

# Robuste Eingrößenregelung von aktiv beeinflussten, abgelösten Scherströmungen auf der Basis reduzierter, empirischer Modelle

vorgelegt von  
Diplom-Ingenieur  
Ralf Becker

Von der Fakultät III - Prozesswissenschaften  
der Technischen Universität Berlin  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Ingenieurwissenschaften  
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Matthias Kraume

Berichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King

Berichter: Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. Andreas Dillmann

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 21.06.2005

Berlin 2005

D 83

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mess- und Regelungstechnik des Institutes für Anlagentechnik, Prozesstechnik und Technische Akustik im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Sonderforschungsbereiches 557 „Beeinflussung komplexer turbulenter Scherströmungen“ an der Technischen Universität Berlin.

Meinem Doktorvater, dem Leiter des Fachgebietes, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King, danke ich besonders herzlich für die Betreuung und Unterstützung sowie die wertvollen Anregungen und Ratschläge während der Durchführung meiner Arbeit. Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. Andreas Dillmann für sein Interesse an der Arbeit und die Übernahme des Korreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. Matthias Kraume für die Übernahme des Vorsitzes im Prüfungsausschuss.

Meinen KollegInnen und den MitarbeiterInnen am Fachgebiet und im Sonderforschungsbereich möchte ich für die gute und produktive Zusammenarbeit, die ständige Diskussionsbereitschaft und die Anregungen danken. Das einzigartige Arbeitsumfeld durch die institutsübergreifenden Kooperationen innerhalb des Sonderforschungsbereichs hat entscheidend dazu beigetragen, dass diese Arbeit überhaupt möglich wurde. Vor allem möchte ich mich bei Maiko Garwon, Lars Henning, Dr. rer. nat. Bernd Noack und Mark Pastoor bedanken. Die gemeinsame Arbeit hat sehr viel Freude bereitet und die fruchtbaren Diskussionen sowie die vielfältige Unterstützung haben maßgeblich zum Gelingen beigetragen. Ich danke Herrn Prof. Gilead Tadmor für die vielfachen, erhellenden Gespräche und Hinweise. Für die Zusammenarbeit bei der Übertragung des Regelungskonzeptes auf das mehr praxisrelevante, generische Hochauftriebstragflügelmodell im Windkanal danke ich Ralf Petz. Mein Dank gilt auch den ehemaligen StudentInnen, die als studentische Hilfskräfte oder mit ihren Studien- und Diplomarbeiten einen wertvollen Beitrag geleistet haben.

Ebenfalls sehr herzlicher Dank gilt meinen lieben Eltern dafür, dass sie mir diesen Weg ermöglicht haben und ich mich jederzeit auf ihre Unterstützung verlassen konnte. Abschließend danke ich meiner lieben Frau sehr herzlich für den großen Rückhalt, den sie mir während der gesamten Zeit gegeben hat.

Berlin, im August 2005

Ralf Becker

# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis . . . . .	V
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung und Motivation . . . . .	1
1.2 Die Stufenströmung und ihre aktive Beeinflussung . . . . .	3
1.2.1 Strömungsfeld . . . . .	4
1.2.2 Aktive Beeinflussung der Stufenströmung . . . . .	7
1.3 Stand der Forschung . . . . .	8
1.3.1 Aktive Beeinflussung von Ablöseprozessen . . . . .	8
1.3.2 Einordnung verschiedener Ansätze zur Regelung von Strömungsprozessen . . . . .	9
1.4 Lösungsansatz . . . . .	13
1.4.1 Auswahl der Konfiguration . . . . .	13
1.4.2 Ansatz zur Regelung . . . . .	14
1.5 Ziele und Aufbau der Arbeit . . . . .	14
<b>2 Regelungstechnische Methoden</b>	<b>16</b>
2.1 Regelungstechnische Modelle . . . . .	17
2.1.1 Mathematische Formulierung . . . . .	17
2.1.2 Identifikation von black-box Modellen . . . . .	19
2.2 Entwurf eines robusten Regelkreises . . . . .	20
2.2.1 Nominelle Eigenschaften und Ziele . . . . .	22
2.2.2 Modellfehler und Robustheit gewünschter Regelkreiseigenschaften . . . . .	26
2.2.3 Grenzen quantitativer Regelkreiseigenschaften . . . . .	29
2.2.4 Robuster Reglerentwurf durch Lösen des Mixed-Sensitivity-Problems . . . . .	31
2.2.5 Anti-Windup Kompensation . . . . .	34
2.3 Flachheitsbasierte Regelung . . . . .	36
2.3.1 Flache Systeme und deren Steuerung . . . . .	37
2.3.2 Folgeregung . . . . .	39
2.4 Modellgestützte Zustandsschätzung . . . . .	42
2.4.1 Erweitertes Kalman-Filter . . . . .	43

2.4.2	Wahl der Auslegungsparameter . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau und Simulationsstudien</b>	<b>47</b>
3.1	Experimenteller Aufbau und Messtechnik . . . . .	47
3.1.1	Windkanal und Messstrecke . . . . .	47
3.1.2	Messtechnik . . . . .	50
3.1.3	Regelkreis . . . . .	54
3.2	Numerische Simulation . . . . .	54
3.3	Strömungsparameter . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Charakteristika der Mess- und der Regelgröße</b>	<b>59</b>
4.1	Wandnahes Strömungsfeld . . . . .	60
4.1.1	Strömungsphänomene . . . . .	60
4.1.2	Entstehungsmechanismus der Wirbelfußabdrücke in den wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen . . . . .	62
4.1.3	Entstehungsmechanismus der Wirbelfußabdrücke in den Wanddruck- fluktuationen . . . . .	66
4.2	Messgröße - Mikrofonsignale . . . . .	68
4.2.1	Statistik . . . . .	69
4.2.2	Echtzeit-Signalauswertung zur Extraktion der Wirbelfußabdrücke aus Mikrofonsignalen . . . . .	73
4.3	Regelgröße - Wiederanlegelänge . . . . .	74
4.4	Fazit . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Auswertung der Mikrofonsignale</b>	<b>80</b>
5.1	Wirbelwachstums-Sensor . . . . .	82
5.1.1	EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke	84
5.1.2	KF für das Wirbelwachstum . . . . .	89
5.1.3	Ergebnisse . . . . .	98
5.2	Wirbelverfolgungs-Sensor . . . . .	103
5.2.1	Algorithmus für die Mehrobjektverfolgung . . . . .	103
5.2.2	Ergebnisse und Anwendung . . . . .	107
<b>6</b>	<b>Regelung der Wiederanlegelänge</b>	<b>112</b>
6.1	Robuste Regelung . . . . .	113
6.1.1	Regelungstechnische Modellbildung . . . . .	113
6.1.2	Reglerentwurf . . . . .	119
6.1.3	Ergebnisse im Experiment . . . . .	122
6.2	Flachheitsbasierte Folgeregelung . . . . .	127
6.2.1	Regelungstechnische Modellbildung . . . . .	128

6.2.2	Regelgesetz und dessen Implementierung . . . . .	129
6.2.3	Robuste Auslegung . . . . .	132
6.2.4	Vergleich mit der $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung . . . . .	134
<b>7</b>	<b>Regelung einer Hochauftriebskonfiguration</b>	<b>136</b>
7.1	Versuchsbeschreibung . . . . .	137
7.1.1	Windkanalmodell . . . . .	138
7.1.2	Regelungskonzept . . . . .	140
7.2	Streckenidentifikation und Reglersynthese . . . . .	141
7.3	Experimentelle Ergebnisse . . . . .	144
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Wirbelmodellierung</b>	<b>153</b>
<b>B</b>	<b>Wirbelwachstums-Sensor</b>	<b>156</b>
B.1	Auslegung der EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfuß- abdrücke . . . . .	156
B.2	Vereinfachte zeitliche Filterung . . . . .	157
B.3	Auslegung der KF für das Wirbelwachstum . . . . .	159
B.4	Nichtlineares Wirbelwachstumsmodell . . . . .	160
<b>C</b>	<b>Wirbelverfolgungs-Sensor</b>	<b>162</b>
C.1	Auslegung der KF für die Wirbelverfolgung . . . . .	162
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>163</b>

# Symbolverzeichnis

Um die Menge von verschiedenen Variablen zu systematisieren, wird hier eine thematische Gliederung in *Symbole der Regelungstechnik und Stochastik* und *Symbole der Strömungsmechanik* vorgenommen. Allgemein gelten die folgenden Vereinbarungen:

$\underline{x}$	Vektoren werden unterstrichen.
<b>A</b>	Matrizen werden mit fetten Großbuchstaben bezeichnet.
$Y(s)$	Laplace-Transformierte von Zeitfunktionen, hier beispielhaft $y(t)$ , werden mit Großbuchstaben bezeichnet.
$\text{Re}_H$	Um die Symbole der Strömungsmechanik von denen der Regelungstechnik und Stochastik zu unterscheiden, wird eine Schreibmaschinenschriftfamilie (engl. <i>Typewriter</i> ) ohne kursive Schriftform verwendet.

## Allgemeine Symbole

### Lateinische Buchstaben

$f, \mathbf{f}$	Frequenz
$i$	Laufindex
<b>I</b>	Einheitsmatrix
$j$	imaginäre Einheit
	Laufindex
$k$	Laufindex
$l$	Anzahl
	Laufindex
$m$	Anzahl, Dimension
$M$	Anzahl
$n$	Anzahl, Dimension
$N$	Anzahl
$t$	Zeit

## Griechische Buchstaben

$\Delta t$	Differenz in $t$ , Zeitschrittweite
$\varphi$	Winkel
$\omega$	Kreisfrequenz

## Symbole der Regelungstechnik und Stochastik

### Lateinische Buchstaben

$a$	Koeffizient, Parameter
$\mathbf{A}$	Systemmatrix (zeitkontinuierliches System)
$b$	Koeffizient, Parameter
$\mathbf{B}, \underline{B}$	Steuermatrix, -vektor (zeitkontinuierliches System)
$\text{cov}_{xy}$	Kovarianz von $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$
$\mathbf{C}, \underline{C}$	Ausgangsmatrix, -vektor (zeitkontinuierliches System)
$C(s)$	Regler (Übertragungsfunktion)
$C_{p'p'}$	Kohärenz zweier Signale $p'$ (normierte Kreuzleistungsdichte)
$d$	Störgröße
$\mathbf{D}, D$	Durchgriff (Matrix/Skalar beim zeitkontinuierlichen System)
$D(s)$	Laplace-Transformierte der Störgröße
$e$	Fehler
$e_m$	Modellfehler
$e^*$	Prädiktion des Fehlers
$E(s)$	Laplace-Transformierte des Fehlers
$E^*(s)$	Laplace-Transformierte von $e^*(t)$
$E\{\dots\}$	Erwartungsoperator
$f(\dots), \underline{f}(\dots)$	vektorielle/skalare Funktion mehrerer Variablen
$\mathbf{F}$	Jacobimatrix von $\underline{f}(\dots)$
$\mathbf{G}(s), G(s)$	allg. Übertragungsfunktion eines zeitkontinuierlichen Mehr-/Eingrößensystems
$G_{\text{Aus}}(s), G_{\text{Ein}}(s)$	Modell für Aus-/Einschaltvorgänge

$G_{\text{Aus}}^*(s), G_{\text{Ein}}^*(s)$	totzeitfreier Anteil von $G_{\text{Aus}}(s)$ bzw. $G_{\text{Ein}}(s)$
$G_d(s)$	Störübertragungsfunktion
$G_n(s)$	nominelles Modell der Regelstrecke
$G_n^*(s)$	totzeitfreier Anteil von $G_n(s)$
$G_r(s)$	reales Übertragungsverhalten der Regelstrecke
$G_{r, \text{Komp}}(s)$	reales Übertragungsverhalten der Regelstrecke einschließlich Kompensation der nichtlinearen statischen Verstärkung
$G_{\mathbf{x}_R/\mathbf{p}'_A}(s)$	Übertragungsfunktion von $\mathbf{p}'_A$ auf $\mathbf{x}_R$
$\underline{h}(\dots), h(\dots)$	vektorielle/skalare Funktion mehrerer Variablen
$\mathbf{H}, \underline{H}$	Jacobimatrix/-vektor der Messgleichung $\underline{h}(\dots)$
$\mathbf{K}$	Filter-Verstärkung
$l_A, l_M$	obere Schranke des additiven/multiplikativen Fehlers
$L(s)$	Übertragungsfunktion des offenen nominellen Regelkreises
$L_r(s)$	reales Übertragungsverhalten des offener Regelkreises
$\mathcal{L}\{\dots\}$	Laplace-Operator
$m$	Messrauschen
$M(s)$	Laplace-Transformierte des Messrauschens
$\underline{M}(s)$	vektorielle Übertragungsfunktion des Anti-Windup Kompensators
$N\{\hat{y}, \text{cov}_{yy}\}(y)$	Wahrscheinlichkeitsdichte $p(y)$ für das Auftreten des Wertes $y$ bei einer Normalverteilung dieser Größe mit dem Mittelwert $\hat{y}$ und der Kovarianz $\text{cov}_{yy}$
$p(\dots)$	Wahrscheinlichkeitsdichte
$p_{\text{Grenz}}$	Grenzwert der Wahrscheinlichkeitsdichte
$\mathbf{P}, \mathbf{P}_0$	Kovarianz des Schätzfehlers und des Anfangsschätzfehlers
$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix}$	verallgemeinerte Regelstrecke (Übertragungsfunktion)
$Q$	Reglerparameter
$\mathbf{Q}, \mathbf{Q}_k$	Spektraldichte-/Kovarianzmatrix des Systemrauschens
$r$	Führungs-/Referenzgröße
$R(s)$	Laplace-Transformierte der Führungsgröße
$R_{\mathbf{p}'\mathbf{p}'}$	Kreuzkorrelation zweier Signale $\mathbf{p}'$
$\tilde{R}_{\mathbf{p}'\mathbf{p}'}$	normierte Kreuzkorrelation
$\mathbf{R}, R$	Kovarianz des Messrauschens (Matrix/Skalar)
$\mathbb{R}^n$	Menge der reellwertigen $n$ -dimensionalen Vektoren
$s$	Laplace-Variable
$S(s)$	Sensitivität (Übertragungsfunktion)
$S_{\mathbf{p}'\mathbf{p}'}$	Kreuzleistungsdichtespektrum zweier Signale $\mathbf{p}'$
$T(s)$	Führungsübertragungsfunktion/komplementäre Sensitivität

$\underline{u}, u$	Eingangs-/Stellgröße (Vektor/Skalar)
$\underline{u}_d, u_d$	Solltrajektorie des Eingangs (Vektor/Skalar)
$u_{Komp}$	künstliche Eingangsgröße bei Kompensation der nichtlinearen statischen Verstärkung
$\underline{U}(s), U(s)$	Laplace-Transformierte der Eingangsgröße (Vektor/Skalar)
$U_{Komp}(s)$	Laplace-Transformierte von $u_{Komp}(t)$
$v$	interne Größe
$\underline{v}, v$	künstliche Eingangsgröße (Vektor/Skalar) stochastischer Prozess (Vektor/Skalar)
$v^*$	Prädiktion der künstlichen Eingangsgröße
$V(s)$	Laplace-Transformierte von $v(t)$
$V^*(s)$	Laplace-Transformierte von $v^*(t)$
$\underline{w}, w$	stochastischer Prozess (Vektor/Skalar) externes Eingangssignal für das $\mathcal{H}_\infty$ -Problem (Vektor/Skalar)
$\underline{W}(s), W(s)$	Laplace-Transformierte des externen Eingangssignals (Vektor/Skalar)
$W_{CS}(s), W_S(s), W_T(s)$	Gewichtungen für die Übertragungsfunktionen $C(s)S(s)$ , $S(s)$ und $T(s)$
$\underline{x}, x$	Zustandsgröße (Vektor/Skalar)
$\underline{x}_C$	Zustandsgrößenvektor des Reglers $C$
$\underline{x}_d, x_d$	Solltrajektorie des Zustands (Vektor/Skalar)
$\underline{y}, y$	Ausgangs-/Mess-/Regelgröße (Vektor/Skalar)
$\underline{y}_d, y_d$	Solltrajektorie der Ausgangsgröße (Vektor/Skalar)
$y^*$	Prädiktion der Ausgangsgröße
$y_d^*$	zukünftige Solltrajektorie
$\underline{Y}(s), Y(s)$	Laplace-Transformierte der Ausgangsgröße (Vektor/Skalar)
$Y^*(s)$	Laplace-Transformierte von $y^*(t)$
$\underline{Z}(s) = \begin{pmatrix} z_S(s) \\ z_{CS}(s) \\ z_T(s) \end{pmatrix}$	externer Ausgangsgrößenvektor für das $\mathcal{H}_\infty$ -Problem

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Dimension
$\beta$	Dimension
$\gamma$	Innovation
$\Delta_A(s), \Delta_M(s)$	additiver/multiplikativer Modellfehler (Übertragungsfunktion)

$\underline{\theta}$	Vektor der Modellparameter
$\kappa$	Index
$\pi_A, \pi_M$	Klasse additiver/multiplikativer Fehler
$\Pi$	Modellklasse (Modellfamilie)
$\sigma_x$	Standardabweichung von $x$
$\sigma_x, Grenz$	Grenzwert für $\sigma_x$
$\tau$	Zeit (Hilfsvariable)
$\phi(\dots)$	Matrixfunktion mehrerer Variablen
$\psi(\dots)$	Matrixfunktion mehrerer Variablen
$\omega_B$	Bandbreite
$\omega_D$	Durchtrittskreisfrequenz
$\Omega_m$	Frequenzintervall, in dem Messrauschen $m$ unterdrückt wird
$\Omega_{rd}$	Frequenzintervall mit gewünschter Performance

## Symbole der Strömungsmechanik

### Lateinische Buchstaben

a, b	Fourierkoeffizient Koeffizient, Parameter
A	Wachstumsrate
AR	Streckung (Verhältnis zwischen Breite der Messstrecke zur Stufenhöhe H, engl. <i>aspect ratio</i> )
c	Konvektionsgeschwindigkeit Profiltiefe
$c_A = F_A / (qcb)$	Auftriebsbeiwert (dimensionslose Darstellung der Auftriebskraft $F_A$ bezogen auf Profiltiefe $c$ und -breite $b$ und auf $q$ )
$c_f = \tau_w / (1/2\rho U_\infty^2)$	Wandreibungsbeiwert (dimensionslos)
$c_p = (p - p_\infty) / (1/2\rho U_\infty^2)$	Wanddruckbeiwert (dimensionslos)
$c_\varphi$	Tangentialgeschwindigkeit
ER	Erweiterungsverhältnis (engl. <i>expansion ratio</i> )
$f_{KH}$	Kelvin-Helmholtz-Instabilitätsfrequenz
$f_a$	Anregungsfrequenz
H	Stufenhöhe
$H_{12} = \delta_1 / \delta_2$	Formparameter der Grenzschicht

$k$	Wellenzahl
$K$	Verstärkung
$K_r$	Verstärkung des realen Systems
$K_r, Komp$	reale Verstärkung mit Kompensation der nichtlinearen statischen Verstärkung
$m$	Anregungssignal zur Manipulation der Strömung
$m_0$	Amplitude der harmonischen Anregung
$m_{0, sub}$	Amplitude der subharmonischen Anregung
$p$	Druck
$p'_{ges}$	Gesamtwanddruckfluktuationen
$p'_{ges, RMS}$	RMS-Wert der Gesamtwanddruckfluktuationen
$p'_{k=0}$	Mode in $p'_{ges}$ mit der Wellenzahl $k = 0$
$p'_{Wirbel} \equiv p'$	Mode der Wirbelfußabdrücke in $p'_{ges}$
$p'_A$	Amplitude von $p'$
$p'_{exp}$	Ersatzzustandsgröße für das exponentielle Wirbelwachstum in der Scherschicht
$p'_{x_r/A}$	Signalkomponente von $p'_A$ , die mit $x_r$ korreliert
$p'_{x_r/A, Init}$	Initialisierungsniveau für die Modellierung der Anfachung von $p'_{x_r/A}$
$p_\infty$	statischer Druck
$p^{(min)}, p^{(max)}$	lokale Minima/Maxima in $p'$
$p_{x_r/A}^{(min)}, p_{x_r/A}^{(max)}$	untere und obere Einhüllende (Minimal-, Maximalwerte) von $p'_{x_r/A}$
$q = 1/2\rho U_\infty^2$	dynamischer Referenzdruck (Geschwindigkeitsdruck)
$r$	Radius
$Re_c = U_\infty c/\nu$	Reynolds-Zahl, gebildet mit der Profiltiefe $c$
$Re_H = U_\infty H/\nu$	Reynolds-Zahl, gebildet mit der Stufenhöhe $H$
$Re_{\delta_2} = U_\infty \delta_2/\nu$	Reynolds-Zahl, gebildet mit der Impulsverlustdicke $\delta_2$
$St_{\delta_2} = \delta_2 f/U_\infty$	Strouhal-Zahl, gebildet mit der Impulsverlustdicke $\delta_2$
$T$	Periodendauer, Zeitkonstante
$T_n$	nominelle Zeitkonstante
$T_r$	Zeitkonstante des realen Systems
$T_0$	Totzeit
$u, v, w$	Koordinaten des Geschwindigkeitsvektors in x-, y- und z-Richtung
$u_\Omega, v_\Omega$	Geschwindigkeitskomponenten von $u$ und $v$ , induziert durch die Wirbelstärkeverteilung $\Omega$
$U_\infty$	Anström-/Referenzgeschwindigkeit
$x, y, z$	Koordinaten des Ortsvektors

$x_{\text{Init}}$	Initialisierungsposition zu $p'_{x_R/A, \text{Init}}$
$x_R$	Wiederanlegelänge

## Griechische Buchstaben

$\Gamma$	Zirkulation des u-v-Geschwindigkeitsfeldes
$\delta_1$	Verdrängungsdicke
$\delta_2$	Impulsverlustdicke
$\delta_{99}$	99%-Dicke
$\Delta x$	Differenz/Schrittweite in $x$
$\eta$	dynamische Zähigkeit
$\theta$	Phase
$\lambda$	Wellenlänge
$\nu$	kinematische Zähigkeit
$\rho$	Dichte
$\tau_w$	Wandschubspannung
$\Omega$	Wirbelstärke des u-v-Geschwindigkeitsfeldes

## Indizes

$( )_0$	Referenzpunkt, Startzeitpunkt
$( )_o$	Amplitude
	Totzeit
$( )_a$	Anregung/Aktuation
$( )_A$	additiv
$( )_A$	Amplitude
$( )_{\text{Aus}}$	Ausschaltvorgang
$( )_B$	Bandbreite (Durchtrittspunkt durch die -3 dB-Linie)
$( )_C$	Regler $C$
$( )_{CS}$	Übertragungsfunktion $CS$
$( )_d$	Ein-/Ausgangsübertragungsverhalten bezüglich Störungen $d$ Solltrajektorie (engl. <i>desired trajectory</i> )
$( )_D$	Durchtrittspunkt durch die 0 dB-Linie

$( )_D$	D-Glied
$( )_{\text{Ein}}$	Einschaltvorgang
$( )_f$	Reibung (engl. <i>friction</i> )
$( )_{\text{ges}}$	Gesamtwert
$( )_{\text{Grenz}}$	Grenzwert
$( )_I$	I-Glied
$( )_{\text{Init}}$	Initialisierungswert
$( )_k, ( )_l$	Zeitindex
$( )_{k=0}$	Mode mit der Wellenzahl $k = 0$
$( )_{\text{KH}}$	Kelvin-Helmholtz-Instabilität
$( )_{\text{Komp}}$	Kompensation der nichtlinearen statischen Verstärkung
$( )_{\text{max}}$	Maximalwert
$( )_m$	Modell
$( )_M$	multiplikativ
$( )_n$	nominell
$( )_r$	reales (tatsächliches) Verhalten
$( )_R$	Wiederanlegepunkt (engl. <i>reattachment</i> )
$( )_{\text{RMS}}$	quadratischer Mittelwert (RMS-Wert, engl. <i>root mean square</i> )
$( )_{\text{sub}}$	Subharmonische
$( )_S$	Sensitivität $S$
$( )_T$	komplementäre Sensitivität $T$
$( )_W$	Wandwert
$( )_{\text{Wirbel}}$	Mode der Wirbelfußabdrücke
$( )_{x_R/A}$	Komponente der Amplitude $p'_A$ , welche mit $x_R$ korreliert
$( )_{x_R/p'_A}$	Übertragungsverhalten von $p'_A$ auf $x_R$
$( )_{\delta_2}$	Impulsverlustdicke
$( )_{\Omega}$	durch die Wirbelstärkeverteilung $\Omega$ induzierte Komponente
$( )_{\infty}$	Anströmung, Referenzwert ( <i>Strömungsmechanik</i> )
$\ \dots\ _{\infty}$	$\mathcal{H}_{\infty}$ -Norm ( <i>Regelungstechnik</i> )

## Hochgestellte Größen und Kennzeichnungen

$( )^{(j)}$	Wirbelbahnindex $j$
$( )^{(max)}$	obere Einhüllende eines Zeitsignals

$(\ )^{(min)}$	untere Einhüllende eines Zeitsignals
$(\ )^T$	transponiert
$\overline{(\ )}$	zeitlicher Mittelwert
$\dot{(\ )} = d(\ )/dt$	Ableitung nach der Zeit
$(\ )'$	externe Störeingangsgröße ( <i>Regelungstechnik</i> )
	Schwankungsgröße, Fluktuation einer Größe ( <i>Strömungsmechanik</i> )
$\hat{(\ )}$	geschätzte Größe
$(\ )^*$	prädizierter Verlauf
	Modellteil ohne Totzeit
$(\ )^{(+)}$	Wert nach dem „Measurement Update“ des EKFs/KFs
$(\ )^{(-)}$	Wert vor dem „Measurement Update“ des EKFs/KFs

## Abkürzungen

A/D-Wandler	Analog-Digital-Umsetzer
D/A-Wandler	Digital-Analog-Umsetzer
DNS	direkte numerische Simulation
DSP	digitaler Signalprozessor
EKF	erweitertes Kalman-Filter
IMC	Internal Model Control
KF	Kalman-Filter
LES	large-eddy Simulation
PIV	Particle Image Velocimetry
RMS	quadratischer Mittelwert (engl. <i>root mean square</i> )
RP	robuste Performance
RS	robuste Stabilität

## Kurzfassung

Für die Ansteuerung der Stellmechanismen von komplexen Strömungssystemen werden im Rahmen der akademischen und industriellen Forschung seit einigen Jahren geschlossene Regelkreise zur Steigerung der Beeinflussungsgüte vorgeschlagen. Im Vergleich zum Einsatz von Steuerungskonzepten ohne Messung und Rückführung der zu beeinflussenden Systemgröße, mit denen bereits Erfolge erzielt werden, haben Regelungen den Vorteil, dass die Auswirkungen von Störungen kompensiert werden können. Insbesondere unter rauen Praxisbedingungen bieten Regelungen somit die notwendige Flexibilität und Robustheit. Der Entwurf von Regelkreisen wird jedoch durch die im Allgemeinen fehlenden, genügend einfachen mathematischen Ansätze zur physikalischen Modellbildung erschwert. Mit der vorliegenden Arbeit ist es gelungen, die Stelleingriffe zur aktiven Beeinflussung abgelöster Scherströmungen mit niederdimensionalen, black-box modellbasierten Regelungen zu berechnen. Als Benchmark-Konfiguration dient die abgelöste Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe. Regelgröße ist die durch die Wiederanlegelänge gegebene Länge des Ablösegebiets hinter der Stufe.

Obwohl die zu regelnde Strecke ein stark nichtlineares Verhalten besitzt und durch verteilte Parameter gekennzeichnet ist, liefern black-box Identifikationen aus Messdaten als niederdimensionalste Möglichkeit zur regelungstechnischen Modellierung erstaunlich einfache und stabile, lineare Modelle für einzelne Betriebspunkte. Mittels robuster Methoden können daraus vergleichsweise schnell niederdimensionale, einfach zu implementierende Regler entworfen werden. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt im Entwurf linearer, robuster Regler mittels  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierung. Zudem wird ein flachheitsbasiertes Regelungskonzept vorgestellt. Um zu zeigen, dass sich die vorgeschlagenen Ansätze auch auf komplexere Strömungskonfigurationen übertragen lassen und repräsentativen Charakter besitzen, wird die lineare, robuste Regelung an einem generischen Ersatzmodell für die Phänomene bei einer Tragflügel-Hochauftriebskonfiguration getestet.

Der Aufbau von Regelkreisen für Strömungskonfigurationen wird durch die aufwändige Online-Messtechnik für die Regelgröße erschwert. Um messtechnische Beschränkungen aufzuheben, werden in dieser Arbeit zudem echtzeitfähige Methoden zur Signalauswertung untersucht. Für die Stufenströmung werden zwei neue Soft-Sensoren zur Online-Schätzung messtechnisch nicht zugänglicher Zustandsgrößen aus Messsignalen, basierend auf empirischen Modellen, vorgeschlagen. Dabei werden zum einen eine zeitlich hoch auflösende Ersatzregelgröße für die Wiederanlegelänge und zum anderen die einzelnen Positionen und Geschwindigkeiten der periodisch entstehenden Scherschichtwirbel in Echtzeit aus Mikrofonmessungen im Nachlauf der Stufe geschätzt. Die Soft-Sensoren bauen auf dem bekannten Kalman-Filter-Algorithmus auf.

# Abstract

## **Robust closed-loop single-input single-output control of separated, wall-bounded shear flows based on reduced, empirical models**

Every control has to face the problem of disturbances if applied in a real environment. In contrast to open-loop controls, which can produce useful results, closed-loop controls can drive the actuation mechanism such that disturbances are compensated, and this feature offers the flexibility and robustness needed in disturbed environments. However, closed-loop flow controls suffer from the lack of sufficient simple, physical models accessible for controller synthesis methods. This contribution gives a methodology for the closed-loop control of separated, wall-bounded shear flows by active means. The controller synthesis is based on low-dimensional black-box models and all controls are tested in wind tunnel experiments. The actuated backward facing step flow is chosen as benchmark configuration, in which the length of the separated flow region, i.e. the reattachment length, is to be controlled.

In spite of the nonlinear and infinite dimensional Navier Stokes equations, it is surprising that the dynamical behaviour of the size of the separation region can be approximated by low-dimensional, linear, stable, black-box models for every operating point. These models can easily be identified from experimental data. A fast and practicable controller design can be performed employing linear, robust methods. The focus of this contribution is the  $\mathcal{H}_\infty$ -design. Additionally, a flatness based control concept is tested. In order to show the representative character of the proposed methodology, the linear, robust control is successfully implemented to a generic high lift wing configuration with active excitation. In experiments the closed-loop flow controls show their superiority over the open-loop strategies mainly proposed in the flow control literature.

Additionally, the implementation of closed-loop control is still hindered by a lack of fast and practical sensors for the measurement of the flow variables to be controlled. Therefore, real time signal processing methods are studied. In detail, two new soft sensors for the on-line estimation of inaccessible variables from microphone measurements in the separation zone based on empirical models are proposed for the benchmark step configuration. The first soft sensor estimates the recirculation length behind the step with high temporal resolution and the second one tracks the periodically appearing, vortical shear layer structures in real time by estimating their positions and convection velocities. These estimation schemes employ the well-known Kalman filter recipe.

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Problemstellung und Motivation

Abgelöste Strömungen haben je nach Anwendungsfall positive oder negative Effekte zur Folge. Eine Strömung löst von einer Begrenzungswand ab, wenn das wandnahe Fluid nicht in der Lage ist, einen ungünstigen Druckanstieg zu überwinden oder einer plötzlichen Erweiterung, beispielsweise an einer Ecke, zu folgen. So wird z. B. in Brennkammern ein definiertes, durch Ablösung erzeugtes Rezirkulationsgebiet benötigt, um das Brennstoffgemisch in der Reaktionszone zu halten und so eine vollständige Verbrennung zu erzielen. Durch die Beeinflussung des Rezirkulationsgebiets wird die Verweilzeit bei einem solchen Durchmischungsproblem verändert. Im Gegensatz dazu führt Strömungsablösung bei Strömungsmaschinen zu einer Reduktion des Wirkungsgrades und des nutzbaren Betriebsbereiches sowie zur Lärmentstehung. Bei Tragflügeln wird der Auftrieb reduziert und der Widerstand erhöht. Weitere Beispiele ließen sich anführen.

Die Beeinflussung von Ablösephänomenen bei umströmten Körpern und in Strömungsmaschinen nimmt daher einen breiten Raum in der strömungsmechanischen Forschung und Entwicklung ein. Ziele sind beispielsweise die Minimierung oder Verzögerung der Strömungsablösung zur Erweiterung des Betriebsbereichs, zur Leistungssteigerung und zur Lärmreduzierung oder aber die gezielte Beeinflussung von Durchmischungsprozessen. Stand der Technik sind neben der Optimierung der geometrischen Form das Anbringen von festen Spoilern, Riblets oder Wirbelgeneratoren.

Um aufbauend auf der Optimierung solcher passiver Maßnahmen weitere Gewinne zu erzielen, werden aktive Beeinflussungen, beispielsweise durch Einblasen und/oder Absaugen, vorgeschlagen. Hauptvorteil gegenüber passiven Maßnahmen ist insbesondere, dass die aktive Beeinflussung in einem großen Betriebsbereich an sich verändernde Arbeitspunkte

angepasst werden kann. Vor diesem Hintergrund verwundert es nicht, dass die Untersuchung von Stellmechanismen zur aktiven Beeinflussung von Strömungsprozessen eine große Bedeutung hat.

Die erreichbare Güte einer aktiven Beeinflussung hängt von der richtigen Ansteuerung des Stellmechanismus ab. Im regelungstechnischen Sinn stellen die meisten veröffentlichten Arbeiten reine Steuerungen dar, bei denen die aktive Beeinflussung mittels eines Modells der Strecke ermittelt wird. Im einfachsten Fall kann das Modell ein Kennfeld (z. B. in Tabellenform) sein, welches das statische Ein-/Ausgangsübertragungsverhalten zwischen der Aktuation und der zu beeinflussenden Steuergröße beschreibt, und die Steuerung ergibt sich aus der Invertierung dieses Übertragungsverhaltens. Voraussetzung für das Funktionieren dieser Strategie ist, dass das Modell das Systemverhalten auch ausreichend genau wiedergibt und die Anfangsbedingungen bekannt sind. Insbesondere vereinfachende Annahmen, nicht modellierte Streckenkomponenten und äußere Störungen haben ein verändertes Systemverhalten zur Folge. Solche Störungen können bereits schon nicht genau definierte Umgebungsbedingungen außerhalb des Laborwindkanals sein. Folgen sind oft eine eingeschränkte Güte oder aber ein Versagen solcher Steuerungskonzepte. Insbesondere messtechnisch nicht erfassbare Störungen können durch Steuerungen nicht kompensiert werden.

Im Gegensatz dazu bestimmt eine Regelung den Stelleingriff aus einem Soll-/Istwertvergleich und ist dadurch in einem gewissen Rahmen in der Lage, die gewünschte Regelgröße auch beim Vorhandensein von äußeren Störungen und bei unsicherem Systemverhalten einzustellen. Für den Reglerentwurf genügen zudem oft vereinfachte Modelle, die das Prozessverhalten nur approximieren.

Dem genannten Vorteil einer Regelung steht allerdings die aufwändige Reglersynthese gegenüber. Während die Beeinflussung über eine Steuerung z. B. relativ einfach mittels Simulationsstudien oder Experimenten bestimmt werden kann, muss für einen Reglerentwurf ein dynamisches Modell vorhanden sein, welches für ein entsprechendes Syntheseverfahren zugänglich ist. Die Komplexität des Problems stellt sicherlich den Hauptgrund dafür dar, weshalb Regelungsstrategien zur Berechnung von aktiven Beeinflussungen für Ablöseprozesse vergleichsweise selten vorgeschlagen und auch noch nicht industriell angewendet werden. Sie ist begründet in den ablaufenden nichtlinearen, chaotischen, kompliziert gekoppelten und verteilten physikalischen Prozessen sowie der schwierigen Online-Messtechnik und den stark verrauschten Messsignalen. Aufgrund ihres Potentials, auf Systemunsicherheiten und äußere, nicht messbare Störungen reagieren zu können, werden für den rauen Praxiseinsatz jedoch Regelungen benötigt. Entsprechende Konzepte werden seit einiger Zeit im Rahmen von Forschungsarbeiten vorgeschlagen.

Die meisten Regelungen wurden bisher jedoch nur in Simulationstudien umgesetzt, welche reale gestörte Systeme naturgemäß nur beschränkt wiedergeben können und bei denen keine

Beschränkungen in der Messtechnik bestehen. Im Gegensatz dazu liegt das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit in der Synthese von Regelungen, die auch unter rauen experimentellen Randbedingungen arbeiten und in deren experimenteller Validierung. Betrachtet wird zunächst die geregelte Beeinflussung der abgelösten Strömung hinter der rückwärts gewandten Stufe. Diese Benchmark-Konfiguration wurde gewählt, weil das Strömungsfeld alle bedeutenden Phänomene einer abgelösten Strömung aufweist und so die Vergleichbarkeit mit anderen strömungsmechanischen Arbeiten gewährleistet ist. Zudem existiert umfangreiche Literatur zur Strömungsphysik, auf die als Grundlage zurückgegriffen werden kann. Ein Ziel der vorliegenden Arbeit besteht darin, Online-Methoden zur Signalauswertung aufzustellen, um praktische, messtechnische Beschränkungen aufzuheben. Weiterhin sollen echtzeitfähige, auf niederdimensionalen Modellansätzen basierende Regelungen für allgemeine Strömungsprobleme mit Ablösung anhand des o. g. konkreten Beispiels aufgestellt werden. Schließlich sind diese Ansätze an einer anderen Geometrie, einer generischen Hochauftriebskonfiguration, bezüglich ihrer Übertragbarkeit zu untersuchen.

## 1.2 Die Stufenströmung und ihre aktive Beeinflussung

Als Benchmark-Konfiguration für die Untersuchung abgelöster Strömungen wird in der Strömungsmechanik häufig die rückwärts gewandte Stufe gewählt. Trotz ihrer einfachen Geometrie und der geometrisch bedingten fixierten Ablösung an der oberen Stufenkante weist das Strömungsfeld hinter der Stufe viele bedeutsame Eigenschaften einer abgelösten Strömung auf (Huppertz [47]). Als Beispiele seien hier die experimentellen Arbeiten von Adams und Johnston [1, 2] und Ruderich und Fernholz [95] sowie die numerische Simulation von Le u. a. [64] genannt. Mit der aktiven Beeinflussung einer abgelösten Stufenströmung befassen sich die Arbeiten von Bhattacharjee u. a. [17], Hasan [42], Huppertz [47], Huppertz und Janke [48], Ross und Kegelmann [91] und Wengle u. a. [123]. Die genannten Literaturquellen stellen lediglich eine Auswahl der wichtigsten Arbeiten dar.

Die vorliegende Arbeit baut auf den Ergebnissen von Huppertz [47] auf, der die Phänomene der natürlichen und der aktiv beeinflussten Stufenströmung einschließlich dem Anregungsmechanismus detailliert untersucht und mit der Literatur vergleicht. So wird in der vorliegenden Arbeit auch das von Huppertz für die Experimente verwendete Stufenmodell im Windkanal eingesetzt (siehe Kapitel 3).

Im Folgenden werden die grundlegenden, bei der Überströmung der rückwärts gewandten Stufe auftretenden Strömungsprozesse zusammengefasst. Aufbauend auf der Beschreibung des Strömungsfeldes im Abschnitt 1.2.1 wird im Abschnitt 1.2.2 der zur aktiven Beeinflussung genutzte Anregungsmechanismus beschrieben.

### 1.2.1 Strömungsfeld

Bild 1.1 veranschaulicht die sich im Strömungsfeld hinter der Stufe bei moderaten Reynolds-Zahlen ausbildenden Regionen und wesentlichen Phänomene. Die Strömung reißt von links kommend an der oberen Stufenkante ab, da sie dem Querschnittsprung nicht folgen kann, und legt stromab an der sog. Wiederanlegeposition  $x_R$  wieder an. Hinter der Stufe bildet sich ein Ablösegebiet aus, das auch Ablöseblase genannt wird. Dieses enthält neben dem Rezirkulationsgebiet über der unteren Wand noch die zwischen diesem und der Hauptströmung entstehende Scherschicht. Hinter dem Wiederanlegebereich entwickelt sich eine neue Grenzschicht. Da die einzelnen strömungsmechanischen Prozesse stark gekoppelt sind, können diese nicht isoliert betrachtet werden.

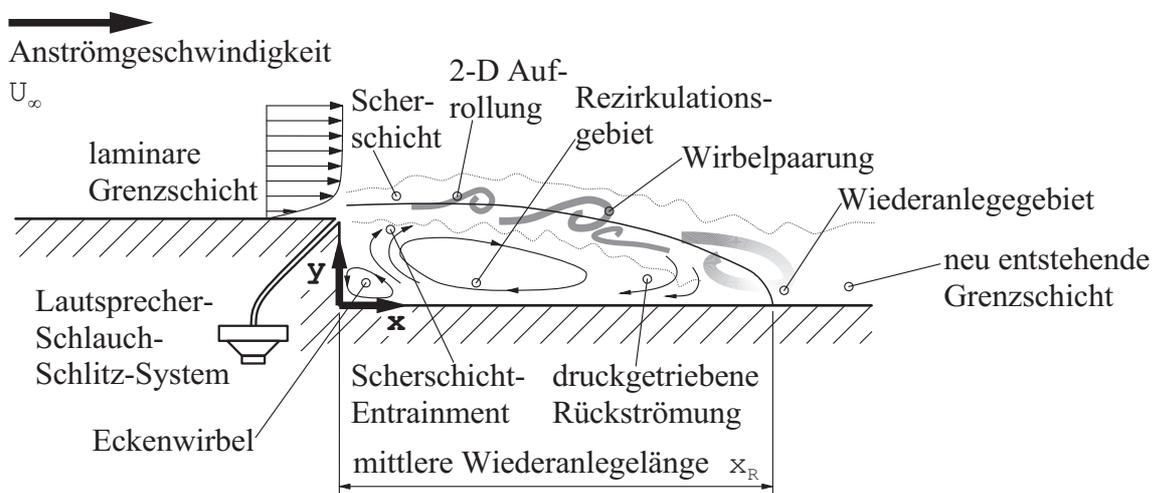


Bild 1.1: Strömungsfeld hinter einer rückwärts gewandten Stufe.

Bei der Stufenströmung wird zwischen laminarem, transitionellem und turbulentem Fall unterschieden (vgl. auch Huppertz [47]). Im laminaren Fall liegt dieser Zustand im gesamten Strömungsfeld vor, während im turbulenten Fall bereits die ablösende Grenzschicht turbulent ist. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine transitionelle Strömung untersucht, bei der der Umschlag vom laminaren zum turbulenten Zustand vor dem Wiederanlegen stattfindet.

#### Entwicklung der Scherschicht

Die sich aus der abgelösten Grenzschicht bildende Scherschicht verhält sich instabil, weil deren Geschwindigkeitsprofil  $u(y)$  einen Wendepunkt besitzt. Sowohl Huppertz [47] als auch Dovgal u. a. [27], Hasan [42] und Michalke [71] zeigen, dass die anfängliche Scherschicht konvektiv instabil ist. Kleine Störungen werden exponentiell angefacht und bewegen sich

mit dem Strömungsfeld vom Entstehungsort fort, so dass ihre Rückwirkung auf den Entstehungsort abklingt und keine Selbsterregung stattfindet. Dieses Phänomen wurde zuerst an freien Scherschichten untersucht (Helmholtz [43]) und wird als Kelvin-Helmholtz-Instabilität bezeichnet.

Die natürliche Kelvin-Helmholtz-Instabilitätsfrequenz  $f_{KH}$ , mit der sich die Scherschicht aufrollt, wird neben dem Zustand der ablösenden Grenzschicht und der Form des Geschwindigkeitsprofils  $u(y)$  durch deren Dicke und die Geschwindigkeit  $\bar{u}_{max}$  am Grenzschichtrand festgelegt (Dovgal u. a. [27] und Michalke [71]). Dabei skaliert die Instabilitätsfrequenz  $f_{KH}$  mit der Impulsverlustdicke  $\delta_2$ . Huppertz [47] gibt in Übereinstimmung mit Hasan [42] für den Fall einer laminaren ablösenden Grenzschicht als Richtwert die Strouhal-Zahl (dimensionslose Darstellung der Frequenz)

$$St_{\delta_2} = \frac{\delta_2 f_{KH}}{\bar{u}_{max}} \approx 0.014 \quad (1.1)$$

an. Da die Scherschichtaufrollung jedoch erst stromab der Stufenkante bei  $x/H \approx 3$  beginnt, ist  $\delta_2$  die dortige Scherschichtdicke und  $\bar{u}_{max}$  die lokale maximale Geschwindigkeit.

Das Instabilitätsphänomen erstreckt sich über ein Frequenzband. Daher sind Frequenzen in der Umgebung von  $f_{KH}$  effektive Anregungsfrequenzen für die spätere aktive Beeinflussung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität. Aufgrund der Scherschichtausbreitung und der in Strömungsrichtung verzögerten Strömung ist die Frequenz  $f_{KH}$  eine Funktion des Ortes (Huppertz [47]).

Im weiteren Verlauf führt der Aufrollprozess zur Ausbildung von kohärenten Querwirbelstrukturen, die im Folgenden der Einfachheit halber Wirbel genannt werden. Der für das Wirbelwachstum verantwortliche Instabilitätsmechanismus konnte von Huppertz [47] nicht vollständig aufgeklärt werden. Eine Quelle für den Wirbelwachstumsprozess befindet sich im turbulenten Wiederanlegebereich. Vermutlich induzieren die dortigen Wirbel Schwankungen in der Scherschicht, die zur diskreten Wirbelausbildung führen. Dieser Rückkopplungsmechanismus würde bedeuten, dass das Wachstum der diskreten Wirbel auf einem absoluten Instabilitätsmechanismus (Ausbreitung von Störungen im gesamten Strömungsfeld, d.h. stromauf und stromab der Quelle) beruht.

Die Wirbelstrukturen konvektieren etwa mit der halben Anströmgeschwindigkeit

$$c \approx \frac{U_\infty}{2} \quad (1.2)$$

stromab. Infolge der im Wiederanlegebereich stattfindenden Interaktion der Wirbel mit der unteren Wand zerfallen diese in kleinskalige Strukturen und der Strömungszustand wird turbulent.

In Abhängigkeit von der Lauflänge der einzelnen Wirbel kann es zum einen zu Wirbelpaarungen kommen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden unter bestimmten Be-

dingungen einfache Paarungsvorgänge beobachtet. Zum anderen bildet das Strömungsfeld infolge von weiteren Instabilitätsmechanismen eine dreidimensionale Struktur aus. Da diese dreidimensionale Struktur im Vergleich zur oben beschriebenen zweidimensionalen Struktur deutlich weniger ausgeprägt ist, wird im Rahmen dieser Arbeit vereinfachend das zweidimensionale Strömungsfeld betrachtet.

## Ablöseblase

Unterhalb der Scherschicht bilden sich ein Rezirkulationsgebiet (wandnahe Rückströmung, siehe Bild 1.1) und ein entgegengesetzt rotierender Eckenwirbel (wandnahe Vorwärtsströmung) aus. Wichtigste globale Größe zur Charakterisierung der Grobstruktur des Strömungsfeldes ist die Länge der Ablöseblase, die auch als Wiederanlegelänge bezeichnet wird. Je nach Anwendung werden verschiedene Definitionen für die Wiederanlegelänge verwendet (siehe Haller [41]). In der vorliegenden Arbeit wird die Wiederanlegelänge allgemein als der Abstand von der Stufenkante bis zur Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R$  definiert, der durch eine verschwindende Wandschubspannung  $\tau_w = 0$  charakterisiert ist. Dabei ist die Wandschubspannung eines inkompressiblen isotropen Fluids im zweidimensionalen Fall durch

$$\tau_w = \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \quad (1.3)$$

gegeben. Hierbei ist  $u$  die Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung,  $y$  die Höhenkoordinate über der Wand und  $\eta$  die dynamische Viskosität. Da alle Geschwindigkeitskomponenten an der Wand bei  $y = 0$  aufgrund der Wandhaftbedingung verschwinden, bedeutet ein negatives  $\tau_w$  Rückströmung und ein positives  $\tau_w$  Vorwärtsströmung. Mit dem Wandreibungsbeiwert

$$c_f = \frac{\tau_w}{1/2 \rho U_\infty^2} \quad (1.4)$$

wird die Wandschubspannung dimensionslos angegeben.

Im Wiederanlegegebiet kommt es zu einer druckgetriebenen Rückströmung in das Rezirkulationsgebiet und durch Entrainment-Prozesse in der Scherschicht zu einem Transport von Fluid aus der Ablöseblase heraus (siehe Bild 1.1). Die mittlere Wiederanlegelänge wird durch das Gleichgewicht zwischen der Rückströmung und dem Scherschicht-Entrainment bestimmt. Dieses stark vereinfachte Modell wird sehr häufig angewendet, weil es in der Lage ist, den richtigen Trend für die Entwicklung der Wiederanlegelänge wiederzugeben (Adams und Johnston [1, 2], Huppertz [47]). Eine Möglichkeit zur Verkürzung der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R$  ist demnach die Erhöhung des Entrainments. Diese wird auch hier ausgenutzt.

### 1.2.2 Aktive Beeinflussung der Stufenströmung

Ziel der später vorgestellten Regelungen ist es, den von Huppertz [47] vorgeschlagenen aktiven Anregungsmechanismus um eine Regelung zu erweitern, um die Wiederanlegelänge  $x_R$  einer Sollgröße (Führungsgröße) nachzuführen. Dabei bedeutet aktiv, dass die Anregung von einer externen Energiequelle versorgt wird. Im Gegensatz dazu wird die benötigte Energie bei der passiven Manipulation, beispielsweise beim Anbringen von Riblets oder Wirbelgeneratoren, aus der Strömung gewonnen.

Als Mechanismus zur Beeinflussung der Wiederanlegelänge  $x_R$  hinter der Stufe wird die Stimulation des durch die Querwirbelstrukturen hervorgerufenen Scherschicht-Entrainments angewendet. Um einen signifikanten Effekt in der Strömung hervorzurufen, müssen gezielt instabile Prozesse angeregt werden (Hasan [42], Michalke [71] und Dovgal u. a. [27]). In den der vorliegenden Arbeit zugrunde liegenden Untersuchungen von Huppertz [47] werden verschiedene aktive Anregungsformen für die Kelvin-Helmholtz-Instabilität vorgeschlagen. Dabei werden, wie im Bild 1.1 skizziert, durch Lautsprecher, die über Schläuche mit einem Schlitz an der Stufenkante verbunden sind, gezielt Störungen in die ablösende Grenzschicht eingebracht. Dadurch wird die zur Wirbelbildung führende Aufrollung der instabilen Scherschicht angeregt.

Durch die Anregung mit einem monofrequenten harmonischen Lautsprechersignal

$$m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t) \quad (1.5)$$

wird die Wirbelbildung stimuliert. Dafür eignen sich Anregungsfrequenzen  $f_a$  in der Umgebung der natürlichen Kelvin-Helmholtz-Instabilitätsfrequenz  $f_{KH}$  entsprechend Gl. (1.1). Als effektivste Anregungsfrequenz für die transitionelle Stufenströmung gibt Huppertz [47]

$$St_{\delta 2} = \frac{\delta_2 f_a}{\bar{u}_{\max}} \approx 0.010 \quad (1.6)$$

an. Dieser Wert liegt unterhalb der natürlichen Instabilitätsfrequenz  $f_{KH}$  der Scherschicht (siehe z.B. auch Chun und Sung [23]).

Bei gleichzeitiger Anregung mit der Subharmonischen  $f_a/2$  mit

$$m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t) + m_{0, \text{sub}} \sin\left(2\pi \frac{f_a}{2} t + \Delta\theta\right) \quad (1.7)$$

können bei entsprechendem Phasenwinkel  $\Delta\theta$  neben der Wirbelbildung noch die Wirbelpaarungsprozesse verstärkt werden, so dass die größeren Wirbelstrukturen zu einem noch höheren Scherschicht-Entrainment führen. Obwohl von Huppertz [47] eine transitionelle Stufenströmung betrachtet wird, funktionieren diese Anregungsmechanismen auch bei turbulenten ablösenden Grenzschichten effektiv, weil die wesentlichen dynamischen Prozesse, insbesondere die Wirbeldynamik, ähnlich sind (Ross und Kegelmann [91], Chun und Sung [23]).

## 1.3 Stand der Forschung

Zunächst soll im Abschnitt 1.3.1 ein kurzer Überblick über den Stand der Forschung zur aktiven Strömungsbeeinflussung gegeben werden. Aufbauend darauf werden im Abschnitt 1.3.2 die bis jetzt nur im Rahmen von Forschungsarbeiten vorgeschlagenen Ansätze zur Regelung von strömungsmechanischen Prozessen eingeordnet.

Sowohl Steuerungen als auch Regelungen haben das Ziel, einem System, der sog. Strecke, ein gewünschtes Verhalten aufzuprägen. Aufgrund der vielfältigen Erscheinungsformen abgelöster Strömungen, der dabei auftretenden komplexen und gekoppelten Prozesse sowie den im Allgemeinen fehlenden, genügend einfachen mathematischen Ansätzen zu deren Berechnung werden häufig experimentelle Untersuchungen und numerische Simulationen verwendet, um die strömungsphysikalischen Vorgänge zu verstehen.

### 1.3.1 Aktive Beeinflussung von Ablöseprozessen

Die Unterdrückung oder gezielte Einstellung von Ablösegebieten mittels aktiver Beeinflussung nimmt einen breiten Raum in der strömungsmechanischen Literatur ein. Eine umfassende Übersicht geben Gad-el-Hak u. a. [33]. Weitere, zum Teil spezialisierte Übersichtsartikel finden sich bei Fiedler und Fernholz [30], Gad-el-Hak und Bushnell [32], Wygnanski und Seifert [126], Wygnanski [125] und Greenblatt und Wygnanski [40]. Ziele sind beispielsweise die Minimierung oder Verzögerung der Strömungsablösung an umströmten Körpern oder in Turboarbeitsmaschinen zur Erweiterung des Betriebsbereichs, zur Leistungssteigerung und zur Minimierung des durch die Ablöseprozesse entstehenden Lärms oder die gezielte Beeinflussung von Durchmischungsprozessen in Brennern.

Am häufigsten erfolgt die aktive Strömungsbeeinflussung durch stationäres oder periodisches Einsaugen und Ausblasen oder aber durch eine Kombination davon. Technisch können diese Stelleingriffe mit Lautsprecher-, Kolben- oder Membransystemen oder piezoelektrischen Aktuatoren oder aber durch Einblasen von Druckluft oder mit Absaugvorrichtungen mit entsprechenden Ventilsystemen realisiert werden. Die Wirksamkeit solcher Stelleingriffe hängt von dem jeweiligen, als Anregungsmechanismus ausgenutzten Strömungsprozess und der Positionierung der Stellglieder ab. Generell müssen solche Aktuatoren in der Nähe der Ablöselinie angebracht werden.

### 1.3.2 Einordnung verschiedener Ansätze zur Regelung von Strömungsprozessen

Die Güte einer Beeinflussung hängt vom Wissen über das System ab. Insbesondere beim rauen Praxiseinsatz treten infolge von unbekanntem, auf das System und die Sensoren wirkenden Störungen Unsicherheiten bei der Systembeschreibung auf. Des Weiteren sind die für die Bestimmung einer Beeinflussung verwendeten Modelle im Allgemeinen nur begrenzt in der Lage, das reale Systemverhalten wiederzugeben.

Bestimmte Problemstellungen können mit Regelungen gelöst werden, die kein explizites Prozessmodell als Entwurfsgrundlage benötigen. Als Beispiel sei der von Krstic [57] und Garwon u. a. [35] für verschiedene Strömungsprobleme vorgeschlagene Extremwertregler zur Online-Optimierung genannt. Solche Ansätze eignen sich jedoch nicht dafür, Prozessgrößen einer Sollgröße, einer sog. Führungsgröße, nachzuführen, so dass diese Ansätze im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt werden. Um einem System, der sog. Regelstrecke, ein vorgebbares Verhalten (Sollverhalten) aufzuprägen, eignen sich vielmehr auf der Grundlage eines mathematischen Streckenmodells entworfene modellbasierte Regler.

Obwohl bereits für zahlreiche Konfigurationen geeignete Anregungsmechanismen für aktive Stelleingriffe erforscht worden sind (siehe oben), steht die Übertragung von Regelungskonzepten auf diese Strömungsprozesse zur Zeit noch am Anfang. Dem o.g. Vorteil einer Regelung auf Störungen und Modellunsicherheiten reagieren zu können, steht jedoch der Nachteil gegenüber, dass sowohl die Bildung dynamischer Modelle zur Reglersynthese als auch der Aufbau des Regelkreises deutlich aufwändiger sind. Voraussetzung für den Aufbau einer Regelung ist das Vorhandensein einer onlinefähigen Messtechnik zur Erfassung der Regelgröße. Ist diese nicht direkt messbar, dann kann zum einen eine zugängliche Ersatzgröße verwendet werden, die die eigentlich zu regelnde Größe repräsentiert. Zum anderen können unter bestimmten Voraussetzungen modellgestützte Messverfahren zur Schätzung unzugänglicher Zustandsgrößen entworfen und dem Regler zur Berechnung des Stelleingriffs zur Verfügung gestellt werden. Wie auch für den Reglerentwurf ist zur Synthese eines solchen Messverfahrens jedoch ein dynamisches Prozessmodell notwendig.

Der Forderung nach genauer Auflösung der Strömungsprozesse mit nichtlinearen, hochdimensionalen, rechenintensiven Modellen steht die Anwendbarkeit von Reglerentwurfsmethoden gegenüber, die meistens erst bei hinreichend niederdimensionalen Systemen möglich ist. Für die modellbasierte Regelung von Strömungsprozessen werden in der Literatur drei Modellansätze vorgeschlagen:

- physikalische, auf den Navier-Stokesschen Gleichungen basierende Strömungsmodelle,
- niederdimensionale Strömungsmodelle und

- empirische Modelle.

Diese werden im Folgenden beschrieben.

### Physikalische Strömungsmodelle

Um eine möglichst detaillierte Beschreibung der Strömungsphysik zu erhalten, werden auf den Navier-Stokesschen Gleichungen basierende Regler vorgeschlagen. Solche Ansätze verwenden entweder numerische Lösungen (z. B. optimale Regler) oder hochdimensionale Zustandsraummodelle, die sich aus der räumlichen Diskretisierung ergeben. Bedenkt man jedoch, dass selbst die in Becker u. a. [11, 12] gezeigten Simulationen für die vergleichsweise einfache, rückwärts gewandte Stufe bei gleichzeitig niedriger Anströmgeschwindigkeit auf einer Diskretisierung des Ortsbereiches mit mindestens 1.3 Millionen Gitterpunkten beruhen, für die mehr als 5 Millionen Zustandsgrößen simuliert werden (3 Geschwindigkeiten und ein Druckwert für jede Gitterzelle), so wird deutlich, welch enormer numerischer Aufwand mit solchen hochdimensionalen Modellen verbunden ist. In absehbarer Zukunft sind solche Ansätze nicht in Echtzeit implementierbar und bleiben somit Simulationsstudien vorbehalten.

Darüber hinaus zeichnen sich einige dieser Arbeiten durch Aktuations- und Sensorkonzepte aus, die sich nicht in die Praxis übertragen lassen. Als Beispiele seien die Simulationsstudien von Choi u. a. [21], Bewley und Liu [16] und Koumoutsakos [56] genannt, die Kanalströmungen untersucht haben. In der ersten Arbeit wird mit Hilfe eines einfachen P-Reglers eine Reduzierung des Strömungswiderstandes um 25% erreicht. Dabei nehmen die Autoren jedoch an, dass eine Online-Messung des gesamten Strömungsfeldes vorliegt. Aus praktischer Sicht ist dieses jedoch unrealistisch. Ein vergleichbares Ergebnis wird bei den Simulationen von Koumoutsakos [56] erreicht. Mittels eines adaptiven Reglers wird aus einer wandbündigen Druckgradientenmessung mit mikroelektromechanischen Systemen (MEMS) eine über die gesamte Kanalwand örtlich verteilte Anregung durch Ein- und Ausblasen berechnet. Auch Bewley und Liu [16] verwenden in ihrer Simulationsstudie, in der optimale und robuste Regler zur Unterdrückung bzw. Stabilisierung von Störungen entworfen werden, örtlich verteilte Wandschubspannungsmessungen in Verbindung mit dem obigen Anregungskonzept. Der momentane Strömungszustand wird dabei mittels eines modellbasierten Messverfahrens rekonstruiert, das auf den diskretisierten Navier-Stokesschen Gleichungen basiert und somit eine große Dimension besitzt.

Eine optimale dynamische Beeinflussung schlägt Hinze [45] vor, indem neben den Navier-Stokesschen Gleichungen auch noch das ebenso große, dazu gehörende adjungierte System gelöst wird. In dieser Arbeit wird auch ein Überblick zur Reglersynthese basierend auf den beschreibenden Gleichungen gegeben. Alle genannten Arbeiten zeigen jedoch, dass für den

praktischen Einsatz von Reglern andere Konzepte erforderlich sind.

### Niederdimensionale Strömungsmodelle

Niederdimensionale oder grey-box Modelle sind vereinfachte Modelle, die nur die relevante Grobstruktur auflösen. Dabei können physikalische Modelle mit empirischen Ansätzen kombiniert werden. In der Literatur finden sich vergleichsweise wenig Arbeiten zur Reduktion der beschreibenden Navier-Stokesschen Gleichungen mit mathematischen Verfahren (siehe z.B. Stykel [106]). Aussichtsreiche Ansätze stellen je nach den Strömungsbedingungen die Galerkin- und Wirbel-Modelle dar, bei denen die Reduktion anhand der aufzulösenden Strömungsprozesse durchgeführt wird.

Die Wirbel-Modelle nutzen aus, dass die Wirbelstärke von Scherschichten in einzelnen wenigen Wirbeln konzentriert ist. Einen Überblick dazu geben Pastoor u. a. [80]. Regelungen und modellgestützte Messverfahren wurden im Rahmen der Arbeiten von Noack u. a. [75, 76] und Tadmor [109] für Ein- und Wenigwirbelsysteme in Simulationsstudien entworfen. Ein modellbasiertes Messverfahren zur Schätzung der momentanen Positionen und Zirkulationen von abschwimmenden Wirbelstrukturen aus Wanddruckmessungen schlagen Suzuki u. a. [107] vor.

Galerkin-Verfahren werden zur Modellierung räumlich synchronisierter Strömungsgebiete mit wenigen dominanten Frequenzen verwendet. Dabei wird die Kinematik des Strömungsfeldes durch Karhunen-Loève-Moden beschrieben. Für deren zeitliche Entwicklung wird anschließend ein dynamisches Modell basierend auf den Navier-Stokesschen Gleichungen abgeleitet. Von Gerhard u. a. [37], Noack u. a. [74] und Tadmor u. a. [109] wurde am Beispiel einer Kreiszyylinderumströmung ausgehend von einer Hierarchie von empirischen Galerkin-Modellen sowohl eine Regelung als auch ein modellbasiertes Messverfahren entwickelt. Das Messverfahren rekonstruiert den Prozesszustand aus einem Hitzdrahtsignal im Zylindernachlauf. Siegel u. a. [102, 103] haben einen vereinfachten, mit den Galerkin-Modellen vergleichbaren Ansatz bereits in einem ersten Experiment für die Beeinflussung einer Kreiszyylinderumströmung eingesetzt. Desweiteren präsentieren Glauser u. a. [39] erste experimentelle Ergebnisse für die Regelung einer Tragflügelumströmung.

Eine besonders wichtige Erkenntnis der genannten Arbeiten zur niederdimensionalen regelungstechnischen Modellbildung ist, dass die Stellgröße für die Beeinflussung von solchen komplizierten Strömungsprozessen aus nur wenigen Moden berechnet werden kann. Jedoch ist sowohl zur Modellbildung mit Wirbel- als auch mit Galerkin-Ansätzen detailliertes und umfangreiches Wissen über die Strömungsphysik notwendig, so dass diese Methoden heute noch einfacheren Konfigurationen vorbehalten bleiben. Der große Aufwand und die Komplexität des Problems sind sicherlich ein Grund, warum nur vergleichsweise wenige Regelungen

im Experiment validiert worden sind.

## Empirische Modelle

In der Regelungstechnik werden häufig empirische Modelle verwendet, wenn zur theoretischen Modellbildung nicht genügend Wissen über das System vorhanden ist oder nicht genügend Zeit zur Verfügung steht. Meist werden dabei Ein-/Ausgangsmodelle, sog. black-box Modelle, verwendet, die lediglich den dynamischen Zusammenhang zwischen den Ein- und den Ausgangsgrößen des Systems ohne Transparenz der physikalischen Phänomene beschreiben. Diese Ansätze haben sich als sehr erfolgreicher Weg zum Entwurf von Regelungen erwiesen, da die niederdimensionalen black-box Modelle meist für konventionelle Reglerentwurfsverfahren zugänglich sind und solche Regler einfach im Experiment implementiert werden können.

Dem gegenüber steht jedoch, dass der komplexe und nichtlineare Charakter von Strömungsprozessen lediglich begrenzt berücksichtigt werden kann. Die linearen black-box Modelle können das Systemverhalten lediglich um Arbeitspunkte approximieren. In der Regelungstechnik werden zwei Herangehensweisen angewendet, um den eingeschränkten Gültigkeitsbereich solcher linearer Modellansätze explizit zu berücksichtigen. Bei adaptiven modellbasierten Regelungen werden die Reglerstruktur und/oder -parameter basierend auf einer permanenten, online durchgeführten Modellidentifikation an das Streckenverhalten angepasst. Wenn im Gegensatz dazu ein fester Regler verwendet wird, dann wird dieser basierend auf offline identifizierten Modellen robust ausgelegt, so dass bestimmte Anforderungen wie Stabilität und Regelgüte auch im schlechtesten Fall noch gewährleistet sind. Solche Regler, die Modellfehler explizit beim Entwurf berücksichtigen, werden als robuste Regler bezeichnet.

Rathnasingham [88], Rathnasingham und Breuer [89, 90] sowie Amonlirdviman und Breuer [5] verwenden eine häufig zur aktiven Schwingungs- und Schalldämpfung eingesetzte adaptive Steuerung zur Erzeugung gegenphasiger Störwellen, um kohärente Strukturen in einer turbulenten Grenzschicht zu dämpfen. Der gleiche Ansatz wird auch von Baumann [10] und Evert u. a. [28] zur Verzögerung des laminar-turbulenten Umschlages einer Grenzschicht angewendet, indem die Instabilitätswellen, die sog. Tollmien-Schlichting Wellen, gedämpft werden. Während Baumann [10] das Übertragungsverhalten einer Flügelgrenzschicht mit linearen black-box Ansätzen modelliert, verwenden Evert u. a. [28] nichtlineare black-box Modelle, sog. Volterra-Filter.

Allan u. a. [4], Becker u. a. [11, 12] und Garwon u. a. [35] schlagen niederdimensionale black-box Modelle für den Reglerentwurf zur Beeinflussung von abgelösten Strömungen vor. Die erstgenannten Autoren legen Regler für ein generisches Tragflügelmodell mit Ein-

stellregeln aus, ohne jedoch die Robustheit zu berücksichtigen. In den Arbeiten von Becker u. a. [11, 12] werden als Benchmark verschiedene robuste Regelungen für die abgelöste Strömung hinter der rückwärts gewandten Stufe miteinander verglichen. Diese Untersuchungen dienen als Grundlage für die vorliegende Arbeit. Garwon u. a. [35] verwenden adaptive Methoden zur Beeinflussung der Stufenströmung und einer abgelösten, mittels eines Helmholtz-Resonators angeregten Diffusorströmung.

Ein Überblick über verschiedene erfolgreiche Implementierungen von Regelungen zur Beeinflussung von abgelösten Scherströmungen in Experimenten wird in King u. a. [51] gegeben. Darin wird unter anderem die robuste, auf linearen black-box Modellen basierende Regelung für die rückwärts gewandte Stufe für ein dreidimensionales Strömungsfeld erweitert. Dieses ist für den Einsatz an Tragflügeln von Interesse. Zudem werden robuste Regler zur Ablösekontrolle bei einer mehr praxisnahen, generischen Hochauftriebskonfiguration verwendet. Diese Ergebnisse werden später auch in der vorliegenden Arbeit vorgestellt.

Zudem existieren einige Untersuchungen zur Regelung der Strömungsprozesse über Kavitäten. Als Beispiel sei hier die Arbeit von Rowley und Williams [94] genannt, denen es gelungen ist, die selbsterregten Schwingungen der Scherschicht über einer rechteckigen Kavität mit einem robust ausgelegten P-Regler zu dämpfen. Zur Anregung der ablösenden Grenzschicht wurde ein Lautsprechersystem eingesetzt.

## 1.4 Lösungsansatz

### 1.4.1 Auswahl der Konfiguration

Auf den exemplarischen Charakter der Stufenströmung für Ablöseprozesse wurde bereits eingegangen. Um auf der Arbeit von Huppertz [47] aufbauen zu können und insbesondere die Funktion der Anregungsmechanismen sicherzustellen, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit ebenfalls eine laminare Anströmung verwendet, so dass eine transitionelle Stufenströmung entsteht. Im Gegensatz zum turbulenten Fall können dynamische Strömungsphänomene dabei leichter isoliert werden.

Ein weiterer Grund für die Wahl dieses Strömungsfalls ist, dass für diesen moderaten Geschwindigkeitsbereich numerische Simulationen zur Verfügung stehen. Im Hinblick auf die Modellbildung zur Reglersynthese und zum Entwurf von modellgestützten Messverfahren ist das Verständnis des räumlich zeitlichen Verhaltens der Strömungsprozesse notwendig. Im Gegensatz zum Experiment sind in den Simulationsdaten alle Größen zeitlich und räumlich hoch aufgelöst zugänglich, so dass die experimentellen Daten später auf dieser Grundlage interpretiert werden können.

Bei der vorliegenden Arbeit handelt es sich um eine Machbarkeitsstudie zum Reglerentwurf für die definierte Einstellung der Größe des Ablösegebiets. Regelgröße  $y(t)$  ist die Wiederanlegelänge  $x_R(t)$ . Für den Aufbau der ersten Regelkreise wird die einfachere Anregungsform mit monofrequentem Lautsprecher-signal  $m(t)$  entsprechend Gl. (1.5) mit konstanter optimaler Anregungsfrequenz  $f_a$  entsprechend Gl. (1.6) verwendet. Stellgröße  $u(t)$  im regelungstechnischen Sinn ist die Amplitude  $m_0(t)$  des harmonischen Anregungssignals  $m(t)$ . Während  $m(t)$  im Experiment die zur Ansteuerung des Lautsprechers verwendete Spannung ist, wird das Ein- und Ausblasen über den Anregungsschlitz in der numerischen Simulation durch ein periodisches Geschwindigkeitssignal modelliert.

### 1.4.2 Ansatz zur Regelung

Der im Abschnitt 1.3.2 zusammengestellte Stand der Forschung zur Regelung solcher Strömungskonfigurationen zeigt, dass auf der numerischen Lösung oder Diskretisierung der Navier-Stokesschen Gleichungen aufbauende Regler nicht echtzeitfähig und somit nicht im Experiment einsetzbar sind. Niederdimensionale Strömungsmodelle zum Reglerentwurf befinden sich zur Zeit noch im Entwicklungsstadium.

Im Gegensatz dazu kann eine schnelle Synthese echtzeitfähiger Regler basierend auf empirischen Modellen durchgeführt werden. Obwohl dieses in der Regelungstechnik eine übliche Vorgehensweise darstellt, ist dieser Ansatz neben den der vorliegenden Arbeit zugrunde liegenden Voruntersuchungen von Becker u. a. [11, 12] nur selten zur Regelung für abgelöste Strömungen vorgeschlagen worden. Das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit liegt in der vergleichenden experimentellen Umsetzung von black-box-modellbasierten Regelungen. Der Schwerpunkt liegt im Entwurf von linearen Reglern mittels robuster Methoden.

## 1.5 Ziele und Aufbau der Arbeit

Übergeordnetes Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erweiterung des Konzeptes zur aktiven Beeinflussung der abgelösten Strömung hinter einer rückwärts gewandten Stufe um Regelungskonzepte und deren experimentelle Validierung. Dabei sollen insbesondere die Möglichkeiten von black-box Modellen als niederdimensionalste Form der regelungstechnischen Modellbildung für solche Konfigurationen aufgezeigt werden.

Neben der Anwendung von black-box Modellen zur Reglersynthese versucht die vorliegende Arbeit auch Ansätze zum Entwurf modellgestützter Messverfahren basierend auf empirischen Modellen am Beispiel der rückwärts gewandten Stufenströmung beizutragen. Ziel ist es dabei, nicht zugängliche Regelgrößen, wie z. B. die Wiederanlegelänge, und wei-

tere, die Stufenströmung charakterisierende Größen, wie z. B. die Frequenz der Wirbelentstehung, indirekt aus zugänglichen wandbündigen Messungen in Echtzeit zu schätzen. Bei der Stufenströmung werden Mikrofonmessungen modellgestützt ausgewertet. Um entsprechende empirische Modelle für mikroskopische Strömungsphänomene zu entwickeln, werden numerische, räumlich und zeitlich hoch aufgelöste Simulationsdaten verwendet.

Da diese Arbeit im interdisziplinären Umfeld zwischen Regelungstechnik und Strömungsmechanik angesiedelt ist, befindet sich im Anschluss an diese Einleitung im Kapitel 2 zunächst ein sehr kurzer Überblick über einige Grundlagen der Regelungstechnik. Kapitel 3 beschreibt den experimentellen Aufbau einschließlich der Messtechnik und Aktuatorik. Dort wird auch auf die für die zeitlich und räumlich hoch aufgelösten Untersuchungen zur Verfügung gestellten numerischen Simulationen des Strömungsfeldes eingegangen.

Die Charakteristika der Mess- und Regelgrößen sowie deren Zusammenhang mit dem Strömungsfeld hinter der Stufe werden im Kapitel 4 zunächst anhand von simulierten Strömungsfeldern untersucht. Anschließend werden die experimentellen Daten auf dieser Grundlage interpretiert. Diese Analyse dient als Grundlage für die im Kapitel 5 vorgeschlagenen modellbasierten Messverfahren. Dabei sollen zeitlich hoch aufgelöste, messtechnisch nicht direkt zugängliche Informationen über die das Wiederanlegen bestimmende Scherschicht aus wandbündigen Mikrofonmessungen in Echtzeit gewonnen werden. Im Kapitel 6 wird die Regelung der Wiederanlegelänge hinter der Stufe vertieft.

Um zu zeigen, dass sich die an der Stufenströmung entwickelten Regelungskonzepte auch auf mehr praxisrelevante, komplexere Strömungskonfigurationen mit anderen Regelgrößen anwenden lassen, wird im Kapitel 7 beschrieben, wie das Konzept der robusten Regelung auf ein generisches Hochauftriebstragflügelmodell übertragen wird. Dort wird neben dem Grad der Ablösung auch die Auftriebskraft geregelt. Den Abschluss bilden eine Zusammenfassung der Arbeit und ein Ausblick.

# Kapitel 2

## Regelungstechnische Methoden

Der Vollständigkeit halber sollen hier - wie eingangs bereits erwähnt - einige Grundbegriffe und Verfahren zusammengestellt werden, auf die im Verlauf der Arbeit immer wieder zurückgegriffen wird. Voraussetzung für den Entwurf eines modellbasierten Reglers ist ein mathematisches Prozessmodell, welches das dynamische Verhalten der Regelstrecke beschreibt. Nach einer Einführung im Abschnitt 2.1 wird im Abschnitt 2.2 auf die Formulierung regelungstechnischer Ziele und den darauf aufbauenden Entwurf von linearen Reglern mittels robuster Methoden eingegangen. Der Schwerpunkt liegt in der Reglersynthese mit einem  $\mathcal{H}_\infty$ -Verfahren. Dabei wird ein Optimalregler aus dem Streckenmodell und den Entwurfsanforderungen synthetisiert, ohne dass vorab Einschränkungen bezüglich der linearen Reglerstruktur beachtet werden müssen. Somit verwundert es nicht, dass sich die  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese im Rahmen der vergleichenden experimentellen Untersuchungen von Becker u. a. [11, 12] als besonders geeignet herausgestellt hat.

Die bei der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung erreichbare Geschwindigkeit wird durch den Gültigkeitsbereich des verwendeten linearen Entwurfsmodells begrenzt, welches das tatsächliche, nichtlineare Streckenverhalten nur bedingt wiedergibt. Eine bessere Approximation der tatsächlichen Dynamik der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  hinter der Stufe gelingt durch ein erweitertes nichtlineares Entwurfsmodell. Die im Abschnitt 2.3 beschriebene flachheitsbasierte Steuerung und Regelung trägt dieser nichtlinearen Streckenbeschreibung Rechnung und ermöglicht so im Vergleich zur  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung größere Geschwindigkeiten.

Die zu regelnde Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  ist im Experiment nicht direkt online messbar. Die später vorgeschlagenen modellgestützten Messverfahren zur Schätzung von  $\mathbf{x}_R(t)$  aus zugänglichen Messgrößen mittels eines parallel zum Prozess simulierten Modells verwenden das im Abschnitt 2.4 beschriebene Kalman-Filter.

## 2.1 Regelungstechnische Modelle

Nach dem sehr kurzen Überblick zur mathematischen Formulierung regelungstechnischer Modelle im Abschnitt 2.1.1 wird im Abschnitt 2.1.2 auf die zur Identifikation von linearen Streckenmodellen aus experimentellen Daten verwendete Methode eingegangen.

### 2.1.1 Mathematische Formulierung

Basis für die später vorgestellten regelungstechnischen Verfahren ist die mathematische Beschreibung des Streckenverhaltens mit Übertragungsfunktionen bzw. Zustandsraummodellen. Das im Anschluss daran vorgestellte Hammerstein-Modell stellt eine Erweiterung des Konzeptes der Übertragungsfunktion zur Modellierung einer bestimmten Klasse nichtlinearer Prozesscharakteristika dar.

#### Zustandsraumdarstellung

Bei der allgemeinen, zeitlich kontinuierlichen Zustandsraumdarstellung werden die Entwicklung des Zustandsgrößenvektors  $\underline{x}(t)$  in Abhängigkeit von der vektoriellen Eingangs- oder Stellgröße  $\underline{u}(t)$ , den zeitinvarianten Modellparametern  $\underline{\theta}$  und der Zeit  $t$  durch die vektorielle Zustandsdifferentialgleichung und die zugänglichen Ausgangs- oder Messgrößen  $\underline{y}(t)$  durch die Messgleichung beschrieben:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\theta}, t), \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (2.1)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{h}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\theta}, t) . \quad (2.2)$$

Lässt sich das Verhalten des Prozesses durch lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten modellieren, dann vereinfachen sich die Gln. (2.1) und (2.2) zu einem linearen, zeitkontinuierlichen Zustandsraummodell:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \mathbf{A}\underline{x}(t) + \mathbf{B}\underline{u}(t) , \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (2.3)$$

$$\underline{y}(t) = \mathbf{C}\underline{x}(t) + \mathbf{D}\underline{u}(t) . \quad (2.4)$$

In der Praxis werden Messwerte oft zeitdiskret durch Abtastung des Verlaufs einer kontinuierlichen Größe mit der konstanten Abtastzeit  $\Delta t$  erfasst. Stellgrößen werden zwischen den Abtastzeitpunkten meist auf einem konstanten Wert gehalten (Halteglied nullter Ordnung). Es kann gezeigt werden, dass es sich bei der Abtastung um eine lineare Operation handelt, so dass sich für lineare, zeitkontinuierliche Systeme im abgetasteten Fall lineare, zeitdiskrete Modelle angeben lassen. Hierfür wird auf die regelungstechnische Literatur verwiesen (siehe z.B. Ljung [66] und Unbehauen [118]).

## Konzept der Übertragungsfunktion für lineare Systeme

Das später für den Reglerentwurf verwendete Streckenmodell basiert auf dem Konzept der Übertragungsfunktion für lineare, dynamische Systeme. Dabei wird lediglich das Ein-/Ausgangsübertragungsverhalten zwischen  $\underline{u}(t)$  und  $\underline{y}(t)$  beschrieben, ohne die durch die Zustände modellierte innere Struktur explizit zu berücksichtigen. Für die weiteren Betrachtungen genügt es in dieser Arbeit, lineare Eingrößensysteme mit einem Eingang  $u(t)$  und einem Ausgang  $y(t)$  zu betrachten. Das Übertragungsverhalten des linearen Zustandsraummodells (2.3, 2.4) mit  $\mathbf{B} = \underline{B}$ ,  $\mathbf{C} = \underline{C}^T$  und  $\mathbf{D} = D$  lässt sich für verschwindende Anfangsbedingungen  $\underline{x}(t_0 = 0) = \underline{0}$  nach der Laplace-Transformation in den Bildbereich mit der komplexen Variable  $s$  kompakt als invariante, rationale Übertragungsfunktion

$$G(s) = \left. \frac{Y(s)}{U(s)} \right|_{\underline{x}(t_0=0)=\underline{0}} = \underline{C}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \underline{B} + D \quad (2.5)$$

angeben. Der Frequenzgang des Übertragungssystems ergibt sich aus  $G(s = j\omega)$ .

Wie auch beim Zustandsraummodell kann für ein abgetastetes, lineares Übertragungssystem eine invariante, zeitdiskrete Übertragungsfunktion angegeben werden (siehe z.B. Ljung [66] und Unbehauen [118]).

## Hammerstein-Modell für zeitkontinuierliche Systeme

Zur Beschreibung von Prozessen mit nichtlinearem statischen Verhalten, deren Dynamik getrennt davon ist und eine lineare Charakteristik besitzt, kann das in Bild 2.1 (a) veranschaulichte Hammerstein-Modell verwendet werden (siehe z. B. Pearson [81] oder Wellers [122]). Dabei liegt eine eingangsseitige Nichtlinearität, beschrieben durch eine statische Kennlinie  $v = f(u)$ , z. B. eines Stellgliedes, vor einem linearen dynamischen System, das im Allgemeinen durch eine Übertragungsfunktion  $G(s) = Y(s)/V(s)$  beschrieben wird.

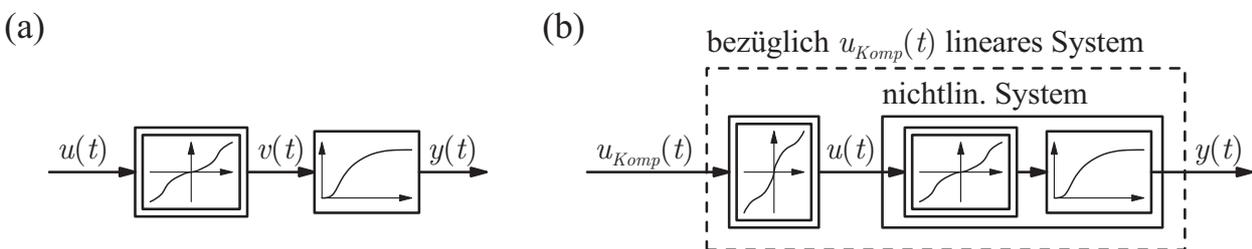


Bild 2.1: (a) Blockschaltbild eines Hammerstein-Modells.  
(b) Kompensation der Eingangsnichtlinearität.

Mittels einer Kompensation der von der linearen Dynamik unabhängigen, nichtlinea-

ren Charakteristik kann für solche Übertragungsglieder ein insgesamt lineares Verhalten erzielt werden. Dazu wird, wie in Bild 2.1 (b) dargestellt, die Inverse  $f^{-1}$  der nichtlinearen statischen Kennlinie vor die Strecke geschaltet und eine künstliche Stellgröße  $u_{Komp}(t)$  eingeführt, für die  $u_{Komp}(t) = v(t)$  gilt. Bezüglich der rechnerischen Stellgröße  $u_{Komp}(t)$  liegt jetzt ein lineares Übertragungsverhalten  $G(s) = Y(s)/U_{Komp}(s) = Y(s)/V(s)$  vor. Die inverse statische Kennlinie  $f^{-1}$  kann als Funktion oder als tabellarisches Kennfeld implementiert werden. Für alle weiteren Schritte, wie z. B. eine Reglersynthese, muss dann bei exakter Kompensation nur noch das Modell  $G(s)$  für die lineare Dynamik des ursprünglichen Hammerstein-Modells betrachtet werden.

### 2.1.2 Identifikation von black-box Modellen

Für den späteren Reglerentwurf sollen black-box Modelle auf experimentellem Weg gewonnen werden. Dabei wird das zu beschreibende System als ein „Kasten“, eine sog. „box“, betrachtet, dessen interne Prozesse nicht von Interesse sind. Damit ist gemeint, dass aus der Vielzahl der das System beschreibenden Größen nur die Ein- und Ausgangsgrößen herausgegriffen werden, deren Ein-/Ausgangsübertragungsverhalten modelliert werden soll.

Ein solches black-box Prozessmodell wird mit einem Identifikationsverfahren aus gemessenen Verläufen der Ein- und Ausgangsgrößen und a priori getroffenen Modellannahmen ermittelt. Sowohl die mathematische Modellstruktur als auch die -parameter dienen dabei zur Approximation des beobachteten Verhaltens und haben keine physikalische Bedeutung.

#### Parameteridentifikation

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Prozessverhalten um den Arbeitspunkt durch lineare black-box Modelle beschrieben, so dass hier die Identifikation von Übertragungsfunktionen betrachtet wird. Da die Messdaten im Allgemeinen abgetastet vorliegen, kommen ausgereifte Verfahren zur Identifikation der Parameter von zeitdiskreten Modellen zum Einsatz, die als Software zur Verfügung stehen (z. B. *System Identification Toolbox* von *MATLAB* [111]). Zur Gewinnung zeitkontinuierlicher Modelle werden also zuerst zeitdiskrete Modelle aus Messdaten identifiziert und diese anschließend mit den entsprechenden Rechenregeln in zeitkontinuierliche umgewandelt.

Bei der Parameteridentifikation wird eine geeignet parametrisierte Modellstruktur - in diesem Fall eine rationale Übertragungsfunktion mit unbekanntem Koeffizienten des Zähler- und Nennerpolynoms als Parameter - für das Streckenverhalten vorgegeben. Anschließend werden die gesuchten, im Sinn einer minimalen Prädiktionsfehlervarianz optimalen Parameter mit dem bekannten, leistungsfähigen Prädiktionsfehlerverfahren (Ljung [66], Söderström

und Stoica [105]) identifiziert.

### Ablauf der Struktur- und Parameteridentifikation

Da für die Stufenströmung kein analytisches Modell vorliegt, kann per se keine Aussage zur Modellstruktur getroffen werden. Somit besteht die Identifikationsaufgabe aus dem Aufstellen einer geeigneten mathematischen Modellstruktur und der Anpassung der Parameter. Aus diesem Grund wird die Struktur iterativ so lange angepasst und jeweils die dafür optimalen Parameter identifiziert, bis das Modell die Reaktion des Systems auf das vorgegebene Eingangssignal wiedergibt.

Solch eine empirische Vorgehensweise bei der Iteration liefert bei niederdimensionalen Systemen häufig gute Ergebnisse. Das Finden der Modellstruktur muss dann nicht aufwändig als Optimierungsaufgabe formuliert und gelöst werden.

Bei der iterativen Variation der Modellstruktur muss deren Ordnung und damit die Anzahl der Parameter auf der einen Seite so groß gewählt werden, dass das Verhalten des Systems ausreichend genau beschrieben wird. Bei zu hoch parametrisierten Modellen ist es auf der anderen Seite wahrscheinlich, dass die überzähligen Parameter zufällige, durch Störungen verursachte Verläufe approximieren oder Kürzungen von näherungsweise gleichen Nullstellen und Polen in der identifizierten Übertragungsfunktion auftreten. Dabei entstehen numerische Probleme infolge schlecht konditionierter Optimierungsprobleme, weil die experimentellen Daten keine Informationen über die überzähligen Parameter beinhalten.

Üblicherweise folgt auf den Identifikationsschritt ein Kreuzvalidierungsschritt, um die getroffenen a priori Annahmen (z. B. über die Modellstruktur) zu überprüfen. Dabei wird anhand von experimentellen Daten, die nicht für die Identifikation verwendet worden sind, überprüft, ob die mit dem Modell simulierte Antwort auf den vorgegebenen Eingang das beobachtete Prozessverhalten beschreibt. Die Kreuzvalidierung soll zeigen, ob ein Modell einige Experimente lediglich durch Zufall beschreibt oder der tatsächliche Prozess modelliert wird. Liefert das Modell schlechte Ergebnisse, so muss ein Rücksprung in die Iteration der Struktur- und Parameteridentifikation oder aber in die Experimentplanung erfolgen.

## 2.2 Entwurf eines robusten Regelkreises

Ziel von Steuerungen und Regelungen ist es, ein gewünschtes Verhalten der Ausgangsgröße  $y(t)$  der Strecke durch eine geeignete Wahl der Eingangs- oder Stellgröße  $u(t)$  zu erreichen. Bei der im Bild 2.2 (a) dargestellten Steuerung hängt die Differenz zwischen der Steuergröße  $y(t)$  und der Führungsgröße  $r(t)$  von der Genauigkeit des für den Entwurf verwendeten Stre-

ckenmodells ab. Damit eine Steuerung auf Störungen wie sich ändernde Umweltbedingungen reagieren kann, müssen diese sowohl messtechnisch erfasst als auch modelliert werden können. Bereits bei nicht genau definierten, rauen Prozessbedingungen außerhalb des Labors versagen solche Steuerungen daher oft. Die Mehrzahl der bisher für die Strömungsbeeinflussung vorgeschlagenen Konzepte kann als eine solche Steuerung aufgefasst werden.

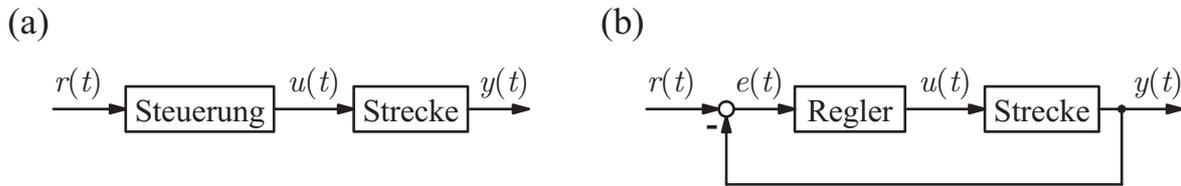


Bild 2.2: (a) Prinzip der einfachsten Form einer Steuerung (Steuerkette)  
 (b) Standardregelkreis (ohne Störungen)

Im Gegensatz dazu berechnet die in Bild 2.2 (b) gezeigte Regelung die Stellgröße  $u(t)$  aus dem Regelfehler  $e(t)$ , der als Differenz zwischen Führungsgröße  $r(t)$  und gemessener Regelgröße  $y(t)$  gebildet wird. Durch die Rückführung und den Vergleich zwischen  $r(t)$  und  $y(t)$  ist eine Regelung in der Lage, Auswirkungen von unbekanntem Anfangszustand und Störungen sowie Modellunsicherheiten infolge von Vereinfachungen oder nicht modellierten Teilsystemen auszuregulieren. Zudem können instabile Systeme nur mit Regelungen stabilisiert werden.

Dem genannten Vorteil einer Regelung im Vergleich zur Steuerung steht der Nachteil gegenüber, dass oft sowohl die Modellbildung als auch der darauf aufbauende Reglerentwurf deutlich aufwändiger sind. Zudem können Regelkreise bei schlechter Auslegung instabil werden, auch wenn sich die Strecke selbst stabil verhält. Daher ist eine der grundlegenden Forderungen an einen Regelkreis dessen Stabilität.

Die im Folgenden sehr kurz skizzierten regelungstechnischen Grundlagen (siehe auch Föllinger [31], Horn und Dourdoumas [46] und Raisch und Gilles [86]) beschränken sich auf den im Rahmen dieser Arbeit relevanten Eingrößenfall. Im Abschnitt 2.2.1 werden die Eigenschaften des klassischen Standardregelkreises für den nominellen Fall diskutiert. Dabei wird angenommen, dass das lineare, zeitinvariante Streckenmodell die Wirklichkeit exakt wiedergibt. Insbesondere die Formulierung quantitativer Anforderungen stellt die Basis für den späteren Reglerentwurf dar. Aufbauend darauf wird im Abschnitt 2.2.2 erläutert, wie diese Eigenschaften auf Regelkreise mit fehlerbehafteten Streckenmodellen, wie sie üblicherweise in der Realität vorliegen, erweitert werden können. Man spricht dabei von der Robustheit der gewünschten Regelkreiseigenschaften gegenüber Modellfehlern. Bei der Untersuchung des nominellen und des realen Regelkreises wird zwischen qualitativen Eigenschaften (Stabilität) und quantitativen Eigenschaften (Führungs- und Störverhalten, Unterdrückung von

Messrauschen) unterschieden. Im Abschnitt 2.2.3 werden sehr kurz die wichtigsten Grenzen der erreichbaren quantitativen Regelkreiseigenschaften aufgezeigt.

Um einen Kompromiss zwischen der Robustheit und damit einer konservativen Reglerauslegung auf der einen und der Regelgüte und Geschwindigkeit, der sog. Performance, auf der anderen Seite zu erreichen, hat sich das im Abschnitt 2.2.4 beschriebene  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglerentwurfverfahren als leistungsfähig herausgestellt.

Beim Erreichen einer Stellgrößenbeschränkung weicht das Streckenverhalten vom modellierten Verhalten ab. Im Abschnitt 2.2.5 wird beschrieben, wie der unerwünschte sog. Windup-Effekt, der in solch einem Fall bei Reglern mit integrierendem Anteil auftritt, gezielt unterdrückt werden kann.

## 2.2.1 Nominelle Eigenschaften und Ziele

### Standardregelkreis

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass das betrachtete System durch eine Übertragungsfunktion beschrieben ist. Die Betrachtungen beziehen sich auf den bekannten Standardregelkreis entsprechend Bild 2.3 mit dem Regler  $C(s)$  und der nominellen Strecke  $G_n(s)$ . Auf Regelkreisstrukturen mit Führungsgrößenfilter sowie die Einbeziehung von Modellen für Störungen sowie Störgrößenaufschaltung soll verzichtet werden. Eingangsgrößen in den Regelkreis sind die Führungsgröße  $R(s) = \mathcal{L}\{r(t)\}$ , die Störgrößen  $D(s) = \mathcal{L}\{d(t)\}$ ,  $E'(s) = \mathcal{L}\{e'(t)\}$  und  $U'(s) = \mathcal{L}\{u'(t)\}$  und das Messrauschen  $M(s) = \mathcal{L}\{m(t)\}$ . Ausgangsgröße ist die Regelgröße  $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ .

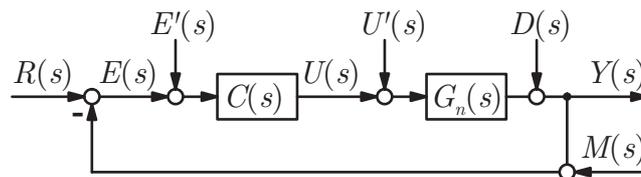


Bild 2.3: Standardregelkreis mit Störungen (zur Betrachtung der internen Stabilität)

Grundlage für die quantitative Charakterisierung eines Regelkreises ist dessen Übertragungsverhalten. Für den offenen Regelkreis wird die Abkürzung

$$L(s) = C(s)G_n(s) \quad (2.6)$$

verwendet. Die Übertragungsfunktionen des geschlossenen Standardregelkreises entspre-

chend Bild 2.3 werden mit den folgenden Variablen abgekürzt:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = -\frac{Y(s)}{M(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)} \quad (2.7)$$

$$S(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = -\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1+L(s)}. \quad (2.8)$$

$T(s)$  ist die Führungsübertragungsfunktion von  $R(s)$  auf  $Y(s)$ .  $S(s)$  gibt die Empfindlichkeit des Regelfehlers  $E(s) = S(s)(R(s) - D(s))$  bezüglich der Führungsgröße  $R(s)$  und der Störung  $D(s)$  an (für  $E'(s) = U'(s) = M(s) = 0$ ) und wird deswegen als Sensitivität bezeichnet. Wegen

$$S(s) + T(s) = 1 \quad (2.9)$$

wird  $T(s)$  auch komplementäre Sensitivität genannt.

### Stabilität des nominellen Regelkreises

Der Begriff der Stabilität wird hier im Sinn der asymptotischen Stabilität nach Ljapunov (siehe z. B. Föllinger [31], Horn und Dourdoumas [46] oder Unbehauen [117]) gebraucht. Der nominelle Regelkreis ist intern stabil, wenn sämtliche Übertragungsfunktionen zwischen von außen auf den Kreis wirkenden Größen und regelkreisinternen Größen stabil sind. Entsprechende äußere Störungen sind im Bild 2.3 beispielhaft mit den Größen  $D(s)$ ,  $E'(s)$ ,  $U'(s)$  und  $M(s)$  veranschaulicht. Bei der Berechnung aller möglichen Kombinationen zwischen Ein- und Ausgangssignalen stellt man fest, dass die Übertragungsfunktionen des  $2 \times 2$ -Systems

$$\begin{pmatrix} Y(s) \\ U(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L(s)}{1+L(s)} & \frac{G_n(s)}{1+L(s)} \\ \frac{C(s)}{1+L(s)} & \frac{-L(s)}{1+L(s)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} R(s) \\ U'(s) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

asymptotisch stabil sein müssen.

### Quantitative Eigenschaften

Obwohl die Stabilität eine grundlegende Forderung ist, ist die Erreichung einer gewünschten Regelgüte das eigentliche Ziel bei der Regelung. Unter der Regelgüte versteht man allgemein die Fähigkeit einer Regelung, einer Führungsgröße zu folgen und Störungen und Messrauschen zu unterdrücken. Neben der Regelgüte können auch weitere Ziele, wie die Begrenzung der eingesetzten Stellgröße, als Entwurfsanforderungen formuliert werden.

Anforderungen an das Übertragungsverhalten des geschlossenen Regelkreises lassen sich bequem anhand der Frequenzgänge  $S(j\omega)$ ,  $T(j\omega)$  und  $C(j\omega)S(j\omega)$  formulieren. Wird in einem vorgegebenen Frequenzbereich  $\Omega_{rd}$  sowohl gutes Führungsverhalten als auch weitgehende Unterdrückung von Ausgangsstörungen gewünscht, so muss

$$|S(j\omega)| \ll 1 \quad \forall \omega \in \Omega_{rd} \quad (2.11)$$

erfüllt sein. Anforderungen an die Sensitivität  $S(j\omega)$  werden in der Literatur häufig als Anforderungen an die Performance bezeichnet.

Die Forderung nach weitgehender Unterdrückung von Messrauschen  $M(s)$  im Frequenzbereich  $\Omega_m$  lautet

$$|T(j\omega)| \ll 1 \quad \forall \omega \in \Omega_m . \quad (2.12)$$

Wegen der algebraischen Beziehung (2.9) kann man für eine feste Kreisfrequenz  $\omega$  offenbar entweder die Performanceanforderung (2.11) oder die Anforderung (2.12) erfüllen, also entweder gutes Führungs- und Störverhalten oder Unterdrückung von Messrauschen erzielen. In der Praxis geht man üblicherweise davon aus, dass gutes Führungs- und Störverhalten hauptsächlich im niederfrequenten Bereich wichtig ist und Messrauschen vorwiegend im hochfrequenten Bereich auftritt. Meist wird daher die Forderung (2.11) für den Bereich kleiner und (2.12) für den Bereich großer Frequenzen gestellt.

Aufgrund der Beschränkung der Stellgröße in Abhängigkeit vom verwendeten Stellglied muss die Stellgröße  $u(t)$  begrenzt werden. Dieses entspricht einer Beschränkung der Übertragungsfunktion  $C(s)S(s) = U(s)/R(s)$ .

Anhand der Gln. (2.7) und (2.8) können die Anforderungen (2.11) (nominelle Performance) und (2.12) auch auf den Frequenzgang  $L(j\omega) = C(j\omega)G_n(j\omega)$  des offenen Regelkreises übertragen werden:

$$|L(j\omega)| \gg 1 \quad \forall \omega \in \Omega_{rd} \quad (2.13)$$

$$|L(j\omega)| \ll 1 \quad \forall \omega \in \Omega_m . \quad (2.14)$$

Mit den Forderungen (2.11) und (2.12) bzw. (2.13) und (2.14) ist es möglich, regelungstechnische Ziele entweder für den geschlossenen oder für den offenen Kreis zu formulieren.

### Übersetzung nomineller Ziele in formale Anforderungen

Für den späteren Reglerentwurf werden die Ziele in quantitative Anforderungen übersetzt, indem obere Schranken für die Frequenzgänge des geschlossenen Kreises vorgegeben werden. Für die mathematische Formulierung der Designanforderungen wird die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm verwendet: Die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm einer stabilen Übertragungsfunktion  $G(s)$  für ein Eingrößensystem ist als das Supremum des Betrages von  $G(s)$  über den gesamten Frequenzbereich definiert:

$$\|G(s)\|_\infty := \sup_{\omega} |G(j\omega)| . \quad (2.15)$$

Anschaulich kann die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm als die über alle Kreisfrequenzen  $\omega$  betrachtete maximale Verstärkung von  $G(j\omega)$  interpretiert werden.

Quantitative Anforderungen an den geschlossenen Kreis können formuliert werden, indem die entsprechenden Frequenzgänge frequenzabhängig gewichtet werden. Dabei berücksichtigt die Spezifikation

$$|W_S(j\omega)S(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad \iff \quad \|W_S(s)S(s)\|_\infty < 1 \quad (2.16)$$

das Führungs- und Störverhalten (Performance),

$$|W_T(j\omega)T(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad \iff \quad \|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (2.17)$$

das Übertragungsverhalten des Messrauschens und

$$|W_{CS}(j\omega)C(j\omega)S(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad \iff \quad \|W_{CS}(s)C(s)S(s)\|_\infty < 1 \quad (2.18)$$

die Stellgrößenbeschränkung. Die Äquivalenz folgt aus der Definition der  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm.  $W_S(j\omega)$ ,  $W_T(j\omega)$  und  $W_{CS}(j\omega)$  sind vorzugegebende Frequenzgänge, deren Amplitudengänge die Anforderungen an die einzelnen Regelkreisvariablen quantifizieren. Die inversen Gewichte  $1/W_S(j\omega)$ ,  $1/W_T(j\omega)$  und  $1/W_{CS}(j\omega)$  stellen jeweils frequenzabhängige obere Schranken  $|S(j\omega)| < 1/|W_S(j\omega)|$ ,  $|T(j\omega)| < 1/|W_T(j\omega)|$  und  $|C(j\omega)S(j\omega)| < 1/|W_{CS}(j\omega)|$  dar.

Da bei der mathematischen Formulierung der Anforderungen nur der frequenzabhängige Amplitudengang der zu wählenden Gewichte interessiert, können dafür zunächst beliebige Übertragungsfunktionen verwendet werden. Bei der Verwendung der Gewichte als Designparameter zur Formulierung der  $\mathcal{H}_\infty$ -Entwurfsanforderungen muss deren Wahl später jedoch eingeschränkt werden, um die  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese durchführen zu können.

### Wahl der Gewichte

Im Gegensatz zu den qualitativen Anforderungen (2.11) und (2.12) erlauben die Gewichte eine differenzierte Formulierung der regelungstechnischen Ziele für jede Größe im Regelkreis. Die Sensitivität  $S(s)$  wird typischerweise mit einem  $W_S(s)$  mit Tiefpassverhalten gewichtet. Anschaulich werden dabei Regelfehler im niederfrequenten Bereich  $\omega \in \Omega_{rd}$  der aktiven Regelung mit einem hohen Gewicht „bestraft“. In Skogestad und Postlethwaite [104] wird unter anderem die einfache Übertragungsfunktion

$$W(s) = \frac{s/b + \omega_D}{s + \omega_D a} \quad (2.19)$$

für solche Gewichtungen vorgeschlagen. Bild 2.4 zeigt beispielhaft den Amplitudengang für ein Performancegewicht  $W_S(s)$ . Im niederfrequenten Bereich  $\omega \in \Omega_{rd}$  hat  $|W_S(j\omega)|$  die Verstärkung  $1/a$ , so dass  $a$  eine obere Schranke für die dortige Sensitivität  $|S(j\omega)|$  ist. Um kleine, bleibenden Regelabweichungen für (fiktive) sprungförmige Führungs- und

Störgrößenverläufe zu erhalten, muss  $a \ll 1$  gefordert werden. Im hochfrequenten Bereich  $\omega \notin \Omega_{rd}$ , wo keine aktive Regelung mehr stattfindet, ist  $b$  eine obere Schranke für  $|S(j\omega)|$ . Üblicherweise wird  $1 \leq b \lesssim 2$  gewählt. Dabei bedeutet  $|S(j\omega)| > 1$ , dass die Regelgüte schlechter als im unregulierten Fall ist. Daher sollte  $b$  praktisch so klein wie möglich gewählt werden. Der Übergang von der oberen Schranke  $a$  zu  $b$  erfolgt asymptotisch mit einem Anstieg von 20 dB pro Dekade bzw. -20 dB pro Dekade bei  $|W_S(j\omega)|$ . Die Durchtrittsfrequenz der Asymptote durch die 0 dB-Linie wird beim Gewicht (2.19) durch  $\omega_D$  angegeben. Als Ergänzung geben die Autoren auch eine erweiterte Form von Gl. (2.19) an, bei der der asymptotische Übergang mit einem Anstieg von 40 dB pro Dekade erfolgt.

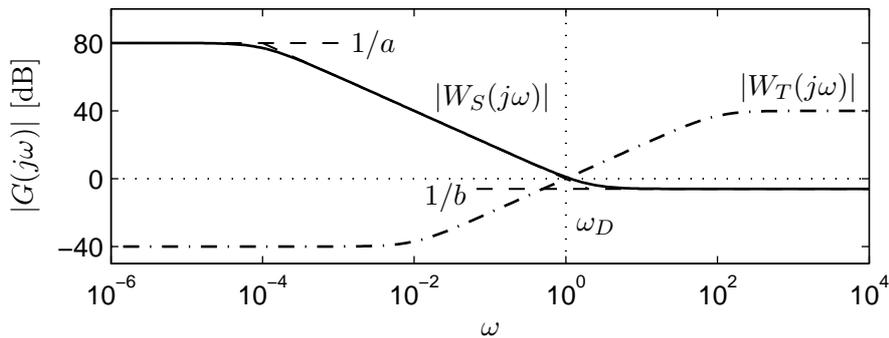


Bild 2.4: Amplitudengänge typischer Gewichtungen  $W_S(s)$  und  $W_T(s)$  für die Sensitivität  $S(s)$  und die Führungsübertragungsfunktion  $T(s)$  entsprechend Gl. (2.19).

Im Gegensatz dazu wird die Führungsübertragungsfunktion  $T(s)$  typischerweise mit einem Hochpassverhalten für  $W_T(s)$  gewichtet, um hochfrequentes Messrauschen im Bereich  $\omega \in \Omega_m$  zu unterdrücken. Wie Bild 2.4 zeigt, kann dafür ebenfalls die Übertragungsfunktion (2.19) verwendet werden, wobei  $a$ ,  $b$  und  $\omega_D$  entsprechend zu wählen sind.

## 2.2.2 Modellfehler und Robustheit gewünschter Regelkreiseigenschaften

Lineare Streckenmodelle sind oft lediglich in der Lage, das dynamische Verhalten von Prozessen näherungsweise zu beschreiben. Eine Regelung ist robust, wenn sich diese unempfindlich gegenüber Abweichungen zwischen dem wirklichen Prozess und dem Modell, mit dem der Reglerentwurf durchgeführt worden ist, verhält. Solche Abweichungen werden als Modellfehler oder einfach Unsicherheit bezeichnet. Dabei definiert die Unsicherheit eine Umgebung um das nominelle Streckenmodell  $G_n(s)$ , die das Übertragungsverhalten des tatsächlichen Systems enthalten muss. In diesem Abschnitt werden Bedingungen angegeben, mit deren Hilfe wichtige Eigenschaften des nominellen Regelkreises gegenüber bestimmten Unsicherheiten abgesichert werden können.

## Modellfehler

Ursachen für Modellfehler können zum einen sich verändernde Parameter und zum anderen nicht oder vereinfacht modellierte Phänomene sein. Bei der mathematischen Beschreibung wird zwischen strukturierten und unstrukturierten Unsicherheiten unterschieden. Man spricht von strukturierter Unsicherheit, wenn die Quellen der einzelnen Modellfehler getrennt berücksichtigt werden. Beispiele dafür sind Parameterunsicherheiten infolge von ungenauen Schätzungen, Alterungserscheinungen und sich ändernder Betriebspunkte oder Umweltbedingungen.

Von unstrukturierter Unsicherheit spricht man, wenn mehrere Fehlerquellen zusammengefasst oder Phänomene vernachlässigt werden, so dass keine Aussage bezüglich des strukturellen Zusammenhangs der Unsicherheit zum Modell möglich ist. D.h., dass die auftretenden Abweichungen keinem Teilmodell zugeordnet werden können. Insbesondere bei hohen Frequenzen ist die Modellstruktur bei vielen technischen Systemen praktisch nicht bekannt, so dass die Unsicherheit ab einer bestimmten Frequenz größer als 100% wird. Häufig sind für eine Reglerentwurfsmethode auch nur reduzierte niederdimensionale Modelle zugänglich oder es stehen lediglich um Betriebspunkte linearisierte Modelle tatsächlich nichtlinearer Prozesse zur Verfügung.

Um die Robustheit von Regelkreiseigenschaften beim Reglerentwurf zu überprüfen oder sogar zu berücksichtigen, wird zusätzlich zum nominellen Streckenmodell  $G_n(s)$  eine realistische Unsicherheitsbeschreibung benötigt. Hoch strukturierte Fehlerbeschreibungen erhält man z.B. durch die Angabe von Intervallen für die einzelnen Modellparameter. Die Forderung nach einer möglichst idealen Unsicherheitsbeschreibung widerspricht in gewissem Sinne jedoch der ursprünglichen Zielstellung für eine Regelung, mit Modellfehlern umgehen zu können. Je strukturierter und genauer eine Fehlerbeschreibung ist, umso genauer sind auch die Kenntnisse über die Strecke und umso besser kann eine gezielte Beeinflussung vorgenommen werden. Andererseits können unstrukturierte Fehlerbeschreibungen, wie sie im Folgenden dargestellt werden, einfach aus identifizierten Prozessmodellen gewonnen und leicht in den Reglerentwurf aufgenommen werden.

Aus diesem Grund und weil die wahre Struktur der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durch identifizierte Modelle beschriebenen Strecke nicht bekannt ist, beschränken sich die folgenden Ausführungen auf einfache, unstrukturierte frequenzabhängige Modellfehler. Nachteile dieser Herangehensweise sind allerdings unter Umständen zu weit gefasste Unsicherheiten und damit ein zu konservatives Ergebnis beim Reglerentwurf.

Es wird angenommen, dass das dynamische Verhalten der Strecke nicht durch ein einziges, lineares, zeitinvariantes Modell, sondern durch eine Menge  $\Pi$  solcher Modelle, eine sog. Modellfamilie, beschrieben wird. Dabei sei  $G_r(s) \in \Pi$  ein Modell der Familie, das das

Übertragungsverhalten des realen Systems für einen zu berücksichtigenden Betriebsfall beschreibt. Voraussetzung für das unten angegebene Kriterium für robuste Stabilität ist, dass jeweils das nominelle Modell  $G_n(s)$  und die Einzelmodelle  $G_r(s) \in \Pi$  die gleiche Anzahl an in- oder grenzstabilen Polen  $n_{G_r} = n_{G_n}$  besitzen.

Mathematisch wird die Unsicherheit als frequenzabhängige begrenzte Abweichung vom nominellen Entwurfsmodell  $G_n(s)$  so formuliert, dass dadurch die gesamte Modellfamilie  $\Pi$  erfasst wird. Eine unstrukturierte Unsicherheit kann im Streckenmodell sowohl additiv in der Form

$$G_r(s) = G_n(s) + \Delta_A(s) \quad (2.20)$$

als auch multiplikativ in der Form

$$G_r(s) = G_n(s)(1 + \Delta_M(s)) \quad (2.21)$$

berücksichtigt werden. Im Allgemeinen sind lediglich die oberen Schranken  $l_A(\omega) \geq |\Delta_A(j\omega)|$  und  $l_M(\omega) \geq |\Delta_M(j\omega)|$  der Abweichungen bekannt, so dass durch die obige Formulierung die folgenden Fehlerklassen beschrieben werden:

$$\pi_A = \{ \Delta_A(s) \mid |\Delta_A(j\omega)| \leq l_A(\omega) \forall \omega; n_{G_r} = n_{G_n} \} \quad (2.22)$$

$$\pi_M = \{ \Delta_M(s) \mid |\Delta_M(j\omega)| \leq l_M(\omega) \forall \omega; n_{G_r} = n_{G_n} \} . \quad (2.23)$$

Die absolute Schranke  $l_A(\omega)$  ist für jede Kreisfrequenz  $\omega$  der minimale Radius um das nominelle Streckenmodell  $G_n(s)$ , der alle möglichen Modelle  $G_r(s)$  der Familie  $\Pi$  beinhaltet:

$$l_A(\omega) = \max_{G_r \in \Pi} |G_r(j\omega) - G_n(j\omega)| . \quad (2.24)$$

Für die multiplikative Form des Unsicherheitsradius gilt

$$l_M(\omega) = \max_{G_r \in \Pi} \left| \frac{G_r(j\omega) - G_n(j\omega)}{G_n(j\omega)} \right| = \frac{l_A(\omega)}{|G_n(j\omega)|} . \quad (2.25)$$

Additive und multiplikative Fehler können mit Gl. (2.25) jederzeit ineinander überführt werden.

## Robustheit gewünschter Regelkreiseigenschaften

Im Folgenden wird die Forderung nach der Robustheit einer Regelung für die Eigenschaften Stabilität und Performance betrachtet. Die Idee dabei ist, zu überprüfen, ob die gewünschten Eigenschaften beim Vorhandensein einer bekannten dynamischen Unsicherheit auch im „schlechtesten Fall“ noch vorhanden sind. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Regler anhand des nominellen Streckenmodells  $G_n(s)$  entworfen wurde und es wird untersucht, welche Auswirkungen die Abweichungen  $\Delta_A(s) \in \pi_A$  bzw.  $\Delta_M(s) \in \pi_M$  auf die Charakteristik

des geschlossenen Regelkreises haben. Der Regler ist nur dann sinnvoll, wenn er mindestens die interne Stabilität des nominellen Regelkreises gewährleistet. Es können Bedingungen angegeben werden, unter denen die Regelung in der Umgebung des nominellen Modells robust ist.

**Stabilität bei multiplikativer Unsicherheit:** Das Kriterium für robuste Stabilität (RS) basiert auf dem Nyquist-Kriterium (siehe z. B. Skogestad und Postlethwaite [104]). Der Regelkreis ist genau dann für alle Regelstrecken  $G_r(s) = G_n(s)(1 + \Delta_M(s))$  mit  $G_r(s) \in \Pi$  und  $\Delta_M(s) \in \pi_M$  stabil, wenn der nominelle Regelkreis (intern) stabil ist und wenn

$$|T(j\omega)| < \frac{1}{l_M(\omega)} \quad \forall \omega \quad (2.26)$$

gilt. Im Frequenzbereich der aktiven Regelung, wo  $|T(j\omega)| \approx 1$  gilt, folgt aus der Bedingung (2.26), dass der relative Modellfehler  $l_M(j\omega)$  kleiner als 1 sein muss.

Für den späteren Reglerentwurf wird die äquivalente Formulierung des Kriteriums (2.26) mit einem Gewicht benötigt:

$$\text{RS} \Leftrightarrow \|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1, \quad |W_T(j\omega)| \geq l_M(\omega) \quad \forall \omega. \quad (2.27)$$

**Performance bei multiplikativer Unsicherheit:** Obwohl bei der vorliegenden Arbeit keine Robustheitsanforderungen an die Performance bestehen, weil die später beschriebenen Experimente den Charakter einer Machbarkeitsstudie besitzen, wird das Kriterium hier der Vollständigkeit halber angegeben. Aus der Forderung für gutes Führungs- und Störverhalten (Performance)

$$|W_S(j\omega)S_r(j\omega)| < 1 \quad \forall S_r(j\omega), \quad \forall \omega \quad (2.28)$$

an die reale Sensitivität  $S_r(s)$ , die sich aus der Modellfamilie  $G_r(s) \in \Pi$  ergibt, kann das Kriterium für robuste Performance (RP)

$$\text{RP} \Leftrightarrow |W_S(j\omega)S(j\omega)| + |W_T(j\omega)T(j\omega)| < 1, \quad |W_T(j\omega)| \geq l_M(\omega) \quad \forall \omega \quad (2.29)$$

abgeleitet werden.

Um also robuste Stabilität und/oder Performance zu gewährleisten, müssen jeweils die entsprechenden nominellen Entwurfsspezifikationen (2.17) bzw. (2.16) von der Unsicherheit abhängige „Sicherheitsbeschränkungen“ einhalten.

### 2.2.3 Grenzen quantitativer Regelkreiseigenschaften

Das Übertragungsverhalten eines Regelkreises wird im Wesentlichen durch die Führungsübertragungsfunktion  $T(s)$  und die Sensitivität  $S(s)$  bestimmt. Die grundlegenden Einschränkungen wurden bereits in den Abschnitten 2.2.1 und 2.2.2 beschrieben:

- Aufgrund der algebraischen Einschränkung (2.9) ist es nicht möglich,  $S(s)$  und  $T(s)$  unabhängig voneinander vorzugeben. Die Frequenzbereiche  $\Omega_{rd}$  mit guter Performance und  $\Omega_m$  mit guter Unterdrückung von Messrauschen müssen voneinander getrennt sein.
- Um die robuste Stabilität des Regelkreises sicherzustellen, muss die Bedingung (2.26) bzw. (2.27) eingehalten werden. Somit ist der Frequenzbereich  $\Omega_{rd}$  auf den Bereich eingeschränkt, in dem der relative Modellfehler  $l_M(\omega)$  kleiner als 1 ist.

Je nachdem, welche Struktur die Strecke besitzt, existieren weitere, analytisch ableitbare Restriktionen. Eine umfassende Zusammenstellung dieser Einschränkungen ist in Skogestad und Postlethwaite [104] zu finden. Im Folgenden sollen die wichtigsten, für diese Arbeit relevanten Grenzen der erreichbaren Regelkreiseigenschaften aufgeführt werden.

### Einschränkungen bei Systemen mit Totzeitgliedern

Insbesondere beim Vorhandensein von Totzeitgliedern ist der Frequenzbereich  $\Omega_{rd}$  nach oben beschränkt. Für den häufigsten Fall, dass der Regelkreis bezüglich des Führungs- und Störverhaltens für kleine Frequenzen ausgelegt wird, gilt  $\Omega_{rd} = [0; \omega_B]$ . Dabei ist  $\omega_B$  die Bandbreite des geschlossenen Kreises, bis zu welcher dieser der Führungsgröße gut folgt und Störungen unterdrückt. Definitionsgemäß ist  $\omega_B$  die Frequenz, bei der der Amplitudengang von  $T(j\omega)$  die -3 dB-Linie zum ersten Mal von oben oder aber der Amplitudengang von  $S(j\omega)$  die -3 dB-Linie zum ersten Mal von unten durchquert. Üblicherweise stimmen beide Definitionen näherungsweise überein. Dieses gilt auch für die Durchtrittsfrequenz  $\omega_D \approx \omega_B$  des offenen Kreises  $L(j\omega)$ . Da von einem technisch sinnvoll ausgelegten Regelkreis ausgegangen wird, werden diese drei Frequenzen hier synonym verwendet.

Die Zeitverzögerung  $T_0$  eines Totzeitgliedes  $e^{-sT_0}$  kann auch durch einen „idealen“ realisierbaren linearen Regler (siehe Skogestad und Postlethwaite [104]) nicht beseitigt werden. Aufgrund der negativen Phasendrehung  $\arg\{e^{-j\omega T_0}\} = -\omega T_0$  ergibt sich im Vergleich zum totzeitfreien System eine geringere Phasenreserve, die zu einer Begrenzung von  $\omega_D \approx \omega_B$  führt:

$$\omega_D < \frac{1}{T_0} . \quad (2.30)$$

Positive Nullstellen verursachen ebenfalls eine negative Phasendrehung, so dass für solche Strecken vergleichbare Einschränkungen abgeleitet werden können.

### Der „Wasserbett-Effekt“

Bei Systemen  $L(s)$ , die mindestens zwei Pole mehr als Nullstellen oder mindestens eine positive Nullstelle besitzen, bewirkt ein Verkleinern der Sensitivität  $S(j\omega)$  in einem bestimmten

Frequenzbereich, z. B. in  $\Omega_{rd}$ , ein Anwachsen von  $S(j\omega)$  außerhalb dieses Frequenzbereiches. Dieses Phänomen wird als Wasserbett-Effekt bezeichnet. In so einem Fall muss ein Kompromiss bezüglich des Verlaufes von  $S(j\omega)$  gefunden werden.

### 2.2.4 Robuster Reglerentwurf durch Lösen des Mixed-Sensitivity-Problems

Bei der Reglersynthese basierend auf fehlerbehafteten Modellen muss ein Kompromiss zwischen einer robusten, aber konservativen Reglerauslegung auf der einen und der Performance bzw. Regelgüte auf der anderen Seite erreicht werden. Man spricht vom Entwurf eines robusten Reglers, wenn die Modellunsicherheit bei der Formulierung der Entwurfsziele einfließt, so dass mindestens robuste Stabilität sichergestellt ist. Bei der vorliegenden Arbeit wird das „Mixed-Sensitivity“-Problem zur Synthese von robusten Reglern gelöst. Es handelt sich dabei um die wohl bekannteste Version der Reglersynthese mittels  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierung.

Zuerst wird beschrieben, wie die mathematisch formulierten, regelungstechnischen Ziele in  $\mathcal{H}_\infty$ -Entwurfskriterien umgesetzt werden. Der den verschiedenen  $\mathcal{H}_\infty$ -Problemen zugrunde liegende Überbau ist das sog.  $\mathcal{H}_\infty$ -Standard-Problem. Für dessen Lösung existiert eine Reihe von Software-Produkten (z. B.  *$\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox* von *MATLAB* [110]). Vordergründig betrachtet besteht somit für die Reglersynthese keine Notwendigkeit, sich mit dem Lösungsalgorithmus und den zugehörigen mathematischen Feinheiten zu beschäftigen. Der Schwerpunkt dieses Abschnittes wird somit auf die Umformung des Mixed-Sensitivity-Problems in ein  $\mathcal{H}_\infty$ -Standard-Problem gelegt.

Zur  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese existiert eine Vielzahl an Literatur. Neben der Standardliteratur (Kwakernaak [59] und Skogestad und Postlethwaite [104]) sei noch auf die Einführungen von Christmann [22] sowie Raisch und Gilles [86, 87] verwiesen.

#### Das Mixed-Sensitivity-Problem

Beim Mixed-Sensitivity-Problem handelt es sich um ein „closed-loop shaping“-Verfahren, bei dem die Übertragungsfunktionen  $S(s)$ ,  $C(s)S(s)$  und  $T(s)$  frequenzabhängig gewichtet und zu einem Kostenfunktional zusammengefasst werden. Der  $\mathcal{H}_\infty$ -Optimalregler ergibt sich durch Minimierung dieses Kostenfunktionals über alle den nominellen Regelkreis stabilisierenden Regler  $C(s)$ :

$$C(s) = \arg \min_{C(s)} \left\| \begin{array}{c} W_S(s)S(s) \\ W_{CS}(s)C(s)S(s) \\ W_T(s)T(s) \end{array} \right\|_\infty. \quad (2.31)$$

Bild 2.5 zeigt eine anschauliche Deutung des Minimierungsproblems. Am Standardregelkreis werden die durch das externe Eingangssignal  $W(s) = R(s)$  hervorgerufenen Signale  $E(s)$ ,  $U(s)$  und  $Y(s)$  frequenzabhängig mit  $W_S(s)$ ,  $W_{CS}(s)$  und  $W_T(s)$  gewichtet. Für den synthetisierten  $\mathcal{H}_\infty$ -Optimalregler ist die euklidische Norm des externen Ausgangsvektors  $\underline{Z}(s) = (Z_S(s), Z_{CS}(s), Z_T(s))^T$  minimal. Verschiedenes Gewichten der Regelkreisgrößen  $E(s)$ ,  $U(s)$  und  $Y(s)$  erlaubt eine differenzierte Formulierung der Anforderungen an diese Variablen. Beispielsweise können unterschiedliche Dynamik und Stellbereiche von Aktuatoren durch das Gewichten von  $U(s)$  mit  $W_{CS}(s)$  frequenzabhängig berücksichtigt werden. Gewichte  $W_{CS}(s)$  mit Hochpasscharakteristik wirken beispielsweise hochfrequenten Stellgliedaktivitäten wie Stellgliedflattern entgegen.

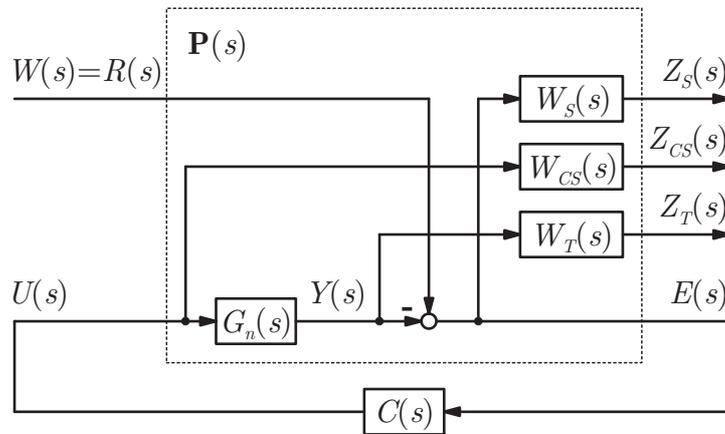


Bild 2.5: Verallgemeinerter Regelkreis für das Mixed-Sensitivity-Problem.

Bei der Übersetzung der regelungstechnischen Ziele in frequenzabhängige Gewichte sollen deren Amplitudengänge die in den Abschnitten 2.2.1 und 2.2.2 diskutierten physikalischen Anforderungen widerspiegeln. Die Wahl von  $W_S(s)$  (meist Tiefpassverhalten),  $W_{CS}(s)$  (frequenzabhängige Stellgrößenbeschränkung) und  $W_T(s)$  (meist Hochpassverhalten) zur Beeinflussung von  $S(s)$ ,  $C(s)S(s)$  und  $T(s)$  -unter Beachtung der zuvor im Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Einschränkungen- legt das  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierungsproblem fest und stellt den einzigen Entwurfsfreiheitsgrad dar. Wenn für das optimale Kostenfunktional

$$\left\| \begin{array}{c} W_S(s)S(s) \\ W_{CS}(s)C(s)S(s) \\ W_T(s)T(s) \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (2.32)$$

gilt, dann werden gleichzeitig die folgenden grundlegende Anforderungen an den Regelkreis erfüllt:

- Führungs- und Störverhalten  $\|W_S(s)S(s)\|_\infty < 1$ ,
- Einsatz der Stellgröße  $\|W_{CS}(s)C(s)S(s)\|_\infty < 1$ ,

- Unterdrückung von Messrauschen  $\|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1$  und
- Gewährleistung robuster Stabilität  $\|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1$  für  $|W_T(j\omega)| \geq l_M(\omega) \forall \omega$ .

Bei der Lösung des  $\mathcal{H}_\infty$ -Problems sollten die folgenden Hinweise bei der Wahl der Übertragungsfunktionen für die Gewichte  $W_S(s)$ ,  $W_{CS}(s)$  und  $W_T(s)$  beachtet werden. Um eine lösbare  $\mathcal{H}_\infty$ -Aufgabe und einen stabilen verallgemeinerten Regelkreis (siehe Bild 2.5) zu erhalten, müssen stabile Gewichte verwendet werden. Weiterhin sollten möglichst einfache Gewichte verwendet werden, weil die Ordnung des aus der  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierung resultierenden Reglers mit der Ordnung der Übertragungsfunktionen der Gewichte steigt. Da lediglich der Amplitudengang der Gewichte in das Kostenfunktional eingeht, sollten nur minimalphasige Übertragungsfunktionen (ohne Totzeit und positive Nullstellen) verwendet werden.

### Das $\mathcal{H}_\infty$ -Standard-Problem

Durch die Wahl geeigneter Kostenfunktionale können beim „closed-loop shaping“ beliebige Anforderungen an die Frequenzgänge von Regelkreisen mit beliebigen Strukturen gestellt werden. Mit Hilfe des  $\mathcal{H}_\infty$ -Standardproblems können die verschiedenen  $\mathcal{H}_\infty$ -Probleme mit einem gemeinsamen Beschreibungsschema formuliert und so einem gemeinsamen Lösungsalgorithmus zugeführt werden. Das Mixed-Sensitivity-Problem stellt einen Spezialfall des  $\mathcal{H}_\infty$ -Standardproblems dar.

Bereits anhand der im Bild 2.5 gezeigten Struktur ist zu erkennen, wie das Mixed-Sensitivity-Problem in das  $\mathcal{H}_\infty$ -Standardproblem übersetzt wird. Bild 2.6 zeigt die grundlegende Struktur des  $\mathcal{H}_\infty$ -Standardproblems. Durch die Wahl der externen Ein- und Ausgangsgrößen  $\underline{W}(s)$  und  $\underline{Z}(s)$  wird der verallgemeinerte Regelkreis und damit das Kostenfunktional für das Minimierungsproblem festgelegt. Die verallgemeinerte Regelstrecke

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}(s) \\ \underline{E}(s) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}(s)} \begin{pmatrix} \underline{W}(s) \\ U(s) \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

beschreibt den Zusammenhang zwischen den vektoriellen Größen  $\underline{W}(s)$  und  $\underline{Z}(s)$  und den internen Ein- und Ausgangsgrößen  $U(s)$  und  $E(s)$ , die durch das Herauslösen des Reglers  $C(s)$  aus der Struktur entstehen.

Für die verallgemeinerte Strecke  $\mathbf{P}(s)$  ergibt sich für das im Bild 2.5 dargestellte Mixed-Sensitivity-Problem:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} W_S(s) \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -W_S(s)G_n(s) \\ W_{CS}(s) \\ W_T(s)G_n(s) \\ G_n(s) \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

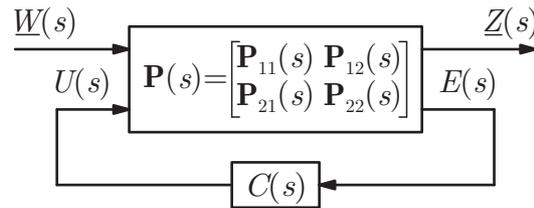


Bild 2.6: Verallgemeinerter Regelkreis für das  $\mathcal{H}_\infty$ -Standard-Problem.

$\mathbf{P}(s)$  enthält sowohl das Streckenmodell als auch die Entwurfsanforderungen und ist für die allgemeinen  $\mathcal{H}_\infty$ -Lösungsschemata zur Synthese des Optimalreglers  $C(s)$  zugänglich. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist die kommerziell verfügbare  $\mu$ -*Analysis and Synthesis Toolbox* von *MATLAB* [110] verwendet worden. Einführungen in entsprechende Lösungsalgorithmen geben Christmann [22] und Raisch und Gilles [87].

### 2.2.5 Anti-Windup Kompensation

Ist die vom Regler berechnete Stellgröße in einem Regelkreis mit Stellgrößenbeschränkung größer als der maximal mögliche Wert, so ist keine ausreichende Rückkopplung mehr vorhanden. Neben der längeren Einschwingzeit kann es in so einem Fall bei Reglern mit integrierendem Verhalten zu einer Destabilisierung des Regelkreises kommen. Dabei wird beim Auftreten eines Regelfehlers mit gleichzeitiger Stellgrößenbeschränkung während des Ausregelvorgangs dennoch weiter aufintegriert, ohne dass das Stellsignal beeinflusst wird. Wenn die Stellgröße aus der Sättigung herauskommt, kann es unter Umständen sehr lange dauern, bis der I-Anteil abgebaut ist und die Regelung wieder reagiert. Dieses Phänomen wird Windup genannt.

Nichtlinearitäten, die zum Windup der Stellgröße führen, können eine Beschränkung der Stellgröße (siehe Bild 2.7) oder eine Sättigung der Regelgröße sein. Desweiteren können auch die Geschwindigkeiten der Stell- oder Regelgröße beschränkt sein. In der Literatur werden verschiedene Anti-Windup Maßnahmen vorgeschlagen. Überblicke geben beispielsweise Peng u. a. [82] und Vrančić [121]. Dabei wird zuerst ein Regler mit einem geeigneten Entwurfsverfahren synthetisiert, ohne die o.g. Beschränkungen zu berücksichtigen. Anschließend wird eine Anti-Windup Kompensation entworfen und implementiert. Die einfachste Anti-Windup Maßnahme für PID-Regler ist das Anhalten der Integration beim Erreichen der Beschränkung.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die von Park und Choi [79] vorgeschlagene Anti-Windup Kompensation verwendet. Dabei muss der Regler  $C(s)$ , wie im Bild 2.8 gezeigt, in

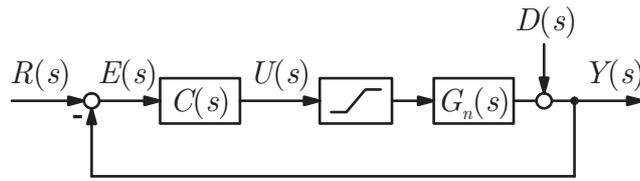


Bild 2.7: Regelkreis mit Beschränkung der Stellgröße  $u(t)$ .

seiner Darstellung im Zustandsraum implementiert werden:

$$\dot{\underline{x}}_C(t) = \underline{A} \underline{x}_C(t) + \underline{B} e(t) \tag{2.35}$$

$$u(t) = \underline{C}^T \underline{x}_C(t) + D e(t) . \tag{2.36}$$

Wenn sich die Stellgröße in der Begrenzung befindet, dann wird der Regler durch die Kompensation  $\underline{M}(s)$  modifiziert. Dabei soll sich der Regler so verhalten, als ob er die bestmögliche Stellgröße ohne Beschränkung erzeugt. Der Zustand des Reglers bei beschränkter Stellgröße muss dafür in einen Zustand überführt werden, bei dem die Beschränkung nicht aktiv ist. Der optimale Anti-Windup Kompensator  $\underline{M}(s)$  dafür ist

$$\underline{M}(s) = \underline{B} G_n(s) [1 + D G_n(s)]^{-1} . \tag{2.37}$$

Für den Fall  $D = 0$ , d.h. dass der Regler  $C(s)$  keinen Durchgriff besitzt, vereinfacht sich der Kompensator zu

$$\underline{M}(s) = \underline{B} G_n(s) . \tag{2.38}$$

Die Autoren geben auch eine Zustandsraumdarstellung für  $\underline{M}(s)$  an, die sich u.U. einfacher implementieren lässt.

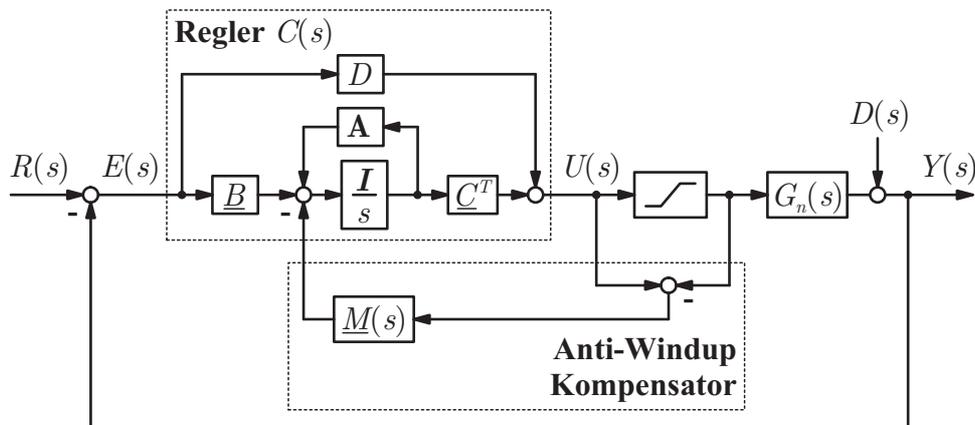


Bild 2.8: Regelkreis mit Anti-Windup Kompensation für Stellgrößenbeschränkungen nach Park und Choi [79].

Voraussetzungen für den Entwurf des Kompensators  $\underline{M}(s)$  nach (2.37) sind, dass sowohl die Strecke  $G_n(s)$  als auch der Regelkreis ohne Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkung stabil sind. Unter diesen Voraussetzungen ist das Gesamtsystem mit Stellgrößenbeschränkung und Anti-Windup Kompensation  $\underline{M}(s)$  asymptotisch stabil, wenn

$$\|DG_r(s)\|_\infty < 1 \quad (2.39)$$

erfüllt ist.

Der Kompensator  $\underline{M}$  hängt explizit von der Übertragungsfunktion  $G_n(s)$  der Strecke ab. Bei der Verwendung von  $\underline{M}$  für einen robust ausgelegten Regler muss die Bedingung (2.39) für die gesamte Modellfamilie  $G_r(s) \in \Pi$  erfüllt sein, damit das Gesamtsystem stabil ist. Für den Fall  $D = 0$  ist die Bedingung (2.39) immer erfüllt.

## 2.3 Flachheitsbasierter Entwurf eines nichtlinearen Folgeregler für ein System erster Ordnung

Die Theorie der differentiell flachen Systeme ist Anfang der neunziger Jahre begründet worden und erweist sich zunehmend als geeignetes Werkzeug zur Analyse und Regelung von solchen Systemen. Nichtlineare Systeme, die die Eigenschaft der Flachheit besitzen, können in endlicher Zeit von einem beliebigen Anfangszustand in einen beliebigen Endzustand überführt werden. Für solche Entwurfsmodelle kann systematisch eine Folgeregelung in zwei Schritten entworfen werden. Zuerst wird eine Trajektorie für das Sollverhalten in Form einer Steuerung geplant. Anschließend kann die Trajektorienverfolgung durch eine Regelung gegen fehlerhafte Anfangsbedingungen und äußere Störungen stabilisiert werden. Vorteil eines solchen Reglerentwurfes ist, dass durch die Solltrajektorie der nichtlinearen Systemdynamik Rechnung getragen wird. Lediglich die Dynamik des Trajektorienfolgefehlers wird durch eine Zustandsrückführung exakt linearisiert, so dass sich insgesamt ein „natürliches“ Regelverhalten mit geringem Stellaufwand ergibt, ohne dem System ein bestimmtes, z. B. lineares Verhalten aufzuprägen (Rothfuß [92]).

Im Abschnitt 2.3.1 wird eine Einführung in das Konzept der Flachheit und den Entwurf von Steuerungen für Solltrajektorien gegeben und anhand eines nichtlinearen Systems erster Ordnung erläutert. Das als Beispiel verwendete Entwurfsmodell, für das dann im Abschnitt 2.3.2 eine Trajektorienfolgeregelung synthetisiert wird, stellt eine Verallgemeinerung des später für die Stufenströmung verwendeten Prozessmodells dar. Eine umfangreiche Einführung zu flachen Systemen findet man in Rothfuß u. a. [93], eine ausführliche Darstellung einschließlich einer Literaturliste gibt Rothfuß [92].

### 2.3.1 Flache Systeme und deren Steuerung

#### Definition flacher Systeme

Ausgangspunkt für die Betrachtungen zu flachen Systemen ist die Zustandsraumdarstellung für ein nichtlineares System (vgl. auch (2.1)):

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t)), \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0, \quad \underline{x} \in \mathbb{R}^n, \quad \underline{u} \in \mathbb{R}^m, \quad \text{Rang} \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{u}} = m. \quad (2.40)$$

Ein solches System heißt (differentiell) flach, wenn es eine fiktive Ausgangsgröße  $\underline{y} = (y_1, \dots, y_m)^T$  gibt, die die folgenden Bedingungen erfüllt:

- (i) Die flache Ausgangsgröße  $\underline{y}$  enthält ebenso viele Komponenten  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , wie die Eingangsgröße  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , d.h. es gilt  $\dim \underline{y} = \dim \underline{u}$ .
- (ii) Die flachen Ausgänge  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , lassen sich als Funktion der Zustandsgrößen  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , der Eingangsgrößen  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , und einer endlichen Anzahl von zeitlichen Ableitungen  $u_i^{(k)}$ ,  $k = 1, \dots, \alpha_i$ , der Eingangsgrößen in der Form

$$\begin{aligned} \underline{y} &= \phi \left( \underline{x}, u_1, \dots, u_1^{(\alpha_1)}, \dots, u_m, \dots, u_m^{(\alpha_m)} \right) \\ &= \phi \left( \underline{x}, \underline{u}, \dot{\underline{u}}, \dots, \underline{u}^{(\alpha)} \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

ausdrücken.

- (iii) Die Zustandsgrößen  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , und die Eingangsgrößen  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , lassen sich als Funktion der flachen fiktiven Ausgangsgrößen  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , und einer endlichen Anzahl von deren Zeitableitungen  $y_i^{(k)}$ ,  $k = 1, \dots, \beta_i + 1$ , wie folgt formulieren:

$$\underline{x} = \psi_1 \left( y_1, \dots, y_1^{(\beta_1)}, \dots, y_m, \dots, y_m^{(\beta_m)} \right) = \psi_1 \left( \underline{y}, \dot{\underline{y}}, \dots, \underline{y}^{(\beta)} \right) \quad (2.42)$$

$$\underline{u} = \psi_2 \left( y_1, \dots, y_1^{(\beta_1+1)}, \dots, y_m, \dots, y_m^{(\beta_m+1)} \right) = \psi_2 \left( \underline{y}, \dot{\underline{y}}, \dots, \underline{y}^{(\beta+1)} \right). \quad (2.43)$$

Wesentliches Merkmal eines flachen Systems ist also die Existenz eines flachen Ausgangs  $\underline{y}$ , durch den die Systemgrößen  $\underline{x}$  und  $\underline{u}$  beispielsweise bei einer Trajektorienplanung parametrisiert werden können, ohne eine Integration durchzuführen.

#### Steuerung

Bei niederdimensionalen Systemen wird als flache Ausgangsgröße  $\underline{y}$  meist ein Kandidat entsprechend Gl. (2.41) anhand von heuristischen Überlegungen gewählt. Anschließend wird

mit Hilfe der Gln. (2.42) und (2.43) überprüft, ob die Eigenschaft der Flachheit tatsächlich uneingeschränkt oder zumindest lokal vorhanden ist.

Aus der Vorgabe einer Solltrajektorie  $\underline{y}_d(t)$  für die flache Ausgangsgröße können mit den Gln. (2.42) und (2.43) direkt die Zustandstrajektorie

$$\underline{x}_d = \boldsymbol{\psi}_1 \left( \underline{y}_d, \dot{\underline{y}}_d, \dots, \overset{(\beta)}{\underline{y}}_d \right) \quad (2.44)$$

und die Steuerung

$$\underline{u}_d = \boldsymbol{\psi}_2 \left( \underline{y}_d, \dot{\underline{y}}_d, \dots, \overset{(\beta+1)}{\underline{y}}_d \right) \quad (2.45)$$

bestimmt werden. Bei den vorab berechneten Verläufen  $\underline{x}_d(t)$  und  $\underline{u}_d(t)$  können bereits Beschränkungen der Zustands- und Stellgrößen berücksichtigt werden.

### Einführung des Beispiels

Um die dynamischen Phänomene genauer zu modellieren, können später die für die Beschreibung der Stufenströmung verwendeten linearen black-box-Modelle erweitert werden, indem die Abhängigkeit der Modellparameter vom Systemzustand berücksichtigt wird. Hier soll zunächst ein PT<sub>1</sub>T<sub>0</sub>-Modell (PT<sub>1</sub>-Modell mit Totzeit T<sub>0</sub>) erweitert werden. Ausgangspunkt ist das PT<sub>1</sub>T<sub>0</sub>-Modell

$$T\dot{y}^*(t) + y^*(t) = Ku(t)$$

mit der ausgangsseitigen Totzeit

$$y(t) = y^*(t - T_0) .$$

Dabei ist  $y^*(t)$  die rechnerische Streckenantwort ohne Totzeit. Sowohl die Zeitkonstante  $T(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  als auch die Verstärkung  $K(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  sind Funktionen des Zustands  $y^*(t)$ . Es gilt also

$$T(y^*(t), \dot{y}^*(t))\dot{y}^*(t) + y^*(t) = K(y^*(t), \dot{y}^*(t))u(t) \quad (2.46)$$

$$y(t) = y^*(t - T_0) . \quad (2.47)$$

Die Erweiterung auf höher dimensionale Modelle mit nichtlinear von den Zustandsgrößen abhängigen Koeffizienten ist leicht möglich.

Sowohl der interne Zustand  $y^*(t)$  als auch die Eingangsgröße  $u(t)$  können entsprechend (2.42) und (2.43) durch  $y(t)$  und  $\dot{y}(t)$  parametrisiert werden:

$$y^*(t) = \boldsymbol{\psi}_1(\underline{y}, \underline{\dot{y}}) = y(t + T_0) \quad (2.48)$$

$$u(t) = \boldsymbol{\psi}_2(\underline{y}, \underline{\dot{y}}) = \frac{1}{K(y(t + T_0), \dot{y}(t + T_0))} \left[ T(y(t + T_0), \dot{y}(t + T_0))\dot{y}(t + T_0) + y(t + T_0) \right] . \quad (2.49)$$

Da mit Gl. (2.47) automatisch auch die Bedingung (2.41) erfüllt ist, ist die physikalische Ausgangsgröße  $y(t)$  ein flacher Ausgang. Mit (2.49) kann die Steuerung (2.45) jederzeit ohne Integration der Modellgleichung angegeben werden. Aufgrund der Totzeit  $T_0$  sind  $y^*(t)$  und  $u(t)$  Funktionen des zukünftigen Ausgangs  $y(t + T_0)$ . Diese Erweiterung des Konzeptes der Flachheit auf totzeitbehaftete Systeme ist auch von Mounier und Rudolph [72] vorgeschlagen worden (siehe auch Petit u.a [83]).

### 2.3.2 Folgeregelung

#### Regelgesetz

Bei stabilen Systemen kann die Trajektorienfolge bereits durch die Steuerung  $\underline{u}_d(t)$  erreicht werden, wenn das Prozessmodell das Systemverhalten hinreichend genau beschreibt, keine äußeren Störungen einwirken und die Anfangswerte hinreichend genau bekannt sind. Sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt, dann kann mittels einer auf einer Zustandsrückführung basierenden Regelung ein vorgebbares nominelles Einschwingverhalten für den Trajektorienfolgefehler erreicht werden. Dabei wird ausgenutzt, dass flache Systeme durch eine geeignete Zustandsrückführung exakt zustandslinearisierbar sind, ohne dass zusätzliche exogene Zustände eingeführt werden müssen. Die Zustandslinearisierung kann auch als Koordinatentransformation interpretiert werden, weil die flachen Systeme in diesen Koordinaten wie lineare Systeme in linearen Räumen dargestellt werden können. In dieser Darstellung kann leicht eine Polvorgabe für die lineare Dynamik des Folgefehlers bezüglich der geplanten Ausgangstrajektorie  $\underline{y}_d(t)$  vorgenommen werden.

Die Linearisierung gelingt durch die Einführung neuer künstlicher Eingänge

$$v_i = \overset{(\kappa_i)}{y_i}, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.50)$$

mit  $\dim \underline{u} = \dim \underline{v}$ . Die richtige Wahl der Komponenten  $\overset{(\kappa_i)}{y_i}$  beruht auf einer Zerlegung des Prozessmodells in Integratorketten (siehe Rothfuß [92]). Durch die Festlegung der ganzen Zahlen  $\kappa_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , ergibt sich die Zustandsrückführung, indem in (2.43) alle höheren Zeitableitungen der Komponenten von  $\underline{y}$  durch die Komponenten des neuen Eingangs  $\underline{v}$  und deren Zeitableitungen ersetzt werden. Wenn der flache Ausgang jedoch anhand von heuristischen Überlegungen ausgewählt wird, dann ist die richtige Wahl der Komponenten  $v_i = \overset{(\kappa_i)}{y_i}$  a priori nicht bekannt.

Für das hier betrachtete Beispiel kann die Zustandslinearisierung aus der mit  $y(t + T_0)$  und  $\dot{y}(t + T_0)$  parametrisierten Eingangsgröße bestimmt werden. In der Gl. (2.49) stellt nur die Variable  $y$  den Systemzustand dar (vgl. Gl. (2.46)). Die auftretende Geschwindigkeit  $\dot{y}$  gehört nicht zum Zustandsvektor und kann dem System über die neue Eingangsgröße  $v$

eingepflegt werden:

$$u(t) = \frac{1}{K(y(t + T_0), \dot{y}(t + T_0))} \left[ T(y(t + T_0), \dot{y}(t + T_0))v(t + T_0) + y(t + T_0) \right]. \quad (2.51)$$

Setzt man diese Zustandsrückföhrung in die Modellgleichung Gl. (2.46) ein, so erhalt man das einfache linearisierte System

$$\underbrace{\dot{y}(t + T_0)}_{\dot{y}^*(t)} = \underbrace{v(t + T_0)}_{v^*(t)}. \quad (2.52)$$

Dabei kennzeichnet der obere Index \* zukünftige GröÙen zum Zeitpunkt  $t + T_0$ , die zum Zeitpunkt  $t$  prädiziert werden.

Für den zukünftigen Folgefehler

$$\underbrace{e(t + T_0)}_{e^*(t)} = \underbrace{y(t + T_0)}_{y^*(t)} - \underbrace{y_d(t + T_0)}_{y_d^*(t)} \quad (2.53)$$

kann in diesen linearen Koordinaten mittels Polvorgabe ein gewünschtes Verhalten vorgegeben werden, indem

$$\underbrace{v(t + T_0)}_{v^*(t)} = \underbrace{\dot{y}_d(t + T_0)}_{\dot{y}_d^*(t)} - Q \left( \underbrace{y(t + T_0)}_{y^*(t)} - \underbrace{y_d(t + T_0)}_{y_d^*(t)} \right) \quad (2.54)$$

im Regelgesetz gewählt wird. Dadurch wird dem Regelfehler wegen  $v^* - \dot{y}_d^* = \dot{y}^* - \dot{y}_d^* = \dot{e}^*$  im nominellen Fall die lineare Dynamik

$$\dot{e}^*(t) + Qe^*(t) = 0 \quad (2.55)$$

aufgeprägt, die durch die Wahl von  $Q$  geeignet vorgegeben werden kann. Durch Einsetzen von (2.54) in (2.51) ergibt sich das im Blockschaltbild 2.9 veranschaulichte Regelgesetz:

$$u(t) = \frac{1}{K(y^*(t), \dot{y}^*(t))} \left[ T(y(t)^*, \dot{y}^*(t)) \left[ \dot{y}_d^*(t) - Q(y^*(t) - y_d^*(t)) \right] + y^*(t) \right]. \quad (2.56)$$

Für eine asymptotische Folgeregelung muss der Auslegungsparameter  $Q$  positiv gewählt werden, um den Regelfehler gegenüber Störungen und Anfangsfehlern zu stabilisieren.

Im nominellen Fall, d.h. wenn das Entwurfsmodell das reale Prozessverhalten exakt wiedergibt, und bei verschwindenden äußeren Störungen  $d = 0$  stimmt der prädizierte Ausgang  $y^*(t) = y(t + T_0)$  mit dem Sollwert  $y_d^*(t)$  überein, so dass der zukünftige Folgefehler  $e^*(t)$  verschwindet und keine Korrektur der rechnerischen Stellgröße  $v^*(t)$  (vgl. (2.54)) durch den äußeren Regelkreis mit der Verstärkung  $Q$  erfolgt. In diesem idealen Fall verhält sich der Regelkreis so, als ob die Totzeit  $T_0$  dem Regelkreis nachgeschaltet ist, so dass  $y(t) = y^*(t - T_0)$  für die im Bild 2.9 dargestellten GröÙen gilt. Bezüglich  $y^*(t)$  additive Störungen werden bei verschwindendem Modellfehler mit der durch Gl. (2.55) vorgegebenen Dynamik abgebaut. Beim Vorhandensein von Modellfehlern tritt jedoch ein anderes Einschwingverhalten bezüglich des Folgefehlers  $e^*(t)$  auf (siehe unten).

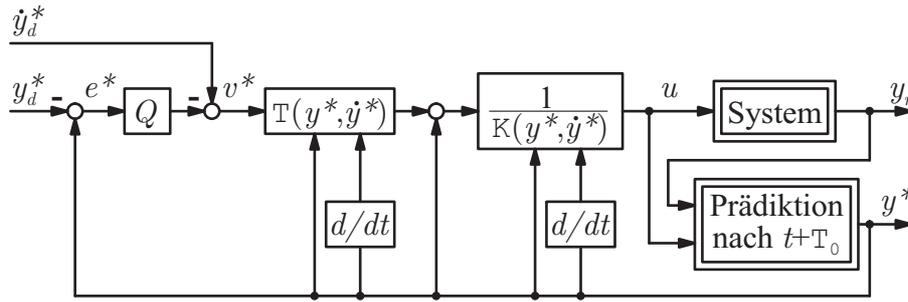


Bild 2.9: Blockschaltbild zur flachheitsbasierten Regelung des Systems (2.46) mit dem Regelgesetz (2.56). Sowohl die Verstärkung  $K$  als auch die Zeitkonstante  $T$  sind Funktionen des internen Zustands  $y^*(t)$  und  $\dot{y}^*(t)$ . Die mit dem oberen Index  $*$  gekennzeichneten Variablen sind die zum Zeitpunkt  $t$  in die Zukunft  $t + T_0$  prädizierten Größen.

### Robustheit des Entwurfs gegenüber unsicheren Modellparametern

Der Entwurf des Regelgesetzes (2.56) beruht zum einen auf dem nominellen Entwurfsmodell und berücksichtigt keine Modellunsicherheit. Insbesondere bei den für die Stufenströmung verwendeten black-box Entwurfsmodellen treten nicht zu vernachlässigende Modellunsicherheiten auf. Zum anderen beinhalten  $y^*(t)$  und  $\dot{y}^*(t)$  auch störungsbedingte Prädiktionsfehler, so dass die richtige Wahl der beiden Parameter  $T(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  und  $K(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  im Regelgesetz mit zusätzlichen Unsicherheiten behaftet ist. Aus diesem Grund soll im Folgenden die Robustheit der Stabilität des Regelgesetzes (2.56) bezüglich der Parameter  $T(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  und  $K(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  untersucht werden.

Der reale Prozess sei entsprechend Gl. (2.46) durch das Modell

$$T_r(y_r^*(t), \dot{y}_r^*(t))\dot{y}_r^*(t) + y_r^*(t) = K_r(y_r^*(t), \dot{y}_r^*(t))u(t) \quad (2.57)$$

mit dem realen Ausgang  $y_r^*(t)$  und den unsicheren zustandsabhängigen Parametern  $T_r(y_r^*(t), \dot{y}_r^*(t))$  und  $K_r(y_r^*(t), \dot{y}_r^*(t))$  beschrieben. Das Regelgesetz (2.56) basiert auf dem prädizierten Ausgang  $y^*(t)$ , dessen Ableitung  $\dot{y}^*(t)$  und den nominellen Parametern  $T(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  und  $K(y^*(t), \dot{y}^*(t))$ . Durch Einsetzen des Regelgesetzes (2.56) in Gl. (2.57) erhält man die Differentialgleichung für den geschlossenen, unsicheren Regelkreis:

$$T_r(y_r^*(t), \dot{y}_r^*(t))\dot{y}_r^*(t) + y_r^*(t) = \frac{K_r(y_r^*(t), \dot{y}_r^*(t))}{K(y^*(t), \dot{y}^*(t))} \left[ T(y^*(t), \dot{y}^*(t)) \left[ \dot{y}_d^*(t) - Q(y^*(t) - y_d^*(t)) \right] + y^*(t) \right]. \quad (2.58)$$

Neben dem zukünftigen Regelfehler  $e^*(t) = y^*(t) - y_d^*(t)$  wird der zukünftige Modellfehler

$$e_m^*(t) = y_r^*(t) - y^*(t) \quad (2.59)$$

für die Differenz zwischen dem tatsächlichen zukünftigen Ausgang und der modellbasierten Prädiktion eingeführt. Um die den zukünftigen Regelfehler beschreibende Differentialgleichung zu erhalten, wird  $y^*(t)$  in Gl. (2.58) durch  $y^*(t) = e^*(t) + y_d^*(t)$  und  $y_r^*(t)$  durch  $y_r^*(t) = e_m^*(t) + y^*(t) = e_m^*(t) + e^*(t) + y_d^*(t)$  substituiert:

$$\begin{aligned} T_r \dot{e}_m^*(t) + e_m^*(t) + T_r \dot{e}^*(t) + \left(1 + \frac{K_r T}{K} Q - \frac{K_r}{K}\right) e^*(t) = \\ \left(\frac{K_r T}{K} - T_r\right) \dot{y}_d^*(t) + \left(\frac{K_r}{K} - 1\right) y_d^*(t). \end{aligned} \quad (2.60)$$

Für die Stabilitätsanalyse genügt die Untersuchung des autonomen Systems ( $y_d^*(t) = 0$ ), so dass sich die folgende Differentialgleichung ergibt:

$$\dot{e}^*(t) + \left(\frac{1}{T_r} + \frac{K_r T}{K T_r} Q - \frac{K_r}{K T_r}\right) e^*(t) = -\dot{e}_m^*(t) - \frac{1}{T_r} e_m^*(t). \quad (2.61)$$

Lediglich für einen verschwindenden Fehler  $e_m^* = 0$  bei der modellbasierten Prädiktion ergibt sich eine autonome Differentialgleichung für die Entwicklung von  $e^*(t)$ , welche für

$$\left(\frac{1}{T_r} + \frac{K_r T}{K T_r} Q - \frac{K_r}{K T_r}\right) > 0 \quad (2.62)$$

asymptotisch stabil ist. Grenz- oder instabiles Verhalten tritt auf, wenn der Reglerparameter  $Q$  zu klein gewählt wird, so dass keine ausreichende Rückkopplung vorhanden ist.

Aus der modellbasierten Prädiktion resultierende zukünftige Fehler  $e_m^*$  kann der Regelkreis nicht ausregeln, weil diese a priori nicht bekannt sind und somit nicht in den Soll-/Istwertvergleich eingehen können. Wenn die Bedingung (2.62) erfüllt ist, dann ist der Regelfehler  $e^*(t)$  beschränkt, wenn der Prädiktionsfehler  $e_m^*(t)$  und dessen Geschwindigkeit  $\dot{e}_m^*(t)$  beschränkt sind. Für stationäre Fehler  $e_m^*(t) = \text{const.}$  gilt dann für  $t \rightarrow \infty$ :

$$e^* = \frac{1}{1 + \frac{K_r T}{K} Q - \frac{K_r}{K}}. \quad (2.63)$$

Wenn die zustandsabhängige Systemverstärkung  $K_r(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  durch das Regelgesetz mit  $K(y^*(t), \dot{y}^*(t)) = K_r(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  vollständig kompensiert werden kann, dann ist die Stabilitätsbedingung (2.62) sogar für beliebige reale (positive) Zeitkonstanten  $T_r(y^*(t), \dot{y}^*(t))$  erfüllt:

$$\frac{T}{T_r} Q > 0.$$

## 2.4 Modellgestützte Zustandsschätzung

Ziel ist es hierbei, in beobachtbaren Systemen (siehe z.B. Horn und Dourdoumas [46]) messtechnisch nicht zugängliche Größen indirekt mittels eines mathematischen Modells in

Echtzeit aus leicht zugänglichen Messgrößen zu schätzen. Dafür werden in verschiedenen Bereichen der Technik modellgestützte Messverfahren angewendet. Die entscheidenden Ansätze sind der von Luenberger [67] vorgeschlagene Beobachter und das Kalman-Filter (KF, Kalman [49]). Bei beiden Ansätzen wird parallel zum realen Prozess ein Zustandsraummodell simuliert, das sowohl Schätzungen  $\hat{\underline{x}}(t)$  für die Zustände als auch Schätzungen  $\hat{\underline{y}}(t)$  für die Messwerte liefert. In einer Rückführung wird der Ausgangsfehler zwischen der tatsächlichen Messung  $\underline{y}(t)$  und deren Schätzung  $\hat{\underline{y}}(t)$  zur Korrektur der Echtzeitsimulation verwendet.

Die Unterschiede beider Ansätze bestehen in der Rückführung des Ausgangsfehlers. Bei der Auslegung eines Luenberger-Beobachters basierend auf linearen Zustandsraummodellen wird die Dynamik, mit der ein Schätzfehler infolge unbekannter Anfangsbedingungen abgebaut wird, festgelegt. Dabei werden auch Schätzfehler, die durch Störungen oder Modellfehler entstehen, als unbekannte Anfangsbedingungen interpretiert und klingen nach einer Einschwingzeit ab. Im Gegensatz zum deterministischen Beobachter stellt das KF einen stochastischen Ansatz dar, der sowohl zufällige Systemstörungen als auch Messrauschen berücksichtigt.

Zuerst wird im Abschnitt 2.4.1 eine nichtlineare Formulierung des KFs für nichtlineare Systeme, das sog. erweiterte Kalman-Filter (EKF), kurz eingeführt. Aufbauend darauf wird der KF-Entwurf basierend auf linearen Systemen als Spezialfall beschrieben. Im Abschnitt 2.4.2 werden Hinweise zur Wahl der Auslegungsparameter gegeben.

### 2.4.1 Erweitertes Kalman-Filter

Im Folgenden werden die bekannten Gleichungen für die erweiterte Form des KFs zur Echtzeitzustandsrekonstruktion von nichtlinearen Systemen zusammengestellt (Gelb [36]). Ausgangspunkt für den Filterentwurf ist das zeitinvariante Zustandsraummodell (2.1, 2.2), das um stochastische Ansätze erweitert wird. Dadurch ergeben sich für die Zustands- und Messgrößen stochastische Beschreibungen.

Die Entwicklung der Zustandsgrößen<sup>1</sup>  $\underline{x}(t)$  wird durch die vektorielle, stochastische Differentialgleichung

$$d\underline{x}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) dt + d\underline{w}(t) \quad (2.64)$$

modelliert. Dabei beschreibt  $\underline{w}(t)$  das im realen Prozess praktisch immer auftretende Systemrauschen als vektoriellen Wiener-Prozess mit dem Erwartungswert  $E\{\underline{w}\} = \underline{0}$  und der Kovarianzmatrix  $E\{\underline{w} \underline{w}^T\} = \underline{Q}t$ . Im Gegensatz zur kontinuierlichen Systemdarstellung in (2.64) soll die Messung zu diskreten Zeitpunkten  $t_k$  erfolgen. Der durch das weiße, normalverteilte Messrauschen  $\underline{v}_k$  mit dem Erwartungswert  $E\{\underline{v}_k\} = \underline{0}$  und der Kovarianzmatrix

---

<sup>1</sup>Der Einfachheit halber werden stochastische, zeitabhängige Größen ebenfalls mit  $\underline{x}(t)$  anstatt  $\underline{x}_t$  beschrieben.

$E\{\underline{v}_k \underline{v}_k^T\} = \mathbf{R}(t_k)$  gestörte Messvektor  $\underline{y}(t_k)$  wird durch die stochastische Messgleichung

$$\underline{y}(t_k) = \underline{h}(\underline{x}(t_k), t_k) + \underline{v}_k \quad (2.65)$$

beschrieben.

Basierend auf dem obigen Modell berechnet das EKF aus den Messungen  $\underline{y}(t_k)$  rekursiv zu jedem Zeitpunkt  $t$  eine optimale Schätzung  $\hat{\underline{x}}(t)$  des gesamten Systemzustandes so, dass die Spur der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}(t)$  des Schätzfehlers  $\underline{e}(t) = \underline{x}(t) - \hat{\underline{x}}(t)$  beim Vorhandensein der mit  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}(t_k)$  modellierten zufälligen Störungen des Systems und der Messung sowie bei nicht genau bekannten Anfangsbedingungen minimal ist. Bei lediglich zu diskreten Zeitpunkten zur Verfügung stehenden Messungen  $\underline{y}(t_k)$  gliedert sich die Filterung in jeweils aufeinander folgende Prädiktionsschritte zur Simulation und in „Measurement Update“-Schritte zur Korrektur der Simulation anhand der Messdaten.

**Prädiktion:** Zwischen den Messzeitpunkten  $t_{k-1} < t \leq t_k$  werden Schätzungen für den Zustand  $\underline{x}(t)$  mit dem Zustandsraummodell

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = \underline{f}(\hat{\underline{x}}(t), \underline{u}(t), t) \quad (2.66)$$

simuliert und die Entwicklung der Kovarianz des Schätzfehlers wird durch Integration von

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{F}(\hat{\underline{x}}(t))\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{F}^T(\hat{\underline{x}}(t)) + \mathbf{Q}(t) \quad (2.67)$$

bestimmt. Dabei wird in Gl. (2.67) die rechte Seite  $\underline{f}$  der Modellgleichung jeweils um die aktuelle Zustandsschätzung  $\hat{\underline{x}}(t)$  linearisiert und durch die Jacobimatrix

$$\mathbf{F}(\hat{\underline{x}}(t)) = \left. \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}(t)} \quad (2.68)$$

approximiert. Startwerte für den ersten Prädiktionsschritt sind die bekannten oder geschätzten Anfangswerte  $\hat{\underline{x}}(t=0) = \hat{\underline{x}}_0$  und  $\mathbf{P}(t=0) = \mathbf{P}_0$  und für die folgenden Prädiktionsschritte jeweils die Werte  $\hat{\underline{x}}^{(+)}(t_k)$  und  $\mathbf{P}^{(+)}(t_k)$  nach dem letzten Measurement Update-Schritt (siehe unten).

**Measurement Update:** Zu den Messzeitpunkten  $t_k$  erfolgt die Korrektur der Zustandsschätzung, wobei die prädierten Größen vor dem Measurement Update mit dem hochgestellten Symbol  $(-)$  und die korrigierten Größen mit  $(+)$  gekennzeichnet sind:

$$\underline{\gamma}(t_k) = \underline{y}(t_k) - \underline{h}(\hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k), t_k) \quad (2.69)$$

$$\hat{\underline{x}}^{(+)}(t_k) = \hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k) + \mathbf{K}(t_k)\underline{\gamma}(t_k) \quad (2.70)$$

$$\mathbf{K}(t_k) = \mathbf{P}^{(-)}(t_k)\mathbf{H}^{(-)T}(t_k) [\mathbf{H}^{(-)}(t_k)\mathbf{P}^{(-)}(t_k)\mathbf{H}^{(-)T}(t_k) + \mathbf{R}(t_k)]^{-1} \quad (2.71)$$

$$\mathbf{P}^{(+)}(t_k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(t_k)\mathbf{H}^{(-)}(t_k)] \mathbf{P}^{(-)}(t_k) . \quad (2.72)$$

Dabei ist

$$\mathbf{H}^{(-)}(t_k) = \left. \frac{\partial h}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}^{(-)}(t)} \quad (2.73)$$

die Jacobimatrix der Messgleichung.

Der simulierte Verlauf der Kovarianz  $\mathbf{P}(t)$  des Schätzfehlers gibt den Vertrauensbereich der Zustandsschätzung an. Durch den Erwartungswert  $\hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k)$  und die Kovarianz  $\mathbf{P}^{(-)}(t_k)$  ist eine normal verteilte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(\underline{x}(t_k)|\underline{y}(t_{k-1}), \dots, \underline{y}(t_1))$  definiert. Dabei gibt  $p(\underline{x}(t_k)|\underline{y}(t_{k-1}), \dots, \underline{y}(t_1))d\underline{x}$  die Wahrscheinlichkeit an, mit welcher der wahre Zustand  $\underline{x}(t)$  mit der  $k$ -ten Messung im Bereich  $[\hat{\underline{x}}, \hat{\underline{x}}, +d\underline{x}]$  anzutreffen ist:

$$\begin{aligned} p(\underline{x}(t_k)|\underline{y}(t_{k-1}), \dots, \underline{y}(t_1)) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m \cdot \det(\mathbf{P}^{(-)}(t_k))}} e^{-\frac{1}{2}(\underline{x}(t_k) - \hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k))^T (\mathbf{P}^{(-)}(t_k))^{-1} (\underline{x}(t_k) - \hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k))} \\ &= N\{\hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k), \mathbf{P}^{(-)}(t_k)\}(\underline{x}(t_k)) . \end{aligned} \quad (2.74)$$

$m = \dim \underline{y}$  ist die Dimension des Zustandsvektors. Mit der oben definierten Messgleichung (2.65) ergibt sich für den Erwartungswert der Messung  $\hat{\underline{y}}^{(-)}(t_k) = \underline{h}(\hat{\underline{x}}^{(-)}(t_k), t_k)$  und damit für die Wahrscheinlichkeitsdichte der erwarteten Messung

$$\begin{aligned} p(\underline{y}(t_k)|\underline{y}(t_{k-1}), \dots, \underline{y}(t_1)) &= N\{\hat{\underline{y}}^{(-)}(t_k), \mathbf{H}^{(-)}(t_k)\mathbf{P}^{(-)}(t_k)\mathbf{H}^{(-)T}(t_k) + \mathbf{R}(t_k)\}(\underline{y}(t_k)) . \end{aligned} \quad (2.75)$$

Spezialfälle des EKF's sind basierend auf linearen, zeitkontinuierlichen Zustandsraummodellen (2.3, 2.4) (siehe Seite 17) entworfene Filter. Dabei gelten alle obigen Gleichungen für die Prädiktions- und Measurement Update-Schritte, wobei die Jacobimatrizen  $\mathbf{F} = \mathbf{A}$  und  $\mathbf{H} = \mathbf{C}$  konstant sind.

### 2.4.2 Wahl der Auslegungsparameter

Hinweise zur Auslegung von EKF's gibt King [50]. Beim Filterentwurf werden die Auslegungsparameter  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}(t = 0)$ ,  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$ , wenn möglich, zunächst basierend auf physikalischen Überlegungen festgelegt. Im Rahmen dieser Arbeit werden Diagonalmatrizen angesetzt, so dass die Kovarianzmatrizen  $\mathbf{P}_0$  für den Anfangsschätzfehler und  $\mathbf{R}(t_k)$  für das Messrauschen direkt aus der Genauigkeit der vorliegenden Anfangszustände und der Messgenauigkeit abgeschätzt werden können.

Nach dieser, vom a priori Wissen ausgehenden Festlegung der Filterparameter, werden diese im Rahmen eines Tuningvorgangs anhand von Simulationsstudien so lange verbessert,

bis das Filter die gewünschten Phänomene zeigt. Obwohl bei dieser Vorgehensweise zum einen eine gewisse Willkür bei der Parameterwahl herrscht und es sich zum anderen häufig nicht um rein weiße, normalverteilte Rauschprozesse handelt, haben die Erfahrungen bei der Anwendung von KF<sub>n</sub> gezeigt, dass die Schätzergebnisse relativ unempfindlich bezüglich der Beschreibung der Rauschprozesse sind. Neben King [50] weist darauf unter anderem auch Kuhn [58] hin, der Kalman- und Punktmassen-Filter für die Beobachtung eines nicht weiß verrauschten Bioprozesses miteinander vergleicht.

# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau und Simulationsstudien

Das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit liegt auf der experimentellen Umsetzung von modellbasierten Regelungen. Im Abschnitt 3.1 werden der experimentelle Aufbau, die verwendete Messtechnik sowie die Signalverarbeitung für den Regelkreis beschrieben. Insbesondere zur Entwicklung von modellbasierten Messverfahren ist das Verständnis der zeitlichen und räumlichen Zusammenhänge der instationären Strömungsprozesse notwendig. Da eine Messtechnik, mit der das Strömungsfeld im Experiment räumlich und zeitlich hoch aufgelöst wird, nicht zur Verfügung steht, wurden für die Entwicklung des Verfahrens Simulationsdaten verwendet. Im Abschnitt 3.2 wird auf die im Rahmen paralleler Forschungsarbeiten zur Verfügung gestellten numerischen Simulationen (siehe auch Becker u. a. [11, 12]) eingegangen. Die strömungsmechanischen Parameter, die die ablösende Grenzschicht charakterisieren und deren weitere Entwicklung bestimmen, und der stationäre Zusammenhang zwischen der Anregung und der Wideranlegelänge werden im Abschnitt 3.3 dargestellt.

### 3.1 Experimenteller Aufbau und Messtechnik

#### 3.1.1 Windkanal und Messstrecke

##### Windkanal

Für die Experimente wurde der von König [55] zur Untersuchung des Mischungsverhaltens von Scherschichten verwendete Niedergeschwindigkeitskanal umgebaut. Von den ursprünglich zwei übereinander liegenden, parallelen Volumenströmen zur Erzeugung einer Scherschicht wird lediglich der obere Teilstrom für die Anströmung des Stufenmodells verwendet.

Es handelt sich um einen offenen, blasend betriebenen Windkanal, der von einem Radialventilator mit regelbarem Drehstrommotor angetrieben wird. Der Luftstrom wird zunächst in einem Diffusor mit Prallsieb verzögert und gelangt dann in die Beruhigungskammer. Sowohl am Eintritt als auch am Austritt aus der Beruhigungskammer befinden sich Lochbleche mit Filtermatten, um ein möglichst gleichförmiges Strömungsprofil mit geringen Fluktuationen zu erreichen. Anschließend wird der Luftstrom von der Einlaufdüse beschleunigt, die mit einem Kontraktionsverhältnis von 27.5:1 von einem linear konvergenten ersten Teil in einen aus einem Viertelkreis gebildeten zweiten Teil übergeht.

### Messstrecke

An den Austrittsquerschnitt der Einlaufdüse von  $400 \times 100$  mm schließt sich die Messstrecke (siehe Bild 3.1) mit einer Länge von 1600 mm, einer Breite von 400 mm und einer Höhe von 95 mm an. Die obere Wand sowie die Seitenwände bestehen aus Plexiglas. Über die Drehzahl des Motors können Anströmgeschwindigkeiten  $U_\infty$  im Bereich von 2.5 bis ca. 20 m/s eingestellt werden.

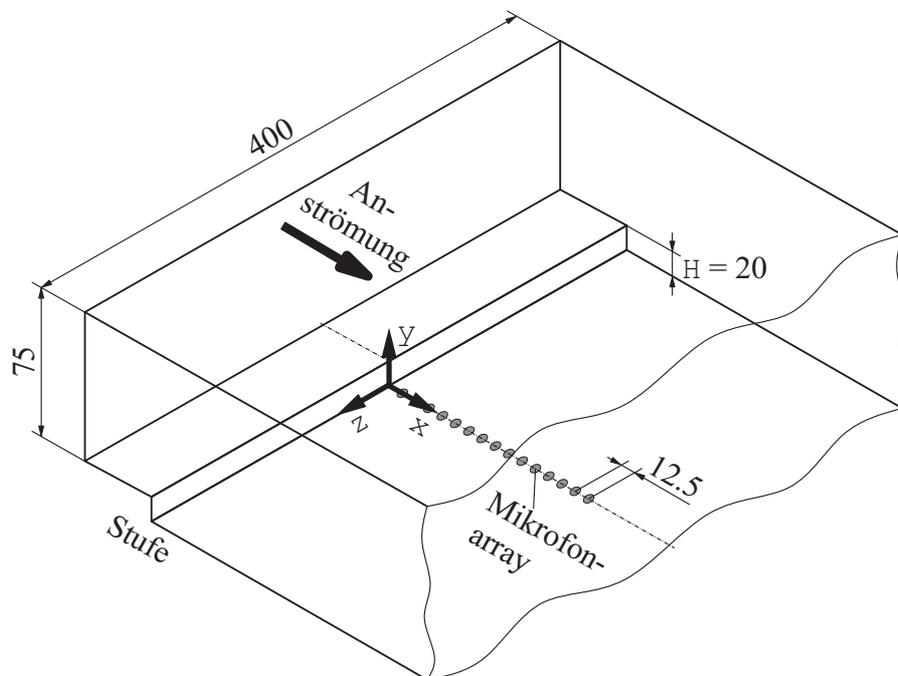


Bild 3.1: Schematische Darstellung der Messstrecke mit dem Mikrofonarray. Alle Maße sind in der Einheit mm angegeben.

## Stufenmodell

Direkt am Eintritt der Messstrecke befindet sich das senkrecht zur Anströmung ausgerichtete Stufenmodell (siehe Bild 3.2). Dasselbe Modell wurde zuvor von Huppertz [47] für die Grundlagenuntersuchungen zur Aufklärung der Strömungsphysik, die die Ausgangsbasis für die vorliegende Arbeit bilden, verwendet. Die Stufenhöhe beträgt  $H = 20$  mm und das Verhältnis zwischen den Strömungsquerschnitten stromab und stromauf der Stufe, das sog. Erweiterungsverhältnis, beträgt  $ER = 1.267$ . Oberhalb der 46 mm langen, elliptischen Hancock-Nase bildet sich eine Grenzschicht aus, die an der Stufenkante ablöst. Um eine definierte Grenzschicht zu erhalten, wird die Düse unterhalb der Nase ausgeblasen.

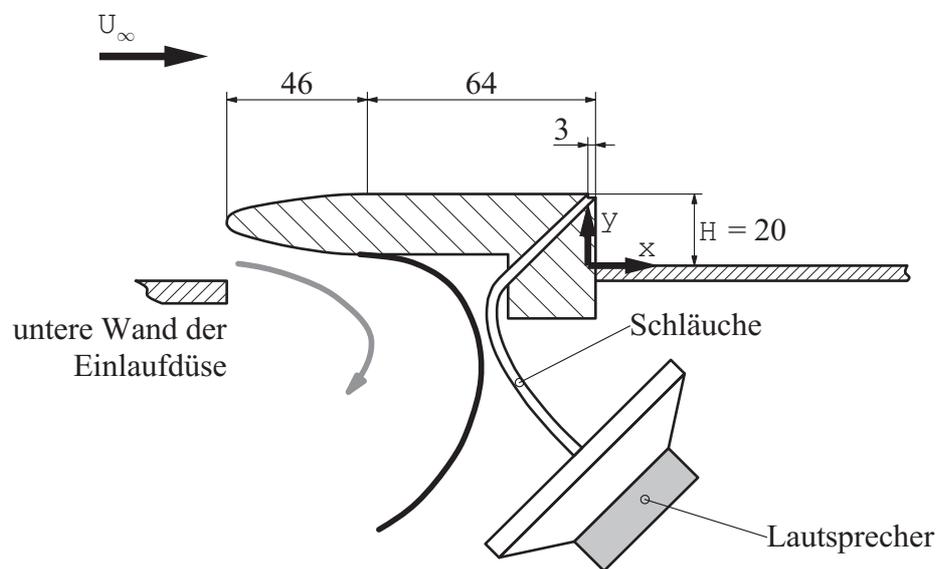


Bild 3.2: Stufenmodell mit Anregungsmechanismus von Huppertz [47]. Alle Maße sind in der Einheit mm angegeben.

Das bereits in den Bildern 1.1 (siehe Seite 4) und 3.1 eingeführte Koordinatensystem hat seinen Ursprung  $x = 0$  an der Stufenkante, wo die Ablösung stattfindet, und  $y = 0$  an der unteren Wand hinter der Stufe. Die spannenweite Koordinate ist  $z$ . Deren Ursprung befindet sich im Mittelschnitt. Bei dem in Bild 3.2 gezeigten Stufenmodell befindet sich die Ablösekannte konstruktionsbedingt 3 mm stromauf der senkrechten Wand, so dass sich dort der Koordinatenursprung  $x = 0$  befindet.

## Anregungstechnik

Die Anregung der ablösenden Grenzschicht erfolgt über einen 2 mm breiten Schlitz an der Stufenkante mit einem Winkel von  $45^\circ$ . Als Anregungsquelle dienen vier Lautsprecher, die

jeweils mit einer harmonischen monofrequenten Eingangsspannung entsprechend Gl. (1.5) angesteuert werden (siehe Seite 7). Die so erzeugten Schalldruckschwankungen zur Anregung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität werden über Schläuche zum Anregungsschlitz an der oberen Stufenkante geleitet, so dass sich eine in Spannweitenrichtung möglichst gleichförmige Anregung ergibt.

Im regelungstechnischen Sinn ist die Amplitude  $m_0(t)$  der harmonischen Anregung die Stellgröße, d.h.  $u(t) = m_0(t)$ . Die Anregungsfrequenz  $f_a$  bleibt konstant und ist für die jeweilige Konfiguration von der Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  abhängig, weil sich damit die Impulsverlustdicke  $\delta_2$  der ablösenden Grenzschicht ändert (vgl. Gl. (1.6) auf Seite 7). Da es sich um das zuvor von Huppertz [47] verwendete Stufenmodell handelt, können Einzelheiten bezüglich der durch die Anregung erzeugten Geschwindigkeitsverteilung und deren Gleichförmigkeit dort entnommen werden.

Bei der Ansteuerung der Lautsprecher mit Stellgrößenverläufen  $u(t)$ , beispielsweise zur Identifikation des dynamischen Systemverhaltens oder durch einen Regler, muss darauf geachtet werden, dass die harmonische Signalform von  $m(t)$  entsprechend Gl. (1.5) (siehe Seite 7) nicht unzulässig verzerrt wird. Für durch Verzerrungen hervorgerufene hochfrequente Signalanteile ist die ablösende Grenzschicht nicht sensitiv.

### 3.1.2 Messtechnik

Voraussetzung für den Aufbau einer Regelung ist das Vorhandensein einer onlinefähigen Messtechnik, welche die gesuchten Regel- oder Zustandsgrößen mit ausreichender räumlicher und zeitlicher Auflösung erfasst und die Strömung nicht störend beeinflusst. Obwohl in der Strömungsmechanik eine Vielzahl von Methoden zur Messung der Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  existieren, reduzieren die oben genannten Forderungen die Auswahl deutlich. Bekannte Wandschubspannungssensoren wie nicht wandbündige Hitzdrähte, Wandpulsdrähte oder klassische Oberflächenzäune, wie sie z. B. im Übersichtsartikel von Fernholz u. a. [29] beschrieben werden, sind zum einen sehr aufwändig in der Kalibrierung und Handhabung. Zum anderen sind sowohl die Sensoren als auch die zugehörigen Verstärker für regelungstechnische Anwendungen relativ teuer. Dieses gilt insbesondere für den Aufbau von Arrays, so dass die Praktikabilität aus diesen Gründen stark eingeschränkt ist.

Für die direkte Messung der Wandschubspannung werden zur Zeit unter Verwendung von Technologien für mikro-elektromechanische Systeme (MEMS) Oberflächenzäune (Schober u. a. [98]) und Wandhitzdrahtsensorarrays (Burkhardt [18]) entwickelt. Sowohl die Oberflächenzäune als auch die Wandhitzdrahtsensoren befinden sich jedoch noch im Entwicklungsstadium und stehen daher noch nicht in ausreichender Anzahl zur Verfügung, um ein für eine Regelung erforderliches Array aufzubauen.

Als praktikable, robuste und kostengünstige Alternative haben sich Mikrofone zur Messung der Wanddruckfluktuationen an der unteren Wand im Nachlauf der Stufe erwiesen. Da die zu regelnde Wiederanlegelänge  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  damit nicht direkt gemessen wird, muss eine Schätzung oder aber eine Ersatzregelgröße mittels einer geeigneten Signalauswertung bestimmt werden, siehe unten.

### Mikrofonarray

Bild 3.1 (siehe Seite 48) zeigt die Anordnung der Mikrofone als linienförmiges Array zur Messung der durch das näherungsweise zweidimensionale Strömungsfeld aufgeprägten Wanddruckfluktuationen  $\mathbf{p}'$ . Die einzelnen Mikrofone sind hintereinander im Mittelschnitt der Messstrecke an der unteren Wand im Nachlauf der Stufe angebracht. Aus Konstruktionsgründen muss ein Mindestabstand von 12.5 mm, d.h. 0.625 Stufenhöhen  $H$ , eingehalten werden.

Als Mikrofone haben sich die Elektretkapseln der Firma *Sennheiser* vom Typ *KE 4-211-2* aufgrund ihres stabilen elektroakustischen Übertragungsverhaltens und ihres geringen Eigenrauschens bewährt (C. Gutknecht, persönliche Mitteilung). Bei der Stufennachlaufströmung sind insbesondere die Signalkomponenten von Interesse, die durch die sich mit der Kelvin-Helmholtz-Instabilitätsfrequenz  $f_{KH}$  bzw. mit der Anregungsfrequenz  $f_a \approx f_{KH}$  zu Wirbeln aufrollende Scherschicht aufgeprägt werden (vgl. Gl. (1.1) auf Seite 5 und Gl. (1.6) auf Seite 7). Beim Vorhandensein einer Wirbelpaarung müssen entsprechend noch die halben Frequenzen  $f_{KH}/2$  bzw.  $f_a/2$  aufgelöst werden. Dies stellt für die Messungen mit obigen Mikrofonen ein Problem dar, weil der im Bild 3.3 gezeigte exemplarische, aus Messdaten bestimmte Frequenzgang eines Mikrofons einen deutlichen Abfall im unteren Frequenzbereich aufweist.

Der tieffrequente Bereich ist für Messungen daher zunächst ungeeignet, weil die Messsignale dort infolge des differenzierenden Übertragungsverhaltens gedämpft und verzerrt werden. Um dem abzuhelpen, muss das differenzierende Verhalten mit einem zusätzlichen Filter kompensiert werden. Dazu wird der experimentell bestimmte Frequenzgang jedes einzelnen Mikrofons im relevanten Frequenzbereich zunächst durch eine Übertragungsfunktion  $G(s)$  mit Standardidentifikationsverfahren beschrieben. Im relevanten Frequenzbereich wird nun ein konstanter Amplituden- und Phasengang erreicht, indem die Messsignale mit der inversen Übertragungsfunktion  $G^{-1}(s)$  gefiltert werden.

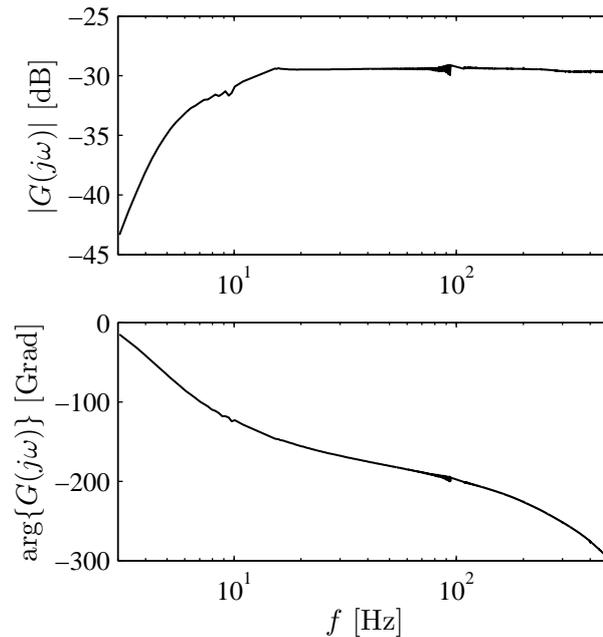


Bild 3.3: Experimentell bestimmter Frequenzgang eines Elektretmikrofons der Firma *Sennheiser* vom Typ *KE 4-211-2*.

(Zur Berechnung des Frequenzganges werden die gemessenen Drücke in der Einheit Pa und die Mikrofonsignale in der Einheit V verwendet.)

### Heuristisches RMS-Messverfahren zur Online-Bestimmung der Wiederanlegelänge

Für den Aufbau der ersten Regelkreise im Experiment ist bereits in Becker u. a. [11, 12] eine Ersatzregelgröße für die Wiederanlegelänge mittels eines heuristischen RMS-Messverfahrens vorgeschlagen worden. Dieses Verfahren soll im Folgenden vorgestellt werden. Dabei wird die zeitlich gemittelte Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  datengetrieben anhand einer Heuristik aus Mikrofonsmessungen von  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}$  bestimmt. In Übereinstimmung mit den experimentellen Arbeiten von Mabey [68] konnte in Becker u. a. [11, 12] gezeigt werden, dass der Verlauf des RMS-Wertes  $\mathbf{p}'_{\text{ges}, RMS}(\mathbf{x})$  der gemessenen Wanddruckfluktuationen in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  ein ausgeprägtes Maximum aufweist, dessen Position mit der Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  korreliert. Diese Eigenschaft wurde in einer Vielzahl von weiteren Untersuchungen abgelöster Strömungen bestätigt (siehe z. B. Cherry u. a. [20], Kiya und Sasaki [52] und Lee und Sung [60]).

Becker u. a. [11, 12] haben gezeigt, dass sich die Position des RMS-Maximums bei der Stufenströmung sowohl für den natürlichen als auch für den angeregten Fall mit guter Genauigkeit bei 90% der zeitlich gemittelten Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  befindet, siehe Bild 3.4. Dort ist der Verlauf von  $\mathbf{p}'_{\text{ges}, RMS}(\mathbf{x})$  in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  relativ zur gemittelten Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  aufgetragen.

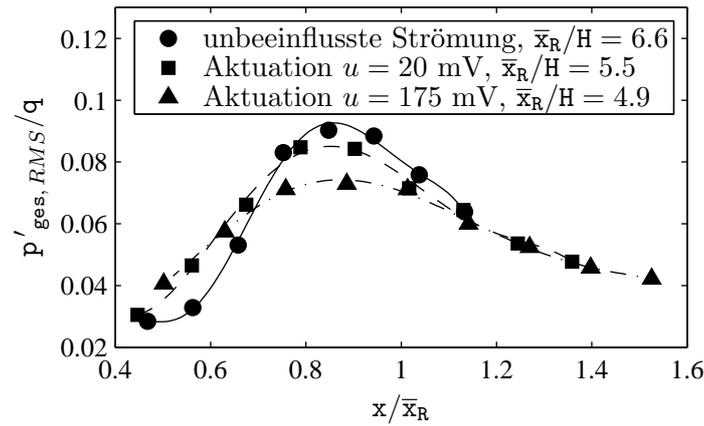


Bild 3.4: Bestimmung der zeitlich gemittelten Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  anhand der Entwicklung der normierten RMS-Wanddruckfluktuationen  $p'_{ges, RMS}(\mathbf{x})/q$  in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$ . In dieser und allen folgenden Bildern werden normierte Größen dargestellt. Die Bezugsgrößen  $\bar{x}_R$  und  $q$  können jeweils dem Symbolverzeichnis entnommen werden.

(Experiment bei  $Re_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

Sowohl die Einbaubedingungen als auch die zur Verfügung stehenden Mikrofone begrenzen die örtliche Auflösung dieses Verfahrens in Strömungsrichtung. Für die Bestimmung der Position des Maximums wird der RMS-Verlauf  $p'_{ges, RMS}(\mathbf{x})$ , wie in Bild 3.4 gezeigt, daher durch Polynome interpoliert. Für die verwendete Mikrofonanordnung wurde ein Polynom 6. Ordnung gewählt, da dieses die Position des Maximums mit ausreichender Genauigkeit wiedergibt, ohne empfindlich auf Messfehler einzelner Mikrofone zu reagieren (C. Gutknecht, persönliche Mitteilung). Diese Messmethode zur Signalauswertung wird im Folgenden als RMS-Methode bezeichnet.

Im Online-Betrieb wird ein gleitendes Zeitfenster für die RMS-Mittelung verwendet. Im Strömungsfall  $Re_H = 4000$  muss das Zeitfenster eine Länge von mindestens 3 Sekunden besitzen, damit die mit der RMS-Methode bestimmte Ersatzregelgröße  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  die tatsächliche, ebenfalls zeitgemittelte Wiederanlegelänge mit ausreichender Genauigkeit wiedergibt (siehe Becker u. a. [11, 12]). Somit wird die zeitliche Auflösung der RMS-Methode durch die Länge des Zeitfensters begrenzt. PIV-Messungen und Simulationsstudien zeigen jedoch übereinstimmend, dass sowohl die natürlichen, durch das instationäre Strömungsfeld aufgeprägten Bewegungen als auch die infolge einer Aktuation hervorgerufene Reaktion von  $\mathbf{x}_R(t)$  deutlich schneller stattfinden. Beispielsweise liegen die Zeitkonstanten für Einschwingvorgänge beim Ein- und Ausschalten der Aktuation bei  $Re_H = 4000$  im Bereich zwischen 0.2 s bis 0.6 s (siehe Abschnitt 6.1.1). Bei der RMS-Methode steht dem Nachteil der geringen zeitlichen Auflösung jedoch der Vorteil der einfachen Implementierung und der Robustheit dieses Verfahrens gegenüber.

### 3.1.3 Regelkreis

Ziel der Regelung ist die Einstellung der Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  über die Amplitude der harmonischen Anregung. Für die Online-Signalauswertung im Experiment steht ein digitaler Signalprozessor (DSP) mit A/D-Wandlern und D/A-Schnittstelle vom Typ *DS 1103 PPC Controller Board* der Firma *dSpace* zur Verfügung. Bild 3.5 zeigt schematisch den Aufbau des Regelkreises. Das parallele Einlesen der Mikrofonsignale über die A/D-Wandler, die Signalverarbeitung, die sowohl die Auswertung der Messsignale zur Gewinnung der Regelgröße  $y(t) = x_R(t)$  als auch die Berechnung der Stellgröße  $u(t)$  durch den Amplitudenregler umfasst, und die Ausgabe der Stellgröße werden in Echtzeit durchgeführt. Die gewählte Abtastfrequenz von 3 kHz ist 40 mal größer als die Anregungsfrequenz  $f_a$  (siehe Abschnitt 3.3) und somit deutlich größer als die das Systemverhalten bestimmenden Zeitkonstanten.

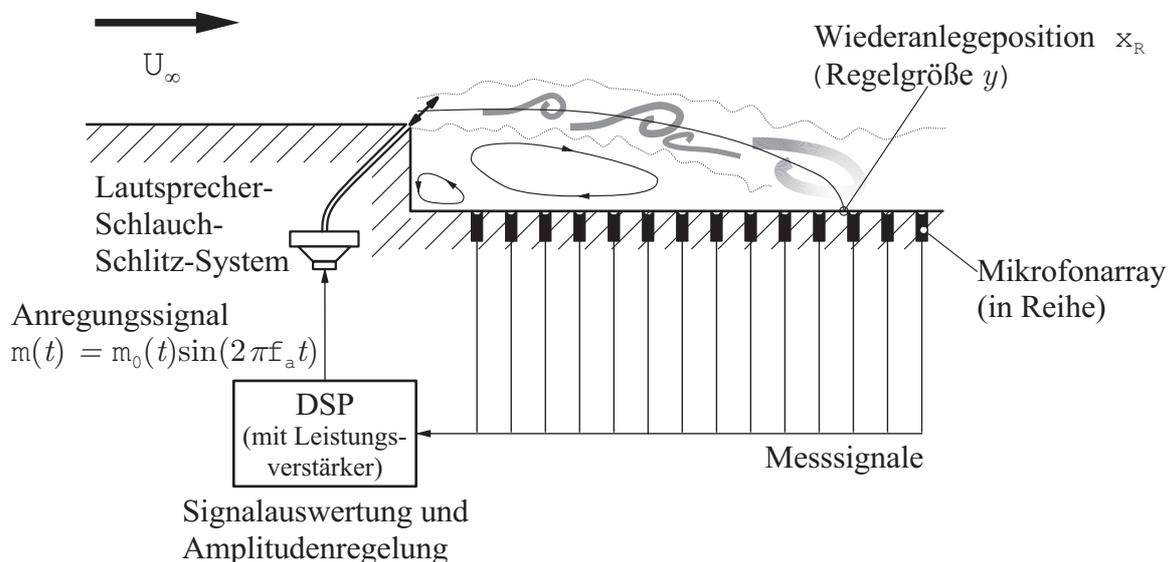


Bild 3.5: Schematischer Aufbau der Regelung für die Stufenströmung im Experiment.

## 3.2 Numerische Simulation

Zur zeitlich und räumlich hoch aufgelösten Untersuchung von Strömungsphänomenen wird die bereits im Rahmen der Arbeiten von Becker u. a. [11, 12] verwendete, mittels einer numerischen Simulation berechnete Datenbasis herangezogen. Für die Simulationsstudien wird der am Lehrstuhl für Fluidmechanik der Technischen Universität München und am Lehrstuhl für Strömungsmechanik der Universität der Bundeswehr München entwickelte Strömungscode *MLET* verwendet (Manhart [69]). *MLET* dient der direkten numerischen Simulation (DNS) und der Grobstruktur- oder large-eddy Simulation (LES) von turbulenten

Strömungen. Zur räumlichen Diskretisierung der beschreibenden, instationären und dreidimensionalen Navier-Stokesschen Gleichungen wird ein finite Volumen Verfahren angewendet (Werner und Wengle [124]). Dabei wird das Rechengebiet ( $23 \times 6 \times 12$  Stufenhöhen  $H$  in Strömungs- und Spannweitenrichtung sowie in der Höhe) in  $256 \times 64 \times 80$  Volumenelemente eingeteilt. Das Rechengitter ist nur in spannweitiger Richtung äquidistant. In Gebieten, in denen kleinskalige Strukturen auftreten, wird jeweils eine feinere Diskretisierung verwendet.

Um im Gegensatz zum immensen Rechenbedarf bei einer DNS der Navier-Stokesschen Gleichungen einen vertretbaren Aufwand zu erreichen, wird eine LES verwendet. Während kleinskalige turbulente Strukturen bei einer DNS durch die Wahl eines sehr feinen Gitters aufgelöst werden müssen, erlaubt die LES eine gröbere räumliche Diskretisierung. Dabei wird der Einfluss kleiner Strukturen, die durch das Gitter nicht aufgelöst werden, durch ein dynamisches subgrid-scale Modell nach Germano u. a. [38] berücksichtigt.

Die für die vorliegende Arbeit zur Verfügung gestellte LES ist zuvor von Bärwolff [8] und Bärwolff und Jeggle [9] anhand von Simulationsstudien gegen eine ebenfalls mit *MLET* durchgeführte DNS validiert worden. Die DNS ihrerseits wurde von Wengle u. a. [123] mit experimentellen Daten verglichen.

Die Stufenhöhe beträgt wie beim Experiment  $H = 20$  mm. Randbedingungen sind für die unteren Begrenzungen des Rechengebiets Wandhaftung und für die oberen Ränder verschwindende Gradienten von  $u(\mathbf{y})$  und  $w(\mathbf{y})$  in Normalenrichtung sowie  $\mathbf{v} = 0$ . In Spannweitenrichtung werden periodische Randbedingungen und am Ausströmrand verschwindende Geschwindigkeitsgradienten in  $\mathbf{x}$ -Richtung angesetzt. Am Eintrittsrand  $\mathbf{x}/H = -5$  vor der Stufenkante wird ein kastenförmiges Geschwindigkeitsprofil  $u(\mathbf{x} = -5H, \mathbf{y} > H, \mathbf{z})/U_\infty = 1$  vorgegeben, aus dem sich anschließend eine laminare Grenzschicht entwickelt.

Die Anregung durch periodisches Ein- und Ausblasen wird analog zum Experiment mittels eines harmonischen Geschwindigkeitssignals  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$  über einen Manipulationsspalt an der oberen Stufenkante mit einem Winkel von  $45^\circ$  realisiert. Im zeitlichen Mittel findet somit kein Massendurchsatz durch die Anregung statt. Stellgröße im regelungstechnischen Sinn ist wiederum die Amplitude  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$  des Geschwindigkeitssignals. Nähere Informationen zu den durchgeführten Simulationen finden sich in Garwon [34].

### 3.3 Strömungsparameter und statische Charakteristik bezüglich der Anregung

#### Strömungsparameter

Für die meisten Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine Reynolds-Zahl von  $Re_H = 4000$  gewählt. Im vorliegenden Fall entspricht dies einer Anströmgeschwindigkeit von  $U_\infty = 3.04$  m/s. Durch die moderate Strömungsgeschwindigkeit soll gewährleistet werden, dass der Strömungszustand am Einlauf vor der Ablösung laminar bleibt und somit die Übertragbarkeit der Ergebnisse von Huppertz [47] bezüglich der Strömungsphysik und des Anregungsmechanismus gegeben ist. In Tabelle 3.1 sind die im Experiment und in der Simulation verwendeten Strömungsparameter einschließlich dem Grenzschichtzustand an der Abströmkante zusammengestellt. Dabei gibt die Streckung AR das Verhältnis zwischen der Breite der Messstrecke und der Stufenhöhe  $H$  an. Die sich einstellenden mittleren Wiederanlegelängen  $\bar{x}_R$  liegen im Bereich der beobachteten Längen für solche Ablöseblasen (vgl. z. B. Adams und Johnston [2] und Huppertz [47]).

Tabelle 3.1: Parameter der unbeeinflussten Stufenströmung (Grenzschichtzustand an der Abströmkante  $x = 0$ ).

	H [mm]	$Re_H$	$Re_{\delta_2}$	$\delta_{99}/H$	$\delta_2/H$	$H_{12}$	ER	AR	$\bar{x}_R/H$
Experiment	20	4000	81	0.168	0.020	2.30	1.267	20	6.6
Simulation (LES)	20	4000	87	0.185	0.022	3.01	1.091	6	6.6

Bild 3.6 zeigt die mittleren  $u(y)$ -Geschwindigkeitsprofile an der oberen Stufenkante im Experiment und in der Simulation. Wie auch bei Huppertz [47] erzeugt die Verdrängungswirkung der sich entwickelnden Grenzschicht am Einlauf (Nase im Experiment) ein Überschießen in Wandnähe. Der Vergleich beider Grenzschichten mit dem idealen laminaren Grenzschichtprofil nach Blasius für den Formparameter  $H_{12} = 2.6$  (siehe Schlichting [97]) zeigt eine gute Übereinstimmung.

Wie bereits in den Abschnitten 1.2.1 (Seite 4) und 1.2.2 (Seite 7) beschrieben, wird die Instabilitätsfrequenz  $f_{KH}$  und damit die effektivste Anregungsfrequenz  $f_a \approx f_{KH}$  neben der Profilform durch die Dicke der ablösenden Grenzschicht festgelegt. Da es sich im vorliegenden Fall sowohl beim Experiment als auch bei der numerischen Simulation mit guter Näherung um laminare Grenzschichten handelt, ergeben sich die gesuchten Anregungsfrequenzen  $f_a$  aus der Strouhal-Zahl, siehe Gl. (1.6), mit den jeweiligen Impulsverlustdicken  $\delta_2$  (siehe Tabelle 3.1). Trotz der geringfügig unterschiedlichen Impulsverlustdicken im Experiment und in der Simulation wird für beide Fälle eine Anregungsfrequenz von  $f_a = 75$  Hz angesetzt.

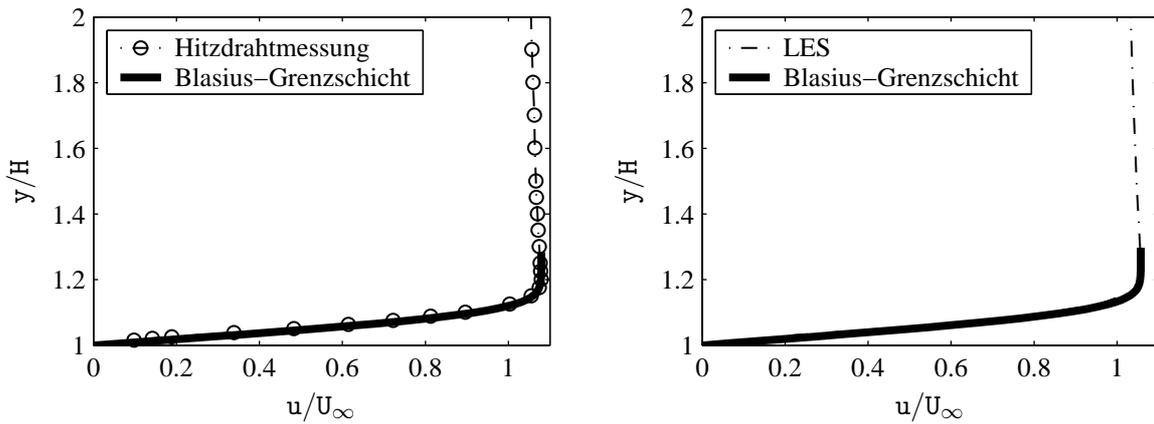


Bild 3.6: Mittlere  $u(y)$ -Geschwindigkeitsprofile an der Abströmkante ( $x = 0, y = H$ ) im Experiment (*links*) und in der Simulation (*rechts*).

(Unbeeinflusste Strömung bei  $Re_H = 4000$ )

### Statische Charakteristik bezüglich der Anregung

Die meisten in der strömungsmechanischen Literatur vorgeschlagenen Konzepte zur aktiven Beeinflussung berücksichtigen keine dynamischen Übergänge, sondern betrachten nur den stationären, genauer gesagt den räumlich und/oder zeitlich gemittelten Zustand des eingeschwungenen Systems. Unter der statischen Charakteristik wird hier also die Ein-/Ausgangskennlinie zwischen den die Anregung und den die Systemantwort beschreibenden Größen im eingeschwungenen und gemittelten Zustand ( $t \rightarrow \infty$ ) verstanden.

Bild 3.7 zeigt die statischen Kennlinien der Konfiguration im Experiment. Es handelt sich dabei um die Gesamtcharakteristik, die sowohl das statische Übertragungsverhalten des Lautsprecher-Schlauch-Schlitz-Aktuators als auch des Strömungssystems umfasst. Der linke Teil von Bild 3.7 zeigt die Abhängigkeit der mittleren Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  von der Strouhal-Zahl  $St_{\delta_2} = \delta_2 f_a / U_\infty$  gebildet mit der Anregungsfrequenz  $f_a$  bei verschiedenen konstanten Stellgrößen  $u = m_0 = \text{const}$ . In Übereinstimmung mit der oben anhand der Impulsverlustdicke abgeschätzten Anregungsfrequenz  $f_a = 75$  Hz beträgt die Strouhal-Zahl der effektivsten Anregung für kleine Anregungsamplituden  $St_{\delta_2} \approx 0.01$  (bis  $u = 50$  mV, vgl. Gl. (1.6) auf Seite 7). Lediglich für große Anregungsamplituden ist die Subharmonische  $St_{\delta_2}/2 \approx 0.005$  bzw.  $f_a/2 \approx 37$  Hz die effektivere Anregungsfrequenz. Es soll hier jedoch nicht weiter untersucht werden, ob es sich dabei um ein Strömungseffekt handelt oder ob das Übertragungsverhalten des Lautsprecher-Schlauch-Schlitz-Aktuators dieses Phänomen verursacht. Grund ist, dass sich die Stellgrößen der später vorgestellten Regelungen vorwiegend im Bereich der kleineren Anregungsamplituden befinden, da das Verhältnis zwischen Anregung und Verkürzung der Wiederanlegelänge bei den größeren Amplituden infolge des dortigen Sättigungseffektes wenig effizient ist.

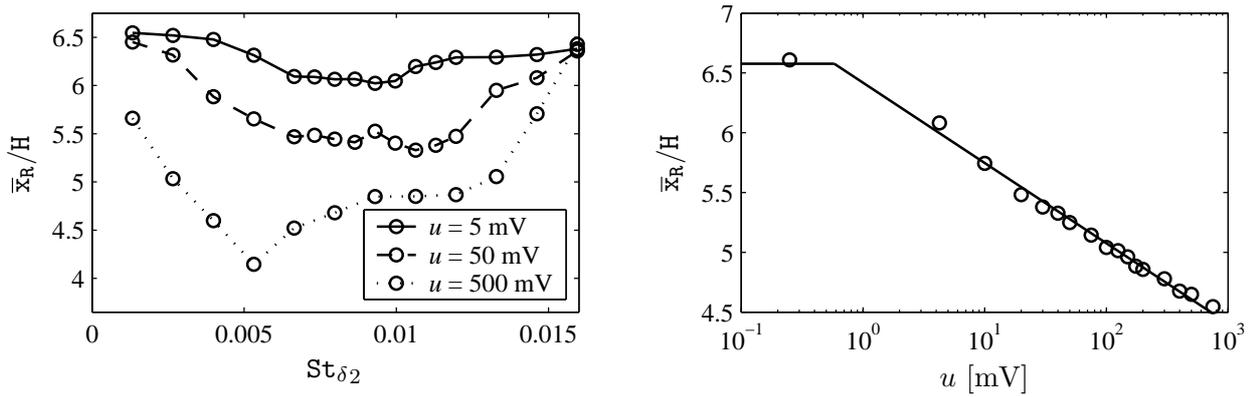


Bild 3.7: Mittlere Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  als Funktion der Strouhal-Zahl  $St_{\delta_2} = \delta_2 f_a / U_\infty$  (*links*) bei verschiedenen Anregungsamplituden  $u$  und als Funktion der Stellgröße  $u$  (*rechts*) bei konstanter, optimaler Anregungsfrequenz  $St_{\delta_2} = 0.01$  ( $f_a = 75$  Hz). Die dargestellten Kennlinien stellen die sich aus dem Übertragungsverhalten des Lautsprecher-Schlauch-Schlitz-Aktuators und dem des Strömungssystem ergebende Gesamtcharakteristik der Konfiguration im Experiment dar.

(Experiment bei  $Re_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0$ )

Für die experimentelle Konfiguration ist die statische Kennlinie der mittleren Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R(u)$  als Funktion der Stellgröße  $u = m_0$  im rechten Teil von Bild 3.7 aufgetragen. Anhand der logarithmischen Auftragung bezüglich  $u$  wird zum einen deutlich, dass mit großen Stellamplituden nur noch ein geringfügiger Anstieg der Verkürzung möglich ist. Zum anderen verkürzt sich die Wiederanlegelänge erst ab einer sehr kleinen Mindeststellgröße. Unterhalb dieser Mindeststellgröße führen offensichtlich die bereits in der Scherschicht vorhandenen Störungen zur Anfachung der Kelvin-Helmholtz-Instabilität.

# Kapitel 4

## Charakteristika der Mess- und der Regelgröße

Voraussetzung für den Aufbau eines Regelkreises ist die Online-Messung der Regelgröße. Wie im Abschnitt 3.1.2 (siehe Seite 50) ausgeführt, stehen hierfür jedoch keine zeitlich hoch auflösenden Sensoren zur Wandschubspannungsmessung zur Verfügung. Dies stellt die Motivation für die Entwicklung modellbasierter Messverfahren zur Online-Schätzung einer zeitlich hoch aufgelösten Wiederanlegelänge dar. Grundlage für den Entwurf solcher modellgestützter Messverfahren sind Prozessmodelle, welche die Dynamik der gesuchten Zustandsgrößen und deren Zusammenhang mit der tatsächlich vorhandenen Messgröße, hier die Wanddruckfluktuationen, beschreiben. Um die benötigten, parallel zum Prozess simulierten Modelle und die darauf aufbauenden Messverfahren im nächsten Kapitel entwickeln zu können, werden in diesem Kapitel die zeitlichen und räumlichen Zusammenhänge im Strömungsfeld im Hinblick auf den Informationsgehalt der Mikrofonssignale und das Verhalten der Wiederanlegeposition untersucht.

Im Abschnitt 4.1 wird der Entstehungsmechanismus der Wanddruckfluktuationen anhand von simulierten Strömungsfeldern untersucht. Anschließend werden in den Abschnitten 4.2 und 4.3 die zeitlichen und räumlichen Eigenschaften der Messgröße und der zu regelnden Wiederanlegelänge genauer betrachtet. Abschließend werden die später benötigten Erkenntnisse im Abschnitt 4.4 noch einmal zusammengefasst.

## 4.1 Entstehungsmechanismus des wandnahen Strömungsfeldes

Die sich periodisch zu spannungweitigen kohärenten Wirbelstrukturen aufrollende Scherschicht prägt im wandnahen Strömungsfeld sowohl die Messgröße (Wanddruckfluktuationen) als auch die Regelgröße (Wiederanlegelänge) auf (siehe auch Pastoor u. a. [80]). Von besonderem Interesse im Hinblick auf den Informationsgehalt der Mikrofon-signale sind die im wandnahen Geschwindigkeitsfeld  $u'(\mathbf{x}, t)$  und Druckfeld  $p'(\mathbf{x}, t)$  aufgeprägten charakteristischen Muster, die sog. Wirbelfußabdrücke. Die Untersuchung dieses Phänomens war bereits vielfach Gegenstand numerischer Simulationen (z. B. Le u. a. [64] sowie Na und Moin [73]) und experimenteller Arbeiten (z. B. Cherry u. a. [20], Hijikata u. a. [44], Kiya und Sasaki [52, 53] sowie Lee und Sung [60, 61, 62]). Einen umfassenden Überblick geben die letztgenannten Autoren.

Im Abschnitt 4.1.1 werden die strömungsmechanischen Zusammenhänge zunächst phänomenologisch eingeführt. Der Entstehungsmechanismus bezüglich  $u'(\mathbf{x}, t)$  und  $p'(\mathbf{x}, t)$  wird in den darauf folgenden Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 anhand von simulierten Strömungsfeldern untersucht. Dort sind alle Strömungsgrößen zeitlich und räumlich hoch aufgelöst zugänglich. Dabei wird ein einfaches strömungsmechanisches Modell aus der Potentialtheorie abgeleitet, das die Aufprägung der wandnahen Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen durch das darüber liegende Strömungsfeld beschreibt. Ziel ist es, die Strömungsgebiete, die die Wirbelfußabdrücke aufprägen, eindeutig zu identifizieren.

### 4.1.1 Strömungsphänomene

Bild 4.1 soll den momentanen Zusammenhang zwischen dem im oberen Teil gezeigten Gesamtströmungsfeld und dem im Bereich der unteren Wand aufgeprägten Strömungsfeld veranschaulichen. Das Gesamtfeld ist als Wirbelstärkeverteilung  $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  des spannungweitig gemittelten Strömungsfeldes dargestellt. Die mittels einer Mustererkennung (Q-Kriterium, siehe Adrian u. a. [3], Lesieur u. a. [65] und Zhou u. a. [127]) detektierten Scherschichtwirbel sind mit einer Linie umrandet. In den unteren Teilbildern sind die korrespondierenden, das Wandfeld charakterisierenden Verläufe der Wandreibung  $c_f(\mathbf{x})$ , der wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'(\mathbf{x})$  und der Wanddruckfluktuationen  $p'(\mathbf{x})$  dargestellt. Um auch die zeitliche Entwicklung zu zeigen, sind jeweils die Verläufe zu den aufeinander folgenden Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_0 + 2.2H/U_\infty$  nebeneinander aufgetragen.

Das Strömungsfeld im Wandbereich wird im Bild 4.1 jeweils durch die lokalen Strömungsgrößenverläufe im Mittelschnitt  $\mathbf{z} = 0$ , wo sich auch die Mikrofone befinden, und durch die in der Spannweitenrichtung  $\mathbf{z}$  gemittelten Verläufe dargestellt. Durch die spannungweitige Mit-

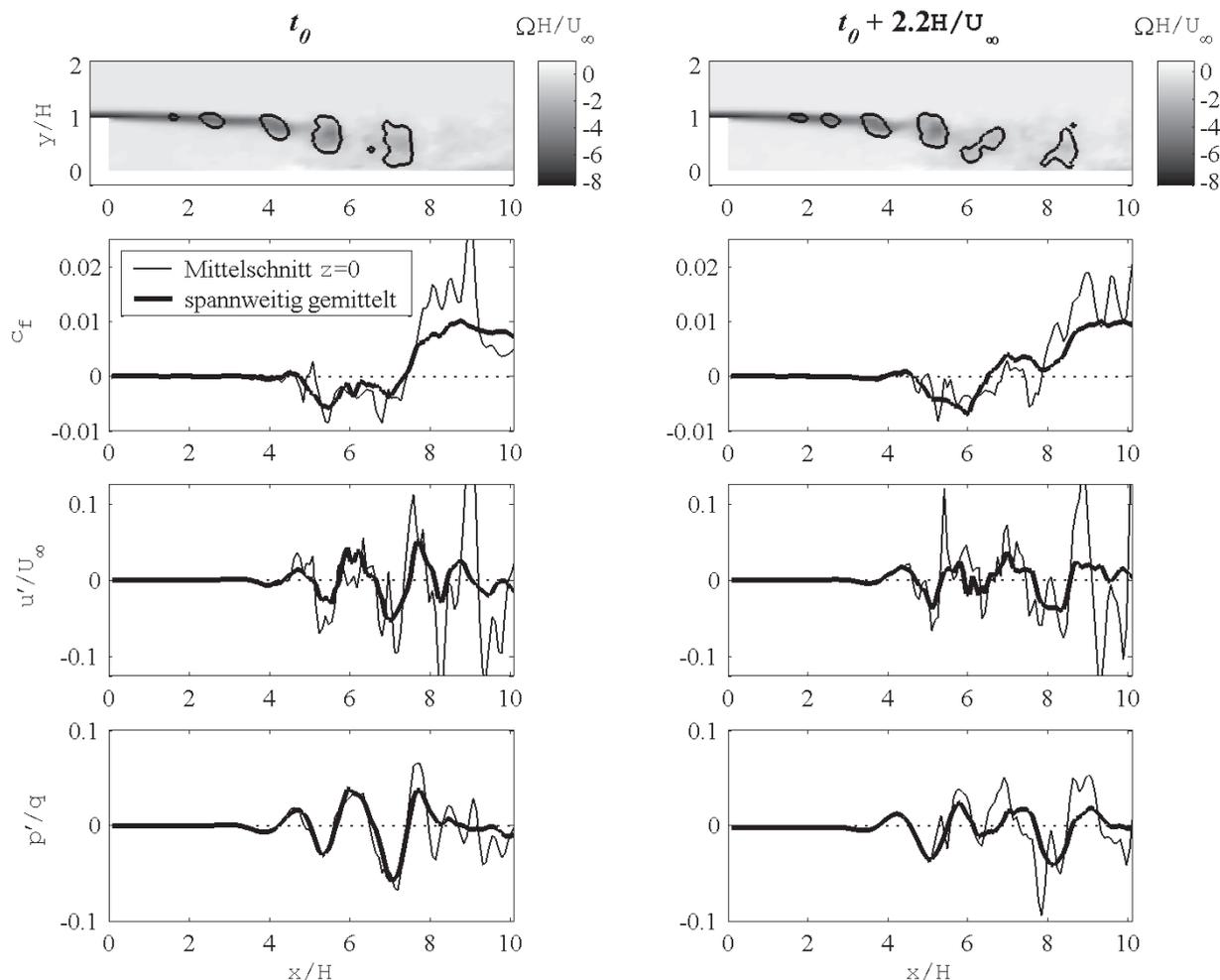


Bild 4.1: Veranschaulichung des räumlichen und zeitlichen Zusammenhangs zwischen dem Strömungsfeld (*oben*) und den im Bereich der unteren Wand aufgeprägten Wirbelfußabdrücken (*untere drei Diagramme*).

(Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

telung werden insbesondere die durch kleinskalige, stochastische Strukturen verursachten Schwankungen unterdrückt, so dass die gemittelten Verläufe von  $c_f(\mathbf{x})$ ,  $u'(\mathbf{x})$  und  $p'(\mathbf{x})$  die durch die großskaligen zweidimensionalen Strömungsstrukturen aufgeprägte Charakteristik wiedergeben. Im Gegensatz dazu sind die lokalen Verläufe im Mittelschnitt deutlich verrauschter. Die stochastischen Strukturen entstehen insbesondere durch den turbulenten Umschlag infolge der Verwirbelung.

Die Entwicklung des Wandreibungsverlaufes  $c_f(\mathbf{x})$  mit dem ausgeprägten, durch negative Wandreibung gekennzeichneten Rückströmgebiet wird durch die negative Wirbelstärke der darüber liegenden Scherschicht aufgeprägt (Bild 4.1). Durch die großen und wandnahen Wirbelstrukturen in der Scherschicht im Wiederanlegegebiet entsteht ein globales Minimum

im  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf jeweils bei  $\mathbf{x}/H \approx 5.4$  ( $t_0$ ) und bei  $\mathbf{x}/H \approx 5.9$  (bei  $t_0 + 2.2H/U_\infty$ ). Infolge der Wandinteraktion zerfallen die Wirbel dort und es kommt zum Wiederanlegen der Strömung, so dass eine positive Wandreibung (Vorwärtsströmung) entsteht. Der Nulldurchgang im  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf nach dem globalen Minimum bestimmt die Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R$  (vgl. Abschnitt 1.2.1). Bei der wiederangelegten Strömung befindet sich Wirbelstärke in der sich neu entwickelnden Grenzschicht und in den kleinskaligen Strukturen, die hauptsächlich durch den Wirbelzerfall entstanden sind. Anhand der Kopplung der Strömungsprozesse wird deutlich, dass die Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R$  durch die Wirbelentwicklung bestimmt wird.

Unter den einzelnen Scherschichtwirbeln befinden sich lokale Minima im  $c_f(\mathbf{x})$ - und somit auch im wandnahen  $u'(\mathbf{x})$ -Verlauf, weil durch die negative Zirkulation dort lokal Rückströmung verursacht wird. In den mittelwertfreien, wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'(\mathbf{x}, t)$  sind die lokalen Minima stärker ausgeprägt und unter jedem Wirbel zu erkennen. Im Bild 4.1 haben sich die Wirbel und die zugehörigen lokalen Minima zwischen den Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_0 + 2.2H/U_\infty$  ca. 0.9 Stufenhöhen  $H$  weiterbewegt. Als räumlich zeitliche Charakteristik ergibt sich somit ein mittelwertfreies Wellenfeld in  $u'(\mathbf{x}, t)$ . Dieses weist die Wirbelentstehungsfrequenz  $f_{KH}$  (unbeeinflusste Strömung) bzw.  $f_a$  (angeregte Strömung) auf und bewegt sich mit der Wirbelkonvektionsgeschwindigkeit  $c \approx U_\infty/2$  stromab. Die lokalen, mit der Wirbelbewegung synchronisierten Minima werden im Folgenden als *Wirbelfußabdrücke* bezeichnet. Da die Wirbelstrukturen Tiefdruckgebiete sind, werden auch im Wanddruck und in den im Bild 4.1 gezeigten Wanddruckfluktuationen  $p'(\mathbf{x}, t)$  entsprechende Wirbelfußabdrücke mit Wellenfeldcharakter aufgeprägt.

So wie der  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf die Entwicklung von der Scherschicht und von deren Wirbeln wiedergibt, so ist die Amplitude der Wirbelfußabdrücke ein Maß für die Größe und Stärke der Wirbel. Bei der Amplituden- und Wirbelentwicklung in Strömungsrichtung korrespondieren jeweils Wachstum und Zerfall miteinander.

Die Wanddruckfluktuationen  $p'(\mathbf{x}, t)$  enthalten neben dem Wellenfeld der Wirbelfußabdrücke noch eine unregelmäßig auftretende, niederfrequenterere Signalkomponente. Durch eine jedoch erst später im Abschnitt 4.2.2 bei der Auswertung der Mikrofonsignale beschriebene Filterung kann dieser manchmal auftretende Signalanteil unterdrückt werden. Sowohl hier als auch bei den folgenden Auswertungen ist diese Filterung bereits angewendet worden.

### 4.1.2 Entstehungsmechanismus der Wirbelfußabdrücke in den wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen

Ziel ist es, den im vorherigen Abschnitt zunächst phänomenologisch aufgezeigten Zusammenhang zwischen der Scherschicht- und Wirbelentwicklung und dem synchron aufgeprägten Wellenfeld der Wirbelfußabdrücke zu verstehen. Dabei soll insbesondere der Informations-

gehalt der Fußabdrücke untersucht werden, um daraus später auf den Strömungszustand schließen zu können.

Für die mathematische Beschreibung der Zusammenhänge innerhalb des Strömungsfeldes werden hier für Wirbelmethoden verwendete Ansätze aus der Potentialtheorie vorgeschlagen. Anhand eines solchen Wirbelmodells soll das wandnahe Geschwindigkeitsfeld an jedem Punkt als Überlagerung der Wirkungen jedes Punktes im Gesamtströmungsfeld beschrieben werden. Das wandnahe Strömungsfeld enthält somit globale Informationen über das darüber liegende Strömungsfeld.

Mittels des Wirbelmodells können also die durch einzelne Punkte oder ganze Strömungsgebiete des Gesamtfeldes im Wandbereich induzierten Komponenten separat berechnet werden. Durch diese Zerlegung bzw. Dekomposition soll nachgewiesen werden, dass die Wellenfelder der Wirbelfußabdrücke allein durch die Scherschichtaufrollung und die sich daraus entwickelnden diskreten Wirbel aufgeprägt werden. Im Einzelnen soll eindeutig gezeigt werden, dass das Wellenfeld der Fußabdrücke mit den diskreten Wirbeln synchronisiert ist, d.h. dass sich über den lokalen Minima die Wirbel befinden, und dass jeweils Wirbelwachstum und -zerfall mit dem Amplitudenwachstum bzw. -zerfall der Wellenfelder korrelieren. Dafür werden simulierte Daten verwendet. Um lediglich die zweidimensionalen Prozesse zu erfassen und stochastische Teilprozesse zu unterdrücken, werden hier spannweitig gemittelte Strömungsfelder für die Zerlegung verwendet.

### **Wirbelmodell zur Beschreibung der vom Strömungsfeld aufgeprägten Geschwindigkeitsfluktuationen im Bereich der unteren Wand**

Beim Einsatz eines Wirbelmodells wird das Strömungsfeld als Superposition einer reinen Potentialströmung und einer Wirbelströmung modelliert. Grundlagen zur Wirbelmodellierung sind im Anhang A zusammengefasst. Bei der rückwärts gewandten Stufe können die in den Geschwindigkeitsfluktuationen aufgeprägten Wirbelfußabdrücke nicht durch den drehungsfreien Potentialströmungsanteil verursacht werden, weil dieser stationär, d.h. zeitlich konstant, und nur von der Geometrie abhängig ist. Auch die Auswirkung der Anregung durch Ein- und Ausblasen an der Stufenkante auf die untere Wand ist vernachlässigbar. Somit müssen die wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen und damit auch die Fußabdrücke von der Wirbelströmungskomponente induziert werden.

Die vorhandene Wirbelstärkeverteilung  $\Omega(\mathbf{x}, y, t)$  wird zu jedem Zeitpunkt  $t$  mit Gl. (A.1) aus dem Geschwindigkeitsfeld der LES bestimmt (siehe Seite 153). Für die Diskretisierung der Wirbelstärkeverteilung wird der Einfachheit halber das LES-Gitter verwendet. Dabei wird für jede Gitterzelle ein diskreter Punktwirbel mit der Zirkulation entsprechend Gl. (A.2) angesetzt.

Da der Einfluss der oberen und der senkrechten Stufenwand sowie der oberen Kanalwand auf das interessierende Gebiet  $\mathbf{x}/H \gtrsim 2.5$ , in dem ausgeprägte Wirbelfußabdrücke auftreten, sehr gering ist, werden diese Randbedingungen vernachlässigt. Lediglich die untere Wand wird berücksichtigt, so dass sich der durch das gesamte Wirbelstärkefeld  $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  induzierte Geschwindigkeitsverlauf  $\mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  zu jedem Zeitpunkt mit guter Näherung aus Gl. (A.6) (siehe Seite 155) ergibt. Es handelt sich dabei um einen momentanen Zusammenhang. Entsprechendes gilt für das vertikale Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ . Da diese Komponente später nicht zur Auswertung benötigt wird, soll nicht weiter darauf eingegangen werden.

Aus  $\mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  können die mittelwertfreien Geschwindigkeitsfluktuationen  $\mathbf{u}'_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  durch Hochpassfilterung z. B. mit der Mikrofonübertragungsfunktion (siehe Bild 3.3 auf Seite 52) bestimmt werden.

### Aufprägung der wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen durch die Scherschicht- und Wirbelentwicklung

In dem im oberen Teil von Bild 4.2 gezeigten Wirbelstärkefeld  $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  ist zu erkennen, dass bei der abgelösten Strömung insbesondere die dick umrandet dargestellte Scherschicht einschließlich der Wirbelstrukturen (dünne Umrandung) konzentrierte Wirbelstärke enthält. Nach dem Wiederanlegen enthält dann die sich neu entwickelnde Grenzschicht ( $\mathbf{x}/H \gtrsim 10$ , im Bild 4.2 nicht mehr dargestellt) die meiste Wirbelstärke. In den kleinskaligen Wirbelstrukturen, die beispielsweise durch Diffusion aus der Scherschicht und durch den Wirbelzerfall entstehen, ist deutlich weniger Wirbelstärke gebunden. Die sich im restlichen Strömungsfeld befindliche Wirbelstärke ist vernachlässigbar klein.

Der mittlere Teil von Bild 4.2 zeigt die nur aus der Scherschichtwirbelstärke  $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  (dicke Umrandung im oberen Teilbild) bestimmte Zirkulationsdichteverteilung  $\partial\Gamma(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x} = \int \Omega d\mathbf{y}$  (berechnet über die gesamte Höhe der Scherschicht jeweils am Ort  $\mathbf{x}$ ). Infolge der instabilen Wirbeldynamik bildet sich ein Wellenfeld um den Mittelwert  $\partial\Gamma(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x} \cdot 1/U_\infty = -1$  (vgl. Pastoor u. a. [80]) aus, dessen Amplitude in Strömungsrichtung zunächst anwächst. Im Wiederanlegegebiet ab ca.  $\mathbf{x}/H \gtrsim 5.5$  wird die Zirkulation in der Scherschicht abgebaut.

Der untere Teil von Bild 4.2 zeigt, dass die tatsächlich vorhandenen momentanen und wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, \mathbf{y} = 0.0313H)$  mit den nur von der Scherschicht einschließlich den Wirbelstrukturen induzierten Geschwindigkeitsfluktuationen  $\mathbf{u}'_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y} = 0.0313H)$  im Wirbelwachstumsgebiet  $\mathbf{x}/H \lesssim 5.5$  sehr gut übereinstimmen. Dabei wurde das tatsächlich vorhandene, wandnahe Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, \mathbf{y} = 0.0313H)$  aus den LES-Daten bestimmt und  $\mathbf{u}'_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y} = 0.0313H)$  wurde mittels des Wirbelmodells aus dem LES-Scherschichtwirbelstärkefeld  $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  berechnet. Die Höhenkoordinate  $\mathbf{y}/H = 0.0313$  darf nicht zu klein gewählt werden, weil das Wirbelmodell sonst infolge der nicht modellierten

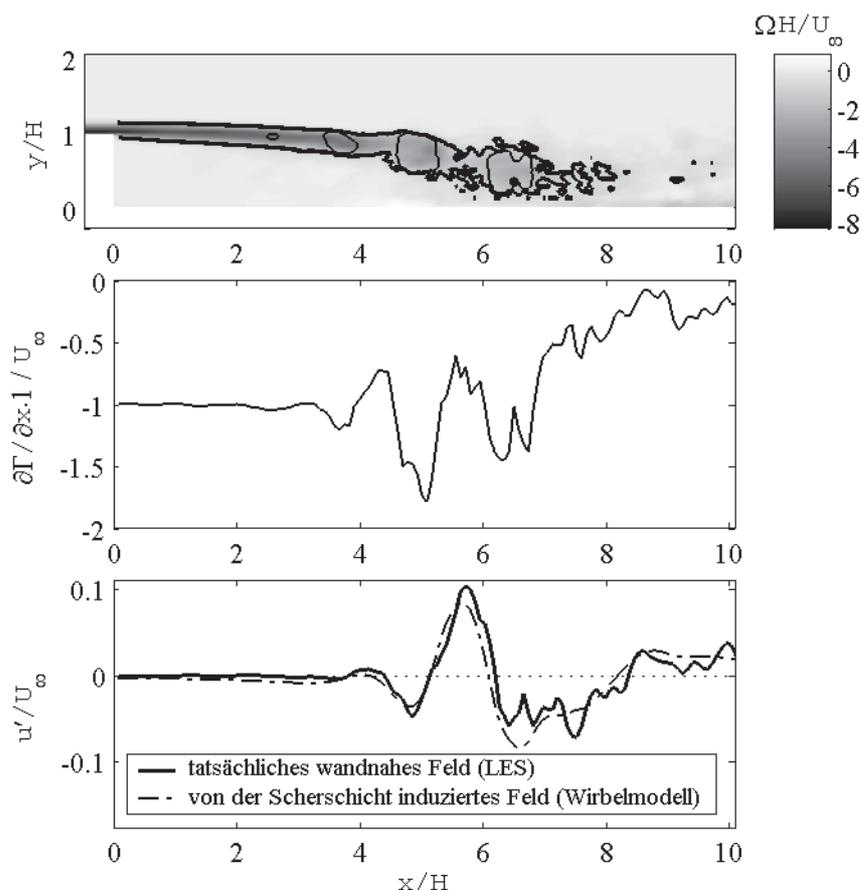


Bild 4.2: Modulierung des Wellenfeldes in den wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'(\mathbf{x}, t)$  durch die Scherschicht. Das im unteren Teil dargestellte wandnahe Geschwindigkeitsfeld ist bei der Höhenkoordinate  $y/H = 0.0313$  bestimmt worden.

(Simulation bei  $Re_H = 4000$ ; spannweitig gemitteltetes Strömungsfeld; unbeeinflusste Strömung)

Wandreibung unrealistische Ergebnisse liefert. Im Rezirkulations- und Wiederanlegegebiet  $x/H \lesssim 8.5$  ist dieses Ergebnis sogar im wandnahen Bereich unempfindlich gegenüber der Höhenkoordinate  $y$ , weil dort keine Grenzschicht mit großem Geschwindigkeitsgradient existiert, und es ist sowohl für den unbeeinflussten als auch für den beeinflussten Strömungsfall zu jedem Zeitpunkt reproduzierbar.

Das Ergebnis der Dekomposition des Strömungsfeldes ist, dass die Entwicklung der Scherschicht und der dazugehörigen Wirbelstrukturen als Wellenfeld  $\partial\Gamma(\mathbf{x}, t)/\partial\mathbf{x}$  aufgefasst werden kann, welches ein synchrones Wellenfeld  $u'(\mathbf{x}, t)$  in den wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen aufprägt. Die Frequenz beider Wellenfelder wird durch die Wirbelfolge bestimmt. Da sich fast die gesamte Wirbelstärke im Wirbelwachstumsgebiet  $x/H \lesssim 5.5$  in der

Scherschicht befindet und noch keine sich chaotisch verhaltenden, kleinskaligen Strukturen auftreten, wird  $u'(\mathbf{x}, t)$  dort allein durch die Scherschicht moduliert. Im Gegensatz dazu bewegen sich die großen Wirbelstrukturen im Zerfallsgebiet ab  $\mathbf{x}/H \gtrsim 6$  infolge der dortigen stochastischen Wirbelstärkeverteilung langsam und unregelmäßig, so dass das Wellenfeld von  $u'(\mathbf{x}, t)$  dort sehr verrauscht ist.

Entsprechend dem auf dem Biot-Savartschen Gesetz (A.6) basierenden Wirbelmodell enthalten die wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'(\mathbf{x}, t)$  momentane, räumlich gemittelte Informationen über die darüber liegende Scherschicht, so dass aus  $u'(\mathbf{x}, t)$  nicht eindeutig auf die Wirbelstärkeverteilung in der Scherschicht und in den Wirbeln geschlossen werden kann. Da jedoch eine bestimmte Scherschichtentwicklung auch ein charakteristisches wandnahes Wellenfeld  $u'(\mathbf{x}, t)$  zur Folge hat, kann aus  $u'(\mathbf{x}, t)$  auf bestimmte, die Scherschicht mehr global beschreibende Zustände geschlossen werden:

- Zum einen geben die lokalen momentanen Minima in  $u'(\mathbf{x})$  die einzelnen Wirbelpositionen wieder und stellen die Wirbelfußabdrücke dar.
- Zum anderen korrespondiert das momentane Wirbelwachstum zu jedem Zeitpunkt  $t$  mit einer in Strömungsrichtung anwachsenden Amplitude des Wellenfeldes von  $u'(\mathbf{x}, t)$ . Die Beobachtungen zeigen, dass die Scherschichtaufrollung und das Wirbelwachstum sehr regelmäßig verlaufen, weil diese nicht durch chaotische, kleinskalige Strukturen gestört werden. Aus diesem Grund sind dort auch die allein durch die Scherschicht und die Wirbel modulierten Fußabdrücke kaum verrauscht.

### 4.1.3 Entstehungsmechanismus der Wirbelfußabdrücke in den Wanddruckfluktuationen

Nachdem zuvor der momentane, eindeutige Zusammenhang zwischen der Scherschicht- und Wirbelentwicklung im Wirbelwachstumsgebiet und den wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen gezeigt worden ist, soll im Folgenden der Zusammenhang zwischen den wandnahen Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen hergestellt werden. Damit soll nachgewiesen werden, dass die Wirbelfußabdrücke in den Wanddruckfluktuationen ebenfalls ein durch die Scherschicht moduliertes und synchrones Wellenfeld bilden.

Der Zusammenhang zwischen den Wanddruckfluktuationen und dem Geschwindigkeitsfeld wurde unter anderem von Chang u. a. [19] untersucht. Da die Druckfluktuationen bei einem inkompressiblen Fluid mit dem Geschwindigkeitsfeld durch eine partielle Poisson Differentialgleichung ohne zeitliche Ableitungen verknüpft sind, enthalten die gemessenen Wanddruckfluktuationen momentane globale Informationen über das Strömungsfeld. Im Folgenden soll jedoch ein einfacheres Modell als die erwähnte Poisson Differentialgleichung

angewendet werden.

Im Gegensatz zum Wiederanlegegebiet verlaufen die Stromlinien im Wandbereich des Wirbelwachstumsgebiets ( $\mathbf{x}/H \lesssim 5.5$ ) mit guter Näherung wandparallel, so dass dort die Bernoullische Gleichung (siehe z. B. Schade und Kunz [96])

$$\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial u}{\partial t} dx + \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \quad (4.1)$$

gilt. Da die Geschwindigkeiten im Wandbereich des Wirbelwachstumsgebiets sehr klein sind, können die in  $u$  quadratischen Glieder vernachlässigt werden, so dass sich Gl. (4.1) auf die Impulsbilanz

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} = -\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} . \quad (4.2)$$

vereinfacht. Diese Gleichung muss auch für die jeweils bezüglich  $t$  und  $\mathbf{x}$  mittelwertfreien Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen  $\mathbf{u}'$  und  $\mathbf{p}'$  gelten, wenn man davon ausgeht, dass die konstanten Komponenten beim Differenzieren verschwinden.

Die Wirbelfußabdrücke, welche  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$  bilden, bewegen sich mit der Konvektionsgeschwindigkeit  $c \approx U_\infty/2$  (vgl. Gl. (1.2) auf Seite 5) stromab. Für ein vernachlässigbar kleines zeitliches Wachstum der Abdrücke gilt  $\partial \mathbf{u}'/\partial t = -c \partial \mathbf{u}'/\partial \mathbf{x}$ . Dass diese Näherung trotz des stattfindenden Amplitudenwachstums gerechtfertigt ist, zeigt die spätere Verifikation dieses Ergebnisses. Somit vereinfacht sich Gl. (4.2) für  $\mathbf{u}'$  und  $\mathbf{p}'$  weiter zu

$$\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t) \approx c \rho \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) . \quad (4.3)$$

Mit  $c \approx U_\infty/2$  und  $q = 1/2 \rho U_\infty^2$  folgt daraus die dimensionslose Darstellung:

$$\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)/q \approx \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)/U_\infty . \quad (4.4)$$

Die im unteren Teil von Bild 4.3 exemplarisch gezeigten Verläufe von  $\mathbf{u}'(\mathbf{x})$  und  $\mathbf{p}'(\mathbf{x})$  bestätigen, dass der proportionale und somit momentane Zusammenhang entsprechend Gl. (4.4) im Wirbelwachstumsgebiet  $\mathbf{x}/H \lesssim 5.5$  gilt und dass die getroffenen Voraussetzungen im Wiederanlegegebiet  $\mathbf{x}/H \gtrsim 5.5$  nicht mehr erfüllt sind. Die Proportionalität zwischen  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$  und  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  im Wirbelwachstumsgebiet zeigt, dass in den Wanddruckfluktuationen das gleiche Wellenfeld von Wirbelfußabdrücken aufgeprägt wird und somit auch die gleichen momentanen Informationen über die Scherschicht enthalten sind (siehe oben). Die Gültigkeit von Gl. (4.4) kann sowohl in den LES-Daten der unbeeinflussten als auch in den der beeinflussten Stufenströmung beobachtet werden.

Für die obigen Untersuchungen kamen spannungsgemittelte Wellenfelder zum Einsatz, um Rauschen zu unterdrücken. Dieses ist messtechnisch im Experiment nicht umsetzbar.

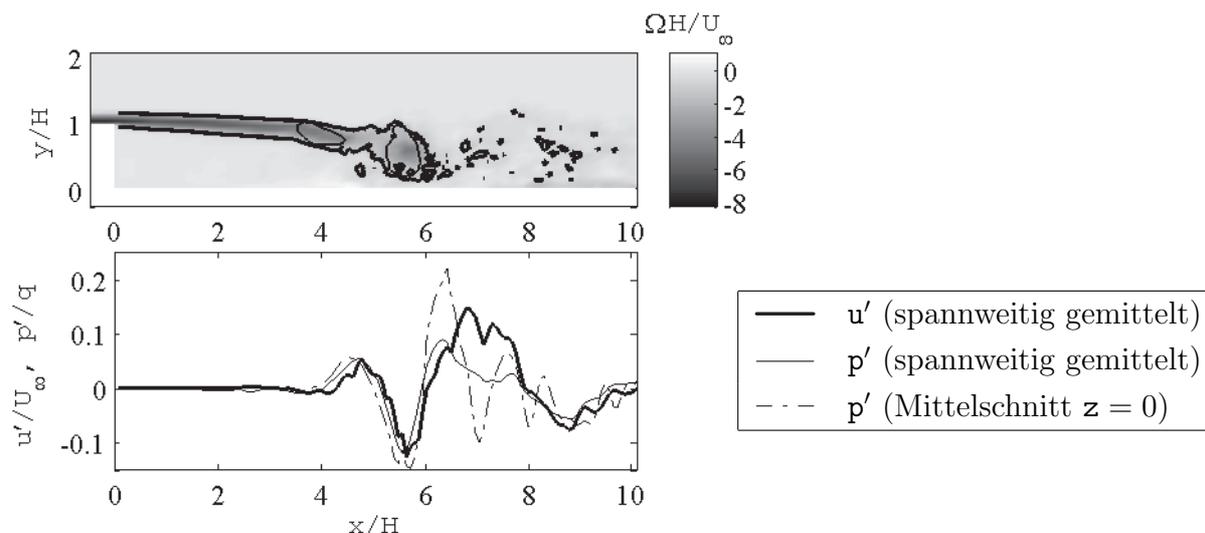


Bild 4.3: Überprüfung des momentanen Zusammenhangs (4.4) zwischen den Wellenfeldern  $u'(\mathbf{x})$  und  $p'(\mathbf{x})$  im Wandbereich. Im Wiederanlagegebiet  $x/H \lesssim 5.5$  sind die räumlichen Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen proportional. Desweiteren zeigt die Übereinstimmung des im Mittelschnitt bei  $z = 0$  gemessenen Wanddrucks  $p'(\mathbf{x})$  mit dem spannenweit gemittelten Verlauf im Wiederanlagegebiet, dass dort nur geringes Rauschen vorhanden ist. (Simulation bei  $Re_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

Sowohl Bild 4.1 als auch Bild 4.3 zeigen aber, dass die im Mittelschnitt bestimmten Wanddruckfluktuationen im Vergleich zu den spannenweit gemittelten Verläufen von  $u'(\mathbf{x}, t)$  und  $p'(\mathbf{x}, t)$  nur wenig stärker verrauscht sind. Grund dafür ist, dass der Druck eine mehr globale Größe ist, in der kleinskalige, chaotische Strukturen nur relativ kleine Fußabdrücke aufprägen. Somit stellen die Mikrofonssignale eine geeignete, wenig verrauschte Messgröße dar, die momentane Informationen über das zweidimensionale Strömungsfeld der Scherschicht und der Wirbel besitzt.

## 4.2 Messgröße - Mikrofonssignale

Ausgehend von der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Analyse der strömungsmechanischen Zusammenhänge basierend auf simulierten Daten sollen in diesem Abschnitt die im Experiment gemessenen Mikrofonssignale interpretiert werden. Auch Lee und Sung [60, 61, 62] wenden eine ähnliche interpretierende Vorgehensweise an, weil die experimentelle Vermessung des Strömungsfeldes sehr aufwändig ist (siehe z.B. Cherry u. a. [20], Hijikata u. a. [44] und Huppertz [47]). Zunächst werden die Eigenschaften der Mikrofonssignale im Abschnitt 4.2.1 statistisch ausgewertet. Aufbauend darauf wird im Abschnitt 4.2.2 eine

echtzeit- und onlinefähige Signalauswertung zur Gewinnung der nur die Wirbelfußabdrücke enthaltenden Komponente vorgeschlagen.

### 4.2.1 Statistik

Da die Wanddruckfluktuationen neben den zuvor gezeigten Wirbelfußabdrücken noch eine weitere, nicht durch die Scherschichtaufrollung und Wirbelentwicklung modulierte Komponente enthalten, wird hier zunächst das Symbol  $p'_{\text{ges}}$  für die gemessenen Gesamtwanddruckfluktuationen verwendet. Die im Bild 4.4 gezeigten, aus Mikrofonmessungen bestimmten Leistungsdichtespektren der unbeeinflussten und der beeinflussten Stufenströmung zeigen breitbandige Signalanteile im niederfrequenten Bereich bei  $0.05 \lesssim fH/U_\infty \lesssim 0.20$  und jeweils einen deutlich ausgebildeten Peak bei  $fH/U_\infty = 0.28$  (links, unbeeinflusster Fall) und  $fH/U_\infty = 0.25$  (rechts, beeinflusster Fall). Beide Peaks liegen im gleichen Frequenzbereich und werden den Wirbelfußabdrücken zugeordnet. Die Frequenz der Peaks ist allerdings nur halb so groß wie die erwartete Aufrollungsfrequenz bzw. durch die Aktuation getriggerte Anregung. Dies lässt sich jedoch mit Rauchsichtbarmachungen erklären, bei denen Wirbelpaarungen beobachtet werden können. Zudem zeigen die später vorgestellten, räumlich zeitlichen Auswertungen, dass die zu diesen Peaks gehörenden Signalanteile zur Wirbelbewegung passende Wellenfelder bilden.

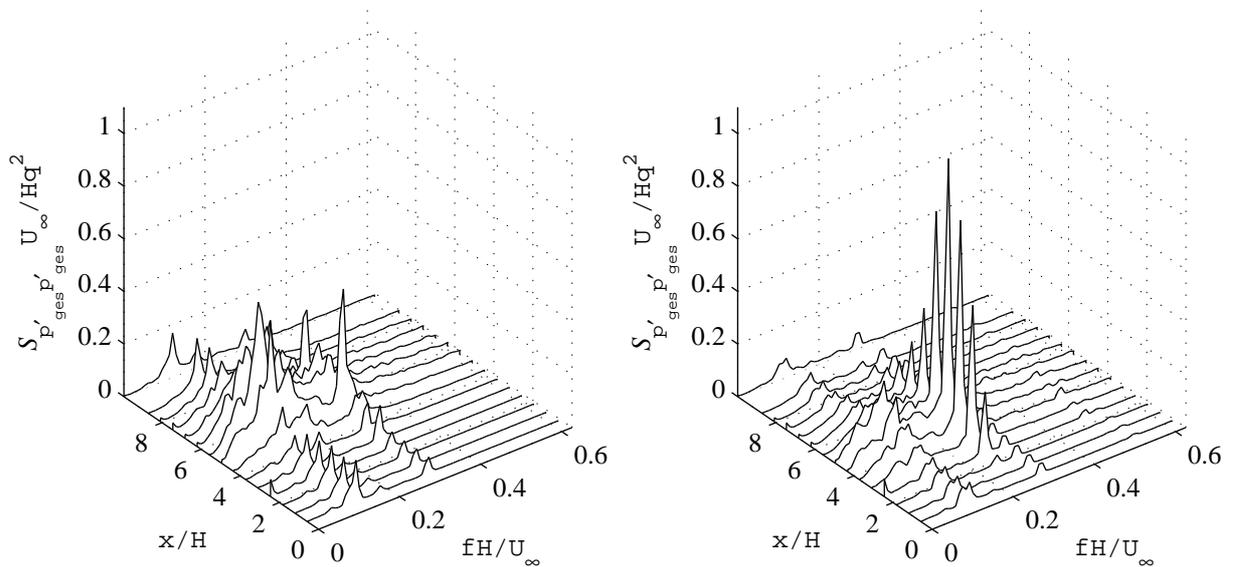


Bild 4.4: Entwicklung des Leistungsdichtespektrums der Mikrofonssignale  $p'_{\text{ges}}$  der unbeeinflussten (*links*) und der angeregten (*rechts*) Stufenströmung in Strömungsrichtung.

(Experiment bei  $Re_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0 = 50$  mV;  $\bar{x}_R/H = 5.3$ )

Im Bild 4.4 spiegelt die Entwicklung der Höhe der zu den Fußabdrücken der gepaarten Wirbel gehörenden Peaks in Strömungsrichtung, d.h. die Amplitudenentwicklung, die im vorherigen Abschnitt beschriebene Wirbelentwicklung vom Wachstum bis zum Zerfall wieder. Da die Scherschichtaufrollung im beeinflussten Fall durch die Anregung getriggert wird, sind die Wirbelentwicklungsprozesse und damit auch die Fußabdrücke regelmäßiger, so dass die Peaks in diesem Fall ein schmaleres Frequenzspektrum enthalten und höher sind.

Neben den in den Bildern 4.4 anhand der Leistungsdichtespektren gezeigten, zeitlichen Zusammenhängen ist das Wellenfeld der Wirbelfußabdrücke auch durch eine räumliche Struktur gekennzeichnet. Besonders anschaulich ist die statistische Schätzung der Kreuzkorrelation

$$R_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \Delta t, \mathbf{x}_0) = E\{\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_0, t) \mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, t + \Delta t)\} \quad (4.5)$$

zwischen den Wanddruckfluktuationen  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}$  an einem Referenzpunkt  $\mathbf{x}_0$  und an Positionen  $\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$ . Die im linken Teil von Bild 4.5 dargestellte, mit den RMS-Werten normierte Kreuzkorrelation (Bendat und Piersol [15])

$$\tilde{R}_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \Delta t, \mathbf{x}_0) = \frac{R_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \Delta t, \mathbf{x}_0)}{\mathbf{p}'_{\text{ges}, \text{RMS}}(\mathbf{x}_0, t) \mathbf{p}'_{\text{ges}, \text{RMS}}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, t + \Delta t)}, \quad (4.6)$$

für die  $-1 \leq \tilde{R}_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \Delta t, \mathbf{x}_0) \leq 1$  gilt, zeigt deutlich die Wellencharakteristik mit der Periodendauer  $T = 2/f_a$  und der Wellenlänge  $\lambda = 2c/f_a \approx U_\infty/f_a$ . Als Referenzpunkt  $\mathbf{x}_0/H = 3.1$  ist eine Mikrofonposition im Wirbelwachstumsgebiet gewählt worden, wo bereits signifikante Wirbelfußabdrücke auftreten.

Zwischen den im Spektrum (Bild 4.4) beobachteten niederfrequenten Signalanteilen  $0.05 \lesssim fH/U_\infty \lesssim 0.20$  besteht offenbar keine feste Phasenbeziehung, so dass diese nicht in der räumlich zeitlichen Kreuzkorrelation  $\tilde{R}_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \Delta t, \mathbf{x}_0)$  auftreten. Dieses Phänomen ist noch einmal besonders deutlich in der bezüglich des gleichen Referenzmikrofons ( $\mathbf{x}_0/H = 3.1$ ) räumlich aufgetragenen Kreuzleistungsdichte

$$S_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \omega, \mathbf{x}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \tau, \mathbf{x}_0) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.7)$$

(mit  $\omega = 2\pi f$ ) zu erkennen. Der rechte Teil von Bild 4.5 zeigt die jeweils mit den Leistungsdichten an den Auswertepositionen  $\mathbf{x}_0$  und  $\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$  normierte Kreuzleistungsdichte  $C_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \omega, \mathbf{x}_0)$ , die sog. Kohärenz ( $0 \leq C_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \omega, \mathbf{x}_0) \leq 1$ ):

$$C_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \omega, \mathbf{x}_0) = \frac{|S_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x}, \omega, \mathbf{x}_0)|^2}{S_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x} = 0, \omega, \mathbf{x}_0) S_{\mathbf{p}'_{\text{ges}}\mathbf{p}'_{\text{ges}}}(\Delta\mathbf{x} = 0, \omega, \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x})}. \quad (4.8)$$

Während die zu den Wirbelfußabdrücken gehörenden Signalanteile mit  $fH/U_\infty = 0.25$  (vgl. angeregter Strömungsfall im Bild 4.4) und die zugehörigen höher harmonischen Komponenten ein Wellenfeld mit fester Phasenbeziehung bilden, sind die niederfrequenten Signalanteile bei  $0.05 \lesssim fH/U_\infty \lesssim 0.20$  nur wenig kohärent.

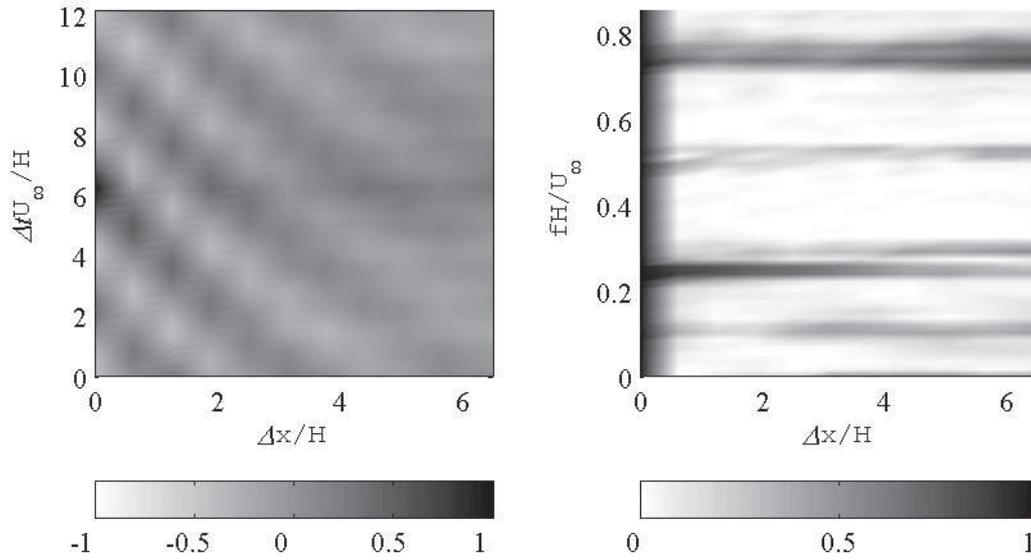


Bild 4.5: Kreuzkorrelation  $\tilde{R}_{p'_{ges}p'_{ges}}(\Delta \mathbf{x}, \Delta t, \mathbf{x}_0)$  (*links*) und Kohärenz  $C_{p'_{ges}p'_{ges}}(\Delta \mathbf{x}, \mathbf{f}, \mathbf{x}_0)$  (*rechts*) der Mikrofonensignale  $p'_{ges}$  bezüglich des Referenzmikrofons bei  $\mathbf{x}/H = 3.1$ . (Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0 = 50$  mV;  $\bar{x}_R/H = 5.3$ )

Im Frequenz-Wellenzahl-Spektrum im Bild 4.6 sind die unterschiedlichen zeitlich-räumlichen Eigenschaften des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke und der niederfrequenten Signalanteile besonders deutlich zu unterscheiden (R. Sonnenberger, persönliche Mitteilung). Das Frequenz-Wellenzahl-Spektrum entsteht durch Fourier-Transformation der mit dem Mikrofonarray gemessenen Signale bezüglich der Zeit und bezüglich der Ortskoordinate (Bendat und Piersol [15]), so dass die zeitlich harmonischen Signalkomponenten auf die Frequenz  $\mathbf{f} = 1/T$  und die räumlich harmonischen Signalkomponenten auf die Wellenzahl  $\mathbf{k} = 1/\lambda$  abgebildet werden. Der ausgeprägte Peak entlang der Linie  $c \approx U_\infty/2$  wird durch das Wellenfeld der mit dieser Geschwindigkeit abschwimmenden Wirbelfußabdrücke gebildet. Da sich die Form der Abdrücke infolge des Wirbelwachstums und -zerfalls ändert, gehört ein Frequenzbereich zu diesem Peak. Sein Maximum befindet sich, wie oben bereits festgestellt, bei der Subharmonischen  $fH/U_\infty = f_a H/2U_\infty = 0.25$  der Anregungsfrequenz (vgl. auch angeregter Fall im Bild 4.4). Im Folgenden wird dieses aus den Wirbelfußabdrücken bestehende und auch zuvor in den Simulationsdaten beobachtete Wellenfeld als *Mode der Wirbelfußabdrücke*  $p'_{\text{Wirbel}} \equiv p'$  bezeichnet. Die Variable  $p'_{\text{Wirbel}}$  wird nur in diesem und im folgenden Abschnitt verwendet, um die einzelnen Signalanteile deutlich zu unterscheiden. Später wird, wie auch zuvor, der Einfachheit halber nur noch die Variable  $p'$  für diese Mode verwendet.

Die niederfrequenten Signalanteile  $0.05 \lesssim fH/U_\infty \lesssim 0.20$  (vgl. auch angeregter Strömungsfall im Bild 4.4) bilden den zweiten ausgedehnten Peak des Spektrums im Bild 4.6 mit der

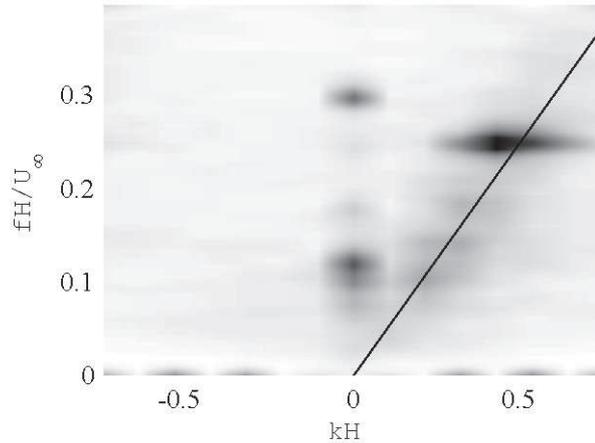


Bild 4.6: Frequenz-Wellenzahl-Spektrum der Mikrofon-signale  $p'_{\text{ges}}$ . Die durchgezogene Linie kennzeichnet die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit  $c = U_\infty/2$ .

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0 = 20$  mV;  $\bar{x}_R/H = 5.5$ )

Wellenzahl  $k = 0$  und werden im Folgenden mit dem Symbol  $p'_{k=0}$  bezeichnet. Der Peak um  $fH/U_\infty = 0.3$  ist eine höher harmonische Komponente von  $p'_{k=0}$ . D.h., dass diese Signalanteile in allen Mikrofonen gleichzeitig vorhanden sind. Es wird davon ausgegangen, dass es sich nicht um einen akustischen Effekt handelt, weil die Abmessungen der Messstrecke nicht mit den entsprechenden Wellenlängen korrespondieren. Zudem tritt dieses Phänomen auch in den simulierten Daten auf und wurde von Lee und Sung [60, 61, 62] bei einer turbulenten Stufenströmung im Experiment beobachtet.

Die Analyse der Mikrofon-signale hat folglich ergeben, dass sich die Wanddruckfluktuationen aus zwei Moden zusammensetzen:

$$p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t) = p'_{\text{Wirbel}}(\mathbf{x}, t) + p'_{k=0}(t) . \quad (4.9)$$

Im Gegensatz zum Wellenfeld  $p'_{\text{Wirbel}}(\mathbf{x}, t)$  der Wirbelfußabdrücke können die niederfrequenten, nicht kohärenten Signalanteile  $p'_{k=0}(t)$  keinem Strömungsprozess zugeordnet werden. In einer Vielzahl experimenteller Arbeiten wurde zwar eine niederfrequente globale Pulsation der Ablöseblase beobachtet, bei der sich die Blasenlänge zyklisch ändert und die Scherschicht vertikal ausgelenkt wird (siehe z. B. Kiya und Sasaki [52, 53] und Lee und Sung [60, 61, 62]), jedoch weist Huppertz [47] darauf hin, dass diese Pulsation nur schwer in Messdaten zu erkennen ist und dass die Ursachen und Zusammenhänge noch nicht verstanden werden. Dies belegt er mit einer Zusammenstellung der in den verschiedenen Arbeiten ermittelten charakteristischen Frequenzen, die signifikant unterschiedlich sind. Darüber hinaus zeigt er Widersprüche in den einzelnen Untersuchungen auf. Im Rahmen dieser Arbeit werden die

niederfrequenten Wanddrucksignale daher nicht weiter ausgewertet.

### 4.2.2 Echtzeit-Signalauswertung zur Extraktion der Wirbelfußabdrücke aus Mikrofondsignalen

Um Informationen über die Scherschicht aus dem Wellenfeld  $p'_{\text{Wirbel}}$  gewinnen zu können, müssen die im Vergleich zu den Fußabdrücken niederfrequenten und unregelmäßigen Signalanteile  $p'_{k=0}$  mittels einer Filterung unterdrückt werden. In den im linken Teil von Bild 4.7 dargestellten Gesamtwanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  sind die beiden Moden deutlich zu erkennen. Die horizontalen Muster stellen die unregelmäßige und ortsunabhängige, in allen Mikrofonen gleichzeitig auftretende Komponente  $p'_{k=0}(t)$  dar und die sich mit der Wirbelkonvektionsgeschwindigkeit  $c \approx U_\infty/2$  stromab bewegenden talförmigen Fußabdrücke das Wellenfeld  $p'_{\text{Wirbel}}(\mathbf{x}, t)$ .

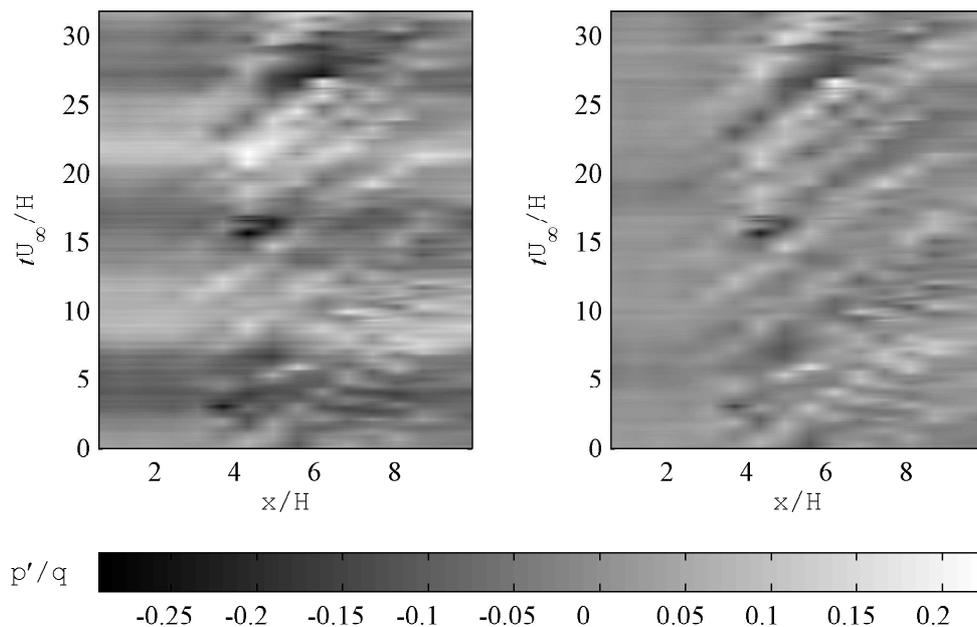


Bild 4.7: Mit dem Mikrofonarray gemessene Wanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  (*links*) und daraus herausgefiltertes Wellenfeld der Wirbelfußabdrücke  $p'_{\text{Wirbel}}(\mathbf{x}, t)$  (*rechts*).

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0 = 20$  mV;  $\bar{x}_R/H = 5.5$ )

Anhand der Dekomposition der Gesamtwanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  entsprechend Gl. (4.9) kann die Filteraufgabe wie folgt definiert werden:

$$p'_{\text{Wirbel}}(\mathbf{x}, t) = p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t) - p'_{k=0}(t) . \quad (4.10)$$

Aus der Ortsunabhängigkeit von  $\mathbf{p}'_{\mathbf{k}=0}$  können die beiden folgenden echtzeitfähigen Filteralgorithmen abgeleitet werden:

1. Da direkt hinter der Stufenkante noch keine ausgeprägten Wirbelfußabdrücke vorhanden sind, ist  $\mathbf{p}'_{\mathbf{k}=0}(t)$  das Messsignal des ersten Mikrofons direkt hinter der Stufenkante.
2. Die doppelte Fouriertransformation zum Frequenz-Wellenzahl-Spektrum im Bild 4.6 vereinfacht sich für  $\mathbf{k} = 0$  wie folgt:  $\mathbf{p}'_{\mathbf{k}=0}(t)$  ist zu jedem Zeitpunkt  $t$  der räumliche Mittelwert von  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  in Strömungsrichtung. Da  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  nur an den Mikrofonsmesspositionen  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , abgetastet werden kann, ergibt sich die folgende Approximation:

$$\mathbf{p}'_{\mathbf{k}=0}(t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_i, t) . \quad (4.11)$$

Diese sich aus der Fouriertransformation ergebende Beziehung ist nur für  $\mathbf{k} = 0$  echtzeitfähig, weil die zeitliche Abhängigkeit verschwindet. Um realistische Werte für  $\mathbf{p}'_{\mathbf{k}=0}(t)$  zu erhalten, muss das Wellenfeld  $\mathbf{p}'_{\text{wirbel}}(\mathbf{x}, t)$  periodisch sein und eine große, im Idealfall unendliche Ausdehnung in Strömungsrichtung besitzen. Da das Wellenfeld aber eine begrenzte Ausdehnung von wenigen Wellenlängen  $\lambda$  besitzt, muss der Bereich der Mittelung sorgfältig gewählt werden, so dass sich  $\mathbf{p}'_{\text{wirbel}}(\mathbf{x}, t)$  als Komponente von  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  in Gl. (4.11) herausmittelt. Zudem muss die räumliche Abtastung  $\mathbf{x}_i$  fein genug gewählt werden.

In den Experimenten wurde das erste Verfahren zum Herausfiltern der unregelmäßigen Komponente  $\mathbf{p}'_{\mathbf{k}=0}(t)$  aus  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  angewendet, weil es sich einfacher implementieren lässt und robuster arbeitet. Das Ergebnis  $\mathbf{p}'_{\text{wirbel}}(\mathbf{x}, t)$  ist im rechten Teil von Bild 4.7 dargestellt. Da die modellgestützte Auswertung der Mikrofonsignale im folgenden Kapitel auf  $\mathbf{p}'_{\text{wirbel}}(\mathbf{x}, t)$  basiert, wird, wie bereits beschrieben, der Einfachheit halber  $\mathbf{p}' \equiv \mathbf{p}'_{\text{wirbel}}$  in der vorliegenden Arbeit geschrieben. Auch bei der Auswertung der simulierten Daten im Abschnitt 4.1 ist diese Filterung bereits angewendet worden.

### 4.3 Regelgröße - Wiederanlegelänge

Grundlage für den Entwurf von Online-Messverfahren und Regelungen für die Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  ist das Verständnis der sich aus dem Entstehungsmechanismus ergebenden zeitlichen und räumlichen Charakteristik. Für den Begriff der Wiederanlegelänge gibt es in der Strömungsmechanik verschiedene Deutungen. Für die vorliegende Arbeit wird eine Regelgröße gesucht, welche die Größe der Ablöseblase global beschreibt. Dafür eignet sich grundsätzlich die bekannte, bereits im Abschnitt 1.2.1 (siehe Seite 4) eingeführte und auf

dem Wandreibungsnulldurchgang ( $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0$ ) basierende Definition für  $\mathbf{x}_R$ . Da dieser Nulldurchgang jedoch im zweidimensionalen Fall eine komplizierte zeitlich-räumliche Struktur besitzt, wie im Folgenden gezeigt wird, muss die genannte Definition für  $\mathbf{x}_R(t)$  erweitert werden.

### Räumliche Struktur

Bild 4.8 zeigt eine momentane Draufsicht auf das Wandreibungsfeld  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ . Die Farbtöne repräsentieren den Betrag von  $c_f$  und die durchgezogene Linie gibt die Orte mit verschwindendem Wandreibungsbeiwert  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0$  an. Direkt hinter der Stufenkante wird durch einen Eckenwirbel (vgl. auch Bild 1.1 im Abschnitt 1.2.1) Vorwärtsströmung ( $c_f > 0$ ) verursacht. Das Wiederanlegen findet erst stromab des ausgeprägten Rückströmgebiets (globales Minimum im  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf bei  $x/H \approx 5.6$ ) statt. Da sich sowohl in der spannweiten  $z$ -Richtung als auch in Strömungsrichtung  $x$  kleinere Gebiete mit positiver und negativer Wandreibung (Vor- bzw. Rückströmung) abwechseln, hat auch die Nulllinie  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0$  einen unregelmäßigen, nicht zusammenhängenden Verlauf. Die Definition von  $\mathbf{x}_R(t)$  wird also dadurch erschwert, dass das Wandreibungsfeld keine einfache Struktur mit einer zur Stufenkante parallelen Wiederanlegelinie besitzt.

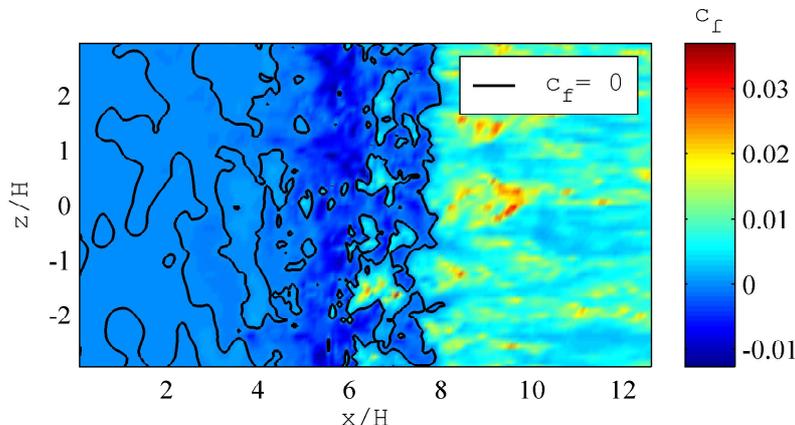


Bild 4.8: Momentane Verteilung des Wandreibungsbeiwertes  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  im Nachlauf der Stufe. Die durchgezogenen Linien kennzeichnen Orte mit verschwindender Wandreibung  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0$ . Direkt hinter der Stufe wechseln sich Bereiche mit momentaner Vor- und Rückströmung ab.

(Simulation bei  $Re_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

Durch die Mittelung des Wandreibungsfeldes  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  in Spannweitenrichtung  $z$  werden kleinskalige, durch den turbulenten Umschlag entstehende chaotische Strukturen unterdrückt. Bild 4.9 zeigt den mit Bild 4.8 korrespondierenden, spannweitig gemittelten  $c_f(\mathbf{x})$ -

Verlauf und zum Vergleich den unregelmäßigen Verlauf von  $c_f(\mathbf{x}, z = 0)$  im Mittelschnitt. Es muss davon ausgegangen werden, dass mittels der verwendeten, spannweitig gleichförmigen Anregung  $u(t)$  lediglich diese durch den spannweitig gemittelten  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf beschriebene, globale, eindimensionale Struktur des Wandreibungsverlaufes beeinflusst werden kann.

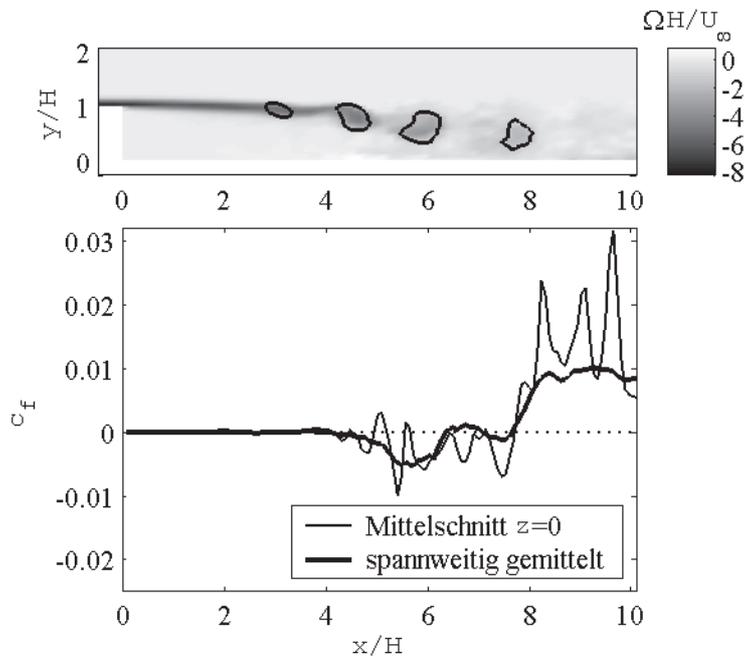


Bild 4.9: Momentane Wirbelstärkeverteilung (*oben*) mit umrandet dargestellten Scherschichtwirbeln und zugehöriger Wandreibungsverlauf  $c_f(\mathbf{x})$  (*unten*).

(Simulation bei  $Re_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

### Zeitliche Struktur

Auch die Definition der momentanen Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  anhand des spannweitig gemittelten Wandreibungsfeldes ist nicht eindeutig, weil zeitweise mehrere Nulldurchgänge stromab des globalen Minimums ( $x/H = 5.6$ ) im  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf auftreten (siehe Bild 4.9). Ursache dafür ist das lokale Minimum im  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf bei  $x/H = 7.6$ . Es handelt sich um den Fußabdruck des sich darüber befindlichen Wirbels, der ein lokales Rückströmgebiet an der Wand induziert.

Das Phänomen, dass im Wiederanlegebereich mehrfache Nulldurchgänge im  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlauf zu bestimmten Zeitpunkten auftreten, ist auch in der im Bild 4.10 gezeigten, räumlich-zeitlichen Entwicklung des Rückströmgebiets vor, während und nach einem Einschaltsprung zu erkennen. Dort ist die durch negative Wandreibung gekennzeichnete Rückströmung

grau dargestellt. Dabei zeigen wiederum sowohl das spannungsgemittelte Strömungsfeld (rechts) als auch das im Mittelschnitt (Mitte) grundsätzlich das gleiche Verhalten, wobei das nicht gemittelte Feld stärker verrauscht ist. Der Übergang zwischen dem zusammenhängenden Rückströmgebiet (grau) und der wiederangelegten Strömung (weiß) im Wiederanlegebereich um die eingezeichneten  $\mathbf{x}_R(t)$ -Verläufe markiert jeweils die Nulldurchgänge  $c_f = 0$ . Die zu bestimmten Zeitpunkten mehrfachen Nulldurchgänge ergeben einen sägezahnförmigen Zeitverlauf. Eine Möglichkeit zur Definition einer zeitlich hoch aufgelösten Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  ist der erste Nulldurchgang des  $c_f(\mathbf{x})$ -Verlaufs nach dem globalen Minimum (siehe dünne durchgezogene Linie im Bild 4.10).

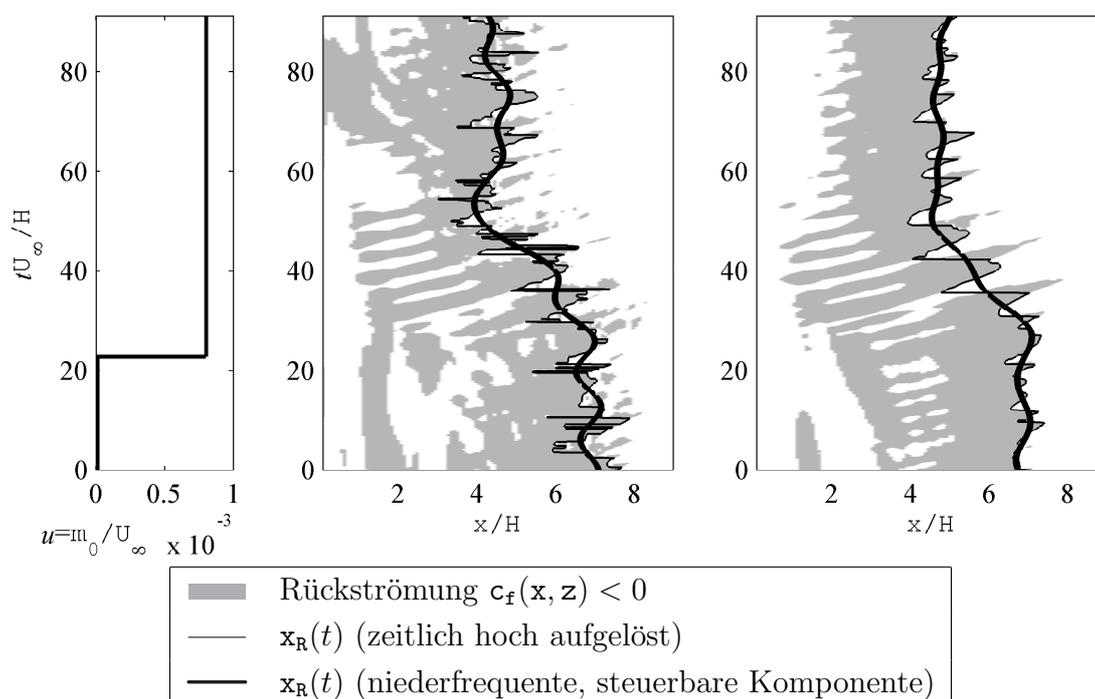


Bild 4.10: Räumlich zeitliche Entwicklung des Rückströmgebiets (grau) und der Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  des Strömungsfeldes im Mittelschnitt  $z = 0$  (Mitte) und des spannungsgemittelten Strömungsfeldes (rechts) während eines Einschaltsprunges (links: Zeitverlauf der Anregungsamplitude  $u(t)$ ). Nur die niederfrequente Bewegung der Wiederanlegeposition ist durch die Aktuation  $u(t) = m_0(t)$  steuerbar und muss für eine zeitlich hoch aufgelöste Regelung vom Messglied erfasst werden können.

(Simulation bei  $Re_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

Nach dem Einschalten der Aktuation  $u$  (Amplitude der harmonischen Anregung  $m_0$ ) verkürzt sich die im Bild 4.10 mit der dünnen Linie eingezeichnete Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$ . Die hochfrequente sägezahnförmige Bewegung, welche durch die Wirbel im Wiederanlegebereich aufgebracht wird, ist sowohl im unbeeinflussten Fall  $u = 0$  als auch nach dem Einschalt-

ten der Aktuation während der Verkürzung von  $\mathbf{x}_R(t)$  und im eingeschwungenen Zustand permanent vorhanden. Durch die Amplitude der Anregung, also die für die spätere Regelung verwendete Stellgröße  $u$ , kann die Sägezahnkomponente von  $\mathbf{x}_R(t)$  nicht beeinflusst werden, d.h. sie ist nicht durch  $u$  steuerbar. Lediglich die Phasenlage der Sägezahnkomponente kann durch die Phase der harmonischen Anregung eingestellt werden, weil diese die Wirbelentstehung triggert. Für die später vorgestellten Regelungen ist dies jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht von Interesse.

Somit genügt es, die ebenfalls im Bild 4.10 mit der dicken durchgezogenen Linie dargestellte, tiefer frequente, durch Tiefpassfilterung gewonnene Bewegung der sägezahnförmigen Übergangslinie von  $\mathbf{x}_R(t)$  durch die Messung aufzulösen. Auch dabei zeigen der aus dem spannweitig gemittelten Strömungsfeld und der im Mittelschnitt ermittelte Verlauf der niederfrequenten steuerbaren Komponente von  $\mathbf{x}_R(t)$  praktisch keinen Unterschied. Für dieses Beispiel wurde die sägezahnförmige  $\mathbf{x}_R(t)$ -Komponente aus dem vollständigen Zeitverlauf entfernt, indem die zugehörigen hochfrequenten Spektralanteile bei der Fouriertransformierten von  $\mathbf{x}_R(t)$  vor der Rücktransformation in den Zeitbereich entfernt wurden. Durch diese nicht kausale Filterung enthält die niederfrequente  $\mathbf{x}_R(t)$ -Komponente keine Phasenverschiebung, wie sie z. B. bei einer Online-Tiefpassfilterung entsteht.

### **Zusammenfassung der Anforderungen an die räumliche und zeitliche Auflösung der Ersatzregelgröße für die spätere Regelung**

Ein für eine zeitlich hoch aufgelöste Regelung verwendetes Messglied muss lediglich die durch die Stellgröße  $u = m_0$  beeinflussbare, d.h. steuerbare Komponente des Wandreibungsnulldurchgangs im Wiederanlegegebiet erfassen können. Die obigen Betrachtungen zur räumlichen und zeitlichen Struktur der Wiederanlegelinie haben ergeben, dass die Ersatzregelgröße für  $\mathbf{x}_R(t)$  den spannweitig gemittelten Wandreibungsnulldurchgang im Wiederanlegegebiet erfassen muss ohne jedoch die hochfrequente sägezahnförmige Bewegung zeitlich aufzulösen. Mit dem in dieser Arbeit verwendeten Anregungsmechanismus kann folglich die globale Größe der Ablöseblase beeinflusst werden.

## **4.4 Fazit bezüglich des Zusammenhangs zwischen der Wiederanlegelänge und den Mikrofonmessungen**

Die periodischen, stromab konvektierenden Wirbel prägen in den wandnahen Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'(\mathbf{x}, t)$  und in den Wanddruckfluktuationen  $p'(\mathbf{x}, t)$  Wirbelfußabdrücke auf, die jeweils synchrone Wellenfelder mit der Wirbelfolgefrequenz und der Wirbelkonvek-

tionsgeschwindigkeit  $c \approx U_\infty/2$  bilden. Anhand von physikalischen Modellen und simulierten Strömungsfeldern konnte gezeigt werden, dass die Wirbelfußabdrücke im Wirbelwachstumsgebiet ( $x/H \lesssim 5.5$  im unbeeinflussten Fall) zum einen allein durch den Scherschichtzustand moduliert werden und dort zum anderen kaum chaotische Prozesse stattfinden. Somit stellen die dortigen Mikrofon-signale eine geeignete Messgröße dar, weil sie zeitlich hochaufgelöste Informationen über das Wirbelwachstum enthalten und wenig verrauscht sind. Dabei ist die Entwicklung der Amplitude der Fußabdrücke in Strömungsrichtung ein Maß für die Größe und Stärke der Wirbel. Anhand der Phasenlage der wandnahen Wellenfelder kann auf die Wirbelpositionen geschlossen werden.

Die Wirbelfußabdrücke mit ihrer zeitlich-räumlichen Wellencharakteristik bilden eine signifikante Signalkomponente in den Mikrofon-signalen. Daneben sind noch weitere Komponenten enthalten, die jedoch nicht weiter interpretiert werden können. Zur Isolierung der Fußabdrücke kann die im Abschnitt 4.2.2 vorgeschlagene echtzeitfähige Signalauswertung verwendet werden.

Für die spätere Regelung muss eine Ersatzregelgröße für  $x_R(t)$  aus den Mikrofonmessungen bestimmt werden, welche die durch die verwendete Stellgröße steuerbaren Komponenten räumlich und zeitlich auflöst. Die Auswertung der simulierten Daten hat ergeben, dass die Wiederanlegelinie eine komplizierte zeitliche und räumliche Struktur besitzt. Mittels der spannwweitig gleichförmigen, harmonischen Anregung kann jedoch nur die durch die globale Länge der Ablöseblase definierte Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  beeinflusst werden. Sowohl der unregelmäßige spannwweitige Verlauf als auch die durch das Abschwimmen der Wirbel aufgeprägte hochfrequente sägezahnförmige Bewegung sind durch  $u(t)$  nicht steuerbar. Die im nächsten Kapitel vorgeschlagenen Messverfahren müssen die nicht steuerbaren Komponenten von  $x_R(t)$  auch nicht auflösen können.

# Kapitel 5

## Modellgestützte Auswertung der Mikrofonsignale

In Becker u. a. [11, 12] konnten die mit den Mikrofonen gemessenen Signale nach der Online-Auswertung mit dem im Abschnitt 3.1.2 (siehe Seite 52) beschriebenen heuristischen RMS-Messverfahren zwar zur Regelung der Wiederanlegelänge verwendet werden, die mit der RMS-Wertbildung verbundene zeitliche Mittelung sorgte jedoch für ein langsames Verhalten des Regelkreises. Mittels modellgestützter Messverfahren sollen daher nun Informationen zeitlich hoch aufgelöst aus Messungen gewonnen werden. Dafür werden in diesem Kapitel sog. *Soft-Sensoren* vorgeschlagen, welche modellgestützte Verfahren mit heuristischen Ansätzen kombinieren, um die nicht zugängliche, zu regelnde Wiederanlegelänge sowie weitere, die Stufenströmung charakterisierende Größen, wie z. B. die Frequenz der Wirbelentstehung, indirekt aus den Mikrofonmessungen zu schätzen. In Anlehnung an die Vorgehensweise bei der black-box Modellierung sollen die Entwurfsmodelle für die modellgestützten Messverfahren auf empirischem Weg gewonnen werden.

Da das Verhalten von Strömungen durch hochdimensionale nichtlineare Zusammenhänge sowie chaotische und verrauschte Prozesse bestimmt wird, müssen geeignete niederdimensionale und echtzeitfähige Modelle gefunden werden, welche wesentliche Eigenschaften der interessierenden Strömungsprozesse beschreiben und deren Zustandsgrößen aus den wandbündigen Messungen robust rekonstruiert werden können. Dabei steht weniger die Entwicklung von Modellen im Vordergrund, die alle Strömungsprozesse exakt wiedergeben, als vielmehr die Beschreibung makroskopischer Phänomene. Grundlage für die empirische Ableitung solcher reduzierter Zustandsraummodelle sind die zuvor im Kapitel 4 untersuchten strömungsmechanischen Wirkungsmechanismen.

Bild 5.1 veranschaulicht noch einmal die Kopplung der Strömungsprozesse. Die Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  wird durch die Scherschichtentwicklung bestimmt (oberer Teil von

Bild 5.1), die wiederum das momentane Wanddruckfeld  $p'(x)$  moduliert (unterer Teil), so dass  $p'(x)$  Informationen über die Scherschicht und somit auch über die Wiederanlegelänge enthält. Das zeitlich und räumlich periodische, aus den Wirbelfußabdrücken bestehende Wellenfeld  $p'(x, t)$  ist ein robustes, sowohl bei der unbeeinflussten als auch bei der angeregten Stufenströmung auftretendes Phänomen und kann makroskopisch durch den Amplitudenverlauf  $p'_A(x, t)$  von  $p'(x, t)$  (siehe Bild 5.1 unten), die Frequenz der Wirbelentstehung und die Wirbelkonvektionsgeschwindigkeit beschrieben werden. Ausgehend von dieser reduzierten makroskopischen Zustandsbeschreibung sollen die unten vorgeschlagenen Soft-Sensoren die interessierenden Zustände des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke aus verrauschten Mikrofonmessungen mittels empirischer Modelle in Echtzeit rekonstruieren. Strömungsgrößen wie die Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  werden dann anhand einer Korrelation zwischen dem Wellenfeld und dem Strömungsfeld heuristisch bestimmt.

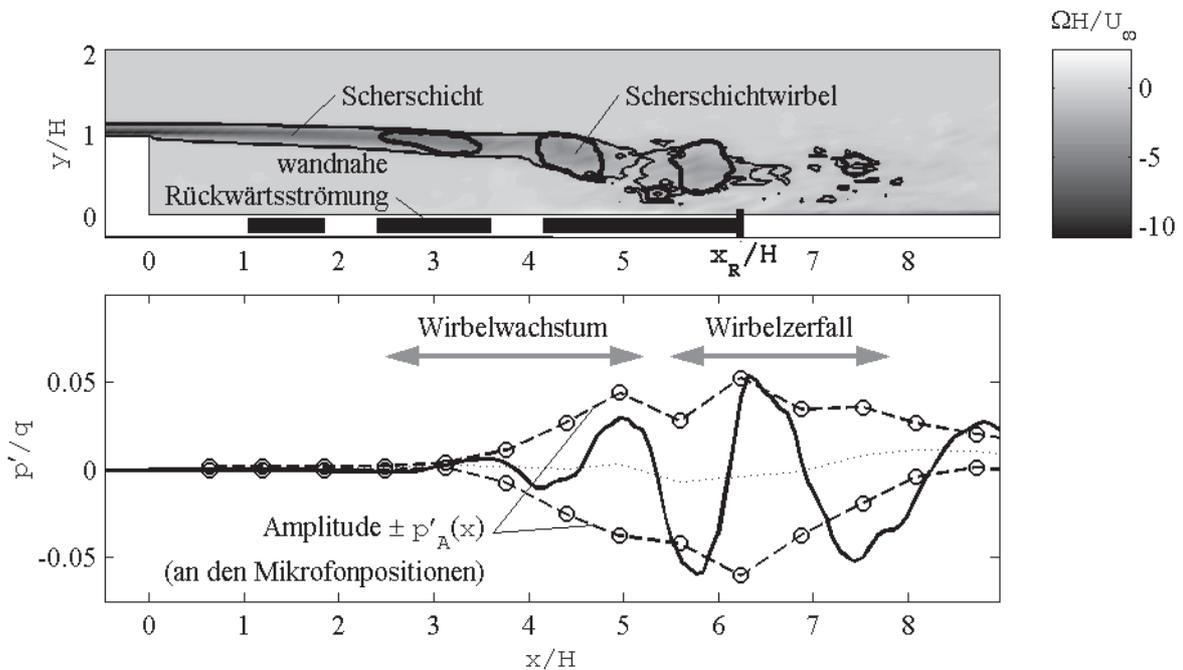


Bild 5.1: Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen der Messgröße (Wanddruckfluktuationen) und der gesuchten Regelgröße (Wiederanlegelänge) anhand von LES-Daten. Sowohl die Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  als auch das Wellenfeld der Wirbelfußabdrücke in den Wanddruckfluktuationen werden durch die Scherschicht aufgeprägt.

Tadmor [108] schlägt das gleiche Grundprinzip zur Zustandsrekonstruktion bei einer generischen, aus zwei Punktwirbeln bestehenden Konfiguration in einer Simulationsstudie vor. Selbst bei dieser einfachen Anordnung führt die strömungsmechanische Beschreibung zu hochgradig nichtlinearen und komplexen Modellen, deren Zustände lediglich schwach beobachtbar sind. Darauf basierende, modellgestützte Messverfahren würden wenig robust

gegenüber Modellfehlern und Messrauschen reagieren. Im Gegensatz dazu stellt die Rekonstruktion des von den Punktwirbeln induzierten Wellenfeldes basierend auf einer makroskopischen Zustandsbeschreibung aus wenigen Sensormessungen eine praktikablere Alternative dar.

Das in Bild 5.1 veranschaulichte Wellenfeld  $p'(\mathbf{x})$  enthält zwei auswertbare, momentane Informationen über die Scherschicht:

1. Die einzelnen abschwimmenden Scherschichtwirbel lassen sich anhand ihrer momentanen Fußabdrücke, d.h. der lokalen räumlichen Minima in  $p'(\mathbf{x}, t)$ , detektieren. Bei dem in Becker u. a. [13] vorgeschlagenen *Wirbelverfolgungs-Sensor* wird jeder einzelne Fußabdruck  $j$  mit einem Kalman-Filter verfolgt. Die Filter schätzen dabei kontinuierlich die Wirbelpositionen  $\mathbf{x}^{(j)}(t)$  und die Konvektionsgeschwindigkeiten  $c^{(j)}(t)$  in Echtzeit.
2. Zum anderen kann die Amplitude  $p'_A(\mathbf{x}, t)$  des Wellenfeldes  $p'(\mathbf{x}, t)$  als reduzierte Ersatzzustandsgröße für die Scherschichtwirbelgröße und -stärke verwendet werden. Der Verlauf von  $p'_A(\mathbf{x})$  korrespondiert makroskopisch mit der momentanen Entwicklung der Wirbelstrukturen in der Scherschicht, d.h. dass jeweils aus dem Amplitudenwachstum bzw. -abfall in Strömungsrichtung auf Wirbelwachstum bzw. -zerfall geschlossen werden kann. Der ebenfalls in Becker u. a. [13] vorgeschlagene *Wirbelwachstums-Sensor* wertet zu jedem Zeitpunkt  $t$  den Verlauf von  $p'_A(\mathbf{x}, t)$  in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  aus und bestimmt daraus eine zeitlich hoch aufgelöste Ersatzgröße für die Wiederanlegelänge  $x_R(t)$ .

Da, wie bereits im vorherigen Kapitel ausgeführt, das Strömungsfeld im Experiment zeitlich und räumlich nicht hoch aufgelöst zugänglich ist, werden entsprechende Soft-Sensoren auch hier anhand von simulierten Daten entwickelt und anschließend ins Experiment übertragen. Dabei müssen die Mikrofonsignale entsprechend interpretiert und die Parameter der makroskopischen Modelle für die jeweilige Konfiguration neu identifiziert werden.

## 5.1 Wirbelwachstums-Sensor

Die modellbasierte Rekonstruktion von physikalischen, aus der Strömungsmechanik abgeleiteten Zustandsgrößen ist lediglich bei sehr einfachen Konfigurationen möglich. Bei der bereits oben angeführten Arbeit von Tadmor [108], in der ein Konzept zur modellbasierten Zustandsrekonstruktion für eine generische, aus zwei Punktwirbeln bestehende Konfiguration vorgeschlagen wird, kann aus dem aus Sensorsignalen rekonstruierten Wellenfeld noch auf die physikalischen Zustandsgrößen geschlossen werden. Jedoch führt die Erweiterung dieses Konzeptes auf mehr Punktwirbel wiederum schnell zu nicht praktikablen und nicht robusten

Messverfahren, so dass die Rekonstruktion physikalischer, den Scherschichtzustand beschreibender Größen bei der Stufenströmung nicht mehr möglich ist. Im Wirbelwachstumsgebiet laufen die Prozesse jedoch so regelmäßig ab, dass dort direkt aus dem momentanen Amplitudenwachstum von  $p'_A(\mathbf{x})$  in Strömungsrichtung auf das momentane Wirbelwachstum geschlossen werden kann (vgl. Abschnitt 4.1). Aus dem anhand von  $p'_A(\mathbf{x}, t)$  rekonstruierten Wirbelwachstum kann der Wirbelwachstums-Sensor dann mittels einer Korrelation zeitlich hoch aufgelöst auf die Wiederanlageposition  $\mathbf{x}_R(t)$  schließen.

Bild 5.2 veranschaulicht das zur reduzierten Beschreibung der Scherschichtwirbelentwicklung ausgenutzte Phänomen der Modulation von  $p'(\mathbf{x}, t)$  durch die Wirbelentwicklung noch einmal. Im Vergleich zum zuvor gezeigten Bild 5.1 ist hier die Zeit als dritte Dimension hinzugefügt, um die zeitlich-räumliche Kopplung der Prozesse anschaulich darzustellen.

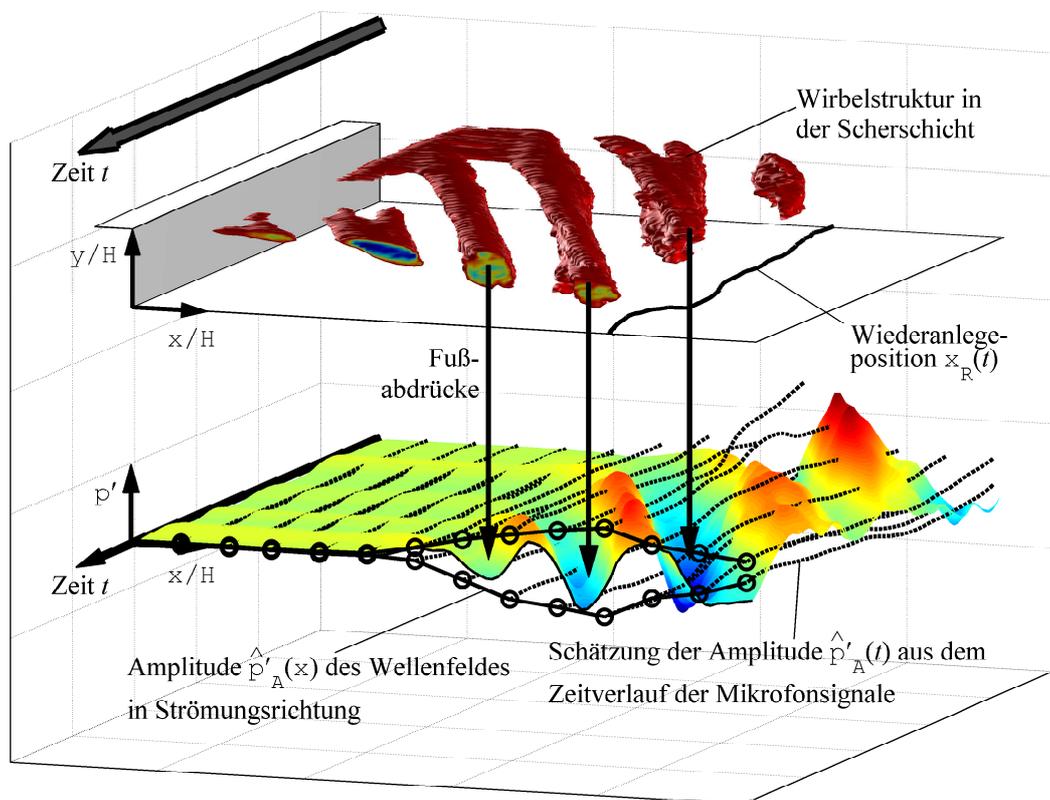


Bild 5.2: Prinzip der zeitlichen und räumlichen Signalfilterung beim Wirbelwachstums-Sensor.

*Oben:* Zeitlich-räumliche Entwicklung der Scherschichtwirbelstrukturen.

*Unten:* Wellenfeld  $p'(\mathbf{x}, t)$  der Wirbel Fußabdrücke.

Die Entwicklung der stromab konvektierenden Wirbel kann entweder in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  oder von der Position  $\mathbf{x}$  formuliert werden, wobei sich  $t$  und  $\mathbf{x}$  über die Konvektionsgeschwindigkeit  $c(t)$  ineinander umrechnen lassen. Beim Wirbelwachstums-Sensor

wird entsprechend dem in Becker u. a. [13] vorgeschlagenen Konzept zuerst eine Filterung im Zeitbereich und anschließend in Strömungsrichtung vorgenommen:

1. Im Abschnitt 5.1.1 wird die Rekonstruktion des Wellenfeldes  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  mittels einer zeitlichen Filterung beschrieben. Dabei wird für jedes der  $i$  Mikrofonsignale ein EKF basierend auf einem makroskopischen Modell angesetzt, um die Amplitude  $\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t)$  der Wirbelfußabdrücke an den Messpositionen  $\mathbf{x}_i$  in Echtzeit zu schätzen. Die gestrichelten Linien im unteren Teil von Bild 5.2 zeigen die geschätzten zeitlichen Amplitudenverläufe  $\widehat{\mathbf{p}}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t)$ .
2. Die damit ermittelte Schätzung des Amplitudenverlaufes  $\widehat{\mathbf{p}}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t)$  (siehe durchgezogene Linien im Bild 5.2) wird anschließend räumlich, d.h. in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  weiter ausgewertet (Abschnitt 5.1.2). Dabei wird zu jedem Zeitpunkt  $t$  das Gebiet, in dem das Wirbelwachstum stattfindet, anhand der Wachstumsrate von  $\widehat{\mathbf{p}}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x})$  mittels eines KFs bestimmt. Die Position dieses Gebiets korreliert zeitlich hoch aufgelöst mit der Wiederanlegelänge, so dass daraus eine Ersatzregelgröße für  $\mathbf{x}_R(t)$  ermittelt werden kann.

### 5.1.1 EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke

Eine praktikable Möglichkeit zur niederdimensionalen makroskopischen Beschreibung von periodischen Signalen stellt ein Fourierreihenansatz dar (Banaszuk u. a. [7, 6], Tadmor [109]). Dabei wird der Zeitverlauf der einzelnen Signale in die harmonische Grundschiwingung (Index  $k = 1$ ) und die zugehörigen höher harmonischen Komponenten (Indizes  $k = 2, \dots, M$ ) zerlegt. Basierend auf einer solchen Beschreibung sollen die Frequenz und die Amplituden mittels eines EKFs in Echtzeit aus verrauschten Messungen geschätzt werden. Für den Filterentwurf kann der Signalverlauf mittels zweier alternativer Modelle beschrieben werden. Zum einen können die einzelnen harmonischen Signalkomponenten  $x_k$  ( $k = 1, \dots, M$ ) jeweils als Ausgangsgröße eines linearen, autonomen Schwingers  $\ddot{x}_k(t) + k^2\omega^2 x_k(t) = 0$  mit der Messgleichung  $y(t) = \sum_{k=0}^M x_k(t)$  dargestellt werden. Messgröße bei der Stufenströmung ist dabei eines der  $i$  Mikrofonsignale  $y(t) = \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, t)$ , d.h. dass für jedes Mikrofonsignal ein extra EKF angesetzt werden muss. Hier dürfen die Symbole  $x$  für die Zustandsgröße und  $y$  für die Messgröße nicht mit den Koordinaten  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{y}$  verwechselt werden. Zum anderen kann eine endliche Fourierreihe

$$y(t) = \sum_{k=0}^M \mathbf{a}_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=0}^M \mathbf{b}_k \sin(k\omega t) \quad (5.1)$$

als Signalmodell angesetzt werden. Die gesuchten Zustandsgrößen sind dabei die Fourierkoeffizienten  $\mathbf{a}_k$  und  $\mathbf{b}_k$ , aus denen sich die Amplituden und Phasenbeziehungen der einzelnen harmonischen Komponenten  $k$  berechnen lassen. Für die Schätzung werden  $\mathbf{a}_k$  und  $\mathbf{b}_k$  wie bei der Anwendung von EKF's zur Parameterschätzung als Konstanten modelliert. Der Vorteil des zweitgenannten Ansatzes im Vergleich zum harmonischen Schwinger ist, dass sich die im Vergleich zur Periodendauer langsam ändernden Fourierkoeffizienten  $\mathbf{a}_k$  und  $\mathbf{b}_k$  einfacher schätzen lassen als die im Zustandsraum rotierenden, den Schwinger beschreibenden Zustandsgrößen  $x_k(t)$ , weil diese schwächer beobachtbar sind (Tadmor [109]). Bei der vorliegenden Arbeit wird daher die Fourierreihe (5.1) als makroskopisches Signalmodell verwendet.

Bei den Fußabdrücken in den Mikrofonsignalen dominiert die Grundschiwingung das Spektrum ( $\mathbf{f}_{\text{KH}}\text{H}/2\text{U}_\infty = 0.28$  im unbeeinflussten und  $\mathbf{f}_{\text{a}}\text{H}/2\text{U}_\infty = 0.25$  im beeinflussten Fall, vgl. auch Bild 4.4 auf Seite 69), d.h. dass die höher harmonischen Komponenten verhältnismäßig klein sind. Um eine möglichst einfache und robuste Zustandsrekonstruktion aus den veräuschten Messungen zu erzielen, wird jeweils nur die Grundschiwingung für die periodischen Wirbelfußabdrücke angesetzt.

### Schätzung der Amplitude und der Frequenz

Das einfachste, auf Gl. (5.1) basierende Modell zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung eines rein harmonischen Messsignals  $y(t)$  mit  $k = 1$  lautet:

$$\begin{pmatrix} d\mathbf{a}(t) \\ d\omega(t) \\ d\boldsymbol{\theta}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}(t) \\ \omega(t) \\ \boldsymbol{\theta}(t) \end{pmatrix} dt + d\underline{w}(t) \quad (5.2)$$

$$y(t_k) = \mathbf{a}(t_k) \cos(\boldsymbol{\theta}(t_k)) + v_k . \quad (5.3)$$

Dabei gelten die folgenden Definitionen:

- $\mathbf{a}(t)$  : Amplitude des harmonischen Signals  $y(t)$
- $\omega(t) = 2\pi\mathbf{f}(t)$  : Kreisfrequenz
- $\boldsymbol{\theta}(t)$  : Phase
- $\underline{w}(t)$  : Vektor für unbekanntem Wiener Prozess (Systemrauschen) mit  $E\{\underline{w}(t)\} = \underline{0}$  und der Kovarianzmatrix  $E\{\underline{w} \underline{w}^T\} = \mathbf{Q}t$
- $v_k$  : unbekanntes, weißes und normalverteiltes Messrauschen mit  $E\{v_k\} = 0$  und der Kovarianz  $E\{v_k^2\} = R$

Bei einem rein harmonischen Signal  $y(t)$  muss der Fourierkoeffizient  $\mathbf{b}_1$  aus Gl. (5.1) nicht im obigen Zustandsraummodell berücksichtigt werden, weil keine Phasenbeziehung modelliert werden muss. Voraussetzung für die richtige Schätzung von  $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_1(t)$ ,  $\mathbf{f}(t) = \omega(t)/2\pi$

und  $\theta(t)$  ist zum einen, dass sich diese makroskopischen Zustandsgrößen im Vergleich zur Periodendauer der Grundschwingung nur langsam ändern, so dass das EKF Schätzfehler schnell genug abbauen kann. Zum anderen muss  $y(t)$  entsprechend Gl. (5.3) näherungsweise cosinusförmig sein, damit die zeitliche Entwicklung der Zustandsgrößen mit dem Modell (5.2) richtig geschätzt werden kann.

### Zustandsrekonstruktion der Wirbelfußabdrücke einer Mikrofonmessung

Für die Anwendung auf Mikrofonsignale muss das obige Signalmodell (5.2, 5.3) noch erweitert werden. Bei den Wirbelfußabdrücken  $p'(\mathbf{x}_i, t)$  treten immer wieder Signalabschnitte auf, die trotz der Herausfilterung der niederfrequenten, nicht zu den Fußabdrücken zählenden und in allen Mikrofonen  $i$  gleichzeitig auftretenden Mode  $p'_{k=0}(t)$  (siehe Abschnitt 4.2.2), Reste dieser Signalkomponente enthalten. Um die Genauigkeit und Robustheit der Zustandsschätzung zu erhöhen, kann das Entwurfsmodell (5.2, 5.3) für das EKF so erweitert werden, dass die verbleibende, niederfrequente Signalkomponente  $\mathbf{a}_0(t)$  mitgeschätzt wird:

$$\begin{pmatrix} d\mathbf{a}(t) \\ d\mathbf{a}_0(t) \\ d\omega(t) \\ d\theta(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}(t) \\ \mathbf{a}_0(t) \\ \omega(t) \\ \theta(t) \end{pmatrix} dt + d\underline{w}(t) . \quad (5.4)$$

Voraussetzung für diesen Ansatz ist, dass die Dynamik von  $\mathbf{a}_0(t)$  langsam genug ist. Die erweiterte Messgleichung lautet dann:

$$y(t_k) = \mathbf{a}(t_k) \cos(\theta(t_k)) + \mathbf{a}_0(t_k) + v_k . \quad (5.5)$$

Messinformation ist dabei das  $i$ -te, um die niederfrequente Mode bereinigte Mikrofonsignal  $y(t) = p'(\mathbf{x}_i, t)$ . Die gesuchte Amplitude dieses Signals ist  $p'_A(\mathbf{x}_i, t) = \mathbf{a}(t)$ . Anhaltswerte für die Auslegungsparameter der EKF sind im Anhang B.1 zusammengestellt.

Um die Arbeitsweise und das zeitliche Verhalten eines mit dem Modell (5.4, 5.5) entworfenen EKFs zu veranschaulichen, zeigt Bild 5.3 die Auswertung eines Mikrofonsignals im Rezirkulationsgebiet während eines Sprungversuchs. Dabei findet eine Verkürzung der Wiederanlegelänge statt. Im oberen Teil des Bildes ist das sprungförmige Einschalten der Stellgröße  $u(t)$  (Amplitude der sinusförmigen Anregung) dargestellt. Der folgende Bildteil zeigt den Verlauf der Messgröße  $y(t) = p'(\mathbf{x}/H = 4.3, t)$  und deren Schätzung  $\hat{y}(t)$  sowie die Schätzungen  $\hat{\mathbf{a}}_0$  der niederfrequenten Komponente und  $\hat{\mathbf{a}}_0(t) \pm \hat{\mathbf{a}}(t)$  der beiden Einhüllenden. Nach dem Einschalten der Anregung  $u(t)$  wird die Wirbelaufrollung durch die harmonische Manipulation stimuliert und getriggert, so dass die Amplitude der Wirbelfußabdrücke  $p'_A(\mathbf{x}/H = 4.3, t) = \hat{\mathbf{a}}(t)$  anwächst und sich die Frequenz  $\hat{f}(t)$  ändert (siehe dritter Bildteil), weil die Anregungsfrequenz  $f_a$  offensichtlich geringfügig kleiner als die natürliche Wirbelentstehungsfrequenz  $f_{KH}$  gewählt worden ist.

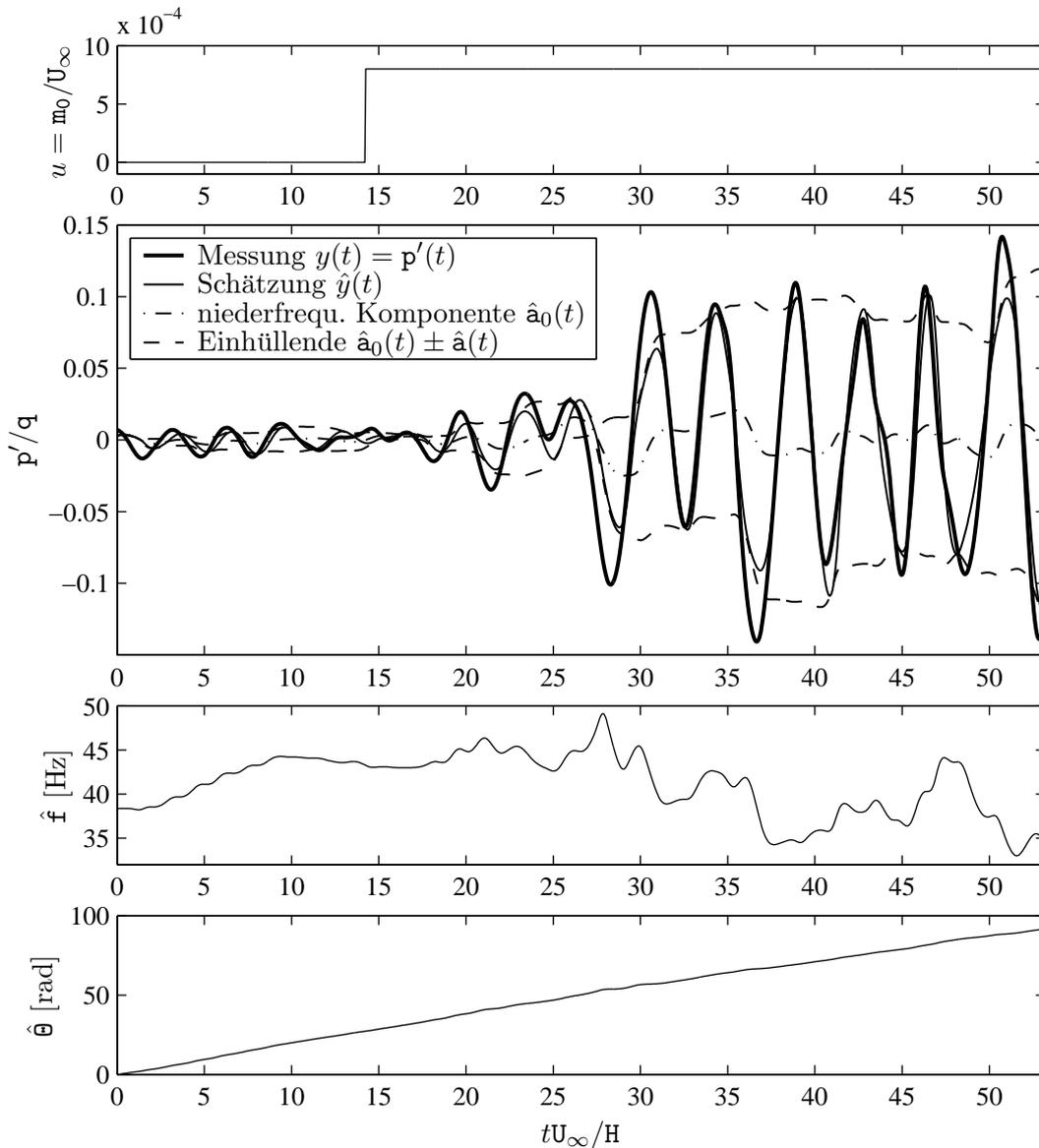


Bild 5.3: Schätzungen des EKF's zur Echtzeit-Rekonstruktion des Wellenfeldes  $p'(\mathbf{x}_i, t)$  der Wirbelfußabdrücke während eines Einschaltsprunges. Die Auslegungsparameter für das EKF sind im Anhang B.1 angefügt.

(Simulation bei  $\text{Re}_{\text{H}} = 4000$ ; Mikrofonposition  $\mathbf{x}/\text{H} = 4.3$  im Rezirkulationsgebiet; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$ )

Obwohl die Beobachtbarkeit der einzelnen Zustandsgrößen schwach ist (Tadmor [109]), ist das EKF jeweils während einer Periode in der Lage, seine Schätzungen ausreichend zu korrigieren, so dass ein robustes Verhalten auch gegenüber verrauschten Signalen erreicht wird. Die gute Übereinstimmung zwischen der Messung  $y(t)$  und deren Schätzung  $\hat{y}(t)$  im Bild 5.3 zeigt, dass das EKF sowohl der Amplituden- als auch der Frequenzänderung von  $y(t) = p'(\mathbf{x}/\text{H} = 4.3, t)$  in Echtzeit folgen kann. Im Vergleich dazu müsste man bei

der Frequenz- und Amplitudenschätzung mittels Fourier Transformation etwa über 20 bis 30 Perioden mitteln, um ein ausreichend genaues, jedoch zeitlich gemittelttes Ergebnis zu erhalten. Bei der hier geschätzten Frequenz im Bereich von ca. 40 Hz wären demnach Mittelungszeiten von ca. 0.5 bis 0.75 Sekunden notwendig.

Bild 5.4 zeigt die Robustheit des EKF's gegenüber falschen Anfangsbedingungen anhand des Einschwingverhaltens von  $\hat{f}(t)$  bei falschen Anfangsfrequenzen  $\hat{f}(t = 0)$ . Das Filter schwingt trotz der um +60% und -33% abweichenden Anfangsbedingungen richtig ein, wie der Vergleich mit der Fouriertransformation zeigt. Eine Schätzung für die Anfangsbedingungen könnte z. B. mittels Fouriertransformation aus einem Messzyklus während der Initialisierung durchgeführt werden (siehe auch Tadmor [109]) oder aber mittels eines vorher ermittelten Kennfeldes erfolgen.

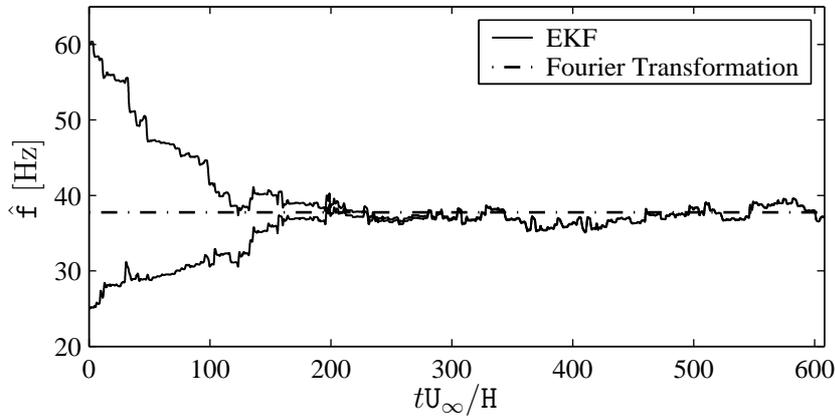


Bild 5.4: Verhalten des EKF's zur Echtzeit-Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke  $p'(\mathbf{x}_i, t)$  bei falschen Anfangsbedingungen für  $\hat{f}(t = 0)$  und Vergleich mit der mittels Fouriertransformation bestimmten mittleren Frequenz.

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; Mikrofonposition  $\mathbf{x}/H = 4.3$  im Rezirkulationsgebiet; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t) = 150 \text{ mV}$ ;  $\bar{x}_R/H = 5.0$ )

Bei den Signalen hinter der Stufenkante sind die Wirbelfußabdrücke nur schwach ausgeprägt und stark verrauscht. Hier kann es vorkommen, dass das EKF falsche Schätzungen liefert. In so einem Fall sollte eine richtig geschätzte Kreisfrequenz  $\hat{\omega}(t) = 2\pi\hat{f}(t)$  aus einem Gebiet mit deutlich ausgeprägten Wirbelfußabdrücken als zusätzliche Messinformation verwendet werden, um genauere Schätzungen für  $\mathbf{a}_0(t)$  und  $\mathbf{a}(t)$  zu erhalten. Dafür muss die Messgleichung (5.5) wie folgt erweitert werden:

$$\underline{y}(t_k) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}(t_k) \cos(\Theta(t_k)) + \mathbf{a}_0(t_k) \\ \omega(t) \end{pmatrix} + \underline{v}_k. \quad (5.6)$$

Dabei ist  $\underline{v}_k$  wiederum ein Vektor für das unbekannte, weiße und normalverteilte Messrauschen mit  $E\{\underline{v}_k\} = \underline{0}$  und  $E\{\underline{v}_k(t)\underline{v}_k^T(t)\} = \mathbf{R}$ .

Mit dem vorgeschlagenen Signalmodell (5.4) und der Messgleichung (5.5) bzw. (5.6) lassen sich nur die Verläufe einzelner, periodischer Signale in Echtzeit rekonstruieren. D.h., dass für jedes Mikrofonsignal ein EKF angesetzt wird. Die gestrichelten Linien im unteren Teil von Bild 5.2 zeigen die geschätzten zeitlichen Verläufe  $\hat{\mathbf{p}}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  an den Mikrofonpositionen  $x_i$ . Bei der Stufenströmung hat sich die unabhängige Filterung jedes einzelnen Signals als robust und praktikabel herausgestellt, so dass dieses Verfahren im Folgenden angewendet wird.

Um die räumliche Abhängigkeit des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke bei der Filterung zu berücksichtigen und ggf. die Wellenlänge oder Konvektionsgeschwindigkeit mitzuschätzen, muss das Signalmodell erweitert werden. Durch die stark nichtlineare Kopplung der Zustände untereinander reagieren solche Filter jedoch weniger robust gegenüber Störungen. Für die Schätzung der Konvektionsgeschwindigkeit wird daher später der deutlich robustere Wirbelverfolgungs-Sensor vorgeschlagen.

### 5.1.2 KF für das Wirbelwachstum

Messinformation (Eingangsgröße) für das KF für das Wirbelwachstum als Funktion des Ortes  $\mathbf{x}$  sind die Amplitudenschätzungen  $\hat{\mathbf{p}}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  an den Sensorpositionen  $\mathbf{x}_i$ . Das KF für das Wirbelwachstum wertet  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}_i$ , also räumlich, aus, um anhand der Wachstumsrate das Gebiet zu bestimmen, in dem das Wirbelwachstum stattfindet. Wie zuvor bereits beschrieben, beschränkt sich diese Filterung auf das Wirbelwachstumsgebiet, weil die Scherschichtprozesse dort so regelmäßig und ungestört ablaufen, dass  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}_i)$  die momentane Scherschichtentwicklung repräsentiert.

#### a) Struktur des empirischen Modells

Um aus der räumlichen Anfachung der durch das Wirbelwachstum aufgeprägten Amplitudenentwicklung  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  mittels eines empirischen Modells auf die momentane Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  zu schließen, müssen die zeitlichen und räumlichen Zusammenhänge zwischen den beiden Größen untersucht werden. Zunächst werden die grundlegenden Zusammenhänge aus der zeitlich gemittelten, räumlichen Entwicklung des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke abgeleitet. Anschließend werden die zeitlichen Zusammenhänge genauer untersucht.

Zeitlich gemittelte Entwicklung

Bild 5.5 zeigt die zeitlich gemittelte Entwicklung  $\overline{p}'_A(\mathbf{x}_i)$  der Amplitude des Wellenfeldes in Strömungsrichtung für verschiedene Anregungsamplituden  $u = \text{const.}$  Wenn alle Verläufe um die zeitlich gemittelte Wiederanlegelänge  $\overline{x}_R$  zentriert werden, fallen die Kurven sowohl für den unbeeinflussten als auch für den angeregten Fall im Wachstumsgebiet bei  $-5 \lesssim (\mathbf{x} - \overline{x}_R)/H \lesssim -2.5$  zusammen. Daraus kann geschlossen werden, dass die dortige Anfachungs- bzw. Wachstumsrate mit guter Näherung unabhängig von der Stellgröße  $u$  ist. Diese Beobachtung bestätigt die Vermutung von Huppertz [47], dass die Wirkung des Aktuators bei der optimalen Anregungsfrequenz die Kelvin-Helmholtz-Instabilität anfacht. Insbesondere das stromab zunächst exponentielle Wachstum der Fluktuationsenergie wurde auch von Dovgal u. a. [26] bei der rückwärts gewandten Stufe und bei verschiedenen anderen Konfigurationen mit ablösender laminarer Grenzschicht in Experimenten beobachtet und mit Methoden der Stabilitätstheorie näher untersucht. Im weiteren Verlauf zeigen die verschiedenen Anregungsfälle jedoch eine unterschiedlich starke Sättigung im Gebiet um  $\overline{x}_R$  und ein unterschiedliches Verhalten im Zerfallsgebiet  $\mathbf{x} > \overline{x}_R$ . Dort werden die Scherschichtstrukturen stark durch die untere Wand beeinflusst. Wie das Wachstumsgebiet befinden sich jedoch auch die Sättigungspositionen bei allen Anregungsfällen mit guter Näherung an der gleichen Position relativ zum Wiederanlegepunkt. Diese Beobachtung verdeutlicht noch einmal, dass die Scherschichtaufrollung sowie das anschließende Wirbelwachstum die Sättigungsposition stromauf verlagern und somit das Wiederanlegen der Strömung stromab bestimmen.

Aus dem unabhängig von der Anregung  $u$  immer etwa gleichen Verlauf der Wirbelentwicklung relativ zu  $\overline{x}_R$  (vgl. Bild 5.5) kann geschlossen werden, dass das dynamische Verhalten der Scherschicht im zeitlichen Mittel im Wachstumsgebiet empirisch durch ein autonomes Prozessmodell mit konstanter Anfachungsrate und Anfangsbedingung für den Wachstumsbeginn beschrieben werden kann. Im Zusammenhang mit der exponentiellen statischen Kennlinie  $\overline{x}_R(u)$  (vgl. Bild 3.7 rechts auf Seite 58) bedeutet dies, dass das Anfangsniveau an einem festen Ort, beispielsweise an der Stufenkante  $\mathbf{x} = 0$ , linear von der Anregungsamplitude  $u$  abhängt.

Zeitlich-räumliche Entwicklung

Ausgehend von der Heuristik, dass der Verlauf des Wirbelwachstums unabhängig von der Anregung ist, dabei nur von der Anfangsbedingung abhängt, und dass ein konstanter Abstand zwischen dem Wirbelwachstumsgebiet und dem Wiederanlegepunkt existiert, soll der Wirbelwachstums-Sensor entworfen werden. Um die im Bild 5.5 gezeigte räumliche Entwicklung zur Erstellung eines Modells nutzen zu können, muss analysiert werden, mit welcher

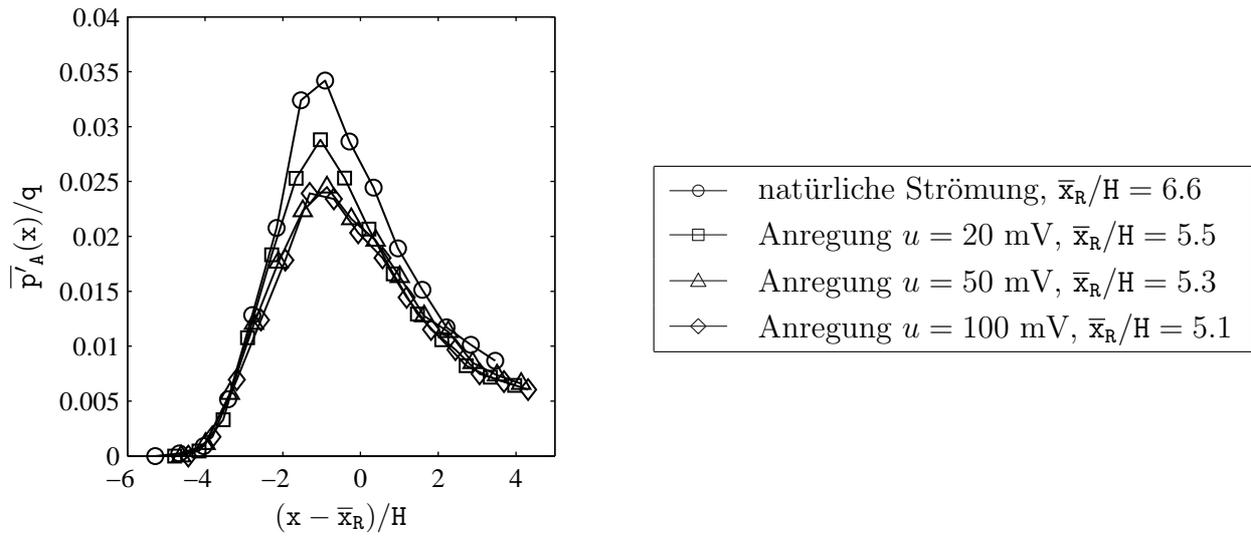


Bild 5.5: Zeitlich gemittelte Verläufe der Amplitude  $\overline{p'_A(x_i)}$  des Wellenfeldes  $p'(x, t)$ . (Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0 = \text{const.}$ )

zeitlichen Auflösung, d.h. bei welchen Mittelungszeiten, dieses Phänomen auftritt.

Das Übertragungsverhalten zwischen den Wirbelfußabdruckamplituden  $p'_A(x_i, t)$  an den Messpositionen  $x_i$  im Wirbelwachstumsgebiet  $-5 \lesssim (x - \bar{x}_R)/H \lesssim -2.5$  und der Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  zeigt, welche Signalkomponenten von  $p'_A(x_i, t)$  mit  $x_R(t)$  korrelieren. Dabei sollen zunächst kleine Änderungen um den Arbeitspunkt betrachtet werden, so dass das Übertragungsverhalten mit einer empirischen Übertragungsfunktion

$$G_{x_R/p'_A}(x, s) = \frac{\mathcal{L}\{x_R(t)\}}{\mathcal{L}\{p'_A(x, t)\}} \quad (5.7)$$

beschrieben werden kann. Für deren Identifikation wurden Zeitabschnitte aus den LES-Daten mit jeweils konstanter Anregungsamplitude  $u(t) = m_0(t) = \text{const.}$  verwendet, weil die natürlichen Hin- und Herbewegungen der Ablöseblase bereits kleine Änderungen um den Arbeitspunkt darstellen.

Um die Korrelation zwischen  $p'_A(x_i, t)$  und  $x_R(t)$  anschaulich zu zeigen, wird im Bild 5.6 der tatsächliche Verlauf von  $x_R(t)$  mit dem aus der Amplitude  $p'_A(x/H = 4.95, t)$  eines Mikrofonsignals (LES-Daten) rekonstruierten Verlauf  $\hat{x}_R(t)$  verglichen (unbeeinflusster Strömungsfall). Dabei ist  $\hat{x}_R(t)$  die mit der entsprechenden empirischen Übertragungsfunktion (5.7) aus  $p'_A(x/H = 4.95, t)$  berechnete Modellantwort. Bis auf die hochfrequente sägezahnförmige Bewegung von  $x_R(t)$  (vgl. Abschnitt 4.3, Seite 74) stimmen beide Verläufe gut überein. Da die sägezahnförmige Bewegung von  $x_R(t)$  nicht durch die Stellgröße  $u(t)$  steuerbar ist, ist

deren Erfassung auch nicht notwendig. Offensichtlich ist diese Information nicht in der Amplitude  $p'_A$  enthalten, d.h. die entsprechenden hochfrequenten Signalkomponenten sind nicht kohärent.

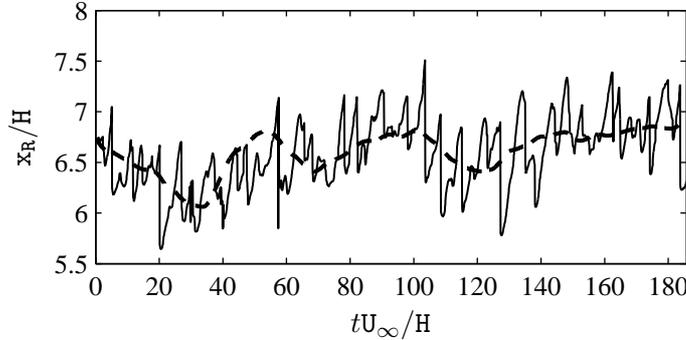


Bild 5.6: Veranschaulichung der Korrelation zwischen  $p'_A(\mathbf{x}_i, t)$  und  $\mathbf{x}_R(t)$ . Die Zeitverläufe zeigen die vorhandene Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  (—) im Vergleich zu der mit der empirischen Übertragungsfunktion (5.7) aus der Amplitude  $p'_A(\mathbf{x}/H = 4.95, t)$  der Wirbelfußabdrücke (Mikrofonposition im Wirbelwachstumsgebiet) rekonstruierten Entwicklung  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$  (- - -). Die in  $\mathbf{x}_R(t)$  vorhandene hochfrequente, sägezahnförmige Bewegung kann nicht aus  $p'_A(\mathbf{x}_i, t)$  rekonstruiert werden.

(Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

Der in Bild 5.6 gezeigte, tatsächliche Verlauf von  $\mathbf{x}_R(t)$  wurde aus dem spannungsgemittelten Strömungsfeld bestimmt, wohingegen  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$  aus den Mikrofonsignalen im Mittelschnitt berechnet worden ist. Dadurch können die geringen Abweichungen beider Verläufe (bis auf die sägezahnförmige Bewegung) erklärt werden. Die sonst gute Übereinstimmung zeigt noch einmal, dass die Wanddruckfluktuationen momentane, zeitlich und räumlich gemittelte Informationen über das Strömungsfeld enthalten.

Im rechten Teil von Bild 5.7 sind exemplarisch jeweils die Frequenzgänge von  $G_{\mathbf{x}_R/p'_A}(\mathbf{x}_i, s)$  für drei Mikrofonsignale ( $i = 6, 7, 8$ ) im Wirbelwachstumsgebiet bei unbeeinflusster Strömung dargestellt. Der Zusammenhang lässt sich für alle Anregungsfälle mit  $\text{PT}_1$ -Gliedern

$$G_{\mathbf{x}_R/p'_A}(\mathbf{x}_i, s) = \frac{K_i}{1 + T_s s} \quad (5.8)$$

mit näherungsweise gleichen Eckfrequenzen  $fH/U_\infty = H/2\pi T_s \approx 0.007$  approximieren. Die Zeitkonstante  $T_s \approx 23$  dieser Übertragungsfunktion ist ein Maß für die gleitende zeitliche Mittelung. Mit den Wirbelhoffrequenzen  $fH/U_\infty = 0.28$  im unbeeinflussten und  $fH/U_\infty = 0.25$  im angeregten Fall ergibt sich, dass die Wiederanlegeposition  $\mathbf{x}_R(t)$  nicht durch einen Scherschichtwirbel, sondern durch etwa 6 Wirbelereignisse beeinflusst wird. Da eine Verkürzung von  $\mathbf{x}_R(t)$  einen Druckanstieg  $p'_A(\mathbf{x}_i, t)$  im Wiederanlegebereich bewirkt, ist  $K_i$  negativ (siehe auch Phasengang im Bild 5.7).

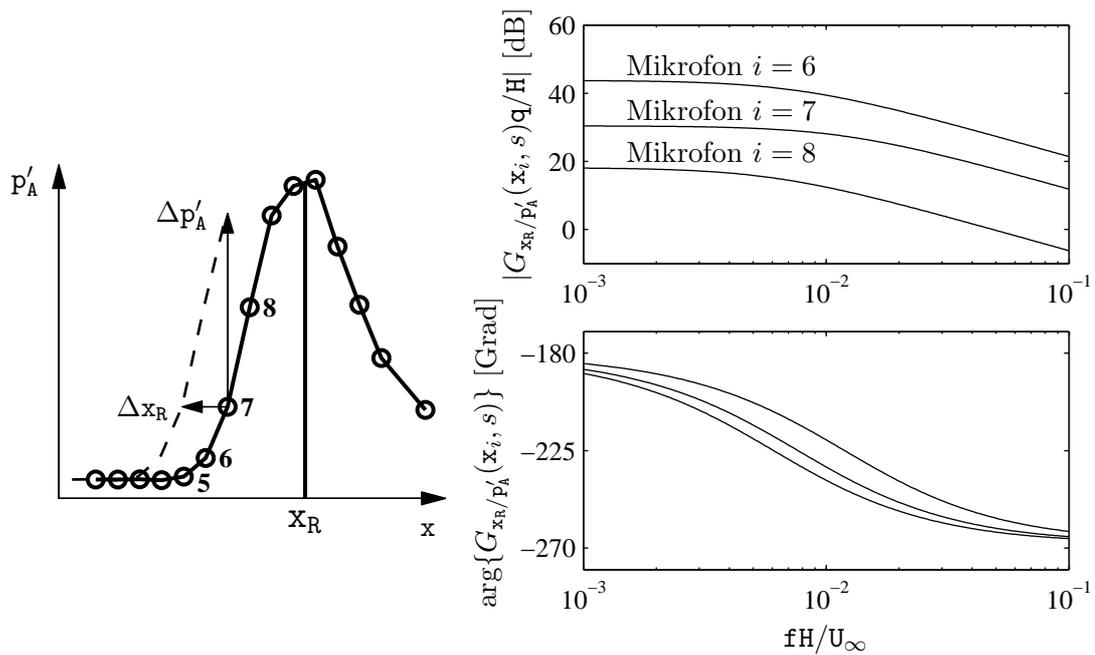


Bild 5.7: Zeitlich-räumlicher Zusammenhang zwischen der exponentiellen Anfachung der Amplitude  $p'_A(x_i, t)$  der Wirbelfußabdrücke (Mikrofone  $i = 6, 7, 8$ ) und der Wiederanlegelänge  $x_R(t)$ . Für kleine Änderungen um den Arbeitspunkt kann das Übertragungsverhalten zwischen  $p'_A(x_i, t)$  und  $x_R(t)$  für jede Messposition  $x_i$  mit einer identifizierten Übertragungsfunktion  $G_{x_R/p'_A}(x_i, s)$  beschrieben werden (Frequenzgang *rechts*). Aus dem Tiefpassverhalten von  $G_{x_R/p'_A}(x_i, s)$  mit der Verstärkung  $K_i$  und Zeitkonstante  $TU_\infty/H = 23$  kann geschlossen werden, dass der Amplitudenverlauf  $p'_A(x, t)$  in Strömungsrichtung  $x$  bei gleitender zeitlicher Mittelung mit der Zeitkonstante  $T$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  immer die gleiche charakteristische exponentielle Anfachung (Wirbelwachstum) aufweist und sich dieses Wirbelwachstumsgebiet relativ mit  $x_R(t)$  mitbewegt.

(Experiment bei  $Re_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0 \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u = m_0 = \text{const.}$ )

Weiterhin kann aus den Frequenzgängen der im Bild 5.7 dargestellten  $PT_1$ -Übertragungsfunktionen  $G_{x_R/p'_A}(x_i, s)$  auf das zeitliche Verhalten der charakteristischen räumlichen Anfachung der Wirbelfußabdrücke im Wirbelwachstumsgebiet geschlossen werden. Die stationären Verstärkungen  $K_i$  (konstante Verstärkung im niederfrequenten Bereich des Frequenzgangs) entsprechen jeweils den Gradienten  $\partial x_R / \partial p'_A(x_i)$  der im linken Teil des Bildes skizzierten stationären Kennlinie (vgl. auch Bild 5.5 auf Seite 91) an den Mikrofonpositionen  $x_i$ :

$$K_i = \frac{\partial x_R}{\partial p'_A(x_i)} \approx \frac{\Delta x_R}{\Delta p'_A(x_i)}.$$

Wie in der Prinzipskizze links im Bild 5.7 veranschaulicht, bedeutet dies, dass sich die charakteristische exponentielle Anfachung im niederfrequenten Bereich relativ mit  $x_R(t)$  mitbe-

wegt.

Die obigen Betrachtungen haben gezeigt, dass die Position des charakteristischen Wirbelwachstumsgebiets die natürliche Pulsation der Länge der Ablöseblase im unbeeinflussten Fall  $u = 0$  angibt. Um die gefundenen Phänomene zur Entwicklung eines Soft-Sensors verwenden zu können, muss noch untersucht werden, ob diese Phänomene auch im angeregten Fall auftreten. Zudem variieren die ortsabhängigen Verstärkungen  $K_i$  der Übertragungsfunktionen (5.8) (vgl. auch Prinzipskizze im Bild 5.7) im angeregten bzw. geregelten Fall signifikant, weil sich die Position des Wirbelwachstumsgebiets ändert. Somit sind die einzelnen  $K_i$  a priori nicht bekannt und  $\mathbf{x}_R(t)$  kann nicht mit den obigen Übertragungsfunktionen aus  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  geschätzt werden.

Die mit der Eckfrequenz  $fH/U_\infty \approx 0.007$  (und der Verstärkung 1) tiefpassgefilterte Amplitudenverteilung  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  ergibt zu jedem Zeitpunkt  $t$  die mit  $\mathbf{x}_R(t)$  korrelierenden Signalanteile (vgl. auch Bild 5.6 auf Seite 92). Wenn die gefundenen Zusammenhänge unabhängig von der Anregung sind, müsste die tiefpassgefilterte Verteilung zu jedem Zeitpunkt die charakteristische exponentielle Anfachung in konstantem Abstand stromauf von  $\mathbf{x}_R(t)$  aufweisen. Dieses Phänomen konnte zunächst bei simulierten Daten für die in der Datenbasis vorhandenen Fälle mit verschwindender sowie mit konstant und sprungförmig verlaufender Anregungsamplitude  $u(t)$  gezeigt werden. Folglich gibt die Position des charakteristischen Wirbelwachstumsgebiets sowohl die natürliche Pulsation der Länge der Ablöseblase ( $u = 0$  bzw.  $u(t) = \text{const.}$ ) als auch die durch Ein- und Ausschaltsprünge hervorgerufene Verkürzung bzw. Verlängerung von  $\mathbf{x}_R(t)$  an.

## b) Signalauswertung

Das sich aus der oben abgeleiteten Modellstruktur ergebende Konzept zur zeitlichen und räumlichen Filterung ist bereits zu Beginn des Abschnittes 5.1 kurz eingeführt worden (siehe Bild 5.2). Bild 5.8 zeigt das Flussbild der Signalauswertung. Mittels der Signalvorverarbeitung werden die Wirbelfußabdrücke  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  aus den Mikrofonsignalen extrahiert (siehe Filterung im Abschnitt 4.2.2). Danach findet zuerst eine Signalauswertung im Zeitbereich, bei der die Ersatzzustandsgröße  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}, t)$  rekonstruiert wird, und anschließend in Strömungsrichtung, bei der die Lage des Wirbelwachstumsgebiets anhand der später eingeführten charakteristischen Position  $\mathbf{x}_{\text{Init}}(t)$  geschätzt wird, statt. Anhand der Heuristik, dass die Strömung in einem konstanten Abstand  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_R(t) - \mathbf{x}_{\text{Init}}(t) = \text{const.}$  stromab des Wachstumsgebiets wieder anlegt, kann abschließend  $\mathbf{x}_R(t)$  zeitlich hoch aufgelöst bestimmt werden.

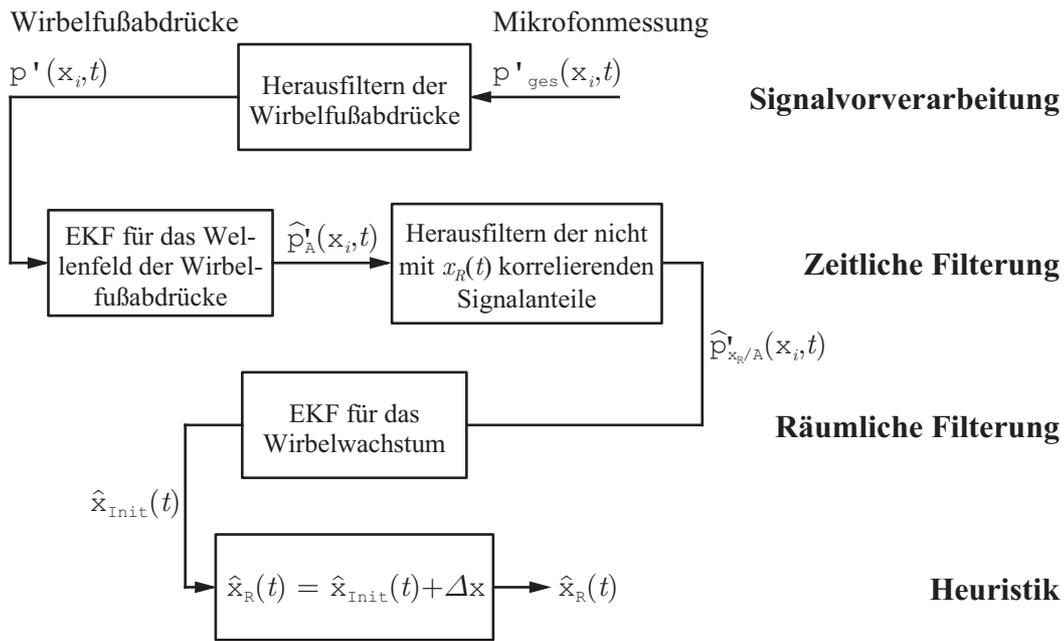


Bild 5.8: Signalflussbild des Wirbelwachstums-Sensors

### Zeitliche Filterung

Die Signalverarbeitung im Zeitbereich besteht aus zwei Filterungen (siehe Bild 5.8). Für jedes der  $i$  Mikrofonssignale wird ein KF zur Schätzung der Ersatzzustandsgröße  $\hat{p}'_A(x_i, t)$  für die Scherschichtentwicklung angesetzt (siehe Abschnitt 5.1.1). Die zweite Filterung berücksichtigt das Übertragungsverhalten zwischen  $\hat{p}'_A(x_i, t)$  und der Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  und soll aus  $\hat{p}'_A(x_i, t)$  die nicht mit  $x_R(t)$  korrelierenden Signalanteile herausfiltern. Anschaulich dient diese Filterung der gleitenden zeitlichen Mittelung von  $\hat{p}'_A(x_i, t)$ , um zu berücksichtigen, dass  $x_R(t)$  nicht während eines Scherschichtwirbelereignisses, sondern durch mehrere, innerhalb einer Zeitspanne stattfindende Ereignisse beeinflusst wird. Das Filter kann einfach aus der identifizierten  $PT_1$ -Übertragungsfunktion (5.8) abgeleitet werden, indem die Verstärkung  $K_i$  identisch gleich eins gesetzt wird:

$$G(s) = \frac{1}{1 + 23 \frac{H}{U_\infty} s} \quad (5.9)$$

Im Idealfall weist die tiefpassgefilterte Entwicklung  $\hat{p}'_{x_R/A}(x_i, t)$  von  $\hat{p}'_A(x_i, t)$  in Strömungsrichtung  $x$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  die exponentielle Anfachung entsprechend Bild 5.5 bzw. 5.7 auf. Bei zu großer Wahl der Zeitkonstante  $T$  wird lediglich die Mittelungszeit größer. Dadurch wird hochfrequentes Rauschen besser unterdrückt, jedoch geht die hohe zeitliche Auflösung verloren. Bei zu kleinem  $T$  ist die momentane exponentielle Anfachung stärker verrauscht.

Ein vereinfachtes Verfahren zur Schätzung der tiefpassgefilterten Amplitude  $\widehat{p}'_A(\mathbf{x}_i, t)$  aus  $p'(\mathbf{x}_i, t)$  wird im Anhang B.2 beschrieben. Dabei wird die Amplitude vereinfacht aus der Differenz aufeinander folgender, zeitlich gemittelter Minimal- und Maximalwerte von  $p'(\mathbf{x}_i, t)$  bestimmt.

### Räumliche Filterung und heuristische Bestimmung der Wiederanlegelänge

Da die exponentielle Anfachung von  $p'_{x_R/A}(\mathbf{x}_i, t)$  unabhängig von der Anregungsamplitude zu jedem Zeitpunkt  $t$  durch das gleiche räumliche Modell beschrieben werden kann, soll die  $\mathbf{x}$ -Position dieses Wirbelwachstumsgebiets mittels eines KFs bestimmt werden. Ausgehend von einem Initialisierungs- bzw. Startwert  $p'_{x_R/A, \text{Init}} = p'_{x_R/A}(\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{Init}}, t) = \text{const.}$ , beispielsweise  $\Delta \mathbf{x}/H = 4$  Stufenhöhen stromauf der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  bei  $\mathbf{x}_{\text{Init}}(t) = \mathbf{x}_R(t) - \Delta \mathbf{x}$ , kann die Anfachung zu jedem Zeitpunkt  $t$  als exponentielle Entwicklung in  $\mathbf{x}$ -Richtung mit dem stochastischen Prozessmodell

$$\partial p'_{x_R/A}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A} \cdot p'_{x_R/A}(\mathbf{x}, t) \partial \mathbf{x} + \partial w \quad (5.10)$$

beschrieben werden. Modellunsicherheiten werden wiederum durch das Systemrauschen  $w$  modelliert. Die zugehörige Messgleichung lautet:

$$y(\mathbf{x}_i, t) = p'_{x_R/A}(\mathbf{x}_i, t) + v_i . \quad (5.11)$$

Die Wachstumsrate  $\mathbf{A}$  und der Startwert  $p'_{x_R/A, \text{Init}}$  bei  $\mathbf{x}_{\text{Init}}$  können aus Bild 5.5 bestimmt werden. Anhaltswerte für die Auslegungsparameter sind im Anhang B.3 zusammengestellt.

Für die Rekonstruktion der charakteristischen Anfachung mit der Wachstumsrate  $\mathbf{A}$  wird zu jedem Zeitpunkt ein mit dem obigen Modell (5.10, 5.11) entworfenes, räumliches, kontinuierlich-diskretes KF verwendet, dessen Arbeitsweise im Bild 5.9 veranschaulicht ist. Im oberen Teil ist der Verlauf der Schätzung  $\widehat{p}'_{x_R/A}(\mathbf{x}_i)$  für einen ausgewählten Zeitpunkt  $t$  als durchgezogene Linie dargestellt. Das Filter wird etwa im Abstand  $\Delta \mathbf{x}$  stromauf von  $\mathbf{x}_R$  bei  $\mathbf{x}_{\text{Init}}$  mit  $p'_{x_R/A, \text{Init}}$  initialisiert. Dafür wird die mit dem Symbol  $\blacksquare$  gekennzeichnete Schätzung von  $\widehat{\mathbf{x}}_{\text{Init}}(t - \Delta t)$  des letzten Auswertungszeitschritts verwendet. Anhand der durch die Kreise gekennzeichneten Messinformation  $y(\mathbf{x}_i) = p'_{x_R/A}(\mathbf{x}_i)$  an den Mikrofonpositionen  $x_i$  korrigiert das KF die Schätzung  $\widehat{p}'_{x_R/A}(\mathbf{x})$  (durchgezogene Linie) rekursiv in  $\mathbf{x}$ -Richtung. Die Schätzgüte nimmt mit der Anzahl an Messinformationen zu.

Das Ende des Verlaufes von  $\widehat{p}'_{x_R/A}(\mathbf{x})$  im Bild 5.9 gibt das Ende der durch das Modell (5.10, 5.11) beschriebenen exponentiellen Anfachungsphase an. Als Abbruchkriterium wird die im unteren Teil von Bild 5.9 dargestellte Wahrscheinlichkeitsdichte der erwarteten Messung  $p(y(\mathbf{x}_i) | y(\mathbf{x}_{i-1}), \dots, y(\mathbf{x}_1))$  entsprechend Gl. (2.75) (siehe Seite 45) ausgewertet, die durch die vom KF mitgeschätzte Kovarianz des Schätzfehlers und das Messrauschen definiert

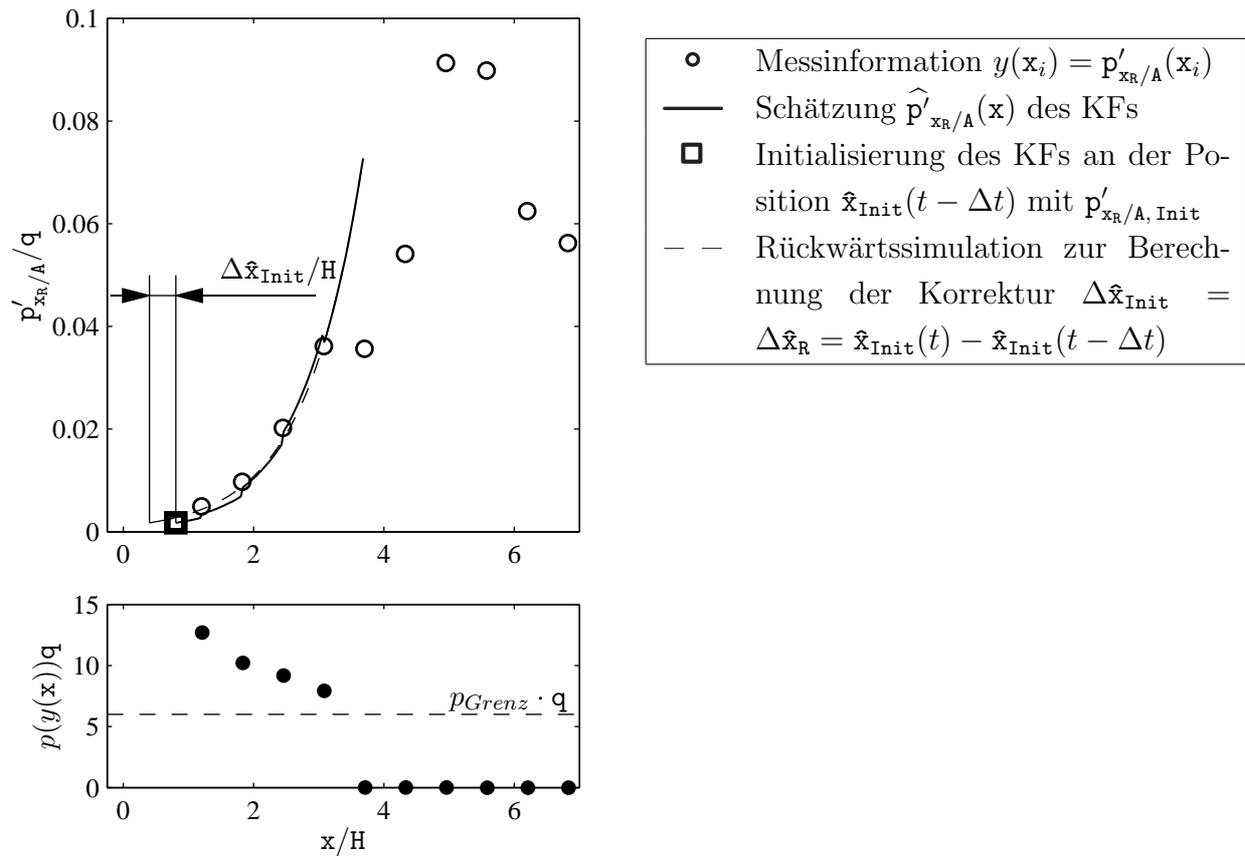


Bild 5.9: Prinzipskizze zur Zustandsrekonstruktion des Wirbelwachstums in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  mit einem KF zu einem ausgewählten Zeitpunkt  $t$ .

*Oben:* Schätzung des momentanen Verlaufs von  $\hat{p}'_{xR/A}(\mathbf{x})$  anhand der Messinformationen  $y(\mathbf{x}_i) = p'_{xR/A}(\mathbf{x}_i)$  und anschließende Rückwärtssimulation zur Anfangsbedingung  $p'_{xR/A, \text{Init}}$  zur Bestimmung der Startposition  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{Init}}$ . Der ausgewählte Zeitpunkt  $t$  zeigt die Verkürzung von  $\mathbf{x}_R$  um  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{\text{Init}} = \Delta \hat{\mathbf{x}}_R$  während eines Einschaltsprungs.

*Unten:* Der dargestellte Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(y(\mathbf{x}_i) | y(\mathbf{x}_{i-1}), \dots, y(\mathbf{x}_1))$  der erwarteten Messung liefert eine gute Trennschärfe bezüglich des Gültigkeitsbereichs des Prozessmodells (5.10, 5.11) für die exponentielle Anfachung.

(Anhaltswerte für die Auslegungsparameter des KFs siehe Anhang B.3)

ist. Das Ende des exponentiellen Wachstums ist erreicht, wenn  $p(y(\mathbf{x}_i) | y(\mathbf{x}_{i-1}), \dots, y(\mathbf{x}_1))$  die Grenze  $p_{\text{Grenz}}$  unterschreitet. Der Wahrscheinlichkeitsdichteverlauf liefert eine gute Trennschärfe bezüglich dieses einfachen Kriteriums. Da  $p_{\text{Grenz}}$  unbekannt ist, wird dieser Parameter zusammen mit den Auslegungsparametern für das KF in einem Tuningvorgang eingestellt.

Ausgehend vom letzten, noch wenig zu korrigierenden Simulationsabschnitt wird mit dem Prozessmodell (5.10) eine Rückwärtssimulation bis zur Anfangsbedingung  $p'_{xR/A, \text{Init}}$  durchgeführt (gestichelte Linie im Bild 5.9). Die  $\mathbf{x}$ -Position von  $p'_{xR/A, \text{Init}}$  ist die aktuelle

Position  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{Init}}(t)$ . Die aktuelle Wiederanlegelänge ergibt sich jetzt aus der oben abgeleiteten Heuristik  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{R}}(t) = \hat{\mathbf{x}}_{\text{Init}}(t) + \Delta \mathbf{x}$  (siehe auch Bild 5.8), wobei hier  $\Delta \mathbf{x}/H = 4$  gewählt wurde.

Da das KF die Positionen  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{Init}}(t)$  von  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_{\text{R}/A}, \text{Init}}(t)$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  allein aus dem Verlauf von  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_{\text{R}/A}}(\mathbf{x}_i, t)$  in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  schätzt, ist dieser Algorithmus in der Lage,  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{R}}(t)$  ohne Kenntnis des Stellgrößenverlaufs  $u(t)$  (Amplitude der sinusförmigen Anregung) zu folgen. Im Bild 5.9 ist die Schätzung während eines Sprungversuches dargestellt, in dem sich sowohl der Initialisierungspunkt  $\mathbf{x}_{\text{Init}}$  als auch  $\mathbf{x}_{\text{R}}$  zwischen den Auswertungszeitpunkten jeweils um  $\Delta \mathbf{x}_{\text{Init}}$  stromauf verschoben.

Die Vorgehensweise bei der Erstellung des obigen Modells ist mit der bei der niederdimensionalen Beschreibung von Strömungssystemen mit Galerkin-Modellen vergleichbar. Dort wird die Kinematik des Strömungsfeldes meist mit POD-Moden modelliert und für deren zeitliche Entwicklung werden dynamische Modelle aus den Navier-Stokesschen Gleichungen abgeleitet. Bei der im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten zeitlichen Filterung wird die Kinematik des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke mittels einer Fourierreihe beschrieben. Aufbauend auf diesen Moden wird hier für die Entwicklung der Anfachung des Wellenfeldes in Strömungsrichtung das autonome Modell (5.10) abgeleitet.

Bei der Interpretation der Scherschichtentwicklung anhand von  $\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}, t)$  muss beachtet werden, dass es sich dabei lediglich um eine reduzierte Ersatzgröße handelt, die nichtlinear mit der Scherschicht- und Wirbelentwicklung zusammenhängt. Bei anderen Strömungsbedingungen, beispielsweise bei größeren Reynolds-Zahlen, kann die in  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_{\text{R}/A}}(\mathbf{x}_i, t)$  beobachtete Anfachung in Strömungsrichtung vom exponentiellen Verlauf entsprechend dem Modell (5.10, 5.11) abweichen, so dass erweiterte nichtlineare Modelle verwendet werden müssen. Ein Vorschlag dazu ist im Anhang B.4 zu finden.

### 5.1.3 Ergebnisse

Im Bild 5.10 werden die zeitliche Auflösung des Wirbelwachstums-Sensors und die der im Abschnitt 3.1.2 vorgestellten, langsameren RMS-Methode anhand von experimentellen Sprungantworten miteinander verglichen. Die zeitlich hoch aufgelöste Schätzung der Ersatzgröße für  $\mathbf{x}_{\text{R}}(t)$  ist im Vergleich zur heuristischen RMS-Methode ca. zehnmals schneller.

Um die Schätzgüte des Wirbelwachstums-Sensors, d.h. dessen Genauigkeit und zeitliche Auflösung, beurteilen zu können, werden im Folgenden aus Mikrofonmessungen geschätzte Verläufe  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{R}}(t)$  mit der tatsächlich vorhandenen Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_{\text{R}}(t)$  verglichen. Neben simulierten LES-Daten steht dafür auch ein experimentell, mittels PIV-Messtechnik ermittelter, tatsächlicher Verlauf  $\mathbf{x}_{\text{R}}(t)$  zur Verfügung.

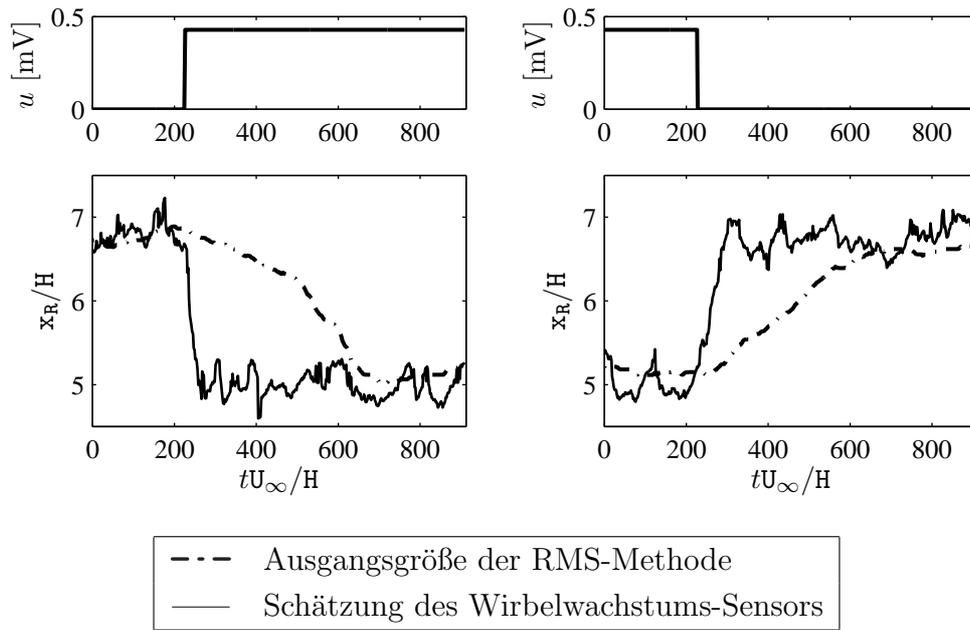


Bild 5.10: Vergleich der zeitlichen Auflösung der mit der RMS-Methode und dem Wirbelwachstums-Sensor geschätzten Verläufe der Wiederanlegelänge  $\hat{x}_R(t)$  anhand von Sprungantworten.

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ ; Auslegungsparameter für den Wirbelwachstums-Sensor siehe Anhang B.3)

### Untersuchung der Schätzgüte anhand simulierter Daten

Da die gemessenen Wanddruckfluktuationen, wie im Kapitel 4 beschrieben, globale Informationen über das Strömungsfeld beinhalten, gilt dies auch für die daraus geschätzte Ersatzgröße  $\hat{x}_R(t)$ . Die nicht rekonstruierbaren Komponenten müssen für die spätere Regelung jedoch auch nicht gemessen werden, da diese auch nicht steuerbar sind. Diese umfassen im Einzelnen die hochfrequente sägezahnförmige Bewegung und den in der spannweiten  $z$ -Richtung unregelmäßige Verlauf der Wiederanlegelinie.

Um dieser Charakteristik Rechnung zu tragen, wird für den Vergleich als tatsächliche Wiederanlegelänge ein die spannweite Streuung der Wiederanlegeposition beschreibender und um die Sägezahnbewegung bereinigter Bereich angesetzt. Bild 5.11 veranschaulicht die Ermittlung dieses Bereiches. Zunächst wird der zeitliche Verlauf der Wiederanlegelinie  $x_R(z, t)$  aus dem Nulldurchgang des Wandreibungsfeldes (siehe auch Abschnitt 4.3) in einem Streifen  $\Delta z/H = \pm 1$  um die Mikrofonreihe bestimmt. Anschließend wird die hochfrequente Sägezahnbewegung mittels einer zeitlichen Filterung entfernt. Als Grenzen für den spannweiten tatsächlichen Wiederanlegebereich werden zu jedem Zeitpunkt  $t$  jeweils der

Maximal- und Minimalwert von  $\mathbf{x}_R(\mathbf{z})$  angesetzt.

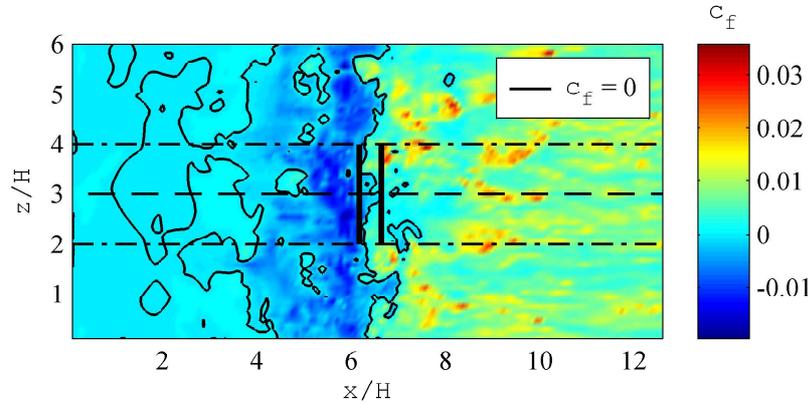


Bild 5.11: Bestimmung des Wiederanlegebereichs (dicke durchgezogene Linien) zur Erfassung der Streuung der Wiederanlegeposition in der spannweiten  $z$ -Richtung aus dem Wandreibungsfeld  $c_f(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ . Bereichsgrenzen sind die minimale und maximale Wiederanlegeposition mit  $c_f = 0$  im Streifen  $\Delta z/H = \pm 1$  (— · — · —) um die Mikrofonreihe (— — —). (Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

Zur Überprüfung der Genauigkeit des Wirbelwachstums-Sensors werden zunächst simulierte Sprungexperimente ausgewertet, so dass in den Verläufen des tatsächlichen Wiederanlegebereichs sowohl die natürlichen Schwankungen der Ablöseblase (Pulsation) als auch die durch die Aktuation hervorgerufene Verkürzung (Einschaltssprung) bzw. Verlängerung (Ausschaltssprung) vorkommen. Bild 5.12 zeigt den Vergleich zwischen dem tatsächlichen Wiederanlegebereich und der geschätzten Wiederanlegelänge  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$  bei  $\text{Re}_H = 4000$  und  $\text{Re}_H = 5000$ . Die Ein- und Ausschaltssprünge sind jeweils an den Verläufen der Amplitude  $u(t) = m_0(t)$  des harmonischen Anregungssignals  $\mathbf{m}(t) = m_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$  zu erkennen. Bei allen Sprungversuchen liegen die Schätzungen  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$  innerhalb des tatsächlichen Wiederanlegebereichs, so dass  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$  eine geeignete Ersatzgröße zur zeitlich hoch aufgelösten Repräsentation der Größe der Ablöseblase ist. Dabei ist der Wirbelwachstums-Sensor in der Lage, sowohl die Verkürzung bzw. Verlängerung von  $\mathbf{x}_R(t)$  infolge des Ein- bzw. Ausschaltens als auch die Pulsation der Ablöseblase (insbesondere bei  $\text{Re}_H = 5000$ ) in Echtzeit aufzulösen. Insbesondere die unterschiedlichen Einschwingzeiten der Ein- und Ausschaltvorgänge können im Gegensatz zur RMS-Methode aufgelöst werden (vgl. auch Bild 5.10). Die Funktion des Wirbel-Wachstumssensors konnte bei allen in der Datenbasis für die transitionelle Stufenströmung vorhandenen simulierten Ein- und Ausschaltssprungversuchen gezeigt werden, wobei die höchste Reynolds-Zahl  $\text{Re}_H = 5000$  beträgt.

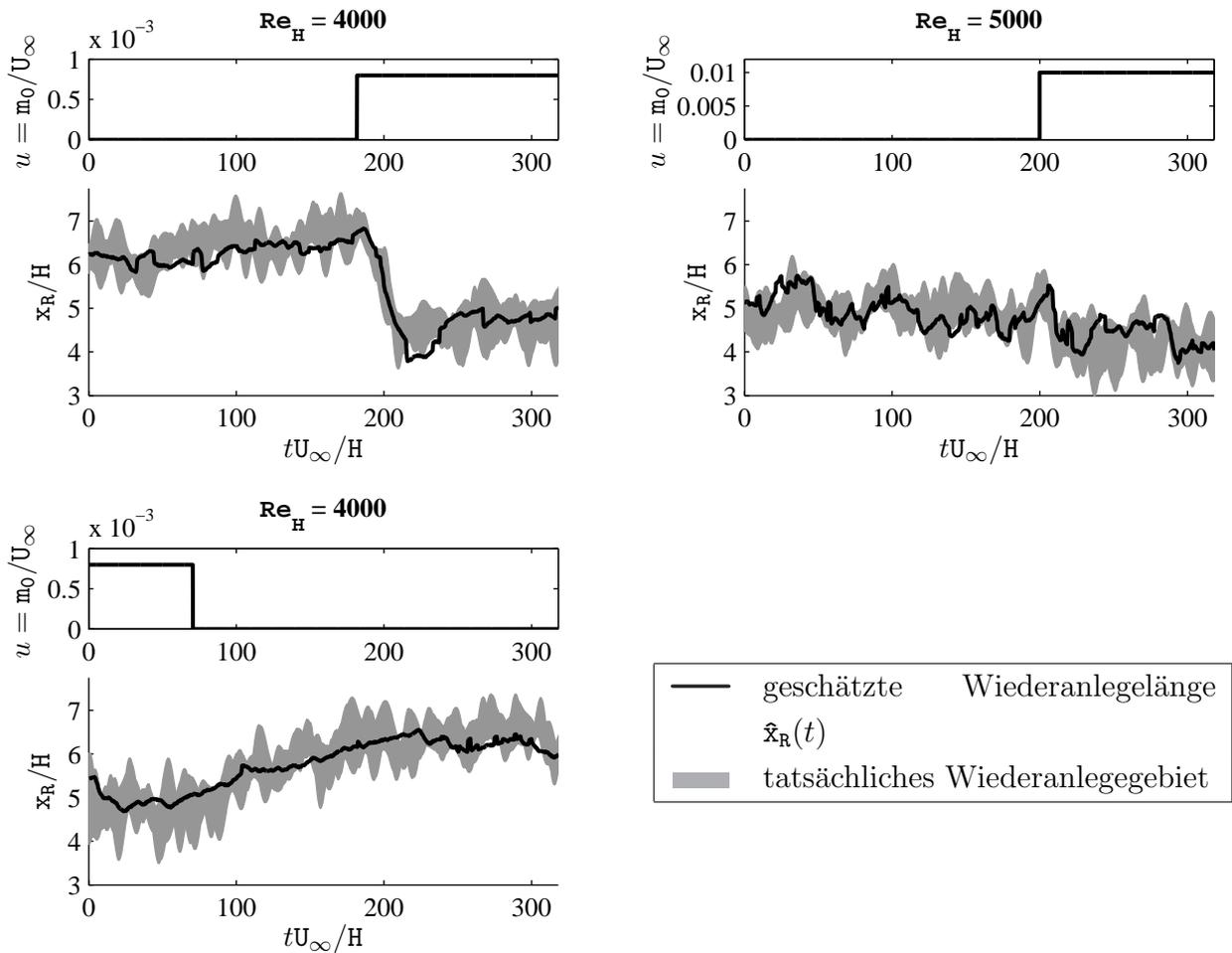


Bild 5.12: Vergleich der aus Mikrofonmessungen geschätzten Wiederanlegelänge  $\hat{x}_R(t)$  mit dem tatsächlichen, aus dem Wandreibungsfeld bestimmten Wiederanlegebereich anhand von Ein- und Ausschaltspriingen.

(Simulationen; Auslegungsparameter für den Wirbelwachstums-Sensor siehe Anhang B.3)

### Untersuchung der Schätzgüte anhand experimenteller Daten

Nachdem der Wirbelwachstums-Sensor anhand von simulierten Daten entwickelt ist, wird er ins Experiment übertragen. Dafür werden die Modellparameter  $A$  und  $\mathbf{p}'_{x_{R/A}, \text{Init}}$  neu identifiziert. Es wird davon ausgegangen, dass die mittels der Simulationsdaten gewonnenen Zusammenhänge so robust sind, dass die zugrunde liegenden Phänomene auch im Experiment gelten. Da die momentane Wiederanlegelänge messtechnisch nicht zugänglich ist, kann die Schätzung des Wirbelwachstums-Sensors lediglich mit gemittelten Verläufen verglichen werden. Zum einen kann gezeigt werden, dass der Wirbelwachstums-Sensor die mittlere Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  im zeitlichen Mittel richtig schätzt. Für diesen Vergleich wird die tatsächliche mittlere Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  mittels Anstrichverfahren und Ölfilminterferometrie (siehe Huppertz [47]) gemessen.

Zum anderen wird eine zeitlich hoch aufgelöste, jedoch phasengemittelte PIV-Messungen der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  während eines Einschaltssprunges zur Verfügung gestellt (C. Gutknecht, persönliche Mitteilung). Mittels der verwendeten PIV-Messtechnik wird jeweils das momentane wandnahe Geschwindigkeitsfeld und damit auch die Wandreibung zu einem Zeitpunkt räumlich hoch aufgelöst vermessen (Einzelheiten zur PIV-Messtechnik siehe Huppertz [47]). Da die Messung eines Zeitverlaufes während eines Sprungexperimentes aus technischen Gründen nicht möglich ist, muss für jeden Zeitpunkt  $t_i$  bezüglich des Sprungzeitpunktes der Stellgröße ein extra Experiment durchgeführt werden. Um kontinuierliche Verläufe  $\mathbf{x}_R(t)$  zu erhalten, wird Rauschen unterdrückt, indem für jeden Zeitpunkt  $t_i$  mehrere Messungen  $\mathbf{x}_R(t_i)$  gemittelt werden, so dass ein bezüglich des Sprungzeitpunktes phasengemittelter Verlauf der Wiederanlegelänge entsteht.

Bild 5.13 vergleicht den für jeden Zeitpunkt über 60 PIV-Messungen phasengemittelten Verlauf der Wiederanlegelänge mit einem vom Wirbelwachstums-Sensor geschätzten Verlauf  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$  für einen Einschaltvorgang. Die vom Wirbelwachstums-Sensor aufgelöste Einschwingzeit liegt bei dem vergleichsweise kleinen Sprung im Bereich der tatsächlichen, phasengemittelten Zeit.

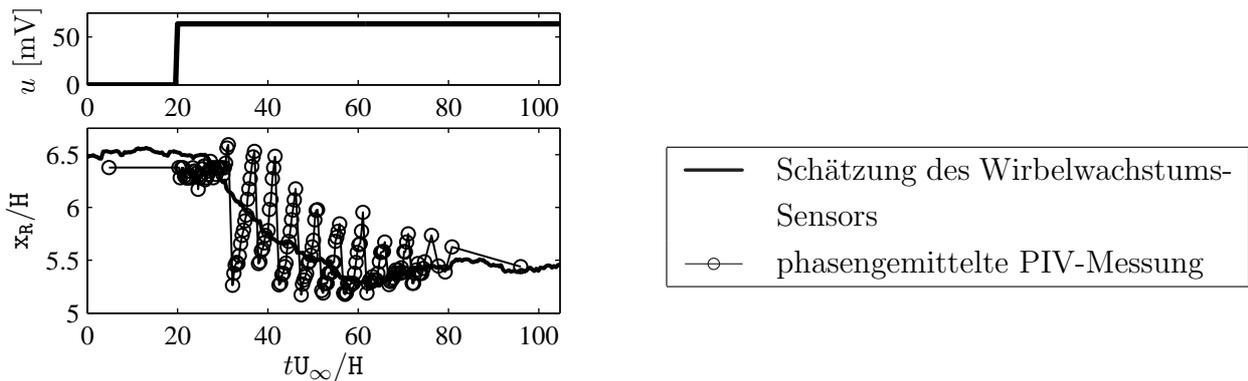


Bild 5.13: Vergleich einer phasengemittelten, mittels PIV-Messtechnik bestimmten Sprungantwort  $\mathbf{x}_R(t)$  (C. Gutknecht, persönliche Mitteilung) mit einem geschätzten Verlauf  $\hat{\mathbf{x}}_R(t)$ . Die beim Einschaltssprung in den PIV-Messungen vorhandene sägezahnförmige Bewegung der Wiederanlegeposition wird vom Wirbelwachstums-Sensor, wie bereits diskutiert, nicht aufgelöst.

(Experiment bei  $Re_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$ )

Die sägezahnförmige, durch die Wirbel hervorgerufene Bewegung von  $\mathbf{x}_R(t)$  nach dem Einschalten wird bei der Phasenmittelung (siehe PIV-Messung) nicht unterdrückt. Die Phasenlage des Anregungssignals bezüglich des Sprungzeitpunktes ist bei allen Experimenten gleich, so dass die Wirbelentwicklung bezüglich des Einschaltssprungzeitpunktes offensichtlich immer gleich verläuft.

## 5.2 Wirbelverfolgungs-Sensor

### 5.2.1 Algorithmus für die Mehrobjektverfolgung

Ziel bei der Wirbelobjektverfolgung ist die Schätzung der einzelnen Bahnen der stromab konvektierenden Scherschichtwirbelstrukturen anhand der detektierten Wirbelfußabdrücke, um so eine echtzeitfähige erweiterte Messtechnik auf der Basis von Mikrofonmessungen bereitzustellen. Bei dem in Becker u. a. [13] vorgeschlagenen Wirbelverfolgungs-Sensor werden KF zur kontinuierlichen Schätzung der Positionen  $\mathbf{x}^{(j)}$  und der nicht direkt messbaren Konvektionsgeschwindigkeiten  $\mathbf{c}^{(j)}$  der einzelnen Wirbel  $j$  in Echtzeit verwendet.

Die mit etwa konstanter Geschwindigkeit  $\mathbf{c}^{(j)}$  abschwimmenden Wirbel lassen sich im Zustandsraum mit einem stochastischen, zeitdiskreten Modell der Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(j)}(k+1) \\ \mathbf{c}^{(j)}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(j)}(k) \\ \mathbf{c}^{(j)}(k) \end{bmatrix} + \underline{w}_k^{(j)} \quad (5.12)$$

beschreiben. Dabei gelten die folgenden Definitionen:

$\mathbf{x}^{(j)}$	: $\mathbf{x}$ -Position des $j$ -ten Wirbels
$\mathbf{c}^{(j)}$	: Konvektionsgeschwindigkeit des $j$ -ten Wirbels (in $\mathbf{x}$ -Richtung)
$\Delta t = t_{k+1} - t_k$	: Abtastschrittweite für das zeitdiskrete System
$\underline{w}_k^{(j)}$	: Vektor für unbekannte, weiß verrauschte und normalverteilte Eingangsgröße (Systemrauschen) mit dem Erwartungswert $E\{\underline{w}_k\} = \underline{0}$ und der Kovarianzmatrix $E\{\underline{w}_k \underline{w}_k^T\} = \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}(k)$

Da die Wirbelfußabdruckpositionen an den Sensorpositionen  $\mathbf{x}_i$  als lokale Minima in den Zeitverläufen der Messsignale  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, t_k)$  oder  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_i, t)$  (siehe Abschnitte 4.2.1 und 4.2.2) detektiert werden, lautet die über  $v_l^{(j)}$  gestörte Messung  $y^{(j)}(l)$ :

$$y^{(j)}(l) = \mathbf{x}^{(j)}(l) + v_l^{(j)} . \quad (5.13)$$

Dabei ist  $v_l^{(j)}$  wiederum weißes, normal verteiltes Messrauschen mit der Kovarianz  $E\{v_l v_l^T\} = R_l = R(l)$  und dem Erwartungswert  $E\{v_l\} = 0$ . Der Anhang C.1 enthält Anhaltswerte für die Auslegungsparameter der KF.

Ein auf diesem beobachtbaren, autonomen Modell für die Abschwimmbewegung aufbauender Filterentwurf formuliert die Aufgabenstellung der Schätzung von  $x^{(j)}(k)$  und  $c^{(j)}(k)$  als Anfangswertproblem. Für jedes Wirbelobjekt  $j$  wird ein KF angesetzt.

Bild 5.14 zeigt das Prinzip der echtzeitfähigen Wirbelverfolgung. Dabei werden Simulationsdaten verwendet, um die anhand der Wirbelfußabdrücke geschätzten Bahnen (unten)

mit den tatsächlichen Wirbelbahnen (oben) zu vergleichen. Für die Schätzung wird der echtzeitfähige Algorithmus, der auch online im Experiment eingesetzt wird, verwendet. Im unteren Teil von Bild 5.14 sind die Wanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  als Funktion von Ort und Zeit sowie die dort verfolgten lokalen Minima dargestellt.

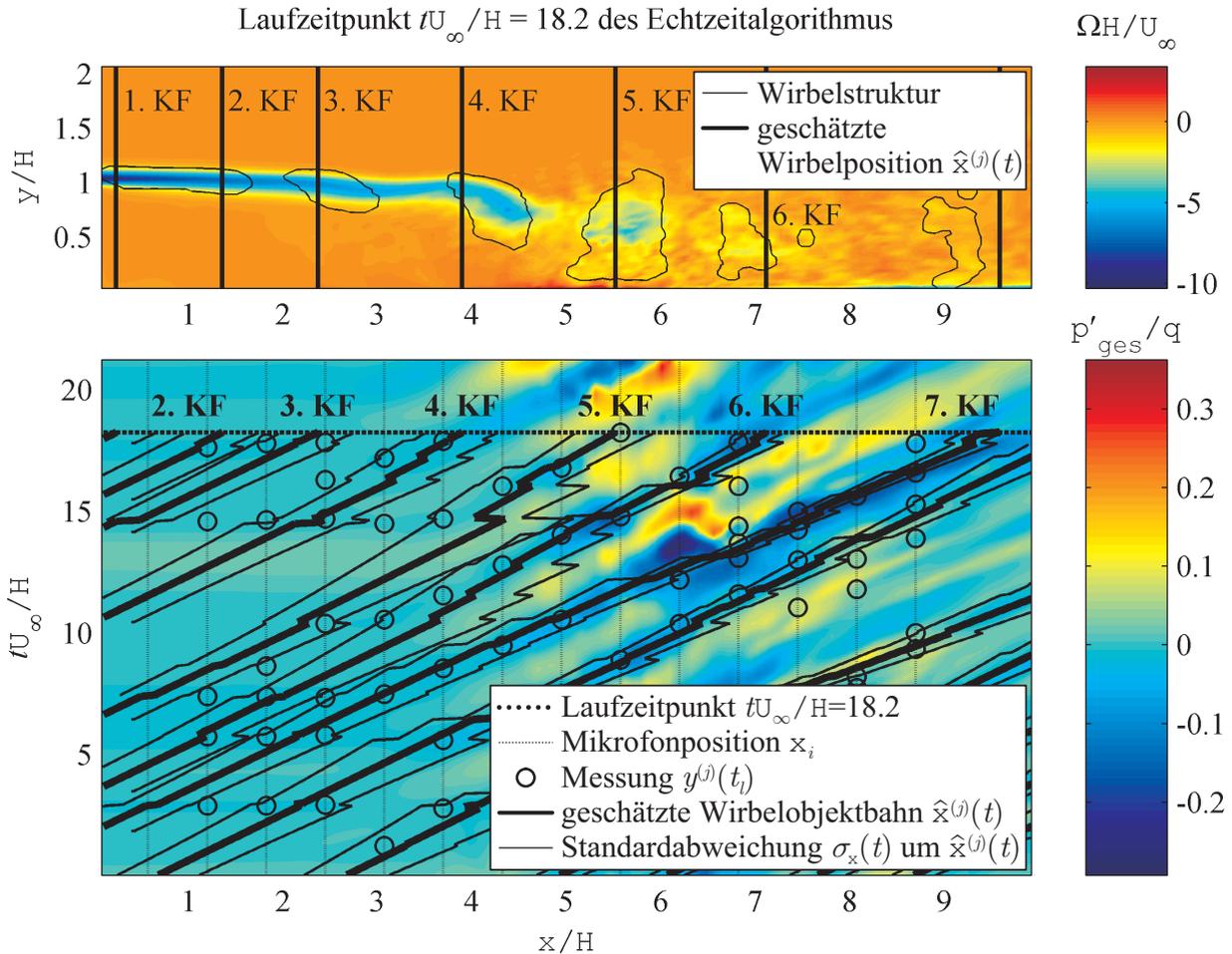


Bild 5.14: Prinzip der Anwendung von Kalman-Filtern (KF) zur Mehrwirbelobjektverfolgung anhand der Fußabdrücke (lokale Minima) in den Wanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  (unten) und Vergleich mit den Scherschichtwirbelpositionen im Strömungsfeld (oben). Das Bild veranschaulicht die momentane Schätzung des in Echtzeit, parallel zum Prozess laufenden Algorithmus zum Zeitpunkt  $tU_{\infty}/H = 18.2$ .

(Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung; Auslegungsparameter der KF siehe Anhang C.1)

Die einzelnen KF  $j$  werden bei  $\mathbf{x} = 0$  mit  $\mathbf{c}^{(j)}(k = 0) = U_{\infty}/2$  (vgl. Gl. (1.2) im Abschnitt 1.2.1) initialisiert und simulieren die Konvektion der Wirbelstrukturen mit dem Modell (5.12). Die geschätzten Bahnen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  sind in Bild 5.14 mit dicken Linien dargestellt. Zur Korrektur der Schätzungen werden entsprechend der Messgleichung (5.13) die

einzelnen, im Zeitverlauf als lokale Minima an den Mikrofonpositionen  $\mathbf{x}_i$  detektierten Wirbelfußabdrücke (Kreise), verwendet.

Im oberen Teil von Bild 5.14 sind die Wirbelstärkeverteilung mit den durch dünne Linien umrandeten Scherschichtwirbelstrukturen und die geschätzten Wirbelpositionen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}$  (dicke Linien) für den gewählten Zeitpunkt  $tU_\infty/H = 18.2$  dargestellt. Dieser Zeitpunkt ist auch im Wellenfeld  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  mit einer gestrichelten Linie gekennzeichnet. Die KF liefern kontinuierlich Schätzungen in Echtzeit. D.h., der Zeitbereich  $tU_\infty/H > 18.2$  stellt für den Echtzeitalgorithmus die Zukunft dar und steht für die Signalverarbeitung nicht zur Verfügung. Die Vergangenheit  $tU_\infty/H < 18.2$  wurde bereits ausgewertet. Die geschätzten Wirbelpositionen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}$  im Wiederanlegegebiet  $5 \lesssim \mathbf{x}/H \lesssim 8$  stimmen mit den tatsächlichen Wirbelpositionen überein, weil bereits ausreichend viele Messungen zur Korrektur der Bahnen zur Verfügung standen. Da auch die Initialisierung der KF, wie unten beschrieben, durch bereits korrigierte Bahnen getriggert wird, liefern auch die ersten, noch nicht ausreichend korrigierten Filter bereits brauchbare Bahnschätzungen. Stromab des Wiederanlegegebiets ab  $\mathbf{x}/H \gtrsim 8$  bewegen sich die zerfallenden Wirbel in der turbulenten Strömung chaotisch, so dass die Filter die Wirbelbahnen nur noch ungenau schätzen können.

Objektverfolgungsprobleme sind dadurch gekennzeichnet, dass das zu verfolgende Objekt im Gegensatz zu den Störungen ein kalkulierbares dynamisches Verhalten besitzt. Bei allgemeinen Problemen der Objektverfolgung, wie sie z. B. in Mezger [70] und Plocher [85] behandelt werden, ergibt sich zum einen das Problem der Klassifikation der erkannten Objekte und zum anderen das der korrekten Zuordnung der neu erkannten Objekte zu den in den bisherigen Sequenzen verfolgten Objektbahnen. Mehrdeutigkeiten und Zuordnungskonflikte machen statistische Methoden erforderlich. Ein Klassifikator ist hier auf der einen Seite nicht notwendig, weil alle zu erkennenden Objekte Wirbel sind. Da die Wirbelstrukturen in der Scherschicht im Gegensatz zu allgemeinen Objektverfolgungsproblemen mit etwa konstanter Frequenz  $\mathbf{f}$  entstehen und mit etwa konstanter Geschwindigkeit  $\mathbf{c}^{(j)}(k) \approx U_\infty/2$  stromab konvektieren, wird für jedes Wirbelobjekt genau ein KF mit zugehöriger Gültigkeitswahrscheinlichkeit angesetzt, so dass auf der anderen Seite keine Mehrdeutigkeiten entstehen. Für die Initialisierung der KF und die Zuordnung einer Messung zu einer der verfolgten Wirbelbahnen werden die folgenden Ansätze vorgeschlagen.

### Initialisierung der KF

Die Initialisierung der KF erfolgt mit der Frequenz  $\mathbf{f}$  der Wirbelentstehung. Diese kann z. B. mit dem EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke aus  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_i, t)$  geschätzt werden (siehe Abschnitt 5.1.1). Ein neues Filter wird immer dann angesetzt, wenn die Periodendauer der Wirbelentstehung abgelaufen ist. Die Zeitspanne für diese Bedingung wird anhand einer bereits ausreichend korrigierten Wirbelbahn abgeschätzt. Bei dem in

Bild 5.14 gezeigten Beispiel wird zur Initialisierung eines neuen KFs die Objektbahn  $j = 4$  ausgewertet. Der zugehörige Wirbel ist näherungsweise vor  $\Delta t \approx \hat{\mathbf{x}}^{(4)}(k)/\hat{\mathbf{c}}^{(4)}(k)$  entstanden. Ein Filter für einen neuen Wirbel wird initialisiert, sobald die Bedingung

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}^{(4)}(k)}{\hat{\mathbf{c}}^{(4)}(k)} \geq \frac{4}{f} \quad (5.14)$$

erfüllt ist.

### Zuordnung einer Messungen zu einer verfolgten Wirbelbahn

Die Objektbahnzuordnung geschieht anhand der geschätzten Vertrauensbereiche auf der Grundlage der statistischen Modell- und Systemeigenschaften. Dabei werden die online zum Zeitpunkt  $t_l$  als lokale Minima in  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_i, t)$  bei  $\mathbf{x}_i$  detektierten Fußabdrücke eindeutig der Bahn  $j$  zugeordnet, bei der die größte Wahrscheinlichkeit der erwarteten Messung entsprechend (2.75) (siehe Seite 45) vorhanden ist:

$$j = \arg \min_j p(y(l) | \underline{\mathbf{y}}^{(j)}(l-1), \dots, \underline{\mathbf{y}}^{(j)}(1)) . \quad (5.15)$$

Dabei ist  $\underline{H} = [1 \ 0]$  der Ausgangsvektor der Messgleichung (5.13). Die Wahrscheinlichkeit  $p^{(j)}(y(l))$  der erwarteten Messung hängt vom Messrauschen  $R(l)$  bei der Bestimmung der Fußabdrucksposition  $\mathbf{x}(l)$  und der Kovarianzmatrix des Schätzfehlers

$$\mathbf{P}^{(j)}(l) = \begin{bmatrix} \text{cov}_{\mathbf{xx}}^{(j)}(l) & \text{cov}_{\mathbf{xc}}^{(j)}(l) \\ \text{cov}_{\mathbf{xc}}^{(j)}(l) & \text{cov}_{\mathbf{cc}}^{(j)}(l) \end{bmatrix}$$

ab. Entsprechend dem Prozessmodell (5.12) repräsentiert der Term  $\underline{H}\mathbf{P}^{(-)j}(l)\underline{H}^T = \text{cov}_{\mathbf{xx}}^{(j)}(l)$  die Kovarianz des Schätzfehlers der Wirbelposition. Zur Veranschaulichung der Entwicklung von  $\text{cov}_{\mathbf{xx}}^{(j)}(k)$  ist im Bild 5.14 die Standardabweichung  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k) = \sqrt{\text{cov}_{\mathbf{xx}}^{(j)}(k)}$  des Schätzfehlers von  $\mathbf{x}^{(j)}(k)$  um den Erwartungswert  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  mit dünnen Linien eingezeichnet.

Um robustes Verhalten bezüglich des Messrauschens zu erzielen, wird ein Ansatz zur Bestimmung der Kovarianz  $R(l)$  in Abhängigkeit von der Tiefe der Fußabdrücke implementiert. Da ein Fußabdruck mit einer großen Amplitude  $\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t_l)$  eine Wirbelposition mit größerer Wahrscheinlichkeit repräsentiert als ein flacher Fußabdruck, wird  $R(l)$  an der Mikrofonposition  $\mathbf{x}_i$  umgekehrt proportional zur Fußabdrucktiefe mit

$$R(l) \sim 1/\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t_l) \quad (5.16)$$

angesetzt. Auch der Ansatz  $R(l) \sim 1/\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}{}^2(\mathbf{x}_i, t_l)$ , bei dem die Standardabweichung des Messrauschens umgekehrt proportional zur Amplitude des Fußabdruckes angesetzt wird, hat sich

als praktikabel erwiesen. Der Proportionalitätsfaktor zur Bestimmung von  $R(l)$  aus  $\mathbf{p}'_A(\mathbf{x}_i, t_l)$  wird, wie auch die anderen Auslegungsparameter  $\mathbf{P}(k=0)$  und  $\mathbf{Q}(k)$  für die KF, in Simulationsstudien so eingestellt, dass der Wirbelverfolgungs-Sensor das gewünschte Verhalten aufweist.

## 5.2.2 Ergebnisse und Anwendung

Um die Genauigkeit des Wirbelverfolgungs-Sensors zu untersuchen, werden die anhand der Wirbelfußabdrücke geschätzten Wirbelpositionen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  mit den tatsächlichen, im Geschwindigkeitsfeld bestimmten Wirbelpositionen  $\mathbf{x}^{(j)}(k)$  verglichen. Dafür werden wiederum simulierte Daten verwendet. Die Häufigkeitsverteilung des Schätzfehlers  $\Delta\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^{(j)} - \mathbf{x}^{(j)}$  bei nicht angeregter Strömung ist im Histogramm in Bild 5.15 aufgetragen. Sowohl im Rezirkulationsgebiet als auch im Wiederanlegegebiet stimmen die geschätzten und die tatsächlichen Wirbelpositionen gut überein. Die große Streubreite zeigt, dass die aus den Fußabdrücken geschätzten Bahnen die Wirbelpositionen mehr qualitativ wiedergeben.

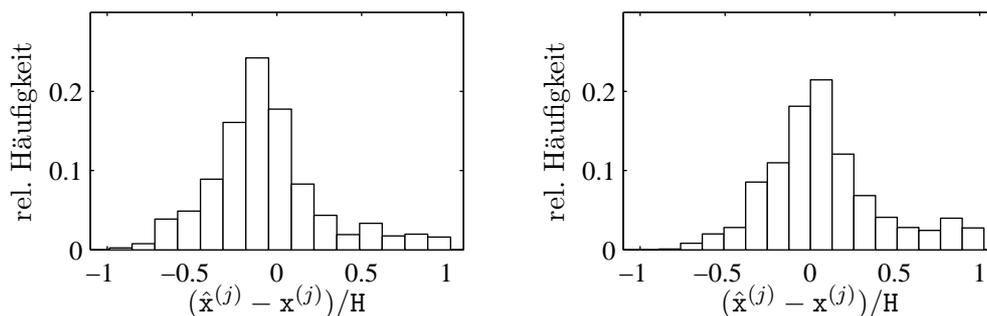


Bild 5.15: Relative Häufigkeitsverteilung des Schätzfehlers  $\Delta\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^{(j)} - \mathbf{x}^{(j)}$  zwischen den geschätzten und den tatsächlichen Wirbelzentren im Rezirkulationsgebiet  $-4 \leq (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_R)/H \leq -1$  (*links*) und im Wiederanlegegebiet  $-1 \leq (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_R)/H \leq 1$  (*rechts*). (Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung)

Im Rezirkulationsgebiet treten die Wirbel jedoch im Mittel stromab von den geschätzten Positionen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}$  auf (siehe linker Teil von Bild 5.15 und vgl. Bild 5.14). Messinformation  $y^{(j)}(l)$  für das Measurement Update der  $j$ -ten Wirbelbahn ist ein im Zeitverlauf eines Messsignals an der Mikrofonposition  $\mathbf{x}_i$  zum Zeitpunkt  $t_l$  anhand der Ableitung und deren Vorzeichenänderung detektiertes lokales Minimum. Da die genauen Wirbelpositionen  $\mathbf{x}^{(j)}$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  jedoch mit den Positionen der *räumlichen* lokalen Minima in  $\mathbf{p}'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  übereinstimmen, stellt die Bestimmung von  $y^{(j)}(l)$  in den *Zeitverläufen* eine Näherung dar. Da die Amplitude von  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  in Strömungsrichtung im Rezirkulationsgebiet nicht konstant ist, stimmt die Lage der in den Zeitverläufen detektierten Minima nicht mit der Lage der

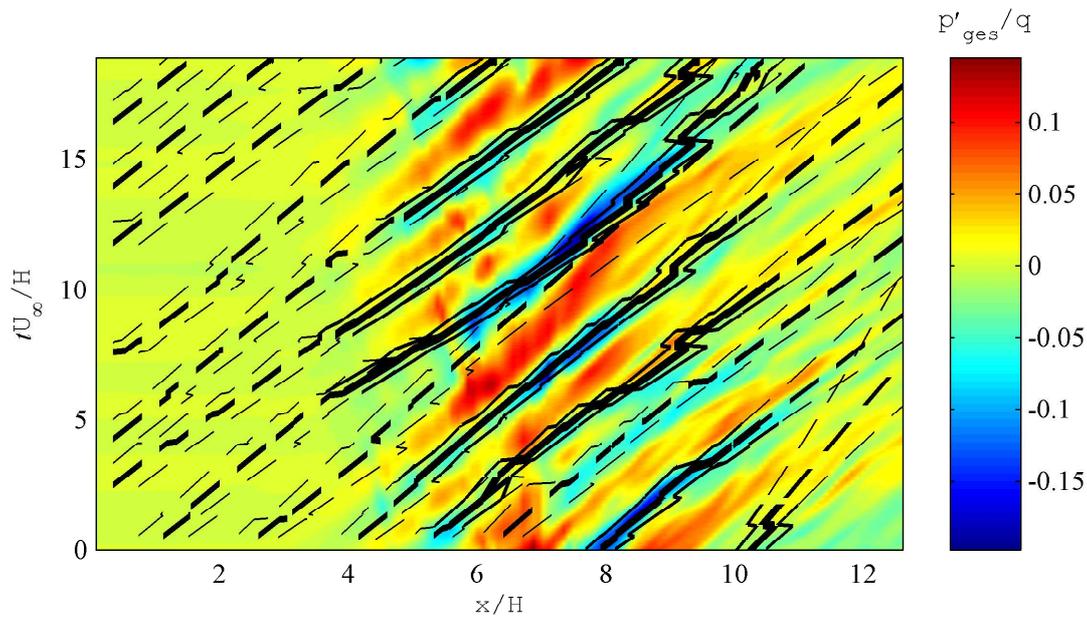
räumlichen Minima überein. Der systematische Messfehler ist jedoch im Vergleich zur Genauigkeit des Wirbelverfolgungs-Sensors sehr gering und wird hier in Kauf genommen. Für den Fall der angeregten Strömung ergeben sich vergleichbare Ergebnisse.

Sowohl im Experiment als auch in simulierten Daten lassen sich mit diesem Sensor im transitionellen und im angeregten turbulenten Fall Scherschichtwirbelbahnen in Echtzeit detektieren. Dabei wurde die turbulente ablösende Grenzschicht mittels eines Turbulenzbands und eines längeren Vorlaufs erzeugt. Im Gegensatz dazu sind die Wirbelstrukturen und die zugehörigen Fußabdrücke jedoch bei der unbeeinflussten turbulenten Strömung nicht im momentanen Strömungsfeld zu erkennen, so dass keine Verfolgung möglich ist. Dort treten lediglich im gemittelten Strömungsfeld Wirbelstrukturen auf.

Die Schätzungen des Wirbelverfolgungs-Sensors enthalten zwei, für weitere Auswertungen nutzbare Informationen. Zum einen liefert der Sensor Informationen über die Bahnen der periodischen Scherschichtwirbel. Im Rahmen von zukünftigen Arbeiten kann diese Information zur Synchronisierung der Wirbelbewegung verwendet werden. Zusätzlich kann die Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  anhand der heuristischen Beziehung  $U_\infty \approx 2c^{(j)}$  geschätzt werden. Zum anderen kann das Gebiet, in dem ausgeprägte Scherschichtwirbelstrukturen auftreten, anhand der Güte der geschätzten Bahnen bestimmt werden. Da das Auftreten ausgeprägter Wirbel mit dem Wiederanlegegebiet korreliert, kann daraus auch auf die Größe der Ablösbare geschlossen werden. Im Bild 5.16 sind die in den Wanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_i, t)$  verfolgten Wirbelbahnen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  als dicke, teilweise gestrichelte und teilweise durchgezogene Linien dargestellt. Um die Güte der Schätzungen zu veranschaulichen, sind wiederum die sich aus den Kovarianzen der Schätzfehler von  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  ergebenden Standardabweichungen  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  mit entsprechenden dünnen Linien symmetrisch um die Bahnen eingezeichnet. Im Wiederanlegebereich um  $\bar{x}_R = 6.6$  (unbeeinflusste Strömung), wo große Wirbel und somit auch tiefe Fußabdrücke auftreten, ist die Standardabweichung  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  gering, weil genügend Messungen mit kleiner Kovarianz  $R(l)$  (vgl. Gl. (5.16)) zu deren Korrektur zur Verfügung stehen. Als Kriterium für eine sichere Schätzung, die eine ausgeprägte Wirbelstruktur repräsentiert, wird eine obere Schranke  $\sigma_{\mathbf{x}, \text{Grenz}}$  vorgeschlagen. In Bild 5.16 sind die Bahnen, die das Kriterium  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k) < \sigma_{\mathbf{x}, \text{Grenz}}$  erfüllen (Auslegungswert für  $\sigma_{\mathbf{x}, \text{Grenz}}$  siehe Gl. (C.4) auf Seite 163 im Anhang C.1), jeweils mit durchgezogenen Linien gekennzeichnet, während ungenaue Schätzungen mit gestrichelten Linien dargestellt sind.

Desweiteren soll anhand von Bild 5.16 das robuste Verhalten des Wirbelverfolgungs-Sensors veranschaulicht werden:

- Das schnelle Anwachsen der Standardabweichung  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  einer falschen Schätzung kann am Verlauf der rechten unteren, bei  $t = 0$  und  $\mathbf{x}/H = 10.2$  beginnenden Bahn beobachtet werden. Infolge der schlechten Schätzungsgüte werden dieser Bahn auch keine Messungen mehr zugeordnet, weil sich nur kleine Wahrscheinlichkeiten für die erwar-



— —	Wirbelbahnabschnitt $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$ mit $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k) \geq \sigma_{\mathbf{x},Grenz}$ außerhalb des Wiederanlegegebiets
—	Wirbelbahnabschnitt $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$ mit $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k) < \sigma_{\mathbf{x},Grenz}$ innerhalb des Wiederanlegegebiets
— / —	Standardabweichung $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$ um die Bahn $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$ (Linienart wie zugehörige Bahn)

Bild 5.16: Klassifikation der sich im Wiederanlegegebiet um  $\bar{x}_R = 6.6$  befindlichen Wirbelbahnabschnitte  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  anhand der Standardabweichungen  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$ .

(Simulation bei  $Re_H = 4000$ ; unbeeinflusste Strömung; Auslegungsparameter der KF siehe Anhang C.1)

tete Messung ergeben (vgl. Gl. (5.15)).

- Die dritte Bahn von rechts unten, die bei  $t = 0$  und  $\mathbf{x}/H = 6.1$  beginnt und als gestrichelte Linie dargestellt ist, gibt den Verlauf der Wirbelfußabdrücke wieder, obwohl nur ungenaue Messungen für die Korrektur vorliegen und die Standardabweichung somit groß bleibt, so dass diese Bahn als ungenau klassifiziert wird. Dadurch, dass die Initialisierung neuer KF anhand von ausreichend korrigierten Schätzungen vorgenommen wird (vgl. Abschnitt 5.2.1), kann der Wirbelverfolgungs-Sensor auch mit zeitweise nicht vorhandenen oder schlechten Messungen umgehen.
- Auch die bei  $t = 0$  und  $\mathbf{x}/H = 2.3$  beginnende, als ungenau klassifizierte Bahn zeigt das robuste Verhalten des Sensors gegenüber Modellfehlern. Die Wirbelbahn verschmilzt mit der folgenden Bahn. Offensichtlich hat dort eine Wirbelpaarung stattgefunden,

so dass dieses KF zu viel initialisiert wurde. Auch diese Bahn wird aufgrund der schlechten Schätzgüte ab der Verschmelzung nicht mehr korrigiert und somit nicht weiterverfolgt.

Bild 5.17 zeigt die aus den Wanddruckfluktuationen  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}_i, t)$  rekonstruierten und mittels des vorgeschlagenen Klassifikators ausgewählten Bahnabschnitte, die ausgeprägte Wirbel repräsentieren, während eines Sprungversuchs. Nach dem Einschaltssprung verkürzt sich die Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$ . Gleichzeitig wandert das Wiederanlegegebiet, das durch große Amplituden von  $p'_{\text{ges}}(\mathbf{x}, t)$  und somit große Wirbel gekennzeichnet ist, um den gleichen Betrag wie  $\mathbf{x}_R(t)$  stromauf. Dieses Phänomen wird auch durch die geschätzten Wirbelbahnen wiedergegeben.

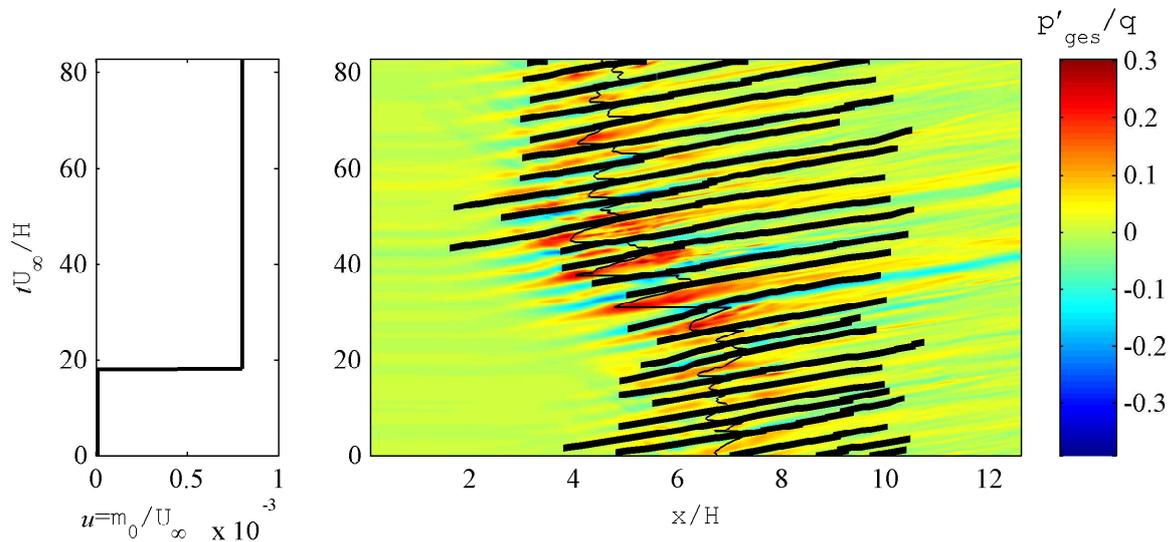


Bild 5.17: Korrelation zwischen dem Verlauf der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  und dem anhand der rekonstruierten Wirbelbahnen detektierten Wiederanlegegebiet während eines Einschaltssprunges.

*Links:* Verlauf der Stellgröße  $u(t)$ .

*Rechts:* Der Beginn der zu ausgebildeten Wirbelstrukturen gehörenden Bahnen  $\hat{\mathbf{x}}^{(j)}(k)$  (dicke Linien) korreliert mit der Verkürzung der tatsächlichen Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  (dünne Linie).

(Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ ; Auslegungsparameter der KFs siehe Anhang C.1)

Bild 5.18 zeigt wie auch Bild 5.17 die Ausdehnung des anhand der Wirbelbahnen mit dem Kriterium  $\sigma_{\mathbf{x}}^{(j)}(k) < \sigma_{\mathbf{x}, \text{Grenz}}$  detektierten Wiederanlegegebiets bei einem Ein- und einem Ausschaltssprung zusammen mit dem Verlauf der tatsächlichen Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$ , jedoch für einen längeren Zeitabschnitt. Der Beginn der Wirbelbahnen korreliert mit

der durch den Ein- und Ausschaltspung hervorgerufenen Verkürzung bzw. Verlängerung von  $\mathbf{x}_R(t)$ , ohne jedoch die Pulsation der Ablöseblase richtig aufzulösen. Im Gegensatz dazu korreliert das detektierte Ende des Wiederanlegegebiets nicht mit  $\mathbf{x}_R(t)$ .

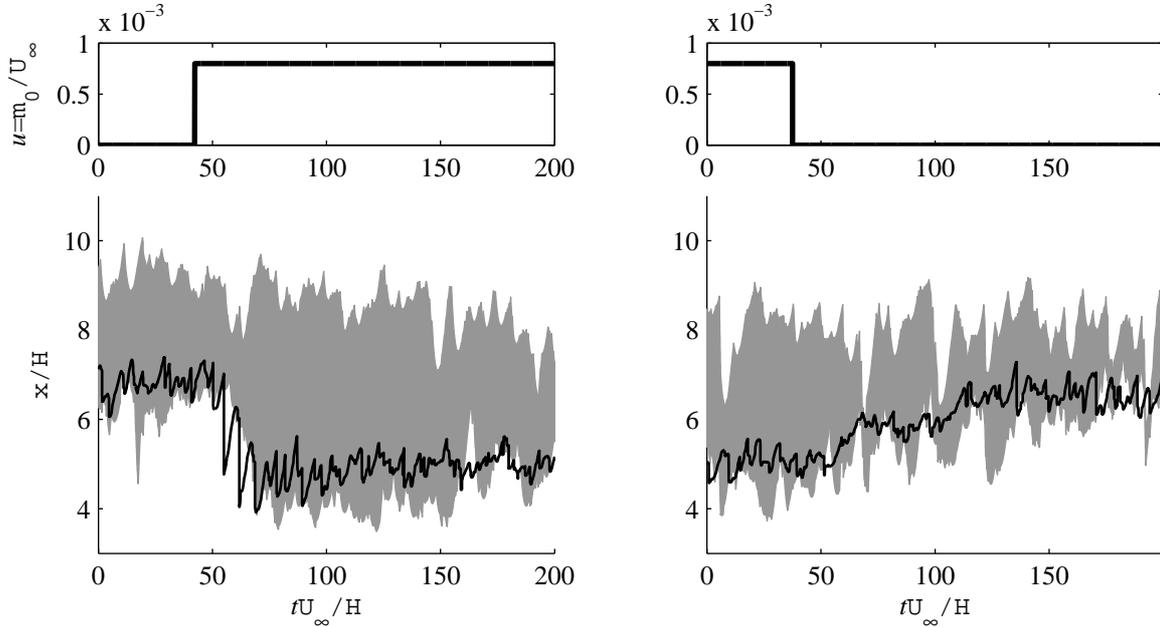


Bild 5.18: Korrelation zwischen dem Verlauf der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  und dem anhand der rekonstruierten Wirbelbahnen detektierten Wiederanlegegebiet während eines Ein- und Ausschaltspungs.

*Oben:* Verlauf der Stellgröße  $u(t)$ .

*Unten:* Der Beginn des mit dem Wirbelverfolgungs-Sensors detektierten Wiederanlegegebiets (graue Fläche) korreliert mit der Verkürzung bzw. Verlängerung der tatsächlichen Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  (durchgezogene Linie).

(Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

Für die spätere Regelung der Wiederanlegeposition wird jedoch keine Ersatzregelgröße aus den rekonstruierten Bahnen abgeleitet, weil der Wirbelwachstums-Sensor genauere Schätzungen liefert. Während der Wirbelwachstums-Sensor die Amplitude  $p'_A(\mathbf{x}, t)$  des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke direkt auswertet, fließt  $p'_A(\mathbf{x}, t)$  beim Wirbelverfolgungs-Sensor indirekt über das Messrauschen  $R(l)$  (siehe Gl. (5.16)) ein. Im Vergleich zum Wirbelwachstums-Sensor ist die Umsetzung der Wirbelverfolgung jedoch einfacher, weil keine Modellparameter identifiziert werden müssen. Zudem hat die Erfahrung gezeigt, dass die Wirbelverfolgung unempfindlich auch gegenüber stark verrauschten Messsignalen ist.

# Kapitel 6

## Regelung der Wiederanlegelänge hinter der rückwärts gewandten Stufe

Zielstellung aus strömungsmechanischer Sicht ist die gezielte Einstellung der Wiederanlegelänge hinter der rückwärts gewandten Stufe. Im Gegensatz zu einer reinen, aktiven Steuerung ist es nur im geschlossenen Regelkreis möglich, zufällige, von außen auf das System einwirkende Störungen, unbekannte Anfangsbedingungen und Unsicherheiten durch unzureichende Modellierung zu kompensieren. Bild 6.1 zeigt das Versagen einer reinen Steuerung beim Vorhandensein einer Störung, die eine Verringerung der Reynolds-Zahl um 34% zur Folge hatte. Da das für die Bestimmung der Stellgröße verwendete Kennlinienfeld das Systemverhalten nicht mehr beschreiben kann, ist die gesteuerte Wiederanlegelänge  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  nicht in der Lage, der Führungsgröße  $r(t)$  zu folgen. Die später vorgestellte Regelung kann diese Störung kompensieren.

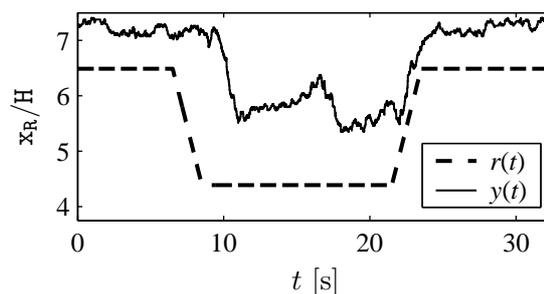


Bild 6.1: Versagen einer reinen Steuerung bei gestörten Umgebungsbedingungen. (Experiment bei gestörter Anströmgeschwindigkeit; Online-Messung der Wiederanlegelänge  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  mit der RMS-Methode)

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt in der experimentellen Umsetzung von Regelungen, die basierend auf experimentell identifizierten black-box Modellen synthetisiert wer-

den sollen. Da diese niederdimensionalen Entwurfsmodelle das komplexe Systemverhalten lediglich approximieren, muss deren Gültigkeitsbereich beim Reglerentwurf in Form einer Unsicherheitsbeschreibung berücksichtigt werden, um die Stabilität der Regelkreise sicherzustellen. Dafür werden robuste Methoden angewandt.

Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit sind die verschiedenen, im Rahmen der Arbeiten von Becker u. a. [11, 12] untersuchten robusten Regler. Diese Regler werden sowohl in Simulationsstudien als auch in Experimenten getestet. In beiden Fällen werden vergleichbare Ergebnisse erzielt, wobei die Geschwindigkeit der experimentellen Regelung durch die verwendete RMS-Methode zur Online-Messung der Wiederanlegelänge eingeschränkt ist.

Im Abschnitt 6.1 werden zunächst die Erfahrungen mit robusten Reglern für die Stufenströmung geschildert. Dabei wird die erreichbare Performance durch den eingeschränkten Gültigkeitsbereich der linearen Entwurfsmodelle begrenzt. Im Abschnitt 6.2 wird ein flachheitsbasierter Regler aufbauend auf einem erweiterten Modell mit einem größeren Gültigkeitsbereich entworfen und getestet.

## 6.1 Robuste Regelung

Aufbauend auf der im Abschnitt 6.1.1 durchgeführten Modellbildung wird im Abschnitt 6.1.2 ein robuster Regler entworfen. Die Ergebnisse der experimentellen Tests werden im Abschnitt 6.1.3 vorgestellt.

### 6.1.1 Regelungstechnische Modellbildung

Um das nichtlineare Systemverhalten mit linearen Modellen zu beschreiben, wird eine Familie von black-box Modellen aus Sprungantworten identifiziert. Dabei wird die Stellgröße  $u(t)$  (Amplitude  $m_0(t)$  der harmonischen Anregung) ausgehend vom eingeschwungenen Zustand sprungförmig zwischen repräsentativen Werten im Arbeitsbereich der späteren Regelung hin- und hergeschaltet und der Zeitverlauf  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  der Systemantwort (Wiederanlegelänge hinter der Stufe) gemessen. Die Struktur- und Parameteridentifikation erfolgt mit dem Prädiktionsfehlerverfahren (siehe Abschnitt 2.1.2, Seite 19f.). Für die Reglersynthese wird ein nominelles Entwurfsmodell mit Unsicherheitsbeschreibung auf die Modellfamilie angepasst.

Als Online-Messverfahren für die Wiederanlegelänge stehen im Experiment die RMS-Methode (siehe Seite 52f. im Abschnitt 3.1.2) und der Wirbelwachstums-Sensor (siehe Abschnitt 5.1, Seiten 82ff.) zur Verfügung. Da die von den beiden Verfahren bestimmten Ersatzregelgrößen die Wiederanlegelänge zeitlich unterschiedlich auflösen, müssen jeweils extra

Regler entworfen werden.

## Modellstruktur

Obwohl laut der zugrunde liegenden, nichtlinearen Navier-Stokesschen Gleichungen zunächst eine sehr hohe Systemordnung erwartet wird, können die Sprungversuche mit erstaunlich einfachen, stabilen black-box Modellen beschrieben werden. Alle Sprünge können jeweils mit Modellen der Form

$$G_r(s) = K_r \frac{1 + sT_D}{1 + sT_1 + s^2T_2^2} e^{-sT_0} \quad (6.1)$$

approximiert werden. Bild 6.2 zeigt exemplarisch den tatsächlichen Verlauf einer Antwort  $\mathbf{x}_R(t)$  auf einen Einschaltsprung, der aus den LES-Daten von Becker u. a. [11, 12] bestimmt worden ist.

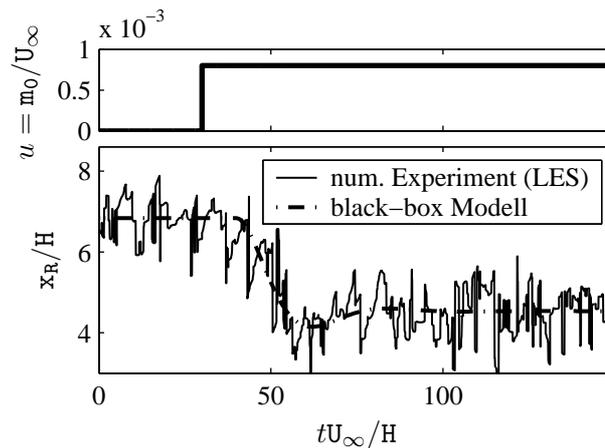


Bild 6.2: Approximation einer simulierten, räumlich hoch aufgelösten Sprungantwort der Wiederanlegelänge  $\mathbf{x}_R(t)$  (bestimmt aus dem ersten Nulldurchgang des Wandreibungsverlaufs nach dem globalen Minimum im Mittelschnitt) durch ein identifiziertes black-box Modell.

(Simulation bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$ )

Bei der Identifikation der meisten Ausschaltssprünge verschwinden die Zeitkonstanten  $T_D$  und  $T_2$ , so dass sich  $PT_1T_0$ -Modelle als Spezialfall der obigen Modellstruktur ergeben. Da die hochfrequente sägezahnförmige Bewegung von  $\mathbf{x}_R(t)$  nicht durch  $u(t)$  beeinflussbar, d.h. steuerbar, ist, wird diese nicht durch die black-box Modelle aufgelöst, sondern als Messrauschen interpretiert.

### Identifikation der Modellfamilie

Auch die Dynamik der mit der RMS-Methode und dem Wirbelwachstums-Sensor bestimmten Ersatzgrößen  $y(t)$  für die Wiederanlegelänge  $x_R(t)$  kann mit Übertragungsfunktionen mit der Struktur (6.1) beschrieben werden. Beispiele für die gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen, für die Identifikation verwendeten Sprungantworten, mit den simulierten Verläufen der angepassten black-box Modelle zeigt Bild 6.3.

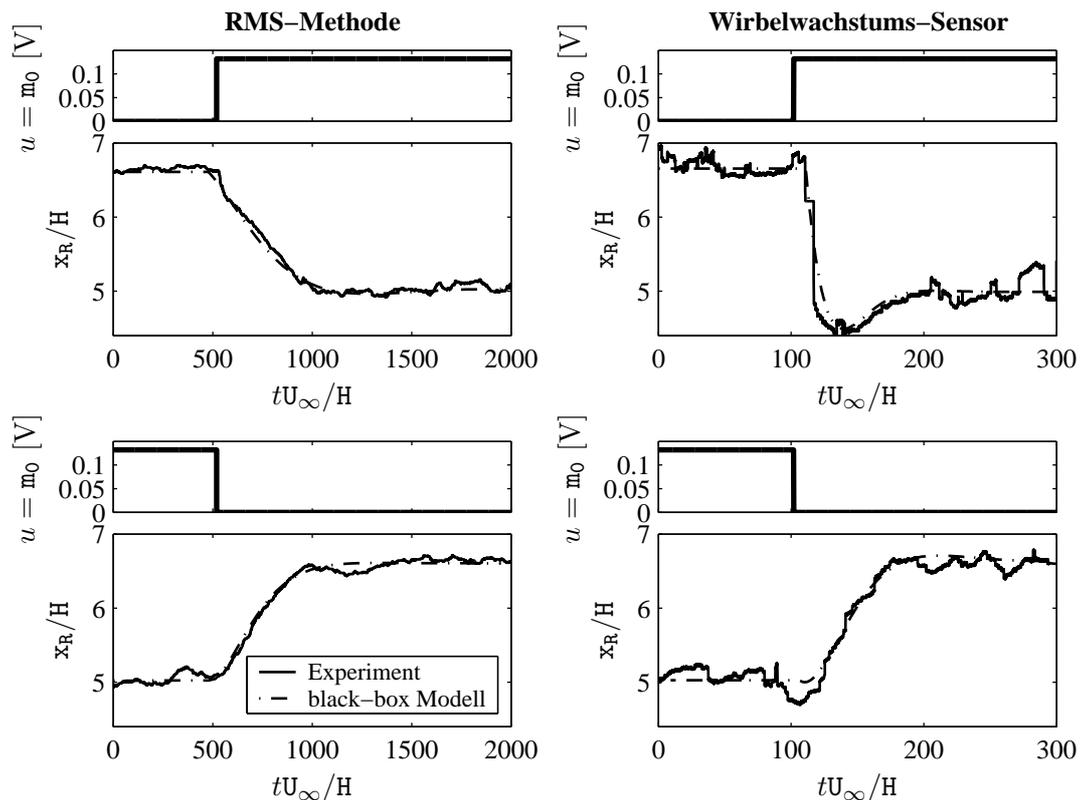


Bild 6.3: Approximation experimentell ermittelter Systemantworten der mit der RMS-Methode (*links*) und dem Wirbelwachstums-Sensor (*rechts*) gemessenen Ersatzregelgrößen  $y(t) = x_R(t)$  für die Wiederanlegelänge auf Ein- und Ausschaltspünge.

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

Der Wirbelwachstums-Sensor löst das tatsächliche Einschwingverhalten, jedoch ohne die sägezahnförmige Bewegung, auf. D.h., dass die im Bild 6.2 gezeigte, aus simulierten Daten bestimmte Einschaltspungantwort mit der oberen rechten Antwort im Bild 6.3 vergleichbar ist. Im Gegensatz dazu liefert die RMS-Methode eine Ersatzregelgröße, welche die kurzzeitgemittelte Wiederanlegelänge innerhalb des rückwärtigen, mitlaufenden Zeitfensters von  $tU_\infty/H = 456$  konvektiven Zeiteinheiten (3 Sekunden bei  $\text{Re}_H = 4000$ , siehe Seite 52 f. im Abschnitt 3.1.2) repräsentiert. Die geringere zeitliche Auflösung hat im Vergleich zur Schätzung

des Wirbelwachstums-Sensors ein etwa 10 Mal langsames Einschwingverhalten zur Folge.

Aufgabe der aus repräsentativen Ein- und Ausschaltsprungantworten identifizierten, linearen Modellfamilien  $G_r(s) \in \Pi$  (siehe Abschnitt 2.2.2 auf Seite 26 ff.) für die beiden Ersatzregelgrößen ist es, das jeweilige dynamische Systemverhalten einschließlich der Messmethode im gesamten Arbeitsbereich der späteren Regelung zu beschreiben. Bild 6.4 zeigt die Frequenzgänge der einzelnen Modelle  $G_r(s)$  beider Familien  $\Pi$ . Aufgrund der nichtlinearen Systemcharakteristik streuen jeweils die Zeitkonstanten  $T_D$ ,  $T_1$  und  $T_2$  und die von der Anregungsamplitude  $u = m_0$  abhängige Verstärkung  $K_r$  deutlich, so dass ein robuster Regler notwendig ist, um die Stabilität des Regelkreises für die gesamte Modellfamilie sicherzustellen. Bei den einzelnen Frequenzgängen einer Familie kann die Streuung von  $K_r$  direkt anhand der Streuung der im tieffrequenten Bereich konstant verlaufenden Amplitudengänge abgelesen werden. Die Streuung bei den hohen Frequenzen wird durch die Unsicherheiten der Zeitkonstanten  $T_D$ ,  $T_1$  und  $T_2$  hervorgerufen.

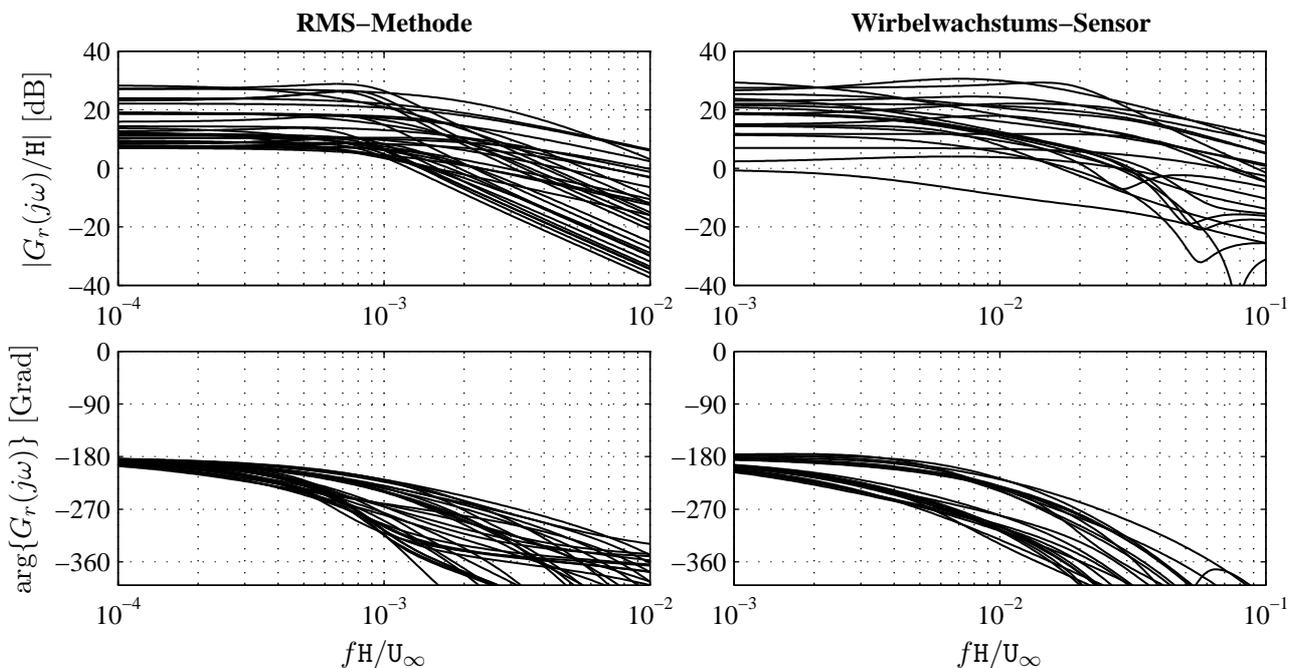


Bild 6.4: Bode-Diagramme der Modellfamilien  $G_r(s) = Y(s)/U(s)$  für die mit der RMS-Methode (*links*) und dem Wirbelwachstums-Sensor (*rechts*) bestimmten Ersatzregelgrößen  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$ . Für die Parameteridentifikation der Modelle wurde die Stellgröße in der Einheit  $V$  eingesetzt.

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

Um ein zu konservatives Reglerdesign, d.h. ein lediglich langsames Reagieren auf Regelfehler, zu vermeiden, sollte die in die Modellunsicherheit des nominellen Entwurfsmodells

eingehende Streuung der Modellfamilie reduziert werden. Mittels der bereits im Bild 3.7 (Seite 58 im Abschnitt 3.3) gezeigten statischen Kennlinie  $\bar{x}_R(u)$  kann die nichtlinear von der Stellgröße  $u$  abhängige Verstärkung  $K_r = \lim_{s \rightarrow 0} G_r(s)$  kompensiert werden, indem  $K_r(u)$  als nichtlineare Verstärkung eines Hammerstein-Modells (siehe Seite 18) aufgefasst wird. Durch das Vorschalten der Inversen  $f^{-1}$  der statischen Kennlinie  $\Delta\bar{x}_R(u) = f(u)$  wird im Idealfall eine konstante Verstärkung  $K_{r, Komp} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{r, Komp}(s) = 1$  für alle Modelle der Familie erreicht (vgl. Bild 2.1 (b) auf Seite 18). Dabei ist  $\Delta\bar{x}_R(u) = f(u)$  die Kennlinie bezüglich des Arbeitspunktes, für den die Regelung ausgelegt wird. Dieser ist hier durch  $u = 0$  und die zugehörige mittlere Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R = 6.6$  im unbeeinflussten Strömungsfall gegeben.

Bild 6.5 veranschaulicht die Implementierung von  $f^{-1}$  im späteren Regelkreis. Die Stellgröße  $u(t)$  ergibt sich aus der künstlichen, vom linearen Regler berechneten Stellgröße  $u_{Komp}(t)$  mittels der statischen Kennlinie  $f^{-1}$ .

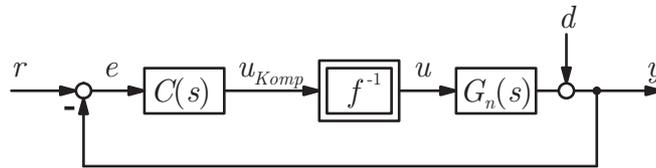


Bild 6.5: Regelkreis mit Kompensation der nichtlinearen statischen Kennlinie  $y = f(u)$  der Strecke (vgl. auch Bild 2.1 auf Seite 18).

Die inverse Kennlinie  $f^{-1}$  kann entweder als Kennfeld oder als mathematische Funktion implementiert werden. Wie Bild 3.7 (siehe Seite 58) zeigt, kann  $f^{-1}$  für die Stufenströmung aus der Umkehrfunktion von

$$\Delta\bar{x}_R(u) = a_1 \log u + a_2 \quad (6.2)$$

bestimmt werden. Bild 6.6 zeigt die mit Bild 6.4 korrespondierenden, kompensierten Amplitudengänge  $|G_{r, Komp}(j\omega)| = |Y(j\omega)/U_{Komp}(j\omega)|$  der einzelnen Modelle der Familien. Es verbleibt lediglich eine sehr geringe Streuung der Verstärkungen um den Idealwert  $K_{r, Komp} = 1$ .

Die zeitlich hoch aufgelösten Einschaltvorgänge zeigen eine schnellere Dynamik als die Ausschaltvorgänge (siehe Bild 6.3 rechts). In den Phasengängen (Bild 6.4 unten rechts) und kompensierten Amplitudengängen (Bild 6.6 rechts) bilden die beiden Modellgruppen jeweils eine Schar mit geringer Streuung untereinander.

### Nominales Modell mit Unsicherheitsbeschreibung

Auf die Modellfamilien  $G_{r, Komp}(s) \in \Pi$  wird jeweils ein nominales Modell  $G_n(s)$  mit möglichst kleiner multiplikativer Unsicherheit  $l_M(\omega)$  angepasst. Dazu wird zuerst der mittlere Frequenzgang derart bestimmt, dass der resultierende Unsicherheitsradius für jede Fre-

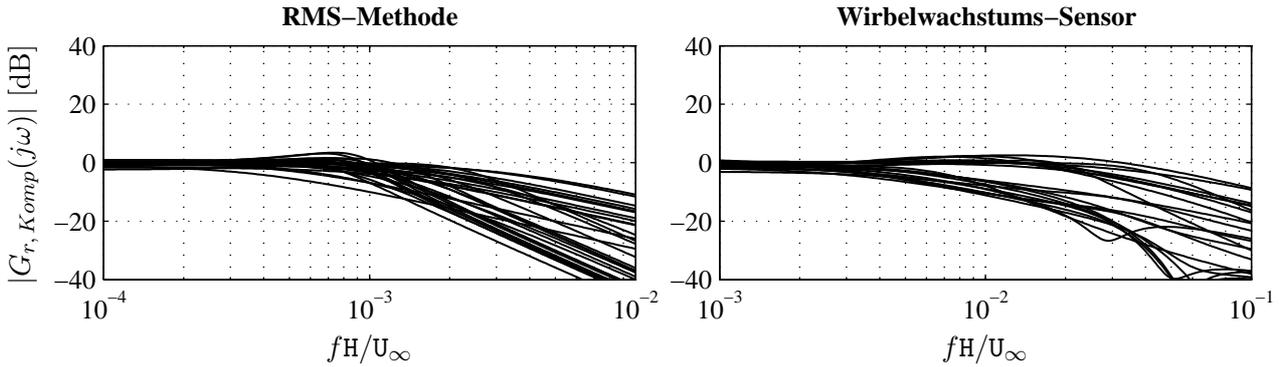


Bild 6.6: Amplitudengänge  $|G_{r, Komp}(j\omega)| = |Y(j\omega)/U_{Komp}(j\omega)|$  mit Kompensation der nichtlinearen Verstärkung der mit Bild 6.4 korrespondierenden Modellfamilien.

quenz minimal ist. Anschließend wird ein geeignetes nominelles Modell  $G_n(s)$  mit möglichst einfacher Struktur und kleiner Modellordnung so auf den mittleren Frequenzgang angepasst, dass dieser im niederfrequenten Bereich der aktiven Regelung ( $l_M(\omega) < 1$ ) möglichst gut beschrieben wird. Für die im Bild 6.6 gezeigten Modellfamilien eignen sich  $PT_1T_0$ -Modelle:

$$G_n(s) = \frac{1}{1 + sT_n} e^{-sT_0} . \quad (6.3)$$

Da das Mixed-Sensitivity-Problem nicht für Modelle mit Totzeiten  $T_0$  gelöst werden kann, werden die Frequenzgänge der Totzeitglieder im Bereich der aktiven Regelung durch Allpassglieder approximiert. Dabei genügen hier für beide Modellfamilien Allpassglieder bis höchstens zweiter Ordnung:

$$G_n(s) = \frac{1}{1 + sT_n} \frac{1 - sa + s^2b}{1 + sa + s^2b} . \quad (6.4)$$

Die Koeffizienten  $a$  und  $b$  ( $a, b \geq 0$ ) können z. B. mit der bekannten Vorschrift von Padé bestimmt werden (siehe z. B. Föllinger [31] oder Horn und Dourdoumas [46]).

Bild 6.7 zeigt die Frequenzgänge  $G_n(j\omega)$  der angepassten nominellen Modelle und die Amplitudengänge der zugehörigen unstrukturierten Unsicherheitsradien  $l_M(\omega)$ . Der Frequenzbereich mit  $l_M(\omega) < 1$ , in dem eine aktive Regelung möglich ist, endet jeweils in der Nähe der Eckfrequenzen  $1/T_n$ . Das bedeutet für die Regelung, dass die erreichbaren Einschwingzeiten bei der RMS-Messmethode im Bereich der zeitlichen Auflösung des Messverfahrens und beim Wirbelwachstums-Sensor in der Größenordnung der Einschwingzeit einer Sprungantwort liegen. Die Unsicherheitsradien  $l_M(\omega)$  beschreiben hauptsächlich die Streuung der Zeitkonstanten  $T_D$ ,  $T_1$  und  $T_2$  der Einzelmodelle  $G_{r, Komp}(s)$ .

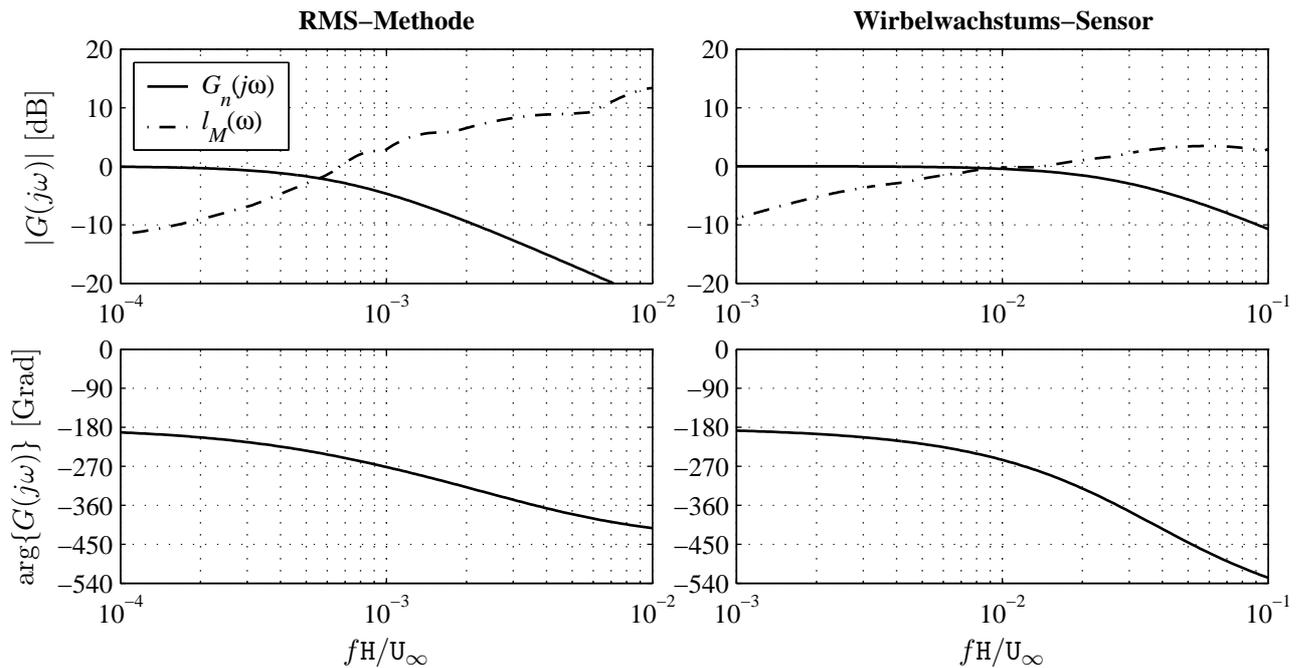


Bild 6.7: Bode-Diagramme der nominellen Streckenmodelle  $G_n(j\omega)$  und der multiplikativen Unsicherheiten  $l_M(\omega)$ .

(Experiment mit  $\text{Re}_H = 4000$ )

### 6.1.2 Reglerentwurf

Es wird angenommen, dass das nichtlineare Prozessverhalten durch die identifizierte, lineare Modellfamilie  $\Pi$  beschrieben wird. Die basierend auf den nominellen Streckenmodellen  $G_n(s)$  entworfenen Regler werden anhand der Unsicherheitsbeschreibungen  $l_M(\omega)$  so ausgelegt, dass robuste Stabilität entsprechend dem Kriterium (2.26) gewährleistet ist (siehe Seite 29).

In den bei Becker u. a. [11, 12] beschriebenen Voruntersuchungen wurden zuerst ein Smith-Prädiktor und ein PI-Regler robust ausgelegt und getestet, weil es sich dabei um die wohl bekanntesten Regler für solche Strecken handelt. Die robuste Auslegung des Smith-Prädiktors gelingt in der Internal-Model-Control-Darstellung (Lee u. a. [63]). Da sich der Prädiktionsregler sehr konservativ verhält, d.h. dass beim Reglerdesign nur eine geringe Performance mit langsamem Einschwingverhalten zu erreichen ist, wird dieses Konzept hier nicht weiter verfolgt. Um einen möglichst guten Kompromiss zwischen der Regelgüte (Performance), dem Stellgrößeneinsatz und der Robustheit zu erreichen, wurden im Rahmen der genannten Voruntersuchungen auch robuste  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler durch Lösen des Mixed-Sensitivity-Problems synthetisiert. Im Folgenden werden die Erfahrungen mit der Regelung der Wiederanlegelänge vorwiegend anhand der entworfenen  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler beschrieben, weil damit im Experiment die besten Ergebnisse erzielt werden. Zudem weisen die  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler eine dem PI-Regler ähnliche

Struktur auf, so dass die PI-Regler als Vereinfachung betrachtet werden können.

Die physikalische Bedeutung der das  $\mathcal{H}_\infty$ -Entwurfsproblem festlegenden Gewichte  $W_S(s)$ ,  $W_{CS}(s)$  und  $W_T(s)$  wurde bereits in den Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.3 diskutiert. Bild 6.8 zeigt die auf der Übertragungsfunktion (2.19) (siehe Abschnitt 2.2.1) basierenden Amplitudengänge der für die Reglersynthese verwendeten Gewichte. Die Durchtrittsfrequenzen  $\omega_D$  von  $W_S(s)$  und  $W_T(s)$  legen den Bereich  $\Omega_{rd} \in [0; \omega_D]$  der aktiven Regelung fest. Für die beiden Ersatzregelgrößen werden dafür jeweils die sich aus der Forderung nach robuster Stabilität ergebenden, maximal möglichen Frequenzen, die Durchtrittsfrequenzen von  $l_M(\omega)$ , verwendet. Zudem wird  $W_T(s)$  so angepasst, dass  $|W_T(j\omega)|$  eine obere Schranke für  $l_M(\omega)$  ist ( $|W_T(j\omega)| \geq l_M(\omega) \quad \forall \omega$ ), damit mit Hilfe des Kostenfunktional (2.32) (siehe Seite 32 im Abschnitt 2.2.4) bei der Reglersynthese die robuste Stabilität überprüft werden kann. Durch die Gewichtung der kleinen Frequenzen mit  $|W_S(j\omega \rightarrow 0)| = 60$  dB wird an den nominellen Regelkreis die Forderung gestellt, dass die Regelabweichung im eingeschwungenen Zustand maximal 1/1000 betragen darf.

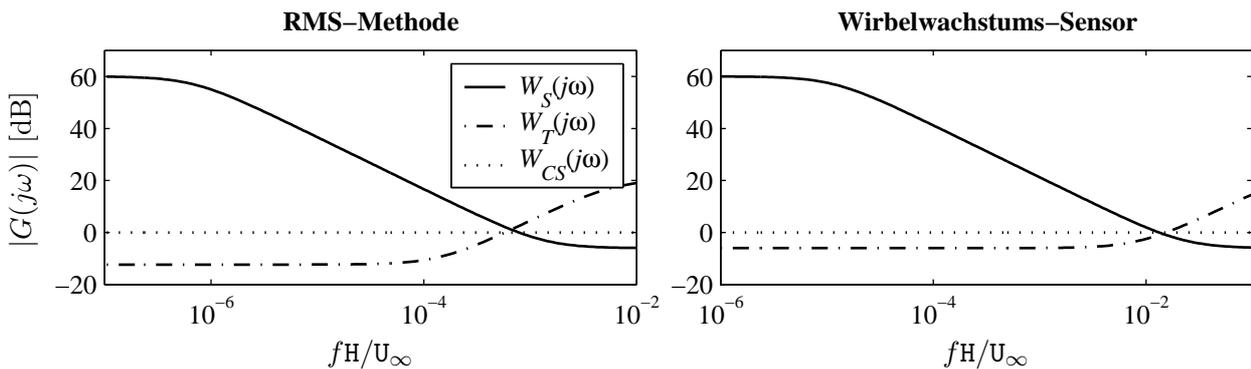


Bild 6.8: Amplitudengänge der Gewichte für das Mixed-Sensitivity-Entwurfsproblem. ( $\text{Re}_H = 4000$ )

Das Ergebnis der  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese für die beiden Ersatzregelgrößen zeigt Bild 6.9. Die obere Grenze des Bereichs  $\Omega_{rd} \in [0; \omega_D]$  der aktiven Regelung wird im nominellen Fall durch die Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  des offenen Regelkreises  $L(j\omega) = C(j\omega)G_n(j\omega)$ , wo der Amplitudengang  $|L(j\omega)|$  die 0 dB-Linie zum ersten Mal von oben durchquert, festgelegt. Der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler für die RMS-Methode (linker Teil von Bild 6.9) arbeitet im Frequenzbereich bis zu der durch die zeitliche Auflösung der Messmethode bestimmten Eckfrequenz der nominellen Strecke  $G_n(j\omega)$ . Somit wird die nominelle Performance durch die zeitliche Auflösung der RMS-Messmethode begrenzt.

Im Vergleich dazu ist die Regelung mit dem zeitlich hoch auflösenden Wirbelwachstums-Sensor im nominellen Fall etwa zehnmal schneller (vgl. Bild 6.9). Da durch das modellbasierte Messverfahren die tatsächliche Prozessdynamik aufgelöst wird, stellt die hier erreichte

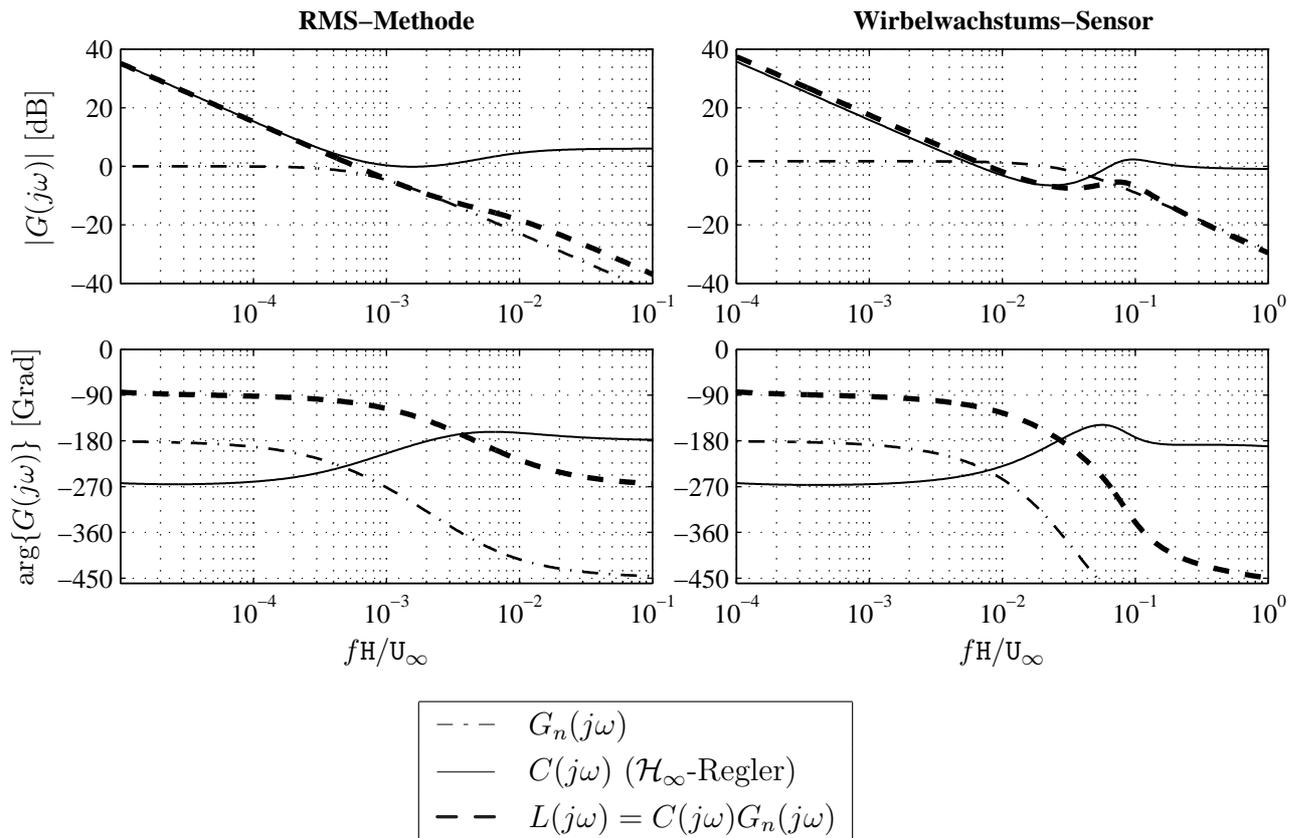


Bild 6.9: Bode-Diagramme der nominellen Strecken  $G_n(s)$ , der synthetisierten  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler  $C(s)$  und der offenen Regelkreise  $L(s)$ .

( $\text{Re}_H = 4000$ )

Performance den Bereich der oberen Grenze für die Regelung von  $\mathbf{x}_R(t)$  mit linearen robusten Reglern dar. Der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler dämpft jedoch bereits Stellsignale im Frequenzbereich  $\omega > \omega_D$  kurz vor der Eckfrequenz des nominellen Entwurfsmodells  $G_n(j\omega)$ . Dieses kann mit der großen Streuung der Eckfrequenzen jeweils zwischen den die Ein- und Ausschaltvorgänge beschreibenden Modellscharen  $G_{r,Komp}(s)$  (siehe Phasengänge im rechten Teil von Bild 6.4 und Amplitudengängen im rechten Teil von Bild 6.6) erklärt werden. Infolgedessen wird die multiplikative Modellunsicherheit  $l_M(\omega)$  etwa ab der kleineren, zu den langsameren Ausschaltvorgängen gehörenden Eckfrequenz von  $G_{r,Komp}(s)$  größer als eins. Die Durchtrittsfrequenz von  $l_M(\omega)$ , d.h. die obere Gültigkeitsbereichsgrenze des linearen nominellen Entwurfsmodells  $G_n(s)$ , ist aufgrund der Forderung nach robuster Stabilität eine obere Schranke für den Frequenzbereich der aktiven Regelung. Somit wird die beim Reglerdesign erreichbare Einschwinggeschwindigkeit durch das langsamere Prozessverhalten beim Ausschalten begrenzt.

Wie Bild 6.9 zeigt, weisen die Frequenzgänge der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler die grundsätzlichen Cha-

rakteristika von PI-Reglern

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_I} \right) \quad (6.5)$$

auf. Insbesondere der niederfrequente Bereich, in dem die  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler ein integrierendes Verhalten aufweisen, kann gut mit PI-Reglern approximiert werden. Bild 6.10 vergleicht die Frequenzgänge der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler mit robust ausgelegten PI-Reglern. Dabei wurde für  $T_I$  die Zeitkonstante  $T_n$  des nominellen Entwurfsmodells (6.4) gewählt. Um ein möglichst schnelles Regelkreisverhalten zu erreichen, wurde die Reglerverstärkung  $K$  so groß wie möglich gewählt, so dass das Kriterium (2.26) für robuste Stabilität gerade noch erfüllt ist. Die PI-Regler weisen im Frequenzbereich um deren Eckfrequenz, wo sich jeweils auch die Durchtrittsfrequenzen der offenen Regelkreise befinden, eine größere Phasendrehung auf als die  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler. Dies hat eine geringere Phasenreserve zur Folge.

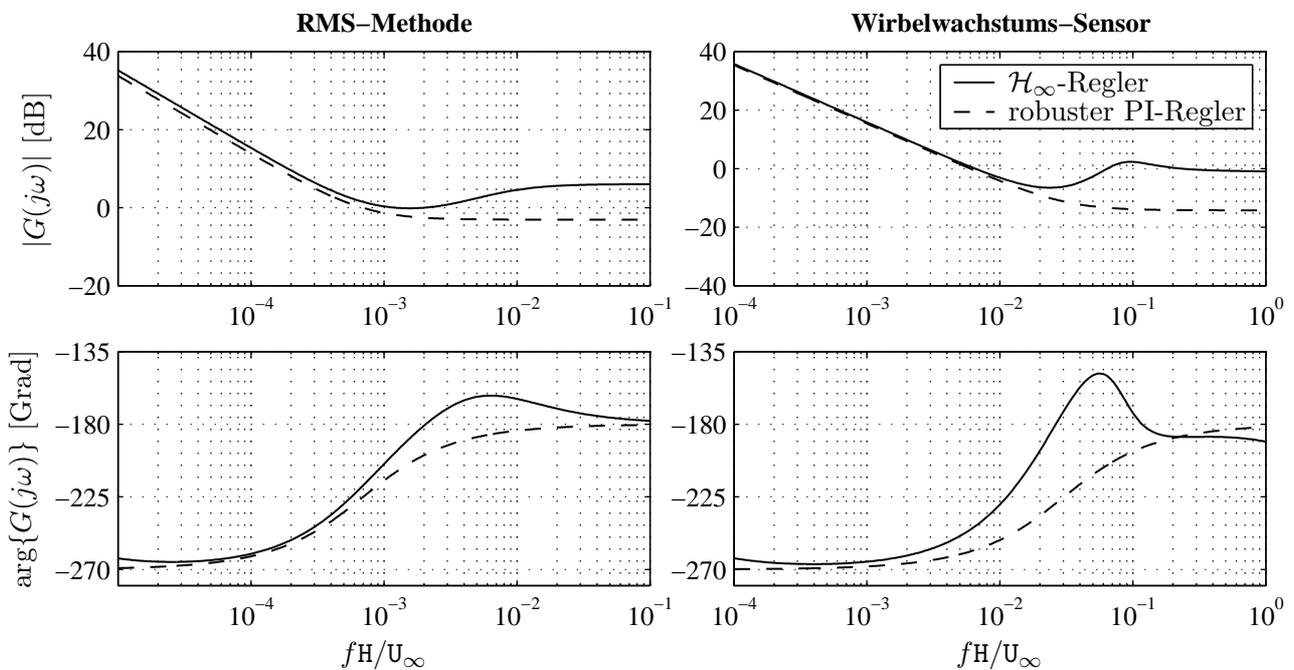


Bild 6.10: Vergleich der Bode-Diagramme der  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglers (aus Bild 6.9) und der korrespondierenden, robust ausgelegten PI-Reglers.

( $\text{Re}_H = 4000$ )

### 6.1.3 Ergebnisse im Experiment

Um zu zeigen, dass die vorgeschlagenen Methoden zur Modellierung und Reglersynthese in Verbindung mit Messverfahren oder Sensoren mit unterschiedlicher zeitlicher Auflösung eingesetzt werden können, werden alle entworfenen Regler in Experimenten getestet. Bereits

bei den bei Becker u. a. [11, 12] beschriebenen Voruntersuchungen konnte in Simulationsstudien gezeigt werden, dass sich lineare, basierend auf identifizierten black-box Modellen entworfene  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler zur Regelung der zeitlich hoch aufgelösten Wiederanlegelänge eignen. Aufgrund damals fehlender, zeitlich hoch auflösender Sensoren konnte diese Regelung noch nicht im Experiment umgesetzt werden. In den folgenden experimentellen Tests sollen die Ergebnisse der Voruntersuchungen durch den Einsatz des Wirbelwachstums-Sensors bestätigt werden.

## Regelung der mit der RMS-Methode bestimmten Ersatzregelgröße

### Führungsverhalten

Bild 6.11 zeigt sowohl das Führungsverhalten als auch den Stellgrößeneinsatz des robusten PI- und  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglers bei Führungsgrößenprüngen. Beide Regelkreise haben ein gutes Folgeverhalten. Die Verzögerung, mit der die Regelgröße  $y(t)$  der Führungsgröße  $r(t)$  folgt, wird durch die begrenzte Performance bedingt. Die Einschwingzeit ist jedoch etwa so groß wie bei einer Sprungantwort und somit akzeptabel.

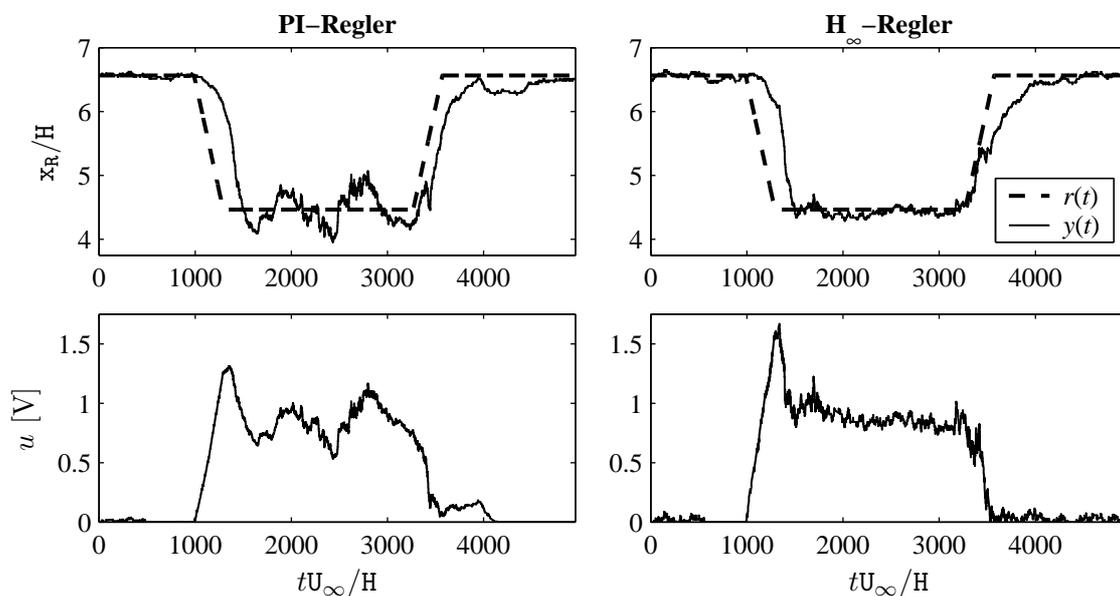


Bild 6.11: Vergleich des Führungsverhaltens (*oben*) und des Stellgrößeneinsatzes (*unten*) zwischen dem robusten PI-Regler (*links*) und dem  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler (*rechts*) bei der Verwendung der RMS-Methode zur Erfassung der Ersatzregelgröße  $y(t) = x_R(t)$ .

(Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

Das schwingende Verhalten des PI-Reglers im Bild 6.11 während der Aktuation ( $u(t) > 0$ )

ist auf die im Vergleich zum  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler geringere Phasenreserve zurückzuführen. Ursache dafür ist die stärkere negative Phasendrehung im Bereich der Durchtrittsfrequenz des offenen Kreises  $L(j\omega) = C(j\omega)G_n(j\omega)$  (siehe Bild 6.10).

### Verhalten bei Störungen

Hauptvorteil eines geschlossenen Regelkreises gegenüber einer Steuerung ist bei dieser Konfiguration das Ausregeln von Störungen, die bei der Modellbildung unberücksichtigt geblieben sind. Bild 6.12 vergleicht die bereits eingangs gezeigte Steuerung (siehe Bild 6.1) mit der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung beim Vorhandensein einer massiven Störung. Dabei wird eine Verblockung des Strömungsquerschnitts von ca. 60% im Kanal deutlich hinter der Stufe vorgenommen. Dieses hat eine Reduzierung der Strömungsgeschwindigkeit um 34% zur Folge. Die Steuerung beruht auf dem für die Modellbildung aufgenommenen Kennlinienfeld für  $\text{Re}_H = 4000$ . Im geregelten Fall (rechts) wird die Störung durch den  $\mathcal{H}_\infty$ -Optimalregler sehr gut ausgeregelt. Das Versagen der bisher in der strömungsmechanischen Literatur häufig vorgeschlagenen Steuerung ist im linken Teil von Bild 6.12 deutlich zu erkennen.

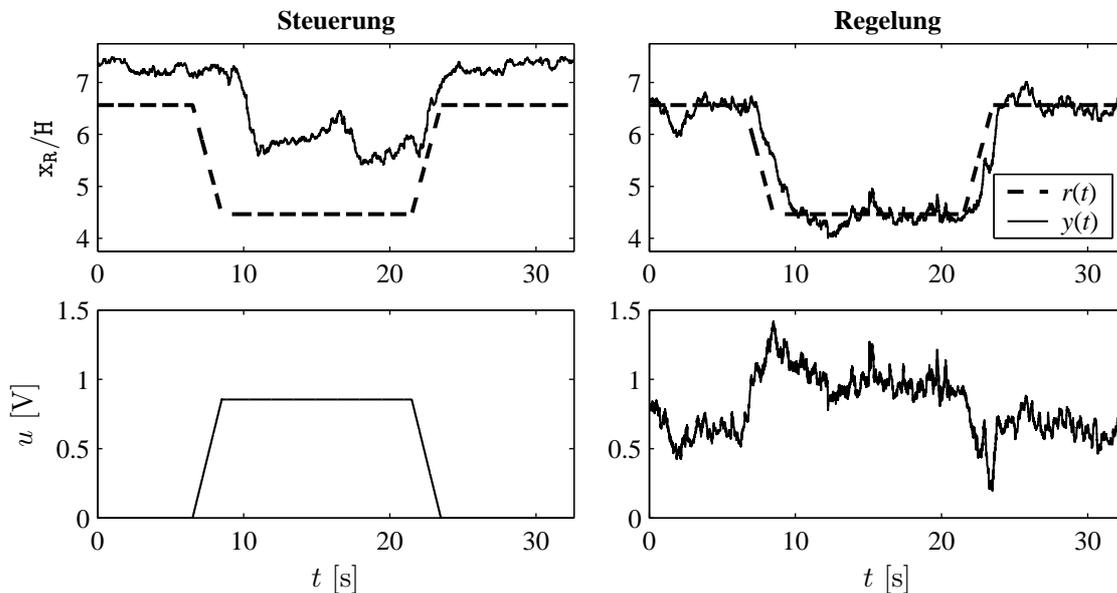


Bild 6.12: Vergleich des Folgeverhaltens zwischen Steuerung (*links*, vgl. Bild 6.1) und  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung (*rechts*) bei massiver Störung durch Verblockung des Strömungsquerschnitts hinter der Stufe um ca. 60%.

(Experiment bei gestörter Reynolds-Zahl; Online-Messung der Wiederanlegelänge  $y(t) = x_R(t)$  mit der RMS-Methode; harmonische monofrequente Anregung  $m(t) = m_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = m_0(t)$ )

### Übertragung des Reglerentwurfs auf den multifrequenten Anregungsmechanismus

Grundsätzlich können die vorgeschlagenen Reglerentwurfsverfahren auch in Verbindung mit anderen Anregungsmechanismen angewendet werden. So kann z. B. ein  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler für das von Huppertz [47] vorgeschlagene multifrequente Anregungssignal (vgl. Gl. (1.7) auf Seite 7 im Abschnitt 1.2.2)

$$m(t) = u(t) \left[ \sin(2\pi f_a t) + 0.05 \sin \left( 2\pi \frac{f_a}{2} t + \Delta\theta \right) \right] \quad (6.6)$$

entworfen und implementiert werden. Durch die zusätzliche subharmonische Anregungsfrequenz  $f_a/2$  wird gleichzeitig die Wirbelinteraktion bzw. -paarung manipuliert. Bei dem in Gl. (6.6) angegebenen Amplitudenverhältnis und bei einer Phasenverschiebung von  $\Delta\theta = 75^\circ$  konnte Huppertz [47] eine zusätzliche Verkürzung der Wiederanlegelänge erzielen. Dieses zeigt der Vergleich der statischen Kennlinie der mittleren Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R(u)$  als Funktion der Stellgröße  $u = m_0$  im Bild 6.13 mit der im Bild 3.7 (Seite 58 im Abschnitt 3.3) dargestellten Kennlinie für den monofrequenten Anregungsfall. Für die multifrequente Anregung kann die Gültigkeit der für die heuristische RMS-Methode ausgenutzten Beziehung jedoch nur für den vergleichsweise kleinen, im Bild 6.13 dargestellten Arbeitsbereich nachgewiesen werden, wie der Vergleich mit der tatsächlichen, mittels Ölfilminterferrometrie bestimmten Wiederanlegelänge zeigt. Bei größeren Stellgrößen  $u$  gilt die RMS-Methode nicht mehr.

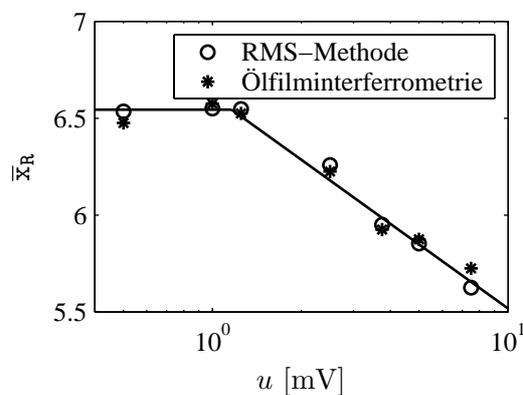


Bild 6.13: Mittlere Wiederanlegelänge  $\bar{x}_R$  als Funktion der Stellgröße  $u$  bei multifrequenter Anregung entsprechend (6.6). Die Gültigkeit der heuristischen RMS-Methode ist mittels Ölfilminterferrometrie validiert worden.

(Experiment bei  $Re_H = 4000$ ; multifrequente Anregung mit  $m(t)$  entsprechend Gl. (6.6))

Für den robusten, auf identifizierten black-box Modellen basierenden Reglerentwurf werden die zuvor beschriebenen Methoden angewendet. Da die Dynamik der mit der RMS-Methode gemessenen Ersatzregelgröße durch die RMS-Mittelung bestimmt wird, stimmen

das nominelle Entwurfsmodell und somit auch der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler mit den beim monofrequenten Anregungsfall erhaltenen Übertragungsfunktionen überein. Auch bei den experimentellen Test werden die gleichen Ergebnisse bezüglich des Führungsverhaltens erhalten, so dass hier keine Ergebnisse gezeigt werden. Vorteil der multifrequenten Anregung im Vergleich zum monofrequenten Fall ist, dass entsprechend der obigen statischen Kennlinie kleinere Anregungsamplituden  $u$  benötigt werden.

### Regelung der mit dem Wirbelwachstums-Sensor bestimmten Ersatzregelgröße

Mit der im Gegensatz zur RMS-Methode zeitlich hoch auflösenden Messung mit dem Wirbelwachstums-Sensor kann die Regelung der Führungsgröße  $r(t)$  erwartungsgemäß etwa zehnmal schneller folgen (siehe Bild 6.14). Dabei liegen die Reaktionszeiten der Regelgröße auf Führungsgrößen sprünge in der Größenordnung der Einschwingzeiten von Sprungantworten der tatsächlichen Wiederanlegelänge. Wie bereits beim Bild 6.11 tritt bei der Regelung mit dem PI-Regler aufgrund der geringeren Phasenreserve im Vergleich zum  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler ein stärkeres Schwingen auf.

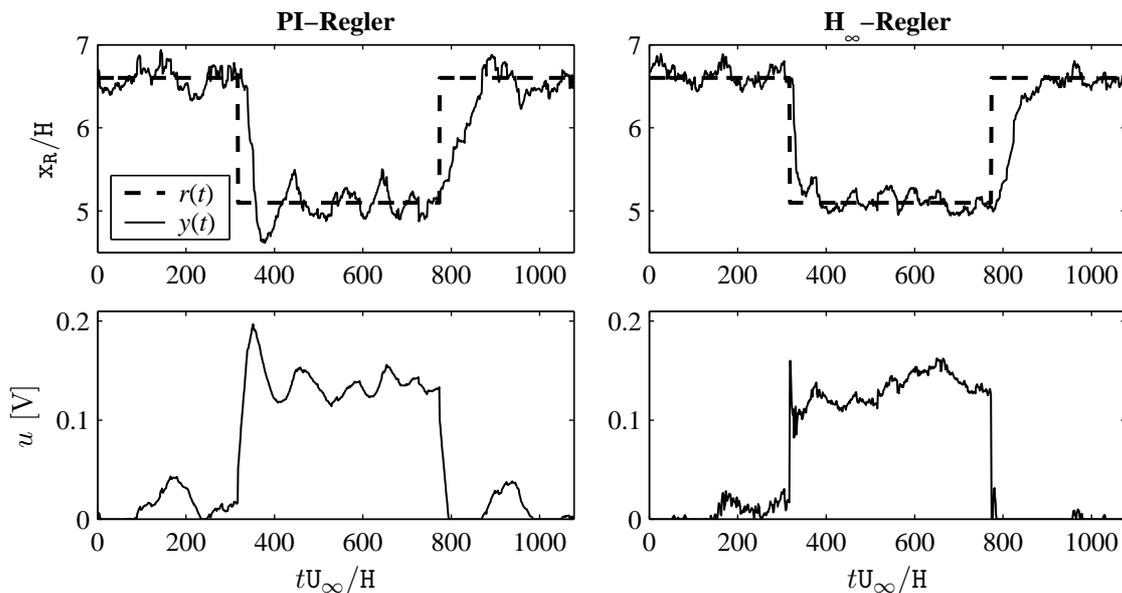


Bild 6.14: Vergleich des Führungsverhaltens (*oben*) und des Stellgrößeneinsatzes (*unten*) zwischen dem robusten PI-Regler (*links*) und dem  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler (*rechts*) bei der Verwendung des Wirbelwachstums-Sensors zur Erfassung der Ersatzregelgröße  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$ . (Experiment bei  $\text{Re}_H = 4000$ ; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi f_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$ )

Anhand des Vergleichs zwischen den Sprungantworten des angesteuerten Prozesses (open-loop) und der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung (closed-loop) bei entsprechendem sprungförmigen Stell- bzw.

Führungsgrößenverlauf wird deutlich, dass die Einschwingzeit der Regelung infolge des eingeschränkten Gültigkeitsbereichs des linearen Entwurfsmodells vergleichsweise langsam ist (siehe Bild 6.15). Die Einschaltsprungantwort bei  $tU_\infty/H = 90$  zeigt, dass sich der geschlossene Regelkreis bei Einschaltvorgängen geringfügig langsamer als die angesteuerte Strecke verhält. Sowohl die vom Regler berechnete Stellgröße  $u(t)$  als auch die Regelgröße  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  erreichen den Endwert im Vergleich zur Steuerung später. Im Gegensatz dazu sind die Einschwinggeschwindigkeiten von Steuerung und Regelung nach dem Ausschalten ( $tU_\infty/H = 280$ ) etwa gleich groß. Die unterschiedlichen Einschwingzeiten werden lediglich durch die infolge von Störungen verursachten unterschiedlichen Ausgangsniveaus von  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  zum Ausschaltzeitpunkt verursacht. Dieses Ergebnis zeigt noch einmal, dass die Einschwinggeschwindigkeit der robusten Regelung durch die langsamere Ausschaldynamik (vgl. auch Bild 6.3) begrenzt wird.

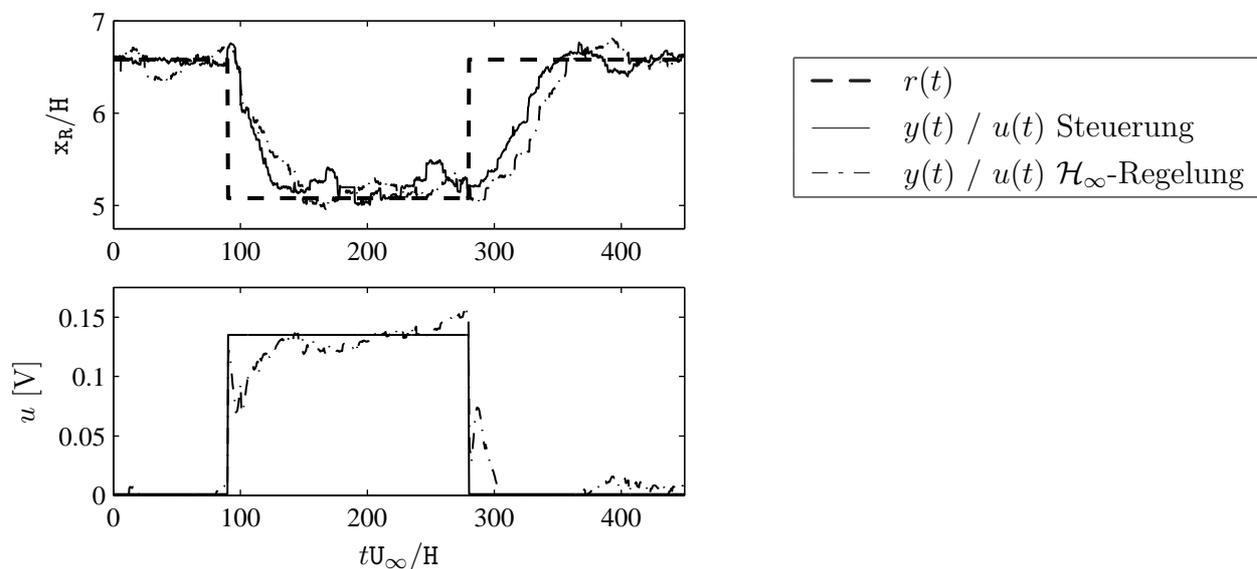


Bild 6.15: Vergleich des Einschwingverhaltens zwischen angesteuerter und geregelter Strecke bei entsprechenden Stell- bzw. Führungsgrößensprüngen. Beim Einschaltvorgang ist die Einschwingzeit der Steuerung kürzer als im geregelten Fall.

(Experiment mit  $\text{Re}_H = 4000$ ; Online-Messung der Wiederanlegelänge  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  mit dem Wirbelwachstums-Sensor; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$ )

## 6.2 Flachheitsbasierte Folgeregelung

Nachdem die Performance der ersten robusten Regelung zunächst durch die geringe zeitliche Auflösung des verwendeten RMS-Messverfahrens beschränkt worden war, konnte mit

dem zeitlich hoch auflösenden Wirbelwachstums-Sensor eine deutlich schnellere, robuste Regelung für die Wiederanlegelänge entworfen werden. Dabei wird der Bereich der aktiven Regelung jedoch durch den eingeschränkten Gültigkeitsbereich des linearen, nominalen Entwurfsmodells begrenzt (siehe oben). Um nun eine Regelung mit noch schnellerem Führungsverhalten zu entwerfen, muss zunächst eine die dynamischen Phänomene genauer beschreibende Modellbildung durchgeführt und ein entsprechendes Regelgesetz gefunden werden (Becker und King [14]).

Die identifizierten linearen black-box Modelle  $G_{r, Komp}(s) \in \Pi$  besitzen alle eine ähnliche Struktur (vgl. Abschnitt 6.1.1, Seite 113 ff.), wobei die Modellparameter in Abhängigkeit vom Systemzustand variieren. Die Ableitung eines genaueren, die gesamte Modellfamilie  $\Pi$  beschreibenden Entwurfsmodells basiert auf der Idee, das für die robuste Regelung verwendete nominelle Entwurfsmodell zu erweitern, indem die Korrelation der Modellparameter mit dem momentanen Zustand berücksichtigt wird (Abschnitt 6.2.1). Die Zustandsabhängigkeit der Parameter führt zu einem nichtlinearen Modell, das für den flachheitsbasierten Reglerentwurf zugänglich ist (Abschnitt 6.2.2). Zudem gelingt es bei diesem Entwurfsverfahren, die robuste Stabilität des Regelkreises sicherzustellen (Abschnitt 6.2.3). Das Ergebnis des experimentellen Tests der flachheitsbasierten Regelung wird im Abschnitt 6.2.4 vorgestellt.

### 6.2.1 Regelungstechnische Modellbildung

Da die die Ein- und Ausschaltprozesse beschreibenden black-box Modelle  $G_r(s)$  jeweils abgegrenzte Scharen mit geringer Streuung untereinander bilden (siehe Abschnitte 6.1.1, Seiten 113 ff.), können zwei verschiedene Zeitkonstanten dafür angesetzt werden (vgl. z. B. Bild 6.3 auf Seite 115). Das dynamische Verhalten beider Prozesse kann empirisch durch das totzeitfreie Teilmodell

$$\left[ T + \text{sign}(\dot{y}^*(t)) \Delta T \right] \dot{y}^*(t) + y^*(t) = u_{Komp}(t) \quad (6.7)$$

mit der ausgangsseitigen Totzeit

$$y(t) = y^*(t - T_0) \quad (6.8)$$

approximiert werden.  $y^*(t)$  ist die rechnerische Streckenantwort ohne Totzeit. Die Zeitkonstante wird in Abhängigkeit vom Vorzeichen von  $\dot{y}^*(t)$  gewählt, das die Bewegungsrichtung des inneren Zustandes  $y^*(t)$  angibt. Dadurch werden die durch  $\text{sign}(\dot{y}^*) = -1$  gekennzeichneten schnelleren Einschaltvorgänge mit der Zeitkonstante  $T - \Delta T$  und die durch  $\text{sign}(\dot{y}^*) = 1$  gekennzeichneten langsameren Ausschaltvorgänge mit  $T + \Delta T$  modelliert.

Auch beim Modell (6.7) wird durch das Vorschalten der Inversen  $f^{-1}$  der statischen Kennlinie  $\Delta \bar{x}_R(u) = f(u)$  erreicht, dass die Verstärkung bezüglich der rechnerischen Eingangsgröße  $u_{Komp}(t)$  eins beträgt (vgl. auch Bild 2.1 auf Seite 18 und Bild 6.5 auf Seite 117).

Das Modell (6.7, 6.8) approximiert das Prozessverhalten durch Umschalten zwischen den beiden Modellen erster Ordnung  $G_{\text{Ein}}(s)$  und  $G_{\text{Aus}}(s)$  jeweils für Ein- und Ausschaltvorgänge:

$$G_{\text{Ein}}(s) = \frac{Y(s)}{U_{\text{Komp}}(s)} = \frac{Y^*(s)}{U_{\text{Komp}}(s)} e^{-sT_0} = \underbrace{\frac{1}{1 + (T - \Delta T)s}}_{G_{\text{Ein}}^*(s)} e^{-sT_0} \quad (6.9)$$

$$G_{\text{Aus}}(s) = \frac{Y(s)}{U_{\text{Komp}}(s)} = \frac{Y^*(s)}{U_{\text{Komp}}(s)} e^{-sT_0} = \underbrace{\frac{1}{1 + (T + \Delta T)s}}_{G_{\text{Aus}}^*(s)} e^{-sT_0} . \quad (6.10)$$

Sowohl die diskrete Unterscheidung zwischen Ein- und Ausschaltprozessen als auch das jeweils dafür angesetzte  $PT_1T_0$ -Verhalten beim empirischen, nichtlinearen Entwurfsmodell (6.7) stellen Vereinfachungen dar:

- Zum einen kann in Experimenten beobachtet werden, dass die das Einschwingverhalten charakterisierende Zeitkonstante  $T_r$  bei nicht sprungförmig verlaufenden Stellgrößen zwischen den beiden Werten  $T \pm \Delta T$  liegt. Solche Fälle treten insbesondere beim Hin- und Herschalten der Regelung zum Ausregeln kleinerer Störungen um einen stationären Sollwert auf.

Auch das für das Umschalten zwischen den Zeitkonstanten angesetzte Vorzeichenkriterium  $\text{sign}(\dot{y}^*(t))$  ist eine auf Beobachtungen beruhende Vereinfachung.

- Zum anderen können Überschwing- und periodische Schwingungsvorgänge mit der angesetzten Modellstruktur nicht aufgelöst werden.

Um den beschriebenen Vereinfachungen Rechnung zu tragen, muss die flachheitsbasierte Regelung später robust ausgelegt werden, so dass die Stabilität beim Vorhandensein von Modellunsicherheiten, wie der unsicheren Zeitkonstante  $T - \Delta T \leq T_r \leq T + \Delta T$ , gewährleistet ist.

### 6.2.2 Regelgesetz und dessen Implementierung

Das Modell (6.7, 6.8) stellt einen Spezialfall des Systems (2.46, 2.47) (siehe Seite 38) dar, für das im Abschnitt 2.3.2 bereits das flachheitsbasierte Regelgesetz (2.56) (siehe Seite 40 und Blockschaltbild 2.9 auf Seite 41) zur Stabilisierung der Solltrajektorie gegen Modellfehler und äußere Störungen entworfen wurde:

$$u_{\text{Komp}}(t) = \left[ T + \text{sign}(\underbrace{\dot{y}(t + T_0)}_{\dot{y}^*(t)}) \Delta T \right] \underbrace{v(t + T_0)}_{v^*(t)} + \underbrace{y(t + T_0)}_{y^*(t)} \quad (6.11)$$

$$\underbrace{v(t + T_0)}_{v^*(t)} = \underbrace{\dot{y}_d(t + T_0)}_{\dot{y}_d^*(t)} - Q \left( \underbrace{y(t + T_0)}_{y^*(t)} - \underbrace{y_d(t + T_0)}_{y_d^*(t)} \right) . \quad (6.12)$$

Auch hier kennzeichnet der obere Index  $*$  die zum Zeitpunkt  $t$  berechneten Prädiktionen für  $t + T_0$ . Mittels des Auslegungsparameters  $Q$  kann die Dynamik des Schätzfehlers für den nominellen Fall vorgegeben werden (siehe Gl. (2.55) auf Seite 40).

Die Online-Auswertung des Vorzeichenkriteriums  $\text{sign}(\dot{y}^*(t))$  im Regelgesetz (6.11, 6.12) ist beim Vorhandensein von Unsicherheiten bei der Prädiktion von  $\dot{y}^*(t) = \dot{y}(t + T_0)$  und von Rauschen mit Unsicherheiten behaftet. Bei der späteren robusten Reglerauslegung bezüglich der Stabilität muss neben der Modellunsicherheit (siehe oben) auch noch falsches Umschalten zwischen den Zeitkonstanten  $T \pm \Delta T$  berücksichtigt werden.

Um das Regelgesetz (6.11, 6.12) zu implementieren, muss der interne Zustand  $y^*(t) = y(t + T_0)$  in Echtzeit mittels einer Online-Prädiktion geschätzt werden. Dafür wird der beim bekannten Smith-Prädiktor (siehe z.B. Föllinger [31]) verwendete Ansatz vorgeschlagen. Bild 6.16 zeigt die auf dem ursprünglichen Blockschaltbild 2.9 aufbauende flachheitsbasierte Regelung mit dem Smith-Prädiktor in einer Internal-Model-Control-Struktur. Parallel zum Prozess wird ein totzeitfreies nominelles Modell  $G_n^*(s)$  zur Bestimmung der Prädiktion  $y^*(t)$  simuliert. Dabei wird für  $G_n^*(s)$  in Abhängigkeit vom Vorzeichen der Schätzung  $d\hat{y}^*(t)/dt$  jeweils  $G_n^*(s) = G_{\text{Ein}}^*(s)$  für  $d\hat{y}^*(t)/dt < 0$  (Einschaltvorgang) und  $G_n^*(s) = G_{\text{Aus}}^*(s)$  für  $d\hat{y}^*(t)/dt > 0$  (Ausschaltvorgang) eingesetzt. Beim Smith-Prädiktoransatz wird der Systemausgang ebenfalls mittels des parallel zum Prozess simulierten nominellen Modells  $G_n^*(s)e^{-sT_0}$  mit Totzeit bestimmt. Im nominellen Fall mit  $d = 0$  haben das tatsächliche System und das simulierte Modell  $G_n^*(s)e^{-sT_0}$  den gleichen Ausgang und heben sich auf, so dass die Prädiktion  $y^*(t) = \hat{y}^*(t)$  von  $G_n^*(s)$  in die Rückführung und den Soll-/Istvergleich der Regelung eingeht. Das geregelte System verhält sich im Idealfall dann nach außen so, als ob die Totzeit  $T_0$  dem Regelkreis nachgeschaltet ist ( $y(t) = y^*(t - T_0)$ ).

Das Signal  $\hat{y}^*(t)$  wird sowohl für den Soll-/Istvergleich für die Regelung zurückgeführt als auch für die Zustandsrückführung zur Linearisierung der Dynamik des Regelfehlers verwendet. Dabei wird der zukünftige Ausgang  $\hat{y}^*(t)$  als Summe aus der Prädiktion des zukünftigen Ausgangs  $y^*(t) = y(t + T_0)$ , der aktuellen Störung  $d(t)$  und einer durch Modellfehler verursachten Komponente abgeschätzt. Da  $\hat{y}^*(t)$  auch Störungen und Modellfehler berücksichtigt, kann eine Regelung auf Fehler reagieren.

Nachteil des verwendeten Smith-Prädiktoransatzes ist jedoch, dass  $\hat{y}^*(t)$  auch für die Zustandslinearisierung verwendet wird und diese beim Vorhandensein von Störungen und Modellfehlern vom Auslegungsfall abweicht. In diesem Fall verhält sich das linearisierte System nicht mehr wie ein reiner Integrator entsprechend Gl. (2.52) (siehe Seite 40) und somit weicht auch das Verhalten des geschlossenen Regelkreises vom nominellen Fall ab. Die Auswirkung wird unter anderem am Störübertragungsverhalten deutlich. Betrachtet man in Anlehnung an die Vorgehensweise beim robusten Reglerentwurf das Systemverhalten für reine Ein- bzw. Ausschaltvorgänge ohne das nichtlineare Umschalten bei der Strecke und bei

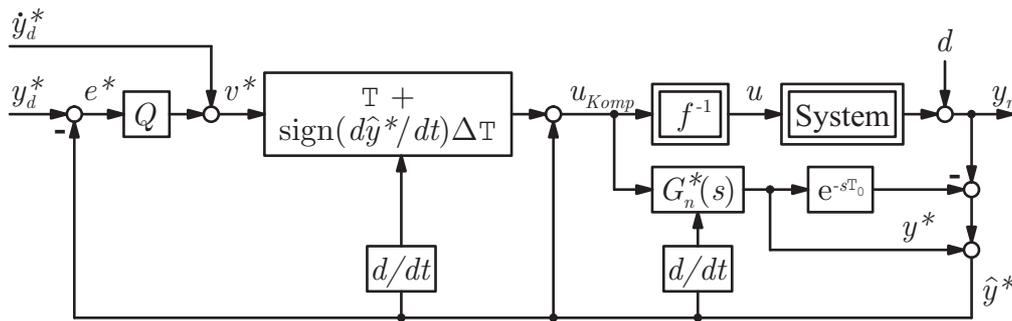


Bild 6.16: Implementierung des Smith-Prädiktors zur Online-Schätzung der zukünftigen Ausgangsgröße  $\hat{y}^*(t) = \hat{y}(t + T_0)$  in das ursprüngliche Blockschaltbild 2.9 (siehe Seite 41) der flachheitsbasierten Regelung. Die im Blockschaltbild 2.9 vorhandene Verstärkung  $1/K$  muss hier nicht mehr berücksichtigt werden, weil das für den Reglerentwurf verwendete Prozessmodell (6.7) infolge der Kompensation der nichtlinearen statischen Verstärkung die Verstärkung eins besitzt.

der Zustandslinearisierung, dann ergibt sich für das Störübertragungsverhalten die folgende Übertragungsfunktion:

$$G_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 - G_r(s) \frac{1 - QT_n}{1 - G_n^*(s)(1 - QT_n)(1 - e^{-sT_0})}}. \quad (6.13)$$

Dabei sind  $T_n$  und  $G_n^*(s)$  jeweils die nominelle Zeitkonstante und das nominelle Entwurfsmodell, wobei  $G_n^*(s) = G_{\text{Ein}}^*(s)$  sowie  $T_n = T - \Delta T$  für Ein- und  $G_n^*(s) = G_{\text{Aus}}^*(s)$  sowie  $T_n = T + \Delta T$  für Ausschaltvorgänge gilt.  $G_r(s)$  steht für das reale Übertragungsverhalten der Strecke.

Bild 6.17 zeigt den Amplitudengang der Störübertragungsfunktion (6.13) für die Ein- und Ausschaltvorgänge im nominellen Fall  $G_r(s) = G_n^*(s)e^{-sT_0}$  für die Stufenströmung. Der bei stationären Störungen  $d(t)$  verbleibende Regelfehler hängt in diesem Fall vom Reglerparameter  $Q$  ab und verschwindet für  $Q \rightarrow \infty$ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = d \lim_{s \rightarrow 0} G_d(s) = \frac{d}{QT_n}. \quad (6.14)$$

Die im Anschluss beschriebene robuste Auslegung lässt jedoch nur eine begrenzte Wahl von  $Q$  zu, so dass stationäre Störungen bei Einschaltvorgängen nur um ca. 10 dB gedämpft werden.

Da die hier durchgeführten Untersuchungen den Charakter einer Machbarkeitsstudie haben und im Windkanal lediglich geringe Störungen auftreten, wird der Smith-Prädiktoransatz trotzdem verwendet. Eine bessere Störunterdrückung kann erreicht werden, wenn man

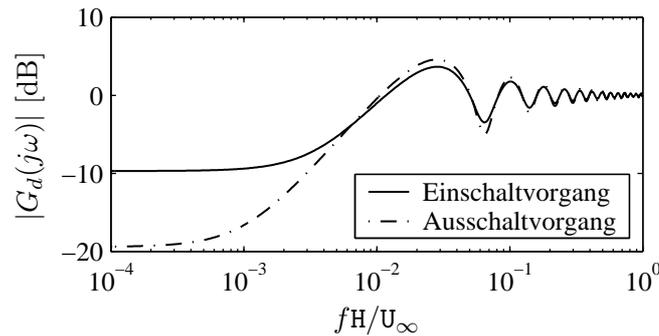


Bild 6.17: Amplitudengang der Störübertragungsfunktion (6.13) jeweils für Ein- und Ausschaltvorgänge (nomineller Fall).

für die Zustandslinearisierung nicht den die Störungen  $d$  beinhaltenden zukünftigen Streckenausgang  $\hat{y}^*(t)$ , sondern eine störungsfreie Zustandsschätzung verwendet. Ein geeignetes Verfahren dafür wird z. B. in Mounier und Rudolph [72] vorgeschlagen.

### 6.2.3 Robuste Auslegung

Die Robustheit der flachheitsbasierten Regelung gegenüber Parameterunsicherheiten ist bereits im Abschnitt 2.3.2 (siehe Seiten 39 ff.) diskutiert worden. Dabei wurde davon ausgegangen, dass es sich um ein  $PT_1T_0$ -System handelt. Die Erfahrung hat gezeigt, dass die Unsicherheit der Verstärkung bei den Windkanalexperimenten sehr klein ist, so dass die Regelung unter den obigen Bedingungen sogar für beliebig unsichere Streckenzeitkonstanten stabil ist.

Jedoch besitzen die meisten der identifizierten Modelle  $G_r(s) \in \Pi$  eine  $PT_2T_0$  Struktur (siehe Gl. (6.1) auf Seite 114). Da das Entwurfsmodell (6.7, 6.8) eine Vereinfachung ist, soll die Stabilität im Folgenden für die gesamte Modellfamilie  $G_{r,Komp}(s) \in \Pi$  gezeigt werden, weil diese das reale Systemverhalten am besten beschreibt. Dabei soll auch berücksichtigt werden, dass die Prädiktion mit dem Smith-Prädiktoransatz auf dem vereinfachten nominellen Entwurfsmodell beruht. Zudem ist die Onlineauswertung des Vorzeichenkriteriums  $\text{sign}(d\hat{y}^*(t)/dt)$  für die Wahl der Zeitkonstante  $T_n = T + \text{sign}(d\hat{y}^*(t)/dt)\Delta T$  und des Modells  $G_n^*(s) = G_{\text{Ein}}^*(s)$  bzw.  $G_n^*(s) = G_{\text{Aus}}^*(s)$  für die Prädiktion unsicher (siehe Blockschaltbild 6.16), weil zum einen die Modelle  $G_n^*(s)$  mit Unsicherheiten behaftet sind und die Schätzung  $\hat{y}^*(t)$  über  $d(t)$  gestört wird. Falsches Hin- und Herschalten infolge von hochfrequentem Rauschen könnte mittels einer Tiefpassfilterung reduziert werden. Um den genannten Unsicherheiten Rechnung zu tragen, muss eine robuste Auslegung der flachheitsbasierten Regelung erfolgen, welche sowohl die Modellunsicherheit des für den Reglerentwurf und die Prädiktion verwendeten Entwurfsmodells als auch Fehler beim diskreten Umschalten von

$T_n$  und  $G_n^*(s)$  berücksichtigt.

Zur Stabilitätsanalyse des geschlossenen Regelkreises mit dem Smith-Prädiktor wird die Übertragungsfunktion

$$L_r(j\omega) = \frac{\hat{Y}^*(j\omega)}{E^*(j\omega)} = QT_n \frac{G_r(j\omega) + G_n^*(j\omega)(1 - e^{-j\omega T_0})}{1 - G_r(j\omega) - G_n^*(j\omega)(1 - e^{-j\omega T_0})} \quad (6.15)$$

des offenen Kreises (siehe Blockschaltbild 6.16) mit dem Nyquist-Kriterium (Skogestad und Postlethwaite [104]) ausgewertet. Bei der robusten Auslegung wird der Designparameter  $Q$  so gewählt, dass der Regelkreis für alle  $L_r(j\omega)$  stabil ist. Dazu werden alle möglichen Übertragungsfunktionen  $L_r(j\omega)$ , d.h. alle möglichen Kombinationen jeweils zwischen  $G_n^*(j\omega) = G_{\text{Ein}}^*(j\omega)$ ,  $T_n = T - \Delta T$  und  $G_n^*(j\omega) = G_{\text{Aus}}^*(j\omega)$ ,  $T_n = T + \Delta T$  und allen Modellen  $G_r(j\omega)$  der Familie  $\Pi$  berücksichtigt. Um ein möglichst schnelles Regelkreisverhalten zur Unterdrückung von Störungen zu erzielen, wird  $Q$  so groß wie möglich gewählt.

Bei der Stabilitätsanalyse anhand der Übertragungsfunktion  $L_r(j\omega)$  wird davon ausgegangen, dass das nichtlineare Verhalten im Vergleich zum linearen Verhalten vernachlässigt werden kann. Im Gegensatz dazu werden bei der im Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Stabilitätsanalyse für unsichere Parameter, welche jedoch keine Variation der Streckenmodellstruktur betrachtet, nichtlineare Umschaltprozesse bei  $G_n^*(j\omega)$  und  $T_n$  mitberücksichtigt. Um solche Nichtlinearitäten auch in Verbindung mit der Modellfamilie zu überprüfen, wird die Stabilität beispielhaft anhand von Simulationsstudien überprüft. Dabei werden durch das Einwirken von Störungen an verschiedenen Stellen der Regelstruktur (Blockschaltbild 6.16) nichtlineare Umschaltvorgänge erzeugt. Alle Fälle zeigen ein stabiles Verhalten der Regelung.

Im Gegensatz zur  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese, bei der die Unsicherheit unstrukturiert modelliert wurde, ist der hier angewendete Stabilitätstest, der alle möglichen Fälle berücksichtigt, weniger konservativ. Damit wird auch eine weniger konservative Reglerauslegung bedingt. Die kleinste Durchtrittsfrequenz aller möglichen Übertragungsfunktionen  $L_r(j\omega)$  ist ein Maß für die Performance des Regelkreises. Bei der robust ausgelegten, flachheitsbasierten Regelung wird im Vergleich zur robusten  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung eine etwa dreimal so große Durchtrittsfrequenz für den „schlechtesten Fall“ erreicht. Da der flachheitsbasierte Regelkreis die Trajektorienfolge nur gegenüber Störungen und Anfangsfehlern stabilisiert, begrenzt dessen eingeschränkte Performance jedoch nicht die Performance der das Führungsverhalten realisierenden Steuerung.

## 6.2.4 Vergleich mit der $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung

### Ergebnisse im Experiment

Bild 6.18 zeigt den Vergleich des Einschwingverhaltens der flachheitsbasierten Regelung mit der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung in Anlehnung an Bild 6.15 (siehe Seite 127). Die Antwort der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung auf den Führungsgrößensprung weist eine Verzögerung um die Totzeit von  $T_0 U_\infty / H = 8$  konvektiven Zeiteinheiten und anschließend ein langsames Einschwingverhalten auf. Ursache ist die durch die Totzeit und den eingeschränkten Gültigkeitsbereich des linearen nominellen Entwurfsmodells eingeschränkte Performance. Im Gegensatz dazu ist die flachheitsbasierte Regelung zum einen in der Lage, die Totzeit durch die Prädiktion vollständig zu kompensieren. Die zugehörige Stellgröße wird bereits  $T_0 U_\infty / H = 8$  konvektive Zeiteinheiten vor der durch  $y_d(t)$  vorgegebenen Streckenantwort berechnet. Zum anderen können bei der flachheitsbasierten Regelung durch die Trennung zwischen Steuerung und limitierter Folgeregelung beliebig schnelle Solltrajektorien  $y_d(t) = y_d^*(t - T_0)$  angesteuert werden. Im Gegensatz zur  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung limitiert nur die Zustands- und Stellgrößenbeschränkung die bei der Verfolgung von Führungsgrößen erreichbare Geschwindigkeit. Wenn die Solltrajektorie  $y_d(t)$  jedoch so große Geschwindigkeiten enthält, dass der Regelkreis durch äußere Störungen oder Modellfehler entstehende Regelfehler nicht schnell genug unterdrücken kann, dann hängt die Güte der Trajektorienfolge nur von der Güte der Steuerung ab.

Vergleichbare Ergebnisse werden im Experiment auch mit flachheitsbasierten Regelungen ohne Prädiktion erzielt. Die Totzeit  $T_0$  wird dabei als Unsicherheit aufgefasst und bei der Auslegung auf robuste Stabilität berücksichtigt. Obwohl  $T_0$  etwa so groß wie die die Einschaltvorgänge beschreibende kleinere Zeitkonstante  $T - \Delta T$  und etwa ein Drittel so groß wie die die Ausschaltvorgänge beschreibende Zeitkonstante  $T + \Delta T$  ist und somit das Einschwingverhalten entscheidend mitbestimmt, ist die vereinfachte flachheitsbasierte Regelung in der Lage, der Führungsgröße schneller als die  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung zu folgen, weil der Regelkreis zur Störunterdrückung entsprechend schnell ausgelegt werden kann. Nachteil dieser Herangehensweise ist jedoch, dass der Verlauf der Regelgröße  $y(t)$  dadurch stark von der geplanten Solltrajektorie  $y_d(t) = y_d^*(t - T_0)$  abweicht, so dass kein definiertes Einschwingverhalten auftritt. Zudem nimmt der Regelkreis große Stelleingriffe vor, um die durch den Modellfehler entstehenden Abweichungen zu korrigieren. Ergebnisse dazu werden hier nicht gezeigt.

### Fazit

Die im Abschnitt 6.1 vorgeschlagenen linearen, robusten Regler und die im Abschnitt 6.2 beschriebenen flachheitsbasierten Regelungen zeichnen sich jeweils durch Vor- und Nachteile aus. Die lineare Regelung zeichnet sich durch ihren einfacheren Entwurf und ihr unempfindli-

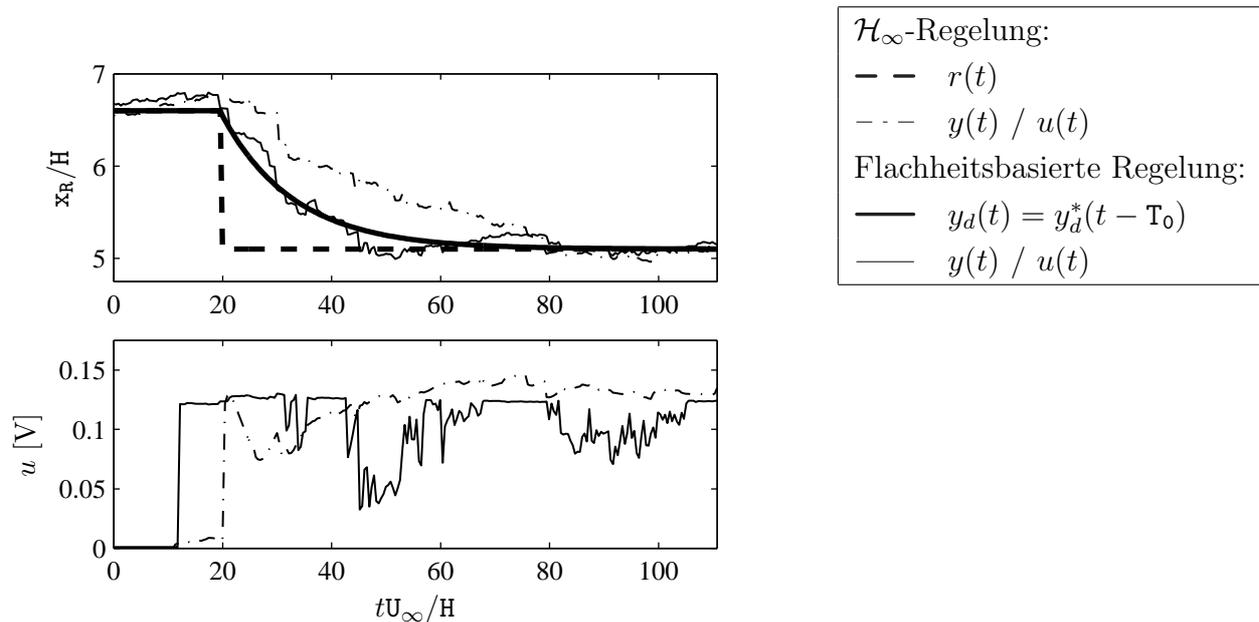


Bild 6.18: Vergleich des Führungsverhaltens der flachheitsbasierten Regelung mit der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung.

(Experiment mit  $\text{Re}_H = 4000$ ; Online-Messung der Wiederanlegelänge  $y(t) = \mathbf{x}_R(t)$  mit dem Wirbelwachstums-Sensor; harmonische monofrequente Anregung  $\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}_0(t) \sin(2\pi \mathbf{f}_a t)$ ; Stellgröße  $u(t) = \mathbf{m}_0(t)$ )

cheres Verhalten gegenüber nicht modellierten Störungen aus. Stationäre Störungen werden bei exakter Messung vollständig kompensiert. Zudem kann der vergleichsweise aufwändig zu entwerfende  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler durch einen robusten PI-Regler approximiert werden.

Da die flachheitsbasierte Regelung auf einer Linearisierung des Prozessverhaltens durch eine Zustandsrückführung basiert, ist dafür eine genauere und somit auch aufwändigere nichtlineare, empirische Modellbildung notwendig. Weicht das Prozessverhalten z. B. infolge von Störungen vom nominellen Verhalten ab, kommt es zu Fehlern bei der Linearisierung. Das entworfene Einschwingverhalten des Regelkreises wird dann verzerrt und Störungen können nicht mehr vollständig ausgeglichen werden.

Vorteil der flachheitsbasierten Regelung ist dagegen ihr schnelles Führungsverhalten, welches nur durch die Stellgrößenbeschränkung begrenzt wird, einschließlich der Kompensation der Totzeit durch den verwendeten prädiktiven Ansatz. Im Gegensatz dazu wird die Geschwindigkeit der linearen Regelungen durch die lineare Approximation des Prozessverhaltens, welche einen beschränkten Gültigkeitsbereich aufweist, und die Totzeit eingeschränkt.

# Kapitel 7

## Übertragung des robusten Reglerentwurfs auf eine generische Hochauftriebskonfiguration

Tragflächen von Flugzeugen müssen während des Langsamflugs, insbesondere beim Starten und Landen, höhere Auftriebsbeiwerte liefern als im Reiseflug. Dieses geschieht zum einen durch die Vergrößerung des Anstellwinkels und zum anderen durch verschiedene Hochauftriebshilfen, wie z. B. ausfahrbare Klappensysteme (siehe Bild 7.1). Durch den Spalt zwischen Hauptflügel und Klappe wird der Grenzschicht auf der Klappenoberseite kinetische Energie von der Unterseite des Hauptprofils zugeführt. Durch diese passive Maßnahme kann die Hinterkantenklappenströmung bis hin zu hohen Anstellwinkeln und damit hohen Auftriebsbeiwerten anliegend gehalten werden. In der Praxis werden oft Systeme mit mehreren Klappen und Spalten verwendet.

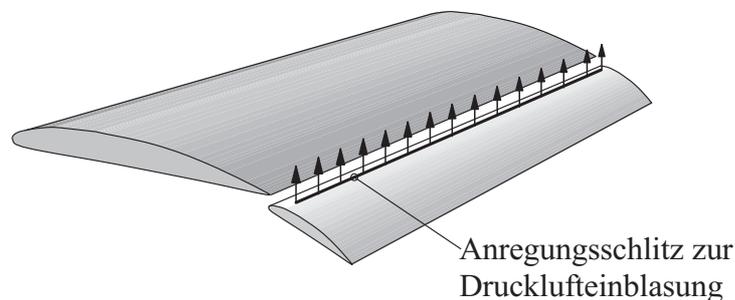


Bild 7.1: Einfache Hochauftriebskonfiguration mit einer aktiv beeinflussten Hinterkantenklappe. Die Strömung über der Hinterkantenklappe wird durch Drucklufteinblasung über einen Schlitz angeregt.

Bei den erforderlichen hohen Anstellwinkeln müssen jedoch zusätzliche Maßnahmen zur Verhinderung der Strömungsablösung auf der Profiloberseite getroffen werden, da der Flügel sonst deutlich an Auftrieb verliert und der Widerstand zunimmt. In den letzten Jahren haben sich Arbeiten zur aktiven Beeinflussung von abgelösten Strömungen an Tragflügeln oder generischen Ersatzmodellen durch Einblasen oder periodische Anregung (Ein-/Ausblasen) stark auf praxisrelevante Reynoldszahlen konzentriert. Als Beispiele seien die Arbeiten von Seifert und Pack [99, 100, 101] und Pack u. a. [77, 78] genannt.

Ziel der hier dargestellten experimentellen Arbeiten ist die Übertragung der an der rückwärts gewandten Stufe entwickelten Methoden zur Synthese robuster Regler auf ein generisches Ersatzmodell für die Strömungsphänomene bei einer aktiv beeinflussten Hinterkantenklappe mit Spalt (siehe Bild 7.1). Dabei sollen zum einen der Grad der Strömungsablösung und zum anderen die durch die Strömung induzierten Kräfte geregelt werden.

Im Abschnitt 7.1 erfolgt die Versuchsbeschreibung für die vorliegende Arbeit. Ausgehend von der Beschreibung der Streckendynamik mit einer Familie von black-box Modellen werden robuste lineare Regler synthetisiert, um zu zeigen, dass sich die an der Stufenströmung entwickelten Methoden auch auf komplexere Konfigurationen übertragen lassen (Abschnitt 7.2). Ziel der Regelung ist es, den Grad der Ablösung und die durch die Strömung induzierte Auftriebskraft definiert einzustellen. Abschließend werden im Abschnitt 7.3 die experimentellen Test vorgestellt.

## 7.1 Versuchsbeschreibung

Basis für die vorliegende Arbeit bilden die Untersuchungen von Tinapp [112], Tinapp und Nitsche [113, 114] und Petz und Nitsche [84] an der im Bild 7.1 skizzierten einfachen Hochauftriebskonfiguration mit einer Hinterkantenklappe. In den genannten Arbeiten ist es gelungen, die Strömungsablösung durch aktive Beeinflussung zu höheren Anstellwinkeln hin zu verschieben und somit höhere Auftriebs- und geringere Widerstandsbeiwerte zu erhalten. Die Aktuation beim Versuchsmodell erfolgt durch einen spannweitigen Schlitz im vorderen Bereich der Klappenoberseite, da die Strömungsablösung bevorzugt über der Hinterkantenklappe auftritt.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Ergebnisse sind im Rahmen einer Kooperation mit der zuvor genannten Arbeitsgruppe entstanden. Dabei ist das Konzept zur aktiven Beeinflussung im Rahmen der vorliegenden Arbeit um die unten beschriebenen Regelungskonzepte erweitert worden. In den folgenden Abschnitten werden das generische Windkanalmodell mit der Aktuatorik und Sensorik (Abschnitt 7.1.1) sowie das Regelungskonzept (Abschnitt 7.1.2) beschrieben.

### 7.1.1 Windkanalmodell

#### Experimenteller Aufbau und Strömungsparameter

Bild 7.2 zeigt den im Windkanal als vereinfachtes zweidimensionales Ersatzmodell für die Hinterkantenklappe mit Einfachspalt dienenden Halbdiffusor mit profilierter Wandkontur (NACA 4412 Oberseite). Die Profiltiefe beträgt  $c = 300$  mm. Durch die ebene Platte mit Turbulenzband vor dem Diffusor wird sichergestellt, dass sich vor der Ablösung ein voll turbulentes Grenzschichtprofil ausgebildet hat. Die Verstellung des Profilanstellwinkels dient zur Einstellung des Druckgradienten und somit auch der Größe des druckinduzierten Ablösegebiets. Eine sich daran anschließende Abströmplatte ermöglicht die Untersuchung des gesamten Rezirkulationsgebiets und wird von der oben genannten Arbeitsgruppe zur Untersuchung von Aktuator- und Sensorsystemen eingesetzt. Der Vorflügel dient zur Erzeugung des auch bei der realen Hochauftriebskonfiguration vorhandenen Spaltstrahls.

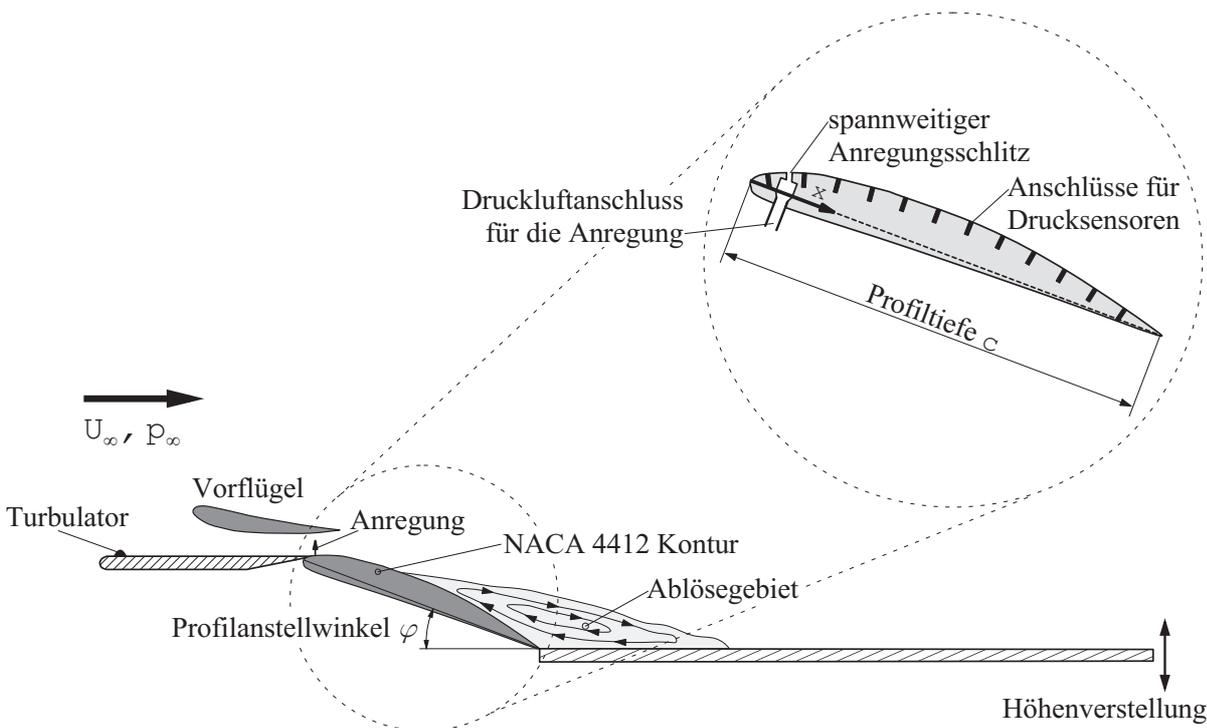


Bild 7.2: Zweidimensionales Ersatzmodell der Hinterkanten-Hochauftriebsklappe (NACA 4412 Kontur) mit spannweittigem Anregungsschlitz.

Die Anströmgeschwindigkeit für die Experimente zur Regelung beträgt  $U_\infty = 15$  m/s, so dass sich eine auf die Profiltiefe  $c$  bezogene Reynolds-Zahl von  $Re_c = 3.0 \cdot 10^5$  ergibt. Um zu zeigen, dass sich der Grad der Ablösung mittels einer Regelung gezielt einstellen lässt, wird eine starke Anstellung des Profils mit einem Winkel von  $\varphi = 35^\circ$  gewählt, so dass sich die

Strömung bereits am Beginn des NACA 4412 Profils ablöst und sich ein großes Ablösegebiet ausbildet.

### Regelkreis mit Aktuation und Sensorik

Der Schlitz für die Aktuation, durch den über entsprechende Zuleitungen Druckluft eingeblasen wird, befindet sich im vorderen Profilbereich bei  $x/c = 0.067$  (siehe Bild 7.2). Als effektive Anregung hat sich eine pulsierende Einblasung herausgestellt, die mittels schnell schaltender, elektromagnetisch betätigter Ventile in den Druckluftzuleitungen zu den einzelnen spannweitenigen Anregungssegmenten erzeugt wird (siehe Bild 7.3). Die Einblasung führt zu einer Durchmischung der abgelösten Scherschicht, wodurch Fluid aus der Außenströmung zur Wand transportiert wird. Für die hier gewählten Strömungsbedingungen wird die Größe des Ablösegebiets bei einer Anregungsfrequenz von  $f_a c/U_\infty = 1$  ( $f_a = 48$  Hz) optimal verkleinert.

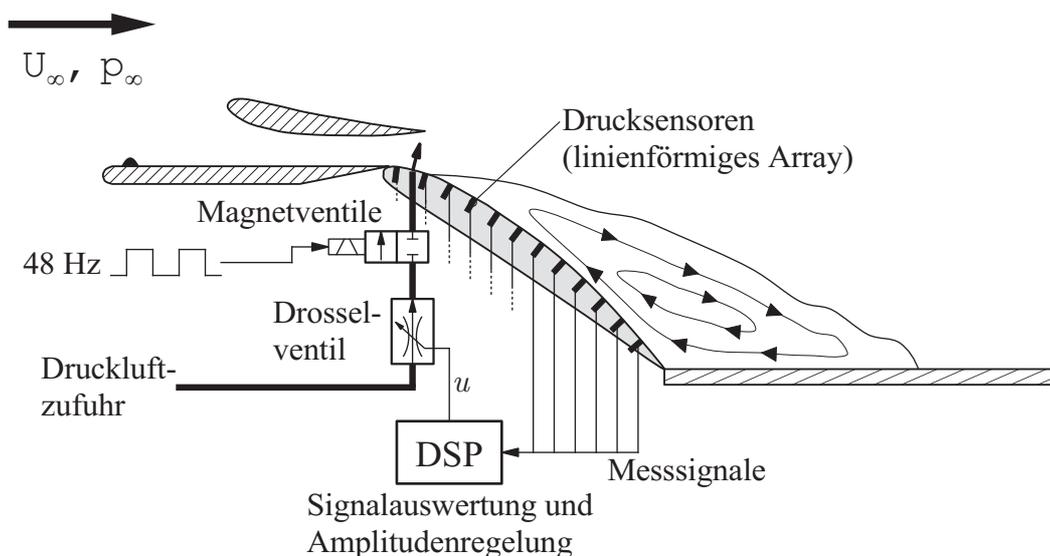


Bild 7.3: Schematischer Aufbau der Regelung an der generischen Hochauftriebskonfiguration.

Die Anregungsamplitude wird über ein mit der Stellspannung  $u(t)$  (Stellgröße im regelungstechnischen Sinn) ansteuerbares Drosselventil (siehe Bild 7.3) eingestellt. Insbesondere im Hinblick auf den zukünftigen Einsatz solcher Konzepte für den Flugbetrieb ist eine Anregung mit Druckluft wesentlich einfacher zu realisieren als beispielsweise ein harmonisches Anregungssignal.

Mit auf der Profilloberseite angebrachten Differenzdrucksensoren kann die Druckverteilung in Strömungsrichtung gemessen werden (siehe Bilder 7.2 und 7.3), wobei der statische Druck  $p_\infty$  der Anströmung als Referenz verwendet wird. Der Grad der Strömungsablösung

kann indirekt aus der gemessenen Druckverteilung bestimmt werden. Bild 7.3 zeigt schematisch den Versuchsaufbau mit der Signalverarbeitung, für die wiederum der echtzeitfähige DSP vom Typ *DS 1103 PPC Controller Board* der Firma *dSpace* (vgl. auch Abschnitt 3.1.3) verwendet wird.

### 7.1.2 Regelungskonzept

Bild 7.4 zeigt die gemessenen, zeitlich gemittelten Druckverteilungen  $\bar{c}_p(\mathbf{x})$  für verschiedene Anregungsfälle über der normierten Profiltiefe  $x/c$  in Strömungsrichtung. Bei der abgelösten Grundströmung ohne aktive Beeinflussung herrscht ein etwa einheitliches Druckniveau. Mit zunehmender Anregung  $u$ , d.h. mit abnehmendem Ablösungsgrad, bildet sich am Beginn des Profils eine immer stärkere Saugspitze (negativer Druckpeak) aus. Danach steigt der Druck in Strömungsrichtung wieder an. Dieses Phänomen wird als Druckrückgewinn bezeichnet. Die Ausbildung der Saugspitze in Abhängigkeit vom Grad der Ablösung ist ein typisches Phänomen bei umströmten Tragflügelkonfigurationen (siehe auch Pack u. a. [77], Urzynicok [119] und Urzynicok und Fernholz [120]).

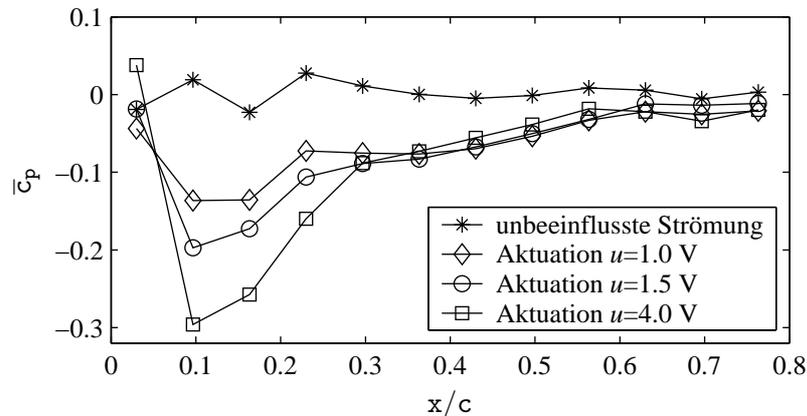


Bild 7.4: Gemittelte Druckverteilung  $\bar{c}_p(\mathbf{x})$  über dem Profil bei verschiedenen Anregungsamplituden  $u$ .

Aus der gemessenen Druckverteilung auf der Profilloberseite lassen sich zwei Ersatzregelgrößen ableiten, die den globalen Grad der Ablösung quantitativ beschreiben:

1. Aus der Wanddruckverteilung kann über die Druckdifferenz  $\Delta c_p$  zwischen einer Messposition im hinteren Profilbereich und im Bereich der Saugspitze am Profilbeginn der Druckrückgewinn bestimmt werden, der eine indirekte Aussage über den Grad der Ablösung liefert. Mit steigender Anregung nimmt der Grad der Ablösung ab und der Druckrückgewinn  $\Delta c_p$  zu.

Durch die sich an das Profil anschließende Abströmplatte (siehe Bild 7.2) bleibt auch die stark angeregte Strömung im Übergangsbereich vom Profil zur Abströmplatte abgelöst, so dass der am Profilende herrschende Wanddruck noch nicht wieder dem statischen Druck  $p_\infty$  entspricht und sich mit der Anregung  $u$  ändert. Somit beschreibt die gemessene Druckdifferenz den Gradienten bzw. den Differenzenquotienten des Druckrückgewinns, so dass als dimensionslose Ersatzregelgröße der Differenzenquotient

$$y(t) = \frac{\Delta c_p(t)}{\Delta(\mathbf{x}/c)} \quad (7.1)$$

zwischen dem elften Sensorsignal bei  $\mathbf{x}/c = 0.697$  und dem zweiten Signal bei  $\mathbf{x}/c = 0.097$  (vgl. Bild 7.2) verwendet wird. Dieser Ansatz wurde bereits in den Experimenten von Allan u. a. [4] angewandt.

2. Als zweite Ersatzregelgröße wird das Integral der Druckverteilung  $c_p(\mathbf{x})$  verwendet, aus dem bei einer kompletten Profilmströmung der Auftrieb berechnet werden kann. Da bei dem Ersatzmodell lediglich die Profilerseite überströmt wird, ist die vertikale, nach oben gerichtete Kraftkomponente

$$c_A(t) = -\cos(\varphi) \int_{\mathbf{x}/c=0}^1 c_p(\mathbf{x}, t) d(\mathbf{x}/c) \quad (7.2)$$

in dimensionsloser Darstellung ein Richtwert für den Auftriebsbeiwert. Dabei ist  $\varphi = 35^\circ$  der Profilanstellwinkel bezüglich der Horizontalen (vgl. Bild 7.2).

Die relative Änderung des Auftriebsbeiwertes

$$y(t) = \Delta c_A(t) \quad (7.3)$$

um den Arbeitspunkt, d.h. bezüglich des Mittelwertes der unbeeinflussten Grundströmung ( $\Delta \bar{c}_A(u = 0) = 0$ ), wird als zweite Regelgröße verwendet. Durch die Verwendung dieser Ersatzregelgröße soll exemplarisch gezeigt werden, dass auch aerodynamische Kräfte mittels der vorgeschlagenen Methoden geregelt werden können.

## 7.2 Streckenidentifikation und Reglersynthese

Das dynamische Verhalten der beiden Ersatzregelgrößen (7.1) und (7.3) bezüglich der Aktuation  $u(t)$  wird wiederum durch eine Familie  $\Pi$  von linearen black-box Modellen  $G_r(s) \in \Pi$  beschrieben, die aus repräsentativen Sprungantworten für Ein- und Ausschaltvorgänge identifiziert werden. Auf diese Modellfamilie wird dann ein nominelles Entwurfsmodell  $G_n(s)$  mit einer multiplikativen Unsicherheitsbeschreibung  $l_M(\omega)$  angepasst und für eine  $\mathcal{H}_\infty$ -Reglersynthese verwendet.

Bild 7.5 zeigt exemplarisch zwei Sprungantworten für den Druckrückgewinn  $y(t) = \Delta c_p(t)/\Delta(x/c)$  und den Auftriebsbeiwert  $y(t) = \Delta c_A(t)$ . In beiden Verläufen werden durch die pulsierende Anregung mit  $f_a = 48$  Hz ( $f_a c/U_\infty = 1$ ) entsprechende hochfrequente Signalkomponenten erzeugt. Diese Komponenten sind jedoch nicht durch die auf das Drosselventil wirkende Stellgröße  $u(t)$  (Amplitude/Impulshöhe der pulsierenden Anregung, siehe Bild 7.3) steuerbar. Durch die black-box Modelle werden jeweils die durch den Stelleingriff  $u(t)$  erzeugten niederfrequenten Systemantworten aufgelöst, wohingegen die Pulsationen infolge der Anregung als Messrauschen interpretiert und nicht aufgelöst werden. Alle durchgeführten Sprünge können, wie auch bei der Stufenströmung, mit  $PT_2T_0$ -Modellen entsprechend Gl. (6.1) (siehe Seite 114) beschrieben werden.

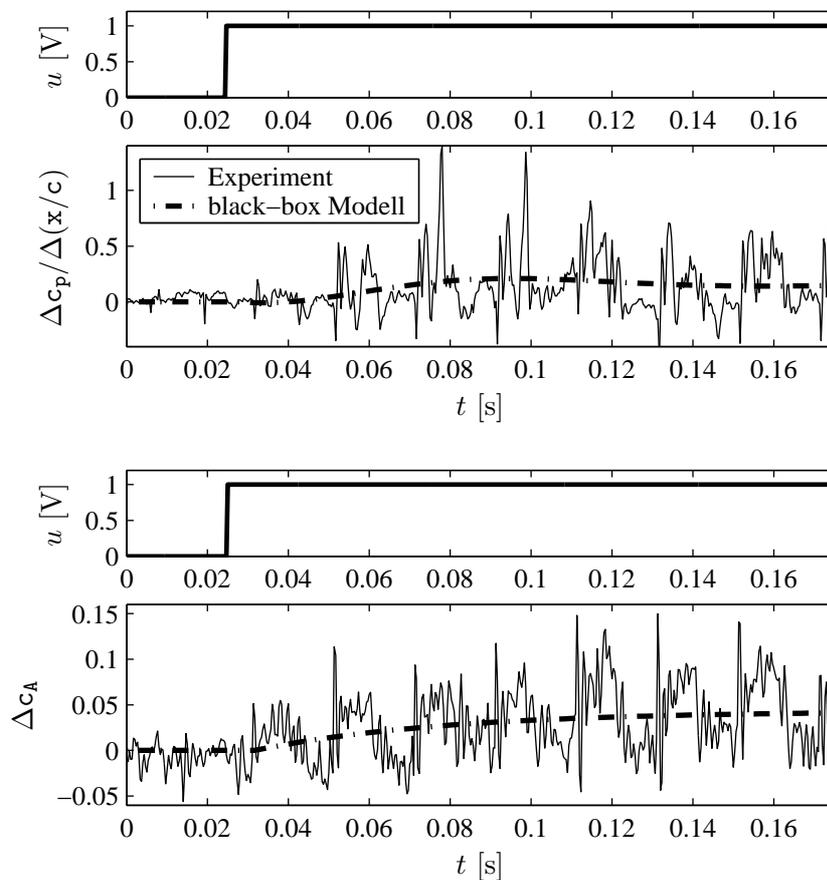


Bild 7.5: Approximation experimentell bestimmter Sprungantworten für die beiden Ersatzregelgrößen  $y(t) = \Delta c_p(t)/\Delta(x/c)$  (oben) und  $y(t) = \Delta c_A(t)$  (unten) mit linearen black-box Modellen.

Um die nichtlinear von der Stellgröße  $u$  abhängige Verstärkung der Strecke zu kompensieren, werden wiederum die Inversen der im Bild 7.6 dargestellten statischen Kennlinien verwendet (vgl. auch Bild 2.1 auf Seite 18 und Bild 6.5 auf Seite 117), so dass die Verstärkung bezüglich der neuen rechnerischen Stellgröße  $u_{Komp}(t)$  im Idealfall konstant eins beträgt. Die

inversen Kennlinien werden jeweils aus den mit dicken Linien gekennzeichneten Arbeitsbereichen bestimmt. Sowohl die unteren Begrenzungen der nutzbaren Arbeitsbereiche bei sehr geringer Aktuation als auch die Sättigung bei starker Aktuation sind jeweils mit dünnen Linien gekennzeichnet.

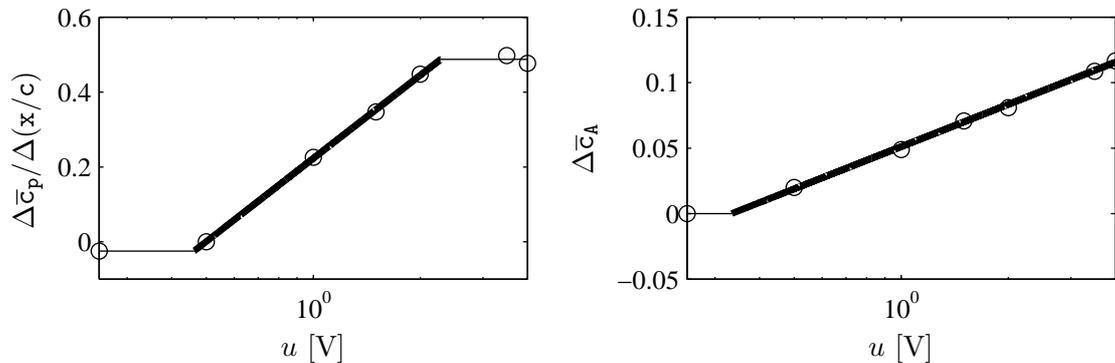


Bild 7.6: Statische Kennlinien  $y(u) = \Delta \bar{c}_p(u) / \Delta(x/c)$  und  $y(u) = \Delta \bar{c}_A(u)$  ( $u(t) = \text{const.}$ ). Die dicken durchgezogenen Linien geben jeweils den Arbeitsbereich an und die dünnen dessen Begrenzungen.

Da sich die Dynamik der Hochauftriebskonfiguration mit der gleichen Modellstruktur wie die Stufenströmung beschreiben lässt, eignet sich auch die Struktur (6.3) (siehe Seite 118) für das nominelle Entwurfsmodell  $G_n(s) = Y(s) / U_{Komp}(s)$ . Für die Approximation der im Vergleich zu den Zeitkonstanten sehr kleinen Totzeit  $T_0$  genügt hier ein Allpassglied erster Ordnung:

$$G_n(s) = \frac{1}{1 + sT_n} \frac{1 - sa}{1 + sa}. \quad (7.4)$$

Auch für die das Mixed-Sensitivity-Problem festlegenden Gewichtungsübertragungsfunktionen werden die gleichen Strukturen wie bei der Stufenströmung gewählt (siehe Übertragungsfunktion (2.19) auf Seite 25 und Bild 6.8 auf Seite 120). Lediglich die Durchtrittsfrequenzen der Amplitudengänge der Gewichte werden auf die Dynamik der Hochauftriebskonfiguration angepasst. In den Bode-Diagrammen im Bild 7.7 sind die Amplituden- und Phasengänge der nominellen Modelle  $G_n(j\omega)$  und deren multiplikative Unsicherheiten  $l_M(\omega)$  sowie die mittels  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierung synthetisierten Regler  $C(j\omega)$  dargestellt. Die Durchtrittsfrequenzen  $\omega_D$  beider Regler  $C(j\omega)$  sind geringfügig kleiner als die die Streckendynamik charakterisierenden Eckfrequenzen von  $G_n(j\omega)$ , so dass jeweils die Dynamik der beiden Regelkreise nur unwesentlich langsamer als die der Strecken selbst ist. Auch hier wird der Bereich  $\Omega_{rd} = [0; \omega_D]$  der aktiven Regelung durch den durch  $l_M(\omega) < 1$  eingeschränkten Gültigkeitsbereich des nominellen Entwurfsmodells begrenzt.

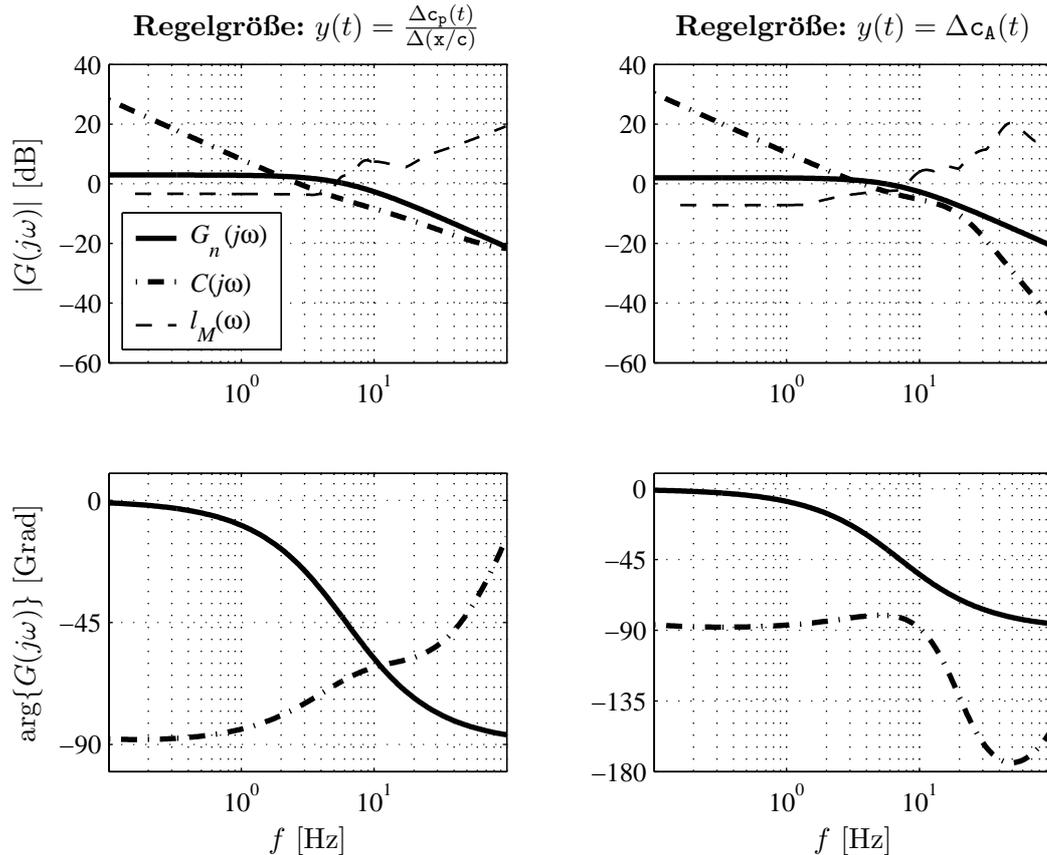


Bild 7.7: Bode-Diagramme der nominellen Streckenmodelle  $G_n(j\omega)$  und deren multiplikativer Unsicherheiten  $l_M(\omega)$  sowie der synthetisierten  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler  $C(j\omega)$  jeweils für die Regelung von  $y(t) = \Delta c_p(t)/\Delta(x/c)$  (links) und  $y(t) = \Delta c_A(t)$  (rechts).

## 7.3 Experimentelle Ergebnisse

### Führungsverhalten

Das im Bild 7.8 anhand von Führungsgrößenprüngen gezeigte Folgeverhalten der beiden Regelungen für den Druckrückgewinn  $y(t) = \Delta c_p(t)/\Delta(x/c)$  (links oben) und den Auftrieb  $y(t) = \Delta c_A(t)$  (rechts oben) sowie die zugehörigen Stellgrößenverläufe  $u(t)$  (jeweils unten) zeigen die entsprechend der Auslegung erwartete Performance. Sowohl der Stell- als auch der Regelgrößenverlauf zeigen beim Auftrieb, der eine integrale Größe ist, deutlich weniger hochfrequente Signalanteile, weil Rauscheffekte durch die Integration herausgemittelt werden. Um die gezeigten Zeitverläufe beider Regelgrößen  $y(t)$  einfacher interpretieren zu können, wurden die durch die Regelung nicht steuerbaren hochfrequenten Signalanteile für die Darstellung nachträglich mittels eines Tiefpassfilters entfernt. Insbesondere die hochfrequenten, durch die mit  $f_a = 48$  Hz pulsierende Anregung hervorgerufenen Schwankungen dominieren die Zeitverläufe sonst so stark, dass die niederfrequenten, durch  $u(t)$  steuerbaren

Signalanteile schwer zu erkennen sind, wie dies z. B. bei den Sprungantworten in Bild 7.5 der Fall ist.

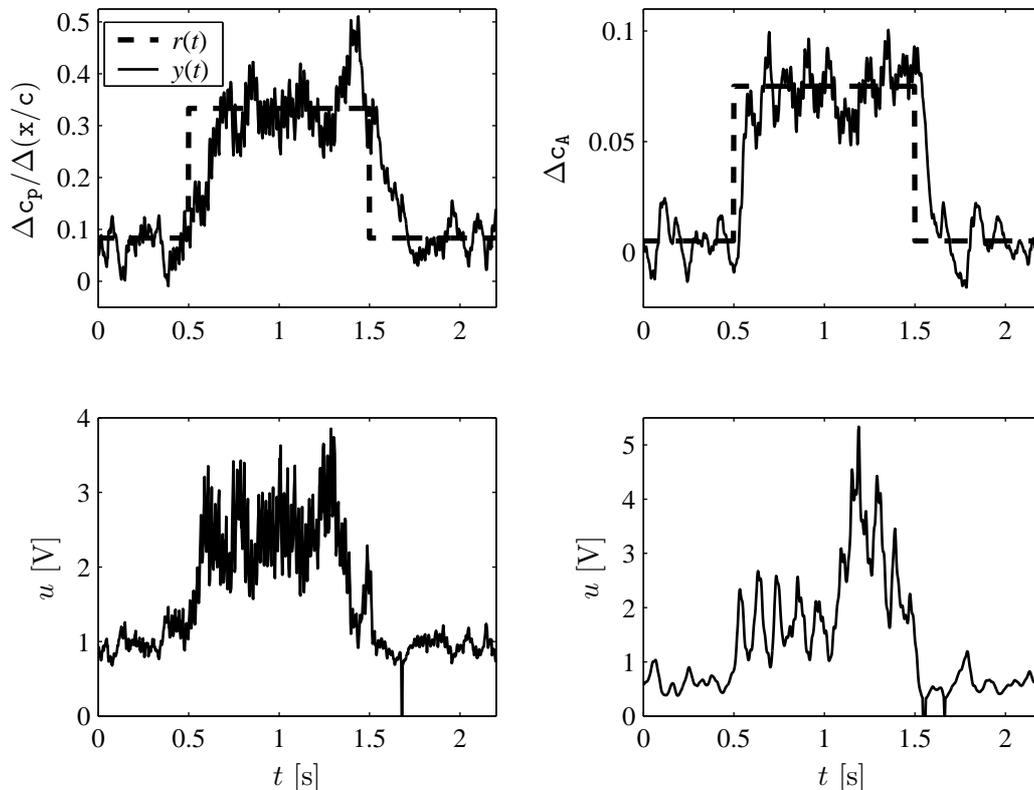


Bild 7.8: Folgeverhalten der Regelungen für den Druckrückgewinn  $y(t) = \Delta c_p(t)/\Delta(x/c)$  (links oben) und den Auftrieb  $y(t) = \Delta c_A(t)$  (rechts oben) sowie zugehörige Stellgrößenverläufe  $u(t)$  (jeweils unten) bei Führungsgrößensprüngen im Experiment. Bei den gezeigten Regelgrößenverläufen  $y(t)$  wurden die hochfrequenten, durch die mit  $f_a = 48$  Hz pulsierende Anregung hervorgerufenen Schwankungen mittels eines Tiefpassfilters unterdrückt, um die Zeitverläufe einfacher interpretieren zu können.

### Störverhalten

Auch bei der Hochauftriebskonfiguration zeigt die Regelung die bekannten Vorteile gegenüber einer Steuerung, auf nicht messbare und nicht modellierte Störungen reagieren zu können. Um das Verhalten bei massiven Störungen zu demonstrieren, werden zum einen nicht dem Auslegungsfall entsprechende Strömungsbedingungen eingestellt. Zum anderen werden erste Tests zur Integrität durchgeführt. Integrität ist die Eigenschaft eines Regelkreises, auch beim Ausfall von einzelnen Aktuatoren stabil zu bleiben. Der Ausfall wird im Experiment durch gezieltes Abschalten einzelner Segmente simuliert.

Der Anregungsschlitz ist spannweitig in 5 Segmente mit jeweils separat ansteuerba-

ren, schnell schaltenden Magnetventileinheiten für die Pulsation der Anregung (siehe auch Bild 7.3) unterteilt. Die Drucksensoren befinden sich im Mittelschnitt des Windkanalmodells hinter dem mittleren, dritten Segment. Bild 7.9 zeigt das Folgeverhalten des Regelkreises im Vergleich zur Steuerung beim Ausfall verschiedener Anregungssegmente anhand des Druckrückgewinns  $y = \Delta c_p(t)/\Delta(x/c)$ . Der linke Teil des Bildes zeigt den Fall, dass die zwei Segmente jeweils am linken und rechten Rand der Messstrecke ausfallen, und der rechte Bildteil zeigt den Fall, dass weitere zwei Segmente ausfallen, so dass nur noch das Segment in der Mitte, wo sich auch das linienförmige Sensorarray befindet, funktioniert. Durch die Steuerung werden deutlich zu große Druckrückgewinne eingestellt. Demgegenüber ist die Regelung in der Lage, die Störung weitgehend auszuregeln, so dass der Druckrückgewinn der Vorgabe folgt. Für den Auftrieb  $y(t) = \Delta c_A(t)$  werden vergleichbare Ergebnisse erzielt.

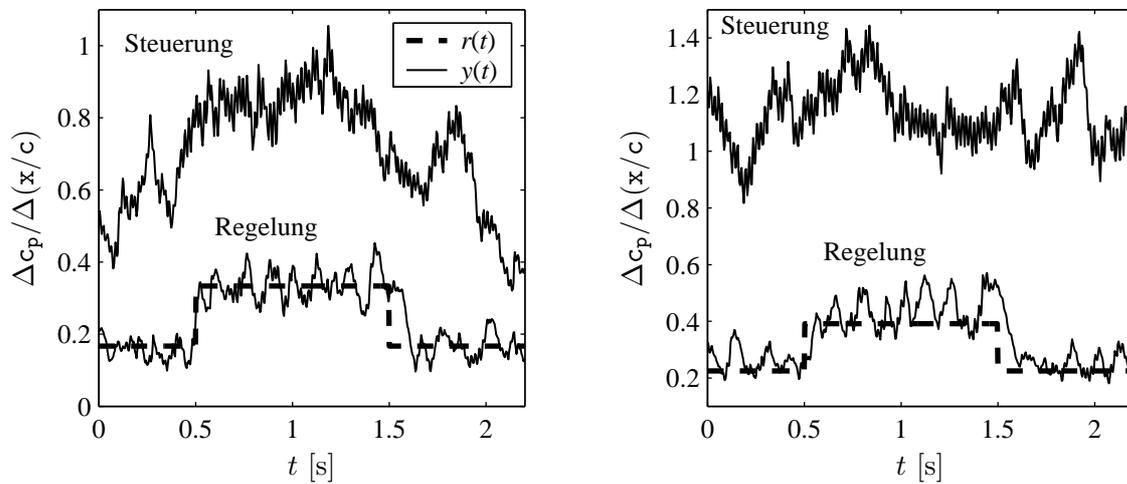


Bild 7.9: Folgeverhalten von Steuerung und Regelung bei massiver Störung durch Abschalten verschiedener Aktuatorsegmente. Um die Integrität der Regelung zu testen, wird zum einen der Ausfall von zwei (*links*) und zum anderen von vier (*rechts*) Anregungssegmenten durch gezieltes Abschalten simuliert.

(Wie auch beim Bild 7.8 ist  $y(t)$  für die Darstellung nachträglich tiefpassgefiltert worden, um die Pulsation der Anregung zu unterdrücken.)

Beim Blockieren von Anregungssegmenten (siehe Bild 7.9) werden von den noch funktionierenden Aktuatoren infolge der geringeren Belastung der Druckluftquelle größere Anregungsamplituden  $u$  erzeugt, so dass die Strecke eine im Vergleich zum Auslegungsfall zu große Verstärkung besitzt. Eine weitere Ursache für die größere Verstärkung können die durch die spannweitig ungleichmäßige Aktuation angeregten dreidimensionalen Wirbelstrukturen sein, die die Ablösung effektiver verringern als die durch die zweidimensionale Anregung erzeugten Strukturen (siehe auch Huppertz [47]). Die strömungsmechanischen Phänomene sind bei diesen Studien jedoch nicht weiter untersucht worden. Bei der Anregung mit nur einem Segment (siehe Bild 7.9 rechts) ist das mittlere Niveau der Regelgröße

geringfügig größer als die Führungsgröße. Bild 7.10 zeigt den zugehörigen Stellgrößenverlauf. Da physikalisch keine negativen Stellgrößen realisiert werden können, ist der Regler nicht in der Lage, die Störung durch eine weitere Reduzierung von  $u(t)$  vollständig auszuregeln. Beim Erreichen der unteren Stellgrößenbeschränkung  $u = 0$  verhindert eine Anti-Reset-Windup Kompensation das Aufintegrieren der Stellgröße (siehe Abschnitt 2.2.5).

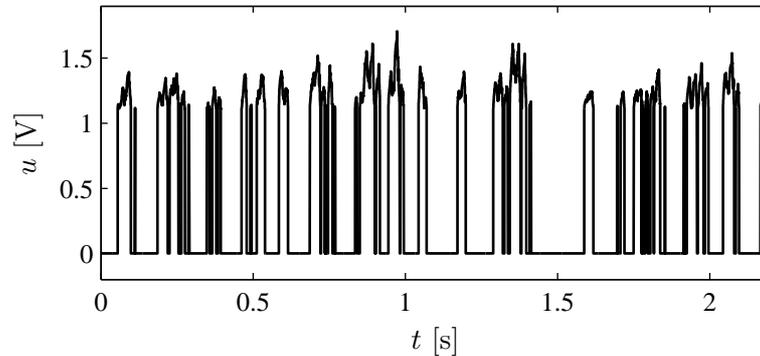


Bild 7.10: Stellgrößenverlauf  $u(t)$  zur Regelung mit nur einem Aktuatorsegment im rechten Teil von Bild 7.9.

Bild 7.11 zeigt die Reaktion der Regelung auf äußere Störungen im Vergleich zu dem bei einer Steuerung entstehenden Fehler. Bei dem im linken Teil dargestellten Fall wird eine gestörte Anströmung mit einer um +33% höheren Anströmgeschwindigkeit simuliert. Obwohl der Regler nicht für diese Reynolds-Zahl ausgelegt worden ist, tritt im Gegensatz zur Steuerung keine bleibende Regelabweichung auf. Bei dem im rechten Teil gezeigten Fall wird die Abströmung durch Anheben der Abströmplatte mittels der in der Prinzipskizze 7.2 eingezeichneten Höhenverstellung gestört. Hier kann die Regelung die Abweichung zwar deutlich besser reduzieren als die Steuerung, es bleibt jedoch eine Regelabweichung bestehen. Ursache dafür sind wiederum die physikalische Stellgrößenbeschränkung  $u \geq 0$  beim unteren Niveau  $r(t) = 0.08$  und die Sättigung bei großen Stellgrößen beim oberen Niveau  $r(t) = 0.42$ . Auch hier wird das Aufintegrieren der Stellgröße durch die Anti-Reset-Windup Kompensation verhindert, so dass der Regelkreis ohne zusätzliche Verzögerung auf Führungsgrößen sprünge reagiert.

Die beiden aus der gemessenen Druckverteilung abgeleiteten Regelgrößen  $y(t) = \Delta c_p(t) / \Delta(x/c)$  und  $y(t) = \Delta c_A(t)$  zeigen grundsätzlich das gleiche Verhalten und sind beide für den Aufbau von Regelungen geeignet. Die Übertragung der Regelung von der Stufenströmung auf die generische, aktiv beeinflusste Hochauftriebskonfiguration hat gezeigt, dass mittels robuster Regler auch Stelleingriffe für komplexere strömungsmechanische Konfigurationen online und in Echtzeit berechnet werden können. Insbesondere die Auswirkungen von Störungen konnten effektiv minimiert werden. Dabei ist der robuste Entwurf eine besonders schnelle Möglichkeit zur Reglersynthese. Der Vorteil gegenüber

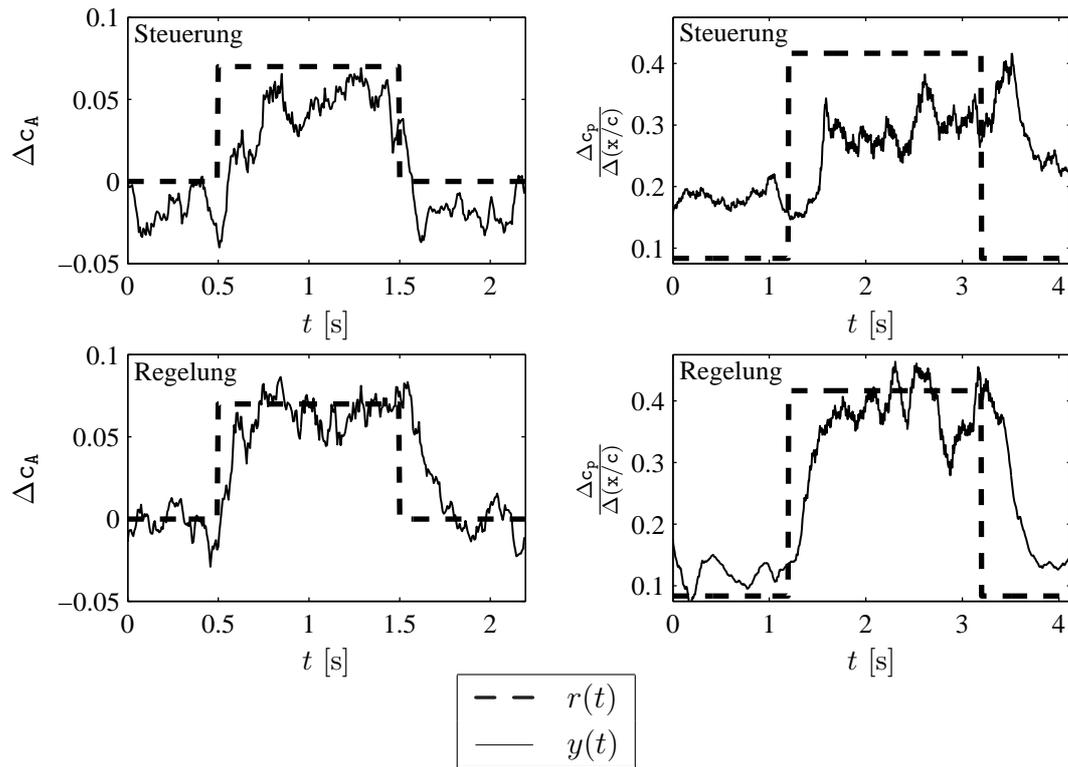


Bild 7.11: Folgeverhalten von Steuerung (*oben*) und Regelung (*unten*) bei massiver Störung der Strömungsbedingungen. Um die Reaktion der Regelung auf äußere Störungen zu demonstrieren, wird zum einen die Anströmgeschwindigkeit um +33% erhöht (*links*) und zum anderen die Abströmung durch Anheben der Abströmplatte gestört (*rechts*). (Wie auch beim Bild 7.8 ist  $y(t)$  für die Darstellung nachträglich tiefpassgefiltert worden, um die Pulsation der Anregung zu unterdrücken.)

nichtlinearen Syntheseverfahren ist, dass der Entwurf leicht auf unsichere Umgebungsbedingungen erweitert und so die Stabilität in einem großen Arbeitsbereich sichergestellt werden kann.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung und Ausblick

Mit der vorliegenden Arbeit ist es gelungen, basierend auf identifizierten, niederdimensionalen black-box Modellen praktikable, robuste Regelungen zur Berechnung der Stellgrößen für aktive Beeinflussungskonzepte bei abgelösten Strömungen aufzubauen. Der Schwerpunkt der Untersuchungen lag im Entwurf robuster linearer Regler mittels  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierung. Als Benchmark-Konfiguration zur experimentellen Validierung der regelungstechnischen Ansätze wurde die transitionelle Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe verwendet. Der bekannte aktive Beeinflussungsmechanismus nutzte die harmonische Anregung der Kelvin-Helmholtz-Scherschichtinstabilität über einen Schlitz an der Stufenkante mit Lautsprechern zur Einstellung der Größe des Ablösegebiets. Regelgröße war die Wiederanlegelänge. Gegenüber den in der strömungsmechanischen Literatur meist vorgeschlagenen Steuerungskonzepten zeigten die aufgebauten Regelungen in den Experimenten die bekannten Vorteile. Desweiteren wurde die robuste Regelung erfolgreich an einem generischen Ersatzmodell für die Phänomene bei einer Tragflügel-Hochauftriebskonfiguration getestet. Zudem leistet die Arbeit einen Beitrag zur Anwendung von empirischen Modellansätzen zur zeitlich hoch auflösenden Online-Schätzung messtechnisch nicht zugänglicher, die Scherschicht charakterisierender Zustandsgrößen aus wandbündigen Messungen.

Abgelöste Strömungen zählen mit ihren vielfältigen Erscheinungsformen zu den Grundproblemen der Strömungsmechanik. Ausgangspunkt für diese Arbeit war, dass zusätzlich zu den gängigen passiven Beeinflussungsmaßnahmen immer häufiger aktive Beeinflussungen vorgeschlagen werden, um weitere Gewinne zur Leistungssteigerung, Lärminderung oder Vergrößerung des Arbeitsbereiches zu erzielen. Für den rauen Praxiseinsatz bei nicht idealen Strömungsverhältnissen sind Regelungen zur Berechnung der aktiven Beeinflussung notwendig, um auf äußere, nicht messbare Störungen, unbekannte Anfangsbedingungen und unsicheres Systemverhalten reagieren zu können. Steuerungskonzepte versagen dabei meist.

Der Entwurf von modellbasierten Regelungen, ausgehend von strömungsphysikalischen

Beschreibungen, ist selbst für einfache Konfigurationen sehr aufwändig und führt zu vergleichsweise rechenintensiven Regelgesetzen. Obwohl in der Regelungstechnik ausgereifte und bewährte Methoden zur experimentellen Identifikation von black-box Modellen und zur darauf aufbauenden Reglersynthese existieren, wurde dieser Weg in der Literatur zur Strömungsregelung zuvor nicht konsequent zum Erfolg geführt. Hier setzte die vorliegende Arbeit an. Obwohl die zu regelnde Strecke ein stark nichtlineares Verhalten besaß und durch komplex verkoppelte Strömungsprozesse gekennzeichnet war, lieferten black-box Identifikationen erstaunlich einfache und stabile lineare Modelle für einzelne Betriebspunkte. Die an den Testkonfigurationen erzielten Ergebnisse zeigen die Möglichkeiten und Grenzen solcher empirischer Ansätze zum Reglerentwurf anhand vergleichender experimenteller Umsetzungen auf, indem jeweils bekannte, aktive Anregungsmechanismen für die Stufen- und die Hochauftriebskonfiguration um Regelungskonzepte erweitert wurden.

### Robuste Regler

Bei beiden o. g. Konfigurationen konnten Stelleingriffe mittels linearer, robust ausgelegter Regler berechnet werden. Um ein zu konservatives Einschwingverhalten des Regelkreises zu vermeiden, wurde die nichtlineare, statische Übertragungscharakteristik der Strecke mittels der Inversen der statischen Kennlinie kompensiert. In den Experimenten zeigten die Regler neben einem guten Führungsverhalten auch den bekannten Vorteil gegenüber Steuerungen, Störungen wirksam zu unterdrücken. Bei den mittels  $\mathcal{H}_\infty$ -Minimierung entworfenen Optimalreglern konnte ein guter Kompromiss zwischen der Performance und der zu einer konservativeren Auslegung führenden Robustheit erzielt werden. Zudem wurde bei der Stufenströmung gezeigt, dass die  $\mathcal{H}_\infty$ -Regler durch PI-Regler approximiert werden können. Aufgrund der einfacheren Struktur hatten PI-Regler eine geringfügig schlechtere Regelgüte zur Folge.

Insgesamt zeichneten sich die robusten linearen Regler durch ihre Praktikabilität aus. Sowohl ihr Entwurf als auch ihre Implementierung waren relativ einfach. Zudem verhielten sie sich vergleichsweise unempfindlich gegenüber Modellunsicherheiten, beispielsweise infolge gestörter Strömungsbedingungen, und dem bei Strömungskonfigurationen vergleichsweise starken Rauschen.

Um zu zeigen, dass die an der Stufenströmung erzielten Ergebnisse repräsentativen Charakter haben und lineare, robuste Regler auch zur Berechnung der Stelleingriffe für komplexere Strömungskonfigurationen mit aktiver Beeinflussung geeignet sind, wurden im Rahmen einer Kooperation zwei Regelungen für eine generische Hochauftriebskonfiguration entworfen und im Experiment getestet. Dabei wurden zum einen der Druckrückgewinn als Ersatzregelgröße für den Grad der Ablösung und zum anderen der Auftrieb mittels Regelungen gezielt eingestellt. Damit würde sich für eine Flugregelung die Möglichkeit eröffnen, ein schnelles

Manövrieren durch Ausnutzen dieser Kraft zu realisieren. Es wäre insbesondere denkbar, auf Störungen schneller zu reagieren, als dies mit den herkömmlichen mehr oder weniger trägen Klappensystemen möglich ist.

Aufgrund der guten Erfahrungen mit black-box basierten, linearen, robusten Reglern wurde in weiterführenden Arbeiten bereits gezeigt, dass diese Verfahren auch auf Mehrgrößenfälle erweitert werden können (siehe King u. a. [51]). In zukünftigen Arbeiten soll der Einsatz dieser Konzepte sowie adaptiver Regler (siehe z.B. Garwon u. a. [35]) für komplexere, mehr praxisorientierte, dreidimensionale Umströmungen von Körpern untersucht werden.

### **Flachheitsbasierte Regelung**

Während die Geschwindigkeit der robusten linearen Regelungen durch den Gültigkeitsbereich des jeweiligen linearen Entwurfsmodells begrenzt war, konnte mit einer nichtlinearen empirischen Modellbildung eine genauere Approximation des Prozessverhaltens erreicht werden. Mit einem darauf aufbauenden flachheitsbasierten Entwurf einer Steuerung zusammen mit einer Folgeregelung zur Stabilisierung gegenüber Störungen war ein beliebig schnelles Führungsverhalten erreichbar. Zudem ließ sich das Totzeitverhalten der Strecke durch den verwendeten prädiktiven Ansatz kompensieren.

Um den Modellfehlern Rechnung zu tragen und die robuste Stabilität der Regelung sicherzustellen, wurde eine robuste Auslegung vorgeschlagen. Jedoch wurde die Güte des durch die Folgeregelung stabilisierten Störverhaltens durch das Totzeitverhalten und den Gültigkeitsbereich des angesetzten, nichtlinearen, empirischen Entwurfsmodells begrenzt.

Dem Vorteil eines schnelleren Führungsverhaltens im Vergleich zur robusten linearen Regelung steht allerdings der Nachteil einer aufwändigeren Modellbildung und eines deutlich empfindlicheren Verhaltens gegenüber unsicheren Strömungsbedingungen gegenüber. Zudem war die Störunterdrückung eingeschränkt.

### **Soft-Sensoren**

Die mit der heuristischen RMS-Methode aus klassischen Mikrofonmessungen hinter der Stufe bestimmte Ersatzregelgröße konnte zwar zum Aufbau der ersten Regelungen für die Wiederanlegelänge verwendet werden, die mit der RMS-Wertbildung verbundene zeitliche Mittelung hatte jedoch ein vergleichsweise langsames Verhalten der Regelkreise zur Folge. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Soft-Sensoren vorgeschlagen, die auf empirischen Modellen basierende Messverfahren mit heuristischen Ansätzen kombinieren, um messtechnisch nicht zugängliche Größen wie die Wiederanlegelänge aus wandbündigen Mikrofonmes-

sungen zu schätzen. Da es zuvor nicht gelungen war, praktikable, echtzeitfähige und robuste modellbasierte Messverfahren basierend auf den hochgradig nichtlinearen, beschreibenden strömungsphysikalischen Gleichungen zu entwerfen, wurden in der vorliegenden Arbeit dafür empirische Modelle für makroskopische, robuste Strömungsphänomene angesetzt.

Ausgehend vom Verständnis über den Entstehungsmechanismus der gemessenen Wanddruckfluktuationen und basierend auf numerischen Simulationsstudien konnten zwei Soft-Sensoren vorgeschlagen werden. Diese schätzen hinter der rückwärts gewandten Stufe aus verrauschten Mikrofonmessungen die Scherschicht charakterisierende Ersatzgrößen in Echtzeit und korrelieren diese mit Strömungsgrößen:

**Wirbelwachstums-Sensor:** Das Wachstum der kohärenten Wirbelstrukturen in der Scherschicht hinter der Stufe konnte mit einem exponentiellen Verlauf in Strömungsrichtung modelliert werden. Dieser Wachstumsverlauf konnte auch in der Amplitudenentwicklung der von den Wirbelstrukturen in den Wanddruckfluktuationen induzierten Fußabdrücke beobachtet werden. Mittels eines auf einem exponentiellen Wachstumsmodell aufbauenden Kalman-Filters wurde die Position des Wirbelwachstumsgebiets zu jedem Zeitpunkt geschätzt. Diese Position korrelierte mit der zeitlich hoch aufgelösten Wiederanlegelänge hinter der Stufe. Mit der so gewonnenen Ersatzregelgröße konnte im Vergleich zur Messsignalauswertung mit der heuristischen RMS-Methode ein etwa zehn mal schnelleres Führungsverhalten des Regelkreises erreicht werden.

**Wirbelverfolgungs-Sensor:** Einzelne abschwimmende Scherschichtwirbel ließen sich anhand ihrer Fußabdrücke in den Wanddruckfluktuationen detektieren. Beim Wirbelverfolgungs-Sensor konnte jeder einzelne Fußabdruck mit einem Kalman-Filter verfolgt werden. Somit wurde ein Sensor entwickelt, der in Echtzeit Ort und Geschwindigkeit von Scherschichtwirbeln aus Wanddruckinformationen bestimmen kann.

Anhand der heuristischen Beziehung, dass die Wirbelkonvektionsgeschwindigkeit etwa der halben Anströmgeschwindigkeit entspricht, konnte eine Schätzung für die Reynolds-Zahl bestimmt werden. Desweiteren konnte das Wiederanlegegebiet anhand der Wirbelbahnen näherungsweise abgeschätzt werden. Im Rahmen der weiterführenden Arbeiten von Pastoor u. a. [80] soll dieses Sensorkonzept zur Synchronisation der tatsächlichen Wirbelbewegung mit einem reduzierten Scherschichtmodell, das in Echtzeit parallel zum Prozess simuliert wird, angewendet werden, um so Informationen über die Ablöseblase für eine darauf aufbauende Regelung zu ermitteln.

# Anhang A

## Wirbelmodellierung

### Potential- und Wirbelströmungen

Reibungslose und inkompressible Strömungen lassen sich als Überlagerung einer Potential- und einer Wirbelströmung modellieren. Dabei wird die Kinematik des Strömungsfeldes  $(\mathbf{u}(\mathbf{x}, y), \mathbf{v}(\mathbf{x}, y))$  in einen drehungsfreien Anteil und einen drehungsbehafteten Anteil  $(\mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, y), \mathbf{v}_\Omega(\mathbf{x}, y))$  unterteilt (Schade und Kunz [96], Truckenbrodt [115, 116]). Beide Anteile stellen für die jeweiligen Randbedingungen Lösungen der Navier-Stokesschen Gleichungen dar.

Die Wirbelströmung  $(\mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, y), \mathbf{v}_\Omega(\mathbf{x}, y))$  wird durch die Wirbelstärkeverteilung

$$\Omega(\mathbf{x}, y) = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x}, y)}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, y)}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{v}_\Omega(\mathbf{x}, y)}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, y)}{\partial y} \quad (\text{A.1})$$

des gesamten Geschwindigkeitsfeldes beschrieben. Neben der Wirbelstärke  $\Omega$  kann auch die Zirkulation

$$\Gamma = \iint \Omega dx dy \quad (\text{A.2})$$

zur Beschreibung der Kinematik der drehungsbehafteten Bewegung verwendet werden. Umgekehrt ergibt sich das zur Wirbelströmung gehörende Geschwindigkeitsfeld  $(\mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, y), \mathbf{v}_\Omega(\mathbf{x}, y))$  aus dem Wirbelstärkefeld  $\Omega(\mathbf{x}, y)$  durch das Biot-Savartsche Gesetz (siehe z. B. Schade und Kunz [96], Truckenbrodt [115, 116]).

Zur Berechnung der drehungsfreien Potentialströmung, deren Wirbelstärke verschwindet, existieren verschiedene Methoden (siehe z. B. Cottet und Koumoutsakos [24], Truckenbrodt [115, 116]), auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

### Punktwirbelmethode

Beim Einsatz von Wirbelmethoden zur Simulation der instationären Entwicklung eines Strömungsfeldes werden, wie bereits beschrieben, eine Potential- und eine Wirbelströmung superponiert. Die Wirbelströmung wird modelliert, indem die Wirbelstärkeverteilung  $\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  durch geeignet verteilte, diskrete Wirbelmodelle approximiert wird. Für eine evtl. vorhandene aktive Beeinflussung wird meist ein zusätzlich zu überlagernder Potentialströmungsanteil angesetzt.

Das einfachste, auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendete Wirbelmodell ist der Potential- oder Punktwirbel. Dessen Stromlinien verlaufen konzentrisch um die Wirbelposition und die Verteilungsfunktion von  $\Omega$  ist eine Dirac'sche Delta-Funktion. Das tangentielle Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{c}_\varphi(\mathbf{r})$  bezüglich des Radius  $\mathbf{r}$  zum Wirbelursprung ergibt sich nach dem Biot-Savartschen Gesetz zu

$$\mathbf{c}_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi\mathbf{r}} \cdot \quad (\text{A.3})$$

So ein Wirbel ist physikalisch nicht realistisch, weil im Ursprung  $\mathbf{r} \rightarrow 0$  entsprechend Gl. (A.3) unendlich große Geschwindigkeiten  $\mathbf{c}_\varphi$  auftreten.

Setzt man ein System von Potentialwirbeln zur Approximation der Wirbelstärkeverteilung eines Strömungsfeldes an, so spricht man von einer diskreten oder Punktwirbelmethode. Um damit zuverlässige Angaben und ein glattes Geschwindigkeitsfeld zu erhalten, muss eine große Anzahl singulärer Wirbel verwendet werden, so dass daraus ein großer Rechenaufwand resultiert. Aus Gl. (A.3) erhält man für die aus  $N$  diskreten Punktwirbeln mit den Positionen  $(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , bestehende Anordnung die folgende Geschwindigkeitsverteilung:

$$u_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{\mathbf{y} - \mathbf{y}_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{y}_n)^2} \quad (\text{A.4})$$

$$v_\Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{y}_n)^2} \cdot \quad (\text{A.5})$$

Über die Gln. (A.4) und (A.5) würden auch Geschwindigkeitskomponenten berechnet werden, die in oder aus einer festen Wand zeigen. Um dies zu verhindern, muss mit an den Wänden gespiegelten Wirbeln simuliert werden. Die Spiegelwirbel, deren Rotationsrichtung entgegengesetzt zur Richtung der originalen Wirbel ist, haben jedoch die Eigenschaft, dass sie nur in Normalenrichtung eine Haftbedingung aufweisen, indem sich die entsprechenden Geschwindigkeitskomponenten an der Wand aufheben. Somit gilt für ein Strömungsfeld mit einer festen Wand z. B. entlang der  $\mathbf{x}$ -Achse für den Wandreibungsbeiwert  $\mathbf{c}_f(\mathbf{x}) = 0$ . Dies ist physikalisch nicht realistisch. Für das Geschwindigkeitsfeld ergibt sich in der  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ -Ebene

mit einer solchen Wand bei  $y = 0$

$$\mathbf{u}_\Omega(\mathbf{x}, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \Gamma_n \left[ \frac{y + y_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^2 + (y + y_n)^2} - \frac{y - y_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^2 + (y - y_n)^2} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{v}_\Omega(\mathbf{x}, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \Gamma_n \left[ \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^2 + (y - y_n)^2} - \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^2 + (y + y_n)^2} \right]. \quad (\text{A.7})$$

Andere Fälle müssen hier nicht berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 4.1.2). Sollte dies bei anderen Konfigurationen mit mehreren Wänden sowie für die Zu- und Abströmung notwendig sein, wird auf die oben genannte Literatur verwiesen. Einzelheiten zur Wirbelsimulation einer natürlichen Stufenströmung sind in Kiya u. a. [54] zu finden. Die Anwendung von Wirbelsimulationen für Konfigurationen mit aktiver Beeinflussung beschreiben z. B. Pasoor u. a. [80] am Beispiel der rückwärts gewandten Stufe.

# Anhang B

## Wirbelwachstums-Sensor

### B.1 Auslegung der EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke

Die Gln. (B.1) bis (B.3) enthalten die Auslegungsparameter der EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke für  $\text{Re}_H = 4000$  (siehe Abschnitt 5.1.1). Diese wurden sowohl in den Experimenten als auch bei der Verwendung der simulierten Daten für Offline-Simulationsstudien verwendet. Die einzelnen Diagonalelemente der Matrizen  $\mathbf{P}(t=0)$  und  $\mathbf{Q}$  sowie die Kovarianz des Messrauschens  $R$  sind entsprechend ihrer physikalischen Bedeutung dimensionslos angegeben. Dabei ist jeweils das dritte Diagonalelemente von  $\mathbf{P}(t=0)$  und  $\mathbf{Q}$  auf die Frequenz  $f$  des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke (siehe Tabelle C.1 auf Seite 162) bezogen, so dass die Varianz der zu schätzenden Frequenz mit  $f$  skaliert. Um den zeitlichen Bezug der Spektraldichtematrix  $\mathbf{Q}$  bei der dimensionslosen Darstellung zu berücksichtigen, wird  $f$  verwendet.

$$\mathbf{P}(t=0) = \begin{bmatrix} 9.0 \cdot 10^{-2} \cdot q^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 \cdot 10^{-6} \cdot q^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0 \cdot 10^{-3} \cdot f^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{Q} = f \cdot \begin{bmatrix} 2.4 \cdot 10^{-6} \cdot q^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.0 \cdot 10^{-7} \cdot q^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.7 \cdot 10^{-3} \cdot f^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.9 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$R = 1.3 \cdot 10^{-5} \cdot q^2 \quad (\text{B.3})$$

## B.2 Vereinfachte zeitliche Filterung

Der Wirbelwachstums-Sensor (siehe Abschnitt 5.1) rekonstruiert zu jedem Zeitpunkt die durch das Scherschichtwirbelwachstum aufgeprägte und mit der Größe der Ablöseblase korrelierende Anfachung des Wellenfeldes  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  der Wirbelfußabdrücke. Dabei wird die mit der Wiederanlegelänge korrelierende Amplitudenverteilung  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/A}(\mathbf{x}, t)$  mittels einer zeitlichen Filterung (siehe Bild 5.8 auf Seite 95) aus den Messsignalen  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  gewonnen. Je nach Zusammensetzung und Charakteristik der Messsignale sind Vereinfachungen der vorgeschlagenen aufwändigen modellbasierten Rekonstruktion von  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/A}(\mathbf{x}, t)$  möglich:

1. Wenn sich die Wirbelfußabdrücke aus den Messsignalen herausfiltern lassen, dann kann eine klassische Amplitudendemodulation mittels Gleichrichtung und Tiefpassfilterung angewandt werden, wobei die Wirbelfußabdrücke das Trägersignal und deren Amplitude das gesuchte Nutzsignal darstellen. Für die Unterdrückung von hochfrequentem Rauschen genügt ein Tiefpassfilter. Insbesondere die niederfrequente, durch die Pulsation der Ablöseblase entstehende Signalkomponente  $\mathbf{p}'_{k=0}(t)$  (vgl. Abschnitt 4.2.1, Seite 69 ff.) muss sorgfältig unterdrückt werden. Zusätzlich zu der im Abschnitt 4.2.2 (siehe Seite 73 f.) beschriebenen Filterung müssen Reste dieser Signalkomponente mittels eines Hochpassfilters entfernt werden. Da sich die Frequenz des Trägersignals dicht bei der zu unterdrückenden niederfrequenten Komponente befindet und somit alle Filter jeweils für kleine Frequenzbereiche ausgelegt werden müssen, ist dieses Verfahren empfindlich gegenüber Frequenzänderungen. Die Erfahrung hat gezeigt, dass solche Frequenzänderungen bereits bei nicht genau definierten Umgebungsbedingungen auftreten können.
2. Der einfachste Weg zur Berücksichtigung solcher niederfrequenten Bewegungen ist die getrennte Rekonstruktion der zeitlich gemittelten oberen und unteren Einhüllenden  $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(max)}(\mathbf{x}_i, t)$  und  $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(min)}(\mathbf{x}_i, t)$  aus dem Zeitverlauf eines Messsignals  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, t)$  an der Sensorposition  $\mathbf{x}_i$ . Die gesuchte, zeitlich gemittelte Amplitude ist dann zu jedem Zeitpunkt der Mittelwert beider Einhüllenden:

$$\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/A}(\mathbf{x}_i, t) = \frac{1}{2} \left( \mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(max)}(\mathbf{x}_i, t) - \mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(min)}(\mathbf{x}_i, t) \right) . \quad (\text{B.4})$$

Dabei werden  $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(max)}(\mathbf{x}_i, t)$  und  $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(min)}(\mathbf{x}_i, t)$  jeweils aus den im Bild B.1 mit Kreisen gekennzeichneten diskreten lokalen Maxima  $\mathbf{p}^{(max)}(\mathbf{x}_i, t_l)$  und Minima  $\mathbf{p}^{(min)}(\mathbf{x}_i, t_l)$  (Wirbelfußabdrücke) bestimmt, die jeweils im Zeitverlauf von  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, t)$  detektiert werden. Um daraus die zeitlich gemittelten Einhüllenden  $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(max)}(\mathbf{x}_i, t)$  und  $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_R/A}^{(min)}(\mathbf{x}_i, t)$  zu bestimmen, wird die  $\text{PT}_1$ -Übertragungsfunktion (5.9) (siehe Seite 95) diskretisiert, indem der Differentialquotient in der zugehörigen Differentialgleichung durch einen Differen-

zenquotienten bezüglich der Abtastpunkte ersetzt wird:

$$p_{x_R/A}^{(max/min)}(x_i, t_l) = \frac{p^{(max/min)}(x_i, t_l) + \frac{23 \frac{H}{U_\infty}}{\Delta t} p_{x_R/A}^{(max/min)}(x_i, t_{l-1})}{1 + \frac{23 \frac{H}{U_\infty}}{\Delta t}}. \quad (B.5)$$

Dabei ist  $\Delta t = t_l - t_{l-1}$  die nicht äquidistante Abtastzeit jeweils zwischen den einzelnen detektierten lokalen Maxima  $p^{max}$  und Minima  $p^{min}$ . Durch diese Tiefpassfilterung werden sowohl hochfrequentes Rauschen als auch Ungenauigkeiten infolge der vereinfachten Signalauswertung herausgemittelt.

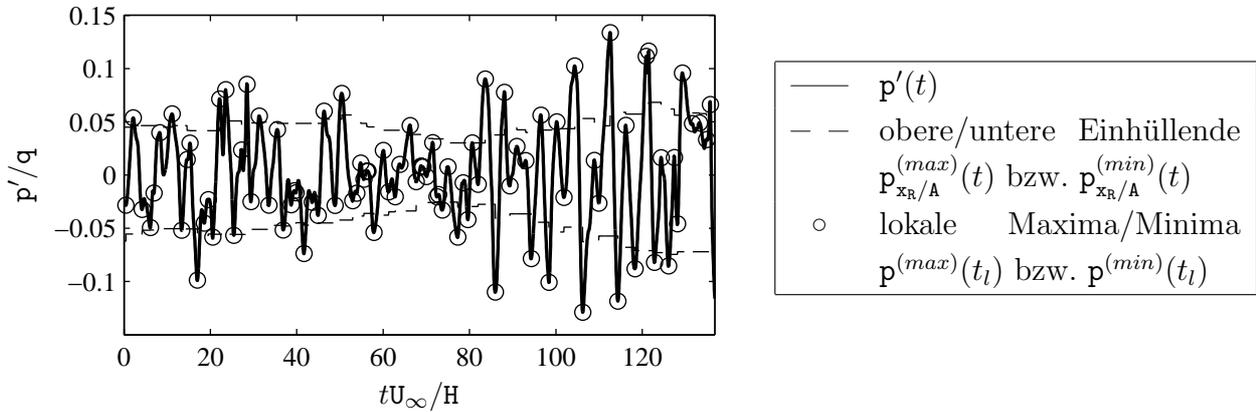


Bild B.1: Bestimmung der zeitlich gemittelten oberen und unteren Einhüllenden  $p_{x_R/A}^{(max)}(t)$  und  $p_{x_R/A}^{(min)}(t)$  aus den im Zeitverlauf von  $p'(t)$  detektierten diskreten lokalen Maxima  $p^{(max)}(t_l)$  und Minima  $p^{(min)}(t_l)$ .

Zwischen den Abtastzeitpunkten  $t_l$  werden die Werte für  $p_{x_R/A}^{(max)}(x_i, t)$  und  $p_{x_R/A}^{(min)}(x_i, t)$  jeweils mit einem Halteglied nullter Ordnung bis zum nächsten Abtastzeitpunkt gehalten. Um die diskreten lokalen Extrema  $p^{(max)}(x_i, t_l)$  und  $p^{(min)}(x_i, t_l)$  im Signalverlauf eindeutig zu detektieren, muss hochfrequentes Rauschen ggf. mit einem Tiefpassfilter unterdrückt werden.

3. Eine besonders robuste Möglichkeit zur Bestimmung der Amplitude  $p'_A(x_i, t)$  aus dem Zeitverlauf eines Messsignals  $p'(x_i, t)$  ist die Anwendung der bekannten Euler-Fourierschen Formeln zur Berechnung der Fourierkoeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  (siehe Fou-

rierreihe (5.1) im Abschnitt 5.1.1):

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{f} \int_{t-1/\mathbf{f}}^t \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, \tau) d\tau \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{a}_k = 2\mathbf{f} \int_{t-1/\mathbf{f}}^t \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, \tau) \cos(2\pi k\tau) d\tau \quad (k > 0) \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{b}_k = 2\mathbf{f} \int_{t-1/\mathbf{f}}^t \mathbf{p}'(\mathbf{x}_i, \tau) \sin(2\pi k\tau) d\tau \quad (k > 0) . \quad (\text{B.8})$$

Dabei ist

$$\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t) = \sqrt{\mathbf{a}_1^2 + \mathbf{b}_1^2} \quad (\text{B.9})$$

die im gleitenden, rückwärtigen Zeitfenster über die letzte Periodendauer  $1/\mathbf{f}$  gemittelte Amplitude der harmonischen Grundschwingung ( $k = 1$ ). Wenn die Frequenz  $\mathbf{f}$  der Wirbelentstehung nicht genau bekannt ist, dann kann das im Abschnitt 5.1.1 beschriebene EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke für deren Online-Schätzung angewandt werden.

Anstatt die zeitlich gemittelte Amplitudenverteilung  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t)$  mit der im Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Tiefpassfilterung zu berechnen, können die Euler-Fourierschen Formeln (B.6) bis (B.8) (für  $k = 1$ ) auch über ein Vielfaches der Periodendauer  $1/\mathbf{f}$  integriert werden. Dabei muss die Integrationszeit der Zeitkonstante der Tiefpassfilterung entsprechen.

### B.3 Auslegung der KF für das Wirbelwachstum

Die Tabelle B.1 und die Gln. (B.10) bis (B.13) enthalten die Auslegungsparameter der Modelle und der KF für das Wirbelwachstum in Strömungsrichtung für  $\text{Re}_{\mathbf{H}} = 4000$  (siehe Abschnitt 5.1.2). Die angegebenen Parameter wurden sowohl in den Experimenten als auch bei der Verwendung der simulierten Daten für Offline-Simulationsstudien verwendet.

Tabelle B.1: Auslegungsparameter des Modells (5.10) (siehe Seite 96) für das Wirbelwachstum in Strömungsrichtung für  $\text{Re}_{\mathbf{H}} = 4000$ .

Parameter	Experiment	Simulation
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{H}$	1.69	1.02
$\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/\mathbf{A}, \text{Init}}(\mathbf{x}_{\text{Init}} = \mathbf{x}_R - 4\mathbf{H})/\mathbf{q}$	$1.89 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-3}$

$$P(\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{Init}}) = 1.6 \cdot 10^{-6} \cdot q^2 \quad (\text{B.10})$$

$$Q = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$R = 7.8 \cdot 10^{-6} \cdot q^2 \quad (\text{B.12})$$

$$p_{\text{Grenz}} = \frac{6}{q} \quad (\text{B.13})$$

## B.4 Nichtlineare, empirische Modellierung des Wirbelwachstums in Strömungsrichtung

Zur Bestimmung der Position des Wirbelwachstumsgebiets wertet der Wirbelwachstums-Sensor  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/A}(\mathbf{x}, t)$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  mit einem auf einem räumlichen Modell basierenden KF in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  aus. Bei einem exponentiellen Wachstum wird das KF basierend auf dem Zustandsraummodell (5.10, 5.11) entworfen. Da die in  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/A}(\mathbf{x}, t)$  aufgeprägte Anfachung jedoch nichtlinear mit dem tatsächlichen Wirbelwachstum in der Scherschicht verknüpft ist (vgl. Abschnitt 4.1), kann die in  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/A}(\mathbf{x}, t)$  bzw.  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  beobachtete Anfachung vom exponentiellen Verlauf abweichen. Im Einzelnen können die Nichtlinearitäten im Wirbelwachstumsgebiet durch die folgenden Zusammenhänge hervorgerufen werden:

- Der Bereich, in dem das Wirbelwachstum rein exponentiell verläuft, ist sehr klein (vgl. Dovgal und Kozlov [25], Dovgal u. a. [26, 27]).
- Die einzelnen Wirbelstrukturen ändern beim Wachstum infolge der zunehmenden Zirkulation und Größe, ihrer sich ändernden Höhe und der abnehmenden Wirbelstärkeverteilung in der umliegenden, noch nicht aufgerollten Scherschicht ihre Konvektionsgeschwindigkeit. Somit besteht ein komplizierter nichtlinearer Zusammenhang zwischen der räumlichen und zeitlichen Entwicklung, so dass auch bei einem exponentiellen Wachstum der Wirbelstrukturen selbst nicht auf einen exponentiellen Verlauf des räumlich oder zeitlich aufgetragenen Wachstums geschlossen werden kann.
- Zudem hängt die Amplitude  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  des Wellenfeldes der Wirbelfußabdrücke stark nichtlinear von der Entwicklung der einzelnen Wirbel und der umgebenden Wirbelstärkeverteilung in der Scherschicht ab (vgl. Abschnitt 4.1). Außerdem führen stochastische Ereignisse, die beispielsweise durch kleinskalige turbulente Strukturen ausgelöst werden können, zu verrauschten Amplituden  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$ . In den Simulationsdaten konnte z. B. beobachtet werden, dass dadurch verursachte Abstandsänderungen zwischen Einzelwirbeln zu verrauschten Fußabdrücken führen.

- Desweiteren können Abweichungen vom exponentiellen Wirbelwachstum in  $\mathbf{p}'(\mathbf{x}, t)$  dadurch entstehen, dass das EKF für die Rekonstruktion des Wellenfeldes (siehe Abschnitt 5.1.1) die Wirbelfußabdrücke vereinfacht mit einem harmonischen Signal approximiert.

Um beliebige Anfachungsverläufe in  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/\Lambda}(\mathbf{x}, t)$  in Strömungsrichtung zu modellieren, kann das Zustandsraummodell (5.10, 5.11) erweitert werden, indem Nichtlinearitäten durch eine zu wählende Funktion  $h$  in der Messgleichung berücksichtigt werden:

$$\partial \mathbf{p}'_{\mathbf{exp}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}'_{\mathbf{exp}}(\mathbf{x}, t) \partial \mathbf{x} + \partial w(x) \tag{B.14}$$

$$y(\mathbf{x}_i, t) = h(\mathbf{p}'_{\mathbf{exp}}(\mathbf{x}_i, t)) + v_i. \tag{B.15}$$

Messgröße ist dabei wiederum die Amplitudenverteilung  $y(\mathbf{x}_i, t) = \mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/\Lambda}(\mathbf{x}_i, t)$ . Das Wachstum wird mit der künstlichen, exponentiell wachsenden Zustandsgröße  $\mathbf{p}'_{\mathbf{exp}}$  modelliert und die Anfachung des gemessenen Wellenfeldes  $\mathbf{p}'_{\mathbf{x}_R/\Lambda}(\mathbf{x}, t)$  wird zu jedem Zeitpunkt  $t$  durch den  $\mathbf{x}$ -Verlauf der geschätzten Messgröße  $\hat{y}(\mathbf{x}, t)$  beschrieben (siehe Bild B.2 für  $Re_H = 5000$ ). Für  $h$  können beliebige Funktionen wie z. B. Polynome oder aber Kennlinien verwendet werden, um von der künstlichen Zustandsgröße  $\mathbf{p}'_{\mathbf{exp}}(\mathbf{x}, t)$  auf die makroskopische Entwicklung der Wirbelfußabdrücke zu schließen. Für das im Bild B.2 gezeigte Beispiel wird für  $h$  ein Polynom dritten Grades verwendet.

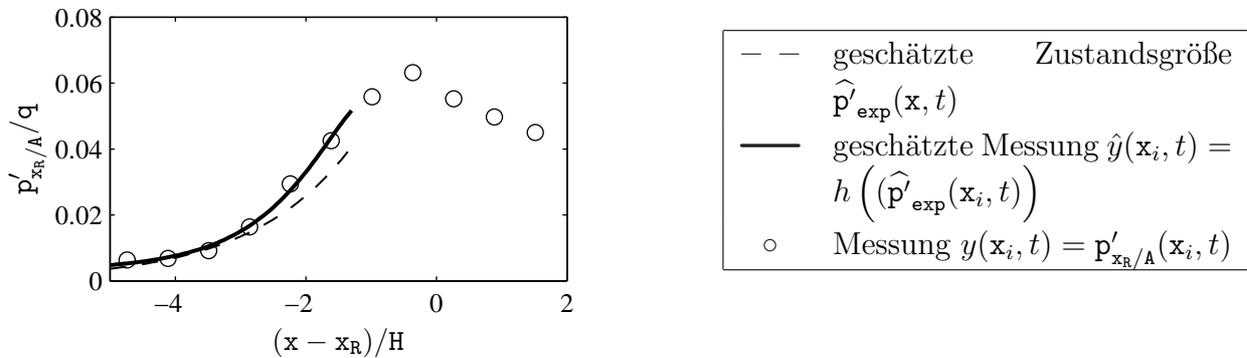


Bild B.2: Prinzipskizze zur Zustandsrekonstruktion des nichtlinearen Wirbelwachstums in Strömungsrichtung  $\mathbf{x}$  mit einem EKF zu einem ausgewählten Zeitpunkt  $t$ . (Simulation mit  $Re_H = 5000$ ).

Ein auf dem Modell (B.14, B.15) aufbauendes EKF kann wiederum nur innerhalb des Gültigkeitsbereiches des Entwurfsmodells zur Zustandsrekonstruktion, im Wirbelwachstumsgebiet, verwendet werden. Als Kriterium dafür wird wiederum die Wahrscheinlichkeitsdichte der erwarteten Messung  $p(y(\mathbf{x}_i) | y(\mathbf{x}_{i-1}), \dots, y(\mathbf{x}_1))$  entsprechend Gl. (2.75) (siehe Seite 45) ausgewertet.

# Anhang C

## Wirbelverfolgungs-Sensor

### C.1 Auslegung der KF für die Wirbelverfolgung

Um die Auslegungsparameter der KF für die Wirbelverfolgung auch auf beliebige Wellenfelder bei anderen Konfigurationen übertragen zu können, sind diese mit der Frequenz  $f$ , der Wellenlänge  $\lambda$  bzw. der Konvektionsgeschwindigkeit  $c = \lambda f$  dimensionslos angegeben. Für das Wellenfeld der Wirbelfußabdrücke sind  $c$  die Wirbelkonvektionsgeschwindigkeit ( $c \approx U_\infty/2$ , vgl. Gl. (1.2) auf Seite 5),  $f$  die Wirbelfolgefrequenz und  $\lambda$  der Wirbelabstand. Die in dieser Arbeit verwendeten Werte sind in Tabelle C.1 zusammengestellt. Im Vergleich zum Experiment ist die Wirbelfolgefrequenz  $f$  in den simulierten Strömungsfeldern doppelt so groß und der Wirbelabstand  $\lambda$  halb so groß, weil bei der simulierten Konfiguration keine Wirbelpaarung stattfindet.

Tabelle C.1: Parameter der Wellenfelder der Wirbelfußabdrücke für  $Re_H = 4000$  ( $c \approx U_\infty/2$ , angeregter Fall).

Parameter	Experiment	Simulation
$fH/U_\infty$	0.25	0.49
$\lambda/H$	2.0	1.0
$c/U_\infty$	0.5	0.5

Sowohl in den Experimenten als auch bei der Verwendung der simulierten Daten für Offline-Simulationsstudien wurden für  $Re_H = 4000$  die folgenden Auslegungsparameter für

die KF zur Mehrwirbelverfolgung verwendet (siehe Abschnitt 5.2):

$$\mathbf{P}(k=0) = \begin{bmatrix} 1.8 \cdot 10^{-1} \cdot \lambda^2 & 0 \\ 0 & 1.7 \cdot 10^{-2} \cdot c^2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{Q}(k) = \Delta t \mathbf{f} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1.4 \cdot 10^{-2} \cdot c^2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$R(l) = 1.2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{q}{\mathbf{p}'_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_i, t_l)} \quad (\text{C.3})$$

$$\sigma_{\mathbf{x}, \text{Grenz}} = 0.28 \cdot \lambda \quad (\text{C.4})$$

Das von der Amplitude des Wellenfeldes abhängige Messrauschen  $R(l)$  (vgl. Gl. (5.16) auf Seite 106) gilt speziell für die Stufenströmung. Für die Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}(k)$  des Systemrauschens wird entsprechend Gl. (C.2) nur ein Rauschprozess für die Änderung der Geschwindigkeit  $c$  angesetzt. Um zu berücksichtigen, dass  $\mathbf{Q}(k)$  einen zeitdiskreten Rauschprozess beschreibt, ist diese Auslegungsmatrix auf die Abtastschrittweite  $\Delta t$  des zeitdiskreten Modells (5.12) (siehe Seite 103) bezogen, so dass unabhängig von  $\Delta t$  der gleiche Wiener-Prozess modelliert wird.  $\Delta t$  selbst wird in Gl. (C.2) mit  $\mathbf{f}$  dimensionslos angegeben.

# Literaturverzeichnis

- [1] ADAMS, E.W. und J.P. JOHNSTON: *Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 1: Pressure and turbulence quantities*. Experiments in Fluids, 6:400–408, 1988.
- [2] ADAMS, E.W. und J.P. JOHNSTON: *Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 2: Reattachment length and wall shear stress*. Experiments in Fluids, 6:493–499, 1988.
- [3] ADRIAN, R.J, C.D. MEINHART und C.D. TOMKINS: *Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer*. J. Fluid Mech., 422:1–54, 2000.
- [4] ALLAN, B.G., J.-N. JUANG, D.L. RANEY, A. SEIFERT, L.G. PACK und D.E. BROWN: *Closed-loop separation control using oscillatory flow excitation*. Technical Report NASA/CR-2000-210324, ICASE Report No. 2000-32, Institute for Computer Application in Science and Engineering, 2000.
- [5] AMONLIRDVIMAN, K. und K.S. BREUER: *Linear predictive filtering in a numerically simulated turbulent flow*. Phys. Fluids, 12(12):3221–3228, 2000.
- [6] BANASZUK, A., Y. ZHANG und C.A. JACOBSON: *Active Control of Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines for Low Emissions. Part II: Adaptive Control Algorithm Development, Demonstration and Performance Limitations*. In: *AVT Symposium on Active Control Technology for Enhanced Performance Operation Capabilities of Military Aircraft, Land Vehicles, and Sea Vehicles*, Braunschweig, Deutschland, 2000.
- [7] BANASZUK, A., Y. ZHANG und C.A. JACOBSON: *Adaptive control of combustion instability using extremum-seeking*. In: *Proc. of the American Control Conference 2000*, Chicago, IL, 2000.
- [8] BÄRWOLFF, G.: *DNS und LES einer transitionellen Strömung über eine rückwärtsge wandte Stufe mit und ohne Grenzschichtmanipulation*. Technischer Bericht, Preprint-Nr. 548, Fachbereich Mathematik, Technische Universität Berlin, Berlin, 1997.

- [9] BÄRWOLFF, G. und H. JEGGLE: *DNS and LES of a backward facing step (bfs) flow with an upstream boundary layer control*. In: *Proc. of the Int. Symposium on Computational Fluid Dynamics*, Peking, China, 1997.
- [10] BAUMANN, M.: *Aktive Dämpfung von Tollmien-Schlichting Wellen in einer Flügelgrenzschicht*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Nr. 372*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999.
- [11] BECKER, R., M. GARWON, C. GUTKNECHT, G. BÄRWOLFF und R. KING: *Regelung aerodynamischer Strömungen am Beispiel einer rückwärts gewandten Stufe*. *at-Automatisierungstechnik*, 50(2):79–86, 2002.
- [12] BECKER, R., M. GARWON, C. GUTKNECHT, G. BÄRWOLFF und R. KING: *Robust control of separated shear flows in simulation and experiment*. *J. Proc. Contr.*, 15:691–700, 2005.
- [13] BECKER, R., M. GARWON und R. KING: *Development of model-based sensors and their use for closed-loop control of separated shear flows*. In: *Proc. of the European Control Conference 2003*, University of Cambridge, UK, 2003.
- [14] BECKER, R. und R. KING: *Comparison of a robust and a flatness based control for a separated shear flow*. In: *Proc. of the 16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic, 2005.
- [15] BENDAT, J.S. und A.G. PIERSOL: *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons, New York, 2. Auflage, 1986.
- [16] BEWLEY, T. R. und S. LIU: *Optimal and robust control and estimation of linear paths to transition*. *J. Fluid Mech.*, 365:305–349, 1998.
- [17] BHATTARCHARJEE, S., B. SCHEELKE und T.R. TROUT: *Modification of vortex interactions in reattaching separated flow*. *AIAA Journal*, 24:623–629, 1986.
- [18] BURKHARDT, O.: *Erprobung und Anwendung von Oberflächensensoren und Sensorarrays zur Erfassung instationärer Wandschubspannungen an Schaufelprofilen*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 2003.
- [19] CHANG, P.A., U. PIOMELLI und W.K. BLAKE: *Relationship between wall pressure and velocity-field source*. *Phys. Fluids*, 11:3434–3448, 1999.
- [20] CHERRY, N.J., R. HILLER und M.E.M.P. LATOUR: *Unsteady measurements in a separated and reattaching flow*. *J. Fluid Mech.*, 144:13–46, 1984.
- [21] CHOI, H., P. MOIN und J. KIM: *Active turbulence control for drag reduction in wall-bounded flows*. *J. Fluid Mech.*, 262:75–110, 1994.

- [22] CHRISTMANN, R.: *Exemplarischer Entwurf eines  $H_\infty$ -Reglers*. at-Automatisierungstechnik, 45(9):414–421, 1997.
- [23] CHUN, K.B. und H.J. SUNG: *Control of turbulent separated flows over a backward-facing step to local forcing*. Experiments in Fluids, 21:417–426, 1996.
- [24] COTTET, G.-H. und P.D. KOUMOUTSAKOS: *Vortex Methods: Theory and Practice*. Cambridge University Press, Cambridge, New York, 2000.
- [25] DOVGAL, A.V. und V.V. KOZLOV: *Hydrodynamic instability and receptivity of small scale separation regions*. In: ARNAL, D. und R. MICHEL (Herausgeber): *Laminar-Turbulent Transition, Proc. of the IUTAM Symposium Toulouse/France 1989*, Seiten 523–531, Berlin, 1990. Springer-Verlag.
- [26] DOVGAL, A.V., V.V. KOZLOV und A. MICHALKE: *Laminar Boundary Layer Separation: Instability and Associated Phenomena*. Prog. Aerospace Sci., 30:61–94, 1994.
- [27] DOVGAL, A.V., V.V. KOZLOV und A. MICHALKE: *Contribution to the instability of laminar separating flows along axisymmetric bodies. Part II. Experiment and comparison with theory*. Eur. J. Mech., B/Fluids, 14(3):351–365, 1995.
- [28] EVERT, F., D. RONNEBERGER und F.-R. GROSCHE: *Application of linear and non-linear adaptive filters for the compensation of disturbances in the laminar boundary layer*. ZAMM, 80(Suppl. 1):85–88, 2000.
- [29] FERNHOLZ, H.H., G. JANKE, M. SCHÖBER, P.M. WAGNER und D. WARNACK: *New developments and applications of skin-friction measuring techniques*. Meas. Sci. Technol., 7:1396–1409, 1996.
- [30] FIEDLER, H. und H.H. FERNHOLZ: *On the management and control of turbulent shear flows*. Prog. Aerospace Sci., 27:305–387, 1990.
- [31] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik*. Hüthig Verlag, Heidelberg, 8. Auflage, 1994.
- [32] GAD-EL-HAK, M. und D.M. BUSHNELL: *Separation Control: Review*. J. Fluids Eng., 113:5–29, 1991.
- [33] GAD-EL-HAK, M., A. POLLARD und J.-P. BONNET (Herausgeber): *Flow Control: Fundamentals and Practices*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [34] GARWON, M.: *Vergleich und Kombination verschiedener adaptiver Regelungskonzepte zur Kontrolle abgelöster Scherströmungen*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 2005.

- [35] GARWON, M., F. URZYNICOK, L.H. DARMADI, R. KING und G. BÄRWOLFF: *Adaptive control of separated flows*. In: *Proc. of the European Control Conference 2003*, University of Cambridge, UK, 2003.
- [36] GELB, A.: *Applied Optimal Estimation*. The M.I.T. Press, Cambridge, 1986.
- [37] GERHARD, J., M. PASTOOR, R. KING, B.R. NOACK, A. DILLMANN, M. MORZYŃSKI und G. TADMOR: *Model-based control of vortex shedding using low-dimensional Galerkin models*. AIAA-Paper 2003-4262, 2003.
- [38] GERMANO, M., U. PIOMELLI, P. MOIN und W. CABOT: *A dynamic subgrid-scale eddy-viscosity model*. *Phys. Fluids A*, 3(7):1760–1765, 1991.
- [39] GLAUSER, M.N., H. HIGUCHI, J. AUSSEUR und J. PINIER: *Feedback Control of Separated Flows*. AIAA-Paper 2004-2521, 2004.
- [40] GREENBLATT, D. und I. WYGNANSKI: *The control of flow separation by periodic excitation*. *Prog. Aerospace Sci.*, 36:487–545, 2000.
- [41] HALLER, G.: *Unsteady Separation Control Using Nonlinear Dynamics*. AIAA-Paper 2004-2520, 2004.
- [42] HASAN, M.A.Z.: *The flow over a backward-facing step under controlled perturbation: laminar separation*. *J. Fluid Mech.*, 238:73–96, 1992.
- [43] HELMHOLTZ, H.: *Über diskontinuierliche Flüssigkeitsbewegungen*. In: *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften (Reprint der Bände 1, 79 und 80)*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1996.
- [44] HIJIKATA, K., Y. SUZUKI und K. IWANA: *Flow Visualization by Velocity-Pressure Cross-Correlation*. *J. Fluids Eng.*, 118:486–493, 1986.
- [45] HINZE, M.: *Optimal and instantaneous control of the instationary Navier-Stokes equations*. Habilitation, Technische Universität Berlin, Berlin, 2000.
- [46] HORN, M. und N. DOURDOUMAS: *Regelungstechnik - Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise*. Pearson Studium, München, 2004.
- [47] HUPPERTZ, A.: *Aktive Beeinflussung der Strömung stromab einer rückwärts-gewandten Stufe*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 2001.
- [48] HUPPERTZ, A. und G. JANKE: *Preliminary experiments on the control of three-dimensional modes in a flow over a backward facing step*. In: GAVRILAKIS, S., L. MACHIELS und P.A. MONKEWITZ (Herausgeber): *Advances in Turbulence VI*, Seiten 461–464. Kluwer Academic Publishers, 1996.

- [49] KALMAN, R.E.: *A new approach to linear filtering and prediction problems*. Transactions of the ASME, series D, Journal of Basic Engineering, 82 D:35–45, 1960.
- [50] KING, R.: *Modellgestützte Überwachung kritischer Reaktionssysteme*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 185*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1989.
- [51] KING, R., R. BECKER, M. GARWON und L. HENNING: *Robust and adaptive closed-loop control of separated shear flows*. AIAA-Paper 2004-2519, 2004.
- [52] KIYA, M. und K. SASAKI: *Structure of a turbulent separation bubble*. J. Fluid Mech., 137:83–113, 1983.
- [53] KIYA, M. und K. SASAKI: *Structure of large-scale vortices and unsteady reverse flow in the reattaching zone of a turbulent separation bubble*. J. Fluid Mech., 154:463–491, 1985.
- [54] KIYA, M., K. SASAKI und M. ARIE: *Discrete-vortex simulation of a turbulent separation bubble*. J. Fluid Mech., 120:219–244, 1982.
- [55] KÖNIG, O.: *Untersuchungen an einer verzögerten Scherschicht*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 1997.
- [56] KOUMOUTSAKOS, P.: *Vorticity Flux Control for a Turbulent Channel Flow*. Phys. Fluids, 11(2):248–250, 1999.
- [57] KRSTIC, M.: *Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems*. Automatica, 36:595–601, 2000.
- [58] KUHN, K.-P.: *Fehlererkennung mittels nichtlinearer Mehrfilterverfahren am Beispiel eines Bioprozesses*. In: *Bericht aus dem Institut A für Mechanik, Nr. 2/1995*. Universität Stuttgart, 1995.
- [59] KWAKERNAAK, H.: *Robust Control and  $\mathcal{H}_\infty$ -Optimization - Tutorial Paper*. Automatica, 29(2):255–273, 1993.
- [60] LEE, I. und H.J. SUNG: *Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step: Part I. Time-mean statistics and cross-spectral analysis*. Experiments in Fluids, 30:262–272, 2001.
- [61] LEE, I. und H.J. SUNG: *Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step: Part II. Unsteady wavelet analysis*. Experiments in Fluids, 30:273–282, 2001.

- [62] LEE, I. und H.J. SUNG: *Multiple-arrayed pressure measurement for investigation of the unsteady flow structure of a reattaching shear layer*. J. Fluid Mech., 463:377–402, 2002.
- [63] LEE, T.H., Q.G. WANG und K.K. TAN: *Robust Smith-Predictor Controller for Uncertain Delay Systems*. AIChE Journal, 42(4):1033–1040, 1996.
- [64] LE, H., P. MOIN und J. KIM: *Direct numerical simulation of a turbulent flow over a backward-facing step*. J. Fluid Mech., 330:349–374, 1997.
- [65] LESIEUR, M., P. BEGOU, P. COMTE und O. MÉTAIS: *Vortex recognition in numerical simulations*. ERCOFTAC Bulletin, 46:25–28, 2000.
- [66] LJUNG, L.: *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1999.
- [67] LUENBERGER, D.G.: *Observers for Multivariable Systems*. IEEE Trans. on Automat. Contr., 11(2):190–197, 1966.
- [68] MABEY, D.G.: *Analysis and Correlation of Data on Pressure Fluctuations in Separated Flow*. J. Aircraft, 9:642–645, 1972.
- [69] MANHART, M.: *Umströmung einer Halbkugel in turbulenter Grenzschicht*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7, Nr. 292*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1996.
- [70] MEZGER, K.M.: *Automatische Führung von Binnenschiffen durch Bordradar-Bildauswertung*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 170*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988.
- [71] MICHALKE, A.: *Contribution to the instability of laminar separating flows along axisymmetric bodies. Part I. Theory*. Eur. J. Mech., B/Fluids, 14(3):333–350, 1995.
- [72] MOUNIER, H. und J. RUDOLPH: *Flatness based control of nonlinear delay systems: A chemical reactor example*. Int. J. Control, 71:871–890, 1998.
- [73] NA, Y. und P. MOIN: *Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer*. J. Fluid Mech., 374:379–405, 1998.
- [74] NOACK, B.R., K. AFANASIEV, M. MORZYNSKI, G. TADMOR und F. THIELE: *A hierarchy of low-dimensional models of the transient and post-transient cylinder wake*. J. Fluid Mech., 497:335–363, 2003.
- [75] NOACK, B.R., I. MEZIC und A. BANASZUK: *Controlling vortex motion and chaotic advection*. In: *Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control 2000*, Paper

- INV 4902, Seiten 1716–1723, Sydney, NSW, Australia, Dec. 11–15, 2000, December 2000.
- [76] NOACK, B.R., I. MEZIC, A. BANASZUK und G. TADMOR: *Optimal mixing in recirculation zones*. Phys. Fluids, 16(4):867–888, 1995.
- [77] PACK, L.G., N. SCHAEFFLER, C.-S. YAO und A. SEIFERT: *Active Control of Flow Separation from the Slat of a Supercritical Airfoil*. AIAA-Paper 2002-3156, 2002.
- [78] PACK, L.G., C.-S. YAO und A. SEIFERT: *Active Control of Separation from the Flap of a Supercritical Airfoil*. AIAA-Paper 2003-4005, 2003.
- [79] PARK, J.-K. und C.-H. CHOI: *Dynamic Compensation Method for Multivariable Control Systems with Saturating Actuators*. IEEE Trans. on Automat. Contr., 40(9):1635–1640, 1995.
- [80] PASTOOR, M., R. KING, B.R. NOACK und A. DILLMANN: *Model-based coherent-structure control of turbulent shear flows using low-dimensional vortex models*. AIAA-Paper 2003-4261, 2003.
- [81] PEARSON, R.K.: *Selecting nonlinear model structure for computer control*. J. Proc. Contr., 13:1–26, 2003.
- [82] PENG, Y., D. VRANČIĆ, R. HANUS und S.S.R. WELLER: *Anti-Windup Designs for Multivariable Controllers*. Automatica, 34(12):1559–1565, 1998.
- [83] PETIT, N., P. ROUCHON, J.-M. BOUEILH, F. GUÉRIN und P. PINVIDIC: *Control of an industrial polymerization reactor using flatness*. J. Proc. Contr., 12:659–665, 2002.
- [84] PETZ, R. und W. NITSCHKE: *Active Separation Control on a High-Lift Configuration by a Periodically Pulsating Jet*. In: *Proc. of the 24th International Congress of the Aeronautical Sciences*, Yokohama, Japan, 2004.
- [85] PLOCHER, T.: *Einsatz von Kalman-Filtern und Bayesschen Schätzverfahren zur Verfolgung bewegter Objekte in Bildsequenzen*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 320*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1993.
- [86] RAISCH, J. und E.D. GILLES: *Reglerentwurf mittels  $H_\infty$ -Minimierung - Eine Einführung, Teil 1*. at-Automatisierungstechnik, 40(3):84–92, 1992.
- [87] RAISCH, J. und E.D. GILLES: *Reglerentwurf mittels  $H_\infty$ -Minimierung - Eine Einführung, Teil 2*. at-Automatisierungstechnik, 40(4):123–131, 1992.

- [88] RATHNASINGHAM, R.: *System Identification and Active Control of a Turbulent Boundary Layer*. Doktorarbeit, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1997.
- [89] RATHNASINGHAM, R. und K.S. BREUER: *System identification and control of a turbulent boundary layer*. Phys. Fluids, 9(7):1867–1869, 1997.
- [90] RATHNASINGHAM, R. und K.S. BREUER: *Active control of turbulent boundary layers*. J. Fluid Mech., 495:209–233, 2003.
- [91] ROSS, F.W. und J.T. KEGELMANN: *Control of coherent structures in reattaching laminar and turbulent shear layers*. AIAA Journal, 24:1956–1963, 1985.
- [92] ROTHFUSS, R.: *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 664*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997.
- [93] ROTHFUSS, R., J. RUDOLPH und M. ZEITZ: *Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme*. at-Automatisierungstechnik, 45(11):517–525, 1997.
- [94] ROWLEY, C.W. und D.R. WILLIAMS: *Control of forced and self-sustained oscillations in the flow past a cavity*. AIAA-Paper 2003-0008, 2003.
- [95] RUDERICH, R. und H.H. FERNHOLZ: *An experimental investigation of a turbulent shear flow with separation, reverse flow and reattachment*. J. Fluid Mech., 163:283–322, 1985.
- [96] SCHADE, H. und E. KUNZ: *Strömungslehre*. Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1989.
- [97] SCHLICHTING, H.: *Grenzschichttheorie*. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1982.
- [98] SCHOBER, M., E. OBERMEIER, S. PIRSKAWETZ und H.-H. FERNHOLZ: *A MEMS skin-friction sensor for time resolved measurements in separated flows*. Experiments in Fluids, 36:593–599, 2004.
- [99] SEIFERT, A. und L.G. PACK: *Oscillatory control of separation at high Reynolds numbers*. AIAA-Paper 1998-0214, 1998.
- [100] SEIFERT, A. und L.G. PACK: *Active Control of Separated Flows on Generic Configurations at High Reynolds Numbers*. AIAA-Paper 1999-3403, 1999.
- [101] SEIFERT, A. und L.G. PACK: *Oscillatory Excitation of Unsteady Compressible Flows over Airfoils at Flight Reynolds Numbers*. AIAA-Paper 1999-0925, 1999.

- [102] SIEGEL, S., K. COHEN und T. MCLAUGHLIN: *Feedback control of a circular cylinder wake in experiment and simulation*. AIAA-Paper 2003-3569, 2003.
- [103] SIEGEL, S., K. COHEN und T. MCLAUGHLIN: *Experimental variable gain feedback control of a circular cylinder wake*. AIAA-Paper 2004-2611, 2004.
- [104] SKOGESTAD, S. und I. POSTLETHWAITE: *Multivariable Feedback Control*. John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [105] SÖDERSTÖM, T. und P. STOICA: *System Identification*. Prentice Hall, New York, 1989.
- [106] STYKEL, T.: *Analysis and numerical solution of generalized Lyapunov equations*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 2002.
- [107] SUZUKI, T., T. COLONIUS und D.G. MACMARTIN: *Inverse technique for vortex imaging and its application to feedback flow control*. AIAA-Paper 2003-4260, 2003.
- [108] TADMOR, G.: *Observers and Feedback Control of a Rotating Vortex Pair*. IEEE Trans. Control Systems Tech., 12(1):36–51, 2004.
- [109] TADMOR, G., B.R. NOACK, A. DILLMANN, J. GERHARD, M. PASTOOR, R. KING und M. MORZYNSKI: *Control, observation and energy regulation of wake flow instabilities*. In: *Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control 2003, Paper WeM10-4*, Seiten 2334–2339, Maui, HI, U.S.A., December 8.–12. 2003.
- [110] THE MATHWORKS, INC.: *Matlab -  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox*. Natick, MA, U.S.A., 1998.
- [111] THE MATHWORKS, INC.: *Matlab - System Identification Toolbox*. Natick, MA, U.S.A., 2001.
- [112] TINAPP, F.: *Aktive Kontrolle der Strömungsablösung an einer Hochauftriebs-Konfiguration*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 2001.
- [113] TINAPP, F. und W. NITSCHKE: *LDV-Measurements on a High-Lift Configuration with Separation Control*. In: ADRIAN, R.J., D.F.G. DURAO, F. DURST, M.V. HEITOR, M. MAEDA und J.H. WHITELAW (Herausgeber): *Laser Techniques Applied to Fluid Mechanics: Selected Papers from the 9th International Symposium Lisbon*, Lissabon, Portugal, 1998. Springer-Verlag.
- [114] TINAPP, F. und W. NITSCHKE: *On active control of high-lift flow*. In: RODI, W. und D. LAURENCE (Herausgeber): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, Seiten 619–626. Elsevier, 1999.

- [115] TRUCKENBRODT, E.: *Lehrbuch der angewandten Fluidmechanik*. Springer-Verlag, Berlin, 2. Auflage, 1988.
- [116] TRUCKENBRODT, E.: *Fluidmechanik, Band 2*. Springer-Verlag, Berlin, 3. Auflage, 1992.
- [117] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik I*. Vieweg, Braunschweig, 3. Auflage, 1986.
- [118] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik II*. Vieweg, Braunschweig, 3. Auflage, 1987.
- [119] URZYNICOK, F.: *Separation Control by Flow-Induced Oscillations of a Resonator*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, 2003.
- [120] URZYNICOK, F. und H.-H. FERNHOLZ: *Flow-induced acoustic resonators for separation control*. AIAA-Paper 2002-2819, 2002.
- [121] VRANČIĆ, D.: *Design of Anti-Windup and Bumpless Transfer Protection*. Doktorarbeit, University of Ljubljana, Ljubljana, 1997.
- [122] WELLERS, M.H.: *Nichtlineare Modellgestützte Prädiktive Regelung auf Basis von Wiener- und Hammerstein-Modellen*. In: *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 742*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999.
- [123] WENGLE, H., A. HUPPERTZ, G. BÄRWOLFF und G. JANKE: *The manipulated transitional backward-facing step flow: an experimental and direct numerical simulation investigation*. Eur. J. Mech., B/Fluids, 20:25–46, 2001.
- [124] WERNER, H. und H. WENGLE: *Large-Eddy Simulation of Turbulent Flow Over and Around a Cube in a Plate Channel*. In: DURST, FRIEDRICH, LAUNDER, SCHMIDT, SCHUMANN und WHITELOW (Herausgeber): *Turbulent Shear Flows 8*, Seiten 155–168. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [125] WYGNANSKI, I.: *Boundary layer and flow control by periodic addition of momentum*. AIAA-Paper 1997-2117, 1997.
- [126] WYGNANSKI, I. und A. SEIFERT: *The control of separation by periodic oscillations*. AIAA-Paper 1994-2608, 1994.
- [127] ZHOU, J., R.J. ADRIAN, S. BALACHANDAR und T.M. KENDALL: *Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow*. J. Fluid Mech., 387:353–396, 1999.