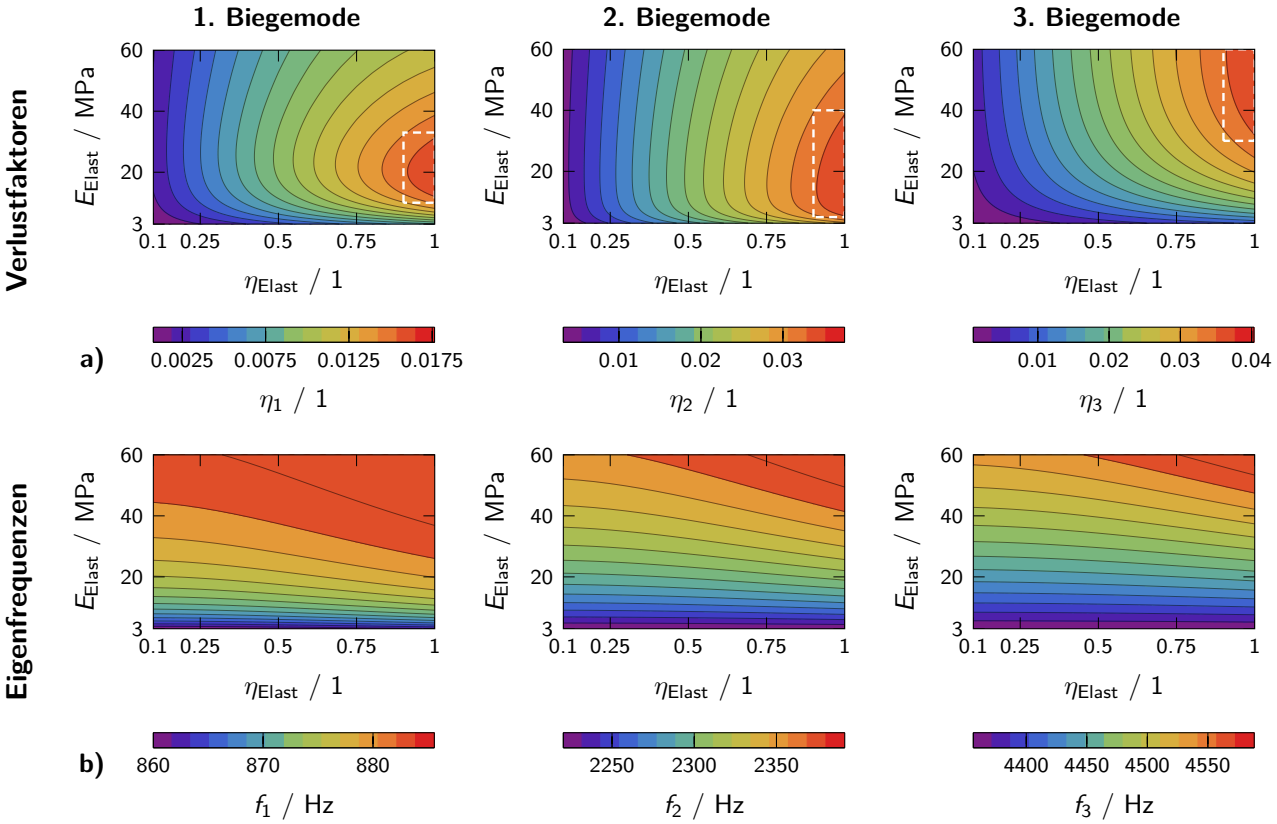


Abbildung 4.12: Einfluss rheologischer Parameter bei einer vollständig mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung frei-frei genieteter Randbedingungen auf **a)** die Verlustfaktoren und **b)** die Eigenfrequenzen der ersten drei Biegemoden

Abbildung 4.13 stellt den Einfluss der Balkenlänge für vier Biegeeigenformen dar. Hochfrequente Moden weisen einen breiteren Dämpfungsbereich auf, in dem eine hohe Dissipation zu erwarten ist. Sehr große Trägerlängen tragen dazu bei, dass tendenziell ein wesentlich schwächeres Dämpfungsverhalten auftritt. Mit fortschreitender Biegemode ist eine größere Balkenlänge vorteilhaft, um eine höhere Dämpfung einzustellen. Bekanntermaßen führen größere Balkenlängen zu niedrigeren Eigenfrequenzen.

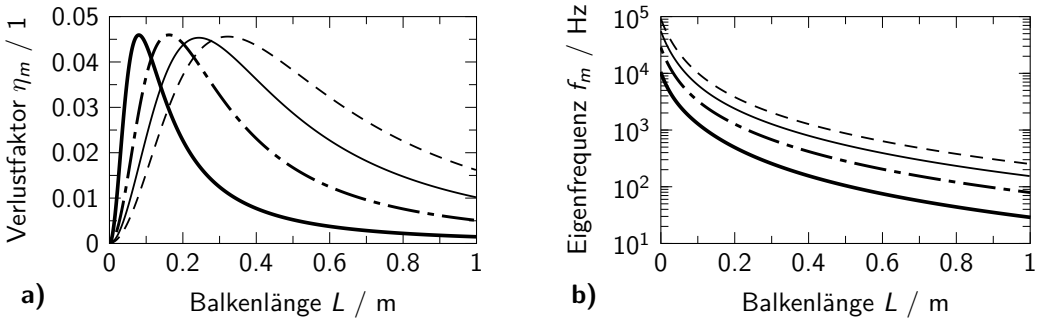


Abbildung 4.13: Einfluss der Balkenlänge bei vollständiger Bedeckung mit Shim B unter frei-frei uneingeschränkten Randbedingungen auf **a)** die Verlustfaktoren und **b)** die Eigenfrequenzen der ersten vier Biegeeigenmoden (1. ——, 2. –·–, 3. ——, 4. - - -)

Eine eindeutige Verteilung des Verlustfaktors für 15 aufeinanderfolgende Biegemoden für $L = 0.18\,\text{m}$ zeigt Abbildung 4.14. Mode Zwei charakterisiert das Dissipationsmaximum. Für weitere Moden ist ein degressiver Verlauf der Dämpfung zu verzeichnen.

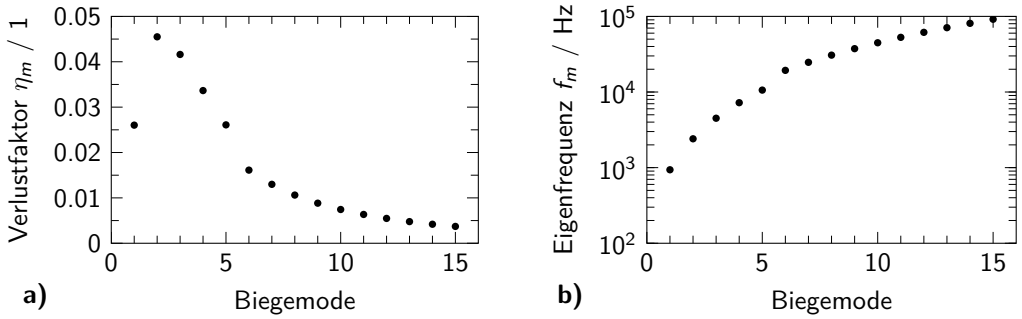


Abbildung 4.14: Einfluss der Biegemode bei vollständiger Bedeckung mit Shim B unter frei-frei uneingeschränkten Randbedingungen: **a)** Verlustfaktoren und **b)** Eigenfrequenzen

4.4.2 Trägerstrukturen mit partieller Bedeckung

Der Einfluss, den die Shimlänge und Position auf das Dämpfungsverhalten ausüben, wird nachfolgend näher untersucht. Eine Frage, die sich zwangsläufig stellt, ist, ob eine Vergrößerung der Dämpfungsschicht zu einem größeren Strukturverlustfaktor beiträgt. Oftmals werden partiell bedeckte Strukturen in der Praxis aus Material-, Gewichts- und Kostengesichtspunkten priorisiert [Kun98, S. 781], [Ste85, S. 160], [Ste88, S. 1616], [Kun99, S. 1], [Zhe04, S. 2494]. Ein Ziel muss es sein, den Bedeckungsgrad der Dämpfungsschicht zu minimieren ohne substanzielle Verringerung der Effektivität [Gar94, S. 243]. Die in diesem Abschnitt vorgestellten Ansätze stützen sich auf die von LALL als *Classical-Cum-Search*-Methode bezeichnete Theorie [Lal88]. Die Annahmen sind bereits in Abschnitt 4.4.1 aufgelistet worden [Lal88, S. 248]. Es wird eine Einteilung des Sandwichbalkens in drei Bereiche vorgenommen. Für die Beschreibung des Balkens ohne Überdeckung wird ein klassischer EULER-BERNOULLI Ansatz herangezogen, bedeckte Bereiche werden mit der CLD-Theorie von MEAD und MARKUŠ charakterisiert. Abbildung 4.15 visualisiert die Einteilung der einzelnen Segmente, die durch geeignete Ansatzfunktionen W_I, W_II und W_III gekennzeichnet sind.

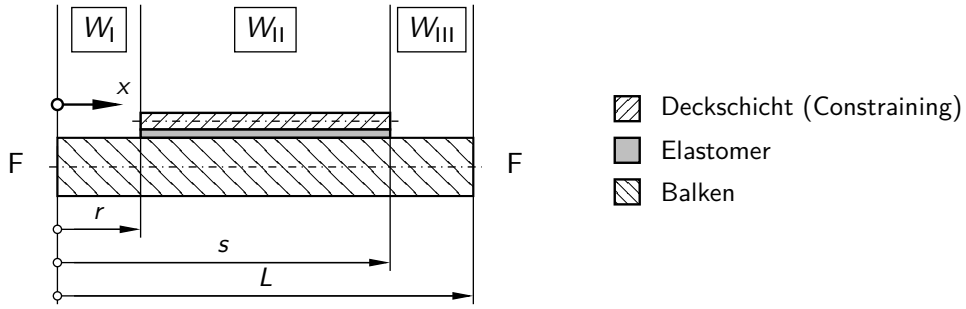


Abbildung 4.15: Segmentierung partiell bedeckter Sandwichbalken

Für die Sektionen W_I und W_III wird ein EULER-BERNOULLI Ansatz

$$E\,I\,\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \varrho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \tag{4.34}$$

verwendet. EULER-Balken Segmente werden mit den Ansatzfunktionen

$$W_\mathrm{I} = A_1 \mathrm{e}^{(\beta_1 x)} + A_2 \mathrm{e}^{(\beta_2 x)} + A_3 \mathrm{e}^{(\beta_3 x)} + A_4 \mathrm{e}^{(\beta_4 x)} \tag{4.35a}$$

$$W_\mathrm{III} = A_5 \mathrm{e}^{(\beta_1 x)} + A_6 \mathrm{e}^{(\beta_2 x)} + A_7 \mathrm{e}^{(\beta_3 x)} + A_8 \mathrm{e}^{(\beta_4 x)} \tag{4.35b}$$

in exponentieller Form beschrieben. Die Notation von LALL für den Sandwichabschnitt W_II lautet[72]

[72] Formulierungen nach MEAD und MARKUŠ [Mea69] oder RAO [Rao78] können gleichermaßen Anwendung finden.

$$\frac{\partial^6 w}{\partial x^6} - \frac{g^*}{L}(1+Y)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{m}{D_\mathrm{L}}\omega^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{g^* \cdot m}{L^2 \cdot D_\mathrm{L}}\omega^2 w = 0. \tag{4.36}$$

Parameter, die mit dem Index 1 versehen sind, beschreiben die Deckschicht, Index 2 charakterisiert das Elastomer und Index 3 den Trägerbalken. Relevante Symbole sind in Tabelle 11 zusammengefasst.

Tabelle 11: Verwendete Symbole

Symbol	Beschreibung
m	Masse
b	Balkenbreite
L	Trägerlänge
ω	Komplexe Nullstelle (gesucht)
$\mathrm{Re}(\omega)$	Eigenkreisfrequenz
$\mathrm{Im}(\omega)$	Sandwichverlustfaktor
H_1, H_2, H_3	Schichtdicken
E_1, E_3	Elastizitätsmoduln
$\overline{a} = \frac{H_1+H_3}{2} + H_2$	Abstand zwischen den Mittelachsen der äußeren Schichten 1 und 3
$D_\mathrm{L} = \frac{b}{12}\frac{1}{E_3 H_3^3 + E_1 H_1^3}$	Biegesteifigkeit des Verbundes
$g^* = \frac{G^* L^2}{H_2}\left(\frac{1}{E_1 H_1} + \frac{1}{E_3 H_3}\right)$	Scherparameter
$G^* = G(1+\mathrm{i}\beta)$	komplexer Schermodul der Dämpfungsschicht
G	reeller Schermodul
β	Verlustfaktor der Dämpfungsschicht
$Y = \frac{\overline{a}^2 b}{D_\mathrm{L}}\frac{E_1 H_1 E_3 H_3}{E_1 H_1 + E_3 H_3}$	Geometrieparameter

Ein komplexer Lösungsansatz

$$W_\mathrm{II} = A_9 \mathrm{e}^{k_1^* x} + A_{10}\mathrm{e}^{k_2^* x} + A_{11}\mathrm{e}^{k_3^* x} + A_{12}\mathrm{e}^{k_4^* x} + A_{13}\mathrm{e}^{k_5^* x} + A_{14}\mathrm{e}^{k_6^* x}, \tag{4.37}$$

der in Abschnitt 4.4.1 bereits Anwendung gefunden hat, beinhaltet die Konstanten A_9 bis A_{14}. Die komplexwertigen Koeffizienten A_1 bis A_{14} werden mittels 14 End- respektive Übergangsbedingungen bestimmt. Zwei Randbedingungen können für jedes Balkenende ($x = 0$ und $x = L$) sowie zwei weitere Endbedingungen an den Stellen $x = r$ und $x = s$ formuliert werden. Die Randbedingungen für frei-frei uneingeschränkte Enden ergeben sich zu:

1) $x = 0$: $\left.\dfrac{\partial^2 W_\mathrm{I}}{\partial x^2}\right|_{x=0} = 0$ Moment

2) $x = 0$: $\left.\dfrac{\partial^3 W_\mathrm{I}}{\partial x^3}\right|_{x=0} = 0$ Querkraft

3) $x = r$: $\dfrac{L^2 D_\mathrm{L}}{b g^* \overline{a} E_1 H_1}\left(\dfrac{\partial^4 W_\mathrm{II}}{\partial x^4} - \dfrac{g^* Y}{L^2}\dfrac{\partial^2 W_\mathrm{II}}{\partial x^2} - \dfrac{m\omega^2}{D_\mathrm{L}} W_\mathrm{II}\right)\Bigg|_{x=r} = 0$ Normalkraft

4) $x = L$: $\left.\dfrac{\partial^2 W_\mathrm{III}}{\partial x^2}\right|_{x=L} = 0$ Moment

5) $x = L$: $\left.\dfrac{\partial^3 W_\mathrm{III}}{\partial x^3}\right|_{x=L} = 0$ Querkraft

6) $x = s$: $\dfrac{L^2 D_\mathrm{L}}{b g^* \overline{a} E_1 H_1}\left(\dfrac{\partial^4 W_\mathrm{II}}{\partial x^4} - \dfrac{g^* Y}{L^2}\dfrac{\partial^2 W_\mathrm{II}}{\partial x^2} - \dfrac{m\omega^2}{D_\mathrm{L}} W_\mathrm{II}\right)\Bigg|_{x=s} = 0$ Normalkraft

An den beiden Rändern ($x = r$ und $x = s$) des gemeinsamen Sandwichbereiches müssen die Verschiebung $W_{\mathrm{I,III}}$, die Rotation $W'_{\mathrm{I,III}}$, das Moment $EIW''_{\mathrm{I,III}}$ und die Querkraft $EIW'''_{\mathrm{I,III}}$ übereinstimmen. Somit ergeben sich je vier Übergangsbedingungen:[73]

7) $x = r$: $\quad W_{\mathrm{I}}\big|_{x=r} = W_{\mathrm{II}}\big|_{x=r}$

8) $x = r$: $\quad W'_{\mathrm{I}}\big|_{x=r} = W'_{\mathrm{II}}\big|_{x=r}$

9) $x = r$: $\quad EIW''_{\mathrm{I}}\big|_{x=r} = \dfrac{-D_{\mathrm{L}}L^2}{g^*}\left(\dfrac{\partial^4 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^4} - \dfrac{g^*(1+Y)}{L^2}\dfrac{\partial^2 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^2} - \dfrac{m\omega^2}{D_{\mathrm{L}}}W_{\mathrm{II}}\right)\Bigg|_{x=r}$

10) $x = r$: $\quad EIW'''_{\mathrm{I}}\big|_{x=r} = \dfrac{-D_{\mathrm{L}}L^2}{g^*}\left(\dfrac{\partial^5 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^5} - \dfrac{g^*(1+Y)}{L^2}\dfrac{\partial^3 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^3} - \dfrac{m\omega^2}{D_{\mathrm{L}}}\dfrac{\partial W_{\mathrm{II}}}{\partial x}\right)\Bigg|_{x=r}$

11) $x = s$: $\quad W_{\mathrm{III}}\big|_{x=s} = W_{\mathrm{II}}\big|_{x=s}$

12) $x = s$: $\quad W'_{\mathrm{III}}\big|_{x=s} = W'_{\mathrm{II}}\big|_{x=s}$

13) $x = s$: $\quad EIW''_{\mathrm{III}}\big|_{x=s} = \dfrac{-D_{\mathrm{L}}L^2}{g^*}\left(\dfrac{\partial^4 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^4} - \dfrac{g^*(1+Y)}{L^2}\dfrac{\partial^2 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^2} - \dfrac{m\omega^2}{D_{\mathrm{L}}}W_{\mathrm{II}}\right)\Bigg|_{x=s}$

14) $x = s$: $\quad EIW'''_{\mathrm{III}}\Big|_{x=s} = \dfrac{-D_{\mathrm{L}}L^2}{g^*}\left(\dfrac{\partial^5 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^5} - \dfrac{g^*(1+Y)}{L^2}\dfrac{\partial^3 W_{\mathrm{II}}}{\partial x^3} - \dfrac{m\omega^2}{D_{\mathrm{L}}}\dfrac{\partial W_{\mathrm{II}}}{\partial x}\right)\Bigg|_{x=s}$

Aus den Rand- und Übergangsbedingungen resultiert, wie im vorherigen Abschnitt 4.4.1 für eine vollständig bedeckte Struktur bereits beschrieben, ein lineares, homogenes Gleichungssystem. Die sich daraus ergebende quadratische Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$

$$\det \underbrace{\begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & \cdots & a_{1,14} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,14} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{14,1} & \cdots & \cdots & a_{14,14} \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{A}} = 0 \tag{4.40}$$

kann abhängig von Shimposition und -größe folgende Ausprägungen annehmen. Bei vollständiger Bedeckung resultiert eine Dimension von 6x6. Befindet sich der Shimverbund an dem äußeren linken oder rechten Rand ($x = 0$ oder $x = L$) geht eine Matrix der Dimension 10x10 hervor, respektive 14x14 bei beliebiger Position des Shims ($0 < x < L$). Ein signifikanter Vorteil dieser analytischen Vorgehensweise besteht darin, dass beliebige Endbedingungen berücksichtigt werden können. Energieansätze oder Approximationsmethoden, die in einer Vielzahl von Publikationen Anwendung finden, setzen oftmals a priori Wissen in Form geeigneter Ansatzfunktionen voraus, die idealerweise möglichst exakt die Randbedingungen, sowohl geometrischer als auch dynamischer Art, erfüllen sollen.

Gesucht werden nachfolgend Konfigurationen, die eine optimale Dämpfung ermöglichen. Als optimaler Verlustfaktor eines Dreischichtaufbaus wird nach Markuš der Verlustfaktor, der die höchste Dämpfungskapazität bei vorgegebenen Geometrieparameter Y birgt, definiert [Mar74, S. 185]. In Abbildung 4.16 ist ersichtlich, dass bei einer symmetrischen Applizierung des Shims das Dämpfungsmaximum eine starke Abhängigkeit vom Bedeckungsgrad zeigt. Bei Mode 1 liegt das größte Dissipationspotenzial bei etwa 50 % der Shimlänge. Mit steigender Biegemode verschiebt sich das Dissipationsmaximum sukzessive zu einer vollständig bedeckten Trägerstruktur. Um möglichst hohe Biegeeigenfrequenzen zu realisieren, sollte eine Shimlänge, die im Bereich zwischen 80 % bis 100 % der Trägerlänge liegt, angestrebt werden.

[73] Bei LALL werden die Übergangsbedingungen als *Continuity conditions* bezeichnet [Lal88, S. 253]

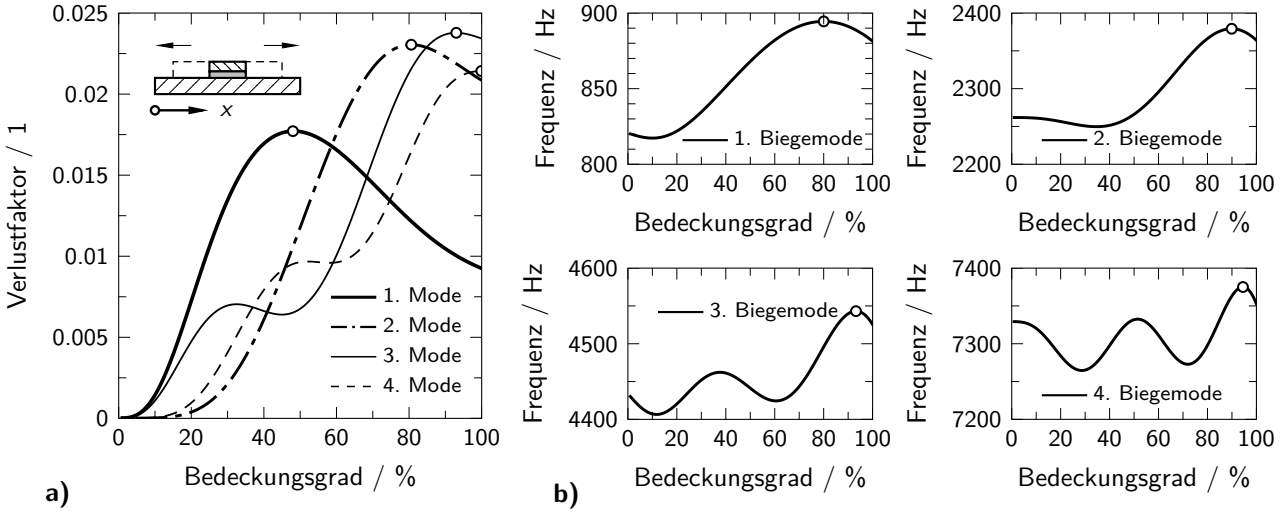


Abbildung 4.16: Einfluss der Shimlänge bei einer mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung von frei-frei uneingeschränkten Randbedingungen: **a)** Verlustfaktoren und **b)** Eigenfrequenzen der ersten vier Biegeeigenmoden bei **symmetrischer Applizierung**

Eine asymmetrische Aufbringung, beginnend am linken Rand, visualisiert Abbildung 4.17. Das Dämpfungspotenzial der ersten Biegeeigenform ist deutlich geringer ausgeprägt als bei der zuvor gezeigten symmetrischen Applizierung. Tendenziell muss bei dieser Anordnung ein größerer Bereich der Trägerstruktur bedeckt sein, um vergleichbare Verlustfaktoren ($>$0.0175) zu erzielen.

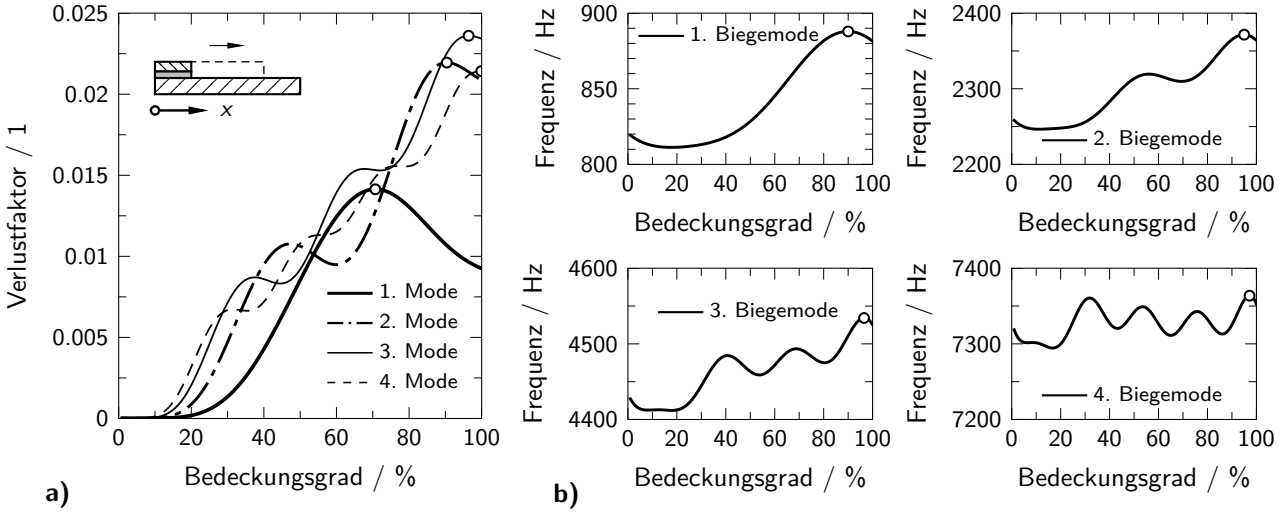


Abbildung 4.17: Einfluss der Shimlänge bei einer mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung von frei-frei uneingeschränkten Randbedingungen: **a)** Verlustfaktoren und **b)** Eigenfrequenzen der ersten vier Biegeeigenmoden bei **Applizierung am Rand** ($x = 0$)

Die Energiedissipation bei einem CLD-Sandwichverbund hängt von der Balkenkrümmung unterhalb der metallischen Deckschicht ab [Nok68, S. 8], [Soo85a, S. 3-36ff]. Bei freien Endbedingungen liegt keine Krümmung an den Rändern (kein Moment) vor, jedoch ein Maximum in der Balkenmitte. Es lassen sich zwei Effekte bei partiell bedeckten Trägerstrukturen beobachten, siehe auch [Ste85, S. 162]:

- Die Schubverformung steigt an den Enden einer symmetrisch applizierten Dämpfungsschicht bei Reduzierung des Bedeckungsgrades
- Die Scherlänge der Dämpfungsschicht hingegen, die für Dissipation geeignet ist, wird bei partiellen CLD-Strukturen reduziert

Diese konkurrierenden Effekte führen dazu, dass sich oftmals ein Dissipationsmaximum für Bedeckungsgrade unter 100 % einstellt.

Um eine möglichst große Energiedissipation zu erzielen, postuliert HAMBRIC sowohl eine weiche Kernschicht mit hohem Verlustfaktor als auch eine steife Deckschicht zu verwenden. Bei seinen Untersuchungen hat sich ein symmetrischer Aufbau, der gleiche Abmessungen und Elastizitätsmoduln der elastischen Schichten voraussetzt, als effektivste Maßnahme zur Dämpfungszunahme ergeben. Die Scherdeformation in der viskoelastischen Zwischenschicht kann dadurch deutlich erhöht und somit die Dämpfung im Schichtaufbau gesteigert werden [Ham16, S. 236].

Verlustfaktoren können von der Position der Dämpfungsschicht abhängen, wie in [Gar94, S. 240, 244] und [Mor06, S. 408] berichtet wird. Die besten Ergebnisse wurden bei einer leicht exzentrisch aufgebrachten Dämpfungsschicht erzielt. Die Positionsabhängigkeit des Verlustfaktors wird anhand drei konstanter Shimlängen mit 10 %, 30 % und 50 % Bedeckungsgrad untersucht. Höhere Bedeckungsgrade lassen lediglich eine geringe Positionsvariation zu und werden nicht weiter betrachtet. Im Fokus stehen vollständig freie sowie genietete Endbedingungen wie Abbildung 4.18 zeigt.

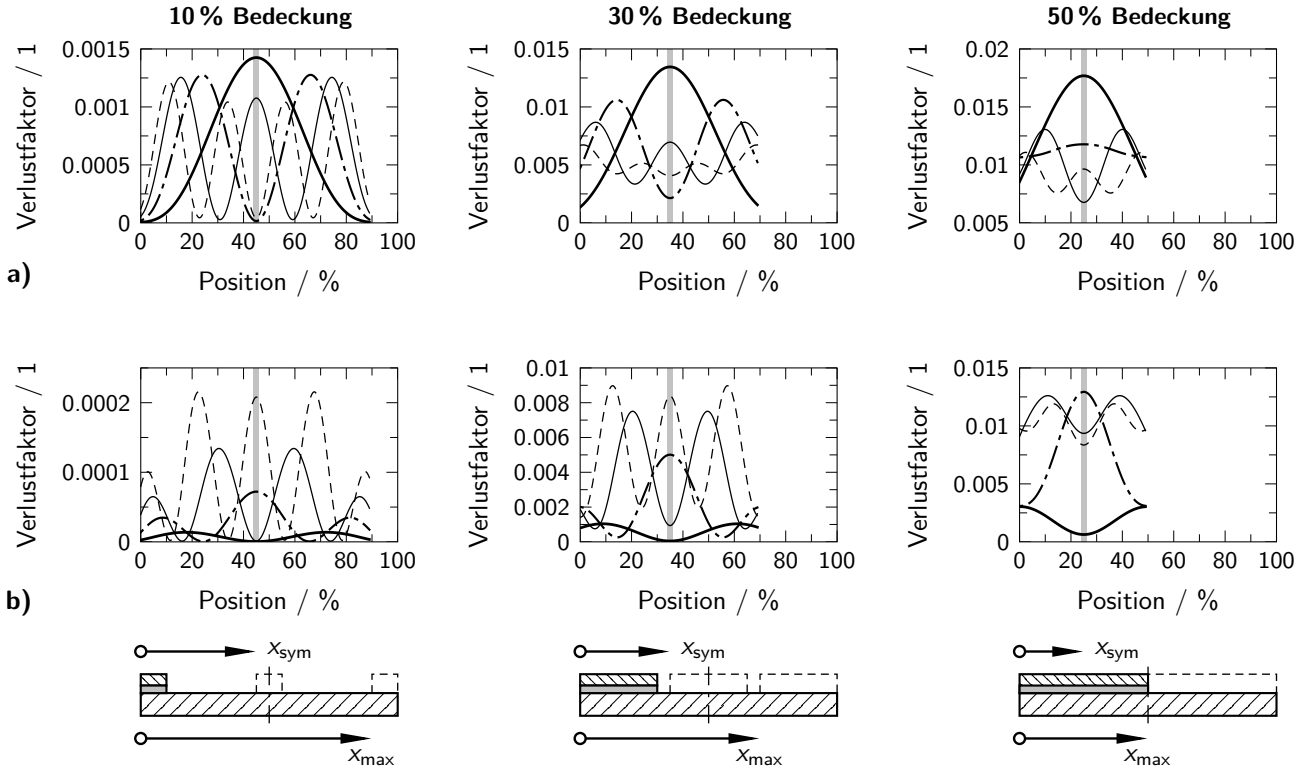


Abbildung 4.18: Einfluss der Shimposition bei einer mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm³) unter konstantem Bedeckungsgrad (10 %, 30 % und 50 %): Verlustfaktoren der ersten vier Biegeeigenmoden (1. ——, 2. –·–, 3. ——, 4. - - -) bei **a)** frei-frei uneingeschränkten und **b)** frei-frei genieteten Randbedingungen

Das Dämpfungsverhalten bei vollständig freien Endbedingungen deckt sich mit den Aussagen von [Hec94, S. 587]. Neben einem möglichst hohem Verlustfaktor des Elastomerkerns, ist die Position der Dämpfungsschicht ausschlaggebend. Um viel Körperschallenergie in das dämpfende Material einzuleiten, eignen sich Stellen, an denen hohe Bewegungsamplituden auftreten. Maxima fallen bei vollständig freien Randbedingungen bedeckungsunabhängig mit Schwingungsbäuchen der jeweiligen Biegeform zusammen. Bei genieteten Endbedingungen zeigt sich ein gegensätzliches Verhalten. Lokale Minima und Maxima tauschen ihre Position, siehe auch [Kha16, S. 55].

Analytisch berechnete Ortsfunktionen werden in Abbildung 4.19 visualisiert. Die Berechnung erfolgt abschnittsweise unter Verwendung der partiellen Differenzialgleichungen 4. (EULER-BERNOULLI) und 6. Ordnung (MEAD und MARKUŠ). An den Sandwichgrenzen ist sowohl bei symmetrischer als auch asymmetrischer Aufbringung ein stetiger Übergang gewährleistet. Untersuchungen bestätigen, dass eine dünne Dämpfungsschicht lediglich einen geringen Effekt auf die Schwingungsmoden ausübt und somit Eigenformen des ungedämpften Balkens eine sehr gute Übereinstimmung mit der gedämpften Konfiguration zeigen, siehe auch [Nok68, S. 8], [Ste88, S. 1617, 1619].

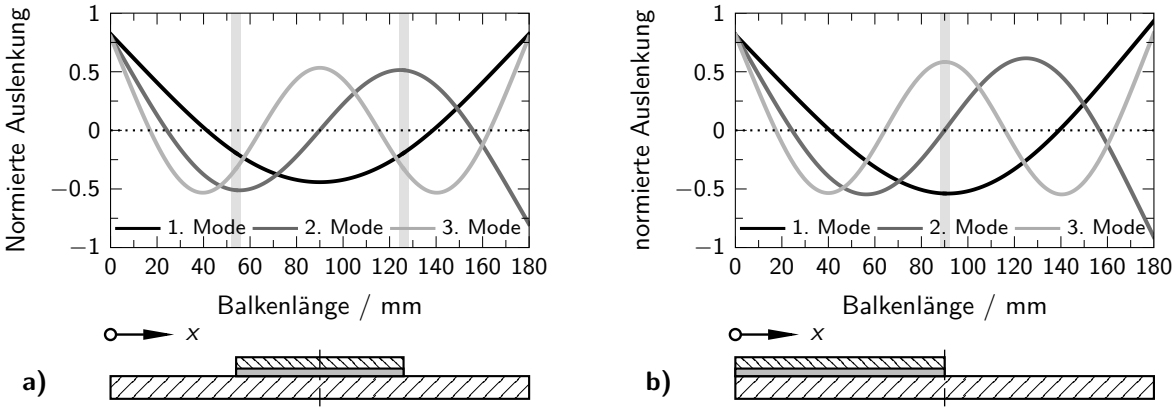


Abbildung 4.19: Biegeeigenformen einer mit Shim A partiell bedeckten Stahlplatte unter frei-frei uneingeschränkten Randbedingungen: **a)** symmetrische Applizierung mit 40 % Bedeckungsgrad und **b)** Applizierung am linken Rand mit 50 % Bedeckungsgrad

Zwischenfazit

Die Ableitung allgemeingültiger Aussagen und Schlussfolgerungen gestaltet sich generell schwierig [Ste85, S. 163f]. Vollständige und eindeutige Informationen bilden die Basis für erfolgversprechende Maßnahmen. Der Temperatureinfluss und eine dynamische Charakterisierung stellen die beiden wesentlichen Faktoren dar, die mit hoher Präzision erfasst werden müssen [Dra90, S. 351]. Wichtige zu beachtende Kriterien sind nach [Ker90, S. 342]:

- Ein maximaler Verlustfaktor ist nicht immer das primäre Auslegungsziel. Steifigkeits- und Massenverteilung spielen oftmals eine entscheidende Rolle (Modenentkopplung), siehe auch [Mea61, S. 1], [Mea64b, S. 284].
- Die Auswahl des dämpfenden Materials, das gute Dissipationseigenschaften über einen breiten Temperatur und Frequenzbereich aufweist, ist essenziell.
- Constrained-layer-damping zeigt sehr gute Dämpfungseigenschaften bei vergleichbar geringem Gewicht [Ker59b, S. 1578]. Die Berechnungen haben gezeigt, dass die Kenntnis darüber, welche Schwingform gedämpft werden soll, vorteilhaft ist, da eine starke Modenabhängigkeit der Systemeigenschaften besteht. Eine Erhöhung der Deckschichtsteifigkeit und Dicke und die Verwendung von Elastomeren mit hohem Verlustfaktor erweisen sich zielführend [Ker90, S. 326], [Fli02b, S. 95]. Eine partielle Bedeckung kann zu höheren oder niedrigeren Verlustfaktoren führen und sollte bei der Shimauswahl einbezogen werden, wie in [Ste88, S. 1619] experimentell bestätigt wird. Es kann demnach, wie die Berechnungen gezeigt haben, nicht pauschal davon ausgegangen werden, dass eine Vergrößerung der Shimlänge zu größeren Verlustfaktoren beiträgt. Eine experimentelle Validierung hinsichtlich partiell bedeckter Trägerstrukturen folgt in Abschnitt 5.1.2.

4.5 Diskussion weiterer Konzepte

Nachfolgend werden weiterführende Konzepte und Methoden diskutiert, die eine Dämpfungssteigerung bewirken können. Der Fokus liegt auf passiven Methoden in Form von zusätzlichen Dämpfungsschichten. Weiterhin können komplexe Hohlräume, wie in [Syl75] beschrieben, eine praktikable Maßnahme darstellen.

Mehrschicht Constrained-layer-damping Aufbau

Fragen, die sich bei einem Mehrschicht CLD-Aufbau stellen, sind: inwiefern verändert sich die Dämpfung bei Verwendung zusätzlicher Dämpfungsschichten und wie ist das Verhalten eines Mehrschichtaufbaus im Vergleich zu einem einfachen CLD-Aufbau mit einer Dämpfungsschicht gleichen Gewichts einzuordnen [Ung59, S. 1]. Die Verwendung mehrerer Elastomer und Stahlschichten (Multiple-Band Surface Treatments) kann zu einer deutlich höheren Energiedissipation, als sie bei konventionellen FLD oder CLD-Ansätzen erzielt werden kann, führen. Experimentelle Ergebnisse können in der Publikation [Jon74] betrachtet werden. Die Verschiebung findet in einem größeren Abstand zur neutralen Faser des Sandwichbalkens statt und kann demzufolge in den äußeren viskoelastischen Schichten zu einer größeren Scherdeformation führen [Asn76, S. 899].

Bei herkömmlich ausgeführten Varianten (siehe Abbildung 4.20 a)) verliert jedes zusätzliche Band (1, 2, 3 und 4) an Effektivität aufgrund der geringeren Schubverformung in den viskoelastischen Schichten (a>b>c>d). Oftmals entspricht die Dämpfungswirkung zusätzlicher viskoelastischer Schichten in etwa der einer einzelnen Elastomer und Constrainingschicht mit gleicher Gesamtdicke/-gewicht. Ungar beschreibt einen ähnlichen Sachverhalt und schlussfolgert lediglich einen geringen Einfluss auf die Systemdämpfung [Ung59, S. 10]. Ein Verbund aus mehreren Elastomer- und Stahlbändern, die alternierend am gegenüberliegenden Ende fest mit der Trägerstruktur verbunden sind, steigern die Dämpfung hingegen signifikant [Laz65a, S. 1, 21] und [Laz65b, S. 1207]. Torvik spricht von *verankerten* Strukturen (Anchored Configurations) zur Dämpfungssteigerung [Tor80, S. 102].

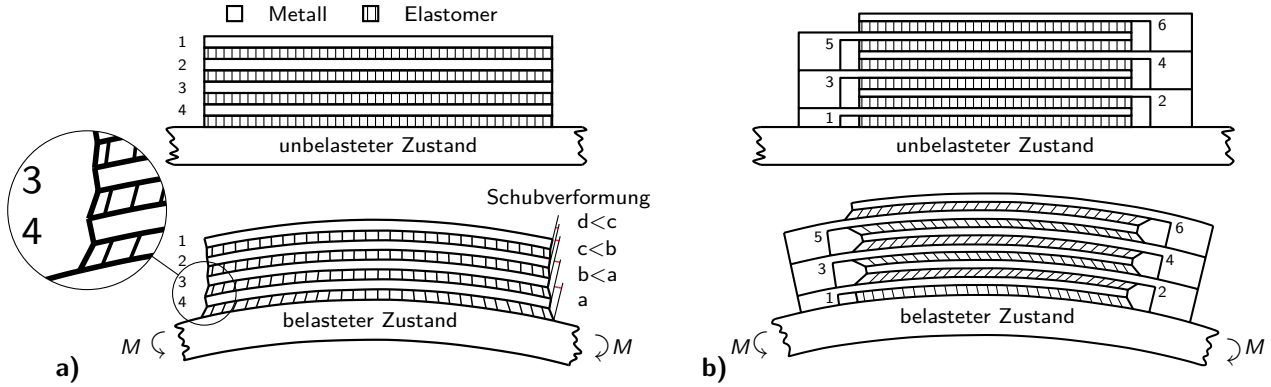


Abbildung 4.20: a) Konventioneller Mehrschichtaufbau und **b)** alternierend mit der Trägerstruktur verbundener Mehrschichtaufbau nach [Laz65a, S. 28f] und [Ung59, S. 20]

Die Effektivität kann zudem gesteigert werden, indem Dämpfungsschichten mit unterschiedlichen Eigenschaften eingesetzt werden. Das betrifft vor allem das Dämpfungsverhalten, das sich über einen breiteren Temperatur-/Frequenzbereich erstreckt. Eine Maßnahme könnte sein, die inneren Dämpfungsschichten mit Hochtemperaturelastomeren zu versehen, wohingegen die äußeren Elastomerschichten ihre Glasübergangstemperatur bei niedrigeren Temperaturen aufweisen. Dieser Aufbau gewährleistet in niedrigen Temperaturbereichen eine gute Scherkopplung (Energieübertragung) mit den äußeren Schichten. Innere Schichten verhalten sich in diesem Temperaturbereich sehr steif. Bei steigenden Temperaturen liegt eine gute Scherkopplung der inneren CLD-Schichten zur Struktur vor, die für eine effektive Dämpfung sorgen kann [Ker90, S. 332f], [Soo85b, S. 4-7].

Ein derartiger Mehrschichtaufbau ist für die Applizierung auf Belagrückenplatten denkbar und sollte zukünftig näher in Betracht gezogen werden. Komplexere additiv gefertigte Strukturen bzw. Anordnungen können darüber hinaus für weiterführende Untersuchungen interessant sein.

Constrained-layer-damping mit Abstandhaltern (Spacer)

> „*Spacers are structures (in general in the form of layers) that are included between two structural components in order to produce increased deformations of the composite* [...]."
>
> Dr. Eric E. Ungar 1962, siehe [Ung62b, S. 1088]

Abstandhalter, sogenannte *Spacer*, vergrößern die Distanz der Dämpfungsschicht zur neutralen Faser des Sandwichbalkens. Sie können gleichermaßen bei Free- und Constrained-layer-damping Strukturen zum Einsatz kommen [Ker64, S. 132], [Soo85a, S. 3-42], [Soo85b, S. 4-3]. WHITTIER und ROSS haben frühzeitig darauf hingewiesen, dass Spacer, die zusätzlich zu viskoelastischen Schichten eingebracht werden, die Dämpfungswirkung erhöhen [Whi59] und [Ros59]. Die größere mechanische Deformation in Form von Längenänderung oder Scherung der Zwischenschicht hat einen Anstieg der Dämpfung zur Folge. Mit anderen Worten kann durch Spacer die Dämpfung bei gleichbleibendem Materialvolumen erhöht werden respektive der gleiche Dissipationsgrad durch weniger Materialeinsatz erzielt werden. Ein CLD-Spaceraufbau sowie der verformte Querschnitt bei Belastung werden in Abbildung 4.21 illustriert.

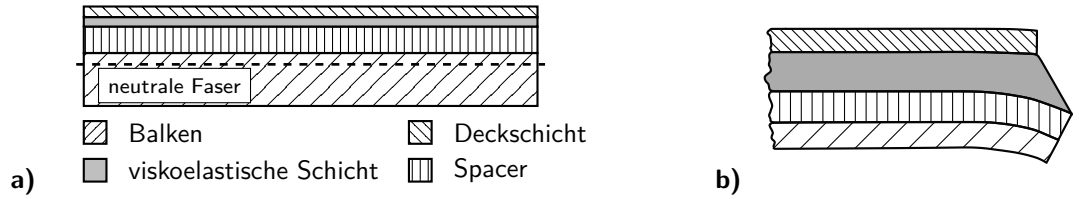


Abbildung 4.21: a) CLD-Aufbau mit Spacerschicht in Anlehnung an [Whi59, S. 46], [Ker64, S. 132], [Tor80, S. 101] und **b)** deformierter Querschnitt nach [Gar94, S. 233]

Ideale Spacer speichern bei CLD-Strukturen selbst keine Formänderungsenergie (strain energy). Sie sind inkompressibel, verschieben die neutrale Faser des Gesamtaufbaus so geringfügig wie möglich, besitzen keinerlei Dehn- und Biegesteifigkeit, weisen jedoch eine sehr hohe tangentiale Steifigkeit (Schersteifigkeit) auf. Praktikable Abstandhalter stellen Wabenkonstruktionen, eng zusammenliegende Säulen oder Kunststoffschäume mit geeigneter Geometrie dar [Ker59a, S. 846], [Ker59e, S. 412], [Ung62b, S. 1088], [Ber88, S. 469f] und [Ker90, S. 333]. Die Effektivität von Abstandhaltern wurde für einen partiell bedeckten CLD-Aufbau gleichermaßen bestätigt [Gar94, S. 243]. Untersuchungen bei PARIN ergaben, dass die Spacerdicke der entscheidende Parameter zur Steigerung der Effektivität ist [Par89, S. 11]. Zusätzliche Informationen zu diesem Sachverhalt können [Tor80, S. 100f] entnommen werden.

Die Praktikabilität bei Bremsbelägen ist kritisch zu hinterfragen, da bei direktem Kontakt mit dem Bremskolben ein hoher Bremsdruck zu einer plastischen Deformation des Spacers beitragen könnte. Zusätzlich eingebrachte Shims, die nicht mit dem Kolben oder dem Bremssattel interagieren, können jedoch sehr wohl mit Abstandhaltern ausgestattet sein.

Aktiver Constrained-layer-damping Aufbau

Aktive Constrained-layer-damping Systeme sind eine Kombination aus CLD und piezoelektrischen Methoden, die die Scherdeformation in der weichen Zwischenschicht aktiv beeinflussen können, und zu einer größeren Energiedissipation beitragen [Gho94, S. 86], [Nak98, S. 462], [Liu00a, S. 523]. Diverse Ausführungsformen sind in [Gho94], [Baz94], [She94], [vNo94], [Azv94], [She96, S. 70] beschrieben. Der Aufbau ist ähnlich zu den eingangs von VON WAGNER beschriebenen *Smart Pads*.

5 Experimentelle Untersuchungen

Das Kapitel befasst sich mit Versuchen an Shims, die auf Trägerstrukturen aufgebracht sind. Einflussgrößen wie Temperatur und deren Auswirkung auf Komponentenebene werden einbezogen. Zudem werden Untersuchungen an einem Schwimmsattelbremssystem unter realen Betriebsbedingungen durchgeführt und daraus Maßnahmen abgeleitet. Der Fokus liegt auf der detaillierten experimentellen Charakterisierung der Shimverbunde mit den Typbezeichnungen A, B und C aus Abschnitt 2.3.

5.1 Shimcharakterisierung

Für die Beschreibung von Shims wird die in Abbildung 5.1 illustrierte Prüfvorrichtung verwendet. Ein automatischer Modalhammer (*Maul-Theet vImpact-60*), der reproduzierbare Schläge und ein gleichmäßiges Kraftniveau gewährleistet, sorgt für eine breitbandige Systemerregung.[74] Die Stoßanregung erfolgt auf der Stahlträgerstruktur. Die Systemantwort wird berührungslos von einem Einpunkt-Laser-Doppler Vibrometer (*Optomet Nova Basis*) in Out-of-plane Richtung erfasst. Um Einflüsse auf Messobjekte zu vermeiden, die maßgeblich aus Fügestellen resultieren, ist bei experimentellen Untersuchungen stets eine frei-frei Lagerung angestrebt [Ewi84, S. 13, 90]. Die Messobjekte werden auf einem temperaturbeständigen Schaumstoff gelagert, der eine Deformation senkrecht zur Objektoberfläche zulässt. Eine Aufhängung (Schnüre) als Befestigungsart hat hingegen nur unzureichende Ergebnisse geliefert.

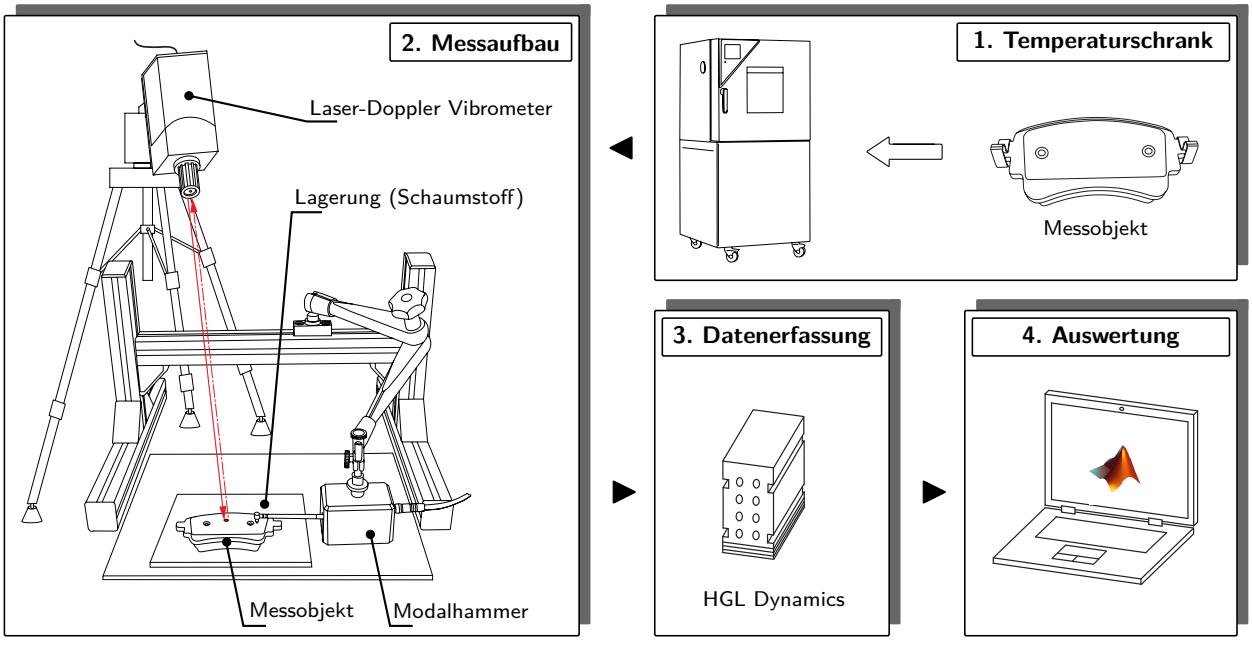


Abbildung 5.1: Versuchsaufbau für Shimuntersuchungen in Anlehnung an [Sch17, Fig. 3]

Alle ausgeführten Modalanalysen und deren Vorbereitung orientieren sich an den Vorgaben von [SAEJ2598] und [SAEJ3001]. Als Messobjekte dienen mit Shims beklebte Stahlträgerplatten (180x50x5 mm^3) und Low-Met-Bremsbeläge, wie Abbildung 5.2 veranschaulicht. Die Rückenplatten besitzen etwa eine Dicke von 5.5 mm, eine Breite von 52 mm und eine Länge zwischen 119 mm und 129 mm. Kolbenseitige Beläge wei-

[74] Ein nichtlineares, amplitudenabhängiges Übertragungsverhalten kann dadurch verhindert werden.

sen eine Sensoraussparung auf, um den Abrieb während des Betriebes zu detektieren. Blattfedern dienen zur Positionierung im Bremssattel und werden für Modalanalysen entfernt, wie Abbildung 5.2 zeigt. Stützstrukturen wie Löcher, die sich auf der Belagrückenplatte befinden, gewährleisten eine formschlüssige Verbindung mit dem Reibmaterial während des Pressvorgangs und erhöhen die Scherfestigkeit [Hoh99, S. 34].

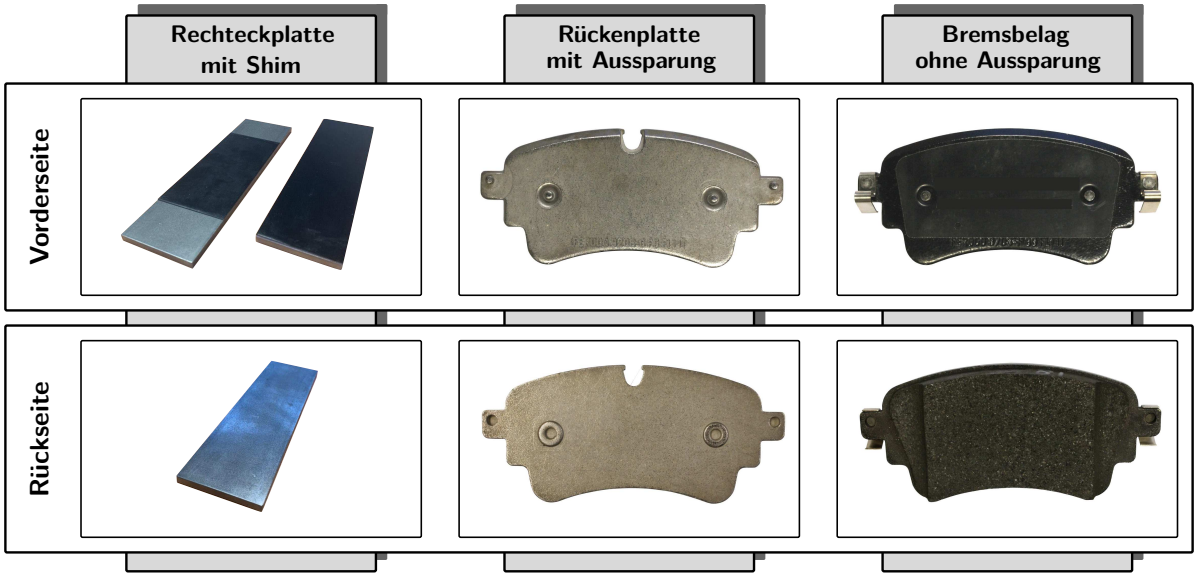


Abbildung 5.2: Auszug untersuchter Messobjekte

Gemessene Admittanzverläufe neuer, unbenutzter Beläge und die grundsätzliche Wirkungsweise von Shims sind in Abbildung 5.3 zu sehen. Die Messungen sind bei Raumtemperatur (ca. 24 °C) durchgeführt worden. Eine Gegenüberstellung von Mobilitätskurven verdeutlicht eine leichte Verschiebung der Eigenfrequenzen aufgrund des Steifigkeitseinflusses sowie eine Reduzierung der Resonanzpeaks bei Applizierung von Shims.

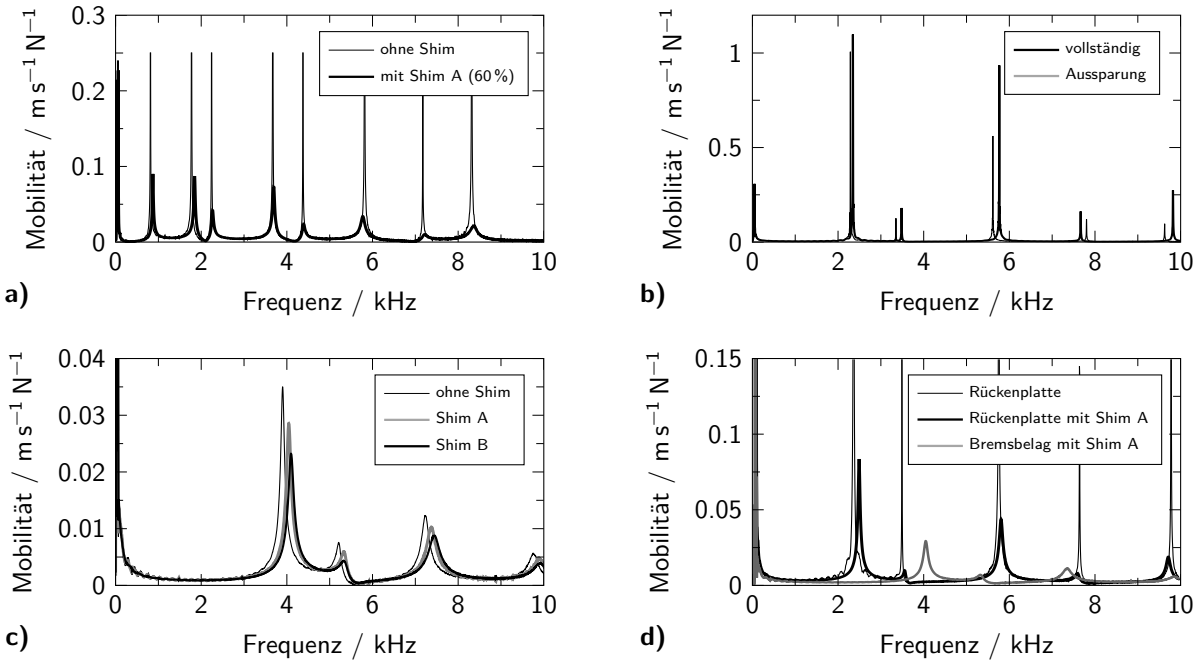


Abbildung 5.3: **a)** Shimeinfluss auf das Übertragungsverhalten einer Stahlträgerstruktur (180x50x5 mm^3), **b)** Einfluss der Sensoraussparung bei Rückenplatten, **c)** Wirkung von Shims bei untersuchten Bremsbelägen und **d)** Gegenüberstellung von Bremsbelagkomponenten: Rückenplatte, Rückenplatte mit Shim und vollständiger Bremsbelag (Reibmaterial)

Für die Herstellung der verwendeten Messobjekte wurden in der Fachgebietswerkstatt Shimplatten zugeschnitten, anschließend auf rechteckige Trägerplatten aufgeklebt und unter einem Druck von etwa 10 bar zusammengepresst, um eine gleichmäßige Klebewirkung über die gesamte Fläche zu realisieren. Für die Untersuchung von mit Shims beklebten Belagrückenplatten wurde das Reibmaterial abgefräst.

Das aus verschiedenen Bestandteilen zusammengesetzte Reibmaterial erhöht sowohl die Steifigkeit des Belages als auch dessen Dissipationseigenschaften wie Tabelle 12 darlegt. Es ist zu berücksichtigen, dass im Einbauzustand der Bremsdruck (Vorspannung) Einfluss auf Eigenfrequenzen von Bremsbelägen nimmt, [Bal08, S. 258]. Einen Überblick über modale Eigenschaften bis 10 kHz sind anschließend aufgeführt.[75]

Tabelle 12: Modale Dämpfungswerte untersuchter Komponenten bis 10 kHz

	f_1 [a]	ϑ_1	f_2 [b]	ϑ_2	f_3 [a]	ϑ_3	f_4 [b]	ϑ_4	f_5 [a]	ϑ_5
Messobjekt	in Hz	-	in Hz	-	in Hz	-	in Hz	-	in Hz	-
Stahlplatte (180x50x5 mm³)	815	0.004	1775	0.002	2243	0.001	3672	0.001	4375	0.001
Stahlplatte mit Shim A (60 %)	865	0.013	1843	0.008	2252	0.008	3686	0.006	4373	0.012
Rückenplatte	2348	0.002	3483	0.001	5766	0.001	7664	0.001	9820	0.001
Rückenplatte Aussparung	2288	0.001	3352	0.001	5616	0.001	7805	0.001	9628	0.001
Rückenplatte mit Shim A	2475	0.009	3548	0.008	5817	0.007	7622	0.006	9755	0.005
Bremsbelag ohne Shim	3900	0.010	5213	0.011	7238	0.011	9764	0.011	-	-
Bremsbelag mit Shim A	4045	0.012	5334	0.015	7373	0.013	9900	0.012	-	-
Bremsbelag mit Shim B	4097	0.014	5325	0.022	7439	0.016	9919	0.014	-	-

f – Eigenfrequenz, ϑ – modale Dämpfung, a – Biegung, b – Torsion

Mit Shims beklebte Trägerstrukturen weisen überwiegend höhere Eigenfrequenzen auf, siehe auch [Che05, S. 4].[76] Shim B, der eine dickere Stahlschicht besitzt, trägt zu einer höheren modalen Dämpfung als Shim A bei. Die Struktur des Reibmaterials führt, wie die modalen Dämpfungswerte aufzeigen, zu einer signifikanten Dissipationssteigerung des Belages, [Sch17]. Im quietschrelevanten Bereich treten größtenteils Biege- und Torsionseigenformen bei Bremsbelägen auf, wie Abbildung 5.4 darlegt. Die untersuchte rechteckige Trägerplatte zeigt ähnliche dynamische Eigenschaften. Alternierend treten Biege- und Torsionsmoden bis 10 kHz auf.

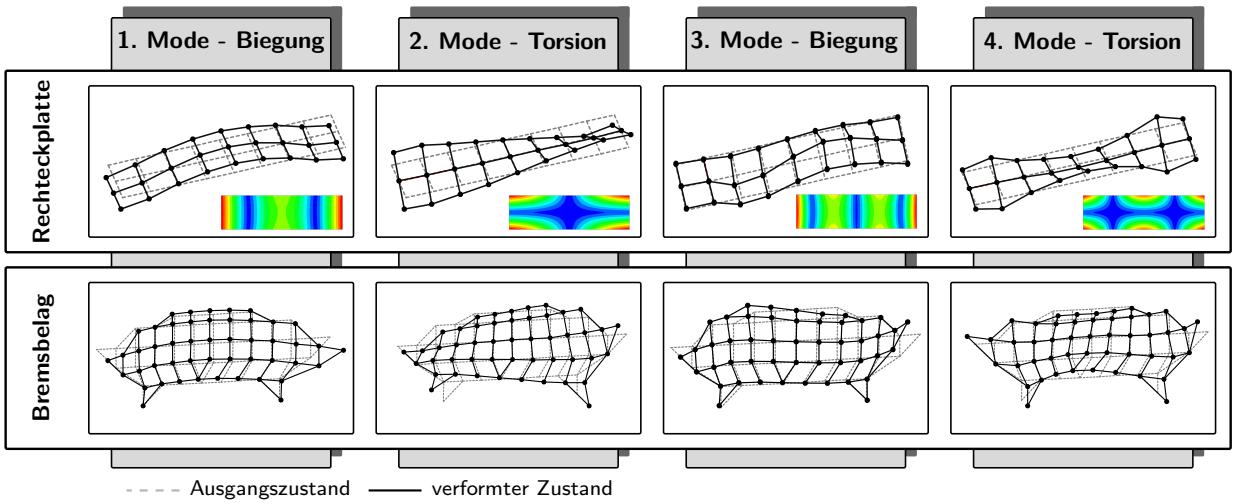


Abbildung 5.4: Eigenmoden einer mit Shim A bedeckten Stahlrechteckplatte und Bremsbelag mit Shim A, Belagmoden aus [Sch17, Fig. 5]

[75] Dämpfungscharakteristika können prinzipiell im Zeit- und Frequenzbereich betrachtet und ausgewertet werden.

[76] Shims, die nicht auf Trägerstrukturen appliziert sind, wirken hingegen nach dem Free-layer-damping Prinzip und weisen nur eine geringfügige Dämpfung auf wie Messungen gezeigt haben.

Nachfolgend wird untersucht, ob experimentell ermittelte modale Größen, insbesondere Dämpfungseigenschaften, Streuung unterliegen. Zunächst soll in diesem Zusammenhang auf Literaturquellen hingewiesen werden, die diesen Standpunkt beleuchten. Unsicherheiten bei Modalanalysen an Sandwichstrukturen treten oftmals auf, da Dämpfungseigenschaften variieren, mikroskopische Reibungseffekte auftreten oder imperfekte Bindungen zwischen Schichten vorherrschen [Kun99, S. 5]. In [SAEJ1637, S. 14f] wird angeführt, dass Einzelmessungen sehr hohe Abweichungen aufweisen können, teilweise oberhalb von 50 %. Chen beschreibt, dass Abweichungen zwischen Dämpfungsminimum und -maximum bei unterschiedlichen Messungen etwa 25 % betragen können [Che03a, S. 3], siehe auch [Che05, 11f]. Die Testmethode [AST05, S. 9] empfiehlt, dass bei Free-layer-damping Strukturen Abweichungen für Verlustfaktoren kleiner als 20 % vorliegen sollen. Bei einem CLD-Aufbau können jedoch größere Abweichungen hinsichtlich des Schermoduls resultieren. Es wird von Abweichungen in der Größenordnung 45 % gesprochen [AST05, S. 9].

Um diesen Sachverhalt näher zu beleuchten, werden je fünf identische, unbenutzte Bremsbeläge und vollständig mit Shim B bedeckte Trägerplatten betrachtet. Gemessene Übertragungsfunktionen und anschließende Auswertungen stellt Abbildung 5.5 dar. Es wird darauf geachtet, dass Anrege- und Messpunkt für alle Modalanalysen unverändert sind.

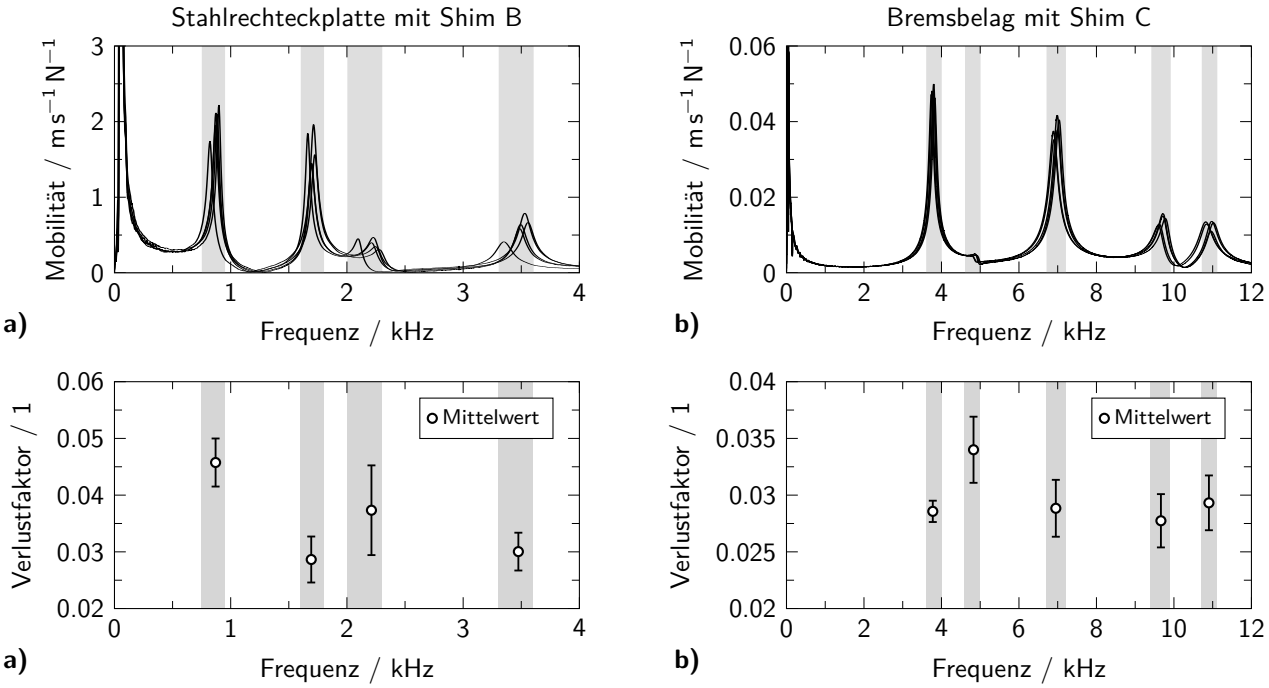


Abbildung 5.5: Untersuchung fünf identischer Messobjekte: Übertragungsfunktionen und Streuung (Mittelwert und Standardabweichung) **a)** von vollständig mit Shim B beklebten Trägerplatten (180x50x5 mm^3) und **b)** von Bremsbelägen mit Shim C

Beide Messobjekte weisen deutlich sichtbare Abweichungen der Eigenfrequenzen auf. Ein ähnliches Erscheinungsbild zeigt sich bei der Berechnung (Mittelwert und korrespondierende Standardabweichung) der Verlustfaktoren. Tendenziell liegen Belagabweichungen von berechneten Dämpfungswerten im Bereich zwischen 9 % und 19 % vor. Untersuchte Rechteckträgerplatten zeigen teilweise eine noch größere Streuung, siehe auch [Fli02b, S. 107, 113]. Zusätzliche Messungen an mit Shim beklebten Rückenplatten bestätigen diesen Trend. Es kann geschlussfolgert werden, dass die vorliegende Streubreite der Dämpfungskennwerte mit einer niedrigeren Robustheit des Systems einhergeht [Kru14, S. 34]. Die Aussagegüte kann dahingehend verbessert werden, dass der Stichprobenumfang für weiterführende Untersuchungen vergrößert wird.

5.1.1 Temperatureinfluss

Charakteristisch für hochpolymere Kunststoffe ist, dass eine starke Abhängigkeit des Verlustfaktors und der Elastizität von der Temperatur besteht [Hec94, S. 586].

Experimentelle Modalanalysen an mit Shims beklebten Bremsbelägen und Stahlrechteckplatten wurden in der studentischen Abschlussarbeit von BÖKEMEIER [Bök17] durchgeführt und protokolliert nach Vorgaben von [SAEJ2598] und [SAEJ3001].[77] Zur Erwärmung der Messobjekte wurden dabei ein Ofen und eine Klimakammer verwendet. Nach Erreichen einer Solltemperatur (etwa 150 °C) werden die Beläge und Stahlplatten entnommen, auf temperaturbeständigem Schaumstoff positioniert und die Systemantwort in 5 °C Schritten während des Abkühlprozesses auf Raumtemperatur (25 °C) gemessen. Die Zieltemperatur in der Temperaturkammer wird für längere Zeit konstant gehalten, um ein gleichmäßiges Temperaturniveau in den Messobjekten zu gewährleisten. Für die kontaktlose Detektion der Messobjekttemperatur wird ein Pyrometer eingesetzt, das die Temperatur auf der Shimoberfläche erfasst. Als Messobjekte dienen rechteckige mit Shim C beklebte Trägerplatten (180x50x5 mm^3) und Bremsbeläge. Die Abmessungen des symmetrisch applizierten Shims C betragen 160x50 mm^2. Die Temperaturabhängigkeit der Systemdämpfung und Eigenfrequenz ist in Abbildung 5.6 ersichtlich. Eine Variation von 25 °C bis 155 °C bewirkt einen starke Änderung der modalen Systemeigenschaften. Abbildung 5.6 a) zeigt acht Eigenfrequenzen und ihr modenabhängiges Verhalten. Ein ähnliches Bild visualisiert Abbildung 5.6 b) für Bremsbeläge. Der Farbverlauf kennzeichnet Maxima (rot) und Minima (blau) der gemessenen Übertragungsfunktionen.

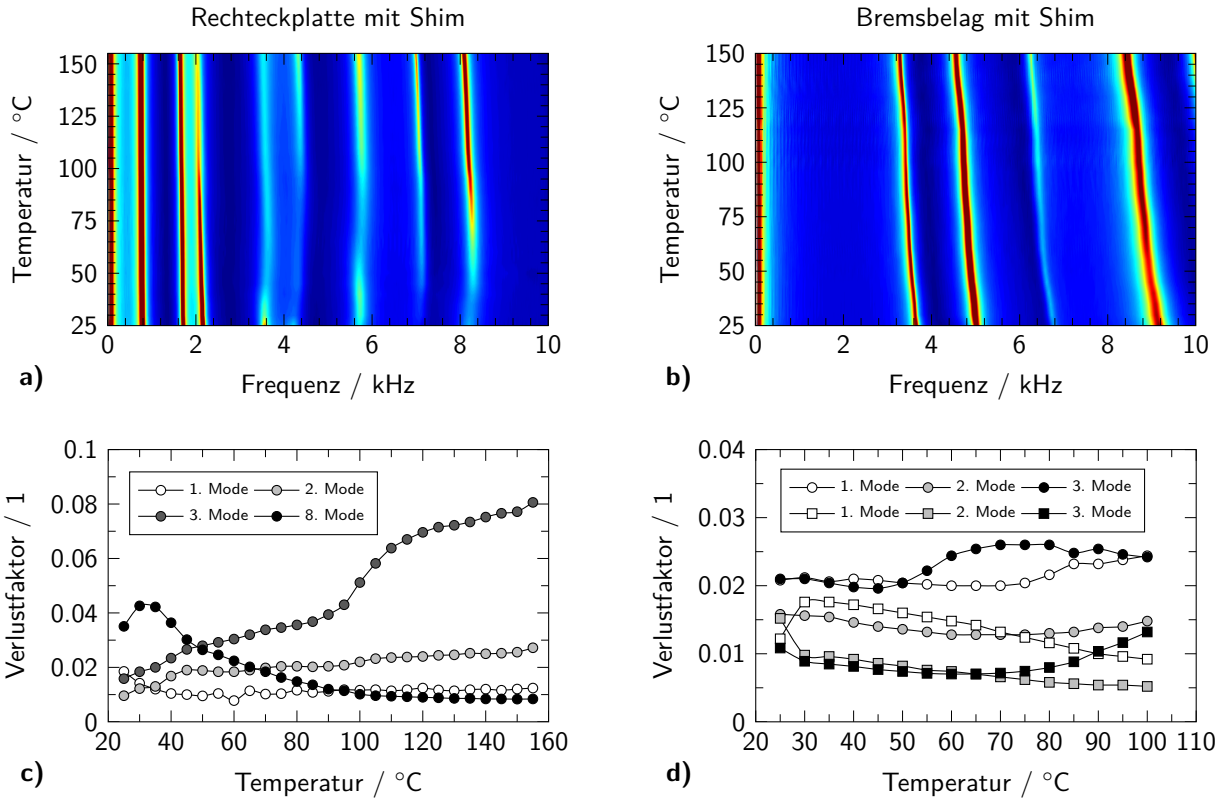


Abbildung 5.6: Temperatureinfluss auf Übertragungsfunktionen und Verlustfaktoren, Contour-Plots und Verlustfaktoren (**a)** bis **d)**) aus Ergebnissen von [Bök17]: Contour-Plots **a)** einer Stahlrechteckplatte mit Shim C und **b)** eines Bremsbelages mit Serienshim; Verlustfaktoren für **c)** Stahlrechteckplatte mit Shim C und **d)** Gegenüberstellung von Verlustfaktoren bei Bremsbelägen mit Serienshim (—○— **mit** Reibmaterial, —□— **ohne** Reibmaterial), Abbildung **c)** aus [Sch17, Fig. 7]

[77] Ähnliche Untersuchungen hinsichtlich des Temperatureinflusses zu Constrained-layer-damping Balken wurden in [Jon72, S. 205], [Jon73, S. 428], [Fli10, S. 397], [Esg15b, S. 74] durchgeführt.

Ein Temperaturanstieg führt größtenteils, wie die Ergebnisse zeigen, zu einer Verringerung der Eigenfrequenzen. Eine Auswertung der Übertragungsfunktionen stellt das Dissipationsverhalten von vier betrachteten Eigenformen dar, siehe Abbildung 5.6 c):

- Die erste Biegeeigenform zeigt ein annähernd konstantes Dämpfungspotenzial,
- Mode 3 (2. Biegung) reagiert mit einem starken Dämpfungsanstieg bei Temperaturerhöhung und
- Mode 8 zeigt einen degressiven Dämpfungsverlauf.

Neben der Temperatur-/Frequenzabhängigkeit der Elastomerschicht, die in Abschnitt 3.3.3 dargelegt wird, nehmen das temperatursensitive Verhalten der Klebeschicht und unterschiedliche Deformationscharakteristika innerhalb des Shimverbundes für jede Mode Einfluss auf die Dämpfungseigenschaften. Es zeigen sich infolgedessen individuelle Dissipationsabhängigkeiten für jede Schwingform.

5.1.2 Partielle Bedeckung und Positionseinfluss

Der experimentelle Einfluss der Shimlänge und Position auf die Dämpfungseigenschaften wird nachfolgend diskutiert. Untersuchungen wurden in der vom Autor betreuten Masterarbeit von [Dan18] angestellt, basierend auf den Theorien aus Abschnitt 4.3.2. Die Variation des Shimbedeckungsgrades und die Auswirkung auf dessen Übertragungsfunktion (Admittanz) bei einer symmetrischen Applizierung werden in Abbildung 5.7 thematisiert. Rechteckplatten (180x50x5 mm^3), bei denen die Shimlänge prozentual in Abhängigkeit der Trägerlänge variiert wird, werden näher betrachtet.

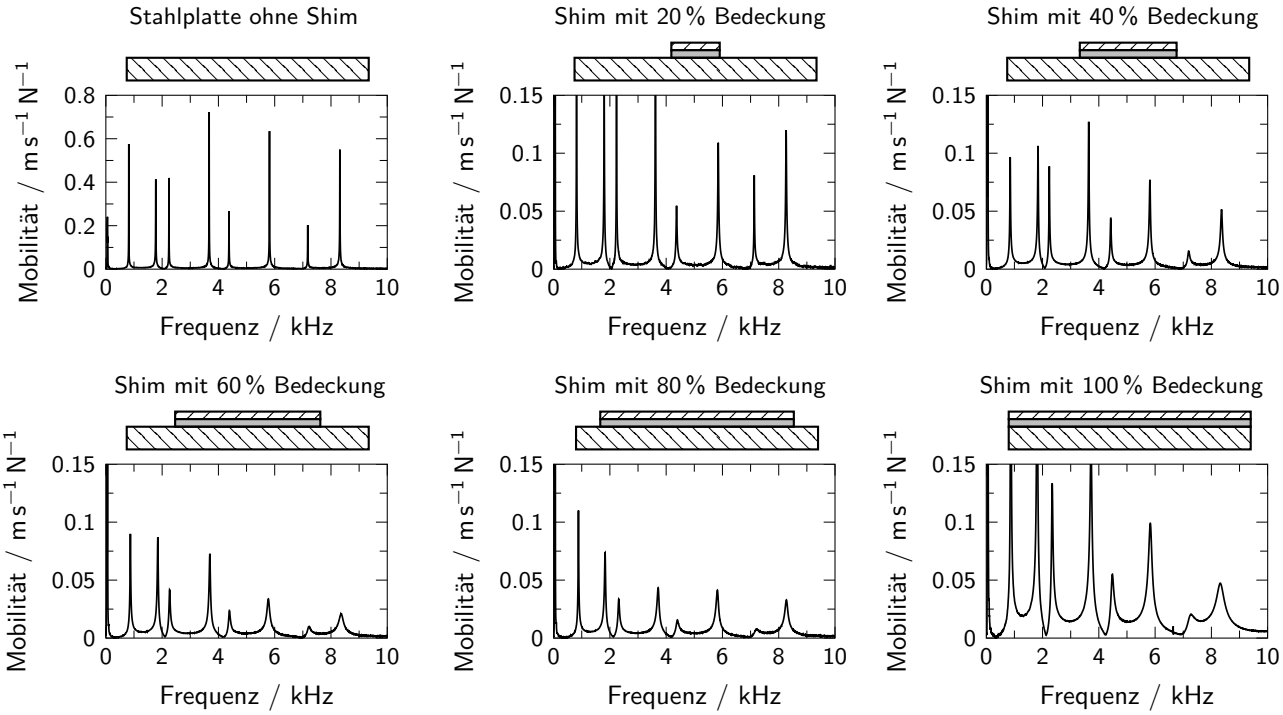


Abbildung 5.7: Einfluss des Bedeckungsgrades auf die Übertragungsfunktion: mit Shim A beklebte Trägerplatten (180x50x5 mm^3), Übertragungsfunktionen aus Ergebnissen von [Dan18]

Verlustfaktoren der ersten vier Eigenmoden sind in Tabelle 13 links zusammengefasst. Der maximale Verlustfaktor der ersten Biegeeigenform befindet sich wider Erwarten nicht bei vollständiger Bedeckung sondern bei einem Bedeckungsgrad von 60 %, wie in Abschnitt 4.4.2 bereits unter Verwendung eines analytischen Ansatzes berechnet wurde. Für die betrachteten Torsionsmoden liegt ein ähnliches Dämpfungsniveau für die Verlustfaktoren η_2 und η_4 (1. und 2. Torsionsmode) zwischen 60 und 100 prozentiger Shimlänge vor.

Tabelle 13: Experimentell bestimmte Verlustfaktoren η partiell bedeckter Rechteckstahlplatten: Einfluss der Shimlänge bei symmetrischer Aufbringung (Shim B) und Untersuchung der Shimposition, Ergebnisse aus [Dan18] und Bedeckungsgrad aus [Sch18a, Tab. 2]

Bedeckungsgrad	η_1 / -	η_2 / -	η_3 / -	η_4 / -	**Shimposition**	η_1 / -	η_2 / -	η_3 / -	η_4 / -
0 %	0.008	0.005	0.003	0.002	20 %	0.008	0.009	0.003	0.002
20 %	0.008	0.009	0.003	0.002	20 %	0.006	0.003	0.004	0.007
40 %	0.034	0.026	0.011	0.010	40 %	0.034	0.026	0.011	0.010
60 %	**0.056**	0.041	0.037	0.024	40 %	0.010	0.011	0.018	0.021
80 %	0.023	0.042	0.021	0.022	60 %	0.056	0.041	0.037	0.024
100 %	0.054	0.048	0.074	0.030	60 %	0.033	0.029	0.028	0.024

Tabelle 13 rechts stellt für drei unterschiedliche Shimlängen (20 %, 40 % und 60 %) Verlustfaktoren bei einer symmetrischen Aufbringung und bei einer Positionierung am linken Rand gegenüber. Eine geringe Shimlänge weist für die Moden 1 und 2 bei symmetrischer Applizierung eine höhere Dissipation auf. Eine hohe modenabhängige Deformation führt zu einer hohen Scherung des Elastomerkerns (große Dämpfung). Hohe Dämpfung ist folglich in den Schwingungsbäuchen der betrachteten Moden zu erwarten. Die Schwingformen 3 und 4 (η_3 und η_4) zeigen ein höheres Dissipationspotenzial bei Aufbringung am Rand. Verlustfaktoren intermediärer Shimpositionen nähern sich in einer Vielzahl der Messungen dem Dämpfungsmaximum an, wie Untersuchungen gezeigt haben [Dan18]. Eine asymmetrische Aufbringung kann somit bei partieller Bedeckung eine höhere Dissipation erzielen, wie bereits in [Zhe04, S. 2499] berichtet wurde. Bei steigendem Bedeckungsgrad nimmt der Positionseinfluss sukzessive ab, da lediglich eine kleine Positionsvariation möglich ist. Schlussfolgerungen, die sich aus den Untersuchungen ergeben, lauten wie folgt:

- Es ist definitiv von Vorteil Kenntnis darüber zu haben, welche Mode gedämpft werden soll. Deshalb kann die Berücksichtigung einer asymmetrischen Applizierung zweckmäßig sein.
- Das erforderliche Dämpfungsniveau sollte geklärt werden. Das bedeutet, das oftmals - wie die Untersuchungen gezeigt haben - keine vollständige Bedeckung vorliegen muss, sondern ein 60 bis 80 prozentiger Bedeckungsgrad (modenabhängig) ein vergleichbares Dämpfungsniveau erzielt.

Abbildung 5.8 stellt experimentell und analytisch bestimmte modale Größen der Shimtypen A und B gegenüber. Analytische Berechnungen stützen sich auf den in Abschnitt 4.4 vorgestellten CLD-Ansatz. Ein konstanter Elastomerverlustfaktor, der aus DMA-Tests in Abschnitt 3.3.3 ermittelt wurde, wird berücksichtigt. Für die Untersuchungen sind Trägerplatten mit unterschiedlichen Shimlängen symmetrisch beklebt worden.

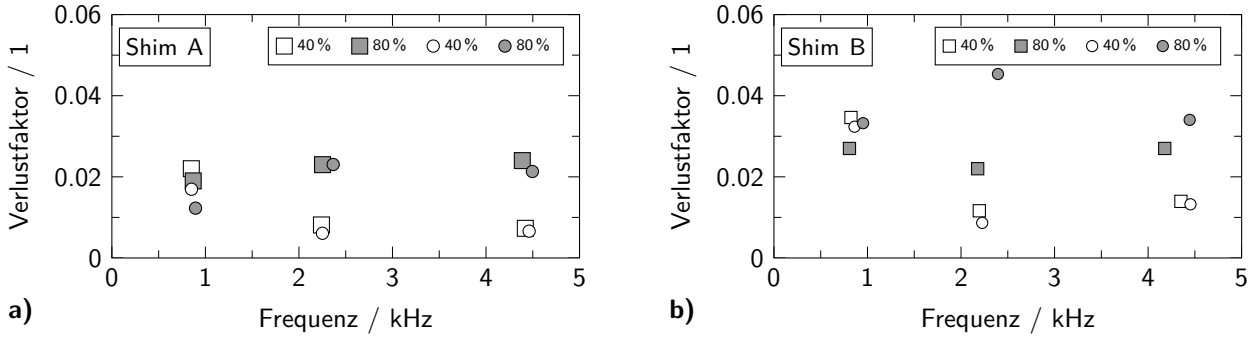


Abbildung 5.8: Validierung symmetrisch beklebter Trägerplatten (180x50x5 mm^3) mit Bedeckungsgraden 40 % und 80 %: Experimentelle (□) und analytisch berechnete Verlustfaktoren (○) mit **a)** Shim A und **b)** Shim B

Die Größenordnung der berechneten Verlustfaktoren der ersten drei Biegemoden zeigt qualitativ eine Übereinstimmung. Ein Bedeckungsgrad von 40 % zeigt gute Übereinstimmungen, größere Shimlängen (80 %)

können zu stärkeren Abweichungen führen, wie Shimtyp B verdeutlicht. Als Erklärungsansatz kann angeführt werden, dass bei Messungen vor allem imperfekte Bindungen zwischen den Schichten auftreten, inhärente Balkendämpfung Einfluss ausüben kann und makroskopische Reibvorgänge aufgrund der Lagerung nicht zu vernachlässigen sind. Zudem können sich fertigungsbedingte Abweichungen und geringe Änderungen der Betriebsbedingungen gravierend auf modale Systemeigenschaften auswirken [Ouy03, S. 67], [Ste15, S. 1].[78]

5.1.3 Klebstoffeinfluss und Delamination

Die Dämpfungsschicht wird in der Regel durch einen Klebstoff, der einen deutlich höheren Speichermodul als das viskoelastische Material besitzt, mit dem Metallträger verbunden. Die adhäsive Verbindung bei Shims besteht entweder aus Epoxid-, oder vor allem aus Acrylat- oder Silikonbasis [Sin98, S. 18]. Als Richtwert kann die Empfehlung in ASTM E 756-05 berücksichtigt werden, in der der Klebstoffmodul etwa dem Zehnfachen des Dämpfungsmaterials entsprechen sollte [AST05, S. 5]. Die Dicke der Klebstoffschicht soll im Verhältnis zur Dämpfungsschicht gering sein. Bei Nichtbeachtung treten sowohl Verformungen in der Klebstoff- als auch Elastomerschicht auf. LEWIS gibt an, dass in vielen Fällen der elastomere Werkstoff selbstklebend ist und keinerlei stoffschlüssige Verbindung benötigt wird [Lew87a, S. 296].

Es existieren konträre Meinungen inwieweit sich die Klebstoffschicht auf die Dämpfung bei Bremsbelägen auswirkt. In [Che03a, S. 3] wird ihr ein wesentlicher Einfluss auf das Dissipationsvermögen zugeschrieben, siehe auch die Untersuchungen in [Fli02b, S. 110ff]. Eine Ablösung des Shims hat oftmals eine Variation des Quietschverhaltens respektive veränderte Testergebnisse zur Folge. NAKAJIMA gibt an, dass die adhäsive Schicht eine untergeordnete Relevanz besitzt und der Dämpfungseffekt in der Gummischicht liegt [Nak97, S. 4]. Um diesen Sachverhalt zu untersuchen, werden in Abbildung 5.9 CLD-Verbunde mit unterschiedlichen Klebstoffen betrachtet. Drei Epoxidklebstoffe (A, B und C), die sich in ihrer Zugscherfestigkeit unterscheiden, werden für Modalanalysen herangezogen. Zusätzlich wird als Elastomer Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM) verwendet. Der Trägerbalken (100x30x5 mm^3) wird symmetrisch mit EPDM und einer Stahldeckschicht (80x30x1 mm^3) beklebt. Die Untersuchungen hinsichtlich Delamationseffekten wurden in der vom Autor betreuten Abschlussarbeit [Maa19] durchgeführt und protokolliert.

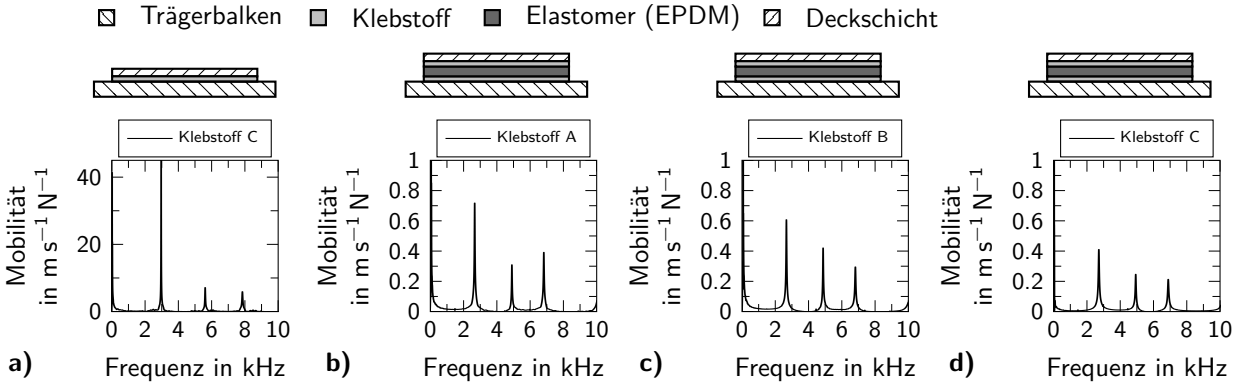
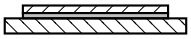
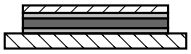


Abbildung 5.9: Einfluss verschiedener Klebstoffsorten auf gemessene Übertragungsfunktionen eines CLD-Aufbaus: bei **a)** ausschließlich Klebstoff C, **b)** EPDM mit Klebstoff A, **c)** EPDM mit Klebstoff B und **d)** EPDM mit Klebstoff C, Übertragungsfunktionen aus Ergebnissen von [Maa19]

Die EPDM-Schicht führt wie anhand der Übertragungsfunktionen deutlich wird, zu einer Reduzierung der Resonanzamplituden. Der CLD-Aufbau, bei dem die dämpfende Schicht ausschließlich aus Klebstoff C besteht, zeigt im Vergleich sichtbar höhere Peaks. In Tabelle 14 sind ermittelte modale Größen zusammengefasst.

[78] KUNG nimmt bei seinen Untersuchungen eine Messunsicherheit von $\pm$ 20 % an [Kun98, S. 796].

Tabelle 14: Einfluss von Klebstoff auf modale Eigenschaften eines CLD-Verbundes, aus Ergebnissen von [Maa19]

Aufbau	Klebstoff	Zugscherfestigkeit	f_1 / Hz	ϑ_1 / -	f_2 / Hz	ϑ_2 / -	f_3 / Hz	ϑ_3 / -
	C	10 N mm^{-2}	2976	0.001	5589	0.002	7845	0.003
	A	17 N mm^{-2}	2652	0.005	4860	0.003	6818	0.003
	B	13 N mm^{-2}	2661	0.006	4858	0.003	6842	0.003
	C	10 N mm^{-2}	2720	**0.008**	4909	**0.005**	6893	**0.004**

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

CLD-Verbunde, die eine zusätzliche dämpfende Elastomerschicht aufweisen, erzielen eine höhere Dämpfung. Die Zugscherfestigkeit der einzelnen Klebstoffe wirkt sich auf das Dissipationsverhalten aus. Es liegt folglich ein nicht zu vernachlässigender Einfluss der Dämpfung von der Klebstoffzusammensetzung vor.

Mechanische Eigenschaften beispielsweise von Polymeren, wie sie bei Shims eingesetzt werden, können durch Witterungseinflüsse, schwankende Temperaturverteilungen, aber auch alterungsbedingt enorm variieren und die Molekularstruktur verändern [Bri08, S. 264]. Davon ist vor allem die Klebstoffschicht zwischen Shim und Belagrückenplatte betroffen. In [Hof88, S. 3] wird angegeben, dass Klebstoffe den hohen ausgesetzten Scherkräften bei heutigen Bremssystemen kaum widerstehen können. Temporäre oder dauerhafte Ablösungen des Shimverbundes oder Zersetzungen des Klebstoffes können die unmittelbare Folge sein [Dic95, S. 2f]. Untersuchungen wurden infolgedessen angestellt, um Delaminationsszenarien einordnen zu können. Die Abmessungen von Balken und Deckschicht entsprechen denen aus Abbildung 5.9. Abbildung 5.10 stellt den Einfluss diverser Delaminationsgrade gegenüber. Die Schnittebene befindet sich zwischen Träger- und Deckschicht.[79]

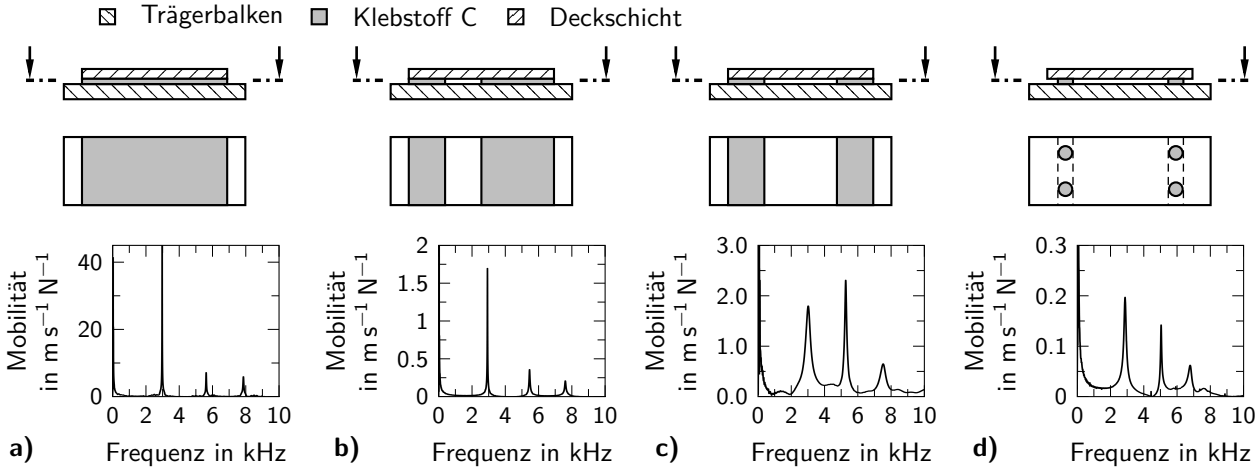


Abbildung 5.10: Einfluss verschiedener Delaminationsgrade auf gemessene Übertragungsfunktionen eines CLD-Aufbaus: **a)** keine Delamination, **b)** 25 %-Delamination, **c)** 50 %-Delamination und **d)** Punktklebungen (idealisiert), Übertragungsfunktionen aus Ergebnissen von [Maa19]

Eine Ablösung von Shims führt nicht zwangsläufig zu einer geringeren Dämpfung, sondern kann zu einer Erhöhung, wie in [Che07, S. 4] beschrieben wird, beitragen. Eigenfrequenzen und korrespondierende modale Dämpfungsgrade sind Tabelle 15 zu entnehmen. Eine Ablösung der Deckschicht führt zu Reibung in den delaminierten Bereichen der Grenzflächen. Mit fortschreitender Delamination ist reibungsbedingt ein substanzieller Dämpfungsanstieg zu verzeichnen, der sein Maximum bei 50 % aufweist.

[79] Es wurde darauf geachtet, dass möglichst exakt der vorgegebene Klebebereich eingehalten wird. Geringe Abweichungen sind dennoch nicht auszuschließen. Punktklebungen werden bei der Untersuchung idealisiert betrachtet. Nach dem Zusammenpressen der Träger- und Deckschicht kommt es zu einer Ausdehnung des Klebstoffes und verringert die Delaminationsfläche.

Tabelle 15: Auswirkung von Delamination auf modale Eigenschaften eines CLD-Verbundes, aus Ergebnissen von [Maa19]

Delamination	f_1 / Hz	ϑ_1 / -	f_2 / Hz	ϑ_2 / -	f_3 / Hz	ϑ_3 / -
0 %	2976	0.001	5589	0.002	7845	0.003
25 %	3000	0.006	5279	0.007	7520	0.013
50 %	2992	**0.037**	5256	**0.009**	7496	**0.020**
Punktklebungen	2885	0.021	5045	0.005	6864	0.011

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

Nicht nur das Dissipationsverhalten, sondern auch die Steifigkeit des Verbundes ist bei Delamination betroffen. Ein abnehmender Klebebereich resultiert in einer Reduzierung der Eigenfrequenzen [Kim02, S. 61], [Cro06, S. 31]. Wie sich Delamination von Shims auf das Quietschverhalten von Bremsen auswirkt ist nicht vollends untersucht und sollte zukünftig unter Betriebsbedingungen erprobt und anschließend verifiziert werden.

5.1.4 Diskreter Constrained-layer-damping Aufbau (Cutouts)

Für die Realisierung leiser Bremssysteme rücken weitere Shimvarianten in den Fokus, die ein Optimierungspotenzial versprechen. Geschlitzte Shims und eine Entfernung zusätzlicher Befestigungsstellen (Nietverbindungen) werden genauer untersucht.

Eine Erhöhung der Dämpfung kann durch Segmentierung der Deckschicht, wie schon in [Vin80, S. 330] und [Plu69b, S. 76] experimentell und analytisch untersucht wurde, erzielt werden. Die Unterteilung in mehrere diskrete Dämpfungsschichten (Cutouts), wie Abbildung 5.11 zeigt, führt zu einem lokalen Anstieg der Dehnung in Regionen um die Ausschnitte, die zu einer zusätzlichen Dissipation beitragen.

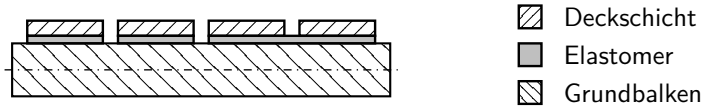


Abbildung 5.11: Diskreter, segmentierter CLD-Dreischichtaufbau nach [Haj91, S. 105], [Ker90, S. 331], [Cre05, S. 207] und [Mös10b, S. 193]

Bei großer Scherung der viskoelastischen Schicht reduziert eine Segmentierung das ursprüngliche Scherdehnungsfeld (shear strain field). Liegt hingegen ein geringes Scherpotenzial in der dämpfenden Schicht vor, erhöhen Einschnitte die Scherung erheblich und tragen zu einem Anstieg des Dämpfungsniveaus bei [Tia16, S. 13]. Sind die Schnitte nicht breit genug, können sich die eingebrachten Dehnungsfelder beeinträchtigen und die Effektivität der Segmentierung herabsetzen [Ker90, S. 331f]. Der Abstand ist somit ausschlaggebend für den Grad der Systemdämpfung [Zhe06, S. 1381]. Untersuchungen von STEVENS haben gezeigt, dass Cutouts bei manchen Moden eine höhere Energiedissipation bewirken, bei anderen tritt hingegen eine Verringerung der Dämpfung ein [Ste85, S. 163], siehe auch [Mea00, S. 407]. Weitere in diesem Zusammenhang zu nennende Quellen sind [Kun98, S. 796ff], [Plu69a] und [Bal94, S. 3.1]. PARFITT spricht davon, dass es vorteilhaft ist, eine solche Ausführung und keine sorgfältig angepasste CLD-Schicht vorzusehen, die unter anderem eine Reduzierung des Gewichtes mit sich bringt [Par62, S. 12]. Abbildung 5.12 zeigt neben der angesprochenen Segmentierung eine weitere Maßnahme, die näher betrachtet wird.[80] Nietverbindungen, die zu einer Fixierung des Shimverbundes beitragen, werden entfernt. Analytische Berechnungen haben in Abschnitt 4.4 gezeigt, dass eine Fixierung von Sandwichverbunden eine geringere Dissipation zur Folge hat.

[80] Um eine Segmentierung zu realisieren, werden Schlitze in den Shimverbund gefräst.

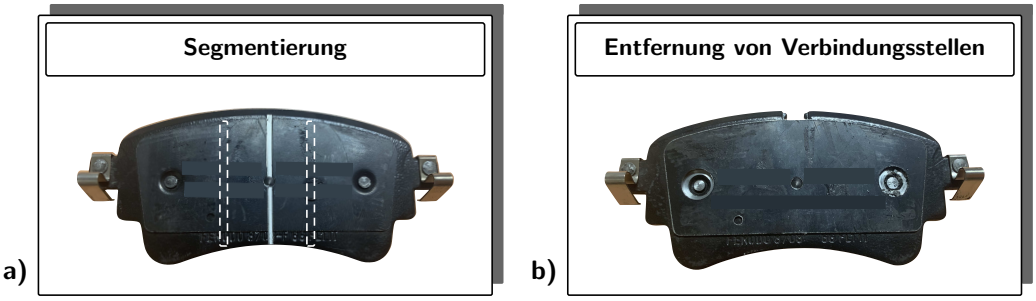


Abbildung 5.12: a) Segmentierung des Shims (Schlitz) und **b)** Entfernung von Nietverbindungen

Es werden zwei geschlitzte Beläge genauer untersucht. Einer der Beläge weist einen Schlitz mit einer Breite von 2 mm auf und unterteilt die Sandwichstruktur in zwei gleiche Segmente. Ein zweiter Belag wird symmetrisch mit drei Schlitzen versehen, die einen Abstand von 18 mm zueinander besitzen.

Bei Betrachtung der durch Modalanalysen ermittelten Ergebnisse in Tabelle 16 wird deutlich, dass die untersuchten Maßnahmen eine Reduzierung der Belagsteifigkeit herbeiführen. Es liegt modenunabhängig nur eine sehr geringfügige Änderung der Dämpfungscharakteristik vor.

Tabelle 16: Modale Systemeigenschaften eines frei-frei gelagerten Bremsbelages mit Shim B und A bis 10 kHz, aus Ergebnissen von [Maa19]

Maßnahmen	f_1 / Hz	ϑ_1 / -	f_2 / Hz	ϑ_2 / -	f_3 / Hz	ϑ_3 / -	f_4 / Hz	ϑ_4 / -
mit Nietfixierung	4024	0.018	5116	0.018	7272	0.020	-	-
ohne Nietfixierung	3888	0.019	4992	0.017	7099	0.021	-	-
ohne Schlitz	4048	0.012	5342	0.012	7368	0.014	9881	0.013
1 Schlitz	3830	0.012	5138	0.012	7259	0.017	9718	0.013
3 Schlitze	3813	0.011	5108	0.012	7202	0.013	9687	0.011

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

5.2 Weitere Bremsenkomponenten

Bremsenkomponenten, die für Quietschereignisse von Relevanz sind, werden im weiteren Verlauf dieses Abschnitts charakterisiert. Im Fokus stehen insbesondere Dämpfungseigenschaften, um Kennwerte für Simulationsmodelle bereitzustellen. Experimentelle Modalanalysen werden genutzt, um modale Größen der Bauteile zu bestimmen.

5.2.1 Bremsscheibe

Für alle Untersuchungen wird eine 17"-Graugusstopfbremsscheibe mit einem Durchmesser von 330 mm verwendet.[81] Alle Messungen werden bei Raumtemperatur (23 °C) bis 10 kHz durchgeführt. Die Lagerung wird auf Schaumstoff mit mindestens 27 Einzelmessungen (Kollokationspunkten) in zwei Durchmessern nach VDA-301 realisiert [VDA301]. Die resultierenden Übertragungsfunktionen der untersuchten Bremsscheibe sind Abbildung 5.13 a) in einem Frequenzbereich bis 10 kHz zu entnehmen. Besonders relevante Eigenformen in Bezug auf Bremsgeräusche sind die Moden (0/2), (0/3) und (0/4), die teilweise in Abbildung 5.13 b) visualisiert sind [VDA301].

[81] Grauguss wird oft aufgrund geringer Kosten, guter thermischer und dissipativer Eigenschaften gegenüber Stahl als Material für Bremsscheiben eingesetzt [Vis87, S. 14], [Tan97, S. 281], [Yan98, S. 155], [Ber99, S. 12], [Kin03, S. 110]. Graugussverlustfaktoren bewegen sich nach [Buc08, S. 74] im Bereich von etwa 0.001. Es ist zu beachten, dass die Mikrostruktur des Materials die Dämpfungseigenschaften der Scheibe immens beeinflusst [Weh18, S. 43, 47].

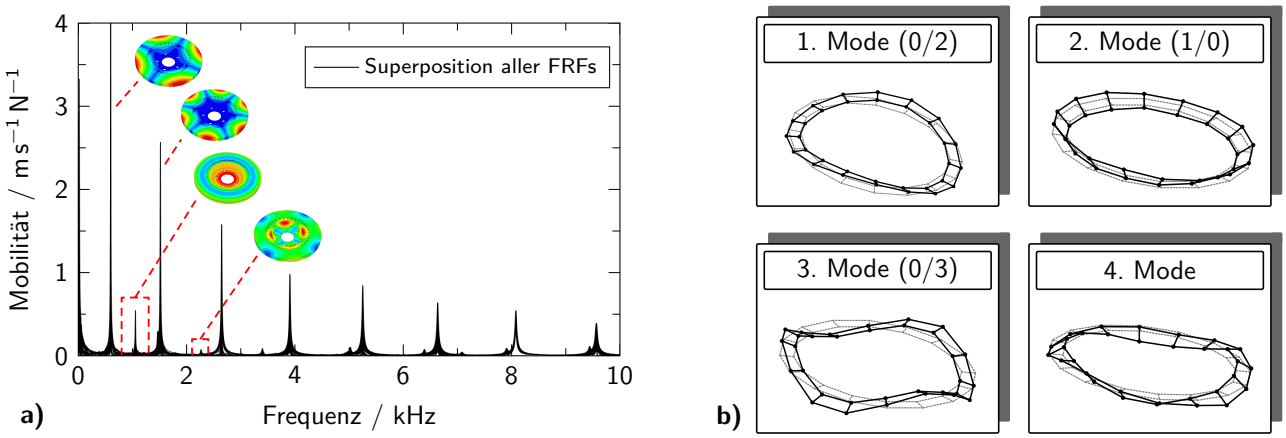


Abbildung 5.13: Charakterisierung der untersuchten Bremsscheibe: **a)** Superposition von 32 Übertragungsfunktionen mit Zuordnung der ersten vier Schwingformen und **b)** experimentell ermittelte Eigenmoden

Tabelle 17 zeigt experimentell ermittelte Eigenfrequenzen f_i und modale Dämpfungskennwerte ϑ_i. Die Ergebnisse verdeutlichen die schwachen Dämpfungseigenschaften der aus Grauguss bestehenden Bremsscheibe.

Tabelle 17: Modale Systemeigenschaften der untersuchten Serienbremsscheibe

f_1	ϑ_1	f_2	ϑ_2	f_3	ϑ_3	f_4	ϑ_4	f_5	ϑ_5	f_6	ϑ_6
in Hz	-	in Hz	-	Hz	-	in Hz	-	in Hz	-	in Hz	-
602	0.002	1056	0.003	1515	0.002	2259	0.001	2642	0.002	3411	0.001

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

Eine wirksame Maßnahme ist es, die Bremsscheibe zu dämpfen [Weh18, S. 22]. Die Bremsscheibenkontaktflächen dürfen aus sicherheitsrelevanten Gründen nicht verändert werden, um die geforderte Bremswirkung zu erzielen. Innenbelüftete und zudem gelochte oder geschlitzte Bremsscheiben bieten nur sehr geringen Bauraum für zusätzliche Maßnahmen und erschweren die Anbringung. Es sollte jedoch beachtet werden, dass sich eine Erhöhung der Dämpfung z. B. in Form zusätzlicher Partikel bzw. Additive oder durch Aufbringung passiver Dämpfungselemente oftmals negativ auf die Steifigkeit der Struktur auswirkt [Lew87b, S. 11].

Maßnahmen zur Dämpfungserhöhung bei Bremsscheiben

Eine Zielvorgabe ist es, niederfrequente Quietschereignisse bis etwa 5 kHz, die auf Kopplungsmechanismen zwischen Rotor Out-of-plane und Belagmoden zurückzuführen sind, zu dämpfen.[82] Tangentiale (umlaufende) Scheibenmoden (In-plane) sind für hochfrequentes Quietschen verantwortlich, auch in der Literatur unter dem Begriff rotorinduzierte Moden zu finden [Shi01, S. 2f], [Dun99, S. 4, 8], [Kin03, S. 130, 143].[83] Die Reibringflächen machen mit etwa 70 % den größten Teil der Abstrahlung aus, die Topffläche weist lediglich 30 % auf [Buc08, S. 89]. Maßnahmen zur Erhöhung der Dämpfung werden demzufolge entlang des Scheibenumfangs und zwischen beiden Reibringflächen (Innen- und Außenring) positioniert. Der Scheibendurchmesser wird hierfür um 5 mm von 330 mm auf 325 mm reduziert und Kühlrippen konzentrisch in einer Tiefe von 20 mm entfernt. Drei Shims, die jeweils eine Länge von 300 mm und eine Breite von 20 mm besitzen, werden äquidistant entlang des Umfangs geklebt und weitere 24 Shims konzentrisch in die dafür vorgesehene Nut.[84] Je zwölf Shimstreifen (80x14 mm^2) befinden sich somit an der Innenseite des Innen- bzw. Außenrings.[85] Die Abhilfemaßnahmen werden in Abbildung 5.14 mit entsprechender aus Modalana-

[82] Niederfrequentes Bremsenquietschen wird oft als belaginduziertes Störgeräusch bezeichnet [Shi01, S. 2].

[83] Laterale, Out-of-plane Moden können durch die Anzahl an nodalen Kreisen und nodalen Durchmessern klassifiziert werden, radiale Moden durch das Auftreten nodaler Durchmesser und tangentiale Moden durch nodale Kreise und Durchmesser [Mer14, S. 4905], [Buc08, S. 78ff].

[84] In Umfangsrichtung geklebte Shims tragen zu einer Reduzierung der Kühlwirkung bei.

[85] Ähnliche Konzepte auf Partikeldämpferbasis oder durch die Applizierung von Dämpfungsmaterial sind in [Kap08b, S. 1192] und [Mas08, S. 2019] untersucht worden.

lysen resultierender Admittanzen verdeutlicht. Die modifizierte Bremsscheibe wird bei den betrachteten Untersuchungen auf Schaumstoff gelagert. Alle Maßnahmen, die eine Verbesserung versprechen, werden an derselben Bremsscheibe appliziert.

Im Anschluss werden konkret drei Scheibenkonfigurationen für modale Untersuchungen näher betrachtet:

a) Bremsscheibe ohne äußere Kühlrippen und ohne Shim,

b) Bremsscheibe mit beidseitig in die dafür vorgesehene Nut geklebten Shims (Anzahl 24) und

c) Bremsscheibe mit beidseitig in Nut geklebten Shims (Anzahl 24) und zusätzlichen Shims (Anzahl 3) entlang des Umfangs.

Alle aufgezeigten Maßnahmen werden im späteren Verlauf des Kapitels an einem Bremsenprüfstand erprobt. Zusätzlich zu den dargelegten Veränderungen wird eine asymmetrische Applizierung von Shims, die lediglich einseitig in die Nut der Bremsscheibe geklebt werden, getestet.

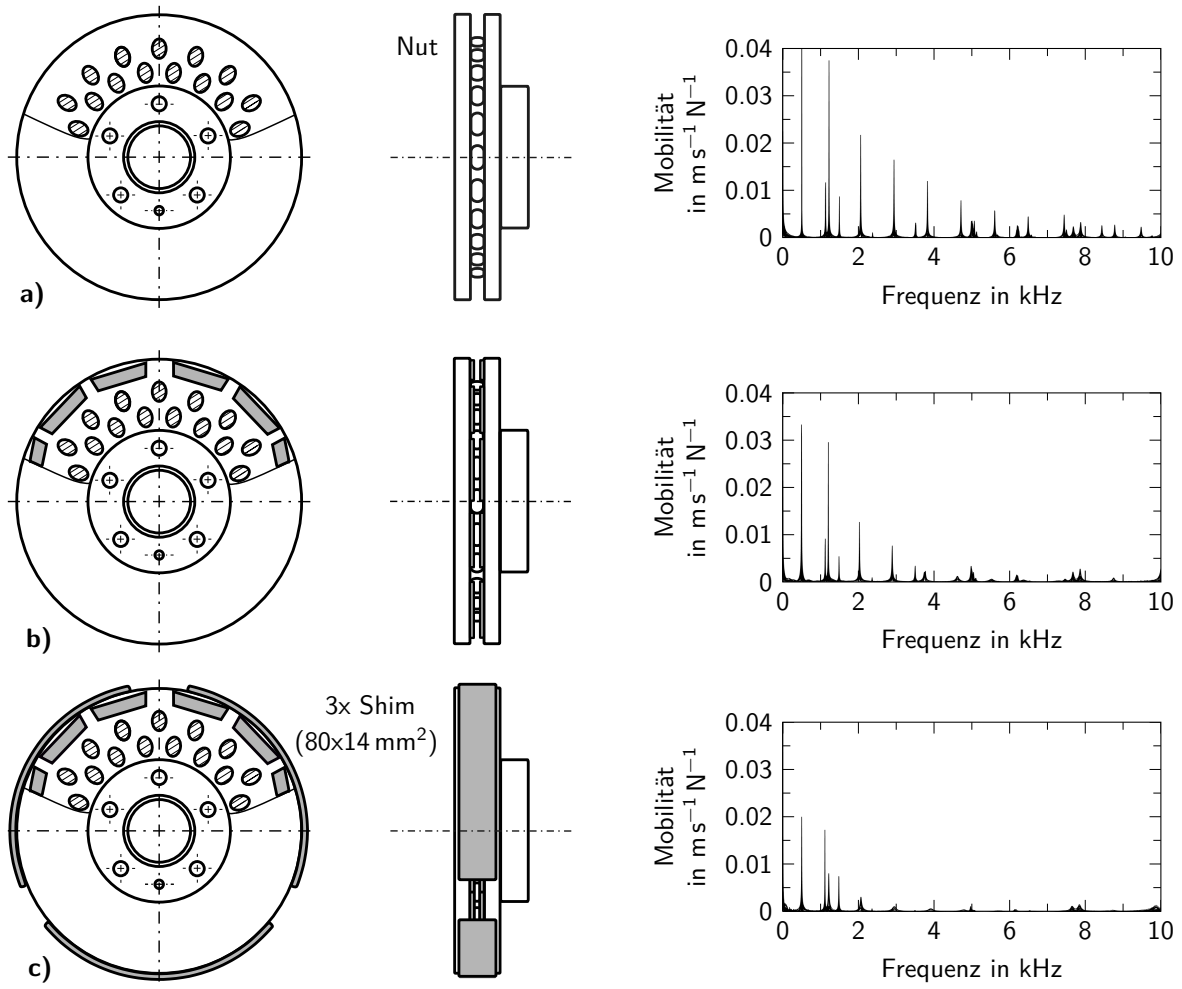


Abbildung 5.14: Dämpfungssteigernde Maßnahmen bei Bremsscheiben und korrespondierende Admittanzen bei einer frei-frei Lagerung: **a)** Bremsscheibe mit entfernten äußeren Kühlrippen, **b)** Bremsscheibe mit Shim C in den Innenflächen beider Reibringe und **c)** Bremsscheibe mit zusätzlichen Shims entlang des Umfangs

Die Maßnahmen zeigen eine signifikante Reduzierung der Amplituden im hochfrequenten Bereich ab 4 kHz. Modale Dämpfungskennwerte, die den niederfrequenten Bereich charakterisieren, sind in Tabelle 18 aufgeführt. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass Shims, die zusätzlich entlang des Umfangs geklebt

werden (Zeile 3), im Frequenzspektrum bis 3 kHz als sehr wirkungsvoll einzustufen sind und eine signifikante Erhöhung der Dämpfung bewirken. Die Effektivität von Shims, die ausschließlich konzentrisch in die Reibringinnenflächen geklebt werden, müssen bei Untersuchungen am Bremsenprüfstand bestätigt werden. Ein Anstieg der modalen Dämpfungsgrade ist nur geringfügig zu verzeichnen.

Tabelle 18: Modale Systemeigenschaften der modifizierten, frei-frei gelagerten Bremsscheibe

	f_1	ϑ_1	f_2	ϑ_2	f_3	ϑ_3	f_4	ϑ_4	f_5	ϑ_5	f_6	ϑ_6
Maßnahmen	Hz	-	Hz	-	Hz	-	Hz	-	Hz	-	Hz	-
a) keine	520	0.001	1146	0.001	1237	0.001	1509	0.001	2071	0.001	2385	0.001
b) Shims in Nut	513	0.001	1137	0.001	1219	0.003	1502	0.001	2039	0.001	2372	0.002
c) Shims in Nut und Umfang	518	**0.005**	1130	0.001	1231	**0.005**	1497	0.002	2078	**0.008**	2956	**0.014**

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

Miller hat bei seinen Untersuchungen festgestellt, dass ab einem Dämpfungswert für Bremsscheiben von 0.3 % keine Bremsgeräusche detektiert werden konnten [Mil69, S. 955].

5.2.2 Baugruppe Bremssattel

Metallische Werkstoffe weisen im Allgemeinen eine geringe Dämpfung auf [Tie15, S. 22]. Darunter zählen Bremssattel und Halter, die aus Gusseisen bestehen und Dämpfungswerte im Bereich 0.001 besitzen. Abbildung 5.15 zeigt den Zusammenbau des Bremssattels, bestehend aus Halter, Führungsbolzen, Parkbremse und Kolben, und dessen Übertragungsverhalten bei einer frei-frei Lagerung.[86]

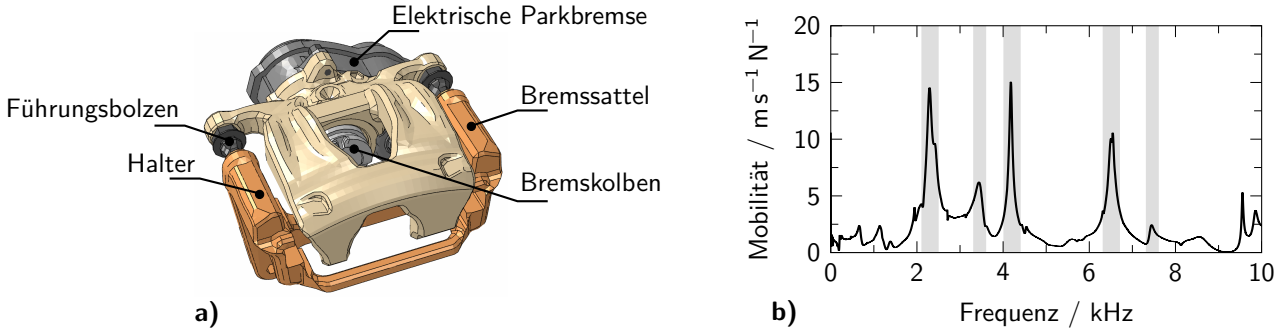


Abbildung 5.15: a) Baugruppe Bremssattel und **b)** gemessene Übertragungsfunktion unter frei-frei-Randbedingungen

Modale Dämpfungsgrade und Eigenfrequenzen sind in Tabelle 19 zusammengefasst. Für die Auswertung werden fünf Peaks, die farblich in der Übertragungsfunktion gekennzeichnet sind, herangezogen.

Tabelle 19: Modale Systemeigenschaften der Bremssattelbaugruppe

f_1	ϑ_1	f_2	ϑ_2	f_3	ϑ_3	f_4	ϑ_4	f_5	ϑ_5
in Hz	-	in Hz	-	Hz	-	in Hz	-	in Hz	-
2291	0.027	3431	0.032	4172	0.008	6534	0.010	7431	0.009

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

Die Ergebnisse veranschaulichen, dass eine hohe Dissipation vor allem unterhalb von 4 kHz existiert. Aus den hohen modalen Dämpfungsgraden kann geschlussfolgert werden, dass Fügestellen zwischen einzelnen Komponenten für ein größeres Dämpfungsniveau verantwortlich sind.

[86] Bremsbeläge sind für die Untersuchungen entfernt worden. Kolbenseitige Beläge befinden sich bei Schwimmsattelbremsen auf der Kolbenseite, Beläge die sich gegen den Bremssattel abstützen werden als fingerseitige Beläge bezeichnet.

5.3 Untersuchungen am Gesamtbremssystem

Bei hydraulisch betätigten Kfz-Scheibenbremssystemen werden grundsätzlich zwei Bauarten unterschieden:

- Festsattelkonzept und
- Schwimmsattelkonzept.

Bei Schwimmsattelbremsen liegen alle Kolben auf einer Sattelseite. Bei Betätigung der Bremse wird der stationäre Bremsbelag, der sich auf der Reaktionsseite befindet, gegen den Rahmen gestützt. Festsattelbremsen werden hingegen meist für thermisch anspruchsvollere Bremssysteme eingesetzt und besitzen paarweise Kolben, die auf beiden Seiten des Sattels positioniert sind [Bre17, S. 272f]. Das Schwimmsattelkonzept, das für alle Untersuchungen verwendet wird, stellt Abbildung 5.16 dar.

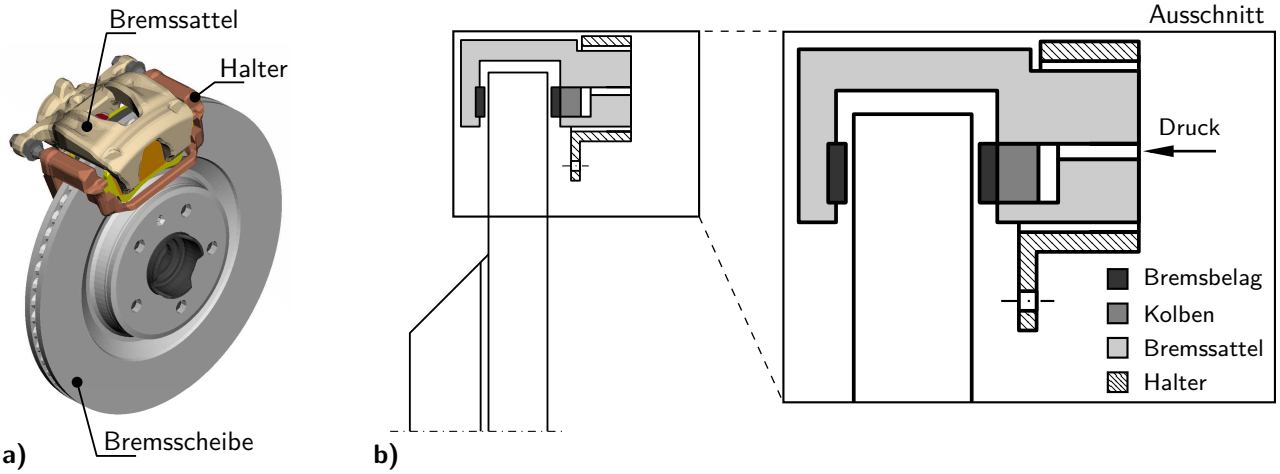


Abbildung 5.16: a) Aufbau einer Schwimmsattelbremse und **b)** Funktionsweise nach [Sch13, S. 209]

Alle Testkampagnen werden an dem Leistungsprüfstand für Bremsungen mit der Modellbezeichnung *Link D 1500* am Fachgebiet Mechatronische Maschinendynamik der TU Berlin durchgeführt.[87] Abbildung 5.17 a) zeigt die hydraulisch betätigte Hinterradbremse als 1-Kolben Schwimmsattelbauart. Radträger und Querlenker werden wegen des fehlenden Bauraums nicht berücksichtigt und durch *Item*-Aluminiumprofile ersetzt. Zwei externe triaxiale Beschleunigungssensoren werden eingesetzt, um Quietschereignisse während einer Bremsung zu erfassen. Zusätzlich wird ein Mikrofon, das oberhalb der Bremse angebracht ist, eingesetzt.

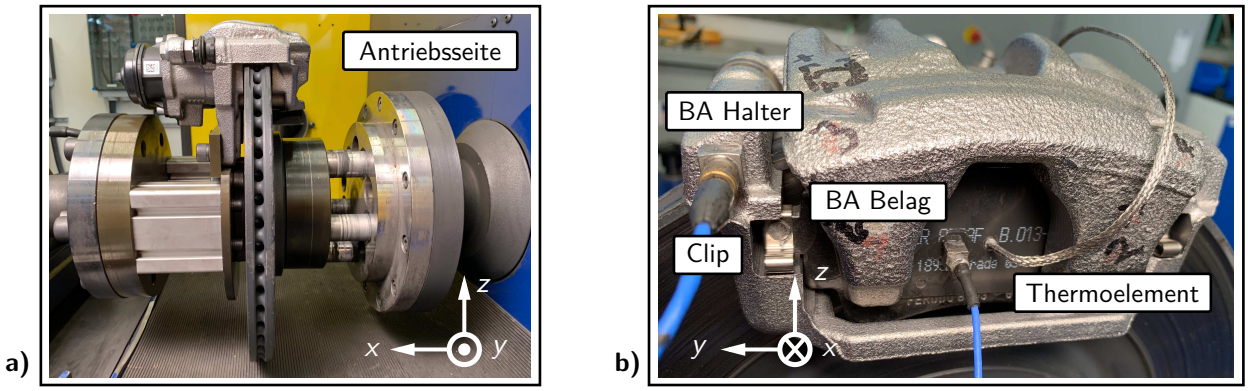


Abbildung 5.17: a) Untersuchte Schwimmsattelbremse und **b)** Positionierung von zwei triaxialen Beschleunigungsaufnehmern und eines Thermoelementes auf dem fingerseitigen Bremsbelag und Halter

[87] Diese Art von Prüfstand bietet den Vorteil, dass Prüfbedingungen näherungsweise konstant und kontrollierbar sind [Che03a, S. 2].

Die Antriebseinheit des Bremsenprüfstandes weist einen hohen Grundgeräuschpegel auf, insbesondere bei hohen Drehzahlen. Infolgedessen werden Störgeräusche zusätzlich zu Quietschgeräuschen detektiert. Eine Auswertung der Zeitdaten erfolgt demzufolge primär an den aufgezeichneten Beschleunigungssignalen. Abbildung 5.17 b) zeigt die Position der Sensoren auf dem Halter und der Belagrückenplatte respektive des Shims. Die Richtungszuordnung der Aufnehmer ist der Abbildung zu entnehmen. Ein Thermoelement (Typ K)[88] wird in einer etwa 4 mm tiefen Sacklochbohrung, die sich in der Rückenplatte befindet, positioniert und misst die Temperatur während eines Bremsvorgangs. Die Einbausituation der Beläge wirkt sich auf das dynamische Verhalten aus. Die Blechklammern (Clips) sorgen für eine eindeutige und spielfreie Position der Bremsbeläge innerhalb des Bremssattels. Sie tragen zu einer Vergrößerung der Steifigkeit bei und die Beläge weisen höhere Dämpfungseigenschaften als im freien Zustand auf (Fügestellendämpfung), siehe [Nas06, S. 3ff].

Aus dem gemessenen Bremsdruck p und dem Bremsmoment M für das Kontaktpaar Bremsscheibe und Reibmaterial lässt sich ein Reibkoeffizient μ nach [SAEJ2521, S. 5] ermitteln. Gleichung (5.1) stellt das Verhältnis zwischen Normalkraft - Druck der vom Bremskolben auf den Belag ausgeübt wird - und Tangentialkraft (Bremsmoment) dar[89]

$$\mu = \frac{10^6 \cdot M}{2 \cdot (p - p_{\text{Threshold}}) \cdot A_{\text{Kolben}} \cdot r_{\text{eff}} \cdot \eta}. \tag{5.1}$$

Die verwendeten Parameter aus Gleichung 5.1 charakterisiert Tabelle 20.

Tabelle 20: Bremsparameter nach SAE J2521, [SAEJ2521, S. 5]

Symbol	Einheit	Beschreibung	Werte-Bestimmung/Festlegung
μ	1	Reibkoeffizient	berechnet
M	N·m	Drehmoment	gemessen
p	kPa	Bremsdruck	gemessen
$p_{\text{Threshold}}$	kPa	Mindestbremsdruck, um Bremsmoment zu entwickeln	Null
A_{Kolben}	mm^2	gesamte Kolbenfläche	konstant
r_{eff}	mm	Radialer Abstand von Kolbenmittelpunkt zu Bremsscheibenmittelpunkt	konstant
η	1	Bremseffizienz	zu 1 (100 %) gesetzt (empfohlen)

Um Frequenzanteile der zeitdiskreten Beschleunigungssignale zu bestimmen, wird eine **F**ast **F**OURIER **T**ransformation (FFT) verwendet.

Messkampagne

Für alle Bremsungen (Steps) innerhalb der vorgesehenen Messkampagne werden ausschließlich Schleppbremsungen vorgesehen.[90] Ein Testzyklus beinhaltet sechs Drehzahlniveaus mit jeweils 30 konstanten Druckstufen. Es werden zunächst zehn gleiche Bremszyklen (insgesamt 1800 Steps) für Bremsbeläge mit Shim, anschließend nach Entfernung der Shims mit denselben Belägen durchgeführt. Das Drehmoment und die Temperatur werden während eines Quietschereignisses aufgezeichnet. Als Solltemperatur wird für jede Bremsung 80 °C angestrebt, siehe Tabelle 21.[91]

[88] Typ K ist geeignet für einen Temperaturbereich von −200 °C bis etwa 1250 °C.

[89] Der Reibkoeffizient kann entlang der Kontaktstelle aufgrund von Temperatur-, Druckschwankungen und Umgebungseinflüssen variieren [Fli00, S. 4], [Ibr94a, S. 209]. Die exakte Messung des Reibwertes ist infolgedessen eine äußerst anspruchsvolle Aufgabe [Che03a, S. 6]. Hinzu kommt, dass das Drehmoment und der Bremsdruck in großem Abstand zur eigentlichen Kontaktstelle gemessen werden [Ost15, S. 1].

[90] Schleppbremsungen werden auch als Drag- (⟨engl.⟩ *to drag* schleppen) oder Widerstandsbremsungen bezeichnet. Schleppbremsungen lassen dem System mehr Zeit, um einen Quietschzustand einzunehmen und können als Worst Case Konfiguration verstanden werden [Abe01, S. 5]. Verzögerungsbremsungen sorgen für eine Reduzierung der Fahrzeuggeschwindigkeit bis zum Stillstand [Bre17, S. 17]. Trägheitseffekte können mit dem verwendeten Bremsenprüfstand nicht berücksichtigt werden.

[91] Untersuchungen mit ähnlichen Testparametern sind in [Esg15a, S. 18] durchgeführt worden.

Tabelle 21: Testprogramm bestehend aus 180 Bremsungen

Steps	1 - 30	31 - 60	61 - 90	91 - 120	121 - 150	151 - 180
Drehzahl / min^{-1}	6	12	20	26	35	92
Geschwindigkeit / $\mathrm{km\,h}^{-1}$	0.37	0.75	1.24	1.62	2.30	5.72
Druck / bar	1, 2,..., 30	1, 2,..., 30	1, 2,..., 30	1, 2,..., 30	1, 2,..., 30	1, 2,..., 30
Solltemperatur / °C	80	80	80	80	80	80

Die Rotationsrichtung der Bremsscheibe ist ohne Ausnahme um die x-Achse im negativen Drehsinn. Eine Änderung des Umlaufsinnes und deren Auswirkung wurde in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet [SAEJ2521, S. 36]. Als Triggerart für Quietschsignale wird eine Pegelschwelle (Amplitude) von $5\,\mathrm{m\,s}^{-2}$ vorgegeben, bei der nach Überschreitung eine Datenaufzeichnung erfolgt. Zeitdaten werden 3 s vor und 20 s nach der Triggerung mit einer Abtastrate von 50 kHz aufgezeichnet. Abbildung 5.18 visualisiert exemplarisch gemessene und abgeleitete Größen wie Quietschfrequenz und Reibkoeffizient.

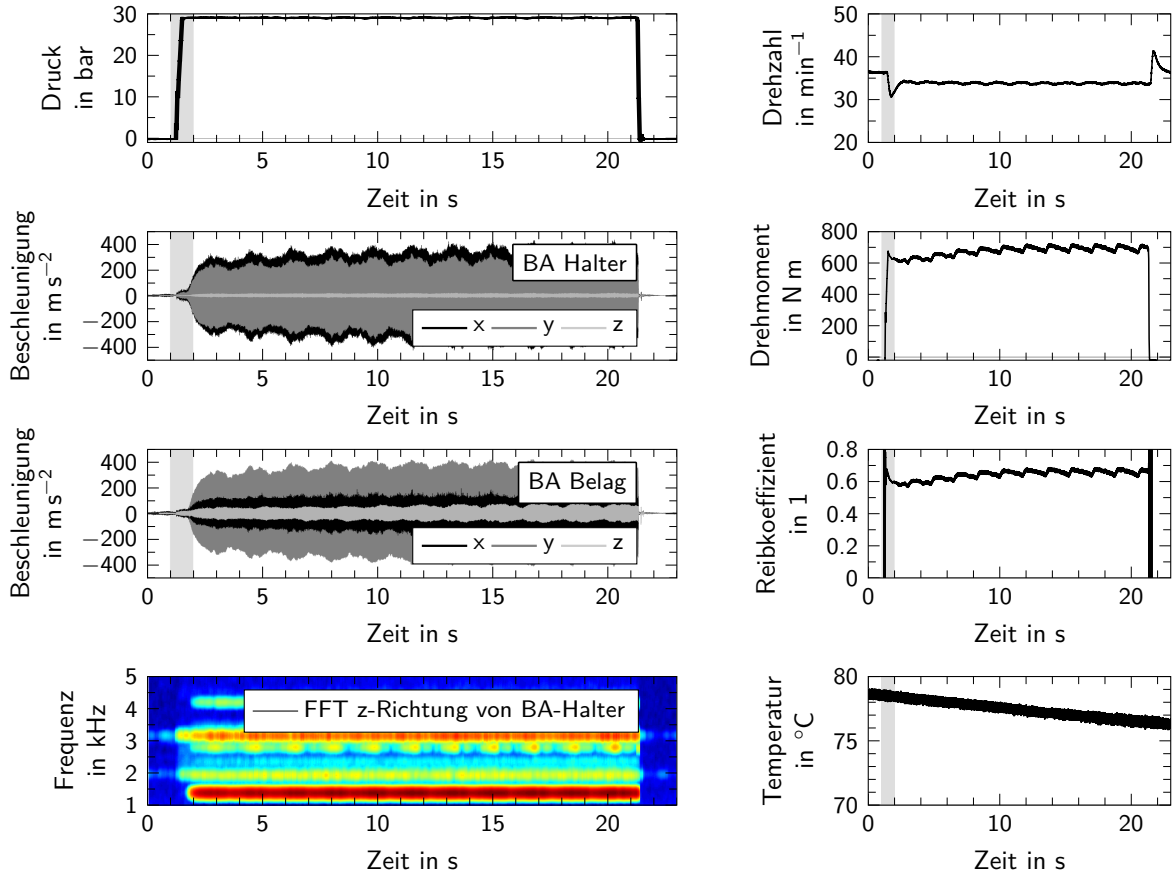


Abbildung 5.18: Gemessene und abgeleitete Größen einer exemplarischen Bremsung: Quietschereignis tritt bei etwa 2 s ein

Eine schnelle FOURIER Transformation liefert Frequenzanteile der Beschleunigungssignale von Halter und Belag. Exemplarisch wird in Abbildung 5.18 für die FFT eine Beschleunigungsrichtung herausgegriffen. Die prägnante Quietschfrequenz liegt bei etwa 1.4 kHz. Höhere Frequenzen, wie in der Spektrogrammdarstellung ersichtlich ist, können ebenfalls in dem erfassten Signal beteiligt sein. Die Auswertung der Zeitdaten erfolgt vollständig für alle Raumrichtungen.

Das Temperatursignal weist einen degressiven Verlauf während der Bremsung auf. Die bei jedem Bremsvorgang eingeschaltete Absaugung sorgt hierbei für eine Kühlung der Bremse. Es tritt reibungsbedingt ein Temperaturanstieg kurz nach Bremsende um etwa 5 °C bis 8 °C ein. Der zeitliche Versatz ist dadurch zu begründen, dass die Temperatur nicht an der Reibfläche sondern in der Rückenplatte gemessen wird.

5.3.1 Auswertung - Quietschverteilung

Erfasste Quietschsignale nehmen im Zeitbereich diverse Ausprägungen an, wie Abbildung 5.19 zeigt. Vermehrt treten sehr kurze, pulsierende Zeitsignale auf, die auf Scheibenschlag hindeuten.[92] Axiales Lagerspiel konnte bei der verwendeten Bremsenkonfiguration festgestellt werden. Rundlaufabweichungen der Bremsscheibe liegen nach Prüfung innerhalb der Toleranzen und sind nicht als Ursache anzuführen. Zusätzlich ist einzelnes, fortwährendes Bremsenquietschen und Quietschen, das sich über eine komplette Bremsung erstreckt, wahrnehmbar. Diese Quietscharten sind jedoch in einem signifikant geringeren Maße vertreten.

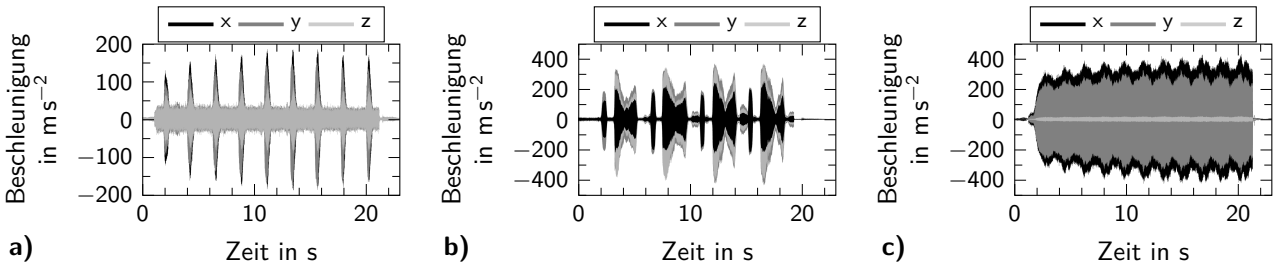


Abbildung 5.19: Detektiertes Quietschen: **a)** Pulsierendes, zeitlich sehr begrenztes Quietschen (Belag ohne Shim), **b)** einzelne, konsekutive Quietschereignisse (Belag ohne Shim) und **c)** kontinuierliches Bremsenquietschen (Belag mit Shim)

Im weiteren Verlauf des Abschnittes erfolgt eine Unterscheidung zwischen Messungen, die an Belägen mit Shim und ohne Shim stattgefunden haben. Um die für die Bremsungen vorgesehene Solltemperatur von 80 °C zu erreichen, werden Verzögerungsbremsungen vor der eigentlichen Bremskampagne durchgeführt. Quietschereignisse, die bei diesen Warm-up-Bremsungen detektiert werden, sind im Anhang D aufgelistet. Abbildung 5.20 zeigt die Quietschverteilung für die betrachteten Konfigurationen, Belag mit und ohne Shim.

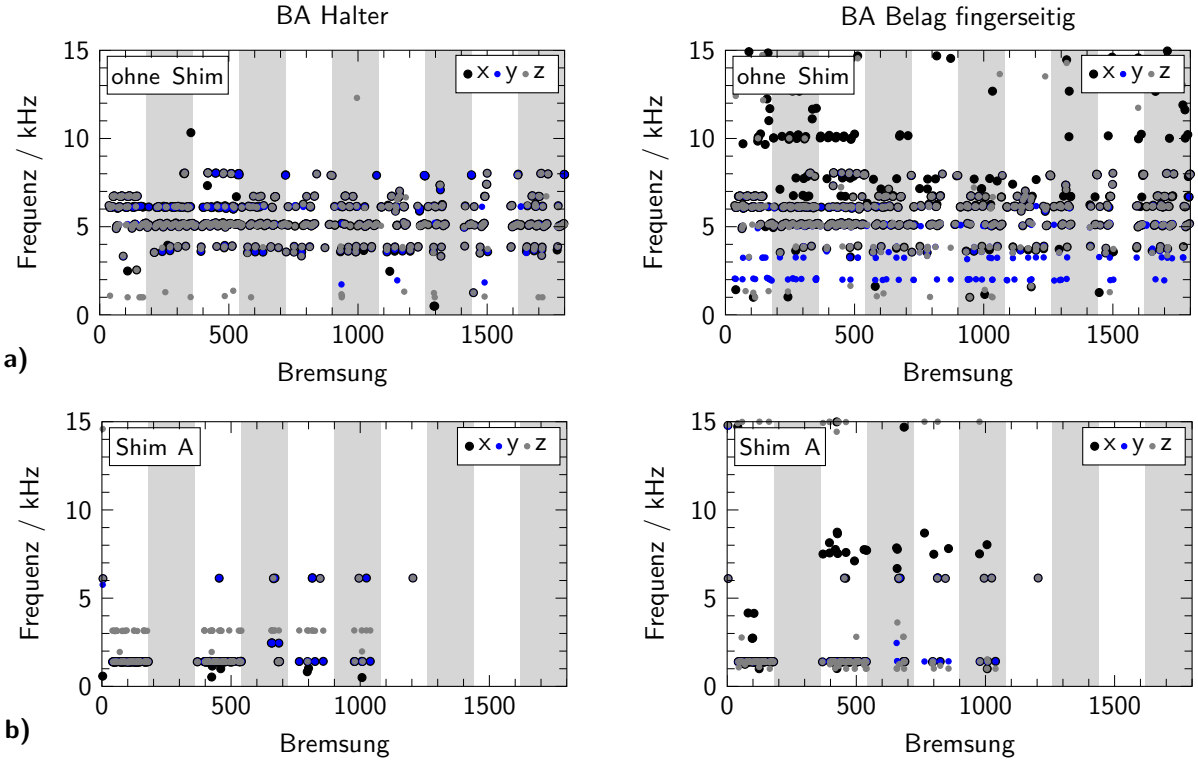


Abbildung 5.20: Quietschverteilung bei zehn gleichen, sequenziellen Bremszyklen mit je 180 Bremsungen: Bremsbeläge **a)** ohne Shim **b)** mit Shim A

[92] Scheibenschlag entsteht bei einer axialen Bewegung der Bremsscheibe pro Umdrehung, die auf Fertigungstoleranzen oder Lagerspiel zurückzuführen sind. Bei starkem Scheibenschlag kann die Bremsscheibe die Beläge berühren [Bre17, S. 134f].

Auf dem Halter und dem fingerseitigen Belag erfasste Quietschgeräusche werden als Punkt dargestellt. Die Farbzuordnung gibt Aufschluss über die Richtung und orientiert sich an dem Koordinatensystem aus Abbildung 5.17. Quietschfrequenzen sind bei beiden Beschleunigungsaufnehmern - auf Belag und Halter - etwa gleich verteilt. Shims tragen, wie Abbildung 5.20 b) verdeutlicht, dazu bei, dass die Quietschhäufigkeit signifikant reduziert wird und hochfrequente Störgeräusche ab 6 kHz größtenteils nicht entstehen. Abbildung 5.21 b) zeigt, dass auftretende Frequenzen oberhalb von 6 kHz aufgrund ihrer sehr geringen Amplitude akustisch als weniger relevant einzustufen sind. Es bildet sich jedoch eine neue, dominante Quietschfrequenz bei 1.4 kHz aus. Das könnte daran liegen, dass der Shimverbund zu einer veränderten Steifigkeit beiträgt und sich die zusätzliche Shimdämpfung unterhalb der ersten Biegeeigenfrequenz, die für Beläge etwa bei 4 kHz liegt [Nor72, S. 40], als weniger effektiv erweist, siehe auch [Yue09, S. 1407], [Sin98, S. 22], [Kun00a, S. 1].[93,94]

Der komplette Bremszykel (1800 Steps) ist unberührt von Veränderungen, da jede Veränderung einen signifikanten Einfluss auf das Quietschverhalten zeigen kann. Dadurch, dass die Absaugung im Warm-up-Modus abgeschaltet wurde, wird die Bremse mit fortwährender Stepanzahl sukzessive mit Bremspartikeln bedeckt. Dieser Bremsstaub, der auf der kompletten Bremse verteilt ist, macht sich in den letzten drei bis vier Bremszykeln (etwa ab Step 1250) bemerkbar, so dass kein Quietschen mehr verursacht wird.

In Abbildung 5.21 werden die maximalen Beschleunigungsamplituden der entsprechenden Quietschfrequenz zugeordnet. Vereinfacht kann angenommen werden, dass eine hohe Beschleunigung mit einem laut wahrgenommenen Störgeräusch korreliert. Bremsenquietschen konzentriert sich größtenteils bei Belägen ohne Shim auf den Frequenzbereich zwischen 4 kHz und 8 kHz. Es ist festzuhalten, dass sich nach Applizierung von Shim A eine Reduzierung der Beschleunigungsamplituden einstellt und Bremsgeräusche im hochfrequenten Bereich fast gänzlich beseitigt werden konnten.

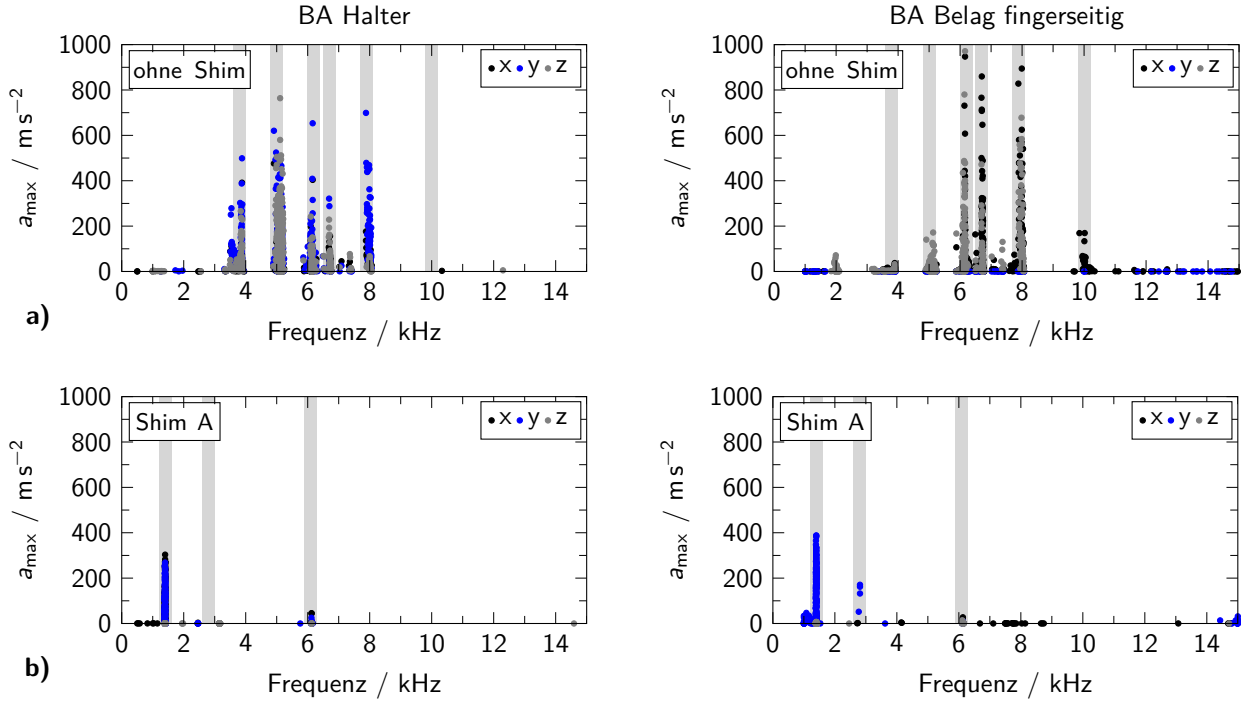


Abbildung 5.21: Maximale Beschleunigungen a_{max} während des Quietschens für die auf dem Halter und Belag befestigten Beschleunigungsaufnehmer: Bremsbeläge **a)** ohne Shim und **b)** mit Shim A

Eine Auswertung der Quietschhäufigkeit erfolgt für die Betriebsparameter Druck und Drehzahl, da diese während einer Bremsung konstant gehalten werden. Abbildung 5.22 stellt die Quietschhäufigkeit für Brems-

[93] Niederfrequente Quietschereignisse können durch Zugabe von Fetten zwischen Belagträger und Bremskolben für Abhilfe sorgen, da die Position des Belages fixiert und die Steifigkeit dadurch erhöht wird [Shi14, S. 4].

[94] KANG spricht davon, dass Shims nur in Out-of-plane Belagmoden effektiv sind [Kan12, S. 2198, 2201].

beläge mit und ohne Shim für den gesamten Bremszyklus von 1800 Bremsungen gegenüber. Bremsbeläge mit Shimtyp A tragen zu einer Reduzierung der Quietschhäufigkeit bei. Es lässt sich hierbei aber keine eindeutige Tendenz erkennen. Quietschereignisse mit und ohne Shim weisen keine lokalen Ausprägungen auf, sondern es treten Quietschsignale über den gesamten betrachteten Parameterbereich auf.

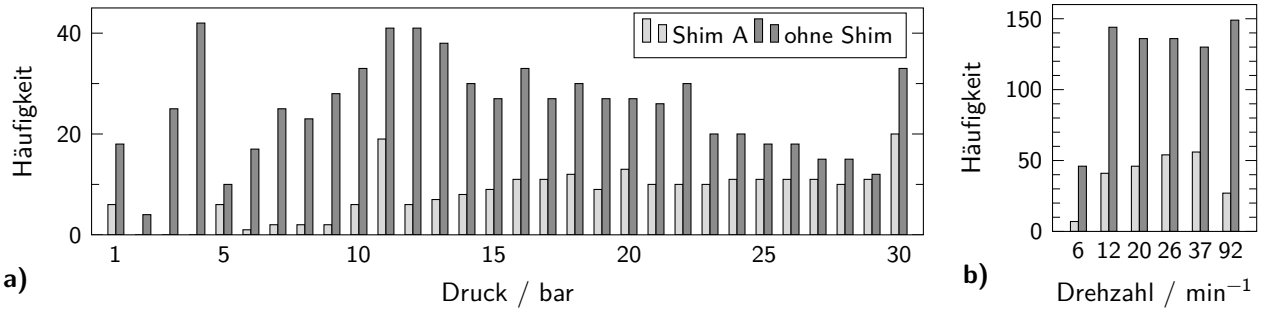


Abbildung 5.22: Quietschhäufigkeit des gesamten Testzyklus (1800 Bremsungen) mit und ohne Shim gemessen auf dem Halter (z-Richtung): **a)** Druck und **b)** Drehzahl

Eine quantitative Aussage über das gemessene Drehmoment und den berechneten Reibkoeffizienten für jede Bremsung wird anschließend fokussiert. Für die Auswertung werden Bremsbeläge ohne Shimverbund herangezogen. Abbildung 5.23 verdeutlicht, dass sich bei der betrachteten Messkampagne das gemessene Drehmoment von einem sehr geringen bis sehr hohen Niveau (bis etwa 800 N m) erstreckt. Die Verteilung des Reibkoeffizienten zeigt gleichermaßen keine eindeutige Zuordnung, sondern vielmehr ein Verteilungsband zwischen $\mu = 0.5$ und $\mu = 0.7$, in dem eine Vielzahl der Quietschereignisse auftreten [VDA306, S. 26].

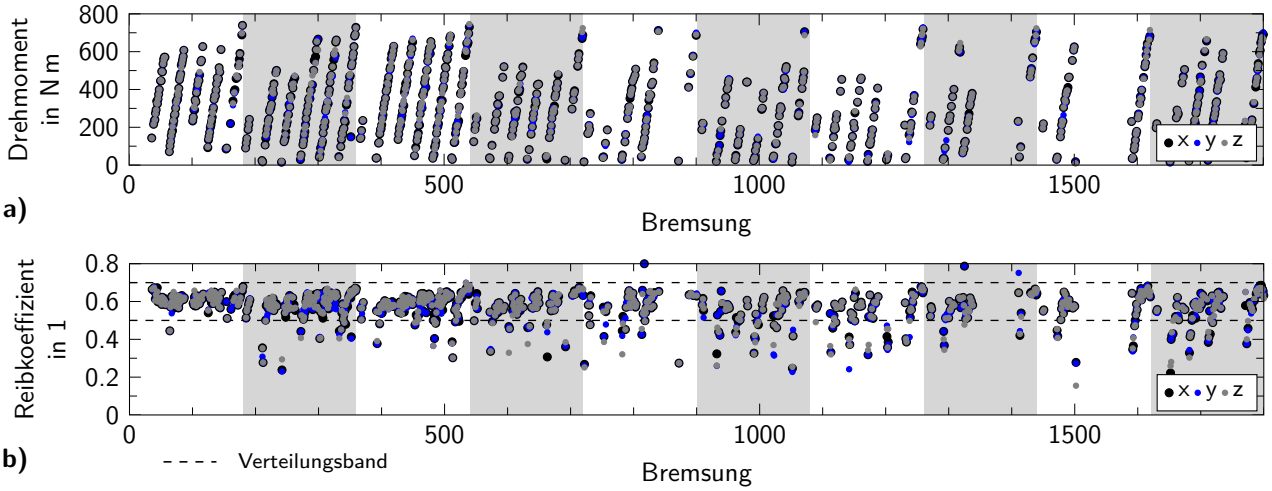


Abbildung 5.23: Drehmoment- und Reibkoeffizientenverteilung bei zehn gleichen, sequenziellen Bremszyklen à 180 Bremsungen mit Bremsbelägen ohne Shim. Beschleunigungssignale (BA Halter) werden für die Auswertung berücksichtigt: **a)** Drehmoment und **b)** Reibkoeffizient

5.3.2 Erprobung vorgestellter Maßnahmen

Die Wirksamkeit einzelner Maßnahmen, die auf Komponentenebene im Verlauf des Kapitels detailliert untersucht wurden, wird nachfolgend validiert. Um die Effektivität beurteilen zu können, werden für Maßnahmen an Bremsbelägen zwei gleiche Bremszyklen mit je 180 Schleppbremsungen durchgeführt. Die Betriebsparameter Druck, Drehzahl und Temperatur sind mit den Einstellungen aus Abschnitt 5.3 identisch. Weitere Warm-up-Bremsungen, um die Solltemperatur von 80 °C zu erreichen, werden ebenfalls in die Auswertung einbezogen.

Bei Maßnahmen, die ausschließlich die Bremsscheibe betreffen, werden Dynamometertests mit Bremsbelägen ohne Shim durchgeführt. Die Tests beinhalten sowohl Verzögerungs- als auch Schleppbremsungen. Verzögerungsbremsungen werden für ein Drehzahlniveau von 450 min^{-1} untersucht. Der Bremsdruck wird in 1 bar-Schritten von 1 bar bis 10 bar variiert in einem Temperaturbereich zwischen Raumtemperatur (25 °C) und 80 °C. Es werden sieben identische Testzyklen mit insgesamt 280 Bremsungen ausgeführt.

Fünf Bremszyklen mit je 150 Schleppbremsungen werden zusätzlich zu allen Verzögerungsbremsungen in die anschließende Auswertung einbezogen. Das Testprogramm gestaltet sich wie folgt:

- Bremsdruck in bar: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 14, 18 und 22
- Drehzahl in min^{-1}: 12, 24, 35, 45 und 150
- Temperatur in °C: 25, 40 und 80 bei einer Starttemperatur unterhalb von 20 °C

Erhöhung der Shimdämpfung

Shims mit der Typbezeichnung B, die eine dickere Metallschicht aufweisen und auf Komponentenebene in Abschnitt 5.1 eine höhere Dämpfung gezeigt haben, werden zunächst näher untersucht. Bei Betrachtung der Versuchsergebnisse aus Abbildung 5.24 ist evident, dass das größere Dämpfungsniveau von Shim B zu keiner Quietschreduzierung beiträgt im Vergleich zu Shim A.

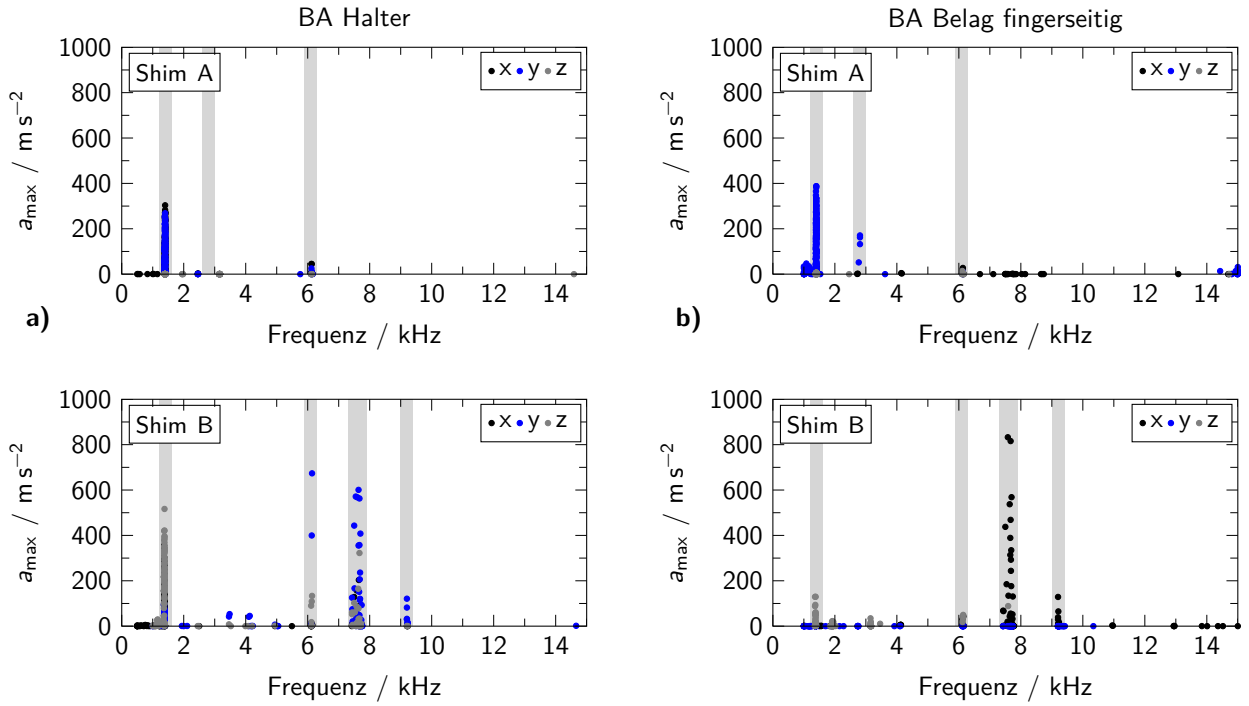


Abbildung 5.24: Quietschverteilung bei Verwendung von Bremsbelägen mit höherer Dämpfung (Shim B): Maximale Beschleunigungen a_{max} gemessen auf dem **a)** Halter und **b)** fingerseitigen Belag

Die maximal detektierten Beschleunigungsamplituden sind im hochfrequenten Bereich um den Faktor 1.5 größer als bei der Verwendung von Shim A mit geringerer Dämpfung, wie in Abbildung 5.21 dargelegt worden ist. Der subjektive Eindruck der beträchtlich lauter wahrgenommenen Quietschgeräusche am Versuchsstand bestätigt die größeren Maxima. Die Erprobung zeigt, dass eine Dämpfungserhöhung nicht immer als geeignete Maßnahme verstanden werden kann. Infolgedessen werden weitere Maßnahmen getestet, um ein verbessertes Geräuschverhalten der untersuchten Bremse respektive ein vollständig leises Bremssystem zu erzielen.

Diskreter Constrained-layer-damping Aufbau (Cutouts)

Die Erprobung einer symmetrisch geschlitzten Belagausführung (1 Schlitz aus Abbildung 5.12 a)) zeigt Abbildung 5.25. Es werden geschlitzte Beläge mit Shim A Belägen ohne Segmentierung gegenübergestellt. Die Quietschverteilung verdeutlicht, dass sich keine Reduzierung der eintretenden Bremsgeräusche einstellt. Shim A wirkt sich jedoch positiv auf die Reduzierung gemessener Schwingungsamplituden aus.

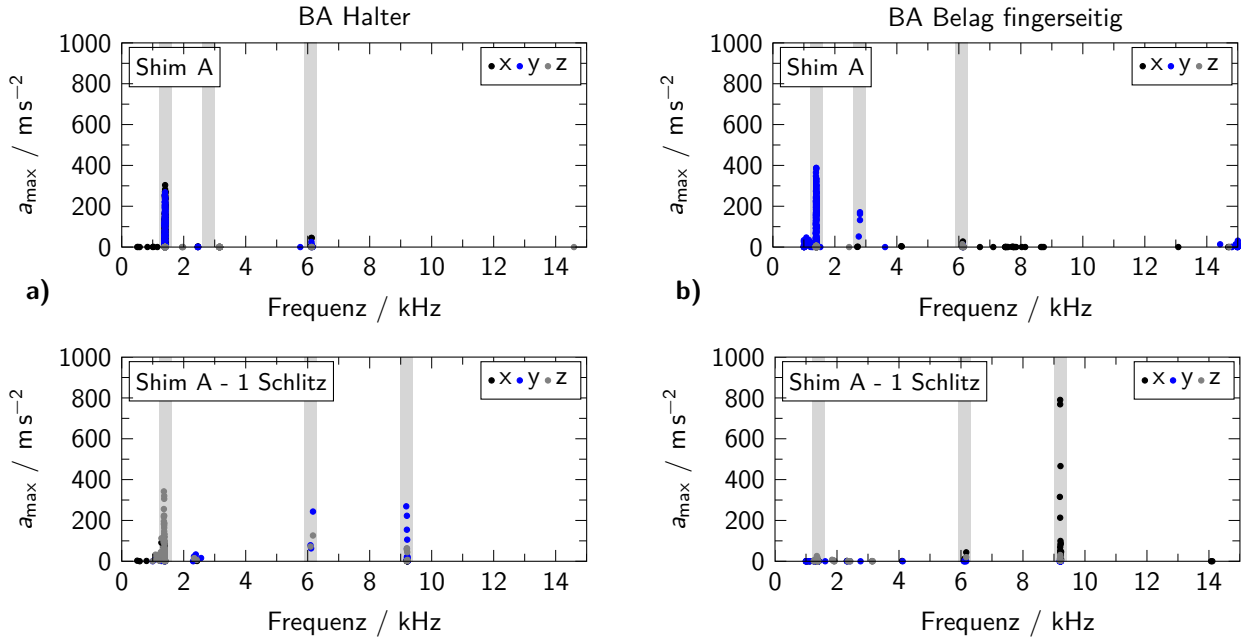


Abbildung 5.25: Quietschverteilung bei Verwendung des geschlitzten Shims A. Maximale Beschleunigungen a_{max} gemessen auf dem **a)** Halter und **b)** fingerseitigen Bremsbelag.

Ein ähnliches Bild ist für die Belagvariante ohne Nietstellen erkennbar. Aufgezeichnete Quietschsignale sind in Abbildung 5.26 zusammengefasst. Beläge mit Shim B, die eine Nietverbindung besitzen, werden als Ausgangspunkt für die Evaluation der Maßnahme herangezogen.

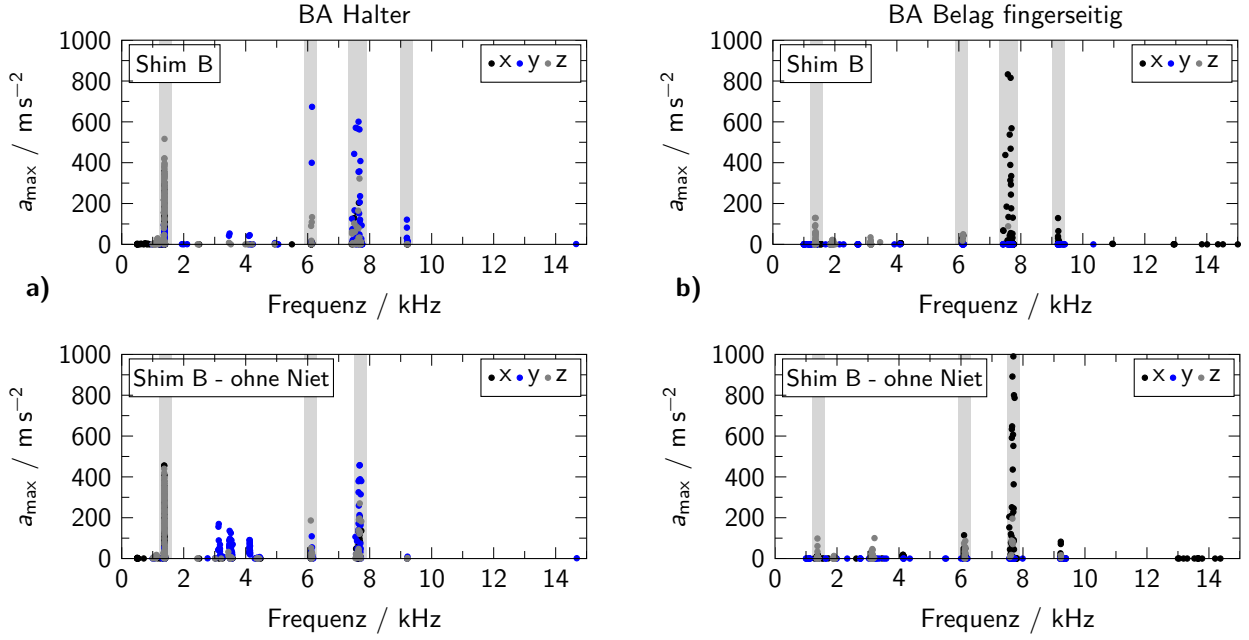


Abbildung 5.26: Quietschverteilung bei Entfernung der Nietverbindungen bei Bremsbelägen mit Shim B: Maximale Beschleunigungen a_{max} gemessen auf dem **a)** Halter und **b)** fingerseitigen Bremsbelag

Es kann konstatiert werden, dass der Einsatz von Shims zu einer Verbesserung des Geräuschverhaltens von Bremsen beiträgt, aber die Steifigkeits-/Dämpfungsverteilung ein entscheidender Faktor für das Auftreten von Quietschphänomenen darstellt. Eine vollständige Beseitigung von Bremsgeräuschen konnte mit den getesteten Maßnahmen nicht erzielt werden. Um geräuscharme Reibungsbremsen zu realisieren, ist die Erhöhung der Dissipation bei Bremsscheiben ein wesentlicher Faktor [Che07, S. 3], [Weh18, S. 22]. Anschließend vorgestellte Maßnahmen besitzen keine Serienreife, es soll vielmehr erprobt werden, ob eine Quietschaffinität des Bremssystems durch präsentierte, passive Dämpfungsmaßnahmen reduziert werden kann.[95]

Maßnahmen zur Dämpfungserhöhung bei Bremsscheiben

Beschleunigungssignale werden wie bei den vorherigen Untersuchungen auf dem fingerseitigen Bremsbelag und Halter gemessen. Exemplarisch werden detektierte Quietschsignale in Spektrogrammdarstellung und eine Verteilung auftretender Störgeräusche in Abbildung 5.27 visualisiert. Die Konfigurationen entsprechen den Maßnahmen aus Abschnitt 5.2.1. In a) werden Quietscher an der modifizierten Bremsscheibe ohne Abhilfemaßnahmen dargestellt, b) zeigt die Quietschverteilung für eine asymmetrische Aufbringung von 12 Shims an einer Scheibeninnenfläche, c) eine symmetrische Applizierung an beiden Innenflächen mit jeweils 12 Shims und d) die Quietschaffinität der untersuchten Bremse mit Shims, die zusätzlich in Umfangsrichtung geklebt werden.

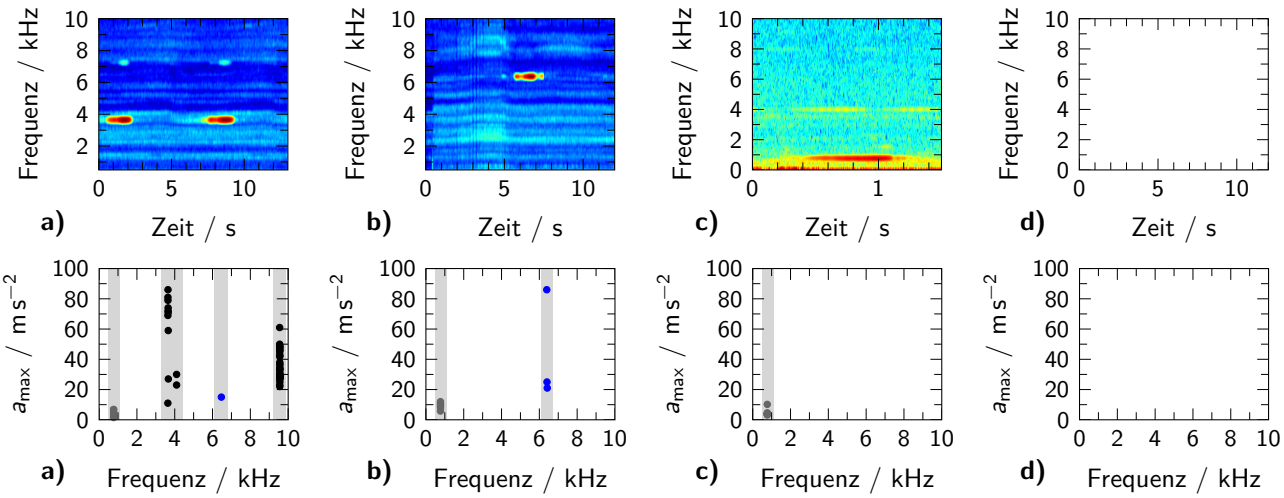


Abbildung 5.27: Spektrogramm prägnanter Beschleunigungssignale und Übersicht auftretender Quietschfrequenzen bei Bremsscheibe **a)** ohne Shims, **b)** Shims asymmetrisch auf einer Reibringinnenfläche **c)** Shims auf beiden Reibringinnenflächen und **d)** zusätzlichen Shims entlang des Scheibenumfangs, siehe Konfigurationen aus Abbildung 5.14

Die Bremsscheibe ohne zusätzliche passive Dämpfungsmaßnahmen zeigt vier Frequenzbereiche in Abbildung 5.27 a) in denen gehäuft Bremsenquietschen auftritt. Eine deutliche Verbesserung stellt sich unter Verwendung von Shims, die in der dafür vorgesehenen Nut eingebracht werden, ein. Hochfrequente Störgeräusche konnten durch die Applizierung an beiden Innenflächen vollständig beseitigt werden wie Abbildung 5.27 c) veranschaulicht. Jedoch tritt ein niederfrequentes Geräusch bei etwa 770 Hz ein, das der Kategorie *Heulen* zuzuordnen ist [Bre17, S. 630, 635].[96] Die zusätzliche Erprobung einer asymmetrischen Aufbringung von Shims, die lediglich auf einer Reibringinnenfläche appliziert werden, kann eine Entstehung von hochfre-

[95] Das Bremsscheibendesign muss sowohl thermische als auch akustische Anforderungen gleichermaßen erfüllen. Eine unzureichende Auslegung kann zu thermischen Instabilitäten führen und in Folge Bremsgeräusche verursachen [Che07, S. 5].

[96] Der Entstehungsmechanismus von Heulgeräuschen ist ähnlich dem Quietschen. Es tritt nahe Raumtemperatur in einem Frequenzbereich zwischen 500 Hz und 1000 Hz auf, bei geringen Drücken und Drehzahlen. Die an dem Bremsgeräusch beteiligten Eigenformen können sowohl Starrkörper- als auch elastische Moden sein. Alle genannten Eigenschaften treffen auf die detektierten Heulgeräusche zu.

quenten Quietschphänomenen nicht gänzlich beseitigen, siehe Abbildung 5.27 b). Erst durch eine weitere Maßnahme, bei der Shims zusätzlich in Umfangsrichtung vorgesehen werden, konnten Bremsgeräusche vollends verhindert werden. Abbildung 5.27 d) zeigt exemplarisch, dass keine Störgeräusche entstehen.

Schlussfolgerungen

Dämpfungskennwerte von Bremsbelägen weisen zufällige Abweichungen auf, die eine weniger ausgeprägte Robustheit des Bremssystems gegenüber Störungen zur Folge haben. Hinzu kommt, dass Shims stets auf das Bremssystem abgestimmt werden müssen. Die Untersuchungen zeigen, dass Shimverbunde eine effektive Maßnahme sind, Bremsgeräusche deutlich zu minimieren. Bei Shimstrukturen mit einem höheren Dämpfungsniveau trat jedoch eine Verschlechterung der Ergebnisse ein. Das betrifft sowohl die Häufigkeit der Bremsgeräusche, die auftretenden Quietschfrequenzen als auch die detektierten Beschleunigungsamplituden. Eine vollständige Beseitigung von Bremsgeräuschen durch Applizierung von Shims auf Bremsbelagrückenplatten konnte in den Untersuchungen nicht erzielt werden. Aus den getesteten Maßnahmen hat sich im Frequenzbereich unterhalb der ersten Belageigenfrequenz (etwa bei 4 kHz) als Konsequenz ergeben, die Bremsscheibe (Abstrahlkörper) zu bedämpfen.

Zukünftig sollte vorrangig die Integration von dämpfungssteigernden Maßnahmen bei Bremsscheiben einbezogen werden. Dies kann durch den partiellen Einsatz von passiven Strukturen in Kühlkanälen erfolgen. Weiterhin ist eine Veränderung des Werkstoffes oder der Materialzusammensetzung denkbar, die ein höhere Dissipation verspricht. Eine Realisierung von Bremsscheiben, die gezielt eine inhomogene Materialzusammensetzung - beispielsweise durch unterschiedliche Korngrößen - aufweisen, und so Einfluss auf das Dämpfungsverhalten nehmen, bergen zudem Verbesserungspotenzial.

6 Finite-Elemente Ansatz

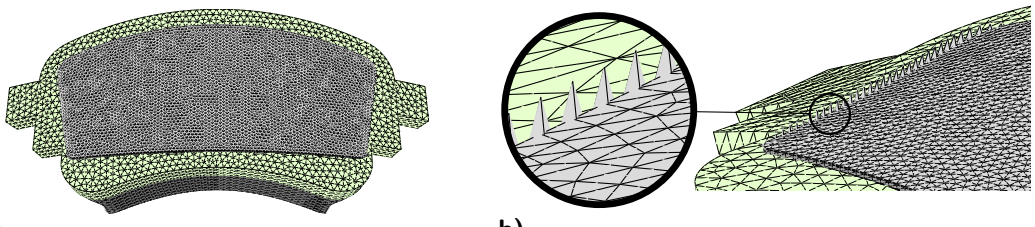
Im Fokus dieses Kapitels stehen sowohl die Modellierungsproblematik von Shims, die auf äußerst dünne Schichtdicken zurückzuführen ist, als auch der in der Modellierung oftmals vernachlässigte Dämpfungseinfluss. Die bereits in Abschnitt 4.3 beschriebenen Modellierungstechniken werden zur Homogenisierung der Shimschichten genutzt und einem klassischen Mehrschichtaufbau gegenübergestellt. Hierfür werden die aus experimentellen Untersuchungen ermittelten Dissipationskennwerte in homogenisierte Belagrückenplatten implementiert, in ein vorhandenes industriell genutztes FE-Gesamtbremsenmodell integriert und anschließend diskutiert. Eine Validierung der Ergebnisse findet im weiteren Verlauf des Kapitels statt.

6.1 Modellierung

> *„Modelle sind stets Modelle von etwas, nämlich Abbildungen, Repräsentationen natürlicher oder künstlicher Originale [...].“*
>
> † Prof. Dr. phil. Herbert Stachowiak 1973, siehe [Sta73, S. 131]

Der Modellbegriff beinhaltet, dass im Allgemeinen nicht die Gesamtheit aller Attribute erfasst wird, sondern nur Merkmale, die für die Modellbildung relevant erscheinen [Sta73, S. 132]. Bei der Shimmodellierung sind neben der korrekten Geometrieabbildung Steifigkeits- und vor allem Dissipationseigenschaften entscheidend.[97]

Bei der FE-Modellierung von Scheibenbremssystemen, die für komplexe Eigenwertanalysen genutzt werden, ist es aktuell gebräuchlich, einen konventionellen Aufbau, der jede Shimschicht einzeln berücksichtigt, zu präferieren [McD05], [Esg14]. Die Verwendung ungeeigneter Elementtypen kann, wie Abbildung 6.1 verdeutlicht, zu nicht physikalischen Deformationen der dünnwandigen Shimschichten insbesondere des Elastomerkerns führen. Verzerrte Elemente tragen dazu bei, dass die Ergebnisqualität der CEA abnimmt. Es ist anzunehmen, dass dieser Effekt mit steigendem Komplexitätsgrad der Shims (mehr Schichten) zunimmt [Lan15, S. 8].



a) **b)**

Abbildung 6.1: Starke Verzerrungen bei Mehrschichtmodellierung von Shims: **a)** Biegeeigenform eines Bremsbelages und **b)** Detailansicht

Elemente bei einem Shimverbund weisen unweigerlich eine starke Disbalance in ihren Seitenverhältnissen aufgrund sehr dünner Schichten auf. Bei Elementen, die stark von ihrer Ausgangsform abweichen, verlieren

[97] Die FE-Abbildung von Shims und Trägerstrukturen wird in Abaqus/CAE und dem Pre-Prozessor ANSA der Firma Beta CAE Systems durchgeführt. Alle Ergebnisse wurden unter Verwendung von komplexen Frequenzsteps (complex frequency procedure) des impliziten Lösers Abaqus/Standard erzeugt.

die Ansatzfunktionen ihre Gültigkeit und führen zu Fehlern bei der Generierung der Elementsteifigkeitsmatrix. Ein zunehmender Verzerrungsgrad wirkt sich folglich stark auf die Ergebnisqualität aus [Mor08, S. 158, 165], [Bat02, S. 444ff], [Lee93].

Shims hingegen, die als homogene Einheit mit einem Element in der Gesamtdicke modelliert werden, vermeiden diese Art von Modellierungsproblemen. Hinzu kommt, dass bei einer State-of-the-Art Modellierung (Schichtaufbau) versucht wird, einem beträchtlichen Anstieg an Freiheitsgraden entgegenzuwirken. Infolgedessen wird für die geringen Schichtdicken lediglich ein Element in Dickenrichtung forciert. Bei Elementlängen von etwa 4 mm bis 5 mm entstehen somit inadäquate Seitenverhältnisse von ca. 1:40 bis 1:50, die bei einer homogenisierten Modellierung nicht auftreten [Mig01, S. 2] siehe auch [Mig99, S. 2], [Mah05, S. 2]. LANGER kam bei seinen Untersuchungen zu dem Schluss, dass bei dünnwandigen Strukturen mindestens zwei Elementschichten entlang der Schichtdicke vorzusehen sind und Seitenverhältnisse von 1:10 nicht überschritten werden sollten, um eine zufriedenstellende Abbildung von Biegemoden gewährleisten zu können [Lan17, S. 14f]. Zur Orientierung sollten die Empfehlungen in Tabelle 22 berücksichtigt werden.

Tabelle 22: Empfehlungen bei der Modellierung von Biegemoden dünnwandiger Strukturen [Lan17, S. 15]

Ansatzfunktion	**Elemente pro Wellenlänge**	**Elementschichten entlang der Schichtdicke**	**Elementseitenverhältnis**
Linear	≥ 500	≥ 3	$\leq 1:4$
Quadratisch	≥ 20	≥ 2	$\leq 1:10$

Abbildung 6.2 stellt eine mehrschichtige Modellierung einer homogenisierten gegenüber. Betrachtet werden Stahlrechteckplatten und konventionelle Belagrückenplatten, die mit Shims beklebt werden. Einzelschichten werden bei dem Sandwichaufbau mit TIE-constraints verbunden, siehe auch [Fes12, S. 1126]. Stahlrechteckplatten werden mit Volumen- und Schalenelementen vernetzt, Rückenplatten ausschließlich mit Volumenelementen, da diese bei einer Integration in ein Gesamtbremsenmodell Kontaktpartnern unterliegen und infolgedessen zu einer höheren Robustheit beitragen. Es können für die Vernetzung der betrachteten Objekte Hexaeder- oder Tetraederelemente verwendet werden.[98]

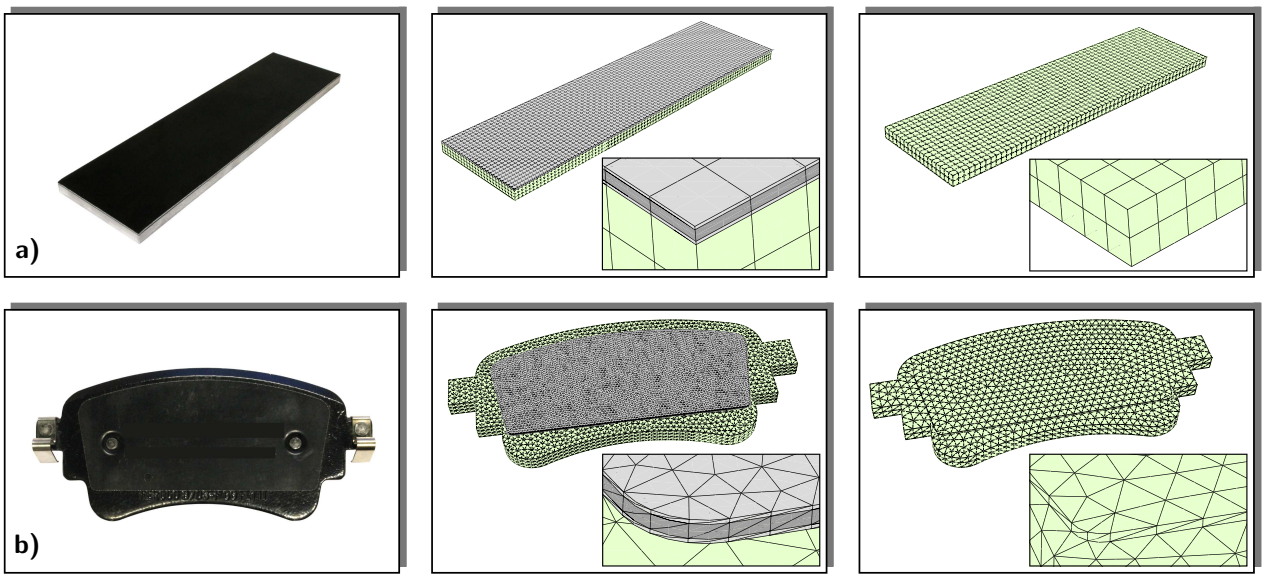


Abbildung 6.2: FE-Vernetzung als konventioneller Mehrschichtaufbau und homogenisierte Struktur: **a)** vollständig bedeckte Stahlrechteckplatte und **b)** Bremsbelag mit Shim

[98] Tetraederelemente weisen keine signifikanten Unterschiede zu Hexaederelementen auf, sind bei der Handhabung komplexer Geometrien jedoch vorteilhaft, da keine Partitionierung erfolgen muss [Lan17, S. 20].

Belagrückenplatte und Shim sind nach der Homogenisierung *ein* Bauteil und enthalten mehrere Elemente entlang der Gesamtdicke (Trägerstruktur und Shim). Der Homogenisierungsprozess hat substanziellen Anteil daran, dass adäquate Seitenverhältnisse von 1:5 bis 1:10 bei einer Elementlänge von etwa 5 mm entstehen. Weitere zu beachtende Punkte sind:

- Details wie Fasen, Rundungen oder Kanten, die keinen Einfluss auf die Geometrie ausüben, sollten bei der FE-Modellbildung nicht berücksichtigt werden wie in Abbildung 6.2 veranschaulicht wird. Die Berechnungsergebnisse weisen vernachlässigbar geringe Abweichungen auf, siehe auch [Lan15, S. 9].
- Weitere Berechnungen des homogenisierten Aufbaus haben gezeigt, dass eine Änderung der Querkontraktionszahl nur geringfüge Auswirkungen hat. Dieser Sachverhalt wurde bereits von PLUNKETT beschrieben [Plu69a, S. 4]. Für alle Berechnungen wird eine homogenisierte Poissonzahl ν_{hom} von 0.3 angenommen.

6.2 Dämpfungsmodelle

Dämpfung ist oftmals schwierig zu modellieren und wird in vielen Bremsenmodellen nachlässig betrachtet oder sogar vollständig vernachlässigt. Im weiteren Verlauf werden der generelle Einfluss und die Abbildungsgüte der homogenisierten Shim/Rückenplatte zunächst auf Komponentenebene und anschließend nach Integration in ein FE-Gesamtbremsenmodell (CEA) dargelegt. In homogenisierte Rücken- und Stahlplatten wird RAYLEIGH-Dämpfung implementiert, für den konventionellen Mehrschichtaufbau wird Strukturdämpfung vorgesehen. Zudem werden Dämpfungskennwerte weiterer Bremskomponenten beispielsweise des Reibmaterials und der Bremsscheibe berücksichtigt.

6.2.1 Strukturdämpfung

Anstelle einer klassischen Dämpfungsmatrix für die Energiedissipation wird eine komplexe Steifigkeitsmatrix mit einem Dämpfungsparameter β_{struc}, der die Dissipationseigenschaften (Strukturdämpfung) des betrachteten Materials abbilden soll, berücksichtigt. Die Formulierungen entsprechen denen aus Abschnitt 3.2.2, werden jedoch für ein System mit *n*-Freiheitsgraden erweitert. Die Gleichungen (6.1) und (6.6) stellen lineare Differenzialgleichungssysteme dar, $\boldsymbol{q}$ beschreibt den Verschiebungsvektor in Abhängigkeit der Zeit, $\boldsymbol{M}$ die Massenmatrix, $\boldsymbol{K}$ die Steifigkeitsmatrix und $\boldsymbol{f}$ den Erregungsvektor. Die Bewegungsgleichung mit Strukturdämpfung lautet [Din16, S. 149f]

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}(1 + \mathrm{i}\beta_{\text{struc}})\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}. \tag{6.1}$$

Der komplexe Lösungsansatz $\boldsymbol{q} = \widehat{\boldsymbol{q}}e^{\mathrm{i}\lambda t}$ mit den Eigenwerten λ für das homogene System führt zu

$$-\boldsymbol{M}\lambda^2 + \boldsymbol{K}(1 + \mathrm{i}\beta_{\text{struc}}) = \boldsymbol{0}. \tag{6.2}$$

Bei einem Mehrfreiheitsgradsystem mit viskoser Dämpfung gilt folgender Zusammenhang

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0}, \tag{6.3a}$$

$$-\boldsymbol{M}\lambda^2 + \mathrm{i}\boldsymbol{D}\lambda + \boldsymbol{K} = \boldsymbol{0}. \tag{6.3b}$$

Eine Gegenüberstellung beider Dämpfungsansätze zeigt, dass folgende äquivalente Beziehung zwischen viskoser und struktureller Dämpfung zutreffend ist

$$\mathbf{D} = \frac{\boldsymbol{K}\beta_{\text{struc}}}{\lambda}. \tag{6.4}$$

Bei Finite-Elemente Simulationen wird λ im Allgemeinen mit einer Referenzkreisfrequenz λ_{ref} ersetzt [Grä15, S. 5]. Strukturdämpfung wird im weiteren Verlauf für konventionelle Mehrschichtverbunde verwendet.

6.2.2 Rayleigh-Dämpfung

Rayleigh-Dämpfung, oft unter dem Begriff *Bequemlichkeitshypothese* zu finden, beschreibt einen Zusammenhang für den mit $\dot{\boldsymbol{q}}$ multiplizierten Anteil, bei dem die Parameter α und β aus mindestens zwei experimentell ermittelten Dämpfungsgraden unterschiedlicher Frequenzen bestimmt werden. Dieser Dämpfungstyp stellt ein rein mathematisches Konstrukt dar, das den Einfluss der Massen- und Steifigkeitsmatrix gewichtet. Die Dämpfungsmatrix $\boldsymbol{D}$

$$\boldsymbol{D} = \alpha\boldsymbol{M} + \beta\boldsymbol{K} \tag{6.5}$$

wird als Linearkombination von Massenmatrix $\boldsymbol{M}$ und Steifigkeitsmatrix $\boldsymbol{K}$ dargestellt und ist für diesen Fall modal entkoppelbar [Zie77, S. 532, 564], [Bat76, S. 339]. Das zu lösende Differenzialgleichungssystem nimmt folgende Form an

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \underbrace{(\alpha\boldsymbol{M} + \beta\boldsymbol{K})}_{\simeq \boldsymbol{D}}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}. \tag{6.6}$$

Die rechte Seite der Gleichung beinhaltet einen äußeren Lastvektor $\boldsymbol{f}$. Tabelle 23 legt die Relation zwischen Differenzialgleichung und Dämpfungsgrad für viskose Dämpfung mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfungskonstante d und Rayleigh-Dämpfung dar.

Tabelle 23: Relation zwischen Differenzialgleichung und Dämpfungsgrad bei viskoser und Rayleigh-Dämpfung für ein Einfreiheitsgradsystem [Din16, S. 148]

	Viskose Dämpfung	**Rayleigh-Dämpfung**
Differenzialgleichung:	$\ddot{q} + \frac{d}{m}\dot{q} + \frac{k}{m}q = \frac{F}{m}$	$\ddot{q} + (\alpha + \beta\frac{k}{m})\dot{q} + \frac{k}{m}q = \frac{F}{m}$
	$\ddot{q} + 2\vartheta\omega_0\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{F}{m}$	$\ddot{q} + (\alpha + \beta\omega_0^2)\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{F}{m}$
Dämpfungsgrad ϑ:	$2\,\vartheta\omega_0 = \frac{d}{m}$	$2\vartheta\omega_0 = \alpha + \beta\omega_0^2$
	$\vartheta = \frac{1}{2}\frac{d}{m\omega_0}$	$\vartheta = \frac{\alpha+\beta\omega_0^2}{2\omega_0}$

Den frequenzabhängigen Zusammenhang zwischen Dämpfungsgrad und Kreisfrequenz bei Rayleigh-Dämpfung charakterisiert somit

$$\vartheta_i = \frac{\alpha + \beta\omega_i^2}{2\omega_i} \tag{6.7}$$

für ein System mit i-Freiheitsgraden [Din16, S. 148f]. Folgende zwei Grenzfälle können betrachtet werden:

1. $\alpha \to 0,\ (\beta \neq 0) \quad \longrightarrow \quad \vartheta_i = \frac{1}{2}\beta\omega_i$ hohe Frequenzen werden **stärker** gedämpft (6.8a)

2. $\beta \to 0,\ (\alpha \neq 0) \quad \longrightarrow \quad \vartheta_i = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{\omega_i}$ hohe Frequenzen werden **geringer** gedämpft (6.8b)

Abbildung 6.3 visualisiert den steifigkeits- und massenproportionalen Teil aus Gleichung (6.7).

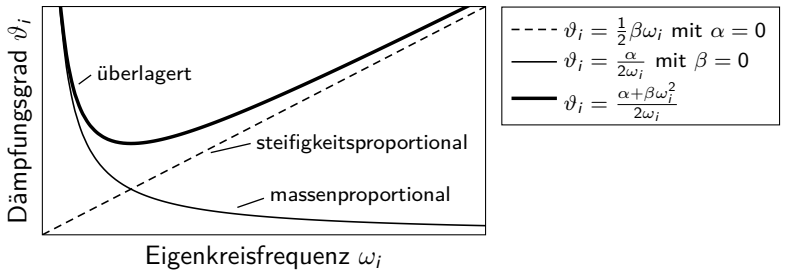


Abbildung 6.3: Relationen bei Rayleigh-Dämpfung nach [Bat02, S. 951], [VDI3830-4, S. 14]

6.3 Ergebnisse auf Komponentenebene

Bei einer konventionellen Mehrschichtmodellierung von Shims wäre es grundsätzlich möglich, lediglich auf Materialparameter aus Literaturquellen zurückzugreifen, wohingegen, wie in Kapitel 5 beschrieben wird, bei einer homogenisierten Modellierung Bauteilversuche erforderlich sind. Diese ließen sich durch die Verwendung der in Abschnitt 4.3.2 gezeigten Modellierung umgehen.

Die Beschaffung der Materialkennwerte von Elastomeren gestaltet sich jedoch oftmals infolge starker Frequenz- und Temperaturabhängigkeit äußerst schwierig. Es kann jedoch vermutet werden, dass selbst bei Kenntnis aller Materialparameter die Mehrschichtmodellierung nicht das tatsächliche Bauteilverhalten wiederspiegelt. Infolgedessen kann es nötig sein, die Materialeigenschaften sowohl in der Mehrschichtmodellierung als auch Homogenisierung auf Grundlage von Bauteilversuchen anzupassen. Hierfür eignen sich die im experimentellen Abschnitt der Arbeit vorgestellten standardisierten Komponentenversuche.

Die Elementformulierung und der Diskretisierungsgrad (Vernetzung) sind entscheidende Faktoren für die Qualität der Ergebnisse [Lan15, S. 6]. Vor der Durchführung einer **Konvergenzanalyse**, die maßgeblich über das Diskretisierungsniveau entscheidet, sind folgende Punkte zu beachten:

- Eine feine Vernetzung für homogenisierte Strukturen wird verwendet, um zunächst eine Anpassung des homogenisierten Elastizitätsmoduls vornehmen zu können. Nach erfolgreicher Übereinstimmung wird eine Konvergenzanalyse durchgeführt.
- Die Ergebnisse des Sandwichverbundes und der homogenisierten Rechteckstruktur werden mit experimentellen Untersuchungen verglichen. Auf die Anzahl von Freiheitsgraden respektive die benötigte Rechenzeit wird anschließend Bezug genommen.

Ein klassischer Sandwichverbund (ml), der aus vier Lagen besteht, wird einem homogenisierten Aufbau (hom) gegenübergestellt, siehe Abbildung 6.4. Die rechteckige Stahlträgerstruktur verfügt über Abmessungen von 180x50x5 mm^3, der aus zwei Elastomer- und einer Stahlschicht bestehende Shimverbund weist die gleichen Breiten- und Längenabmessungen auf und besitzt eine Dicke kleiner als 1 mm.

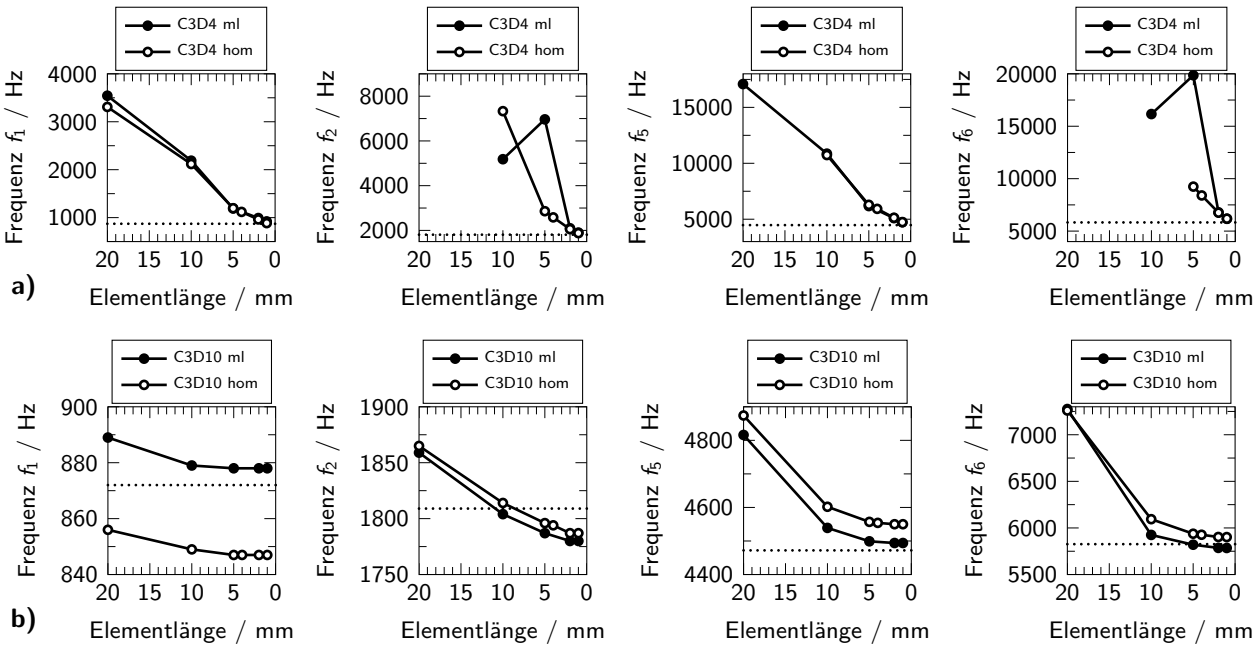


Abbildung 6.4: Konvergenzanalyse einer vollständig mit Shim A bedeckten rechteckigen Stahlplatte 180x50x5 mm^3: Schichtverbund (ml) und Homogenisierung (hom) für **a)** lineare und **b)** quadratische Ansatzfunktionen. Die gepunktete Linie (·····) verdeutlicht Ergebnisse aus experimentellen Modalanalysen

Als Vernetzungstyp werden Tetraeder-Volumenelemente, wie sie bei FE-Bremsenmodellen eingesetzt werden, mit linearer (C3D4) und quadratischer Ansatzfunktion (C3D10) verwendet. Alle Schichten des Sandwichaufbaus werden mit derselben Elementlänge vernetzt. Im Fokus stehen vier Moden in der Reihenfolge, die sich aus experimentellen Modalanalysen ergeben hat: f_1 - 1. Biegung, f_2 - 1. Torsion, f_5 - 3. Biegung, und f_6 - 3. Torsion.

Ein grobes Netz erfasst nicht alle Schwingungsmoden im betrachteten Frequenzbereich, somit entscheidet die Diskretisierungsstufe der Vernetzung über die Abfolge der Moden. Lineare Ansatzfunktionen zeigen erst bei sehr kleinen Elementlängen ein Konvergenzverhalten ($\approx 1\,\text{mm}$) und sind somit nicht empfehlenswert. Quadratische Tetraederelemente, die einen zusätzlichen Mittelknoten besitzen, weisen für niedrige Eigenfrequenzen selbst bei grober Vernetzung schon eine korrekte Tendenz auf. Signifikant ist, dass es bei höheren Moden einer deutlich feineren Vernetzung (etwa 2 mm) bedarf, um eine Konvergenz zu erzielen. Der klassische Schichtaufbau weist eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Eigenfrequenzen auf, hierfür werden jedoch eine beträchtliche Anzahl an Freiheitsgraden (Elementlänge 2 mm) benötigt. Die Abbildungsgüte des Homogenisierungsansatzes ist vergleichbar, zeigt jedoch tendenziell geringfügig größere Abweichungen.[99] Die Gegenüberstellung verdeutlicht, dass homogenisierte Strukturen für dünnwandige Shims bei deutlich adäquateren Seitenverhältnissen hinreichend genaue Ergebnisse liefern und für komplexe Eigenwertanalysen zu präferieren sind.

Der Homogenisierungsansatz geht mit einer beträchtlichen Einsparung an erforderlichen Freiheitsgraden einher, wie Abbildung 6.5 veranschaulicht. Schalenelemente mit acht Knoten (S8R) tragen wie bereits in [Sch19a, S. 462] für Rechteckträgerplatten gezeigt wurde, zu einer weiteren Ersparnis bei. Die Reduzierung von Freiheitsgraden, insbesondere bei kleinen Elementlängen von etwa 2 mm bis 5 mm ist für große FE-Bremsenmodelle vorteilhaft. FE-Modelle, die für komplexe Eigenwertanalysen verwendet werden, besitzen oftmals eine sehr hohe Anzahl an Freiheitsgraden ($> 10^6$) und benötigen eine Berechnungszeit von mehreren Stunden. Das vollständige in dieser Arbeit näher betrachtete FE-Bremsenmodell weist etwa 1 600 000 Freiheitsgrade auf.

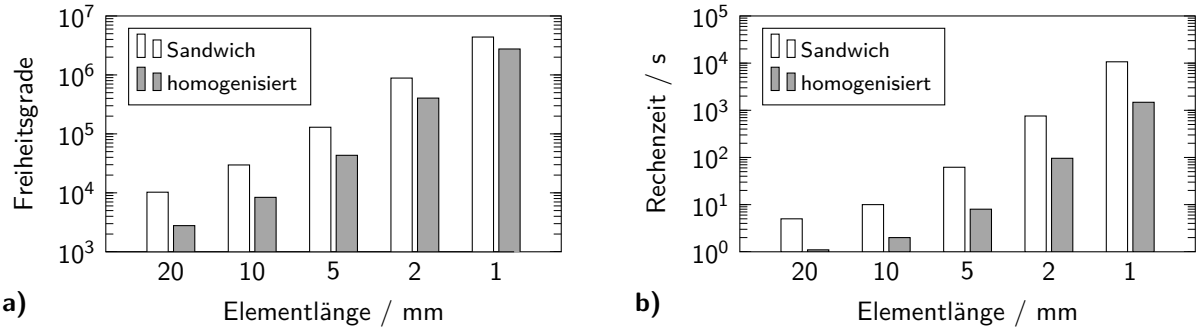


Abbildung 6.5: Reduzierung von **a)** Freiheitsgraden und **b)** Auswirkung auf die Rechenzeit bei einer homogenisierten Shimmodellierung. Für die Berechnung werden quadratische Tetraederelemente C3D10 verwendet

Um ein Konvergenzverhalten bei höheren Moden zu erhalten, ist eine größere Anzahl an Freiheitsgraden in Form von geringeren Elementlängen erforderlich. Es kann deshalb geschlussfolgert werden, dass eine Homogenisierung bei Shims mit sehr dünnen Schichtdicken, die für CEA eingesetzt werden, aus Modellierungs- und Performancesicht signifikante Vorteile bietet.

[99] Die von Abaqus nach der Berechnung erzeugte .dat-Datei enthält Informationen über Fehlermeldungen und Warnungen. Signifikant hierin ist, dass bei dem betrachteten konventionellen Schichtverbund eine beträchtliche Anzahl an verzerrten Shimelementen (Stahl- und Elastomerschichten) unabhängig von der Vernetzung vorliegt. Grob vernetzte Strukturen weisen verzerrte Elemente in der Größenordnung 60 % bis 80 % auf, bei kleineren Elementlängen liegen etwa 25 % bis 35 % verzerrte Elemente vor. Selbst eine Elementlänge von 1 mm schafft keine Abhilfe. Bei einer homogenisierten Struktur treten hingegen ab einer Elementlänge von etwa 10 mm keine Verzerrungen mehr auf.

Wie bereits im vorherigen experimentellen Kapitel in Abschnitt 5.1 dargelegt wurde, unterliegen Dämpfungskennwerte von Bremsbelägen einer nicht zu vernachlässigenden Varianz, von etwa 10 % bis 20 %. Eine exakte Berücksichtigung disspativer Belageigenschaften ist demzufolge weder realisierbar noch zielführend. Dissipative Effekte werden für homogenisierte Belagrückenplatten durch proportionale RAYLEIGH-Dämpfung, für einen konventionellen Mehrschichtaufbau durch Strukturdämpfung abgebildet. Die Approximation der Dämpfungseigenschaften wird durch ein *Least-Squares Fit* in Mathematica realisiert. Der Verlauf der jeweiligen Fit-Kurven wird in Abbildung 6.6 gezeigt. Ausgehend von experimentell bestimmten Dämpfungsgraden werden die Parameter α und β aus Gleichung (6.7) über einen breiten Frequenzbereich approximiert. Entsprechende experimentell bestimmte Dämpfungskennwerte, die in Abschnitt 5.1 bestimmt wurden, sind als Kreise gekennzeichnet. Die streuungsbehafteten modalen Dämpfungsgrade werden mit einer 15 bis 20 prozentigen Standardabweichung versehen. Betrachtet werden im weiteren Verlauf zwei Rückenplatten mit den Shimtypen A und B.

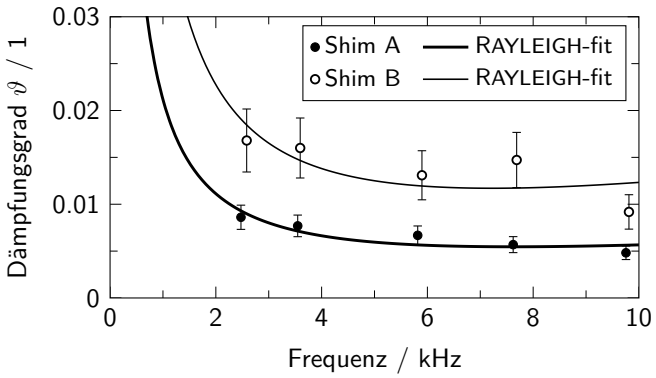


Abbildung 6.6: RAYLEIGH-fit für Belagrückenplatten mit Shim A und B

Beide Fitverläufe für Shim A und Shim B zeigen eine hinreichend genaue Abbildung experimenteller Dämpfungsgrade. Lediglich der modale Dämpfungsgrad für die Rückenplatte mit Shim B weist eine tendenziell größere Abweichung unterhalb von 10 kHz auf.

Die Bestimmung komplexer Eigenwerte, die Aussagen über die Frequenz und die Dämpfung der untersuchten Komponenten enthalten, beinhaltet in Abaqus folgende zwei Berechnungsschritte. Zunächst erfolgt die Berechnung eines vereinfachten Systems, das in Abaqus/Standard mit dem LANCZOS-Eigenwertsolver ausgeführt wird.[100] Nicht symmetrische (gyroskopische, zirkulatorische) Terme sowie nicht modale Dämpfung werden in diesem Berechnungsschritt vernachlässigt. Es resultieren rein imaginäre Eigenwerte und reelle Eigenvektoren. Für die Lösung des vollständigen Systems wird eine Dimensionsreduktion auf Grundlage der reellen Eigenvektoren durchgeführt. Im zweiten Schritt werden die komplexen Eigenwerte des reduzierten, nicht symmetrischen und gedämpften Systems bestimmt.

Tabelle 24 geht gezielt auf komponentenbezogene Ergebnisse ein, siehe auch [Sch19a]. Es werden vollständig mit Shims beklebte Stahlrechteck- sowie Belagrückenplatten und Bremsbeläge bis etwa 10 kHz validiert.

[100] Benannt nach CORNELIUS LANCZOS [Lan50].

Tabelle 24: Validierung von Eigenfrequenzen und Verlustfaktoren von frei-frei gelagerten Trägerstrukturen, die mit Shims beklebt wurden

Objekt	Methode	f_1 [a] in Hz	η_1 -	f_2 [b] in Hz	η_2 -	f_3 [a] in Hz	η_3 -	f_4 [b] in Hz	η_4 -	f_5 [a] in Hz	η_5 -
Stahlplatte	Experimentell	815	0.008	1775	0.004	2243	0.003	3672	0.002	4375	0.002
180x50x5 mm³	FE*	821	-	1740	-	2264	-	3619	-	4424	-
Stahlplatte	Experimentell	872	0.014	1809	0.018	2341	0.019	3722	0.016	4472	0.022
180x50x5 mm³	FE Schichtverbund*	878	0.009	1780	0.015	2353	0.015	3671	0.014	4493	0.015
mit Shim A	FE homogenisiert*	852	0.017	1798	0.014	2347	0.015	3736	0.019	4578	0.023
	FE homogenisiert**	852	0.017	1797	0.014	2346	0.015	3733	0.019	4575	0.022
Rückenplatte	Experimentell voll	2348	0.003	3483	0.002	5766	0.001	7664	0.001	9820	0.001
	FE*	2344	-	3432	-	5736	-	7569	-	9692	-
	Experimentell Aussparung	2288	0.002	3352	0.001	5616	0.001	7805	0.001	9628	0.001
	FE*	2280	-	3325	-	5607	-	7673	-	9473	-
Rückenplatte	Experimentell voll	2475	0.017	3548	0.015	5817	0.013	7622	0.011	9755	0.010
mit Shim A	FE Schichtverbund*	2447	0.018	3505	0.017	5805	0.016	7629	0.013	9710	0.012
	FE homogenisiert*	2415	0.019	3538	0.014	5831	0.011	7685	0.011	9758	0.011
Rückenplatte	Experimentell voll	2583	0.034	3595	0.032	5897	0.026	7688	0.029	9811	0.018
mit Shim B	FE Schichtverbund*	2500	0.036	3517	0.027	5787	0.023	7594	0.018	9632	0.015
	FE homogenisiert*	2450	0.038	3574	0.029	5856	0.024	7688	0.023	9705	0.024
Bremsbelag voll	Experimentell	3900	0.020	5213	0.022	7238	0.022	9764	0.022		
ohne Shim	FE*	4277	-	5617	-	7266	-	9951	-		
Bremsbelag voll	Experimentell	4045	0.024	5334	0.029	7373	0.027	9900	0.024		
mit Shim A	FE homogenisiert*	4362	0.023	5731	0.025	7409	0.024	10061	0.031		
Bremsbelag voll	Experimentell	4097	0.029	5325	0.044	7439	0.032	9919	0.028		
mit Shim B	FE homogenisiert*	4366	0.033	5739	0.032	7372	0.032	9959	0.038		

f_i - Eigenfrequenz, η_i - Verlustfaktor, [a] Biegemode, [b] Torsionsmode, * Volumenelemente, ** Schalenelemente

Eigenfrequenzen mit ungeradzahligen Indizes entsprechen Biegeformen, geradzahlige Indizes stimmen mit Torsionsmoden überein. Die Ergebnisse der FE-Berechnungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Eigenfrequenzen von Trägerstrukturen wie Rechteckplatten und Belagrückenplatten zeigen eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen. Hochfrequente Moden weisen tendenziell eine geringfügig größere Abweichung auf.
- Eine Modellierung der mit Shim A beklebten Stahlplatte als Schichtverbund bildet die Eigenfrequenzen sehr gut ab. Dissipative Kennwerte werden tendenziell zu schwach berücksichtigt. Die Abbildungsgüte der homogenisierten Modellierung weist vergleichbar gute Ergebnisse hinsichtlich der Eigenfrequenzen wie der Schichtverbund auf. Die Repräsentation der Dämpfung ist bei diesem Ansatz jedoch deutlich besser und näher an der Realität. Eine Vernetzung von rechteckigen Trägerplatten mit Schalenelementen verdeutlicht, dass auf Komponentenebene die gleichen Ergebnisse, jedoch bei einer deutlichen Verringerung der Berechnungszeit resultieren.
- Ein ähnliches Verhalten ist für Belagrückenplatten, die eine komplexere Geometrie besitzen, zu verzeichnen. Die Eigenfrequenzen werden bei beiden Modellierungsarten sehr gut erfasst. RAYLEIGH-Dämpfung, die für den homogenisierten Aufbau verwendet wird, gibt den Dämpfungsverlauf über den gesamten Frequenzbereich gut wieder. Die Implementierung struktureller Dämpfung in Elastomer- und Stahlschichten als Schichtaufbau zeigt hingegen weitaus größere Abweichungen und bestätigt den eingangs getätigten Verdacht.
- Bremsbeläge weisen etwas größere Abweichungen hinsichtlich ihrer Eigenfrequenzen und Dämpfungscharakteristika auf. Um das transversal isotrope Materialverhalten des Reibmaterials abzubilden, werden in Abaqus Ingenieurkonstanten genutzt. Die hinterlegten Parameter sind meist für eine bestimmte Druckstufe vorgesehen und stimmen nicht mit den frei-frei gelagerten experimentellen Untersuchungen überein. Die exakte FE-Abbildung der Reibmaterialeigenschaften stellt nicht den Kern der Arbeit dar, soll aber dennoch in den Berechnungen Berücksichtigung finden, um einen prinzipiellen Einfluss darzulegen.

Zusätzlich zu den validierten Bremsbelägen wird auf numerische Berechnungsergebnisse der betrachteten Bremsscheibe eingegangen. Tabelle 25 zeigt, dass experimentell und numerisch ermittelte Eigenfrequenzen f_i

eine sehr gute Übereinstimmung aufweisen. Modale Dämpfungskennwerte ϑ verdeutlichen die geringen Dissipationseigenschaften der aus Grauguss bestehenden Bremsscheibe im Vergleich zu Bremsbelägen.

Tabelle 25: Validierung der untersuchten FE-Serienbremsscheibe

	f_1	ϑ_1	f_2	ϑ_2	f_3	ϑ_3	f_4	ϑ_4	f_5	ϑ_5	f_6	ϑ_6
Methode	in Hz	-	in Hz	-	Hz	-	in Hz	-	in Hz	-	in Hz	-
Experimentell	602	0.002	1056	0.003	1515	0.002	2259	0.001	2642	0.002	3411	0.001
Abaqus FE	608	-	1075	-	1540	-	2251	-	2695	-	3406	-

f – Eigenfrequenz, ϑ – modaler Dämpfungsgrad

FE-Dämpfungswerte werden im nächsten Abschnitt für weitere Komponenten wie Bremsscheibe und Reibmaterial berücksichtigt.

6.4 Komplexe Eigenwertanalyse

Komplexe Eigenwertanalysen (CEA) bieten die Möglichkeit, reproduzierbare Ergebnisse zu generieren, sowie den Einfluss von Systemparametern unabhängig voneinander einfließen zu lassen und werden deshalb vermehrt im industriellen Umfeld genutzt [All14, S. 142]. Für die weiteren Betrachtungen wird ein FE-Bremsenmodell mit einem klassischen Shimmehrschichtaufbau einer homogenisierten Shimmodellierung gegenübergestellt. Eine Validierung der numerischen Ergebnisse erfolgt mit den in Abschnitt 5.3.1 präsentierten Dynamometertests. Abbildung 6.7 zeigt das untersuchte Finite-Elemente Bremsenmodell und den Einbauzustand des fingerseitigen Belages.

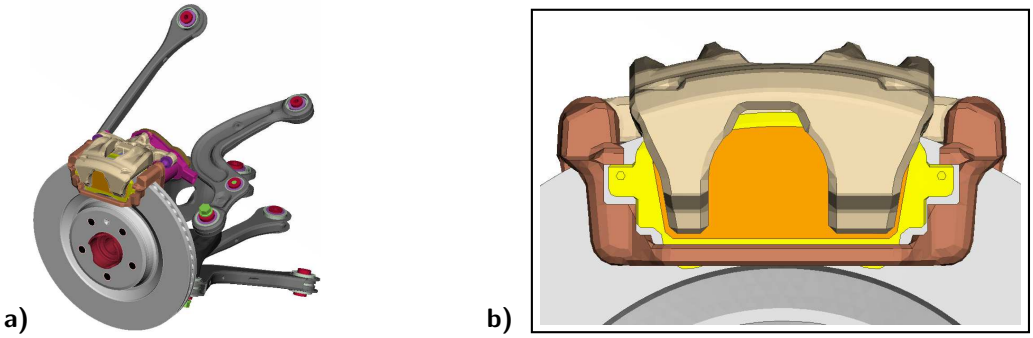


Abbildung 6.7: a) Untersuchtes FE-Bremsenmodell und **b)** Einbauzustand des fingerseitigen Bremsbelages

In den Validierungsprozess werden triaxiale Beschleunigungssignale, die auf dem Halter und der Belagrückenplatte gemessen wurden, einbezogen. Diese sind nachfolgend als Superposition aller Quietschereignisse dargestellt. Das Finite-Elemente Ausgangsmodell enthält *keine* zusätzliche externe Dämpfung beispielsweise in Form von Strukturdämpfung. Die Systemparameter, die für die Berechnung komplexer Eigenwerte verwendet werden, lauten:

- Reibkoeffizient $\mu = 0.45$
- Bremsdruck p =20 bar
- Geschwindigkeit v =10 km h^{-1}

In Abbildung 6.8 werden experimentell ermittelte Quietschereignisse Simulationsergebnissen gegenübergestellt. Betrachtet werden das in Abbildung 6.7 bereits vorgestellte FE-Modell, das einen konventionellen Shimmehrschichtbau enthält, und eine homogenisierte Belagrückenplatten/-Shimmodellierung. Zusätzlich wird ein homogenisierter Shimansatz in Abbildung 6.8 d) in die Untersuchungen einbezogen, der zudem den Einbauzustand der realen Prüfstandsversuche abbildet. Komponenten der Radaufhängung wie beispielsweise Lenker werden entfernt und eine Verschiebung von Knoten an Verbindungsstellen (*Boundary Conditions*)

unterbunden, um eine möglichst exakte Repräsentation des Prüfstandes zu gewährleisten. Ergebnisse werden nachfolgend in Form von positiven Realteilen gezeigt, die nach der Stabilitätsdefinition von LJAPUNOW zu einem instabilen Systemverhalten führen und Bremsenquietschen verursachen können.

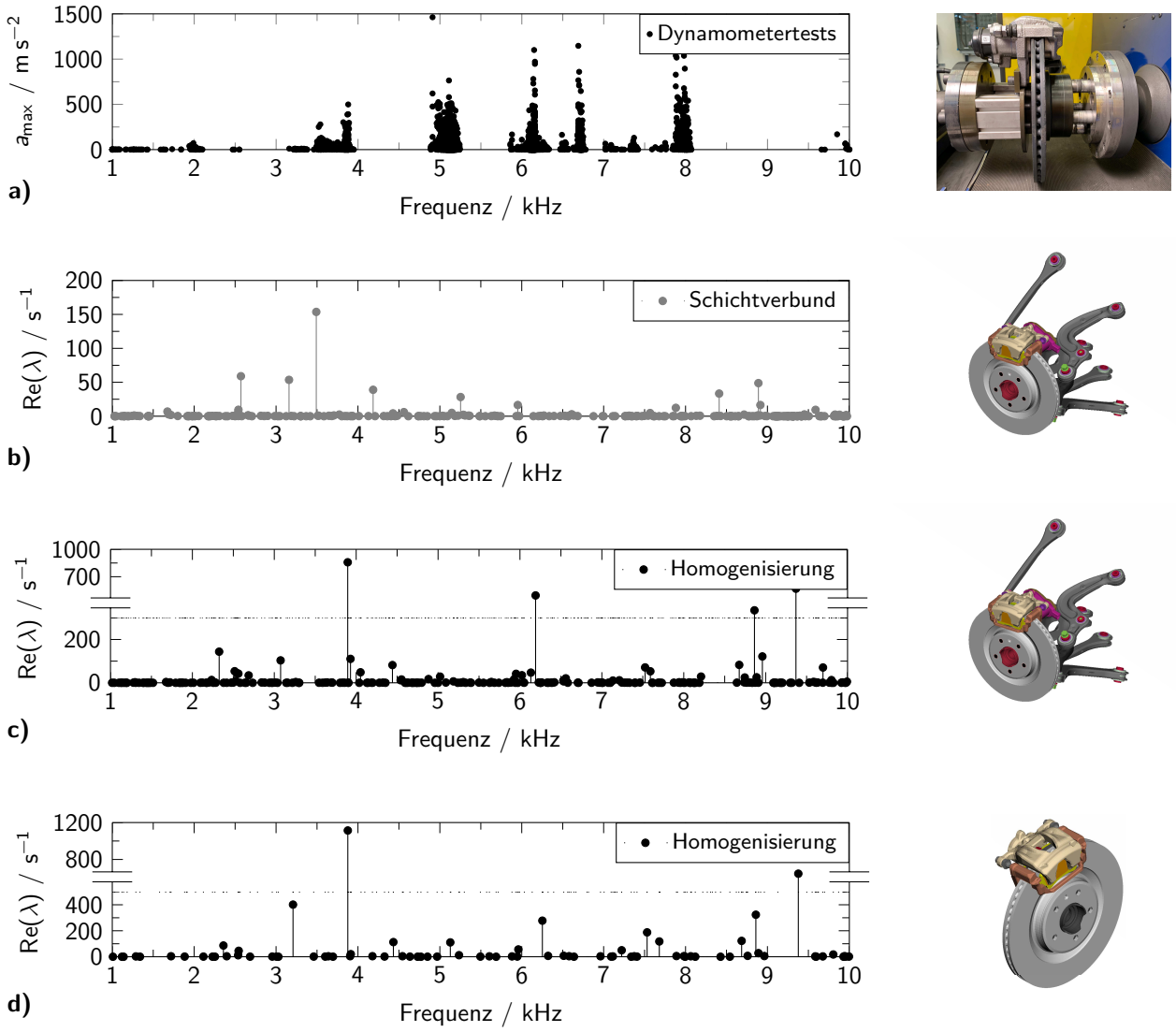


Abbildung 6.8: **a)** Experimentell ermittelte Quietschfrequenzen ohne Shim, Ergebnisse von CEA (positive Realteile) mit **b)** einem konventionellen Shimmehrschichtaufbau, **c)** einer homogenisierten Shimmodellierung und **d)** einer Shimhomogenisierung und Berücksichtigung des realen Einbauzustandes, der dem Versuchsaufbau aus a) ähnelt

Positive Realteile des Bremsenmodells aus Abbildung 6.8 b), das einen konventionellen Shimmehrschichtaufbau enthält, zeigt sichtbare Abweichungen gegenüber den Versuchsergebnissen. Eine anschließende Betrachtung der berechneten Moden ergibt, dass starke lokale Verzerrungen der Shimschichten dafür verantwortlich sind. Diese numerischen Fehler, die aus dem Modellierungsansatz resultieren, tragen zu einer Verfälschung der Ergebnisse bei. Nach dem Homogenisierungsprozess hingegen treten keine Elementverzerrungen auf und die Deformation des Bremsbelages entspricht dem realen zu erwartenden Verhalten. Abbildung 6.8 c) zeigt, dass potenzielle Quietschfrequenzen nach der Shimhomogenisierung signifikant besser mit den experimentell ermittelten Bremsgeräuschen korrespondieren. Eigenwerte mit sehr großen positive Realteilen bei etwa 4 kHz und 6 kHz werden korrekt vorhergesagt. Realteile, die eine kleinere Amplitude besitzen, etwa bei 5 kHz sind auch in den Versuchsergebnissen vorzufinden. Eine Anpassung der Randbedingungen in Abbildung 6.8 d) zeigt qualitativ ein ähnliches Verhalten. Es findet jedoch eine leichte Verschiebung der Realteile statt.

Relativierend kann in diesem Zusammenhang angeführt werden, dass FE-Bremsenmodelle, die zur Vorhersage von Quietschereignissen genutzt werden, meist nicht über den gesamten Frequenzbereich bis etwa 16 kHz validiert sind, sondern nur hinsichtlich einiger weniger Bremsgeräusche [Kru14, S. 18]. Es kann aber auch vorkommen, dass komplexe Eigenwertanalysen gute Übereinstimmungen mit Prüfstandsmessungen zeigen. Dies sollte jedoch kritisch hinterfragt werden, da wie in [Grä16, S. 102] beschrieben wird, weitere Validierungskriterien erforderlich sind.

Dämpfungseinfluss

Shims haben bei Untersuchungen in [Weh18, S. 44] nur geringfügigen Einfluss auf das Stabilitätsverhalten gezeigt. Ein hinreichend großer Strukturdämpfungsfaktor der Bremsscheibe hingegen hat zu einer Stabilisierung des Bremssystems beigetragen [Weh18, S. 50]. Um den Dämpfungseinfluss für das betrachtete FE-Bremsenmodell mit Shimhomogenisierung aus Abbildung 6.8 d) zu untersuchen, werden bei einzelnen Bremsenkomponenten sukzessive realistische Dämpfungskennwerte, die sich aus experimentellen Untersuchungen in dem vorherigen Kapitel ergeben haben, berücksichtigt. Das betrifft den Shimverbund, das Reibmaterial und die Bremsscheibe.[101] Abbildung 6.9 stellt Ergebnisse von komplexen Eigenwertanalysen bei unveränderten Systemparametern (μ, p und v) gegenüber.

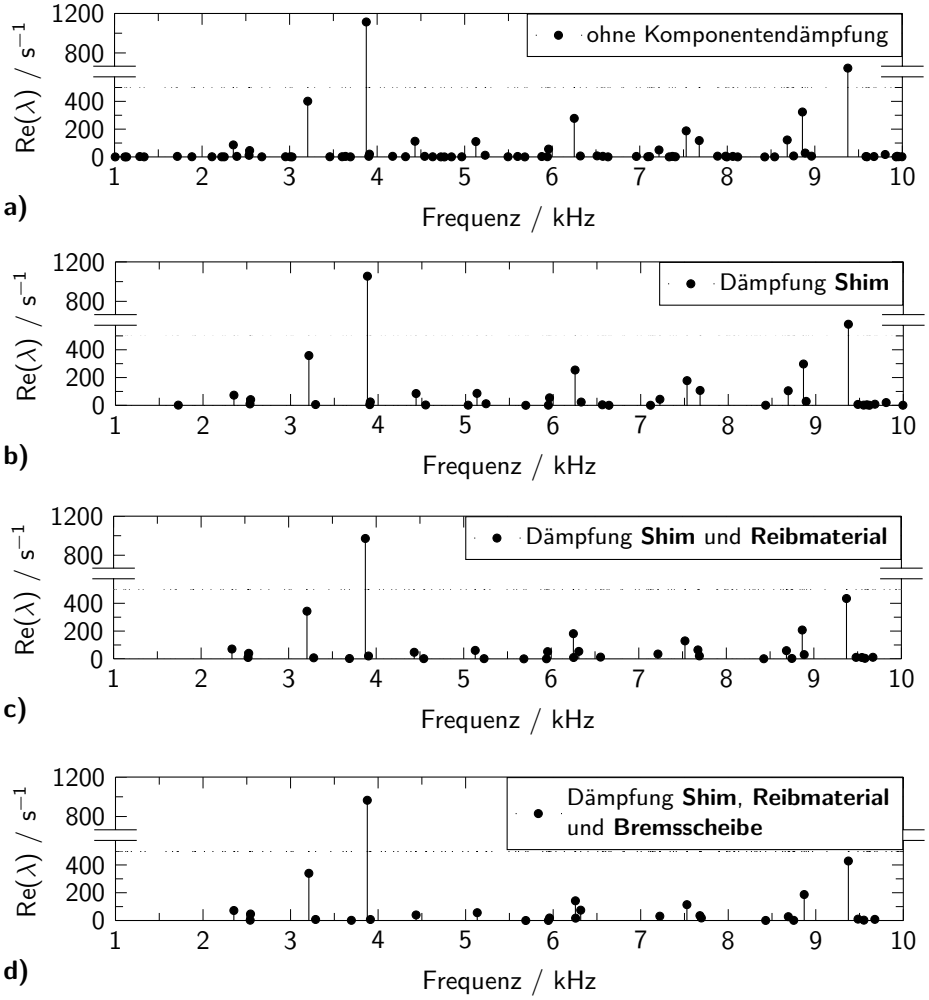


Abbildung 6.9: Ergebnisse von CEA mit homogenisierter Shimmodellierung und Berücksichtigung des Einbauzustandes bei **a)** ohne Dämpfung, **b)** Dämpfung in Shim, **c)** Dämpfung in Shim und Reibmaterial und **d)** Dämpfung in Shim, Reibmaterial und der Bremsscheibe

[101] Im Allgemeinen sollte darauf geachtet werden, dass bei der Auslegung ein hohes Dämpfungsniveau einbezogen wird, um ein stabiles Systemverhalten zu begünstigen [Kru14, S. 36].

Eine Vielzahl von Moden, die Realteile knapp oberhalb der Stabilitätsgrenze aufweisen, können durch die zusätzlich eingebrachte Shimdämpfung stabilisiert werden. Eine signifikante Reduzierung von sehr großen Realteilen konnte durch die Berücksichtigung komponentenbezogener Dämpfungskennwerte für das Reibmaterial und die Bremsscheibe nicht erzielt werden. Dieses Systemverhalten lässt die Schlussfolgerung zu, dass der Einfluss weiterer Dämpungseffekte, wie beispielsweise Dissipationsprozesse in Fügestellen, für das betrachtete Bremsenmodell relevant sein könnte.

6.5 Fazit

Der gezeigte Homogenisierungsansatz, der Anwendung bei der FE-Shimmodellierung findet, birgt eine Verbesserung hinsichtlich der Abbildungsgüte und Berechnungszeit. Numerische Fehler, die aufgrund starker Verzerrungen bei einem Schichtaufbau mit inadäquaten Seitenverhältnissen resultieren können, werden bei einer gleichzeitigen Verringerung von Systemfreiheitsgraden verhindert. Dissipative Eigenschaften von Bremsbelägen werden hinreichend genau berücksichtigt und geben experimentell ermittelte Dämpfungsgrade gut wieder.

Es soll nachfolgend kurz auf Aspekte eingegangen werden, die zukünftig zu einer Verbesserung von komplexen Eigenwertanalysen beitragen können. Eine korrekte Vorhersage von Quietschfrequenzen, die aus Simulationsergebnissen resultieren, wird durch diverse Parameter beeinflusst. Darunter fallen neben dissipativen Größen verschleißbedingte Auswirkungen von Belägen auf Steifigkeitsverteilungen und Gleichgewichtslagen, Temperaturabhängigkeiten des Reibmaterials [Wag14, S. 1889] und vor allem die Kopplung zwischen Komponenten [Fli02b, S. 131]. Davon betroffen ist unter anderem der realistische Modellierungsprozess (Kontaktbedingungen) zwischen der Bremsbelag- und Rotoroberfläche, der einen immensen Einfluss auf die Ergebnisqualität ausüben kann und eine nichtlineare Modellierung voraussetzt [Wal99, S. 5], [Pap02, S. 398].

7 Schlussbetrachtung

Als Schlussbetrachtung wird eine Einordnung essenzieller Inhalte der Arbeit und eine anschließende kritische Auseinandersetzung der erarbeiteten Ergebnisse vorgenommen. Die erzielten Erkenntnisse werden dargelegt, der Nutzen für die NVH-Bremsenentwicklung abgeleitet und der wissenschaftliche Fortschritt aufgezeigt. Der Ausblick enthält Themenkomplexe im Kontext Bremsenquietschen, die weiter vertieft werden können und weiteres Optimierungspotenzial bergen.

7.1 Zusammenfassung

Die Entwicklung leiser Reibungsbremsen erfordert Kenntnis über das dynamische Verhalten, über Erregermechanismen und Kopplungen einzelner Komponenten (Fügestellen). Demzufolge gestaltet sich die Erarbeitung und anschließende Integration von Maßnahmen in frühen Konzeptphasen bei der Entwicklung geräuscharmer Scheibenbremsen schwierig [All02b, S. 157]. Hochfrequente Bremsgeräusche sind auf selbsterregte reibungsinduzierte Schwingungen zurückzuführen, bei denen in vielen Fällen eine Erhöhung des Dämpfungsniveaus Abhilfe schafft. Passiv auf Bremsbelägen wirkende Mehrschichtverbunde - sogenannte Shims - tragen durch viskoelastische Schichten zu einer zusätzlichen Dämpfung bei und werden vermehrt bei Personenkraftwagen eingesetzt, da diese aus Kosten-/Nutzengesichtspunkten signifikante Vorteile bieten und es keiner zusätzlichen Energiequelle bedarf. Shims sind Komposite mit Schichtdicken von meist nur wenigen Zehntelmillimetern. Die Funktionsweise lässt sich primär durch das *Constrained-layer-damping* Prinzip (CLD) beschreiben. Eine dämpfende Shimelastomerschicht, die zwischen Bremsbelagrückenplatte und einer steifen Metalldeckschicht appliziert wird, wird bei Deformation des Bremsbelages geschert und führt lokal zu einen Dämpfungsanstieg.

Einleitend wurde in dieser Arbeit ein Überblick zu dem Themenkomplex Bremsenquietschen gegeben, eine Abgrenzung zu bisherigen Publikationen abgeleitet und der Forschungsbedarf konkretisiert. Die Zielstellung dieser Arbeit lag auf der Untersuchung des Dämpfungseinflusses bei hochfrequenten reibungsinduzierten Schwingungen von PKW-Bremsen. Die Weiterentwicklung und Erprobung von Shims standen bei den Untersuchungen im Fokus. Aufgeworfene Fragestellungen lassen sich thematisch wie folgt einordnen:

- Wie müssen Shims dimensioniert werden, um eine möglichst hohe Dämpfung zu erzielen?
- Wie kann eine Finite-Elemente Modellierung von dünnen Shimkompositen und die Implementierung von Dämpfung realisiert werden?
- Wie können zukünftig Maßnahmen aussehen, die bei der Entwicklung geräuscharmer Bremssysteme von Relevanz sind?

Vor diesem Hintergrund wurde eine systematische Herangehensweise verfolgt, um das bislang heuristische Vorgehen bei der Shimauswahl zu verbessern. Zunächst wurden basierend auf analytischen CLD-Theorien zur Beschreibung von Transversalschwingungen geometrische und rheologische Einflussgrößen betrachtet und optimale Shimkonfigurationen abgeleitet und validiert. Konventionelle Finite-Elemente Modellierungen von Shims, die jede Schicht separat berücksichtigen, werden aktuell in Gesamtbremsensimulationen verwendet. Wie die Untersuchungen gezeigt haben, kann diese Modellierungsart aufgrund von inadäquaten Seitenverhältnissen (etwa 1:40) starke Verzerrungen hervorrufen und nicht physikalische Ergebnisse verursachen. Um die Modellierung der dünnen Kompositstrukturen zu verbessern, ermöglichen Homogenisierungstheorien die Zusammenfassung eines CLD-Mehrschichtverbundes und leiten daraus einen äquivalenten Einschichtaufbau ab. Die durch den Ansatz ermittelten Parameter dienten im weiteren Verlauf als Grundlage

bei der homogenisierten Shimmodellierung in Finite-Elemente Berechnungen. Eine detaillierte Charakterisierung von Shimverbunden wurde im Anschluss daran verfolgt. Diese beinhaltete dynamische Tests auf Komponentenebene, die Temperatur-/Frequenzabhängigkeiten einbeziehen sowie modale Kenngrößen von Bremsbelägen und weiteren Bremskomponenten ableiten. Die Erprobung diverser Shimzusammensetzungen und weiterer Dämpfungsmaßnahmen wie beispielsweise der Bremsscheibe an einem Geräuschprüfstand für PKW-Reibungsbremsen wurden bei den Untersuchungen zur Quietschreduzierung fokussiert.

Als zentrale Erkenntnisse lassen sich zwei Aspekte ableiten: 1. Shims stellen eine effektive Maßnahme dar, hochfrequente Quietschgeräusche bei Reibungsbremsen signifikant zu reduzieren, es konnte jedoch keine vollständige Eliminierung erzielt werden. 2. der angewandte Homogenisierungsansatz bei der Shimmodellierung trägt zu einer Verbesserung der Abbildungsgüte in FE-Bremsenmodellen bei. Bei den Untersuchungen hat sich zudem gezeigt, dass ein maximaler Verlustfaktor nicht immer das primäre Auslegungsziel ist. Steifigkeits- und Massenverteilungen spielen ebenso eine wichtige Rolle wie Fügestellen, Kontaktsteifigkeiten und Kenntnis darüber welche Schwingungsmode gedämpft werden soll. **Schlussfolgerungen**, die sich aus den durchgeführten Untersuchungen ergeben haben, lassen sich folgendermaßen zusammenfassen.

- Eine dynamische Charakterisierung von Shims ist von entscheidender Bedeutung, um Dämpfungseigenschaften und das Schwingungsverhalten im quietschrelevanten Frequenzbereich einordnen zu können. Das beinhaltet sowohl die Ermittlung des Dämpfungspotenzials der viskoelastischen Elastomere innerhalb des essenziellen Temperatur-/Frequenzbereiches beispielsweise in Form von Dynamisch-Mechanischen-Analysen als auch modale Eigenschaften. Shims tragen auf Komponentenebene zu einem Anstieg der Dämpfung bei Bremsbelägen bei. Messungen haben gezeigt, dass neben der zusätzlichen Shimdämpfung die Materialdämpfung des Reibmaterials eine zentrale Dissipationsquelle bei Bremsbelägen darstellt. Die Untersuchung von identischen Bremsbelägen ergab, dass vor allem modale Dämpfungsgrade von Bremsbelägen stark streuungsbehaftet sind. Als Erklärung können die imperfekte Bindung zwischen Shim und Belagrückenplatte (z. B. Reibvorgänge durch Delamination) und Fertigungseinflüsse angeführt werden. Infolgedessen ergab sich, dass das Dissipationsverhalten für FE-Simulationen keine exakte Berücksichtigung finden kann, sondern eine Approximation durch proportionale RAYLEIGH-Dämpfung hinreichend genau den Dämpfungsverlauf wiedergibt. Die Erprobung von Shims an einem Leistungsprüfstand für Bremsen warf zwei Aspekte auf:

  1. Es war eine deutliche Reduzierung von Quietschgeräuschen durch die Verwendung von Shims zu verzeichnen, jedoch wurde keine vollständige Eliminierung erzielt. Der nach dem Constrained-layer-damping Prinzip wirkende Shimverbund setzt eine Deformation der Trägerplatte und des Shims selbst voraus. Unterhalb der ersten Eigenmode, die bei Bremsbelägen etwa bei 4 kHz liegt, bringt der Shimverbund lediglich eine geringfügige Dämpfung in das Bremssystem ein, so dass niederfrequentes Bremsenquietschen auftrat.
  2. Shims, die auf Komponentenebene eine größere Dämpfung aufweisen, tragen nicht immer zu einer Verbesserung bei. Es kam für das getestete Schwimmsattelbremssystem sogar zu einer Verschlechterung des Quietschverhaltens (Destabilisierung). Das betrifft sowohl gemessene höhere Beschleunigungsamplituden als auch die Häufigkeit auftretender Quietschereignisse.

  Für die Beseitigung niederfrequenter Quietschgeräusche wurden Maßnahmen forciert, die gezielt die Bremsscheibendämpfung erhöhen. Die Reibringflächen der Scheibe sind gewöhnlich für einen großen Teil der Schallabstrahlung verantwortlich. Shims, die anstelle des äußeren Kühlrippenrings und in Umfangsrichtung positioniert wurden, haben dazu beigetragen, dass die Quietschaffinität der Schwimmsattelbremse signifikant reduziert werden konnte. Durch die Applikation der beschriebenen Maßnahmen konnte eine vollständige Eliminierung von Bremsgeräuschen erzielt werden.
- Die oftmals bei der Shimauswahl angewendete Trial-and-Error-Methode wurde durch einen **systematischen Auswahlprozess** verbessert. Analytische Ansätze ermöglichen die Einbeziehung von Dicken- und Längenverhältnissen, Randbedingungen und Materialeigenschaften. Stehen vor allem hohe Dämpfungskennwerte bei Shims im Vordergrund, ist es vorteilhaft, steife und dicke Metalldeckschichten vorzusehen, Elastomere mit hohem Verlustfaktor einzusetzen und eine zusätzliche Fixierung des Shims

mit der Belagrückenplatte beispielsweise durch Nietverbindungen zu verhindern. Die pauschale Aussage, dass eine Vergrößerung der Shimlänge zu größeren Verlustfaktoren beiträgt, ist hingegen unzutreffend. Es besteht eine starke Abhängigkeit des Verlustfaktors von der betrachteten Mode, des Bedeckungsgrades und der Shimposition. Die in der Arbeit vorgestellten Ansätze sind neben der FE-Modellierung von Shims für NVH-Bremsensimulationen durchaus geeignet auf andere Bereiche übertragen zu werden.

- Die **Finite-Elemente** Modellierung von Shims als homogenisierter äquivalenter Einschichtaufbau liefert adäquate Seitenverhältnisse, beugt starken Elementverzerrungen vor und bildet folglich ein realistisches Deformationsverhalten ab. Neben den zentralen Aspekten trägt diese Art der Modellierung zu einer signifikanten Reduzierung der Freiheitsgrade bei und führt infolgedessen zu deutlich effizienteren Berechnungszeiten. Die Abbildungsgüte des betrachteten FE-Bremsenmodells konnte in der komplexen Eigenwertanalyse (CEA) dahin gehend verbessert werden, dass Quietschfrequenzen für das betrachtete Bremsenmodell mit der homogenisierten Modellierungsweise eine bessere Übereinstimmung mit experimentell bestimmten Quietschfrequenzen aufwies, als ein konventioneller Mehrschichtaufbau.

  Umfassende prädiktive Aussagen lassen sich im Allgemeinen mit CEA schwer treffen. Berechnete Quietschfrequenzen weisen oftmals zu starke Abweichungen von den in Bremsentests ermittelten Quietschfrequenzen auf [Grä16, S. 4]. Die eingangs angesprochene lineare Betrachtungsweise von hochfrequenten Bremsgeräuschen bietet zudem keine Möglichkeit die sich einstellende Grenzzykelamplitude zu berechnen und Aussagen über die Lautstärke eines Quietschgeräusches zu treffen [All14, S. 142], [Grä16, S. 104].

Abschließend kann resümiert werden, dass bisher kein universelles Shimdesign existiert, dass adaptiv in unterschiedliche Bremsen integriert werden kann, um Geräuschprobleme bei Reibungsbremsen vollständig zu beseitigen. Es ist nach wie vor eine spezifische Konfiguration viskoelastischer Materialien für die Shimauswahl vonnöten [Sin98, S. 22]. Essenziell ist, dass Maßnahmen, die zum Einsatz kommen, ineinandergreifen und so die Quietschaffinität der Bremse reduzieren.

7.2 Ausblick

Weiterführende Aspekte und Forschungsfragen, die sich bei der Erstellung der Arbeit ergeben haben, werden nachfolgend kurz dargelegt.

- Neben freien Randbedingungen, die in dieser Arbeit untersucht wurden, müssen Shimverbunde im eingebauten Zustand erprobt werden. Bremsbeläge und insbesondere Shims haben bei einer Bremsung mit diversen Komponenten wie Bremskolben und Bremssattel Kontakt. Es besteht demzufolge ein Bedarf den Einfluss von Kompositstrukturen in **Fügestellen** näher zu untersuchen und Schlussfolgerungen hinsichtlich dissipativer Kenngrößen abzuleiten.
- Ein weiterer Schritt, dem bei der Entwicklung leiser Bremsen eine zentrale Bedeutung zukommen muss, ist eine **serienkonforme Integration** und Erprobung passiver Dämpfungsstrukturen in Bremsscheiben. Diese verfolgen das Ziel die Dämpfung signifikant zu erhöhen bei gleichzeitigem Erhalt der Steifigkeit und der thermischen Eigenschaften.
- Bei der Finite-Elemente Modellierung von Shims in komplexen Eigenwertanalysen muss zukünftig die Frage geklärt werden, welchen Einfluss unterschiedliche **Dämpfungsarten** auf die berechneten Eigenwerte ausüben.
- Untersuchungen auf dem Gebiet des Bremsenquietschens wurden in der Vergangenheit größtenteils an Scheibenbremsen aufgrund der größeren Verbreitung und den für den Hersteller höheren Gewährleistungskosten durchgeführt [Hul93, S. 1]. In [Hoc06b, S. 89] wird bereits die Geräuschproblematik bei Fahrzeugen abseits von Scheibenbremsen angedeutet. **Trommelbremssysteme**, die im PKW-Segment größtenteils aus dem Sraßenverkehr verschwunden sind, rücken aktuell wieder näher bei

der Thematik Elektromobilität in den Fokus. Der robustere Aufbau, die Reduzierung von Abriebemissionen (geschlossene Bauform), die an die Umwelt abgegeben werden, und der signifikante Gewichtsvorteil gegenüber Scheibenbremssystemen hat bei Elektrofahrzeugen eine höhere Reichweite zur Folge.[102]

Abhilfemaßnahmen gegen reibungsinduzierte Bremsgeräusche in Form von passiven Dämpfungslösungen werden bisher jedoch kaum bei Trommelbremsen eingesetzt und müssen zukünftig Berücksichtigung finden. Sowohl die Bremstrommel selbst als auch die Bremsbackenstege bieten ausreichend Potenzial, um Maßnahmen wie beispielsweise Constrained-layer-damping Strukturen zu applizieren.

Bei diesen Herausforderungen kommt insbesondere der Scheiben- bzw. Trommeldämpfung eine Schlüsselrolle bei Reibungsbremsen zu, die es zukünftig zu bewältigen und zu erproben gilt.

[102] Scheibenbremsen werden bei Elektrofahrzeugen durch rekuperative Bremsungen entlastet. Die geringere Nutzung kann soweit führen, dass es auf den Reibflächen zu Rostbildung kommt und eine gleichmäßige Bremswirkung nicht mehr gegeben ist.

Literaturverzeichnis

[Abd10] J. Abdo, M. Nouby, D. Mathivanan und K. Srinivasan
Reducing Disc Brake Squeal Through FEM Approach and Experimental Design Technique, International Journal of Vehicle Noise and Vibration Vol. 6 No. 2-4, 2010, S. 230-246.

[Abe00] H. Abendroth und B. Wernitz
The Integrated Test Concept: Dyno - Vehicle, Performance - Noise, SAE Technical Paper 2000-01-2774, 2000, S. 1-6.

[Abe01] H. Abendroth und U. Schwarz
Correlating Dynamometer and Vehicle Brake Test Results: Brake Squeal, SAE Technical Paper 2001-01-3143, 2001, S. 1-7.

[Abu05] A. R. Abu Bakar, H. Ouyang und J. E. Siegel
Brake Pad Surface Topography Part II: Squeal Generation and Prevention, SAE Technical Paper 2005-01-3935, 2005, S. 1-6.

[Abu06] A. R. Abu Bakar und H. Ouyang
Complex Eigenvalue Analysis and Dynamic Transient Analysis in Predicting Disc Brake Squeal, International Journal of Vehicle Noise and Vibration Vol. 2 No. 2, 2006, S. 143-155.

[Abu08a] A. R. Abu Bakar und H. Ouyang
Wear Prediction of Friction Material and Brake Squeal Using the Finite Element Method, Wear Vol. 264 No. 11-12, 2008, S. 1069-1076.

[Abu08b] A. R. Abu Bakar und H. Ouyang
A Prediction Methodology of Disk Brake Squeal Using Complex Eigenvalue Analysis, International Journal of Vehicle Design Vol. 46 No. 4, 2008, S. 416-435.

[Abu12] M. A. Zainudin und A. R. Abu Bakar
Preventing Disc Brake Squeal Using a Thin Plate Shim, International Journal of Vehicle Structures & Systems Vol. 4 No. 1, 2012, S. 23-27.

[Abu15] M. F. Abdulridha, M. A. Jusoh, A. R. Abu Bakar und M. R. Abdullah
Reduction of Drum Brake Squeal Noise Using Constrained Layer Damping (CLD), 1st International Conference on Innovation in Science and Technology (IICIST 2015) Malaysia, 2015, S. 1-4.

[Abu17] S. A. Rao, M. A. Jusoh, A. R. Abu Bakar, M. K. A. Hamid und K. Zakaria
Reduction of Disc Brake Squeal Noise Using Constrained Layer Dampers, Jurnal Teknologi Vol. 79 No. 7-4, 2017, S. 83-87.

[Aka02] A. Akay
Acoustics of Friction, The Journal of the Acoustical Society of America 111, 2002, S. 1525-1548.

[Aka09] A. Akay, O. Giannini, F. Massi und A. Sestieri
Disc Brake Squeal Characterization Through Simplified Test Rigs, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 23 No. 8, 2009, S. 2590-2607.

[Aki00] H. Akita und Y. Okazaki
Disk Brake and Anti-Squeal Shim Therefor, United States Patent Number 6105736, 2000.

[Alk03] R. Alkhatib und M. F. Golnaraghi
Active Structural Vibration Control: A Review, The Shock and Vibration Digest Vol. 35 No. 5, 2003, S. 367-383.

[All01] R. Allgaier, L. Gaul, W. Keiper und K. Willner
Friction Induced Vibrations and Mode Lock-in, ZAMM 81, 2001, S. 49-52.

[All02a] R. Allgaier, L. Gaul, W. Keiper, K. Willner und N. Hoffmann
A Study on Brake Squeal Using a Beam-on-disc Model, Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering Vol. 4753 No. 6, 2002, S. 528-534.

[All02b] R. Allgaier
Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Bremsenquietschen, Dissertation Universität Stuttgart, VDI Verlag GmbH Düsseldorf, 2002.

[All14] B. Allert
Simulation von Bremsenquietschen: Ein Beitrag zur Prognosegüte, Dissertation TU München, Shaker Verlag Aachen, 2014.

[All99] R. Allgaier, L. Gaul, W. Keiper und K. Willner
Mode Lock-in and Friction Modelling, erschienen in L. Gaul und C. A. Brebbia - Computational Methods in Contact Mechanics IV, WIT Press, Southampton Boston, 1999, S. 35-48.

[Aok16] Y. Aoki, Y. Kanehira und Y. Nishizawa
Development of Equipment for Evaluating Brake Shim Damping under Actual Conditions, SAE Technical Paper 2016-01-1918, 2016, S. 1-5.

[Arc53] J. F. Archard
Contact and Rubbing of Flat Surfaces, Journal of Applied Physics Vol. 24 No. 8, 1953, S. 981-988.

[Arn01] V. I. Arnold
Gewöhnliche Differentialgleichungen 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001.

[Ash07] M. F. Ashby
Materials Selection in Mechanical Design Third Edition, Elsevier GmbH München, 2007.

[Asn76] N. T. Asnani und B. C. Nakra
Vibration Damping Characteristics of Multilayered Beams with Constrained Viscoelastic Layers, Journal of Engineering for Industry Vol. 98 No. 3, 1976, S. 895-901.

[Ass11] S. Assaf, M. Guerich und P. Cuvelier
Vibration and Damping Analysis of Plates with Partially Covered Damping Layers, Acta Acustica United with Acustica Vol. 97 No. 4, 2011, S. 553-568.

[AST05] ASTM E 756-05
Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials, 10-2005, S. 1-14.

[Azv94] B. Azvine, G. R. Tomlinson und R. J. Wynne
Initial Studies into the Use of Active Constrained Layer Damping for Controlling Resonant Vibration, erschienen in C. D. Johnson - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 138-149.

[Baj03] A. Bajer, V. Belsky und L. J. Zeng
Combining a Nonlinear Static Analysis and Complex Eigenvalue Extraction in Brake Squeal Simulation, SAE Technical Paper 2003-01-3349, 2003, S. 1-5.

[Baj04] A. Bajer, V. Belsky und S.-W. Kung
The Influence of Friction-Induced Damping and Nonlinear Effects on Brake Squeal Analysis, SAE Technical Paper 2004-01-2794, 2004, S. 1-7.

[Bal08] A. M. Balvedi und S. N. Y. Gerges
Squeal Noise in Disc Brakes and the Influence of Damping on the System Dynamic Stability, Acta Acustica United with America Vol. 94 No. 2, 2008, S. 254-264.

[Bal94] K. J. Balkema
Design and Analysis of Constrained Layer Damping Treatments for Bending and Torsion, Dissertation AFIT/DS/AA/94-5 Air Force Institute of Technology, 1994.

[Bar17] T. Bartholomäus
Erstellung einer MATLAB-Routine zur automatisierten Dämpfungsbestimmung, Bachelorarbeit, MMD, TU Berlin, 2017.

[Bat02] K.-J. Bathe
Finite-Elemente Methoden 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2002.

[Bat76] K.-J. Bathe und E. L. Wilson
Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, New Jersey, 1976.

[Baz94] A. Baz und J. Ro
Performance Characteristics of Active Constrained Layer Damping, erschienen in C. D. Johnson - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 98-114.

[Bea83] C. F. Beards
Structural Vibration Analysis: Modelling, Analysis and Damping of Vibrating Structures, Ellis Horwood Limited, Chichester, 1983.

[Bec58] G. W. Becker und H. Oberst
Grenzen der Geräuschminderung durch Körperschalldämpfung im Kraftfahrzeug, Acta Acustica united with Acustica Vol. 8 No. 1, 1958, S. 11-18.

[Ber00] F. Bergman, M. Eriksson und S. Jacobson
The Effect of Reduced Contact Area on the Occurence of Disc Brake Squeals for an Automotive Brake Pad, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering Vol. 214 No. 5, 2000, S. 561-568.

[Ber60] L. L. Beranek
Noise Reduction, McGraw-Hill Book Company, New York Toronto London, 1960, S. 320-327.

[Ber73] C. W. Bert
Material Damping: An Introductory Review of Mathematic Measures and Experimental Techniques, Journal of Sound and Vibration Vol. 29 No. 2, 1973, S. 129-153.

[Ber80] C. W. Bert
Composite Materials: A Survey of the Damping Capacity of Fiber Reinforced Composites, erschienen in P. J. Torvik - Damping Applications for Vibration Control, The American Society of Mechanical Engineers AMD Vol. 38, 1980, S. 53-63.

[Ber88] L. L. Beranek
Noise and Vibration Control Revised Edition, Institute of Noise Control Engineering, Washington DC, 1988.

[Ber99] F. Bergman
Tribological Nature of Squealing Disc Brakes, Dissertation Uppsala Universität Schweden, Eklundshofs Grafiska AB, 1999.

[Bla01] M. D. Black und M. D. Rao
Material Damping Properties: A Comparison of Laboratory Test Methods and the Relationship to In-Vehicle Performance, SAE Technical Paper 2001-01-1466, 2001, S. 1-8.

[Bla02] G. P. Blaschke und M. Tan
Friction Induced Vibration in Vehicle Brakes, erschienen in VDI-Bericht 1736 Reibung und Schwingungen in Fahrzeugen, Maschinen und Anlagen, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 2002, S. 33-45.

[Bla64] W. Blasingame und R. A. DiTaranto
Composite Loss Factors of Selected Laminated Beams, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 36 No. 5, 1964, S. 1052.

[Bla69] G. W. S. Blair
Elementary Rheology, Academic Press Inc., London New York, 1969.

[Bök17] L. Bökemeier
Untersuchungen des Einflusses von Nichtlinearitäten und Temperatur auf Systemeigenschaften von Bremsbelägen, Bachelorarbeit, MMD, TU Berlin, 2017.

[Bre03] J. Brecht, A. Elvenkemper, J. Betten, U. Navrath und J. B. Multhoff
Elastic Properties of Friction Materials, SAE Technical Paper 2003-01-3333, 2003, S. 1-8.

[Bre17] B. Breuer und K. H. Bill
Bremsenhandbuch Grundlagen · Komponenten · Systeme · Fahrdynamik 5. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2017.

[Bri08] H. F. Brinson und L. C. Brinson
Polymer Engineering Science and Viscoelasticity An Introduction, Springer-Verlag, New York, 2008.

[Bro08] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig
Taschenbuch der Mathematik 7. Auflage, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2008.

[Bro14] E. Brommundt und D. Sachau
Schwingungslehre mit Maschinendynamik 2., überarbeitete und erweiterte Auflage, Springer Vieweg, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2008.

[Buc08] A. Buck
Simulation von Bremsenquietschen (Brake Squeal), Dissertation TU München, Shaker Verlag, Aachen, 2008.

[Can09] C. Cantoni, R. Cesarini, G. Mastinu, G. Rocca und R. Sicigliano
Brake Comfort - A Review, Vehicle System Dynamics Vol. 47 No. 8, 2009, S. 901-947.

[Can11] F. Cantone und F. Massi
A Numerical Investigation into the Squeal Instability: Effect of Damping, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 25 No. 5, 2011, S. 1727-1737.

[Cao03] Q. Cao, M. I. Friswell, H. Ouyang, J. E. Mottershead und S. James
Car Disc Brake Squeal: Theoretical and Experimental Study, Materials Science Forum Vol. 440-441, 2003, S. 269-277.

[Cap89] R. N. Capps
Elastomeric Materials for Acoustical Applications, Report AD-A216 872, 1989.

[Car98] M. Carfagni, E. Lenzi und M. Pierini
The Loss Factor as a Measure of Mechanical Damping, 16th International Modal Analysis Conference, 1998, S. 580-584.

[Cha95] S. N. Chan, J. E. Mottershead und M. P. Cartmell
Instabilities at Subcritical Speeds in Discs with Rotating Frictional Follower Loads, Journal of Vibration and Acoustics Vol. 117 No. 2, 1995, S. 240-242.

[Che96] Q. Chen und C. Levy
Vibration Characteristics of Partially Covered Double-Sandwich Cantilever Beam, AIAA Journal Vol. 34 No. 12, 1996, S. 2622-2626.

[Che03a] F. Chen, M. K. Abdelhamid, P. Blaschke und J. Swayze
On Automotive Disc Brake Squeal Part III: Test and Evaluation, SAE Technical Paper 2003-01-1622, 2003, S. 1-19.

[Che03b] F. Chen, H. Tong, S. E. Chen und R. Quaglia
On Automotive Disc Brake Squeal Part IV: Reduction and Prevention, SAE Technical Paper 2003-01-3345, 2003, S. 1-11.

[Che04] F. Chen, A. Wang und C. A. Tan
Suppression of Self-Excited Vibration by Dither Technique with Potential Application to Reduce Brake Squeal, SAE Technical Paper 2004-01-2790, 2004, S. 1-6.

[Che05] F. Chen, A. Wang, J. Bloomer und M. Yang
Brake Pad Modal Characteristic Measurement and Analysis, SAE Technical Paper 2005-01-3926, 2005, S. 1-16.

[Che07] F. Chen
Disc Brake Squeal: An Overview, SAE Technical Paper 2007-01-0587, 2007, S. 1-17.

[Che09] G. Chevallier, F. Renaud und J.-L. Dion
Viscoelastic Damping Effect on Brake Squeal Noise, Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, DETC2009-87801, 2009, S. 2049-2056.

[Che19] G. Pan, Y. Li und L. Chen
Impact Analysis and Optimization of Material Parameters of Insulator on Brake Squeal, IEEE Access Vol. 7, 2019, S. 15861-15867.

[Chi03] Chih-Hung, J. Chung und M. Donley
Mode Coupling Phenomenon of Brake Squeal Dynamics, SAE Technical Paper 2003-01-1624, 2003, S. 1-6.

[Chi11] K. Chittepu
Robustness Evaluation of Brake Systems Concerned to Squeal Noise Problem, SAE Technical Paper 2011-26-0059, 2011, S. 1-7.

[Con19] J. Conrad
Bestimmung modaler Eigenschaften von Trommelbremskomponenten und Erprobung von Maßnahmen zur Dämpfungserhöhung, Bachelorarbeit, MMD, TU Berlin, 2019.

[Cor08] F. Cortés und M. J. Elejabarrieta
Structural Vibration of Flexural Beams with Thick Unconstrained Layer Damping, International Journal of Solids and Structures Vol. 45 No. 22-23, 2008, S. 5805-5813.

[Cou84] C. A. Coulomb
Theoretical and Experimental Research on the Force of Torsion and on the Elasticity of Metal Wires (Original in Französisch), Histoire de l'Académie [royale] des sciences avec les mémoires de mathématiques et de physique, partie "Mémoires", 1784, S. 229-269.

[Cra70] S. H. Crandall
The Role of Damping in Vibration Theory, Journal of Sound and Vibration Vol. 11 No. 1, 1970, S. 3-18.

[Cre05] L. Cremer, M. Heckl und B. A. T. Petersson
Structure Borne Sound 3. Edition, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.

[Cre67] L. Cremer und M. Heckl
Körperschall, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1967.

[Cro06] M. J. Crocker
Development of Composite Materials with High Passive Damping Properties, Report N00014-01-1-0592, 2006.

[Cro91] D. A. Crolla und A. M. Lang
Brake Noise and Vibration - The State of the Art, Tribology Series Vol. 18 Paper VII, 1991, S. 165-174.

[Cun01a] K. Cunefare, N. Montbrun, V. Rastelli, J. Aller und M. Dizrasa
Burst Mode Dither Control of Automotive Brake Squeal, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 109 No. 5, 2001.

[Cun01b] K. A. Cunefare und A. J. Graf
Disc Brake Rotor Squeal Suppression Using Dither Control, SAE Technical Paper 2001-01-1605, 2001, S. 1-7.

[Cun02] K. A. Cunefare und A. J. Graf
Experimental Active Control of Automotive Disc Brake Rotor Squeal Using Dither, Journal of Sound and Vibration Vol. 250 No. 4, 2002, S. 579-590.

[Dai08] Y. Dai und T. C. Lim
Suppression of Brake Squeal Noise Applying Finite Element Brake and Pad Model Enhanced by Spectral-based Assurance Criteria, Applied Acoustics Vol. 69 No. 3, 2008, S. 196-214.

[Dan18] H. Dannwolff
Analytische Ermittlung von Shimverlustfaktoren unter Verwendung von Constrained-layer-damping Theorien, Masterarbeit, MMD, TU Berlin, 2018.

[Dar81] M. Darlow und E. Zorzi
Mechanical Design Handbook for Elastomers, NASA Contractor Report 3423, 1981.

[Das17] Dassault Systems
Abaqus 2017, Simulia User Assistance, Complex Eigenvalue Extraction, 2017.

[Dau01] A. R. Daudi, W. E. Dickerson, C. Milosavlevski und R. Walkowiak
Damped Disc Brake Rotor, Patent, International Publication Number WO 01/33095 A2, 2001, S. 1-30.

[Day14] A. Day
Braking of Road Vehicles, Chapter 10 - Brake Noise and Judder, Butterworth-Heinemann Verlag, Oxford, 2014, S. 343-384.

[Den11] E. Denys
The Development of a Global Brake Insulator Damping Measurement Procedure, SAE Technical Paper 2011-01-1574, 2011.

[Des03] O. Dessouki, G. Drake, B. Lowe und W. K. Chang
Disc Brake Squeal: Diagnosis and Prevention, SAE Technical Paper 2003-01-1618, 2003, S. 1-7.

[Des11] G. V. Des Roches
Frequency and Time Simulation of Squeal Instabilities. Application to the Design of Industrial Automotive Brakes, Dissertation École Centrale Paris, 2011.

[Des13] Statistisches Bundesamt (Destatis)
Verkehr auf einen Blick, Wiesbaden, 2013.

[Des19] Statistisches Bundesamt (Destatis)
Verkehr aktuell, Fachserie 8 Reihe 1.1, 06/2019.

[Dew91] H. Dewa, Y. Okada und B. Nagai
Damping Characteristics of Flexural Vibration for Partially Covered Beams with Constrained Viscoelastic Layers, JSME International Journal Series III Vol. 34 No. 2, 1991, S. 210-217.

[Dic95] R. C. Dickinson, M. R. Monterastelli und E. J. Vydra
Development of Materials for Noise and Temperature Control, SAE Technical Paper 950621, 1995, S. 1-7.

[DIN1311-2] DIN 1311 Blatt 2
Schwingungen und schwingungsfähige Systeme Teil 2: Lineare, zeitinvariante schwingungsfähige Systeme mit einem Freiheitsgrad, 2002.

[DIN1320] DIN 1320
Akustik - Begriffe, Dezember 2009.

[DIN6721-1] DIN EN ISO 6721-1
Kunststoffe - Bestimmung dynamisch-mechanischer Eigenschaften Teil 1: Allgemeine Grundlagen, 2011.

[DIN6721-5] DIN EN ISO 6721-5
Methods of testing Plastics - Part 3: Mechanical properties - Method 323B: Flexural vibration - Non-resonance method, 1996.

[Din16] D. Dinkler
Einführung in die Strukturdynamik Modelle und Anwendungen, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2016.

[DiT65] R. A. DiTaranto
Theory of Vibratory Bending For Elastic And Viscoelastic Layered Finite-Length Beams, Journal of Applied Mechanics Vol. 32 No. 4, 1965, S. 881-886.

[DiT66] R. A. DiTaranto und W. Blasingame
Effect of End Constraints on the Damping of Laminated Beams, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 39 No. 2, 1966, S. 405-407.

[DiT67] R. A. DiTaranto und W. Blasingame
Composite Damping of Vibrating Sandwich Beams, Journal of Engineering for Industry Vol. 89 No 4, 1967, S. 633-638.

[Dör12] T. Döring
Hat die Elektromobilität eine Zukunft?, Wirtschaftsdienst Analysen und Berichte Verkehrspolitik Vol. 92 No. 8, 2012, S. 563-571.

[Dör76] D. Dörner
Problemlösen als Informationsverarbeitung, Verlag W. Kohlhammer, Stuttgart Berlin Köln Mainz, 1976.

[Dou78] B. E. Douglas
Transverse Compressional Damping in the Vibratory Response of Elastic-Viscoelastic Beams, AIAA Journal Vol. 16 No. 9, 1978, S. 925-930.

[Dra90] M. L. Drake
General Approach to Damping Design, erschienen in R. D. Corsaro und L. H. Sperling - Sound and Vibration Damping with Polymers, ACS Symposium Series 424, 1990, S. 346-355.

[Dre16] H. Dresig und F. Holzweißig
Maschinendynamik 12. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2016.

[Dun99] K. B. Dunlap, M. A. Riehle und R. E. Longhouse
An Investigative Overview of Automotive Disc Brake Noise, SAE Technical Paper 1999-01-0142, 1999, S. 1-8.

[Dup07] M. Dupac und C. Biswas
A Study of Noise Reduction by Damping Layer Materials, SAE Technical Paper 2007-01-3954, 2007, S. 1-7.

[Ear76] S. W. E. Earles und C. K. Lee
Instabilities Arising from the Frictional Interaction of a Pin-Disk System Resulting in Noise Generation, Journal of Engineering for Industry Vol. 98 No. 1, 1976, S. 81-86.

[Ear87] S. W. E. Earles und P. W. Chambers
Disc Brake Squeal Noise Generation: Predicting its Dependency on System Parameters Including Damping, International Journal of Vehicle Design Vol. 8 No. 4-6, 1987, S. 538-552.

[EC19] European Commission
https://ec.europa.eu/clima/policies/international/negotiations/paris_de, abgerufen am 22.08.2019 um 08:21 Uhr, 2019.

[Eck57] R. Ecker
Secondary Softening Regions of Copolymers, Mixed Polymers, and Graft Polymers, Rubber Chemistry and Technology Vol. 30 No. 1, 1957, S. 200-214.

[Ehr07] K. Ehrlenspiel, A. Kiewert und U. Lindemann
Kostengünstig Entwicklen und Konstruieren: Kostenmanagement bei der integrierten Produktentwicklung 6. Auflage, Springer, Berlin Heidelberg, 2007.

[Elv06] A. Elvenkemper, E. Wegmann, A. Wang, J. Flint, J. G. McDaniel und K. Tseng
Application of State of the Art FE Software for Simulating the Effect of Insulators, SAE Technical Paper 2006-01-3218, 2006, S. 1-8.

[Eri00] M. Eriksson
Friction and Contact Phenomena of Disc Brakes Related to Squeal, Dissertation Acta Universitatis Upsaliensis, 2000.

[Eri99] M. Eriksson, F. Bergman und S. Jacobson
Surface Characterisation of Brake Pads after Running under Silent and Squealing Conditions, Wear Vol. 232 No. 2, 1999, S. 163-167.

[Esg13a] M. Esgandari, O. Olatunbosun und R. Taulbut
Frictional Coefficient Distribution Pattern on Brake Disk-Pad Contact Interface to Reduce Suscepitibility of Brake Noise Instabilities Causing Brake Squeal, EuroBrake Proceedings EB2013-NVH-018, 2013, S. 1-10.

[Esg13b] M. Esgandari, R. Taulbut und O. Olatunbosun
Effect of Damping in Complex Eigenvalue Analysis of Brake Noise to Control Over-Prediciton of Instabilities: An Experimental Study, SAE Technical Paper 2013-01-2034, 2013, S. 1-11.

[Esg14] M. Esgandari und O. Olatunbosun
Computer Aided Engineering Prediction of Brake Noise: Modeling of Brake Shims, Journal of Vibration and Control Vol. 22 No. 10, 2014, S. 1-9.

[Esg15a] M. Esgandari und O. Olatunbosun
Implicit–explicit Co-simulation of Brake Noise, Finite Elements in Analysis and Design Vol. 99, 2015, S. 16-23.

[Esg15b] M. Esgandari
Simulation Methods for Vehicle Disc Brake Noise, Vibration & Harshness, Dissertation University of Birmingham, 2015.

[Ewi84] D. J. Ewins
Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press Ltd., Letchworth, 1984.

[Eye08] P. Eyerer, T. Hirth und P. Elsner
Polymer Engineering Technologien und Praxis, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.

[Fee00] B. F. Feeny und F. C. Moon
Quenching Stick-Slip Chaos with Dither, Journal of Sound and Vibration Vol. 237 No. 1, 2000, S. 173-180.

[Fer52] J. D. Ferry, E. R. Fitzgerald, L. D. Grandine Jr. und M. L. Williams
Temperature Dependence of Dynamic Properties of Elastomers; Relaxation Distributions, Industrial & Engineering Chemistry Vol. 44 No. 4, 1952, S. 703-706.

[Fer80] J. D. Ferry
Viscoelastic Properties of Polymers Third Edition, John Wiley & Sons Inc., New York, 1980.

[Fes12] H. Festjens, G. Chevallier, F. Renaud, J.-L. Dion und L. Remy
Effectiveness of Multilayer Viscoelastic Insulators to Prevent Occurrences of Brake Squeal: A Numerical Study, Journal of Applied Acoustics Vol. 73 No. 11, 2012, S. 1121-1128.

[Fie03] J. D. Fieldhouse und W. P. Steel
A Study of Brake Noise and the Influence of the Centre of Pressure at the Disc/Pad Interface, the Coefficient of Friction and Calliper Mounting Geometry, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering Vol. 217 No. 11, 2003, S. 957-973.

[Fie04] J. D. Fieldhouse, W. P. Steel, C. J. Talbot und M. A. Siddiqui
Rotor Asymmetry Used to Reduce Disc Brake Noise, SAE Technical Paper 2004-01-2797, 2004.

[Fie99] J. D. Fieldhouse
A Proposal to Predict the Noise Frequency of a Disc Brake Based on the Friction Pair Interface Geometry, SAE Technical Paper 1999-01-3403, 1999, S. 1-12.

[Fli00] J. Flint
The Effect of Distributed Parameters Examined in a Model for Simulation of Disc Brake Squeal, SAE Technical Paper 2000-01-2766, 2000, S. 1-7.

[Fli02a] J. Flint und J. Hultén
Lining-Deformation-Induced Modal Coupling as Squeal Generator in a Distributed Parameter Disc Brake Model, Journal of Sound and Vibration Vol. 254 No. 1, 2002, S. 1-21.

[Fli02b] J. Flint
Disc Brake Squeal, Dissertation University of Southern Denmark Engineering College of Odense, Vester Kopi, 2002.

[Fli03] J. Flint
A Review of Theories on Constrained Layer Damping and Some Verification Measurements on Shim Material, SAE Technical Paper 2003-01-3321, 2003, S. 1-7.

[Fli04] J. Flint, J. G. McDaniel, X. Li, A. Elvenkemper, A. Wang und S.-E. Chen
Measurement and Simulation of the Complex Shear Modulus of Insulators, SAE Technical Paper 2004-01-2799, 2004, S. 1-11.

[Fli10] H. Flint, A. Chinnasamy und A. Stikvoort
New Method to Identify Dynamic Normal Stiffness and Damping of Shims for CAE Modeling, SAE Technical Paper 2010-01-1711, 2010, S. 389-399.

[Fri07] G. Fritz, J.-J. Sinou, J.-M. Duffal und L. Jézéquel
Investigation of the Relationship between Damping and Mode-coupling Patterns in Case of Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 307 No. 3-5, 2007, S. 591-609.

[Fur94] K. Furusu
Backing Plate for Disc Brake with Different Damping Layers for Brake Squeal, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 95 No. 5 Pt. 1, 1994, S. 2791.

[Gar94] M. R. Garrison, R. N. Miles, J. Q. Sun und W. Bao
Random Response of a Plate Partially Covered by a Constrained Layer Damper, Journal of Sound and Vibration Vol. 172 No. 2, 1994, S. 231-245.

[Gau01] L. Gaul und R. Nitsche
The Role of Friction in Mechanical Joints, Applied Mechanics Reviews Vol. 54 No. 2, 2001, S. 93-106.

[Gau99] L. Gaul
The Influence of Damping on Waves and Vibrations, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 13 No. 1, 1999, S. 1-30.

[Gen10] K. Genuit
Sound-Engineering im Automobilbereich - Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.

[Ges05] E. Gesch, M. Tan und C. Riedel
Brake Squeal Suppression Through Structural Design Modifications, SAE Technical Paper 2005-01-2311, 2005, S. 1-5.

[Gha13] N. M. Ghazaly, M. El-Sharkawy und I. Ahmed
A Review of Automotive Brake Squeal Mechanisms, Journal of Mechanical Design and Vibration Vol. 1 No. 1, 2013, S. 5-9.

[Gho94] H. Ghoneim
Tuning Using Electromechanical Surface Damping, erschienen in C. D. Johnson - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 86-97.

[Gia09] O. Giannini
Squeal Suppression Through a Tuned Fuzzy Damper: A Numerical Study, International Journal of Vehicle Design Vol. 51 No. 1, 2009, S. 105-123.

[Gli10] J. Glisovic und D. Miloradović
Eliminating Brake Noise Problem, International Journal of Mobility & Vehicle Mechanics Vol. 36 No. 3, 2010, S. 37-51.

[Goo11] J. W. Gooch
Encyclopedic Dictionary of Polymers Second Edition, Springer Verlag, New York, 2011.

[Gor75] D. J. Gorman
Free Vibration Analysis of Beams and Shafts, John Wiley & Sons, New York London Sydney Toronto, 1975.

[Gra92] E. J. Graesser und C. R. Wong
The Relationship of Traditional Damping Measures for Materials with High Damping Capacity: A Review, erschienen in V. K. Kinra und A. Wolfenden - M^3D: Mechanics and Mechanisms of Material Damping, American Society for Testing and Materials ASTM PCN 04-011690-23, Philadelphia, 1992, S. 316-343.

[Grä14] N. Gräbner, S. Quraishi, C. Schröder V. Mehrmann und U. von Wagner
New Numerical Methods for the Complex Eigenvalue Analysis of Disk Brake Squeal, EuroBrake Proceedings EB2014-SA-007, 2014, S. 1-10.

[Grä15] N. Gräbner, H. Gödecker und U. von Wagner
On the Influence of Damping on Brake Vibrations, International Conference on Engineering Vibration, 2015, S. 1-11.

[Grä16] N. Gräbner
Analyse und Verbesserung der Simulationsmethode des Bremsenquietschens, Dissertation TU Berlin, 2016.

[Gro14] D. Gross, W. Hauger und P. Wriggers
Technische Mechanik 4 Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden 9., aktualisierte Auflage, Springer Vieweg, Heidelberg, 2014.

[Gro70] P. GROOTENHUIS
The Control of Vibrations with Viscoelastic Materials, Journal of Sound and Vibration Vol. 11 No. 4, 1970, S. 421-433.

[Gro86] J. GROSCH, H. BOETTGER, U. DELPY, E. DÖRRE, K. FÄßLER, J. FÖHL, R. JONCK, H. STRENG und G. WALTER
Werkstoffauswahl im Maschinenbau, Expert Verlag, Sindelfingen, 1986.

[Hab09] G. HABENICHT
Kleben Grundlagen, Technologien, Anwendungen 6., aktualisierte Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009.

[Hag04] P. HAGEDORN und U. VON WAGNER
Smart Pads: Ein neues Werkzeug zur Unterdrückung von Bremsenquietschen, erschienen in B. BREUER - VDI Fortschritt-Berichte XXIV. Internationales μ-Symposium Bremsen-Fachtagung Reihe 12 Nr. 575, VDI-Verlag GmbH Düsseldorf, 2004, S. 57-78.

[Hag07] P. HAGEDORN und A. DASGUPTA
Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2007.

[Hag14] P. HAGEDORN, M. ECKSTEIN, E. HEFFEL und A. WAGNER
Self-Excited Vibrations and Damping in Circulatory Systems, Journal of Applied Mechanics Vol. 81 No. 10, 2014, S. 1-9.

[Hag15a] P. HAGEDORN und D. HOCHLENERT
Technische Schwingungslehre: Schwingungen linearer diskreter mechanischer Systeme 2., überarbeitete Ausgabe, Europa Lehrmitel, Haan-Gruiten, 2015.

[Hag15b] P. HAGEDORN, E. HEFFEL, P. LANCASTER, P. C. MÜLLER und S. KAPURIA
Some Recent Results on MDGKN-systems, ZAMM Vol. 95 No. 7, 2015, S. 695-702.

[Hag88] P. HAGEDORN
Non-Linear Oscillations Second Edition, Clarendon Press, Oxford, 1988.

[Haj91] P. HAJELA und C.-Y. LIN
Optimal Design of Viscoelastically Damped Beam Structures, Applied Mechanics Reviews Vol. 44 No. 11 Part 2, 1991, S 96-106.

[Ham06] L. HAMMERSTRÖM und S. JACOBSON
Surface Modification of Brake Discs to Reduce Squeal Problems, Wear Vol. 261 No. 1, 2006, S. 53-57.

[Ham16] S. A. HAMBRIC, S. H. SUNG und D. J. NEFSKE
Engineering Vibroacoustic Analysis Methods and Applications, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2016.

[Har02] C. M. HARRIS und A. G. PIERSOL
Harris' Shock and Vibration Handbook Fifth Edition, McGraw-Hill, New York, 2002.

[Hec94] M. HECKL und H. A. MÜLLER
Taschenbuch der Technischen Akustik 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1994.

[Hei02] J. HEILIG
Instabilitäten in Scheibenbremsen durch dynamischen Reibkontakt, Dissertation Universität Karlsruhe, 2002.

[Hen02] W. HENDRICX, F. GARESCI, A. PEZZUTTO und H. VAN DER AUWERAER
Experimental and Numerical Modelling of Friction Induced Noise in Disc Brakes, SAE Technical Paper 2002-01-1192, 2002, S. 1-6.

[Her08] B. HERVÉ, J.-J. SINOU, H. MAHÉ und L. JÉZÉQUEL
Analysis of Squeal Noise and Mode Coupling Instabilities Including Damping and Gyroscopic Effects, European Journal of Mechanics - A/Solids Vol. 27 No. 2, 2008, S. 141-160.

[Het08] H. HETZLER
Zur Stabilität von Systemen bewegter Kontinua mit Reibkontakten am Beispiel des Bremsenquietschens, Dissertation TH Karlsruhe, Universitätsverlag Karlsruhe, 2008.

[Hoc06a] D. HOCHLENERT und P. HAGEDORN
Control of Disc Brake Squeal – Modelling and Experiments, Structural Control and Health Monitoring Vol. 13 No. 1, 2006, S. 260-276.

[Hoc06b] D. HOCHLENERT
Selbsterregte Schwingungen in Scheibenbremsen: Mathematische Modellbildung und aktive Unterdrückung von Bremsenquietschen, Dissertation TU Darmstadt, Shaker-Verlag Aachen, 2006.

[Hoc09] D. HOCHLENERT
Nonlinear Stability Analysis of a Disk Brake Model, Nonlinear Dynamics Vol. 58 No. 1, 2009, S. 63-73.

[Hoc10] D. HOCHLENERT, G. SPELSBERG-KORSPETER und P. HAGEDORN
A Note on Safety-relevant Vibrations Induced by Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 329 No. 19, 2010, S. 3867-3872.

[Hof02] N. HOFFMANN, M. FISCHER, R. ALLGAIER und L. GAUL
A Minimal Model for Studying Properties of the Mode-coupling Type Instability in Friction Induced Oscillations, Mechanics Research Communications Vol. 29 No. 4, 2002, S. 197-205.

[Hof03] N. HOFFMANN und L. GAUL
Effects of Damping on Mode-coupling Instability in Friction Induced Oscillations, ZAMM Vol. 83 No. 8, 2003, S. 524-534.

[Hof04a] N. HOFFMANN und L. GAUL
A Sufficient Criterion for the Onset of Sprag-slip Oscillations, Archive of Applied Mechanics Vol. 73 No. 9, 2004, S. 650-660.

[Hof04b] N. HOFFMANN, S. BIESER und L. GAUL
Harmonic Balance and Averaging Techniques for Stick-Slip Limit-Cycle Determination in Mode-Coupling Friction Self-Excited Systems, Technische Mechanik Band 24 Heft 3-4, 2004, S. 185-197.

[Hof05] N. HOFFMANN, N. WAGNER und L. GAUL
Quenching Mode-Coupling Friction-induced Instability Using High-Frequency Dither, Journal of Sound and Vibration Vol. 279 No. 1-2, 2005, S. 471-480.

[Hof07] N. P. HOFFMANN
Linear Stability of Steady Sliding in Point Contacts with Velocity Dependent and LuGre Type Friction, Journal of Sound and Vibration Vol. 301 No. 3-5, 2007, S. 1023-1034.

[Hof08a] N. P. HOFFMANN und L. GAUL
Friction Induced Vibrations of Brakes: Research Fields and Activities, SAE Technical Paper 2008-01-2579, 2008, S. 1-8.

[Hof08b] W. HOFFRICHTER, O. SCHMITT und L. FECSKE
Development of Shim Specifications, SAE Technical Paper 2008-01-2545, 2008, S. 1-10.

[Hof88] C. T. HOFFMAN
Damper Design and Development for Use on Disc Brake Shoe and Lining Assemblies, SAE Technical Paper 880254, 1988, S. 1-6.

[Hoh99] C. HOHMANN
Simulation von Verschleiß an Scheibenbremsbelägen, Dissertation Universität-Gesamthochschule Siegen, Shaker-Verlag Aachen, 1999.

[Hol01] G. A. HOLZAPFEL
Nonlinear Solid Mechanics A Continuum Approach for Engineering, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2001.

[Hor15] S. A. HORNIG
Development of Measurement and Identification Methods for Automotive Brake Lining Material Properties in NVH Relevant Loading Parameter Range, Dissertation TU Berlin, 2015.

[Hu97] Y.-K. HU und L. I. NAGY
Brake Squeal Analysis by Using Nonlinear Transient Finite Element Method, SAE Transactions Vol. 106 Section 6: Journal of Passenger Cars: Part 2, 1997, S. 2219-2226.

[Hul93] J. HULTÉN
Brake Squeal - A Self-Exciting Mechanism with Constant Friction, SAE Technical Paper 932965, 1993, S. 1-11.

[Ibr94a] R. A. IBRAHIM
Friction-induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos Part 1: Mechanics of Contact and Friction, Applied Mechanics Reviews Vol. 47 No. 7, 1994, S. 209-226.

[Ibr94b] R. A. IBRAHIM
Friction-induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos Part 2: Dynamics and Modeling, Applied Mechanics Reviews Vol. 47 No. 7, 1994, S. 227-253.

[Ich93] Y. ICHIBA und Y. NAGASAWA
Experimental Study on Disc Brake Squeal, SAE Technical Paper 930802, 1993, S. 103-110.

[Ide77] K.-W. IDEN
August Engels GmbH - Reibungsbremse, Patent, 25 37 038, 1977, S. 1-10.

[Inm06] D. J. INMAN
Vibration with Control, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2006.

[Inm14] D. J. INMAN
Engineering Vibration Fourth Edition, Pearson Education Limited, Edinburgh, 2014.

[Iro17] I. IROZ, S. CARVAJAL, M. HANSS und P. EBERHARD
Transient Simulation and Uncertainty Analysis of Brake Systems Using a Fuzzy-Parameterized Multibody System Approach, Mathematics and Mechanics of Solids Vol. 24 No. 1, 2017, S. 40-51.

[ISO10112] ISO 10112:1991(E)
Damping Materials - Graphical Presentation of the Complex Modulus First Edition, 1991, S. 1-9.

[ISO4664-1] ISO 4664-1:2011(E)
Rubber, Vulcanized or Thermoplastic - Determination of Dynamic Properties Part 1: General Guidance Second Edition, 2011, S. 1-7.

[ISO6310] ISO 6310:2009(E)
Road Vehicles - Brake Linings - Compressive Strain Test Methods, Third Edition, 2009, S. 1-2.

[Jab06] N. A. JABER, A. WANG, Y. YUE und R. ALLGAIER
Brake Noise Study (Part II) - High Frequency Squeal, SAE Technical Paper 2006-01-0475, 2006, S. 1-7.

[Jam03] S. JAMES, H. OUYANG, D. J. BROOKFIELD und J. E. MOTTERSHEAD
Disc Brake Squeal - An Experimental Approach, Materials Science Forum Vol. 440-441, 2003, S. 237-244.

[Jar15] P.-A. JARNESTROM, M. ELIASSON, M. AHLEX, D. FUMI und R. AXELSSON
The Effect on Brake Noise Using PTFE Coated Brake Shims with Low Friction Surface, EuroBrake Proceedings EB2015-NVH-003, 2015, S. 1-13.

[Jar63] R. P. JARVIS und B. MILLS
Vibrations Induced by Dry Friction, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Vol. 178 Pt. 1 No. 32, 1963, S. 847-857.

[Jea05] T. JEARSIRIPONGKUL
Squeal in Floating Caliper Disk Brakes: a Mathematical Model, Dissertation TU Darmstadt, GCA-Verlag Waabs, 2005.

[Jea06] T. JEARSIRIPONGKUL und D. HOCHLENERT
Disk Brake Squeal: Modeling and Active Control, IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, 2006, S. 1-5.

[Jek17] D. JEKEL und P. HAGEDORN
Optimization of Damping for Squeal Avoidance in Disc Brakes, 88th Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM) Vol. 17 No. 1, 2017, S. 373-374.

[Jon01] D. I. G. JONES
Handbook of Viscoelastic Vibration Damping, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2001.

[Jon69] D. I. G. JONES
Material Damping, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 45, 1969, S. 319.

[Jon70] D. I. G. JONES
Damping Effect of Free Layer Damping on Response of Stiffened Plate Structures, The Shock and Vibration Bulletin 41 Part 2, 1970, S. 105-120.

[Jon72] D. I. G. JONES und M. L. PARIN
Technique for Measuring Damping Properties of Thin Viscoelastic Layers, The Journal of Sound and Vibration Vol. 24 No. 2, 1972, S. 201-210.

[Jon73] D. I. G. JONES, A. D. NASHIF und M. L. PARIN
Parametric Study of Multiple-Layer Damping Treatments on Beams, The Journal of Sound and Vibration Vol. 29 No. 4, 1973, S. 423-434.

[Jon74] D. I. G. JONES
Damping of Stiffened Plates by Multiple Layer Treatments, The Journal of Sound and Vibration Vol. 35 No. 3, 1974, S. 417-427.

[Jon80] D. I. G. JONES
Viscoelastic Materials for Damping Applications, erschienen in P. J. TORVIK - Damping Applications for Vibration Control, The American Society of Mechanical Engineers AMD Vol. 38, 1980, S. 27-51.

[Kan12] J. KANG
Finite Element Modelling for the Investigation of In-plane Modes and Damping Shims in Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 331 No. 9, 2012, S. 2190-2202.

[Kah12] S. KAHAN, K. SCHOUTEN und S. K. RHEE
Torx Friction Corporation - Noise-Damping Disc Brake Shim System, Canadian Patent Application 2 715 608, 2012, S. 1-16.

[Kap08a] R. V. KAPPAGANTU und E. DENYS
Geometric Tuning of Insulators for Brake Squeal Attenuation, SAE Technical Paper 08BC-0096/2008-01-2546, 2008, S. 1-5.

[Kap08b] R. V. KAPPAGANTU
Vibro-Impact Rotor Dampers For Brake Squeal Attenuation - Towards An Insulator Free Design To Quell Squeal, SAE Technical Paper 2008-01-2549, 2008, S. 1188-1193.

[Kau58] H. KAUDERER
Nichtlineare Mechanik, Springer-Verlag, Berlin Göttingen Heidelberg, 1958.

[Ker59a] E. M. KERWIN JR.
Ideal Spaced Damping Treatments for Flexural Waves, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 31 No. 6, 1959, S. 846.

[Ker59b] E. M. KERWIN JR. und D. ROSS
Comparison of the Vibration Damping Effectiveness of Free and Constrained Viscoelastic Layers, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 31 No. 11, 1959, S. 1578.

[Ker59c] E. M. KERWIN JR.
Apparatus for Damping, United States Patent 3,087,571, 1959, S. 1-9.

[Ker59d] E. M. KERWIN JR. und D. ROSS
A Comparison of the Effectiveness of Homogeneous Layers and Constrained Layers of Viscoelastic Material in Damping Flexural Waves in Plates, erschienen in L. CREMER - Proceedings of the Third International Congress on Acoustics Vol. 1 - Principles, 1959, S. 410-412.

[Ker59e] E. M. KERWIN JR.
Damping of Flexural Waves in Plates by Spaced Damping Treatments Having Spacers of Finite Stiffness, erschienen in L. CREMER - Proceedings of the Third International Congress on Acoustics Vol. 1 - Principles, 1959, S. 412-415.

[Ker59f] E. M. KERWIN JR.
Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 31 No. 7, 1959, S. 952-962.

[Ker60] E. M. KERWIN JR. und R. J. McQUILLIN
Plate Damping by a Constrained Viscoelastic Layer: Partial Coverage and Boundary Effects, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 32 No. 11, 1960, S. 1513.

[Ker64] E. M. KERWIN JR.
Marcomechanisms of Damping in Composite Structures, erschienen in Internal Friction, Damping and Cyclic Plasticity ASTM Special Technical Publication No. 378, 1964, S. 125-147.

[Ker90] E. M. KERWIN JR. und E. E. UNGAR
Requirements Imposed on Polymeric Materials by Structural Damping Applications, erschienen in R. D. CORSARO und L. H. SPERLING - Sound and Vibration Damping with Polymers, ACS Symposium Series 424, 1990, S. 317-345.

[Kha10] M. KHAN, K. JOHNSON, T. LICHTENSTEIGER und C. LOCKREM
Evaluation and Countermeasure Development of Brake Noise on a Motorcycle Platform, SAE Technical Paper 2010-01-1695, 2010, S. 1-15.

[Kha16] B. KHALFI und A. ROSS
Transient and Harmonic Response of a Sandwich with Partial Constrained Layer Damping: A Parametric Study, Composites Part B Vol. 91, 2016, S. 44-55.

[Kim00] S. J. KIM und H. JANG
Friction Characteristics of Non-Asbestos Organic (NAO) and Low-Steel Friction Materials: The Comparative Study, KSTLE International Journal Vol. 1 No. 1, 2000, S. 1-7.

[Kim02] H.-Y. KIM und W. HWANG
Effect of Debonding on Natural Frequencies and Frequency Response Functions of Honeycomb Sandwich Beams, Composite Structures Vol. 55 No. 1, 2002, S. 51-62.

[Kim16] C. KIM und K. ZHOU
Analysis of Automotive Disc Brake Squeal Considering Damping and Design Modifications for Pads and a Disc, International Journal of Automotive Technology Vol. 17 No. 2, 2016, S. 213-223.

[Kim27] A. L. KIMBALL und D. E. LOVELL
Internal Friction in Solids, Physical Review Vol. 30, 1927, S. 948-959.

[Kin03] N. M. KINKAID, O. M. O'REILLY und P. PAPADOPOULOS
Automotive Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 267 No. 1, 2003, S. 105-166.

[Klo80] K. KLOTTER
Technische Schwingungslehre Band 1 Einfache Schwinger Teil B: Nichtlineare Schwingungen 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1980.

[Kol06] F. G. KOLLMANN, T. F. SCHÖSSER und R. ANGERT
Praktische Maschinenakustik, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.

[Kor69] B. J. KORITES und F. C. NELSON
The Influence of Dissipative Heating on the Loss Factor of a Viscoelastically Damped Beam, Journal of Engineering for Industry Vol. 91 No. 4, 1969, S. 975-980.

[Kra19] KRAFTFAHRT-BUNDESAMT
https://www.kba.de/DE/Statistik/Fahrzeuge/Neuzulassungen/Umwelt/n_umwelt_z.html, abgerufen am 18.07.2019 um 17:08 Uhr, 2019.

[Kra86] A. KRAWIETZ
Materialtheorie Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokio, 1986.

[Kru14] S. KRUSE
Ein ganzheitlicher Simulationsansatz zur Vermeidung reiberregter Flatterschwingungen an Reibungsbremsen, Dissertation TU Hamburg, Shaker-Verlag Aachen, 2014.

[Kru15] S. KRUSE, M. TIEDEMANN, B. ZEUMER, P. REUSS, H. HETZLER und N. HOFFMANN
The Influence of Joints on Friction Induced Vibration in Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 340, 2015, S. 239-252.

[Kum01] Y. KUMEMURA, Y. GAMO, K. KONO und S. SUGA
Analysis for Reducing Low Frequency Squeal of Disc Brake, SAE Technical Paper 2001-01-3137, 2001, S. 1-4.

[Kun00a] S.-W. KUNG, K. B. DUNLAP und R. S. BALLINGER
Complex Eigenvalue Analysis for Reducing Low Frequency Brake Squeal, SAE Technical Paper 2000-01-0444, 2000, S. 1-3.

[Kun00b] S.-W. KUNG, V. C. SALIGRAMA und M. A. RIEHLE
Modal Participation Analysis for Identifying Brake Squeal Mechanism, SAE Technical Paper 2000-01-2764, 2000, S. 1-5.

[Kun03] S.-W. KUNG, G. STELZER, V. BELSKY und A. BAJER
Brake Squeal Analysis Incorporating Contact Conditions and Other Nonlinear Effects, SAE Technical Paper 2003-01-3343, 2003, S. 1-9.

[Kun98] S.-W. KUNG und R. SINGH
Vibration Analysis of Beams with Multiple Constrained Layer Damping Patches, Journal of Sound and Vibration Vol. 212 No. 5, 1998, S. 781-805.

[Kun99] S.-W. KUNG und R. SINGH
Determination of Viscoelastic Core Material Properties Using Sandwich Beam Theory and Modal Experiments, SAE Technical Paper 1999-01-1677, 1999, S. 1-6.

[Kwa01] G. H. KWAK, K. INOUE, Y. TOMINAGA, S. ASAI und M. SUMITA
Characterization of the Vibrational Damping Loss Factor and Viscoelastic Properties of Ethylene–Propylene Rubbers Reinforced with Micro-scale Fillers, Journal of Applied Polymer Science Vol. 82 No. 12, 2001, S. 3058-3066.

[Lak12] S. LAKKAM und S. KOETNIYOM
Optimization of Constrained Layer Damping for Strain Energy Minimization of Vibrating Pads, Songklanakarin Journal of Science and Technology Vol. 34 No. 2, 2012, S. 179-187.

[Lal83] A. K. LALL, B. C. NAKRA und N. T. ASNANI
Optimum Design of Viscoelastically Damped Sandwich Panels, Journal Engineering Optimization Vol. 6 No. 4, 1983, S. 197-205.

[Lal87] A. K. LALL, N. T. ASNANI und B. C. NAKRA
Vibration and Damping Analysis of Rectangular Plate with Partially Covered Constrained Viscoelastic Layer, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design Vol. 109 No. 3, 1987, S. 241-247.

[Lal88] A. K. LALL, N. T. ASNANI und B. C. NAKRA
Damping Analysis of Partially Covered Sandwich Beams, Journal of Sound and Vibration Vol. 123 No. 2, 1988, S. 247-259.

[Lan15] P. LANGER, K. SEPAHVAND, M. KRAUSE und S. MARBURG
Simple Vibroacoustic Systems - Influence of Uncertainties in Simulation and Experiment, INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings NOVEM, 2015, S. 1-14.

[Lan17] P. LANGER, M. MAEDER, C. GUIST, M. KRAUSE und S. MARBURG
More than Six Elements per Wavelength: The Practical Use of Structural Finite Element Models and Their Accuracy in Comparison with Experimental Results, Journal of Computational Acoustics Vol. 25 No. 4, 2017, S. 1-23.

[Lan50] C. LANCZOS
An Iteration Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators, Journal of Research of the National Bureau of Standards Vol. 45 No. 4, 1950, S. 255-282.

[Lan94] A. M. LANG
An Investigation into Heavy Vehicle Drum Brake Squeal, Dissertation Loughborough University, 1994.

[Lar97] H. LARSSON und K. FARHANG
Investigation of Stick-Slip Phenomenon Using a Two-Disk Friction System Vibration Model, Proceedings of DETC97/VIB-4162, 1997, S. 1-10.

[Laz62] B. J. Lazan
Damping Properties of Materials and Material Composites, Applied Mechanics Reviews Vol. 15 No. 2, 1962, S. 81-88.

[Laz64] B. J. Lazan
Damping Mechanisms and Phenomenology in Materials, erschienen in H. Görtler - Applied Mechanics Proceedings of the Eleventh International Congress of Applied Mechanics Munich 1964, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg GmbH, 1966, S. 493-501.

[Laz65a] B. J. Lazan, A. F. Metherell und G. Sokol
Multiple-Band Surface Treatments for High Damping, Technical Report AFML-TR-65-269, 1965, S. 1-45.

[Laz65b] B. J. Lazan, G. Sokol und A. F. Metherell
Multiple-Band Configurations for High Damping, Journal of the Acoustical Society of America Vol. 37 No. 6, 1965, S. 1207.

[Laz68] B. J. Lazan
Damping of Materials and Members in Structural Mechanics, Pergamon Press, Oxford, 1968.

[LeG17] G. Le Gigan, P. Sabiniarz und A. Keshavarz
Numerical Simulation of Brake Squeal Using Complex Eigenvalue Analysis and Feasibility Study to Time Domain Modelling, EuroBrake Proceedings EB2017-SVM-012, 2017, S. 1-13.

[Lea49] H. Leaderman
Proposed Nomenclature for Elastic and Inelastic Behavior of High Polymers, Journal of Colloid Science Vol. 4 No. 3, 1949, S. 193-210.

[Lea61] H. Leaderman und F. Schwarzl
Proposed Nomenclature for Linear Viscoelastic Behavior, Rheologica Acta Vol. 1 No. 4-6, 1961, S. 674-676.

[Lee02] L. Lee, K. Xu, B. Malott, M. Matsuzaki und G. Lou
A Systematic Approach to Brake Squeal Simulation Using MacNeal Method, SAE Technical Paper 2002-01-2610, 2002, S. 1-7.

[Lee93] N.-S. Lee, und K.-J. Bathe
Effects of Element Distortions on the Performance of Isoparametric Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 36 No. 20, 1993, S. 3553-3576.

[Lei80] H. Leipholz
Stabilität elastischer Systeme, Braun Verlag, Karlsruhe, 1980.

[Lei11] A. W. Leissa und M. S. Qatu
Vibrations of Continuous Systems, McGraw-Hill Companies, New York Chicago San Francisco Lisbon London Madrid Mexico City Milan New Delhi San Juan Seoul Singapore Sydney Toronto, 2011.

[Lev94] C. Levy und Q. Chen
Vibration Analysis of a Partially Covered, Double Sandwich-Type, Cantilever Beam, Journal of Sound and Vibration Vol. 177 No. 1, 1994, S. 15-29.

[Lew87a] T. M. Lewis und R. D. Branch
Routine Damping Material Evaluation and Design of Surface Damping Treatments, SAE 870986, Proceedings Noise and Vibration Conference, 1987, S. 295-307.

[Lew87b] T. M. Lewis und P. Shah
Analysis and Control of Brake Noise, SAE Technical Paper 872240, 1987, S. 1-11.

[Lif87] J. M. Lifshitz und M. Leibowitz
Optimal Sandwich Beam Design for Maximum Viscoelastic Damping, International Journal of Solids and Structures Vol. 23 No. 7, 1987, S. 1027-1034.

[Lil89] G. D. Liles
Analysis of Disc Brake Squeal Using Finite Element Methods, SAE Technical Paper 891150, 1989, S. 249-257.

[Lin09] S. C. Lin, A. R. Abu Bakar, W. M. M. W. Harujan, B. A. Ghani und M. R. Jamaluddin
Suppressing Disc Brake Squeal Through Structural Modifications, Jurnal Mekanikal Vol. 29, 2009, S. 67-83.

[Lin11] S. C. Lin, C. C. Guan, A. R. Abu Bakar, M. R. Jamaluddin, W. M. M. W. Harujan und B. A. Ghani
Disc Brake Squeal Suppression Through Chamfered and Slotted Pad, International Journal of Vehicle Structures & Systems Vol. 3 No. 1, 2011, S. 28-35.

[Lin87] T.-C. Lin und R. A. Scott
Shape Optimization of Damping Layers, The 58th Shock and Vibration Symposium, 1987, S. 395-409.

[Lin96] R.-M. Lin und M. K. Lim
Complex Eigensensitivity-based Characterization of Structures with Viscoelastic Damping, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 100 No. 5, 1996, S. 3182-3191.

[Liu00a] Q. Liu, A. Chattopadhyay, H. Gu und X. Zhou
Use of Segmented Constrained Layer Damping Treatment for Improved Helicopter Aeromechanical Stability, Smart Materials and Structures Vol. 9 No. 4, 2000, S. 523-532.

[Liu00b] W. Liu und J. Pfeifer
Reducing High Frequency Disc Brake Squeal by Pad Shape Optimization, SAE Technical Paper 2000-01-0447, 2000, S. 1-5.

[Liu07] P. Liu, H. Zheng, C. Cai, Y. Y. Wang, C. Lu, K. H. Ang und G. R. Liu
Analysis of Disc Brake Squeal Using the Complex Eigenvalue Method, Applied Acoustics Vol. 68 No. 6, 2007, S. 603-615.

[Lum98] A. Lumsdaine und R. A. Scott
Shape Optimization of Unconstrained Viscoelastic Layers Using Continuum Finite Elements, Journal of Sound and Vibration Vol. 216 No. 1, 1998, S. 29-52.

[Lü14] H. Lü und D. Yu
Brake Squeal Reduction of Vehicle Disc Brake System with Interval Parameters by Uncertain Optimization, Journal of Sound and Vibration Vol. 333 No. 26, 2014, S. 7313-7325.

[Maa19] C. Maaß
Einfluss von Klebstoffschichten auf Verlustfaktoren eines Constrained-layer-damping Aufbaus und Ermittlung von Streuungskenngrößen bei Bremsbelägen, Bachelorarbeit, MMD, TU Berlin, 2019.

[Mag13] K. Magnus, K. Popp und W. Sextro
Schwingungen Physikalische Grundlagen und mathematische Behandlung von Schwingungen 9., überarbeitete Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2013.

[Mah05] S. K. Mahajan, E. Denys, J.-C. Bae, T. S. Shi und K. H. Im
Pad Insulator Modeling for Brake Squeal Analysis, SAE Technical Paper 2005-01-2314, 2005, S. 1-8.

[Man91] P. R. Mantena, R. F. Gibson und S. J. Hwang
Optimal Constrained Viscoelastic Tape Lengths for Maximizing Damping in Laminated Composites, AIAA Journal Vol. 29 No. 10, 1991, S. 1678-1685.

[Mar04] H. Marschner und F. Rischbieter
Three-Dimensional Operational Deflection Shape Analysis of Squealing Disc Brakes, SAE Technical Paper 2004-01-2796, 2004, S. 1-6.

[Mar72] Š. Markuš und O. Valášková
On Eigenvalue Boundary Problems of Transversely Vibrating Sandwich Beams, Journal of Sound and Vibration Vol. 23 No. 4, 1972, S. 423-432.

[Mar73] Š. Markuš und O. Šimková
The Influence of Boundary Conditions Upon the Loss Factor of a Simply Supported, Hysteretically Damped Sandwich Beam in Flexural Vibration (in Slowakisch), Strojnícky Časopis XXIV č. 4, 1973, S. 321-337.

[Mar74] Š. Markuš
Damping Mechanism of Beams Partially Covered by Constrained Viscoelastic Layer, ACTA Technica ČSAV No. 2, 1974, S. 179-194.

[Mar77] Š. Markuš
Shear Damping Reduction Effects in Sandwich Beams - Letters to the Editor, Journal of Sound and Vibration Vol. 55 No. 4, 1977, S. 591-593.

[Mar92] J.-L. Marcelin, P. Trompette und A. Smati
Optimal Constrained Layer Damping with Partial Coverage, Finite Elements in Analysis and Design Vol. 12 No. 3-4, 1992, S. 273-280.

[Mar94] J.-L. Marcelin und P. Trompette
Optimal Location of Plate Damped Parts by Use of a Genetic Algorithm, Shock and Vibration Vol. 1 No. 6, 1994, S. 541-547.

[Mas07] F. Massi, L. Baillet, O. Giannini und A. Sestieri
Brake Squeal: Linear and Nonlinear Numerical Approaches, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 21 No. 6, 2007, S. 2374-2393.

[Mas08] F. Massi und O. Giannini
Effect of Damping on the Propensity of Squeal Instability: An Experimental Investigation, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 123 No. 4, 2008, S. 2017-2023.

[Mas14] G. Mastinu und M. Ploechl
Road and Off-Road Vehicle System Dynamics Handbook, CRC Press, Boca Raton, 2014.

[Mat06] L. T. Matozo, A. Menetrier und A. Tamagña
Analysis of High Damping Underlayer Materials for Brake Pads and its Effects on NVH Performance, SAE Technical Paper 2006-01-3223, 2006, S. 1-10.

[Mat93] M. Matsuzaki und T. Izumihara
Brake Noise Caused by Longitudinal Vibration of the Disc Rotor, SAE Technical Paper 930804, 1993, S. 125-132.

[McD05] J. G. McDaniel, X. Li, A. Elvenkemper, E. Wegmann, A. Wang, S.-E. Chen und J. Flint
Simulating the Effect of Insulators in Reducing Disc Brake Squeal, SAE Technical Paper 2005-01-3944, 2005, S. 1-7.

[Mea00] D. J. Mead
Passive Vibration Control, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2000.

[Mea07] D. J. Mead
The Measurement of the Loss Factors of Beams and Plates with Constrained and Unconstrained Damping Layers: A Critical Assessment, Journal of Sound and Vibration Vol. 300 No. 3-5, 2007, S. 744-762.

[Mea61] D. J. Mead
Criteria for Comparing the Effectiveness of Damping Treatments, WADD Technical Report 61-25, 1961, S. 1-36.

[Mea64a] D. J. Mead und T. G. Pearce
The Optimum Use of Unconstrained Layer Damping Treatments, Air Force Materials Laboratory Report ML-TDR-64-51, 1964, S. 1-51.

[Mea64b] D. J. Mead
The Practical Problems of Assessing Damping Treatments, Journal of Sound and Vibration Vol. 1 No. 3, 1964, S. 270-291.

[Mea69] D. J. Mead und Š. Markuš
The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions, Journal of Sound and Vibration Vol. 10 No. 2, 1969, S. 163-175.

[Mea70a] D. J. Mead und Š. Markuš
Loss Factors and Resonant Frequencies of Encastré Damped Sandwich Beams, Journal of Sound and Vibration Vol. 12 No. 1, 1970, S. 99-112.

[Mea70b] D. J. Mead und Š. Markuš
On the Problem of Bending Vibration of Sandwich Cantilevers with Various Boundary Conditions Applied at the Free End, Strojnícky Časopis XXI, 1970, S. 3-14.

[Med94] A. A. Medhora, H. R. Hamidzadeh und C. H. Laxminarayana
Vibration Control of Damped Sandwiched Beams, erschienen in C. D. Johnson - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 296-300.

[Men08] K. P. Menard
Dynamic Mechanical Analysis: a Practical Introduction Second Edition, CRC Press, Boca Raton, 2008.

[Mer14] I. Merideno, J. Nieto, N. Gil-Negrete, J. G. G. Ortiz, A. Landaberea und J. Iartza
Theoretical Prediction of the Damping of a Railway Wheel with Sandwich-Type Dampers, Journal of Sound and Vibration Vol. 333 No. 20, 2014, S. 4897-4911.

[Mig01] L. A. Mignery, J. Wang und J. Luo
Prediction of Damper Effects in a Brake System Model, SAE Technical Paper 2001-01-3140, 2001, S. 1-8.

[Mig99] L. A. Mignery und A. D. Nashif
Prediction of Damping Treatment Dynamics as Bonded to a Brake Shoe and Lining, SAE Technical Paper 1999-01-3407, 1999, S. 1-6.

[Mil69] E. J. Miller
Damping Capacity of Pearlitic Gray Iron and its Influence on Disc Brake Squeal Suppression, SAE Technical Paper 690221, 1969, S. 949-958.

[Mil78] N. Millner
An Analysis of Disc Brake Squeal, SAE Technical Paper 780332, 1978, S. 1565-1575.

[Mil86] R. N. Miles und P. G. Reinhall
An Analytical Model for the Vibration of Laminated Beams Including the Effects of Both Shear and Thickness Deformation in the Adhesive Layer, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design Vol. 108 No. 1, 1986, S. 56-64.

[Mor06] R. A. S. Moreira und J. Dias Rodrigues
Partial Constrained Viscoelastic Damping Treatment of Structures: A Modal Strain Energy Approach, International Journal of Structural Stability and Dynamics Vol. 6 No. 3, 2006, S. 397-411.

[Mor08] A. Morris
A Practical Guide to Reliable Finite Element Modelling, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2008.

[Mor99] Ö. Morgül
On the Control of Some Chaotic Systems by Using Dither, Physics Letter A Vol. 262 No. 2-3, 1999, S. 144-151.

[Mös10a] M. Möser
Messtechnik der Akustik, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.

[Mös10b] M. Möser und W. Kropp
Körperschall Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen 3., aktualisierte Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.

[Mot98] J. E. Mottershead
Vibration- and Friction-Induced Instability in Disks, The Shock and Vibration Digest Vol. 30 No. 1, 1998, S. 14-31.

[Mül77] P. C. Müller
Stabilität und Matrizen Matrizenverfahren in der Stabilitätstheorie linearer dynamischer Systeme, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1977.

[Myk52] N. O. Myklestad
The Concept of Complex Damping, Journal of Applied Mechanics Vol. 19, 1952, S. 284-286.

[Nac00] W. V. Nack
Brake Squeal Analysis by Finite Elements, International Journal of Vehicle Design Vol. 23 No. 3-4, 2000, S. 263-275.

[Nak00] B. C. Nakra
Structural Dynamic Modification Using Additive Damping, Sādhanā Vol. 25 No. 3, 2000, S. 277-289.

[Nak01] B. C. NAKRA
Vibration Damping, PINSA 67 A No. 4-5, 2001, S. 461-478.

[Nak97] T. NAKAJIMA und Y. OKADA
Study on Reduction Method of Brake Squeal, SAE Technical Paper 973029, 1997, S. 1-5.

[Nak98] B. C. NAKRA
Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping, Journal of Sound and Vibration Vol. 211 No. 3, 1998, S. 449-465.

[Nas06] A. NASHIF und E. DENYS
A Method to Predict the Modal Damping in a Braking System Based on the Damping of the Pad in its Free-Free Condition, SAE Technical Paper 2006-01-3222, 2006, S. 1-5.

[Nas68] A. D. NASHIF und C. M. CANNON
Wide-Temperature-Range Free-Layer-Damping Treatment, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 43 No. 5, 1968, S. 1184-1185.

[Nas85] A. D. NASHIF, D. I. G. JONES und J. P. HENDERSON
Vibration Damping, John Wiley & Sons, Chichester, 1985.

[Nel77] F. C. NELSON
Techniques for the Design of Highly Damped Structures, erschienen in Shock and Vibration Digest Vol. 9 No. 7, 1977, S. 3-11.

[Neu06] M. NEUBAUER, D. NIEDERBERGER und M. MORARI
A Novel Approach for Brake Squeal Control using Shunted Piezoceramics, SAE Technical Paper 2006-01-3198, 2006, S. 1-12.

[Neu13] M. NEUBAUER und J. WALLASCHEK
Vibration Damping with Shunted Piezoceramics: Fundamentals and Technical Applications, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 36 No. 1, 2013, S. 36-52.

[Neu62] S. NEUMARK
Concept of Complex Stiffness Applied to Problems of Oscillations with Viscous and Hysteretic Damping, Aeronautical Research Council Reports and Memoranda No. 3269, Her Majesty's Stationery Office, London, 1962.

[Nis89] M. NISHIWAKI, H. HARADA, H. OKAMURA und T. IKEUCHI
Study on Disc Brake Squeal, SAE Technical Paper 890864, 1989, S. 1-10.

[Nis97] Y. NISHIZAWA, H. SAKA, S. NAKAJIMA und T. ARAKAWA
Electronic Control Canceling System for a Disc Brake Noise, SAE Technical Paper 971037, 1997, S. 83-88.

[Nob15a] A. NOBARI, H. OUYANG und P. BANNISTER
Uncertainty Quantification of Squeal Instability via Surrogate Modelling, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 60-61, 2015, S. 887-908.

[Nob15b] A. NOBARI, H. OUYANG und P. BANNISTER
Statistics of Complex Eigenvalues in Friction-induced Vibration, Journal of Sound and Vibration Vol. 338, 2015, S. 169-183.

[Nok68] D. S. NOKES und F. C. NELSON
Constrained Layer Damping with Partial Coverage, The Shock and Vibration Bulletin Vol. 38 No. 3, 1968, S. 5-12.

[Nor72] M. R. NORTH
Frictionally Induced, Self-Excited Vibrations in a Disc Brake System, Dissertation Loughborough University, 1972.

[Nor76] M. R. NORTH
Disc Brake Squeal, Proceedings of the Conference on Brake of Road Vehicles, Institution of Mechanical Engineers C38/76, 1976, S. 169-176.

[Nou09] M. NOUBY und K. SRINIVASAN
Parametric Studies of Disc Brake Squeal Using Finite Element Approach, Jurnal Mekanikal No. 29, 2009, S. 52-66.

[Nou11] M. NOUBY und K. SRINIVASAN
Simulation of the Structural Modifications of a Disc Brake System to Reduce Brake Squeal, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering Vol. 225 No. 5, 2011, S. 653-672.

[Obe11] S. OBERST und J. C. S. LAI
Chaos in Brake Squeal Noise, Journal of Sound and Vibration Vol. 330 No. 5, 2011, S. 955-975.

[Obe13] S. OBERST, J. C. S. LAI und S. MARBURG
Guidelines for Numerical Vibration and Acoustic Analysis of Disc Brake Squeal Using Simple Models of Brake Systems, Journal of Sound and Vibration Vol. 332 No. 9, 2013, S. 2284-2299.

[Obe15a] S. OBERST und J. C. S. LAI
A Statistical Approach to Estimate the LYAPUNOV Spectrum in Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 334, 2015, S. 120-135.

[Obe15b] S. OBERST und J. C. S. LAI
Nonlinear Transient and Chaotic Interactions in Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 342, 2015, S. 272-289.

[Obe16] S. OBERST, Z. ZHANG und J. C. S. LAI
Model Updating of Brake Components and Subassemblies for Improved Numerical Modelling in Brake Squeal, EuroBrake Proceedings EB2016-SVM-049, 2016, S. 1-10.

[Obe52] H. OBERST und K. FRANKENFELD
Über die Dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch fest haftende Beläge, Acta Acustica united with Acustica Vol. 2 No. 4, 1952, S. 181-194.

[Obe54] H. OBERST, G. W. BECKER und K. FRANKENFELD
Über die Dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch fest haftende Beläge 2, Acta Acustica united with Acustica, Vol. 4 No. 1, 1954, S. 433-444.

[Obe56a] H. OBERST
Werkstoffe mit extrem hoher innerer Dämpfung, Acta Acustica united with Acustica Vol. 6 No. 1, 1956, S. 144-153.

[Obe56b] H. OBERST
Maximum Vibration Damping by Means of Suitably Composed High Polymers, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 28 No. 4, 1956, S. 781.

[Obe61a] H. OBERST
Vibration Damping Materials with Optimum Efficiency in Temperature Bands of Prescribed Position and Width, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 33 No. 11, 1961, S. 1662.

[Obe61b] H. OBERST
Akustische Messungen in Kunststoff-Forschung, -Prüfung und -Entwicklung, erschienen in L. CREMER - Proceedings of the Third International Congress on Acoustics Vol. 1 - Principles, 1961, S. 351-368.

[Obe66] H. OBERST
Copolymerisate mit geforderten mechanischen Eigenschaften, Berichte der Bunsengesellschaft für physikalische Chemie Vol. 70 No. 3, 1966, S. 375-391.

[Obe68] H. OBERST
Reduction of Noise by the Use of Damping Materials, Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences Vol. 263, No. 1142, 1968, S. 441-453.

[Ora74] V. ORAVSKÝ, Š. MARKUŠ und O. ŠIMKOVÁ
A New Approximate Method of Finding the Loss Factors of a Sandwich Cantilever, The Journal of Sound and Vibration Vol. 33 No. 3, 1974, S. 335-352.

[Ost01] G. P. OSTERMEYER
Friction and Wear of Brake Systems, Springer Forschung im Ingenieurwesen Vol. 66 No. 6, 2001, S. 267-272.

[Ost03] G. P. Ostermeyer
On the Dynamics of the Friction Coefficient, Wear Vol. 254 No. 9, 2003, S. 852-858.

[Ost06] G. P. Ostermeyer und M. Müller
Dynamic Interaction of Friction and Surface Topography in Brake Systems, Tribology International Vol. 39 No. 5, 2006, S. 370-380.

[Ost15] G. P. Ostermeyer, S. Raczek, H. Abendroth, B. Wernitz, C. Kölsch und A. Giese
On the Correlation of Friction Behavior and Brake Squeal, EuroBrake Proceedings EB2015-FMC-012, 2015, S. 1-9.

[Ott81] D. Ottl
Schwingungen mechanischer Systeme mit Strukturdämpfung, VDI Forschungsheft Nr. 603, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1981.

[Ott85] D. Ottl
Nichtlineare Dämpfung in Raumfahrtstrukturen, VDI-Forschungsberichte Reihe 11: Schwingungstechnik/Lärmbekämpfung Nr. 73, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1985.

[Ott87] D. Ottl
Fügestellendämpfung, erschienen in VDI Berichte Nr. 627 Dämpfung von Schwingungen bei Maschinen und Bauwerken, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1987, S. 67-90.

[Ouy03] H. Ouyang, W. Nack, Y. Yuan und F. Chen
On Automotive Disc Brake Squeal Part II: Simulation and Analysis, SAE Technical Paper 2003-01-0684, 2003, S. 61-71.

[Ouy05] H. Ouyang, W. Nack, Y. Yuan und F. Chen
Numerical Analysis of Automotive Disc Brake Squeal: A Review, International Journal of Vehicle Noise and Vibration Vol. 1 No. 3-4, 2005, S. 207-231.

[Owe67] F. S. Owens
Elastomers for Damping over Wide Temperature Ranges, The Shock and Vibration Bulletin Vol. 36 Part 4, 1967, S. 25-35.

[Pan18] G. Pan und L. Chen
Impact Analysis of Brake Pad Backplate Structure and Friction Lining Material on Disc-Brake Noise, Advances in Materials Science and Engineeing Vol. 2018, 2018, S. 1-9.

[Pap02] A. Papinniemi, J. C. S. Lai, J. Zhao und L. Loader
Brake Squeal: A Literature Review, Applied Acoustics Vol. 63 No. 4, 2002, S. 391-400.

[Par10] C. Parra, J. Asensio, J. L. Olazagoitia und J. Biera
Practical Tool for the Design of Brake Pads to Avoid Squeal Noise in Automotive Brake Systems, SAE Technical Paper 2010-01-0038, 2010, S. 1-12.

[Par62] G. G. Parfitt und D. Lambeth
The Damping of Structural Vibrations, C. P. No. 596 Aeronautical Research Council, Her Majesty's Stationary Office, London, 1962.

[Par89] M. L. Parin, L. Rogers, Y. I. Moon und M. Falugi
Practical Stand Off Damping Treatment for Sheet Metal, Proceedings of Damping 1989 Report WRDC-TR-89-3116 Volume II p. IBA-1, 1989, S. 1-26.

[Plu60] R. Plunkett
Measurement of Damping, erschienen in J. E. Ruzicka - Structural Damping, Pergamon Press, New York, 1960, S. 117-131.

[Plu69a] R. Plunkett und C. T. Lee
Length Optimization for Constrained Viscoelastic Layer Damping, Technical Report AFML-TR-68-376, 1969, S. 1-45.

[Plu69b] R. Plunkett und C. T. Lee
Optimum Configuration for Damping by Constrained Viscoelastic Layers, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 46 Issue 1A, 1969, S. 76.

[Plu69c] R. PLUNKETT
Damping Definitions and Classifications, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 45 No. 1, 1969, S. 319.

[Plu70] R. PLUNKETT und C. T. LEE
Length Optimization for Constrained Viscoelastic Layer Damping, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 48 No. 18, 1970, S. 150-161.

[Plu72] R. PLUNKETT
Isolation and Damping - Transient Response of Real Dissipative Structures, The Shock and Vibration Bulletin Vol. 42 Part 4, 1972, S. 1-5.

[Plu80] R. PLUNKETT
Friction Damping, erschienen in P. J. TORVIK - Damping Applications for Vibration Control, The American Society of Mechanical Engineers AMD Vol. 38, 1980, S. 65-74.

[Pop01] K. POPP und M. RUDOLPH
Brake Squeal, Detection, Utilization and Avoidance of Nonlinear Dynamical Effects in Engineering Applications Final Report, Shaker Verlag, Aachen, 2001, S. 197-225.

[Pop02] K. POPP, M. RUDOLPH, M. KRÖGER und M. LINDNER
Mechanisms to Generate and to Avoid Friction Induced Vibrations, erschienen in VDI-Bericht 1736 Reibung und Schwingungen in Fahrzeugen, Maschinen und Anlagen, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 2002, S. 1-15.

[Pop05] K. POPP
Modelling and Control of Friction-induced Vibrations, Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences Vol. 11 No. 3, 2005, S. 345-369.

[Pop10] V. L. POPOV
Kontaktmechanik und Reibung - Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik 2., überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.

[Pul62] L. J. PULGRANO
Effectiveness of Partial Coverage for Constrained-Layer-Damping Treatments, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 34 No. 12, 1962, S. 1976.

[Rao03] M. D. RAO
Recent Applications of Viscoelastic Damping for Noise Control in Automobiles and Commercial Airplanes, Journal of Sound and Vibration Vol. 262 No. 3, 2003, S. 457-474.

[Rao74] Y. V. K. S. RAO und B. C. NAKRA
Vibrations of Unsymmetrical Sandwich Beams and Plates with Viscoelastic Cores, Journal of Sound and Vibration Vol. 34 No. 3, 1974, S. 309-326.

[Rao77] D. K. RAO
Vibration of Short Sandwich Beams, Journal of Sound and Vibration Vol. 52 No. 2, 1977, S. 253-263.

[Rao78] D. K. RAO
Frequency and Loss Factors of Sandwich Beams under Various Boundary Conditions, Journal of Mechanical Engineering Science Vol. 20 No. 5, 1978, S. 271-282.

[Rao97] M. D. RAO, R. ECHEMPATI und S. NADELLA
Dynamic Analysis and Damping of Composite Structures Embedded with Viscoelastic Layers, Composites Part B: Engineering Vol. 28 No. 5-6, 1997, S. 547-554.

[Rat80] H. B. RATH
Girling Ltd. - Dämpfungselement mit mindestens einer weichelastischen Dämpfungsschicht für Teilbelagscheibenbremsen, Patent, 25 02 459, 1980, S. 1-7.

[Ren14] A. RENAULT, F. MASSA, B. LALLEMAND und T. TISON
Variability Effects on Automotive Brake Squeal Prediction, Colloque francophone sur l'Analyse Vibratoire Expérimentale, 2014, S. 1-9.

[Ren16] A. Renault, F. Massa, B. Lallemand und T. Tison
Experimental Investigations for Uncertainty Quantification in Brake Squeal Analysis, Journal of Sound and Vibration Vol. 367, 2016, S. 37-55.

[Rhe89] S. K. Rhee, P. H. S. Tsang und Y. S. Wang
Friction-induced Noise and Vibration of Disc Brakes, Wear Vol. 133 No. 1, 1989, S. 39-45.

[Rig67] Z. Rigbi
The Value of Poisson's Ratio of Viscoelastic Materials, erschienen in High Speed Testing Volume VI: The Rheology of Solids, Applied Polymer Symposia No. 5, 1967, S. 1-8.

[Rin96] A. Rinsdorf
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Komfortoptimierung von Scheibenbremsen, Dissertation Universität-Gesamthochschule-Siegen, Höpner & Göttert Verlag, Siegen, 1996.

[Ros59] D. Ross, E. E. Ungar und E. M. Kerwin Jr.
Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Laminae, erschienen in J. E. Ruzicka - Structural Damping, Pergamon Press, New York, 1959, S. 49-87.

[Roy96] P. K. Roy und N. Ganesan
Dynamic Studies on Beams with Unconstrained Layer Damping Treatment, Journal of Sound and Vibration, Vol. 195 No. 3, 1996, S. 417-427.

[Röt13] F. Röthemeyer und F. Sommer
Kautschuktechnologie 3., neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Carl Hanser Verlag, München, 2013.

[SAEJ1637] Sae J1637
Laboratory Measurement of the Composite Vibration Damping Properties of Materials on a Supporting Steel Bar, SAE International, 1993-02-01, S. 1-16.

[SAEJ2521] Sae J2521
Disc and Drum Brake Dynamometer Squeal Noise Test Procedure, SAE International, April 2013, S. 1-44.

[SAEJ2598] Sae J2598
Automotive Disc Brake Pad Natural Frequency and Damping Test, SAE International, April 2005, S. 1-21.

[SAEJ3001] Sae J3001
Brake Insulator Damping Measurement Procedure, SAE International, 2016, S. 1-6.

[Sch02] C. Schmalfuß
Theoretische und experimentelle Untersuchungen von Scheibenbremsen, Dissertation TH Karlsruhe, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 2002.

[Sch03] R. Schroth
Zum Entstehungsmechanismus des Bremsenquietschens, Dissertation Universität Stuttgart, VDI Verlag, Düsseldorf, 2003.

[Sch04] R. Schroth, N. Hoffmann und R. Swift
Mechanism of Brake Squeal - from Theory to Experimentally Measured Mode Coupling, Proceedings of IMAC XXII, 2004, S. 1375-1385.

[Sch13] D. Schramm, M. Hiller und R. Bardini
Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen 2., vollständig überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2013.

[Sch17] D. Schmid, N. Gräbner und U. von Wagner
Experimental Investigations of Brake Pad Shim Properties, 88th Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM) Vol. 17 No. 1, Weimar, 2017, S. 41-44, Copyright Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission.

[Sch18a] D. Schmid, N. Gräbner und U. von Wagner
Characterization of Brake Shims Using Analytical Constrained Layer Damping Theories, 89th Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM) Vol. 18 No. 1, München, 2018, S. 1-2, Copyright Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission.

[Sch18b] D. SCHMID
Schmid, Dominik (2018): Brake pad. figshare. Dataset., https://figshare.com/articles/Brake_pad/7046663, Lizenz CC BY4.0, doi: 10.6084/m9.figshare.7046663.v1.

[Sch19a] D. SCHMID, N. GRÄBNER und U. VON WAGNER
On Brake Pad Shim Characterization: a Homogenization Approach and Finite Element Analysis, erschienen in B. E. ABALI, H. ALTENBACH, F. DELL'ISOLA, V. A. EREMEYEV und A. ÖCHSNER - Advanced Structured Materials Vol. 108 New Achievements in Continuum Mechanics and Thermodynamics, Springer-Verlag, 2019, S. 447-464.

[Sch19b] D. SCHMID, V. SESSNER, N. GRÄBNER, U. VON WAGNER und K. A. WEIDENMANN
Parameter Identification of Brake Pad Shims for Complex Eigenvalue Analysis, 90th Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM) Vol. 19 No. 1, Wien, 2019, S. 1-4, Copyright Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission.

[Sch19c] D. SCHMID
Schmid, Dominik (2019): Constrained-layer-damping shear bending. figshare. Figure. https://figshare.com/articles/Constrained-layer-damping_shear_bending/8143808, Lizenz CC BY4.0, doi: 10.6084/m9.figshare.8143808.v1.

[Sch19d] D. SCHMID
Schmid, Dominik (2019): Dynamic mechanical analysis three point bending set-up. figshare. Figure. https://figshare.com/articles/Dynamic_mechanical_analysis_three_point_bending_set-up/8143742/1, Lizenz CC BY4.0, doi: 10.6084/m9.figshare.8143742.v1.

[Sch58] F. SCHWARZL
Forced Bending and Extensional Vibrations of a Two-layer Compound Linear Viscoelastic Beam, Acta Acustica united with Acustica Vol. 8 No. 3, 1958, S. 164-172.

[Sch90] F. R. SCHWARZL
Polymermechanik Struktur und mechanisches Verhalten von Polymeren, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1990.

[Sel05] M. S. B. SELAMAT
Friction Materials for Brakes Application, Journal of Industrial Technology Vol. 14 No. 2, 2005, S. 9-25.

[Sel16] S. SELTITZ
Experimentelle Dämpfungsuntersuchungen an Bremsbelägen, Bachelorarbeit, MMD, TU Berlin, 2016.

[She04] H. A. SHERIF
Investigation on Effect of Surface Topography of Pad/Disc Assembly on Squeal Generation, Wear Vol. 257 No. 7-8, 2004, S. 687-695.

[She94] I. Y. SHEN
Bending Vibration Control of Composite Plate Structures Through Intelligent Constrained Layer Treatments, erschienen in C. D. JOHNSON - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 115-125.

[She96] I. Y. SHEN
Stability and Controllability of Euler-Bernoulli Beams with Intelligent Constrained Layer Treatments, Journal of Vibration and Acoustics Vol. 118 No. 1, 1996, S. 70-77.

[Shi01] T. S. SHI, O. DESSOUKI, T. WARZECHA, W. K. CHANG und A. JAYASUNDERA
Advances in Complex Eigenvalue Analysis for Brake Noise, SAE Technical Paper 2001-01-1603, 2001, S. 1-7.

[Shi02] K. SHIN, M. J. BRENNAN, J.-E. OH und C. J. HARRIS
Analysis of Disc Brake Noise Using a Two-Degree-of-Freedom Model, Journal of Sound and Vibration Vol. 254 No. 5, 2002, S. 837-848.

[Shi14] H. SHIMIZU, Y. OURA, T. SUZUKI und Y. SANO
The Effect of Grease on Brake Squeal, SAE Technical Paper 2014-01-2512, 2014, S. 1-8.

[Shi97] X. SHI
Entstehung des Bremsenquietschens, Dissertation TU Braunschweig, Shaker-Verlag, Aachen, 1997.

[Sin07a] G. Fritz, J.-J. Sinou, J.-M. Duffal und L. Jézéquel
Effects of Damping on Brake Squeal Coalescence Patterns – Application on a Finite Element Model, Mechanics Research Communications Vol. 34 No. 2, 2007, S. 181-190.

[Sin07b] J.-J. Sinou und L. Jézéquel
The Influence of Damping on the Limit Cycles for a Self-exciting Mechanism, Journal of Sound and Vibration Vol. 304 No. 3-5, 2007, S. 875-893.

[Sin14] G. R. Sinambari und S. Sentpali
Ingenieurakustik Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele 5. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2014.

[Sin98] R. Singh, A. A. Sheikh und M. J. Mitchell
Viscoelastic Damping to Control Disc Brake Squeal, SV Sound and Vibration Vol. 32 No. 10, 1998, S. 18-22.

[Smi83] G. M. Smith, R. L. Bierman und S. J. Zitek
Determination of Dynamic Properties of Elastomers Over Broad Frequency Range, Experimental Mechanics Vol. 23 No. 2, 1983, S. 158-164.

[Soo85a] J. Soovere und M. L. Drake
Aerospace Structures Technology Damping Design Guide Volume 1 - Technology Review, AFWAL-TR-84-3089, 1985.

[Soo85b] J. Soovere und M. L. Drake
Aerospace Structures Technology Damping Design Guide Volume 2 - Technology Review, AFWAL-TR-84-3089, 1985.

[Spe09] G. Spelsberg-Korspeter
Breaking of Symmetries for Stabilization of Rotating Continua in Frictional Contact, Journal of Sound and Vibration Vol. 322 No. 4-5, 2009, S. 798-807.

[Spe10a] G. Spelsberg-Korspeter
Structural Optimization for the Avoidance of Self-excited Vibrations Based on Analytical Models, Journal of Sound and Vibration Vol. 329 No. 23, 2010, S. 4829-4840.

[Spe10b] G. Spelsberg-Korspeter, M. Schönecker und P. Hagedorn
On the Relation between Rotor Asymmetry and Brake Squeal, SAE Technical Paper 2010-01-1692, 2010, S. 1-6.

[Spe11] G. Spelsberg-Korspeter, D. Hochlenert und P. Hagedorn
Non-linear Investigation of an Asymmetric Disk Brake Model, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science Vol. 225 No. 10, 2011, S. 2325-2332.

[Spe12] G. Spelsberg-Korspeter
Eigenvalue Optimization Against Brake Squeal: Symmetry, Mathematical Background and Experiments, Journal of Sound and Vibration Vol. 331 No. 19, 2012, S. 4259-4268.

[Spe13] G. Spelsberg-Korspeter
Robust Structural Design against Self-Excited Vibrations, Springer Verlag, Heidelberg New York Dordrecht London, 2013.

[Spu61] R. T. Spurr
A Theory of Brake Squeal, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Automobile Division Vol. 15 No. 1, 1961, S. 33-52.

[Sta73] H. Stachowiak
Allgemeine Modelltheorie, Springer-Verlag, Wien, 1973.

[Ste08] R. Steege und F. Marx
A New Approach to Material Compressibility of Brake Pads, SAE Technical Paper 2008-01-2572, 2008, S. 1-6.

[Ste15] P. Stegmann, S. Kruse und K. Augsburg
Robustness of Disc Brake Systems Regarding Squeal, EuroBrake Proceedings EB2015 NVH010, 2015, S. 1-11.

[Ste19] M. Stender, M. Tiedemann, L. Hoffmann und N. Hoffmann
Determining Growth Rates of Instabilities from Time-Series Vibration Data: Methods and Applications for Brake Squeal, Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 129, 2019, S. 250-264.

[Ste85] K. K. Stevens und H.-Y. Hsu
Modal Damping and Sound Power Reduction of Plates with Partial Constrained Layer Damping Treatments, International Modal Analysis Conference, 1985, S. 160-166.

[Ste88] K. K. Stevens und S. Shomstein
Influence of Partial Viscoelastic Damping Treatments on the Modal Parameters of Circular Plates, Proceedings of 7th International Modal Analysis Conference (IMAC VII), 1988, S. 1616-1622.

[Stj17] J. Stjärndal und P.-A. Jarnestrom
New Generation Isolating Rubber and PTFE Coated Abutement Clips and the Effect on Brake Noise and Sliding Force in Disc Brakes, EuroBrake Proceedings EB2017-MDS-017, 2017, S. 1-12.

[Stu17] O. Stump, M. Könning und W. Seemann
Transient Squeal Analysis of a non Steady State Maneuver, EuroBrake Proceedings EB2017-SVM-004, 2017, S. 1-10.

[Stü91] W. Stühler
Schwingungen in der Fahrzeugdynamik, Vieweg & Sohn GmbH, Braunschweig Wiesbaden, 1991.

[StVZO] StVZO
§ 41 (4a) Bremsen und Unterlegkeile, http://www.stvzo.de/stvzo/b4.htm, abgerufen am 24.02.2020 um 17:03 Uhr.

[Sun90] C. T. Sun, B. V. Sankar und V. S. Rao
Damping and Vibration Control of Unidirectional Composite Laminates Using Add-on Viscoelastic Materials, Journal of Sound and Vibration Vol. 139 No. 2, 1990, S. 277-287.

[Sun95] C. T. Sun und Y. P. Lu
Vibration Damping of Structural Elements, Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, 1995.

[Suz09] T. Suzuki, Y. Kumemura, H. Inoue, Y. Takagi und S. Suzuki
NVH Simulation Technology for Disc Brake Calipers, Computer Science, 2009, S. 341-345.

[Syl75] O. Sylwan
Calculation of Very Thin Damping Layers of Sandwich Structures with Complicated Cross Sections, Proceedings of Inter-Noise 75, 1975, S. 359-362.

[Syl78] O. Sylwan
Calculation of Partially Covering Damping Layers of Sandwich Structures with Some Practical Results, Proceedings of Inter-Noise 78, 1978, S. 219-224.

[Syl87] O. Sylwan
Shear and Compressional Damping Effects of Constrained Layered Beams, Journal of Sound and Vibration Vol. 118 No. 1, 1987, S. 35-45.

[Tak05] N. Takeshi und N. Terasaki
Kokusan Parts Industry Co. Ltd. - Unterlegplatte zur Verhinderung von Quietschgeräuschen bei Scheibenbremsen, Patent DE 10 2005 002 762 A1 2005.09.01, Int. Cl. F16D 65/092, 2005, S. 1-17.

[Tan97] N. Tandon
Noise Reducing Designs of Machines and Structures, erschienen in T. K. Kundra und B. C. Nakra - Optimum Dynamic Design, Allied Publishers Limited New Delhi, 1997, S. 275-284.

[Tar61] B. D. Tartakovskij
Untersuchungen an geschichteten Dämpfungsbelägen, erschienen in L. Cremer - Proceedings of the Third International Congress on Acoustics Volume 1 - Principles, 1961, S. 406-409.

[The49] T. Theodorsen
General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, Technical Report NACA-TR-496, 1949, S. 1-23.

[Thi92] R. Thiel, L. Dreilich, K.-F. Wörsdörfer, S.-C. Shin, R. Weiler, U. Bach und D. Bieräugel
Alfred Teves GmbH - Bremsklotz für Scheibenbremsen, Patent DE 41 01 599 A1, 1992, S. 1-6.

[Tho09] S. Thouviot, G. Chevallier, F. Renaud, J.-L. Dion und R. Lemaire
Prise en compte des comportements viscoélastiques dans la simulation dynamique des systèmes de freinage, Mécanique and Industries Vol. 10 No. 5, 2009, S. 385-396.

[Tho93] W. T. Thomson
Theory of Vibration with Applications Fourth Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.

[Tho99] J. J. Thomsen
Using Fast Vibrations to Quench Friction-induced Oscillations, Journal of Sound and Vibration Vol. 228 No. 5, 1999, S. 1079-1102.

[Tia16] S. Tian, Z. Xu, Q. Wu und C. Qin
Dimensionless Analysis of Segmented Constrained Layer Damping Treatments with Modal Strain Energy Method, Shock and Vibration Vol. 2016 Article ID 8969062, 2016, S. 1-16.

[Tie14] M. Tiedemann, S. Kruse und N. Hoffmann
Dominant Damping Effects in Friction Brake Noise, Vibration and Harshness: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering Vol. 229 No. 6, 2014, S. 1-7.

[Tie15] M. Tiedemann
The Dynamics of Assembled Structures Excited by Friction, Dissertation TU-Hamburg, Shaker-Verlag, Aachen, 2015.

[Tim37] S. Timoshenko
Vibration Problems in Engineering Second Edition, D. van Nostrand Company Inc., New York, 1937.

[Tom90] G. R. Tomlinson
The Use of Constrained Layer Damping in Vibration Control, International Journal of Mechanical Sciences Vol. 32 No. 3, 1990, S. 233-242.

[Tor80] P. J. Torvik
The Analysis and Design of Constrained Layer Damping Treatments, erschienen in P. J. Torvik - Damping Applications for Vibration Control, The American Society of Mechanical Engineers AMD Vol. 38, 1980, S. 85-112.

[Tor89] P. J. Torvik
Damping of Layered Materials, Structural Dynamics and Materials Conference, 30th Structures, 1989, S. 2246-2259.

[Tre75] L. R. G. Treloar
The Physics of Rubber Elasticity Third Edition, Clarendon Press, Oxford, 1975.

[Tri04] M. Trichês Júnior, S. N. Y. Gerges und R. Jordan
Reduction of Squeal Noise from Disc Brake Systems Using Constrained Layer Damping, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering Vol. 26 No. 3, 2004, S. 340-348.

[Tri08] M. Trichês Júnior, S. N. Y. Gerges und R. Jordan
Analysis of Brake Squeal Noise Using the Finite Element Method: A Parametric Study, Journal of Applied Acoustics Vol. 69 No. 2, 2008, S. 147-162.

[Tro78] P. Trompette, D. Boillot und M.-A. Ravanel
The Effect of Boundary Conditions on the Vibration of Viscoelastically Damped Cantilever Beam, Journal of Sound and Vibration Vol. 60 No. 3, 1978, S. 345-350.

[Tuc01] A. Tuchinda, N. P. Hoffmann, D. J. Ewins und W. Keiper
Mode Lock-in Characteristics and Instability Study of the Pin-on-disc System, IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics Vol. 1, 2001, S. 71-77.

[Tuc03] A. Tuchinda
Development of Validated Models for Brake Squeal Predictions, Dissertation Imperial College London, 2003.

[UN19] United Nations
Resolution adopted by the General Assembly on 25 September 2015, A/RES/70/1 Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development, https://www.unescwa.org/sites/www.unescwa.org/files/un_resolutions/a_res_70_1_e.pdf, abgerufen am 22.08.2019 um 08:29 Uhr, 2019.

[Ung59] E. E. Ungar, D. Ross und E. M. Kerwin Jr.
Damping of Flexural Vibrations by Alternate Visco-Elastic and Elastic Layers, WADC Technical Report 59-509, 1959.

[Ung62a] E. E. Ungar und E. M. Kerwin Jr.
Loss Factors of Viscoelastical Systems in Terms of Energy Concepts, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 34 No. 7, 1962, S. 954-957.

[Ung62b] E. E. Ungar
Loss Factors of Viscoelastically Damped Beam Structures, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 34 No. 8, 1962, S. 1082-1089.

[Ung64] E. E. Ungar und E. M. Kerwin Jr.
Plate Damping due to Thickness Deformations in Attached Viscoelastic Layers, The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 36 No. 2, 1964, S. 386-392.

[Ung73] E. E. Ungar
The Status of Engineering Knowledge Concerning the Damping of Built-Up Structures, Journal of Sound and Vibration Vol. 26 No. 1, 1973, S. 141-154.

[Ung80] E. E. Ungar
Damping of Panels due to Ambient Air, erschienen in P. J. Torvik - Damping Applications for Vibration Control, The American Society of Mechanical Engineers AMD Vol. 38, 1980, S. 75-83.

[Ung92] E. E. Ungar
Structural Damping, erschienen in L. L. Beranek und I. L. Vér - Noise and Vibration Control Engineering - Principles and Applications, John Wiley & Sons, Inc., New York Chichester Brisbane Toronto Singapur, 1992, S. 451-481.

[Urt08] Oberlandesgericht Schleswig-Holstein
Urteil Bremsenquietschen Az. 14 U 125/07, https://openjur.de/u/167379.html, 25.07.2008.

[Urt13] Kammergericht Berlin
Urteil Bremsenquietschen Az. 25 U 49/12, 03.06.2013.

[Van02] B. Vandenplas und S. Dutre
Kinematical-Dynamical Modeling and Experimental Validation of Disc Brake Squeal, erschienen in VDI-Bericht 1736 Reibung und Schwingungen in Fahrzeugen, Maschinen und Anlagen, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 2002, S. 59-69.

[vIt53] A. Van Itterbeek und H. Myncke
Vibration of Plates Covered with a Damping Layer, Acta Acustica united with Acustica Vol. 3 No. 4, 1953, S. 207-212.

[vNo94] W. C. Van Nostrand und D. J. Inman
Finite Element Model for Active Constrained-Layer Damping, erschienen in C. D. Johnson - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 126-137.

[VDA301] VDA 301 November 2009
Eigenfrequenzmessung und Modal-Analyse von Bremsscheiben in der Entwicklung, 2009, S. 1-14.

[VDA306] VDA 306 April 2013
Definition von Diagrammen zur Auswertung von Bremsgeräuschdaten/Prüfstand, 2013, S. 1-34.

[VDA313] VDA 313 Februar 2016
Modellierung von Dämpfungsblechen für die Simulation von Bremsenquietschen, 2016, S. 1-4.

[VDI3830-1] VDI 3830 Blatt 1
Werkstoff- und Bauteildämpfung Einteilung und Übersicht, 2004.

[VDI3830-2] VDI 3830 Blatt 2
Werkstoff- und Bauteildämpfung Dämpfung in festen Werkstoffen, 2004.

[VDI3830-3] VDI 3830 Blatt 3
Werkstoff- und Bauteildämpfung Dämpfung von Baugruppen, 2004.

[VDI3830-4] VDI 3830 Blatt 4
Werkstoff- und Bauteildämpfung Modelle für gedämpfte Strukturen, 2005.

[VDI3830-5] VDI 3830 Blatt 5
Werkstoff- und Bauteildämpfung Versuchstechniken zur Ermittlung von Dämpfungskenngrößen, 2005.

[VDI3833-1] VDI 3833 Blatt 1
Schwingungsdämpfer und Schwingungstilger - Schwingungsdämpfer Grundlagen, Kenngrößen, Realisierung, Anwendung, September 2014.

[Vel94] D. E. VELEY
Two-dimensional Finite Element Modeling of Constrained Layer Damping, erschienen in C. D. JOHNSON - Passive Damping Smart Structures and Materials Vol. 2193, 1994, S. 276-283.

[Vin80] B. D. VINOGRADOV und V. V. CHERNOBEREVSKII
Damping of Tubes by a Constrained Coating, Soviet Physics Acoustics Vol. 26 No. 4, 1980, S. 328-330.

[Vis87] A. VISNAPUU, R. W. NASH und P. C. TURNER
Damping Properties of Selected Steels and Cast Irons, Report of Investigations 9068, Bureau of Mines, 1987, S. 1-15.

[vWa04a] U. VON WAGNER, D. HOCHLENERT und P. HAGEDORN
Active Control of Disk Brake Squeal, ICTAM04 Proceedings, 2004, S. 1-2.

[vWa04b] U. VON WAGNER, D. HOCHLENERT, T. JEARSIRIPONGKUL und P. HAGEDORN
Active Control of Brake Squeal Via "Smart Pads", SAE Technical Paper 2004-01-2773, 2004, S. 1-7.

[vWa07] U. VON WAGNER, D. HOCHLENERT und P. HAGEDORN
Minimal Models for Disk Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 302 No. 3, 2007, S. 527-539.

[vWa09] U. VON WAGNER und S. SCHLAGNER
On the Origin of Disk Brake Squeal, International Journal of Vehicle Design Vol. 51 No. 1-2, 2009, S. 223-237.

[Wag04] N. WAGNER und L. GAUL
Das Phänomen Bremsenquietschen aus der Sicht der Eigenwertanalyse, erschienen in VDI-Berichte, VDI-Schwingungstagung: Modalanalyse und Identifikation; Verfahren und Anwendungen bei dynamischen Systemen, 2004, S. 373-388.

[Wag13] A. WAGNER
Avoidance of Brake Squeal by a Separation of the Brake Disc's Eigenfrequencies: a Structural Optimization Problem, Dissertation TU Darmstadt, Forschungsberichte des Instituts für Mechanik der Technischen Universität Darmstadt Band 31, 2013.

[Wag14] A. WAGNER, G. SPELSBERG-KORSPETER und P. HAGEDORN
Structural Optimization of an Asymmetric Automotive Brake Disc with Cooling Channels to Avoid Squeal, Journal of Sound and Vibration Vol. 333 No. 7, 2014, S. 1888-1898.

[Wal99] J. WALLASCHEK, K.-H. HACH, U. STOLZ und P. MODY
A Survey of the Present State of Friction Modelling in the Analytical and Numerical Investigation of Brake Noise Generation, Proceedings of the ASME Vibration Conference DETC99/VIB-8357, 1999, S. 1-12.

[Wan16] D. W. WANG, J. L. MO, M. Q. LIU, H. OUYANG und Z. R. ZHOU
Noise Performance Improvements and Tribological Consequences of a Pad-on-disc System through Groove-textured Disc Surface, Tribology International Vol. 102, 2016, S. 222-236.

[War72] G. E. WARNAKA und H. T. MILLER
Combined Extensional and Constrained Damping for Broad Temperature and Frequency Performance, Inter-Noise 72 Proceedings, 1972, S. 117-122.

[Wau01] J. WAUER und J. HEILIG
Dynamics and Stability of a Nonlinear Brake Model, Proceedings of ASME 2001 Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference DETC2001/VIB-21579, 2001, S. 1-7.

[Wau08] J. WAUER
Kontinuumsschwingungen Vom einfachen Strukturmodell zum komplexen Mehrfeldsystem, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2008.

[Weg09] E. Wegmann, A. Stenkamp und A. Dohle
Relation between Compressibility and Viscoelastic Material Properties of a Brake Pad, SAE Technical Paper 2009-01-3017, 2009, S. 1-11.

[Weh18] J.-H. Wehner, D. Jekel, R. Sampaio und P. Hagedorn
Damping Optimization in Simplified and Realistic Disc Brakes, Springer Briefs in Applied Sciences and Technology, 2018, S. 1-50.

[Whi59] J. S. Whittier
The Effect of Configurational Additions Using Viscoelastic Interfaces on the Damping of a Cantilever Beam, WADC Technical Report 58-568, 1959, S. 1-59.

[Whi60] J. S. Whittier
Rheological Properties of Adhesives Considered for Interface Damping, WADD Technical Report 60-280, 1960, S. 1-62.

[Wic99] J. A. Wickert und A. Akay
Damper for Brake Noise Reduction, United States Patent, Patent Nummer: 5,855,257, 1999, S. 1-8.

[Wil55] M. L. Williams, R. F. Landel und J. D. Ferry
The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids, Journal of the American Chemical Society Vol. 77 No. 14, 1955, S. 3701-3707.

[Win12] H. Winner, S. Hakuli und G. Wolf
Handbuch Fahrerassistenzsysteme Grundlagen, Komponenten und Systeme für aktive Sicherheit und Komfort 2., korrigierte Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2012.

[Wol16] Wolverine Advanced Materials
Shimdatenblätter, 2016.

[Wol19a] Wolverine Advanced Materials
Noise Insulators, https://www.wamglobal.com/OE-OES-Aftermarket/Noise-Insulators/, abgerufen am 09.07.2019 um 16:22 Uhr.

[Wol19b] Wolverine Advanced Materials
Abutment Clips, https://www.wamglobal.com/OE-OES-Aftermarket/Abutment-Clips/, abgerufen am 10.07.2019 um 09:33 Uhr.

[Yan03] M. Yang, A.-H. Afaneh und P. Blaschke
A Study of Disc Brake High Frequency Squeals and Disc In-Plane/Out-of-Plane Modes, SAE Technical Paper 2003-01-1621, 2003, S. 1-11.

[Yan72] M.-J. Yan und E. H. Dowell
Governing Equations for Vibrating Constrained-Layer Damping Sandwich Plates and Beams, Journal of Applied Mechanics Vol. 39 No. 4, 1972, S. 1041-1046.

[Yan74] M.-J. Yan und E. H. Dowell
Elastic Sandwich Beam or Plate Equations Equivalent to Classical Theory, Journal of Applied Mechanics Vol. 41 No. 2, 1974, S. 526-527.

[Yan97] S. Yang, und R. F. Gibson
Brake Vibration and Noise: Reviews, Comments, and Proposals, International Journal of Materials and Product Technology Vol. 12 No. 4-6, 1997, S. 496-513.

[Yan98] S. Yang, R. F. Gibson, D. Li und R. L. Hecht
Damping and Microstructures of Brake Rotor Materials, International Journal of Materials and Product Technology Vol. 13 No. 3-6, 1998, S. 155-166.

[Yi96] S. Yi, M. F. Ahmad und H. H. Hilton
Dynamic Responses of Plates With Viscoelastic Free Layer Damping Treatment, Journal of Vibration and Acoustics Vol. 118 No. 3, 1996, S. 362-367.

[Yin67] T. P. Yin, T. J. Kelly und J. E. Barry
A Quantitative Evaluation of Constrained-Layer Damping, Journal of Engineering for Industry Vol. 89 No. 4, 1967, S. 773-782.

[Yue09] Y. YUE und L. ZHANG
A Study of Effects of Brake Contact Interfaces on Brake Squeal, SAE Technical Paper 2009-01-2100, 2009, S. 1406-1413.

[Yuh06] D. E. YUHAS, J. DING und S. VENKATESAN
Non-linear Aspects of Friction Material Elastic Constants, SAE Technical Paper 2006-01-3193, 2006, S. 1-10.

[Zar81] J. H. B. ZAREK und B. M. GIBBS
The Derivation of Eigenvalues and Mode Shapes for the Bending Motion of a Damped Beam with General End Conditions, Journal of Sound and Vibration Vol. 78 No. 2, 1981, S. 185-196.

[Zel12] P. ZELLER
Handbuch Fahrzeugakustik Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch 2., überarbeitete Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2012.

[Zen48] C. ZENER
Elasticity and Anelasticity of Metals, The University of Chicago Press, Chicago, 1948.

[Zhe04] H. ZHENG, C. CAI und X. M. TAN
Optimization of Partial Constrained Layer Damping Treatment for Vibrational Energy Minimization of Vibrating Beams, Computers and Structures Vol. 82 No. 29-30, 2004, S. 2493-2507.

[Zhe06] H. ZHENG, X. M. TAN und C. CAI
Damping Analysis of Beams Covered with Multiple PCLD Patches, International Journal of Mechanical Sciences Vol. 48 No. 12, 2006, S. 1371-1383.

[Zie77] O. C. ZIENKIEWICZ
The Finite Element Method Third Edition, McGraw-Hill Book Company Limited, Maidenhead, 1977.

A Weitere Instabilitätsmechanismen

Sprag-slip[103] ist eine geometrisch oder kinematisch induzierte Instabilität, die bei konstantem Reibkoeffizienten μ auftritt [Gha13, S. 7], [Cro91, S. 167], [Shi97, S. 10], [Wal99, S. 4], [Pop02, S. 8], [Kin03, S. 137], [Bal08, S. 255], [Day14, S. 353ff]. Ein einfaches Ersatzmodell wurde erstmals von SPURR präsentiert [Spu61], das in Abbildung A.1 ersichtlich ist.

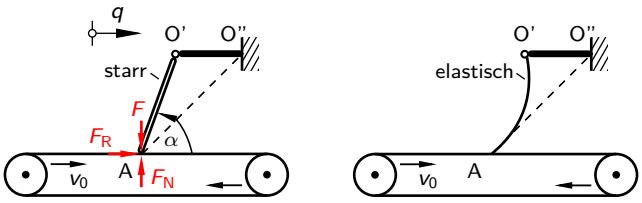


Abbildung A.1: Sprag-Slip Modell nach [Spu61], siehe auch [Pop02, S. 8]

Diese Instabilitätsart tritt auf, wenn ein im Punkt O' gelenkig gelagerter, starrer Stab AO' mit der Kraft F gegen eine rotierende Oberfläche gedrückt wird [Ibr94b, S. 242]. Nimmt der Stab gewisse Neigungswinkel α während des Gleitvorgangs an, tritt an der Kontaktstelle Selbsthemmung auf [Hei02, S. 4], [Buc08, S. 20ff]. Infolgedessen sind intermittierende Haft- und Gleitphasen zu beobachten [Sch03, S. 68], [Hof04a, S. 650]. Ein Momentengleichgewicht um die Lagerstelle O' ergibt

$$F_R \sin(\alpha) + F \cos(\alpha) - F_N \cos(\alpha) = 0. \tag{A.0.1}$$

Die Reibkraft F_R lautet folglich mit $F_R = F_N \cdot \mu$

$$F_R = \frac{\mu \cdot F}{1 - \mu \cdot \tan(\alpha)}. \tag{A.0.2}$$

Eine Grenzwertbetrachtung $\lim_{\mu \to \cot(\alpha)} F_R = \infty$ zeigt, dass bei ideal starren Körpern die Reibkraft gegen unendlich divergiert und so zu einem Haften beiträgt. In Realität sorgt die Elastizität des Stabes dafür, dass eine Änderung des Neigungswinkels α eintritt und ein Gleiten erfolgen kann [All02b, S. 83], [Buc08, S. 21]. Eine Erweiterung des Sprag-Slip Modells ist unter anderem in [Pop05, S. 354] zu finden, siehe in diesem Zusammenhang auch die Untersuchungen von EARLES [Ear76, S. 81], [Ear87]. Solche kinematischen Verhältnisse sind bei realen Scheibenbremsen nicht zu beobachten, sondern sind rein theoretischer Natur.

Follower forces[104] sind Kräfte, deren Richtung von der Deformation des elastischen Systems beeinflusst werden [Lei80, S. 307], [Cha95, S. 241], [Fli02a, S. 4], [Mot98, S. 24], [Kin03, S. 108]. Bei Scheibenbremsen sind sowohl Tangential- als auch Normalkräfte im Reibkontakt bei Verformung der Bremsscheibe betroffen. Es kann infolgedessen zu einer Kopplung der rotatorischen Freiheitsgrade mit den beteiligten nichtkonservativen Kräften führen und zu einem instabilen Systemverhalten beitragen [All02b, S. 84f].

Ein einfacher, mechanischer Schlag während des Bremsvorgangs zwischen Belag und Rotor bzw. Bremssattel, als **Hammering** bezeichnet, kann Quietschen begünstigen [Rhe89, S. 42], [Ibr94b, S. 242], [Shi97, S. 7],

[103] Die Bezeichnung wird verwendet, wenn eine Haftphase aufgrund einer Normalkraftänderung eintritt [Pop10, S. 199].
[104] Als *mitgehende Kräfte* bei LEIPHOLZ bezeichnet [Lei80, S. 98, 307].

[Kin03, S. 142], [Gha13, S. 8]. Diese Schläge werden bei geringen Geschwindigkeiten durch Unebenheiten auf der Rotoroberfläche ausgelöst, die von thermischen Verformungen hervorgerufen werden können [Rhe89, S. 43], [Ibr94b, S. 242], [Kin03, S. 142]. Das Bremssystem kann abhängig von den Anfangsbedingungen und dem Einzugsbereich zwei stabile Lösungen annehmen, einen quietschenden oder einen *leisen* Zustand (Bifurkationsanalyse). Mit einer externen Erregung in Form eines Schlages auf das Bremssystem können die Anfangsbedingungen/Gleichgewichtslagen des Bremssystems verändert und somit Einfluss auf das Quietschverhalten genommen werden [Hoc09, S. 64, 70].

B Literaturübersicht zu FLD und CLD

Mitte des letzten Jahrhunderts wurde eine Vielzahl an Beiträgen publiziert, die sich mit Biegeschwingungen von linear elastischen Balken mit zusätzlichen Dämpfungsschichten befassen. Eine Übersicht zu dieser Thematik liefert beispielsweise Fachliteratur wie [Ber60, S. 320ff], [Nas85], [Sun95, S. 174ff]. Es ist beim Studium essenzieller Publikationen Vorsicht geboten, da Formulierungen oftmals fehlerbehaftet sind und größere Abweichungen aufgrund der Weiterentwicklung der Rechentechnik entstehen können.

B.1 Publikationen zu Free-layer-damping

Oberst lieferte 1952 einen analytischen Zusammenhang für die Biegesteifigkeit und den Verlustfaktor von Stahlträgerstrukturen, die mit einer dünnen viskoelastischen Deckschicht (Entdröhnungsmittel) versehen sind [Obe52]. Eine Weiterentwicklung der vorgestellten Messmethoden erfolgte etwa zwei Jahre später [Obe54]. Zeitgleich untersuchte Van Itterbeek den Dicken- und Temperatureinfluss einer mit dünner Bitumenschicht bedeckten quadratischen Stahlplatte [vIt53]. Der aus zwei Schichten zusammengesetzte Aufbau wurde von Schwarzl für fremderregte Systeme (erzwungene Schwingungen) erweitert. Neben dem Biegemoment wurde zusätzlich die longitudinale Verschiebung des Balkens berücksichtigt [Sch58]. Der Einsatz von Entdröhnungsmitteln als Maßnahme gegen Schallemissionen bei Kraftfahrzeugen, die unmittelbar von Motor und Fahrbahn abgestrahlt werden, wurde von Becker und Oberst näher beleuchtet [Bec58]. Untersuchungen an geschichteten Dämpfungsbelägen wurden von Tartakovskij angestellt [Tar61]. Weitere Veröffentlichungen, die lediglich Erwähnung finden sollen, sind [Obe56b], [Mea64a]. Ein generalisierter Ansatz wird von Jones präsentiert und an einem Aluminiumkragträger experimentell validiert [Jon70]. Yi betrachtete Temperatur- und Dickeneinflüsse sowie die Variation der Erregerfrequenz auf eine quadratische Platte, die mit einer Elastomerschicht bedeckt ist. Die Methode der Finiten-Elemente wurde genutzt basierend auf der Theorie von Reissner und Mindlin [Yi96]. Partiell bedeckte Strukturen wurden von Roy detailliert beschrieben und unter anderem der Einfluss auf die Balkendurchbiegung ermittelt. Die Schwingungsdämpfung hängt hierbei von den Randbedingungen sowie der betrachteten Schwingungsmode ab [Roy96]. Auf Finite-Elemente Berechnungen von FLD Balken und Platten wird von Lumsdaine näher eingegangen. Die Ermittlung einer optimalen Verteilung der dämpfenden Deckschicht bei konstantem Volumen wird analysiert [Lum98]. Bei Kwak lag der Fokus auf der experimentellen Dämpfungsbestimmung in Form von Modalanalysen sowie Dynamisch-Mechanischen-Analysen. Bei seinen Untersuchungen konnte eine Abhängigkeit des Verlustfaktors von der Temperatur und dem Füllstoffgrad ermittelt werden [Kwa01]. Cortes untersuchte Free-layer-damping Strukturen mit dicken Dämpfungsschichten und berücksichtigte zusätzlich die Schubspannung im System. Zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens dient der Ansatz fraktionaler Zeitableitungen. Finite-Elemente Berechnungen zu Kragträgern bei Variation der Schichtdicke werden näher beleuchtet [Cor08].

B.2 Publikationen zu Constrained-layer-damping

B.2.1 Vollständige Bedeckung

Ein Homogenisierungsansatz für einen CLD Dreischichtaufbau wird in [Ros59] vorgestellt. Free- und Constrained-layer-damping Strukturen mit Abstandhalter wurden von Ungar systematisch analysiert [Ung62b]. Eine Weiterentwicklung von Kerwins Theorie wurde 1964 von Blasingame beschrieben [Bla64]. Di Taranto stellte eine partielle Differenzialgleichung 6. Ordnung auf, die die Längsverschiebungen von Sandwichbalken beschreibt. Der zugrunde gelegte mathematische Ansatz, der für jegliche Art von Randbedingungen

formuliert wurde, beinhaltet einen komplexen Schermodul zur Beschreibung der Dissipationseigenschaften des viskoelastischen Sandwichkerns [DiT65] und [DiT67]. Eine Weiterentwicklung für Sandwichbalken wurde von MEAD fokussiert. Er leitete eine Differenzialgleichung 6. Ordnung für Transversalschwingungen ab [Mea69]. KORITES beschrieb, dass bei CLD-Strukturen eine Energiedissipation innerhalb der viskoelastischen Schicht zu einer Temperaturveränderung führen kann. Starke Temperaturschwankungen der sehr temperatursensitiv reagierenden Elastomerschicht wirken sich demzufolge auf das mechanische Verhalten sowie die Materialeigenschaften aus [Kor69]. In [Mea70a] wird der Einfluss unterschiedlicher Randbedingungen auf den Systemverlustfaktor betrachtet. Ein eingehender Berechnungsalgorithmus, der ausschließlich Eigenkreisfrequenzen von CLD-Balken (reeller Schermodul) bestimmt, wird für unterschiedliche Endbedingungen in [Mea70b] und [Mar72] vorgestellt. YAN stellt eine vereinfachte Differenzialgleichung vor, die zur Bestimmung von Balken- und Platteneigenkreisfrequenzen verwendet werden kann. Voraussetzung sind isotrope und homogene Schichten [Yan72], siehe auch [Yan74]. In [Mar73] wird unter anderem der Einfluss von Nietendbedingungen thematisiert und an einem fest-/losgelagerten Sandwichbalken untersucht. In der Publikation [Ora74] wird der Fokus auf den Berechnungsalgorithmus von CLD-Verbunden gelegt. RAO bezieht in seine Untersuchungen weitere translatorische und rotatorische Trägheitsterme ein und betrachtet sowohl Balken- als auch Plattenschwingungen [Rao74]. Die Theorie wurde für kleine Sandwich-Balken, die Trägheits- und Schereffekte sowie Längenänderungen in allen Schichten berücksichtigt, erweitert [Rao77]. Der Effekt von transversaler Kompressionsdämpfung wurde zusätzlich bei Dreischichtsandwichbalken analytisch und experimentell untersucht [Dou78]. Bei dem Optimierungsprozess von Sandwichplatten formulierte LALL eine Temperatur- und Frequenzabhängigkeit des Elastomerelastizitätsmoduls und -verlustfaktors [Lal83]. MILES berücksichtigte nicht nur eine Scherung der viskoelastischen Zwischenschicht wie in den Ansätzen zuvor, sondern auch eine Dickendeformation [Mil86]. Eine Theorie für kombinierte Scher- und Kompressionsdämpfungseffekte, die komplizierte Querschnitte einbezieht, wurde von SYLWAN formuliert [Syl87]. LIN beschäftigte sich mit der Frage welches Optimierungspotenzial bei gegebenem Materialvolumen erzielbar ist. Die Überlegungen wurden in einem Finite-Elemente Code fixiert [Lin87]. Erzwungene Schwingungen bei einem CLD-Dreischichtaufbau werden in [Med94] berücksichtigt.

Eine Finite-Elemente Modellierung und Validierung mit Einbeziehung unterschiedlicher Randbedingungen ist in [Tro78] zu finden. Weitere Finite-Elemente Ansätze sind in [Lin96], [Vel94] zur Berechnung von Kompositen herangezogen worden. Der Temperatureinfluss auf modale Eigenschaften wird in einem von RAO entwickelten FE-Algorithmus berücksichtigt [Rao97].

B.2.2 Partielle Bedeckung

In PULGRANOs Veröffentlichung, die als eine der ersten partiell bedeckte Strukturen mit Dämpfungsschichten behandelt, wird darauf hingewiesen, dass bei Längenreduktion der Dämpfungsschicht eine erhöhte Dissipation beobachtet werden konnte [Pul62, S. 1976]. KERWIN widmete sich experimentellen Untersuchungen zu Free-layer-damping als auch Constrained-layer-damping Strukturen mit partieller Bedeckung [Ker64]. NOKES lieferte einen mathematischen Zusammenhang für teilweise symmetrisch bedeckte Trägerstrukturen. Eine Einschränkung besteht jedoch, da der verwendete Energieansatz lediglich für symmetrische Randbedingungen formuliert wurde [Nok68]. Die Unterteilung der Deckschicht in Segmente und deren Auswirkung auf das Dämpfungspotenzial werden von PLUNKETT für Einschicht- und Mehrschichtbalken diskutiert [Plu69a] und [Plu70]. MARKUŠ formulierte einen Energieansatz für Sandwichbalken mit symmetrischen Randbedingungen und zentral positionierter Dämpfungsschicht [Mar74]. SYLWAN betrachtete Varianten eines Einschicht- und Zweischicht Sandwichverbundes, die gezielt Dämpfungsmaterial einsparen [Syl78]. LALL präsentiert einen RAYLEIGH-RITZ Ansatz für partiell bedeckte Platten [Lal87]. In [Dew91] werden die Auswirkungen von Randbedingungen auf partiell symmetrisch bedeckte CLD-Balken untersucht, experimentell validiert und Schlussfolgerungen bezüglich des Dissipationsvermögens gezogen. MANTENA untersuchte eine optimale Deckschichtlänge, die die größte Dämpfung hervorruft. Der Finite-Elemente Code wurde mit experimentellen Daten validiert [Man91]. Zweischicht-Sandwichbalken zeigten bei LEVY bei einem Bedeckungsgrad bis etwa 80 % höhere Dämpfungskennwerte als Einschichtverbunde [Lev94]. Eine Variation der Dämpfungsschicht hinsichtlich Breite und Länge wurde von GARRISON näher beleuchtet [Gar94]. Ein Algorithmus zur

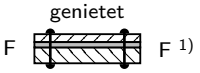
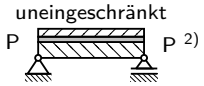
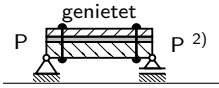
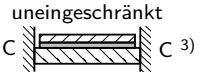
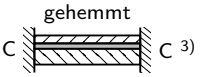
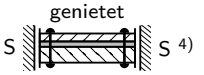
Findung der optimalen Position bei partiell bedeckten Sandwichplatten wurde von MARCELIN vorgestellt [Mar94], siehe auch [Mar92]. Ein Energieansatz, der sowohl Längenänderungen, rotatorische und longitudinale Trägheitsterme sowie eine Scherdeformation der Dämpfungsschichten als auch Trägheitsmomente der steifen Deckschichten und des Grundbalkens berücksichtigt, wurde von CHEN verwendet. Eine Erhöhung des Bedeckungsgrades führt zu einem Anstieg des Verlustfaktors bis eine maximale Dämpfung erreicht ist [Che96]. Passive Dämpfungsmaßnahmen in Form von partiell bedeckten Balken und Platten werden in dem Reviewpaper von NAKRA vorgestellt. Die Untersuchungen zeigen, dass eine Verringerung der Dämpfungsschicht positionsabhängig zu einer erhöhten Systemdämpfung führen kann [Nak98]. Die gewonnenen Erkenntnisse wurden um einen Finite-Elemente Algorithmus in [Nak00] erweitert. Neben teilweiser Bedeckung werden Sandwichbalken mit Unterbrechung (Cutouts) analysiert. Die Unterbrechung, die zwei separate Dämpfungsschichten zur Folge hat, kann eine höhere Energiedissipation als vollständig mit einer Dämpfungsschicht versehene Balken bewirken [Kun98]. Die Berechnung rechteckiger, partiell bedeckter Platten wurde mit einem Finite-Elemente Ansatz in [Mor06] verfolgt. Die Effektivität hängt hierbei signifikant von der Position der Dämpfungsschicht ab. Finite-Elemente Simulationen von partiell und vollständig bedeckten Sandwichplatten wurden in [Ass11] durchgeführt.

C Analytische Berechnungen

C.1 Randbedingungen

Eine Auflistung möglicher Randbedingungen wird nachfolgend in Tabelle 26 gezeigt und ist unter anderem in [Rao78, S. 273], [Mea69, S. 170f], [Mea70b, S. 5], [Mar72, S. 424] und [Lif87, S. 1030] zu finden. Die Endbedingungen sind für den linken Rand an der Stelle $x = 0$ formuliert.

Tabelle 26: Übersicht möglicher Randbedingungen für Sandwichbalken

Lagerart	Auflistung von Endbedingungen		
uneingeschränkt 	$M = 0$	$Q = 0$	$N = 0$
	$w^{ii} = 0$	$w^{v} - g^{*}(1+Y)w^{iii} - \Omega^{*2}w^{i} = 0$	$w^{iv} - \Omega^{*2}w = 0$
genietet  	$M = 0$	$Q = 0$	$u = 0$
	$w^{iv} - g^{*}(1+Y)w^{ii} - \Omega^{*2}w = 0$	$w^{iii} = 0$	$w^{v} - \Omega^{*2}w^{i} = 0$
uneingeschränkt  		$M = 0$	$N = 0$
	$w = 0$	$w^{ii} = 0$	$w^{iv} = 0$
genietet  		$M = 0$	$u = 0$
	$w = 0$	$w^{iv} - g^{*}(1+Y)w^{ii} = 0$	$w^{v} - g^{*}\,Y\,w^{iii} - \Omega^{*2}w^{i} = 0$
uneingeschränkt  			$N = 0$
	$w = 0$	$w^{i} = 0$	$w^{iv} - g^{*}Yw^{ii} = 0$
gehemmt  			$u = 0$
	$w = 0$	$w^{i} = 0$	$w^{v} - g^{*}Yw^{iii} = 0$
uneingeschränkt 		$Q = 0$	$N = 0$
	$w^{i} = 0$	$w^{v} - g^{*}(1+Y)w^{iii} = 0$	$w^{iv} - g^{*}Yw^{ii} - \Omega^{*2}w = 0$
genietet  		$Q = 0$	$u = 0$
	$w^{i} = 0$	$w^{iii} = 0$	$w^{v} = 0$

[1)] frei (free), [2)] Fest-/Loslager (pinned), [3)] Einspannung (clamped), [4)] Parallelführung (sliding)

C.1.1 Fest-/Loslagerung

Uneingeschränkte Endbedingungen

$$w = 0 \tag{C.1.1a}$$

$$M = 0 \quad \rightarrow \quad w^{iv} - g^{*}(1+Y)w^{ii} - \underbrace{\Omega^{*2}w}_{=0} = 0 \tag{C.1.1b}$$

$$N = 0 \quad \rightarrow \quad w^{iv} - g^{*}Yw^{ii} - \underbrace{\Omega^{*2}w}_{=0} = 0 \tag{C.1.1c}$$

Aus den Gleichungen (C.1.1b) und (C.1.1c) ergibt sich, dass $w^{ii} = 0$ und $w^{iv} = 0$ gilt.

Genietete Endbedingungen

$$w = 0 \tag{C.1.2a}$$
$$M = 0 \quad \rightarrow \quad w^{\mathrm{iv}} - g^*(1+Y)w^{\mathrm{ii}} - \underbrace{\Omega^{*2}w}_{=0} = 0 \tag{C.1.2b}$$
$$u = 0 \quad \rightarrow \quad w^{\mathrm{v}} - g^* Y w^{\mathrm{iii}} - \Omega^{*2} w^{\mathrm{i}} = 0 \tag{C.1.2c}$$

C.1.2 Parallelführung

Uneingeschränkte Endbedingungen

$$w^{\mathrm{i}} = 0 \tag{C.1.3a}$$
$$Q = 0 \quad \rightarrow \quad w^{\mathrm{v}} - g^*(1+Y)w^{\mathrm{iii}} - \underbrace{\Omega^{*2}w^{\mathrm{i}}}_{=0} = 0 \tag{C.1.3b}$$
$$N = 0 \quad \rightarrow \quad w^{\mathrm{iv}} - g^* Y w^{\mathrm{ii}} - \Omega^{*2} w = 0 \tag{C.1.3c}$$

Genietete Endbedingungen

$$w^{\mathrm{i}} = 0 \tag{C.1.4a}$$
$$Q = 0 \quad \rightarrow \quad w^{\mathrm{v}} - g^*(1+Y)w^{\mathrm{iii}} - \underbrace{\Omega^{*2}w^{\mathrm{i}}}_{=0} = 0 \tag{C.1.4b}$$
$$u = 0 \quad \rightarrow \quad w^{\mathrm{v}} - g^* Y w^{\mathrm{iii}} - \underbrace{\Omega^{*2}w^{\mathrm{i}}}_{=0} = 0 \tag{C.1.4c}$$

Aus den Gleichungen (C.1.4b) und (C.1.4c) folgt $w^{\mathrm{iii}} = 0$ und $w^{\mathrm{v}} = 0$.

C.2 Weitere Constrained-layer-damping Berechnungen

Nachfolgend werden ergänzende Ergebnisse, die sich unter Verwendung von analytischen Sandwichtheorien ergeben haben, angeführt. In den Fokus der Berechnungen tritt Shimtyp B. Abbildung C.1 zeigt die Abhängigkeit der Verlustfaktoren und Eigenfrequenzen von der Shimlänge für Shim B bei frei-frei genieteten Randbedingungen und symmetrischer Shimapplizierung.

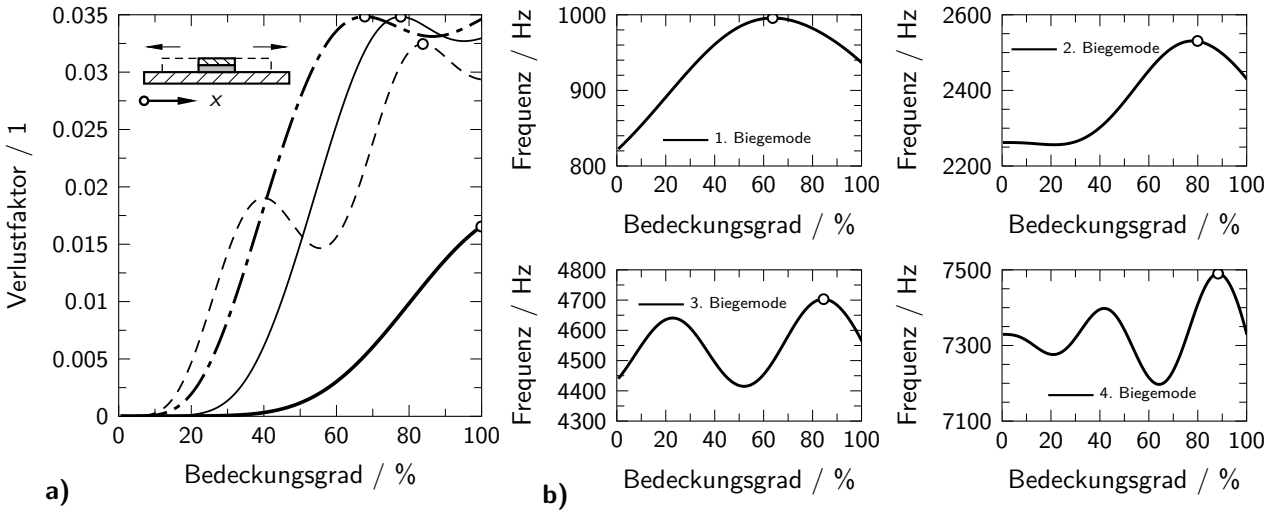


Abbildung C.1: Einfluss der Shimlänge bei einer mit Shim B bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung von frei-frei genieteten Randbedingungen auf **a)** Verlustfaktoren (—— 1. Mode, –·– 2. Mode , —— 3. Mode, - - - 4. Mode) und **b)** Eigenfrequenzen der ersten vier Biegeeigenmoden bei **symmetrischer Applizierung**

Eine Applizierung des Shimverbundes am linken Rand unter Berücksichtigung der gleichen Randbedingungen wird in Abbildung C.2 visualisiert. Für Endbedingungen, bei denen eine Kopplung der Einzelschichten vorliegt, tritt ähnlich wie in [Dew91, S. 216] ein maximaler Dämpfungswert für einen sehr hohen Bedeckungsgrad auf.

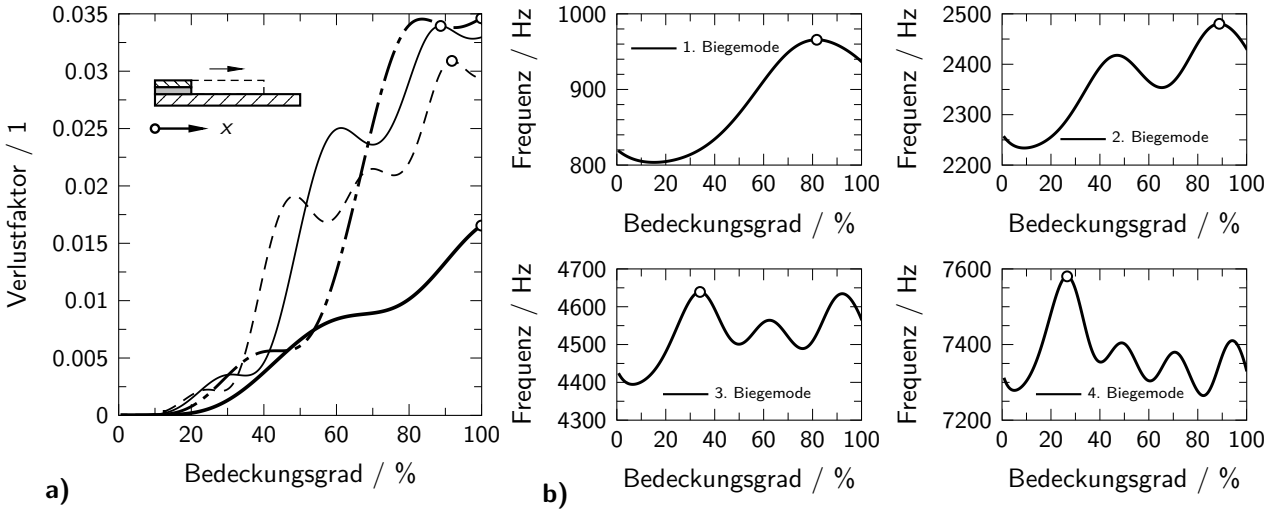


Abbildung C.2: Einfluss der Shimlänge bei einer mit Shim B bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung von frei-frei genieteten Randbedingungen auf **a)** Verlustfaktoren (—— 1. Mode, –·– 2. Mode , —— 3. Mode, - - - 4. Mode) und **b)** Eigenfrequenzen der ersten vier Biegeeigenmoden bei **Applizierung am linken Rand** ($x = 0$)

Der Einfluss der Shimposition (Shim B) wird für konstante Bedeckungsgrade in Abbildung C.3 thematisiert.

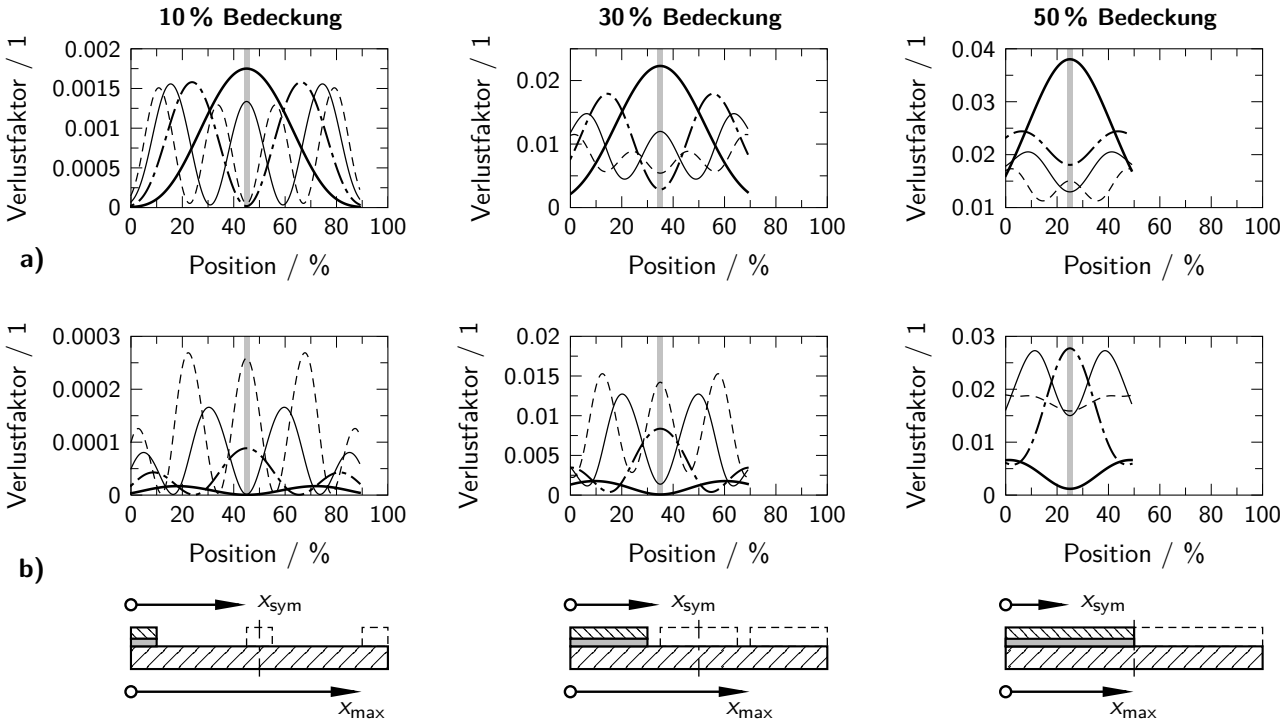


Abbildung C.3: Einfluss der Shimposition bei einer mit Shim B bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter konstantem Bedeckungsgrad (10 %, 30 % und 50 %): Verlustfaktoren der ersten vier Biegeeigenmoden (1. ——, 2. –·–, 3. ——, 4. - - -) bei **a)** frei-frei uneingeschränkten und **b)** frei-frei genieteten Randbedingungen

Über den experimentellen Einfluss von Randbedingungen auf das Dämpfungsverhalten wurde bereits in [Ker60] und [Yin67, S. 778] berichtet. Unsymmetrische Randbedingungen für einen Mehrschichtaufbau können für höhere Moden wesentlich größere Verlustfaktoren erzielen, siehe [Gro70, S. 429, 432]. Weitere Quellen, die sich dieser Thematik widmen, sind [DiT66], [Zar81]. Nietverbindungen an den Enden führen zu einer Versteifung und somit zu einem Anstieg der Eigenfrequenzen. Eine steife Verbindung der Sandwichschichten, die zur Erhöhung der Eigenfrequenzen genutzt werden kann, ist nur vorteilhaft wenn ein geringer Scherparameter $g < 1$ vorliegt. Bei sehr großen Scherparametern $g > 10^2$ ist der Effekt vernachlässigbar klein, siehe [Mea70b, S. 9, 13].

Abbildung C.4 gibt für einen klassischen Constrained-layer-damping Dreischichtaufbau Verlustfaktoren bei Variation der Schichtdicken H_1 und H_2 für vollständig freie Endbedingungen wieder. Eine Erhöhung der Deckschichtdicke H_1 zeigt hierbei den größten Effekt auf die Biegeverlustfaktoren η_m. Um eine hohe Energiedissipation zu erzielen, wird empfohlen, Elastomerdicken H_2 deutlich unterhalb von 1 mm einzusetzen.

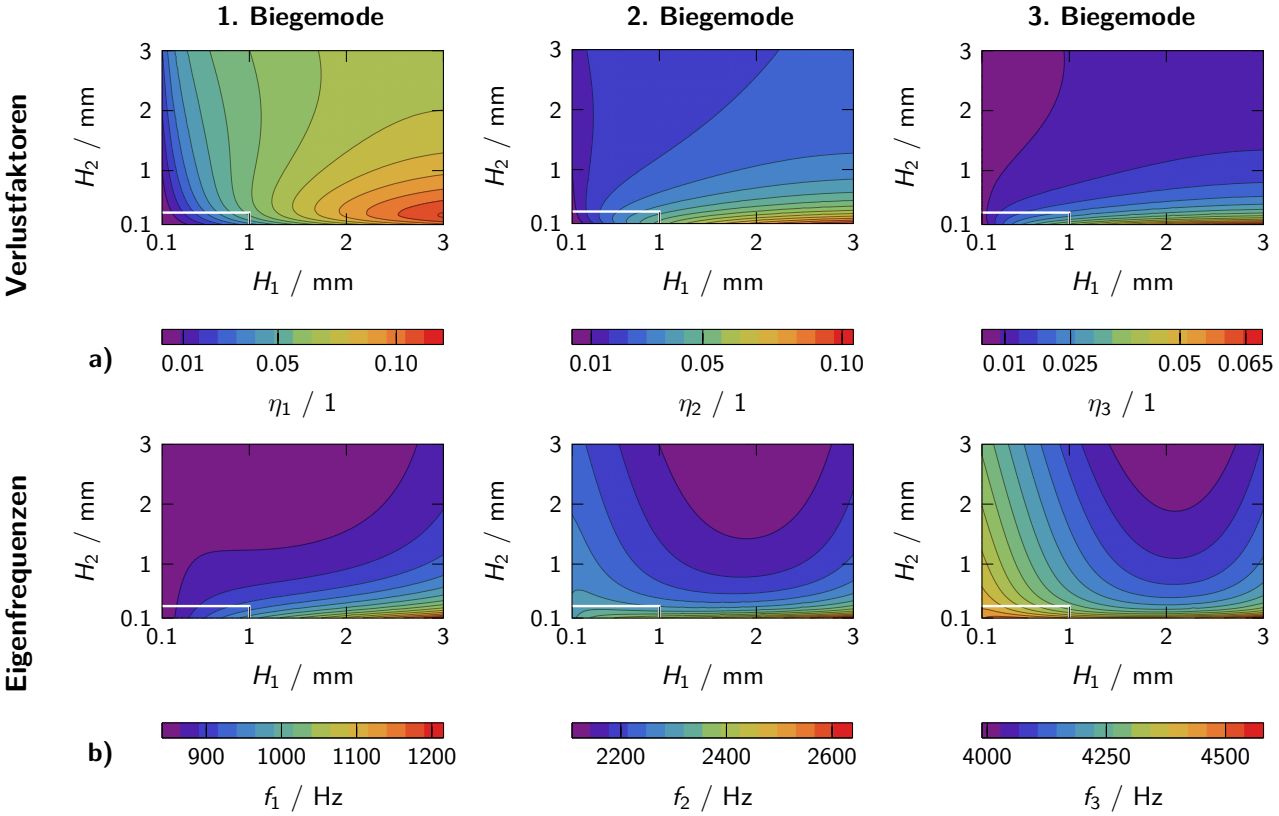


Abbildung C.4: Einfluss der Dickenverhältnisse bei einer symmetrisch 80 % mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung frei-frei uneingeschränkter Randbedingungen: **a)** Verlustfaktoren und **b)** Eigenfrequenzen der ersten drei Biegemoden

Bei Kerwins Untersuchungen haben CLD-Aufbauten mit dünnen Deckschichten die besten Ergebnisse gezeigt, deren Verhältnis zwischen Elastizitätsmodul und Dichte in der Größenordnung von Stahl oder Aluminium liegen [Ker59d, S. 411]. Yin betrachtete experimentell den Einfluss der Deckschicht auf das Dissipationsverhalten. Die Untersuchungen an Aluminium- und Stahlschichten haben gezeigt, dass eine Erhöhung der Steifigkeit zur Steigerung der Dämpfung beiträgt [Yin67, S. 775], [Lev94, S. 24]. Abbildung C.5 bestätigt den beschriebenen Sachverhalt, bei Variation der Deckschichtmaterialparameter (Dichte ρ_1 und Elastizitätsmodul E_1). Steifere Deckschichten erzielen höhere Kompositverlustfaktoren.

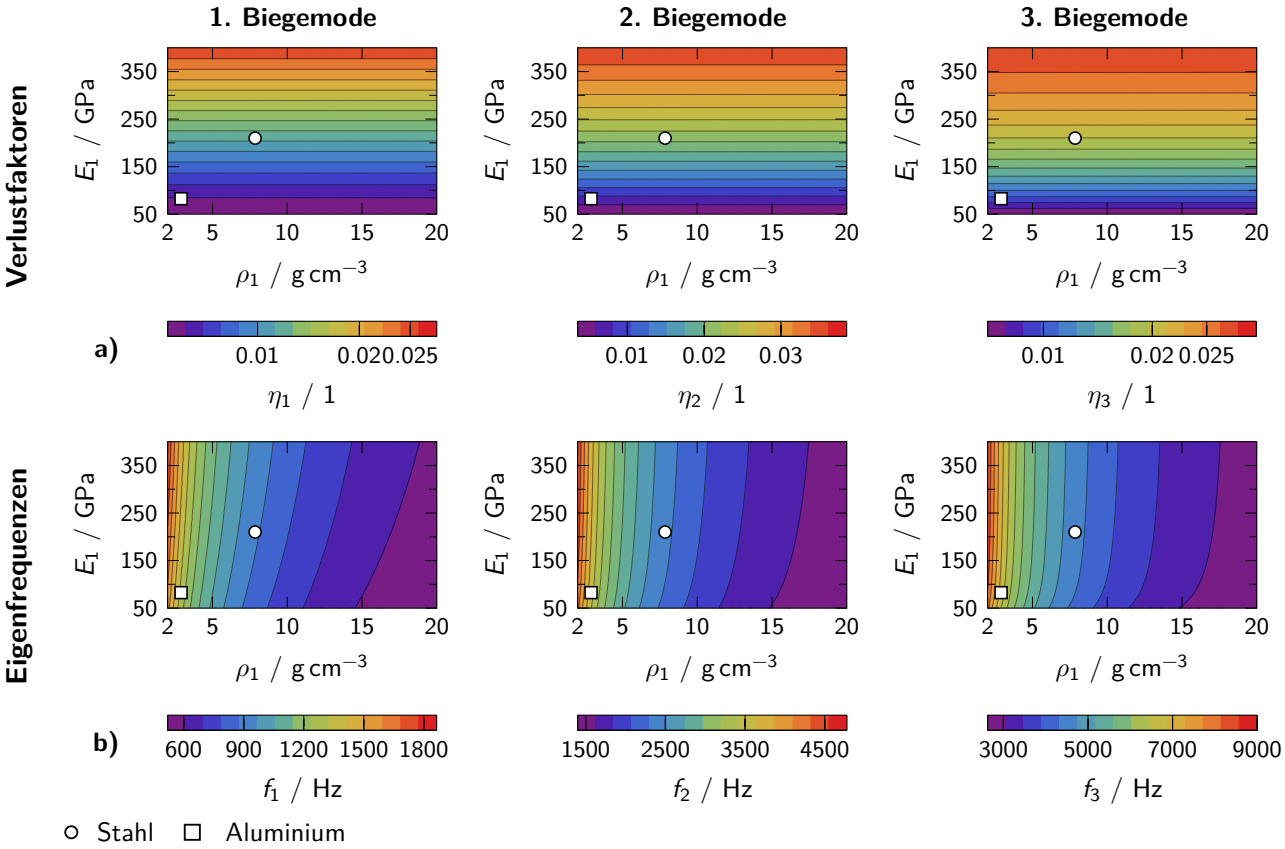


Abbildung C.5: Einfluss der Deckschichtsteifigkeit bei einer symmetrisch 80 % mit Shim A bedeckten Stahlplatte (180x50x5 mm^3) unter Berücksichtigung frei-frei uneingeschränkter Randbedingungen: **a)** Verlustfaktoren und **b)** Eigenfrequenzen der ersten drei Biegemoden

D Warm-up-Bremsungen

Verzögerungsbremsungen sind der eigentlichen Messkampagne vorgeschaltet, um eine vorgegebene Solltemperatur zu erreichen. Nachfolgend sind in Abbildung D.1 Quietschereignisse ohne Shim und mit Shim A, die sich aus den Verzögerungsbremsungen ergeben haben, dargestellt.

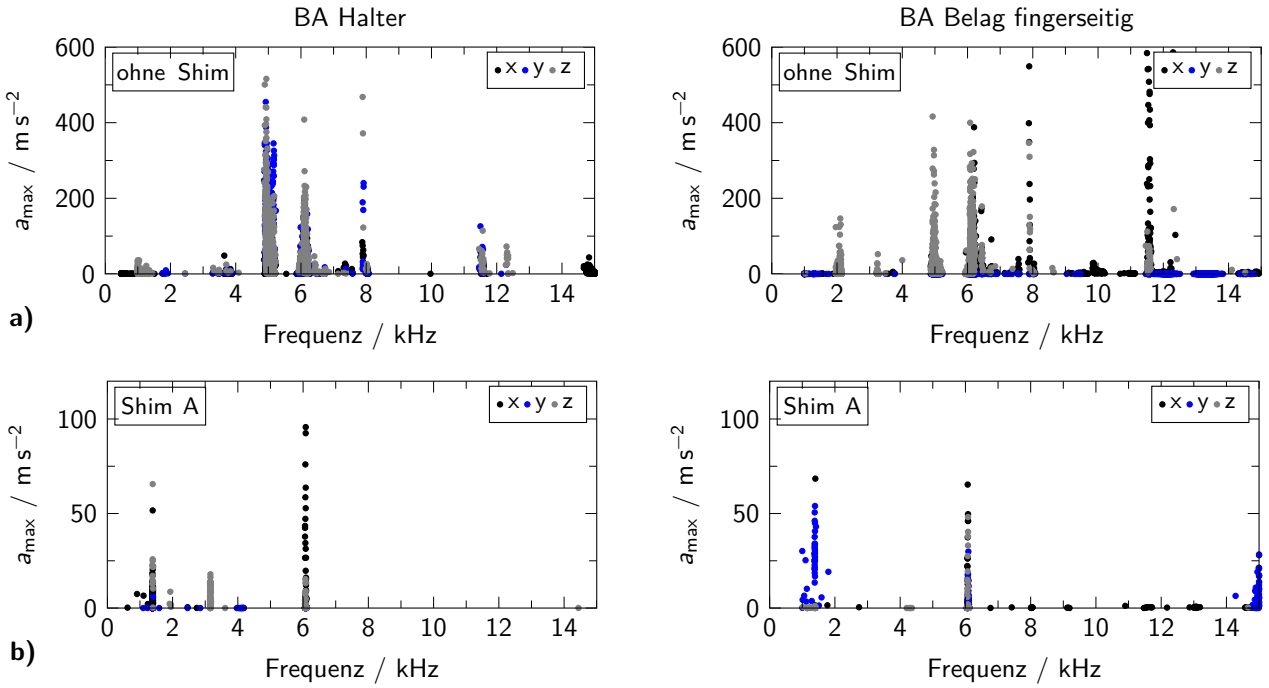


Abbildung D.1: Maximale Beschleunigungen a_{max} (Verzögerungsbremsungen) während des Quietschens für die auf dem Halter und Belag befestigten Beschleunigungsaufnehmer: Bremsbeläge **a)** ohne Shim und **b)** mit Shim A

Sachverzeichnis

A
Acrylnitril-Butadien-Kautschuk 38

B
Biegeschwingung 48
Randbedingungen 49
Bremsenquietschen 2, 8
Bremsgeräusch 2
Bremssattel 84
Bremsscheibe 81, 102
Maßnahmen 82

C
Constrained-layer-damping 8
CLD mit Abstandhaltern 69
Diskreter CLD-Aufbau 80
Mehrschicht CLD-Aufbau 68
Positionseinfluss 76
Copolymerisation 43

D
Dämpfung 25
Einflussfaktoren 26
Einteilung 25
Kategorien 26
RAYLEIGH-Dämpfung 98
Strukturdämpfung 33, 97
Viskose Dämpfung 31
Dämpfungsdesign 45
Dämpfungsgrad 28
Delamination 78
Dreipunkt-Biegeversuch 38
Dynamisch-Mechanische-Analyse 38

E
Eigenmoden 73
Erprobung von Maßnahmen 90
Dämpfung bei Bremsscheiben 93
Diskreter CLD-Aufbau 92
Einfluss Shimdämpfung 91

F
Finite-Elemente 12, 95
Konvergenzanalyse 99
Modellierung 95
Verzerrung 95
Free-layer-damping 8

G
Gesamtbremssystem 85
Glasübergangstemperatur 35

H
Halbwertsbreite
Strukturdämpfung 34
Viskose Dämpfung 31
Homogenisierungstheorien 50
Constrained-layer-damping 53
Free-layer-damping 51

K
Komplexe Eigenwertanalyse 13, 103
Komplexer Modul 26

L
Literaturübersicht 145
Constrained-layer-damping 145
Free-layer-damping 145

M
Maßnahmen bei Bremsgeräuschen 15
Aktive Geräuschunterdrückung 16
Dämpfung 17
Strukturmodifikationen 16
Messkampagne 86
Messobjekte 71
Minimalmodelle 9
Degressive Reibungscharakteristik 11
Modenkopplung 11
Stick-slip 10

P
Polymerblend 42
Prony-Serie 37

Q
Quietschverteilung 88

R
Reibkoeffizient 86
Reibmaterial 41
Reibung 8

S
Selbsterregung 8
Shim 8, 17
Aufgaben 18
Einflussgrößen 19
Shim-Masterkurve 41
Temperatureinfluss 75

Speichermodul 27, 38
Streuung 74

T
Torsionsschwingung 47

V
Validierung 77, 103
Verlustfaktor 27, 28
    Werkstoffklassen 29
Verlustmodul 27, 36
Verlustwinkel 27

W
Warm-up-Bremsungen 155
Weitere Instabilitätsmechanismen 143
Weiterführender CLD-Ansatz 56
    Partielle Bedeckung 62
    Vollständige Bedeckung 56
    Zusätzliche Berechnungen 149
WLF-Funktion 37