Charakterisierung magnetischer Strukturen durch bildgebende Verfahren mit kalten Neutronen

vorgelegt von
Master of Engineering
André Hilger
aus Berlin

von der Fakultät III – Prozesswissenschaften
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften
Dr.-Ing.

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:
Vorsitzender: Prof. Dr. rer. nat. Helmut Schubert
Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. John Banhart
Gutachter: Ass. Prof. Dr. techn. Erwin Jericha

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 7. Mai 2010

Berlin 2010
D 83

1. Einleitung 4
2. Grundlagen 5
2.1. Physikalische Grundlagen 5
2.1.1. Eigenschaften der Neutronen 5
2.1.2. Magnetismus 8
2.1.3. Supraleitung 10
2.2. Grundlagen der Tomographie 15
2.2.1. Radontransformation 15
2.2.2. Gefilterte Rückprojektion 16
2.2.3. Algebraische Rekonstruktionsverfahren 19
2.3. Experimentelle Grundlagen 21
2.3.1. Neutronenquellen 21
2.3.2. Neutronenoptische Komponenten 24
3. Experimenteller Aufbau 30
3.1. Allgemeiner Aufbau 30
3.2. Doppelmonochromator 32
3.3. Experimentaufbau für polarisierte Neutronen 33
4. Resultate und Diskussion 36
4.1. Radiogramme verschiedener Felder 36
4.1.1. Einzelner Dipolmagnet 36
4.1.2. Doppeldipolmagnet 38
4.1.3. Hochtemperatursupraleiter Yttrium-Barium-Kupferoxid 39
4.1.4. Stromdurchflossener Leiter 42
4.2. Verifikation der Feldabbildung mittels Simulationsrechnungen 44
4.2.1. Zylinderspule 46
4.2.2. Doppelrechteckspule 48
4.2.3. Levitierender Dipolmagnet 50
4.3. Tomographie einfacher magnetischer Felder 54
4.3.1. Tomographie einer Rechteckspule 54
4.3.2. Tomographie von „Flux pinning“ in einer supraleitenden Bleiprobe 57
4.4. Vektortomographie 61
4.4.1. Vektortomographische Messung eines Spulenmagnetfeldes 63
4.4.2. Radontransformation eines Phantomdomänenfeldes 70
4.4.3. Gefilterte Rückprojektion 73
4.4.4. Gilbert ART: SIRT 78
4.4.5. Anderson und Kak ART: SART 82
4.4.6. Anderson und Kak ART: MART 85

4.4.7. Zusammenfassung der vorgestellten Rekonstruktionsmethoden 91
4.4.8. Rekonstruktion des polarimetrischen Datensatzes 93
5. Zusammenfassung 101
6. Ausblick 104
7. Anhang 105
7.1. Messungen mit einem Gitterinterferometer 105
7.2. Physikalische Konstanten 107
8. Referenzen 108
Danksagung 111

1. Einleitung

Die Bedeutung bildgebender Verfahren in den Materialwissenschaften hat in den letzten Jahren erheblich zugenommen. Die Bildgebung mit Neutronen gehört dabei zu den älteren Verfahren (erste Radiographie von Kallmann und Kuhn 1935), welche allerdings erst seit wenigen Jahren durch die Fortschritte in der Entwicklung von leistungsfähigen Computer- und Detektorsystemen in vielen Bereichen der Materialforschung genutzt wird. Die Einsatzgebiete umfassen sowohl den wissenschaftlichen Forschungsbereich wie auch Fragestellungen in der zerstörungsfreien Materialprüfung [Sch00] [Man07].

Die bildgebenden Verfahren mit Neutronen erlauben es, komplementäre Informationen über die Beschaffenheit von der inneren Struktur in Materialsystemen zu erhalten im Vergleich zu Verfahren mit Röntgen- oder Synchrotronstrahlung. Die elektrische Neutralität der Neutronen bewirkt, dass sie nicht direkt mit dem Coulombfeld der Hüllenelektronen oder des Atomkernes in Wechselwirkung treten. Auf Grund dieser Tatsache weisen sie ein hohes Durchdringungsvermögen für verschiedene Materialien wie z.B. Metalle auf. Da Neutronen mit dem Atomkern wechselwirken, weisen sie für verschiedene Isotope eines Elementes unterschiedliche Abschwächungskoeffizienten auf.

Eine besondere Eigenschaft der Neutronen wurde jedoch in der Bildgebung bislang noch nicht genutzt: Neutronen besitzen ein magnetisches Moment, das sie sensitiv gegenüber magnetischen Feldern macht. Der Spin der Neutronen präzediert dabei um den Vektor der Feldrichtung. Im Rahmen dieser Arbeit ist ein Messaufbau entwickelt worden, welcher es erlaubt, die Präzession des Spins bei Durchgang durch ein Magnetfeld ortsaufgelöst zu bestimmen. Dieser experimentelle Aufbau ermöglichte es, Magnetfelder nicht nur in der Umgebung, sondern auch im Inneren einer Probe darzustellen. Die bislang existierenden Verfahren zur Abbildung magnetischer Felder lassen es nur zu, die oberflächennahen magnetischen Strukturen einer Probe zu untersuchen. Mit Neutronen hingegen sind auf Grund ihrer großen Eindringtiefe auch magnetische Strukturen tief im Inneren vieler Materialien messbar. Diese Eigenschaft wird in Diffraktions- und Streuexperimenten für die integrale (nicht ortsaufgelöste) Analyse verschiedener magnetischer Materialeigenschaften seit langem genutzt.

Mit den hier vorgestellten Verfahren für die Radiographie und Tomographie mit spinpolarisierten Neutronen wurden die Magnetfelder von Dipolmagneten, elektrischen Spulen und in Supraleitern exemplarisch untersucht. Die Quantifizierung der magnetischen Flussdichte erfolgte durch Vergleich mit der Flussdichteverteilung eines dazugehörigen magnetischen Modellsystems.

Um magnetische Strukturen in Proben dreidimensional und vektoriell zu bestimmen, wurden verschiedene mathematische Rekonstruktionsverfahren entwickelt. Die verwendeten Methoden basieren auf der Rekonstruktion der magnetischen Flussdichte [Bad97] aus gemessenen Depolarisationsmatrizen [Rek73] einer polarimetrischen Messung. Verschiedene Phantommodelle von Vektorfeldern wurden damit rekonstruiert und die unterschiedlichen Verfahren miteinander verglichen.

2. Grundlagen

2.1. Physikalische Grundlagen

2.1.1. Eigenschaften der Neutronen

Im Jahre 1920 postulierte Ernest Rutherford die Existenz eines weiteren Bestandteils des Atomkerns, genannt Neutron. Sir James Chadwick gelang es 1932 dann nachzuweisen, dass die „Beryllium-Strahlung“ aus nicht geladenen Teilchen besteht, welche die ungefähre Masse eines Protons haben, wie von Rutherford vorhergesagt.

Neutronen gehören zur Klasse der Hadronen und besitzen keine elektrische Ladung. Die mittlere Lebensdauer für freie Neutronen beträgt 885,9±0,9 s [Dia03]. Für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente ist dies ein hinreichend langer Zeitraum, so dass der Zerfall der Neutronen nicht weiter betrachtet werden muss. Die Wechselwirkung der Neutronen erfolgt überwiegend über den Atomkern durch Absorption oder durch kohärente oder inkohärente Streuung, welche sowohl elastisch wie inelastisch auftreten kann. Die daraus resultierende Wechselwirkungswahrscheinlichkeit wird im makroskopischen Fall durch den material- und ortsabhängigen Abschwächungskoeffizienten $\Sigma(x,y)$ beschrieben. Die Verringerung der anfänglichen Intensität I_0 ist durch das Schwächungsgesetz gegeben:

$$I = I_0 \cdot \exp\left(\int_{Weg\ S} -\Sigma(s)ds \right) \tag{2.1}$$

Der makroskopische Wirkungsquerschnitt Σ leitet sich aus dem mikroskopischen Wirkungsquerschnitt σ her. Dieser gibt die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung eines Neutrons mit dem Atom wieder:

$$\Sigma = N \cdot \sigma = \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \sigma \tag{2.2}$$

Hierbei entspricht N der Atomdichte, ρ der Dichte und A der molaren Atommasse. Der totale Wirkungsquerschnitt berechnet sich aus den Summen der Teilwirkungsquerschnitte (im wesentlichen Absorptions- und Streuquerschnitte).

Die Streuung des Neutrons erfolgt hauptsächlich durch Streuung am Potentialfeld des Kerns. Der Einfang des Neutrons und die Bildung eines instabilen Zwischenkerns mit nachfolgender Emission eines Neutrons mit gleicher Energie kommt auf Grund der geringen kinetischen Energie des eintreffenden Neutrons nicht vor. Die Gesamtenergie E des Neutrons in einem Material ist die Summe aus der kinetischen Energie und dem gesamten Kernpotential V [Ber93]:

$$E = \frac{1}{2} m_n v^2 + V \tag{2.3}$$

wobei v der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Neutrons im Material entspricht.
Auf Grund der Streuung am Kern erfährt die Welle eine Phasenverschiebung Δ, welche einer Streulänge b entspricht. Die verschiedenen Streumechanismen bzw. Streuzentren im betrachtenden Volumen führen zu einer mittleren Streulänge. Für das Potential gilt:

$$V = 2\pi\hbar^2 \cdot \frac{N \cdot b_c}{m_n} \tag{2.4}$$

Für die Brechzahl n folgt daraus:

$$n = \sqrt{1 - \frac{V}{E}} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 \cdot N \cdot b_c}{\pi}} \tag{2.5}$$

Unter der allgemein gültigen Annahme, dass das Verhältnis zwischen Kernpotential und Energie des Neutrons deutlich kleiner als eins ist gilt:

$$n \approx 1 - \frac{\lambda^2 \cdot N \cdot b_c}{2 \cdot \pi} \tag{2.6}$$

Darüber hinaus besitzen Neutronen einen von Null verschiedenen Spin S. In der klassischen Physik wird der Spin S eines Teilchens als Rotation um die eigene Achse (Drehimpuls) beschrieben. Tatsächlich beschreibt der Spin einen quantenmechanischen Zustand, welcher nur diskrete Werte – Vielfache von ½ħ annehmen kann. Für Neutronen gilt, dass der Spin den Wert ½ħ hat. Die Zahl der Zustände ist auf 2S+1 begrenzt, so dass der Spin des Neutrons nur zwei verschiedene Zustände: Spin „up“ oder „down“ annehmen kann. Die Ausrichtung des Spins in up und down erfolgt bei Wechselwirkung des Neutrons mit einen äußeren Magnetfeld B. Die Ausrichtung kann sowohl in paralleler oder antiparalleler Stellung in Bezug auf die Magnetfeldrichtung erfolgen. Die Ausrichtung der Spins wird als Polarisation des Neutronenstrahls bezeichnet.
Durch die Anwesenheit des äußeren Magnetfeldes B wird dem Kernpotential noch eine spinabhängige Komponente überlagert (Zeeman-Effekt). Die Aufspaltung ist proportional der magnetischen Flussdichte des Feldes:

$$V = V_{Kern} \pm \mu B \tag{2.7}$$

Hierbei ist μ das magnetische Moment des Neutrons.

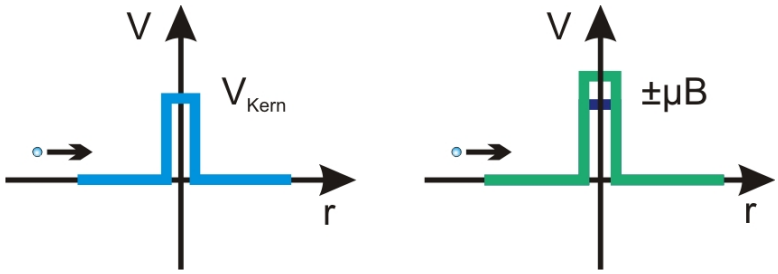


Abbildung 2.1: Potentiale

Für die Brechzahl ergibt sich somit ein zusätzlicher Term, welcher das magnetische Potential berücksichtigt:

$$n \approx 1-\lambda^2\left(\frac{N\cdot b_c}{2\cdot\pi}\pm\frac{\mu\cdot m\cdot B}{h^2}\right) \tag{2.8}$$

Befindet sich ein Neutron mit dem magnetischen Moment μ in einem Magnetfeld **B**, wobei sich das magnetische Moment nicht in paralleler oder antiparalleler Stellung in Bezug auf das äußere Feld befindet, so bewirkt das Drehmoment eine kreisende Bewegung von μ um die Magnetfeldachse, genannt Präzession. Die Präzessionsgeschwindigkeit ω_L, genannt Larmorfrequenz, wird von dem Betrag der magnetischen Flussdichte **B** und den gyromagnetischen Verhältnis γ bestimmt. Das gyromagnetische Verhältnis wird zwischen dem magnetischen Moment μ und dem Drehimpuls L gebildet [Brü02]:

$$\gamma = \frac{\mu}{L}=\frac{\mu}{S\cdot\hbar}=-1{,}830\cdot10^8\,\frac{rad}{s\cdot T} \tag{2.9}$$

Das Vorzeichen gibt die Drehrichtung des Spins um die Magnetfeldachse an.
Für die Larmorfrequenz gilt:

$$\omega_L = \gamma\cdot|B| \tag{2.10}$$

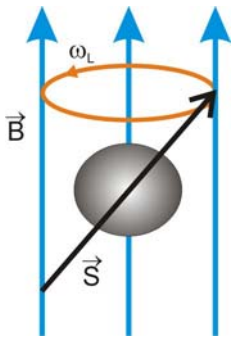


Abbildung 2.2: Larmorpräzession eines Neutrons

2.1.2. Magnetismus

Magnetismus ist eine Eigenschaft, welche in jedem Material vorhanden ist. Die existierenden Erscheinungsformen werden nach der Art ihrer Entstehung unterschieden (Dia-, Para-, Ferro-, Ferri- und Antiferromagnetismus). Die makroskopische Magnetisierung eines Materials bildet sich aus der Summe der auf atomarer Ebene vorhandenen magnetischen Momente. Für diese Momente gibt es drei Ursachen: die Bahnmomente, welche sich durch die Bewegung der Elektronen um den Atomkern ergeben, die Eigendrehimpulse der Elektronen (Spinmomente) und die Eigendrehimpulse der Atomkerne (Kernmomente).
Doppelt besetzte Orbitale weisen kein magnetisches Moment auf, da sich die Momente, welche die beiden Elektronen erzeugen, auf Grund der unterschiedlichen Spinquantenzahl aufheben. Daraus folgt, dass Atome ohne halbbesetzte Orbitale nur das im Vergleich zum Hüllenmoment viel schwächere Kernmoment aufweisen [Hoc97].

Diamagnetismus

Diamagnetische Materialien weisen vor dem Anlegen eines äußeren magnetischen Feldes $\mathbf{B_{ext}}$ kein eigenes Magnetfeld auf, da sich die einzelnen magnetischen Momente der Elektronen aufheben und somit kein permanentes magnetisches Moment erzeugt wird. Durch das Anlegen des äußeren Feldes werden die Atome oder Moleküle in eine Präzessionsbewegung versetzt. Diese erzeugt nach der Lenzschen Regel ein dem äußeren Feld entgegengesetztes Feld. Der Diamagnetismus tritt in allen Stoffen auf, kann aber von weiteren Formen des Magnetismus überlagert werden. Die Larmorfrequenz ω_L des Elektrons beträgt [Gre98]:

$$\omega_L = \frac{-e \cdot B_{ext}}{m_e} \tag{2.11}$$

Für das induzierte mikroskopische Moment m gilt:

$$m = \frac{Z \cdot e \cdot r^2 \cdot \omega_L}{2} \tag{2.12}$$

mit r für den mittleren Abstand des Elektrons von der Drehachse und Z für die Ordnungszahl. Die Gesamtmagnetisierung M ergibt sich aus dem mikroskopischen Moment m multipliziert mit der Anzahldichte n.
Die Suszeptilibität gibt die Magnetisierbarkeit eines Materials an:

$$\chi_m = \frac{\mu_0 \cdot M}{B_{ext}} \tag{2.13}$$

Für diamagnetische Materialien nimmt die Suszeptilibität negative Werte an. Sie ist nur temperaturunabhängig, soweit die Dichte konstant bleibt.

Paramagnetismus

Wie beim Diamagnetismus weisen auch paramagnetische Stoffe keine Magnetisierung ohne äußeres Feld auf. Unter dem Einfluss eines externen Feldes zeigt die Magnetisierung im Inneren der Probe in die gleiche Richtung wie $\mathbf{B}_{ext}$, im Gegensatz zu diamagnetischen Stoffen. Paramagnetika verfügen über permanente Dipolmomente, welche im magnetischen Feld ausgerichtet werden. Ohne Vorhandensein eines Feldes liegen diese Dipole ungeordnet im Material vor, da durch thermische Anregung das Ausrichten verhindert wird. Die Suszeptilibität bei Paramagnetika ist größer Null und verhält sich umgekehrt proportional zur Temperatur.

Ferromagnetismus

Ferromagnetika sind Stoffe, die auch bei Abwesenheit eines äußeren Feldes eine spontane Magnetisierung aufweisen. Am absoluten Temperaturnullpunkt ist diese Ordnung vollständig. Bei höheren Temperaturen werden durch thermische Anregung einzelne mikroskopische Momente umgeklappt und die Ordnung zunehmend gestört.

Ferromagnetische Substanzen sind in Weiß'sche Bezirke unterteilt, welche eine konstante Magnetisierung aufweisen. Die Magnetisierungen der Weiß'schen Bezirke können eine beliebige Orientierung zu einander haben. Bei Einwirkung eines externen Feldes vergrößern sich im ersten Schritt Domänen, welche eine Magnetisierung in Richtung des Feldes aufweisen, zu Lasten von Domänen mit vom äußeren Feld abweichender Orientierung, so dass die Magnetisierung des Materials steigt. Bei höheren Feldern wechseln Domänen auch schlagartig ihre Ausrichtung (Barkhausen-Sprung) in Richtung des externen Feldes. Dies erfolgt solange, bis alle Domänen eine Magnetisierung parallel zum äußeren Feld aufweisen.

Oberhalb der Curie-Temperatur verlieren ferromagnetische Materialien die Eigenschaft der spontanen Magnetisierung und verhalten sich paramagnetisch [Kit06].

Ferrimagnetismus

In ferrimagnetischen Materialien kann das Kristallgitter in verschiedene Untergitter aufgeteilt werden, welche eine antiparallele Ausrichtung der magnetischen Momente aufweisen. Die makroskopische Spontanmagnetisierung ist daher bei diesen Verbindungen kleiner als bei Ferromagnetika, da sich die verschiedenen Momente gegenseitig kompensieren. Als Spezialfall ist der Antiferromagnetismus anzusehen, bei dem sich unterhalb der Neel-Temperatur die parallele und antiparallele Komponente aufheben und somit keine permanente Magnetisierung vorliegt.

Biot-Savartsches Gesetz

Mit dem Biot-Savart'schen Gesetz lässt sich aus einer bekannten räumlichen Stromdichteverteilung die magnetische Flussdichte B berechnen. Damit kann etwa die magnetische Flussdichteverteilung um einen stromdurchflossenen Leiter berechnet werden:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \int_{Leiter\ S} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \tag{2.14}$$

mit $d\vec{s}$ als Richtungsvektor des infinitesimal kleinen Leiterelements; $\vec{r}$ als Abstandsvektor zwischen dem Leiterelement und den Koordinaten des betrachteten Raumpunktes.

Die erzeugte Flussdichte ist direkt proportional der Stromstärke – die Richtung der Flussdichte ergibt sich aus dem Vektorprodukt vom Abstandsvektor und der Richtung des Leiterelements. Voraussetzung für die Berechnung ist, dass es einen linearen Zusammenhang zwischen der Feldstärke **H** und der Flussdichte **B** gibt, wobei der Proportionalitätsfaktor der Permeabilitätszahl μ_0 entspricht, welche im Vakuum eine Konstante ist.

2.1.3. Supraleitung

Im Jahre 1911 gelang es Heike Kamerlingh-Onnes erstmals den Supraleitungseffekt nachzuweisen. Die Voraussetzung für die von Kamerlingh-Onnes beschriebenen Experimente war die Verflüssigung von Helium bei 4,2 K unter Normaldruckbedingungen. Dies versetzte ihn in die Lage, den Widerstand von Quecksilber bei tiefen Temperaturen zu messen. Bei einer Temperatur von 4,2 K war kein elektrischer Widerstand messbar. Die zu diesem Übergang gehörende Temperatur T_C wird kritische Temperatur oder Sprungtemperatur genannt. Unterhalb der Sprungtemperatur verringert sich nicht nur der elektrische Widerstand auf Null, sondern im Inneren eines Supraleiters kann sich auch kein magnetisches Feld befinden. Ein äußeres Magnetfeld induziert im Supraleiter Ringströme, die auf Grund des fehlenden Widerstandes nicht geschwächt werden. Das so erzeugte Magnetfeld ist dem äußeren Feld entgegengerichtet und kompensiert es (Meißner-Ochsenfeld-Effekt) [Mei33].

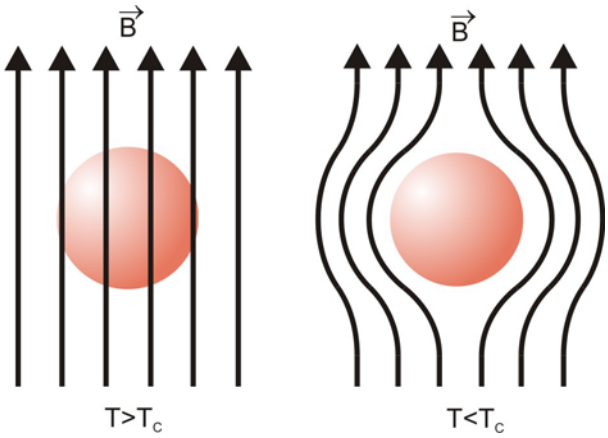


Abbildung 2.3: Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Man unterteilt Supraleiter in zwei Klassen (Typ I oder II, manchmal auch als erster oder zweiter Art bezeichnet) nach ihrem Verhalten im Magnetfeld.

Supraleiter Typ I

Für Supraleiter Typ I gilt, dass das äußere Feld mit Ausnahme einer dünnen Schicht an der Oberfläche des Supraleiters, vollständig aus dem Inneren des Materials herausgedrängt wird (Meißner-Phase). Voraussetzung dafür ist, dass die Probe eine Temperatur unterhalb der Sprungtemperatur aufweist und die Feldstärke einen maximalen Wert nicht überschreitet, wobei die kritische Feldstärke H_C eine temperaturabhängige Größe ist [Buc04]:

$$H_C(T) = H_C(0K) \cdot \left[1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^2 \right] \tag{2.15}$$

Die Abhängigkeit der kritischen Feldstärke geht nahe T_C in eine lineare Temperaturabhängigkeit über. Außerhalb des Gebietes der Meißner-Phase wird das Material normalleitend und die Ringströme brechen zusammen, so dass das äußere Magnetfeld in die Probe eindringen kann.

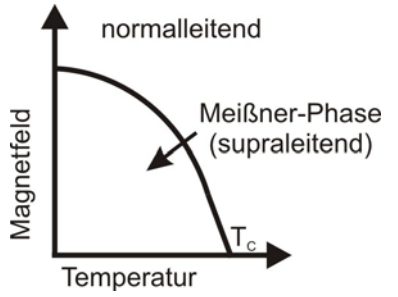


Abbildung 2.4: Phasendiagramm eines Supraleiters 1. Art

Im Jahre 1957 entwickelten die Physiker Bardeen, Cooper und Schrieffer eine Theorie, welche den Supraleitungseffekt erklären konnte. Die nach ihnen benannte BCS-Theorie beschreibt die Bildung eines Cooper-Paars bestehend aus zwei gekoppelten Elektronen [Bar57].

Bei hohen Temperaturen (oberhalb der Sprungtemperatur) werden die Elektronen hauptsächlich durch die Schwingungen des Kristallgitters bzw. Stöße mit den Atomrümpfen beeinflusst. Bei kleiner werdenden Temperaturen nimmt der Einfluss der Coulombkräfte zwischen den positiv geladenen Atomrümpfen und den Elektronen relativ zu. Ein Elektron, welches sich im Gitter fortbewegt, bewirkt, dass entlang seiner Bahn die Atomrümpfe ausgelenkt werden in Richtung des Elektrons. In Verbindung mit der Trägheit der Atome führt dies zu einer lokalen Polarisation des Kristallgitters, welches ein weiteres Elektron anzieht. Der Zustand aus Elektron und ausgelenkten Atomrümpfen wird Polaron genannt. Die über das Gitter wechselwirkenden Elektronen bilden das Cooper-Paar. Sie weisen einen entgegengesetzten Impuls und Spin auf und das Cooper-Paar unterliegt damit der Bose-Einstein-Statistik und nicht der Fermi-Dirac-Statistik, weil der Gesamtspin des Paares Null ist.

Der maximale Abstand, unter dem die Bindung noch besteht, wird Kohärenzlänge des Cooper-Paares genannt. Sie ist abhängig von der mittleren freien Weglänge der Elektronen unter normalleitenden Bedingungen. Die Bindungsenergie des Paares beträgt ca. 10^{-3} eV. Aus diesem Grund kann ein Cooper-Paar nur erzeugt werden, wenn die thermische Energie des Gitters klein gegenüber dieser Bindungsenergie ist. Da die Elektronen entgegengesetzte Ausbreitungsrichtungen haben, zerfällt die Bindungen schnell wieder. Es besteht aber ein Gleichgewicht zwischen der Bildung und dem Zerfall.

Der für das Verdrängen des externen Feldes verantwortliche Suprastrom wird von den Cooper-Paaren gebildet. Dicht unterhalb der Sprungtemperatur bilden nur wenige Elektronen Paare; deswegen ist die kritische Feldstärke ebenfalls klein. Mit sinkender Temperatur nimmt die Anzahl der Cooper-Paare zu. Am absoluten Nullpunkt sind alle Leitungselektronen in Cooper-Paaren gebunden und die kritische Feldstärke hat ihr Maximum erreicht.

Bei einem Supraleiter erster Art mit einer zylindrischen Geometrie fließen an der Oberfläche des Leiters Ringsströme, welche das externe Feld parallel zur Zylinderachse kompensieren. Dies hat zur Folge, dass das äußere Feld an der Oberfläche in den Supraleiter eindringen kann, weil die zum Erzeugen des Suprastromes benötigten Cooper-Paare nur in begrenzter Anzahl zur Verfügung stehen und somit Paare aus einer definierten Schichtdicke an der Oberfläche für den Ringstrom verantwortlich sind. Die Feldstärke klingt beim Eindringen in den Supraleiter exponentiell ab. Die Reichweite des Eindringens des Feldes wird durch die Londonsche Eindringtiefe beschrieben:

$$\lambda(T)_L = \sqrt{\frac{m_c}{\mu_0 \cdot n(T) \cdot q^2}} \tag{2.16}$$

$$B_z(x) = B_0 \cdot e^{-x/\lambda_L} \tag{2.17}$$

mit m_C für die Masse des Cooper-Paares, n(T) die Teilchendichte und q die Ladung des Cooper-Paares. Da die Londonsche Eindringtiefe von der temperaturabhängigen Teilchendichte abhängig ist, ist die Eindringtiefe ebenfalls eine temperaturabhängige Größe und wird mit sinkender Temperatur im supraleitenden Zustand kleiner. Für Supraleiter erster Art gilt, dass die Eindringtiefe kleiner ist als die Kohärenzlänge der Cooper-Paare.
Eine zukünftige Anwendung von Supraleitern könnte die verlustfreie Übertragung elektrischer Energie sein, da der elektrische Widerstand Null ist im supraleitenden Zustand. Dies führt zu der Überlegung, dass die Supraleitung von einer weiteren physikalischen Größe beeinflusst wird: der kritischen Stromdichte im Inneren des Leiters. Die im Supraleiter fließenden Transportströme führen zu einem zusätzlichen Magnetfeld mit einer maximalen Flussdichte an der Oberfläche des zylinderförmigen Leiters. Dieses Feld muss ebenfalls durch die an der Oberfläche fließenden Abschirmströme (Ringströme) kompensiert werden. Der supraleitende Zustand wird aufgehoben, wenn die Zahl der benötigten Cooper-Paare an der Oberfläche die im Gleichgewicht vorhandenen übersteigt.

Supraleiter Typ 2

Supraleiter zweiter Art verhalten sich bis zu einer unteren kritischen Feldstärke wie Typ 1 Supraleiter und liegen in der Meißnerphase vor. Darüber hinaus findet man einen weiteren Zustand, in welchem supraleitende und normalleitende Gebiete gleichzeitig vorhanden sind.

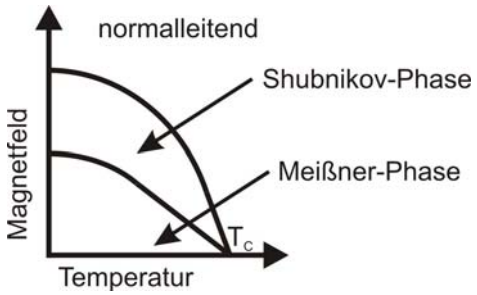


Abbildung 2.5: Phasendiagramm eines Supraleiters 2. Art

Dieser Mischzustand wird Shubnikovphase genannt. Oberhalb der oberen kritischen Feldstärke sind Supraleiter vom Typ II vollständig normalleitend.
In der Shubnikovphase dringt das äußere Magnetfeld über Flussschläuche in den Supraleiter ein. Jeder Flussschlauch trägt den magnetischen Fluss eines elementaren Flussquants $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-15}$ T·m^2. Mit steigender äußerer Flussdichte nimmt die Anzahl der Flussschläuche zu bis die obere kritische Flussdichte erreicht ist und der Leiter keine supraleitenden Gebiete mehr aufweist. Jeder Flussschlauch ist von Ringströmen, welche durch die Cooper-Paare gebildet werden, umgeben. Diese erzeugen den magnetischen Fluss im Schlauch und führen zusammen mit den externen Feldern dazu, dass die übrigen Bereiche feldfrei sind.

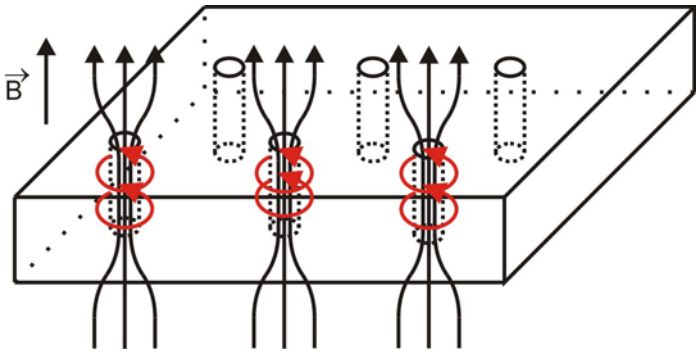


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung der Shubnikov-Phase
(Magnetfelder und Ströme nur für drei Flussschläuche exemplarisch eingezeichnet)

Fließt nun ein Strom durch den Supraleiter in der Shubnikovphase so bewirkt dieser, dass auf die Flussschläuche die Lorentzkraft senkrecht zur Strom- bzw. Feldrichtung wirkt. Die Änderung des magnetischen Flusses im Supraleiter führt dazu, dass eine Spannung induziert und somit ein von Null verschiedener elektrischer Widerstand im Supraleiter zu finden ist. Durch das Verschieben der Flussschläuche werden die Cooper-Paare, welche sich in Bewegungsrichtung vor dem Flussschlauch befinden, zerstört und hinter dem Flussschlauch wieder gebildet. Dieser Vorgang führt zu einer Energiefreisetzung in Form von Wärme im Supraleiter, da das Aufbrechen des Cooper-Paares weniger Energie benötigt, als bei der Bildung freigesetzt wird, weil abhängig von der Cooper-Paar-Konzentration die Energielücke unterschiedlich groß ausfällt.
Der Energieverlust bei Übertragung eines Transportstromes kann verhindert werden, in dem die Flussschläuche im Supraleiter verankert werden und damit deren Wanderung unterdrückt wird. Das „Pinning“ erfolgt an Defekten in der Materialstruktur, den Haftzentren. Für die Bildung der Schläuche ist Energie notwendig, die in den Ringströmen gespeichert ist. Im einfachsten Fall sind Flussschläuche parallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet, da dies der energetisch günstigste Zustand ist und die gespeicherte Energie proportional zur Länge des Schlauches ist. Befinden sich nun z.B. normalleitende Ausscheidungen im Supraleiter so reduziert sich die Bildungsenergie entsprechend des Weganteils des Schlauches durch dieses Gebiet in Bezug auf dessen Gesamtlänge, da nur in supraleitenden Bereichen Ringströme fließen. Aus diesem Grund ist es möglich, dass ein gewundener Pfad durch den Supraleiter mit vielen Ausscheidungen im Vergleich zum direkten Weg energetisch günstiger sein kann. Die sich daraus ergebende Haftwirkung wird nur dann aufgehoben, wenn die über die Lorentzkraft aufgebrachte Energie größer ist als die Verminderung der Bildungsenergie des Flussschlauches; somit ergibt sich eine maximale Stromdichte, bis zu welcher Haftzentren wirksam sind. Die Haftwirkung tritt auch dann auf, wenn die Ausscheidung supraleitend ist, aber mit niedriger kritischer Temperatur, da auch dies zu einer Verminderung der Bildungsenergie führt. Es können auch Fehlstellen im Kristall oder Fremdatome als Haftzentrum fungieren. Da aber der Durchmesser der Flussschläuche in der Regel einige Vielfache der Gitterkonstante beträgt, ist ein „Flux-Pinning“ nur bei heterogener Verteilung der Fehlstellen zu erwarten. Darüber hinaus können Haftzentren auch durch den Beschuss mit hochenergetischen Schwerionen oder Protonen entstehen, wobei durch

Schwerionen in der Regel geradlinige Bahnen (kolumnarer Defekt) durch den Kristall erzeugt werden. Diese behindern die Bewegung der Flussschläuche. Im Gegensatz dazu werden durch Protonenbeschuss punktartige Defekte erzeugt [Buc04].
Bei Temperaturen nahe der Sprungtemperatur und einer hohen Stromdichte des Transportstromes ist die Verankerungsenergie der Flusslinien sehr klein, was dazu führt, dass die notwendige Aktivierungsenergie für das Wandern der Flusslinien durch thermische Anregung aufgebracht werden kann (thermische Entankerung) [Bra94].
Befindet sich ein Supraleiter zweiter Art in einem stärker werdenden äußeren Magnetfeld, so dringt das Feld nur verzögert ein, da die Flussdichte im Supraleiter durch die Haftzentren lokal verzerrt wird. Beim Absenken des äußeren Feldes verlässt der magnetische Fluss wiederum den Supraleiter nur verzögert, da die Haftzentren das Austreten der Flusslinien behindern. Bei abgeschaltetem Feld verbleibt eine Restmagnetisierung im Supraleiter, welche zu einer eingefrorenen bzw. remanenten Flussdichte („Flux pinning“) führt.

2.2. Grundlagen der Tomographie

Die Tomographie ist ein bildgebendes Verfahren, welches es erlaubt transversale Schnittbilder eines Objektes zerstörungsfrei zu ermitteln. Im Jahre 1963 wurde erstmals das Verfahren der Computertomographie (CT) von A.M. Cormack beschrieben. Zu einem späteren Zeitpunkt wurde aber bekannt, dass die mathematische Lösung des inversen Problems bereits von J. Radon im Jahre 1917 gezeigt wurde. Durch Hounsfield wurde 1972 der erste CT-Scanner realisiert [Buz05][Rad17].

2.2.1. Radontransformation

Ein Tomographiedatensatz besteht aus einer Serie von Projektionsbildern, die unter verschiedenen Winkeln gemessen worden sind. Das einzelne Projektionsbild, auch Radiogramm genannt, stellt ein Schattenbild dar, welches durch die räumliche Verteilung des Abschwächungskoeffizienten $\Sigma(x,y)$ in der Probe verursacht wird. Im einfachsten Fall wird das Objekt von monochromatischer Strahlung z.B. Röntgen- oder Neutronenstrahlung durchstrahlt, so dass die Energieabhängigkeit des Abschwächungskoeffizienten nicht berücksichtigt werden muss. Darüber hinaus wird angenommen, dass der zu untersuchende Gegenstand von einem parallelen Strahlenfeld (Parallelstrahlgeometrie) beleuchtet wird. Diese Annahmen sind zulässig, da für die durchgeführten Experimente monochromatische Neutronenstrahlung genutzt wurde, welche durch den experimentellen Aufbau kollimiert wurden und somit das Kriterium paralleler Strahlung hinreichend erfüllt.
Man betrachtet nun einen einzelnen Strahl, der unter dem Winkel θ das Detektorelement an der Stelle t trifft. Beim Passieren des Objektes wird die Intensität entsprechend dem Schwächungsgesetz

verringert. Mathematisch entspricht das der Bildung des Linienintegrales $\int \Sigma ds$, die Radontransformierte des ortsabhängigen Abschwächungskoeffizienten:

$$p_\theta(t) = \int_{Strahlweg\ s} \Sigma(x,y)ds \tag{2.18}$$

mit

$$t = x \cdot \cos(\theta) + y \cdot \sin(\theta) \tag{2.19}$$

Dann gilt für die Radontransformierte:

$$p_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(x,y) \cdot \delta(x \cdot \cos(\theta) + y \cdot \sin(\theta) - t)\, dxdy \tag{2.20}$$

mit δ für die Diracsche δ-Funktion.
Aus dem allgemeinen Schwächungsgesetz folgt:

$$p_\theta(t) = -\ln\left(\frac{I(t,\theta)}{I_0(t,\theta)}\right) \tag{2.21}$$

Hierbei bezieht sich I auf die gemessene Intensität, beim Durchstrahlen des Objektes und I_0 auf die Ausgangsintensität. Der Quotient der beiden Werte stellt die physikalische Größe der Transmission T dar. Aus den gemessenen Projektionen lässt sich daher die Radontransformierte der Abschwächungskoeffizienten ermitteln. Durch die Radontransformation ist die Ortsinformation bezüglich der Schwächungskoeffizienten verloren gegangen. Eine inverse Transformation einer einzelnen Projektion vom Radonraum zurück in den Ortsraum ist daher nicht möglich. Erst aus der Gesamtheit aller Projektionen lässt sich die inverse Radontransformation durchführen.

2.2.2. Gefilterte Rückprojektion

Für die Bildung der inversen Radontransformation bzw. Rekonstruktion der Schwächungskoeffizienten Σ(x,y) sind bereits mehrere Verfahren publiziert. Im einfachsten Fall wird die Radontransformierte p entlang ihres Weges s unter dem Winkel θ zurückprojeziert. Die sich daraus ergebenen „Intensitätswerte“ werden addiert. Das Überlagerungsbild, welches durch dieses Verfahren entsteht, gibt das rekonstruierte Feld von Abschwächungskoeffizienten nur tiefpassgefiltert wieder. Hochfrequente Bildinformationen werden gedämpft, so dass Kanten im Bild nur verschmiert wiedergegeben werden können. Bei der gefilterten Rückprojektion wird dieses Artefakt durch Verstärkung hochfrequenter Anteile unterdrückt.

Die gefilterte Rückprojektion basiert darauf, dass die Fouriertransformierte einer einzelnen Projektion Element der zweidimensional Fouriertransformierten der Schwächungskoeffizienten Σ(x,y) ist (Fourier-Schicht-Theorem). Für die Fouriertransformierte einer Projektion gilt [Sch99] [Kak88] [Her79]:

$$P_\theta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p_\theta(t) \cdot e^{-2\pi i \omega t} dt \tag{2.22}$$

und

$$S(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(x,y) \cdot e^{-2\pi i (xu+yv)} dx dy \tag{2.23}$$

Aus dem Fourier-Schicht-Theorem folgt mit u = ω·cos(θ) und v = ω·sin(θ)

$$P_\theta(\omega) = S(\omega \cdot \cos\theta, \omega \cdot \sin\theta) = S(u,v) \tag{2.24}$$

Die Fouriertransformierte S wird ersetzt durch die Fouriertransformierten der Projektionen unter den Winkeln θ unter denen sie gemessen worden sind. Durch Messung von unendlich vielen Projektion könnte der gesamte Fourierraum bestimmt werden und die Verteilung Σ(x,y) eindeutig ermittelt werden:

$$\Sigma(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(u,v) \cdot e^{2\pi i (xu+yv)} du dv \tag{2.25}$$

Die gemessenen Projektionen liegen in Polarkoordinaten vor, so dass die Variablen u und v substituiert werden müssen:

$$\Sigma(x,y) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega,\theta) \cdot e^{2\pi i \omega (x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta)} |\omega| d\omega d\theta \tag{2.26}$$

bzw. mit Gl. 2.19

$$\Sigma(x,y) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega,\theta) \cdot e^{2\pi i \omega t} |\omega| d\omega d\theta \tag{2.27}$$

Gemäß dem Fourier-Schicht-Theorem wird nun S(ω,θ) durch $P_\theta(\omega)$ ersetzt:

$$\Sigma(x,y) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_\theta(\omega) \cdot e^{2\pi i \omega t} |\omega| d\omega d\theta \tag{2.28}$$

und

$$Q_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_\theta(\omega) \cdot e^{2\pi i \omega t} |\omega| d\omega \tag{2.29}$$

Die Funktion Q beschreibt die Multiplikation der fouriertransformierten Projektion mit der Rampenfunktion |ω| und die anschließende Rückprojektion in den Ortsraum. Mit Gl. 2.19 gilt:

$$\Sigma(x,y) = \int_0^{\pi} Q_\theta(x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta) d\theta \tag{2.30}$$

Jede gefilterte Projektion $P_\theta(\omega)$ wird im Fourierraum S aufgetragen. Nach Abschluss dieser Prozedur wird das fouriertransformierte Bild S in den Ortsraum durch die inverse Fouriertransformation überführt und ergibt damit die Verteilung der Abschwächungskoeffizienten Σ(x,y). Durch die Filterung werden die hohen Bildfrequenzen verstärkt, so dass keine Tiefpassfilterung wie bei der direkten Rückprojektion auftritt. In der Praxis bewirkt dies, dass neben der Hervorhebung der Kanten im rekonstruierten Bild auch das hochfrequente Rauschen verstärkt wird. Um diesen unerwünschten Nebeneffekt wieder auszugleichen wird nicht die Rampenfunktion als Filterfunktion genutzt, sondern modifizierte Funktionen, welchen den hochfrequenten Anteil wieder dämpfen. Üblicherweise wird der Shepp-Logan- [She74] oder Hammingfilter verwendet. Die Rampenfunktion kommt nur bei rauscharmen Messdaten zum Einsatz. Das Verwenden einer anderen Filterfunktion als die Rampenfunktion führt aber dazu, dass die Auflösung durch die schwache Tiefpassfilterung geringfügig verschlechtert wird.
Da die Fouriertransformation bzw. inverse Fouriertransformation auch durch Verwendung der Fastfouriertransformation einen hohen Rechenaufwand bedeutet, wird in der Regel die Filterung der fouriertransformierten Projektion durch die Faltung der Projektion mit der invers fouriertransformierten Filterfunktion ersetzt, durch Anwendung des Faltungstheorem:

$$p_\theta \otimes F^{-1}(|\omega|) \Leftrightarrow P_\theta \cdot |\omega| \tag{2.31}$$

Mathematisch bewirkt das Ersetzen der Multiplikation im Frequenzraum durch die Faltung im Ortsraum keine Änderung. Da aber der Filterkern im Ortsraum auf Grund der Diskretisierung nur eine geringe Anzahl von Stützstellen aufweist, können Abweichungen in der Filterwirkung auftreten.

Die Auflösung eines Tomogrammes wird außerdem von der Anzahl der gemessenen Projektionen bestimmt. Das Nyquist-Theorem besagt, das die maximale Ortsfrequenz ω_{max}, welche in der rekonstruierten Schicht wiedergegeben werden kann, durch die Pixelgröße Δx des Detektors begrenzt wird:

$$\omega_{max} = \frac{1}{2\Delta x} \tag{2.32}$$

Für den Abtastabstand Δω in Frequenzraum gilt:

$$\Delta\omega = \frac{2\omega_{\max}}{N} \tag{2.33}$$

mit N für die Anzahl der Stützstellen im Orts- bzw. Frequenzraum (entspricht der Anzahl der Detektorelemente). Aus Gleichung 2.31 und 2.32 folgt:

$$\Delta\omega = \frac{1}{N \cdot \Delta x} \tag{2.34}$$

Für die Anzahl M der Projektionen gilt:

$$\underbrace{\Delta\omega \cdot M}_{\textit{Umfang des Halbkreises}} \cdot \frac{1}{\pi} = \omega_{\max} = \Delta\omega \cdot \frac{N}{2} \tag{2.35}$$

$$M = \frac{\pi}{2} N \tag{2.36}$$

In der Regel ist aber die Anzahl der Projektionen kleiner als in Gl. 2.36 gefordert. Die zu Grunde gelegte Pixelgröße Δx eines Detektorelements entspricht nicht der realen Auflösung eines Radiogramms. Diese ist in der Regel um ein Vielfaches schlechter als die Pixelgröße.

2.2.3. Algebraische Rekonstruktionsverfahren

Die im vorigen Abschnitt beschriebene gefilterte Rückprojektion basiert auf der analytischen Rückführung der Radontransformation. Im Folgenden sollen nun die iterativen Verfahren bzw. algebraischen Rekonstruktionsverfahren (ART) näher betrachtet werden. Diese Rekonstruktionstechnik wurde erstmals 1970 von Gordon angewendet, um Computertomographiedaten in der Medizin zu rekonstruieren. Da diese Verfahren in der Regel sehr rechenintensiv sind, im Gegensatz zur gefilterten Rückprojektion, und damit lange Rechenzeiten benötigen, werden sie heute hauptsächlich bei speziellen Fragestellungen z.B. „Limited Angle"-Messungen in der Elektronentomographie eingesetzt.

Ein Verfahren der algebraischen Rekonstruktion ist die Singulärwertzerlegung. Das zu lösende Gleichungssystem besteht aus einem Spaltenvektor **p**, welcher die Projektionsdaten der Tomographie und einem zweiten Vektor **f**, welcher die unbekannten Abschwächungskoeffizienten enthält. Verknüpft sind die Vektoren durch die Matrix **A**, wobei gilt, das **p** = **Af**. Die auch als Designmatrix **A** beschriebene Matrix ist eine NxM-Matrix – N ist die Anzahl unbekannter Schwächungskoeffizienten und M die Anzahl der Strahlen. Die Designmatrix ist mit Null bzw. eins besetzt und beschreibt, ob der

betrachtete Strahl einen Betrag zum n-ten Abschwächungskoeffizienten liefert oder nicht. Durch Singularwertzerlegung kann der unbekannte Vektor f bestimmt werden. Eindeutig ist dies aber nur möglich, wenn die Zahl M der Projektionen gleich der Zahl N der Unbekannten ist und außerdem idealisierte physikalische Bedingungen (kein Rauschen der Messdaten) vorliegen. Ist $M > N$ kann das überbestimmte Gleichungssystem durch die Methode der kleinsten Quadratabweichungen gelöst werden; ist $M < N$ müssen zusätzlich Informationen zur Lösung des Gleichungssystem herangezogen werden. Gerade die Möglichkeit a priori Information zu nutzen, ist einer der Vorteile der algebraischen Rekonstruktionsverfahren [Buz05].

Bei iterativen ART-Verfahren nähert man sich der Matrix von Abschwächungskoeffizienten schrittweise. Ausgehend von einer initialen Schwächungsmatrix, welche bereits von Null verschiedene Absorptionskoeffizienten enthalten kann, werden die Vorwärtsprojektionen (Radontransformierten) aus der Schwächungsmatrix berechnet und mit den gemessenen Daten verglichen. In der von Gordon 1970 vorgeschlagenen Variante von ART erfolgt dieser Vergleich strahlweise [Gor70]. Das heißt, für jeden Strahl wird die Differenz zwischen Radontransformierten und gemessenem Wert berechnet. Diese Differenz wird nach Wichtung mit dem Relaxationsfaktor F zu den Abschwächungskoeffizienten in der Matrix entlang des betrachteten Strahlweges addiert. Für den nächsten Strahl wird bereits die angepasste Matrix verwendet. Nach Anwendung dieser Prozedur auf alle Strahlen ist ein Iterationsschritt abgeschlossen. Die Iteration wird solange durchgeführt, bis eine gesetzte Abbruchbedingung erfüllt ist. Diese kann z.B. erfüllt sein, wenn die Änderung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Iterationen einen Minimalwert unterschreitet und weitere Iterationen damit keine wesentlichen Veränderungen in der Matrix mehr bewirken.

Dieses Verfahren wurde 1972 von Gilbert modifiziert. Es werden nun für alle Strahlwege die Radontransformierten bzw. die Differenzen zu den Messdaten berechnet. Für jedes Element der Matrix der Abschwächungskoeffizienten wird die mittlere Korrekturdifferenz aller Strahlen berechnet und erst am Ende des Iterationsschrittes auf die Matrix angewendet. Dieses Verfahren wird als SIRT (simultaneous iterative reconstruction technique) bezeichnet [Gil72].

Ein weiteres Verfahren namens SART (simultaneous ART) stellt eine Kombination aus ART und SIRT da. Die Korrekturfaktoren werden für ein Set von Strahlen berechnet, welche alle unter dem gleichen Winkel θ gemessen worden sind. Anschließend werden die Differenzen auf die Matrix angewendet, so dass für die nächste Projektion das angepasste Feld von Abschwächungskoeffizienten verwendet wird [And84].

Darüber hinaus können für die drei Verfahren die Korrekturfaktoren auch aus den Quotienten zwischen den Radontransformierten und den Messdaten gebildet werden. Diese Faktoren werden dann durch Multiplikation auf die Matrix angewendet. Diese Verfahren werden dann als MART (multiplicative ART) bezeichnet.

Die beschriebenen Verfahren unterscheiden sich im wesentlich in zwei Punkten: Zum einem variiert die Zahl der benötigten Iterationen bis zum Abbruchkriterium sowie die Zeiten für die einzelne

Iteration stark, wobei es für SIRT und SART nur geringfügige Laufzeitunterschiede gibt [Sub96]. Des Weiteren ist das Bildrauschen sowohl vom gewählten Verfahren, vom Relaxationsfaktor aber auch von der Qualität der Messdaten abhängig. Eine pauschalisierte Aussage, welches Verfahren die besten Ergebnisse liefert, kann nicht getroffen werden und muss in jedem Einzelfall neu bewertet werden. Durch die zunehmende Verbreitung von Prozessoren mit paralleler Rechenleistung, sowohl bei den CPUs als auch bei den GPUs (auf Grafikkarten) sind Verfahren wie SIRT mit hohem Potential zu Parallelisierung wieder von zunehmender Bedeutung.

2.3. Experimentelle Grundlagen

2.3.1. Neutronenquellen

Um radiographische oder tomographische Untersuchungen durchführen zu können, werden intensive Neutronenquellen benötigt. Da starke natürliche Neutronenstrahler nicht vorkommen, müssen freie Neutronen durch indizierte Kernreaktionen erzeugt werden.

Radioisotopquellen

Zu Beginn der Forschung mit Neutronen sind unter anderem (γ,n)-Reaktionen (Photonenneutronenquellen) oder (α,n)-Reaktionen genutzt worden. Beim zweiten Reaktionstyp kommt eine Radium-226 oder Americium-241 Quelle als Alpha-Strahler zum Einsatz [Kri05].

$$^{226}Ra \rightarrow {}^{222}Rn + \alpha \tag{2.37}$$

Als Ausgangsmaterial für die (α,n)-Reaktion kann z.B. Beryllium genutzt werden.

$$\alpha + {}^{9}Be \rightarrow {}^{12}C + n \tag{2.38}$$

Um einen hohen Neutronenfluss zu erreichen, werden die Ausgangsmaterialien in Pulverform vermischt und verpresst. Die dabei erzeugte maximale Energie der Neutronen beträgt ca. 13 MeV, die mittlere ca. 5 MeV [Jer05]. Durch den Einschluss der Quelle in wasserstoffhaltige Materialien z.B. Polyethylen (PE) werden die schnellen Neutronen moderiert. Der Nachteil dieses Typs von Neutronenquellen ist der hohe γ-Strahlungsuntergrund, welcher durch die Kernreaktionen erzeugt wird. Viele Neutronendetektoren haben auch eine Nachweiswahrscheinlichkeit für γ-Strahlung. Als mobile Neutronenquellen werden sie auf Grund der benötigten massiven Bleiabschirmung und dem daraus resultierenden hohen Gewichtes nicht verwendet.
Zum Einsatz kommen üblicherweise Kernreaktoren und Spallationsquellen und für mobile Anwendungen Neutronengeneratoren.

Kernreaktor

In Kernreaktoren werden die Neutronen durch eine indizierte Spaltung von schweren Atomkernen erzeugt. Am häufigsten werden als Spaltmaterial die Nuklide von Uran oder Plutonium verwendet. Im Fall von Uran-235 fängt der Kern ein Neutron ein. Es entsteht ein angeregter „Coumpoundkern", welcher in zwei Fragmente zerfällt [Kri05]:

$$^{235}U + n \rightarrow {}^{236}U^{*} \rightarrow A_1 + A_2 + 2.47n + 200\,MeV \tag{2.39}$$

Der Einfangquerschnitt dieser Reaktion nimmt in erster Näherung mit steigender Energie des Neutrons ab. Die Energie, der bei der Spaltung entstehenden Neutronen, liegt aber im MeV-Bereich. Zur Aufrecherhaltung der Spaltung müssen die Neutronen daher moderiert werden. Je nach Reaktortyp wird leichtes oder schweres Wasser für die Moderation verwendet.

Der am Helmholtz-Zentrum Berlin für Materialien und Energie betriebene Reaktor BERII ist vom Typ ein Leichtwasser-Schwimmbadreaktor mit einer thermischen Leistung von 10 MW. Schwimmbadreaktoren besitzen eine nach oben offene Reaktorhülle und arbeiten damit bei Normaldruck. Der Reaktorkern befindet sich in einer Wassertiefe von ca. 8 Metern bei einer Wassertemperatur von ca. 40°C. Als Kernbrennstoff wird niedrig angereichertes Uran-235 verwendet. Zur Erhöhung der Neutronenflussdichte ist der Kern von einem Berylliumreflektor umgeben, welcher die Neutronen reflektiert, die ansonsten den Kern verlassen würden.

Spallationsquelle

Bei Spallationsquellen werden hochenergetische Teilchen auf schwere Atomkerne geschossen. Zu diesem Zweck können negativ geladene Wasserstoffionen in einem Linearbeschleuniger oder Zyklotron beschleunigt werden. Beim Passieren einer Strippingfolie verliert das Ion beide Elektronen, und das verbleibende Proton wird in einen Speicherring eingespeist. Aus diesem Ring werden kontinuierlich oder in zeitlich kurzen Abständen Protonen auf das Target geleitet. Als Targetmaterial wird flüssiges Blei-Wismut oder Quecksilber bzw. festes Wolfram verwendet [Jer05]:

$$Pb + p \rightarrow A_1 + A_2 \ldots A_j + x \cdot n \quad x \approx 25 \tag{2.40}$$

bei einer Energie der Protonen von 1 GeV [And09]. Die Neutronenflussdichte am Targetblock kann bei diesem Typ von Neutronenquelle bis zu 10^{17} Neutronen/cm^{2}s [Kri05] erreichen und liegt damit ca. eine Größenordnung über den bei Reaktoren erreichbaren Flussdichten.

Neutronengeneratoren

Neutronengeneratoren bestehen aus einem Beschleuniger, welcher Deuteronen auf eine Energie von 100 bis 400 keV beschleunigt. Die Deuteronen treffen auf ein Gastarget aus Deuterium oder Tritium [Sto05]:

$$^2H + {}^2H \rightarrow {}^3He + n + 3.27\,MeV \tag{2.41}$$

$$^2H + {}^3H \rightarrow {}^4He + n + 17.6\,MeV \tag{2.42}$$

Im Gegensatz zu Spalt- oder Spallationsneutronen sind Neutronen aus Neutronengeneratoren weitestgehend monoenergetisch. Die erreichbaren Flüsse können bis zu 10^{11} Neutronen/s betragen.

Moderation von Neutronen

Durch den Moderator werden die schnellen Neutronen abgebremst. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einer „Thermalisierung“ der Neutronen. Durch elastische Stöße mit den Molekülen des leichten oder schweren Wassers verlieren die Neutronen einen großen Teil ihrer kinetischen Energie. Bei leichtem Wasser werden ca. 18 Stöße mit den Protonen des Wassermoleküls benötigt, bis die Neutronen im thermischen Gleichgewicht sind. Der hohe Einfangquerschnitt für die Reaktion: n + p → d + 2,225 MeV bewirkt aber, dass der Neutronenfluss verringert wird. Durch Verwendung von schwerem Wasser können diese Verluste vermieden werden. Als Folge der größeren Masse des Stoßpartners Deuterium nimmt die benötigte Anzahl von Stößen bis zum thermischen Gleichgewicht auf 25 zu, da pro Stoß weniger Energie übertragen wird. Aus Kostengründen wird am BERII leichtes Wasser als Moderator bzw. Kühlmittel verwendet. Die mittlere Energie der Neutronen beträgt dann 25 meV (entspricht einer Wellenlänge von ca. 1,8 Å).

Um kalte Neutronen zu erzeugen, müssen diese ein weiteres Mal thermalisiert werden. Dies erfolgt in einer kalten Quelle, welche sich im Berylliumreflektor am Reaktorkern des BERII befindet. Sie ist mit tiefkaltem Wasserstoff bei einer Temperatur von 27 K gefüllt. Durch weitere elastische Stöße verschiebt sich das Neutronenspektrum hin zu höheren Wellenlängen. Die wahrscheinlichste Wellenlänge hat der Wert von ca. 3,5 Å.

Um Neutronen kürzerer Wellenlänge zu erzeugen, kann auch eine Moderation in einer heißen Quelle (z.B.: FRMII), bestehend aus einem Graphitblock, mit einer typischen Temperatur von bis 2000°C erfolgen. Dabei werden die Neutronen durch Stöße mit dem Kohlenstoffatomen wieder beschleunigt [Kri05].

2.3.2. Neutronenoptische Komponenten

Monochromatoren

Für Experimente mit polarisierten Neutronen werden häufig monochromatische Neutronen benötigt, da der Präzessionswinkel des Neutronenspins beim Passieren einer Probe mit von der Wellenlänge der Neutronen abhängt.

Zum Monochromatisieren der Neutronen kommen Choppersysteme, Geschwindigkeitsselektoren oder Perfekt- bzw. Mosaikkristalle zum Einsatz. Da Choppersysteme und Perfektkristalle wie Si[111] einen monochromatischen Strahl mit einem Wellenlängenband von geringer Breite ($\approx 10^{-4} - 10^{-3}\ \Delta\lambda/\lambda$) erzeugen, sind die Strahlintensitäten sehr gering und daraus folgend die Belichtungszeiten für die Detektorsysteme zu lang. Geschwindigkeitsselektoren erzeugen hingegen einen quasi-monochromatischen Neutronenstrahl mit einer Wellenlängenbreite von $\approx 10^{-1}\ \Delta\lambda/\lambda$. Diese Breite führt aber dazu, dass die Aufenthaltsdauern der verschiedenen Neutronenwellenlängen zu stark variieren und damit zu einer Dephasierung (Verlust der Polarisation) der Spins der Neutronen führen.

Aus diesem Grund werden Mosaikkristalle aus Graphit (HOPG- hochorientierte pyrolytische Graphitkristalle) mit einer Mosaizität von 0,5° bis 3,5° eingesetzt. Mosaikkristalle sind aus vielen kleinen Perfektkristallen (Mosaikblöcke) aufgebaut, deren Netzebenen leicht zueinander bzw. zur Oberfläche verkippt sind. Die Verteilung der Kippwinkel ist gaussähnlich. Durch Bragg-Reflexion wird aus dem Primärstrahl ein monochromatischer Strahl abgelenkt mit einer Wellenlängenbreite von 10^{-2} - $10^{-1}\ \Delta\lambda/\lambda$, je nach eingesetzter Mosaizität. Der Netzebenenabstand für Graphit beträgt 3,348 Å; typische Wellenlängen, welche reflektiert werden können, sind 1,5 – 6,0 Å.

Polarisatoren

Um einen Neutronenstrahl zu polarisieren, stehen verschiedene Möglichkeiten zur Auswahl:

- Totalreflektierende Schichten und Superspiegel
- He-3 Zellen
- Refraktion in magnetischen Prismen
- Magnetische Bragg-Reflexion

Totalreflektierende Schichten und Superspiegel

Bei totalreflektierenden Schichten wird auf Silizium oder einem Glassubstrat eine Reflexionsschicht aufgetragen. Diese bewirkt, dass streifend einfallende Neutronen an der Oberfläche reflektiert werden. Dem zu Grunde liegt die Tatsache, dass die Brechzahl der Reflexionsschicht kleiner eins ist im Gegensatz zur umgebenden Luft oder Vakuum mit der Brechzahl eins. Dies führt dazu, dass die auftreffenden Neutronen totalreflektiert werden. Dieses Prinzip fand häufig in älteren Neutronenleitern Anwendung, bei denen Nickel oder das reine Isotop Ni-58 auf einem borierten Glassubstrat aufgebracht wurde. Für die natürliche Isotopenverteilung von Nickel ergab sich dann ein Totalreflexionswinkel von 0,1° pro Ångstrom (Wellenlänge der Neutronen).

Wird das Substrat mit einem Ferromagneten z.B. Eisen beschichtet und dieses darüber hinaus magnetisiert, so ergeben sich für die beiden Komponenten Spin up und down unterschiedliche Brechzahlen und daraus folgend auch unterschiedliche Totalreflexionswinkel. Der Magnetisierungsvektor ist dabei parallel zur Oberfläche der Beschichtung ausgerichtet und die Spinvektoren des unpolarisierten Neutronenstrahls werden beim Eintreten in das Magnetfeld parallel oder antiparallel zum Feld ausgerichtet. Trifft der Neutronenstrahl unter einem Glanzwinkel auf die Oberfläche, welcher kleiner ist als der Totalreflexionswinkel der Spin up Komponente und größer als für die Spin down Komponente, so wird Spin up reflektiert und Spin down transmittiert. Unter idealen Bedingungen ist der Polarisationsgrad der räumlich getrennten Strahlen eins bzw. minus eins:

$$P = \frac{N\uparrow - N\downarrow}{N\uparrow + N\downarrow} \tag{2.43}$$

wobei N die untergrundkorrigierten Strahlintensitäten für Spin up und down darstellen.
Nachteilig bei dieser Methode der Polarisation des Strahles ist, dass durch die geringen Glanzwinkel bedingt die Baulänge eines nach diesem Prinzip arbeitenden Polarisators in Abhängigkeit von der Strahlbreite relativ lang ist. Die Baulänge kann durch die Erhöhung des kritischen Winkel verkürzt werden. Zu diesem Zweck kommen Superspiegel, von F. Mezei entwickelt, zum Einsatz. Superspiegel sind Multischichtsysteme, bestehend aus Doppelschichten mit aperiodischer Schichtdickenverteilung [Mez76]. Diese Schichten werden durch Sputtern auf das Substrat aufgebracht, wobei die Dicke der Doppelschichten mit zunehmendem Abstand vom Träger zunimmt. Für die Reflexion unter Winkeln, welche größer dem Totalreflexionswinkel sind, ist die Braggreflexion verantwortlich:

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\Theta) \tag{2.44}$$

mit d für den Abstand der Netzebenen, in Falle der Superspiegel die Dicke einer Doppelschicht, λ die Wellenlänge des Neutron, Θ der Glanzwinkel und n die Ordnung der Reflexion.
Zur Beurteilung des Reflexionsvermögens ist der m-Faktor eingeführt worden. Für eine totalreflektierende Nickelschicht entspricht dieser Faktor m=1. Für Superspiegelbeschichtungen ist dieser Faktor auf Grund des höheren kritischen Winkels größer und kann je nach Beschichtungsmaterial bis zu sechs betragen. Die Reflektivität der Doppelschicht ist vom Unterschied der Streulängendichte (SLD) der verwendeten Materialien abhängig:

$$SLD = \sum_i c_i N b_i \tag{2.45}$$

mit c_i für den Molenbruch (Atomanteil) des betrachtenden Isotops, N die Atomdichte und b_i die Streulänge des Isotops. Ist der Streulängendichteunterschied Null, findet keine Bragg-Reflexion statt, da die Reflektivität Null ist. Daher kommen für nicht-polarisierende Systeme häufig Nickel–Titan oder Molybdän–Silizium mit hohem Unterschied der SLD zur Anwendung [Tei05].

Bei polarisierenden Systemen bestehen die Doppelschichten aus einem nichtmagnetischen und einem magnetischen (ferromagnetisch) Material. Für das ferromagnetische Material ergibt sich eine mittlere Streulänge aus der Summe der Streulänge b für das Kernpotential und einer magnetischen Streulänge p (durch Sättigung der Magnetisierung durch ein äußeres Magnetfeld). Das Vorzeichen des magnetischen Anteils der Streulänge ist abhängig von der Ausrichtung der betrachtenden Spinkomponente in Bezug auf die Richtung der Magnetisierung (Parallel- oder Antiparallelstellung). Die Elemente des Materialssystems sind so zu wählen, dass für die Spin up Komponente der Unterschied der SLD zwischen magnetischen und nichtmagnetischen Schicht der Doppelschicht maximal wird. Dies entspricht einer hohen Reflektivität für den Spin up Anteil. Für den Spin down Anteil sollte sich möglichst keinen Unterschied der SLD ergeben.

Magnetische Schicht	**N(b+p) [10^{-6} Å^{-2}]**	**N(b-p) [10^{-6} Å^{-2}]**	**Nichtmagnetische Schicht**	**Nb [10^{-6} Å^{-2}]**
Fe	13,04	3,08	W	3,02
			Si	2,08
			Al	2,08
Fe:Co(50:50)	10,98	-0.52	V	-0,27
			Ti	-1,95
Co	6,55	-2,00	Ti	-1,95
Fe:Co:V(49:49:2)	10,75	-0,63	V	-0,27
Fe:Co:V(52:38:10)	6,27	2,12	Si	2,08
			Al	2,08

Tabelle 2.1:Streulängendichten für typische Materialien von polarisierenden Superspiegeln [Dia03]

Für die Reflektivität eines Superspiegels ist aber nicht der SLD-Unterschied allein verantwortlich. Darüber hinaus sind auch die Abschwächungskoeffizienten der verwendeten Materialien zu beachten. Mit polarisierenden Superspiegeln aus Fe/Si können m-Faktoren von 3,3 erreicht werden bei einer mittleren Reflektivität von 0,84 und einem Polarisationsgrades P von ≈0,97 [Swi09].

Anwendung finden die Superspiegel unter anderem in Cavities und Bendern.

Eine Cavity besteht aus mindestens zwei Superspiegeln, welche V-förmig angeordnet sind und deren „Spitze“ entgegen der Strahlrichtung zeigt. Die Superspiegelbeschichtung bewirkt, dass nur die Spin down Neutronen transmittiert werden.

Bei den in Kapitel 4 beschriebenen Experimenten ist ein „solid state bender“ verwendet worden. Der Bender besteht aus einem Stapel von Superspiegeln mit einer m=2,3 Beschichtung aus FeCo/Si. Die

Waferdicke betrug 250 µm. Die Rückseite des Superspiegels ist mit Gadolinium beschichtet. Der gesamte Stapel aus Wafern ist gebogen, so dass die durch die Stirnseiten eintretenden Neutronen nicht durch den Siliziumwafer transmittiert werden können, ohne auf den Superspiegel getroffen zu sein. Die Durchbiegung der Stapels betrug daher >250 µm [Kri98] [Kri09].

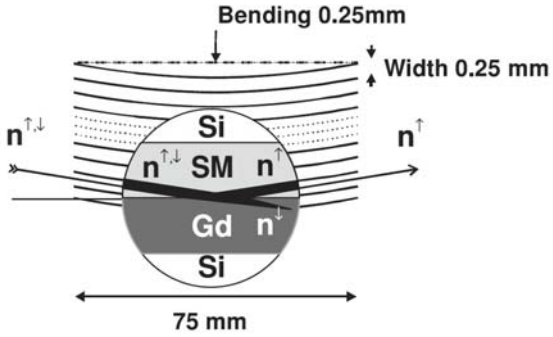


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung eines polarisierenden Benders
Siliziumwafer - eine Seite mit FeCo-Si Superspiegel (SM) die andere Seite mit Gadolinium beschichtet [Kri09]

Die Superspiegel befanden sich in einem äußeren Magnetfeld der Stärke 100mT, auf Grund dessen die FeCo-Legierung des Superspiegels magnetisiert war. Dies führt dazu, dass Spin up Neutronen am Superspiegel reflektiert werden, während die Spin down Neutronen den Superspiegel passieren und von der dahinter liegenden Gadoliniumschicht absorbiert werden. Die Polarisation des Benders betrug >95% bei einer Wellenlänge von 3,5 Å und einer Transmission von 30% im Vergleich zur Eingangsintensität. Der Strahlquerschnitt betrug 15 mm x 40 mm. Der Bender hat eine Gesamtlänge von 7,5 cm und ist damit deutlich kürzer als eine Cavity bei ähnlicher Polarisation. Durch die im Bender stattfindende Reflexion ist der austretende Strahl in Vergleich zum Einfallenden um ca. 2° abgelenkt.

He-3 Zellen

Ein weiteres häufig eingesetztes Verfahren ist die Polarisation mit Helium-3 Zellen. Bei diesem Typ von Polarisatoren kommt das selten vorkommende Heliumisotop He-3 zum Einsatz. He-3 weist wie Neutronen auch eine Spinquantenzahl von S = ½ auf. Es kann daher in einem äußeren Magnetfeld die Zustände up und down annehmen. Treten nun polarisierte Neutronen mit polarisierten He-3-Kernen in Wechselwirkung, so sind nur zwei Zustände möglich – die Spins sind parallel oder antiparallel ausgerichtet. Im Falle der antiparallelen Stellung wird das Neutron vom Helium-3 eingefangen. Der Absorptionsquerschnitt für die Reaktion beträgt ca. 3000 barn pro Ångström [HZB09].

$$^3He_{\uparrow} + n_{\downarrow} \rightarrow {}^4He^* \rightarrow T + p + 740keV \tag{2.46}$$

Bei paralleler Stellung der Spins tritt nur elastische Streuung auf mit einem Wirkungsquerschnitt von ca. fünf barn.

Der Abschwächungskoeffizient für die antiparallele Ausrichtung ist gegeben durch:

$$\mu = f(T) \cdot p_{He}[bar] \cdot \lambda[\AA] \tag{2.47}$$

mit f(T) als Vorfaktor, welcher empirisch ermittelt wurde und im Wesentlichen temperaturabhängig ist. f(T) hat einen Wert von 0,0733 1/(cm·bar·Å) [Bec97]. Für die Transmission durch eine He-3 Zelle gilt dann:

$$T_n = e^{-\mu \cdot l} \cdot \cosh(\mu \cdot l \cdot P_{He}) \tag{2.48}$$

mit l für die Länge der Zelle und P_{He} für den Polarisationsgrad des Heliums
Die Polarisation durch die He-3 Zellen berechnet sich nach:

$$P_n = \tanh(\mu \cdot l \cdot P_{He}) \tag{2.49}$$

Es ist daher erforderlich, die Länge und den Druck der Zelle optimal zu wählen. Eine hohe Polarisation wird durch einen hohen Druck bzw. eine große Zelle positiv beeinflusst. Dies führt aber auch zu einem Verlust der gewünschten Neutronen mit Spin up Ausrichtung. Es hat sich gezeigt, dass der Gütefaktor Q maximiert werden muss:

$$Q = \sqrt{T_n} \cdot P_n \tag{2.50}$$

Dies ist erreicht wenn:

$$\mu \cdot l \approx 1{,}9 \quad \Leftrightarrow \quad p_{He}[bar] \cdot \lambda[\AA] \cdot l[cm] \approx 26 \tag{2.51}$$

Die verwendeten Drücke für He-3 liegen typischerweise in einem Bereich von 0,5 bis 3 bar bei einer Zelllänge von einigen Zentimetern. Für die Polarisation von He-3 sind Werte von 0,3 bis 0,8 üblich.
Die Polarisation des He-3 klingt mit der Zeit exponentiell ab. Dafür verantwortlich sind Dipol-Dipol-Wechselwirkungen der Heliumkerne untereinander (durch einen hohen Druck begünstigt), Inhomogenität im umgebenden Magnetfeld (Führungsfeld) sowie Relaxationen durch Kontakt mit der inneren Oberfläche der Zelle. Letzteres kann durch die Wahl geeigneter Wandmaterialien (z.B. Quarzglas) verringert werden. Außerdem werden die Innenseiten mit Cäsium beschichtet, um eine weitere Verbesserung zu erreichen. Um die Transmission der Neutronen zu vergrößern, ersetzt man das Eintritts- und Austrittsfenster der Zelle durch Siliziumwafer mit geringerer Absorption als Quarzglas. Unter diesen Bedingungen können Relaxationszeiten von 200h erreicht werden [Ino04].
Die Polarisation des Helium-3 erfolgt durch optisches Pumpen mit einem Nd:LMA-Laser. Das optische Pumpen aus dem Grundzustand des He-3 ist nicht möglich. Aus diesem Grund werden die Atome durch eine schwache Gasentladung in den 2^3S_1-Zustand überführt. Durch zirkularpolarisiertes Licht mit der Wellenlänge 1083 nm werden die Atome in den 2^3P-Zustand gepumpt. Dabei werden die

Photonen absorbiert und ihr Spin auf das He-3 Atom übertragen. Die Kernspins richten sich im angelegten Führungsfeld aus. Es erfolgt die Reemission eines Photons gleicher Wellenlänge beim Übergang in den 2^3S_1-Zustand. Durch Stöße zwischen den Atomen erfolgt der Übergang in den Grundzustand. Das optische Pumpen erfolgt bei Drücken von ca. einem mbar, so dass der Druck durch Verdichten in mehreren Stufen auf den erforderlichen Druck in der Zelle erhöht werden muss. Dieser Vorgang führt bereits zu einer Verringerung der He-3 Polarisation. Je nach Dauer des Pumpens können Polarisationsgrade des Neutronenstrahls von >95 Prozent erreicht werden. Dieses Verfahren der Polarisation hat mehrere entscheidende Vorteile gegenüber anderen Prozeduren. Zum einen bietet es die Möglichkeit einen polychromatischen Strahl zu polarisieren, wobei aber zu beachten ist, dass sich auf Grund der Energieabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten wellenlängenabhängige Polarisationsgrade ergeben. Des Weiteren können Strahlen mit großem Querschnitt homogen polarisiert werden. Dies kann mit einem „solid state bender“ nicht erreicht werden, da das Biegen des Waferstapel bei großen Stapelhöhen zu unterschiedlich Krümmungsradien innerhalb des Benders führt. Mit einer Cavity werden vergleichbare Querschnitte erreicht, aber bei einer Länge von einigen Metern gegenüber von Zentimetern bei einer Helium-3 Zelle. Auch weisen Helium-3 Zellen eine homogene Intensitätsverteilung über die gesamte Querschnittsfläche auf. Diese Vorteile bewirken, dass trotz des Nachteils der abklingenden Polarisation die Einsatzmöglichkeiten zunehmen. Durch Nachfüllen des Helium-3 aus einer Speicherzelle oder den Einsatz von mobilen Pumpständen kann die Zeit bis zum Austausch der Zelle verlängert bzw. überflüssig werden.

Refraktion an magnetischen Prismen

Die Polarisation des Neutronenstrahls kann auch durch die Aufspaltung des Strahles in einem magnetischen Prisma erfolgen. Zu diesem Zweck kann ein dreiseitiges Luftprisma mit einem stumpfen Keilwinkel verwendet werden, welches Teil eines magnetischen Kreises ist. Der Luftspalt darf aber nur klein sein, da ansonsten das Magnetfeld verzehrt wird und der magnetische Widerstand steigt und bei konstanter Durchflutung der magnetische Fluss bzw. die Flussdichte sinkt. Die unterschiedlichen Ablenkwinkel für Spin up und down unterscheiden sich nur um wenige Winkelsekunden. Es ist somit eine große Wegstrecke notwendig, um die beiden Strahlen räumlich von einander zu trennen. Dieses Verfahren eignet sich daher nur für Strahlen mit kleinem Querschnitt (einige Quadratmillimeter). Mit dieser Methode können polarisierte Neutronen erzeugt werden, welche in einem Interferometer benutzt werden [Bad00] [Jer07b].

3. Experimenteller Aufbau

3.1. Allgemeiner Aufbau

Am Helmholtz-Zentrum Berlin für Materialien und Energie wird zum Zwecke der Material- und Strukturforschung mit Neutronen der Kernreaktor BERII betrieben. Die Instrumente befinden sich in zwei Versuchshallen am Reaktor. In der Experimentierhalle werden die Instrumente über Strahlrohre direkt mit thermischen Neutronen aus dem Reaktorkern versorgt. In der Neutronenleiterhalle werden die Neutronen durch Neutronenleiter zu den Experimentplätzen geleitet. Hierbei handelt es sich um kalte Neutronen, welche zusätzlich zur Moderation im leichten Wasser des Schwimmbadreaktors in einer kalten Quelle moderiert wurden. Die hier verwendeten Neutronenleiter bestehen aus borierten Glaswänden, welche einen rechteckigen Querschnitt bilden, der im Inneren evakuiert ist. Die Innenseiten der Leiter sind mit Nickel-58 beschichtet und bewirken, dass die Neutronen mittels Totalreflexion zu den Messplätzen transportiert werden. Der dabei maximal mögliche Glanzwinkel beträgt 0,12° pro Ångstrom – dies entspricht einem m-Faktor von 1,2. Die Stirnseiten der Leiter sind mit Aluminiumfenster einer Dicke von 0,5 mm versehen, durch die die Neutronen in den Leiter gelangen. Das Vakuum ist notwendig, um Verluste durch Streuung und Absorption an Luftbestandteilen zu vermeiden. Die Tomographiestation CONRAD – „cold neutron radiography“ [Hil06] befindet sich am Ende des Neutronenleiters NL1b. Dieser Leiter hat einen Querschnitt von 125 mm x 30 mm. Das Neutronenspektrum dieses Leiters weist eine Boltzmann-artige Verteilung auf mit einer häufigsten Wellenlänge von 3,5 Å. Zur Verminderung des Untergrundes ist der Neutronenleiter auf einer Länge von 28 Metern mit einem Radius von 3000 Meter gekrümmt. Dies führt dazu, dass keine Neutronen vom Eintrittsfenster direkt zum Austrittsfenster gelangen können, ohne mindestens eine Reflexion an der nickelbeschichteten Oberfläche des Leiters vollzogen zu haben. Da für schnelle Neutronen und Gammastrahlung keine Totalreflexion möglich ist, folgen sie nicht der Krümmung des Leiters und die kalte Neutronenstrahlung am Ende des Leiters ist weitestgehend frei von schnellen Neutronen und Gammastrahlung. Dieser Vorteil gegenüber anderen Tomographiestationen ermöglicht es nicht nur Tomographie mit einem polychromatischen Strahl durchzuführen, sondern auch mit monochromatischen Neutronen mit schmaler Bandbreite ($\Delta\lambda/\lambda < 0{,}1$). Die Tomographiestation CONRAD bietet die Möglichkeit, Radiographien und Tomographien an zwei unterschiedlichen Positionen durchzuführen. An der ersten Position direkt am Ende des Leiters befindet sich der Bunker (Grundfläche $1 m^2$) für die Hochflussposition. Die Flussdichte am Ende des Leiters beträgt $2{,}0 \cdot 10^8$ Neutronen pro cm^2 und Sekunde. Dort können Belichtungszeiten von <500 ms erreicht werden. Die Divergenz der aus dem Leiter austretenden Neutronen bewirkt aber, dass an dieser Position nur eine Auflösung von größer 300 µm erzielt werden kann. Der erste Bunker kann aber auch genutzt werden, um Geschwindigkeitsselektoren oder andere neutronenoptische Elemente zu installieren.

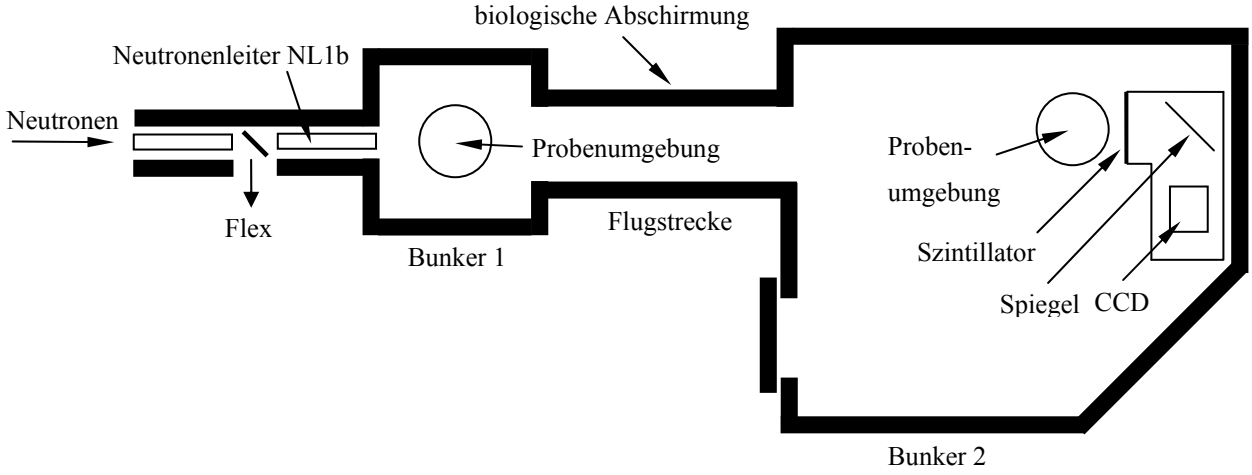


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau der Tomographiestation CONRAD (nicht maßstabsgetreu)

Die zweite Messposition befindet sich fünf Meter hinter dem Ende des Neutronenleiters in einem weiteren Bunker mit einer Grundfläche von ca. 10 m^2. Um an dieser Position messen zu können, wird ein Blendenwechsler benutzt, welcher es erlaubt, Kreisblenden verschiedener Durchmesser D (1, 2 und 3 Zentimeter) in den Strahl am Ende des Leiters zu bewegen. Dies führt zu L/D-Verhältnissen von 512, 261 und 174. Diese beschreiben das Verhältnis zwischen Länge L des Strahlweges (Abstand Kreisblende und Detektorsystem) und Durchmesser D der Kreisblende [Ban08]. Mit zunehmendem L/D-Verhältnis sinkt die Neutronenflussdichte am Ort des Detektors und die Strahldivergenz wird verkleinert. Bei Verwendung der zwei Zentimeter Blende wird noch ein maximaler Fluss von $1{,}6 \cdot 10^7$ n/cm^2s am Probenort erreicht. Die Messposition ist mit einem Probenmanipulator ausgerüstet, der neben der eigentlichen Rotationsachse für die Tomographie auch die Möglichkeit bietet, die Probe in alle drei Raumrichtungen zu translatieren und zu kippen. Das Strahlfeld, welches noch eine ausreichende Intensität gewährleistet, hat eine Größe von 11 cm x 11 cm. Als Detektorsystem kommt ein Szintillator zum Einsatz, welcher die auftreffenden Neutronen absorbiert und anschließend Photonen mit einer mittleren Wellenlänge von 540 nm emittiert. Als Detektormaterial findet Lithium-6-Fluorid Verwendung, wobei die aus der Kernreaktion entstehenden Alpha- und Tritonpartikel Zinksulfid zur Emission von Photonen im sichtbaren Bereich anregen:

$$^6Li + n \rightarrow \alpha + {}^3H + 4{,}78\,MeV \tag{3.1}$$

Die Szintillatoren hatten eine typische Dicke von 50 – 400 µm. Gefertigt wurden diese von den Firmen Applied Scintillator Technologies oder RC Tritec [Fre09].

Die erzeugten Photonen werden von einem Spiegel umgelenkt, der unter 45° zum Szintillator steht, und von einer CCD-Kamera (charge-coupled device) detektiert. An der Tomographiestation kommt die Kamera DW436 BV der Firma Andor mit einem Feld von 2048 x 2048 Pixeln zum Einsatz. Diese Kamera zeichnet sich durch einen vernachlässigbaren Dunkelstrom (< 0,1 Elektronen pro Pixel und

Sekunde bei -50°C Chiptemperatur) und ein geringes Ausleserauschen aus. Darüber hinaus beträgt die Quanteneffizienz bei 540 nm über 90 %. Als Objektive wurden das Nikkor 50 mm / 1.2 und das Micro Nikkor 105 mm / 2.8 (Makroobjektiv) der Firma Nikon verwendet. Die in Kombination mit der CCD-Kamera erreichbaren Pixelgrößen in der Szintillatorebene betragen 30 – 100 µm. Dieser Aufbau ermöglicht es, auch bei niedrigen Strahlintensitäten, etwa im Falle monochromatischer Neutronen, eine gute Bildqualität zu erreichen.

3.2. Doppelmonochromator

Für die Messung mit polarisierten Neutronen musste aus dem polychromatischen Strahl des Neutronenleiters NL1b ein monochromatischer Strahl extrahiert werden. Dies erfolgte mit einem Doppelmonochromator (Abbildung 3.2), welcher aus zwei identischen Graphitmonochromatoren aufgebaut ist und der im ersten Bunker installiert werden kann. Die Graphitkristalle haben eine Größe von 50 mm x 40 mm x 4 mm. Zwei Typen von Monochromatoren mit Mosaizitäten von 0,8° bzw. 3,5° stehen zur Verfügung. Für die im Kapiteln 4 beschriebenen Experimente wurden die Monochromatoren mit 3,5° Mosaizität verwendet – das breitere Wellenlängenband führt dann zu einer Verkürzung der Messzeit gegenüber den Kristallen mit der geringen Mosaizität. Auf den ersten Kristall treffen Neutronen aus der oberen Hälfte des Leiters. Sofern die Braggbedingung erfüllt ist, werden die Neutronen reflektiert. Der reflektierte Strahl trifft auf den zweiten Kristall, welcher sich am Ende des Leiters in der unteren Hälfte befindet und reflektiert die Neutronen ebenfalls, da beide Monochromatoren in Parallelstellung zueinander stehen. Durch Drehung der beiden Kristalle und Verschiebung des zweiten Kristalls um zu gewährleisten, dass dieser vom reflektierten Strahl des ersten getroffen wird, können beliebige Wellenlängen im Bereich von 2.0 – 6.0 Ångström ausgewählt werden. Dabei ist zu beachten, dass auch Braggreflexion höherer Ordnung möglich sind.

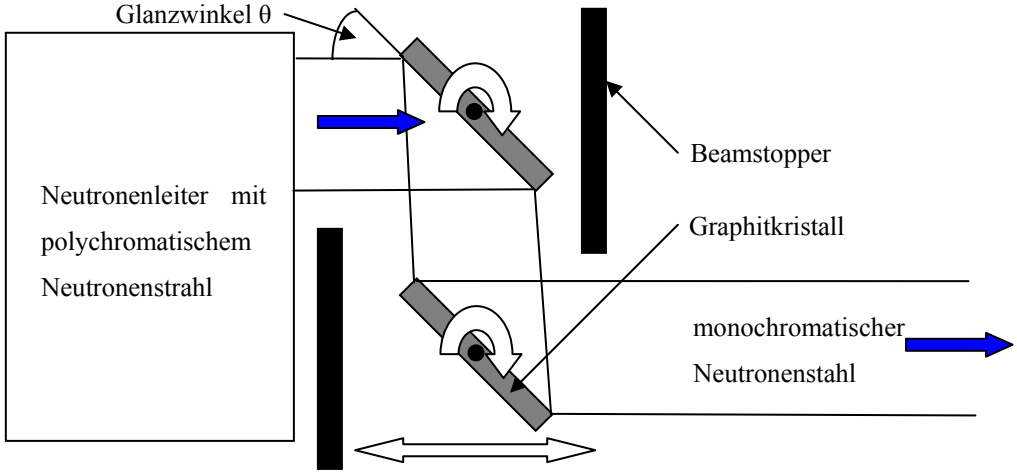


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Doppelkristallmonochromators

Da die charakterische Wellenlänge des Leiters 2,12Å beträgt und Neutronen mit Wellenlängen unterhalb von 2 Å nur noch in vernachlässigbaren Intensitäten im Spektrum enthalten sind, kann davon ausgegangnen werden, dass bis zu einer Wellenlängen von 4 Å keine höheren Ordnungen im

monochromatischen Strahl enthalten sind. Der Vorteil der Doppelmonochromatoranordnung liegt in der Tatsache begründet, dass das Ändern der Wellenlänge zu keiner Lageänderung des Strahls führt und der in Strahlrichtung befindliche Aufbau in seiner Position nicht verändert werden muss [Tre06].

3.3. Experimentaufbau für polarisierte Neutronen

Die für die weiteren Experimente eingestellte Wellenlänge der Neutronen betrug 3,3 Å. Das komplette Setup zur Polarisation der Neutronen bzw. zur Analyse des Neutronenspins befand sich im zweiten Bunker der Tomographiestation CONRAD. Die Spins des unpolarisierten Neutronenstrahles werden beim Eintritt in das Magnetfeld des „solid state bender", der als Polarisator fungiert, in Neutronen mit Spin parallel zur vertikalen Achse („Spin-up") und solche mit antiparallelem Spin („Spin-down") aufgespalten.

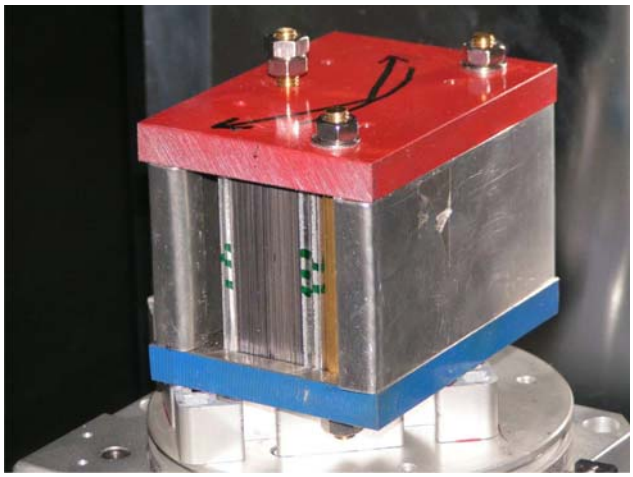


Abbildung 3.3: Solid State Bender, welcher zur Polarisation des Neutronenstrahls benutzt wurde

Beim Auftreffen der Neutronen auf die Superspiegel des Benders wird nur die Spin-up Komponente reflektiert. Die Spin-down Komponente wird vom Gadolinium fast vollständig absorbiert, mit der Folge, dass der transmittierte Strahl eine Polarisation von >95 % aufweist. Die nicht perfekte Biegung des Siliziumwaferstapels führt zu Intensitätsschwankungen innerhalb des Strahlfeldes, wobei der Polarisationsgrad aber nicht unter 95 % sinkt.

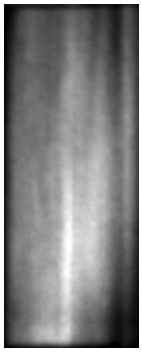


Abbildung 3.4: Radiogramm eines Benders mit einem Gesichtsfeld von 15 mm x 40 mm
Deutlich sichtbar sind die Inhomogenitäten durch die gebogenen Siliziumwafer

Um zu verhindern, dass die Polarisation des Strahls durch Streufelder in der Umgebung des experimentellen Aufbaus wieder verringert wird, muss die Polarisation des Strahls durch ein Führungsfeld aufrecht erhalten werden, welches eine parallele oder antiparallele Stellung in Bezug auf die Ausrichtung des Spins hat und eine höhere Feldstärke aufweist als die Streufelder. Im Falle des verwendeten Benders fungiert das Magnetfeld, welches zum Magnetisieren der Eisen-Kobalt-Schichten benötigt wird, als ausreichend starkes Führungsfeld in der Umgebung des Polarisators. Mit zunehmendem Abstand vom Bender schwächt sich dieses Feld ab, und in einer Entfernung von ca. 40 cm beträgt die Flussdichte durch den Bender weniger als 0,05 mT. Dies entspricht auch in etwa der Stärke der Streufelder der Umgebung. An dieser Stelle befindet sich die Probenposition, bestehend aus einer Halterung für die Probe und einem Rotationstisch unterhalb der Halterung.

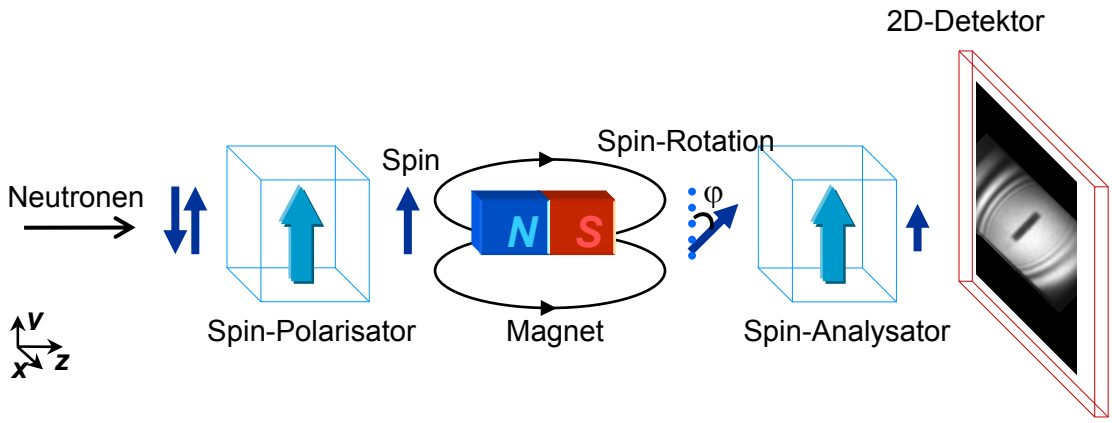


Abbildung 3.5: Experimenteller Aufbau zur Bildgebung mit spinpolarisierten Neutronen

Dahinter befindet sich der Analysator, welcher baugleich zum Polarisator ist und die vom Polarisator vorgegebene Spinrichtung analysiert. Erreicht wird dies durch die parallele Ausrichtung der Magnetfelder im Inneren der beiden Bender. Der Abstand des Analysators zum Probenort beträgt auch 40 cm, so dass das Magnetfeld des Analysators auf die Proben nur einen geringen Einfluss hat, aber das stärker werdende Magnetfeld bei Annäherung auch als Führungsfeld wirkt. Das Detektorsystem, bestehend aus den Szintillator und der CCD-Kamera, befindet sich, in Strahlrichtung gesehen, direkt hinter dem Analysator [Kar08].

Beim Passieren eines Magnetfeldes einer Probe kann die Richtung des Spins verändert werden. Dafür verantwortlich ist die Larmorpräzession, welche eine Drehung der Spinrichtung um die lokale Magnetfeldachse ist. Der Gesamtdrehwinkel des Spins ergibt sich nach folgender Formel:

$$\varphi = \frac{\gamma}{v} \int_{Weg\ S} B ds \tag{3.2}$$

wobei v die Geschwindigkeit der Neutronen und B der Betrag der magnetischen Flussdichte ist. Der Drehwinkel des Spins vergrößert sich mit zunehmender Stärke des Magnetfeldes sowie mit kleiner

werdender Geschwindigkeit der Neutronen. Die Formel 3.2 gilt unter der Einschränkung, dass die Neutronenspinrichtung immer senkrecht zur Richtung des durchlaufenen Magnetfeldes orientiert ist. Die durch den Detektor gemessene Intensität (Transmission) ergibt sich aus der Multiplikation der Ausgangsintensität mit der Schwächung des Strahls auf Grund von Absorption und Streuung sowie durch die vom Magnetfeld bewirkte Drehung der Spinrichtung:

$$I(x,y) = I_0(x,y) \cdot \underbrace{e^{-\int_{Weg\,S} \mu(s)ds}}_{Schwächung} \cdot \underbrace{\frac{1}{2}\left[1+\cos\varphi(x,y)\right]}_{Spindrehung} \tag{3.3}$$

Vom Analysator wird die Komponente des Spins ermittelt, welche parallel zur Vorzugsrichtung des Analysators liegt.

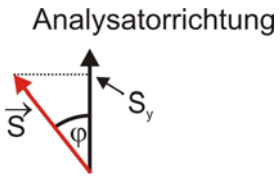


Abbildung 3.6: Spin und Spinkomponente in y-Richtung

Der vom „solid state Bender“ analysierte Anteil entspricht daher der y-Komponente des Spinvektors im Bezugsystem, welches in Abbildung 3.5 vorgegeben wurde. Der resultierende Spin, welcher nach Verlassen des Magnetfeldes parallel zur y-Richtung (**S** = [0,1,0]) ausgerichtet ist, bewirkt, dass die durch den Bender durchgelassene Intensität maximal wird bzw. die Transmission den Wert eins annimmt. Bei einer Antiparallelstellung beträgt die Transmission Null; der Drehwinkel des Spins ist in dieser Stellung 180° (**S** = [0,-1,0]). Bei einer 90° Stellung des Spins beträgt die Transmission daher 50%.

4. Resultate und Diskussion

4.1. Radiogramme verschiedener Felder

Mit dem im Kapitel 3.3 beschriebenen Aufbau war es nun möglich, die hohe Sensitivität der Neutronen für Magnetfelder in radiographischen aber auch tomographischen Messungen zu nutzen. Um die Leistungsfähigkeit dieses Aufbaus zu verdeutlichen, sind zu Beginn der Experimentserie Proben untersucht worden, von denen die Struktur des Magnetfeldes bekannt war. Dazu zählen unter anderem Dipolmagnete und Magnetfelder von stromdurchflossenen Leitern.

4.1.1. Einzelner Dipolmagnet

In Abbildung 4.1 ist ein Radiogramm eines nahezu perfekten Dipolmagneten gezeigt. Das Magnetfeld ist rotationssymmetrisch, wobei die Symmetrieachse der Nordpol-Südpol-Achse des Magneten entspricht. Die Flussdichte an der Oberfläche des Dipols beträgt ca. 200 mT (gemessen mit einer Hallsonde). Befestigt war der Magnet an einem Aluminiumblech, welches auf Grund der geringen Absorption im Radiogramm kaum zu erkennen ist, so dass die Probe scheinbar „schwebt“. Die Verzerrung des Magnetfeldes durch das paramagnetische Aluminium kann vernachlässigt werden. Da der polarisierte Neutronenstrahl nur eine Breite von 15 mm hatte, war es notwendig die Probe gemeinsam mit dem Detektor durch den Strahl zu „scannen“, d.h. während der Belichtungszeit wurden die Probe und das Detektorsystem senkrecht zur Strahlrichtung bzw. in x-Richtung verschoben, um das Gesichtsfeld auf den gesamten Probenbereich auszudehnen. Die Symmetrieachse des Feldes war ebenfalls in x-Richtung orientiert.

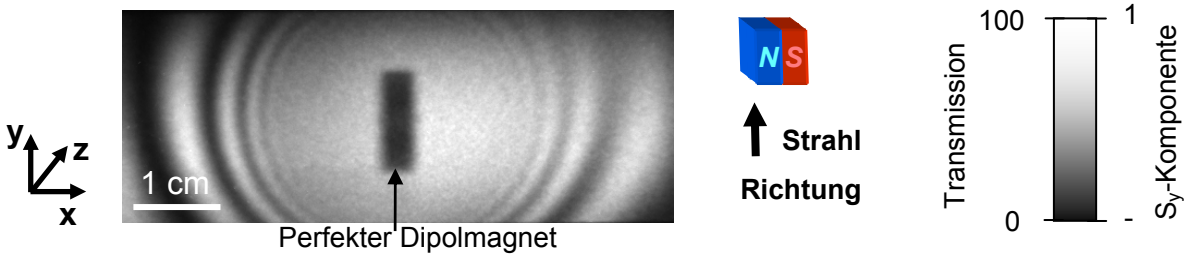


Abbildung 4.1: Mit spinpolarisierten Neutronen aufgenommenes Radiogramm eines Dipolmagneten

Das Radiogramm zeigt ringförmige Strukturen, in dessen Zentrum sich die Probe befindet, wobei die Ringe alternierend helle und dunkle Bereiche aufweisen. Der Kontrast nimmt zum Zentrum hin ab bzw. wird Null. Helle Bereiche bedeuten eine Transmission von >50% (y-Komponente des Spins > 0). Dies entspricht einem resultierenden Drehwinkel des Spins von $\varphi < 90°$. Dunkle Bildbereiche weisen eine Transmission von <50% auf - entsprechend sind die Drehwinkel $\varphi > 90°$ in Bezug auf die zu analysierende Spinkomponente in positiver y-Richtung. Da es sich nur um den Drehwinkel nach Verlassen des Probenfeldes handelt, kann nicht bestimmt werden, ob der Spin beim Durchgang des

Feldes um z.B. 90° oder 450° gedreht wurde, da in beiden Fällen eine Transmission von 50% gemessen wird. Diese Tatsache ist auch der Grund für die alternierende Ringstruktur (Abbildung 4.1). Die gemessenen Drehwinkel entsprechen mathematisch dem tatsächlichen Drehwinkel modulo $2\cdot\pi$.
Das Zentrum eines hellen bzw. dunklen Ringes muss darüber hinaus nicht die Transmission eins oder Null annehmen. Dies ist hauptsächlich der Fall, wenn das Magnetfeld immer senkrecht zum Spin ausgerichtet ist. Diese Bedingung ist für die Ebene, auf die die Symmetrieachse senkrecht steht und die mittig durch den Dipol verläuft, erfüllt. Für alle anderen Wege durch das Magnetfeld sind beliebige Ausrichtungen zwischen Spin- und Magnetfeldrichtung möglich.
Der abnehmende Kontrast vom Bildrand zur Bildmitte hat im Wesentlichen zwei Ursachen: zum einen folgen die Ringe in immer kürzeren Abständen, so dass die Periodenlängen kleiner werden als das Auflösungsvermögen der Messapparatur bis sie schließlich nicht mehr nachweisbar sind. Bei Annäherung an den Magneten nimmt zudem die magnetische Flussdichte zu (die Richtung wird bei dieser Überlegung nicht berücksichtigt). Nach Formel 3.2 nimmt daher die Zahl der Drehungen, welche der Spin im Magnetfeld erfährt, bei gleicher Weglänge zu. Eine geringe laterale Verschiebung des Strahlweges führt daher in der Nähe des Magneten zu stärkeren Änderungen des Drehwinkels als in großer Entfernung (Ursache für die Abnahme der Periodenlänge). Ein weiteres Argument für den Verlust des Kontrastes ist in der Tatsache begründet, dass der verwendete Neutronenstrahl kein monochromatischer Strahl mit vernachlässigbarer Wellenlängenbandbreite war. Die verwendeten Graphitmonochromatoren wiesen eine Wellenlängenbreite $\Delta\lambda/\lambda$ von 12% auf. Die unterschiedlichen Wellenlängen im Strahl führen zu unterschiedlichen Verweildauern im Magnetfeld. Nach Formel 3.2 folgt, dass die einzelnen Wellenlängen auch in einem betrachtenden Nadelstrahl unterschiedliche Drehwinkel im Magnetfeld erfahren.

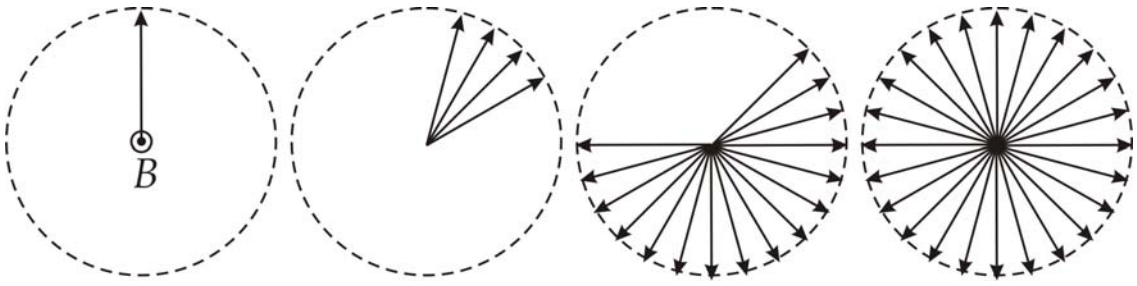


Abbildung 4.2: Spinpräzession eines monochromatischen Strahles mit breiter Wellenlängenverteilung führt zu einer Dephasierung der Spins und damit auch zu einer Verringerung der Polarisation

Entspricht der Drehwinkel modulus $2\cdot\pi$ der langsamsten Wellenlänge dem Drehwinkel modulus $2\cdot\pi$ der schnellstens Wellenlänge (mit Ausnahme der Startbedingung), so ist die Polarisation des Strahles nahe Null (Abbildung 4.2) und die gemessene Transmission 50 % unabhängig von dem Feldintegral beim Passieren des Magnetfeldes.
Das symmetrische Magnetfeld führt auch zu einer symmetrischen Verteilung des resultierenden Drehwinkels im Radiogramm. Die Symmetrieabweichungen am linken bzw. rechten Bildrand sind

durch eine geringe Fehlorientierung (~einige Grad) des Magneten verursacht. Die geringe Transmission im Bereich des Magneten ist durch die hohe Absorption für Neutronen verursacht.

4.1.2. Doppeldipolmagnet

Abbildung 4.3 zeigt zwei einander anziehende Dipolmagnete, welche von einem dazwischen liegenden Aluminiumstab mit einer Dicke von 2 cm auf Abstand gehalten werden. Auch diese Dipolmagnete weisen eine Flussdichte von ca. 200 mT an der Oberfläche auf. Der Scanbereich ist auf 12 cm erweitet worden, um auch die Feldverteilung in Bereichen mit schwacher magnetischer Flussdichte zu visualisieren. Da die Überlagerung zweier symmetrischer Felder dieser Orientierung ein symmetrisches Gesamtfeld ergibt, ist der Schwerpunkt des Gesichtfeldes auf die linke Seite der Feldverteilung gelegt worden, da der maximale Scanbereich nicht mehr als 12 cm betragen konnte. Um die Verteilung des Feldes auch ober- und unterhalb der Magnete messen zu können, sind drei unabhängige Messungen bei unterschiedlichen Höhenpositionen der Magnete in Bezug auf den polarisierten Neutronenstrahl durchgeführt worden (horizontale Streifen). Auch bei diesem Beispiel sind die Ringstrukturen um die Magnete deutlich zu erkennen. Mit zunehmendem Abstand zum Magneten nimmt die Flussdichte ab und führt zu einer Vergrößerung der Periodenlänge der aufeinanderfolgenden Ringe. Zwischen den Magneten sind zwei Bereiche mit homogener Verteilung der Spindrehwinkel in senkrechter Richtung zu erkennen. Die beiden Dipolmagneten befinden sich in einer ähnlichen Anordnung wie zwei Helmholtzspulen zueinander. Das führt zu einer homogenen Flussdichteverteilung zwischen den Magneten und daraus folgend nur zu geringen Änderungen des Feldintegrals bzw. der gemessenen y-Komponente des Spins [Daw09].

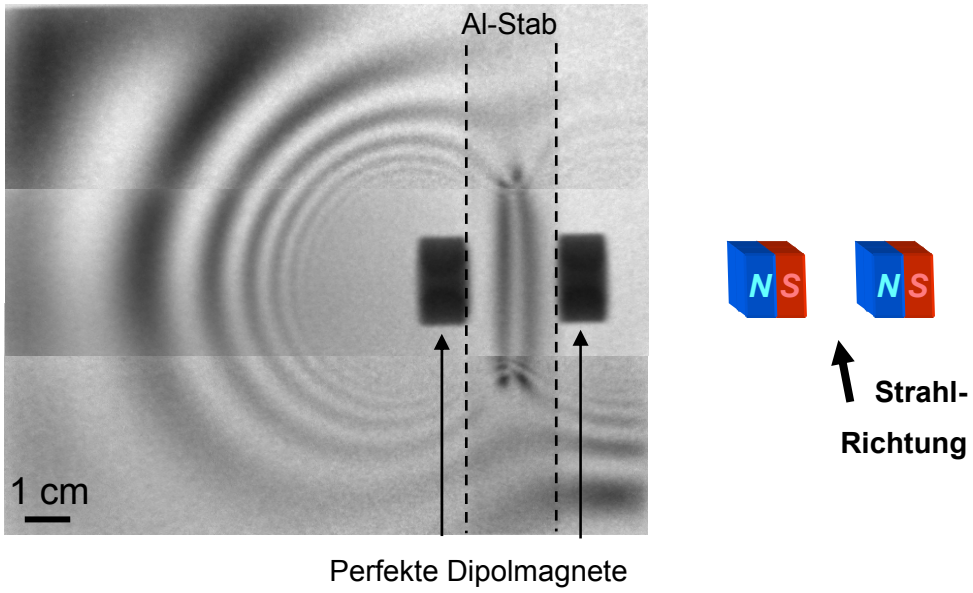


Abbildung 4.3: Radiogramm von zwei sich anziehenden Dipolmagneten

Die Übergänge zwischen den drei Teilbildern zeigen geringe Intensitätsunterschiede, wobei aber die Ringstruktur erhalten bleibt. Dem Feld der Dipolmagneten ist ein Umgebungsfeld von geringer

Flussdichte (<0,05 mT) überlagert, welches durch die Bender und sich in der näheren Umgebung befindenden Schrittmotoren erzeugt wird. Das Umgebungsfeld ändert sich räumlich und zeitlich nicht, aber die vertikale Verschiebung der Dipolmagneten führt zu drei leicht veränderten Gesamtfeldern, welche dann geringe Änderungen in den resultierenden y-Komponenten der Spins bewirken.
Bei den gezeigten Magneten handelt es sich um hartmagnetische Ferritmagneten auf Basis von Barium-Eisenoxid, welche oberhalb der Curietemperatur gesintert wurden. Bei diesen Temperaturen verliert das Eisenoxid seine ferromagnetische Ordnung und liegt als paramagnetischer Stoff vor. Bei Verringerung der Temperatur unter die Curietemperatur und gleichzeitigem Einwirken eines äußeren Feldes bilden sich Domänen mit einer Feldorientierung parallel zum angelegten Feld. Diese Ausrichtung bleibt bis zum erneuten Überschreiten der Curietemperatur erhalten. Die Güte dieses Herstellungsprozesses entscheidet über die Qualität der erzeugten Dipolmagnete.

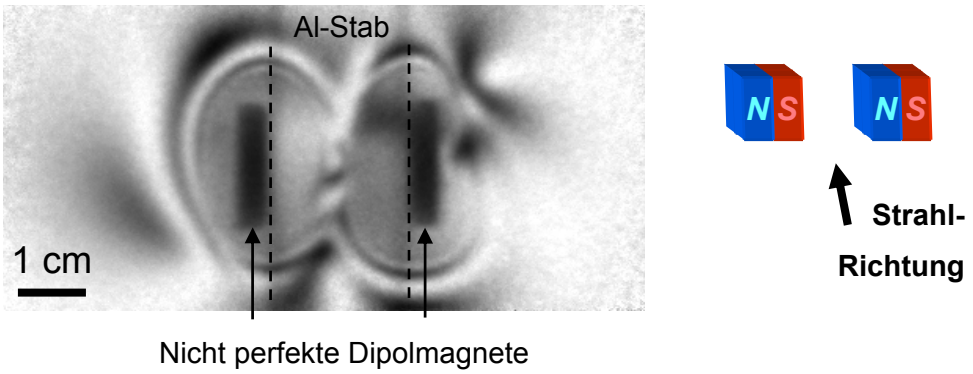


Abbildung 4.4: Radiogramm von zwei sich anziehenden Magneten

Abbildung 4.4 zeigt zwei sich anziehende Magneten, welche im Gegensatz zu Abbildung 4.3 ein gestörtes Dipolmagnetfeld aufweisen.

Es kann festgestellt werden, dass sich mit Hilfe der Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen Aussagen über die Struktur von Magnetfeldern bezüglich der Homogenität, Symmetrie und Orientierung des Feldes ableiten lassen. Auf die dreidimensionale Verteilung der Flussdichte bezüglich Richtung und Stärke kann aus einem Radiogramm nicht geschlossen werden (analog zur Absorptionsradiographie). Aus der Periodizität der Ringstrukturen bzw. deren Nichtauflösbarkeit kann jedoch qualitativ auf die lokale Verteilung des Feldintegrals geschlossen werden.

4.1.3. Hochtemperatursupraleiter Yttrium-Barium-Kupferoxid

Supraleiter zweiter Art verdrängen unterhalb der kritischen Temperatur T_C ein von außen angelegtes Magnetfeld aus dem Inneren des Probenkörpers. Um diesen Vorgang zu visualisieren wurde ein Hochtemperatursupraleiter radiographisch untersucht. Verwendung fand dabei ein Supraleiter aus Yttrium-Barium-Kupferoxid, $YBa_2Cu_3O_7$ (YBCO). Die Sprungtemperatur des Supraleiters beträgt 90

K. Als Probe wurde ein zylindrisches Plättchen mit einem Durchmesser von 20 mm und einer Dicke von 5 mm verwendet. Um die Probe unter die kritische Temperatur zu kühlen, wurde ein „closed cycle“-Kühlgerät verwendet. Bei dem verwendeten Typ wird Helium bei unterschiedlichen Temperaturen komprimiert oder expandiert (Carnot-Kreisprozess). Die dafür benötigte Wärme wird dem Probenraum entnommen und kühlt diesen bis zu einer Temperatur von 20 K ab. Auf dem Kühlfinger wurde der YBCO-Supraleiter in einer Aluminiumhalterung befestigt.

Abbildung 4.5 Oben: „Closed cycle“- Kühlgerät mit geschlossenem äußeren Schild
Unten: Kühlfinger mit befestigtem YBCO-Supraleiter

Umgeben ist der Kühlfinger von einem geschlossenen Edelstahlschild dessen Innenraum evakuiert ist, um den Wärmetransport durch die Luft zu unterbinden.

Die Probe befand sich in einem Magnetfeld einer Stärke von 0,1 mT, welches durch ein Helmholtzspulenpaar erzeugt wurde. Das Feld wurde bei einer Probentemperatur von 100 K eingeschaltet. Die Temperaturmessung erfolgte durch ein Thermoelement am Rand der Probe. In diesem Zustand der Probe wurde ein Radiogramm gemessen. Anschließend wurde die Temperatur der Probe auf 20 K verringert und ein weiteres Radiogramm gemessen. Als Referenzbild diente ein Radiogramm bei 100 K und abgeschaltetem Magnetfeld, um absorptionskorrigierte Radiogramme zu erhalten, welche nur die Feldverteilung zeigen.

Bei einer Temperatur von 100 Kelvin dringt das äußere Magnetfeld homogen in die Probe ein, da diese sich im normalleitenden Zustand befindet (linke Spalte der Abbildung 4.6). Das durch das Referenzbild normalisierte Radiogramm zeigt daher nur eine homogene Grauwertverteilung. Bei 20 K hingegen befindet sich die Probe in der Meißnerphase und ist daher supraleitend, da das äußere Magnetfeld kleiner als die erste kritische Feldstärke H_{C1} ist.

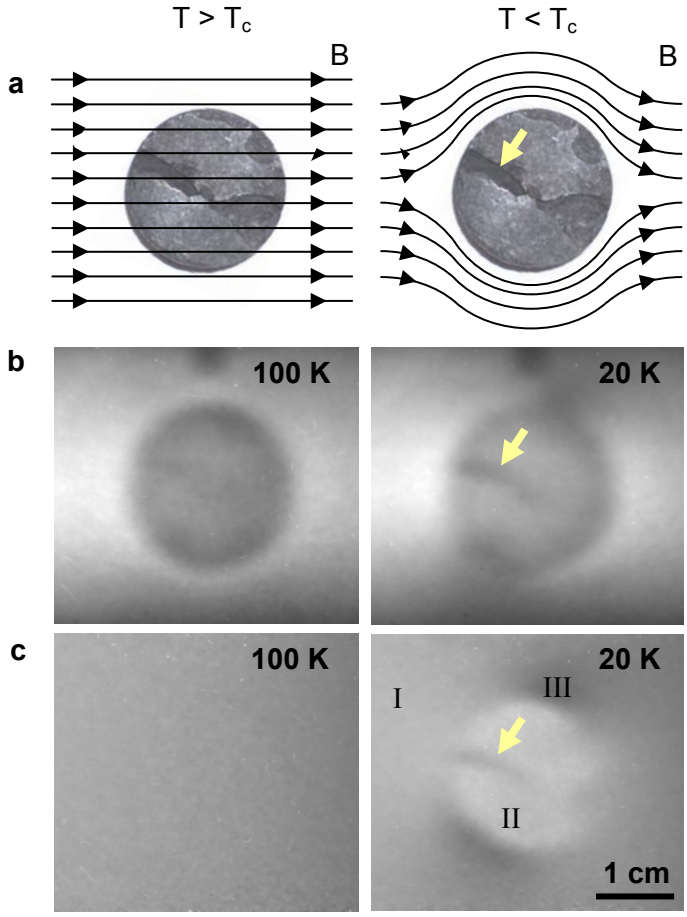


Abbildung 4.6: a) Schematische Darstellung der Probe und des Magnetfeldes bei verschiedenen Temperaturen, in b sind die dazugehörenden Radiogramme gezeigt, c zeigt die mit dem Referenzbild normalisierten Radiogramme

Im Bereich I der Abbildung 4.6 ist keine Veränderung zum normalisierten Radiogramm bei 100 K zu erkennen. In diesem Bereich tritt nur eine geringfügige Änderung der Feldstärke durch die Supraleitung der Probe auf. Im Bereich II ist eine Intensitätszunahme zu beobachten. Das magnetische Feld ist in diesem Bereich reduziert, da es durch den Meißner-Ochsenfeld-Effekt aus der Probe gedrängt wurde. Dies führt zu einem geringeren Drehwinkel des Spins. Im Bereich III nimmt die Flussdichte auf Grund des heraus gedrängten Feldes zu und führt zu einer Erhöhung des Drehwinkels des Spins (ober- und unterhalb der Probe sichtbar). An der Position des Pfeils ist ein Riss im Probenkörper zu finden, der zu einer gestörten Feldverdrängung führt, d.h. an dieser Stelle bleibt das Feld teilweise erhalten [Daw09].

4.1.4. Stromdurchflossener Leiter

Neben Proben mit statischem Magnetfeld wie Permanentmagnete, können auch variable Magnetfelder mit der Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen untersucht werden. Dies ist bei Magnetfeldern um einen elektrischen Leiter mit variierender Stromstärke I der Fall. Wie aus den vorangegangnen Beispielen ersichtlich ist, ist die Methode für schwache Magnetfelder, bei denen nur kleine Drehwinkel des Spins beim Passieren des Magnetfeld auftreten, besonders erfolgreich, da eine zu starke Dephasierung der Spins vermieden werden kann.

Abbildung 4.7: Photo einer Kupferspule, deren Feld mittels Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen untersucht wurde

In Abbildung 4.7 ist die verwendete Kupferspule gezeigt. Die Anzahl der Windungen betrug 3.5, der Draht hatte einen Durchmesser von 2 mm und der Durchmesser der Spule betrug 25 mm.
Für diesen Experimentteil ist der Messaufbau (Abbildung 4.8) durch den Einbau von zwei Spinflippern (Mezei-Flipper) erweitert worden [Mez83]. Ein Spinflipper bewirkt, dass der Spin der Neutronen um einen definierten Winkel gedreht wird. Die Drehung des Spins erfolgt hier in einer flachen Spule mit einem Querschnitt von 12 mm x 150 mm und einer Höhe von 150 mm. Fließt ein Strom durch diese Spule, wird ein Magnetfeld erzeugt, welches in positive x-Richtung zeigt (senkrecht zu Ausbreitungsrichtung der Neutronen, horizontale Richtung). Durch den erweiterten Messaufbau ist es möglich die Intensitätsänderungen im Radiogramm auf Grund der Spindrehung von den Änderungen durch die Absorption zu trennen.

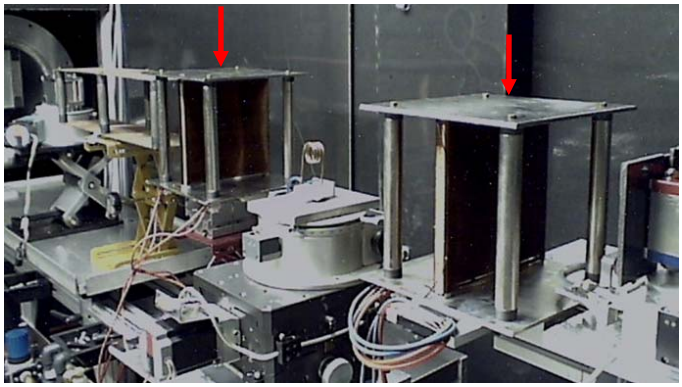


Abbildung 4.8: Messaufbau mit Spinflippern (Pfeile)

Bei einer angelegten Stromstärke von 0,6 A wird der Spin um 180° von positiver y-Richtung in die negative y-Richtung durch Larmorpräzession geflippt. Dies ist nur möglich, wenn keine weiteren Felder auf den Spin wirken. Da für die Aufrechterhaltung der Polarisation Führungsfelder benutzt wurden, muss deren Einfluss durch den Einsatz von Kompensationsspulen aufgehoben werden. Die Kompensationsspulen sind von außen um die Flippspulen gewickelt. Das von ihnen erzeugte Magnetfeld zeigt in negative y-Richtung und ist somit antiparallel zum Führungsfeld ausgerichtet. Durch den Strom, welcher in den Kompensationsspulen fließt, kann die Stärke des Magnetfeldes so gewählt werden, dass das Führungsfeld im Inneren der Kompensationsspule vollständig kompensiert wird und nur das Feld der Flippspule im Inneren der Kompensationsspule für die Spindrehung wirksam ist.

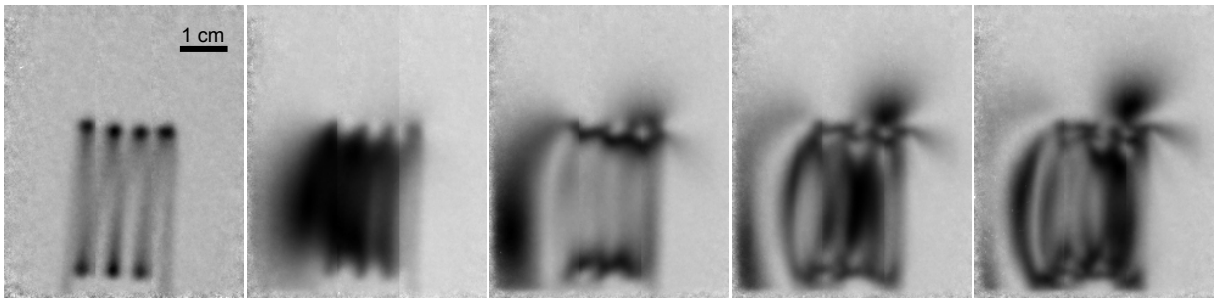


Abbildung 4.9: Radiogramme der Kupferspule bei verschiedenen Stromstärken

Abbildung 4.9 zeigt die Kupferspule bei verschiedenen Stromstärken. Im Bild mit der Stromstärke 0A tritt keine magnetfeldabhängige Drehung des Neutronenspins auf. Nur die Absorption des Kupferleiters führt zu einer Verringerung der Transmission. Bei einer Stromstärke von 4A nimmt die Transmission im Inneren der Spule bis auf fast Null ab. Der Spin wurde um ca. 180° gedreht, so dass die Neutronen vom Analysator nicht transmittiert werden können. Bei einer Stromstärke von 8A ist die Transmission im Inneren der Spule wieder nahe eins, wie im Ausgangszustand bei 0A. Der Spin wurde um 360° gedreht und die Neutronen können dem zu Folge den Analysator passieren. Die magnetische Flussdichte ist direkt proportional der Stromstärke und die Spindrehung ist ebenfalls proportional der Flussdichte in der Spule. Eine Verdopplung der Stromstärke führt somit zu einer Verdopplung des Drehwinkels des Spins. Bei Stromstärken größer 8A sind Veränderungen deutlich sichtbar, aber die geringe Windungszahl und kleine Asymmetrien in der Form der Spule lassen keine weiteren konkreten Aussagen zu.

Durch den Einsatz des Spinflippers, der auf einen Flippwinkel von 180° eingestellt wird, können Spindrehung und Absorption voneinander separiert werden. Der Anteil des absorbierten Strahls ist unabhängig von der Einstellung des Spinflippers. Durch den Spinflipper wird der Drehwinkel des Spins um zusätzliche 180° gedreht. Dies führt zu einer Invertierung der Intensität unter Vernachlässigung der Absorption. Helle Bildbereiche erscheinen dunkel und umgekehrt, wie in Abbildung 4.10 zu erkennen ist.

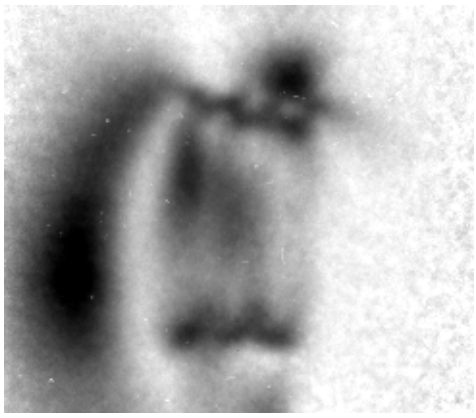
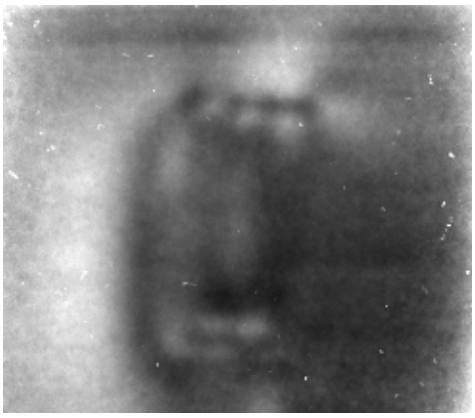
a  b 

Abbildung 4.10: Radiogramme mit spinpolarisierten Neutronen a) ohne Spinflipper b) mit 180° Spinflip

4.2. Verifikation der Feldabbildung mittels Simulationsrechnungen

Im Kapitel 4.1 konnte gezeigt werden, dass mit Hilfe der Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen Aussagen über die Struktur von Magnetfeldern bezüglich Symmetrie und Orientierung getroffen werden können. Um quantitative Angaben über die Richtung und die Stärke von Magnetfeldern zu treffen, muss nun ein Modell für die Stromdichteverteilung entwickelt werden. Nach dem Biot-Savart-Gesetz (Gl. 2.14) kann für diese Verteilung in einem elektrischen Leiter das umgebene Magnetfeld im Raum berechnet werden. Zu diesem Zweck wird der Leiter in infinitesimal kleine Leiterelemente $d\vec{s}$ zerlegt. Des Weiteren wird der umgebene Raum in Voxelelemente unterteilt. Die Kantenlänge der Voxel wird so gewählt, dass sie mit der erwarteten Auflösung in den Radiogrammen übereinstimmt. Die Kantenlänge in Strahlrichtung (z-Richtung) kann eine davon abweichende Größe haben. Für ein Leiterelement mit der Stromstärke I wird nun die magnetische Flussdichte in allen definierten Voxeln nach Biot-Savart berechnet. Die Prozedur wurde für jedes Leiterelement separat durchlaufen, wobei sich die errechneten Flussdichten an einem bestimmten Ort addieren, und am Ende der Berechnung die Gesamtflussdichten in allen Voxeln vorliegen. Da das Magnetfeld um einen Leiter bis ins Unendliche reicht, führt die Begrenzung der Voxelmatrix in Strahlrichtung zu einer Abweichung zwischen berechnetem Datensatz und dem realem Magnetfeld. Die Begrenzung wurde so gewählt, dass die Spindrehung durch das nicht berücksichtigte Feld vor bzw. hinter den Grenzen in z-Richtung nur zu einer vernachlässigbar kleinen Drehung (~wenige Grad) des Spins führt. Dabei ist aber zu beachten, dass bei einer Voxelgröße von 100 µm und einer Kantenlänge eines würfelförmigen Probenraumes von 100 mm das Magnetfeld für 10^9 Voxel berechnet werden muss und für jedes Voxel der Magnetfeldanteil jedes Leiterelements (typischerweise 10^2 – 10^4) ermittelt werden muss. Für das betrachtete Probenvolumen ist mit einem RAM-Speicherbedarf von ~11 GB zu rechnen und einer Rechenzeit von mehreren Stunden. Es wurde angenommen, dass die Änderung des Magnetfeldes innerhalb jedes Voxels vernachlässigbar klein ist. Die Voxelausdehnung in z-Richtung muss daher entsprechend klein gewählt werden, im Unterschied zu den Ausdehnungen des Voxels in x- und y-Richtung, die der Auflösung im gemessenen

Radiogramm angepasst sind. Im zweiten Teil der Berechung muss die Wechselwirkung des kalkulierten Magnetfeldes mit dem Spin S des Neutrons berechnet werden.

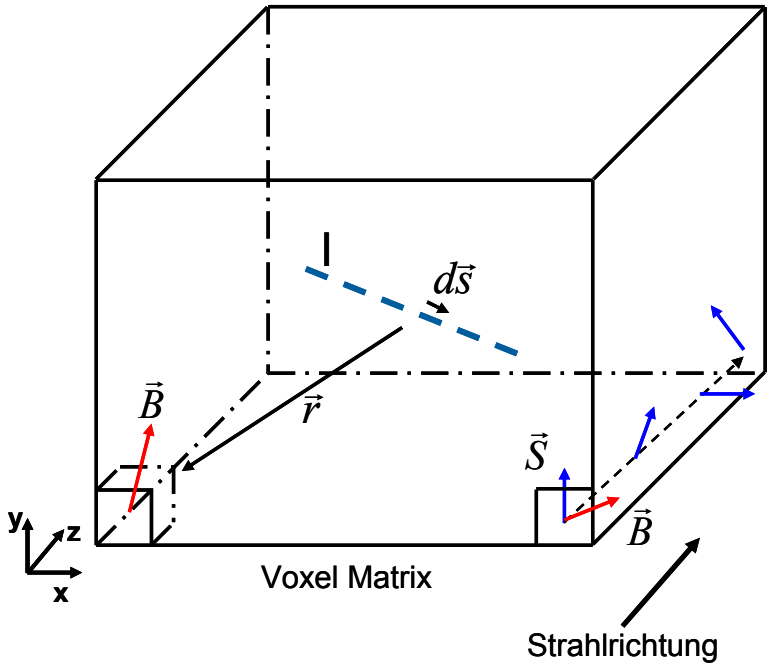


Abbildung 4.11: Schematische Darstellung für die Berechnung der Magnetfelder und der Spindrehungen

Für ein in das Magnetfeld eintretendes Neutron wird die Spindrehung, die durch die lokale Flussdichte B verursacht wird, berechnet. Die veränderte Spinstellung im Voxel (x,y,z) ist die Ausgangsstellung für die Drehung des Spins im nachfolgenden Voxel (x,y,z+1). Auf diese Weise wird für jeden Strahl die Wechselwirkung des Spins **S** mit dem Magnetfeld **B** berechnet und man erhält somit ein berechnetes Radiogramm, welches zum Vergleich mit einer Messung herangezogen werden kann. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Spindrehungen in den einzelnen Voxeln in Strahlrichtung nicht kommutativ sind und daher eine sequenzielle Berechung zwingend ist. Es muss auch die Richtung des Durchlaufes (positive oder negative z-Richtung) beachtet werden. Die Module für die Berechnung der Magnetfelder bzw. deren Wechselwirkung mit dem Neutronenspin sind in IDL (Interactive Data Language) programmiert. Sie bieten die Möglichkeit, die Radiogramme für beliebige Leitergeometrien bzw. beliebige Stromstärken und verschiedene Wellenlänge der Neutronen zu simulieren. Die Absorption in einer Probe wird bei diesen Berechnungen nicht berücksichtigt.

Für die Berechung der Magnetfelder von Dipolmagneten werden diese in viele kleine Dipole zerlegt, welche wiederum durch Ringströme (Maschen) beschrieben werden können. Bei benachbarten Maschen heben sich die Ströme zum Teil auf, so dass der Dipol durch Ströme an der Oberfläche beschrieben werden kann. Aus diesem Grund können z.B. quaderförmige Dipolmagneten durch eine Rechteckspule gleicher Kantenlängen approximiert werden.

4.2.1. Zylinderspule

Der erste quantitative Vergleich zwischen Experiment und Simulation wurde an einer zylinderförmigen Spule durchgeführt. Die Spule hatte eine Gesamtlänge von 108 mm bei einer Windungszahl von 88. Als Leiter wurde lackierter Aluminiumdraht mit einem Durchmesser von 1 mm verwendet. Die Lackschicht hatte eine Dicke von wenigen µm und bestand aus einen Kunststoff mit geringem Wasserstoffanteil, so dass die inkohärente Streuung der Neutronen durch den Wasserstoff vernachlässigt werden konnte. Die Spule war auf einen Aluminiumstab mit dem Durchmesser 10 mm gewickelt.

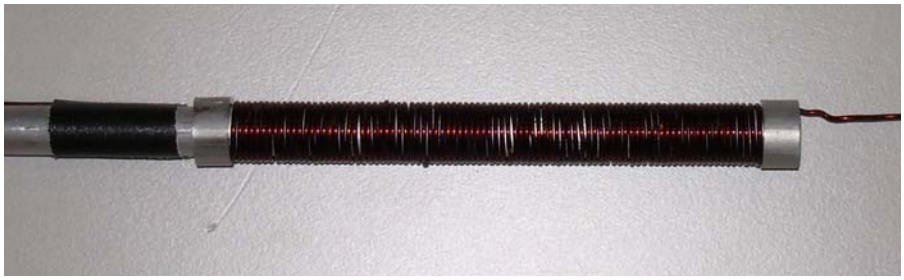


Abbildung 4.12: Photo der Zylinderspule, deren Feld mittels Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen untersucht wurde

Die Spule war parallel zur x-Achse des Bezugssystems ausgerichtet (Abbildung 4.12), d.h. das Magnetfeld im Inneren der Spule war senkrecht zur Strahlrichtung und auch senkrecht zur Startpolarisation (in y-Richtung) des Spins ausgerichtet. Für Stromstärken von 0 A bis 5 A in Schritten von 0,1 A wurden Radiogramme gemessen. Bei einer Stromstärke von einem Ampere betrug die magnetische Flussdichte im Zentrum der Spule 1,0 mT. Im Radiogramm I_a bei einer Stromstärke von 0 A trug nur die Absorption der Neutronen zu Intensitätsabnahme bei, da kein Magnetfeld wirksam war. Dieses Radiogramm wurde genutzt um alle weiteren Messungen zu normalisieren ($I_{norm} = I/I_a$), so dass in diesen Bildern nur die magnetfeldabhängige Spindrehung dargestellt ist [Kar08].

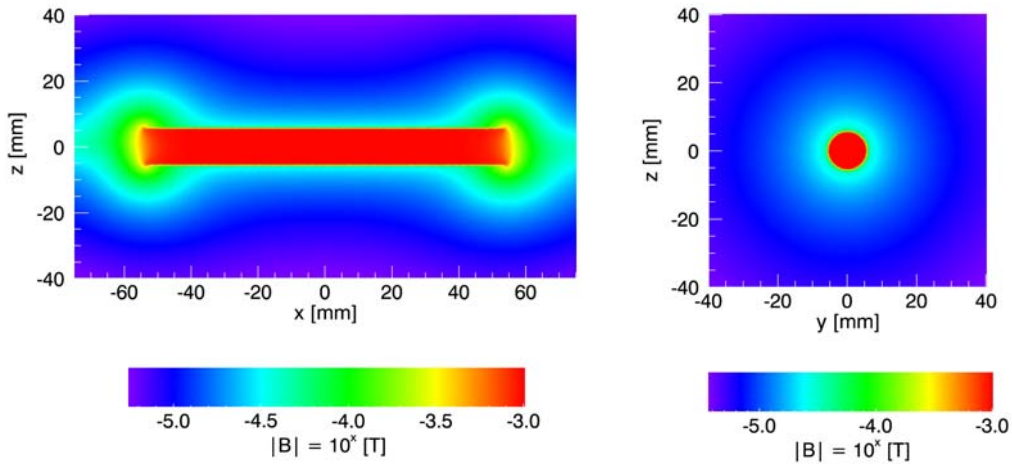


Abbildung 4.13: Betrag der magnetischen Flussdichteverteilung in der xz-Ebene (links) und in der yz-Ebene bei einer Stromstärke I=1A

Parallel dazu wurde für diese Leiterkonfiguration die räumliche Verteilung der magnetischen Flussdichte **B**(x,y,z) für die Stromstärken von 0,1 A bis 5 A und auf deren Grundlage die lokale, resultierende Spindrehung **S**(x,y) beim Passieren der Magnetfelder berechnet. In der Abbildung 4.13 ist die Flussdichte in Schnitten durch die xz-Ebene und die yz-Ebene dargestellt. Betrachtet man nun einen 4 cm langen Abschnitt im mittleren Bereich der Spule, so kann angenommen werden, dass das Magnetfeld im Inneren der Spule parallel zur x-Achse ausgerichtet ist und das Feld außerhalb der Spule antiparallel dazu. Ab einer Entfernung von mehr als einem Zentimeter vom Spulenkörper ist diese Annahme zunehmend fehlerbehaftet, da aber der Betrag der Flussdichte bei diesen Abständen zwei Größenordnungen kleiner ist als im Inneren der Spule, haben Spindrehungen durch das Außenfeld der Zylinderspule nur einen kleinen Einfluss auf die Gesamtspindrehung. Durch die Ausrichtung der Spule bzw. des Feldes kann angenommen werden, dass der Spin beim Durchgang durch die Probe immer senkrecht zum Magnetfeld ausgerichtet ist. Dies bedeutet, dass der Spin immer in der yz-Ebene liegt und die x-Komponente des Spins immer Null beträgt.

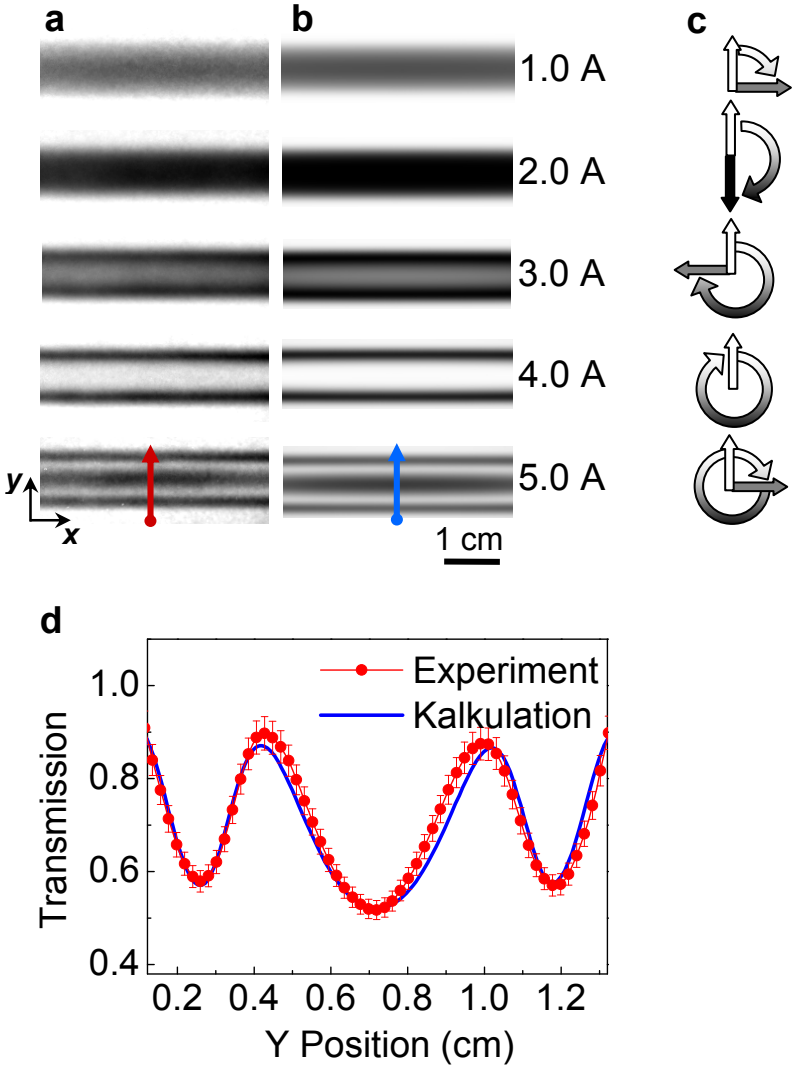


Abbildung 4.14: Vergleich zwischen experimentellen (links) und berechneten Radiogrammen (Mitte) der Zylinderspule, rechts ist Drehung des Spins für die verschiedenen Stromstärken gezeigt

In Abbildung 4.14 ist eine Zusammenstellung der experimentellen und simulierten Daten dargestellt. Spalte a dieser Darstellung zeigt die normalisierten Messdaten für fünf verschiedene Stromstärken der Zylinderspule. In Spalte b sind die dazugehörigen berechneten Radiogramme dargestellt. Spalte c veranschaulicht die Spindrehung für das Zentrum der gezeigten Radiogramme der Spalten a und b. Das Feld im Inneren der Spule kann als homogen angenommen werden. Bei einer magnetischen Flussdichte von z.B. 1 mT, das entspricht der Stromstärke von einem Ampere, wird der Spin um ca. 90° gedreht. Die Übereinstimmung der Messdaten mit den berechneten Daten ist in den Darstellungen a und b sehr gut zu erkennen. Abbildung 4.14d zeigt zwei Linienprofile entlang des roten bzw. blauen Pfeils. Bei einer Stromstärke von fünf Ampere wird der Spin beim Passieren der Spule an ihrer breitesten Stelle um ca. 450° gedreht. Unter der Annahme, dass mit monochromatischen Neutronen mit vernachlässigbar kleiner Bandbreite gemessen wurde, kann erwartet werden, dass die Transmission bei Parallelstellung eins und bei Antiparallelstellung Null in Bezug auf die analysierte y-Komponente des Spins beträgt. Da aber die Dephasierung der Spins, verursacht durch die unterschiedlichen Wellenlängen im Strahl, zu einer Abnahme des Kontrastes führt, beträgt die maximale Transmission nur ≈ 0,9 und die minimale ≈ 0,5. In den simulierten Radiogrammen ist dieses Phänomen berücksichtigt worden. Die mittlere Abweichung zwischen Messung und Simulation beträgt weniger als drei Prozent.

4.2.2. Doppelrechteckspule

Bei den Drehungen der Spins im gemessenen Ausschnitt der Zylinderspule treten keine x-Komponenten des Spins auf. Aus diesem Grund wurde nun ein komplexeres magnetisches Feld untersucht, welches zu beliebigen Endzuständen des Spins führen kann. Dieses Feld wurde durch eine Doppelrechteckspule erzeugt, welche in Abbildung 4.15 dargestellt ist.

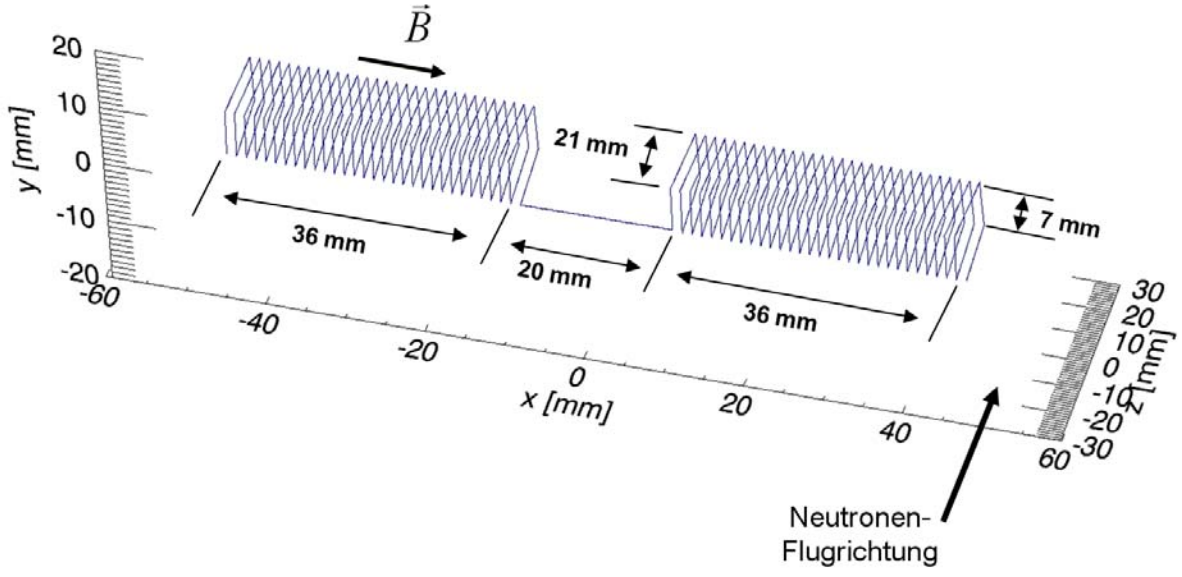


Abbildung 4.15: Schematische Darstellung der Doppelrechteckspule

Die Spulen dieses Paares hatten eine Länge von 36 mm, die Breite betrug 21 mm und die Höhe 7 mm. Sie bestanden aus jeweils 30 Windungen lackiertem Aluminiumdraht mit einem Durchmesser von einem Millimeter. Der Abstand der beiden Spulen betrug 20 mm.
Die magnetische Flussdichte im Zentrum der Spulen betrug 1,05 mT bei einer Stromstärke von 1,0 A. Die Steigungen der beiden Spulenwicklungen wiesen in die gleiche Richtung und die Spulen waren in Reihe geschaltet. Die Richtungen der Magnetfelder im Inneren der Spulen waren demzufolge parallel ausgerichtet [Daw09].

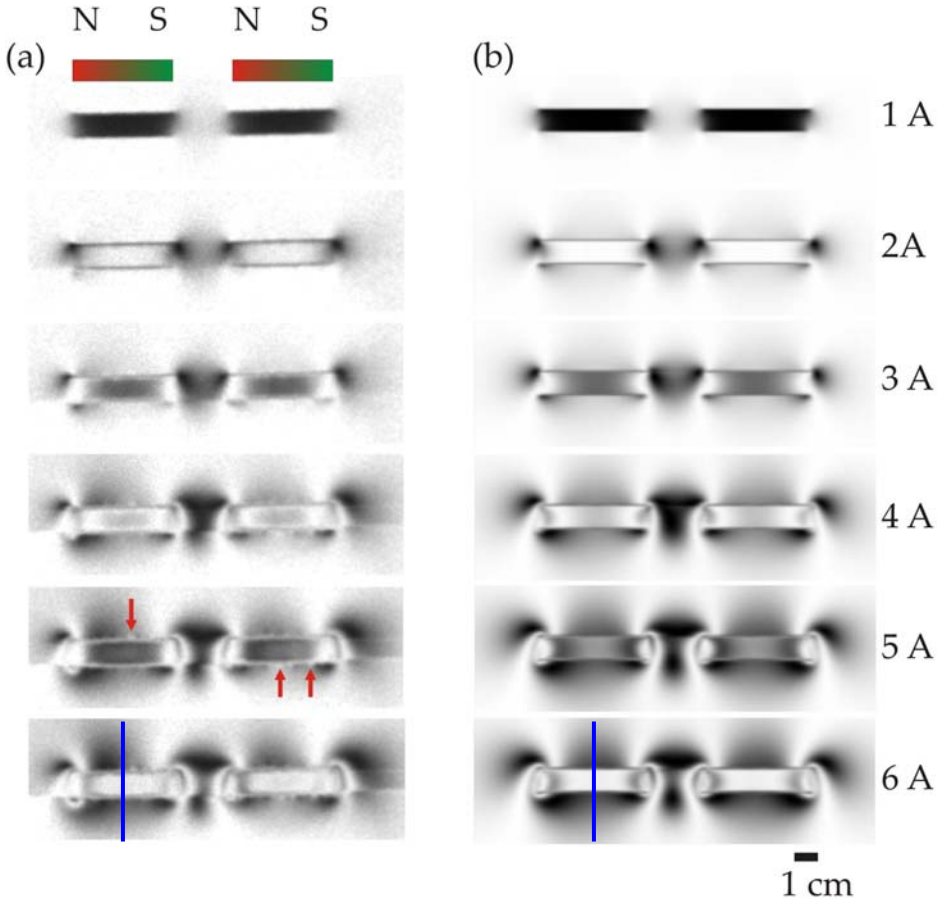


Abbildung 4.16: Gegenüberstellung von experimentellen (links) und simulierten Radiogrammen der Doppelrechteckspule

Die Radiogramme mit spinpolarisierten Neutronen wurden für Stromstärken von 0 A bis 10 A in Schritten von 0,5 A gemessen. Das Radiogramm mit der dazugehörigen Stromstärke von 0 A wurde wieder genutzt, um die übrigen Radiogramme zu normalisieren, so dass nur die Drehung des Spins zu einer Änderung der Transmission führt und die Absorption keinen Anteil hat.
Spalte a der Abbildung 4.16 zeigt die normalisierten Messdaten für ausgewählte Stromstärken und in Spalte b sind die dazugehörigen berechneten Radiogramme dargestellt. Auf Grund der vergrößerten Wegstecke von 21 mm in der Spule im Gegensatz zu maximal 10 mm bei der Zylinderspule führt bereits eine Stromstärke von 1,0 A zu einer Drehung ≈180° des Spins im Inneren der Spule. An den Rändern der Spulen traten auch Magnetfelder auf, die eine von der x-Achse abweichende Richtung

aufwiesen. Dies führte nun dazu, dass der mit dem Magnetfeld wechselwirkende Neutronenspin in beliebige Richtungen gedreht werden konnte, im Gegensatz zu den möglichen Spinrichtungen im Falle der Zylinderspule. Auch für die Doppelrechteckspule konnte gezeigt werden, dass eine gute Übereinstimmung zwischen den Messdaten und den berechneten Radiogrammen besteht. Die markierten Bereiche (rote Pfeile in Abbildung 4.16) zeigen Unterschiede zwischen dem gemessenen und dem simulierten Radiogramm. Diese wurden durch Abweichungen im Aufbau zwischen berechneter Spule und der tatsächlich gemessen Spule verursacht. Darüber hinaus führte eine Fehlorientierung der Doppelrechteckspule um ca. 3° (Rotation um die y-Achse) zu Abweichungen in der Symmetrie des Feldes (blaue Linien in Abbildung 4.16)

4.2.3. Levitierender Dipolmagnet

Auch das Feld von Dipolmagneten kann mit dem Biot-Savart'schen Gesetz berechnet werden. Damit können auch die Radiogramme von solchen Proben rechnerisch erzeugt und mit der Messung verglichen werden. Mit Hilfe eines „closed cycle"- Kühlgerätes wurde beispielsweise ein Yttrium-Barium-Kupferoxid Supraleiter auf eine Temperatur von << 90 Kelvin gekühlt, so dass dieser sich im supraleitenden Zustand (Sprungtemperatur 90 K) befand. Der YBCO-Supraleiter hatte eine zylindrische Form mit einem Durchmesser von 20 mm und einer Höhe von 4 mm. Dieser war direkt auf dem Kühlfinger des „closed cycle"-Kühlgerätes befestigt und war während des Abkühlens unter die Sprungtemperatur im feldfreien Zustand. Die Anordnung aus Kühlfinger und Supraleiter befand sich in einem evakuierten Zylinder aus Quarzglas. Im weiteren Verlauf wurde ein Dipolmagnet, welcher zunächst magnetisch an der Spitze des Glaszylinders gehalten wurde, auf den Supraleiter fallen gelassen. Der Dipolmagnet levitierte dann über dem Supraleiter, da die abstoßende Kraft auf Grund der Verdrängung des Feldes aus dem Inneren des Supraleiters gleich der Gewichtskraft des Dipols war. Der verwendete Dipol hatte die Form eines Würfels mit einer Kantenlänge von vier Millimetern.

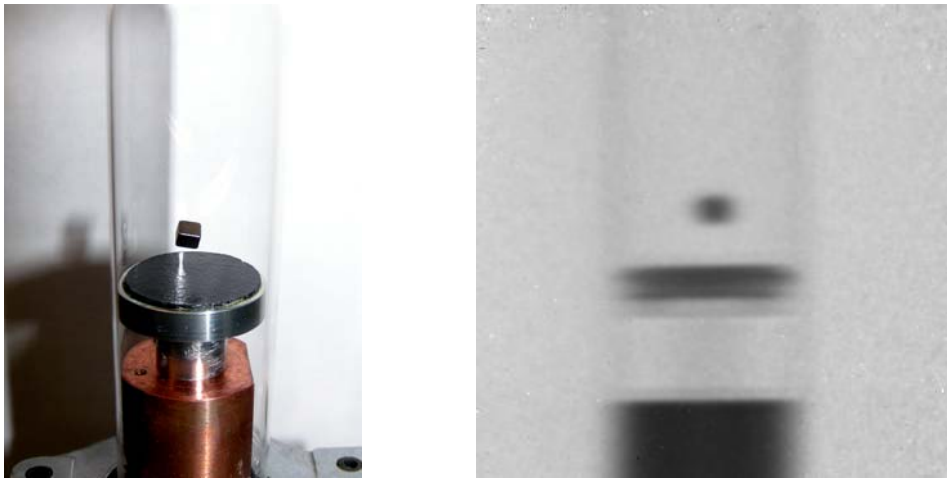


Abbildung 4.17: Photo eines levitierenden Dipolmagneten über einem YBCO-Supraleiter (links) Absorptionsradiogramm des Dipolmagneten (rechts)

Die Abbildung 4.17 zeigt das Photo des levitierenden Magneten über dem YBCO-Supraleiter (links). Auf der rechten Seite der Abbildung ist das Absorptionsradiogramm des gleichen Aufbaus dargestellt. Zu diesem Zweck wurde der Analysator aus dem Strahl entfernt. Der Dipolmagnet ist nur sehr unscharf zu erkennen, da sich die Probe in einer Entfernung von 40 cm zum Analysator und dieser sich wiederum nicht direkt vor dem Szintillator des Detektorsystems befand, so dass sich ein Gesamtabstand von 50 cm zwischen Dipol und Szintillator ergab. Der divergente Neutronenstrahl verursacht dann die unscharfe Abbildung des Magneten auf dem Detektor. Der Dipol ist mit der Methode der spinpolarisierten Radiographie in zwei verschiedenen Positionen untersucht worden. Im ersten Fall war der Dipol mit seiner Nordpol-Südpol-Achse parallel zur x-Achse des Koordinatensystems ausgerichtet und in der zweiten Messung parallel zur z-Achse.

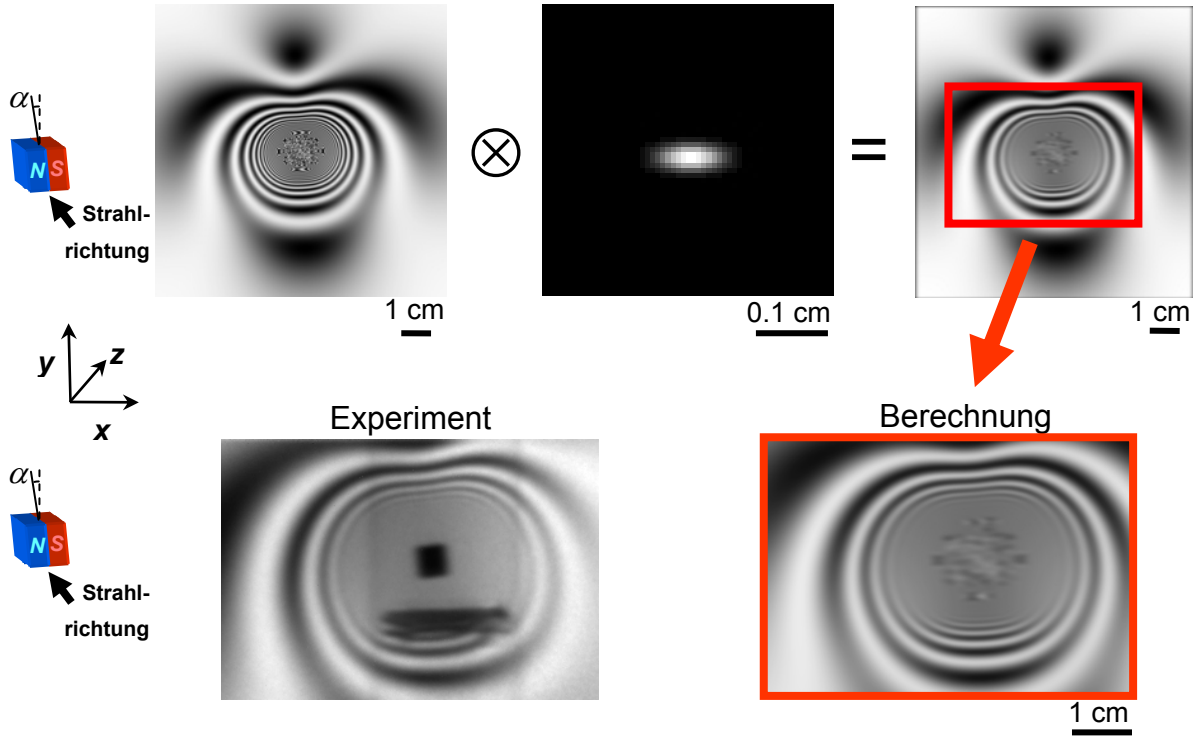


Abbildung 4.18: Darstellung des Einflusses der Auflösungsfunktion auf die simulierten Daten und Vergleich mit dem gemessenen Radiogramm

In Abbildung 4.18 ist das experimentelle Ergebnis der Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen gezeigt (unten links). Deutlich zu erkennen ist, wie in den vorangegangnen Messungen von Kapitel 4.1.1 und 4.1.2, wieder die Ringstruktur. Auch in diesem Fall kann die Ringstruktur in der Nähe des Magneten nicht aufgelöst werden, weil die Periodenlänge der Ringstruktur kleiner ist als die Auflösung des genutzten Aufbaus. Die hohe Anzahl von Spinpräzessionen führt auch hier zu einer Dephasierung der Spins und damit zu einer Verringerung des Polarisationsgrades des Strahls. Außerdem ist zu erkennen, dass der Dipolmagnet gegenüber der y-Achse verkippt ist.

Für die Simulation wurde nun angenommen, dass das Magnetfeld des Dipols durch das äußere Feld einer Rechteckspule beschrieben werden kann. Die Spule hatte die Form eines Würfels mit der

Kantenlänge von vier Millimetern wie im Falle des Dipols. Des Weiteren wurden 16 Windungen mit einer Steigung von 0,25 mm angenommen und eine Gesamtzahl von 2000 Leiterelementen in äquidistanten Abständen.

Der reale Dipol wies eine magnetische Flussdichte von 110 mT an seiner Oberfläche auf (bestimmt durch Messung mit einer Hallsonde). Aus diesem Grund wurde der Strom durch die virtuelle Spule so eingestellt, dass die gleiche Flussdichte auftritt wie beim Dipolmagneten. Anschließend wurden simulierte Radiogramme mit unterschiedlichen Kippwinkeln erzeugt. Bei einer Verkippung von $\alpha = 4°$ um die z-Achse konnte eine Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation gefunden werden. Es ist aber zu erkennen, dass die Auflösung des berechneten Radiogramms (Abbildung 4.18 links oben) besser ist als im gemessenen Fall, da dort mehr Ringstrukturen aufgelöst worden sind. Da bei der Simulation die Auflösungsfunktion, Point-Spread-Function (PSF), nicht berücksichtigt wurde, ist das simulierte Radiogramm mit der PSF des experimentellen Aufbaus gefaltet worden. Die PSF wird durch eine zweidimensionale Gaussglockenkurve beschrieben, welche in x- und y-Richtung unterschiedliche Halbwertsbreiten aufwies. In x-Richtung wurde eine Halbwertsbreite von 90 µm und in y-Richtung von 50 µm bestimmt. Erwartet wurde eine Auflösungsfunktion mit einer größeren Halbwertsbreite in y-Richtung, da angenommen wurde, dass Polarisator und Analysator auch als Kollimator fungieren. Aus den Radiogrammen ist aber ersichtlich, dass die Auflösung in y-Richtung besser ist als in x-Richtung, obwohl der Waferstapel parallel zu y-Achse ausgerichtet war und in x-Richtung den Strahl kollimieren sollte. Die Bender bestehen aber aus gebogenen Superspiegeln, welche den Strahl nicht nur ablenken, sondern vom Ort der Reflektion abhängig, unterschiedlich große Ablenkwinkel auftreten. Dies führt zu einer Erhöhung der Divergenz in x-Richtung gegenüber der weitgehend unveränderten Divergenz in y-Richtung. Das Ergebnis der Faltung aus simulierten Daten mit der PSF ist in Abbildung 4.18 (unten rechts) zu sehen. Die sichtbaren periodischen Strukturen, der mit der PSF korrigierten Simulation, stimmen nun mit den gemessenen Ringstrukturen im Radiogramm gut überein. Die Orientierung (Nordpol-Südpol-Achse) des Dipolmagneten von quasi Parallelstellung zur x-Achse wurde nun in einer neuen Messung in die Parallelstellung in Bezug auf die z-Achse gebracht. Abbildung 4.19 zeigt den Vergleich zwischen dem gemessenen und dem berechneten Radiogramm [Man09].

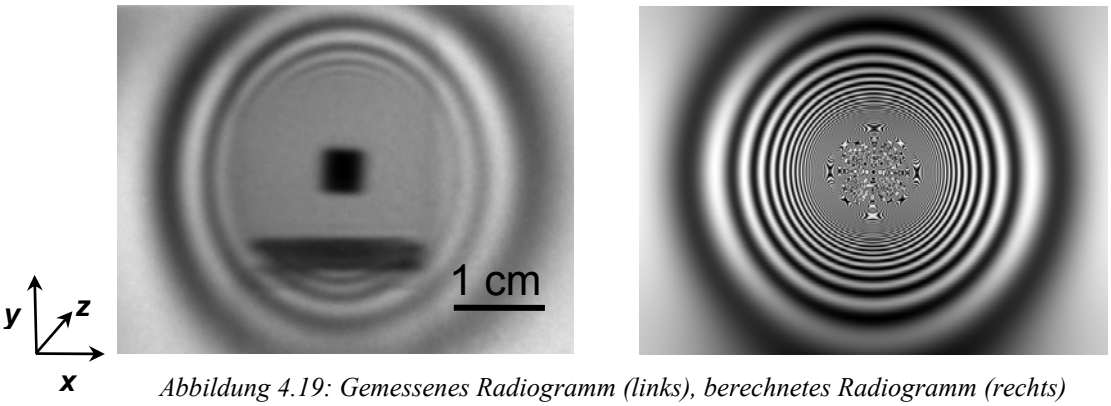


Abbildung 4.19: Gemessenes Radiogramm (links), berechnetes Radiogramm (rechts) Nordpol-Südpol-Achse in z-Richtung orientiert

Abbildung 4.20 ist eine Gegenüberstellung der Ergebnisse der Messung und der Simulation. Die Positionen und Abstände der alternierenden Ringe stimmen zwischen Messung und Rechnung sehr gut überein. Die dargestellten Daten der Simulation sind, anders als in Abbildung 4.19, nicht mit der PSF korrigiert worden, um die unterschiedliche Auflösung in x- und y-Richtung zu verdeutlichen. Vom Rand ausgehend kann in x-Richtung der dritte Ring nicht mehr vollständig aufgelöst werden, während in y-Richtung vom Rand aus betrachtet auch noch der vierte Ring sichtbar ist [Kar08].

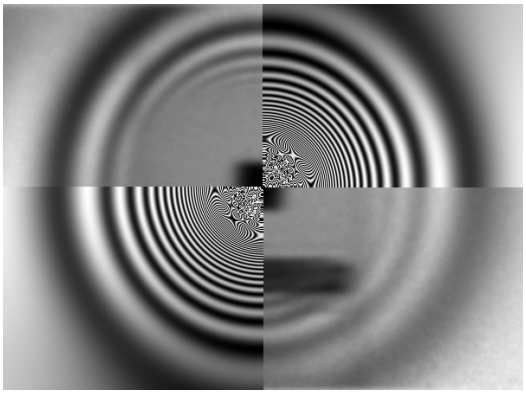


Abbildung 4.20: Montage aus gemessenen und simulierten Daten
Quadrant 1 und 3: Simulation, Quadrant 2 und 4: Messung

In den gezeigten Beispielen von Kapitel 4.2 wurde deutlich, dass es unter Annahme eines Modells möglich ist, das Radiogramm nach Biot-Savart zu berechnen. Die Übereinstimmung mit den dazugehörigen Messungen konnte nachgewiesen werden. Dafür ist aber Voraussetzung, dass zudem zu beschreibenden Magnetfeld eine Stromdichteverteilung bekannt ist, die dieses Magnetfeld erzeugt. Die Position des Feldes sowie dessen Stärke und Orientierung kann dann an die Messung angepasst bzw. in Übereinstimmung gebracht werden. Dafür ist es aber nicht zwingend notwendig, dass das Magnetfeld durch das Feld eines Leiters berechnet werden muss. So fern es möglich ist, kann das Magnetfeld auch aus einer analytischen Funktion hergeleitet und an die Messung angepasst werden.
Es ist zu beachten, dass die Gesamtdrehung φ nach Formel 3.2 nicht beliebig groß werden kann, da das verwendete Setup durch die Anordnung der „solid state bender“ im Auflösungsvermögen begrenzt ist. Die räumliche Auflösung des Aufbaus kann aber verbessert werden, indem der Abstand zwischen Probe und Szintillator verringert wird. Dafür ist es notwendig die magnetische Flussdichte des Analysators zu reduzieren oder abzuschirmen, um sicherzustellen, dass das Magnetfeld der Probe bei verkürztem Abstand nicht vom Streufeld des Analysators überlagert wird. Dazu kann der Probenraum mit einer Abschirmung bestehend aus beispielsweise Weicheisen umgeben werden. Darüber hinaus kann durch Verringerung der Mosaizität der Graphitkristalle (Doppelmonochromator) das Wellenlängenband verkleinert werden, um die Dephasierung des Strahls zu minimieren, mit dem Nachteil, dass sich die Messzeit verlängert.

4.3. Tomographie einfacher magnetischer Felder

4.3.1. Tomographie einer Rechteckspule

In den meisten Fällen ist über das Magnetfeld einer zu untersuchenden Probe nur wenig bekannt, so dass es – anders als im letzten Abschnitt – nicht möglich ist, ein Modell zu erstellen, bei dem nur wenige Parameter zu variieren sind. Beispielsweise sind die Weiß'schen Bezirke einer ferromagnetischen Probe nicht mit einer analytischen Funktion beschreibbar. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, tomographische Verfahren zu entwickeln, mit deren Hilfe es möglich ist, ohne a priori Wissen das magnetische Feld einer Probe dreidimensional wiederzugeben.

Die gefilterte Rückprojektion für Abschwächungskoeffizienten kann nur angewendet werden (siehe Abschnitt 3.3), wenn sicher gestellt ist, dass das Magnetfeld nur eine von Null verschiedene Komponente aufweist. Für eine lange Spule kann angenommen werden, dass das Feld in deren Inneren einheitlich in eine Richtung orientiert ist. Die erste Messung wurde daher an einer Rechteckspule, welche parallel zur x-Achse ausgerichtet war, durchgeführt. Die Spule hatte eine Länge von 71 mm, die Breite betrug 26 mm und die Höhe 16 mm. Die Zahl der Windungen betrug 55; als elektrischer Leiter wurde wieder lackierter Aluminiumdraht verwendet. Die Spule war auf ein Aluminiumrechteckprofil mit einer Wandstärke von 1mm gewickelt.

Die Startrichtung des Spins des einfallenden Strahles war in y-Achse polarisiert. Somit war sichergestellt, dass die Spins senkrecht zur Achse des Magnetfeldes gerichtet waren. Der Spin kann daher bei beliebigen Drehungen nur in der yz-Ebene liegen, eine x-Komponente des Spins tritt nicht auf.

Nach Formel 3.3 kann aus der gemessenen Intensität der Drehwinkel des Spins berechnet werden. Die in dieser Formel vorkommende Kosinusfunktion bewirkt aber, dass sich der Winkel nur in den Grenzen von 0° bis 180° eindeutig aus der Intensität bestimmen lässt. Aus diesem Grund war die Stromstärke auf 0,7 A eingestellt. So konnten Spindrehungen über 180° ausgeschlossen werden. Nach Formel 3.2 kann aus dem ermittelten Drehwinkel auf das Feldintegral $\int Bds$ geschlossen werden, die zu rekonstruierenden Größe.

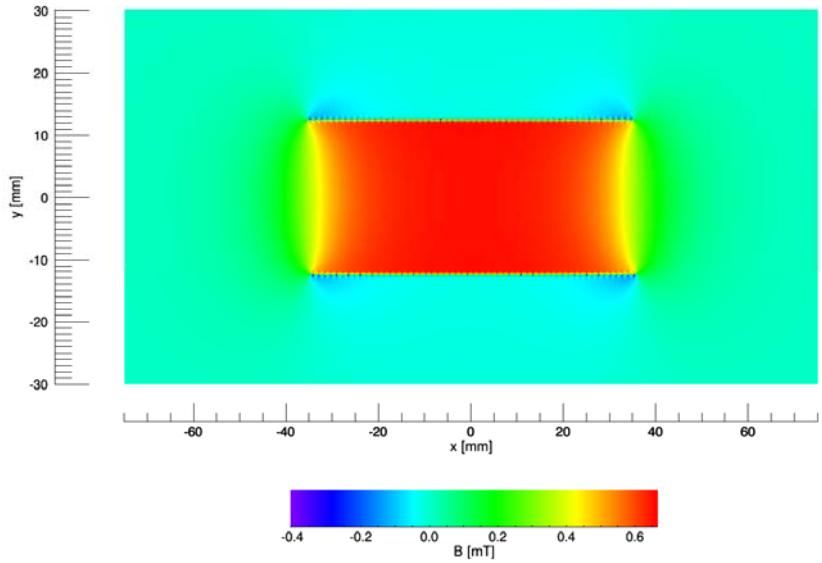


Abbildung 4.21: x-Komponente der magnetischen Flussdichte der Rechteckspule in der xy-Ebene bei z = 0 (Simulation)

Insgesamt wurden 73 Projektionen bei einer Rotation von 180° um die x-Achse gemessen. Das Magnetfeld der Spule wurde wieder mit Hilfe des Biot-Savart'sches Gesetzes berechnet. In Abbildung 4.21 ist das berechnete Magnetfeld für eine xy-Schicht, welche durch den Mittelpunkt der Spule verlief, dargestellt. Die maximale Flussdichte in der Spule betrug 0,65 mT in der Simulation.

Für dieses Objekt war es aus Gründen der verfügbaren Messzeit nicht möglich eine Absorptionskorrektur durchzuführen, da dies bedeutet hätte, eine zweite Tomographie mit stromloser Spule durchzuführen, was ca. 17 Stunden gedauert hätte. Der durch die Absorption verursachte Fehler wurde mit < 5 % der Transmission abgeschätzt, da der Neutronenstrahl max. 4 mm Aluminium passieren musste.

Eine weitere Fehlerquelle ist das antiparallel orientierte Magnetfeld außerhalb der Spule. Es bewirkt, dass der Neutronenspin in die entgegengesetzte Richtung gedreht wird in Bezug auf die Rotation im Inneren der Spule. Durch die Rekonstruktion wird ein scheinbar schwächeres Feld ermittelt, da die Gesamtdrehung des Spins durch das Außenfeld verringert wurde. Der Einfluss dieses Fehlers hängt vom Verhältnis des Strahlweges im Innen- und Außenfeld ab und tritt an den Ecken stärker auf. Abbildung 4.22 zeigt eine Rekonstruktion der x-Komponente der Flussdichte. Um das Signal-zu-Rausch Verhältnis zu verbessern, wurde über einen Bildstapel von 20 Schichten (entspricht einer Höhe von ca. 4 mm) der Mittelwert gebildet. In den durch den roten Pfeil gekennzeichneten Bereich (Abbildung 4.22) ist die verringerte Flussdichte zu erkennen.

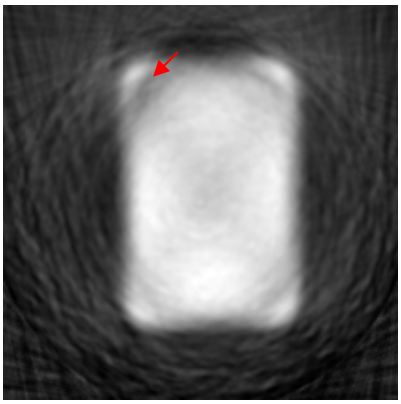


Abbildung 4.22: Rekonstruktion der x-Komponente der magnetischen Flussdichte (yz-Schicht)

In Abbildung 4.23 ist die x-Komponente der magnetischen Flussdichte in der xy-Ebene dargestellt (Vergleich zu Abbildung 4.21). Sichtbar wird, dass die Flussdichte keinen konstanten Wert in dieser Schicht aufweist. Die maximale Flussdichte tritt mit einem Wert von 0,52±0,07 mT im unteren linken Bereich des Spuleausschnittes auf. Erwartet wurde der Maximalwert von 0,65 mT im Zentrum des Bildausschnittes. Dort ist aber nach der Rekonstruktion nur eine Flussdichte von 0,36±0,09 mT zu finden. Darüber hinaus ist die Tendenz zu erkennen, dass die Flussdichte in positiver x-Richtung abnimmt. Dass die magnetische Flussdichte einen kleineren Wert aufweist im Vergleich zum berechneten Feld der Simulation, kann mit der entgegengesetzten Drehung des Spins durch das Außenfeld erklärt werden. Die abweichende Struktur könnte durch eine Fehlorientierung der Spule verursacht worden sein.

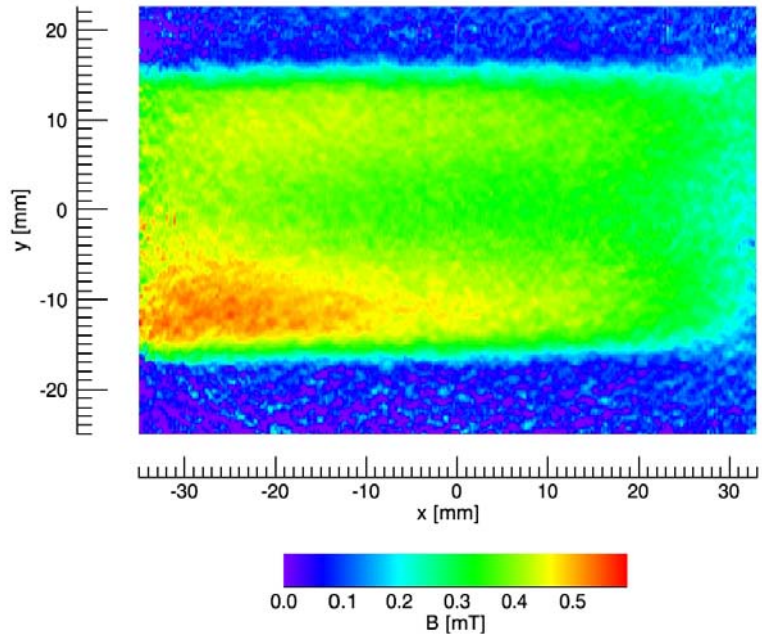


Abbildung 4.23: x-Komponente der magnetischen Flussdichte der Rechteckspule in der xy-Ebene bei z = 0 (Messung)

Darüber hinaus ist das Untergrundfeld durch die Umgebung ein nicht zu vernachlässigender Faktor. Die benachbarten Experimentiereinrichtungen betreiben regelmäßig Kryostaten mit Flussdichten über 10 Tesla. Der Abstand zum Probenort der Tomographiestation beträgt zum nächstliegenden Instrument mehr als vier Meter. Es konnte nach Abschluss der Messung nicht mehr geklärt werden, welchen Einfluss diese Instrumente auf das Feld der Rechteckspule hatten.

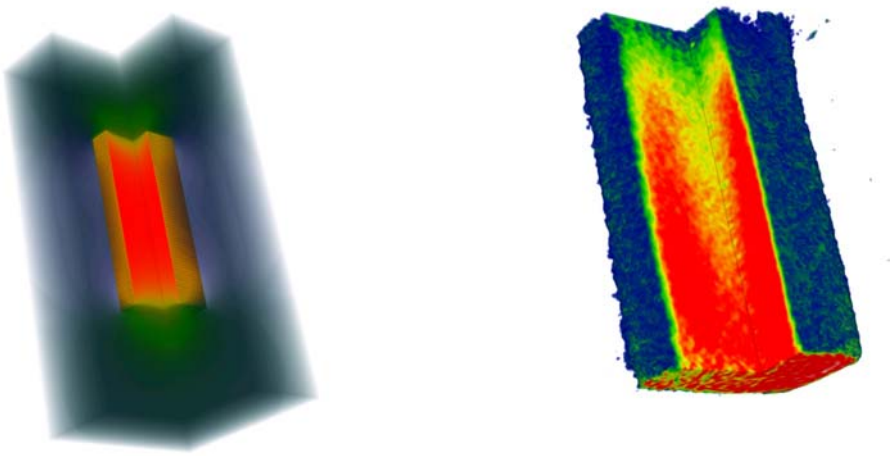


Abbildung 4.24: Dreidimensionale Darstellung der x-Komponente der Flussdichte für die Rechteckspule Links: berechnetes, rechts: gemessenes Feld (unterschiedliche Maßstäbe)

Diese Methode eignet sich nicht, um präzise quantitative Aussagen über die Flussdichteverteilung in einer Probe zu ermittelt. Es können aber Bereiche mit magnetischer Flussdichte von Bereichen ohne bzw. unterhalb der Nachweisgrenze für magnetische Felder getrennt werden, denn die Form der Spule konnte rekonstruiert werden.

4.3.2. Tomographie von „Flux pinning“ in einer supraleitenden Bleiprobe

In vielen Fällen ist die Feldverdrängung aus einer Probe beim Übergang in den supraleitenden Zustand nicht vollständig. Es können noch Bereiche mit einer Restmagnetisierung erhalten bleiben. Für einen Bleizylinder sind diese Bereiche durch eine Tomographie visualisiert worden.

Ein Bleizylinder mit einem Durchmesser von 10 mm und einer Länge von 30 mm wurde in einem „closed-cycle“-Kühlgerät auf eine Temperatur unterhalb der kritischen Temperatur abgekühlt (Abbildung 4.25). Blei ist ein Supraleiter erster Art, dessen Sprungtemperatur 7,2 K beträgt. Während des Abkühlens unter die Sprungtemperatur des Bleizylinders befand sich dieser in einem magnetischen Feld, welches in x-Richtung zeigte und parallel zur Zylinderachse ausgerichtet war. Erzeugt wurde dieses Feld mit Hilfe von Helmholtz-Spulen, die sich außerhalb des evakuierten Probenraumes des Kühlgerätes befanden und am Ort der Bleiprobe eine magnetische Flussdichte von 5 mT erzeugten. Beim Übergang vom normalleitenden in den supraleitenden Zustand wird das äußere Magnetfeld aus der Probe herausgedrängt (Meißner-Ochsenfeld-Effekt). Defekte in der

Kristallstruktur und die Korngrenzen bewirken, dass die Sprungtemperatur lokale Unterschiede aufweisen kann, wobei im Bereich von Defekten die Sprungtemperatur kleiner als 7,2 K ist. Bei einer Temperatur von 4,2 K ist das äußere Magnetfeld abgeschaltet worden.

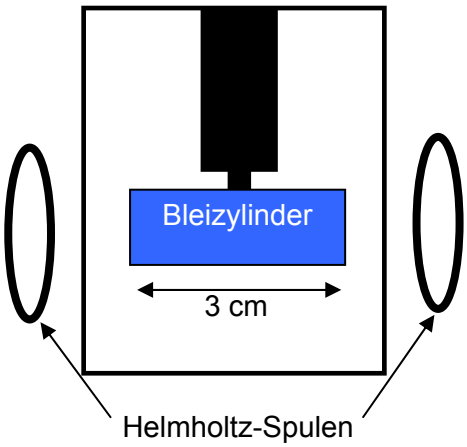


Abbildung 4.25: Probenumgebung im „closed-cycle"-Kühlgerät

Nach Abschalten des Feldes sind Bereiche in den Radiogrammen erkennbar, in denen die Spinrichtung von der Parallelstellung zur y-Achse, wie sie vom Polarisator vorgegeben ist, abweicht. Dies bedeutet, dass im polykristallinen Blei Bereiche existieren, in denen noch Ströme fließen. Diese Ströme erzeugen magnetische Felder und verursachen daher die Spindrehung. Das verbleibende Feld wird auch als „trapped flux" oder „pinned flux" bezeichnet. Auch bei einer Temperatur von 4,2 K liegen im Bleizylinder noch supraleitende und normalleitende Bereiche gleichzeitig vor. Wird der Zylinder langsam erwärmt, gehen auch unterhalb der Sprungtemperatur Teile der Probe in den normalleitenden Zustand über. Die Suprastöme, welche in diesen Bereichen flossen, wurden durch den wieder auftretenden elektrischen Widerstand gestoppt. Die Veränderung des gefangenen Magnetfeldes in der Probe führt dann zu einer Änderung des Radiogramms mit spinpolarisierten Neutronen (Abbildung 4.26) [Daw09].

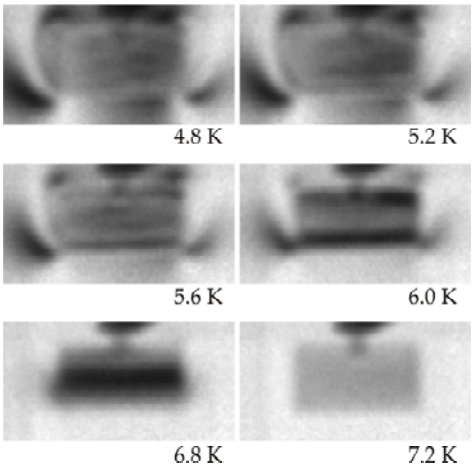


Abbildung 4.26: Radiogramme (mit spinpolarisierten Neutronen gemessen) des gefangenen Feldes bei verschiedenen Temperaturen

Bei einer Temperatur von 4,8 K ist das gefangene Magnetfeld im Bleizylinder noch stark, wie an den starken Spindrehungen außerhalb der Probe zu erkennen ist. Mit zunehmender Temperatur werden die Bereiche mit Spindrehung außerhalb und innerhalb der Probe kleiner. Dies lässt den Schluss zu, dass die magnetische Flussdichte mit steigender Temperatur in der Probe sinkt, was auf die Volumenzunahme von normalleitenden Bereichen zu ungunsten der supraleitenden Bereiche zurückzuführen ist. Bei einer Temperatur von 7,2 K ist die Probe vollständig normalleitend. Es treten keine Supraströme mehr auf. Die Abnahme der Transmission im Radiogramm bei dieser Temperatur ist ausschließlich durch die Absorption im Blei hervorgerufen worden. Der stark absorbierende Bereich oberhalb der Probe ist vom Kupfermaterial der Probenhalterung verursacht. Das Experiment wurde mit monokristallinem Blei unter gleichen Bedingungen wiederholt. Nach Abschalten des magnetischen Feldes unterhalb der Sprungtemperatur war kein gefangenes Feld in der Probe erkennbar. Aus diesem Grund ist es gerechtfertigt anzunehmen, dass die Defekte in der Kristallstruktur des polykristallinen Bleis als Pinning-Zentren fungierten und somit für das gefangene Feld verantwortlich sind. In beiden Experimenten ist Blei mit einer Reinheit von 99,99 % verwendet worden, so dass Einflüsse durch weitere Legierungsbestandteile ausgeschlossen werden können.

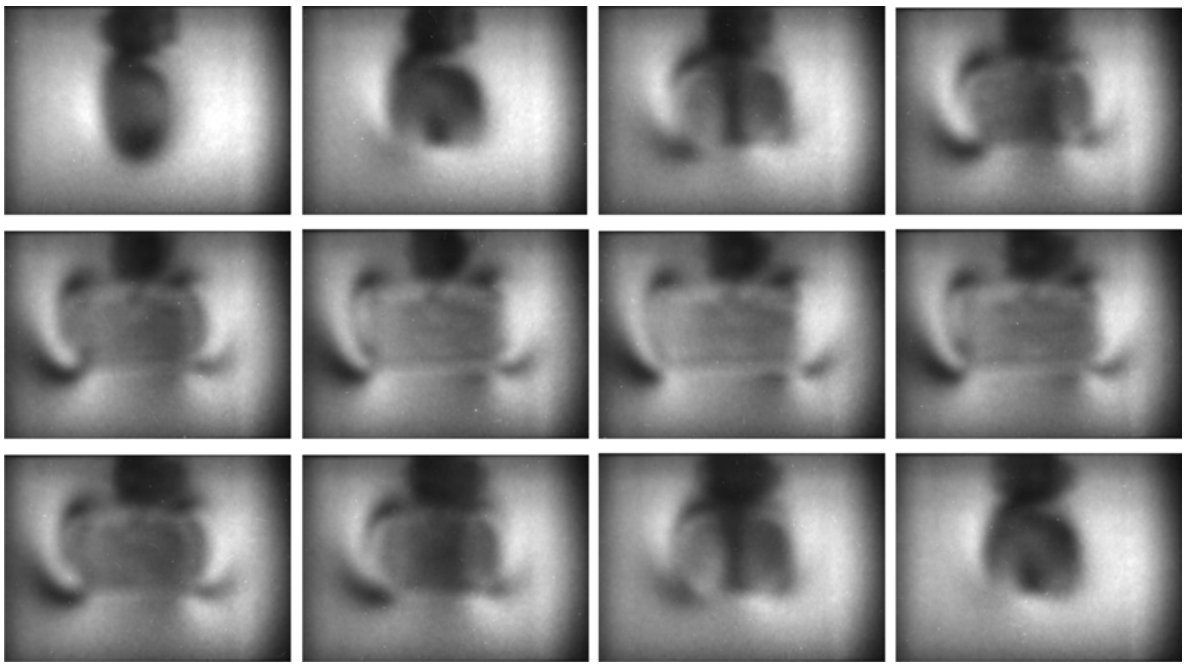


Abbildung 4.27: Radiogramme des gefangenen Feldes bei einer Temperatur von 4,8 K; die Probe ist in Schritten von 16,4° über ein Bereich von 180° um die y-Achse gedreht worden

Abbildung 4.27 zeigt die Radiogramme mit spinpolarisierten Neutronen des Bleizylinders bei unterschiedlichen Rotationswinkeln und bei einer konstanten Temperatur von 4,8 K. Die Radiogramme zeigen die komplexe Struktur des Magnetfeldes innerhalb und außerhalb der Probe. Es kann auf Grund der Struktur der Bereiche darauf geschlossen werden, dass das Magnetfeld zu starken Drehungen über 180° führte. Die Eindeutigkeit der Spindrehung nach Formel 3.3 ist somit nicht

gegeben. Es ist davon auszugehen, dass die Richtung des Feldes nicht überall senkrecht zur Spinstellung ausgerichtet war. Dies ist aber die Voraussetzung, um eine Rekonstruktion durchführen zu können, wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben. Allerdings ist es möglich, für schwache Felder, eine Tomographie durchzuführen, um die lokale Polarisationsrichtung des Strahles zu rekonstruieren.

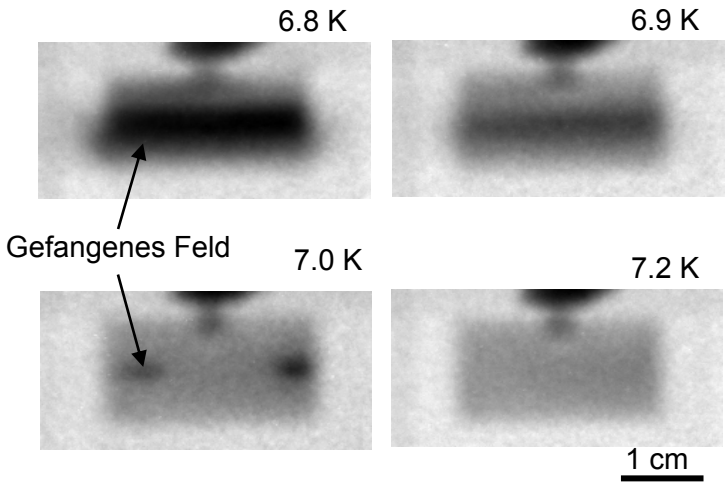


Abbildung 4.28: Radiogramme des gefangenen Feldes für verschiedene Temperaturen

Das schwächste Magnetfeld ist bei Temperaturen geringfügig unter der Sprungtemperatur zu erwarten. Aus diesem Grund ist im Temperaturbereich von 6,8 K bis 7,2 K in 0,1 K Schritten die Bleiprobe radiographiert worden (Abbildung 4.28). Bei einer Temperatur von 7,0 K sind nur noch zwei Bereiche in der Probe zu erkennen (am linken und rechten Rand in Abbildung 4.28), in denen die Spinrichtung durch ein Magnetfeld verändert wird. Die Spindrehung ist an keiner Stelle größer als 180°. Unter diesen Bedingungen wurde der Bleizylinder tomographiert. Für einen Winkelbereich von 180° wurden 61 Projektionen gemessen. Die Rotationsachse war parallel zur y-Achse ausgerichtet [Kar08].

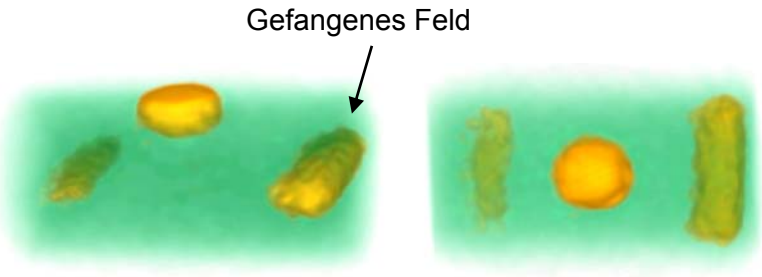


Abbildung 4.29: Perspektivische Ansicht (links) und Draufsicht (rechts) des rekonstruierten Volumens

In Abbildung 4.29 ist das Ergebnis der gefilterten Rückprojektion zu sehen. Die gelb eingefärbten Bereiche (links und rechts in den Ansichten) zeigen das gefangene Feld im Inneren der Bleiprobe. Das kugelförmige Gebilde (in der Mitte der Ansichten) ist ein Teil der Kupferhalterung des Kühlfingers. Es ist zum Teil durch ein dort gefangenes Magnetfeld hervorgerufen worden, aber auch die Absorption von Kupfer führt zu einer Abschwächung des Strahls.

4.4. Vektortomographie

Die Vektortomographie soll es ermöglichen, durch eine Tomographiemessung, die Stärke und die Richtung des Magnetfeldes innerhalb einer Probe zu ermitteln. Bisherige Methoden wie die Magnetkraft- oder die Kerr-Mikroskopie lieferten nur Information bezüglich der Oberfläche der Probe oder aus dünnen Schichten. Um die dreidimensionale Struktur im Inneren einer Probe zu bestimmen sind diese Verfahren nicht geeignet.

Im Gegensatz zu den bisherigen Messungen, soll hier ein Ansatz zur Darstellung eines beliebigen magnetischen Feldes vorgestellt werden [Hoc96]. Anwendung könnte diese Methode z.B. in der Supraleiterforschung zur quantitativen Bestimmung der Flussdichteverteilung finden.

Als Beispiel soll das Modell einer ferromagnetischen Probe dienen, da dies leicht beschrieben werden kann. Das Modell soll aus einer endlichen Anzahl von Weiß'schen Bezirken, auch Domänen genannt, bestehen. Innerhalb jeder Domäne tritt eine konstante Magnetisierung auf. Die Domänen (typische Durchmesser <10 μm) weisen alle den gleichen Betrag der magnetischen Flussdichte auf und unterscheiden sind nur in der Orientierung des Feldes. Tritt nun ein polarisierter Neutronenstrahl in die Domäne ein, so präzediert der Polarisationsvektor um die Richtung der Magnetisierung. Die Größe des Präzessionswinkels ist dabei von der Aufenthaltsdauer des Neutrons und der Stärke der Magnetisierung in der Domäne abhängig. Mit zunehmender Wellenlänge der Neutronen sinkt deren Geschwindigkeit während ihre Aufenthaltsdauer in der Domäne steigt. Dies führt zu einer Vergrößerung des Präzessionswinkels. Der Endzustand des Polarisationsvektors beim Verlassen der Domäne ist der Startvektor für die Präzession der in Flugrichtung des Neutrons nächsten Domäne. Die Spindrehung in den Blochwänden zwischen den Domänen kann auf Grund der geringen Dicke der Wand (einige nm) vernachlässigt werden. Weitere Spindrehungen erfolgen in jeder Domäne entlang des Strahlweges.

Die Präzession des Spins kann durch eine Depolarisationsmatrix **R** beschrieben werden, wobei gilt:

$$\vec{P} = R(\vec{n},\alpha) \cdot \vec{P}_0 \tag{4.1}$$

mit $\mathbf{P}_0$ für den Polarisationsvektor vor Eintritt in die Domäne und **P** der Polarisationsvektor bei Austritt aus der Domäne. Die Depolarisationsmatrix **R** ist vom normierten Vektor $\vec{n}$ der Magnetisierung (Einheitsvektor) und des Präzessionswinkels α des Spins abhängig. Die Depolarisationsmatrix **R** ist eine Rotationsmatrix der Form [Rek73]:

$$R(\vec{n},\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)+n_x^2\cdot(1-\cos(\alpha)) & n_x n_y(1-\cos(\alpha))-n_z\sin(\alpha) & n_x n_z(1-\cos(\alpha))+n_y\sin(\alpha) \\ n_x n_y(1-\cos(\alpha))+n_z\sin(\alpha) & \cos(\alpha)+n_y^2(1-\cos(\alpha)) & n_y n_z(1-\cos(\alpha))-n_x\sin(\alpha) \\ n_x n_z(1-\cos(\alpha))-n_y\sin(\alpha) & n_y n_z(1-\cos(\alpha))+n_x\sin(\alpha) & \cos(\alpha)+n_z^2\cdot(1-\cos(\alpha)) \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

wobei **R** eine orthogonale Matrix ist und deren Determinante gleich eins.

Die Depolarisationsmatrix beschreibt die Drehung, welche den Polarisationsvektor $\mathbf{P}_0$ in den Vektor **P** überführt. Unter Depolarisation ist die Änderung der Richtung des Polarisationsvektors zu verstehen. Die Dephasierung der Spins führt zu einer Stauchung des Vektors **P**.
Für die Differenzialgleichung der Polarisation gilt ferner:

$$\frac{d\vec{P}}{dz} = \frac{\gamma}{v}\vec{P}(z)\times\vec{B} \tag{4.3}$$

mit γ für das gyromagnetische Verhältnis, v der Geschwindigkeit des Neutrons und **B** für den Vektor der Magnetisierung am Ort z. In Matrixschreibweise ergibt sich für Formel 4.3 [Bad97]:

$$\frac{d\vec{P}(z)}{dz} = A\vec{P}(z) \tag{4.4}$$

mit

$$A = \frac{\gamma}{v}\begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y \\ -B_z & 0 & B_x \\ B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

Die Lösung der Differentialgleichung 4.5 ergibt sich wie folgt:

$$\vec{P}(z) = \exp(z\cdot A)\cdot\vec{P}_0 \tag{4.6}$$

Für eine Anzahl N aufeinanderfolgender Domänen gilt dann:

$$\vec{P}(z_N) = \exp(\Delta z_N A_N)\cdot\ldots\cdot\exp(\Delta z_i A_i)\cdot\ldots\cdot\exp(\Delta z_1 A_1)\cdot\vec{P}_0 \tag{4.7}$$

Analog dazu gilt:

$$\vec{P}(z_N) = R(\vec{n}_N,\alpha_N)\cdot\ldots\cdot R(\vec{n}_i,\alpha_i)\cdot\ldots\cdot R(\vec{n}_1,\alpha_1)\cdot\vec{P}_0 \tag{4.8}$$

Rotationsmatrizen sind nicht kommutativ, das heißt ihre Reihenfolge kann nicht vertauscht werden. Es ist also zu beachten, in welcher Reihenfolge die Neutronen die einzelnen Magnetfeldsegmente passiert haben. Die Matrixmultiplikation muss daher in Strahlrichtung entlang des Strahlweges erfolgen. Abbildung 4.30 zeigt einen in y-Richtung orientierten Spin bei Wechselwirkung mit den Magnetfeldern zweier Domänen. Die Ausbreitungsrichtung der Strahlung liegt in z-Richtung. Im unteren Teil der Abbildung 4.30 sind die Magnetfeldrichtungen gegenüber dem oberen Teil

vertauscht. Dies führt zu zwei unterschiedlichen Spinstellungen beim Passieren der beiden Domänen und verdeutlicht den Einfluss der Pfadordnung.

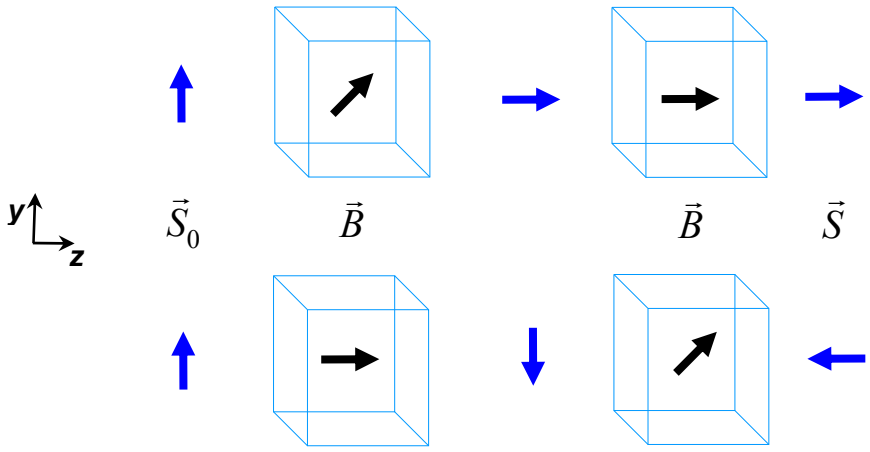


Abbildung 4.30: Einfluss der Pfadordnung auf die Drehung des Spins

Für die Depolarisationsmatrix **D**, welche die einzelnen Multiplikationen der Depolarisationsmatrizen **R** beinhaltet, gilt:

$$D = R(\vec{n}_N,\alpha_N)\cdot\ldots\cdot R(\vec{n}_i,\alpha_i)\cdot\ldots\cdot R(\vec{n}_1,\alpha_1) = \prod_{i=N}^{1} R(\vec{n}_i,\alpha_i) \tag{4.9}$$

In Bezug auf die Darstellungsweise in Formel 4.7 gilt für die Depolarisationsmatrix **D**:

$$D = \exp\left(\int_{z0}^{\rightarrow z_N} A(z)dz\right) \tag{4.10}$$

Der Pfeil über dem Intergral verweist darauf, dass das Integral unter Beachtung der Pfadordnung zu bilden ist.

4.4.1. Vektortomographische Messung eines Spulenmagnetfeldes

Die im Kapitel 4.3 gezeigten Beispiele für eine Tomographie von einfachen Feldern basierten nur auf der Analyse einer Komponente des Spins – dem in y-Richtung liegenden Anteil. Um auf die Depolarisationsmatrix **D** und damit auf das Magnetfeld schließen zu können, ist es aber notwendig, alle Komponenten des Polarisationsvektors **P** nach Austritt aus der Probe zu bestimmen und damit die Richtung und den Betrag von **P** zu kennen. Aus diesem Grund ist der in Abbildung 3.5 gezeigte Aufbau zunächst durch zwei Spindreher S_3 und S_4 (Abbildung 4.31) vor dem Analysator erweitert worden.

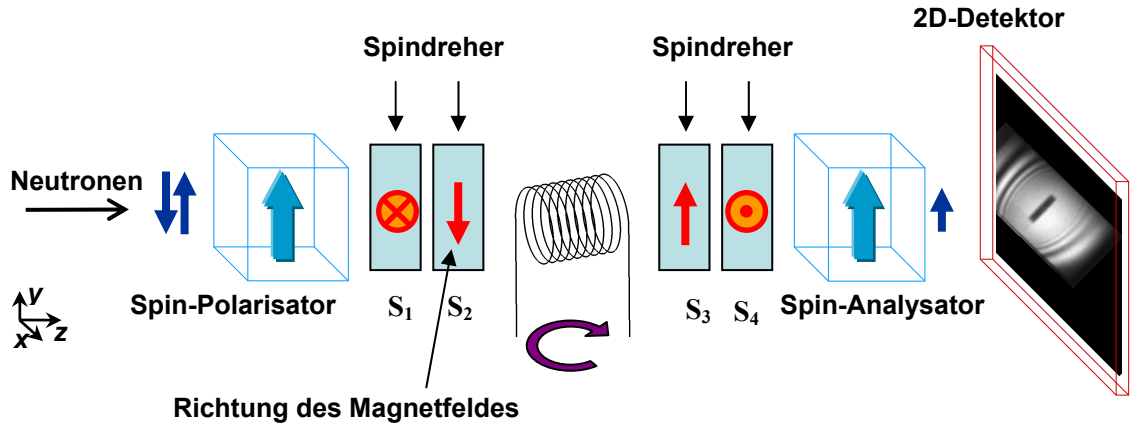


Abbildung 4.31: Experimenteller Aufbau zur Vektortomographie

Bei abgeschaltetem Strom für die Spindreher S_3 und S_4 wird die y-Komponente des Polarisationsvektors **P** bestimmt. Für eine weitere Messung wird die magnetische Flussdichte **B** im Spindreher S_4 so eingestellt, dass der Polarisationsvektor um 90° um die x-Achse in mathematisch positiver Richtung gedreht wird. Dadurch ist es nun möglich, die z-Komponente des Polarisationsvektors zu ermitteln. Zur Bestimmung der x-Komponente wird zusätzlich zu Spindreher S_4 auch das Magnetfeld des Spindrehers S_3 so eingestellt, dass der Polarisationsvektor 90° um die y-Achse gedreht wird und anschließend durch den Spindreher S_4 um die x-Achse. Durch diese drei voneinander unabhängigen Messungen kann der Vektor der Polarisation eindeutig bestimmt werden.

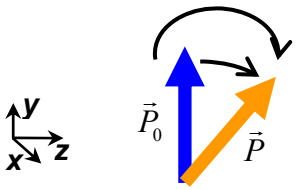


Abbildung 4.32: Eindeutigkeit der Depolarisationsmatrix D

Betrachtet man nun zwei Polarisationsvektoren $\mathbf{P}_0$ und **P**, dann kann $\mathbf{P}_0$ durch Drehung um verschiedene Rotationsachsen in **P** überführt werden. Durch Drehung der Polarisation um die x-Achse (siehe Abbildung 4.32) um einen Winkel von ca. 45° kann $\mathbf{P}_0$ in **P** überführt werden. Darüber hinaus ist es möglich die Drehung um eine Achse durchzuführen, welche in der durch die beiden Vektoren aufgespannten Ebene liegt. Da für die Vektortomographie die eindeutige Bestimmung der Rotationsachse bzw. der dazugehörigen Depolarisationsmatrix **D** notwendig ist, muss durch weitere Messungen die zum Magnetfeld gehörende Depolarisationsmatrix **D** ermittelt werden [Gai09]. Durch Vorgabe von Polarisationsvektoren parallel zur x-, y-, oder z-Achse als Startvektoren können aus den drei dazugehörigen Rotationsmatrizen die Depolarisationsmatrix **D** bestimmt werden. Um die Startrichtung der Polarisation einstellen zu können, sind zwei weitere Spindreher S_1 und S_2 zwischen dem Polarisator und dem Probenort installiert worden (Abbildung 4.33). Diese bewirken, dass der

Vektor der Polarisation in y-Richtung, wie durch den Polarisator vorgegeben, nach dem gleichen Prinzip wie bei den Spindrehern S_3 und S_4 in x- oder z-Richtung gedreht werden kann.

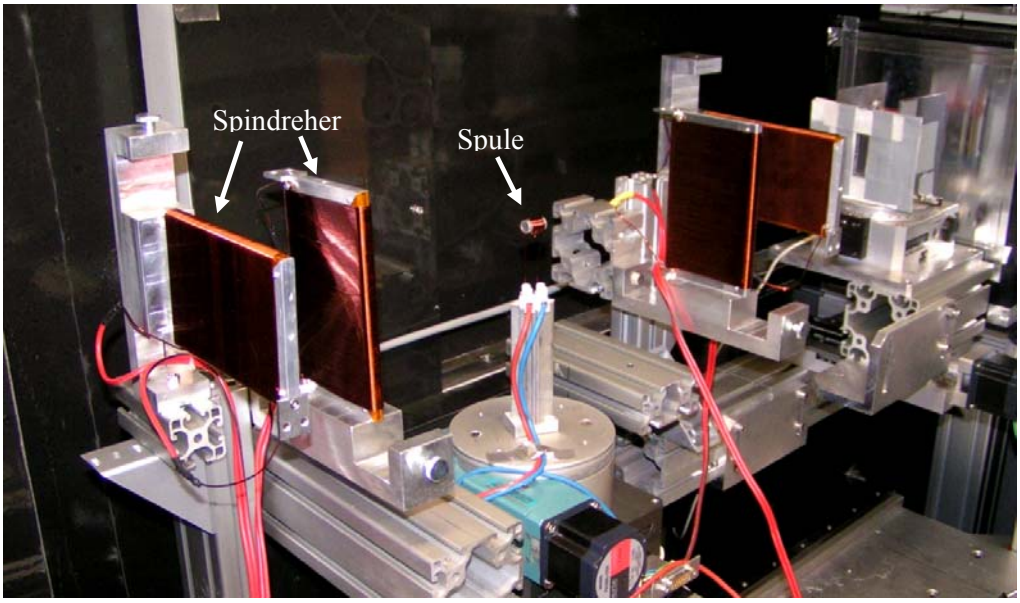


Abbildung 4.33: Messaufbau für die Vektortomographie

Die Drehung des Spins durch S_1 wird vom Spindreher S_4 mit entgegensetzten Drehrichtung zurückgeführt. Gleiches gilt auch für das Spindreherpaar S_2 und S_3.

Für die eindeutige Bestimmung der Depolarisationsmatrix **D**, müssen daher drei Messungen für die vollständige Analyse eines resultierenden Polarisationsvektors durchgeführt werden. Da dies für drei Startrichtungen des Polarisationsvektors zu erfolgen hat, müssen insgesamt neun polarimetrische Radiogramme gemessen werden. Da es sich bei der verwendeten Neutronenstrahlung um einen monochromatischen Strahl mit einer Wellenlängenbreite von 10 % handelte, nimmt der Betrag des mittleren Polarisationsvektors auf Grund der Dephasierung des Spins ab. Das heißt, der Neutronenstrahl ist nicht mehr perfekt polarisiert, da die Spins nicht mehr alle dieselbe Orientierung haben. Außerdem führt auch die Breite des betrachteten Strahles zu einer Abnahme des Betrages des Polarisationsvektors, da z.B. am linken Rand des Strahls andere Feldstärken und Feldrichtungen wirken als am rechten Rand. Um diese Verringerung des Betrags des Polarisationsvektors von der Absorption der Strahlung in der Probe zu trennen, muss ein weiteres Radiogramm bei abgeschaltetem Spulenstrom der Probe gemessen werden, um eine Absorptionskorrektur durchführen zu können.

Als erstes Anwendungsbeispiel wurde das Feld einer kleinen Spule gemessen. Der Durchmesser betrug 10 mm. Die Spule umfasste 9,5 Windungen aus lackiertem Aluminiumdraht mit einem Durchmesser von 1 mm. Die konstante Stromstärke betrug 1,5 A. Insgesamt sind 101 Projektionen über einen Winkelbereich von 360° gemessen worden. Die erste und die letzte entsprachen dabei der Winkelposition 0° und 360°. Damit wurden scheinbar jeweils zwei redundante Projektionen gemessen. Da aber die Depolarisationsmatrizen **R** nicht kommutativ sind, ergeben sich für zwei Strahlen, die die

Probe in zueinander entgegengesetzter Richtung durchlaufen, unterschiedliche Gesamtdepolarisationsmatrizen **D**. Die Pixelgröße des Detektors betrug 209,6 µm.
Um einen Einfluss des magnetischen Untergrundfeldes auszuschließen, befand sich die Spule in einer Abschirmung aus weichmagnetischem Baustahl (Material: St37), so dass das Innere dieser Abschirmung bei abgeschaltetem Strom für die Spule weitgehend feldfrei war. Die Abschirmung besaß nur drei Öffnungen – eine davon, um die Probe über eine Aluminiumhalterung von unten auf einem Rotationstisch zu befestigen. Dabei befand sich der Rotationstisch mit seinem 2-Phasenschrittmotor außerhalb der Abschirmung, um keine Feldveränderungen zu bewirken. Die beiden anderen Öffnungen waren der Strahlein- bzw. Strahlauslass, da das Weicheisen beim Passieren des Strahles die Polarisation zerstört hätte.

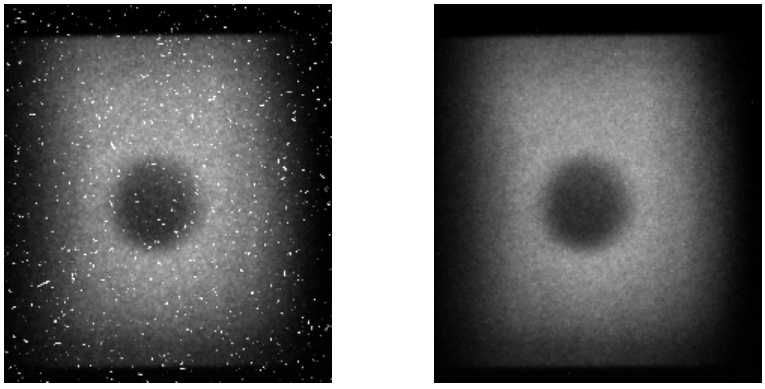


Abbildung 4.34: Ungefiltertes Radigramm (links), spotgefiltertes Radiogramm (rechts) der Spule bei I=1,5 A

Die Belichtungszeit für ein Radiogramm betrug 107 Sekunden. In der linken Abbildung 4.34 ist ein ungefiltertes Radiogramm bei einem vorgegebenen Polarisationsvektor $\mathbf{P}_0$ in x-Richtung und gleichzeitiger Analyse der x-Komponente des resultierenden Polarisationsvektors **P** gezeigt. Das Bild weist eine hohe Anzahl von „white spots“ auf. Diese wurde durch γ-Strahlung erzeugt, welche direkt den CCD-Chip der Kamera trafen. Die γ-Strahlung entsteht bei der Absorption der Neutronen in Komponenten des Messaufbaus in Form von prompten Gammas und durch den radioaktiven Zerfall von aktivierten Isotopen. Durch eine Bleiabschirmung der Kamera kann dieser Untergrund verringert, aber nicht vollständig vermieden werden. Aus diesem Grund sind für jedes Radiogramm zwei Belichtungen durchgeführt worden. Mit Hilfe eines Minimumfilters (Rangordnungsfilter) konnten die mit „white spots“ belasteten Pixel des Bildes gefiltert werden (rechte Abbildung 4.34). Die Auflösung des Bildes wurde bei diesem Verfahren nicht verschlechtert, da der Filter nicht in der xy-Bildebene, sondern in z-Richtung des Bildpaares angewendet wurde. Der Nachteil dieser Filteroperation liegt in der Verdoppelung der Messzeit [Str09].
Für jede einzelne Konfiguration der Spindreher ist ein vollständiger Tomographiedatensatz gemessen worden, bevor die nächsten Spindrehereinstellungen vorgenommen worden sind. Bei zehn Tomographien mit 101 Projektionen á zwei Belichtungen betrug die Gesamtmesszeit ca. 65 Stunden. Zu jedem Datensatz sind außerdem noch Weißstrahlbilder aufgenommen worden bei aus dem Strahl

entfernter Spule, um die Intensitätsschwankungen des Strahlprofils zu korrigieren und normierte Transmissionswerte zu erhalten.

Um die Güte des Messaufbaus bzw. der Messung beurteilen zu können, wurde für die beschriebene Messung eine Simulation durchgeführt. Bei radiographischen Messungen ist es möglich, das umgebende Magnetfeld für beliebige Leiterkonfigurationen bei verschiedenen Stromstärken und verschiedenen Wellenlängen bzw. Wellenlängenverteilungen zu berechnen. Das Simulationsprogramm bot bisher aber nicht die Möglichkeit, die virtuelle Probe rotieren zu lassen und jeweils das dazugehörige Magnetfeld zu berechnen. Es bestehen zwei Möglichkeiten, die entsprechende Rotation in das Simulationsprogramm zu implementieren. Alle definierten Leiterelemente der virtuellen Probe können für Tomographiesimulation gedreht werden und für jeden Rotationsschritt das resultierende Magnetfeld berechnet werden. Da die Leiterdefinition aus einigen tausend Elementen besteht, ist diese Prozedur rechenintensiv. Die zweite Möglichkeit besteht darin, das Magnetfeld der Probe in der 0°-Position zu berechnen, und dann das Magnetfeld für die weiteren Rotationsschritte der Simulation zu rotieren. Diese Prozedur ist bis zum Faktor zehn schneller im Gegensatz zur Drehung des Leiters, da schnelle Routinen der Bilddrehung benutzt werden können. Beide Verfahren sind wahlweise im Simulationsprogramm nutzbar. Aber die Drehung des Magnetfeldes verursacht auf Grund der Interpolation von Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten geringfügige Verschmierungen des Bildes bzw. des Magnetfeldes. Es kann daher vorteilhaft sein, die langsamere Leiterrotation mit anschließender Berechnung des Magnetfeldes zu nutzen. Für die Simulation der Spule ist die Drehung des Feldes genutzt worden, da das Magnetfeld der Spule ein sich langsam änderndes und stetiges Feld ist, von den Bereichen direkt an den Leiterführungen ausgenommen. Darüber hinaus ist für jede Drehung des Feldes, die vollständige Analyse des Polarisationsvektors **P** durchgeführt worden, d.h. die drei Komponenten des Vektors **P** sind ermittelt worden. Zur Bestimmung der eindeutigen Depolarisationsmatrix **D** ist es notwendig, die Analyse der Spinkomponenten für alle drei Startvektoren $\mathbf{S}_0$ zu berechnen, so dass nach Abschluss der Simulation die neun verschiedenen Datensätze zum Vergleich mit den Messergebnissen vorlagen. Auf die Berücksichtigung der Absorption in der Probe wurde verzichtet im Falle der simulierten Daten, d.h. es wurde von einer vollständig transparenten Probe ausgegangen.

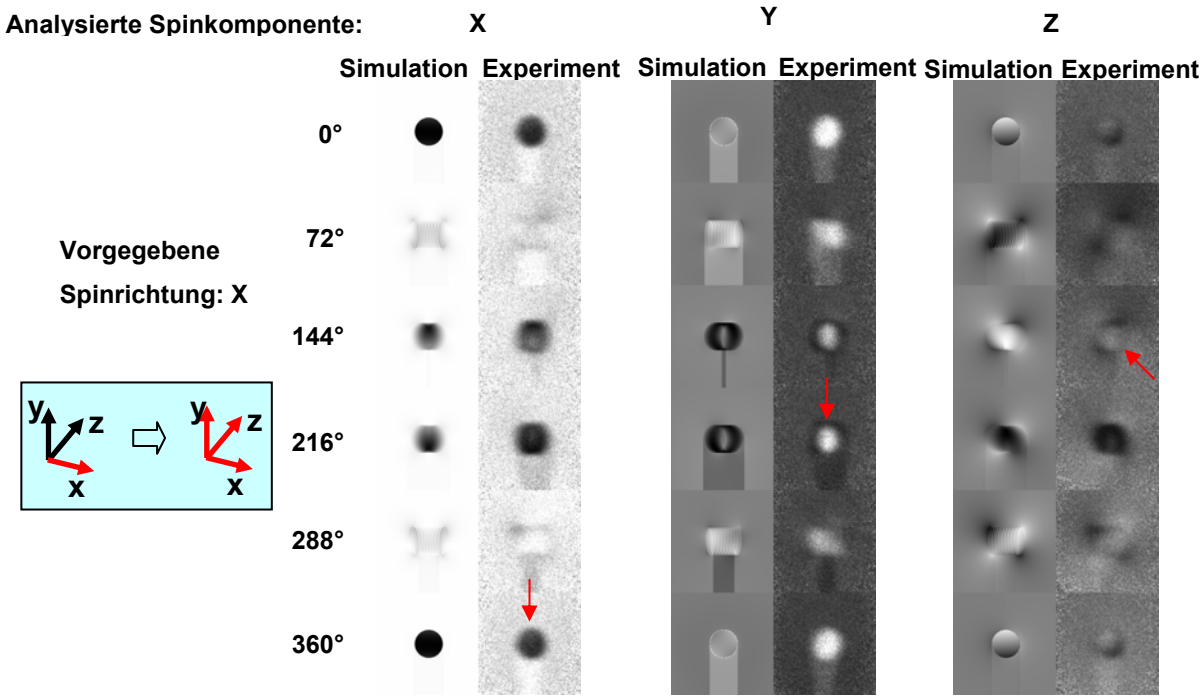


Abbildung 4.35: Vergleich zwischen simulierten und experimentellen Daten bei verschiedenen Winkelpositionen Einige Abweichungen sind durch rote Pfeile in den Bildern markiert.

Die Abbildungen 4.36 – 4.38 zeigen einen Vergleich der simulierten und experimentellen Daten. In dem blauen Kästchen auf der linken Seite der Abbildungen ist die Startausrichtung des Spins gezeigt, bzw. die analysierten Komponenten des resultierenden Spinvektors. Die drei Bildspalten x,y,z zeigen jeweils das Ergebnis der Analyse bezüglich der drei verschiedenen Komponenten des resultierenden Spinvektors. Auf der jeweils linken Seite sind die simulierten und auf der rechten Seite die gemessenen Bilder gezeigt. Die Probe wurde in Schritten von 3,6° gedreht. Exemplarisch sind Ergebnisse in Schritten von 72° dargestellt. Weiße Bereiche bedeuten, dass die Komponente des Spinvektors nach Verlassen des Feldes eins ist bzw. in schwarzen Bereichen minus eins. Der Betrag aller Spinvektoren im Falle der simulierten Daten ist eins, da weder die Dephasierung des Spins noch die Absorption in der Probe berücksichtigt wurde. Im Falle der Messungen ist die Absorption durch die Probe korrigiert. Die Dephasierung des Spins kann aber nicht korrigiert werden. Die Abbildungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der gemessen und simulierten Daten.

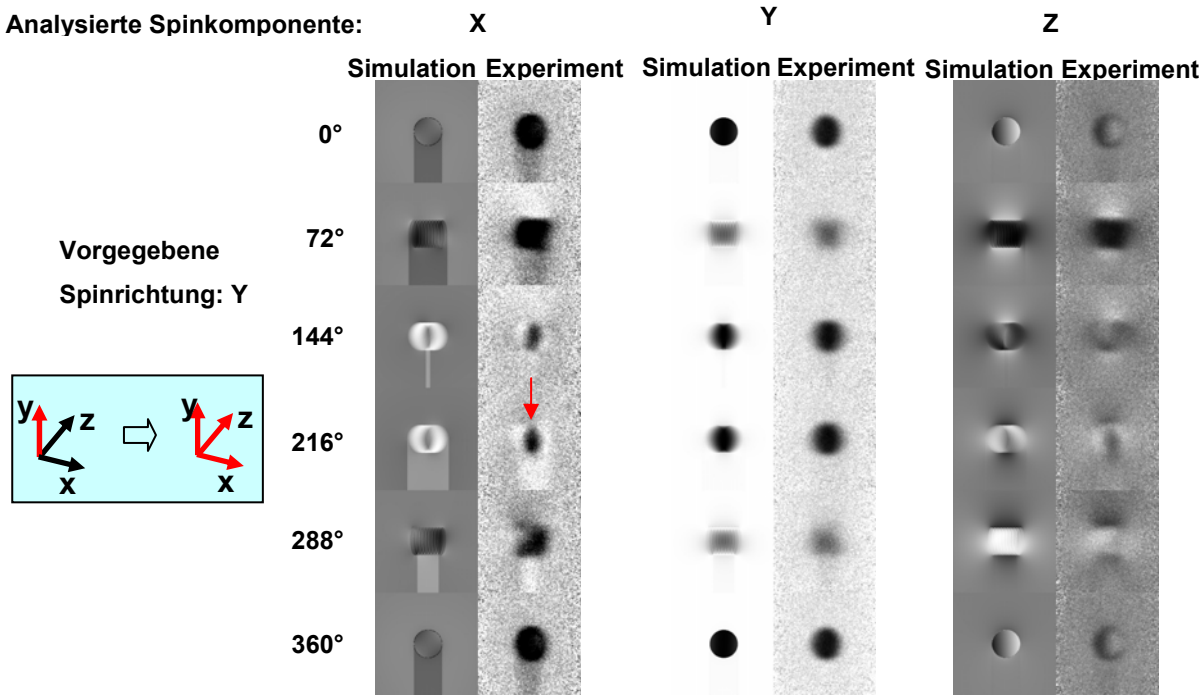


Abbildung 4.36: Vergleich zwischen simulierten und experimentellen Daten bei verschiedenen Winkelpositionen

Die Abweichungen haben verschiedene Ursachen. Die Dephasierung der Spins (Neutronen mit verschiedenen Wellenlängen) führt zu einer Verringerung des Betrages des Polarisationsvektors und damit auch zu einer Änderung der analysierten Komponente des Spins. Dieser Effekt wird durch den Einsatz der Spindreher noch verstärkt, da die Spindreher eine zusätzliche Dephasierung erzeugen.

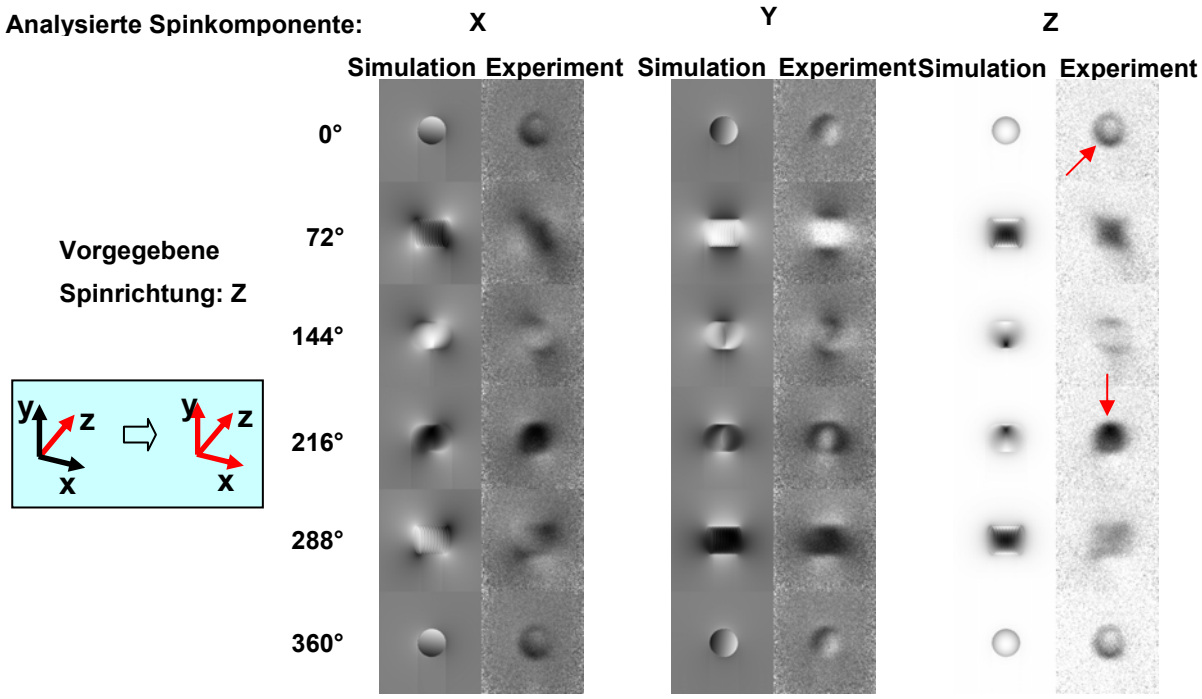


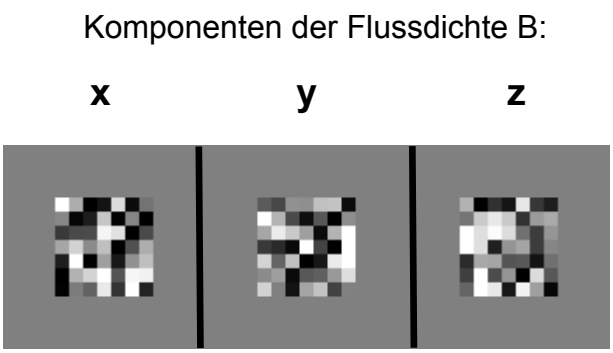
Abbildung 4.37: Vergleich zwischen simulierten und experimentellen Daten bei verschiedenen Winkelpositionen

Dies führt zu einer Abnahme des Kontrastes in den Bildern im Vergleich zur Simulation. Helle Bildbereiche werden dunkler und dunkle Bereiche heller. Eine Gesamtdrehung der Spins mit Winkeln deutlich größer 180° kommt nicht vor. Außerdem führen Verzerrungen des eigentlich rotationssymmetrischen Feldes auf Grund von geometrischen Abweichungen der realen Spule zu Unterschieden zwischen Messung und Simulation. Es kann auch nicht ausgeschlossen werden, dass ein noch verbleibendes Untergrundfeld im Inneren der magnetischen Abschirmung zu einer Spindrehung geführt hat. Da sich aber die Spindreher und Polarisatoren aus Platzgründen außerhalb dieser Abschirmung befanden, ist es wahrscheinlicher, dass die unerwünschten Drehungen des Spins in diesen Bereichen stattfanden. Die Abschirmungen für das äußere Magnetfeld, z.B. das Feld der Polarisatoren, muss weiter verbessert werden. Es ist angeraten, zwischen den Polarisatoren und den Spinflippern Führungsfelder mit einer definierten schwachen magnetischen Flussdichte (~ 1mT) zu installieren, um den Einfluss der starken Felder der Polarisatoren zu verringern. Es wurde zunächst angenommen, dass das Feld der Polarisatoren als Führungsfeld geeignet ist, was sich dann aber nicht bestätigt hat. Durch die Installation der Führungsfelder würde aber die Gesamtlänge des Messaufbaus vergrößert werden. Da der Polarisator die Divergenz des Neutronenstrahls weiter erhöht, nimmt mit steigendem Abstand die Neutronenflussdichte am Ort des Analysators ab. Daraus resultiert, dass sich die Messzeit erhöht und damit die Zahl der „white spots“ im Radiogramm steigt. Da die korrekte Ausrichtung des Spins aber essentiell für das Messprinzip ist, müssen diese Nachteile hingenommen werden. Des Weiteren würde ein Führungsfeld zwischen Spindreher S_3, S_4 und dem Analysator erfordern, dass der Abstand Probe–Detektor vergrößert und damit die ohnehin geringe Auflösung weiter verschlechtert wird. Alternativ dazu können Polarisatoren eingesetzt werden, deren Magnetfeld schwächer ist, als das der verwendeten, wobei beachtet werden muss, dass der Polarisationsgrad nicht geringer werden sollte. Um den Einfluss der äußeren Felder zu verringern, sollten die Spindreher und der Probenraum von einer gemeinsamen Mu-Metall-Abschirmung umgeben werden.

Es konnte gezeigt werden, dass es der in Abbildung 3.5 gezeigte Messaufbau durch Erweiterung mit Spinflippern (Abbildung 4.31) ermöglicht, vektortomographische Messungen an Magnetfeldern einer Probe durchzuführen. Das betrachtete Magnetfeld der Spule wurde verwendet, um den Vergleich mit der Simulation zu ermöglichen. Es können auch Proben mit irregulären Magnetfeldern durch diesen Messaufbau untersucht werden. Eine mögliche Anwendung ist die Untersuchung von ferromagnetischen Stoffen und deren Weiß’sche Bezirke.

4.4.2. Radontransformation eines Phantomdomänenfeldes

In den folgenden Kapiteln soll das Prinzip der Rekonstruktion der magnetischen Flussdichte **B** gezeigt werden ohne Verwendung von a priori Information über die Feldverteilung der Probe. Ziel ist es dabei, die in Kapitel 4.4.1 gezeigte Messserie zu rekonstruieren. Für die Validierung der in diesem Zusammenhang entwickelten Rekonstruktionsverfahren wurde zunächst ein Phantomdatensatz verwendet. Dieser bestand aus 49 magnetischen Domänen (Abbildung 4.38), welche eine quadratische Form hatten.



$$\vec{B} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Abbildung 4.38: Phantomfeld bestehend aus verschiedenen magnetischen Domänen

Jede Domäne hatte eine Kantenlänge von 70 µm, wobei die Pixelgröße 10 µm betrug. Die Kantenlänge des Phantoms betrug 101 Pixel. Der Betrag der magnetischen Flussdichte hat in jeder Domäne den Wert von 30 mT, außerhalb der Domänen ist die magnetische Flussdichte Null.. Bei einer angenommenen Wellenlänge von 3,5Å beträgt die maximale Drehung des Spins beim Passieren einer Domäne entlang der Diagonalen 27,6°. Die Orientierung der Feldrichtung in den Domänen ist beliebig bzw. gleichverteilt ausgerichtet – es existiert keine Vorzugsrichtung und daher hat die Remanenzflussdichte einen Wert von 0 T (bei einem hinreichend großen Feld). Die Weiß'schen Bezirke in einer ferromagnetischen Probe haben typischerweise eine Größe von 1 bis 10 µm. Die angenommene Domänengröße ist absichtlich mit 70 µm angenommen worden, da dies eine erreichbare Auflösung für die Messung mit polarisierten Neutronen ist. Die Pixelgröße von 10 µm entspricht einer typischen Größe einer 1:1 Optik in Kombination mit einer CCD-Kamera. Die Flussdichte ist mit 30 mT deutlich kleiner als in realen Domänen (> 0,5 T). Im ersten Schritt soll nur der Fall betrachtet werden, dass die Gesamtdrehung des Spins beim Durchgang durch die Probe nicht mehr als 180° gedreht wird. Dies bedeutet, das die dazugehörige Depolarisationsmatrix den Wertebereich des Winkels von $(-\pi,\pi)$ nicht verlässt. In Abbildung 4.38 sind die drei Feldkomponenten x, y und z des magnetischen Flussdichtevektors **B** dargestellt.

Um die Rekonstruktion der Pseudomessdaten eines Phantoms durchführen zu können, ist die tensorielle Radontransformation (Vorwärtsprojektion) des Phantoms berechnet worden. Aus den Werten für die magnetische Flussdichte werden zunächst die dazugehörigen Rotationsmatrizen **R** nach Formel 4.2 berechnet und liegen nun in Form von 3x3 Matrizen vor. Für einen virtuellen Strahl i werden nun die Rotationsmatrizen **R** entlang des Weges durch das Phantom multipliziert und ergeben die Depolarisationsmatrix **D**. In Abbildung 4.39 ist dieses Prinzip für ein Feld von 2x2 Rotationsmatrizen gezeigt.

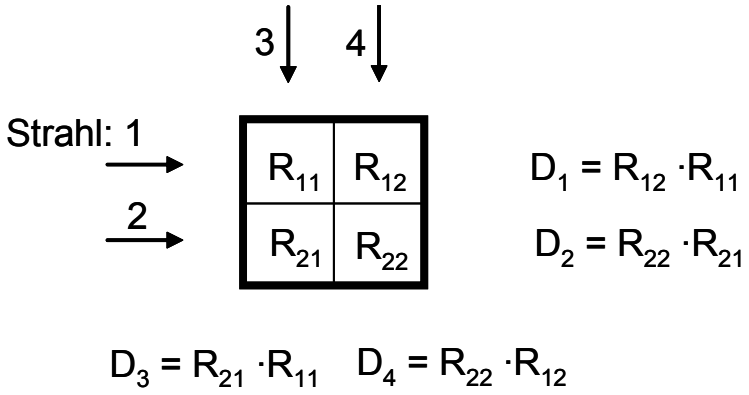


Abbildung 4.39: Feld mit 2x2 Rotationsmatrizen

Für diese vereinfachte Berechnung der Depolarisationsmatrizen **D** ist die Annahme getroffen worden, dass der Strahl eine konstante Wegstrecke im jedem Pixel zurücklegt, welche der Pixelgröße von 10 µm entspricht. Diese Annahme ist aber nur bei Rotationswinkeln der Probe von ganzzahligen Vielfachen von 90° erfüllt. Für die anderen Winkelpositionen ergeben sich von der Pixellänge verschiedene Abschnittslängen w in den Pixeln $P_{m,n}$ (Abbildung 4.40). Daraus folgend ist auch die Aufenthaltsdauer der Spins in den Domänen je nach Richtung des Strahls unterschiedlich und führt damit auch zu unterschiedlichen Rotationsmatrizen **R**, da dort die Aufenthaltsdauer über den Rotationswinkel des Spins eingeht. Um Abweichungen der Spinstellung durch diesen Effekt zu vermeiden, muss der Pixelabschnitt w zur Berechnung der Rotationsmatrizen R des Strahles i angewendet werden und nicht die Pixellänge.

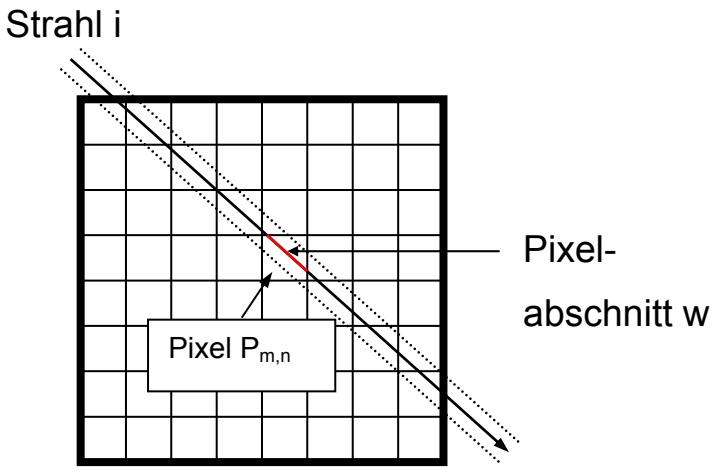


Abbildung 4.40: Pixelabschnitt w im betrachtenden Pixel P

Für die Berechnung der Vorwärtsprojektion wird ein Nadelstrahl mit einer Rasterbreite von einem Pixel verwendet. Die endliche Breite des Strahles bewirkt, dass sich verschiedene Rotationsmatrizen **R** für verschiedene Bereiche des Strahles ergeben. Die sich aus dieser Tatsache ergebene Dephasierung der Spins wird in der Vorwärtsprojektion des Phantoms nicht berücksichtigt. Darüber hinaus ist keine Wellenlängenverteilung, sondern nur eine konstante Wellenlänge berücksichtigt worden.

Durch Multiplikation der ermittelten Depolarisationsmatrizen **D** mit den jeweiligen Startvektoren $\mathbf{P}_0$ des Spins werden die resultierenden Polarisationsvektoren **P** bestimmt.

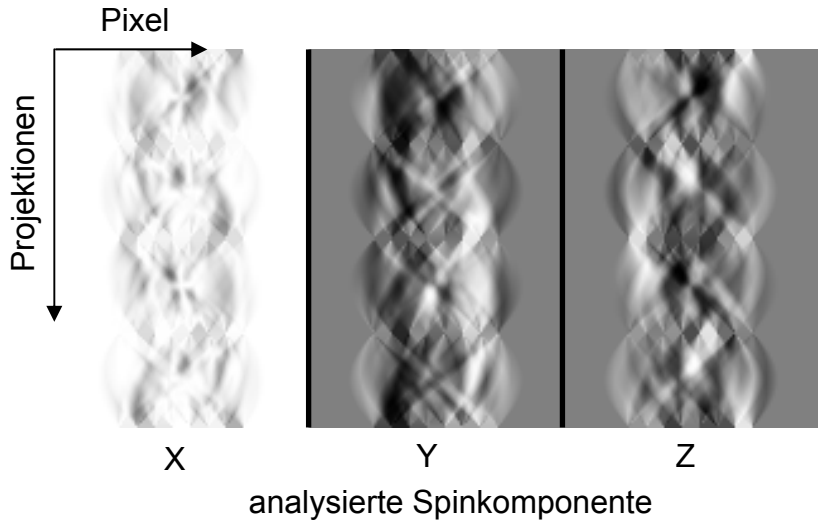


Abbildung 4.41: Sinogramme mit den drei berechneten Komponenten des Spins nach Passieren des Phantoms, bei einer vorgegebenen Spinausrichtung parallel zur x-Richtung

Für die Bestimmung der Sinogramme wurden 150 Projektionen über einen Winkelbereich von 360° berechnet. Für jeden der drei Startvektoren des Spins (parallel zu den Achsen des Koordinatensystems) sind die resultierenden Spinkomponenten unter Parallelstrahlbedingungen berechnet worden. Abbildung 4.41 zeigt das Ergebnis der Vorwärtsprojektion, wenn der Spin als Startbedingung parallel zur x-Achse orientiert ist. Die drei Bildspalten zeigen jeweils die analysierten Komponenten des Spins, wobei Graustufe „weiß“ bedeutet, dass die Spinkomponente den Wert eins in Bezug auf die analysierte Richtung annimmt, die Stufe „schwarz“ minus eins oder Antiparallelstellung bedeutet. Die nach diesem Prinzip berechneten drei Sinogramme bilden die Grundlage für die Rekonstruktion des Vektorfeldes.

4.4.3. Gefilterte Rückprojektion

In der Tomographie wird standardmäßig die gefilterte Rückprojektion für die tomographische Inversion verwendet. Sie kann aber in der herkömmlichen Form nur für skalare Größen angewendet werden. Für die Vektortomographie mit polarisierten Neutronen muss die magnetische Flussdichte daher komponentenweise rekonstruiert werden. Aus diesem Grund müssen aber weitere Randbedingungen beachtet werden.

Die Depolarisationsmatrix **D** kann durch die Formel 4.10 beschrieben werden. Der Pfeil über dem Integralzeichen verweist darauf, dass es sich um ein pfadorientiertes Integral handelt, und daher die Reihenfolge der Multiplikation der Rotationsmatrizen vorgegeben ist. Eine analytische Methode, welche die Inversion des pfadorientierten Integrals ermöglicht, ist bisher nicht bekannt. Die gefilterte

Rückprojektion kann nur angewendet werden, wenn das pfadorientierte Integral in ein herkömmliches Linienintegral überführt werden kann. Dies ist der Fall, wenn die Rotationsmatrizen **R** nur zu kleinen Drehungen des Spins führen und ein stetiges Magnetfeld mit kleinen Gradienten vorliegt. Unter diesen Bedingungen kann das Linienintegral als Näherung des pfadorientierten Integrals verwendet werden [Bad97].
Dann gilt:

$$D = \exp\left(\int_{z0}^{z_N} A(z)dz\right) \tag{4.11}$$

Durch Anwendung von Formel 4.5 folgt daraus:

$$\int_{z_0}^{Z_N} B_x(z)dz = \frac{v}{\gamma}\left[\ln(D)\right]_{2,3} \tag{4.12}$$

$$\int_{z_0}^{Z_N} B_y(z)dz = \frac{v}{\gamma}\left[\ln(D)\right]_{3,1} \tag{4.13}$$

$$\int_{z_0}^{Z_N} B_z(z)dz = \frac{v}{\gamma}\left[\ln(D)\right]_{1,2} \tag{4.14}$$

Durch diese Vereinfachung können nun die drei Komponenten der magnetischen Flussdichte **B** unabhängig voneinander durch FBP rekonstruiert werden.
Das in Abbildung 4.41 zeigte Sinogramm ist das erste von insgesamt drei Sinogrammen für die verschiedenen Startbedingungen des Spins. Im ersten Schritt der Rekonstruktion werden aus diesen Sinogrammen die dazugehörigen Depolarisationsmatrizen **D** bestimmt. Im Folgenden wurden nach den Formeln 4.12-4.14 die integralen Komponenten der magnetischen Flussdichte **B** ermittelt, so dass nun drei Sinogramme vorlagen, welche jeweils nur noch eine Komponente von **B** enthielten. Mit Hilfe der gefilterten Rückprojektion können nun die Komponenten des Feldes rekonstruiert werden. Als Filterfunktion ist der Shepp-Logan-Filter angewendet worden.
Abbildung 4.42 zeigt das Ergebnis der Rekonstruktion. Die Darstellung ist dreigeteilt und zeigt die rekonstruierten Komponenten des Feldes in einem Bild (getrennt durch die senkrechten Balken). Diese Art der Darstellung wird auch in jeder weiteren Abbildung einer Rekonstruktion verwendet werden.

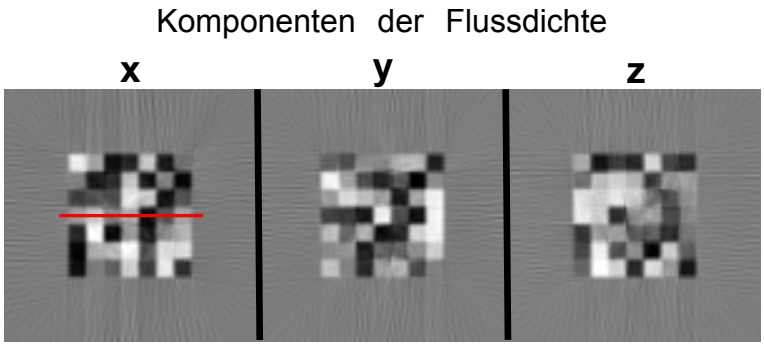


Abbildung 4.42: Gefilterte Rückprojektion der x, y und z-Komponente des Domänenfeldes bei 30 mT

Die Rekonstruktion zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem vorgegebenen Phantom mit einem Betrag der Flussdichte von 30 mT (Abbildung 4.38). In Abbildung 4.43 ist die Differenz zwischen der rekonstruierten Schicht und dem Phantom dargestellt. Sofort wird sichtbar, dass die größten Abweichungen an den Domänengrenzen auftreten. Jedem abbildenden System kann eine Point-Spread-Function bzw. eine Modulation-Transfer-Function zugeordnet werden. Dies gilt nicht nur für optische Systeme, sondern auch für Verfahren wie die FBP mit einem Shepp-Logan-Filter. Der Filter bewirkt, dass das Bildrauschen unterdrückt wird mit dem Ergebnis, dass auch hochfrequente Strukturen wie Kanten „verschmiert“ werden. Aber auch die Art der Interpolation bei Umwandlung der Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten durch „nearest neighbor“ oder bilineare Interpolation führt zu einer Verschlechterung der Bildauflösung. Die mittlere Abweichung im Inneren der Domänen beträgt ±3,0 mT. Darüber hinaus können einzelne Domänen auch eine höhere Abweichung (Pfeile in Abbildung 4.43) aufweisen.

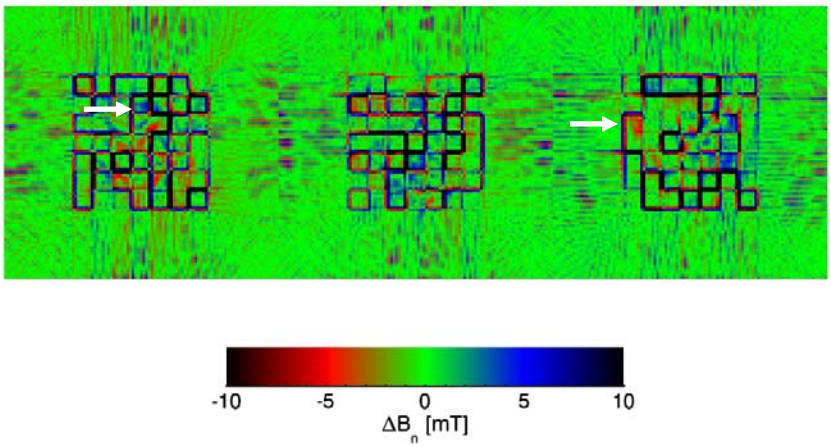


Abbildung 4.43: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (FBP) und dem Phantom mit 30 mT Domänen

Im Diagramm 4.1 ist ein Linienprofil durch das Feld der x-Komponente der magnetischen Flussdichte **B** (roter Balken in Abbildung 4.42) im Vergleich zum Phantom dargestellt. Deutlich sichtbar sind die Abweichungen der Ist-Werte der Rekonstruktion von den Soll-Werten im Phantom.

Die gefilterte Rückprojektion ist nur anwendbar, wenn das Feld in den einzelnen Domänen nur kleine Drehwinkel des Spins bewirken. Der Drehwinkel entlang der Diagonalen in einer Domäne beträgt 27,6° und ist daher nicht mehr als „klein“ anzusehen. Die Rotation des Spins sollte bei diesem Verfahren nur wenige Grad betragen. Mit zunehmendem Drehwinkel des Spins in einer Domäne ist die Näherung des pfadorientierten Integrals durch ein Linienintegral nicht mehr zulässig und führt daher unvermeidlich zu einer Abweichung der Rekonstruktion relativ zum Phantom. Um die Qualität der Rekonstruktion zu beurteilen, ist die mittlere relative Abweichung Δ des rekonstruierten Domänenfeldes nach folgender Formel berechnet worden:

$$\Delta = \frac{1}{3 \cdot B_0 \cdot m \cdot n} \sum_{i=x,y,z} \sum_{j=1}^{m \cdot n} \left| B(i)_j^{\text{Rekonstruktion}} - B(i)_j^{\text{Phantom}} \right| \tag{4.15}$$

wobei m und n die Anzahl der Pixel in horizontaler und vertikaler Richtung im Domänenfeld angeben. Das Feld außerhalb der Domänen ist im Phantom Null und wird zur Berechnung der Abweichung Δ nicht berücksichtigt. Die Variable i gibt die jeweilige Komponente der Flussdichte an. B_0 ist der Betrag der Flussdichte im Phantom. Für die gefilterte Rückprojektion des Domänenfeldes bei 30 mT beträgt die Abweichung Δ 11,2 %.

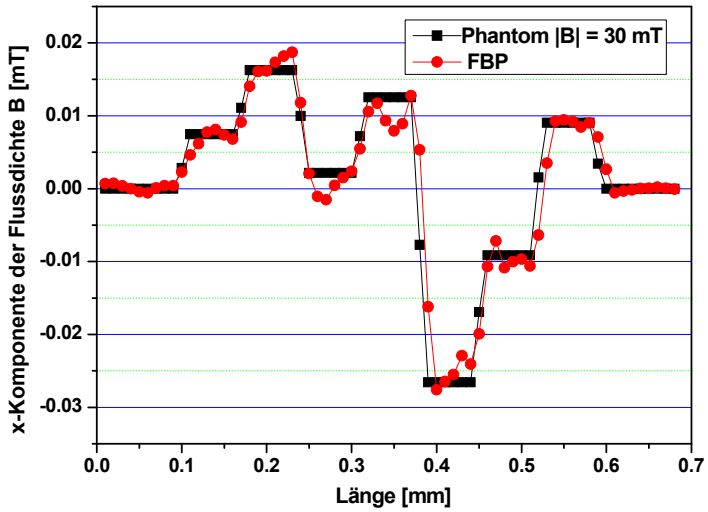


Diagramm 4.1: Linienprofil der x-Komponente des Phantoms und für die gefilterte Rückprojektion

Um den Einfluss der Flussdichte auf die Qualität der Rekonstruktion zu veranschaulichen, ist der Betrag der magnetischen Flussdichte **B** im Phantom auf 60 mT erhöht worden. Die Orientierung des Feldes in den Domänen ist nicht verändert. Der Drehwinkel des Spins entlang der Diagonalen beträgt nun 55,2°.

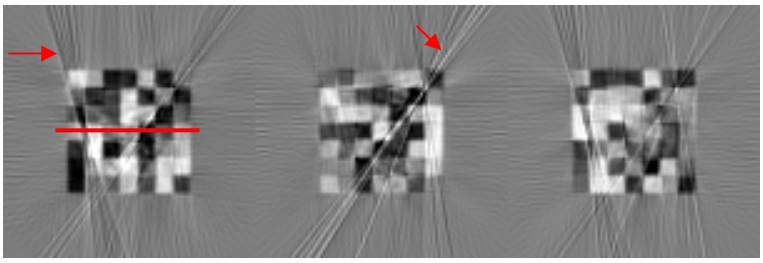


Abbildung 4.44: Gefilterte Rückprojektion des Domänenfeldes für 60 mT Domänen

Die Fehler der Rekonstruktion haben in erheblichem Maße zugenommen. Es sind strahlförmig verlaufende Abweichungen im rekonstruierten Feld zu erkennen (siehe Pfeile in der Abbildung 4.44), welche in allen drei Komponenten der Flussdichte an der gleichen Position auftreten. Im Differenzbild (Abbildung 4.45) werden diese Veränderung noch deutlicher sichtbar. Es treten nicht nur Abweichungen an den Rändern der Domänen auf, sondern ganze Domänen weisen eine magnetische Flussdichte auf, welche von der im Phantom bei 60 mT abweicht. Die Spindrehung in einer einzelnen Domäne ist auf maximal 55,2° begrenzt, aber es treten Strahlwege auf, bei denen mehrere Domänen in Strahlrichtung eine ähnliche Orientierung aufweisen. Dies führt zu einer Drehung des Spin, welche auch einen Wert über 180° annehmen kann. Entlang der strahlförmig verlaufenden Fehler im rekonstruierten Feld ist dies Phänomen häufig zu finden.

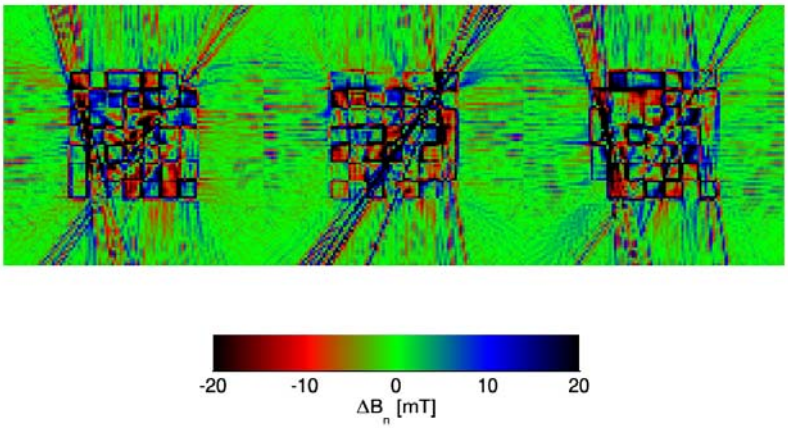


Abbildung 4.45: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (FBP) und dem Phantom mit 60 mT Domänen

In Diagramm 4.2 ist das Linienprofil aus Abbildung 4.44 dargestellt. Das rekonstruierte Profil weicht vom Phantom bei 60 mT in erheblichem Maße ab. Die mittlere relative Abweichung für dieses Domänenfeld beträgt 19,15 % (im Vergleich zu 11,2 % bei 30 mT).

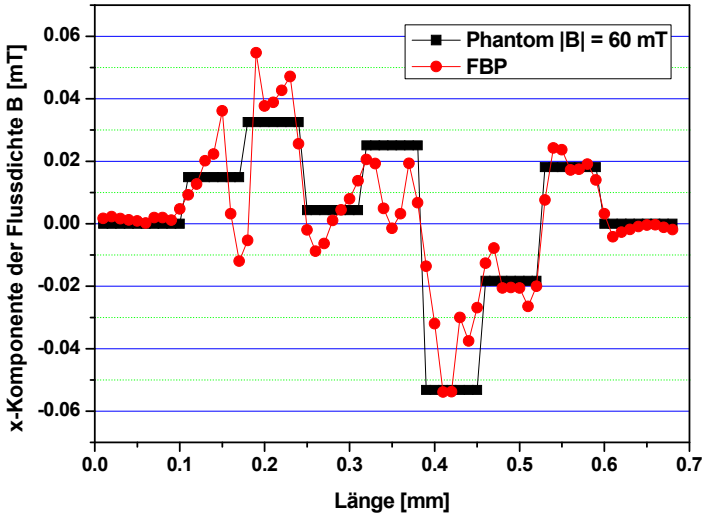


Diagramm 4.2: Linienprofil der x-Komponente des Phantoms und für die gefilterte Rückprojektion

In der Dissertation von M. Hochhold [Hoc97] wurde gezeigt, dass die Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion auch für Felder mit Domänen durchgeführt werden kann, bei denen große Drehungen des Spins auftreten. Dazu ist es notwendig, die rekonstruierten Felder in nachfolgenden Iterationsschritten dem tatsächlichen Feld anzunähern. Dabei werden Fehler korrigiert, welche aus der Annahme stammen, dass das pfadorientierte Integral durch ein Linienintegral wiedergegeben werden kann. Im Falle der verwendeten Phantome führte dies aber zu keiner Verbesserung der Rekonstruktionsqualität.

4.4.4. Gilbert ART: SIRT

Die Rekonstruktion der magnetischen Flussdichte mit Hilfe der gefilterten Rückprojektion ermöglichte es, gute Ergebnisse für schwache Felder bzw. kleine Pixelgrößen zu erhalten, da unter diesen Voraussetzungen nur Präzessionswinkel des Spins von wenigen Grad auftreten. Für stärkere Felder kann dieses Verfahren nicht eingesetzt werden. Auf Grund dieser Tatsache war es notwendig, weitere Rekonstruktionsverfahren zu entwickeln, die auch für große Spindrehungen von bis zu 180° geeignet sind. Für skalare Größen wie den Abschwächungskoeffizienten sind mehrere iterative Verfahren bekannt, um eine Rekonstruktion durchzuführen. Der von P.F.C. Gilbert erstmals angewandte Algorithmus SIRT wurde so angepasst, dass die Rekonstruktion der magnetischen Flussdichte möglich wurde [Jer07]. Die Anforderungen an die Sinogramme sind dieselben wie im Fall der gefilterten Rückprojektion. Es werden drei Sinogramme für die drei vorgegebenen Spinrichtungen entlang der Koordinatenachsen benötigt, welche die analysierten Spinstellungen nach Passieren der Strahlen durch die Probe enthalten. Im ersten Schritt der Rekonstruktion werden aus den Sinogrammen für jeden Strahl die Depolarisationsmatrizen **D** berechnet. Außerdem muss ein Feld, welches die Startwerte der magnetischen Flussdichte **B** enthält, erzeugt werden. Es wäre auch möglich, vor Beginn der ersten

Iteration eine Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion durchzuführen und das Ergebnis als Startfeld für die SIRT-Rekonstruktion zu nutzen. Dies könnte die Anzahl der benötigten Iterationen verringern und damit die Gesamtzeit für die Rekonstruktion verkürzen. Es ist jedoch darauf verzichtet worden, die FBP zu nutzen, da dies nur sinnvoll ist, wenn die gefilterte Rückprojektion eine gute Qualität aufweist. Da dies aber gerade bei hohen Drehwinkeln des Spins nicht zutrifft, wurden die Startfelder für die magnetische Flussdichte **B** für alle iterativen Rekonstruktionsverfahren auf den Nullvektor gesetzt.

Zu Beginn jeder Iteration ist aus den Werten der magnetischen Flussdichte des Startfeldes die dazugehörige Rotationsmatrix **R** berechnet worden. Für jeden Strahl i werden entlang des Weges die Rotationsmatrizen unter Beachtung der Pfadordnung multipliziert. Nach Durchlaufen des Strahles erhält man die dazugehörige Depolarisationsmatrix $\mathbf{D}_{\text{Feld}}$. Dem additiven Korrekturansatz bei ART-Verfahren folgend wird die Differenz der Depolarisationsmatrizen **D** und $\mathbf{D}_{\text{Feld}}$ bestimmt und mit dem Relaxationsfaktor gewichtet. Es wird ein Feld für die Differenzen der Depolarisationsmatrizen erzeugt, mit den gleichen Pixeldimensionen wie das Startfeld, welches vor Beginn jedes Iterationsschrittes auf die Einheitsmatrix gesetzt wird. Für jeden Strahl (jeder Projektion) werden die gewichteten Differenzen entlang des Weges in das Feld der Korrekturmatrizen hinzu addiert. Am Ende eines Iterationsschrittes wird das Feld der Korrekturmatrizen zum Feld der Depolarisationsmatrizen addiert und daraus das Feld der magnetischen Flussdichte berechnet. Das Feld der Flussdichte ist dann das Startfeld für den nächsten Iterationsschritt.

Abbildung 4.46 zeigt das Ergebnis des zehnten Iterationsschrittes der SIRT-Rekonstruktion. Hierbei ist das Phantom mit dem Betrag der magnetischen Flussdichte von 30 mT verwendet worden. Wie bei Iterationsverfahren für die Rekonstruktion üblich, sind die Strukturen in den ersten Schritten der Iteration nur unscharf zu erkennen. Darüber hinaus sind auch lokal begrenzt Defekte in der Umgebung des Phantoms sichtbar (rote Pfeile). Diese werden durch Rechenungenauigkeiten im Rekonstruktionsverfahren bei der Bestimmung der magnetischen Flussdichte aus der korrigierten Depolarisationsmatrix verursacht. Diese Fehler treten besonders häufig bei sehr kleinen Feldern $|\mathbf{B}| < 10^{-4}$ T auf. Sie werden aber zum Teil in den weiteren Iterationsschritten wieder korrigiert.

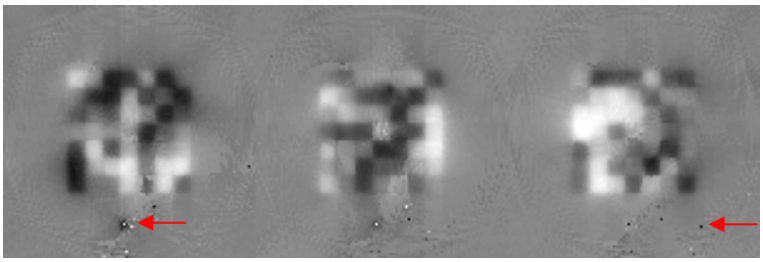


Abbildung 4.46: 10. Iterationsschritt der SIRT-Rekonstruktion für 30 mT Domänen

Nach einer Anzahl von 400 Iterationen ist das Phantom vollständig rekonstruiert, und weitere Iterationen führen zu vernachlässigbar kleinen Änderungen in der rekonstruierten Schicht. Die mittlere relative Abweichung Δ beträgt dann 9,53 % und ist geringer als bei der gefilterten Rückprojektion.

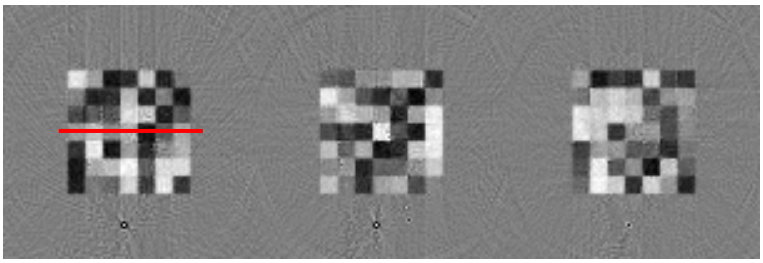


Abbildung 4.47: 400. Iterationsschritt der SIRT-Rekonstruktion für 30 mT Domänen

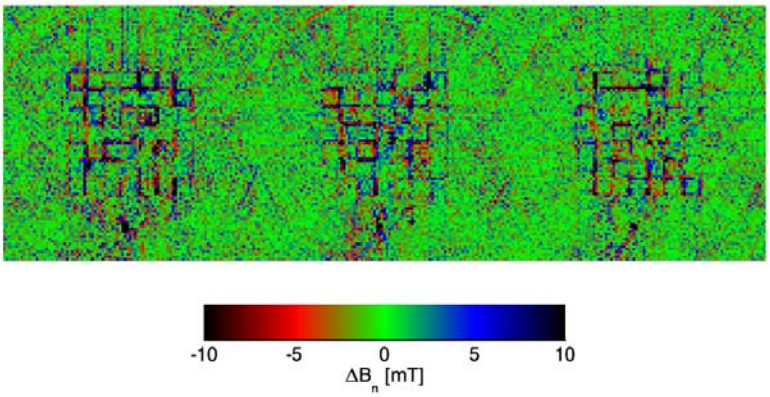


Abbildung 4.48: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (SIRT) und dem Phantom mit 30 mT Domänen

Das Rauschen hat aber im Vergleich zur FBP zugenommen und ist neben der Unschärfe an den Grenzen der Domänen die Hauptursache für die mittlere relative Abweichung. Es sind keine Domänen zu erkennen, welche eine konstante Abweichung von der Flussdichte im Phantom innerhalb der betreffenden Domäne aufweisen.

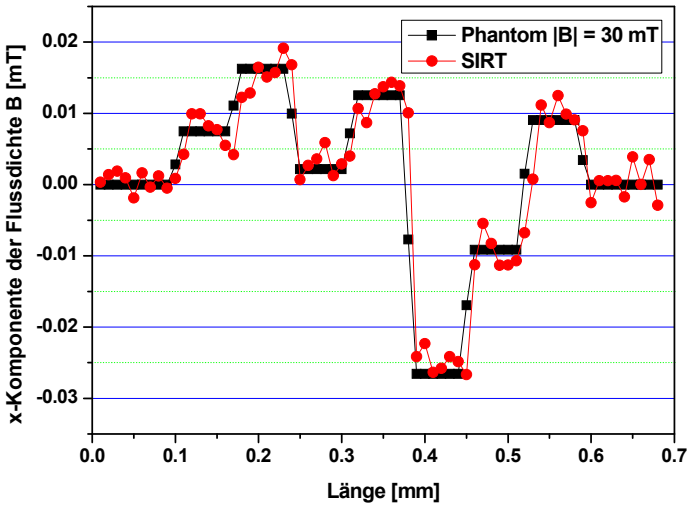


Diagramm 4.3: Linienprofil des Phantoms und der SIRT-Rekonstruktion

Diagramm 4.3 zeigt das Profil für die in Abbildung 4.47 eingezeichnete Linie. Der Verlauf der mittleren relativen Abweichung ist im Diagramm 4.4 dargestellt. Er kann durch eine fallende Exponentialfunktion beschrieben werden. Nach 400 Iterationen konvergiert die Abweichung für das Phantom mit dem Betrag der Flussdichte **B** von 30 mT. Die Zahl der Iteration, die benötigt werden, ist von der Zahl der Projektionen aber auch vom Relaxationsfaktor abhängig.

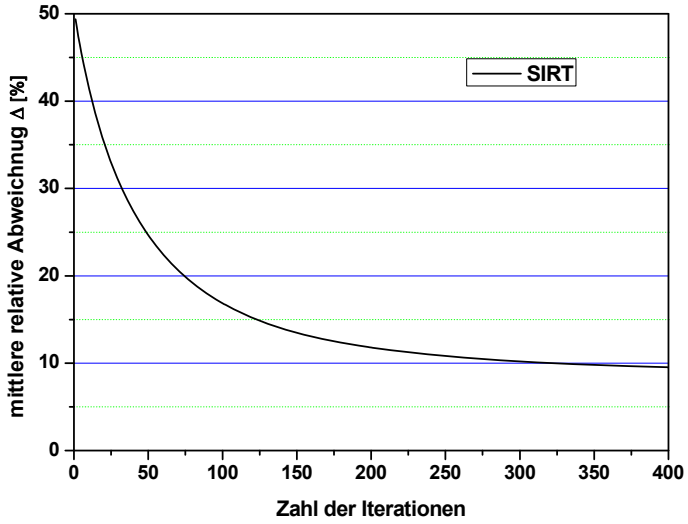


Diagramm 4.4: Verlauf der mittleren relativen Abweichung Δ

Ein hoher Faktor bedeutet, dass die Rekonstruktion schneller konvergiert, bewirkt aber auch, dass das Rauschen in der Rekonstruktion so beeinflusst wird, dass das Rauschen mit zunehmendem Relaxationsfaktor steigt.

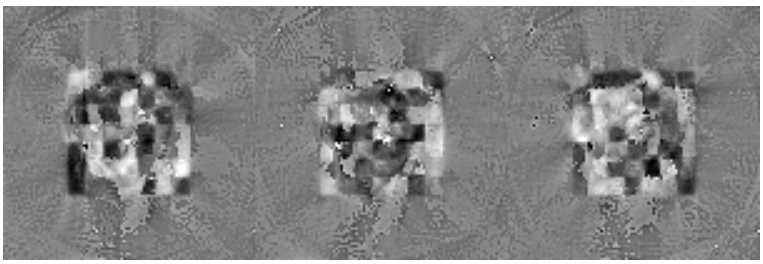


Abbildung 4.49: 427. Iterationsschritt der SIRT-Rekonstruktion für 60 mT Domänen

Die Wahl des Relaxationsfaktors beeinflusst aber nicht nur das Rauschen in der Rekonstruktion oder die Konvergenz, sondern trägt auch dazu bei, ob eine stabile Lösung gefunden werden kann. Für das Phantom mit der Flussdichte vom 60 mT war es nicht möglich, einen Relaxationsfaktor zu finden, der eine Rekonstruktion erlaubt. Die mittlere relative Abweichung erreichte ihr Minimum bei 17,17 % für die 427. Iteration (Abbildung 4.49) und divergierte dann gegen unendlich. Eine Ursache für dieses Problem ist in der Tatsache begründet, dass Strahlen auftreten können, für die der Neutronenspin Drehungen über 180° erreicht. Damit ist die eindeutige Bestimmung der magnetischen Flussdichte nicht mehr gegeben. Bei der überwiegenden Anzahl der Strahlen dreht der Spin nicht über 180°. Der

in dieser Arbeit entwickelte SIRT-Algorithmus scheint aber auch in Hinblick auf die einzelnen Fehler in der Rekonstruktion für die Anwendung bei beliebigen Magnetfeldern nicht uneingeschränkt geeignet zu sein. Eine Ursache für die Instabilität ist darin begründet, dass die mittlere Korrekturmatrix aller Strahlen verwendet wird, um die Rotationsmatrix für das Pixel $P_{m,n}$ zu korrigieren. Damit ist nicht mehr gewährleistet, dass die Matrix auch im mathematischen Sinne eine Rotationsmatrix ist. Aus diesem Grund sollten Rekonstruktionsverfahren stabilere Lösungen ergeben, bei denen nur der Korrekturfaktor eines Strahles angewendet wird, was im folgenden Abschnitt gezeigt werden soll.

4.4.5. Anderson und Kak ART: SART

Der Annahme folgend, dass die Instabilität des SIRT-Algorithmus durch die Mittelung der Korrekturmatrizen verursacht wird, ist das „simultaneous ART“ (SART) Verfahren getestet worden. Dieser Algorithmus ist eine Kombination des ART- und des SIRT-Algorithmus. Zu Beginn der Iteration wird ein Startfeld mit Nullvektoren für die magnetische Flussdichte definiert und die entsprechenden Rotationsmatrizen ermittelt, die zum Magnetfeld gehören. Dem SIRT-Ansatz folgend, werden für einen Strahl i die Rotationsmatrizen R entlang des Weges multipliziert, um die Depolarisationsmatrix $\mathbf{D}_{\text{Feld}}$ zu erhalten. Die Differenz der Depolarisationsmatrix **D** (aus dem Sinogramm bestimmt) und $\mathbf{D}_{\text{Feld}}$ wird auch bei diesem Ansatz mit dem Relaxationsfaktor gewichtet. Im Unterschied zu SIRT erfolgt dies aber nur für Strahlen einer Projektion. Die gewichteten Korrekturmatrizen werden entlang der Strahlwege zu dem Feld der Rotationsmatrizen **R** addiert. Anschließend werden aus den korrigierten Rotationsmatrizen die dazugehörigen Vektoren der magnetischen Flussdichte **B** ermittelt. Das veränderte Feld der Flussdichte ist die Ausgangsbasis für die Berechnung der Korrekturmatrizen der nächsten Projektion. Ein Iterationsschritt ist beendet, wenn für alle Projektionen die Korrekturmatrizen bestimmt und angewendet wurden. Dies steht im Gegensatz zu SIRT, wo nur eine einmalige Anwendung der gemittelten Korrekturmatrizen am Ende einer Iteration erfolgt.

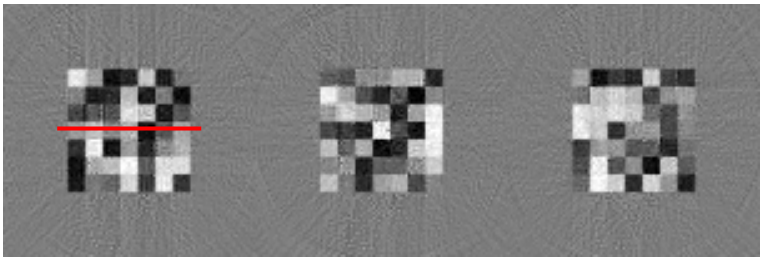


Abbildung 4.50: 53. Iteration der SART-Rekonstruktion für 30 mT Domänen

Abbildung 4.50 zeigt das Ergebnis der SART-Rekonstruktion für das Phantom mit einem Betrag der Flussdichte von 30 mT. Wie bei den vorangegangenen Rekonstruktionen sind die Sinogramme mit den

Dimensionen von 101 Pixel und 150 Projektionen genutzt worden, um die Rekonstruktion durchzuführen.

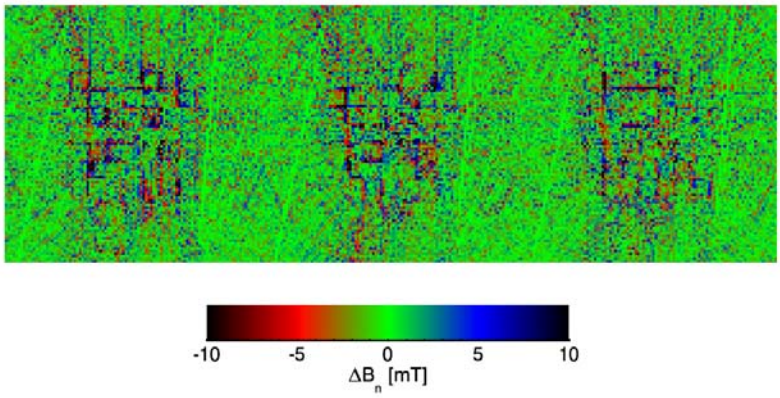


Abbildung 4.51: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (SART) und dem Phantom mit 30 mT Domänen

Die Abweichungen zwischen dem Phantom und der rekonstruierten Schicht (Abbildung 4.51) ist im Wesentlichen durch statistische Schwankungen hervorgerufen worden. Der Anteil der Abweichungen, welche durch die Kantenunschärfe hervorgerufen wurde, hat im Vergleich zur Rekonstruktion mit dem SIRT-Verfahren abgenommen. Die mittlere relative Abweichung Δ, nach Formel 4.15 berechnet, betrug 8,93 % und lag damit 0,6 % nur sehr geringfügig unter dem Wert der SIRT-Rekonstruktion. Dies ist aber eine nur geringfügige Verbesserung der Rekonstruktionsqualität. Der Vorteil des SART-Algorithmus ist die beschleunigte Konvergenz des Verfahrens, da nach Berechung der Korrekturmatrizen einer Projektion diese sofort zur Anwendung kommen. Dies führt dazu, dass bereits nach 53 Iterationen die minimale mittlere relative Abweichung Δ erreicht wird im Gegensatz zum SIRT-Verfahren, bei dem erst nach 400 Iteration das Minimum von Δ erreicht wurde. Der erhöhte Rechenaufwand im Vergleich zu SIRT verringert diesen Vorteil etwas, so dass die Gesamtrechenzeit sich um den Faktor 2,5 zu Gunsten von SART unterscheidet.

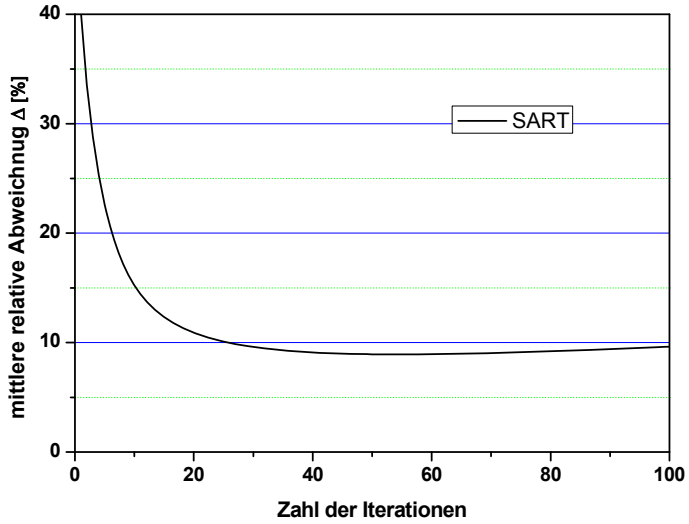


Diagramm 4.5: Verlauf der mittleren relativen Abweichung Δ

Nach Ende jedes Iterationsschrittes wurde die mittlere relative Abweichung Δ berechnet. Sie wurde als Abbruchkriterium verwendet. Nach Erreichen des Minimums von Δ kann die Rekonstruktion beendet werden, da keine weitere Verbesserung der Qualität der Rekonstruktion stattfindet. Weitere Iterationen müssen aber nicht nur vermieden werden, um die Rechenzeit zu begrenzen, sondern weil nach Erreichen der minimalen Abweichung dieser Wert wieder bei fortscheitender Zahl der Iterationen steigt (Diagramm 4.5). Sichtbar wird dies durch eine Zunahme des Rauschanteils in der Rekonstruktion, wobei aber die Detailschärfe in der rekonstruierten Schicht nicht weiter zunimmt.

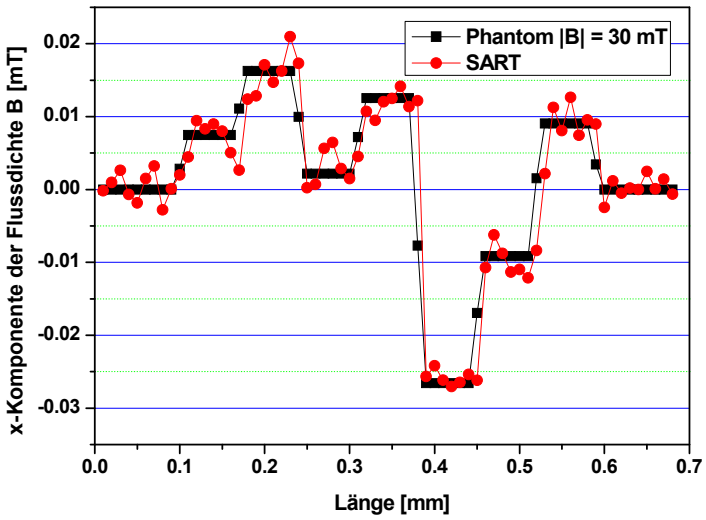


Diagramm 4.6: Linienprofil des Phantoms und der SART-Rekonstruktion

Das Diagramm 4.6 zeigt das Profil entsprechend der roten Linie in Abbildung 4.50. Es wird deutlich, dass sich für SART, SIRT und FBP nur geringe Unterschiede in Bezug auf die Linienprofile ergeben. Dies wird auch durch die vergleichbaren mittleren relativen Abweichungen Δ von 8,9-11,2 % deutlich. Nur das SART-Verfahren zeichnet sich durch eine geringfügig höhere Kantenschärfe gegenüber den beiden anderen Verfahren aus.

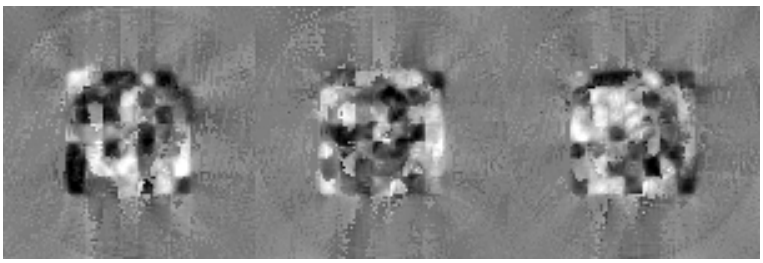


Abbildung 4.52: 20. Iterationsschritt der SART-Rekonstruktion für 60 mT Domänen

Auch mit dem SART-Verfahren konnte das Phantom mit dem Betrag der magnetischen Flussdichte von 60 mT unabhängig vom verwendeten Relaxationsfaktor nicht korrekt rekonstruiert werden (Abbildung 4.52).

Die Rekonstruktionsmethode SART wies eine deutlich verkürzte Rechenzeit bis zum Erreichen des Abbruchkriteriums gegenüber von SIRT auf. Die erwartete Verbesserung der Stabilität der Rekonstruktion bei Magnetfeldern mit hoher Spindrehung konnte dagegen nicht erreicht werden. Neben der Häufigkeit der Anwendung der Korrekturdifferenzen (bei der Rekonstruktion von skalaren Werten) oder Korrekturmatrizen (bei der Rekonstruktion der Flussdichte) können die Korrekturen nicht nur additiv auf das Startfeld angewendet werden, sondern auch multiplikativ in Form von Korrekturfaktoren.

4.4.6. Anderson und Kak ART: MART

Das in diesem Kapitel verwendete Rekonstruktionsverfahren basiert auf dem SART-Algorithmus. In diesem Verfahren wird der Korrekturfaktor aber nicht aus der Differenz zwischen den Depolarisationsmatrizen **D** und $\mathbf{D}_{\text{Feld}}$ ermittelt, sondern nach Formel 4.16:

$$K = E - F(E - D \cdot D_{Feld}^{-1}) \tag{4.16}$$

wobei **K** der Korrekturmatrix entspricht und **E** der Einheitsmatrix. Der Relaxationsfaktor F dämpft die Korrekturmatrix, welche auf die Rotationsmatrix **R** angewendet wird. Dieser Typ von Rekonstruktionsverfahren wird als „multiplicative algebraic reconstruction technique“ (MART) bezeichnet. Abbildung 4.53 zeigt die rekonstruierte Schicht, welche zum Phantom mit der Flussdichte von 30 mT gehört. Bereits nach 20 Iterationen ist das Minimum der mittleren relativen Abweichung Δ erreicht. Es beträgt für diese Schicht 8,6 % und ist damit geringfügig kleiner als bei den bisher erläuterten Verfahren. Auch ist die Zahl der Iterationen im Vergleich zum SART-Algorithmus (53 Iterationen) stark verringert, bei gleichbleibender Rechenzeit für einen Iterationsschritt.

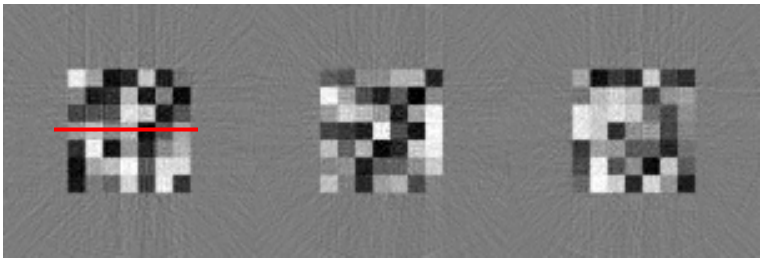


Abbildung 4.53: 20. Iterationsschritt der MART-Rekonstruktion für 30 mT Domänen

In Abbildung 4.54 sind die Differenzen der Komponenten der magnetischen Flussdichte aus der Rekonstruktion und dem Phantom dargestellt. Sichtbar wird auch bei diesem Verfahren, dass das statistische Rauschen und die Unschärfe an den Kanten der Domänen die Ursache für die Abweichungen von dem vorgegebenen Feld des Phantoms ist. Darüber hinaus ist aber das Rauschen im Bild schwächer als beim SART-Verfahren. Betrachtet man einen Bereich von 10 x 10 Pixeln in

dem Feld der x-Komponente außerhalb des Domänenfeldes, dann beträgt die Standardabweichung 66 % (absolut 1,9 mT) der Abweichung in der gleichen Region der SART-Rekonstruktion. Der Mittelwert der x-Komponente der magnetischen Flussdichte beträgt in beiden Fällen << 1 mT. Die dazugehörige mittlere Flussdichte im Phantom beträgt 0 mT.

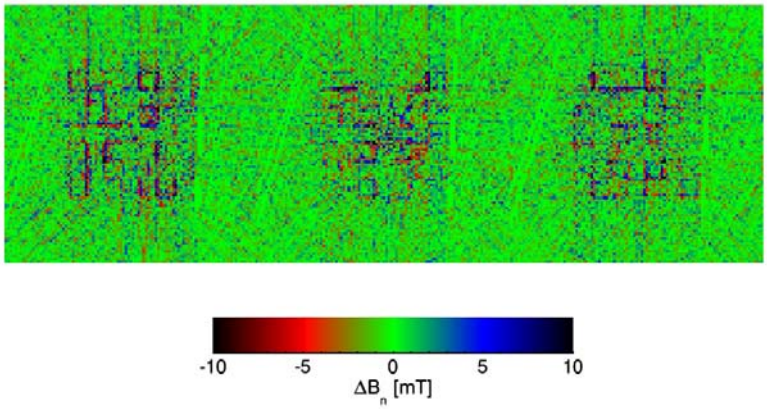


Abbildung 4.54: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (MART) und dem Phantom mit 30 mT Domänen

Diagramm 4.7 zeigt das Profil entsprechend der eingezeichneten Linie in Abbildung 4.53.
Die Rekonstruktion des Phantomfeldes mit einem Betrag der magnetischen Flussdichte von 60 mT konnte im Gegensatz zu den Verfahren SIRT und SART mit MART erfolgreich durchgeführt werden.

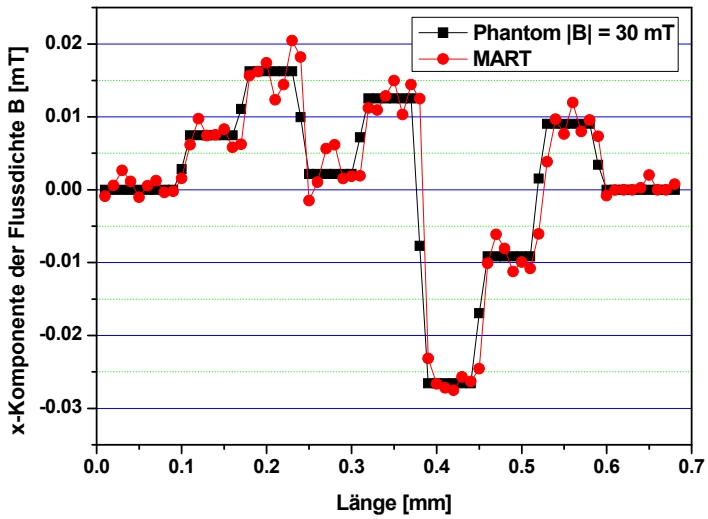


Diagramm 4.7: Linienprofil des Phantoms und der MART-Rekonstruktion

Abbildung 4.55 präsentiert die rekonstruierte Schicht nach 24 Iterationen. Die Rotation des Spins beim Passieren einer Domäne entlang der Diagonalen beträgt bei einer Flussdichte von 60 mT 55,2°. Da entlang des Weges eines Strahles i drei und mehr Domänen eine ähnliche Orientierung aufweisen können, ist es möglich, dass der Spin für einen Teil der Strahlen Gesamtdrehungen von mehr als 180° erfahren kann.

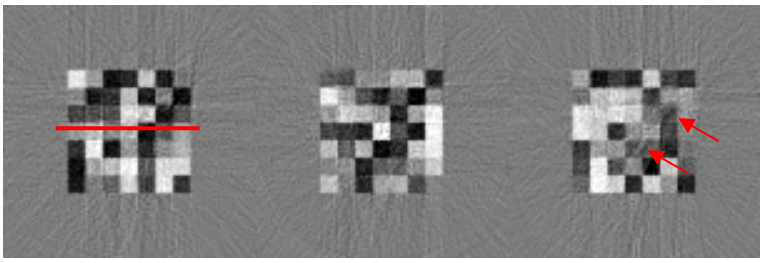


Abbildung 4.55: 24. Iterationsschritt der MART-Rekonstruktion für 60 mT Domänen

Die Eindeutigkeit der Rotation des Spins ist nur in den Grenzen von (-π,π) gegeben. Dies ist eine Folge der Kosinus- und Sinusfunktionen in Formel 4.2, welche nur in dem angegebenen Intervall eindeutig sind. Diese Einschränkung wirkt sich sowohl auf die Depolarisationsmatrizen **D** wie auch auf die Rotationsmatrizen **R** aus. Für einen beliebigen Strahl i darf keine Gesamtdrehung von mehr als 180° für eine exakte Rekonstruktion der magnetischen Flussdichte auftreten. Für ein beliebiges Pixel $P_{m,n}$ darf sich außerdem keine Drehung über 180° ergeben, da ansonsten die Rotationsmatrix **R** die Eindeutigkeit verliert. Für einen geringen Anteil von Strahlen mit Drehungen des Spins über 180° ist die Rekonstruktion mit stärkeren lokalen Abweichungen möglich (Pfeile Abbildung 4.55). Diese betreffen dann nicht nur die Grenzen der Domänen, sondern führen zu Störungen, welche mehrere Pixel innerhalb einer Domäne betreffen. Auch mit einem verringerten Relaxationsfaktor kann die Qualität der Rekonstruktion nicht verbessert werden. Die mittlere relative Abweichung Δ beträgt 10,93 % nach 24 Iterationen. Die Standardabweichung in einer Region von 100 Pixeln außerhalb der Domänen ist auf 3,2 mT gestiegen. Die Zunahme des Rauschens ist in Abbildung 4.56 zu erkennen.

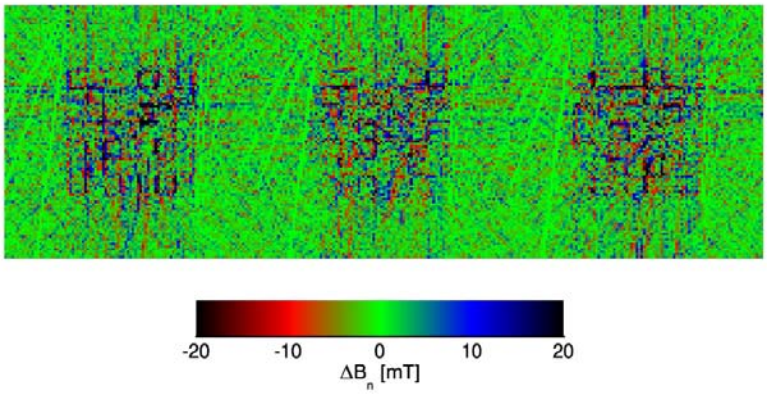


Abbildung 4.56: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruiertem Bild (MART) und dem Phantom mit 60 mT Domänen

Für das Phantom mit dem Betrag der Flussdichte von 60 mT ist die Rekonstruktion mit dem MART-Algorithmus erfolgreich durchgeführt worden. Die Rekonstruktion der SART- und SIRT-Algorithmen lieferten bei diesem Phantom keine zufriedenstellenden Rekonstruktionen. Der MART-Algorithmus hat sich als fehlertoleranter in Bezug auf Spindrehungen über 180° gezeigt. Auch führen hohe Relaxationsfaktoren zu stabilen Lösungen. Nur dadurch konnte das Rekonstruktionsverfahren nach 24

Iterationen beendet werden. Im Diagramm 4.8 ist wieder das Linienprofil durch die mittlere Zeile der x-Komponente des Phantoms gezeigt.

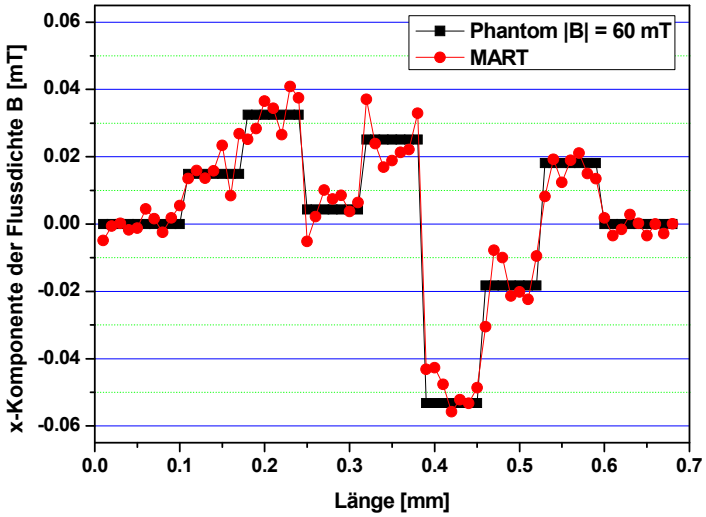


Diagramm 4.8: Linienprofil des Phantoms und der MART-Rekonstruktion

Zur Berechnung der modifizierten Radontransformation ist nicht die Pixellänge als Wegstrecke des Neutrons angenommen worden, sondern der tatsächlich zurückgelegte Weg in jedem Pixel (Abbildung 4.40). So konnte sichergestellt werden, dass die Spindrehung für einen infinitesimal schmalen Strahl korrekt berechnet wurde, da bei streifendem Einfall des Strahles auch kleinere bzw. größere Wegstrecken als die Pixellänge in einem Pixel auftreten können [Gai09]. Für die bisher gezeigten iterativen Rekonstruktionsverfahren ist der Effekt nicht berücksichtigt worden und damit für die Abweichungen an den Domänengrenzen verantwortlich. Für die Berechnung der Rotationsmatrizen aus dem Startfeld der magnetischen Flussdichte ist die Pixelgröße als Konstante zugrunde gelegt worden. Für das modifizierte MART-Verfahren wird nun für die Berechnung der Rotationsmatrizen **R** der Pixelabschnitt berücksichtigt. Dies führt zu einer Zunahme der Rechenzeit, da für jedes Pixel entlang des Strahles i die entsprechende Länge berechnet werden muss.

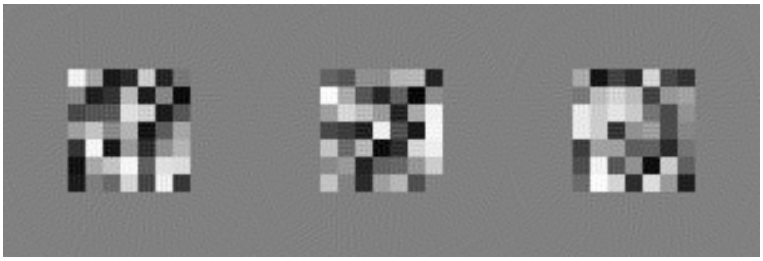


Abbildung 4.57: 58. Iterationsschritt der modifizierten MART-Rekonstruktion für 30 mT Domänen

Die Verbesserung der Rekonstruktionsqualität ist aus Abbildung 4.57 abzulesen. Die mittlere relativen Abweichung Δ ist bei einer Zahl von 58 Iterationen auf 4,67 % gesunken. Dies ist der niedrigste

erreichte Wert der mittleren relativen Abweichung. Die Standardabweichung in einem 100 Pixel umfassenden Bereich außerhalb der Domänen beträgt 0,8 mT und ist damit gegenüber dem MART-Verfahren ohne Beachtung des Abschnittes in einem Pixel ebenfalls erheblich verringert. Das modifizierte MART-Verfahren ermöglicht mit deutlichem Abstand die besten Rekonstruktionsergebnisse der untersuchten Verfahren.

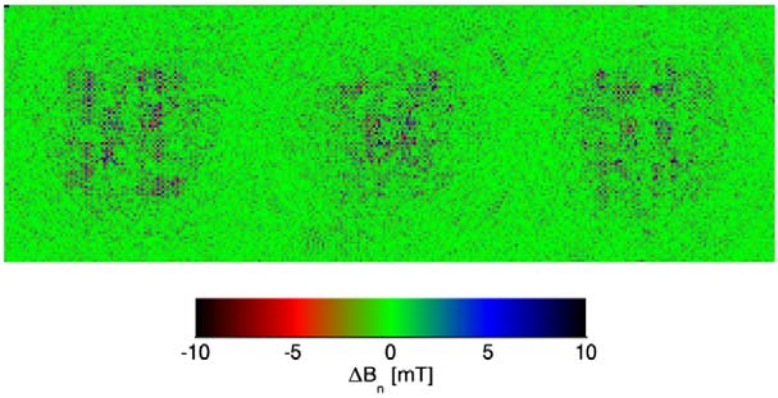


Abbildung 4.58: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (modifizierte MART) und dem Phantom mit 30 mT Domänen

Wie bereits dargelegt, nimmt nicht nur das Rauschen in der rekonstruierten Schicht ab, sondern auch die Kantenschärfe hat zugenommen. Im Differenzbild (Abbildung 4.58) sind keine klaren Kantenstrukturen mehr zu erkennen. Auch das Linienprofil in Diagramm 4.9 zeigt nur geringe Abweichungen gegenüber dem Profil aus dem Phantom bei 30 mT.

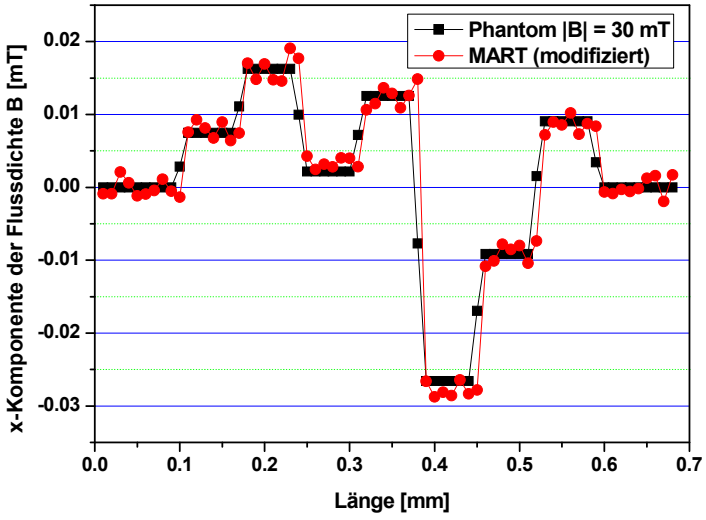


Diagramm 4.9: Linienprofil des Phantoms und der modifizierten MART-Rekonstruktion

Um die Serie von Untersuchungen des Einflusses der verschiedenen Rekonstruktionsverfahren auf die Phantome abzuschließen, wurde für das Phantom mit einem Betrag der Flussdichte von 60 mT der modifizierte MART-Algorithmus getestet. In Abbildung 4.59 ist das Ergebnis der Rekonstruktion

dargestellt. Die mittlere relative Abweichung Δ beträgt 7,58 % nach 65 Iterationen. Die Standardabweichung außerhalb des Domänenfeldes hat den Wert 2,9 mT.

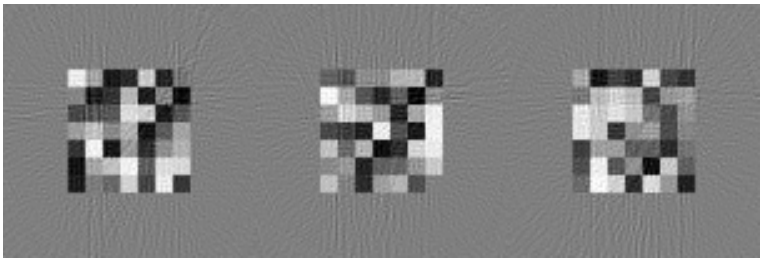


Abbildung 4.59: 65. Iterationsschritt der modifizierten MART-Rekonstruktion für 60 mT Domänen

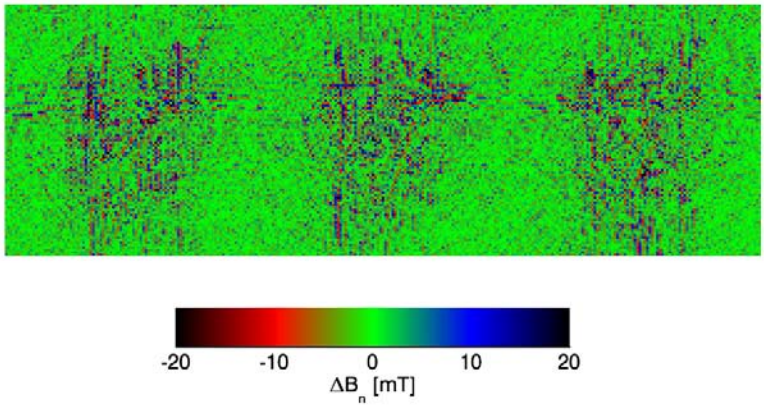


Abbildung 4.60: Differenz der magnetischen Flussdichte vom rekonstruierten Bild (modifizierte MART) und dem Phantom mit 60 mT Domänen

Das modifizierte MART-Verfahren zeigt beim Phantom mit 60 mT Domänen eine erheblich bessere Qualität als alle bisher gezeigten Algorithmen. Zwar hat das Bildrauschen gegenüber dem 30 mT Phantom zugenommen, liegt aber noch unter der Standardabweichung des Rauschens des mit MART rekonstruierten Phantoms mit 60 mT.

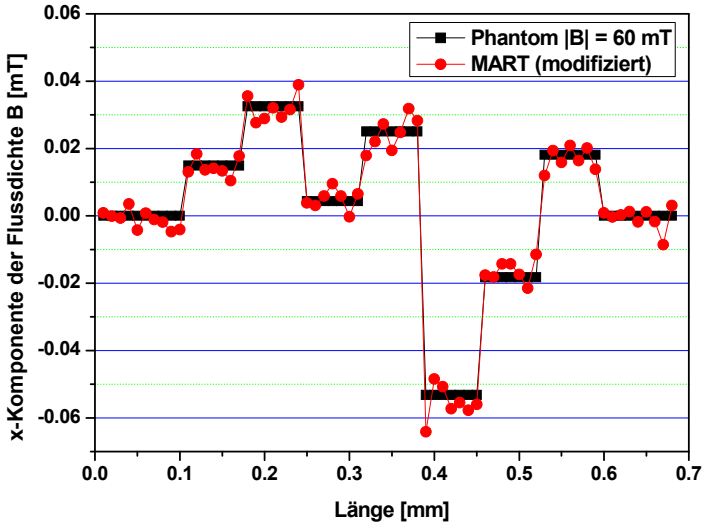


Diagramm 4.10: Linienprofil des Phantoms und der modifizierten MART-Rekonstruktion

4.4.7. Zusammenfassung der vorgestellten Rekonstruktionsmethoden

Für die beiden verwendeten Phantome konnte gezeigt werden, dass eine vektortomographische Rekonstruktion des Domänenfeldes prinzipiell möglich ist. Die verschiedenen getesteten Verfahren erlauben es, magnetische Flussdichteverteilungen zu rekonstruieren. Hierbei ist aber zu beachten, dass die Verfahren nicht für beliebige magnetische Flussdichten geeignet sind. Abhängig vom verwendeten Rekonstruktionsverfahren muss der Betrag der Flussdichte limitiert sein.

Phantom mit $\|\mathbf{B}\| = 30$ mT				
Verfahren	Iterationen	Gesamtzeit [sec]	Mittlere relative Abweichung Δ	Standard-abweichnung [mT]
FBP	1	2	11,20 %	1,6
SIRT	400	6450	9,53 %	2,2
SART	53	2600	8,93 %	2,9
MART	20	950	8,60 %	1,9
Modifizierte MART	58	3000	4,67 %	0,8

Tabelle 4.1: Ergebnisse der Rekonstruktionsverfahren, Teil 1

Die Annahme, dass das pfadorientierte Integral durch ein Linienintegral ersetzt werden kann, führt zu Fehlern in der rekonstruierten Flussdichte **B**. Mit zunehmender Flussdichte für die einzelnen Voxel nimmt auch die Drehung des Polarisationsvektors zu. Lediglich für kleine Drehwinkel ist das Ersetzen des pfadorientierten Integrals zulässig. Da beide Phantome große Drehungen des Spins in den Domänen verursachen, kann man nicht mehr von einer sich langsam ändernden Magnetisierung sprechen, was aber Voraussetzung für die Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion ist. Das SIRT- und das SART-Verfahren lieferten im Fall des Phantoms mit 30 mT ähnliche Ergebnisse wie die gefilterte Rückprojektion. Beim Algorithmus SIRT ergaben sich aber starke Abweichungen vom Phantom außerhalb des Domänenfeldes. Diese Fehler wurden durch die Addition der Korrekturmatrizen verursacht, mit der Folge, dass für kleine Beträge der Flussdichte von $<10^{-4}$ T die resultierenden Depolarisationsmatrizen keine Rotationsmatrizen im mathematischen Sinne sind. Für die Verfahren SIRT und SART nimmt das Rauschen im rekonstruierten Phantom gegenüber der gefilterten Rückprojektion zu. Die Shepp-Logan-Filterung in der FBP bewirkt durch die Dämpfung hoher Frequenzen, dass der Rauschanteil unterdrückt wird. Im Gegensatz dazu ermöglichen SIRT / SART durch das iterative Rekonstruktionsverfahren bedingt keine Rauschunterdrückung. Der erhebliche Rechenaufwand für SIRT / SART lässt einen Einsatz unter realistischen Bedingungen (viele zu rekonstruierende Schichten) fraglich erscheinen. Das Phantom mit einem Betrag der

Flussdichte von 60 mT konnte unter Anwendung von SIRT / SART unabhängig vom verwendeten Relaxationsfaktor nicht mit hinreichender Qualität rekonstruiert werden. Aus diesem Grund können SIRT und SART nur bei Feldern eingesetzt werden, welche zu einer geringeren Spindrehung pro Pixel führen. Erst durch den Einsatz des MART-Algorithmus konnte auch das Phantom mit hoher Flussdichte rekonstruiert werden. Dieses Verfahren ermöglichte eine erhebliche Verbesserung der Ergebnisse. Mit Hilfe des modifizierten MART-Verfahrens, welches die zurückgelegte Wegstrecke des Neutrons in einem Pixel berücksichtigt, konnten die besten Resultate für beide Phantome erzielt werden (Tabelle 4.1 und Tabelle 4.2).

Phantom mit $\|\mathbf{B}\|$ = 60 mT				
Verfahren	Iterationen	Gesamtzeit [sec]	Mittlere relative Abweichung Δ	Standard-abweichnung [mT]
FBP	1	2	19,15 %	3,0
SIRT	Ohne Erfolg			
SART	Ohne Erfolg			
MART	24	950	10,93 %	3,2
Modifizierte MART	65	3600	7,58 %	2,9

Tabelle 4.2: Ergebnisse der Rekonstruktionsverfahren, Teil 2

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Rekonstruktionsverfahren sind nur an idealen Phantomen getestet worden. Der Einfluss des Rauschens in den Sinogrammen auf die Qualität und Stabilität der Verfahren ist nicht untersucht worden. Um Messdaten rekonstruieren zu können, muss aber die Auswirkung des Rauschens auf die Rekonstruktion ermittelt werden. Da für die Vektortomographie monochromatische Neutronen verwendet wurden, muss bedingt durch die niedrigen Neutronenflussdichten mit einem hohen Rauschanteil in den Messdaten gerechnet werden. Des Weiteren müssen die Verfahren für größere Datensätze (höhere Anzahl von Projektionen und Pixeln) vorbereitet werden. Die Rekonstruktionsprogramme basieren auf der vergleichsweise langsamen Interpretersprache IDL. Für eine Verkürzung der Rekonstruktionszeit sollten die Programme in einer Sprache wie C++ entwickelt werden. Durch den Einsatz von Prozessoren einer Graphitkarte kann durch Parallelisierung von Programmabläufen die Rechenzeit noch weiter reduziert werden.
Für alle Verfahren gilt, dass der Polarisationsvektor nach Passieren der Probe keine Drehungen über 180° aufweisen darf. Da die Größe eines Pixels nicht beliebig verkleinert werden kann, da ansonsten zu geringe Neutronenflüsse auftreten oder der Messzeitbedarf stark steigt, müssen Verfahren

entwickelt werden, welche auch eine Rekonstruktion von Spindrehungen über 180° pro Strahl ermöglichen (siehe Ausblick).

4.4.8. Rekonstruktion des polarimetrischen Datensatzes

Nachdem gezeigt werden konnte, dass die Rekonstruktion eines polarimetrischen Datensatzes eines Phantoms möglich ist, soll nun der gemessene Datensatz des Spulenfeldes (Kapital 4.4.1) rekonstruiert werden. Für einen Winkelbereich von 360° sind 101 Projektionsdatensätze gemessen worden. Jeder Datensatz besteht aus neun Radiogrammen zur Bestimmung der Depolarisationsmatrizen **D** und einem Radiogramm zur Absorptionskorrektur. Jedes Radiogramm hatte eine Größe von 201x201 Pixel. Aus diesem polarimetrischen Datensatz sind die dazugehörigen Sinogramme für jede Schicht erzeugt worden.

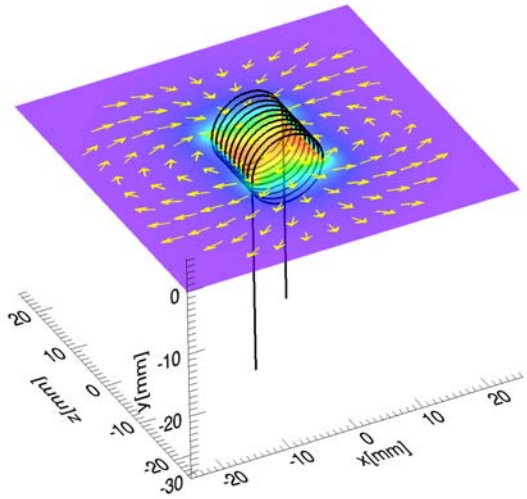


Abbildung 4.61: Schematische Darstellung der Spule mit der Feldverteilung für ein Schicht

Die Rekonstruktion wurde zunächst nur für eine Schicht durchgeführt. Die Schicht beinhaltete den Mittelpunkt der Spule (Abbildung 4.61). Für sie treten nur x- und z-Komponenten der Flussdichte **B** auf.

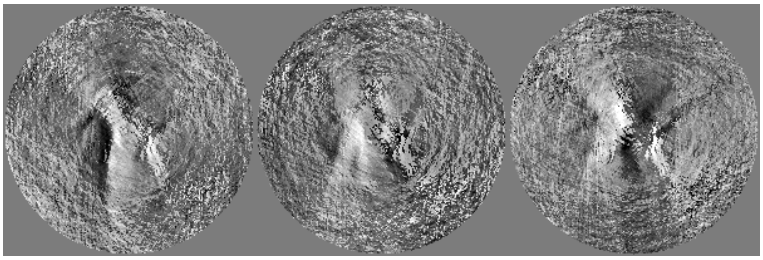


Abbildung 4.62: 10. Iterationsschritt der MART-Rekonstruktion der Spule

Das Ergebnis des 10. Iterationsschrittes der MART-Rekonstruktion ist in Abbildung 4.62 dargestellt. Das Feld im Inneren der Spule wies eine maximale Flussdichte von 1,1 mT auf. Der Wert ist

experimentell mit einer Hallsonde bestätigt worden. Auf Grund der Startorientierung der Spule, das Feld war antiparallel zur z-Achse des Laborkoordinatensystem ausgerichtet, wurde angenommen, dass im Wesentlichen nur eine negative z-Komponente der Flussdichte im Innenbereich der Spule rekonstruiert werden sollte. Das Außenfeld ist nur sehr schwach und liegt unter der Nachweisgrenze dieser Methoden. Sichtbar wurde aber, dass die Rekonstruktion der Flussdichteverteilung dieser Schicht nicht möglich war. Jeder weitere Iterationsschritt der MART-Rekonstruktion zeigte eine ähnliche Feldverteilung wie in Abbildung 4.62. Auch eine Variation des Relaxationsfaktors führte zu keiner Verbesserung des Ergebnisses. Die MART-Rekonstruktion wurde angewendet, da dieses Verfahren bei den Phantomrekonstruktionen eine gute Qualität bei kurzer Rechenzeit lieferte. Um auszuschließen, dass das verwendete Verfahren für den Misserfolg verantwortlich ist, wurden die anderen Rekonstruktionsmethoden auch auf die Sinogramme angewendet. Die Ergebnisse wiesen keine Verbesserung gegenüber der MART-Rekonstruktion auf. Für das Versagen der Rekonstruktion sind zwei Ursachen denkbar. Der hohe Rauschanteil in den Sinogrammen verhindert, dass eine stabile Lösung gefunden werden kann oder die Messdaten sind fehlerbehaftet. Aus diesem Grund wurde das Magnetfeld der Spule berechnet und daraus die Sinogramme errechnet, wie sie unter idealen Messbedingungen, zu erwarten wären. Die Sinogramme, welche zu der rekonstruierten Schicht der Messung gehören, sind mit den Sinogrammen derselben Schicht der Simulation verglichen worden. Abbildung 4.63 und Abbildung 4.64 zeigen die Sinogramme für dieselbe Schicht wie in Abbildung 4.62, welche durch den Mittelpunkt der Spule verläuft (Abbildung 4.61). Es ist zu erkennen, dass eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation vorliegt. Die gemessenen Daten beinhalten auf Grund der geringen Zahl der nachgewiesen Neutronen einen nicht zu vernachlässigenden Rauschanteil. Dadurch wird die Rekonstruktionsqualität verschlechtert, jedoch kann dies nicht die alleinige Ursache für das Versagen der Rekonstruktionsroutinen sein. Für Teile der Sinogramme ergeben sich erhebliche Abweichungen zwischen Messung und Simulation. Für die vorgegebene x-Richtung des Spins und die analysierte y-Komponente ist eine Abweichung zu erkennen. Der zentrale Bereich zeigt in der Messung eine Parallelstellung des Spins zur y-Richtung, während in der Simulation eine Antiparallelstellung zu finden ist (blaue Pfeile).

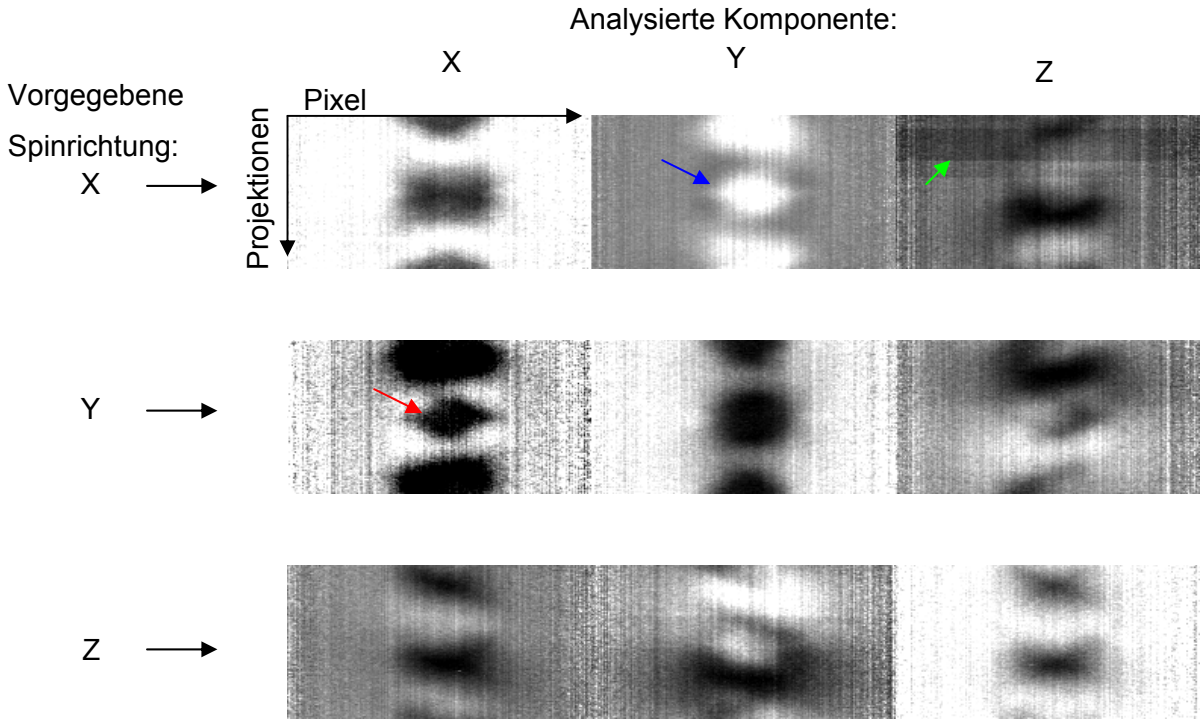


Abbildung 4.63: Gemessene Sinogramme für die Spule mit I = 1,5 A

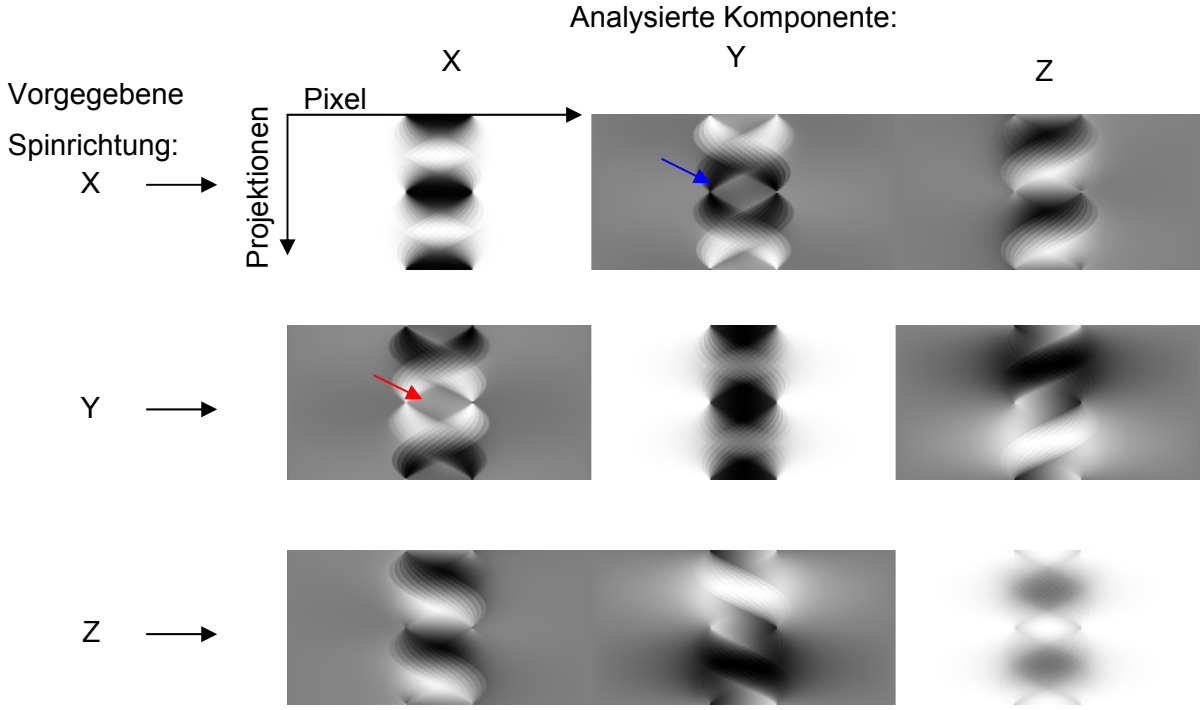


Abbildung 4.64: Berechnete Sinogramme für die simulierte Spule mit I = 1,5 A

Für die vorgegebene y-Richtung des Spins und die analysierte x-Komponente ist eine ähnliche Abweichung sichtbar. In der Messung weist der zentrale Bereich des Sinogramms eine geringere Graustufe auf (Spin in Richtung der Antiparallelstellung in Bezug auf die analysierte Richtung gedreht) und in der Simulation eine höhere Graustufe (Spin in Richtung Parallelstellung gedreht). Gekennzeichnet sind diese Bereiche durch rote Pfeile in den Abbildung 4.63 und Abbildung 4.64. Im

Allgemeinen sind Asymmetrien im Verlauf der Sinusspuren in den Sinogrammen der Messung zu erkennen. Die Unschärfe in den Sinogrammen der Messung folgt aus einem großen Abstand zwischen Probe und Detektorsystem von 50 cm. Die Abweichungen der analysierten Spinstellung kann nicht durch eine Fehlorientierung der Probe erklärt werden. Diese Störungen können nur mit Streufeldern innerhalb und außerhalb der magnetischen Abschirmung begründet werden, welche die Probe umgab. Sie können dazu führen, dass die Orientierung des Spins durch adiabatisches Drehen – der Spin folgt der Magnetfeldrichtung – verändert wird. Auffällig ist dabei, dass die stärksten Änderungen bei der x-Komponente des Spins zu finden sind. Für die vorgegebene x-Richtung des Spins sind die Spindreher S_1 und S_2 benutzt worden. Durch das zweimalige Drehen des Spins sind die Abweichungen von der Parallelstellung zur x-Richtung größer als bei der Vorgabe der z-Richtung, mit Hilfe nur eines Spindrehers. Ähnliches gilt auch für die Analyse der x-Komponente durch Verwendung der Spindreher S_3 und S_4. Die aufgezeigten Fehlerquellen bewirken, dass die Rekonstruktion der in Abbildung 4.62 gezeigten Schicht nicht erfolgreich war. Für zukünftige Messungen mit diesem Aufbau ist daher der Einfluss von Störfeldern in der Umgebung des Messaufbaus zu untersuchen und gegebenenfalls zu vermeiden oder abzuschirmen. Während der Messung traten außerdem Schwankungen in der Neutronenintensität auf (grüner Pfeil in Abbildung 4.63), welche aber korrigiert werden konnten. Das Tomographieinstrument CONRAD befindet sich an einer Endposition des Neutronenleiters. Die davorliegenden Experimente entnehmen dem Neutronenspektrum mittels Monochromatoren einen Teil der Neutronen und führen somit zu einer zeitlich begrenzten Abnahme des Neutronenflusses.

Um nachzuweisen, dass die Rekonstruktion für das gemessene Feld der Spule möglich ist, wurden die berechneten Sinogramme mit dem MART-Algorithmus rekonstruiert. Es wurde darauf verzichtet, den modifizierten MART-Algorithmus zu verwenden, da für diese Rekonstruktion keine hohe „Kantenschärfe“ benötigt wurde, da das Feld der Spule nur schwache Gradienten aufweist.

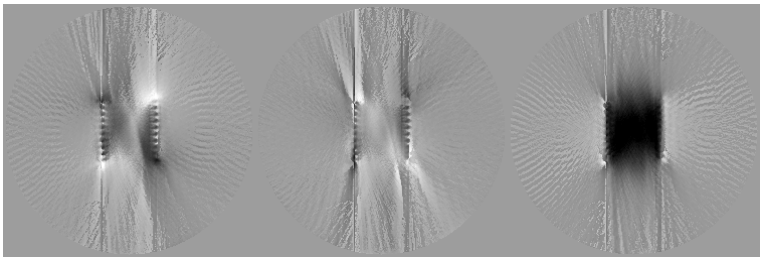


Abbildung 4.65: 10. Iterationsschritt der MART-Rekonstruktion der simulierten Schicht

Die Abbildung 4.65 zeigt die rekonstruierte Schicht nach 10 Iterationen mit dem MART-Algorithmus. Die maximale Flussdichte betrug in der Rekonstruktion 1,16±0,1 mT. Die Flussdichte in derselben Schicht, berechnet nach dem Biot-Savart’schen Gesetz, betrug 1,1 mT. Die Differenz zwischen rekonstruierter Schicht und dem berechneten Feld ist in Abbildung 4.66 dargestellt. Deutlich sichtbar

werden Störungen in der rekonstruierten Schicht entlang von Strahlen, welche diagonal durch die Spule oder durch deren Windungen verlaufen.

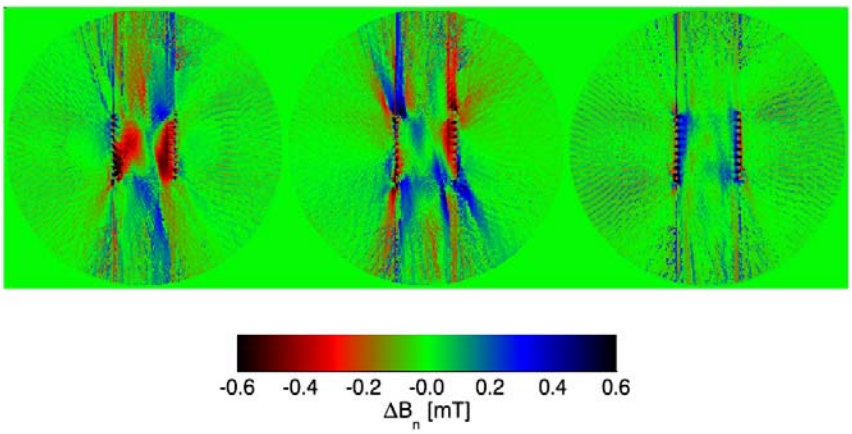


Abbildung 4.66: Differenz der magnetischen Flussdichte für die zentrale Schicht in der Spule

Es kann vermutet werden, dass die Abweichungen vom simulierten Feld durch Spindrehungen über 180° verursacht worden sind. Um diesen Sachverhalt zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 4.67 einen Vergleich zwischen der simulierten und der rekonstruierten Flussdichte entlang der roten Linien in der schematischen Übersicht.

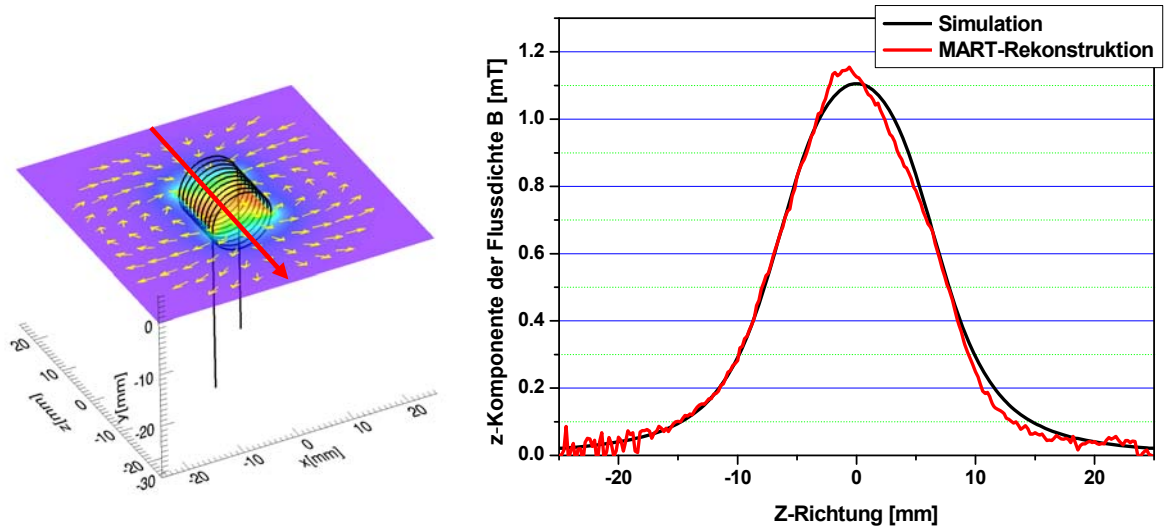


Abbildung 4.67: Vergleich der simulierten und der rekonstruierten Daten

Das Feldintegral $\int Bds$ entlang dieser Linie beträgt $1{,}82 \cdot 10^{-5}$ Tm im Falle des berechneten Feldes. Bei einer Wellenlänge von 3,5 Å entspricht dies einer Spindrehung von 169° unter der Annahme, dass entlang dieses Weges nur die z-Komponente der Flussdichte einen von Null verschiedenen Wert aufweist. Diese Tatsache erklärt aber auch, dass entlang der Diagonalen Spindrehungen über 180° möglich sind. Auch bei Strahlwegen entlang der Windungen der Spule sind Spindrehungen über 180° auf Grund der höheren Flussdichte möglich. Diese Drehungen führen dann zu den Abweichungen in

der rekonstruierten Schicht. Um nachzuweisen, dass dieser Effekt für die Veränderungen verantwortlich ist, wurde die Simulation mit einer reduzierten Stromstärke von 0,75 mT ein weiteres Mal durchgeführt. Der maximale Betrag der magnetischen Flussdichte **B** im Inneren der Probe beträgt dann 0,55 mT. Das Ergebnis der MART-Rekonstruktion nach 10 Iterationen ist in Abbildung 4.68 dargestellt. Die Bildartefakte haben im Vergleich zu Abbildung 4.65 deutlich abgenommen.

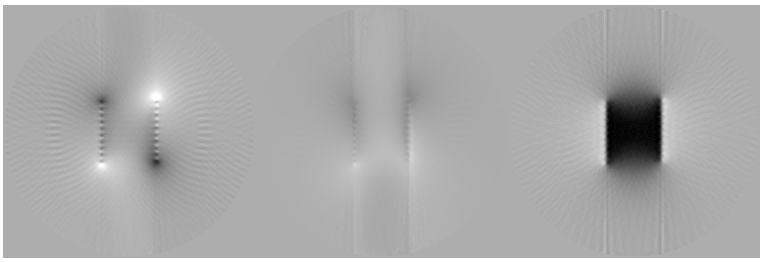


Abbildung 4.68: MART-Rekonstruktion mit I = 0,75 A

In Abbildung 4.69 wird sichtbar, dass sich für die z-Komponente der magnetischen Flussdichte mit Ausnahme eines Bereiches direkt an den Windungen nur sehr geringe Abweichungen ergeben. Für die beiden anderen Komponenten sind stärkere Abweichungen wiederum in der Umgebung der Windungen zu erkennen. Damit ist aber nachgewiesen, dass die Abweichungen in der Rekonstruktion mit einer maximalen Flussdichte von 1,1 mT (Abbildung 4.65) durch Drehungen des Polarisationsvektors über 180° verursacht wurden und das MART-Verfahren für die Rekonstruktion der Daten der polarimetrischen Messungen hätte genutzt werden können, wenn ein etwas schwächeres Feld gemessen worden wäre.

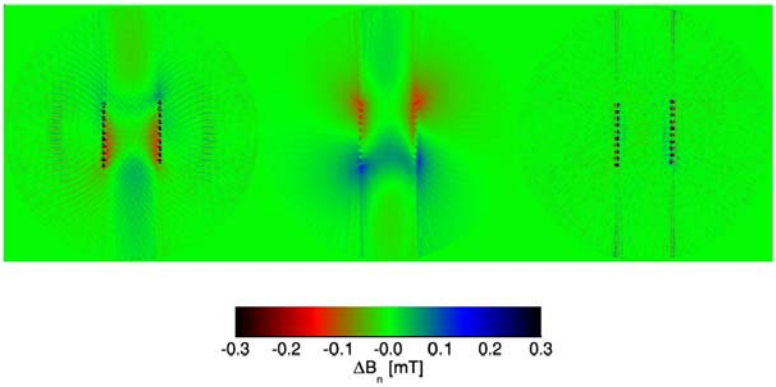


Abbildung 4.69: Differenz der magnetischen Flussdichte für die zentrale Schicht in der Spule bei I = 0,75 A

Das gute Ergebnis der Rekonstruktion wird auch durch die Abbildung 4.70 bestätigt. Entlang der roten Linie in der schematischen Übersicht ist die dazugehörige z-Komponente der Flussdichte für die Simulation und die Rekonstruktion im Diagramm aufgetragen. Die Unterschiede zwischen den Profilen haben in Bezug auf die Abbildung 4.67 deutlich abgenommen, so dass angenommen werden kann, dass diese Abweichungen ebenfalls durch die starke Drehung des Spins hervorgerufen wurden.

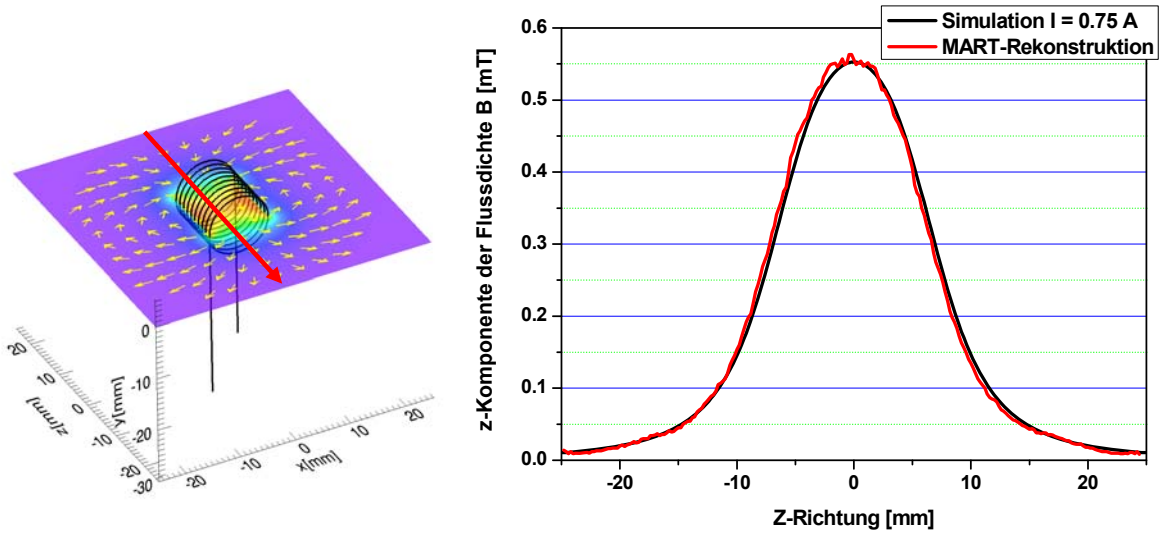


Abbildung 4.70: Vergleich der simulierten und der rekonstruierten Daten bei I = 0,75 A

Für die bisherigen Rekonstruktionen erfolgten die Programmaufrufe und deren Starts manuell. Für einen Stapel von Sinogrammen ist aber auf Grund der großen Zahl zu rekonstruierender Schichten der manuelle Aufruf nicht mehr sinnvoll. Daher wurden die IDL-Module für die Rekonstruktionsroutinen so verändert, dass die automatische Rekonstruktion von vielen Schichten möglich wurde. Für die Simulation der Spule mit der Stromstärke von 0,75 A sind insgesamt 251 Schichten berechnet wurden.

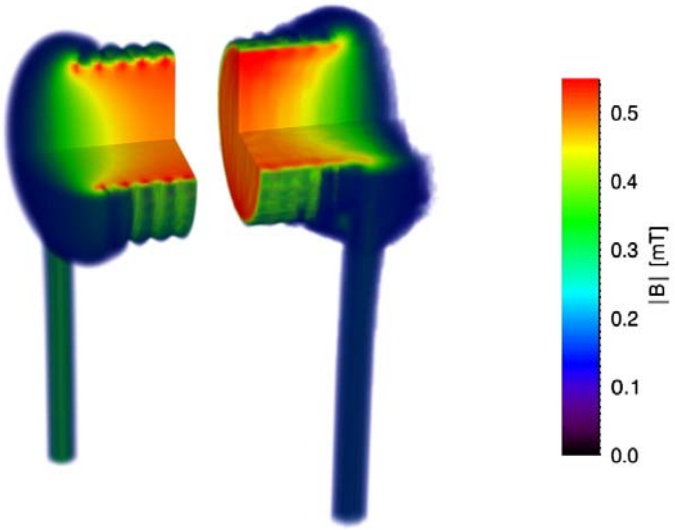


Abbildung 4.71: Betrag der Flussdichte links: Simulation nach Biot-Savart, rechts: MART-Rekonstruktion

Diese Schichten sind mit den MART-Routinen rekonstruiert worden. Abbildung 4.71 zeigt eine Gegenüberstellung der dreidimensionalen Verteilung des Betrages der magnetischen Flussdichte. Auf der linken Seite der Abbildung ist die Feldverteilung, nach Biot-Savart aus der Leiterdefinition berechnet, dargestellt. Auf der rechten Seite ist die Rekonstruktion nach fünf Iterationen mit dem MART-Algorithmus dargestellt. Zur besseren Veranschaulichung werden in der Darstellung nur ¾ des Volumens des Spulenfeldes gezeigt. Eine höhere Zahl von Iterationen führte zu keiner wesentlichen

Verbesserung der Rekonstruktionsqualität. Die gesamte Rechenzeit betrug ca. 40 Stunden bei Nutzung einer CPU eines Quadcore Xeon 3,0 GHz Prozessors. Zu erkennen ist, dass auch unter diesen Bedingungen die Rekonstruktion aller Schichten erfolgreich durchgeführt werden konnte. Für die Rekonstruktion ist ein konstanter Relaxationsfaktor angewendet worden. Abweichungen treten nur in der Nähe der Leiterwindungen auf, da dort hohe Gradienten des Feldes bzw. starke Felder auftreten und der verwendete Rekonstruktionsalgorithmus diese nicht fehlerfrei rekonstruieren kann.

Es konnte gezeigt werden, dass die Rekonstruktion einer vektortomographischen Messung prinzipiell durchgeführt werden kann. Die Rekonstruktion des Datensatzes der Spule war nicht erfolgreich, weil störende Untergrundfelder die Spinstellung zusätzlich zum Magnetfeld der Spule beeinflussten. Mit Hilfe des berechneten Datensatzes wurde aber veranschaulicht, dass der MART-Algorithmus für die Rekonstruktion geeignet ist. Deshalb kann angenommen werden, dass die Rekonstruktion eines weniger fehlerbehafteten Messdatensatzes möglich sein sollte.

5. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass es möglich ist, mit polarisierten Neutronen magnetische Feldverteilungen zwei- und dreidimensional abzubilden. Das hierfür neu entwickelte Verfahren basiert auf der Tatsache, dass Neutronen auf Grund ihres magnetischen Momentes mit Magnetfeldern in Wechselwirkung treten. Der Spin eines in einem Magnetfeld befindlichen Neutrons präzediert um die Richtung des Magnetfeldes. Die dabei auftretende Drehung des Spinvektors ist von der Stärke des Magnetfeldes und der Aufenthaltsdauer des Neutrons im Feld abhängig. Die Messung der Spindrehung ermöglicht daher Rückschlüsse auf die Magnetfeldstärke und –richtung.

Der experimentelle Aufbau dieses Verfahrens besteht im Wesentlichen aus einem Instrument für die Neutronenradiographie und –tomographie, das um je einen Polarisator vor (Polarisator) und hinter (Analysator) der Probenposition (sowie gegebenenfalls Spindrehern) ergänzt wurde. Die Polarisatoren lassen nur Neutronen mit einer bestimmten Spinrichtung passieren. Eine Drehung des Neutronenspins bei Durchgang durch die Probe führt abhängig von der Polarisatorstellung zu einem veränderten Transmissionssignal. Dieses wird schließlich von einem zweidimensionalen Detektorsystem ortsaufgelöst detektiert. Wenn der Spin nach Durchgang durch das Magnetfeld parallel zur Ausrichtung des Analysators orientiert ist, dann wird im betreffenden Pixel des Detektors eine maximale Intensität nachgewiesen. Ist der Spinvektor durch das Magnetfeld jedoch um 180° in die Antiparallelstellung gedreht worden, wird eine minimale Intensität registriert. Eine weitere Drehung des Spins um 180° bewirkt, dass der Spin wieder parallel zur Analysatorrichtung orientiert ist. Diese Gesamtdrehung kann von der 0°-Stellung nicht unterschieden werden. Der Drehwinkel der Spins kann daher nur in den Grenzen von $(-\pi,\pi)$ eindeutig bestimmt werden.

In ersten Messungen sind die magnetischen Felder von Dipolmagneten untersucht worden. Die Radiogramme wiesen eine ringartige Struktur auf, welche konzentrisch um die Dipole angeordnet waren. In der Nähe der Magneten war das Magnetfeld stärker und führte zu einer größer werdenden Spindrehung, da der Drehwinkel proportional dem Betrag der magnetischen Flussdichte ist. Dies führte zu einer alternierenden Abfolge von hellen und dunklen Bereichen in der Ringstruktur, da der Spinvektor nach einer Drehung von 360° wieder dieselbe Richtung aufwies. Mit abnehmendem Abstand zum Dipolmagneten verringerten sich sowohl der Bildkontrast als auch die Abstände der Ringe, bis diese nicht mehr aufgelöst werden konnten und eine konstante Transmission von 50 % gemessen wurde.

Mit Hilfe der Radiographie mit spinpolarisierten Neutronen kann nicht direkt auf die Magnetfeldverteilung in der Probe geschlossen werden. In manchen Fällen ist es jedoch möglich, das Magnetfeld der Probe durch Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes zu berechnen in dem die bekannte Stromdichteverteilung einer stromdurchflossenen Spule verwendet oder eine fiktive Stromdichteverteilung postuliert wird. Das Feld des Modells kann nun für eine Simulation eines Radiogramms herangezogen und dieses mit dem gemessenen Radiogramm verglichen werden. Durch

Variation einiger Modellparameter können beide in Übereinstimmung gebracht werden. So lässt sich ein dreidimensionales Modell des Magnetfeldes exakt bestimmen. Für verschiedene Spulenkonfigurationen und einen Dipolmagneten in verschiedenen Orientierungen konnte gezeigt werden, dass die simulierten und gemessenen Radiogramme sehr gut übereinstimmten.

Es ist aber nicht in jedem Fall möglich, hinreichend viele Erkenntnisse über das Feld einer Probe zu erhalten, um daraus ein Modell zu erstellen. In diesen Fällen kann mittels Tomographie die Feldverteilung der Probe dreidimensional bestimmt werden. Im einfachsten Fall ist nur eine Komponente des Magnetfeldvektors von Null verschieden und das Feld damit entlang einer Koordinatenachse ausgerichtet. Es konnte für eine Rechteckspule gezeigt werden, dass dann das Standardrekonstruktionsverfahren gefilterte Rückprojektion ausreicht, um die Magnetfeldverteilung aus einem Satz von radiographischen Projektionen unter verschiedenen Blickwinkeln auf die Probe zu berechnen. Die Bestimmung des Feldintegrals erfolgte dabei aus dem Gesamtdrehwinkel des Spins.

Diese Rekonstruktionsmethode wurde auch angewendet, um das gefangene Magnetfeld („trapped flux“) in einer supraleitenden Bleiprobe zu untersuchen. Hierzu wurde ein Bleizylinder bei angelegtem Feld unter die Sprungtemperatur von 7,2 K abgekühlt. Anschließend wurde das äußere Feld im nun supraleitenden Zustand der Probe abgeschaltet. Defekte in der Kristallstruktur führten dazu, dass noch lokale Magnetfelder in der Probe verblieben, die durch supraleitende Ströme erzeugt wurden. Die dreidimensionale Verteilung des „trapped flux“ wurde dann tomographisch bei einer Temperatur von 7,0 K ermittelt.

Im Allgemeinen ist die magnetische Feldverteilung nicht auf eine Richtung beschränkt, sondern ein mitunter äußerst komplexes dreidimensionales Vektorfeld. Dessen Bestimmung aus radiographischen Projektionen erforderte die Entwicklung neuer Rekonstruktionsverfahren. Die Besonderheit dieser Verfahren liegt darin, dass keine skalare Größe, sondern das Tensorfeld einer Flussdichteverteilung, rekonstruiert werden muss. Verschiedene bekannte Rekonstruktionsverfahren wie FBP, SIRT, SART und MART wurden als Ausgangsbasis genommen und weiterentwickelt. Die gefilterte Rückprojektion basiert auf der Näherung, dass das pfadorientierte Integral durch ein Linienintegral beschrieben werden kann und durch drei separate Rekonstruktionen die Komponenten der Magnetfelder ermittelt werden können. Diese Methode der Rekonstruktion eignet sich für die Bestimmung von Feldern, welche zu kleinen Drehungen des Polarisationsvektors führen, da die grundlegende Annahme nur für diesen Fall gilt. Die Verfahren SIRT, SART und MART basieren auf algebraischen Rekonstruktionstechniken. Alle Rekonstruktionsverfahren sind an verschiedenen Phantomdomänenfeldern getestet worden. Da die Bestimmung der Depolarisationsmatrix eines Strahls nur in den Grenzen von $(-\pi,\pi)$ eindeutig möglich ist, wurden die Phantome so konstruiert, dass die Gesamtspindrehungen nicht viel größer als 180° wurden. Für alle Phantome wurden zunächst jeweils die tensorielle Radontransformation berechnet und anschließend die Rekonstruktion mit den vier entwickelten Verfahren durchführt. Die Abweichung der rekonstruierten Schicht vom Original wurde zur Beurteilung der Güte des Algorithmus verwendet. Für MART ergaben sich die geringsten

Abweichungen. Darüber hinaus konvergierte dieses Verfahren auch bei Anwendung hoher Relaxationsfaktoren. Insgesamt führte dies zu kurzen Rechenzeiten bei hoher Übereinstimmung zwischen dem Vektorfeld der Rekonstruktion und des Phantoms.

Es war nun möglich das Rekonstruktionsverfahren MART auf eine reale Messung anzuwenden. Für die Messung von Vektorfeldern war eine Modifikation des experimentellen Aufbaus nötig (polarimetrische Messanordnung). Durch den Einsatz von Spindrehern konnten drei unterschiedliche Startrichtungen (x-, y- und z-Richtung) des Polarisationsvektors vorgegeben und die dazugehörigen resultierenden Polarisationsvektoren nach Wechselwirkung mit dem Probenmagnetfeld bestimmt werden. Aus diesen neun Messungen wurden die Depolarisationsmatrizen, welche die Rotationsmatrizen für die Drehung der Spins im Magnetfeld darstellen, berechnet. Im Rahmen dieser Arbeit konnte eine erste vektortomographische Messung durchgeführt werden. Dabei wurde das Magnetfeld einer Zylinderspule tomographiert. Die Rekonstruktion des Datensatzes war aber nicht zufriedenstellend, da vermutlich Störfelder im experimentellen Aufbau auf Grund fehlender Abschirmungen eine eindeutige Bestimmung der Depolarisationsmatrizen verhinderten. Für eine simulierte Messung an einer virtuellen Spule mit denselben Abmessungen, konnte aber gezeigt werden, dass für einen optimierten Messaufbau eine Rekonstruktion des Vektorfeldes mit MART bei guter Abbildungsqualität möglich sein sollte.

6. Ausblick

Zukünftig sind viele Verbesserungen sowohl bei der experimentellen Umsetzung als auch in den Rekonstruktionsverfahren möglich. Bislang war die Ortsauflösung in der Bildgebung mit spinpolarisierten Neutronen auf einige 100 µm begrenzt. Durch Einsatz verbesserter Optiken und Szintillatorschirme konnte die Ortsauflösung inzwischen auf 25 µm verbessert werden, wurde allerdings bislang noch nicht für die Tomographie mit spinpolarisierten Neutronen eingesetzt. Um diese Auflösungen zu erreichen, muss die Divergenz des Neutronenstrahls durch Kollimatoren verringert werden, da der Abstand Probe – Detektor nicht beliebig verkleinert werden kann, weil sich dazwischen der Analysator befindet. Durch Kollimation würde allerdings die benötigte Messzeit steigen. Mit Hilfe von konvergierenden oder elliptischen Neutronenleitern könnte die Neutronenflussdichte am Ort der Probe erhöht und der Messzeitbedarf wieder reduzieren werden.

Durch den Einsatz von He-3-Zellen zur Polarisation und Analyse des Spins an Stelle der „solid state bender“ können die störenden Strukturen der Siliziumwafer und deren Beschichtung vermieden werden. Die He-3-Zellen ermöglichen außerdem einen homogenen Polarisationsgrad über den Strahlquerschnitt der Zelle. Allerdings ist zu beachten, dass die zeitliche Verringerung der Polarisation des He-3 in den Zellen dazuführt, dass der Polarisationsgrad des Neutronenstrahles in regelmäßigen Abständen gemessen werden muss. Erste Radiographien mit spinpolarisierten Neutronen bei Verwendung von He-3-Zellen wurden bereits erfolgreich durchgeführt.

Die entwickelten Rekonstruktionsverfahren lassen nur eine beschränkte magnetische Flussdichte zu, da die Depolarisationsmatrizen nur für einen Drehwinkelbereich von $(-\pi,\pi)$ eindeutig sind. Für die Rekonstruktion von stärkeren Magnetfeldern muss diese Beschränkung auf größere Drehwinkelbereiche erweitert werden. Durch die Annahme, dass – etwa im Falle einer ferromagnetischen Probe – der Betrag der Flussdichte in allen Domänen denselben Wert aufweist, könnte ein Rekonstruktionsverfahren entwickelt werden, welches diese Diskretisierung des Wertebereiches berücksichtigt. Für die Rekonstruktion von skalaren Werten sind diskrete Tomographieverfahren bereits bekannt.

Durch die Verwendungen mehrerer Wellenlängen könnte es ebenfalls möglich sein, die exakte Depolarisationsmatrix zu bestimmen, da der Unterschied der Drehwinkel bei verschiedenen Wellenlängen eine Aussage zulässt, wie oft der Spin um Vielfache von $2\cdot\pi$ gedreht wurde.

Ein weiterer messtechnischer Ansatz zur Umgehung der 180°-Limitierung wäre der Einsatz von thermischen Neutronen mit entsprechend kürzeren Wellenlängen von etwa 0,5-2 Å statt der hier genutzten kalten Neutronen mit Wellenlängen um 3,5 Å. Auf Grund der größeren Neutronengeschwindigkeit kann so die Aufenthaltszeit pro Voxel und damit auch die Spindrehung bei gleicher Flussdichte reduziert werden. Damit würde die maximal messbare Flussdichte steigen und Flussdichteverteilungen in realen Proben mit Hilfe der Vektortomographie besser untersucht werden können.

7. Anhang

7.1. Messungen mit einem Gitterinterferometer

Die gezeigten Rekonstruktionsverfahren ermöglichen die Bestimmung der Stärke und der Richtung der magnetischen Flussdichte in einer Probe. Ein weiteres Verfahren, welches es erlaubt magnetische Strukturen zu visualisieren ist die Radiographie und Tomographie mit einem Gitterinterferometer. Im Zeitraum, in dem die Messungen mit den polarisierten Neutronen durchgeführt wurden, konnte auch ein Gitterinterferometer an der Tomographiestation CONRAD aufgebaut werden. Das Interferometer erlaubt es zusätzlich zur Bestimmung der Absorption auch die Brechung und die Kleinwinkelstreuung des Neutronenstrahls als bildgebendes Signal zu nutzen [Str08].

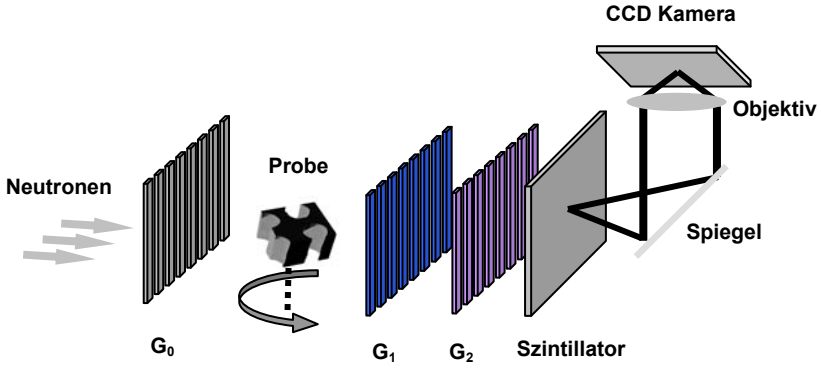


Abbildung 7.1: Schematischer Aufbau des Gitterinterferometers

Das Gitterinterferometer ist aus drei Gittern aufgebaut. Das Quellgitter G_0 ist ein Amplitudengitter, welches bewirkt, dass das Phasengitter G_1 kohärent beleuchtet wird. Das Phasengitter G_1 bewirkt einen teilweisen Phasenschub von π der transmittierten Welle. Im ersten Talbotabstand ergibt sich ein sinusförmiges Beugungsmuster mit der halben Gitterkonstante des Phasengitters, welches mit dem Amplitudengitter G_2 abgerastert wird. So ergeben sich je nach Position des Amplitudengitters in Bezug auf das Beugungsmuster auf dem Detektor Bereiche mit geringer und hoher Intensität. Befindet sich eine Probe vor dem Phasengitter so wird der Neutronenstrahl durch die Absorption in der Probe geschwächt. Im gemessen Beugungsmuster ist eine Verringerung der mittleren Intensität zu beobachten. Die Kanten der Probe verursachen eine Brechung des transmittieren Strahls im Bereich von einigen Winkelsekunden. Die Ablenkung des Strahls bewirkt, dass die Phase des sinusförmigen Beugungsmuster eine Verschiebung auf Grund der Brechung erfährt. Die Kleinwinkelstreuung an Strukturen im Nanometerbereich verursacht, dass der Quotient aus der Amplitude und der mittleren Intensität des Beugungsmusters verringert wird. Absorption, Brechung und Streuung des Neutronenstrahls werden durch eine einzige Messung mit dem Gitterinterferometer bestimmt und in getrennten Radiogrammen dargestellt.

Mit dieser Methode wurden zylindrische Aluminiumgussteile mit variierenden Wasserstoffkonzentrationen untersucht.

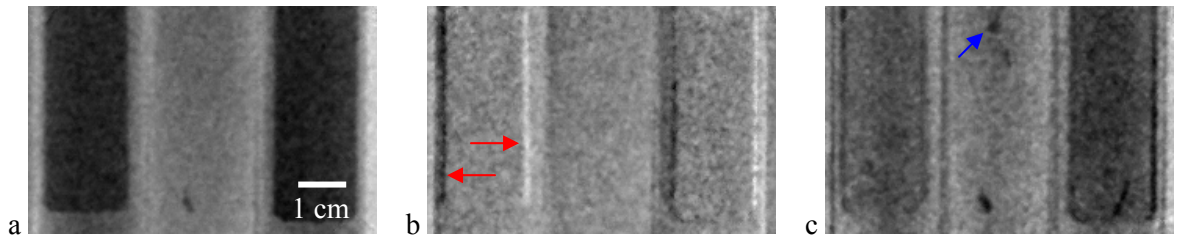


Abbildung 7.2: a) Absorptionsradiogramm b) Refraktionsradiogramm c) Radiogramm mit Kleinwinkelstreuung von drei Aluminiumgussteilen mit unterschiedlichen Wasserstoffkonzentrationen

Abbildung 7.2 zeigt die ermittelten Radiogramme für die verschiedenen Messsignale. Das Absorptionsradiogramm ist im Teil a dargestellt. Die mittlere Probe weist die geringste Wasserstoffkonzentration auf und daher ist die Transmission für dieses Gussteil am größten. Die Refraktion trat im Wesentlichen nur an den Rändern der Proben auf. Je nach Richtung der Ablenkung nimmt der Grauwert im Refraktionsradiogramm ab oder zu (rote Pfeile). Im Radiogramm der Kleinwinkelstreuung wurden Bereiche sichtbar, welche zu einer Streuung der Neutronen führten (blauer Pfeil). Sie wurden von Mikroporositäten erzeugt, welche beim Erstarren des Bauteils entstanden sind. Diese Porositäten sind nur im Radiogramm der Kleinwinkelstreuung sichtbar und nicht im Absorptions- oder Refraktionsradiogramm.

Das Gitterinterferometer erlaubt es daher ortsaufgelöst die Refraktion und Streuung als bildgebende Signale zu nutzen. Darüber hinaus ist es möglich mit diesem Aufbau mittels Tomographie die innere Struktur einer Probe dreidimensional aufzulösen. Dieses Verfahren kann benutzt werden um z.B. Domänenwände einer ferromagnetischen Probe dreidimensional zu visualieren, da an den Domänengrenzen der Neutronenstrahl gebrochen und gestreut wird. Eine Absorptionstomographie ist nicht möglich, da an den Domänengrenzen keine Änderung des Abschwächungskoeffizienten auftritt.

7.2. Physikalische Konstanten

Avogadro Konstante	N_A	$6{,}0221367 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$
Elementarladung	e	$1{,}60217733 \cdot 10^{-19}\ C$
Gyromagnetisches Verhältnis	γ	$1{,}8303333 \cdot 10^{8}\ rad/(s \cdot T)$
Kern-Magneton	μ_N	$5{,}0507866 \cdot 10^{-27} J/T$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}\ Vs / (A \cdot m)$
Magnetisches Moment des Neutrons	$\mu = -1{,}9130427 \cdot \mu_N$	$-9{,}6623704 \cdot 10^{-27}\ J/T$
Masse des Elektrons	m_e	$9{,}1093897 \cdot 10^{-31}\ kg$
Masse des Neutrons	m_n	$1{,}6749286 \cdot 10^{-27}\ kg$
Plancksche Konstante	h	$6{,}6260755 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
	$\hbar = h / (2 \cdot \pi)$	$1{,}05457266 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

Quellen: [Brü02] [Dia03] [Stö98]

8. Referenzen

[And84] A.H. Anderson, A.C. Kak: Simultaneuos algebraic reconstruction technique (SART): asuperior implementation of the ART algorithm, Ultrason. Imaging, volume 6, pages 81-94, 1984

[And09] M. Arai, K. Crawford, Ian S. Anderson (Editor): Neutron Imaging and Applications, Springer-Verlag, 2009

[Bad00] G. Badurek, R.J. Buchelt, G. Kroupa, M. Baron, M. Villa: Permanent magnetic field-prism polarizer for perfect crystal neutron interferometers, Physica B, volume 283, pages 389-392, 2000

[Bad97] G. Badurek, M. Hochhold, H Leeb: Neutron magnetic tomography – A novel technique, Physica B, volume 234-236, pages 1171-1173, 1997

[Ban08] J. Banhart (Editor): Advanced Tomographic Methods in Materials Research and Engineering, Oxford University Press, 2008

[Bar57] J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer: Theory of Superconductivity, Phys. Rev., volume 108, pages 1175-1204, 1957

[Bec97] J. Becker, M. Ebert, T. Grossmann, et al.: Realization of a broad-band neutron spin filter with compressed, polarized ^{3}He gas, Physica B, volume 234-236, pages 1078-1079, 1997

[Ber93] L. Bergmann, C. Schaefer, H. Rauch: Lehrbuch der Experimentalphysik Band 3, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, 1993

[Bra94] E. H. Brandt: Flusslinien in Supraleitern, Physik in unserer Zeit, Nr.6, Seite 271-277, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 1994

[Brü02] T. Brückel, W. Schweika: Polarized Neutron Scattering, lectures of the 1st Summer School, Forschungszentrum Jülich, 2002

[Buc04] W. Buckel, R. Kleiner: Supraleitung – Grundlagen und Anwendungen, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2004

[Buz05] T. M. Buzug: Einführung in die Computertomographie, Springer Verlag, Berlin, 2005

[Daw09] M. Dawson, I. Manke, N. Kardjilov, A. Hilger, M. Strobl, J. Banhart: Imaging with polarised neutrons, New Journal of Physics 11, page 043013, 2009

[Dia03] A.-J. Dianoux, G. Lander: Neutron Data Booklet, ILL Neutrons for Science, second editions, 2003

[Fre09] G. Frei, E.H. Lehmann, D. Mannes, P. Boillat: The neutron micro-tomography setup at PSI and its use for research purposes and engineering applications, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, volume 605, pages 111-114, 2009

[Gai09] G. Gaiselmann: Tensorial Tomography, Diplomarbeit, Unversität Ulm, 2009

[Gil72] P.F.C. Gilbert: Iterative methods for three-dimensional reconstruction of an object from its projections, J. Theor. Biol., volmue 36, pages 105-117, 1972

[Gor70] R. Gordon, R. Bender, G.T. Herman: Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and y-ray photography, J. Theor. Biol., volume 29, pages 471-481, 1970

[Gre98] W. Greulich[Hrsg.]: Lexikon der Physik, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1998

[Her79] G.T. Herman: Image Reconstruction from Projections – Implementation and application, Springer Verlag, Berlin, 1979

[Hil06] A. Hilger, N. Kardjilov, M. Strobl, W. Treimer, J. Banhart: The new cold neutron radiography and tomography instrument CONRAD at HMI Berlin, Physica B volume 385-386, pages 1213–1215, 2006

[Hoc96] M. Hochhold, H. Leeb, G. Badurek: Tensorial neutron tomography: a first approach, journal of magnetism and magnetic materials, volumes 157-158, pages 575-576, 1996

[Hoc97] M. Hochhold: Tensorielle Tomographie mittels Neutronen, Dissertation, TU-Wien, 1997

[HZB09] A. Rupp: ^{3}He-Polarisationsfiler, www.Helmholtz-Berlin.de, 2009

[Ino04] T. Ino, S. Muto, Y. Maasuda, G.Kim, V. R. Skoy: Development of ^{3}He polarized neutron spin filters at KEK, Physica B, volume 356, pages 109-113, 2004

[Jer05] E. Jericha: Vorlesungsskriptum Neutron und Kernphysik, TU-Wien, 2005

[Jer07] E. Jericha, R. Szeywerth, H. Leeb, G. Badurek: Reconstruction techniques for tensorial neutron tomography, Physica B, volume 397, pages 159-161, 2007

[Jer07b] E. Jericha, G. Badurek, M. Trinker: Ultra-small-angle scattering with polarized neutrons, Physica B, volume 397, pages 88-90, 2007

[Kak88] A.C. Kak, M.Slaney: Principles of Computerized Tomographic Imaging, IEEE Press, New York, 1988

[Kar08] N. Kardjilov, I. Manke, M. Strobl, A. Hilger, W. Treimer, M. Meissner, T. Krist, J. Banhart: Three-dimensional imaging of magnetic fields with polarised neutrons, Nature Physics, pages 399–403, 2008

[Kit06] Ch. Kittel: Einführung in die Festkörperphysik, 14. Auflage, Oldenbourg Verlag, 2006

[Kri05] Hanno Krieger: Strahlungsquellen für Technik und Medizin, Teubner-Verlag, Wiesbaden, 1. Auflage, 2005

[Kri09] T. Krist: Trevor Hicks and solid state neutron optics, Journal of Physics: Condensed Matter 21, page 124208, 2009

[Kri98] T. Krist, S.J. Kennedy, T.J. Hick, F. Mezei: New compact neutron polarizer, Physica B, Volumes 241-243, pages 82-85, 1998

[Man07] I. Manke, Ch. Hartnig, M. Grünerbel, J. Kaczerowski, W. Lehnert, N. Kardjilov, A. Hilger, J. Banhart, W. Treimer, M.Strobl: Quasi-in situ neutron tomography on polymer electrolyte fuell cell stacks, Appl. Phys. Lett. volume 90, page 184101, 2007

[Man09] I. Manke, N. Kardjilov, A. Hilger, M. Strobl, M. Dawson, J. Banhart: Polarized neutron imaging at the CONRAD instrument at Helmholtz Centre Berlin, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, volume, 605, pages 26-29, 2009

[Mei33] W. Meißner, R. Ochsenfeld: Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit. Naturwissenschaften 21, Nr. 44, Seiten 787–788, 1933

[Mez76] F. Mezei: Novel polarized neutron devices: supermirror and spin component amplifier, Communications on Physics 1, pages 81-85, 1976

[Mez83] F. Mezei: Neutron spin echo: Ten years after, Physica B+C, Volume 120, issues 1-3, pages 51-60, 1983

[Rad17] J. Radon: Über die Bestimmung von Funktionen längs gewisser Mannigfaltigkeiten, Berichte der mathematisch-physikalischen Kl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft 59, Leipzig, 1917

[Rek73] M. Th. Rekveldt: Study of ferromagnetic bulk domains by neutron depolarisation in three dimensions, Z. Physik, volume 259, pages 391-410, 1973

[Sch00] B. Schillinger, E. Lehmann, P. Vontobel: 3D neutron computed tomography: requirements and applications, Physica B, volumes 276-278, pages 59-62, 2000

[Sch99] B. Schillinger: Neue Entwicklungen zu Radiographie und Tomographie mit thermischen Neutronen und zu deren routinemäßigem Einsatz, Dissertation, TU-München, 1999

[She74] L.A. Shepp, B.F. Logan: The Fourier Reconstruction of a Head Section, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-21, pages 21-43, 1974

[Sto05] W. Stolz: Radioaktivität, Teubner Verlag, Wiesbaden, 2005

[Stö98] H. Stöcker: Taschenbuch der Physik, Harri Deutsch Verlag, 1998

[Str08] M. Strobl, C. Grünzweig, A. Hilger, I. Manke, N. Kardjilov, C. David, F. Pfeiffer: Neutron dark-field tomography, Physical Review Letters 101, page 123902, 2008

[Str09] M. Strobl, N. Kardjilov, A. Hilger, E. Jericha, G. Badurek, I. Manke: Imaging with polarized neutrons, Physica B, volume 404, pages 2611-2614, 2009

[Sub96] P. M. Subbarao, P. Munshi, K. Muralidhar: Performance of iterative tomographic algorithms applied to non-destructive evaluation with limited data, NDT&E International, Vol. 30, No. 6, pages 359-370, 1997

[Swi09] SwissNeutrons – Neutron Optical Components & Instruments
www.swissneutronics.ch

[Tei05] A. Teichert: Untersuchung der mechanischen und magnetischen Eigenschaften von Si-$Fe_{1-x}Co_x$ Multischichtsystemen, Dissertation, TU-Berlin, 2005

[Tre06] W. Treimer, M. Strobl, N. Kardjilov, A. Hilger, I. Manke: Wavelength tunable device for neutron radiography and tomography, Applied Physics Letters 89, page 203504, 2006

Danksagung

Ich danke Prof. John Banhart, dass er es mir ermöglicht hat dieses interessante Thema zu bearbeiten und für seine wissenschaftliche Betreuung und Unterstützung während dieser Zeit.
Bei Ass. Prof. Erwin Jericha möchte ich mich bedanken, dass er sich bereit erklärt hat, Zweitgutachter zu werden. Außerdem danke ich ihm für seine Unterstützung bei der Messung der Vektortomographie.
Mein besonderer Dank gilt Dr. Ingo Manke, Dr. Nikolay Kardjilov und Dr. Markus Strobl für die langjährige herzliche Zusammenarbeit und die zahlreichen fachlichen Diskussionen bis in die Endphase hinein, welche die Gestaltung der Arbeit wesentlich beeinflusst haben.
Herrn Gerd Gaiselmann danke ich für die sehr erfolgreiche Zusammenarbeit während der Entwicklung der vektortomographischen Rekonstruktionsverfahren.
Bei den Kollegen der Tomographiegruppe bzw. des Institutes für Angewandte Materialforschung möchte ich mich bedanken, die mich während dieser Zeit unterstützten und mir bei Fragen zur Verfügung standen.
Herrn Jörg Bajorat danke ich für die Bewältigung aller kleinen und großen Probleme, welche sich bei Verwendung von Microsoft® Produkten ergaben.
Den Mitarbeitern der Reaktorwerkstatt und der Probenumgebung sei an dieser Stelle besonderes gedankt. Durch ihren engagierten Einsatz sind die verschiedenen Experimente erst möglich geworden.
Allen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben und die hier nicht namentlich erwähnt sind, sei ebenfalls herzlich gedankt.
Mein letzter und zu gleich größter Dank gilt meiner Familie für ihre unermüdliche Hilfe und Unterstützung.