

Regelung und Zustandsschätzung der stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung

vorgelegt von
M. Sc.
Jan-Simon Günter Schäpel

an der Fakultät III - Prozesswissenschaften
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
– Dr.-Ing. –

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Matthias Kraume
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King
Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dirk Abel

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 21. Juni 2021

Berlin 2022

Abstract

Gas turbines are due to their high energy density, fuel flexibility and dynamics in the load change in connection with their relatively low investment costs both in aircraft and for power generation of outstanding importance. This makes the increase in efficiency of gas turbines a crucial research topic, where the change from an approximately isobaric to a pressure-increasing constant-volume combustion is regarded as a trend-setting step.

A novel concept for achieving such pressure-increasing combustion in gas turbines is the shockless explosion combustion, which is the focus of this work. In the shockless explosion combustor the fuel is burned by a self-ignition in the entire combustion chamber at the same time. This produces a uniform pressure rise which, compared to the conventional combustion process, results in a significant increase in thermal efficiency and avoids pressure spikes in contrast to other research-focused methods of pressure-increasing combustion such as pulsed detonation combustion. Within the shockless explosion combustion process the homogeneous self-ignition in the pipe is the crucial and the most challenging process and must be adjusted by a appropriate fuel injection. Due to the many factors influencing the auto-ignition process and their high sensitivity to it, closed-loop control of the fuel injection is unavoidable.

As part of this work, both model-free and model-based control methods were first developed on non-reactive test rigs and were then used in reactive test series for controlling fuel valves. As a model-free controller, the extremum seeking controller was enhanced in order to achieve the highest possible rate of convergence of the control system towards an homogeneous auto-ignition at the atmospheric combustion test rig. For this purpose, a discrete extreme value controller was developed, which estimates both the first and second derivative of the quality function to be optimized.

Even higher convergence speeds allow model-based control methods such as the iterative learning control, which was also successfully used to control fuel injection using a proportional valve. To control a switching valve array for fuel injection in an expanded experimental set-up, various novel concepts of an integer control were developed and compared. The use of both the model-free and the model-based control concepts on the test bench showed that the homogeneity of the self-ignition can be increased by control and that an increase in pressure can be achieved.

However, model-based control, such as iterative learning control, can only be used if sufficiently detailed models can be developed and sufficient system state information is available. Another focus of this work is therefore the state estimation in a combustion chamber of a shockless explosion combustor. A reconstruction of the total pressure, velocity and temperature distribution of a simulated shockless explosion combustion based on just 5 pressure sensors was achieved with the help of an Unscented Kalman filter. To reduce the computational effort, the Kalman filter was used in combination with a state space reduction of the underlying model.

The present work thus shows that the developed control concepts can make a decisive con-

tribution to the realization of a shockless explosion combustion. In addition, by developing integer control concepts and state estimation methods for the combustion tube, it lays the foundation for future machine-oriented implementation of a shockless explosion combustor.

Kurzfassung

Gasturbinen sind aufgrund ihrer hohen Energiedichte, Brennstoffflexibilität und Dynamik im Lastwechsel in Verbindung mit ihren vergleichsweise geringen Investitionskosten sowohl in Flugzeugen als auch zur Stromgewinnung von herausragender Bedeutung. Dies macht die Effizienzsteigerung von Gasturbinen zu einem entscheidenden Forschungsthema, bei dem der Wechsel von einer annähernd isobaren hin zu einer druckerhöhenden Gleichraumverbrennung als ein zukunftsweisender Schritt angesehen wird.

Ein neuartiges Konzept, eine solche druckerhöhende Verbrennung in Gasturbinen zu erzielen, ist die stoßfreie, explosionsartige Verbrennung, die im Fokus dieser Arbeit steht. Bei der stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung wird der Treibstoff durch eine Selbstzündung im gesamten Brennraum gleichzeitig verbrannt. Dies erzeugt eine gleichmäßige Druckerhöhung, die im Vergleich zum herkömmlichen Verbrennungsprozess eine signifikante Steigerung des thermischen Wirkungsgrades mit sich bringt und im Vergleich zu anderen im Fokus der Forschung stehenden Methoden der druckerhöhenden Verbrennung, wie der pulsierenden Detonationsverbrennung, Druckspitzen vermeidet. Die homogene Selbstzündung im Rohr stellt dabei den entscheidenden und den herausforderndsten Vorgang dar und muss über eine gezielte Treibstoffeinspritzung eingestellt werden. Durch die vielen Einflussfaktoren auf den Selbstzündungsvorgang sowie seine hohe Sensibilität auf diese ist eine Regelung der Brennstoffeinspritzung unumgänglich.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden sowohl modellfreie als auch modellbasierte Regelungsmethoden zunächst an nichtreaktiven Prüfständen entwickelt und anschließend in reaktiven Versuchsreihen zur Ansteuerung von Treibstoffventilen eingesetzt. Als modellfreier Regler wurde der Extremwertregler weiterentwickelt, um an einem atmosphärischen Verbrennungsprüfstand eine möglichst hohe Konvergenzgeschwindigkeit der Regelung hin zu homogenen Selbstzündungen zu erzielen. Hierzu wurde ein diskreter Extremwertregler eingesetzt, der sowohl die erste als auch zweite Ableitung des zu optimierenden Gütefunktionalen schätzt.

Noch höhere Konvergenzgeschwindigkeiten erlauben modellbasierte Regelungsmethoden wie die iterativ lernende Regelung, die ebenfalls erfolgreich zur Regelung der Treibstoffeinspritzung mittels eines Proportionalventils eingesetzt werden konnte. Zur Ansteuerung eines Schaltventilarrays für die Treibstoffeinspritzung in einem erweiterten Versuchsaufbau wurden verschiedene, neuartige Konzepte einer ganzzahligen Regelung entwickelt und miteinander verglichen. Der Einsatz sowohl der modellfreien als auch der modellbasierten Regelungskonzepte am Prüfstand zeigte, dass durch eine Regelung die Homogenität der Selbstzündung erhöht und auch eine Druckerhöhung erreicht werden kann.

Eine modellbasierte Regelung wie die iterativ lernende Regelung kann jedoch nur verwendet werden, wenn auch im Betrieb einer realen Maschine ausreichend detaillierte Modelle entwickelt werden können und genügend Informationen über den Systemzustand zur Verfügung stehen. Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit befasst sich deshalb mit der Zustandsschätzung in einer Brennkammer einer stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung. Eine Rekonstruktion der gesamten Druck-, Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung einer

simulierten stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung gelang mit Hilfe eines Sigma-Punkt Kalman-Filters auf Basis von nur 5 Drucksensoren. Zur Verringerung des Rechenaufwands wurde das Kalman-Filter in Kombination mit einer Zustandsreduktion des zugrundeliegenden Modells eingesetzt.

Die vorliegende Arbeit zeigt somit, dass die entwickelten Regelungskonzepte einen entscheidenden Beitrag zur Realisierung einer stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung leisten können. Zudem legt sie durch die Entwicklung von ganzzahligen Regelungs- und Zustandsschätzmethoden für das Brennrrohr den Grundbaustein für zukünftige maschinennahe Umsetzungen einer stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	I
Kurzfassung	III
Inhaltsverzeichnis	V
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	VIII
Symbolverzeichnis	IX
1. Einleitung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Zielsetzung und Gliederung	3
2. Grundlagen	6
2.1. Verbrennung in Gasturbinen	6
2.1.1. Thermodynamik der Verbrennungsprozesse	6
2.1.2. Stoßfreie, explosionsartige Verbrennung	8
2.1.3. Mathematische Beschreibung der stoßfreien, explosionsartigen Ver- brennung	12
2.2. Modellreduktion	15
2.2.1. Überblick zu Modellreduktionsverfahren	15
2.2.2. Galerkin-Projektion mit Hauptkomponentenanalyse	16
2.3. Zustandsschätzung	18
2.3.1. Bayes-Zustandsschätzverfahren	18
2.3.2. Sigmapunkt-Kalman-Filter	19
2.4. Extremwertregelung	22
2.4.1. Allgemeine Struktur	22
2.4.2. Klassische Extremwertregelung	23
2.4.3. Konvergenz und Stabilität	23
2.4.4. Erweiterungen für Extremwertregler	24
2.4.5. Extremwertregelung für nicht dynamische Systeme	25
2.5. Iterativ Lernende Regelung	28
2.5.1. Allgemeine Struktur	28
2.5.2. Supervektordarstellung	28
2.5.3. Auslegung	30
2.5.4. Konvergenz und Stabilität	32
2.5.5. Beschränkte Iterativ Lernende Regelung	35

2.5.6. Ganzzahlige Iterativ Lernende Regelung	36
3. Zustandsschätzung	40
3.1. Zielsetzung	40
3.2. Zustandsschätzung der stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung	41
3.3. Ergebnisse	45
4. Gemischregelung	50
4.1. Zielsetzung	50
4.2. Wasserkanal	51
4.2.1. Versuchsaufbau	51
4.2.2. Modellidentifikation	53
4.2.3. Regelung	56
4.2.4. Ergebnisse	59
4.3. Nichtreaktiver Verbrennungsprüfstand – Proportionalventil	62
4.3.1. Versuchsaufbau	62
4.3.2. Modellidentifikation	63
4.3.3. Regelung	65
4.3.4. Ergebnisse	66
4.4. Nichtreaktiver Verbrennungsprüfstand – Schaltventilarray	68
4.4.1. Versuchsaufbau	68
4.4.2. Modellbildung	69
4.4.3. Regelung	70
4.4.4. Ergebnisse	71
5. Verbrennungsregelung	74
5.1. Zielsetzung	74
5.2. Reaktiver Verbrennungsprüfstand – Proportionalventil	75
5.2.1. Versuchsaufbau und -durchführung	75
5.2.2. Modellbildung	78
5.2.3. Regelung	80
5.2.4. Ergebnisse	84
6. Zusammenfassung und Ausblick	88
A. Anhang	91
A.1. Verhalten der ILR bei großer Schrittweitenbestrafung	91
A.2. Implementiertes Branch-and-Bound-Verfahren	92
A.3. Regelung höherdynamischer Konzentrationsprofile	93
A.4. ILR-Gütefunktion zur Berechnung der Varianz	95
A.5. ILR des reaktiven Prüfstands mit Gewichtung der Zündzeit	96
A.6. Stabilität der ILR am reaktiven Versuchsstand	97
Literaturverzeichnis	99

Abbildungsverzeichnis

1.1. Stromerzeugung in Deutschland.	2
1.2. Luft- und Treibstoffzufuhr in das Verbrennungsrohr.	4
2.1. T-s-Diagramm des Joule- und Humphrey-Kreisprozesses.	7
2.2. Thermischer Wirkungsgrad des Joule- und Humphrey-Kreisprozesses.	9
2.3. Schematische Darstellung eines idealen SEC-Zündvorgangs.	11
2.4. Reaktion von DME bei 8 bar mit detailliertem und vereinfachtem Modell. . .	13
2.5. Sigmapunkt-Kalman-Filter.	21
2.6. Allgemeine Struktur einer EWR.	22
2.7. Klassische Struktur einer EWR.	23
2.8. Struktur der in dieser Arbeit verwendeten EWR.	26
2.9. Darstellung des ILR-Konvergenzverhaltens anhand eines 2-D Höhenprofils. . .	39
3.1. Time-Update des SPKF für eine stark nichtlineare Systemdynamik.	44
3.2. SEC-Zustandsschätzung Teil 1.	46
3.3. SEC-Zustandsschätzung Teil 2.	47
4.1. Schematische Darstellung des Wasserkanals.	52
4.2. Detaillierte Darstellung der Einlassgeometrie.	53
4.3. Stationäre Messungen bei verschiedenen Farbstoffvolumenströmen.	54
4.4. Modellidentifikation am Wasserkanal.	55
4.5. Regelung des zeitlichen Konzentrationsprofils am Wasserkanal.	60
4.6. Regelung des örtlichen Konzentrationsprofils am Wasserkanal.	61
4.7. Schematische Darstellung des SEC-Prüfstands zur nichtreaktiven Konzentra- tionsmessung bei Verwendung eines Proportionalventils.	63
4.8. Modellidentifikation am nichtreaktiven SEC-Prüfstand.	64
4.9. Regelung des zeitlichen Konzentrationsprofils am nichtreaktiven SEC-Prüfstand Teil 1.	67
4.10. Schematische Darstellung des SEC-Prüfstands zur nichtreaktiven Konzentra- tionsmessung bei Verwendung eines Ventilarrays.	68
4.11. Autovalidierung des Prüfstands mit Schaltventilarray.	69
4.12. Regelung des zeitlichen Konzentrationsprofils am nichtreaktiven SEC-Prüfstand Teil 2.	73
5.1. Schematische Darstellung des SEC-Prüfstands zur reaktiven Verbrennungs- messung.	75
5.2. Detaillierte Darstellung der Aktuatorik und Sensorik des SEC-Prüfstands. . .	76
5.3. Schematischer Ablauf eines Zündzyklus am reaktiven Prüfstand.	77
5.4. Reproduzierbarkeit der Zündverzugszeiten.	81
5.5. Regelung des reaktiven Versuchsstands.	85
A.1. Regelung eines höherdynamischen, zeitlichen Konzentrationsprofils.	94
A.2. ILR des reaktiven Versuchsstands mit Gewichtung der Zündzeit.	97

Tabellenverzeichnis

3.1. Summe der Fehlerquadrate des Druck-, Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes für eine Zustandsschätzung mit 5 und 100 Drucksensoren.	49
4.1. Parameter der identifizierten, diskreten Modelle am Wasserkanal.	56

Symbolverzeichnis

Die in der Arbeit verwendeten Vektoren sind stets mit einem Unterstrich gekennzeichnet und als Spaltenvektoren definiert. Die Symbole der Matrizen sind groß geschrieben.

konstante Matrizen und Vektoren

$\underline{0}^n$	Vektor der Dimension n mit ausschließlich Nullen
$\mathbf{0}^n$	Matrix der Dimension $n \times n$ mit ausschließlich Nullen
$\underline{1}^n$	Vektor der Dimension n mit ausschließlich Einsen
$\mathbf{1}^n$	Matrix der Dimension $n \times n$ mit ausschließlich Einsen
\mathbf{I}^n	Einheitsmatrix der Dimension $n \times n$

Zahlenmengen

\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{N}_8	natürliche Zahlen inklusive Null und ≤ 8
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathcal{U}	Definitionsmenge der beschränkten, reellwertigen Stellgröße der ILR
$\bar{\mathcal{U}}$	Definitionsmenge der ganzzahligen Stellgröße der ILR
\mathcal{U}_b	reellwertige Definitionsmenge des b -ten Branch-and-Bound-Zweiges
\mathcal{U}_Δ	Definitionsmenge zulässiger Stellgrößensprünge der ILR
\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen
\mathbb{Z}_*	$\{-1, 0, 1\}$

Operatoren und Funktionen

eig	Eigenwert
\mathbb{E}	Erwartungswert
exp	Exponentialfunktion
\underline{f}	Systemdynamik
$\underline{f}_{\text{ILR}}$	Funktion, die das Stellgesetz des ILR definiert
h	Hammerstein-Funktion
max	bestimmt den größten Funktionswert (bei Vektoren elementweise)
$\mathcal{N}\{\cdot\}$	Normalverteilung
pdf	Wahrscheinlichkeitsverteilung
spur	Summe der Diagonalelemente einer Matrix
Θ	Heaviside-Funktion
$\bar{\rho}$	Spektralradius
$\bar{\sigma}$	maximaler Singulärwert

Variablen - lateinisch

a_{sin}	Amplitude einer sinusförmigen Perturbation der Stellgröße des EWR
A	Dynamikmatrix eines Zustandsraummodells
A_B	präexponentieller Faktor der Reaktionsgeschwindigkeit von Brennstoff zu Radikal
A_R	präexponentieller Faktor der Reaktionsgeschwindigkeit von Radikal zu Produkt
B	Eingangsmatrix eines Zustandsraummodells
c	Verstärkungsfaktor des reaktiven SEC-Modells
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
C	Messmatrix eines Zustandsraummodells
D	Durchgriff eines Zustandsraummodells
e_{norm}	normierter Regelfehler
E	Störungsmatrix eines Zustandsraummodells
E_B	normierte Aktivierungsenergie der Reaktionsgeschwindigkeit von Brennstoff zu Radikal
E_R	normierte Aktivierungsenergie der Reaktionsgeschwindigkeit von Radikal zu Produkt
E_s	spezifische totale Energie
g	Eintrag in der Matrix des Streckenmodells \tilde{G}
\hat{g}	linearer Anteil der geschätzten Gütefunktion der EWR
\bar{H}	Hesse-Matrix des Optimierungsproblems der ILR
\hat{H}	Hesse-Matrix der geschätzten Gütefunktion der EWR
J_{ILR}	Gütefunktion der ILR mit Gewichtung der Schrittweite
\tilde{J}_{ILR}	Gütefunktion der ILR ohne Gewichtung der Schrittweite
J_{EWR}	Gütefunktion der EWR
$\underline{J}_{\text{EWR}}$	Gütefunktion der EWR für mehrere Messzeitpunkte
\hat{J}_{EWR}	geschätzte Gütefunktion der EWR
$\hat{\underline{J}}_{\text{EWR}}$	geschätzte Gütefunktion der EWR für mehrere Messzeitpunkte
k_{kl}	Verstärkung der Gradienteninformation der klassischen EWR
K	Korrekturmatrix des Kalman-Filters
\hat{K}	Verstärkungsfaktor eines diskreten PT_1T_0 -Modells
L_{ILR}	Lernfilter der ILR
m	Parameter zur Berechnung der Treibstoffmenge
M	geschätzte eingespritzte Treibstoffmenge
$M_{\hat{R}}$	gewünschte einzuspritzende Treibstoffmenge
\hat{o}	stellgrößenunabhängiger Anteil der geschätzten Gütefunktion der EWR
o	stellgrößenunabhängiger Anteil der Gütefunktion der ILR
p	Druck
P	Unsicherheitsmatrix der Least-Squares-Schätzung
\hat{P}_x	Kovarianzmatrix des reduzierten Zustandsvektors der SEC-Simulation
\tilde{P}_x	Kovarianzmatrix des nicht reduzierten Zustandsvektors der SEC-Simulation
\hat{P}_y	Kovarianzmatrix des Residuums der Zustandsschätzung
Q_{ILR}	Stellgrößenfilter der ILR
Q	Kovarianzmatrix des Systemrauschens

Symbolverzeichnis

Q_R	spezifische Reaktionswärme
Q_U	an die Umgebung abgegebene Wärme der isobaren Verbrennung
Q'_U	an die Umgebung abgegebene Wärme der isochoren Verbrennung
Q_V	Reaktionswärme der isobaren Verbrennung
Q'_V	Reaktionswärme der isochoren Verbrennung
R_{fuel}	spezifische Gaskonstante des Brennstoffs
r_B	Reaktionsgeschwindigkeit von Brennstoff zu Radikal
r_{konst}	konstanter Anteil der Reaktionsgeschwindigkeit von Brennstoff zu Radikal
R	Kovarianzmatrix des Messrauschens
r_R	Reaktionsgeschwindigkeit von Radikal zu Produkt
s	Entropie
S	Matrix mit den einflussreichsten Eigenvektoren von \tilde{X}_{kov}
\tilde{S}	Matrix mit allen Eigenvektoren von \tilde{X}_{kov}
t	Zeit
t_{FE}	Endzeitpunkt der Treibstoffeinspritzung
t_{FS}	Startzeitpunkt der Treibstoffeinspritzung
t_Z	gemessener Zündzeitpunkt
\tilde{t}_Z	von Ausreißern befreite und über Iterationen gemittelte Zündzeit
\bar{t}_Z	über Sensoren gemittelte Zündzeit
$t_{Z,\text{soll}}$	Sollzündzeitpunkt
Δt	Abtastzeit
T	Temperatur
\hat{T}	Zeitkonstante eines diskreten PT_1T_0 -Modells in Sekunden
\tilde{T}	Totzeit eines diskreten PT_1T_0 -Modells in Abtastzeitschritten
u	skalare Stellgröße
\underline{u}	vektorielle Stellgröße
U_s	spezifische innere Energie
v	Geschwindigkeit
$\underline{v}_{\mathcal{N}}$	Systemrauschen
$\underline{v}_{\theta,}$	Vektor zum Rekonstruieren von \hat{J}_{EWR} , aus $\hat{\Phi}$
V	Volumen
$V_{\theta,}$	Matrix zum Rekonstruieren von \hat{J}_{EWR} , aus $\hat{\Phi}$
w^{\oplus}	Faktor zur Erhöhung eines variablem $W_{\Delta\mathcal{U}}$,
w^{\ominus}	Faktor zum Senken eines variablem $W_{\Delta\mathcal{U}}$,
w^E	Wichtungsfaktoren der Sigmapunkte für die Bestimmung des Erwartungswerts
$\underline{w}_{\mathcal{N}}$	Messrauschen
w^V	Wichtungsfaktoren der Sigmapunkte für die Bestimmung der Kovarianzmatrix
$w_{\Delta\mathcal{U}}$	Skalierungsfaktor von $W_{\Delta\mathcal{U}}$
$W_{\underline{\mathcal{E}}}$	Wichtungsmatrix des Regelfehlers der ILR
W_{LSQ}	Wichtungsmatrix der Datenpunkte einer Least-Squares-Schätzung
W_{t_Z}	Wichtungsfaktor der Abweichung vom Sollzündzeitpunkt
W_T	Turbinenarbeit der isobaren Verbrennung
W'_T	Turbinenarbeit der isochoren Verbrennung
$W_{\Delta\mathcal{U}}$	Wichtungsmatrix der Stellgrößenänderung der ILR
$W_{\underline{\mathcal{U}}}$	Wichtungsmatrix der Stellgröße der ILR
W_V	Verdichterarbeit
W_{Var}	Wichtungsfaktor der Varianz der Zündzeitpunkte

Symbolverzeichnis

x	Ortskoordinate im Verbrennungsrohr
\underline{x}	Zustandsvektor
$\hat{\underline{x}}$	Schätzung des reduzierten Zustandsvektors (der SEC-Simulation)
$\tilde{\underline{x}}$	Auf Eigenmoden transformierter Zustandsvektors
$\underline{\hat{x}}$	nicht reduzierter Zustandsvektor/ Zustandsvektor der SEC-Simulation
$\underline{\hat{x}}_{\text{mean}}$	über die Datenpunkte gemittelter, nicht reduzierter Zustandsvektor
\tilde{X}	Datenmatrix der Hauptkomponentenanalyse
\tilde{X}_{kov}	Kovarianzmatrix des Zustandsvektors
\tilde{X}_{kov}	Kovarianzmatrix des transformierten Zustandsvektors
y	skalare Messgröße
\underline{y}	Messgrößenvektor
$\underline{\hat{y}}$	Messvektor der SEC-Simulation
Y	Massenanteil einer chemischen Spezies
\dot{Y}	Zeitableitung des Massenanteils einer chemischen Spezies
\underline{Y}	Vektor der Massenanteile aller chemischen Spezies
$\underline{\dot{Y}}_{\text{chem}}$	Vektor der Zeitableitungen der Massenanteile aller chemischen Spezies
$Y_{\text{B,krit}}$	Brennstoffmassenanteil, bei dessen Unterschreitung die Energiefreisetzung startet
\underline{z}	vektorielle Störgröße

Dimensionen

n	Dimension des nicht reduzierten Zustandsvektors
q	Anzahl der zur Hauptkomponentenanalyse verwendeten Datenpunkte
r	Dimension des zu schätzenden, reduzierten Zustandsvektors
\tilde{s}	Anzahl Datenpunkte in der Supervektordarstellung
$\tilde{\tilde{s}}$	Anzahl ganzzahliger Stellgrößen in der Supervektordarstellung

Hoch- und Tiefstellungen

a	Index der physikalischen Größen des Simulators
b	Index der Unterprobleme beim Branch-and-Bound-Verfahren
i	Index der Sigmapunkte
j	Index der Photodioden
\tilde{j}	Index der Photodioden bzw. der Stützpunkte der Ventilansteuerung
k, \tilde{k}	Iterationsindizes
l, \tilde{l}	Indizes der zeitlichen Diskretisierung

Variablen - kalligraphisch

$\Delta \underline{\mathcal{U}}$	berechnete Änderung der Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\Delta \tilde{\underline{\mathcal{U}}}$	Änderung der Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\Delta \underline{\mathcal{U}}^*$	Änderung der Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung im Vergleich zur letzten unbeschränkten Stellgröße
$\underline{\mathcal{E}}$	berechneter Regelfehler der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{E}}}$	Regelfehler der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{E}}_{\text{konv}}$	konvergierter Regelfehler der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{G}}$	Modell der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{G}}}$	reale Strecke der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{G}}}$	Menge unsicherer bzw. linearisierter Streckenmodelle der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{R}}}$	Führungsgröße der ILR in Supervektordarstellung
\mathcal{T}_Z	Stellgrößenunabhängiger Anteil im Zündzeiten-Modell
$\underline{\mathcal{U}}$	berechnete Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{U}}}$	Stützpunkt des Stellgrößenvektors der ILR
$\underline{\tilde{\mathcal{U}}}$	Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\tilde{\mathcal{U}}}$	ganzzahliger Untervektor von $\tilde{\underline{\mathcal{U}}}$
$\underline{\tilde{\mathcal{U}}}$	reellwertiger Untervektor von $\tilde{\underline{\mathcal{U}}}$
$\underline{\mathcal{U}}^*$	Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung ohne Beachtung der Stellgrößenbeschränkung
$\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}}$	konvergierte Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{U}}_{\text{max}}$	obere Stellgrößenbeschränkung der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{U}}_{\text{min}}$	untere Stellgrößenbeschränkung der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{U}}_{\text{opt}}$	optimale Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{U}}_{\text{opt}}$	optimale mixed-integer Stellgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{Y}}$	berechnete Messgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{Y}}}$	Messgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\underline{\mathcal{Z}}$	berechnete Störgröße der ILR in Supervektordarstellung
$\tilde{\underline{\mathcal{Z}}}$	Störgröße der ILR in Supervektordarstellung

Variablen - griechisch

α	Skalierungsfaktor zur Streuung der Sigmapunkte
β	Korrekturfaktor der Wichtung der Sigmapunkte
$\underline{\gamma}$	Korrekturfaktor der rekursiven Least-Squares-Schätzung
η	Effizienz der isobaren Verbrennung
η'	Effizienz der isochoren Verbrennung
θ	perturbierte Stellgröße der EWR
$\underline{\theta}$	perturbierter Stellgrößenvektor der EWR
$\tilde{\theta}$	unperturbierte Stellgröße der EWR
$\underline{\tilde{\theta}}$	unperturbierter Stellgrößenvektor der EWR
$\hat{\underline{\theta}}$	unperturbierter Stellgrößenvektor der EWR vor der Schrittweitenbeschränkung
θ_m	Amplitude der Perturbation der Stellgröße des EWR
θ_{\max}	maximale Schrittweite der EWR
$\underline{\theta}_{\text{pert}}$	Perturbation der Stellgröße des EWR
κ	Isentropenexponent
λ	Vergessensfaktor für die Wichtung vergangener Datenpunkte einer Least-Squares-Schätzungen
$\tilde{\Lambda}$	Matrix mit Eigenwerten von \tilde{X}_{kov}
ρ	Dichte
σ_θ	Schrittweite eines Gradientenschritts der EWR
τ	Zündverzugszeit
τ_E	Zündverzugszeit des zum Ende eingespritzten Treibstoffs
τ_S	Zündverzugszeit des zu Beginn eingespritzten Treibstoffs
$\hat{\Phi}$	geschätzter Gradient der Gütefunktion der EWR
$\underline{\hat{\Phi}}$	geschätzter Parametervektor der Gütefunktion der EWR
χ	Sigmapunkt
ω_{\sin}	Kreisfrequenz einer sinusförmigen Perturbation der Stellgröße der EWR

Abkürzungen

aCVC	Verbrennung bei annähernd konstantem Volumen (engl.: approximate constant volume combustion)
CVC	konstante Volumen-Verbrennung (engl.: constant volume combustion)
DME	Dimethyether
EWR	Extremwertregelung
ILR	iterativ lernende Regelung
PDC	Detonationsverbrennung (engl.: pulsed detonation combustion)
PI-	Regler mit Proportional- und Integralanteil
Regler	
RDE	rotierende Detonationsverbrennung (engl.: rotating detonation engine)
SEC	stoßfreie, explosionsartige Verbrennung (engl.: shockless explosion combustion)
SFB	Sonderforschungsbereich
SISO	Eingrößensystem/-regler (engl.: single-input single-output)
SPKF	Sigmapunkt-Kalman-Filter
ZOH	Zero-Order-Hold

1. Einleitung

1.1. Motivation

Der Klimaschutz ist eine der zentralen Herausforderungen der kommenden Generationen. Die Bundesregierung hat sich deshalb 2007 im „Integrierten Energie- und Klimaprogramm“ das Ziel gesetzt, die Treibhausgase bis 2020 um mindestens 40 % und bis 2050 um mindestens 80 % im Vergleich zum Stand von 1990 zu reduzieren. Dies soll durch eine Reduktion des Energieverbrauchs, eine Erhöhung des Anteils erneuerbarer Energien und eine Steigerung der Effizienz der Stromgewinnung erreicht werden.

Neben regenerativen Energieträgern ist auch der Anteil der Gasturbinen für die Energiewandlung in Deutschland in den letzten Jahrzehnten gewachsen. Neben ihrem Einsatz in Flugzeugen aufgrund ihrer hohen Leistungsdichte werden sie heutzutage wegen ihres hohen Wirkungsgrads, in Kombination mit Dampfturbinenkraftwerken von ca. 60 %, auch zunehmend zur Stromerzeugung genutzt. So betrug im Jahr 2016 der Anteil der Gaskraftwerke an der maximal erzeugbaren Leistung, dargestellt durch die installierte Leistung in Abb. 1.1 a, und des tatsächlich erzeugten Stroms in Deutschland jeweils ca. 13 %, vgl. Abb. 1.1 b. Im Vergleich hierzu betrug der Anteil der Gaskraftwerke an dem tatsächlich erzeugten Strom in Deutschland im Jahre 1990 nur 6.5 % [1, 2].

Jedoch nicht nur ihr hoher Wirkungsgrad begründet die Relevanz von Gaskraftwerken. Weitere Vorteile liegen in der Flexibilität bezüglich der Wahl des Brennstoffs, vergleichsweise geringen Investitionskosten sowie insbesondere in der schnellen Regelbarkeit der erzeugten Leistung. Letztere wird in diesem Maße nicht von Kohle- oder Atomkraftwerken erreicht.

Aus Abb. 1.1 wird deutlich, dass der Anteil maximal erzeugbarer Leistung durch erneuerbare Energien deutlich über dem durchschnittlich produzierten Anteil liegt. Dies ist auf den starken Einfluss des Wetters auf die Stromerzeugung durch Wind und Sonne zurückzuführen. So konnte der Energiebedarf in Deutschland am 1.1.2018 sogar zu 100 % durch erneuerbare Energien gedeckt werden. Dies erfordert jedoch im Gegenzug das Senken der Stromerzeugung durch die übrigen Kraftwerke, sodass kurzfristig leistungsvariable Kraftwerke wie Gaskraftwerke eine notwendige Ergänzung zur Energiegewinnung aus erneuerbaren Energien darstellen [1].

Trotz einer Verdreifachung der installierten Leistung von erneuerbaren Energieträgern bis 2016 gelingt der Abbau der Treibhausgasemission bisher nicht im gewünschten Maße, sodass die Klimaziele für 2020 aufgegeben wurden. Zu geringe Fortschritte sind in vielen Bereichen des Klimaschutzes zu verbuchen. Auch bei den Gasturbinen verlangsamte sich der Fortschritt in der Effizienzsteigerung [3]. So sind einer zusätzlichen Effizienzsteigerung, die bisher vor allem durch eine Erhöhung des Verdichtungsverhältnisses und der Turbineneintrittstemperatur des verbrannten Gases erreicht wurde, durch Materialgrenzen und aufgrund hoher Stickoxidproduktion Grenzen gesetzt. Es besteht deshalb Konsens, dass zu einer weiteren deutlichen Effizienzsteigerung in Gasturbinen die Integration neuer Technologien notwendig ist. Das grundlegende Konzept der Gasturbine, bestehend aus der Verdich-

1. Einleitung

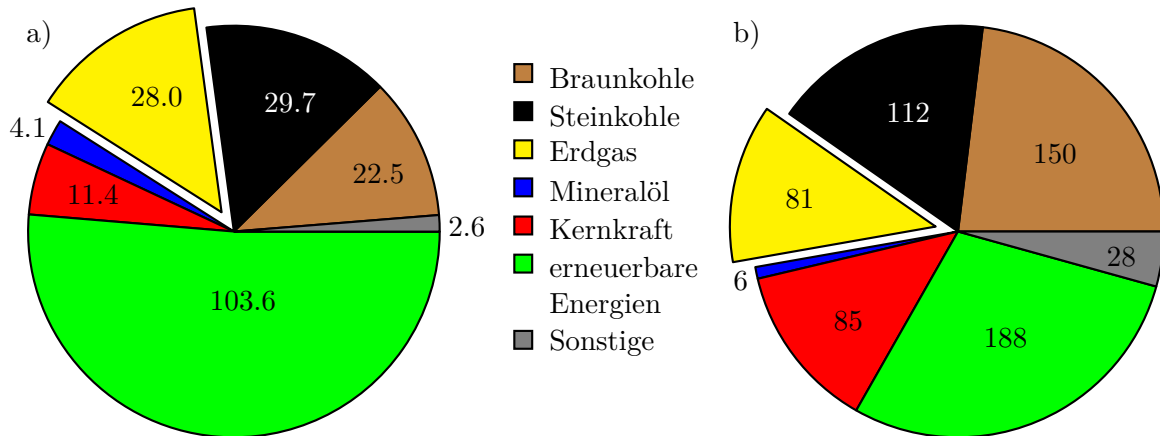


Abbildung 1.1.: Stromerzeugung in Deutschland

a) Installierte elektrische Leistung nach Energieträgern (2016) in MW (exklusive konventionellen Kraftwerken bis 1 Megawatt) [1]

b) Bruttostromerzeugung nach Energieträgern (2016) in TWh [2].

tung der Luft im Kompressor, isobarer Verbrennung mit Brennstoffen in der Brennkammer und Energiegewinnung durch Expansion des Gases in der Turbine, muss somit überdacht werden [4].

In internationalen Projekten (NEVAC, ULTIMATE, REVAP) zur Effizienzerhöhung von Flugzeuggasturbinen werden Verbesserungspotentiale des Verbrennungsprozesses vor allem durch eine Wärmerückführung, Zwischenkühlung, sequentielle Verbrennung und druckerhöhende Verbrennung gesehen. All diese Maßnahmen bieten die Möglichkeit, den Wirkungsgrad des thermodynamischen Kreisprozesses zu erhöhen. Auch wenn vor allem bei der Zwischenkühlung große Wirkungsgradsteigerungen [4] zu prognostizieren sind, ist der zusätzliche bautechnische Aufwand bei einer Wärmerückführung, Zwischenkühlung und sequentiellen Verbrennung sehr hoch.

Zum Erreichen einer druckerhöhenden Verbrennung in Flugzeug- oder stationären Gasturbinen sind derzeit verschiedene Technologien Stand der Forschung. Der intuitivste Weg ist, die im Ottomotor verwendete Konstant-Volumen-Verbrennung, engl. constant volume combustion (CVC), in geschlossenen Zylindern direkt auf eine Gasturbine zu übertragen. Diese kolbenbasierte Variante und die Verbrennung in einer Brennkammer mit sich neigender Scheibe wird derzeit im ULTIMATE-Projekt untersucht. Ein Nachteil der Verbrennung in geschlossenen Brennräumen ist jedoch der pulsierende Betrieb, die geringe Leistungsdichte und die Notwendigkeit von beweglichen Teilen bei hohen Temperaturen und Drücken. Ein annähernd kontinuierlicher Betrieb kann in einer Wellenrotor-Konfiguration realisiert werden, bei der die Verbrennung in zeitweilig verschlossenen, rotierenden Rohren stattfindet [5].

Zudem werden Methoden entwickelt, um in nicht abgeschlossenen Brennkammern eine druckerhöhende Verbrennung zu erreichen. Hierzu muss die Verbrennung so schnell ablaufen, dass sich das Gas während der Verbrennung nicht vollständig ausdehnen kann. Dies ist bei einer detonativen Verbrennung der Fall. In einem sogenannten Pulsed Detonation Combustor (PDC) kann durch hohen Energieaufwand eine Detonation erzeugt werden. Um diesen hohen Energieaufwand zu vermeiden, kann auch zunächst eine deflagrative Verbren-

1. Einleitung

nung gezündet werden. Anschließend wird in einem Verbrennungsrohr durch Hindernisse die Turbulenz und somit die Verbrennungsfront vergrößert, sodass sich die Verbrennungsgeschwindigkeit erhöht. Hierdurch gelingt der Übergang zu einer detonativen Verbrennung, die durch eine sich mit Überschallgeschwindigkeit fortbewegende Stoßfront charakterisiert ist, welche die weitere Verbrennung initiiert. Durch den Übergangsprozess von deflagrativer Verbrennung zu detonativer Verbrennung kann jedoch ein Teil des Potenzials einer CVC nicht genutzt werden [6].

Dieser Nachteil wird hingegen in Rotating Detonation Engines (RDE) vermieden, da in diesen eine rotierende Detonationswelle dauerhaft aufrecht erhalten wird. Zudem lässt sich der pulsierende Charakter der PDC mindern. Jedoch konnte die RDE bisher nur über kurze Zeiträume betrieben werden, da durch ihre hohe Energiedichte Kühlprobleme auftreten. Zusätzlich sorgt die Stoßwelle, die sowohl bei der PDC als auch bei der RDE auftritt, für hohe Lärm- und Bauteilbelastungen sowie zu exergetischen Verlusten, da die Energie der Stoßwelle nicht verlustfrei in der Turbine in Arbeit umgewandelt werden kann [6].

Diese Stoßwelle könnte in einer stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung, engl. Shockless Explosion Combustion (SEC), vermieden werden, indem das Brennstoffgemisch homogen durch eine Selbstzündung verbrannt wird. Dieses neuartige Verbrennungskonzept ist derzeit Forschungsgegenstand im Sonderforschungsbereich (SFB) 1029. Durch die nahezu zeitgleiche Verbrennung des gesamten Treibstoffs in einem Brennrohr kommt es zu einer Verbrennung bei annähernd konstantem Volumen, engl. approximate constant volume combustion (aCVC). Da sich das Gas während der Verbrennung kaum ausdehnen kann, ist auch diese Verbrennungsform mit einer Druckerhöhung und somit einem höheren Wirkungsgrad des Verbrennungsprozesses verbunden. Zudem bietet die SEC durch im Rohr entstehende resonante Druck- und Saugwellen eine Methode zur Wiederbefüllung des Verbrennungsrohres mit Frischgas. Eine Vorgehensweise zur Wiederbefüllung ist hingegen bei einigen anderen druckerhöhenden Verbrennungskonzepten in Verbindung mit einer Turbine noch nicht geklärt.

Diese Vorteile machen die Umsetzung des Verbrennungskonzepts der SEC zu einem attraktiven Forschungsprojekt, bei dem die größte Herausforderung in der Realisierung einer homogenen Selbstzündung liegt. Die vorliegende Arbeit soll durch die Entwicklung regelungstechnischer Methoden dem Vorantreiben dieses Forschungsziels dienen.

1.2. Zielsetzung und Gliederung

Ziel der Arbeit ist die Regelung der homogenen Selbstzündung an einem experimentellen Aufbau, sowie die Bereitstellung von Methoden für zukünftige Entwicklungsphasen der SEC. In dem zu diesem Zweck zur Verfügung stehenden Verbrennungsprüfstand kann Treibstoff in einem Brennrohr durch hohe Temperaturen zur Selbstzündung gebracht werden. Die Aufgabe der Regelung der aCVC besteht darin, jedes Treibstoffpartikel selbständig zum möglichst gleichen Zeitpunkt zu zünden. Dies ist vor allem deshalb nicht einfach zu realisieren, weil die Einspritzung des Treibstoffs in den Luftstrom nur am Anfang des Rohres stattfindet und das Gemisch anschließend in das Rohr konvektiert, siehe Abb. 1.2. Jedes Treibstoffpartikel besitzt somit eine unterschiedliche Aufenthaltszeit im Rohr, die wiederum den Zündzeitpunkt beeinflusst. Diesem Einfluss, sowie weiteren Störungen des Prozesses, sind durch eine Regelung entgegen zu wirken.

1. Einleitung

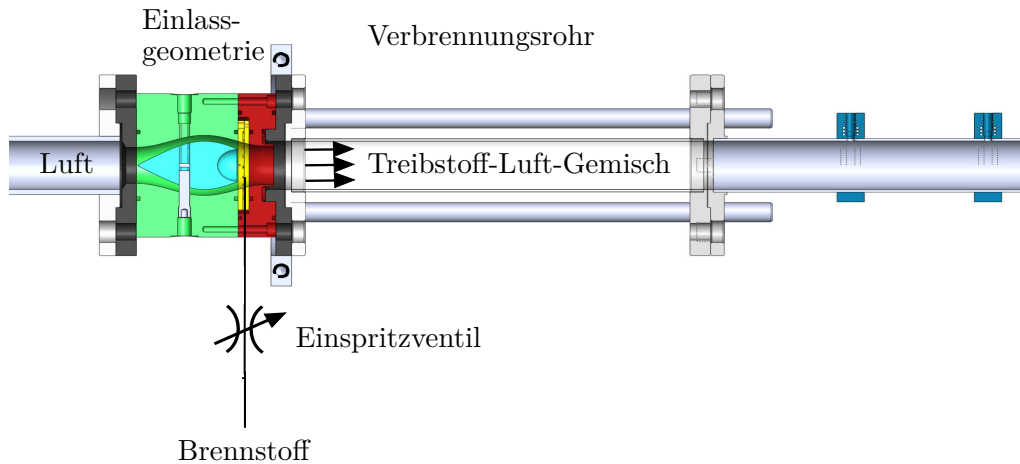


Abbildung 1.2.: Luft- und Treibstoffzufuhr in das Verbrennungsrohr [7].

Von den maßgeblichen Einflussfaktoren auf den Zündzeitpunkt wie Druck, Temperatur und Treibstoffmenge ist nur letztere an einem Prüfstand in der geforderten Dynamik einstellbar. Die Öffnung der für die Einspritzung verwendeten Ventile ist somit die Stellgröße, mit der das gewünschte Zündverhalten eingeregelt werden soll. Regelungen im herkömmlichen Sinn sind bei diesem System jedoch nicht möglich, da der zu einem Zeitpunkt eingespritzte Treibstoff im weiteren Verlauf nur noch dem konvektiven Prozess unterliegt und die Zündzeit dieses Treibstoffpakets nicht mehr beeinflusst werden kann. Eine Regelung kann somit auf Informationen über den aktuellen Befüllungsvorgang nicht mehr reagieren, sodass bezüglich einer einzelnen Zündung nur eine Steuerung des Einspritzvorgangs möglich ist. Das Ziel kann es somit nur sein, aus vergangenen Zündvorgängen zu lernen, um so die Befüllung von Zündung zu Zündung zu verbessern.

Weil es bei einer Gasturbine nicht möglich ist, viele Sensoren in der Brennkammer einzubauen, stehen dem Regler jedoch nur wenige Messinformationen über die vergangenen Zündungen zur Verfügung. Um das Regelungsproblem dennoch zu lösen, sollen in dieser Arbeit zwei Wege verfolgt werden.

Zum einen besteht die Möglichkeit einer modellfreien Regelung, die allein auf Basis vergangener Zündungen die Einspritzung online optimiert. Hier bietet sich eine Extremwertregelung (EWR) an, die bereits im automobiltechnischen Bereich [8, 9] für von Zündung zu Zündung lernende Zündzeitregelungen eingesetzt wurde. Der Nachteil modellfreier Optimierungsverfahren ist deren vergleichsweise geringe Konvergenzgeschwindigkeit. Um dem entgegen zu wirken, soll eine neuartige diskrete EWR entwickelt werden, die eine höhere Konvergenzordnung erlaubt.

Zum anderen soll ein modellbasiertes Verfahren eingesetzt werden. Entsprechende Treibstoffregelungen wurden bereits in [10] für die Anwendung in einer PDC sowie in [11] für eine Common-Rail-Hochdruckeinspritzung durchgeführt. In zuerst genannter Anwendung erfolgte die Regelung der Treibstoffkonzentration an zwei Rohrpositionen mit entkoppelten PI-Reglern, die das Einspritzprofil aus zwei Stellgrößen von Zyklus zu Zyklus verbessern. Für die SEC ist eine genauere Regelung der Treibstoffschichtung mit Hilfe einer höheren Anzahl an Treibstoffsensoren nötig, mit denen eine entkoppelte Regelung nicht möglich ist.

1. Einleitung

Die Iterativ Lernende Regelung (ILR), die in [11] zur Regelung der insgesamt eingespritzten Treibstoffmenge verwendet wurde, lässt sich hingegen auch auf den bei der SEC benötigten Mehrgrößenfall anwenden. Die ILR ist ein Verfahren für sich zyklisch wiederholende Vorgänge und somit sehr gut für die Regelung der SEC geeignet. Zum Einsatz der ILR ist es notwendig, Strömungs- sowie Verbrennungsmodelle zu entwickeln, die als Basis für ein konvergentes Regelungsverhalten dienen.

Um bei einer solchen Modellbildung möglichst viele Informationen über die Zündung nutzen zu können, soll zudem ein Zustandsschätzverfahren für die SEC entwickelt werden. Eine in Gasturbinen häufig gewählte Methode ist das Kalman-Filter [12]. Auch auf dem Gebiet der Strömungsschätzung wird es eingesetzt, ist jedoch meist nicht echtzeitfähig. Es muss somit das Ziel sein, ein Verfahren zu entwickeln, das die relevanten Größen während einer SEC schätzen kann, jedoch keinen zu hohen Rechenbedarf mit sich bringt. Hierzu wird das Kalman-Filter in der vorliegenden Arbeit mit Modellreduktionsmethoden kombiniert.

Zur Entwicklung der genannten Methoden und zum Erreichen der Ziele wurde in dieser Arbeit folgende Vorgehensweise gewählt: Zunächst wurden eine Methode zur Zustandsschätzung im Verbrennungsrohr und eine modellbasierte sowie eine modellfreie Regelung entwickelt. Die Zustandsschätzung wurde an einer Simulationsumgebung getestet und lieferte eine Abschätzung über den zu erwartenden Informationsgewinn sowie die benötigte Sensorik.

Die Entwicklung der Treibstoffregelung erfolgte parallel an einem Wasserkanal, in dem die Verteilung des Brennstoffs im Rohr bei vergleichbarer Reynolds-Zahl untersucht wurde. Ziel war die Regelung einer gewünschten Treibstoffschichtung entlang des Verbrennungsrohres. Zudem wurde untersucht, ob das örtliche Treibstoffprofil mit einem zeitlichen, an einer Position gemessenen Profil abgeschätzt werden kann, um so mit Hilfe nur eines einzigen Sensors die Gemischbildung im Rohr regeln zu können.

Eine entsprechende Regelung wurde anschließend am SEC-Prüfstand umgesetzt. Hierdurch konnte ermittelt werden, ob mit dem gegebenen Versuchsaufbau innerhalb der zur Verfügung stehenden Einspritzzeit eine gewünschte Treibstoffschichtung eingestellt werden kann. Weil die Dynamik von Proportionalventilen zwar für den in dieser Arbeit behandelten atmosphärischen Prüfstand, jedoch nicht für eine Hochdruckverbrennung ausreichend ist, war der Versuchsaufbau auf ein Schaltventilarray zu erweitern. Dies bedingte auch eine Erweiterung der Regelung auf die Ansteuerung einer diskreten Anzahl an Ventilen.

Abschließend erfolgte die Regelung der SEC unter reaktiven Bedingungen. Hierzu mussten zunächst sinnvolle Messgrößen zur Detektion der Güte der Zündung ermittelt werden. Die zuvor entwickelten Regelungsmethoden wurden mit diesem Regelziel eingesetzt, um eine möglichst homogene Zündung zu erzeugen. Zudem wurden weitere Regelziele wie die umzusetzende Treibstoffmenge verfolgt.

Die Darstellung der erzielten Ergebnisse ist wie folgt gegliedert: Zunächst werden die SEC inklusive eines Simulationsmodells, die Konzepte der Zustandsschätzung und die verwendeten Regelungsmethoden in Kapitel 2 beschrieben. In Kapitel 3 erfolgt die Darstellung der Ergebnisse der Zustandsschätzung. Die Regelung der Gemischbildung in Kapitel 4 beinhaltet die Experimente am Wasserkanal sowie am nichtreaktiv betriebenen SEC-Versuchsstand. Die Anwendung der Regelungskonzepte am reaktiven Versuchsstand wird in Kapitel 5 beschrieben. Abschließend enthält Kapitel 6 eine Zusammenfassung sowie einen Ausblick.

2. Grundlagen

2.1. Verbrennung in Gasturbinen

2.1.1. Thermodynamik der Verbrennungsprozesse

In diesem Kapitel soll zunächst die Funktionsweise einer herkömmlichen Gasturbine erläutert werden. Zudem soll eine Effizienzbetrachtung für den idealen Kreisprozess mit isobarer Verbrennung durchgeführt und mit der im Fokus dieser Arbeit liegenden isochoren Verbrennung verglichen werden.

Die Gasturbine ist eine Verbrennungskraftmaschine, in der durch die Verbrennung von Kraftstoff Energie gewonnen wird, die anschließend in mechanische Arbeit umgewandelt wird. Diese Arbeit wird bei stationären Gasturbinen zur Stromgewinnung durch Generatoren genutzt. Im Flugbetrieb wird die Energie als kinetische Energie zum Antrieb des Flugzeugs genutzt.

Die Gasturbine besteht im Wesentlichen aus drei Komponenten: dem Verdichter, der Brennkammer und der Turbine. Durch den Verdichter wird Umgebungsluft angesaugt und über mehrere Verdichterstufen komprimiert. Hierbei steigt der Druck, die Dichte und die Temperatur der Luft an. Geht man von einem verlustfreien Kompressor aus, so lässt sich die Verdichtung als isentroper Prozess beschreiben. In der Brennkammer wird Treibstoff in die komprimierte Luft gemischt und verbrannt. Bei herkömmlichen Gasturbinen erfolgt die Verbrennung kontinuierlich, vergleichbar der Verbrennung in einem Bunsenbrenner. Das Gas expandiert während der Verbrennung, wobei der Druck näherungsweise konstant bleibt. Das verbrannte Gas wird anschließend in der Turbine bei idealer Betrachtung isentrop entspannt. Mit einem Teil der hierbei frei werdenden Volumenänderungsarbeit wird über eine mechanische Welle der Verdichter angetrieben. Die verbleibende Energie wird beispielsweise bei stationären Gasturbinen über einen Generator in elektrische Energie umgewandelt. Ist das Gas auf Umgebungsdruck entspannt, wird es an die Umgebung abgegeben. Die verbleibende Wärme des Abgases geht dabei verloren. Bei stationären Gasturbinen könnte die Temperatur noch in einer Dampfturbine genutzt werden, um den Wirkungsgrad zu steigern. Dies soll allerdings bei der folgenden Effizienzberechnung nicht betrachtet werden.

Der Joule-Prozess, der ideale Kreisprozess der herkömmlichen Gasturbine, ist im T-s-Diagramm (Abb. 2.1) in grün dargestellt. Dabei wird im Folgenden vereinfachend die Temperaturabhängigkeit des Isentropenkoeffizienten κ vernachlässigt. Dies beeinflusst die Ergebnisse jedoch nicht qualitativ. Zustand 1 stellt hierbei den Zustand der Umgebungsluft dar, die von der Gasturbine angesaugt wird. Der Übergang von Zustand 1 zu Zustand 2 entspricht der isentropen Kompression im Verdichter. Hierzu muss die technische Arbeit $W_V = - \int_1^2 V dp$ dem System zugeführt werden. Die isobare Wärmezufuhr $Q_V = \int_2^3 T ds = c_p(T_3 - T_2)$ durch die Verbrennung führt zum Zustand 3. Dabei ist die Menge der zuführbaren Wärme durch die Temperaturbelastbarkeit der Bauteile beschränkt. Die maximale Temperatur, die im Zustand 3 erreicht werden darf, ist durch die zulässige Turbineneintrittstempera-

2. Grundlagen

tur beschränkt. Hierbei wird vereinfachend angenommen, dass die Temperatur nach der Verbrennung der Turbineneintrittstemperatur entspricht. Somit ist die maximale Verbrennungstemperatur durch die Turbineneintrittstemperatur begrenzt. Bei der isentropen Entspannung in der Turbine wird die technische Arbeit $W_T = -\int_3^4 V dp$ gewonnen. Abschließend wird die verbleibende Wärme bei konstantem Druck an die Umgebung abgegeben $Q_U = \int_4^1 T ds = c_p(T_1 - T_4)$.¹

Dieser Kreisprozess soll mit der in dieser Arbeit thematisierten stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung verglichen werden. Der wesentliche thermodynamische Unterschied ist hierbei die nahezu isochor stattfindende Verbrennung, bei der die Verbrennungsenergie $Q'_V = \int_2^3 T ds = c_v(T_3 - T_2)$ dem System zugeführt wird. Der zugehörige, idealisierte Humphrey-Kreisprozess ist in (Abb. 2.1) in blau dargestellt. Die Größen des isochoren Kreisprozesses sind durch ein Apostroph gekennzeichnet. Auch hier wurde die maximal auftretende Temperatur durch die Turbineneintrittstemperatur beschränkt.

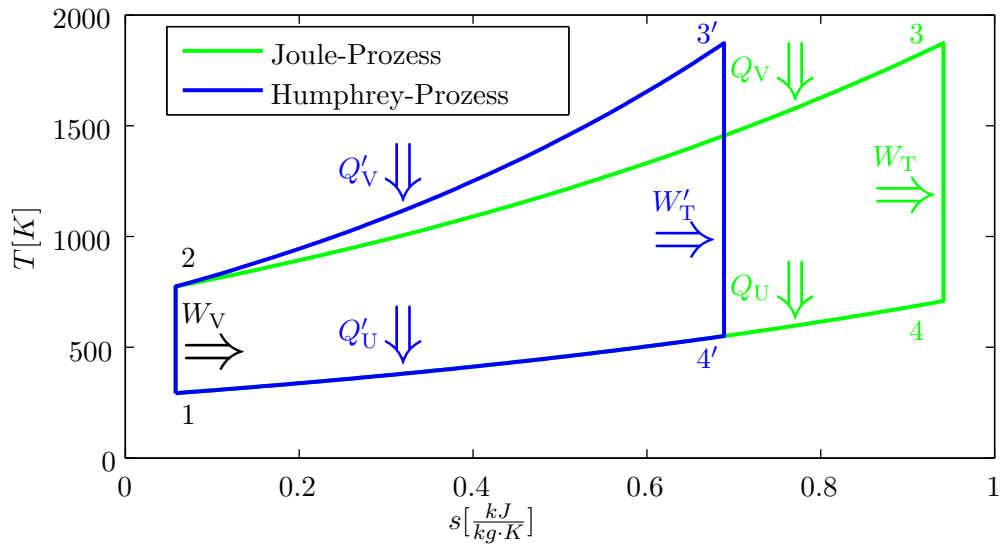


Abbildung 2.1.: T-s-Diagramm des Joule- und Humphrey-Kreisprozesses bei gleicher maximaler Turbineneintrittstemperatur (T_3).

Um beide Prozesse miteinander zu vergleichen, soll der thermische Wirkungsgrad als Kriterium herangezogen werden. Der thermische Wirkungsgrad der Gasturbine wird als Verhältnis zwischen gewonnener Arbeit und eingebrachter Wärme definiert.

$$\eta = \frac{|W_T| - W_V}{Q_V} \quad (2.1)$$

Aufgrund der Energieerhaltung ist in einem Kreisprozess die Summe der eingebrachten und entnommenen Arbeit sowie Wärme 0. Da die Prozesse in Verdichter und Turbine als isentrop angenommen wurden, kann hier die Summe der Verdichter- und Turbinenarbeit durch die

¹Vom System abgegebene Energie wird hier, wie in der Thermodynamik üblich, mit negativen Werten angegeben.

2. Grundlagen

Summe der Wärmemengen ausgedrückt werden.

$$\eta = \frac{Q_V - |Q_U|}{Q_V} \quad (2.2)$$

Diese Wärmemengen lassen sich durch die Flächen im T-s-Diagramm unter der Kurve $2 \rightarrow 3$ und $4 \rightarrow 1$ bestimmen. Die gewonnene Arbeit lässt sich somit als umschlossene Fläche im Kreisdiagramm ablesen. Für den thermischen Wirkungsgrad bei isobarer Verbrennung ergibt sich rechnerisch:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}. \quad (2.3)$$

Der thermische Wirkungsgrad einer herkömmlichen Gasturbine hängt bei Betrachtung des idealisierten Kreisprozesses somit nur vom Verhältnis der Temperaturen im Zustand 1 und Zustand 2 im Kreisdiagramm, und damit vom Verdichtungsverhältnis, ab.

Die Effizienz des isochoren Kreisprozesses kann analog bestimmt werden. Unter Beachtung der isochoren Wärmezufuhr $Q'_V = c_v(T_3 - T_2)$ ergibt sich eine komplexere Abhängigkeit:

$$\eta' = \frac{Q'_V - |Q'_U|}{Q'_V} = \frac{T_3 - T_2 - \kappa(T_4 - T_1)}{T_3 - T_2} \quad (2.4)$$

$$= \frac{T_3 - T_2 - \kappa T_1 \left(\left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{1/\kappa} - 1 \right)}{T_3 - T_2}, \quad (2.5)$$

wobei $\kappa = c_p/c_v$ der Isentropenexponent ist.

Zur Veranschaulichung ist in Abb. 2.2 die Effizienz beider Zyklen in Abhängigkeit des Verdichtungsverhältnisses dargestellt. Der Wirkungsgrad des Humphrey-Prozesses ist für drei verschiedene Turbineneintrittstemperaturen T_3 dargestellt, während die Effizienz des Joule-Prozesses unabhängig von T_3 ist. Es ist zu erkennen, dass der thermodynamische Wirkungsgrad des Kreisprozesses mit CVC für jede Turbineneintrittstemperatur T_3 größer ist als das isobare Pendant bei gleichem Verdichtungsverhältnis. Zu beachten ist allerdings, dass die bei der Gleichraumverbrennung auftretenden Drücke deutlich größer sind und dass die gewonnene Arbeit pro Zyklus geringer ist als im isobaren Fall, vgl. Abb. 2.1. Aus letzterem Grund ist bei gleichem Luftvolumendurchsatz die Leistung einer isochor verbrennenden Gasturbine geringer zu erwarten. Dies führt zu einer geringeren Leistungsdichte, was eigentlich ein wesentlicher Vorteil einer Gasturbine gegenüber anderen Verbrennungskraftmaschinen ist.

2.1.2. Stoßfreie, explosionsartige Verbrennung

Die SEC stellt neben der detonativen Verbrennung eine Realisierungsmöglichkeit einer isochoren Verbrennung in der offenen Brennkammer einer Gasturbine dar. Ihre Vorteile liegen dabei in der Vermeidung großer Druckstöße, die zu einer erhöhten Lärmerzeugung sowie mechanischer Belastung der Bauteile führen. Zudem führt der hohe Druckstoß zu exergetischen Verlusten im Vergleich zur SEC.

Die SEC basiert auf einer möglichst simultanen Zündung des Brennstoff-Luft-Gemischs in der Brennkammer. Hierdurch kann zum einen erreicht werden, dass sich das Gas während der Zündung nicht ausdehnen kann, da sich alle Teilchen gleichzeitig ausbreiten wollen. Zum

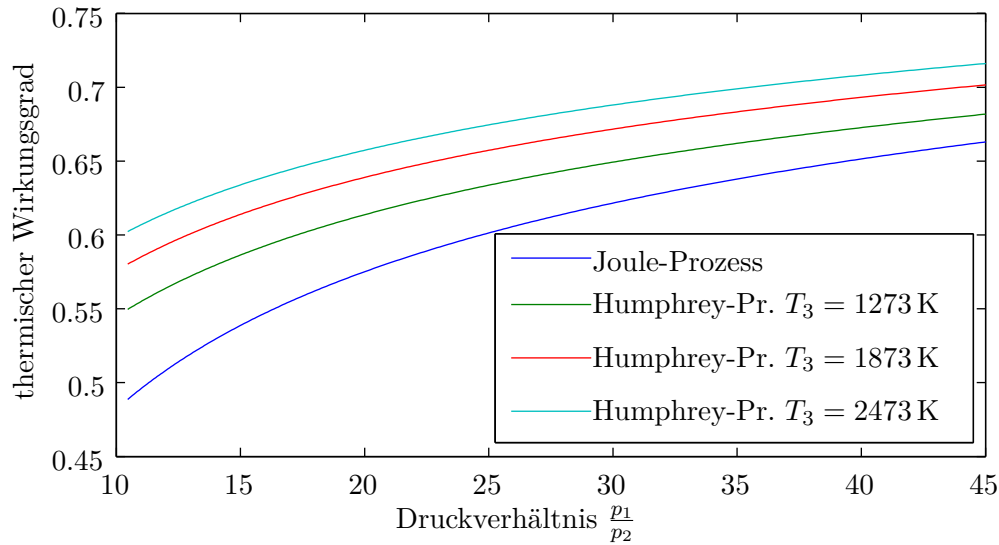


Abbildung 2.2.: Vergleich des thermischen Wirkungsgrads des Joule- und Humphrey-Kreisprozesses in Abhängigkeit des Verdichtungsverhältnis für $\kappa = 1.4$ und $T_1 = 293 \text{ K}$.

anderen führt die gleichzeitige Zündung zu einem gleichmäßigen Druckanstieg ohne starken Druckstoß.

Eine gleichzeitige Zündung des Brennstoff-Luft-Gemischs mit mehreren Zündkerzen ist jedoch technisch schwer zu realisieren, da sehr viele Zündkerzen benötigt werden würden, um den Effekt lokaler, sich ausbreitender Zündungen zu verringern. Bei einer solchen Realisierung würde der Energieaufwand für die Zündung sowie die Störanfälligkeit des Zündungsprozesses steigen. Zudem müsste die Synchronisation der Zündungen durch die Zündkerzen sehr genau sein. Deshalb wird bei der SEC eine Selbstzündung des Kraftstoffs initiiert, ähnlich zum Dieselmotor. Bei einer Selbstzündung befindet sich das Brennstoff-Luft-Gemisch bereits in einem Zustand, bei dem der Verbrennungsprozess langsam von alleine startet. Hierbei finden während der sogenannten Zündverzugszeit zunächst Reaktionen ohne wesentliche Temperaturfreisetzung statt. Nach dieser Zündverzugszeit ist ein deutlicher Temperaturanstieg zu bemerken. Dies definiert die Zündung. Durch die Zündung wird die gesamte verbleibende Energie des Brennstoffs innerhalb sehr kurzer Zeit freigesetzt. Nach dieser Ausbrandzeit ist die Reaktion abgeschlossen. Für eine nahezu isochore Verbrennung mit Druckanstieg ist es wichtig, dass die örtliche Ableitung der Zündzeitpunkte stets kleiner ist als die inverse Schallgeschwindigkeit im unverbrannten Gas. Hierdurch ist sicher gestellt, dass Information über den Druckanstieg an einer Stelle des Gemischs keine andere Stelle im Gemisch erreicht, an der die Zündung noch nicht stattgefunden hat. Ist diese Bedingung erfüllt, spricht man von einer schwachen Detonation. Als zusätzliche Toleranz für die Abweichung der Zündzeiten kann die Ausbrandzeit aufgefasst werden. Ist der Unterschied in der Zündzeit benachbarter Partikel kleiner als die Ausbrandzeit, so findet zumindest ein Teil der Energiefreisetzung gleichzeitig statt.

Die Zündverzugszeit, die das Brennstoff-Luft-Gemisch vom reaktionsfähigen Zustand bis zur Zündung benötigt, hängt im Wesentlichen von dem Äquivalenzverhältnis, der Tempe-

2. Grundlagen

ratur und dem Druck des Gases ab. Letztere beiden Größen werden durch den Kompressor sowie durch den Einfluss von vergangenen Zündvorgängen im Brennraum vorgegeben. Eine Variation der Temperatur oder des Drucks ist somit höchstens mit einer sehr geringen Dynamik möglich, die nicht ausreichend ist, um einzelne Zündvorgänge zu beeinflussen. Nur das Äquivalenzverhältnis des Gemisches steht somit zur Verfügung, um die Zündverzugszeiten so einzustellen, dass das Gemisch im gesamten Brennraum möglichst gleichzeitig selbstzündet. Das Äquivalenzverhältnis beschreibt dabei das Verhältnis zwischen Brennstoff und Luft und kann durch die eingespritzte Menge an Treibstoff variiert werden. So kann durch eine gezielte Treibstoffeinspritzung eine homogene Zündung im Brennraum erzeugt werden.

Damit das Volumen, in dem eine homogene Zündung erfolgen muss, möglichst gering gehalten wird, findet bei der SEC die Verbrennung in mehreren Brennrohren anstelle einer Ringbrennkammer statt. Das Rohr wird dabei von einem Ende aus mit dem Brennstoff-Luft-Gemisch befüllt, wobei in radialer Richtung durch einen möglichst hohen Turbulenzgrad der Einspritzung das Brennstoff-Luft-Gemisch homogenisiert werden kann. Für das Einstellen des benötigten Äquivalenzverhältnis verbleibt somit die Aufgabe einer eindimensionalen Treibstoffschichtung in Axialrichtung des Rohres.

Die Verteilung des Treibstoffs über die Länge des Rohrs ergibt sich somit in Abhängigkeit von der eingespritzten Treibstoffmenge, die mit Hilfe eines Treibstoffventils über den Einspritzzeitraum variiert werden kann, von dem Mischungsprozess mit der angesaugten Luft und von dem anschließenden, hauptsächlich konvektiven Transport des Gemisches in das Rohr. Die zu Beginn des Einspritzprozesses eingespritzte Treibstoffmenge wird somit weit in das Rohr transportiert, während die zum Ende des Einspritzvorgangs eingefüllte Treibstoffmenge die Treibstoffkonzentration am Einspritzort nahe des Rohranfangs bestimmt. Um eine homogene Zündung zu erhalten, muss bei konstanten Druck- und Temperaturverhältnissen im Rohr die Einspritzung dabei so erfolgen, dass die Menge des eingespritzten Treibstoffs über den Befüllungszeitraum stetig gesteigert wird. Somit wird zunächst weniger Treibstoff eingespritzt, welches in einer hohen Zündverzugszeit resultiert. Mit der steigenden Treibstoffkonzentration sinkt die Zündverzugszeit, vgl. Abb. 2.3 a,b. Wird dabei die Zündverzugszeit so eingestellt, dass die Summe aus Einspritzzeitpunkt und Zündverzugszeit des zum entsprechenden Zeitpunkt eingespritzten Gemisches konstant bleibt, erhält man eine homogene Zündung. In dem in Abb. 2.3 gezeigten Beispiel mit konstanter Einströmgeschwindigkeit ist hierfür ein lineares Zündzeitprofil einzustellen, wobei für die Zündverzugszeiten zum Start (t_{FS}) des Einspritzvorgangs τ_S und am Ende (t_{FE}) der Treibstoffeinspritzung τ_E gilt: $\tau_S + t_{FS} = \tau_E + t_{FE} = t_{Z,k}$. Es ergibt sich die in Abb. 2.3 c gezeigte homogene Zündung zum Zeitpunkt $t_{Z,k}$. In Abb. 2.3 d ist gezeigt, wie die durch die Verbrennung ausgelösten Druckwellen im Rohr einen zyklischen Verbrennungsbetrieb ermöglichen: Eine homogene Zündung führt zu einem homogenen Druckanstieg im mit Treibstoff gefüllten Bereich des Rohrs. Nach der Verbrennung breitet sich dieses hohe Druckniveau in Form einer Druckwelle in Richtung des turbinenseitigen Rohrendes aus. Eine Rückströmung des Gases und Ausbreitung der Druckwelle in entgegengesetzter Richtung kann mittels einer fluidischen Diode am kompressorseitigen Rohrende weitestgehend vermieden werden. Das verbrannte Gas gelangt somit in das turbinenseitig an das Rohr angeschlossene Plenum, welches der Vergleichmäßigung des hohen Drucks aus der Verbrennung vor dem Eintritt in die Turbine dient. Die Druckwelle wird dabei am offenen Rohrende als Saugwelle in Form eines Expansionsfächer in das Rohr reflektiert. Gelangt diese Saugwelle an das kompressorseitige Rohrende, sinkt dort der Druck unter das Niveau des Kompressors. Es wird somit neue

2. Grundlagen

Luft aus dem Kompressor ins Rohr eingesaugt. Hierbei wird zunächst kein Treibstoff eingespritzt, um einen Luftpuffer zwischen dem heißen, bereits verbrannten Gas und dem neu einzuspritzenden Gas zu schaffen. Anschließend wird in die angesaugte Luft die benötigte Menge Treibstoff so eindosiert, dass wiederum eine homogene Zündung stattfindet und sich ein zyklischer Prozess ergibt.

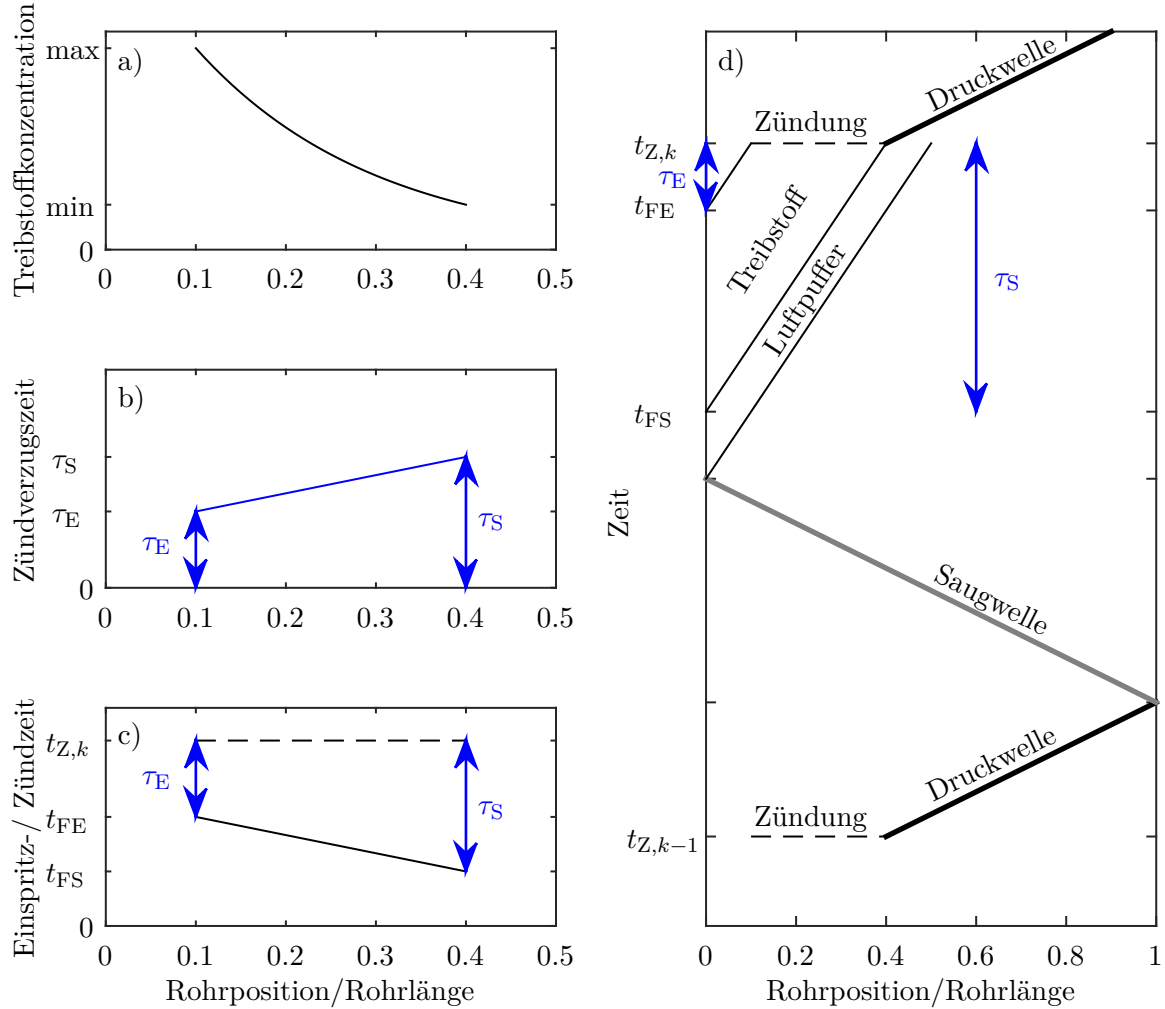


Abbildung 2.3.: Schematische Darstellung eines idealen SEC-Zündvorgangs: Abbildung a) zeigt ein über die Rohrlänge monoton abfallendes Treibstoffprofil. Dieses ist so zu wählen, dass sich das in b) dargestellte Zündverzugszeitprofil einstellt. Die aus Einspritzzeitpunkt und Zündverzugszeit resultierende Zündzeit ist in c) als gestrichelte Linie gezeigt. In d) ist das zyklische Verhalten der SEC skizziert.

2.1.3. Mathematische Beschreibung der stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung

Für das Testen von Regelungs- sowie Zustandsschätzmethoden wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Modell der SEC im Brennrohr verwendet, das trotz möglichst geringer benötigter Rechenzeiten, alle wesentlichen Effekte der SEC abbilden kann. Dieses Modell wurde in der Arbeitsgruppe Geophysical Fluid Dynamics an der FU Berlin im Rahmen des SFB 1029 entwickelt. Es soll im Folgenden kurz die Funktionsweise des Simulators beschrieben werden; in [13] können genauere Informationen zum Simulator nachgelesen werden.

Zum Modellieren der SEC müssen sowohl die strömungsakustischen als auch verbrennungskinetischen Phänomene im Verbrennungsrohr beschrieben werden. Hierfür werden im Simulator die Euler-Gleichungen sowie ein kinetisches 2-Schritt-Modell eines für die SEC idealen Treibstoffs verwendet. Letzteres beschreibt die Reaktion eines Brennstoffs zunächst zu Brennstoffradikalen und schließlich zum Reaktionsprodukt, wobei die Phänomene des Zündverzugs und der Energiefreisetzung als weitestgehend unabhängig betrachtet werden. Die gesamte Simulation soll dabei nur als eindimensionales Problem betrachtet werden, da in radialer Richtung des Rohrs eine ideale Durchmischung angenommen werden kann.

Die Euler-Gleichungen (Gl. (2.6)) beschreiben das Verhalten eines reibungsfreien Fluids ohne Diffusion oder Wärmeübertragung. Diese Annahmen können getroffen werden, da eine Strömung mit hoher Reynolds-Zahl vorliegt, und nur eine geringe Zeit zwischen Befüllung und Zündung liegt, sodass die Diffusion vernachlässigt werden kann. Die Euler-Gleichungen müssen hier auf alle drei betrachteten chemischen Spezies angewendet werden [13]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \underline{Y} \\ \rho v \\ \rho E_s \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho v \underline{Y} \\ \rho v^2 + p \\ v (\rho E_s + p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \dot{\underline{Y}}_{\text{chem}} \\ 0 \\ \rho \dot{E}_{\text{schem}} \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Hierbei gibt v die Geschwindigkeit, p den Druck, ρ die Dichte und E_s die spezifische totale Energie an. Letztere beschreibt die Summe aus spezifischer innerer Energie und kinetischer Energie.

$$E_s = U_s + v^2/2 \quad (2.7)$$

Der Vektor $\underline{Y} = (Y_B, Y_R, Y_P)^\top$ enthält die Massenanteile der chemischen Spezies „Brennstoff“ (B), „Brennstoffradikale“ (R) und „Produkt“ (P). „Brennstoff“ und „Brennstoffradikale“ repräsentieren die an der Verbrennung teilnehmenden Brennstoff- und Luftmoleküle. Die Menge der Teilchen „Produkt“ steht dagegen für alle Teilchen, die nicht reaktiv, bereits verbrannt oder nicht im stöchiometrischen Verhältnis vorhanden sind. Das Verhältnis aus „Brennstoff“ und „Brennstoffradikalen“ gibt die Reaktivität des Gemisches an, wobei vereinfachend angenommen wird, dass beide Teilchentypen noch die volle chemische Energie beinhalten und erst bei dem Zerfall zum „Produkt“ diese Energie abgeben, die als Quellterm \dot{E}_{schem} in die Euler-Gleichung einfließt. Für die Massenanteile sowie die Massenquellterme $\dot{\underline{Y}}_{\text{chem}} = (\dot{Y}_{B,\text{chem}}, \dot{Y}_{R,\text{chem}}, \dot{Y}_{P,\text{chem}})^\top$ gilt hierbei:

$$Y_B + Y_R + Y_P = 1, \quad (2.8)$$

$$\dot{Y}_{B,\text{chem}} + \dot{Y}_{R,\text{chem}} + \dot{Y}_{P,\text{chem}} = 0. \quad (2.9)$$

2. Grundlagen

Die drei chemischen Spezies besitzen in der Simulation identische strömungsmechanische Eigenschaften und werden zur weiteren Vereinfachung als perfekte Gase betrachtet. Dies bedeutet, dass die Wärmekapazitäten als konstant angenommen werden und dass die ideale Gasgleichung gilt:

$$p = (\kappa - 1)c_v\rho T, \quad (2.10)$$

$$U_s = c_v T. \quad (2.11)$$

Es folgt für die spezifische totale Energie:

$$E_s = 1/2 v^2 + p/(\rho(\kappa-1)). \quad (2.12)$$

Mit Hilfe dieser thermischen und kalorischen Zustandsgleichungen lassen sich alle fehlenden thermodynamischen Größen aus der totalen Energie und Dichte bestimmen. So kann auch, wie später in Kapitel 3 angewandt, statt der Differentialgleichung für die totale Energie in Gl. (2.6) eine Differentialgleichung für die zeitliche Änderung des Drucks angegeben werden:

$$\frac{1}{\kappa - 1} \frac{\partial}{\partial t} p + \frac{\partial}{\partial x} (v \rho E_s) + (p - \rho v^2) \frac{\partial}{\partial x} v - \frac{1}{2} v^2 \frac{\partial}{\partial x} (\rho v) = \rho \dot{E}_{\text{schem}}. \quad (2.13)$$

Der Wärmestrom \dot{E}_{schem} , der als Quellterm in die Euler-Gleichungen Gl. (2.6) bzw. Gl. (2.13) eingeht, ergibt sich aus der Verbrennung. Der Temperaturverlauf einer Reaktion von DME bei ca. 1000 °C und 8 bar ist in Abb. 2.4 dargestellt. Die Abbildung zeigt ein zweistufiges Reaktionsverhalten, bei dem die Energiefreisetzung hauptsächlich im zweiten Reaktionsschritt geschieht.

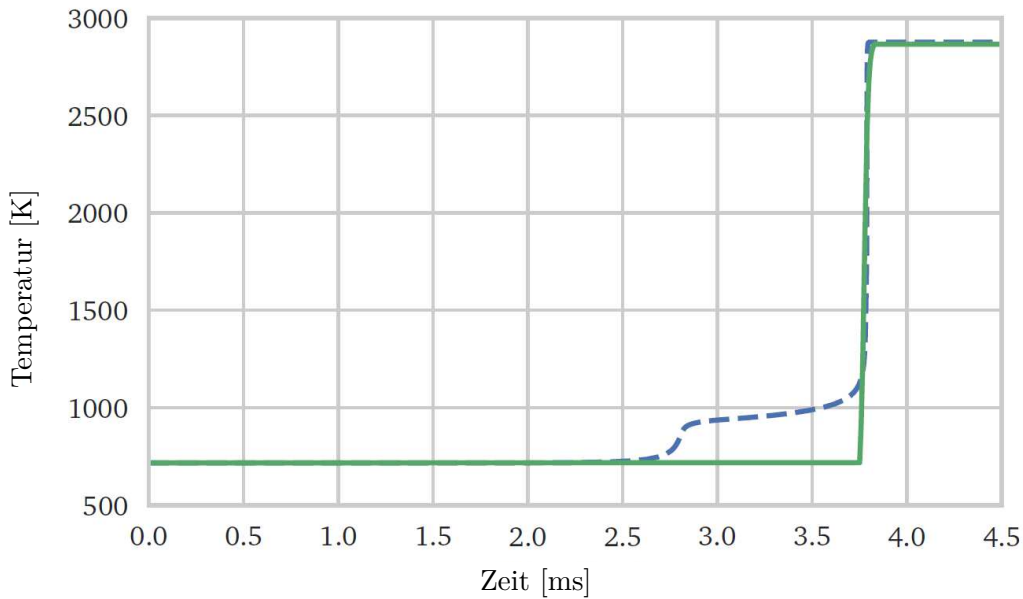


Abbildung 2.4.: Reaktion von DME bei 8 bar mit detailliertem (gestrichelt) und vereinfachtem (durchgezogen) Modell. Das Modell für die detaillierte Simulation ist in [14] gegeben. Das vereinfachte Modell entspricht dem hier beschriebenen Simulator mit auf die Reaktionsbedingungen angepassten Parametern [13].

2. Grundlagen

Bei der gewählten Temperatur ist die Zündverzugszeit von DME näherungsweise temperaturunabhängig. Zur Vereinfachung soll hier die Reaktion wie in der Abbildung gezeigt zunächst als einstufige Reaktion mit temperaturunabhängiger Zündverzugszeit simuliert werden. Dazu wird diese durch Reaktionen der drei chemischen Spezies Brennstoff, Brennstoffradikale und Reaktionsprodukt nachgebildet. Dabei zerfällt zunächst der Brennstoff mit der Reaktionsgeschwindigkeit r_{konst} zu Brennstoffradikalen. Diese Reaktion simuliert die Zündverzugszeit, während der in der Simulation keine Energie freigesetzt wird. Hierbei läuft die Reaktion weitestgehend temperaturunabhängig als exponentieller Zerfall ab. Zudem gibt es einen zweiten Reaktionspfad, der erst bei einer hohen Temperatur, welche erst durch die Ausbrandphase erreicht wird, relevant ist. Dieser Reaktionspfad ist mit einem Arrhenius-Term mit hoher Aktivierungsenergie E_B und geringem präexponentiellen Faktor A_B implementiert. Die Reaktionsgeschwindigkeit r_B , mit der sich die Massenanteile Brennstoff zu Massenanteilen Brennstoffradikal umsetzen, berechnet sich zu:

$$\text{Brennstoff} \rightarrow \text{Brennstoffradikal} \quad r_B := (r_{\text{konst}} + A_B \exp(-E_B/((\kappa-1)c_v T))) Y_B. \quad (2.14)$$

Der Ausbrand wird im Simulator durch die Reaktion von den Brennstoffradikalen zum Reaktionsprodukt beschrieben. Diese Reaktion wird erst aktiviert, wenn ein kritisches Massenkonzentrationsverhältnis $Y_{B,\text{krit}}$ von Treibstoffteilchen bezogen auf die Anzahl aller reaktiven Teilchen unterschritten ist. Ist diese Bedingung erfüllt, wird die Reaktionsgeschwindigkeit r_R von Massenanteilen Brennstoffradikal zu Massenanteilen Produkt durch eine Gleichung mit Arrhenius-Abhängigkeit mit einer deutlich niedrigeren Aktivierungsenergie E_R im Vergleich zu E_B beschrieben:

$$\text{Brennstoffradikal} \rightarrow \text{Produkt} \quad r_R := \Theta(Y_{B,\text{krit}} - Y_B) A_R \exp(-E_R/((\kappa-1)c_v T)) Y_R, \quad (2.15)$$

wobei $\Theta(\cdot)$ die Heaviside-Funktion ist. Alle Reaktionen finden in einem Massenverhältnis von 1:1 statt. Es ergibt sich somit für die zeitliche Veränderung der Spezies:

$$\dot{Y}_{B,\text{chem}} = -r_B, \quad (2.16)$$

$$\dot{Y}_{R,\text{chem}} = r_B - r_R, \quad (2.17)$$

$$\dot{Y}_{P,\text{chem}} = r_R. \quad (2.18)$$

Nur in dem zweiten Reaktionsschritt wird Energie freigesetzt. Diese ist proportional zur Reaktionsgeschwindigkeit der Ausbrandsreaktion und geht als Quellterm in die Euler-Gleichungen ein.

$$\dot{E}_{\text{schem}} = Q_R r_R \quad (2.19)$$

Um das Verhalten einer SEC nachzubilden, müssen die Einspritzbedingungen und Auslassbedingungen an die Gegebenheiten einer SEC angepasst werden. Der Kompressor und die Turbine werden hierbei in Form von Randbedingungen in die Berechnung integriert. Dabei wird angenommen, dass zwischen Rohr und Kompressor beziehungsweise Turbine jeweils ein großes Plenum liegt, das in guter Näherung einen konstanten Druck besitzt. Aus dem kompressorseitigen Plenum strömt Gas in das Rohr immer dann, wenn der Druck in diesem Plenum größer ist als im angrenzenden Rohrende. Das Einströmen der Luft wird dabei als

2. Grundlagen

isentrope Entspannung berechnet, wobei die frei werdende Volumenänderungsarbeit vollständig in kinetische Energie des einströmenden Gases umgewandelt wird. Wenn der Druck am kompressorseitigen Rohrende größer ist als im angrenzenden, kompressorseitigen Plenum, kann es durch die als ideal angenommene fluidische Diode keinen Volumenstrom am entsprechenden Rohrende geben. Somit wird das Rohrende in diesem Fall als feste Wand simuliert. Am turbinenseitigen Plenum findet stets eine isentrope Entspannung in das anliegende Plenum statt [13].

Zur numerischen Lösung dieses Systems wird ein Finite-Volumen-Verfahren verwendet. Dabei wird wiederholend ein halber kinetischer Zeitschritt, ein Zeitschritt zur Lösung der Euler-Gleichungen und wiederum ein halber kinetischer Zeitschritt angewendet. Die kinetischen Differentialgleichungen Gl. (2.14) - Gl. (2.18) werden dabei für jedes einzelne finite Volumen numerisch integriert. Zur Lösung der Euler-Gleichungen Gl. (2.6) werden die Flüsse zwischen den Zellen berechnet. Dazu stellt der Übergang zwischen zwei benachbarten Zellen ein Riemann-Problem dar. Mit Hilfe eines HLL(Harten, Lax, van Leer)-Lösers [15] wird das Riemann-Problem approximativ für einen Zeitschritt gelöst und die entsprechenden Flüsse zwischen den Zellen bestimmt.

Die numerische Lösung des oben beschriebenen Simulators erfolgt dabei in entdimensionalisierten Größen. Die Referenzgrößen, auf die die physikalischen Größen normiert werden, sind dabei gegeben durch:

$$\begin{array}{lll} p_0 = 1 \text{ bar} & T_0 = 10^3 \text{ K} & t_0 = 1 \text{ ms} \\ x_0 = 0.8 \text{ m} & \rho_0 = \frac{p_0}{T_0 R_{\text{fuel}}} & v_0 = \frac{x_0}{t_0} . \end{array}$$

Die im Rahmen dieser Arbeit für die Simulation des entdimensionierten Systems verwendeten Parameter sind so gewählt, dass sie die Reaktion von DME bei atmosphärischen Bedingungen approximieren [16]:

$$\begin{array}{lll} c_v = 3.5714 & \kappa = 1.28 & Q_R = 2.7 c_v \\ A_B = \exp(71) & E_B = 1.1(\kappa - 1)c_v & r_{\text{konst}} = -\ln(Y_{B,\text{krit}}) \\ A_R = \exp(8) & E_R = 0.5(\kappa - 1)c_v & Y_{B,\text{krit}} = 0.2 . \end{array}$$

2.2. Modellreduktion

2.2.1. Überblick zu Modellreduktionsverfahren

Modellreduktionsverfahren werden bei komplexen Modellen eingesetzt, um deren Simulationsaufwand zu reduzieren. Besonders wichtig sind sie beim Einsatz in Reglern und Zustandsschätzern, da diese eine echtzeitfähige Berechnung erfordern.

Einen Überblick zur Modellreduktion linearer Systeme bietet [17]. Unter diesen sind sowohl Methoden im Frequenzbereich, wie die rationale Interpolation [18], welche die Übertragungsfunktion des Systems durch eine Taylorreihe approximiert, als auch Methoden im Zeitbereich, wie die Balanced Truncation [19], welche das System um Moden, die wenig zum Ein-/Ausgangsverhalten beitragen, reduziert. Diese Methoden für lineare Systeme haben gemein, dass sie darauf abzielen, das Eingangs-/Ausgangsverhalten des Systems mit einer geringeren Modellordnung möglichst gut zu approximieren.

2. Grundlagen

Bei nichtlinearen Systemen wird im Gegensatz das Ziel verfolgt, zunächst die Zustände des Systems durch eine geringe Anzahl an Moden möglichst gut zu approximieren. Beispiele hierfür sind die Dynamic Mode Decomposition [20], die Reduced Basis Methods [21] und die Hauptkomponentenanalyse [22]. Letztere zwei verwenden die Galerkin-Projektion, um die Differentialgleichung auf den reduzierten Zustandsraum zu projizieren. Im Allgemeinen wird hierbei jedoch nur die Größe des Zustandsraums reduziert, während die Berechnung der Dynamik nicht effizienter wird, da sie bei diesen Ansätzen weiterhin auf dem vollen Zustandsraum ausgewertet wird. Um auch die Berechnung der Dynamik auf einem kleineren Zustandsraum effizient durchzuführen, können zusätzlich Hyper-Reduction-Methoden angewendet werden, wie z.B. die Discrete Empirical Interpolation Method [23].

2.2.2. Galerkin-Projektion mit Hauptkomponentenanalyse

Eine für nichtlineare Systeme häufig verwendete Modellreduktionsmethode ist die Petrov-Galerkin-Projektion [17]. Für die Bestimmung des reduzierten Unterraums soll in dieser Arbeit die Hauptkomponentenanalyse verwendet werden. Auch wenn diese nicht besonders hohe Reduktionsgrade für transportdominierte Strömungsprozesse verspricht, soll deren Anwendbarkeit in Kombination mit Zustandsschätzmethoden für den SEC-Prozess in dieser Arbeit untersucht werden. Eine speziell auf konvektive Prozesse angepasste Variante der Hauptkomponentenanalyse ist derzeit Gegenstand der Forschung im SFB 1029 [24].

Bei der Hauptkomponentenanalyse ist es das Ziel, einen hochdimensionalen Datenraum durch eine Linearkombination möglichst weniger Hauptkomponenten zu beschreiben. Ausgangspunkt ist in unserem Fall eine nichtlineare Differenzengleichung, die einen hochdimensionalen Zustandsvektor $\tilde{\underline{x}}_l \in \mathbb{R}^n$ besitzt.

$$\tilde{\underline{x}}_l = \underline{f}(\tilde{\underline{x}}_{l-1}) \quad (2.20)$$

Zur Berechnung der Hauptkomponenten wird ein für dieses System repräsentativer Verlauf des Zustandsvektors in der Matrix \tilde{X} gespeichert. Dabei sollten alle Elemente von $\tilde{\underline{x}}_l$ sinnvoll normiert und die Anzahl q der Datenpunkte deutlich größer als die Anzahl der Zustände des reduzierten Systems r sein.

$$\tilde{X} = [\tilde{\underline{x}}_1, \tilde{\underline{x}}_2, \dots, \tilde{\underline{x}}_q] \quad (2.21)$$

Für diese Datenpunkte werden zunächst der Mittelwert und die Varianz bestimmt:

$$\tilde{\underline{x}}_{\text{mean}} = \frac{1}{q} \tilde{X} \underline{1}^q, \quad (2.22)$$

$$\tilde{X}_{\text{kov}} = \frac{1}{q-1} \left(\tilde{X} - \tilde{\underline{x}}_{\text{mean}}(\underline{1}^q)^\top \right) \left(\tilde{X} - \tilde{\underline{x}}_{\text{mean}}(\underline{1}^q)^\top \right)^\top. \quad (2.23)$$

Die Kovarianzmatrix gibt dabei die Varianzen und Kovarianzen der einzelnen Zustände des Zustandsvektors an. Um untereinander unkorrelierte Linearkombinationen der Zustände zu erhalten, wird eine Eigenwertzerlegung durchgeführt.

$$\tilde{X}_{\text{kov}} = \tilde{S} \tilde{\Lambda} \tilde{S}^\top \quad (2.24)$$

2. Grundlagen

Die orthonormale Matrix \tilde{S} enthält dabei in ihren Spalten die rechtsseitigen normierten Eigenvektoren von \tilde{X}_{kov} . Führt man eine lineare Transformation der Zustandsvektoren mit der transponierten Matrix diesen Eigenvektoren durch, erhält man die transformierten Zustandsvektoren $[\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_q] = \tilde{S}^\top \tilde{X}$. Diese transformierten Zustandsvektoren können als Vektoren in einem transformierten Koordinatensystem mit den Spalten der Matrix \tilde{S} als Basis aufgefasst werden. Diese Spaltenvektoren von \tilde{S} werden Hauptkomponenten genannt.

$$\tilde{x}_l = \tilde{S} \tilde{x}_l \quad (2.25)$$

Bestimmt man die Kovarianzmatrix der transformierten Zustandsvektoren so ergibt sich:

$$\tilde{X}_{\text{kov}} = \tilde{S}^\top \tilde{X}_{\text{kov}} \tilde{S} = \tilde{\Lambda}. \quad (2.26)$$

$\tilde{\Lambda}$ gibt somit auf ihrer Diagonalen die jeweilige Varianz der linear transformierten Zustandsvektoren $[\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_q]$ an. An der Größe der Varianz kann nun abgelesen werden, wie wichtig die einzelnen Einträge von \tilde{x}_l und somit der zugehörigen Hauptkomponenten zum Beschreiben der durch \tilde{X} gegebenen Zustandsverläufe sind. Zeigen nur wenige Hauptkomponenten eine hohe Varianz, kann bereits durch eine Linearkombination dieser Hauptkomponenten eine gute Beschreibung von \tilde{X} gelingen. Eine Matrix, die sich nur aus einer Auswahl derjenigen Hauptkomponenten mit den r höchsten Eigenwerten zusammensetzt, wird im folgenden als S bezeichnet.

$$\tilde{X} \approx S [\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_q], \quad (2.27)$$

$$[\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_q] = S^\top \tilde{X}. \quad (2.28)$$

Bei der Wahl von r muss ein Kompromiss zwischen Genauigkeit der Approximation und Reduktionsgrad gewählt werden. Der zugehörige Zustandsvektor $[\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_q]$ ist ebenfalls um die zu den reduzierten Hauptkomponenten gehörigen Einträge gekürzt. Der verbleibende Approximationsfehler $\text{spur} \left(\left(\tilde{X} - S [\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_q] \right)^\top \left(\tilde{X} - S [\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_q] \right) \right)$ lässt sich dabei als Summe der $n - r$ kleinsten Eigenwerte von \tilde{X}_{kov} berechnen.

Ist der verbleibende Approximationsfehler gering und sind die in \tilde{X} enthaltenen Datenpunkte repräsentativ für den zeitlichen Verlauf des Zustandsvektors, so lässt sich jeder Zustand gut als Linearkombination der verbliebenen Hauptkomponenten darstellen.

$$\tilde{x}_l \approx S \underline{x}_l \quad (2.29)$$

Diese Approximation soll nun in der Galerkin-Approximation genutzt werden, um die Differenzengleichung (2.20) auf Basis des reduzierten Zustandsraums zu approximieren. Die nichtlineare Funktion bleibt dabei jedoch eine Funktion, die auf dem hochdimensionalen Koordinatensystem definiert ist. Der hochdimensionale Zustandsvektor muss somit für die Auswertung in der Funktion in jedem Zeitschritt rekonstruiert werden.

$$S \underline{x}_l \approx \tilde{x}_l = f(\tilde{x}_{l-1}) \approx f(S \underline{x}_{l-1}) \quad (2.30)$$

Dieses Gleichungssystem ist bezüglich des reduzierten Zustandsvektors mit r Unbekannten und q Gleichungen überbestimmt. Um eine eindeutige Lösung zu erhalten, wird bei der

2. Grundlagen

Galerkin-Projektion des Gleichungssystems mit S^\top auf die Dimension r runterprojiziert. Wegen $S^\top S = \mathbf{I}^r$ ergibt sich die reduzierte Differenzengleichung zu:

$$\underline{x}_l = S^\top \underline{f}(S \underline{x}_{l-1}). \quad (2.31)$$

Diese neue Systembeschreibung besitzt im Vergleich zur Differenzengleichung 2.20 einen reduzierten Zustandsraum. Durch die Berechnung der nichtlinearen Systemgleichung auf dem vollen Zustandsraum wird die Rechenzeit für die Simulation eines Zeitschritts jedoch nicht reduziert. Die Vorteile liegen in einem geringeren Speicherbedarf des Systemzustands sowie in einem geringeren Aufwand für eine Zustandsschätzung.

2.3. Zustandsschätzung

2.3.1. Bayes-Zustandsschätzverfahren

Bayes-Zustandsschätzverfahren sind Zustandsschätzer, die die zu schätzenden Zustände \underline{x}_l als stochastisch verteilte Größen betrachten. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zustände ändern sich in Abhängigkeit der Systemdynamik und Messungen \underline{y}_{l-1} , die ebenfalls als stochastische Prozesse betrachtet werden. Dabei wird für die Berechnung der dynamischen Änderung der Zustände ein Modell der Streckendynamik inklusive Berücksichtigung einer additiven Störung verwendet. Auf diese Weise lässt sich die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung eines Zustands nach einem Zeitschritt $\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1})$ in Abhängigkeit der geschätzten Verteilung im vorhergehenden Zeitschritt $\text{pdf}(\underline{x}_{l-1} | \underline{y}_{l-1})$ angeben [25]:

$$\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1}) = \int \text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{x}_{l-1}) \text{pdf}(\underline{x}_{l-1} | \underline{y}_{l-1}) d\underline{x}_{l-1}. \quad (2.32)$$

Die Modellinformation ist hierbei in der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{x}_{l-1})$ enthalten, wobei $\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{x}_{l-1})$ die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustands \underline{x}_l angibt im Falle, dass im vorigen diskreten Zeitschritt $l - 1$ der Zustand \underline{x}_{l-1} vorlag. Das Ergebnis der Berechnung $\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1})$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zustände unter der Bedingung, dass alle Messungen \underline{y} bis zum Zeitpunkt $l - 1$ berücksichtigt sind. Zur Adaption an eine neue Messung wird die Bayes-Regel verwendet [25].

$$\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_l) = \frac{\text{pdf}(\underline{y}_l | \underline{x}_l) \text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1})}{\text{pdf}(\underline{y}_l | \underline{y}_{l-1})} \quad (2.33)$$

$$\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_l) = \frac{\text{pdf}(\underline{y}_l | \underline{x}_l) \text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1})}{\int \text{pdf}(\underline{y}_l | \underline{x}_l) \text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1}) d\underline{x}_l} \quad (2.34)$$

Dabei wird die aktuelle, sogenannte A-Priori-Schätzung $\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{l-1})$ durch die neue Messung \underline{y}_l so korrigiert, dass die korrigierte, sogenannte A-posteriori-Verteilung $\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_l)$ die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Zustands unter Berücksichtigung der A-Priori-Schätzung, der Messung \underline{y}_l sowie des Sensormodells inklusive der Messungenauigkeit $\text{pdf}(\underline{y}_l | \underline{x}_l)$ angibt.

Liegt ein lineares System vor und sind sowohl die Anfangsschätzung, als auch das System- und Messrauschen gaußsch und unkorreliert, so sind die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Systemzustände zu jedem Zeitpunkt exakt durch eine Normalverteilung zu be-

schreiben. Für beobachtbare Systeme, die die vorige Bedingung erfüllen, kann ein linearer Kalman-Filter exakte Angaben für die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der gesuchten Zustandsgrößen liefern [26].

Bei einer nichtlinearen Strecke hingegen entspricht im Allgemeinen die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung nicht der einer Normalverteilung. Eine gute Approximation einer solchen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung kann durch eine Monte-Carlo-Simulation [27] erreicht werden. Hierbei wird entsprechend der alten Zustandschätzung eine für die Verteilung repräsentative Anzahl an Zuständen ausgewählt. Für jeden dieser Zustände wird deren zeitliche Entwicklung auf Basis des nichtlinearen dynamischen Modells und eine zugehörige Messung simuliert. Die resultierenden Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen werden in einem Partikel-Filter [25] verwendet, um auf die A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Zustände zu schließen. Jedoch ist die Monte-Carlo-Methode durch die hohe Anzahl an benötigten Simulationen mit dem nichtlinearen Modell sehr rechenzeitaufwendig, wodurch für viele Schätzprobleme eine Echtzeitimplementierung nicht möglich ist.

Verwendet man statt des nichtlinearen Modells lokale Approximationen des Modells am aktuellen Schätzwert, so lässt sich viel Rechenzeit sparen. Dieses Vorgehen wird beim erweiterten Kalman-Filter [26] gewählt. Da hierbei linearisierte Systemgleichungen verwendet werden, ergeben sich wie im Fall des linearen Kalman-Filters normalverteilte Zustände. Durch die Linearisierung ist die Berechnung des Mittelwerts und der Varianz nur bis zur 1. Ordnung genau [28].

Eine höhere Schätzgüte mit einer Approximation des Mittelwerts und der Varianz nur bis zur 2. Ordnung erhält man beim Sigmapunkt-Kalman-Filter (SPKF) [29]. Diese Methode kombiniert die Vorgehensweisen vom Partikel-Filter und erweiterten Kalman-Filter. Dabei wird wie beim erweiterten Kalman-Filter die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände als normalverteilt angenommen, deren Berechnung jedoch auf Basis von Simulationen des nichtlinearen Modells erfolgen. Im Vergleich zum Partikelfilter müssen jedoch sehr viel weniger Partikel simuliert werden, da nur der Mittelwert und die Kovarianzmatrix der Normalverteilung geschätzt werden müssen.

Noch weniger Partikel werden im Ensemble-Kalman-Filter simuliert. Dies verringert den Rechenaufwand, senkt jedoch auch die Güte der Zustandsschätzung. Anwendung findet das Ensemble-Kalman-Filter bei hochdimensionalen Zustandsräumen, bei denen die Berechnung und Speicherung der Kovarianzmatrix einen zu hohen Aufwand bedeuten würde.

2.3.2. Sigmapunkt-Kalman-Filter

In dieser Arbeit wird das SPKF [29] als Zustandsschätzverfahren verwendet und wird deshalb im Folgenden genauer dargestellt. Es soll hier am Beispiel eines zeitdiskreten, nichtlinearen, autonomen, zeitinvarianten Systems erklärt werden:

$$\underline{x}_l = \underline{f}(\underline{x}_{l-1}) + \underline{v}_{N,l}, \quad (2.35a)$$

$$\underline{y}_l = \underline{C}\underline{x}_l + \underline{w}_{N,l}. \quad (2.35b)$$

Durch gezielte Wahl der Zustandsgrößen können dabei die meisten oben genannten Systeme in die gezeigte Form (2.35) überführt werden, bei der die Messgrößen linear von den Zustandsgrößen abhängen. Wir nehmen im Folgenden an, dass die in dieser Form additiv eingehenden Rauschprozesse $\underline{v}_{N,l}$ und $\underline{w}_{N,l}$ einer normalverteilten Zufallsverteilung mit Er-

2. Grundlagen

wartungswert $\underline{0}$ folgen und unkorreliert sind. Die Kovarianzmatrizen des Systemrauschens und Messrauschens seien Q und R . Ebenso soll auch die Anfangsschätzung der Systemzustände normalverteilt sein, mit dem Erwartungswert $\hat{\underline{x}}_{0|0}$ und der Kovarianzmatrix $\hat{P}_{x_{0|0}}$:

$$\text{pdf}(\underline{x}_0) \approx \mathcal{N}\{\hat{\underline{x}}_{0|0}, \hat{P}_{x_{0|0}}\}, \quad (2.36)$$

$$\hat{\underline{x}}_{0|0} = \mathbb{E}(\underline{x}_0), \quad (2.37)$$

$$\hat{P}_{x_{0|0}} = \mathbb{E}(\underline{x}_0 - \hat{\underline{x}}_{0|0})(\underline{x}_0 - \hat{\underline{x}}_{0|0})^\top. \quad (2.38)$$

Ausgehend von dieser Verteilung soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zustandsvektors zu jedem Zeitpunkt geschätzt werden. Sie wird beim SPKF immer als Normalverteilung approximiert. Für die Wahrscheinlichkeitsdichte zum Zeitschritt l unter Kenntnis der Messungen bis zum Zeitschritt \tilde{l} soll somit gelten:

$$\text{pdf}(\underline{x}_l | \underline{y}_{\tilde{l}}) \approx \mathcal{N}\{\hat{\underline{x}}_{l|\tilde{l}}, \hat{P}_{x_{l|\tilde{l}}}\}. \quad (2.39)$$

Der Erwartungswert und die Kovarianzmatrix werden entsprechend Gl. (2.32) und Gl. (2.34) berechnet. Gleichung (2.32) beschreibt das sogenannte Time-Update, das beim SPKF durch eine Projektion der Sigmapunkte erfolgt. Hierzu werden abhängig von der Anzahl der zu schätzenden Zustände r zunächst $2r + 1$ Sigmapunkte festgelegt. Die Indexnotation der Sigmapunkte erfolgt analog zu der Notation der Kovarianzmatrix und des Erwartungswerts, d.h. $\underline{\chi}_{i,l|\tilde{l}}$ beschreibt den i -ten Sigmapunkt in dem l -ten Zeitschritt. Die Streuung der Sigmapunkte beruht dabei auf der geschätzten Wahrscheinlichkeitsverteilung $\hat{P}_{x_{l|\tilde{l}}}$ auf Basis von \tilde{l} Messwerten. Vor dem Time-Update im Zeitschritt $l - 1$ liegt der Berechnung der Sigmapunkte die Wahrscheinlichkeitsverteilung $\text{pdf}(\underline{x}_{l-1} | \underline{y}_{l-1}) \cong \mathcal{N}\{\hat{\underline{x}}_{l-1|l-1}, \hat{P}_{x_{l-1|l-1}}\}$ zugrunde. Aus dieser werden Sigmapunkte mit dem Mittelwert $\hat{\underline{x}}_{l-1|l-1}$ wie folgt generiert:

$$[(\underline{\chi}_{0,l-1|l-1}), \dots, (\underline{\chi}_{2r,l-1|l-1})] = \hat{\underline{x}}_{l-1|l-1} \underline{\mathbf{1}}^{2r+1\top} + [\underline{\sigma}, \alpha \sqrt{r \hat{P}_{x_{l-1|l-1}}}, -\alpha \sqrt{r \hat{P}_{x_{l-1|l-1}}}] . \quad (2.40)$$

Die Streuung der Sigmapunkte ist hierbei sowohl von der Kovarianzmatrix als auch von dem reellen Einstellparameter α abhängig. Hierbei kann für die Wurzel der Kovarianzmatrix jede Matrix verwendet werden, die die Bedingung $\sqrt{\hat{P}_{x_{l-1|l-1}}}^\top \sqrt{\hat{P}_{x_{l-1|l-1}}} = \hat{P}_{x_{l-1|l-1}}$ erfüllt. In dieser Arbeit wird die Cholesky-Zerlegung verwendet. In Abb. 2.5 ist eine mögliche Auswahl der Sigmapunkte (unausgefüllte Kreise) der zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung (graue Fläche) an einem eindimensionalen Beispiel exemplarisch dargestellt. Anschließend wird für alle Sigmapunkte jeweils die dynamische Änderung bis zum nächsten Zeitschritt mittels der nichtlinearen Dynamik aus Gl. (2.35a) bestimmt.

$$\underline{\chi}_{i,l|l-1} = \underline{f}(\underline{\chi}_{i,l-1|l-1}) \quad \forall i \in 0, \dots, 2r \quad (2.41)$$

Aus diesen projizierten Sigmapunkten (schwarz gefüllte Kreise in Abb. 2.5) wird der Erwartungswert und die Kovarianzmatrix nach dem Zeitschritt bestimmt. Es ergibt sich die in orange dargestellte Wahrscheinlichkeitsverteilung.

$$\hat{\underline{x}}_{l|l-1} = \sum_{i=0}^{2r} w_i^E \underline{\chi}_{i,l|l-1} \quad (2.42)$$

2. Grundlagen

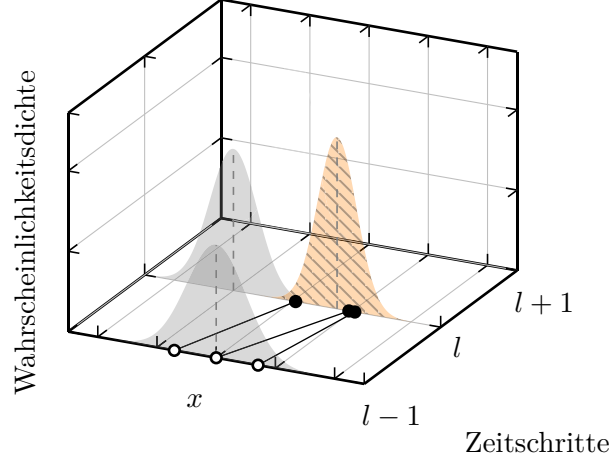


Abbildung 2.5.: SPKF: Approximation der Wahrscheinlichkeitsdichte eines eindimensionalen Zustands x . Die graue Fläche und die gestreifte, orange Fläche markieren die Wahrscheinlichkeitsdichte vor bzw. nach dem Time-Update.

$$\hat{P}_{\mathbf{x}_{l|l-1}} = \sum_{i=0}^{2r} w_i^V \left(\underline{\chi}_{i,l|l-1} - \hat{\mathbf{x}}_{l|l-1} \right) \left(\underline{\chi}_{i,l|l-1} - \hat{\mathbf{x}}_{l|l-1} \right)^T + Q \quad (2.43)$$

Die hier verwendeten Wichtungsfaktoren für die Bestimmung des Erwartungswerts w^E und der Kovarianzmatrix w^V sind wie folgt zu wählen:

$$w_0^E = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2}, \quad (2.44)$$

$$w_0^V = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} + (1 - \alpha^2 + \beta), \quad (2.45)$$

$$w_i^E = w_i^V = \frac{1}{2r\alpha^2}, i \in 1, \dots, 2r. \quad (2.46)$$

Mit Hilfe des Parameters β kann Vorwissen über die Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung vor der Projektion eingebracht werden. Geht man von einer Normalverteilung aus, so ist $\alpha = \sqrt{3/r}$ und $\beta = 2$ zu wählen, um den verbleibenden Schätzfehler vierter Ordnung im quadratischen Sinn zu minimieren [30, 31].

Das sogenannte Measurement-Update erfolgt entsprechend Gl. (2.34) auf Basis der Messgleichung (Gl. (2.35b)). Da die Messgleichung als linear angenommen wurde, kann das Measurement-Update mit Hilfe der Gleichungen für das lineare Kalman-Filter erfolgen.

$$\hat{P}_{y_{l|l-1}} = C \hat{P}_{\mathbf{x}_{l|l-1}} C^T + R \quad (2.47)$$

$$K_l = \hat{P}_{\mathbf{x}_{l|l-1}} C^T \hat{P}_{y_{l|l-1}}^{-1} \quad (2.48)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{l|l} = \hat{\mathbf{x}}_{l|l-1} + K_l (y_l - C \hat{\mathbf{x}}_{l|l-1}) \quad (2.49)$$

$$\hat{P}_{\mathbf{x}_{l|l}} = \hat{P}_{\mathbf{x}_{l|l-1}} - K_l C \hat{P}_{\mathbf{x}_{l|l-1}} \quad (2.50)$$

Die durch die Messung korrigierte Wahrscheinlichkeitsverteilung ist in Abb. 2.5 wiederum grau gefärbt und ist der Ausgangspunkt für das folgende Time-Update. Diese zwei Schritte aus Time-Update und Measurement-Update werden bei Systemen, bei denen Messinformationen in jedem Zeitschritt vorhanden sind, alternierend wiederholt.

2.4. Extremwertregelung

2.4.1. Allgemeine Struktur

Eine EWR ist ein modellfreies Regelungsverfahren und unterscheidet sich hierdurch deutlich von den meisten anderen Regelungsansätzen. Die Regelgeschwindigkeit einer EWR ist durch das Fehlen der Modellinformationen geringer als bei modellbasierten Verfahren. Sie wird deshalb vor allem eingesetzt, wenn ein Streckenmodell nicht identifizierbar ist oder sich dieses während der Regelung ändert. Voraussetzung für den Einsatz einer EWR ist, dass die Strecke asymptotisch stabil ist.

Das Funktionsprinzip der EWR ist das einer Online-Optimierung. Hierbei muss der EWR ein Gütekriterium auf Basis der Messwerte zugrunde liegen, dessen Optimum in Abhängigkeit der stationären Stellgrößen gesucht wird. Dies ist eine weitere Einschränkung der EWR, da das Regelziel in nur einer zu optimierenden, skalaren Größe angegeben werden kann.

Die allgemeine Struktur einer EWR ist in Abb. 2.6 dargestellt. Die Funktionsweise gliedert sich dabei in folgende Schritte: Um Informationen über die Strecke zu gewinnen, wird die Stellgröße $\underline{\theta}$ immer leicht durch die Perturbation $\underline{\theta}_{\text{pert}}$ angeregt, wodurch ebenfalls der Streckenausgang \underline{y} eine gewisse Schwankung zeigt. Die Messinformationen werden mit Hilfe des Gütekriteriums in eine skalare, zu optimierende Größe $J_{\text{EWR}}(\underline{y})$ umgewandelt. Aus diesen Werten werden Parameter eines lokalen Modells bzw. direkt die Ableitung(en) der Gütefunktion nach den Stellgrößen berechnet, hier als $\hat{\Phi}$ bezeichnet. Auf Basis dieser Informationen wird in einem Optimierungsschritt die Stellgröße so angepasst, dass die Regelung in ein lokales Optimum der Gütefunktion konvergiert.

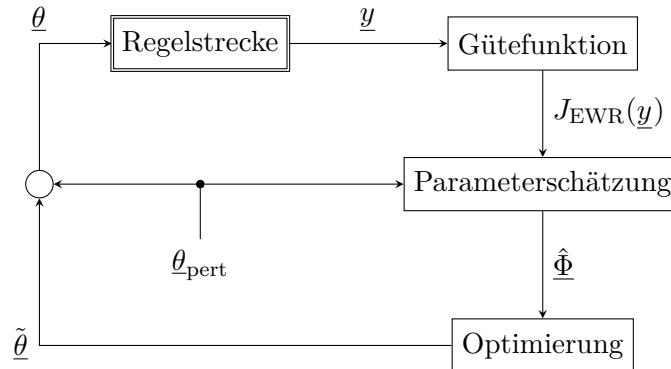


Abbildung 2.6.: Allgemeine Struktur einer EWR.

2.4.2. Klassische Extremwertregelung

Die klassische EWR [32] ist eine Regelung mit einer Stell- und einer Regelgröße (SISO-Regelung), die zur Bestimmung des lokalen Gradienten der Gütefunktion eine Kombination aus einem Hochpass und einem Tiefpass verwendet, siehe Abb. 2.7. Das System wird mit einem niederfrequenten Sinussignal angeregt, sodass sich eine nahezu ausgeschwungene Systemantwort einstellt. Ein Hochpass filtert zunächst alle Gleichanteile aus dieser Streckenantwort. Bei lokal annähernd linearen Systemen verbleiben hauptsächlich Frequenzanteile der Frequenz des Anregungssignals. Zur Filterung dieser Frequenzanteile kann ebenso ein Bandpass verwendet werden. Das resultierende Signal wird mit dem Anregungssignal multipliziert. Sind das gefilterte Signal und das Anregungssignal in Phase, ergibt sich aus der Berechnung ein positives bei gegenphasigen Ausgangssignalen ein negatives Signal. Durch ein nachgeschaltetes Tiefpassfilter wird das Produkt gemittelt und somit der Gleichanteil des Signals approximiert. Dabei stehen gegenphasige Signale für einen lokal negativen Gradienten $dJ_{\text{EWR}}/d\theta$ und gleichphasige Signale für lokal positive Gradienten der Gütefunktion. Die Größe des Gradienten kann mithilfe eines Skalierungsfaktors aus dem tiefpassgefilterten Signal berechnet werden. Durch Integration des Signals und Addition des Anregungssignals wird kontinuierlich die neue Stellgröße berechnet.

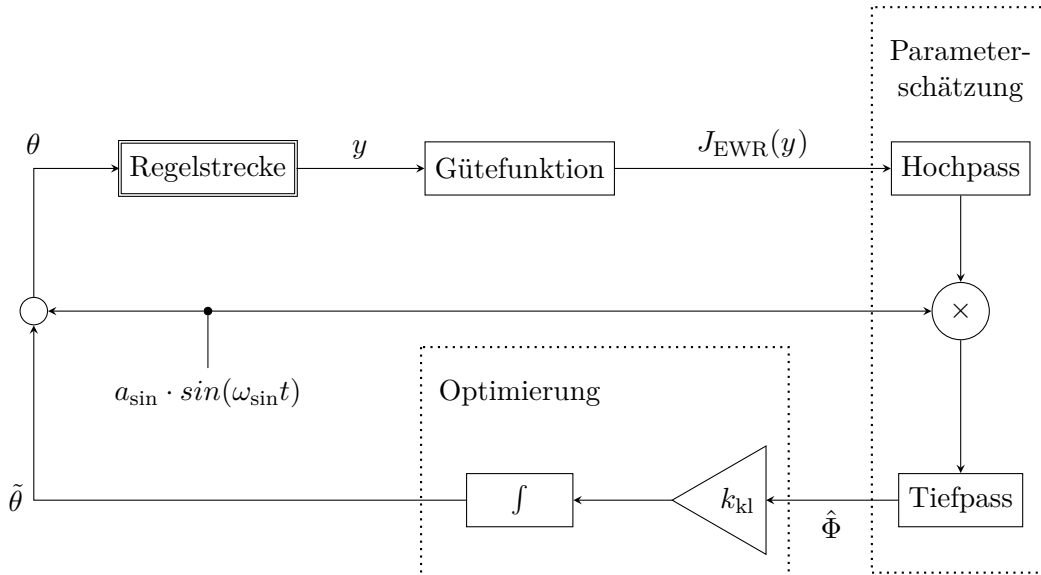


Abbildung 2.7.: Klassische Struktur einer EWR.

2.4.3. Konvergenz und Stabilität

Um die Konvergenz und Stabilität der EWR theoretisch nachweisen zu können, ist es nötig, dass die Strecke exponentiell stabil und die statische Nichtlinearität differenzierbar ist. Ist sie zudem konvex, kann das Auffinden eines globalen Optimums garantiert werden. Die Konvergenz der Optimierung beruht zudem darauf, dass die Parameter $\underline{\Phi}$ korrekt geschätzt werden.

Bei der klassischen EWR läuft dies auf die Trennung der EWR auf drei Zeitskalen hinaus [32, 33]. Zum einen muss die Lerngeschwindigkeit deutlich kleiner sein als die maximale zeitliche Ableitung des Anregungssignals, damit diese bezüglich einzelner Anregungsschwingungen als quasi konstant angenommen werden kann. Zum anderen muss die Frequenz der Anregung unterhalb der niedrigsten Eckfrequenz der Strecke liegen. Somit wird die Anregungsfrequenz mit dem Verstärkungsfaktor der statischen, nichtlinearen Eingangs-Ausgangsfunktion und ohne wesentliche Phasenverschiebung übertragen. Folglich reagiert die Strecke mit der gleichen Frequenz und Phase wie das Anregungssignal und korreliert so mit diesem Signal. Hierzu muss jedoch die Lerngeschwindigkeit um diese beiden Zeitskalendifferenzen geringer gewählt werden als die Eckfrequenzen der Strecke, was die Konvergenzgeschwindigkeit einer EWR deutlich einschränkt.

2.4.4. Erweiterungen für Extremwertregler

Eine häufig verwendete Abwandlung der EWR ist die Erweiterung auf mehrere Stellgrößen. Hierbei können im einfachsten Fall mehrere EWR parallel für die einzelnen Stellgrößen aufgebaut werden. Wichtig dabei ist, dass die Anregungssignale für die einzelnen Stellgrößen unkorreliert sind [34].

In realen Systemen liegen die Messdaten meist zu diskreten Zeitpunkten vor. In [35] wird gezeigt, dass auch im diskreten Fall die Standard-EWR angewendet werden kann, indem ein abgetastetes Sinussignal als Anregung verwendet wird. In [36] werden dagegen auch zufällige Perturbationssignale in Kombination mit einer angepassten Parameterschätzung erfolgreich eingesetzt.

Erweiterte Konzepte der EWR werden auch mit dem Ziel einer Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit entwickelt. Hierzu werden die Trennungen zwischen den Zeitskalen aufgebrochen. So kann erlaubt werden, die Lerngeschwindigkeit so hoch zu wählen, dass sie die Zeitskala der Anregung erreicht. Hierdurch wird das Anregungssignal stark von dem Lernprozess überlagert. Eine Identifikation der Steigung rein unter Kenntnis der Optimierungsgröße $J_{\text{EWR}}(\underline{y})$ und des Anregungssignals $\underline{\theta}_{\text{pert}}$ muss nicht mehr funktionieren. Eine gute Gradientenschätzung kann jedoch erfolgen, wenn das bekannte Eingangssignal der Strecke $\underline{\theta}$ als Grundlage der Berechnung verwendet wird. Eine Methode für diese Gradientenschätzung bietet das EKF [37]. Bei der Verwendung einer solchen Methode bleibt die Wahl der Lerngeschwindigkeit allerdings trotzdem durch die Dynamik der Strecke beschränkt.

Die zweite Zeitskalentrennung, die aufgebrochen werden kann, ist die zwischen Anregungsfrequenz und Dynamik der Strecke. In diesem Fall ist am Ausgang der Strecke die im Allgemeinen nichtlineare Dynamik noch nicht abgeklungen. Liegt eine Strecke in Hammerstein-Struktur vor, d.h. sie setzt sich als Hintereinanderschaltung von statischer Nichtlinearität und linearer Dynamik zusammen, so besteht die Systemantwort aus Signalen in der Frequenz der Anregung sowie deren Vielfachen. Sie kann dabei jedoch phasenverschoben zur Anregung sein. Der phasenverschobene Anteil der Systemantwort in Anregungsfrequenz enthält dabei bis auf einen Faktor immer noch die Informationen über die Steigung der statischen Nichtlinearität. Wird dieser Anteil geschätzt, z.B. mit Hilfe eines Beobachters [38], so konvergiert die EWR auch bei höheren Anregungsfrequenzen und gegebener Strecke beispielsweise in Hammerstein-Struktur.

Eine weitere Möglichkeit, die Anregungsfrequenz gegenüber der Streckendynamik zu erhöhen, besteht darin, nicht nur die Ableitung(en) der statischen Nichtlinearität sondern auch

die Dynamik der Strecke online zu schätzen. Decken sich die getroffene Annahmen über die gewählte Modellstruktur mit der wahren Strecke so kann auch mit dieser Methode die Anregungs- und Lerngeschwindigkeit deutlich erhöht werden, ohne dass die Konvergenz der EWR verloren geht. Im Allgemeinen ist jedoch beim Aufbrechen der Zeitskalentrennung zwischen Systemdynamik und Anregungsfrequenz stets eine Annahme über die Modellstruktur zu treffen.

Die Verbesserung des Optimierungsschrittes ist ein weiterer Ansatzpunkt zur Verbesserung des EWR. Hierzu ist es sinnvoll, neben dem Gradienten auch weitere Ableitungen mit in die Lerngeschwindigkeit mit einzubeziehen, um so bei schwach gekrümmten Gütefunktionalen größere und bei stark gekrümmten Gütefunktionalen kleinere Änderungen der Stellgröße vorzunehmen [38, 39].

2.4.5. Extremwertregelung für nicht dynamische Systeme

Bei den im Rahmen dieser Arbeit zu regelnden Systemen handelt es sich um sich wiederholende gesteuerte Prozesse, die in sich abgeschlossen sind und sich kaum untereinander beeinflussen. Diese Art von Regelstrecken zeigt somit nach außen fast keine Dynamik, sondern kann durch eine reine statische Nichtlinearität beschrieben werden. Die hier einzusetzende EWR stellt somit eine online Optimierung dar, die auf Messdaten beruht und analog zur ILR den Regelfehler von einer Versuchsrealisierung zur folgenden reduziert. Es wird sich in diesem Abschnitt stets auf eine Minimierung der Gütefunktion bezogen, wobei auch jedes Maximierungsproblem durch Negierung der Gütefunktion immer in ein Minimierungsproblem umgeschrieben werden kann.

Da keine Systemdynamik vorhanden ist, stellt diese keine Beschränkung für die Lerngeschwindigkeit dar. Um auch die zweite Zeitskalentrennung aufzubrechen, sollen die Ableitungen, wie in Kapitel 2.4.4 beschrieben, unter Betrachtung der perturbierten Stellgröße $\underline{\theta}$ geschätzt werden. Durch den diskreten Charakter der aufeinander folgenden Versuchsrealisierungen ist wie bei allen diskreten Optimierungsalgorithmen eine effiziente Schrittweite zu wählen [40]. Um eine sinnvolle Schrittweite zu erhalten, wird im Folgenden vorgeschlagen, neben dem Gradienten auch die Krümmung der statischen Nichtlinearität zu schätzen. Mit diesen Informationen lässt sich ein Newton-Verfahren [40] für den Optimierungsschritt implementieren. Zur Schätzung der ersten und zweiten Ableitung der Gütefunktion J_{EWR} nach $\underline{\theta}$ wird ein rekursiver Least-Squares-Algorithmus verwendet. Eine Übersicht über den verwendeten Algorithmus in Anlehnung an Abb. 2.6 ist in Abb. 2.8 dargestellt.

Als statistisch unabhängige Systemanregungen für die einzelnen Stellgrößen werden gleichverteilte Zufallszahlen im Bereich $\underline{\theta}_{\text{pert},k} \in [-\theta_m, \theta_m]$ verwendet. Die maximale Spanne der Zufallsverteilung stellt dabei einen Designparameter dar. Die für die Versuchsrealisierung verwendete Stellgröße bestimmt sich aus der Addition der Systemanregungen und dem Ergebnis des letzten Optimierungsschritts $\tilde{\underline{\theta}}_k$. In der Abb. 2.8 ist der Übergang von einer Versuchsrealisierung zur nächsten durch ein Zero-Order-Hold-(ZOH)-Halteglied dargestellt.

$$\underline{\theta}_k = \tilde{\underline{\theta}}_k + \underline{\theta}_{\text{pert},k} \quad (2.51)$$

Die Messung jeder Versuchsrealisierung k wird mit Hilfe des Gütekriteriums bewertet. Um Informationen über die Steigung und Krümmung des Gütefunktionalen J_{EWR} in Abhängigkeit der Stellgrößenparameter $\underline{\theta}_k$ zu erhalten, wird lokal eine Parabel an die der Gütefunktion

2. Grundlagen

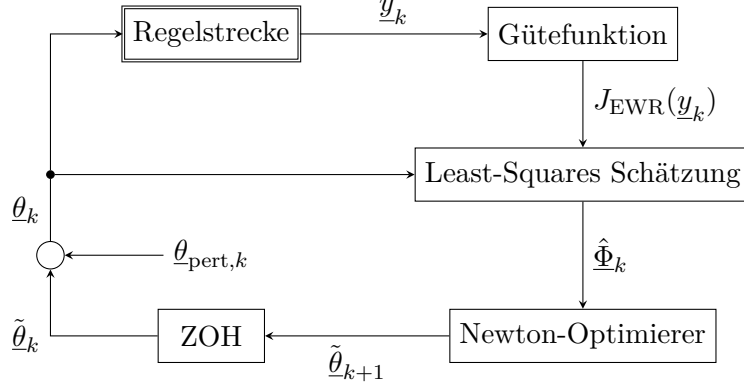


Abbildung 2.8.: Struktur der in dieser Arbeit verwendeten EWR.

zugrunde liegende statische Nichtlinearität auf Basis aller bisherigen Messungen $\underline{y}_{\tilde{k}}$ mit $\tilde{k} = 1, \dots, k$ angepasst:

$$J_{\text{EWR}}(\underline{y}_{\tilde{k}}) \approx \hat{J}_{\text{EWR},\tilde{k}} = \underline{\theta}_{\tilde{k}}^T \hat{H}_k \underline{\theta}_{\tilde{k}} + \hat{g}_k^T \underline{\theta}_{\tilde{k}} + \hat{o}_k, \quad \tilde{k} = 1, \dots, k, \quad (2.52)$$

wobei \hat{H}_k , \hat{g}_k und \hat{o}_k die Hesse-Matrix, der Gradientenvektor und der konstanter Offset sind, die im Folgenden bestimmt werden sollen. Die einzelnen Einträge von \hat{H}_k , \hat{g}_k und \hat{o}_k werden hierzu in einem Vektor $\hat{\Phi}_k$ zusammengefasst. Da alle diese Einträge nur linear in Gl. (2.52) eingehen, kann diese umgeschrieben werden zu:

$$\hat{J}_{\text{EWR},\tilde{k}} = \underline{v}_{\theta,\tilde{k}}^T \hat{\Phi}_k, \quad \tilde{k} = 1, \dots, k, \quad (2.53)$$

wobei sich $\underline{v}_{\theta,\tilde{k}}$ aus $\underline{\theta}_{\tilde{k}}$ berechnen lässt. Diese Gleichungen lassen sich zu einer Matrixgleichung zusammenfassen.

$$\begin{pmatrix} \hat{J}_{\text{EWR},1} \\ \vdots \\ \hat{J}_{\text{EWR},k} \end{pmatrix} = \underline{\hat{J}}_{\text{EWR},k} = V_{\theta,k} \hat{\Phi}_k = \begin{pmatrix} \underline{v}_{\theta,1}^T \\ \vdots \\ \underline{v}_{\theta,k}^T \end{pmatrix} \hat{\Phi}_k \quad (2.54)$$

Um die Parabel an die Messungen anzupassen, wird eine Least-Squares-Schätzung für $\hat{\Phi}_k$ durchgeführt.

$$\min_{\hat{\Phi}_k} (\underline{J}_{\text{EWR},k} - V_{\theta,k} \hat{\Phi}_k)^T W_{\text{LSQ}} (\underline{J}_{\text{EWR},k} - V_{\theta,k} \hat{\Phi}_k), \quad \underline{J}_{\text{EWR},k} = \begin{pmatrix} J_{\text{EWR}}(\underline{y}_1) \\ \vdots \\ J_{\text{EWR}}(\underline{y}_k) \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

Die Wahl der Matrix W_{LSQ} ermöglicht es, die Abweichungen zwischen Parabel und Messwerten zu verschiedenen Zeitpunkten unterschiedlich zu gewichten. Um lokal im Bereich des aktuellen $\underline{\theta}_k$ eine gute Approximation der Parabel zu erhalten, sollten hierbei die aktuelleren Messungen einen stärkeren Einfluss haben. Eine übliche Gewichtung der einzelnen Zeitpunkte ist die des exponentiellen Vergessens. Hierbei werden ältere Daten je Zeitschritt

2. Grundlagen

um einen Faktor $\lambda < 1$ geringer bewertet. Um dies zu erreichen, muss

$$W_{\text{LSQ}} = \begin{pmatrix} \lambda^{k-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda & 1 \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

gewählt werden [41]. Umso geringer λ gewählt wird, desto stärker konzentriert sich die Anpassung der Parabel auf die aktuellen Messungen.

Die Lösung der Least-Squares-Optimierung ergibt sich zu

$$\hat{\underline{\Phi}}_k = (V_{\theta,k}^\top W_{\text{LSQ}} V_{\theta,k})^{-1} V_{\theta,k}^\top W_{\text{LSQ}} \underline{J}_{\text{EWR},k} =: P_k V_{\theta,k}^\top W_{\text{LSQ}} \underline{J}_{\text{EWR},k}. \quad (2.57)$$

Die Berechnung der Inversen ist allerdings sehr rechenzeitaufwendig und die Matrix $V_{\theta,k}$ wird mit steigendem k größer, was zu Speicherproblemen führt. Um diese Probleme zu umgehen, bietet sich eine rekursive Berechnung von P_k an. Da die Schätzung der Parameter zu Anfang sehr unsicher ist, sollten die Einträge von P_0 mit hohen Werten initialisiert werden [41].

$$\gamma_k = [\underline{v}_{\theta,k+1}^\top P_k \underline{v}_{\theta,k+1} + \lambda]^{-1} P_k \underline{v}_{\theta,k+1} \quad (2.58)$$

$$\hat{\underline{\Phi}}_{k+1} = \hat{\underline{\Phi}}_k + \gamma_k [J_{\text{EWR}}(\underline{y}_{k+1}) - \underline{v}_{\theta,k+1}^\top \hat{\underline{\Phi}}_k] \quad (2.59)$$

$$P_{k+1} = \lambda^{-1} [\mathbf{I} - \gamma_k \underline{v}_{\theta,k+1} \underline{v}_{\theta,k+1}^\top] P_k \quad (2.60)$$

Somit kann rekursiv mit jeder Messung die Schätzung der Parabel aktualisiert werden. Die zugehörige Hesse-Matrix \hat{H}_k und der Gradient \hat{g}_k aus Gl. (2.52) lassen sich aus den Einträgen von $\hat{\underline{\Phi}}_k$ rekonstruieren. Im Optimierungsschritt wird, falls die Matrix \hat{H}_k positiv definit ist, ein Newton-Schritt durchgeführt. Das bedeutet, dass als nächster Stellgrößenparameter der zum Minimum der geschätzten Parabel gehörende Stellgrößenparameter gewählt wird. Ist die Matrix \hat{H}_k nicht positiv definit, so wird ein Gradientenschritt mit Schrittweite σ_θ verwendet.

$$\hat{\underline{\theta}}_{k+1} = \begin{cases} -0.5 \hat{H}_k^{-1} \hat{g}_k, & \hat{H}_k > 0 \\ \tilde{\underline{\theta}}_k - \sigma_\theta (2 \hat{H}_k \tilde{\underline{\theta}}_k + \hat{g}_k), & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.61)$$

Dabei kann es jedoch vor allem für schlecht konditionierte Matrizen \hat{H}_k vorkommen, dass sehr große Newton-Schritte berechnet werden. Da die angepasste Parabel jedoch meist nur lokal die reale Nichtlinearität gut approximiert, wird die Schrittweite zwischen einer und der folgenden Versuchsrealisierung durch die Maximalschrittweite θ_{\max} beschränkt. Die Beschränkung der Schrittweite erfolgt dabei so, dass die Richtung des Optimierungsschrittes beibehalten wird, während die Schrittweite auf θ_{\max} gesetzt wird.

$$\tilde{\underline{\theta}}_{k+1} = \begin{cases} \tilde{\underline{\theta}}_k + (\hat{\underline{\theta}}_{k+1} - \tilde{\underline{\theta}}_k) \frac{\theta_{\max}}{\|\hat{\underline{\theta}}_{k+1} - \tilde{\underline{\theta}}_k\|_2}, & \|\hat{\underline{\theta}}_{k+1} - \tilde{\underline{\theta}}_k\|_2 \geq \theta_{\max} \\ \hat{\underline{\theta}}_{k+1}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.62)$$

Anschließend beginnt die nächste Versuchsrealisation mit dem neu berechneten und noch zu perturbierenden $\tilde{\underline{\theta}}_{k+1}$. Dies wird in Abb. 2.8 durch das Zero-Order-Hold (ZOH) Halteglied angedeutet.

2.5. Iterativ Lernende Regelung

2.5.1. Allgemeine Struktur

Die ILR wird bei Regelungsaufgaben angewendet, bei denen sowohl die Anfangsbedingungen \underline{x}_0 , die Führungsgrößen als auch die Störungen sich zyklisch wiederholen. Das Regelungssystem lässt sich somit in Zyklen aufteilen und alle Führungsgrößen und alle Störungen zu jedem Zeitpunkt eines Zyklus in den jeweiligen Vektoren $\tilde{\underline{R}}$ und $\tilde{\underline{Z}}$ zusammenfassen, siehe beispielsweise Supervektoren in Kapitel 2.5.2. Es muss dann für jeden Zyklus k gelten:

$$\underline{x}_0 = \underline{x}_{0,k}, \quad \forall k \in \mathbb{N}, \quad (2.63)$$

$$\tilde{\underline{R}} = \tilde{\underline{R}}_k, \quad \forall k \in \mathbb{N}, \quad (2.64)$$

$$\tilde{\underline{Z}} = \tilde{\underline{Z}}_k, \quad \forall k \in \mathbb{N}. \quad (2.65)$$

Auch für Führungs- und Störgrößen, die sich langsam im Vergleich zur Konvergenzgeschwindigkeit der ILR ändern, lassen sich gute Regelergebnisse erzielen. Durch die Wiederholung der gleichen Regelungsaufgabe kann die gewonnene Information aus vergangenen Zyklen von der ILR genutzt werden, um die Regelgüte zu verbessern. Der Stellgrößenverlauf $\tilde{\underline{U}}_k$ eines Zyklus wird somit nicht in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand, sondern auf der Basis vergangener Regelungszyklen berechnet.

$$\tilde{\underline{U}}_k = \underline{f}_{\text{ILR}}(\tilde{\underline{U}}_{k-1}, \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1}) \quad (2.66)$$

$$\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k = \tilde{\underline{R}} - \tilde{\underline{Y}}_k \quad (2.67)$$

Hierdurch wird der gesamte Regelgrößenverlauf $\tilde{\underline{Y}}$ bzw. der Regelfehler $\tilde{\underline{\mathcal{E}}}$ der letzten Periode zur Berechnung des neuen Stellgrößenverlaufs herangezogen. Somit können auch akausale Stellgrößenverläufe entstehen, die in Zukunft auftretende Führungsgrößen und Störungen berücksichtigen, da diese laut Gl. (2.64) und Gl. (2.65) identisch zu den alten Verläufen sind.

2.5.2. Supervektordarstellung

Die in Kapitel 2.5.1 eingeführten Vektoren $\tilde{\underline{U}}$, $\tilde{\underline{Y}}$, $\tilde{\underline{R}}$ und $\tilde{\underline{Z}}$ enthalten alle zur Regelung relevanten Informationen über die Stell-, Mess-, Führungs- und Störgrößen eines gesamten Zyklus. Diese können von verschiedenen Sensoren bzw. Aktuatoren zum gleichen jedoch auch zu verschiedenen Zeitpunkten des Zyklus stammen. Hierbei werden in den jeweiligen, sogenannten Supervektoren [42] beispielsweise Aktuator- und Sensorinformationen zu jedem relevanten Abtastzeitpunkten zusammengefasst.

Meistens werden Modelle jedoch als zeitkontinuierliche oder zeitdiskrete Modelle identifiziert. Sie lassen sich gegebenenfalls abgetastet als zeitdiskretes Zustandsraummodell angeben:

$$\underline{x}_{k,l+1} = A\underline{x}_{k,l} + B\underline{u}_{k,l} \quad (2.68a)$$

$$\underline{y}_{k,l} = C\underline{x}_{k,l} + D\underline{u}_{k,l} + E\underline{z}_{k,l} \quad (2.68b)$$

2. Grundlagen

mit

$$\underline{u}_{k,l} = \underline{u}(t = t_{0,k} + l\Delta t), \quad (2.69)$$

$$\underline{y}_{k,l} = \underline{y}(t = t_{0,k} + l\Delta t), \quad (2.70)$$

wobei $t_{0,k}$ den Startzeitpunkt der k -ten Iteration und Δt die Abtastschrittweite darstellen. Um Regler auf Basis der Supervektoren berechnen zu können, soll hier gezeigt werden, wie sich aus Gl. (2.68) eine Systembeschreibung in Supervektordarstellung erhalten lässt. Wie bereits erwähnt, werden die Stell- und Messgrößenvektoren für alle relevanten Abtastzeitpunkte in einem Vektor gestapelt, um zu einer Supervektordarstellung zu gelangen, z.B.:

$$\underline{u}_k = \begin{bmatrix} \underline{u}_{k,0} \\ \underline{u}_{k,1} \\ \vdots \\ \underline{u}_{k,\tilde{s}} \end{bmatrix} \quad \underline{y}_k = \begin{bmatrix} \underline{y}_{k,0} \\ \underline{y}_{k,1} \\ \vdots \\ \underline{y}_{k,\tilde{s}} \end{bmatrix}.^1 \quad (2.71)$$

Hier wurde zur einfacheren Darstellung angenommen, dass genauso viele Messpunkte wie Stellgrößenzeitpunkte für die Regelung relevant sind.

Durch mehrfache Anwendung von Gl. (2.68) lässt sich jeder Eintrag von \underline{y}_k in Abhängigkeit von \underline{x}_0 und \underline{u}_k berechnen:

$$\underline{y}_{k,l} = E\underline{z}_{k,l} + D\underline{u}_{k,l} + CA^l\underline{x}_0 + \sum_{\tilde{l}=1}^l CA^{\tilde{l}-1}B\underline{u}_{k,l-\tilde{l}}. \quad (2.72)$$

Dies kann in Matrixschreibweise mit den Supervektoren \underline{y}_k und \underline{u}_k umgeschrieben werden:

$$\underline{y}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{(\tilde{s}-1)}B & \dots & CAB & CB & D \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}} \underline{u}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} E\underline{z}_{k,0} \\ E\underline{z}_{k,1} \\ \vdots \\ E\underline{z}_{k,\tilde{s}} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathcal{Z}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{\tilde{s}} \end{bmatrix}}_{\underline{\mathcal{Z}}} \underline{x}_0. \quad (2.73)$$

Sowohl die Anfangsbedingungen als auch die Störungen werden bei der ILR als zyklusinvariant angenommen und wurden somit zur additiven Störung $\underline{\mathcal{Z}}$ zusammengefasst. Es ergibt sich ein lineares Modell in der Form

$$\underline{y}_k = \mathcal{G}\underline{u}_k + \underline{\mathcal{Z}}. \quad (2.74)$$

Die Beschreibung des Systems mit einer Systemmatrix \mathcal{G} ist Ausgangspunkt jeder Ausle-

¹In der Supervektordarstellung wird aus notationstechnischen Gründen zwischen Größen, die im realen System gemessen bzw. aufgeschaltet werden und Größen des Modells unterschieden. Die realen Größen wurden bisher mit einer Tilde versehen, während die modellierten Größen in dieser Arbeit ohne Akzente gekennzeichnet werden.

gung einer linearen ILR. Die hergeleiteten Gleichungen sind für beliebig viele Stell- und Messgrößen gültig. Zur Vereinfachung wird die Reglerauslegung im Folgenden an einem Single-Input-System hergeleitet, sodass die Supervektoren die Dimension \tilde{s} haben.

2.5.3. Auslegung

Ziel einer ILR ist es, einer Führungsgröße möglichst gut zu folgen. Dabei sollen auftretende Regelfehler von Iteration zu Iteration abgebaut werden, sodass im konvergierten Fall ein optimales Folgeverhalten erreicht wird. Hierzu stehen Verfahren im Frequenz- und Zeitbereich zur Verfügung.

Im Frequenzbereich kann die ILR auf Basis einer Modellfamilie robust ausgelegt werden. In der Modellfamilie muss hierzu jegliches mögliche Modellverhalten abgebildet sein. Auf Basis der Modellfamilie kann ein Regler berechnet werden, der, unter Gewährleistung der Stabilität für alle Modellverhalten, eine maximale Konvergenzgeschwindigkeit besitzt. Zudem lassen sich die Auslegungsmethoden auch einfach auf den Fall nicht konstanter Anfangsbedingungen einer repetitiven Regelung erweitern [43].

Da die Beschreibungen sowohl des Strömungs- als auch des Verbrennungsverhaltens der SEC sehr komplex und nichtlinear sind, ist es schwer, eine Modellfamilie zu ermitteln, die jegliches Systemverhalten beschreibt. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb die Auslegung im Zeitbereich verwendet. Bei letzterer wird der Regler nur auf Basis eines einzigen Modells ausgelegt. Die Konvergenzgeschwindigkeit und Robustheitseigenschaften müssen dabei über Designparameter von Hand eingestellt werden. Die im Folgenden vorgestellte normoptimale ILR [44] bietet einen sehr hohen Freiheitsgrad zum Einstellen des Reglerverhaltens.

Das Regelziel wird bei der normoptimalen ILR über die Formulierung eines Gütekriteriums angestrebt, in dem die Norm des Regelfehler $\underline{\mathcal{E}}^T W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}}$ minimiert werden soll. Zudem kann die Stellgröße und deren Änderungsgeschwindigkeit während eines Zyklus $\underline{\mathcal{U}}^T W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}}$ bestraft werden. Beide Wichtungsmatrizen $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ und $W_{\underline{\mathcal{U}}}$ werden symmetrisch gewählt, wobei $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ positiv definit und $W_{\underline{\mathcal{U}}}$ positiv semidefinit sein müssen. Stimmt das Modell \mathcal{G} entsprechend Gl. (2.74) exakt mit der realen Strecke überein, kann durch Optimierung einer solchen Gütefunktion in einem Schritt die optimale Stelltrajektorie bestimmt werden.

$$\underline{\mathcal{U}}_{opt} = \underset{\underline{\mathcal{U}} \in \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} \tilde{J}_{ILR} = \underset{\underline{\mathcal{U}} \in \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}^T W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}} + \underline{\mathcal{U}}^T W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}}) \quad (2.75)$$

$$\underline{\mathcal{U}}_{opt} = (W_{\underline{\mathcal{U}}} + \mathcal{G}^T W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G})^{-1} \mathcal{G}^T W_{\underline{\mathcal{E}}} (\tilde{\mathcal{R}} - \underline{\mathcal{Z}}) \quad (2.76)$$

Die Störung $\underline{\mathcal{Z}}$ kann hierbei aus vergangenen Iterationen berechnet werden, da angenommen wurde, dass das Modell exakt bekannt ist. Ist jedoch das Modell unsicher, so ist es meist sinnvoller, sich in mehreren kleineren Schritten dem Optimum zu nähern. Dies wird bei der normoptimalen ILR erreicht, indem ein weiterer Term der Gütefunktion hinzugefügt wird, der Änderungen der Stellgröße von Iteration zu Iteration unter Einführung der symmetrischen und positiv semidefiniten Wichtungsmatrix $W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}}$ bestraft.¹ Das vollständige Gütekriterium zur Berechnung der Stelltrajektorie $\tilde{\underline{\mathcal{U}}}_k$ in der k -ten Iteration ergibt sich

¹Da bei Verwendung von semidefiniten Wichtungsmatrizen die Kriterien einer Norm bezüglich der einzelnen Summanden der Gütefunktion nicht mehr erfüllt sind, ist für entsprechende ILR in der Literatur anstelle des Begriffs „normoptimale ILR“ auch die Bezeichnung „quadratisch optimale ILR“ üblich.

2. Grundlagen

somit zu:

$$\tilde{\underline{U}}_k = \underset{\underline{U}_k \in \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} J_{\text{ILR}} = \underset{\underline{U}_k \in \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}_k^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}}_k + \underline{U}_k^\top W_{\underline{U}} \underline{U}_k + \Delta \underline{U}_k^\top W_{\Delta \underline{U}} \Delta \underline{U}_k) \quad (2.77)$$

mit

$$\Delta \underline{U}_k = \underline{U}_k - \tilde{\underline{U}}_{k-1}.^1 \quad (2.78)$$

Diese Kostenfunktion führt zu einer schrittweisen Verbesserung der Stellgrößentrajektorie von einer zur nächsten Iteration. Um diese Änderung zu berechnen, bietet es sich somit an, die Gütefunktion J_{ILR} bezüglich der Änderung der Stellgröße zu optimieren und hierzu zunächst J_{ILR} in Gl. (2.77) in Abhängigkeit von $\Delta \underline{U}_k$ darzustellen. Der Regelfehler wird mit Hilfe von Gl. (2.67) und Gl. (2.74) wie folgt umgeschrieben:

$$\underline{\mathcal{E}}_k = \tilde{\underline{R}} - \mathcal{G} \underline{U}_k - \underline{\mathcal{Z}} = (\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} + \mathcal{G} \tilde{\underline{U}}_{k-1} + \underline{\mathcal{Z}}) - \mathcal{G} \underline{U}_k - \underline{\mathcal{Z}} = \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - \mathcal{G} \Delta \underline{U}_k. \quad (2.79)$$

Mit Gl. (2.78) und Gl. (2.79) folgt für J_{ILR} :

$$J_{\text{ILR}} = \Delta \underline{U}_k^\top (\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\underline{U}} + W_{\Delta \underline{U}}) \Delta \underline{U}_k + 2 \Delta \underline{U}_k^\top (-\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} + W_{\underline{U}} \tilde{\underline{U}}_{k-1}) + o, \quad (2.80)$$

wobei o einen von $\Delta \underline{U}_k$ unabhängigen Term beschreibt. Setzt man die Ableitung von J_{ILR} nach $\Delta \underline{U}_k$ zu Null erhält man

$$\Delta \tilde{\underline{U}}_k = \underset{\Delta \underline{U}_k \in \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} J_{\text{ILR}} = (\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\underline{U}} + W_{\Delta \underline{U}})^{-1} (\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - W_{\underline{U}} \tilde{\underline{U}}_{k-1}), \quad (2.81)$$

$$\tilde{\underline{U}}_k = \Delta \tilde{\underline{U}}_k + \tilde{\underline{U}}_{k-1}. \quad (2.82)$$

Somit ergibt sich für die Wahl der neuen Stelltrajektorie $\tilde{\underline{U}}_k$

$$\tilde{\underline{U}}_k = L_{\text{ILR}} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} + Q_{\text{ILR}} \tilde{\underline{U}}_{k-1}, \quad (2.83)$$

$$L_{\text{ILR}} = H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}}, \quad (2.84)$$

$$Q_{\text{ILR}} = H^{-1} (\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\Delta \underline{U}}), \quad (2.85)$$

$$H = \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\underline{U}} + W_{\Delta \underline{U}}. \quad (2.86)$$

Die Invertierbarkeit der Hesse-Matrix H ist dabei immer gegeben, da $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ und $W_{\Delta \underline{U}}$ positiv definit und $W_{\underline{U}}$ positiv semi-definit gewählt werden. An der Struktur dieser Gleichung lässt sich erkennen, dass sich die Stelltrajektorie stets auf Grundlage der vorhergehenden Stelltrajektorie berechnet. Letztere wird dabei durch das Stellgrößenfilter Q_{ILR} modifiziert. Um den in der letzten Iteration auftretenden Regelfehler entgegenzuwirken, wird dieser mit der Lernmatrix L_{ILR} multipliziert und zur Stelltrajektorie addiert. Durch die Wahl von $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ und $W_{\underline{U}}$ wird in erster Linie die gesuchte, optimale Stellgrößentrajektorie Gl. (2.76) definiert, indem der benötigte Stellaufwand dem verbleibenden Regelfehler entgegengestellt wird. Die Konvergenzgeschwindigkeit des Reglers wird maßgeblich durch $W_{\Delta \underline{U}}$ beeinflusst.

¹ Auch die gemischten Terme $\Delta \underline{U}_k$ und $\underline{\mathcal{E}}_k$ aus realen und modellierten Größen werden ohne Tilde gekennzeichnet, um sie von der Differenz angewendeter Stelltrajektorien $\Delta \tilde{\underline{U}}_k = \tilde{\underline{U}}_k - \tilde{\underline{U}}_{k-1}$ sowie vom realen Regelfehler $\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k$ zu unterscheiden.

Wählt man sehr kleine Werte für $W_{\Delta\mathcal{U}}$ im Vergleich zu $W_{\mathcal{E}}$ so erhält man ein Konvergenzverhalten, welches, ähnlich zu Gl. (2.75), versucht, direkt die optimale Lösung einzustellen. Mit ansteigenden Werten für $W_{\Delta\mathcal{U}}$ nähert sich das Konvergenzverhalten einer Optimierung in Gradientenrichtung mit kleiner werdender Schrittweite $\Delta\tilde{\mathcal{U}}$, siehe Anhang A.1. Zudem können $W_{\mathcal{U}}$ und $W_{\Delta\mathcal{U}}$ auch genutzt werden, um die Matrix H zu regularisieren. Im Fall einer Stellgrößentrajektorie $\underline{\mathcal{U}}_{opt}$ aus Gl. (2.76), die außerhalb der Stellgrößenbeschränkung liegt, wird mit einem $W_{\mathcal{U}} > 0$ ein stabiles Reglerverhalten gewährleistet, da so verhindert wird, dass die von der ILR berechnete und die beschränkte Stellgröße stetig weiter auseinander driften. Im Rahmen dieser Arbeit wird bei Stellgrößenbeschränkungen jedoch das in Abschnitt 2.5.5 beschriebene Vorgehen verwendet, das auch ohne Beschränkung der Stellgröße Stabilität gewährleistet.

2.5.4. Konvergenz und Stabilität

Die ILR verändert die Stellgrößentrajektorie von Iteration zu Iteration. Eine Stabilitätsbetrachtung muss somit darauf abzielen, wie sich die ILR über die Iterationen verhält. Wünschenswert ist ein Verhalten, bei dem die ILR den Regelfehler stetig abbaut und sich einer optimalen Stelltrajektorie annähert.

Definition asymptotische Stabilität einer ILR [45]

Ein von einer ILR geregeltes System ist asymptotisch stabil, wenn gilt:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\underline{\mathcal{U}}_{konv} - \tilde{\mathcal{U}}_k\| = 0. \quad (2.87)$$

Hierbei stellt $\underline{\mathcal{U}}_{konv}$ die Stellgrößentrajektorie im konvergierten Fall dar. Zudem ist es wünschenswert, dass sich der Regelfehler nicht zwischen zwei Iterationen erhöhen kann. Deshalb wird oftmals zusätzlich monotone Konvergenz gefordert, welche verlangt, dass der Regelfehler bezüglich einer sinnvoll gewählten Norm sich von Iteration zu Iteration dem Regelfehler im auskonvergierten Fall $\underline{\mathcal{E}}_{konv}$ weiter annähert:

Definition monotone Konvergenz einer ILR [42]

Ein von einer ILR geregeltes System ist monoton konvergent, wenn gilt:

$$\|\tilde{\mathcal{E}}_{k-1} - \underline{\mathcal{E}}_{konv}\| > \|\tilde{\mathcal{E}}_k - \underline{\mathcal{E}}_{konv}\|, \quad \forall k \in \mathbb{N}. \quad (2.88)$$

Bei der normoptimalen ILR wird bei Übereinstimmung von Modell und realer Strecke das Gütekriterium von Iteration zu Iteration verringert. Durch dieses Vorgehen sind bei einer exakten Modellierung und einer unbeschränkten Stellgröße für die normoptimale ILR beide Bedingungen erfüllt, wie im Folgenden gezeigt wird. Somit ist es in diesem Fall stets möglich, die optimale Lösung Gl. (2.76) für $k \rightarrow \infty$ zu erreichen. Da die ILR auf den alten Stellgrößen aufbaut und lokal dem Fehler in Richtung des Modells entgegenwirkt, ist die ILR auch bei nichtlinearen Strecken in der Lage das lokale Optimum von Gl. (2.75) zu finden, falls die Stabilitäts- und Konvergenzbedingungen jederzeit erfüllt sind. Ebenso sind auch bei unsicheren Systembeschreibungen diese Bedingungen bezüglich aller in Frage kommender Streckenmodelle zu überprüfen. Es gibt somit eine Menge \mathcal{G} unsicherer beziehungsweise in den verschiedenen Arbeitspunkten linearisierter Modelle, für die die Stabilitäts- und Kon-

2. Grundlagen

vergenzbetrachtung durchgeführt werden muss. Im Folgenden soll diese Betrachtung für den Fall der unbeschränkten, normoptimalen ILR durchgeführt werden, wobei eine im Allgemeinen vom Modell \mathcal{G} abweichende Systembeschreibung $\tilde{\mathcal{G}} \in \tilde{\mathcal{G}}$ angenommen wird.

$$\tilde{\mathcal{Y}}_k = \tilde{\mathcal{G}}\tilde{\mathcal{U}}_k + \tilde{\mathcal{Z}} \quad (2.89)$$

Das Stellgesetz der normoptimalen ILR Gl. (2.83) kann zusammengefasst werden zu:

$$\tilde{\mathcal{U}}_k = H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{E}}_{k-1} + H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \tilde{\mathcal{U}}_{k-1}, \quad (2.90)$$

$$H = \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\underline{\mathcal{U}}} + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right). \quad (2.91)$$

Der Regelfehler der letzten Iteration wird nun mit Hilfe der angenommenen realen Strecke $\tilde{\mathcal{G}} \in \tilde{\mathcal{G}}$ ausgedrückt.

$$\tilde{\mathcal{U}}_k = H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{G}}\tilde{\mathcal{U}}_{k-1} - \tilde{\mathcal{Z}} \right) + H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \tilde{\mathcal{U}}_{k-1} \quad (2.92)$$

$$\tilde{\mathcal{U}}_k = H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{Z}} \right) + H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \tilde{\mathcal{U}}_{k-1} \quad (2.93)$$

Der auskonvergierte Zustand ist erreicht, wenn sich die Stellgröße zwischen den Iterationen nicht mehr ändert. Setzt man $\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}}$ für den Stellgrößenvektor $\tilde{\mathcal{U}}_{k-1}$ als auch für $\tilde{\mathcal{U}}_k$ ein, so ergibt sich:

$$\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} = \left(H - \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) - W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right)^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{Z}} \right), \quad (2.94)$$

$$\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} = \left(W_{\underline{\mathcal{U}}} + \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}} \right)^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{Z}} \right). \quad (2.95)$$

Zur Überprüfung der asymptotischen Stabilität wird die Abweichung zwischen $\tilde{\mathcal{U}}_k$ und $\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}}$ in Relation zu der Differenz $\tilde{\mathcal{U}}_{k-1} - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}}$ ausgedrückt.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{U}}_k - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} &= H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{Z}} \right) + H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \left(\tilde{\mathcal{U}}_{k-1} - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} \right) + \\ &\quad H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{U}}_k - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} &= H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{Z}} \right) + H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \left(\tilde{\mathcal{U}}_{k-1} - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} \right) + \\ &\quad H^{-1} \left(-\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}} - W_{\underline{\mathcal{U}}} \right) \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} \end{aligned} \quad (2.97)$$

Setzt man $\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}}$ aus Gl. (2.95) in den letzten Summanden ein, so erkennt man, dass er bis auf das Vorzeichen identisch zum ersten Summanden ist. Es resultiert:

$$\tilde{\mathcal{U}}_k - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} = H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right) \left(\tilde{\mathcal{U}}_{k-1} - \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} \right). \quad (2.98)$$

Gl. (2.87) ist genau dann erfüllt, wenn alle Eigenwerte von $H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}} \right) + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right)$ und somit auch der zugehörige Spektralradius $\bar{\rho}$ betragsmäßig kleiner als eins sind. Stimmt das Modell mit der Strecke überein ($\mathcal{G} = \tilde{\mathcal{G}}$), so kann gezeigt werden, dass diese Bedingung

2. Grundlagen

stets erfüllt ist:

$$\bar{\rho} \left(H^{-1} W_{\Delta \underline{u}} \right) = \bar{\rho} \left(\left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \mathcal{G} + W_{\underline{u}} + W_{\Delta \underline{u}} \right)^{-1} W_{\Delta \underline{u}} \right), \quad (2.99a)$$

$$= \bar{\rho} \left(\left(W_{\Delta \underline{u}}^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \mathcal{G} + W_{\underline{u}} \right) + W_{\Delta \underline{u}}^{-1} W_{\Delta \underline{u}} \right)^{-1} \right), \quad (2.99b)$$

$$= \frac{1}{\bar{\rho} \left(W_{\Delta \underline{u}}^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \mathcal{G} + W_{\underline{u}} \right) + W_{\Delta \underline{u}}^{-1} W_{\Delta \underline{u}} \right)}, \quad (2.99c)$$

$$= \frac{1}{\bar{\rho} \left(W_{\Delta \underline{u}}^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \mathcal{G} + W_{\underline{u}} \right) \right) + 1}. \quad (2.99d)$$

$W_{\Delta \underline{u}}^{-1}$ ist dabei immer noch eine symmetrische positiv definite Matrix, die in ihre symmetrische, positiv definite Wurzel zerlegt werden kann [46].

$$W_{\Delta \underline{u}}^{-1} = W_{\Delta \underline{u}}^{-1/2} W_{\Delta \underline{u}}^{-1/2} \quad (2.100)$$

Bei der Betrachtung der Eigenwerte kann die Reihenfolge der Matrizen getauscht werden.

$$\bar{\rho} \left(H^{-1} W_{\Delta \underline{u}} \right) = \frac{1}{\bar{\rho} \left(W_{\Delta \underline{u}}^{-1/2} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \mathcal{G} + W_{\underline{u}} \right) W_{\Delta \underline{u}}^{-1/2} \right) + 1} \in]0, 1[\quad (2.101)$$

Die verbleibende Matrix ist wiederum positiv definit mit positiven Eigenwerten, sodass alle Eigenwerte der Konvergenz der ILR zwischen 0 und 1 liegen und die notwendige und hinreichende Bedingung für Stabilität erfüllt ist.

Zur Überprüfung der monotonen Konvergenz wird statt der Stellgröße der Regelfehler betrachtet. Die Konvergenz des Regelfehlers kann mit Hilfe der Beziehung

$$\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k - \underline{\mathcal{E}}_{\text{konv}} = \left(\tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \tilde{\underline{\mathcal{G}}} \tilde{\underline{\mathcal{U}}}_k - \tilde{\underline{\mathcal{Z}}} \right) - \left(\tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \tilde{\underline{\mathcal{G}}} \underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} - \tilde{\underline{\mathcal{Z}}} \right), \quad (2.102)$$

$$\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k - \underline{\mathcal{E}}_{\text{konv}} = \tilde{\underline{\mathcal{G}}} \left(\underline{\mathcal{U}}_{\text{konv}} - \tilde{\underline{\mathcal{U}}}_k \right) \quad (2.103)$$

aus Gl. (2.98) abgeleitet werden. Ist $\tilde{\underline{\mathcal{G}}}$ quadratisch und invertierbar, was für die in dieser Arbeit betrachteten ILR gegeben ist, so folgt:

$$\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k - \underline{\mathcal{E}}_{\text{konv}} = \tilde{\underline{\mathcal{G}}} H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\underline{\mathcal{G}}} \right) + W_{\Delta \underline{u}} \right) \tilde{\underline{\mathcal{G}}}^{-1} \left(\tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - \underline{\mathcal{E}}_{\text{konv}} \right). \quad (2.104)$$

Verwendet man zur Bewertung der monotonen Konvergenz in Gl. (2.88) die induzierte 2-Norm, so muss Gl. (2.105) erfüllt sein.

$$\left\| \left(\tilde{\underline{\mathcal{G}}} H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\underline{\mathcal{G}}} \right) + W_{\Delta \underline{u}} \right) \tilde{\underline{\mathcal{G}}}^{-1} \right) \right\| < 1 \quad (2.105)$$

Äquivalent gilt folgende Bedingung für den maximalen Singulärwert:

$$\bar{\sigma} \left(\tilde{\underline{\mathcal{G}}} H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\varepsilon}} \left(\mathcal{G} - \tilde{\underline{\mathcal{G}}} \right) + W_{\Delta \underline{u}} \right) \tilde{\underline{\mathcal{G}}}^{-1} \right) < 1. \quad (2.106)$$

2. Grundlagen

Es kann gezeigt werden, dass bei Übereinstimmung zwischen Modell und realer Strecke ($\mathcal{G} = \tilde{\mathcal{G}}$) die normoptimale ILR stets monoton konvergent ist:

$$\|\mathcal{G}H^{-1}W_{\Delta\mathcal{U}}\mathcal{G}^{-1}\| = \|\mathcal{G}(\mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}}\mathcal{G} + W_{\mathcal{U}} + W_{\Delta\mathcal{U}})^{-1}\mathcal{G}^\top\mathcal{G}^{\top-1}W_{\Delta\mathcal{U}}\mathcal{G}^{-1}\|. \quad (2.107)$$

Die Norm der Summe von symmetrischen positiv definiten Matrizen ist dabei größer als die Norm einer dieser einzelnen Matrix [47]:

$$\begin{aligned} \|\mathcal{G}H^{-1}W_{\Delta\mathcal{U}}\mathcal{G}^{-1}\| &< \|\mathcal{G}(\mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}}\mathcal{G} + W_{\mathcal{U}} + W_{\Delta\mathcal{U}})^{-1}\mathcal{G}^\top\mathcal{G}^{\top-1}W_{\Delta\mathcal{U}}\mathcal{G}^{-1} + \\ &\mathcal{G}(\mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}}\mathcal{G} + W_{\mathcal{U}} + W_{\Delta\mathcal{U}})^{-1}\mathcal{G}^\top\mathcal{G}^{\top-1}(\mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}}\mathcal{G} + W_{\mathcal{U}})\mathcal{G}^{-1}\| = 1. \end{aligned} \quad (2.108)$$

In der Regel weicht das identifizierte Modell von der realen Strecke ab, sodass Gl. (2.98) und Gl. (2.104) Wege aufzeigen, um die Stabilität und monotone Konvergenz zu überprüfen. Meist ist es jedoch nicht möglich, die Gesamtheit möglicher wahrer Modelle anzugeben und so für alle diese Modelle die Stabilität und monotone Konvergenz nachzuweisen.

2.5.5. Beschränkte Iterativ Lernende Regelung

Bei realen Regelungsproblemen sind die Stellgrößen fast immer durch Minimal- ($\underline{\mathcal{U}}_{\min}$) und Maximalwerte ($\underline{\mathcal{U}}_{\max}$) beschränkt. Diese Beschränkungen der Stellgröße muss somit auch bei der ILR berücksichtigt werden. Das resultierende Optimierungsproblem

$$\underset{\underline{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{U} \subset \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}_k^\top W_{\mathcal{E}}\mathcal{E}_k + \underline{\mathcal{U}}_k^\top W_{\mathcal{U}}\underline{\mathcal{U}}_k + \Delta\underline{\mathcal{U}}_k^\top W_{\Delta\mathcal{U}}\Delta\underline{\mathcal{U}}_k), \quad (2.109a)$$

$$\mathbb{U} = \{\underline{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{R}^{\tilde{s}} \mid \underline{\mathcal{U}}_k \geq \underline{\mathcal{U}}_{\min} \wedge \underline{\mathcal{U}}_k \leq \underline{\mathcal{U}}_{\max}\} \quad (2.109b)$$

mit zulässigem Stellgrößenbereich \mathbb{U} kann als beschränktes Optimierungsproblem gelöst werden. Häufig bietet jedoch eine Lösung des unbeschränkten Optimierungsproblems mit anschließender Projektion der Stellgröße auf \mathbb{U} eine vergleichbare Regelgüte. Diese Variante ist im Vergleich deutlich weniger rechenintensiv.

In dieser Arbeit wird eine Projektion orthogonal auf den zulässigen Wertebereich verwendet. Für die Beschränkung in Gl. (2.109b) bedeutet dies, dass jede einzelne Stellgröße, die außerhalb ihres Stellgrößenbereichs liegt, auf den maximalen bzw. minimal zulässigen Stellgrößenwert gesetzt wird:

$$\underline{\mathcal{U}}_k^* = \underset{\underline{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{R}^{\tilde{s}}}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}_k^\top W_{\mathcal{E}}\mathcal{E}_k + \underline{\mathcal{U}}_k^\top W_{\mathcal{U}}\underline{\mathcal{U}}_k + \Delta\underline{\mathcal{U}}_k^\top W_{\Delta\mathcal{U}}\Delta\underline{\mathcal{U}}_k), \quad (2.110a)$$

$$\tilde{\underline{\mathcal{U}}}_k = \underline{\mathcal{U}}_k^* + \max(\underline{\mathcal{U}}_{\min} - \underline{\mathcal{U}}_k^*, \underline{0}) - \max(\underline{\mathcal{U}}_k^* - \underline{\mathcal{U}}_{\max}, \underline{0}), \quad (2.110b)$$

wobei die „max“-Funktion hierbei als elementweiser Operator zu verstehen ist.

Durch das Projizieren der Stellgröße auf den zulässigen Bereich bleiben die Stabilitätseigenschaften der ILR erhalten. Man kann zudem zeigen, dass bei exakt bekannter Strecke sowie für $W_{\Delta\mathcal{U}} \rightarrow \infty$ die ILR nach Gl. (2.110) ins globale Optimum konvergiert. Wie bereits im Abschnitt 2.5.3 erwähnt, ergibt sich für $W_{\Delta\mathcal{U}} \rightarrow \infty$ ein Konvergenzverhalten in Gradientenrichtung des Gütefunktional Gl. (2.75). Gelangt eine entsprechende ILR in eine Stellgrößenbeschränkung, konvergiert der Regler somit weiter in Richtung des maximalen

Abstiegs bezüglich des zulässigen Stellgrößenbereichs \mathbb{U} . Dies geschieht bei einem Gradientenschritt so lange bis der Gradient senkrecht auf dem Rand von \mathbb{U} steht und somit das Optimum gefunden ist.

2.5.6. Ganzzahlige Iterativ Lernende Regelung

Die in dieser Arbeit entwickelte ganzzahlige ILR ist eine Adaption der ILR an Mixed-Integer-Regelungsprobleme. Letztere sind Regelungsprobleme, bei denen zumindest ein Teil der Stellgrößen nur ganzzahlige Werte annehmen darf. Das zu regelnde System ergibt sich somit in Supervektordarstellung entsprechend Gl. (2.74) zu:

$$\tilde{\mathcal{Y}}_k = \tilde{\mathcal{G}}\tilde{\mathcal{U}}_k + \tilde{\mathcal{Z}} \quad (2.111)$$

mit

$$\tilde{\mathcal{U}}_k \in \bar{\mathbb{U}}, \quad (2.112a)$$

$$\bar{\mathbb{U}} = \left\{ \tilde{\mathcal{U}}_k = \begin{pmatrix} \check{\mathcal{U}}_k \\ \hat{\mathcal{U}}_k \end{pmatrix} \left| \tilde{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{U} \wedge \check{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{Z}^{\check{s}} \right. \right\}, \quad (2.112b)$$

wobei \mathbb{U} eine reellwertige Menge mit Stellgrößenbeschränkung entsprechend Gl. (2.109b) darstellt.

Es soll wiederum eine normoptimale ILR angegeben werden, die das Gütekriterium aus Gl. (2.75) unter Berücksichtigung der in Gl. (2.112) gegebenen Beschränkung an $\tilde{\mathcal{U}}$ schrittweise minimiert.

$$\bar{\mathcal{U}}_{\text{opt}} = \underset{\mathcal{U} \in \bar{\mathbb{U}}}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}^\top W_{\mathcal{E}} \mathcal{E} + \mathcal{U}^\top W_{\mathcal{U}} \mathcal{U}) \quad (2.113)$$

Für eine größere Robustheit gegen Modellungenauigkeiten soll auch hier ein iteratives Verfahren zum Auffinden der optimalen Stellgröße $\bar{\mathcal{U}}_{\text{opt}}$ verwendet werden. Wie bei der reellwertigen ILR wird hierzu eine Bestrafung der Änderung der Stellgröße von Iteration zu Iteration eingeführt, vgl. Gl. (2.77).

$$\tilde{\mathcal{U}}_k = \underset{\mathcal{U}_k \in \bar{\mathbb{U}}}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}_k^\top W_{\mathcal{E}} \mathcal{E}_k + \mathcal{U}_k^\top W_{\mathcal{U}} \mathcal{U}_k + \Delta \mathcal{U}_k^\top W_{\Delta \mathcal{U}} \Delta \mathcal{U}_k) \quad (2.114a)$$

$$\mathcal{E}_k = \tilde{\mathcal{E}}_{k-1} - \mathcal{G} \Delta \mathcal{U}_k \quad (2.114b)$$

$$\Delta \mathcal{U}_k = \mathcal{U}_k - \tilde{\mathcal{U}}_{k-1} \quad (2.114c)$$

Durch die Beschränkung von Stellgrößen auf ganzzahlige Werte lässt sich dieses Problem jedoch nicht mehr wie in Kapitel 2.5.3 analytisch lösen.

Für die Lösung von Mixed-Integer-Regelungsproblemen steht in der Literatur eine Vielzahl möglicher Verfahren zur Verfügung. Eine Regelungsstrategie, die hauptsächlich bei binären Regelungsaufgaben eingesetzt wird, ist es, die Stellgrößentrajektorie in Abhängigkeit der Schaltzeitpunkte zu formulieren und ein Gütefunktional in Abhängigkeit dieser Schaltzeitpunkte zu optimieren. Bei ganzzahligen Optimierungsproblemen bieten Rundungsstrategien den naheliegensten Ansatz, um die berechnete Stellgröße eines herkömmlichen Regelungsansatzes in eine ganzzahlige Stellgröße umzuwandeln. Eine weitere Möglichkeit bei

optimierungsbasierten Regelungsverfahren ist die Bestrafung von nicht ganzzahligen Stellgrößen im Gütefunktional. Auch eine adaptive Anpassung der zeitlichen Diskretisierung der Stellgröße kann helfen, zu ganzzahligen Stellgrößen zu gelangen [48]. Diese Methoden garantieren jedoch nicht, dass die optimale Lösung des Regelungsproblems gefunden wird. Um dies zu gewährleisten, können klassische Regelungsverfahren mit Mixed-Integer-Optimierern gelöst werden. Dies wurde beispielsweise in [49] anhand der modellprädiktiven Regelung umgesetzt. Ein Überblick zu Mixed-Integer-Optimierern bietet [50].

In dieser Arbeit wird ein Branch-and-Bound-Verfahren verwendet. Branch-and-Bound-Verfahren beruhen auf der Lösung von relaxierten Problemen, d.h. dem Berechnen des Optimums bezüglich eines reellwertigen Stellgrößenbereichs. Das Optimierungsproblem wird dabei rekursiv in viele Optimierungsaufgaben mit jeweils kleineren Definitionsbereichen \mathbb{U}_b mit $\bar{\mathbb{U}} \subset \bigcup_b \mathbb{U}_b$ zerteilt, bis sich für diese Teilprobleme Lösungen in $\bar{\mathbb{U}}$ ergeben. Durch diese sukzessive Aufteilung entsteht eine Baumstruktur. Dabei werden Äste des Baums nicht weiter betrachtet, deren Definitionsmenge als Lösung des ursprünglichen Optimierungsproblems Gl. (2.112) ausgeschlossen werden kann. Wurden alle Äste durchsucht beziehungsweise ausgeschlossen, so ist die optimale Stellgröße $\tilde{\underline{u}}_k$ aus Gl. (2.114) für den nächsten Optimierungsschritt gefunden. Das implementierte Verfahren ist im Anhang A.2 genauer beschrieben.

Eine ganzzahlige ILR nach Gl. (2.114) garantiert jedoch im Vergleich zur unbeschränkten ILR nicht, dass das Verfahren inklusive Bestrafung der Schrittweite gegen das globale Optimum $\underline{\tilde{u}}_{\text{opt}}$ (Gl. (2.113)) konvergiert. Dieses unerwünschte Verhalten tritt beispielsweise bei einer starken Bestrafung der Schrittweite auf. Während diese bei der unbeschränkten ILR dazu führt, dass sich die Regelung mit kleinen Schrittweiten langsam der Lösung Gl. (2.75) annähert, kann die ganzzahlige ILR hingegen diese kleinen Schritte durch die Beschränkung $\underline{u}_k \in \bar{\mathbb{U}}$ nicht durchführen. Somit kann es in diesen Fällen dazu kommen, dass sich ein stationäres Verhalten der ILR mit $\underline{u}_k = \underline{u}_{k-1}$ ergibt, auch wenn diese nicht der gesuchten Lösung des Optimierungsproblems Gl. (2.113) entspricht.

Um diesem Problem zu entgegnen, wurden im Rahmen dieser Arbeit drei Abwandlungen der ILR vorgeschlagen.

1. Variante:

Die erste untersuchte Variante ist hierbei, die Bestrafung der Schrittweite nicht bezüglich der letzten Stellgröße der ganzzahligen ILR zu berechnen, sondern bezüglich der fiktiven Stellgröße einer parallel berechneten reellwertigen ILR. Mit Hilfe der parallel berechneten ILR kann das Konvergenzverhalten einer reellwertigen ILR beibehalten werden. Das Lösen des ganzzahligen ILR-Optimierungsproblems dient in erster Linie dem Berechnen einer zulässigen ganzzahligen Lösung im jeweiligen Iterationsschritt. Es werden somit stets die folgenden zwei Optimierungsaufgaben in einem Iterationsschritt gelöst werden:

$$\tilde{\underline{u}}_k = \underset{\underline{u}_k \in \bar{\mathbb{U}}}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}_k^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}}_k + \underline{u}_k^\top W_{\underline{u}} \underline{u}_k + \Delta \underline{u}_k^{*\top} W_{\Delta \underline{u}} \Delta \underline{u}_k^*), \quad (2.115a)$$

$$\underline{u}_k^* = \underset{\underline{u}_k \in \mathbb{R}^{\bar{s}}}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}_k^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}}_k + \underline{u}_k^\top W_{\underline{u}} \underline{u}_k + \Delta \underline{u}_k^{*\top} W_{\Delta \underline{u}} \Delta \underline{u}_k^*), \quad (2.115b)$$

$$\Delta \underline{u}_k^* = \underline{u}_k - \underline{u}_{k-1}^*, \quad (2.115c)$$

2. Grundlagen

$$\underline{\mathcal{E}}_k = \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - \mathcal{G}\Delta\underline{\mathcal{U}}_k, \quad (2.115d)$$

$$\Delta\underline{\mathcal{U}}_k = \underline{\mathcal{U}}_k - \tilde{\underline{\mathcal{U}}}_{k-1}. \quad (2.115e)$$

Diese Methode hat jedoch den Nachteil, dass der Algorithmus zwar eine Lösung nahe des Optimums findet, das Konvergieren zur optimalen Lösung jedoch nicht garantiert werden kann. Abbildung 2.9 verdeutlicht dies anhand folgender zweidimensionalen Gütefunktion

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{\text{ILR}} &= \left(\tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \tilde{\underline{\mathcal{Z}}} - \tilde{\mathcal{G}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \right)^T W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \tilde{\underline{\mathcal{Z}}} - \tilde{\mathcal{G}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \right) = \\ &= (u_1 - 2.1)^2 + (u_2 - 1.45)^2 + 2(u_1 + 2u_2 - 5)^2 + 31.5125. \end{aligned} \quad (2.116)$$

Bei einer exakten Modellierung des Systems sowie iterationsinvarianten Störungen und Anfangsbedingungen konvergiert $\underline{\mathcal{U}}^* \in \mathbb{R}^2$ in die optimale reellwertige Lösung, die in der Abbildung mit einem schwarzen Stern markiert ist. Für hohe Werte von $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ ergibt sich bei diesem Verfahren jedoch die blau markierte Lösung der ganzzahligen ILR (Gl. (2.115a)), welche von der optimalen, rot markierten Lösung der ganzzahligen Regelungsaufgabe Gl. (2.113) abweicht.

2. Variante:

Eine Methode, diese Abweichung bei Übereinstimmung zwischen Modell und realer Strecke sowie iterationsinvarianten Störungen und Anfangsbedingungen zu vermeiden, bietet die zweite Variante, bei der die Gewichtungsmatrix $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ stets verkleinert wird, wenn sich die ganzzahlige Stellgröße von Iteration zu Iteration nicht ändert. Somit strebt $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ gegen Null und die Lösung konvergiert gegen die gesuchte Lösung ohne Bestrafung der Schrittweite (Gl. (2.113)), siehe rote Markierung in Abb. 2.9. Damit die Regelung auf sich langsam ändernde Störgrößen nach einer Zeit nicht mit zu stark springenden Stellgrößen reagiert, ist es sinnvoll, $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ wieder zu erhöhen, solange sich zumindest eine ganzzahlige Stellgröße über eine Iteration ändert.

$$\tilde{\underline{\mathcal{U}}}_k = \underset{\underline{\mathcal{U}}_k \in \bar{\mathbb{U}}}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}_k^T W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}}_k + \underline{\mathcal{U}}_k^T W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}}_k + \Delta\underline{\mathcal{U}}_k^T W_{\Delta\underline{\mathcal{U}},k-1} \Delta\underline{\mathcal{U}}_k) \quad (2.117a)$$

$$\underline{\mathcal{E}}_k = \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - \mathcal{G}\Delta\underline{\mathcal{U}}_k \quad (2.117b)$$

$$\Delta\underline{\mathcal{U}}_k = \underline{\mathcal{U}}_k - \tilde{\underline{\mathcal{U}}}_{k-1} \quad (2.117c)$$

$$W_{\Delta\underline{\mathcal{U}},k} = \begin{cases} w^{\ominus} W_{\Delta\underline{\mathcal{U}},k-1}, & \check{\underline{\mathcal{U}}}_k = \check{\underline{\mathcal{U}}}_{k-1} \\ w^{\oplus} W_{\Delta\underline{\mathcal{U}},k-1}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.117d)$$

Hierbei sind $\check{\underline{\mathcal{U}}}_k$ die ganzzahligen Stellgrößen des Vektors $\tilde{\underline{\mathcal{U}}}_k$. Die beiden Parameter $w^{\ominus} < 1$ und $w^{\oplus} > 1$ zur Anpassung von $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ sind Designparameter, die hauptsächlich dem Messrauschen und den Störungen im Systems anzupassen sind.

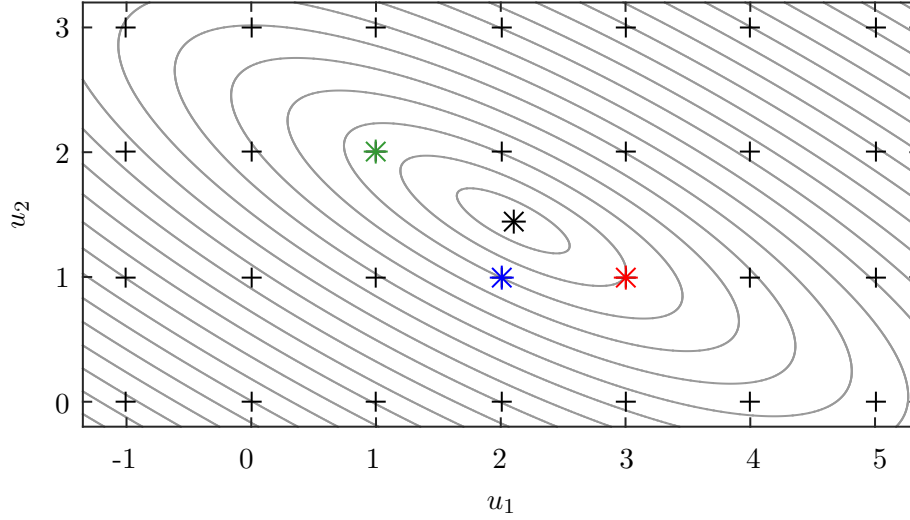


Abbildung 2.9.: Darstellung des ILR-Konvergenzverhaltens anhand eines 2-D Höhenprofils.

3. Variante:

Die dritte, untersuchte Adaption der ILR besteht darin, statt große Lernschrittweite durch eine Bestrafung im Gütefunktional zu verhindern, eine Maximalschrittweite als Nebenbedingung für die Optimierung vorzugeben.

$$\tilde{\underline{u}}_k = \underset{\underline{u}_k \in \tilde{\mathbb{U}}}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}_k^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}}_k + \underline{\mathcal{U}}_k^\top W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}}_k) \quad (2.118a)$$

$$\underline{\mathcal{E}}_k = \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - \mathcal{G} \Delta \underline{\mathcal{U}}_k \quad (2.118b)$$

$$\Delta \underline{\mathcal{U}}_k = \underline{\mathcal{U}}_k - \tilde{\underline{\mathcal{U}}}_{k-1} \quad (2.118c)$$

$$\Delta \underline{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{U}_\Delta \quad (2.118d)$$

\mathbb{U}_Δ gibt hierbei den Bereich zulässiger Stellgrößensprünge an. Auch bei dieser Variante kann es vorkommen, dass der Algorithmus nicht in die optimale Lösung Gl. (2.113) konvergiert. Ein Beispiel, in dem ein solch unerwünschtes Verhalten auftritt, ist in Abb.2.9 dargestellt. Bei einer Beschränkung des Stellschrittes durch

$$\mathbb{U}_\Delta = \{\Delta \underline{\mathcal{U}}_k \in \mathbb{Z} \mid \|\Delta \underline{\mathcal{U}}_k\|_\infty \leq 1\} \quad (2.119)$$

würde bei diesem Beispiel in der folgenden Iteration keine bessere Lösung ausgehend von der grün markierten Position gefunden werden. Die optimale rot markierte Lösung wird in diesem Fall somit nicht erreicht. Diese Variante hat jedoch den Vorteil, dass durch die Beschränkung des zulässigen Definitionsbereichs von $\Delta \underline{\mathcal{U}}_k$ weniger mögliche Kombinationen von ganzzahligen Stellgrößen für die Lösung zur Auswahl stehen und somit die im schlimmsten Fall benötigte Rechenzeit für die Optimierung sinkt.

3. Zustandsschätzung

3.1. Zielsetzung

Für die Regelung der SEC ist es wichtig, dass möglichst viele Informationen über den Zustand im Verbrennungsrohr zur Verfügung stehen. So ist es für die gezielte Einspritzung des Treibstoffs wichtig zu wissen, zu welchem Zeitpunkt ein Unterdruck im Rohr erzeugt wird und somit die Ansaugung von Frischluft beginnt, sowie die Geschwindigkeit der Einströmung zu kennen, um auf die anschließende vorwiegend konvektive Verteilung des Treibstoffs im Rohr zu schließen. Zudem sind Kenntnisse über die Temperatur- und Druckverteilung im Verbrennungsrohr notwendig, um die Zündverzugszeit in Abhängigkeit der Treibstoffeinspritzung vorherzusagen.

Allerdings sind die Möglichkeiten des Sensoreinsatzes in der Brennkammer sehr beschränkt. So lassen sich Dichte, Temperatur und Strömungsgeschwindigkeit nicht bei der gegebenen Temperatur im Verbrennungsrohr in der notwendigen Dynamik messen. Somit stehen nur Drucksensoren zur Verfügung, die aus Kostengründen jedoch nur möglichst in geringer Anzahl im Rohr verbaut werden sollten.

Es soll somit ein Algorithmus entwickelt werden, mit dem nach Möglichkeit alle thermodynamischen Größen im Rohr zu jedem Zeitpunkt in Echtzeit geschätzt werden können. Hierbei soll nur auf Druckinformationen zurückgegriffen werden. Zudem soll festgestellt werden, wie hoch die Mindestanzahl an Drucksensoren ist, mit der eine zuverlässige Schätzung erfolgen kann.

In der Literatur ist vor allem auf dem Gebiet der numerischen Fluidodynamik das Problem der Rekonstruktion nicht gemessener Strömungsgrößen verbreitet. In [51] und [52] wird beispielsweise das inverse Problem gelöst, um aus einer Geschwindigkeitsmessung mittels Particle Image Velocimetry die instationäre Druckverteilung zu rekonstruieren. Hierzu werden mit Hilfe der adjungierten Gleichungen die Abweichungen zwischen gemessenen und simulierten Strömungsfeld minimiert, indem das Druckfeld angepasst wird. Diese Methode lässt sich auch auf Basis detaillierter, numerischer Berechnungen anwenden, ist jedoch nicht für eine Online-Schätzung geeignet. Eine Echtzeitanwendung kann sich hingegen von Bayes-Zustandsschätzverfahren erhofft werden, siehe Kapitel 2.3.1. Strömungstechnische Anwendungen hierzu sind auf dem Gebiet der Wetterforschung [53], der Geologie [54] und von Ozeanströmung [55] mit unterschiedlichen Bayes-Schätzern zu finden. Aufgrund des hohen Zeitaufwands zur Berechnung der hochdimensionaler Strömungsfelder wurden die Schätzverfahren jedoch auch in diesen Fällen nicht zur Echtzeitschätzung verwendet. Da der betrachtete Strömungsprozess durch ein langes, schmales Rohr gut durch einen eindimensionalen Strömungsprozess approximiert werden kann, ist in dem in dieser Arbeit betrachteten Problem der Rechenaufwand für die Strömungssimulation deutlich geringer. Zur Simulation wird der in Kapitel 2.1.3 beschriebene Simulator verwendet. Auch für die Zustandsschätzung muss ein Verfahren gewählt werden, dass für nichtlineare Systeme geeignet jedoch bezüglich des Rechenaufwands nicht zu intensiv ist. Dies wird durch das im

Kapitel 2.3.2 beschriebene Sigmapunkt-Kalman-Filter erfüllt, welches in Voruntersuchungen an einer nichtreaktiven eindimensionalen Strömung bereits erfolgreich getestet wurde [56].

Ist jedoch der Zustandsraum des dem UKF zu Grunde liegenden Modells zu groß, so sind die benötigten Rechenzeiten eines UKF hoch, sodass keine Echtzeitschätzung möglich ist. Um den zu schätzenden Parameterraum zu reduzieren, wird deshalb im UKF die in Kapitel 2.2.2 beschriebene Galerkin-Approximation in Kombination mit der Hauptkomponentenanalyse auf den Simulator angewendet, sodass ein reduziertes Modell für das UKF erhalten wird.

Zur Anwendung der entwickelten Zustandsschätzung auf den realen Prüfstand ist eine Anpassung des reduzierten Modells auf den realen Prüfstand notwendig. Durch die geringe Reaktivität des Treibstoffs bei atmosphärischen Bedingungen wies der verwendete Prüfstand jedoch große Unterschiede zur Simulation aus Kapitel 2.1.3 auf. So beschreiben die im Simulator verwendeten Gleichungen einen resonanten SEC-Betrieb, bei dem es durch die rücklaufende Welle zu einem Unterdruck im Eingang des Rohres und damit zu einem Ansaugen von Frischluft kommt. Dies wird im vorhandenen Versuchsstand nicht erreicht. Der resonante Betrieb hat jedoch maßgeblichen Einfluss auf die Wechselwirkung aufeinanderfolgender Zündungen und muss deshalb von einer Zustandsschätzung der SEC abgebildet werden. Somit war die Verwendung eines auf dem Simulator beruhenden Zustandsschätzers für den realen Versuchsstand zum Zeitpunkt dieser Arbeit noch nicht möglich. Das Konzept der Zustandsschätzung wurde deshalb zunächst in der Simulationsumgebung der SEC entwickelt.

3.2. Zustandsschätzung der stoßfreien, explosionsartigen Verbrennung

In diesem Kapitel sollen die thermodynamischen Größen innerhalb einer SEC-Simulationsumgebung geschätzt werden. Hierzu wird der in Kapitel 2.1.3 beschriebene Simulator als zu schätzendes dynamisches System verwendet. Er lässt sich als nichtlineare, diskrete Differentialgleichung darstellen:

$$\tilde{\underline{x}}_l = f(\tilde{\underline{x}}_{l-1}), \quad (3.1)$$

wobei $\tilde{\underline{x}}_l$ den örtlich diskretisierten thermodynamischen sowie kinetischen Zustand im Verbrennungsrohr zum Zeitpunkt l beschreibt. Für die numerische Berechnung wurde das Verbrennungsrohr in 100 äquidistante Volumen eingeteilt. Der Zustand jedes Volumens lässt sich dabei durch fünf unabhängige physikalische Größen beschreiben, sodass sich für die Dimension von $\tilde{\underline{x}}_l$ eine Anzahl von $n = 500$ ergibt. Zum Beschreiben des thermodynamischen Zustands eines Volumens werden im Folgenden die Partialdichte, die Strömungsgeschwindigkeit und der Druck verwendet. Hinzu kommen die kinetischen Größen der Spezieskonzentrationen. Der Zustandsvektor lässt sich somit darstellen als

$$\tilde{\underline{x}}_l = \begin{pmatrix} \tilde{\underline{x}}_{\rho,l} \\ \tilde{\underline{x}}_{v,l} \\ \tilde{\underline{x}}_{p,l} \\ \tilde{\underline{x}}_{\rho Y_B,l} \\ \tilde{\underline{x}}_{\rho Y_R,l} \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

3. Zustandsschätzung

Hierbei entspricht $\tilde{x}_{a,l}$ dem Vektor der physikalischen Größe $a \in \{\rho, v, p, \rho Y_B, \rho Y_R\}$ über alle diskretisierten Volumen im l -ten Zeitschritt der Finite-Volumen-Simulation.

Der Zustandsschätzer hat zur Aufgabe, den gesamten Zustandsvektor des Systems zu schätzen und darf dabei nur auf Druckinformationen des Simulators zurückgreifen.

$$\tilde{y}_l = \tilde{C} \tilde{x}_l \quad (3.3)$$

In der Messgleichung (3.3) muss die Matrix \tilde{C} so gewählt werden, dass ihre Zeilenanzahl der Anzahl fiktiven Drucksensoren entspricht. Jede dieser Zeilen ist mit Nullen gefüllt mit Ausnahme einer Eins in der jeweiligen Spalte die zum entsprechenden zu messenden Druckwert im Zustandsvektor gehört.

Zur Reduktion der Rechenzeit, erfolgt die Zustandsschätzung auf Basis eines reduzierten Modells. Um ein reduziertes Modell des Simulator zu erhalten, wurde vom Teilprojekt A04 des SFB 1029 eine blockweise Variante der in Kapitel 2.2.2 beschriebenen Galerkin-Approximation implementiert. Hierzu wurden die Verläufe des Zustandsvektors für einen SEC-Zyklus mit homogener Zündung aufgezeichnet. Es ergeben sich für die verschiedenen Abtastzeitpunkte q die Zustandsvektoren $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_q$. Anschließend werden die Zustandsverläufe für jede physikalische Größe einzeln analog zu Gl. (2.21) in Datenmatrizen zusammengefasst.

$$\tilde{X}_a = [\tilde{x}_{a,1}, \tilde{x}_{a,2}, \dots, \tilde{x}_{a,q}] , \quad a \in \{\rho, v, p, \rho Y_B, \rho Y_R\} \quad (3.4)$$

Durch die Hauptkomponentenanalyse können alle Zustandsvektoren der einzelnen physikalischen Größen jeweils durch eine Linearkombination ihrer wichtigsten Hauptkomponenten $S_a \in \mathbb{R}^{n \times r_a}$ dargestellt werden.

$$\tilde{x}_{a,l} \approx S_a \underline{x}_{a,l} , \quad a \in \{\rho, v, p, \rho Y_B, \rho Y_R\} \quad (3.5)$$

Der gesamte Zustandsvektor konnte für den Simulator auf diesem Weg von 500 Zuständen auf eine Größe von $r = 337$ reduziert werden, ohne dass größere Abweichungen zwischen reduziertem Modell und Simulation auftraten. Hierbei wurden die einzelnen Zustandsvektoren auf die Größen $r_a = 75 \quad \forall \quad a \in \{\rho, v, p\}$ und $r_a = 56 \quad \forall \quad a \in \{\rho Y_B, \rho Y_R\}$ reduziert. Die auf die einzelnen physikalischen Komponenten $(\rho, v, p, \rho Y_B, \rho Y_R)$ angewendete Hauptkomponentenanalyse zeigte eine deutlich bessere Güte bei gleichem Reduktionsgrad im Vergleich zu einer auf den gesamten Zustandsvektor angewandten Reduktion. Die bei einer ganzheitlichen Hauptkomponentenanalyse entstehende Kopplung der strömungsmechanischen und kinetischen Zustandsgrößen ist hierbei hauptsächlich für die schlechtere Performance dieser Variante verantwortlich, da kleine Abweichungen in der Anzahl der chemischen Spezies bereits einen großen Einfluss auf die Dynamik des Systems bei einer Zündung haben.

Für den blockweise reduzierten Zustandsvektor lässt sich folgendes Modell definieren:

$$\underline{x}_l = S^\top f(S \underline{x}_{l-1}) + \underline{v}_{\mathcal{N},l} , \quad (3.6)$$

$$\underline{y}_l = \tilde{C} S \underline{x}_l + \underline{w}_{\mathcal{N},l} = C \underline{x}_l + \underline{w}_{\mathcal{N},l} , \quad (3.7)$$

wobei S die Blockdiagonalmatrix mit den Diagonalmatrizen $S_\rho, S_v, S_p, S_{\rho Y_B}$ und $S_{\rho Y_R}$ ist. Hierbei wurden zusätzlich die Vektoren $\underline{v}_{\mathcal{N},l}$ und $\underline{w}_{\mathcal{N},l}$ eingeführt, die das Messrauschen der angenommenen Sensoren und die durch die Reduktion des Modells entstandenen Modellungenauigkeiten als normalverteilte Zufallsgrößen repräsentieren.

3. Zustandsschätzung

Da durch eine fehlerhafte Anfangsschätzung und Modellungenauigkeiten bei einer reinen Hochrechnung des reduzierten Modells keine genaue Vorhersage des Zustands erreicht werden kann, soll der geschätzte Zustand stets mit Hilfe der Druckinformationen aus dem Finite-Volumen-Verfahren korrigiert werden. Hierzu wird das in Kapitel 2.3.2 beschriebene Kalman-Filter verwendet: Für das Time-Update, der Schätzung der Kovarianzmatrix und des Erwartungswerts nach einem Simulationszeitschritt, wird das SPKF verwendet. Für die Korrektur mit Hilfe der neuen Messinformationen im Measurement-Update werden die entsprechenden Gleichung des linearen Kalman-Filters verwendet.

Beide Update-Schritte setzen voraus, dass die Verteilung der Zustandsgrößen jederzeit gaußsch ist. Für einen großen Zeitraum der Simulation ist dies annähernd erfüllt, jedoch nicht für Simulationsschritte zeitlich nahe dem Zündzeitpunkt. Durch die kurze Ausbrandzeit bilden sich auch bei ähnlichen Ausgangszuständen schnell zwei sehr verschiedene, mögliche Folgezustände aus: Ist der Zündzeitpunkt des Gemisches noch nicht erreicht, bleibt der Ausgangszustand nur leicht verändert erhalten. Erfolgt jedoch eine Zündung, ändert sich die Temperatur, der Druck und die chemische Zusammensetzung in dem betrachteten Volumen stark. Ein Zustand, bei dem sich nur ein Teil des Treibstoffes umsetzt, ist im Simulator durch die kurze Ausbrandzeit sehr unwahrscheinlich.

Beim Time-Update des SPKF werden Sigmapunkte gebildet, die um den geschätzten Zustand entsprechend der zugehörigen Kovarianzmatrix variieren. Für zündnahe Zustände werden sich somit sowohl Sigmapunkte ausbilden, die im nächsten Simulationsschritt zünden als auch welche, die nicht zünden. Da im SPKF stets normalverteilte Zustände angenommen werden, ergibt sich aus den propagierten Sigmapunkten im nächsten Zeitschritt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung in Form einer Gaußkurve, die ihr Maximum, entgegen der Realität, in einem Bereich aufweist, das einem teilweise gezündeten Gemisch entspricht.

Zur Veranschaulichung ist das Verhalten des Time-Updates des SPKF in Abb. 3.1 graphisch für einen skalaren Zustand dargestellt. In dieser Abbildung ist als graue Fläche die Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Zustand dargestellt, bei dem gerade noch keine Zündung stattgefunden hat. Aus dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung werden drei repräsentative Sigmapunkte entsprechend Gl. (2.40) ausgewählt (weiße Kreise). Die Folgezustände im nächsten Zeitschritt werden mit Hilfe des reduzierten Modells berechnet und sind als schwarze Punkte gekennzeichnet. Die resultierende Normalverteilung, die auf Basis dieser Sigmapunkte durch das Kalman-Filter geschätzt wird, ist orange dargestellt. Sie weicht deutlich von der in grün dargestellten, realen, bimodalen Wahrscheinlichkeitsverteilung ab.

Die Nichtlinearität der Dynamik ist somit in diesen Simulationsschritten zu groß, um eine gute Schätzung mit Hilfe des Kalman-Filters durchzuführen. War die Schätzung jedoch vor der Zündung gut, so führt eine reine Vorwärtssimulation mit dem reduzierten Modell zu einem ähnlichen Zündverhalten verglichen mit dem Simulator, wobei der Zündort und der Zündzeitpunkt nur leicht abweichen. Dies bietet die Möglichkeit, während des Zündvorgangs die Zustandsschätzung durch das Kalman-Filter zu deaktivieren und eine reine Berechnung des Zündverhaltens mittels des reduzierten Modells durchzuführen. Die durch die reine Modellrechnung zu erwartenden größeren Schätzfehler des Systemzustands können nach dem Zündvorgang durch Reaktivieren des Kalman-Filters wieder korrigiert werden. Die Reaktivierung des Kalman-Filters erfolgt mit dem zuletzt berechneten Zustand des reduzierten Modells als Erwartungswert \hat{x}_0 und einer vom vorhergehenden Verhalten unabhängigen Kovarianzmatrix \hat{P}_{x_0} . Letztere sollte die zu erwartenden Ungenauigkeiten durch die Vorwärtssimulation ohne Kalman-Filter abschätzen.

3. Zustandsschätzung

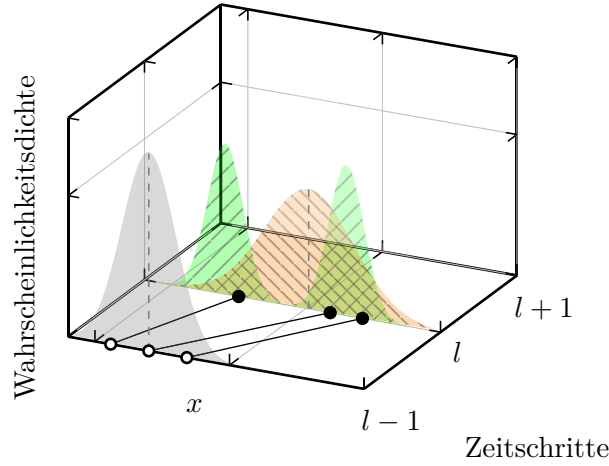


Abbildung 3.1.: Time-Update des SPKF für eine stark nichtlineare Systemdynamik am Beispiel eines skalaren Zustands x . Die wahre, bimodale Wahrscheinlichkeitsverteilung (grün, nord-ost schraffiert) im Folgezeitschritt wird schlecht durch das SPKF (orange, nord-west schraffiert) approximiert.

Die Aufgabe des Kalman-Filters ist nun, die strömungsmechanischen Zustände des Systems bis zum nächsten Füllvorgang wieder korrekt zu schätzen. Unter diesen Bedingungen kann die Gemischverteilung im Rohr gut approximiert werden und auch für den nächsten Zündvorgang sind verlässliche Ergebnisse für die Vorwärtssimulation durch das reduzierte Modell zu erwarten.

Die für das Kalman-Filter verwendeten Parameter sind im Folgenden angegeben: Das Messrauschen R wurde zur Nullmatrix gewählt, da das Kalman-Filter die unverrauschten Werte aus dem Simulator als Messwerte erhält. Die Matrix des Systemrauschens Q wurde als Blockdiagonalmatrix mit den folgenden Diagonalmatrizen implementiert.

$$\begin{aligned} Q_\rho &= 10^{-1} \mathbf{I}^{r_\rho} & Q_{\rho Y_B} &= 10^{-6} \mathbf{I}^{r_\rho Y_B} \\ Q_v &= 10^{-2} \mathbf{I}^{r_v} & Q_{\rho Y_R} &= 10^{-6} \mathbf{I}^{r_\rho Y_R} \\ Q_p &= 10^{-4} \mathbf{I}^{r_p} \end{aligned}$$

Die einzelnen Faktoren für die Matrizen Q_a wurden in Zehnerpotenzen iterativ angepasst, sodass ein gutes Konvergenzverhalten des Zustandsschätzers entstand. Die Kovarianzmatrix wird nach jedem Zündvorgang zu $\hat{P}_{x_0} = S^\top \tilde{P}_{x_0} S$ initialisiert, wobei sich \tilde{P}_{x_0} auf analoge Weise als Blockdiagonalmatrix zusammensetzt mit:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{x_{0,\rho}} &= 10^{-4} \mathbf{I}^n & \tilde{P}_{x_{0,\rho Y_B}} &= 10^{-4} \mathbf{I}^n \\ \tilde{P}_{x_{0,v}} &= 10^{-4} \mathbf{I}^n & \tilde{P}_{x_{0,\rho Y_R}} &= 10^{-4} \mathbf{I}^n \\ \tilde{P}_{x_{0,p}} &= \mathbf{I}^n. \end{aligned}$$

Die Einstellparameter für die Wahl und Gewichtung der Sigmapunkte wurden, wie von Wan und van der Merwe in [57] empfohlen, zu $\alpha = 0.01$ (Empfehlung: $0.001 \leq \alpha \leq 1$) und $\beta = 2$ gewählt.

3.3. Ergebnisse

Die Validierung des entwickelten Zustandsschätzers erfolgte wie seine Auslegung am Beispiel der Simulation einer SEC im Resonanzbetrieb. Dabei wurde als Startbedingung der Zustand nach einer vollständig homogenen Zündung gewählt. Dieser Zustand ist in Abb. 3.2 a-c durch schwarze, durchgezogene Linien dargestellt. Am rechten Rohrende befindet sich verbranntes Gas aus vergangenen Verbrennungsvorgängen, das größtenteils bereits in das rechtsseitige Turbinenplenum entwichen ist. Im mittleren Teil des Rohres ist ein kalter Luftpuffer zu erkennen, der das Gas verschiedener Befüllungsvorgänge trennt. Am linken, kompressorseitigen Rohrende befindet sich heißes Gas mit hohem Druck, das quasi im vorhergehenden Simulationsschritt homogen gezündet hat. Jegliches Gas in der Anfangskonfiguration ist somit nicht reaktiv. Ausgehend von diesem Zustand wird der Simulator den in Kapitel 2.1.2 beschriebenen Verlauf der SEC nachbilden: Zunächst wird sich das verbrannte Gas ausdehnen und in das turbinenseitige Plenum strömen. Durch die reflektierte Unterdruckwelle wird am Kompressorplenum zunächst ein neuer Luftpuffer und anschließend reaktives Gas in das Rohr gesaugt. Hierbei ist die Mischung aus den chemischen Spezies so gewählt, dass die nächste Zündung im Simulator homogen ist. Der SEC-Prozess wiederholt sich anschließend.

Das beschriebene Kalman-Filter wurde für dieses Schätzproblem für verschiedene Anzahlen von Drucksensoren untersucht. Hierbei wurde zunächst die Druckinformation aus jedem Volumen des Finite-Volumen-Lösers verwendet. Diese Anzahl verwendeter Druckinformationen konnte bis auf eine Anzahl von fünf Sensoren reduziert werden, ohne dass eine deutliche Verringerung der Konvergenzgeschwindigkeit der Zustandsschätzung auftrat. Ein wesentliches Kriterium dabei ist, dass der Schätzfehler von einer Zündung bis zum nächsten Einspritzvorgang weitestgehend abgebaut sein sollten. Diese Eigenschaft ist für eine geringere Anzahl von Sensorknoten nicht mehr zufriedenstellend erfüllt. Eine äquidistante Positionierung der Drucksensoren erwies sich für die meisten Sensorkonfigurationen als sinnvoll, wobei dem Drucksensor in der ersten Zelle besondere Relevanz zugeordnet werden konnte. Letzterer ermöglicht es, über den Druck am Einlass des Rohres die Geschwindigkeit der Einströmung gut zu schätzen, welche einen großen Einfluss auf die Treibstoffverteilung im Rohr hat. Drucksensoren am Ende des Rohres liefern bezüglich der Gasverteilung im Rohr weniger Informationen.

Das Schätzergebnis des Kalman-Filter (rote, punkt-gestrichelte Linie) mit fünf Drucksensoren (graue Balken) wird im Folgenden mit der Simulation (schwarze Linie), die als wahrer Systemzustand angenommen wird, und einer Vorwärtsrechnung mit dem reduzierten Modell (blaue, gestrichelte Linie) verglichen. Als Anfangsbedingung für das Kalman-Filter als auch für die Berechnung mit dem reduzierten Modell werden vom Simulator abweichende Anfangsbedingungen im Temperaturniveau des gerade verbrannten Gases am linken Rohrende angenommen (vergleiche blaue und rote Kurven in Abb. 3.2 c). Die Temperatur kann bei gegebenem Druck über die ideale Gasgleichung (2.10) in die Dichte des Gases umgerechnet werden und lässt sich auf diesem Weg im Zustandsvektor Gl. (3.2) darstellen. Alle anderen Zustände werden mit den korrekten Werten initialisiert.

In Abb. 3.2 d-f ist der Zustand im Rohr während des Ausströmens gezeigt, bei dem gerade der Luftpuffer zwischen den Reaktionsprodukten der letzten und vorletzten Zündung aus dem Rohr gespült wird. Bei der Vorwärtsrechnung unter Verwendung des reduzierten Modells ist zu erkennen, dass durch die Kopplung der Zustände auch die Geschwindigkeit und der Druck von den Werten des Simulators abweichen. Durch den Einsatz des Kalman-

3. Zustandsschätzung

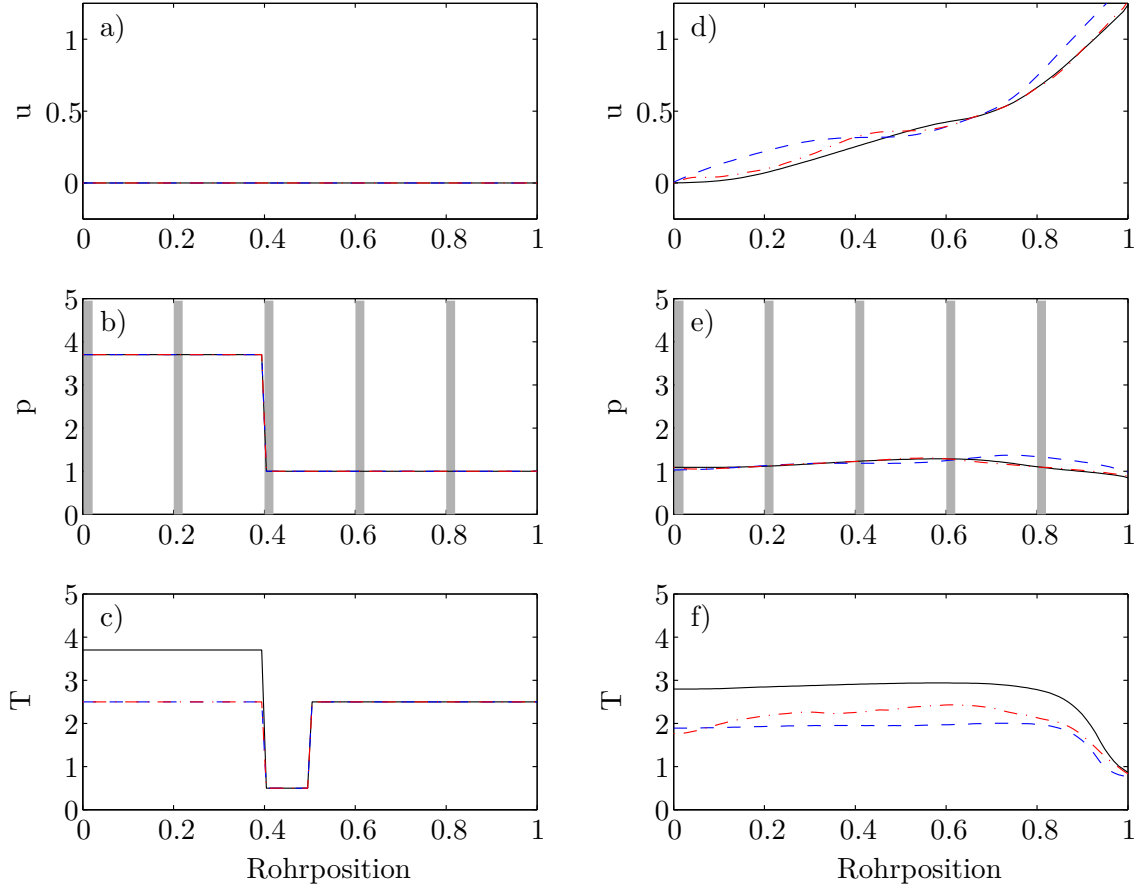


Abbildung 3.2.: SEC-Zustandsschätzung: Vergleich des Kalman-Filters bei Verwendung von 5 Druckmessungen mit dem Simulator und dem reduzierten Modell. Dargestellt sind die normierten Größen Geschwindigkeit, Druck und Temperatur a-c) zum Initialisierungszeitpunkt der SEC-Simulation und d-f) während des Spülvorgangs (nach 0.65 normierten Zeiteinheiten).

Filters können diese Schätzfehler jedoch deutlich reduziert werden, sodass bei diesem nur geringe Abweichungen im Geschwindigkeits- und Druckprofil zu erkennen sind. Die Druckwerte bei den Drucksensoren, welche in der Abbildung mit grauen Balken markiert sind, werden dabei stets durch das Kalman-Filter auf den korrekten Wert korrigiert. Durch den starken physikalischen Zusammenhang des Druck- und Geschwindigkeitsfelds sowie deren lokale strömungsmechanische Kopplung gelingt dem SPKF aus diesen korrekt geschätzten Druckwerten auch eine gute Schätzung des gesamten Druck- und des Geschwindigkeitsfelds. Die Temperatur ist dagegen nur schwach über die Schallgeschwindigkeit mit dem Druck und der Geschwindigkeit gekoppelt. Die geschätzte Temperatur konvergiert somit nicht so schnell, sodass in Abb. 3.2 f bezüglich des Temperaturprofils noch deutliche Abweichungen zwischen den Zuständen des Kalman-Filter und des Simulators vorhanden sind. Die chemische Zusammensetzung des Gases ist zum dargestellten Zeitpunkt in allen Fällen rein unreaktives Gas.

3. Zustandsschätzung

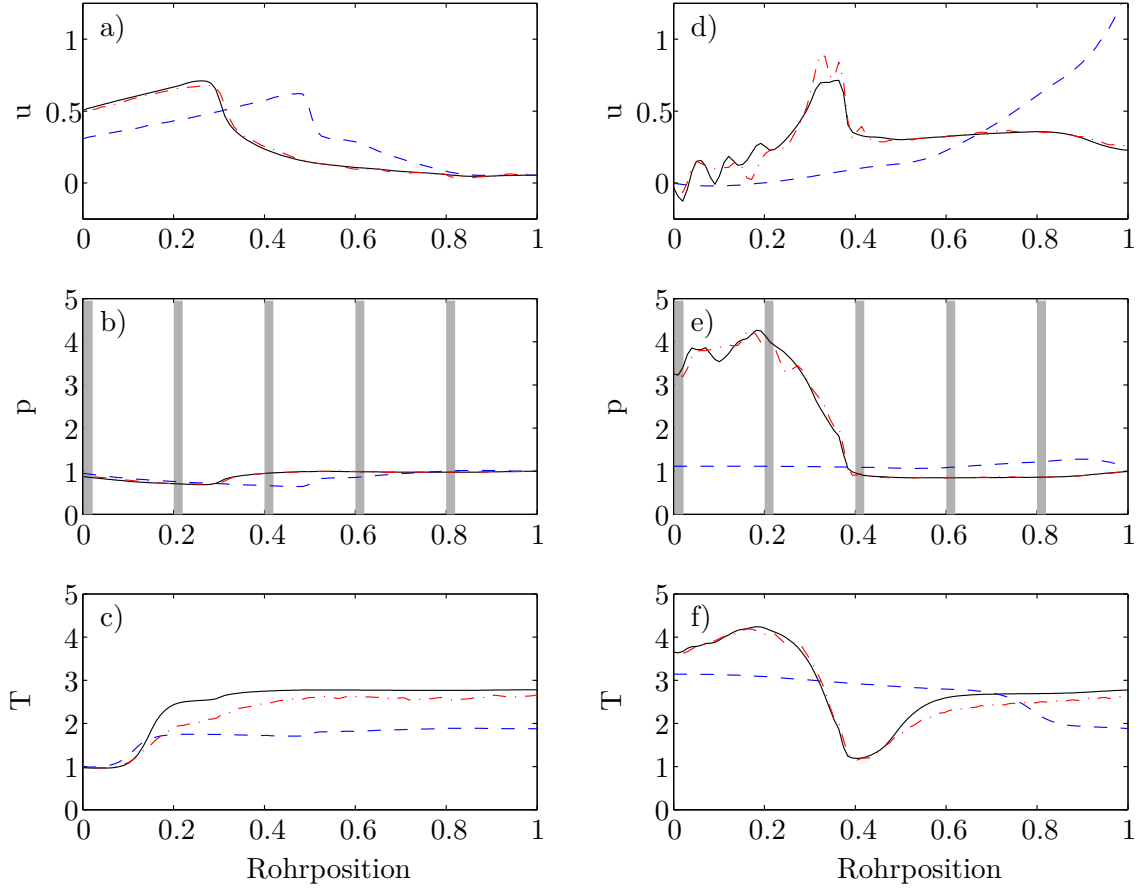


Abbildung 3.3.: SEC-Zustandsschätzung: Vergleich des Kalman-Filters bei Verwendung von 5 Druckmessungen mit dem Simulator und dem reduzierten Modell. Dargestellt sind die normierten Größen Geschwindigkeit, Druck und Temperatur a-c) zum Beginn der Treibstoffeinspritzung (nach 1.34 normierten Zeiteinheiten) und d-f) zum Reaktivierungszeitpunkt des Kalman-Filters nach der Verbrennung (nach 2.36 normierten Zeiteinheiten).

Sobald im Simulator der normierte Druck unter den normierten Kompressordruck von 1 fällt, gelangt frische Luft in das Brennrrohr. Der Zeitpunkt des Beginns der Treibstoffeinspritzung ist in Abb. 3.3 a-c gezeigt. Die nach links laufende Saugwelle ist in einem Bereich einer normierten Rohrlänge von 0 bis ca. 0.3 zu erkennen. Die ersten 10 % des Rohrs sind bereits mit kaltem Luftpuffer gefüllt.

Ebenso wie bereits zuvor die Druck und Geschwindigkeitsprofile wird zu diesem Zeitpunkt zusätzlich die Temperatur gut durch das Kalman-Filter geschätzt. Diese gute Übereinstimmung der drei Größen wird bis zur Zündung erhalten bleiben. Durch die genaue Schätzung dieser Größen im Befüllungszeitraum ist die wichtigste Anforderung an das Kalman-Filter in Hinblick auf die Regelung der Einspritzung erfüllt, da zu diesem Zeitpunkt das Einspritzprofil berechnet werden muss.

Durch die Treibstoffeinspritzung wird ab diesem Zeitpunkt auch die Berechnung der Treibstoffkonzentrationen im Rohr wichtig. Im Gegensatz zur Temperatur und der Strö-

3. Zustandsschätzung

nungsgeschwindigkeit hat die chemische Zusammensetzung im Rohr bis zum Zeitpunkt der Zündung jedoch keinerlei Auswirkung auf die gemessenen Drücke. Das System ist somit in diesem Zeitraum bezüglich der chemischen Spezies nicht beobachtbar. Es kann folglich keine Korrektur durch das Kalman-Filter erfolgen, sodass das Ergebnis vergleichbar mit einer Vorwärtsrechnung der Spezienkonzentration mit dem reduzierten Modell ist. Aus der Differentialgleichung für Gl. (2.6) ist zu erkennen, dass die Verteilung der Spezies im Rohr nur vom Geschwindigkeitsprofil im Rohr abhängt. Da die Geschwindigkeit gut durch das Kalman-Filter geschätzt wird, werden auch gute Ergebnisse für die Vorhersage der Treibstoffverteilung erhalten.¹

Die Zustandsschätzung wird bis kurz vor den Zündzeitpunkt fortgesetzt. Sobald eine kritische Grenze an Treibstoffpartikeln unterschritten ist, wird das Kalman-Filter ausgeschaltet. Hierbei hat sich ein Grenzwert von $Y_B = 1.25Y_{B,krit}$ als sinnvoll erwiesen. Ab diesem Zeitpunkt wird ausgehend von dem bis dahin geschätzten Zustandsvektor die Verbrennung mit Hilfe des reduzierten Modells simuliert. Da der Zustand nicht geschätzt wird und die Verbrennung sehr sensitiv gegenüber der Treibstoffverteilung ist, ist zu erwarten, dass sich der Schätzfehler während der Verbrennung deutlich erhöht.

In Abb. 3.3 d-f sind die Zustände nach der Verbrennung gezeigt. Während die Zündung bei der reinen Vorwärtsrechnung deutlich von der SEC im Simulator abweicht und somit zu stark abweichenden Zuständen nach der Verbrennung führt, zeigt die Zündung, die auf der Kalman-Filter-Schätzung basiert ein sehr ähnliches Zündverhalten. Durch die Reaktivierung des Kalman-Filters werden die aufgetretenen Schätzfehler in den folgenden Simulationsschritten schnell wieder abgebaut.

Die dabei abzubauenen Abweichungen zwischen Schätzung und Simulation sind deutlich geringer als die am Anfang des Testszenarios vorgegebenen Abweichungen, vgl. Abb. 3.2 a-c und Abb. 3.3 d-f sowie Tabelle 3.1. Es kommt somit in dem folgenden SEC-Zyklus zu einer schnelleren Schätzung der Zustandsgrößen. Durch die Verkleinerung des Schätzfehlers von einer Zündung zur nächsten ist auch gezeigt, dass der Algorithmus sich nicht von SEC-Zyklus zu SEC-Zyklus aufschwingt. Hingegen weisen Folgezyklen aufgrund des bereits abgebauten Anfangsschätzfehlers auch geringere Abweichungen zwischen Schätzung und Simulation während des gesamten Füllungsprozesses auf.

Der entwickelte Algorithmus ist somit in der Lage, die für die Regelung wichtigen Zustände Druck, Temperatur und Strömungsgeschwindigkeit zu Beginn jedes Füllvorgangs unter Verwendung von nur fünf Drucksensoren in guter Genauigkeit zu schätzen. Einen Vergleich der erreichten Schätzgüte bei Verwendung von 100 Drucksensoren zeigt Tabelle 3.1. Man erkennt, dass durch die Hinzunahme von Druckmessstellen die Konvergenzgeschwindigkeit des Zustandsschätzers erhöht werden kann. Die höheren Abweichungen im Druck- und Geschwindigkeitsfeld nach der Zündung im Vergleich zur Zustandsschätzung mit 5 Drucksensoren verdeutlicht die starke Nichtlinearität des Zündverhaltens.

Der derzeitige Algorithmus weist jedoch einen zu hohen Rechenaufwand von 1.2s pro Simulationszeitschritt bzw. pro $2 \cdot 10^{-3}$ normierten Zeiteinheiten auf, sodass er nicht echtzeitfähig ist. Hier besteht allerdings noch viel Potenzial bei der Modellreduktion. Um die Anwendbarkeit des vorgestellten Verfahrens für die SEC zu demonstrieren, wurde mit der Hauptkomponentenanalyse zunächst ein linearer Reduktionsalgorithmus verwendet. Von

¹Die Treibstoffverteilung ist in den Abb. 3.2 und 3.3 nicht dargestellt, da zu den gewählten Zeitpunkten das Rohr vollständig mit nicht reaktiven Stoffen (Reaktionsprodukten) gefüllt ist.

3. Zustandsschätzung

Messreihe	UKF mit 5 Drucksensoren			UKF mit 100 Drucksensoren		
	p	v	T	p	v	T
t=0	0	0	57.6	0	0	57.6
t=0.65	0.056	0.093	40.4	0	0.0015	6.4
t=1.34	0.013	0.029	7.1	0	0.0001	0.3
t=2.36	1.31	0.275	3.1	1.35	0.442	0.4

Tabelle 3.1.: Summe der Fehlerquadrate des Druck-, Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes für eine Zustandsschätzung mit 5 und 100 Drucksensoren.

diesem war jedoch kein hoher Reduktionsgrad zu erwarten, da wie in Kapitel 2.2.2 beschrieben, diese Reduktionsmethode nicht besonders für transportdominierte Phänomene geeignet ist.

Eine Möglichkeit, um deutlich bessere Reduktionsgüten für Strömungsprozesse zu erhalten, ist es, mit der Strömung mitbewegte Moden als Grundlage für die Reduktion zu wählen. Ein solches Verfahren wird mit der Shifted Proper Orthogonal Decomposition derzeit im SFB 1029 entwickelt [24]. Zudem wird bei der vorgestellten Reduktionsmethode nur die Größe des Zustandsvektor reduziert, die linear in den Aufwand des SPKF eingeht. Ein zusätzlicher Schritt ist es, zudem die nichtlineare Dynamik der Euler-Gleichungen nicht durch den vollen Simulator zu berechnen, sondern ebenfalls auf Basis des reduzierten Zustandsvektors zu approximieren. Dies gelingt durch den Einsatz von Hyper-Reduction-Methoden, welche die Rechenzeit des reduzierten Modells weiter verringern.

4. Gemischregelung

4.1. Zielsetzung

Die Gemischregelung stellt den entscheidenden Vorgang zur Realisierung einer SEC dar, weil sie in den später folgenden reaktiven Experimenten das Einstellen räumlich variierender Zündverzugszeiten ermöglicht. Dieses Kapitel betrachtet zunächst die Verteilung des Treibstoffs im Brennrohr unter nichtreaktiven Versuchsbedingungen. Da die Konzentration des im reaktiven Fall verwendeten Treibstoffs DME im Brennrohr nicht detektiert werden konnte, wurden für die Treibstoffregelung Ersatzfluide verwendet, die im jeweiligen Versuchsstand ähnliche strömungsmechanische Eigenschaften aufweisen. Der Versuchsaufbau entspricht dabei dem generellen Aufbau des SEC-Verbrennungsprüfstands. Dabei wird die durch ein Ventil geregelte Einspritzung des Ersatzfluids sowie die Vermischung im Brennrohr betrachtet. Eine Regelung auf Basis eines einzelnen Befüllungsvorgangs ist hierbei jedoch nicht möglich, da Messinformation über die Güte der Befüllung erst zur Verfügung stehen, wenn auf diese kein Einfluss mehr genommen werden kann. Es kann somit nur eine Steuerung des Prozesses erfolgen. Da dieser Einspritzvorgangs jedoch vielfach in Folge unter gleichen Voraussetzung erfolgt, kann aus vergangenen Befüllungen gelernt werden, sodass bezüglich aufeinanderfolgender Füllvorgänge eine Regelung erfolgen kann.

Ähnliche Herausforderungen ergeben sich bei der Regelung der Treibstoffeinspritzung in Automobilen. In [11] wird eine ILR verwendet, um ein gewünschtes Treibstoff-Luft-Verhältnis bei einer Common-Rail-Hochdruckeinspritzung einzustellen. Zur Regelung einer Einspritzung und Abgasrückführung für die Teilweise Homogene Kompressionszündung wird in [58] eine nichtlineare ILR verwendet. In [59] wird ein diskreter Sliding-Mode-Regler sowie PI-Regler und in [60] eine Modellprädiktive Regelung zur Regelung der Homogene Kompressionszündung gewählt, wodurch es möglich ist auch eine Dynamik zwischen einem und dem folgenden Zyklus berücksichtigen. Auch bei der Verwendung der Treibstoffeinspritzung zur Regelung von Abgaswerten liegt eine deutliche Abhängigkeit der Abgaszusammensetzung von einer Vielzahl vergangener Schüsse vor. Hier werden häufig adaptive Regelungsverfahren eingesetzt, mit denen Modelle gelernt und stets an den aktuellen Arbeitspunkt angepasst werden können, z.B. [61–63].

Die in dieser Arbeit behandelte Regelung von SEC-Zündungen weist durch eine im Experiment hoch gewählte Spülzeit nur eine geringe Abhängigkeit zwischen den Verbrennungsvorgängen auf. Es bietet sich somit an, hier die ILR einzusetzen, da sie speziell für wiederholende Vorgänge ohne dynamische Kopplung geeignet ist. Auswirkungen von vergangenen Zündungen werden somit bei der ILR als zufällige Störungen betrachtet und müssen nicht durch detaillierte Modelle beschrieben werden. Die ILR ermöglicht somit eine Regelung mit nur einem geringen Rechenaufwand und ohne Kenntnis der Systemdynamik zwischen dem Zeitpunkt der Verbrennung und dem Start des folgenden Befüllungsvorgangs. Bei iterationskonstanten Störungen und Anfangsbedingungen ist mit der ILR eine optimale Stellgrößen-trajektorie einstellbar. Sollten im resonanten Betrieb der SEC die Auswirkungen einzelner

Zündungen aufeinander zu stark sein, ist die ILR auf entsprechend ändernde Anfangsbedingungen zu erweitern oder andere auf dynamischen Modellen beruhende Regelungsansätze anzudenken.

Da bereits die Modellierung des reinen Befüllungsvorgangs und Zündvorgangs bei Einzelschüssen der SEC in der relevanten Genauigkeit komplex ist, ist die Möglichkeit einer Modellierung der SEC nicht für alle Phasen des Forschungsprojekts sichergestellt. So bietet der resonante Betrieb der SEC bei höheren Drücken weitere Herausforderungen für die Modellierung wie z.B. die Vielzahl auftretender akustischer Wellen. Unter Mittel- und Hochdruckbedingungen im Verbrennungsrohr wird zudem die Komplexität der einsetzbaren Modellierung durch geringer zur Verfügung stehende Berechnungszeitintervalle zwischen den Zündungen beschränkt. Adaptive Regelungsverfahren bieten hier den Vorteil, dass sie zumindest Teile des Modells während der Regelung adaptieren können. Neben der Anpassung auf verändernde Regelstrecken können diese Verfahren auch verwendet werden, wenn eine Strecke nicht vollständig zu modellieren ist. Ist es das Regelziel, eine skalare Größe des Systems zu optimieren, so bieten sich online optimierende Regler an, bei denen anstelle des gesamten dynamischen Systems lediglich das stationäre Verhalten zwischen Stellgrößen und Optimierungsgröße lokal approximiert werden muss. Dieses Vorgehen, welches beispielsweise bei der Modifier Adaptation [64] und bei der Extremwertregelung (EWR) verfolgt wird, bietet sich vor allem bei Strecken an, die schwer durch Modelle beschreibbar sind. Um eine deutliche Abgrenzung zur modellbasierten ILR herzustellen, wird als zweite Regelungsmethode die EWR gewählt, da diese im Gegensatz zur Modifier Adaptation vollständig auf Modellinformationen verzichtet und somit davon ausgeht, dass der Zusammenhang zwischen Befüllung und Zündzeitpunkt nicht durch hinreichend recheneffiziente Modelle beschrieben werden kann.

An einem Wasserkanalversuchsstand wurden zunächst die Methoden der EWR und ILR entwickelt und validiert. Sie wurden anschließend an den Verbrennungsprüfstand übertragen, um unter nichtreaktiven Versuchsbedingungen zu untersuchen, ob die benötigte Dynamik des Treibstoffprofils mit dem verwendeten Proportionalventil erreicht werden kann. Da in zukünftigen Mitteldruckversuchsständen die Dynamik des Proportionalventils aufgrund der geringeren Zündverzugs- und somit auch Befüllungszeiten nicht ausreichend ist, soll zudem eine Regelung für ein höher dynamisches Ventilarray entwickelt werden. Zur Regelung der Anzahl zu öffnender Ventile des Ventilarrays wurde die ILR auf die Verwendung für ganzzahlige Stellgrößen angepasst.

Zum Testen aller Regler wurden relevante Treibstoffprofile in den Brennröhen mit Hilfe der Regelung eingestellt. Da die für eine SEC benötigten Treibstoffprofile stark von der Temperatur und dem Druck abhängen, repräsentieren die hier verwendeten einzustellenden Treibstoffprofile nur beispielhafte Verläufe. Die entwickelten Regelungsmethoden wurden anschließend an den reaktiven Verbrennungsprüfstand übertragen, siehe Kapitel 5.

4.2. Wasserkanal

4.2.1. Versuchsaufbau

Der Wasserversuchsstand [65] diente einer ersten Untersuchung des Mischungsproblems. Durch die Wahl von Wasser als Strömungsmedium war es möglich, die Gemischbildung bei langsameren Zeitskalen zu untersuchen. Hierbei lag der Fokus auf der Einspritzung mit-

4. Gemischregelung

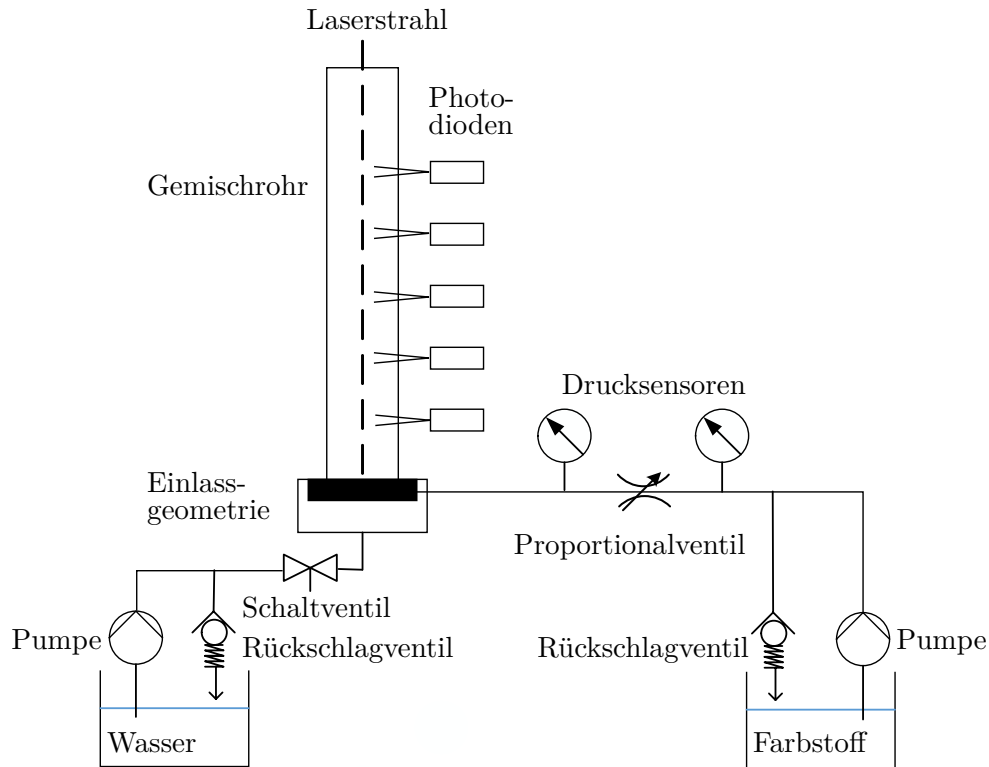


Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung des Wasserkanals.

tels Proportionalventil und fluidischen Oszillatoren sowie der Vermischung im Rohr. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 4.1 gezeigt. Er besteht aus einem Mischungsrohr und zwei Wasserkreisläufen, wobei ein Kreislauf Wasser, der andere Farbstoff enthält. Beide Flüssigkeiten werden im Rohr gemischt und die Konzentration mittels optischer Messtechnik an verschiedenen Stellen des Rohrs gemessen.

Im Detail bestehen die beiden Wasserkreisläufe aus je einer Pumpe, je einem Rückschlagventil und einem Schalt- bzw. Proportionalventil, die die Zuflüsse in das Mischungsrohr steuern. Durch Öffnen des Schaltventils wird Wasser aus dem Wasserkreislauf mit einem Volumenstrom von ca. $0.0035 \text{ m}^3/\text{s}$ in das Rohr umgeleitet. Der Volumenstrom durch das Schaltventil (Bürkert Typ 6014) konnte analog durch ein Rotameter abgelesen werden. Die Einlassgeometrie des Rohrs besteht wie der spätere reaktive Prüfstand aus einer fluidischen Diode und fluidischen Oszillatoren, durch die der Farbstoff eingespritzt wird, siehe Abb. 4.2. Die fluidische Diode verhindert während der Verbrennung im reaktiven Versuchsstand die Rückströmung des verbrannten Gases. Mit Hilfe der fluidischen Oszillatoren wird eine homogene Verteilung des Brennstoffs bzw. im nichtreaktiven Fall des Farbstoffs in radialer Richtung des Rohres erreicht [65]. Als Farbstoff wird mit Wasser verdünntes Rhodamin verwendet, das aus dem zweiten Wasserkreislauf stammt. Die Menge an eingespritztem Rhodamin kann über das Proportionalventil (Bürkert Typ 2836) eingestellt werden, was im Folgenden als Stellgröße dient. Zudem waren zwei Drucksensoren (SensorTechnics KMAB005GUYLN) verbaut, mit denen der Druck vor und hinter dem Proportionalventil aufgezeichnet wurde.

Damit das Mischungsrohr von der Hauptströmung und dem zugefügten Farbstoff radial-

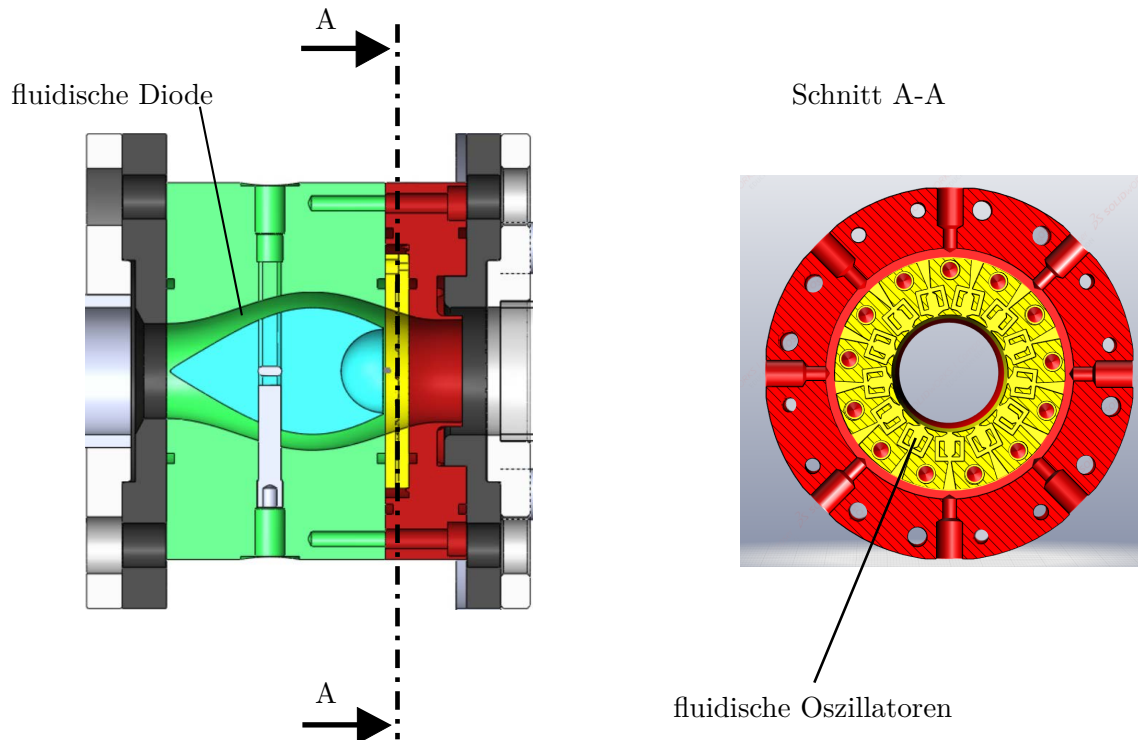


Abbildung 4.2.: Detaillierte Darstellung der Einlassgeometrie [65].

symmetrisch durchströmt wird, ist es vertikal montiert. Es hat einen Durchmesser von 40 mm, woraus sich eine Strömungsgeschwindigkeit durch das Rohr von ca. 0.7 m/s und eine Reynolds-Zahl von 28000 ergeben. Es ist aus Plexiglas gefertigt, um einen optischen Zugang für die Messtechnik zu schaffen. Letztere besteht aus einem Laser, dessen Laserstrahlen so aufgefächert werden, dass sie durch die Rotationsachse des Rohres verlaufen. Durch das Laserlicht mit einer Wellenlänge von 532 nm wird das Rhodamin zum Fluoreszieren angeregt. Diese Fluoreszenz wird durch fünf Photodioden (Hamamatsu H5784-03) detektiert, die senkrecht zur Rohrachse und zu den Laserstrahlen ausgerichtet sind. Sie sind in einem Abstand von 150 mm zueinander bzw. zur Einspritzgeometrie in unterschiedlichen Höhen des Rohrs positioniert. Um nur die Fluoreszenz zu detektieren, sind die Photodioden mit einem optischen Filter ausgestattet, der undurchlässig für das Laserlicht ist. Zudem ist der Versuchsstand abgedunkelt, um die Sensoren vor Umgebungslicht abzuschotten.

Die Verarbeitung der Signale der Photomultiplier und Drucksensoren sowie die Ansteuerung der Ventile erfolgt mit Hilfe eines digitaler Signalprozessor (dSPACE DS1103 PPC).

4.2.2. Modellidentifikation

Um einen Zusammenhang zwischen den Messwerten der Photodioden und der Konzentration des Treibstoffs zu erhalten, erfolgte zunächst eine Kalibration. Hierzu wurde das Schaltventil des Wasserkreislaufs sowie das Proportionalventil durchgehend geöffnet. Es stellte sich somit eine stationäre Strömung im Rohr ein. Da die radiale Durchmischung im Rohr durch die fluidischen Oszillatoren sehr gut ist [65], kann von einer gleichmäßigen Verteilung des

4. Gemischregelung

Treibstoffs im Rohr ausgegangen werden. Die Konzentration im Rohr kann somit aus dem Verhältnis der Volumenströme bestimmt werden. Während der Wasserstrom über das Rotameter abzulesen war, wurde die eingespritzte Menge des gefärbten Wassers mit Hilfe einer Waage ermittelt. Bei der Ermittlung der Konzentration des Rhodamin ist zu beachten, dass das Rhodamin im gefärbten Wasser in einer Konzentration von $4 \cdot 10^{-7}$ mol/l vorliegt. Durch Variation der Öffnung des Proportionalventils wurden für verschiedene Rhodaminkonzentrationen in jeweils stationären Strömungen die zugehörigen Messwerte der Photodioden ermittelt. Es ergibt sich hierbei ein annähernd linearer Zusammenhang, wie in Abb. 4.3 a zu erkennen ist. Eine an die Messpunkte angepasste, affin lineare Funktion wird im Folgenden genutzt, um die Rhodaminkonzentration aus der Messung der Photodioden zu bestimmen.

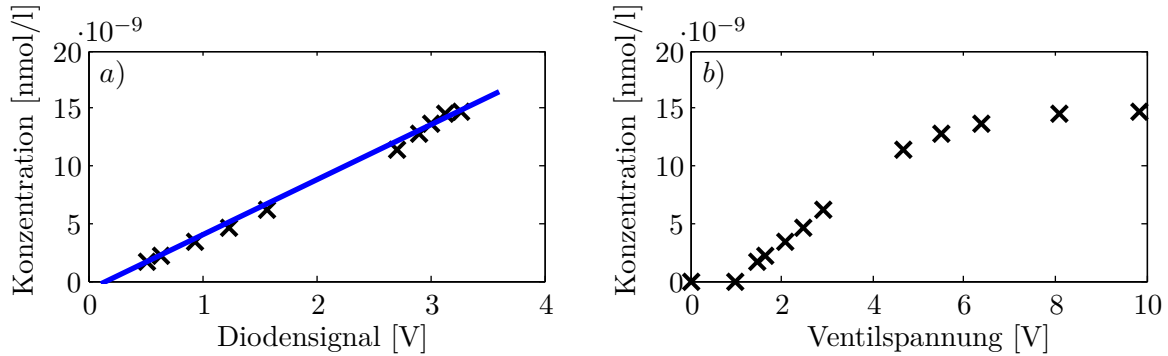


Abbildung 4.3.: Stationäre Messungen bei verschiedenen Farbstoffvolumenströmen:

- a) Kalibrierung einer Photodiode: Messdaten (schwarze Kreuze) und angepasste Kalibrierungsgrade (blau)
- b) Nichtlinearität des Proportionalventils.

Der Zusammenhang zwischen der bei diesen Versuchen eingestellten Ventilöffnung und der sich im Rohr stationär ergebenden Farbstoffkonzentration ist in Abb. 4.3 b zu sehen. Es ist zu erkennen, dass die gewünschte Linearität des Proportionalventils nur bei einer Ansteuerung bis zu 4 V vorhanden ist. Bei stärkerer Öffnung des Ventils tritt langsam eine Sättigung auf. Dies ist dadurch zu erklären, dass die stromab des Proportionalventils liegenden fluidischen Oszillatoren ebenfalls einen fluidischen Widerstand darstellen und bei starker Öffnung des Proportionalventils den Volumenstrom des Farbstoffs maßgeblich beeinflussen.

Dieses nichtlineare Verhalten legt es nahe, für die Systemidentifikation ein Hammerstein-Modell [66] zu verwenden. Das Hammerstein-Modell besteht aus einer vorgeschalteten Nichtlinearität h , die im vorliegenden Fall das nichtlineare Ventilverhalten beschreiben kann, und einer linearen Übertragungsfunktion zur Beschreibung der Dynamik des Systems.

Zur Ermittlung des Modells wurden Versuchsreihen mit mehreren, sich in der Sprunghöhe unterscheidenden PRBS(pseudo random binary sequence)-Steuersignalen für das Proportionalventil durchgeführt. Der Frequenzbereich der Anregung betrug dabei bis zu 2 Hz, was der gewünschten Öffnungszeiten im geregelten Schichtungs experiment entspricht. Das Schaltventil des Wasserkreislaufs war dabei durchgehend geöffnet. Mit Hilfe der PEM (prediction error method) [67] wurden zeitdiskrete PT_1T_0 -Modelle an die Dynamik zwischen Ansteuerung des Proportionalventils und der am weitesten stromauf positionierten Photodiode, sowie zwischen den jeweils benachbarten Photodioden identifiziert. PT_1T_0 -Modelle haben

4. Gemischregelung

eine geringe Komplexität und zeigten für die vorliegenden Strecken bereits eine sehr gute Approximation des dynamischen Verhaltens.

$$y^{(1)}(l\Delta t) = \hat{T}^{(1)} y^{(1)}((l-1)\Delta t) + \hat{K}^{(1)} h(u(l\Delta t - \hat{T}_0^{(1)})) \quad (4.1)$$

$$y^{(j)}(l\Delta t) = \hat{T}^{(j)} y^{(j)}((l-1)\Delta t) + \hat{K}^{(j)} y^{(j-1)}(l\Delta t - \hat{T}_0^{(j)}) \quad \forall j \in \{2, \dots, 5\} \quad (4.2)$$

Hierbei bezeichnen $y^{(j)}(l\Delta t)$ und $u(l\Delta t)$ die Messung der j -ten Photodiode sowie die Ventilspannung zum l -ten Abtastzeitschritt. Die hochgestellte, in Klammern stehende Zahl indiziert die Photodioden in Strömungsrichtung sowie die zugehörigen Modellparameter. Die Abtastzeit des Signalprozessors wurde zu $\Delta t = 0.02$ s gewählt. Die Totzeit \hat{T}_0 entspricht stets einer ganzen Zahl an Zeitschritten $\tilde{T}_0 = \hat{T}_0 / \Delta t$. Die Werte der identifizierten Parameter sind in Tab. 4.1 aufgelistet.

Für die am weitesten stromab liegende Photodiode ergibt sich somit durch Hintereinanderschaltung aller Modelle ein PT_5T_0 -Modell. Für jede Sprunghöhe der PRBS-Signale wurde dabei ein unterschiedlicher Verstärkungsfaktor bei der Modellidentifikation zugelassen. Aus diesen Verstärkungsfaktoren wurde die vorgeschaltete Nichtlinearität h bestimmt. Hierbei wurde zwischen den identifizierten Verstärkungsfaktoren eine lineare Interpolation angewendet, sodass eine abschnittsweise lineare Funktion entsteht, siehe Abb. 4.4 a.

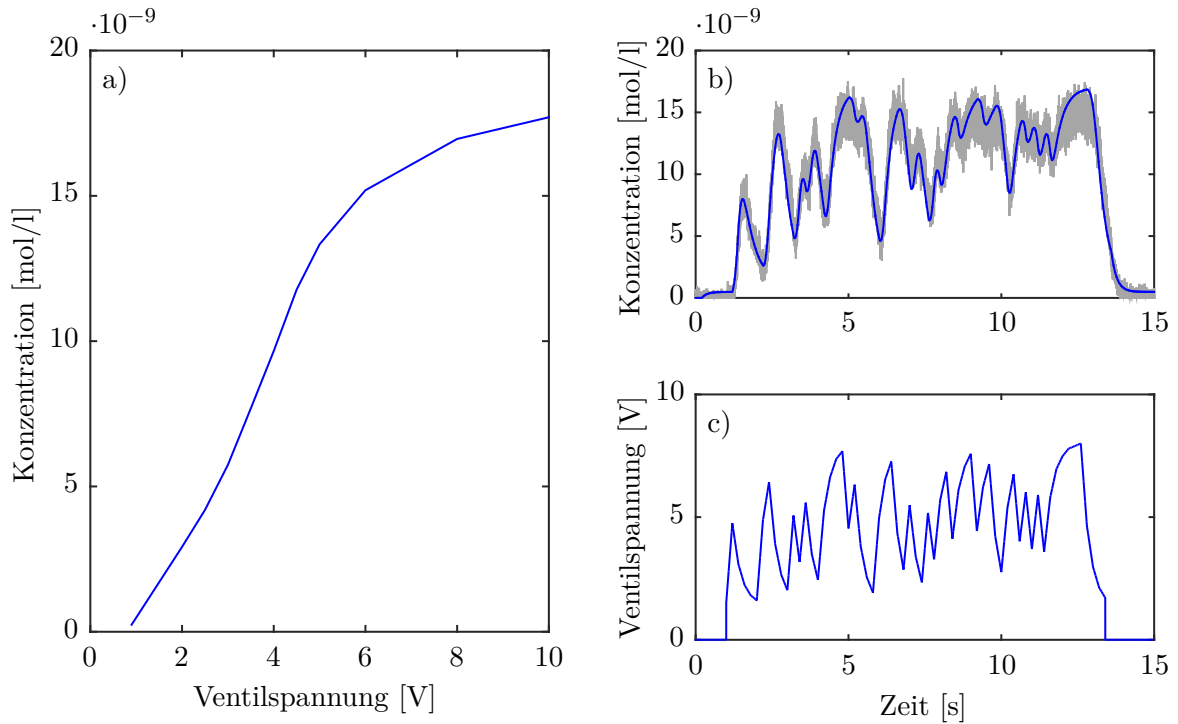


Abbildung 4.4.: Modellidentifikation am Wasserkanal:

- a) Identifizierte Hammerstein-Kennlinie h bei einer stationären Verstärkung des dynamischen Modells von 1
- b) Kreuzvalidierung: Messung der fünften Photodiode (grau), Modell (blau)
- c) Zur Kreuzvalidierung verwendete Ansteuerung des Proportionalventils.

4. Gemischregelung

j	$\hat{K}^{(j)}$	$\hat{T}^{(j)}$	$\hat{T}_0^{(j)}$
1	h	0.8902	0.2
2	0.3024	0.7287	0.14
3	0.4021	0.6139	0.16
4	0.5749	0.4169	0.16
5	0.5408	0.4466	0.16

Tabelle 4.1.: Parameter der identifizierten, diskreten Modelle am Wasserkanal.

Die Validierung des Modells erfolgte mit dem in Abb. 4.4 c dargestellten Anregungssignal, bei dem das Proportionalventil zwischen zufälligen Steuerspannungen innerhalb des Stellbereichs linear verstellt wird. In Abb. 4.4 b ist exemplarisch das gemessene Signal der fünften Photodiode zusammen mit der Schätzung durch das Modell dargestellt. Man erkennt, dass sich eine hohe Übereinstimmung zwischen der Messung und dem aus der Hammerstein-Nichtlinearität und den fünf PT_1T_0 -Modellen berechneten Vorhersage ergibt. Dieses Modell eignet sich somit gut zur im folgenden Abschnitt beschriebenen Regelung von Konzentrationsprofilen an den unterschiedlichen Sensorpositionen.

4.2.3. Regelung

Am Wasserkanal wurden zwei unterschiedliche Regelziele verfolgt. In einem ersten Versuch wurde nur die Konzentration auf Höhe der ersten Photodiode betrachtet. An dieser Position wurde ein gewünschtes, zeitliches Treibstoffprofil vorgegeben. Dieses Vorgehen wurde später auch für die Untersuchung der Dynamik der Einspritzkurven am nichtreaktiven Verbrenungsprüfstand übernommen, vgl. Kapitel 4.3 und 4.4. In einer zweiten Untersuchung ist es das Ziel, ein lokales Treibstoffprofil einzustellen. Hierzu werden gewünschte Treibstoffkonzentrationen auf Höhe aller Photodioden zu einem festen Zeitpunkt vorgegeben. Dies entspricht dem Vorgehen bei den reaktiven Verbrennungsversuchen, bei denen nur zum Zeitpunkt der Zündung Informationen über die Treibstoffkonzentration im Rohr erhalten werden können, vgl. Kapitel 5. Für die Zündverzugszeit ist die lokale Konzentration des Treibstoffs zu jedem Zeitpunkt entscheidend, weshalb beide Versuchskonfigurationen für die homogenen Selbstzündung relevant sind. Es wurden in den zwei Fällen sowohl die modellbasierte ILR als auch die modellfreie EWR eingesetzt.

Zunächst wird die ILR für eine zeitliche Füllkurve beschrieben. Als Regelgröße wird die Messung der ersten Photodiode $y_{k,l}^{(1)} = y^{(1)}(t = t_{0,k} + l\Delta t)$ herangezogen, wobei die Indizes die l -te Messung in der k -ten Iteration beschreiben. An dieser Messposition soll in einem Zeitraum von 0.7 s ein gewünschtes Treibstoffprofil eingestellt werden. Dieser Zeitraum beginnt jeweils 1.28 s nach dem Beginn einer Iteration $t_{0,k}$. Treibstoffkonzentrationen zu anderen Zeitpunkten werden nicht beachtet. Es ergeben sich bei der verwendeten Messfrequenz von 50 Hz 35 Messwerte $\tilde{\mathbf{y}}_k = (y_{k,64}^{(1)}, y_{k,65}^{(1)}, \dots, y_{k,98}^{(1)})^\top$, die dem durch die Variable $\tilde{\mathbf{R}}$ gegebenen Referenzprofil angeglichen werden sollen. Als Stellgröße wird die Ansteuerspannung $u_{k,l} = u(t = t_{0,k} + l\Delta t)$ des Proportionalventils verwendet. Dieses durfte, entsprechend der Messdauer, 0.7 s lang angesteuert werden. Dieser Zeitraum ist um die bei der Modellidentifikation identifizierte Totzeit zwischen Ansteuerung des Proportionalventils und Messung an stromauf liegender Photodiode zeitlich verschoben. Für die Stellgröße

4. Gemischregelung

der iterativ lernende Regelung $\tilde{\mathcal{U}}_k = (h(u_{k,50}), h(u_{k,51}), \dots, h(u_{k,84}))^\top$ werden die durch die Hammerstein-Nichtlinearität transformierten 35 zugehörigen Stellwerte des Ventils verwendet. Für die Ansteuerung des Proportionalventils müssen somit die in $\tilde{\mathcal{U}}_k$ enthaltenen Stellwerte zunächst durch die inverse Hammerstein-Kennlinie in Spannungswerte zurückgerechnet werden. Durch diese Transformation lässt sich ein lineares Stellgesetz formulieren. Zur Berechnung des Stellgesetzes wird die in Kapitel 2.5.3 beschriebene, normoptimale Auslegung verwendet. Als Modell wird das im letzten Abschnitt hergeleitete zeitdiskrete, dynamische Modell verwendet, wobei nur das erste der fünf PT_1T_0 -Glieder verwendet wird. Das zeitdiskrete PT_1T_0 -Modell wird in die Supervektordarstellung, entsprechend Gl. (2.73), übertragen. Die Totzeit sorgt dabei lediglich für den bereits zuvor beschriebenen Zeitversatz zwischen Stell- und Regelgröße. Die Gewichtungparameter werden zu $W_{\Delta\mathcal{U}} = 3.35 \cdot 10^{-5} \mathbf{I}^{35}$, $W_{\mathcal{E}} = \mathbf{I}^{35}$ und $W_{\mathcal{U}} = \mathbf{0}^{35}$ gewählt. Letzterer Wert erlaubt es, dass das optimale Einspritzprofil zum Erzeugen der gewünschten Konzentrationskurve mit verschwindendem Fehler gefunden werden kann, da die Menge des eingespritzten Farbstoffs nicht bestraft wird. Die Werte für $\tilde{\mathcal{U}}_k$ wurden in jeder Iteration auf den zulässigen Ventilansteuerungsbereich zwischen 1 V und 10 V beschränkt. Die untere Grenze ergibt sich dabei aus der Ventilspannung, bei der bereits kein Volumenstrom mehr vorhanden ist, vgl. Abb. 4.4 a. Die Werte für $W_{\Delta\mathcal{U}}$ und $W_{\mathcal{E}}$ wurden in Zehnerpotenzen variiert bis ein zufriedenstellendes Konvergenzverhalten der ILR erzielt wurde. Die Nachkommastellen bei der Angabe von $W_{\Delta\mathcal{U}}$ entstammen der Wahl eines abweichenden Proportionalitätsfaktors bei der Implementierung der Hammerstein-Nichtlinearität.

Die Regelung der örtlichen Konzentrationsverteilung mit der ILR gestaltet sich sehr ähnlich zur zeitlichen Konzentrationsregelung. Genauer wird die Festlegung bezüglich der aktiven Zeitspanne und der Stellgrößenbeschränkung für die Stellgröße \mathcal{U}_k unverändert übernommen. Für die Messgröße wird hingegen die Messung aller Photodioden um einen vorgegebenen Zeitpunkt verwendet. Das Gemisch, das kurz vor dem angenommenen Zündzeitpunkt am Sensor detektiert wird, wird zusätzlich betrachtet, da am späteren reaktiven Prüfstand Zündungen in der Nähe der Sensoren durch die sich ausbreitende Verbrennungsfront auch einen erheblichen Einfluss auf den gemessenen Zündzeitpunkt an den Sensorpositionen haben werden. Eine homogene Zündung wird somit an den Sensorpositionen nur dann messbar sein, wenn auch das Gemisch in den restlichen Bereichen des Rohrs gut eingeregelt ist. Um diesen Informationsgehalt der Sensoren auch am Wasserkanal zu berücksichtigen, wird an jeder Photodiode das Konzentrationsprofil im Zeitraum kurz vor der angenommenen Zündung zur Regelung herangezogen. Somit wird für jeden Sensor ein Treibstoffprofil über mehrere Messzeitpunkte vorgegeben, sodass sich insgesamt ein Vektor $\tilde{\mathcal{R}}$ aus 35 Referenzwerten für den Abgleich mit dem an 5 Positionen gemessenen Sensorwerten ergibt. Die Messzeiträume je Sensor wurden dabei so gewählt, dass die in $\tilde{\mathcal{Y}}_k$ erfassten Konzentrationen aufgrund der Totzeit von keinem anderen, weiter stromauf liegenden Sensor detektiert werden.

$$\tilde{\mathcal{Y}}_k = \left(y_{k,99-\tilde{T}_0}^{(1)}, \dots, y_{k,98}^{(1)}, y_{k,99-\tilde{T}_0}^{(2)}, \dots, y_{k,98}^{(2)}, y_{k,99-\tilde{T}_0}^{(3)}, \dots, y_{k,98}^{(3)}, \right. \\ \left. y_{k,99-\tilde{T}_0}^{(4)}, \dots, y_{k,98}^{(4)}, y_{k,64+\tilde{T}_0^{(2)}+\tilde{T}_0^{(3)}+\tilde{T}_0^{(4)}+\tilde{T}_0^{(5)}}^{(5)}, \dots, y_{k,98}^{(5)} \right)^\top \quad (4.3)$$

Für jede der fünf verwendeten Photodioden muss ein Modell in Supervektordarstellung erstellt werden. Für das Modell der j -ten Photodiode ist das Vorgehen analog zur ersten

4. Gemischregelung

Photodiode, wobei die ersten j miteinander multiplizierten PT_1T_0 -Modelle für das der Berechnung in Gl. (2.73) zugrundeliegende Modell zu verwenden sind. Diejenigen Zeilen der Modelle, die zu den Messwerten in $\underline{\mathcal{Y}}_k$ gehören sind in einem Gesamtmodell \mathcal{G} untereinander zu stapeln. Details zur Erstellung des Modells sind in [68] nachzulesen. Zur Bestimmung des Stellgesetzes wird ebenfalls die normoptimale ILR verwendet. Die Gewichtungparameter der ILR wurden unverändert aus dem Versuch der zeitlichen Farbstoffschichtung übernommen.

Sowohl für die zeitliche als auch örtliche Farbstoffschichtung soll nun auch eine EWR implementiert werden. Hierzu soll das in Kapitel 2.4.5 beschriebene Konzept für nicht dynamische Systeme verwendet werden, weil wie beim ILR von zyklusunabhängigen Zündungen ausgegangen werden kann. Im Gegensatz zur ILR ist es bei der EWR nicht sinnvoll, das Proportionalventil zu allen 35 diskreten Zeitpunkten unabhängig voneinander anzusteuern, da die Konvergenzgeschwindigkeit der EWR stark von der Anzahl zu optimierender Parameter abhängt. Um die zur Konvergenz benötigte Anzahl an Iterationen gering zu halten, wurde festgelegt, nur vier Stützpunkte als Parameter $\underline{\theta}_k = (\theta_{k,1}, \theta_{k,2}, \dots, \theta_{k,4})^\top$ durch die EWR optimieren zu lassen. Diese Stützpunkte sind zeitlich so angeordnet, dass sie am Anfang und am Ende des Einspritzvorgangs sowie äquidistant dazwischen liegen. Das Steuersignal für das Proportionalventil ergibt sich anschließend durch lineare Interpolation zwischen diesen Stützpunkten.

$$u_{k,l} = \begin{cases} \theta_{k,1} + (\theta_{k,2} - \theta_{k,1}) \frac{3}{34}(l - 50) & , \forall l \in \{50 \dots 61\} \\ \theta_{k,2} + (\theta_{k,3} - \theta_{k,2}) \left(\frac{3}{34}(l - 50) - 1 \right) & , \forall l \in \{62 \dots 72\} \\ \theta_{k,3} + (\theta_{k,4} - \theta_{k,3}) \left(\frac{3}{34}(l - 50) - 2 \right) & , \forall l \in \{73 \dots 84\} \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} \quad (4.4)$$

Als Gütefunktion des Extremwertreglers J_{EWR} wird die Summe der quadratische Abweichungen zwischen gemessener Konzentration und dem geforderten Profil gewählt. Für die zeitliche Farbstoffschichtung werden die gleichen 35 Messzeitpunkte der ersten Photodiode verwendet, sodass die durch die Gütefunktionen definierten Regelziele der ILR und der EWR einander entsprechen.

$$J_{\text{EWR}} = \tilde{J}_{\text{ILR}} = \|\tilde{\underline{\mathcal{Y}}}_k - \tilde{\underline{\mathcal{R}}}_k\|_2^2 \quad (4.5)$$

Für die lokale Treibstoffschichtung wurden bei der EWR nur die Messungen zum angenommenen „Zündzeitpunkt“ betrachtet und die Summe der quadratischen Abweichung zum gewünschten Konzentrationsprofil als Gütefunktion J_{EWR} verwendet. Es wurde im Gegensatz zur ILR nur ein Messzeitpunkt verwendet, weil durch die deutlich geringeren Freiheitsgrade bei der Stellgröße keine Möglichkeit besteht, das Profil der Treibstoffschichtung genauer einzustellen. Die Designparameter wurden in Messreihen so angepasst, dass sich ein gutes Konvergenzverhalten ergab. Die gewählten Werte sowohl für die lokale als auch zeitliche Treibstoffschichtung sind: maximale Schrittweite $\theta_{\text{max}} = 0.1 \text{ V}$, Gradientenschrittweite $\sigma_\theta = 88 \cdot 10^{15} \left(\frac{\text{V}}{\text{mol}} \right)^2$, Least-Squares-Vergessensfaktor $\lambda = 0.95$ und Perturbationsamplitude $\theta_m = 0.05 \text{ V}$. Details zur Einstellung der EWR können ebenfalls in [68] nachgeschlagen werden.

4.2.4. Ergebnisse

Zur Untersuchung der Reglerperformance wurden Treibstoffschichtungsexperimente mit der ILR und der EWR für jeweils örtliche als auch zeitliche Schichtungsprofile durchgeführt. Dabei wurden im Sinne der von Zyklus zu Zyklus lernenden Regelstrategien je Experiment mehrere Füllvorgänge ausgeführt. Bei jedem Füllvorgang ist das Schaltventil des Wasserkreislaufs durchgängig geöffnet. Das Proportionalventil darf entsprechend der durch die Regler berechnete Ansteuerung in einem Zeitfenster zwischen 1 s und 1.7 s nach Start der Datenaufzeichnung jedes Füllvorgangs geöffnet werden. Um unerwünschte, nichtlineare Effekte beim Abschalten des Ventils zu verhindern, wurde es zu allen anderen Zeiten mit einer Spannung von 1 V angesteuert, bei der das Ventil noch vollständig geschlossen ist. Während bei der ILR beim ersten Befüllungsvorgang mit einem vollständig geschlossenen Ventil gestartet wurde, wurde beim EWR ein geöffnetes Ventil mit einer Ansteuerung von 2 V gewählt, um Perturbationen in beide Richtungen zu erlauben. Vor jedem folgenden Füllvorgang wird die Ansteuerung des Proportionalventils durch die Regler auf Basis der Abweichung zwischen gemessenen und gewünschten Konzentrationsverläufen korrigiert. Es wurden hierbei viele verschiedene Konzentrationsverläufe vorgegeben und erfolgreich eingeregelt. Im Folgenden sind Profilverläufe dargestellt, die den in den heißen Versuchen benötigten Verläufen ähneln sollen.

Genauer wurde für die Regelung des zeitlichen Treibstoffprofils an der ersten Photodiode ein exponentiell ansteigender Verlauf verwendet. Dies würde am heißen Versuchsstand einem zunächst mageren Gemisch mit hoher Zündverzugszeit entsprechend, welches über die Einspritzdauer zu einem fetteren Gemisch mit geringerer Zündverzugszeit übergeht. Diese Konzentration soll innerhalb des Zeitraums von 1.28 s bis 1.96 s eingestellt werden. Die Reglergebnisse für die ILR und die EWR sind in Abb. 4.5 dargestellt. In den unteren Diagrammen ist das Konvergenzverhalten beider Regler anhand des logarithmisch aufgetragenen Regelfehlers dargestellt. Zur besseren Vergleichbarkeit zwischen den Messreihen ist der Regelfehler auf den Regelfehler bei ausbleibender Treibstoffeinspritzung normiert:

$$e_{\text{norm}} = \frac{\|\mathcal{Y}_k - \tilde{\mathcal{R}}_k\|_2^2}{\|\tilde{\mathcal{R}}_k\|_2^2}. \quad (4.6)$$

Es fällt auf, dass die ILR mit nur ca. 10 Füllvorgängen deutlich weniger Iterationen zum Konvergieren benötigt als die EWR, die erst nach ca. 40 Füllvorgängen konvergiert. Die im konvergierten Zustand erreichte Regelgüte sowie die zugehörige Ventilansteuerung sind im oberen und mittleren Diagramm zu erkennen. Mit beiden Reglern gelingt es sehr gut, das vorgegebene Konzentrationsprofil einzustellen. Während die Ansteuerung bei der ILR mit 35 Stellwerten zeitlich sehr fein einstellbar war, besteht die Stellgröße der EWR aus einer stückweise linearen Funktion mit nur vier Stützpunkten. Dieser deutlich geringere Freiheitsgrad wirkt sich vor allem auf die Regelgüte am Anfang und am Ende des Einspritzprofils aus. Hier gelingt es der ILR, das Proportionalventil kurzzeitig weit zu öffnen und somit dem vorgegebenen Konzentrationsprofil in diesem Bereich besser zu folgen. Trotzdem bleibt festzuhalten, dass im restlichen Bereich die EWR das gewünschte Profil gut einstellen kann, sodass das vorgestellte Konzept geeignet scheint, in einem reaktiven SEC-Versuch in einem weiten Bereich eine homogene Zündung einzuregeln.

4. Gemischregelung

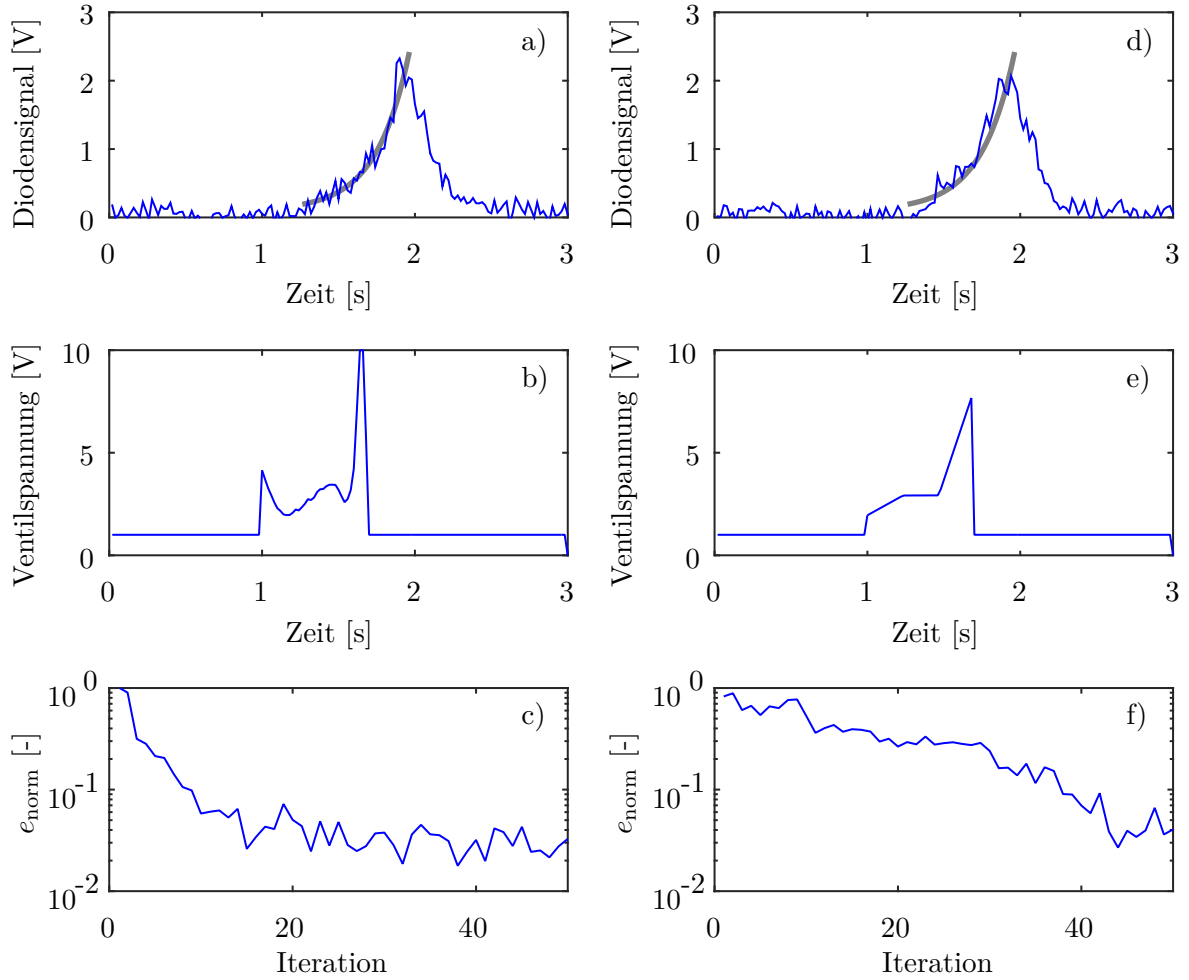


Abbildung 4.5.: Regelung des zeitlichen Konzentrationsprofils:

- a-c) mit der ILR und d-f) mit der EWR
- a,d) Referenzkurve (grau) und konvergierter Regelgrößenverlauf
- b,e) Konvergierter Stellgrößenverlauf
- c,f) Konvergenzverhalten des Regelfehlers.

Für die örtliche Gemischregelung wurde der Einspritzzeitraum beibehalten. Der Zeitpunkt, zu dem die Zündung angenommen wird, wurde auf 1.96 s festgelegt. Zu diesem Zeitpunkt hat sich das Gemisch bereits so im Rohr verteilt, dass es sich auf Höhe aller Photodioden befindet. Als Grundlage für das gewünschte, örtliche Profil wurde das bereits für die zeitliche Schichtung verwendete Profil übernommen. Mit Hilfe des dynamischen Modells wurde berechnet, zu welchen Farbstoffkonzentrationen ein solches Profil vor den anderen Photodioden führen würde. Die entsprechenden Werte wurden als Zielgröße für alle fünf Photodioden verwendet. Die Ergebnisse der Regelung sind in Abb. 4.6 dargestellt. Während die Konvergenzgeschwindigkeit der ILR im Vergleich zur zeitlichen Profilregelung kaum verändert ist, konvergiert die EWR in diesem Fall erst nach ca. 60 Iterationen, siehe Abb. 4.6 f. Hierzu trägt die geringe Anzahl von nur 5 Messungen bei, die in das Gütefunk-

4. Gemischregelung

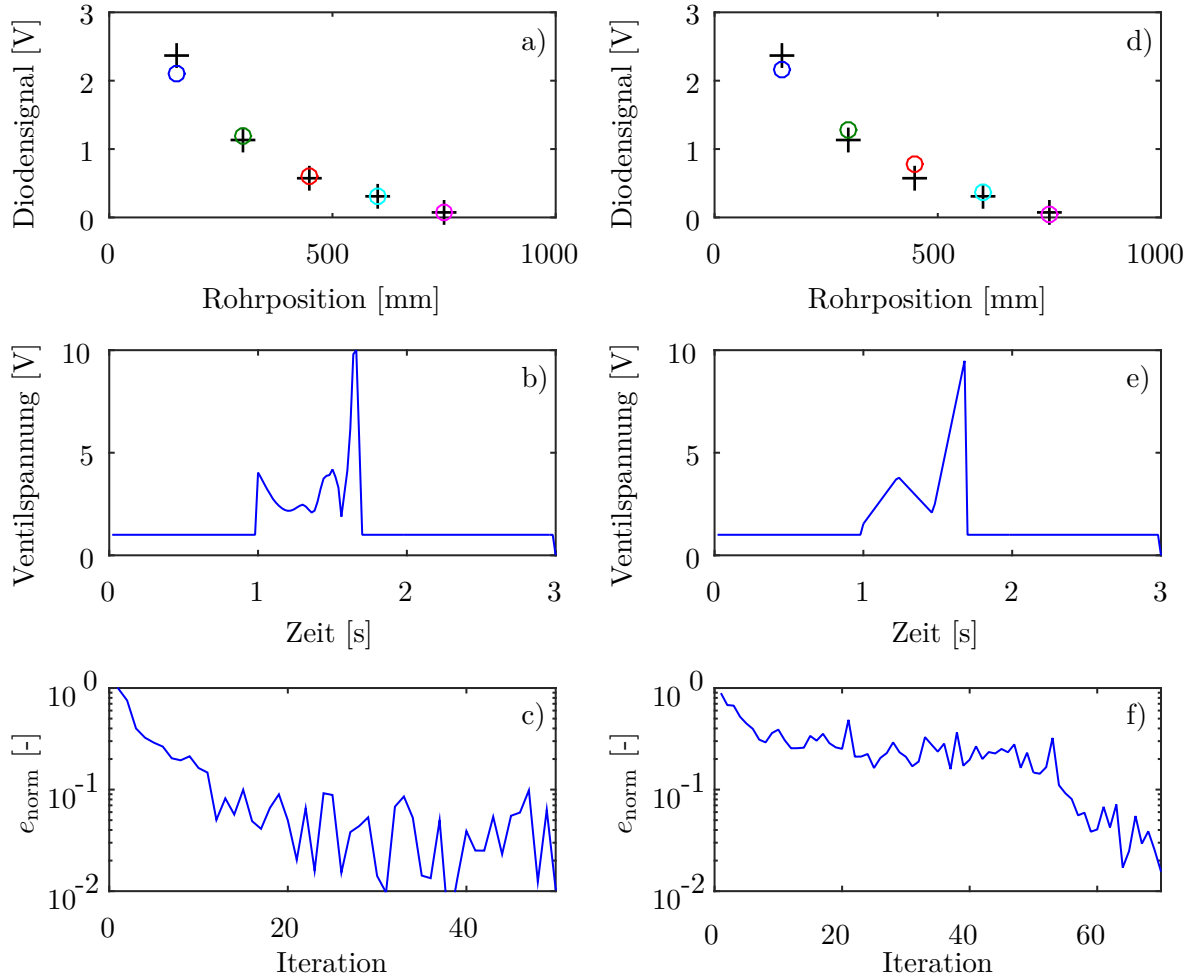


Abbildung 4.6.: Regelung des örtlichen Konzentrationsprofils:

- a-c) mit der ILR und d-f) mit der EWR
- a,d) Referenzwerte (Kreuze) und konvergierte Regelgröße (Kreise)
- b,e) Konvergierter Stellgrößenverlauf
- c,f) Konvergenzverhalten des Regelfehlers.

tional der EWR eingehen. Die in den oberen Diagrammen dargestellt Konzentration zum Zeitpunkt 1.96 s stimmen weitestgehend mit den geforderten Werten des örtlichen Referenzprofils überein, wobei es beiden Reglern schwer fällt, den großen Konzentrationsunterschied zwischen erster und zweiter Photodiode zu realisieren. Die zugehörigen Steuersignale des Proportionalventils sind wieder in den mittleren Diagrammen gezeigt. Es fällt auf, dass vor allem das Einspritzprofil der ILR dem aus der zeitlichen Konzentrationsregelung ähnelt. Dies deutet darauf hin, dass die zeitliche Konzentrationsregelung sehr gut genutzt werden kann, um mit Hilfe eines Modells auch Vorhersagen über die Güte einer örtlichen Konzentrationsregelung zu treffen. Da eine nichtreaktive, zeitliche Profilregelung an dem SEC-Prüfstand deutlich einfacher zu realisieren ist, wurde diese in den folgenden Kapitel 4.3 und 4.4 zur Untersuchung der Treibstoffschichtung an diesem Versuchsstand eingesetzt.

4.3. Nichtreaktiver Verbrennungsprüfstand – Proportionalventil

4.3.1. Versuchsaufbau

Um die Ergebnisse aus einer Gemischregelung möglichst gut auf den reaktiven Versuchsaufbau übertragen zu können, wurden Mischungsexperimente in Luft durchgeführt, bei denen der Versuchsaufbau des SEC-Experiments in leicht modifizierter Form verwendet wurde [69]. Eine schematische Darstellung ist in Abb. 4.7 gezeigt. Es ist das Brennnrohr zu erkennen, welches mit einem annähernd konstanten Massenstrom von ca. 30 kg/h durchströmt wird. Die einströmende Luftmasse konnte mittels eines Coriolis-Massendurchflussmesser gemessen werden und zeigte Schwankungen von ± 0.5 kg/h. Durch die Trägheit des Messmittels könnten die kurzfristigen Schwankungen zudem größer ausgefallen sein. Wie im Wasserkanal wird die Luft zunächst durch eine fluidische Diode geleitet, die Rückströmungen im reaktiven Betrieb verhindert. Darauf folgt die Einspritzung des Brennstoffs durch die fluidischen Oszillatoren in den ca. 20 m/s schnellen Luftmassenstrom, vgl. Abb. 4.2. Als Brennstoff wird im nichtreaktiven Versuchsaufbau Methan verwendet, das sich bei den gegebenen Bedingungen im Rohr nicht von selbst entzündet. Durch die Wahl von Methan war es möglich, mit Hilfe der vorhandenen Messtechnik die Konzentration im Brennnrohr zu bestimmen. Die Menge des eingespritzten Treibstoffs kann durch ein Proportionalventil (Kelly Pneumatics KPIL-12420-8bar-90lpm-DE-FFKM) eingestellt werden. Der maximale relative Vordruck des Methans lag dabei bei ca. 3.5 bar. Der Vordruck sowie der Druck hinter dem Proportionalventil wurde durch zwei Drucksensoren vom Typ Sensortech HDOB005 gemessen. Bei häufigen, aufeinanderfolgenden Schüssen sinkt der Vordruck ab und konnte durch ein vorgeschaltetes Druckregelventil nicht mit der ausreichenden Dynamik kompensiert werden. Typisch waren hierbei Druckvariationen von 2 % vorwiegend während der ersten 10 bis 20 Schüsse, die als iterationsvariante Störung den Regelprozess beeinflussen. Das Methan-Luft-Gemisch durchströmt schließlich das Brennnrohr, dessen erster Teil aus Quarzglas und zweiter Teil aus Metall gefertigt ist. Die Konzentration des Methans wird im vorderen Teil des Quarzglasrohrs, 60 mm hinter der Einlassgeometrie, mithilfe der Wellenlängenmodulationsspektroskopie (WMS) [70] gemessen. Bei der WMS wird ein in der Wellenlänge variabler Diodenlaser verwendet und dessen Absorption durch das Methan detektiert. Der Laserstrahl ist hierzu so ausgerichtet, dass er senkrecht durch die Brennnrohrachse verläuft und anschließend auf eine Photodiode trifft. Die gewählte Laserwellenlänge liegt im zeitlichen Mittel bei $1.65 \mu\text{m}$, welches einem Absorptionsmaximum von Methan entspricht. Um diese mittlere Laserwellenlänge wird die Wellenlänge des Laserlicht während der Messung dauerhaft sinusförmig mit 10 kHz variiert. Das gemessene Signal an der Photodiode unterliegt somit auch Schwankungen, welche im Gegensatz zur Vermessung der absoluten Absorption unempfindlicher gegen Störungen wie z.B. durch Streulicht sind. Sobald die Laserwellenlänge das Absorptionmaximum erreicht, wird die Absorption stärker und das detektierte Signal sinkt annähernd proportional zur Methankonzentration im Rohr. Es ergibt sich somit im Idealfall am Detektor ein periodisches Signal mit einer Frequenz von 20 kHz. Die Amplitude dieser Schwingungsfrequenz wird mit Hilfe eines Lock-in-Verstärker aus dem Signal gefiltert und in einen Spannungsmesswert, welcher proportional zur Konzentration ist, transformiert. Die weitere Verarbeitung dieses Signals sowie die Regelung des Proportionalventils erfolgt mit Hilfe eines digitaler Signalprozessor (dSPACE DS1202).

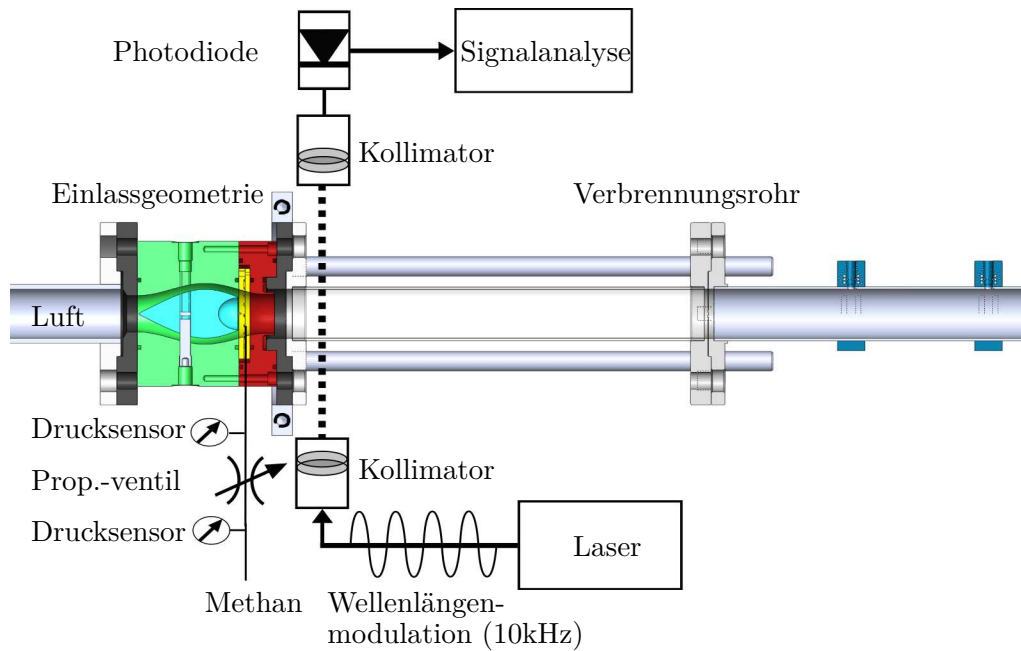


Abbildung 4.7.: Schematische Darstellung des SEC-Prüfstands zur nichtreaktiven Konzentrationsmessung bei Verwendung eines Proportionalventils [69].

4.3.2. Modellidentifikation

Da mit Hilfe der WMS nur zur Methankonzentration korrelierende Signale gemessen werden können, musste in einem ersten Schritt zunächst das Messsystem kalibriert werden. Zu diesem Zweck wurden mehrere Messreihen mit konstantem Hauptmassenstrom und verschiedenen, jeweils konstanten Massenströmen für die Treibstoffeinspritzung durchgeführt. Aus den Messwerten der trägen Massenstromsensoren wurde das Äquivalenzverhältnis berechnet, welches im Folgenden als Darstellungsform der Gemischkonzentration gewählt wird. Der Zusammenhang zwischen dem berechneten Äquivalenzverhältnis und dem Signal des Diodensensors wurde mittels einer stückweise linearen Kennlinie mit den Messdaten als Stützpunkte approximiert. Die Kennlinie ist in Abb. 4.8 a dargestellt und wird im Weiteren verwendet, um die Konzentration im Rohr aus der Lasermessung zu berechnen. Die Abhängigkeit zwischen stationärer Öffnung des Proportionalventils und sich einstellendem Äquivalenzverhältnis ist in Abb. 4.8 b gezeigt. Es lässt sich wiederum ein näherungsweise affin-linearer Zusammenhang erkennen, sodass im Gegensatz zum Wasserkanal keine Hammerstein-Kompensation für das Modell benötigt wird. An der Kennlinie lässt sich zudem erkennen, dass bis zu einem bestimmten Mindeststrom kein Durchfluss durch das Proportionalventil vorhanden war. Es werden somit für Modellidentifikation und Regelung stets die Abweichungen zu diesem Mindeststrom von ca. 0.6 mA als Stellgröße betrachtet.

Zur Bestimmung des linearen, dynamischen Modells zwischen der Ventilansteuerung und der durch die Lasermesstechnik bestimmten Konzentration wurden Experimente mit modifizierter PRBS-Anregung durchgeführt. Neben der Anregung verschiedener Frequenzen wurde bei den gewählten Anregungssignalen auch die Sprunghöhe variiert. Dabei wurden auch Stellgrößen geringer als der Mindeststrom verwendet, um den Mindeststrom zu va-

4. Gemischregelung

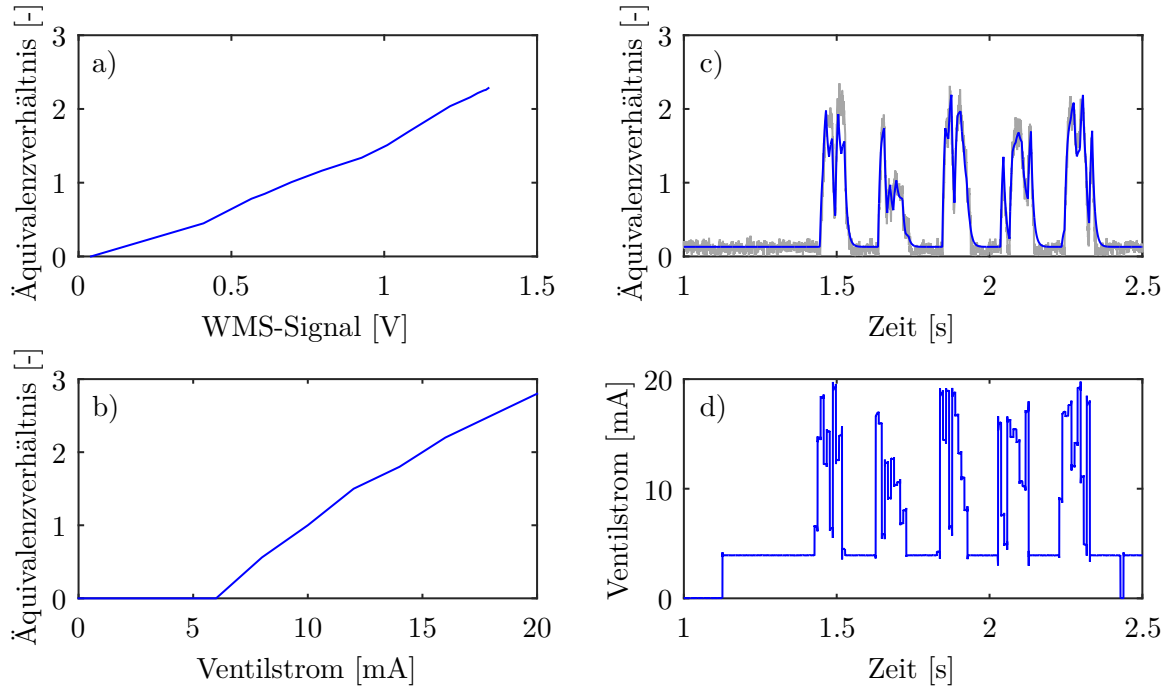


Abbildung 4.8.: Modellidentifikation am nichtreaktiven SEC-Prüfstand:

- a) Kalibrierung der Konzentrationsmessung
- b) stationäre Ventilkennlinie
- c) Autovalidierung: Konzentrationsmessung (grau), Modell (blau)
- d) Zur Autovalidierung verwendete Ansteuerung des Proportionalventils.

lidieren. Es zeigten sich bereits bei der Anpassung eines PT_1T_0 -Modells gute Ergebnisse, siehe Abb. 4.8 c,d. Die Kreuzvalidierung wurde an mehreren dem Identifikationssignal ähnlichen, jedoch im Frequenzband verschiedenen Anregungssignalen validiert und zeigte dort eine vergleichbare Güte, vgl. [69]. Verbesserungen des Modells wären durch eine Erhöhung der Modellordnung und vor allem durch eine nichtlineare Modelldynamik, die beispielsweise zusätzlich die Drücke um das Ventil abbildet, erreichbar gewesen. Eine solche verbesserte Modellbeschreibung könnte zwar die Konvergenzgeschwindigkeit einer ILR erhöhen, hat jedoch auf das auskonvergierte Regelergebnis kaum Einfluss, weshalb die geringere Modellkomplexität hier bevorzugt wurde.

4.3.3. Regelung

Ziel der geregelten Treibstoffeinspritzung war es, festzustellen, ob mit dem verbauten Proportionalventil die für die reaktiven Versuche relevanten Gemischschichtungen im Rohr eingestellt werden können. Da der ILR deutlich mehr Freiheitsgrade bei der Ventilansteuerung zur Verfügung stehen als der EWR, wird im Folgenden ausschließlich die ILR verwendet.

Bei der Konzentrationsregelung am SEC-Prüfstand wurde erneut eine normoptimale ILR (Kapitel 2.5.3) verwendet, um von Einspritzvorgang zu Einspritzvorgang die erforderliche Ventilansteuerung $u_{k,l}$ für den gewünschten Konzentrationsverlauf zu lernen. Als Stellgröße steht dem Regler die Ventilansteuerung zu den Abtastzeitpunkten l in den ersten 30 ms jedes Füllvorgangs zur Verfügung. Bei der verwendeten Taktzeit des Signalprozessor von $\Delta t = 1$ ms ergibt sich die Stellgröße in Supervektordarstellung der k -ten Iteration zu $\hat{\underline{u}}_k = (u_{k,1}, u_{k,2}, \dots, u_{k,30})^\top$. Der Bereich der Konzentrationsmessung $y_{k,l}$, der zur Regelung verwendet wird, ist wiederum zeitlich zum Einspritzzeitraum verschoben. Diese zeitliche Verschiebung wurde bei diesem Versuch jedoch mit 11 ms größer gewählt als die identifizierte Totzeit von 8 ms: $\hat{\underline{y}}_k = (y_{k,12}, y_{k,13}, \dots, y_{k,41})^\top$. Dies ermöglicht dem Regler bereits vor Beginn des Messzeitraums die Brennstoffkonzentration an der Messposition zu erhöhen. Ein ansonsten sprunghaft gefordertes Einspritzprofil wäre nicht umsetzbar gewesen. Als Kompromiss fehlen dem Regler durch diese Maßnahme jedoch Freiheitsgrade zum Ende der Treibstoffeinspritzung, welches durch eine im Vergleich zum Messzeitraum längeren Einspritzzeitraum zu verhindern gewesen wäre. Analog zu Kapitel 2.5.2 ergibt sich aus dem zuvor identifizierten, diskreten PT₁T₀-Modell

$$y_{k,l} = \hat{T}y_{k,l-1} + \hat{K}u_{k,l-8} \quad (4.7)$$

die Übertragungsmatrix für die Supervektordarstellung zu

$$\mathcal{G} = \hat{K} \begin{pmatrix} \hat{T}^3 & \dots & \hat{T}^0 & 0 & \dots & 0 \\ \hat{T}^4 & \hat{T}^3 & \dots & \hat{T}^0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & 0 \\ \hat{T}^{30} & & \ddots & \ddots & & \hat{T}^0 \\ \hat{T}^{31} & & \ddots & & \hat{T}^3 & \vdots \\ \hat{T}^{32} & \hat{T}^{31} & \dots & & \hat{T}^4 & \hat{T}^3 \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

wobei \hat{T} die Zeitkonstante und \hat{K} der Verstärkungsfaktor des zeitdiskreten Modells sind. Die Gewichtungsmatrizen wurden, um die Menge des Treibstoffs nicht zu bestrafen, zu $W_{\underline{u}} = \mathbf{0}^{30}$ sowie in Hinblick auf ein gutes Konvergenzverhalten zu $W_{\Delta \underline{u}} = 25000 \mathbf{I}^{30} \text{ A}^{-2}$ und $W_{\underline{e}} = \mathbf{I}^{30}$ gewählt.

4.3.4. Ergebnisse

Für die Beurteilung des implementierten Reglers wurden 100 aufeinanderfolgende Einspritzvorgänge simuliert, zwischen denen jeweils der Regler das Einspritzprofil neu berechnet. Das Proportionalventil durfte in den ersten 30 ms eines jeden Fülldurchgangs mit einem Ventilstrom zwischen dem Mindeststrom, bei dem das Ventil gerade noch nicht geöffnet ist, und dem maximalen Strom von 20 mA angesteuert werden. In der ersten Iteration wird der Regelalgorithmus mit einer konstanten Ansteuerung in Höhe des Mindeststroms initialisiert, sodass beim ersten Füllvorgang kein Treibstoff in den stets konstanten Luftstrom im Rohr gespritzt wird. Auf Basis einer numerischen Simulation des SFB-Teilprojekt A03 wurde das einzustellende Treibstoffprofil als linear ansteigendes Äquivalenzverhältnis von Methan von zu Beginn 1.5 bis 1.8 zum Ende der Befüllung vorgegeben. Bei analoger Einspritzung von DME würde man vergleichsweise ein deutlich geringeres Äquivalenzverhältnis erhalten. Das im Vektor \vec{R} zusammengefasste Treibstoffprofil ist zu den 30 diskreten Messzeitpunkten zwischen 0.012 s und 0.041 s durch den Regler einzustellen.

In Abb. 4.9 c ist der Abbau der Abweichung zu diesem Konzentrationsprofil über die ersten 50 Befüllungsiterationen als logarithmisch aufgetragener, normierter Regelfehler, vgl. Gl. (4.6), gezeigt. Es ist zu erkennen, dass bereits nach 10 Iterationen nur noch geringe Abweichungen zum gewünschten Profil bestehen. Die berechnete Ventilansteuerung ist in dieser Iteration bereits teilweise durch die oberen Stellgrößenbeschränkung begrenzt. Da das Modell der ILR keine Stellgrößenbeschränkung beinhaltet, ist die Konvergenzgeschwindigkeit in den folgenden Iterationen geringer. Nach 20 weiteren Iterationen hat sich ein konvergiertes Einspritzverhalten unter Beachtung der Stellgrößenbeschränkung eingestellt. Ein Einspritzvorgang mit diesem auskonvergierten Einspritzprofil ist in den beiden oberen Diagrammen Abb. 4.9 a,b dargestellt. Es ist eine sehr gute Regelperformance erkennbar, was zeigt, dass die ILR sehr gut mit der Stellgrößenbeschränkung arbeiten kann. Die verbleibende Regelabweichung liegt nur noch in Höhe des Messrauschens vor. Lediglich am Ende des Treibstoffprofils tritt eine etwas größere Abweichung auf, die auf den zeitlichen Versatz zwischen Einspritz- und Messzeitraum um mehr als die Totzeit zurückzuführen ist. Ein längerer Einspritzzeitraum würde dieses Problem lösen.

Es wurden ebenfalls Führungsgrößen für das Konzentrationsprofil vorgegeben, die eine höhere Dynamik aufweisen. Sie sind im Anhang A.3 zu finden. Auch hier wurde eine gute Regelperformance erzielt. Somit ist die Dynamik der Einspritzung in Kombination mit der implementierten Regelung geeignet, ein großes Spektrum an Treibstoffprofilen im Rohr einzustellen, und stellt folglich einen guten Ausgangspunkt für das heiße, atmosphärische Experiment in Kapitel 5.2 dar.

Um eine schwache Detonation mit Druckerhöhung zu erreichen, muss die Gemischbildung so genau sein, dass die Zündung an jedem Ort stattfindet, bevor sich die durch andere Zündungen entstehende Schallwelle an diesen Ort ausgebreitet hat. Bei einer Schallgeschwindigkeit im unverbrannten Gas bei 900 K von ca. 600 m/s steht dem gesamten Zündvorgang maximal 1 ms zur Verfügung. Bei dem für das gewünschte Treibstoffprofil angenommenen Zündverhalten entspricht dies einer Abweichung im Äquivalenzverhältnis von 0.01 über den gesamten Zündbereich. Dies liegt bereits deutlich unter dem Messrauschen, wodurch mit diesem Versuchsaufbau keine Rückschlüsse auf ein für eine SEC hinreichendes Gemischprofil geschlossen werden können.

4. Gemischregelung

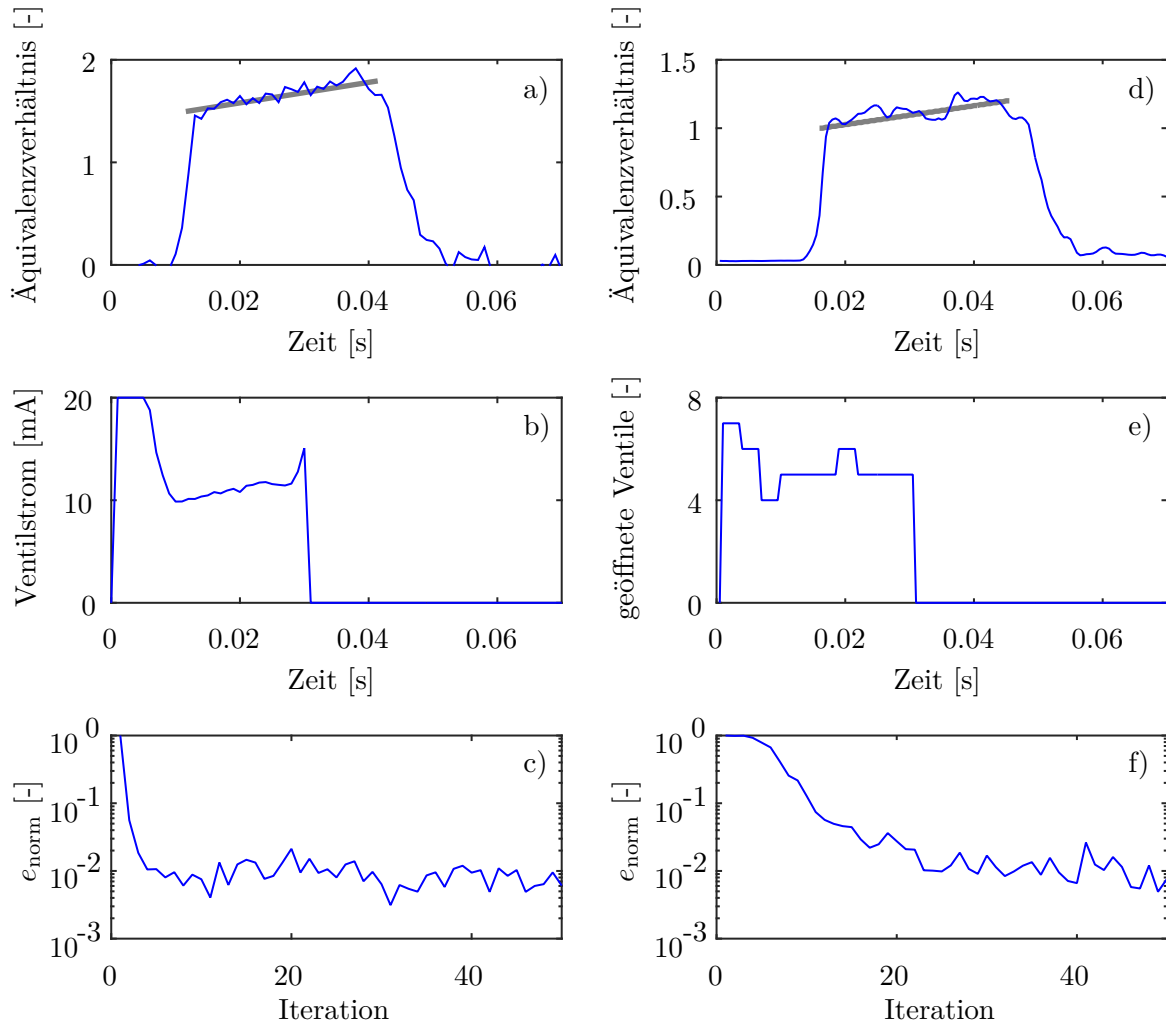


Abbildung 4.9.: Regelung des zeitlichen Konzentrationsprofils:

- a-c) ILR mit Proportionalventil und d-f) Kombination aus reellwertiger und ganzzahliger ILR für das Ventilarray
- a,d) Referenzkurve (grau) und konvergierter Regelgrößenverlauf
- b,e) Konvergierter Stellgrößenverlauf
- c,f) Konvergenzverhalten des Regelfehlers.

4.4. Nichtreaktiver Verbrennungsprüfstand – Schaltventilarray

4.4.1. Versuchsaufbau

Für den beschriebenen atmosphärischen Prüfstand konnte gezeigt werden, dass die Dynamik des verwendeten Proportionalventils ausreicht, um eine Schichtung innerhalb einer Einspritzzeit von 30 ms zu realisieren. Ausschlaggebend für die Zeitspanne, in der eine Gemischbildung stattfinden muss, ist die Zündverzugszeit von der Einspritzung bis zur Zündung. Bei der geplanten Realisierung einer SEC im Mitteldruckbetrieb kommt es durch die Druckabhängigkeit des Selbstzündprozesses zu kürzeren Zündverzugszeiten von ungefähr 3 ms. Da der Füllvorgang spätestens zum Zündzeitpunkt beendet sein muss, verkürzt sich ebenso die Einspritzdauer. Obwohl das in Kapitel 4.3.2 verwendete Ventil für ein Proportionalventil besonders schnell ist, stößt es hier mit einer Dauer von 3 ms zum vollständigen Öffnen an seine Grenze. Um eine weitere Steigerung der Dynamik der Füllkurve zu ermöglichen, wurde das Proportionalventil durch Schaltventile (Bosch 0 280 158 827) ersetzt, die eine Schaltzeit von 0,45 ms aufweisen. Diese Schaltventile können jedoch nur vollständig geöffnet oder geschlossen werden. Um eine variable Füllmenge an Treibstoff einspritzen zu können, wurden deshalb 8 Schaltventile parallel angeordnet [71]. Der Druck vor und hinter dem Ventilarray wurde jeweils mit einem Drucksensor (Sensortechnics HDOB005) aufgenommen. Der leicht abgeänderte Versuchsaufbau ist in Abb. 4.10 zu erkennen.

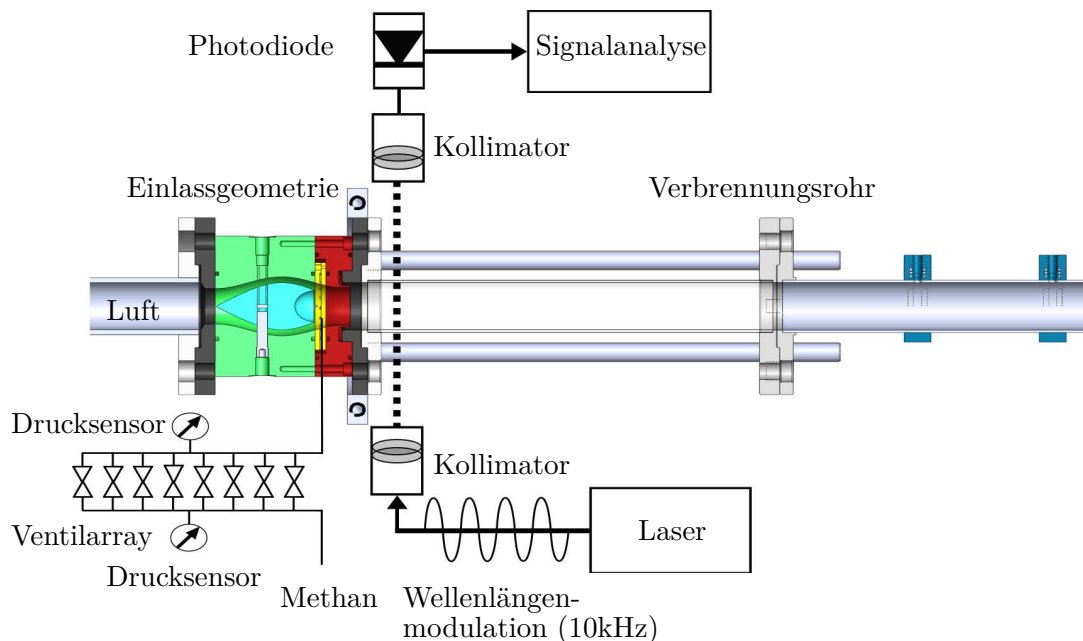


Abbildung 4.10.: Schematische Darstellung des SEC-Prüfstands zur nichtreaktiven Konzentrationsmessung bei Verwendung eines Ventilarrays.

4.4.2. Modellbildung

Die Modellbildung erfolgte analog zur Modellbildung in Kapitel 4.3.2. Für das Identifikationsexperiment wurde zur Vorgabe der Anzahl zu öffnender Schaltventile ein Signal verwendet, bei dem die Schaltzeiten eines PRBS-Signals verwendet wurden und die Sprunghöhen ganzen Zufallszahlen zwischen 0 und 8 entsprachen. Die identifizierten Parameter des erhaltenen PT_1T_0 -Modells beschreiben den Zusammenhang zwischen der Anzahl geöffneter Ventile und dem Äquivalenzverhältnis. Sie sind in [71] nachzulesen. Die in Abb. 4.11 a,b gezeigte Autovalidierung zeigt wiederum eine hinreichende Übereinstimmung zwischen der Messung und dem Modell. In Abb. 4.11 c ist der leicht schwankende Versorgungsdruck des Methans dargestellt. Über die Dauer des gesamten Experiments sinkt der Druck um ca. 15 % ab, welches ein Grund für die leichten Abweichungen des Modells auch im stationären Verhalten ist.

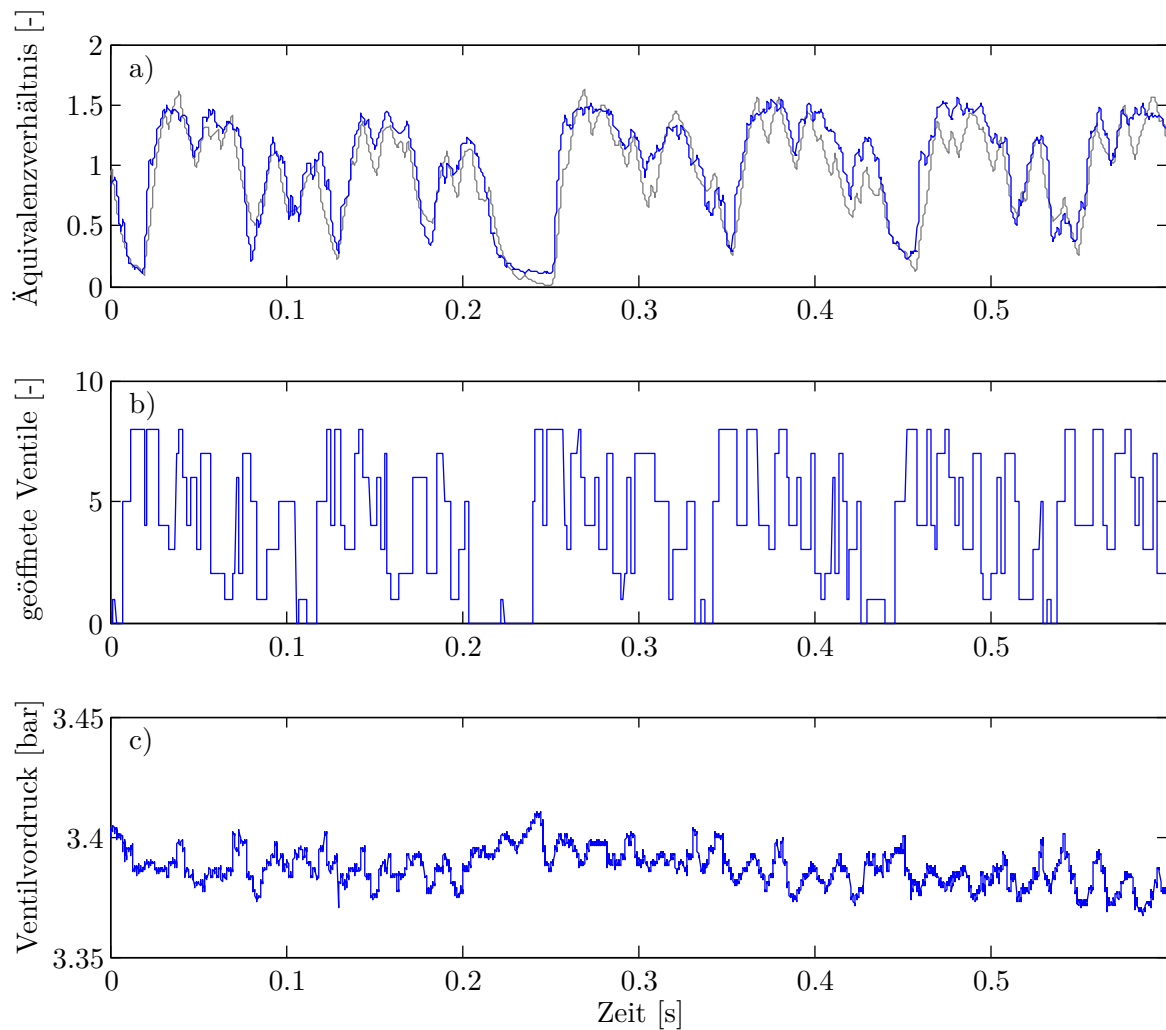


Abbildung 4.11.: Zeitausschnitt der Autovalidierung des Prüfstands mit Schaltventilarray:
a) Konzentrationsmessung (blau), Modell (grau) b) Ansteuerung des Schaltventilarrays c) Versorgungsdruck des Schaltventilarrays.

4.4.3. Regelung

Mit Hilfe des digitalen Signalprozessors (dSPACE DS1202) sollte eine echtzeitfähigen Implementierung einer ganzzahligen ILR umgesetzt werden. Zudem sollte an dem beschriebenen Versuchsaufbau ermittelt werden, in wieweit die Güte der Regelung durch die Umstellung auf ein Schaltventilarray beeinträchtigt wird. Um möglichst identische Voraussetzungen für diesen Vergleich zu schaffen, wurden die Füllzeit und der Bewertungszeitraum mit einer Dauer von 30 ms beibehalten. Die Abtastrate des Signalprozessors wurde hingegen mit 0.5 ms vorgegeben, um auch auf kürzere Befüllungszeiten übertragbar zu sein. In den hier dargestellten Messreihen wurde trotz der höheren Taktfrequenz des Signalprozessors zur Regelung nur jeder zweite Messwert, d.h. Messwerte im Millisekundentakt, verwendet. Da die identifizierte Totzeit durch eine leicht unterschiedliche Sensorpositionierung mit 12 ms um 4 ms länger war als bei den Proportionalventilen, wurde auch der Messzeitraum im Vergleich zur Regelung in Kapitel 4.3 um 4 ms zeitlich nach hinten verschoben: $\tilde{\mathcal{Y}}_k = (y_{k,31}, y_{k,33}, \dots, y_{k,89})^\top$, wobei $y_{k,l}$ weiterhin das Messsignal der WMS im l -ten Zeitschritt der k -ten Iteration beschreibt. Die Stellgröße konnte allerdings aufgrund der rechenaufwendigeren, ganzzahligen Regelungsaufgabe nicht so fein zeitlich diskretisiert werden, wie bei der Ansteuerung des Proportionalventils. Die berechneten Stellgrößenparameter wurden jeweils für 3 ms konstant gehalten, sodass sich zehn zu berechnende Stellgrößen ergeben: $\tilde{\mathcal{U}}_k = (u_{k,1}, u_{k,7}, \dots, u_{k,55})^\top$, wobei gilt: $(u_{k,1+l}, u_{k,7+l}, \dots, u_{k,55+l})^\top = (u_{k,1}, u_{k,7}, \dots, u_{k,55})^\top, \forall l \in \{0, \dots, 5\}$. Die zulässigen Werte für die Stellgröße $u_{k,l}$ sind dabei nur ganze Zahlen zwischen Null und Acht, welches der Anzahl zu öffnender Ventile im l -ten Zeitschritt der k -ten Iteration entspricht. Das Regelproblem wird somit auf den folgenden Optimierungsbereich beschränkt:

$$\bar{\mathcal{U}} = \mathbb{N}_8^{10}, \quad (4.9)$$

$$\mathbb{N}_8 = \{u_{k,l} \in \mathbb{Z} \mid u_{k,l} \geq 0, u_{k,l} \leq 8\}. \quad (4.10)$$

Die Reihenfolge, in der die Ventile geöffnet werden, ist dabei so gewählt, dass stets das Ventil, welches schon am längsten geschlossen bzw. geöffnet ist als nächstes öffnet bzw. schließt. Somit wird erreicht, dass die maximale Schaltfrequenz der Ventile möglichst gering ist.

Für das ganzzahlige Regelungsproblem wurden die in Kapitel 2.5.6 vorgestellten Varianten der ILR getestet. Die Gewichtungsmatrix für die Stellgröße $W_{\mathcal{U}}$ wurde in allen Fällen wieder zu $\mathbf{0}^{10}$ gesetzt. Die Bewertung des Regelfehlers wurde ebenfalls als Summe der quadratischen Abweichung zwischen gewünschter Konzentration und Messung beibehalten: $W_{\mathcal{E}} = \mathbf{I}^{30}$. Bei der ersten vorgestellten ganzzahligen Reglervariante mit kombinierter ganzzahliger und reellwertiger ILR wurde für $W_{\Delta\mathcal{U}} = \mathbf{I}^{10}$ ein gutes Konvergenzverhalten erzielt. Bei dem zweiten Regelungskonzept mit über die Iterationen variabler Gewichtung der Schrittweite wurde als Initialisierungswert eine hohe Bestrafung der Schrittweite von $W_{\Delta\mathcal{U},0} = 5\mathbf{I}^{10}$ und für die Adaptionsparameter $w^\ominus = 0.9$ und $w^\oplus = 1.05$ gewählt. In der dritten Variante wurde $W_{\Delta\mathcal{U}}$ zu $\mathbf{0}^{10}$ gesetzt, da bei dieser Modifikation der ILR die Schrittweitensteuerung über eine zusätzliche Nebenbedingung des Gütefunktional vorgegeben wird. Der zulässige Bereich für das Einspritzprofil in Abhängigkeit des vorherigen Einspritzprofils wurde wie

folgt festgelegt:

$$\mathbb{U}_\Delta = \mathbb{Z}_*^{10}, \quad (4.11)$$

$$\mathbb{Z}_* = \{\Delta \underline{u}_k \in \mathbb{Z} \mid \|\Delta \underline{u}_k\|_\infty \leq 1\}. \quad (4.12)$$

4.4.4. Ergebnisse

Die drei ganzzahligen Regelungskonzepte wurden eingesetzt, um ein gewünschtes Konzentrationsprofil am Versuchsstand einzustellen. Hierzu standen den Regelalgorithmen wiederum 100 Iterationen zur Verfügung, um das erforderliche Einspritzprofil zu erlernen. Da der maximale Durchfluss durch das Ventilarray kleiner ist als der durch das Proportionalventil, wurde das Referenzprofil im Vergleich zu Kapitel 4.3 um ein Drittel verringert. Das Regelziel war es somit, in dem Einspritzzeitraum bis 30 ms die Schaltventile so anzusteuern, dass sich in dem Zeitfenster von 0.015 s bis 0.044 s ein linear ansteigendes Treibstoffprofil mit einem Äquivalenzverhältnis zwischen 1 und 1.2 ergibt. In der ersten Iteration wurden dabei alle Regler so initialisiert, dass alle Schaltventile über den gesamten Einspritzvorgang geschlossen blieben.

1. Variante:

In Abb. 4.9 d-f ist das Ergebnis der Regelung mit kombinierter ganzzahliger und reellwertiger ILR gezeigt. Im Vergleich zur reellwertigen ILR mit dem Proportionalventil ist die Regelgüte bezüglich des konvergierten Methanprofils nur sehr leicht abgefallen, siehe Abb. 4.9 d. Dies ist vor allem bemerkenswert, da die Stellgröße zeitlich gröber diskretisiert wurde und zudem auch nur diskrete Werte für die Öffnung des Ventils eingestellt werden konnten. Das in Abb. 4.9 f gezeigte Konvergenzverhalten ist nur leicht langsamer als bei der Regelung mit dem Proportionalventil. Dies ist jedoch hauptsächlich auf die Wahl von $W_{\Delta \underline{u}}$ zurückzuführen.

2. Variante:

Im Vergleich zu diesem Regelungskonzept sind in Abb. 4.12 a-c die Ergebnisse der Regelung mit variablen $W_{\Delta \underline{u}}$ gezeigt, die bei exaktem Modell und rein periodischen Störungen einen optimalen Stellgrößenverlauf verspricht. Der charakteristische Konvergenzverlauf des Reglers ist im unteren Diagramm anhand des logarithmischen normierten Regelfehlers, vgl. Gl. (4.6), dargestellt. Der Regler mit variabler Bestrafung der Stellschrittweite wurde mit vorsätzlich sehr großen Werten für $W_{\Delta \underline{u}}$ initialisiert, um die Wirkung der Adaption der Schrittweite zu demonstrieren. Grundsätzlich wären hier Einstellparameter wie in der ersten Variante sinnvoll. Die Änderung der Stellgröße ist folglich so stark bestraft, dass die Einspritztrajektorie in den ersten Befüllungsvorgängen nicht verändert wird. In diesem Fall bedeutet dies weiterhin dauerhaft geschlossene Ventile. In jeder dieser Iterationen wird jedoch $W_{\Delta \underline{u}}$ mit dem Faktor $w^\ominus = 0.9$ verringert. Dies hat zur Folge, dass ab der zehnten Iteration das erste Ventil für einen Stellschritt geöffnet wird. $W_{\Delta \underline{u}}$ sinkt in den folgenden Iterationen langsam weiter, während die Stellschritte anwachsen. Ab der ca. 75. Periode sind ein quasi-stationärer Wert um $W_{\Delta \underline{u}} = 0.45$ sowie ein geringer Regelfehler erreicht.

3. Variante:

In Abb. 4.12d-f sind die Regelergebnisse bei Verwendung von Nebenbedingungen zur Schrittweitensteuerung dargestellt. Dieses Konzept verringert den maximalen Rechenaufwand für die Optimierung, vgl. Kapitel 2.5.6. Der Regler zeigt aufgrund der Begrenzung der Schrittweite über Nebenbedingungen im Vergleich zum Regler mit kombinierter ganzzahliger und reellwertiger ILR anfangs eine geringere Konvergenzgeschwindigkeit, da trotz des hohen potentiellen Abbaus des Regelfehlers die Anzahl der geöffneten Ventile von einer Iteration zur nächsten nur um ein Ventil verändert werden darf. Diese Unabhängigkeit der maximalen iterationsweisen Stellgrößenänderung vom Regelfehler sorgt allerdings bereits in den folgenden Iterationen für eine schnelle Konvergenz, sodass bereits nach ca. zehn Iterationen der Regelfehler abgebaut ist.

Die letzteren beiden Regelungskonzepte zeigen jedoch, auch wenn der Regelfehler bereits abgebaut ist, noch starke Änderungen im Stellgrößenverlauf von Iteration zu Iteration. Dies ist auf die geringe Bestrafung von Stellschrittänderungen sowie starke nichtperiodische Störungen zurückzuführen. Durch diese nichtperiodischen Störungen treten in allen Iterationen leichte Regelabweichungen auf, denen beispielsweise durch das Verschieben von Öffnungs- und Schließzeiten von Ventilen theoretisch leicht entgegen gewirkt werden kann. Diese Stellgrößenänderungen bewirken allerdings keine Verbesserung der Regelgüte in der nächsten Iteration, da sie nur nichtperiodischen Störungen entgegen wirken. Dies ist nicht der Fall für die in Abb. 4.9 gezeigten Regler, die eine größere Bestrafung der Schrittweite aufweisen. Auch die im Vergleich zu den Regelergebnissen in Abb. 4.9 unruhigen Stellgrößentrajektorie und im Durchschnitt leicht höheren Regelfehler sind ein Resultat der über die Iterationen schwankenden Stellgrößenverläufe.

Bei Versuchsaufbauten, bei denen die Auswirkung der Änderung der ganzzahligen Stellgrößenverläufe auf die Messgröße geringer ist als die Stärke der nichtperiodischen Störungen ist somit die Reglervariante mit kombinierter ganzzahliger und reellwertiger ILR den anderen zwei getesteten Varianten in Hinblick auf ein möglichst iterationsinvariantes Verhalten vorzuziehen. Der Nachteil, dass das Auffinden eines optimalen Stellgrößenverlaufs nicht garantiert ist, ist durch die Stärke der nichtperiodischen Störungen von untergeordneter Bedeutung. Diese Optimalität kann jedoch in Regelsystemen mit geringen nichtperiodischen Störungen ein entscheidender Vorteil sein. Steht eine möglichst rechenzeiteffiziente Implementierung im Vordergrund, ist die dritte Variante mit maximaler Schrittweite als Nebenbedingung eine sinnvolle Wahl.

Befüllungsexperimente mit der hier bevorzugten Kombination aus reellwertiger und ganzzahliger ILR und höherdynamischen Konzentrationsprofilen sind im Anhang A.3 zu finden. Die vielversprechenden Regelergebnisse mit dieser Reglervariante, welche an die Güte der Regelung mit dem Proportionalventil heranreichen, zeigen viel Potential für die Anwendung am reaktiven Prüfstand. Im Vergleich zur reellwertigen ILR ist die ganzzahlige ILR jedoch auf sehr viel genauere Streckenmodelle angewiesen, da sich der Regler für das Verhalten von einem ganzzahligen Stellwert zum nächsten zulässigen vollständig auf das Modell verlassen muss und sich nicht über kleine Schritte annähern kann.

4. Gemischregelung

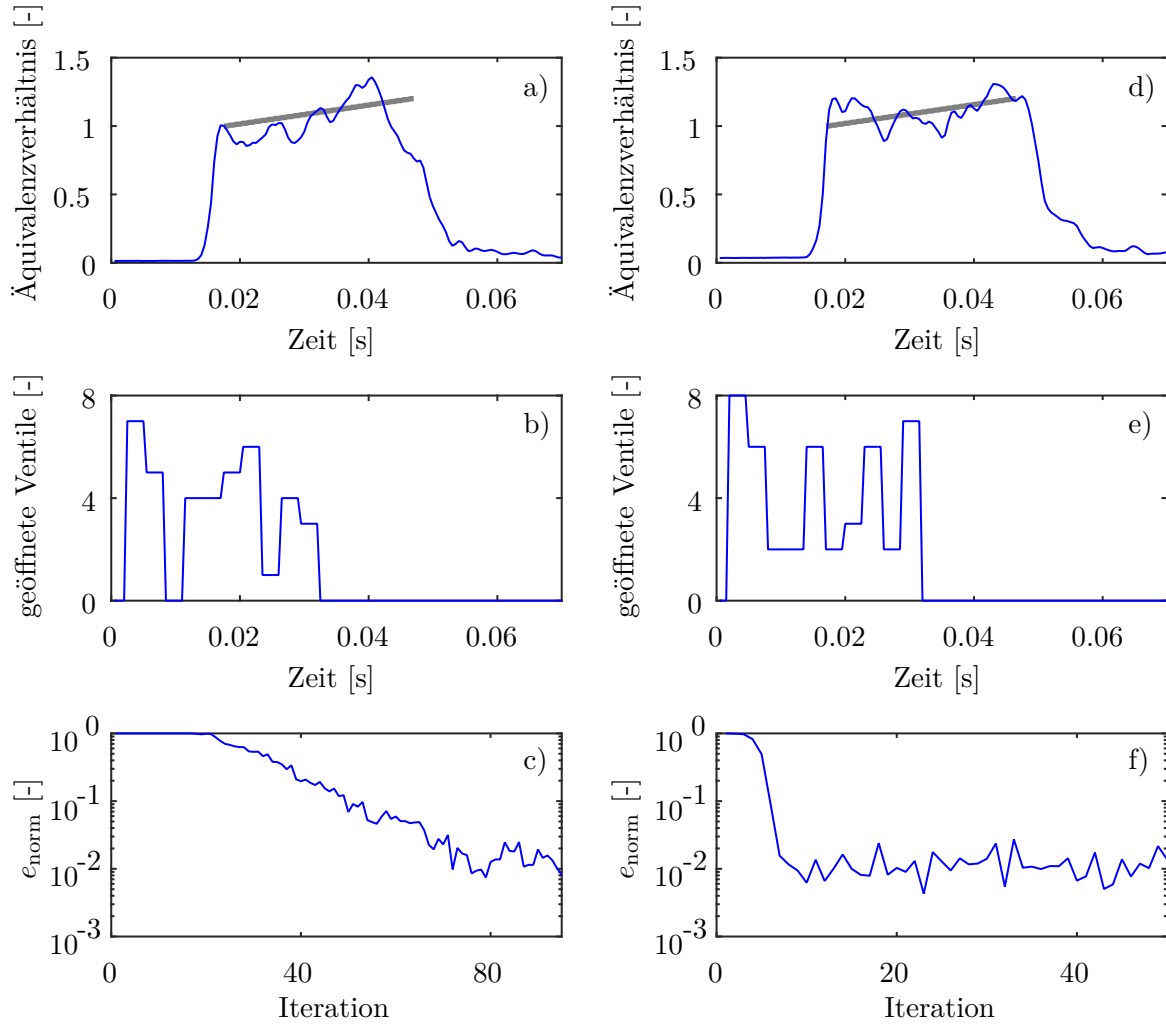


Abbildung 4.12.: Regelung des zeitlichen Konzentrationsprofils:

- a-c) ILR mit variablem $W_{\Delta u}$ für das Ventilarray und d-f) ILR mit maximaler Schrittweite als Nebenbedingung für das Ventilarray
- a,d) Referenzkurve (grau) und konvergierter Regelgrößenverlauf
- b,e) Konvergierter Stellgrößenverlauf
- c,f) Konvergenzverhalten des Regelfehlers.

Die vorgestellten Regelungskonzepte lassen sich bei der vorliegenden Implementierung auf dem dSPACE DS1202 mit zehn verwendeten Stellgrößen und einer Abtastzeit von 0.5 ms auf Befüllungsvorgänge mit einer Dauer von mindestens 5 ms anwenden. Durch eine Verwendung von kommerziellen Optimierungsalgorithmen und schnelleren Signalprozessoren lassen sich die Konzepte auch auf noch geringere, benötigte Befüllungszeiten anpassen.

5. Verbrennungsregelung

5.1. Zielsetzung

Ein Ziel des SFB 1029 ist es, die Realisierbarkeit einer SEC an einem realen Versuchsstand nachzuweisen. An einem atmosphärischen Prüfstand sollte hierzu in einem ersten Schritt eine homogene Selbstzündung erzeugt werden, welche den Kernprozess einer SEC darstellt. Aufgrund des atmosphärischen Drucks ergibt sich selbst bei Verwendung von hoch reaktivem Dimethylether (DME) eine relativ hohe Zündverzugszeit. Einerseits ergeben sich hieraus geringere Anforderungen an die Dynamik der Aktuatorik und Sensorik, andererseits ist ein resonanter SEC-Betrieb nicht umsetzbar, da die Reflektion der Druckwelle als Saugwelle in dem relativ kurzen Rohr deutlich weniger Zeit in Anspruch nimmt als die Zündung des Gemischs. Es können lediglich aufeinanderfolgende Zündungen durchgeführt werden, deren Füllvorgänge sich kaum gegenseitig beeinflussen. Ziel war es folglich, die Treibstoffeinspritzung so zu regeln, dass DME in dem Brennrohr möglichst gleichzeitig zündet und somit eine homogene Selbstzündung mit gleichmäßigen Druckanstieg erreicht wird.

Das Regelproblem unterscheidet sich somit vom nichtreaktiven Versuchsstand bezüglich des Regelziels. Weil die Homogenität der Zündung nicht direkt gemessen werden kann, wurde in Voruntersuchungen zunächst untersucht, welche Informationen zur Detektion einer SEC sinnvoll sind. Bevorzugt sollten hier Druckmessungen aus dem Plenum bzw. dem hinteren Teil des Rohres verwendet werden, da dort keine Verbrennung stattfindet und somit die thermische Belastung nicht so kritisch für die Haltbarkeit der Sensoren ist. Hierzu wurden Druckdaten aus der in Kapitel 2.1.3 beschriebenen Simulation auf Ihre Eignung zur Klassifikation von Zündereignissen mit Hilfe einer „support vector machine“ untersucht. Dabei zeigte sich, dass die Güte einer SEC sehr viel besser durch die Zeitpunkte des Druckanstiegs im Verbrennungsrohr bewertet werden kann als mit Druckmessungen am Ende des Verbrennungsrohrs und im Plenum. Mit Ionisationssonden steht zudem eine Messtechnik zur Verfügung, die bei den auftretenden Temperaturen im Brennrohr zur Detektion des Zündzeitpunkts eingesetzt werden kann. Aus diesem Grund wird in den folgenden Experimenten die Abweichung zwischen den gemessenen Zündverzugszeiten über den Zündort primär in das Gütekriterium einer SEC eingehen. Neben der homogenen Zündung sind allerdings auch die Menge des eingespritzten Treibstoffs und der absolute Zündzeitpunkt Parameter, die für einen Teillastbetrieb beziehungsweise zur Gewährleistung eines resonanten Betriebs entscheidend sind. Die Regelung soll somit auch die Möglichkeit haben, diese Größen einzustellen.

Die im vorhergehenden Kapitel 4 eingesetzten Methoden zum Einstellen eines Treibstoffprofils sollen auch am reaktiven Prüfstand zur Erfüllung dieser Regelziele zum Einsatz kommen. Aufgrund der schwachen Abhängigkeit zwischen den einzelnen Zündvorgängen sind die zuvor getesteten Methoden auch hier vielversprechend. Die EWR kann hierbei direkt auf das neue Regelziel angepasst werden. Für die ILR hingegen muss zunächst ein Modell hergeleitet werden. Eine Black-Box-Modellierung war aufgrund einer geringen Reproduzierbarkeit

der Zündereignisse jedoch nur schwer möglich. Um dieses stark von den Anfangsbedingungen im Rohr abhängige Zündverhalten des Systems trotzdem durch ein Modell beschreiben zu können, wäre eine Kenntnis des Zustandes im Rohr notwendig gewesen. Hierzu standen allerdings bis auf die Messung des Zündzeitpunkts keine Sensorinformationen im Verbrennungsbereich zur Verfügung. Auch die in Kapitel 3 beschriebene Zustandsschätzung konnte aufgrund des nicht resonanten Betriebs des Prüfstands nicht angewendet werden. Obwohl diese schlechte Modellierbarkeit des Systems modellbasierte Verfahren größtenteils ausschließt, sollte der Einsatz einer ILR auf Basis eines stark vereinfachten, physikalischen Modells geprüft werden, da die ILR dank ihres adaptiven Charakters die Möglichkeit hat, Modellunsicherheiten auszulernen.

5.2. Reaktiver Verbrennungsprüfstand – Proportionalventil

5.2.1. Versuchsaufbau und -durchführung

Für die reaktiven Experimente wird der bereits bei den kalten Messungen beschriebene Prüfstand für die Realisierung einer atmosphärischen SEC-Verbrennung erweitert. Der gesamte Aufbau ist in Abb. 5.1 skizziert. In Abb. 5.2 ist das Verbrennungsrohr mit der zugehörigen Sensorik und Aktuatorik detaillierter dargestellt.

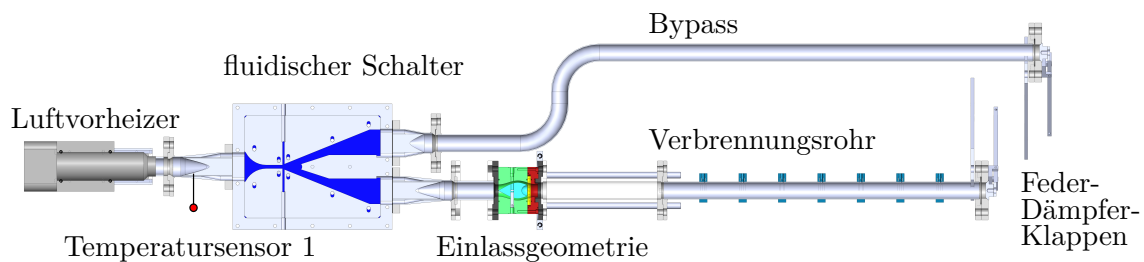


Abbildung 5.1.: Schematische Darstellung des SEC-Prüfstands zur reaktiven Verbrennungsmessung [69].

Wie beim nichtreaktiven Versuch wird ein Luftmassenstrom von 30 ± 0.5 kg/h durch einen Kompressor bereitgestellt. Um bei den vorliegenden atmosphärischen Bedingungen eine möglichst kurze Zündverzugszeit zu erhalten, wird dieser Luftmassenstrom zunächst auf 1170 K am ersten Temperatursensor vorgeheizt. Trotz einer durchgängigen Isolierung des Prüfstands kühlt die Luft bis zum zweiten Temperatursensor an der Einlassgeometrie auf ca. 920 K ab.

Der Treibstoff wird durch die in Abb. 4.2 dargestellten fluidischen Oszillatoren eingespritzt. Die Treibstoffmenge wird mit Hilfe des Proportionalventils (Kelly Pneumatics KPIL-12420-8bar-90lpm-DE-FFKM) eingestellt. Um eine Verflüssigung des DME bei dem verwendeten relativen Vordruck von ca. 6 bar zu verhindern, ist die Brennstoffleitung mit einer Temperatur von 330 K beheizt. Nach der Treibstoffeinspritzung strömt das DME-Luft-Gemisch in das Brennrohr, das einem Durchmesser von 40 mm besitzt. In dem ersten aus Quarzglas gefertigten Teil des Rohres soll die Verbrennung des DME stattfinden. Der optische Zugang dieses 0.5 m langen Rohrstücks erlaubt es, die Zündzeiten mit Hilfe von Photodioden zu

5. Verbrennungsregelung

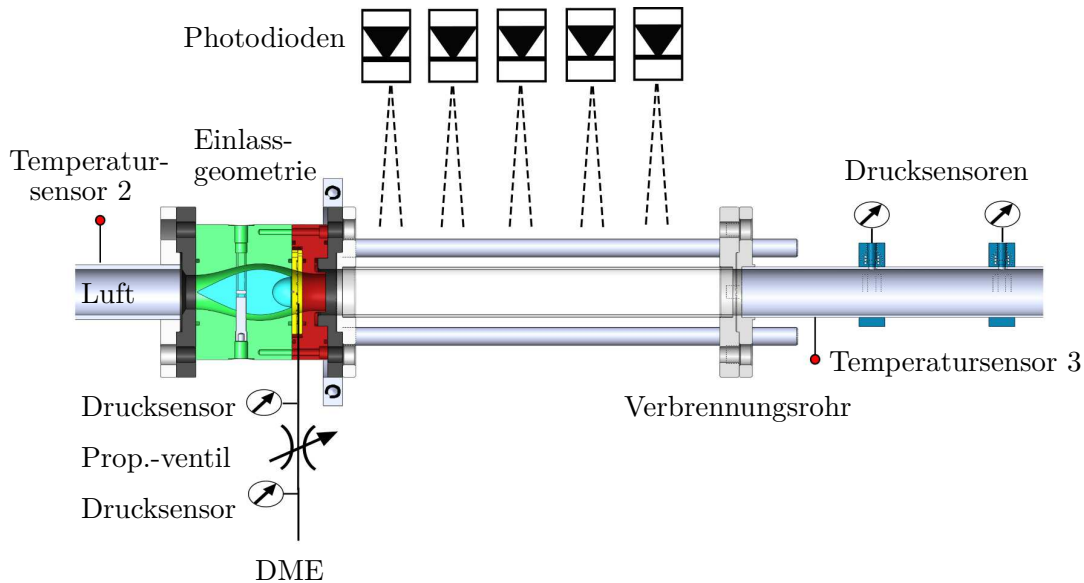


Abbildung 5.2.: Detaillierte Darstellung der Aktuatorik und Sensorik des SEC-Prüfstands [69].

detektieren, die in diesem Versuchsstand anstelle von Ionisationssonden verwendet wurden. Hierzu wird die Lichtemission der Verbrennung an fünf Positionen in einem Abstand von jeweils 0.08 m im Rohr gemessen und der Zeitpunkt der Überschreitung eines Schwellwerts als lokale Zündzeit registriert. Der hintere, aus Edelstahl gefertigte Teil des Rohres ist mit zwei Drucksensoren vom Typ PCB112A05 bestückt.

Bei den im Brennrohr vorherrschenden Temperaturen ergibt sich eine Zündverzugszeit des DME zwischen 0.1 s und 0.4 s. Weil die Zeit zum Befüllen des Rohres wie in Kapitel 4.3 nur 30 ms beträgt und durch den Luftvorheizer kein geringerer Luftmassenstrom zulässig ist, kann das Gemisch nicht, wie bei der SEC vorgesehen, am Ende der Einspritzdauer zünden. Ein Aufrechterhalten der Strömung würde dazu führen, dass das eingespritzte Treibstoffpaket wieder aus dem Rohr strömen würde, bevor es zündet. Das Gas im Brennrohr muss somit nach dem Füllvorgang angehalten werden. Hierzu wird im vorliegenden Versuchsaufbau die Luft nach dem Befüllen des Brennrohrs mit Hilfe eines fluidischen Schalters in einen Bypass geleitet. Dieses Umleiten der Luft erzeugt wiederum einen Unterdruck im Brennrohr. Um auch ein Rückströmen der Luft im Brennrohr zu vermeiden, werden über ein Feder-Dämpfer-System fixierte Klappen am Ende des Rohrs verwendet, mit dem das Brennrohr bei einer Strömung der Luft durch den Bypass verschlossen wird.

Für einen resonanten Betrieb wäre ein sehr viel längeres Brennrohr mit höheren Füllzeiten von Nöten gewesen, das so nicht am Prüfstand realisiert werden konnte. Bei Gasturbinen ähnlicheren Versuchskonfigurationen mit höheren Drücken und somit geringeren Zündzeiten wird hingegen ein resonanter Betrieb ohne Erweiterung des Aufbaus mit Bypass und Klappen realisierbar sein, wie es der in Kapitel 2.1.3 vorgestellte Simulator zeigt [13].

Die Messungen sowie Regelung des Proportionalventils und Ansteuerung des fluidischen Schalters erfolgt mit dem digitalen Signalprozessor (dSPACE DS1202) mit einer Abtastfrequenz von 10 kHz.

5. Verbrennungsregelung

Jedes durchgeführte Experiment besteht dabei aus 500 in einer Frequenz von $4/3$ Hz aufeinanderfolgenden Zündvorgängen. Dabei werden die ersten Zündungen verwendet, um das Rohr aufzuheizen, sodass in den folgenden Zündvorgängen annähernd konstante Temperaturverhältnisse am dritten Temperatursensor von ca. 850 K vorliegen. Der Ablauf eines Zündvorgangs ist in Abb. 5.3 skizziert. Nachdem das Rohr mit Luft gespült ist, wird am Anfang jeder Periode das Rohr mit einem Gemisch aus DME und Luft befüllt. Hierzu bleibt die Strömung im fluidischen Schalter zunächst auf das Brennrrohr gerichtet, während zeitgleich das Proportionalventil nach Vorgabe des verwendeten Reglers geöffnet wird. Nach 30 ms wird der Füllvorgang durch das Schließen des Proportionalventils und Umleiten der Luft in den Bypass beendet. Der Unterdruck im Brennrrohr verschließt die Klappen am Rohrende, sodass das Gemisch im Brennrrohr näherungsweise still steht. Nach der Zündverzugszeit kommt es zur Selbstzündung, deren Lichtemission durch die Photodioden an den Positionen x_j detektiert wird. Es wird derjenige Zeitpunkt, zu dem eine Photodiode einen festgelegten Schwellwert überschreitet, als Zündzeitpunkt $t_{Z,k}(x_j)$ an der zugehörigen Position gewertet. Die Sensitivität der Photodioden wurde dabei so eingestellt, dass der Zeitraum vom Anstieg der Photodiodenspannung bis zum Erreichen der Sättigung bei typischen Zündungen 5 ms andauert. Da für reguläre Zündungen die Sondenspannungen ihren Sättigungswert erreichten, musste der Schwellwert lediglich möglichst robust bezüglich Fehlerkennungen (z.B. Streulicht von benachbarten Zündorten) gewählt werden. Der absolute Zündzeitpunkt kann mit Hilfe dieser Messtechnik nicht genau quantifiziert werden. Trotzdem ist ein relativer Messfehler zwischen den gemessenen Zündzeitpunkten deutlich kleiner als 5 ms zu erwarten. Diese Genauigkeit ist zwar nicht hinreichend für den Nachweis einer SEC, sollte jedoch im ersten Schritt der Regelung zum Senken der örtlichen Standardabweichung der Zündzeiten in den Millisekundenbereich dienen. Für anschließende Generationen des Versuchsstands sind Ionisationssonden angedacht.

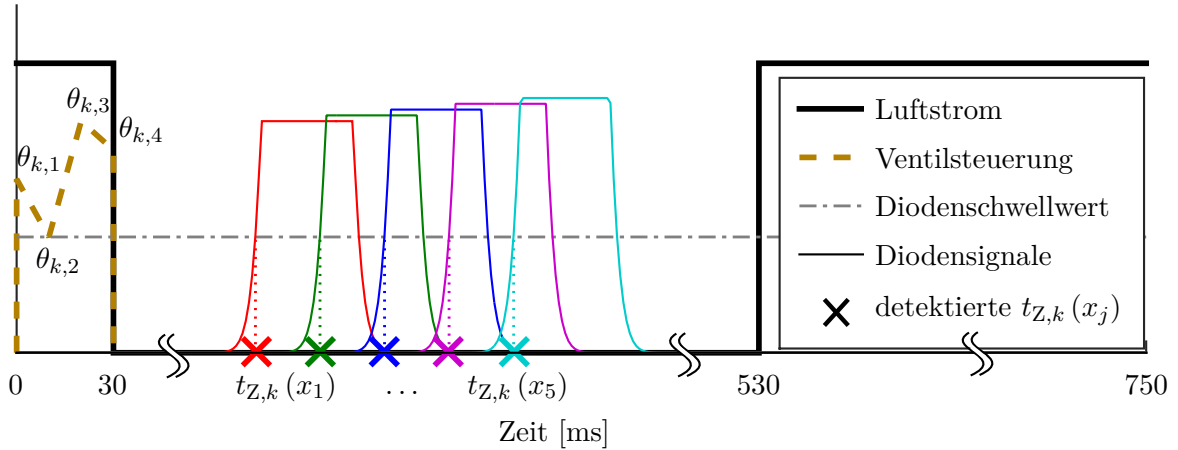


Abbildung 5.3.: Schematischer Ablauf eines Zündzyklus am reaktiven Prüfstand.

Der entstehende Druck der Verbrennung öffnet anschließend das Rohr, sodass das Gas aus dem Rohr strömen kann. Ein Rückströmen des Gases wird dabei durch die in der Einlassgeometrie verbaute Diode weitestgehend verhindert. Sollte der entstehende Verbrennungsdruck nicht ausgereicht haben, um die Strömung dauerhaft in das Brennrrohr umzuleiten, wird nach

530 ms der fluidische Schalter zwischen Bypass und Brennrohr aktiviert, sodass spätestens ab diesem Zeitpunkt das Rohr für den neuen Zündvorgang gespült wird.

5.2.2. Modellbildung

Das für die ILR zu entwickelnde Modell dient der Beschreibung des Einflusses der Ventilansteuerung auf die detektierten Zündzeiten. Diese Zündzeiten werden am Prüfstand an fünf Positionen gemessen und in dem Vektor $\underline{y}_k = (t_{Z,k}(x_1), t_{Z,k}(x_2), \dots, t_{Z,k}(x_5))^T$ zusammengefasst. Da der Regelung aus dieser geringen Anzahl an Messungen nicht genug Informationen zum Bestimmen einer zeitlich fein diskretisierte Ventilkurve, wie sie in Kapitel 4.3 verwendet wurde, erhalten kann, soll auch hier eine Parametrierung der Ventilansteuerung durch wenige Stützpunkte erfolgen. Die Parametrierung erfolgt entsprechend der Wahl bei der EWR als stückweise lineare Kurve, siehe Gl. (5.2). Entsprechend beinhaltet der Stellgrößenvektor der ILR \underline{u}_k die Stützpunkte dieses Einspritzprofil und stellt keinen Supervektor, wie in Kapitel 2.5.2 eingeführt, dar.

$$\tilde{\underline{u}}_k = \begin{pmatrix} \tilde{u}_{k,1} \\ \tilde{u}_{k,2} \\ \tilde{u}_{k,3} \\ \tilde{u}_{k,4} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Die Anzahl der Stellgrößenparameter entspricht hierbei der Anzahl Parameter, mit der bei den Versuchen mit der EWR eine gute Gemischbildung gelang, siehe Kapitel 4.2.

$$u_{k,l} = \begin{cases} \tilde{u}_{k,1} + \left(\tilde{u}_{k,2} - \tilde{u}_{k,1} \right) \frac{3}{299}(l-1) & , \quad \forall l \in \{1 \dots 100\} \\ \tilde{u}_{k,2} + \left(\tilde{u}_{k,3} - \tilde{u}_{k,2} \right) \left(\frac{3}{299}(l-1) - 1 \right) & , \quad \forall l \in \{101 \dots 200\} \\ \tilde{u}_{k,3} + \left(\tilde{u}_{k,4} - \tilde{u}_{k,3} \right) \left(\frac{3}{299}(l-1) - 2 \right) & , \quad \forall l \in \{201 \dots 300\} \\ 0 & , \quad \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.2)$$

Das Modell muss somit den Zusammenhang zwischen den vier Stellgrößenparametern $\tilde{\underline{u}}_k$ und den detektierten fünf Zündzeiten \underline{y}_k beschreiben. Zur Auslegung der ILR ist es wichtig, ein den Stabilitätskriterien der ILR genügendes Modell zu generieren. Eine Herausforderung hierbei ist, dass das Verhalten des Prüfstands während einer Messreihe, aber vor allem auch zwischen verschiedenen Messreihen, stark variiert. Aufgrund der starken Nichtlinearität zwischen Befüllung und Zündzeitpunkt wurde keine Blackbox-Modellierung des Prüfstands durchgeführt. Zum einen wäre eine hohe Anzahl an Identifikationsexperimenten erforderlich gewesen, zum anderen wäre nicht gewährleistet, dass ein aufwendig identifiziertes Modell für andere Messtage Gültigkeit behält, da die Zündungen sehr stark von der Temperaturverteilung abhängt und der Aufheizvorgang sowie das Verhalten der Feder-Dämpfer-Klappen nicht reproduzierbar war.

Das Modell soll stattdessen aus physikalischen Betrachtungen hergeleitet werden und möglichst generelle Informationen beinhalten, die stets erfüllt sind. Es wurde hierbei auf ein Modell zurückgegriffen, welches bereits am Simulator (Kapitel 2.1.3) erfolgreich eingesetzt wurde [72]. In diesem werden zwei Prozesse betrachtet: einerseits die Strömung durch das Rohr, andererseits die Kinetik des DME.

5. Verbrennungsregelung

Das Strömungsmodell muss eine Auskunft darüber liefern, an welcher Stelle sich der Treibstoff befindet, der zu einer bestimmten Zeit eingespritzt wurde. Das kinetische Modell ist für die Vorhersage der Zündverzugszeit in Abhängigkeit der Treibstoffkonzentration zuständig. In Hinblick auf die Verwendung in einer ILR ist vom Strömungsmodell besondere Genauigkeit zu fordern. Würde ein Zündort mit einem falschen Einspritzzeitpunkt in Verbindung gebracht werden, so würde der Regler versuchen, die Treibstoffmenge zu diesem Zeitpunkt zu korrigieren, ohne dass eine Wirkung an dem vorgesehenen Zündort zu vermerken ist. Dieser Vorgang würde sich in folgenden Iterationen wiederholen und in Folge ein instabiles Verhalten des Regelkreises ergeben.

In vorangegangenen Untersuchungen der Strömungsgeschwindigkeiten im Rohr wurden die Schaltzeiten des fluidischen Schalters sowie der Einspritzzeitraum so angepasst, dass sich das Treibstoffprofil zum Zündzeitpunkt genau zwischen erster und fünfter Photodiode liegt. Diese Information kann verwendet werden, um den Zusammenhang zwischen Einspritzzeitpunkt eines Treibstoffpakets und dessen Position zum Zündzeitpunkt zu bestimmen. Unter der Voraussetzung, dass die Strömungsgeschwindigkeit über die Einspritzdauer konstant ist und ein konvektiver Transport des Treibstoffs mit geringer Diffusion vorliegt, kann davon ausgegangen werden, dass sich das zeitlich eingespritzte Treibstoffprofil in ähnlicher Form im örtlichen Profil widerspiegelt, wie es auch am Wasserkanalprüfstand zu beobachten war. Dabei ist die Menge des Treibstoffs vor der fünften Photodiode durch den ersten Stützpunkt des Einspritzprofils und die Treibstoffmenge vor der ersten Diode durch den vierten Stützpunkt vorgegeben. Zudem soll das Modell die Information beinhalten, dass die Treibstoffmenge, die sich zum Zündzeitpunkt vor dem zweiten Photomultiplier befindet, durch den dritten und vierten Stützpunkt der Einspritzkurve vorgegeben wird. Entsprechend soll im Modell auch die Treibstoffkonzentrationen vor dem dritten und vierten Photomultiplier durch den zweiten und dritten bzw. ersten und zweiten Stützpunkt der Einspritzkurve beeinflusst werden.

Diese lokalen Treibstoffkonzentrationen müssen durch das kinetische Modell mit den Zündzeiten in Verbindung gebracht werden. Der kinetische Zusammenhang zwischen Treibstoff-Luft-Verhältnis und Zündzeit kann jedoch Aufgrund der großen Temperaturunterschiede im Rohr, welche nicht genauer durch Sensoren erfasst wurden, nur schwer angegeben werden.

Im Anhang A.6 ist gezeigt, dass bei Korrektheit des Strömungsmodells für die Stabilität einer ILR mit großer Bestrafung der Schrittweite lediglich das Vorzeichen dieses Zusammenhangs bekannt sein muss. In kinetischen Berechnungen ließ sich ermitteln, dass für alle im Versuch realisierbaren Äquivalenzverhältnisse eine Erhöhung der Treibstoffmenge mit einer Verringerung der Zündverzugszeit einher geht. Eine Erhöhung der Stellgrößenparameter, d.h. der Stützpunkte der Treibstofftrajektorie führt laut Strömungsmodell zu einer Änderung der Konzentration vor den oben genannten Sensoren und folglich dort zu einer kürzeren, gemessenen Zündzeit. Der quantitative Einfluss wurde im Modell für jede dieser Abhängigkeiten zwischen detektierte Zündzeit und beeinflussendem Stellgrößenparameter mit einem einheitlichen Faktor $c = 0.05 \text{ s/A}$ nach unten abgeschätzt. Es ergibt sich somit als Modell zwischen Stützpunkten und Zündzeitpunkten:

$$\underline{\mathcal{Y}} = \underline{\mathcal{G}}\underline{\mathcal{U}} + \underline{\mathcal{T}}_Z, \quad (5.3)$$

mit

$$\mathcal{G} = c \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Der stellgrößenunabhängige Offset \mathcal{T}_Z in diesem Modell kann analog zu Gl. (2.73) als additiven Störung \underline{z} betrachtet werden. Dieses Modell hat nicht den Anspruch, den Prozess gut zu beschreiben, garantiert jedoch bei korrekter Beschreibung der Strömung ein stabiles Reglerverhalten.

5.2.3. Regelung

Die Regelung der homogenen Selbstzündung stellt im Vergleich zur Einspritzregelung ein sehr viel anspruchsvolleres Regelproblem dar. Zum einen, da der Verbrennungsprüfstand nicht besonders reproduzierbare Zündereignisse erzeugt. So ergaben sich bei 3 aufeinanderfolgenden Messreihen mit jeweils 450 aufeinanderfolgenden Schüssen und identischem Einspritzprofil, dargestellt in Abb. 5.4 b, Standardabweichungen der detektierten Zündzeiten jeder einzelnen Photodiode von mehr als 5 ms. In Abb. 5.4 a sind zur besseren Übersichtlichkeit nur die Zündverzugszeiten vor der mittleren Photodiode, welche in den meisten Fällen die Zündung zuerst erkannte, dargestellt. Über die Dauer der Messung ist eine leicht abfallende Tendenz der Zündzeit zu erkennen, welcher vermutlich mit dem Aufheizen des Prüfstands begründet werden kann. Es ist jedoch zu erkennen, dass auch direkt aufeinanderfolgende Zündungen große Abweichungen bezüglich der Zündverzugszeit zeigen und so maßgeblich die geringe, zu beobachtende Reproduzierbarkeit hervorrufen.

Dies lässt sich regelungstechnisch als sehr starkes Messrauschen auffassen, welches vom Regler eine geringe Lerngeschwindigkeit erfordert, um nicht zu sensitiv auf einzelne Messungen zu reagieren. Zum anderen liegt ein anspruchsvolleres Regelproblem vor, weil aufgrund des ungenauen Modells eine geringe Konvergenzgeschwindigkeit erforderlich ist und eine Robustheit aufgrund starker Systemschwankungen zwischen den Messreihen nicht sichergestellt werden kann. So wurde bei Zündungen mit gleichen Einstellungen wie bei der oben erwähnten Reproduzierbarkeitsmessreihe am vorhergehenden Tag noch um 10 ms abweichende Zündzeiten beobachtet. Aus diesem Grund soll neben der ILR auch wieder eine EWR zum Einsatz kommen, welche kein Modell benötigt.

Ziel der Regelungen ist es, die Varianz der detektierten lokalen Zündzeiten untereinander zu minimieren. Neben der Varianz wird bei späteren Versuchen im resonanten Betrieb auch die absolute Zündzeit des Gases für die Einhaltung der Füllzeiten sowie der Resonanz wichtig sein. Diese kombinierte Vorgabe soll deshalb in diesen Versuchen beispielsweise ins Gütekriterium einer EWR integriert werden. Um die gewünschte Leistung des Rohres und später der Turbine einzustellen, soll auch die Menge des eingespritzten Treibstoffs vorgegeben werden können. Eine Kombination aus der Regelung der Homogenität unter Beachtung der gewünschten Treibstoffmenge wurde mit Hilfe der ILR angestrebt.

Zunächst soll an dieser Stelle die EWR beschrieben werden, da diese sich sehr an dem bereits für den nichtreaktiven Prüfstand eingesetzten Regelungskonzept orientiert. Die Ansteuerung des Treibstoffventils erfolgt analog zur ILR als eine stückweise lineare Funktion,

5. Verbrennungsregelung

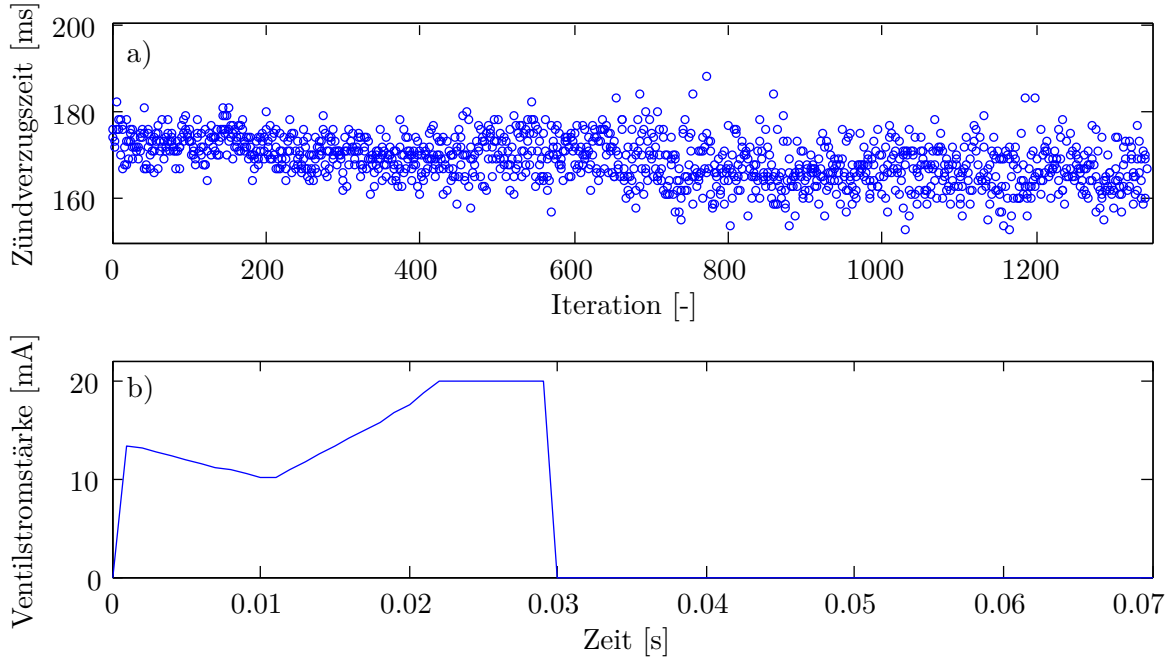


Abbildung 5.4.: Drei Messreihen mit iterationsinvariantem Treibstoffprofil zur Bewertung der Reproduzierbarkeit der Zündverzugszeiten. Die jeweils ersten 50 Zündungen, die zum Vorheizen des Prüfstands verwendet wurden sind nicht dargestellt, da sie mit einem abweichenden Treibstoffprofil erzeugt wurden:
a) Messung der Zündverzugszeit an der mittleren Photodiode
b) Iterationsinvariantes Zündprofil ab der jeweils 50. Zündung.

vgl. Gl. (5.2). Sie wird aus Notationsgründen in Gl. (5.5) nochmals in Abhängigkeit der Stellgröße der EWR θ_k angegeben. Eine sich beispielhaft ergebene Einspritztrajektorie ist in Abb. 5.3 dargestellt. Bei der gewählten Abtastschrittweite von $\Delta t = 0.1$ ms ergibt sich die Ansteuerung des Proportionalventils $u_{k,l}$ in den ersten 300 ms jeder Iteration k zu

$$u_{k,l} = \begin{cases} \theta_{k,1} + (\theta_{k,2} - \theta_{k,1}) \frac{3}{299}(l-1) & , \forall l \in \{1 \dots 100\} \\ \theta_{k,2} + (\theta_{k,3} - \theta_{k,2}) \left(\frac{3}{299}(l-1) - 1 \right) & , \forall l \in \{101 \dots 200\} \\ \theta_{k,3} + (\theta_{k,4} - \theta_{k,3}) \left(\frac{3}{299}(l-1) - 2 \right) & , \forall l \in \{201 \dots 300\} \\ 0 & , \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.5)$$

Mit einem solchen Treibstoffprofil werden aufeinanderfolgende Zündvorgänge durchgeführt bis fünf erfolgreiche Zündungen erfolgt sind. Dabei gilt eine Zündung als erfolgreich, wenn bei jeder Photodiode der Schwellwert des Signals überschritten und somit eine Zündung detektiert wurde. Von den so ermittelten fünf Zündzeiten wird für jede Photodiode die höchste und niedrigste gemessene Zündzeit verworfen und aus den verbleibenden drei Zündzeiten

5. Verbrennungsregelung

eine mittlere Zündzeit $\tilde{t}_{Z,k,j}$ für jede Photodiode j ermittelt:

$$\tilde{t}_{Z,k,j} = \frac{1}{3} \left(\sum_{\tilde{k}=5k-4}^{5k} t_{Z,\tilde{k}}(x_j) - \min_{\tilde{k}=5k-4}^{5k} t_{Z,\tilde{k}}(x_j) - \max_{\tilde{k}=5k-4}^{5k} t_{Z,\tilde{k}}(x_j) \right), \quad \forall j = 1 \dots 5. \quad (5.6)$$

Auf diese Weise wird die EWR vor Ausreißen geschützt und das Messrauschen des Systems gemindert. Ein solcher Ablauf gilt als eine Regleriteration k , sodass erst im Anschluss das Einspritzprofil geändert werden darf. Dies geschieht auf Basis des in Kapitel 2.4.5 beschriebenen Algorithmus einer EWR für nicht dynamische Systeme. Hierbei wird als zugrundeliegendes Gütekriterium die Varianz der Zündzeiten zwischen den 5 Photodioden sowie die Abweichung der gemittelten Zündzeit von einer gewünschten Zündzeit $t_{Z,\text{soll}}$ ermittelt:

$$J_{\text{EWR}} = 0.0125 (\bar{t}_{Z,k} - t_{Z,\text{soll}})^2 + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^5 (\tilde{t}_{Z,k,j} - \bar{t}_{Z,k})^2 \quad (5.7)$$

mit

$$\bar{t}_{Z,k} = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 \tilde{t}_{Z,k,j}. \quad (5.8)$$

Die Gewichtung der Sollzündzeit ist notwendig, um ein globales Optimum zu generieren, welches die homogene Zündung zum Zeitpunkt $t_{Z,\text{soll}}$ ist. Die Gewichtung wurde hierbei jedoch relativ klein gewählt, um einen Fokus auf die homogene Verbrennung zu legen. Als Designparameter des EWR wurden $\theta_{\text{max}} = 1 \text{ mA}$, $\sigma_\theta = 40 \frac{\text{A}^2}{\text{s}^2}$, $\lambda = 0.95$ und $\theta_m = 0.5 \text{ mA}$ gewählt.

Die Stellgröße der ILR wird, wie in Gl. (5.2) definiert, als stückweise lineare Funktion gewählt und entspricht somit den Vorgaben an die Stellgröße der EWR. Auch bei der ILR kann die Minimierung der Varianz unter zusätzlicher Beachtung einer gewünschten Zündzeit als Optimierungsziel vorgegeben werden. Ein Schutz vor Messausreißern ist bei der ILR durch die Wahl einer geringen Konvergenzgeschwindigkeit nicht notwendig, da sich bei kleinen Lernraten diese Messausreißer wegmitteln. Die gemessenen Zündzeiten können deshalb direkt als Regelgröße $\underline{y}_k = (t_{Z,k}(x_1), t_{Z,k}(x_2), \dots, t_{Z,k}(x_5))^T$ verwendet werden. Um bei der normoptimalen ILR (vgl. Kapitel 2.5.3) die gleiche Struktur des Gütekriteriums zu erhalten wie beim EWR (Gl. (5.7)), wird als Referenzgröße die gewünschte Zündzeit gewählt: $\tilde{\underline{R}} = t_{Z,\text{soll}} \underline{1}^5$. Anschließend setzt sich die Wichtungsmatrix $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ aus einem Bestrafungsterm für die Abweichungen von der Sollzündzeit sowie einem Bestrafungsterm für die Varianz zwischen den detektierten Zündzeiten zusammen. Die Herleitung des in Gl. (5.9) verwendeten Terms für die Bestrafung der Varianz ist im Anhang A.4 dargestellt.

$$W_{\underline{\mathcal{E}}} = W_{t_Z} \underline{I}^5 + W_{\text{Var}} \frac{1}{4} \left(\underline{I}^5 - \frac{1}{5} \underline{1}^5 \right) \quad (5.9)$$

Nach Wahl von zugehörigen Gewichtungsfaktoren W_{t_Z} und W_{Var} und unter Verwendung des hergeleiteten Modell \mathcal{G} aus Gl. (5.4) lässt sich eine normoptimale ILR implementieren. Ein solcher Regler wurde in [69] aufgebaut und am Versuchsstand erfolgreich angewendet. Die zugehörigen Regelergebnisse sind ebenfalls im Anhang A.5 dargestellt.

5. Verbrennungsregelung

In dieser Arbeit soll ein Regler mit leicht abgewandeltem Ziel, welches ebenso für den Betrieb einer SEC relevant ist, gezeigt werden. Statt eine gewünschte Zündzeit einzustellen, soll die Menge des Treibstoffs, der während eines Befüllungszeitraums eingespritzt wird, vorgegeben werden. Mit dieser Vorgabe ist es das Ziel des Reglers, die vorgegebene Treibstoffmenge so über den Befüllungszeitraum zu verteilen, dass die Zündung möglichst homogen ist. Der Zündzeitpunkt ergibt sich dabei aus der vorgegebenen Treibstoffmenge. Die Vorgabe der Treibstoffmenge wurde in dieser Arbeit so umgesetzt, dass eine Abweichung von der gewünschten Menge neben der Zündzeitvarianz im Gütefunktional bestraft wird. Die verwendete Treibstoffmenge wird dabei mit Hilfe des in Kapitel 4.3 identifizierten Modells aus der Ventilkurve berechnet. Die mit diesem Modell simulierte Treibstoffmenge ergibt sich als Linearkombination der Stellgrößenparameter:

$$M = m_1 \underline{\mathcal{U}}_1 + m_2 \underline{\mathcal{U}}_2 + \dots + m_4 \underline{\mathcal{U}}_4. \quad (5.10)$$

Diese berechnete Treibstoffmenge entstammt jedoch einem Modell für Methan bei abweichendem Vordruck, sowie bei geringeren Temperaturen. Es kann aber in guter Näherung davon ausgegangen werden, dass die tatsächlich eingespritzten Treibstoffmengen proportional zu der mit Gl. (5.10) berechneten ist. Da somit jedoch die absolute Menge des eingespritzten DME nicht bestimmt werden kann, wird die Treibstoffmenge im Folgenden stets auf die geforderte Treibstoffmenge $M_{\tilde{\mathcal{R}}}$ normiert als Darstellungsform gewählt. Diese normierte Treibstoffmenge wird in die Messgröße $\underline{\mathcal{Y}}_k = (t_{Z,k}(x_1), t_{Z,k}(x_2), \dots, t_{Z,k}(x_5), M/M_{\tilde{\mathcal{R}}})^\top$ integriert, sodass eine gewünschte, normierte Treibstoffmenge von 1 in der Führungsgröße hinzugefügt werden kann $\tilde{\mathcal{R}} = ((t_{Z,\text{soll}} \underline{\mathbf{1}}^5)^\top, 1)^\top$. Das zugehörige Modell lautet:

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -c \\ 0 & 0 & -c & -c \\ 0 & -c & -c & 0 \\ -c & -c & 0 & 0 \\ -c & 0 & 0 & 0 \\ \frac{m_1}{M_{\tilde{\mathcal{R}}}} & \frac{m_2}{M_{\tilde{\mathcal{R}}}} & \frac{m_3}{M_{\tilde{\mathcal{R}}}} & \frac{m_4}{M_{\tilde{\mathcal{R}}}} \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

Die Gewichtungsmatrizen der ILR wurden zu $W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} = 12.5 \cdot 10^6 \text{ A}^{-2} \mathbf{I}^4$, $W_{\underline{\mathcal{U}}} = \mathbf{0}^4$ gewählt. Letztere Matrix muss zu Null gesetzt werden, da die Vorgabe der gewünschten Treibstoffmenge über die Gewichtung des Regelfehlers erfolgt:

$$W_{\underline{\mathcal{E}}} = \begin{bmatrix} 4/5 \text{ ms}^2 & -1/5 \text{ ms}^2 & \dots & -1/5 \text{ ms}^2 & 0 \\ -1/5 \text{ ms}^2 & 4/5 \text{ ms}^2 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -1/5 \text{ ms} & \vdots \\ -1/5 \text{ ms}^2 & \dots & -1/5 \text{ ms}^2 & 4/5 \text{ ms}^2 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 16 \end{bmatrix}.$$

5.2.4. Ergebnisse

Bei der Regelung der homogenen Verbrennung mit der EWR wurden 1000 Zündvorgänge durchgeführt. Diese mussten aufgrund der Speicherkapazität des Signalprozessors auf zwei Messreihen aufgeteilt werden, von denen jeweils die ersten 100 Zündungen für den Aufheizprozess verwendet wurden. Die Versuchsdurchführung erfolgte wie in Kapitel 5.2.1 beschrieben. Die gewünschte Zündzeit, die in das Gütekriterium des Reglers eingeht, wurde mit $t_{Z,soll} = 200 \text{ ms}$ so festgelegt, dass die erforderlichen Zündverzugszeiten des sowohl zu Anfang und zuletzt eingespritzten Treibstoffpakets durch Variation der DME-Konzentration erreicht werden können.

Der Extremwertregler wurde mit einer konstanten Ansteuerung des Proportionalventils von 14 mA als Einspritzprofil initialisiert, vgl. Abb. 5.5 b (rote Linie). In Abb. 5.5 a (rote Kreise) ist zu erkennen, dass sich die Zündungen bei diesem konstanten Profil von der Position auf Höhe der 5. Photodiode hin zum linken Rohrende ausbreiten, was durch die höhere Verweilzeit des stromab befindlichen Treibstoffpakets zu begründen ist. Ab der 100. Zündung wurde der Regler aktiviert, wodurch nach fünf erfolgreichen Zündungen jeweils ein neues Einspritzprofil durch die EWR berechnet wurde. Der Anteil der Zündungen, die nicht von jeder Photodiode erkannt wurden und somit wiederholt werden mussten, liegt bei 9%.

Durch Verringerung der Treibstoffmenge zum Ende des Einspritzprofils schafft es der Regler bis zur 400. Zündung die Varianz der detektierten Zündzeiten zu verringern und die gewünschte Zündzeit einzustellen. Das vom Regler bestimmte Treibstoffprofil nach 400 Zündungen sowie die Zündzeiten der fünf Verbrennungen der zugehörigen Iteration sind in Abb. 5.5 a,b (blau) dargestellt. Es fällt auf, dass die einzelnen Zündungen eine hohe Homogenität aufweisen, während die Zündzeiten zwischen den fünf Zündungen, dargestellt durch unterschiedliche, blaue Symbole, stark variieren, was die geringe Reproduzierbarkeit der Zündereignisse am Versuchsstand verdeutlicht.

Die Verbesserung der Homogenität über die Iterationen wird ebenfalls an der Verringerung der Varianz der Zündzeiten in Abb. 5.5 c deutlich. Bis zur 400. Iteration kann die Abweichung zwischen den entlang des Rohrs detektierten Zündzeiten im Mittel verringert werden. Ab der 400. Zündung ändert der Regler die Stellgröße nur noch geringfügig, während der Regelfehler auf einem niedrigen Niveau bleibt. Es scheint ein lokales Optimum erreicht zu sein, welches auch in den folgenden 500 Zündungen der zweiten Messreihe, die aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht dargestellt ist, nicht verlassen wird, vgl. [73]. In Abb. 5.5 d wird deutlich, dass mit der Minimieren des vorgegebenen Gütekriteriums auch der durch die Verbrennung erzeugte Druckanstieg gesteigert wurde, welches das eigentliche Ziel der SEC ist. Der größte erreichte Druckanstieg von 0.36 bar wurde dabei bei einer Zündung innerhalb einer Zeitspanne von 2 ms erreicht.

Bei der Regelung der Zündzeiten mit Hilfe der ILR wurden 500 Zündvorgänge durchgeführt, wobei die ersten 50 Zündungen zum Aufheizen des Rohres verwendet wurden. Die Zeitpunkte der Befüllung sowie des Schaltens des Luftmassenstroms zwischen Brennrohr und Bypass wurden wie bei der EWR gewählt. Für die gewünschte Einspritzmenge $M_{\hat{R}}$, die neben der Homogenität der Zündung in die Gütefunktion der ILR eingeht, wurde ein Wert gewählt, für den zuvor zuverlässige Zündungen beobachtet wurden.

5. Verbrennungsregelung

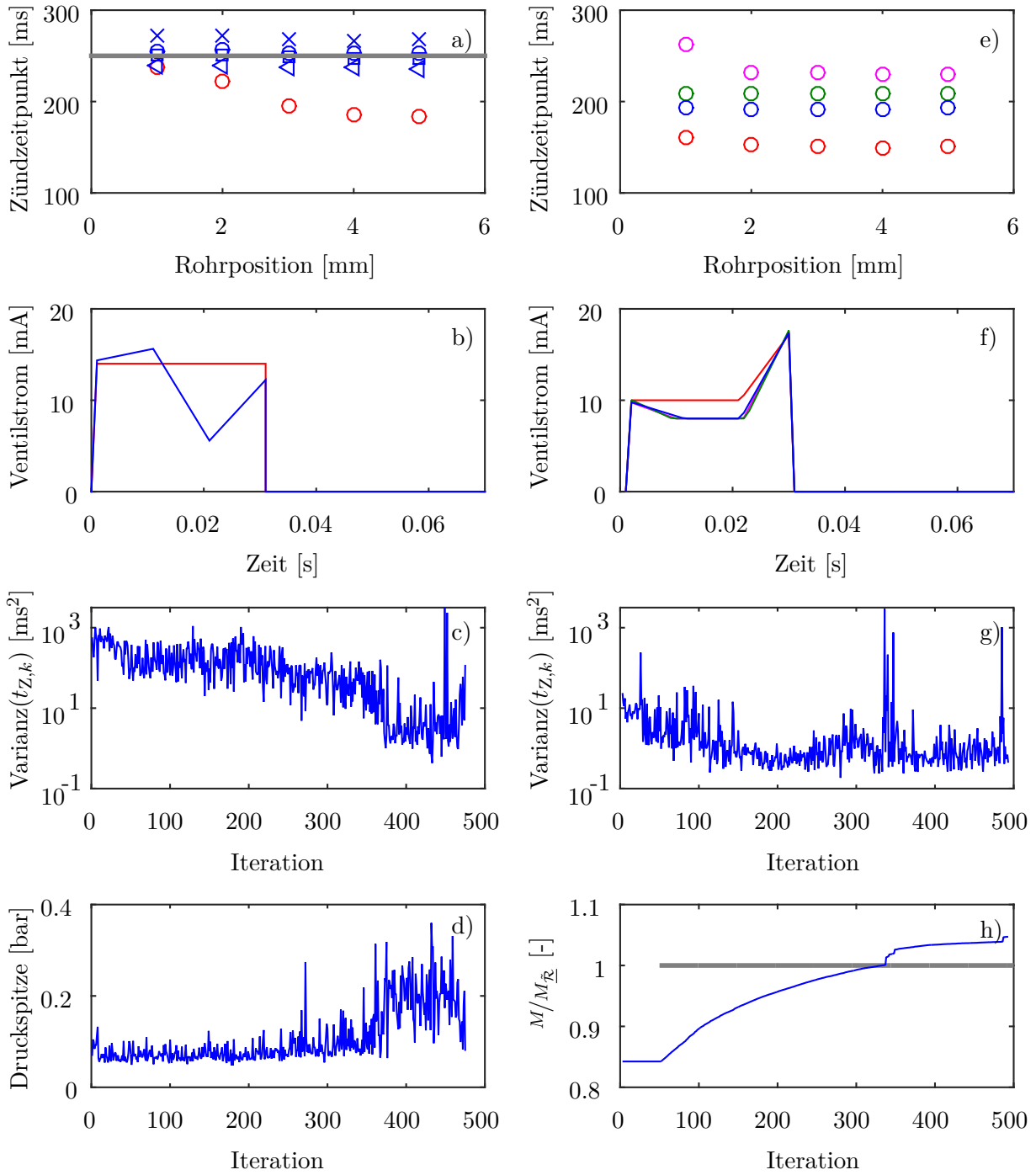


Abbildung 5.5.: Regelung des reaktiven Versuchsstands: a-d) EWR und e-h) ILR
a,e) gemessene Zündzeitpunkte (Referenzwert in grau)
b,f) zugehörige, initiale und konvergierte Stellgrößenverläufe
c,d,g,h) Regelgüte dargestellt als Zündzeitvarianz, erzeugter Druck und nor-
mierte, eingespritzte Brennstoffmenge (Referenzwert in grau).

5. Verbrennungsregelung

Als Startprofil für die Befüllungskurve der ILR sowie für die ersten 50 Aufheizschüsse wurde das in Abb. 5.5 f dargestellte Einspritzprofil (rote Linie) verwendet. Es besteht aus einer zunächst konstanten und zum Schluss hin ansteigenden Befüllung mit Treibstoff. Bei diesem Einspritzprofil ergab sich eine Zündung, die vor der in Strömungsrichtung vierten Photodiode beginnend sich in beide Richtungen ausbreitet, siehe Abb. 5.5 e (rote Kreise). Die Homogenität der resultierenden Zündungen ist durch die Schichtung im zu Beginn verwendeten Profil bereits deutlich größer als bei der Initialisierung der EWR.

Ab der 50. Zündung wird die ILR aktiviert, wobei eine Ansteuerung des Proportionalventils mit Strömen zwischen 8 mA und 20 mA zugelassen wurde. Die ILR reduziert über die Iterationen den Treibstoffanteil in der Mitte des zeitlichen Einspritzprofils und erhöht die Treibstoffmenge zu Beginn und vor allem am Ende des Einspritzvorgangs. Hierdurch gelingt es, die Zündung in Richtung des vorderen Teils des Rohres zu verschieben. Diese Maßnahmen erhöhen die Homogenität der Zündung, wie in Abb. 5.5 g zu erkennen ist.

Zwischen dem 180. und 280. Befüllvorgang ist bereits ein sehr homogenes Zündverhalten erreicht. In Abb. 5.5 f (blaue Linie) ist der 280. Befüllungsvorgang gezeigt, bei dem die Ansteuerung in der Mitte des Füllvorgangs die untere Stellgrößenbegrenzung erreicht hat. In Abb. 5.5 e (blaue Kreise) sind die zugehörigen Zündzeiten dargestellt, die in einem Zeitfenster von 1.5 ms liegen. Auch die in Abb. 5.5 h abgebildete Treibstoffmenge entspricht in diesem Zeitraum dem gewünschten Wert.

Zwischen 300. und 350. Zündung kommt es zu einer Störung des Prozesses, durch die sich die Zündzeit im System um 50 ms erhöht und der Zündort wieder zur vierten Photodiode verschiebt. Die Stellgröße ist hingegen im Vergleich zur 280. Zündung kaum verändert. Der Effekt der Störung ist in Abb. 5.5 e,f anhand der in lila dargestellten 340. Zündung veranschaulicht.

Um der Störung entgegen zu wirken und die Zündzeit an den Rändern zu kürzen, versucht der Regler wiederum die Treibstoffmenge in der Mitte des Rohres zu reduzieren und an den Rändern zu erhöhen. Da die Stellgröße in der Mitte des Rohres aufgrund der Stellgrößenbeschränkung nicht weiter verringert werden kann, bleibt nur eine Erhöhung des Treibstoffs zu Beginn und am Ende des Einspritzvorgangs. Hierdurch kommt es zu einer Erhöhung der eingespritzten Brennstoffmenge. Somit stehen die beiden Regelziele, Homogenität und Treibstoffmengenvorgabe, für die Dauer der Störung im Widerspruch. Durch die stärkere Gewichtung der Homogenität überschreitet der Regler in den folgenden Iterationen die gewünschte Treibstoffmenge (vgl. Abb. 5.5 h) und schafft es somit die Zündung wieder in den vorderen Teil des Rohres zu verschieben.

Ab der 400. Iteration wird die Zündung wieder als erstes von der zweiten Photodiode detektiert und hat ein sehr homogenes Niveau erreicht. Beispielshalber sind das Einspritzprofil sowie die Zündzeiten der 460. Zündung ebenfalls in Abb. 5.5 e,f in grün dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Regler wie gewünscht auf die Störung reagiert und es schafft, wieder zu einem homogenen Zündverhalten zurück zu kehren. Ein Grund für die auftretende Störung könnte ein frühzeitiges Öffnen der Klappen am Ende des Brennrohres und somit eine geringerer Verweilzeit des heißen verbrannten Gases im Brennrohr sein. Dieses Phänomen trat bei dem Betrieb des Verbrennungsprüfstands häufiger auf. Die hierbei geringeren Temperaturen im Rohr würden die höheren Zündzeiten erklären. Auch wenn sich das Auftreten der Störung qualitativ gut in den Messdaten anhand des Anstiegs der Zündzeiten erkennen lässt, ist der quantitative Verlauf der Störung nicht bestimmbar, da die Rohrtemperatur in diesem Versuch nicht gemessen wurde.

5. Verbrennungsregelung

Die aufgetretene Störung verdeutlicht die Notwendigkeit einer Regelung, zeigt jedoch auch die hohe Anforderung an den Regler für stark unterschiedliche Arbeitsbereiche robust zu sein. Dies konnte für den beschriebenen Fall für die implementierte ILR gezeigt werden. Andere Messreihen zeigten allerdings auch, dass falls das Modell nicht stimmt, indem beispielsweise Treibstoffpartikel sich während der Zündung nicht an dem angenommenen Ort befinden, die ILR nicht in der Lage ist, die gewünschte Homogenität der Zündung zu erzielen.

Die Druckerhöhung bei der ILR fiel deutlich geringer aus als bei der EWR. Ein Grund hierfür könnte sein, dass sich die Zündung der konvergierten ILR von einer Zündung im stromab liegenden Rohrbereich in beide Richtungen des Rohrs ausbreitet. Bei der EWR hingegen wurden Zündungen zunächst sowohl im Bereich der ersten bis zweiten Photodioden als auch im Bereich der vierten und fünften Photodioden detektiert, welche sich anschließend in die Mitte und zu den Rändern des Füllbereichs ausbreiten. Hierdurch entsteht eine größere Verbrennungsfront, welche den Druckanstieg fördert.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Die SEC ist eine neuartige, pulsierende Verbrennungsmethode, die eine aCVC in einer Gasturbine ermöglichen soll. Diese aCVC verspricht eine höhere thermodynamische Effizienz als die derzeit in Gasturbinen übliche kontinuierliche Verbrennung bei annäherungsweise konstantem Druck und ist aus diesem Grund eine vielversprechende Technologie für zukünftige Gasturbinen. Im Vergleich zu anderen Verbrennungsarten zur Erzeugung einer aCVC wie der PDC oder RDE kommt die SEC ohne große Druckstöße aus, die eine hohe Bauteilbelastung und exergetische Verluste mit sich bringen. Eine SEC wird erreicht, indem zyklisch eine homogene Selbstzündung im Brennrohr realisiert wird. Dies führt im Verbrennungsbereich zu einem gleichmäßigen Druckanstieg ohne Druckspitzen.

Das Erzeugen einer homogenen Selbstzündung ist bei einer SEC die Kernherausforderung, die über eine gezielte Treibstoffeinspritzung realisierbar ist. Die vorliegende Arbeit stellt neuartige Methoden zur Regelung der Treibstoffbefüllung sowie zur Zustandsschätzung im Brennrohr vor. Hierbei war es das Ziel in dieser frühen Forschungsphase der SEC, unterschiedliche Methoden zu entwickeln, die unter verschiedenen Voraussetzungen eingesetzt werden können. So wurden sowohl modellbasierte Regelungsmethoden angewendet als auch Methoden, die ohne Modellkenntnis eingesetzt werden können.

Für die Wahl der normoptimalen ILR als modellbasiertes Regelungskonzept sprach die Spezialisierung auf sich wiederholende Prozesse, wodurch sie besonders für den repetitiven Zündprozess der SEC geeignet ist. Die iterative Vorgehensweise ermöglicht es der ILR, die optimale Einspritztrajektorie zu finden, auch wenn das Modell nicht exakt bestimmt ist. Zudem bietet die ILR durch die Verwendung eines Modells eine hohe Konvergenzgeschwindigkeit.

Die optimierungsbasierte EWR bildet die gewählte, modellfreie Regelungsalternative. Indem sie auf diskrete Systeme ohne Dynamik angepasst wurde, konnte die EWR gut auf den SEC-Befüllungsprozess angewendet werden. Das entwickelte Verfahren kann im Vergleich zur klassischen EWR, durch die Schätzung der ersten und zweiten Ableitung, Newton-Schritte zum Erreichen einer höheren Konvergenzgeschwindigkeit verwenden.

Beide Regelungskonzepte wurden anhand einer Nachbildung des Einspritzprozesses in einem Wasserkanal entwickelt und erfolgreich für den Schichtungsprozess des mittels eines Proportionalventils eingespritzten Fluids eingesetzt. Auch das Übertragen der geregelten Einspritzung auf den realen, atmosphärischen Prüfstand zeigte gute Resultate für die Gemischbildung zwischen Luft und Treibstoff. Hierbei konnte neben einem Proportionalventil ebenfalls ein Schaltventilarray zur Treibstoffeinspritzung eingesetzt werden. Dies konnte mittels einer Adaption der ILR an ganzzahlige Stellgrößen umgesetzt werden. Es wurden verschiedene Ansätze entwickelt und deren Performance am Prüfstand verglichen. Bei allen Untersuchungen konnte die geforderte Dynamik des Einspritzprofils erreicht werden. Die Abweichungen zur gewünschten Treibstoffschichtung lagen in der Regel in der Größenordnung des Messrauschens.

Auch am reaktiv betriebenen Verbrennungsprüfstand konnten unter Verwendung des Pro-

portionalventils die EWR und ILR erfolgreich eingesetzt werden. Zur Bewertung der Güte der homogenen Selbstzündung wurde die Varianz der Zündzeiten betrachtet, die über Zündzeitmessungen an verschiedenen Positionen des Rohrs mit Hilfe von Photodioden ermittelt werden konnten. Die Varianz der Zündzeiten konnte durch den Einsatz der Regler deutlich reduziert werden. Die Experimente zeigten, dass die Regelung einen wichtigen Beitrag zum Homogenisieren des Selbstzündprozesses beitragen kann und durch die hohe Störanfälligkeit des hochsensiblen SEC-Prozesses auch zwingend notwendig ist. Auch wenn bei Zündungen bei Einsatz der EWR bereits Druckerhöhungen erreicht werden konnten, ist die bei einer SEC erwünschte Homogenität nicht erreichbar gewesen. Dies ist maßgeblich auf die höheren Anforderungen der SEC an die Homogenität der Selbstzündung unter Umgebungsdruck zurückzuführen. Bei atmosphärischen Bedingungen ist die Zündverzugszeit des Treibstoffs (DME) deutlich höher als bei dem hohen Druck in Gasturbinen. Kleine Abweichungen von der idealen Treibstoffschichtung verursachen somit größere Abweichungen in den lokal verteilten Selbstzündzeiten. Die erlaubten Abweichungen von einer ideal homogenen Zündung zum Erreichen einer druckerhöhenden Verbrennung sind abhängig von der Ausbrandzeit des Treibstoffs, welche jedoch deutlich weniger von dem Druck in der Brennkammer abhängt. Aus diesem Grund wird eine identische Treibstoffschichtung in einer Hochdruckbrennkammer eher zu einer aCVC führen als in dem in dieser Arbeit betrachteten atmosphärischen Prüfstand.

Eine weitere Annäherung an die CVC verspricht somit ein Prüfstand, bei dem der Brennkammerdruck erhöht ist. Die bei höherem Druck kürzeren Zündzeiten erlauben zudem den Betrieb der Verbrennung in Resonanz, das heißt bei einer Befüllung des Rohrs mit Hilfe einer durch die Verbrennung erzeugten Saugwelle. Dies hat zugleich den Vorteil, dass der fluidische Switch, der Bypass und die Feder-Dämpfer-Klappen nicht mehr im Versuchsaufbau benötigt werden, die einen großen Anteil an der geringen Reproduzierbarkeit der Zündereignisse hatten und somit maßgeblich zu einer schlechteren Konvergenz der Regelung beitrugen. Ein Mittel- bzw. Hochdruckprüfstand birgt allerdings auch neue Herausforderungen. Durch die geringeren Zündzeiten ist auch die Dauer für die Befüllung entsprechend geringer. Für die Aktuation werden somit schnellere Schaltventile benötigt.

Als Voruntersuchung für diese anstehende Herausforderung dient die beschriebene Gemischregelung unter Verwendung des Schaltventilarrays. Der entwickelte Regler erlaubt die benötigte ganzzahlige Regelung des Arrays. Zudem ist die gewählte Implementierung bereits für die zur Verfügung stehenden geringeren Rechenzeiten bei einem Mitteldruckversuchsstand geeignet. Die vergleichbare Qualität zwischen der Regelung mit dem Proportionalventil und mit dem Schaltventilarray sowie die bereits erfolgreiche Übertragung des Regelungskonzepts auf den reaktiven Prüfstand im Falle des Proportionalventils versprechen auch für den Einsatz des Ventilarrays am reaktiven Mitteldruckprüfstand eine gute Performance der Regelung.

Eine weitere Herausforderung eines Prüfstands unter erhöhtem Druck ist die sich von Zündung zu Zündung ändernde Saugwelle im resonanten Betrieb. Dass die ILR auch im Fall leicht veränderlicher Einspritzbedingungen erfolgreich eingesetzt werden kann, wurde in einer Simulationsstudie in [72] gezeigt. Kenntnisse über den thermodynamischen Zustand im Rohr tragen jedoch zu einer Verbesserung der Regelungsqualität bei. Aus diesen könnte sowohl die den Einspritzprozess bestimmende Saugwelle abgeschätzt als auch ein Modell für die Zündverzugszeiten im Rohr auf Basis der Druck- und Temperaturverteilung erstellt werden.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Da eine Zustandsschätzung somit einen wichtigen Beitrag für die Regelung der SEC im resonanten Betrieb leisten wird, wurde die Realisierbarkeit einer Zustandsschätzung in einer Simulationsumgebung geprüft. Mit Hilfe eines reduzierten Modells und der Verwendung von nur fünf Drucksensoren ist es hierbei mit Hilfe eines SPKF gelungen, die simulierten Zustände im Verbrennungsrohr zu schätzen.

Die Kernherausforderung für den zukünftigen Einsatz einer Zustandsschätzung der SEC ist deren Echtzeitfähigkeit, die im Wesentlichen durch eine starke Reduktion des SEC-Modells ermöglicht werden muss. Eine Lösung sind speziell für transportdominierte Prozesse entwickelte Methoden zur Reduktion des dem Modell zugrundeliegenden Zustandsraums wie die Shifted Proper Orthogonal Decomposition.

In dieser Arbeit konnte zudem gezeigt werden, dass die vorgestellten Regelungskonzepte zusätzlich zur Homogenität der Selbstzündung auch zum Einstellen der Zündzeit und Treibstoffmenge verwendet werden können. Dies kann beispielsweise zum Einstellen eines Teillastbetriebes genutzt werden, welcher eine wichtige Funktion aktueller Gasturbinen ist.

Zwischen den derzeitigen Selbstzündungen im atmosphärisch betriebenen Verbrennungsrohr bis zum Einsatz in einer Gasturbine steht jedoch noch eine umfangreiche Forschung. Die vorliegende Arbeit hat aber gezeigt, dass die Regelung einen entscheidenden Beitrag zur Realisierung einer SEC in einer Gasturbine leisten kann und muss.

A. Anhang

A.1. Verhalten der ILR bei großer Schrittweitenbestrafung

In diesem Abschnitt soll nachgewiesen werden, dass eine ILR mit großer Bestrafung der Schrittweite $W_{\Delta \underline{U}}$ Optimierungsschritte annähernd in Gradientenrichtung ausführt. Hierzu wird zunächst ein Gradientenschritt berechnet und anschließend mit einem Iterationsschritt der ILR mit entsprechender Bestrafung verglichen.

Ausgangspunkt ist die Gütefunktion aus Gl. (2.75). Bezüglich dieser Gütefunktion soll ein Gradientenschritt mit Schrittweite ζ bestimmt werden.

$$\tilde{\underline{U}}_k = \tilde{\underline{U}}_{k-1} - \zeta \left(\frac{d\tilde{J}_{\text{ILR}}}{d\underline{U}} \bigg|_{\tilde{\underline{U}}_{k-1}} \right)^\top \quad (\text{A.1})$$

$$\tilde{J}_{\text{ILR}} = \underline{\mathcal{E}}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}} + \underline{\mathcal{U}}^\top W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}} \quad (\text{A.2})$$

$$\underline{\mathcal{E}} = \tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \underline{\mathcal{G}}\underline{\mathcal{U}} - \underline{\mathcal{Z}} \quad (\text{A.3})$$

Nach Einsetzen von $\underline{\mathcal{E}}$ in \tilde{J}_{ILR} folgt:

$$\tilde{J}_{\text{ILR}} = \left(\tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \underline{\mathcal{G}}\underline{\mathcal{U}} - \underline{\mathcal{Z}} \right)^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \left(\tilde{\underline{\mathcal{R}}} - \underline{\mathcal{G}}\underline{\mathcal{U}} - \underline{\mathcal{Z}} \right) + \underline{\mathcal{U}}^\top W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}}. \quad (\text{A.4})$$

Die Berechnung der Ableitung aus Gl. (A.1) ergibt den Gradientenschritt als

$$\tilde{\underline{U}}_k = \tilde{\underline{U}}_{k-1} + 2\zeta \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} - W_{\underline{\mathcal{U}}} \tilde{\underline{U}}_{k-1} \right). \quad (\text{A.5})$$

Vergleich mit der ILR zum Nachweis, dass das Stellgesetz der ILR Gl. (2.83) für große Bestrafungen der Schrittweite approximativ Gradientenschritte durchführt:

$$\tilde{\underline{U}}_k = L_{\text{ILR}} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} + Q_{\text{ILR}} \tilde{\underline{U}}_{k-1}, \quad (\text{A.6})$$

$$L_{\text{ILR}} = H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}}, \quad (\text{A.7})$$

$$Q_{\text{ILR}} = H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{G}} + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \right), \quad (\text{A.8})$$

$$H = \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{G}} + W_{\underline{\mathcal{U}}} + W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}}. \quad (\text{A.9})$$

Umformung von Gl. (A.8) mit Hilfe von Gl. (A.9):

$$Q_{\text{ILR}} = \mathbf{I} - H^{-1} W_{\underline{\mathcal{U}}}. \quad (\text{A.10})$$

Nach Ausschreiben des Stellgrößen- und des Lernfilter in Gl. (A.6) ergibt sich:

$$\tilde{\underline{U}}_k = H^{-1} \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_{k-1} + \tilde{\underline{U}}_{k-1} - H^{-1} W_{\underline{\mathcal{U}}} \tilde{\underline{U}}_{k-1}. \quad (\text{A.11})$$

Nach Umsortieren der Terme kann man erkennen, dass für $W_{\Delta\mathcal{U}} = \xi \mathbf{I} \gg \mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}} \mathcal{G} + W_{\mathcal{U}}$ sich approximativ das gleiche Stellgesetz wie bei der Berechnung eines Gradientenschrittes ergibt, wobei die Schrittweite $1/2\xi$ sehr klein wird.

$$\tilde{\mathcal{U}}_k = \tilde{\mathcal{U}}_{k-1} + H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}} \tilde{\mathcal{E}}_{k-1} - W_{\mathcal{U}} \tilde{\mathcal{U}}_{k-1} \right), \quad (\text{A.12})$$

$$H = \mathcal{G}^\top W_{\mathcal{E}} \mathcal{G} + W_{\mathcal{U}} + W_{\Delta\mathcal{U}} \approx \xi \mathbf{I}. \quad (\text{A.13})$$

A.2. Implementiertes Branch-and-Bound-Verfahren

In diesem Abschnitt wird der verwendete Branch-and-Bound-Algorithmus zum Lösen von Mixed-Integer-Problemen auf einem digitalen Signalprozessor (dSPACE DS1202) beschrieben. Das zugrundeliegende Optimierungsproblem der ganzzahligen ILR der Form Gl. (2.114) wird im Folgenden zur besseren Übersicht nicht mehr in Abhängigkeit des Iterationsindex k angegeben.

$$\tilde{\mathcal{U}} = \underset{\mathcal{U} \in \bar{\mathcal{U}}}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}^\top W_{\mathcal{E}} \mathcal{E} + \mathcal{U}^\top W_{\mathcal{U}} \mathcal{U} + \Delta\mathcal{U}^\top W_{\Delta\mathcal{U}} \Delta\mathcal{U}) \quad (\text{A.14})$$

$$\bar{\mathcal{U}} = \left\{ \tilde{\mathcal{U}} = \begin{pmatrix} \check{\mathcal{U}} \\ \hat{\mathcal{U}} \end{pmatrix} \mid \tilde{\mathcal{U}} \in \mathcal{U} \wedge \check{\mathcal{U}} \in \mathbb{Z}^{\check{s}} \right\} \quad (\text{A.15})$$

Der Definitionsbereich des Optimierungsproblems ist dabei zumindest teilweise auf ganzzahlige Werte beschränkt. Dies gestaltet die Lösung der Optimierungsaufgabe deutlich schwieriger, weshalb beim Branch-and-Bound-Verfahren zunächst ein relaxiertes Optimierungsproblem gelöst wird, bei dem auch reellwertige Lösungen für \mathcal{U} zugelassen werden. Die neue Definitionsmenge $\mathbb{U}_1 = \mathcal{U} \supset \bar{\mathcal{U}}$ beachtet somit nur noch die minimalen und maximalen Stellgrößenbeschränkungen entsprechend dem Optimierungsproblem Gl. (2.109).

$$\mathcal{U}_{opt,1} = \underset{\mathcal{U} \in \mathbb{U}_1}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}^\top W_{\mathcal{E}} \mathcal{E} + \mathcal{U}^\top W_{\mathcal{U}} \mathcal{U} + \Delta\mathcal{U}^\top W_{\Delta\mathcal{U}} \Delta\mathcal{U}) \quad (\text{A.16})$$

Dieses Problem wird mit Hilfe der Matlab-Routine „QP-Dantzig“ gelöst, die eine Active-Set-Methode [74] verwendet. Ist die gefundene Lösung gleichzeitig eine zulässige Lösung des ursprünglichen Optimierungsproblems ($\mathcal{U}_{opt,1} \in \bar{\mathcal{U}}$), so ist die gefundene Lösung die optimale. In allen anderen Fällen wird das Optimierungsproblem in zwei Unterprobleme geteilt. Hierzu wird zunächst diejenige Stellgröße u_{branch} unter den auf ganze Zahlen zu begrenzenden Einträgen des Vektors $\check{\mathcal{U}}_{opt,1}$ identifiziert, die nicht zulässig ist, jedoch den geringsten Abstand zur nächsten, zulässigen, ganzzahligen Stellgröße aufweist. Die Definitionsbereiche der Unterprobleme werden anschließend wie folgt gewählt:

$$\mathbb{U}_2 = \{ \mathcal{U} \in \mathbb{U}_1 \mid u_{\text{branch}} \leq u_{\text{branch}-} \}, \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbb{U}_3 = \{ \mathcal{U} \in \mathbb{U}_1 \mid u_{\text{branch}} \geq u_{\text{branch}+} \}, \quad (\text{A.18})$$

wobei $u_{\text{branch}-}$ und $u_{\text{branch}+}$ die auf die nächste ganze ab- bzw. aufgerundeten Zahl des Wertes von u_{branch} in $\mathcal{U}_{opt,1}$ sind. Die Vereinigung der neuen Definitionsbereiche enthält zusammen alle zulässigen Lösungen des ursprünglichen Systems, jedoch nicht mehr die optimale Lösung $\mathcal{U}_{opt,1}$ des vorangegangenen Optimierungsproblems $\bar{\mathcal{U}} \subset \mathbb{U}_2 \cup \mathbb{U}_3 \subset \mathbb{U}_1$. Es

werden somit bei der Untersuchung der beiden neuen Optimierungsprobleme ebenfalls neue Lösungen gefunden:

$$\underline{\mathcal{U}}_{opt,2} = \underset{\underline{\mathcal{U}} \in \mathbb{U}_2}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}} + \underline{\mathcal{U}}^\top W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}} + \Delta \underline{\mathcal{U}}^\top W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \Delta \underline{\mathcal{U}}), \quad (\text{A.19})$$

$$\underline{\mathcal{U}}_{opt,3} = \underset{\underline{\mathcal{U}} \in \mathbb{U}_3}{\operatorname{argmin}} (\underline{\mathcal{E}}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{E}} + \underline{\mathcal{U}}^\top W_{\underline{\mathcal{U}}} \underline{\mathcal{U}} + \Delta \underline{\mathcal{U}}^\top W_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} \Delta \underline{\mathcal{U}}). \quad (\text{A.20})$$

Hierbei wird zunächst das globale Optimum des einen Optimierungsproblems (inklusive aller Unterprobleme) gefunden, bevor das zweite Problem betrachtet wird. Das heißt es findet stets eine Tiefensuche statt. Hierbei wird das Optimierungsproblem, dessen neue Schranke $u_{\text{branch-}}$ bzw. $u_{\text{branch+}}$ dichter an u_{branch} liegt, zuerst gelöst. Das Vorgehen für beide Unterprobleme ist dabei analog zur Lösung des Optimierungsproblems Gl. (A.16). Es ergibt sich somit ein rekursives Lösungsverfahren.

Durch die Tiefensuche wird schnell eine erste zulässige Stellgröße gefunden. Anschließend werden die bei der Verzweigung entstandenen Zweitprobleme gelöst und kontrolliert, ob diese bessere zulässige Lösungen beinhalten. Die Untersuchung eines gesamten Unterraums \mathbb{U}_b wird bereits frühzeitig abgebrochen, wenn das relaxierte Problem keine bessere Lösung liefert als die derzeit beste gefundene Lösung.

Das Verfahren ist hierbei so implementiert, dass innerhalb eines Zeitschritts des dSpace-Systems jeweils ein beschränktes, reellwertiges Optimierungsproblem gelöst wird. Wurden bis zur nächsten Iteration der ILR, d.h. im Rahmen dieser Arbeit bis zum nächsten Füllvorgang, noch nicht alle Verzweigungen ausgewertet, so wird die aktuell beste Lösung für die ILR verwendet, die Dank der beschriebenen Tiefensuche bereits frühzeitig typischerweise eine gute Lösung für das Optimierungsproblem darstellt.

A.3. Regelung höherdynamischer Konzentrationsprofile

Die in den Kapiteln 4.3 und 4.4 vorgestellten Regler wurden ebenfalls zum Realisieren höherdynamischer Konzentrationsprofile verwendet. Diese bestanden zumeist aus stückweise linearen Profilen, die auch Unstetigkeiten aufweisen durften. Die in Abb. A.1 a,d dargestellten Referenzkurven setzen sich aus einer hohen Konzentration zum Anfang und zum Ende des Einspritzprofils und einer starken Absenkung der Treibstoffmenge im mittleren Bereich zusammen. Zur Regelung wurde in Abb. A.1 a-c die ILR in Kombination mit dem Proportionalventil verwendet, während in Abb. A.1 d-f das Schaltventilarray mit kombinierter reellwertiger und ganzzahliger ILR zum Einsatz kam. Die Reglereinstellungen und Versuchsbedingungen sind identisch zu denen in Kapitel 4. In Abb. A.1 a,d ist zu erkennen, dass beide Regler den Übergang zwischen linear abfallenden und ansteigenden Profil sehr gut einregeln können. Um den anfänglichen starken Sprung im Treibstoffprofil zu realisieren, wird durch beide Regler ein Treibstoffprofil eingestellt, das in diesem Zeitraum durch die obere Stellgrößenbeschränkung begrenzt ist. Durch den geringeren maximalen Durchfluss durch das Ventilarray wirkt sich diese Beschränkung bei der ganzzahligen Regelung stärker auf die Regelgüte am Anfang des Profils aus als bei der Regelung mit Proportionalventil. Die Dynamik der ansteigenden Treibstoffflanken ist sehr hoch, sodass für diese auch nicht stetige Profile in guter Approximation eingestellt werden können. Für abfallende Flanken gilt dies jedoch nicht. Während ein Anstieg des Treibstoffprofils innerhalb von 2 ms

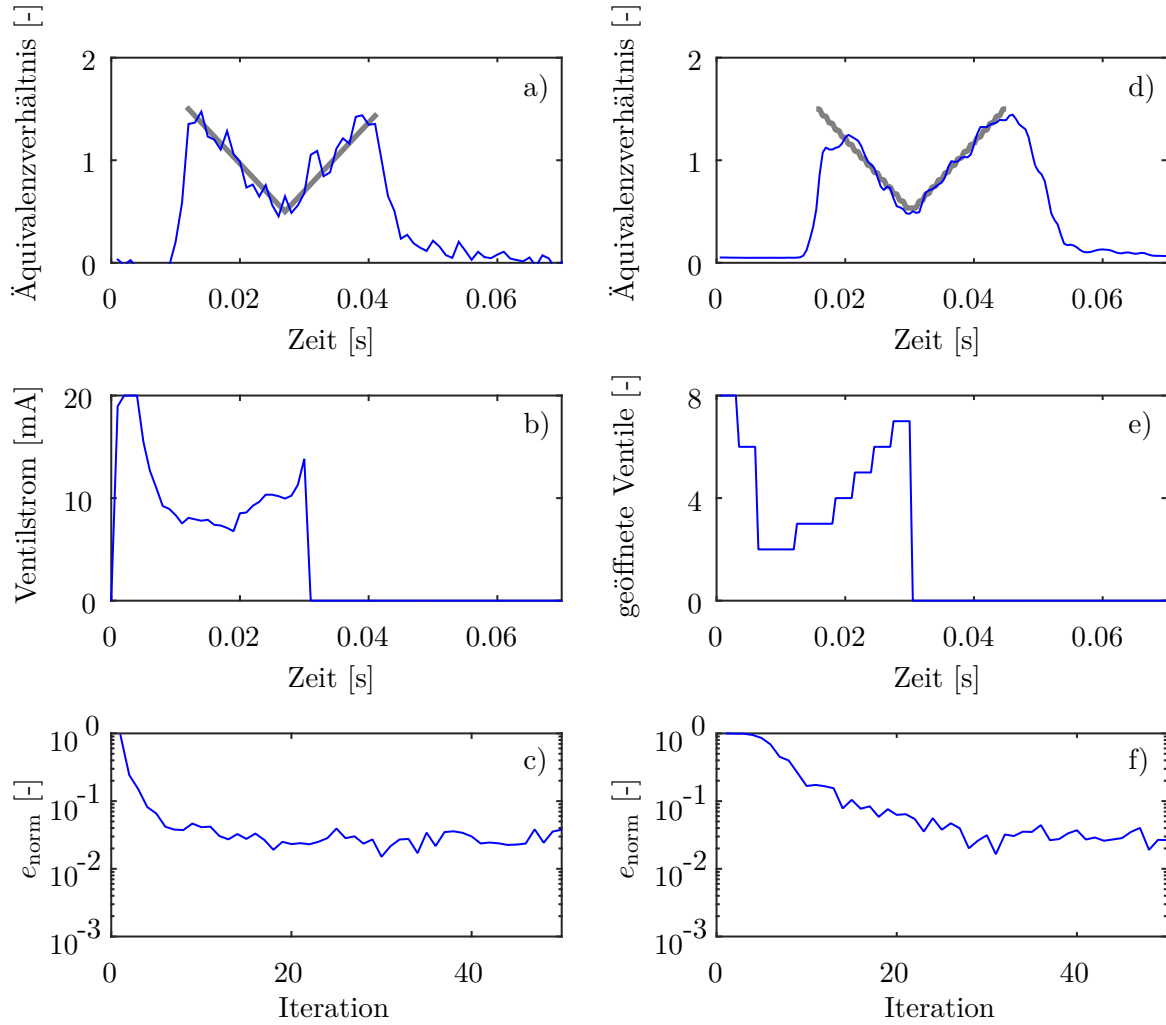


Abbildung A.1.: Regelung eines höherdynamischen, zeitlichen Konzentrationsprofils:
a-c) ILR mit Proportionalventil und d-f) Kombination aus reellwertiger
und ganzzahliger ILR für das Ventilarray
a,d) Referenzkurve (grau) und konvergierter Regelgrößenverlauf
b,e) Konvergierter Stellgrößenverlauf
c,f) Konvergenzverhalten des Regelfehlers.

möglich ist, wird selbst 10 ms nach dem Schließen der Ventile (bei Abzug der Totzeit) noch Treibstoff im Rohr detektiert.

Die gröbere zeitliche Diskretisierung des ganzzahligen Reglers zeigt keine erkennbare negativen Auswirkungen auf die Reglerperformance. Die in Abb. A.1 c,f abzulesenden Konvergenzgeschwindigkeiten der Regler sind ähnlich zu den in Kapitel 4 erreichten.

A.4. ILR-Gütefunktion zur Berechnung der Varianz

Neben der Abweichung von einer konstanten Sollzündzeit wird in Kapitel 5 auch die gleichzeitige Minimierung der Varianz der Zündzeiten untereinander gefordert. Die Varianz der Zündzeiten war in dem erwähnten Kapitel gegeben als:

$$\text{var}(t_{Z,k}) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^5 (t_{Z,k}(x_j) - \bar{t}_{Z,k})^2, \quad (\text{A.21a})$$

$$\bar{t}_{Z,k} = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 t_{Z,k}(x_j). \quad (\text{A.21b})$$

Im Folgenden wird gezeigt, wie diese Zündzeitvarianz in die für die ILR eingeführte Darstellungsform für die Gewichtung des Regelfehlers $\tilde{\mathcal{E}}^\top W_{\mathcal{E}} \tilde{\mathcal{E}}$ integriert werden kann. Der Regelfehler ist die Differenz aus Regelgrößen- und Führungsgrößenvektor, wobei letzterer zu $\tilde{\mathcal{R}} = t_{Z,\text{soll}} \mathbf{1}^5$ gewählt werden musste, um die Gewichtung der Abweichung vom Sollzündzeitpunkt berechnen zu können. Da $\tilde{\mathcal{R}}$ ein Vektor mit in sich identischen Einträgen ist, ist die Varianz der Regelgrößen identisch zur Varianz des Regelfehlers $\tilde{\mathcal{E}}_k = \tilde{\mathcal{R}} - \tilde{\mathcal{Y}}_k$. Es reicht somit aus, die Varianz in Abhängigkeit des Supervektors der Messgrößen $\tilde{\mathcal{Y}}_k = (t_{Z,k}(x_1), t_{Z,k}(x_2), \dots, t_{Z,k}(x_5))^\top$ darzustellen. Hierzu wird Gl. (A.21a) zunächst ausmultipliziert.

$$\text{var}(t_{Z,k}) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^5 (t_{Z,k}(x_j)^2 - 2t_{Z,k}(x_j) \bar{t}_{Z,k} + \bar{t}_{Z,k}^2) \quad (\text{A.22})$$

Vom Summenindex nicht betroffene Variablen können zunächst aus der Summe heraus gezogen werden.

$$\text{var}(t_{Z,k}) = \frac{1}{4} \left(\sum_{j=1}^5 t_{Z,k}(x_j)^2 - 2\bar{t}_{Z,k} \underbrace{\sum_{j=1}^5 t_{Z,k}(x_j)}_{5\bar{t}_{Z,k}} + 5\bar{t}_{Z,k}^2 \right) \quad (\text{A.23})$$

Um einen Übergang zu einer Formulierung in Matrixstruktur zu erreichen, wird $\bar{t}_{Z,k}^2$ unter Verwendung von Gl. (A.21b) als Doppelsumme angeschrieben:

$$\text{var}(t_{Z,k}) = \frac{1}{4} \left(\sum_{j=1}^5 t_{Z,k}(x_j)^2 - \frac{1}{5} \sum_{\tilde{j}=1}^5 \sum_{j=1}^5 t_{Z,k}(x_{\tilde{j}}) t_{Z,k}(x_j) \right). \quad (\text{A.24})$$

Dies lässt sich in die folgende Formulierung in Supervektorform umschreiben:

$$\text{var}(t_{Z,k}) = \frac{1}{4} \tilde{\mathcal{Y}}_k^\top \left(\mathbf{I}^5 - \frac{1}{5} \mathbf{1}^5 \right) \tilde{\mathcal{Y}}_k. \quad (\text{A.25})$$

Wie zuvor erwähnt, lässt sich aufgrund der Wahl von $\tilde{\underline{R}} = t_{Z,\text{soll}} \mathbf{1}^5$ die Varianz auch analog durch den Regelfehler ausdrücken.

$$\text{var}(t_{Z,k}) = \frac{1}{4} \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k \left(\mathbf{I}^5 - \frac{1}{5} \mathbf{1}^5 \right) \tilde{\underline{\mathcal{E}}}_k^\top \quad (\text{A.26})$$

Diese Darstellung der Varianz wird in Gl. 5.9 als Teil der Gütefunktion der ILR verwendet.

A.5. ILR des reaktiven Prüfstands mit Gewichtung der Zündzeit

Neben der in Kapitel 5 eingesetzten ILR zur Regelung der homogenen Selbstzündung unter Beachtung einer gewünschten Füllmenge wurden ebenfalls Experimente durchgeführt, die analog zur EWR aus Kapitel 5 das Einstellen einer bestimmten Zündzeit zur Folge hat. Um dieses Ziel zu erreichen, wurde als Referenzgröße $\tilde{\underline{R}} = 180 \text{ ms}$ vorgegeben. Als Regelziel wurde nur die Abweichung aller Zündzeitpunkte von dieser Sollzündzeit gewählt, während die Varianz der Zündzeiten nicht explizit vorgegeben wurde. Die bestmögliche Messung würde trotzdem in einer homogenen Zündung zum Zeitpunkt $\tilde{\underline{R}}$ bestehen. Die Gewichtungsmatrix des Regelfehlers wurde somit zu $\underline{W}_{\underline{\mathcal{E}}} = \mathbf{I}^5$ ($W_{t_z} = 1$ $W_{\text{Var}} = 0$) gewählt. Eine Optimierung des Gütekriteriums der ILR in Gradientenrichtung wurde erreicht, indem $\underline{W}_{\Delta \underline{\mathcal{U}}} = \mathbf{I}^4 - \underline{\mathcal{G}}^\top \underline{W}_{\underline{\mathcal{E}}} \underline{\mathcal{G}}$ gewählt wurde. Es wird das in Kapitel 5.2.2 hergeleitete Modell $\underline{\mathcal{G}}$ verwendet. Die Versuchsdurchführung geschah analog zu der in Kapitel 5 beschriebenen.

In Abb. A.2 b ist zu erkennen, dass der Regler mit einem über die erlaubte Einspritzdauer von 30 ms vollständig geöffneten Ventil (rot) initialisiert wurde. Bei diesem Einspritzprofil startet die Zündung 150 ms nach dem Beginn der Einspritzung vor der mittleren Photodiode und breitet sich zu den Rändern aus, vgl. Abb. A.2 a. Durch Verringerung der eingespritzten Treibstoffmenge im vorderen Bereich der Einspritzprofils gelingt es dem Regler, die Zündverzugszeit auf 180 ms zu erhöhen. Das blau dargestellte, konvergierte Einspritzprofil führt neben dem Erreichen der gewünschten Zündzeit zu einer homogenen Zündung. Diese Abnahme der Varianz der Zündzeiten über die Iterationen wird durch Abb. A.2 c verdeutlicht. Die Homogenität der Aufheizzündungen ist hier nicht dargestellt, da die Vorschüsse mit einem zum Startprofil abweichenden Einspritzprofil durchgeführt wurden. Das erreichte Zündverhalten ist etwas weniger homogen als bei den Ergebnissen der ILR in Kapitel 5.2.4. Zu diesem etwas schlechteren Ergebnis mag sowohl die fehlende, direkte Gewichtung der Homogenität als auch die Begrenzung des Stellgrößenprofils durch die Stellgrößenbeschränkung beitragen.

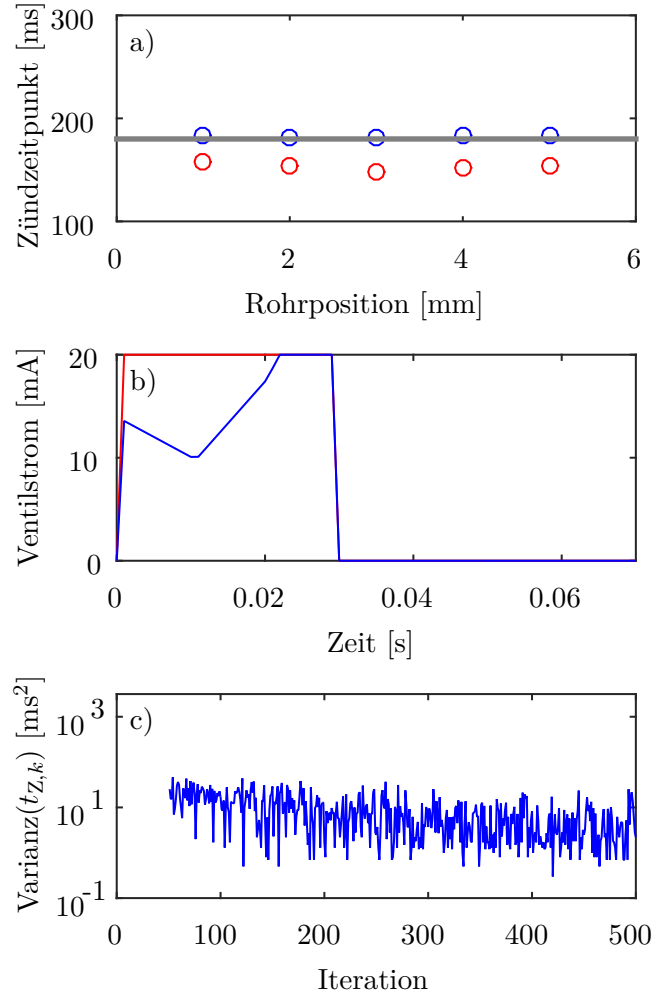


Abbildung A.2.: ILR des reaktiven Versuchsstands mit Gewichtung der Zündzeit:

- a) gemessene Zündzeitpunkte (Referenzwert in grau)
- b) zugehöriger, initialer und konvergierter Stellgrößenverlauf
- c) Konvergenzverhalten des Regelfehlers.

A.6. Stabilität der ILR am reaktiven Versuchsstand

Die Stabilität einer normoptimalen ILR mit starker Bestrafung der Stellgrößenänderung zur Anwendung am reaktiven SEC-Prüfstand soll im Folgenden nachgewiesen werden. Dies soll für das in Gl. (5.4) gegebene Modell gezeigt werden, das hier nochmals wiederholt wird:

$$\mathcal{G} = c \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

Zudem sei für die Wahl der Wichtungsmatrizen angenommen, dass wie auch in Kapitel 5.2 $W_{\underline{\mathcal{U}}}$ zu Null gesetzt ist und $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} = w_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} \mathbf{I}^4$ und $W_{\underline{\mathcal{E}}} = \mathbf{I}^5$ sind. Für die reale Strecke sei vorausgesetzt, dass die Annahmen im hergeleitete Strömungsmodell korrekt sind und somit der Einfluss aller Stellgrößenparameter, die in \mathcal{G} keinen Einfluss auf eine gemessene Zündverzugszeit haben, dies auch im realen Modell $\tilde{\mathcal{G}}$ nicht haben. Alle anderen Parameter $g_{j\tilde{j}} > 0$ seien bis auf ihr positives Vorzeichen unbekannt.

$$\tilde{\mathcal{G}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -g_{14} \\ 0 & 0 & -g_{23} & -g_{24} \\ 0 & -g_{32} & -g_{33} & 0 \\ -g_{41} & -g_{42} & 0 & 0 \\ -g_{51} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

Die Stabilität der ILR ist nach Gl. (2.87) genau dann erfüllt, wenn alle Eigenwerte von $H^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} (\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}}) + W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} \right)$ betragsmäßig kleiner als eins sind. Dies soll im Folgenden gezeigt werden, indem zunächst H ausgeschrieben wird, wobei hier wie auch in Kapitel 5.2 $W_{\underline{\mathcal{U}}}$ zu Null gesetzt wird:

$$\text{eig} \left\{ \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} \right)^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} (\mathcal{G} - \tilde{\mathcal{G}}) + W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} \right) \right\}. \quad (\text{A.29})$$

Ausmultipliziert ergibt sich:

$$\text{eig} \left\{ \mathbf{I} - \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G} + W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} \right)^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}} \right) \right\}. \quad (\text{A.30})$$

Zum Erreichen der Stabilität wurde in Kapitel 5.2 eine sehr große Bestrafung der Schrittweite $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ gewählt. Diese sei im Vergleich zu allen anderen Variablen deutlich größer: $W_{\Delta\underline{\mathcal{U}}} \gg \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \mathcal{G}$. Hieraus folgt approximativ:

$$\text{eig} \left\{ \mathbf{I} - w_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}^{-1} \left(\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}} \right) \right\} = 1 - w_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}^{-1} \text{eig} \left\{ \mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}} \right\}. \quad (\text{A.31})$$

Die Eigenwerte sind somit für eine große Wahl von $w_{\Delta\underline{\mathcal{U}}}$ dann betragsmäßig kleiner als eins, wenn $\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}}$ positive Eigenwerte besitzt. Für obige Wahl von $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ ergibt sich

$$\mathcal{G}^\top W_{\underline{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{G}} = c \begin{bmatrix} g_{41} + g_{51} & g_{42} & 0 & 0 \\ g_{41} & g_{32} + g_{42} & g_{33} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{23} + g_{33} & g_{24} \\ 0 & 0 & g_{23} & g_{14} + g_{24} \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Sie ist somit eine diagonaldominante Matrix mit ausschließlich positiven Einträgen. Mit Hilfe des Gershgorin Circle Theorem [75] folgt für diese Art von Matrizen, dass all ihre Eigenwerte nicht negativ sind. Da sie zudem aufgrund ihrer Struktur stets regulär ist, sind alle Eigenwerte positiv und die Stabilitätsbedingung ist erfüllt. Empirisch ließ sich selbiges auch für jedes $W_{\underline{\mathcal{E}}}$ entsprechend Gl. (5.9) mit $W_{\text{tz}} \geq 0.2 W_{\text{var}}$ zeigen.

Literatur

- [1] Umweltbundesamt: *Konventionelle Kraftwerke und erneuerbare Energien*.
<https://www.umweltbundesamt.de/daten/energie/konventionelle-kraftwerke-erneuerbare-energien#textpart-1>. Abgerufen: 16.2.2018. 2017.
- [2] Umweltbundesamt: *Stromerzeugung erneuerbar und konventionell*.
<https://www.umweltbundesamt.de/daten/energie/stromerzeugung-erneuerbar-konventionell#textpart-1>. Abgerufen: 16.2.2018. 2017.
- [3] T. Grönstedt, M. Irannezhad, X. Lei, O. Thulin und A. Lundblad: „First and Second Law Analysis of Future Aircraft Engines“. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Bd. 136, S. 031202-031202–10, 2013.
- [4] F. Schmidt und S. Staudacher: „Generalized Thermodynamic Assessment of Concepts for Increasing the Efficiency of Civil Aircraft Propulsion Systems“. In: *ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*, Bd. 1, S. V001T01A012, 2015.
- [5] P. Akbari, R. Nalim und N. Mueller: „A Review of Wave Rotor Technology and Its Applications“. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Bd. 128, S. 717–735, 2006.
- [6] P. Stathopoulos, J. Vinkeloe und C. O. Paschereit: „Thermodynamic Evaluation of Constant Volume Combustion for Gas Turbine Power Cycles“. In: *Proceedings of the 11th International Gas Turbine Congress*, Tokyo, 2015.
- [7] B. Bobusch: „Fluidic devices for realizing the shockless explosion combustion process“. Diss. Technische Universität Berlin, 2015.
- [8] N. J. Killingsworth, S. M. Aceves, D. L. Flowers, F. Espinosa-Loza und M. Krstic: „HCCI Engine Combustion-Timing Control: Optimizing Gains and Fuel Consumption Via Extremum Seeking“. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Bd. 17, S. 1350–1361, 2009.
- [9] E. Hellström, D. Lee, L. Jiang, A. G. Stefanopoulou und H. Yilmaz: „On-Board Calibration of Spark Timing by Extremum Seeking for Flex-Fuel Engines“. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Bd. 21, S. 2273–2279, 2013.
- [10] A. Aliseda, K. B. Ariyur, O. Sarrazin, J. C. Lasheras und M. Krstic: „Tailored Fuel Injection for Pulsed Detonation Engines via Feedback Control“. In: *Journal of Propulsion and Power*, Bd. 19, S. 917–921, 2003.

- [11] F. Yan und J. Wang: „Common rail injection system iterative learning control based parameter calibration for accurate fuel injection quantity control“. In: *International Journal of Automotive Technology*, Bd. 12, S. 149–157, 2011.
- [12] A. J. Volponi, H. DePold, R. Ganguli und C. Daguang: „The Use of Kalman Filter and Neural Network Methodologies in Gas Turbine Performance Diagnostics: A Comparative Study“. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Bd. 125, S. 917–924, 2003.
- [13] P. Berndt: „Mathematical Modeling of the Shockless Explosion Combustion“. Diss. Freie Universität Berlin, 2016.
- [14] L. Cai und H. Pitsch: „Tailoring Fuels for a Shockless Explosion Combustor“. In: *Active Flow and Combustion Control 2014*, Hrsg. R. King, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Bd. 127, S. 299–315, 2015.
- [15] A. Harten, P. Lax und B. van Leer: „On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws“. In: *SIAM Review*, Bd. 25, S. 35–61, 1983.
- [16] J.-S. Schäpel, S. Wolff, P. Schulze, P. Berndt, R. Klein, V. Mehrmann und R. King: „State estimation for reactive Euler equations by Kalman Filtering“. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2015*, Rostock, 2015.
- [17] A. C. Antoulas: *Approximation of large-scale dynamical systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2005.
- [18] S. Gugercin, A. C. Antoulas und C. Beattie: „ \mathcal{H}_2 Model Reduction for Large-Scale Linear Dynamical Systems“. In: *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, Bd. 30, S. 609–638, 2008.
- [19] B. C. Moore: „Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control*, Bd. 26, S. 17–32, 1981.
- [20] P. J. Schmid: „Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data“. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Bd. 656, S. 5–28, 2010.
- [21] B. Haasdonk und M. Ohlberger: „Reduced basis method for finite volume approximations of parametrized linear evolution equations“. In: *ESAIM Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, Bd. 42, S. 277–302, 2008.
- [22] J. E. Jackson: *A User’s Guide to Principal Components*. Wiley, New York, 1991.
- [23] S. Chaturantabut und D. C. Sorensen: „Nonlinear Model Reduction via Discrete Empirical Interpolation“. In: *SIAM Journal on Scientific Computing*, Bd. 32, S. 2737–2764, 2010.

- [24] J. Reiss, P. Schulze, J. Sesterhenn und V. Mehrmann: „The Shifted Proper Orthogonal Decomposition: A Mode Decomposition for Multiple Transport Phenomena“. In: *SIAM Journal on Scientific Computing*, Bd. 40, S. A1322–A1344, 2018.
- [25] N. Gordon, D. Salmond und A. Smith: „Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation“. In: *IEEE Proceedings F, Radar and Signal Processing*, Bd. 140, S. 107–113, 1993.
- [26] Y. Bar-Shalom, T. Kirubarajan und X.-R. Li: *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*. Wiley, New York, 2002.
- [27] R. Y. Rubinstein und D. P. Kroese: *Simulation and the Monte-Carlo-Method*. Wiley, New York, 2017.
- [28] R. van der Merwe und E. Wan: „The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation“. In: *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Bd. 6, S. 3461–3464, 2001.
- [29] S. J. Julier und J. K. Uhlmann: „A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems“. In: *SPIE Conference Proceedings*, Bd. 3068, S. 182–193, 1997.
- [30] S. J. Julier: „The scaled unscented transformation“. In: *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, Bd. 6, S. 4555–4559, 2002.
- [31] S. J. Julier und J. K. Uhlmann: *A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions*. Techn. Ber. Robotics Research Group, Department of Engineering Science, University of Oxford, 1996.
- [32] Y. Tan, W. Moase, C. Manzie, D. Nesic und I. Mareels: „Extremum seeking from 1922 to 2010“. In: *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*, S. 14–26, 2010.
- [33] M. Krstic und H. Wang: „Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems“. In: *Automatica*, Bd. 36, S. 595–601, 2000.
- [34] G. Gelbert, J. P. Moeck, C. O. Paschereit und R. King: „Advanced algorithms for gradient estimation in one- and two-parameter extremum seeking controllers“. In: *Journal of Process Control*, Bd. 22, S. 700–709, 2012.
- [35] J.-Y. Choi, M. Krstic, K. B. Ariyur und J. S. Lee: „Extremum Seeking Control for Discrete-Time Systems“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control*, Bd. 47, S. 318–323, 2002.
- [36] C. Manzie und M. Krstic: „Extremum Seeking With Stochastic Perturbations“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control*, Bd. 54, S. 580–585, 2009.
- [37] L. Henning, R. Becker, G. Feuerbach, R. Muminovic, R. King, A. Brunn und W. Nitsche: „Extensions of adaptive slope-seeking for active flow control“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Bd. 222, S. 309–322, 2008.

- [38] W. H. Moase, C. Manzie und M. J. Brear: „Newton-Like Extremum-Seeking for the Control of Thermoacoustic Instability“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control*, Bd. 55, S. 2094–2105, 2010.
- [39] A. Ghaffari, M. Krstic und D. Nesic: „Multivariable Newton-based extremum seeking“. In: *Automatica*, Bd. 48, S. 1759–1767, 2012.
- [40] W. Alt: *Nichtlineare Optimierung - Eine Einführung in Theorie, Verfahren und Anwendungen*. Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 2002.
- [41] R. Iserman und M. Münchhof: *Identification of dynamic systems*. Springer, Heidelberg, 2011.
- [42] D. A. Bristow, M. Tharayil und A. G. Alleyne: „A survey of iterative learning control“. In: *IEEE Control Systems*, Bd. 26, S. 96–114, 2006.
- [43] R. W. Longman: „Iterative learning control and repetitive control for engineering practice.“ In: *International Journal of Control*, Bd. 73, S. 930–954, 2000.
- [44] N. Amann, D. H. Owens und E. Rogers: „Iterative learning control using optimal feedback and feedforward actions“. In: *International Journal of Control*, Bd. 65, S. 277–293, 1996.
- [45] M. Norrlöf und S. Gunnarsson: „Time and frequency domain convergence properties in iterative learning control“. In: *International Journal of Control*, Bd. 75, S. 1114–1126, 2002.
- [46] C. Kanzow: *Numerik linearer Gleichungssysteme: Direkte und iterative Verfahren*. Springer, Heidelberg, 2005.
- [47] R. Bhatia: *Matrix Analysis*, Hrsg. S. Axler, F. W. Gehring und P. R. Halmos. Springer, New York, 1997.
- [48] S. Sager: „Numerical methods for mixed-integer optimal control problems“. Diss. Interdisciplinary Center for Scientific Computing, Universität Heidelberg, 2005.
- [49] C. Kirches: „Fast Numerical Methods for Mixed-Integer Nonlinear Model-Predictive Control“. Diss. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2010.
- [50] A. M. Gleixner: „Exact and Fast Algorithms for Mixed-Integer Nonlinear Programming“. Diss. Technische Universität Berlin, 2015.
- [51] A. Gronsks, D. Heitz und E. Mémin: „Inflow and initial conditions for direct numerical simulation based on adjoint data assimilation“. In: *Journal of Computational Physics*, Bd. 242, S. 480–497, 2013.
- [52] M. Lemke und J. Sesterhenn: „Adjoint based pressure determination from PIV-data validation with synthetic PIV measurements“. In: *PIV13; 10th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, 2013.

- [53] P. L. Houtekamer und H. L. Mitchell: „Data Assimilation Using an Ensemble Kalman Filter Technique“. In: *Monthly Weather Review*, Bd. 126, S. 796–811, 1998.
- [54] Y. Chen und D. Zhang: „Data assimilation for transient flow in geologic formations via ensemble Kalman filter“. In: *Advances in Water Resources*, Bd. 29, S. 1107–1122, 2006.
- [55] D. T. Pham, J. Verron und M. C. Roubaud: „A singular evolutive extended Kalman filter for data assimilation in oceanography“. In: *Journal of Marine Systems*, Bd. 16, S. 323–340, 1998.
- [56] S. Wolff, J.-S. Schäpel, P. Berndt und R. King: „State Estimation for the Homogeneous 1-D Euler Equation by Unscented Kalman Filtering“. In: *Proceedings of the ASME 2015 Dynamic Systems and Control Conference*, Ohio, 2015.
- [57] E. A. Wan und R. van der Merwe: „The Unscented Kalman Filter“, Kap. 7, S. 221–280. In: *Kalman Filtering and Neural Networks*, Hrsg. S. Haykin. Wiley, New York, 2002.
- [58] P. Drews, T. Albin, F.-J. Heßeler, N. Peters und D. Abel: „Fuel-Efficient Model-Based Optimal MIMO Control for PCCI Engines“. In: *IFAC Proceedings Volumes*, Bd. 44, S. 12998–13003, 2011.
- [59] M. Bidarvatan, M. Shahbakhti, S. Jazayeri und C. Koch: „Cycle-to-cycle modeling and sliding mode control of blended-fuel HCCI engine“. In: *Control Engineering Practice*, Bd. 24, S. 79–91, 2014.
- [60] N. Ravi, H.-H. Liao, A. F. Jungkunz, A. Widd und J. C. Gerdes: „Model predictive control of HCCI using variable valve actuation and fuel injection“. In: *Control Engineering Practice*, Bd. 20, S. 421–430, 2012.
- [61] M. Majors, J. Stori und D.-i. Cho: „Neural network control of automotive fuel-injection systems“. In: *IEEE Control Systems*, Bd. 14, S. 31–36, 1994.
- [62] Y. Yildiz, A. M. Annaswamy, D. Yanakiev und I. Kolmanovsky: „Spark ignition engine fuel-to-air ratio control: An adaptive control approach“. In: *Control Engineering Practice*, Bd. 18, S. 1369–1378, 2010.
- [63] H. Inagaki, A. Ohata und T. Inoue: „An adaptive fuel injection control with internal model in automotive engines“. In: *Industrial Electronics Society, 1990. IECON '90., 16th Annual Conference of IEEE*, Bd. 1, S. 78–83, 1990.
- [64] A. G. Marchetti, G. François, T. Faulwasser und D. Bonvin: „Modifier Adaptation for Real-Time Optimization-Methods and Applications“. In: *Processes*, Bd. 4, 2016.
- [65] B. C. Bobusch, P. Berndt, C. O. Paschereit und R. Klein: „Investigation of fluidic devices for mixing enhancement for the shockless explosion combustion process“. In: *Active Flow and Combustion Control 2014*, Hrsg. R. King, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Bd. 127, S. 281–297, 2015.

- [66] R. Isermann: *Identifikation dynamischer Systeme 2*. Springer, Berlin, 1992.
- [67] L. Ljung: *System Identification: Theory for the User (2nd edition)*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1999.
- [68] J.-S. Schäpel, R. King, B. Bobusch, J. Moeck und C. O. Paschereit: „Adaptive Control of Mixture Profiles for a Combustion Tube“. In: *ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*, S. V04AT04A005, 2015.
- [69] T. G. Reichel, J.-S. Schäpel, B. C. Bobusch, R. Klein, R. King und C. O. Paschereit: „Shockless Explosion Combustion: Experimental Investigation of a New Approximate Constant Volume Combustion Process“. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Bd. 139, S. 021504–021504-7, 2016.
- [70] H. Li, S. D. Wehe und K. R. McManus: „Real-time equivalence ratio measurements in gas turbine combustors with a near-infrared diode laser sensor“. In: *Proceedings of the Combustion Institute*, Bd. 33, S. 717–724, 2011.
- [71] J.-S. Schäpel, R. King, F. Yücel, F. Völzke, C. O. Paschereit und R. Klein: „Fuel Injection Control for a Valve Array in a Shockless Explosion Combustor“. In: *ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 6, S. V006T05A007, 2018.
- [72] T. S. Rähse, P. Stathopoulos, J.-S. Schäpel, F. Arnold und R. King: „On the Influence of Fuel Stratification and its Control on the Efficiency of the Shockless Explosion Combustion Cycle“. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Bd. 141, S. 011024, 2018.
- [73] J.-S. Schäpel, T. G. Reichel, R. Klein, C. O. Paschereit und R. King: „Online Optimization Applied to a Shockless Explosion Combustor“. In: *Processes*, Bd. 4, 2016.
- [74] G. B. Dantzig: *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, New Jersey, 1963.
- [75] S. Gershgorin: „Über die Abgrenzung der Eigenwerte einer Matrix.“ In: *Bull. Acad. Sci. URSS*, Bd. 1931, S. 749–754, 1931.