

SPL-basierte Optimierung der Krümmung von Line-Source-Arrays mit PALC

Arne Hölter¹, Frank Schultz², Florian Straube³ und Stefan Weinzierl¹

¹ *Fachgebiet Audiokommunikation, TU Berlin, 10587 Berlin, Email: hoelter@campus.tu-berlin.de*

² *Institut für Nachrichtentechnik, Universität Rostock, 18119 Rostock*

³ *Adamson Systems Engineering, 20539 Hamburg*

Einleitung

Eine Beschallung mittels Line Source Arrays (LSAs) erlaubt die Kontrolle der abgestrahlten homogenen Wellenfront und damit der Schalldruckpegelverteilung über den Zuhörerbereich. Es ist bekannt, dass dies durch eine geeignete Krümmung des Arrays realisierbar ist [1]. Eine einfache Optimierung der Geometrie von LSAs kann durch ein Strahlenmodell hergeleitet werden. Aus dieser Idee haben die Autoren in früheren Beiträgen den Polygonal-Audience-Line-Curving (PALC)-Algorithmus vorgeschlagen [2], erweitert [3] und eine Web-Applikation [4] zur Verfügung gestellt. In diesem Beitrag wird für PALC die Implementierung von Gewichtungsfaktoren dargestellt, die zusätzlich zum rein auf geometrischen Betrachtungen basierenden PALC das Einbeziehen von Schallenergieverteilungen erlauben. Daraus wird ein iteratives Verfahren hergeleitet, das für einen gewünschten Schalldruckpegelverlauf die Array-Krümmung optimiert. Die Evaluation erfolgt für einen modellierten Veranstaltungsort mit Hilfe des Complex-Directivity-Point-Source (CDPS)-Modells [5, 6]. Zusätzlich zum Schalldruckpegelverlauf wird die Homogenität des Schallfeldes diskutiert.

PALC-Algorithmus

Die grundlegende Idee des *Polygonal Audience Line Curving* (PALC) Algorithmus ist in [2] mathematisch beschrieben. Anhand der Abbildung 1 wird der Algorithmus für $N = 4$ Lautsprechern erläutert. In Abbildung 1a ist der erste Lautsprecher inklusive Hauptabstrahlbereich eingezeichnet. Im nächsten Schritt wird der zweite Lautsprecher in Abbildung 1b so gekrümmt, dass der Hauptabstrahlbereich an den Hauptabstrahlbereich des vorherigen Lautsprechers anschließt. Dieser Vorgang wird für alle Lautsprecher durchgeführt, in diesem Fall bis $n = 4$ Lautsprecher in Abbildung 1c. Die Quasi-Lautsprecheröffnungswinkel ψ_n werden iterativ so optimiert, dass die Hauptabstrahlbereiche der Lautsprecher die gesamte Audience Line – bestehend aus den Empfängerpositionen \mathbf{x} – mit einer maximalen Toleranz abdecken (Abbildung 1d).

Die Anpassung des Quasi-Lautsprecheröffnungswinkels ψ_n kann an Bedingungen gekoppelt werden. In [2] wurden bereits PALC1 mit

$$\psi_1 = \psi_2 = \dots = \psi_N \quad (1)$$

und PALC2 mit

$$\psi_1 \cdot d_1 = \psi_2 \cdot d_2 = \dots = \psi_N \cdot d_N \quad (2)$$

eingeführt. Für PALC2 bedeutet die Einführung der Distanz vom Lautsprecher zum Empfänger auf der Haupt-

abstrahlachse eine Gewichtung, Diese resultiert aus der Intention, dass die Längen der Hauptabstrahlbereiche der einzelnen Lautsprecher auf der Audience Line möglichst gleich groß sein sollen. Analog kann für PALC1 und PALC2 eine Gewichtung ν_n eingeführt werden, mit deren Hilfe der PALC-Algorithmus hinsichtlich eines räumlichen Schalldruckverlaufs optimiert werden kann. PALC2 mit Gewichtung lässt sich somit

$$\psi_1 \cdot d_1 \cdot \nu_1 = \psi_2 \cdot d_2 \cdot \nu_2 = \dots = \psi_N \cdot d_N \cdot \nu_N. \quad (3)$$

Direktschallsimulation

Die Evaluation erfolgt anhand von Schalldruck-Simulationen auf Grundlage des CDPS-Modells. Der Schalldruck $P(\mathbf{x}, \omega)$ an den Empfängerpositionen \mathbf{x} für die Kreisfrequenzen ω ergibt sich durch

$$P(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=1}^N G(\mathbf{x}, n, \omega) D(n, \omega) \quad (4)$$

[5, Gl. (5)], [6, Gl. (11)] über die Lautsprecher n . Die Treiberfunktionen $D(n, \omega)$ sind uniform, d. h. sie weisen eine Allpass- und Null-/Linearphasencharakteristik auf und beinhalten für Mehrwege-Systeme lediglich das Linkwitz-Riley-Crossover-Filter. Die normierte Freifeldübertragungsfunktion ist

$$G(\mathbf{x}, n, \omega) = \underbrace{p_0}_{(i)} \underbrace{10^{\frac{S(n, \omega)}{20}}}_{(ii)} \underbrace{R(\beta(\mathbf{x}, n), \omega)}_{(iii)} \underbrace{\frac{e^{-j \frac{2\pi\omega}{c} |\mathbf{x} - \mathbf{x}_{0,n}|}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{0,n}|}}_{(iv)} \quad (5)$$

mit $||$ als Vektorbetrag. Sie besteht aus (i) dem Referenzschalldruck $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa, (ii) der Lautsprechersensitivität $S(n, \omega)$, die den Schalldruckpegel in 1 m Abstand für 1 W elektrischer Eingangsleistung bestimmt, (iii) der frequenzabhängigen Richtcharakteristik $R(\beta(\mathbf{x}, n), \omega)$ für den Abstrahlwinkel $\beta(\mathbf{x}, n)$ und (iv) das Schallfeld des Kugelmonopols mit der Schallgeschwindigkeit c und der imaginären Einheit $j^2 = -1$.

SPL-basierte Optimierung

Zur SPL-basierten Optimierung von PALC bezüglich eines räumlichen Schalldruckverlaufs werden die Gewichtungsfaktoren der einzelnen Lautsprecher iterativ angepasst. Die Anpassung erfolgt nach jedem PALC-Durchlauf. Der Ablauf lässt sich wie folgt beschreiben:

1. PALC-Winkelberechnung und räumliche Schalldruckpegelberechnung,

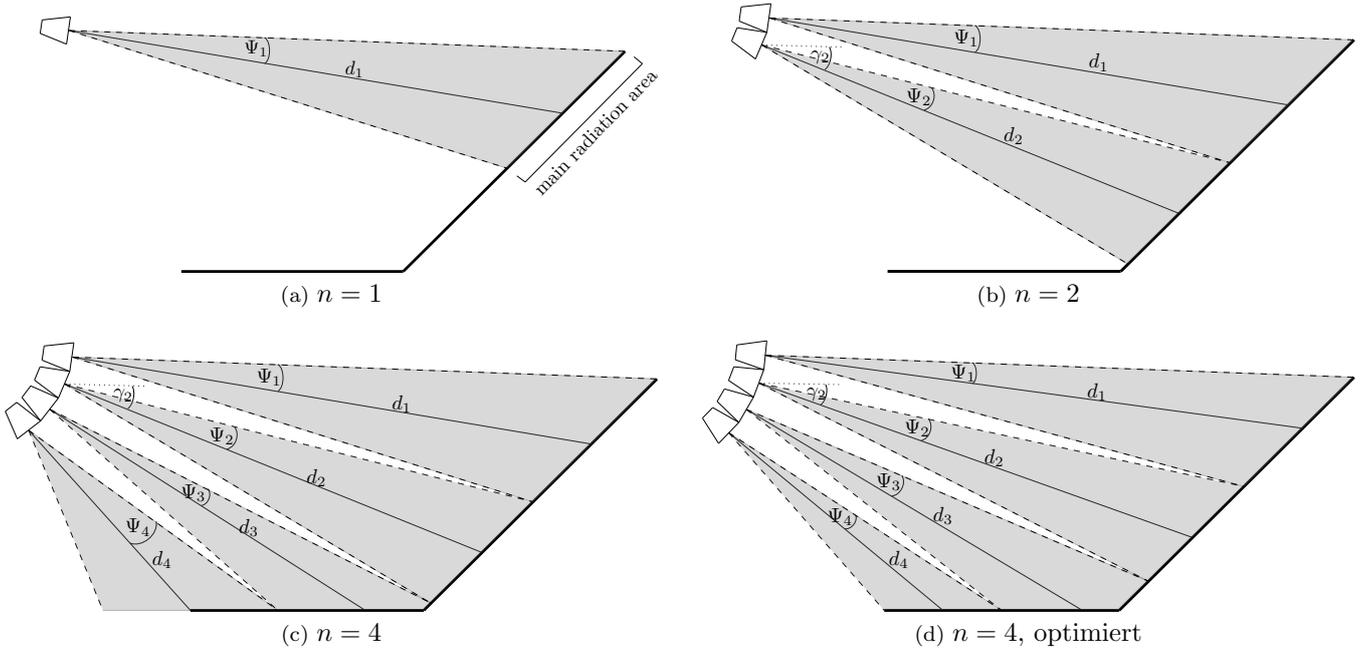


Abbildung 1: Grundlegendes Prinzip des PALC-Algorithmus, dargestellt für $N = 4$ Lautsprecher.

2. Anpassung an den Zielschalldruckpegelverlauf und Berechnung der Differenz und der Differenz der Ableitung pro Lautsprecher,
3. Anpassung der Gewichtung der Lautsprecher,
4. Überprüfung des Abbruchkriteriums und gegebenenfalls Wiedereintritt an Punkt 1.

PALC-Berechnung mit Gewichtungsfaktoren und Schalldruckpegelberechnung

Im ersten Schritt werden die Neigungswinkel der Lautsprecher mit dem PALC-Algorithmus berechnet. Im Anschluss wird das Schallfeld mit Hilfe des CDPS-Modells bestimmt. Aus den Frequenzgängen $P(\mathbf{x}, \omega)$ an den Empfängerpositionen \mathbf{x} kann im Anschluss ein räumlicher Schalldruckpegelverlauf $L_p(\mathbf{x})$ ermittelt werden

$$L_p(\mathbf{x}) = 20 \log_{10} \left(\sum_{\omega_u}^{\omega_o} \frac{|P(\mathbf{x}, \omega)|}{p_0} \right), \quad (6)$$

mit ω_u und ω_o als untere bzw. obere Grenzfrequenz. Zu beachten ist, dass die Optimierung für Empfängerpositionen innerhalb eines Optimierungsbereiches $\mathbf{x}_a \subset \mathbf{x}$ durchgeführt wird.

Anpassung an den Zielschalldruckpegelverlauf und Optimierung der Gewichtungsfaktoren

Zur Bestimmung der Differenzen zum Zielschalldruckpegel $L_{p,\text{ziel}}(\mathbf{x}_a)$ wird dieser an einem Referenzpunkt x_{ref} angepasst. Die Verschiebung berechnet sich aus

$$L_{p,\text{ziel}}(x_{\text{ref}}) - L_p(x_{\text{ref}}), \quad (7)$$

wobei x_{ref} in \mathbf{x}_a enthalten ist.

Zur Optimierung werden die Differenz der Schalldruckpegelverläufe und die Differenz der jeweiligen Ableitung

herangezogen:

$$L_{p,\text{diff}}(\mathbf{x}_a) = L_{p,\text{ziel}}(\mathbf{x}_a) - L_p(\mathbf{x}_a), \quad (8)$$

$$L_{p,\text{abl}}(\mathbf{x}_a) = L_{p,\text{ziel}}(\mathbf{x}_a)' - L_p(\mathbf{x}_a)', \quad (9)$$

wobei die Ableitungen in Gleichung 9 durch einen symmetrischen Differenzenstern 2. Ordnung approximiert werden. An den Randpunkten wird ein einseitiger Differenzenstern 1. Ordnung verwendet. Die Differenzen $L_{p,\text{diff}}(\mathbf{x}_a)$ und $L_{p,\text{abl}}(\mathbf{x}_a)$ werden für jeden Lautsprecher auf dessen zugehörigen Hauptabstrahlbereich $\mathbf{x}_{a,n}$ berechnet. Dieser Bereich ergibt sich geometrisch aus dem Quasi-Lautsprecheröffnungswinkel ψ_n und der jeweiligen Distanz von den Lautsprechern zu den Empfängerpositionen. Um einen Einzahlwert pro Lautsprecher zu erhalten, werden die Werte um die Hauptabstrahlachse mittels einer Fehlerfunktion

$$\sigma_{\text{erf}}(\mathbf{x}_{a,n}) = \frac{\text{erf} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{l} (\mathbf{x}_{a,n} - x_{\text{in}}) \right] - \text{erf} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{l} (\mathbf{x}_{a,n} - x_{\text{out}}) \right]}{2} \quad (10)$$

mit $l = 0.1 \cdot \mathbf{x}_{a,n}[M]$ m, $x_{\text{in}} = 0.2 \cdot \mathbf{x}_{a,n}[M]$ m und $x_{\text{out}} = 0.8 \cdot \mathbf{x}_{a,n}[M]$ m gewichtet und das arithmetische Mittel

$$L_{p,\text{diff},n} = \frac{1}{M} \sum_{\mathbf{x}_{a,n}} L_{p,\text{diff}}(\mathbf{x}_{a,n}) \cdot \sigma_{\text{erf}}(\mathbf{x}_{a,n}) \quad (11)$$

$$L_{p,\text{abl},n} = \frac{1}{M} \sum_{\mathbf{x}_{a,n}} L_{p,\text{abl}}(\mathbf{x}_{a,n}) \quad (12)$$

berechnet, wobei M die Anzahl der diskreten Empfängerpositionen m in den Hauptabstrahlbereichen der Lautsprecher $\mathbf{x}_{a,n}$ ist. Anhand der erhaltenen Differenzen pro Lautsprecher n , werden zunächst über eine modifizierte Gausskurve die Optimierungskoeffizien-

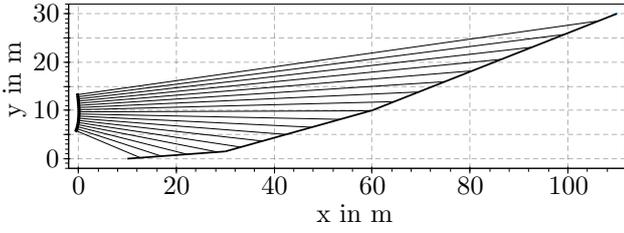


Abbildung 2: 2D-Schnitt der Waldbühne Berlin [7].

enten $\nu_{\text{opt},[\text{diff},\text{abl}],n} =$

$$\begin{cases} \left(b + e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{L_{p,n}}{\sigma} \right)^2} \cdot (1-b) \right)^{-1}, & \text{für } L_{p,[\text{diff},\text{abl}],n} > 0 \\ b + e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{L_{p,n}}{\sigma} \right)^2} \cdot (1-b), & \text{für } L_{p,[\text{diff},\text{abl}],n} \leq 0. \end{cases} \quad (13)$$

durch das Einsetzen von Gleichung 8 bis 11 in $L_{p,[\text{diff},\text{abl}],n}$ erhalten. b stellt einen Offset der Kurve dar und σ die Standardabweichung. Die heuristisch ermittelten Zahlenwerte für b und σ sind der Tabelle 1 entnehmbar. Zur Optimierung der Lautsprechergewichtungsfaktoren $\nu_{\text{opt},n}$ werden die optimierten Gewichtungsfaktoren

$$\nu_{\text{opt},n,i} = \begin{cases} 1, & \text{für } n = 1 \\ \nu_{\text{opt},n,i-1} \cdot \nu_{\text{opt},n-1,i} \cdot \dots \\ \dots \nu_{\text{opt},\text{diff},n,i} \cdot \nu_{\text{opt},\text{abl},n,i}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (14)$$

mit i als aktuellen Iterationsschritt berechnet.

Tabelle 1: Optimierungsparameter.

σ_{diff}	σ_{abl}	b_{diff}	b_{abl}
1.2	0.15	0.65	0.80

Abbruchkriterium der Optimierungsschleife

Am Ende jeder PALC-Iteration werden die Differenzen auf ein Abbruchkriterium überprüft. Dafür werden die Gleichungen 8 und 9 über alle Empfängerpositionen innerhalb der Optimierungsregion berechnet. Im Anschluss wird ein Einzahlwert über

$$L_{p,Q,\text{tot}} = L_{p,Q,\text{diff}} \cdot L_{p,Q,\text{abl}}, \quad (15)$$

$$\text{wobei } L_{p,Q} = L_{p,q=0.9} - L_{p,q=0.1} \quad (16)$$

$$\text{mit } L_{p,q} = \mathcal{Q}_q [L_p(\mathbf{x}_a) \cdot \sigma_{\text{erf}}(\mathbf{x}_a)] \quad (17)$$

berechnet, wobei $q = \{0.1, 0.9\}$ -Quantile durch den Operator $\mathcal{Q}_q[\cdot]$ über allen Empfängerpositionen \mathbf{x}_a ermittelt werden. Sobald keine Verbesserung über eine gewisse Anzahl an PALC-Iterationen erreicht werden kann, wird die Rechnung abgebrochen und es wird mit den Gewichtungsfaktoren $\nu_{\text{opt},i}$ der Iteration i mit der geringsten totalen Differenz $L_{p,Q,\text{tot}}$ die finale PALC-Berechnung durchgeführt.

Evaluation und Diskussion

Zur Evaluation der Optimierung wird ein Modell der Waldbühne in Berlin verwendet, siehe Darstellung der vertikalen Abstrahlungsebene in Abbildung 2.

Tabelle 2: Konfiguration von LSA und PALC.

Parameter	Wert
Lautsprecherhöhe	0.45 m
Richtcharakteristik	Kombination Circular Piston und Line Piston mit $f_{x\text{-over}} = 1.5$ kHz
Lautsprecheranzahl	18
Obere LSA-Kante	$\mathbf{x} = (0, 13.5)^T$ m
Diskrete Winkelschritte	$[0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7]^\circ$
PALC-Toleranz	2.5 m

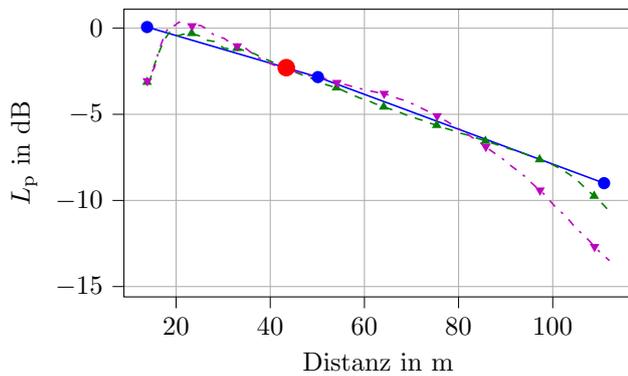
Die Empfängerlinien laufen von $\mathbf{x} = (10, 0)^T$ m $\rightarrow (30, 1.5)^T$ m $\rightarrow (60, 10)^T$ m $\rightarrow (85, 20)^T$ m $\rightarrow (110, 30)^T$ m [7]. Die Konfiguration des LSAs ist in Tabelle 2 gegeben. Die Evaluation erfolgt anhand der normierten räumlichen Schalldruckpegel, die mittels Gleichung 6 berechnet werden. Dazu wird der Schalldruckpegel über der Distanz zwischen Quelle, d. h. der Mittelpunkt des LSAs, und den Empfängerpositionen \mathbf{x} dargestellt. Zusätzlich wird die Homogenität betrachtet [3, Gl. (17-18)], die sich durch

$$H(f) = H_{q=0.9}(f) - H_{q=0.1}(f) \quad (18)$$

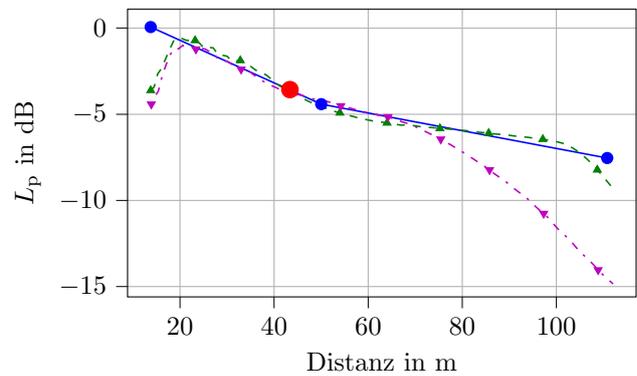
$$\text{mit } H_q(f) = \mathcal{Q}_q [20 \log_{10} (L_p(x_a, f))] \quad (19)$$

beschreiben lässt. Je geringer $H(f)$, desto homogener ist das Schallfeld über allen Empfängerpositionen. Die Optimierung und Auswertung des normierten Schalldruckpegels erfolgt für den Frequenzbereich von $f_u = 0.2$ kHz bis $f_o = 8$ kHz. Zur Diskussion dienen die optimierte sowie eine nicht optimierte PALC2-Simulation. Zwei Fälle mit unterschiedlichen, räumlichen Zielschalldruckpegelverläufen werden analysiert. In der Abbildung 3a ist der normierte Schalldruckpegel und in Abbildung 3c die Homogenität für einen Zielverlauf von $L_p(\mathbf{x} = 0 \text{ m}) = 0$ dB $\rightarrow L_p(\mathbf{x} = 50 \text{ m}) = -3$ dB $\rightarrow L_p(\mathbf{x} = 110 \text{ m}) = -9$ dB dargestellt. In den Abbildungen 3b und 3d sind die Ergebnisse für einen Zielverlauf von $L_p(\mathbf{x} = 0 \text{ m}) = 0$ dB $\rightarrow L_p(\mathbf{x} = 50 \text{ m}) = -4.5$ dB $\rightarrow L_p(\mathbf{x} = 110 \text{ m}) = -7.5$ dB abgebildet.

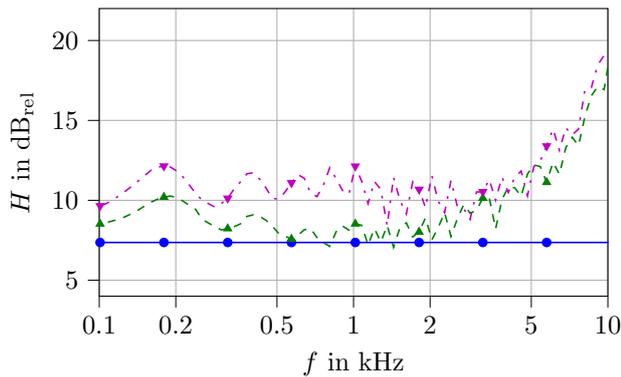
Die Abbildungen 3a und 3b zeigen, dass das optimierte Ergebnis dem Ziel in einer Toleranz von weniger als 1 dB bis etwa 105 m folgt. Das nicht optimierte Ergebnis fällt bei weiten Entfernungen stark ab. Dies ist in Abbildung 3a ab ~ 85 m und in Abbildung 3b ab ~ 70 m der Fall. Für große Entfernungen hebt die Optimierung die Gewichtungsfaktoren ν etwas stärker an, um dem Zielverlauf folgen zu können. Die Homogenität in den Abbildungen 3c und 3d ist für für das optimierte Ergebnis über den gesamten Frequenzbereich näher am Zielverlauf als das nicht optimierte Ergebnis. Zu hohen Frequenzen gleicht sich die Homogenität der beiden Simulationen aufgrund der stärkeren Richtwirkung der Lautsprecher zunehmend an.



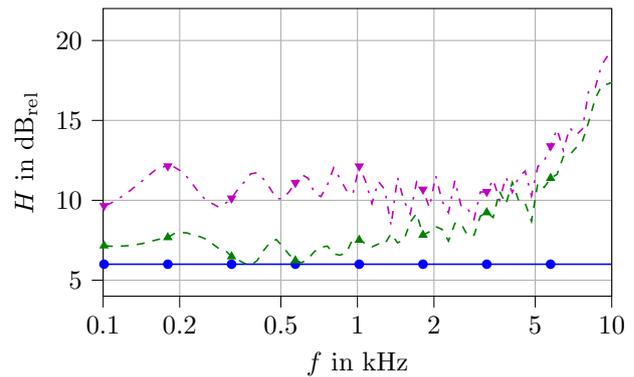
(a) SPL-Verlauf von (0 → -3 → -9) dB.



(b) SPL-Verlauf von (0 → -4.5 → -7.5) dB.



(c) Homogenität der SPL-Verläufe aus (a).



(d) Homogenität der SPL-Verläufe aus (b).



Abbildung 3: Räumliche SPL-Verteilung (a) und (c) sowie Homogenität (b) und (d). Der Referenzpunkt liegt bei der Quellen-Empfänger-Distanz $x = 44.1$ m

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine Erweiterung des PALC-Algorithmus durch einen räumlichen Zielschalldruckpegelverlauf eingeführt. Es konnte gezeigt werden, dass die räumlichen SPL-Verläufe als auch die Homogenität der PALC-Erweiterung bzw. -Optimierung dem gegebenen Zielfunktional folgen und eine deutliche Verbesserung im Vergleich zur nicht optimierten PALC2-Simulation aufweisen.

In Zukunft ist die Erweiterung der PALC-Applikation hinsichtlich der elektronischen Optimierung der Lautsprecher gedacht. Außerdem bedürfen die heuristisch ermittelten Optimierungsparameter weiteren Untersuchungen.

Weiterhin ist PALC als bokeh-Applikation [8] auf github¹ frei verfügbar.

Danksagung

Die Autoren bedanken sich für die finanzielle Unterstützung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) innerhalb der Projekte LE 3888/2-1 und WE 4057/16-1.

Literatur

- [1] Ureda, M.S. (2004): “Analysis of loudspeaker line arrays.” In: *J. Audio Eng. Soc.*, **52**(5):467–495.
- [2] Straube, F.; Schultz, F.; Bonillo, D.A.; Weinzierl, S. (2018): “An analytical approach for optimizing the curving of line source arrays.” In: *J. Audio Eng. Soc.*, **66**(1/2):4–20.
- [3] Hölter, A.; Straube, F.; Schultz, F.; Weinzierl, S. (2021): “Enhanced polygonal audience line curving for line source arrays.” In: *Proc. of the 150th Audio Eng. Soc.*, 1–13.
- [4] Hölter, A.; Straube, F.; Schultz, F.; Weinzierl, S. (2020): “Eine Web-Applikation zur Optimierung der Krümmung von Line Source Arrays.” In: *Fortschritte der Akustik: Tagungsband d. 46. DAGA, Hannover*.
- [5] Meyer, D.G. (1984): “Computer simulation of loudspeaker directivity.” In: *J. Audio Eng. Soc.*, **32**(5):294–315.
- [6] Feistel, S.; Thompson, A.; Ahnert, W. (2009): “Methods and limitations of line source simulation.” In: *J. Audio Eng. Soc.*, **57**(6):379–402.
- [7] Schultz, F. (2016): *Sound Field Synthesis for Line Source Array Applications in Large-Scale Sound Reinforcement*. Ph.D. thesis, University of Rostock.
- [8] Bokeh Development Team (2021): *Bokeh: Python library for interactive visualization*. URL <https://bokeh.org/>

¹<https://github.com/ahoelter/pyPALC>