

# Trajektorienplanung und -folgeregelung für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren

vorgelegt von  
Dipl.-Ing.  
Christian Rathgeber  
geb. in München

von der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme  
der Technischen Universität Berlin  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften  
-Dr.-Ing.-

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. phil. Manfred Thüring  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 27. Juli 2016

Berlin 2016



---

## Danksagung

---

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand bei der Bayerischen Motorenwerke AG im Forschungs- und Innovationszentrum in München.

Die Arbeit wäre nicht gelungen ohne die Hilfe zahlreicher Personen, bei denen ich mich an dieser Stelle herzlich bedanken möchte.

Ich möchte mich zuerst recht herzlich bei Herrn Professor Dr.-Ing. Steffen Müller, Leiter des Fachgebietes Kraftfahrzeuge an der TU Berlin, für die Betreuung dieser Arbeit seitens der TU Berlin bedanken. Ihm gilt auch mein aufrichtiger Dank für die mir eingeräumten fachlichen Freiräume und sein Interesse an meiner Arbeit.

Sehr gefreut habe ich mich auch über die Übernahme des Koreferats durch Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann, Inhaber des Lehrstuhls für Regelungstechnik der Fakultät Maschinenwesen der TU München.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Franz Winkler für die ausgezeichnete Betreuung der Arbeit seitens BMW und die Ermöglichung dieser Arbeit.

Großer Dank gilt auch Herrn Dr.-Ing. Dirk Odenthal für die Mitbetreuung der Arbeit, die konstruktiven Hinweise und die Unterstützung.

Weiterhin bedanke ich mich bei den Kolleginnen und Kollegen von BMW, im speziellen dem Team der *Bahnführung* und *Fahrzeugführung* der Vorentwicklung für die gute Zusammenarbeit und nicht zuletzt die interessanten gemeinsamen Erprobungen. Besonders hervorheben möchte ich hierbei die sehr enge Kooperation mit meinem Freund und Kollegen Dipl.-Ing. Marcus Walter.

Zuletzt gilt mein besonderer Dank meiner Familie, die mich vorbehaltlos unterstützt und ohne die ich das Geschaffte nicht erreicht hätte.

München, Februar 2016

Christian Rathgeber



*Für meine Eltern.*



---

# Inhaltsverzeichnis

---

## Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis III

Symbolverzeichnis V

<b>1</b>	<b>Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
1.1	Stand der Technik . . . . .	4
1.1.1	Planungsansätze für automatisierte Fahrfunktionen . . . . .	5
1.1.2	Regelungsansätze für automatisierte Fahrfunktionen . . . . .	6
1.2	Problemstellung und Ziel der Arbeit . . . . .	8
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Anforderungen und Regelungskonzept</b>	<b>11</b>
2.1	Anforderungen und Regelungsziele . . . . .	11
2.2	Drei-Ebenen-Modell zur Beschreibung der Fahraufgabe . . . . .	13
2.3	Drei-Ebenen-Modell für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren . . . . .	14
2.3.1	Potenzialvektor . . . . .	15
2.3.2	Umweltbeschreibung und Umfeldmodell . . . . .	19
2.3.3	Fahrvektor . . . . .	20
2.4	Zwei-Freiheitsgrade-Struktur als Regelungskonzept für die Bahnführung . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Modellierung der Fahrzeugbewegung</b>	<b>25</b>
3.1	Verwendete Koordinatensysteme . . . . .	25
3.2	Relativbewegung . . . . .	26
3.3	Beschreibung der Fahrzeugdynamik . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Trajektorienplanung</b>	<b>31</b>
4.1	Übersicht über Optimierungsalgorithmen . . . . .	32
4.1.1	Dynamische Programmierung . . . . .	34
4.1.2	Direkte Methoden . . . . .	34
4.1.3	Indirekte Methoden . . . . .	35
4.2	Ableitung eines Konzepts zur Trajektorienplanung . . . . .	36
4.3	Zustandstransformation . . . . .	38
4.4	Semi-globale Planung . . . . .	38
4.5	Lokale Trajektorienplanung . . . . .	43
4.5.1	Ableitung der Anforderungen an die Trajektorienplanung . . . . .	44

4.5.2	Trajektorienplanung mit indirekter Methode . . . . .	45
4.5.3	Realisierung der Trajektorienplanung . . . . .	55
4.5.4	Berücksichtigung der Nebenbedingungen . . . . .	58
4.5.5	Notfallstrategie . . . . .	60
4.5.6	Applikation . . . . .	61
4.5.7	Neuplanungsstrategie . . . . .	62
4.5.8	Rücktransformation in Fahrzeugkoordinaten . . . . .	63
4.6	Evaluierung der Methode zur Trajektorienplanung . . . . .	63
4.7	Vorsteuerungsentwurf . . . . .	67
4.8	Zusammenfassung . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Robuste Trajektorienfolgeregelung</b>	<b>71</b>
5.1	Robuste Regelung . . . . .	72
5.1.1	Beschreibung von Modellunsicherheiten . . . . .	72
5.1.2	Parameterraumverfahren . . . . .	74
5.1.3	Störgrößenbeobachter . . . . .	77
5.2	Robuste Quertrajektorienfolgeregelung . . . . .	80
5.2.1	Störgrößenbeobachter . . . . .	82
5.2.2	Folgeregler und Schwimmwinkelbeobachter . . . . .	85
5.3	Robuste Längstrajektorienfolgeregelung . . . . .	87
5.3.1	Störgrößenbeobachter . . . . .	88
5.3.2	Folgeregler . . . . .	90
5.4	Gegenüberstellung und Diskussion der Quer- und Längsregelung . . . . .	90
5.5	Entwurf im Parameterraum . . . . .	92
5.5.1	Betrachtete Regelungsstruktur für die Quer- und Längsführung . . . . .	92
5.5.2	Spezifikation der Entwurfsanforderungen . . . . .	93
5.6	Zusammenfassung . . . . .	102
<b>6</b>	<b>Umsetzung und Validierung des Konzepts</b>	<b>105</b>
6.1	Prototypische Umsetzung . . . . .	105
6.2	Ergebnisse der Fahrversuche . . . . .	106
6.3	Bewertung . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>115</b>
<b>A</b>	<b>Modellierung der Fahrzeugdynamik und der Aktuatorik</b>	<b>119</b>
A.1	Auswahl eines geeigneten Fahrzeugmodells . . . . .	119
A.1.1	Reifenmodell . . . . .	121
A.1.2	Querdynamikmodell . . . . .	122
A.1.3	Längsdynamikmodell . . . . .	123
A.2	Fahrdynamikaktuatoren . . . . .	124
A.2.1	Lenkaktuatorik . . . . .	124
A.2.2	Längsaktuatorik . . . . .	126
<b>B</b>	<b>Optimierung des Einspurmodells mit der direkten Methode</b>	<b>129</b>
<b>C</b>	<b>Zustandstransformation in Frenet-Koordinaten</b>	<b>131</b>

Literaturverzeichnis

133

Glossar

143



---

## Abkürzungsverzeichnis

---

ABS	Anti-Blockier-System
ACC	Active Cruise Control
ASR	Antriebsschlupfregelung
BAST	Bundesanstalt für Straßenwesen
EPS	Electric Power Steering
ESP	Elektronisches Stabilitätsprogramm
FAS	Fahrerassistenzsystem
ICS	Inevitable Collision States (siehe Glossar)
MPC	Modelpredictive Control
SGB	Störgrößenbeobachter (siehe Glossar)
SQP	Sequential Quadratic Programming



---

## Symbolverzeichnis

---

### Notation

Symbol	Einheit	Beschreibung
$(\cdot)_{ant}$		Antriebskomponente
$(\cdot)_{bre}$		Bremskomponente
$(\cdot)_{ego}$		Egofahrzeugkomponente
$(\cdot)_{fah}$		Fahrerkomponente
$(\cdot)_{len}$		Lenkkomponente
$(\cdot)_l, (\cdot)_q$		Längs- bzw. Querkomponente
$(\cdot)_{max}$		maximal umsetzbare Komponente
$(\cdot)_{min}$		minimal umsetzbare Komponente
$(\cdot)_{obj}$		Objektkomponente
$(\cdot)_{ref}$		Referenzkomponente
$(\cdot)_{soll}$		Sollkomponente
$(\cdot)_{stör}$		Störkomponente
$(\cdot)_v, (\cdot)_h$		Vorder- bzw. Hinterachskomponente
$(\cdot)^*$		optimale Komponente
$(\cdot)_{ziel}$		Zielkomponente
$(\cdot)$		Zeitableitung
$(\cdot)'$		Wegableitung
$\tilde{(\cdot)}$		approximierte Komponente
$\Delta(\cdot)$		Regelfehler
Vektoren		fett, kursiv <b>a</b> , <b>b</b> , <b>c</b> , <b>F</b>
Skalare		nicht fett, kursiv: <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> , <i>F</i>

### Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\alpha_x$	<i>rad</i>	Schräglaufwinkel der durch <i>x</i> spezifizierten Achse
$\beta$	<i>rad</i>	Schwimmwinkel
$\delta$	<i>rad</i>	Vorderachslenkwinkel
$\zeta_x$		Dämpfung der durch <i>x</i> spezifizierten Komponente

$\theta$	$rad$	Kurswinkel
$\kappa$	$1/m$	Krümmung
$\mu$		Reibwert
$\sigma_x$	$m$	durch $x$ spezifizierter Reifeneinlauflänge
$\tau_{x,t}$	$s$	Totzeit der durch $x$ spezifizierten Komponente
$\tau_x$	$s$	Zeitkonstante der durch $x$ spezifizierten Komponente
$\psi$	$rad$	Fahrzeugorientierung

## Lateinische Großbuchstaben

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\mathbf{F}_i$	$N$	durch $i$ spezifizierte vektorielle Reifenkraft
$F_{l,i}$	$N$	durch $i$ spezifizierte Reifenlängskraft
$F_{n,i}$	$N$	durch $i$ spezifizierte Reifennormalkraft
$F_{q,i}$	$N$	durch $i$ spezifizierte Reifenquerkraft
$F_x$	$N$	durch $x$ spezifizierte Reifenkraftkomponente
$J$		Gütefunktional
$J_z$	$kg\ m^2$	Fahrzeugträgheitsmoment
$K_x$		Stationärer Verstärkungsfaktor
$M_{sum}$	$Nm$	Summenradmoment
$Q$		Betriebsbereich

## Lateinische Kleinbuchstaben

Symbol	Einheit	Beschreibung
$a_{x/y}$	$m/s^2$	in $x/y$ -Richtung wirkende Beschleunigung
$c_0, \dots, c_7$		Polynomkoeffizienten
$f_0$		Energiefunktion
$g$	$m/s^2$	Erdbeschleunigung
$h$		Mayersches Gütemaße
$i$		Spurenindex
$k_x$		durch $x$ spezifizierter Gewichtungsfaktor
$l$	$m$	Radstand
$l_h$	$m$	Abstand des Fahrzeugschwerpunkts zur Hinterachse
$l_v$	$m$	Abstand des Fahrzeugschwerpunkts zur Vorderachse
$m$	$kg$	Fahrzeugmasse
$q$		unsichere Parameter
$r$	$m$	dynamischer Reifenrollradius
$\dot{s}_{wunsch}$	$m/s$	Wunschgeschwindigkeit
$s, d$	$m$	Frenet-Koordinaten
$s_r, d_r$	$m$	Fahrspur-Koordinaten
$s_{statisch}$	$m$	statischer Sicherheitsabstand

$t_{\text{dynamisch}}$	$s$	dynamischer Sicherheitsabstand
$t$	$s$	Zeit
$t_e$		Dauer der geplanten Trajektorie
$t_{\text{konst}}$	$s$	Dauer für die die Beschleunigung konstant angenommen wird
$u$	verschiedene	Systemeingang
$v_{ch}$	$m/s$	charakteristische Fahrzeuggeschwindigkeit
$v$	$m/s$	Fahrzeuggeschwindigkeit
$x$	verschiedene	Zustand
$x_f, y_f$	$m$	fahrzeugfeste Koordinaten
$\mathbf{x}$		geplante Trajektorie
$x_w, y_w$	$m$	weltfeste Koordinaten
$y$	verschiedene	Systemausgang
$z_x$	verschiedene	Störung des durch $x$ spezifizierten Zustands

## Sonstige Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\mathcal{R}$		Referenzkurve
$\mathcal{F}_f$		fahrzeugfestes Koordinatensystem
$\mathcal{F}_r$		Straßenkoordinatensystem
$\mathcal{F}_w$		weltfestes Koordinatensystem



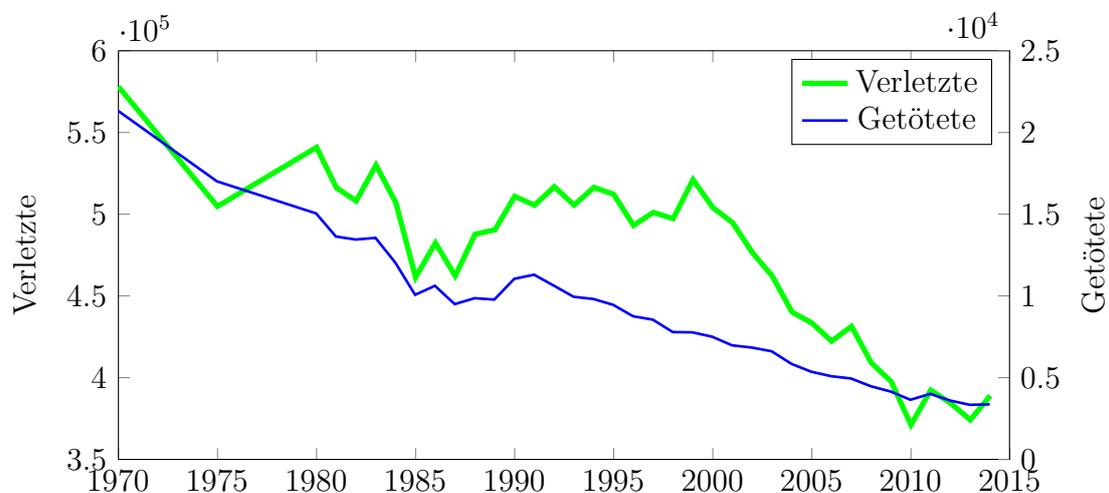
# KAPITEL 1

---

## Einleitung und Motivation

---

Trotz gestiegenem Verkehrsaufkommen sind sowohl die Zahl der verletzten als auch der getöteten Menschen im Straßenverkehr bis heute stark gesunken. Abb. 1.1 zeigt die Entwicklung der Zahl der Unfallopfer in Deutschland seit dem Jahr 1970. Lediglich infolge der Zunahme der Bevölkerung durch die Wiedervereinigung kam es zu einem kurzzeitigen Anstieg der Verkehrstoten. Dies ist sowohl auf das gewachsene gesellschaftliche Bewusstsein für Verkehrssicherheit [82] als auch auf Fortschritte der Automobilhersteller bei aktiven wie passiven Sicherheitssystemen zurückzuführen. Ein Großteil der dennoch auf-



**Abbildung 1.1:** Entwicklung der Zahl der Unfallopfer in Deutschland (vor 1990 Betrachtungsgrundlage BRD ohne DDR, danach wiedervereinigtes Deutschland) nach [97].

tretenen Unfälle ist auf personenbezogenes Fehlverhalten zurückzuführen. So sind laut Statistischem Bundesamt im Jahr 2012 86 Prozent der Unfälle mit Personenschaden auf menschliches Fehlverhalten zurückzuführen [96]. Dies motiviert zur stetigen Weiterentwicklung der Sicherheitssysteme und Entlastung des Fahrers.

Eine große Vielzahl von aktiven Sicherheitssystemen unterstützt den Fahrer heute in kritischen Fahrsituationen. Systeme wie *Anti-Blockier-System* (ABS) und *Elektronisches Stabilitätsprogramm* (ESP) stabilisieren das Fahrzeug im fahrdynamischen Grenzbereich

## 1 Einleitung und Motivation

---

und gehören heute meist zur Serienausstattung von PKW. Gleichzeitig gibt es ein immer größer werdendes Angebot an Fahrerassistenzsystemen (FAS)<sup>1</sup>. Diese entlasten den Fahrer bei der Fahraufgabe und sorgen so für gestiegenen Fahrkomfort und mehr Sicherheit: Als Beispiel hierfür sei die Automatische Abstandsregelung *Active Cruise Control* (ACC) genannt. Diese Weiterentwicklung des ursprünglichen Tempomaten kann selbstständig den Abstand zum Vorderfahrzeug halten und falls notwendig bis in den Stillstand bremsen. Waren die Systeme anfangs hauptsächlich warnend (wie z. B. die Auffahrwarnung oder die Spurverlassenswarnung) oder griffen nur in die Längsführung ein (wie Notbremsassistenten, welche nun nicht mehr nur noch beim Bremsvorgang unterstützen, sondern diesen unter bestimmten Voraussetzungen auch selbst initiieren können), werden heute Funktionen realisiert, die auch aktiv in die Querverführung des Fahrzeugs eingreifen. Zunächst auf den Niedergeschwindigkeitsbereich beschränkt (wie der Park-Assistent, der automatisch in Parklücken einparken kann), werden heute Systeme angeboten, die den Fahrer aktiv in der Querverführung unterstützen: So assistieren Spurhalteassistenten bei der Querverführung durch das Aufbringen eines Zusatzmomentes in der Lenkung. Spurwechselassistenten warnen oder greifen aktiv bei drohendem Spurwechsel mit gleichzeitig annäherndem Fremdfahrzeug im toten Winkel ein und Ausweichassistenten unterstützen aktiv beim Ausweichvorgang.

Die Systeme erlangen so eine immer größer werdende Autonomie. Für die unterschiedlichen Automatisierungsgrade wird in der vorliegenden Arbeit die von der Projektgruppe der *Bundesanstalt für Straßenwesen* (BASt) vorgeschlagenen Definition [34] herangezogen (siehe Tabelle 1.1). Danach wird als assistiertes Fahren bezeichnet, wenn der Fahrer entweder die Quer- oder die Längsführung übernimmt. Die jeweils andere Teilaufgabe wird in gewissen Grenzen vom FAS übernommen, der Fahrer ist aber zu jeder Zeit in der Verantwortung zu überwachen und im Fehlerfall zu übernehmen. Bei der teilautomatisierten Fahrt übernimmt das System für einen gewissen Zeitraum die Quer- und Längsführung. Der Fahrer bleibt aber in der Verantwortung das System zu überwachen und jederzeit übernehmen zu können. Als hochautomatisiertes Fahren gilt es, wenn das System die Quer- und Längsführung des Fahrzeugs übernimmt. Im Gegensatz zum teilautomatisierten Betrieb muss der Fahrer das System nicht mehr dauerhaft überwachen. Es besteht aber die Möglichkeit, dass der Fahrer mit einer ausreichend großen Zeitreserve die Fahraufgabe wieder übernehmen muss. Das System ist dabei nicht fähig aus jeder Ausgangssituation in den risikominimalen Zustand zu wechseln. Das stellt den Unterschied zum vollautomatisierten Fahren dar. Hier muss das System das Fahrzeug aus jedem Zustand in den risikominimalen Zustand überführen können. Dies ist notwendig, da der Fahrer das System nicht überwachen muss und das System so zumindest die Übernahmezeiten, bis der Fahrer wieder die Führung übernommen hat, sicher überbrücken können muss.

Hochautomatisierte Fahrfunktionen sind heute noch nicht auf dem Markt verfügbar. Durch Fortschritte in der Elektronik, Sensorik, Software und bei Mikroprozessoren erlangen die Funktionen einen immer höheren Automatisierungsgrad und so werden hochautomatisierte Fahrfunktionen bald das Forschungsstadium verlassen und in den nächsten Jahren Serienreife erlangen.

---

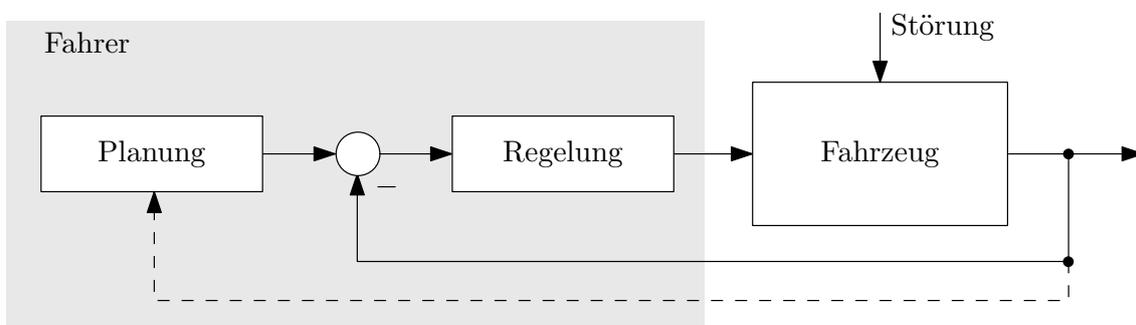
<sup>1</sup>engl. *Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS)

**Tabelle 1.1:** Definition der Automatisierungsgrade nach BASt [34]

Nomenklatur	Fahraufgaben des Fahrers nach Automatisierungsgrad
Vollautomatisiert	Das System übernimmt Quer- und Längsführung vollständig in einem definierten Anwendungsfall.
Hochautomatisiert	Das System übernimmt Quer- und Längsführung für einen gewissen Zeitraum in spezifischen Situationen.
Teilautomatisiert	Das System übernimmt Quer- und Längsführung (für einen gewissen Zeitraum und/oder in spezifischen Situationen).
Assistiert	Fahrer führt dauerhaft entweder die Quer- oder die Längsführung aus. Die jeweils andere Fahraufgabe wird in gewissen Grenzen vom System ausgeführt.
Driver only	Fahrer führt dauerhaft (während der gesamten Fahrt) die Längsführung (Beschleunigen/Verzögern) und die Querführung (Lenken) aus.

Dabei ist die Entwicklung des hochautomatisierten oder vollautomatisierten Fahrens anfangs vor allem durch Forschungseinrichtungen getrieben worden: So demonstrierte bereits 1986 das Team um Prof. Dickmanns der Universität der Bundeswehr München eine hochautomatisierte Fahrt von München nach Ingolstadt [109]. Einen weiteren Meilenstein stellte 1987 das Programm PROMETHEUS (PROgramme for a European Traffic of Highest Efficiency and Unprecedented Safety) dar, bei dem mehr als eintausend Kilometer in normalem Verkehr in Paris zurückgelegt worden sind. Durch die Wettbewerbe des US-amerikanischen Verteidigungsministeriums DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) in den Jahren 2004, 2005 und 2007 (Grand Challenge und Urban Challenge) bekam das automatisierte Fahren erstmals auch große Aufmerksamkeit durch die Öffentlichkeit. In jüngster Zeit rückt Googles autonomes Fahrzeug [62] vermehrt in das Blickfeld der Öffentlichkeit. Dieses hat bereits über 1.6 Millionen Kilometer automatisiert im Verkehr in Städten und auf Autobahnen zurückgelegt [36].

Automatisierte Fahrfunktionen benötigen neben einer breiten Umfelderkassung Strukturen zur Bewegungsplanung und Umsetzung der Fahrzeugbewegung. Um deren Aufgabe zu verstehen, lohnt es sich zunächst zu veranschaulichen, wie ein Fahrer die Fahraufgabe bewältigt. Wie in der Arbeit noch eingehender beschrieben wird, entspricht die Fahrauf-



**Abbildung 1.2:** Vereinfachter Regelkreis Fahrer-Kraftfahrzeug.

## 1 Einleitung und Motivation

---

gabe einem Regelungsproblem [69, 21]. Der Fahrer kann dabei als kaskadierter Regelkreis betrachtet werden, der auf verschiedenen Ebenen Größen zurückführt. Über eine gewisse Vorausschau plant der Fahrer einen zu fahrenden Sollverlauf (antizipatorische Steuerung) und unterdrückt Störungen, die auf das Fahrzeug wirken (siehe Abb. 1.2). Diese Vorstellung wird als Vorlage für den Entwurf der Regelungsstruktur in dieser Arbeit verwendet. Dazu wird die Aufgabe, ein Fahrzeug zu führen, entsprechend in zwei Teilprobleme zerlegt:

- die Trajektorienplanung und
- die Trajektorienfolgeregelung.

Die Planung berechnet den zu fahrenden Verlauf, um dem Ziel eines überlagerten FAS zu folgen. Der geplante zeitliche Sollverlauf der Fahrzeugzustandsgrößen wird als Trajektorie bezeichnet. Da dieser Verlauf gewöhnlich nicht ideal durch eine reine Vorsteuerung umgesetzt werden kann, ist eine Trajektorienfolgeregelung notwendig. Diese hat die Aufgabe, auf das Fahrzeug wirkende Störungen zu unterdrücken und Modellierungsfehler innerhalb der Planung zu kompensieren.

Um die immer größer werdende Anzahl an automatisierten Fahrfunktionen handhaben zu können, ist dabei eine einheitliche Regelungsstruktur notwendig, die die verschiedenen Funktionen bedienen kann. Die Entwicklung einer solchen Regelungsstruktur, die die jeweiligen Ziele eines überlagerten FAS (wie z. B. Spurhalten, Fahrgasse, etc.) umsetzen kann, ist Gegenstand dieser Arbeit.

Die zuvor erwähnte BAST-Definition der Automatisierungsgrade zielt eher auf einen rechtlichen Rahmen und die daraus resultierende funktionale Ausprägung ab. Aus Sicht der regelungstechnischen Umsetzung von verschiedenen automatisierten Funktionen ergeben sich zwei Hauptgruppen:

- autonome Funktionen und
- kooperative Funktionen.

Funktionen der ersten Gruppe setzen die Quer- und/oder Längsbewegung des Fahrzeugs völlig autonom, d. h. ohne Fahrereingriff um. Im Englischen haben sich dabei die Begriffe *hands-* und *feet-off* etabliert. Im kooperativen Betrieb bewältigen Fahrer und System dagegen die Fahraufgabe gemeinsam und es muss gegebenenfalls unterschieden werden, ob der Fahrer Führungs- oder Störgröße darstellt. Dazu zählen z. B. Funktionen wie ein Spurhalteassistent, bei dem der Fahrer mitlenkt. Kooperatives Fahren ist dabei keineswegs auf niederautomatisiertes Fahren beschränkt, da es beispielsweise in Übergangssituationen zur kooperativen Bewältigen der Fahraufgabe kommen kann. Auch autonomer Betrieb kann beim assistierten bis zum vollautomatisierten Fahren auftreten.

### 1.1 Stand der Technik

Viele Arbeiten haben sich bereits mit dem Problem der automatisierten Quer- und Längsführung eines Fahrzeugs entlang einer Trajektorie oder der Straße befasst.

Grundsätzlich kann, wie bereits erläutert, zwischen Planung und Regelung unterschieden werden. Die Planungsaufgabe umfasst die Planung der zu fahrenden Trajektorie unter

Einhaltung von Randbedingungen wie Kollisionsfreiheit mit anderen Fahrzeugen und Hindernissen. Die Aufgabe der Regelung dagegen ist die Unterdrückung von Störungen und die Umsetzung der Vorgaben aus der Planung. Der folgende kurze Überblick des Stands der Technik zu Regelungsstrategien für das automatisierte Fahren untergliedert sich daher in Planungs- und Regelungsansätze.

### 1.1.1 Planungsansätze für automatisierte Fahrfunktionen

Die Bewegungsplanung stellt eine Grundvoraussetzung für zukünftige automatisierte Fahrfunktionen dar. Die meisten Algorithmen haben ihren Ursprung in der Robotik. Neben der automatisierten Fahrzeugführung stellen die Schiff- und die Luftfahrt ein breites Anwendungsfeld für solche Algorithmen dar. Da die Bewegung in beiden Bereichen aber wesentlich weniger eingeschränkt ist als bei Straßenfahrzeugen, können die Algorithmen meist nicht übertragen werden [41].

Grundsätzlich kann zwischen Trajektorien- und Pfadplanung unterschieden werden [94]. Ein Pfad stellt die geometrische Verbindung zu einem Zielzustand dar, ohne die Zeitkomponente zu berücksichtigen. Eine Trajektorie berücksichtigt die Zeit dagegen. Da die Berücksichtigung der Zeit für zukünftige FAS zwingend notwendig ist, wird im Folgenden nur auf Ansätze eingegangen, die sich mit der Trajektorienplanung beschäftigen.

Zur Trajektorienplanung eignen sich verschiedene Funktionen, wie z. B. Polynome, Sigmoiden oder Splines, die aus einem geometrischen Ansatz oder einem Optimierungsalgorithmus resultieren [65].

Zur Realisierung der Planung wird in [106] ein iteratives Verfahren basierend auf Splines vorgeschlagen. Der Planungsalgorithmus erhält dabei als Eingangsgrößen die von der Sensorik erfasste Umgebung in Form einer Punktwolke und erzeugt daraus einen befahrbaren Korridor, in welchen eine Trajektorie geplant wird.

In [49] werden kontinuierliche Krümmungs-Polynome verwendet, um eine Trajektorie zu planen. Darauf aufbauend präsentiert [67] einen Algorithmus, der zunächst Punkte auf der Straße rastert und diese mit Krümmungs-Polynomen verbindet. Dabei werden allerdings die verwendete Funktionsklasse und das Gütefunktional nicht aufeinander abgestimmt, sodass sich keine Stabilitätsaussage machen lässt [103].

In [16] wird die Planung mit der Potenzialfeldmethode [53] umgesetzt, welche mit einem virtuell mechanischen Federsystem beschrieben wird. Dabei stoßen Hindernisse und ungewünschte Bereiche das Fahrzeug virtuell ab und es ergeben sich so kollisionsfreie Trajektorien. Bekannt ist dieser Ansatz auch unter dem Namen Elastisches Band [16]. Die Ansätze zeichnen sich durch ihre Anschaulichkeit aus, nachteilig erweist sich dagegen das Auftreten von lokalen Minima [56]. Auch die Berücksichtigung von Nebenbedingungen (wie fahrdynamische Begrenzungen) erweist sich als schwierig und die Ansätze sind so weniger für automatisierte Fahrfunktionen geeignet.

Die Lösung des Optimalsteuerungsproblems basierend auf einer polynomialen Beschreibung der Trajektorie wird in [103] beschrieben. Dabei wird gezeigt, dass ein polynomialer Verlauf eine optimale Lösung des Problems darstellt, um Ruck und Zeit des jeweiligen Fahrmanövers zu minimieren. Zur Bestimmung der optimalen Trajektorie wird über den gesamten bekannten Sichtbereich eine Schar an möglichen Trajektorien bestimmt und

## 1 Einleitung und Motivation

---

daraus unter Einbeziehung eines Gütefunktional die optimale Trajektorie ermittelt. Der Rechenaufwand ist aufgrund der Betrachtung eines relativ großen Lösungsraums allerdings sehr hoch.

Wird das Optimalsteuerungsproblem zyklisch unter Rückführung des aktuellen Systemzustandes gelöst, spricht man von einer Modellprädiktiven Regelung (*Modelpredictive Control* (MPC)). Für die Bewegungsplanung von Fahrzeugen wird dies z. B. in [9, 105, 32] angewandt. Die numerische Lösung des Optimalsteuerproblems mit den genannten Nebenbedingungen führt zu einem hohen Rechenaufwand. Zudem gestaltet sich der Stabilitätsbeweis als ein nicht triviales Problem.

In einigen Arbeiten wird die Bewegungsplanung basierend auf der Suche eines Pfades in einem Zustandsgitter durchgeführt. Innerhalb eines Graphen wird mit Hilfe eines Kostenfunktional und eines Suchalgorithmus ein kostengünstiger Weg durch das Zustandsgitter gesucht [37, 110]. Damit eine zeitgenaue Planung durchgeführt werden kann, wird das Zustandsgitter meist um die Zeit als Zustand erweitert. Die Suche kann dabei durch Graphsuchalgorithmen wie  $A^*$  [39] unter Anwendung einer Heuristik durchgeführt werden.

Die Suche in einem Graph kann sehr schnell sehr viel Rechenaufwand benötigen (der Rechenaufwand steigt meist exponentiell mit der Länge des Graphen). Beim *Rapidly-Exploring Random Tree* (RRT) Konzept werden deshalb zufällig verschiedene Trajektorienkandidaten erzeugt und auf Umsetzbarkeit getestet [55]. Problematisch dabei ist, dass keine Garantie für das Finden einer optimalen Lösung gegeben werden kann. Alternativ wird in einigen Arbeiten der Ansatz der *Probabilistic roadmap* (PRM) [47] verwendet zur zufallsbasierten Suche.

Die Großzahl der weiteren Veröffentlichungen zur Planung konzentrieren sich im Wesentlichen auf eine Pfadplanung [57], welche in dieser Arbeit nicht betrachtet wird, da von strukturierten Umgebungen (wie Autobahnen) ausgegangen wird. Pfadplanungs-Algorithmen werden meist für eine überlagerte Schicht zur Planung des fahrbaren Korridors verwendet. Durch die strukturierte Umgebung können Algorithmen zur Bewegungsplanung von Straßenfahrzeugen wesentlich effizienter gestaltet werden. Die Zusatzinformation der Umweltbeschreibung durch Fahrspuren kann zum einen für die Bewegungsplanung verwendet werden, zum anderen erlaubt es eine bessere Vorhersage des Verhaltens der Verkehrsteilnehmer.

### 1.1.2 Regelungsansätze für automatisierte Fahrfunktionen

Auch bezüglich der Regelung gibt es bereits eine große Fülle an Veröffentlichungen. Hierbei kann grundsätzlich zwischen klassischen, rein geregelten Ansätzen und Trajektorienfolgeregelungen unterschieden werden. Erstere benötigen keinen zuvor berechneten Verlauf der Sollzustandsgrößen und erhalten nur eine einzuregelnde Führungsgröße. Bei der Trajektorienfolgeregelung wird dagegen - basierend auf Ansätzen wie denen im vorherigen Abschnitt beschriebenen - ein Sollverlauf der einzuregelnden Zustandsgrößen an die Regelung übergeben und die Umsetzung der Trajektorie der Regelung überlassen. Durch den gewonnenen Freiheitsgrad können so Führungs- und Störübertragungsverhalten getrennt voneinander ausgelegt werden.

### Rein geregelte Ansätze

Gerade in der Längsführung stellen rein geregelte Ansätze eine weit verbreitete Methode dar. Die Regelung erhält dabei eine Sollgeschwindigkeit oder einen Sollabstand zum Vorderfahrzeug, die es jeweils einzuregulieren gilt. Der Regler definiert damit sowohl das Stör- als auch das Führungsübertragungsverhalten. Häufig wird dabei auf lineare Regelungsmethoden zurückgegriffen, die sich eines linearen Modells der Strecke bedienen und damit nur in bestimmten linearisierten Arbeitspunkten der Strecke gültig sind. Vorhandene Nichtlinearitäten können auch in unterlagerten Regelkreisen kompensiert werden, so dass im äußeren Kreis ein linearer Regelungsentwurf vorgenommen werden kann. Es ergibt sich damit durch die einzelnen Regelschleifen ein kaskadierter Regler, der mittels der großen Fülle an Methoden der linearen Regelungstechnik vergleichsweise einfach entworfen und analysiert werden kann [60].

Eine dominante Nichtlinearität der Fahrzeuglängsdynamik stellt die Aktuatorik dar. Der Antriebsstrang, bestehend aus Motor, hydrodynamischen Wandler und Getriebe, weist aufgrund seiner Wirkungsweise nichtlineares Verhalten auf. Auch die Bremsaktuatorik ist aufgrund von Stellraten- und Stellgrößenbegrenzungen und Totzeiten nichtlinear in ihrer Wirkung. Oft wird deshalb beim Entwurf von Längsregelungen mittels der Einführung eines unterlagerten Beschleunigungsreglers das nichtlineare Verhalten der Strecke kompensiert und mittels linearer, äußerer Kaskaden stabilisiert. [35] und [66] stellen beispielsweise unterlagerte Beschleunigungsregler vor, die die Nichtlinearitäten des Antriebsstrangs kompensieren. Die überlagerten Positions- und Geschwindigkeitsregler werden dann meist linear entworfen. Der Großteil der weiteren Veröffentlichungen zur Längsregelung behandelt Regelungsstrategien für ACC-Systeme (siehe z. B. [1, 6]). Dabei steht das komfortable Gesamtverhalten im Vordergrund und der Störunterdrückung kommt eine untergeordnete Rolle zu.

Auch hinsichtlich der Querregelung gibt es Ansätze zur reinen Querregelung. Hierbei sind vor allem Regler zur Spurmittenführung im Fokus. [5] beschreibt z. B. sowohl einen linearen als auch nichtlinearen Entwurf, um Querablagefehler zur erfassten Fahrspurmitte zu minimieren. Viele weitere Veröffentlichungen zur Querregelung konzentrieren sich auf die Umsetzung von Ansätzen zum Folgen einer zuvor berechneten Solltrajektorie.

### Ansätze zur Trajektorienfolgeregelung

Wie zuvor beschrieben, erhält die Regelung bei der Trajektorienfolgeregelung einen zuvor berechneten Sollverlauf der Zustandsgrößen. Die Regelung hat somit hauptsächlich die Aufgabe der Störunterdrückung.

In [24] wird der Ansatz der Sliding-Mode-Regelung verwendet und damit ein schaltender Regler für die Quer- und Längsregelung umgesetzt. Dabei wird sowohl ein integrierter Ansatz, der Quer- und Längsbewegung gleichzeitig stabilisiert, als auch ein paralleler Ansatz, bei dem die Quer- und Längsführung getrennt voneinander betrachtet werden, vorgestellt. [48] entwirft eine nichtlineare Vorsteuerung basierend auf dem Einspurmodell und eine lineare Folgeregelung (PD-Regler). [100] präsentiert einen Quer- und Längsregler basierend auf dem Optimalitätsprinzip von Bellmann.

Die größte Nichtlinearität stellt bei der Regelung eines Fahrzeugs das Reifenverhalten dar. [103] prägt deshalb dem Regelkreis durch die Methode der exakten Ein-/Ausgangslinearisierung ein lineares Verhalten auf, um es von einem linearen Regler stabilisieren zu lassen.

Im Niedergeschwindigkeitsbereich nutzt [103] den flachen Ausgang des kinematischen Einspurmodells, um die Querregelung zu realisieren. Ein flacher Ausgang kann auch für das dynamische Einspurmodell und somit den höheren Geschwindigkeitsbereich gefunden und für die Regelung verwendet werden [31]. Die Methode der Ein-/Ausgangslinearisierung wird ebenfalls in [51] angewandt, hierbei allerdings für ein Modellfahrzeug mit im Vergleich zu realen Fahrzeugen hohen Reifensteifigkeiten, wodurch sich Vereinfachungen beim Regelungsentwurf ergeben.

In anderen Veröffentlichungen wird die Modellprädiktive Regelung als Ansatz für die Trajektorienfolgeregelung vorgestellt [46]. Im Gegensatz zu den bereits zuvor erwähnten Anwendungen der MPC für die Planung wird der Ansatz hier rein für die Folgeregelung verwendet. Diese erlaubt es durch Optimierung eines Kostenfunktionalen ein dynamisches Modell der Strecke für einen endlichen Zeithorizont zu präzisieren und optimieren. Dabei können Stellgrößen- oder Zustandsbegrenzungen direkt berücksichtigt werden. Bei Verwendung von nichtlinearen Modellen ist der Stabilitätsbeweis allerdings nicht einfach (es muss eine Lyapunov-Funktion gefunden werden). Auch die nicht zu vernachlässigende Rechenzeit stellt ein Problem bei der Umsetzung dar.

[68] trennt ähnlich der vorliegenden Arbeit strikt in Trajektorienplanung und Trajektorienfolgeregelung und entwirft eine modellbasierte Vorsteuerung und lineare Folgeregelung jeweils für die Quer- und Längsdynamik getrennt.

Fast alle Ansätze haben gemeinsam, dass die Interaktion mit dem Fahrer nicht berücksichtigt und von autonomen Betrieb ausgegangen wird. Bei einer möglichen Interaktion des Fahrers mit dem System ist eine kooperative Ausprägung des Systemverhaltens aber zwingend notwendig, was eine direkte Berücksichtigung des Fahrers im Regelkreis notwendig macht.

## 1.2 Problemstellung und Ziel der Arbeit

Wie bereits dargestellt, stellt die Erzeugung und Umsetzung von kollisionsfreien Trajektorien, die vom Fahrzeug umsetzbar sind, eine Grundvoraussetzung für zukünftige automatisierte FAS dar. Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht deshalb in der Entwicklung einer Trajektorienplanung und Trajektorienfolgeregelung, die verschiedene FAS bedienen können. Das jeweilige FAS definiert dabei das langfristige Ziel und übernimmt die Manöversteuerung. Die Trajektorienplanung dagegen definiert den kurzfristigen zu fahrenden Verlauf. Dabei soll autonomes und kooperatives Fahren im Zusammenhang mit verschiedenen Automatisierungsgraden (assistiert bis hochautomatisiert) durch die zu entwickelnden Algorithmen bedienbar sein. Der Planungstakt muss dabei hoch genug sein, um kurze Reaktionszeiten garantieren zu können. Deshalb muss der Algorithmus rechenarm auf aktuellen Seriensteuergeräten umsetzbar sein. Konkret ist folgendes zu erarbeiten:

- Regelungskonzept für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren: d. h. Abdeckung der Fälle, in denen der Fahrer im Regelkreis integriert ist als auch völlig autonome Manöver ohne Interaktion mit dem Fahrer.
- Kombinierte Planung der Längs- und Querbewegung des Fahrzeugs.

- Trajektorienplanung als fester Bestandteil des Regelungskonzepts, Generierung optimaler Trajektorien für die nachgelagerte Regelung.
- Robustes Regelkonzept: Verwendung von möglichst wenig Modellwissen und Garantie von Robustheit gegenüber Parameterschwankungen und Modellunsicherheiten.
- Industrialisierbarkeit des Konzepts: Betrifft vor allem die Rechenbarkeit der Trajektorienplanung, da heutige automotiv Steuergeräte immer noch stark in ihrer Rechenkapazität begrenzt sind.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist gemäß Abb. 1.3 in folgende Kapitel gegliedert: Im folgenden **Kapitel 2** werden die wichtigsten Anforderungen an das Regelungskonzept erarbeitet und gängige Fahrermodelle vorgestellt. Daraus wird anschließend das Regelungskonzept für die kombinierte Quer- und Längsführung abgeleitet.

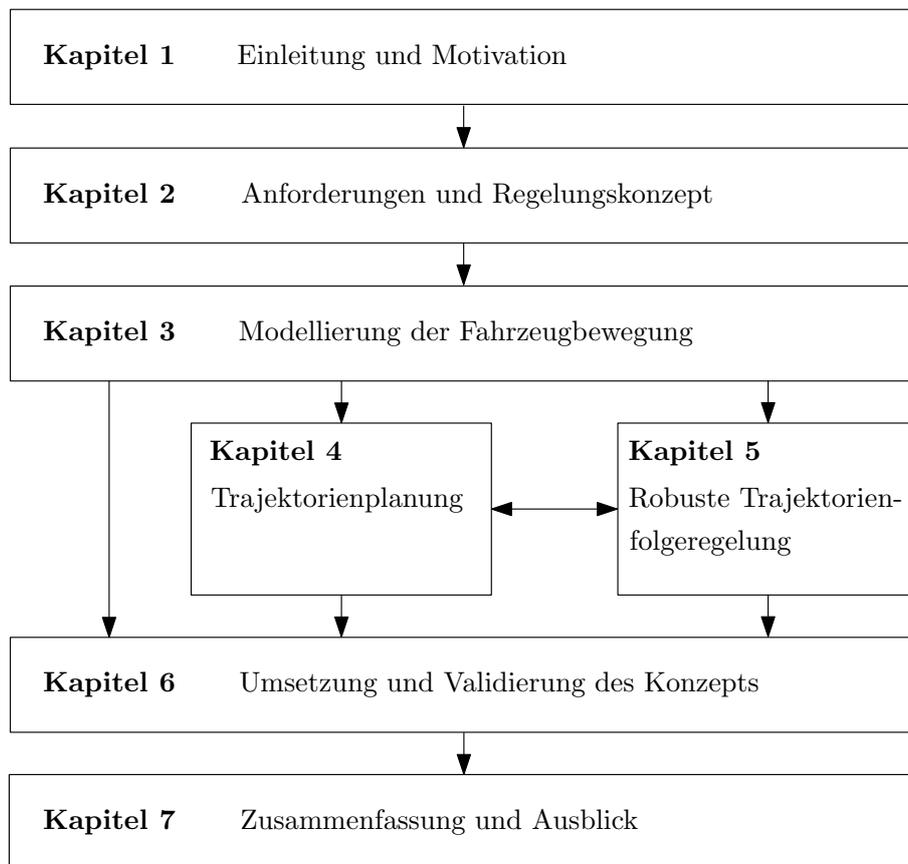
**Kapitel 3** gibt einen Überblick über verwendete Koordinatensysteme und leitet Modelle für die Fahrzeugbewegung und der verwendeten Aktuatorik her. Die Modelle dienen als Grundlage für den Entwurf der Trajektorienplanung und der Regelung.

Die Trajektorienplanung wird nach einem kurzen Überblick über Optimierungsmethoden in **Kapitel 4** vorgestellt. Dabei wird die Aufgabe der Planung in zwei Teilaufgaben untergliedert, die jeweils präsentiert werden.

**Kapitel 5** gibt zunächst einen kurzen Überblick über die Theorie der Robusten Regelung. Dabei wird auf die Beschreibung von Modellunsicherheiten und das Parameterraum-Verfahren eingegangen. Anschließend wird der Entwurf der robusten Trajektorienfolge-Regelung präsentiert. Dabei werden die Quer- und Längsregelung getrennt vorgestellt und jeweils anschließend in einer Robustheitsuntersuchung untersucht.

In **Kapitel 6** wird schließlich die prototypische Umsetzung des erarbeiteten Konzepts vorgestellt und anhand von realitätsnahen Szenarien und Versuchsergebnissen evaluiert.

Im abschließenden **Kapitel 7** werden die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und es wird ein Ausblick auf weitere Forschungsaktivitäten im vorliegenden Gebiet gegeben.



**Abbildung 1.3:** Aufbau der Arbeit.

# KAPITEL 2

---

## Anforderungen und Regelungskonzept

---

In diesem Kapitel sollen zunächst die Anforderungen und Regelungsziele definiert werden. Anschließend wird ein gängiges Fahrermodell vorgestellt und daraus ein Regelungskonzept abgeleitet, das den definierten Anforderungen genügt.

### 2.1 Anforderungen und Regelungsziele

Die Hauptaufgabe der zu entwickelnden Regelungsstruktur ist das sichere Führen des Fahrzeugs. Dabei sind zunächst Kriterien zu berücksichtigen, die sich mit klassischen Methoden der Regelungstechnik lösen lassen (z. B. Robustheit gegenüber unsicheren und/oder während der Fahrt veränderlichen Parametern, Stabilität des Regelkreises etc.).

Grundsätzlich sollen quasistationäre Störungen (wie z. B. durch Seitenwind oder Fahrbahnneigung verursacht) vollständig, d. h. stationär genau auf Positionsebene, unterdrückt werden. Genauso soll die Struktur robust gegenüber impulsartigen Störungen (wie z. B. Windböen) sein. Herausforderung aus regelungstechnischer Sicht stellen dabei die variierenden Betriebsbedingungen dar, die abgedeckt werden müssen:

- gesamter Geschwindigkeitsbereich
- unterschiedliche und unbekannte Fahrzeugbeladung
- unterschiedliche Straßenbedingungen, von glatter bzw. regennasser Fahrbahn bis hin zur trockenen Straße
- unsichere Fahrzeugeigenschaften, verursacht durch z. B. unterschiedliche Bereifung

Um die Regelungsstruktur auf verschiedene Fahrzeugtypen übertragen zu können, muss dabei eine Unabhängigkeit bzw. Anpassbarkeit an verschiedene Antriebsarten und Fahrzeugtypen (z. B. SUV vs. Mittelklasselimousine) bereitgestellt werden.

Damit verbunden geht die Anforderung nach einer einfachen Einstellbarkeit der Regelungsstruktur einher, um verschiedenste FAS bedienen zu können: Die verwendeten Einstellmöglichkeiten müssen nachvollziehbar und transparent sein.

## 2 Anforderungen und Regelungskonzept

---

Um die Akzeptanz des Fahrers bzw. der Fahrzeuginsassen sicherzustellen, müssen Komfortansprüche berücksichtigt werden. So sollen sich die Manöver durch Fahrkomfort auszeichnen und bestimmte Gütemaße erfüllen (z. B. begrenzte Beschleunigung oder begrenzter Ruck).

Da, wie in der Einleitung bereits erwähnt, verschiedene Automatisierungsgrade, vom assistierten bis hochautomatisierten Fahren, abgedeckt werden sollen, muss eine skalierbare Berücksichtigung des Fahrers im Regelkreis vorgesehen werden: Einerseits müssen Manöver mit langen Hands-Off-Zeiten möglich sein, andererseits kann es vorkommen, dass Fahrer und System die Aufgabe gemeinsam lösen. Aus regelungstechnischer Sicht stellt letzteres die schwierigere Aufgabe dar: Hier muss unterschieden werden, ob der Fahrer als Führungsgröße oder als Störgröße im Regelkreis betrachtet werden soll.

Als weitere Herausforderungen stellen sich:

- Verwendung von möglichst wenig und abstrahiertem Modellwissen: Um den Applikations- bzw. Bedatungsaufwand zu reduzieren, können komplexe Fahrdynamikmodelle mit nichtlinearen Reifenkennlinien für eine breite Fahrzeugpalette meist nicht bereitgestellt werden. Aus diesem Grund ist auf die Verwendung innerhalb der Regelungsstruktur zu verzichten.
- Echtzeitfähigkeit: Die Algorithmen müssen in Echtzeit ausgeführt werden können. Dabei stellt die Rechenleistung heutiger Seriensteuergeräte eine erhebliche Beschränkung dar. Aus diesem Grund ist ein geringer Ressourcenaufwand (Rechenzeit und Speicherbedarf) anzustreben.
- Vorausschauende Fahrweise: Die Verkopplung der Fahrzeuglängs- und Fahrzeugquerbewegung muss berücksichtigt werden und die damit verbundenen Restriktionen, z. B. bei begrenztem Reibwert. Genauso muss Kollisionsfreiheit mit Hindernissen und anderen Verkehrsteilnehmern und die Einhaltung der Aktuatorbegrenzungen sichergestellt werden.
- Modularität: Mit der Struktur sollen verschiedene FAS umsetzbar sein. So sollen beispielsweise Spurhalteassistenten oder Ausweichassistenten umgesetzt werden können, genauso wie Längsführungsfunktionen.
- Betrachtung realer Sensorik und Aktuatorik: Serien-Umfeldsensorik weist unter Umständen erhebliche Latenzen und Messrauschen auf und die Aktuatorik zeigt Totzeiten in der Umsetzung von Sollvorgaben.

Die Entwicklung einer Struktur, die diesen Anforderungen genügt, ist Ziel der nächsten Kapitel.

## 2.2 Drei-Ebenen-Modell zur Beschreibung der Fahraufgabe

Bereits in der Einleitung wurde darauf hingewiesen, dass die Fahrer-Fahrzeug-Interaktion als klassisches Regelungsproblem interpretiert werden kann. Das System Fahrer-Fahrzeug-Umwelt kann als ein Regelkreis mit Rückführungen betrachtet werden. Es gibt verschiedene Modelle, um das Verhalten zu beschreiben. Oft repräsentiert der Fahrer dabei einen komplexen Regler. In der Forschung sind basierend auf dieser Vorstellung einige Fahrermodelle entstanden, z. B. [25, 26, 50].

Eines der gängigsten Fahrermodelle ist das *Drei-Ebenen-Modell* nach Donges [21]. Es basiert auf dem von Rasmussen eingeführten Modell zur Beschreibung des menschlichen Verhaltens in einem Mensch-Maschine-System [81]. Nach Rasmussen wird zwischen den drei Kategorien der kognitiven Leistung unterschieden: *wissenbasiertem*, *regelbasiertem* und *fertigkeitsbasiertem* Verhalten. Wissenbasiertes Verhalten wird in unbekanntem Situationen angewandt und es werden Pläne entwickelt, um das jeweilige Ziel zu erreichen. Regelbasiertes Verhalten wird hingegen in vertrauten Situationen eingesetzt und es werden abgespeicherte Regeln angewandt. Das fertigkeitsbasierte Verhalten stellt hochtrainiertes oder angeborenes Verhalten dar [64].

Nach Donges können die Fahraufgaben den Kategorien von Rasmussen zugeordnet werden. Er unterteilt im Drei-Ebenen-Modell, wie der Name andeutet, die Fahraufgabe in drei Ebenen (siehe Abb. 2.1):

- *Navigationsebene*: Die Aufgabe umfasst die Planung der zu fahrenden Route im verfügbaren Straßennetz bis zum Zielort, das Abschätzen der Fahrtdauer und die Anpassung an die gegebene Verkehrssituation. Dabei kann die Fahrphysik vernachlässigt werden und als Ergebnis dieser Ebene ergibt sich eine Fahrtroute, welche als Referenz für die unterlagerte Ebene dient.
- *Bahnführungsebene*: Auf dieser Ebene werden die Sollspur in Querrichtung und die Sollgeschwindigkeit in Längsrichtung geplant und je nach Situation gewählt. Dabei müssen der vorhandene Fahrraum und die Verkehrssituation berücksichtigt werden. Die Fahrphysik spielt auf dieser Ebene eine wichtige Rolle und Sicherheits- und Komfortaspekte werden berücksichtigt. Aus diesen Betrachtungen resultiert das geplante Fahrmanöver.
- *Stabilisierungsebene*: Auf der untersten Ebene werden die Vorgaben aus der Bahnführungsebene mit Lenk- und Pedalbewegungen umgesetzt und das Fahrzeug wird gegenüber äußeren Störungen unter Berücksichtigung der Fahrbahnbeschaffenheit stabilisiert.

Navigation wird demnach dem wissenbasierten Verhalten, Bahnführung dem regelbasierten und Stabilisierung dem fertigkeitsbasierten Verhalten zugeordnet.

Wie in Abb. 2.1 veranschaulicht, greift der Fahrer dem Modell nach über die Stellgrößen (Gas, Bremse und Lenkung) in die Fahrzeuglängs- und Querdynamik ein, die auf die Umwelt wirken. Von der Umwelt erfasst der Fahrer das Straßennetz mit den möglichen Routen, dem aktuellen Verkehrsraum mit dem Bereich sicherer Führungsgrößen und die

## 2 Anforderungen und Regelungskonzept

aktuelle Trajektorie (Istspur und Istgeschwindigkeit).

Nach diesem Modell ähnelt der Fahrer stark einem kaskadierten Regelkreis mit verschiedenen Rückführungen. Die zeitliche Kritikalität nimmt bei den einzelnen Ebenen von oben nach unten zu: Während auf der Navigationsebene Zeiträume im Bereich von einigen Stunden (der Gesamtdauer einer Fahrt) bis zu Minuten zur Verfügung stehen, greifen die Entscheidungen auf Bahnführungsebene im Bereich von wenigen Sekunden. Die Stabilisierungsebene hingegen arbeitet im Bereich von Millisekunden [15].

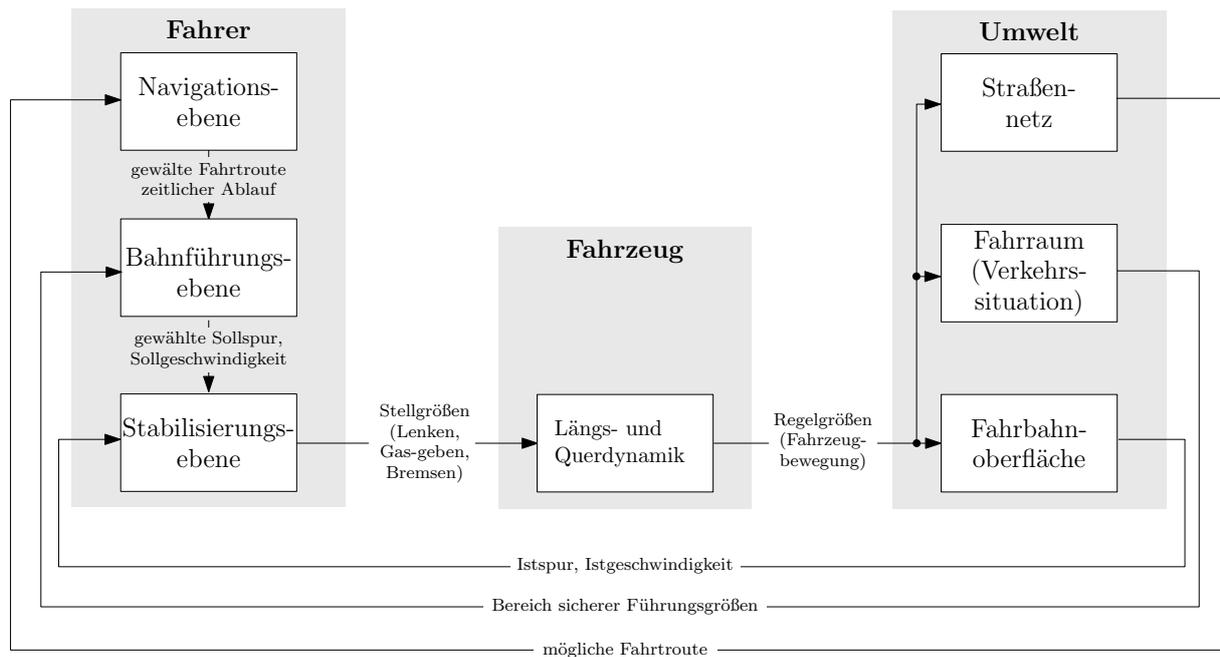


Abbildung 2.1: Drei-Ebenen-Modell nach Donges [21].

### 2.3 Drei-Ebenen-Modell für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren

In der Einleitung der Arbeit wurde bereits eine kurze Übersicht über derzeit verfügbare FAS gegeben. Um die große Vielzahl an bereits vorhandenen und zukünftigen Systemen handhaben zu können, ist eine gute Strukturierung der Architektur notwendig. Eine zielführende Möglichkeit besteht darin, möglichst viele kommunale Bausteine zu erzeugen. Ziel ist es damit, dass verschiedene FAS auf einheitliche Strukturen zurückgreifen können. Dabei sind insbesondere die Umfelderkennung, die Planung und die Regelung betroffen. Unabhängig von Automatisierungsgrad (assistierte bis hochautomatisierte Funktionen) müssen die Funktionen von einer Struktur bedient werden können. Dabei ist eine weitere große Herausforderung, die Variantenvielfalt an Fahrzeugen handzuhaben. Ohne großen Applikationsaufwand sollen verschiedene Fahrzeugderivate mit verschiedenen fahrdynamischen Eigenschaften bedienbar sein.

## 2.3 Drei-Ebenen-Modell für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren

---

Um dies zu bewerkstelligen, wird das Drei-Ebenen-Modell von Donges als Vorbild für die Architektur verwendet. Abb. 2.2 zeigt eine Übersicht über die gesamte Struktur. Die Fahraufgabe wird ähnlich Donges von drei Ebenen bewältigt:

- *Navigationsebene*
- *Bahnführungsebene*
- *Fahrzeugführungsebene*

Auf der Navigationsebene wirken FAS wie das klassische Navigationssystem, das bei der Routenwahl unterstützt. Auf Bahnführungsebene unterstützen FAS wie beispielsweise ACC oder Spurhalteassistenten und auf der Fahrzeugführungsebene Fahrdynamikregelsysteme wie ESP oder ABS. Dabei wird innerhalb der Bahn- und Fahrzeugführungsebene auf kommunale Strukturen zurückgegriffen: So soll eine einheitliche Trajektorienplanung und Trajektorienfolgeregelung innerhalb der Bahnführungsebene für alle FAS entwickelt werden. Die Bahnführungsebene definiert so die Sollfahrzeugbewegung unter Berücksichtigung der Fahrzeugumfelds. Die so generierten Sollgrößen, welche im sog. *Fahrvektor* zusammen gefasst werden, werden an die unterlagerte Fahrzeugführungsebene zur Umsetzung übergeben. Die Fahrzeugführungsebene hat damit die Aufgabe, die Sollgrößen der überlagerten Ebene mit der zur Verfügung stehenden Aktuatorik zu realisieren. Sowohl Bahn- als auch Fahrzeugführung erhalten zur Erfüllung ihrer Aufgaben von der Fahrzustandsbeobachtung über den *Potenzialvektor* Information über das vom Fahrzeug umsetzbare Potenzial.

Die Bahnführungsebene hat damit die Aufgabe, eine sichere und fahrbare Trajektorie zu planen und äußere Störungen (wie Fahrwiderstände) zu kompensieren. Die Planung der Trajektorie basiert dabei auf Informationen, die vom Umfeldmodell bereitgestellt werden. Das Umfeldmodell bündelt alle Informationen, die durch die Umfeldsensorik erfasst werden, fusioniert sie und stellt allgemeine sensorunabhängige Schnittstellen bereit.

Die unterlagerte Fahrzeugführungsebene unterteilt sich in die Fahrzeugführungsregelung und die Fahrdynamikregelung. Erstere setzt die Vorgaben der Bahnführung mit der zur Verfügung stehenden Aktuatorik um. Die Aufgabe der Fahrdynamikregelung ist es, die Handlungseigenschaften des Fahrzeugs zu verbessern und die Stabilisierung des Fahrzeugs in Grenzbereichssituationen zu gewährleisten.

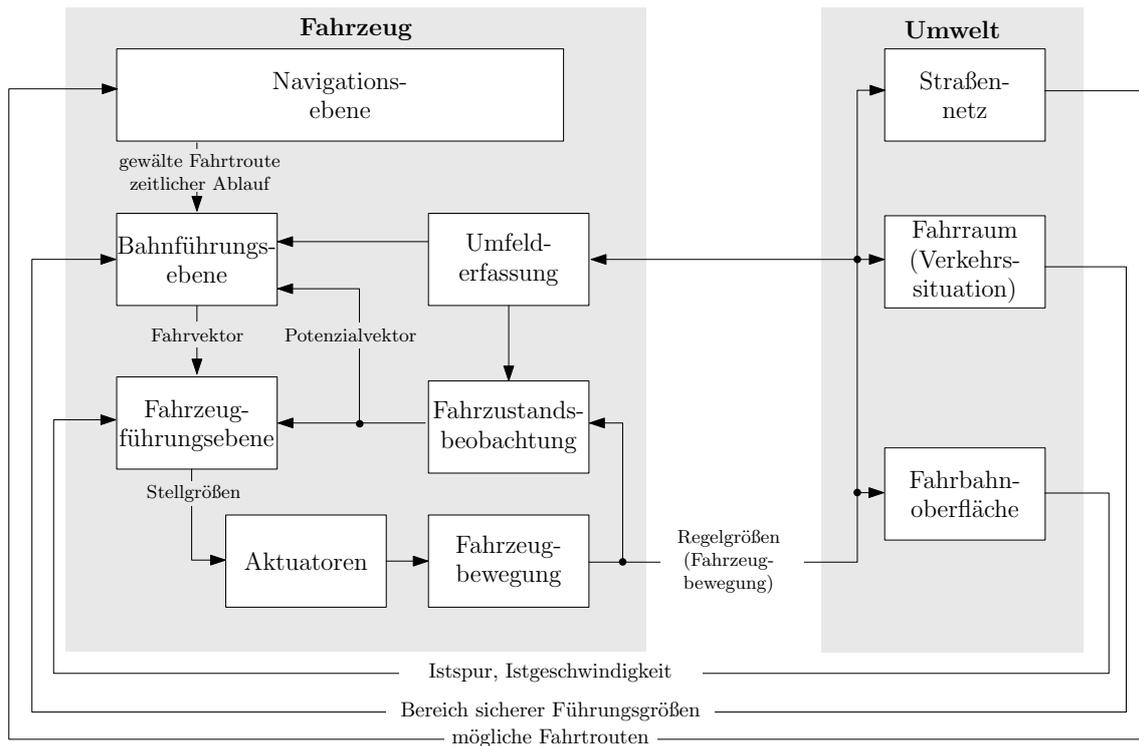
Da sich die vorliegende Arbeit hauptsächlich mit der Bahnführungsebene beschäftigt, werden im Folgenden die Ein- und Ausgangsschnittstellen dieser Ebene erläutert. Dazu wird zunächst der Potenzialvektor beschrieben, anschließend auf die von der Umfelderkennung bereitgestellten Informationen eingegangen und schließlich die ausgangsseitige Schnittstelle, der Fahrvektor, erläutert.

### 2.3.1 Potenzialvektor

Die Aufgabe des Potenzialvektors ist es, das vom Fahrzeug umsetzbare Potenzial in abstrahierter Form bereitzustellen. Dazu werden geometrische Grenzen, Aktuatorgrenzen, physikalische Grenzen und Grenzen die aus der Funktionalen Sicherheit resultieren berücksichtigt.

Wie später noch eingehender beschrieben wird, kommt den Reifen eines Fahrzeugs bei der Kraftübertragung eine entscheidende Rolle zu. Je nach Reibwert können diese nur eine

## 2 Anforderungen und Regelungskonzept



**Abbildung 2.2:** Architektur für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren basierend auf dem Drei-Ebenen-Modell.

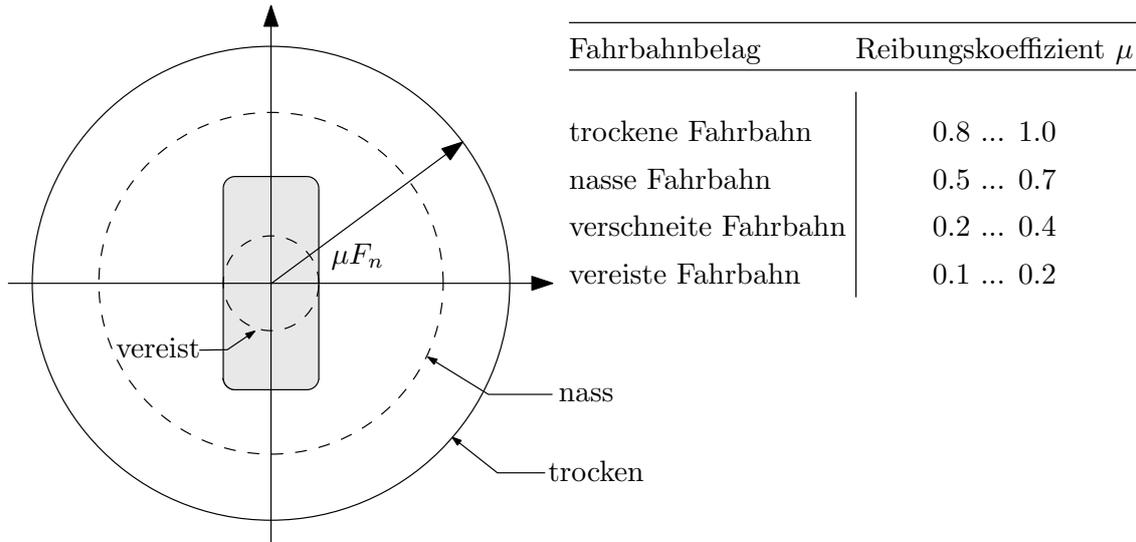
bestimmte Kraft übertragen. In dynamisch unkritischen Situationen stellt sich der Kraftaufbau dabei linear zum anliegenden Schlupf ein. In hochdynamischen Situationen oder bei niedrigem Reibwert ist das Übertragungsverhalten allerdings gesättigt. Eine genaue Identifikation des Übertragungsverhaltens ist schwierig und immer noch Gegenstand der Forschung. Um nicht für jeden Reifen die Kennlinie einzeln identifizieren zu müssen, werden deshalb die idealisierten Zusammenhänge nach dem Kamm'schen Kreis verwendet. Dieser erlaubt eine Abschätzung der umsetzbaren Längs- und Querkräfte am Rad eines Fahrzeugs [85]. Demnach kann die resultierende Kraft  $\mathbf{F}_i$  eines Reifens nicht das Produkt aus dem Reibwert  $\mu$  und der Normalkraft  $F_{n,i}$  überschreiten:

$$|\mathbf{F}_i| = \sqrt{F_{q,i}^2 + F_{l,i}^2} \leq \mu F_{n,i} \text{ mit } i \in [\text{vorne links, vorne rechts, hinten links, hinten rechts}] \quad (2.1)$$

$F_{q,i}$  und  $F_{l,i}$  stellen dabei am jeweiligen Rad die Quer- und Längskomponente der Kraft dar. Wird Bedingung (2.1) eingehalten, so wird das Rad stets rollen und nicht in den Gleitzustand gelangen [69]. Abb. 2.3 veranschaulicht die Zusammenhänge des Kamm'schen Kreises und gibt eine Übersicht über gewöhnliche Reibungskoeffizienten bei verschiedenen Fahrbahnbelägen.  $\mu$  ist im Wesentlichen vom Fahrbahnbelag abhängig, die Bereifung, die Radlast und anderen Effekte haben einen weniger dominanten Einfluss. Da der Reibwert nicht direkt gemessen werden kann, müssen Schätzverfahren zur Ermittlung eingesetzt werden. Zur Reibwertschätzung stehen mittlerweile verschiedene Verfahren bereit, die auch bereits industrialisiert worden sind.

Da bei der Planung der zu fahrenden Trajektorien meist das Fahrzeug als Massenpunkt betrachtet wird, das heißt die einzelnen Räder nicht betrachtet werden, kann der Zusam-

## 2.3 Drei-Ebenen-Modell für assistiertes bis hochautomatisiertes Fahren



**Abbildung 2.3:** Kamm'scher Kreis mit unterschiedlichen Reibungskoeffizienten  $\mu$  und Übersicht über gewöhnliche Reibungskoeffizienten für verschiedene Fahrbahnbeläge.

menhang (2.1) für das gesamte Fahrzeug auf Beschleunigungsebene betrachtet werden:

$$\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \leq \mu g = a_{pot} \quad (2.2)$$

Demnach ergibt sich die resultierende maximal fahrbare Beschleunigung  $a_{pot}$  aus dem Reibwert und der Erdbeschleunigung  $g$ .  $a_x$  beschreibt die Fahrzeuglängs- und  $a_y$  die Fahrzeugquerbeschleunigung. Für die Planung einer fahrbaren Trajektorie ist allerdings nicht der aktuelle Reibwert, sondern der zukünftige Reibwert relevant. Dies macht eine prädiktive Schätzung auf Basis von Umfeldsensorik nötig (siehe z. B. [20]).

Oft beschränkt nicht der Reibwert die fahrbare Trajektorie, sondern die unterlagerten Aktuatoren (gewöhnlich Antrieb, Bremse und Lenkung). Diese weisen konstruktionsbedingte Stellgrößenbegrenzungen auf oder aus Sicherheitsgründen werden ihre Stellraten- und/oder Stellgrößen auf für den Fahrer beherrschbare Werte begrenzt.

Bei der Querführung sind hierbei die Endanschläge der Lenkung zu berücksichtigen. Diese führen dazu, dass das Fahrzeug nicht beliebig kleine Radien fahren kann und stellen somit eine Sättigung der umsetzbaren Krümmung dar. Diese lässt sich durch die stationäre Verstärkung des Einspurmodells, das in Kapitel 3 beschrieben wird, aus dem maximal möglichen Lenkwinkel  $\delta_{max}$ <sup>1</sup> berechnen:

$$\kappa_{max} = K_\kappa \tan(\delta_{max}) = \frac{\tan(\delta_{max})}{l(1 + (\frac{v}{v_{ch}})^2)} \quad (2.3)$$

$l$  entspricht dem Radstand des Fahrzeugs,  $v_{ch}$  der sog. charakteristischen Geschwindigkeit und  $v$  der aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeit. Die maximal mögliche Krümmung kann mit

$$a_{y,max} = \kappa_{max} v^2 \quad (2.4)$$

<sup>1</sup>Bei Einsatz einer zusätzlichen Hinterachslenkung ergibt sich der maximal mögliche effektive Lenkwinkel  $\delta_{max} = \tan(\delta_{v,max}) + \delta_{h,max}$  aus dem maximalen Vorderachslenkwinkel  $\delta_{v,max}$  und dem maximal möglichen Hinterachslenkwinkel  $\delta_{h,max}$ .

## 2 Anforderungen und Regelungskonzept

und der aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeit  $v$  in eine maximal mögliche Querbeschleunigung  $a_{y,max}$  umgerechnet werden.

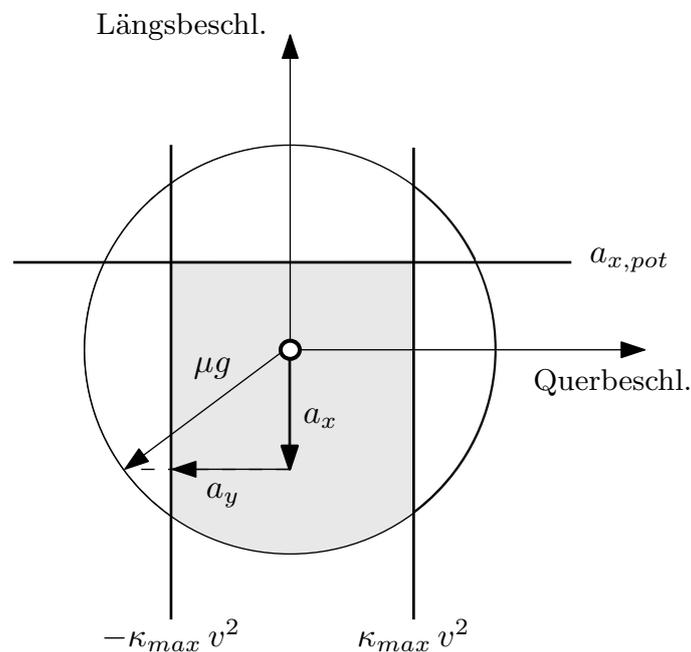
Auch der Antrieb kann nicht jedes beliebige Moment umsetzen. Über Schnittstellen zur Antriebsaktuatorik steht in modernen Fahrzeugarchitekturen allerdings serienmäßig das im aktuellen Gang maximal umsetzbare Radmoment  $M_{ant,max}$  als Signal zur Verfügung. Dieses kann mittels der geschätzten Fahrzeugmasse  $\tilde{m}$  und dem angenommenen dynamischen Rollradius  $\tilde{r}$  in eine maximal mögliche Längsbeschleunigung  $a_{x,ant,max}$  umgerechnet werden:

$$a_{x,ant,max} = \frac{1}{\tilde{m} \tilde{r}} M_{ant,max} \quad (2.5)$$

Des Weiteren muss bei niedrigem Reibwert die Antriebsart berücksichtigt werden, so dass das Beschleunigungspotenzial in Längsrichtung bei einem rein front- oder heckgetriebenen Fahrzeug im Vergleich zu einem allradgetriebenen Fahrzeug bei ausreichendem Motormoment weiter beschränkt ist. Darüber hinaus können Fahrwiderstände, die die Fahrzeuglängsdynamik beeinflussen, berücksichtigt werden. So kann beispielsweise, wie in Kapitel 5 beschrieben wird, die aus den Fahrwiderständen resultierende Störbeschleunigung in Längsrichtung  $\tilde{z}_a$  beobachtet werden und es ergibt sich als Potenzialgrenze in Längsrichtung

$$a_{x,pot} = a_{x,max} + \tilde{z}_a. \quad (2.6)$$

Die maximale Verzögerung wird nicht begrenzt, da üblicherweise davon ausgegangen werden kann, dass die Bremsanlage die maximale Verzögerung erreichen kann. Weiterhin



**Abbildung 2.4:** Kamm'scher Kreis mit Begrenzungen.

können etwaige Stellratenbegrenzungen  $\dot{\kappa}_{max}$  und  $\dot{a}_{x,max}$  berücksichtigt werden. Abb. 2.4 veranschaulicht die Potenzialgrenzen, die sich aus den Aktuatorbegrenzungen

und dem Kamm'schen Kreis ergeben. Die resultierende Beschleunigung der zu planenden Trajektorie darf folglich nur im grau markierten Bereich der Abbildung liegen. Dabei stellen die Grenzen Maximalwerte dar, die auf keinen Fall überschritten werden sollten. Gerade die Schätzung des Reibwerts ist meist nur möglich, wenn bereits großer Schlupf vorliegt. Von daher ist es sinnvoll, die Grenzen als absolutes Maximum zu betrachten und sich ihnen, falls möglich, konservativ zu nähern.

Die beschriebenen Größen werden im Potenzialvektor zusammengefasst und der Bahnführungsebene zur Verfügung gestellt.

### 2.3.2 Umweltbeschreibung und Umfeldmodell

Für bisherige FAS wie beispielsweise ACC reicht zur Beschreibung des Fahrzeugumfelds die Position und Geschwindigkeit des Vorderfahrzeugs und die Beschreibung der Spurmarkierungen aus. Für hochautomatisierte Fahrfunktionen ist aber Information über alle in der Nähe befindlichen Objekte, Spurmarkierungen, Randbebauungen, etc. notwendig. Dem Wissen über die eigene Fahrzeugposition und Ausrichtung innerhalb der Fahrspur kommt dabei besondere Bedeutung zu und ist Grundlage für eine Vielzahl von FAS [44]. Die Beschreibung des Fahrzeugumfelds und die Fusion der mit Umfeldsensorik erfassten Objekte sind weiterhin Gegenstand der Wissenschaft. Der folgende Abschnitt soll einen kurzen Überblick über das verwendete Straßenmodell und die Beschreibung des Umfelds geben.

#### Straßenmodell

Der Straßenbau unterliegt verschiedenen Standards, z. B. den „Richtlinien für die Anlage von Straßen“ [28] in Deutschland. Die Straße, als eine Konstruktion von Menschen, beinhaltet keine Dynamik. Es handelt sich um ein statisches, zeitinvariantes Objekt im Welt-Koordinatensystem [59]. Wird die Straße jedoch aus Sicht des Fahrzeugs beschrieben und bewegt sich das Fahrzeug entlang der Straße, ist es nützlich diese mit zeitvarianten Zuständen zu beschreiben.

Straßen bestehen aus Geraden und gekrümmten Segmenten mit konstanten Radien [28]. Die Bereiche dazwischen werden durch Übergangsbereiche verknüpft, sodass der Fahrer mit weichen Lenkbewegungen ohne sprunghafte Lenkwinkeländerungen in die Kurve fahren kann. Das bedeutet, dass die Kurven als Klothoiden geformt sind, deren Krümmung  $\kappa_{ref}$  sich linear mit der Bogenlänge  $s_r$  ändert:

$$\kappa_{ref}(s_r) = \kappa'_{ref} s_r + \kappa_{ref,0} \quad (2.7)$$

$\kappa_{ref,0}$  beschreibt dabei die Anfangskrümmung der Straße und  $\kappa'_{ref}$  die konstant angenommene Krümmungsänderung. Bei der Krümmung handelt es sich um die Inverse des Radius. Aus Sicht des Fahrzeugs ergibt sich damit

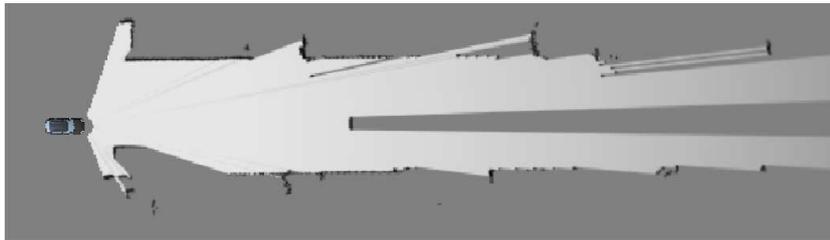
$$\frac{d\kappa_{ref}}{dt} = \dot{\kappa}_{ref} = \frac{d\kappa_{ref}}{ds_r} \frac{ds_r}{dt} = \kappa'_{ref} \dot{s}_r \quad (2.8)$$

Die Straßenkrümmung und deren Ableitung werden üblicherweise über Kameras erfasst oder sind in hochgenauen Karten hinterlegt. Auch eine Fusion zwischen von Kamera und Laserscannern erfassten Fahrspuren ist möglich [43]. Dies erlaubt die Güte und Verfügbarkeit zu erhöhen. Zusätzlich zur Straßenkrümmung liefern die Sensoren meist die Querablage des Fahrzeugs  $d_r$  zu den Fahrspuren und die Differenzausrichtung  $\theta_r$ .

### Objektbeschreibung

Bei der Beschreibung der Objekte wird zwischen klassifizierten und unklassifizierten Objekten unterschieden. Zu klassifizierten Objekten zählen solche, die über klassischen Objektbeschreibungen, wie sie beispielsweise von Systemen wie ACC verwendet werden, definiert werden. Sensoren erkennen das Objekt, weisen es einem Typ zu (beispielsweise Fahrzeug oder Fußgänger) und beschreiben den Relativabstand und die Relativgeschwindigkeit zum Ego-Fahrzeug.

Bei den unklassifizierten Objekten handelt es sich dagegen um Objekte, die keinem Typ zugeordnet werden können. Es wird deshalb von modellfreier Beschreibung gesprochen [23]. So können beispielsweise herabgefallene Ladung oder Randbebauungen von einem



**Abbildung 2.5:** Beispiel einer Belegungskarte entnommen aus [44].

Sensor erkannt werden. Diese Informationen werden in einer Belegungskarte (engl. *Occupancy Grid Map*) hinterlegt. Abb. 2.5 zeigt eine beispielhafte Belegungskarte. Die Inverse stellt den befahrbaren Freiraum dar.

Bei bewegten Objekten ist eine Prädiktion der Objektbewegung für die Planung zwingend notwendig. Die Prädiktionsverfahren können laut [10] dabei in zwei Kategorien eingeteilt werden: intentionsbasierte (z. B. [58]) und trajektorienbasierte Verfahren (z. B. [54]). Bei ersteren wird auf Fahrermodelle zurückgegriffen und damit die zukünftige Objektbewegung prädiziert. Trajektorienbasierte Verfahren basieren dagegen auf der Erfassung und Extrapolation von Sensordaten.

Da verschiedene Sensoren mit unterschiedlichen Messprinzipien verwendet werden, müssen die unterschiedlichen Sensordaten zu einheitlichen, sensorunabhängigen Repräsentationen fusioniert werden [7]. Die verschiedenen Informationen werden dabei über sensorunabhängige Schnittstellen der Bahnführung übermittelt.

### 2.3.3 Fahrvektor

Ausgangsseitig ist die Bahnführungsebene direkt an die Aktuatorregelungen der Fahrzeugführung angegliedert. Für die Querführung wird dabei als Schnittstelle eine umzusetzende Sollkrümmung  $\kappa_{soll}$  übergeben. Diese kann beispielsweise mit der stationären Verstärkung des Einspurmodells in einen Solllenkwinkel umgerechnet werden, der stationär genau eingeregelt wird [101]. Die Schnittstelle der Sollkrümmung bietet den Vorteil der Unabhängigkeit von der Fahrzeuggeschwindigkeit. Damit sind Parkier- und Fahrfunktionen mit der gleichen Schnittstelle bedienbar. Des Weiteren ergibt sich eine Unabhängigkeit von

## 2.4 Zwei-Freiheitsgrade-Struktur als Regelungskonzept für die Bahnführung

verwendeten Aktuatorik auf der Bahnführungsebene: Innerhalb der Fahrzeugführungsebene können Vorderachs- und Hinterachslenkungen verwendet werden oder gegebenenfalls einseitige Bremsengriffe zur Erzeugung eines Giermoments, um die geforderte Sollkrümmung umzusetzen.

Bei der Längsführung wird eine Sollbeschleunigung  $a_{soll}$  übergeben. Diese wird in ein Sollradmoment umgerechnet und je nach Betriebsbereich auf die beiden Aktuatoren Antrieb und Bremse verteilt.

## 2.4 Zwei-Freiheitsgrade-Struktur als Regelungskonzept für die Bahnführung

Die Zwei-Freiheitsgrade-Struktur<sup>2</sup> stellt eine weitverbreitete Methode zur Lösung von Trajektorienfolgeproblemen dar. Sie erlaubt die Aufteilung in zwei Teilprobleme, den

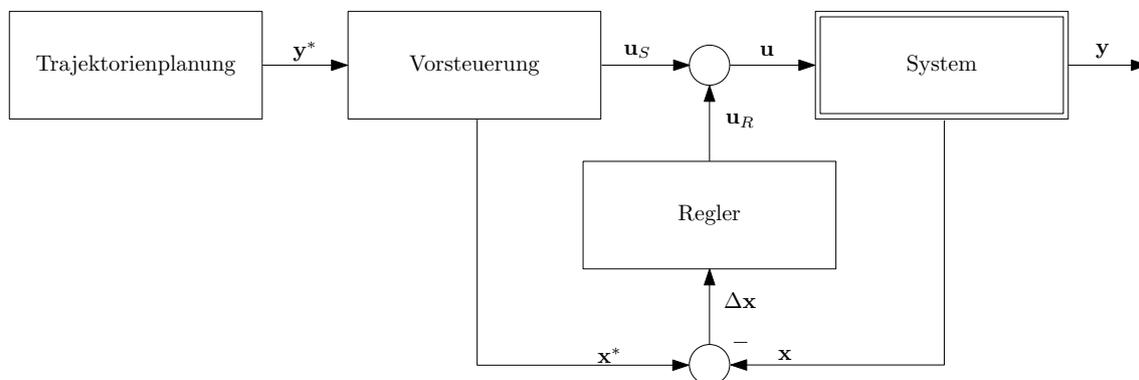


Abbildung 2.6: Zwei-Freiheitsgrade-Regelungsstruktur.

Steuerungs- und den Regelungsentwurf, und ermöglicht so eine Entkopplung der Führungs- und Stördynamik. Die klassische Struktur wird in Abb. 2.6 gezeigt. Die Trajektorienplanung liefert das optimale Sollverhalten  $y^*$ . Die Vorsteuerung generiert damit einen Großteil der Stellgröße  $u$  und definiert mittels des Vorsteuersignals  $u_S$  die Führungsdynamik des Regelkreises. Die Vorsteuerung realisiert dabei eine Systeminversion. Bei Abwesenheit von Störungen und exakter Systeminversion erreicht die Vorsteuerung so bereits das Regelziel. Die Aufgabe des Reglers stellt dagegen die Unterdrückung von Störungen mit dem Signal  $u_R$  dar. Durch Störungen verursachte Abweichungen von der geplanten Trajektorie werden durch diesen kompensiert, ebenso wie Abweichungen, die durch Modellabweichungen in der Planung und Vorsteuerung auftreten.

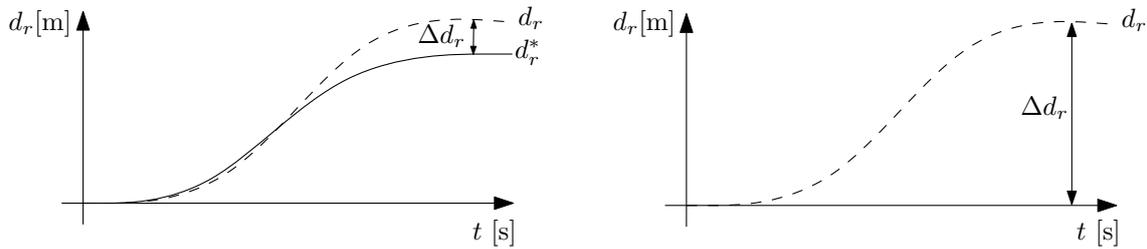
Beim Entwurf der Regelung kann das System um die Referenztrajektorie linearisiert werden. Der Regler erhält dazu von der Trajektorienplanung und der Vorsteuerung die gewünschten Sollverläufe der Zustandsgrößen  $x^*$  und bildet mit dem zurückgeführten Ist-Zustand  $x$  die Regeldifferenz  $\Delta x$ .

Abb. 2.7 veranschaulicht die unterschiedliche Wirkung, die einem Regler durch die Zwei-Freiheitsgrade-Struktur zukommt, am Beispiel einer geplanten Querablage  $d_r$  zur Fahrspur bei einem Spurwechsel: lediglich die Abweichung  $\Delta d_r$  von der geplanten Trajektorie,

<sup>2</sup>Horowitz [45] klassifiziert Regelungsstrukturen nach der Zahl der Reglereingänge, genannt Freiheitsgrade (nicht mit den mechanischen Freiheitsgraden zu verwechseln).

## 2 Anforderungen und Regelungskonzept

die über  $d_r^*$  beschrieben wird, muss kompensiert werden. Der Regler kann somit wesent-

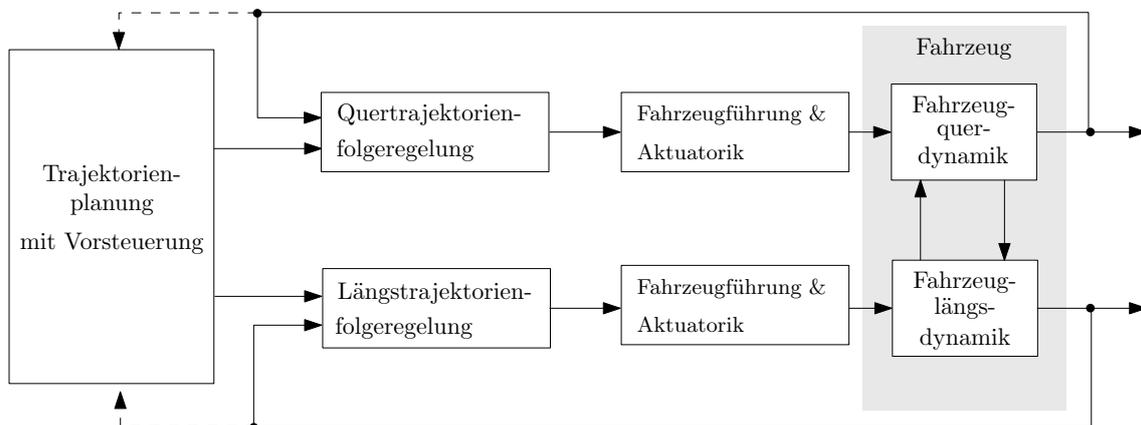


**Abbildung 2.7:** Veranschaulichung der Regelgrößen mit und ohne Zwei-Freiheitsgrade-Regelungsstruktur.

lich steifer ausgelegt werden. Beim Regelkreis ohne Zwei-Freiheitsgrade-Struktur hat der Regler dagegen die Aufgabe, das Stör- und Führungsübertragungsverhaltens gleichzeitig zu definieren und stellt damit immer einen Kompromiss dar. Insbesondere bei der Verwendung der Regelungsstruktur für verschiedene Systeme mit unterschiedlichen Anforderungen an die Dynamik ist dies problematisch.

Die Zwei-Freiheitsgrade-Struktur bietet sich damit als Ansatz für die Bahnführungsebene an. Vorteilhaft ist, dass die Planung und Vorsteuerung getrennt von der Regelung ausgelegt werden können. Auch das Regelungskonzept selbst ist vom Planungskonzept unabhängig. Außerdem wirkt sich die getrennte Definition von Führungs- und Stördynamik vorteilhaft aus, da keine Kompromisse bei der Auslegung eingegangen werden müssen und verschiedenste Funktionen bedient werden können.

Abb. 2.8 zeigt die Anwendung der Struktur auf die Bahnführungsebene. Die Trajektori-



**Abbildung 2.8:** Anwendung der Zwei-Freiheitsgrade-Regelungsstruktur auf die Bahnführungsebene.

enplanung hat dabei die Aufgabe, fahrbare Trajektorien zu planen. Dabei muss die Verkopplung der Fahrzeugquer- und Fahrzeuglängsbewegung berücksichtigt werden. Da die Trajektorienfolgeregelung wie zuvor beschrieben nur Abweichungen von der Trajektorie kompensieren muss, kann die Verkopplung der Quer- und Längsbewegung hier weitgehend vernachlässigt werden. So ist es möglich die Quer- und Längsregelung getrennt voneinander zu entwerfen. Dies hat den großen Vorteil, dass so Fahrerassistenzfunktionen leichter

## **2.4 Zwei-Freiheitsgrade-Struktur als Regelungskonzept für die Bahnführung**

umgesetzt werden können, die entweder nur die Längs- oder Querbewegung des Fahrzeugs beeinflussen. Innerhalb der Planung werden die Informationen des Potenzialvektors berücksichtigt und es wird für Kollisionsfreiheit gesorgt. Über einfache Einstellmöglichkeiten soll dabei die Dynamik ausgeprägt werden und so auf den Fahrkomfort Einfluss genommen werden können. Die Aufgabe der Regelung ist dagegen die robuste Sicherstellung der Umsetzung der Sollvorgaben.

Die Umsetzung des Konzepts wird in den folgenden Kapiteln eingehender erläutert. Die Trajektorienplanung wird in Kapitel 4 vorgestellt und die Beschreibung des Regelungsentwurfs folgt in Kapitel 5. Zuvor wird allerdings im folgenden Kapitel auf Modellierungsmöglichkeiten und Beschreibungsformen der Fahrzeugbewegung eingegangen.



# KAPITEL 3

---

## Modellierung der Fahrzeugbewegung

---

Im Folgenden werden Grundlagen zur Modellierung der Fahrzeugbewegung beschrieben, welche für die vorliegende Arbeit notwendig sind. Dazu werden zunächst die verwendeten Koordinatensysteme vorgestellt, in denen die Fahrzeugbewegung beschrieben wird. Anschließend wird ein geeignetes Fahrzeugmodell zur Beschreibung der Längs- und Querbewegung ausgewählt. In der Literatur sind dazu viele verschiedene Modelle vorhanden. Dabei ist darauf zu achten, dass das verwendete Modell ausreichend genau und gleichzeitig nicht zu komplex ist, um einen handhabbaren Regelungsentwurf ermöglichen zu können.

### 3.1 Verwendete Koordinatensysteme

Zur Beschreibung der Fahrzeugbewegung stehen verschiedene Koordinatensysteme zur Verfügung. Im Folgenden werden die drei Koordinatensysteme verwendet:

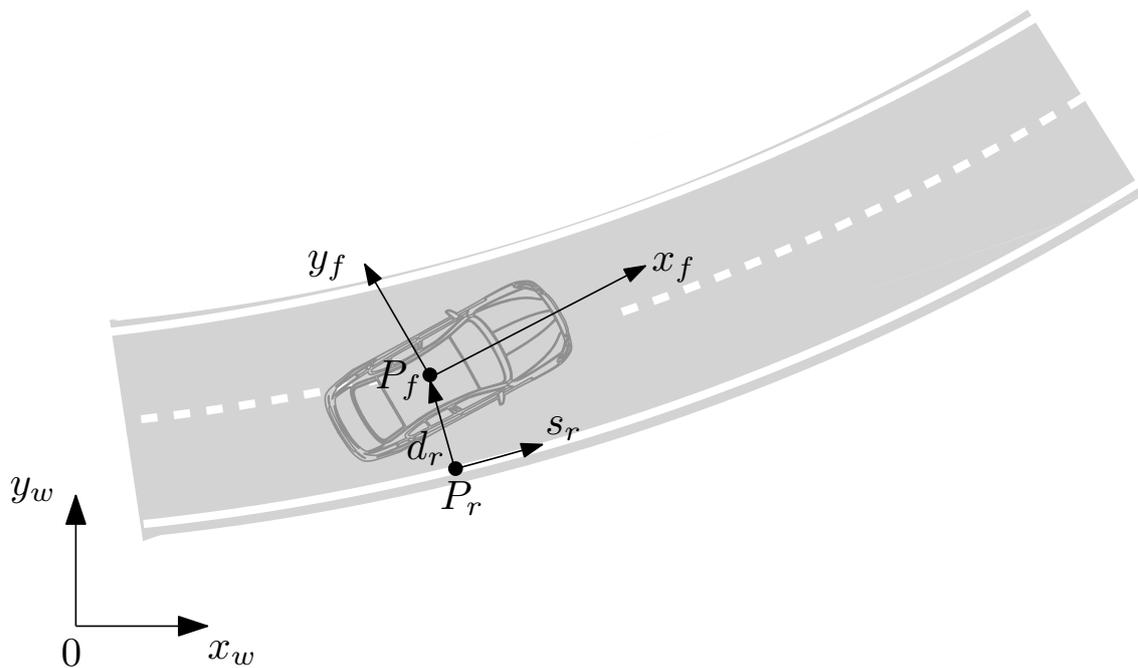
1. weltfestes Koordinatensystem  $\mathcal{F}_w = \{0, x_w, y_w\}$
2. fahrzeugfestes Koordinatensystem auf Höhe des Fahrzeugschwerpunkts  
 $\mathcal{F}_f = \{P_f, x_f, y_f\}$
3. Straßenkoordinatensystem  $\mathcal{F}_r = \{P_r, s_r, d_r\}$

Die einfachste Darstellung der Fahrzeugbewegung geschieht im weltfesten Koordinatensystem  $\mathcal{F}_w$ . Es stellt ein rechtwinkliges Rechtssystem dar, das an einen Ort gebunden ist, und wird durch die Koordinaten  $[x_w, y_w]$  beschrieben (siehe Abb. 3.1).

Das fahrzeugfeste Koordinatensystem  $\mathcal{F}_f$  ist ebenfalls ein rechtwinkliges Rechtssystem mit dem Ursprung im Punkt  $P_f$  auf Höhe des Fahrzeugschwerpunkts<sup>1</sup>. Es wird durch die Koordinaten  $[x_f, y_f]$  beschrieben und ist so orientiert, dass die  $x_f$ -Achse jederzeit der Fahrzeuglängsachse entspricht und nach vorne gerichtet ist. Die  $y_f$ -Achse steht entsprechend senkrecht zur Fahrzeuglängsachse und zeigt nach links.

---

<sup>1</sup>In leichter Abwandlung der Vorgaben der DIN 70000 (siehe [90]), demnach es auf Höhe der Vorderachse liegt.



**Abbildung 3.1:** Übersicht über die verwendeten Koordinatensysteme.

Häufig ist die globale Positionierung des Fahrzeugs nicht relevant: Beim Führen eines Fahrzeugs entlang einer Fahrspur reicht die Position relativ zu Fahrspuren und anderen Verkehrsteilnehmern aus. Dazu eignet sich die Darstellung im Straßenkoordinatensystem  $\mathcal{F}_r$ . Mathematisch lässt sich das durch die sog. Frenet-Koordinaten  $[s_r, d_r]$  beschreiben [103]. Diese werden durch die Bogenlänge  $s_r$  und den Abstand zur Fahrspur  $d_r$  beschrieben. Der Tangentenvektor  $\mathbf{t}(s_r)$  ist dabei immer tangential zum Pfad der Straße ausgerichtet und der Normalenvektor  $\mathbf{n}(s_r)$  steht senkrecht dazu und zeigt auf den Referenzpunkt des Fahrzeugs (Fahrzeugschwerpunkt  $P_f$ ).

## 3.2 Relativbewegung

Zunächst werden die Bewegungsgleichungen in den verschiedenen Koordinatensystemen eingeführt. Diese Gleichungen werden anschließend um die Fahrzeugdynamik erweitert. Die globale Position des Fahrzeugs im Punkt  $P_f$  ergibt sich aus der Bewegungsrichtung des Fahrzeugs und damit der Richtung der Fahrzeuggeschwindigkeit  $v$ .

$$\dot{x}_w = v \cos \theta \quad (3.1)$$

und

$$\dot{y}_w = v \sin \theta. \quad (3.2)$$

$\theta$  beschreibt den Kurswinkel des Fahrzeugs und stellt den Winkel des Geschwindigkeitsvektors relativ zum Inertialsystem  $\mathcal{F}_w$  dar. Dieser ergibt sich als Summe des Gierwinkels  $\psi$  und dem Schwimmwinkel  $\beta$

$$\theta = \psi + \beta. \quad (3.3)$$

Der Gierwinkel beschreibt dabei die Drehung des fahrzeugfesten Koordinatensystems  $\mathcal{F}_f$  bezogen auf das Inertialsystem  $\mathcal{F}_w$  und der Schwimmwinkel beschreibt den Winkel zwischen Geschwindigkeitsvektor und Fahrzeuglängsachse.

Um die Bewegungsgleichungen von  $P_f$  bezüglich einer Referenzkurve  $\mathcal{R}$  (wie z. B. dem Fahrspurverlauf oder einem zuvor geplanten Pfad) zu bestimmen, wird auf die aus der Differentialgeometrie [18] bekannten Frenetschen Formeln zurückgegriffen. Die drei Variablen  $s_r$ ,  $d_r$  und  $\theta_r$  werden wie folgt definiert [88]:

- $s_r$  beschreibt die Bogenlänge am Punkt  $P_r$ , die man durch die orthogonale Projektion von  $P_f$  auf  $\mathcal{R}$  erhält.
- $d_r$  ist die Ordinate von  $P_f$  auf das Koordinatensystem  $\mathcal{F}_r$  und entspricht dem normalen Abstand zwischen  $P_f$  und der Referenzkurve  $\mathcal{R}$ .
- $\theta_r$  beschreibt die Bewegungsrichtung des Fahrzeugs relativ zur Referenzkurve.

Abb. 3.2 veranschaulicht die verwendeten Größen. Die Referenzkurve  $\mathcal{R}$  wird durch ihre bogenlängenabhängige Krümmung  $\kappa_{ref}(s_r)$  und den Winkel  $\theta_{ref}$  beschrieben.

$$\theta_r = \theta - \theta_{ref} \quad (3.4)$$

ist entsprechend der Winkel der Fahrzeugbewegung relativ zum Koordinatensystem  $\mathcal{F}_r$ . Es ergeben sich damit die Bewegungsgleichungen der Fahrzeugdynamik relativ zur Referenz  $\mathcal{R}$  [88]:

$$\dot{d}_r = v \sin(\theta - \theta_{ref}) = v \sin(\theta_r) \quad (3.5)$$

und

$$\dot{s}_r = v \frac{\cos(\theta - \theta_{ref})}{1 - d_r \kappa_{ref}(s_r)}. \quad (3.6)$$

Die Differentialgleichung für den Kurswinkelfehler lautet damit:

$$\dot{\theta}_r = \dot{\theta} - \kappa_{ref}(s_r) \dot{s}_r = \dot{\theta} - \dot{\theta}_{ref} = \dot{\theta} - v \frac{\cos(\theta - \theta_{ref})}{1 - d_r \kappa_{ref}(s_r)} \kappa_{ref}(s_r) \quad (3.7)$$

Für Fahrzeugbewegungen nahe der Referenz  $\mathcal{R}$  und geringen Winkelabweichungen  $\theta_r$ , ergeben sich unter Annahme von  $\sin(\theta_r) \approx \theta_r$  und  $\cos(\theta_r) \approx 1$  lineare Zusammenhänge. Es gilt damit  $\dot{s}_r \approx v$  und es resultieren die oft für den Regelungsentwurf von Spurführungsreglern verwendeten Formeln (siehe z. B. [5])

$$\dot{\theta}_r = \dot{\theta} - v \kappa_{ref}(s_r) \quad (3.8)$$

und

$$\dot{d}_r = v \theta_r = v (\theta - \theta_{ref}). \quad (3.9)$$

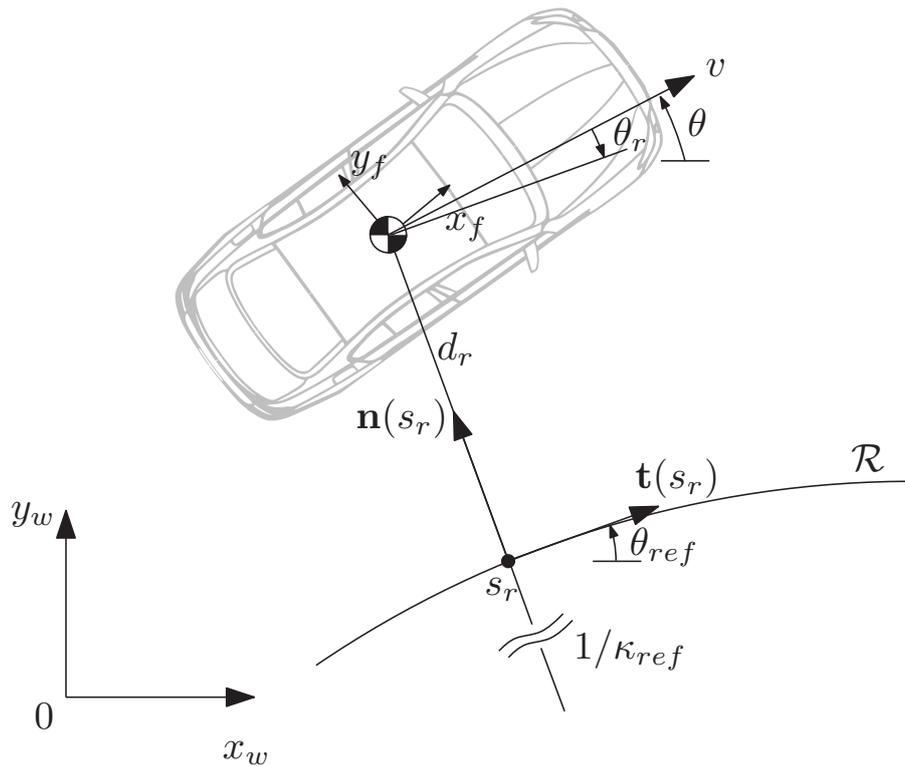


Abbildung 3.2: Verwendetes Frenet-Koordinatensystem.

### 3.3 Beschreibung der Fahrzeugdynamik

Zur Beschreibung der Fahrzeugdynamik eignen sich prinzipiell verschiedenste Modelle. Im Bereich der Fahrdynamikregelung hat sich das von Riekert und Schunck [83] entwickelte *Einspurmodell* bewährt.

In Querrichtung wird dabei das Fahrzeugverhalten durch die Zustandsgrößen Gierrate  $\dot{\psi}$  und Schwimmwinkel  $\beta$  im Fahrzeugschwerpunkt beschrieben. Als Eingang wird der Vorderachslenkwinkel  $\delta$  verwendet. Bei Annahme eines linearen Reifenverhaltens können die Differentialgleichungen des Einspurmodells um die Geradeausfahrt linearisiert werden und man erhält das lineare Übertragungsverhalten

$$\dot{\psi} = G_{\dot{\psi}}(s)\delta \quad (3.10)$$

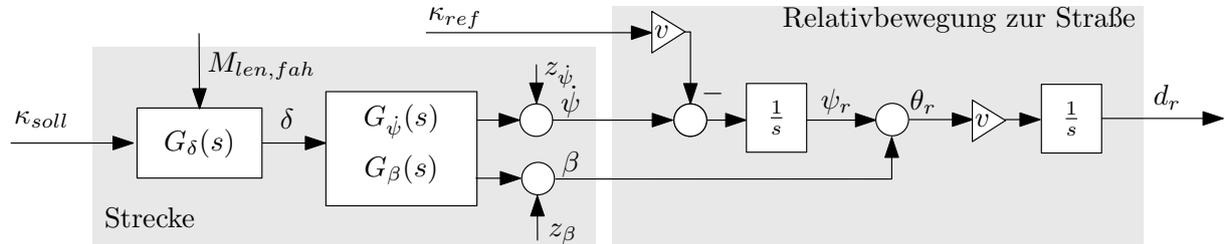
und

$$\beta = G_{\beta}(s)\delta. \quad (3.11)$$

Die Herleitung der Gleichungen findet sich im Anhang A. Der Systemeingang wird im Zuge der Arbeit durch einen unterlagerten Lenkwinkelregler innerhalb der Fahrzeugführungsebene [101] mittels der im Fahrzeug verbauten elektromechanischen Servolenkungen (*Electric Power Steering (EPS)*) gestellt. Dabei wird das stationäre Verhalten des Einspurmodells invertiert und ein neuer Systemeingang, die Sollkrümmung  $\kappa_{soll}$  definiert. Diese beschreibt die Krümmung, die das Fahrzeug umsetzen soll. Das dynamische Verhalten der Lenkung und der Lenkwinkelregelung wird über

$$\delta = G_{\delta}(s)\kappa_{soll} \quad (3.12)$$

beschrieben. Das Modell der Lenkung, des querdynamischen Verhaltens des Fahrzeugs und die Relativbewegung zur Straße, (3.8) und (3.9), werden zu einem linearen Gesamtmodell für den Regelungsentwurf zusammengefasst. Abb. 3.3 veranschaulicht das Gesamtmodell der linearisierten Querdynamik. Dabei sind auch die zwei Hauptstörgrößen, die es zu



**Abbildung 3.3:** Lineares Querdynamikmodell mit Aktuator.

unterdrücken gilt, abgebildet: Schwimmwinkelstörungen  $z_\beta$  und Gierratenstörungen  $z_\psi$ . Diese können durch Seitenwinde oder abschüssige Fahrbahnen verursacht werden. Die Schwierigkeit des Regelungsentwurfs besteht dabei, Fahrereingaben über das Handmoment  $M_{Ien,fah}$  nicht zu unterdrücken und so einen kooperativen Betrieb zu ermöglichen.

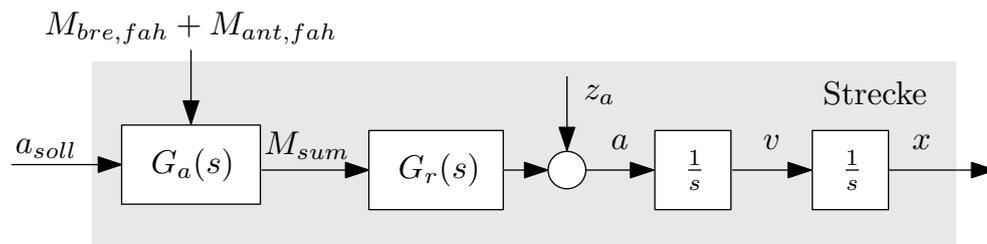
Zur Beeinflussung der Fahrzeuglängsdynamik wird die Vorgabe von externen Antriebs- und Bremsmomenten genutzt. Über eine unterlagerte Logik wird eine gewünschte Fahrzeug Sollbeschleunigung  $a_{soll}$  intern auf Sollradmomente umgerechnet und auf die beiden Aktuatoren Antrieb und Bremse aufgeteilt. Das sich einstellende Summenradmoment  $M_{sum}$  wirkt auf das Fahrzeug und beeinflusst die Fahrzeuglängsbewegung. Im Zuge des Regelungsentwurfs wird von einem linearen Übertragungsverhalten

$$M_{sum} = G_a(s)a_{soll} \quad (3.13)$$

zwischen Sollbeschleunigung und Summenradmoment ausgegangen. Über das Übertragungsverhalten der Räder

$$a = G_r(s)M_{sum} \quad (3.14)$$

ergibt sich schließlich die Fahrzeuglängsbeschleunigung. Auch hier wirken Störungen (wie die klassischen Fahrwiderstände)  $z_a$ , die es zu unterdrücken gilt. Über Brems- und Gaspedal greift der Fahrer in die Längsdynamik ein und gibt die Vorgaben  $M_{bre,fah}$  bzw.  $M_{ant,fah}$  auf Radmomentebene vor. Abb. 3.4 veranschaulicht die Zusammenhänge. Die Herleitung des Modells und die Beschreibung der verwendeten Aktuatorik werden ebenfalls im Anhang A beschrieben.



**Abbildung 3.4:** Lineares Längsdynamikmodell mit Aktuator.



# KAPITEL 4

---

## Trajektorienplanung

---

Zukünftige FAS können durch eine exakte Planung der zu fahrenden Trajektorie den Fahrer sehr viel mehr unterstützen als es heutige Systeme vermögen. Für hochautomatisierte Fahrfunktionen ist eine exakte Planung sogar zwingend erforderlich. Die Planung einer vom Fahrzeug umsetzbaren und komfortablen Trajektorie ist allerdings mit erheblichem Rechenaufwand verbunden. In diesem Kapitel wird deshalb ein Algorithmus zur Berechnung von fahrbaren Trajektorien beschrieben, der auf heutigen Seriensteuergeräten umsetzbar ist.

In der Einleitung wurde bereits erwähnt, dass aus der Robotik in der Bewegungsplanung von mechatronischen Systemen zwei Begrifflichkeiten zu unterscheiden sind: Der Pfad und die Trajektorie. Während ein Pfad lediglich eine Wegbeschreibung geometrischer Natur darstellt, beinhaltet eine Trajektorie zusätzlich die Zeitkomponente [91]. Die Planung einer fahrbaren Trajektorie ist für zukünftige FAS zwingend notwendig [105]. Dabei ist die Berechnung eines geometrischen Pfades alleine nicht ausreichend, da die Zeit  $t$  direkt in der Planung mit berücksichtigt werden muss: Mit einer Pfadplanung kann nicht vorhergesagt werden, wann sich das Fahrzeug an welcher Position befindet und so kann durch diese Bewegungsplanung keine kollisionsfreie Fahrt garantiert werden. Resultierend aus dieser Erkenntnis fokussiert sich dieses Kapitel auf die Trajektorien-basierte Planung.

Für die Bestimmung der optimalen Trajektorien gibt es eine große Auswahl an Algorithmen. Einige Anwendungen für das automatisierte Fahren wurden bereits in der Einleitung beschrieben. Bei den meisten dieser Ansätze ergeben sich, wie in [103] dargestellt, zwei Hauptprobleme: die verwendete Funktionsklasse und das Gütefunktional sind nicht aufeinander abgestimmt und es wird keine kombinierte Quer-Längsoptimierung durchgeführt. Um diesen Problemen zu begegnen, eignen sich am besten die Ansätze, die auf der Optimierungstheorie und der Lösung von Optimalsteuerungsproblemen basieren. Bei deren Anwendung besteht ein Hauptproblem allerdings in der Umsetzung auf einem Seriensteuergerät und damit verbunden der begrenzten Rechenkapazität. Ziel dieses Kapitels ist es daher, basierend auf der Lösung eines Optimalsteuerungsproblems, einen Algorithmus zur Trajektorienplanung herzuleiten, der auf einem heutigen Seriensteuergerät umgesetzt werden kann. Wichtig ist dabei die Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen, um eine maximale Akzeptanz beim Fahrer zu erlangen.

In diesem Kapitel werden zunächst die gängigsten Verfahren zur Lösung von Optimalsteuerungsproblemen vorgestellt und ein geeignetes ausgewählt. Darauf aufbauend wird der Planungsalgorithmus hergeleitet. Dieser setzt sich aus zwei Planungsebenen zusammen: einer rechenarmen Grobplanung zur Definition des Zielbereichs und einer feinen Planung zur Berechnung der zu fahrenden Trajektorie. Die Vorteile der resultierenden Trajektorienform werden durch einen Vergleich mit einem alternativen Ansatz erläutert. Abschließend wird in diesem Kapitel auf den Vorsteuerungsentwurf eingegangen. Dieser ist notwendig, da die berechneten Trajektorien auf einem vereinfachten Massenpunktmodell basieren und so die Dynamik des Fahrzeugs nicht berücksichtigen.

### 4.1 Übersicht über Optimierungsalgorithmen

Wie bereits beschrieben, stellt die Planung einer fahrbaren Trajektorie für ein Straßenfahrzeug ein klassisches Optimierungsproblem dar. Unter dem Begriff Optimierung wird im Allgemeinen die Suche nach einer optimalen Lösung für ein gegebenes Problem verstanden. Die Theorie der Optimierung findet in zahlreichen Feldern Anwendung, wie z. B. der Wirtschaft, der Biologie und der Regelungstechnik. Generell wird zwischen statischer und dynamischer Optimierung unterschieden [27]:

- *Statische Optimierung/Parameteroptimierung*: Entscheidungsvariablen sind Elemente des Euklidischen Raumes [27].
- *Dynamische Optimierung/Strukturoptimierung*: Struktur der Lösung ist nicht bekannt, Entscheidungsvariablen sind Elemente des allgemeineren Hilbertraumes [27].

Bei der statischen Optimierung wird gewöhnlich eine Funktion bezüglich eines Parametervektors  $\mathbf{x}$  im Euklidischen Raum optimiert. Ein häufig beschriebenes Beispiel stellt hierbei das Finden von optimalen Verstärkungsfaktoren eines PID-Reglers dar, das durch Minimierung eines Gütemaßes als Funktion der Reglerparameter erreicht wird.

Die dynamische Optimierung betrachtet hingegen eine Funktion mit einer unabhängigen Variable (in der Regel die Zeit  $t$ ). Ein Beispiel hierfür ist die Identifikation der optimalen Regelungsstruktur aus allen möglichen Strukturen (Gütemaß als Funktion des Steuer- und Zustandsvektors). Häufig wird dabei die optimale Steuertrajektorie  $\mathbf{u}^*(t)$  für ein dynamisches System gesucht, weshalb von Optimalsteuerungsproblemen gesprochen wird. Gewöhnlich wird das Optimierungsproblem in folgender Form definiert:

**Definition 1** (Optimierungsproblem).

$$\min_{\mathbf{u}(t)} J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t_e) = h(\mathbf{x}(t_e), t_e) + \int_{t_0}^{t_e} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (4.1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t); \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (\text{Zustands-Dgl. und Anfangsbedingungen}) \quad (4.2)$$

$$g(\mathbf{x}(t_e), t_e) = 0 \quad (\text{Endbedingungen}) \quad (4.3)$$

$$k_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \leq 0, i = 1, \dots, q \quad (\text{Ungleichungsbeschränkungen}) \quad (4.4)$$

Es gilt, das Gütefunktional  $J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t_e)$  zu minimieren, unter Einhaltung der Zustands-Differentialgleichungen und der Anfangsbedingungen. Endbedingungen zum Zeitpunkt  $t_e$  werden über  $g(\mathbf{x}(t_e), t_e)$  gefordert. Über die Ungleichungsbeschränkungen  $k_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$  können Begrenzungen der Eingangsgrößen oder Zustandsgrößen dargestellt werden. Bei der Wahl der Gütemaße hat man die Wahl zwischen:

- energie- bzw. verbrauchsoptimalen Gütemaßen,
- Gütemaßen mit Gewichtung von quadratischen Regelflächen,
- verlaufsoptimalen Gütemaßen und
- zeitoptimalen Gütemaßen.

Die erste Klasse der Gütemaße zielt auf eine möglichst effiziente Nutzung der Stellgröße ab. Mit der Gewichtung der Regelflächen kann ein Wunschverhalten der Ausgangstrajektorie erzielt werden. Ein Gütemaß, das auf einen gewünschten Verlauf der Trajektorie abzielt, wird verlaufsoptimales Gütemaß bezeichnet [27] (beispielsweise Bestrafung von unerwünschten Oszillationen). Wird die Endzeit darüber hinaus optimiert, ist die Wahl eines zeitoptimalen Gütemaßes sinnvoll. Die Gütemaße können kombiniert werden und werden im Allgemeinen als bestimmtes Integral, dessen Integrand von  $\mathbf{x}(t)$  und  $\mathbf{u}(t)$  abhängt, formuliert:

$$J = \int_{t_0}^{t_e} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (4.5)$$

$f_0$  stellt die jeweilige zu optimierende Funktion dar. Diese Form wird als Lagrangesches Gütemaß bezeichnet und erstreckt sich über den Steuerungszeitraum  $t_0$  bis  $t_e$ . Zusätzlich können sog. Mayersche Gütemaße verwendet werden, um das Endverhalten zu bewerten. Kombiniert ergibt sich das Bolzasche Gütemaß [27]

$$J = h(\mathbf{x}(t_e), t_e) + \int_{t_0}^{t_e} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt. \quad (4.6)$$

Das Optimierungsproblem, bei dem das Gütemaß unter Berücksichtigung von Differentialgleichungen als Nebenbedingungen minimiert wird, wird Lagrange-Problem genannt. Diese Strukturoptimierung eines dynamischen Systems ist nichts anderes als die Minimierung

eines Funktionals, was als Variationsproblem bezeichnet wird [76]. Dabei wird eine einparametrische Vergleichskurvenschar konstruiert und damit das Variationsproblem auf ein einfaches Extremalproblem zurückgeführt. So gelangt man zu den Euler-Lagrangeschen Differentialgleichungen bzw. der Hamilton-Gleichung [27]. Auch für restringierte Probleme lassen sich notwendige Optimalitätsbedingungen ableiten, das *Maximumsprinzip* bewiesen durch Pontrjagin [79].

Im Allgemeinen existieren drei unterschiedliche Arten zur Lösung von Optimalsteuerungsproblemen:

- Dynamische Programmierung
- Indirekte Methode
- Direkte Methode

Alle drei Verfahren werden im Folgenden kurz erläutert.

### 4.1.1 Dynamische Programmierung

Lösungsverfahren für Optimierungsaufgaben, die mit dem Optimalitätsprinzip von Bellman [11, 12] zusammenhängen, werden unter dem Begriff Dynamische Programmierung zusammengefasst. Das Bellman-Prinzip besagt, dass sich eine optimale Lösung aus optimalen Teillösungen zusammensetzt.

Ein weitverbreitetes Anwendungsgebiet für derartige Algorithmen ist die Klasse der *kombinatorischen Probleme* [76]. Dabei werden mehrstufige Entscheidungsprobleme behandelt, bei denen der Übergang von einem Zustand zum nächsten mit bestimmten Kosten verbunden ist. Es wird die Kombination gesucht, die von einem Anfangszustand zu einem definierten Endzustand mit den geringsten Kosten führt. Ein häufig beschriebenes Beispiel stellt dabei die Navigation in einem Straßennetz dar.

Viele Suchverfahren, wie z. B. Wert-Iteration, Dijkstra oder A\* basieren auf dem Bellmanschen Optimalitätsprinzip. In der Regelungstechnik findet die Methode weniger Anwendung, da mit wachsender Systemordnung der Bedarf an Speicherplatz und Rechenbedarf enorm ansteigt [27]. Jedoch lässt sich teilweise die Systemdynamik reduzieren und damit die Methode anwenden. Die dadurch gewonnene Lösung kann so als Startlösung für eine unterlagerte lokale Optimierung dienen.

### 4.1.2 Direkte Methoden

Die direkten Methoden basieren auf der Diskretisierung des Optimalsteuerungsproblems. Das diskretisierte Problem kann dadurch mit den Methoden der nichtlinearen Optimierung gelöst werden [76]. Dabei wird das dynamische Optimierungsproblem durch ein statisches Problem approximiert, für das geeignete numerische Lösungsverfahren bestehen (z. B. *Sequential Quadratic Programming* (SQP)-Verfahren). Im Gegensatz zu indirekten Verfahren berücksichtigen die direkten Methoden die notwendigen Optimalitätsbedingungen nicht explizit.

Bei der Diskretisierung von Optimalsteuerungsproblemen mit direkten Methoden werden drei Arten von Algorithmen unterschieden: direktes Einzelschießverfahren, direktes Mehrfachschießverfahren und direkte Kollokation [76].

Die Algorithmen der direkten Methode werden häufig für die Umsetzung von *Modellprädiktiven Regelungen* (MPC) verwendet [61]. Dabei wird das Optimierungsproblem zyklisch unter Rückführung der gemessenen Zustände gelöst und so der Regelkreis geschlossen. Der Vorteil dabei ist, dass das zukünftige Verhalten der Strecke und (nicht-lineare) Begrenzungen direkt berücksichtigt werden können. Nachteilig ist dabei allerdings der erhebliche Rechenaufwand und der nicht triviale Stabilitätsbeweis.

### 4.1.3 Indirekte Methoden

Die indirekten Methoden basieren auf der Variationsrechnung und lösen ein Randwertproblem [76]. Mittels Variationsrechnung wird indirekt auf die Extrema einer Funktion  $J$  (siehe (4.6)) geschlossen. Dies führt zur Hamilton-Funktion

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}(t), u(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = -f_0(\mathbf{x}(t), u(t), t) + \boldsymbol{\lambda}(t)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), u(t), t) \quad (4.7)$$

mit der adjungierten Variable  $\boldsymbol{\lambda}(t) \in \mathbb{R}^n$ . Daraus lassen sich die notwendigen Optimalitätsbedingungen 1. Ordnung im Intervall  $t_0 \leq t \leq t_e$  ableiten [27]

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), u(t), t) \quad (\text{Zustandsdifferentialgleichung}) \quad (4.8a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{adjungierte Differentialgleichung}) \quad (4.8b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (\text{Steuerungsgleichung}) \quad (4.8c)$$

mit den Randbedingungen:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \text{ und } \mathbf{x}(t_e) = \mathbf{x}_e \quad (4.9)$$

Falls der Endpunkt frei und damit Teil der Optimierung ist, kann dieser auf einer Zielmannigfaltigkeit (einer gewissen Punktmenge innerhalb des Zustandsraumes) definiert werden:

$$\mathbf{z}(\mathbf{x}(t_e)) = \mathbf{0} \quad (4.10)$$

In diesem Fall muss die optimale Lösung im Endpunkt der Transversalitätsbedingung

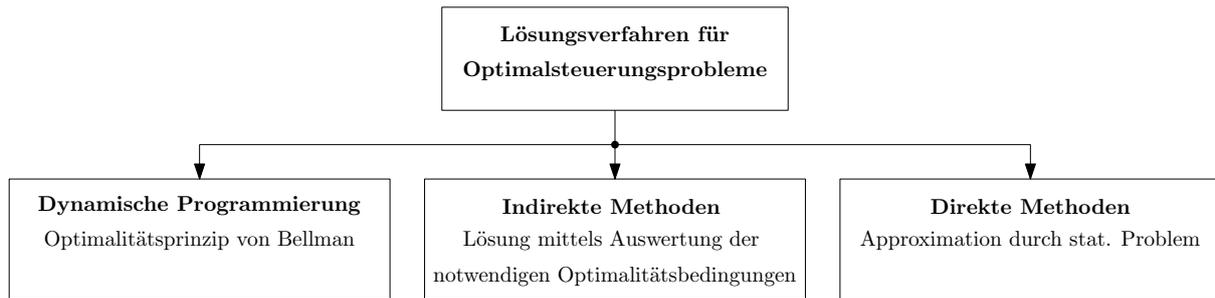
$$\left( \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right)_{t=t_e} + \boldsymbol{\lambda}(t_e) - \left( \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{t=t_e}^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \quad (4.11)$$

genügen. Falls der Endpunkt frei ist muss

$$\boldsymbol{\lambda}(t_e) = - \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{t=t_e} . \quad (4.12)$$

erfüllt werden.  $h(\mathbf{x}(t_e), t_e)$  entspricht dabei dem Mayer'sche Gütemaß, vgl. (4.6).

Die indirekten Methoden basieren auf der Auswertung der notwendigen Optimalitätsbedingungen. Damit ist es möglich, die resultierenden Bedingungen numerisch oder analytisch zu lösen (z. B. durch Lösen eines linearen oder nichtlinearen Gleichungssystems). Verglichen mit der direkten Methode, ist die Berücksichtigung von Gleichungsnebenbedingungen oder Ungleichungsnebenbedingungen erheblich schwieriger, indirekte Verfahren



**Abbildung 4.1:** Übersicht über Lösungsverfahren für Optimalsteuerungsprobleme.

liefern im Gegenzug sehr exakte Lösungen [75].

Abb. 4.1 zeigt zusammenfassend eine Übersicht der Verfahren mit ihrer grundlegenden Idee. Insbesondere die indirekte Methode findet im folgenden Entwurf der Trajektorienplanung Anwendung, während die direkte Methode als Referenzmethode verwendet wird. Das automatisierte Führen von Fahrzeugen wird dazu als Optimalsteuerungsproblem formuliert. Dabei gilt es diverse Gütekriterien, die z. B. Komfortaspekte berücksichtigen, zu betrachten. Die Kollisionsfreiheit mit umliegenden Verkehrsteilnehmern oder Objekten und die Einhaltung von Stellgrößenbegrenzungen wird als Nebenbedingungen formuliert.

## 4.2 Ableitung eines Konzepts zur Trajektorienplanung

Unabhängig vom verwendeten Optimierungsverfahren ist die Planung einer fahrbaren Trajektorie mit erheblichem Rechenaufwand verbunden. Die Realisierung stößt sehr schnell an die Grenzen der im Fahrzeug rechenbaren Umfänge. Aus diesem Grund sind für die Planung geeignete Maßnahmen zu treffen.

Wie in [103] vorgeschlagen, wird die Fahrbahn unter Anwendung der Frenet-Transformation in ein entkrümmtes Koordinatensystem überführt. Dies erleichtert die Berechnung der Trajektorien erheblich. Des Weiteren wird die Planungsaufgabe in zwei Teilprobleme unterteilt:

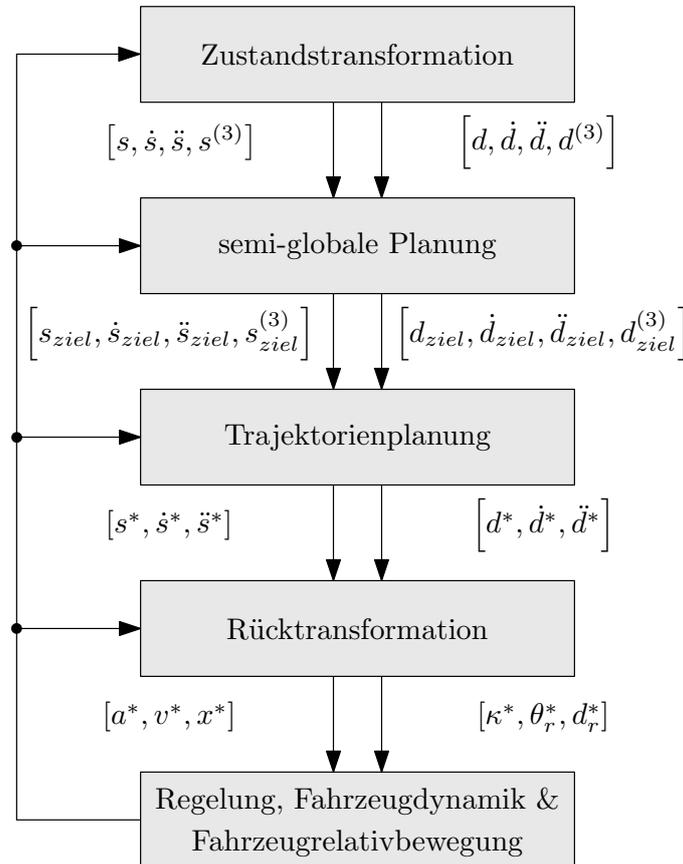
- die semi-globale Grobplanung und
- die lokale Feinplanung.

In der semi-globalen Planung wird basierend auf einfachen physikalischen Zusammenhängen geprüft, in welchem Zielbereich sich das Fahrzeug bewegen kann. Dabei wird als Optimierungsraum der gesamte, zur Verfügung stehende befahrbare Bereich betrachtet (z. B. mehrere Fahrspuren auf Autobahnen). Die semi-globale Planung liefert damit im Wesentlichen den Zielraum für die lokale Planung, welche letztendlich die abzufahrende Trajektorie bestimmt. Die lokale Planung bestimmt unter Berücksichtigung aller Randbedingungen die exakte Form der abzufahrenden Trajektorie.

## 4.2 Ableitung eines Konzepts zur Trajektorienplanung

Bei der lokalen Planung wird die dritte Maßnahme zur Reduzierung des Rechenaufwands durchgeführt, indem das resultierende Optimierungsproblem durch Betrachtung der vorliegenden Rahmenbedingungen weiter unterteilt wird.

Abb. 4.2 zeigt die Gesamtstruktur des Planungsalgorithmus. Im ersten Schritt wird mithilfe der Frenet-Transformation das Koordinatensystem entkrümmt. Die Fahrzeugposition

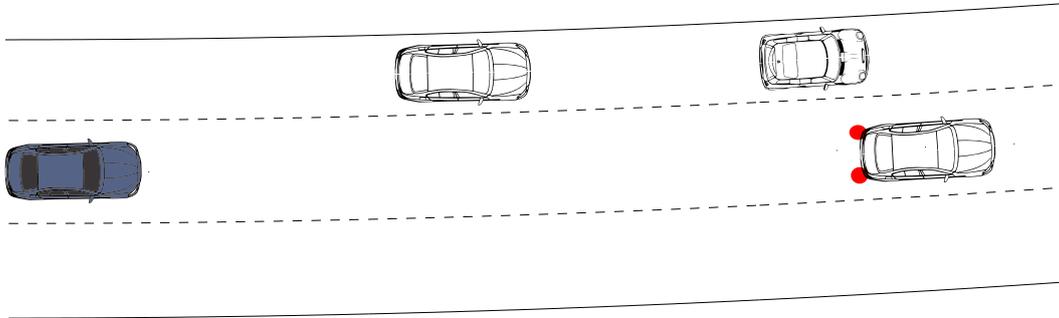


**Abbildung 4.2:** Übersicht über den gesamten Planungsalgorithmus.

wird dazu mit den Koordinaten  $d$  und  $s$  und den jeweiligen Zeitableitungen beschrieben. Die anschließende semi-globale Planung liefert der unterlagerten Trajektorienplanung den groben Zielbereich, der über  $d_{ziel}$  und  $s_{ziel}$  bzw. deren Zeitableitungen beschrieben wird. Die Trajektorienplanung selbst plant den Übergang von der aktuellen Fahrzeugposition zur Zielposition. Die berechnete Trajektorie wird mit  $s^*$  bzw.  $d^*$  und deren Zeitableitungen beschrieben. Im letzten Schritt wird diese Trajektorie zurück in das Fahrzeugkoordinatensystem transformiert, um die Größen an die unterlagerte Regelung zur Umsetzung weiterzugeben.  $a^*$  beschreibt dabei die geplante Beschleunigung,  $v^*$  die geplante Geschwindigkeit und  $x^*$  die geplante Längsposition. In Querrichtung beschreibt  $\kappa^*$  die geplante Krümmung,  $\theta_r^*$  den geplanten Kurswinkel relativ zur Fahrspur und  $d_r^*$  die geplante Querablage bezüglich der Fahrspur.

Das Prinzip der semi-globalen und lokalen Planung soll im Folgenden anhand eines Beispiels veranschaulicht werden. Abb. 4.3 zeigt eine beispielhafte Verkehrssituation: Das

Ego-Fahrzeug ist dabei in dunkel dargestellt. Dessen Vorderfahrzeug bremst plötzlich sehr stark ab. Die linke Spur ist durch zwei weitere Fremd-Fahrzeuge belegt. Auf der rechten Fahrspur bietet sich eine befahrbare Lücke. Anhand dieser Fahrsituation wird über den Rest des Kapitels hinweg der Planungsalgorithmus erläutert.



**Abbildung 4.3:** Beispielhafte Verkehrssituation auf gekrümmter Autobahn.

### 4.3 Zustandstransformation

Ziel ist die Optimierung der Fahrzeugbewegung entlang einer Straße. Dabei ist in der Regel nicht der Abstand zum Ursprung des weltfesten Koordinatensystems relevant, sondern die Fahrzeugposition relativ zur Straße. Wie in [104] gezeigt und bereits in Kapitel 3 erläutert, kann die Fahrzeugbewegung deshalb in Frenet-Koordinaten dargestellt werden. Das vereinfacht die Optimierung im Vergleich zur Berechnung in globalen Koordinaten erheblich. Dazu werden die Frenet-Koordinaten relativ zur Fahrspurmitte oder einer anderen Referenz (die von einem überlagerten Pfadplanungsalgorithmus stammen kann) beschrieben. Damit wird die Fahrzeugposition durch die Variablen  $d(t)$  in Querrichtung und  $s(t)$  in Längsrichtung beschrieben. Die Planung selbst findet damit nicht in kartesischen Koordinaten statt, sondern in Frenet-Koordinaten  $[s_r, d_r]$ . Die Fahrzeugposition wird damit durch die Variablen  $s(t)$  in Längsrichtung und  $d(t)$  in Querrichtung beschrieben.  $\dot{s}(t)$  und  $\dot{d}(t)$  beschreiben folglich die Längs- und Quergeschwindigkeit und  $\ddot{s}(t)$  und  $\ddot{d}(t)$  die Beschleunigungen. Sowohl die Fahrzeugeigenbewegung als auch die zu berücksichtigenden Verkehrsteilnehmer werden in diesem Koordinatensystem betrachtet. Anschaulich entspricht diese Transformation der Entkrümmung des Koordinatensystems und erlaubt so die getrennte Optimierung der Längs- und Querbewegung des Fahrzeugs. Die jeweiligen Formeln zur Transformation können im Anhang C nachgelesen werden.

### 4.4 Semi-globale Planung

Wie zuvor beschrieben ist die globale Optimierung der zu fahrenden Trajektorie im gesamten Lösungsraum unter Einhaltung aller Nebenbedingungen auf aktuellen Seriensteuergeräten nicht realisierbar. Zahlreiche Arbeiten betrachten das Problem deshalb diskret. Durch den kombinatorischen Charakter des Problems eignen sich auf dieser Ebene vor allem Algorithmen der dynamischen Programmierung. So kann, wie in [37] oder [110] gezeigt, das Problem mit der Suche in einem Zustandsgitter (*State-Lattice*) gelöst werden. Durch die hohe Anzahl an verschiedenen Kombinationen resultiert allerdings ein

erheblicher Rechenaufwand. Um dies zu vermeiden, wird deshalb folgendes Optimierungsverfahren vorgeschlagen, welches die Anzahl von rechenaufwendigen Kollisionsprüfungen reduziert. Ziel der semi-globalen Planung ist dabei die Einschränkung des Lösungsraums für die unterlagerte Feinplanung.

Zur Beschreibung der Position und Bewegung des eigenen Fahrzeugs und anderer Verkehrsteilnehmer werden vereinfachende Annahmen gemacht: Innerhalb der semi-globalen Planung wird dazu der Lösungsraum in Querrichtung stark diskretisiert, es werden nur die Fahrspurmitteln als Lösung der Optimierung betrachtet. Für die Zeit eines Spurwechsels werden beide Fahrspuren als belegt angenommen.

Die Longitudinal-Bewegung der Fremdfahrzeuge wird mit Annahme der für die Dauer  $t_{konst}$  konstant bleibenden, gemessenen Beschleunigung  $\ddot{s}_{obj,0}$  ausgehend von der gemessenen Anfangsgeschwindigkeit  $\dot{s}_{obj,0}$  und Anfangsposition  $s_{obj,0}$  mit

$$\dot{s}_{obj}(t) = \dot{s}_{obj,0} + \ddot{s}_{obj,0} \cdot t \text{ für } t < t_{konst} \quad (4.13)$$

bzw.

$$\dot{s}_{obj}(t) = \dot{s}_{obj,0} + \ddot{s}_{obj,0} \cdot t_{konst} \text{ für } t \geq t_{konst} \quad (4.14)$$

beschrieben. Entsprechend ergibt sich für die Position

$$s_{obj}(t) = s_{obj,0} + \dot{s}_{obj,0} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \ddot{s}_{obj,0} \cdot t^2 \text{ für } t < t_{konst} \quad (4.15)$$

bzw.

$$\begin{aligned} s_{obj}(t) &= s_{obj,0} + \dot{s}_{obj,0} \cdot t_{konst} + \frac{1}{2} \cdot \ddot{s}_{obj,0} \cdot t_{konst}^2 \\ &+ (\dot{s}_{obj,0} + \ddot{s}_{obj,0} \cdot t_{konst}) \cdot (t - t_{konst}) \text{ für } t \geq t_{konst}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Die Ego-Fahrzeug-Bewegung ergibt sich unter Annahme einer konstant bleibenden Beschleunigung zu

$$\dot{s}_{ego}(t) = \dot{s}_{ego,0} + \ddot{s}_{ego,0} \cdot t \quad (4.17)$$

bzw.

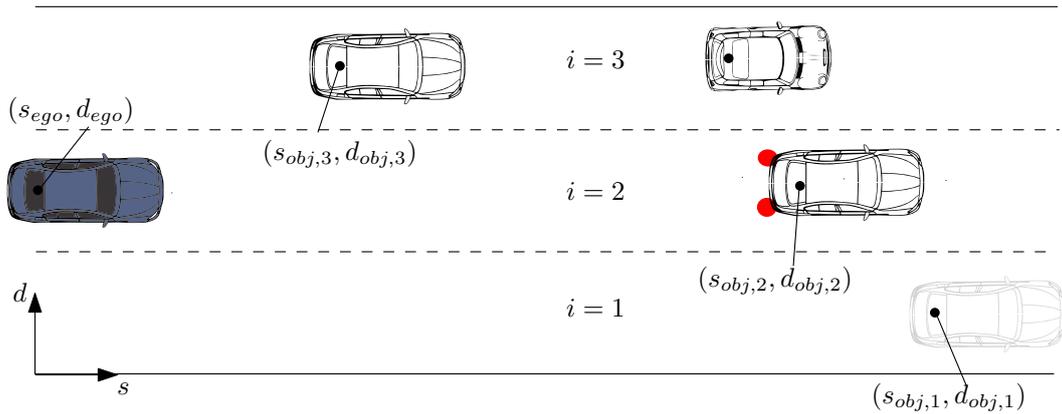
$$s_{ego}(t) = s_{ego,0} + \dot{s}_{ego,0} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \ddot{s}_{ego,0} \cdot t^2. \quad (4.18)$$

Der folgende Algorithmus wird für jede befahrbare Spur  $i \in \mathbb{N}$  durchgeführt. Zunächst wird für jede Spur das relevante Vorderfahrzeug bestimmt und aus der prädierten Trajektorie mit einem Abstandsgesetz die nötige Zieltrajektorie abgeleitet. Beispielsweise kann die im Straßenverkehr übliche 2s-Regel [63] verwendet und die Zieltrajektorie mit

$$s_{ziel,i}(t) = s_{obj,i}(t) - (s_{statisch} + t_{dynamisch} \cdot \dot{s}_{obj,i}(t)) \quad (4.19)$$

berechnet werden.  $s_{statisch}$  beschreibt dabei den einzuhaltenden Sicherheitsabstand im Stillstand und  $t_{dynamisch}$  die Zeitlücke.

Ist kein Vorderfahrzeug vorhanden, kann wie in [99] vorgeschlagen ein virtuelles *Phantomobjekt* am Rand des Erfassungsbereichs der Umfeldsensorik angenommen werden. Dieses Fahrzeug wird mit einer Worst-Case-Geschwindigkeit angenommen und ermöglicht so, sog. *Inevitable Collision States* (ICS) zu vermeiden. Diese Zustände beschreiben Situationen, in denen eine Kollision nicht mehr vermieden werden kann, egal welche Trajektorie



**Abbildung 4.4:** Entkrümmte Verkehrssituation.

geplant wird.

Abb. 4.4 veranschaulicht die Entkrümmung der Fahrbahn und die Eingangssignale der semi-globalen Planung anhand des bereits beschriebenen Beispiels aus Abb. 4.3. Da auf Spur 1 kein Fahrzeug vorhanden ist, wird ein Phantomobjekt auf dieser Spur angenommen (in hellgrau abgebildet). Die einzelnen Spuren werden mit dem Index  $i \in [1, 3]$  bezeichnet. Zunächst wird die Längsbewegung geprüft und diese anschließend mit einer Querbewegung überlagert. Für die Längsbewegung ist zu entscheiden, ob auf ein Vorderfahrzeug reagiert werden soll (Folgefahrt) oder ob auf die gegebene Wunschgeschwindigkeit geführt werden soll (Freifahrt). Die Wunschgeschwindigkeit  $\dot{s}_{wunsch}$  kann sich aus der Fahrervorgabe oder durch ein überlagertes FAS ergeben. Hierbei ist es sinnvoll, die zukünftige Straßenkrümmung  $\kappa_{ref}$  zu berücksichtigen und  $\dot{s}_{wunsch}$  gegebenenfalls zu begrenzen:

$$\dot{s}_{wunsch} = \min \left( \dot{s}_{wunsch}, \sqrt{\mu g \cdot 1 / \kappa_{ref}} \right) \quad (4.20)$$

Je nach Reibwert  $\mu$  ergibt sich eine maximale Kurvengrenzgeschwindigkeit. Alternativ kann statt  $\mu g$  eine maximale, komfortable Querbeschleunigung verwendet werden. Die Dauer, um auf das jeweilige Vorderfahrzeug aufzuschließen, ergibt sich aus der Betrachtung der Relativgeschwindigkeit und des Relativabstands. Dabei wird direkt die Zieltrajektorie nach (4.19) verwendet. Als Zielgeschwindigkeit der jeweiligen Spur  $\dot{s}_{ziel,i}(t)$  wird

$$\dot{s}_{ziel,i}(t) = \min(\dot{s}_{wunsch}, \dot{s}_{obj,i}(t)) \quad (4.21)$$

mit der Wunschgeschwindigkeit nach (4.20) definiert. Am Ende des Manövers (zur Zeit  $t_{e,s,i}$ ) soll die Differenzgeschwindigkeit abgebaut sein und es ergibt sich damit die Forderung

$$\dot{s}_{rel}(t = t_{e,s,i}) = \dot{s}_{ziel,i}(t = t_{e,s,i}) - \dot{s}_{ego}(t = t_{e,s,i}) \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.22)$$

Die Geschwindigkeit des Egofahrzeugs  $\dot{s}_{ego}(t)$  ergibt sich entsprechend (4.17). Für  $\ddot{s}_{ego,0}$  wird eine mittlere Verzögerung oder mittlere Beschleunigung  $\ddot{s}_{apx}$  betrachtet, je nachdem, ob die momentane Differenzgeschwindigkeit negativ oder positiv ist:

$$\ddot{s}_{apx} = \begin{cases} \ddot{s}_{max-} & \text{für } \dot{s}_{rel}(t_0) \leq 0 \\ \ddot{s}_{max+} & \text{für } \dot{s}_{rel}(t_0) > 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

Es wird eine mittlere Beschleunigung  $\ddot{s}_{max+}$  oder mittlere Verzögerung  $\ddot{s}_{max-}$  angenommen, da die unterlagerte Planung mit höherdimensionalen Polynomen plant und sich so ein anders ausgeprägter Verlauf ergibt. Damit ist es durch Auflösen von (4.22) möglich, die Manöverdauer  $t_{e,s,i}$  zu berechnen. Dabei ist auf den Sonderfall zu achten, dass das Vorderfahrzeug während der Bremsung zum Stehen kommen könnte [70]. Ist der Wert negativ, ist das Manöver unmöglich und kann aus den Lösungskandidaten ausgeschlossen werden. Bei mehreren positiven Lösungen wird der betragsmäßig kleinste Wert gewählt. Der nötige Abstand für das Manöver ergibt sich durch Einsetzen der berechneten Manöverdauer in die Gleichung des Differenzabstandes

$$s_{rel}(t = t_{e,s,i}) = s_{ziel,i}(t) - s_{ego}(t). \quad (4.24)$$

Eine Längsreaktion auf das betrachtete Objekt durch eine Verzögerung oder Beschleunigung ist somit erst nötig, wenn diese Gleichung zu Null wird oder der Sicherheitsabstand zum Vorderfahrzeug aktuell unterschritten wird. Dafür muss

$$s_{rel}(t = 0) < 0 \quad (4.25)$$

gelten. In diesem Fall befindet sich das Fahrzeug damit im Folgefahrmodus.

Solange das Vorderfahrzeug für eine Folgefahrt noch zu weit entfernt ist oder falls kein Vorderfahrzeug vorhanden ist, wird auf die Wunschgeschwindigkeit  $\dot{s}_{wunsch}$  beschleunigt/verzögert, siehe (4.20). Um die Wunschgeschwindigkeit zu erreichen, ergibt sich die notwendige Manöverdauer zu:

$$t_{e,s,i} = \frac{|\dot{s}_{wunsch} - \dot{s}_{ego,0}|}{\ddot{s}_{apx}} \quad (4.26)$$

Auch hier wird wieder die mittlere Beschleunigung  $\ddot{s}_{apx}$  angenommen und je nachdem, ob verzögert oder beschleunigt werden soll, ein negativer oder positiver Wert gewählt:

$$\ddot{s}_{apx} = \begin{cases} \ddot{s}_{max-} & \text{für } \dot{s}_{wunsch} \leq \dot{s}_{ego,0} \\ \ddot{s}_{max+} & \text{für } \dot{s}_{wunsch} > \dot{s}_{ego,0}. \end{cases} \quad (4.27)$$

Entspricht die aktuelle betrachtete Spur  $i$  nicht der aktuellen Fahrspur, muss die berechnete Längsbewegung mit der Querbewegung des Spurwechsels überlagert werden. Für einen Spurwechsel auf die Spur  $i$  ergibt sich die Zeit durch

$$t_{e,d,i} = \sqrt{\frac{2 \cdot |d_i - d_{ego,0}|}{\ddot{d}_{apx}}}. \quad (4.28)$$

Dabei entspricht  $d_i$  der Zielquerablage der ausgewählten Zielspur,  $d_{ego,0}$  der gemessenen Querablage und  $\ddot{d}_{apx}$  der gewünschten mittleren Querbewegung. Hierbei muss ein eventuell von hinten kommendes Fahrzeug berücksichtigt werden und anhand eines einfachen Abstandsgesetzes (z. B. (4.19)) geprüft werden, ob der Spurwechsel möglich ist. Auch hier kann wieder ein Phantomobjekt angenommen werden.

Dieses Vorgehen wird für alle vom überlagerten FAS freigegebenen Spuren durchgeführt. Die Auswahl des optimalen Manövers erfolgt schließlich anhand des Kostenfunktionalis

$$J_{spp,i} = k_{spur}(i_{ziel} - i)^2 + k_v(\dot{s}_{wunsch} - \dot{s}_{ziel,i})^2 \quad (4.29)$$

## 4 Trajektorienplanung

---

und erlaubt so eine Gewichtung zwischen Abweichungen von der Zielgeschwindigkeit  $\dot{s}_{wunsch}$  und Abweichungen von der Zielspur  $i_{ziel}$ .  $k_{spur}$  ist dabei der Gewichtungsfaktor für die Abweichung zwischen Zielspur und gewählter Spur und  $k_v$  der Gewichtungsfaktor für Abweichungen zwischen der Zielgeschwindigkeit und gewählter Geschwindigkeit  $\dot{s}_{ziel,i}$ . Nicht mögliche Manöver (mit negativen Zielzeiten) werden nicht betrachtet. Findet sich kein mögliches Manöver, kann der Algorithmus mit erhöhten Beschleunigungen/Verzögerungen erneut ausgeführt werden, um Sicherheitsmanöver zu bewerten oder ein Notfallmanöver zu initiieren.

Zusammengefasst besteht das Vorgehen aus folgenden Teilschritten:

1. Bestimmung des Vorder- und Hinterfahrzeugs je Spur  $i$ . Falls kein Fahrzeug vorhanden, Annahme eines Phantomfahrzeugs am Rand der Horizontwahrnehmung, um ICS zu vermeiden.
2. Bestimmung der Zieltrajektorien aus den prädizierten Fahrzeugtrajektorien mit dem Abstandsgesetz (4.19).
3. Berechnung der Manöverdauern  $t_{e,s,i}$  und  $t_{e,d,i}$  mit maximal erlaubten Beschleunigungen/Verzögerungen in Längs- und Querrichtung.
4. Bewertung der einzelnen Trajektorien mit dem Gütefunktional (4.29).
5. Auswahl der günstigsten Trajektorie.
6. Falls keine gültige Trajektorie bestimmt werden kann, Wiederholung mit Notfallbeschleunigungen oder Initiierung eines Notfallmanövers.
7. Definition des Zielbereichs.

Das im Sinne des Kostenfunktionals günstigste Manöver wird an die unterlagerte lokale Planung (siehe Abschnitt 4.5) weitergegeben. Das einzuhaltende Zeitintervall in Längsrichtung wird dabei mit

$$\mathbf{t}_{ziel,s} = [t_{min,s}, \dots, t_{e,s,i_{opt}}, \dots, t_{max,s}]^T \quad (4.30)$$

und in Querrichtung mit

$$\mathbf{t}_{ziel,d} = [t_{min,d}, \dots, t_{e,d,i_{opt}}, \dots, t_{max,d}]^T \quad (4.31)$$

definiert. Da aufgrund der niedrigen Polynomordnung das Manöver nur einer Abschätzung entspricht, werden um den gewählten Bereich verschiedene Ziellösungen gerastert. In Querrichtung wird um die Querablage der optimalen Spur  $i_{opt}$  mit

$$\mathbf{d}_{ziel} = [d_{min}, \dots, d_{i_{opt}}, \dots, d_{max}]^T \quad (4.32)$$

gerastert. Die Zeitableitungen  $\dot{d}_{ziel}$  und  $\ddot{d}_{ziel}$  werden zu Null gesetzt, da sich das Fahrzeug am Ende des Manövers parallel zur Fahrspur bewegen soll. In Längsrichtung wird

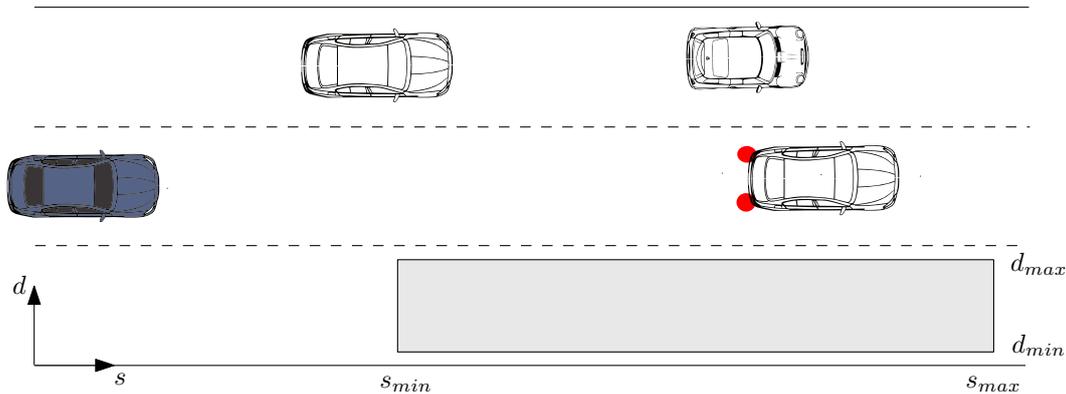
$$\mathbf{s}_{ziel}(t) = [s_{min}(t), \dots, s_{ziel,i_{opt}}(t), \dots, s_{max}(t)]^T \quad (4.33)$$

sowie

$$\dot{s}_{ziel}(t) = [\dot{s}_{min}(t), \dots, \dot{s}_{ziel,iopt}(t), \dots, \dot{s}_{max}(t)]^T. \quad (4.34)$$

mit  $t \in \mathbf{t}_{ziel,s}$  berechnet. Der berechnete Lösungsbereich wird der unterlagerten lokalen Trajektorienplanung zur Planung der fahrbaren Trajektorie übergeben.

Abb. 4.5 veranschaulicht den berechneten Zielbereich am bereits zuvor beschriebenen Beispiel. Angewandt auf dieses Beispiel, kann durch die semi-globale Planung der Lösungs-



**Abbildung 4.5:** Ergebnis der semi-globalen Planung am zuvor beschriebenen Beispiel.

raum bereits von vornherein auf die aktuelle Fahrspur und die rechte Fahrspur beschränkt werden und so die unnötige Berechnung von Trajektorien auf die linke Fahrspur vermieden werden.

Durch Berücksichtigung der maximal möglichen Beschleunigungen kann darüber hinaus der zeitliche Horizont der Trajektorien abgeschätzt werden. Trajektorien, die innerhalb kürzester Zeit große Differenzgeschwindigkeiten auf- oder abbauen müssen, können ebenso wie Spurwechsel in zu kurzen Zeitintervallen ausgeschlossen werden. Damit ergibt sich in dem beschriebenen Beispiel als Lösung ein Spurwechsel auf die rechte Nachbarspur (siehe Abb. 4.5). Die Berechnung des tatsächlichen Verlaufs der Fahrzeugzustandsgrößen, um diesen Bereich zu erreichen, ist Ziel des nächsten Abschnitts.

## 4.5 Lokale Trajektorienplanung

Die semi-globale Planung liefert nur den Zielbereich und einen sehr groben Verlauf der Trajektorien. Diese repräsentieren keinen ausreichend differenzierbaren Verlauf und können der unterlagerten Regelung deshalb nicht direkt weitergegeben werden. Aus diesem Grund übernimmt die lokale Trajektorienplanung die Feinplanung und definiert so die Trajektorie, die das Fahrzeug abfahren soll. Hierbei muss sichergestellt werden, dass die berechnete Trajektorie unter den gegebenen Randbedingungen fahrbar ist. Dazu müssen fahrdynamische Begrenzungen berücksichtigt und die Kollisionsfreiheit mit umliegenden Hindernissen gewährleistet werden.

Die Bestimmung einer Trajektorie unter Berücksichtigung von physikalischen, technischen sowie komfortorientierten Randbedingungen resultiert in ein klassisches Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen. Dieses weist aufgrund von harten Randbedingungen

(fahrdynamische Begrenzungen, Aktuatorbegrenzungen und Kollisionsfreiheit) Gleichungs- wie Ungleichungsnebenbedingungen auf. Diese Tatsache macht die Lösung des Optimierungsproblems zu einem nicht trivialen Problem, vor allem dann wenn sich die Anzahl und Gestalt der Nebenbedingungen ändert. Dies tritt aufgrund der unterschiedlichen Anforderungen von zu bedienenden, überlagerten FAS auf. Zur Sicherstellung der Konvergenz der Optimierung und zur Bestimmung des globalen Optimums ist die Konvexität des Optimierungsproblems nachzuweisen, was aufgrund der vorliegenden Nebenbedingungen nicht immer gewährleistet werden kann. Um dennoch das globale Optimum zu finden, müsste somit die Optimierung mit unterschiedlichen Initialbedingungen durchgeführt werden, um letztendlich das beste Ergebnis zu erreichen. Des Weiteren ist bei Anwendung eines Optimierungsalgorithmus die maximale Anzahl an Iterationen und damit die erforderliche Rechenzeit sehr schwer abzuschätzen, was für ein Seriensteuergerät zu schwerwiegenden Problemen führen kann. Aus diesen Gründen wird im Folgenden eine alternative Lösung des Optimierungsproblems herangezogen, welche die Struktur des gesamten Problems und das Wissen über die Beschränktheit der möglichen Lösungen ausnutzt. Damit kann eine erhebliche Reduktion des Rechenaufwands erreicht werden.

Bei der Ermittlung eines geeigneten Verfahrens zur Bestimmung einer optimalen Trajektorie muss beachtet werden, dass die Trajektorie eine Reihe von systembedingten Anforderungen erfüllen muss. Um diese zu veranschaulichen, soll zunächst ein optimaler Spurwechsel untersucht werden und daraus die Anforderungen an die Trajektorienplanung abgeleitet werden.

### 4.5.1 Ableitung der Anforderungen an die Trajektorienplanung

Da Rechenzeit hierfür zunächst unerheblich ist, wird ein Optimierungsalgorithmus basierend auf der direkten Methode verwendet. Als Streckenmodell dient das im Anhang A beschriebene nichtlineare Fahrzeugmodell und damit werden optimale Spurwechsel-Trajektorien berechnet. Der Algorithmus wird ausführlich im Anhang B vorgestellt.

Es wird angenommen, dass das Fahrzeug mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 km/h fährt. Dem Optimierungsalgorithmus wird als Ziel vorgegeben 3.5 m Querablage aufzubauen, was einer gewöhnlichen Fahrspurweite entspricht [28]. Im Kostenfunktional der Optimierung wird die Endzeit  $t_e$  und das Integral über den Querruck  $\ddot{d}(t)$  des Manövers gewichtet

$$J = \int_{t_0}^{t_e} (\ddot{d}(t))^2 dt + k_t t_e. \quad (4.35)$$

Das Gütefunktional zielt damit auf die Minimierung des Querrucks  $\ddot{d}(t)$  und der Trajektoriendauer  $t_e$  ab. Der Querruck (die Ableitung der Querbeschleunigung) entspricht dabei einem Maß, das den Komfort des Manövers ausprägt. Als Ergebnis der Optimierung stellen sich die in Abb. 4.6 dargestellten Verläufe ein. Dabei ist zu sehen, dass sich die Querbeschleunigung  $\ddot{d}$  des Fahrzeugs nicht sprunghaft aufbaut, sondern mit einem weichen Verlauf beginnt und endet. Dies ist auf das verwendete Fahrzeugmodell zurückzuführen: Durch die Berücksichtigung der Reifendynamik und Dynamik der Aktuatorik können sprunghafte Beschleunigungsänderungen nicht abgebildet werden und somit er-

gibt sich ein weiches Übergangsverhalten<sup>1</sup>. Aus diesem Grund muss in der Trajektorienplanung darauf geachtet werden, dass die Trajektorienverläufe ausreichend glatt sind, damit die unterlagerte Regelung den Vorgaben folgen kann.

Folgenden Anforderungen müssen von der Trajektorie damit erfüllt werden:

- Die Anfangsbedingungen müssen erfüllt werden.
- Die Trajektorie muss die Systemdifferentialgleichungen erfüllen (Systemordnung der unterlagerten Regelung, der Aktuatorik und des Fahrzeugs) und damit Glattheitsanforderungen genügen.
- Einhaltung von Stellgrößen- und Systemzustandsbeschränkungen (z. B. maximale Quer- oder Längsbeschleunigung).
- Bedingungen an die Zustandsgrößen am Trajektorienende müssen eingehalten werden.
- Die Kollisionsfreiheit der geplanten Trajektorie mit umliegenden Objekten ist sicherzustellen.
- Die einfache Einstellbarkeit der Dynamik der Trajektorie muss ermöglicht werden, um verschiedene Typen von FAS (von Komfort- bis Sicherheitssystemen) bedienen zu können.

Aus diesen Anforderungen lassen sich die möglichen Grundformen der Trajektorien ableiten. Wie in den nächsten Abschnitten gezeigt, stellen Polynome 7. Ordnung, berechnet durch die indirekte Methode, eine geeignete Wahl dar.

Algorithmen, basierend auf der direkten Methode, bieten sich grundsätzlich besser für die Optimierung der Fahrzeugtrajektorien an, da sämtliche Randbedingungen und komplexe Dynamikmodelle berücksichtigt werden können. Die Rechenleistung heutiger Seriensteuergeräte verbietet allerdings den Einsatz der nicht-linearen Optimierungsmethoden. Des Weiteren ist der Konvergenzbeweis ein nicht triviales Problem.

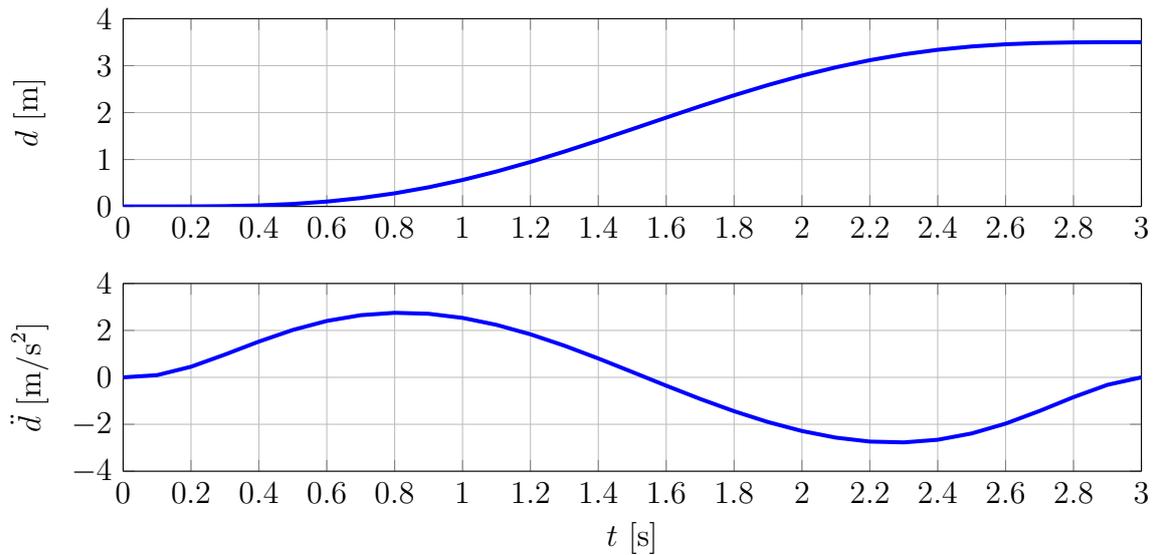
Damit der Optimierungsalgorithmus auf einem Seriensteuergerät umgesetzt werden kann, wird deshalb ein Algorithmus der indirekten Methode und ein stark abstrahiertes Fahrzeugmodell verwendet. Der Algorithmus wird in den folgenden Abschnitten eingehend erläutert.

### 4.5.2 Trajektorienplanung mit indirekter Methode

Wie bereits dargestellt, wird auch innerhalb der Trajektorienplanung die Fahrzeugbewegung in Frenet-Koordinaten  $d(t)$  und  $s(t)$  beschrieben. Darüber hinaus wird die Fahrzeugdynamik zunächst vernachlässigt. Damit kann die Quer- und Längsbewegung des

---

<sup>1</sup>Beim Verwendung eines gewöhnlichen Einspurmodells 2. Ordnung (ohne Einlaufdynamik der Reifen und ohne Aktuatordynamik) als Fahrzeugmodell ergibt sich ein Durchgriff vom Systemeingang Lenkwinkel zum Ausgang Querbeschleunigung. Damit würden ein steilerer Beschleunigungsauf- und abbau resultieren. Durch die verzögernde Wirkung der Reifen und der Aktuatorik ist so ein Verlauf in der Realität allerdings nicht darstellbar. In Längsrichtung ergibt sich ein ähnliches Verhalten.



**Abbildung 4.6:** Optimierungsergebnis einer Ruck-Zeit-optimalen Spurwechseltrajektorie.

Fahrzeugs, wie in [104] gezeigt, durch zwei über Restriktionen verkoppelte Integratorsysteme beschrieben werden. Damit aber ausreichend weiche Trajektorien geplant werden können, wird im Gegensatz zu [104] ein System 4. Ordnung als Ersatzsystem verwendet. Somit lässt sich ein Optimalsteuerproblem mit Ausgang  $d(t) = x_1(t)$  bzw.  $s(t) = x_1(t)$  eines Integratorsystems beschreiben. Als (virtueller) Eingang  $u$  wird die Ableitung des Rucks  $x_1^{(4)}(t)$  definiert. Damit können, wie im Folgenden gezeigt, Polynome 7. Ordnung als Ansatz verwendet werden:

$$x(t) = c_0 + c_1 t + \dots + c_7 t^7. \quad (4.36)$$

Das folgende Vorgehen zum Beweis entspricht dabei einem Standardvorgehen entsprechend [27].

Die Systemdynamik wird durch

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), u(t), t) \quad (4.37)$$

mit  $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]$  beschrieben.

Das Optimalsteuerproblem wird zunächst wie in [104] als unrestringiertes Problem betrachtet, d. h. Nebenbedingungen wie Kollisionsfreiheit oder Stellgrößenbegrenzungen werden nicht direkt in der Optimierung berücksichtigt. Dies vereinfacht den Entwurf erheblich und ist gerechtfertigt, da diese in den meisten Situationen ohnehin nicht aktiv sind: Die überlagerte semi-globale Planung sollte bereits für Kollisionsfreiheit sorgen und einen Zielbereich wählen, in dem die Stellgrößenbegrenzungen nicht wirken. Um die Einhaltung (beispielsweise bei falschen Annahmen in der überlagerten Schicht) dennoch zu gewährleisten, wird die Überprüfung der Einhaltung der Restriktionen nachgelagert an die eigentliche Optimierung durchgeführt.

Als Gütefunktional wird

$$J = h(\mathbf{x}(t_e), t_e) + \int_{t_0}^{t_e} f_0(\mathbf{x}(t), u(t), t) dt \quad (4.38)$$

mit

$$f_0(\mathbf{x}(t), u(t), t) = \frac{1}{2}u^2(t) \quad (4.39)$$

gewählt. Die Hamilton-Funktion (4.7)

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}(t), u(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = -f_0(\mathbf{x}(t), u(t), t) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), u(t), t) \quad (4.40)$$

$$= -\frac{1}{2}u^2 + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_3 + \lambda_3 x_4 + \lambda_4 u \quad (4.41)$$

und die Steuerungsgleichung (4.8c) liefern

$$u = \lambda_4. \quad (4.42)$$

Mittels der adjungierten Differentialgleichung (4.8b) ergibt sich

$$\begin{pmatrix} \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \\ \dot{\lambda}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda_1 \\ -\lambda_2 \\ -\lambda_3 \end{pmatrix}. \quad (4.43)$$

Dies kann mit  $\lambda_4 = u = \dot{x}_4$  zu

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \lambda_4 \\ \lambda_3 \\ \lambda_2 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 & t^4 & t^5 & t^6 & t^7 \\ 0 & 1 & 2t & 3t^2 & 4t^3 & 5t^4 & 6t^5 & 7t^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6t & 12t^2 & 20t^3 & 30t^4 & 42t^5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24t & 60t^2 & 120t^3 & 210t^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 120t & 360t^2 & 840t^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -120 & -720t & -2520t^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 720 & 5040t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5040 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

zusammengefasst werden und wiederum zu

$$\mathbf{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \\ 0 & 1 & 2t & 3t^2 \\ 0 & 0 & 2 & 6t \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{M}_1(t)} \mathbf{c}_{0123} + \underbrace{\begin{bmatrix} t^4 & t^5 & t^6 & t^7 \\ 4t^3 & 5t^4 & 6t^5 & 7t^6 \\ 12t^2 & 20t^3 & 30t^4 & 42t^5 \\ 24t & 60t^2 & 120t^3 & 210t^4 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{M}_2(t)} \mathbf{c}_{4567} \quad (4.45)$$

umgeformt werden. Die Parameter  $\mathbf{c}_{0123}^T = [c_0, \dots, c_3]$  berechnen sich aus den Anfangsbedingungen

$$\mathbf{c}_{0123} = \mathbf{M}_1^{-1}(0) \mathbf{x}_0 \quad (4.46)$$

und die Parameter  $\mathbf{c}_{4567}^T = [c_4, \dots, c_7]$  aus dem noch zu bestimmenden Endzustand

$$\mathbf{c}_{4567} = \mathbf{M}_2^{-1}(t_e) (\mathbf{x}(t_e) - \mathbf{M}_1(t_e) \mathbf{c}_{0123}). \quad (4.47)$$

## 4 Trajektorienplanung

Das Optimierungsproblem besteht nun darin, sowohl die Endzeit  $t_e$  als auch den Endzustand  $\mathbf{x}(t_e)$  zu bestimmen.

Analog zu [104] wird der Endzustand relativ zu einer Zieltrajektorie  $x_{ziel}(t)$  beschrieben und Lösungen die parallel zu dieser Zieltrajektorie führen ebenfalls zugelassen. Die entstehenden Abweichungen von dieser Trajektorie werden im Kostenfunktional über den zusätzlichen Term

$$h(\mathbf{x}(t_e), t_e) = k_t t_e + \frac{1}{2} k_x (x_1(t_e) - x_{ziel}(t_e))^2 \quad (4.48)$$

gewichtet. Da die Endzeit frei und der Endpunkt  $\mathbf{x}(t_e)$  damit weder fest noch völlig frei ist und somit auf einer Zielmannigfaltigkeit bezüglich der Zieltrajektorie liegt, gilt die Transversalitätsbedingung

$$\left( \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right)_{t=t_e} + \boldsymbol{\lambda}(t_e) - \left( \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{t=t_e}^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}. \quad (4.49)$$

Die 1., 2. und 3. Ableitung der Lösung sollen dabei der Referenztrajektorie entsprechen und damit gilt

$$\mathbf{z}(\mathbf{x}(t_e)) = \begin{pmatrix} x_2(t) - \dot{x}_{ziel}(t) \\ x_3(t) - \ddot{x}_{ziel}(t) \\ x_4(t) - x_{ziel}^{(3)}(t) \end{pmatrix}_{t_e} = \mathbf{0}. \quad (4.50)$$

Damit ergibt sich folgende notwendige Bedingung

$$\begin{bmatrix} k_x (x_1(t_e) - x_{ziel}(t_e)) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1(t_e) \\ \lambda_2(t_e) \\ \lambda_3(t_e) \\ \lambda_4(t_e) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (4.51)$$

Die erste Zeile liefert

$$(x_1(t_e) - x_{ziel}(t_e)) = -\frac{1}{k_x} \lambda_1(t_e) = \frac{5040}{k_x} c_7. \quad (4.52)$$

und damit ergibt sich der Endzustand zu

$$\mathbf{x}(t_e) = \mathbf{x}_{ziel}(t_e) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{5040}{k_x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{c}_{4567}. \quad (4.53)$$

mit  $\mathbf{x}_{ziel}(t_e) = [x_{ziel}(t_e), \dot{x}_{ziel}(t_e), \ddot{x}_{ziel}(t_e), x_{ziel}^{(3)}(t_e)]^T$ .

Damit und mit (4.47) ergibt sich

$$\mathbf{M}_2(t_e) \mathbf{c}_{4567} = \mathbf{x}_{ziel}(t_e) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{5040}{k_x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{c}_{4567} - \mathbf{M}_1(t_e) \mathbf{c}_{0123} \quad (4.54)$$

und schließlich

$$\mathbf{c}_{4567} = \mathbf{M}_3(t_e)^{-1} (\mathbf{x}_{ziel}(t_e) - \mathbf{M}_1(t_e) \mathbf{c}_{0123}) \quad (4.55)$$

mit

$$\mathbf{M}_3(t_e) = \mathbf{M}_2(t_e) - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{5040}{k_x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.56)$$

Da die Endzeit frei ist, gilt außerdem

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}(t_e), \boldsymbol{\lambda}(t_e), u(t_e), t_e) - \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_{t_e} = 0. \quad (4.57)$$

Mit

$$\left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_{t_e} = (k_t + k_x(x_1(t) - x_{ziel}(t))) \underbrace{(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_{ziel}(t))}_{=z_1=0} \Big|_{t_e} = k_t \quad (4.58)$$

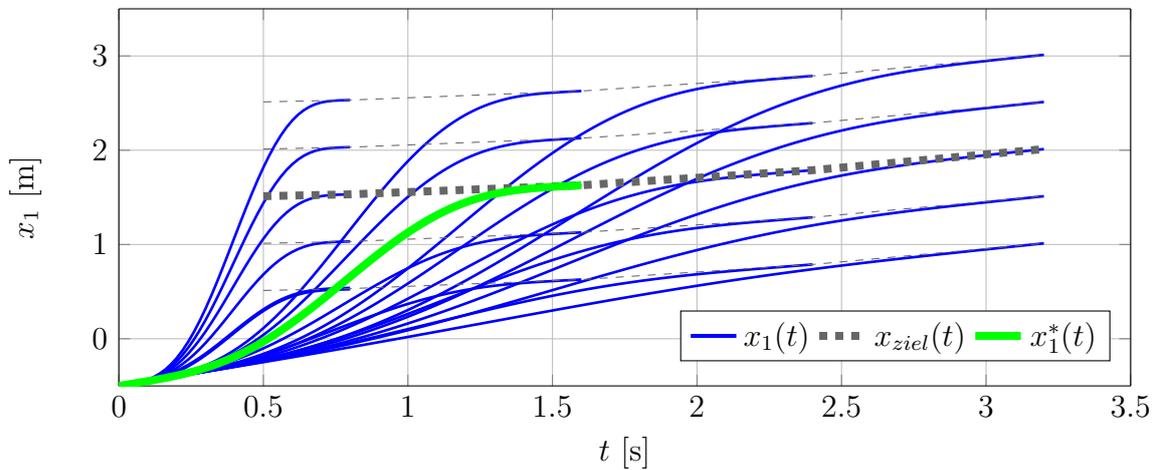
und (4.56) ergibt sich letztendlich

$$-\frac{1}{2}u^2(t_e) + \lambda_1(t_e)x_2(t_e) + \lambda_2(t_e)x_3(t_e) + \lambda_3(t_e)x_4(t_e) + \lambda_4(t_e)u(t_e) - k_t =$$

$$\frac{1}{2}\lambda_4^2(t_e) + \lambda_1(t_e)\dot{x}_{ziel}(t_e) + \lambda_2(t_e)\ddot{x}_{ziel}(t_e) + \lambda_3(t_e)\dddot{x}_{ziel}(t_e) - k_t = 0. \quad (4.59)$$

Diese Gleichung stellt ein Polynom der Endzeit  $t_e$  dar. Die Nullstellen beschreiben die optimale Dauer für das Manöver. Diese können numerisch bestimmt werden.

Anstatt (4.59) zu lösen, wird, da die Nebenbedingungen an die Trajektorie noch nicht berücksichtigt worden sind, wie in [105] beschrieben, eine Schar von Trajektorien im diskreten Raum berechnet und anhand des Kostenfunktional (4.38) verglichen. Abb. 4.7



**Abbildung 4.7:** Prinzip der Rasterung nach [105]: Blau die geplanten Trajektorien, grün die optimale im Sinne des Kostenfunktional und grau die Zielzustände.

veranschaulicht das Vorgehen an einem Beispiel. Die dicke, grau gestrichelte Linie stellt dabei die zu erreichende Zieltrajektorie dar. Die dünneren grauen Linien sind die gerasterten parallelen, alternativen Zielzustände der Zielmannigfaltigkeit. Die blauen Linien entsprechen den berechneten Trajektorien, die zu den verschiedenen Zielzuständen führen und die grüne, fett gedruckte Linie entspricht der im Sinne des Kostenfunktional optimalen Trajektorie.

## 4 Trajektorienplanung

**Tabelle 4.1:** Übersicht der Polynomordnungen und deren Anwendung.

Polynomordnung	Trajektorie	Kostenfunktional
3	Beschleunigungs-Zeit-optimal	$J = \int_{t_0}^{t_e} \left(\frac{1}{2}\ddot{x}(t)\right)^2 dt + k_x (x(t_e) - x_{ziel}(t_e))^2 + k_t t_e$
5	Ruck-Zeit-optimal	$J = \int_{t_0}^{t_e} \left(\frac{1}{2}\ddot{\dot{x}}(t)\right)^2 dt + k_x (x(t_e) - x_{ziel}(t_e))^2 + k_t t_e$
7	Rückänderungs-Zeit-optimal	$J = \int_{t_0}^{t_e} \left(\frac{1}{2}x^{(4)}(t)\right)^2 dt + k_x (x(t_e) - x_{ziel}(t_e))^2 + k_t t_e$

Die jeweils notwendige Polynomordnung der optimalen Trajektorie ergibt sich aus der angenommenen Systemdynamik:

- Ein Integratorsystem 2. Ordnung führt zu Beschleunigungs-Zeit-optimalen Trajektorien,
- ein Integratorsystem 3. Ordnung führt zu Ruck-Zeit-optimalen Trajektorien [103] und
- ein Integratorsystem 4. Ordnung führt zur Rückänderung-Zeit-optimalen Trajektorien.

Die optimale Lösung stellt dabei beim System 2. Ordnung ein Polynom 3. Ordnung, beim System 3. Ordnung ein Polynom 5. Ordnung und beim System 4. Ordnung ein Polynom 7. Ordnung auf Positionsebene dar. Das zu verwendende Kostenfunktional muss die Beschleunigung, den Ruck bzw. die Rückänderung berücksichtigen. Tabelle 4.1 fasst diese Zusammenhänge nochmals zusammen.

Die Verwendung von Polynomen 7. Ordnung erlaubt gegenüber Polynomen 5. Ordnung, über die zwei zusätzlichen Freiheitsgrade Anforderungen an die 3. Ableitung der Anfangs- und Endbedingungen der Trajektorie zu stellen. Dies erweist sich insbesondere dann als Vorteil, wenn oft neugeplant werden muss (beispielsweise durch die Definition eines neuen Zielwertes durch die überlagerte Schicht), was bei Verwendung von Polynomen 5. Ordnung zu Unstetigkeiten im Ruck führt und damit für den Fahrer unangenehm spürbar ist. Darüber hinaus profitieren unterlagerte Regler von der zusätzlichen Glattheit der Trajektorie. Aus diesem Grund wird im Folgenden nur noch von Rückänderungs-Zeit-optimalen Trajektorien Gebrauch gemacht.

In manchen Situationen muss nicht eine festgelegte Zielposition  $x_{ziel}(t_e)$  erreicht werden, sondern lediglich eine bestimmte Zielgeschwindigkeit  $\dot{x}_{ziel}(t_e)$ . In diesem Fall wird die Rückänderungs-Zeit-optimale Trajektorie, die das System (4.37) von einem Anfangszustand  $\mathbf{x}_0$  zu einem Zielzustand  $\mathbf{x}_f$  mit offener Endposition führt, durch ein Polynom 6. Ordnung beschrieben. Der Beweis ist identisch zum vorherigen, nur dass die zusätzliche Transversalitätsbedingung  $\lambda_1 = -\frac{\partial h}{\partial x} = 0$  zu  $c_7 = 0$  führt [104]. Analog lässt sich zeigen, dass Polynome 5. Ordnung das System (4.37) von einem Anfangszustand zu einer

**Tabelle 4.2:** Übersicht der Polynomordnungen und deren Anwendung für Ruckänderungs-Zeitoptimale Trajektorien.

Polynomordnung	offener Zielzustand	Kostenfunktional
7	-	$J = \int_{t_0}^{t_e} \left(\frac{1}{2}x^{(4)}(t)\right)^2 dt + k_x (x(t_e) - x_{ziel}(t_e))^2 + k_t t_e$
6	$x_{ziel}(t_e)$	$J = \int_{t_0}^{t_e} \left(\frac{1}{2}x^{(4)}(t)\right)^2 dt + k_{\dot{x}} (\dot{x}(t_e) - \dot{x}_{ziel}(t_e))^2 + k_t t_e$
5	$x_{ziel}(t_e), \dot{x}_{ziel}(t_e)$	$J = \int_{t_0}^{t_e} \left(\frac{1}{2}x^{(4)}(t)\right)^2 dt + k_{\ddot{x}} (\ddot{x}(t_e) - \ddot{x}_{ziel}(t_e))^2 + k_t t_e$

definierten Endbeschleunigung  $\ddot{x}_{ziel}(t_e)$  und definiertem Endruck führen. Die Endposition und Endgeschwindigkeit können dann nicht mehr vorgegeben werden. Tabelle 4.2 fasst die verschiedenen Polynomordnungen mit ihren Anwendungen für Ruckänderungs-Zeitoptimale Trajektorien zusammen.

Die beschriebenen Polynomverläufe stellen die optimale Lösung dar, um das angenommene Ersatzsystem (4.37) vom Anfangszustand optimal im Sinne des Kostenfunktionals (4.38) in den Zielzustand überzuführen. Dies ist allerdings nur im unrestringierten Fall richtig. Um dennoch eine Lösung zu finden, die die Nebenbedingungen erfüllt, wird die im Sinne des Kostenfunktionals günstigste Trajektorie gewählt, die gleichzeitig die Nebenbedingungen erfüllt. Dies ist wie bereits erwähnt gerechtfertigt, da die überlagerte semi-globale Planung bereits für realisierbare Zielwerte sorgt.

Alternativ können die Nebenbedingungen direkt im Entwurf berücksichtigt werden. Dies ist aber im Normalfall nicht trivial und bei nicht bekannter oder sich ändernder Struktur der Nebenbedingungen mit den indirekten Methoden schwer umsetzbar. Bekannte Begrenzungen lassen sich dagegen mit moderatem Aufwand berücksichtigen.

Viele Restriktionen der Fahrzeugbewegung wirken als Begrenzung der umsetzbaren Beschleunigung. So wirkt beispielsweise die maximale Motorleistung im jeweiligen Betriebspunkt als Sättigung der maximal umsetzbaren Beschleunigung oder ein begrenzter Reibwert als Begrenzung der maximal umsetzbaren Beschleunigung oder Verzögerung. Die Beschleunigungsrestriktion stellt eine Zustandsbeschränkung der Form

$$k(\mathbf{x}(t)) = x_3 - \ddot{x}_{min} \geq 0 \text{ bzw. } k(\mathbf{x}(t)) = x_3 - \ddot{x}_{max} \leq 0 \quad (4.60)$$

dar und kann bei der Lösung des Optimalsteuerungsproblems berücksichtigt werden. So ist beispielsweise in [102] die Sättigung der maximalen Beschleunigung für ein ähnliches System berücksichtigt worden. Dabei erhält man unter Zuhilfenahme des Maximumsprinzip von Pontryagin und Berücksichtigung der Beschleunigungsrestriktion die optimale Trajektorienform für das angenommene Ersatzsystem. Angewandt auf das System (4.37), ergibt sich ein Beschleunigungsaufbau mit Polynomen 5. Ordnung, gefolgt vom Halten der Maximalbeschleunigung und einem abschließenden Beschleunigungsabbau. Abb. 4.8 veranschaulicht das anhand eines Beispiels. Angenommen wird eine Beschleunigungsre-

## 4 Trajektorienplanung

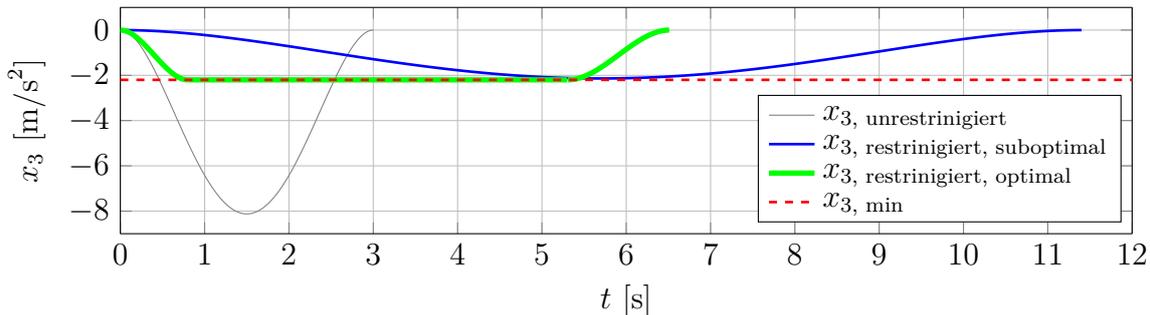
Restriktion von  $x_3 \geq x_{3,min} = -2.2 \text{ m/s}^2$ . Das Fahrzeug soll vom einem Anfangszustand

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

zum Endzustand

$$\mathbf{x}(t_e) = \mathbf{x}_e = \begin{pmatrix} * \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

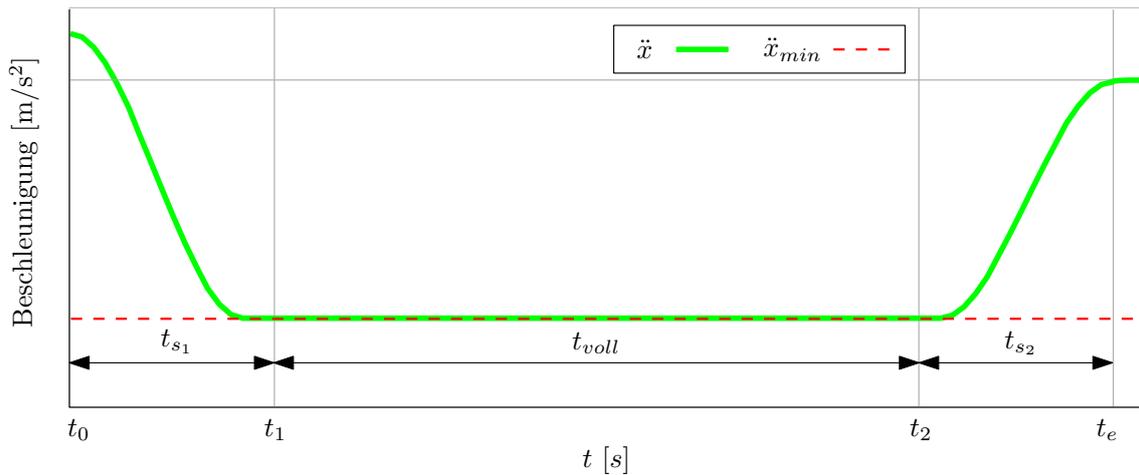
überführt werden. Es soll somit eine Differenzgeschwindigkeit von  $13 \text{ m/s}$  bei offener Endposition abgebaut werden. Abb. 4.8 zeigt die resultierenden Verläufe der Beschleunigung für die unrestringierte Bewegung und die restringierte Bewegung mit direkter und indirekter Berücksichtigung der Zustandsbeschränkung. Ohne Berücksichtigung der Restriktion ergibt sich eine sehr hohe Verzögerung und Verletzung der gegebenen Beschränkung. Wird die Beschränkung mit dem beschriebenen Vorgehen berücksichtigt, ergibt sich eine Trajektorie, die die Beschränkung kurzzeitig tangiert und damit sehr viel Zeit für das Manöver benötigt und damit eine suboptimale Lösung darstellt. Die optimale Lösung dagegen erhält man durch Halten der Verzögerung für eine gewisse Zeit (wie in grün dargestellt). Aus



**Abbildung 4.8:** Beispielhafte Verläufe der Beschleunigung für die unrestringierte Bewegung (grau), die restringierte Bewegung mit direkter (grün) und indirekter Berücksichtigung der Zustandsbeschränkung (blau). Die minimale Beschleunigung ist mit der rot-gestrichelten Linie dargestellt.

den bereits genannten Gründen ist eine nichtlineare Optimierung, die sämtliche Restriktionen aktiv berücksichtigt, im Seriensteuergerät allerdings nicht umsetzbar. Aus diesem Grund wird folgendes vereinfachtes Vorgehen vorgeschlagen, das optimale Trajektorien berechnet, die die Beschleunigungsrestriktion berücksichtigt.

Wie in Abschnitt 4.5.2 gezeigt, führen Polynome 5. Ordnung das angenommene Integratorsystem (4.37) von einem beliebigen Anfangszustand zu einer definierten Beschleunigung/Verzögerung bei offener Endposition und Endgeschwindigkeit. Um das Fahrzeug schnellstmöglich zu einer Referenzposition oder auf eine gegebene Referenzgeschwindigkeit zu bringen, muss die maximale Verzögerung/Beschleunigung des Fahrzeugs ausgenutzt werden. Die maximale Verzögerung/Beschleunigung ergibt sich dabei durch den Kamm'schen Kreis (siehe Kapitel 2) bzw. durch Aktuatorbegrenzungen oder Komfort-



**Abbildung 4.9:** Dreistufiger Beschleunigungsverlauf.

und Sicherheitsgrenzen des jeweiligen zu FAS. Diese Überlegungen motivieren zur Wahl folgenden dreistufigen Beschleunigungsverlaufs [82]:

- Aufbau der Maximalbeschleunigung/-verzögerung<sup>2</sup>,
- Halten der maximalen Beschleunigung und schließlich
- Abbau der Beschleunigung.

Abb. 4.9 zeigt den dreistufigen Beschleunigungsverlauf für einen Bremsvorgang. Dabei wird im ersten Zeitintervall mit der Schwelldauer  $t_{s_1}$  die Vollverzögerung  $\ddot{x}_{min}$  aufgebaut. Für die Dauer  $t_{voll}$  wird die Vollverzögerung aufrecht erhalten und schließlich über die Zeit  $t_{s_2}$  wieder abgebaut.

Wie bereits erwähnt, entspricht das erste Teilstück dem Beschleunigungsaufbau und hat damit nur das Ziel, eine Maximalbeschleunigung zu erreichen. Entsprechend den vorherigen Herleitungen, beschreiben Polynome 5. Ordnung diesen Verlauf optimal. Das Teilstück wird folglich über

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \boxed{=: \mathbf{M}_{11x}(t)} \\ 1 & t & t^2 & t^3 \\ 0 & 1 & 2t & 3t^2 \\ 0 & 0 & 2 & 6t \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ \boxed{=: \mathbf{M}_{11y}(t)} \end{bmatrix} \mathbf{c}_1 + \begin{bmatrix} \boxed{=: \mathbf{M}_{12x}(t)} \\ t^4 & t^5 \\ 4t^3 & 5t^4 \\ 12t^2 & 20t^3 \\ 24t & 60t^2 \\ \boxed{=: \mathbf{M}_{12y}(t)} \end{bmatrix} \mathbf{c}_2 = \mathbf{M}_{11}(t)\mathbf{c}_1 + \mathbf{M}_{12}(t)\mathbf{c}_2 \text{ für } t \in [t_0, t_1] \tag{4.63}$$

<sup>2</sup>Der Algorithmus kann sowohl zur Berechnung von Trajektorien, die die Maximalbeschleunigung als auch die Maximalverzögerung ausnutzen, verwendet werden. Der Einfachheit halber wird im Folgenden nur noch von Maximalbeschleunigung gesprochen.

## 4 Trajektorienplanung

beschrieben und gilt im Zeitintervall  $[t_0, t_1]$ .  $\mathbf{c}_1^T = [c_0, \dots, c_3]$  und  $\mathbf{c}_2^T = [c_3, c_4]$  sind die jeweiligen Polynomparameter. Der zweite Teil (für  $t \in ]t_1, t_2[$ ) ergibt sich durch das konstante Halten der Maximalbeschleunigung. Dafür ist ein Polynom 2. Ordnung ausreichend

$$\mathbf{x}(t) = \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} =: \mathbf{M}_{21x}(t) \\ \begin{array}{ccc} 1 & t & t^2 \\ 0 & 1 & 2t \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \\ =: \mathbf{M}_{21y}(t) \end{array}} \mathbf{c}_3 = \mathbf{M}_{21}(t)\mathbf{c}_3 \text{ für } t \in ]t_1, t_2[ \quad (4.64)$$

mit den Parametern  $\mathbf{c}_3^T = [c_6, c_7, c_8]$  Im dritten Teil ( $t \in [t_2, t_e]$ ) wird die Beschleunigung abgebaut. Hier hat man die Wahl zwischen Polynomen 7., 6. und 5. Ordnung je nachdem, ob eine Referenzposition, Referenzgeschwindigkeit oder Referenzbeschleunigung (mit den jeweiligen Zeitableitungen) erreicht werden soll. Wie später noch gezeigt, wird die verwendete Polynomform insbesondere zum Erreichen einer Referenzbeschleunigung verwendet, weshalb sich die folgenden Erläuterungen auf diesen Fall konzentrieren. Der dritte Teil der Trajektorie wird folglich über

$$\mathbf{x}(t) = \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} =: \mathbf{M}_{31x}(t) \\ \begin{array}{cccc} 1 & t & t^2 & t^3 \\ 0 & 1 & 2t & 3t^2 \\ 0 & 0 & 2 & 6t \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{array} \\ =: \mathbf{M}_{31y}(t) \end{array}} \mathbf{c}_4 + \begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} =: \mathbf{M}_{32x}(t) \\ \begin{array}{cc} t^4 & t^5 \\ 4t^3 & 5t^4 \\ 12t^2 & 20t^3 \\ 24t & 60t^2 \end{array} \\ =: \mathbf{M}_{32y}(t) \end{array}} \mathbf{c}_5 = \mathbf{M}_{31}(t)\mathbf{c}_4 + \mathbf{M}_{32}(t)\mathbf{c}_5 \text{ für } t \in [t_2, t_e] \quad (4.65)$$

mit  $\mathbf{c}_4^T = [c_9, \dots, c_{12}]$  und  $\mathbf{c}_5^T = [c_{13}, c_{14}]$  beschrieben. Die Parameter  $\mathbf{c}_1$  berechnen sich aus den vier Anfangsbedingungen durch den Anfangszustand  $\mathbf{x}_0$ , die Parameter  $\mathbf{c}_2$  aus den Übergangsbedingungen zum zweiten Segment. Hier wird nur gefordert, dass die Beschleunigung der Maximalbeschleunigung  $x_{3,max}$  entspricht und der Ruck 0 ist:

$$\begin{bmatrix} x_3(t_1) \\ x_4(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{3,max} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Da die Position und die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t_1$  offen sind, reicht es die unteren beiden Zeilen von (4.63) zu betrachten. Zusammen kann nach  $\mathbf{c}_1$  und  $\mathbf{c}_2$  aufgelöst werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}(t_0) & \mathbf{M}_{12}(t_0) \\ \mathbf{M}_{11y}(t_1) & \mathbf{M}_{12y}(t_1) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_0) \\ x_3(t_1) \\ x_4(t_1) \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

Die Parameter  $\mathbf{c}_3^T = [c_6, c_7, c_8]$  ergeben sich aus den Übergangsbedingungen vom ersten Teil der Trajektorie zum zweiten Teil:

$$\mathbf{M}_{11}(t_1)\mathbf{c}_1 + \mathbf{M}_{12}(t_1)\mathbf{c}_2 = \mathbf{M}_{21}(t_1)\mathbf{c}_3 \quad (4.68)$$

Hierbei sind nur die ersten drei Zeilen zu betrachten, sodass sich  $\mathbf{c}_3$  mit

$$\mathbf{c}_3 = \mathbf{M}_{21x}^{-1}(t_1) (\mathbf{M}_{11x}(t_1)\mathbf{c}_1 + \mathbf{M}_{12x}(t_1)\mathbf{c}_2) \quad (4.69)$$

berechnen lässt.

Die Übergangsbedingung vom zweiten zum dritten Segment liefert  $\mathbf{c}_4^T = [c_9, \dots, c_{12}]$ . Die verbleibenden Parameter  $\mathbf{c}_5^T = [c_{13}, c_{14}]$  ergeben sich schließlich aus der Forderung des Endzustands. Auch hier wird wie im ersten Segment nur die Beschleunigung und der Ruck vorgegeben. Zusammen lassen sich die Parameter mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}_4 \\ \mathbf{c}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{31}(t_2) & \mathbf{M}_{32}(t_2) \\ \mathbf{M}_{31y}(t_e) & \mathbf{M}_{32y}(t_e) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{21}(t_2)\mathbf{c}_3 \\ x_3(t_e) \\ x_4(t_e) \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

berechnen. Die Trajektorie weist somit den geforderten Beschleunigungsverlauf auf und die Parameter  $\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_5$  lassen sich aus den Anfangs- und Endbedingungen mit einer Kombination der freien Parameter  $t_{s_1}$ ,  $t_{s_2}$ ,  $t_{voll}$  und  $a_{max}$  berechnen. Die gesamte Zeit der Trajektorie ergibt sich zu

$$t_e = t_0 + t_{s_1} + t_{voll} + t_{s_2}. \quad (4.71)$$

Beim dritten Segment kann ebenso wie bei den Trajektorien der unrestringierten Bewegung nach dem zu erreichenden Zielzustand unterschieden werden und auf Polynome 7. Ordnung für die Erreichung einer Zielposition und Polynome 6. Ordnung für die Erreichung einer Zielgeschwindigkeit zurückgegriffen werden. Bei der Wahl der Polynome 5. Ordnung im dritten Segment wird wie beschrieben über die Randbedingungen nur die Zielbeschleunigung und der Zielruck vorgegeben. Für eine feste Wahl der freien Parameter  $t_{s_1}$ ,  $t_{s_2}$  und  $a_{max}$  kann  $t_{voll}$  allerdings so berechnet werden, dass sich eine gegebene Zielgeschwindigkeit  $\dot{x}_{ziel}$  einstellt. Am Ende des Manövers soll diese Geschwindigkeit erreicht sein. Dies führt zu der Bedingung

$$\dot{x}(t = t_e) \stackrel{!}{=} \dot{x}_{ziel}. \quad (4.72)$$

Der Geschwindigkeitsverlauf kann direkt aus dem Profil berechnet werden und ergibt sich mit (4.65) zu

$$\dot{x}(t = t_e) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2t_e & 3t_e^2 \end{bmatrix} \mathbf{c}_4 + \begin{bmatrix} 4t_e^3 & 5t_e^4 \end{bmatrix} \mathbf{c}_5. \quad (4.73)$$

Gleichung (4.72) kann damit und mit (4.71) nach  $t_{voll}$  aufgelöst werden, um die nötige Zeit des Manövers zu ermitteln. Die Anzahl der freien zu optimierenden Parameter reduziert sich so.

Anlog zur unrestringierten Trajektorie, können nun für eine Online-Optimierung die freien Parameter sowie der Zielzustand gerastert und eine Schar von Trajektorien berechnet und evaluiert werden.

### 4.5.3 Realisierung der Trajektorienplanung

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass mittels Polynomen 7. Ordnung die Fahrzeugbewegung beschrieben werden kann. Die Verwendung Polynome 7. Ordnung erlaubt

gegenüber Polynomen 5. Ordnung. über die zwei zusätzlichen Freiheitsgrade Anforderungen an die 3. Ableitung der Anfangs- und Endbedingungen der Trajektorie zu stellen. Dies erweist sich insbesondere dann als Vorteil, wenn oft neugeplant werden muss (beispielsweise durch die Definition eines neuen Zielwertes durch die überlagerte Schicht), was bei Verwendung von Polynomen 5. Ordnung zu Unstetigkeiten im Ruck führt und damit für den Fahrer unangenehm spürbar ist. Darüber hinaus profitieren unterlagerte Regler von der zusätzlichen Glattheit der Trajektorie.

Die gesamte Planung besteht aus drei Teilschritten:

1. Berechnung einer Schar von Quer- und Längstrajektorien mit verschiedenen Endzeiten und verschiedenen Zielzuständen (relativ zu einer gegebenen Referenz).
2. Kombination jeder Quer-Trajektorie mit jeder Längs-Trajektorie und Berechnung des Kostenfunktional<sup>3</sup>.
3. Überprüfung auf Einhaltung der Randbedingungen und Auswahl der Trajektorie.

Die Manöverzeiten für Quer- und Längstrajektorien müssen dabei nicht zwangsweise gleich sein. Oft sind die Zeithorizonte für die Längstrajektorien wesentlich größer als die der Quertrajektorien. Für die notwendige Kollisionsprüfung muss dann die kürzere Trajektorie entsprechend dem Zielzustand verlängert werden.

### Realisierung der Längsplanung

Insbesondere bei der Längsbewegung eines Fahrzeugs stellt die maximale Beschleunigung/Verzögerung eine häufig auftretende Restriktion dar. Diese ist oft gar nicht durch den gegebenen Reibwert bedingt (außer in Situationen die eine Notbremsung erfordern), sondern durch Grenzen die aus Komfortgründen resultieren. Heutige ACC-Systeme unterliegen so geschwindigkeitsabhängigen Beschleunigungsgrenzen, siehe z. B. [80]. Mit der in [103] vorgeschlagenen Methode zur Restriktionsberücksichtigung können diese Beschleunigungsgrenzen zwar berücksichtigt werden, werden dabei aber maximal kurzzeitig tangiert und keinesfalls für eine gewisse Zeit konstant gehalten. Um die maximale Beschleunigung sinnvoll auszunutzen und eine natürliche Bewegungsform zu erhalten, muss die maximale Beschleunigung für eine bestimmte Zeit gehalten und nicht nur kurz gestrieffen werden. Aus diesem Grund empfiehlt sich auf die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Verläufe bestehend aus drei Segmenten zurückzugreifen. Für den Auf- oder Abbau von kleinen Differenzgeschwindigkeiten ist die Ausnutzung der jeweiligen Beschleunigungsgrenze oft nicht notwendig. Aus diesem Grund muss für diesen Fall die klassische Trajektorie, bestehend aus einem Segment, ebenfalls evaluiert werden. Hierbei kann diese zuerst evaluiert werden und die gestückelte Trajektorie nur bei Überschreitung der maximalen Beschleunigung berechnet werden.

Analog zu [103] kann zwischen einem Folgefahrt- und Freifahrtmodus unterschieden werden. Dabei erhält die Planung beim Freifahrtmodus eine Zielgeschwindigkeit (bei beliebiger Endposition) als Ziel und beim Folgefahrtmodus eine Referenztrajektorie, die aus dem vorausfahrenden Objekt abgeleitet wird. Diese wird mit einer Zielposition, Zielgeschwindigkeit und Zielbeschleunigung beschrieben. Durch dieses Vorgehen ergeben sich

---

<sup>3</sup>Um Rechenzeit zu sparen, sollten unsinnige Längs- oder Quertrajektorien (z. B. mit unzulässig hohen Beschleunigungen) bereits vor der Kombination ausgeschlossen werden.

allerdings zwei Probleme: Zunächst muss eine große Anzahl an Freifahrt- und Folgefahrttrajektorien berechnet werden, um aus diesen die günstigste auszuwählen. Damit ist ein hoher Rechenaufwand verbunden, dem durch die vorherige Bestimmung eines Freifahrt- oder Folgefahrtmodus (wie durch die beschriebene semi-globale Planung) begegnet werden kann. Des Weiteren ergibt sich bei einer geringen Anzahl an zu evaluierenden Trajektorien ein Problem mit der Positionsplanung. Steht aufgrund begrenzter Rechenleistung nur eine geringe Anzahl zur Verfügung, kann es zu folgendem Problem kommen: Um den definierten Zielzustand zu erreichen gibt es exakt eine Lösung, die ohne Überschwingen oder Unterschwingen diesen Zustand erreicht. Ist die dazu nötige Zeit in der Rasterung nicht vorhanden, kommt es zu unkomfortablen Beschleunigungs- oder Verzögerungsvorgängen, da der Algorithmus versucht exakt das Ziel zu erreichen. Um dies zu vermeiden, wird deshalb immer auf die von der überlagerten Schicht festgelegte Zielgeschwindigkeit geplant. Diese wird von der semi-globalen Planung entsprechend (4.34) festgelegt. Die resultierende Position am Ende der Trajektorie wird berechnet und die Differenz zur Zielposition (4.33) mit einem zusätzlichen Term im Gütefunktional gewichtet. Damit wird unter Umständen zwar die Zielposition nicht exakt erreicht, ähnlich dem menschlichen Fahrverhalten wird aber zugunsten des Fahrkomforts der Zielabstand nur grob eingestellt. In der Praxis stellen sich hier Abweichungen von wenigen Zentimetern ein.

Für die Bewertung der Trajektorienschar wird entsprechend dem vorherigen Abschnitt das Integral über die Ruckänderung im Kostenfunktional berücksichtigt:

$$J_{\text{längs}} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_{e,s}} \left( s^{(4)}(t) \right)^2 dt + k_s \left( s_{\text{ziel}}(t_{e,s}) - s(t_{e,s}) \right)^2 + k_{\dot{s}} \left( \dot{s}_{\text{ziel}}(t_{e,s}) - \dot{s}(t_{e,s}) \right)^2 + k_{t,s} t_{e,s} \quad (4.74)$$

Zudem wird die Endzeit  $t_{e,s}$  mittels des Gewichtungsfaktors  $k_{t,s}$  gewichtet. Abweichungen vom Zielzustand werden ebenfalls gewichtet. Dazu können mittels des Faktors  $k_s$  Abweichungen auf Positionsebene bestraft werden. Dies ist nur bei einer vorhandenen Zielposition (wie bei einer Folgefahrt) notwendig. Mittels  $k_{\dot{s}}$  werden schließlich Abweichungen von der Zielgeschwindigkeit gewichtet.

### Realisierung der Querplanung

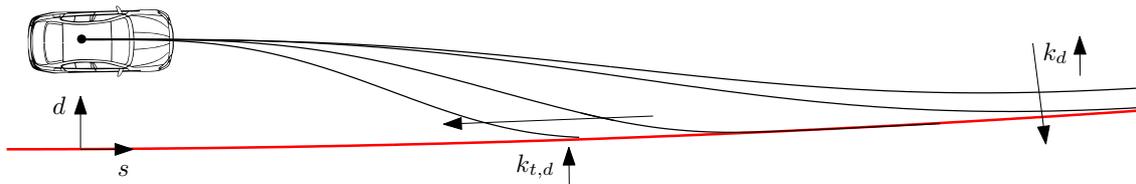
Im Gegensatz zur Längsplanung wird bei der Querplanung auf Polynome 7. Ordnung, bestehend aus einem Segment, zurückgegriffen. Ein Halten der maximal möglichen Querbeschleunigung entspricht keinem natürlichen Lenkverhalten (außer bei Parkier- und Rangiervorgängen) und erfordert so nicht die direkte Berücksichtigung der maximalen Querbeschleunigung.

Zur Berechnung der Querplanung werden Polynome 7. Ordnung gewählt, um die 3. Ableitung der Trajektorie am Anfang und Ende vorgeben zu können. Als Zieltrajektorie wird  $d_{\text{ziel}}$  verwendet. Das Zielfenster ist das Ergebnis der semi-globalen Planung nach (4.32) und (4.31). Im Kostenfunktional wird entsprechend (4.38) das Integral über die 4. Ableitung gewichtet. Zusätzlich wird der Endpunkt über die Abweichung von der Zieltrajektorie und die Endzeit  $t_{e,d}$  gewichtet:

$$J_{\text{quer}} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_{e,d}} \left( d^{(4)}(t) \right)^2 dt + k_d \left( d_{\text{ziel}} - d(t_{e,d}) \right)^2 + k_{t,d} t_{e,d}. \quad (4.75)$$

## 4 Trajektorienplanung

Über die Gewichtungsfaktoren  $k_d$  und  $k_{t,d}$  kann die Ausprägung der Trajektorie gewichtet werden. Abb. 4.10 veranschaulicht den Einfluss der beiden Gewichtungsfaktoren auf die geplante Trajektorienform. Mittels hoher Zeitgewichtung ergibt sich ein schnelles Erreichen des Zielwertes (in der Abbildung in rot dargestellt), was üblicherweise von Sicherheitsfunktionen (wie beispielsweise einem Ausweichassistenten) genutzt wird. Niedrige Zeitgewichtungen dagegen zielen auf einen hohen Komfort ab und erlauben so die Umsetzung von Komfortfunktionen wie einem Spurhalteassistenten. Da der Zielwert meist erreicht werden soll (außer in Situationen in denen eine Kollision droht), muss  $k_d$  entsprechend hoch gewählt werden.



**Abbildung 4.10:** Veranschaulichung des Einflusses der Gewichtungsfaktoren  $k_{t,d}$  und  $k_d$  auf geplante die Quertrajektorie.

### Realisierung der kombinierten Längs- und Querplanung

Wird die Planung für eine kombinierte Optimierung der Quer- und Längsbewegung des Fahrzeugs verwendet, werden die einzelnen Kostenfunktionale zu einem Gesamtkostenfunktional  $J_{gesamt}$  addiert

$$J_{gesamt} = J_{quer} + J_{längs}. \quad (4.76)$$

Wird hingegen jeweils nur die Längs- oder Querplanung verwendet, entfällt dieser Schritt und es wird das jeweilige Kostenfunktional alleine betrachtet.

Bei Verwendung der reinen Querplanung wird die Längsführung durch den Fahrer übernommen und die Längsbewegung des Fahrzeugs muss anhand der vorliegenden Gas- bzw. Bremspedalstellung prädiziert werden.

#### 4.5.4 Berücksichtigung der Nebenbedingungen

Das im vorherigen Abschnitt beschriebene Optimierungsproblem wurde, abgesehen von der Beschleunigungsrestriktion der Längsbewegung, zunächst ohne Betrachtung der vorliegenden Restriktionen gelöst. Diese müssen nun nachgelagert an die Optimierung berücksichtigt werden. Dazu wird die im Sinne des Kostenfunktionals beste Trajektorie ausgewählt und auf Einhaltung der Nebenbedingungen geprüft. Werden diese eingehalten, wird die Trajektorie umgesetzt. Andernfalls wird die nächstbeste Trajektorie ausgewählt. Dieses Vorgehen wird solange angewandt, bis eine optimale Lösung gefunden wird, die die Nebenbedingungen erfüllt.

Als Nebenbedingungen werden zum einen Aktuator- und Fahrdynamikbegrenzungen berücksichtigt und zum anderen die Kollisionsfreiheit mit prädizierten Objekttrajektorien. Die einzelnen berücksichtigten Restriktionen werden im nächsten Abschnitt vorgestellt.

### Fahrdynamik- und Stellgrößenbegrenzungen

In Kapitel 2 ist bereits erwähnt worden, dass die unterlagerten Ebenen Informationen über das umsetzbare Potenzial liefern. Dazu werden zum einen Informationen über das fahrdynamische Potenzial übermittelt (Reibwert) und zum anderen Aktuatorbegrenzungen. Diese berücksichtigen Endanschläge der Lenkung sowie die maximal mögliche Längsbeschleunigung durch den Antrieb.

Aufgrund des geschätzten Reibwerts wird an die Planung die maximal umsetzbare Beschleunigung  $a_{pot}$  übermittelt. Entsprechend den Zusammenhängen des Kamm'schen Kreis muss daher die Ungleichung

$$a_x^2 + a_y^2 \leq a_{pot}^2 \quad (4.77)$$

erfüllt werden. Da die Planung in Frenet-Koordinaten durchgeführt wird, muss bei der Prüfung die Krümmung der Fahrbahn  $\kappa_{ref}$  berücksichtigt werden. Die Querbeschleunigung berechnet sich (vereinfacht unter der Annahme kleiner Headingwinkel) zu

$$a_y \approx \ddot{d} + \kappa_{ref} \dot{s}^2 \quad (4.78)$$

und die Längsbeschleunigung ergibt sich zu

$$a_x \approx \dot{s}. \quad (4.79)$$

Zusätzlich muss zur Berücksichtigung der Lenkansschläge die Querbeschleunigung der Ungleichung

$$|a_y| \leq \kappa_{max} \dot{s}^2 \quad (4.80)$$

genügen.

Das maximal vom Motor umsetzbare Moment wird über die maximale Beschleunigung  $a_{x,pot}$  berücksichtigt und die Längsbeschleunigung muss folglich

$$a_x \leq a_{x,pot} \quad (4.81)$$

genügen. Eine analytische Lösung dieser Zusammenhänge ist bei der verwendeten Polynom-Ordnung nicht möglich. Deswegen muss die Überprüfung an diskreten Zeitpunkten durchgeführt werden.

### Kollisionsprüfung

Neben den fahrdynamischen Begrenzungen muss als zweite Nebenbedingung die Kollisionsfreiheit mit anderen Verkehrsteilnehmern oder Randbebauungen gewährleistet werden. Dazu eignen sich sowohl zeitkontinuierliche (keine Abtastung der Trajektorien im Zeitbereich) als auch zeitdiskrete Verfahren (Abtastung der Trajektorien im Zeitbereich). Im Falle einer zeitkontinuierlichen Kollisionsprüfung wird die Schar von ermittelten Trajektorien mithilfe einer einfachen Nullstellenberechnung auf Kollision geprüft (siehe z. B. [8] oder [75], Polynombasierte Kollisionsprüfung). Die zeitdiskrete Kollisionsprüfung basiert dagegen auf der Zerlegung der Grundfläche des Fahrzeuges in geometrische Primitive, die schnell auf Kollision geprüft werden können [111]. Unabhängig vom verwendeten Verfahren ist es sinnvoll, die Objekttrajektorien in das Frenet-Koordinatensystem zu transformieren, um den Rechenaufwand zu beschränken. Des Weiteren sei darauf hingewiesen, dass

die zu prüfende Trajektorie bis an das Ende des Sichtbereichs bzw. des Optimierungshorizonts verlängert werden muss, auch wenn sie das eigentliche Ziel (Zielgeschwindigkeit oder Position) schon vorher erreichen wird. Dies ist notwendig, damit diese Trajektorien nicht ausgewählt werden und später zu einer Verletzung der Restriktionen führen. Das Fahrzeug reagiert so frühzeitig auf die Einhaltung der Nebenbedingungen.

### 4.5.5 Notfallstrategie

Für hochautomatisierte Fahrfunktionen ist es sinnvoll eine Notfallstrategie zu implementieren, die als Rückfallebene dienen kann. Dazu ist eine zeitoptimale Optimierung der zu fahrenden Trajektorie denkbar. Um dem begrenzten Rechenkapazitäten heutiger Seriensteuergeräte gerecht zu werden, wird folgendes vereinfachtes Vorgehen vorgeschlagen, das eine Sicherheitstrajektorie berechnet, die das Fahrzeug rechtzeitig zum Stillstand bringt.

Als Ziel der Notfallstrategie wird das sichere Abbremsen des Fahrzeugs bzw. das Erreichen der Vorderfahrzeuggeschwindigkeit unter Einhaltung eines Sicherheitsabstands angestrebt. Es soll somit rein längs reagiert werden. Dazu können die gestückelten Polynomverläufe aus Abschnitt 4.5.2 unter Verwendung der durch den Reibwert gegebenen Maximalverzögerung verwendet werden. Da der Komfort dabei zweitrangig ist, können kurze Schwellzeiten  $t_{s1}$  und  $t_{s2}$  verwendet werden. Diese können fest eingestellt werden und werden üblicherweise im Bereich  $t_{s1} = t_{s2} = 0.7s$  gewählt [82].

Am Ende des Manövers muss die Relativgeschwindigkeit zum jeweiligen Zielobjekt abgebaut sein. Dies führt zu der Bedingung

$$\dot{s}_{rel}(t = t_e) = \dot{s}_{ziel}(t = t_e) - \dot{s}(t = t_e) \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.82)$$

Der Geschwindigkeitsverlauf kann direkt aus dem Profil berechnet werden und ergibt sich mit (4.65) zu

$$\dot{s}(t = t_e) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2t_e & 3t_e^2 \end{bmatrix} \mathbf{c}_4 + \begin{bmatrix} 4t_e^3 & 5t_e^4 \end{bmatrix} \mathbf{c}_5. \quad (4.83)$$

Gleichung (4.82) kann damit nach  $t_e$  aufgelöst werden, um die nötige Zeit des Manövers zu ermitteln.

Der notwendige Auslöseabstand, um rechtzeitig zum Stehen zu kommen, ergibt sich schließlich aus dem gesamten notwendigen Bremsweg

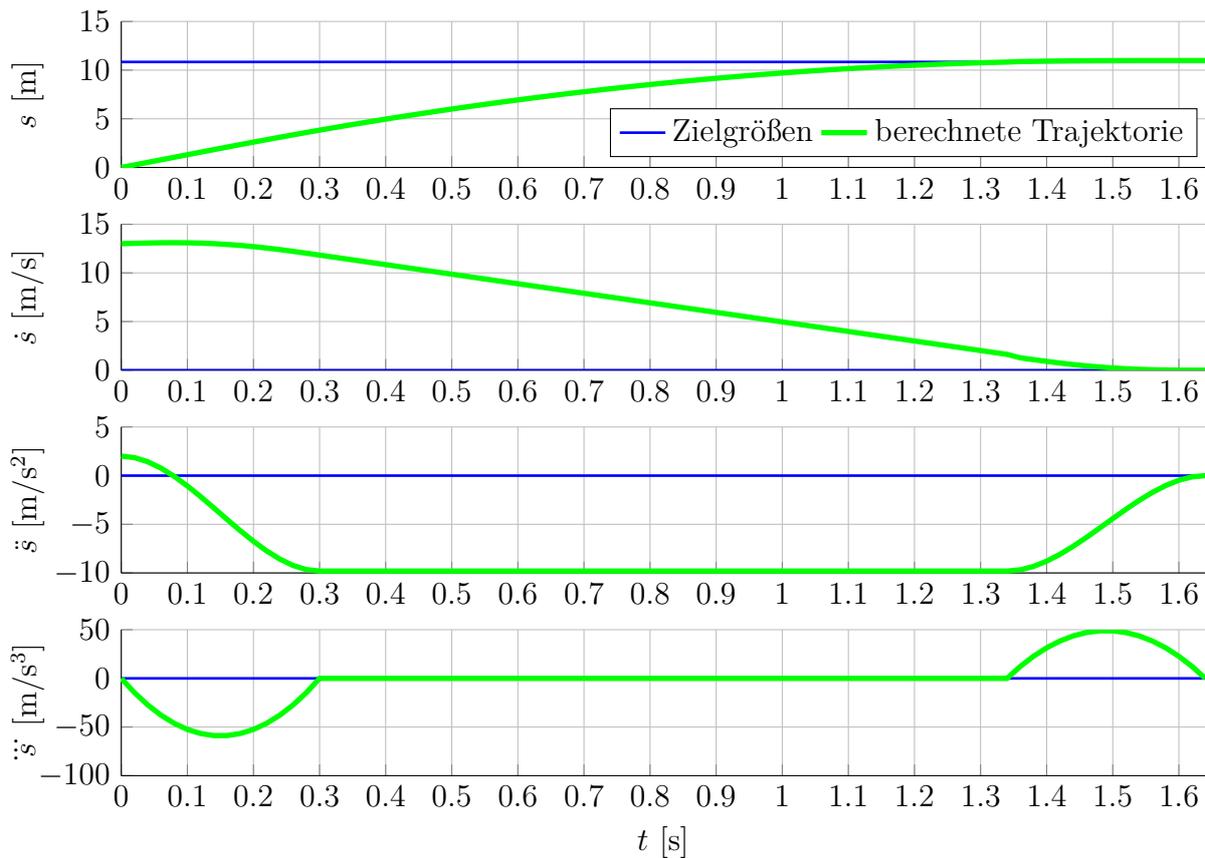
$$s(t = t_e) = \begin{bmatrix} 1 & t_e & t_e^2 & t_e^3 \end{bmatrix} \mathbf{c}_4 + \begin{bmatrix} t_e^4 & t_e^5 \end{bmatrix} \mathbf{c}_5. \quad (4.84)$$

Die letztmögliche Auslösung muss genau dann ausgeführt werden, wenn

$$s_{rel}(t = t_e) = s_{ziel}(t = t_e) - s(t = t_e) = 0 \quad (4.85)$$

gilt.  $s_{ziel}(t)$  entspricht dabei dem von der semi-globalen Planung definierten Verlauf entsprechend (4.33). Diese Sicherheitstrajektorie kann parallel zur Trajektorienplanung zu jedem Rechenzeitpunkt berechnet und die Bedingung (4.85) geprüft werden. Nur wenn diese gültig ist und keine andere Trajektorie gefunden worden ist, wird die Sicherheitstrajektorie aktiviert.

Abb. 4.11 zeigt einen beispielhaften Verlauf der berechneten Sicherheitstrajektorie zum



**Abbildung 4.11:** Beispiel einer berechneten Sicherheitstrajektorie zur Vollverzögerung.

Zeitpunkt der Auslösung. Ein stehendes Objekt wird knapp 11 m vor dem Ego-Fahrzeug angenommen. In blau sind die aus dem Vorderfahrzeug abgeleiteten Zielgrößen dargestellt. Das Ego-Fahrzeug befindet sich zum Zeitpunkt der Auslösung noch in einer Beschleunigungsphase ( $1 \text{ m/s}^2$ ). Innerhalb von gut 1.6 s wird das Fahrzeug von seiner Anfangsgeschwindigkeit von  $13 \text{ m/s}$  auf  $0 \text{ m/s}$  unter Ausnutzung der Maximalverzögerung ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ) in den Stillstand verzögert. Auch hier muss gegebenenfalls der begrenzte Reibwert und die Verkopplung mit der Querbewegung über dem Kamm'schen Kreis berücksichtigt werden.

### 4.5.6 Applikation

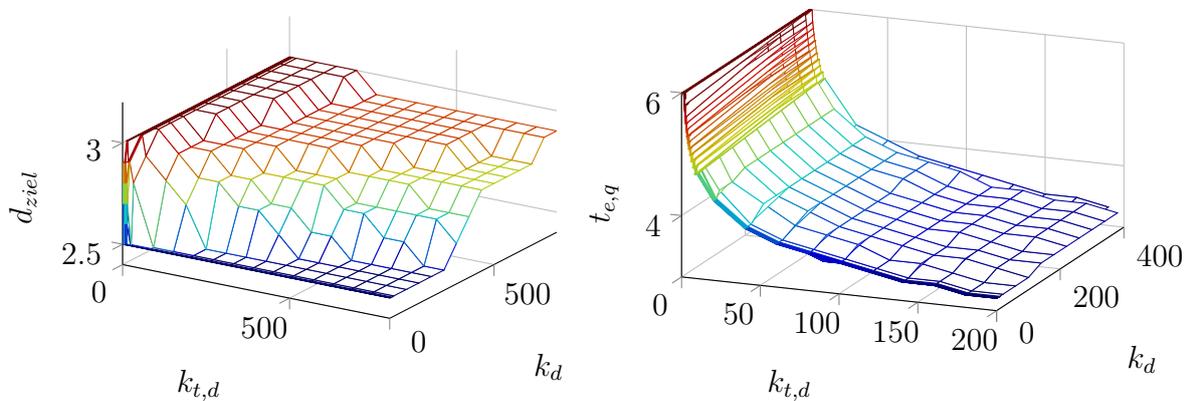
Wie bereits betont, ist eine transparente Applikation des Führungsverhaltens der auszuprägenden Fahrerassistenzfunktion eine wesentliche Anforderung an die Regelungsstruktur. Mit dem vorgestellten Ansatz kann die Anforderung sehr gut erfüllt werden. Wie im Folgenden gezeigt wird, ist eine lineare Applikation der Dynamik durch einen Einstellparameter von 0 bis 1 möglich. Dies erlaubt eine sehr transparente, einstellbare Führungsdynamik des Systems.

Das Führungsverhalten wird maßgebend durch die geplante Trajektorie bestimmt, deren Dynamik durch die Gewichtungsfaktoren des Gütefunktional aus (4.75) für die Querführung und (4.74) für die Längsführung bestimmt wird.

Beispielhaft wird im Folgenden die Applikation der Querführungstrajektorie betrachtet.

## 4 Trajektorienplanung

Abb. 4.12 zeigt die Auswirkung der Veränderung der Gewichtungsfaktoren  $k_d \in [0, 400]$  und  $k_{t,d} \in [0, 200]$  auf die erreichte Zielquerablage und die dafür benötigte Zeit. Dabei wurde für die Zielquerablage  $d_{ziel} = 3 \text{ m} \pm 0.5 \text{ m}$  und für die erlaubte Zeit  $t_{e,d} \in [0.4, 6] \text{ s}$  gewählt. Beide Abbildungen zeigen sehr gut, dass die benötigte Zeit zum Abbau der Quer-



**Abbildung 4.12:** Einfluss der Gewichtungsfaktoren der Trajektorienplanung für die Querführung auf die geplante Zielquerablage (links) und die Endzeit (rechts).

ablage wesentlich von dem Parameter  $k_{t,d}$  bestimmt wird. Der Parameter  $k_d$  beeinflusst entsprechend dem Gütefunktional im Wesentlichen die erreichte Zielquerablage. Diese ist allerdings auch stark von dem gewählten Parameter  $k_{t,d}$  abhängig. Wie Abb. 4.12 links zeigt, ist es zur Erreichung der Zielquerablage erforderlich, den Parameter  $k_d$  hoch genug zu wählen. Damit kann anschließend die gewünschte Dynamik mit dem Parameter  $k_{t,d}$  weitgehend unabhängig eingestellt werden.

### 4.5.7 Neuplanungsstrategie

Der vorgestellte Algorithmus plant Trajektorien von einem Anfangszustand  $\mathbf{x}_0$  zu einem definierten Zielzustand  $\mathbf{x}_f$ . Bei der Wahl der Anfangswerte hat man verschiedene Möglichkeiten: Zunächst gibt es die Möglichkeit nur initial von den tatsächlichen Ist-Werten zu planen und anschließend zyklisch von den zuvor geplanten Soll-Werten. Dies bietet den Vorteil, dass durch die zyklische Neuplanung neue Informationen (beispielsweise unerwartete Bewegung der anderen Verkehrsteilnehmer) in der Neuplanung berücksichtigt werden können oder auf ein neues Ziel geplant werden kann. Gleichzeitig wird die Stabilität des Regelkreises aber dem unterlagerten Folgeregler überlassen.

Anders verhält es sich, wenn zyklisch von den tatsächlich gemessenen Ist-Werten geplant wird. Damit wird bei jeder Neuplanung der Folgeregler in seiner Wirkung deaktiviert, da schlagartig alle Regeldifferenzen zu Null werden. Über die Planung wird so der Regelkreis geschlossen und man erhält einen Ansatz ähnlich der Modellprädiktiven Regelung, für den der Stabilitätsbeweis ein nicht triviales Problem darstellt.

Der später beschriebene Folgeregler ist nur für kleine Abweichungen von der Trajektorie gültig. Deshalb wird folgendes Verfahren verwendet: Grundsätzlich wird von den geplanten Soll-Werten zyklisch neugeplant. Lediglich bei Start der Planung, beim Wechsel eines

überlagerten FAS oder in Sondersituationen wird von Ist-Werten neugeplant. Diese Sondersituationen können von der überlagerten Schicht definiert werden. Beispielsweise können große Regeldifferenzen, ein Verlassen des Arbeitsbereichs des Reglers und Handmomentenabfall als Neuplanungskriterien verwendet werden.

Um die Optimalität nach Bellmann [11, 12] zu gewährleisten, muss bei der Neuplanung auf die möglichen Endzeiten  $t_e$  geachtet werden. Die Endzeiten müssen ein ganzzahlig Vielfaches des Neuplanungstaktes sein. Dies ist notwendig, damit nach einer zyklischen Neuplanung die um die Zykluszeit reduzierte bisherige optimale Endzeit als Lösung zur Verfügung steht und die zeitliche Konsistenz so aufrecht erhalten werden kann. Bei hohem Planungstakt führt das zu einer erheblichen Anzahl an zu evaluierenden Trajektorien, da Endzeiten vom Planungstakt bis zur maximalen Trajektoriendauer berücksichtigt werden müssen. Um dies zu vermeiden bietet es sich alternativ an, die optimale Endzeit aus dem vorherigen Planungstakt zurückzuführen und um den Planungstakt korrigiert zu evaluieren. Wird dies nicht gemacht, kann es zu den in Abb. 4.13 oben dargestellten suboptimalen Lösungen kommen: Durch die Neuplanung wird eine neue Trajektorie mit einer anderen Lösung als zuvor gewählt und die zeitliche Konsistenz ist nicht mehr gegeben. Ein ähnliches Fehlverhalten tritt auf, wenn das Kostenfunktional (4.38) falsch gewählt wird. Im mittleren Teil von Abb. 4.13 wird dazu beispielsweise der Ruck anstelle der Ableitung des Rucks gewichtet. Auch dadurch kommt es zu Überschwingern. Im unteren Teil der Abbildung wird das korrekte Verhalten dargestellt, das durch die richtige Wahl des Planungstaktes und des Kostenfunktionalen entsteht. Da sich die äußeren Randbedingungen und das Ziel nicht verändern, wird zyklisch der gleiche, optimale Verlauf geplant.

### 4.5.8 Rücktransformation in Fahrzeugkoordinaten

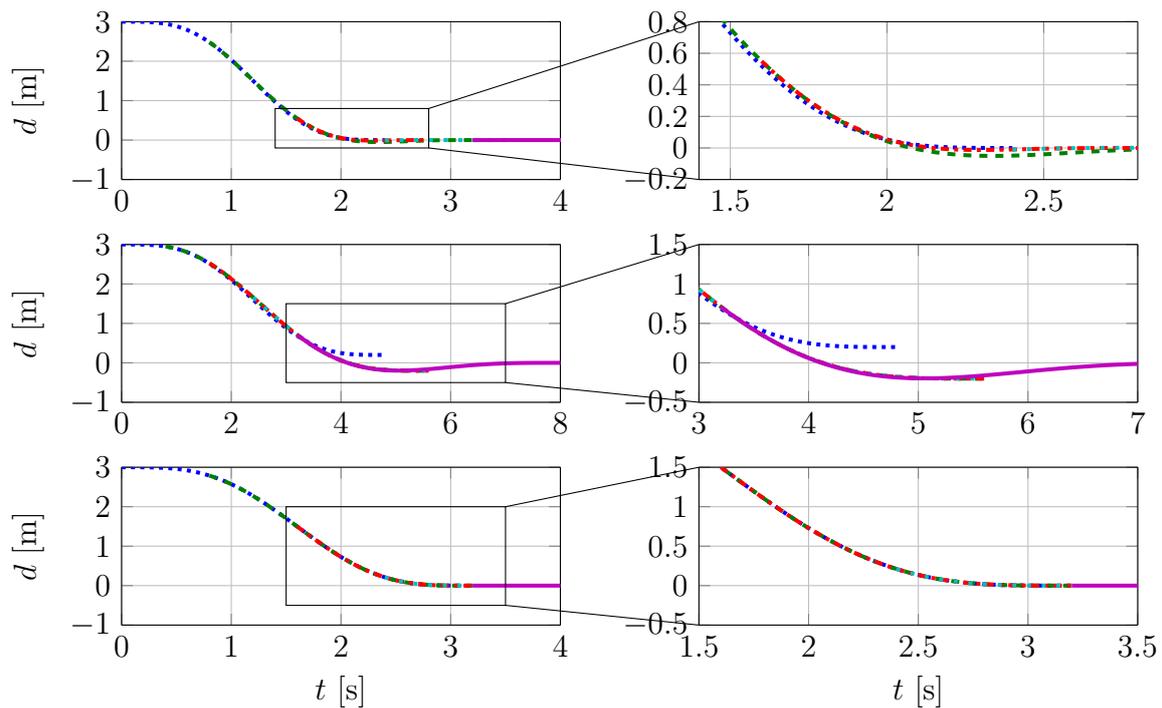
Abb. 4.14 zeigt das Ergebnis der Trajektorienplanung für das bereits beschriebene Beispiel aus Abschnitt 4.2. In Längsrichtung wird die semi-globale Planung das Ziel vorgegeben auf 8 m/s zu verzögern, in Querrichtung sollen 3.50 m Querablage abgebaut werden, um einen Spurwechsel auf die rechte Fahrspur durchzuführen. Bei der geplanten Schar sind einige Trajektorien ungültig, da sie die Restriktionen verletzen, in dem Fall der Kamm'sche Kreis. Diese Trajektorien sind in grau dargestellt. Unter den verbleibenden Trajektorien (in blau dargestellt) wählt der Algorithmus die grün dargestellte Trajektorie aus.

Die ausgewählte Trajektorie muss in Fahrzeugkoordinaten zurücktransformiert werden, um sie der unterlagerten Regelung zu übergeben. Dazu bietet sich die geschlossene Berechnung der Rücktransformation  $[s^*, \dot{s}^*, \ddot{s}^*, d^*, \dot{d}^*, \ddot{d}^*] \rightarrow [d_r^*, \theta_r^*, \kappa^*, x^*, v^*, a^*]$  an. Die einzelnen Transformationen können im Anhang C nachgelesen werden.

Das Ergebnis in Weltkoordinaten ist in Abb. 4.15 dargestellt. Dabei sind zur Veranschaulichung alle Trajektorien zurück transformiert.

## 4.6 Evaluierung der Methode zur Trajektorienplanung

Zu Beginn des Kapitels wurde bereits darauf hingewiesen, dass sich die direkte Methode grundsätzlich besser für die Berechnung von Fahrzeugtrajektorien anbietet, da sämtli-



**Abbildung 4.13:** Darstellung der Ergebnisse von suboptimalen Neuplanungen (oben), Wahl des falschen Kostenfunktional (Mitte) und das korrekte Verhalten (unten). Als Planungstakt ist eine Zeit von 0.8 s gewählt, die jeweilig neugeplanten Trajektorien werden in verschiedenen Farben dargestellt.

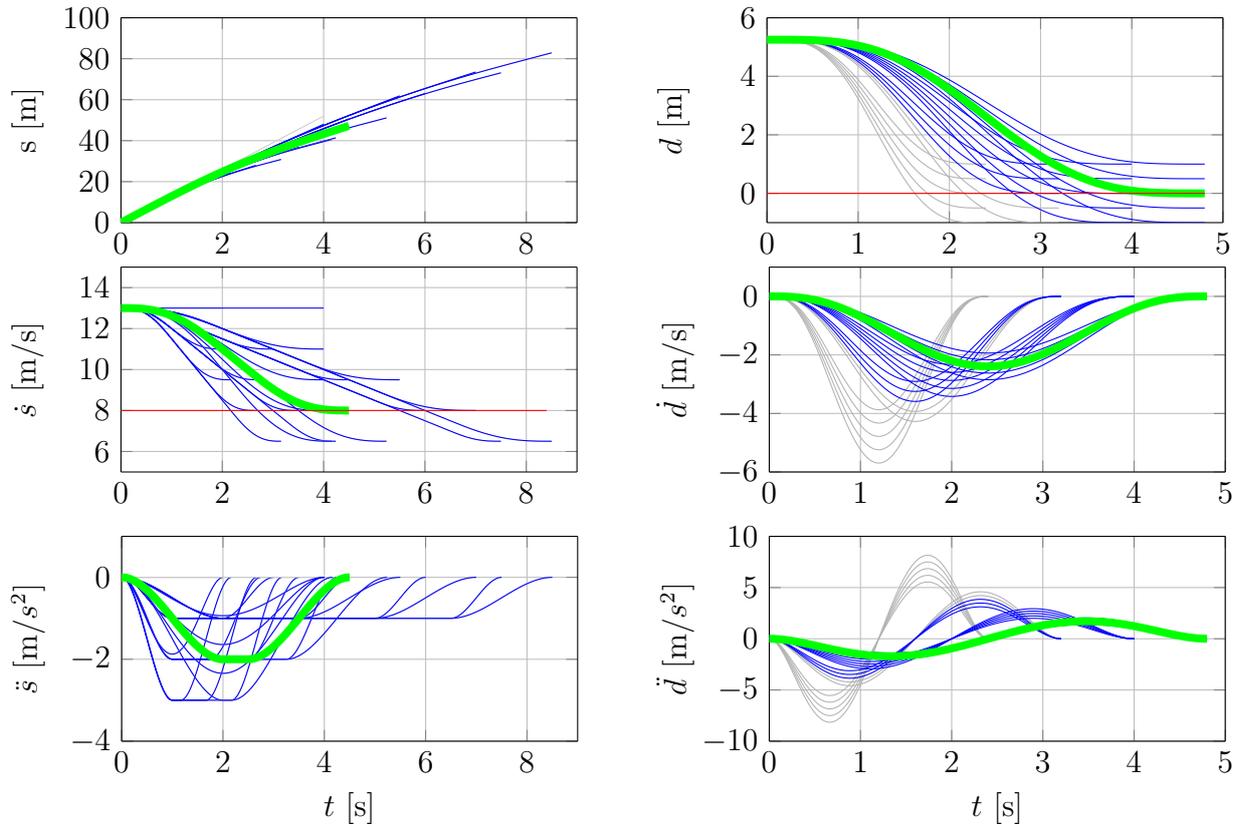
che (nichtlinearen) Randbedingungen und komplexe Fahrdynamikmodelle berücksichtigt werden können. Da sich ein Einsatz im Fahrzeug aber aus Rechenzeitgründen verbietet, werden diese Algorithmen im Folgenden zur Evaluierung des vorgestellten Algorithmus, basierend auf der indirekten Methode, verwendet.

Da die Trajektorienplanung sowohl in Komfort- als auch Sicherheitsfunktionen zum Einsatz kommt, werden zwei repräsentative Manöver ausgewählt:

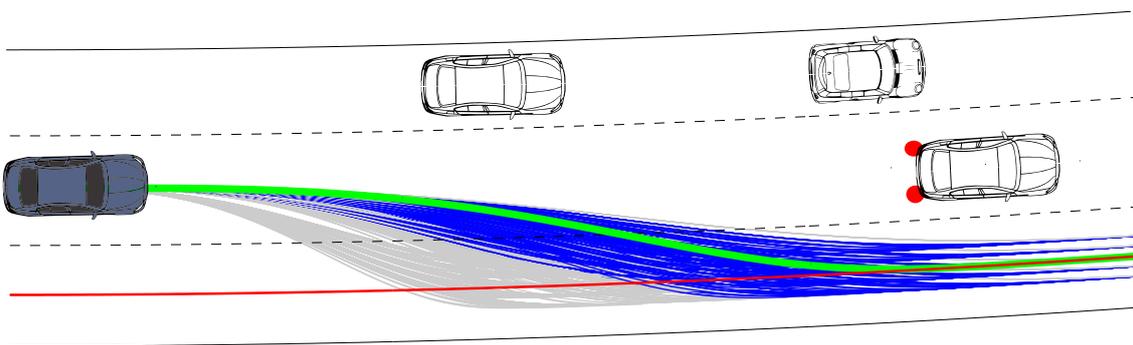
- **Manöver 1:** ein komfortabler Überholvorgang (bestehend aus einem Spurwechsel und einem Beschleunigungsvorgang)
- **Manöver 2:** ein Ausweichvorgang mit gleichzeitiger Notbremsung

In beiden Beispielen wird ein Reibungskoeffizient von 0.4 angenommen. Zur Vereinfachung werden Aktuatorbegrenzungen nicht berücksichtigt. Der Ansatz basierend auf der direkten Methode verwendet ein nichtlineares Einspurmodell mit Aktuatormodell als Streckenmodell zur Optimierung. Die Umsetzung ist im Anhang B beschrieben. Abb. 4.16 zeigt die resultierenden Trajektorien für das Komfortmanöver. Bei beiden Ansätzen hat die Begrenzung durch den Reibwert keinen Einfluss. Grundsätzlich ergeben sich ähnliche Verläufe der Trajektorien. Bemerkenswert ist, dass beide Algorithmen den bereits zuvor beschriebenen weichen Anfang der Quer- und Längsbeschleunigungsverläufe zeigen. Bei der indirekten Methode ist dies durch die verwendeten Polynome 7. Ordnung bedingt. Beim Notfallmanöver (Abb. 4.17) sind die Ergebnisse der Ansätze unterschiedlich. Durch die Begrenzung durch den Reibwert muss der Polynomial-Ansatz eine langsamere Tra-

## 4.6 Evaluierung der Methode zur Trajektorienplanung

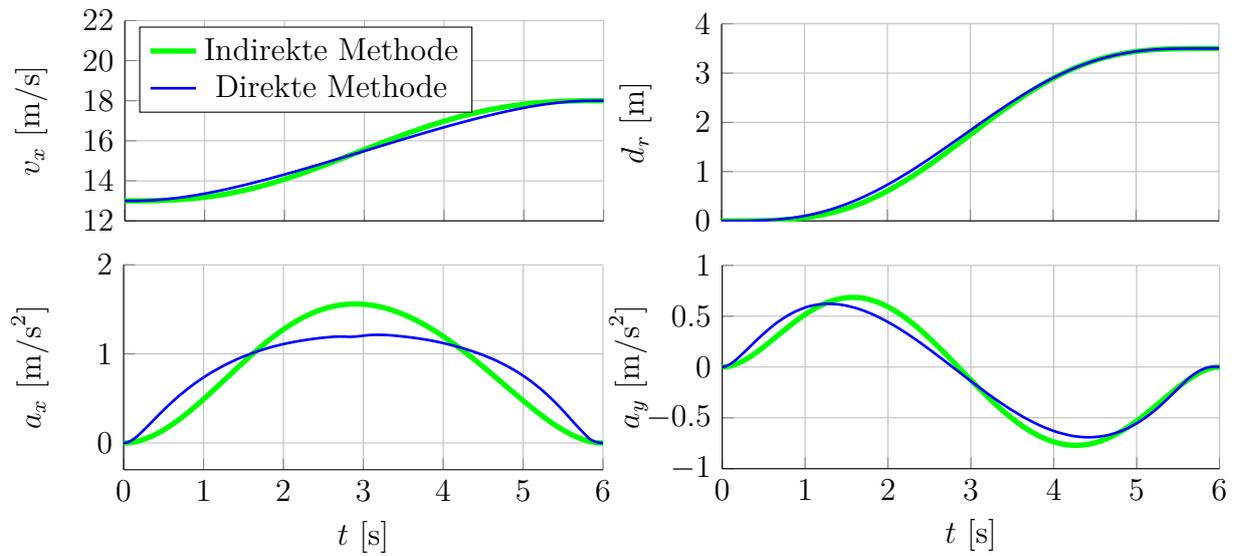


**Abbildung 4.14:** Beispiel einer geplanten Schar von Trajektorien, die das Fahrzeug verzögern und die Spur wechseln lassen: grün die optimale Trajektorie, in blau die möglichen und in grau die Trajektorien die die Restriktionen verletzen. Die roten Linien stellen das definierte Ziel der überlagerten Schicht dar.

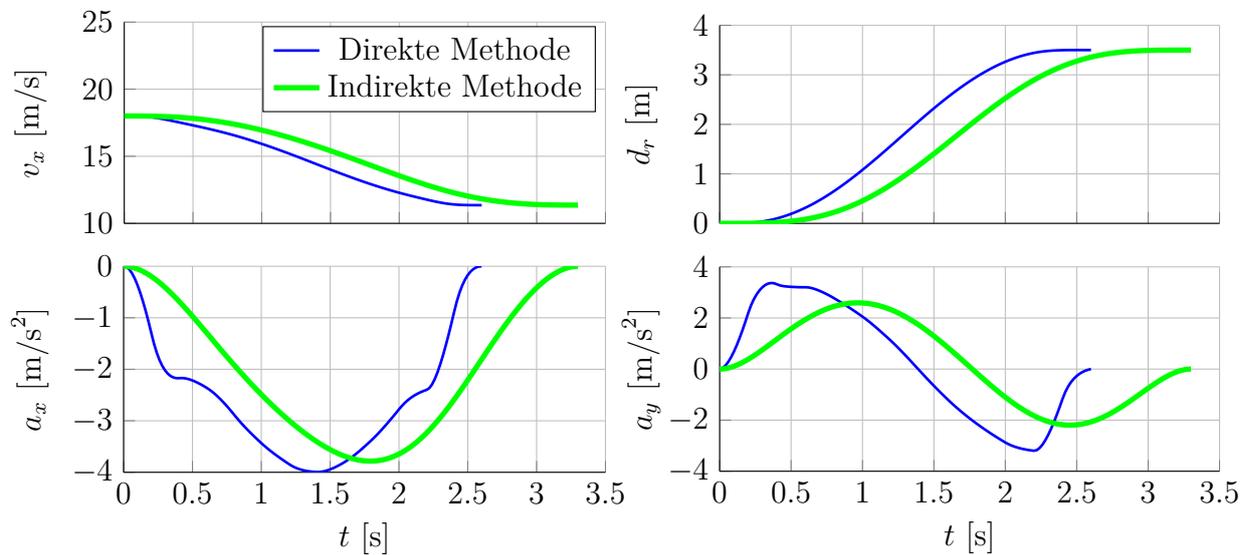


**Abbildung 4.15:** Beispiel einer geplanten Schar von Trajektorien, die das Fahrzeug verzögern und die Spur wechseln lassen: grün die optimale Trajektorie, in blau die möglichen und in grau die Trajektorien, die die Restriktionen verletzen.

## 4 Trajektorienplanung

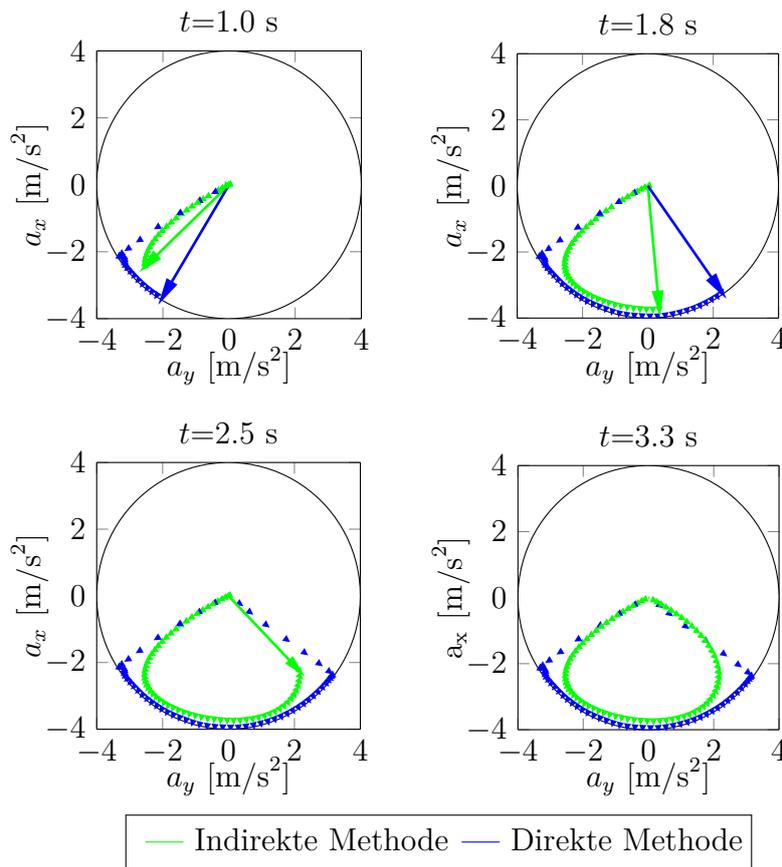


**Abbildung 4.16: Manöver 1:** Vergleich der Trajektorien zwischen direkter und indirekter Methode am Beispiel eines komfortablen Überholvorgangs bei einem angenommenen Reibungskoeffizient von 0.4.



**Abbildung 4.17: Manöver 2:** Vergleich der Trajektorien zwischen direkter und indirekter Methode am Beispiel eines Ausweichvorgangs mit Verzögerung bei einem angenommenen Reibungskoeffizient von 0.4.

jektorie wählen, als das Kostenfunktional eigentlich vorschlagen würde. Die direkte Methode kann dagegen die Randbedingung direkt berücksichtigen. Deutlicher wird das bei der Betrachtung des Verlaufs des Beschleunigungsvektors relativ zum Kamm'schen Kreis (siehe Abb. 4.18). Der resultierende Beschleunigungsvektor des Ergebnisses der direkten Methode liegt nicht nur innerhalb des Kamm'schen Kreises, sondern genau auf dessen Rand. Dadurch wird bei der direkten Methode im Vergleich zur indirekten Methode das Ziel schneller erreicht.



**Abbildung 4.18: Manöver 2:** Ausnutzung des Kamm'schen Kreises (mit  $\mu = 0.4$ ) für das Notfallmanöver mittels der direkten und der indirekten Methode an vier ausgewählten Zeitpunkten des Manövers.

## 4.7 Vorsteuerungsentwurf

Der Entwurf der Trajektorienplanung ist für ein vereinfachtes Ersatzsystem, die Integratorkette (4.37), durchgeführt worden. Wie in Kap. 3 erläutert hat das Fahrzeug allerdings ein dynamisches Verhalten, das gut durch das Einspurmodell beschrieben werden kann. Im Sinne der Zwei-Freiheitsgrade-Struktur muss nun im Folgenden die vorhandene Fahrzeugdynamik invertiert werden, um die unterlagerte Trajektorienfolgeregelung zu entlasten.

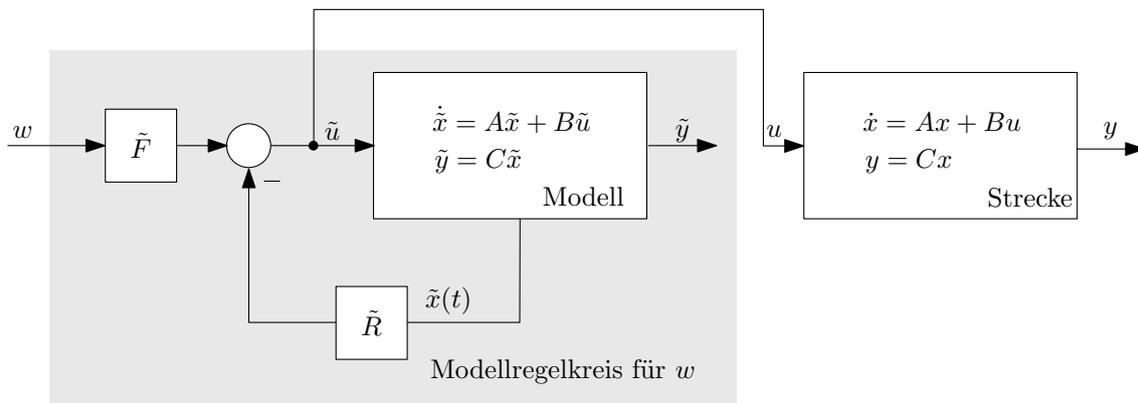
## 4 Trajektorienplanung

Für den Vorsteuerungsentwurf wird das Verfahren der modellgestützten dynamischen Vorsteuerung nach [86] verwendet. Demnach wird das Modell der Strecke in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} \quad (4.86)$$

$$\tilde{y} = C\tilde{x} \quad (4.87)$$

formuliert und innerhalb eines Modellregelkreises von einem idealen Zustandsregler  $\tilde{R}$  stabilisiert. Zusätzlich wird ein Vorfilter  $\tilde{F}$  entworfen, um stationäre Genauigkeit zu gewährleisten. Der Regelkreis wird simulativ geschlossen und mit einem Referenzsignal  $w$  beaufschlagt. Dieses entspricht dem idealen Stellsignal  $u^*$  der Trajektorieplanung. Die zur



**Abbildung 4.19:** Prinzip der modellgestützten dynamischen Vorsteuerung.

Realisierung des gewünschten Führungsverhaltens notwendige Stellgröße  $\tilde{u}$  wird als Vorsteuergröße dem realen System übergeben, womit eine Systeminversion nachempfunden wird (siehe Abb. 4.19).

Werden die Eigenwerte des virtuellen Regelkreises weit in der linken komplexen Halbebene platziert, so ergibt sich bei korrektem Modell ein ideales Folgeverhalten, da die Dynamik komplett invertiert wird. Werden die Eigenwerte dagegen näher an der imaginären Achse platziert, ergeben sich weichere Verläufe und die Stellgrößenausschläge sinken. Diese Lösung bietet somit den Vorteil der einfachen Applikation und erlaubt es gleichzeitig auch sämtliche Übertragungsfunktionen zu invertieren. Es muss also nicht wie bei der direkten Invertierung ein Filter entworfen werden, wenn der Zählergrad größer dem Nennergrad ist.

Die dynamische Vorsteuerung wird jeweils für die Quer- und Längsdynamik einzeln ausgelegt. In Querrichtung wird die Sollkrümmung  $\kappa^*$  der Trajektorienplanung als Eingang verwendet und ein Modell der Strecke  $\tilde{G}_{\kappa_{soll} \rightarrow \kappa}(s)$  innerhalb der dynamischen Vorsteuerung berücksichtigt. Als Streckenmodell wird dabei auf die im Anhang A beschriebene Modell zurückgegriffen und die Übertragungsfunktion von der Sollkrümmung zur Istkrümmung verwendet

$$\tilde{G}_{\kappa_{soll} \rightarrow \kappa} = \tilde{G}_{\delta}(s) \tilde{G}_{\dot{\psi}}(s) \frac{1}{v}. \quad (4.88)$$

Dabei wird der Schwimmwinkel vernachlässigt, sodass  $\kappa = \dot{\psi}/v$  gilt. Bei idealer Umrechnung im unterlagerten Lenkwinkelregler ergibt sich so ein Verstärkungsfaktor von 1.

In Längsrichtung wird analog vorgegangen, als Eingang des verwendeten Modells wird die Sollbeschleunigung  $a^*$  verwendet und als Ausgang die resultierende Beschleunigung. Entsprechend wird  $\tilde{G}_{a_{soll} \rightarrow a}(s)$  invertiert

$$\tilde{G}_{a_{soll} \rightarrow a} = \tilde{G}_a(s) \tilde{G}_r(s). \quad (4.89)$$

Insbesondere die Längsdynamik des Fahrzeugs kann durch die Aktuatorik erhebliche Totzeiten aufweisen. Diese können über den Vorsteuerentwurf nicht kompensiert werden. Da die Totzeiten aber einfach zu ermitteln und deshalb genau bekannt sind, werden sie innerhalb der Vorsteuerung berücksichtigt, um den Regler zu entlasten.

Abb. 4.20 veranschaulicht das verwendete Verfahren. Im Vorwärtszweig ist die modellgestützte dynamische Vorsteuerung abgebildet. Diese führt mittels der Stellgröße  $u_s$  bei idealer Abbildung der Streckendynamik ( $\tilde{G}(s) = G(s)$ ) zur Inversion der Dynamik. Die idealen Zustandsgrößen der Trajektorienplanung  $\mathbf{x}^*$  werden innerhalb des Blocks *Totzeitberücksichtigung* um den bekannten Totzeitwert  $\tilde{\tau}_t$  verzögert. Der Regler bekommt die Differenz aus diesen Werten und den gemessenen Zuständen  $\mathbf{x}$  der realen Strecke. Entspricht der approximierte Totzeitwert dem realen Wert  $\tau_t$ , bekommt der Regler keine Regeldifferenzen, die durch die Totzeit verursacht werden, sondern nur solche, die von Modellierungsfehlern oder Störungen resultieren. Im Ergebnis ist die gefahrene Trajektorie damit um die Totzeit  $\tilde{\tau}_t$  zeitlich verzögert. Die Trajektorienplanung muss aus diesem Grund die Kollisionsprüfung mit der verzögerten Trajektorie durchführen. Falls möglich kann das überlagerte FAS auch um die Totzeit  $\tilde{\tau}_t$  früher auslösen und es ergibt sich so das eigentlich gewünschte Gesamtverhalten.

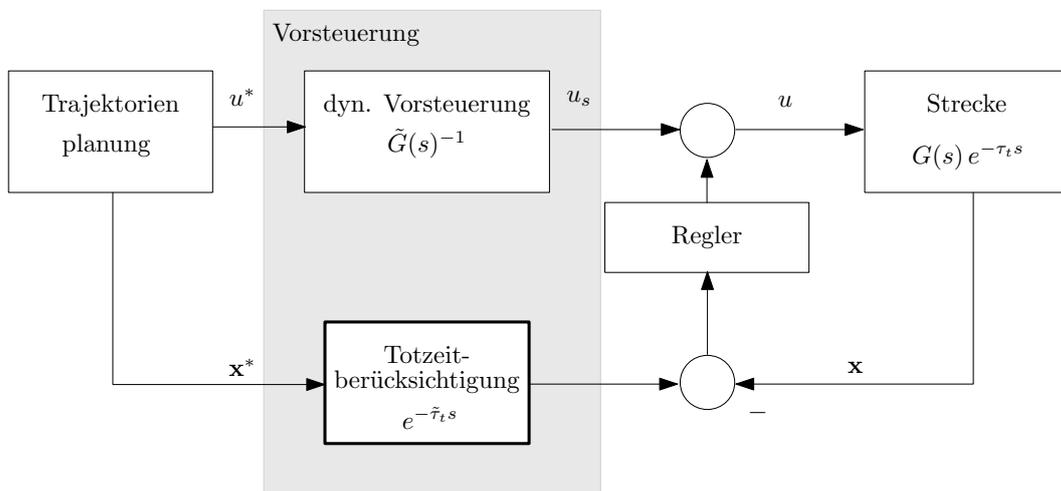


Abbildung 4.20: Prinzip der Totzeitberücksichtigung.

## 4.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird ein mehrstufiges Planungskonzept zur Bewegungsplanung für hochautomatisierte Fahrfunktionen in strukturierten Umgebungen vorgestellt. Zunächst wird auf verschiedene Verfahren zur Lösung von Optimalsteuerungsproblemen eingegangen und ein sinnvolles Verfahren ausgewählt. Darauf aufbauend wird das Konzept zur Planung

## 4 Trajektorienplanung

---

vorgestellt: Die semi-globale Planung übernimmt dabei die Grobplanung und gibt den zu befahrenden Zielbereich vor. Die lokale Trajektorienplanung definiert die zu fahrende Trajektorie und sichert lokale Kollisionsfreiheit. Fünf Maßnahmen gewährleisten dabei die Realisierbarkeit auf einem Seriensteuergerät:

- Entkrümmung mittels einer Frenet-Transformation
- Unterteilung des Optimierungsproblems in Teilprobleme, die semi-globale Grobplanung und die lokale Trajektorienplanung
- Diskretisierung des Lösungsraums
- Nachgelagerte Restriktionsprüfung innerhalb der Trajektorienplanung
- Vernachlässigung der Fahrzeugdynamik innerhalb der Planung

Der entworfene Algorithmus zeichnet sich durch seine einfache, verständliche Parametrierung aus. Somit ist es einfach möglich eine große Spreizung an FAS-Funktionen darstellen zu können. Durch die Einstellung der Gewichtungsfaktoren des jeweiligen Gütefunktionalen können sowohl z. B. Sicherheitsfunktionen als auch Komfortfunktionen dargestellt werden. Beim Entwurf wurde des Weiteren darauf geachtet, die gegebenen Randbedingungen bestmöglich zu berücksichtigen. So erlaubt die verwendete Funktionsklasse der Polynome 7. Ordnung das Quermanöver bei häufigem Neuplanen ohne störende Bewegungen am Lenkrad umsetzbar sind. Die sehr dominante Restriktion der Fahrzeuglängsbeschleunigung wird außerdem direkt berücksichtigt und führt so im Gegensatz zu bisherigen Ansätzen nicht zu suboptimalen Lösungen.

Um auch unstrukturierte Umgebungen zu bedienen, ist eine Kopplung mit einer vorgelagerten Pfadplanung denkbar. Damit können neben strukturierten Umgebungen ebenfalls unstrukturierte Umgebungen wie Parkhäuser oder Parkplätze befahren werden.

# KAPITEL 5

---

## Robuste Trajektorienfolgeregelung

---

Im vorherigen Kapitel wurde der Ansatz zur Trajektorienplanung vorgestellt. Um auch unter Einfluss von Störungen oder Modellierungsfehlern der Trajektorie folgen zu können, ist eine Trajektorienfolgeregelung notwendig. Da im Sinne der Zwei-Freiheitsgrade-Struktur die Vorsteuerung den Großteil der Stellgröße ausmacht, kann die Regelung sehr steif ausgelegt werden. Dies ist auch notwendig um sicherzustellen, dass die in der Planung getroffenen Annahmen erfüllt werden können und das Fahrzeug der geplanten Trajektorie folgt.

In der Einleitung der Arbeit wurden bereits einige vorhandene Ansätze zur Trajektorienfolgeregelung für das automatisierte Fahren vorgestellt. Die bestehenden Ansätze weisen allerdings Defizite auf. So wird der Fahrer im Regelkreis beim Entwurf der Regelalgorithmen selten betrachtet und damit sind kooperative Fahrmanöver schwer umsetzbar. FAS-Funktionen, die nicht nur autonom agieren und damit eine Interaktion mit dem Fahrer aufweisen erfordern dies allerdings. Weiterhin werden selten Aussagen zur Robustheit der Algorithmen getroffen. Um die Regelungsstruktur in einem breiten Betriebsbereich anwenden zu können, muss ein robuster Regelungsentwurf angestrebt werden. Ziel ist es dabei, möglichst wenig Modellwissen zu benötigen. Weiterhin sollte die Parametrierung der Algorithmen intuitiv möglich sein.

Dieses Kapitel beginnt mit einer kurzen Übersicht über die Grundlagen der robusten Regelung. Dazu werden zunächst diverse Beschreibungsformen für verschiedene Modellunsicherheiten, die beim robusten Regelungsentwurf berücksichtigt werden, erläutert. Anschließend wird das Parameterraumverfahren [2, 4] vorgestellt, eine Methode des robusten Regelungsentwurfs, die es erlaubt einen Regler zu entwerfen, der mit den vorgestellten Unsicherheiten zurecht kommt. Daraufhin wird auf den Störgrößenbeobachter [72] eingegangen und es werden einige Abwandlungen der üblichen Struktur vorgestellt. Basierend auf diesen theoretischen Herleitungen wird die Quer- und Längsregelung für automatisierte Fahrzeuge erläutert. Die Parametrierung der entwickelten Regelungsstruktur geschieht mit dem vorgestellten Parameterraumverfahren. Mit diesem wird auch eine Robustheitsanalyse durchgeführt und so gezeigt, dass sich die Struktur für einen großen Betriebsbereich eignet.

### 5.1 Robuste Regelung

Dem Regelungsentwurf wird meist ein Modell des dynamischen Verhaltens der Strecke zugrunde gelegt. Dieses Modell gibt das wahre Verhalten mehr oder weniger gut wieder. Vor allem bei linearen Modellen, die durch Linearisierung einer nichtlinearen Strecke um einen Arbeitspunkt entstanden sind, kann das Verhalten stark abweichen sofern der Arbeitspunkt verlassen wird. Des Weiteren können aufgrund von Modellierungsunsicherheiten oder Parameterschwankungen erhebliche Abweichungen vom zugrunde gelegten nominellen Modell auftreten. Letztere können durch variierende Betriebszustände wie beispielsweise die schwankende Masse eines Fahrzeugs aufgrund unterschiedlicher Beladung auftreten. Aufgabe der robusten Regelung ist es daher einen Regler zu finden, der bestimmte Mindestanforderungen an den Regelkreis erfüllt, solange die Werte der Parameter bestimmte zuvor definierte Grenzen einhalten. Die gewünschten Eigenschaften können beispielsweise fordern, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises stets in einem vorgegebenen Gebiet  $\Gamma$  liegen.

#### 5.1.1 Beschreibung von Modellunsicherheiten

Mathematische Modelle können physikalische Systeme nicht exakt abbilden und stellen immer eine Näherung dar. Oft ist eine sehr genaue Modellierung auch gar nicht erwünscht, da so die Modellordnung ansteigt und ein einfaches Modell sich besser für Entwurf und Analyse der Regelung eignet.

In der Regelungstechnik ist es üblich, Unsicherheiten in Modelle einzufügen, um Aussagen über Modellabweichungen machen zu können. Der Grundgedanke der Beschreibung von Modellunsicherheiten ist es, dabei nicht von einem nominellen Streckenmodell auszugehen, sondern von einer ganzen *Streckenfamilie*. Diese Familie setzt sich aus einem nominellen Streckenmodell und einem Unsicherheitsbereich zusammen. Dabei wird prinzipiell zwischen zwei Arten von Unsicherheiten unterschieden:

- strukturierten (parametrischen) Unsicherheiten und
- unstrukturierten (dynamischen) Unsicherheiten.

Bei ersteren ist die Struktur und Ordnung des Modells bekannt, aber einige Parameter sind unsicher. Sie können beispielsweise durch variierende Betriebszustände auftreten. Im Fall der Fahrzeugmodellierung stellt die variierende Zuladung und die damit verbundene unsichere Masse, Schwerpunktlage und Trägheit des Fahrzeuges ein häufig auftretendes Beispiel dar.

Zur mathematischen Beschreibung werden die unsicheren Parameter üblicherweise in einem Parametervektor  $\mathbf{q} \in R^l$  zusammengefasst. Der Parametervektor variiert in einem gegebenen Betriebsbereich  $Q$  [71]. Für jedes Element von  $q$  wird eine untere Schranke  $q_i^-$  und obere Grenze  $q_i^+$  definiert:

$$q_i \in [q_i^-, q_i^+]. \quad (5.1)$$

Die Intervalle aller Parameter  $\mathbf{q}$  spannen einen Raum  $Q$  auf, der sich demnach zu

$$Q = \{\mathbf{q} = [q_1 \dots q_l]^T \mid q_i \in [q_i^-, q_i^+], i = 1, \dots, l_q\} \quad (5.2)$$

ergibt. Die Ecken  $Q_E$  und Kanten  $Q_K$  sind bei der Synthese und Analyse besonders interessant:

$$Q_E = \{\mathbf{q} \mid q_i \in \{q_i^-, q_i^+\}, i = 1, \dots, l_q\} \quad (5.3)$$

$$Q_K = \{\mathbf{q} \mid q_i \in [q_i^-, q_i^+], q_j \in \{q_j^-, q_j^+\}, i = 1, \dots, l_q, j = 1, \dots, l_q, \forall j \neq i\}. \quad (5.4)$$

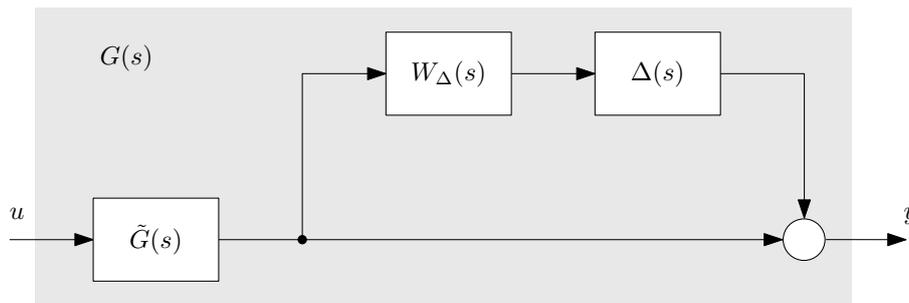
Damit ergibt sich anstatt einer Strecke eine ganze *Streckenfamilie*

$$\mathcal{G}(s, Q) = \{G(s, \mathbf{q}) \mid \mathbf{q} \in Q\}. \quad (5.5)$$

Unstrukturierte Unsicherheiten entstehen dagegen durch nicht berücksichtigte oder nicht abgebildete Dynamiken und sind frequenzabhängig. Beispiele hierfür stellen nicht abgebildete Aktuatoren dar. Mathematisch beschreiben lassen sich unstrukturierte Unsicherheiten unter anderem durch multiplikative Eingangs- oder Ausgangsunsicherheiten [22]. Entsprechend Abb. 5.1 wird das Fehlermodell durch

$$G(s) = (1 + W_\Delta(s)\Delta(s)) \tilde{G}(s) \quad (5.6)$$

beschrieben. Dabei ist  $W_\Delta(s)$  eine feste stabile Übertragungsfunktion, die Gewichtungsfunktion,



**Abbildung 5.1:** Ausgangsseitiges Multiplikatives Unsicherheitsmodell.

funktion, und  $\Delta(s)$  ist eine beliebige Übertragungsfunktion, die  $\|\Delta\|_\infty \leq 1$  genügt [22]. Es ergibt sich damit eine frequenzabhängige Abweichung zwischen dem nominellen Streckenmodell  $\tilde{G}(s)$  und dem tatsächlichen Verhalten  $G(s)$ .

In der robusten Regelung werden die beschriebenen Unsicherheitsmodelle statt einem nominellen Streckenmodell  $\tilde{G}(s)$  verwendet und bei den Stabilitätsbetrachtungen in Synthese und Analyse von Regelungen berücksichtigt.

Der Regelkreis wird dabei robust intern stabil bezüglich des Parameterraums  $Q$  genannt, wenn sämtliche Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises für alle  $\mathbf{q} \in Q$  in der linken komplexen Halbebene liegen und keine Pol-/Nullstellenkürzungen in der rechten komplexen Halbebene auftreten.

Bei Vorhandensein von multiplikativen Unsicherheiten wird von robuster Stabilität gesprochen, falls

$$|W_\Delta(j\omega)T(j\omega)| < 1 \forall \omega \in [0, \infty) \quad (5.7)$$

gilt.  $T(j\omega)$  bezeichnet dabei die *komplementäre Übertragungsfunktion*<sup>1</sup>.

Der Begriff der robusten Stabilität kann erweitert werden, sodass Anforderungen an die

<sup>1</sup>Die komplementäre Übertragungsfunktion von der Führungsgröße  $w$  zum Ausgang  $y$  wird üblicherweise *Führungsübertragungsfunktion* genannt.

Regelgüte gestellt werden können. Dann wird von robust gutem Regelverhalten gesprochen. Dazu kann gefordert werden, dass nicht nur interne Stabilität für alle Unsicherheiten gewährleistet wird, sondern beispielsweise die Pole des geschlossenen Regelkreises in einem bestimmten Gebiet  $\Gamma$  liegen oder die relevanten Amplitudengänge der Sensitivitätsfunktionen bestimmte Beschränkungen einhalten. Dabei kann das sogenannte Parameterraumverfahren unterstützen, welches im Folgenden erläutert wird.

### 5.1.2 Parameterraumverfahren

Die grundlegende Fragestellung der robusten Regelung besteht darin, für welchen Bereich  $Q$  der geschlossene Regelkreis stabil ist. Um diese Frage zu beantworten, kann das Parameterraumverfahren [2, 4], eine Auslegungsmethode für den robusten Regelungsentwurf, verwendet werden. Dabei werden Eigenwert- und Frequenzganganforderungen in den Parameterraum überführt, wobei eine ganze Klasse von Streckenmodellen gewählt wird. Das bedeutet, dass eine endliche Menge an Arbeitspunkten der Strecke betrachtet wird. Dieser Arbeitsbereich ergibt sich als  $n$ -dimensionaler Euklidischer Raum, wobei  $n$  durch die identifizierten parametrischen Unsicherheiten (siehe Abschnitt 5.1.1) gegeben ist.

Jeder dieser Arbeitspunkte beschreibt einen anderen Zustand der Strecke. Gewöhnliche Reglerentwurfsmethoden würden in dem Fall jeweils einen Regler für die unterschiedlichen Strecken bilden. Mit dem Parameterraumverfahren ist es dagegen möglich einen Regler zu finden, der gleichzeitig eine endliche Anzahl an Strecken stabilisiert.

Beim Parameterraumverfahren werden Stabilitätsspezifikationen des geschlossenen Regelkreises in die Ebene zweier Strecken- und/oder Reglerparameter projiziert [71]. Durch diese Projektion werden auf der spezifizierten Parameterebene verschiedene Stabilitätsbereiche des betrachteten Systems abgebildet. Liegen mehr als zwei unsichere Parameter vor, muss der dritte, vierte, etc. Parameter gerastert werden. Für jede Rasterung gibt es dann jeweils ein Stabilitätsgebiet im Parameterraum. Das System ist dann robust stabil, wenn der Arbeitsbereich sich in der Schnittmenge der Gebiete befindet. Die  $l_q$  parametrischen Unsicherheiten des Systems werden zunächst in einem Vektor  $\mathbf{q}$  kombiniert, der auf den Arbeitsbereich der Strecke  $Q$  begrenzt ist. Die grundlegende Idee hinter dem Parameterraumverfahren ist nun die Folgende: Von einem Anfangspunkt  $\mathbf{q}_0 \in Q$  kommend, mit dem stabilen charakteristischen Polynom  $p(s, \mathbf{q})$ , können die Nullstellen von  $p(s, \mathbf{q})$  nicht von einem stabilen Bereich in den instabilen Bereich springen, ohne die Stabilitätsgrenze zu überschreiten (*Grenzüberschreitungsatz* nach Frazer und Duncan [29]). Im Falle der Hurwitz Stabilität bildet die imaginäre Achse die Stabilitätsgrenze.

Im Folgenden werden einige sinnvolle Spezifikationen beschrieben, welche sich für die Abbildung mit dem Parameterraumverfahren eignen.

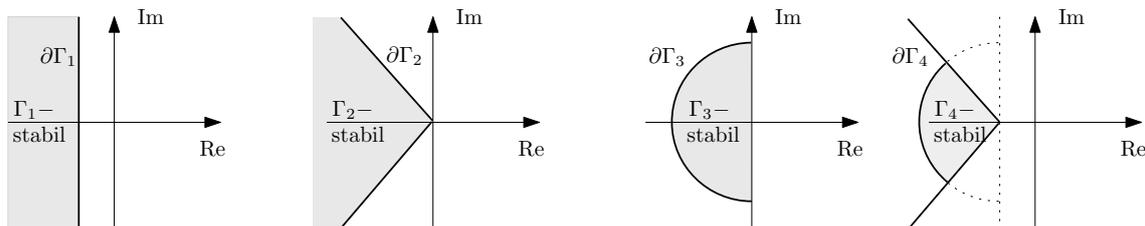
#### Eigenwertkriterien - $\Gamma$ -Stabilität

Über die  $\Gamma$ -Gebiete können Polwunschgebiete definiert werden. Dabei wird die Anforderung der Hurwitz-Stabilität, dass die Pole in der linken komplexen Halbebene liegen müssen, durch  $\Gamma$ -Gebiete ersetzt [2]. Damit können Anforderungen unter anderem an Stabilität, Einschwingzeit, Dämpfung und Bandbreitenbegrenzung des geschlossenen Re-

gelkreises direkt als Pol-Wunschgebiete definiert werden. Die Gebiete werden durch Begrenzungen  $\partial\Gamma$  begrenzt, die sich idealerweise durch Kegelschnitte beschreiben lassen:

- Parallele zur imaginären Achse zur Begrenzung der maximalen Einschwingzeit und zur Garantie der Hurwitz-Stabilität,
- Geraden zur Bestimmung der Mindestdämpfung,
- Kreis zur Begrenzung der maximalen natürlichen Frequenz und
- die Schnittmenge der zuvor genannten Gebiete.

Abb. 5.2 zeigt die beschriebenen Beispiele für mögliche  $\Gamma$ -Gebiete.



**Abbildung 5.2:** Mögliche  $\Gamma$ -Gebiete in der Eigenwert-Ebene nach [71]: maximale Einschwingzeit, minimale Dämpfung, Bandbreitenbegrenzung und kombinierte Stabilität (von links nach rechts).

### Frequenzabhängige Betragskriterien - $\mathcal{B}$ -Stabilität

Die  $\Gamma$ -Stabilität beschränkt sich auf Eigenwert-Spezifikationen und behandelt damit den Zeitbereich. Zur Definition von frequenzabhängigen Anforderungen eignet sich die  $\mathcal{B}$ -Stabilität [71]. Diese Kriterien beziehen sich unter anderem auf die Sensitivität des Regelkreises gegenüber Störeinflüssen oder Rauscheinflüssen. Dazu wird eine Sensitivitätsfunktion  $S(j\omega)$  des geschlossenen Regelkreises gebildet, z. B. die Störübertragungsfunktion von einer Störung  $d(j\omega)$  zum Streckenausgang  $y(j\omega)$  und Anforderung an dessen Amplitudengang gestellt [71].

Die Definition der  $\mathcal{B}$ -Stabilität ist äquivalent zur  $\Gamma$ -Stabilität: Eine Übertragungsfunktion ist  $\mathcal{B}$ -stabil, wenn ihr Frequenzgang in einem definierten Gebiet liegt [71]. Diese Region wird  $\mathcal{B}$  genannt und ihr Rand  $\partial\mathcal{B}$  definiert sich folgendermaßen:

$$\partial\mathcal{B}(\omega) = |B(j\omega)|, \quad \forall \omega \in [0, \infty), \quad (5.8)$$

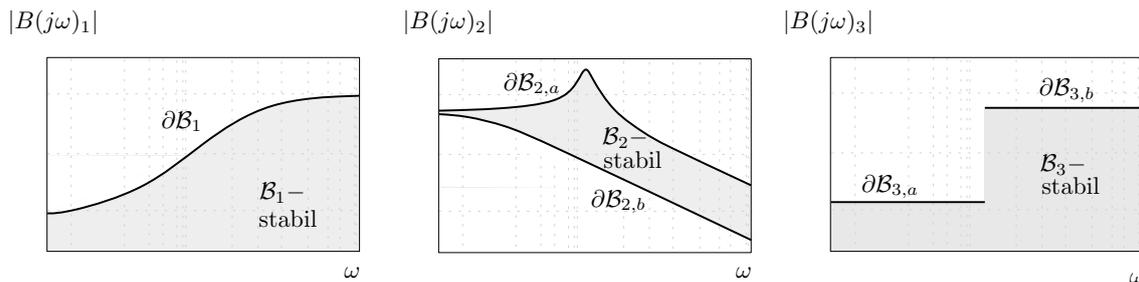
wobei  $B(j\omega)$  eine Übertragungsfunktion ist. Mögliche  $\mathcal{B}$ -Stabilitätsgebiete sind in Abb. 5.3 beispielhaft dargestellt.

Über die  $\mathcal{B}$ -Stabilität kann gefordert werden, dass der Amplitudengang von  $S(j\omega)$  bestimmten Mindestanforderungen genügt. Verläuft der Amplitudengang im  $\mathcal{B}$ -Gebiet, so wird der Regelkreis als  $\mathcal{B}$ -stabil bezeichnet [71]:

$$|S(j\omega)| < \partial\mathcal{B}(\omega). \quad (5.9)$$

Der Vollständigkeit halber sei neben der  $\Gamma$ - und  $\mathcal{B}$ -Stabilität noch die  $\Theta$ -Stabilität [19], zur Definition von Ortskurvenkriterien, genannt. Da es im Zuge der Arbeit nicht angewandt

## 5 Robuste Trajektorienfolgeregelung



**Abbildung 5.3:** Mögliche  $\mathcal{B}$ -Stabilitätsgebiete im Amplitudengang nach [71].

wird, wird auf eine genauere Beschreibung verzichtet.

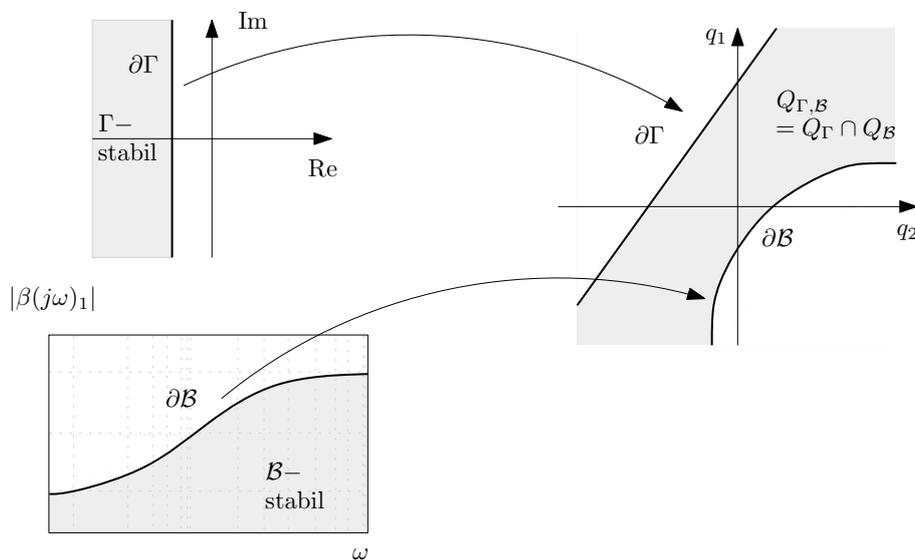
Das Parameterraumverfahren wird verwendet, um einen robusten Regler zu entwerfen. Ein System wird demnach robust  $\Gamma$ - und  $\mathcal{B}$ -stabil bezeichnet, falls für sämtliche Betriebspunkte im Betriebsbereich  $\mathbf{q} \in Q$ , alle Eigenwerte innerhalb der definierten  $\Gamma$ -Gebiete liegen, die relevanten Amplitudengänge die  $\partial\mathcal{B}$ -Grenzen einhalten und in den  $\mathcal{B}$ -Gebieten liegen [2].

Die Parameter  $\mathbf{q} \in Q$  müssen demnach in der Schnittmenge der Gebiete

$$q \in Q_\Gamma \cap Q_{\mathcal{B}} \quad (5.10)$$

im Parameterraum liegen.

Abb. 5.4 zeigt abschließend das Prinzip des Verfahrens anhand einer beispielhaften Projektion der  $\partial\Gamma$  und  $\partial\mathcal{B}$ -Berandungen in den Parameterraum. Sämtliche unsicheren Para-

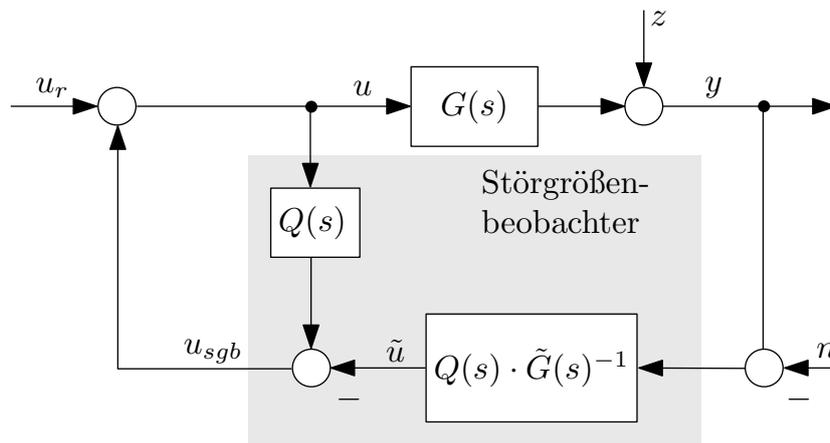


**Abbildung 5.4:** Prinzip der Projektion der  $\partial\Gamma$ - und  $\partial\mathcal{B}$ -Berandungen auf die  $(q_1, q_2)$ -Parameterebene.

meter  $q_1$  und  $q_2$  aus dem Bereich  $Q_{\Gamma, \mathcal{B}} = Q_\Gamma \cap Q_{\mathcal{B}}$  genügen den definierten Anforderungen. Das Parameterraumverfahren wird in Abschnitt 5.5 zur Parametrierung der entwickelten Regelungsstruktur verwendet.

## 5.1.3 Störgrößenbeobachter

Der *Störgrößenbeobachter* (SGB)<sup>2</sup> stellt einen Ansatz zur stationär genauen Unterdrückung von Störungen dar. Die Theorie geht auf [72] zurück. Häufig ist die Methode in der Literatur auch unter dem Namen inverse Modellfolgerregelung mit zwei Freiheitsgraden [45, 52, 3] zu finden und ist eng verwandt mit Internal Model Control [33]. Der Ansatz wurde für viele verschiedene Aufgabenstellungen angewendet, da er sich durch die robuste Unterdrückung von Störungen und Kompensation von Modellierungsungenauigkeiten auszeichnet. In [38] wird er zum Beispiel für einen Lenkwinkelregler verwendet, in [98] für die Regelung eines Elektromotors und in [77] für die Positionierung eines Industrieroboters. Gewöhnlich liefert der SGB ein Signal  $u_{sgb}$ , welches für eine Störkompensation der auf das System wirkenden Störung  $z$  verwendet wird. Dazu vergleicht der SGB den Systemeingang  $u$  mit dem gemessenen Systemausgang  $y$  der Strecke  $G(s)$ . Für den Vergleich wird ein inverses Modell  $\tilde{G}(s)^{-1}$  verwendet. Da  $G(s)$  in der Regel nicht invertiert werden kann, wird ein Filter  $Q(s)$  benutzt, um die Inversion realisierbar zu machen. Abb. 5.5 zeigt die klassische Umsetzung.  $n$  bezeichnet dabei das Messrauschen, das auf die Messgröße  $y$  wirkt. Die positiven Eigenschaften des SGB lassen sich am Besten bei Betrachtung der Übertra-



**Abbildung 5.5:** Struktur des mit dem Störgrößenbeobachter geschlossenen Regelkreises.

gangsfunktionen des über den SGB geschlossenen Regelkreises erkennen. Sie ergeben sich zu:

$$G_{u_r \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{U_r(s)} = \frac{G(s)\tilde{G}(s)}{\tilde{G}(s) + (G(s) - \tilde{G}(s))Q(s)}, \quad (5.11)$$

$$G_{z \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{\tilde{G}(s)(1 - Q(s))}{\tilde{G}(s) + (G(s) - \tilde{G}(s))Q(s)}, \quad (5.12)$$

$$G_{n \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{G(s)Q(s)}{\tilde{G}(s) + (G(s) - \tilde{G}(s))Q(s)}. \quad (5.13)$$

Unter Annahme eines Tiefpassverhaltens für  $Q(s)$ , gilt für niedrige Frequenzen ( $Q(s) \approx 1$ ):

$$G_{u_r \rightarrow y}(s) \approx \tilde{G}(s), G_{z \rightarrow y}(s) \approx 0, G_{n \rightarrow y}(s) \approx 1 \quad (5.14)$$

<sup>2</sup>engl. *Disturbance Observer*

## 5 Robuste Trajektorienfolgeregelung

---

und für hohe Frequenzen: ( $Q(s) \approx 0$ ):

$$G_{u_r \rightarrow y}(s) \approx G(s), G_{z \rightarrow y}(s) \approx 1, G_{n \rightarrow y}(s) \approx 0 \quad (5.15)$$

Bei niedrigen Frequenzen verhält sich der Regelkreis somit wie das nominelle Streckenmodell  $\tilde{G}(s)$  und bei hohen Frequenzen wie die reale Strecke  $G(s)$ . Das bedeutet, bei niedrigen Frequenzen prägt der SGB der Strecke ein Wunschverhalten  $\tilde{G}(s)$  auf. Dies kann den Regelungsentwurf des überlagerten Reglers unter Umständen erheblich vereinfachen, da der Regelungsentwurf für das nominelle Modell durchgeführt werden kann. Damit ergibt sich das selbe dynamische Verhalten unabhängig von Parameterschwankungen der Strecke  $G(s)$ . In der Industrie ist das eine sehr wichtige Eigenschaft, da sich die einzelnen Produkte in ihrem dynamischen Verhalten nicht unterscheiden sollen.

Die Abweichungen zwischen  $\tilde{G}(s)$  und  $G(s)$  können als multiplikative Unsicherheit  $W_\Delta(s)$   $\Delta(s)$  aufgefasst werden, die es zu kompensieren gilt [38]:

$$y = G(s)u + z = \tilde{G}(s)(1 + W_\Delta(s)\Delta(s))u + z. \quad (5.16)$$

Ziel des SGB ist es, damit

$$y = \tilde{G}(s)u_r \quad (5.17)$$

zu erhalten und die Wirkung der Störungen  $z$  und der Modellunsicherheiten zu kompensieren. Dies wird erreicht, indem die Störung und die Modellunsicherheit als erweiterte Störung  $e$  betrachtet werden

$$y = \tilde{G}(s)u + \tilde{G}(s)W_\Delta(s)\Delta(s)u + z = \tilde{G}(s)u + e. \quad (5.18)$$

Aufgelöst nach  $u$  und durch Einsetzen von (5.17) und der Gleichung der erweiterten Störung

$$e = y - \tilde{G}(s)u \quad (5.19)$$

ergibt sich das Stellgesetz für  $u$ , um  $e$  zu unterdrücken

$$u = u_r - \tilde{G}(s)^{-1}y + u. \quad (5.20)$$

Dabei stellt sich das gewünschte Verhalten (5.17) ein. Wie zuvor erwähnt muss die Invertierung  $\tilde{G}(s)^{-1}$  durch ein Filter  $Q(s)$  realisiert werden und es ergibt sich so

$$u = u_r + Q(s)(u) - Q(s)\tilde{G}(s)^{-1}y. \quad (5.21)$$

Die Struktur zeichnet sich durch das Aufprägen des nominellen Verhaltens und der damit verbundenen Robustheit aus. Entsprechend der Grundregel des robusten Regelungsentwurfs sollte  $\tilde{G}(s)$  dem wahren Verhalten  $G(s)$  natürlich trotzdem möglichst nahe kommen [3]. Wie in [92] gezeigt, kann die Struktur auch mit Nichtlinearitäten in der Strecke umgehen. Der Effekt der Nichtlinearität wird dabei durch den SGB kompensiert und das System verhält sich wie die lineare nominelle Strecke.

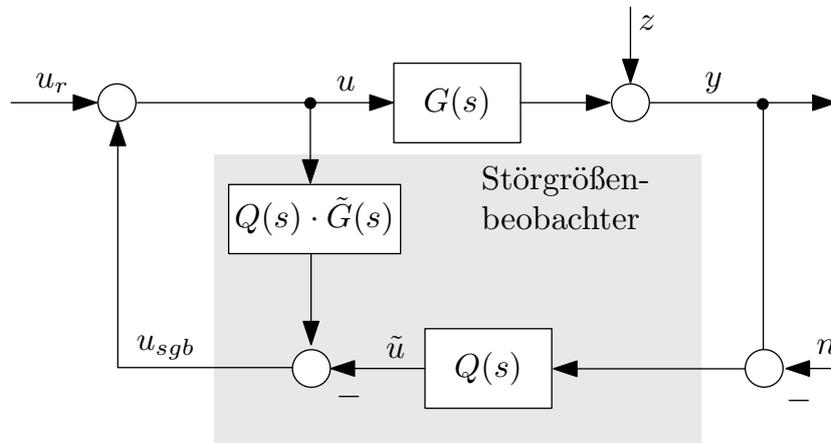
Die Auslegung des SGB besteht hauptsächlich in der Wahl von  $\tilde{G}(s)$  und  $Q(s)$ . [93] beschreibt eine fast notwendige und hinreichende Bedingung, um robuste Stabilität für den über den SGB geschlossenen Regelkreis zu gewährleisten. Dazu muss der relative Grad des nominellen Streckenmodells  $\tilde{G}(s)$  dem relativen Grad der realen Strecke entsprechen. Wird dies berücksichtigt und ist der Filter  $Q(s)$  gleichzeitig schnell genug, kann eine robuste Störunterdrückung garantiert werden.

Für die Wahl des Filters  $Q(s)$  müssen folgenden Bedingungen erfüllt werden:

- der relative Grad von  $Q(s)$  muss größer oder gleich dem relativen Grad von  $\tilde{G}(s)$  sein (Kausalität von  $Q(s)/\tilde{G}(s)$ ),
- $Q(s)$  soll so gewählt werden, dass Störungen bei niedrigen Frequenzen unterdrückt werden, d. h.  $G_{z \rightarrow y}(s)$  klein ist,
- $Q(s)$  soll so gewählt werden, dass hochfrequente Störungen (Messrauschen) unterdrückt werden, d. h.  $G_{n \rightarrow y}(s)$  klein ist.

Aufgrund der Struktur des SGB erfüllt ein Tiefpassfilter mit dem jeweilig ausreichenden relativen Grad diese Anforderungen gewöhnlich.

Die Invertierung von  $\tilde{G}(s)$  ist allerdings nicht immer möglich. Enthält  $\tilde{G}(s)$  positive Nullstellen oder Totzeiten, ist die Inversion unmöglich. Allerdings kann das Modellverhalten der Strecke  $\tilde{G}(s)$  oder der nicht-invertierbare Teil der Strecke verlegt werden (siehe Abb. 5.6). Damit wird die Störung  $z$  ebenfalls kompensiert. Die nützliche Eigenschaft der



**Abbildung 5.6:** Modifikation des Störgrößenbeobachters, bei dem  $\tilde{G}(s)$  nicht invertiert wird.

Strecke ein Wunschhalten aufzuprägen, geht allerdings verloren<sup>3</sup>.

In anderen Fällen kann es sinnvoll sein, die Streckendynamik in Teilmodelle aufzuteilen. Damit ist es möglich nur einen Teil der Störungen zu kompensieren. Abb. 5.7 zeigt eine modifizierte, neuartige Struktur, um nur  $z_2$  zu kompensieren. Die Strecke wird dazu in  $G_1(s)$  und  $G_2(s)$  aufgeteilt. Zum Beispiel kann  $G_1(s)$  dem Aktuator des zu regelnden Systems entsprechen. Für beide Teilübertragungsfunktionen werden Modelle  $\tilde{G}_1(s)$  und  $\tilde{G}_2(s)$  gewählt. Die Übertragungsfunktionen des über den SGB geschlossenen Regelkreises ergeben sich zu:

$$G_{u_r \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{U_r(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s)}{\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s) + Q_1(s)Q_2(s)(G_1(s)G_2(s) - G_1(s)\tilde{G}_2(s))}, \quad (5.22)$$

$$G_{n \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)Q_1(s)Q_2(s)}{\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s) + Q_1(s)Q_2(s)(G_1(s)G_2(s) - G_1(s)\tilde{G}_2(s))}, \quad (5.23)$$

<sup>3</sup>Eine weitere Möglichkeit, um mit Totzeiten umzugehen, stellt der sog. communication DO (siehe z. B. [87]) dar, der hier aber nicht weiter beschrieben wird.

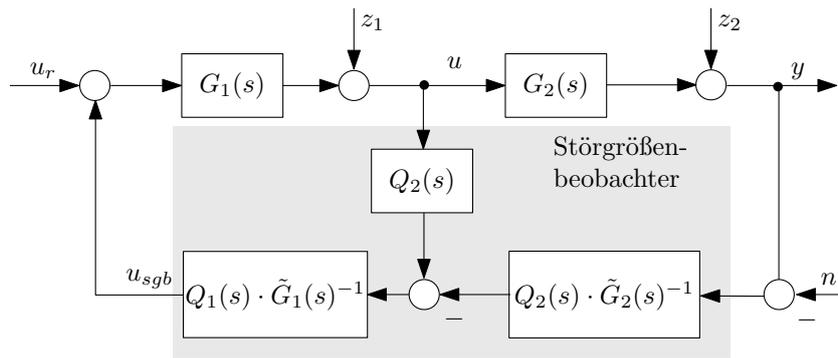


Abbildung 5.7: Modifikation des SGS, um nur  $z_2$  zu kompensieren.

$$G_{z_1 \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{Z_1(s)} = \frac{G_2(s)\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s)}{\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s) + Q_1(s)Q_2(s)(G_1(s)G_2(s) - G_1(s)\tilde{G}_2(s))}, \quad (5.24)$$

$$G_{z_2 \rightarrow y}(s) := \frac{Y(s)}{Z_2(s)} = \frac{\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s) - G_1(s)\tilde{G}_2(s)Q_1(s)Q_2(s)}{\tilde{G}_1(s)\tilde{G}_2(s) + Q_1(s)Q_2(s)(G_1(s)G_2(s) - G_1(s)\tilde{G}_2(s))}. \quad (5.25)$$

Bei der Verwendung dieser Struktur sollte das Modell der ersten Teilstrecke  $\tilde{G}_1(s)$  dem realen Verhalten  $G_1(s)$  möglichst genau entsprechen, sodass die Annahme  $G_1(s) \approx \tilde{G}_1(s)$  gilt.

Damit, folgt für niedrige Frequenzen ( $Q_1(s) \approx 1, Q_2(s) \approx 1$ ):

$$G_{u_r \rightarrow y}(s) \approx G_1(s)\tilde{G}_2(s), G_{n \rightarrow y}(s) \approx 1, G_{z_1 \rightarrow y}(s) \approx \tilde{G}_2(s), G_{z_2 \rightarrow y}(s) \approx 0 \quad (5.26)$$

und für hohe Frequenzen ( $Q_1(s) \approx 0, Q_2(s) \approx 0$ )

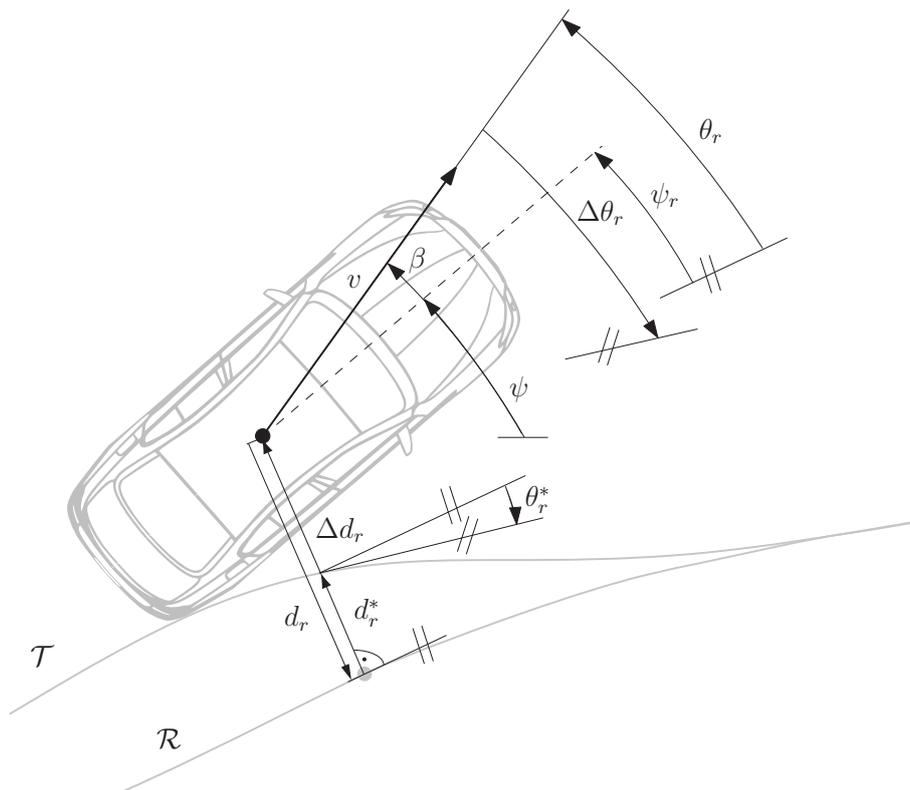
$$G_{u_r \rightarrow y}(s) \approx G_1(s)G_2(s), G_{n \rightarrow y}(s) \approx 0, G_{z_1 \rightarrow y}(s) \approx G_2(s), G_{z_2 \rightarrow y}(s) \approx 1. \quad (5.27)$$

So prägt diese Struktur der Teilstrecke  $G_2(s)$  ein nominales Verhalten  $\tilde{G}_2(s)$  bei niedrigen Frequenzen auf und kompensiert die Störung  $z_2$ . Dafür muss allerdings  $G_1(s)$  möglichst genau bekannt sein. Der große Vorteil aber ist, dass  $z_1$  nicht kompensiert wird. Diese Eigenschaft wird im folgenden Regelungsentwurf ausgenutzt.

## 5.2 Robuste Quertrajektorienfolgeregelung

Die vorherigen theoretischen Betrachtungen des SGB werden nun für den Regelungsentwurf der Quertrajektorienfolgeregelung verwendet. Ziel der Querregelung ist es, der geplanten Quertrajektorie (siehe Kapitel 4) zu folgen und Störungen zu unterdrücken. Da die Regelungsstruktur auch für kooperative Fahrfunktionen verwendet werden soll, stellt sich die Schwierigkeit, die Fahrereingaben (über das Handmoment  $M_{len, fah}$ ) nicht als Störung zu unterdrücken.

Abb. 5.8 veranschaulicht die wichtigsten Größen für die Querregelung bei der Bewegung



**Abbildung 5.8:** Fahrzeug relativ zur Straße  $\mathcal{R}$  und einer geplanten Trajektorie  $\mathcal{T}$ .

eines Fahrzeugs relativ zu einer geplanten Trajektorie  $\mathcal{T}$  und der Straße  $\mathcal{R}$ . Über Sensorik können die Querablage  $d_r$  zur Fahrspur erfasst und so der Querablagefehler  $\Delta d_r$  bezüglich der Trajektorie gebildet werden:

$$\Delta d_r = d_r^* - d_r. \quad (5.28)$$

Als weitere Regelgröße wird der Kurswinkelfehler bezüglich der Trajektorie gebildet:

$$\Delta \theta_r = \theta_r^* - \theta_r. \quad (5.29)$$

Die kinematischen Gleichungen für die Relativbewegung zur Trajektorie können durch Verwendung der Frenet-Gleichungen erhalten werden. Dazu wird in (3.5) und (3.7) statt der Straße die Trajektorie als Referenz betrachtet<sup>4</sup> und man erhält

$$\Delta \dot{d}_r = v \sin(\Delta \theta_r) \quad (5.30)$$

und

$$\Delta \dot{\theta}_r = \kappa^*(s_r) \dot{s}_r - \dot{\theta}_r = \dot{\theta}_r^* - \dot{\theta}_r. \quad (5.31)$$

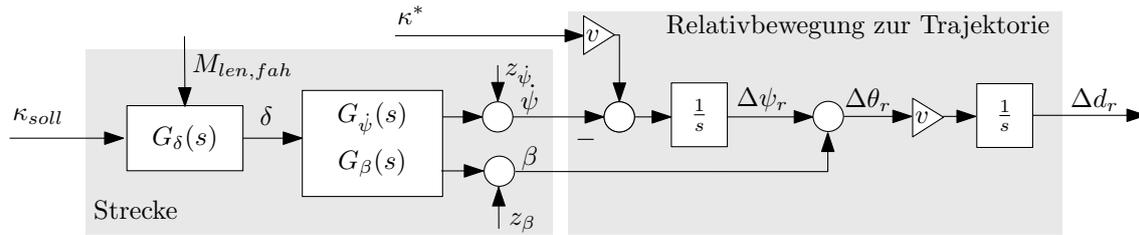
Für kleine Abweichungen zur Trajektorie gilt die Kleinwinkelnäherung und man erhält

$$\Delta \dot{d}_r = v \Delta \theta_r \quad (5.32)$$

und

$$\Delta \dot{\theta}_r = v \kappa^* - \dot{\theta}_r. \quad (5.33)$$

## 5 Robuste Trajektorienfolgeregelung



**Abbildung 5.9:** Lineares Modell für den Regelungsentwurf der Quertrajektorienfolgeregelung.

Das damit gebildete Modell für den Regelungsentwurf ist in Abb. 5.9 dargestellt. Dabei stellt sich das Problem, dass der eigentlich notwendige Kurswinkel bezüglich der Straße  $\theta_r$  üblicherweise nicht direkt gemessen werden kann. Kameras erfassen den Headingwinkel  $\psi_r$  bezüglich der Straße, der dem Differenzwinkel zwischen der Tangente der Straße und der Fahrzeuglängsachse entspricht. Es wird somit der Schwimmwinkel  $\beta$ , der in die Fahrzeugbewegung mit einfließt, nicht gemessen (siehe Abb. 5.8). Aus diesem Grund ist eine Schätzung des Schwimmwinkels notwendig.

Ziel der Quertrajektorienfolgeregelung ist es, mit den beiden Messgrößen  $\psi_r$  und  $d_r$  die Regelfehler bezüglich der geplanten Trajektorie abzubauen. Abb. 5.10 zeigt die dazu verwendete Struktur der Querregelung. Dabei wird als Hilfsgröße zusätzlich der Lenkwinkel  $\delta$  zurückgeführt.

Der Regler setzt sich aus drei Bausteinen zusammen:

- dem Störgrößenbeobachter,
- dem Schwimmwinkelbeobachter und
- dem Folgeregler.

Die Trajektorienplanung stellt im Sinne der Zwei-Freiheitsgrade-Struktur die Referenzsignale  $\kappa^*$ ,  $\theta_r^*$  and  $d_r^*$  bereit. Die dynamische Vorsteuerung (siehe Abschnitt 4.7) berechnet das Vorsteuersignal  $\kappa_{vs}$  unter Verwendung eines vereinfachten Fahrzeugmodells. Zur Störunterdrückung werden ein Störgrößenbeobachter und ein Folgeregler verwendet. Für die Bildung des Kurswinkels relativ zur Fahrspur  $\theta_r$  wird ein Schwimmwinkelbeobachter implementiert. Die gesamte Stellgröße berechnet sich aus dem Vorsteuersignal und dem Ausgang der Trajektorienfolgeregelung  $\kappa_{regler}$  (siehe Abb. 5.10) mit

$$\kappa_{soll} = \kappa_{vs} + \kappa_{regler} = \kappa_{vs} + \kappa_{fr} + \kappa_{sgb}. \quad (5.34)$$

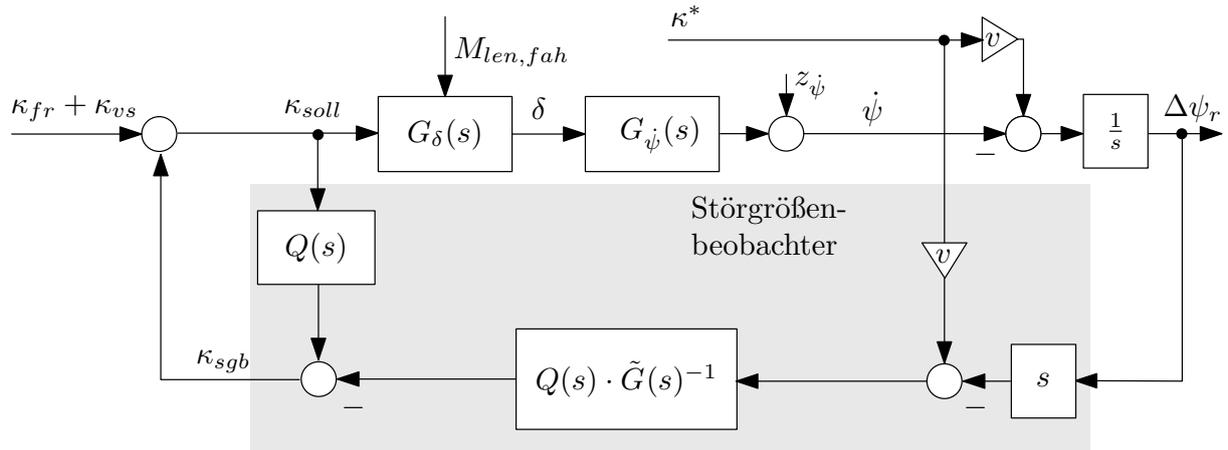
Dabei bezeichnen  $\kappa_{fr}$  den Ausgang des Folgereglers und  $\kappa_{sgb}$  den Ausgang des Störgrößenbeobachters. Die einzelnen Bestandteile der Regelung werden im Folgenden erläutert.

### 5.2.1 Störgrößenbeobachter

Wie zuvor beschrieben wird der Störgrößenbeobachter zur Erreichung der stationären Genauigkeit verwendet. Zwei Umsetzungen werden im Folgenden präsentiert, eine kooperative und eine nicht-kooperative Ausführung. In beiden Fällen wird der gebildete

<sup>4</sup>Außerdem wird das Vorzeichen so angepasst, dass sich der Regelfehler als Differenz aus Soll und Ist ergibt.





**Abbildung 5.11:** Struktur der klassischen, nicht-kooperativen Umsetzung des SGB der Querregelung.

kooperativen Fahrmanöver. Ähnlich [101] bietet sich als Maßnahme die Berücksichtigung des gemessenen Fahrerhandmoments und damit die Skalierung des Ausgangs des SGB an. Damit geht allerdings im Fall der Fahrerinteraktion die Störunterdrückung durch den Beobachter verloren.

### Modifizierte, kooperative Umsetzung des Störgrößenbeobachters

Alternativ kann die modifizierte Variante des SGB (siehe Abschnitt 5.1.3) angewandt und der Lenkwinkel  $\delta$  anstatt von  $\kappa_{soll}$  als Eingang verwendet werden. Damit werden die Fahrereingaben  $M_{len,fah}$  im SGB nicht als Störung betrachtet. Es ergibt sich damit entsprechend dem vorherigen Abschnitt für den kooperativen SGB

$$\kappa_{sgb} = Q_\delta(s) \tilde{G}_\delta(s)^{-1} Q_\psi(s) \left( \delta - \tilde{G}_\psi(s)^{-1} (v\kappa^* - s\Delta\psi_r) \right). \quad (5.38)$$

Im Gegensatz zu (5.36) muss die Übertragungsfunktion  $\tilde{G}_\delta(s)$  separat betrachtet werden. Für deren Invertierung ist ein zweites Filter  $Q_\delta(s)$  nötig. Ist der unterlagerte Lenkwinkelregler schnell genug, kann  $\tilde{G}_\delta(s)$  auch vernachlässigt werden. Das Filter  $Q_\psi(s)$  ist für die Invertierung von  $\tilde{G}_\psi(s)$  und die Differenzierung des Headingwinkels notwendig. Abb. 5.12 zeigt die Umsetzung im Blockschaltbild. Wie in Abschnitt 5.1.3 beschrieben, kann als nominelles Verhalten  $\tilde{G}_\psi(s)$  auch ein approximiertes Wunschverhalten aufgeprägt werden. In diesem Fall kann, da die reale Übertragungsfunktion den relativen Grad 2 hat (siehe (A.23)), ein ideal gedämpftes  $PT_2$  verwendet werden:

$$\tilde{G}_\psi(s) = \frac{K_\psi}{\tau_\psi^2 s^2 + 2\tau_\psi s + 1} \quad \text{und} \quad \tilde{G}_\delta(s) = \frac{1/K_\kappa}{\tau_\delta^2 s^2 + 2\tau_\delta s + 1} \quad (5.39)$$

Dabei entspricht der Verstärkungsfaktor  $K_\psi$  der stationären Verstärkung des Einspurmodells (A.24) und  $\tau_\psi$  der Wunschzeitkonstante. Dieses Verhalten entspricht damit dem nominellen, aufgeprägten Fahrzeugverhalten und wird über die Zeitkonstante  $\tau_\psi$  eingestellt.



## 5 Robuste Trajektorienfolgeregelung

Wie bereits beschrieben, erfassen Kameras nicht den Kurswinkel zur Straße  $\theta_r$ , sondern den Headingwinkel  $\psi_r$  relativ zur Straße. Für ein stationär genaues Regelgesetz ist aber die Rückführung des Kurswinkels notwendig und damit die Berücksichtigung des Schwimmwinkels  $\beta$ . Aus diesem Grund wird ein Beobachter umgesetzt, um den Schwimmwinkel zu schätzen. Der geschätzte Wert wird nachfolgend als  $\tilde{\beta}$  bezeichnet. Zu dessen Ermittlung wird ebenfalls auf die Struktur des SGB zurückgegriffen. Die Übertragungsfunktion des Beobachters lautet

$$\tilde{\beta} = Q_\beta(s) \left( \Delta\psi_r - \frac{s}{v} \Delta d_r \right). \quad (5.41)$$

Es werden somit der Headingwinkelfehler und der Querablagefehler als Eingangsgrößen verwendet. Ein Filter  $Q_\beta(s)$  ist notwendig, um die Differentiation von  $\Delta d_r$  möglich zu machen und Rauschunterdrückung zu gewährleisten. Dabei hat sich ein ideal gedämpftes  $PT_2$  als bester Kompromiss zwischen Rauschunterdrückung und schneller Schätzung erwiesen.

Der geschätzte Schwimmwinkel wird verwendet, um den Kurswinkel zu bilden

$$\tilde{\theta}_r = \psi_r + \tilde{\beta}. \quad (5.42)$$

Damit stehen alle notwendigen Informationen zur Verfügung und die Stellgröße der Folgeregelung berechnet sich zu

$$\kappa_{fr} = K_\theta \Delta\theta_r + K_d \Delta d_r = K_\theta (\theta_r^* - \tilde{\theta}_r) + K_d (d_r^* - d_r) \quad (5.43)$$

mit den Verstärkungsfaktoren  $K_\theta$  und  $K_d$ . Zur Berechnung der Verstärkungsfaktoren des Regelgesetzes gibt es viele Ansätze. Die meisten verwenden *Gain-scheduling*, um sie an die Fahrzeuggeschwindigkeit anzupassen. Mit dem folgenden Vorgehen ist dies allerdings nicht notwendig. Für den Entwurf wird das in Abb. 5.9 dargestellte Modell vereinfacht. Durch Vernachlässigung der Fahrzeugdynamik und der Referenzkrümmung in (5.32)-(5.33) erhält man

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{d}_r \\ \Delta \dot{\tilde{\theta}}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & v \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta d_r \\ \Delta \tilde{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -v \end{bmatrix} \kappa_{fr}. \quad (5.44)$$

Die Referenzkrümmung wird bereits durch die Vorsteuerung berücksichtigt. Da durch den Schwimmwinkelschätzer der geschätzte Schwimmwinkel vorliegt, kann darüber hinaus direkt der Kurswinkelfehler betrachtet werden.

Das Ziel der Folgeregelung ist es, Querabweichungen von der Zieltrajektorie asymptotisch zu unterdrücken:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta d_r(t) = 0. \quad (5.45)$$

Das Regelgesetz für  $\kappa_{fr}$  resultiert direkt aus der Ableitung der Differentialgleichung von  $\Delta d_r$  (5.44). Durch dessen Ableitung bis der Eingang erscheint, erhält man

$$\Delta \ddot{d}_r = \dot{v} \Delta \tilde{\theta}_r + v \Delta \dot{\tilde{\theta}}_r = \dot{v} \Delta \tilde{\theta}_r - v^2 \kappa_{fr}. \quad (5.46)$$

Fordert man als Wunschverhalten ein ideal gedämpftes  $PT_2$  mit einer Wunschzeitkonstante  $\tau_{fr,q}$ , erhält man:

$$\tau_{fr,q}^2 \Delta \ddot{d}_r + 2\tau_{fr,q} \Delta \dot{d}_r + \Delta d_r = 0 \quad (5.47)$$

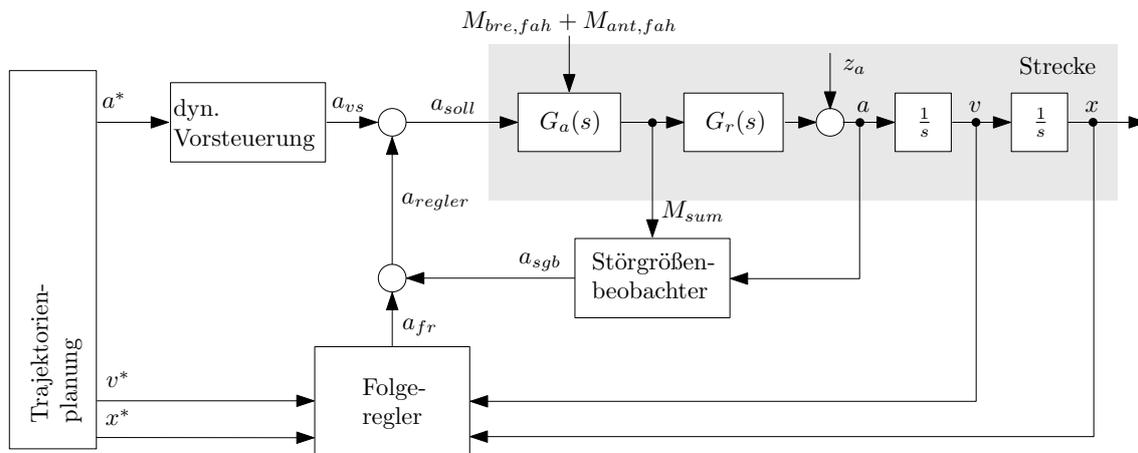
und löst nach dem Stellsignal  $\kappa_{fr}$  auf, resultiert

$$\kappa_{fr} = \Delta\tilde{\theta} \underbrace{\frac{\dot{v}\tau_{fr,q}^2 + 2v\tau_{fr,q}}{\tau_{fr,q}^2 v^2}}_{K_\theta} + \Delta d_r \underbrace{\frac{1}{\tau_{fr,q}^2 v^2}}_{K_d}. \quad (5.48)$$

Dieses Regelgesetz garantiert das asymptotische Abklingen von Querablagefehlern. Die Verstärkungsfaktoren sind geschwindigkeitsabhängig und machen damit ein geschwindigkeitsabhängiges *Gain-scheduling* überflüssig. Unabhängig von der Fahrzeuggeschwindigkeit stellt sich das gleiche dynamische Verhalten des geregelten Systems ein.

Abgesehen von den Filter-Zeitkonstanten des SGB und des Schwimmwinkelbeobachters bleiben nur die Zeitkonstante des nominellen Fahrzeugverhaltens  $\tau_\psi$  und die Zeitkonstante des Wunschverhaltens der äußeren Regelung  $\tau_{fr,q}$  zur Parametrierung. Zur Auslegung der Parameter, müssen die Zeitkonstante und Dämpfung der unterlagerten Lenkwinkelregelung und des Aktuators  $\tau_\delta$  und  $\zeta_\delta$  identifiziert werden. Eine geeignete Parametrierung von  $\tau_{fr,q}$  and  $\tau_\psi$ , zur Erfüllung der Robustheitsanforderungen, ist das Ziel von Abschnitt 5.5.

## 5.3 Robuste Längstrajektorienfolgeregung



**Abbildung 5.13:** Regelungsstruktur der Längsregelung.

Die Hauptaufgabe der Längstrajektorienfolgeregung ist die Unterdrückung von Fahrwiderständen entsprechend Gleichung (A.6). Weiterhin müssen wie in der Querregelung die Unzulänglichkeiten der Vorsteuerung kompensiert werden. Die Regelungsstruktur ist sehr ähnlich zur Struktur der Querregelung. Abb. 5.13 zeigt die Anwendung der Zwei-Freiheitsgrade-Struktur zur Realisierung der Längsführung. Die Trajektorienplanung stellt die Referenzsignale  $x^*$ ,  $v^*$  and  $a^*$  bereit. Die dynamische Vorsteuerung aus Abschnitt 4.7 liefert das Vorsteuersignal  $a_{vs}$ . Der Regler besteht ebenso wie in der Querverführung aus

- einem Störgrößenbeobachter und
- dem Folgerregler.

## 5 Robuste Trajektorienfolgeregelung

Die Stellgröße berechnet sich damit zu

$$a_{soll} = a_{vs} + a_{regler} = a_{vs} + a_{fr} + a_{sgb}, \quad (5.49)$$

Diese wird durch die Aktuatorkoordinierung auf die beiden Aktuatoren Antrieb und Bremse aufgeteilt. Als Hilfsgröße wird analog zum Lenkwinkel bei der Querführung das Summenradmoment  $M_{sum}$  verwendet. Im Folgenden wird die Umsetzung des Störgrößenbeobachters und des Folgereglers erläutert.

### 5.3.1 Störgrößenbeobachter

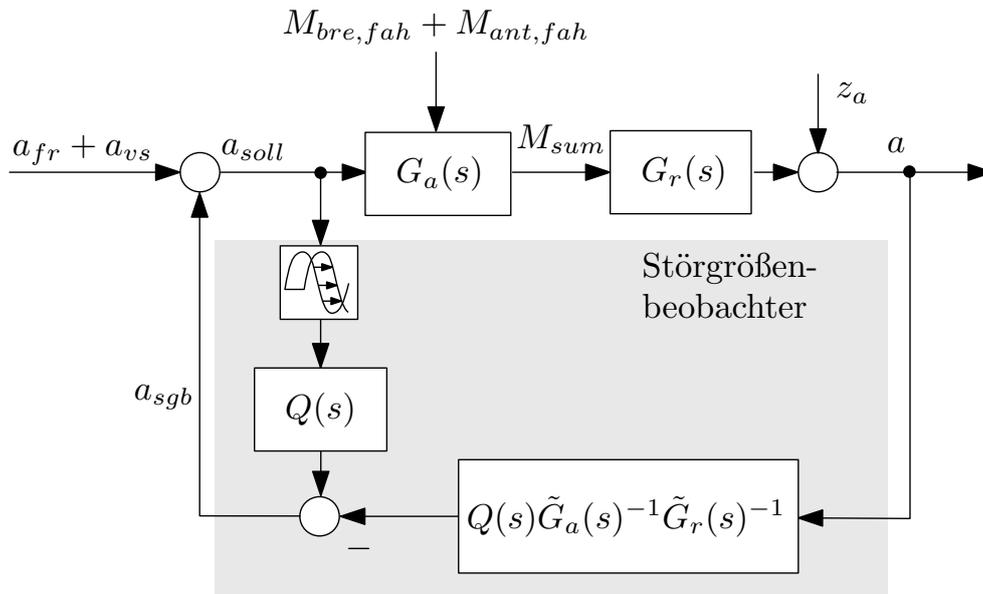
Ebenso wie in der Querführung kann eine kooperative und eine nicht-kooperativen Ausführung des SGB umgesetzt werden. Letztere bietet den Vorteil, dass Fahrereingaben über die Fahrpedale ( $M_{bre,fah}$  und  $M_{ant,fah}$ ) nicht als Störungen unterdrückt werden. In beiden Umsetzungen wird als Eingang die gemessene Fahrzeulängsbeschleunigung  $a$  verwendet, da mittels diesem Signal alle wesentlichen Störungen  $z_a$  erfassbar sind.

#### Klassische, nicht-kooperative Umsetzung des Störgrößenbeobachters

Bei der klassischen, nicht-kooperativen Umsetzung wird der Systemeingang, in dem Fall die Sollbeschleunigung  $a_{soll}$ , mit der gemessenen Beschleunigung  $a$  verglichen (siehe Abb. 5.14). Damit ergibt sich

$$a_{sgb} = Q(s) \left( e^{-\tau t, a s} a_{soll} - \tilde{G}_a(s)^{-1} \tilde{G}_r(s)^{-1} a \right) \quad (5.50)$$

$\tilde{G}_r(s)$  und  $\tilde{G}_a(s)$  entsprechen vereinfachten Modellen der identifizierten Dynamik und  $Q(s)$  wiederum einem Filter, um die Inversion realisierbar zu machen. Da die Längs-



**Abbildung 5.14:** Struktur der klassischen, nicht-kooperativen Umsetzung des SGB der Längsregelung.

tuatorik erhebliche Totzeiten aufweist wird im Vorwärtszweig des SGB der angenommene

Wert der Totzeit  $\tau_{t,a}$  berücksichtigt.

Diese Umsetzung prägt dem Regelkreis das nominelle Verhalten  $\tilde{G}_a(s)\tilde{G}_r(s)$  auf und unterdrückt Störungen auf Beschleunigungsebene stationär genau. Neben  $z_a$  kompensiert diese Umsetzung allerdings auch Fahrereingaben  $M_{bre,fah} + M_{ant,fah}$ , die aus der Brems- bzw. Gaspedalstellung des Fahrers resultieren. Aus diesem Grund wird im Folgenden die alternative, kooperative Umsetzung erläutert.

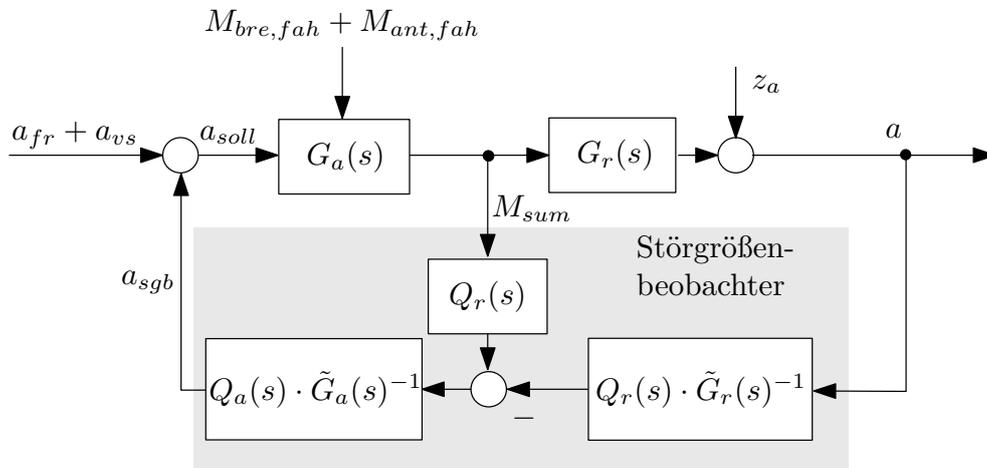
#### Modifizierte, kooperative Umsetzung des Störgrößenbeobachters

Bei der kooperativen Ausführung des SGB wird als Zwischengröße das gemessene Summenradmoment  $M_{sum}$  als Eingang des SGB verwendet. Dieses wird ebenfalls mit der gemessenen Längsbeschleunigung  $a$  verglichen (siehe Abb. 5.15). Dies bietet mehrere Vorteile: Aktuator-Begrenzungen werden so direkt im SGB berücksichtigt (beispielsweise das begrenzte Beschleunigungspotenzial des Antriebs). Weiterhin werden Fahrereingaben durch Gas- oder Bremspedal oder der Eingriff von unterlagerten Fahrdynamikreglern (wie z. B. die *Antriebsschlupfregelung* (ASR), welche das Antriebsmoment begrenzt, um eine maximale Traktion des Fahrzeugs zu erreichen) nicht als Störungen wahrgenommen und durch den SGB versucht, diese zu kompensieren. Der SGB arbeitet so nicht gegen diese Effekte und Antiwindup-Maßnahmen sind damit nicht erforderlich.

Die Übertragungsfunktion des kooperativen SGB lautet damit

$$a_{sgb} = Q_a(s)\tilde{G}_a(s)^{-1}Q_r(s) \left( M_{sum} - \tilde{G}_r(s)^{-1}a \right). \quad (5.51)$$

Im Gegensatz zur klassischen Umsetzung muss hier keine Totzeit im SGB berücksichtigt



**Abbildung 5.15:** Struktur der modifizierten, kooperativen Umsetzung des SGB der Längsregelung.

werden, da diese im Signal  $M_{sum}$  bereits enthalten ist. Für die Umsetzung sind zwei Filter  $Q_a(s)$  und  $Q_r(s)$  nötig.  $\tilde{G}_a(s)$  und  $\tilde{G}_r(s)$  entsprechen Modellen des approximierten Verhaltens der Strecke:

$$\tilde{G}_a(s) = \frac{\tilde{m}\tilde{r}}{\tau_a^2 s^2 + 2\zeta_a \tau_a s + 1} \quad \text{und} \quad \tilde{G}_r(s) = \frac{1/(\tilde{m}\tilde{r})}{\tau_r s + 1}. \quad (5.52)$$

Dabei entsprechen  $\tilde{m}$  und  $\tilde{r}$  der angenommenen Fahrzeugmasse und dem angenommenen dynamischen Rollradius,  $\tau_a$  und  $\zeta_a$  der Zeitkonstante und Dämpfung der Aktuatorik

und  $\tau_l$  der Zeitkonstante der Reifendynamik. Die Herleitung der Modelle findet sich im Anhang A. Die Zeitkonstante von  $G_r(s)$  hängt von der jeweiligen Fahrzeuggeschwindigkeit und dem Schlupf ab. Bei niedrigen Frequenzen kompensiert der SGB entsprechend Abschnitt 5.1.3 Abweichungen dieser Zeitkonstante durch Aufprägen des nominellen Verhaltens  $\tilde{G}_r(s)$ . Die Zeitkonstante des Aktuators sollte ebenso wie in der Querführung möglichst exakt bekannt sein, da durch die kooperative Umsetzung hier kein Aufprägen des Wunschverhaltens möglich ist.

### 5.3.2 Folgeregler

Ebenso wie in der Querführung wird durch den SGB allein keine stationäre Genauigkeit auf Positionsebene erreicht. Aus diesem Grund und zur Erhöhung der Robustheit ist eine Rückführung der äußeren Zustandsgrößen notwendig. Dies wird mittels des Folgereglers durchgeführt. Dessen Stellgröße  $a_{fr}$  berechnet sich unter Rückführung des Geschwindigkeitsfehlers  $\Delta v$  und Positionsfehlers  $\Delta x$  zu

$$\begin{aligned} a_{fr} &= K_v \Delta v + K_x \Delta x \\ &= K_v (v^* - v) + K_x (x^* - x). \end{aligned} \quad (5.53)$$

Die Verstärkungsfaktoren lauten  $K_v$  and  $K_x$ . Ebenso wie in der Querführung wird ein Ersatzsystem unter Vernachlässigung der Fahrzeugdynamik gebildet

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} a_{fr}. \quad (5.54)$$

Durch Forderung ideal gedämpften  $PT_2$ -Verhaltens als Wunschverhalten mit der Zeitkonstante  $\tau_{fr,l}$ , erhält man durch Auflösen nach  $a_{fr}$  das Stellgesetz

$$a_{fr} = \underbrace{\Delta v \frac{2}{\tau_{fr,l}}}_{K_v} + \Delta x \underbrace{\frac{1}{\tau_{fr,l}^2}}_{K_x}. \quad (5.55)$$

## 5.4 Gegenüberstellung und Diskussion der Quer- und Längsregelung

Die Strukturen der Quer- und Längsregelung ähneln sich sehr. Beide basieren auf dem Störgrößenbeobachter und nutzen die Zwei-Freiheitsgrade-Struktur. Tabelle 5.1 stellt die wichtigsten Größen der beiden Regelungsstrukturen gegenüber. Die Querregelung ist insgesamt komplexer, da hier der Schwimmwinkel zu berücksichtigen ist und die Sensoren keine absoluten Signale erfassen (Querablage und Headingwinkel sind immer relativ zur Fahrspur). In beiden Fällen wird eine Zwischengröße abgegriffen ( $M_{sum}$  und  $\delta$ ) und so der Störgrößenbeobachter kooperativ gegenüber Fahrereingaben gestaltet. Die Hauptstörgrößen  $z_\psi$  und  $z_a$  werden dabei robust unterdrückt.

Die Stellgröße der Regler besteht sowohl in der Längs- als auch Querregelung nicht nur aus den Ausgängen der Störgrößenbeobachter, sondern auch denen der Folgeregler. Diese arbeiten im Falle eines Fahrereingriffs gegen den Fahrer. Ähnlich der Impedanz und Admitanz Regelung [42] könnten diese Regelgesetze durch Messung des Handmoments

## 5.4 Gegenüberstellung und Diskussion der Quer- und Längsregelung

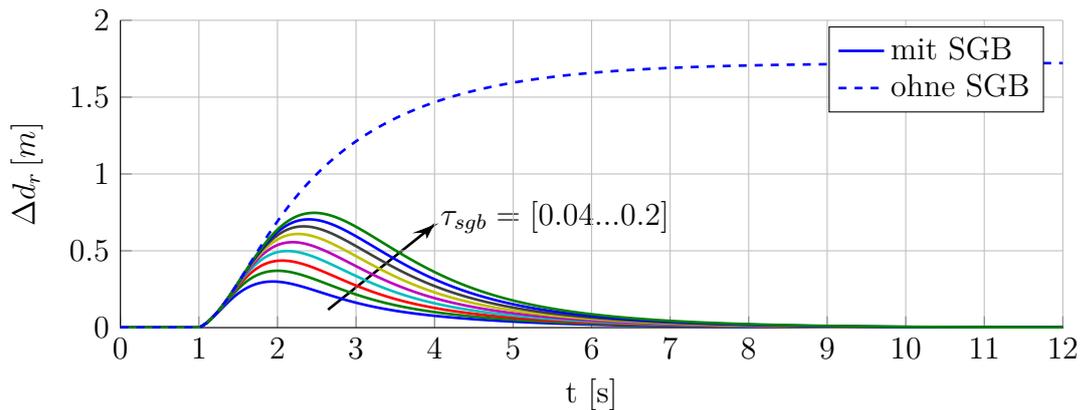
**Tabelle 5.1:** Übersicht der wichtigsten Größen der Quer- und Längsregelung.

	Längsregelung	Querregelung
Zustandsgrößen	$v, x$	$\theta_r, d_r$
Stellgröße	$a_{soll}$	$\kappa_{soll}$
abgegriffene Zwischengröße	$M_{sum}$	$\delta$

$M_{len,fah}$  bzw. des Fahrerantriebs-  $M_{ant,fah}$  und Fahrerbremsmoments  $M_{bre,fah}$  angepasst werden. Dies wird allerdings hier nicht angewandt, da der Fahrer bei aktivem System fühlen soll, in welche Richtung das aktive *Fahrerassistenzsystem* (FAS) arbeitet. Das Rückführgesetz wird deshalb relativ weich ausgelegt (mit großen Zeitkonstanten  $\tau_{fr,l}$  und  $\tau_{fr,q}$ ) und ist ohnehin im Verhalten gutmütig, da kein integraler Teil vorhanden ist.

Erkauft wird das kooperative Verhalten durch eine tendenziell geringere Robustheit. Die nicht-kooperative Variante des SGB umfasst die gesamte Strecke und prägt ihr ein nominales Verhalten auf. Bei der kooperativen Version wird dagegen die Aktuatordynamik ausgeklammert. Stationär führt dies nicht zu Fehlern, dynamisch kann es aber zu Verlusten führen. Ein weiterer Nachteil ist die Signalgüte. Die verwendeten Zwischengrößen (Lenkwinkel und Summenradmoment) sollten möglichst exakt sein. Offsets in diesen Größen führen unweigerlich zu stationären Abweichungen auf Positionsebene des Regelkreises. Als Stellschrauben für die Parametrierung der Regelungsstruktur dienen die Zeitkonstanten des aufgeprägten Verhaltens ( $\tau_{\psi}$  und  $\tau_r$ ), die Zeitkonstanten des Rückführgesetzes ( $\tau_{fr,q}$  und  $\tau_{fr,l}$ ) und die Zeitkonstanten der Filter in den umgesetzten Störgrößenbeobachtern. Mit letzteren wird die Schätzgeschwindigkeit der Störgrößenbeobachter und damit die Unterdrückung von Störungen maßgeblich beeinflusst.

Abb. 5.16 veranschaulicht das an einem Simulationsergebnis. Eine Seitenwindstörung von 500 N erfasst das Fahrzeug 0.5 m vor dem Fahrzeugschwerpunkt von links kommend. Untersucht werden Filterzeitkonstanten im Bereich von 0.04 s bis 0.2 s. So lange der SGB



**Abbildung 5.16:** Simulation der Unterdrückung einer Seitenwindstörung von 500 N, die das Fahrzeug mit 0.5 m vom Schwerpunkt entfernt erfasst bei einer Fahrzeugschwindigkeit von 100 km/h.

aktiv ist, wird die konstant wirkende Störung stationär genau auf Positionsebene unterdrückt. Je kleiner die Filterzeitkonstante desto schneller wird die Störung ausgegletzt. Deutlich sichtbar wird der entscheidende Anteil des SGB beim Vergleich mit dem Ergeb-

nis ohne SGB. In diesem Fall führt die Störung zu knapp 2 m konstantem Querversatz zur geplanten Trajektorie.

Aus diesem Grund ist die Filterzeitkonstante so gering wie möglich einzustellen. Berücksichtigt werden muss in diesem Fall selbstverständlich die Signalgüte der zurückgeführten Signale.

### 5.5 Entwurf im Parameterraum

Im vorangegangenen Abschnitt wurde ein Regelkonzept zur Quer- und Längsführung von Fahrzeugen hergeleitet. Dieses soll nun mittels der Methoden der Robusten Regelungstechnik untersucht werden. Die nötigen Modelle zur Synthese wurden bereits im Kapitel 3 beschrieben.

#### 5.5.1 Betrachtete Regelungsstruktur für die Quer- und Längsführung

Abb. 5.17 zeigt die resultierende Regelungsstruktur für die Querregelung. Der Regler  $R_q$  hängt von den Reglerparametern

$$\mathbf{k}_q = [\tau_{fr,q} \tau_{\psi}]^T \quad (5.56)$$

ab. Die Filterzeitkonstanten werden als gegeben angenommen und sind bereits der Signalgüte entsprechend eingestellt. Der geschlossene Regelkreis wiederum hängt von den parametrischen Unsicherheiten

$$\mathbf{q}_q = [m J_z l_v l_h c_v c_h \sigma_q v_x \tau_\delta \zeta_\delta K_\kappa]^T \quad (5.57)$$

ab. Die Parameter beschreiben dabei:

$m$	Fahrzeugmasse
$J_z$	Fahrzeugträgheitsmoment bezüglich der Gierachse am Fahrzeugschwerpunkt
$l_v$	Abstand Vorderachse-Schwerpunkt
$l_h$	Abstand Hinterachse-Schwerpunkt
$c_v$	Schräglaufsteifigkeit der Vorderachse
$c_h$	Schräglaufsteifigkeit der Hinterachse
$\sigma_q$	Einlauflänge in Querrichtung
$v$	Fahrzeuggeschwindigkeit
$\tau_\delta$	Zeitkonstante der Lenkung und der Lenkwinkelregelung
$\zeta_\delta$	Dämpfung der Lenkung und der Lenkwinkelregelung
$K_\kappa$	Verstärkungsfaktor der Lenkung und Lenkwinkelregelung

Neben den parametrischen Unsicherheiten wird der Aktuator als unstrukturierte Unsicherheit  $W_\Delta(s)\Delta(s)$  abgebildet (siehe Abb. 5.17). Dies ist notwendig, um der vergleichsweise einfachen Abbildung des Aktuators und dem unsicheren dynamischen Verhalten inklusive der Totzeit gerecht zu werden. Die genaue Beschreibung der Unsicherheit wird später erläutert. Die Hauptstörung, die es zu unterdrücken gilt, sind  $z_{\dot{\psi}}$  und  $z_\beta$ . Auf die verwendeten Messsignale wirkt Messrauschen  $n$ , das in der Abbildung ebenfalls eingezeichnet ist.



## 5 Robuste Trajektorienfolgeregelung

---

2. Die Dämpfung der Gier- und Längsdynamik des geregelten Fahrzeugs soll sich gegenüber der des unregulierten nicht verschlechtern.
3. Störungen, beispielsweise Seitenwinde oder Fahrwiderstände, sollen in dem für die Fahrdynamik relevanten niederfrequenten Bereich unterdrückt werden.
4. Modellierungsfehler, wie z. B. nichtmodellerte Dynamik dürfen keine Auswirkungen auf die Stabilität haben.
5. Messrauschen soll die Regelgüte möglichst wenig beeinflussen.

Zur Sicherstellung der Erfüllung der genannten Anforderungen eignet sich das erläuterte Parameterraumverfahren aus Abschnitt 5.1.2. Die Anforderungen 1.-2. können über  $\Gamma$ -Stabilitätsanforderungen und die Anforderungen 3.-5. über die  $\mathcal{B}$ -Stabilitätsanforderungen adressiert werden.

### $\Gamma$ -Stabilitätsanforderungen

Die Dynamiken der Fahrzeugquer- und Fahrzeuglängsbewegung entlang der Trajektorie weisen im unregulierten Fall jeweils einen doppelten Pol bei 0 auf und sind damit grenzstabil. Diese Pole müssen durch die Regelung stabilisiert werden. Zur Erfüllung dieser Anforderung eignet sich wie bereits erläutert die  $\Gamma$ -Stabilität. Das  $\Gamma$ -Gebiet wird über eine Hyperbelgleichung definiert (siehe Abb. 5.19 links):

$$\left(\frac{\sigma}{a}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{b}\right)^2 = 1, \sigma \in (-\infty, -a] \quad (5.60)$$

Dabei sind  $a$  und  $b$  entsprechend zu wählen. Im Folgenden werden die Parameter so gewählt, dass sich als Mindestdämpfung die Dämpfung des unregulierten Fahrzeugs ergibt und eine Mindestpollage von  $-0.3$  gefordert wird. Die Pole des geschlossenen Regelkreises sollen jeweils in diesem Gebiet liegen um die Anforderungen 1.-2. zu erfüllen. In Längsrichtung wird dazu die Führungsübertragungsfunktion  $G_{a^* \rightarrow \Delta x}(s)$  von der geplanten Sollbeschleunigung  $a^*$  zum Regelfehler der Position  $\Delta x$

$$G_l(s) = G_{a^* \rightarrow \Delta x}(s) = \frac{\Delta x}{a^*} \quad (5.61)$$

und in Querrichtung die Funktion  $G_{\kappa^* \rightarrow \Delta d_r}(s)$  von der geplanten Referenzkrümmung  $\kappa^*$  zum Regelfehler der Querablage  $\Delta d_r$

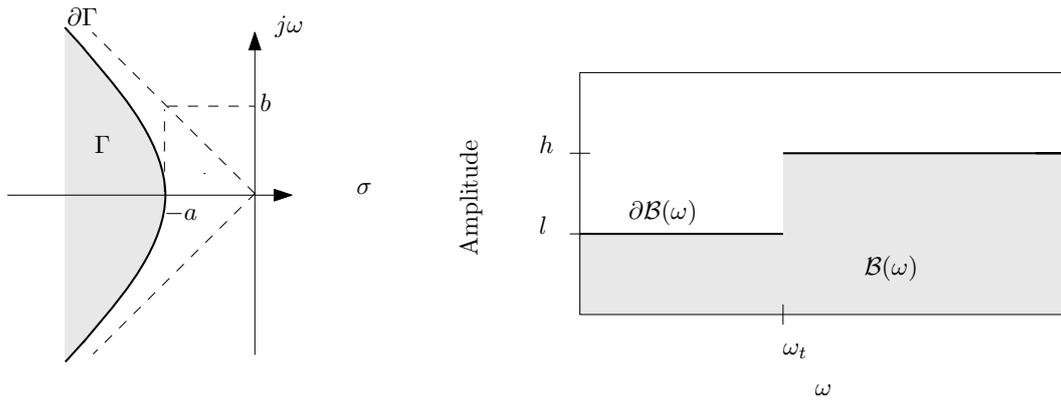
$$G_q(s) = G_{\kappa^* \rightarrow \Delta d_r}(s) = \frac{\Delta d_r}{\kappa^*} \quad (5.62)$$

untersucht.

### Frequenzbereichsanforderung

Zur Untersuchung der Anforderungen an die Störunterdrückung (Anforderungen 3.-5.) eignen sich  $\mathcal{B}$ -Stabilitätsanforderungen. Für die Frequenzbereichsanforderung der Störunterdrückung wird die Störübertragungsfunktion von  $z_{\dot{\psi}}$  zur resultierenden Gierrate  $\dot{\psi}$

$$S_{z,q}(j\omega) = G_{z_{\dot{\psi}} \rightarrow \dot{\psi}}(j\omega) = \frac{\dot{\psi}}{z_{\dot{\psi}}}, \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (5.63)$$



**Abbildung 5.19:** Veranschaulichung des  $\Gamma$ - und  $\mathcal{B}$ -stabilen Gebiets.

bzw. von  $z_a$  zur resultierenden Längsbeschleunigung  $a$

$$S_{z,l}(j\omega) = G_{z_a \rightarrow a}(j\omega), = \frac{a}{z_a} \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (5.64)$$

verwendet. Die Störübertragungsfunktionen  $S_{z,q/l}(j\omega)$  sind  $\mathcal{B}$ -stabil, wenn deren Amplitudengänge unter folgender  $\partial\mathcal{B}$ -Berandung liegen:

$$\partial\mathcal{B}_s(\omega) = \begin{cases} l = 1, & \forall \omega \in [0, \pi] \text{ rad s}^{-1} \\ h = 2, & \forall \omega \in (\pi, \infty) \text{ rad s}^{-1} \end{cases} \quad (5.65)$$

Als Übergangsfrequenz wird somit  $\omega_t = 0.5$  Hz gewählt. Die Unterdrückung der Störungen im niederfrequenten Bereich muss dabei durch eine Verschlechterung im hohen Frequenzbereich erkauf werden (*Bode's Integraltheorem* [30]). Abb. 5.19 rechts veranschaulicht das verwendete  $\mathcal{B}$ -Gebiet.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass insbesondere die Längsaktuatorik erhebliche Totzeiten aufweisen kann. Das im Regelungsentwurf verwendete lineare Modell bildet diese nicht ab. Um trotz Totzeit oder abweichenden dynamischen Verhalten Stabilität zu garantieren, wird eine multiplikative Unsicherheit im Aktuator berücksichtigt. Zur Beschreibung der unstrukturierten Unsicherheit wird von einer Totzeit mit variablem Wert ausgegangen. Es wird dabei angenommen, dass der Wert im Bereich  $0 \leq \tau_t \leq 0.3$  liegt. Mit der daraus resultierenden allgemeinen Forderung

$$\left| \frac{G(j\omega)}{\tilde{G}(j\omega)} - 1 \right| \leq |W_\Delta(j\omega)|, \quad \forall \omega, \tau_t \quad (5.66)$$

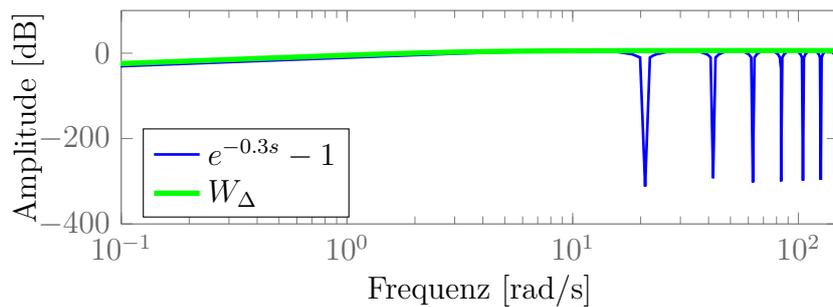
folgt

$$\left| e^{-\tau_t j\omega} - 1 \right| \leq |W_\Delta(j\omega)|, \quad \forall \omega, \tau_t \quad (5.67)$$

Eine sinnvolle Wahl für  $W_\Delta$  ergibt sich mit einer Funktion erster Ordnung [22]

$$W_\Delta = \frac{0.6s}{0.3s + 1}. \quad (5.68)$$

Abb. 5.20 zeigt den Bode Amplitudengang von  $W_\Delta$  und  $e^{-\tau_t s} - 1$  für den größten Totzeitwert  $\tau_t = 0.3$ . Dabei wird robuste Stabilität gegenüber der multiplikativen Unsicher-



**Abbildung 5.20:** Bode Amplitudengang für  $W_\Delta$  und  $e^{-0.1s} - 1$ .

heit  $W_\Delta(s)\Delta(s)$  gefordert. Dies wird erfüllt, falls der Amplitudengang  $|T_{\Delta,q/l}(j\omega, \mathbf{q}, \mathbf{k})|$  der Übertragungsfunktion vom Ausgang zum Eingang von  $\Delta(s)$ <sup>5</sup> unterhalb des inversen Performance-Gewichts des Fehlermodells

$$\partial\mathcal{B}_\Delta = |W_\Delta(j\omega)|^{-1} = \left| \frac{0.3j\omega + 1}{0.6j\omega} \right| \text{ für } \omega \in [0, \infty) \quad (5.69)$$

liegt [71]. Diese Untersuchung ist vergleichsweise konservativ, gibt aber eine verlässliche Aussage über die Stabilität beim Vorhandensein von Totzeiten im Aktuator.

Beschleunigungssensoren und Umfeldsensorik zur Erfassung des Headingwinkels liefern relativ genaue Messsignale im niederfrequenten Bereich und der Einfluss von Messrauschen auf die Regelqualität ist somit gering. Bei hohen Frequenzen können jedoch unerwünschte Effekte auftreten. Um dies in der Reglerauslegung zu berücksichtigen, können diese Effekte über  $\mathcal{B}$ -Stabilitätsbereiche betrachtet werden. Dazu wird

$$|S_{n,l/q}(j\omega, \mathbf{q}, \mathbf{k})| \ll 1 \text{ für } \omega > 40\pi \text{ rad/s} \quad (5.70)$$

gefordert. Dabei wird bei der Querführung die Funktion

$$T_{n,q}(s) = T_{n_{\psi_r} \rightarrow \psi_r} = \frac{\psi_r}{n_{\psi_r}} \quad (5.71)$$

und bei der Längsführung

$$T_{n,l}(s) = T_{n_a \rightarrow a} = \frac{a}{n_a} \quad (5.72)$$

und somit die Messrauschunterdrückung des Headingwinkels und der Längsbeschleunigung betrachtet. Die beiden Signale werden ausgewählt, da diese jeweils im SGB differenziert werden und somit die höchsten Anforderungen an Rauschunterdrückung stellen.

Durch die Frequenzbereichsanforderungen lassen sich die Anforderungen 3. -5. überprüfen. Zusammengefasst wird

$$\left. \begin{array}{l} |S_{z,q/l}| < \partial\mathcal{B}_S(\omega) \\ |T_{\Delta,q/l}| < \partial\mathcal{B}_\Delta(\omega) \\ |T_{n,q/l}| < \partial\mathcal{B}_{T_n}(\omega) \end{array} \right\} = \forall \omega \in [0, \infty] \quad (5.73)$$

gefordert.

<sup>5</sup>im Standardregelkreis entspricht das der komplementären Sensitivitätsfunktion

### Betriebsbereich

Bevor mit der Synthese des Reglers begonnen werden kann, muss ein geeigneter Betriebsbereich gewählt werden. Wesentliche Einflussgrößen auf die Güte der Regelung stellen die Fahrzeugmasse und die Fahrzeuggeschwindigkeit dar. Aus diesem Grund werden diese beiden Parameter bei der Auswahl der Reglerparameter direkt als parametrische Unsicherheiten berücksichtigt. Abb. 5.21 zeigt den zu untersuchenden Betriebsbereich  $Q$ . Das

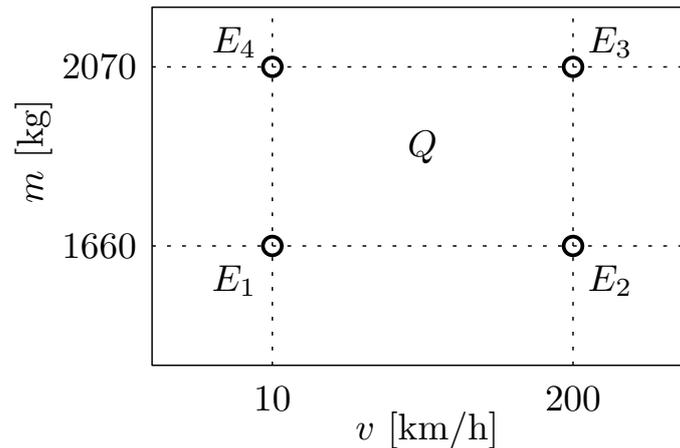


Abbildung 5.21: Betriebsbereich.

Leergewicht des untersuchten Fahrzeugs beträgt 1585 kg. Mit einem Fahrer von 75 kg erhält man die minimale Masse 1660 kg. Das Höchstgewicht beträgt 2070 kg. Die Regelungsstruktur soll in einem Geschwindigkeitsbereich zwischen 10 und 200 km/h eingesetzt werden. Es ergibt sich damit der Betriebsbereich  $Q$

$$Q = \{\mathbf{q} = [v \ m]^T \mid v \in [v^-, v^+], m \in [m^-, m^+]\}, \quad (5.74)$$

begrenzt von vier Ecken  $Q_E$ , die wie folgt definiert sind:

$$Q_E = \{\mathbf{q} = [v \ m]^T \mid v \in \{v^-, v^+\}, m \in \{m^-, m^+\}\} \quad (5.75)$$

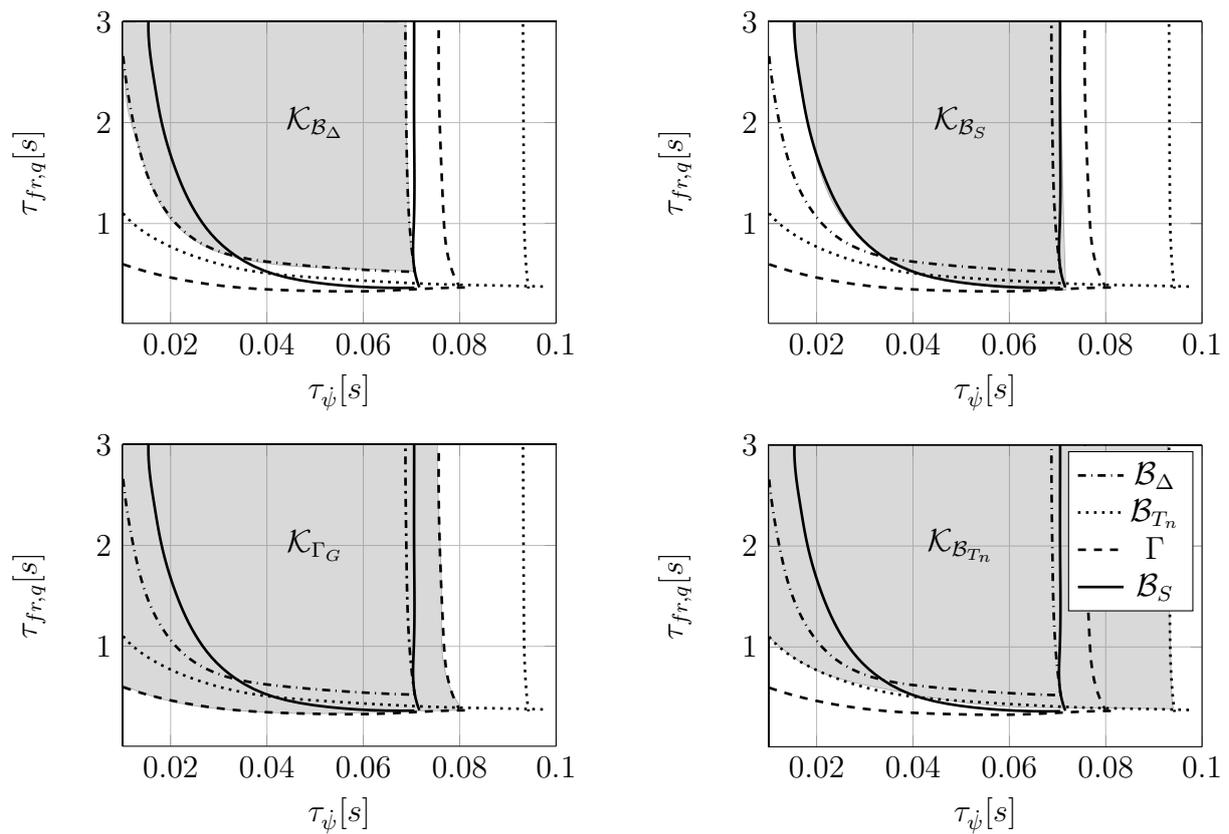
$$\begin{aligned} E_1 : \mathbf{q}_{E_1} &= [v^- \ m^-]^T & E_2 : \mathbf{q}_{E_2} &= [v^+ \ m^-]^T \\ E_3 : \mathbf{q}_{E_3} &= [v^+ \ m^+]^T & E_4 : \mathbf{q}_{E_4} &= [v^- \ m^+]^T \end{aligned} \quad (5.76)$$

wobei

$$v^- = 10 \text{ km/h}, \quad v^+ = 200 \text{ km/h}, \quad m^- = 1660 \text{ kg}, \quad m^+ = 2070 \text{ kg}. \quad (5.77)$$

Dabei wird davon ausgegangen, dass die geschätzte Masse  $\tilde{m}$ , die für die Umrechnung der Solllängsbeschleunigung in ein Sollradmoment benötigt wird, stets der nominellen Masse entspricht. In modernen Fahrzeugarchitekturen ist zwar meist ein Masseschätzer vorhanden, die Güte und die Einschwingzeit sind allerdings begrenzt, sodass zumindest zeitweise die falsche Fahrzeugmasse angenommen werden muss.

Das Fahrzeugträgheitsmoment wird mit der Masse skaliert, wobei zunächst von einem gleichbleibenden Schwerpunkt ausgegangen wird.



**Abbildung 5.22:**  $\mathcal{B}$ - und  $\Gamma$ -stabilisierende Gebiete in der Ebene der Reglerparameter ( $\tau_\psi$  und  $\tau_{fr,q}$ ) für eine Fahrzeuggeschwindigkeit  $v = 50 \text{ km/h}$  und die nominelle Fahrzeugmasse.

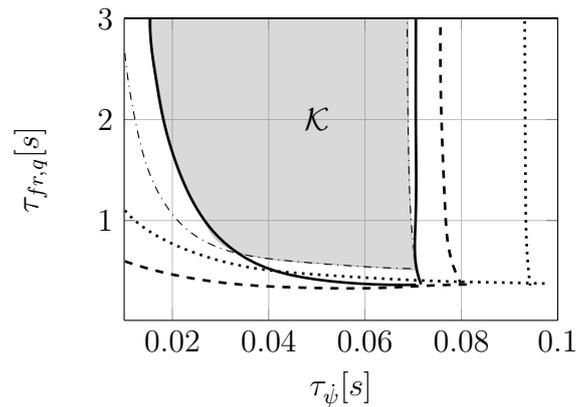
### Reglersynthese

Für die vier definierten Betriebspunkte werden im Folgenden die Reglerparameter gesucht, die die verschiedenen Anforderungen simultan erfüllen.

Die durchgeführten Untersuchungen werden mit der Matlab-Toolbox PARADISE (Parametric Robustness Analysis and Design Interactive Software Environment [95]) vorgenommen. Dieses vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) entwickelte Werkzeug erlaubt, die nötigen Berechnungen des Parameterraumverfahrens durchzuführen und die Ergebnisse grafisch zu visualisieren.

Zunächst wird die Auslegung beispielhaft für die nominelle Fahrzeugmasse und eine Geschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$  beschrieben. Abb. 5.22 zeigt die Ergebnisse der Auswertung im Parameterraum der Reglerparameter ( $\tau_\psi$  und  $\tau_{fr,q}$ ). Die einzelnen Linien stellen die Grenzen der jeweiligen Stabilitätsgebiete dar und die markierten Flächen die jeweiligen Bereiche.

Der markierte Bereich in Abb. 5.22 oben links entspricht dem Parameterraum, der Robustheit bezüglich der multiplikativen Unsicherheit im Modell der Aktuatorik garantiert (Anforderung  $\mathcal{B}_\Delta$ ). Eine Wahl von  $\tau_\psi$  und  $\tau_{fr,q}$  aus dem markierten Bereich garantiert Stabilität bei Vorhandensein von Totzeiten bis zu 0.3 s. Der  $\mathcal{B}_S$ -Stabilitätsbereich der Störunterdrückung (in Abb. 5.22 rechts oben dargestellt) zeigt eine ähnliche Form. In



**Abbildung 5.23:** Simultan  $\mathcal{B}$ - und  $\Gamma$ -stabilisierende Gebiete in der Ebene der Reglerparameter ( $\tau_{\psi}$  und  $\tau_{fr,q}$ ) für eine Fahrzeuggeschwindigkeit  $v = 50 \text{ km/h}$  und die nominelle Fahrzeugmasse.

Abb. 5.22 links unten wird der  $\Gamma$ -stabile Bereich der Reglerparameter dargestellt, der eine Mindestdämpfung und eine Mindestpollage fordert. Der markierte Bereich in Abb. 5.22 rechts unten zeigt schließlich den Parameterraum, der Messrauschunterdrückung garantiert ( $\mathcal{B}_{T_n}$ ).

Der Parametersatz wird folglich aus der Schnittmenge der Gebiete

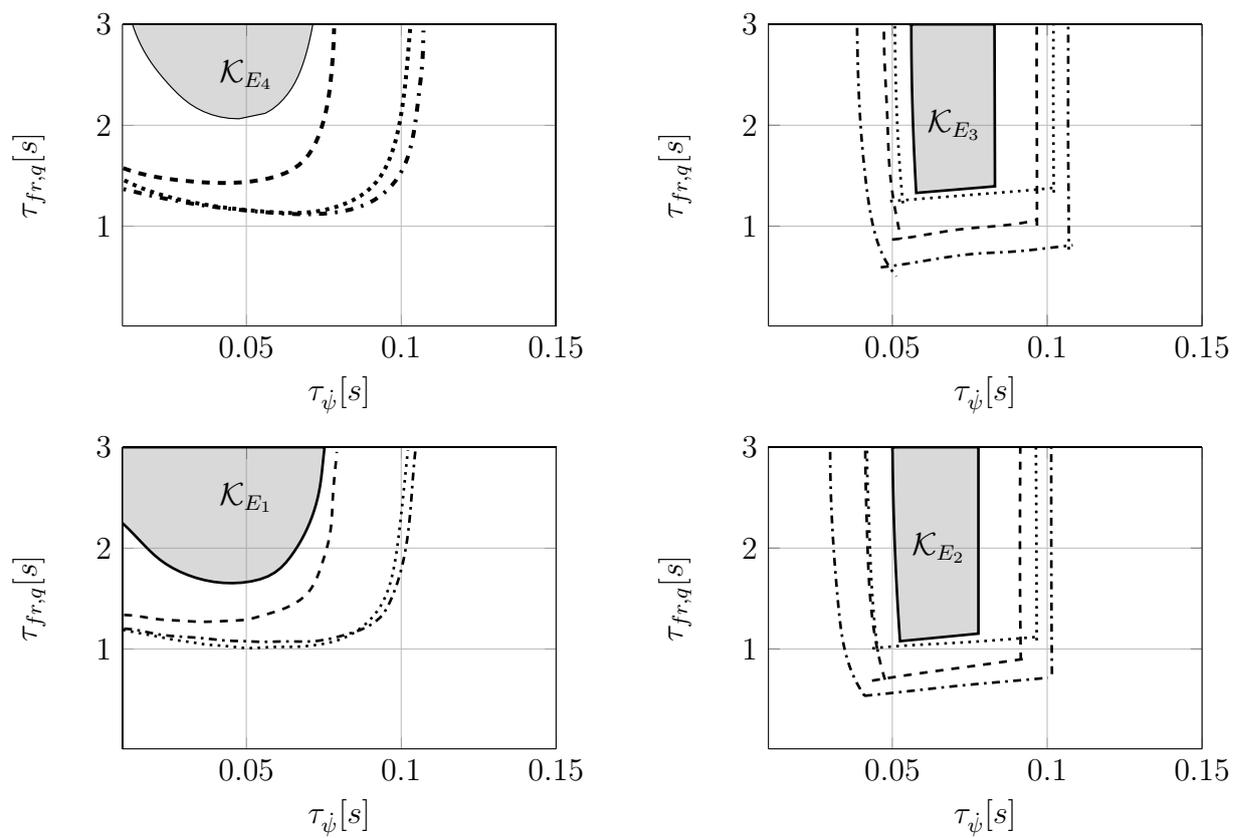
$$\mathcal{K} = \mathcal{K}_{\Gamma_G} \cap \mathcal{K}_{\mathcal{B}_S} \cap \mathcal{K}_{\mathcal{B}_\Delta} \cap \mathcal{K}_{\mathcal{B}_{T_n}}, \quad (5.78)$$

die die verschiedenen Anforderungen simultan erfüllt, gewählt. Abb. 5.23 veranschaulicht die Schnittmenge.

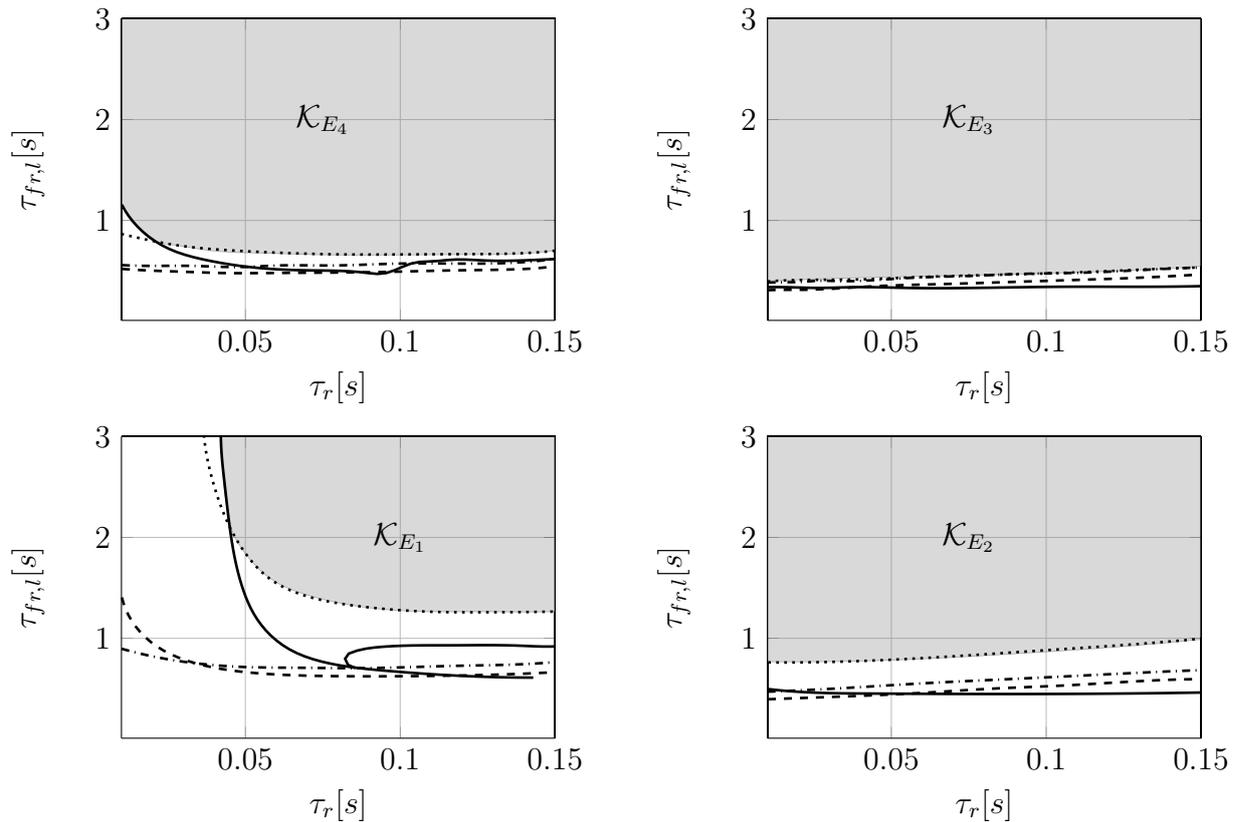
Diese Schnittbereiche werden für die vier Betriebsbereiche  $E_1$ - $E_4$  gebildet. Abb. 5.24 zeigt das Ergebnis. Es zeigt sich ein ähnliches Ergebnis wie bei  $50 \text{ km/h}$ . Der kleinste Stabilitätsbereich ist jeweils durch die Anforderung der Störunterdrückung gegeben. Für alle Betriebspunkte gibt es simultan stabilisierende Reglerkonfigurationen. Die Masse hat offensichtlich einen geringeren Einfluss, die Gebiete der Bereiche  $E_1$  und  $E_4$  bzw.  $E_2$  und  $E_3$  ähneln sich jeweils sehr. Die Form und Lage der Schnittmenge ändert sich aber vor allem durch die verschiedenen Geschwindigkeiten. Eine Schnittmenge aller vier Betriebsbereiche ist dennoch vorhanden, allerdings relativ klein. Um die Robustheit und Regelgüte über den gesamten Geschwindigkeitsbereich zu erhöhen, lohnt es sich deshalb die Zeitkonstante des aufgeprägten Verhaltens  $\tau_{\psi}$  anzupassen und bei niedrigen Geschwindigkeiten ist eine eher kleine Zeitkonstante zu wählen.

Die Zeitkonstante  $\tau_{fr,q}$  kann dagegen fest über den gesamten Geschwindigkeitsbereich gewählt werden. Dies war auch zu erwarten, da die Verstärkungsfaktoren des Folgereglers bereits implizit die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Strecke berücksichtigen.

Bei der Untersuchung der Längsführung wird analog vorgegangen. Abb. 5.25 zeigt die simultan  $\mathcal{B}$ - und  $\Gamma$ -stabilisierende Gebiete für die Betriebspunkte  $E_1$ - $E_4$  der Längsregelung. Im Gegensatz zur Querregelung ähneln sich die Ergebnisse für alle vier Betriebspunkte sehr. Die Strecke ist wesentlich weniger von der Geschwindigkeit abhängig als bei der



**Abbildung 5.24:** Simultan  $\mathcal{B}$ - und  $\Gamma$ -stabilisierende Gebiete in der Ebene der Reglerparameter ( $\tau_{\psi}$  und  $\tau_{fr,q}$ ) für  $E_1 - E_4$  für Querführungsregler.



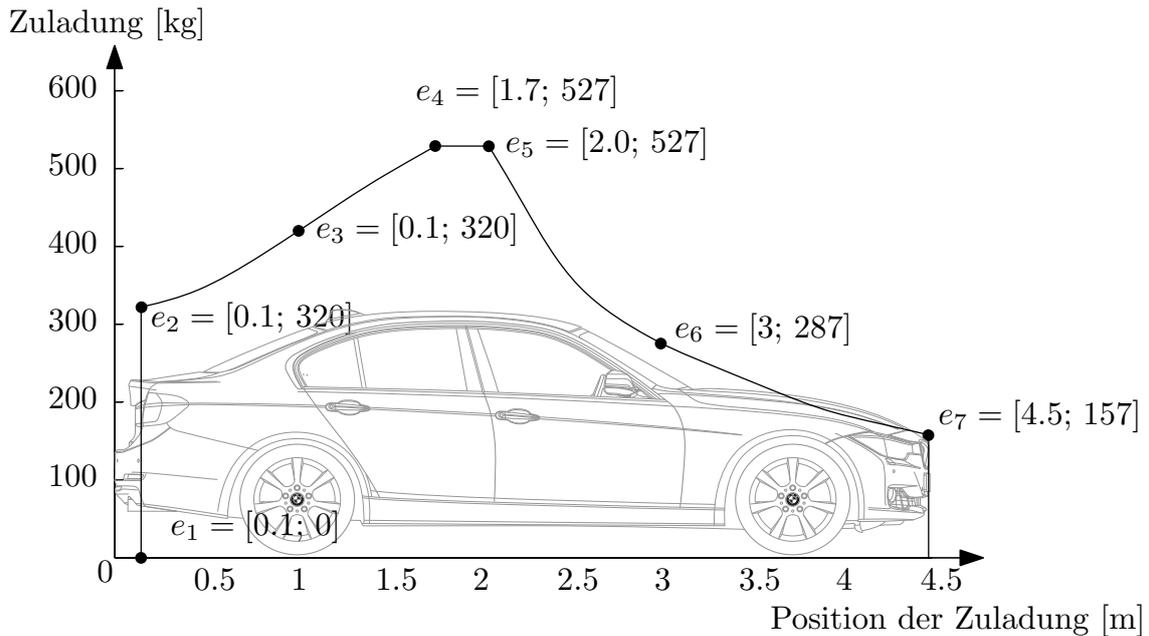
**Abbildung 5.25:** Simultan  $\mathcal{B}$ - und  $\Gamma$ -stabilisierende Gebiete in der Ebene der Reglerparameter ( $\tau_r$  und  $\tau_{fr,l}$ ) für  $E_1 - E_4$  für Längsführungsregler.

Querregelung, sodass hier kein Gain-Scheduling notwendig ist. Mit einer Reglerparametrierung kann der gesamte Geschwindigkeitsbereich bedient werden.

Bei der Auswahl der Reglerparameter sind die restlichen parametrischen Unsicherheiten neben Masse und Geschwindigkeit bisher nicht berücksichtigt worden. Aus diesem Grund soll abschließend die Stabilität des Regelkreises unter Einfluss dieser Unsicherheiten untersucht werden. Dazu wird der gesamte zulässige Parameterraum (bestehend aus  $\mathbf{q}_l$  und  $\mathbf{q}_q$ ) diskret abgetastet und die Stabilität an den einzelnen Testpunkten geprüft.

Jeder Parameter wird dabei um  $\pm 10\%$  um seinen nominellen Wert erhöht bzw. verringert und sämtliche Kombinationen getestet. Lediglich bei Masse, Trägheitsmoment und Schwerpunktlage wird anders vorgegangen. Hier ist eine pauschale Erhöhung/Verringerung nicht sinnvoll, da viele Kombinationen aus Zuladung und Schwerpunktlage physikalisch nicht sinnvoll sind. Deshalb wird hier der Parameterraum wie in Abb. 5.26 veranschaulicht betrachtet und es werden sieben sinnvolle Kombinationen aus Position und Masse der Zuladung gewählt. Abhängig von diesen beiden Parametern ändern sich das Trägheitsmoment, die Schwerpunktlage und die Masse des Fahrzeugs.

Über diese Analyse kann gezeigt werden, dass sowohl Längs- als auch Querführung über den gesamten Parameterraum stabil sind. Abb. 5.27 zeigt beispielhaft die Schar der Polstellen für eine Fahrzeuggeschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$ . Die obere Abbildung zeigt das Ergebnis bei der Untersuchung der Querführung und unten bei der Längsführung. Der grau hinterlegte Bereich markiert den Raum der verwendeten  $\Gamma$ -Stabilitätsanforderung, die für



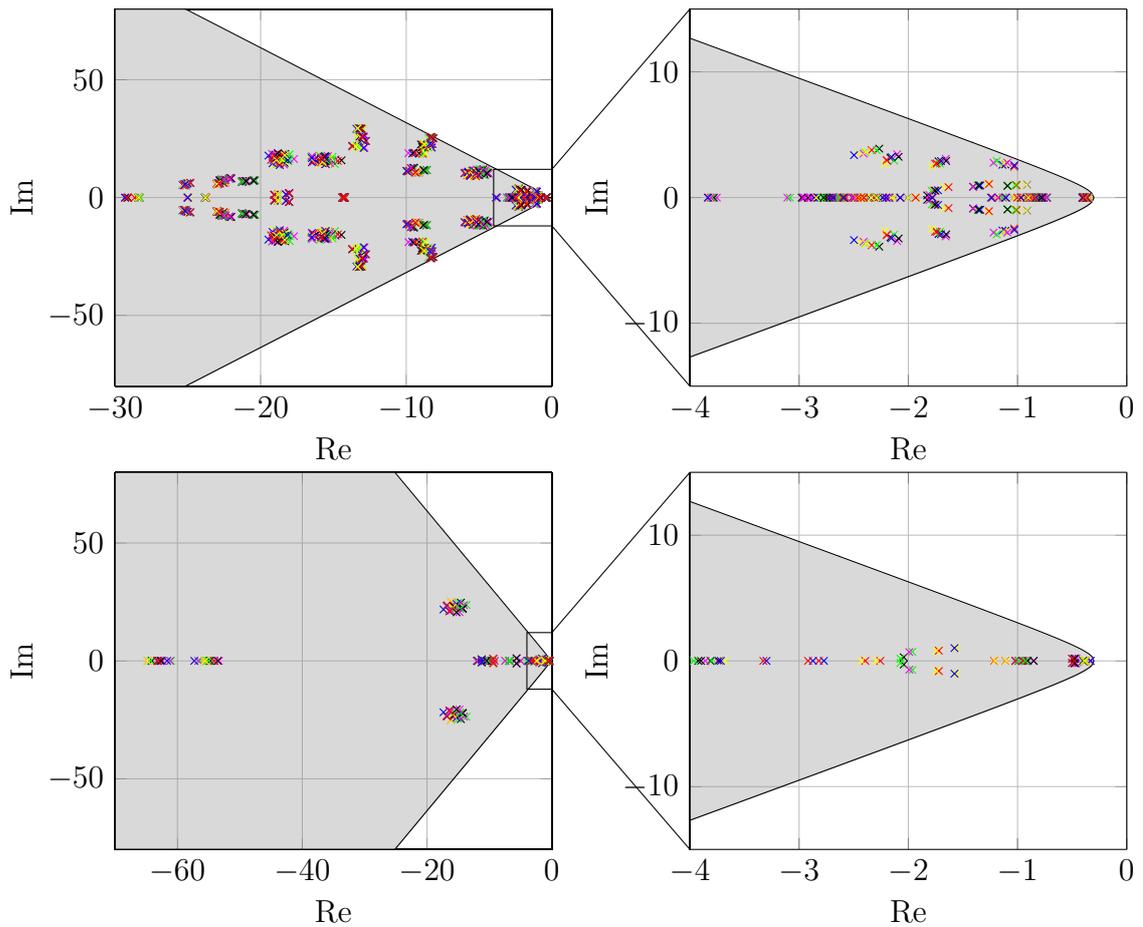
**Abbildung 5.26:** Mögliche Massenverteilungen.

sämtliche Kombinationen erfüllt werden kann.

## 5.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird ein Konzept zur Trajektorienfolgeregelung vorgestellt. Nach einem kurzen Überblick über die Robuste Regelung wird auf den Störgrößenbeobachter eingegangen. Dieser stellt die Grundlage der Regelungsstruktur der Quer- und Längsführung dar. Dabei kann durch eine Abwandlung von der klassischen Struktur erreicht werden, dass Fahrereingaben über die Lenkung oder Fahrpedale im Störgrößenbeobachter nicht als Störung wahrgenommen werden. Das Regelverhalten ist damit weitgehend kooperativ. Mittels der Methoden der robusten Regelung wird die entwickelte Regelungsstruktur parametrisiert und analysiert. Es kann so gezeigt werden, dass die Regelungsstruktur die Fahrzeugbewegung entlang der geplanten Trajektorie robust stabilisiert.

In Kombination mit der vorgestellten Trajektorienplanung (siehe Kapitel 4) ist damit das Konzept vollständig und es verbleibt die Leistungsfähigkeit im realen Versuch unter Beweis zu stellen. Dies ist Gegenstand des folgenden Kapitels.



**Abbildung 5.27:** Polstellen des geschlossenen Regelkreises der Querführung (oben) und Längsführung (unten) bei einer Rasterung der Streckenparameter im gewählten Parameterraum. Rechts ist jeweils eine Vergrößerung und in grau der definierte  $\Gamma$ -Bereich dargestellt.



# KAPITEL 6

---

## Umsetzung und Validierung des Konzepts

---

Neben der theoretischen Herleitung des Konzepts zur Trajektorienplanung und Trajektorienfolgeregelung hat dessen Umsetzung im realen Fahrzeug wesentlichen Anteil an der vorliegenden Arbeit. In diesem Kapitel werden die vorgestellten Algorithmen bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit in realistischen Szenarien bewertet.

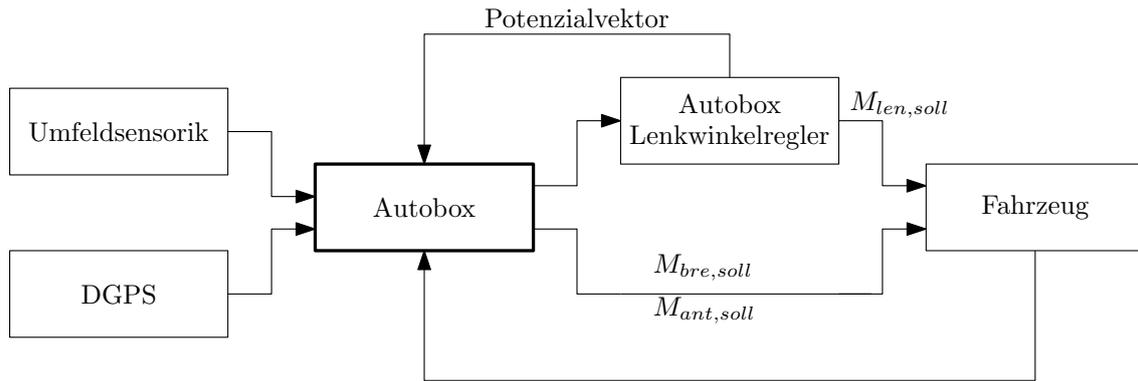
Dieses Kapitel ist wie folgt aufgeteilt: Zunächst wird die prototypische Umsetzung im Versuchsfahrzeug präsentiert. Dazu werden die verwendeten Sensoren, das Versuchsfahrzeug und die Aktuatorik vorgestellt. Darauf aufbauend erfolgt die Validierung des Konzepts anhand realitätsnaher Fahrversuche. Das Kapitel schließt mit einer Bewertung der Ergebnisse ab.

### 6.1 Prototypische Umsetzung

Für die Realisierung der in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Algorithmen wird eine BMW 335i Limousine der Baureihe F30 als Versuchsfahrzeug verwendet. Erfolgreich erprobt sind die Algorithmen ebenfalls in Versuchsfahrzeugen der BMW 5er (F10) und 6er (F06) und 7er (F01) Reihe. Da keine aktuelle Stereokamera zur Erfassung der Fahrspuren vorhanden ist, werden die relevanten Signale mit Hilfe einer DGPS-gestützten Inertialsensorplattform nachgebildet. Dazu wird der zu fahrende Kurs aufgezeichnet, die erfassten Daten aufbereitet und als Referenz abgelegt. Mithilfe der aktuell erfassten Position können so die relevanten Signale  $\kappa_{ref}$ ,  $\theta_r$ ,  $d_r$  und  $s_r$  gebildet und der Trajektorienplanung und Regelung zur Verfügung gestellt werden. Neben diese Informationen ist die Erfassung der Position und Bewegung von anderen Fahrzeugen notwendig. Diese werden über die verbaute Serien-Radar-Sensorik erfasst.

Die Trajektorienplanung und -folgeregelung werden auf einer dSpace Autobox umgesetzt und laufen mit einer Taktzeit von 20 ms. Eine komplette zyklische Neuplanung erfolgt alle 40 ms.

Zur Umsetzung der berechneten Sollkrümmung wird der in [101] beschriebene Lenkwinkelregler verwendet. Dieser ist auf einer zweiten Autobox umgesetzt und wird mit einer Zykluszeit von 10 ms ausgeführt. Weiterhin wird auf dieser Autobox der Potenzialvektor gebildet und der Trajektorienplanung und -folgeregelung zur Verfügung gestellt (siehe



**Abbildung 6.1:** Prototypische Umsetzung.

Abb. 6.1).

Zur Ansteuerung der Längsaktuatorik wird folgendermaßen vorgegangen: Wie bereits in Kapitel 3 beschrieben stehen in modernen Fahrzeugarchitekturen Schnittstellen zur Ansteuerung des Antriebs und der Bremse auf Radmomentebene zur Verfügung.

Die Sollbeschleunigung  $a_{soll}$  wird in eine Sollradmoment

$$M_{soll} = a_{soll} \tilde{m} \tilde{r} \quad (6.1)$$

umgerechnet. Die dabei verwendeten Größen  $\tilde{m}$  and  $\tilde{r}$  stehen im Versuchsträger als Standardsignale bereit und werden durch Schätzverfahren ermittelt. Das berechnete Sollradmoment wird folgendermaßen auf die beiden Aktuatoren Antrieb und Bremse aufgeteilt:

$$M_{ant,soll} = M_{soll} \quad (6.2)$$

und

$$M_{bre,soll} = \begin{cases} 0 & \text{falls } M_{soll} > M_{ant,min} \\ M_{soll} - M_{ant,min} & \text{falls } M_{soll} < M_{ant,min} \end{cases} \quad (6.3)$$

Für das Wunschantriebsmoment  $M_{ant,soll}$  wird somit direkt das berechnete Sollmoment  $M_{soll}$  verwendet. Für die Ansteuerung der Bremse wird dagegen eine Fallunterscheidung nach der Höhe des zurückgemeldeten minimal möglichen Schleppmoments  $M_{ant,min}$  durchgeführt. Das ist notwendig um den gesamten Stellbereich des Antriebs auszunutzen. Dieser ist durch das Schleppmoment im Stande, leichte Verzögerungen umzusetzen. Mit der Fallunterscheidung wird vermieden, dass eine negative Sollbeschleunigung automatisch zur Ansteuerung der Bremse führt [6].

## 6.2 Ergebnisse der Fahrversuche

Die Leistungsfähigkeit des entwickelten Gesamtsystems soll anhand von realitätsnahen Fahrversuchen demonstriert werden. Konkret werde folgende Manöver untersucht:

- **Manöver 1:** Manöver, dass das Zusammenspiel der semi-globalen und lokalen Planung demonstriert

- **Manöver 2:** Demonstration des Längsverhaltens im Freifahrt- und Fahrfahrtmodus
- **Manöver 3:** gekoppeltes Quer-Längsmanöver zum Ausweichen mit gleichzeitigem Abbremsen in den Stillstand
- **Manöver 4:** ein dynamischer Spurwechsel
- **Manöver 5:** ein Notbremsmanöver

Zusätzlich mit Fokus auf die Querregelung werden folgende Manöver gezeigt:

- **Manöver 6:** Demonstration des Verhaltens des SGB bei aktivem Fahrereingriff
- **Manöver 7:** Unterdrückung von Seitenkraftstörungen
- **Manöver 8:** Spurmittenführung auf vermessener Teststrecke

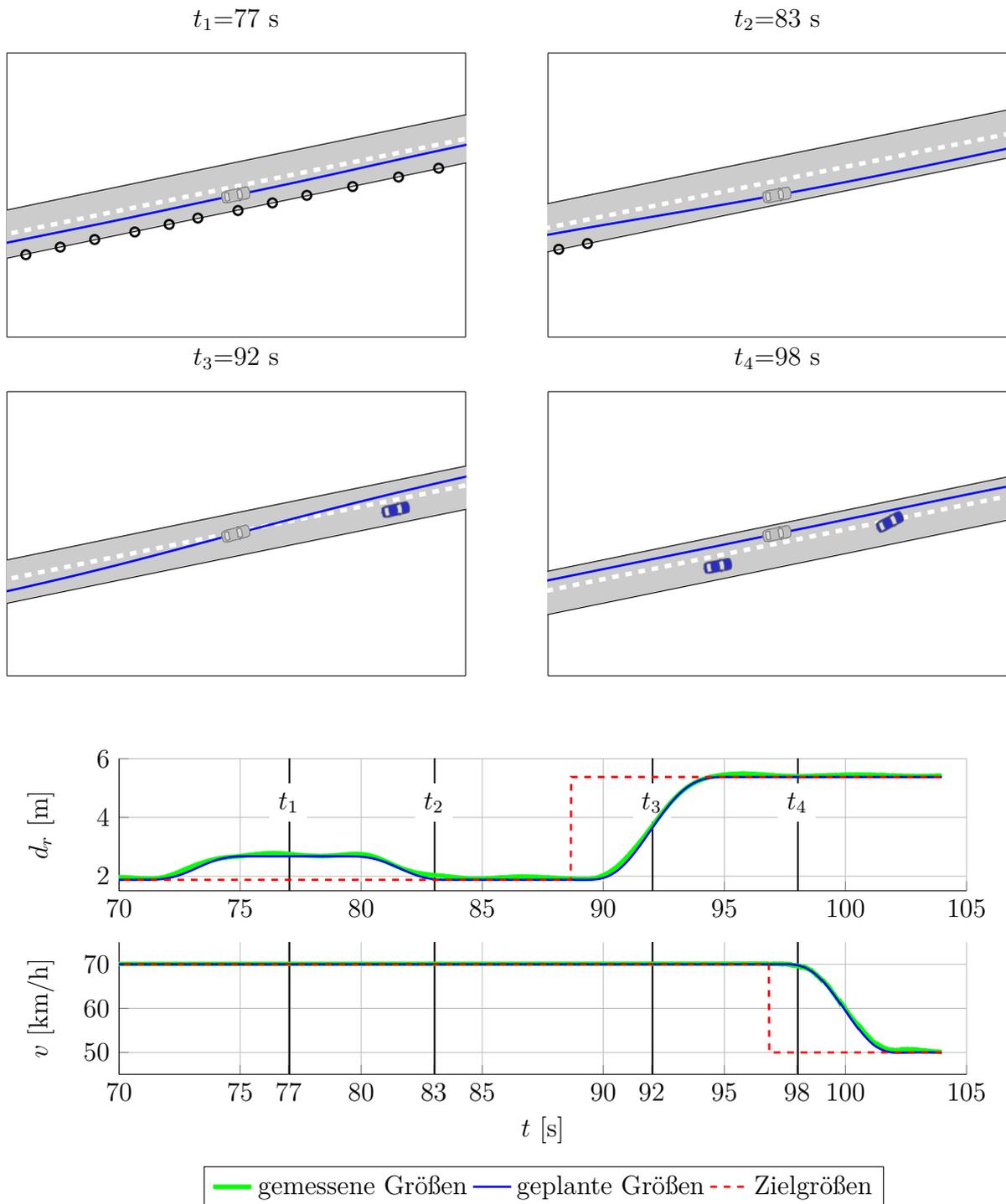
Ziel ist die realitätsnahe Erprobung des Gesamtsystems, bestehend aus semi-globaler und lokaler Planung und Trajektorienfolgeregelung. Dazu wird zunächst ein typisches Autobahnscenario nachgestellt (**Manöver 1**). Da keine Seriensensorik vorhanden ist (außer dem Fernbereichsradar zur Erfassung bewegter Objekte), werden wie beschrieben die wesentlichen Signale mit Hilfe von DGPS nachgebildet.

Als Szenario wird eine Autobahnfahrt gewählt. Als Wunschgeschwindigkeit wird zunächst eine Geschwindigkeit von  $70 \text{ km/h}$  eingestellt. Durch stehende Objekte ist die rechte Fahrspur eingeengt (veranschaulicht durch die Kreise in Abb. 6.2), sodass das Fahrzeug innerhalb der Fahrspur ausweichen muss. Dazu reicht ein Querversatz von  $80 \text{ cm}$  aus. Der Versatz wird dabei nicht von der semi-globalen Planung initiiert, da diese nur ganze Fahrspuren betrachtet und die Belegungs-Karte deshalb nicht auswertet. Die Kollisionsprüfung der lokalen Planung erkennt aber die drohende Kollision und es wird folglich eine Trajektorie gewählt, die einen Querversatz innerhalb der Spur einstellt. Nachdem die Fahrspur wieder frei ist, wird zurück in die Fahrspurmitte gelenkt. Dort wird zum Zeitpunkt  $t \approx 88 \text{ s}$  ein langsamer fahrendes Vorderfahrzeug (in blau dargestellt) erkannt. Da die linke Fahrspur zu diesem Zeitpunkt frei ist, initiiert die semi-globale Planung einen Spurwechsel auf die Nachbarspur. Dort schert zum Zeitpunkt  $t_4 = 98 \text{ s}$  ein ebenfalls langsamer fahrendes Fahrzeug mit einer Geschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$  ein, sodass die semi-globale Planung zum Abbremsen gezwungen wird. Der lokalen Planung wird deshalb die Geschwindigkeit des Vorderfahrzeugs als Zielgeschwindigkeit vorgegeben und in den Fahrfahrtmodus übergegangen. Durch die Prädiktion des Verhaltens des Einscherers wird schon frühzeitig das Bremsmanöver eingeleitet, sodass eine komfortable Bremsung reicht um den Sicherheitsabstand einzuhalten.

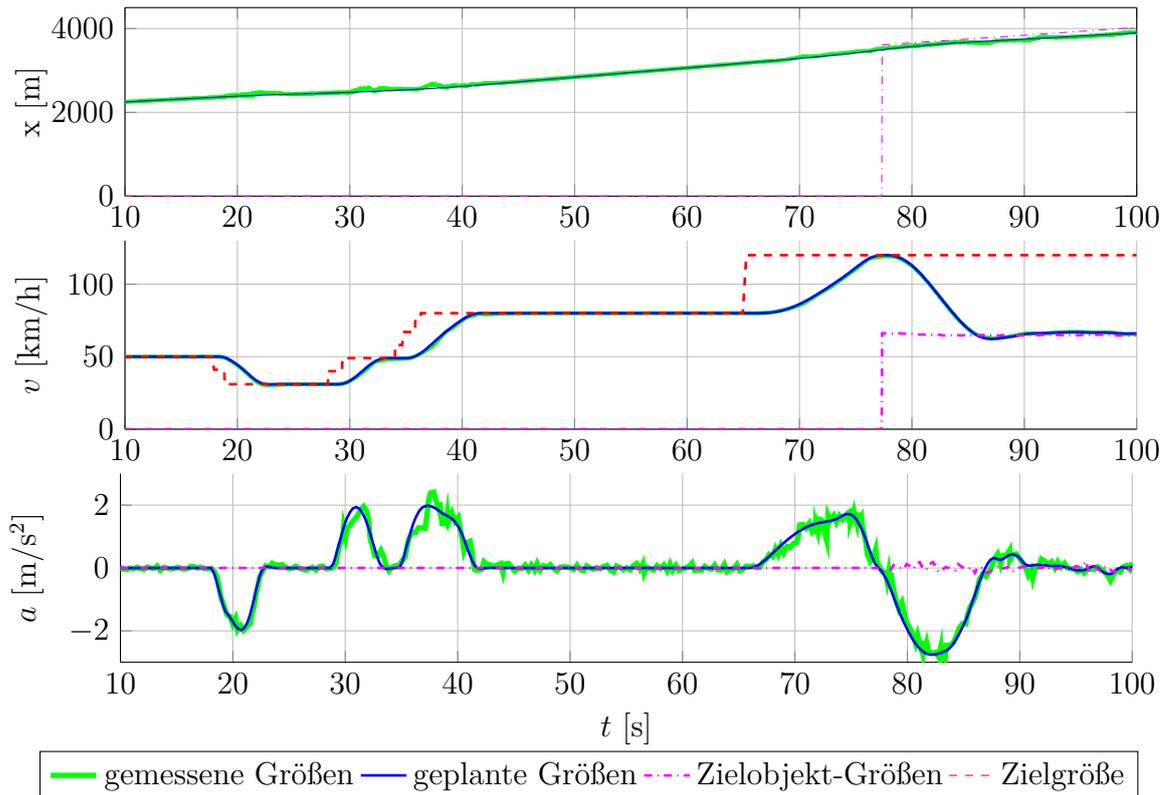
Das Szenario veranschaulicht das Zusammenspiel der semi-globalen und lokalen Planung. Die semi-globale Planung arbeitet auf Manöverebene und gibt der lokalen Planung die Zielwerte vor. Die lokale Planung setzt die Vorgaben um und sorgt mithilfe der Kollisionsprüfung für lokale Kollisionsfreiheit. Die fahrdynamischen Begrenzungen (durch den Kamm'schen Kreis und Stellgrößenbegrenzungen) werden bereits größtenteils durch die sinnvolle Zielwertvorgabe der semi-globalen Planung eingehalten.

Als weiteres Szenario wird ein reines Längsmanöver betrachtet (**Manöver 2**). Dieses Ma-

## 6 Umsetzung und Validierung des Konzepts



**Abbildung 6.2:** Manöver 1: Ausweichen in der Fahrspur mit anschließendem Überholmanöver mit Einscherer.



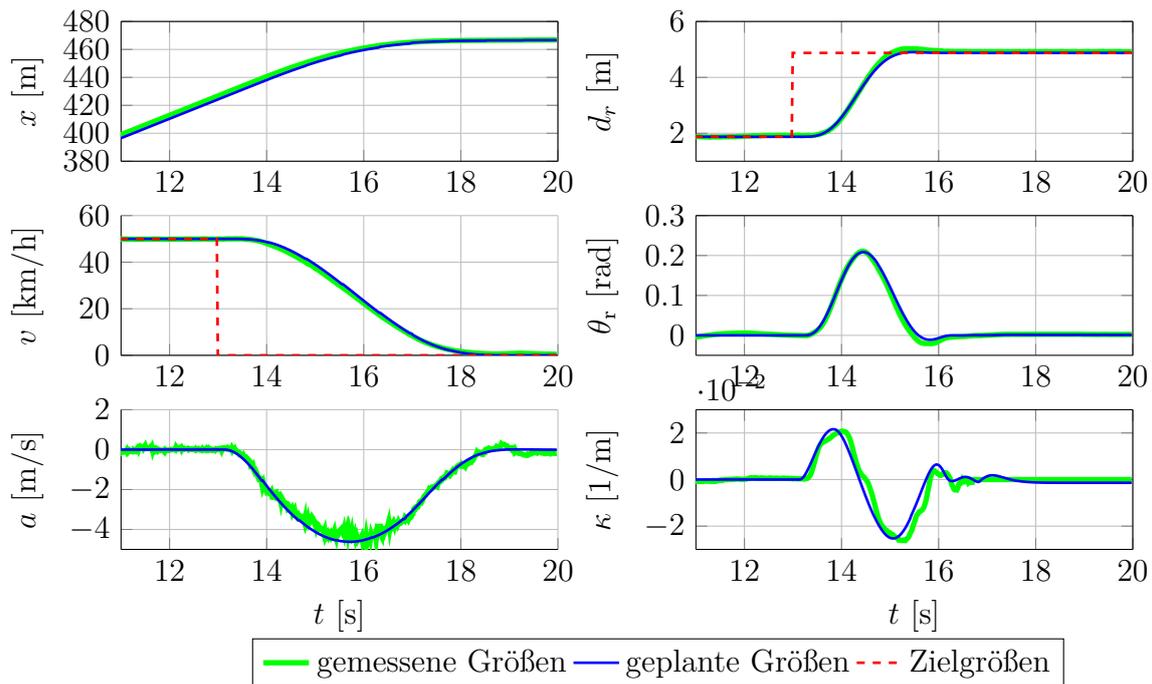
**Abbildung 6.3: Manöver 2:** Demonstration des Verhaltens des Gesamtsystems im Freifahrt- und Folgefahrtmodus.

nöwer wird mit Realsensorik (Serien-Radar des BMW F30) durchgeführt. Zu Beginn wird die Wunschgeschwindigkeit zuerst gesenkt und anschließend schrittweise wieder erhöht (siehe Abb. 6.3). Die Sollvorgaben werden dabei ohne wesentliche Regelfehler vom Längsregler umgesetzt. Zum Zeitpunkt der Schaltung ergeben sich die größten Abweichungen von der Solltrajektorie (ca.  $t = 38$  s). Durch die im Fahrzeug vorhandenen Schnittstellen kann keine Schaltung verhindert werden bzw. ist der Schaltzeitpunkt nicht bekannt, sodass durch die Planung darauf nicht reagiert werden kann. Nach einer weiteren Erhöhung der Wunschgeschwindigkeit auf  $120 \text{ km/h}$  wird ein Vorderfahrzeug durch den Radar erfasst. Die semi-globale Planung schaltet auf den Folgefahrtmodus um und reagiert so auf das Vorderfahrzeug, wodurch der Sicherheitsabstand eingehalten wird.

Insgesamt ergeben sich relativ hohe Längsbeschleunigungen bei dieser Fahrt. Beim Verändern der Wunschgeschwindigkeit ist dies durch die verwendete Parametrierung der semi-globalen Planung durch  $\ddot{s}_{\text{apx}}$  bedingt. Beim Abbremsen auf das Vorderfahrzeug muss dagegen unabhängig von der Parametrierung in dieser Situation mit der gewählten Verzögerung reagiert werden, da das Objekt sehr spät erkannt wird und unmittelbar nach Erfassung des Vorderfahrzeugs das Bremsmanöver eingeleitet wird.

Das Verhalten des Gesamtsystems bei einem kombinierten Quer-Längsmanöver wird in Abb. 6.4 dargestellt (**Manöver 3**). Dazu wird durch die semi-globale Planung eine Verzögerung in den Stillstand bei gleichzeitigem Spurwechsel gefordert. Aus einer Anfangsgeschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$  wird in den Stillstand abgebremst und gleichzeitig eine Querablage von 3 m relativ zur Ausgangslage aufgebaut. Der geplante Geschwindigkeitsverlauf

## 6 Umsetzung und Validierung des Konzepts



**Abbildung 6.4: Manöver 3:** gekoppeltes Quer-Längsmanöver zum Ausweichen mit gleichzeitigem Abbremsen in den Stillstand.

wird durch die Längsregelung mit minimalen Regelfehlern umgesetzt. In der Querbewegung ergibt sich auf Positionsebene (siehe  $d_r$ ) ein leichtes Überschwingen. Führt man das gleiche Quer-Manöver dagegen bei konstanter Geschwindigkeit aus, wie in Abb. 6.5 geschehen (**Manöver 4**), ergibt sich kein Überschwingen. Es ist daher auf die Verkopplung der Quer- und Längsdynamik zurückzuführen.

In Abb. 6.6 wird die umgesetzte Notfallstrategie veranschaulicht (**Manöver 5**). Es wird aus der Freifahrt mit einer Wunschgeschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$  gestartet und während des Betriebs ein virtuelles Objekt vor dem Fahrzeug platziert. Schlagartig sind damit alle geplanten Trajektorien ungültig und die Notfallstrategie wird ausgeführt. Dazu wird eine Trajektorie mit einer Maximalverzögerung von  $9 \text{ m/s}^2$  berechnet und aufgeschaltet. Die geplanten Sollverläufe werden ohne wesentlichen Regelfehler umgesetzt und das Fahrzeug kommt so rechtzeitig zum Stehen.

**Manöver 6** geht auf die kooperative Umsetzung des SGB der Querregelung ein. Abb. 6.7 zeigt dazu das Ergebnis einer Messung. Das Fahrzeug fährt entlang einer geraden Referenz mit einer Geschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$ . Der Fahrer greift dabei in die Querführung ein (gut sichtbar am Fahrerhandmoment) und lenkt das Fahrzeug  $1,20 \text{ m}$  nach links. Der Ausgang des Störgrößenschätzer  $\kappa_{sgs}$  ist dabei die ganze Zeit nahezu  $0 \text{ 1/m}$ , da keine Störung außer dem Fahrer auf das Fahrzeug wirkt. Die konventionelle Umsetzung des Störgrößenschätzers oder eine Trajektorienfolgeregelung mit integrierendem Verhalten auf Positionsebene würde in diesem Fall gegen den Fahrer arbeiten und die Stellgröße immer weiter erhöhen.

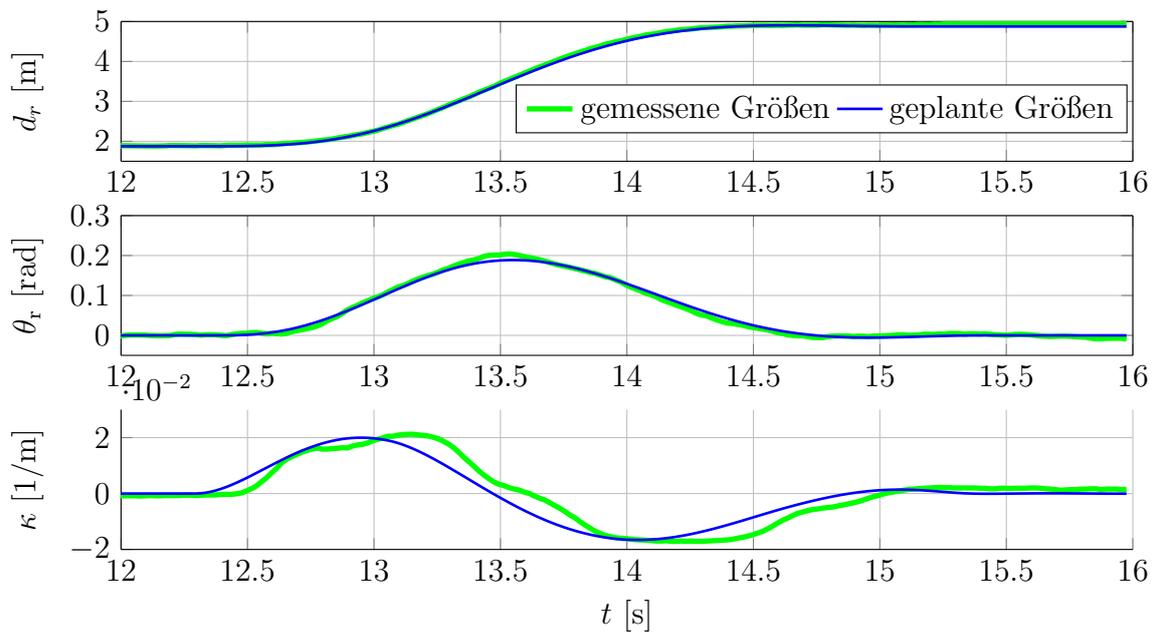


Abbildung 6.5: Manöver 4: geplanter dynamischer Spurwechsel.

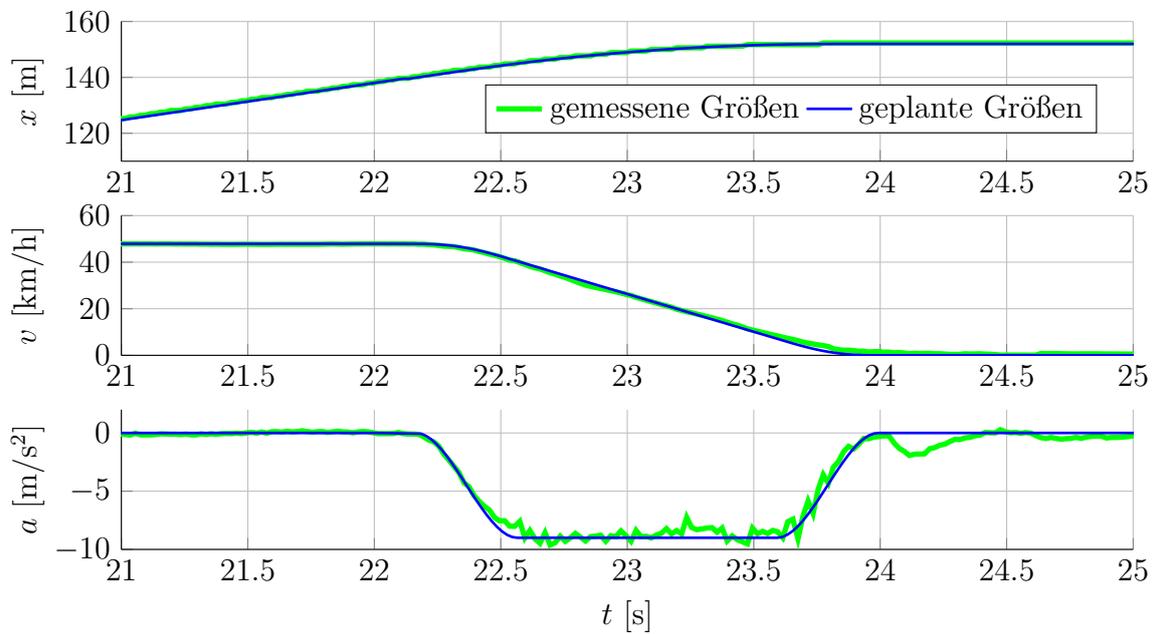
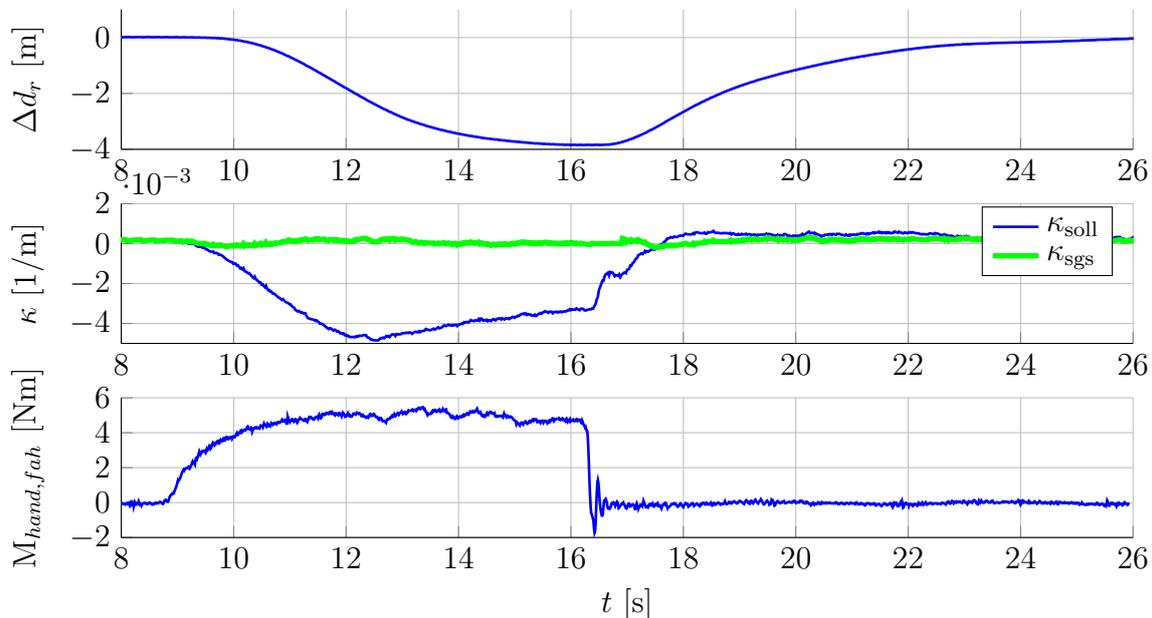


Abbildung 6.6: Manöver 5: Notbremsmanöver aus einer Anfangsgeschwindigkeit von 50 km/h auf trockener Fahrbahn.

## 6 Umsetzung und Validierung des Konzepts

Hierbei ist die Skalierung des I-Anteils bzw. des Störgrößenschätzers über die Rückführung des gemessenen Handmoments zwar möglich, aufgrund der Signalgüte des erfassten Handmoments aber problematisch. Außerdem würde in diesen Fällen die Unterstützung des Fahrers gegenüber stationär wirkenden Seitenkraftstörungen verloren gehen.

Der Folgeregler arbeitet im Gegensatz zum SGB moderat gegen den Fahrer. Dies ist wie

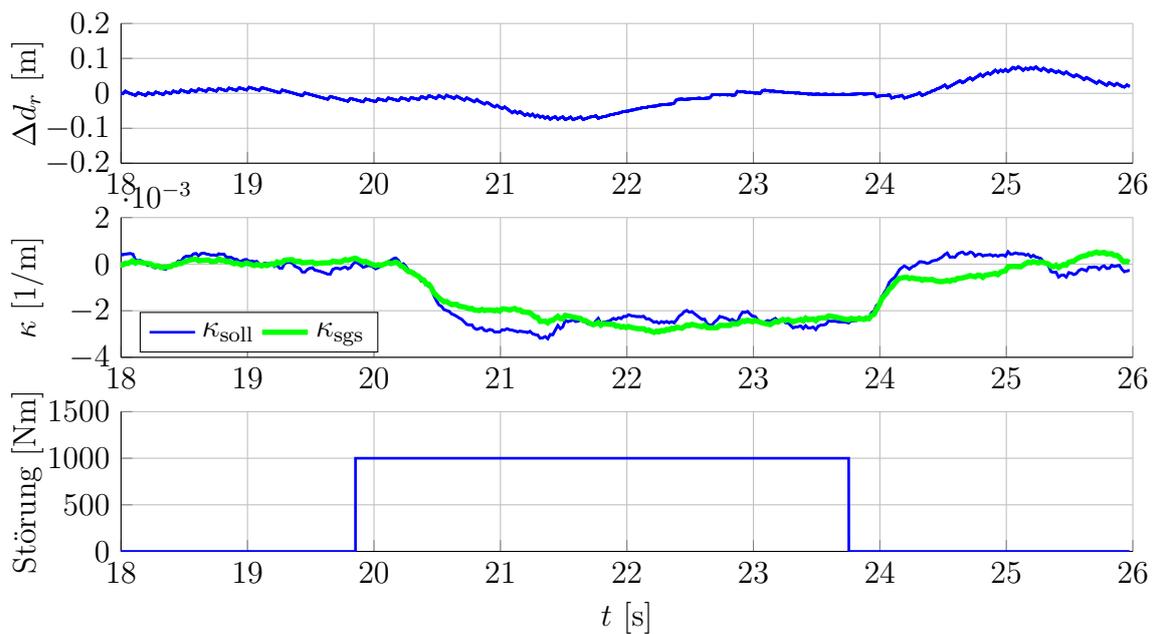


**Abbildung 6.7:** Manöver 6: Verhalten des Störgrößenschätzers bei aktivem Fahrereingriff.

bereits zuvor erwähnt gewünscht, um dem Fahrer Rückmeldung über das Ziel des umgesetzten FAS zu geben. Nach dem Handmomentenabfall führt der Trajektoriefolgeregler das Fahrzeug zurück zur Referenz. In solchen Fällen sollte gewöhnlich eine Neuplanung ausgelöst werden, um das Fahrzeug zurück zur Fahrbahnmitte zu führen. Diese wurde hier aber bewusst deaktiviert, um das Folgeverhalten des Reglers zu analysieren.

Abb. 6.8 demonstriert in einem weiteren Manöver die Unterdrückung von Seitenkraftstörungen durch den SGB (**Manöver 7**). Wieder hat das Fahrzeug das Ziel, der geraden Fahrspur mit einer Geschwindigkeit von  $50 \text{ km/h}$  zu folgen. Zur Nachstellung von reproduzierbaren Seitenkraftstörungen werden einseitige Bremseneingriffe eingesetzt. Dazu werden die rechten Räder der Vorder- und Hinterachse mit jeweils  $500 \text{ Nm}$  Bremsmoment beaufschlagt. Dies führt zu einer Seitenkraftstörung. Der SGB kompensiert die Störung, ohne dass sich ein nennenswerter Querablagefehler  $\Delta d_r$  aufbaut. Dies ist darin begründet, dass der Headingfehler als Messgröße im SGB verwendet wird und so sehr schnell auf die auftretende Gierstörung reagiert werden kann.

Als abschließendes Manöver wird in **Manöver 8**, siehe Abb. 6.9, das Regelverhalten der Querregelung im mitteldynamischen Bereich gezeigt. Als Referenzstrecke wird eine zuvor vermessene Fahrdynamikteststrecke vorgegeben. Die Fahrzeuggeschwindigkeit variiert dabei zwischen  $30 \text{ km/h}$  und  $60 \text{ km/h}$ , was aufgrund der engen Kurven zu Querbeschleunigungen von über  $5 \text{ m/s}^2$  führt (siehe Abb. 6.9). Das Manöver wird ohne Fahrerinteraktion abgefahren und der Regler kann der vorgegeben Referenz gut folgen. Es stellen sich dabei



**Abbildung 6.8:** Manöver 7: Unterdrückung von Seitenkraftstörungen.

maximale Querablagefehler von 60 cm ein.

## 6.3 Bewertung

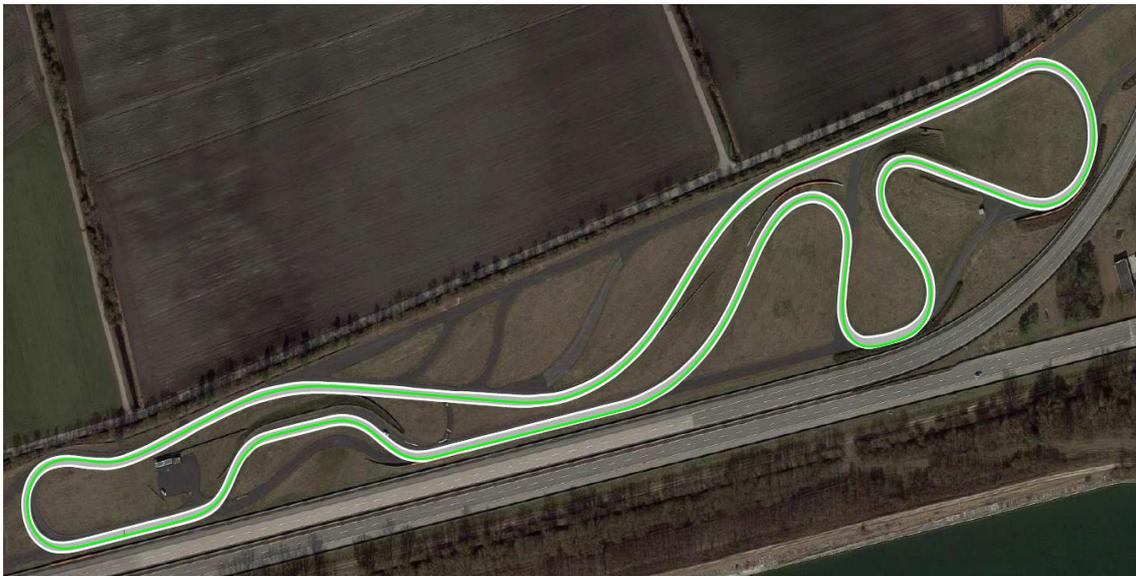
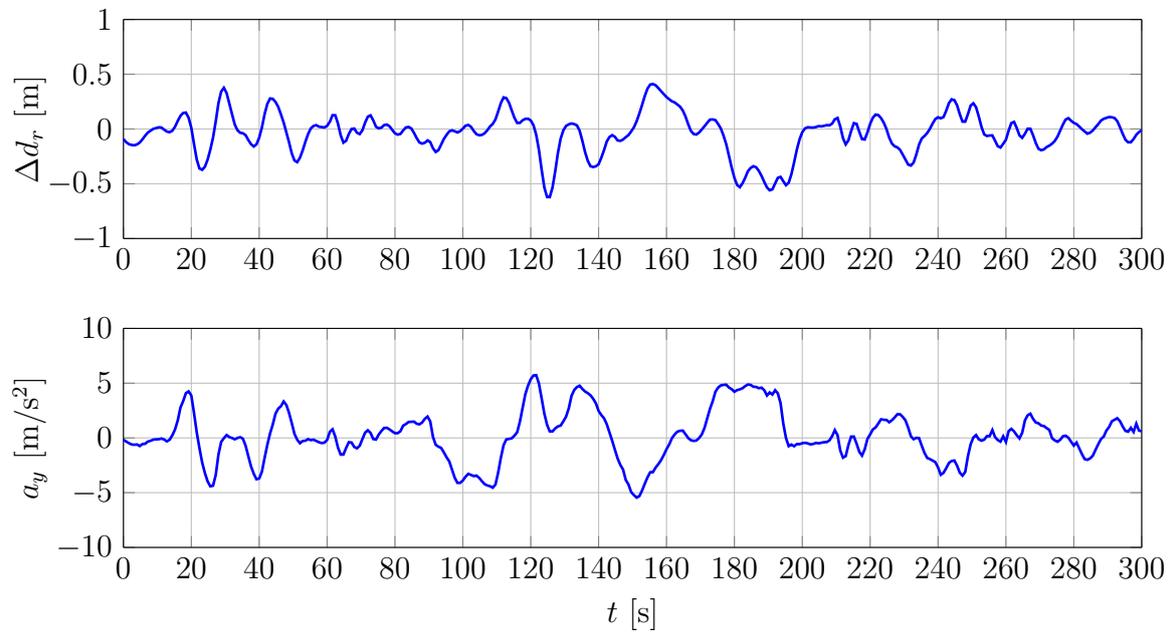
Das vorangegangene Kapitel demonstriert in realitätsnahen Versuchen die Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems bestehend aus semi-globaler Planung, lokaler Planung und Trajektorienfolgeregelung.

Bezüglich der Planung ist hervorzuheben, dass gewöhnlich im Straßenverkehr auftretende Manöver beherrscht werden können. Dabei wird es durch die Aufteilung in eine semi-globale und lokale Planungsschicht erreicht, dass mit wesentlich weniger berechneten Trajektorien ausgekommen wird, als die beispielsweise in [103] beschriebene Umsetzung mit einer reinen lokalen Planung. Die Planung generiert komfortable Quer- und Längstrajektorien, die die gegebenen Randbedingungen berücksichtigt und so von der unterlagerten Trajektorienfolgeregelung gut umgesetzt werden können.

Hinsichtlich der Trajektorienfolgeregelung wird mit realitätsnahen Manövern die gute Störunterdrückung demonstriert. Dabei wird auch auf das kooperative Verhalten eingegangen, dass es von bestehenden Ansätzen unterscheidet. So ist es möglich zukünftige Fahrerassistenzfunktionen zu bedienen die nach einer kooperative Ausprägung der Regelung verlangen.

## 6 Umsetzung und Validierung des Konzepts

---



**Abbildung 6.9:** Manöver 8: Ergebnisse einer Spurmittenführung auf vermessener Teststrecke (Bild: *Google Earth*).

# KAPITEL 7

---

## Zusammenfassung und Ausblick

---

Automatisierte Fahrfunktionen halten im modernen Fahrzeug zunehmend Einzug und übernehmen immer größere Wirkbereiche. Dabei stellen die Bewegungsplanung und -umsetzung neben der Umfelderkennung einen wichtigen Bestandteil dar.

Die zu beherrschenden Fahrmanöver stellen große Ansprüche an die Methoden zur Steuerung, Beobachtung und Regelung und die regelungstechnische Behandlung gewinnt so zunehmend an Bedeutung. Im Stand der Technik haben sich zur Behandlung dieser Probleme insbesondere trajektorienbasierte Verfahren als zielführend erwiesen, da damit dem zeitveränderlichen Verhalten der Strecke und der Fahrzeugumgebung Rechnung getragen werden kann.

Ausgehend von dieser Erkenntnis, wird in der Arbeit ein ganzheitliches Konzept zur Trajektorienplanung und -folgeregelung vorgestellt. Um unterschiedlichste Fahrfunktionen (von Komfort- bis Sicherheitsfunktionen) bedienen zu können, ist es notwendig, die Führungs- und Stördynamik des Fahrzeugverhaltens zu entkoppeln. Aus diesem Grund wird auf die bewährte Zwei-Freiheitsgrade-Struktur zurückgegriffen. Mittels einer Trajektorienplanung wird das Führungsübertragungsverhalten des Systems definiert. Eine unterlagerte Trajektorienfolgeregelung übernimmt die Störunterdrückung und sichert die Umsetzung der geplanten Trajektorie.

Zur Realisierung auf einem heutigen Seriensteuergerät mit der verbundenen begrenzten Rechenkapazität wird die Planung in zwei Teilprobleme unterteilt: Eine überlagerte Grobplanung gibt den Zielbereich des zu fahrenden Manövers vor, während innerhalb einer lokalen Planung, basierend auf den Prinzipien der Optimalsteuerung, in Echtzeit optimale Solltrajektorien berechnet werden, die fahrdynamische Begrenzungen sowie umliegende Objekte berücksichtigen.

Die geplante Trajektorie wird von einer Trajektorienfolgeregelung robust gegenüber äußeren Störungen stabilisiert. Dabei wird auf die Methoden der robusten Regelung zurückgegriffen, um den gesamten Betriebsbereich des Fahrzeugs abdecken zu können.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

---

In Kapitel 2 werden zunächst gängige Fahrermodelle erläutert und aus diesen ein strukturiertes Regelungsmodell für die automatisierte Fahrzeugführung vorgestellt. Dabei wird das Regelungsproblem der Fahrzeugführung auf verschiedene Ebenen hierarchisch unterteilt. Für die in der Arbeit relevante Bahnführungsebene wird dabei als Regelungsstruktur die Zwei-Freiheitsgrade-Struktur vorgeschlagen, die eine Unterteilung in die Teilprobleme der Trajektorienplanung und Trajektorienfolgeregelung erlaubt.

Im folgenden Kapitel 3 wird auf die Modellierung der Fahrzeugbewegung eingegangen und ein geeignetes Entwurfsmodell für den Entwurf der Trajektorienplanung und Regelung ausgewählt.

Darauf aufbauend wird anschließend in Kapitel 4 ein echtzeitfähiges Konzept zur Trajektorienplanung vorgestellt. Dieses zeichnet sich durch seine Realisierbarkeit auf heutigen Seriensteuergeräten aus. Dies wird erreicht indem zunächst die Fahrbahn unter Zuhilfenahme der Frenet-Transformation entkrümmt wird. Weiterhin wird das Optimierungsproblem in zwei Teilprobleme zerlegt: die semi-globale und die lokale Planung. Außerdem wird für die Optimierung ein stark vereinfachtes Fahrzeugmodell approximiert und der Lösungsraum diskretisiert. Durch diese Maßnahmen ist eine Umsetzung auf einem Seriensteuergerät möglich. Die berechneten Trajektorien zeichnen sich durch die Berücksichtigung sämtlicher relevanter Randbedingungen aus und sorgen so für Akzeptanz beim Fahrer und Umsetzbarkeit durch die unterlagerte Regelung. Die Trajektorienplanung ermöglicht so die Umsetzung von Vorgaben überlagerter Fahrerassistenzfunktionen.

Das Ziel von Kapitel 5 ist die Herleitung einer Struktur zur Trajektorienfolgeregelung. Die zuvor berechnete Trajektorie muss gegenüber äußeren Störungen (wie z. B. Seitenwinde) stabilisiert werden. Dazu wird ein linearer Entwurf gewählt. Eine große Herausforderung besteht dabei bei assistierenden Fahrfunktionen, die Fahrereingaben über Lenkung und Pedalerie nicht als Störung zu unterdrücken. Die entwickelte Struktur zur Störgrößenschätzung erlaubt eine Unterdrückung von äußeren Störungen. Gleichzeitig werden die Fahreingaben nicht stationär unterdrückt und es ergibt sich damit weitgehend ein kooperatives Verhalten. Die auf diesen Algorithmen basierende Regelungsstruktur wird mittels der Methoden der robusten Regelung auf Robustheit getestet. Dies ist notwendig, da die Struktur in einem großem Betriebsbereich eingesetzt werden soll. Es kann so gezeigt werden, dass die Regelungsstruktur die Fahrzeugbewegung entlang der geplanten Trajektorie robust stabilisiert und die geforderten Anforderungen erfüllt werden.

In Kapitel 6 wird schließlich die prototypische Umsetzung der entworfenen Algorithmen im Versuchsfahrzeug vorgestellt. Die anschließenden realitätsnahen Fahrversuche demonstrieren die Leistungsfähigkeit des entwickelten Gesamtsystemes.

Die Ergebnisse der Arbeit motivieren zur Weiterführung der Forschungsaktivitäten in dieser Richtung.

Bei der Trajektorienplanung ist zukünftig eine Kopplung mit einer vorgelagerten Pfadplanung denkbar, damit neben strukturierten Umgebungen ebenfalls unstrukturierte Umgebungen wie Parkhäuser oder Parkplätze bedient werden können.

Sollte die Rechenleistung von Steuergeräten steigen, kann weiterhin das Optimierungs-

---

problem zyklisch unter Rückführung des aktuellen Systemzustands mit einem hohen Takt gelöst werden. Dies führt zu einer modellprädiktiven Regelung. Das bisherige lineare Rückführgesetz wird damit durch die Planung ersetzt. Stationäre Störungen lassen sich damit allerdings nicht unterdrücken, sodass die entwickelten Störgrößbeobachter weiterhin notwendig sind. Aufgrund des kooperativen Verhaltens dieser ist auch bei Kombination mit der Stabilisierung mittels der Planung ein kooperatives Gesamtverhalten zu erwarten.



# ANHANG A

---

## Modellierung der Fahrzeugdynamik und der Aktuatorik

---

### A.1 Auswahl eines geeigneten Fahrzeugmodells

Um das dynamische Verhalten des Fahrzeugs zu beschreiben, wird das klassische *Einspurmodell* nach Riekert und Schunck [83] verwendet. Das bereits 1940 entstandene Modell zeichnet sich durch seine Einfachheit bei gleichzeitiger sehr hoher Präzision aus (das lineare Modell gibt für Querbeschleunigungen  $a_y < 0.4g$  gute Übereinstimmung mit der Realität, das nichtlineare ist auch darüber hinaus im Grenzbereich sehr präzise).

Grundlage des Modells ist die Annahme, dass die Räder der Vorder- und Hinterachse jeweils zu einem Rad in der Fahrzeugmitte vereint werden (siehe Abb. A.1) und der Schwerpunkt des Fahrzeugs auf Höhe der Fahrbahn angenommen wird. Die Wank-, Nick- und Hubdynamik wird somit nicht abgebildet und es ergeben sich damit keine beschleunigungsbedingten dynamischen Radlasten.

Die Parameter sind die Folgenden:  $m$  beschreibt die Fahrzeugmasse,  $J_z$  das Trägheitsmoment bezüglich der Gierachse am Schwerpunkt. Der Abstand zwischen Schwerpunkt und Vorder- bzw. Hinterachse wird  $l_v$  bzw.  $l_h$  bezeichnet und als Summe ergibt sich der Radstand  $l = l_v + l_h$ .

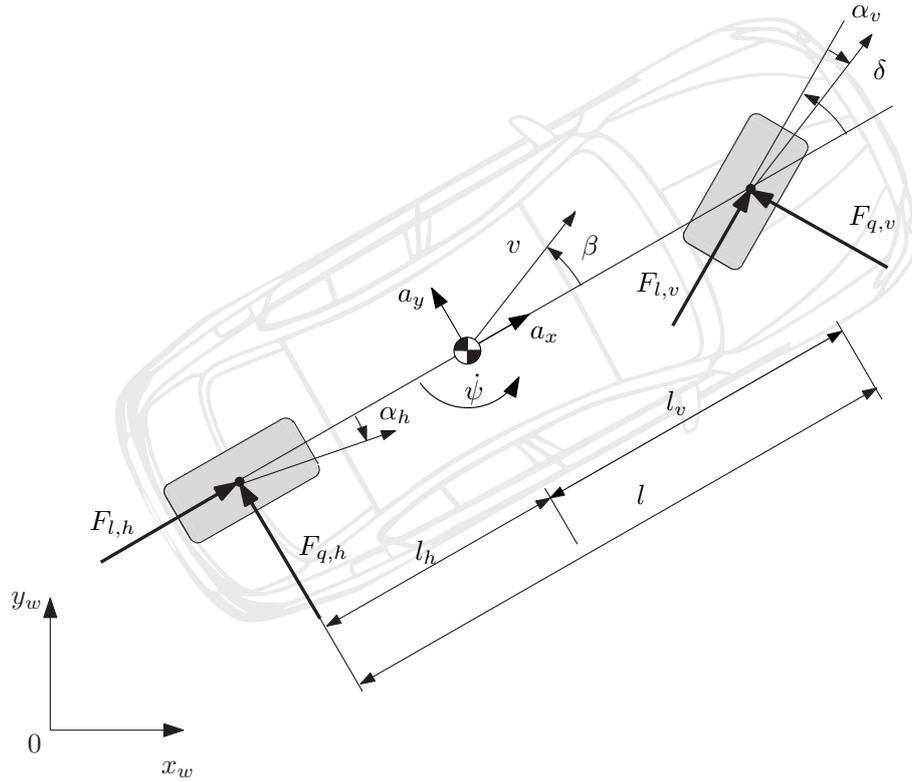
Die Reifenlängskräfte werden als  $F_{l,v}$  an der Vorder- und  $F_{l,h}$  an der Hinterachse bezeichnet, die Querkräfte entsprechend als  $F_{q,v}$  und  $F_{q,h}$ . Als Eingangsgröße des Modells dienen der Lenkwinkel  $\delta$  an der Vorderachse<sup>1</sup> sowie die Antriebs- und Bremsmomente an der Vorder- und Hinterachse  $M_v$  und  $M_h$ .  $v_x$  beschreibt die Längsgeschwindigkeit am Schwerpunkt und  $v_y$  die Quergeschwindigkeit,  $\dot{\psi}$  die Gierrate. Die Längs- und Querbeschleunigung  $a_x$  bzw.  $a_y$  ergeben sich zu

$$\begin{aligned} a_x &= \dot{v} \cos(\beta) - v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \sin(\beta), \\ a_y &= \dot{v} \sin(\beta) + v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos(\beta). \end{aligned} \tag{A.1}$$

Eine notwendige Größe zur Beschreibung der Fahrzeugbewegung stellt der Schwimmwinkel  $\beta$  dar. Dieser beschreibt den Winkel zwischen  $v$  im Fahrzeugschwerpunkt und der

---

<sup>1</sup>Hinterradlenkungen können ebenfalls modelliert und berücksichtigt werden, stellen aber keinen Bestandteil der Arbeit dar.



**Abbildung A.1:** Einspurmodell mit Reifenkräften.

Fahrzeuglängsachse und wird mit

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (\text{A.2})$$

berechnet. Das Kräfte- und Momenten-Gleichgewicht in und um den Schwerpunkt liefert damit:

$$m a_x = F_{l,v} \cos(\delta) + F_{l,h} - F_{q,v} \sin(\delta) + F_{x,\text{stör}}, \quad (\text{A.3})$$

$$m a_y = F_{q,v} \cos(\delta) + F_{q,h} + F_{l,v} \sin(\delta) + F_{y,\text{stör}}, \quad (\text{A.4})$$

$$J_z \ddot{\psi} = (F_{q,v} \cos(\delta) + F_{l,v} \sin(\delta)) l_v - F_{q,h} l_h + M_{z,\text{stör}}. \quad (\text{A.5})$$

Ebenfalls modelliert werden die Störungen, die auf das Fahrzeug wirken. In Längsrichtung wirkt die Störkraft  $F_{x,\text{stör}}$ , die sich zum Großteil aus den klassischen Fahrwiderständen zusammensetzt:

$$F_{x,\text{stör}} = -F_{\text{Luft}} - F_{\text{Steig}} = -\frac{1}{2} c_d A \rho v_x^2 - m g \sin \alpha. \quad (\text{A.6})$$

$\alpha$  bezeichnet dabei die Steigung der Straße.  $c_d$  ist der Luftwiderstandskoeffizient,  $A$  die Stirnfläche des Fahrzeugs und  $\rho$  die Dichte der Luft [14]<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Der Rollwiderstand  $F_{\text{Roll}} = m g f_r \cos \alpha$  mit dem Rollwiderstandskoeffizient  $f_r$  kann auch dazu gezählt werden, wird aber häufig auch in der Reifenmodellierung mit betrachtet.

In Querrichtung wirken ebenfalls Störkräfte, die mit  $F_{y,stör}$  bezeichnet werden. Diese können durch Seitenwinde oder abschüssige Fahrbahnen verursacht werden. Sie greifen meist nicht im Schwerpunkt des Fahrzeugs an und verursachen so zusätzlich ein Störmoment  $M_{z,stör}$  um die Fahrzeughochachse.

### A.1.1 Reifenmodell

Die Modellierung des Reifens ist ausschlaggebend für die Abbildung des gesamten dynamischen Verhaltens des Fahrzeugs und weiterhin Gegenstand der Forschung. Häufig werden die stationären Reifenkräfte als Funktionen des Längs- und Querschlupfs  $\mathbf{s}_i = [s_{l,i}, s_{q,i}]^T$  am Rad dargestellt [73]:

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} F_{l,i} \\ F_{q,i} \end{bmatrix} = f(\mathbf{s}_i), \quad i = v, h \quad (\text{A.7})$$

und kann so beispielsweise durch ein Pacejka-Reifenmodell [74]

$$\mathbf{F}_i = F_{max,i} \sin \left( C_i \arctan \left( B_i \frac{\|\mathbf{s}_i\|}{\mu_i} \right) \right) \frac{1}{\|\mathbf{s}_i\|} \mathbf{s}_i \quad (\text{A.8})$$

mit den Reifenparametern  $F_{max,i} = \mu F_{n,i}$ ,  $C_i$  und  $B_i$  dargestellt werden [73]. Hierbei ist die Verkopplung der Längs- und Querdynamik zu beachten, die das Sättigungsverhalten des Reifens beeinflusst. Messungen zeigen, dass eine rein stationäre Betrachtung nicht ausreicht [84], die einfache Darstellung mit einem Verzögerungsglied erster Ordnung ist allerdings häufig ausreichend [89]:

$$\tau_{l,i} \dot{F}_{l,i}^D + F_{l,i}^D = F_{l,i}^S, \quad i = v, h \quad (\text{A.9})$$

bzw.

$$\tau_{q,i} \dot{F}_{q,i}^D + F_{q,i}^D = F_{q,i}^S, \quad i = v, h \quad (\text{A.10})$$

Die dynamischen Reifenkräfte  $F_{l,i}^D$  und  $F_{q,i}^D$  ergeben sich dabei aus den stationären Werten  $F_{l,i}^S$  und  $F_{q,i}^S$  [84]. Die Zeitkonstanten  $\tau_{j,i}$  ergeben sich aus den sog. Einlaulängen  $\sigma_{j,i}$  und der jeweiligen Radgeschwindigkeit  $r|\omega|$ , wobei  $r$  der dynamische Rollradius und  $\omega$  die Raddrehzahl ist. Es folgt damit

$$\tau_{j,i} = \frac{\sigma_{j,i}}{r |\omega|}, \quad i = v, h, j = l, q. \quad (\text{A.11})$$

Die Einlaulängen sind dabei wiederum Funktionen des jeweiligen Schlupfs und der Radlast [84].

Häufig werden die Seitenkräfte anstatt über den Schlupf, durch die Schräglaufwinkel am Rad beschrieben. Diese stellen den Schwimmwinkel  $\alpha_v$  bzw.  $\alpha_h$  und somit den Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und der Längsachse des jeweiligen Reifens dar:

$$\alpha_v(v, \beta, \dot{\psi}, \delta) = \delta - \arctan \left( \frac{v \sin \beta + l_v \dot{\psi}}{v \cos \beta} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\alpha_h(v, \beta, \dot{\psi}) = - \arctan \left( \frac{v \sin \beta - l_h \dot{\psi}}{v \cos \beta} \right) \quad (\text{A.13})$$

Zwischen Schlupf und Schräglaufwinkel gilt der Zusammenhang [17]:

$$s_q = \sin \alpha \quad (\text{A.14})$$

### A.1.2 Querdynamikmodell

Es wird zunächst keine wechselseitige Beeinflussung der Längs- und Querdynamik angenommen, außerdem werden kleine Winkel vorausgesetzt, sodass die Sinus und Kosinus Terme linearisiert werden können.

Das zuvor beschriebene nichtlineare Modell wird für kleine Winkel linearisiert, d. h. es wird

$$\cos x \approx 1, \sin x \approx x \quad (\text{A.15})$$

gesetzt. Mit  $s_q = \alpha$  folgt für die stationäre Reifenseitenkraft

$$F_{q,i}^S = \frac{F_{max,i}}{\mu} C_i B_i \alpha_i = c_i \alpha_i, i = v, h \quad (\text{A.16})$$

mit der jeweiligen Schräglauftsteifigkeit  $c_i$ . Außerdem wird davon ausgegangen, dass sich die Längsdynamik im Vergleich zur Querdynamik langsam verhält und damit die Annahme  $F_{l,i} \approx 0$  und  $v \approx const.$  gültig ist. Die Fahrzeuggeschwindigkeit wird somit als Fahrzeugparameter der Querbewegung interpretiert. Daraus folgen mit (A.4) und (A.5) die linearen Zusammenhänge

$$m v(\dot{\beta} + \dot{\psi}) = F_{q,v}^D + F_{q,h}^D + F_{y,stör} \quad (\text{A.17})$$

$$J_z \ddot{\psi} = F_{q,v}^D l_v - F_{q,h}^D l_h + M_{z,stör}. \quad (\text{A.18})$$

Für die Schräglaufwinkel gilt:

$$\alpha_v = \delta - \beta - l_v \frac{\dot{\psi}}{v} \quad (\text{A.19})$$

bzw.

$$\alpha_h = -\beta + l_h \frac{\dot{\psi}}{v}. \quad (\text{A.20})$$

Damit können die stationären Seitenkräfte berechnet werden, welche sich proportional zum Schräglaufwinkel einstellen. Die dynamischen Seitenkräfte ergeben sich gemäß der Einlaufdynamik nach (A.10), wobei von geschwindigkeitsabhängigen Einlaufwegen ausgegangen wird. In der Zustandsraumdarstellung ergibt sich somit zusammengefasst

$$\begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{\beta} \\ \dot{F}_{q,v} \\ \dot{F}_{q,h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{l_v}{J_z} & -\frac{l_h}{J_z} \\ -1 & 0 & \frac{1}{mv} & \frac{1}{mv} \\ -\frac{c_v}{\sigma_{q,v}} l_v & -v \frac{c_v}{\sigma_{q,v}} & -\frac{v}{\sigma_{q,v}} & 0 \\ \frac{c_h}{\sigma_{q,h}} l_h & -v \frac{c_h}{\sigma_{q,h}} & 0 & -\frac{v}{\sigma_{q,h}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \beta \\ F_{q,v} \\ F_{q,h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v \frac{c_v}{\sigma_{q,v}} \\ 0 \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{mv} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{z,stör} \\ F_{y,stör} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.21})$$

Die Störungen  $M_{z,stör}$  und  $F_{y,stör}$  können als Gierratenänderungs- und Schwimmwinkeländerungsstörungen  $z_{\ddot{\psi}}$  und  $z_{\dot{\beta}}$  interpretiert werden:

$$z_{\ddot{\psi}} = \frac{1}{J_z} M_{z,stör} \text{ und } z_{\dot{\beta}} = \frac{1}{mv} F_{y,stör}. \quad (\text{A.22})$$

Aus (A.21) können die zwei Übertragungsfunktionen  $G_{\dot{\psi}}(s)$  und  $G_{\beta}(s)$  gewonnen werden:

$$\dot{\psi} = G_{\dot{\psi}}(s) \delta \text{ und } \beta = G_{\beta}(s) \delta. \quad (\text{A.23})$$

## A.1 Auswahl eines geeigneten Fahrzeugmodells

Beide weisen  $PD_2T_4$ -Verhalten auf und haben so den relativen Grad 2. Die Gierverstärkung  $K_{\dot{\psi}}$ , das Verhältnis zwischen stationärer Giergeschwindigkeit und Lenkwinkel, ergibt sich dabei zu

$$K_{\dot{\psi}} = \frac{v}{l \left( 1 + \left( \frac{v}{v_{ch}} \right)^2 \right)} \quad (\text{A.24})$$

mit der charakteristischen Geschwindigkeit  $v_{ch}$ , welche sich mit

$$v_{ch} = \sqrt{\frac{l^2 c_v c_h}{m(c_h l_h - c_v l_v)}} \quad (\text{A.25})$$

berechnet.

Oft ist man nicht an der Gierrate, sondern der gefahrenen Krümmung  $\kappa$  interessiert. Diese ergibt sich zu

$$\kappa = \frac{\dot{\psi} + \dot{\beta}}{v}. \quad (\text{A.26})$$

Dessen stationäre Verstärkung  $K_{\kappa}$  ergibt sich folglich als

$$K_{\kappa} = \frac{1}{l \left( 1 + \left( \frac{v}{v_{ch}} \right)^2 \right)}. \quad (\text{A.27})$$

### A.1.3 Längsdynamikmodell

Das Kräftegleichgewicht des Einspurmodells in Längsrichtung (A.3) ergibt unter der Annahme kleiner Winkel

$$m(\dot{v} - \dot{\psi}\beta v) = F_{l,v}^D + F_{l,h}^D - F_{q,v}^D \delta - F_{x,stör}. \quad (\text{A.28})$$

Die Querbewegung des Fahrzeugs wird als Teil der Störung  $F_{stör,l}$  in Längsrichtung betrachtet

$$F_{stör,l} = F_{x,stör} - m\dot{\psi}\beta v + F_{q,v} \delta. \quad (\text{A.29})$$

und es ergibt sich

$$m\dot{v} = F_{l,v}^D + F_{l,h}^D - F_{stör,l}. \quad (\text{A.30})$$

Die Reifenlängskräfte ergeben sich entsprechend (A.9) durch die Einlaufdynamik und resultieren aus den anliegenden Radmomenten. Da im Zuge der Arbeit keine Einzelradmomente gestellt werden, kann dies als Summenradmoment (der Vorder- und Hinterachse) betrachtet werden. Unter der Annahme von geringem Schlupf ergibt sich die stationäre Längskraft  $F_{l,sum}$  mit dem dynamischen Reifenrollradius  $r$  dabei zu

$$F_{l,sum} = \frac{1}{r} (M_{ant,v} + M_{ant,h} + M_{bre,v} + M_{bre,h}) = \frac{1}{r} M_{sum}. \quad (\text{A.31})$$

Entsprechend (A.9) wird die Einlaufdynamik der Reifen berücksichtigt. Zusammengefasst in Zustandsraumdarstellung ergibt sich damit:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{F}_{l,sum} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m} \\ 0 & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ F_{l,sum} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau_r r} \end{bmatrix} M_{sum} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} z_a \quad (\text{A.32})$$

Die Zeitkonstante  $\tau_r$  hängt wiederum von der Fahrzeuggeschwindigkeit, dem Schlupf und der Radlast ab. Die Störkräfte in Längsrichtung werden als Störbeschleunigung

$$z_a = \frac{F_{stör,l}}{m} \quad (\text{A.33})$$

betrachtet. Es ergibt sich somit ein  $PT_1$ -Übertragungsverhalten von den anliegenden Summenradmomenten  $M_{sum}$  zur Längsbeschleunigung:

$$\dot{v} = a = G_r(s)M_{sum} \quad (\text{A.34})$$

mit

$$G_r(s) = \frac{1/(mr)}{\tau_r s + 1}. \quad (\text{A.35})$$

## A.2 Fahrdynamikaktuatoren

Moderne Fahrerassistenzsysteme bedienen sich, ebenso wie der Fahrer, der Aktuatoren Antrieb, Bremse und Lenkung, um das Fahrzeug zu steuern. In heutigen Fahrzeugarchitekturen haben sich dabei standardisierte Schnittstellen etabliert, die die einfache Anbindung von FAS erlauben. Die grundsätzliche Funktionsweise der Aktuatoren wird im Folgenden kurz erläutert und es werden die relevanten Signale definiert. Außerdem werden einfache Dynamikmodelle abgeleitet, die später für den Regelungsentwurf benötigt werden.

### A.2.1 Lenkaktuatorik

Viele Fahrzeuge sind heute mit elektromechanischen Servolenkungen (EPS) ausgestattet. Da sie eine der effizientesten Methoden zur  $CO_2$ -Reduzierung darstellen, lösen diese sukzessive die bisherig üblichen hydraulischen Systeme ab [78, 40]. Neben dem Verbrauchsvorteil bieten sie die Möglichkeit, durch Aufbringen eines Zusatzmoments über einen Elektromotor im Lenkstrang, autonome Assistenzfunktionen umzusetzen.

Grundsätzlich wird dabei zwischen zwei Schnittstellen zur EPS unterschieden: der Lenkwinkel- und der Momentenschnittstelle. Die Lenkwinkelschnittstelle hat sich vor allem bei Parkassistenzfunktionen etabliert. Dabei kann der EPS direkt ein Solllenkwinkel zur Umsetzung vorgegeben werden. Nachteil dieser Schnittstelle ist, dass kooperative Manöver, d. h. Manöver, bei denen der Fahrer die Hände am Lenkrad hat und unter Umständen mitlenkt, schwer darstellbar sind. Aus diesem Grund eignet sich für solche Fahrerassistenzfunktionen die Momentenschnittstelle. Dabei wird ein Sollmoment  $M_{len,soll}$  als zusätzlicher Offset zum Fahrerhandmoment  $M_{len,Fahrer}$  vorgegeben (siehe Abb. A.2). Diese wird von einem EPS-internen Motorregelalgorithmus umgesetzt. Um einen Spurhalteassistenten o. ä. darstellen zu können, muss trotzdem weiterhin ein Lenkwinkel eingeregelt werden. Der dazu notwendige Lenkwinkelregler wird ausführlich in [101] beschrieben und ist nicht Teil der Arbeit. Als Eingangsgröße wird eine Sollkrümmung  $\kappa_{soll}$  definiert. Diese wird mit der angenommenen stationären Verstärkung des Einspurmodells  $\tilde{K}_\kappa$  (vgl. (A.27)) in einen Solllenkwinkel  $\delta_{soll}$  umgerechnet und vom Lenkwinkelregler eingeregelt. Rückstellmomente und Zahnstangenkräfte  $F_{ZS}$  werden dabei kompensiert, sodass sich ein gedämpftes Verhalten in der Dynamik vom Solllenkwinkel zum Istlenkwinkel  $\delta$  einstellt.

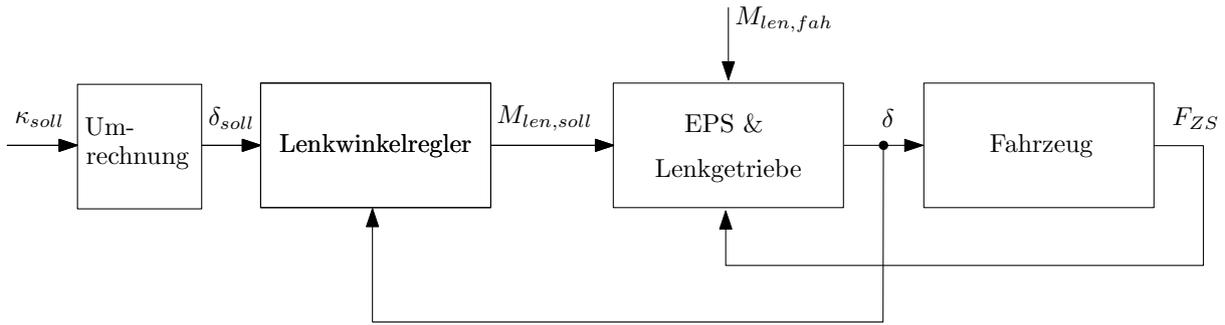


Abbildung A.2: Prinzip der Lenkwinkelregelung mit Momentenschnittstelle der EPS.

Da nicht nur autonome Manöver, d. h. ohne Fahrereingriff betrachtet werden, muss auch der Fahrer berücksichtigt werden. Dieser bringt ein Handmoment  $M_{len,Fahrer}$  auf. Innerhalb des Lenkwinkelreglers kann dazu über definierte Schnittstellen eingestellt werden, wie kooperativ sich die Regelung bezüglich Fahrereingaben verhält [101].

Die unterlagerte Lenkwinkelregelung und die Lenkung selbst sind nicht im Fokus der Arbeit. Das dynamische Verhalten wird deshalb durch repräsentative Sollvorgaben analysiert und ein vereinfachtes dynamisches Verhalten identifiziert. Messungen zeigen, dass ein  $PT_2$  Verhalten das dynamische Verhalten von  $\kappa_d$  nach  $\delta$  ausreichend beschreibt.

$$\delta = G_\delta(s)\kappa_{soll} = \frac{1/\tilde{K}_\kappa}{\tau_\delta^2 s^2 + 2\tau_\delta\zeta_\delta s + 1}\kappa_{soll} \quad (\text{A.36})$$

Wie bereits erwähnt stellt dabei  $\tilde{K}_\kappa$  die angenommene stationäre Verstärkung des Einspurmodells (A.27) dar.  $\tau_\delta$  und  $\zeta_\delta$  beschreiben die Dämpfung und die Zeitkonstante der Lenkwinkelregelung und der Lenkung. Abb. A.3 zeigt einen Vergleich zwischen simulierten und realem Verhalten bei verschiedenen Solllenkwinkelrampen. Die Übereinstimmung ist für den Entwurf der Regelung ausreichend genau.

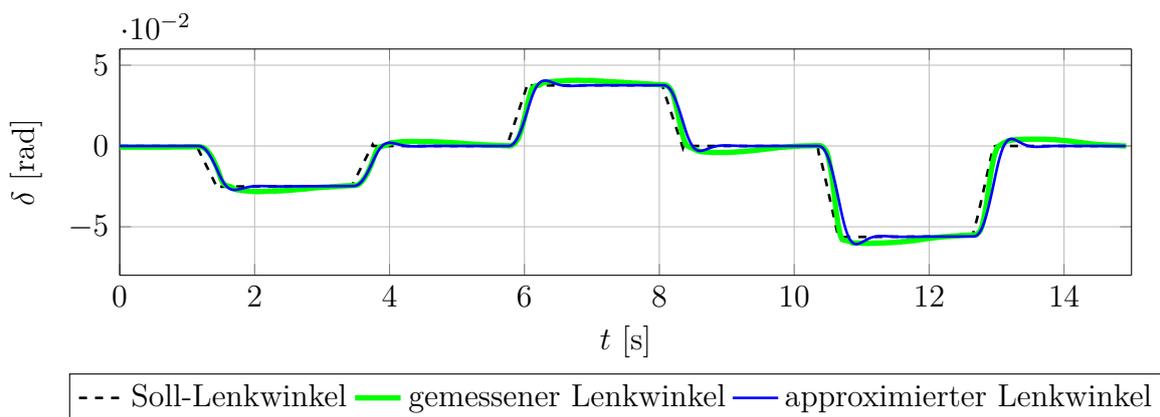


Abbildung A.3: Vergleich zwischen simuliertem und gemessenem Lenkwinkel bei verschiedenen Solllenkwinkelrampen bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h.

### A.2.2 Längsaktuatorik

Im Gegensatz zur Vorgabe von externen Lenkmomenten ist die Vorgabe von Antriebs- und Bremsmomenten zur Beeinflussung der Längsdynamik schon länger Stand der Technik. So setzen beispielsweise Assistenzfunktionen wie ACC seit mehreren Fahrzeuggenerationen aktiv Antriebs- und Bremsingriffe um [107].

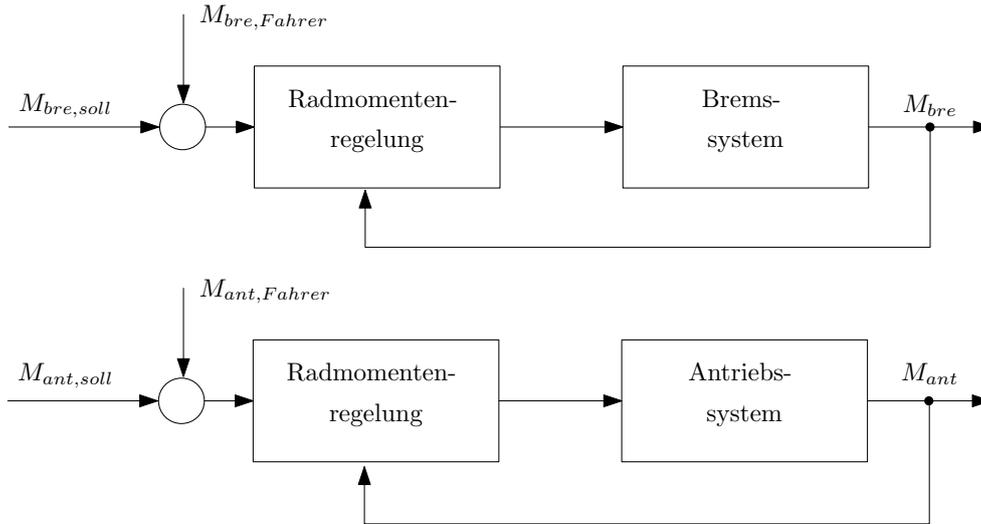
Zur Ansteuerung des Antriebs und der Bremse hat sich in heutigen PKW-Architekturen die Schnittstelle der Summen-Radmomente durchgesetzt [108]. Die Betrachtung von Summenradmomenten ist für FAS der Bahnführungsebene ausreichend, da hier keine Einzelradmomente zur Stabilisierung gestellt werden. Die Betrachtung von Radmomenten bietet sich an, da so beiden Aktuatoren, Antrieb und Bremse über die gleiche physikalische Größe angesteuert werden können [108]. Das FAS kann so vom Antrieb ein Summen-Antriebsmoment bzw. von der Bremse ein Summen-Bremsmoment fordern.

Bei der Bremse wird dazu abhängig vom Bremspedalwinkel des Fahrers das Fahrerwunschbremsmoment  $M_{bre,Fahrer}$  umgerechnet. Zusätzlich können externe Vorgaben  $M_{bre,soll}$  von FAS überlagert und diese durch die Radmomentenregelung eingeregelt werden.

Äquivalent wird beim Antrieb der Gaspedalwinkel ausgelesen und in ein Fahrerwunschkmoment  $M_{ant,Fahrer}$  umgerechnet, das eingeregelt wird. Ebenso können auch hier Zusatzmomente  $M_{ant,soll}$  angefordert werden. Abb. A.4 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Antriebs- und Bremsmomentenregelung. Die sich einstellenden Ist-Größen  $M_{bre}$  und  $M_{ant}$  sind wie zuvor beschrieben auf Radmomentenebene. Die Antriebsregelung liefert des Weiteren als Rückfluss die geschätzten Summenradmomente, was für die Regelung benötigt wird. Zusätzlich liefert der Antrieb das aktuell einstellbare Maximum bzw. Minimum an Summenradmoment. Das minimal mögliche Moment entspricht dabei dem im aktuellen Gang im Schubbetrieb erreichbaren Moment. Dieses wird benötigt, um die Bremse erst dann anzusteuern, wenn über den Antrieb nicht mehr ausreichend verzögert werden kann [108]. Innerhalb der Bahnführungsebene werden keine Gänge vorgegeben. Die Gangwahl erfolgt durch die unterlagerte Radmomentenregelung. Diese setzt das geforderte Antriebsmoment unter Ausnutzung von Informationen über die aktiven Nebenaggregate optimal um [108]. Durch die Komplexität der unterlagerten Momentenregelung wird diese als Blackbox betrachtet, welche durch das Übertragungsverhalten zwischen Soll- und Istmoment definiert ist. Zur Identifikation des dynamischen Verhaltens werden sprunghafte Änderungen der Sollmomente aufgeschaltet. Dabei werden nichtlineare Begrenzungen nicht berücksichtigt, nur das Zeitverhalten ist ausschlaggebend. Da der Motor drehzahlabhängig unterschiedliche Dynamik aufweist, werden verschiedene Drehzahlbereiche und verschiedene Gänge betrachtet. Messungen zeigen, dass eine Abbildung durch ein  $PT_2$ -Glieder mit Totzeit ausreichend genau ist. Es ergibt sich folglich

$$M_{ant} = G_{ant}(s)M_{ant,soll} = \frac{1}{\tau_{ant}^2 s^2 + 2\tau_{ant}\zeta_{ant}s + 1} e^{-\tau_{ant,t}s} M_{ant,soll}. \quad (\text{A.37})$$

$\tau_{ant}$  und  $\zeta_{ant}$  sind dabei die ermittelte Zeitkonstante und Dämpfung des Antriebs und  $\tau_{ant,t}$  die Totzeit. Abb. A.5 oben zeigt einen Vergleich des approximierten Verhaltens mit dem Ergebnis einer Messung. Die Messung wurde im 3. Gang bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 50 km/h durchgeführt. Es zeigt sich eine ausreichend genaue Übereinstimmung. Die unterschiedliche Dynamik des Momentauf- und abbaus kann mit einem linearen Modell dieser Ordnung allerdings nicht abgebildet werden.



**Abbildung A.4:** Prinzip der Antriebs- und Bremsmomentenregelung auf Radmomentenebene.

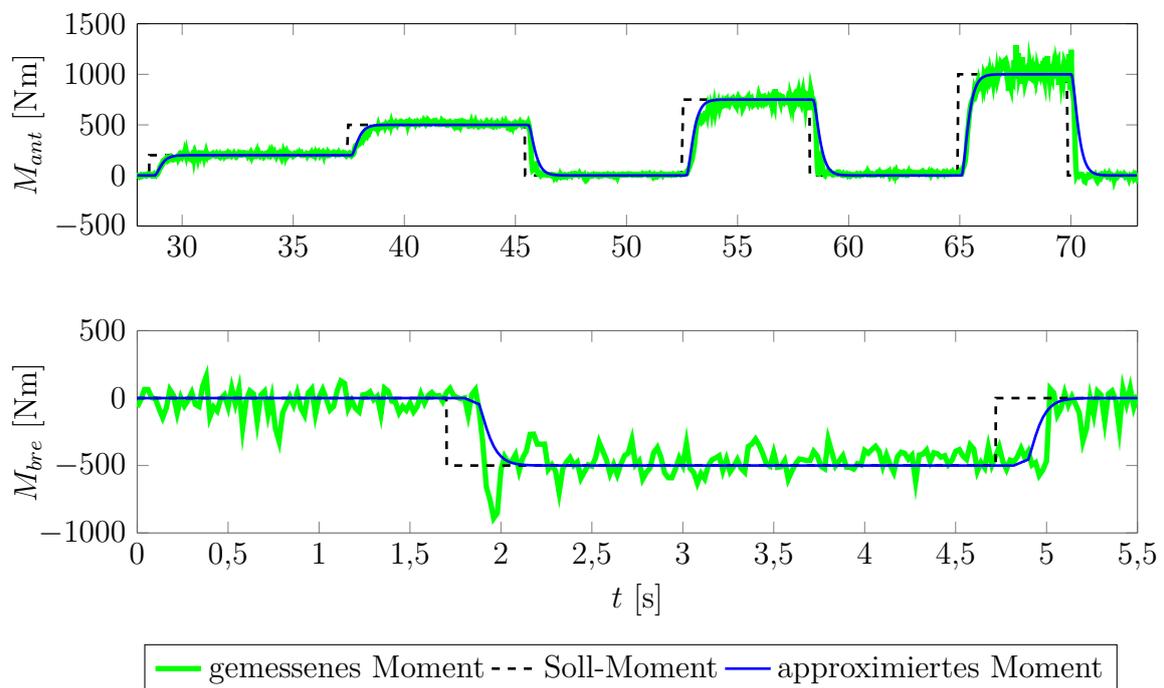
Analog wird für die Approximation des dynamischen Verhaltens der Bremse vorgegangen. Es ergibt sich

$$M_{bre} = G_{bre}(s)M_{bre,soll} = \frac{1}{\tau_{bre}^2 s^2 + 2\tau_{bre}\zeta_{bre}s + 1} e^{-\tau_{bre,t}s} M_{bre,soll}. \quad (\text{A.38})$$

$\tau_{bre}$ ,  $\zeta_{bre}$  und  $\tau_{bre,t}$  stellen entsprechend die Zeitkonstante, Dämpfung und Totzeit des Bremssystem dar. Abb. A.5 unten zeigt den Vergleich zwischen dem simulierten Verlauf des angenommenen Modells mit dem Messergebnis bei einem Sprung des Sollbremsmoments. Die Totzeit entspricht der Totzeit des Antriebs. Beim Momentenaufbau zeigt sich im realen Verhalten ein Überschwingen, das im linearen Modell nicht abgebildet wird. Es ergibt sich damit unter Annahme einer ähnlichen Dynamik zwischen geregelter Antrieb und Bremse das vereinfachte Übertragungsverhalten von der Sollbeschleunigung zum Summenradmoment

$$M_{sum} = G_a(s)a_{soll} = \frac{\tilde{m}\tilde{r}}{\tau_a^2 s^2 + 2\zeta_a\tau_a s + 1} e^{-\tau_{a,t}s} a_{soll}. \quad (\text{A.39})$$

$\tilde{m}$  und  $\tilde{r}$  entsprechen den geschätzten Werten der Fahrzeugmasse und des dynamischen Rollradius. Die angenommene Zeitkonstante wird  $\tau_a$ , die Dämpfung  $\zeta_a$  und die Totzeit  $\tau_{t,a}$  bezeichnet.



**Abbildung A.5:** Vergleich zwischen simuliertem und gemessenem Summen-Radantriebsmoment (oben) und Summen-Radbremsmoment (unten).

# ANHANG B

---

## Optimierung des Einspurmodells mit der direkten Methode

---

In Kapitel 4 wurde ein Ansatz zur Berechnung optimaler Trajektorien mittels der indirekten Methode vorgestellt. Dabei ist ein sehr vereinfachtes Fahrzeugmodell zugrunde gelegt worden. Mittels der direkten Methode ist es dagegen möglich komplexe, nicht-lineare Fahrzeugmodelle als Basis für die Optimierung zu verwenden. Eine Umsetzung wird im Folgenden kurz erläutert. Als Fahrzeugmodell wird das im Anhang A präsentierte Modell verwendet. Allerdings werden die einzelnen Gleichungen nicht linearisiert und ein nichtlineares Reifenverhalten angenommen (vgl. z. B. [73]). Die resultierenden Gleichungen werden in Zustandsraumdarstellung  $f(x(t), u(t))$  formuliert. Der Zustandsvektor und der Eingangsvektor ergeben sich zu

$$\mathbf{x} = [\dot{\psi} \beta v_x \psi \omega_v \omega_h x_w y_w]^T \quad \text{und} \quad \mathbf{u} = [\dot{\kappa}_{soll} \dot{a}_{soll}]^T. \quad (\text{B.1})$$

$\omega_v$  and  $\omega_h$  entsprechen den Raddrehzahlen der Vorder- und Hinterachse, die für die Schlupfberechnung benötigt werden. Der Radschlupf dient dabei als Eingang für die Beschreibung des nichtlinearen Reifenverhaltens [73]. Als virtuelle Systemeingänge werden die Ableitungen der realen Systemeingänge  $\kappa_{soll}$  und  $a_{soll}$  verwendet. Die Optimierungsaufgabe wird als die Minimierung eines Kostenfunktional formuliert. Da sich das resultierende Manöver durch maximalen Komfort auszeichnen soll, wird der Ruck im Kostenfunktional gewichtet. Das Kostenfunktional ist dabei beliebig erweiterbar. Der Längs- und Querruck stellen die Ableitungen der Systemeingänge dar. Weiterhin werden Abweichungen der berechneten Trajektorie von einem Referenzzustand am Ende des Manövers bestraft:

$$J = \int_t^{t+t_{hor}} (k_{j1}(\dot{a}_y)^2 + k_{j2}(\dot{a}_x)^2) dt + k_v (v_{ref} - v(t_{hor}))^2 + k_d (d_{ref} - d(t_{hor}))^2 \quad (\text{B.2})$$

Die Referenz wird durch eine Geschwindigkeit  $v_{ref}$  in Längsrichtung und eine Ablage zur Fahrspur  $d_{ref}$  definiert. Mit  $k_{j1}$ ,  $k_{j2}$ ,  $k_d$  and  $k_v$  kann die Ausprägung der Trajektorie gewichtet werden. Die Optimierung wird als Standardoptimierungsaufgabe formuliert [76]:

$$\arg \min_{x,u} J(x(t), u(t)) \quad (\text{B.3a})$$

u.d.N.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), x(t_0) = x_0 \quad (\text{B.3b})$$

$$g(x(t_f)) = 0 \quad (\text{B.3c})$$

$$h(x(t), u(t), t) \leq 0 \quad (\text{B.3d})$$

Verwendet wird ein Mehrfachschiussverfahren [13] mit einem Prädiktionshorizont  $t_{hor}$ , der in  $N$  Teilintervalle aufgeteilt wird: die Modelldynamik selbst wird im Zeitintervall  $t_0, \dots, t_N$  diskretisiert und durch numerische Integration in den Zwischenintervallen  $[t_j, t_{j+1}]$  berechnet. Die Ungleichungsnebenbedingungen werden im gleichen Zeitraster diskretisiert. Der Systemeingang  $u$  wird dagegen so diskretisiert, dass dieser als stückweise konstant über die Zeitintervalle  $u_0, \dots, u_{N-1}$  angenommen wird. Die Diskretisierung wird mit der Euler Methode durchgeführt.

Über die Gleichungsbedingung  $g(x(t_f))$  wird sichergestellt, dass das Fahrzeug am Ende des Manövers parallel zur Fahrbahn ausgerichtet ist ( $\theta_r = 0$ ). Die restlichen Randbedingungen (Kollisionsfreiheit, Stellgrößenbegrenzungen und Begrenzung des fahrdynamischen Potentials) werden als Ungleichungsbedingung ( $h(x(t), u(t), t)$ ) formuliert.

Für das Mehrfachschiussverfahren muss als weitere Randbedingung darüber hinaus die Kontinuität der Zustandstrajektorie ( $\mathbf{x}(t_{j+1}; t_j, \mathbf{x}_j) = \mathbf{x}_{j+1}$ ) gefordert werden.

Das resultierende Minimierungsproblem wird mittels eines Standard SQP-Verfahrens gelöst. Die Umsetzung wird weitergehend in [1] beschrieben.

Der Vorteil dieser Umsetzung ist die direkte Berücksichtigung der Fahrzeugdynamik und sämtlicher (nicht-linearer) Randbedingungen innerhalb der Optimierung. Es muss so im Gegensatz zur indirekten Methode nicht auf ein vereinfachtes Ersatzsystem zurückgegriffen werden. Nachteilig stellt sich aber der enorme Rechenbedarf und der nicht-triviale Konvergenzbeweis dar, was eine industrialisierbare Umsetzung auf einem Seriensteuerggerät verbietet.

# ANHANG C

---

## Zustandstransformation in Frenet-Koordinaten

---

Die Trajektorienplanung wird wie in Kapitel 4 beschrieben in Frenet-Koordinaten durchgeführt.

Die notwendigen Gleichungen zur Zustandstransformation  $[d_r, \theta_r, \kappa, \kappa_{ref}, \kappa'_{ref}, s_r, v, a] \rightarrow [d, \dot{d}, \ddot{d}, s, \dot{s}, \ddot{s}]$  ergeben sich zu:

$$d = d_r \quad (C.1)$$

$$\dot{d} = v \sin \theta_r \quad (C.2)$$

$$\ddot{d} = v \cos \theta_r (\kappa v - \kappa_{ref} \dot{s}) + a \sin \theta_r \quad (C.3)$$

$$s = s_r \quad (C.4)$$

$$\dot{s} = v \frac{\cos \theta_r}{1 - \kappa_{ref} d_r} \quad (C.5)$$

$$\ddot{s} = \frac{\cos \theta_r}{1 - \kappa_{ref} d_r} \left( a - \frac{\dot{s}^2}{\cos \theta_r} \left( \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \left( \frac{1 - \kappa_{ref} d}{\cos \theta_r} \kappa - \kappa_{ref} \right) - \left( \kappa'_{ref} d - \kappa_{ref} \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \right) \right) \right) \quad (C.6)$$

Die dritte Ableitungen von  $d(t)$  und  $s(t)$  werden zu Beginn eines Manövers jeweils mit 0 approximiert, da eine messtechnische Erfassung des Längs- und Querrucks nicht praktikabel ist, sodass die Transformationen für  $\ddot{s}$  und  $\ddot{d}$  nicht notwendig sind.

Wie in [103] erläutert, stellt der Umgang mit der Singularität bei  $v = 0$  eine Herausforderung dar. Zu dessen Handhabung bietet sich die Verwendung einer weg- statt zeitabhängigen Planung in Querrichtung an. Da der stillstandsnahe Bereich im Zuge der Arbeit nicht im Fokus liegt, wird darauf nicht weiter eingegangen.

Nach erfolgter Trajektorienplanung muss die berechnete Trajektorie zurücktransformiert werden um die Referenzgrößen der Regelung bereitstellen zu können. Für  $[d, \dot{d}, \ddot{d}, s, \dot{s}, \ddot{s}] \rightarrow [d_r, \theta_r, \kappa, v, a]$  ergibt sich:

$$d_r = d \quad (C.7)$$

$$\theta_r = \operatorname{atan} \left( \frac{\ddot{d} - \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \ddot{s}}{1 - \kappa_{ref} d} \right) \quad (\text{C.8})$$

$$\kappa = \left( \frac{\ddot{d} - \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \ddot{s}}{\dot{s}^2} + \left( \kappa'_{ref} d + \kappa_{ref} \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \right) \tan \theta_r \right) \cos \theta_r \left( \frac{\cos \theta_r}{1 - \kappa_{ref} d} \right)^2 + \kappa_{ref} \frac{\cos \theta_r}{1 - \kappa_{ref} d} \quad (\text{C.9})$$

$$v = \dot{s} \left( \frac{1 - \kappa_{ref} d}{\cos \theta_r} \right) \quad (\text{C.10})$$

$$a = \ddot{s} \left( 1 - \frac{\kappa_{ref} d}{\cos \theta_r} \right) + \frac{\dot{s}^2}{\cos \theta_r} \left( \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \left( \frac{1 - \kappa_{ref} d}{\theta_r} \kappa - \kappa_{ref} \right) - \kappa'_{ref} d + \kappa_{ref} \frac{\dot{d}}{\dot{s}} \right) \quad (\text{C.11})$$

Eine analytische Berechnung von  $s_r$  bzw.  $x$  ist nicht möglich, sodass hier auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden muss, falls die Größe für die Umsetzung benötigt wird.

---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] ACKERMANN, F. : Abstandsregelung mit Radar. In: *Spektrum der Wissenschaft* (1980), S. 24–34
- [2] ACKERMANN, J. : Parameter space design of robust control systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 25 (1980), Nr. 6, S. 1058–1072
- [3] ACKERMANN, J. : *Robuste Regelung: Analyse und Entwurf von linearen Regelungssystemen mit unsicheren physikalischen Parametern*. Springer, 1993
- [4] ACKERMANN, J. ; BLUE, P. : *Robust control: the parameter space approach*. Springer, 2002
- [5] ACKERMANN, J. ; GULDNER, J. ; SIENEL, W. ; STEINHAUSER, R. ; UTKIN, V. I.: Linear and nonlinear controller design for robust automatic steering. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 3 (1995), Nr. 1, S. 132–143
- [6] ADIPRASITO, B. : *Fahrzeuglängsführung im Niedergeschwindigkeitsbereich*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 2003
- [7] AEBERHARD, M. ; KAEMPCHEN, N. : High-level Sensor Data Fusion Architecture for Vehicle Surround Environment Perception. In: *Proceedings of the 8th International Workshop on Intelligent Transportation*, 2011
- [8] ALTHOFF, D. ; BUSS, M. ; LAWITZKY, A. ; WERLING, M. ; WOLLHERR, D. : On-line Trajectory Generation for Safe and Optimal Vehicle Motion Planning. In: *Autonomous Mobile Systems*. Springer, 2012, S. 99–107
- [9] ANDERSON, S. J. ; PETERS, S. C. ; PILUTTI, T. E. ; IAGNEMMA, K. : An optimal-control-based framework for trajectory planning, threat assessment, and semi-autonomous control of passenger vehicles in hazard avoidance scenarios. In: *International Journal of Vehicle Autonomous Systems* 8 (2010), Nr. 2, S. 190–216
- [10] BAHRAM, M. ; LOHRER, A. ; AEBERHARD, M. : Generatives Prädiktionsmodell zur frühzeitigen Spurwechseleerkennung, 2014
- [11] BELLMAN, R. : On the theory of dynamic programming. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 38 (1952), Nr. 8, S. 716
- [12] BELLMAN, R. : Dynamic Programming. In: *Princeton University Press* (1957)

- [13] BOCK, H. G. ; PLITT, K.-J. : A multiple shooting algorithm for direct solution of optimal control problems. (1983)
- [14] BRAESS, H.-H. ; SEIFFERT, U. : *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik*. Springer, 2011
- [15] BRAESS, H. ; DONGES, E. : Technologien zur aktiven Sicherheit von Personenkraftwagen - „Konsumierbare“ oder echte Verbesserungen? In: *Tagung „Aktive Sicherheit durch Fahrerassistenz“*, TU München, Garching bei München 4 (2006), Nr. 5
- [16] BRANDT, T. : *A predictive potential field concept for shared vehicle guidance*, Diss., 2008
- [17] BREUER, B. ; BILL, K. H.: *Bremsenhandbuch: Grundlagen, Komponenten, Systeme, Fahrdynamik*. Vieweg+ teubner Verlag, 2006
- [18] BRONSTEIN, I. N. ; HROMKOVIC, J. ; LUDERER, B. ; SCHWARZ, H.-R. ; BLATH, J. ; SCHIED, A. ; DEMPE, S. ; WANKA, G. ; GOTTWALD, S. ; ZEIDLER, E. u. a.: *Taschenbuch der Mathematik*. Bd. 1. Springer-Verlag, 2012
- [19] BÜNTE, T. : Die Anwendung des Parameterraumverfahrens auf Ortskurvenkriterien. In: *Automatisierungstechnik* 49 (2001), Nr. 12
- [20] DANIEL, F. ; ANDREAS, K. ; STEFAN, S. : *Reibwertschätzung aus Kamera- und Raddrehzahldaten*. Jun. 26 2014. – DE Patent App. DE201,210,112,725
- [21] DONGES, E. : Aspekte der aktiven Sicherheit bei der Führung von Personenkraftwagen. In: *Automobil-Industrie* 27 (1982), Nr. 2
- [22] DOYLE, J. C. ; FRANCIS, B. A. ; TANNENBAUM, A. R.: *Feedback control theory*. Courier Dover Publications, 2013
- [23] EFFERTZ, J. : *Autonome Fahrzeugführung in urbaner Umgebung durch Kombination objekt-und kartenbasierter Umfeldmodelle*, Diss., 2009
- [24] EIGEL, T. : *Integrierte Längs-und Querführung von Personenkraftwagen mittels Sliding-Mode-Regelung*, Diss., 2010
- [25] ENKE, K. : Überlegungen zum Zusammenwirken von Fahrzeuglenker und Automobil. In: *Automobil-Industrie* 1 (1966), S. 37–44
- [26] FIALA, E. ; WALLNER, F. : *Untersuchung des Systems Fahrzeug - Fahrer bei einer Lenkung mit Zeitvorhalt*. 1968 (Forschungsbericht // Institut für Kraftfahrzeuge. Technische Universität Berlin)
- [27] FÖLLINGER, O. ; ROPPENECKER, G. : *Optimale Regelung und Steuerung*. 1994
- [28] FORSCHUNGSGESELLSCHAFT FÜR STRASS EN- UND VERKEHRSWESEN: *Richtlinie für die Anlage von Autobahnen (RAA)*. 2008

- [29] FRAZER, R. ; DUNCAN, W. : On the criteria for the stability of small motions. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* 124 (1929), Nr. 795, S. 642–654
- [30] FREUDENBERG, J. S. ; LOOZE, D. P.: Right half plane poles and zeros and design trade-offs in feedback systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 30 (1985), Nr. 6, S. 555–565
- [31] FUCHSHUMER, S. : *Algebraic linear identification, modelling, and applications of flatness-based control*, Diss., 2005
- [32] GAO, Y. ; GRAY, A. ; FRASCH, J. V. ; LIN, T. ; TSENG, E. ; HEDRICK, J. K. ; BORRELLI, F. : Spatial predictive control for agile semi-autonomous ground vehicles. In: *Proceedings of the 11th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2012
- [33] GARCIA, C. E. ; MORARI, M. : Internal model control. A unifying review and some new results. In: *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 21 (1982), Nr. 2, S. 308–323
- [34] GASSER, T. M. ; ARZT, C. ; AYOUBI, M. ; BARTELS, A. ; BÜRKLE, L. ; EIER, J. ; FLEMISCH, F. ; HÄCKER, D. ; HESSE, T. ; HUBER, W. u. a.: Rechtsfolgen zunehmender Fahrzeugautomatisierung. In: *Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen. Unterreihe Fahrzeugtechnik* (2012), Nr. 83
- [35] GERMANN, S. : *Modellbildung und modellgestützte Regelung der Fahrzeuglängsdynamik*, Diss., 1997
- [36] GOOGLE: *Google Self-Driving Car Project*. [www.google.com/selfdrivingcar](http://www.google.com/selfdrivingcar). Version: Jan. 2016
- [37] GU, T. ; DOLAN, J. M.: On-road motion planning for autonomous vehicles. In: *Intelligent Robotics and Applications*. Springer, 2012, S. 588–597
- [38] GÜVENÇ, B. A. ; GÜVENÇ, L. ; KARAMAN, S. : Robust MIMO disturbance observer analysis and design with application to active car steering. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 20 (2010), Nr. 8, S. 873–891
- [39] HART, P. E. ; NILSSON, N. J. ; RAPHAEL, B. : A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. In: *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics* 4 (1968), Nr. 2, S. 100–107
- [40] HEISSING, B. ; ERSOY, M. ; GIES, S. : *Fahrwerkhandbuch: Grundlagen· Fahrdynamik· Komponenten· Systeme· Mechatronik· Perspektiven*. Springer DE, 2013
- [41] HESSE, T. : *Predictive Forcefield Trajectory Planning for Automated Vehicles*, Diss., 2013
- [42] HOGAN, N. : Impedance control: An approach to manipulation. In: *American Control Conference*, 1984, S. 304–313

- [43] HOMM, F. ; DUDA, A. ; KAEMPCHEN, N. ; WALDMANN, P. ; ARDELT, M. : Lidar-basierte Fahrstreifen- und Randbebauungserkennung mit Occupancy Grids für Spurhalte- und Spurwechselfunktionen. In: *Tagung Sicherheit durch Fahrerassistenz, München* (2010)
- [44] HOMM, F. B.: *Fahrzeugeigenlokalisierung im Kontext hochautomatisierter Fahrfunktionen*, Technische Universität München, Diss., 2011
- [45] HOROWITZ, I. : *Synthesis of feedback systems*. Academic Press, 1963
- [46] KATRINIOK, A. : *Optimal Vehicle Dynamics Control and State Estimation for a Low-Cost GNSS-based Collision Avoidance System*, Technischen Hochschule Aachen, Diss., 2013
- [47] KAVRAKI, L. E. ; SVETKA, P. ; LATOMBE, J.-C. ; OVERMARS, M. H.: Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 12 (1996), Nr. 4, S. 566–580
- [48] KEHL, S. : *Querregelung eines Versuchsfahrzeugs entlang vorgegebener Bahnen*, Universität Stuttgart, Diss., 2007
- [49] KELLY, A. ; NAGY, B. : Reactive nonholonomic trajectory generation via parametric optimal control. In: *The International Journal of Robotics Research* 22 (2003), Nr. 7-8, S. 583–601
- [50] KONDO, M. : Directional stability (when steering is added). In: *Journal of the Society of Automotive Engineers of Japan (JSAE)* 7 (1953), Nr. 5-6, S. 9
- [51] KÖNIG, L. ; NEUBECK, J. ; WIEDEMANN, J. : Nichtlineare Lenkregler für den querdynamischen Grenzbereich. In: *at-Automatisierungstechnik* (2007), Nr. 6, S. 314–321
- [52] KREISSELMEIER, G. : Struktur mit zwei Freiheitsgraden/Two-Degree-of-Freedom Control Structure. In: *at-Automatisierungstechnik* 47 (1999), Nr. 6, S. 266–269
- [53] KROGH, B. H.: *A generalized potential field approach to obstacle avoidance control*. RI/SME, 1984
- [54] KUMAR, P. ; PERROLLAZ, M. ; LEFEVRE, S. ; LAUGIER, C. : Learning-based approach for online lane change intention prediction. In: *Intelligent Vehicles Symposium IEEE*, 2013, S. 797–802
- [55] KUWATA, Y. ; KARAMAN, S. ; TEO, J. ; FRAZZOLI, E. ; HOW, J. P. ; FIORE, G. : Real-time motion planning with applications to autonomous urban driving. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 17 (2009), Nr. 5, S. 1105–1118
- [56] LATOMBE, J.-C. : *Robot Motion Planning*. Springer, 1991
- [57] LAVALLE, S. M.: *Planning algorithms*. Cambridge university press, 2006

- [58] LAWITZKY, A. ; ALTHOFF, D. ; PASSENBERG, C. F. ; TANZMEISTER, G. ; WOLLHERR, D. ; BUSS, M. : Interactive Scene Prediction for Automotive Applications. In: *Intelligent Vehicles Symposium IEEE*, 2013, S. 1028–1033
- [59] LUNDQUIST, C. ; SCHÖN, T. B. ; GUSTAFSSON, F. : Situational awareness and road prediction for trajectory control applications. In: *Handbook of Intelligent Vehicles*. Springer, 2012, S. 365–396
- [60] LUNZE, J. : *Regelungstechnik 1–Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Bd. 39. 2010. – 95 S.
- [61] MACIEJOWSKI, J. M.: *Predictive control: with constraints*. Pearson education, 2002
- [62] MARKOFF, J. : Google Cars Drive Themselves, in Traffic. In: *New York Times* 9 (2010)
- [63] MARTINEZ, J.-J. ; WIT, C. Canudas-de: A safe longitudinal control for adaptive cruise control and stop-and-go scenarios. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 15 (2007), Nr. 2, S. 246–258
- [64] MAURER, M. : *Flexible Automatisierung von Straßenfahrzeugen mit Rechnersehen*, Universität der Bundeswehr München, Diss., 2000
- [65] MAURER, T. : *Bewertung von Mess- und Prädiktionsunsicherheiten in der zeitlichen Eingriffsentscheidung für automatische Notbrems- und Ausweichsysteme*, Universität Duisburg-Essen, Diss., 2013
- [66] MAYR, R. : *Regelungsstrategien für die automatische Fahrzeugführung: Längs- und Querregelung, Spurwechsel- und Überholmanöver*. Springer, 2000
- [67] MCNAUGHTON, M. : *Parallel Algorithms for Real-time Motion Planning*, Carnegie Mellon University, Diss., 2011
- [68] MEIER, G. ; ROPPENECKER, G. ; WURMTHALER, C. : Tracking Control for Automatic Vehicle Guidance. In: *Proceedings of the 7th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2004
- [69] MITSCHKE, M. ; WALLENTOWITZ, H. : *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Bd. 4. Springer, 1972
- [70] NITZ, G. : *Entwicklung eines Systems zur aktiven Bremsung eines Fahrzeugs in Gefahrensituationen*, Technische Universität München, Diss., 2010
- [71] ODENTHAL, D. : *Ein robustes Fahrdynamik-Regelungskonzept für die Kippvermeidung von Kraftfahrzeugen*, Technische Universität München, Diss., 2002
- [72] OHNISHI, K. : A new servo method in mechatronics. In: *Transactions of the Japan Society of Electrical Engineering* 107 (1987), S. 83–86
- [73] OREND, R. : *Integrierte Fahrdynamikregelung mit Einzelradaktorik*, Universität Erlangen-Nürnberg, Diss., 2007

- [74] PACEJKA, H. B. ; BAKKER, E. : The magic formula tyre model. In: *Vehicle system dynamics* 21 (1992), Nr. S1, S. 1–18
- [75] PAPADIMITRIOU, I. ; TOMIZUKA, M. : Fast lane changing computations using polynomials. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 1 IEEE, 2003, S. 48–53
- [76] PAPAGEORGIU, M. : *Optimierung*. Springer, 2012
- [77] PARK, S.-K. ; LEE, S.-H. : Disturbance observer based robust control for industrial robots with flexible joints. In: *International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007, S. 584–589
- [78] PFEFFER, P. ; HARRER, M. : *Lenkungsbandbuch*. Springer, 2011
- [79] PONTRJAGIN, L. S. ; BOLTJANSKIJ, V. ; GAMKRELIDZE, R. ; MISCENKO, E. : *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*. R. Oldenbourg München-Wien, 1964
- [80] PRESTL, W. ; SAUER, T. ; STEINLE, J. ; TSCHERNOSTER, O. : The BMW active cruise control ACC / SAE Technical Paper. 2000. – Forschungsbericht
- [81] RASMUSSEN, J. : Skills, rules, and knowledge; signals, signs, and symbols, and other distinctions in human performance models. In: *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* (1983), Nr. 3, S. 257–266
- [82] REINISCH, P. : *Eine risikoadaptive Eingriffsstrategie für Gefahrenbremsysteme*, Universität Duisburg-Essen, Diss., 2012
- [83] RIEKERT, P. ; SCHUNCK, T.-E. : Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeugs. In: *Ingenieur-Archiv* 11 (1940), Nr. 3, S. 210–224
- [84] RILL, G. : First order tire dynamics. In: *Proceedings of the III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering* Bd. 58, 2006
- [85] RISCH, M. : Der Kamm'sche Kreis. In: *Praxis der Naturwissenschaften-Physik* (2002), Nr. 5/51, S. 7–12
- [86] ROPPENECKER, G. : *Zeitbereichsentwurf linearer Regelungen: grundlegende Strukturen und eine allgemeine Methodik ihrer Parametrierung*. 1990
- [87] SAITO, E. ; KATSURA, S. : A filter design method in disturbance observer for improvement of robustness against disturbance in time delay system. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics* IEEE, 2012, S. 1650–1655
- [88] SAMSON, C. : Motion control of wheeled mobile robots. In: *Springer Handbook of Robotics*. Springer, 2008, S. 799–826
- [89] SCHLIPPE, B. ; DIETRICH, R. : *Zur Mechanik des Luftreifens*. Oldenbourg, 1942
- [90] SCHRAMM, D. ; HILLER, M. ; BARDINI, R. : *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Springer, 2010

- [91] SCIAVICCO, L. ; VILLANI, L. : *Robotics: modelling, planning and control*. Springer, 2009
- [92] SHAHRUZ, S. M.: Suppression of effects of nonlinearities by disturbance observers. In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference* Bd. 5 IEEE, 2004, S. 4342–4347
- [93] SHIM, H. ; JO, N. H.: An almost necessary and sufficient condition for robust stability of closed-loop systems with disturbance observer. In: *Automatica* 45 (2009), Nr. 1, S. 296–299
- [94] SICILIANO, B. ; SCIAVICCO, L. ; VILLANI, L. ; ORIOLO, G. : *Robotics: modelling, planning and control*. Springer Science & Business Media, 2009
- [95] SIENEL, W. ; BUNTE, T. ; ACKERMANN, J. : PARADISE-Parametric robust analysis and design interactive software environment: A Matlab-based robust control toolbox. In: *Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design* IEEE, 1996, S. 380–385
- [96] STATISTISCHES BUNDESAMT DEUTSCHLAND: Unfallentwicklung auf deutschen Straßen 2012. (2013)
- [97] STATISTISCHES BUNDESAMT DEUTSCHLAND: Verkehrsunfälle. Fachserie 8 Reihe 7 - November 2014 (2014)
- [98] UMENO, T. ; HORI, Y. : Robust speed control of DC servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 38 (1991), Nr. 5, S. 363–368
- [99] VANHOLME, B. : *Highly automated driving on highways based on legal safety*, Universität Evry -Val- d'Essonne, Diss., 2013
- [100] WALDMANN, P. : *Entwicklung eines Fahrzeugführungssystems zum Erlernen der Ideallinie auf Rennstrecken*, Technische Universität Cottbus, Diss., 2008
- [101] WALTER, M. ; NITZSCHE, N. ; ODENTHAL, D. ; MÜLLER, S. : Lateral vehicle guidance control for autonomous and cooperative driving. In: *IEEE European Control Conference*, 2014, S. 2667–2672
- [102] WERLING, M. : *Optimale Fahreingriffe für Sicherheits- und Komfortsysteme*
- [103] WERLING, M. : *Ein neues Konzept für die Trajektoriengenerierung und-stabilisierung in zeitkritischen Verkehrsszenarien*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2010
- [104] WERLING, M. ; KAMMEL, S. ; ZIEGLER, J. ; GRÖLL, L. : Optimal trajectories for time-critical street scenarios using discretized terminal manifolds. In: *The International Journal of Robotics Research* 31 (2012), Nr. 3, S. 346–359
- [105] WERLING, M. ; LICCARDO, D. : Automatic collision avoidance using model-predictive online optimization. In: *IEEE Conference on Decision and Control*, 2012, S. 6309–6314

- [106] WILLE, J. M.: *Manöverübergreifende autonome Fahrzeugführung in innerstädtischen Szenarien am Beispiel des Stadtpilotprojekts*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 2012
- [107] WINNER, H. : Die lange Entwicklung von ACC. In: *Workshop Fahrerassistenzsysteme*, 2003
- [108] WINNER, H. ; HAKULI, S. ; WOLF, G. : *Handbuch Fahrerassistenzsysteme*. Springer, 2011
- [109] ZAPP, A. : *Automatische Straßenfahrzeugführung durch Rechnersehen*, Universität der Bundeswehr München, Diss., 1988
- [110] ZIEGLER, J. ; STILLER, C. : Spatiotemporal state lattices for fast trajectory planning in dynamic on-road driving scenarios. In: *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2009, S. 1879–1884
- [111] ZIEGLER, J. ; STILLER, C. : Fast collision checking for intelligent vehicle motion planning. In: *Intelligent Vehicles Symposium*, 2010, S. 518–522

---

## Im Rahmen der Arbeit entstandene Veröffentlichungen

---

- [1] RATHGEBER, C. ; WINKLER, F. ; KANG, X. ; MÜLLER, S.: Optimal Trajectories for highly automated Driving. In: *International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, 2015
- [2] RATHGEBER, C. ; WINKLER, F. ; MÜLLER, S.: Kollisionsfreie Längs- und Quertrajektorienplanung unter Berücksichtigung fahrzeugspezifischer Potenziale. In: *at - Automatisierungstechnik* (2016)
- [3] RATHGEBER, C. ; WINKLER, F. ; ODENTHAL, D. ; MÜLLER, S.: Lateral trajectory tracking control for autonomous vehicles. In: *European Control Conference (ECC)* IEEE, 2014, S. 1024–1029
- [4] RATHGEBER, C. ; WINKLER, F. ; ODENTHAL, D. ; MÜLLER, S.: Disturbance Observer for Lateral Trajectory Tracking Control for autonomous and cooperative Driving. In: *International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, 2015



### **Inevitable Collision States**

Diese Zustände beschreiben Situationen, in denen eine Kollision nicht mehr vermieden werden kann, egal welche Trajektorie geplant wird.

### **Parameterraumverfahren**

Auslegungsmethode für den robusten Regelungsentwurf, bei dem Eigenwert- und Frequenzganganforderungen in den Parameterraum überführt werden.

### **Pfad**

Ein Pfad stellt die geometrische Verbindung zu einem Zielzustand dar, ohne die Zeitkomponente zu berücksichtigen.

### **Störgrößenbeobachter**

Methode der Robusten Regelung um Robustheit gegenüber Störungen und Modellsicherheiten zu erlangen.

### **Trajektorie**

Mit Trajektorie wird in der Mathematik allgemein eine Bahnkurve bezeichnet, die sich beispielsweise als Lösung einer Differentialgleichung ergibt. Dabei wird die Zeitkomponente aktiv berücksichtigt.

