Regelung abgelöster Scherschichten durch aktive Beeinflussung

vorgelegt von
Diplom-Ingenieur
Lars Henning

von der Fakultät III - Prozesswissenschaften
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. h.c. Günter Wozny
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Nitsche

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 09.04.2008

Berlin 2008
D 83

Vorwort

Die hier vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mess- und Regelungstechnik des Institutes für Prozess- und Verfahrenstechnik im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Sonderforschungsprojektes 557 „Beeinflussung komplexer turbulenter Scherströmungen“ an der Technischen Universität Berlin.

Meinem Doktorvater, dem Leiter des Fachgebietes, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King, danke ich besonders herzlich für die Betreuung und Unterstützung sowie die wertvollen Anregungen und Ratschläge während der Durchführung meiner Arbeit. Ihm ist es in unermüdlichem Einsatz gelungen, ein einzigartiges Arbeitsumfeld innerhalb des Fachgebietes sowie des Sonderforschungsbereiches zu schaffen, so dass diese Arbeit überhaupt erst ermöglicht wurde. Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Nitsche für sein Interesse an der Arbeit und die Übernahme des Korreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. h.c. Günter Wozny für die Ausübung des Vorsitzes im Prüfungsausschuss.

Allen Mitarbeitern des Fachgebietes Mess- und Regelungstechnik und des Sonderforschungsbereiches möchte ich für die gute und produktive Zusammenarbeit, die ständige Diskussionsbereitschaft und die vielen Anregungen danken. Ganz besonders möchte ich mich bei Dr.-Ing. Ralf Becker, Dr.-Ing. Maiko Garwon, Mark Pastoor und Gregor Gelbert für die vielen fruchtbaren Diskussionen und Ratschläge bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Eine sehr große und verlässliche Hilfe beim Aufbau der Messtechnik war mir stets Joachim Kraatz. Nicht vergessen möchte ich an dieser Stelle auch die vielen Studenten, die mich durch die Bearbeitung von Studien- und Diplomarbeiten oder als studentische Hilfskräfte mit viel Fleiß und Kreativität unterstützt haben.

Meiner Frau Ivonne und meinen beiden Kindern, Janne und Gregor, danke ich von ganzem Herzen für ihr Verständnis, ihrem Interesse und vor allem für den großen Rückhalt, den sie mir gaben. Abschließend möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich bereits während meines Studiums konsequent unterstützten, womit die Grundlage für diese Dissertation erst geschaffen wurde.

Berlin, 23. April 2008 Lars Henning

Kurzfassung

Die aktive Beeinflussung abgelöster Strömungen ist schon lange Gegenstand akademischer und industrieller Forschung. In den letzten Jahren erfolgte dabei immer häufiger auch der Einsatz regelungstechnischer Methoden, da diese zur Steigerung der Beeinflussungsgüte beitragen, indem z. B. Störungen kompensiert werden.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf den Aufbau und die praktische Anwendung regelungstechnischer Methoden zur aktiven Beeinflussung abgelöster Strömungen an einfachen Strömungskonfigurationen. Dazu zählen eine rückwärts gewandte Stufe, ein zweidimensionaler stumpfer Körper, eine Tandemkonfiguration bestehend aus zwei stumpfen Körpern und ein dreidimensionales generisches Kraftfahrzeugmodell (Ahmed Körper). Den Schwerpunkt bilden die beiden erstgenannten Konfigurationen, für die neben der regelungstechnischen Bearbeitung auch zum Teil umfangreiche strömungsmechanische Untersuchungen durchgeführt werden. Die aufgebauten Regelungen werden experimentell im Windkanal validiert und anschließend analysiert.

An der turbulent abgelösten Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe wird der Aufbau einer robusten Ein- und Mehrgrößenregelung gezeigt, die das Ziel hat, die Wiederanlegelänge zu regeln. Die bekannte aktive Beeinflussungsmethode bedient sich der harmonischen, monofrequenten Anregung der Kelvin-Helmholtz-Scherschichtinstabilität über einen segmentierten Schlitz an der Stufenkante. Im Eingrößenfall erfolgt die Anregung mit einer spannweitig gleichverteilten Intensität, wohingegen im Mehrgrößenfall gezielt 2D Strukturen der Wiederanlegelinie durch spannweitig verteilte Anregeintensität erzeugt werden. Da die Wiederanlegeposition als Regelgröße nicht direkt messbar ist, kommen zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung einer Ersatzregelgröße zum Einsatz. Auf Basis von linearen black-box Modellen werden robuste H_∞-Regler identifiziert und im Experiment getestet.

Am 2D stumpfen Körper wird durch gleichphasige Anregung an oberer und unterer Körperhinterkante eine Synchronisation der Scherschichtentwicklung nahe der Körperbasis erzwungen. Dadurch kann bei geeigneter Wahl der Anregeparameter der Basisdruck um ca. 40% angehoben und der Gesamtwiderstand um ca. 15% reduziert werden. Auf Basis dieses Aktuationsprinzips werden mehrere regelungstechnische Ansätze zur Reduzierung des aerodynamischen Widerstandes vorgeschlagen. Mit einer robusten Regelung wird der Basisdruck über die Anregeamplitude gezielt eingestellt. Der modellfreie, adaptive Slope-Seeking-Regler stellt die optimale, energieeffiziente Anregeamplitude für die maximale Basisdruckanhebung automatisch ein. Ein physikalisch motivierter Phasenregler regelt direkt die Scherschichtentwicklung nahe der Körperbasis, wobei eine Synchronisation beider Scherschichten mit nur einem Aktuator gelingt.

Die Tandemkonfiguration, bestehend aus zwei hintereinander angeordneten stumpfen Körpern, wird hinsichtlich des Einsatzes regelungstechnischer Methoden im Sinne einer Machbarkeitsstudie untersucht. Mit einer aufgebauten Phasenregelung am ersten Körper auf Basis von Sensorinformationen des zweiten Körpers werden der Widerstand am ersten Körper verringert und die Störeinflüsse auf den zweiten Körper reduziert. Ein 2D Wirbelmodell wird zur Echtzeit-Berechnung des 2D Druck- und Wirbelfeldes um den zweiten Körper der Tandemkonfiguration in das Experiment implementiert.

Der Ahmed Körper stellt eine Konfiguration mit komplexen dreidimensionalen Strömungsstrukturen dar. Der Slope-Seeking-Regler wird am Ahmed Körper zum automatischen Auffinden des optimalen Einblasvolumenstroms des stationären Einblasens an den oberen Ecken des Hecks verwendet. Des Weiteren erfolgt der Einsatz eines MISO Extremwert-Reglers zum Auffinden optimaler Anregeparameter bei Verwendung mehrerer Aktuatoren.

Abstract

Active control of separated flows is an ongoing research topic for many decades in academia as well as in industry. In recent years, the number of studies considering closed-loop flow control has increased rapidly because of the well-known benefits, such as disturbance rejection or set-point tracking.

This contribution focuses on the development of methods for active closed-loop flow control on simple flow configurations, such as a backward facing step, a two-dimensional bluff body, a tandem configuration of two bluff bodies, and a three-dimensional, generic car model (Ahmed body). All synthesised controllers are tested in wind tunnel experiments in order to show the success of the control.

Robust SISO and MIMO closed-loop controls are applied on the flow behind a backward facing step at Reynolds number 25 000. The goal is to adjust the reattachment length and to compensate disturbances. The well-known control mechanism of the harmonic excitation of the Kelvin-Helmholtz-shear layer instability is used. In the SISO-case the intensity of the actuation is uniformly distributed in spanwise direction, whereas the MIMO-case uses spanwise distributed actuation. With the assembled sensor technique a direct measurement of the reattachment length is not possible. Therefore, two possibilities are introduced to obtain a surrogate control variable. The synthesis of the H_∞-controllers is based on a family of identified linear black-box models, which describes the input/output-behaviour of the plant. Tracking performance and disturbance rejection of the controllers are tested in wind tunnel experiments.

In-phase actuation on the upper and the lower trailing edge of a two-dimensional bluff body enforces a synchronisation of shear layer evolution behind the rear end. Therefore, the aerodynamic drag is decreased by approximately 15% and the base pressure can be increased by approximately 40% with efficient actuation parameters. Based on this actuation scheme several closed-loop controls are proposed for drag reduction. A robust controller allows to prescribe the base pressure. A model-free adaptive slope-seeking feedback is utilised for an automatic adaption of the optimal actuation amplitude with respect to maximum base pressure. The most efficient control is realised by a physically motivated phase controller which explicitly synchronises upper and lower shear layer evolution by design. Moreover, the control goal can be achieved with a minimum of actuation energy.

In feasibility studies a tandem configuration, consisting of two bluff bodies in series, is investigated with respect to the application of closed-loop methods. A phase controller utilises sensor information of the downstream positioned body for drag reduction of the first body and mitigation of disturbances induced by the first body. Furthermore, a two-dimensional vortex model is implemented in experiments for real-time estimation of the two-dimensional pressure and vorticity field around the second body of the tandem configuration.

The separated flow over the Ahmed body shows complex and three-dimensional structures. The slope-seeking feedback is used here for an automatic adaption of the most effective blowing intensity at the upper corner of the slant for maximum drag reduction. Furthermore, a MISO extremum seeking controller is applied for the adaption of optimal actuation parameters on several actuators.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis xi

1 Einleitung 1
- 1.1 Problemstellung und Motivation . . . 1
- 1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit . . . 3

2 Regelungstechnische Methoden 7
- 2.1 Regelung von Strömungsprozessen . . . 7
- 2.2 Regelungstechnische Modelle und Identifikation . . . 10
  - 2.2.1 Mathematische Formulierung regelungstechnischer Systeme . . . 10
  - 2.2.2 Identifikation von black-box Modellen . . . 12
- 2.3 Modellgestützte Zustandsschätzung . . . 17
  - 2.3.1 Erweitertes Kalman-Filter . . . 17
  - 2.3.2 Beobachtbarkeit . . . 19
  - 2.3.3 Auslegung der Filtermatrizen . . . 19
- 2.4 Robuste Regelung . . . 20
  - 2.4.1 Regelungstechnische Ziele . . . 20
  - 2.4.2 Beschreibung von Modellunsicherheiten . . . 22
  - 2.4.3 H_∞-Reglerentwurf . . . 23
  - 2.4.4 Quantitative Feedback Theory . . . 27
- 2.5 Extremwert-Regelung . . . 31
  - 2.5.1 Slope-Seeking-Regler . . . 33
  - 2.5.2 Einstellung der Reglerparameter . . . 34
- 2.6 Dynamische Vorsteuerung . . . 35
- 2.7 Antireset windup . . . 35

3 Methoden der Strömungsmesstechnik 37
- 3.1 Strömungssichtbarmachung . . . 37
  - 3.1.1 Öltropfen-Interferometrie . . . 37
  - 3.1.2 Rauchdrahtmethode . . . 37
- 3.2 Geschwindigkeitsmessung . . . 39
  - 3.2.1 Hitzdraht-Anemometrie . . . 39
  - 3.2.2 Particle Image Velocimetry . . . 39

4 Regelung der Wiederanlegelänge hinter einer Stufe 41
- 4.1 Die Stufenströmung und deren aktive Beeinflussung . . . 41
  - 4.1.1 Strömungsfeld . . . 42
  - 4.1.2 Aktive Beeinflussung der Stufenströmung . . . 44
- 4.2 Experimenteller Aufbau und Messtechnik . . . 44
  - 4.2.1 Windkanal, Messstrecke und Modell . . . 44
  - 4.2.2 Aktuation . . . 45
  - 4.2.3 Messtechnik zur Bestimmung der Wiederanlegelänge . . . 47

4.2.4 Geschwindigkeitsmessung . . . 52
4.2.5 Regelkreis und Implementierung . . . 52
4.3 Strömungsparameter und stationäres Verhalten bei aktiver Beeinflussung . . . 52
4.3.1 Strömungsparameter . . . 53
4.3.2 Stationäre Charakteristik der Wiederanlegelänge bei spannweitig gleichverteilter Anregung . . . 54
4.3.3 Stationäre Charakteristik der Wiederanlegelänge bei spannweitig verteilter Anregung . . . 54
4.4 Regelungstechnische Modellbildung . . . 56
4.4.1 Systemidentifikation bei Verwendung der RMS-Methode . . . 56
4.4.2 Systemidentifikation bei Verwendung der Cp-Methode . . . 58
4.5 Reglersynthese . . . 60
4.5.1 Synthese eines robusten Mehrgrößenreglers . . . 61
4.5.2 Synthese eines robusten Eingrößenreglers . . . 62
4.6 Experimentelle Ergebnisse . . . 63
4.6.1 Mehrgrößenregelung der Wiederanlegelänge im Experiment . . . 63
4.6.2 Eingrößenregelung der Wiederanlegelänge im Experiment . . . 65
4.7 Fazit . . . 66

5 Regelungen der Strömung über einen stumpfen Körper 69
5.1 Die Strömung um einen stumpfen Körper und deren aktive Beeinflussung . . . 70
5.1.1 Strömungsfeld . . . 70
5.1.2 Aktive Beeinflussung des stumpfen Körpers . . . 71
5.2 Experimenteller Aufbau . . . 72
5.2.1 Windkanal, Messstrecke und Modell . . . 72
5.2.2 Aktuatorik . . . 73
5.2.3 Sensorik . . . 74
5.2.4 Geschwindigkeitsmessung und Visualisierung der Strömung . . . 75
5.2.5 Datenerfassung und Implementierung . . . 76
5.3 Natürliche und aktiv beeinflusste Strömung . . . 76
5.3.1 Natürliche Strömung . . . 76
5.3.2 Aktiv beeinflusste Strömung . . . 79
5.3.3 Zweidimensionaler Charakter der Strömung . . . 81
5.4 Regelungen am stumpfen Körper . . . 85
5.4.1 Robuste Regelung . . . 85
5.4.2 Adaptive Regelung - Slope-Seeking . . . 92
5.4.3 Phasenregelung . . . 95
5.5 Zusammenfassung und Vergleich der Regelungen . . . 102

6 Regelung einer Tandemkonfiguration und eines 3D Körpers 105
6.1 Tandemkonfiguration . . . 105
6.1.1 Experimenteller Aufbau und Messtechnik . . . 107
6.1.2 Natürliche und aktiv beeinflusste Strömung . . . 108
6.1.3 Phasenregelung . . . 112
6.1.4 Berechnung des 2D Druck- und Wirbelfeldes mit Hilfe eines 2D Wirbelmodells . . . 115
6.2 Ahmed Körper . . . 120
6.2.1 Experimenteller Aufbau . . . 121
6.2.2 Slope-Seeking-Regelung zur Reduzierung des Widerstandes . . . 122

6.2.3 Einsatz eines Extremwert-Reglers zum Auffinden optimaler Anregeparameter . . . 123

7 Zusammenfassung und Ausblick **129**

A Regelungstechnische Methoden **135**
A.1 Singulärwertzerlegung . . . 135
A.2 Subspace Methoden . . . 135
A.3 Approximation nach Padé . . . 136

B Regelung der Wiederanlegelänge hinter einer Stufe **137**
B.1 Numerische Berechnungen der Wiederanlegelänge mittels RMS-Methode . . . 137
B.2 Nominelles Modell bei Verwendung der RMS-Methode . . . 139
B.3 Gewichte für den Reglerentwurf mit RMS-Methode . . . 139
B.4 MIMO-Regler . . . 140
B.5 Gewichte für den SISO-Reglerentwurf mit Cp-Methode . . . 140
B.6 SISO-Regler . . . 140

C Regelung der Strömung über einen stumpfen Körper **141**
C.1 Der Windkanal . . . 141
C.2 2D Charakter der Strömung im Nachlauf des stumpfen Körpers . . . 142
C.3 Gewichte für den H_∞-Reglerentwurf . . . 143
C.4 Regler für den stumpfen Körper . . . 143
C.5 Auslegung des EKFs zur Rekonstruktion der Wanddruckschwankungen . . . 143

D Regelung einer Tandemkonfiguration und eines 3D stumpfen Körpers **145**
D.1 Sensorpositionen am zweiten Körper der Tandemkonfiguration . . . 145

Literaturverzeichnis **147**

Symbolverzeichnis

Aufgrund der fachübergreifenden Thematik kommt es zu einer großen Anzahl von verschiedenen Symbolen, die durch folgende Vereinbarungen systematisch getrennt werden:

a	Skalare Größen werden klein geschrieben.
$\underline{a}$	Vektoren werden klein geschrieben und sind unterstrichen.
A	Matrizen werden durch Großbuchstaben bezeichnet.
$\boldsymbol{a}, \underline{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{A}$	Symbole der Regelungstechnik und Stochastik sind mit fett gedruckten Symbolen gekennzeichnet.
$A(s), \underline{A}(s), \boldsymbol{A}(s)$	Laplace-Transformierte Größen werden stets mit großen Buchstaben und als Funktion der Laplace-Variable s gekennzeichnet. Übertragungsmatrizen sind zudem fett dargestellt.

Lateinische Buchstaben

$\boldsymbol{a}$	Amplitude
$\boldsymbol{a}_m$	Amplitudenreserve
$\boldsymbol{A}$	Systemmatrix
$\boldsymbol{b}_L$	Grenze (engl. *bound*) bezüglich des offenen Kreises bei der QFT
$\boldsymbol{B}$	Steuermatrix
c_D	aerodynamischer Widerstandsbeiwert
c_P	statischer Druckbeiwert
c_{Pb}	statischer Druckbeiwert an der Körperbasis
c_{Pf}	statischer Druckbeiwert an der Front des Körper
c_{Ps}	statischer Druckbeiwert am Heck des Körpers
$c_\mu, \underline{c}_\mu$	Impulsbeiwert (Skalar, Vektor)
$\mathcal{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$\boldsymbol{C}$	Ausgangsmatrix
$C(s), \boldsymbol{C}(s)$	Regler (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
$\boldsymbol{d}, \underline{\boldsymbol{d}}$	Störgröße (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{D}$	Durchgriffsmatrix
$\underline{D}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{d}}$
$\boldsymbol{E}\{\dots\}$	Erwartungswert
$\boldsymbol{e}, \underline{\boldsymbol{e}}$	Fehler (Skalar, Vektor)
$\underline{\boldsymbol{e}}'$	Störgröße
$\underline{E}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{e}}$
$\underline{E}'(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{e}}'$
f	Frequenz
$\boldsymbol{f}(\dots), \underline{\boldsymbol{f}}(\dots)$	stationäre Kennlinie (Skalar, Vektor)
f_a	Anregefrequenz
$\boldsymbol{f}'_{ref}$	Soll-Gradient des stationären Kennfeldes
f_s	Abtastfrequenz

f_{sl}	Instabilitätsfrequenz der Scherschicht (lokale Instabilität)
f_{vs}	Instabilitätsfrequenz der Wirbelstraße (globale Instabilität)
f_x	Kraftkomponente in x-Richtung
$F(s), \boldsymbol{F}(s)$	Vorsteuerung (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
$\boldsymbol{F}_{inv}$	Matrix aus inversen Kennlinien
$\boldsymbol{g}(\dots), \underline{\boldsymbol{g}}(\dots)$	Zustandsfunktion (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{G}$	Jacobi-Matrix
$\boldsymbol{G}(s)$	allg. Übertragungsmatrix
$G_F(s), \boldsymbol{G}_F(s)$	Sollwertfilter (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
$\boldsymbol{h}(\dots), \underline{\boldsymbol{h}}(\dots)$	Messfunktion (Skalar, Vektor)
h	Höhe des Versuchsmodells
$H_{12} = \delta_1/\delta_2$	Formfaktor der Grenzschicht
$\boldsymbol{H}$	Jacobi-Matrix
$\boldsymbol{H}(s)$	Übertragungsmatrix
$\boldsymbol{H}_T$	Toeplitz-Matrix
$\boldsymbol{I}$	Einheitsmatrix
$\mathfrak{Im}\{\dots\}$	Imaginärteil
j	imaginäre Einheit
k	Laufindex
$\boldsymbol{k}, \boldsymbol{K}$	Verstärkung (Skalar, Matrix)
l	Laufindex
$\boldsymbol{l}_A, \boldsymbol{l}_M$	obere Schranke des additiven/multiplikativen Modellfehlers
$\mathcal{L}\{\dots\}$	Laplace-Operator
$L(s), \boldsymbol{L}(s)$	offener Regelkreis (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
m	Anzahl
$\boldsymbol{m}$	Anzahl der Eingangsgrößen
$\underline{\boldsymbol{m}}$	Messrauschen
$\underline{M}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{m}}$
$\boldsymbol{M}^*(s)$	antireset windup Kompensator
$\boldsymbol{n}$	Systemordnung
n	Anzahl
$\boldsymbol{o}$	Anzahl der Ausgangsgrößen
p	Druck
p_{stat}	statischer Druck
p_{stau}	Staudruck
$\boldsymbol{P}$	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
$\boldsymbol{P}(s)$	verallgemeinertes Streckenmodell
$P_n(s), \boldsymbol{P}_n(s)$	nominelles Modell der Strecke (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
$P_r(s), \boldsymbol{P}_r(s)$	reales Übertragungsverhalten der Regelstrecke (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
q^{-1}	Verschiebeoperator
$q, \underline{q}$	Geschwindigkeit am Anregeschlitz (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{Q}$	Spektraldichtematrix des Systemrauschens
$\boldsymbol{Q}_B$	Beobachtbarkeitsmatrix
$\boldsymbol{Q}_u, \boldsymbol{Q}_y$	Matrizen aus RQ-Faktorisierung
$r(\dots)$	Funktion
$\boldsymbol{r}, \underline{\boldsymbol{r}}$	Soll-/Führungsgröße (Skalar, Vektor)
$\mathcal{R}$	Menge der reellen Zahlen

$\boldsymbol{r}_k, \boldsymbol{R}_k$	Kovarianz des zeitdiskreten Messrauschens (Skalar, Matrix)
$\mathfrak{Re}\{\dots\}$	Realteil
$\underline{R}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{r}}$
$\boldsymbol{R}_N$	Kovarianz des Prädiktionsfehlers
$\boldsymbol{R}_u, \boldsymbol{R}_y, \boldsymbol{R}_{yu}$	Matrizen aus RQ-Faktorisierung
$Re = h\,u_\infty/\nu$	Reynolds-Zahl, gebildet mit der Körperhöhe
$Re_{\delta_2} = \delta_2\,u_\infty/\nu$	Reynolds-Zahl, gebildet mit der Impulsverlustdicke
s	Laplace-Variable
$S(s), \boldsymbol{S}(s)$	Sensitivität (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
$\boldsymbol{S}_{xx}$	Kreuzleistungsdichtespektrum eines Signals x
$St = h\,f/u_\infty$	Strouhal-Zahl, gebildet mit der Körperhöhe
$St_a = h\,f_a/u_\infty$	Strouhal-Zahl der Anregung, gebildet mit der Körperhöhe
t	Zeit
$\boldsymbol{t}_0$	Totzeit
$\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2, \boldsymbol{t}_D$	Zeitkonstanten
$\boldsymbol{T}$	Transformationsmatrix
$T(s), \boldsymbol{T}(s)$	komplementäre Sensitivität (Übertragungsfunktion, Übertragungsmatrix)
$\boldsymbol{T}_{wz}(s)$	Übertragungsmatrix der linearen Fraktional-Transformation von $\boldsymbol{P}(s)$
Tu	Turbulenzgrad
u, v, w	Koordinaten des Geschwindigkeitsvektors in x-, y- und z-Richtung
$\boldsymbol{u}, \underline{\boldsymbol{u}}$	Eingangs-/Stellgröße (Skalar, Vektor)
$\widetilde{u}, \underline{\widetilde{u}}$	elektrische Spannung (Skalar, Vektor)
$\widetilde{u}_B$	Wheatstonesche Brückenspannung
$\boldsymbol{u}_C$	Stellgröße des Reglers $C(s)$
$\boldsymbol{u}_F$	Stellgröße der Vorsteuerung $F(s)$
$\boldsymbol{u}^*, \underline{\boldsymbol{u}}^*$	künstliche Eingangsgröße bei Kompensation (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{u}', \underline{\boldsymbol{u}}'$	Störgröße (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{U}$	Block-Hankel-Matrix der Eingangsgröße
$\underline{U}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{u}}$
$\underline{U}^*(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{u}}^*$
$\underline{U}'(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{u}}'$
$\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{n}}$	unitäre Matrix aus Singulärwertzerlegung
u_∞	ungestörte Anströmgeschwindigkeit
$\underline{\boldsymbol{v}}$	interne Größe
$\dot{v}_a$	Ausblasvolumenstrom
$\underline{V}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{v}}$
$\boldsymbol{V}_s(s)$	unitäre Matrix aus Singulärwertzerlegung
$\underline{\dot{\boldsymbol{w}}}$	normalverteiltes weißes Rauschen
w	Breite des Versuchsmodells
w_s	Breite des Anregeschlitzes
$\boldsymbol{w}_{CS}, \boldsymbol{w}_S, \boldsymbol{w}_T$	frequenzabhängige Grenzen bzgl. der Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises
$\underline{W}(s)$	Laplace-Transformierte externe Eingangsgröße
$W_{CS}(s), W_S(s), W_T(s)$	Gewichtungen für $C(s)S(s)$, $S(s)$ und $T(s)$ (Übertragungsfunktionen)
$\boldsymbol{W}_{CS}(s), \boldsymbol{W}_S(s), \boldsymbol{W}_T(s)$	Gewichtungen für $\boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s)$, $\boldsymbol{S}(s)$ und $\boldsymbol{T}(s)$ (Übertragungsmatrizen)

x, y, z	Ortskoordinaten
$\underline{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{X}$	Zustandsgröße (Vektor, Matrix)
x_R	Wiederanlegelänge
$x_{R0}, \underline{x}_{R0}$	Wiederanlegelänge der natürlichen Strömung (Skalar, Vektor)
x_{R,c_P}	Ersatzregelgröße für die Wiederanlegelänge mit Cp-Methode
$x_{R,rms}, \underline{x}_{R,rms}$	Ersatzregelgröße für die Wiederanlegelänge mit RMS-Methode (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{y}, \underline{\boldsymbol{y}}$	Ausgangs-/Regelgröße (Skalar, Vektor)
$\boldsymbol{y}_s$	Funktionswert des stationären Kennfeldes $\boldsymbol{y}_s = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}_s)$
$\boldsymbol{Y}$	Block-Hankel-Matrix der Ausgangsgröße
$\underline{Y}(s)$	Laplace-Transformierte von $\underline{\boldsymbol{y}}$
$\boldsymbol{Y}_N$	Matrix
$\underline{\boldsymbol{z}}$	interne Größe
$\underline{Z}(s)$	Laplace-Transformierte externe Ausgangsgröße

Griechische Buchstaben

$\boldsymbol{\delta}$	Kroneckersymbol
δ_1	Verdrängungsdicke der Grenzschicht
δ_2	Impulsverlustdicke der Grenzschicht
δ_{99}	Grenzschichtdicke bei 99% der Anströmgeschwindigkeit
Δt_s	Abtastzeit
Δt_{rms}	Mittelungsfenster für die RMS-Wertberechnung
$\Delta_A(s), \Delta_M(s)$	additiver/multiplikativer Modellfehler (Übertragungsfunktion)
$\boldsymbol{\Delta}_A(s), \boldsymbol{\Delta}_M(s)$	additiver/multiplikativer Modellfehler (Übertragungsmatrix)
$\boldsymbol{\phi}_m$	Phasenreserve
φ_s	Heckrampenwinkel des Ahmed Körpers
$\boldsymbol{\gamma}$	Lösung der H_∞-Norm
$\boldsymbol{\Gamma}$	erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix
$\boldsymbol{\Pi}$	Modellfamilie
$\underline{\boldsymbol{\theta}}$	Modellparameter
$\underline{\boldsymbol{\theta}}_N$	Vektor
$\boldsymbol{\Theta}_N$	Matrix
ϑ_F	Temperatur des Fluids
ϑ_H	Temperatur des Hitzdrahtes
ρ	Dichte des Fluids
$\boldsymbol{\sigma}$	Singulärwerte
$\boldsymbol{\Sigma}$	Singulärwertematrix
τ_w	Wandschubspannung
ω	Kreisfrequenz
$\boldsymbol{\omega}_B$	Bandbreite
$\boldsymbol{\omega}_C$	Durchtrittsfrequenz
$\boldsymbol{\omega}_{HP}$, $\boldsymbol{\omega}_{LP}$, $\boldsymbol{\omega}_{BP}$	Eckfrequenz des Hochpass-, Tiefpass- und Bandpass-Filters
$\boldsymbol{\omega}_P$	Eigenfrequenz des Prozesses
$\boldsymbol{\omega}_{sin}$	Perturbationsfrequenz des Extremwert- bzw. Slope-Seeking-Reglers
Ω	Menge aller Kreisfrequenzen
$\boldsymbol{\Omega}_m$	Frequenzbereich, in dem Messrauschen unterdrückt wird
$\boldsymbol{\Omega}_{rd}$	Frequenzbereich mit gewünschter Performance

$\underline{\boldsymbol{\xi}}$	normalverteiltes weißes Rauschen
$\psi = 2\pi f t$	Phasenlage eines harmonischen Signals

Indizes

$(\,)_0$	Startwert
$(\,)_{eff}$	Effektivwert
$(\,)_k$	Zeitindex
$(\,)_{max}$	maximal
$(\,)_{min}$	minimal
$(\,)_n$	nominell
$(\,)_r$	real
$(\,)_{sl}$	Scherschicht (engl. *shear layer*)
$(\,)_{rms}$	quadratischer Mittelwert (engl. *root mean square*)
$(\,)_R$	Wiederanlegepunkt (engl. *reattachment*)
$(\,)_{vs}$	Wirbelstraße (engl. *vortex street*)
$(\,)_W$	Wandbereich
$(\,)_{\delta_1}$	Verdrängungsdicke der Grenzschicht
$(\,)_{\delta_2}$	Impulsverlustdicke der Grenzschicht
$(\,)_\infty$	ungestörter Referenzwert
$\|\ldots\|$	euklidische Norm
$\|\ldots\|_\infty$	H_∞-Norm

Hochgestellte Größen

$(\,)^T$	transponiert
$\overline{(\,)}$	zeitlicher Mittelwert
$\dot{(\,)}$	zeitliche Ableitung
$\hat{(\,)}$	geschätzte Größe
$(\,)^{(+)}$	Wert nach dem „measurement update“ des EKF
$(\,)^{(-)}$	Wert vor dem „measurement update“ des EKF
$(\,)'$	Schwankungsgröße

Abkürzungen

A/D	analog/digital
AR	Längenverhältnis (engl. *aspect ratio*)
CCD	Charge Coupled Device
CTA	Constant-Temperature-Anemometer
D/A	digital/analog
DISO	Double-Input Single-Output
DMS	Dehnungsmessstreifen
DNS	Direkte Numerische Simulation
DSP	Digitaler Signalprozessor
E/A	Eingang/Ausgang

EKF	Erweitertes Kalman-Filter
ER	Erweiterungsverhältnis (engl. *expansion ratio*)
FFT	schnelle Fourier-Transformation (engl. *fast Fourier transform*)
FG	Fachgebiet
HP	Hochpass-Filter (engl. *high-pass filter*)
ILR	Institut für Luft- und Raumfahrt
LES	Large Eddy Simulation
LP	Tiefpass-Filter (engl. *low-pass filter*)
LS	Lautsprecher
LFT	Lineare Fraktional-Transformation
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MRT	Mess- und Regelungstechnik
NP	Nominelle Performance
NS	Nominelle Stabilität
PEM	Prediction Error Methoden
PIV	Particle Image Velocimetry
POD	Proper Orthogonal Decomposition
QFT	Quantitative Feedback Theory
RMS	quadratischer Mittelwert (engl. *root mean square*)
RP	Robuste Performance
RS	Robuste Stabilität
SISO	Single-Input Single-Output
SQP	Sequentielle Quadratische Programmierung
SVD	Singulärwertzerlegung (engl. *singular value decomposition*)
UKF	Unscented Kalman-Filter

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Problemstellung und Motivation

In der Technik gibt es eine Vielzahl von Strömungen, die von dem Phänomen der Ablösung gekennzeichnet sind. So wird beispielsweise die Strömungsablösung bei Kraftfahrzeugen oder Flugzeugen besonders durch die Formgebung beeinflusst. Bei deren Entwicklung gilt es jedoch einen ingenieurmäßigen Kompromiss zwischen strömungsmechanischen und praktischen Anforderungen, wie geringer Widerstand auf der einen und Raumbedarf, Zugänglichkeit, Zuverlässigkeit und vor allem geringen Kosten auf der anderen Seite, zu erzielen. Daher sind zusätzliche Maßnahmen erforderlich, um die Strömungsablösung effektiv zu beeinflussen.

Zur Strömungsablösung kommt es, wenn das wandnahe Fluid nicht in der Lage ist, einen Druckanstieg zu überwinden oder einer geometrischen Erweiterung, wie z. B. einer Stufe oder Kante, zu folgen. Abgelöste Strömungen bilden ein weites Gebiet aus, das Ablösegebiet genannt wird, in denen das Fluid verwirbelt. Dort, wo die Ablösung erfolgt, bilden sich Wirbelschichten, die das Ablösegebiet einrahmen. Diese Wirbelschichten werden auch als Scherschichten bezeichnet. Die Strömung innerhalb des Ablösegebietes ist instationär, häufig durch Periodizität gekennzeichnet und in einigen Fällen auch instabil. Periodische Schwankungen führen zu oszillierender Ablösung und zu periodischen Kräften. Die Ablösung erfasst ein weites Gebiet und beeinflusst auch noch weit im Nachlauf befindliche Körper erheblich.

Abgelöste Strömungen haben je nach Anwendungsfall positive oder negative Effekte. In Brennkammern beispielsweise ist ein definiertes durch Ablösung hervorgerufenes Rezirkulationsgebiet erwünscht, um das Gemisch aus Brennstoff und Luft länger in der Reaktionszone zu halten und so eine vollständige und schadstoffarme Verbrennung zu erreichen. Durch eine Beeinflussung des Rezirkulationsgebietes kann so auf die Verweilzeit des Brennstoffgemisches gezielt Einfluss genommen werden. Als Beispiel für einen negativen Effekt der Ablösung sei das Automobil genannt. Bewegt sich ein Fahrzeug mit z. B. $100\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, entfallen ca. 80% der erforderlichen Motorleistung auf die Überwindung aerodynamischer Kräfte. Sie setzen sich aus Druck- und Reibungsanteilen zusammen, wobei der auf die Strömungsablösung zurückgehende Druckwiderstand maßgeblich in Erscheinung tritt. Als weitere Beispiele für negative Auswirkungen der Strömungsablösung seien Auftriebsreduzierung und Widerstandserhöhung bei Flugzeugtragflügeln oder die Reduzierung des Wirkungsgrades und die Lärmentstehung bei Strömungsmaschinen genannt.

Die Beeinflussung von Ablöseprozessen ist daher schon lange Gegenstand strömungsmechanischer Forschung und Entwicklung. Ziele sind u. a. die Reduzierung des aerodynamischen Widerstandes und des strömungsinduzierten Lärms, die Beeinflussung der Durchmischung oder die Steigerung der Wirkungsgrades. Für die praktische Umsetzung dieser Ziele haben sich in erster Linie passive Beeinflussungsmöglichkeiten durchgesetzt, wobei die benötigte Energie aus

der Strömung gewonnen wird. Als Beispiele für passive Maßnahmen seien die optimale Formgebung sowie das Anbringen von Spoilern, Wirbelgeneratoren, Leitflächen oder Umlenkflügeln genannt.

Eine weitere Verbesserung lässt sich durch die Erweiterung solcher passiven Maßnahmen mit aktiven Beeinflussungsmöglichkeiten erreichen. Hierzu zählen beispielsweise aktive Belüftung des Rezirkulationsgebietes, Einblasen und/oder Absaugen oder akustische Anregung. Ein wesentlicher Vorteil aktiver gegenüber passiver Maßnahmen ist die Anpassung der Beeinflussung an sich verändernde Arbeitspunkte. Demgegenüber steht der Nachteil des zusätzlichen Energieaufwands durch die Verwendung externer Energiequellen, wie z. B. Lautsprechern, Druckluft, Piezo- und Plasmaaktuatoren, u. a.

Einen Überblick über passive Möglichkeiten zur Beeinflussung der Strömung an verschiedenen Konfigurationen gibt [Hucho, 2002]. Da sich diese Arbeit aktiven Beeinflussungsmethoden widmet, sollen nur einige passive Ansätze aufgeführt werden. In [Bearman, 1965] wird ein Teiler (engl. *splitter plate*) zur Widerstandssenkung an einem stumpfen Körper eingesetzt. Die Reduzierung des Widerstandes resultiert dabei aus der Stabilisierung der Nachlaufströmung. Der Einfluss von spannweitig modulierten Abströmkanten am stumpfen Körper auf den Widerstand wird in [Tanner, 1972] untersucht. Eine Beeinflussung der Wirbelablösung an diesen Kanten kann durch Wirbeldisruptoren (siehe [Park *et al.*, 2006]) oder gewellte Abströmkanten (siehe [Tombazis & Bearman, 1997]) erfolgen.

Übersichten zur aktiven Beeinflussung von abgelösten Strömungen sind in [Fiedler & Fernholz, 1990], [Wygnanski & Seifert, 1994], [Gad-el-Hak *et al.*, 1998] oder [Greenblatt & Wygnanski, 2000] zu finden. In [Bearman, 1967] wird der Widerstand eines zweidimensionalen Körpers mit stumpfer Hinterkante durch konstantes Einblasen an der Basis gesenkt. Bei [Huppertz, 2001] kann der Mischungsvorgang bei der transitionellen Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe durch periodisches Anregen an der Stufenkante angefacht und dadurch die Länge des Totwassergebietes verkürzt werden. Eine spannweitig verteilte Anregung an der Hinterkante eines zweidimensionalen stumpfen Körpers wird in [Kim *et al.*, 2004] untersucht. Sowohl in einer Large Eddy Simulation als auch im Experiment wird dort eine Widerstandsreduktion und eine Unterdrückung der Wirbelablösung im Nachlauf erreicht. Eine erste Umsetzung aktiver Strömungsbeeinflussung an einem realen Demonstrator wird in [Wygnanski, 2004] am Beispiel der Auftriebssteigerung durch periodisches Anregen an einem Flugzeug vom Typ XV-15 gezeigt. Numerische Studien der Anregeparameter zur aktiven Beeinflussung der Strömung über einen Hügel (engl. *hump*) erfolgen in [Suzuki, 2006] durch Anwendung der Direkten Numerischen Simulation (DNS). Ein Konzeptauto, das synthetische Jets zur Widerstandsreduktion verwendet, wurde erstmalig auf dem Genfer Autosalon 2006 von Renault vorgestellt (siehe [Renault, 2006]).

Aktive Strömungsbeeinflussung wird in den meisten Veröffentlichungen als reine Steuerung realisiert, bei denen die Aktuation über ein Prozessmodell ermittelt wird. Solche Modelle können z. B. stationäre Kennlinien des Ein-/Ausgangsverhaltens sein oder auch dynamische Übertragungsfunktionen. Die erreichbare Güte einer Steuerung hängt in erster Linie davon ab, wie genau das Modell das reale Prozessverhalten beschreibt. Treten Störungen auf, die bei der Modellierung nicht berücksichtigt wurden, wie z. B. eine Änderung der Umgebungsbedingungen, oder sind Störungen messtechnisch nicht erfassbar, kann dies zu einer eingeschränkten Güte oder zum kompletten Versagen des Steuerungskonzeptes führen.

Bei einer Regelung wird die aktuelle Regelgröße (Istwert) zurückgeführt und mit der Führungsgröße (Sollwert) verglichen. Aus diesem Abgleich ermittelt der Regler den Stelleingriff. Äußere Störungen können somit ausgeglichen werden. Für den Reglerentwurf genügen dabei

oft einfache Modelle, um das Prozessverhalten zu approximieren. Als Nachteile einer Regelung sind der zum Teil nicht unerhebliche Aufwand bei der Reglersynthese und die Notwendigkeit einer online-fähigen Messtechnik zur Bestimmung der Regelgröße zu nennen. Dies sind zum Teil auch Gründe dafür, dass Regelungen im Vergleich zu Steuerungen bisher eher selten zur aktiven Strömungsbeeinflussung eingesetzt werden. Regelungen sind aber gerade dann nötig, wenn auf Systemunsicherheiten und äußere, nicht messbare Störungen reagiert werden soll. Besonders im Hinblick auf die in den letzten Jahren zunehmende Verschärfung der Lage auf den Energiemärkten kann der Einsatz von Regelungen einen Beitrag dazu leisten, Prozesse wirtschaftlich effizient zu betreiben und somit wertvolle Energie einzusparen. Ein Überblick zur Regelung von Strömungsprozessen ist in Abschnitt 2.1 enthalten.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Das Fernziel dieser Arbeit ist der Aufbau von Strömungsregelungen an sich gegenseitig beeinflussenden Kraftfahrzeugen im Straßenverkehr. Hierbei bringt ein vorausfahrendes Fahrzeug im regelungstechnischen Sinn Störungen in die Strömung ein. Solche Störungen sind in Form von strömungsinduzierten Lärm oder Druckschwankungen an der Front des hinterherfahrenden Fahrzeugs bemerkbar und schränken den Fahrkomfort erheblich ein. Gelingt es jedoch, solche Störungen durch die Anwendung regelungstechnischer Methoden, wie z. B. modellbasierte Sensoren, rechtzeitig zu erkennen, können deren Auswirkungen durch darauf basierende Regelungen effizient gedämpft werden. Dabei können Sensorinformationen des vorausfahrenden zur Regelung des hinterherfahrenden Fahrzeuges genutzt werden und umgekehrt. In dieser Arbeit sollen daher regelungstechnische Methoden aufgebaut werden, um der Vision, der Strömungsregelung mehrerer, sich gegenseitig beeinflussender Kraftfahrzeuge im Straßenverkehr, einen Schritt näher zu kommen. Eine entsprechende grafische Darstellung zeigt Bild 1.2.

Zum Aufbau von Methoden werden zunächst einfache Strömungsprobleme, wie die Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe oder über einen stumpfen Körper, betrachtet. Die Stufenströmung ist ein klassisches Beispiel für eine einseitige, geometrisch fixierte Ablösung an der oberen Stufenkante. Der zweidimensionale stumpfe Körper zeigt dagegen eine zweiseitige Ablösung an den Hinterkanten, wobei die Scherschichten in Interaktion miteinander treten und es zur Ausbildung der von Kármánschen Wirbelstraße kommt. Die an einfachen Strömungskonfigurationen entwickelten Methoden bilden die Grundlage, um auch komplexere Ablösevorgänge regeln zu können. Dazu zählt u. a. das zur Untersuchung der Strömung von Kraftfahrzeugen häufig vorgeschlagene generische Fahrzeugmodell des Ahmed Körpers, das durch eine dreidimensionale Strömungsablösung geprägt ist. Eine Tandemkonfiguration, bestehend aus zwei hintereinander angeordneten und sich gegenseitig beeinflussenden stumpfen 2D Körpern, eignet sich hervorragend, um erste Ansätze bezüglich der gegenseitigen Beeinflussung zu untersuchen und Machbarkeitsstudien durchzuführen.

In den meisten Forschungsarbeiten zur Strömungsregelung werden Simulationsstudien eingesetzt. Simulationen sind aber nicht in der Lage, reale gestörte Systeme naturgemäß wiederzugeben. Des Weiteren werden in solchen Arbeiten oft nicht realisierbare Aktuator- und Sensorkonzepte verwendet. Deshalb ist ein wesentliches Anliegen dieser Arbeit, Regler zu synthetisieren, die im Experiment validiert werden und auch unter experimentellen Randbedingungen und beim Auftreten von realen Störungen arbeiten.

Bei der regelungstechnischen Modellbildung sollen insbesondere die Möglichkeiten von blackbox Modellen für Strömungskonfigurationen aufgezeigt werden. Die vorliegende Arbeit versucht auch Erkenntnisse aus niederdimensionalen Modellen, namentlich Wirbelmodellen, zum Aufbau

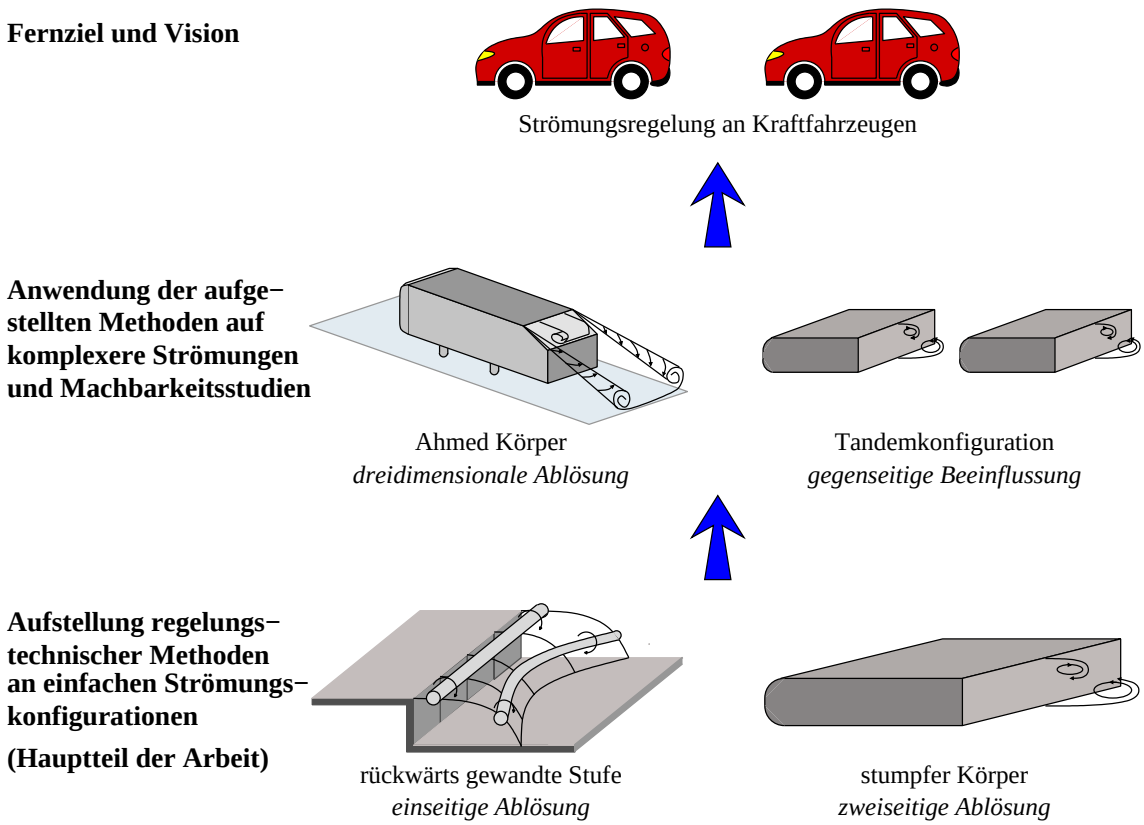

Bild 1.1: Aufbau, Einordnung und Fernziel der Arbeit.

von physikalisch motivierten Regelungen zu nutzen. Neben der Anwendung von black- und grey-box Modellen zur Reglersynthese werden modellgestützte Messverfahren basierend auf empirischen Modellen zur Schätzung von Zustandsgrößen in Echtzeit herangezogen. Letztlich sollen modellfreie adaptive Regelungsverfahren, wie Extremwert- oder Slope-Seeking-Regler, hinsichtlich ihrer Eigenschaften zur Regelung von Strömungsprozessen oder zur automatischen Suche optimaler Anregeparameter an verschiedenen Konfigurationen eingesetzt werden. Eine kurze Übersicht aller verwendeten Methoden aus dem Bereich der Regelungstechnik sowie ein Überblick zum Stand der Forschung auf dem Gebiet der Strömungsregelung ist in Kapitel 2 enthalten.

Da diese Arbeit im interdisziplinären Umfeld zwischen Regelungstechnik und Strömungsmechanik angesiedelt ist, befindet sich direkt im Anschluss im Kapitel 3 ein kurzer Überblick über einige Grundlagen der Strömungsmesstechnik.

An den einfachen Strömungskonfigurationen, rückwärts gewandte Stufe und zweidimensionaler stumpfer Körper, sollen regelungstechnische Methoden aufgebaut und experimentell validiert werden. Aufgrund der unterschiedlichen Geometrie treten zum Teil sehr verschieden ausgeprägte Ablösungserscheinungen und Ausprägungen des Ablösegebietes auf. Das erfordert jeweils an die Konfigurationen angepasste regelungstechnische Herangehensweisen in der Wahl der Aktuations- und Sensorkonzepte als auch in den Regelungsstrategien.

Im Kapitel 4 wird an der rückwärts gewandten Stufe demonstriert, dass die im Eingrößenfall entwickelten Methoden zur gezielten Einstellung eines Ablösegebietes im Stufennachlauf (siehe dazu [Becker *et al.*, 2005]), auch auf den Mehrgrößenfall übertragbar sind. Durch Einstellung einer verteilten Anregung an der Stufenkante sollen zweidimensionale Strukturen der Wieder-

anlegelinie erzeugt werden. Darüber hinaus sollen neue online-fähige Methoden zur schnelleren Erfassung einer Ersatzregelgröße für den SISO-Fall aufgebaut und getestet werden.

Der zweidimensionale stumpfe Körper wird zunächst hinsichtlich einer effizienten aktiven Strömungsbeeinflussung zur Widerstandsreduzierung untersucht. Darauf aufbauend werden verschiedene regelungstechnische Methoden zur Regelung der abgelösten Strömung verwendet, experimentell getestet, analysiert und miteinander verglichen. Die Arbeiten am zweidimensionalen stumpfen Körper sind in Kapitel 5 zusammengefasst.

Inwieweit sich die an der rückwärts gewandten Stufe und dem zweidimensionalen stumpfen Körper entwickelten Methoden auch zur Regelung von komplexeren Konfigurationen nutzen lassen, wird in Kapitel 6 untersucht. Am Beispiel des dreidimensionalen Ahmed Körpers ist es das Regelungsziel, den aerodynamischen Widerstand zu reduzieren. Dabei werden empirische black-box Ansätze und modellfreie adaptive Regelungen eingesetzt.

Schließlich soll ebenfalls in Kapitel 6 eine Erweiterung der Komplexität durch die Betrachtung mehrerer stumpfer Körper in der Strömung erfolgen. Neben einer strömungsmechanischen Charakterisierung erfolgt im Sinne einer Machbarkeitsstudie die Entwicklung regelungstechnischer Ansätze zur Reduzierung der vom stromauf liegenden Körper eingebrachten Störeinflüsse auf den stromab liegenden Körper. Dies schließt auch die experimentelle Implementierung eines von Kooperationspartnern entwickelten 2D Wirbelmodells zur Echtzeitberechnung des 2D Druck- und Wirbelfeldes der natürlichen Strömung um den stromab liegenden Körper ein. Den Abschluss der Arbeit bildet Kapitel 7 mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

Kapitel 2

Regelungstechnische Methoden

In diesem Kapitel werden die regelungstechnischen Methoden zusammengefasst, die zum Aufbau der später vorgestellten Regelungen herangezogen werden. Den Möglichkeiten der mathematischen Formulierung von regelungstechnischen Modellen, die die Grundlage für die meisten Reglerentwurfsverfahren bilden, widmet sich Abschnitt 2.2, nachdem in Abschnitt 2.1 zunächst ein Überblick über bereits veröffentlichte Ansätze zur Strömungsregelung gegeben wird. Zudem werden in Abschnitt 2.2 Verfahren zur Modellidentifikation aus experimentell gewonnenen Daten präsentiert.

Eine Möglichkeit, aus Messdaten messtechnisch unzugängliche Zustandsgrößen in Echtzeit zu schätzen, bietet der modellbasierte Ansatz des Kalman Filters, der in Abschnitt 2.3 behandelt wird.

Schwerpunkt dieses Kapitels bilden die Methoden zur Reglersynthese. Es werden hierzu in Abschnitt 2.4 zwei robuste Verfahren vorgeschlagen, und in Abschnitt 2.5 erfolgt die Vorstellung nichtlinearer adaptiver Ansätze zur gradientenbasierten Regelung.

2.1 Regelung von Strömungsprozessen

Regelungen haben den Vorteil, auf Störungen und Modellunsicherheiten zu reagieren und die Effizienz der Strömungsbeeinflussung durch zusätzliche Freiheitsgrade im Reglerentwurf zu steigern. Voraussetzung für die meisten Regelungen ist jedoch eine mathematische Beschreibung des Prozesses oder ein konzeptionelles Modell, über welches Effekte der Anregung und deren Auswirkung auf Messgrößen miteinander in Beziehung stehen. Darüber hinaus ist eine onlinefähige Messtechnik zur Erfassung einer Regelgröße nötig. Ist dies nicht realisierbar, kann eine Ersatzregelgröße, welche die eigentliche Regelgröße gut charakterisiert, zur Regelung verwendet werden. Zunehmend haben sich modellgestützte Messverfahren zur Schätzung messtechnisch unzugänglicher Zustandsgrößen bewährt.

Auch ohne explizites Prozessmodell kann eine Regelung zur Lösung einer Problemstellung eingesetzt werden. Da das stationäre Ein-/Ausgangsverhalten (E/A-Verhalten) vieler Strömungsprozesse durch Optima gekennzeichnet ist, ermöglichen gradientenbasierte Regler die Adaption optimaler Anregeparameter an die jeweiligen Betriebsbedingungen. In [Henning & King, 2005], [Beaudoin *et al.*, 2006], [Henning *et al.*, 2007] oder [Pastoor *et al.*, 2008] werden solche Ansätze zur Reduzierung des aerodynamischen Widerstandes von stumpfen Körpern im Experiment verwendet. Es kommen z. B. Extremwert-Regler zum Einsatz, um ein ausgeprägtes Maximum oder Minimum im stationären Kennfeld zu finden. Ein weiteres Beispiel ist die Anpassung der Höhe und damit der Resonanzfrequenz eines Helmholtz-Resonators zur Steigerung des Druckrückgewinns bei einer ablösenden Diffusorströmung [Garwon *et al.*, 2003]. Die Autoren in [Moeck *et al.*, 2007] schlagen zur Dämpfung von thermoakustischen Instabilitäten

in einer Brennkammer einen zweischleifigen Extremwert-Regelkreis vor, mit dem gleichzeitig zwei Anregeparameter optimal eingestellt werden. Ist die optimale Anregung im stationären Kennfeld durch ein Plateau gekennzeichnet, ist das sog. Slope-Seeking eine geeignete Methode zur Adaption. Diese wird zur Regelung der Ablösung an einem Hochauftriebsflügel in [Becker *et al.*, 2007] verwendet, um so den Auftrieb zu steigern und den Widerstand zu reduzieren.

Modellbasierte Regelungen von Strömungsprozessen können nach dem verwendeten Ansatz zur Modellierung wie folgt unterteilt werden:

- Regelungen auf Basis von physikalischen Strömungsmodellen, z. B. der Navier-Stokesschen-Gleichung,
- Regelungen auf Basis von niederdimensionalen oder grey-box Modellen,
- Regelungen auf Basis von empirischen, z. B. black-box Modellen.

Auf diese wird im Folgenden näher eingegangen.

Physikalische Strömungsmodelle: Auf der Navier-Stokesschen Gleichung basierende Modelle erlauben eine detaillierte Beschreibung des Strömungsprozesses. Auf solchen Modellen synthetisierte Regler liegen als numerische Lösung einer Optimierung oder als hochdimensionale Zustandsraummodelle vor. Der hohe numerische Aufwand, der mit solchen Regelungen verbunden ist, ist sicherlich der wesentlichste Grund, weshalb solche Ansätze schwer in Echtzeit realisierbar und bisher ausschließlich Simulationsstudien vorbehalten sind.

Des Weiteren werden oft Aktuations- und Sensorkonzepte vorgeschlagen, die sich nicht in die Praxis übertragen lassen. Als Beispiele seien die numerischen Arbeiten in [Choi *et al.*, 1994], [Bewley & Liu, 1998] oder [Koumoutsakos, 1999] genannt, die Kanalströmungen untersuchen. In der ersten Arbeit gelingt eine 25%ige Reduzierung des Strömungswiderstandes mit einem einfachen Proportional-Regler. Dabei wird jedoch von einer Online-Messung des gesamten Strömungsfeldes ausgegangen. Mit den Simulationen in [Koumoutsakos, 1999] wird eine Reduzierung des Widerstandes durch einen adaptiven Regler erzielt, der aus Druckinformationen über die gesamte Kanalwand eine örtlich verteilte Anregung errechnet. Das gleiche Aktuator- und Sensorkonzept wird in [Bewley & Liu, 1998] zur Unterdrückung bzw. Stabilisierung von Störungen mittels optimalen und robusten Reglern verwendet. Die Rekonstruktion des Strömungszustandes erfolgt dabei mittels modellbasierten Messverfahren auf Basis der Direkten Numerischen Simulation (DNS). In [Chevalier *et al.*, 2006] wird ebenfalls das Konzept der Zustandsrekonstruktion verwendet. Hierbei kommen ein lineares sowie ein erweitertes Kalman Filter zur Zustandsschätzung in Grenzschichten auf Basis der Navier-Stokesschen Gleichung zum Einsatz.

Das in [Alam *et al.*, 2006] vorgeschlagene Aktuator- und Sensorkonzept ist hinsichtlich einer experimentellen Umsetzung viel versprechend. In einer DNS werden die Ablösung von zweidimensionaler Kanal- und Stufenströmung geregelt. Das Regelgesetz basiert auf einer örtlich verteilten Messung der Wandschubspannung, und zur Anregung werden lediglich zwei Aktuatoren verwendet.

Niederdimensionale Strömungsmodelle: Niederdimensionale oder grey-box Modelle sind vereinfachte Modelle, die nur relevante Grobstrukturen der Strömung auflösen. Die bekanntesten Vertreter basieren auf niederdimensionalen Wirbel- und POD-Verfahren (engl. *proper orthogonal decomposition*), welche die Grobstrukturen der Strömung explizit als Bindeglieder zwischen Systemeingang und -ausgang beschreiben. POD-Verfahren sind zur modellbasierten Strömungs-

regelung für eine Reihe von verschiedenen Konfigurationen eingesetzt worden. Dabei werden jedoch sehr einfache Strömungsgeometrien betrachtet, z. B. der Nachlauf eines Kreiszylinders [Gerhard *et al.*, 2003; Tadmor *et al.*, 2003; Siegel *et al.*, 2004; Noack *et al.*, 2005; King *et al.*, 2005; Bergmann *et al.*, 2005], die Tragflügelumströmung [Glauser *et al.*, 2004] oder die Strömung über eine Kavität [Samimy *et al.*, 2004].

Die Umsetzung dieser Regelungen findet in erster Linie in der numerischen Simulation statt, und es existieren nur wenige experimentelle Arbeiten. Als ein Beispiel sei die Regelung der Strömung im Nachlauf eines Zylinders in [Siegel *et al.*, 2003] genannt. Die Modellierung gelingt durch die Beschreibung der Kinematik des Strömungsfeldes mittels örtlicher POD-Moden. Der Reglerentwurf erfolgt empirisch, d. h. ohne Anwendung regelungstechnischer Methoden. Zudem schlagen die Autoren in [Cohen *et al.*, 2006] auch neuronale Netze zur modellbasierten Strömungsregelung vor.

POD-Verfahren eignen sich aufgrund ihrer mathematischen Struktur gut für den Reglerentwurf im Zustandsraum. Im Gegensatz dazu sind Wirbelverfahren wegen des fortlaufenden Löschens und Hinzufügens von Wirbelpositionen und damit Zustandsgrößen für die meisten dieser Entwurfsverfahren eher ungeeignet. Wirbelverfahren besitzen jedoch gegenüber den POD-Verfahren den Vorteil, dass sie eine größere dynamische Bandbreite abdecken und sich daraus physikalisch motivierte Regelungen ableiten lassen. Ein solches Vorgehen wird in [Henning *et al.*, 2007] oder [Pastoor *et al.*, 2008] gezeigt, wo experimentelle Phasenregelungen zur Synchronisation des Nachlaufes hinter einem stumpfen Körper vorgestellt werden.

Empirische black-box Modelle: Black-box Modelle sind reduzierte, empirische Modelle, die lediglich des E/A-Verhalten eines Prozesses beschreiben. Der Forderung nach genauer Auflösung der Strömungsprozesse mit den oben als Erstes genannten, meist hochdimensionalen und rechenintensiven Modellen steht die Anwendbarkeit von Reglerentwurfsmethoden gegenüber. Die Möglichkeit der echtzeitfähigen Applikation ist meist erst bei hinreichend niederdimensionalen Systemen gegeben, aus denen sich entsprechend einfache Regelgesetze ableiten lassen. Die vergleichsweise wenigen experimentellen Validierungen von geschlossenen Regelkreisen bauen daher meist auf black-box Ansätzen auf.

Die Autoren in [Cabell *et al.*, 2002] berichten über die Regelung von strömungsinduzierten Tönen an einer Kavität bei verschiedenen Mach-Zahlen. Zur Regelung wird ein optimaler Riccati-Regler eingesetzt, wobei zur Rekonstruktion des Zustandsvektors ein Kalman-Filter verwendet wird, dessen Entwurf auf der Grundlage experimenteller Daten erfolgt. In [Allan *et al.*, 2000] erfolgt ein klassischer regelungstechnischer Ansatz, indem mit Hilfe eines I-Reglers das Ablösegebiet an einem Tragflügelprofil geregelt wird. Eine im Bereich der aktiven Lärmminderung oft verwendete adaptive Steuerung wird von [Baumann & Nitsche, 1996] und [Evert *et al.*, 2000] zur Dämpfung von Tollmien-Schlichting Wellen im Experiment verwendet. Während [Evert *et al.*, 2000] nichtlineare black-box Modelle, sog. Volterra-Filter verwenden, approximieren die anderen Autoren das Übertragungsverhalten einer Flügelgrenzschicht mit linearen black-box Ansätzen unter Verwendung der sog. „filtered-x-LMS“ Methode. In [Wu & Breuer, 2006] wird dieses Verfahren zur Dämpfung kohärenter Strukturen in turbulenten Wandgrenzschichten angewendet und damit eine Widerstandsreduzierung erreicht.

Reglerentwürfe auf der Basis experimentell ermittelter Übertragungsfunktionen zur Regelung der Wiederanlegelänge stromab einer rückwärts gewandten Stufe werden von [Becker *et al.*, 2005], [Becker & King, 2006], [King *et al.*, 2004] und [Henning & King, 2007] vorgestellt. Robuste Regler ermöglichen in diesen Arbeiten die gezielte Einstellung der Wiederanlegelänge und die Kompensation von Störungen durch periodisches Anregen der Scherschicht

bei Reynolds-Zahlen bis zu 25 000. Als Stellgröße wird die Anregeamplitude des harmonischen Anregesignals eingestellt. Ein adaptiver Regler, der neben der Aktuationsamplitude auch die Aktuationsfrequenz anpasst, wird von [Garwon & King, 2006] vorgestellt. Ein ähnliches Vorgehen zur Stabilisierung des Druckwiderstandes eines stumpfen Körpers bei Reynolds-Zahlen bis zu 60 000 wird in [Henning *et al.*, 2007] vorgeschlagen. In [Rowley *et al.*, 2006] können durch eine Regelung auf Basis einfacher linearer black-box Modelle die Rossiter-Moden der Strömung über eine Kavität im Experiment unterdrückt werden.

In den genannten Arbeiten werden einzelne Strömungskonfigurationen geregelt. Eine experimentelle Regelung, bei Betrachtung zweier sich gegenseitig beeinflussender Körper, wird in [Zhang *et al.*, 2006] vorgestellt. Durch aktive Strömungsbeeinflussung an der Anströmkante eines Flügels gelingt die Reduzierung von Druckschwankungen auf der Profilnase. Dabei werden die Druckschwankungen durch Nachlaufwirbel eines Zylinders, der sich stromauf des Flügels befindet, induziert.

2.2 Regelungstechnische Modelle und Identifikation

Ausgangspunkt für die später vorgestellten regelungstechnischen Methoden zur modellbasierten Reglersynthese ist eine mathematische Beschreibung der betrachteten Prozesse. Es werden im Folgenden die Konzepte der Zustandsraumdarstellung und der Übertragungsfunktion, sowie eine Erweiterung zur Beschreibung nichtlinearer Prozesscharakteristika, das sog. Hammerstein-Modell, vorgestellt.

Zur Beschreibung der Prozesse werden in dieser Arbeit unter anderem black-box Modelle verwendet. In sie fließt wenig Wissen über das System ein, und sie werden auf rein experimentellem Weg bestimmt. Die black-box Modellierung bietet sich immer dann an, wenn wenig Zeit für die Modellierung zur Verfügung steht, wenig Wissen für eine theoretisch fundierte physikalische Modellbildung vorliegt oder die theoretisch abgeleitete Modellstruktur zu komplex ist. Letzteres gilt insbesondere für die hier betrachteten Strömungsprozesse.

Solche black-box Modelle werden mit Hilfe von Identifikationsverfahren aus gemessenen Verläufen der E/A-Größen und unter Umständen einer a priori getroffenen Annahme bzgl. der Modellstruktur ermittelt. Sowohl die mathematische Struktur als auch die Modellparameter dienen dabei zur Approximation des Prozessverhaltens und haben keine physikalische Relevanz. Zwei im Rahmen dieser Arbeit verwendete Verfahren zur Identifikation, namentlich die *Prediction Error*-Methoden und die *Subspace*-Methoden, werden in Abschnitt 2.2.2 vorgestellt.

2.2.1 Mathematische Formulierung regelungstechnischer Systeme

Die allgemeine, zeitkontinuierliche Zustandsraumdarstellung lautet

$$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) = \underline{\boldsymbol{g}}(\underline{\boldsymbol{x}}(t), \underline{\boldsymbol{u}}(t), \underline{\boldsymbol{\theta}}, t) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{x}}(t=0) = \underline{\boldsymbol{x}}_0 \quad , \tag{2.1}$$

$$\underline{\boldsymbol{y}}(t) = \underline{\boldsymbol{h}}(\underline{\boldsymbol{x}}(t), \underline{\boldsymbol{u}}(t), \underline{\boldsymbol{\theta}}, t) \quad . \tag{2.2}$$

Dabei wird die zeitliche Entwicklung des Zustandsvektors $\underline{\boldsymbol{x}}(t)$ in Abhängigkeit von der vektoriellen Eingangs- bzw. Stellgröße $\underline{\boldsymbol{u}}(t)$, den zeitinvarianten Modellparametern $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ und der Zeit t durch die vektorielle Zustandsdifferentialgleichung Gl. (2.1) beschrieben. Die zeitliche Entwicklung der vektoriellen Ausgangs- bzw. Messgröße $\underline{\boldsymbol{y}}(t)$ beschreibt die Messgleichung Gl. (2.2). Ein Spezialfall zur Approximation realer Prozesse bildet die Darstellung eines linearen, zeit-

kontinuierlichen Zustandsraummodells

$$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) = \boldsymbol{A}\underline{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{B}\underline{\boldsymbol{u}}(t) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{x}}(t=0) = \underline{\boldsymbol{x}}_0 \quad , \tag{2.3}$$

$$\underline{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{C}\underline{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{D}\underline{\boldsymbol{u}}(t) \quad , \tag{2.4}$$

mit den zeitinvarianten Matrizen $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{D}$. Das Übertragungsverhalten des linearen Zustandsraummodells in Gl. (2.3) und Gl. (2.4) lässt sich für verschwindende Anfangsbedingungen $\underline{\boldsymbol{x}}(t=0) = \underline{\boldsymbol{0}}$ nach der Laplace-Transformation in den Bildbereich mit der komplexen Variable s kompakt als rationale Übertragungsmatrix $\boldsymbol{G}(s)$ in

$$\begin{aligned} \underline{Y}(s) &= \boldsymbol{G}(s)\underline{U}(s) \\ &= \left[\boldsymbol{C}[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{D}\right]\underline{U}(s) \end{aligned} \tag{2.5}$$

angeben. Hierbei wird nur das E/A-Übertragungsverhalten zwischen $\underline{U}(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{u}}(t)\}$ und $\underline{Y}(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{y}}(t)\}$ beschrieben, ohne die durch die Zustände modellierte innere Struktur explizit zu berücksichtigen. Der Frequenzgang des Übertragungssystems ergibt sich aus $\boldsymbol{G}(s = j\omega)$.

In der Anwendung werden die Messwerte zeitdiskret durch Abtastung des Verlaufs kontinuierlicher Größen mit einer Abtastzeit Δt_s erfasst. Die Stellgrößen werden zwischen den Abtastzeitpunkten mittels eines Halteglieds nullter Ordnung (engl. *zero order hold*) auf einem konstanten Wert gehalten. Es kann gezeigt werden, dass es sich bei der Abtastung um eine lineare Operation handelt, sodass sich für lineare, zeitkontinuierliche Systeme im abgetasteten Fall lineare, zeitdiskrete Modelle angeben lassen. Entsprechende Ausführungen sind z. B. in [Unbehauen, 1997] oder [Lunze, 2002] zu finden.

Zur Beschreibung von Prozessen mit eingangsseitigen nichtlinearen stationären Verhalten, deren Dynamik getrennt davon ist und eine lineare Charakteristik besitzt, kann das Hammerstein-Modell verwendet werden (siehe z. B. [Zhu, 2001]). Die eingangsseitige Nichtlinearität wird durch stationäre Kennlinien $\underline{\boldsymbol{v}} = \underline{\boldsymbol{f}}(\underline{\boldsymbol{u}})$ charakterisiert. Daran schließt sich ein lineares dynamisches System, gegeben durch die Übertragungsmatrix $\boldsymbol{G}(s)$ mit $\underline{Y}(s) = \boldsymbol{G}(s)\underline{V}(s)$, an. Eine entsprechende schematische Darstellung für einen Pfad der Regelstrecke ist in Bild 2.1 zu sehen.

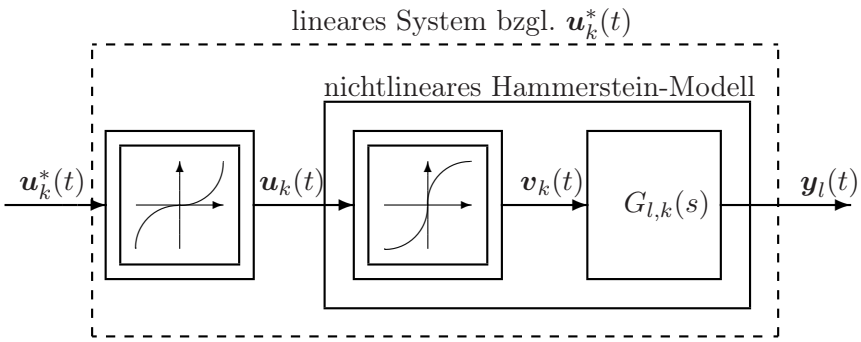

Bild 2.1: Blockschaltbild eines Hammerstein-Modells mit Kompensation der Eingangsnichtlinearität für einen Teil der Regelstrecke.

Mittels einer Kompensation der von der linearen Dynamik unabhängigen, nichtlinearen Charakteristik kann für solche Übertragungsglieder ein insgesamt lineares Verhalten erzielt werden. Dazu werden die Inversen $\boldsymbol{F}_{inv} = \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{f}_1^{-1}, \ldots, \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{m}}^{-1}\right)$ der nichtlinearen stationären Kennlinien vor die Strecke geschaltet und eine künstliche Stellgröße $\underline{\boldsymbol{u}}^*(t)$ eingeführt, für die $\underline{\boldsymbol{u}}^*(t) = \underline{\boldsymbol{v}}(t)$ gilt. Bezüglich der rechnerischen Stellgröße $\underline{\boldsymbol{u}}^*(t)$ liegt dadurch ein lineares Übertragungsverhal-

ten $\underline{Y}(s) = \boldsymbol{G}^*(s)\underline{U}^*(s) = \boldsymbol{G}^*(s)\underline{V}(s)$ vor. Die inversen stationären Kennlinien in $\boldsymbol{F}_{inv}$ können als Funktionen oder als tabellarische Kennfelder (engl. *look-up table*) implementiert werden. Liegt keine oder eine geringe Querkopplung zwischen den einzelnen E/A-Größen vor, ist es ausreichend, nur die Diagonalelemente der Matrix $\boldsymbol{F}_{inv}$ zu besetzen. Anderenfalls ist für eine vollständige Kompensation der Querkopplung eine vollbesetzte Matrix nötig. Für eine darauf aufbauende Reglersynthese muss dann bei exakter Kompensation nur noch das Modell $\boldsymbol{G}^*(s)$ für die lineare Dynamik des ursprünglichen Hammerstein-Modells betrachtet werden.

2.2.2 Identifikation von black-box Modellen

In dieser Arbeit werden zwei verschiedene Verfahren zur Identifikation von black-box Modellen verwendet. Beide Methoden eignen sich zur Identifikation von linearen, zeitdiskreten Ein- und Mehrgrößensystemen mit deterministischen Testsignalen. Die *Prediction Error*-Methoden (PEM) stellen dabei einen eher klassischen Ansatz dar. Die wesentlich jüngeren *Subspace*-Methoden haben viele Vorteile gegenüber den PEM, sie sind aber mathematisch komplexer. Nach der Identifikation können die gefundenen zeitdiskreten Modelle einfach in das oben dargestellte zeitkontinuierliche Modell (Gl. (2.3) und Gl. (2.4)) umgewandelt werden.

Prediction Error-Methoden

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen ist die allgemeine Gleichung eines linearen zeitdiskreten Mehrgrößensystems

$$\underline{\boldsymbol{y}}(k) \;=\; \boldsymbol{G}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\underline{\boldsymbol{u}}(k) + \boldsymbol{H}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\underline{\boldsymbol{\xi}}(k) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{u}} \in \mathcal{R}^{\boldsymbol{m}},\, \underline{\boldsymbol{y}} \in \mathcal{R}^{\boldsymbol{o}} \tag{2.6}$$

mit dem Verschiebeoperator q^{-1}, dem diskreten weißen Rauschen $\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)$ und den zu identifizierenden Parametern im Vektor $\underline{\boldsymbol{\theta}}$. Eine schematische Abbildung des Systems ist in Bild 2.2 zu sehen. $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{H}$ stellen Matrizen von asymptotisch stabilen Übertragungsfunktionen dar, für die die Bedingungen gelten, dass $\boldsymbol{G}(0,\underline{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{0}$ und $\boldsymbol{H}(0,\underline{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{I}$ ist. Das bedeutet, dass zur Bestimmung von $\underline{\boldsymbol{y}}(k)$ nur alte Eingangswerte $\underline{\boldsymbol{u}}(l)$ mit $l < k$, aber aktuelle Störungen $\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)$ eingehen. Die diskreten E/A-Daten liegen in vektorieller Form vor:

$$\big(\underline{\boldsymbol{u}}(k),\underline{\boldsymbol{y}}(k)\big)_{k=1}^{n} \;=\; \big(\underline{\boldsymbol{u}}(1),\underline{\boldsymbol{y}}(1)\ldots\underline{\boldsymbol{u}}(n),\underline{\boldsymbol{y}}(n)\big) \quad .$$

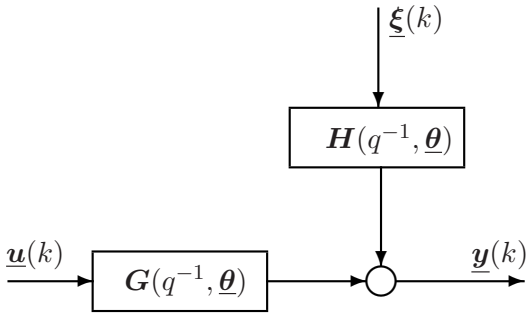

Bild 2.2: Schematische Darstellung des zeitdiskreten Mehrgrößensystems mit weißer Störung.

Ziel der Prediction Error-Methoden (PEM) ist es, die Modellparameter $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ so zu bestimmen, dass eine optimale Vorhersage des Modellverhaltens gelingt. Dazu wird zunächst ein optima-

ler Prädiktor $\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)$ gesucht, der aus alten Messwerten bis zum Zeitpunkt $k-1$ den Wert von $\underline{\boldsymbol{y}}(k)$ zum Zeitpunkt k vorhersagt. Der Prädiktionsfehler ist die Differenz zwischen dem tatsächlichen gemessenen Systemausgang $\underline{\boldsymbol{y}}$(k) und dem mit dem optimalen Prädiktor bestimmten Ausgangswert $\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)$ und ist definiert als

$$\underline{\boldsymbol{e}}(k) = \underline{\boldsymbol{y}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k) \quad . \tag{2.7}$$

Gl. (2.6) lässt sich umformen in

$$\underline{\boldsymbol{y}}(k) = \underbrace{\boldsymbol{H}^{-1}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\boldsymbol{G}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\underline{\boldsymbol{u}}(k) + \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}^{-1}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\right]\underline{\boldsymbol{y}}(k)}_{\underline{\boldsymbol{z}}(k)} + \underline{\boldsymbol{\xi}}(k) \tag{2.8}$$

wobei $\underline{\boldsymbol{z}}(k)$ mit denen für $\boldsymbol{G}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})$ und $\boldsymbol{H}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})$ getroffenen Annahmen nur eine Funktion aus alten Werten ist. Damit sind $\underline{\boldsymbol{z}}(k)$ und der aktuelle Wert des weißen Rauschens $\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)$ unkorreliert. Der optimale Prädiktor $\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}$ muss so beschaffen sein, dass die Kovarianzmatrix des Prädiktionsfehlers minimal ist, also

$$\min \boldsymbol{E}\left\{\underline{\boldsymbol{e}}(k)\underline{\boldsymbol{e}}^T(k)\right\} \tag{2.9}$$

gilt. Mit Gl. (2.7) und Gl. (2.8) folgt für die Kovarianzmatrix des Prädiktionsfehlers

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}\left\{\underline{\boldsymbol{e}}(k)\underline{\boldsymbol{e}}^T(k)\right\} &= \boldsymbol{E}\left\{\left(\underline{\boldsymbol{z}}(k) + \underline{\boldsymbol{\xi}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)\right)\left(\underline{\boldsymbol{z}}(k) + \underline{\boldsymbol{\xi}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)\right)^T\right\} \\
&= \boldsymbol{E}\left\{\left(\underline{\boldsymbol{z}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)\right)\left(\underline{\boldsymbol{z}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)\right)^T\right\} + \boldsymbol{E}\left\{\left(\underline{\boldsymbol{z}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)\right)\underline{\boldsymbol{\xi}}^T(k)\right\} + \ldots \\
&\quad + \boldsymbol{E}\left\{\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)\left(\underline{\boldsymbol{z}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)\right)^T\right\} + \boldsymbol{E}\left\{\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)\underline{\boldsymbol{\xi}}^T(k)\right\} \quad .
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Der zweite und dritte Term auf der rechten Seite in Gl. (2.10) verschwinden, da $\underline{\boldsymbol{z}}(k)$ und $\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)$ unkorreliert sind. Des Weiteren ist die mit dem Prädiktor berechnete Ausgangsgröße nicht mit dem aktuellen Wert des diskreten weißen Rauschens korreliert, da diese nur auf Messwerte bis zum Zeitpunkt $k-1$ basieren soll. Der vierte Term der rechten Seite ist unabhängig vom gesuchten Prädiktor $\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k)$. Somit erfolgt die Minimierung nur über den ersten Term. Das Minimum ist gegeben durch

$$\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k) = \underline{\boldsymbol{z}}(k) \quad , \tag{2.11}$$

also ist der gesuchte optimale Prädiktor

$$\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k) = \boldsymbol{H}^{-1}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\boldsymbol{G}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\underline{\boldsymbol{u}}(k) + \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}^{-1}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\right]\underline{\boldsymbol{y}}(k) \quad . \tag{2.12}$$

Der Prädiktionsfehler lautet somit

$$\begin{aligned}
\underline{\boldsymbol{e}}(k) &= \underline{\boldsymbol{y}}(k) - \underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(k) \\
&= \boldsymbol{H}^{-1}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\left(\underline{\boldsymbol{y}}(k) - \boldsymbol{G}(q^{-1},\underline{\boldsymbol{\theta}})\underline{\boldsymbol{u}}(k)\right) \quad .
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Der gesuchte Parametervektor $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ ergibt sich nun aus

$$\underline{\boldsymbol{\theta}} = \arg\min r\left[\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}})\right] \tag{2.14}$$

mit

$$\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}}) = \sum_{k=1}^{n} \underline{\boldsymbol{e}}(k, \underline{\boldsymbol{\theta}}) \underline{\boldsymbol{e}}^T(k, \underline{\boldsymbol{\theta}}) \tag{2.15}$$

wobei $r\left[\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}})\right]$ eine skalarwertige Funktion, z. B.

$$r\left[\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}})\right] = \text{spur}\left[\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}})\right] \tag{2.16}$$

oder

$$r\left[\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}})\right] = \det\left[\boldsymbol{R}_N(\underline{\boldsymbol{\theta}})\right] \tag{2.17}$$

ist.

Da die gesuchten Parameter nichtlinear in $\boldsymbol{G}(q^{-1}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$ bzw. $\boldsymbol{H}(q^{-1}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$ eingehen, müssen gradientenbasierte nichtlineare Methoden (sequentielle quadratische Programmierung (SQP), Newton-Verfahren) zur Lösung des Minimierungsproblems in Gl. (2.14) eingesetzt werden.

Dass durch Anwendung von PEM konsistente Schätzungen erfolgen, wird für schwache Bedingungen in [Zhu, 2001] gezeigt. Ein mathematisch vollständiger Beweis ist in [Ljung, 1999] zu finden. Diesen Quellen ist ebenfalls zu entnehmen, dass für unendlich viele Messpunkte ($n \to \infty$) die biasfreie Schätzung normalverteilt ist. Des Weiteren wird gezeigt, wie sich die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers bestimmen lässt.

In der hier vorliegenden Arbeit wird zur Identifikation mit PEM eine spezielle Struktur der Modellgleichung verwendet, das sog. *output-error* Modell

$$\underline{\boldsymbol{y}}(k) = \boldsymbol{G}(q^{-1}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) \underline{\boldsymbol{u}}(k) + \underline{\boldsymbol{\xi}}(k) \quad , \tag{2.18}$$

wobei kein Störmodell verwendet wird, d. h. $\boldsymbol{H}(q^{-1}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{I}$. Zur Anwendung steht das PEM-Verfahren in der MATLAB® *System Identification Toolbox* zur Verfügung [The MathWorks, 2001].

Subspace-Methoden

Relativ junge Verfahren zur Modellidentifikation stellen die Subspace-Methoden dar. Gegenüber klassischen Parameterschätzverfahren, wie z. B. den oben vorgestellten PEM, weisen Subspace-Verfahren eine Reihe von Vorteilen auf. Zu diesen Vorteilen zählen, dass die Systemordnung $\boldsymbol{n}$ und die Anfangsbedingungen $\underline{\boldsymbol{x}}_0$ des Modells mitgeschätzt werden und nicht vom Anwender festgelegt werden müssen. Des Weiteren führt dieses nicht-iterative Verfahren zur Identifikation eines linearen, zeitdiskreten Zustandsraummodells.

Das Ziel des Verfahrens besteht zunächst darin, aus Messungen der E/A-Größen des Prozesses den von der sog. erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix aufgespannten Unterraum (engl. *subspace*) zu schätzen. Aus den Spaltenvektoren dieser Matrix lassen sich anschließend die Matrizen des Zustandsraummodells bestimmen.

Als kommerzielle Anwendungen stehen derzeit verschiedene Algorithmen zur Verfügung. Zu den bekanntesten gehören MOESP [Verhaegen, 1994], CVA [Larimore, 1990] und N4SID [Van Overschee & DeMoor, 1994]. Letzteres Verfahren wird auch im Rahmen dieser Arbeiten angewendet und steht kommerziell in der MATLAB® *System Identification Toolbox* zur Verfügung [The MathWorks, 2001].

Im Folgenden soll in Anlehnung an [Zhu, 2001] die Grundidee der Identifikation mit den Subspace-Methoden vorgestellt werden. Dazu wird vereinfachend angenommen, dass die E/A-Größen ungestört sind. Den Ausgangspunkt der Identifikation bildet das lineare, zeitdiskrete Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \underline{\boldsymbol{x}}(k+1) &= \boldsymbol{A}\underline{\boldsymbol{x}}(k) + \boldsymbol{B}\underline{\boldsymbol{u}}(k) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{x}}(0) = \underline{\boldsymbol{x}}_0,\ \underline{\boldsymbol{x}}(k) \in \mathcal{R}^{\boldsymbol{n}} \quad , \\ \underline{\boldsymbol{y}}(k) &= \boldsymbol{C}\underline{\boldsymbol{x}}(k) + \boldsymbol{D}\underline{\boldsymbol{u}}(k) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{y}}(k) \in \mathcal{R}^{\boldsymbol{o}},\ \underline{\boldsymbol{u}}(k) \in \mathcal{R}^{\boldsymbol{m}} \quad , \end{aligned} \tag{2.19}$$

dessen Matrizen $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$ und die Systemordnung $\boldsymbol{n}$ zu bestimmen sind. Die zeitdiskreten vektoriellen E/A-Größen sind gegeben durch

$$\left(\underline{\boldsymbol{u}}(k), \underline{\boldsymbol{y}}(k)\right)_{k=1}^{n} = \left(\underline{\boldsymbol{u}}(1), \underline{\boldsymbol{y}}(1) \ldots \underline{\boldsymbol{u}}(n), \underline{\boldsymbol{y}}(n)\right) \quad .$$

Ein grundsätzliches Problem besteht darin, dass $\underline{\boldsymbol{u}}(k)$ und $\underline{\boldsymbol{y}}(k)$ zunächst als Vektoren vorliegen, aus denen schlecht auf die gesuchten Matrizen $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{D}$ geschlossen werden kann. Deshalb wird ausgehend vom Zustandsraummodell Gl. (2.19) eine kompakte Darstellung gewählt, die die E/A-Daten für die verschiedenen Zeitpunkte k mit den Matrizen des Zustandsraummodells verknüpft. Die Matrix-Datengleichung lautet

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{y}}(1) & \ldots & \underline{\boldsymbol{y}}(n-l+1) \\ \underline{\boldsymbol{y}}(2) & & \underline{\boldsymbol{y}}(n-l+2) \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{\boldsymbol{y}}(l-1) & \ldots & \underline{\boldsymbol{y}}(n) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{Y}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{CA} \\ \vdots \\ \boldsymbol{CA}^{l-1} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Gamma}} \underbrace{\left[\underline{\boldsymbol{x}}(1) \ \ldots \ \underline{\boldsymbol{x}}(n-l-1)\right]}_{\boldsymbol{X}} + \ldots \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{D} & \boldsymbol{0} & \ldots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{CB} & \boldsymbol{D} & \ldots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{CA}^{l-2}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{CA}^{l-3}\boldsymbol{B} & \ldots & \boldsymbol{D} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{H}_T} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{u}}(1) & \ldots & \underline{\boldsymbol{u}}(n-l+1) \\ \underline{\boldsymbol{u}}(2) & & \underline{\boldsymbol{u}}(n-l+2) \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{\boldsymbol{u}}(l-1) & \ldots & \underline{\boldsymbol{u}}(n) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{U}} \end{aligned} \tag{2.20}$$

mit einem vom Benutzer festgelegten Index l. Diese Beziehung kann in kompakter Form angeschrieben werden

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\Gamma X} + \boldsymbol{H}_T\boldsymbol{U} \tag{2.21}$$

mit den sog. Block-Hankel-Matrizen $\boldsymbol{Y}$ und $\boldsymbol{U}$ und der erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\Gamma}$.

Im zweiten Schritt wird die Ausgangsdatenmatrix $\boldsymbol{Y}$ additiv zerlegt in eine Summe aus orthogonalen Komponenten. Diese Komponenten enthalten Informationen über den Spaltenraum (Unterraum) der erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\Gamma}$. Somit ist es möglich, aus den E/A-Daten, welche in den Matrizen $\boldsymbol{Y}$ und $\boldsymbol{U}$ enthalten sind, Informationen über das gesuchte System zu erhalten. Folgende RQ-Faktorisierung wird auf die Datenmatrizen $\boldsymbol{Y}$ und $\boldsymbol{U}$ angewendet:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_u & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{R}_{yu} & \boldsymbol{R}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_u \\ \boldsymbol{Q}_y \end{bmatrix} \quad . \tag{2.22}$$

Eine mögliche additive Zerlegung der Ausgangsdatenmatrix $\boldsymbol{Y}$ ist gegeben durch

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}_u^T\boldsymbol{Q}_u\right] + \left[\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}_u^T\right]\boldsymbol{Q}_u \quad . \tag{2.23}$$

Unter Einbeziehung der RQ-Faktorisierung in Gl. (2.22) kann für die Datengleichung Gl. (2.21) geschrieben werden

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\Gamma X} + [\boldsymbol{H}_T \boldsymbol{R}_u]\, \boldsymbol{Q}_u \quad . \tag{2.24}$$

Dass der Unterraum (Spaltenraum) der Matrix $\boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}_u^T \boldsymbol{Q}_u\right]$ aus Gl. (2.23) als auch der Unterraum der Matrix $\boldsymbol{R}_y$ Informationen der erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\Gamma}$ enthalten, wird durch die Ausführungen im Anhang A.2 gezeigt. Somit gilt

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}_u^T \boldsymbol{Q}_u\right] &= \boldsymbol{R}_y \boldsymbol{Q}_y \\ &= \boldsymbol{\Gamma X} \boldsymbol{Q}_y^T \boldsymbol{Q}_y \quad . \end{aligned} \tag{2.25}$$

Durch eine Singulärwertzerlegung (siehe Anhang A.1) der Matrix $\boldsymbol{R}_y$

$$\boldsymbol{R}_y = \boldsymbol{U_n} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{V_n}^T \tag{2.26}$$

ergeben sich die unitären Matrizen $\boldsymbol{U_n}$ und $\boldsymbol{V_n}$ und die Matrix $\boldsymbol{\Sigma}$ mit den Singulärwerten von $\boldsymbol{R}_y$ in den Diagonalelementen. Mit Hilfe dieser Matrizen lassen sich die gesuchten Parameter des Systems schätzen. Es kann gezeigt werden, dass die Anzahl der Singulärwerte ungleich Null dem Rang der Matrix $\boldsymbol{\Gamma}$ entspricht und somit der gesuchten Ordnung $\boldsymbol{n}$ des zu identifizierenden Systems. Aufgrund der oben genannten Beziehungen der Unterräume gilt

$$\operatorname{rang}[\boldsymbol{\Gamma}] = \operatorname{rang}[\boldsymbol{R}_y] = \boldsymbol{n} \tag{2.27}$$

und

$$\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{U_n} = \boldsymbol{\Gamma T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{CT} \\ \boldsymbol{CTT}^{-1}\boldsymbol{AT} \\ \vdots \\ \boldsymbol{CT}\left[\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{AT}\right]^{l-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_T \\ \boldsymbol{C}_T\boldsymbol{A}_T \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}_T\boldsymbol{A}_T^{l-1} \end{bmatrix} \quad , \tag{2.28}$$

mit einer beliebigen, nichtsingulären Transformationsmatrix $\boldsymbol{T}$ aus dem $\mathcal{R}^{\boldsymbol{n}}$. Aus der Matrix $\boldsymbol{U_n}$ kann aufgrund der Beziehung in Gl. (2.28) die Matrix $\boldsymbol{C}_T$ geschätzt werden mit

$$\boldsymbol{C}_T = \lim_{n\to\infty} \boldsymbol{U_n}(1:\boldsymbol{o},:) \quad , \tag{2.29}$$

wobei hier die typische MATLAB®-Notation verwendet wird. Die Matrix $\boldsymbol{A}_T$ wird durch Lösen des folgenden überbestimmten Gleichungssystems bestimmt

$$\left[\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{U_n}(1:(l-1)\boldsymbol{o},:)\right] \boldsymbol{A}_T = \lim_{n\to\infty} \boldsymbol{U_n}(\boldsymbol{o}+1:l\,\boldsymbol{o},:) \quad , \tag{2.30}$$

unter der Bedingung $l > \boldsymbol{n}$.

Sind die Matrizen $\boldsymbol{A}_T$ und $\boldsymbol{C}_T$ bekannt, kann folgende Formulierung für den Systemausgang geschrieben werden

$$\underline{\boldsymbol{y}}(k) = \boldsymbol{C}_T \boldsymbol{A}_T^k \underline{\boldsymbol{x}}_T(1) + \left(\sum_{l=1}^{k-1} \underline{\boldsymbol{u}}^T(l) \otimes \boldsymbol{C}_T \boldsymbol{A}_T^{k-l-1}\right) \operatorname{vec}[\boldsymbol{B}_T] + \underline{\boldsymbol{u}}^T(k) \otimes \operatorname{vec}[\boldsymbol{D}] \quad , \tag{2.31}$$

wobei $\otimes$ das Kronecker-Produkt kennzeichnet und vec [.] einen Vektor, der durch Übereinanderlegen der einzelnen Spalten der Matrix [.] entsteht. Durch Definition eines Vektors $\underline{\boldsymbol{\theta}}_N$ und

einer Matrix $\boldsymbol{\Theta}_N$ in der Form

$$\underline{\boldsymbol{\theta}}_N = \begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{x}}_T(1) \\ \mathrm{vec}(\boldsymbol{B}_T) \\ \mathrm{vec}(\boldsymbol{D}) \end{pmatrix} \tag{2.32}$$

$$\boldsymbol{\Theta}_N = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_T & \mathbf{0} & \underline{\boldsymbol{u}}^T(1) \otimes \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{C}_T\boldsymbol{A}_T & \underline{\boldsymbol{u}}^T(1) \otimes \boldsymbol{C}_T & \underline{\boldsymbol{u}}^T(2) \otimes \boldsymbol{I} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{C}_T\boldsymbol{A}_T^{n-1} & \sum_{k=1}^{n-1} \underline{\boldsymbol{u}}^T(k) \otimes \boldsymbol{C}_T\boldsymbol{A}_T^{n-1} & \underline{\boldsymbol{u}}^T(n) \otimes \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

kann mit Gl. (2.31) folgendes überbestimmte Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$\boldsymbol{Y}_N = \boldsymbol{\Theta}_N \underline{\boldsymbol{\theta}}_N \quad . \tag{2.34}$$

Mit Hilfe dieses Gleichungssystems werden die gesuchten Größen in $\underline{\boldsymbol{\theta}}_N$, also die gesuchten Matrizen $\boldsymbol{B}_T$ und $\boldsymbol{D}$, durch Lösen des Minimierungsproblems

$$\min_{\underline{\boldsymbol{\theta}}_N} \|\boldsymbol{Y}_N - \boldsymbol{\Theta}_N \underline{\boldsymbol{\theta}}_N\| \quad , \tag{2.35}$$

mit der euklidischen Norm $\|.\|$ geschätzt.

2.3 Modellgestützte Zustandsschätzung

Modellgestützte Messverfahren werden in der Praxis angewendet, um in beobachteten Systemen messtechnisch nicht zugängliche Größen indirekt aus leicht zugänglichen Messgrößen in Echtzeit zu schätzen. Dabei sind die einzelnen Größen mittels eines mathematischen Modells miteinander verknüpft. Die bekanntesten Vertreter modellgestützter Messverfahren sind der Luenberger-Beobachter [Luenberger, 1966] und das Kalman-Filter [Kalman, 1960]. Die Grundidee in beiden Ansätzen ist, dass parallel zum realen Prozess ein Zustandsraummodell in Echtzeit simuliert wird, das sowohl Schätzungen $\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)$ für die Zustände als auch Schätzungen $\hat{\underline{\boldsymbol{y}}}(t)$ für die Messwerte liefert. Der Ausgangsfehler zwischen tatsächlicher Messung $\underline{\boldsymbol{y}}(t)$ und deren Schätzung $\hat{\underline{\boldsymbol{y}}}(t)$ wird in einer Rückführung zur Korrektur der Echtzeitsimulation verwendet.

Beide oben erwähnten Verfahren zur Zustandsschätzung unterscheiden sich in der Rückführung des Ausgangsfehlers. Der Luenberger-Beobachter stellt einen deterministischen Ansatz dar, bei dem die Dynamik, mit der ein Schätzfehler infolge unbekannter Anfangsbedingungen abgebaut wird, festgelegt wird. Durch Modellfehler oder Störungen hervorgerufene Schätzfehler werden als Anfangsbedingung interpretiert und klingen nach einer Einschwingzeit ab. Demgegenüber stellt das Kalman-Filter einen stochastischen Ansatz dar, bei dem sowohl zufällige Systemstörungen als auch Messrauschen berücksichtigt werden.

Im Folgenden soll die nichtlineare Formulierung des Kalman-Filters, das sog. erweiterte Kalman-Filter, vorgestellt werden.

2.3.1 Erweitertes Kalman-Filter

Die Darstellung der Gleichungen für das erweiterte Kalman-Filter (EKF) beschränkt sich auf die praxisrelevante kontinuierlich-diskrete Formulierung in Anlehnung an [Gelb, 1986]. Darin wird das nichtlineare Systemverhalten durch kontinuierliche Differentialgleichungen beschrie-

ben. Die Messgleichung wird zeitdiskret angeschrieben, da Messwerte nur zu diskreten Zeitpunkten t_k vorliegen.

Betrachtet wird die vektorielle stochastische Differentialgleichung zur Entwicklung des Zustandsvektors $\underline{\boldsymbol{x}}$

$$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) = \underline{\boldsymbol{g}}(\underline{\boldsymbol{x}}(t), \underline{\boldsymbol{u}}(t), t) + \dot{\underline{\boldsymbol{w}}}(t), \qquad \underline{\boldsymbol{x}}(t=0) = \underline{\boldsymbol{x}}_0 \quad . \tag{2.36}$$

Hierbei ist $\dot{\underline{\boldsymbol{w}}}(t)$ das stationäre weiße Systemrauschen für das gilt

$$\boldsymbol{E}\{\dot{\underline{\boldsymbol{w}}}\} = \underline{\boldsymbol{0}} \quad , \tag{2.37}$$

$$\boldsymbol{E}\{\dot{\underline{\boldsymbol{w}}}(t_1)\dot{\underline{\boldsymbol{w}}}^T(t_2)\} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\delta}(t_1 - t_2) \quad , \tag{2.38}$$

mit der Spektraldichtematrix $\boldsymbol{Q}$ und dem Dirac-Impuls $\boldsymbol{\delta}(t_1 - t_2)$. Die Messung erfolgt zu den diskreten Zeitpunkten t_k und hängt in folgender nichtlinearer Weise von den Zustandsgrößen ab

$$\underline{\boldsymbol{y}}(t_k) = \underline{\boldsymbol{h}}(\underline{\boldsymbol{x}}(t_k), t_k) + \underline{\boldsymbol{\xi}}(t_k) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{x}}(t_k) = \underline{\boldsymbol{x}}(t = t_k) \tag{2.39}$$

mit dem weißen normalverteilten Messrauschen $\underline{\boldsymbol{\xi}}(t_k)$ für das gilt

$$\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{\xi}}\} = \underline{\boldsymbol{0}} \quad , \tag{2.40}$$

$$\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{\xi}}(k)\underline{\boldsymbol{\xi}}^T(l)\} = \boldsymbol{R}_k\boldsymbol{\delta}(k,l) \quad , \tag{2.41}$$

mit der Kovarianzmatrix des Messrauschens $\boldsymbol{R}_k$. Hier beschreibt $\boldsymbol{\delta}(k,l)$ das Kronecker-Symbol, d. h. $\boldsymbol{\delta}(k,l) = 1$ nur für $k = l$.

Auf Basis des obigen Modells berechnet das EKF aus den Messungen $\underline{\boldsymbol{y}}(t_k)$ rekursiv zu jedem Zeitpunkt t eine optimale Schätzung $\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)$ des gesamten Systemzustandes. Dabei soll die Spur der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{P}(t)$ des Schätzfehlers $\underline{\boldsymbol{e}} = \underline{\boldsymbol{x}}(t) - \hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)$ beim Vorhandensein der mit $\boldsymbol{Q}$ und $\boldsymbol{R}_k$ modellierten zufälligen Störungen sowie bei nicht genau bekannten Anfangsbedingungen minimal sein. Im kontinuierlich-diskreten Fall ist die Filterung zur Simulation in ein *time update*, das zwischen den Messzeitpunkten durchgeführt wird, und ein *measurement update* zur Korrektur der Simulation anhand der Messdaten gegliedert.

Time update: Das time update findet zwischen den Messzeitpunkten $t_{k-1} < t < t_k$ statt, in der keine Messinformationen zur Verfügung stehen. Es werden Schätzungen für den Zustand $\underline{\boldsymbol{x}}(t)$ ausschließlich über den deterministischen Anteil des Modells aus Gl. (2.36), d. h. mit

$$\dot{\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}}(t) = \underline{\boldsymbol{g}}(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t), \underline{\boldsymbol{u}}(t), t) \tag{2.42}$$

simuliert. Die Entwicklung der Kovarianzmatrix des Schätzfehlers wird durch Integration von

$$\dot{\boldsymbol{P}}(t) = \boldsymbol{G}(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t))\boldsymbol{P}(t) + \boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{G}^T(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)) + \boldsymbol{Q} \tag{2.43}$$

bestimmt. Die Matrix $\boldsymbol{G}(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t))$ in Gl. (2.43) stellt die Jacobi-Matrix der rechten Seite der Modellgleichung $\underline{\boldsymbol{g}}$ in Gl. (2.42) dar, ausgewertet an der aktuellen Zustandsschätzung

$$\boldsymbol{G}(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)) = \left.\frac{\partial \underline{\boldsymbol{g}}}{\partial \underline{\boldsymbol{x}}}\right|_{\underline{\boldsymbol{x}}=\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)} \quad . \tag{2.44}$$

Startwerte für das erste time update sind die vom Anwender vorgegebenen Anfangswerte $\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t = 0) = \hat{\underline{\boldsymbol{x}}}_0$ und $\boldsymbol{P}(t = 0) = \boldsymbol{P}_0$. Die Anfangswerte zu Beginn jedes weiteren time update sind jeweils die Werte $\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}^{(+)}(t_k)$ und $\boldsymbol{P}^{(+)}(t_k)$ nach dem letzten measurement update.

Measurement update: Die Korrektur der Zustandsschätzung anhand der Messwerte erfolgt zu den Messzeitpunkten t_k. Größen vor dem measurement update werden mit dem hochgestellten Symbol $(-)$ und die korrigierten Größen mit $(+)$ gekennzeichnet. Es gilt

$$\boldsymbol{K}(t_k) = \boldsymbol{P}^{(-)}(t_k)\boldsymbol{H}^T(t_k)\left[\boldsymbol{H}(t_k)\boldsymbol{P}^{(-)}(t_k)\boldsymbol{H}^T(t_k) + \boldsymbol{R}_k\right]^{-1} \tag{2.45}$$

$$\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}^{(+)}(t_k) = \hat{\underline{\boldsymbol{x}}}^{(-)}(t_k) + \boldsymbol{K}(t_k)\left(\underline{\boldsymbol{y}}(t_k) - \underline{h}(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}^{(-)}(t_k), t_k)\right) \tag{2.46}$$

$$\boldsymbol{P}^{(+)}(t_k) = \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t_k)\boldsymbol{H}(t_k)\right]\boldsymbol{P}^{(-)}(t_k) \quad , \tag{2.47}$$

dabei ist $\boldsymbol{H}$ die Jacobi-Matrix der Messgleichung genommen am Schätzwert vor dem measurement update

$$\boldsymbol{H} = \left.\frac{\partial \underline{\boldsymbol{h}}}{\partial \underline{\boldsymbol{x}}}\right|_{\underline{\boldsymbol{x}}=\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}^{(-)}(t_k)} \quad . \tag{2.48}$$

2.3.2 Beobachtbarkeit

Ein System heißt beobachtbar, wenn der Anfangszustand $\underline{\boldsymbol{x}}_0$ bei bekannten Systemeingangsgrößen $\underline{\boldsymbol{u}}(t)$ eindeutig aus der Kenntnis des Systemausgangs $\underline{\boldsymbol{y}}(t)$ in einem begrenzten Zeitintervall bestimmt werden kann. Für lineare Systeme, gegeben durch Gl. (2.3) und Gl. (2.4), kann die Beobachtbarkeit durch die Überprüfung des Ranges der Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{Q}_B$ erfolgen [Kalman, 1960]. Ist ein System vollständig beobachtbar, gilt

$$\operatorname{rang}\left[\boldsymbol{Q}_B\right] = \operatorname{rang}\begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{CA} \\ \boldsymbol{CA}^2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{CA}^{\boldsymbol{n}-1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{n}. \tag{2.49}$$

Für nichtlineare Systeme, wie sie durch Gl. (2.1) und Gl. (2.2) beschrieben werden, wird in globale und lokale Beobachtbarkeit (Arbeitspunktbeobachtbarkeit) unterschieden. Eine Aussage zur globalen Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme ist oft nicht oder nur mit funktionsanalytischen Methoden möglich. Daher wird in den meisten Arbeiten vorgeschlagen, die lokale Beobachtbarkeit von Systemen analog zu Gl. (2.49) zu zeigen. Dabei wird die Systemmatrix $\boldsymbol{A}$ durch die Jacobi-Matrix $\boldsymbol{G}(\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t))$ und die Matrix $\boldsymbol{C}$ durch die Jacobi-Matrix der Messgleichung $\boldsymbol{H}$, die jeweils am aktuellen Punkt $\underline{\boldsymbol{x}}$ ausgewertet werden, ersetzt. In dieser Arbeit wird letztgenannte Methode zur Überprüfung der Beobachtbarkeit im Rahmen von Simulationsstudien eingesetzt.

2.3.3 Auslegung der Filtermatrizen

Für die praktische Anwendung des EKFs ist die Auslegung der Kovarianzmatrix des Schätzfehlers des Startzustandes $\boldsymbol{P}_0$, der Spektraldichtematrix $\boldsymbol{Q}$ und der Kovarianzmatrix des Messrauschens $\boldsymbol{R}_k$ erforderlich.

Hinweise zur Auslegung sind in [King, 1989] zu finden. In [Heine *et al.*, 2002] wird bei gegebener globaler Beobachtbarkeit eine optimale Parametereinstellung durch numerisches Lösen eines Gütefunktionals mittels nichtlinearer Optimierung vorgeschlagen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Filtermatrizen zunächst basierend auf physikalischen Überlegungen festgelegt. Für $\boldsymbol{P}_0$ und $\boldsymbol{R}_k$ werden Diagonalmatrizen angesetzt, die direkt aus der Genauigkeit der vorliegenden Anfangszustände bzw. der Messgenauigkeit abgeschätzt werden können. Die Filterparameter werden anschließend anhand von Simulationsstudien so lange verbessert, bis das Filter das gewünschte Verhalten aufweist.

2.4 Robuste Regelung

Unter robuster Regelung versteht man eine Regelung mit fest eingestelltem Regler, die unabhängig gegenüber Einflussgrößen immer die gewünschten quantitativen Regelkreiseigenschaften, wie z. B. Führungs- und Störverhalten, Unterdrückung von Störungen, gewährleistet. Einflussgrößen können Modellunsicherheiten, variable Streckenparameter, Toleranzen des Reglers, Ausfälle bzw. Betriebsstörungen von Stell- und Messgliedern sein.

Im Folgenden sollen die regelungstechnischen Grundlagen der robusten Regelung kurz dargestellt werden. Dazu werden zunächst für den nominellen Fall regelungstechnische Ziele formuliert, die später auf das unsichere Modell erweitert werden. Des Weiteren erfolgt eine Darstellung von Möglichkeiten zur Beschreibung von Modellunsicherheiten. Es werden zwei regelungstechnische Verfahren zur robusten Reglersynthese vorgestellt. Dabei handelt es sich zum einem um das weit verbreitete und leistungsfähige H_∞-Reglerentwurfsverfahren, das in Abschnitt 2.4.3 behandelt wird, und zum anderen um das in Abschnitt 2.4.4 beschriebene Auslegungsverfahren basierend auf der Quantitative Feedback Theory (QFT). Die Ausführungen zur H_∞-Synthese beziehen sich auf den für die spätere Anwendung relevanten Mehrgrößenfall, wohingegen der QFT-Reglerentwurf für den SISO-Fall vorgestellt wird.

2.4.1 Regelungstechnische Ziele

Die Betrachtungen beziehen sich auf den im Bild 2.3 dargestellten standardmäßigen Mehrgrößenregelkreis. Die Laplace-Transformierten Eingangsgrößen des Regelkreises sind die Führungs- oder Sollgröße $\underline{R}(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{r}}(t)\}$, das Messrauschen $\underline{M}(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{m}}(t)\}$ und die Störgrößen $\underline{E}'(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{e}}'(t)\}$, $\underline{U}'(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{u}}'(t)\}$ und $\underline{D}(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{d}}(t)\}$. Die Ausgangsgröße ist $\underline{Y}(s) = \mathcal{L}\{\underline{\boldsymbol{y}}(t)\}$. Der Regler ist gegeben durch die Übertragungsmatrix $\boldsymbol{C}(s)$ und die nominelle Regelstrecke ist $\boldsymbol{P}_n(s)$. Für die Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises wird

$$\boldsymbol{L}(s) = \boldsymbol{P}_n(s)\boldsymbol{C}(s) \tag{2.50}$$

eingeführt. Aus dem Standardregelkreis in Bild 2.3 ergeben sich für den geschlossenen Regelkreis folgende Übertragungsmatrizen:

- Die Sensitivität $\boldsymbol{S}(s)$ gibt die Empfindlichkeit des Regelfehlers $\underline{E}(s)$ bezüglich der Ausgangsstörung $\underline{D}(s)$ und der Führungsgröße $\underline{R}(s)$ an:

$$\boldsymbol{S}(s) = [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{L}(s)]^{-1} \quad . \tag{2.51}$$

- Die Führungsübertragungsmatrix $\boldsymbol{T}(s)$ beschreibt das Verhalten der Führungsgröße $\underline{R}(s)$

auf die Regelgröße $\underline{Y}(s)$:

$$\boldsymbol{T}(s) = \boldsymbol{L}(s)\left[\boldsymbol{I} + \boldsymbol{L}(s)\right]^{-1} \quad . \tag{2.52}$$

Wegen der Beziehung $\boldsymbol{T}(s) = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{S}(s)$ wird $\boldsymbol{T}(s)$ auch komplementäre Sensitivität genannt.

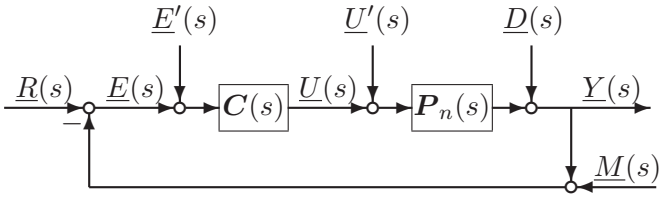

Bild 2.3: Standardregelkreis als Mehrgrößensystem mit Störungen.

Notwendige Bedingung zur Erfüllung der gesteckten regelungstechnischen Ziele an der realen Regelstrecke ist, dass die Anforderungen an die Regelung für den nominellen Fall eingehalten werden. Weist eine so eingestellte Regelung Stabilität auf, spricht man von nomineller Stabilität (engl. *Nominal Stability*, NS). Werden zudem quantitative Anforderungen erfüllt, so zeigt der Regelkreis nominelles Regelverhalten (engl. *Nominal Performance*, NP). Ausgehend von den Betrachtungen für den nominellen Fall werden diese anschließend auf das unsichere Modell erweitert. Der Regler wird so ausgelegt, dass der Regelkreis gegenüber berücksichtigten Modellfehlern robust stabil (engl. *Robust Stability*, RS) ist und robustes Regelverhalten (engl. *Robust Performance*, RP) eingehalten wird.

Mit dem Begriff der größten singulären Werte (siehe dazu Anhang A.1) der Übertragungsmatrizen in Gl. (2.51) und Gl. (2.52) können die folgenden regelungstechnischen Forderungen an den Regelkreis formuliert werden:

- Der geschlossene Regelkreis muss nach Ljapunov asymptotisch stabil sein (siehe z. B. [Unbehauen, 1997] oder [Lunze, 2002]). Zudem sollte der nominelle Regelkreis intern stabil sein, d. h. alle Übertragungsmatrizen zwischen von außen auf den Kreis wirkenden Größen (entsprechend Bild 2.3 sind das $\underline{D}(s)$, $\underline{E}'(s)$, $\underline{U}'(s)$, $\underline{R}(s)$ und $\underline{M}(s)$) und internen Größen sind asymptotisch stabil. Daraus ergibt sich, dass alle Übertragungsmatrizen des Systems

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}(s) \\ \underline{U}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}(s) & \boldsymbol{S}(s)\boldsymbol{P}_n(s) \\ \boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s) & -\boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s)\boldsymbol{P}_n(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{R}(s) \\ \underline{U}'(s) \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

  asymptotisch stabil sein müssen.

- Für gutes Folgeverhalten und zur Einhaltung einer kleinen Regeldifferenz sollte in einem vorgegebenen Frequenzbereich $\boldsymbol{\Omega}_{rd}$ gelten:

$$\boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{S}(j\omega)\right] << 1 \quad \forall \omega \in \boldsymbol{\Omega}_{rd} \quad . \tag{2.54}$$

- Für eine gute Unterdrückung der Störungen am Streckenausgang für $\boldsymbol{\Omega}_{rd}$ ist eine entsprechende Forderung mit Gl. (2.54) identisch.

- Die Forderung nach weitgehender Unterdrückung von Messrauschen $\underline{M}(s)$ für einen Fre-

quenzbereich $\boldsymbol{\Omega}_m$ lautet:

$$\boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{T}(j\omega)\right] << 1 \quad \forall\omega \in \boldsymbol{\Omega}_m \quad . \tag{2.55}$$

- Aufgrund der Beschränkung der Stellgröße und zur Vermeidung von Stellglied-Flattern, muss die Stellgröße $\underline{U}(s)$ nach oben begrenzt werden. Dies entspricht einer Beschränkung von $\boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{C}(j\omega)\boldsymbol{S}(j\omega)\right]$.
- Letztlich müssen die oben aufgestellten Forderungen nicht nur für das nominelle Streckenmodell gelten, sondern auch für das unsichere Modell. Dann zeigt die Regelung auch robuste Performance.

Wegen der Beziehung $\boldsymbol{T}(s) = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{S}(s)$ kann man gutes Führungsverhalten und Ausgangsstörunterdrückung Gl. (2.54) und Unterdrückung von Messrauschen Gl. (2.55) nicht im selben Frequenzbereich gewährleisten. In der Praxis oder wie in [Raisch, 1994] vorgeschlagen, besteht die Lösung darin, die Forderung in Gl. (2.54) für den Bereich hoher und die Forderung in Gl. (2.55) für den Bereich niedriger Frequenzen zu erfüllen.

2.4.2 Beschreibung von Modellunsicherheiten

Unter der Annahme von Modellungenauigkeiten gegenüber dem realen Prozess, besteht die Möglichkeit, diese in verschiedene Art und Weise in die Regelungsstruktur einfließen zu lassen. Ursache für Modellunsicherheiten bestehen in nicht nachgebildeten hochfrequenten dynamischen Eigenschaften, vernachlässigten Nichtlinearitäten, Modellvereinfachungen oder Parameterschwankungen aufgrund äußerer Einflüsse. Bei den Modellunsicherheiten wird zwischen strukturierten und unstrukturierten Unsicherheiten unterschieden.

Für die Beschreibung von Unsicherheiten wird das dynamische Verhalten nicht durch ein einziges lineares, zeitinvariantes Modell beschrieben, sondern durch eine Menge $\boldsymbol{\Pi}$ solcher Modelle, welche auch als Modellfamilie bezeichnet wird. Mit $\boldsymbol{P}_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ wird ein Vertreter dieser Modellfamilie gekennzeichnet, der das Verhalten des realen und gestörten Systems für einen Betriebspunkt beschreibt. Das nominelle Modell ohne Unsicherheiten ist gegeben durch $\boldsymbol{P}_n(s) \in \boldsymbol{\Pi}$.

Strukturierte Unsicherheiten

Von strukturierter Unsicherheit spricht man, wenn die Quellen der einzelnen Modellfehler getrennt berücksichtigt werden. Es handelt sich dabei oft um unsichere Parameter, die physikalisch begründet werden können. Beispiele dafür sind Parameterunsicherheiten infolge von ungenauen Schätzungen, Alterserscheinungen und sich ändernder Betriebspunkte oder Umwelteinflüsse. Im Gegensatz zur unstrukturierten Beschreibung der Modellunsicherheit bietet die strukturierte Unsicherheit eine genauere Fehlerbeschreibung. Entsprechend genauer sind auch die Kenntnisse über die Strecke und umso besser kann eine gezielte Beeinflussung vorgenommen werden.

Strukturierte Unsicherheiten können quantitativ angegeben werden durch unsichere Modellparameter in einem Intervall $[\boldsymbol{\theta}_{\min}, \boldsymbol{\theta}_{\max}]$. Daraus lässt sich eine Unsicherheit in multiplikativer Form anschreiben

$$\boldsymbol{\theta}_r = \boldsymbol{\theta}_n(1 + \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{\delta}) \quad , \tag{2.56}$$

wobei $\boldsymbol{\theta}_r$ einen Vertreter der unsicheren Parameter darstellt. Der nominelle Parameter ist $\boldsymbol{\theta}_n$ mit

$$\boldsymbol{\theta}_n = \frac{\boldsymbol{\theta}_{\min} + \boldsymbol{\theta}_{\max}}{2} \quad , \tag{2.57}$$

die relative Unsicherheit des Parameters wird durch

$$\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{\theta}} = \frac{\boldsymbol{\theta}_{\max} - \boldsymbol{\theta}_{\min}}{\boldsymbol{\theta}_{\max} + \boldsymbol{\theta}_{\min}} \tag{2.58}$$

repräsentiert, und $\boldsymbol{\delta}$ ist ein reelwertiger Skalar mit der Einschränkung

$$|\boldsymbol{\delta}| \leq 1 \quad . \tag{2.59}$$

Unstrukturierte Unsicherheiten

Bei der Modellierung der Regelstrecke mit unstrukturierten Modellunsicherheiten ist keine Aussage bzgl. der strukturellen Zusammenhänge der Unsicherheiten zum Modell möglich, wohl aber eine Abschätzung der maximalen Unsicherheiten über den gesamten Frequenzbereich. Unstrukturierte Fehlerbeschreibungen sind im Vergleich zur strukturierten Unsicherheit nicht so genau. Sie stellen nur eine approximierte Beschreibung der oberen Unsicherheitsgrenze dar. Sie können aber einfach aus identifizierten Prozessmodellen gewonnen und leicht in den Reglerentwurf integriert werden.

Die unstrukturierten Unsicherheiten können sowohl additiv als auch multiplikativ im Reglerentwurf berücksichtigt werden. In beiden Fällen wird von einer frequenzabhängigen, begrenzten Abweichung des Modells $\boldsymbol{\Delta}(s)$ von der nominellen Strecke $\boldsymbol{P}_n(s)$ ausgegangen. Die Abweichungen sind im Allgemeinen nicht genau bekannt, aber eine obere bzw. untere Schranke kann angegeben werden. Im Frequenzbereich lautet die additive Formulierung der unstrukturierten Unsicherheit

$$\boldsymbol{P}_r(s) = \boldsymbol{P}_n(s) + \boldsymbol{\Delta}_A(s) \quad , \tag{2.60}$$

die eingangsseitige multiplikative Form ist gegeben durch

$$\boldsymbol{P}_r(s) = \boldsymbol{P}_n(s)\left[\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Delta}_M(s)\right] \quad . \tag{2.61}$$

Die jeweils oberen Schranken der Abweichungen sind definiert als

$$\boldsymbol{l}_A(\omega) = \boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{\Delta}_A(j\omega)\right] \quad \forall\omega \quad , \tag{2.62}$$

$$\boldsymbol{l}_M(\omega) = \boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{\Delta}_M(j\omega)\right] \quad \forall\omega \quad . \tag{2.63}$$

2.4.3 H_∞-Reglerentwurf

In der vorliegenden Arbeit wird das bekannte Mixed-Sensitivity-Problem gelöst, wobei die Anforderungen bezüglich Robustheit und gewünschter Performance einfließen. Das Mixed-Sensitivity-Problem stellt einen Spezialfall des H_∞-Standard-Problems dar. Zur Lösung stehen eine Vielzahl von kommerziellen Software-Produkten zur Verfügung. Im Rahmen dieser Arbeit wird die *μ-Analysis and Synthesis Toolbox* von MATLAB® [The MathWorks, 1998] verwendet.

Zur H_∞-Reglersynthese existieren eine Reihe von Standardwerken in der Literatur. Als Ver-

treter seien [Morari & Zafiriou, 1989], [Maciejowski, 1989], [Ackermann, 1993], [Raisch, 1994] und [Skogestad & Postlethwaite, 2005] aufgeführt. Einführende Beispiele zum H_∞-Entwurf befinden sich in [Raisch & Gilles, 1992*a*], [Raisch & Gilles, 1992*b*] und [Christmann, 1997].

Die H_∞-Norm

Die H_∞-Norm ist das Supremum der größten singulären Werte $\boldsymbol{\sigma}_{max}$ über dem gesamten Frequenzbereich:

$$\|\boldsymbol{G}\|_\infty = \sup_\omega \boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{G}(j\omega)\right] \quad . \tag{2.64}$$

Dabei gibt der größte singuläre Wert den maximalen richtungsabhängigen Verstärkungsfaktor der Übertragungsmatrix $\boldsymbol{G}(j\omega)$ an. Dies stellt die Erweiterung des Begriffs Verstärkung für den skalaren Fall auf die Abbildung durch eine komplexwertige Matrix dar. Die frequenzabhängigen Singulärwerte erhält man durch eine Singulärwertzerlegung (siehe Anhang A.1) der Übertragungsmatrix $\boldsymbol{G}(j\omega)$.

Robuste Stabilität

Bei der Formulierung der robusten Stabilität (RS) wird zunächst davon ausgegangen, dass der nominelle Regelkreis asymptotisch stabil ist. Nimmt man die Modellunsicherheiten $\boldsymbol{\Delta}$ hinzu und wendet das Nyquist-Kriterium an, ergeben sich die Kriterien für die RS. Mit Hilfe der Beschreibung der oberen Grenze für die additive Unsicherheit in Gl. (2.62) gilt der Regelkreis genau dann für alle Regelstrecken als stabil, wenn gilt:

$$\boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{C}(j\omega)\boldsymbol{S}(j\omega)\right] \leq \frac{1}{\boldsymbol{l}_A(\omega)} \qquad \forall\omega \quad . \tag{2.65}$$

Entsprechend muss mit einer Unsicherheitsbeschreibung durch multiplikative Unsicherheit gefordert werden:

$$\boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{T}(j\omega)\right] \leq \frac{1}{\boldsymbol{l}_M(\omega)} \qquad \forall\omega \quad . \tag{2.66}$$

Das H_∞-Standard-Problem

Mit Hilfe des H_∞-Standard-Problems können die verschiedenen H_∞-Probleme, wie z. B. das unten beschriebene Mixed-Sensitivity-Problem, mit einem gemeinsamen, allgemeinen Beschreibungsschema formuliert werden und so einem gemeinsamen Lösungsalgorithmus zugeführt werden.

Die grundlegende Darstellung der Reglerstruktur zur Anwendung des H_∞-Standard-Problems ist in Bild 2.4 zu sehen. Darin beinhaltet die Größe $\underline{W}(s)$ die externen Eingangssignale, wie Störungen, Messrauschen und Sollgröße, und die Größe $\underline{Z}(s)$ die externen Ausgangssignale des verallgemeinerten Streckenmodells $\boldsymbol{P}(s)$. Das von dem Regler $\boldsymbol{C}(s)$ ausgegebene Stellsignal $\underline{U}(s)$ wird als interne Eingangsgröße und die Regelabweichung $\underline{E}(s)$ als interne Ausgangsgröße bezeichnet. Mit der Besetzung der Matrix $\boldsymbol{P}(s)$ entsprechend Bild 2.4 und mit der Reglerübertragungsmatrix $\boldsymbol{C}(s)$ gilt für das Übertragungsverhalten des geschlossenen Kreises von

externen Eingangsgrößen $\underline{W}(s)$ zu den externen Ausgangsgrößen $\underline{Z}(s)$

$$\underline{Z}(s) = \left[\boldsymbol{P}_{11}(s) + \boldsymbol{P}_{12}(s)\boldsymbol{C}(s)\left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}_{22}(s)\boldsymbol{C}(s)\right]^{-1}\boldsymbol{P}_{21}(s)\right]\underline{W}(s) = \boldsymbol{T}_{wz}(s)\underline{W}(s) \quad . \tag{2.67}$$

Die Übertragungsmatrix $\boldsymbol{T}_{wz}(s)$ in Gl. (2.67) wird als die untere Lineare Fraktional-Transformation (LFT) von $\boldsymbol{P}(s)$ mit $\boldsymbol{C}(s)$ bezeichnet.

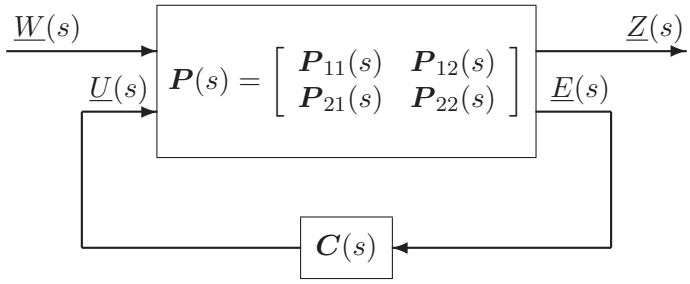

Bild 2.4: Verallgemeinerter Regelkreis für das H_∞-Standard-Problem.

Ziel des H_∞-Entwurfs ist es nun, einen die verallgemeinerte Regelstrecke $\boldsymbol{P}(s)$ stabilisierenden Regler $\boldsymbol{C}(s)$ zu finden, der die H_∞-Norm der Übertragungsmatrix $\boldsymbol{T}_{wz}(s)$ minimiert, d. h.

$$\left\|\boldsymbol{T}_{wz}(s)\right\|_\infty \rightarrow \min \quad . \tag{2.68}$$

Mit der Definition der H_∞-Norm in Gl. (2.64) bedeutet Gl. (2.68), dass der ermittelte H_∞-Regler $\boldsymbol{C}(s)$ die maximale Verstärkung zwischen externen Eingangsgrößen $\underline{W}(s)$ und externen Ausgangsgrößen $\underline{Z}(s)$ minimiert.

Das Mixed-Sensitivity-Problem

Werden die Modellunsicherheiten in unstrukturierter Form, wie z. B. in Gl. (2.60) oder Gl. (2.61) angegeben, so kann das Mixed-Sensitivity-Problem zur Lösung verwendet werden, das einen Spezialfall des oben diskutierten H_∞-Standard-Problems darstellt.

Die allgemeine Regelstrecke $\boldsymbol{P}(s)$ wird erweitert und mit Gewichtungen beaufschlagt. In Bild 2.5 ist der verallgemeinerte Regelkreis für das Mixed-Sensitivity-Problem anschaulich dargestellt. Am Standardregelkreis werden die durch das externe Eingangssignal $\underline{W}(s) = \underline{R}(s)$ hervorgerufenen Signale $\underline{E}(s)$, $\underline{U}(s)$ und $\underline{Y}(s)$ frequenzabhängig mit $\boldsymbol{W}_S(s)$, $\boldsymbol{W}_{CS}(s)$ und $\boldsymbol{W}_T(s)$ gewichtet. Die Wahl von $\boldsymbol{W}_S(s)$, $\boldsymbol{W}_{CS}(s)$ und $\boldsymbol{W}_T(s)$ zur Beeinflussung von $\boldsymbol{S}(s)$, $\boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s)$ und $\boldsymbol{T}(s)$ legt das H_∞-Minimierungsproblem fest.

Für die verallgemeinerte Regelstrecke $\boldsymbol{P}(s)$ ergibt sich aus Bild 2.5 die Darstellung

$$\boldsymbol{P}(s) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{11}(s) & \boldsymbol{P}_{12}(s) \\ \boldsymbol{P}_{21}(s) & \boldsymbol{P}_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_S(s) \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\boldsymbol{W}_S(s)\boldsymbol{P}_n(s) \\ \boldsymbol{W}_{CS}(s) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{I} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_T(s)\boldsymbol{P}_n(s) \\ \boldsymbol{P}_n(s) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad . \tag{2.69}$$

Bildet man gemäß Gl. (2.67) die LFT von $\boldsymbol{P}(s)$ und $\boldsymbol{C}(s)$, so ergibt sich das zu minimierende

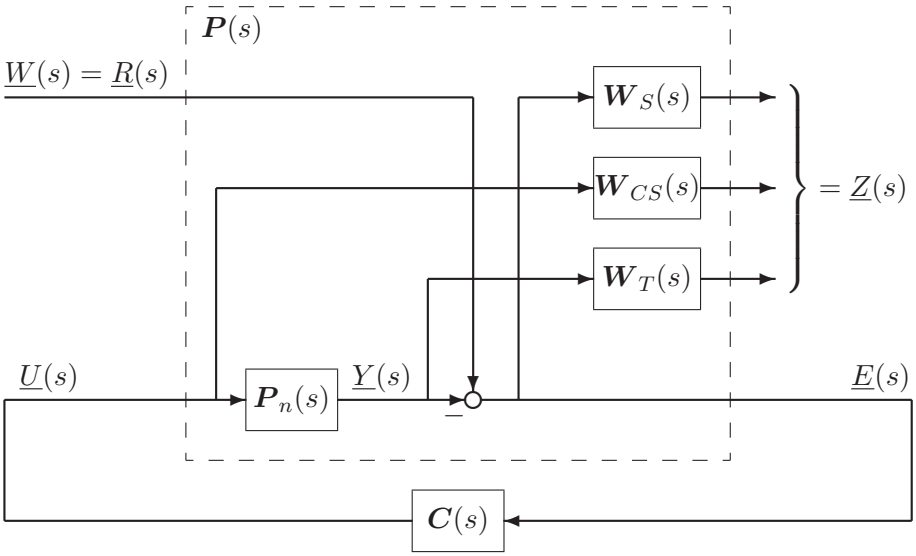

Bild 2.5: Verallgemeinerter Regelkreis für das Mixed-Sensitivity-Problem.

optimale Kostenfunktional

$$\left\| \begin{array}{c} \boldsymbol{W}_S(s)\boldsymbol{S}(s) \\ \boldsymbol{W}_{CS}(s)\boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s) \\ \boldsymbol{W}_T(s)\boldsymbol{T}(s) \end{array} \right\|_\infty \leq 1 \quad . \tag{2.70}$$

Mit Gl. (2.70) werden gleichzeitig drei grundlegende Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis erfüllt:

- Führungs- und Störverhalten: $\|\boldsymbol{W}_S(s)\boldsymbol{S}(s)\|_\infty \leq 1$,
- Stellgrößenverhalten: $\|\boldsymbol{W}_{CS}(s)\boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s)\|_\infty \leq 1$,
- Gewährleistung robuster Stabilität: $\|\boldsymbol{W}_T(s)\boldsymbol{T}(s)\|_\infty \leq 1$.

Die Gewichtsfunktion $\boldsymbol{W}_T(s)$ beschreibt die Modellunsicherheit in multiplikativer Form, siehe dazu Gl. (2.61). Wird mit $\boldsymbol{W}_T(s)$ die Unsicherheit über den gesamten Frequenzbereich nach oben abgeschätzt und es gilt mit Gl. (2.63)

$$\boldsymbol{\sigma}_{max}\left[\boldsymbol{W}_T(j\omega)\right] \geq \boldsymbol{l}_M(\omega) \quad \forall\omega \quad , \tag{2.71}$$

so resultiert aus Gl. (2.66) die Bedingung für die RS

$$\|\boldsymbol{W}_T(s)\boldsymbol{T}(s)\|_\infty \leq 1 \quad . \tag{2.72}$$

Wahl der Gewichtungsfunktionen

Durch die Wahl der frequenzabhängigen Gewichtungsfunktionen beim H_∞-Entwurf können die quantitativen regelungstechnischen Ziele vorgegeben werden. Des Weiteren stellen die Gewichtungsfunktionen den einzigen dem Anwender zur Verfügung stehenden Freiheitsgrad dar. Während mit $\boldsymbol{W}_T(s)$, wie oben beschrieben, die multiplikative Unsicherheit des Systems nach oben abgeschätzt wird, gibt die Inverse der Gewichtungsmatrix $\boldsymbol{W}_S(s)$ die geforderten Eigenschaften an den gewünschten Verlauf der Sensitivität $\boldsymbol{S}(s)$ an. Die Gewichtungsmatrix $\boldsymbol{W}_{CS}$ beschreibt zum einen die Stellgliedbegrenzung und zum anderen die nach oben begrenzte Bandbreite der

Stellgliedeinrichtung.

Für die Auslegung der Gewichtungsfunktionen ist es sinnvoll, sich an folgende Vereinbarungen zu halten:

- Es müssen stabile Gewichtungsfunktionen gewählt werden, da sonst ein nicht stabilisierbarer verallgemeinerter Regelkreis und ein nicht lösbares H_∞-Problem entsteht.
- Durch die Beschränkung auf diagonale Gewichte ist es besser möglich, einzelne externe Ausgangsgrößen bzw. Spalten und Zeilen von $\boldsymbol{S}(s)$, $\boldsymbol{C}(s)\boldsymbol{S}(s)$ und $\boldsymbol{T}(s)$ zu beeinflussen.
- Die Gewichtungsmatrizen sollten eine niedrige Ordnung aufweisen, da mit der Ordnung der Gewichtungsfunktionen auch die Ordnung des H_∞-Reglers steigt.
- Für $\boldsymbol{W}_S(s)$ sollte im Allgemeinen Tiefpassverhalten gewählt werden. Dadurch werden Regelfehler im niederfrequenten Bereich $\omega \in \boldsymbol{\Omega}_{rd}$ der aktiven Regelung mit einem hohen Gewicht beaufschlagt.
- Die komplementäre Sensitivität $\boldsymbol{T}(s)$ wird typischerweise mit einem Hochpassverhalten für $\boldsymbol{W}_T(s)$ gewichtet, um hochfrequentes Messrauschen im Bereich $\omega \in \boldsymbol{\Omega}_m$ zu unterdrücken.
- Für $\boldsymbol{W}_{CS}(s)$ ist ebenfalls Hochpassverhalten zu wählen, unter Berücksichtigung der Bandbreite des verwendeten Stellgliedes.

Weitere Empfehlungen zur Wahl der Gewichte sind in [Skogestad & Postlethwaite, 2005] angegeben.

Lösung des H_∞-Problems

Für die Lösung des H_∞-Standard-Problems stehen eine Reihe von Software-Anwendungen zur Verfügung, wie z. B. die auch hier verwendete *μ-Analysis and Synthesis Toolbox* von MATLAB® [The MathWorks, 1998]. Aus Ingenieurssicht besteht somit keine Notwendigkeit, den mathematischen Lösungsalgorithmus im Detail zu präsentieren, sondern es wird hier nur das grundsätzliche Vorgehen angedeutet. Detaillierte Ausführungen zur Lösung des H_∞-Problems sind z. B. in [Maciejowski, 1989], [Raisch, 1994] oder [Lunze, 2002] zu finden.

Zur Ermittlung des H_∞-Reglers wird die Übertragungsmatrix $\boldsymbol{P}(s)$ der verallgemeinerten Regelstrecke in eine Zustandsraumdarstellung gebracht. Der die H_∞-Norm minimierende Regler in Zustandsform ergibt sich nach der Festlegung der Gewichte mittels einer sog. γ-Iteration. Mit Hilfe der γ-Iteration wird die Lösung der minimalen H_∞-Norm γ_{min} für $\boldsymbol{T}_{wz}(s)$, siehe Gl. (2.68), angenähert. Es ergibt sich ein suboptimaler Regler mit $\|\boldsymbol{T}_{wz}(s)\|_\infty \leq \gamma$, dabei gilt $\gamma > \gamma_{min}$. Der ermittelte suboptimale H_∞-Regler mit der Übertragungsmatrix $\boldsymbol{C}(s)$ besteht dann aus einem Zustandsbeobachter, dessen geschätzter Zustand rückgekoppelt wird. Zur Lösung wird anschließend die Riccati-Gleichung herangezogen.

2.4.4 Quantitative Feedback Theory

Die *Quantitative Feedback Theory* (QFT) beschreibt eine praktische Methode, welche für den Entwurf von Regelungssystemen mit zwei Freiheitsgraden von linearen und nichtlinearen Regelstrecken eingesetzt wird. Die Grundlagen dieser Methode werden in [Horowitz, 1963] eingeführt. Der Entwurf erfolgt im Frequenzbereich, sodass im Zeitbereich formulierte Entwurfskriterien oder Gütemaße zunächst in den Frequenzbereich transformiert werden müssen. Die QFT-Methode ist für SISO, MISO und MIMO Systeme geeignet.

Die QFT wird verwendet, um das gewünschte Führungsverhalten trotz Parameterunsicherheiten der Strecke und unbekannter Störungen zu garantieren. Des Weiteren erfolgt der Entwurf eines robusten Regelungssystems mit Hilfe einer „quantitativen“ Methode. Das bedeutet, Streckenunsicherheiten, unbekannte Störungen und robuste Entwurfsspezifikationen werden in quantitativer Form ausgedrückt.

Der Entwurf einer robusten Regelung mit Hilfe der QFT kann in drei wesentliche Schritte unterteilt werden. Zunächst erfolgt eine Abbildung der quantitativ formulierten Anforderungen, z. B. bezüglich der Stabilität, des Führungsverhaltens oder des Störverhaltens, als frequenzabhängige Grenzen in einem Nichols-Diagramm. Dann wird für eine ausgewählte nominelle Strecke die Schnittmenge der Grenzen bestimmt. Der Frequenzgang des nominellen offenen Regelkreises wird ebenfalls im Nichols-Diagramm eingefügt. Die Komponenten des Regelungssystems werden dabei so ausgewählt, dass der resultierende Frequenzgang des nominellen offenen Regelkreises im Bereich der erlaubten Grenzen im Nichols-Diagramm liegt. Bei der Analyse des Ergebnisses wird die Robustheit der entworfenen Regelung untersucht, um nachzuweisen, dass die Regelung alle Entwurfskriterien für den gesamten Bereich der Parameterunsicherheiten erfüllt.

Die wesentlichen Vorteile dieses Entwurfsverfahrens sind:

- exakte Gewährleistung der Robustheit unter Berücksichtigung der Modellunsicherheit,
- der geschlossene Regelkreis kann bei jeder Frequenz genau auf die geforderten Spezifikationen angepasst werden
- es ist ein graphisches Verfahren, wodurch eine benutzerfreundliche und anschauliche Darstellung des Einflusses von verschiedenen Designgrößen möglich ist.

Die folgende kurze Darstellung der QFT beinhaltet einige Vereinfachungen. Dazu zählt u. a., dass die betrachteten Systeme zeitinvariant, linear und zeitkontinuierlich sind. Die Darstellung bezieht sich auf SISO-Systeme und der Entwurf ist auf einen Freiheitsgrad begrenzt. D. h. es wird der Standardregelkreis gemäß Bild 2.3 betrachtet. Ausführliche Informationen zum QFT-Design sind in [Yaniv, 1999] nachzulesen.

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Synthese robuster Regler mit der MATLAB®-*Toolbox* *QFT Frequency Domain Control Design Toolbox* [Borghesani *et al.*, 2003].

Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis

Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis werden als Ungleichungen einiger Übertragungsfunktionen, die das Verhalten von E/A-Größen beschreiben, formuliert. Im Gegensatz zum H_∞-Reglerentwurf werden keine Gewichte, sondern untere bzw. obere frequenzabhängige Grenzen bezüglich der Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises verwendet. Die QFT erlaubt eine große Zahl an Spezifikationen, es sollen aber hier nur die wichtigsten betrachtet werden. Dazu zählen:

- Sensitivität

$$|S(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \boldsymbol{w}_S(\omega) \quad , \tag{2.73}$$

- komplementäre Sensitivität

$$\boldsymbol{w}_{T,min}(\omega) \leq |T(j\omega)| = \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \boldsymbol{w}_{T,max}(\omega) \quad , \tag{2.74}$$

- und Stellgrößenaufwand

$$|C(j\omega)S(j\omega)| = \left| \frac{C(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \boldsymbol{w}_{CS}(\omega) \quad . \tag{2.75}$$

Diese Anforderungen gelten für alle Modelle der Modellfamilie, d. h. für jedes $P_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$. Anforderungen an Phasenreserve $\boldsymbol{\phi}_m$ und Amplitudenreserve $\boldsymbol{a}_m$ des offenen Kreises $L(s)$ sind als Spezialfälle von (2.73) und (2.74) möglich, indem $\boldsymbol{w}_S$ und $\boldsymbol{w}_{T,max}$ als frequenzunabhängige Konstanten gewählt werden. Durch Anwendung einfacher Arithmetik ergeben sich die gewünschte Amplituden- und Phasenreserve mit (2.74) zu

$$\boldsymbol{a}_m \geq 20 \log \left(\frac{\boldsymbol{w}_{T,max} + 1}{\boldsymbol{w}_{T,max}} \right) \quad \text{in [dB]} \quad , \tag{2.76}$$

$$\boldsymbol{\phi}_m \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\boldsymbol{w}_{T,max}} \right) \quad \text{in [rad]} \quad , \tag{2.77}$$

und mit der Ungleichung (2.73) zu

$$\boldsymbol{a}_m \geq 20 \log \left(\frac{\boldsymbol{w}_S}{\boldsymbol{w}_S - 1} \right) \quad \text{in [dB]} \quad , \tag{2.78}$$

$$\boldsymbol{\phi}_m \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\boldsymbol{w}_S} \right) \quad \text{in [rad]} \quad . \tag{2.79}$$

Die Lösungen der Ungleichungen (2.73), (2.74) und (2.75) ergeben für den Regler $C(j\omega_i)$, bei einer diskreten Frequenz $\omega_i \in \Omega$ und für ein Modell $P_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$, Kreise in der komplexen Zahlenebene.

Mit $L(j\omega_i) = P_r(j\omega_i)C(j\omega_i)$ können die Lösungen der Ungleichungen bezüglich des offenen Kreises angegeben werden. Exemplarisch ist dies in Bild 2.6 (a) für die Anforderung an die Sensitivität in Ungleichung (2.73) für eine diskrete Frequenz und für einen Vertreter der Modellfamilie dargestellt. Der Kreis hat seinen Mittelpunkt bei $(-1, 0)$ und einen Radius von $|\boldsymbol{w}_S(\omega_i)|^{-1}$. Entsprechend (2.73) entspricht die Fläche innerhalb des Kreises nicht den Spezifikationen bezüglich $L(j\omega_i)$ und kann als „verbotene Zone“ für $L(j\omega_i)$ aufgefasst werden.

Der weitere Prozess des Reglerdesign gestaltet sich so, dass für die gesamte Modellfamilie $P_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ und für ausgewählte diskrete Frequenzen $\omega_i \in \Omega$ entsprechende Kreise bezüglich $C(j\omega_i)$ berechnet werden. Die Kurve um die Vereinigung aller Kreise bildet die Grenze $\boldsymbol{b}_C(\omega_i)$ für $C(j\omega_i)$ bei der Frequenz ω_i.

Das Reglerdesign findet anhand des nominellen offenen Regelkreises statt. Daher werden die Anforderungen an den Regler mit $L(j\omega_i) = P_n(j\omega_i)C(j\omega_i)$ bezüglich des nominellen offenen Regelkreises übersetzt, woraus sich entsprechende Grenzen $\boldsymbol{b}_L(\omega_i)$ ergeben. In der QFT werden solche Grenzen als *bounds* bezeichnet. Es gilt nun einen Regler $C(s)$ so auszulegen, dass bei jeder Frequenz ω_i, $L(j\omega_i)$ außerhalb der Grenze $\boldsymbol{b}_L(\omega_i)$ liegt. Dabei ist robuste Stabilität für alle Modelle $P_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ zu gewährleisten.

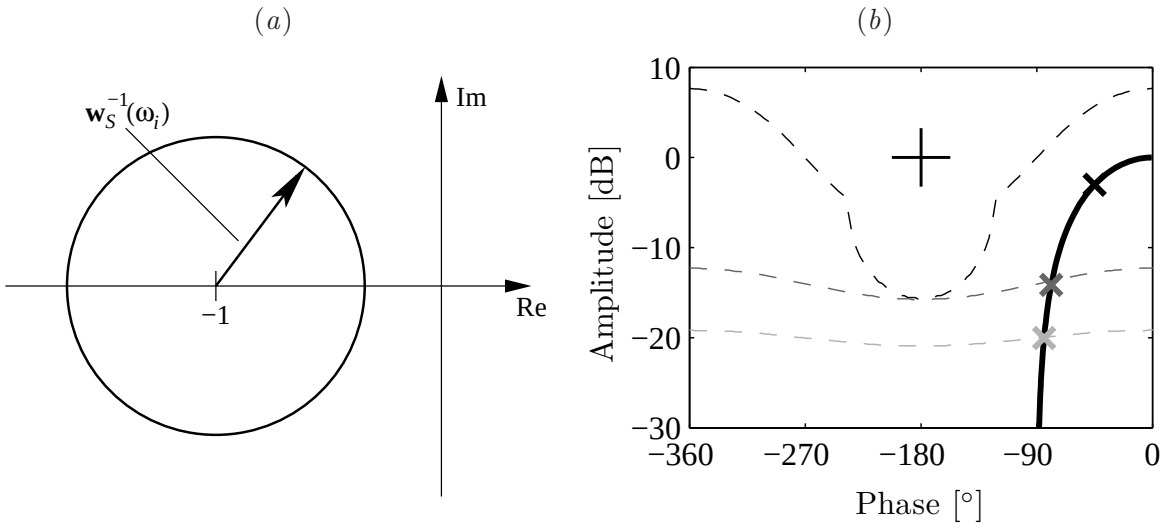

Bild 2.6: (*a*) Der Kreis mit dem Radius $|\boldsymbol{w}_S(\omega_i)|^{-1}$ und dem Mittelpunkt $(-1, 0)$ definiert die Region für den offenen Kreis $L(j\omega_i)$ unter Berücksichtigung der Anforderung an die Sensitivität bei einer diskreten Frequenz $\omega_i \in \Omega$. Die Fläche außerhalb des Kreises ist die „erlaubte Region" für $L(j\omega_i)$. (*b*) Exemplarische Darstellung der Grenzen $\boldsymbol{b}_L$ bzgl. des nominellen offenen Regelkreises bei $\omega_1 = 1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ (– –), $\omega_2 = 5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ (– –) und $\omega_3 = 10\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ (– –) mit der nominellen Strecke $P_n(s) = 1/(s+1)$ im Nichols-Diagramm. Die Regionen unterhalb der Grenzen sind „erlaubte Gebiete" für $L(j\omega)$. Die Frequenzen ω_i im Verlauf des offenen Kreises $L(j\omega)$ (▬) sind als Kreuze dargestellt.

Eine numerische Berechnung der *QFT-bounds*, wie oben geschildert, wird allgemein nicht empfohlen. Daher erfolgt im Folgenden die Vorstellung eines Algorithmuses, der auch in der QFT-MATLAB®-*Toolbox* [Borghesani *et al.*, 2003] Verwendung findet.

Berechnung der Grenzen des offenen Regelkreises

Mit der Exponentialform für den Regler $C(j\omega) = \boldsymbol{k}_C e^{j\boldsymbol{\phi}_C}$ und für die Strecke $P_r(j\omega) = \boldsymbol{k}_P e^{j\boldsymbol{\phi}_P}$ können die Ungleichungen (2.73), (2.74) und (2.75) in folgender Form angeschrieben werden:

$$\left|\frac{1}{1+\boldsymbol{k}_C\boldsymbol{k}_P e^{j(\boldsymbol{\phi}_C+\boldsymbol{\phi}_P)}}\right| \leq \boldsymbol{w}_S(\omega) \quad , \tag{2.80}$$

$$\boldsymbol{w}_{T,min}(\omega) \leq \left|\frac{\boldsymbol{k}_C\boldsymbol{k}_P e^{j(\boldsymbol{\phi}_C+\boldsymbol{\phi}_P)}}{1+\boldsymbol{k}_C\boldsymbol{k}_P e^{j(\boldsymbol{\phi}_C+\boldsymbol{\phi}_P)}}\right| \leq \boldsymbol{w}_{T,max}(\omega) \quad , \tag{2.81}$$

$$\left|\frac{\boldsymbol{k}_C e^{j\boldsymbol{\phi}_C}}{1+\boldsymbol{k}_C\boldsymbol{k}_P e^{j(\boldsymbol{\phi}_C+\boldsymbol{\phi}_P)}}\right| \leq \boldsymbol{w}_{CS}(\omega) \quad . \tag{2.82}$$

Der unbekannte Parameter in den obigen Ungleichungen ist die komplexe Zahl $\boldsymbol{k}_C e^{j\boldsymbol{\phi}_C}$, die für alle Winkel $\boldsymbol{\phi}_C \in [0, 2\pi]$ und für eine diskrete Kreisfrequenz $\omega_i \in \Omega$ einen Kreis in der komplexen Zahlenebene ergibt. Die Kurve um die Vereinigung aller dieser Kreise ist die Grenze bzw. *QFT-bound* $\boldsymbol{b}_C(\omega_i)$ für den Regler $C(j\omega_i)$. Die Berechnung der Grenzen erfolgt nach folgendem Schema:

1. Diskretisierung des Frequenzbereiches zu einer begrenzten Menge $\Omega_d = (\omega_1, \ldots, \omega_m)$.
2. Diskretisierung der Phase $\boldsymbol{\phi}_C$ des Reglers in eine Menge $\boldsymbol{\Phi}_C = (\boldsymbol{\phi}_{C,1}, \ldots, \boldsymbol{\phi}_{C,n})$.
3. Wahl einer Frequenz $\omega_i \in \Omega_d$.

4. Wahl eines Phasenwinkels $\boldsymbol{\phi}_{C,i} \in \boldsymbol{\Phi}_C$.
5. Wahl eines Vertreters $P_r(s)$ der Modellfamilie $\boldsymbol{\Pi}$.
6. Berechnung von $\boldsymbol{k}_{C,max}(P_r(j\omega_i), \boldsymbol{\phi}_{C,i})$ und $\boldsymbol{k}_{C,min}(P_r(j\omega_i), \boldsymbol{\phi}_{C,i})$ unter Einbeziehung der Ungleichungen (2.80), (2.81) und (2.82).
7. Wiederholung des Schrittes 6 für alle Modelle $P_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ und Berechnung von

$$\begin{aligned} \boldsymbol{k}_{C,max}(\boldsymbol{\phi}_{C,i}, \omega_i) &= \max_{P_r} \boldsymbol{k}_{C,max}(P_r(j\omega_i), \boldsymbol{\phi}_{C,i}) \quad , \\ \boldsymbol{k}_{C,min}(\boldsymbol{\phi}_{C,i}, \omega_i) &= \min_{P_r} \boldsymbol{k}_{C,min}(P_r(j\omega_i), \boldsymbol{\phi}_{C,i}) \quad . \end{aligned}$$

8. Wiederholung der Schritte 4 bis 7 für alle Phasenwinkel in $\boldsymbol{\Phi}_C$.
9. Wiederholung der Schritte 3 bis 8 für alle Frequenzen in Ω_d.

Mit diesem Algorithmus wird für jede Frequenz $\omega_i \in \Omega_d$ und einen Phasenwinkel des Reglers $\boldsymbol{\phi}_{C,i} \in \boldsymbol{\Phi}_C$ ein Intervall berechnet, in dem $|C(j\omega_i)|$ zulässig ist:

$$\begin{aligned} |C(j\omega_i)| \geq \boldsymbol{k}_{C,min} \text{ und } |C(j\omega_i)| &\leq \boldsymbol{k}_{C,max}, \quad \text{wenn } \boldsymbol{k}_{C,min}(\boldsymbol{\phi}_{C,i}, \omega_i) > 0 \quad , \\ |C(j\omega_i)| &\leq \boldsymbol{k}_{C,max}, \quad \text{wenn } \boldsymbol{k}_{C,min}(\boldsymbol{\phi}_{C,i}, \omega_i) \leq 0 \quad . \end{aligned}$$

Die Kurve, die dieses Intervall für alle Phasenwinkel in $\boldsymbol{\Phi}_C$ einschließt, bildet die Grenze $\boldsymbol{b}_C(\omega_i)$ bezüglich $C(j\omega_i)$ bei der Frequenz ω_i.

Mit $L(j\omega_i) = P_n(j\omega_i)C(j\omega_i)$ können die Grenzen für den nominellen offenen Regelkreis $\boldsymbol{b}_L(\omega_i)$ formuliert werden. In Bild 2.6 (b) sind exemplarisch obere Grenzen des nominellen offenen Kreises mit der Streckenübertragungsfunktion $P_n(s) = 1/(s+1)$ im Nichols-Diagramm dargestellt. Die Anforderungen an den geschlossenen Kreis sind in Form der Ungleichungen (2.73), (2.74) und (2.75) mit $\boldsymbol{w}_S = 1.2$, $\boldsymbol{w}_T = 1.1$ und $\boldsymbol{w}_{CS} = 1.0$ vorgegeben. Der Verlauf des nominellen offenen Kreises wird mit dem Regler $C(s) = 1$ gebildet.

2.5 Extremwert-Regelung

Die Extremwert-Regelung ist ein relativ altes Verfahren, welches bereits in den 20'er Jahren des 19. Jahrhunderts Erwähnung fand [Leblanc, 1922]. Ausführlich diskutiert wird das Thema Extremwert-Regelung in [Ariyur & Krstić, 2003] oder [Astrom & Wittenmark, 1994]. Der Einsatz des Extremwert-Reglers zielt darauf ab, Prozesseingangsgrößen optimal einzustellen, sodass der Ausgang des Prozesses ein Extremwert annimmt. Das beinhaltet sowohl das Auffinden von Minima als auch von Maxima der Prozessausgangsgröße.

In Bild 2.7 ist das Blockschaltbild eines geschlossenen Regelkreises mit einem SISO-Extremwert-Regler zu sehen. Der nichtlineare Prozess ist dargestellt sowohl durch ein stationäres Kennfeld als auch durch ein dynamisches Modell. Der stationäre Anteil wird durch das nichtlineare Kennfeld $\boldsymbol{y}_s = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}_s)$ beschrieben und die Dynamik durch eine allgemeine zeitkontinuierliche Zustandsraumdarstellung, wobei die Streckendynamik im Vergleich zur Reglerdynamik schneller ist. Die wesentlichen Elemente des Extremwert-Reglers in Bild 2.7 sind ein Hochpass-Filter (HP), ein Tiefpass-Filter (LP), ein Integrator, ein proportionales Verstärkungsglied und ein Funktionsgenerator. Weiteres Charakteristikum des Regelungskonzeptes ist das Fehlen eines Soll-Istwert-Vergleiches.

Die Idee des Reglers ist es, den lokalen Gradienten $\boldsymbol{f}' = d\boldsymbol{y}_s/d\boldsymbol{u}_s$ des Kennfeldes $\boldsymbol{y}_s =$

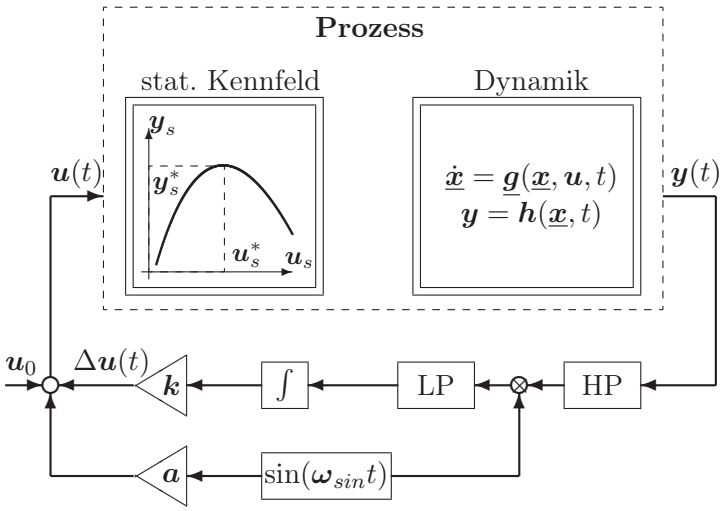

Bild 2.7: Blockschaltbild eines Regelkreises mit Extremwert-Regler.

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}_s)$ durch periodische Perturbation des Streckeneinganges $\boldsymbol{u}(t)$ zu bestimmen. Dadurch wird der Prozess fortlaufend aus dem jeweiligen Arbeitspunkt harmonisch ausgelenkt. Anhand der Reaktion auf diese Auslenkung kann darauf geschlossen werden, wie die Eingangsgrößen zu ändern sind, um so den Prozessausgang zu maxi- bzw. minimieren. Die Stellgröße $\boldsymbol{u}(t)$ wird solange vergrößert bzw. verringert, bis das Extremum $\boldsymbol{y}_s^* = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}_s^*)$ erreicht ist. In Bild 2.7 ist ein solches Extremum durch ein Maximum im Kennfeld dargestellt.

Anfangs wird der Startwert $\boldsymbol{u}_0$ mit einer harmonischen Sinusschwingung $\boldsymbol{a}\ \sin(\boldsymbol{\omega}_{sin} t)$ überlagert (Modulation). Die Amplitude $\boldsymbol{a}$ der Sinusschwingung entspricht dem Suchradius. Stimmt der aktuelle Startwert nicht mit der optimalen Stellgröße überein, so entsteht aufgrund der sinusförmigen Änderung der Stellgröße am Streckenausgang $\boldsymbol{y}(t)$ eine näherungsweise harmonische Perturbation, die, in Abhängigkeit vom lokalen Gradienten des Kennfeldes, eine Phasenverschiebung zum Eingangssignal aufweist.

Von der Ausgangsgröße wird durch den HP der Gleichanteil abgetrennt. Des Weiteren werden von dem HP tieffrequente Störungen, z. B. eine Sensordrift, eliminiert. Der Ausgangsgröße überlagerte hochfrequente Störungen können durch Erweiterung des HP zu einem Bandpass-Filter begegnet werden.

Die anschließende Multiplikation des gefilterten Signals mit der überlagerten Sinusschwingung $\sin(\boldsymbol{\omega}_{sin} t)$ führt unter der Bedingung $\boldsymbol{f}' \neq 0$ zu einem mittelwertbehafteten Signal, welches im Mittel über eine Periode ein Maß für den lokalen Gradienten ist. Dieser Schritt entspricht der Demodulation des Ausgangssignals. Der Gleichanteil wird über eine Tiefpass-Filterung geglättet. Eine darauf folgende Integration, mit einem Verstärkungsfaktor $\boldsymbol{k}$, führt zu einer Änderung der mittleren Eingangsgröße $\boldsymbol{u}_0 + \Delta\boldsymbol{u}(t)$ in Richtung des aktuellen Gradienten $\boldsymbol{f}'$. Die kontinuierliche Wiederholung dieser Arbeitsschritte führt dann dazu, dass die mittlere Eingangsgröße gegen das Optimum konvergiert. Hat der Regler sein Ziel erreicht, dann gilt für den eingeschwungenen Zustand

$$\boldsymbol{u}_0 + \Delta\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}_s^* \quad . \tag{2.83}$$

Die Stabilität der adaptiven Extremwert-Suche im geschlossenen Regelkreis wird unter vereinfachten Annahmen in [Krstić & Wang, 2000] gezeigt.

2.5.1 Slope-Seeking-Regler

Bei dem *Slope-Seeking*-Regler handelt es sich um eine Erweiterung des oben beschriebenen Extremwert-Reglers, siehe [Ariyur & Krstić, 2003]. Das erweiterte Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises mit einem Slope-Seeking-Regler ist in Bild 2.8 zu sehen.

Die Anwendung des Slope-Seeking-Verfahrens eignet sich für Prozesse, die nicht durch ein stationäres Kennfeld mit ausgeprägtem Optimum, sondern durch ein Kennfeld mit einem Plateau gekennzeichnet sind (siehe Bild 2.8). Die Anwendung des Extremwert-Reglers auf solche Regelstrecken würde nach Erreichen des Plateaus u. U. zu einer „Irrfahrt“ auf dem Plateau führen, wobei unnötig viel Stellenergie aufgebracht werden müsste.

Bei Prozessen mit stationären Kennfeldern mit Plateau besteht oft das Interesse den optimalen Betriebspunkt aufzusuchen, der durch einen kleinen Anstieg des Kennfeldes kurz vor dem Plateau charakterisiert werden kann. In einem solchen Punkt ist der Funktionswert des Kennfeldes nahezu maximal bei minimal dafür benötigter Stellgröße $\boldsymbol{u}_s^*$. Ein solcher bezüglich des Stellaufwandes optimaler Punkt ist im stationären Kennfeld in Bild 2.8 durch den Anstieg

$$\boldsymbol{f}'_{ref} = \left.\frac{d\boldsymbol{y}_s}{d\boldsymbol{u}_s}\right|_{u_s=u_s^*} \tag{2.84}$$

gekennzeichnet.

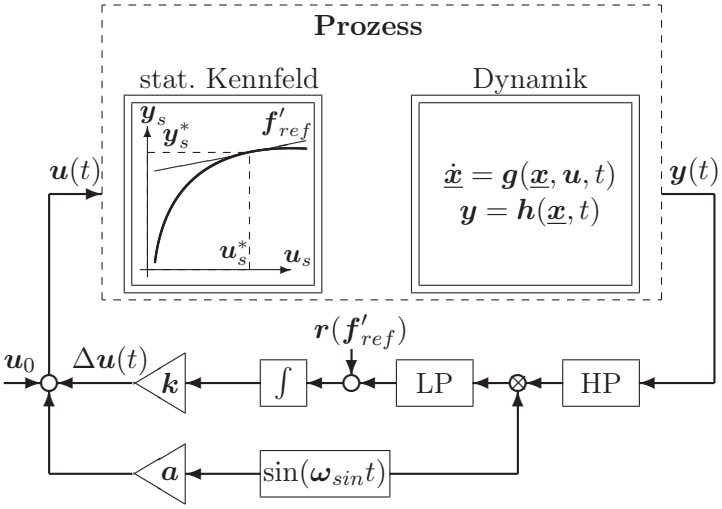

Bild 2.8: Blockschaltbild eines Regelkreises mit Slope-Seeking-Regler.

Um diesen optimalen Punkt aufzusuchen, wird wie in Bild 2.8 dargestellt, ein Referenzwert

$$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{f}'_{ref}) = -\frac{\boldsymbol{a}\boldsymbol{f}'_{ref}}{2}\Re\mathfrak{e}\left\{G_{HP}(j\omega)\right\} \quad , \tag{2.85}$$

der eine skalare Funktion des gesuchten Anstieges $\boldsymbol{f}'_{ref}$ ist, auf den Ausgang des LP addiert. Die Übertragungsfunktion eines HP erster Ordnung mit der Eckfrequenz $\boldsymbol{\omega}_{HP}$ ist gegeben durch

$$G_{HP}(s) = \frac{s}{s + \boldsymbol{\omega}_{HP}} \quad . \tag{2.86}$$

Unter der Annahme $\boldsymbol{f}'_{ref} = 0$, d. h. auch $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{f}'_{ref}) = 0$, sind Extremwert-Regler und Slope-

Seeking-Regler identisch. Der Extremwert-Regler stellt somit einen Spezialfall des Slope-Seeking-Reglers dar. Daher gelten die im Folgenden gegebenen Hinweise zur Einstellung der Parameter für die Filter, der Verstärkung $\boldsymbol{k}$ und des Signalgenerators sowohl für den Slope-Seeking- als auch für den Extremwert-Regler.

2.5.2 Einstellung der Reglerparameter

Obwohl die Extremwert-Regelung als modellfrei gilt, sollte die Wahl der Reglerparameter nicht willkürlich erfolgen, sondern unter Berücksichtigung physikalischer Kenntnisse über das zu regelnde System und mit ingenieurmäßigem Sachverstand. Es ist von Vorteil, wenn z. B. das stationäre Kennfeld im Vorfeld vermessen werden kann und die Systemdynamik näherungsweise bekannt ist. Bei den unten aufgeführten Hinweisen zur Einstellung des Reglers wird dies vorausgesetzt. Für die Einstellung der Reglerparameter bieten sich u. a. Simulationsstudien an. Im Einzelnen können folgende Hinweise gegeben werden:

- Der Startwert $\boldsymbol{u}_0$ sollte so gewählt werden, dass durch Perturbation des Eingangssignals ein lokaler Gradient des Kennfeldes erfasst wird. Beginnt die Suche auf einem Plateau des Kennfeldes, bei dem der lokale Gradient näherungsweise null ist, folgt $\Delta\boldsymbol{u}(t) = 0$ und die Stellgröße konvergiert nicht bzw. es ist unter Einfluss von Störungen eine Irrfahrt des Reglers auf dem Plateau die Folge.
- Die Kreisfrequenz der harmonischen Anregung $\boldsymbol{\omega}_{sin}$ sollte notwendigerweise kleiner als die dominierende Eigenfrequenz des Prozesses $\boldsymbol{\omega}_P$ sein. In [Ariyur & Krstić, 2003] wird vorgeschlagen $\boldsymbol{\omega}_{sin}$ sehr viel kleiner als $\boldsymbol{\omega}_P$ zu setzen ($\boldsymbol{\omega}_{sin} << \boldsymbol{\omega}_P$), sodass die Dynamik des Prozesses gegenüber der Reglerdynamik vernachlässigt werden kann und es zu keiner Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal aufgrund des Einflusses der Streckendynamik kommt. Sollte es aus praxisrelevanten Gründen nicht möglich sein, eine Phasenverschiebung zu vermeiden, ist dies durch geeignete Einstellung des HP zu kompensieren.
- Die Amplitude des Perturbationssignals $\boldsymbol{a}$ gibt den Suchradius des Reglers an und sollte unter Berücksichtigung des stationären Kennfeldes sinnvoll gewählt werden. Des Weiteren kann über die Wahl von $\boldsymbol{a}$ Einfluss auf die Sensitivität des Regelkreises genommen werden. Ist $\boldsymbol{a}$ zu klein, können Störungen die Gradientenbestimmung maßgeblich beeinflussen und zu einer Irrfahrt des Reglers führen. Es besteht auch die Gefahr, dass der Regler bei einer Extremwertsuche nicht das globale, sondern nur ein lokales Optimum findet. Außerdem ist bei einem zu kleinen Suchradius der Regelalgorithmus langsam.

  Ist hingegen der Suchradius zu groß, wird der lokale Gradient fehlerhaft bestimmt, und der Regler variiert die Eingangsgröße in einem zu weiten Bereich um $\boldsymbol{u}_{opt}$. Ein unnötig großer Stellaufwand und starke Schwankungen des Streckenausgangs sind die Folgen.
- Die Eckfrequenz $\boldsymbol{\omega}_{HP}$ des HP in Gl. (2.86) sollte etwas kleiner als die Kreisfrequenz des Perturbationssignals $\boldsymbol{\omega}_{sin}$ gewählt werden, da sonst die Phase das Ausgangssignal verschoben wird. Als Empfehlung kann $\boldsymbol{\omega}_{HP} \leq 0.2\boldsymbol{\omega}_{sin}$ angegeben werden. Durch eine Erweiterung des HP um einen LP zu einem Bandpass-Filter werden zusätzlich hochfrequente Störungen herausgefiltert. In diesem Fall ist $\boldsymbol{\omega}_{HP} = \boldsymbol{\omega}_{LP} = \boldsymbol{\omega}_{sin}$ zu wählen, um eine Phasenverschiebung des Ausgangssignals zu vermeiden.
- Um den Gleichanteil des demodulierten Ausgangssignals zu glätten, gilt für die Wahl der Eckfrequenz des LP $\boldsymbol{\omega}_{LP} \leq \boldsymbol{\omega}_{sin}$. Jedoch ist $\boldsymbol{\omega}_{LP}$ nicht zu klein zu wählen, da der Regelkreis sonst zu langsam wird.

- Die Verstärkung $\boldsymbol{k}$ beeinflusst einerseits maßgeblich die Geschwindigkeit der Konvergenz und andererseits die Robustheit der Regelung gegenüber Störungen. Ist $\boldsymbol{k}$ groß, ist die Regelung schnell, aber nicht robust. Hier gilt es einen sinnvollen Kompromiss zu erzielen.

2.6 Dynamische Vorsteuerung

Für einschleifige Regelkreise sind detaillierte Ausführungen zur Vorsteuerung in [Kreisselmeier, 1999] zu finden. Ziel der im Bild 2.9 skizzierten dynamischen Vorsteuerung ist es, von der Sollgröße $\underline{R}(s)$ aus keine Regelfehler anzuregen, d. h. es soll gelten $\underline{Y}(s) = \boldsymbol{G}_F(s)\underline{R}(s)$. Daraus resultiert aus Bild 2.9 für das Sollwertfilter

$$\boldsymbol{G}_F(s) = \boldsymbol{P}_n(s)\boldsymbol{F}(s) \quad , \tag{2.87}$$

in der $\boldsymbol{G}_F(s)$ das Verhalten bzgl. der Sollgröße bezeichnet und sinnvollerweise als stabile Übertragungsmatrix vorgegeben wird. Die Übertragungsmatrix $\boldsymbol{P}_n(s)$ bezeichnet das nominelle Streckenmodell. Um stabile und kausale Übertragungsfunktionen in der Vorsteuerung $\boldsymbol{F}(s)$ zu garantieren, muss für die einzelnen Übertragungsfunktionen in der Matrix $\boldsymbol{G}_F(s)$ gewährleistet sein, dass der Differenzgrad zwischen Nenner- und Zählerpolynom mindestens gleich dem Differenzgrad der jeweiligen Teilsysteme der Übertragungsmatrix $\boldsymbol{P}_n(s)$ sein muss. Des Weiteren müssen die Zähler der Übertragungsfunktionen von $\boldsymbol{G}_F(s)$ alle entsprechenden nichtminimalphasigen Nullstellen der Übertragungsfunktionen der Strecke $\boldsymbol{P}_n(s)$ enthalten. Werden diese beiden Forderungen an $\boldsymbol{G}_F(s)$ erfüllt, kann durch Umstellung von Gl. (2.87) die Beziehung

$$\boldsymbol{F}(s) = \boldsymbol{P}_n(s)^{-1}\boldsymbol{G}_F(s) \quad , \tag{2.88}$$

für die stabile und kausale Vorsteuerung $\boldsymbol{F}(s)$ aufgestellt werden. Diese Vorsteuerung erzielt das gewünschte Führungsverhalten unabhängig von der Reglereinstellung. Der Regler $\boldsymbol{C}(s)$ hat dann nur noch die Aufgabe Störungen $\underline{D}(s)$ auszuregeln.

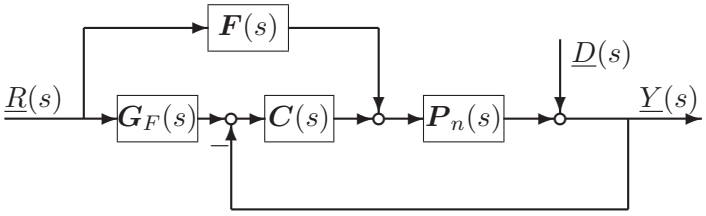

Bild 2.9: Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises mit der dynamischen Vorsteuerung $\boldsymbol{F}(s)$ und dem Sollwertfilter $\boldsymbol{G}_F(s)$.

2.7 Antireset windup

Bei Reglern mit integrierendem Verhalten, die in einem Regelkreis mit Stellgrößenbeschränkung implementiert sind, tritt das Problem des *windups* auf. Dabei wird bei Überschreitung der Beschränkung des Stellsignals weiter aufintegriert, ohne dass das Stellsignal beeinflusst wird. Gelangt die Stellgröße aus der Sättigung, kann es unter Umständen sehr lange dauern bis der I-Anteil abgebaut ist und die Regelung wieder reagiert. Weitere negative Folgen des windups sind eine längere Einschwingzeit oder instabiles Verhalten.

Diesem Phänomen kann durch Implementierung einer antireset windup Maßnahme entgegengewirkt werden. Einen Überblick über solche Kompensationen sind z. B. in [Peng *et al.*, 1998] enthalten.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die in [Park & Choi, 1995] vorgeschlagene antireset windup Kompensation angewendet, deren Implementierung in den Regelkreis in Bild 2.10 gegeben ist. Die Darstellung des Reglers $\boldsymbol{C}(s)$ erfolgt im Zustandsraum durch

$$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) = \boldsymbol{A}\underline{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{B}\underline{\boldsymbol{e}}(t) \quad , \tag{2.89}$$

$$\underline{\boldsymbol{u}}(t) = \boldsymbol{C}\underline{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{D}\underline{\boldsymbol{e}}(t) \quad . \tag{2.90}$$

Liegt eine Überschreitung der Stellgrößenbeschränkung vor, so erfolgt eine Kompensation durch den optimalen antireset windup Kompensator $\boldsymbol{M}^*(s)$, der gegeben ist durch

$$\boldsymbol{M}^*(s) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{P}_n(s)\left[\boldsymbol{I} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{P}_n(s)\right]^{-1} \quad . \tag{2.91}$$

Der Zustandsvektor des Reglers $\underline{\boldsymbol{x}}(t)$ wird dadurch in einen Zustand überführt, in dem die Beschränkung nicht aktiv ist.

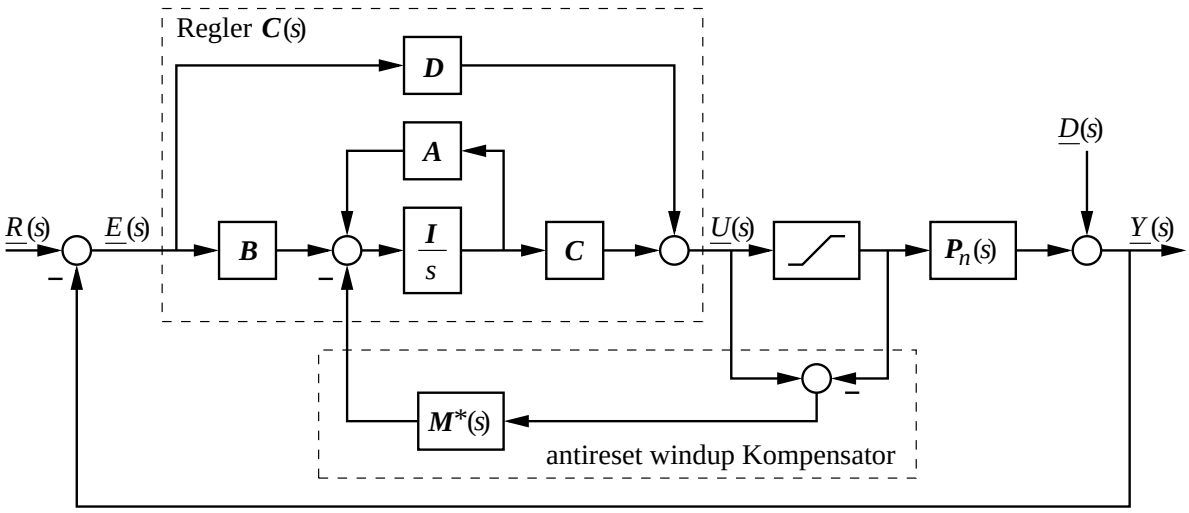

Bild 2.10: Implementierung der antireset windup Kompensation in den Regelkreis nach [Park & Choi, 1995].

Die Stabilität der Strecke $\boldsymbol{P}_n(s)$ sowie die des Regelkreises ohne Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkung sind die Voraussetzungen für den Entwurf von $\boldsymbol{M}^*(s)$. Gelten diese Voraussetzungen ist das System mit Kompensation $\boldsymbol{M}^*(s)$ asymptotisch stabil, wenn die Bedingung

$$\left\|\boldsymbol{D}\boldsymbol{P}_n(s)\right\|_\infty < 1 \quad , \tag{2.92}$$

erfüllt ist.

Kapitel 3

Methoden der Strömungsmesstechnik

Aufgrund des interdisziplinären Charakters dieser Arbeit kommen neben den in Kapitel 2 vorgestellten regelungstechnischen Methoden auch Verfahren aus dem Bereich der Strömungsmesstechnik zum Einsatz. In diesem Kapitel sollen in Abschnitt 3.1 zwei angewendete Techniken zur Strömungsvisualisierung sowie in Abschnitt 3.2 zwei Verfahren zur Geschwindigkeitsmessung in Strömungsfeldern vorgestellt werden.

3.1 Strömungssichtbarmachung

3.1.1 Öltropfen-Interferometrie

Die Öltropfen-Interferometrie wird zur Sichtbarmachung des Wandreibungseinflusses und zur darauf basierenden Bestimmung der mittleren Wiederanlegeposition der Scherschicht hinter der rückwärts gewandten Stufe eingesetzt. Dabei wird vorausgesetzt, dass ein kleiner und dünn aufgetragener Tropfen Silikonöl (Durchmesser ca. 1 mm) auf der Wand haftet und sich unter Einfluss der Wandschubspannung τ_w, wie in Bild 3.1 (a) dargestellt, verformt. Der verformte Öltropfen wird mit monochromatischem Licht bestrahlt, wobei als Lichtquelle eine Niederdruck-Dampflampe (hier: *Philips SOX-E18* Natrium-Dampflampe) geeignet ist. Die Reflexion des Lichts erfolgt zum einem an der Oberfläche des Tropfens und zum anderen an der darunter liegenden Körperwand, die zweckmäßigerweise aus geschwärztem Glas besteht. Aufgrund der Verformung des Öltropfens ergeben sich unterschiedliche Weglängen für die beiden Reflexionsanteile. Diese unterschiedlichen Weglängen führen zu optischen Interferenzen, die je nach Phasenlage der Lichtwellen zu gegenseitiger Verstärkung oder Abschwächung führen, wie Bild 3.1 (b) exemplarisch zeigt.

Die mittlere Wiederanlegelänge ist charakterisiert durch $\tau_w = 0$. Folglich verformt sich ein Öltropfen nach allen Seiten gleichmäßig, und dessen Interferenzstreifen sind als konzentrische Kreise zu erkennen. Ist τ_w im Mittel ungleich Null verformt sich der Öltropfen stark in eine Richtung, und die Interferenzstreifen sind ungleichmäßig angeordnet (siehe Bild 3.1). Die Genauigkeit der bestimmten Wiederanlegelänge hängt stark von der Anordnungsdichte der Tropfen ab und beträgt bei hoher Tropfendichte etwa ± 2 mm.

3.1.2 Rauchdrahtmethode

Die Rauchdrahtmethode ist ein elektrochemisches Visualisierungsverfahren. Hierbei wird ein dünner mit Öl bestrichener Draht quer in die Luftströmung eingebracht und durch kurze Strompulse beheizt. Aufgrund der hohen Oberflächenspannung des Öles bilden sich auf dem Draht kleine Tröpfchen. Infolge des Strompulses werden die Öltröpfchen in ein Aerosol aus Gas und

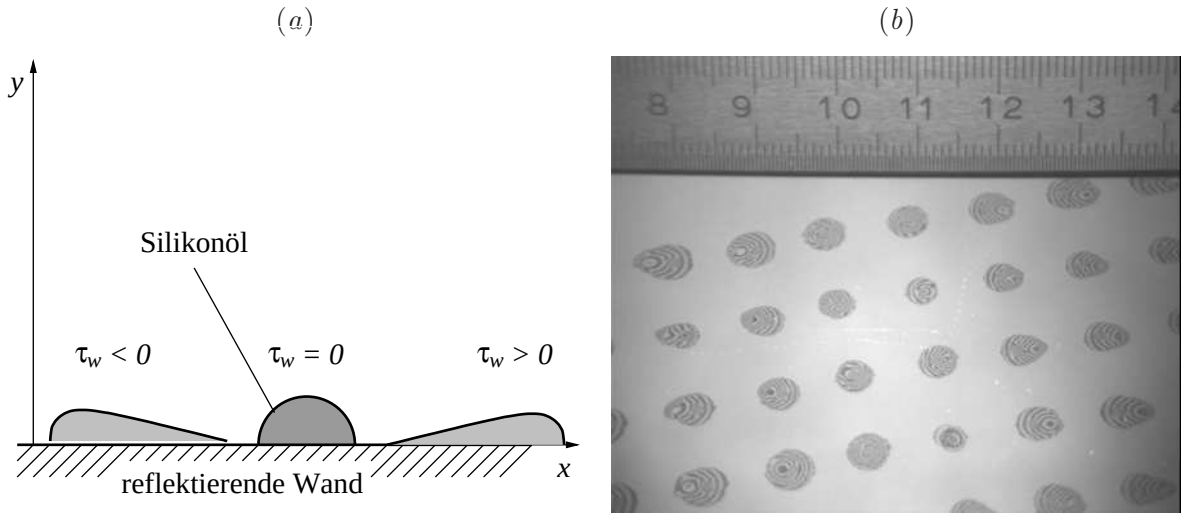

Bild 3.1: (a) Schematische Darstellung der Verformung eines dünnen Öltropfens unter Einwirkung der Wandreibung. (b) Exemplarische Aufnahme der verformten Öltropfen mit Interferenzmustern.

Rauch umgewandelt, das mit der Strömung in Form dünner Rauchfäden abschwimmt.

Als Material für den Draht eignen sich Wolfram oder Konstantan. Die Dicke des Drahtes ist abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit. Bis $u_\infty < 15\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ haben sich Drahtdurchmesser bis 0.1 mm bewährt. Als Öl kommt ein Gemisch aus Silikonöl und Paraffin zum Einsatz. Das Öl wird mittels einer Einwegspritze, die über einen dünnen Silikonschlauch direkt mit dem Draht verbunden ist, gleichmäßig auf den Draht aufgebracht.

Als Beispiel dient die Aufnahme in Bild 3.2. Abgebildet ist der natürliche Nachlauf eines stumpfen Körpers bei $Re = 23\,000$. Die sich aufrollenden großskaligen Scherschichtwirbel, die sich alternierend anordnen, sind gut zu erkennen.

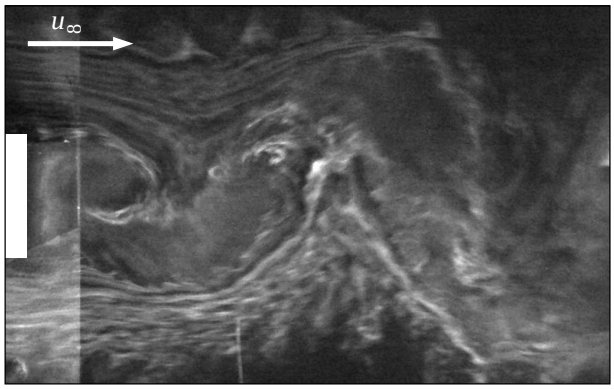

Bild 3.2: Beispiel einer Rauchdrahtvisualisierung des Nachlaufs hinter einem stumpfen Körper. Die Anströmung erfolgt mit $Re = 23\,000$.

3.2 Geschwindigkeitsmessung

3.2.1 Hitzdraht-Anemometrie

Bei der Hitzdrahtsonde wird der Effekt ausgenutzt, dass ein geheizter Draht aufgrund der erzwungenen Konvektion Wärme abgibt, wenn er angeströmt wird. Ein ca. 5 μm dicker Draht wird an die Zinken einer Gabel angeschweißt und mit drei weiteren ohmschen Widerständen zu einer Wheatstonschen Messbrücke geschaltet. Es wird auf eine Temperatur ϑ_H aufgeheizt, die signifikant höher ist als die der Strömung ϑ_F. Typische Überhitzungsverhältnisse ϑ_H/ϑ_F sind in Luft $1.3 \leq \vartheta_H/\vartheta_F \leq 1.8$. Die Brücken- bzw. Heizspannung $\tilde{u}_B$, die erforderlich ist diese Temperatur konstant zu halten, ist ein Maß für die Strömungsgeschwindigkeit u. Die schematische Anordnung eines derartigen Constant-Temperature-Anemometers (CTA) zeigt Bild 3.3.

Der Zusammenhang zwischen der Spannung $\tilde{u}_B$ und der Strömungsgeschwindigkeit u ist als Kingsches Gesetz

$$\tilde{u}_B^2 = A + B\sqrt{u} \tag{3.1}$$

bekannt geworden. Es ergibt sich aus der Wärmebilanz für den elektrisch geheizten und konvektiv gekühlten Draht. Die beiden Koeffizienten A und B werden durch eine Kalibrierung, bei der die Referenzgeschwindigkeit u mit einem Prandtl-Rohr ermittelt wird, bestimmt.

Ein Vorteil der Hitzdrahttechnik ist die zeitlich hohe Auflösung von Geschwindigkeitsschwankungen von bis zu 100 kHz. Demgegenüber steht der Nachteil der äußerst fragilen Technik. Des Weiteren ist bei Verwendung von Einzelhitzdrähten keine Unterscheidung der Strömungsrichtung möglich, d.h. es kann nur der Betrag der Geschwindigkeit bestimmt werden. Nähere Einzelheiten zur Hitzdraht-Anemometrie sind sind in [Hucho, 2002] oder [Nitsche & Brunn, 2006] enthalten.

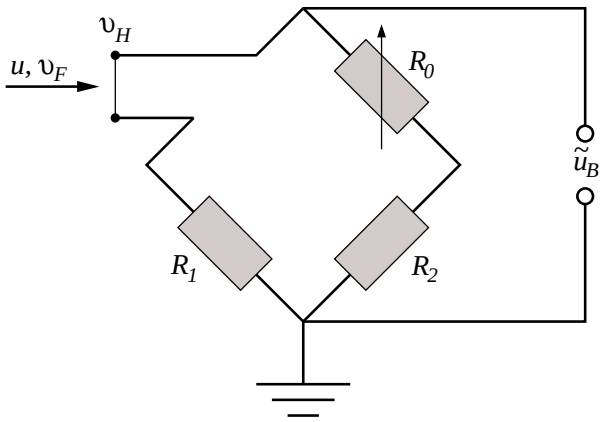

Bild 3.3: Schematische Darstellung eines Constant-Temperature-Anemometers (CTA).

3.2.2 Particle Image Velocimetry

Mit der in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Hitzdraht-Anemometrie kann die Geschwindigkeit nur punktweise bestimmt werden. Außerdem wird die Messung durch das Einbringen der Sonde in die Strömung beeinflusst. Mit dem optischen Geschwindigkeitsmessverfahren der *Particle*

Image Velocimetry (PIV) ist es hingegen möglich, berührungsfrei im Strömungsmedium zu messen. Des Weiteren können 2D-Geschwindigkeitsfelder in einer hohen zeitlichen und räumlichen Auflösung erfasst werden, sodass auch instationäre Vorgänge festgehalten werden können. Deshalb gehört PIV zu einem der leistungsfähigsten, modernen bildgebenden Messverfahren. Detaillierte Ausführungen zu dieser Messmethode sind z. B. in [Nitsche & Brunn, 2006] enthalten.

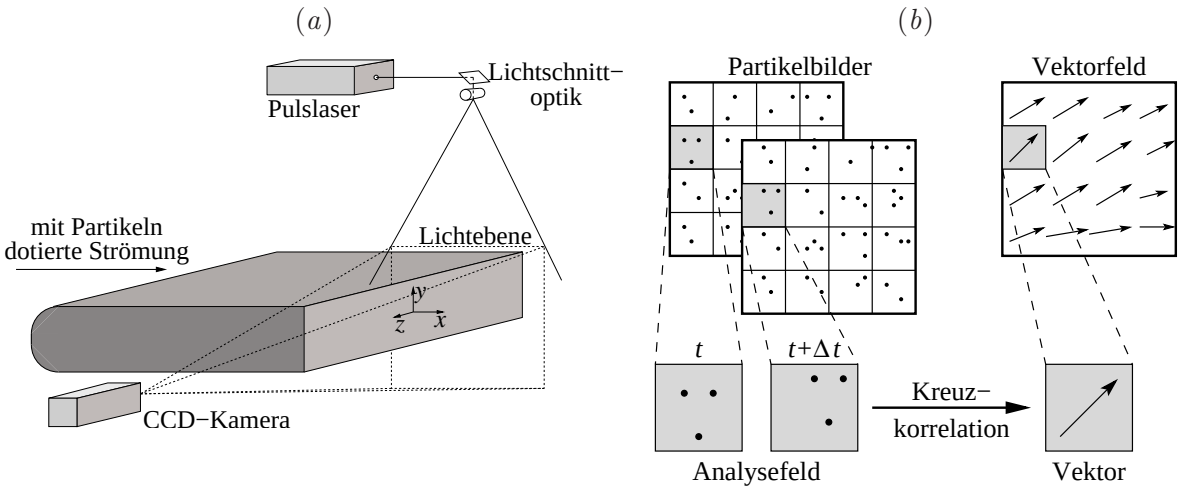

Bild 3.4: (*a*) Schematische Darstellung der Komponenten und des Grundprinzips der PIV. (*b*) Bildanalyse durch Anwendung der Doppelbild-Kreuzkorrelation bei der PIV.

Bild 3.4 (*a*) stellt die wichtigsten Komponenten und das Grundprinzip der PIV dar. Ein modernes PIV-System besteht aus einem Laser, einer CCD-Kamera (*Charge Coupled Device*) und einer Synchronisationseinheit zur Ansteuerung von Laser und Kamera. Zur Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes werden dem Strömungsmedium Tracer-Partikel, mit einem Durchmesser kleiner 1 μm, in hoher Anzahl (ca. 5 Partikel pro mm^3) zugeführt. Zur Sichtbarmachung der Partikel in einer Ebene erfolgt eine Aufweitung des Laserstrahles mittels einer geeigneten Lichtschnittoptik. Die so ausgeleuchtete Ebene kann durch eine seitwärts zur Einstrahlrichtung angeordneten Kamera optisch abgebildet werden. Der Laser wird gepulst betrieben. Somit erfolgt eine zweimalige Beleuchtung einer Ebene und Aufnahme des Streulichts der Partikel im zeitlichen Abstand Δt. Aus einer offline durchgeführten Korrelation der beiden Abbildungen lässt sich die Verschiebung der einzelnen Partikelabbilder in der xy-Ebene ermitteln, und mit dem bekannten Zeitabstand der Lichtpulse ergibt sich daraus der Geschwindigkeitsvektor. Bei kleinem Zeitabstand Δt kann von einer näherungsweise linearen Bahn der Partikel bei konstanter Geschwindigkeit ausgegangen werden.

Bei der Bildaufnahme kommt das Doppelbildverfahren zum Einsatz (siehe auch Bild 3.4 (*b*)). Dabei wird synchron zu jedem Laserpuls ein Bild aufgenommen, wobei die Reihenfolge der Bilder als auch deren zeitlicher Abstand bekannt sind. Somit werden bei der Bildanalyse die Bilder miteinander verglichen und Betrag und Richtung der Geschwindigkeiten mit Hilfe einer Kreuzkorrelation bestimmt.

Zur Bildanalyse werden die Partikelbilder in kleine äquidistante Analysefelder unterteilt (siehe Bild 3.4 (*b*)). Die Größe der Felder hängt von der Anzahl der abgebildeten Partikel, dem Partikeldurchmesser und dem Laserpulsabstand Δt ab. Je kleiner die Analysefeldgröße, desto höher ist die räumliche Auflösung des Geschwindigkeitsfeldes. Nach der Anwendung und Auswertung der Kreuzkorrelation auf jedes einzelne Analysefeld erfolgt die Generierung eines 2D-Geschwindigkeitsvektorfeldes aus den jeweils ermittelten Verschiebevektoren.

Kapitel 4

Regelung der Wiederanlegelänge hinter einer rückwärts gewandten Stufe mit einseitiger Scherschichtablösung

Als erster Baustein zum Aufbau von Regelungen dreidimensionaler Strömungen um stumpfe Körper widmet sich dieses Kapitel einer Konfiguration mit einseitiger Strömungsablösung. Betrachtet wird die turbulente Strömung über einer rückwärts gewandten Stufe. Ziel ist der Aufbau von Regelungen zur Einstellung der Wiederanlegelänge stromab der Stufe. Es werden eine Eingrößenregelung (SISO) sowie eine Mehrgrößenregelung (MIMO) vorgeschlagen, mit jeweils unterschiedlichen Methoden zur Bestimmung einer Ersatzregelgröße. Dabei gliedert sich dieses Kapitel wie folgt: Zunächst wird in Abschnitt 4.1 die Stufenströmung und das aktive Beeinflussungskonzept vorgestellt. Bevor sich Abschnitt 4.3 den Strömungsparametern und dem stationären Verhalten bei aktiver Beeinflussung widmet, erfolgt in Abschnitt 4.2 eine Vorstellung des experimentellen Aufbaus. In diesem Abschnitt werden auch zwei online-fähige Messtechniken zur Bestimmung der Ersatzregelgrößen präsentiert. Detaillierte Ausführungen zur Modellidentifikation sind in Abschnitt 4.4 enthalten. Auf Basis der identifizierten Modelle erfolgt in Abschnitt 4.5 die Synthese robuster Regler, sowohl für den Ein- als auch für den Mehrgrößenfall. Die experimentellen Ergebnisse werden in Abschnitt 4.6 präsentiert, bevor in Abschnitt 4.7 die wichtigsten Ergebnisse kurz zusammengefasst werden.

4.1 Die Stufenströmung und deren aktive Beeinflussung

Die Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe ist ein klassisches Beispiel für eine einseitige Ablösung. Solche Konfigurationen kommen in der Praxis häufig vor, so z. B. bei einem Pkw mit Stufenheck oder in geschlossenen Luftführungen mit plötzlicher Erweiterung. Wegen ihrer einfachen Geometrie und der geometrisch fixierten Ablösung an der oberen Stufenkante wird die rückwärts gewandte Stufe häufig als Benchmark-Konfiguration für die Untersuchung abgelöster Strömungen herangezogen. Als Beispiele seien die experimentellen Arbeiten [Huppertz, 2001], [Ruderich & Fernholz, 1985], [Adams & Johnston, 1988*a*] und [Adams & Johnston, 1988*b*], sowie die numerischen Simulationen in [Le *et al.*, 1997] genannt. Mit der aktiven Beeinflussung der Stufenströmung befassen sich die Arbeiten [Kim *et al.*, 1980], [Ruderich & Fernholz, 1985], [Hasan, 1992], [Wengle *et al.*, 2001], [Jürgens & Kaltenbach, 2003], [Chun & Sung, 1996], [Chun & Sung, 1998] oder [Chun *et al.*, 1999], um nur einige Literaturquellen zu nennen.

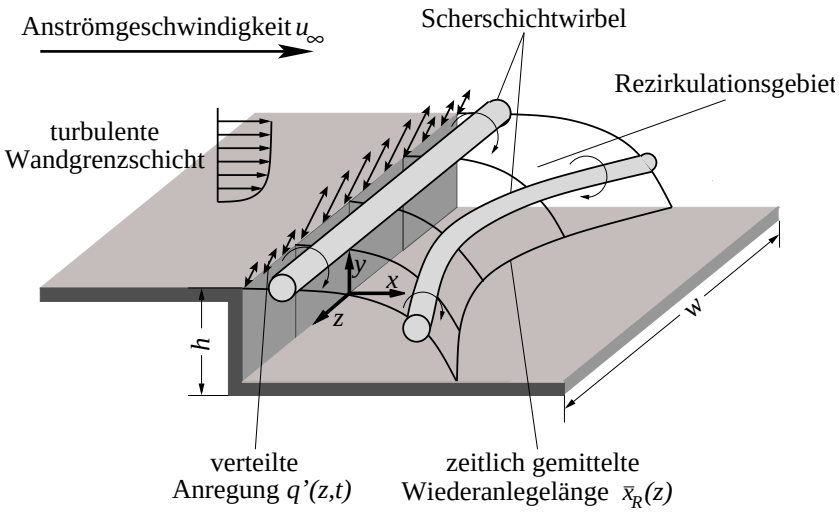

Bild 4.1: Strömungsfeld einer rückwärts gewandten Stufe mit verteilter Anregung an der Stufenkante.

4.1.1 Strömungsfeld

Bei der Beschreibung des Strömungsfeldes der Stufenströmung wird zwischen laminaren, transitionellen und turbulenten Fall unterschieden. Im laminaren Fall liegt dieser Zustand im gesamten Strömungsfeld vor, während im turbulenten Fall bereits die abgelöste Grenzschicht turbulent ist. Letztgenannte Strömungsbedingungen werden im Rahmen dieser Arbeit untersucht.

In Bild 4.1 sind die wesentlichen Phänomene der Stufenströmung veranschaulicht. Die Anströmung der rückwärts gewandten Stufe mit der ungestörten Geschwindigkeit u_∞ bildet im Stufenvorlauf ein turbulentes Wandgrenzschichtprofil aus. Aufgrund der geometrischen Erweiterung löst die Strömung an der Stufenkante ab und legt weiter stromab an der Wiederanlegeposition x_R wieder an. Stromab der Stufenkante bildet sich ein Ablösegebiet aus. Dieses enthält das Rezirkulationsgebiet und die das Rezirkulationsgebiet einhüllende Scherschicht. Hinter dem Wiederanlegebereich schließt sich der Nachlauf an, mit einer sich neu entwickelnden Wandgrenzschicht.

Für die hier auftretende Art der Ablösung gelten nicht die beiden nach Prandtl [Prandtl & Tietjens, 1934] eingeführten Bedingungen, wonach der Gradient der Geschwindigkeit an der Wand gleich Null ist und die Wandschubspannung verschwindet. Diese Form der geometrisch induzierten Ablösung wird in [Leder, 1992] als „Strömungsabriss“ bezeichnet.

Die sich bildende Scherschicht ist konvektiv instabil, denn eine kleine Auslenkung quer zur Strömungsrichtung erzeugt auf ihrer Ober- und Unterseite eine Druckverteilung, die das Bestreben hat, diese Auslenkung weiter zu vergrößern. Bei konvektiver Instabilität wächst eine kleine Störung anfänglich exponentiell mit der Zeit an und bewegt sich dabei mit dem Strömungsfeld von dem Entstehungsort weg. Sie klingt schließlich wieder ab und hinterlässt am Anregeort keine Störungen. Dieses Phänomen wird als Kelvin-Helmholtz-Instabilität bezeichnet und wurde erstmals an freien Scherschichten in [Helmholtz, 1896] untersucht. Als weitere Arbeiten, in denen die konvektive Scherschichtinstabilität Untersuchungsgegenstand ist, seien [Dovgal *et al.*, 1995], [Hasan, 1992] und [Michalke, 1995] genannt.

Der Kelvin-Helmholtz-Instabilitätsmechanismus führt zur einer Aufrollung der Scherschicht zu diskreten Einzelwirbeln mit der natürlichen Instabilitätsfrequenz f_{sl}. Über die Skalierung

dieser Frequenz werden in der Literatur unterschiedliche Angaben gemacht. [Huppertz, 2001] gibt in Übereinstimmung mit [Hasan, 1992] für den laminaren Fall als Richtwert die dimensionslose Darstellung der Frequenz

$$\frac{\delta_2 f_{sl}}{u_\infty} \approx 0.014 \tag{4.1}$$

an. In [Leder, 1992] wird zur Bildung dieser dimensionslosen Strouhal-Zahl hingegen als physikalisch sinnvolles Längenmaß nicht die Impulsverlustdicke der Grenzschicht δ_2, sondern deren Verdrängungsdicke δ_1 vorgeschlagen. Mit der auf diese Wiese gebildeten Strouhal-Zahl wird

$$\frac{\delta_1 f_{sl}}{u_\infty} \approx 0.02 \tag{4.2}$$

angegeben. Die verschiedenen Autoren sind sich aber darüber einig, dass sich das Instabilitätsproblem über einen weiten Frequenzbereich erstreckt und für eine später diskutierte effektive Anregefrequenz der Scherschichtinstabilität eine Frequenz in der Umgebung von f_{sl} verwendet werden kann.

Nach der Ausbildung von einigen Instabilitätswellen wird ein Zerfallsprozess der Scherschichtwirbel beobachtet, da eine Interaktion mit der Wand einsetzt, siehe dazu [Chun & Sung, 1998]. Des Weiteren bilden sich mit zunehmender Lauflänge dreidimensionale Strukturen heraus. In [Shih & Ho, 1994] wird gezeigt, dass die Scherschichtwirbel zunächst parallel zur Abrisskante verlaufen und weiter stromab zum Mittellängsschnitt einbeulen und sich neben der bekannten zweidimensionalen Rezirkulationsströmung auch eine quer dazu einstellt.

Die Scherschicht umrahmt das Rezirkulationsgebiet, das vorrangig durch Rückströmung im wandnahen Bereich gekennzeichnet ist. Als wichtigstes Maß zur Beschreibung der Größe des gesamten Ablösegebietes dient die Wiederanlegelänge. In [Haller, 2004] werden dazu unterschiedliche Definitionen vorgeschlagen. Im Rahmen dieser Arbeit beschreibt die Wiederanlegelänge den Abstand von der Stufenkante bis zur Wiederanlegeposition x_R. Die Wiederanlegeposition ist durch eine verschwindende Wandschubspannung $\tau_W = 0$ charakterisiert. Die Wandschubspannung resultiert allein aus der Zähigkeit des Mediums, und folglich gilt der Wandschubspannungsansatz nach Newton

$$\tau_W = \eta \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{4.3}$$

mit der dynamischen Viskosität η, der Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung u und der Höhenkoordinate über der Wand y [Schade & Kunz, 1989]. Ein negatives τ_W kennzeichnet Rückströmung und ein positives τ_W Vorwärtsströmung.

Durch die starke Durchmischung innerhalb der Scherschicht, dem sog. Scherschicht-Entrainment, wird Fluid aus dem Rezirkulationsgebiet transportiert, wohingegen im Wiederanlegebereich aufgrund des Unterdrucks im Rezirkulationsgebiet Fluid zurückströmt. Die zeitlich gemittelte Wiederanlegelänge $\overline{x}_R$ ist durch ein Gleichgewicht zwischen der Rückströmung und dem Scherschicht-Entrainment bestimmt. Diese einfache Charakterisierung findet häufig Verwendung, da die Entwicklung der Wiederanlegelänge ausreichend beschrieben wird, wie [Adams & Johnston, 1988*a*], [Adams & Johnston, 1988*b*] und [Huppertz, 2001] bestätigen. Demnach führt jede Erhöhung des Entrainments, z. B. durch Anfachung der Scherschichtinstabilität, zu einer Verkürzung der Wiederanlegelänge. In dieser Arbeit wird dieser Mechanismus zur aktiven Beeinflussung der Stufenströmung ausgenutzt.

4.1.2 Aktive Beeinflussung der Stufenströmung

Durch die aktive Beeinflussung der Scherschicht wird die zur Wirbelbildung führende Aufrollung der Scherschicht angefacht, das Entrainment der Scherschicht erhöht und somit die Wiederanlegelänge verkürzt. Dieser Anregemechanismus wird in zahlreichen Arbeiten zur aktiven Beeinflussung der Stufenströmung eingesetzt, als Beispiele seien [Hasan, 1992], [Michalke, 1995], [Sigurdson, 1995], [Chun *et al.*, 1999] oder [Fiedler & Fernholz, 1990] aufgeführt.

In den meisten Arbeiten zur aktiven Beeinflussung der Stufenströmung wird eine in Spannweitenrichtung (z-Richtung) gleichverteilte, monofrequente, harmonische Anregung verwendet. Als Anregeort hat sich die Stufenkante als sehr effektiv herausgestellt, wobei die Aktuation in einem Winkel von 45° zur Anströmungsrichtung stattfindet. Dabei wird die Strömung vereinfachend als zweidimensional angenommen, d. h. dreidimensionale Strukturen werden vernachlässigt. In dieser Arbeit ist es jedoch auch ein Ziel durch verteilte Aktuation an der Stufenkante den Instabilitätsmechanismus unterschiedlich stark anzuregen. Dadurch soll eine entsprechende unterschiedliche Verkürzung der Wiederanlegelänge in z-Richtung erreicht werden, d. h. eine Strukturierung der Wiederanlegelinie erfolgen. Eine verteilte Anregung wird später insbesondere für dreidimensionale Körper benötigt. Daher dienen diese Untersuchungen auch dem Nachweis der grundsätzlichen Realisierbarkeit.

Als Anregefrequenz f_a eignen sich Frequenzen in der Umgebung der natürlichen Instabilitätsfrequenz der Scherschicht f_{sl} entsprechend Gl. (4.1) bzw. Gl. (4.2). Über die Wahl der effektivsten Anregungsfrequenz werden in der Literatur unterschiedliche Angaben gemacht. In [Chun & Sung, 1996] ist eine Auflistung effektivster Anregefrequenzen für die turbulente Stufenströmungen aus verschiedenen experimentellen Arbeiten zu finden. Die Werte für die optimale Anregefrequenz liegen im Bereich $0.007 \leq f_a\,\delta_2/u_\infty \leq 0.017$. In [Greenblatt & Wygnanski, 2000] wird vorgeschlagen, die Strouhal-Zahl der Anregung in der Form

$$St_a = \frac{\overline{x}_R\, f_a}{u_\infty} \tag{4.4}$$

zu bilden. Die Autoren geben einen universellen Bereich $1.5 \leq \overline{x}_R\, f_a/u_\infty \leq 2.0$ für die optimale Anregefrequenz an. Dieser Bereich soll allgemein für abgelöste und aktiv beeinflusste Scherströmungen unabhängig von der verwendeten Strömungskonfiguration gelten.

4.2 Experimenteller Aufbau und Messtechnik

4.2.1 Windkanal, Messstrecke und Modell

Die experimentellen Untersuchungen werden an einem Windkanal des Institutes für Strömungsmechanik und Technische Akustik (ISTA) durchgeführt. Bei dem Windkanal handelt es sich um einen Niedergeschwindigkeitskanal nach „Eiffel"-Bauart, der bereits zur Untersuchung des Mischungsverhaltens von Scherschichten [König, 1997] und zur Eingrößenregelung von Stufenströmungen [Becker, 2006; Garwon, 2007] verwendet wurde. Die Luft wird mit Hilfe eines Radialventilators, der durch einen Drehstrommotor angetrieben wird, angesaugt. Die gewünschte Anströmungsgeschwindigkeit lässt sich über die Drehzahl des Motors einstellen. Die angesaugte Luft wird durch zwei Filtermatten (EU3-Norm) geleitet, um ein möglichst gleichförmiges und fluktuationsarmes Strömungsprofil zu erhalten. Nach dem Durchströmen der Beruhigungskammer wird das Fluid mittels einer Düse, die eine rechteckige Austrittsfläche von 400 mm × 100 mm und ein Kontraktionsverhältnis von 27.5:1 hat, beschleunigt und gelangt anschließend in die

Messstrecke.

Um saubere Anströmbedingungen zu gewährleisten, wird die aus der Düse stammende untere Wandgrenzschicht an der Messstrecke vorbeigeleitet. Die geschlossene Messstrecke hat die Abmessungen 1600 mm × 95 mm × 400 mm in x-, y- bzw. z-Richtung (siehe Bild 4.2). Die obere Abdeckung sowie die Seitenbegrenzungen der Messstrecke bestehen aus Plexiglas. Am Ende der Messstrecke wird die Strömung in den Raum ausgeblasen.

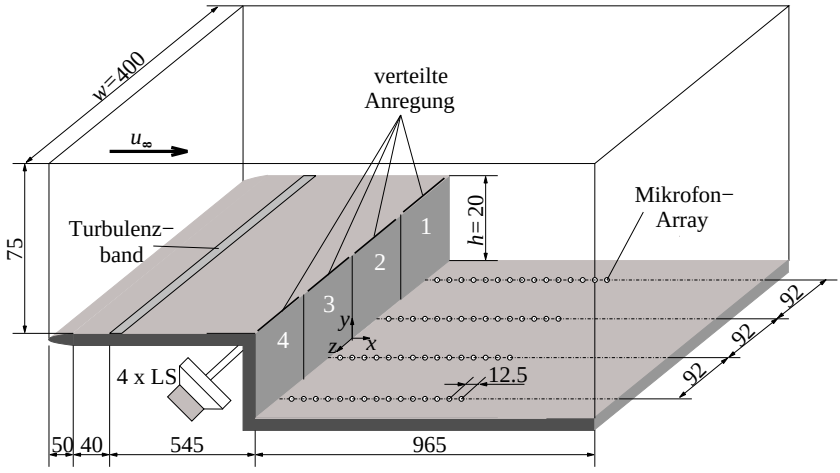

Bild 4.2: Schematische Darstellung der Messstrecke zum Aufbau einer MIMO-Regelung unter Verwendung eines Mikrofon-Arrays. Alle Maßangaben sind in mm.

Zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit dient ein Prandtl-Rohr. Dieses ist seitlich in die Kanalwand eingeführt und befindet sich 200 mm stromab des Messstreckeneinlasses. Das Prandtl-Rohr ist an einen Differenzdruckaufnehmer (*MKS Baratron* Typ *220DD*) angeschlossen. Die Messgenauigkeit des Druckaufnehmers beträgt ±0.15%.

Das Stufenmodell befindet sich direkt am Eintritt der Messstrecke. Oberhalb einer 50 mm langen, elliptischen Hancock-Nase bildet sich eine neue Grenzschicht aus, die mittels eines Turbulenzbandes (*Velcro-Tape*) 90 mm stromab der Nasenspitze zum turbulenten Umschlag gebracht wird. Die Kanalhöhe des oberen und für die Versuche relevanten Teilstromes beträgt 75 mm. Die senkrecht zur Hauptströmung ausgerichtete rückwärts gewandte Stufe befindet sich 545 mm stromab des Turbulenzbandes. Die Stufenhöhe beträgt $h = 20$ mm und das Verhältnis von Strömungsquerschnitt stromab zu stromauf der Stufe, das sog. Erweiterungsverhältnis (engl. *expansion ratio*) beträgt $ER = 1.27$. Das Verhältnis von Stufenbreite w zu Stufenhöhe h wird durch $AR = w/h = 20$ (engl. *aspect ratio*) beschrieben. Wie Bild 4.2 zeigt, hat das Koordinatensystem seinen Ursprung an der Stufenkante ($x = 0$), an der unteren Wand hinter der Stufe ($y = 0$) und im Mittelschnitt ($z = 0$).

4.2.2 Aktuation

Zur Anregung der Scherschichtinstabilität wird ein Anregesystem bestehend aus vier unabhängigen, nebeneinander angeordneten Einzelaktuatoren verwendet, wie in Bild 4.2 angedeutet. Mit jedem Aktuator kann somit die Strömung in einem Bereich von ca. 100 mm in Spannweitenrichtung (z-Richtung) angeregt werden.

In Bild 4.3 ist dargestellt, welche Komponenten einem Aktuator zuzuordnen sind. Ein Aktuator umfasst ein System bestehend aus Signalverstärker, Lautsprecher, Schläuchen und An-

regeschlitz. Zur Generierung von oszillierenden Geschwindigkeitsschwankungen $\underline{q}'(t)$ am Anregeschlitz im Sinne von Ausblasen und Einsaugen werden die vier Aktuatoren mit einem harmonischen, monofrequenten, mittelwertfreien, vektoriellen Spannungssignal

$$\underline{\widetilde{u}}'(t) = \underline{\widetilde{u}} \sin(2\pi f_a t) \tag{4.5}$$

mit der Anregefrequenz f_a und der Amplitude $\underline{\widetilde{u}} = (\widetilde{u}_1, \widetilde{u}_2, \widetilde{u}_3, \widetilde{u}_4)^T$ betrieben. Dieses Signal wird durch einen Signalverstärker (Eigenbau *FG MRT*, fünf Kanäle je 5 W Leistung, Verstärkung 0 dB) verstärkt. Als Anregequellen dienen vier separat ansteuerbare Breitbandlautsprecher (Typ *SQ12*, 4 Ω). Die Lautsprecher sind durch Platten abgedeckt, die je Lautsprecher mit fünf 8 mm großen Bohrungen versehen sind. An diesen Öffnungen werden die von den Lautsprechern erzeugten periodischen Druckschwankungen abgegriffen und durch PVC-Schläuche zu einer Vorkammer und anschließend zu den Anregeschlitzen der Aktuatoren geführt. Die Anregung der abgelösten Grenzschicht erfolgt an der Stufenkante in einen Winkel von 45° zur Hauptströmungsrichtung. Die Breite w_s der Schlitze beträgt 1 mm.

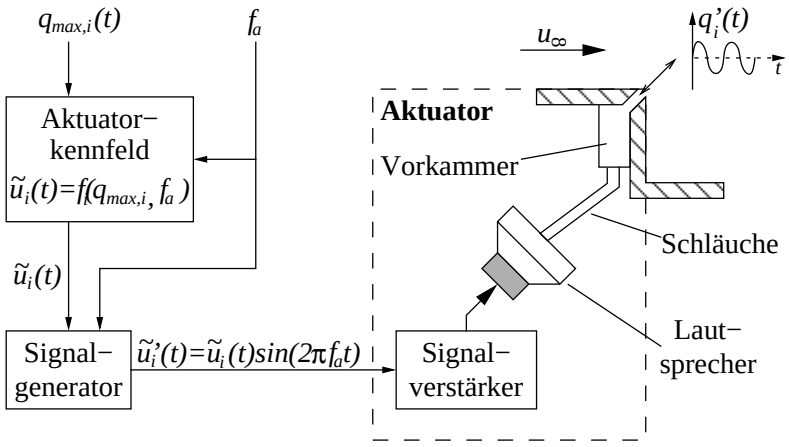

Bild 4.3: Schematische Darstellung zur Generierung oszillierender Geschwindigkeitsschwankungen am Aktuator.

Die verwendeten Lautsprecher-Schlauch-Schlitz-Aktuatoren besitzen ein nichtlineares Übertragungsverhalten. Um eine Aussage über die Intensität der aktuellen Anregung treffen zu können, wird diese ohne überlagerte Anströmgeschwindigkeit ($u_\infty = 0$) im Frequenzbereich $1\,\text{Hz} \leq f_a \leq 500\,\text{Hz}$ und im Spannungsbereich $0\,\text{V} \leq \widetilde{u} \leq 1.5\,\text{V}$ kalibriert. Hierzu wird ein Hitzdraht ca. 1 mm in den Anregeschlitz eingeführt, um die Geschwindigkeit des periodisch oszillierenden Luftstromes zu messen. Die Messungen werden für jeden einzelnen Aktuator an jeweils verschiedenen Positionen in Spannweitenrichtung durchgeführt. Die Auswertung der Messungen zeigt, dass die Abweichungen der ermittelten maximalen Ausblasgeschwindigkeiten für die verschiedenen Positionen am Aktuatorschlitz kleiner 4% sind. Somit kann von einer näherungsweise gleichverteilten Anregeintensität in Spannweitenrichtung eines einzelnen Aktuators ausgegangen werden. Die maximalen Ausblasgeschwindigkeiten $\underline{q}_{max} = (q_{max,1}, q_{max,2}, q_{max,3}, q_{max,4})^T$ lassen sich für jeden Aktuator $i = 1, \ldots, 4$ in einem Kennfeld $q_{max,i} = f_i(f_a, \widetilde{u}_i)$ auftragen. Zur Kompensation des nichtlinearen Verhaltens im oben angegebenen Frequenzbereich werden die invertierten Kennfelder $\widetilde{u}_i = f_i(f_a, q_{max,i})$ in den Signalprozessor implementiert. Somit lässt sich bei gegebenen f_a und $\underline{q}_{max}$ die erforderliche Amplitude $\underline{\widetilde{u}}$ des Spannungssignals bestimmen, siehe Bild 4.3.

Unter der Annahme einer sinusförmigen Anregung kann die gemessene maximale Ausblasge-

schwindigkeit $\underline{q}_{max}$ überführt werden in eine effektive Geschwindigkeit $\underline{q}_{eff}$:

$$\underline{q}_{eff} = \begin{pmatrix} q_{eff,1} \\ q_{eff,2} \\ q_{eff,3} \\ q_{eff,4} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} q_{max,1} \\ q_{max,2} \\ q_{max,3} \\ q_{max,4} \end{pmatrix} \quad . \tag{4.6}$$

Für die Charakterisierung der Anregeamplitude wird der in [Greenblatt & Wygnanski, 2000] vorgeschlagene dimensionslose Impulsbeiwert c_μ herangezogen, der das Verhältnis des Impulses am Aktuatorschlitz zum Impuls der Hauptströmung beschreibt. Für die hier untersuchte Stufenströmung ergibt sich in vektorieller Formulierung:

$$\underline{c}_\mu = \begin{pmatrix} c_{\mu,1} \\ c_{\mu,2} \\ c_{\mu,3} \\ c_{\mu,4} \end{pmatrix} = \frac{w_s}{h\, u_\infty^2} \begin{pmatrix} q_{eff,1}^2 \\ q_{eff,2}^2 \\ q_{eff,3}^2 \\ q_{eff,4}^2 \end{pmatrix} \quad . \tag{4.7}$$

Aus regelungstechnischer Sicht ist der Impulsbeiwert $\underline{c}_\mu$ die vektorielle Stell- bzw. Eingangsgröße mit der Dimension $\boldsymbol{m} = 4$ für das MIMO-System, d. h. $\underline{\boldsymbol{u}}(t) = \underline{c}_\mu(t)$. Die Anregefrequenz f_a ist konstant und ergibt sich in Abhängigkeit von den Anströmbedingungen aus Gl. (4.1). Im SISO-Fall wird aus $\underline{\boldsymbol{u}}(t)$ die skalare Größe $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t)$. Die Strömung wird dann mit spannweitig gleichverteilter Intensität angeregt.

Bei der Ansteuerung der Lautsprecher mit dem Stellsignal $\underline{\boldsymbol{u}}(t)$ muss darauf geachtet werden, dass die harmonische Signalform von $\underline{\widetilde{u}}'(t)$ entsprechend Gl. (4.5) nicht verzerrt wird, da sonst höherfrequente Anteile erzeugt werden. Daher erfolgt die zeitliche Änderung der Amplitude $\underline{\widetilde{u}}$ in Gl. (4.5) nur zum Zeitpunkt des Nulldurchganges von $\underline{\widetilde{u}}'(t)$.

4.2.3 Messtechnik zur Bestimmung der Wiederanlegelänge

Für den Aufbau einer Regelung ist es erforderlich, Regel- und/oder Zustandsgrößen bestimmen zu können. Dies erfordert den Einsatz einer echtzeitfähigen Messtechnik mit ausreichender zeitlicher und räumlicher Auslösung. Übersichten zu Messtechniken zur Bestimmung der Wandschubspannung sind in [Fernholz *et al.*, 1996] oder [Nitsche & Brunn, 2006] zu finden. Es wird beispielsweise über den Einsatz von Hitzdrähten, Wandpulsdrähten oder klassischen Oberflächenzäunen berichtet. Diese Techniken zeichnen sich durch eine hohe zeitliche Auflösung und Genauigkeit aus. Die Kosten für die Sensoren sowie für die erforderliche Signalverstärkung sind allerdings relativ hoch. Besonders problematisch ist der Aufbau von Sensor-Arrays, da die gegenseitige Beeinflussung der Sensoren untereinander groß ist.

Als Alternative zur Messung der Wandschubspannung bieten sich u. a. Oberflächenzäune [Schober *et al.*, 2004] oder Wandhitzdrähte [Burkhardt, 2004; Buder *et al.*, 2006] in mikroelektromechanischer Ausführung (MEMS) an. Beide Sensortypen lassen sich als Arrays aufbauen und zeichnen sich durch eine geringe gegenseitige Beeinflussung aus. Zum Zeitpunkt der Arbeiten an der rückwärts gewandten Stufe befanden sich beide Technologien allerdings noch im Entwicklungsstadium und standen deshalb nicht in ausreichender Stückzahl für den Aufbau einer Regelung zur Verfügung.

Im Rahmen dieser Arbeit kommen robuste und praktikable Sensoren zur Messung des Wanddrucks im Nachlauf der Stufe zum Einsatz. Zum einem werden für den Aufbau einer MIMO-Regelung kostengünstige Mikrofone eingesetzt, um Wanddruckschwankungen zu erfassen. Mit

diesen Sensoren wurden bereits mehrere Regelungen erfolgreich aufgebaut, wie in [Garwon & King, 2006], [Becker *et al.*, 2005] oder [Becker, 2006] nachzulesen ist. Somit kann auf Erfahrungswerte zurückgegriffen werden.

Bei der SISO-Regelung der Wiederanlegelänge kommen elektromechanische Differenzdrucksensoren [Nitsche & Brunn, 2006] zum Einsatz, um über Wanddruckbohrungen den statischen Druck im Stufennachlauf zu messen. Ein Vergleich des dynamischen Verhaltens des statischen Wanddrucks und der Wandschubspannung bei aktiver Anregung zeigen die experimentellen Untersuchungen in [Morioka & Honami, 2004].

Beide Methoden messen die Wiederanlegelänge nicht direkt, sondern liefern Ersatzregelgrößen. Die zu regelnde Wiederanlegelänge wird über entsprechende online-Signalauswertungen bestimmt, die im Folgenden vorgestellt werden.

RMS-Methode für den MIMO-Fall

Für den Aufbau der MIMO-Regelung mit verteilter Anregung ist die Bestimmung der Wiederanlegelänge an verschiedenen Positionen in Spannweitenrichtung (z-Richtung) erforderlich. Zum Messen der Wanddruckschwankungen $p'(t)$ kommen 60 Elektretmikrofone (*Sennheiser*, Typ *KE 4-211-2*) zum Einsatz. Diese werden als vier einzelne Linien-Arrays im Stufennachlauf bei $z = (-137.5, -45.0, 45.0, 137.5)\,\mathrm{mm}$ angeordnet, siehe Bild 4.2. In Strömungsrichtung (x-Richtung) erfolgt die Platzierung aus Konstruktionsgründen im äquidistanten Abstand von 12.5 mm im Bereich $12.5 \leq x \leq 187.5\,\mathrm{mm}$. Als Signalverstärker dienen zwei 32 Kanal-Verstärker (Eigenbau *FG MRT*) mit integriertem analogen Tiefpass-Filter. Die Drucksignale werden mit 12 dB verstärkt und mit einer Eckfrequenz von 1 250 Hz gefiltert.

Da die verwendeten Elektretmikrofone im tieffrequenten Bereich ein frequenzabhängiges Übertragungsverhalten aufweisen, werden lineare Übertragungsfunktionen, die das Verhalten von den Elektretmikrofonen zu einem hochwertigen Referenzmikrofon (*Brüel & Kjær*, Typ *4192*) beschreiben, mit Standardidentifikationsverfahren für jedes Mikrofon bestimmt. Diese Übertragungsfunktionen können dann als Vorfilter zur Kompensation verwendet werden. Weitere Einzelheiten hierzu können [Becker, 2006] oder [Garwon, 2007] entnommen werden.

Die hier verwendete RMS-Methode basiert auf einer Beobachtung in [Mabey, 1972], dass der Verlauf der RMS-Werte der Wanddruckschwankungen $p'_{rms}(x)$ im Nachlauf einer rückwärts gewandten Stufe ein deutlich ausgeprägtes Maximum aufweist. Die Position dieses Maximums korreliert mit der sich weiter stromab befindlichen zeitlich gemittelten Wiederanlegeposition. Diese Beobachtung konnte in mehreren Untersuchungen bestätigt werden [Kiya & Sasaki, 1983; Cherry *et al.*, 1984; Lee & Sung, 2001; Hudy *et al.*, 2003].

Bild 4.4 zeigt exemplarisch RMS-Werte der Wanddruckschwankungen stromab der Stufe für verschiedene Positionen in z-Richtung bei spannweitig verteilter Anregung. Die x-Positionen sind normiert mit der zeitlich gemittelten Wiederanlegelänge $\underline{\overline{x}}_R = (\overline{x}_{R,1}, \overline{x}_{R,2}, \overline{x}_{R,3}, \overline{x}_{R,4})^T$ aufgetragen. Die Wiederanlegelängen in $\underline{\overline{x}}_R$ werden entsprechend der Positionen der Mikrofonreihen bei $z/H = (-6.9, -2.3, 2.3, 6.9)$ durch Anwendung der Öltropfen-Interferometrie (siehe Abschnitt 3.1.1) ermittelt. Aufgrund der begrenzten räumlichen Auflösung durch die Mikrofone in x-Richtung wird zur Interpolation ein Polynom fünften Grades durch die Messpunkte gelegt. Obwohl spannweitig verteilt mit jeweils verschiedenen Amplituden angeregt wird, liegen die Positionen der Maxima jeweils bei ca. 86% von $\underline{\overline{x}}_R$. Durch Anwendung dieser Methode kann online auf die Position der Wiederanlegelänge $\underline{x}_{R,rms} = (x_{R,rms,1}, x_{R,rms,2}, x_{R,rms,3}, x_{R,rms,4})^T$ geschlossen werden. Für den MIMO-Fall ist somit $\underline{\boldsymbol{y}}(t) = \underline{x}_{R,rms}(t)$ die Ersatzregelgröße für

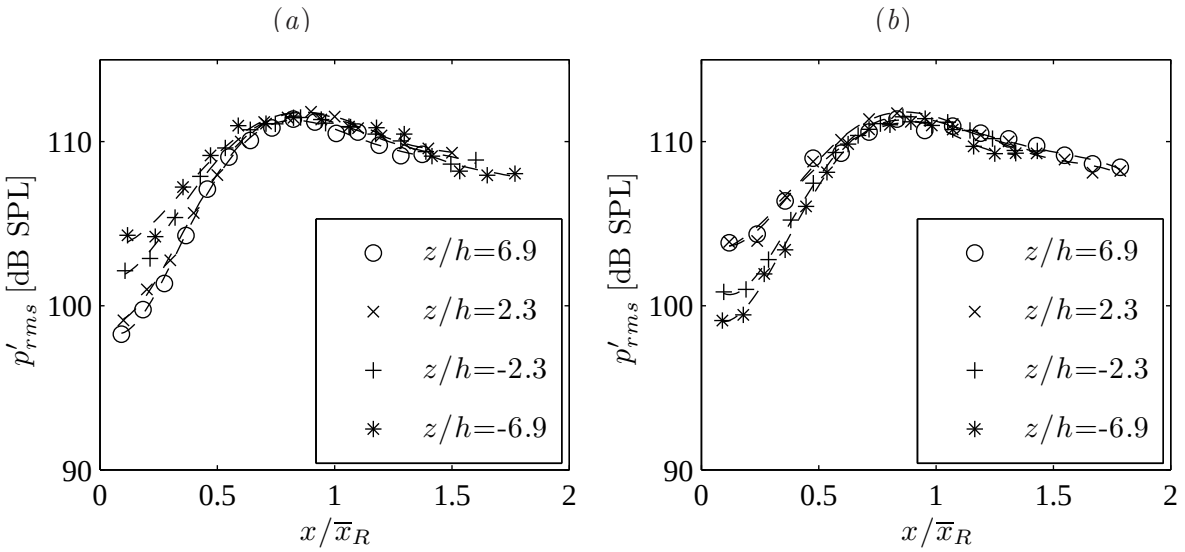

Bild 4.4: Relative Position der RMS-Werte der Wanddruckschwankungen bei verteilter Anregung. $Re = 25\,000$, $St_a = 0.29$. (a) $\underline{c}_\mu = (0.0, 0.3, 1.0, 9.0)^T \times 10^{-5}$. (b) $\underline{c}_\mu = (9.0, 9.0, 0.0, 0.0)^T \times 10^{-5}$.

die Wiederanlegelänge. Hinweise zur numerischen Umsetzung der RMS-Methode sind in Abschnitt B.1 enthalten.

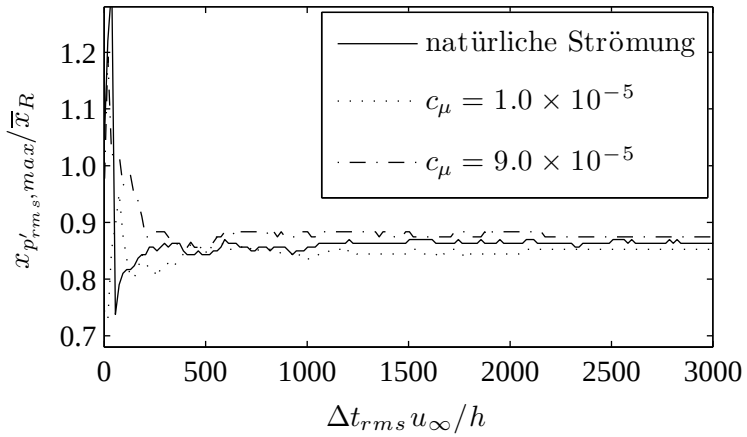

Bild 4.5: Einfluss der Mittelungsdauer auf das Verhältnis von Schalldruckmaximum zur zeitlich gemittelten Wiederanlegelänge für die natürliche Strömung und verschiedene Anregefälle. $Re = 25\,000$, spannweitig gleichverteilte Anregung mit $St_a = 0.29$.

Ein wesentlicher Punkt bei der RMS-Methode ist die in der RMS-Wert-Bildung implizit enthaltene Mittelung über ein Zeitfenster. Dies ist insofern problematisch, als die Prozesse, die Länge und Gestalt des Rezirkulationsgebietes maßgeblich beeinflussen, mit sehr hohen Geschwindigkeiten ablaufen, sodass eine lange Mittelungsdauer die Regelung momentaner Größen des Strömungsfeldes verhindern. In Bild 4.5 ist die relative Lage des Schalldruckmaximums zur zeitlich und spannweitig gemittelten Wiederanlegelänge in Abhängigkeit von der Länge des Zeitfensters für verschiedene Anregefälle bei spannweitig gleichverteilter Anregung aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass für Mittelungszeiten von mehr als 1 000 konvektiven Zeiteinheiten sich der Wert nur noch im Rahmen der Messungenauigkeit ändert. Für kürzere Zeiten ist der Quotient $x_{p'_{rms},max}/\overline{x}_R$ größeren Schwankungen unterworfen. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Mittelungsdauer von $\Delta t_{rms}\, u_\infty / h = 1\,400$ gewählt. Zwar kann damit die dimensionsbehaftete Mittelungsdauer, gegenüber der in z. B. [Becker, 2006] genannten, halbiert werden (von 3 s

in [Becker, 2006] auf 1.5 s), doch bei Betrachtung der konvektiven Mittelungszeiten entspricht dies einer Verlängerung von 460 auf 1 400. Als Grund hierfür kann eine erhöhte Turbulenz im Strömungsfeld angeführt werden.

Cp-Methode für den SISO-Fall

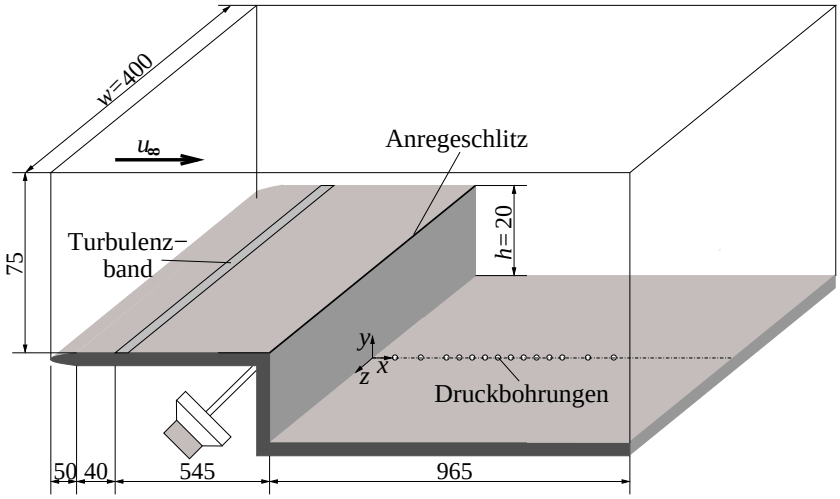

Bild 4.6: Schematische Darstellung der Messstrecke zum Aufbau einer SISO-Regelung unter Verwendung von Drucksensoren. Alle Maßangaben sind in mm.

Bei den Arbeiten zum Aufbau einer SISO-Regelung mit spannweitig gleichverteilter Anregung wird von einem näherungsweise zweidimensionalen Strömungsfeld ausgegangen. Bild 4.6 zeigt die Platzierung der Wanddruckbohrungen als ein Linien-Array zur Messung des statischen Drucks an der Wand. Das Linien-Array verläuft entlang des Mittelschnitts des Stufennachlaufs. Die x-Positionen der 14 Druckbohrungen sind $x = (10, 30, 50, 60, \ldots, 130, 140, 160, 180)$ mm. Der Bohrungsdurchmesser beträgt 0.8 mm. Die gemessenen statischen Drücke p_i werden umgerechnet in einen dimensionslosen Druckbeiwert

$$c_{P,i} = \frac{p_i - p_{stat}}{p_{stau}} \tag{4.8}$$

mit dem statischen Druck am Prandtl-Rohr p_{stat} und dem Staudruck am Prandtl-Rohr p_{stau}. Die Druckbohrungen sind jeweils über dünne Silikonschläuche mit den elektromechanischen Differenzdrucksensoren (*PascaLine*, Typ *PCLA02X5D1*) verbunden. Die Differenzdrucksensoren arbeiten mit einer zweiseitigen Druckbeaufschlagung, wobei die Druckdifferenz $p_i - p_{stat}$ als gesuchte Druckinformation gemäß Gl. (4.8) verwendet wird. Der Arbeitsbereich der Sensoren ist ± 2.5 mbar und die Sensoren sind werksseitig kalibriert und besitzen eine Temperaturkompensation. Die zeitliche Auflösung beträgt laut Hersteller 1 kHz und die Messgenauigkeit ist $\pm 0.25\%$.

Wie bereits Messungen in [Roshko & Lau, 1965] belegen, ist die Druckverteilung im Nachlauf stumpfer Körper keineswegs konstant, sondern es ergibt sich in x-Richtung ein Druckverlauf $c_P(x)$. Zudem besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem zeitlich gemittelten Druckverlauf $\overline{c}_P(x)$ und der mittleren Wiederanlegeposition $\overline{x}_R$. Diese Eigenschaft wird in zahlreichen Untersuchungen gezeigt und so existieren eine Reihe von Modellen, die den Zusammenhang zwischen $\overline{x}_R$ und $\overline{c}_P(x)$ beschreiben (siehe [Roshko & Lau, 1965], [Dilgen *et al.*, 1991] oder [Dilgen, 1995]).

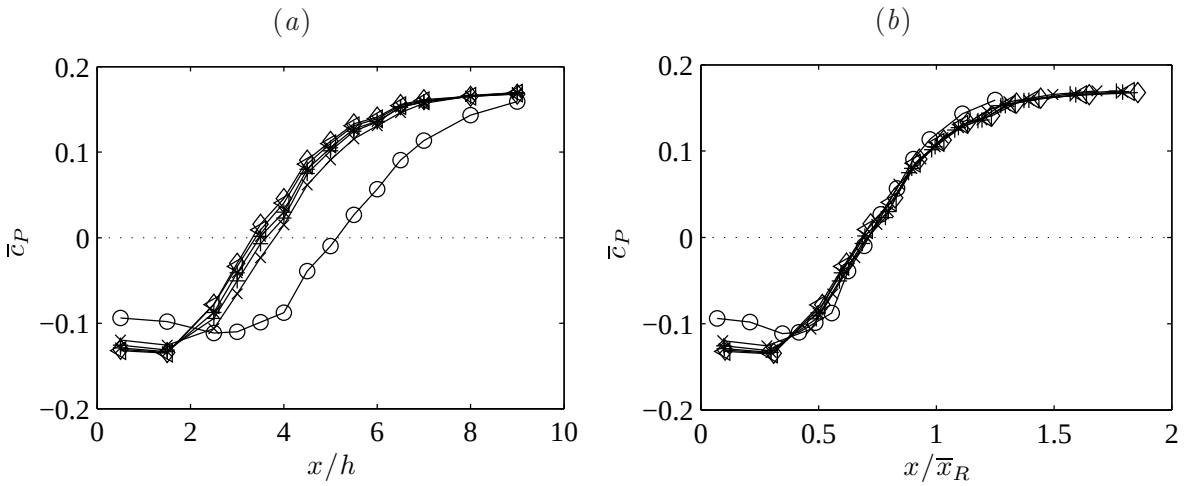

Bild 4.7: Zeitlich gemittelter, statischer Wanddruckverlauf stromab der Stufe in (a) und der Zusammenhang zwischen zeitlich gemittelter Wiederanlegelänge und statischen Wanddruck in (b). Experimentelle Ergebnisse für die natürliche Strömung $(-\circ-)$ und für Fälle bei spannweitig gleichverteilter Anregung mit unterschiedlichen Impulsbeiwerten. $St_a = 0.29$, $Re = 25\,000$, $(-\times-)$ $c_\mu = 2 \times 10^{-5}$, $(-+-)$ $c_\mu = 8 \times 10^{-5}$, $(-*-)$ $c_\mu = 2 \times 10^{-4}$, $(-\triangleleft-)$ $c_\mu = 4 \times 10^{-4}$, $(-\diamond-)$ $c_\mu = 6 \times 10^{-4}$.

Der zeitlich gemittelte Druckverlauf $\overline{c}_P(x)$ stromab der Stufenkante ist für die natürliche Strömung und für unterschiedliche Impulsbeiwerte bei gleichverteilter harmonischer Anregung mit $St_a = f_a\, h/u_\infty = 0.29$ bei $Re = 25\,000$ in Bild 4.7 (a) abgebildet. In Bild 4.7 (b) ist der Zusammenhang zwischen zeitlich gemittelter Wiederanlegelänge $\overline{x}_R$ und $\overline{c}_P(x)$ aufgetragen. Die Mittelungszeit für den Wanddruck beträgt 5 s, d. h. ca. 4 725 konvektive Zeiteinheiten. Die Werte für $\overline{x}_R$ werden durch Sichtbarmachungen mittels der Öltropfen-Interferometrie (siehe Abschnitt 3.1.1) bestimmt. Für alle Fälle zeigt sich, dass der Nulldurchgang von $\overline{c}_P(x)$ bei ca. 70% der mittleren Wiederanlegelänge liegt.

Die räumliche Auflösung ist durch die Einbaubedingungen begrenzt. Daher wird für die Bestimmung des Nulldurchgangs von $\overline{c}_P(x)$ im online-Betrieb zu jedem diskreten Abtastpunkt eine Ausgleichsgerade durch die vier Messpunkte gelegt, die den geringsten Abstand zur Nulllinie $\overline{c}_P(x) = 0$ aufweisen. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Nulllinie ergibt die gesuchte Ersatzregelgröße $\boldsymbol{y}(t) = x_{R,c_P}(t)$.

Inwieweit das im Folgenden Cp-Methode genannte Verfahren den realen, zeitlich hochaufgelösten Verlauf der Wiederanlegelänge $x_R(t)$ beschreibt, kann im Rahmen dieser Arbeit nicht vollständig beantwortet werden, da keine Referenzmessungen mit hochauflösenden Wandschubspannungssensoren oder Simulationsstudien vorliegen. Es sei an dieser Stelle z. B. auf [Morioka & Honami, 2004] verwiesen. Hier werden Ergebnisse aus statischen Druckmessungen und aus Messungen der Wandschubspannung mittels Oberflächenzäunen der Stufennachlaufströmung miteinander verglichen. Es kann gezeigt werden, dass der statische Druck an der Wand sehr gut mit der Dynamik der Wandschubspannung korreliert. Die Auswertungen von LES-Daten der laminaren Stufenströmung bei $Re = 4\,000$ in [Stabrey, 2001] ergeben, dass der Ort des Nulldurchganges des statischen Wanddruckverlaufes hinter der Stufe sehr gut mit der momentanen Wiederanlegelänge korreliert.

Wie die experimentellen Ergebnisse später zeigen werden, steht mit der Cp-Methode eine im Vergleich zur RMS-Methode etwa 200-mal schnellere online-fähige Messtechnik zur Verfügung, mit der entsprechend schnellere Regelkreise aufgebaut werden können. Es sei an dieser Stelle aber ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Geschwindigkeit der Regelkreise bei Anregung

der Scherschichtinstabilität durch die Instabilitätsfrequenz nach oben begrenzt ist. Der Anregemechanismus sollte sich, wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben, voll entwickeln können, um eine effektive Reduzierung der Wiederanlegelänge zu erzielen. Daher ist eine Messtechnik, die das reale dynamische Verhalten von $x_R(t)$ auflöst, hier nicht nötig.

4.2.4 Geschwindigkeitsmessung

Die Hitzdraht-Anemometrie (siehe Abschnitt 3.2.1) kommt bei der Kalibrierung der Aktuatoren und bei der Vermessung der Grenzschicht nahe der Stufenkante zum Einsatz. Die verwendeten Hitzdrähte haben einen Kaltwiderstand von ca. 4 Ω. Der 5 μm dünne Draht ist mit Platin beschichtet und die Enden sind mit Gold überzogen. Die aktive Länge des Drahtes beträgt 1.2 mm. Bei den Messungen wird mit einem Überhitzungsfaktor von 1.6 gearbeitet. Das verwendete Hitzdraht-Anemometer (*A.A. Lab Systems Ldt.*, Typ *AN-1003*) mit eingebautem Signalverstärker wird ohne Tiefpassfilter betrieben. Die Kalibrierung der Hitzdrähte erfolgt mit Hilfe des Prandtl-Rohres in der ungestörten Strömung.

4.2.5 Regelkreis und Implementierung

Ziel der Regelungen an der rückwärts gewandten Stufe ist die Einstellung der Wiederanlegelänge über die Amplitude der harmonischen, monofrequenten Anregung an der Stufenkante. Bei der MIMO-Regelung wird mit einer spannweitig verteilten Anregung und Sensorik gearbeitet, wohingegen im SISO-Fall spannweitig gleichverteilt angeregt und die Wiederanlegelänge nur im Mittelschnitt des Stufennachlaufs erfasst wird. Die online-Signalauswertung, Regelung und Kompensation der Stellgröße sowie Generierung eines harmonischen Anregesignals erfolgt auf einer *Rapid Control Prototyping Hardware* bestehend aus digitalen Signalprozessor (DSP) vom Typ *DS1005PPC Controller Board*, zwei A/D-Karten vom Typ *DS2003* mit je 32 Kanälen bei 16 bit Auflösung und einer D/A-Karte *DS2101* mit fünf Kanälen bei 12 bit Auflösung. Dieses echtzeitfähige System ist ein Produkt der Firma *dSpace*® und ermöglicht die Einbettung von MATLAB®-*Simulink*-Umgebungen über den Codegenerator *Real-Time Workshop* (RTI) von MATLAB®. Mit der *dSpace*® Software *ControlDesk* werden interaktive Kontrolle, Monitoring und Datenspeicherung realisiert.

Die gewählte Abtastfrequenz ist mit $f_s = 5\,\text{kHz}$ ($f_s\,h/u_\infty = 5.3$) ca. 18 mal größer als die Anregefrequenz $f_a = 275\,\text{Hz}$ ($f_a\,h/u_\infty = 0.29$) und somit deutlich größer als die das Systemverhalten bestimmende Zeitkonstante. Dies ermöglicht die Auslegung einer zeitkontinuierlichen Regelung. Der schematische Aufbau des Regelkreises ist exemplarisch für die MIMO-Regelung in Bild 4.8 dargestellt.

4.3 Strömungsparameter und stationäres Verhalten bei aktiver Beeinflussung

Nach einer Charakterisierung der natürlichen Strömung, soll in reinen Steuerungsexperimenten der Einfluss einzelner Anregeparameter auf die Strömung untersucht werden. Zunächst wird eine spannweitig gleichverteilte Anregung verwendet, um die optimale Anregefrequenz aufzusuchen und den Effekt der Anregeintensität zu analysieren. Bei der Auswertung werden keine dynamischen Übergänge betrachtet, sondern nur stationäre, also zeitliche gemittelte Zustände ($t \to \infty$) herangezogen, die das stationäre E/A-Verhalten zwischen Anregeparameter und Sys-

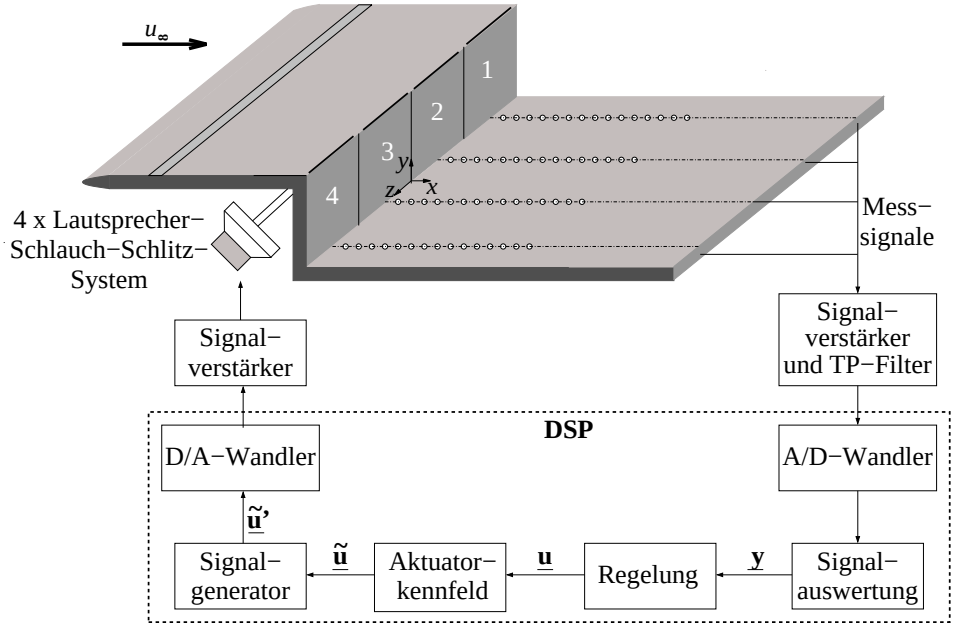

Bild 4.8: Schematische Darstellung und Signalfluss des MIMO-Regelkreises.

temantwort beschreiben. Schließlich wird der Einfluss der spannweitig verteilten Anregung auf die Wiederanlegelänge untersucht.

4.3.1 Strömungsparameter

Alle Experimente werden bei einer auf der Stufenhöhe basierenden Reynolds-Zahl von $Re = 25\,000$ durchgeführt. Das entspricht einer mittleren Geschwindigkeit der ankommenden, ungestörten Strömung von $u_\infty = 18.9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. In Tabelle 4.1 sind die Strömungsparameter sowie der per Hitzdraht gemessene Grenzschichtzustand kurz vor der Abrisskante bei $x/h = -0.05$ für die natürliche Strömung zusammengestellt. Der Formfaktor H_{12} gibt das Verhältnis von Verdrängungsdicke δ_1 zu Impulsverlustdicke δ_2 an. Der Wert für die mittlere Wiederanlegeposition $\overline{x}_{R0}$ stimmt gut mit Ergebnissen in anderen Untersuchungen überein, wie z. B. in [Chun & Sung, 1996] oder [Greenblatt & Wygnanski, 2000].

Tabelle 4.1: Parameter der natürlichen Strömung und gemessener Zustand der Grenzschicht bei $x/h = -0.05$.

Re	u_∞ [$\mathrm{m\,s^{-1}}$]	Re_{δ_2}	δ_{99}/h	δ_2/h	H_{12}	$\overline{x}_{R0}/h$
25 000	18.9	1 580	0.682	0.060	1.34	7.2

In Bild 4.9 ist das zeitlich gemittelte $u(y)$-Strömungsprofil der Grenzschicht bei $x/h = -0.05$ aufgetragen. Der Vergleich dieser experimentellen Daten mit dem theoretischen Verlauf des 1/7-Potenz-Gesetzes für turbulente Plattengrenzschichten (siehe [Schade & Kunz, 1989]) zeigt im wandnahen Bereich gute Übereinstimmung. Im Bereich $1.5 \leq y/h \leq 2.0$ zeigt das Geschwindigkeitsprofil leichte Übergeschwindigkeiten $u > u_\infty$. Dies ist auf den Einfluss des Ablösegebietes zurückführen, in dem sich im Übergangsbereich von der Rückströmung auf die Außenströmung Geschwindigkeitsprofile mit zwei Wendepunkten ausbilden und Geschwindigkeiten $u > u_\infty$ auftreten. In [Leder, 1992] gilt dieses Phänomen als ein typisches Merkmal für eine Strömungsablösung zweiter Art.

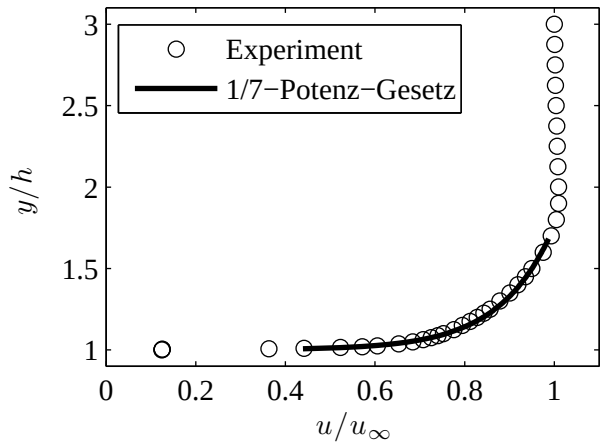

Bild 4.9: Zeitlich gemitteltes Geschwindigkeitsprofil der natürlichen Strömung bei $x/h = -0.05$ und Verlauf des 1/7-Potenz-Gesetzes für turbulente Plattengrenzschichten nach [Schade & Kunz, 1989]. Die Anströmung erfolgt mit $Re = 25\,000$.

4.3.2 Stationäre Charakteristik der Wiederanlegelänge bei spannweitig gleichverteilter Anregung

In Bild 4.10 ist der Einfluss der Anregefrequenz auf die Wiederanlegelänge für unterschiedliche Impulsbeiwerte dargestellt. Die Wiederanlegeposition wird mittels der Öltropfen-Interferometrie (siehe dazu Abschnitt 3.1.1) im Mittelschnitt ($z = 0$) bestimmt. In Bild 4.10 (a) wird die dimensionslose Strouhal-Zahl mit der Stufenhöhe h gebildet, wohingegen in Bild 4.10 (b) die Impulsverlustdicke δ_2 zur Bestimmung der Strouhal-Zahl herangezogen wird. Die Wiederanlegelänge $\overline{x}_R$ ist zeitlich als auch räumlich in Spannweitenrichtung gemittelt und wird mit der Wiederanlegelänge der natürlichen Strömung $\overline{x}_{R0}$ normiert. Unabhängig vom verwendeten Impulsbeiwert sind ausgeprägte Minima bei $St_a = f_a\, h/u_\infty = 0.29$ bzw. $f_a\, \delta_2/u_\infty = 0.017$ zu erkennen. Diese Frequenz wird im Folgenden als optimale Anregefrequenz verwendet und stimmt näherungsweise mit angegebenen Werten in [Chun & Sung, 1996] überein. Für die in [Greenblatt & Wygnanski, 2000] vorgeschlagene Normierung der Anregefrequenz $f_a\, \overline{x}_R/u_\infty$ kann eine optimale Frequenz $f_a\, \overline{x}_R/u_\infty = 1.6$ angegeben werden. Damit liegt dieser Wert in dem von den Autoren angegebenen Bereich $1.5 \leq f_a\, \overline{x}_R/u_\infty \leq 2.0$ für optimale Anregefrequenzen.

Die stationäre Kennlinie der zeitlich und spannweitig gemittelten Wiederanlegelänge als Funktion des Impulsbeiwertes, der für die spätere Regelung die Stellgröße darstellt, ist in Bild 4.11 zu sehen. Es wird mit spannweitig gleichverteilter Anregeintensität bei $St_a = 0.29$ gearbeitet. Eine ausgeprägte nichtlineare E/A-Charakteristik ist zu beobachten. Bereits kleine Impulsbeiwerte führen zu einer deutlichen Verkürzung der Wiederanlegelänge, wohingegen ein Sättigungseffekt für Impulsbeiwerte $c_\mu > 1 \times 10^{-4}$ auftritt. Die maximale Reduktion der mittleren Wiederanlegelänge im Vergleich zur natürlichen Strömung beträgt ca. 30%.

4.3.3 Stationäre Charakteristik der Wiederanlegelänge bei spannweitig verteilter Anregung

In Bild 4.12 sind exemplarisch zwei Ergebnisse bei spannweitig verteilter Anregung zu sehen. In den Bildern (a) und (b) sind die normierten und zeitlich gemittelten Wiederanlegelängen $\underline{\overline{x}}_R$ als Funktionen von z/h aufgetragen. Die Elemente in $\underline{\overline{x}}_R$ werden dabei an den Positionen der Mikrofonreihen durch Anwendung der Öltropfen-Interferometrie (siehe dazu Abschnitt 3.1.1)

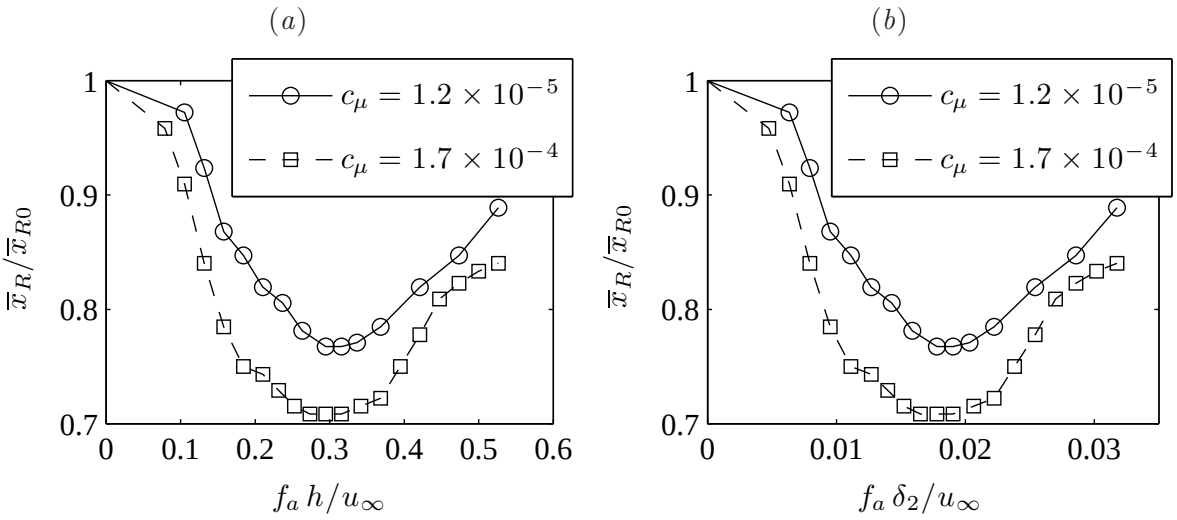

Bild 4.10: Zeitlich und spannweitig gemittelte Wiederanlegelänge als Funktion der Anregefrequenz bei spannweitig gleichverteilter Anregung für verschiedene Impulsbeiwerte. $Re = 25\,000$.

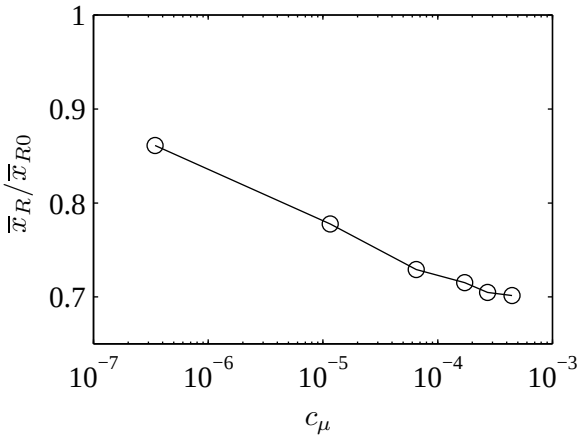

Bild 4.11: Zeitlich und spannweitig gemittelte Wiederanlegelänge als Funktion des Impulsbeiwertes bei spannweitig gleichverteilter Anregung. $Re = 25\,000$, $St_a = 0.29$.

bestimmt. Die Werte der verwendeten Impulsbeiwerte $\underline{c}_\mu$ sind in den Bildern (c) und (d) als Balkendiagramme dargestellt. Es werden jeweils verschiedene Kombinationen für den Impulsbeiwert verwendet, wobei im linken Beispiel (Bild (a) und (c)) $\underline{c}_\mu = (8.1, 0.0, 0.0, 8.1)^T \times 10^{-5}$ und rechts (Bild (b) und (d)) $\underline{c}_\mu = (8.1, 0.5, 0.02, 0.0)^T \times 10^{-5}$ gewählt ist.

Beide Beispiele zeigen, dass durch spannweitig verteilte Anregung eine zweidimensionale Strukturierung der Wiederanlegelänge möglich ist. Des Weiteren sind Kopplungseffekte zwischen den einzelnen E/A-Größen zu erkennen. So ist in Bild 4.12 (a) eine ca. 10%ige Verkürzung der Wiederanlegelänge im spannweitig mittleren Bereich zu erkennen, obwohl nur die beiden äußeren Aktuatoren aktiv sind. Solche Querkopplungen sind typisch für Mehrgrößensysteme und werden durch Entkopplungsglieder in der später vorgestellten MIMO-Regelung kompensiert.

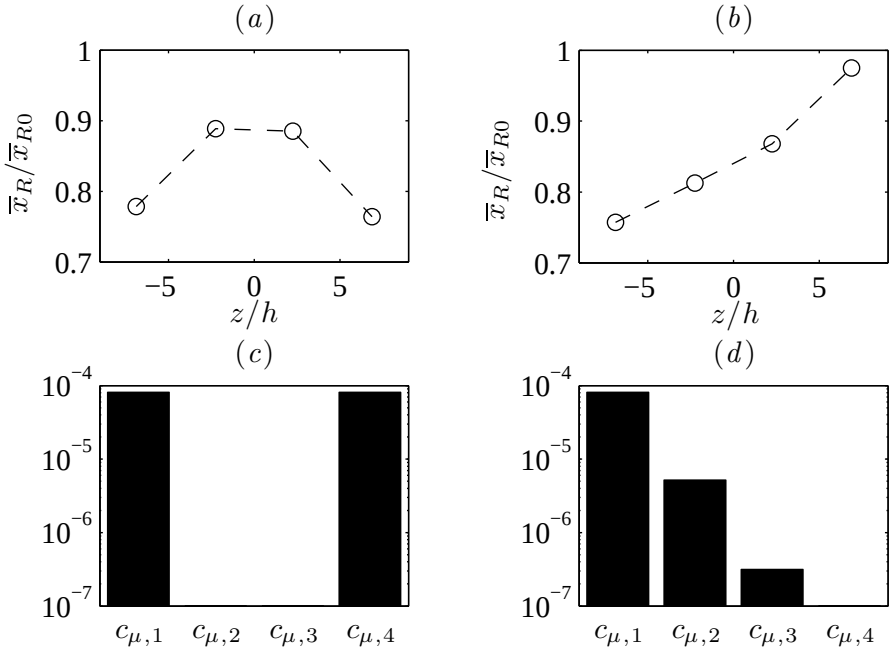

Bild 4.12: (a, b) Zeitlich gemittelte Wiederanlegelänge als Funktion der Position in Spannweitenrichtung bei verteilter Anregung für zwei verschiedene Anregefälle. (c, d) Verwendete Impulsbeiwerte als Stellgröße. $Re = 25\,000$, $St_a = 0.29$.

4.4 Regelungstechnische Modellbildung

Zur Beschreibung des nichtlinearen Systemverhaltens werden Sprungexperimente durchgeführt und anhand der Sprungantworten black-box Modelle identifiziert. Die Struktur- und Parameteridentifikation linearer Modelle erfolgt mit den im Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Subspace-Methoden. Für die robuste Reglersynthese wird ein nominelles Modell mit Unsicherheitsradius auf die Modellfamilie angepasst. Um ein zu konservatives Reglerdesign zu vermeiden, wird die Modellunsicherheit des nominellen Entwurfsmodells reduziert. Hierbei erfolgt eine Implementierung inverser Kennlinien zur Kompensation der eingangsseitigen stationären Nichtlinearitäten (siehe Abschnitt 2.2.1).

Als online-Messverfahren zur Bestimmung der Wiederanlegelänge stehen die RMS-Methode (siehe Abschnitt 4.2.3) und die Cp-Methode (siehe Abschnitt 4.2.3) zur Verfügung, wobei die beiden Verfahren die Wiederanlegelänge durch Ersatzregelgrößen zeitlich unterschiedlich auflösen. Die RMS-Methode wird eingesetzt, um online die Regelgröße eines 4×4 MIMO-Systems mit örtlich verteilter Aktuatorik und Sensorik zu bestimmen, wohingegen die Cp-Methode beim SISO-System unter Verwendung spannweitig gleichverteilter Anregung eingesetzt wird.

4.4.1 Systemidentifikation bei Verwendung der RMS-Methode

Zur Identifikation des 4×4 MIMO-Systems kommt ein harmonisches, monofrequentes Anregesignal mit der Anregefrequenz $St_a = 0.29$ zum Einsatz. Dabei wird jede einzelne Komponente der Stellgröße $\underline{\boldsymbol{u}}(t) = \underline{c}_\mu(t) = (c_{\mu,1}, c_{\mu,2}, c_{\mu,3}, c_{\mu,4})^T$, welche die Anregeamplitude charakterisiert, sukzessiv sprungförmig variiert. Um verschiedene Arbeitspunkte beschreiben zu können, werden die Elemente der Stellgröße von null auf verschiedene Sprunghöhen bzw. von verschiedenen Sprunghöhen auf null verändert. Die Ersatzregelgröße ist gegeben durch

$\underline{\boldsymbol{y}}(t) = \underline{x}_{R,rms}(t) = (x_{R,rms,1}, x_{R,rms,2}, x_{R,rms,3}, x_{R,rms,4})^T$ und wird durch Anwendung der RMS-Methode bestimmt.

Die Struktur- und Parameteridentifikation ergibt eine Modellfamilie $\boldsymbol{\Pi}$, bestehend aus 50 linearen, zeitkontinuierlichen MIMO-Modellen vierter Ordnung mit einer Totzeit $\boldsymbol{t}_0$. Jedes einzelne Modell wird durch die Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) = \boldsymbol{A}\underline{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{B}\underline{\boldsymbol{u}}(t - \boldsymbol{t}_0) \quad , \qquad \underline{\boldsymbol{x}} \in \mathcal{R}^4 \quad , \tag{4.9}$$

$$\underline{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{C}\underline{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{D}\underline{\boldsymbol{u}}(t - \boldsymbol{t}_0) \quad , \tag{4.10}$$

repräsentiert. Eine Transformation in den Bildbereich erfolgt entsprechend Gl. (2.5), wodurch jedes Modell durch eine Übertragungsmatrix $\boldsymbol{P}_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ dargestellt wird. Da das für die Reglersynthese verwendete Mixed-Sensitivity-Problem nicht für Modelle mit Totzeit gelöst werden kann, werden die Totzeiten durch Allpassglieder erster Ordnung approximiert. Zur Auslegung der Allpassglieder wird die Vorschrift von Padé angewendet, siehe dazu Anhang A.3.

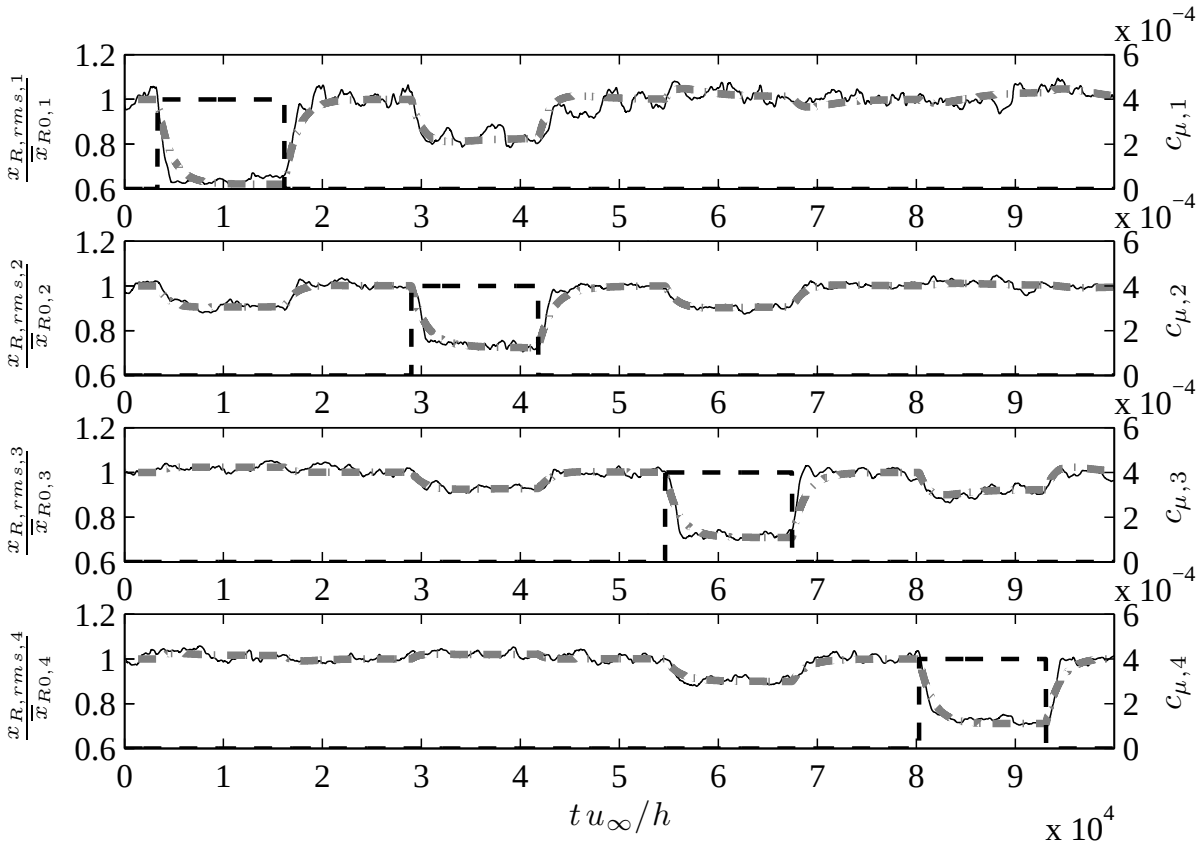

Bild 4.13: Approximation experimenteller Sprungantworten unter Verwendung der RMS-Methode. Experimentelle Sprungantwort $\underline{\boldsymbol{y}}(t) = \underline{x}_{R,rms}$ (—), simulierter Verlauf des black-box Modells (- · -) und Verlauf der Stellgröße $\underline{\boldsymbol{u}}(t) = \underline{c}_\mu(t)$ (- -). $Re = 25\,000$, harmonische, monofrequente Anregung mit $St_a = 0.29$.

In Bild 4.13 ist exemplarisch die Sprungantwort des Systems und ein simulierter Verlauf eines angepassten black-box Modells dargestellt, wobei eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Verläufen festgestellt werden kann. Die Ersatzregelgröße zeigt eine langsame Dynamik, da sie stark durch den Einsatz der RMS-Methode unter Berücksichtigung des rückwärtig mitlaufenden Zeitfensters von $\Delta t_{rms}\, u_\infty/h = 1\,400$ ($\Delta t_{rms} = 1.5\,\mathrm{s}$) beeinflusst wird.

Die frequenzabhängigen minimalen und maximalen Singulärwerte aller Modelle der Modell-

familie sind in Bild 4.14 (a) dargestellt. Aufgrund der nichtlinearen Systemcharakteristik streuen die identifizierten Parameter der Modelle, was sich in großen Abweichungen zwischen den Verläufen der Singulärwerte der einzelnen Modelle niederschlägt. Ein robuster Regler ist erforderlich, um für die gesamte Modellfamilie die Stabilität zu gewährleisten.

Um ein zu konservatives Reglerdesign zu vermeiden, sollte die in die Modellunsicherheit des nominellen Entwurfsmodells eingehende Streuung der Modellfamilie reduziert werden, um so die Werte der oberen Schranken der unstrukturierten, multiplikativen Unsicherheit $\boldsymbol{l}_M(\omega)$ (siehe Gl. (2.63)) zu verringern. Durch Analyse der identifizierten Modellfamilie kann eine Korrelation zwischen den Stellgrößen in $\underline{\boldsymbol{u}}(t) = \underline{c}_\mu(t)$ und den entsprechenden Diagonalelementen der stationären Verstärkungsmatrix $\boldsymbol{K} = \lim_{s\to 0} \boldsymbol{P}_r(s)$ gefunden werden. Dieser Zusammenhang lässt sich in Form von Kennlinien $\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{K}_{ii}(\boldsymbol{u}_i)$ für jeden Eingang i darstellen, wobei $\boldsymbol{K}_{ii}(\boldsymbol{u}_i)$ als nichtlineare Verstärkung eines Hammerstein-Modells (siehe Abschnitt 2.2.1) aufgefasst werden kann. Durch Vorschalten der inversen Kennlinien $\boldsymbol{f}_i^{-1}$ gemäß Bild 2.1 wird eine Kompensation der nichtlinearen Verstärkung erzielt und der Unsicherheitsradius der Modelle reduziert. Die inversen, stationären Kennlinien in $\boldsymbol{F}_{inv} = \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{f}_1^{-1}, \boldsymbol{f}_2^{-1}, \boldsymbol{f}_3^{-1}, \boldsymbol{f}_4^{-1}\right)$ sind als tabellarische Kennfelder unter Verwendung linearer Interpolation zwischen den Datenpunkten in den Regelkreis implementiert, siehe Bild 4.15. Bild 4.14 (b) zeigt die entsprechend kompensierten Verläufe der minimalen und maximalen Singulärwerte der einzelnen Modelle $\boldsymbol{P}_r^*(s) \in \boldsymbol{\Pi}$.

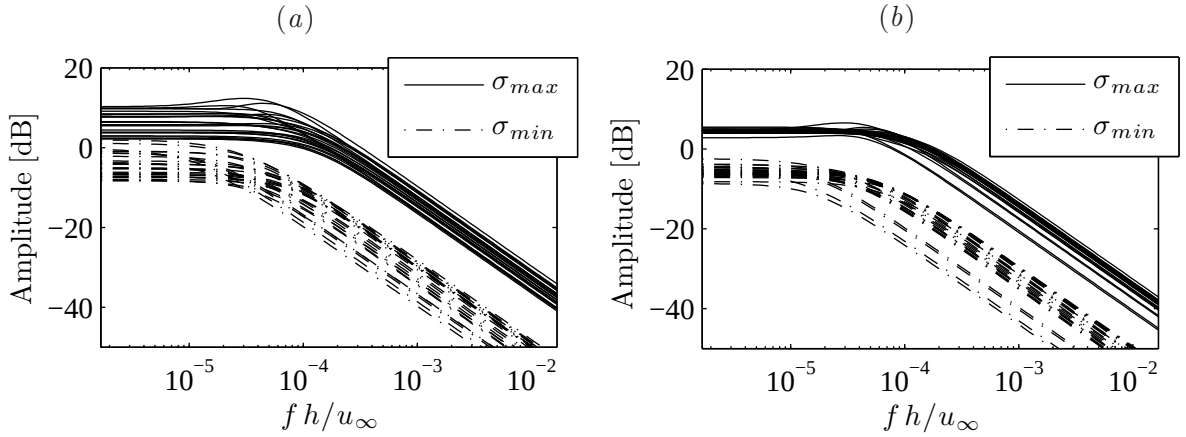

Bild 4.14: Singulärwerte der identifizierten Modelle für das MIMO-System. Vergleich zwischen unkompensierten Modellen (a) und kompensierten Modellen (b).

Aus der Modellfamilie $\boldsymbol{P}_r^*(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ wird ein nominelles Entwurfsmodell $\boldsymbol{P}_n(s)$ herausgewählt, welches die kleinste multiplikative Unsicherheit $\boldsymbol{l}_M(\omega)$ aufweist. Die Modellparameter dieses Entwurfsmodells sind in Zustandsraumdarstellung im Anhang B.2 enthalten.

Der Regelkreis wird gemäß Bild 4.15 um einen weiteren Block zur stationären Entkopplung der E/A-Größen erweitert. Dadurch kann der Regelkreis im eingeschwungenen Zustand als ein entkoppeltes System bestehend aus vier unabhängigen Teilregelkreisen angesehen werden. Die stationäre Entkopplungsmatrix entspricht der inversen stationären Verstärkungsmatrix $\boldsymbol{K}^{-1} = \lim_{s\to 0} \boldsymbol{P}_n^{-1}(s)$.

4.4.2 Systemidentifikation bei Verwendung der Cp-Methode

Die Identifikation des SISO-Modells erfolgt im Wesentlichen wie in Abschnitt 4.4.1. Als Anregesignal dient ebenfalls ein harmonisches, monofrequentes Signal mit einer Anregefrequenz $St_a = 0.29$, wobei im Gegensatz zu oben, mit einer spannweitig gleichverteilten Anregung gear-

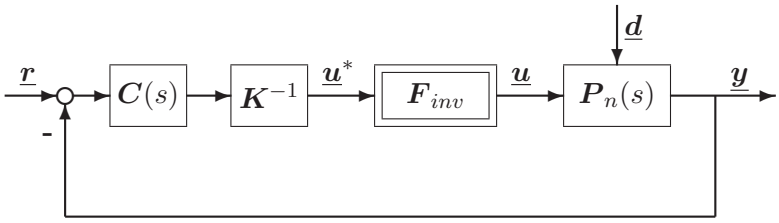

Bild 4.15: MIMO-Regelkreis mit stationärem Entkopplungsglied $\boldsymbol{K}^{-1}$ und Kompensation der eingangsseitigen, stationären Nichtlinearität mit den inversen Kennlinien in $\boldsymbol{F}_{inv}$ ($\underline{\boldsymbol{r}}$ - Sollgröße; $\boldsymbol{C}(s)$ - Regler; $\underline{\boldsymbol{u}}^*$ - Stellgröße; $\underline{\boldsymbol{u}}$ - kompensierte Stellgröße; $\underline{\boldsymbol{d}}$ - Störungen; $\underline{\boldsymbol{y}}$ - Regelgröße).

beitet wird. Die skalarwertige Stellgröße $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t)$ wird sprungförmig ein- bzw. ausgeschaltet, wobei unterschiedliche Sprunghöhen verwendet werden. Als skalare Ersatzregelgröße wird die durch Anwendung der Cp-Methode gegebene Wiederanlegelänge $\boldsymbol{y}(t) = x_{R,c_P}(t)$ verwendet.

Die aus der Struktur- und Parameteridentifikation erhaltene Modellfamilie, besteht aus 60 linearen, zeitkontinuierlichen, totzeitbehafteten SISO-Modellen erster Ordnung. Nach Transformation in den Bildbereich lassen sich die Modelle durch einfache PT_1T_0-Übertragungsfunktionen in der Form

$$P_r(s) = \frac{\boldsymbol{k}}{1 + s\,\boldsymbol{t}_1} e^{-s\,\boldsymbol{t}_0} \tag{4.11}$$

anschreiben. Die Approximation der Totzeit erfolgt wiederum nach Padé durch Allpassglieder zweiter Ordnung (siehe Anhang A.3). Ein Beispiel für eine gute Anpassung zwischen der experimentellen Sprungantwort und dem simulierten Verlauf des angepassten black-box Modells zeigt Bild 4.16. Da die hochfrequenten Schwankungen der Ersatzregelgröße $x_{R,c_P}(t)$ nicht durch die Stellgröße $\boldsymbol{u}(t)$ beeinflussbar sind, werden diese bewusst nicht durch das black-box Modell aufgelöst, sondern als Messrauschen interpretiert.

Anhand der experimentellen Sprungantwort in Bild 4.16 ist zu erkennen, dass durch die Cp-Methode eine wesentlich höhere zeitliche Auflösung der Wiederanlegelänge erfolgt als durch die RMS-Methode. Diese höhere zeitliche Auflösung hat im Vergleich zur RMS-Methode ein etwa 200-fach schnelleres Einschwingverhalten zur Folge. Ein qualitativer Vergleich mit simulierten, zeitlich hochaufgelösten Sprungantworten bei $Re = 4\,000$ in [Becker *et al.*, 2005] zeigt, dass die Einschwingzeiten mit $t\,u_\infty/h \approx 20$ etwa gleich sind.

Die Frequenzgänge aller identifizierten linearen Modelle $P_r(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ sind im Bode-Diagramm in Bild 4.17 (a) aufgetragen. Wie beim MIMO-System ist auch hier eine deutliche Streuung beobachtbar, die maßgeblich durch die eingangsseitige Nichtlinearität, der von $\boldsymbol{u} = c_\mu$ abhängigen Verstärkung $\boldsymbol{k} = \lim_{s\to 0} P_r(s)$, geprägt ist. Dieser Zusammenhang lässt sich ebenfalls durch eine stationäre, nichtlineare Kennlinie $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{k}(\boldsymbol{u})$ beschreiben und eine entsprechende Kompensation gelingt durch Vorschalten der inversen Kennlinie $\boldsymbol{f}^{-1}$. Die Frequenzgänge der kompensierten Modelle $P_r^*(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ sind in Bild 4.17 (b) aufgetragen. Die Amplitudengänge weisen im tieffrequenten Bereich nur eine geringe Streuung um eins auf.

Um ein nominelles Entwurfsmodell $P_n(s)$ mit kleiner multiplikativer Unsicherheit $\boldsymbol{l}_M(\omega)$ zu ermitteln, wird zunächst der mittlere Frequenzgang derart bestimmt, dass der resultierende Unsicherheitsradius für jede Frequenz minimal ist. Anschließend erfolgt eine Anpassung eines geeigneten Modells auf den ermittelten Frequenzgang mit möglichst einfacher Struktur und

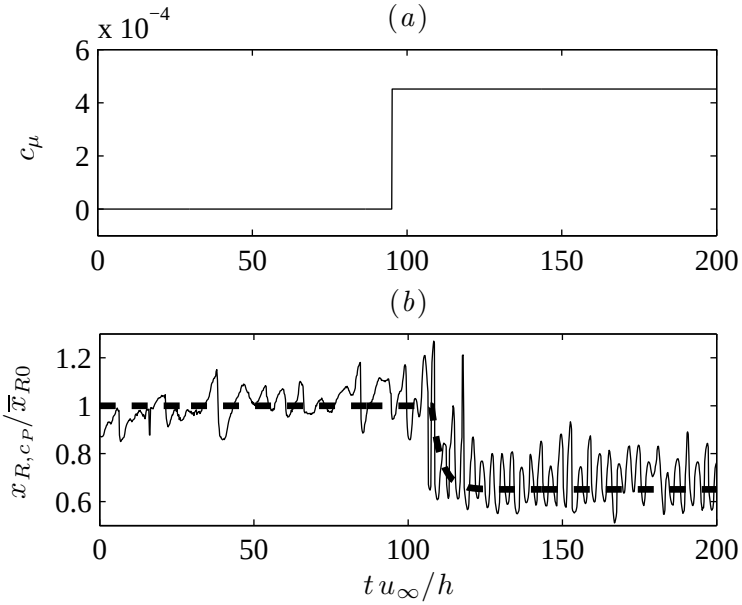

Bild 4.16: Approximation einer experimentellen Sprungantwort unter Verwendung der Cp-Methode. (a) Zeitlicher Verlauf der Stellgröße $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t)$. ($b$) Experimentelle Sprungantwort der mit der Cp-Methode gemessenen Ersatzregelgröße $\boldsymbol{y}(t) = x_{R,c_P}(t)$ (—) und simulierter Verlauf des black-box Modells (- -). $Re = 25\,000$, spannweitig gleichverteilte, harmonische, monofrequente Anregung mit $St_a = 0.29$.

kleiner Modellordnung. Für das so ermittelte nominelle Modell eignet sich ein PT_1T_0-Modell gemäß Gl. (4.11), mit den Parametern

$$\begin{aligned} \boldsymbol{k} &= -1.0 \\ \boldsymbol{t}_1\, u_\infty/h &= 5.4 \\ \boldsymbol{t}_0\, u_\infty/h &= 16.1\,. \end{aligned}$$

Die Totzeit $\boldsymbol{t}_0$ dominiert das dynamische Verhalten maßgeblich. Diese ist physikalisch erklärbar, mit der Zeit, welche die Wirbel näherungsweise benötigen, um in der Scherschicht mit der Geschwindigkeit $u_\infty/2$ vom Ort der Anregung bis zur Wiederanlegeposition zu gelangen.

Die Struktur des SISO-Regelkreises stimmt im Wesentlichen mit der des MIMO-Regelkreises in Bild 4.15 überein. Im SISO-Fall entfällt jedoch das stationäre Entkopplungsglied. Des Weiteren sind die E/A-Größe und die stationäre Kompensation skalarwertig, und aus den Übertragungsmatrizen $\boldsymbol{C}(s)$ und $\boldsymbol{P}_n(s)$ werden entsprechende Übertragungsfunktionen $C(s)$ und $P_n(s)$.

4.5 Reglersynthese

Auf Basis der oben identifizierten nominellen Streckenmodelle erfolgt der Entwurf robuster H_∞-Regler für den MIMO- und SISO-Fall. Dabei werden die Regler so ausgelegt, dass unter Berücksichtigung der Unsicherheitsbeschreibung $\boldsymbol{l}_M(\omega)$ robuste Stabilität gemäß Gl. (2.66) gewährleistet wird.

Um einen guten Kompromiss zwischen der Regelgüte (Performance), dem Stellaufwand und der Robustheit zu erreichen, werden die robusten H_∞-Regler durch Lösen des Mixed-

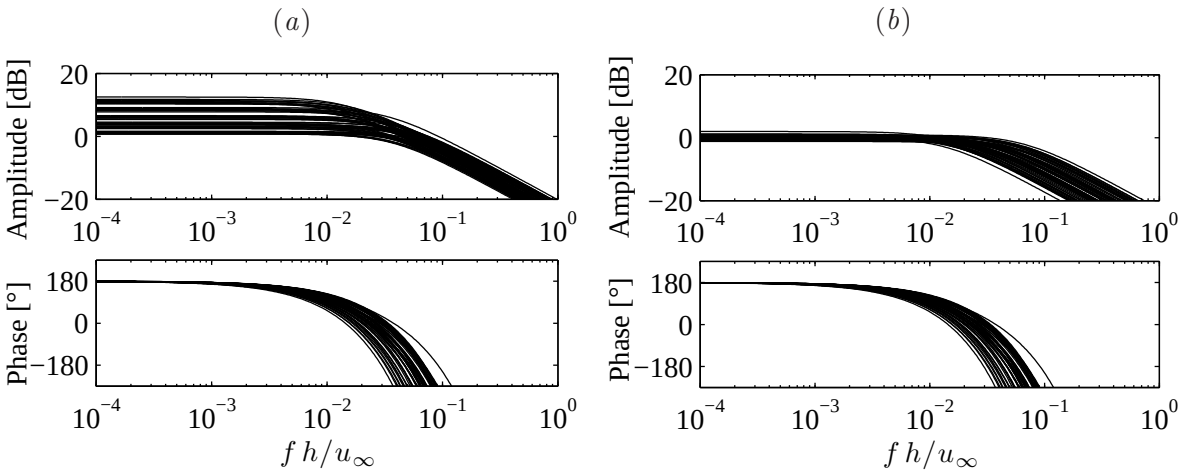

Bild 4.17: Frequenzgänge der identifizierten Modelle für das SISO-System. Vergleich zwischen unkompensierten (a) und kompensierten Modellen (b).

Sensitivity-Problems synthetisiert (siehe Abschnitt 2.4.3). Dazu sind die Gewichte, die das H_∞-Entwurfsproblem festlegen, sinnvoll zu bestimmen.

4.5.1 Synthese eines robusten Mehrgrößenreglers

Die maximalen Singulärwerte der Gewichte für den Mixed-Sensitivity-Entwurf des MIMO-Reglers sind in Bild 4.18 (a) zu sehen. Um robuste Stabilität zu gewährleisten, wird $\boldsymbol{W}_T(s)$ so gewählt, dass gemäß Gl. (2.71) $\boldsymbol{\sigma}_{max}[\boldsymbol{W}_T(j\omega)]$ eine obere Schranke für $\boldsymbol{l}_M(\omega)$ über alle Frequenzen darstellt. Anhand des Verlaufs von $\boldsymbol{\sigma}_{max}[\boldsymbol{W}_T(j\omega)]$ ist zu erkennen, dass die Unsicherheit im unteren Frequenzbereich etwa $-6\,\mathrm{dB}\widehat{=}50\%$ beträgt, und für Frequenzen $f\,h/u_\infty > 3\times10^{-4}$ auf ca. $-2\,\mathrm{dB}\widehat{=}80\%$ ansteigt.

Um die Stellgröße zu beschränken, wird für das Gewicht $\boldsymbol{W}_{CS}(s)$ über den gesamten Frequenzbereich die Einheitsmatrix $\boldsymbol{I}$ gewählt. Durch die Gewichtung der kleinen Frequenzen mit großen Werten für $\boldsymbol{\sigma}_{max}[\boldsymbol{W}_S(j\omega\to0)]$ wird für den geschlossenen nominellen Regelkreis der Forderung nach kleinen Regelabweichungen im eingeschwungenen Zustand entsprochen. Die Übertragungsmatrizen aller Gewichte sind im Anhang B.3 angegeben.

Das Ergebnis des H_∞-Reglerentwurfs zeigt Bild 4.18 (b). Der Verlauf der Singulärwerte des synthetisierten Reglers $\boldsymbol{C}(s)$ entspricht näherungsweise dem Amplitudengang eines SISO PI-Reglers. Da der Regler integrierendes Verhalten aufweist und im Regelkreis eine Stellgrößenbeschränkung existiert, wird zur Vermeidung des windups die in Abschnitt 2.7 vorgeschlagene antireset windup Kompensation implementiert.

Die Durchtrittsfrequenz $\boldsymbol{\omega}_C$ des nominellen offenen Regelkreises $\boldsymbol{L}(s)=\boldsymbol{P}_n(s)\boldsymbol{C}(s)$ ist festgelegt, wo $\boldsymbol{\sigma}_{max}[\boldsymbol{L}(j\omega)]$ zum ersten Mal die 0 dB-Linie von oben durchquert. Für die MIMO-Regelung liegt die Durchtrittsfrequenz bei $f\,h/u_\infty \approx 1.3\times10^{-4}$ bzw. $\boldsymbol{\omega}_C \approx 0.8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Der Grund für die langsame nominelle Performance ist der Einsatz der RMS-Messmethode und deren geringes zeitliches Auflösungsvermögen der Wiederanlegelänge. Die Bandbreite der Regelung $\boldsymbol{\omega}_B$ ist definiert, wo $\boldsymbol{\sigma}_{max}[\boldsymbol{T}(j\omega)]$ erstmalig die -3 dB-Linie von oben durchläuft. Hierfür kann aus Bild 4.18 (b) eine Frequenz $f\,h/u_\infty \approx 1.5\times10^{-4}$ bzw. $\boldsymbol{\omega}_B \approx 0.9\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ ermittelt werden. Die Matrizen der Zustandsraumdarstellung des synthetisierten Reglers $\boldsymbol{C}(s)$ können dem Anhang B.4 entnommen werden.

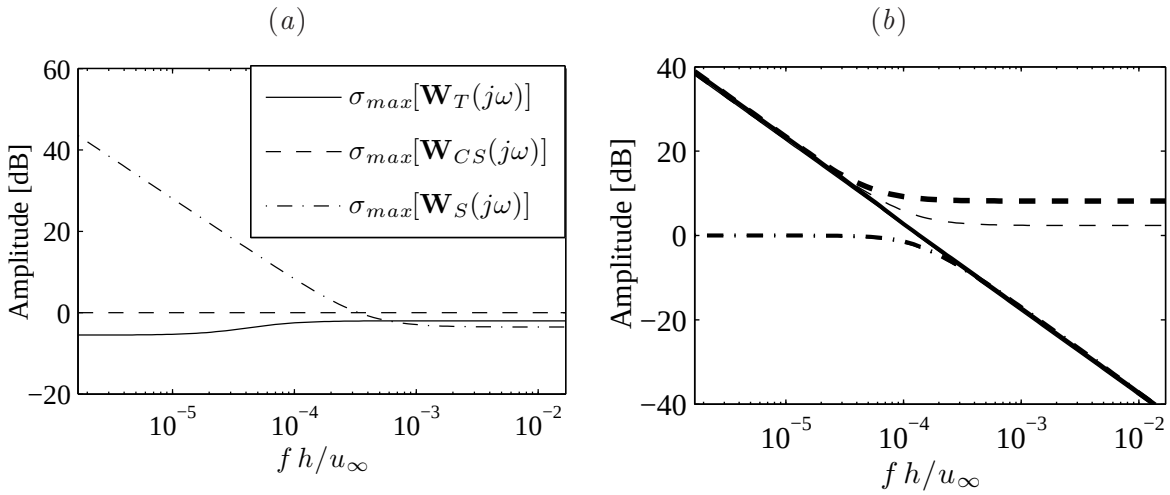

Bild 4.18: Maximale Singulärwerte der frequenzabhängigen Gewichte für das Mixed-Sensitivity-Problem des MIMO-Reglerentwurfs in (a). Die Verläufe der maximalen und minimalen Singulärwerte des synthetisierten H_∞-MIMO-Reglers $\boldsymbol{C}(s)$ (– –), des offenen Regelkreises $\boldsymbol{L}(s)$ (—) und der komplementären Sensitivität $\boldsymbol{T}(s)$ (– · –) zeigt (b). Der Verlauf der maximalen Singulärwerte ist durch dicke und der Verlauf der minimalen Singulärwerte durch dünne Linien dargestellt.

4.5.2 Synthese eines robusten Eingrößenreglers

Die Amplitudengänge der für den Entwurf eines robusten SISO-Reglers verwendeten Gewichte sind in Bild 4.19 (a) zu sehen. Im Gegensatz zum Mehrgrößenentwurf liegen die Gewichte nicht als Übertragungsmatrizen, sondern als Übertragungsfunktionen $W_T(s)$, $W_{CS}(s)$ und $W_S(s)$ vor. Für kleine Frequenzen beträgt die durch $|W_T(j\omega)|$ repräsentierte obere Schranke der multiplikativen Unsicherheit $\boldsymbol{l}_M(\omega)$ ca. -12 dB, wobei gilt $|W_T(j\omega)| \geq \boldsymbol{l}(\omega)\ \forall\omega$. Die Durchtrittsfrequenz von $|W_T(j\omega)|$ ist $f\,h/u_\infty \approx 1.3 \times 10^{-2}$. Damit ist die Unsicherheit im Gegensatz zum MIMO-System für Frequenzen oberhalb der Durchtrittsfrequenz größer 100%. Die Unsicherheit stellt demnach die größte Einschränkung für den H_∞-Entwurf dar. Eine zufrieden stellende Regelgüte ist demnach nur für $f\,h/u_\infty < 1.3 \times 10^{-2}$ erzielbar.

Die Durchtrittsfrequenz für $|W_S(j\omega)|$ ist $f\,h/u_\infty \approx 5 \times 10^{-3}$. Diese Einschränkung bezüglich der Regelgüte wird bewusst gewählt, da neben der robusten Stabilität (RS) auch die Einhaltung der robusten Performance (RP) berücksichtigt werden soll (siehe dazu Abschnitt 2.4). Zur Beschränkung der Stellgröße wird $|W_{CS}(j\omega)|$ für den gesamten Frequenzbereich zu Eins gesetzt. Die Übertragungsfunktionen der Gewichte sind im Einzelnen im Anhang B.5 angegeben.

Das Ergebnis der Reglersynthese zeigt Bild 4.19 (b). Der Frequenzgang des synthetisierten Reglers, dessen Übertragungsfunktion im Anhang B.6 zu finden ist, lässt sich näherungsweise durch den eines PI-Reglers approximieren. Wie beim Mehrgrößenregler erfolgt auch hier die Implementierung einer antireset windup Kompensation zur Vermeidung des windups bei Stellgrößenbeschränkung (siehe dazu Abschnitt 2.7).

Die Durchtrittsfrequenz des nominellen offenen Regelkreises $L(s) = P_n(s)C(s)$ ist $f\,h/u_\infty \approx 5.1 \times 10^{-3}$ ($\boldsymbol{\omega}_C \approx 30\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$). Damit ist $L(s)$ etwa 40-mal schneller als der nominelle offene Regelkreis des MIMO-Systems $\boldsymbol{L}(s)$. Der entscheidende Grund für diesen Unterschied liegt in der Verwendung unterschiedlicher Ersatzregelgrößen. Wie bereits oben bei der Modellidentifikation gezeigt werden konnte, ist die zeitliche Auflösung der Cp-Methode um ein Vielfaches höher. Die Bandbreite $\boldsymbol{\omega}_B$ des nominellen geschlossenen Regelkreises $T(s)$ beträgt $\boldsymbol{\omega}_B \approx 90\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ ($f\,h/u_\infty \approx 1.5 \times 10^{-2}$).

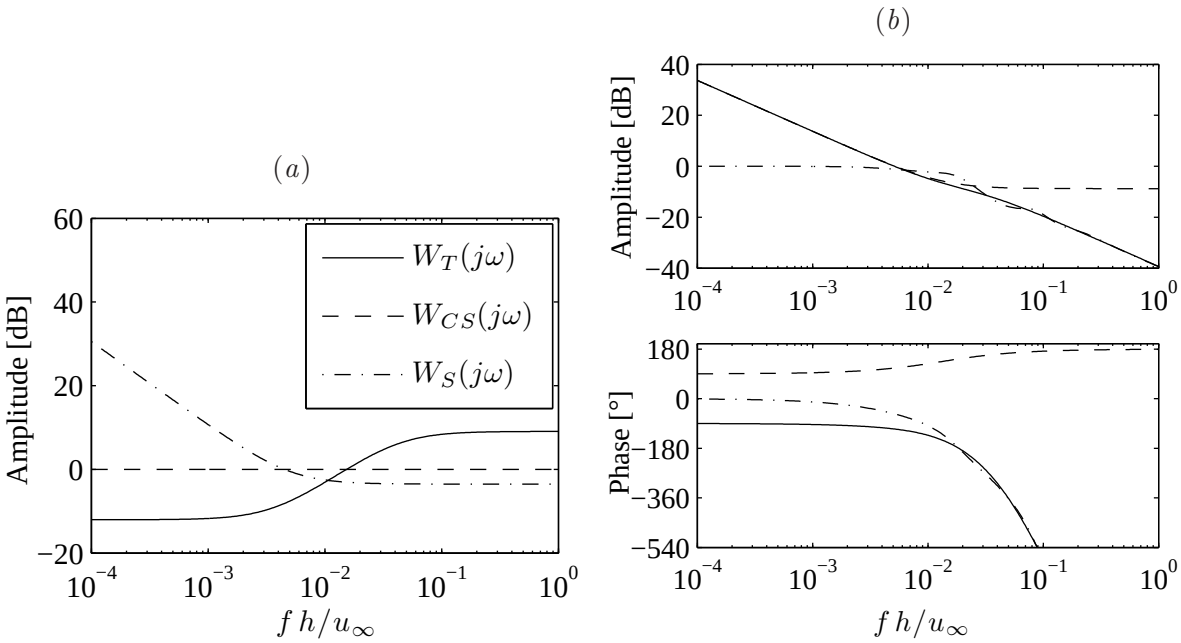

Bild 4.19: (a) Amplitudengänge der frequenzabhängigen Gewichte für das Mixed-Sensitivity-Problem des SISO-Reglerentwurfs. (b) Bode-Diagramm des synthetisierten H_∞-SISO-Reglers (– –), des offenen Regelkreises (—) und der komplementären Sensitivität (– · –).

4.6 Experimentelle Ergebnisse

Um zu zeigen, dass die vorgeschlagenen Methoden zur Modellierung und Reglersynthese in Verbindung mit den unterschiedlichen Messverfahren und Sensoren eingesetzt werden können, werden die entworfenen Regler in Experimenten im Windkanal ausführlich getestet. Anhand der experimentellen Ergebnisse sollen dabei die Vorteile der Regelung gezeigt werden. Zum einen wird das Führungsverhalten und zum anderen das Störverhalten der Regelkreise untersucht.

In Experimenten, in denen das Führungsverhalten getestet wird, soll gezeigt werden, dass durch Regelung eine gezielte Einstellung der Regelgröße gemäß einer Vorgabe bzw. Sollgröße möglich ist. Es erfolgt eine zeitliche Änderung der Sollgröße, um auch das dynamische Verhalten des geschlossenen Kreises zu untersuchen.

Die Experimente zur Demonstration des Störverhaltens zeigen die Fähigkeit von Regelungen, äußere Störeinflüsse zu kompensieren. Hierzu werden z. B. die Anströmbedingungen variiert oder der Stufennachlauf durch das Einbringen von Störkörpern massiv verändert. Das Störverhalten soll außerdem aufzeigen, dass gerade die robuste Regelung auch dann noch stabiles Verhalten aufweist, wenn sich der Betriebspunkt ändert.

4.6.1 Mehrgrößenregelung der Wiederanlegelänge im Experiment

Bild 4.20 zeigt beispielhaft das Führungsverhalten des 4×4 MIMO-Regelkreises bei konstanter Anströmung mit $Re = 25\,000$. Die mit der zeitlich gemittelten Wiederanlegelänge der natürlichen Strömung normierten Regelgröße, $\boldsymbol{y}_i(t) = x_{R,rms,i}(t)/\overline{x}_{R0,i}$ mit $i = 1\ldots4$, kann rampenförmigen Änderungen der Führungsgröße mit einer leichten Verzögerung folgen. Dieser Schleppfehler resultiert aus der begrenzten Performance bedingt durch die Verwendung der RMS-Methode. Die Abweichungen sind aber im akzeptablen Rahmen und das Folgeverhalten

ist daher gut. Aufgrund der Entkopplung des Regelkreises sind kaum gegenseitige Beeinflussungen der Teilregelkreise beobachtbar.

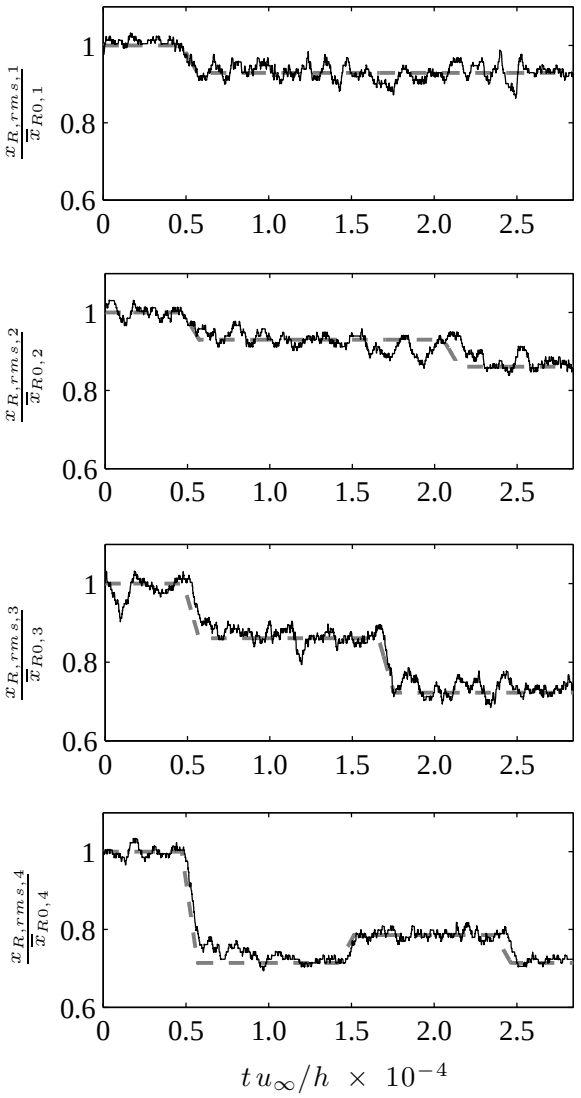

Bild 4.20: Experimentelles Führungsverhalten des 4×4-MIMO-Regelsystems bei Verwendung der RMS-Methode. (- -) Führungsgröße, (—) Regelgröße, $Re = 25\,000$.

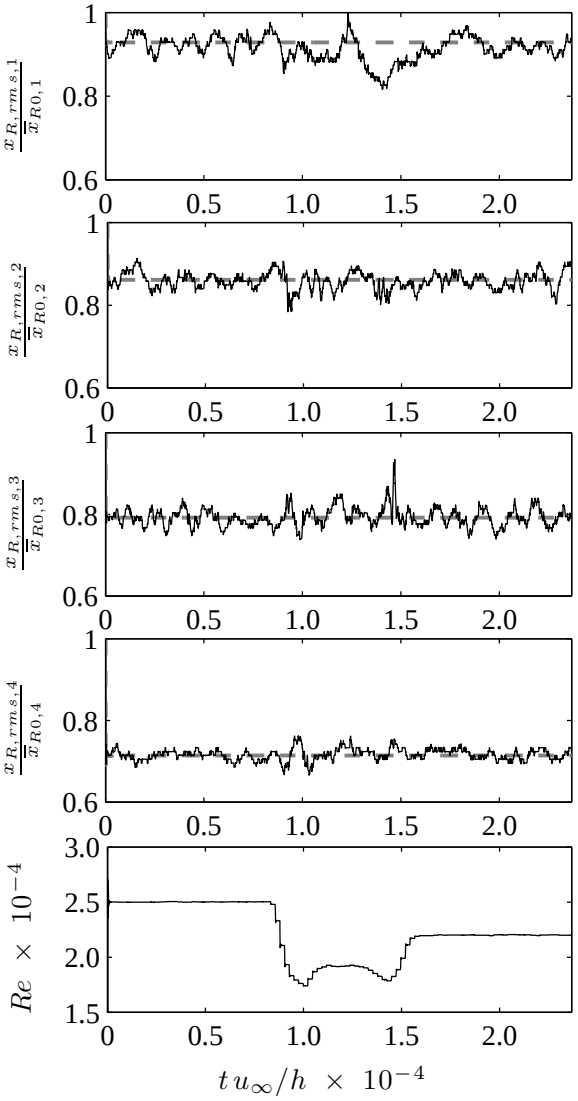

Bild 4.21: Störverhalten des MIMO-Regelkreises mit der RMS-Methode bei massiver Störung des Stufennachlaufs. (- -) konstante Führungsgröße, (—) Regelgröße. *Unten:* Zeitlicher Verlauf der Reynolds-Zahl.

Das Störverhalten das Regelkreises zeigt Bild 4.21. Während des gesamten Experiments ist die Führungsgröße konstant bei $\underline{\boldsymbol{r}} = (0.93, 0.86, 0.79, 0.71)^T$, wobei gilt $\boldsymbol{r}_i = x_{R,rms,i}/\overline{x}_{R0,i}$ mit $i = 1 \ldots 4$. Zum Zeitpunkt $t\,u_\infty/h = 8\,000$ wird damit begonnen, einen quaderförmiger Störkörper (Abmessungen $7.5h \times 5h \times 2.5h$) in den mittleren Stufennachlauf bei $x/h = 20$ manuell zu platzieren. Das Hineinlegen des Störkörpers in den Messstreckenaustritt hat zur Folge, dass der Stufennachlauf im Zeitbereich $8\,000 < t\,u_\infty/h < 16\,000$ stark durch den Experimentator verblockt, und die Strömung massiv gestört wird. Der Einfluss dieser massiven Störung kann anhand der starken Schwankungen im zeitlichen Verlauf der Reynolds-Zahl im unteren Bild beobachtet werden. Der Regelkreis kann die Störungen gut kompensieren, lediglich der erste Teilregelkreis zeigt geringe Regelabweichungen. Das Hineinbringen des Störkörpers in den Stufennachlauf ist für $t\,u_\infty/h > 16\,000$ abgeschlossen. Der Regelkreis ist schnell in der La-

ge sich den veränderten Strömungsbedingungen anzupassen, welche aufgrund der ca. 35%igen Verblockung des Windkanals durch den Körper und einer damit verbundenen Verringerung der Reynolds-Zahl von $Re = 25\,000$ auf $Re = 22\,000$ entstehen.

Nicht unerwähnt bleiben sollen die Experimente in denen die Integrität des Regelkreises untersucht wird. Unter der Integrität eines MIMO-Regelkreises versteht man die Eigenschaft, dass der Regelkreis stabil bleibt, wenn einzelne Stell- oder Regelgrößen aufgrund eines Versagens von Stell- bzw. Messgliedern Null gesetzt werden. Die Forderung nach Integrität ist für die technische Realisierung von großer Bedeutung, weil der Regelkreis als Ganzes stabil bleiben muss, wenn der Regler nicht vollständig abgeschaltet wird, sondern wenn nur einzelne Stell- oder Messgrößen nicht wie vorgesehen verarbeitet werden können (siehe auch [Lunze, 2002]).

In Experimenten wird die Spannungsversorgung einzelner Aktuatoren unterbrochen, d. h. es erfolgt kein Stelleingriff auf den betroffenen Streckeneingang. Der Regelkreis zeigt trotz dieses massiven Eingriffes stabiles Verhalten und besitzt somit die Eigenschaft der Integrität.

4.6.2 Eingrößenregelung der Wiederanlegelänge im Experiment

Bild 4.22 zeigt sowohl das Führungsverhalten als auch den Stellgrößeneinsatz des robusten H_∞-Reglers bei sprungförmiger Änderung der Führungsgröße. Mit der im Gegensatz zur RMS-Methode zeitlich hochauflösenden Messung mit der Cp-Methode kann die Regelung der Führungsgröße $\boldsymbol{r}(t) = x_{R,c_P}/\overline{x}_{R0}$ erwartungsgemäß deutlich schneller folgen. Ein Vergleich mit der Sprungantwort der gesteuerten Strecke in Bild 4.16 zeigt, dass der geschlossene Regelkreis geringfügig langsamer ist. Der Grund dafür ist der eingeschränkte Gültigkeitsbereiches des linearen Entwurfsmodells.

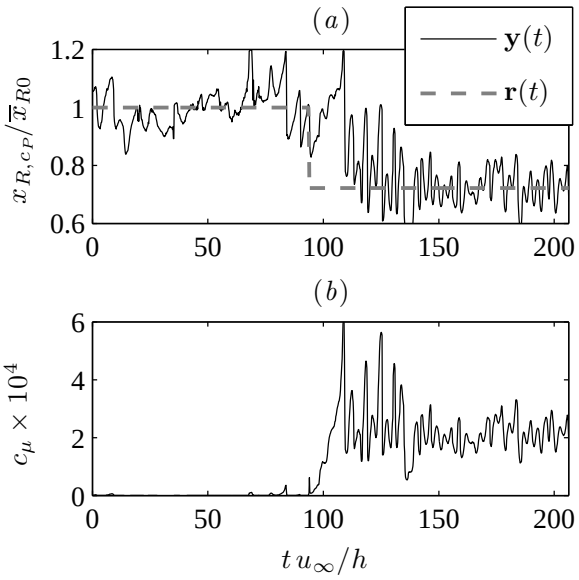

Bild 4.22: Führungsverhalten (a) und Stellgrößenaufwand (b) des robusten SISO-Reglers mit der Cp-Methode im Experiment bei $Re = 25\,000$.

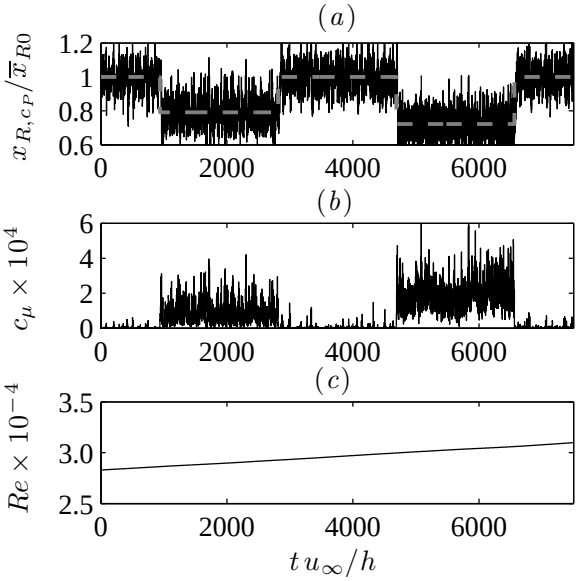

Bild 4.23: Führungsverhalten (a) und Stellgrößeneinsatz (b) des robusten SISO-Reglers mit der Cp-Methode im Experiment. Die Reynolds-Zahl wird zeitlich variiert (c).

Das Führungsverhalten bei zeitlicher Variation der Reynolds-Zahl ist in Bild 4.23 zu sehen. Trotz der Störung durch die Anhebung der Reynolds-Zahl von 28 000 auf 31 000 zeigt der geschlossene Regelkreis schnelles und gutes Folgeverhalten. Zudem weist der Regelkreis

stabiles Verhalten in Betriebsbereichen auf, für die keine Modellidentifikation erfolgte. Die starken Schwankungen der Regelgröße sind auf die zeitlich hohe Auflösung der Wiederanlegelänge durch die Cp-Methode zurückzuführen. Diese hochfrequenten Anteile wurden bereits bei der Streckenidentifikation bewusst nicht berücksichtigt, da sie durch den Anregemechanismus der Scherschicht hervorgerufen werden, der hier zur aktiven Beeinflussung der Stufenströmung verwendet wird. Daher kann und soll die Regelung diese Schwankungen der Ersatzregelgröße nicht beeinflussen.

4.7 Fazit

An der turbulenten Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe werden im Hinblick auf das in Kapitel 1 formulierte Fernziel erste regelungstechnische Methoden aufgebaut. Im Einzelnen erfolgt die Anwendung einer robusten Ein- und einer ersten Mehrgrößenregelung an einem einfachen Strömungsproblem, mit dem Ziel, die Wiederanlegelänge im Stufennachlauf zu regeln. Ein Vergleich beider Regelungen anhand regelungstechnischer und strömungsmechanischer Größen ist in Tabelle 4.2 zu finden.

Die aktive Beeinflussungsmethode besteht aus der harmonischen, monofrequenten Anregung der Kelvin-Helmholtz-Scherschichtinstabilität über einen segmentierten Schlitz an der Stufenkante.

Aus einer strömungsmechanischen Charakterisierung der Stufenströmung kann als effektive Frequenz zur Reduzierung der Wiederanlegelänge $St_a = 0.29$ ermittelt werden. Des Weiteren zeigt sich, dass durch spannweitig verteiltes Anregen an der Stufenkante mittels unterschiedlicher Anregeintensität zweidimensionale Strukturen der Wiederanlegelinie erzeugt werden können. Als Stellgröße wird die Amplitude des harmonischen Anregesignals verwendet.

Da die Wiederanlegeposition als Regelgröße nicht direkt messbar ist, kommen zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung einer Ersatzregelgröße zum Einsatz. Die mit der RMS-Methode aus Mikrofonmessungen im Stufennachlauf bestimmte Ersatzregelgröße funktioniert auch bei verteilter Anregung, die damit verbundene zeitliche Mittelung hat jedoch ein vergleichsweise langsames Regelverhalten zur Folge. Demgegenüber stellt die Cp-Methode eine ca. 200-mal schnellere Messtechnik zur Bestimmung der Ersatzregelgröße dar. Hierbei wird die Korrelation des Nulldurchgang im Verlauf des statischen Wanddrucks ausgenutzt, um die Wiederanlegeposition zu bestimmen.

Die Cp-Methode beweist sich nicht nur als die schnellere Methode zur Bestimmung der Wiederanlegeposition, auch die Anzahl der erforderlichen Sensoren könnte bei der Methode deutlich verringert werden, da zur Bestimmung des Nulldurchganges eine Ausgleichsgerade nur durch die vier Messpunkte gelegt wird, die den geringsten Abstand zur Nulllinie aufweisen. Demgegenüber reagiert die RMS-Methode sehr empfindlich gegenüber einer Änderung der Sensorenanzahl. Natürlich könnte die Cp-Methode auch im Mehrgrößenregelungsproblem eingesetzt werden. Dies erfolgt hier nicht, da zum Zeitpunkt der experimentellen Arbeiten nicht genug Drucksensoren zur Verfügung stehen.

Aus experimentellen Sprungantworten wird für den Ein- und Mehrgrößenfall eine Familie linearer black-box Modelle mittels Subspace-Methoden identifiziert. Die eingangsseitige stationäre E/A-Nichtlinearität wird durch Vorschalten der inversen Kennlinie kompensiert.

Auf Basis der identifizierten Modelle erfolgt eine robuste H_∞-Reglersynthese durch Verwendung des Mixed-Sensitivity-Problems.

Ein- und Mehrgrößenregelung unterscheiden sich aufgrund der unterschiedlichen Methoden zur Bestimmung der Ersatzregelgröße in ihrer Dynamik erheblich. Beispielsweise ist die erzielte Bandbreite der SISO-Regelung ca. 100-mal größer als die der MIMO-Regelung. Beide Regelungen zeigen im experimentellen Einsatz gutes Führungsverhalten und können den Einfluss von Störungen gut kompensieren.

Tabelle 4.2: Vergleich von Ein- und Mehrgrößenregelung zur Regelungen der Stufenströmung.

	MIMO-Regelung	**SISO-Regelung**
Anregung	spannweitig verteilt, harmonisch, monofrequent $St_a = 0.29$	spannweitig gleichverteilt, harmonisch, monofrequent $St_a = 0.29$
Sensorik	spannweitig verteilt 4×15 Mikrofon-Array	im Mittelschnitt des Nachlaufs bei $z = 0$ 1×14 Drucksensor-Array
Online-Messverfahren zur Bestimmung der Ersatzregelgröße	RMS-Methode	Cp-Methode
Zeitliche Auflösung der Ersatzregelgröße	sehr gering	sehr hoch
Einschwingzeit der Sprungantwort	$t\,u_\infty/h \approx 4\,000$	$t\,u_\infty/h \approx 20$
Totzeit des nominellen Entwurfsmodells	$\boldsymbol{t}_0\,u_\infty/h = 12$	$\boldsymbol{t}_0\,u_\infty/h = 16$
Durchtrittsfrequenz des offenen Regelkreises	$f\,h/u_\infty = 1.3 \times 10^{-4}$ $\boldsymbol{\omega}_C = 0.8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$	$f\,h/u_\infty = 5.1 \times 10^{-3}$ $\boldsymbol{\omega}_C = 30\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$
Bandbreite des geschlossenen Regelkreises	$f\,h/u_\infty = 1.5 \times 10^{-4}$ $\boldsymbol{\omega}_B = 0.9\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$	$f\,h/u_\infty = 1.5 \times 10^{-2}$ $\boldsymbol{\omega}_B = 90\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$

Kapitel 5

Regelungen der Strömung über einen zweidimensionalen stumpfen Körper mit zweiseitiger Scherschichtablösung

Automobile, Schiffe oder Flammenhalter in Brennkammern können vereinfachend als stumpfe Körper betrachtet werden. Diese sind durch geometrieinduzierte Strömungsablösung gekennzeichnet mit negativen Auswirkungen auf das Umfeld oder den Körper selbst. Bei Fahrzeugen beispielsweise, führt die Ablösung zu einem Druckverlust im Heckbereich und folglich zu einem hohen Widerstand. Daher untersucht die Strömungsmechanik schon seit einigen Jahrzehnten Kontrollmaßnahmen zur Beeinflussung der Strömung um solche stumpfen Körper. Aufgrund der hohen Praxisrelevanz sind in der Literatur viele Beispiele zu passiven Maßnahmen zur Widerstandsreduzierung zu finden. Stellvertretend seien [Bearman, 1965], [Tanner, 1972], [Tombazis & Bearman, 1997] oder [Park *et al.*, 2006] aufgeführt. Als Beispiele für aktive Widerstandsminderungen sollen die Untersuchungen in [Bearman, 1967] oder [Kim *et al.*, 2004] dienen.

Auf dem in Kapitel 1 skizzierten Weg zu dreidimensionalen stumpfen Körpern mit Strömungsablösung an mehreren Kanten bzw. druckinduzierter Ablösung auf Flächen wird zunächst ein strömungsmechanisch zweidimensionaler Körper mit gerader Hinterkante betrachtet. Die Geometrie stellt die Approximation eines Zuges, Busses oder Lastwagens dar. Diese und ähnliche Konfigurationen sind vielfach numerisch oder experimentell untersucht worden [Hucho, 2002; Bearman, 1997]. Im Gegensatz zur in Kapitel 4 behandelten Stufenströmung ist die Strömung jetzt durch eine zweiseitige Ablösung mit Scherschichtinteraktion gekennzeichnet. Den Schwerpunkt bildet der Aufbau von Regelungen im Experiment zur aktiven Kontrolle des aerodynamischen Widerstandes.

Die Gliederung dieses Kapitels gestaltet sich wie folgt: In Abschnitt 5.1 werden zunächst die Grundströmung sowie Möglichkeiten zur aktiven Strömungsbeeinflussung vorgestellt. Eine Beschreibung des experimentellen Aufbaus inklusive der Aktuatorik und Sensorik erfolgt in Abschnitt 5.2. Erste experimentelle Ergebnisse zur Charakterisierung der Grundströmung, sowie Ergebnisse aus Steuerungsexperimenten sind in Abschnitt 5.3 zu finden. Auf Basis dieser Voruntersuchungen werden in Abschnitt 5.4 verschiedene Regelungen zur aktiven Beeinflussung des Widerstandes und deren experimentelle Anwendungen vorgestellt. Dazu zählen eine modellbasierte robuste Regelung, ein modellfreier adaptiver Slope-Seeking-Regler und eine physikalisch motivierte, energiesparende Phasenregelung. Abschließend erfolgt eine Gegenüberstellung der Regelungen in Abschnitt 5.5.

5.1 Die Strömung um einen stumpfen Körper und deren aktive Beeinflussung

5.1.1 Strömungsfeld

Das Strömungsfeld um einen zweidimensionalen stumpfen Körper mit der Höhe h ist schematisch in Bild 5.1 dargestellt. Die Querschnittsfläche entspricht der des in [Ahmed *et al.*, 1984] vorgestellten dreidimensionalen Ahmed Körpers mit Stumpfheck.

Die ungestörte Anströmung erfolgt mit der Geschwindigkeit u_∞. Der Körper hat eine abgerundete Vorderkante, um einer Ablösung im Frontbereich vorzubeugen. Ob die Strömung an der Vorderkante ablöst, hängt entscheidend vom Verhältnis Kantenradius zu Körperhöhe und von der Reynolds-Zahl ab [Cooper, 1985]. In [Hucho, 2002] ist eine Zusammenstellung verschiedenster experimenteller Ergebnisse an zweidimensionalen stumpfen Körpern gegeben, die zeigen, dass ab einem Verhältnis von Kantenradius zu Körperhöhe größer 0.17 und für $Re < 1 \times 10^6$ die Strömung anliegt. Bei der hier betrachteten Konfiguration beträgt das Verhältnis von Kantenradius zu Körperhöhe 0.35.

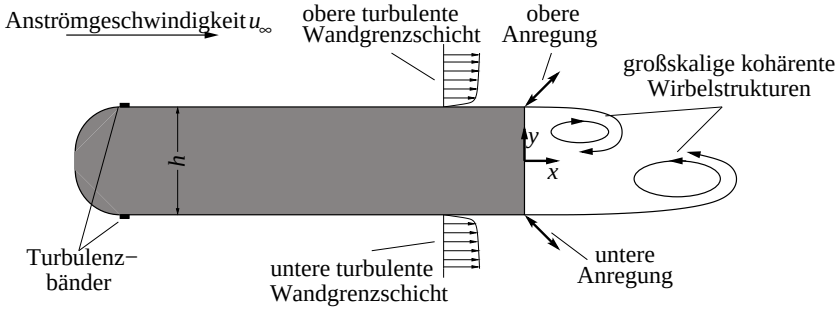

Bild 5.1: Schematische Darstellung des 2D Strömungsfeldes um einen stumpfen Körper mit aktiver Strömungsbeeinflussung an den Hinterkanten.

Im weiteren Strömungsverlauf bilden sich auf der oberen und unteren Körperseite turbulente Wandgrenzschichten aus. An den hinteren Körperkanten kommt es zur geometrieinduzierten Ablösung. Es bildet sich hinter dem Körper ein Ablösegebiet aus, das durch Unterdruck charakterisiert ist. Dieses Gebiet wird von einer unteren und oberen Scherschicht umrahmt. Die Strömung des stumpfen Körpers ist durch eine absolute Instabilität gekennzeichnet [Huerre & Monkewitz, 1990]. Dieser Mechanismus führt zur Ausbildung der typischen von Kármánschen Wirbelstraße [von Kármán, 1911]. Dabei rollen sich die Scherschichten zu großskaligen kohärenten Strukturen auf und bilden in der Folge periodisch alternierende Einzelwirbel, die stromab davonschwimmen. Die Geschwindigkeit mit der die diskreten Wirbel abschwimmen ist kleiner als die Anströmgeschwindigkeit u_∞. Typische Frequenzen der globalen Nachlaufinstabilität liegen im Bereich $0.2 \leq St_{vs} = f_{vs}\, h/u_\infty \leq 0.3$, siehe dazu [Takagi *et al.*, 2001] oder [Hucho, 2002].

An das Ablösegebiet schließt sich der Nachlauf des Körpers an. Die in Strömungsrichtung gewandte Fläche des Hecks wird als Basis bezeichnet. Der aerodynamische Widerstand setzt sich als Summe aus Druck- und Reibungsanteil zusammen. Bei stumpfen Körpern dominiert jedoch der Druckanteil den Gesamtwiderstand. Folglich führt eine Anhebung des Unterdrucks an der Basis zu einer Reduzierung des Gesamtwiderstandes.

In [Pastoor *et al.*, 2008] sind detaillierte Untersuchungen des Entstehungsmechanismuses der globalen Nachlaufinstabilität mit Hilfe von 2D Wirbelmodellen zu finden. Dort kann gezeigt

werden, dass die sich aufrollenden großskaligen Wirbelstrukturen der Scherschicht dicht an die Körperbasis heranreichen und daher einen starken Unterdruck, einen sog. Wirbelfußabdruck, auf der Basis induzieren.

5.1.2 Aktive Beeinflussung des stumpfen Körpers

In der vorliegenden Arbeit kommt ausschließlich das Konzept der aktiven Strömungsbeeinflussung zum Einsatz. In [Pastoor *et al.*, 2008] wird mit Hilfe von 2D Wirbelmodellen gezeigt, dass zur Anhebung des Basisdrucks und Reduzierung des Widerstandes das Rückströmgebiet verlängert und der alternierende Charakter des Nachlaufes verhindert werden muss. Eine effektive Unterdrückung der globalen Nachlaufinstabilität ist somit der entscheidende Schlüssel zur erfolgreichen Widerstandsreduzierung. In der Literatur werden verschiedene aktive Maßnahmen zur Erreichung dieses Ziels vorgeschlagen:

- *Opposition Control*: Der Nachlaufinstabilität wird durch Einbringen einer Volumenkraft oder durch Oszillation des Körper entgegengewirkt. Dieses Konzept erfordert einen geschlossenen Regelkreis, um eine exakte gegenphasige Anregung zu ermöglichen. Als Beispiele seien [Gerhard *et al.*, 2003] oder [Siegel *et al.*, 2004] genannt.
- *Energetisierung der Scherschicht*: Durch hochfrequente Anregung der Scherschicht wird diese energetisiert, wodurch eine Abschwächung der Entstehung großskaliger Wirbel erfolgt und die Nachlaufinstabilität gedämpft wird [Ben-Hamou *et al.*, 2007].
- *Einbringen dreidimensionaler Strukturen*: Durch Einbringen dreidimensionaler Strukturen, durch z. B. örtlich verteiltes Anregen, kann die Wirbelentstehung erfolgreich unterdrückt werden, wie beispielsweise die numerischen und experimentellen Arbeiten in [Kim *et al.*, 2004] zeigen.
- *Synchronisation der Scherschicht*: Durch Synchronisation der sich nahe der Körperbasis aufrollenden Scherschichtwirbel kann der Einfluss der globalen Instabilität auf den Körper verringert werden. Aufgrund der symmetrischen Anordnung reichen die Wirbelstrukturen nicht mehr so dicht an die Basis heran und können keinen großen Unterdruck induzieren. Entsprechend erfolgreich umgesetzte experimentelle Phasenregelungen sind in [Henning *et al.*, 2007] oder [Pastoor *et al.*, 2008] erstmals beschrieben.

Besonders im Hinblick auf eine robuste und energieeffiziente Anregung wird hier das letztgenannte Konzept angewendet. Durch harmonische Anregung werden Störungen in die Scherschicht eingebracht, die den Aufrollprozess und somit die Wirbelentstehung beeinflussen. Dabei können sowohl Größe als auch Phasenlage der sich ausbildenden Wirbel gezielt durch die Anregung beeinflusst werden. Diese Eigenschaft wird genutzt, um die Wirbelbildung in oberer und unterer Scherschicht zu synchronisieren. Dabei erfolgt eine gleichphasige Anregung beider Scherschichten, wodurch eine Synchronisation erzwungen wird. Bei Kenntnis der Phasenlage der Wirbel in einer Scherschicht besteht eine weitere Möglichkeit darin, nur die Phasenlage der anderen Scherschicht zu beeinflussen. Wie in [Pastoor *et al.*, 2008] gezeigt wird, beschränkt sich die Synchronisation aufgrund des Anregeortes auf den nahen Bereich hinter der Basis. Bereits wenige Körperhöhen stromab wird der Nachlauf von der globalen Instabilität dominiert und formiert sich zu der von Kármánschen Wirbelstraße. Beim Übergang von der rückwärts gewandten Stufe zum zweidimensionalen stumpfen Körper muss also nicht nur eine Scherströmung durch die Wahl einer geeigneten Anregefrequenz beeinflusst werden. Als weiterer Parameter kommt die Phasenlage des Anregesignals hinzu, um eine Synchronisation der Scherschichten zu erzwingen.

Bei der praktischen Umsetzung werden Lautsprecher als Anregequellen verwendet, die über Schläuche mit Anregeschlitzen verbunden sind. Als Anregeposition wird in vielen Veröffentlichungen der Ort der Ablösung, d. h. die obere und untere Körperkante vorgeschlagen, wobei die Strömung in einem Winkel von jeweils 45° zur Hauptströmung angeregt wird (siehe dazu [Greenblatt & Wygnanski, 2000] oder [Kim *et al.*, 2004]). Dadurch werden oszillierende Druckschwankungen im Sinne von Einblasen und Absaugen an den Schlitzen induziert.

5.2 Experimenteller Aufbau

5.2.1 Windkanal, Messstrecke und Modell

Die experimentellen Arbeiten finden an einem saugenden Windkanal nach „Eiffel"-Bauart statt. Die angesaugte Luft wird zunächst durch eine Filtermatte (EU3) der Größe 1 200 mm×1 200 mm und anschließend durch eine Wabenmatte mit einer Dicke von 100 mm geleitet, um ein möglichst fluktuationsarmes Anströmprofil zu erreichen. Nach dem Durchströmen einer Beruhigungskammer wird das Fluid durch eine Düse mit quadratischem Querschnitt (Länge = 555 mm, Kontraktionsverhältnis = 4.7:1) gesaugt und dabei beschleunigt.

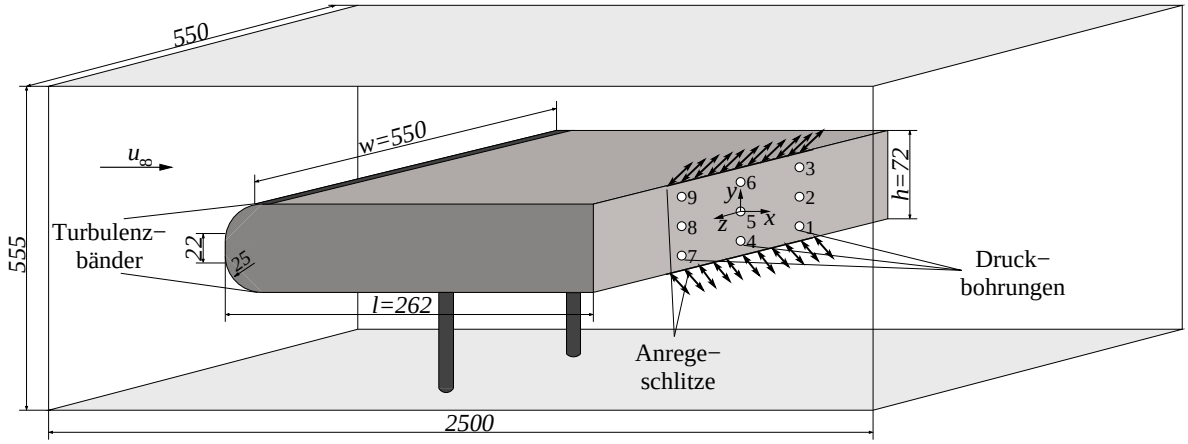

Bild 5.2: Skizze des stumpfen Körpers und schematische Darstellung der Messstrecke. Alle Maßangaben sind in mm.

Anschließend gelangt das Fluid in die geschlossene Messstrecke, die schematisch in Bild 5.2 zu sehen ist. Die Abmessungen der Messstrecke betragen 2 500 mm × 555 mm × 550 mm in x-, y- bzw. z-Richtung. Eine Messstreckenwand sowie die Oberseite der Messstrecke sind aus Glas bzw. Plexiglas gefertigt, was einen optischen Zugang der Messstrecke für Strömungsvisualisierungen ermöglicht. Stromab der Messstrecke wird der störende Einfluss des Ventilators auf die Strömung in der Messstrecke durch eine weitere Wabenmatte der Dicke 100 mm unterdrückt. In einem Abstand von 65 mm oberhalb des Messstreckenbodens sind über die gesamte Länge der Messstrecke 6.35 mm dicke Alcoa-Platten eingelassen. Am Messstreckenanfang ist eine kleine Hancock-Nase am Plattenrand angebracht.

Das Fluid wird mit Hilfe eines Axialventilators, der durch einen Drehstrommotor angetrieben wird, angesaugt und stromab in den freien Raum ausgeblasen. Die Drehzahl des Motors lässt sich über eine drehzahlgeregelte Motorsteuerung einstellen. Die maximal erreichbare Strömungsgeschwindigkeit in der Messstrecke beträgt ca. 25 m s^{-1}. Der Turbulenzgrad Tu der u-Komponente für verschiedene Anströmgeschwindigkeiten wird aus Hitzdrahtmessungen am Messstreckeneintritt ermittelt und ist in Anhang C.1 angegeben. Die Anströmgeschwindigkeit

wird mit Hilfe eines seitlich in die Kanalwand eingelassenen Prandtl-Rohres 200 mm stromab des Messstreckeneinlasses bestimmt. Das Prandtl-Rohr ist an einen Differenzdruckaufnehmer (*MKS* Baratron, Typ *220D*, Messgenauigkeit ±0.15%) angeschlossen.

Die Strömung wird durch ein kartesisches Koordinatensystem beschrieben, dessen Ursprung sich in der vertikalen und horizontalen Mitte des Hecks des stumpfen Körpers und 1 000 mm stromab des Messstreckeneinlasses befindet (siehe Bild 5.2). Um eine möglichst axialsymmetrische Umströmung des Körpers zu gewährleisten, ist das Modell des stumpfen Körpers mittig zwischen oberer und unterer Kanalwand angeordnet. Der Versuchskörper ist über zwei Aluminiumstäbe (Durchmesser 15 mm) mit den Bodenplatten fixiert. Die Stäbe sind in einem Abstand von jeweils 100 mm von den Seitenwänden der Messstrecke befestigt.

Der Längsschnitt des Versuchskörper stimmt mit dem in [Ahmed *et al.*, 1984] vorgeschlagenen Fahrzeugmodell mit Stumpfheck überein. Die Abmessungen des Körpers sind: Länge $l = 262\,\text{mm}$, Höhe $h = 72\,\text{mm}$ und Breite $w = 550\,\text{mm}$. Der Körper ist in z- bzw. Spannweitenrichtung über die gesamte Breite des Messstrecke ausgedehnt, um eine näherungsweise zweidimensionale Umströmung zu gewährleisten. Die Verblockung der Messstrecke durch das Versuchsmodell beträgt ca. 13%. Aufgrund der großen Verblockung wird zur Korrektur der Messwerte die Methode nach [Mercker, 1980] angewendet. Der Kantenradius ist 25 mm, woraus sich ein Verhältnis von Kantenradius zu Körperhöhe von 0.35 ergibt. Auf der oberen und unteren Körperseite sind 25 mm stromab der Vorderkante Turbulenzstreifen (gezackte PVC-Streifen, Dicke = 0.8 mm, Länge = 550 mm, Breite = 5 mm) aufgebracht, um einen turbulenten Umschlag der Grenzschichten zu erzwingen.

Alle Experimente werden in einem Bereich der Reynolds-Zahl von 23 000 bis 70 000 durchgeführt. Die Bildung der Reynolds-Zahl erfolgt stets mit der Körperhöhe h.

5.2.2 Aktuatorik

Zur Anregung der Strömung hat der Körper an der oberen und unteren Hinterkante Schlitze, die jeweils im Winkel von 45° zur x-Richtung ausgerichtet sind. Die Schlitze sind spannweitig zentriert angeordnet, die Länge eines Schlitzes ist jeweils $w/2 = 275\,\text{mm}$, die Schlitzbreite beträgt $w_s = 1\,\text{mm}$.

Als Anregequellen dienen zwei separat ansteuerbare Tieftöner (*Visaton W200S*, 4 Ω), die mit Platten abgedeckt und an die äußere Messstreckenwand montiert sind. Die Platten enthalten jeweils zwölf 8 mm große Durchgangsbohrungen, an deren Öffnungen die erzeugten periodischen Druckschwankungen abgegriffen und durch PVC-Schläuche bis zur äußeren Messstreckenwand geleitet werden. In der Messstreckenwand befinden sich 24 Bohrungen zur Durchleitung der Druckschwankungen. Von der inneren Messstreckenwand bis zu einer Vorkammer, an der sich der Anregeschlitz anschließt, erfolgt die Verbindung mit Silikon-Schläuchen, die aufgrund ihrer Flexibilität die unten beschriebene Widerstandsmessung wenig beeinflussen. Zur Veranschaulichung kann die schematische Darstellung in Bild 4.3 herangezogen werden.

Als Anregesignal zur Erzeugung oszillierender Geschwindigkeitsschwankungen $q'(t)$ an den Anregeschlitzen werden harmonische, monofrequente und mittelwertfreie Spannungssignale

$$\tilde{u}'(t) = \tilde{u}\sin(2\pi f_a t) \tag{5.1}$$

mit der Anregefrequenz f_a und der Amplitude $\tilde{u}$ verwendet. Die Verstärkung der Signale erfolgt durch einen Leistungsverstärker (Eigenbau *FG MRT*, sechs Kanäle je 80 W, Spannungsverstärkung 0 dB).

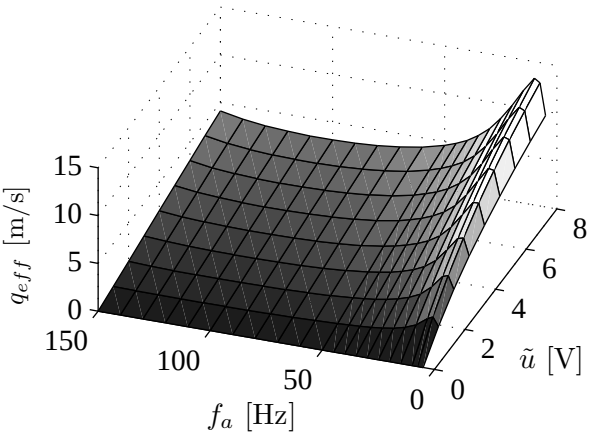

Bild 5.3: Exemplarisches Kennfeld des oberen Aktuators bei $u_\infty = 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Effektive Geschwindigkeit, gemessen ca. 1 mm im Schlitz, als Funktion der Anregefrequenz und der Anregeamplitude.

Zur Kompensation des nichtlinearen und frequenzabhängigen Übertragungsverhaltens der Aktuatoren werden diese bei $u_\infty = 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ im Frequenzbereich $1\,\mathrm{Hz} \leq f_a \leq 150\,\mathrm{Hz}$ und für Spannungsamplituden im Bereich $0\,\mathrm{V} \leq \tilde{u} \leq 8\,\mathrm{V}$ kalibriert. Die allgemeine Vorgehensweise ist genauso wie bereits in Abschnitt 4.2.2 beschrieben. Das ermittelte Kennfeld der effektiven Ausblasgeschwindigkeit q_{eff} als Funktion von f_a und $\tilde{u}$ ist exemplarisch für den oberen Aktuator in Bild 5.3 angegeben. Besonders hohe Geschwindigkeiten können im unteren Frequenzbereich bis ca. 35 Hz generiert werden, die maximale Effektivgeschwindigkeit beträgt ca. $14\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Die Kalibrierung für verschiedene Positionen in z-Richtung ergibt eine nahezu gleichverteilte Anregeintensität (max. Abweichung 5%).

Zur Charakterisierung der Anregeamplitude wird der dimensionslose Impulsbeiwert c_μ nach [Greenblatt & Wygnanski, 2000] verwendet, für den bei Verwendung von zwei Aktuatoren die Definition

$$c_\mu = \frac{2\,w_s}{h}\frac{q_{eff}^2}{u_\infty^2} \tag{5.2}$$

angegeben werden kann.

5.2.3 Sensorik

Auf der Basis des Körpers befinden sich zur Bestimmung des statischen Wanddrucks neun Druckbohrungen mit einem Innendurchmesser von 0.7 mm (siehe Bild 5.2). Die exakten Positionen der Bohrungen können Tabelle 5.1 entnommen werden.

Die Druckbohrungen sind jeweils über dünne Silikonschläuche mit elektromechanischen Differenzdruckaufnehmern (*PascaLine*, Typ *PCLA02X5D1*) verbunden. Die Drucksensoren arbeiten mit einer zweiseitigen Druckbeaufschlagung, sind werksseitig kalibriert, besitzen eine Temperaturkompensation, der Arbeitsbereich ist ±2.5 mbar, die Grenzfrequenz liegt bei 1 kHz und die Messgenauigkeit beträgt ±0.25%. Mit den Sensoren erfolgt die Bestimmung der Druckdifferenz $p_i - p_{stat}$, wobei p_i der statische Druck an der Wand ist, und p_{stat} den statischen Druck am Prandtl-Rohr repräsentiert. Aus der gemessenen Druckdifferenz wird der dimensionslose

Tabelle 5.1: Positionen der Druckbohrungen auf der Basis des stumpfen Körpers.

Nr.	x [mm]	y [mm]	z [mm]
1	0	-28	-82.5
2	0	0	-82.5
3	0	28	-82.5
4	0	-28	0
5	0	0	0
6	0	28	0
7	0	-28	82.5
8	0	0	82.5
9	0	28	82.5

Druckbeiwert

$$c_{P,i} = \frac{p_i - p_{stat}}{p_{stau}} \tag{5.3}$$

mit dem Staudruck am Prandtl-Rohr p_{stau} bestimmt. Aus der mit Gl. (5.3) bestimmten örtlichen Druckverteilung auf der Körperbasis wird ein örtlich gemittelter Basisdruck c_{Pb} bestimmt, der einerseits zur Charakterisierung der Strömung und andererseits als spätere Regelgröße dienen soll. Die exakte Definition lautet:

$$c_{Pb} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} c_{P,i} \tag{5.4}$$

mit $n = 9$ entsprechend der Anzahl der Sensoren auf der Basis.

Aufgrund der symmetrischen Anordnung des stumpfen Körpers im Windkanal handelt es sich um einen Spezialfall bzgl. der wirkenden Kräfte und Momente. Es resultiert nur eine Kraft f_x in x-Richtung, die den Gesamtwiderstand bildet. Durch Anwendung des Eulerschen Ähnlichkeitsgesetzes ergibt sich der dimensionslose Widerstandsbeiwert

$$c_D \quad = \quad \frac{2\, f_x}{\rho\, u_\infty^2\, w\, h} \tag{5.5}$$

mit der Dichte des Fluids ρ. Die Bestimmung der Kraft erfolgt über die Messung der Biegung der zur Fixierung des Modells verwendeten Aluminiumstäbe. Die Stäbe sind im oberen Teil ausgefräst, um die Biegesteifigkeit zu verringern. Auf den Ausfräsungen sind auf den stromauf und stromab liegenden Seiten Dehnungsmessstreifen (*HBM 6/350LY13*, 350 Ω, k-Faktor 2.09, Messgenauigkeit ±0.35%) aufgeklebt. Die Dehnungsmessstreifen (DMS) sind als Vollbrücke geschaltet. Die Signalverstärkung und Kalibrierung der Brücke erfolgt mit einem DMS-Verstärker (*HBM*, Typ *MGCplus*, Verstärkereinschub *ML55b*).

5.2.4 Geschwindigkeitsmessung und Visualisierung der Strömung

Zur Kalibrierung der Aktuatoren, zur Vermessung der Grenzschichten auf der Ober- und Unterseite des Körpers und zur Messung von Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf wird die Hitzdraht-Anemometrie (siehe Abschnitt 3.2.1) verwendet. Das verwendete Hitzdraht-Anemometer (*A. A. Lab Systems Ldt.*, Typ *AN-1003*) mit eingebautem Signalverstärker wird ohne Tiefpassfilter betrieben.

Das Geschwindigkeitsfeld des Nachlaufes in der vertikalen Schnittebene ($x \in (0\,\text{mm}, 144\,\text{mm})$, $y \in (-60\,\text{mm}, 60\,\text{mm})$ und $z = 0\,\text{mm}$) wird mittels PIV-Technik (siehe Abschnitt 3.2.2) bei $Re = 23\,000$ gemessen. Die räumliche Auflösung beträgt $dx = dy = 2.3\,\text{mm}$ die Doppelbildwiederholrate ist mit 4 Hz nach oben begrenzt. Das PIV-System besteht aus einem Nd:YAG-Doppelpulslaser (Leistung 2 W, Wellenlänge 532 nm), einer schnellen CCD-Kreuzkorrelationskamera (*SensiCam PCO Double Shutter*) und einer Synchronisationseinheit. Der Laserpulsabstand beträgt 300 μs und die Belichtungszeit der Einzelbilder liegt bei 150 μs. Zur Analyse der Bilddaten kommt die *ILA corp. VidPiv* Software zum Einsatz. Als Tracer-Partikel werden dem Strömungsmedium feingestäubte Öltröpfchen am Eintritt in die Beruhigungskammer zugeführt.

Zur Visualisierung des Nachlaufes bei $Re = 23\,000$ wird die Rauchdrahtmethode angewendet (siehe Abschnitt 3.1.2). Ein ca. 300 mm langer Draht wird senkrecht zur Anströmung in die vertikale Ebene bei $x = -270\,\text{mm}$ und $z = 0$ platziert. Zur Bildaufnahme wird ein System bestehend aus schneller Grabber-Kamera (*Dalsa 01M150*) und Bilderfassungskarte (*Matrox Helios XCL*) verwendet. Die Bildwiederholrate beträgt 100 Bilder pro Sekunde bei einer Einzelbildbelichtungszeit von 2 μs und einer Bildauflösung von $1\,024 \times 512$ Pixeln. Zur Ansteuerung und Datenerfassung kommt die Software *Matrox MIL Lite* zum Einsatz.

5.2.5 Datenerfassung und Implementierung

Für die Datenaufnahme und praktische Umsetzung der Regelungen wird ein digitaler Signalprozessor der Firma *dSpace*® (Typ *DS1005 PPC*) verwendet. Dieser Rechner ist mit zwei A/D-Karten (Typ *DS2003*, Auflösung 16 bit, 32 analoge Eingänge) und zwei D/A-Karten (Typ *DS2101*, Auflösung 12 bit, fünf analoge Ausgänge) ausgestattet und arbeitet mit einer Taktfrequenz von 480 MHz. Das *Real Time Interface* (RTI) ermöglicht das Einbinden von MATLAB® *Simulink* Modellen als lauffähige Echtzeitapplikationen. Mit der *dSpace*® Software *ControlDesk* werden interaktive Kontrolle, Monitoring und Datenspeicherung ermöglicht. Bei den Experimenten wird mit einer Abtastfrequenz von $f_s = 1\,\text{kHz}$ gearbeitet.

5.3 Natürliche und aktiv beeinflusste Strömung

Zur Charakterisierung der natürlichen Strömung im Reynolds-Zahlbereich von 23 000 bis 70 000 werden sowohl zeitlich gemittelte, als auch instationäre Strömungsdaten ausgewertet. Anschließend erfolgen Untersuchungen des Einflusses einzelner Anregeparameter auf die beeinflusste Strömung. In Abschnitt 5.3.3 werden die natürliche als auch die aktiv beeinflusste Strömung hinsichtlich ihres zweidimensionalen Charakters untersucht.

5.3.1 Natürliche Strömung

Die Kennwerte für den gemessenen Grenzschichtzustand oberhalb sowie unterhalb des stumpfen Körpers sind Tabelle 5.2 zu entnehmen. Die ermittelten Werte zeigen eine gute Übereinstimmung mit Ergebnissen in [Bearman, 1967] und [Park *et al.*, 2006]. Die großen Grenzschichtdicken bei $Re = 23\,000$ resultieren vermutlich aus einer kleinen Ablösung an der Front des Körpers. Über dieses Phänomen bei stumpfen Körpern mit runden Vorderkanten wird in [Cooper, 1985] berichtet. Zeitlich gemittelte Grenzschichtprofile der u-Geschwindigkeitskomponente über der oberen Wand des Körpers sind exemplarisch in Bild 5.4 gegeben. Aufgetragen in Bild 5.4 ist der

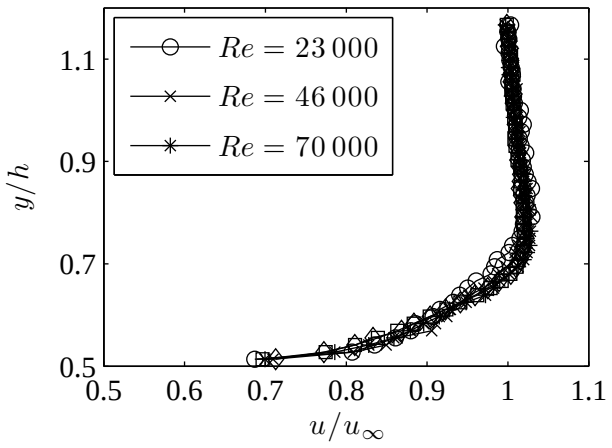

Bild 5.4: Zeitlich gemittelte Grenzschichtprofile der natürlichen Strömung auf der oberen Wand des Körpers bei $x/h = -0.01$ für verschiedene Reynolds-Zahlen.

Zustand der Grenzschicht bei $x/h = -0.01$. Der qualitative Verlauf der Profile lässt auf eine turbulente Grenzschicht schließen. Im Bereich $0.7 \leq y/h \leq 0.9$ sind, die in [Leder, 1992] als Merkmal für eine Strömungsablösung zweiter Art geltenden, leichten Übergeschwindigkeiten $u > u_\infty$ zu beobachten.

Tabelle 5.2: Parameter der natürlichen Strömung und gemessener Zustand der Grenzschichten bei $x/h = -0.01$.

Re	δ_{99}/h	δ_2/h	H_{12}	δ_{99}/h	δ_2/h	H_{12}	$\overline{c}_{Pb0}$	$\overline{c}_{D0}$	St_{vs}
	obere Grenzschicht			untere Grenzschicht					
23 000	0.211	0.016	1.19	0.219	0.018	1.20	-0.53	0.98	0.23
35 000	0.184	0.014	1.18	0.181	0.015	1.20	-0.52	0.92	0.23
46 000	0.167	0.014	1.21	0.158	0.013	1.21	-0.51	0.89	0.23
58 000	0.164	0.015	1.22	0.154	0.013	1.20	-0.51	0.90	0.25
70 000	0.168	0.015	1.21	0.146	0.010	1.19	-0.51	0.91	0.25

Die zeitlich gemittelten, dimensionslosen Beiwerte für Basisdruck und Widerstand als Funktionen der Reynolds-Zahl zeigt für die natürliche Strömung Bild 5.5 (a). Zudem sind die Messwerte Tabelle 5.2 zu entnehmen. An der Basis des Körpers herrscht aufgrund der Ablösung ein Unterdruck. Der Beiwert des Basisdrucks steigt leicht mit größer werdender Reynolds-Zahl und korreliert gut mit $\overline{c}_{D0}$. Der Widerstandsbeiwert fällt entsprechend von $\overline{c}_{D0} = 0.98$ auf $\overline{c}_{D0} = 0.91$ mit wachsender Reynolds-Zahl.

Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf werden mit dem Hitzdraht bei $x/h = 1$, $y/h = 0.7$ und $z/h = 0$ gemessen. Die Auswertung ergibt die in Bild 5.5 (b) dargestellten Leistungsdichtespektren für verschiedene Reynolds-Zahlen. Die ermittelten Strouhal-Zahlen der Nachlaufinstabilität können Tabelle 5.2 entnommen werden. Die Strouhal-Zahlen liegen im Bereich zwischen $0.23 \leq St_{vs} \leq 0.25$ und sind typisch für stumpfe Körper (siehe [Bearman, 1967; Takagi *et al.*, 2001; Park *et al.*, 2006]). Mit steigender Reynolds-Zahl steigt auch St_{vs} geringfügig. Anhand der Spitzen in Bild 5.5 (b) zeigt sich, dass bei kleinen Reynolds-Zahlen, wie z. B. bei $Re = 23\,000$, die Instabilitätsfrequenz deutlicher ausgeprägt ist als bei großen Reynolds-Zahlen.

Das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld des Nachlaufes der natürlichen Strömung zeigt Bild 5.6 (a). Die Daten ergeben sich aus PIV-Messungen in der xy-Ebene bei $z = 0$ und $Re = 23\,000$. Die Mittelung erfolgt über 200 Einzelbilder. Das Rezirkulationsgebiet ist u. a. durch

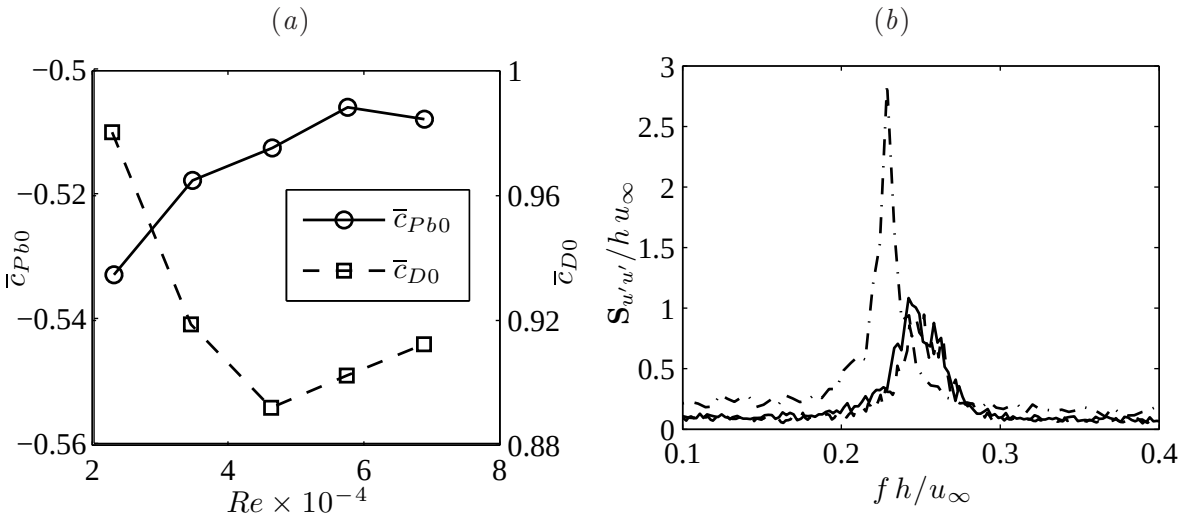

Bild 5.5: (a) Zeitlich gemittelter Basisdruck und Widerstandsbeiwert der natürlichen Strömung in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl. (b) Leistungsdichtespektren der durch Hitzdrahtmessung ermittelten Geschwindigkeitsschwankungen der natürlichen Strömung bei $x/h = 1$, $y/h = 0.7$ und $z/h = 0$ mit $Re = 23\,000$ (- · -), $Re = 46\,000$ (—) und $Re = 70\,000$ (- -).

Rückströmung gekennzeichnet und zeigt eine symmetrische Geschwindigkeitsverteilung um die x-Achse. Die mittlere Länge des Rezirkulationsgebietes beträgt ca. $0.8\,h$. Die Scherschichten sind stark nach innen gekrümmt und für $x/h > 0.8$ weist das Strömungsfeld eine ausgeprägte Nachlaufdelle auf, die in Strömungsrichtung kleiner wird.

Ein instationäres Geschwindigkeitsfeld des natürlichen Nachlaufes ist in Bild 5.7 (a) zu erkennen. Dargestellt sind die Geschwindigkeitsvektoren als Pfeile und die Wirbelstärkeverteilung als Grauwerte. Die Wirbelstärke Ω ist die kennzeichnende Größe für die Lage und Stärke eines Wirbels in einem Strömungsfeld und berechnet sich in einer ebenen Strömung mit

$$\Omega(x,y) = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad . \tag{5.6}$$

Eine Rauchvisualisierung des Nachlaufes der natürlichen Strömung ist in Bild 5.7 (c) gegeben. PIV-Messung als auch Rauchsichtbarmachung zeigen eine stark gekrümmte untere Scherschicht, die sich zu einem großen Wirbel bei $x/h = 0.5$ aufrollt. Dieser Wirbel reicht dicht an die Basis heran. Eine zweite großskalige Wirbelstruktur ist weiter stromab bei $x/h = 1.0$ zu erkennen. Diese ist durch Aufrollung der oberen Scherschicht entstanden und hat den Mittelpunkt nahe der x-Achse. Beide Wirbel sind alternierend angeordnet und bilden einen asymmetrischen Nachlauf mit der typischen Anordnung als von Kármánsche Wirbelstraße.

Eine qualitative Analyse anhand von Bild 5.8 soll exemplarisch zeigen, dass aufgrund gemessener Wanddruckschwankungen an der Basis auf die Entstehung von Wirbeln geschlossen werden kann. Eine detaillierte Betrachtung mit Hilfe von 2D Wirbelmodellen ist in [Pastoor *et al.*, 2008] oder [Henning *et al.*, 2007] zu finden. Der Zusammenhang zwischen Wanddruckschwankungen und dem Geschwindigkeitsfeld wird unter anderem in [Chang *et al.*, 1999] untersucht.

In Bild 5.8 sind das instationäre Geschwindigkeitsfeld und die Wirbelstärkeverteilung des Nachlaufes der natürlichen Strömung zu sehen. Zusätzlich sind rechts gemessene Wanddruckschwankungen an den Messpunkten 4 und 6, die sich jeweils dicht an der unteren bzw. oberen Körperhinterkante befinden, abgebildet. Das Bild (a) zeigt, dass sich die obere Scherschicht zu einem großen Wirbel aufrollt, dessen Mittelpunkt bei $x/h = 0.6$ liegt. Die untere Scherschicht

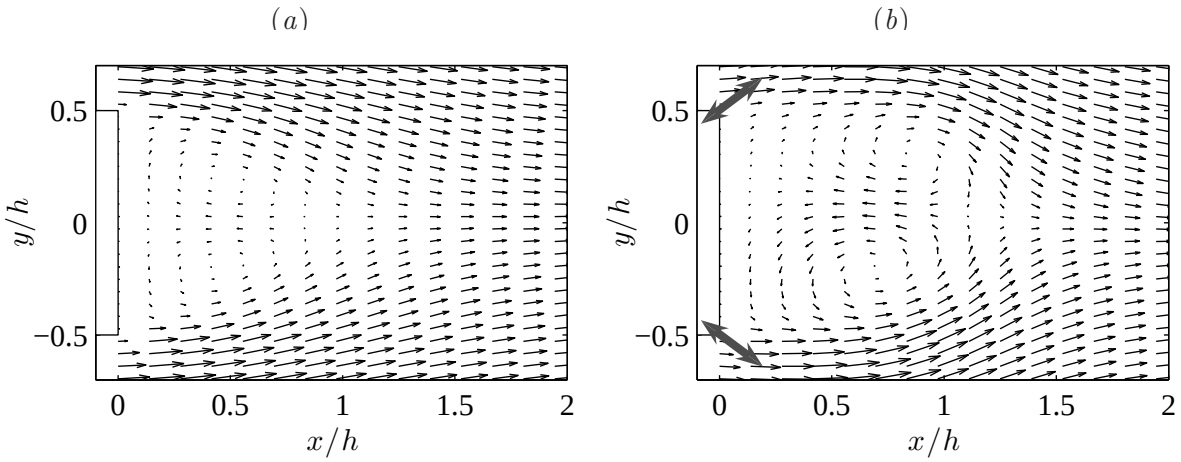

Bild 5.6: Aus PIV-Messungen berechnetes zeitlich gemitteltes Geschwindigkeitsfeld des Nachlaufs bei $Re = 23\,000$. Natürliche Strömung in (a) und gleichphasig angeregte Strömung bei $St_a = 0.15$ und $c_\mu = 0.009$ in (b).

rollt sich gerade zu einem Wirbel auf, der sich noch sehr dicht an der Basis befindet. Die Druckverläufe an der Wand sind periodisch bei einer Strouhal-Zahl von $St = 0.23$. Das entspricht der mit Hitzdraht ermittelten Nachlaufinstabilität bei $Re = 23\,000$ (siehe Tabelle 5.2). Des Weiteren weisen beide Verläufe einen Phasenversatz von näherungsweise 180° zueinander auf. Der untere Wirbel induziert einen Wirbelfußabdruck, der durch ein Minimum im Druckverlauf von $c'_{P,4}$ charakterisiert ist, wohingegen der Verlauf von $c'_{P,6}$ ein Druckmaximum zum aktuellen Zeitpunkt aufweist. Dieser Zusammenhang konnte durch Auswertung weiterer instationärer Daten bestätigt werden. Demnach kann im Umkehrschluss anhand der Druckschwankungen an der Basis auf die Phasenlage der Wirbelbildung in der Scherschicht geschlossen werden. Diese Eigenschaft soll in Abschnitt 5.4.3 zum Aufbau einer Phasenregelung ausgenutzt werden.

5.3.2 Aktiv beeinflusste Strömung

Das Verhalten der Strömung bei aktiver Beeinflussung im Sinne einer reinen Steuerung wird für weite Bereiche der Reynolds-Zahl, der Anregefrequenz und der Anregeamplitude untersucht. Ein harmonisches, monofrequentes Anregesignal wird auf den oberen und unteren Aktuator gegeben, wobei die Aktuatoren sowohl gleichphasig als auch gegenphasig betrieben werden.

Das Ziel der zunächst angewendeten gleichphasigen Anregung ist eine Synchronisation der oberen und unteren Scherschichtentwicklung. Zeitlich gemittelte Werte für den Widerstandsbeiwert und den Basisdruck als Funktionen der Anregefrequenz $St_a = f_a\, h/u_\infty$ zeigt Bild 5.9. Die Aktuatoren arbeiten mit einem Impulsbeiwert $c_\mu = 0.011$. Beide Funktionswerte sind jeweils normiert mit den Widerstands- bzw. Druckbeiwerten der natürlichen Strömung dargestellt. Unabhängig von der Reynolds-Zahl weist der Basisdruck bei $St_a \approx 0.15$ ein deutlich ausgeprägtes Maximum auf, was zu einer Widerstandsreduzierung von ca. 15% führt (b). Für $St_a < 0.04$ und $St_a > 0.3$ ist der Einfluss der Anregefrequenz auf den Basisdruck sehr gering, auch wenn die experimentellen Untersuchungen bis $St_a = 3.5$ ausgedehnt werden (Daten werden nicht gezeigt). Im Bereich der Instabilitätsfrequenz (vgl. Tabelle 5.2) ist ein deutlicher Einbruch im Druckverlauf beobachtbar. Trotz phasengleicher Anregung kommt es zur Anfachung der natürlichen Nachlaufinstabilität was zu einer Anhebung des Widerstandes über das Niveau der Grundströmung hinaus führt.

Bild 5.10 zeigt den Einfluss des Impulsbeiwertes auf den zeitlich gemittelten Widerstands-

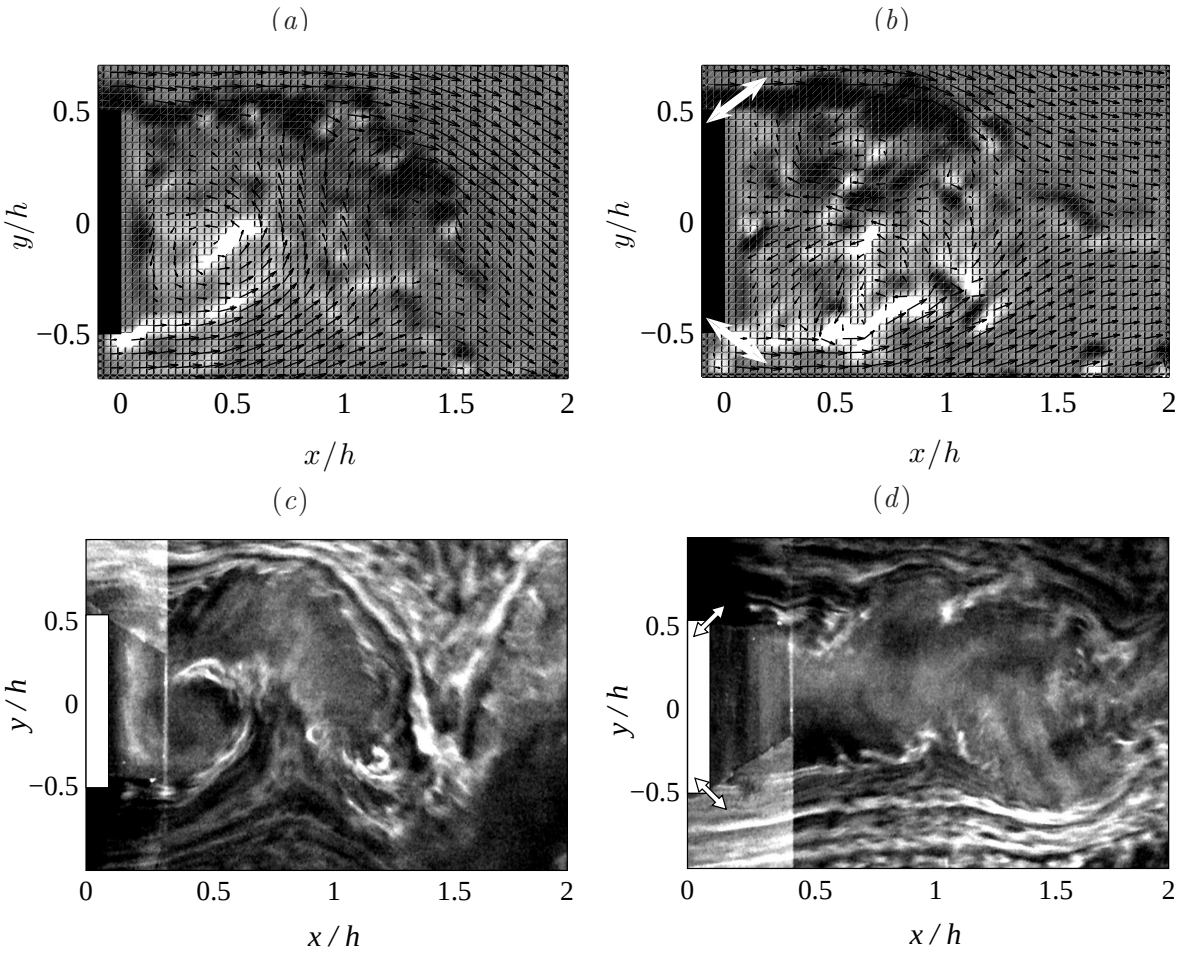

Bild 5.7: Instationäre Geschwindigkeitsfelder des Nachlaufs aus PIV-Messungen (a, b) und Rauchsichtbarmachungen der Nachlaufströmung (c, d) bei $Re = 23\,000$. In den Bildern (a) und (b) ist die instationäre Wirbelstärkeverteilung in Graustufen (schwarz = -8, weiß = +8) hinterlegt. Natürliche Strömung in (a) und (c). Gleichphasig angeregte Strömung mit $St_a = 0.15$ und $c_\mu = 0.009$ in Bild (b) und (d).

und Basisdruckbeiwert bei Anregung mit der effizienten Strouhal-Zahl $St_a = 0.15$. Offensichtlich gibt es einen von der Reynolds-Zahl abhängigen Impulsbeiwert, ab dem der Widerstand effizient reduziert werden kann. Ab einem energetisch optimalen Wert für den Impulsbeiwert weist die Widerstandsreduzierung eine Sättigung auf, die bei etwa 15% liegt. Bei z. B. $Re = 46\,000$ liegt dieser optimale Impulsbeiwert bei $c_\mu = 0.006$ bevor das Sättigungsniveau erreicht wird. Im Bereich $0.002 \leq c_\mu \leq 0.006$ ist bei $Re = 46\,000$ ein näherungsweise linearer Anstieg zu erkennen. Das qualitative Verhalten des Druckbeiwertes ist ähnlich dem des Widerstandsbeiwertes. Die maximale Anhebung des Basisdrucks beträgt ca. 40%.

Werden beide Aktuatoren gegenphasig (Phasenversatz = 180°) betrieben, ist ähnlich wie bei gleichphasiger Anregung ein effizienter Bereich der Strouhal-Zahl $0.04 \leq St_a \leq 0.2$ zu erkennen (siehe Bild 5.11). Wird die Strömung jedoch mit der Instabilitätsfrequenz der natürlichen Strömung angeregt, erhöht sich der Widerstand deutlich und der Basisdruck wird drastisch abgesenkt. Offensichtlich erfolgt eine starke Anfachung der Nachlaufinstabilität.

Beispielhaft zeigt Bild 5.6 (b) das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld des Nachlaufes bei $Re = 23\,000$ bei optimaler gleichphasiger Anregung mit $St_a = 0.15$ und $c_\mu = 0.009$. Wie bei Abbildung (a) ergeben sich die Geschwindigkeitsdaten durch Mittelung 200 einzelner PIV-

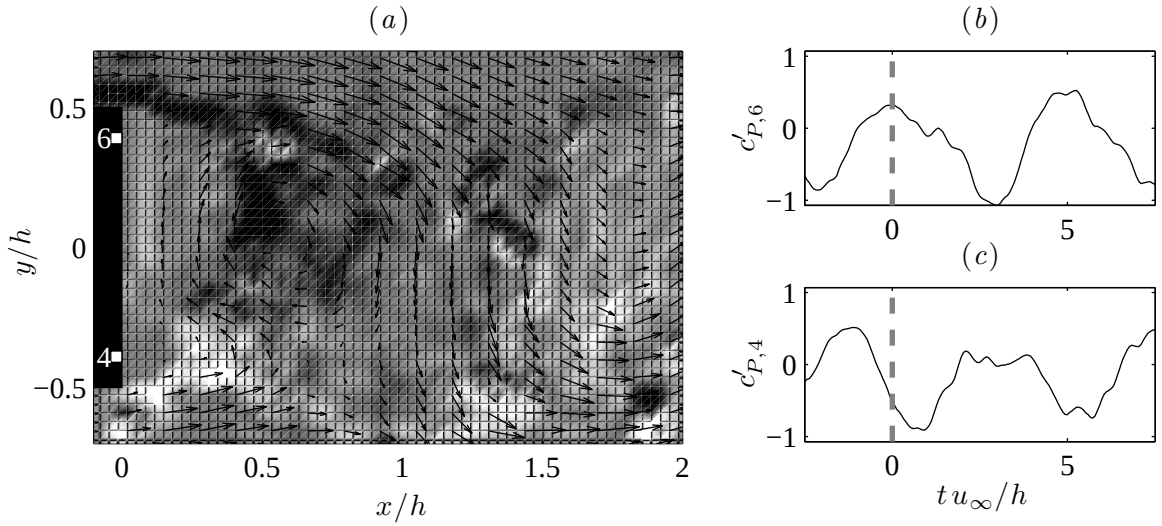

Bild 5.8: Instationäres Geschwindigkeitsfeld (Pfeile) und Wirbelstärkeverteilung (Grauwerte von schwarz (-8) bis weiß (+8)) des Nachlaufes der natürlichen Strömung bei $Re = 23\,000$ in (a). Schwankungen des Wanddrucks an den Sensorpositionen 6 und 4 in (b) bzw. (c). Der Zeitpunkt der PIV-Aufnahme bei $t\,u_\infty/h = 0$ ist durch die grau-gestrichelte Linie (- -) gekennzeichnet.

Aufnahmen. Im Vergleich zur natürlichen Strömung sind die Scherschichten aufgeweitet, das gesamte Rezirkulationsgebiet ist größer und die Rückströmung im Bereich um die x-Achse ist intensiver. Das mittlere Geschwindigkeitsfeld ist um die x-Achse näherungsweise symmetrisch, und es sind zwei große Wirbelstrukturen zu erkennen. Das Rezirkulationsgebiet ist ca. $1.1\,h$ lang und ist damit etwa 38% länger als das der unbeeinflussten Strömung.

Das instationäre Geschwindigkeitsfeld sowie die Wirbelstärkeverteilung bei aktiver Anregung mit optimalen Parametern zeigt Bild 5.7 (b). Zudem ist eine Rauchvisualisierung des Nachlaufs bei Verwendung der gleichen Anregeparameter in Bild 5.7 (d) zu sehen. Im Bild (b) sind zwei große Wirbelstrukturen zu erkennen, die symmetrisch zur x-Achse angeordnet sind. Obere und untere Scherschicht zeigen im Vergleich zur natürlichen Strömung eine weniger starke Krümmung. Die Rauchsichtbarmachung zeigt ein ähnliches Strömungsverhalten und eine deutliche Aufweitung des Rezirkulationsgebietes.

Die experimentellen Parameterstudien mit aktiver Beeinflussung zeigen eine ausgezeichnete Korrelation zwischen dem zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwert und dem Basisdruck. Daher wird für die unten beschriebenen Regelungen der Basisdruck als Regelgröße herangezogen. Dies ist auch hinsichtlich einer praktischen Anwendung, wie z. B. bei Kraftfahrzeugen im Straßenverkehr, sinnvoll, da der aerodynamische Widerstand messtechnisch nicht direkt zugänglich ist. Der statische Wanddruck lässt sich jedoch in der Praxis relativ leicht messen.

5.3.3 Zweidimensionaler Charakter der Strömung

In diesem Abschnitt wird der zweidimensionale Charakter der natürlichen sowie der beeinflussten Strömung untersucht. Dafür werden gleichzeitig an drei verschiedenen Positionen in Spannweitenrichtung Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf mittels Hitzdraht gemessen. Die Hitzdrähte sind bei $x/h = 1$, $y/h = \pm 0.7$ und in z-Richtung jeweils bei $z/h = \{-1.15, 0, +1.15\}$ bzw. $z/h = \{-1.74, 0, +1.74\}$ angeordnet. Gemessene Geschwindigkeitsschwankungen der natürlichen Strömung bei $Re = 46\,000$ sind exemplarisch in Bild 5.12 aufgetragen. Die starken Schwankungen werden durch die sich aufrollenden Scherschichtwirbel aufgeprägt. Die Abwei-

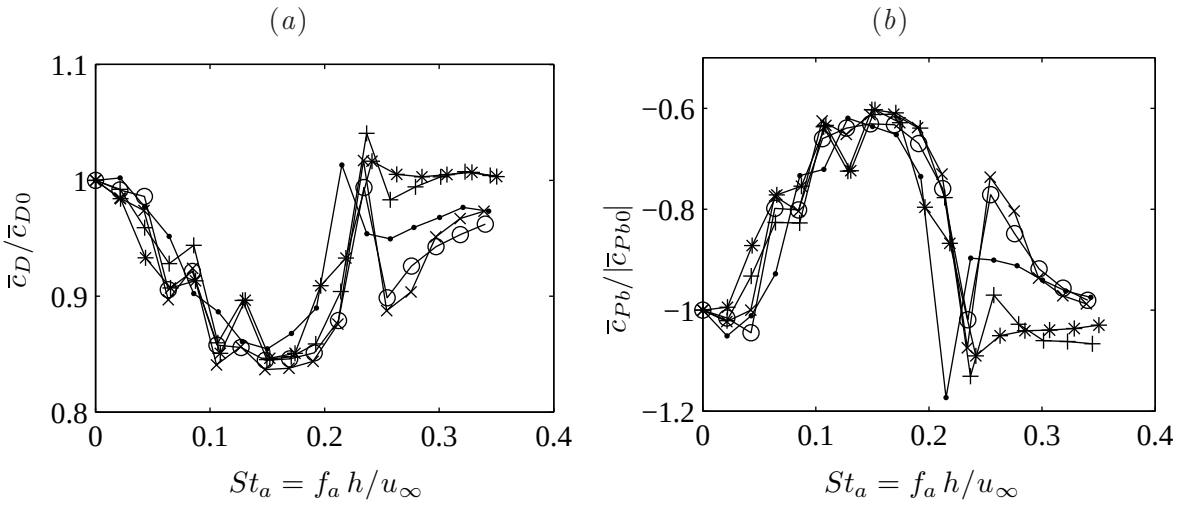

Bild 5.9: Normierter und zeitlich gemittelter Widerstandsbeiwert (a) und Basisdruck (b) als Funktionen der Strouhal-Zahl $St_a = f_a\,h/u_\infty$. Gleichphasige, harmonische Anregung mit $c_\mu = 0.011$ bei den Reynolds-Zahlen 23 000 ($\cdot$), 35 000 ($\circ$), 46 000 ($\times$), 58 000 ($+$) und 70 000 ($*$).

chungen der Phasenlage für verschiedenen Positionen in Spannweitenrichtung ist sehr gering. Daher wird dies als ein Indikator für einen näherungsweise zweidimensionalen Charakter der kohärenten Strukturen gewertet.

Die zeitlichen Verläufe in Bild 5.13 belegen, dass auch bei aktiver Beeinflussung der Strömung mit $St_a = 0.15$ und $c_\mu = 0.007$ der zweidimensionale Charakter der Strömung erhalten bleibt. Die Amplituden der Geschwindigkeitsschwankungen sind im Vergleich zur natürlichen Strömung (vgl. Bild 5.12) kleiner und die Frequenz der Wirbelaufrollung wird durch die Anregung aufgeprägt.

Eine quantitative Analyse der Messungen erfolgt durch Anwendung der Fourier-Zerlegung der Zeitverläufe. Dazu wird jeweils die Phase des betragsmäßig größten Fourier-Koeffizienten berechnet und die Phasendifferenz zwischen den Verläufen bei $z/h = 0$ und den Verläufen bei den vier anderen spannweitig verteilten Messpositionen ermittelt. Bei $Re = 46\,000$ liegen die Differenzen der Phase im Bereich von $-0.4°$ bis $1.2°$ und für die beeinflusste Strömung von $-5.7°$ bis $0.4°$. Eine detaillierte Auflistung aller Ergebnisse ist im Anhang C.2 zu finden.

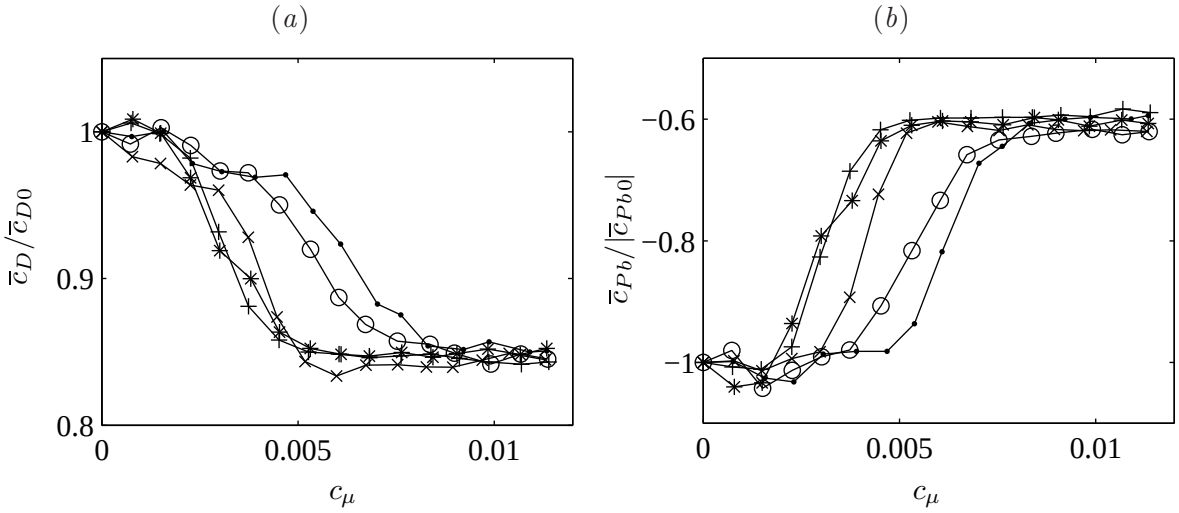

Bild 5.10: Normierter und zeitlich gemittelter Widerstandsbeiwert (a) und Basisdruck (b) als Funktionen des Impulsbeiwertes. Gleichphasige, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$ bei den Reynolds-Zahlen 23 000 ($\cdot$), 35 000 ($\circ$), 46 000 ($\times$), 58 000 ($+$) und 70 000 ($*$).

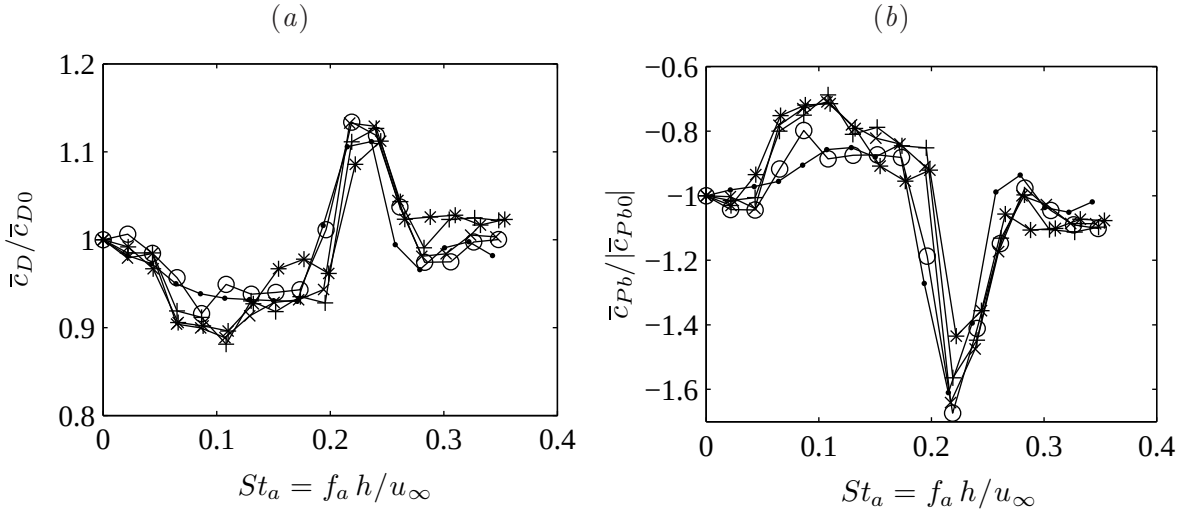

Bild 5.11: Normierter und zeitlich gemittelter Widerstandsbeiwert (a) und Basisdruck (b) als Funktionen der Strouhal-Zahl $St_a = f_a\, h/u_\infty$. Gegenphasige, harmonische Anregung mit $c_\mu = 0.011$ bei den Reynolds-Zahlen 23 000 ($\cdot$), 35 000 ($\circ$), 46 000 ($\times$), 58 000 ($+$) und 70 000 ($*$).

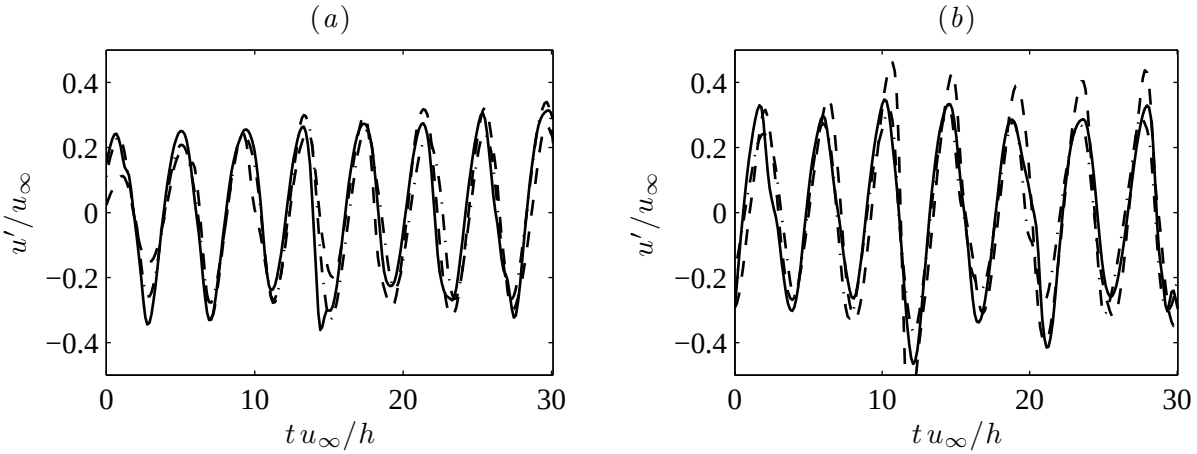

Bild 5.12: Der zweidimensionale Charakter der natürlichen Strömung wird durch die Messung von Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf bei $x/h = 1$, $y/h = +0.7$ (a) bzw. $y/h = -0.7$ (b) demonstriert. Mit drei Hitzdrähten werden gleichzeitig die zeitlichen Verläufe der Schwankungen bei $z/h = -1.74$ (- -), $z/h = 0$ (—) und $z/h = +1.74$ (- · -) aufgenommen. Die Anströmung erfolgt bei $Re = 46\,000$.

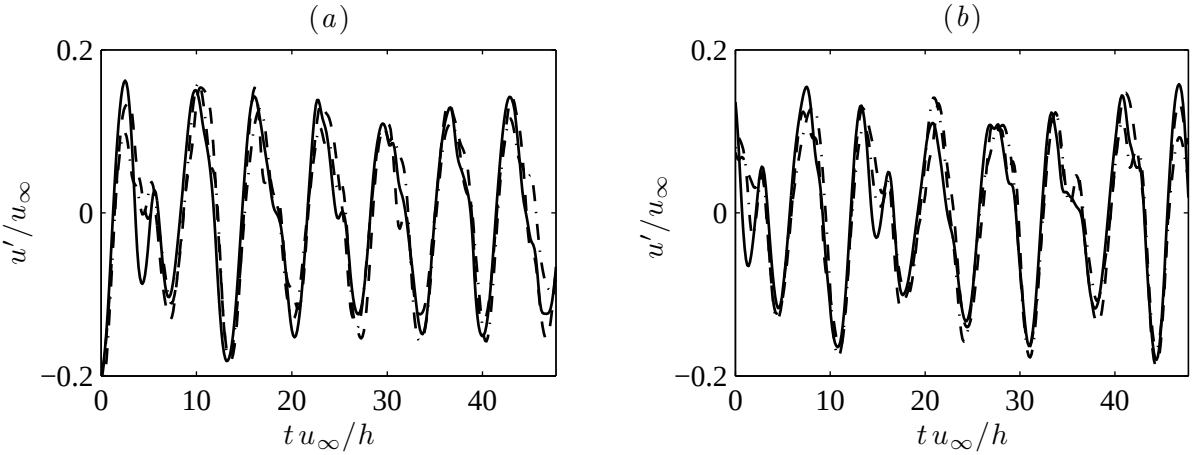

Bild 5.13: Die Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf bei $x/h = 1$, $y/h = +0.7$ (a) bzw. $y/h = -0.7$ (b) zeigen den zweidimensionalen Charakter der Strömung bei aktiver Beeinflussung mit $St_a = 0.15$ und $c_\mu = 0.007$. Mit drei Hitzdrähten werden gleichzeitig die zeitlichen Verläufe der Schwankungen bei $z/h = -1.74$ (- -), $z/h = 0$ (—) und $z/h = +1.74$ (- · -) aufgenommen. Die Anströmung erfolgt bei $Re = 46\,000$.

5.4 Regelungen am stumpfen Körper

Wie die Ergebnisse aus Abschnitt 5.3 zur aktiven Beeinflussung zeigen, kann eine deutliche Widerstandsreduzierung durch Synchronisation der oberen und unteren Scherschicht erreicht werden. Dabei erweist sich eine gleichphasige Anregung an oberer und unterer Körperhinterkante als besonders effizient, da hier die symmetrische Entwicklung der Scherschichtwirbel gut aufgeprägt werden kann. In Abschnitt 5.4.1 wird wie schon bei der Stufenströmung eine robuste Regelung vorgestellt, die dieses Prinzip der Anregung nutzt. Ziel ist eine gezielte Einstellung des Basisdrucks durch einen klassischen Soll-/Istwert-Vergleich. So sollen Störungen, die den Basisdruck beeinflussen, kompensiert werden.

Die gleichphasige Anregung mit zwei Aktuatoren wird auch zum Aufbau einer adaptiven Regelung verwendet. In Abschnitt 5.4.2 erfolgt der Einsatz eines Slope-Seeking-Reglers zum automatischen Auffinden der energieeffizienten Anregeamplitude.

Ein physikalisch motivierter Regelungsansatz wird mit der Phasenregelung in Abschnitt 5.4.3 vorgestellt. Hierbei ist die synchrone Entwicklung der Scherschichten das Regelungsziel, wobei eine energiesparende Anregung an nur einer Körperhinterkante erfolgt.

5.4.1 Robuste Regelung

Aufgabe der robusten Regelung ist die gezielte Anhebung des Basisdrucks am zweidimensionalen stumpfen Körper. Vorteile einer robusten Regelung sind die Kompensation von Störungen und die Gewährleistung der Stabilität und guten Regelperformance über weite Betriebsbereiche.

Im Folgenden werden zunächst aus experimentellen Sprungantworten black-box Modelle identifiziert. Auf Basis dieser Modelle erfolgen robuste Reglersynthesen mittels H_∞- und QFT-Verfahren. Beide synthetisierten Regler werden anschließend im Windkanal experimentell getestet und miteinander verglichen.

Experimentelle black-box Modellbildung

Zur Beschreibung des nichtlinearen Systemverhaltens werden Sprungversuche bei $Re = 46\,000$ durchgeführt. Die Scherschichten werden unter Verwendung eines harmonischen, monofrequenten Signals gleichphasig an oberer und unterer Hinterkante des stumpfen Körpers angeregt. Die dabei verwendete Frequenz entspricht der im Vorfeld ermittelten optimalen Strouhal-Zahl $St_a = 0.15$. Als Eingangs- bzw. Stellgröße dient der Impulsbeiwert $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t)$, der sprungförmig von null auf verschiedene Sprunghöhen bzw. von den Sprunghöhen auf null verändert wird. Die maximale Sprunghöhe beträgt $\Delta c_\mu = 0.008$. Der Basisdruck Gl. (5.4) ist die Regelgröße $\boldsymbol{y}(t) = c_{Pb}(t)$.

Als Verfahren zur Struktur- und Parameteridentifikation werden im Gegensatz zur Stufenströmung die PEM-Methoden (siehe Abschnitt 2.2.2) eingesetzt. Als Ergebnis liegt nach der Identifikation eine Modellfamilie vor, bestehend aus 50 linearen, zeitkontinuierlichen SISO-Modellen zweiter Ordnung mit Totzeit. Als Modellstruktur wird folgende PDT_2T_0-Übertragungsfunktion gewählt:

$$P_r(s) = \boldsymbol{k}\frac{1 + s\,\boldsymbol{t}_D}{1 + s\,\boldsymbol{t}_1 + s^2\,\boldsymbol{t}_2^2}e^{-s\,\boldsymbol{t}_0} \quad . \tag{5.7}$$

Die Streckentotzeit $\boldsymbol{t}_0$ wird durch die Vorschrift nach Padé durch rationale Allpassglieder approximiert (siehe dazu Anhang A.3). Für eine gute Approximation genügen hier Allpassglieder zweiter Ordnung ($\boldsymbol{n} = 2$).

Exemplarisch sind in Bild 5.14 Vergleiche zwischen experimentellen Sprungantworten und simulierten Verläufen der black-box Modelle zu sehen. Im unangeregten Zustand, d. h. $c_\mu(t) = 0$, ist das Verhalten der Strecke durch große Schwankungen des Basisdrucks gekennzeichnet, die vom Modell aber nicht aufgelöst und als Systemrauschen interpretiert werden.

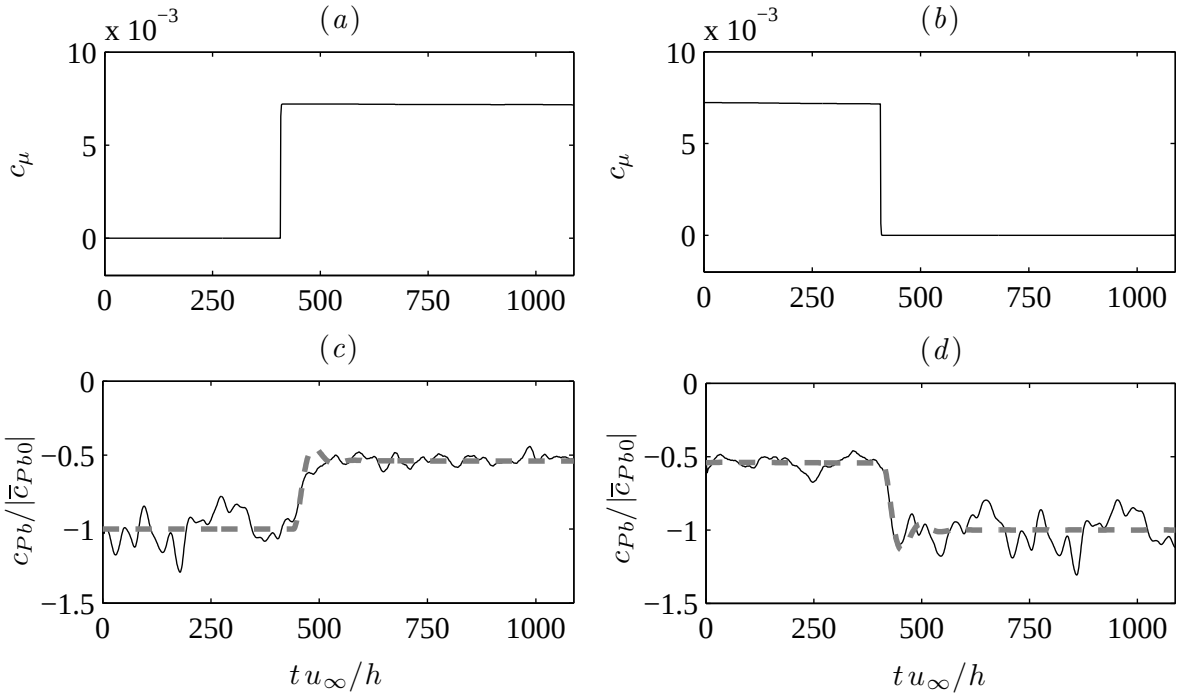

Bild 5.14: Die Approximation experimenteller Sprungantworten bei einem Einschaltvorgang (a, c) und einem Ausschaltvorgang (b, d). Die entsprechenden zeitlichen Verläufe der Stellgrößen $\boldsymbol{y}(t) = c_\mu(t)$ sind in (a) bzw. (b) zu sehen. Experimentelle Sprungantworten der Ersatzregelgrößen $\boldsymbol{y}(t) = c_{Pb}(t)$ (—) und simulierte Verläufe der black-box Modelle (- -) in (c) und (d). $Re = 46\,000$, gleichphasige, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$.

Die Frequenzgänge der kompletten Modellfamilie sind als Bode-Diagramme in Bild 5.15 (a) aufgetragen. Es ist eine große Streuung im tieffrequenten Bereich des Amplitudengangs zu erkennen. Diese ist entscheidend durch die eingangsseitige stationäre Nichtlinearität geprägt, wie bereits in Bild 5.10 (b) deutlich wird. Die nichtlinear von der Stellgröße $\boldsymbol{u} = c_\mu$ abhängige Verstärkung $\boldsymbol{k} = \lim_{s\to 0} P_r(s)$ kann als nichtlineare Verstärkung eines Hammerstein-Modells (siehe Abschnitt 2.2.1) aufgefasst und durch Vorschalten der Inversen $\boldsymbol{f}^{-1}$ der stationären Kennlinie $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{k}(\boldsymbol{u})$ kompensiert werden. Dadurch wird eine näherungsweise konstante Verstärkung von eins für alle kompensierten Modelle $P_r^*(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ erreicht. Die Frequenzgänge der kompensierten Modelle sind als Bode-Diagramme in Bild 5.15 (b) zu sehen. Die große Streuung im tieffrequenten Bereich konnte deutlich reduziert werden.

Aus der Modellfamilie der kompensierten Modelle wird ein nominelles Modell $P_n(s)$ für den Reglerentwurf ermittelt. Dieses Modell hat die Struktur gemäß der Übertragungsfunktion in Gl. (5.7). Die Modellparameter können wie in Gl. (2.56) mit strukturierter Unsicherheit

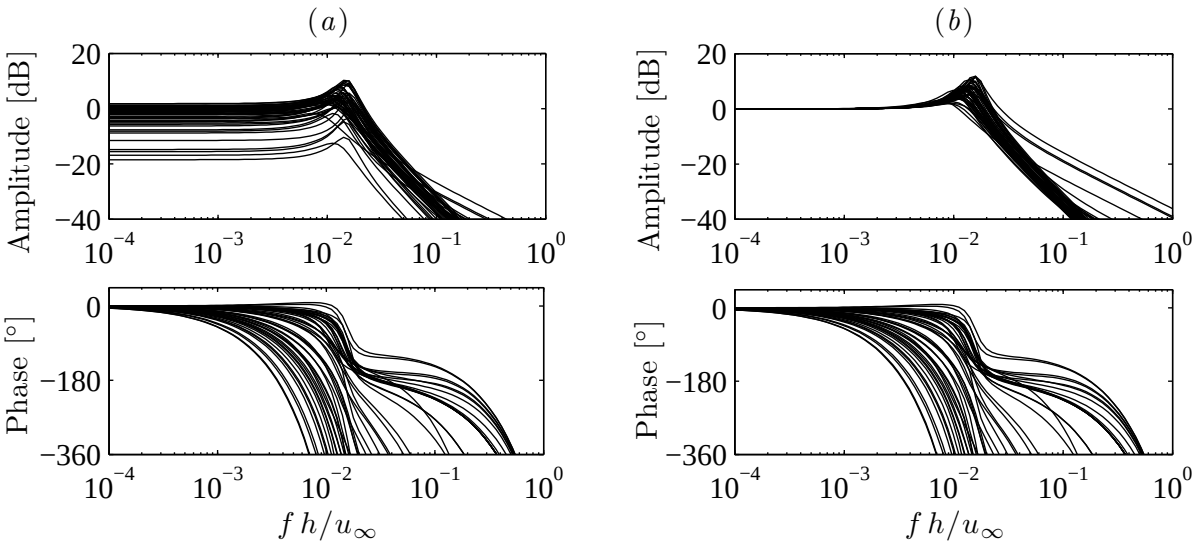

Bild 5.15: Bode-Diagramme der identifizierten Modelle aus experimentellen Sprungantworten. Vergleich zwischen unkompensierter (a) und kompensierter Modellfamilie (b). $Re = 46\,000$, gleichphasige, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$.

angegeben werden:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{k} &= 1.0 \quad , \\ \boldsymbol{t}_D\, u_\infty/h &= 5.49(1 + 1.0\,\boldsymbol{\delta}) \quad , \\ \boldsymbol{t}_1\, u_\infty/h &= 9.19(1 + 0.73\,\boldsymbol{\delta}) \quad , \\ \boldsymbol{t}_2\, u_\infty/h &= 13.76(1 + 0.32\,\boldsymbol{\delta}) \quad , \\ \boldsymbol{t}_0\, u_\infty/h &= 68.65(1 + 0.98\,\boldsymbol{\delta}) \quad . \end{aligned}$$

Die Totzeit $\boldsymbol{t}_0$ ist betragsmäßig am größten und dominiert das dynamische Verhalten des Systems. Sie beschränkt die erreichbare Bandbreite auf Werte $\boldsymbol{\omega}_B < 2\pi/\boldsymbol{t}_0$ und somit die Regelgüte des geschlossenen Regelkreises. Neben der Zeitkonstante $\boldsymbol{t}_D$ ist $\boldsymbol{t}_0$ durch eine nahezu 100%ige parametrische Unsicherheit geprägt. Dies trägt zu weiteren Einschränkungen von Regelperformance und Bandbreite bei.

Robuste Reglersynthese

Auf Grundlage des oben ermittelten nominellen Modells $P_n(s)$ werden robuste Regler entworfen. Zum einem wird, wie schon bei der Stufenströmung, eine H_∞-Regelung aufgebaut und zum anderen kommt das QFT-Entwurfsverfahren (siehe Abschnitt 2.4.4) zum Einsatz.

Die Struktur des Regelkreises zeigt Bild 5.16. Neben dem robusten Regler wird zur Entlastung des Reglers eine dynamische Vorsteuerung $F(s)$ in den Kreis implementiert. Die Stellgröße $\boldsymbol{u}^*(t)$ setzt sich somit additiv aus dem Ausgang der Vorsteuerung $\boldsymbol{u}_F(t)$ und dem des robusten Reglers $\boldsymbol{u}_C(t)$ zusammen. Zur Kompensation der stationären E/A-Nichtlinearität dient die inverse Kennlinie $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}^*)^{-1}$.

Die Auslegung der dynamischen Vorsteuerung vollzieht sich wie in Abschnitt 2.6 beschrieben. Für das gewünschte Verhalten der Sollgröße wird für das Sollwertfilter die Übertragungsfunk-

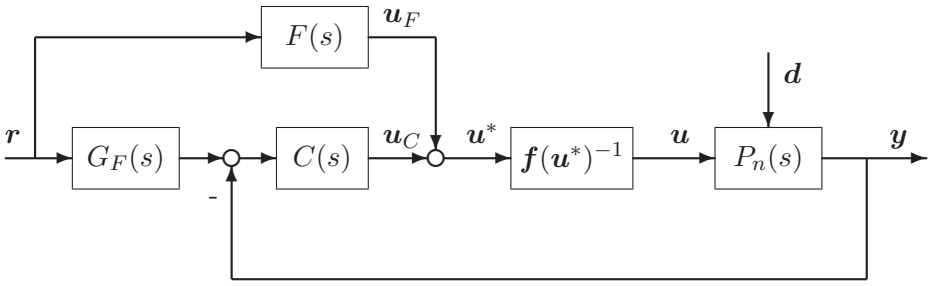

Bild 5.16: Robuster Regelkreis mit Kompensation der stationären E/A-Nichtlinearität $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}^*)^{-1}$ und dynamischer Vorsteuerung $F(s)$. ($\boldsymbol{r}$ - Sollgröße, $G_F(s)$ - Sollwertfilter, $C(s)$ - robuster Regler, $\boldsymbol{u}$ - Stellgröße, $P_n(s)$ - nominelles Streckenmodell, $\boldsymbol{d}$ - Störungen, $\boldsymbol{y}$ - Regelgröße).

tion

$$G_F(s) = \frac{1}{1 + \boldsymbol{t}_1 s} \quad , \tag{5.8}$$

gewählt, mit der Zeitkonstante $\boldsymbol{t}_1$ des nominellen Modells. Die Übertragungsfunktion der Vorsteuerung $F(s)$ ergibt sich aus Gl. (2.88)

$$F(s) = P_{n0}^{-1}(s) G_F(s) \tag{5.9}$$

mit dem totzeitfreien Anteil $P_{n0}(s)$ der nominellen Regelstrecke.

QFT-Reglerdesign: Für den Entwurf eines robusten QFT-Reglers werden unter Berücksichtigung der gesamten Modellfamilie $P_r^*(s) \in \boldsymbol{\Pi}$ Spezifikationen an den geschlossenen Regelkreis bezüglich Führungsverhalten, Sensitivität und Stellaufwand gestellt. Diese Spezifikationen sind in Form von Ungleichungen folgender Übertragungsfunktionen gegeben:

$$|T(j\omega)| = \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \boldsymbol{w}_T = 1.2 \quad , \tag{5.10}$$

$$|S(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \boldsymbol{w}_S = 2.0 \quad , \tag{5.11}$$

$$|C(j\omega)S(j\omega)| = \left| \frac{C(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \boldsymbol{w}_{CS} = 1.5 \quad , \tag{5.12}$$

mit den Konstanten $\boldsymbol{w}_T$, $\boldsymbol{w}_S$ und $\boldsymbol{w}_{CS}$. Werden, wie in diesem Fall, für $\boldsymbol{w}_T$ und $\boldsymbol{w}_S$ konstante frequenzunabhängige Obergrenzen gewählt, lassen sich aus Gl. (5.11) und Gl. (5.12) Anforderungen bezüglich Amplituden- und Phasenreserve des offenen Kreises $L(s)$ ableiten. Mit $\boldsymbol{w}_T = 1.2$ und $\boldsymbol{w}_S = 2.0$ können mit Hilfe von Gl. (2.77) und Gl. (2.79) eine minimale Amplitudenreserve von 6 dB und eine minimale Phasenreserve von 50° gefordert werden.

Aus den Spezifikationen und unter Berücksichtigung der Modellunsicherheit werden Grenzen (engl. *bounds*) des offenen Kreises berechnet. In Bild 5.17 (a) sind diese Grenzen für die diskreten Frequenzen $f\,h/u_\infty = \{8 \times 10^{-4}, 3.5 \times 10^{-3}, 1.8 \times 10^{-2}\}$ bzw. $\omega = \{0.7, 3, 15\}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ bezüglich des nominellen offenen Kreises $L(j\omega) = P_n(j\omega)C(j\omega)$ in das Nichols-Diagramm eingezeichnet. Die durchgezogenen Linien repräsentieren untere Grenzen, die gestrichelten Linien

obere Grenzen für $L(j\omega)$. Sind obere und untere Grenzen einer diskreten Frequenz miteinander verbunden, wie z. B. für $f\,h/u_\infty = 8\times10^{-4}$, so stellt die eingeschlossene Fläche eine „verbotene Zone“ für $L(j\omega)$ dar.

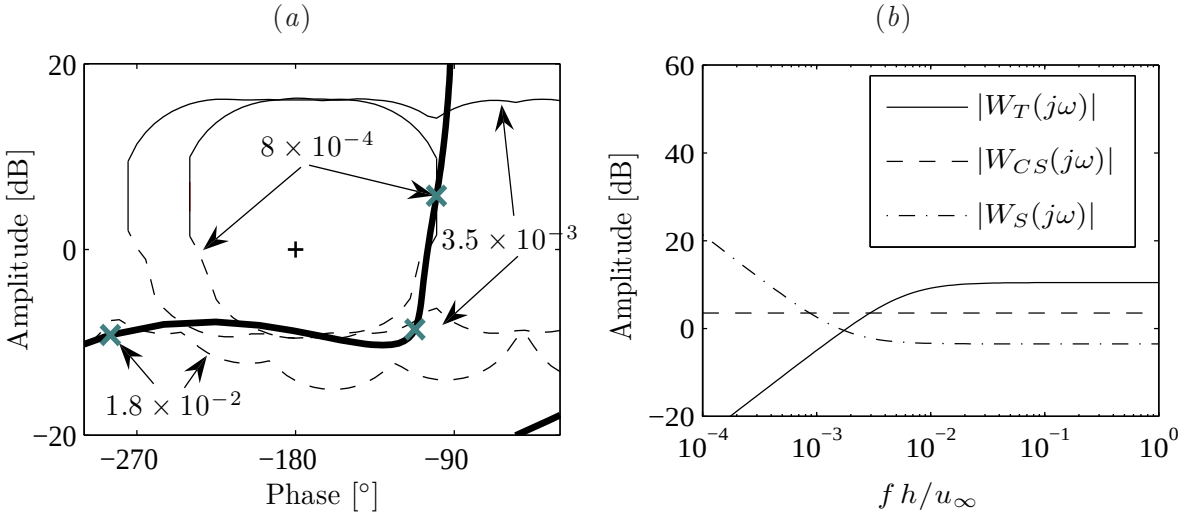

Bild 5.17: (a) QFT-Reglerdesign anhand des nominellen offenen Kreises $L(j\omega)$ (━) im Nichols-Diagramm. Die sich aus den Spezifikationen an den geschlossenen Regelkreis ergebenden Grenzen des nominellen offenen Kreises sind für diskrete Frequenzen $f\,h/u_\infty = \{8\times10^{-4}, 3.5\times10^{-3}, 1.8\times10^{-2}\}$ als dünne Linien dargestellt ((- -) untere Grenze, (—) obere Grenze). Die grauen Kreuze kennzeichnen die Frequenzen im Verlauf von $L(j\omega)$. (b) Amplitudengänge der frequenzabhängigen Gewichte für das Mixed-Sensitivity-Problem des H_∞-Reglerentwurfs.

Der Entwurf des robusten QFT-Reglers $C(s)$ erfolgt anhand des nominellen offenen Regelkreises im Nichols-Diagramm (siehe Bild 5.17 (a)). Unter Einhaltung der Grenzen wird ein robuster Regler

$$C(s) \quad = \quad 1.2\frac{0.11s^2 + 0.66s + 1}{s(0.71s + 1)} \tag{5.13}$$

durch systematische Auswahl und Auslegung der Reglerbausteine synthetisiert. Die aus dem Reglerdesign resultierenden Frequenzgänge der Übertragungsfunktionen $C(s)$, $L(s)$, $T(s)$ und $S(s)$ sind als Bode-Diagramme in Bild 5.18 (a) zu sehen. Der QFT-Regler zeigt aufgrund des reinen I-Anteils in der Übertragungsfunktion näherungsweise den Verlauf eines PI-Reglers. Wegen der durch die Padé-Approximation eingebrachten Allpassnullstellen in die Streckenübertragungsfunktion weist der Verlauf von $|S(j\omega)|$ den zweiten Wasserbetteffekt für nicht minimalphasige Systeme auf. Das bedeutet im Frequenzbereich $1.2\times10^{-3} \leq f\,h/u_\infty \leq 7.7\times10^{-3}$ ist $|S(j\omega)| > 1$.

Quantitative Angaben typischer Eigenschaften des offenen und geschlossenen nominellen Regelkreises sind in Tabelle 5.3 enthalten. Wie die Angaben belegen, hält der nominelle offene Kreis die geforderten Spezifikationen bezüglich der Amplituden- und Phasenreserve ein.

H_∞-Reglerdesign: Ein robuster H_∞-Regler wird durch Anwendung des Mixed-Sensitivity-Problems synthetisiert. Die Amplitudengänge der für den Entwurf verwendeten Gewichte $W_T(s)$, $W_{CS}(s)$ und $W_S(s)$ sind in Bild 5.17 (b) zu sehen. Das Gewicht $W_T(j\omega)$, das die obere Schranke der multiplikativen Unsicherheit repräsentiert, hat eine Durchtrittsfrequenz bei $f\,h/u_\infty \approx 2\times10^{-3}$. Das bedeutet, dass für Frequenzen oberhalb der Durchtrittsfrequenz, die Unsicherheit

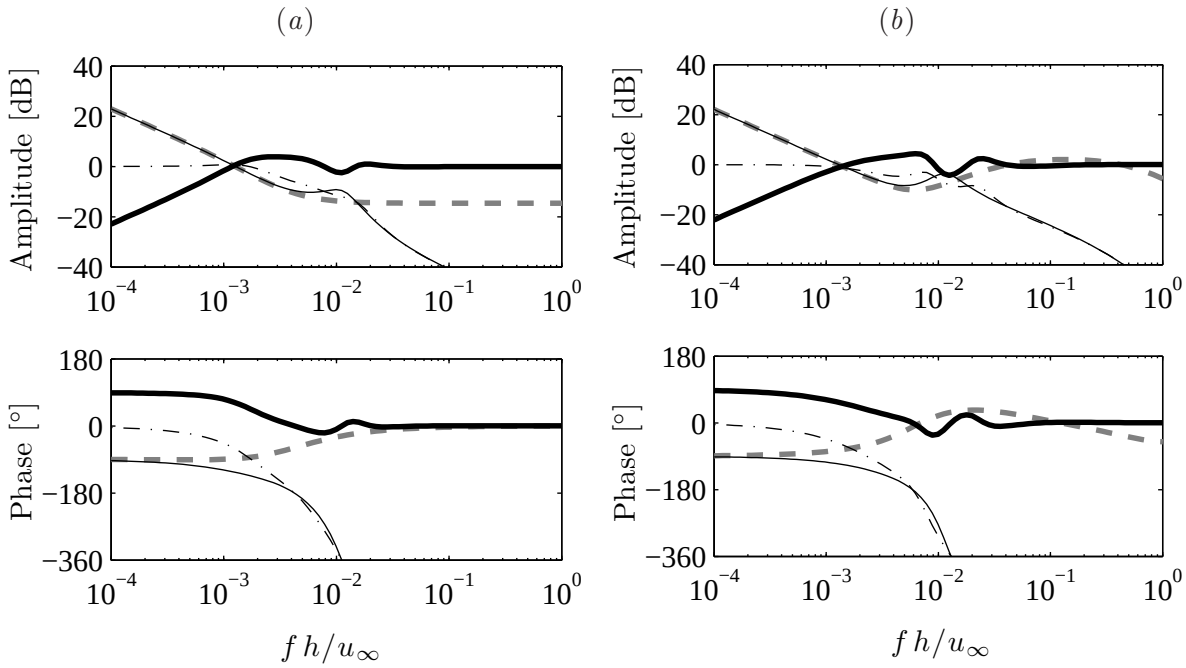

Bild 5.18: Resultierende Frequenzgänge von Übertragungsfunktionen aus dem QFT-Reglerdesign (a) und der H_∞-Reglersynthese (b) im Bode-Diagramm. Robuster Regler $C(s)$ (- -), nomineller offener Regelkreis $L(s)$ ($-$), nominelle komplementäre Sensitivität $T(s)$ ($- \cdot -$) und Sensitivität $S(s)$ (▬).

größer 100% ist. Der Bereich der aktiven Regelung ist demnach durch die Modellunsicherheit stark eingegrenzt. Die Übertragungsfunktionen aller Gewichte sind im Anhang C.3 zu finden.

Das Ergebnis des H_∞-Entwurfs zeigt Bild 5.18 (b). Die Reglerparameter des H_∞-Reglers können Anhang C.4 entnommen werden. Im hochfrequenten Bereich ist $|C(j\omega)|$ des H_∞-Reglers im Vergleich zu dem des QFT-Reglers (siehe Bild 5.18 (a)) größer. Im Frequenzbereich der aktiven Regelung $\boldsymbol{\Omega}_{rd}$ zeigen beide Frequenzgänge von $|C(j\omega)|$ ähnliche Verläufe. Die Bandbreiten der geschlossenen Kreise $T(s)$ von QFT- und H_∞-Reglung sind ähnlich. Im Frequenzbereich $1 \times 10^{-3} \leq f\,h/u_\infty \leq 1 \times 10^{-2}$ ist $|T(j\omega)|$ der H_∞-Regelung deutlich größer als beim QFT-Regelkreis. Wie bereits beim QFT-Regelkreis zeigt der Verlauf der Sensitivität einen Wasserbetteffekt, der aufgrund des nicht minimalphasigen Charakters der Regelstrecke existiert.

Tabelle 5.3: Vergleich quantitativer Regelkreiseigenschaften von QFT- und H_∞-Regelung.

	QFT-Regelung	**H_∞-Regelung**
Amplitudenreserve des nominellen offenen Kreises $L(s)$	$\boldsymbol{a}_m = 3.0 \equiv 9.6\,\mathrm{dB}$	$\boldsymbol{a}_m = 2.5 \equiv 8.1\,\mathrm{dB}$
Phasenreserve des nominellen offenen Kreises $L(s)$	$\boldsymbol{\phi}_m = 56°$	$\boldsymbol{\phi}_m = 69°$
Durchtrittsfrequenz des nominellen offenen Regelkreises $L(s)$	$f\,h/u_\infty = 1.3 \times 10^{-3}$ $\boldsymbol{\omega}_C = 1.1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$	$f\,h/u_\infty = 1.3 \times 10^{-3}$ $\boldsymbol{\omega}_C = 1.1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$
Bandbreite des nominellen geschlossenen Regelkreises $T(s)$	$f\,h/u_\infty = 2.8 \times 10^{-3}$ $\boldsymbol{\omega}_B = 2.4\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$	$f\,h/u_\infty = 2.5 \times 10^{-3}$ $\boldsymbol{\omega}_B = 2.1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$

Aufgrund der großen Totzeit der Regelstrecke, die darüber hinaus durch eine große Unsicherheit gekennzeichnet ist, sind die Regelgüte und die erreichbare Bandbreite beider Regelungen stark eingeschränkt. Im Vergleich zum ungeregelten Fall, kann dadurch mit Regelung die Dynamik des Regelkreises nicht beschleunigt werden. Wie Tabelle 5.3 zeigt, sind die Regelkreiseigen-

schaften von QFT- und H_∞-Regelung sehr ähnlich. Der wesentliche Grund für diese geringen Unterschiede sind die oben genannten Einschränkungen, wodurch die Stärken und Schwächen der verschiedenen Reglersyntheseverfahren nicht zum Tragen kommen können.

Experimentelle Ergebnisse der robusten Regelungen

Das experimentelle Führungsverhalten von QFT- und H_∞-Regelung ist in Bild 5.19 gegenübergestellt. Bei konstanter Reynolds-Zahl $Re = 46\,000$ wird jeweils bei $t\,u_\infty/h \approx 60$ die Sollgröße sprungförmig erhöht. Das entspricht einer gewünschten Anhebung des Basisdrucks von ca. 40%. Beide Regelungen können mit der Regelgröße dieser Vorgabe gut folgen. Die Einschwingzeiten beider Regelkreise ist mit $t\,u_\infty/h \approx 45$ etwa gleich groß.

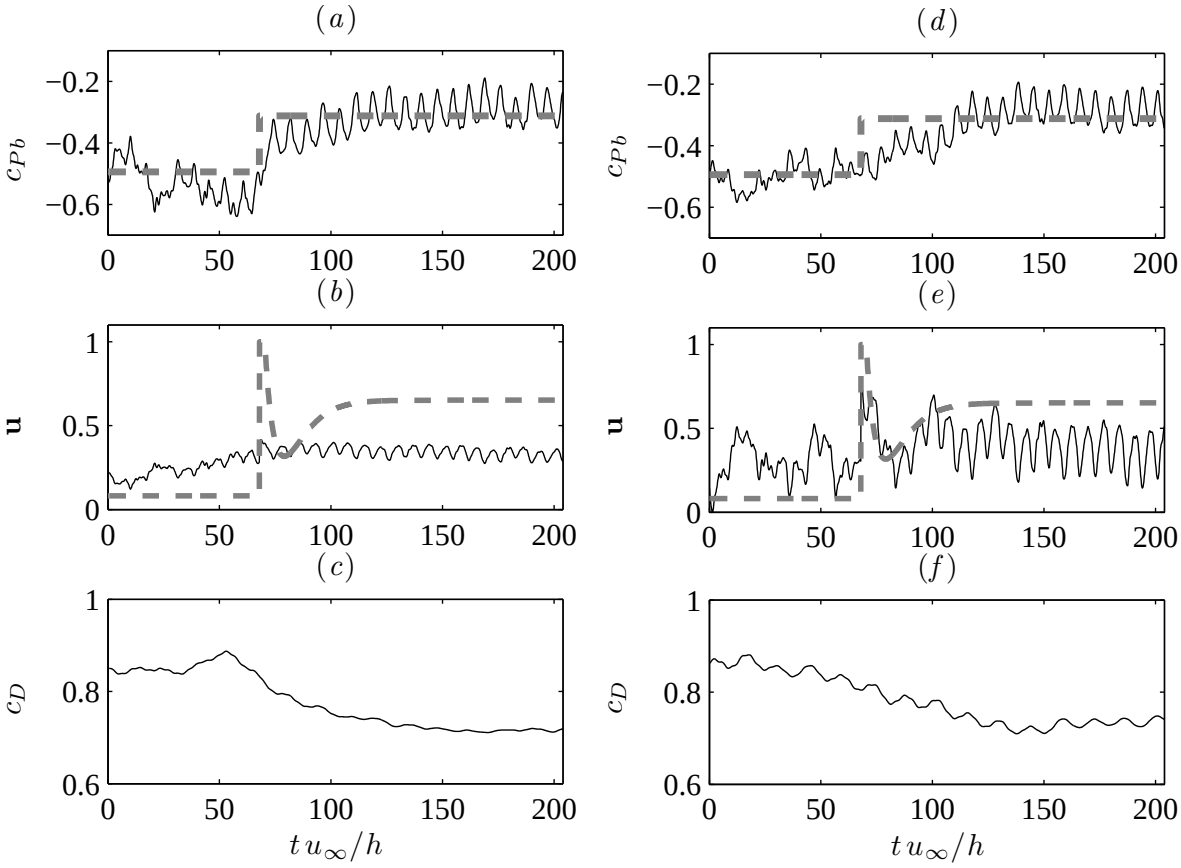

Bild 5.19: Vergleich der robusten Regelungen mit QFT-Regler (a–c) und H_∞-Regler (d–f) bei $Re = 46\,000$. Phasengleiche, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$. (a, d) Führungsverhalten (—) bei sprungförmiger Änderung der Sollgröße (- -). (b, e) Zeitliche Verläufe der mit $\boldsymbol{u}_{max} = 0.01$ normierten Stellgrößen der Vorsteuerung (- -) und des Reglers (—). (c, f) Verlauf des aerodynamischen Widerstandsbeiwertes.

In Bild 5.19 (b) und (e) sind die normierten Verläufe der Stellgrößen aufgetragen. Die Vorsteuerung reagiert sehr schnell auf die Änderung der Führungsgröße, der Regler braucht kaum einzugreifen. Bei der H_∞-Regelung ist der Stellgrößenverlauf des Reglers $\boldsymbol{u}_C(t)$ durch größere Schwankungen geprägt. Diese resultieren aus der harmonischen Anregung mit $St_a = 0.15$. Da im Frequenzbereich um $f\,h/u_\infty = 0.1$ der Betrag des H_∞-Reglers im Vergleich zu dem des QFT-Reglers viel größer ist (siehe Bild 5.18), sind die durch die Anregung hervorgerufenen Schwankungen im Stellgrößenverlauf des H_∞-Reglers deutlicher zu erkennen.

Der zeitliche Verlauf des aerodynamischen Widerstandsbeiwertes ist in Bild 5.19 (c) bzw. (f) zu sehen. Der Widerstand wird bei beiden Regelungen um ca. 15% verringert.

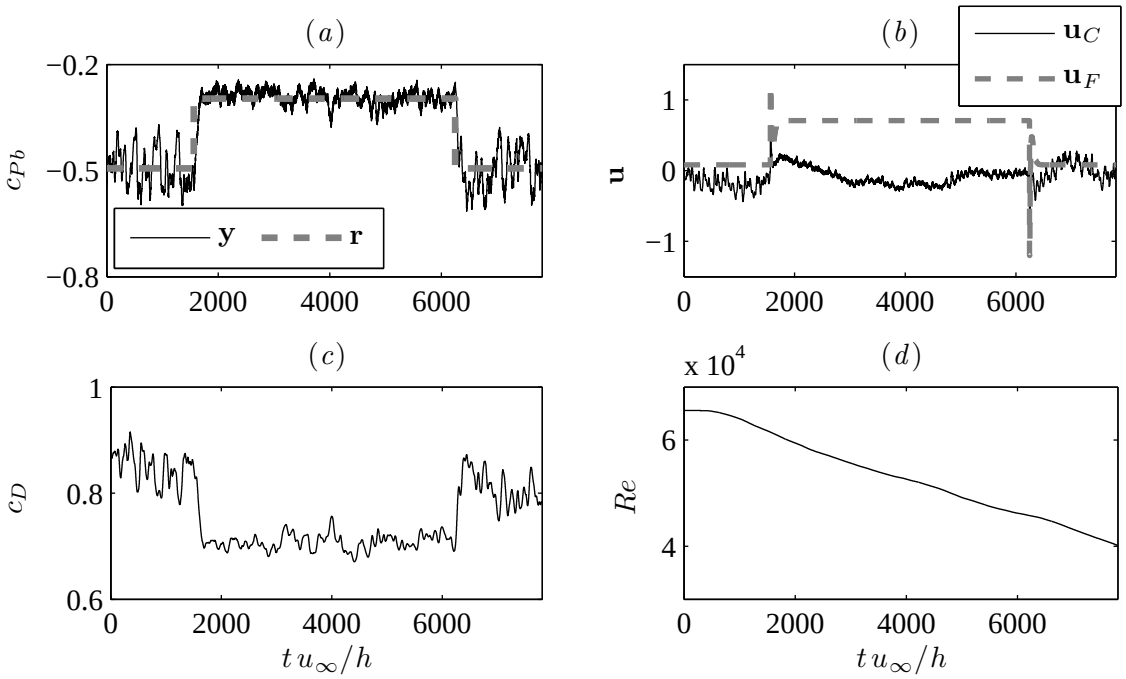

Bild 5.20: Regelverhalten des robusten H_∞-Reglers bei zeitlicher Änderung der Anströmbedingungen im Experiment. Phasengleiche, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$. Neben der Änderung der Führungsgröße (a) erfolgt eine Reduzierung der Reynolds-Zahl (d). Die Vorsteuerung reagiert auf Änderungen der Sollgröße sehr schnell, die Störgrößenkompensation übernimmt der Regler (b). Eine deutliche Reduzierung des Widerstandsbeiwertes ist in (c) zu erkennen.

Das Regelverhalten der H_∞-Regelung bei veränderlichen Betriebsbedingungen zeigt Bild 5.20. Die Reynolds-Zahl wird stetig von ca. 70 000 bis ca. 40 000 vermindert (Bild 5.20 (d)). Dadurch ändern sich die Anströmbedingungen, was aus regelungstechnischer Sicht als Störung aufgefasst wird. Wie in Bild 5.20 (a) ersichtlich, erfolgt zudem eine sprungförmige Änderung der Sollgröße. Die Regelgröße $\boldsymbol{y}(t) = c_{Pb}(t)$ kann dieser Vorgabe jedoch auch bei sich ständig ändernden Betriebsbedingungen gut folgen. Im Teilbild (b) sind die Stellgrößen über der Zeit aufgetragen. Die Vorsteuerung reagiert schnell auf die Sprünge der Führungsgröße, ist aber nicht für verschiedene Betriebspunkte ausgelegt. Daher bleibt $\boldsymbol{u}_F(t)$ bei konstanter Sollgröße unverändert. Der Regler kann die Störungen aber gut kompensieren und passt die Stellgröße entsprechend an, wie dem Verlauf von $\boldsymbol{u}_C(t)$ zu entnehmen ist. Den zeitlichen Verlauf des aerodynamischen Widerstandsbeiwertes zeigt Bild 5.20 (d).

Der QFT-Regler zeigt im Experiment ebenfalls gutes Störverhalten. Da die gemessenen Zeitverläufe der in Bild 5.20 dargestellten Ergebnisse der H_∞-Regelung sehr ähneln, wird auf eine Abbildung hier verzichtet.

5.4.2 Adaptive Regelung - Slope-Seeking

Durch robuste Regelung mit klassischem Soll-/Ist-Wertvergleich kann, wie oben erfolgreich demonstriert, der Basisdruck am stumpfen Körper gezielt eingestellt werden. Es ist aber Kenntnis über das System bezüglich des Basisdrucks nötig, um die Sollgröße physikalisch sinnvoll zu

wählen. Besonders wenn sich der Betriebspunkt ändert und dabei stets eine maximale Basisdruckanhebung gefordert wird, muss der Soll-Wert angepasst werden.

Eine sinnvolle Alternative stellt der adaptive Ansatz des Slope-Seeking-Reglers dar (siehe Abschnitt 2.5.1). Regelungsziel ist das Auffinden optimaler, d. h. energieeffizienter Anregeparameter, zur maximalen Anhebung des Basisdrucks und der damit verbundenen maximalen Reduzierung des Widerstandes. Gerade bei sich ändernden Betriebsbedingungen soll der Regler die Anregeparameter im Sinne einer energieeffizienten Anregung adaptieren. Als Aktuationskonzept wird die gleichphasige, harmonische Anregung mit beiden Aktuatoren verwendet, um die Wirbelentwicklung in oberer und unterer Scherschicht zu synchronisieren.

Auslegung und Implementierung des Slope-Seeking-Reglers

Als Eingangs- bzw. Stellgröße wird der zur Charakterisierung der Anregeamplitude geltende Impulsbeiwert $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t)$ verwendet. Damit stellt c_μ den bezüglich einer maximalen Basisdruckanhebung zu optimierenden Anregeparameter dar. Die Anregung der Strömung erfolgt an oberer und unterer Körperhinterkante. Die harmonischen Anregesignale sind gleichphasig bei optimaler Strouhal-Zahl $St_a = 0.15$. Als Regelgröße findet der Basisdruck $\boldsymbol{y}(t) = c_{Pb}(t)$ Verwendung. Die Implementierung des Slope-Seeking-Reglers erfolgt grundsätzlich wie in Abschnitt 2.5.1 dargestellt, lediglich der Hochpass-Filter wird um einen Tiefpass- zu einem Bandpass-Filter

$$G_{BP}(s) \quad = \quad \frac{\boldsymbol{\omega}_{BP}\, s}{(s + \boldsymbol{\omega}_{BP})^2} \tag{5.14}$$

erweitert. Die Grenzfrequenzen des Bandpass-Filters sind identisch bei jeweils $\boldsymbol{\omega}_{BP} = \boldsymbol{\omega}_{sin} = \pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Alle Parameter des Slope-Seeking-Reglers sind in Tabelle 5.4 enthalten.

Tabelle 5.4: Parameter des Slope-Seeking-Reglers zum automatischen Auffinden der optimalen Anregeamplitude bei gleichphasiger Anregung mit $St_a = 0.15$ für $Re = 46\,000$.

Parameter	Symbol	Wert
Frequenz der Perturbation	$\boldsymbol{\omega}_{sin}$ $f\,h/u_\infty$	$\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 3.7×10^{-3}
Amplitude der Perturbation	$\boldsymbol{a}$	1.3×10^{-3}
Referenzanstieg	$f'_{ref} = d\bar{c}_{Pb}/dc_\mu$	5.0
Grenzfrequenz des BP	$\boldsymbol{\omega}_{BP}$ $f\,h/u_\infty$	$\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 3.7×10^{-3}
Eckfrequenz des LP	$\boldsymbol{\omega}_{LP}$ $f\,h/u_\infty$	$\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 3.7×10^{-3}
Verstärkung	$\boldsymbol{k}$	0.05

Experimentelle Ergebnisse der Slope-Seeking-Regelung

Im Bild 5.21 (a) ist das durch experimentelle Parameterstudien gewonnene stationäre Kennfeld des Basisdrucks als Funktion des Impulsbeiwertes bei $Re = 46\,000$ enthalten. Das Kennfeld zeigt eine Sättigung des Basisdrucks bei $\bar{c}_{Pb} \approx -0.3$ für Impulsbeiwerte $c_\mu \geq 0.005$. Das Regelungsziel ist es, bei möglichst kleinem Impulsbeiwert den Basisdruck zu maximieren. Dieser Punkt ist im Kennfeld gegeben an der Stelle $\bar{c}_{Pb} = \boldsymbol{f}(0.005) = -0.3$ und kann näherungsweise durch den Anstieg $\boldsymbol{f}'_{ref} = 5$ charakterisiert werden.

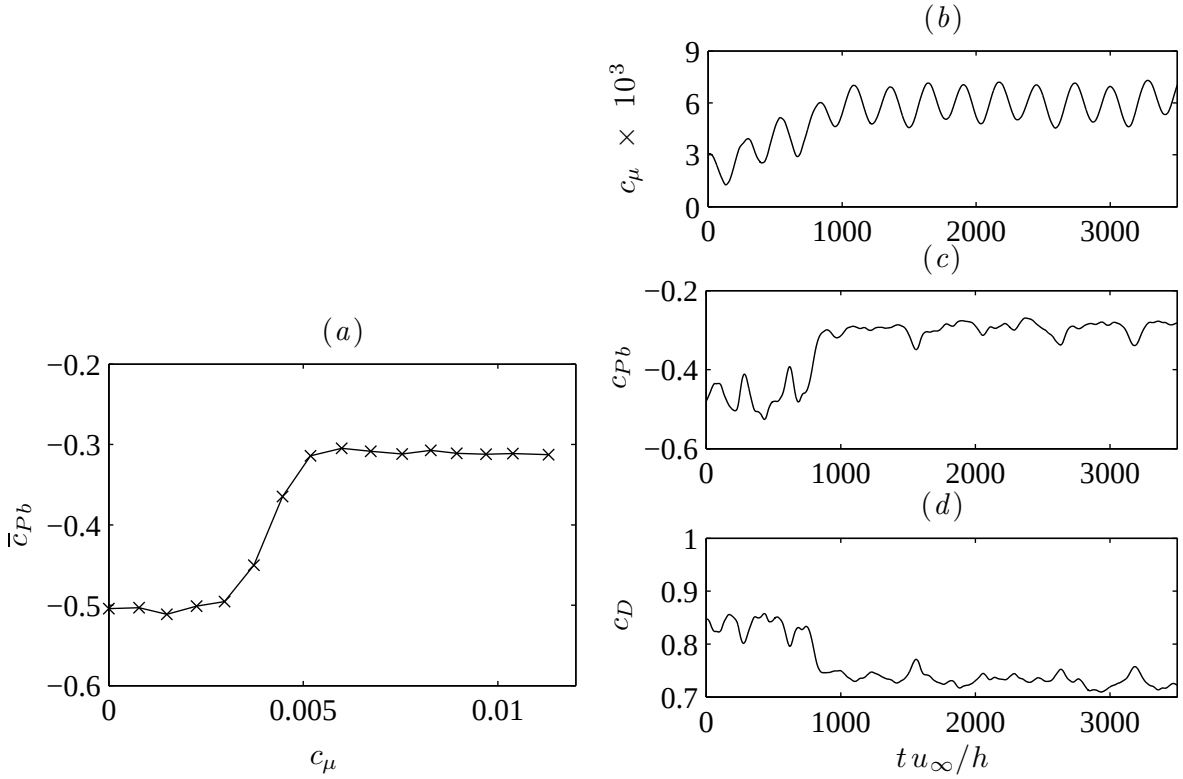

Bild 5.21: Stationäres Kennfeld $\bar{c}_{Pb} = \boldsymbol{f}(c_\mu)$ erhalten durch gleichphasige, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$ bei $Re = 46\,000$ in (a). Experimentelle Ergebnisse der Slope-Seeking-Regelung bei $Re = 46\,000$ in $(b\text{-}d)$. Der Regler findet die optimale Anregeamplitude (b), wodurch der Basisdruck steigt (c) und der Widerstandsbeiwert sinkt (d).

Die experimentellen Daten der Regelung sind in Bild 5.21 $(b\text{-}d)$ aufgetragen. Der Slope-Seeking-Regler startet mit der Suche bei $\boldsymbol{u}_0 = c_\mu = 0.002$. Der zeitliche Verlauf der Stellgröße $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t)$, mit der typischen Perturbation zur Bestimmung des lokalen Gradienten, ist im Teilbild (b) zu erkennen. Bereits nach wenigen Perioden der Perturbation erreicht der Regler bei $t\,u_\infty/h \approx 1\,000$ den optimalen Impulsbeiwert $c_\mu = 0.005$. Wie dem Bildteil (c) zu entnehmen ist, führt das zu einer deutlichen Erhöhung des Basisdrucks auf einen Wert von $c_{Pb} = -0.3$, entsprechend dem stationären Kennfeld in (a). Wie zu erwarten, kann der aerodynamische Widerstandsbeiwert bei diesen Anregeparametern um ca. 15% reduziert werden (Bild 5.21 (d)).

In einem weiteren Experiment soll die Fähigkeit des adaptiven Reglers gezeigt werden, einen optimalen Anregeparameter sich ändernden Betriebspunkten anzupassen. Dazu wird im Gegensatz zum ersten Experiment die Reynolds-Zahl zeitlich variiert. Aufgrund der stationären Kennfelder in Bild 5.22 (a) ist zu erwarten, dass der zur Gewährleistung eines maximalen Basisdrucks notwendige Impulsbeiwert, mit steigender Reynolds-Zahl kleiner wird. Die Darstellung des zeitlichen Verlaufs aus dem Experiment in Bild 5.22 $(b\text{-}d)$ zeigt, dass die Regelung mit dem optimalen Impulsbeiwert $\boldsymbol{u}(t) = c_\mu(t) = 0.009$ bei $Re = 38\,000$ startet. Im Teilbild (d) ist ein Ansteigen der Reynolds-Zahl bis $Re = 70\,000$ zu erkennen. Gemäß den Kennfeldern stellt der Regler stets den optimalen Impulsbeiwert ein (Bild 5.22 (b)) und kann während des gesamten Verlaufs den Basisdruck auf dem maximalen Wert von $c_{Pb} \approx -0.3$ halten. Damit wird stets eine energieeffiziente Anregung auch bei sich ändernden Betriebspunkten garantiert.

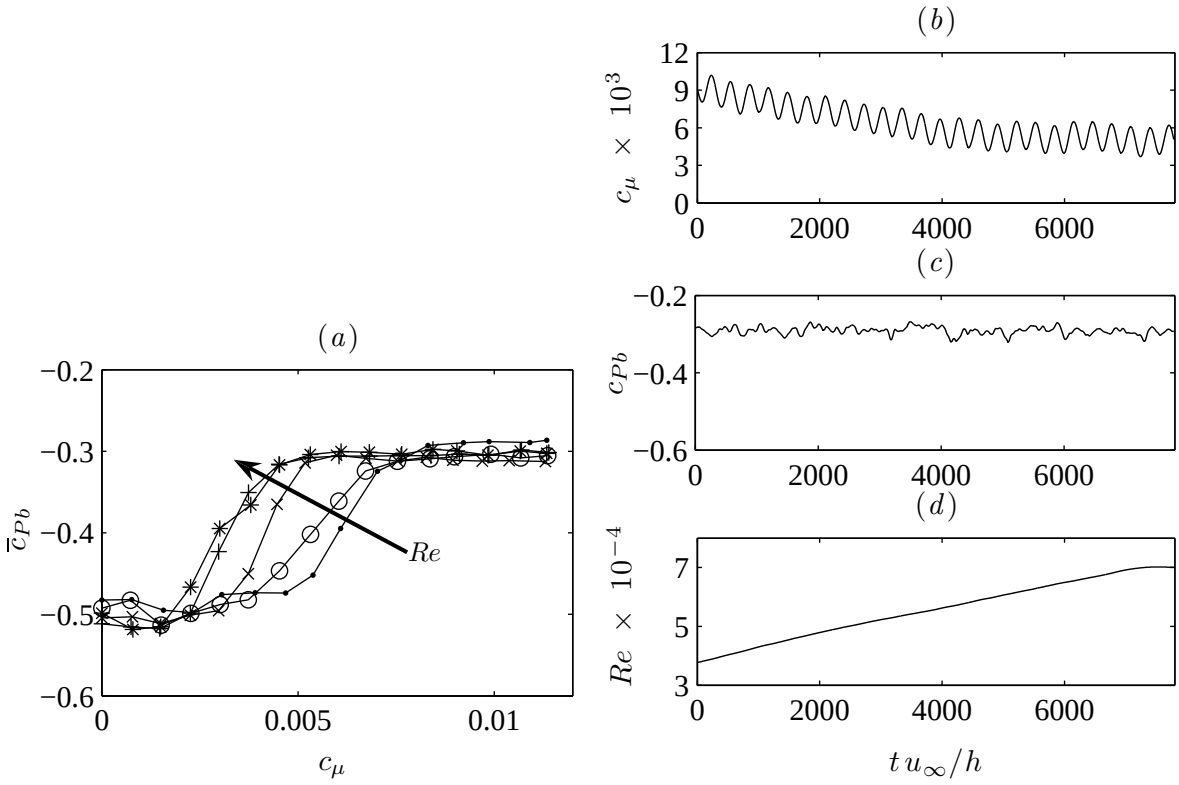

Bild 5.22: Die stationären Kennfelder $\overline{c}_{Pb} = \boldsymbol{f}(c_\mu)$ in (a) ergeben sich durch gleichphasige, harmonische Anregung mit $St_a = 0.15$ für verschiedene Reynolds-Zahlen ($Re = 23\,000$ $(\cdot)$, $Re = 35\,000$ $(\circ)$, $Re = 46\,000$ $(\times)$, $Re = 58\,000$ $(+)$, $Re = 70\,000$ $(*)$). In $(b$-$d)$ ist das experimentelle Ergebnis der Slope-Seeking-Regelung bei zeitlicher Veränderung der Reynolds-Zahl (d) abgebildet. Der Regler passt die energieeffiziente Anregeamplitude den sich zeitlich ändernden Strömungsbedingungen an (b), wodurch der Basisdruck konstant bleibt (c).

5.4.3 Phasenregelung

Bei den oben vorgestellten Regelungen wird eine beachtliche Widerstandsreduzierung durch Synchronisation der Scherschichten erzielt, wenn die Anregung gleichphasig an oberer und unterer Hinterkante erfolgt. Die Anregung prägt dabei die synchrone Entwicklung der beiden Scherschichten auf. Bei der im Folgenden vorgestellten Phasenregelung soll die Symmetrie der Scherschichtentwicklung explizit vorgegeben werden. Dazu muss der aktuelle Zustand der Scherschicht bekannt sein, der durch Anwendung eines modellbasierten Sensors in Echtzeit geschätzt wird. Auf Basis dieser geschätzten Informationen erfolgt eine energieeffiziente Anregung an nur einer Körperkante, mit dem Ziel durch Synchronisation der Scherschichtentwicklung den Basisdruck anzuheben und den aerodynamischen Widerstand zu reduzieren.

Prinzip und Implementierung der Phasenregelung

Das Prinzip der Phasenregelung ist in Bild 5.23 veranschaulicht. Wie in Abschnitt 5.3 gezeigt, kann auf Basis gemessener Wanddruckschwankungen nahe einer Körperhinterkante auf die zeitliche Entwicklung der Scherschichtwirbel geschlossen werden. Die induzierten Wirbelfußabdrücke an der unteren Körperhinterkante werden durch den Drucksensor 4 an der Stelle $x/h = 0$, $y/h = -0.39$ und $z/h = 0$ erfasst. Durch Filterung der Signale mittels eines Hochpass-Filters (Hochpass 1. Ordnung, Eckfrequenz 1 Hz) wird der Gleichanteil des Signals entfernt, die

Druckschwankungen $c'_P(t)$ sind somit mittelwertfrei. Der zeitliche Verlauf von $c'_P(t)$ kann durch ein einfaches Modell

$$c'_P(t) \quad = \quad a \sin \psi \tag{5.15}$$

näherungsweise beschrieben werden, mit der Amplitude des harmonischen Signals a und der Phase $\psi = 2\pi f t$. Es wird vorausgesetzt, dass die Dynamik der Parameter a und f sehr langsam ist und die Phase ψ linear anwächst. Unter der Voraussetzung dieser Annahmen kann das mit Gl. (5.15) beschriebene Zeitverhalten durch ein Zustandsraummodell formuliert werden, mit der linearen, zeitkontinuierlichen Systemgleichung

$$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) \quad = \quad \begin{pmatrix} \dot{f}(t) \\ \dot{a}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2\pi & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f(t) \\ a(t) \\ \psi(t) \end{pmatrix} + \dot{\underline{\boldsymbol{w}}}(t) \tag{5.16}$$

und der nichtlinearen, zeitdiskreten Messgleichung

$$\boldsymbol{y}(t_k) \quad = \quad c'_P(t_k) = a(t_k) \sin \psi(t_k) + \boldsymbol{\xi}(t_k) \quad . \tag{5.17}$$

Das Systemrauschen wird durch den Vektor $\underline{\boldsymbol{w}}(t)$ repräsentiert, für den die Bedingungen gelten $\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{w}}\} = 0$ und $\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{w}}\underline{\boldsymbol{w}}^T\} = \boldsymbol{Q}t$. Das diskrete, normalverteilte, weiße Messrauschen ist $\boldsymbol{\xi}(t_k)$, mit den Eigenschaften $\boldsymbol{E}\{\boldsymbol{\xi}\} = 0$ und $\boldsymbol{E}\{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}^T\} = \boldsymbol{r}_k$.

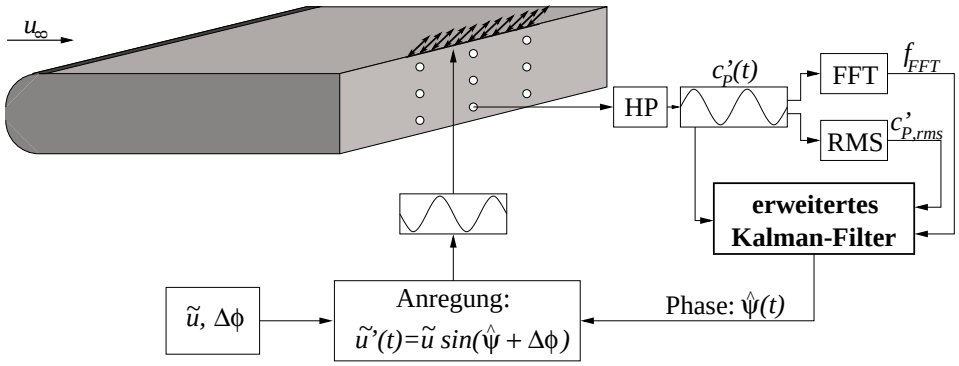

Bild 5.23: Prinzipskizze der Phasenregelung mit den Erweiterungen einer FFT und RMS-Wertbildung zur Erhöhung der Robustheit. Die geschätzte Phaseninformation wird zur Generierung eines harmonischen Anregesignals verwendet. Die Anregung erfolgt nur durch den oberen Aktuator.

Zur Rekonstruktion der Zustände aus den Wanddruckdaten wird ein erweitertes Kalman-Filter (EKF) (siehe Abschnitt 2.3) angesetzt. Dieser Algorithmus liefert den geschätzten Systemzustand $\hat{\underline{\boldsymbol{x}}}(t) = (\hat{f}(t), \hat{a}(t), \hat{\psi}(t))^T$ entsprechend Gl. (5.16) in Echtzeit.

Mitunter wird die Strömung um den stumpfen Körper gestört, die induzierten Wanddruckschwankungen sind nur schwach ausgeprägt oder die Messung ist stark verrauscht. Das EKF liefert dann falsche Schätzungen bzw. die geschätzten Zustandsgrößen sind physikalisch nicht sinnvoll. Daher werden zusätzliche Informationen verwendet, um bessere Schätzungen zu erhalten und die Arbeitsweise des Filters robuster zu gestalten. Wie in Bild 5.23 angedeutet, erfolgt eine schnelle Fourier-Transformation (FFT) der Wanddruckschwankungen in einem rückwärtigen Zeitfenster aus 512 diskreten Messwerten. Das entspricht bei $Re = 46\,000$ etwa $t\,u_\infty/h = 70$. Die aus der FFT ermittelte dominante Frequenz f_{FFT} wird als zusätzliche Messinformation verwendet. Als weitere zusätzliche Messinformation wird dem Schätzalgorithmus der rückwärtig gebildete RMS-Wert der Wanddruckschwankungen $c'_{P,rms}$ zugeführt. Unter der Annahme

eines näherungsweise sinusförmigen Verlaufs von c'_P ist $c'_{P,rms}$ multipliziert mit $\sqrt{2}$ ein ungefähres Maß für die zu schätzende Amplitude $\hat{a}$. Die RMS-Wertbildung erfolgt innerhalb eines rückwärtigen Zeitfensters der Länge $t\,u_\infty/h = 12$. Zur Berücksichtigung der zusätzlichen Messinformationen muss die Messgleichung Gl. (5.17) wie folgt erweitert werden:

$$\underline{\boldsymbol{y}}(t_k) \;=\; \begin{pmatrix} c'_P(t_k) \\ c'_{P,rms}(t_k) \\ f_{FFT}(t_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(t_k)\sin\psi(t_k) \\ a(t_k)/\sqrt{2} \\ f(t_k) \end{pmatrix} + \underline{\boldsymbol{\xi}}(t_k) \quad , \tag{5.18}$$

wobei $\underline{\boldsymbol{\xi}}$ ein Vektor für das unbekannte, weiße und normalverteilte Messrauschen mit $\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{\xi}}\} = \underline{0}$ und $\boldsymbol{E}\{\underline{\boldsymbol{\xi}}\underline{\boldsymbol{\xi}}^T\} = \boldsymbol{R}_k$ ist. Die Auslegungsparameter für das EKF sind im Anhang C.5 enthalten.

Mit der Systemgleichung Gl. (5.16) und der erweiterten Messgleichung Gl. (5.18) lassen sich nun mit Hilfe des EKFs der zeitliche Verlauf der Druckschwankungen an der Wand in Echtzeit rekonstruieren und die Zustandsgrößen schätzen. Die Arbeitsweise des Filters veranschaulicht exemplarisch Bild 5.24. Es erfolgt eine Rekonstruktion der an Messstelle 4 aufgenommenen Wanddruckschwankungen der natürlichen Strömung bei $Re = 46\,000$. Im Bildteil (a) ist der zeitliche Verlauf der Messgröße $\boldsymbol{y}(t) = c'_P(t)$ und deren Schätzung $\hat{\boldsymbol{y}}(t) = \hat{c}'_P(t)$ dargestellt. Des Weiteren ist der mit $\sqrt{2}$ multiplizierte Verlauf des rückwärtig gebildeten RMS-Wertes der Druckschwankungen eingetragen, der $c'_P(t)$ nach oben begrenzt. Im Bildteil (b) ist der Verlauf der geschätzten Frequenz $\hat{f}(t)$ und der Verlauf von $f_{FFT}(t)$ zu sehen. Hier wird auch die Robustheit des EKFs gegenüber falschen Anfangsbedingungen anhand des Einschwingverhaltens von $\hat{f}(t)$ gezeigt. Das Filter schwingt trotz der um 50% abweichenden Anfangsbedingung $\hat{f}(t=0)$ bereits nach kurzer Zeit richtig ein. Für $t\,u_\infty/h > 20$ ist eine gute Übereinstimmung der aus der Fourier-Transformation ermittelten Frequenz $f_{FFT}(t)$ mit der geschätzten Frequenz $\hat{f}(t)$ zu beobachten. Des Weiteren wird die natürliche Instabilitätsfrequenz des Nachlaufes von $St_{vs} = 0.23$ gut wiedergegeben. Die für die Phasenregelung so wichtige Schätzung der Phase $\hat{\psi}(t)$ sowie deren Standardabweichung $\boldsymbol{\sigma}_{\hat{\psi}}$ zeigt Bild 5.24 (c). Der Verlauf von $\hat{\psi}(t)$ lässt leichte Korrekturen des Filters erkennen, und die aus der Kovarianz des Schätzfehlers $\boldsymbol{P}(t)$ ermittelte Standardabweichung offenbart ein großes Vertrauen bei der Zustandsschätzung.

Basierend auf der Schätzung von $\hat{\psi}(t)$ kann ein harmonisches Stellsignal $\tilde{u}'(t) = \tilde{u}\sin(\hat{\psi}+\Delta\phi)$ zur Anregung generiert werden. Das generierte Anregesignal wird nur auf den oberen Aktuator gegeben, um die obere Scherschichtentwicklung zu beeinflussen. Die Amplitude $\tilde{u}$ ergibt sich aus dem Aktuatorkennfeld und wird so gewählt, dass mit einem Impulsbeiwert nach Gl. (5.2) von $c_\mu = 0.009$ gearbeitet wird. Aufgrund der Arbeitsweise mit nur einem Aktuator wird ein neuer Impulsbeiwert

$$c^*_\mu \;=\; \frac{w_s}{h}\frac{q^2_{eff}}{u^2_\infty} \tag{5.19}$$

definiert, für den sich ein Wert von $c^*_\mu = 0.004$ ergibt. Damit kann im Vergleich zur Aktuation mit zwei Aktuatoren etwa die Hälfte der Anregeenergie eingespart werden.

Der Ausdruck $\Delta\phi$ repräsentiert den gewünschten Phasenversatz zwischen Anrege- und Wanddrucksignal. Der Einfluss von $\Delta\phi$ im Hinblick auf eine effiziente Widerstandsreduzierung soll experimentell untersucht werden. Aus den Untersuchungen der natürlichen und aktiv beeinflussten Strömung kann jedoch bereits vorab abgeleitet werden, dass zur Synchronisation der Scherschichten $\Delta\phi \approx 180°$ sein muss. So wird z. B. bei Entstehung eines Wirbels an der unteren Körperhinterkante, der durch ein Minimum im lokalen Wanddruckverlauf gekennzeichnet ist, durch gleichzeitiges Ausblasen ein symmetrisch angeordneter Wirbel induziert. Dieser Zusammenhang konnte auch in [Pastoor *et al.*, 2008] durch Simulationsstudien auf Basis von 2D

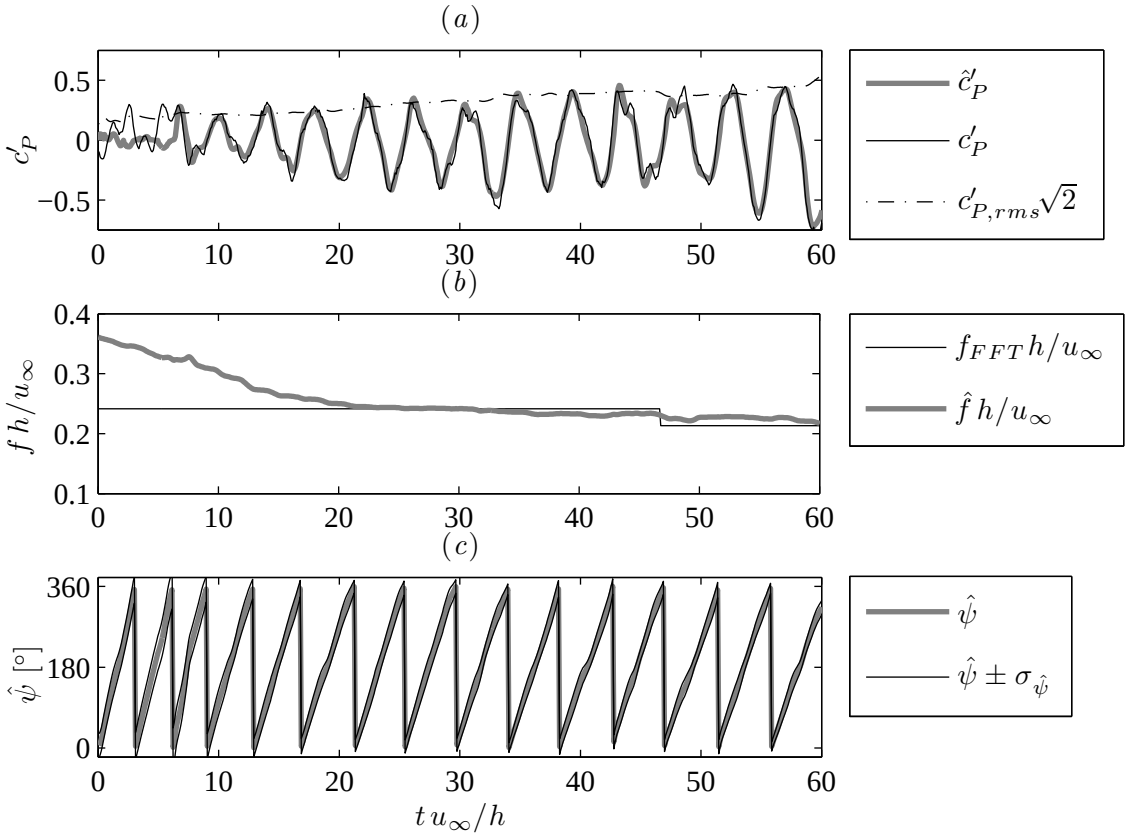

Bild 5.24: Schätzung des EKFs zur Rekonstruktion der Wanddruckschwankungen. Das Verhalten des Filters bei um 50% abweichenden Anfangsbedingungen $\hat{f}(t=0)$ zeigt Teil (b) des Bildes. Experimentelle Daten bei $Re = 46\,000$, natürliche Strömung, Die Wanddruckdaten werden an Sensorposition 4 gemessen.

Wirbelmodellen gezeigt werden.

Experimentelle Ergebnisse

Die Phasenregelung wird in das Experiment implementiert und zunächst der Einfluss des Phasenwinkels $\Delta\phi$ bei $Re = 46\,000$ untersucht (Bild 5.25). Wie zu erwarten, zeigt der zeitlich gemittelte Basisdruck ein Maximum bei $\Delta\phi \approx 180°$. Entsprechend ist der zeitlich gemittelte Widerstandsbeiwert bei $\Delta\phi \approx 180°$ am geringsten, und es lässt sich bezüglich des mittleren Widerstandes der natürlichen Strömung $\overline{c}_{D0}$ eine Reduzierung um 15% erzielen. Damit wird durch die Phasenregelung im zeitlichen Mittel die gleiche Widerstandsreduzierung erreicht, wie bei der Anregung mit zwei Aktuatoren. Der zeitlich gemittelte Basisdruck kann gegenüber dem der unbeeinflussten Strömung um ca. 25% angehoben werden.

Arbeitet die Phasenregelung mit $\Delta\phi \approx 0°$ bzw. $\Delta\phi \approx 360°$ steigen Basisunterdruck und Widerstandsbeiwert gegenüber den Werten der natürlichen Strömung. Offenbar wird hier die natürliche Instabilität angefacht und die asymmetrische Entwicklung der Scherschichtwirbel begünstigt.

Bild 5.25 (b) zeigt den Einfluss von $\Delta\phi$ auf die vom EKF geschätzte Frequenz $\hat{f}$, deren zeitlicher Mittelwert normiert aufgetragen ist. Für Phasenwinkel um $\Delta\phi = 180°$ ist die geschätzte Frequenz mit $\hat{f}\,h/u_\infty \approx 0.15$ deutlich gegenüber der natürlichen Instabilität $St_{vs} = 0.23$ ver-

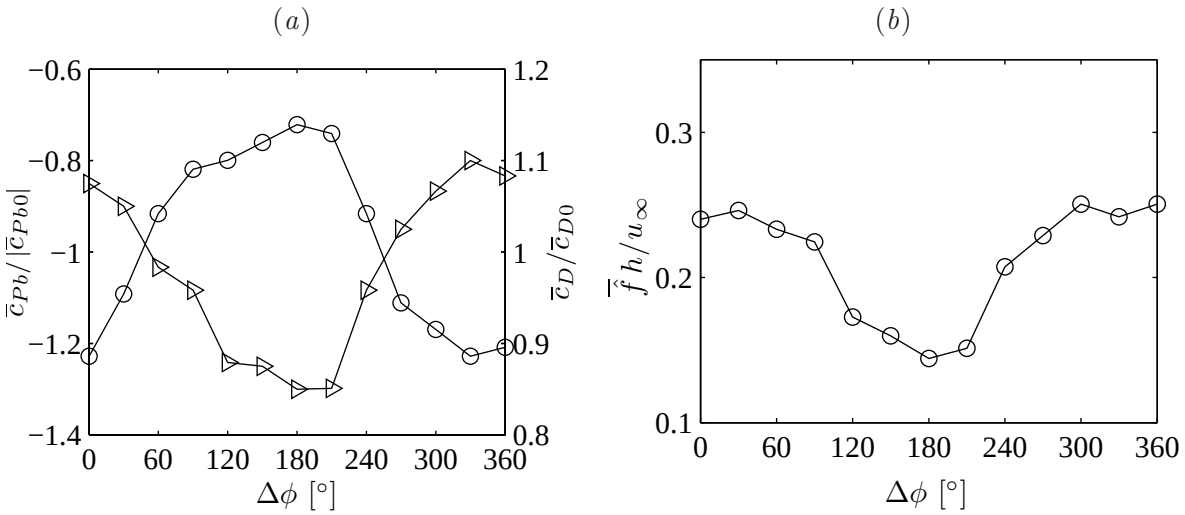

Bild 5.25: Experimentelle Phasenregelung zur Untersuchung des Einflusses des Phasenwinkels $\Delta\phi$. $Re = 46\,000$ und $c_\mu^* = 0.004$. (a) Zeitlich gemittelter Basisdruck (○) und Widerstandsbeiwert (▷) als Funktionen des Phasenwinkels $\Delta\phi$. (b) Zeitlich gemittelte geschätzte Frequenz in Abhängigkeit des Phasenwinkels $\Delta\phi$.

ringert. Damit entspricht die geschätzte Frequenz der durch Steuerung ermittelten optimalen Anregefrequenz $St_a = 0.15$. Die Regelung „ahmt“ somit den Effekt von zwei gleichphasig arbeitenden Aktuatoren nach. Erfolgt hingegen die Anregung mit $\Delta\phi \approx 0°$ oder $\Delta\phi \approx 360°$ ist $\hat{f}\,h/u_\infty$ in der Nähe der natürlichen Instabilitätsfrequenz.

Einen zeitlichen Verlauf der Phasenregelung bei $Re = 46\,000$ zeigt Bild 5.26. Die Regelung wird bei $t\,u_\infty/h = 0$ aktiviert und der Phasenwinkel ist mit $\Delta\phi = 180°$ optimal gewählt. In Bildteil (a) ist eine gute Übereinstimmung zwischen denen an der unteren Hinterkante gemessenen Wanddruckschwankungen $c'_P(t)$ und dem vom EKF rekonstruierten Druckverlauf $\hat{c}'_P(t)$ zu beobachten. Die geschätzte Frequenz ist bei ausgeschalteter Regelung in der Nähe der natürlichen Instabilitätsfrequenz, nähert sich nach Einschalten der Regelung aber schnell dem optimalen Wert $\hat{f}\,h/u_\infty = 0.15$ an (siehe Bild 5.26 (b)). Basierend auf der vom EKF geschätzten Phase wird ein nahezu harmonisches Anregesignals des oberen Aktuator generiert, wie Bild 5.26 (c) zeigt. Bereits nach etwa zehn Perioden des Anregesignals ist eine deutliche Reduktion des Widerstandes um ca. 15% beobachtbar (siehe Bild 5.26 (d)).

Die Robustheit der Phasenregelung gegenüber Änderungen des Arbeitspunktes wird anhand Bild 5.27 demonstriert. Die Regelung arbeitet mit optimalem Phasenwinkel $\Delta\phi = 180°$. Obwohl sich die Anströmbedingungen durch kontinuierliches Anheben der Reynolds-Zahl von ca. 28 000 auf 70 000 ständig verändern, ist die Widerstandsreduzierung mit 15% etwa konstant.

In Bild 5.28 wird demonstriert, dass die Grundidee der Phasenregelung, nämlich die Synchronisation der Wirbelentwicklung in oberer und unterer Scherschicht, gelingt. Die Regelung erfolgt bei Anströmung mit $Re = 23\,000$ und Rückkopplung mit optimalem Phasenwinkel $\Delta\phi = 180°$. Das instationäre Geschwindigkeitsfeld sowie die Wirbelstärkeverteilung sind in Bild 5.28 (a) aufgetragen. Eine symmetrische Anordnung des oberen und unteren Scherschichtwirbels um die x-Achse ist deutlich zu erkennen. Aufgrund der Synchronisation der Scherschichtentwicklung verlaufen die gemessenen Wanddruckschwankungen an oberer und unterer Körperhinterkante nahezu gleichphasig, wie Bild 5.28 $(b,\ c)$ entnommen werden kann.

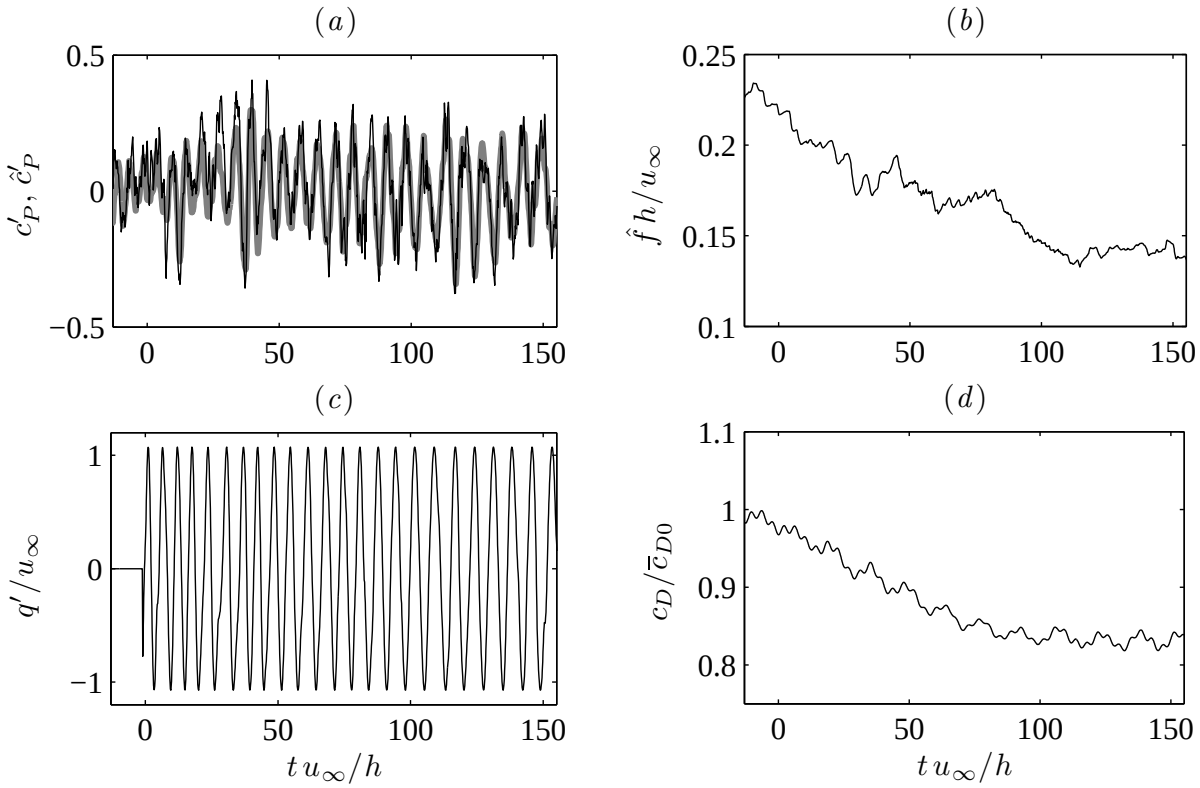

Bild 5.26: Zeitlicher Verlauf der bei $t\,u_\infty/h = 0$ startenden Phasenregelung bei Anströmung mit $Re = 46\,000$ und Anregung mit einem Impulsbeiwert von $c^*_\mu = 0.004$. In (a) sind die Wanddruckschwankungen an der unteren Körperkante (— gemessen, ▬ geschätzt) aufgetragen. Der Verlauf der geschätzten Frequenz ist in (b) zu sehen, und den zeitlichen Verlauf des Anregesignals am oberen Aktuator zeigt (c). Den Erfolg der Phasenregelung beweist die Abnahme des aerodynamischen Widerstandes in (d).

Erweiterung der Phasenregelung durch eine adaptive Extremwert-Suche

Bei der Konfiguration des zweidimensionalen stumpfen Körpers ist bei der Phasenregelung ein Phasenwinkel zwischen Aktuation und Wanddruckschwankungen von $\Delta\phi = 180°$ optimal (siehe oben). Ändert sich jedoch die Geometrie der Strömungskonfiguration, wie z. B. durch eine Heckrampe, Anbringen von Spoilern, usw., sodass x-Positionen von Anregung und Sensor unterschiedlich sind, ergibt sich folglich ein anderer optimaler Phasenwinkel, um eine Synchronisation der Scherschichten zu erzielen. Zur Bestimmung eines optimalen $\Delta\phi$ ist in solch einem Fall entweder eine experimentelle Parameterstudie oder eine strömungsmechanische Analyse notwendig.

Hier soll mit Hilfe eines Extremwert-Reglers (siehe Abschnitt 2.5) der optimale Phasenwinkel $\Delta\phi$ im Experiment automatisch aufgesucht werden. Voraussetzung ist, dass eine Regelgröße, das ist in diesem Fall der zeitlich gemittelte Basisdruck $\overline{c}_{Pb}$, als Funktion von $\Delta\phi$ stetig ist und ein Optimum aufweist. Wie das stationäre Kennfeld $\overline{c}_{Pb} = \boldsymbol{f}(\Delta\phi)$ in Bild 5.25 (a) zeigt, ist diese Bedingung für den stumpfen Körper erfüllt. Daher wird die Phasenregelung, wie Bild 5.29 schematisch andeutet, um eine Extremwert-Regelung erweitert. Für die Extremwert-Regelung wird als Eingangs- bzw. Stellgröße der Phasenwinkel $\boldsymbol{u}(t) = \Delta\phi(t)$ verwendet, und die Ausgangs- bzw. Regelgröße ist der Basisdruck $\boldsymbol{y}(t) = c_{Pb}(t)$.

Entscheidend ist, die Dynamik von Phasen- und Extremwert-Regler deutlich voneinander zu

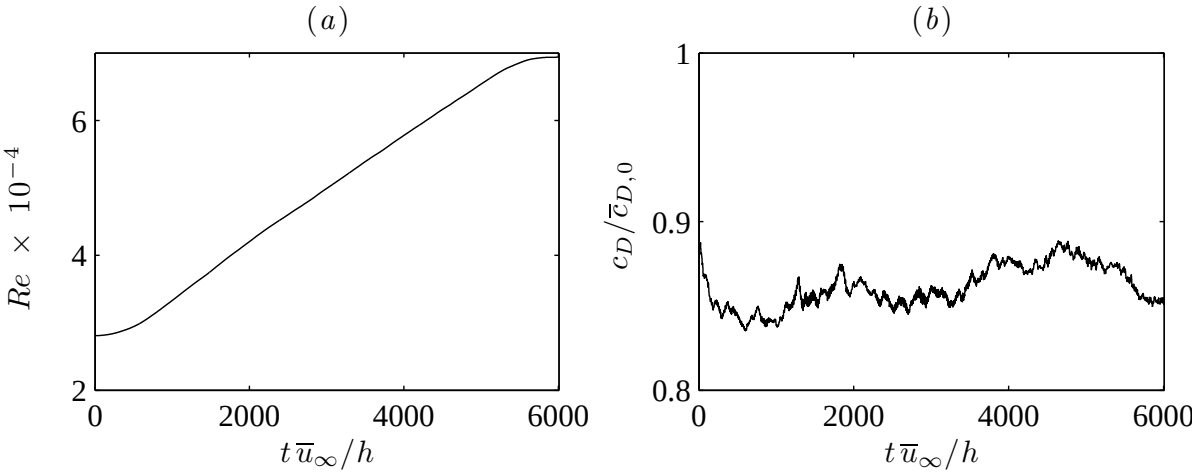

Bild 5.27: Phasenregelung bei Änderung des Arbeitspunktes, $c_\mu^* = 0.004$. Anstieg der Reynolds-Zahl von ca. 28 000 auf 70 000 in (a). Der Widerstandsbeiwert in (b) zeigt immer eine Reduzierung um ca. 15% gegenüber dem Wert der natürlichen Strömung. Die Normierung der Zeit erfolgt mit der zeitlich gemittelten Anströmgeschwindigkeit.

trennen, um eine gegenseitige Beeinflussung der beiden Regelkreise zu vermeiden. Das wird garantiert, indem für die Frequenz der Perturbation ein sehr kleiner Wert gewählt wird. Alle Parameter des Extremwert-Reglers sind in Tabelle 5.5 enthalten. Der Aufbau des Extremwert-Reglers entspricht der Darstellung in Bild 2.7 in Abschnitt 2.5, wobei der Hochpass- zu einen Bandpass-Filter (siehe Gl. (5.14)) erweitert wird. Die Grenzfrequenzen des Bandpass-Filters liegen jeweils bei $\boldsymbol{\omega}_{BP} = 1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Tabelle 5.5: Parameter des Extremwert-Reglers zum automatischen Auffinden der optimalen Phasenlage zwischen Aktuation und Sensorsignal bei Phasenregelung. Die Anregung erfolgt mit $c_\mu^* = 0.004$, die Anströmung mit $Re = 46\,000$.

Parameter	Symbol	Wert
Frequenz der Perturbation	$\boldsymbol{\omega}_{sin}$ $f\,h/u_\infty$	$1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 1.2×10^{-3}
Amplitude der Perturbation	$\boldsymbol{a}$	15°
Startwert der Stellgröße	$\boldsymbol{u}_0 = \Delta\phi_0$	0°
Grenzfrequenz des BP	$\boldsymbol{\omega}_{BP}$ $f\,h/u_\infty$	$1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 1.2×10^{-3}
Eckfrequenz des LP	$\boldsymbol{\omega}_{LP}$ $f\,h/u_\infty$	$0.5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 6×10^{-4}
Verstärkung	$\boldsymbol{k}$	25

Das Verhalten des Extremwert-Reglers im Experiment bei $Re = 46\,000$ zeigt Bild 5.30. Im Zeitbereich $t\,u_\infty/h < 0$ ist die Regelung nicht aktiv und die Strömung wird nicht angeregt. Nach dem gleichzeitigen Start von Regelung und Aktuation bei $t\,u_\infty/h = 0$ ist ein signifikanter Anstieg des Widerstandes (Bild 5.30 (c)) zu verzeichnen, der einhergeht mit einem Druckverlust an der Basis (Bild 5.30 (b)). Dieses Verhalten resultiert aus der Wahl von $\Delta\phi = 0°$ als Startwert und korrespondiert mit den Ergebnissen der Parameterstudie (Bild 5.25 (a)). Nach $t\,u_\infty/h = 2\,000$ findet schließlich der Extremwert-Regler den optimalen Phasenwinkel $\Delta\phi \approx -180°$, wie Bild 5.30 (a) zeigt. Wie zu erwarten, erreicht der Basisdruck sein Maximum und der Widerstandsbeiwert wird gegenüber der natürlichen Strömung um 15% reduziert. Damit hat der Extremwert-Regler seine Aufgabe erfolgreich im Experiment erfüllt. Der optimale

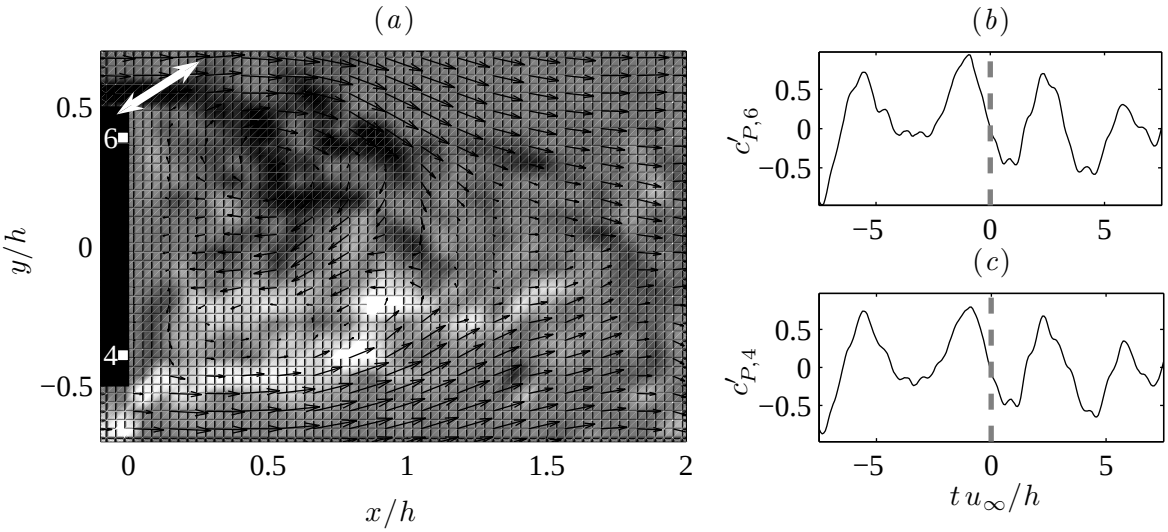

Bild 5.28: Bei Phasenregelung mit $\Delta\phi = 180°$ zeigen das instationäre Geschwindigkeitsfeld und die Wirbelstärkeverteilung (Grauwerte von schwarz (-8) bis weiß (+8)) des nahen Nachlaufs eine Synchronisation der Scherschichtwirbel in (a). Die an den Sensorpositionen 6 und 4 gemessenen Wanddruckschwankungen verlaufen aufgrund der Synchronisation gleichphasig (b, c). Die Anregung mit $c_\mu^* = 0.004$ erfolgt nur am oberen Aktuator. Die gestrichelte Linie (- -) kennzeichnet den Zeitpunkt der PIV-Aufnahme. Anströmung mit $Re = 23\,000$.

Phasenwinkel kann also mit Hilfe einer Regelung auch ohne physikalisches Vorwissen ermittelt werden. Der Nachteil der Extremwert-Regelung ist mit Sicherheit die vergleichsweise langsame Dynamik.

5.5 Zusammenfassung und Vergleich der Regelungen

Am zweidimensionalen stumpfen Körper mit gerader Hinterkante werden verschiedene Regelungen im Experiment erfolgreich eingesetzt, mit dem Ziel, den Druckwiderstand zu reduzieren. Eine Gegenüberstellung der Regelungen ist in Tabelle 5.6 zu finden.

Das Aktuationskonzept beruht auf der gleichphasigen Anregung der oberen und unteren

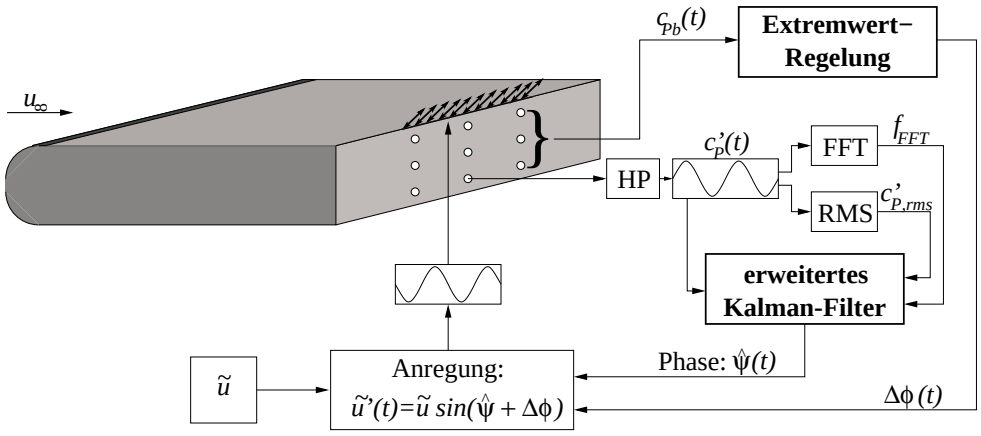

Bild 5.29: Erweiterung der Phasenregelung durch einen Extremwert-Regler zum Auffinden des optimalen Phasenwinkels.

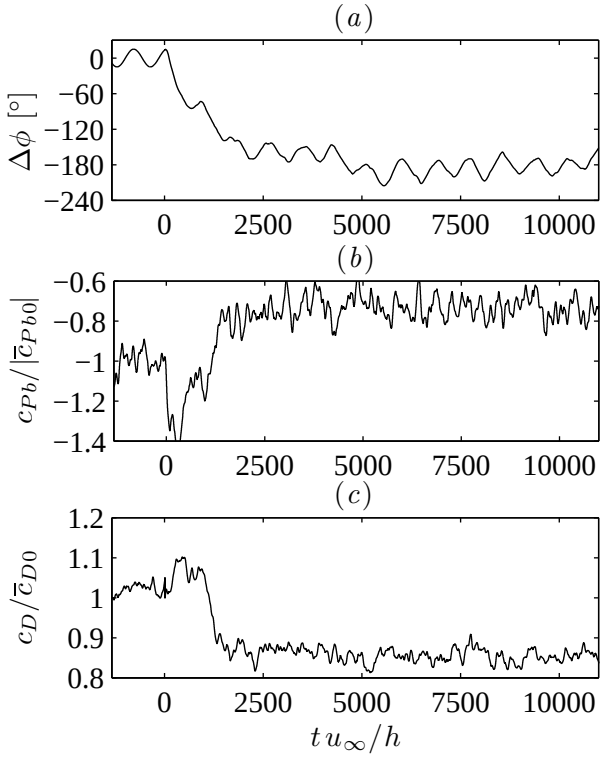

Bild 5.30: Experimentelle Ergebnisse bei $Re = 46\,000$ der um einen Extremwert-Regler erweiterten Phasenregelung. Regelung und Anregung mit $c_\mu^* = 0.004$ starten bei $t\,u_\infty/h = 0$. Der Extremwertregler findet die optimale Phasenlage $\Delta\phi \approx -180°$ (a), wodurch der Basisdruck steigt (b) und der Widerstandsbeiwert sinkt (c).

Scherschicht, bei der die Scherschichtentwicklung synchronisiert wird. Dadurch wird der Einfluss der Wirbelstraße im Nachlauf auf die Scherschicht abgeschwächt und die asymmetrische Anordnung nahe der Körperbasis verhindert. Bei Anregung mit einer optimalen Frequenz von $St_a = 0.15$ kann so der aerodynamische Widerstandsbeiwert um ca. 15% reduziert werden.

Es werden zwei robuste black-box Ansätze zur gezielten Regelung des Basisdrucks durch Einstellung der Anregeamplitude vorgeschlagen. Dabei zeichnen sich die Regelungen im experimentellen Einsatz durch schnelles Führungsverhalten und gute Störgrößenkompensation aus. Demgegenüber besteht der Nachteil der recht zeitaufwändigen Modellidentifikation durch Auswertung regelungstechnischer Sprungversuche. Des Weiteren muss bei einem sich ändernden Betriebspunkt die Sollgröße adaptiert werden, um stets eine maximale Druckanhebung an der Basis zu garantieren.

Gerade die Adaption der optimalen Anregeamplitude zur maximalen Druckerhöhung ist ein wesentlicher Vorteil der adaptiven Slope-Seeking-Regelung. Aufgrund der einfachen Implementierung und der wenigen benötigten Kenntnisse über die Strömungsphysik erweist sich die Regelung sehr anwenderfreundlich und praxistauglich. Ein Schwachpunkt ist die langsame Dynamik und, dass die Anwendbarkeit auf die Klasse von Prozessen mit gradientenbehafteten stationären Kennfeldern beschränkt ist.

Mit dem physikalisch motivierten Phasenregler wird explizit die Entwicklung der oberen und unteren Scherschicht synchronisiert. Er zeichnet sich durch eine besonders energiesparende Anregung mit nur einem Aktuator aus. Darüber hinaus arbeitet der Regler schnell und kann die Grobstrukturen der Strömung zeitlich gut auflösen. Für die Umsetzung ist allerdings ein

hohes physikalisches Verständnis bzgl. des Strömungsprozesses erforderlich.

Die einzelnen Regelungen können auch miteinander kombiniert werden. So kann gezeigt werden, dass ein Extremwert-Regler die optimale Phase der Phasenregelung automatisch einstellt.

Mit denen am stumpfen Körper und an der rückwärts gewandten Stufe entwickelten Methoden stehen nun unterschiedlichste Ansätze zur Verfügung, um auch komplexere Strömungskonfigurationen zu regeln. In dem folgenden Kapitel soll daher zum einem der Übergang auf dreidimensionale Strömungen erfolgen. Zum anderen werden zwei sich interferierende stumpfe Körper betrachtet.

Tabelle 5.6: Vergleich der Regelungen am stumpfen Körper.

Regelung	**Vorteil**	**Nachteil**
Robuste Regelung	• sehr robust • gezielte Einstellung der Regelgröße • vergleichsweise schnell	• aufwändige Modellidentifikation erforderlich • Adaption der Sollgröße bei Änderung des Betriebspunktes
Adaptives Slope-Seeking	• modellfrei • Adaption optimaler Anregeparameter • robust	• sehr langsame Dynamik • ausschließlich gradientenbasiert
Phasenregelung	• schnell • direkte Regelung von Strukturen der Strömung • energiesparend, da nur ein Aktuator nötig	• erfordert physikalisches Vorwissen • keine Sollwertvorgabe möglich

Kapitel 6

Regelung einer Tandemkonfiguration und eines dreidimensionalen stumpfen Körpers

Auf Grundlage der in den vorangegangenen Kapiteln entwickelten Ansätze zur Regelung von Ablösungen an geometrisch einfachen Körpern, wie der rückwärts gewandten Stufe und dem zweidimensionalen stumpfen Körper, sollen nun komplexere Strömungskonfigurationen betrachtet werden. Ziel bleibt der Aufbau sowie die experimentelle Umsetzung von Regelungen zur aktiven Beeinflussung der Ablösung.

Zum einem wird in Abschnitt 6.1 eine Tandemkonfiguration, bestehend aus zwei gleichen zweidimensionalen stumpfen Körpern, die im festem Abstand zueinander angeordnet sind, betrachtet. Diese Untersuchungen haben den Charakter von Machbarkeitsstudien. Es erfolgen neben einer Charakterisierung des E/A-Verhaltens der Einsatz neuer Konzepte zur Aktuation und zur Echtzeitrekonstruktion von Grobstrukturen der Strömung.

Zum anderen widmet sich dieses Kapitel in Abschnitt 6.2 einem generischen dreidimensionalen Kraftfahrzeugmodell (Ahmed Körper), welches durch stark dreidimensionale Ablösungseffekte charakterisiert ist. Mit Hilfe eines Extremwert-Reglers werden hier optimale Anregeparameter zur effizienten Widerstandsreduktion automatisch im Experiment aufgesucht, wodurch z. T. zeitaufwändige strömungsmechanische Parameterstudien ersetzt werden können.

Die Arbeiten zur aktiven Strömungsregelung an diesen Konfigurationen befinden sich allgemein noch in einem Anfangsstadium. Daher wird in erster Linie das E/A-Verhalten im Sinne eines black-box Ansatzes betrachtet und es erfolgt keine Präsentation strömungsmechanischer Details.

6.1 Tandemkonfiguration

Häufig befinden sich in einem Strömungsfeld mehrere stumpfe Körper. Es treten dann u. U. starke Wechselwirkungen auf, die von der Form und ihrer Lage zueinander abhängig sind. Bei stumpfen Körpern wird durch die Nähe eines anderen Körpers nicht nur die Druckverteilung beeinflusst, vielmehr interferieren ihre Grenz- und Scherschichten sowie das Totwasser [Hucho, 2002].

Als technisch relevante Beispiele für mehrere Körper in der Strömung seien Kraftfahrzeuge im Straßenverkehr, Zugmaschinen mit Anhänger, Hauptflügel und Heckleitwerk an Flugzeugen oder Bauwerke, wie Schornsteine, Kühltürme und Hochhäuser genannt.

Nach [Koenig & Roshko, 1985] lassen sich zwei Arten von Wechselwirkungen zwischen stumpfen Körpern unterscheiden. Eine schwache Interferenz liegt vor, wenn ein zweiter Körper in einiger Entfernung vom ersten von dessen Nachlauf beeinflusst wird. Die Anströmung des zweiten

erfolgt im zeitlichen Mittel mit einer niedrigeren Geschwindigkeit, als die des ersten Körpers. Der Windschatteneffekt und die daraus resultierende Reduzierung des aerodynamischen Widerstandes vom zweiten Körper sind nur gering. Des Weiteren ist die schwache Wechselwirkung dadurch gekennzeichnet, dass die Umströmung des stromauf angeordneten Körpers von der des zweiten kaum beeinflusst wird.

Bei kleinem Abstand treten jedoch große Wechselwirkungen auf. Die Umströmung beider Körper wird stark verändert, die Widerstandsreduzierung des zweiten Körpers ist groß und oft wird auch der Widerstand des vorderen Körpers beeinflusst. Nach [Gu, 1996] wird dabei zwischen Totwasser- und Nachlaufinterferenz unterschieden. Bei Totwasserinterferenz ist der stromab liegende sehr dicht hinter dem stromauf liegenden Körper positioniert und ragt ganz oder teilweise in das Totwassergebiet hinein. Bei Nachlaufinterferenz befindet sich der zweite Körper hingegen außerhalb des Totwassergebietes.

Bei der hier untersuchten Tandemkonfiguration werden zwei gleiche, stumpfe, zweidimensionale Körper untersucht, die im festen Abstand von fünf Körperhöhen hintereinander im Windkanal angeordnet sind. Gemäß [Koenig & Roshko, 1985] kann hier von einer starken Wechselwirkung ausgegangen werden, wobei eine Totwasserinterferenz auszuschließen ist und eine reine Nachlaufinterferenz vorliegt. Die Geometrie der einzelnen Körper entspricht der in Kapitel 5 behandelten Konfiguration des 2D stumpfen Körpers. In Bild 6.1 ist eine prinzipielle Darstellung der Tandemkonfiguration gegeben.

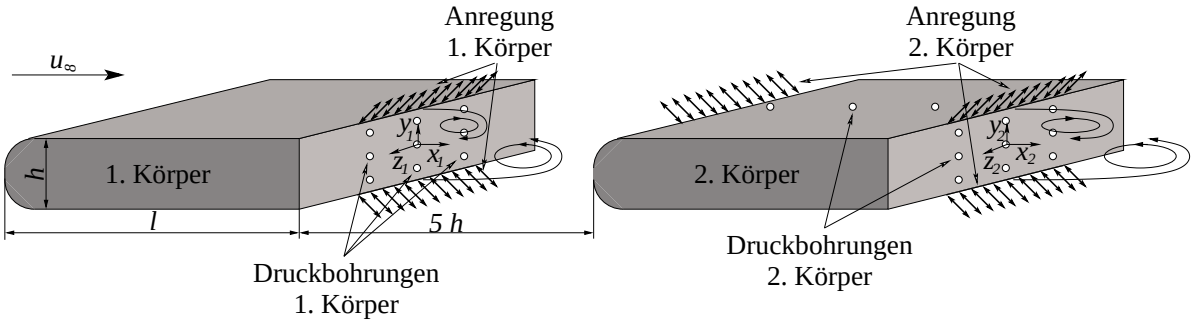

Bild 6.1: Prinzipskizze der Tandemkonfiguration zweier stumpfer Körper.

Ziel der Arbeiten an der Tandemkonfiguration ist es, im Sinne einer Machbarkeitsstudie Möglichkeiten der aktiven Strömungsbeeinflussung zu untersuchen und darauf basierend, geeignete Regelungen aufzubauen und im Experiment zu testen. Dabei sollen die Widerstandsreduzierung an beiden Körpern und die Reduzierung der vom stromauf liegenden Körper eingebrachten Störeinflüsse auf den zweiten Körper im Mittelpunkt stehen.

Nachdem in Abschnitt 6.1.1 eine kurze Beschreibung des experimentellen Aufbaus erfolgt, widmet sich Abschnitt 6.1.2 den experimentellen Ergebnissen zur Untersuchung der Grundströmung sowie der aktiv beeinflussten Strömung. Dabei werden auch erste Ergebnisse mit aktiver Strömungsbeeinflussung an der Front des stromab liegenden Körpers vorgestellt. In Abschnitt 6.1.3 wird eine Phasenregelung vorgeschlagen, mit der der Widerstand am ersten Körper reduziert und die Wanddruckschwankungen an der Front des zweiten Körpers gedämpft werden. Die experimentellen Ergebnisse aus einer online-Berechnung des 2D Wirbel- und Druckfeldes der Grundströmung um den zweiten Körpers mit Hilfe eines 2D Wirbelmodells werden abschließend in Abschnitt 6.1.4 präsentiert.

Ein Überblick über stationäre als auch instationäre Wechselwirkungen zwischen geometrisch einfachen Körpern ist in [Hucho, 2002] enthalten. Die Wechselwirkungen zwischen gleichen

Körpern bei variablen Abstand sind z. B. in [Hoerner, 1965], [Gu, 1996], [Hangan & Vickery, 1999] oder [Zhou & Yiu, 2006] ausführlich untersucht worden.

6.1.1 Experimenteller Aufbau und Messtechnik

Die experimentellen Untersuchungen der Tandemkonfiguration finden im dem Windkanal statt, der bereits für die Arbeiten am 2D stumpfen Körper zur Verfügung stand. Daher können technische Details bezüglich Windkanal, Messstrecke und Messtechnik Abschnitt 5.2 entnommen werden. Die Tandemkonfiguration besteht zudem aus zwei, in Abschnitt 5.2 ausführlich vorgestellten, 2D stumpfen Körpern. Die Position des ersten, stromauf liegenden Körpers entspricht der in Abschnitt 5.2 angegebenen Position und der zweite, stromab liegende Körper befindet sich im festen Abstand von fünf Körperhöhen hinter dem ersten. Zur Positionsbeschreibung werden, wie in Bild 6.1 angedeutet, zwei ortsfeste Koordinatensysteme, die ihren Ursprung an den Basen der einzelnen Körper haben, eingeführt. Zur Unterscheidung der strömungsmechanischen und regelungstechnischen Größen der einzelnen Körper werden die Indizes 1, für den stromauf liegenden, und 2, für den stromab liegenden Körper, eingeführt. Die Experimente werden im Bereich der Reynolds-Zahl von 23 000 bis 46 000 durchgeführt.

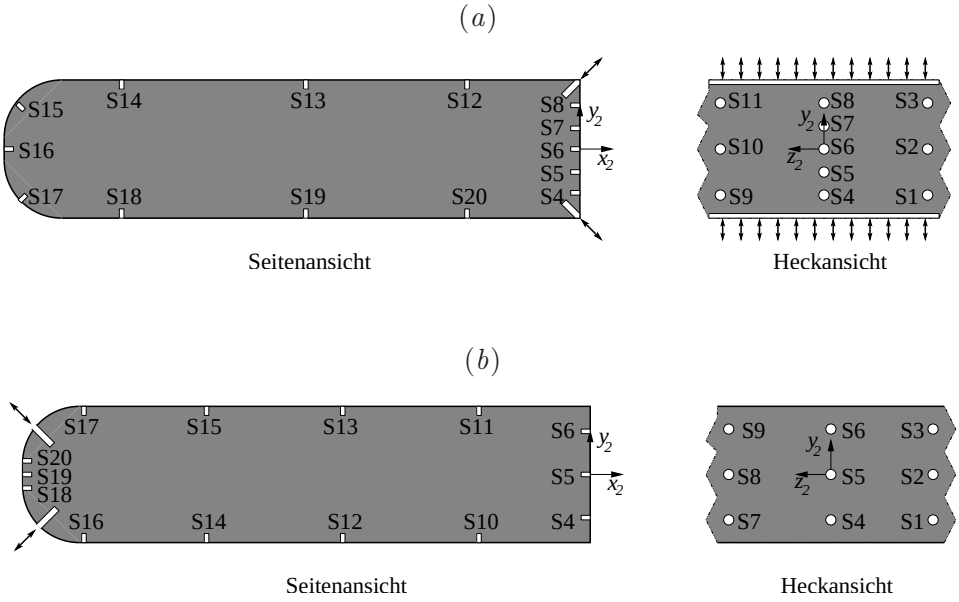

Bild 6.2: Schematische Skizze mit Aktuator- und Sensorpositionen am zweiten Körper bei Anregung an oberer und unterer Körperhinterkante (a) und bei Anregung an der Front (b).

Die Anregung am ersten stumpfen Körper erfolgt an oberer und unterer Körperhinterkante, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben. Am zweiten Körper wird die Strömung zunächst wie am ersten an oberer und unterer Körperhinterkante (siehe Bild 6.2 (a)) periodisch angeregt. Die Breite der Anregeschlitze beträgt 0.6 mm.

Wie Bild 6.2 (a) zeigt, befinden sich an der Basis des zweiten Körpers elf Druckbohrungen (S1-S11) zur Erfassung des statischen Wanddrucks. Außerdem sind im Mittelschnitt ($z = 0$) weitere neun Wanddruckbohrungen (S12-S20) über den Umfang des Windkanalmodells verteilt. Die genauen Positionen der Druckbohrungen können Anhang D.1 entnommen werden.

Neben der Anregung am Heck soll am zweiten Körper auch die Strömungsbeeinflussung mit einer Frontanregung untersucht werden. Dabei ermöglichen zwei spannweitig zentrierte Anrege-

schlitze (Länge = 275 mm, Breite = 1 mm) auf oberer und unterer Anströmkante eine Anregung der Strömung im Winkel von 45° zur Anströmrichtung (siehe Bild 6.2 (b)). Aufgrund der Geometrie und Baugröße der Anregequellen ist jedoch nur entweder Heck- oder Frontanregung möglich.

Durch den erforderlichen Umbau des zweiten Windkanalmodells ergeben sich bei Frontanregung andere Positionen der Wanddruckbohrungen, wie Bild 6.2 (b) zeigt. Die genauen Positionen der Druckbohrungen sind hierfür ebenfalls im Anhang D.1 enthalten. Die Größen zur Charakterisierung des Frontbereiches werden zur Unterscheidung mit einem f indiziert.

Alle Aktuatoren werden, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, kalibriert, wodurch eine Angabe eines dimensionslosen Impulsbeiwertes gemäß Gl. (5.2) möglich ist.

Zur Charakterisierung des örtlich gemittelten statischen Drucks an der Front des zweiten Körpers wird ein Frontdruck

$$c_{Pf,2} = \frac{1}{n} \sum_{i=15}^{17} c_{P,i} \qquad \text{mit } n = 3 \tag{6.1}$$

eingeführt. Aufgrund der veränderten Sensoranordnung ergibt sich bei Frontaktuation für $c_{Pf,2}$

$$c_{Pf,2} = \frac{1}{n} \sum_{i=18}^{20} c_{P,i} \qquad \text{mit } n = 3 \quad . \tag{6.2}$$

Die Bestimmung des aerodynamischen Widerstandsbeiwertes erfolgt nach Gl. (5.5) wie in Abschnitt 5.2 beschrieben. Die Datenerfassung und die Implementierung der Regelungen erfolgen ebenfalls wie in Abschnitt 5.2 angegeben.

6.1.2 Natürliche und aktiv beeinflusste Strömung

Natürliche Strömung

Die natürliche Strömung wird für $Re = 23\,000$, $35\,000$ und $46\,000$ experimentell untersucht. Dabei wird das im Bild 6.2 (a) dargestellte Aktuator-/Sensorkonzept verwendet. Die wichtigsten strömungsmechanischen Kenngrößen sind Tabelle 6.1 zu entnehmen. Der Widerstandsbeiwert des zweiten Körpers profitiert deutlich vom Windschatteneffekt. Unabhängig von der Reynolds-Zahl ist dieser im Vergleich zum Widerstand des ersten Körpers um ca. 18% geringer.

Tabelle 6.1: Strömungsparameter der Tandemkonfiguration bei unbeeinflusster Strömung.

Re	$\overline{c}_{Pb0,1}$	$\overline{c}_{Pf0,2}$	$\overline{c}_{Pb0,2}$	$\overline{c}_{D0,1}$	$\overline{c}_{D0,2}$	$\overline{c}_{D0,2}/\overline{c}_{D0,1}$
23 000	-0.56	-0.38	-0.93	0.86	0.72	0.83
35 000	-0.54	-0.42	-0.93	0.83	0.68	0.82
46 000	-0.49	-0.43	-0.94	0.82	0.68	0.83

Bild 6.3 zeigt Leistungsdichtespektren von Wanddruckschwankungen an verschiedenen Positionen der Tandemkonfiguration für die natürliche Strömung bei $Re = 46\,000$. Wie schon beim einzelnen 2D stumpfen Körper, ist eine ausgeprägte Nachlaufinstabilität im Spektrum des gemessenen Wanddrucks an der Basis des ersten Körper (Sensor 4) bei $St_{vs} \approx 0.23$ zu erkennen. Noch deutlicher zeigt sich die Nachlaufinstabilität jedoch, wenn ein Leistungsdichtespektrum

mit Wanddruckdaten der Front des zweiten Körpers (Sensor 15) erstellt wird. Es kann davon ausgegangen werden, dass die diskreten Wirbel der Wirbelstraße auf die Front von Körper 2 treffen und ausgeprägte Wirbelfußabdrücke hinterlassen. Die induzierten Druckschwankungen an der Frontpartie von Körper 2 werden als vom stromauf liegenden Körper eingebrachte Störungen aufgefasst, deren Reduzierung, wie bereits oben erwähnt, Ziel von Regelungen sein soll.

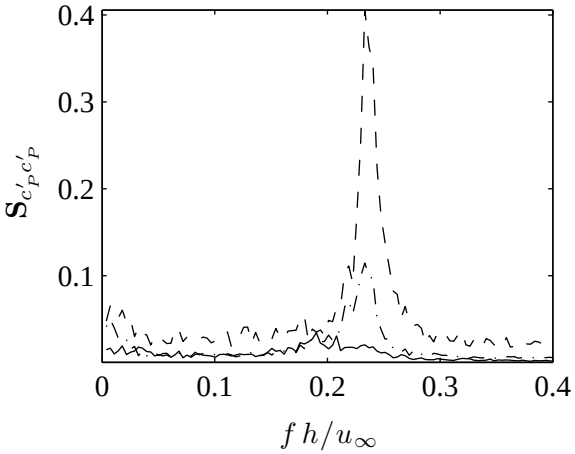

Bild 6.3: Leistungsdichtespektren der Druckschwankungen an der Basis des ersten Körpers (- · -), auf der Nase des zweiten Körpers (- -) und an der Basis des zweiten Körpers (—). Natürliche Strömung bei $Re = 46\,000$.

An der Basis des zweiten Körpers ist keine ausgeprägte Frequenz im Spektrum der Wanddruckschwankungen zu erkennen. Das Spektrum zeigt eine leichte Anhebung der Leistungsdichte im Frequenzbereich um $f\,h/u_\infty = 0.2$. Vermutlich ist die Umströmung des zweiten Körpers durch den Einfluss der ersten Körpers so stark gestört, dass sich die Scherschichten am Heck nicht richtig entwickeln können, und folglich eine dominante Nachlaufinstabilität mit der verwendeten Messtechnik nicht erfasst wird. Das Regelungskonzept der Phasenregelung auf Grundlage gemessener Druckschwankungen an der Basis, wie diese für die Einzelkonfiguration aufgebaut wird (siehe Abschnitt 5.4.3), kann daher für den zweiten Körper nicht eingesetzt werden, da die gemessenen Wanddruckdaten keine Rekonstruktion von Zustandsgrößen ermöglichen.

Strömungsverhalten der Tandemkonfiguration bei aktiver Strömungsbeeinflussung

Strömungsbeeinflussung am Heck des ersten Körpers: Zunächst wird das stationäre Verhalten der Strömung bei gleichphasiger, harmonischer Anregung am Heck des ersten Körpers untersucht. Wie in Abschnitt 5.3.2 ausführlicher beschrieben, wird durch die gleichphasige Anregung eine Synchronisation der Scherschichtentwicklung erzwungen. Am zweiten Körper erfolgt keine Anregung der Strömung, und die Reynolds-Zahl ist bei den Experimenten stets $Re = 46\,000$.

In Bild 6.4 (a) ist der Einfluss der Anregefrequenz auf die zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwerte beider Körper aufgezeigt. Der Impulsbeiwert ist konstant bei $c_{\mu,1} = 0.011$. Wie beim einzelnen 2D stumpfen Körper, ist eine deutliche Widerstandsreduzierung am ersten Körper im Bereich $0.05 \leq St_{a,1} \leq 0.22$ zu beobachten. Die maximale Reduktion ist mit ca. 20% sogar noch größer als bei der Einzelkonfiguration. Wenn am Körper 1 eine Widerstandsreduzierung erzielt wird, folgt daraus eine Widerstandserhöhung von ca. 10% am zweiten Körper. Damit

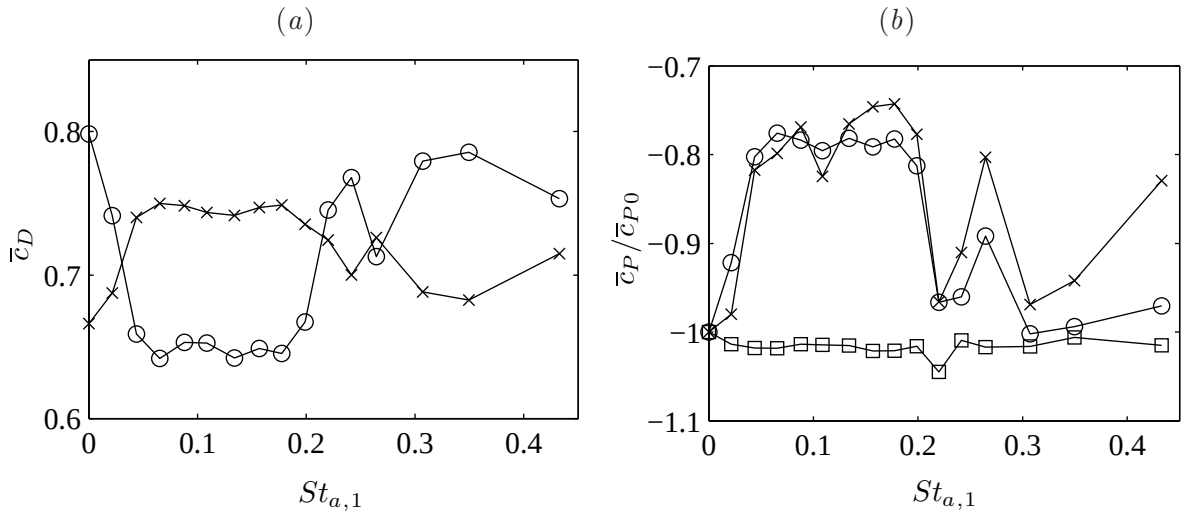

Bild 6.4: Variation der Anregefrequenz bei gleichphasiger, harmonischer Anregungen am Heck von Körper 1 mit $c_{\mu,1} = 0.011$ und ohne Anregung an Körper 2. Die Anströmung erfolgt mit $Re = 46\,000$. (a) Zeitlich gemittelte Widerstandsbeiwerte von Körper 1 ($\circ$) und Körper 2 ($\times$) als Funktionen der Anregefrequenz $St_{a,1}$. (b) Zeitlich gemittelte Werte des Basisdrucks von Körper 1 ($\circ$), des Frontdrucks von Körper 2 ($\times$) und des Basisdrucks von Körper 2 ($\square$) als Funktionen der Anregefrequenz $St_{a,1}$.

wird bei Anregung im Frequenzbereich $0.05 \leq St_{a,1} \leq 0.22$ ein großer Teil des Widerstandsvorteils durch den Windschatteneffekt aufgehoben. Körper 2 hat in diesen Frequenzbereich einen deutlich höheren Widerstand als Körper 1. Jedoch ist $\overline{c}_{D,2}$ immer noch kleiner als der Widerstandsbeiwert des ersten Körpers im unbeeinflussten Fall $\overline{c}_{D0,1}$.

Der Grund für diese Entwicklung des Widerstandes ist anhand von Bild 6.4 (b) abzulesen, das das stationäre Verhalten der eingangs definierten Druckbeiwerte bei Variation der Anregefrequenz $St_{a,1}$ wiedergibt. Die Widerstandsreduzierung am ersten Körper ist demnach die Folge eines deutlichen Druckanstieges an der Basis. Der Basisdruck am zweiten Körper wird durch die Anregung kaum beeinflusst, vielmehr zeigt sich eine Anhebung des Drucks an der Front von Körper 2, der als Hauptgrund für dessen Anstieg des Widerstandes angegeben werden kann. Wird mit einer Frequenz in der Nähe der natürlichen Instabilitätsfrequenz des Nachlaufs angeregt ($St_{vs} \approx 0.23$), erreichen Widerstands- als auch Druckbeiwerte das Niveau der natürlichen Strömung.

Hinsichtlich einer Reduzierung, der vom ersten Körper eingebrachten Störungen, durch Anregung am Heck des ersten Körpers werden in Bild 6.5 (a) RMS-Werte von gemessenen Wanddrücken als Funktionen der Anregefrequenz sowie in Bild 6.5 (b) die Entwicklung des Leistungsdichtespektrums der Wanddruckschwankungen an der Front des zweiten Körpers angegeben. Im Frequenzbereich, in dem eine effektive Widerstandsreduzierung am ersten Körper zu beobachten ist ($0.05 \leq St_{a,1} \leq 0.22$), ist eine deutliche Abnahme der RMS-Werte des Basisdrucks an Körper 1 zu sehen. Eine Reduzierung der RMS-Werte des Frontdrucks an Körper 2 ist in der Nähe von $St_{a,1} \approx 0.13$ auszumachen. Anhand der RMS-Werte des Basisdrucks an Körper 2 lässt sich kein deutlicher Beeinflussungseffekt ablesen. Die Spektren in Bild 6.5 (b) zeigen, dass im Bereich $0.05 \leq St_{a,1} \leq 0.22$ der Einfluss der natürlichen Nachlaufinstabilität gegenüber der unbeeinflussten Strömung deutlich gedämpft werden kann.

Strömungsbeeinflussung am Heck des zweiten Körpers: Die Strömung wird nun an den beiden Hinterkanten des zweiten Körpers gleichphasig bei Anströmung mit $Re = 46\,000$ aktuiert.

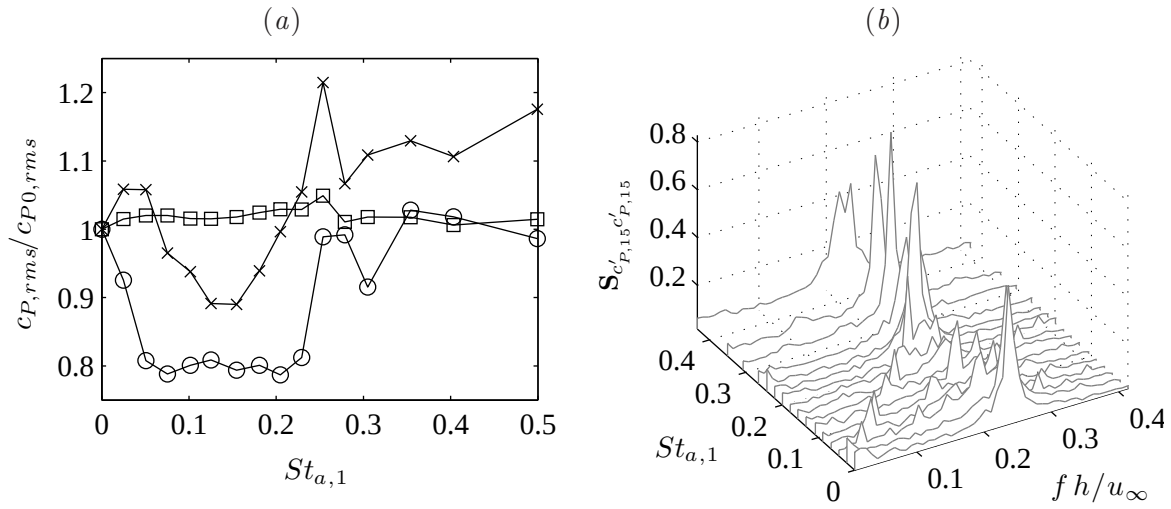

Bild 6.5: Variation der Anregefrequenz bei gleichphasiger, harmonischer Anregungen am Heck von Körper 1 mit $c_{\mu,1} = 0.011$. Keine Anregung am Körper 2. Die Anströmung erfolgt bei $Re = 46\,000$. (a) RMS-Werte des Basisdrucks von Körper 1 ($\circ$), des Front- ($\times$) sowie des Basisdrucks ($\square$) von Körper 2 als Funktionen von $St_{a,1}$. (b) Entwicklung des Leistungsdichtespektrums der Wanddruckschwankungen an der Front des zweiten Körpers (Sensor 15) bei Variation der Anregefrequenz $St_{a,1}$.

Am ersten Körper erfolgt keine Strömungsbeeinflussung.

Bild 6.6 $(a,\ b)$ zeigt den Einfluss der Anregefrequenz auf zeitlich gemittelte Strömungsgrößen der Tandemkonfiguration. Anhand der aerodynamischen Widerstandsbeiwerte beider Körper lässt sich ablesen, dass der Widerstand am ersten Körper nicht nennenswert beeinflusst werden kann. Der Widerstandsbeiwert des zweiten Körpers $\overline{c}_{D,2}$ kann im Frequenzbereich $0.05 \leq St_{a,2} \leq 0.2$ nur geringfügig reduziert werden, wie Bild 6.6 (a) zeigt. Die maximale Reduzierung von ca. 4% gelingt mit der Anregefrequenz $St_{a,2} \approx 0.07$.

Dass die kleine Widerstandsreduzierung am zweiten Körper auf eine Anhebung des Basisdrucks zurückzuführen ist, zeigt Bild 6.6 (b). Es kann bei Anregung im Frequenzbereich $0.05 \leq St_{a,2} \leq 0.2$ der Basisdruck geringfügig angehoben werden, wohingegen der Frontdruck gegenüber der natürlichen Strömung kaum Änderung aufweist. Mit steigender Anregefrequenz ist ab $St_{a,2} > 0.3$ eine leichte Zunahme des Unterdrucks an der Basis von Körper 2 zu erkennen.

Der Einfluss der aktiven Beeinflussung am Heck des zweiten Körpers ist hinsichtlich der Widerstandsminderung im Vergleich zum ersten Körper eher gering. Auch bei Vergrößerung des Impulsbeiwertes $c_{\mu,2}$ bleibt es bei einer Widerstandsreduktion von maximal 4%. In weiteren Versuchen, bei denen die Strömung an beiden Körpern gleichzeitig aktuiert wird, gelingen hinsichtlich der einzelnen Widerstände keine zusätzlichen Reduzierungen. Hierbei werden sowohl der Einfluss unterschiedlicher Anregefrequenzen als auch der verschiedener Phasenbeziehungen zwischen den Anregesignalen untersucht.

Strömungsbeeinflussung an der Front des zweiten Körpers: Im Folgenden wird die Strömungsbeeinflussung an der Front des zweiten Körpers bzgl. des stationären Verhaltens von Druck- und Widerstandsbeiwerten der Tandemkonfiguration analysiert. Die Tandemkonfiguration wird dabei mit $Re = 23\,000$ angeströmt.

Bild 6.7 (a) zeigt den Einfluss der Anregefrequenz auf die zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwerte von Körper 1 und 2 bei gleichphasiger Anregung mit $c_{\mu f,2} = 0.015$. Wie zu erwarten, hat die Anregefrequenz keinen nennenswerten Einfluss auf den Widerstand des ersten Körpers.

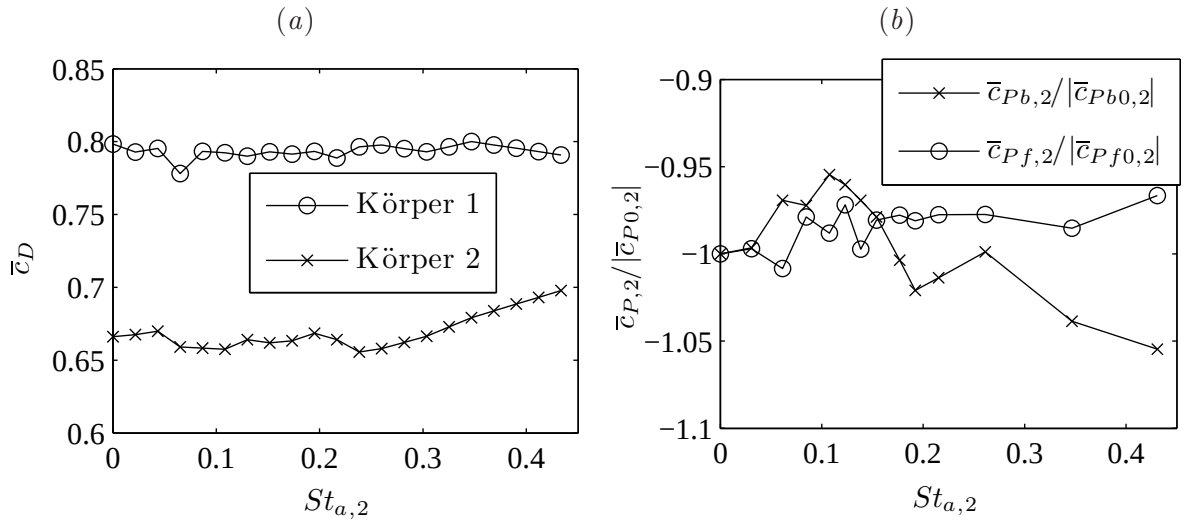

Bild 6.6: Stationäres Verhalten der Tandemkonfiguration bei Variation der Anregefrequenz an Körper 2 bei konstantem Impulsbeiwert $c_{\mu,2} = 0.011$. Es erfolgt keine Anregung am ersten Körper. Gleichphasige, harmonische Anregungen am Heck von Körper 2 bei Anströmung mit $Re = 46\,000$. (a) Zeitlich gemittelte Widerstandsbeiwerte der Tandemkonfiguration als Funktionen der Anregefrequenz $St_{a,2}$. (b) Zeitlich gemittelte Werte des Front- $(\circ)$ und Basisdrucks $(\times)$ des zweiten Körpers bei Variation der Anregefrequenz $St_{a,2}$.

Es kann aber eine Reduzierung des Widerstandes am zweiten Körper um ca. 5% erzielt werden, wenn die Anregefrequenz im Bereich $4 \leq St_{af,2} \leq 7$ liegt. Wie Bild 6.7 (b) zeigt, führt dies zu einer Absenkung des Druckbeiwertes $\overline{c}_{Pf,2}$ an der Front von Körper 2 um ca. 30%, wohingegen die Basisdrücke beider Körper unbeeinflusst bleiben.

Dass durch die Frontanregung im Frequenzbereich $4 \leq St_{af,2} \leq 7$ nicht nur der Widerstand am zweiten Körper sinkt, sondern auch der RMS-Wert des Frontdrucks kleiner wird, beweist die Darstellung in Bild 6.8 (a). Bild 6.8 (b) zeigt anhand der Entwicklung der Spektren der Wanddruckdaten gemessen an Sensorposition 17, dass eine leichte Abschwächung der vom ersten Körper eingebrachten Störungen erzielt wird. Im Frequenzbereich $4 \leq St_{af,2} \leq 7$ sind die Spitzen der Spektren im Bereich Nachlaufinstabilität kleiner.

Der Einfluss der Anregeparameter wurde auch für andere Bereiche der Reynolds-Zahl (bis $Re \leq 70\,000$) untersucht. Es konnte aber nur für $Re = 23\,000$ eine erfolgreiche Strömungsbeeinflussung mit Frontanregung erzielt werden. Es wird vermutet, dass die Strömung an der Front des zweiten Körpers teilweise ablöst und sich eine kleine Ablöseblase bildet. Zukünftige Untersuchungen haben daher das Ziel, den Effekt der Frontanregung detaillierter zu untersuchen.

6.1.3 Phasenregelung

Das Konzept der Phasenregelung wird bereits ausführlich in Abschnitt 5.4.3 behandelt und am 2D stumpfen Körper demonstriert. Hier erfolgt die Übertragung dieser Regelung auf die Tandemkonfiguration. Dabei werden Sensorinformationen des stromab liegenden Körpers für die Regelung genutzt, und der Einfluss der Regelung auf beide Körper untersucht.

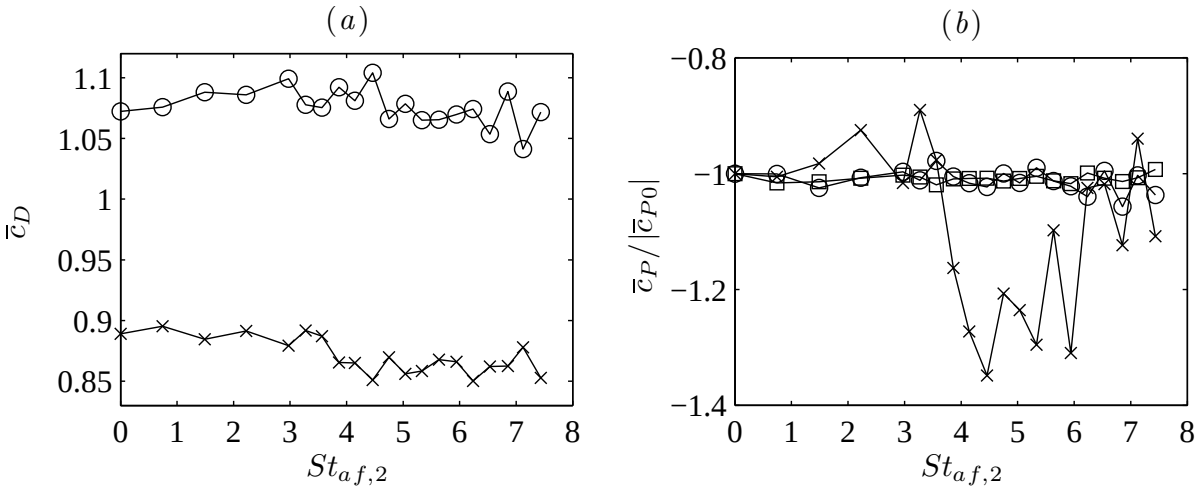

Bild 6.7: Einfluss der Anregefrequenz auf den zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwert von Körper 1 (○) und Körper 2 (×) bei Frontanregung am zweiten Körper in (*a*). Einfluss der Anregefrequenz auf den zeitlich gemittelten Druckbeiwert an der Basis von Körper 1 (○) sowie an der Front (×) und an der Basis (□) von Körper 2 bei Frontanregung am zweiten Körper in (*b*). Alle experimentellen Ergebnisse bei $Re = 23\,000$ und gleichphasiger Anregung mit $c_{\mu f,2} = 0.015$.

Prinzip und Implementierung

Wie Untersuchungen der natürlichen Tandemströmung in Abschnitt 6.1.2 zeigen, sind die wirbelinduzierten Druckschwankungen als Folge der Ablösung am ersten Körper auf der Front des zweiten Körpers gut ausgeprägt. Daher werden Wanddruckdaten an der Sensorposition 17 erfasst, mit einem Hochpass-Filter (erster Ordnung, Eckfrequenz 1 Hz) gefiltert und als Messinformation für die Zustandsschätzung mit dem erweiterten Kalman-Filter verwendet. Eine schematische Darstellung des Prinzips der hier aufgebauten Phasenregelung zeigt Bild 6.9. Die mit Hilfe des EKFs geschätzte Phasenlage $\hat{\psi}$ des Messsignals wird verwendet, um ein um die Phase $\Delta\phi$ verschobenes Anregesignal zu generieren. Dieses Anregesignal wird dann nur auf den oberen Aktuator des ersten Körpers angewendet.

Zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Wanddruckschwankungen $c'_{P,17,2}(t)$ und Rekonstruktion der Zustandsgrößen in Echtzeit mit Hilfe des EKFs dienen die Systemgleichung Gl. (5.16) und die Messgleichung Gl. (5.18). Die Auslegungsparameter für das EKF können Anhang C.5 entnommen werden. Mit dem in Gl. (5.19) definierten Impulsbeiwert erfolgt die Charakterisierung der Anregeintensität. Weitere Details zum Prinzip und zur Implementierung der Phasenregelung sind in Abschnitt 5.4.3 nachzulesen.

Experimentelle Ergebnisse

Die Experimente mit Phasenregelung finden bei $Re = 46\,000$ statt. Es wird zunächst der Einfluss des Phasenwinkels $\Delta\phi$ auf die aktuierte Strömung der Tandemkonfiguration untersucht.

In Bild 6.10 (*a*) sind die zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwerte beider Körper als Funktion von $\Delta\phi$ dargestellt. Bei $\Delta\phi = 90°$ weist der Widerstandsbeiwert des ersten Körpers ein deutliches Minimum auf, und bei $\Delta\phi = 300°$ ist der Widerstandsbeiwert am größten. Der Einfluss von $\Delta\phi$ auf den Widerstandsbeiwert des zweiten Körpers ist vergleichsweise gering. Die maximale Anhebung von $\overline{c}_{D,2}$ bezogen auf den Widerstandsbeiwert im unangeregten Fall beträgt bei $\Delta\phi = 150°$ ca. 4%.

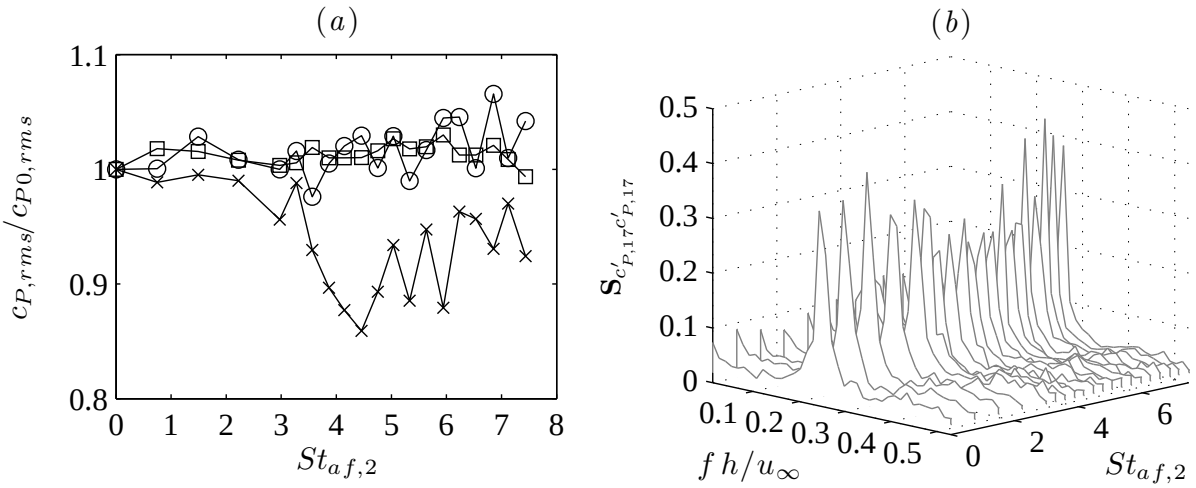

Bild 6.8: (a) Einfluss der Anregefrequenz auf den RMS-Wert des Druckbeiwertes an der Basis von Körper 1 ($\circ$) sowie an der Front ($\times$) und an der Basis ($\square$) von Körper 2 bei Frontanregung am zweiten Körper. (b) Entwicklung des Leistungsdichtespektrums der Wanddruckschwankungen an der Front des zweiten Körpers (Sensor 17) bei Variation der Anregefrequenz. Alle experimentellen Ergebnisse bei Anströmung mit $Re = 23\,000$ und gleichphasiger Anregung mit $c_{\mu f,2} = 0.015$.

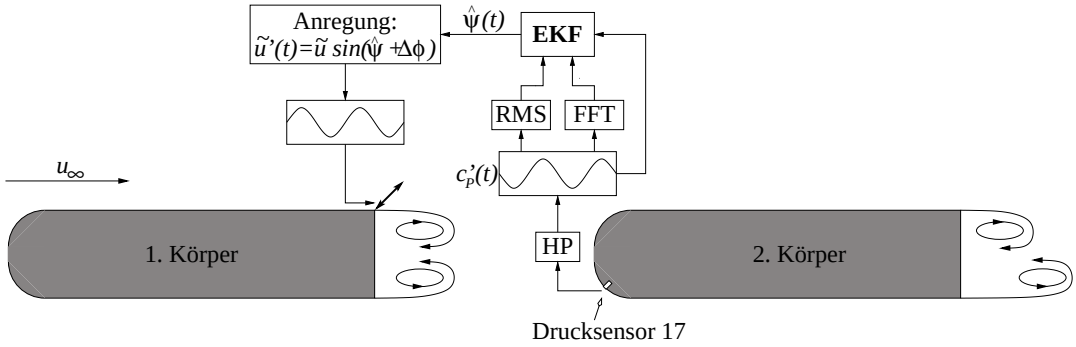

Bild 6.9: Schematische Darstellung der Phasenregelung an der Tandemkonfiguration.

Dass das stationäre Verhalten des Widerstandes von Körper 1 eng mit dessen Basisdruck verknüpft ist, belegt der Verlauf von $\overline{c}_{Pb,1}(\Delta\phi)$ in Bild 6.10 (c). Eine Anhebung des Basisdrucks geht einher mit der Widerstandsreduzierung bei $\Delta\phi = 90°$ bzw. ist als ein gegenläufiger Effekt bei $\Delta\phi = 300°$ zu erkennen. Der Basisdruck des zweiten Körpers wird durch die Phasenregelung kaum beeinflusst, der Druck an der Front zeigt jedoch ein Maximum bei $\Delta\phi = 90°$ und ist somit der Grund für den Widerstandsanstieg am zweiten Körper.

Neben dem Einfluss des Phasenwinkels wird der des Impulsbeiwertes $c^*_{\mu,1}$ untersucht. Dabei erfolgt die Generierung des Anregesignal mit dem oben ermittelten optimalen Phasenversatz $\Delta\phi = 90°$. Wie Bild 6.10 (b) zeigt, existiert ein optimaler Impulsbeiwert bzgl. einer maximalen Widerstandsreduzierung am ersten Körper. Dabei wird bei $c^*_{\mu,1} \approx 0.006$ der Widerstand um ca. 10% reduziert. Der Widerstand des zweiten Körpers reagiert auf große Impulsbeiwerte $c^*_{\mu,1}$ nur wenig und weist einen Sättigungseffekt für $c^*_{\mu,1} > 0.005$ auf.

Der Basisdruck des ersten Körpers korreliert gut mit dessen Widerstandsbeiwert (siehe Bild 6.10 (d)), wohingegen der Basisdruck am zweiten Körper von der Regelung mit verschiedenen Impulsbeiwerten nahezu unbeeinflusst bleibt. Für große Impulsbeiwerte kann bei Anregung mit Phasenversatz $\Delta\phi = 90°$ eine leichte Absenkung des Frontdrucks an Körper 2 beobachtet

werden.

Konnte durch Anwendung der Phasenregelung an der Einzelkonfiguration des 2D stumpfen Körpers (siehe Abschnitt 5.4.3) der Widerstand um ca. 15% reduziert werden, so gelingt hier eine maximale Widerstandsreduzierung von nur ca. 10% am ersten Körper der Tandemkonfiguration. Wie in Abschnitt 5.4.3 gezeigt wird, ist eine Synchronisation der Scherschichtentwicklung nahe der Körperbasis entscheidend für eine Anhebung des Basisdrucks und Reduzierung des Widerstandes. Daher sollte der Phasenwinkel zwischen Anregung an der oberen und Druckschwankungen an der unteren Körperkante des ersten Körpers idealerweise 180° sein. Die Auftragung des zeitlich gemittelten Phasenwinkels zwischen der Anregung und den Druckschwankungen an Sensorposition 4 als Funktion von $\Delta\phi$ in Bild 6.11 (a) zeigt jedoch, dass diese Idealforderung bei der hier vorgestellten Phasenregelung nicht eingehalten werden kann. Die Scherschichtentwicklung kann somit nicht vollständig synchronisiert werden. Daraus folgt, dass die zeitliche Entwicklung der für diese Phasenregelung ausgewerteten Wirbelfußabdrücke an der Front der zweiten Körpers nicht mit der Entwicklung der Scherschichten korreliert. Für eine erfolgreiche Phasenregelung sollten daher Sensorinformationen verwendet werden, die die Entwicklung der Scherschicht nahe der Körperbasis möglichst gut wiedergeben.

Auch wenn die Synchronisation der Scherschichtentwicklung nicht vollständig gelingt, kann die Nachlaufinstabilität bei $St_{vs} = 0.23$ gedämpft werden, wie die Entwicklung des Leistungsdichtespektrums in Bild 6.11 (b) belegt. Bei Rückkopplung mit $\Delta\phi \approx 90°$ sind die Spitzen des Spektrum im Bereich um $St_{vs} = 0.23$ deutlich kleiner, wohingegen bei Anregung mit $\Delta\phi \approx 270°$ die Nachlaufinstabilität angefacht wird.

6.1.4 Berechnung des 2D Druck- und Wirbelfeldes mit Hilfe eines 2D Wirbelmodells

Die sich aufgrund der Ablösung am ersten Körper ausbildende Nachlaufinstabilität beeinflusst stark den zweiten Körper. Dabei treffen großskalige Wirbelstrukturen auf die Front des zweiten Körpers und induzieren starke Druckschwankungen. Um Einfluss auf diese Strukturen nehmen zu können, z. B. durch Aktuation der Strömung an den abgerundeten Anströmkanten des zweiten Körpers, ist eine aktuelle Information über Ort, Geschwindigkeit und Größe der Wirbel erforderlich. Auf eine örtlich hochaufgelöste und zudem aufwändige Messung von Strömungsdaten zur Detektion dieser Wirbel wird bewusst verzichtet. Vielmehr wird eine online-Berechnung von messtechnisch nichtzugänglichen Größen des Wirbelfeldes um den zweiten Körper mit Hilfe eines 2D Wirbelverfahrens vorgeschlagen.

Die Grundidee der Wirbelverfahren ist die Approximation der Wirbelstärkeverteilung eines Strömungsfeldes durch eine Lagrangesche Formulierung mit diskreten, wirbelstärkebehafteten Partikeln. Eine komplette Berechnung des Strömungsfeldes, wie bei einer Euler'schen Betrachtungsweise erforderlich, entfällt. Stattdessen sind zur Berechnung der zeitlichen Entwicklung der Strömung nur noch die Wirbelstärketräger zu verfolgen und mit einer Potentialströmung zu kombinieren. Daher sind Wirbelverfahren eine geeignete Methode zur niederdimensionalen Modellierung und Untersuchung von Wirbelschichten [Pastoor, 2008].

In dieser Arbeit soll nur grob die Grundidee der Wirbelverfahren dargestellt werden. Der Schwerpunkt liegt in erster Linie bei der experimentellen Realisierung dieser Methode. Detaillierte Ausführungen zu Wirbelverfahren im Allgemeinen und speziell zu diesem, auf die Tandemkonfiguration angewendete, 2D Wirbelmodell sind in [Pastoor, 2008] zu finden.

Die vom Wirbelmodell berechneten Größen sind im Einzelnen:

- x- und y-Positionen der einzelnen Wirbelkerne in der zweidimensionalen xy-Ebene um den zweiten Körper,
- Wirbelstärke Ω jedes Wirbels,
- Größe des Kernradiuses jedes Wirbels,
- und zeitlicher Verlauf des statischen Wanddrucks um den zweiten Körper.

Das Wirbelmodell wird als MATLAB® *S-function* in die *Simulink*-Umgebung implementiert. Aufgrund des hohen Rechenaufwands kann der DSP nicht schneller als mit einer Abtastfrequenz von $f_s = 450\,\mathrm{Hz}$ arbeiten, das bei Anströmung mit $Re = 46\,000$ einer dimensionslosen Frequenz von $f_s\, h/u_\infty \approx 3.3$ entspricht. Dadurch werden die großskaligen Strukturen der Strömung um den zweiten Körper, die bei der dominanten Frequenz von $f\, h/u_\infty \approx 0.23$ ausgeprägt sind, zeitlich noch gut genug aufgelöst.

Die Aktualisierung des Wirbelmodells zur Korrektur der Phasenlage der Wirbel wird in festen zeitlichen Abständen von drei konvektiven Zeiteinheiten durchgeführt. Dabei werden die Phasenlagen der Wirbelfußabdrücke an unterer und oberer Körperhinterkante des ersten Körpers (Sensor Nr. 4 und Nr. 6) durch ein erweitertes Kalman-Filter (siehe dazu Abschnitt 2.3 und Abschnitt 5.4.3) geschätzt. Das Wirbelmodell übernimmt die geschätzten Größen und korrigiert entsprechend die zeitliche Entwicklung des Wirbelfeldes. Besonders zu erwähnen ist, dass außer diesen beiden Sensorinformationen, keine weiteren Messdaten erforderlich sind, um das Wirbelmodell zu aktualisieren.

Ergebnisse aus dem Experiment bei Anströmung mit $Re = 46\,000$ sind in Bild 6.12 aufgetragen. Das Teilbild (a) zeigt das 2D Wirbelfeld um den zweiten Körper. Stromab des ersten Körpers ist die typische Anordnung der Wirbel als von Kármánsche Wirbelstraße zu sehen, bevor die Wirbel auf die Anströmkante des zweiten Körpers treffen und dicht entlang der oberen und unteren Körperkontur abschwimmen. In den Teilbildern (b-c) sind u. a. die durch das EKF geschätzten Verläufe der Phasenlagen der Wanddruckschwankungen an den Hinterkanten des ersten Körpers aufgetragen. Es ist gut zu erkennen, dass zu jeder dritten konvektiven Zeiteinheit eine Korrektur der Phasenlagen des Wirbelmodells erfolgt. Die Teilbilder (d-g) in Bild 6.12 zeigen einen Vergleich zwischen am zweiten Körper gemessenen und vom Wirbelmodell berechneten Wanddruckschwankungen. Besonders die für eine spätere Frontanregung am zweiten Körper relevanten Phasenlagen der Wanddruckschwankungen zeigen gute Übereinstimmung, wohingegen die Amplituden weniger präzise wiedergegeben werden.

Insgesamt beweist sich der Einsatz eines 2D Wirbelmodells als besonders hilfreich, wenn sehr wenig Messinformationen zur Bestimmung von relevanten Strömungsgrößen zur Verfügung stehen und die Beschreibung der Strömungsphysik durch z. B. empirische, black-box basierende Ansätze nicht hinreichend genau ist. Dem großen Nutzen bei der echtzeitfähigen Bestimmung strömungsmechanischer Größen eines 2D Druck- und Wirbelfeldes steht aber der hohe Aufwand bei der Implementierung gegenüber.

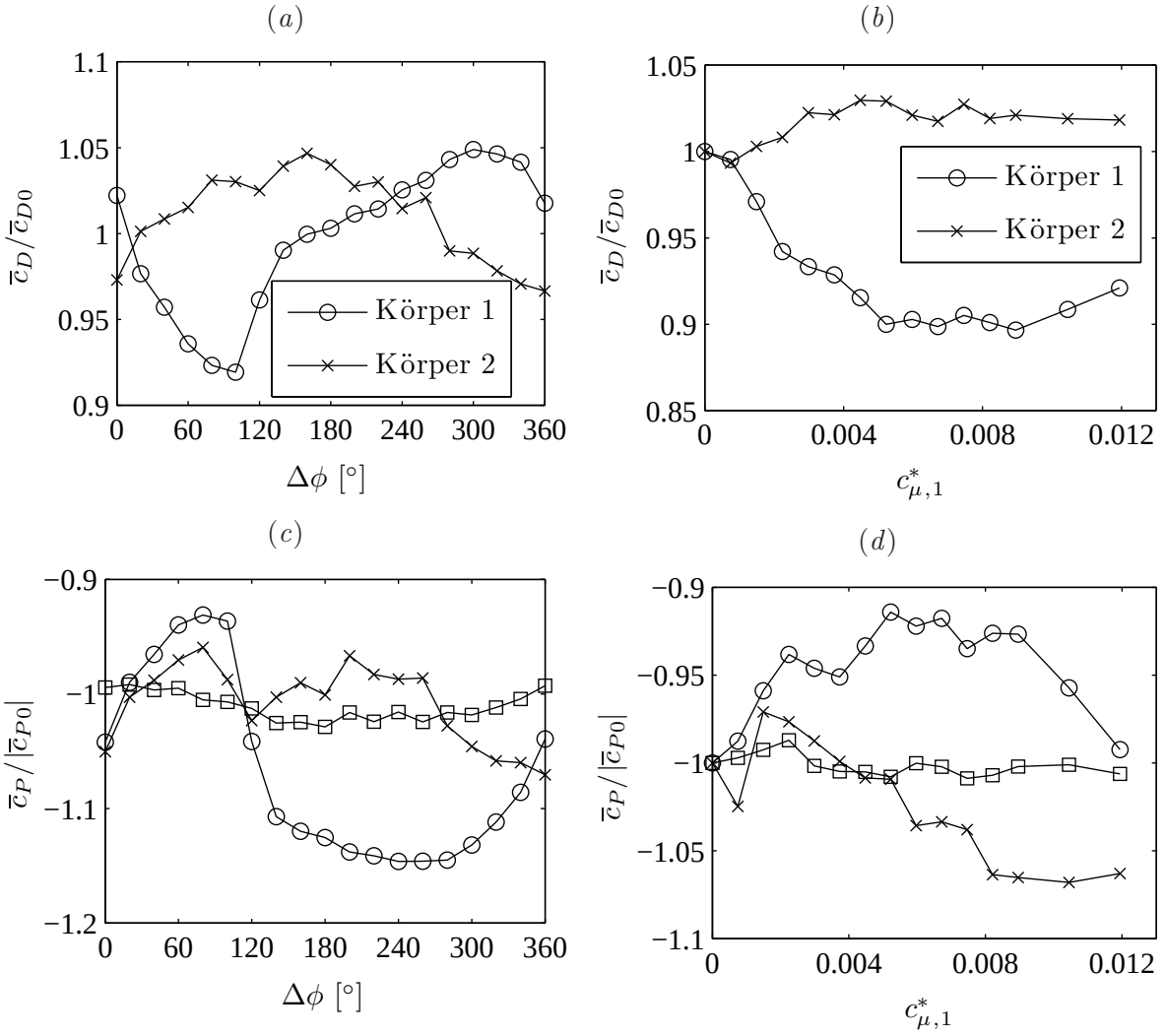

Bild 6.10: Experimentelle Ergebnisse der Phasenregelung zur Untersuchung des Einflusses des Phasenwinkels und des Impulsbeiwertes bei Anströmung mit $Re = 46\,000$.
(a) Einflusses des Phasenwinkels $\Delta\phi$ auf die zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwerte der Tandemkonfiguration bei konstantem Impulsbeiwert $c^*_{\mu,1} = 0.004$.
(b) Zeitlich gemittelte Widerstandsbeiwerte als Funktionen des Impulsbeiwertes bei konstantem Phasenwinkel $\Delta\phi = 90°$.
(c) Zeitlich gemittelte Druckbeiwerte an der Basis des ersten Körpers ($\circ$) sowie an der Front- ($\times$) und der Basis ($\square$) von Körper 2 als Funktionen von $\Delta\phi$. $c^*_{\mu,1} = 0.004$.
(d) Zeitlich gemittelte Druckbeiwerte an der Basis des ersten Körpers ($\circ$) sowie an der Front- ($\times$) und der Basis ($\square$) von Körper 2 als Funktionen von $c^*_{\mu,1}$. Der Phasenwinkel ist konstant bei $\Delta\phi = 90°$.

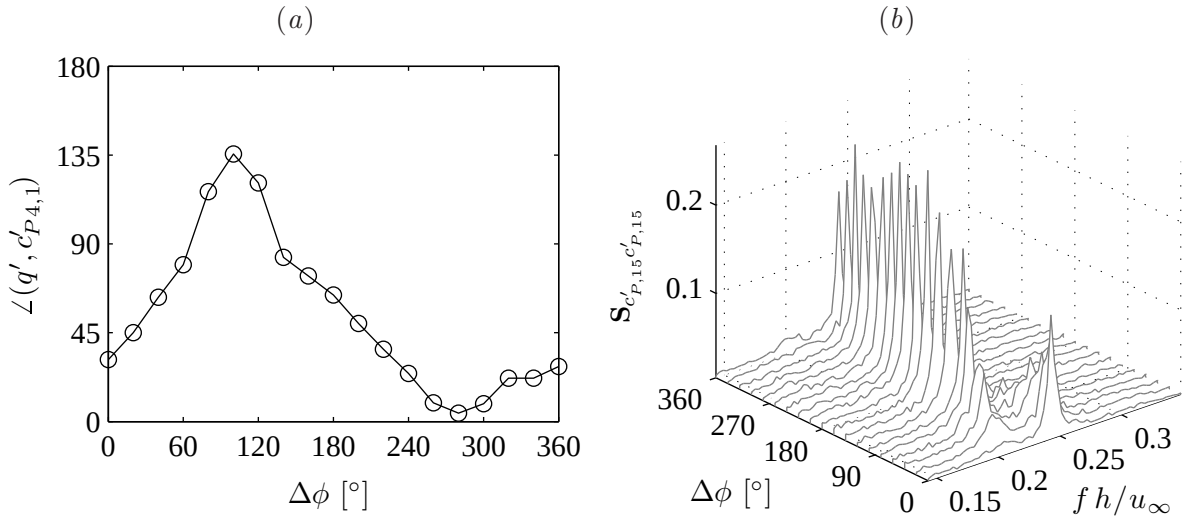

Bild 6.11: (a) Phasenwinkel zwischen Anregung und Wanddruckschwankungen an der unteren Hinterkante von Körper 1 (Sensor 4) als Funktion von $\Delta\phi$. (b) Entwicklung des Leistungsdichtespektrums der Wanddruckschwankungen an der Front des zweiten Körpers (Sensor 15) bei Variation des Phasenwinkels $\Delta\phi$. Alle Experimente bei $Re = 46\,000$. Die Anregung erfolgt nur an der oberen Hinterkante von Körper 1 mit $c^*_{\mu,1} = 0.004$.

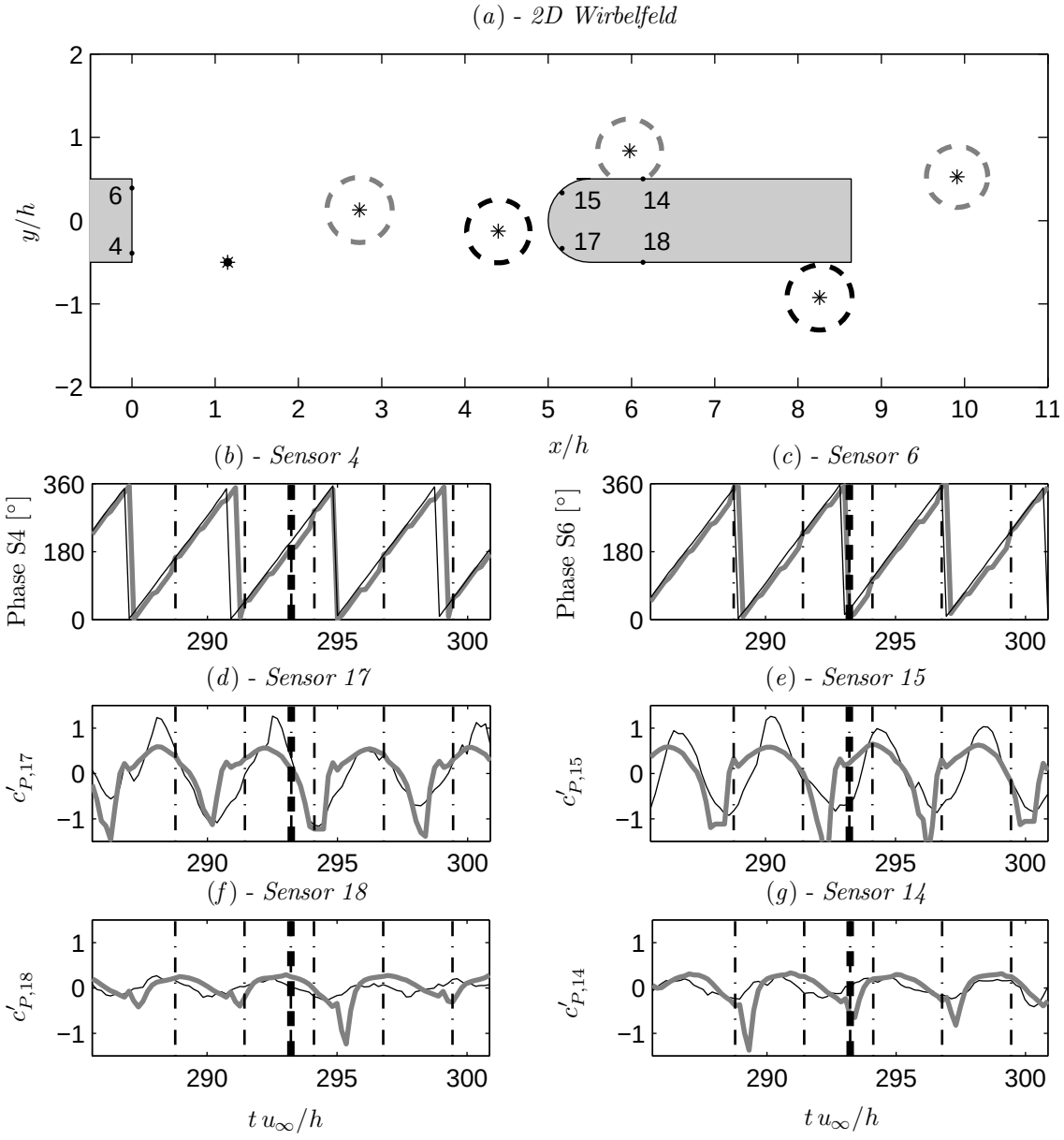

Bild 6.12: Echtzeitberechnung des 2D Druck- und Wirbelfeldes der natürlichen Strömung um den zweiten stumpfen Körper durch ein 2D Wirbelmodell im Experiment bei $Re = 46\,000$. (*a*) Rekonstruktion des 2D Wirbelfeldes aus online berechneten Daten mit den Positionen der Wirbelkerne ($*$) und den Wirbelradien ((- -) Rotation im Uhrzeigersinn, (▬ ▬) Rotation gegen Uhrzeigersinn). (*b*, *c*) Zeitlicher Verlauf der durch ein EKF aus Wanddruckschwankungen an den Sensorpositionen 4 und 6 geschätzten Phaseninformationen (—) zur Aktualisierung des Wirbelmodells, sowie zeitlicher Verlauf der berechneten Phasenlagen des Wirbelmodells (▬). Der aktuelle Zeitpunkt ist durch (▬ ▬) und die Zeitpunkte der Aktualisierung sind durch (– · –) gekennzeichnet. In (*d*–*g*) ist ein Vergleich der durch das Wirbelmodell berechneten (▬) mit gemessenen (—) Wanddruckschwankungen für die Sensorpositionen 17, 15, 18 und 14 zu sehen.

6.2 Ahmed Körper

Die wichtigste Zielgröße bei der aerodynamischen Gestaltung von Automobilen ist der Luftwiderstand. Bei Fahrzeugen dominiert bei hohen Fahrgeschwindigkeiten der Druckanteil den aerodynamischen Gesamtwiderstand. Dabei gilt Strömungsablösung als eine der Hauptursache für den hohen Druckanteil. Deshalb stellt die günstige Beeinflussung der Ablösung ein Hauptanliegen der Fahrzeugaerodynamik dar. Zur Untersuchung der Strömung von Kraftfahrzeugen wird häufig das in [Ahmed *et al.*, 1984] vorgeschlagene generische Fahrzeugmodell des Ahmed Körpers verwendet. In dieser Arbeit wird diese Konfiguration herangezogen, da die Ablöseprozesse komplex sind und der Ahmed Körper als eine Erweiterung zum 2D stumpfen Körper angesehen werden kann. Zudem stellt die Geometrie des Modells eine praxisrelevante Vorstufe zum realen Kraftfahrzeug dar. Als Beispiele für numerische Untersuchungen der Strömung um den Ahmed Körper seien [Franck & D'Elía, 2004], [Kapadia *et al.*, 2003] und [Krajnović & Davidson, 2004] aufgeführt. In [Lienhart *et al.*, 2002] und [Spohn & Gilliéron, 2002] sind experimentelle Ergebnisse aus Untersuchungen der Grundströmung zu finden.

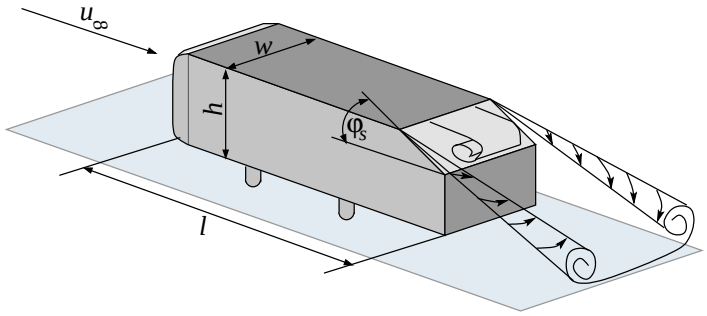

Bild 6.13: Skizze des Ahmed Körpers mit Wirbelstrukturen am Heck.

Eine Skizze der Ahmed Körper Konfiguration zeigt Bild 6.13. Das Strömungsfeld dieser 3D Strömungskonfiguration ist durch hochgradig dreidimensionale Strukturen gekennzeichnet, deren Ausprägungen stark vom Heckrampenwinkel φ_s abhängig sind, wie Untersuchungen in [Ahmed *et al.*, 1984] und [Lienhart *et al.*, 2002] zeigen. Schon bei kleinen Abschrägungen der Heckfläche beginnt sich an beiden schrägen seitlichen Hinterkanten ein einwärts drehendes Wirbelpaar aufzurollen, das in Strömungsrichtung abfließt (siehe auch Bild 6.13). Die Intensität der Randwirbel nimmt mit steigendem φ_s zu, woraufhin der auf der Schräge induzierte Unterdruck wächst und der Widerstand zunimmt. Ist $\varphi_s \geq 30°$ platzen die Randwirbel auf und der Ort der Ablösung wandert von der Unterkante der Schräge zur oberen Hinterkante. Der Nachlauf wird dann primär von spannweitigen Wirbelstrukturen dominiert, und es stellt sich ein aerodynamischer Widerstand ein, der ähnlich dem bei $\varphi_s = 0°$ ist.

Neben einer Vielzahl von passiven Beeinflussungsmaßnahmen (siehe dazu [Hucho, 2002]) werden zur Reduzierung des aerodynamischen Widerstandes zunehmend aktive Methoden untersucht. Als Beispiele für numerische Simulationsstudien mit aktiver Strömungsbeeinflussung am Ahmed Körper seien [Guilmineau & Duvigneau, 2005], [Roumeas *et al.*, 2005] und [Leclerc *et al.*, 2006] genannt. Experimentelle Ergebnisse zur aktiven Widerstandsreduzierung sind z. B. in [Brunn & Nitsche, 2005] aufgeführt. Vergleiche zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen werden in [Brunn *et al.*, 2007] präsentiert.

Ziel der hier dargestellten Arbeiten ist der Einsatz von regelungstechnischen Methoden zur Widerstandsreduzierung am Ahmed Körper durch aktive Strömungsbeeinflussung. Dabei sollen die an der rückwärts gewandten Stufe und am 2D stumpfen Körper entwickelten Ansätze

übertragen und im Experiment getestet werden. Es sei nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, dass hierbei nur das E/A-Verhalten im Sinne eines black-box Prozesses untersucht wird. Detaillierte strömungsmechanische Untersuchungen sind in Brunn *et al.* [2007] zu finden, dessen Versuchsstand hier verwendet wird, bzw. sind Gegenstand aktuell durchgeführter Arbeiten. Des Weiteren werden lediglich erste regelungstechnische Vorarbeiten gezeigt, die in weiteren Arbeiten am Ahmed Körper ausgebaut und erweitert werden sollen.

In Abschnitt 6.2.1 erfolgt zunächst eine Beschreibung des experimentellen Versuchsaufbaus. Der Einsatz eines Slope-Seeking-Reglers zur energieeffizienten Reduzierung des Widerstandes ist in Abschnitt 6.2.2 dokumentiert. Ein Extremwert-Regler wird in Abschnitt 6.2.3 eingesetzt, um optimale Anregeparameter automatisch aufzusuchen. Anschließend erfolgen Parameterstudien der Anregung zur Verifikation der durch den Extremwert-Regler gefundenen Ergebnisse. Abschließend werden darauf basierend Empfehlungen für optimale Anregeparameter gegeben.

6.2.1 Experimenteller Aufbau

Die Experimente finden in der Versuchshalle des Institutes für Luft- und Raumfahrt (ILR) der TU Berlin an einem geschlossenen Windkanal Göttinger Bauart statt. Die auf die Höhe des Ahmed Körpers bezogene Reynolds-Zahl liegt im Bereich $96\,000 \leq Re \leq 125\,000$. Das entspricht Anströmgeschwindigkeiten im Bereich $20\,\mathrm{m\,s^{-1}} \leq u_\infty \leq 26\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Die Geometrie des Windkanalmodells entspricht der in [Ahmed *et al.*, 1984] eingeführten generischen Kraftfahrzeugkonfiguration im Maßstab 1:4, mit einer Länge $l = 261\,\mathrm{mm}$, einer Höhe $h = 72\,\mathrm{mm}$ und einer Breite $w = 97\,\mathrm{mm}$ (siehe auch Bild 6.13). Der Heckrampenwinkel beträgt $\varphi_s = 25°$.

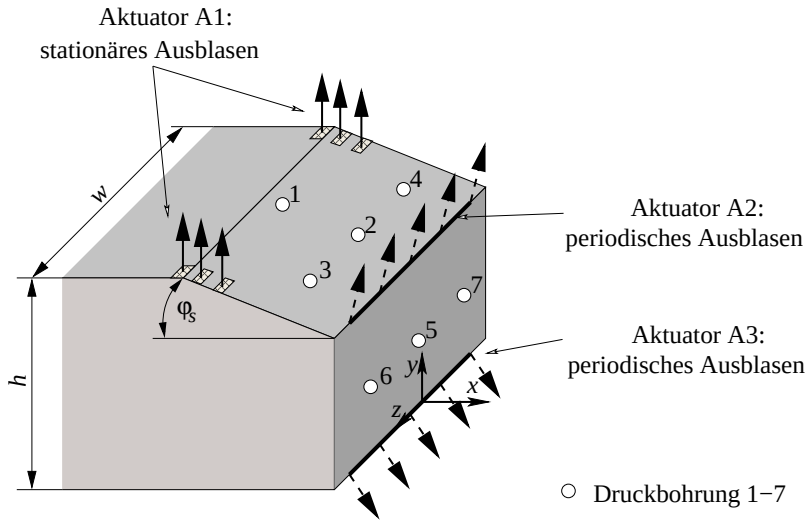

Bild 6.14: Heck des Ahmed Körpers mit Aktorik und Sensorik.

Eine schematische Skizze des Ahmed Körper Hecks mit den Positionen der Aktuatoren und der Druckbohrungen ist in Bild 6.14 zu sehen. Es werden drei Aktuatoren verwendet. Mit Aktuator A1 wird in einem Winkel von 90° zur Hauptströmrichtung an den oberen Ecken des Hecks stationär ausgeblasen. Der Ausblasvolumenstrom $\dot{v}_a$ ist über ein Ventil (*FESTO MPPES-3-1/4-6-010*) im Bereich von 0 bis $270\,\mathrm{l\,min^{-1}}$ einstellbar. Mit den Aktuatoren A2 und A3 wird periodisch über spannweitig verteilte Schlitze an der mittleren bzw. unteren Hinterkante im Winkel von 45° zur Anströmrichtung ausgeblasen. Schnell schaltende Magnetventile

Tabelle 6.2: Positionen der Druckbohrungen am Heck des Ahmed Körpers (siehe auch Bild 6.14).

Sensor	x [mm]	y [mm]	z [mm]	x/l	y/h	z/w
1	-38	67	0	-0.145	0.931	0.0
2	-23	57	0	-0.088	0.792	0.0
3	-23	57	-33	-0.088	0.792	-0.340
4	-23	57	33	-0.088	0.792	0.340
5	0	29	0	0.0	0.403	0.0
6	0	29	-33	0.0	0.403	-0.340
7	0	29	33	0.0	0.403	0.340

(*FESTO MHE2-MS1H-3/2G-QS-4-K*) erzeugen ein pulsierendes Anregesignal bis zu einer Frequenz von 170 Hz. Die Pulsweite des Anregesignal beträgt 50%. Die Magnetventile werden über ein Hauptventil mit Druckluft versorgt, an dem eine Spannung von 5 V anliegt. Alle Aktuatorventile werden über die zentrale Druckluftversorgung der Versuchshalle gespeist, die mit einem Vordruck von ca. 6 bar betrieben wird.

Zur Bestimmung des Wanddrucks am Heck sind sieben Wanddruckbohrungen vorgesehen (siehe Bild 6.14). Die exakten Positionen der Bohrungen, sind Tabelle 6.2 zu entnehmen. Die Druckbohrungen sind jeweils über dünne Silikonschläuche mit elektromechanischen Differenzdrucksensoren (*PascaLine*, Typ *PCLA02X5D1*) verbunden, mit denen die Bestimmung der Druckdifferenz $p_i - p_{stat}$ erfolgt. Der Druck p_i repräsentiert den statischen Druck an der Messstelle und p_{stat} den statischen Druck, der am Messstreckeneingang mittels eines Prandtl-Rohrs erfasst wird. Aus der Druckdifferenz wird für jede Messposition der dimensionslose Druckbeiwert $c_{P,i}$ gemäß Gl. (5.3) bestimmt. Zur Charakterisierung der Strömung und als Ersatzregelgrößen dienen der Heckdruck

$$c_{Ps} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_{P,i} \qquad \text{mit } n = 7 \tag{6.3}$$

und der Basisdruck

$$c_{Pb} = \frac{1}{n}\sum_{i=5}^{7} c_{P,i} \qquad \text{mit } n = 3 \quad . \tag{6.4}$$

Zur Kraftmessung und der daraus resultierenden Bestimmung des aerodynamischen Widerstandsbeiwertes c_D laut Gl. (5.5) kommt eine Einkomponentenwaage von *HBM* (Typ *KD 45*) zum Einsatz.

Für die Datenerfassung und Umsetzung der Regelungen wird der DSP der Firma *dSpace*® (Typ *DS1005 PPC*) zusammen mit der *dSpace*®-Software *ControlDesk* verwendet (Details siehe Abschnitt 5.2.3). Die Abtastfrequenz beträgt bei Datenerfassung und Regelung stets $f_s = 1\,\text{kHz}$.

6.2.2 Slope-Seeking-Regelung zur Reduzierung des Widerstandes

Voruntersuchungen am Ahmed Körper mit Heckrampenwinkel $\varphi_s = 25°$ bei $Re = 140\,000$ in [Brunn *et al.*, 2007] zeigen, dass sich die Randwirbel durch stationäres Ausblasen mit Aktuator A1 beeinflussen lassen. Bei geeigneter Anregeintensität können die Randwirbel zum Aufplatzen gebrachten werden, wodurch aber das Ablösegebiet auf der Heckrampe im zeitlichen Mittel

größer wird. Auch wenn der aerodynamische Widerstand nur geringfügig verringert werden kann, zeigen PIV-Aufnahmen einen deutlichen Eingriff in die Struktur der abgelösten Strömung.

Dass der aerodynamische Widerstand und der Basisdruck im zeitlichen Mittel gut korrelieren konnte ebenfalls in [Brunn *et al.*, 2007] gezeigt werden. Daher wird $c_{Pb}(t)$ als Regelgröße $\boldsymbol{y}(t)$ verwendet. In Bild 6.15 (a) ist der zeitlich gemittelte Basisdruck als Funktion des Ausblasvolumenstromes bei $Re = 96\,000$ aufgetragen. Dieses stationäre Kennfeld $\bar{c}_{Pb} = \boldsymbol{f}(\dot{v}_a)$ weist im Bereich $0\,\mathrm{l\,min^{-1}} \leq \dot{v}_a \leq 170\,\mathrm{l\,min^{-1}}$ einen näherungsweise linearen Anstieg auf. Für Ausblasvolumenströme größer $170\,\mathrm{l\,min^{-1}}$ ist jedoch ein Sättigungseffekt bzgl. des maximal erreichbaren Druckanstieges erkennbar, und das Kennfeld besitzt ein Plateau.

Ziel einer adaptiven Regelungen mit einem Slope-Seeking-Regler (siehe Abschnitt 2.5.1) ist es, den optimalen Ausblasvolumenstrom, bei dem der Basisdruck maximal ist, im Experiment automatisch aufzusuchen. Der Slope-Seeking-Regler bietet sich zum Aufsuchen des optimalen Betriebspunktes an, weil dieser durch einen kleinen Anstieg $d\bar{c}_{Pb}/d\dot{v}_a$ charakterisiert wird (siehe Bild 6.15 (a)). Somit ist $\dot{v}_a(t)$ im regelungstechnischen Sinn die Stell- bzw. Eingangsgröße $\boldsymbol{u}(t)$.

Tabelle 6.3: Parameter des Slope-Seeking-Reglers zum automatischen Auffinden des optimalen Ausblasvolumenstromes bei stationärem Ausblasen mit Aktuator A1 für Anströmung mit $Re = 96\,000$.

Parameter	**Symbol**	**Wert**
Frequenz der Perturbation	$\boldsymbol{\omega}_{sin}$ $f\,h/u_\infty$	$\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 1.8×10^{-3}
Amplitude der Perturbation	$\boldsymbol{a}$	$15\,\mathrm{l\,min^{-1}}$
Referenzanstieg	$\boldsymbol{f}'_{ref} = d\bar{c}_{Pb}/d\dot{v}_a$	$1 \times 10^{-3}\,\mathrm{min\,l^{-1}}$
Grenzfrequenz des BP	$\boldsymbol{\omega}_{BP}$ $f\,h/u_\infty$	$\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 1.8×10^{-3}
Grenzfrequenz des LP	$\boldsymbol{\omega}_{LP}$ $f\,h/u_\infty$	$1.5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ 9×10^{-4}
Verstärkung	$\boldsymbol{k}$	$25\,\mathrm{l\,min^{-1}}$

Die Implementierung des Slope-Seeking-Reglers erfolgt wie in Abschnitt 2.5.1 beschrieben, nur wird der Hochpass-Filter um ein Tiefpass- zu einem Bandpass-Filter (siehe auch Gl. (5.14)) erweitert. Die zwei Grenzfrequenzen des Bandpass-Filters $\boldsymbol{\omega}_{BP}$ sind gleich groß. Alle übrigen Parameter des Slope-Seeking-Reglers können Tabelle 6.3 entnommen werden.

In Bild 6.15 $(b$–$d)$ sind Ergebnisse aus dem experimentellen Einsatz des Slope-Seeking-Reglers bei $Re = 96\,000$ zu sehen. Wie das Teilbild (b) zeigt, startet der Regler die Suche nach dem optimalen Ausblasvolumenstrom bei $\boldsymbol{u}_0 = \dot{v}_a = 0\,\mathrm{l\,min^{-1}}$. Der Ausblasvolumenstrom wird anschließend kontinuierlich erhöht, was zum Anstieg des Basisdrucks führt (siehe Teilbild (c)). Nach $t\,u_\infty/h = 10\,000$ ist der optimale Ausblasvolumenstrom von ca. $\dot{v}_a = 170\,\mathrm{l\,min^{-1}}$ gefunden, und gemäß dem stationären Kennfeld kann der Basisdruck um ca. 15% angehoben werden. Dass dadurch eine Widerstandsreduzierung von ca. 5% resultiert, zeigt der zeitliche Verlauf von $c_D(t)$ im Teilbild (d).

6.2.3 Einsatz eines Extremwert-Reglers zum Auffinden optimaler Anregeparameter

Aufgrund der verwendeten drei Aktuatoren ergeben sich viele Möglichkeiten, die Anregeparameter miteinander zu kombinieren. Eine ausführliche strömungsmechanische Untersuchung aller dieser Kombinationen erfordert viel Zeit. Der Einsatz des Extremwert-Reglers (siehe Ab-

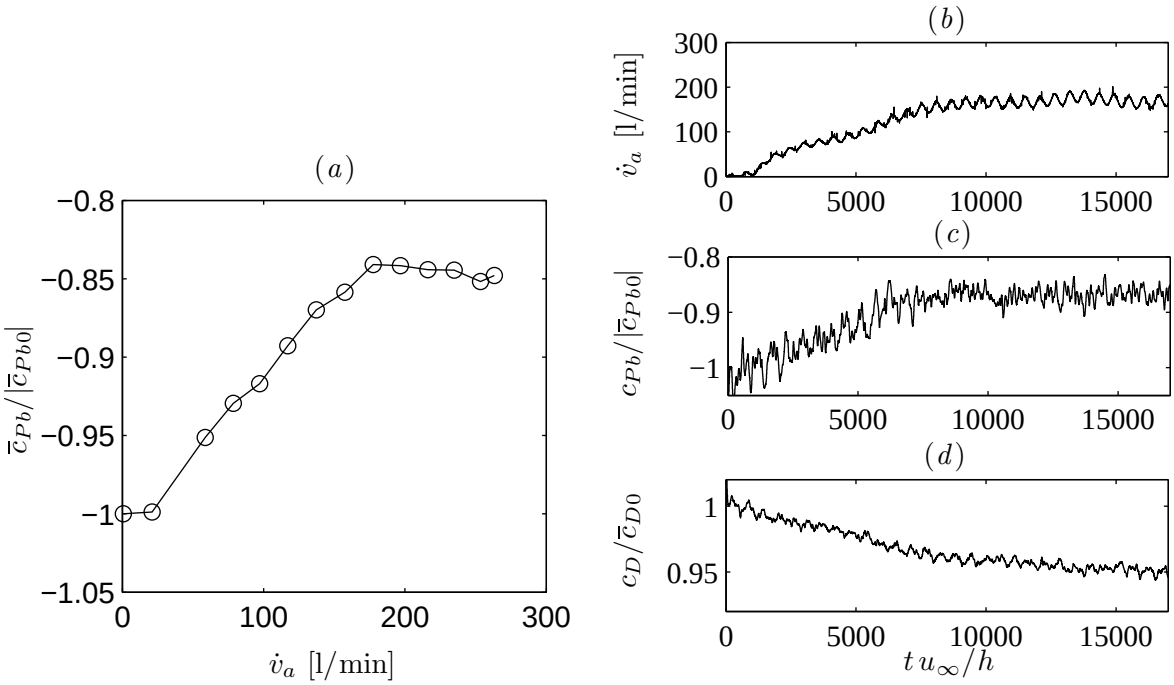

Bild 6.15: Stationäres Kennfeld des normierten Basisdrucks als Funktion des Ausblasvolumenstromes für Anströmung mit $Re = 96\,000$ in (a). Experimenteller Einsatz des Slope-Seeking-Reglers zum Auffinden des optimalen Ausblasvolumenstromes (b) zur maximalen Anhebung des Basisdrucks (c) und Widerstandsreduzierung von ca. 5% (d).

schnitt 2.5) soll helfen, optimale Anregeparameter im Sinne einer maximalen Widerstandsreduzierung automatisch zu bestimmen. Der Vorteil liegt darin, dass eine komplette, zeitaufwändige Vermessung von Kennfeldern entfällt. Durch den Aufbau als Mehrgrößenregelung ist es des Weiteren möglich, mehrere optimale Anregeparameter gleichzeitig zu bestimmen.

Bild 6.16 zeigt exemplarisch die Anwendung des Extremwert-Reglers mit dem Ziel, die optimale Anregefrequenz St_a der gleichphasigen und periodischen Anregung mit den Aktuatoren A2 und A3 einzustellen, und gleichzeitig die optimale Ausblasamplitude des stationären Ausblasens des Aktuator A1 zu bestimmen. Hierzu wird der Extremwert-Regler als DISO-System (Double-Input Single-Output) aufgebaut, mit dem in Gl. (6.3) definierten, örtlich gemittelten Wanddruck am Heck als Ausgangs- bzw. zu maximierende Regelgröße $\boldsymbol{y}(t)$. Um eine gegenseitige Beeinflussung der beiden Teilregelkreise zu verhindern, werden diese unterschiedlich schnell ausgelegt und somit dynamisch entkoppelt. Die Perturbation der Anregefrequenz St_a erfolgt mit $\boldsymbol{\omega}_{sin} = \pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ und die Perturbationsfrequenz der Ausblasamplitude $\tilde{u}_a$ ist $\boldsymbol{\omega}_{sin} = 0.5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Die Parameter der Filter des Extremwert-Reglers werden entsprechend angepasst.

Den experimentellen Daten in Bild 6.16 ist zu entnehmen, dass der Extremwert-Regler als optimale Anregefrequenz eine Strouhal-Zahl von $St_a \approx 0.45$ ermittelt und als optimale Ausblasamplitude ca. 1 V einstellt. Diese Parameterkombination führt zu einer Anhebung des Drucks am Heck des Ahmed Körpers sowie zu einer leichten Widerstandsreduzierung.

In weiteren Experimenten wird untersucht, inwieweit die Extremwert-Suche nach der optimalen Anregefrequenz der Aktuatoren A2 und A3 vom Einschaltzeitpunkt des stationären Ausblasens mit Aktuator A1 beeinflusst wird. Dazu wird der Regler als SISO-System aufgebaut, mit dem Eingangssignal $\boldsymbol{u}(t) = St_a(t)$ und dem Ausgang $\boldsymbol{y}(t) = c_{Ps}(t)$. Den zeitlichen Verläufen in Bild 6.17 *links* ist zu entnehmen, dass ein Einschalten der oberen Anregung mit

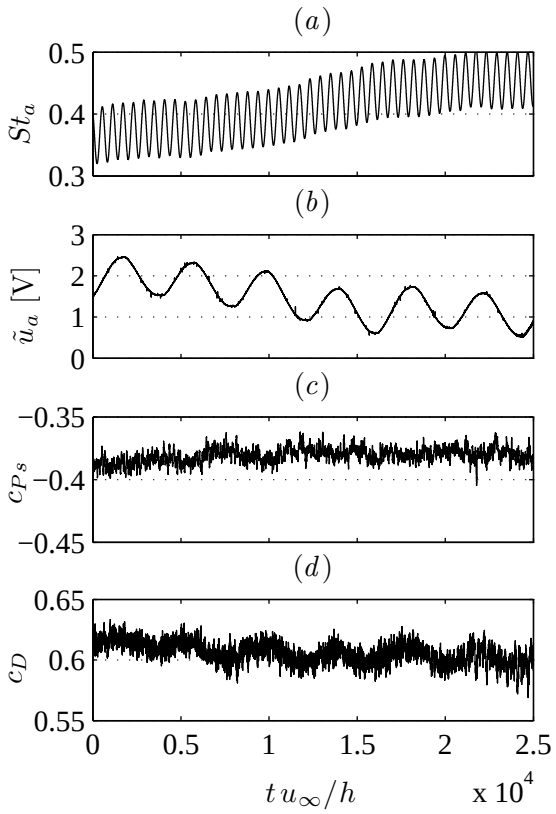

Bild 6.16: Gleichzeitiges Auffinden der optimalen Anregefrequenz für die periodische Aktuation (A2 und A3) und optimaler Anregeamplitude des stationären Ausblasens durch den Mehrgrößen-Extremwert-Regler bei $Re = 110\,000$. (a) Zeitlicher Verlauf der dimensionslosen Anregefrequenz des mittleren und unteren Schlitzaktuators (A2 und A3). (b) Verlauf der Anregeamplitude des stationären Ausblasens mit Aktuator A1. (c) Verlauf des örtlich gemittelten Wanddrucks bzw. der Regelgröße. Zeitlicher Verlauf des Widerstandsbeiwertes in (d).

Aktuator A1 zum Zeitpunkt $t\,u_\infty/h = 3\,300$ zunächst zu einer deutlichen Reduzierung des Widerstandes führt bei gleichzeitiger Anhebung des Drucks am Heck. Das Zuschalten der periodischen und gleichphasigen Anregung (Aktuator A2 und A3) mit gleichzeitigem Beginn der Extremwertsuche zum Zeitpunkt $t\,u_\infty/h = 1.1 \times 10^4$ führt zu einer weiteren Absenkung des Widerstandes. Eine optimale Anregefrequenz wird bei $St_a \approx 0.45$ gefunden. Wird hingegen, wie Bild 6.17 *rechts* zeigt, das stationäre Ausblasen erst nach dem periodischen Anregen zugeschaltet ($t\,u_\infty/h = 1.1 \times 10^4$), sucht der Extremwert-Regler anfänglich in Richtung kleinerer Frequenzen. Erst nach Einschalten des stationären Ausblasens findet der Extremwert-Regler ein Optimum bei $St_a \approx 0.45$.

Parameterstudien der Anregung

Die durch den Extremwert-Regler gefundenen Ergebnisse sollen durch ausgewählte Parametervariationen überprüft werden. Die hier angegebenen Widerstandsbeiwerte sind korrigiert, d. h. der durch das Ausblasen erzeugte Schub wird nachträglich ohne Anströmung bei $u_\infty = 0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ vermessen und entsprechend berücksichtigt.

Es soll der Einfluss der Anregefrequenz der Aktuatoren A2 und A3 mit und ohne stationäres Ausblasen untersucht werden. Die Anregung mit den Aktuatoren A2 und A3 erfolgt gleichpha-

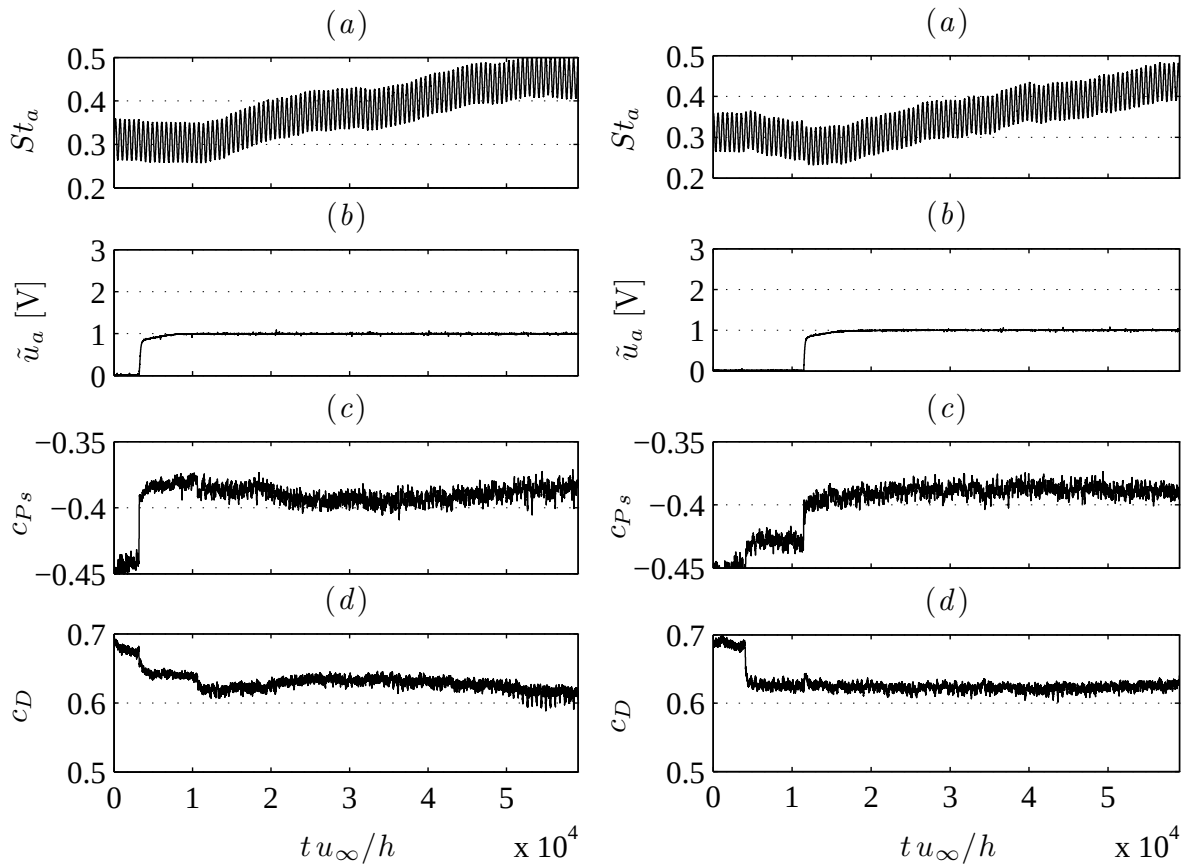

Bild 6.17: Automatisches Auffinden der optimalen Anregefrequenz der Aktuatoren A2 und A3 durch den Extremwert-Regler (a) bei unterschiedlichen Einschaltzeitpunkten des stationären Ausblasens mit Aktuator A1 (b). Zeitlicher Verlauf des örtlich gemittelten Wanddrucks am Heck in (c), sowie der zeitliche Verlauf des Widerstandsbeiwertes in (d). Die Reynolds-Zahl beträgt $Re = 110\,000$. *Links:* Das stationäre Ausblasen mit A1 wird bei $t\,u_\infty/h = 0.3 \times 10^4$ zugeschaltet. *Rechts:* Anschalten der periodischen Anregung und Extremwert-Suche mit A2 und A3 bei $t\,u_\infty/h \approx 0.5 \times 10^4$. Einschalten des stationären Ausblasens bei $t\,u_\infty/h \approx 1.1 \times 10^4$.

sig. Bei der Variation der Frequenz in Fällen mit stationärem Ausblasen, wird der Aktuator A1 stets vor den Aktuatoren A2 und A3 eingeschaltet.

Bild 6.18 $(a,\ b)$ zeigt die normierten Verläufe des Widerstandsbeiwertes bzw. des örtlich gemittelten Druckbeiwertes für verschiedene Anregefrequenzen der Aktuatoren A2 und A3. Für periodisches Anregen ohne stationäres Ausblasen ist die optimale Anregefrequenz ca. $St_a = 0.33$. Für die Fälle mit stationärem Ausblasen liegt die optimale Anregefrequenz bei $St_a \approx 0.43$. Bei Verwendung einer Ausblasamplitude $\tilde{u}_a = 1\,\mathrm{V}$ lässt sich dabei der Widerstandsbeiwert um ca. 13% reduzieren und der örtlich gemittelte Druck steigt um ca. 16%. Bei Ausblasen mit $\tilde{u}_a = 2\,\mathrm{V}$ tritt bei $St_a = 0.4$ eine deutliche Druckminderung auf, die Gründe hierfür sind noch unklar.

Bild 6.19 zeigt die örtliche Verteilung des Wanddrucks im Mittelschnitt $(z = 0)$ für den unangeregten Fall und für verschiedene Ausblasamplituden des Aktuators A1 bei gleichphasiger Anregung mit optimaler Frequenz $St_a = 0.43$ der Aktuatoren A2 und A3. Bei Anregung ohne stationäres Ausblasen ist eine Druckanhebung am gesamten Heck, besonders aber im oberen Rampenbereich zu beobachten. Durch Verwendung des Aktuators A1 kann der Druck im unteren Bereich der Rampe deutlich angehoben werden, wohingegen im oberen Abschnitt der

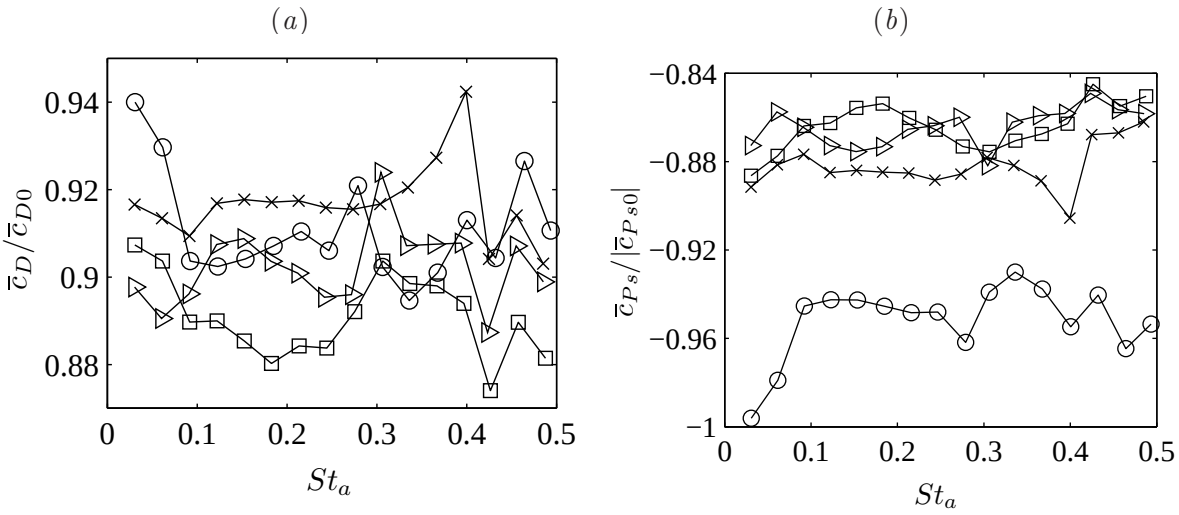

Bild 6.18: (a) Relative Änderung des zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwertes als Funktion der Anregefrequenz ohne stationäres Ausblasen ($\circ$) und für verschiedene Ausblasamplituden $\tilde{u}_a = 1\,\mathrm{V}$ ($\square$), $\tilde{u}_a = 2\,\mathrm{V}$ ($\times$) und $\tilde{u}_a = 3\,\mathrm{V}$ ($\triangleright$) des Aktuators A1. (b) Relative Änderung des örtlich und zeitlich gemittelten Druckbeiwertes als Funktion der Anregefrequenz ohne stationäres Ausblasen ($\circ$) und für verschiedene Ausblasamplituden $\tilde{u}_a = 1\,\mathrm{V}$ ($\square$), $\tilde{u}_a = 2\,\mathrm{V}$ ($\times$) und $\tilde{u}_a = 3\,\mathrm{V}$ ($\triangleright$) des Aktuators A1. Bei allen Experimenten erfolgt die periodische Anregung mit A2 und A3 gleichphasig und der Ahmed Körper wird bei $Re = 110\,000$ angeströmt.

Heckrampe mit steigendem $\tilde{u}_a$, eine Abnahme des Drucks zu erkennen ist.

Empfehlungen: Für eine effektive Widerstandsreduzierung am Ahmed Körper mit 25° Rampenwinkel und den in Bild 6.14 skizzierten Möglichkeiten zur aktiven Beeinflussung lassen sich auf Basis der Ergebnisse der Extremwert-Regelung und der Parametervariationen folgende Empfehlungen geben:

1. Das stationäre Ausblasen mit Aktuator A1 sollte zeitlich vor der Aktuation mit A2 und A3 eingeschaltet werden.
2. Das stationäre Ausblasen mit Aktuator A1 bei einer Amplitude $\tilde{u}_a = 1\,\mathrm{V}$ ist am effektivsten.
3. Die Aktuatoren A2 und A3 sollten gleichphasig und mit einem periodischen Signal bei $St_a \approx 0.43$ betrieben werden.

Auf Basis dieser Ergebnisse können weitere Regelungsstrategien entworfen und experimentell umgesetzt werden, wie z. B. eine modellbasierte, robuste Regelung. Besonders im Hinblick auf praxisnahe Störungen, wie z. B. Seitenwind, Windböen, usw., müssen die Regelkreise deutlich beschleunigt werden, um rechtzeitig eingreifen zu können. Das hier angewendete Konzept der Slope-Seeking- bzw. Extremwert-Regelung ist für die Umsetzung solcher Zielsetzungen zu langsam.

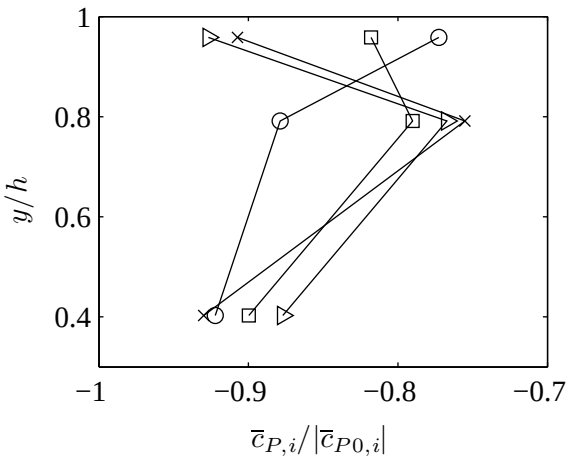

Bild 6.19: Relative Änderung der Druckverteilung im Mittelschnitt ($z = 0$) bei periodischer, gleichphasiger Anregung durch die Aktuatoren A2 und A3 mit $St_a = 0.43$, ohne stationäres Ausblasen ($\circ$) und für verschiedene Ausblasamplituden $\tilde{u}_a = 1\,\mathrm{V}$ ($\square$), $\tilde{u}_a = 2\,\mathrm{V}$ ($\times$) und $\tilde{u}_a = 3\,\mathrm{V}$ ($\triangleright$) des Aktuators A1. Anströmung bei $Re = 110\,000$.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit zeigt den experimentellen Einsatz regelungstechnischer Methoden für die aktive Beeinflussung abgelöster Strömungen. Eine Übersicht der verwendeten Methoden und betrachteten Strömungskonfigurationen enthält Tabelle 7.1.

Im Hinblick auf die Vision, der Strömungsregelung mehrerer Kraftfahrzeuge im Straßenverkehr, gelingt es an einfachen Strömungskonfigurationen, wie der rückwärts gewandten Stufe und dem 2D stumpfen Körper, verschiedene Regelungen aufzubauen und experimentell zu testen. Auch bei der Übertragung der Methoden auf komplexere Konfigurationen, wie dem Ahmed Körper und der Tandemkonfiguration, werden erste gute Ergebnisse erzielt. Darüber hinaus zeigen Machbarkeitsstudien zur Schätzung von Strömungszuständen ein großes Potential.

An der turbulenten Strömung über eine rückwärts gewandte Stufe vollzieht sich der Aufbau einer robusten Ein- und Mehrgrößenregelung mit dem Ziel, die Wiederanlegelänge zu regeln. Die bekannte aktive Beeinflussungsmethode bedient sich der harmonischen, monofrequenten Anregung der Kelvin-Helmholtz-Scherschichtinstabilität über einen segmentierten Schlitz an der Stufenkante. Im Eingrößenfall erfolgt die Anregung mit einer spannweitig gleichverteilten Intensität, wohingegen im Mehrgrößenfall gezielt 2D Strukturen der Wiederanlegelinie durch spannweitig verteilte Anregeintensität erzeugt werden. Da die Wiederanlegeposition als Regelgröße nicht direkt messbar ist, kommen zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung einer Ersatzregelgröße zum Einsatz. Die mit der RMS-Methode aus Mikrofonmessungen im Stufennachlauf bestimmte Ersatzregelgröße funktioniert auch bei verteilter Anregung, die damit verbundene zeitliche Mittelung hat jedoch ein vergleichsweise langsames Regelverhalten zur Folge. Demgegenüber stellt die Cp-Methode, bei der der Verlauf des statischen Wanddrucks im Stufennachlauf durch Differenzdrucksensoren erfasst wird, eine ca. 200-mal schnellere Messtechnik zur Bestimmung der Ersatzregelgröße dar. Die auf Basis von linearen black-box Modellen identifizierten H_∞-Regler zeigen im experimentellen Einsatz gutes Führungsverhalten und können den Einfluss von Störungen erfolgreich kompensieren.

Am 2D stumpfen Körper wird durch gleichphasige Anregung an oberer und unterer Körperhinterkante eine Synchronisation der Scherschichtentwicklung nahe der Körperbasis erzwungen. Dadurch kann bei geeigneter Wahl der Anregeparameter der Basisdruck um ca. 40% angehoben und der Gesamtwiderstand um ca. 15% reduziert werden. Auf Basis dieses Aktuationsprinzips werden drei unterschiedliche Regelungen zur Reduzierung des aerodynamischen Widerstandes vorgeschlagen:

1. Mit einer robusten Regelung wird der Basisdruck über die Anregeamplitude gezielt eingestellt. Für weite Bereiche der Reynolds-Zahl kann im Experiment gutes Führungs- und Störverhalten nachgewiesen werden.

2. Der modellfreie, adaptive Slope-Seeking-Regler stellt die optimale, energieeffiziente Anregeamplitude für die maximale Basisdruckanhebung automatisch ein. Auch bei sich än-

dernden Anströmbedingungen wird die Anregeamplitude den neuen Betriebspunkten optimal angepasst.

3. Der physikalisch motivierte Phasenregler regelt direkt die Scherschichtentwicklung nahe der Körperbasis. Ziel ist eine Synchronisation beider Scherschichten mit nur einem Aktuator. Eine ca. 15%ige Widerstandsreduzierung gelingt hier mit ca. nur der Hälfte der Anregeenergie im Vergleich zu den anderen Regelungen.

Die Tandemkonfiguration, bei der zwei stumpfe Körper im festen Abstand hintereinander angeordnet sind, wird hinsichtlich des Einsatzes regelungstechnischer Methoden im Sinne von Machbarkeitsstudien betrachtet. Beide Körper interagieren stark miteinander. So zeigt sich bei Strömungsbeeinflussung am ersten Körper eine deutliche Reduzierung dessen Widerstandes, wohingegen der Widerstand am zweiten Körper zunimmt. Die Anregung am ersten Körper bewirkt aber auch eine deutliche Dämpfung der Nachlaufinstabilität und eine damit verbundene Reduzierung der vom ersten Körper eingebrachten Störeinflüsse auf den zweiten Körper. Mit einer aufgebauten Phasenregelung am ersten Körper auf Basis von Sensorinformationen des zweiten Körpers werden ebenfalls der Widerstand am ersten Körper verringert und die Störeinflüsse auf den zweiten Körper reduziert. Ein 2D Wirbelmodell wird zur Echtzeit-Berechnung des 2D Druck- und Wirbelfeldes um den zweiten Körper der Tandemkonfiguration in das Experiment implementiert. Erste Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung von berechneten und gemessenen Druckdaten. In zukünftigen Arbeiten an der Tandemkonfiguration soll das 2D Wirbelmodell in Zustandsraumdarstellung implementiert und die Zustände durch ein *Unscented Kalman-Filter* (UKF) korrigiert werden. Die geschätzten Druckinformationen können somit für eine effiziente Anregung an der Front des zweiten Körper genutzt werden.

Das generische, dreidimensionale Kraftfahrzeugmodell des Ahmed Körper stellt eine Konfiguration mit komplexen, dreidimensionalen Strömungsstrukturen dar. Der am 2D stumpfen Körper erfolgreich eingesetzte Slope-Seeking-Regler wird am Ahmed Körper zum automatischen Auffinden des optimalen Einblasvolumenstroms des stationären Einblasens an den oberen Ecken des Hecks verwendet. Des Weiteren erfolgt der Einsatz eines MISO Extremwert-Reglers zum Auffinden optimaler Anregeparameter bei Verwendung mehrerer Aktuatoren. Auf Basis dieser ersten Ergebnisse sollen weitere Regelungen mit mehreren Aktuatoren aufgebaut werden, die gestörte Anströmbedingungen, wie z. B. Windböen oder Seitenwind, berücksichtigen.

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten regelungstechnischen Methoden zusammengefasst und hinsichtlich des Einsatzes zur aktiven Strömungsregelung diskutiert.

Modellbasierte robuste Regelung: Um zu zeigen, dass die bereits gemachten guten Erfahrungen mit black-box basierten, linearen, robusten Reglern (siehe z. B. [Becker *et al.*, 2005]), auch auf Mehrgrößensysteme anwendbar sind, wird ein mittels H_∞-Minimierung synthetisierter Mehrgrößenregler zur gezielten Einstellung der Wiederanlegelinie im Stufennachlauf eingesetzt. Die im 4×4 Mehrgrößensystem vorhandenen Querkopplungen werden durch ein stationäres Entkopplungsglied kompensiert.

Am Beispiel des stumpfen Körpers werden ein mit Hilfe der H_∞-Minimierung entworfener Optimalregler und ein durch Anwendung der Quantitativ Feedback Theory synthetisierter Regler gegenübergestellt. Aufgrund der einfachen Modellierung des dynamischen Verhaltens und der guten Beschreibung der Modellunsicherheiten unterscheiden sich das Übertragungsverhalten von QFT- und H_∞-Regelung nur wenig und beide synthetisierten Regler lassen sich durch PI-Regler approximieren.

Insgesamt zeichnen sich robuste, lineare Regler durch ihre Praktikabilität aus. Ihr Einsatz

Tabelle 7.1: Übersicht der verwendeten Methoden und Strömungsgeometrien.

Methode	**Strömungskonfiguration**	**Regelungstechnische Ziele**
Robuste Regelung	Stufe (SISO und MIMO)	- Einstellung der Wiederanlegelänge - Unterdrückung von Störungen
	2D stumpfer Körper	- Einstellung des Widerstandes - Unterdrückung von Störungen
Phasenregelung	2D stumpfer Körper	- Synchronisation der Scherschicht (Reduzierung des Widerstandes)
	Tandemkonfiguration	- Synchronisation der Scherschicht (Widerstandsreduzierung am ersten Körper) - Dämpfung der vom ersten Körper eingebrachten Störungen
Adaptive Regelung	2D stumpfer Körper	- Adaption der energieeffizienten Anregeamplitude - Erweiterung der Phasenregelung
	3D Ahmed Körper	- Auffinden optimaler Anregeparameter
Modellbasierte Sensoren	2D stumpfer Körper	- Parameterschätzung in Echtzeit
	Tandemkonfiguration	- Aktualisierung des 2D Wirbelmodells

bewährt sich dann, wenn es gilt gestörte Strömungsgrößen, wie z. B. eine Wiederanlegelänge oder einen aerodynamischen Widerstand, gezielt einzustellen. Sowohl ihr Entwurf als auch ihre Implementierung sind verhältnismäßig einfach. Zudem verhalten sich robuste Regler unempfindlich gegenüber Modellunsicherheiten, z. B. aufgrund gestörter Strömungsbedingungen, und dem bei Strömungsprozessen vergleichsweise starken Rauschen. Im experimentellen Einsatz zeigen sich die bekannten Vorteile des guten Führungsverhaltens und der wirksamen Unterdrückung von Störungen.

Der Nachteil der robusten Regelung ist der hohe Arbeits- und Zeitaufwand für die Modellidentifikation. Da alle oben genannten Strömungsprozesse nichtlineares stationäres E/A-Verhalten aufweisen, müssen für mehrere Betriebspunkte Systemidentifikationen durchgeführt werden, um zur Vermeidung eines zu konservativen Regelverhaltens, diese Nichtlinearität durch Inversen der stationären E/A-Kennlinien zu kompensieren.

Adaptive Regelung: Mit adaptiven Verfahren, wie dem Extremwert- oder Slope-Seeking-Regler, kann das nichtlineare stationäre E/A-Verhalten der Strömungsprozesse durch Adaption der Anregeparameter berücksichtigt werden. Am 2D stumpfen Körper wird gezeigt, dass ein Slope-Seeking-Regler die optimale, energieeffiziente Anregeamplitude zur maximalen Anhebung des Basisdrucks automatisch auffindet und diese auch sich ändernden Betriebsbedingungen anpasst. Die Übertragung auf den 3D Ahmed Körper zeigt, dass dieser Regler auch auf komplexe, dreidimensionale Strömungsprozesse angewendet werden kann.

Strömungsmechanische Arbeiten zum Auffinden optimaler Anregeparameter sind häufig durch

recht zeitaufwändige Parameterstudien geprägt. Dieser Optimierungsschritt wird durch den Einsatz eines MISO Extremwert-Reglers am 3D Ahmed Körper automatisiert, mit dem gleichzeitig mehrere optimale Anregeparameter aufgesucht werden.

Die hier vorgestellten adaptiven Regler besitzen den großen Vorteil, dass für deren Auslegung kein explizites Prozessmodell nötig ist. Sie lassen sich sehr einfach implementieren und aufgrund der geringen Anzahl der Reglerparameter können diese schnell eingestellt werden. Besonders wenn der Strömungsprozess weit aus dem aktuellen Betriebspunkt ausgelenkt wird, kann der Regler die optimalen Anregeparameter adaptieren.

Der Einsatz des Extrem- bzw. Slope-Seeking-Reglers ist allerdings auf eine Klasse nichtlinearer Systeme beschränkt, die im Wesentlichen durch ein stationäres Kennfeld mit Extremum oder Plateau geprägt sind. Des Weiteren arbeiten diese Verfahren sehr langsam, da die Anregefrequenz so klein gewählt werden muss, dass eine deutliche Trennung zu den Prozesskonstanten vorliegt. Darüber hinaus bestehen die typischen Probleme gradientenbasierter Verfahren, wie z. B. das Überspringen bzw. Verlassen des globalen Optimums, Steckenbleiben in lokalen Optima oder Oszillation.

Phasenregelung: Mit der Phasenregelung wird ein physikalisch motivierter Regelungsansatz vorgestellt und am 2D stumpfen Körper und der Tandemkonfiguration eingesetzt. Es wird direkt auf die Phasenlage von diskreten Einzelwirbeln Einfluss genommen, um wie beim 2D stumpfen Körper die Scherschichtentwicklung mit nur einem einzelnen Aktuator zu synchronisieren. Zur Echtzeit-Schätzung der aktuellen Phasenlage aus gemessenen Wanddruckschwankungen wird ein erweitertes Kalman-Filter verwendet.

Die Phasenregelung ist sehr schnell, erfordert jedoch ein physikalisches Verständnis für die betrachteten Strömungsprozesse. Bei richtiger Auslegung ist es eine sehr energieeffiziente Möglichkeit zur Beeinflussung von Scherschichten.

Wie bei der hier verwendeten adaptiven Regelung erfolgt auch bei der Phasenregelung kein klassischer Vergleich von Prozess- und Sollgröße. Eine gezielte Einstellung von Strömungsgrößen, wie Widerstand oder Basisdruck, ist somit nicht direkt möglich.

Am Beispiel des 2D stumpfen Körpers wird eine Erweiterung der Phasenregelung um einen Extremwert-Regler vorgestellt. Damit gelingt die automatische Bestimmung der optimalen Phasenlage zwischen Anregung und geschätzter Phase der Wanddruckschwankungen.

Anhand von PIV-Aufnahmen kann beobachtet werden, dass aufgrund von Störungen die Größe der sich aufrollenden Scherschichtwirbel schwankt und der Ort des Aufrollprozesses variiert. Somit ist auch die Tiefe der induzierten Wirbelfußabdrücke von Größe und Entstehungsort der Wirbel abhängig. Daher ist eine weitere Einsparung der Anregeenergie zu erwarten, wenn in zukünftigen Arbeiten auch die Amplitude des Anregesignals, unter Berücksichtigung der geschätzten Amplitude aus Wanddruckdaten, durch einen Regler eingestellt wird.

Modellbasierte Zustandsschätzung: Die zeitliche Entwicklung der sich zu diskreten, großskaligen Einzelwirbeln aufrollenden Scherschicht lässt sich anhand der Minima in den Wanddruckschwankungen detektieren. Auf Basis eines empirischen Modells zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Wanddruckschwankungen wird ein erweitertes Kalman-Filter angesetzt. Das Filter schätzt anhand der Druckschwankungen einzelne Zustandsgrößen des Modells in Echtzeit. Die geschätzten Größen geben quantitativ die zeitliche Entwicklung der Scherschicht wieder und werden zur Synchronisation der Scherschicht am 2D stumpfen Körper oder zur

Aktualisierung des 2D Wirbelmodells an der Tandemkonfiguration verwendet.

Da experimentell gewonnene Messgrößen der Strömung von Natur aus gestört sind, erweist sich die Verwendung des erweiterten Kalman-Filters, bei dem davon ausgegangen wird, dass die wahren Zustände durch normalverteilte Störungen vom geschätzten Wert abweichen, als besonders effizient. Durch die Kombination des Filters mit einer schnellen Fourier-Filterung und einer RMS-Wertbildung in jeweils rückwärtigen Zeitfenstern wird die Robustheit des Verfahrens erhöht, das dadurch gute Praxistauglichkeit beweist.

Anhang A

Regelungstechnische Methoden

A.1 Singulärwertzerlegung

Mittels Singulärwertzerlegung (engl. *singular value decomposition* - SVD) können die Singulärwerte einer Matrix berechnet werden. Diese charakterisieren ähnlich den Eigenwerten Eigenschaften der Matrix. Singulärwerte können für jede Matrix bestimmt werden.

Sei $\boldsymbol{A} \in \mathcal{C}^{\boldsymbol{o}\times\boldsymbol{m}}$, so existieren unitäre Matrizen $\boldsymbol{U} \in \mathcal{C}^{\boldsymbol{o}\times\boldsymbol{o}}$ und $\boldsymbol{V} \in \mathcal{C}^{\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{m}}$, sowie $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathcal{R}^{\boldsymbol{o}\times\boldsymbol{m}}$ mit

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij} = \begin{cases} 0 & : \quad i \neq j \\ \boldsymbol{\sigma}_i & : \quad i = j \end{cases} \tag{A.1}$$

und $\boldsymbol{\sigma}_i \geq 0$ und $\boldsymbol{\sigma}_i \geq \boldsymbol{\sigma}_{i+1}$, sodass gilt:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T \quad . \tag{A.2}$$

Die Diagonalelemente der Matrix $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\sigma}_i)$ werden als Singulärwerte von $\boldsymbol{A}$ bezeichnet.

A.2 Subspace Methoden

Aus der RQ-Faktorisierung Gl. (2.22) folgt für die Ausgangsdatenmatrix $\boldsymbol{Y}$ die Formulierung

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{R}_{yu}\boldsymbol{Q}_u + \boldsymbol{R}_y\boldsymbol{Q}_y \quad . \tag{A.3}$$

Des Weiteren folgt aus der Orthogonalität der Matrix $\begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_u \\ \boldsymbol{Q}_y \end{bmatrix}$,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_u^T \boldsymbol{Q}_y^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_u \\ \boldsymbol{Q}_y \end{bmatrix} = \boldsymbol{I} \Longrightarrow \boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}_u^T\boldsymbol{Q}_u = \boldsymbol{Q}_y^T\boldsymbol{Q}_y \tag{A.4}$$

und

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_u \\ \boldsymbol{Q}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_u^T \boldsymbol{Q}_y^T \end{bmatrix} = \boldsymbol{I} \Longrightarrow \boldsymbol{Q}_u\boldsymbol{Q}_y^T = 0, \quad \boldsymbol{Q}_y\boldsymbol{Q}_y^T = \boldsymbol{I} \quad . \tag{A.5}$$

Wird Gl. (2.24) mit $\boldsymbol{Q}_y^T\boldsymbol{Q}_y$ von rechts multipliziert und wendet man die Formulierungen aus Gl. (A.4) und Gl. (A.5) an, erhält man den Ausdruck

$$\boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}_u^T\boldsymbol{Q}_u\right] = \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{X}\boldsymbol{Q}_y^T\boldsymbol{Q}_y \quad . \tag{A.6}$$

Werden in gleicher Weise Gl. (A.4) und Gl. (A.5) auf Gl. (A.3) angewendet, folgt daraus die Beziehung

$$\boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}_u^T\boldsymbol{Q}_u\right]=\boldsymbol{R}_y\boldsymbol{Q}_y \quad . \tag{A.7}$$

Die Ausdrücke in Gl. (A.6) und Gl. (A.7) zeigen, dass der Unterraum (Spaltenraum) der Matrix $\boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}_u^T\boldsymbol{Q}_u\right]$ in der erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix $\boldsymbol{\Gamma}$ enthalten ist, d. h. die Spalten von $\boldsymbol{Y}\left[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}_u^T\boldsymbol{Q}_u\right]$ lassen sich als Summen der Spalten von $\boldsymbol{\Gamma}$ darstellen. Auf gleiche Weise kann dies für den Unterraum der Matrix $\boldsymbol{R}_y$ gezeigt werden (siehe dazu [Zhu, 2001]).

A.3 Approximation nach Padé

Eine Streckentotzeit $\boldsymbol{t}_0$ kann durch die Vorschrift nach Padé (siehe dazu auch [Föllinger, 1994]) durch Allpassglieder folgender Struktur approximiert werden:

$$e^{-s\,\boldsymbol{t}_0}\approx\frac{\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\,\theta_k\,\boldsymbol{t}_0^k\,s^k}{\sum_{k=0}^{n}\theta_k\,\boldsymbol{t}_0^k\,s^k} \quad . \tag{A.8}$$

Dabei berechnen sich die Koeffizienten mit

$$\theta_k \;=\; \frac{(2n-k)!n!}{2n!k!(n-k)!}, \qquad k=0,1,\ldots,n \quad . \tag{A.9}$$

Die Ordnung des Allpasses wird durch den Parameter n vorgegeben.

Anhang B

Regelung der Wiederanlegelänge hinter einer rückwärts gewandten Stufe mit einseitiger Scherschichtablösung

B.1 Numerische Berechnungen der Wiederanlegelänge mittels RMS-Methode

Die online-Bestimmung der Wiederanlegelänge im Experiment erfolgt über eine MATLAB® *S-function*, die in die *Simulink* Umgebung implementiert wird. Programmiert wird die *S-function* in der Hochsprache *C*. Eingangswerte dieser Funktion sind zu jedem Abtastschritt die gemessenen Mikrofondaten. Als Ausgangswerte werden die Positionen der Schalldruckmaxima jeder Mikrofonreihe ausgegeben.

Die RMS-Wert-Berechnung für jedes Mikrofon erfolgt über ein Zeitfenster, wobei die einzelnen Messwerte quadriert und für jedes Mikrofon in einem Datenpuffer abgelegt werden. Die Länge des Datenpuffers n_d entspricht dem Produkt aus der Länge des Zeitfensters Δt_{rms} und der Abtastfrequenz f_s. Der RMS-Wert des Schalldrucks an der Messstelle x_k berechnet sich zu

$$p'_{rms}(x_k) \quad = \quad \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_d} p'^2_i}{n_d}} \quad . \tag{B.1}$$

Als polynominale Ausgleichsfunktionen werden normale Polynomfunktionen vom Grad n der Form

$$y(x) \quad = \quad \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n \tag{B.2}$$

verwendet. Die Bestimmung der Polynomkoeffizienten $a_0, \ldots, a_n$ erfolgt durch Minimierung der Fehlerquadratsumme. Für eine Polynomfunktion vom Grad n lautet die Fehlerquadratsumme

$$q(a_0, a_1, \ldots, a_n) \quad = \quad \sum_{k=1}^{m} \left(\sum_{i=0}^{n} a_i x_k^i - p'_{rms}(x_k) \right)^2 \tag{B.3}$$

mit m für die Anzahl der Datenpunkte (entsprechend der Anzahl der Mikrofone pro Mikrofonreihe). Die Koeffizienten a_i für eine minimale Fehlerquadratsumme werden über Nullsetzen der

partiellen Ableitungen $\frac{\partial q}{\partial a_i}$ für $i = 0, \ldots, n$ bestimmt, also mit

$$\frac{\partial q}{\partial a_i} = 2\sum_{k=1}^{m} x_k^i \left(\sum_{i=0}^{n} a_i x_k^i - p'_{rms}(x_k) \right) = 0 \quad . \tag{B.4}$$

Man erhält durch Auflösen und Umstellen die Normalengleichungen

$$\sum_k x_k^i a_0 + \sum_k x_k^{i+1} a_1 + \cdots + \sum_k x_k^{i+j} a_j + \cdots + \sum_k x_k^{i+n} a_n = \sum_k x_k^i p'_{rms}(x_k) \tag{B.5}$$

für $i = 0, \ldots, n$. Gl. (B.5) stellt ein lineares Gleichungssystem mit $n+1$ Bestimmungsgleichungen und $n+1$ Unbekannten dar. Die Unbekannten sind die gesuchten Polynomkoeffizienten $a_0, \ldots, n$. Somit kann ein lineares Gleichungssystem der Form

$$A \cdot \underline{a} = \underline{b} \tag{B.6}$$

aufgestellt werden, mit der Koeffizientenmatrix A und dem Konstantenvektor $\underline{b}$. Die Koeffizientenmatrix A besteht aus den Elementen

$$A_{i,j} = \sum_k x_k^{i+j} \qquad i, j : 0, \ldots, n \tag{B.7}$$

und die Elemente des Konstantenvektor $\underline{b}$ ergeben sich aus

$$\underline{b}_i = \sum_k x_k^i p'_{rms}(x_k) \qquad i : 0, \ldots, n \quad . \tag{B.8}$$

Das Gleichungssystem wird mit dem Gauss-Jordan-Algorithmus gelöst, welcher bei regulärer Koeffizientenmatrix A immer eine eindeutige Lösung hat.

Das Maximum der Ausgleichsfunktion Gl. (B.2), das mit der Wiederanlegeposition korreliert, ist definiert mit

$$\frac{\partial y(x)}{\partial x} = 0 \tag{B.9}$$

und

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial^2 x} < 0 \quad . \tag{B.10}$$

B.2 Nominelles Modell bei Verwendung der RMS-Methode

Nachfolgend sind die Matrizen der Zustandsraumdarstellung (siehe Gl. (2.4)) des nominellen Mehrgrößenmodells bei Verwendung der RMS-Methode angegeben.

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{A} &= \begin{bmatrix} -0.452 & 0.012 & 0.073 & 0.046 \\ 0.009 & -0.406 & 0.015 & 0.103 \\ 0.092 & -0.002 & -0.427 & -0.053 \\ 0.027 & 0.106 & -0.028 & -0.460 \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{B} &= \begin{bmatrix} -0.004 & 0.010 & 0.018 & 0.024 \\ -0.002 & 0.025 & -0.007 & -0.007 \\ 0.005 & -0.010 & -0.026 & 0.005 \\ -0.022 & -0.023 & -0.006 & 0.001 \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{C} &= \begin{bmatrix} 3.678 & 3.295 & -4.048 & 22.194 \\ -4.048 & -7.960 & 4.280 & 11.314 \\ -9.585 & 3.923 & 10.980 & 3.839 \\ -15.774 & 5.069 & -4.253 & -0.014 \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{D} &= \mathbf{0} \\
\boldsymbol{t}_0 &= 0.013\,\mathrm{s} \\
\boldsymbol{t}_0\, u_\infty / h &= 12.3
\end{aligned}
$$

B.3 Gewichte für den Reglerentwurf mit RMS-Methode

Für die Lösung des Mixed-Sensitivity-Problems mittels H_∞-Minimierung werden folgende Übertragungsmatrizen für die Gewichtung verwendet:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{W}_T(s) &= \operatorname{diag}\left(0.36\frac{10s+1}{5.3s+1}, 0.36\frac{10s+1}{5.3s+1}, 0.36\frac{10s+1}{5.3s+1}, 0.36\frac{10s+1}{5.3s+1}\right) \\
\boldsymbol{W}_{CS}(s) &= \operatorname{diag}\left(1,1,1,1\right) \\
\boldsymbol{W}_S(s) &= \operatorname{diag}\left(10^4\frac{0.27s+1}{4000s+1}, 10^4\frac{0.27s+1}{4000s+1}, 10^4\frac{0.27s+1}{4000s+1}, 10^4\frac{0.27s+1}{4000s+1}\right) \quad .
\end{aligned}
$$

B.4 MIMO-Regler

Die Lösung des Mixed-Sensitivity-Problems ergibt einen robusten Mehrgrößenregler. Die Zustandsraummatrizen des Reglers sind:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{A} &= \begin{bmatrix} -2.5\times10^{-4} & -1.4\times10^{-11} & 5.5\times10^{-12} & -2.1\times10^{-11} \\ -1.1\times10^{-11} & -2.5\times10^{-4} & -9.7\times10^{-13} & -7.0\times10^{-12} \\ 5.1\times10^{-12} & 2.2\times10^{-14} & -2.5\times10^{-4} & -8.4\times10^{-14} \\ -1.6\times10^{-11} & 9.0\times10^{-12} & -1.3\times10^{-11} & -2.5\times10^{-4} \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{B} &= \begin{bmatrix} -0.17 & -0.78 & -0.48 & -0.10 \\ -0.38 & -0.37 & 0.64 & 0.39 \\ 0.20 & 0.06 & -0.34 & 0.80 \\ -0.78 & 0.34 & -0.29 & 0.04 \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{C} &= \begin{bmatrix} 0.16 & 0.39 & -0.20 & 0.77 \\ 0.78 & 0.37 & -0.06 & -0.34 \\ 0.48 & -0.64 & 0.33 & 0.30 \\ 0.10 & -0.38 & -0.81 & -0.04 \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{D} &= \begin{bmatrix} -2.33 & 0.35 & -0.25 & -0.11 \\ 0.38 & -1.54 & 0.24 & -0.05 \\ -0.14 & 0.22 & -1.68 & 0.32 \\ -0.07 & -0.03 & 0.22 & -2.08 \end{bmatrix} \quad .
\end{aligned}
$$

B.5 Gewichte für den SISO-Reglerentwurf mit Cp-Methode

Für die Lösung des Mixed-Sensitivity-Problems mittels H_∞-Minimierung werden folgende Übertragungsfunktionen für die Gewichtung verwendet:

$$
\begin{aligned}
W_T(s) &= 0.25\frac{0.045s+1}{0.004s+1} \\
W_{CS}(s) &= 1 \\
W_S(s) &= 10^4\frac{0.033s+1}{500s+1} \quad .
\end{aligned}
$$

B.6 SISO-Regler

Die Übertragungsfunktion des robusten H_∞-Reglers für den Eingrößenfall mit Cp-Methode lautet:

$$
C(s) = -1.4\times10^4\frac{0.013s+1}{500s+1} \quad .
$$

Anhang C

Regelung der Strömung über einen zweidimensionalen stumpfen Körper mit zweiseitiger Scherschichtablösung

C.1 Der Windkanal

Der Turbulenzgrad Tu am Eingang der Messstrecke wird mit Hilfe der Hitzdraht-Anemometrie (siehe Abschnitt 3.2.1) bestimmt. Für den untersuchten Bereich der Anströmgeschwindigkeit ist der Turbulenzgrad kleiner 0.9%.

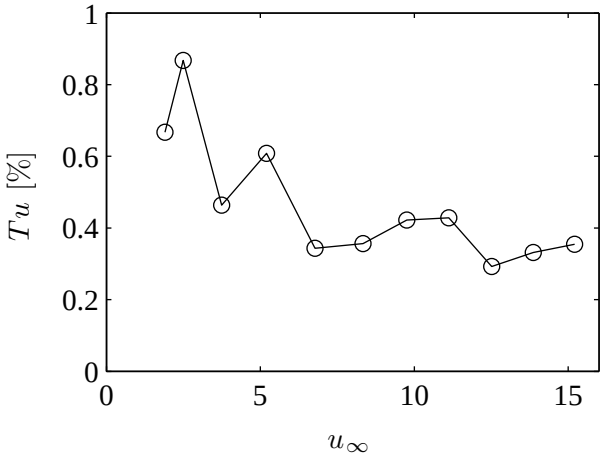

Bild C.1: Turbulenzgrad des Windkanals für verschiedene Anströmgeschwindigkeiten. Die Geschwindigkeit wird am Eingang der Messstrecke bei $y = z = 0$ gemessen.

C.2 2D Charakter der Strömung im Nachlauf des stumpfen Körpers

Tabelle C.1: Phasenverschiebung der Geschwindigkeitsschwankungen in Spannweitenrichtung. Die Hitzdrähte sind spannweitig verteilt angeordnet bei $x/h = 1$ und $y/h = \pm 0.7$. Die Phasenwinkel werden jeweils zwischen den Geschwindigkeitsschwankungen bei $z/h = 0$ (u_c) und $z/h = \pm 1.15$ ($u_{c\pm1}$), bzw. $z/h = 0$ (u_c) und $z/h = \pm 1.74$ ($u_{c\pm2}$) durch eine Fourier-Zerlegung ermittelt.

Re	Aktuation	Position y/h	$\angle u_c u_{c-2}$ [°]	$\angle u_c u_{c-1}$ [°]	$\angle u_c u_{c+1}$ [°]	$\angle u_c u_{c+2}$ [°]
23 000	natürliche Strömung	+0.7	-0.5	0.1	0.3	-1.3
		−0.7	2.1	1.5	2.1	2.0
	aktive Beeinflussung	+0.7	-0.7	0.0	0.6	2.5
	$St_a = 0.15,\ c_\mu = 0.012$	−0.7	-0.5	1.1	-0.2	0.5
	Phasenregelung	+0.7	-0.9	0.7	-0.1	0.2
	$c^*_\mu = 0.007$	−0.7	0.2	-0.7	-2.6	0.3
35 000	natürliche Strömung	+0.7	-0.3	0.0	0.0	0.5
		−0.7	1.3	1.6	1.3	1.1
	aktive Beeinflussung	+0.7	0.8	-0.2	-0.2	2.8
	$St_a = 0.15,\ c_\mu = 0.01$	−0.7	2.0	-0.1	0.0	-0.6
	Phasenregelung	+0.7	-2.0	-0.1	-0.1	-0.9
	$c^*_\mu = 0.006$	−0.7	1.3	0.4	0.4	0.0
46 000	natürliche Strömung	+0.7	0.3	0.6	-0.4	0.1
		−0.7	0.5	-0.3	0.2	1.2
	aktive Beeinflussung	+0.7	-3.9	-0.5	-0.1	-5.7
	$St_a = 0.15,\ c_\mu = 0.009$	−0.7	-3.5	0.4	-0.3	-5.7
	Phasenregelung	+0.7	0.0	0.8	0.7	-0.4
	$c^*_\mu = 0.005$	−0.7	0.0	-0.8	-0.5	-0.5
58 000	natürliche Strömung	+0.7	0.3	0.6	0.4	-0.7
		−0.7	0.4	-0.5	-1.0	0.3
	aktive Beeinflussung	+0.7	6.9	0.0	0.4	2.3
	$St_a = 0.15,\ c_\mu = 0.008$	−0.7	-2.7	-0.2	0.0	-4.9
	Phasenregelung	+0.7	-0.9	0.3	-0.4	-1.0
	$c^*_\mu = 0.005$	−0.7	0.5	2.2	0.5	1.5
70 000	natürliche Strömung	+0.7	0.0	1.8	0.2	-0.1
		−0.7	-0.2	0.6	0.4	-1.0
	aktive Beeinflussung	+0.7	-7.3	-0.1	-0.2	-14.8
	$St_a = 0.15,\ c_\mu = 0.007$	−0.7	3.8	-0.2	-0.2	-7.4
	Phasenregelung	+0.7	0.9	0.7	-2.3	0.7
	$c^*_\mu = 0.005$	−0.7	0.4	-0.4	0.3	-0.9

C.3 Gewichte für den H_∞-Reglerentwurf

Für die Lösung des Mixed-Sensitivity-Problems mittels H_∞-Minimierung werden folgende Übertragungsfunktionen für die Gewichtung verwendet:

$$\begin{aligned} W_T(s) &= 0.01\frac{66.7s+1}{0.2s+1} \\ W_{CS}(s) &= 1.5 \\ W_S(s) &= 10^4\frac{0.67s+1}{10^4s+1} \quad . \end{aligned}$$

C.4 Regler für den stumpfen Körper

Die Übertragungsfunktion des robusten Reglers, der unter Anwendung der QFT synthetisiert wird, lautet:

$$C(s) = 1.2\frac{0.11s^2+0.66s+1}{s(0.71s+1)} \quad .$$

Für den robusten H_∞-Regler kann folgende Übertragungsfunktion angegeben werden:

$$C(s) = 1.1\times10^4\frac{8.6\times10^{-9}s^4+1.4\times10^{-5}s^3+3.8\times10^{-2}s^2+0.29s+1}{1.5\times10^{-4}s^4+7.9\times10^2s^3+3.2\times10^2s^2+1\times10^4s+1} \quad .$$

C.5 Auslegung des EKFs zur Rekonstruktion der Wanddruckschwankungen

Die Auslegungsparameter des EKFs zur Rekonstruktion von Wanddruckschwankungen für $Re = 46\,000$ und bei einer Abtastfrequenz von $f_s = 1\,\mathrm{kHz}$ sind gegeben mit:

$$\begin{aligned} \underline{\hat{\boldsymbol{x}}}(t=0) &= (2.4\,u_\infty/h,\,2,\,0)^T\times10^{-1} \\ \boldsymbol{P}(t=0) &= \mathrm{diag}\left(2.2\times10^{-3}\,u_\infty^2/h^2,\,4\times10^{-1},\,2.5\right)\times10^{-1} \\ \boldsymbol{Q} &= f_s\,\mathrm{diag}\left(2.8\times10^{-4}\,u_\infty^2/h^2,\,1.0,\,5.0\times10^{-1}\right)\times10^{-2} \\ \boldsymbol{R}_k &= \mathrm{diag}\left(5\times10^{-2},\,1.0,\,5.2\times10^{-2}\,u_\infty^2/h^2\right) \quad . \end{aligned}$$

Anhang D

Regelung einer Tandemkonfiguration und eines 3D stumpfen Körpers

D.1 Sensorpositionen am zweiten Körper der Tandemkonfiguration

Bei den Arbeiten an der Tandemkonfiguration kommen zwei unterschiedliche Anordnungsvarianten der Sensoren am zweiten Körper zum Einsatz. Die genauen Positionen der Bohrungen zur Bestimmung des statischen Wanddrucks können Tabelle D.1 und Tabelle D.2 entnommen werden.

Tabelle D.1: Positionen der Wanddruckbohrungen am zweiten stumpfen Körper bei Aktuation nur am Heck.

Nr.	x_2 [mm]	y_2 [mm]	z_2 [mm]
1	0	-32	-120
2	0	0	-120
3	0	32	-120
4	0	-32	0
5	0	-16	0
6	0	0	0
7	0	16	0
8	0	32	0
9	0	-32	120
10	0	0	120
11	0	32	120

Nr.	x_2 [mm]	y_2 [mm]	z_2 [mm]
12	-65	36	0
13	-131	36	0
14	-196	36	0
15	-253	29	0
16	-262	0	0
17	-253	-29	0
18	-196	-36	0
19	-131	-36	0
20	-65	-36	0

Tabelle D.2: Positionen der Druckbohrungen am zweiten stumpfen Körper bei Aktuation nur an der Front.

Nr.	x_2 [mm]	y_2 [mm]	z_2 [mm]
1	0	-32	-120
2	0	0	-120
3	0	32	-120
4	0	-32	0
5	0	-32	0
6	0	0	0
7	0	32	120
8	0	0	120
9	0	-32	120

Nr.	x_2 [mm]	y_2 [mm]	z_2 [mm]
10	-77	-36	0
11	-77	36	0
12	-128	-36	0
13	-128	36	0
14	-179	-36	0
15	-179	36	0
16	-229	-36	0
17	-229	36	0
18	-262	-10	0
19	-262	0	0
20	-262	10	0

Literaturverzeichnis

Ackermann, J. 1993 *Robuste Regelung*. Springer-Verlag.

Adams, E. W. & Johnston, J. P. 1988*a* Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 1: Pressure and turbulence quantities. *Experiments in Fluids* **6**, 400–408.

Adams, E. W. & Johnston, J. P. 1988*b* Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 2: Reattachment length and wall shear stress. *Experiments in Fluids* **6**, 493–499.

Ahmed, S. R., Ramm, R. & Faltin, G. 1984 Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake. *SAE Paper* **840300**.

Alam, M.-R., Liu, W. & Haller, G. 2006 Closed-loop separation control: An analytic approach. *Physics of Fluids* **18** (043601).

Allan, B. G., Juang, J.-N., Raney, D. L., Seifert, A., Pack, L. G. & Brown, D. E. 2000 Closed-loop separation control using oscillatory flow excitation. *Institute for Computer Applications in Science and Engineering (ICASE) Report* **2000-32**.

Ariyur, K. & Krstić, M. 2003 *Real-time optimization by extremum-seeking control*. John Wiley & Sons.

Astrom, K. J. & Wittenmark, B. 1994 *Adaptive control*, 2. Auflage. Addison-Wesley.

Baumann, M. & Nitsche, W. 1996 Investigation of active control of Tollmien-Schlichting waves on a wing. *Transitional Boundary Layers in Aeronautics* **46**, 89–98.

Bearman, P. W. 1965 Investigation of the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge and fitted with splitter plates. *Journal of Fluid Mechanics* **21**, 241–255.

Bearman, P. W. 1967 The effect of base bleed on the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge. *Aeronautical Quarterly* **18**, 207–224.

Bearman, P. W. 1997 Near wake flows behind two- and three-dimensional bluff bodies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **69-71**, 33–54.

Beaudoin, J. F., Cadot, O., Aider, J.-L. & Wesfreid, J.-E. 2006 Drag reduction of a bluff body using adaptive control methods. *Physics of Fluids* **18** (085107).

Becker, R. 2006 Robuste Eingrößenregelung von aktiv beeinflussten, abgelösten Scherströmungen auf der Basis reduzierter, empirischer Modelle. In *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8*. VDI Verlag GmbH.

Becker, R., Garwon, M., Gutknecht, C., Bärwolff, G. & King, R. 2005 Robust control of separated shear flows in simulation and experiment. *Journal of Process Control* **15** (6), 691–700.

Becker, R. & King, R. 2006 Comparison of a robust and a flatness based control for a separated shear flow. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress* (Hrsg. P. Piztek). Elsevier.

Becker, R., King, R., Petz, R. & Nitsche, W. 2007 Adaptive closed-loop separation control on a high-lift configuration using extremum seeking. *AIAA Journal* **45** (6), 1382–1392.

Ben-Hamou, E., Arad, E. & Seifert, A. 2007 Generic transport AFT-body drag reduction using active flow control. *Flow, Turbulence and Combustion* **78** (3-4), 365–382.

Bergmann, M., Cordier, L. & Brancher, J.-P. 2005 Optimal rotary control of the cylinder wake using proper orthogonal decomposition reduced order model. *Physics of Fluids* **17** (097101).

Bewley, T. R. & Liu, S. 1998 Optimal and robust control and estimation of linear paths to transition. *Journal of Fluid Mechanics* **365**, 305–349.

Borghesani, C., Chait, Y. & Yaniv, O. 2003 *Quantitative Feedback Theory toolbox users guide*. Terasoft, Inc.

Brunn, A. & Nitsche, W. 2005 Active control of turbulent separated flows by means of large scale vortex excitation. In *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* (Hrsg. W. Rodi & M. Mulas), S. 555–564. Elsevier Science Ltd.

Brunn, A., Wassen, E., Sperber, D., Nitsche, W. & Thiele, F. 2007 Active drag control for a generic car model. In *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design (NNFM), Volume 95* (Hrsg. R. King), S. 247–259. Springer.

Buder, U., Ninz, P., Henning, L., King, R. & Obermeier, E. 2006 Thermal cross talk in MEMS linear arrays of wall hot-wires analyzed by means of simulation and experiment. *AIAA Paper* **2006-3635**.

Burkhardt, O. 2004 Erprobung und Anwendung von Oberflächensensoren und Sensorarrays zur Erfassung instationärer Wandschubspannungen an Schaufelprofilen. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin.

Cabell, R. H., Kegerisey, M. A., Coxz, D. E. & Gibbs, G. P. 2002 Experimental feedback control of flow induced cavity tones. *AIAA Paper* **2002-2497**.

Chang, P. A., Piomelli, U. & Blake, W. K. 1999 Relationship between wall pressure and velocity-field source. *Physics of Fluids* **11**, 3434–3448.

Cherry, N. J., Hillier, R. & Latour, M. E. M. P. 1984 Unsteady measurements in a separated and reattaching flow. *Journal of Fluid Mechanics* **144**, 13–46.

Chevalier, M., Hœpffner, J., Bewley, T. R. & Henningson, D. S. 2006 State estimation in wall-bounded flow systems. Part 2. Turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics* **552**, 167–187.

Choi, H., Moin, P. & Kim, J. 1994 Active turbulence control for drag reduction in wall-bounded flows. *Journal of Fluid Mechanics* **262**, 75–110.

Christmann, R. 1997 Exemplarischer Entwurf eines H_∞-Reglers. *at-Automatisierungstechnik* **45** (9), 414–421.

Chun, K. B. & Sung, H. J. 1996 Control of turbulent separated flow over a backward-facing step by local forcing. *Experiments in Fluids* **21**, 417–426.

Chun, K. B. & Sung, H. J. 1998 Visualization of a locally-forced separated flow over a backward-facing step. *Experiments in Fluids* **25**, 133–142.

Chun, S., Lee, I. & Sung, H. J. 1999 Effect of spanwise-varying local forcing on turbulent separated flow over a backward-facing step. *Experiments in Fluids* **26**, 437–440.

Cohen, K., Siegel, S., Seidel, J. & McLaughlin, T. 2006 Neural network estimator for low-dimensional modeling of a cylinder wake. *AIAA Paper* **2006-3491**.

Cooper, K. R. 1985 The effect of front-edge rounding and rear edge shaping on the aerodynamic drag of bluff vehicles in ground proximity. *SAE Paper* **850288**.

Dilgen, P., Papenfuss, H.-D. & Gersten, K. 1991 Berechnung dreidimensionaler abgelöster Strömungen mit Hilfe der Zonenmethode im Hinblick auf die Kraftfahrzeugaerodynamik. In *DGLR-Bericht 90-96*, S. 236–240.

Dilgen, P. G. 1995 Berechnung der abgelösten Strömung um Kraftfahrzeuge: Simulation des Nachlaufs mit einem inversen Panelverfahren. In *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7*. VDI-Verlag.

Dovgal, A. V., Kozlov, V. V. & Michalke, A. 1995 Contribution to the instability of laminar separating flows along axisymmetric bodies. Part II. experiment and comparison with theory. *European Journal of Mechanics. B/Fluids* **14** (3), 351–365.

Evert, F., Ronneberger, D. & Grosche, F.-R. 2000 Application of linear and nonlinear adaptive filters for the compensation of disturbances in the laminar boundary layer. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)* **80**, 85–88.

Fernholz, H. H., Janke, G., Schober, M., Wagner, P. M. & Warnack, D. 1996 New devolopments and applications of skin-friction measuring techniques. *Measuring Science Technology* **7**, 1396–1409.

Fiedler, H.-E. & Fernholz, H. H. 1990 On management and control of turbulent shear flows. *Progress in Aeronautical Science* **27**, 305–387.

Föllinger, O. 1994 *Regelungstechnik*. Hüthig Verlag.

Franck, G. & D'Elía, J. 2004 CFD modeling of the flow around the Ahmed vehicle model. In *Proceedings of 2nd conference on advances and applications of GiD*. Barcelona, Spanien.

Gad-el-Hak, M., Pollard, A. & Bonnet, J.-P. 1998 *Flow control - Fundamentals and practices*. Springer.

Garwon, M. 2007 Vergleich und Kombination verschiedener adaptiver Regelungskonzepte zur Kontrolle abgelöster Scherströmungen. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, Berlin, Deutschland.

Garwon, M. & King, R. 2006 A multivariable adaptive control strategy to regulate the separated flow behind a backward-facing step. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress* (Hrsg. P. Piztek). Elsevier.

Garwon, M., Urzynicok, F., Darmadi, L. H., Bärwolff, G. & King, R. 2003 Adaptive control of separated flows. In *Proceedings of the ECC*. Cambridge, England.

Gelb, A. 1986 *Applied optimal estimation*. The M.I.T. Press.

Gerhard, J., Pastoor, M., King, R., Noack, B. R., Dillmann, A., Morzyński, M. & Tadmor, G. 2003 Model-based control of vortex shedding using low-dimensional Galerkin models. *AIAA Paper* **2003-4262**.

Glauser, M. N., Higuchi, H., Ausseur, J. & Pinier, J. 2004 Feedback control of separated flows. *AIAA Paper* **2004-2521**.

Greenblatt, D. & Wygnanski, I. J. 2000 The control of flow separation by periodic excitation. *Progress in Aerospace Science* **36**, 487–545.

Gu, Z. 1996 On interference between two circular cylinder at supercritical Reynols number. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **62**, 175–190.

Guilmineau, E. & Duvigneau, R. 2005 Drag reduction by flow control for the Ahmed body. In *Proceedings of 4th Symposium on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations*, S. 247–250. Santorini, Griechenland.

Haller, G. 2004 Unsteady separation control using nonlinear dynamics. *AIAA Paper* **2004-2520**.

Hangan, H. & Vickery, B. J. 1999 Buffeting of two-dimensional bluff bodies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **82**, 173–187.

Hasan, M. A. Z. 1992 The flow over a backward-facing step under controlled perturbation: Laminar separation. *Journal of Fluid Mechanics* **238**, 73–96.

Heine, T., Kawohl, M. & King, R. 2002 Comparison of a trajectory-based non-linear MPC with a control strategy based on online optimization. In *Proceedings of the IEEE International Conference on MMAR*. Szezecin, Polen.

Helmholtz, H. 1896 *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften*, Kapitel Über diskontinuierliche Flüssigkeitsbewegungen. Harri Deutsch Verlag.

Henning, L. & King, R. 2005 Drag reduction by closed-loop control of a separated flow over a bluff body with a blunt trailing edge. In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and European Control Conference, CDCECC'05*, S. 494–499. Sevilla, Spanien.

Henning, L. & King, R. 2007 Robust multivariable closed-loop control of a turbulent backward-facing step flow. *AIAA Journal of Aircraft* **40** (1), 201–208.

Henning, L., Pastoor, M., Noack, B. R., King, R. & Tadmor, G. 2007 Feedback control applied to bluff body wake. In *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design (NNFM), Volume 95* (Hrsg. R. King), S. 369–390. Springer.

Hoerner, S. 1965 *Fluid dynamic drag*. Hoerner.

Horowitz, I. M. 1963 *Synthesis of feedback systems*. Academic Press.

Hucho, W.-H. 2002 *Aerodynamik der stumpfen Körper*. Vieweg.

Hudy, L. M., Naguib, A. M. & Humphreys, W. M. 2003 Wall-pressure-array measurements beneath a separating/reattaching flow region. *Physics of Fluids* **15** (3), 706–717.

Huerre, P. & Monkewitz, P. A. 1990 Local and global instabilities in spatially developing flows. *Journal of Fluid Mechanics* **22**, 473–537.

Huppertz, A. 2001 Aktive Beeinflussung der Strömung stromab einer rückwärts gewandten Stufe. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin.

Jürgens, W. & Kaltenbach, H.-J. 2003 Eigenmode decomposition of turbulent velocity fields behind a swept, backward-facing step. *Journal of Turbulence* **4** (018), 1–18.

Kalman, R. E. 1960 A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME, series D, Journal of Basic Engineering* **82**, 35–45.

Kapadia, S., Roy, S. & Wurtzler, K. 2003 Detached eddy simulation over a reference Ahmed car modell. *AIAA Paper* **2003-0857**.

Kim, J., Hahn, S., Kim, J., Lee, D., Choi, J., Jeon, W. & Choi, H. 2004 Active control of turbulent flow over a model vehicle for drag reduction. *Journal of Turbulence* **5** (019).

Kim, J., Kline, S. J. & Johnston, J. P. 1980 Investigation of a reattaching turbulent shear layer: Flow over a backward-facing step. *Journal of Fluids Engineering* **102**, 302–308.

King, R. 1989 Modellgestützte Überwachung kritischer Reaktionssysteme. In *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8*. VDI-Verlag.

King, R., Becker, R., Garwon, M. & Henning, L. 2004 Robust and adaptive closed-loop control of separated shear flows. *AIAA Paper* **2004-2519**.

King, R., Seibold, S., Lehmann, O., Noack, B. R., Morzynski, M. & Tadmor, G. 2005 Nonlinear flow control based on a low dimensional model of fluid flow. In *Lecture Notes in Control and Information Sciences, Volume 322* (Hrsg. T. Meurer, K. Graichen & E. D. Gilles), S. 369–386. Springer.

Kiya, M. & Sasaki, K. 1983 Structure of a turbulent separation bubble. *Journal of Fluid Mechanics* **137**, 83–113.

Koenig, K. & Roshko, A. 1985 An experimental study of geometrical effects on the drag and flow field of two bluff bodies separated by a gap. *Journal of Fluid Mechanics* **156**, 167–204.

König, O. 1997 Untersuchungen an einer verzögerten Scherschicht. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin.

Koumoutsakos, P. 1999 Vorticity flux control for a turbulent channel flow. *Physics of Fluids* **11** (2), 248–250.

Krajnović, S. & Davidson, L. 2004 Large-Eddy simulation of the flow around simplified car model. *SAE Paper* **2004-01-0227**.

Kreisselmeier, G. 1999 Struktur mit zwei Freiheitsgraden. *at-Automatisierungstechnik* **47** (6), 266–269.

Krstić, M. & Wang, H.-H. 2000 Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems. *Automatica* **36**, 595–601.

Larimore, W. E. 1990 Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control. In *Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control*, S. 596–604. Honolulu, Hawai.

Le, H. P., Moin, P. & Kim, J. 1997 Direct numerical simulatrion of a turbulent flow over a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics* **330**, 349–374.

Leblanc, M. 1922 Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée. *Revue Generale de l'Électricite* .

Leclerc, C., Levallois, E., Gilliéron, P. & Kourta, A. 2006 Aerodynamic drag reduction by synthetic jet: A 2d numerical study around a simplified car. *AIAA Paper* **2006-3337**.

Leder, A. 1992 *Abgelöste Strömungen: Physikalische Grundlagen*. Vieweg.

Lee, I. & Sung, H. J. 2001 Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step: Part I. Time-mean statistics and cross-spectral analysis. *Experiments in Fluids* **30**, 262–272.

Lienhart, H., Stoots, C. & Becker, S. 2002 Flow and turbulence structures in the wake of a simplied car model (Ahmed model). In *Notes on Numerical Fluid Mechanics, Volume 77*, S. 323–330.

Ljung, L. 1999 *System identification - Theory for the user*. Prentice Hall PTR.

Luenberger, D. G. 1966 Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **11** (2), 190–197.

Lunze, J. 2002 *Regelungstechnik 2*, 2. Auflage. Springer.

Mabey, D. G. 1972 Analysis and correlation of data on pressure fluctuations in separated flow. *Journal of Aircraft* **9** (9), 642–645.

Maciejowski, J. M. 1989 *Multivariable feedback design*. Addison-Wesley.

Mercker, E. 1980 Eine Blockierungskorrektur für aerodynamische Messungen in offenen und geschlossenen Unterschallwindkanälen. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin.

Michalke, A. 1995 Contribution to the instability of laminar separating flows along axisymmetric bodies. Part I. Theory. *European Journal of Mechanics. B/Fluids* **14** (3), 333–350.

Moeck, J. P., Bothien, M. R., Paschereit, C. O., Gelbert, G. & King, R. 2007 Two-parameter extremum seeking for control of thermoacoustic instabilities and characterization of linear growth. *AIAA Paper* **2007-1416**.

Morari, M. & Zafiriou, E. 1989 *Robust process control*. Prentice-Hall International.

Morioka, T. & Honami, S. 2004 Dynamic characteristic in a control system of backward facing step flow by vortex generator jets. *AIAA Paper* **2004-2125**.

Nitsche, W. & Brunn, A. 2006 *Strömungsmesstechnik*, 2. Auflage. Springer.

Noack, B. R., Papas, P. & Monkewitz, P. 2005 The need for a pressure-term representation in empirical Galerkin models of incompressible shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* **523**, 339–365.

Park, H., Lee, D., Jeon, W.-P., Hahn, S., Kim, J., Kim, J., Choi, J. & Choi, H. 2006 Drag reduction in flow over a two-dimensional bluff body with a blunt trailing edge using a new passive device. *Journal of Fluid Mechanics* **563**, 389–414.

Park, J.-K. & Choi, C.-H. 1995 Dynamic compensation method for multivariable control systems with saturating actuators. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40** (9), 1635–1640.

Pastoor, M. 2008 Wirbelbasierte niederdimensionale Modellierung und Kontrolle von abgelösten Scherschichten. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin.

Pastoor, M., Henning, L., Noack, B. R., King, R. & Tadmor, G. 2008 Feedback shear layer control for bluff body drag reduction. *Aktzeptiert zur Veröffentlichung im Journal of Fluid Mechanics* .

Peng, Y., Vrančić, D., Hanus, R. & Weller, S. S. R. 1998 Anti-windup designs for multivariable controllers. *Automatica* **34** (12), 1559–1565.

Prandtl, L. & Tietjens, O. G. 1934 *Fundamentals of Hydro- and Aeromechanics*. Dover Publications.

Raisch, J. 1994 *Mehrgrößenregelung im Frequenzbereich*. Oldenbourg Verlag.

Raisch, J. & Gilles, E. D. 1992*a* Reglerentwurf mittels H_∞-Minimierung - Eine Einführung, Teil 1. *at-Automatisierungstechnik* **40** (3), 84–92.

Raisch, J. & Gilles, E. D. 1992*b* Reglerentwurf mittels H_∞-Minimierung - Eine Einführung, Teil 2. *at-Automatisierungstechnik* **40** (4), 123–131.

Renault 2006 Altica - A sporty estate with the accent on practicality. In *Renault Press Information 02/2006*.

Roshko, A. & Lau, J. C. 1965 Some observations on transition and reattachment of a free shear layer in inkompressible flow. In *Proceedings Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute* (Hrsg. A. F. Charwat). University of California.

Roumeas, M., Gillieron, P. & Kourta, A. 2005 Analyze and control of the near-wake flow around a simplified car geometry. In *Proceedings of 4th Symposium on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations*, S. 251–254. Santorini, Griechenland.

Rowley, C. W., Williams, D. R., Colonius, T., Murray, R. M. & Macmynowski, D. G. 2006 Linear models for control of cavity flow oscillations. *Journal of Fluid Mechanics* **547**, 317–330.

Ruderich, R. & Fernholz, H. H. 1985 An experimental investigation of a turbulent shear flow with separation, reverse flow and reattachement. *Journal of Fluid Mechanics* **163**, 283–322.

Samimy, M., Debiasi, M., Caraballo, E., Malone, J., Little, J., Özbay, H., Efe, M., Yan, X., Yuan, X., DeBonis, J., Myatt, J. H. & Camphouse, R. C. 2004 Strategies for closed-loop cavity flow control. *AIAA Paper* **2004-0576**.

Schade, H. & Kunz, E. 1989 *Strömungslehre*. de Gruyter.

Schober, M., Obermeier, S., Pirskawetz, S. & Fernholz, H.-H. 2004 A MEMS skin-friction sensor for time resolved measurements in separated flows. *Experiments in Fluids* **36**, 593–599.

Shih, C. & Ho, C.-M. 1994 Three-dimensional recirculation flow in a backward facing step. *Journal of Fluids Engineering* **116**, 228–232.

Siegel, S., Cohen, K. & McLaughlin, T. 2003 Feedback control of a circular cylinder wake in experiment and simulation. *AIAA Paper* **2003-3569**.

Siegel, S., Cohen, K. & McLaughlin, T. 2004 Experimental variable gain feedback control of a cylinder wake. *AIAA Paper* **2004-2611**.

Sigurdson, L. W. 1995 The structure and control of a turbulent reattaching flow. *Journal of Fluid Mechanics* **298**, 139–165.

Skogestad, S. & Postlethwaite, I. 2005 *Multivariable feedback control - Analysis and design*, 2. Auflage. John Wiley & Sons, Ltd.

Spohn, A. & Gilliéron, P. 2002 Flow separations generated by a simplified geometry of an automotive vehicle. In *IUTAM Symposium of unsteady separated flows*. Toulouse, Frankreich.

Stabrey, S. 2001 Entwicklung einer datengetriebenen Signalauswertung zur Bestimmung der Rezirkulationslänge im Nachlauf einer rückwärts gewandten Stufe. Diplomarbeit, Technische Universität Berlin.

Suzuki, T. 2006 Effects of a synthetic jet acting on a separated flow over a hump. *Journal of Fluid Mechanics* **547**, 331–359.

Tadmor, G., Noack, B. R., Dillmann, A., Gerhard, J., Pastoor, M., King, R. & Morzynski, M. 2003 Control, observation and energy regulation of wake flow instabilites. In *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control 2003*, S. 2334–2339. Maui, HI, U.S.A.

Takagi, S., Yoshida, H. & Atobe, T. 2001 Observation and control of separation from bluff bodies. In *Proceedings of 2nd Symposium of Smart Control of Turbulence*, S. 121–176. University Tokyo.

Tanner, M. 1972 A method of reducing the base drag of wings with blunt trailing edges. *Aeronautical Quarterly* **23**, 15–23.

The MathWorks, I. 1998 *MATLAB - μ-Analysis and Synthesis Toolbox*. U.S.A.: Natick, MA.

The MathWorks, I. 2001 *MATLAB - System Identification Toolbox*. U.S.A.: Natick, MA.

Tombazis, N. & Bearman, P. W. 1997 A study of three-dimensional aspects of vortex shedding from a bluff body with a mild geometric disturbance. *Journal of Fluid Mechanics* **330**, 85–112.

Unbehauen, H. 1997 *Regelungstechnik II*, 7. Auflage. Vieweg.

Van Overschee, P. & DeMoor, B. 1994 N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. *Automatica* **30** (1), 75–93.

Verhaegen, M. 1994 Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovations form from input-output data. *Automatica* **30** (1), 61–74.

von Kármán, T. 1911 Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt. *Nachrichten der Kaiserlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* S. 324–338.

Wengle, H., Bärwolff, G., Janke, G. & Huppertz, A. 2001 The manipulated transitional backward-facing step flow: An experimental and direct numerical simulation investigation. *European Journal of Mechanics. B/Fluids* S. 25–46.

Wu, K. E. & Breuer, K. S. 2006 Control of turbulent boundary layer using FXLMS feedforward architectures. *AIAA Paper* **2006-3022**.

Wygnanski, I. 2004 The variables affecting the control of separation by periodic excitation. *AIAA Paper* **2004-2505**.

Wygnanski, I. & Seifert, A. 1994 The control of separation by periodic oscillations. *AIAA Paper* **1994-2608**.

Yaniv, O. 1999 *Quantitative feedback design of linear and nonlinear control systems*. Kluwer Academic Publishers.

Zhang, M. M., Cheng, L. & Zhou, Y. 2006 Closed-loop controlled vortex-airfoil interactions. *Physics of Fluids* **18** (046102).

Zhou, Y. & Yiu, M. W. 2006 Flow structure, momentum and heat transport in a two-tandem-cylinder wake. *Journal of Fluid Mechanics* **548**, 17–48.

Zhu, Y. 2001 *Multivariable system identification*. Pergamon.