Tobias Schmidt

Quantifizierbarkeit von Unsicherheiten bei der Grenzschichtwiedergabe mit RANS-Verfahren

Institut für Strömungsmechanik
und Technische Akustik
TU Berlin

Quantifizierbarkeit von Unsicherheiten bei der Grenzschichtwiedergabe mit RANS-Verfahren

vorgelegt von

Diplom-Ingenieur

Tobias Schmidt

von der Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
– Dr.-Ing. –

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. Jürgen Thorbeck
Berichter:	Prof. Dr.-Ing. Frank Thiele
	Dr.-Ing. Werner Haase

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 16. September 2011

Berlin 2011
D 83

Danksagung

Besonderen Dank möchte ich meinem Betreuer, Professor Frank Thiele, aussprechen, dessen Erfahrung und Unterstützung als Leiter des Fachgebietes diese Dissertation überhaupt erst ermöglicht haben. Ich möchte ebenso Herrn Dr. Werner Haase für die freundliche Übernahme der Begutachtung danken und Professor Jürgen Thorbeck für die Übernahme des Vorsitzes im Promotionsverfahren.

Mein Dank gilt auch meinen Kollegen, die mich durch ihre fachlichen Gespräche und Anregungen auch in schwierigen Phasen der Arbeit jederzeit motiviert und voran gebracht haben. Unter ihnen sind im Besonderen Charles Mockett, Angelo Carnarius, Bert Günther und Thilo Knacke hervorzuheben. Desweiteren genannt werden muss Tobias Höll, für seinen Beitrag bei einigen der Berechnungen. Und natürlich nicht unerwähnt bleiben soll mein Dank gegenüber Gregor Neuber, der mir als studentischer Mitarbeiter sehr half, die Ordnung in der Menge an Daten nicht zu verlieren.

Bei meinen Eltern möchte ich mich ganz besonders bedanken, deren vielseitige Unterstützung mir jederzeit ermöglicht hat, meine Ziele zu verwirklichen.

Vielen Dank!

Zusammenfassung

Im Bereich der industriellen Aerodynamik stellen die Reynolds–gemittelten Navier–Stokes (RANS) Methoden eines der wichtigsten Werkzeuge in der numerischen Simulation dar. Die Hauptgründe hierfür liegen an den akzeptablen Anforderungen, die sie an die Hardware bzgl. Speicher und Rechenleistung stellen. In den letzten Jahrzehnten wurde eine Vielzahl von RANS–Modellen entwickelt, welche jedoch alle Stärken und Schwächen aufweisen und für unterschiedliche Strömungsprobleme verschieden gute Eignung zeigen. In der industriellen Anwendung der numerischen Strömungsmechanik (CFD) ist dabei aber der Rechenaufwand der entscheidende Faktor. Oft wird dieser durch die Reduzierung der Gitterpunktanzahl, vor allem im hochaufgelösten Grenzschichtbereich, verringert. Es hat sich gezeigt, dass die Anforderungen an die Dichte und Orthogonalität des wandnahen Gitters zwischen den Modellen verschieden sind und, bezogen auf eine gitterkonvergente Lösung, zu unterschiedlich ausgeprägten Fehlern führen. In dieser Hinsicht beschäftigt sich die Arbeit mit dem Einfluss der wandnahen Gitterauflösung auf die Befähigung der RANS–Verfahren, eine turbulente Grenzschicht korrekt vorherzusagen. Hierbei wird ein empirischer Ansatz verfolgt.

Die grundlegende Idee war es, zunächst die Reaktionen der einzelnen Strömungslöser und Turbulenzmodelle auf isolierte Fehlerquellen zu bestimmen. Hierfür wurde die Grenzschichtentwicklung entlang einer ebenen Platte, die Strömungsablösung am Onera-A-Profil und der Verdichtungsstoßes oberhalb des RAE2822-Profils mit großer Variationsbandbreite des wandnahen Gitters berechnet. Repräsentative Werte der Simulationsergebnisse, wie die Vorhersage der Wandreibung, wurden an gegebenen Punkten der Lauflänge verglichen. Die daraus resultierenden Abweichungen zu einem sehr feinen Referenzgitter liefern damit eine Datenbank, aus der das Verhalten der Strömunglöser bezüglich der einzelnen Fehlermechanismen abgeleitet werden kann.

Darüber hinaus ermöglicht eine Parametrisierung dieser Daten eine automatisierte Rückmeldung des Strömungslösers über kritische Netzregionen und deren Fehlerauswirkungen. Hierdurch wird eine Abschätzung des Fehlerbetrages und damit eine Annäherung der Lösung an die eines idealen Gitters ermöglicht, welche anderenfalls mit einer höheren Gitterpunktanzahl und Rechenzeit einhergehen würde. Der Vergleich der verschiedenen Strömungslöser bietet zusätzlich einen Eindruck über die Allgemeingültigkeit des Fehlerverhaltens. Die Simulationsprogramme, die gegenüber gestellt werden, sind TAU des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR), ELAN der Technischen Universität Berlin (TUB), STAR-CCM+ von CD-adapco, Edge der Swedish Defence Research Agency (FOI) und der freie Open-Source-Löser OpenFOAM. Um die Gültigkeit des angewandten empirischen Ansatzes zu bewerten, wurden die Fehlermechanismen zunächst separat untersucht und danach deren Interaktion im Detail betrachtet. Schließlich wurde der entwickelte Fehlerschätzer auf komplexere Testfälle übertragen.

Abstract

In the field of industrial aerodynamics, statistical Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) methods are one of the most important tools for numerical simulations. The main reasons for this are the acceptable demands they place on computational hardware in terms of RAM and CPU time. In the last decades a great variety of RANS models were developed with different degrees of modelling complexity and each has its respective strengths, weaknesses and suitability to different classes of flow. In the industrial application of computational fluid dynamics (CFD), computational cost is an essential factor. Often this is reduced by decreasing grid points, especially in the highly-resolved boundary layer region. The demands on the density and the orthogonality of the grid near the wall differ between turbulence models and lead to a varying degree of error relative to a grid-converged solution. In this respect the current work is concerned with the effects of the near-wall grid on the ability of RANS models to predict turbulent boundary layer flows. An empirical approach has been adopted to this end.

The fundamental idea was to first determine the response of different flow solvers and turbulence models to isolated sources of error. For this purpose, the development of a boundary layer along a flat plate, the flow separation on an Onera-A profile and the shock over the RAE2822 airfoil were computed with several grid variations. Representative values of the simulation results such as the prediction of wall friction were compared at given points of the running length. The resulting deviations from a fine reference grid provide a data base from which the behavior of the flow solvers with respect to the isolated error mechanisms could be derived.

Additionally, a parameterization of this data allows an automatic feedback from the flow solver to the user about critical grid regions and the consequences in terms of error. It is possible to estimate the magnitude of the error and to give an approximation of the solution on an ideal grid with a higher number of grid points and computational cost. The comparison of different flow solvers provides in addition an impression of the generality of the error behavior derived. The codes compared were TAU from the German Aerospace Center (DLR), the Technical University Berlin (TUB) in-house solver ELAN, STAR-CCM+ from CD-adapco, the Swedish Defence Research Agency (FOI) solver Edge and the free open source solver OpenFOAM. To assess the validity of the adopted empirical approach, the error mechanisms were first of all examined separately and thereafter the interaction between different errors was investigated. Finally, the error sensors developed were tested for more complex test cases.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur

Lateinische Symbole

c	Profiltiefe
c_D	Widerstandsbeiwert
c_L	Auftriebsbeiwert
c_f	Reibungsbeiwert
c_p	Druckbeiwert
c_v	spezifische Wärmekapazität
d	Wandabstand
$\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$	Einheitsvektoren des kartesischen Raums
E	spezifische Gesamtenergie
$\underline{\underline{F}}$	Tensor der Flussdichte
H	Gesamtenergie
h	charakteristische Gitterzellgröße
k	turbulente kinetische Energie
L_t	turbulentes Längenmaß
$\underline{n}$	Einheitsnormalenvektor
p	Druck
p_{tot}	Totaldruck
P_{tu}	Produktion turbulenter kinetischer Energie
q_i	Wärmestrom
r	wandnormale Gitteraufweitung
R	spezifische Gaskonstante
Re	Reynolds-Zahl
Re_x	lokale Reynolds-Zahl
S	Kontrollvolumenoberfläche
S_{ij}	Scherratentensor
$\underline{S}$	Quelltermvektor
t	Zeit
T	Temperatur
T_t	turbulentes Zeitmaß
u_∞	Anströmgeschwindigkeit
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
u, v, w	Geschwindigkeitskomponenten im kartesischen Raum
V	Kontrollvolumen
V_t	turbulentes Geschwindigkeitsmaß
$\underline{W}$	Vektor der konservativen Variablen
x, y, z	kartesische Koordinaten
y^+	dimensionsloser Wandabstand $(y^+ = yu_\tau/\nu)$

Griechische Symbole

α	Anstellwinkel
β	Winkelabweichung von der Wandnormalen
Δ	charakteristische Gitterzellgröße
δ, δ_{99}	99%-Grenzschichtdicke
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
ε	Dissipationsrate
μ	dynamische Viskosität
μ_t	turbulente Scheinviskosität
ν	kinematische Viskosität
Ω_{ij}	Wirbelratentensor
ω	spezifische Dissipationsrate
ρ	Dichte
τ_{ij}	Zähigkeitsspannungen
$\tau_{ij,t}$	Reynolds-Spannungen
τ_w	Wandschubspannungen

Indices

$\overline{(\ )}$	mittlerer Anteil
$(\ )'$	Schwankungsanteil
$(\ )^c$	konvektiver Anteil
$(\ )^v$	viskoser Anteil
$(\ )_{eff}$	effektiv
$(\ )_f$	Reibungsanteil
$(\ )_m$	molekular
$(\ )_n$	normiert auf die Referenzlösung
$(\ )_t$	turbulent
$(\ )_\infty$	Anströmgröße

Abkürzungen

BPG	Best-Practice-Guidelines
CDS	Zentrales Differenzenschema
CFD	Computational Fluid Dynamics
DES	Detached-Eddy Simulation
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DNS	Direkte Numerische Simulation
EARSM	explizites algebraisches Reynolds-Spannungsmodell
Edge	Strömungslöser der Swedish Defence Research Agency
ELAN	Strömungslöser der Technischen Universität Berlin
FOI	Swedish Defence Research Agency

FVM	Finite-Volumen-Methoden
GCI	Gitterkonvergenzindex nach Roache [107]
HELL	Hellsten EARSM
LAM	laminar
LEA	linearisiertes explizites algebraisches Spannungsmodell
LES	Large-Eddy Simulation
LEVM	lineares Wirbelviskositätsmodell
LUDS	lineares Upwind-Differenzenschema
MES	Method of Exact Solution
MMS	Method of Manufactored Solution
OpenFOAM	Strömungslöser des Unternehmens OpenCFD
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RQEVM	Realizable Quadratic Eddy Viscosity EARSM
SAE	Spalart-Allmaras Modell mit Edwards-Modifikation
SAO	Spalart-Allmaras Modell
SIMPLE	Druckkorrekturverfahren
SQA	Qualitätszusicherung der Software
SST	Menter SST k-ω Modell
STAR-CCM+	Strömungslöser des Unternehmens CD-adapco
TAU	Strömungslöser des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt
TVD	Total Variation Diminishing Schema
UDS	Upwind-Differenzenschema
V&V	Verifizierung und Validierung
WCX	Standard Wilcox-k-ω-Modell
WCX98	Wilcox-k-ω-Modell in der ’98er-Formulierung
WJKW	Wallin und Johansson EARSM mit Standard Wilcox-Modell

1 Einleitung

Die numerische Strömungssimulation (CFD) findet weite Anwendung in Wissenschaft und Industrie und dient beispielsweise zur Vorhersage globaler Ereignisse wie des Wetters oder zur Gewinnung von Erkenntnissen in Bereichen, in denen aufgrund ihrer Unzugänglichkeit keine Messungen möglich sind. Nahezu unverzichtbar ist die CFD heutzutage auch als Teil des Entwicklungsprozesses der Luft- und Raumfahrt und der Automobilindustrie, in welcher die rechnergestützte Abbildung eines Problems den Bau kostspieliger Modelle und aufwendiger Windkanalmessungen reduzieren und damit den Prozess vom Entwurf bis zum fertigen Produkt deutlich verkürzen kann. In der aerodynamischen Anwendung der CFD, welche in dieser Arbeit im Vordergrund steht, ist die Entwicklung in den letzten Jahrzehnten sowohl durch die zur Verfügung stehende Rechenleistung als auch durch die Forschung in den numerischen Methoden stark voran gebracht worden.

Für die Berechnung turbulenter Strömungen stehen mehrere Verfahren zur Verfügung. Von diesen liefert die direkte numerische Simulation (DNS) mit Behandlung der vollen Bandbreite der turbulenten Skalen die genaueste Wiedergabe der Strömungsphänomenolgie. Durch das hierfür erforderliche sehr feine Rechennetz liegt deren Bedarf an Rechenkapazitäten jedoch derart hoch, dass die Bearbeitung industrierelevanter Problemstellungen noch Jahrzehnte in der Zukunft liegt. Eine vergleichbare Begrenzung in den Anwendungsbereichen besitzt auch die Large-Eddy Simulation (LES), welche nur noch die größten energietragenden turbulenten Skalen auflöst, während die Wirkung der kleineren, nicht vom Rechennetz erfassten Skalen durch ein Modell abgebildet werden. Dennoch ist auch für die LES die Anforderung an die räumliche Auflösung sehr hoch – insbesondere in den Bereichen, in denen die turbulenten Skalen gegenüber der Geometrie sehr klein sind, wie beispielsweise in wandgebundenen Scherschichtströmungen.

Eine deutlich geringere Anzahl an Rechenpunkten benötigt hingegen die Strömungssimulationen auf Basis der Reynolds-gemittelte Navier-Stokes (RANS) Gleichungen, bei der die Turbulenz vollständig modelliert wird. Da hier auch mit viel geringerer Rechenleistung ein zeitnahes Ergebnis erzielt werden kann, finden RANS-Verfahren weite Verbreitung. Ihre Vorteile werden jedoch mit einem vergleichsweise hohen Modellierungsgrad erkauft, welcher Fehler und Unsicherheiten in die Lösung einbringt. Da die Unsicherheiten in nicht unwesentlichem Maße von der Beschaffenheit des angewandten Turbulenzmodells abhängen, motivierte dieses die Entwicklung einer Vielzahl an Modellen, welche verschiedene Komplexitäts- und Modellierungsgrade aufweisen und dabei für die Anwendung auf unterschiedlichste Problemstellungen konzipiert sind. In den Ergebnissen einer RANS kann sich dieses beispielsweise bei der Ermittlung der aufgrund der Wandreibung verursachten Verluste zeigen. Aber auch Einflüsse auf andere Strömungsphänomene, wie die Position einer Grenzschichtablösung oder eines Verdichtungsstoßes können sich aus der Wahl des Turbulenzmodells ergeben.

Ein Mittelweg zwischen der RANS und der LES stellen die in den letzten Jahren vermehrt aufkommenden hybriden Methoden dar. Bei diesen werden die großskaligen Anteile der Turbulenz mit Hilfe der LES nur im wandfernen Bereich aufgelöst, wobei der rechenintensive Grenzschichtbereich vollständig von der RANS modelliert wird. Dieses stellt für die Strömungswiedergabe abgelöster Strömungen und Nachläufe einen Gewinn an Genauigkeit dar, unterliegt aber innerhalb der Grenzschicht den gleichen Abhängigkeiten vom Turbulenzmodell wie bei der RANS.

1.1 Motivation

Durch die im Vergleich zu DNS und LES niedrigen Gitteranforderungen einer RANS und die stetig sinkenden Kosten bei der Anschaffung leistungsfähiger Hardware haben im aerodynamischen Bereich immer mehr Firmen, Universitäten und Einrichtungen mit der Entwicklung eigener Simulationsprogramme begonnen. Dieses resultierte in einer großen Anzahl an verschiedensten Strömungslösern, die heutzutage parallel zum Einsatz kommen und sich in ihrem zugrundeliegenden numerischen Ansätzen und Algorithmen teilweise stark voneinander unterscheiden. Die Aussage behält auch dann ihre Gültigkeit, wenn die Auswahl auf die hier näher betrachteten Finite-Volumen-Methoden eingegrenzt wird.

Hierdurch können die Simulationsprogramme in den Anforderungen ihrer Anwendung voneinander abweichen, was zur Sicherstellung eines vertrauenswürdigen Ergebnisses in der Notwendigkeit einer umfangreichen Kenntnis über den jeweiligen Strömungslöser resultiert. Hierzu gehören unter anderem die Kriterien einer hinreichenden Konvergenz, um iterative Fehler so klein wie möglich zu halten, die minimalen Ansprüche an das Rechengitter zur Reduzierung numerischer Fehler oder die Sensibilität auf Eingabegrößen wie auch auf die Geometrie, um mögliche Modellfehler zu vermeiden. Darüber hinaus sind bei der RANS ebenso die Grenzen der zur Verfügung stehenden Turbulenzmodelle bei der Wiedergabe der vorliegenden Strömungsphysik von Wichtigkeit, auch wenn diese nicht unmittelbar in die Verantwortung des Codeentwicklers und damit der angewandten Software fällt.

Dabei erreichen die RANS-Modelle den größten Einfluss auf die Lösung vor allem in Bereichen erhöhter Scherung, wie den bei jeder Körperumströmung auftretenden Wandgrenzschichten.

Sind diese Vorgänge innerhalb des Grenzschichtbereichs von besonderem Interesse für die Berechnung, so ist eine hinreichende Punktdichte zur Abbildung der großen wandnormalen Gradienten unverzichtbar. Auch wenn die RANS bei der Vernetzung gegenüber den turbulenzauflösenden Verfahren weniger Ansprüche aufweist, so kann die notwendige Punktanzahl innerhalb des Wandbereiches einen maßgeblichen Anteil des gesamten Gitters einnehmen, was insbesondere in größeren Testfällen und komplexeren Konfigurationen ins Gewicht fällt. Nicht zuletzt aus dieser Tatsache werden in der industriellen Anwendung bei Beschränkungen in Rechnerleistung oder Rechenzeit allzu oft die minimalen Anforderungen an das Gitter unterschritten. Die resultierenden numerischen Fehler werden dabei zugunsten eines schnelleren Ergebnisses in der Regel in Kauf genommen – oder aufgrund von Unwissenheit über deren Auswirkungen ignoriert.

Fehlt die nötige Erfahrung bei der Konstruktion eines Gitters, so können die Mindestanforderungen an die Grenzschichtauflösung in sogenannten Best-Practice-Guidelines (BPG) nachgeschlagen werden. Diese versuchen mit teils allgemeingültigen Aussagen den schnellen Einstieg in die numerische Simulation zu ermöglichen. Ein bekannter BPG ist unter anderem von der Ercoftac[1] [12] herausgegeben worden, welcher ein breites Spektrum der Fehlereinflüsse in der CFD-Simulation behandelt. Ebenso können Vorgaben zur Grenzschichtauflösung nach Ferziger [26] über die numerische Strömungsmechanik im Allgemeinen oder nach Rung [120] über die statistische Turbulenzmodellierung im Speziellen herangezogen werden. Darüber hinaus sind Angaben von Spalart in seinem BPG für das hybride RANS-LES-Verfahren DES[2] [135] zu finden, in welchem er auf den wandnahen RANS-Bereich gesondert eingeht. Hierdurch wird erneut deutlich, dass auch die korrekte Funktionsweise dieser hybriden Ansätze nur bei Sicherstellung einer hinreichenden Auflösung des wandnahen RANS-Bereiches gewährleistet werden kann.

Der Großteil der Guidelines ist unabhängig von der Anwendung eines speziellen Simulationsprogramms formuliert. Da sich die bereits erwähnten Unterschiede der Programme jedoch auch in der ungleichen Behandlung der wandnächsten Zelle wie der Wand selbst zeigen, lässt dieses eine daraus folgende löserspezifische Sensibilität auf die Gitterqualität in diesem Bereich vermuten. Aus diesem Grunde wäre daher ein BPG zu bevorzugen, der auf Basis jenes Programms verfasst wurde, welches auch zum Einsatz kommen soll. Ein Beispiel hierfür stellt der Leitfaden für transsonische Strömungen von Knopp [67] dar, der anhand des Lösers TAU des *Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt* erstellt wurde. Hierin lassen die unterschiedlichen Empfehlungen je nach Art des Turbulenzmodells zusätzlich die Frage nach einer modellabhängigen Sensibilität auf die Punkteverteilung aufkommen, auf die auch keiner der anderen BPG näher eingeht.

Dabei sind die Anforderungen, die diese Best-Practice-Guidelines an die Grenzschichtauflösung stellen, sehr verschieden und variieren bei der wandnormalen Punktanzahl zwischen etwa 20 und 60 Punkten in der gesamten Grenzschicht (s. Kapitel 3). Hierin bleibt jedoch allgemein unkommentiert, wie sich ein Verletzen dieser minimalen Anforderungen auf die Lösung auswirkt. Auch der numerische Fehler, welcher sich bereits aus der genauen Einhaltung dieser Mindestvorgaben ergibt, stellt eine überaus wichtige Information dar, um die durchgeführte

[1] European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion
[2] Detached-Eddy Simulation

Berechnung zu bewerten. Mit dieser Angabe ist es möglich, die vorliegende Unsicherheit in den Ergebnissen mit einem entsprechendem Fehlerindikator zu kennzeichnen, wie es auch in experimentellen Messungen üblich ist.

Mit diesen Erkenntnissen als Ausgangspunkt ergibt sich zunächst der Wunsch nach einer Möglichkeit, dem unerfahrenen Benutzer ein in den Strömungslöser integriertes und auf diesen angepasstes Feedback über die Defizite der Grenzschichtauflösung zur Verfügung zu stellen, wodurch Fehler im Gitter erkannt und weitestgehend behoben werden können. Darüber hinaus sollte dem erfahrenem Anwender, welcher aufgrund von rechnerinternen Beschränkungen nur die Mindestanforderungen des Gitters im Grenzschichtbereich einhält oder diese sogar unterschreitet, zusätzlich über eine Abschätzung des resultierenden modellabhängigen numerischen Fehlers informiert werden. Hierdurch könnte dieser in Bereichen großer Auswirkungen auf die Lösung zusätzliche Punkte in die Grenzschicht einbringen oder Punkte entfernen, soweit es die Fehlertoleranz für das Ergebnis zulässt. Um eine möglichst einfache Benutzung zu gewährleisten, sollte auch dieses Teil der Simulationsoftware und deren Ausgabedaten sein. Ein letzter Schritt würde hierin die Korrektur des Ergebnisses mit Hilfe des umgesetzten Fehlerschätzers darstellen. Durch die Berichtigung der lokalen und globalen Auswirkungen auf die Lösung kann dem Anwender auch auf einem zu groben Gitter ein Richtwert zur Verfügung gestellt werden, der eine Abschätzung für das zu erwartende Ergebnis eines feinen Netzes darstellt.

Die Ursachen von Fehlern und Unsicherheiten sind demnach sehr vielfältig und haben dabei allesamt eine nur schwer abzuschätzende Auswirkung auf die Lösung, wie in Kapitel 4 näher ausgeführt wird. Aus diesem Grunde soll bei Umsetzung des Fehlerschätzer das Hauptaugenmerk auf den modellabhängigen Fehlereinfluss aufgrund der unzureichenden Grenzschichtauflösung beschränkt bleiben und weitere Fehlerquellen weitestgehend ausgeschlossen werden.

1.2 Stand der Forschung

Mit Beginn der numerischen Simulation stellte sich die Frage nach der Zuverlässigkeit und Genauigkeit des Ergebnisses. Durch die steigende Komplexität der Programme und in Abhängigkeit vom Grad der Modellierung nimmt auch die Anzahl der Fehlereinflüsse auf die Lösung zu. Aus diesem Grunde ist die Durchführung von Verifizierungen und Validierungen ein notwendiger Bestandteil im Entwicklungsprozess eines Strömungslösers und sollte weit verbreitet Anwendung finden. Trotzdem sind in Industrie und Forschung selbst in sicherheitskritischen Bereichen viele Programme im Einsatz, welchen nur geringes Vertrauen in deren Ergebnissen entgegengebracht werden darf, wie die Untersuchung von Hatton [47] an über 100 Codes gezeigt hat. Allzu oft beschränkt sich die Überprüfung der korrekten Funktionsweise des Programms auf einem einfachen Vergleich von *Kurven* und Geschwindigkeitsfeldern [107].

Um bei der Qualitätszusicherung von Simulationsprogrammen einen einheitlichen Standard zu erreichen, hat das *American Institute of Aeronautics and Astronautics* bereits 1992 ein Projekt ins Leben gerufen und 1998 einen entsprechenden Guide [1] veröffentlicht. Hierin, wie auch in den Arbeiten von Oberkampf [89] und Roache [107], steht die Vereinheitlichung von Begriffen wie Fehler und Unsicherheiten ebenso im Vordergrund, wie die Klassifizierung und Beschreibung verschiedenster Methoden zur Verifizierung und Validierung (V&V). Dabei wird die Verifizierung als rein numerische Überprüfung der im Strömungslöser umgesetzten Gleichungen wie auch des Ergebnisses selbst betrachtet, wohingegen bei der Validierung die Übereinstimmung zwischen der numerischen Lösung und der physikalischen Realität bewertet wird.

Bevor der Vergleich mit experimentellen Messungen erfolgen kann, muss das Simulationsprogramm demnach zunächst einer intensiven Untersuchung bzgl. der numerischen Methoden unterzogen werden. Hierin unterscheidet Oberkampf zwischen der Verifikation des Codes und der des Ergebnisses, wobei erst genannte noch einmal in die numerische Algorithmusverifikation und die Qualitätszusicherung der Software (SQA) unterteilt wird (s. Abb. 4.2). Die Überprüfung des Algorithmus sieht dabei zum einen einfache Tests vor, die den Trend des zeitlichen oder räumlichen Verlaufs untersuchen oder die Ergebnisse mit denen anderer, vertrauenswürdiger Löser abgleichen (s. [121]). Zum anderen wird aber auch die Abweichung zu einer exakten Lösung ermittelt, welche mit geeigneten Akzeptanzkriterien bewertet wird. Dieses kann beispielsweise mit der *Method of Exact Solutions* (MES) anhand einer bekannten Beschreibung des Strömungsfeldes umgesetzt werden oder mit Hilfe der *Method of Manufactured Solutions* (MMS), bei welcher durch Anpassung des Quellterms eine selbstgewählte Lösung bestimmt wird. Letztere stellt aufgrund der begrenzten Verfügbarkeit exakter Lösungen eine vergleichsweise leicht umzusetzende Alternative zur MES dar, die in jüngster Zeit verstärkt Anwendung findet, wie die Arbeiten von Salari [121], Roy [111] und Eca [20] zeigen. Eine Notwendigkeit für deren Umsetzung ist jedoch der vollständige Zugriff auf die gesamten Quellen des Programms, der in vielen Fällen für den normalen Nutzer nicht gegeben ist. Auch in manchen Untersuchungen der Software-Qualitätszusicherung ist ein Einblick in den Quellcode nötig, bei der diese beispielsweise durch einfache Sichtung auf Implementierungsfehler geprüft wird. Aber auch durch die systematische Anwendung des Simulationsprogramms wird dessen Zuverlässigkeit und die Reproduzierbarkeit der Lösung getestet.

Ebenso wichtig wie die Überprüfung des angewendeten Programms ist auch die der Anwendung durch den Benutzer [4]. Dieses erfolgt durch die Verifizierung des Ergebnisses selbst, bei welcher die Rechnung auf Eingabe-, numerische und Modellierungsfehler untersucht wird und - soweit möglich - eine Abschätzung des Fehlers erfolgt bzw. die resultierende Unsicherheit über ein Intervall angegeben wird, in welchem sich das *wahre* Ergebnis befindet. Dieses kann für den durch das Gitter hervorgerufene Diskretisierungsfehler beispielsweise über den von Roache entwickelten Gitterkonvergenzindex (GCI) [107] geschehen, zu deren Bestimmung die Ergebnisse auf mehreren unterschiedlich groben Netzen notwendig sind. Eingesetzt wurde der GCI unter anderem in den Arbeiten von Eca [21]. Da jedoch bei Anwendung einer RANS die Gefahr besteht, dass auf den gröberen Netzen die Gradienten an der Wand nicht mehr hinreichend aufgelöst werden, empfiehlt Roache mit der Gittervariation erst außerhalb des Grenzschichtbereichs zu beginnen. Eine Betrachtung des Fehlereinflusses im für die Turbulenzmodellierung interessanten Wandbereich erfolgt hierbei demnach nicht. Dieses gilt jedoch für nahezu alle derartigen Methoden, die heutzutage zur Behandlung der verschiedenen Fehlereinflüsse angewandt werden.

Erst nach ausreichender Verifizierung von Code und Ergebnis erfolgt innerhalb der Validierung ein Abgleich mit der physikalischen Realität. Auch hierbei sind Standards unerlässlich, um bei der Bewertung eine Unabhängigkeit vom durchführenden Ingenieur zu gewährleisten. Hierzu gehört unter anderem die Bereitstellung umfangreich dokumentierter experimenteller Daten, sowohl mit genauen Beschreibungen der Geometrie, der Einström-, Oberflächen- und

Felddaten, als auch mit Angaben zu den Messunsicherheiten, welche erst eine sinnvolle Einschätzung der Übereinstimmung mit den numerischen Berechnungen ermöglichen. Hierfür müssen Akzeptanzfaktoren festgelegt und durch Konstruktion einer Validierungsmatrix die durchzuführenden Testfälle genau definiert werden. Ein tiefergehender Einblick in die Semantik und die Methoden im Bereich der V&V und damit auch der Validierung wird in Kapitel 4 gegeben.

Die Arbeiten innerhalb der V&V dienen insbesondere zur Identifikation von Fehlern und Unsicherheiten in der Simulationsoftware und den Ergebnissen. Mit den hieraus resultierenden Erkenntnissen werden in den wenigen Projekten und Forschungsarbeiten, die sich mit dem Gebiet der Unsicherheiten beschäftigen, in den letzten Jahren allgemein zwei verschiedene Wege beschritten. Der erste Weg ist die Minimierung von Unsicherheiten durch Verbesserung der bestehenden numerischen Methoden, wie es unter anderem Schwerpunkt des nationalen Verbundvorhabens MUNA[3] [23], darstellte. Ebenso zu einer Minimierung trägt die Bereitstellung robusterer Methoden bei, wie beispielsweise in [74]. Da das jedoch die Grundintention der meisten Weiter- und Neuentwicklungen numerischer Anwendungen der letzten Jahrzehnte darstellt, sind die Arbeiten in diesem Bereich breit gefächert. Desweiteren stellen neue Verfahren zusätzliche potentielle Unsicherheitsquellen dar, welche erneut verifiziert und validiert werden müssen, um deren tatsächliche Verminderung der Fehlereinflüsse zu belegen.

Begründet durch das in den letzten Jahren immer weiter aufkommende Eingeständnis, dass keine Simulation frei von Unsicherheiten ist, beschäftigt sich der zweite Weg damit, die in der Rechnung innewohnenden Abweichungen von der tatsächlichen Lösung zu quantifizieren. Hierin sei das europäische Forschungsprojekt NODESIM-CFD[4] [52] genannt, welches sich mit der Quantifizierung von Unsicherheiten auf Basis von Wahrscheinlichkeitsformulierungen beschäftigte, sowie die von der NATO[5] *Research and Technology Organisation* initiierten internationalen Forschungsarbeiten und Vortragsreihen[6] zur Unsicherheitsquantifizierung im Bereich der CFD und des militärischen Fahrzeugentwurfs.

Dabei lassen sich die Arbeiten in diesen Bereichen allgemein in deterministische und stochastische Ansätze aufteilen, wobei auch einige Arbeiten mit einer Kombination aus beiden alle auftretenden Unsicherheiten in die Abschätzung einbeziehen. Bei der deterministischen Betrachtung erfolgt eine Ermittlung des *epistemischen Fehlers*, welcher in der Regel reduzierbar ist. Dieser wird überwiegend hervorgerufen durch die Modellierung oder die numerische Approximation. Unter *Modellierungsfehler* zählen zum Beispiel jegliche Annahmen, Vereinfachungen oder Vernachlässigungen in der physikalischen oder mathematischen Beschreibung des Problems. *Numerische Fehler* basieren hingegen auf Diskretisierung, Rundung, eine ungenügende Anzahl an Iterationen oder einfach auf Programmierfehlern. Aber auch manche *Eingabefehler* wie die Geometrie oder Initialbedingungen können epistemischen Charakter aufweisen. Der bereits angeführte Gitterkonvergenzindex ist unter anderem ein Beispiel für diesen Ansatz. Eine Arbeit, welche ebenso der deterministischen Betrachtung folgen, wurde von Hay [48]

[3] Management und Minimierung von Unsicherheiten in der Numerischen Aerodynamik

[4] Non-Deterministic Simulation for CFD-based Design Methologies

[5] North Atlantic Treaty Organization

[6] Von der NATO-RTO initiierte Projekte "Computational Uncertainty in Military Vehicle Design" (2006-09) und "Application of Sensitivity Analysis and Uncertainty Quantification to Military Vehicle Design" (2011-13) sowie Vortragsreihe "Uncertainty Quantification in Computational Fluid Dynamics" (2010-11)

durchgeführt, worin er einen Finite-Elemente-Löser mit verschiedenen V&V-Techniken, wie der MMS und einer dem GCI verwandten Methode anwandte. Die hierbei mit einer RANS auftretende Problematik der Grenzschichtauflösung im wandnächsten Bereich wurde auch hier umgangen, wobei dieses mit Hilfe einer High-Reynolds-Wandbehandlung erfolgte (s. Kapitel 3). Auch in den Verifizierungsarbeiten von Hixon [53] wurde die MMS angewandt und die Grenzschichtentwicklung hierin durch Betrachtung reibungsfreier Fluide mit Hilfe der Euler-Gleichungen außen vor gelassen. Ein Ansatz zur Quantifizierung von CFD-Ergebnissen anhand von Konzepten aus der experimentellen Strömungsmechanik wird in [142] von Stern behandelt, wobei für den numerischen Fehler unter anderem der GCI mit anderen Methoden gegenüber gestellt wird. Und auch in den Untersuchungen von Figliola [29] wurde eine Abschätzung der numerischen Unsicherheiten durchgeführt, welche hierin für die Berechnung des Widerstandes mit einem Finite-Volumen-Löser erfolgte. Eine Betrachtung der Wandgradienten erfolgte auch in dieser Arbeit nicht.

Die nicht-deterministische oder stochastische Betrachtung beschäftigt sich dementgegen mit der Erfassung von *aleatorischen Unsicherheiten*, welche sich nach Roy [112] nicht reduzieren lassen und einen Zufallscharakter besitzen. Sie lassen sich entsprechend mit Wahrscheinlichkeits- oder Verteilungsfunktionen beschreiben und werden grundsätzlich mit einer Bandbreite um die berechnete Lösung angegeben, für deren Bestimmung häufig eine Monte-Carlo-Simulation oder ähnliche Verfahren zur Anwendung kommen. Demnach ist zur Festlegung der Abweichungen innerhalb der nicht-deterministischen Ansätze eine einzige Lösung des mathematischen Modells nicht mehr ausreichend. Die Ursachen der aleatorischen Unsicherheiten werden in vielen Arbeiten besonders in den *Eingabefehlern* gesehen, können aber auch aus der Numerik oder der Modellierung kommen. Eingabeunsicherheiten wurden in Abhängigkeit von Festlegung der Geometrie beispielsweise von Mignolet [84] in der aeroelastischen Analyse eines Tragflügels untersucht. Dieses war ebenso Inhalt der Arbeiten von Bose [8], wobei hier die Auswirkungen kleiner Variationen in den Eingabegrößen einer planetaren Atmosphäre auf die Berechnung des Eintritts eines Flugkörpers behandelt wurde. Hierin kam ein gegenüber der klassischen Monte-Carlo-Methode verbessertes Verfahren zum Einsatz, welches auch bei komplexeren Systemen mit einer kleinen Sample-Anzahl auskommen soll. Dieses fand auch bei Thacker [146] Anwendung, der sich mit Modelleingabeunsicherheiten innerhalb der Berechnung von Halswirbelsäulenverletzungen beschäftigte.

Zur Bewertung der gesamten durchgeführten Strömungssimulation ist eine Berücksichtigung sowohl der epistemischen als auch der aleatorischen Unsicherheiten sinnvoll. Hierdurch wird, dargestellt in den Arbeiten von Roy [112], ein Wertebereich aufgespannt, in welchem sich die *korrekte* Lösung befindet. In Abhängigkeit von der Größe dieses Wertebereichs wird hiermit eine Bewertung einer einzelnen Rechnung, aber auch der Vergleich mit den anderen Ergebnissen ermöglicht. Wie Roy befasst sich auch Childs [14] mit der Betrachtung beider Unsicherheitsanteile, wobei die stochastischen Abweichungen auch hier mit der Monte-Carlo-Methode verarbeitet werden und der CFD-Löser selbst als Black-Box betrachtet wird. Eine genauere Darstellung der verschiedenen epistemischen und aleatorischen Unsicherheiten und einige Beispiele ihrer Behandlung sind in Kapitel 4 zu finden.

1.3 Aufbau der Arbeit

Bei Betrachtung der aktuellen Arbeiten im Bereich der Identifikation und Quantifizierung von Unsicherheiten wird die Notwendigkeit deutlich, die Zuverlässigkeit und Genauigkeit numerischer Verfahren und ihrer Ergebnisse zu bewerten. Doch auch bei Arbeiten, die sich mit statistischer Turbulenzmodellierung befassen, bleiben die Unsicherheiten, die in der unzureichenden Wiedergabe einer turbulenten Grenzschicht begründet sind und weitreichende Auswirkungen auf die gesamte Strömungsvorhersage erreichen können, unberücksichtigt. Dieses zeigt sich insbesondere bei den Verfahren zur Abschätzung numerischer Fehler, welche auf der Variation der Zellgröße beruhen. In den hierin durchgeführten Untersuchungen wurde entweder der empfindliche Grenzschichtbereich vollständig ausgespart oder lediglich reibungsfreie Fluide betrachtet. Dabei wird selbst in den in jüngster Zeit immer weiter verbreiteten hybriden RANS-LES-Verfahren die Wandbehandlung weiterhin von einem Turbulenzmodell übernommen, dessen Zuverlässigkeit vorausgesetzt wird, aber nicht hinreichend abgeschätzt werden kann.

Aus diesem Grunde beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit einem deterministischen Ansatz zur Quantifizierung des numerischen Fehlers, der insbesondere durch eine ungeeignete Gitterauflösung im Grenzschichtbereich entsteht. Hierfür sollen die untersuchten Strömungslöser zunächst als Black-Box angesehen werden. Die Vorgehensweise ist dabei von empirischer Natur, um eine Anwendung und Reproduzierbarkeit des Fehlerschätzers auch ohne tiefergehenden Zugang zu den Quelltexten zu ermöglichen. Die Strömungslöser, welche für eine genauere Betrachtung herangezogen werden, sind

TAU	des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt [17, 18],
ELAN	der Technischen Universität Berlin [155],
STAR-CCM+	des Unternehmens CD-adapco [11],
Edge	der Swedish Defence Research Agency [27, 28], sowie
OpenFOAM	des Unternehmens OpenCFD [94, 95].

In der Arbeit wird zu Beginn ein Überblick über den theoretischen Hintergrund bei der Darstellung turbulenter Strömungen (Kapitel 2) und der angewandten numerischen Methoden (Kapitel 3) gegen. Hierauf folgt eine Klassifizierung von Verifizierungs- und Validierungsmethoden, sowie Begriffen wie Fehler und Unsicherheit, bei denen ebenfalls auf ihre Ursachen eingegangen und Verfahren ihrer Quantifizierung kurz erläutert werden (Kapitel 4). Hieran schließt sich die Beschreibung der durchgeführten Untersuchungen an.

In den Untersuchungen werden zunächst die Unsicherheiten untersucht, welche aufgrund der Wahl des Turbulenzmodells entstehen und die allgemeine Befähigung des Strömungslösers getestet, die Entwicklung der Grenzschicht und die Strömungsphysik auf einem sehr feinen Referenzgitter qualitativ korrekt wiederzugeben (Kapitel 5). Dieses wird in Anlehnung an [89] als Trendtest bezeichnet. Hierfür werden die oben genannten fünf Strömungslöser, die auf der Finite-Volumen-Methode beruhen, und acht unterschiedliche Turbulenzmodelle verschiedener Komplexität ausgewählt. Die Ergebnisse der fünf Löser werden im Sinne eines Vergleichstest ebenfalls gegenüber gestellt, um die korrekte Implementierung des Modells und die Einflüsse des Lösers zu bewerten. Anschließend erfolgt eine Variation des wandnahen Gitters, worin der Einfluss vom Abstand des ersten inneren Rechenpunktes von der Wand (y^+), von der wandnormalen Aufweitung des Gitters sowie von der Abweichung einer wandorthogonalen Gitterauflösung untersucht wird. Die Durchführung einer derartigen Sensibilitätsstudie ist im Bereich eines Black-Box-Tests in der SQA anzusiedeln.

Als Testfall wird zunächst eine ungestörte Grenzschichtentwicklung an einer druckgradientenfreien, ebenen Plattenströmung betrachtet. Im Weiteren kommen durch die Interaktion mit einer druckinduzierten Ablösung am Onera-A-Profil und mit einem Verdichtungsstoß am RAE2822-Profil zusätzliche Unsicherheiten hinzu. Dabei wird das Hauptaugenmerk auf eine Übertragbarkeit der Erkenntnisse von der ebenen Platte auf komplexere Strömungen und damit auf der Quantifizierbarkeit der Fehlerauswirkungen auf einzelne Strömungsgrößen liegen.

Aus den Erkenntnissen, welche innerhalb der Sensibilitätsstudien an der ebenen Plattenströmung gewonnen wurden, soll anschließend ein Fehlerschätzer für die untersuchten Fehlermechanismen entwickelt werden, der schließlich eine Ergebnisverifikation ermöglicht (Kapitel 6). Hierfür sollen die Fehlerauswirkungen in geeigneter Form als Funktionen der Gitteraufweitung, der Gitterschiefe und des Wandabstandes abgebildet werden und damit als Datenbasis für den empirischen Fehlerschätzer dienen. Die Fehlerfunktionen für jedes Modell und jeden Fehlermechanismus werden separat bereitgestellt. Um einen in den Strömungslöser integrierten und automatisierten Schätzer zu erhalten, müssen zusätzlich Sensoren entwickelt und implementiert werden, welche den Grenzschichtbereich detektieren und nach einzelnen Gitterdefiziten abtasten. Diese sollen zusammen mit dem ermittelten lokalen Fehler als Oberflächenwert dem Benutzer als Bewertungsmaß für die durchgeführte Simulation dienen und zur Berechnung eines möglichen globalen Einflusses auf das Ergebnis genutzt werden. Die Umsetzung des Schätzers soll dabei anhand einer der fünf Strömungslöser exemplarisch durchgeführt werden. Abschließend sollen der Gültigkeitsbereich und die Grenzen des entwickelten Fehlerschätzers anhand der beiden untersuchten Profile, der Interaktion mehrerer Fehlermechanismen sowie der Anwendung an einer 2D-Hochauftriebskonfiguration dargestellt werden.

Die in der Arbeit gewonnenen Erkenntnisse werden in Kapitel 7 zusammengefasst und ein Ausblick auf weitere Tätigkeiten in diesem Bereich gegeben.

2 Darstellung turbulenter Strömungen

Nahezu jede in der Industrie und Forschung relevante Strömung ist von Turbulenz gekennzeichnet. Diese bildet sich in einer vorerst laminaren Strömung durch Instabilitäten oberhalb einer bestimmten kritischen Reynolds-Zahl aus, wobei der kritische Wert von der jeweiligen Strömungssituation abhängig ist. Ist die laminare Strömung in eine turbulente umgeschlagen, ist diese von dreidimensionalen stochastischen Schwankungen gekennzeichnet, rotationsbehaftet und im Detail stets instationär. Der wesentlichste Effekt der Turbulenz ist das Auftreten einer scheinbaren Viskosität, welche durch turbulente Durchmischungseffekte hervorgerufen werden. Die turbulente Scheinviskosität ist im Allgemeinen gegenüber der molekularen Viskosität um mehrere Zehnerpotenzen erhöht und wirkt sich sowohl auf vektorielle Größen wie den Impuls als auch skalare Größen wie Energie und Wärme aus. Durch die stärkeren Austauschmechanismen an der Wand verursacht diese turbulente Viskosität ein erhöhtes Maß an Reibung, welche sich bei Kraftfahrzeugen sowie Flugzeugen aufgrund eines größeren Widerstandsbeiwertes negativ auf z.B. den Treibstoffverbrauch auswirken kann. Diese Mechanismen können aber auch erwünscht sein, wenn beispielsweise die turbulente Grenzschicht gegenüber einer laminaren erst bei deutlich höheren Anstellwinkeln ablöst und somit zu einem Auftriebsgewinn führt. Zur Wiedergabe dieser komplexen Abläufe von der Entstehung bis zum Zerfall der Turbulenz in Newtonschen Fluiden kommen in der heutigen Aerodynamik die nach Navier und Stokes benannten nicht-linearen Gleichungen zum Einsatz, welche im Folgenden genauer beschrieben werden sollen.

2.1 Grundgleichungen

Die Navier–Stokes–Gleichungen stellen eine hinreichende Formulierung für die Beschreibung turbulenter, kompressibler und instationärer Strömungsphänomene dar und kann aus den grundlegenden Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie hergeleitet werden. Ursprünglich umfasste diese lediglich die Behandlung des Impulses, welche aufgrund der Unterbestimmtheit des resultierenden Systems um die Kontinuitätsgleichung und die Energiegleichung erweitert wurde und die heutige in der Strömungsphysik allgemein verbreitete Form der Navier–Stokes–Gleichungen darstellt. Für den dreidimensionalen Fall kann diese in konservativer Form geschrieben werden als

$$\iiint\limits_V \frac{\partial}{\partial t} \underline{W} \, dV = - \iint\limits_{\partial V} \underline{\underline{F}} \cdot \underline{n} \, dS \tag{2.1}$$

worin

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

den Vektor der konservativen Variablen darstellt. Dessen zeitliche Änderung in einem beliebigen, raumfesten Kontrollvolumen V steht dabei im Gleichgewicht mit dem Fluss $\underline{\underline{F}}$ über die Kontrollvolumenränder ∂V. Dabei setzt sich die Flussdichte

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}^c - \underline{\underline{F}}^v \tag{2.3}$$

aus den konvektiven

$$\underline{\underline{F}}^c = \begin{bmatrix} \rho\, u\, \underline{e}_x & + & \rho\, v\, \underline{e}_y & + & \rho\, w\, \underline{e}_z \\ \rho\,(u^2 + p)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(uv)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(uw)\, \underline{e}_z \\ \rho\,(uv)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(v^2 + p)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(vw)\, \underline{e}_z \\ \rho\,(uw)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(vw)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(w^2 + p)\, \underline{e}_z \\ \rho\,(uH)\, \underline{e}_x & + & \rho\,(vH)\, \underline{e}_y & + & \rho\,(wH)\, \underline{e}_z \end{bmatrix}$$

und den viskosen Anteilen

$$\underline{\underline{F}}^v = \begin{bmatrix} 0 & + & 0 & + & 0 \\ \tau_{xx}\ \underline{e}_x & + & \tau_{xy}\ \underline{e}_y & + & \tau_{xz}\ \underline{e}_z \\ \tau_{xy}\ \underline{e}_x & + & \tau_{yy}\ \underline{e}_y & + & \tau_{yz}\ \underline{e}_z \\ \tau_{xz}\ \underline{e}_x & + & \tau_{yz}\ \underline{e}_y & + & \tau_{zz}\ \underline{e}_z \\ u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+w\tau_{xz}-q_x\ \underline{e}_x & + & u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+w\tau_{yz}-q_y\ \underline{e}_y & + & u\tau_{xz}+v\tau_{yz}+w\tau_{zz}-q_z\ \underline{e}_z \end{bmatrix}$$

zusammen, wobei die spezifische Gesamtenthalpie H beschrieben wird durch

$$H = E + \frac{p}{\rho}. \tag{2.4}$$

Hierin ergibt sich die spezifische Gesamtenergie E aus der kinetischen und der spezifischen inneren Energie

$$E = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + c_v T. \tag{2.5}$$

Unter der Annahme eines kalorisch und thermisch perfekten Gases stellt hierin c_v die spezifische Wärmekapazität dar und es gilt das ideale Gasgesetz mit der spezifische Gaskonstante R

$$p = R\rho T. \tag{2.6}$$

Die in den viskosen Anteilen des Flusses auftretenden Spannungen werden hier nach dem Schubspannungsansatz von Newton beschrieben. Zusammen mit der Hypothese von Stokes für kompressible Fluide [143] ergibt sich daraus für die Normalspannungen

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \end{aligned} \tag{2.7}$$

und die Schubspannungen können geschrieben werden als

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad \tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right). \tag{2.8}$$

Die Abhängigkeit der Viskosität μ von der Temperatur kann dabei nach dem Gesetz von Sutherland [145] beschrieben werden über

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}, \tag{2.9}$$

worin die Referenzviskosität μ_0, die Referenztemperatur T_0 und die Sutherland-Konstante C fluidspezifische Größen darstellen.

2.2 Numerische Behandlung von Turbulenz

Direkte numerische Simulation (DNS)

Mit Hilfe der vollständigen instationären Navier-Stokes-Gleichungen lassen sich Strömungen mit den darin innewohnenden turbulenten Effekten direkt berechnen, welches als Direkte Numerische Simulation (DNS) bezeichnet wird. Hierbei werden neben der Hauptströmung auch die kleinskaligen turbulenten Schwankungen vollständig aufgelöst, welche diese überlagern. Diese Schwankungen bewirken im Strömungsfeld sowohl räumliche als auch zeitliche Variationen, was für eine eingehende Darstellung der physikalischen Abläufe neben einer sehr feinen Auflösung des Rechengebietes auch eine instationäre Behandlung des Problems mit hinreichend kleiner Zeitschrittweite unerlässlich macht. Da für eine adäquat feine räumliche Vernetzung dreidimensionaler Strömungen die notwendige Gitterpunktanzahl mit $Re^{\frac{9}{4}}$, der sich daraus ergebene Rechenaufwand sogar mit $Re^{\frac{11}{4}}$ skaliert [77], sind jedoch die mit einer DNS zu untersuchende Strömungsprobleme vorwiegend auf generische, tendenziell zweidimensionale oder periodische Strömungsfälle beschränkt. Eine Berechnung komplexerer Konfigurationen ist auch heutzutage trotz stetiger Weiterentwicklungen im Bereich der Rechenleistung und Speicherkapazitäten nur mit hohem zeitlichem und finanziellem Aufwand möglich. Untersuchungen mit einer DNS dienen im allgemeinen dazu, ein tiefergehendes Verständnis von Turbulenz zu erlangen. Sie findet unter anderem Anwendung zur Vorhersage von laminar-turbulenten Umschlagsbereichen, zur Berechnung von Ablöseblasen oder zur Erstellung numerisch genauer Referenzlösungen, welche zum Beispiel zur Kalibrierung und Verbesserung von Turbulenzmodellen eingesetzt werden können.

Large-Eddy Simulation (LES)

Eine andere Form der Turbulenzdarstellung ist die Grobstruktur- oder auch Large-Eddy- Simulation (LES). Diese erreicht eine Reduzierung der bei der DNS sehr hohen Rechen- und Speicheranforderungen, indem nicht das vollständige Turbulenzspektrum simuliert wird, sondern lediglich die großen, energietragenden Skalen erfasst werden, welche das Strömungsfeld maßgeblich beeinflussen. Hingegen werden die kleinen, weniger anisotropen Turbulenzskalen, welche nicht durch die räumliche Auflösung des verwendeten Rechennetzes abgebildet werden, herausgefiltert. Dieses kann auch explizit über entsprechende Filterfunktionen umgesetzt werden. Um den Einfluss der kleinen Skalen auf die Strömung dennoch wiederzugeben, erfolgt deren Modellierung über sogenannte *sub-grid scale models* (SGS), für die vorwiegend algebraische Ansätze verwendet werden. Trotz der Einschränkung des Turbulenzspektrums hat aber auch die LES einen erhöhten Anspruch an die zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten. Da die Turbulenz nahe der Wand sehr kleinskalig wird und die Strömung in diesem Bereich in hohem Maße von Anisotropie gekennzeichnet ist [57], muss die Grenzschicht sowohl wandnormal als auch entlang der Oberfläche mit einer großen Anzahl an Gitterpunkten aufgelöst werden. Dieses führt hier zu einer Punktdichte, die der einer DNS nahe kommt und die Behandlung technisch relevanter Testfälle überaus aufwendig gestaltet. Hierdurch beschränken sich auch bei der LES die Anwendungsgebiete vorerst auf tendenziell einfache Strömungsprobleme bei niedrigen Reynolds-Zahlen.

2.2.1 Statistische Turbulenzmodellierung (RANS)

Nicht immer ist der hohe Rechenaufwand, der mit dem Lösen des gesamten Turbulenzspektrums durch die der Navier-Stokes-Gleichungen in Verbindung steht, notwendig. Denn bei den meisten für die Industrie relevanten Strömungsproblemen liegt das Hauptaugenmerk weniger in der genauen Darstellung detaillierter instationärer Abläufe, sondern vielmehr in einer statistischen Beschreibung der Strömungsgrößen. Dieses wird durch den Separationsansatz nach Reynolds [101] erreicht, bei dem die Strömungsgrößen in den Navier-Stokes-Gleichungen in einen mittleren und einen Schwankungsanteil zerlegt werden. Hierin werden sowohl die Geschwindigkeitskomponenten, als auch der Druck und die Temperatur durch

$$u_i = \overline{u_i} + u_i' \qquad p = \overline{p} + p' \qquad T = \overline{T} + T' \tag{2.10}$$

Der Mittelwert wird in der Regel durch eine sogenannte Ensemble-Mittelung erhalten, bei der von einer ausreichend großen Anzahl an Instanzen ausgegangen wird. Innerhalb kompressibler Strömungen wird bei hohen Mach-Zahlen zusätzlich eine Aufspaltung der Dichte notwendig, bei welcher dann hingegen eine dichtegewichtete Mittelung nach Favre [24] von Vorteil ist. Liegen jedoch, wie in den Untersuchungen dieser Arbeit, gemäßigte Mach-Zahlbereiche vor, so hat [118] gezeigt, dass die Schwankungsanteile der Dichte vernachlässigbar klein bleiben und dadurch auf eine Favre-Mittelung verzichtet werden kann.

Nach Substitution der Strömungsgrößen durch ihre Fluktuation und Mittelwerte erfolgt die Mittelung der Navier-Stokes-Gleichungen. Hierbei entfallen alle Terme mit Momenten erster Ordnung, da sich diese im Mittel zu Null ergeben.

$$\overline{\phi'} = 0 \qquad \text{mit } \phi \in \{u_i, p, T\}$$

Das resultierende System aus Gleichungen wird auch als Reynolds-averaged-Navier-Stokes (RANS) Gleichungen bezeichnet. Es hat die gleiche Struktur wie die Navier-Stokes- Gleichungen, ist aber um jeweils einen Term erweitert, der aus den nicht-linearen Konvektionstermen der Impulsgleichungen hervorgeht. Diese Terme haben die Gestalt eines Diffusionsterms und werden als Reynolds-Spannungen oder zweite statistische Momente bezeichnet.

Da im Weiteren ausschließlich von einer Zerlegung der Strömungsgrößen ausgegangen wird, werden aus Übersichtlichkeitsgründen die mittleren Strömungsgrößen ohne Mittelungsbalken dargestellt (ϕ) und nur die Fluktuationsgrößen besonders gekennzeichnet (ϕ').

2.2.2 Schließungsproblem

Die Mittelung nach Reynolds führt zu dem Problem, dass zu den bisherigen zu berechnenden Strömungsgrößen im dreidimensionalen Raum neun weitere Unbekannte hinzukommen. Selbst bei Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften verbleiben hierdurch sechs zusätzliche Größen, ohne dass weitere Gleichungen zu deren Bestimmung dazu gewonnen wurden. Dieses wird als Schließungsproblem der Turbulenz bezeichnet wird. Wird mit dem Ansatz von Reynolds versucht, für diese Unbekannte Transportgleichungen aus den Navier-Stokes-Gleichungen aufzustellen, so werden hierdurch wiederum Momente höherer Ordnung in das

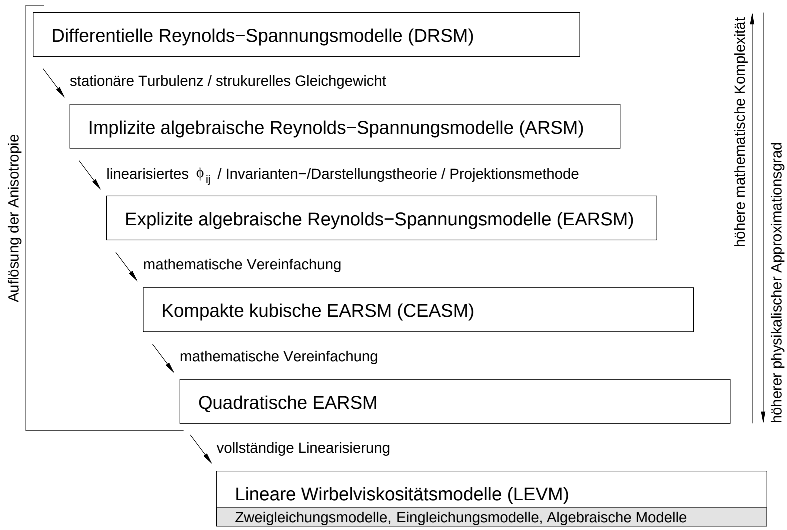


Abbildung 2.1: Modellhierarchie der Turbulenzmodelle zur Schließung des RANS-Gleichungssystems (Darstellung in Anlehnung an [86, 118])

System eingebracht[118], die ebenfalls bestimmt werden müssen. Zur Lösung des Problem ist es deshalb notwendig, das Verfahren an einer angemessenen Stelle abzubrechen und die verbliebenen statistischen Momente durch eine geeignete Formulierung auf bekannte Größen wie das Hauptströmungsfeld oder geometrische Parameter zurückführen. Zu diesem Zweck wird ein Turbulenzmodell eingeführt.

2.2.3 Modellhierarchie

Zur Schließung des RANS-Gleichungssystems sind in den vergangenen etwa 40 Jahren eine Vielzahl von Turbulenzmodellen entwickelt worden. Für einen besseren Überblick ist eine mögliche Klassifizierung der Modelle in Anlehnung an [86, 118] in Abbildung 2.1 dargestellt, welche sich sowohl an den zugrundeliegenden physikalischen Annahmen als auch der mathematischen Komplexität orientiert. Hierin weisen die Modelle in der obersten Ebene die größte Komplexität auf, wobei mit jeder hinzukommenden mathematischen Vereinfachung der physikalische Approximationsgrads stetig ansteigt.

Die Turbulenzmodelle der ersten Ebene folgen dabei dem Ansatz, zur Lösung des Schließungsproblems für jede der sechs Reynolds-Spannungen jeweils eine weitere Transportgleichung bereitzustellen. Sie werden daher als Differentielle Reynolds-Spannungsmodelle (DRSM) bezeichnet. Vertreter dieser Hierarchieebene sind unter anderem von Speziale et al. (1991) [141] und Sjörgen und Johansson (2000) [130] formuliert worden. Da in diesen auch die zusätzlichen höheren Momente beschrieben werden müssen, die mit den sechs Transportgleichungen mit in das Gleichungssystem eingebracht werden, besitzen die DRSM eine recht hohe mathematische Komplexität, welche mit entsprechendem Implementierungs- und Rechenaufwand verbunden ist.

Eine Möglichkeit, diesen hohen numerischen Aufwand der DRSM zu vermeiden, liefern beispielsweise die expliziten algebraischen Reynolds-Spannungsmodelle, welche aus diesen durch mathematische Vereinfachungen und physikalische Annahmen gewonnen werden können. Für die korrekte Wiedergabe der Reynolds-Anisotropie (RSA) wird hier eine zusätzliche Turbulenzgleichung einbezogen, wobei dabei aber deren Advektion und Diffusion aufgrund der Annahme eines schwachen Gleichgewichts zwischen turbulenter Produktion und Dissipation vernachlässigt wird [109]. Hieraus ergibt sich zunächst ein Algebraisches RSM (ARSM), welches unter der Annahme, dass die RSA von den Gradienten der Hauptströmung abhängig ist, explizit gelöst wird. Zusätzlich zu der Gleichung für die RSA muss noch eine Gleichung für die kinetische Energie und das turbulente Zeitmaß gelöst werden, was üblicherweise durch ein Standard-Zweigleichungsmodell erfolgt. Die erste Veröffentlichung eines EARSM erfolgte 1975 von Pope[98]. Andere EARSM sind zum Beispiel von Gatski [33] und Girimaji [35] entwickelt worden.

Die tendenziell einfachsten mathematischen Formulierungen besitzen in der Modellhierarchie die linearen Wirbelviskositätsmodelle (LEVM), was über starke physikalische Vereinfachungen bei der Turbulenzmodellierung erreicht wird. Den Ansatz liefert hierfür die Boussinesq-Hypothese [9], mit deren Hilfe die Turbulenz analog zu der molekularen Viskosität als ein Zuwachs an Zähigkeit beschrieben werden kann. Die turbulente Viskosität wird dabei als skalare Größe eingeführt, wodurch die Modellfamilie ihren Namen erhalten hat. Auch bei diesen verschiebt sich das Schließungsproblem zunächst nur, wobei hier eine Beschreibung der turbulenten Viskosität gefunden werden muss. Diese kann entsprechend der Prandtlschen Mischungsweghypothese [147] durch ein charakteristisches turbulentes Längenmaß L_t und ein turbulentes Geschwindigkeits- V_t bzw. Zeitmaß T_t ausgedrückt werden.

Wird hierbei für beide Größen jeweils eine zusätzliche Transportgleichung in das Gleichungssystem eingebracht, so spricht man von sogenannten Zweigleichungsmodellen. Diese Transportgleichungen werden dann üblicherweise für die turbulente kinetische Energie k und z.B. die Dissipationsrate ε [63] bzw. die charakteristische Frequenz ω [150] gelöst. Aber auch Eingleichungsmodelle finden breite Anwendung, für welche ihrem Namen entsprechend nur eine weitere Gleichung benötigt wird. Dieses ist darin begründet, dass hierin das Längenmaß algebraisch bestimmt wird, welches dabei zum Beispiel auf dem Wandabstand beruht. Das Turbulenzmodell von Spalart & Allmaras [133] stellt einen der bekanntesten Vertreter der Eingleichungsmodelle dar. Die einfachste Formulierung eines LEVM sind jedoch die sogenannten algebraischen Turbulenzmodelle, welche die Wirbelviskosität durch fehlende Betrachtung der Konvektion vollends ohne Vorgeschichtseffekte bestimmen. Aufgrund ihres algebraischen Ansatzes werden diese auch Nullgleichungsmodelle genannt. Sie sind leicht zu implementieren, haben einen geringen Rechenaufwand und eine hohe Stabilität. Bekannte Vertreter dieser Modelle sind unter anderem von Baldwin & Lomax [5] oder Cebeci & Smith [13] entwickelt worden. Wegen ihres hohen Modellierungsgrades, ihrer allgemeinen Beschränktheit auf anliegende und schwach abgelöste Strömungen, sowie der fortschreitenden Entwicklung immer leistungsstärkerer Computer werden diese jedoch kaum noch angewandt.

Eine Schwäche, die alle linearen Wirbelviskositätsmodelle gemeinsam haben, liegt in der Beschreibung der Reynolds-Spannungsanisotropie, welche durch die Formulierung der Wirbelviskosität über skalare Größen wie k und ε bzw. ω unempfindlich gegenüber Rotationseffekten wird. Deshalb sind die LEVM schlecht konditioniert für die Berechnung von Strömungen, in denen Rotations- und Krümmungseffekte stark sind, falls nicht erneut eine Abhängigkeit von der Rotation in das Modell eingebracht wird [97]. Neben der Unempfindlichkeit gegenüber gekrümmten Stromlinien besitzen die LEVM meist auch eine zu ausgeprägte turbulente Produktion und eine schlechte Vorhersage von Grenzschichten mit positivem Druckgradienten mit einer zu schwachen Vorhersage von Ablösungen. Ein guter Überblick über bekannte Schwächen der linearen Wirbelviskositätsmodelle lässt sich beispielsweise in [75] finden.

Betrachtet man die Modellhierarchie vom rein theoretischen Standpunkt aus, so sind die komplexeren Modelle gegenüber den LEVM allgemeingültiger und physikalisch genauer, jedoch auch rechenintensiver und teilweise weniger numerisch robust. Dieses kann in der Praxis dazu führen, dass ein lineares Wirbelviskositätsmodell, welches für ein bestimmtes Strömungsproblem kalibriert wurde, dieses besser wiedergibt, als ein instabiles differentielles RSM [43, 75]. Denn trotz der Vielfalt an unterschiedlichen Turbulenzmodellen existiert jedoch kein Modell, welches bei allen Strömungsfällen in gleicher Weise gut geeignet ist und damit befriedigende Resultate liefern kann [25].

In dieser Arbeit kommen mehrere Ein- und Zweigleichungsmodelle, wie auch EARSM Modelle zum Einsatz, welche im Nachfolgenden näher beschrieben werden sollen.

2.3 Turbulenzmodelle

2.3.1 Lineare Wirbelviskositätsmodelle

Zur Beschreibung der mit der Mittelung nach Reynolds eingeführten zweiten statistischen Momente, wird in den linearen Wirbelviskositätsmodellen die Hypothese von Boussinesq [9] angewandt. Hiernach kann die aufgrund der Turbulenz erhöhte Zähigkeit analog zum Stoffgesetz in Form einer Scheinviskosität aufgefasst werden. Diese turbulente Viskosität μ_t wird dabei als skalare Größe eingeführt, wodurch die Reynolds-Spannungen durch

$$\tau_{ij,t} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = 2\mu_t \left(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij} S_{kk} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k, \tag{2.11}$$

beschrieben werden können, worin k die turbulente kinetische Energie

$$k = \frac{1}{2}\left(\overline{u_i' u_i'}\right) \tag{2.12}$$

und S_{ij} den Scherratentensor

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.13}$$

darstellt. Betrachtet man die effektive Viskosität in einer turbulenten Strömung als Summe der laminaren und der Wirbelzähigkeit

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \tag{2.14}$$

so können auch die molekularen Spannungen (Glg. 2.7/2.8) mit den Reynolds-Spannungen (Glg. 2.11), die sich wie turbulente Scheinspannungen verhalten, zu den effektiven Spannungen zusammengefasst werden [126, 151]

$$\tau_{ij,eff} = 2\mu_{eff}\left(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{kk}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k. \tag{2.15}$$

Hierdurch hat sich das Schließungsproblem auf die Bestimmung von μ_t und turbulenten kinetischen Energie k verschoben. Mit dem Ansatz von Prandtl ergibt eine Dimensionsanalyse für die turbulente Scheinzähigkeit folgende Relationen zwischen dem turbulenten Längenmaß L_t und dem turbulenten Geschwindigkeitsmaß V_t bzw. Zeitmaß T_t

$$\mu_t \sim \rho L_t V_t \sim \rho \frac{L_t^2}{T_t}. \tag{2.16}$$

Zur Bestimmung der Wirbelviskosität wird für das Geschwindigkeitsmaß vorwiegend die turbulente kinetische Energie k verwendet, wohingegen als Längenmaß beispielsweise das Zweigleichungsmodell von Jones und Launder [63] eine Transportgleichung für die Dissipationsrate ε vorsieht. In diesem Modell, welches ein Standard-k-ε-Modell darstellt, ergibt sich damit für die Wirbelviskosität

$$\mu_t = C_\mu \cdot \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \tag{2.17}$$

und derart in den meisten sogenannten k-ε-Modellen verwendet wird. Hierin stellt $C_\mu = 0.09$ eine Proportionalitätskonstante dar, der Anisotropieparameter genannt wird. Diese Modelle sind üblicherweise für die Wiedergabe des logarithmischen Bereichs der Grenzschicht ausgelegt, was eine Dämpfungsfunktion im wandnahen Bereich notwendig macht. Wilcox [150] führt daher in seinem Modell als zweite abhängige Variable die spezifischen Dissipationsrate

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} \tag{2.18}$$

ein, welches dadurch ein asymptotisch korrektes Verhalten bis in die viskose Unterschicht besitzt und daher auf eine Wandfunktion verzichten kann. Die Turbulenzmodelle dieser Form sind demnach besser zur Vorhersage von Strömungseffekten im Grenzschichtbereich geeignet als die k-ε-Modelle, da diese keine zusätzlichen Unsicherheiten durch eine Wanddämpfungsfunktion in die Lösung einbringen. Die Wirbelviskosität ergibt sich in k-ω-Modellen, von denen das Modell von Wilcox in seiner ursprünglichen Formulierung als Standardmodell angesehen werden kann, demnach zu

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \tag{2.19}$$

Wilcox-k-ω Modell

Die k-ω-Formulierung nach Wilcox (WCX) besitzt einige Vorteile gegenüber den k-ε-Modellen, welche sich insbesondere in der Wiedergabe des wandnahen Verhaltens von Strömungen ergeben. Das durch eine einfache Formulierung leicht zu implementierendes Modell, welches in der Version 1988 [150] zunächst ohne eine Dämpfungsfunktion auskommt, kann mit nur einem Satz von Koeffizienten zur Berechnung von inkompressiblen wie auch kompressiblen Wandgrenzschichten angewandt werden [118].

Die gute Wiedergabe von positiven Druckgradienten ist nach Wilcox [150] auf die fehlende Kreuzdiffusion in der ω-Gleichung zurückzuführen, welche demnach auch nicht in der Grenzschicht auftreten kann. Genau mit diesem Fehlen wird aber auch die Tatsache begründet, dass das Wilcox-Modell (1988) Schwächen bei der Berechnung von Strömungen mit freien Scherschichten aufzeigt. Besonders bei diesen zeigt sich innerhalb der Lösung eine erhebliche Abhängigkeit von den Vorgaben von ω im Fernfeld. Da die Turbulenzgrößen außerdem an der Wand innerhalb von experimentellen Ergebnissen ein asymptotisches Verhalten aufwiesen, welches sich nicht mit den Berechnungen des 1988 von Wilcox formulierten Modells deckte, wurde das Modell 1998 um eine Dämpfungsfunktion erweitert [151]. Innerhalb der Weiterentwicklungen wurde neben einem neuen Satz an Koeffizienten unter anderem eine Korrektur vorgenommen, welche die Empfindlichkeit der Einströmränder auf die Lösung vermindern soll. Ebenso sollen die Modifikationen die Ausbreitungsrate freier Scherschichten senkrecht zu ihrer Strömungsrichtung korrigieren. Zur besseren Unterscheidung der beiden Formulierungen wird in dieser Arbeit die Originalformulierung mit WCX und die 1998 modifizierte Version mit WCX98 gekennzeichnet werden.

Wirbelviskosität:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \tag{2.20}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu + \sigma_k \mu_t)\, \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = P_{tu} - \beta^* \rho \omega k \tag{2.21}$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu + \sigma_\omega \mu_t)\, \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) = \gamma P_{tu} \frac{\omega}{k} - \beta \rho \omega^2 \tag{2.22}$$

Koeffizienten der Standard–Formulierung von 1988 [150]:

$$\beta^* = 0.09 \qquad \gamma = 5/9 \qquad \beta = 3/40 \qquad \sigma_k = 0.5 \qquad \sigma_\omega = 0.5 \tag{2.23}$$

Koeffizienten der erweiterten Formulierung von 1998 [151]:

$$\beta_k = \beta^* f_{\beta^*}, \qquad f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \text{wenn} \quad \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & \text{wenn} \quad \chi_k > 0 \end{cases}, \qquad \chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

$$\gamma = \frac{13}{25} \tag{2.24}$$

$$\beta = \frac{9}{125} f_\beta, \qquad f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega}, \qquad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta^*\omega)^3} \right|$$

$$\sigma_k = 0.5, \qquad \sigma_\omega = 0.5$$

Über die beiden beschriebenen Formulierungen des Modells hinaus veröffentliche Wilcox 2006 eine weitere, überarbeitete Version des Modells [152, 153]. Da diese in den für diese Untersuchungen verwendeten Strömungslöser nicht zur Verfügung stand und demnach nicht angewandt wurde, soll auf dieses Modell an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden.

Menter SST k-ω Modell

Um die Empfindlichkeit des originalen $k - \omega$-Modells auf die Freistromgrößen zu vermeiden, entwickelte Menter [79, 80] ein Modell, welches zwar auf diesem basiert, jedoch im Außenbereich der Strömung den Standard-k-ε-Ansatz verwendet, welcher diese Abhängigkeiten nicht besitzt. Dabei ist dieser nur im Fernfeld bis in die äußeren Grenzschichtbereiche aktiv, in welchem das k-ε-Modell seine Stärken hat. Im wandnahen und -nächsten Bereich blendet es dagegen allmählich in die Original-k-ω-Formulierung über, wodurch sein Verhalten bei Grenzschichtströmungen dem des Modells von Wilcox (1988) sehr ähnelt. Im Gegensatz zu diesem, wird durch die Blendungsfunktion eine Abhängigkeit des Wandabstandes d eingebracht, was zusätzlich eine Bestimmung von d im gesamten Strömungsfeld notwendig macht. Diese Form des Turbulenzmodells wird als Menter- Baseline (BSL)-Modell bezeichnet und ist gut zur Wiedergabe freier Scherschichten geeignet [114]. Um auch die Eigenschaften des Modells bei der Wiedergabe von Grenzschichten mit positiven Druckgradienten zu verbessern, bei denen das k-ω-Modell im Vergleich zu den algebraischen Ansätzen zwar bessere, jedoch weiterhin unzureichende Ergebnisse liefert, wurde das BSL-Modell um die Shear-Stress-Transport-(SST-) Modifikation erweitert, durch die eine Limitierung der Schubspannungen in derartigen Strömungen erreicht wird. Das BSL-Modell einschließlich der SST-Modifikation wird allgemein als Menter-SST-Modell bezeichnet.

Wirbelzähigkeit mit SST–Funktion:

$$\mu_t = \frac{\rho 0.31 k}{\max\left(0.31\omega, \Omega F_2\right)} \qquad \text{mit} \;\; \Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{2.25}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{D\rho k}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu + \sigma_k \mu_t)\,\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) = P_{tu} - \rho\beta^* \omega k \tag{2.26}$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu + \sigma_\omega \mu_t)\,\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right) = P_{tu} \cdot \frac{\rho\gamma}{\mu_t} - \rho\beta_\omega \omega^2 + 2\sigma_\omega^a (1 - F_1)\,\frac{\rho}{\omega}\left(\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right) \tag{2.27}$$

BSL-Blendungsfunktion für $\phi \in \{\sigma_k, \sigma_\omega, \gamma, \beta_\omega\}$:

$$\phi = F_1 \cdot \phi_1 + (1 - F_1) \cdot \phi_2 \tag{2.28}$$

Übergangsfunktionen:

$$F_1 = \tanh(arg_1^4), \qquad arg_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}; \frac{500\mu}{\rho\omega d^2}\right); \frac{4\sigma_\omega^a \rho k}{KD_{k\omega} d^2}\right) \tag{2.29}$$

$$F_2 = \tanh(arg_2^2) \qquad arg_2 = \max\left(2\,\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}; \frac{500\mu}{\rho\omega d^2}\right) \tag{2.30}$$

Kreuzdiffusionsterm:

$$KD_{k\omega} = \max\left[\frac{2\rho\sigma_\omega^a}{\omega} \cdot \left(\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right); 10^{-20}\right] \tag{2.31}$$

Koeffizienten:

$$\begin{array}{lllll} \text{wandnah :} & \sigma_{k1} = 1.1765 & \sigma_{\omega 1} = 0.5 & \gamma_1 = 0.5556 & \beta_{\omega 1} = 0.075 \\ \text{wandfern :} & \sigma_{k2} = 1.0 & \sigma_{\omega 2} = 0.856 & \gamma_2 = 0.440 & \beta_{\omega 2} = 0.0828 \\ & & & & \\ \text{sowie} & \beta^* = 0.09 & \kappa = 0.41 & & \end{array} \tag{2.32}$$

LEA k-ω Modell

Beim *linearisierten expliziten algebraischen Spannungsmodell*, welches im Weiteren als LEA-Modell bezeichnet wird, handelt es sich ebenfalls um ein Zweigleichungsmodell. Es ist von Rung [115] aus dem nicht-linearen EARS-Modell RQEVM entwickelt worden, welches ebenfalls von Rung entwickelt wurde und auf welches in einem nachfolgendem Abschnitt näher eingegangen wird.

Hierin ist zur Wiedergabe von Nichtgleichgewichtszuständen eine quasi-selbstkonsistente Formulierung gewählt worden und beruht daher im Vergleich zu den selbstkonsistenten Beschreibungen auf einem deutlich einfacheren Ansatz [118]. Das LEA-Modell kann mit verschiedenen Hintergrundmodellen kombiniert werden, wobei in den verwendeten Implementierungen zur Bestimmung von k und ω das Modell von Wilcox verwendet wurde. Es ist lokal, vom Wandabstand unabhängig und unter Beachtung des Realisierbarkeitsprinzips formuliert worden. Das LEA-Modell wurde unter anderem in den Arbeiten von [30, 123] untersucht, wo es bei der Vorhersage von Verdichtungsstößen gute Ergebnisse zeigte, bei der Bestimmung einer druckinduzierten Ablösung aber gegenüber seinem Hintergrundmodell nur geringfügig besser war. Dieses wird auf die unveränderte Transportgleichung für das turbulente Längenmaß zurückgeführt, was einen wesentlichen Einfluss des zugrundeliegenden Modells vermuten lässt. Das Anwendungsgebiet des LEA wird in dieser Form insbesondere für transsonische Strömungsprobleme gesehen.

Wirbelzähigkeit:

$$\mu_t = \frac{C_\mu^*}{C_\mu} \cdot \rho \frac{k}{\omega} \tag{2.33}$$

Anisotropieparameter:

$$C_\mu^* = \frac{\beta_1}{1 - \frac{2}{3}\eta^2 + 2\xi^2}, \qquad C_\mu = 0.09 \tag{2.34}$$

Funktionen:

$$\eta^2 = \frac{\beta_3^2 \cdot S^2}{8} \qquad \xi^2 = \frac{\beta_2^2 \cdot \Omega^2}{2} \tag{2.35}$$

$$\beta_1 = \frac{\frac{4}{3} - C_2}{2g} \qquad \beta_2 = \frac{2 - C_4}{2g} \qquad \beta_3 = \frac{2 - C_3}{g} \tag{2.36}$$

$$g = f_g \cdot (C_1 - 1) + \frac{S^2}{4 + 1.83\sqrt{0.8\Omega^2 + 0.2S^2}} \tag{2.37}$$

$$f_g = 1 + 0.95\left(1 - \tanh\left(\frac{S^2}{4.6225}\right)\right) \tag{2.38}$$

$$C_1 = 2.6 \qquad C_2 = \max\left(0.4; 1.5 \cdot \frac{S^{1.7}}{17.1 + 1.875 \cdot S^{1.7}}\right) \qquad C_3 = 1.25 \qquad C_4 = 0.45 \tag{2.39}$$

Dimensionslose Invarianten:

$$S = \frac{1}{C_\mu \cdot \omega} \cdot \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}} \qquad \Omega = \frac{1}{C_\mu \cdot \omega} \cdot \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{2.40}$$

Spalart-Allmaras Modell

Das Turbulenzmodell von Spalart und Allamaras ist ein Eingleichungsmodell, bei welchen das Längenmaß algebraisch über den Wandabstand geschlossen wird [133]. Es wurde insbesondere für die Anwendung auf Strömungsprobleme im aerodynamischen Bereich entwickelt. Dort ist dieses Modell sehr verbreitet, was sicher auch auf seine Robustheit, Einfachheit und seine gute Eignung in Grenzschichten mit positiven Druckgradienten zurückzuführen ist [30, 114]. In den Arbeiten von [30] wurde hingegen ebenso auf seine Schwächen bei der Vorhersage von druckinduzierten Ablösungen hingewiesen. Mittlerweile gibt es einige Weiterentwicklungen und Modifikationen des Modells, weshalb die Originalformulierung zur besseren Unterscheidung hier als SAO-Modell bezeichnet werden soll. Als Stärken des Modells sind weiterhin die Berechnungen anliegender Grenzschichten und die Vorhersage von Grenzschichtdicken zu nennen, wie innerhalb der Untersuchungen zur Verifizierung noch näher dargestellt werden wird. Prinzipiell lässt sich das Spalart-Allmaras-Modell mit Hilfe der Bradshaw-Hypothese und unter der Bedingung eines turbulenten Gleichgewichts aus dem Standard-k- ε-Modell von Jones & Launder herleiten, wodurch es auf eine Transportgleichung zur Bestimmung der Wirbelzähigkeit $\tilde{\nu}_t$ reduziert wird [81].

Wirbelviskosität:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu} f_{v1} \tag{2.41}$$

Transportgleichung für $\tilde{\nu}$:

$$\frac{D\rho\tilde{\nu}}{Dt} = P + \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_l + \rho\tilde{\nu}}{\sigma} \cdot \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_i} \right) + \frac{c_{b2}\rho}{\sigma} \left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_i} \right)^2 \right) - D \tag{2.42}$$

Produktion- und Vernichtungsterm:

$$P = c_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \qquad D = c_{w1} f_w \rho \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \tag{2.43}$$

Spalart–Allmaras–Modell in der Originalformulierung:

$$\tilde{S} = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 y^2} f_{v2} \qquad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_i}{x_j} - \frac{u_j}{x_i} \right) \tag{2.44}$$

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \qquad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \qquad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu_l} \tag{2.45}$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6} \qquad g = r + c_{w2}(r^6 - r) \qquad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2} \tag{2.46}$$

Modellkonstanten:

$$c_{b1} = 0.1355 \qquad c_{b2} = 0.622 \qquad c_{v1} = 7.1 \qquad \sigma = 0.6667$$

$$c_{w1} = \tfrac{c_{b1}}{\kappa^2} + \tfrac{1+c_{b2}}{\sigma} \qquad c_{w2} = 0.3 \qquad c_{w3} = 2.0 \qquad \kappa = 0.41$$

Spalart-Allmaras Modell mit Edwards–Modifikation

Die Grundidee hinter der Modifikation, die Edwards [22] am Eingleichungsmodell von Spalart&Allmaras vorgenommen hat, ist das numerische Verhalten im semi-viskosen Bereich der Grenzschicht zu verbessern. Die Stabilität des Modells soll hierbei durch eine neue Formulierung für $\tilde{S}$ erreicht werden. Diese beruht anstelle von der Wirbelrate auf der Scherrate und gewährleistet einen positiven Produktionsterm.

Modifikationen nach Edwards und Chandra:

$$\tilde{S} = \left[\frac{1}{\chi} + f_{v1} \right] \sqrt{ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 } \tag{2.47}$$

$$g = r_{EC} + c_{w2}(r_{EC}^6 - r_{EC}) \qquad r_{EC} = \tanh(r) \,/\, \tanh(1.0) \tag{2.48}$$

Die Intention war es, durch die Modifikation lediglich einen Einfluss auf die Stabilität des Modells zu nehmen, die Lösung selbst aber unverändert zu lassen. Jedoch werden die Eigenschaften des Modells zum einen darin verändert, dass aufgrund der Gleichung die Wirbelviskosität $\tilde{\nu}$ nicht mehr den Wert null erreichen kann. Zum anderen ist durch die Variation von r auch das Verhalten der Funktion f_w verändert, welche den Dissipationsterm zur Wand hin einblendet (Glg. 2.43) und entscheidenden Einfluss auf die Vorhersage der Wandreibung hat. Bei dessen Konstruktion wurde zwar auf den in der Originalformulierung entsprechenden Funktionswert für den wandnahen Bereich ($f_w(r = 1) = 1$) geachtet, die für die Reibung wichtigere Steigung nahe $r = 1$ aber nicht erreicht (Abb. 2.2). Hierdurch kommt es beim SA-Modell mit Edwards-Modifikation (SAE) nach Spalart [137] zu einem um etwa 2% geringeren Reibungsbeiwert c_f gegenüber den Ergebnissen mit der Originalformulierung.

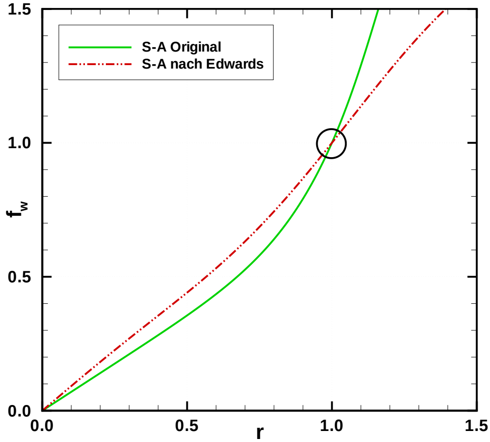


Abbildung 2.2: Vergleich der Funktionen f_w aus dem Originalmodell von Spalart-Allmaras und der von Edwards modifizierten Formulierung

2.3.2 Explizite algebraische Reynolds-Spannungsmodelle

RQEVM

Auf die Vorzüge der Familie der EARSM wurde bereits im Zusammenhang mit der Darstellung der Modellhierarchie eingegangen. Soweit die zur Anwendung kommenden Strömungslöser bereitstellen, sollen auch einige ausgewählte Vertreter dieser Gruppe in die vorliegenden Untersuchungen einfließen. Eines dieser Modelle ist das *realizable quadratic eddy viscosity* Modell, welches in [32, 115, 116] beschrieben wird und dabei auch unter den Namen QREVM und NLEA (*non-linear explicit algebraic*) Modell zu finden ist. Das Modell ist auf Basis des nichtlinearen Wirbelviskositätsmodell für inkompressible Strömungen von Gatski und Speziale (GS) [33] entwickelt worden, welches wiederum aus dem ARSM von Rodi [109] hervorgegangen ist. Hierbei sollten die Eigenschaften des GS EARSM weitestgehend erhalten bleiben und um die Anwendung auf kompressible Strömungsprobleme — unter Einhaltung des Realisierbarkeitsprinzips (siehe z.B. [99]) — erweitert werden. Entstanden ist eine Modellfamilie für transsonische Strömungen bei kleinen turbulenten Mach-Zahlen ($Ma_t = \sqrt{2k}/a \leq 0.3$) und mit schwachen bis starken Verdichtungsstößen. Hierzu gehören neben dem quadratischem RQEVM, welches von einer zweidimensionalen Hauptströmung ausgeht, auch das bereits beschriebene lineare explizite algebraische (LEA) Modell. Die Erweiterung für die Behandlung dreidimensionaler Hauptströmungen ist ebenfalls in [115] dargestellt. Als Hintergrundmodell wird auch hier wie beim LEA zur Bestimmung von k und ω das Standard-Modell von Wilcox verwendet.

Reynolds-Spannungen:

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = -2\rho k b_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \tag{2.49}$$

Anisotropietensor:

$$b_{ij} = -\frac{\nu_t}{k}\left[\mathbb{S}_{ij} + \beta_2 \frac{k}{\epsilon}(\mathbb{S}_{ik}\Omega_{kj} + \mathbb{S}_{jk}\Omega_{ki}) - \beta_3 \frac{k}{\epsilon}\left(\mathbb{S}_{ij}^2 - \frac{1}{3}\delta_{ij}\mathbb{S}_{kk}^2\right)\right] \tag{2.50}$$

worin für $\epsilon = C_\mu k\omega$ gilt und für einen Tensor $\mathbb{A}$ die Beziehungen $\mathbb{A}_{ij}^2 = \mathbb{A}_{ik}\mathbb{A}_{kj}$, $\mathbb{A}_{ii}^2 = \mathbb{A}_{ik}\mathbb{A}_{ki}$. Der Scher- und Wirbeltensor sind definiert als

$$\mathbb{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{1}{3}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\delta_{ij}, \qquad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.51}$$

Wirbelviskosität:

$$\mu_t = \rho \nu_t \tag{2.52}$$

mit

$$\nu_t = C_\mu^* \frac{k^2}{\epsilon}, \qquad C_\mu = 0.09, \qquad \epsilon = C_\mu k\omega, \qquad C_\mu^* = \frac{\beta_1}{1 - \frac{2}{3}\eta^2 + 2\xi^2} \tag{2.53}$$

und

$$\eta^2 = \tfrac{\beta_3^2 S^2}{8}, \qquad \xi = \tfrac{\beta_2^2 \Omega^2}{2}$$

$$\beta_1 = \tfrac{4/3 - C_2}{2g}, \qquad \beta_2 = \tfrac{2 - C_4}{2g}, \qquad \beta_3 = \tfrac{2 - C3}{g}$$

$$g = f_1(C_1 - 1) + S^2/(4 + 1.83\sqrt{0.8\Omega^2 + 0.2S^2})$$

$$f_1 = 1 + 0.95\left(1 - \tanh\left(\tfrac{S^2}{4.6625}\right)\right)$$

$$C_1 = 2.6, \qquad C_2 = \max\left(0.4; \tfrac{1.5S^{1.7}}{17.1 + 1.875S^{1.7}}\right), \qquad C_3 = 1.25, \qquad C_4 = 0.45$$

$$S = \tfrac{1}{C_\mu \omega}\sqrt{2Spur\{\mathbb{S}^2\}}, \qquad \mathbb{S} = \tfrac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}\vec{u}^T) - \tfrac{1}{3}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}\,\mathbb{I}$$

$$\Omega = \tfrac{1}{C_\mu \omega}\sqrt{-2Spur\{\Omega^2\}}, \qquad \Omega_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\partial u_i}{\partial x_j} - \tfrac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

worin die Spur von $\mathbb{A}$ definiert ist als $Spur\{\mathbb{A}\} = \mathbb{A}_{kk}$ und die Produktion berechnet wird mit:

$$P_{tu} = -\overline{\rho \vec{u}'' \otimes \vec{u}''} : \vec{\nabla}\vec{u} \tag{2.54}$$

Wallin und Johansson EARSM mit Standard Wilcox-Modell

Wie von Rung et al. wurde auch von Wallin und Johansson eine Familie von expliziten algebraischen Spannungsmodellen [149] entwickelt, wobei hier nur auf die quadratische Formulierung eingegangen werden soll. Wie das RQEVM ist dieses für transsonische aerodynamische Probleme ausgelegt. Es ist in seiner allgemeinen Form für dreidimensionale Hauptströmungen konzipiert, kann aber für den zweidimensionaler Fall vereinfacht werden. Auch hier kam als Hintergrundmodell das Wilcox-k-ω zum Einsatz. In der Anwendung zeigte das Turbulenzmodell beispielsweise in [44] bei auftretendem Buffeting in einer instationären transsonischen Strömungssimulation sehr gute Vorhersagen von Frequenz und Position des Verdichtungsstoßes. Ebenso konnten für die Ablösung und das Wiederanlegen von Strömungen gute Übereinstimmung mit der Physik in den Untersuchungen von [61] gezeigt werden, bei dem die Ergebnisse innerhalb eines generischen Testfalls mit periodischer Hügelgeometrie sehr nah an die der LES herankamen. Das Modell lieferte dabei ebenso eine sehr realistische Wiedergabe der Normalspannungs-Anisotropie. Die Abhängigkeit des Ergebnisses vom zugrundeliegenden Zweigleichungsmodell zur Bestimmung des turbulenten Geschwindigkeits- und Längenmaßes wurde hingegen in [50] an verzögerten und ablösenden Strömungen untersucht, wobei der Einfluss von der Wahl des jeweiligen Hintergrundmodells deutlich erkennbar war. Das Turbulenzmodell von Wallin und Johansson mit dem Wilcox-k-ω als Hintergrundmodell soll hier der kürzeren Schreibweise wegen als WJKW bezeichnet werden.

Reynolds-Spannungen:

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = 2\nu_t k \hat{S}_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} - \rho k a_{ij}^{ex} \tag{2.55}$$

Effektive Wirbelviskosität:

$$\nu_t = -\frac{1}{2}(\beta_1 + II_\Omega \beta_6) k \rho \tau \tag{2.56}$$

Zusätzliche Anisotropie:

$$\begin{aligned} a_{ij}^{ex} &= \beta_3(\hat{\Omega}^2 - \tfrac{1}{3} II_\Omega \mathrm{I}) + \beta_4(\hat{S}\hat{\Omega} - \hat{\Omega}\hat{S}) \\ &+\beta_6(\hat{S}\hat{\Omega}^2 + \hat{\Omega}^2\hat{S} - II_\Omega \hat{S} - \tfrac{2}{3} IV \mathrm{I}) + \beta_9(\hat{\Omega}\hat{S}\hat{\Omega}^2 - \hat{\Omega}^2\hat{S}\hat{\Omega}) \end{aligned} \tag{2.57}$$

Normalisierte Scher- und Wirbelratentensoren:

$$\hat{S} = \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{\tau}{3}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\delta_{ij}, \qquad \hat{\Omega} = \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.58}$$

Turbulentes Zeitmaß:

$$\tau = \max\left(\frac{k}{\varepsilon}, C_\tau\sqrt{\frac{\mu}{\rho\varepsilon}}\right) \qquad \varepsilon = C_\mu \omega k \qquad C_\tau = 6.0 \tag{2.59}$$

Zusätzlicher Spannungstensor:

$$\beta^{ex} = \rho k a^{ex} \tag{2.60}$$

Invarianten:

$$\begin{gathered} II_S = Spur\{\hat{S}^2\}, \qquad II_\Omega = Spur\{\hat{\Omega}^2\}, \\ IV = Spur\{\hat{S}\hat{\Omega}^2\}, \qquad V = Spur\{\hat{S}^2\hat{\Omega}^2\} \end{gathered} \tag{2.61}$$

Funktionen:

$$\begin{gathered} \beta_1 = -\tfrac{N(2N^2-7II_\Omega)}{Q}, \qquad \beta_3 = -\tfrac{12N^{-1}IV}{Q}, \\ \beta_4 = -\tfrac{2(N^2-2II_\Omega)}{Q}, \qquad \beta_6 = -\tfrac{6N}{Q}, \qquad \beta_9 = \tfrac{6}{Q}, \\ \text{mit } Q = \tfrac{5}{6}(N^2 - 2II_\Omega)(2N^2 - II_\Omega). \end{gathered} \tag{2.62}$$

$$N = \begin{cases} \frac{c_1'}{3} + \left(P_1 + \sqrt{P_2}\right)^{1/3} + sign\left(P_1 - \sqrt{P_2}\right)\left|P_1 - \sqrt{P_2}\right|^{1/3} & , P_2 \geq 0 \\ \frac{c_1'}{3} + 2\left(P_1^2 - P_2\right)^{1/6} \cos\left(\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}}\right)\right) & , P_2 < 0 \end{cases} \tag{2.63}$$

$$P_1 = \left(\frac{{c_1'}^2}{27} + \frac{9}{20}II_S - \frac{2}{3}II_\Omega\right)c_1' \qquad c_1' = \frac{9}{4}\left(c_1 - 1 - \tau\frac{2}{3}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\right) \qquad c_1 = 1.8 \tag{2.64}$$

$$P_2 = P_1^2 - \left(\frac{{c_1'}^2}{9} + \frac{9}{10}II_S + \frac{2}{3}II_\Omega\right)^3 \tag{2.65}$$

Produktionsterm:

$$P_{tu} = \mu_t \overline{S}^2 - \frac{2}{3}\rho k \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - b^{ex} : \vec{\nabla}\vec{u} \tag{2.66}$$

mit

$$\overline{S}^2 = \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}\vec{u}^T) : (\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}\vec{u}^T) - \frac{2}{3}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u})^2 \tag{2.67}$$

Vereinfachungen für zweidimensionale Hauptströmungen:

$$\hat{S} = \frac{\tau}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{\tau}{3}\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\delta_{ij}^{2D}, \qquad \text{mit } \delta_{ij}^{2D} = \begin{cases} 0 & \text{bei } i = j = 3 \\ \delta_{ij} & \text{sonst} \end{cases} \tag{2.68}$$

$$\beta_1 = -\tfrac{6}{5}\tfrac{N}{N^2 - 2II_\Omega}, \qquad \beta_4 = -\tfrac{6}{5}\tfrac{1}{N^2 - 2II_\Omega}, \qquad \beta_3 = \beta_6 = \beta_9 = 0 \tag{2.69}$$

Hellsten EARSM

Hellsten entwickelte sein Modell [51] auf der Basis des EARSM von Wallin und Johansson (WJ), wobei er für das verwendete k-ω-Hintergrundmodell einen neuen Satz von Koeffizienten einführt. Zusätzlich werden auch die Definitionen von c_1' (Glg. 2.64) und C_μ^{eff} (Glg. 2.56) ersetzt, wobei letztere aus der 3D-Variante des WJ-Modells konstruiert wurde und deshalb Gültigkeit für zwei- und dreidimensionale gemittelte Strömungen besitzt. Ausgehend von der Idee des Menter Baseline Modells wird auch bei der Formulierung des Modells von Hellsten eine Blendungsfunktion verwendet, welche einen Wert von Eins innerhalb des Grenzschichtbereiches zurückliefert und in Fernfeld- und laminaren Bereichen zügig den Wert Null annimmt. Hierfür werden für die wandnahen und -fernen Bereiche jeweils ein eigener Satz an Konstanten verwendet. Durch die Überblendfunktion, welche wie beim BSL-Modell von Menter vom Wandabstand d abhängig formuliert wurde, muss dieser für das gesamte Strömungsfeld bereitgestellt werden, was bei großen Strömungsfällen oder bewegten Gittern zu einem erheblich erhöhten Rechenaufwand führen kann.

Modifizierte Definition von c_1':

$$c_1' = \frac{9}{4}\left[c_1 - 1 + C_D \max(1 + \beta_1^{eq} II_S; 0)\right] \tag{2.70}$$

mit

$$\beta_1^{eq} = -\frac{6}{5}\frac{N^{eq}}{(N^{eq})^2 - II_\Omega}, \qquad N^{eq} = \frac{9c_1}{4}, \qquad C_D = 2.2 \tag{2.71}$$

Modifizierte effektiver C_μ-Koeffizient:

$$C_\mu^{eff} = \frac{3}{5}\frac{N}{N^2 - 2II_\Omega} \tag{2.72}$$

Transportgleichungen:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\vec{u}\rho k) - \vec{\nabla}\cdot\left((\mu + \sigma_k \mu_t)\vec{\nabla}k\right) = P_{tu} - \beta_k \rho k \omega \tag{2.73}$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\vec{u}\rho\omega) - \vec{\nabla}\cdot\left((\mu + \sigma_\omega \mu_t)\vec{\nabla}\omega\right) = \gamma\frac{\omega}{k}P_{tu} - \beta_\omega \rho\omega^2 + C_D \tag{2.74}$$

Kreuzdiffusionsterm:

$$C_D = \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max\left(\vec{\nabla} k \cdot \vec{\nabla} \omega; 0\right) \tag{2.75}$$

Blendungsfunktion für $\phi \in \{\sigma_k, \sigma_\omega, \gamma, \beta_\omega, \sigma_d, \kappa\}$

$$\phi = f_{mix}\phi_1 + (1 - f_{mix})\phi_2 \tag{2.76}$$

Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \text{wandnah}: &\quad \sigma_{k1} = 1.1 \quad \sigma_{\omega 1} = 0.53 \quad \gamma_1 = 0.518 \quad \sigma_{d1} = 1.0 \quad \kappa_1 = 0.42 \\ \text{wandfern}: &\quad \sigma_{k2} = 1.1 \quad \sigma_{\omega 2} = 1.00 \quad \gamma_2 = 0.440 \quad \sigma_{d2} = 0.4 \quad \kappa_2 = 0.3795 \end{aligned} \tag{2.77}$$

$$\beta_{\omega 1} = \beta_k \left(\gamma_1 + \frac{\sigma_{\omega 1}\kappa_1^2}{\sqrt{\beta_k}}\right), \qquad \beta_{\omega 2} = 0.0828, \qquad \beta_k = 0.09 \tag{2.78}$$

Übergangsfunktion:

$$f_{mix} = \tanh\left(C_{mix}\Gamma^4\right), \qquad C_{mix} = 1.5, \qquad \Gamma = \min\left[\max\left(\Gamma_1; \Gamma_2\right); \Gamma_3\right] \tag{2.79}$$

$$\Gamma_1 = \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \qquad \Gamma_2 = \frac{500\mu}{\rho\omega d^2}, \qquad \Gamma_3 = \frac{20k}{\max\left[d^2(\vec{\nabla} k \cdot \vec{\nabla}\omega)/\omega; 200k_\infty\right]} \tag{2.80}$$

worin d den Wandabstand darstellt und k_∞ dem Wert von k entspricht, welcher vom Benutzer als Einströmgröße vorgegeben wurde.

Hybride RANS-LES-Verfahren

Das Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der Unsicherheiten, die aus einer unzureichenden Grenzschichtwiedergabe aufgrund wandnaher Gitterauflösung und gewähltem Turbulenzmodell entstehen. Da jedoch in den letzten Jahren hybride RANS-LES-Verfahren immer breitere Anwendung finden, die in eben diesen Grenzschichtbereichen die Berechnung der Strömung einem RANS-Modell anvertrauen, soll auch für diese Verfahren ein kurzer Überblick gegeben werden.

Die Grundidee dieser hybriden Ansätze ist in dem Problem zu finden, dass die Modellierung der Turbulenz mit einer erheblichen Reduzierung der Genauigkeit einhergeht, ihre Auflösung jedoch nahe der Wand in enormen Rechenanforderungen resultiert. Um diese Nachteile von RANS und LES zu umgehen und gleichzeitig ihre Vorteile zu kombinieren, ist erstmalig 1997 die Detached-Eddy Simulation (DES) [134] formuliert worden, welche auf dem Eingleichungsmodell von Spalart-Allmaras basiert. Diese arbeitet in der Nähe der Wand als RANS-Modell, wo die Turbulenzmodelle ihre Stärke besitzen und mit einer moderaten Auflösung der Grenzschicht auskommen. In wandfernen Bereichen ist hingegen die LES aktiv, in der das zugrundeliegende Modell die Rolle eines sub-grid scale Modells annimmt. Ein nicht-zonales Umschalten zwischen beiden Verfahren wird mit einer Anpassung des turbulenten Längenmaßes in den Modellgleichungen erreicht.

$$L_t = \min(L_{RANS}; L_{LES}), \qquad L_{LES} = C_{DES}\Delta \tag{2.81}$$

Innerhalb des SA-Modells steht L_{RANS} folglich für den Wandabstand d, wobei eine DES aber prinzipiell mit Hilfe jeden RANS-Modells erfolgreich umgesetzt werden kann [144]. Eine Darstellung der DES unter Verwendung verschiedener Turbulenzmodelle findet sich beispielsweise in [139]. Zur Bestimmung des DES-Längenmaßes L_{DES} wird im Allgemeinen der Wert der modellabhängigen Konstante C_{DES} am Testfall des Zerfalls homogener, isotroper Turbulenz (DIT) [10] kalibriert. Die Variable Δ stellt hier ein charakteristisches Maß der jeweiligen Gitterzelle dar. Da die Anwendung der reinen LES auf technisch relevante Testfälle nicht abzusehen ist und das Interesse an immer komplexer werdenden, instationären und dennoch hochaufgelösten Strömungsproblemen weiter zunimmt, herrschte in den vergangenen Jahren eine rege Aktivität in der Entwicklung verschiedenster hybrider RANS-LES Verfahren. Einen Überblick über die verschiedenen Ansätze ist unter anderem in [31, 86] gegeben. Auf eine genauere Betrachtung der Detached-Eddy Simulation soll im Rahmen der Untersuchungen des Gittereinflusses in Grenzschichtströmungen jedoch verzichtet werden, da diese Bereiche auch bei der DES ausschließlich von RANS-Modellen behandelt werden. Somit stellen diese Untersuchungen vielmehr die Grundlage für eine korrekte Funktionsweise von DES und anderen hybriden RANS-LES Verfahren dar.

3 Numerische Methoden

Die Navier-Stokes-Gleichungen bzw. deren nach Reynolds gemittelte Form beschreiben in ihrer Gestalt das Strömungsfeld als Kontinuum. Sollen diese mit Hilfe eines Rechners gelöst werden, ist es notwendig, diese auf eine diskrete Form zu überführen und das zu behandelnde Fluid an räumlich wie auch zeitlich getrennten Punkten zu betrachten. Hierfür existieren mehrere finite Methoden, wobei die in dieser Arbeit angewandten Strömungslöser auf der Finite-Volumen-Methode (FVM) beruhen, welche in der industriellen Aerodynamik weite Verbreitung findet. Für die FVM wird das Rechengebiet in finite Volumina zerlegt, welche die zu untersuchende Strömung ausreichend genau abbilden. Bereiche mit starken Änderungen in den Gradienten wie freie und wandgebundene Scherschichten oder Verdichtungsstoßregionen müssen hierbei feiner zerlegt werden, um den Verlauf in den Strömungsgrößen hinreichend wiederzugeben. Die Anforderungen an die Gitterzellen sind aber allgemein relativ gering, weshalb die Verwendung von unstrukturierten, Tetraeder-förmigen Volumina oder auch hängenden Knoten eine flexible Anpassung an komplexe Strömungen und Geometrien ermöglicht. Die Finite-Volumen-Methode basiert auf der Erhaltung des Flusses für jedes Volumenelement. Die Transportgleichungen für den Impuls wie auch für die Turbulenzgrößen können hierfür in einer einheitlichen Form dargestellt werden, bestehend aus einem instationären Term, einem Konvektionsterm, einem Diffusionsterm und einem Quellterm, welcher die Erzeugungsrate pro Volumeneinheit beschreibt. In kartesischen Koordinaten kann die allgemeine integrale Form der Transportgleichung geschrieben werden als

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi)\, dV}_{Zeitterm} + \underbrace{\oint_{A(V)} (\rho u_i \phi)\, dA_i}_{Konvektion} - \underbrace{\oint_{A(V)} \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dA_i}_{Diffusion} = \underbrace{\int_V S_\phi dV}_{Quellterm} \tag{3.1}$$

worin ϕ eine generische Transportvariable ist, welche für eine Geschwindigkeitskomponente, die spezifische Enthalpie, eine Turbulenzgröße oder eine andere Größe stehen kann. Darüber hinaus stellt Γ_ϕ den Diffusionskoeffizienten und S_ϕ den Quellterm der jeweiligen Variable dar. Die so dargestellten Transportgleichungen sind in dieser Form noch exakt, müssen aber für die Anwendung auf einen finiten Raum in eine diskrete Darstellung überführt werden. Hierbei wird jeder der Terme separat behandelt.

Zeitterm: Die Behandlung des instationären Terms ist zwischen verschiedenen Strömungslösern sehr unterschiedlich. Eine Möglichkeit ist eine voll implizite Approximation der Zeitableitung über eine rückwärtige Diskretisierung von erster oder zweiter Ordnung, wobei der aktuelle Zeitschritt aus den jeweils vorangegangenen ein bzw. zwei Zeitschritten berechnet wird. Ein Vorteil der impliziten Behandlung ist, dass die Lösung unabhängig von der zeitlichen Auflösung stabil bleibt. Ein weiteres gängiges Verfahren zur Behandlung des instationären Terms ist die Anwendung eines expliziten Runge-Kutta-Verfahrens, wie es unter anderem von Jameson [60] beschrieben wird. Dieses ist von höherer Ordnung und in der expliziten Form deutlich schneller in der Berechnung, da gegenüber der Lösung eines Gleichungssystems bei impliziten Verfahren nur eine Gleichung pro Rechenpunkt bestimmt werden muss. Dieses führt jedoch dazu, dass diese in Abhängigkeit von der Zeitschrittweite nur ein eingeschränktes Stabilitätsgebiet besitzen und bei zu großen Zeitschritten instabil werden kann. Bei der Behandlung stationärer Probleme wird in den zu untersuchenden Lösern wiederum auf verschiedene Arten vorgegangen. Die einfachste Möglichkeit besteht darin, den Zeitterm zu Null zu setzen und die Navier-Stokes-Gleichungen nur in ihrer stationären Form zu verwenden. Eine andere verbreitete Vorgehensweise ist das sogenannte *Local Time Stepping*. Hierin wird das Problem als fiktiv instationär behandelt, wobei für jede Iteration ein Zeitschritt mit der Pseudozeit t^* angesetzt wird. Wird dabei t^* für jeden Punkt des Strömungsfelds innerhalb der Stabilitätslimits größtmöglich gewählt, so wird hierdurch eine deutliche Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit erzielt. Dieses soll letztendlich zu einer stationären Lösung führen, selbst wenn sich die einzelnen Rechenpunkte theoretisch auf zeitlich verschiedenem Niveau befinden.

Diffusionsterm: Zur Berechnung der diffusen Flüsse muss, wie in Gleichung (3.1) ersichtlich ist, die erste Ableitung von ϕ auf jeder der Kontrollvolumenwände ermittelt werden. Modelliert werden diese durch eine zentrale Approximation zweiter Ordnung, wobei der Anteil normal zur Volumenfläche implizit behandelt wird und die Kreuzdiffusion (d.h. die nicht-orthogonalen Ableitungen) explizit.

Quellterm: Bei der Behandlung des Quellterms wird dieser in der Regel zunächst linearisiert und in einen konstanten Anteil und eine Komponente, welche von ϕ_P linear abhängig ist, zerlegt.

$$S_\phi = S_P \phi_P + S_C \tag{3.2}$$

Um die Diagonaldominanz des Gleichungssystems sicherzustellen sollte für ein implizites

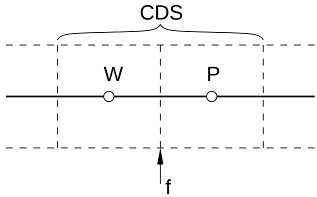


Abbildung 3.1: Darstellung des zentralen Differenzenschema

Lösungsverfahren der Vorfaktor von ϕ_P stets negativ sein. Das ist vor allem für die Turbulenztransportgleichungen von großer Wichtigkeit, welche stark quelltermdominiert sind.

3.1 Konvektionsbehandlung

Zur Bestimmung des konvektiven Terms werden die Werte von ϕ in den benachbarten Zellzentren benutzt, um den Fluss durch die Kontrollvolumenfläche zu ermitteln. Zur Interpolation von ϕ auf die Zellfläche stehen in den verwendeten Lösern meist mehrere Differenzenschemata verschiedener Ordnung zur Verfügung, welche teilweise starken Einfluss auf die Genauigkeit, Qualität und Robustheit der Rechnung aufweisen. Deren Darstellung erfolgt hier unter der Annahme äquidistanter Gitter und muss für unterschiedliche Zellengrößen durch eine Gewichtung der einzelnen Anteile entsprechend angepasst werden.

3.1.1 Zentrales Differenzenschema

Beim zentralen Differenzenschema (CDS) wird unter der Annahme eines linearen Verlaufs der Wert auf der Kontrollvolumenfläche (f) (siehe Abbildung 3.1 aus den beiden Werten der benachbarten Zellzentren (W und P) gebildet. Diese erfolgt durch einfache Mittelung.

$$\phi_f = (\phi_W + \phi_P)/2 \tag{3.3}$$

Das CDS besitzt eine Genauigkeit von zweiter Ordnung und weist eine sehr geringe numerische Dissipation auf. In Regionen in denen die Konvektion im Vergleich zur Diffusion sehr hoch ist, wie auch in Bereichen mit Verdichtungsstößen, kann die CDS jedoch bei einer zu groben Gitterauflösung (wiedergegeben durch die Peclet-Zahl) zu unphysikalischen Schwingungen führen. Dieses Verhalten wird als *unbounded* bezeichnet, da hierdurch der Wert eines Rechenpunktes das Intervall, welches durch die Nachbarzellen beschrieben wird, verlassen kann. Um diese Oszillationen zu unterdrücken, wird in einigen Strömungslösern eine künstliche Dissipation eingeführt. Ein Beispiel für so ein Vorgehen beschreibt Mavriplis in [78], wobei ein Vorteil dieses skalaren Modells sein soll, dass es auch in stark gestreckten Zellen adäquat anwendbar ist. Dieses Dissipationsmodell wird beispielsweise vom untersuchten Löser TAU verwendet.

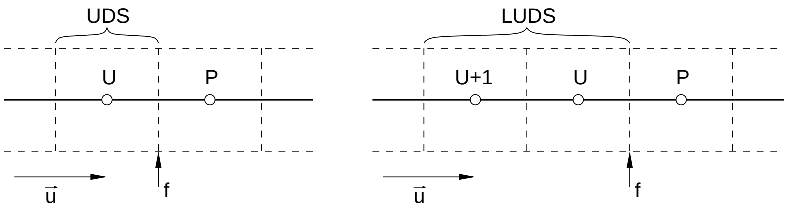


Abbildung 3.2: Darstellung des Upwind-Differenzenschema (a) erster und (b) zweiter Ordnung

3.1.2 Upwind-Differenzenschema

Um den Einfluss der Strömungsrichtung bei der Interpolation wiederzugeben, verwenden die Upwind-Differenzenschemata (UDS) eine Interpolation auf Basis der stromaufwärts gelegenen Kontollvolumenzentren. Das UDS von erster Ordnung geht von einem konstanten Verlauf aus und setzt den Wert auf der Kontrollvolumenfläche (f) dem des stromaufwärtigen Zentrums (U) gleich, wie Gleichung (3.4) beschreibt.

$$\phi_f = \phi_U \tag{3.4}$$

Die Wahl des jeweiligen Wertes ergibt sich demnach aus der Richtung der Strömung. Bewegt sich dabei die Strömung parallel zum Gitter, so treten in orthogonaler Richtung hierzu bei diesem Schema keine Diskretisierungsfehler auf und die Fehlerterme, sogar die höherer Ordnung bleiben verschwindend klein [62]. In Strömungsrichtung wie auch bei nicht zur Strömung ausgerichteten Gittern kommt es beim UDS erster Ordnung zu einem Diskretisierungsfehler, welcher die Wirkung einer anisotropen Diffusion aufweist und als *numerische Diffusion* bezeichnet wird. Eine Verbesserung stellt hier ein Upwind-Schema zweiter Ordnung da, wie beispielsweise das lineare Upwind-Differenzenschema, bei dem zur Bestimmung des Wertes an der Volumengrenze die beiden stromaufwärts liegenden Zellen miteinbezogen werden.

$$\phi_f = \underbrace{\phi_U}_{Upwind} + \underbrace{(\phi_U - \phi_{U+1})/2}_{Diffusionskorrektur} \tag{3.5}$$

Dieses führt neben einer höheren Ordnung auch zu einer Verminderung der numerischen Diffusion. Das lineare Upwind-Differenzenschema (LUDS) kann aber an Stellen starker Gradienten im Skalarfeld eine Dispersion, d.h. ein Überschwingen verursachen (*unbounded*), welchem durch eine Begrenzung der Gradienten entgegengewirkt werden kann. Diese wird im Strömungslöser STAR-CCM+ durch eine Begrenzung auf Basis der Werte in den Nachbarzellen erreicht. Um die Schwächen der einfachen UDS zu umgehen, existieren darüber hinaus eine Vielzahl anderer Upwind-Schemata, wie zum Beispiel das von Roe [108] formulierte von ebenfalls zweiter Ordnung oder Schemata höherer Ordnung nach [76].

3.1.3 Total Variation Diminishing Schema

Um eine höhere Genauigkeit bei der Approximation zu erhalten, ist es auch möglich auf Schemata höherer Ordnung zurückzugreifen. Diese beruhen aber auf Polynomen höherer Ordnung, welche eine der Ordnung um eins reduzierte Anzahl von Extrema besitzen. Diese können wiederum zu Oszillationen innerhalb der Lösung führen, welche insbesondere bei steilen Gradienten auftreten. Ein Ausweg ist hier ein lokales Herabsetzen der Ordnung, wodurch auftretende Schwingungen gebremst werden. Dieses entspricht vom Prinzip her einem Abschneiden vorhandener Extrema und kann auf jedes Konvektionsschema höherer Ordnung angewandt werden. Dieses Verfahren wird Total Variation Diminishing (TVD) genannt, welches von Harten in [46] eingeführt wurde. Von den in dieser Arbeit angewandten Strömungslöser verwendet nur ein Löser das TVD-Verfahren. Dieses wurde beispielsweise auf Grundlage des nicht-symmetrisches MUSCL- Schemas (Monotone Upstream-centered Scheme for Conservation Laws) [76] implementiert, welches von maximal dritter Ordnung ist, durch die Limitierung des TVD aber lokal von geringerer Ordnung sein kann. Der Wert von ϕ auf der Kontrollvolumenfläche wird auf Basis eines Drei-Punkte-Sterns gebildet. Dieser ist aufgrund des Upwind-Charakters des Schemas an die jeweilige Strömungsrichtung angepasst. Eine Beschreibung findet sich unter anderem in [155] von Xue und [124] von Schatz.

3.2 Berechnung des Drucks

Bei der Bestimmung des Druckfeldes mit den Navier-Stokes-Gleichungen besteht das Problem, dass mit Hilfe der Impulsgleichungen zwar die Geschwindigkeiten direkt berechnet werden können, aber eine Gleichung für eine direkte Lösung des Drucks fehlt. Es verbleibt lediglich die Kontinuitätsgleichung, um die Beziehung zwischen Druck und Geschwindigkeiten zu beschreiben, wobei diese den Druck als Variable selbst nicht enthält. Sie stellt daher eher eine kinematische Bedingung für das Geschwindigkeitsfeld dar, als eine dynamische Gleichung. Um dennoch eine Berechnung des Drucks vornehmen zu können, haben sich zwei unterschiedliche Ansätze etabliert, die in heutigen Strömungslösern beide angewandt werden. Unabhängig vom gewählten Lösungsverfahren hat dieses aber keinen Einfluss auf die Qualität der Lösung selbst, da diese am Ende des jeweiligen Verfahrens die Erhaltungsgleichungen korrekt erfüllen sollte.

3.2.1 Dichtebasierte Löser

Ein Ansatz zur Bestimmung des Drucks ist der Umweg über die Berechnung der Dichte. Um den Druckgradienten in den Impulsgleichungen zu berechnen, kann die Zustandsgleichung idealer Gase als Korrelation zwischen der Dichte und dem Druck verwendet werden. Die darin befindliche Temperatur wird wiederum über die Energiegleichung bestimmt, wie in Kapitel 2 aber auch in [2] dargestellt ist. Da hiermit eine Beschreibung des Drucks zur Verfügung steht, kann das komplette Gleichungssystem pro Rechenschritt explizit bestimmt werden. Ein Problem bei dieser Vorgehensweise zeigt sich jedoch im Bereich kleiner Mach-Zahlen. Ist die Strömung inkompressibel und damit die Dichte ρ konstant, so kann mittels der idealen Gasgleichung keine Aussage mehr über die Kopplung zwischen Dichte und Temperatur gemacht werden.

Eine Berechnung ist in diesen Fällen zwar prinzipiell möglich, jedoch konvergiert das hierdurch steife Gleichungssystem nur sehr langsam. Eine entsprechende Vorkonditionierung ist in diesem Falle hilfreich und oft sogar notwendig.

3.2.2 Druckbasierte Löser

Im Gegensatz zu den dichtebasierten Strömungslösern, bei denen das Gleichungssystem pro Iteration einschließlich des Drucks komplett bestimmt wird, arbeiten die druckbasierten Löser unter Verwendung sogenannter Projektionsmethoden iterativ. Bei diesen Methoden wird zunächst ein Geschwindigkeitsfeld berechnet, das die Kontinuitätsgleichung nicht erfüllt, und anschließend durch Abzug von einer Größe wie zum Beispiel des Druckgradienten oder seiner Korrektur berichtigt. Zwei der bekanntesten Methoden sind der SIMPLE- Algorithmus von Caretto und Spalding 1972 [26] und der SIMPLER- Algorithmus von Patankar [96]. Beim SIMPLE-Algorithmus, was für *Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations* steht, wird zunächst ein Druckfeld p^* geschätzt, mit dem die Impulsgleichungen für die vorläufigen Geschwindigkeiten u_i^* gelöst werden. Diese werden in eine Druckkorrekturgleichung eingesetzt und eine Korrektur für die vorher ermittelten, vorläufigen Geschwindigkeiten und den Druck berechnet. Erfüllen die unkorrigierten Geschwindigkeiten noch nicht die Kontinuitätsgleichung, so wird das korrigierte Druckfeld als neue Schätzung angenommen und der Algorithmus bis zur Konvergenz wiederholt.

Die Bezeichnung semi-implizit folgt aus der Vernachlässigung der Nachbarpunkte innerhalb der Druckkorrekturgleichung. Hieraus ergibt sich laut Ferziger [26] die schlechte Konvergenz des Verfahrens. Außerdem neigt das Verfahren zur Divergenz, falls die Geschwindigkeiten und die Druckkorrektur nicht unterrelaxiert werden. Letzteres ist auch dadurch notwendig, da durch das Vernachlässigen der Nachbarpunkte die Druckkorrektur zu groß berechnet wird. Dieses, wie auch die schlechte Konvergenz war Motivation für die Entwicklung einer neuen Form des Algorithmus, der von Patankar [96] SIMPLER (SIMPLE Revised) genannt wurde. Die wesentlichsten Unterschiede gegenüber SIMPLE sind hier die Schätzung eines Geschwindigkeitsfeldes zu Beginn des Algorithmus, aus dem dann über eine zusätzliche Gleichung, der sogenannten Druckgleichung, das Druckfeld berechnet wird. Die Korrektur der Geschwindigkeiten erfolgt wie bei SIMPLE mit der Druckkorrekturgleichung, welche anschließend die Kontinuitätsgleichung exakt erfüllen. Auch bei diesem Verfahren wird der Zyklus bis zur Konvergenz wiederholt, benötigt aber in der Regel trotz der zusätzlichen Gleichung und des höheren numerischen Aufwandes deutlich weniger Rechenzeit als der SIMPLE-Algorithmus. Grund hierfür sind die viel geringere Anzahl an SIMPLER-Iterationen, die zum Erreichen des Konvergenzkriteriums nötig sind. Außerdem profitiert dieses Verfahren von der Tatsache, dass ein Geschwindigkeitsfeld sehr viel leichter zu schätzen ist als ein Druckfeld. Diese Methoden sind zwar ursprünglich für inkompressible Strömungsfälle entwickelt worden, lassen sich aber auf die Anwendung in kompressiblen Strömungen erweitern [26].

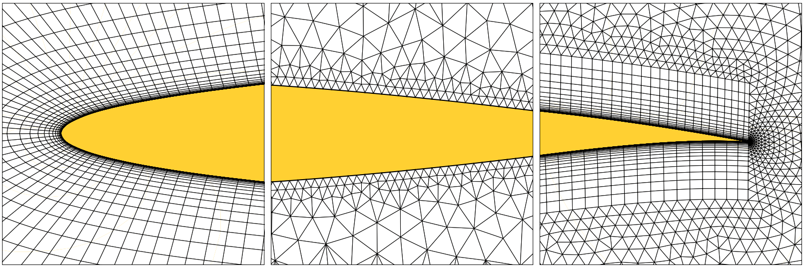


Abbildung 3.3: Darstellung eines (a) strukturierten, (b) unstrukturierten und (c) gemischten Gitters

3.3 Rechengitter

Wie bereits zu Beginn dieses Kapitels beschrieben, muss zur Berechnung eines Strömungsfeldes mit Hilfe des Finiten-Volumen-Verfahrens das Rechengebiet zuerst in eine diskrete Darstellung überführt werden. Die Bestimmung der Variablen findet dann nur auf den diskreten Punkten statt, weswegen diese sowohl die Geometrie als auch Bereiche hoher Aktivität und damit starker Gradienten in der Strömung gut auflösen müssen. Die Zerlegung des Lösungsgebiet in eine finite Menge kleiner Teilgebiete kann dabei auf verschiedene Arten geschehen, welche hier in *strukturierte* und *unstrukturierte Gitter* unterteilt werden sollen, aber auch aus einer Kombinationen beider Formen bestehen kann (Abb. 3.3).

3.3.1 Gitterarten

Strukturierte Gitter

Den Aufbau eines strukturierten Gitters beschreibt [26] als Sätze von Gitterlinien, welche sich selbst und die Mitglieder ihres Liniensatzes an keinem Ort kreuzen. Die Mitglieder jedes anderen Satzes hingegen dürfen jeweils nur ein einziges Mal geschnitten werden. Dadurch ergibt sich eine feste Struktur, mit der die einzelnen Gitterpunkte geordnet gespeichert und mit Indices i, j, k versehen werden können. Strukturierte Gitter bestehen ausschließlich aus Hexaedern (beziehungsweise Tetragonen im 2D), wobei sich die größte Genauigkeit bei der Berechnung bei rein kartesischen Gittern aus gleichseitigen Hexaedern ergibt. Die Vorteile von strukturierten Gittern liegen in der Möglichkeit von einem dem Geschwindigkeitsfeld angepassten Verlauf der Gitterlinien. Ebenso können in wandnahen Bereichen Gitterpunkten gespart werden, da die Punkteverteilung in Strömungsrichtung unabhängig von der wandnormalen Richtung ist, in der aufgrund starker Gradienten eine hohe Punktzahl benötigt wird. Ein Nachteil des strukturierten Gitteraufbaus ist jedoch, dass diese Verdichtungen zu einer höheren Anzahl von Gitterlinien führt. Aufgrund der Beschaffenheit strukturierter Gitter müssen diese fast immer in das Fernfeld fortgeführt werden, wo sie in der Regel nicht benötigt werden. Dadurch enthält diese Gitterform häufig mehr Punkte, als für das diskrete Auflösen des Rechengebietes notwendig ist, welches sich auch schlecht auf die Konvergenz auswirkt. Ein Ausweg kann hier die Verwendung blockstrukturierter Gitter sein, bei der auf beiden Seiten der Blockgrenzen eine unterschiedliche Anzahl an Gitterpunkten verwandt wird. Der Informationsaustausch an den dadurch entstehenden *hängenden Knoten* entlang dieser Blockgrenzen erfolgt mittels Interpolation und setzt eine entsprechende Anpassung innerhalb des Strömungslösers voraus.

Unstrukturierte Gitter

Gegenüber den strukturierten haben unstrukturierten Gitter eine sehr viel größere Flexibilität in der Anpassung an die Geometrie und Strömungsbereiche mit starken Gradienten. Sie können mit existierenden Algorithmen automatisch generiert werden, wobei die Streckungsfaktoren und der Grad der Punktedichte leicht variierbar sind. Dies ermöglicht auch Gitteradaptionsalgorithmen, welche teils in den Strömungslöser selbst eingebettet sind und Gebiete hoher Aktivitäten nachträglich verfeinern. Die Kontrollvolumen unstrukturierter Gitter bestehen im Zweidimensionalen meist aus Dreiecken bzw. im Dreidimensionalen aus Tetraedern. Mit der Finite-Volumen- Methode können jedoch prinzipiell beliebige Kontrollvolumina behandelt und von heutigen Strömungslösern verarbeitet werden. Da diese Zellform der Tetraeder bei der Auflösung von wandnahen Grenzschichten unter Berücksichtigung möglichst gleicher Kantenlängen zu einer sehr großen Punktanzahl führt, werden in der Regel für diese Bereiche Prismenschichten oder strukturierte Teilgitter aus Hexaedern benutzt. Nachteile ergeben sich jedoch bei unstrukturierten Gittern durch die fehlende Sortierung in der Punktanordnung. Hierdurch müssen zum einen zusätzlich Informationen über die Konnektivität der einzelnen Gitterpunkte zu ihren Nachbarn verwaltet werden, was deren Zugriff verlangsamt und zusätzlichen Speicherbedarf verursacht. Desweiteren ist dadurch auch die Matrix des algebraischen Gleichungssystems unregelmäßig besetzt, weswegen die Bandbreite erst durch Umsortierungsalgorithmen verringert werden muss, bevor das Gleichungssystem gelöst wird.

3.3.2 Gitterbehandlung

Für das Finite-Volumen-Verfahren wird wie bereits beschrieben das Rechengebiet in einzelne Kontrollvolumina aufgeteilt und jedes Volumen dabei durch einen einzelnen Rechenpunkt in seinem Inneren repräsentiert. Bei der Erstellung des Rechengitters wird üblicherweise mit der Konstruktion der Kontrollvolumina begonnen, wobei der Rechenpunkt genau in den Schwerpunkt der Zelle gesetzt wird. Dadurch repräsentiert dieser das Volumen von einer Genauigkeit zweiter Ordnung. Das auf diese Weise behandelte Rechengitter soll als *primäres Gitter* bezeichnet werden, da hierbei die mit Hilfe eines Gittergenerators entworfenen Zellen als Volumina direkt übernommen werden. Besonders zu berücksichtigen ist bei dieser Betrachtung jedoch, dass bei der Interpolation auf die Kontrollvolumenwände die beiden benachbarten Punkte unterschiedlich voneinander entfernt liegen, weshalb bei zentralen Approximationen zur Erhaltung der Genauigkeit Faktoren für die jeweiligen *Hebelarme* berücksichtigt werden müssen. Die Vernachlässigung würde anderenfalls in Bereichen mit unterschiedlich gestreckten Nachbarvolumina und stark aufweitenden Zellen wie dem Wandbereich, zu erheblichen numerischen Fehlern führen. Gleichermaßen muss in der Berechnung betrachtet werden, wenn beispielsweise in einem krummlinigen Gitter diese beiden Hebelarme nicht mehr parallel zueinander verlaufen.

Es ist bei der räumlichen Diskretisierung aber ebenso möglich, zuerst die Kontrollvolumenzentren zu definieren und die Volumen anschließend um sie herum zu erstellen. Hierdurch liegen

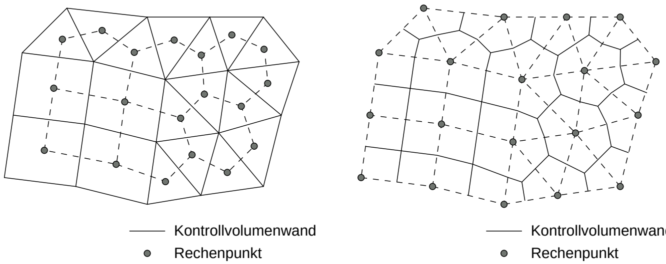


Abbildung 3.4: Beispiel für (a) den Aufbau eines primären und (b) eines daraus resultierenden dualen Gitters

im Gegensatz zur Betrachtung des primären Gitters die benachbarten Rechenpunkte einer Kontrollvolumenfläche jeweils gleich weit voneinander entfernt. Man kann ein Gitter dieser Gestalt auch aus der ersten Methode nachträglich gewinnen, indem die Mittelpunkte jeder Volumenkanten mit den Flächen- und Volumenschwerpunkten verbunden werden. Hierdurch ergeben sich neue Zellen, welche den ursprünglichen Knotenpunkt als Zellzentrum besitzen. Ein so erstelltes Gitter nennt man auch *duales* oder *sekundäres Gitter*. Ein weiterer Unterschied beider Methoden zur Gitterkonstruktion ergibt sich neben den Lagen der Rechenpunkte aus den Volumina an den Rändern. Während die erste Methode eine ganze Zelle am Rand besitzt, ergeben sich beim dualen Gitter dort nur halbe Volumina, welche separat behandelt werden müssen. Dies hat auch Einfluss auf die Berechnung wandnormaler Gradienten wie auch der des dimensionslosen Wandabstandes y^+, welcher auf dem Abstand des wandnächsten Rechenpunktes beruht. Demnach muss ein Löser, der auf einem primärem Gitter rechnet, einen etwa halb so großen y^+-Wert zurück liefern, wie die Lösung eines Codes mit dualem Gitter.

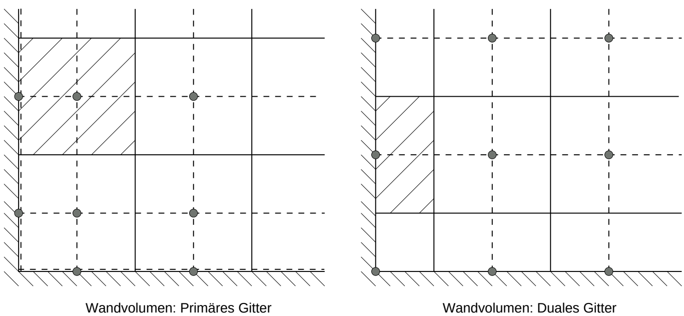


Abbildung 3.5: Wandbehandlung (a) in einem primären und (b) dem zugehörigen dualen Gitter

3.3.3 Wandbehandlung

Für die Lösung der RANS Modellgleichungen stehen im Allgemeinen zwei Arten von Wandrandbedingungen zur Verfügung. Beide weisen sehr unterschiedliche Anforderungen an den wandnormalen Abstand des ersten Gitterpunktes auf und eine Missachtung dieser kann eine drastische Verminderung der Qualität der Lösung bedeuten, wie beispielsweise in [128] aufgezeigt wird.

Low-Reynolds-Formulierung

Die Wandbehandlung mit Hilfe der Low-Reynolds-Formulierung ermöglicht eine Wiedergabe des gesamten Grenzschichtbereichs bis in die viskose Unterschicht hinein. Zur Abbildung der hierin auftretenden starken Gradienten nahe der Wand ist eine hinreichend feine Auflösung dieses Bereichs notwendig, wobei hierfür in Best-Practice-Richtlinien sehr unterschiedliche Angaben für die Punkteverteilung gemacht werden. Ferziger [26] schlägt die Positionierung des wandnächsten Punkt bei einem Wandabstand von $y^+ \approx 1$ vor und eine wandnormale Punktanzahl von mindestens 20 innerhalb der Grenzschicht. Diesem schließt sich der Leitfaden von Knopp [67] für den Löser TAU an, ergänzt jedoch einen maximalen Aufweitungsfaktor zwischen den Punkten von $r = 1.4$ und lässt bei Eingleichungsmodellen nach Spalart und Allmaras ein $y^+ \leq 3$ zu. Spalart [136] selbst empfiehlt für sein Modell eine Aufweitung von $r = 1.2 - 1.25$ und ein $y^+ \approx 2$. Der BPG von Ercoftac [12] lässt für alle Modelle mit $y^+ \leq 4$ einen deutlich größeren Abstand des wandnächsten Punktes zu, verlangt jedoch bis zu einem Wandabstand von $y^+ \approx 20$ mindestens $5 - 10$ Punkte, was in einer Auflösung der Grenzschicht von $30 - 60$ Punkten resultiert. Diese $5 - 10$ Punkte empfiehlt Rung [120] hingegen für den gesamten semi-viskosen Grenzschichtbereich ($y^+ \leq 30$) und liegt dabei mit einem $y^+ \approx 1$ ebenfalls bei einer vergleichsweise hohen Anforderung an die Grenzschichtauflösung.

Da bei der Wandrandbedingung eine Haftbedingung verwendet wird, werden die Geschwindigkeiten dort in der Regel direkt zu Null gesetzt. Eine andere Vorgehensweise ist eine Schnittlastenbasierte Implementierung der Randbedingung, bei der die Wandschubspannung in das Gleichungssystem mit eingeht [117]. Letztere wird beispielsweise im Strömungslöser ELAN angewandt. Ebenso wie die Geschwindigkeiten wird auch die turbulente Viskosität bei der Verwendung des Eingleichungsmodells von Spalart-Allmaras und die turbulente kinetische Energie der k-ω-Modelle zu Null. Letztere wird in einige Lösern auch durch eine Nullgradientenrandbedingung auf den Wert der wandnächsten Zelle gesetzt. Für die spezifischen Dissipationsrate ω ist hingegen eine Vorgabe des Wertes notwendig. Diese kann unter anderem nach [151] abhängig von der Oberflächenrauhigkeit direkt an der Wand gesetzt werden. Alternativ hierzu ist es auch möglich ω im wandnächsten Punkt festzulegen, wobei sich die zugehörige Wandrandbedingung aus der Forderungen eines Gleichgewichts von Diffusion und Dissipation innerhalb der Grenzschicht ergibt. Dieses wird ebenfalls in [117] genauer dargestellt.

High-Reynolds-Formulierung

Die High-Reynolds-Randbedingung beruht auf einer Parametrisierung des breiten logarithmischen Bereichs,für den der wandnächste Punkt einen Mindestabstand von $y^+ > 20$ nicht unterschreiten darf. Die Geschwindigkeiten, sowie die turbulente Viskosität und spezifische Dissipationsrate werden für diesen Gitterpunkt über Wandfunktionen bestimmt, welche unter anderem in [117, 128] genauer dargestellt werden. Diese Funktionen gehen dabei von geringen tangentialen Druckgradienten und vernachlässigbaren Krümmungseffekten aus, weswegen sie für die Vorhersage von Verdichtungsstößen oder Strömungen mit druckinduzierter Ablösung ungeeignet sind. Die turbulente kinetische Energie wird wie bei der Low-Reynolds-Formulierung an der Wand zu Null gesetzt oder mit einer Nullgradientenrandbedingung auf den Wert der ersten inneren Zelle. Die High-Reynolds-Randbedingung findet im Allgemeinen Anwendung, wenn die wandnahe Strömung von untergeordnetem Interesse ist und insbesondere im industriellen Bereich Gitterpunkte und damit Rechenzeit gespart werden soll. Dass diese Einsparungen ebenfalls in einer Reduzierung der Genauigkeit des Ergebnisses resultieren, wird dabei in der Regel bewusst in Kauf genommen.

Hybrid-adaptive Randbedingung

Es gibt konkrete Vorgaben für die Position des wandnächsten Punkts für die Wandbehandlung mit Hilfe der Low-Reynolds- und High-Reynolds-Formulierungen, bei welchen der Zwischenbereich von $1 < y^+ < 20$ nicht definiert ist und zu einer ungültigen Lösung führt. Soll eine Methode bereitgestellt werden, welche einen nahezu beliebigen Abstand des ersten Punktes innerhalb der Grenzschicht erlaubt, so ist demnach ein einfaches Kombinieren beider Formulierungen durch Umschalten in Bereichen nicht erfüllter Wandauflösung nicht möglich. Um beide Randbedingungen dennoch zu einer einzigen zu verallgemeinern, wurde von Rung et al. [117, 119] eine Formulierung einer hybriden adaptiven Randbedingung vorgeschlagen, welche auf der High-Reynolds-Randbedingung basiert und diese *fließend* in den semi-viskosen Bereich der Low-Reynolds-Bedingung erweitert. Im wandnächsten Low-Reynolds-Bereich verhält sich der dimensionslose Wandabstand noch linear zur normalisierten lokalen Geschwindigkeit und es gilt demnach

$$y^+ = u^+. \tag{3.6}$$

Für den logarithmischen Bereich wird y^+ hingegen bestimmt durch

$$\begin{gathered} y^+ = \tfrac{e^{(\kappa u^+)}}{E} \\ E = e^{\kappa B} \qquad \kappa = 0.41 \qquad B = 5.2 \end{gathered} \tag{3.7}$$

Bildet man für kleine Werte von κU^+ eine Taylor-Reihen-Entwicklung vom Zähler der Gleichung 3.7 um den Ursprung und berücksichtigt den Wert von y^+ der Low-Reynolds-Randbedingung, so ergibt sich für eine hybride Formulierung des normalisierten Wandabstandes zu

$$y^+_{hyb} = u^+ + \frac{1}{E}\left[e^{(\kappa u^+)} - \left(1 + \kappa u^+ + \frac{(\kappa u^+)^2}{2!} + \frac{(\kappa u^+)^3}{3!} + ...\right)\right] \tag{3.8}$$

Mit Hilfe dieser vergleichsweise einfachen Beschreibung von y^+_{hyb} kann die hybrid-adaptive

Randbedingung formuliert werden, welche anstelle der High-Re- Bedingung an Wandpunkten mit

$$y^+_{(P)} = \left(\frac{d c_\mu^{1/4} \sqrt{k} \rho}{\mu} \right)_{(P)} \leq 15 \tag{3.9}$$

aktiv ist. Wird die Reihenentwicklung in 3.8 auf neun Terme beschränkt und entsprechend umgeformt, so ergibt sich für die normierte Geschwindigkeit

$$u^+ = \left(1 - e^{-0.14 y^+_{hyb}} \right) \frac{\ln(E y^+_{hyb})}{\kappa} \tag{3.10}$$

und die Wandschubspannung wird beschrieben durch

$$\begin{gathered} \tau_w = \theta(u_{(P)} - u_{(B)}) \\ \theta = (1-\varphi)\tfrac{\mu}{d} + \varphi \tfrac{\varphi \kappa u_\tau}{ln(E y^+_{hyb}} \qquad \varphi = \left(1 - e^{-0.09 y^+_{hyb}} \right)^2 \end{gathered} \tag{3.11}$$

wobei $u_{(B)}$ und $u_{(P)}$ die tangentialen Geschwindigkeitsanteile an der Wand und den wandnächsten Punkt sind. Desweiteren stellt φ eine Überblendungsfunktion dar, die von der viskosen Unterschicht, in der die laminare Viskosität vorherrscht, bis weit in den Bereich in dem die turbulente Viskosität dominiert und die Grenzschicht dem logarithmischen Wandgesetzes folgt, gleichmäßig übergeht. Die gute Übereinstimmung der Ergebnisse der von Rung entwickelten hybrid-adaptiven Formulierung [119] sowie deren Anwendung in verschiedenen Strömungslösern werden unter anderem in Mockett [85] und Schmidt [128] dargestellt. Eine ähnliche Methode wurde auch von Knopp [66] entwickelt, deren Anwendung in [69] genauer dargestellt wird.

3.4 Angewandte Strömungslöser

Für die Untersuchungen innerhalb dieser Arbeit kamen fünf Strömungslöser zum Einsatz, die alle auf der Finite-Volumen-Methode basieren und in unterschiedlichen Einrichtungen und Firmen entwickelt wurden. Um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, wurden die Berechnungen, soweit es der Funktionsumfang des jeweiligen Lösers ermöglichte, unter Verwendung der gleichen Konfiguration durchgeführt. Da zur Behandlung der Konvektion allein das UDS-Schema in allen Lösern zur Verfügung steht, welches aber nur erster Ordnung ist und eine erhöhte numerische Diffusion aufweist, wurde hierin jeweils die bestmögliche Alternative zugunsten des Codes gewählt. Ebenso wurde auch mit einigen anderen Funktionalitäten verfahren, die in einem Programm nicht verfügbar waren. Auf die angewandten Strömungslöser soll im Folgenden kurz eingegangen werden, wobei die genauen Einstellungen der einzelnen Untersuchungen zusätzlich beim jeweiligen Testfall aufgeführt werden.

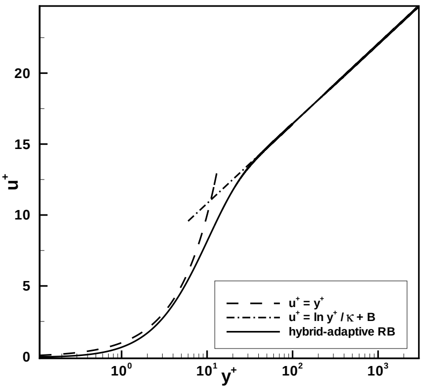


Abbildung 3.6: Geschwindigkeitsprofil der hybrid-adaptiven Randbedingung (Glg. 3.10) im Vergleich zum Profil des linearen und logarithmischen Bereichs aus Gleichung 3.6 und 3.7

TAU: Als Ausgangspunkt diente der Strömungslöser TAU [17, 18] des Deutschen Zentrums für Luft und Raumfahrt (DLR) in der Version 2007.1.0, der bereits innerhalb der Untersuchungen des Projekts MUNA [23] und den Arbeiten in [129] eingesetzt wurde. TAU ist ein kompressibler, dichtebasierter Löser, der für die Berechnung stationärer wie instationärer Probleme genutzt werden kann. Als Eingabe dienen unstrukturierte Gitter, die innerhalb des Preprocessing in ein duales Rechengitter überführt werden. Als Konvektionsschemata stehen zentrale und Upwind-Schemata zur Verfügung, wobei in dieser Arbeit nur das zentrale angewandt wurde. Die Wandbehandlung erfolgte mittels Low-Reynolds Randbedingung.

ELAN: Der hauseigene Strömungslöser ELAN [155] der TU Berlin, dessen Name sich aus ***El****liptic* ***A****nalysis of the* ***N****avier-Stokes Equations* ergibt, ist ein druckbasierter Löser, welcher optional kompressibel oder inkompressibel genutzt werden kann und mit dem SIMPLE-Algorithmus arbeitet. Es sind außerdem stationäre wie instationäre Rechnungen möglich. ELAN kann ausschließlich blockstrukturierte Gitter verarbeiten und verwendet das primäre Gitter als Rechengitter. Als Schemata stehen UDS, CDS und TVD zur Auswahl, wobei in dieser Arbeit aus Stabilitätsgründen der in Abschnitt 5.3 durchgeführten Untersuchungen nur TVD angewandt wurde. Die einzige standardmäßig in ELAN implementierte Wandrandbedingung ist die hybrid-adaptive Randbedingung von Rung [119].

STAR-CCM+: Als einziges rein kommerzielles Programm wurde STAR-CCM+ der Firma CD-adapco [11] in der Version 4.06 in die Untersuchungen einbezogen. Dieser kompressible Strömungslöser kann sowohl im dichte- wie auch druckbasiertem Modus betrieben werden. Als Rechengitter wird auch hier direkt das primäre Gitter verwendet, welches unstrukturiert gespeichert wird. Es steht ausschließlich das UDS von erster und zweiter Ordnung zur Verfügung, von denen das letztere angewandt wurde. Dieses stellt das lineare Upwind-Differenzenschema dar, bei welchem eine Limitierung der Gradienten über die Werte der Nachbarzellen erfolgt.

Die genaue Vorgehensweise wird in [11] näher erläutert. Als Wandrandbedingung wurde Low-Reynolds gewählt. Optional stand hier auch die High-Reynolds Randbedingung zu Verfügung.

Edge: Ein weiterer Löser ist der kompressible, dichtebasierte Code der *Swedish Defence Research Agency* (FOI) mit Namen Edge [27, 28]. Dieser wurde in der Version 4.1 verwendet und behandelt die Gitter wie die meisten in dieser Arbeit untersuchten Programme unstrukturiert, wobei die RANS-Gleichungen auf einem dualen Rechengitter gelöst werden. Von den zur Verfügung gestellten Konvektionsschemata gehören unter anderem CDS, das UDS erster Ordnung sowie das UDS nach Roe [108], welches von zweiter Ordnung genau ist. Auch hier wurde wieder das zentrale Differenzenschema gewählt. Die Wandbehandlung findet hier mit Hilfe der Low-Reynolds Randbedingung statt.

OpenFOAM: OpenFOAM [94, 95] (*Open Field Operation and Manipulation*) wurde vom Unternehmen OpenCFD entwickelt und einschließlich des Quelltextes zur allgemeinen und freien Nutzung bereitgestellt. Dieser Strömungslöser kann in mehreren Modi betrieben werden, für welche jeweils ein eigenes Binary erstellt wird. OpenFOAM kann kompressibel und inkompressibel, dichte- und druckbasiert, für Mehrphasenströmungen, Wärmetransfer, Verbrennungen und einige andere Betriebsarten kompiliert werden. In der vorliegenden Arbeit wurde dieser in inkompressibler, druckbasierter Form unter Verwendung des SIMPLE-Algorithmus angewandt. Die Gitter werden auch hier unstrukturiert abgespeichert und als Rechengitter das primäre verwendet. Als Konvektionsschema wurde CDS und als Wandrandbedingung eine hybride adaptive Formulierung ähnlich der von [119] gewählt, da für die in OpenFOAM implementierten Zweigleichungsmodelle keine Low-Reynolds Wandbehandlung vorgesehen ist. Diese blendet den Wert von ν_t nach Spalding [140] und setzt ω im wandnächsten Punkt nach einer Empfehlung von Menter [82].

4 Verifizierung und Validierung

Gestützt durch die rasante Entwicklung in der Computerbranche, ist es wie bereits erwähnt mittlerweile möglich, selbst komplexe und rechenintensive aerodynamische Anwendungsfälle in annehmbarer Zeit und mit vergleichsweise geringen Kosten zu behandeln. Damit einher ging von der Industrie eine steigende Nachfrage nach numerischen Simulationen aus, welcher die verschiedensten Firmen, Einrichtungen und Universitäten mit der Entwicklung einer eigenen Software versuchen gerecht zu werden. Nicht zuletzt allein aus dem Grund, selbst Gewinn aus dem anhaltenden Trend zu ziehen, steht dabei allzu oft die möglichst zeitnahe Bereitstellung immer neuer numerischer Methoden (z.B. hybride RANS-LES Verfahren) oder Möglichkeiten der Gitterbehandlung (Gitteradaptionsverfahren, Chimera-Techniken, etc.) im Vordergrund, ohne den bisherigen Code ausreichend auf Unsicherheiten untersucht zu haben. Hierin ist eine der Hauptursachen zu finden, dass eine Vielzahl verschiedenster Simulationsprogramme allein im aerodynamischen Bereich genutzt werden, welche keinem einheitlichen Standard unterliegen und sich sowohl in den numerischen Methoden als auch in den Qualitätsansprüchen deutlich voneinander unterscheiden. Einer der ersten Projekte, das seine Aufgabe in der Entwicklung eines einheitlichen Standards bei der Qualitätszusicherung von Strömungslösern sah, wurde 1992 vom *American Institute of Aeronautics and Astronautics* (AIAA) ins Leben gerufen [88] und veröffentlichte 1998 einen entsprechenden Guide [1].

Vor der Anwendung eines Strömungslösers muss zunächst sichergestellt werden, dass dieser im Rahmen einer festzulegenden Toleranz zuverlässige Daten liefert. Um das Vertrauen in die Ergebnisse zu gewährleisten, bedarf es daher einiger tiefgehenden Untersuchungen vor der Nutzung des Programms. Diese werden in der Literatur allgemein in zwei Bereiche unterteilt, und zwar der Verifizierung und der Validierung. Unter Verifizierung versteht man hierbei die rein mathematische Überprüfung der zu lösenden Gleichungen, wohingegen bei der

Validierung die Übereinstimmung mit der physikalischen Realität im Vordergrund steht und ein mehr wissenschaftliches Verständnis der zu untersuchenden Problemstellung notwendig ist. Einfach ausgedrückt, wird mit Hilfe der Verifikation also die Frage beantwortet "Werden die Gleichungen richtig gelöst?", wobei es für die Validierung um die Erkenntnis "Werden die richtigen Gleichungen gelöst?"geht [20].

In der Literatur sind viele unterschiedliche Definitionen zu finden, die alle versuchen, Bezeichnungen wie *Fehler* und *Unsicherheiten* zu beschreiben, und allzu oft werden numerische Ergebnisse mit experimentellen Daten verglichen ohne ihre mathematische Korrektheit sichergestellt zu haben. Aus diesem Grunde sind im Besonderen P. J. Roache (z.B. in [103, 104]) und W. L. Oberkampf (z.B. in [88, 92]) um die Standardisierung von Begrifflichkeiten und Verfahren in der Verifizierung und Validierung (V&V) bemüht. Hierbei wird die Notwendigkeit von einheitlichen Richtlinien in der V&V betont, welche unabhängig von der Willkür des durchführenden Ingenieurs oder anderen, teilweise sehr subjektiven Akzeptanzkriterien gestaltet sein müssen. Das 2009 von Roache veröffentlichte Buch [107] fasst viele Bücher und Veröffentlichungen seiner langjährigen Arbeit in diesem Bereich zusammen. Hierin beschäftigt er sich neben der reinen Semantik von Begriffen, mit der Klassifizierung und Ursache von Fehlern und Unsicherheiten, sowie der Darstellung verschiedenster Techniken zu deren Ermittlung und Abschätzung. Letzteres beispielsweise anhand der Fehlerschätzung mittels des *Grid Convergence Index* (GCI), welcher seinen eigenen Angaben folgend seit jüngster Zeit einen anerkannten Standard darstellt. Einen Überblick über die verschiedenen Aktivitäten zur Verifizierung und Validierung fasst Oberkampf unter anderem in [89] zusammen und ist in erweiterter Form in Abbildung 4.1 dargestellt. Auf die Klassifizierung der Verifizierung und Validierung soll im Weiteren näher eingegangen werden, wobei sich diese innerhalb der vorliegenden Arbeit an den von P. Roache und W. Oberkampf vorgeschlagenen Definitionen orientiert.

4.1 Verifizierung

Die Verifizierung oder auch Verifikation ist ein rein mathematischer Prozess, bei dem die Genauigkeit bestimmt wird, mit der die implementierten Gleichungen der zugrundeliegenden theoretischen Beschreibung des Modells entsprechen. Beispiel hierfür ist die Implementierung der diskreten Form einer partiellen Differentialgleichung. Die grundlegende Idee der Verifizierung ist die Identifikation, Quantifizierung und Verminderung von Fehlern sowohl im numerischen Modell selbst als auch in seiner Lösung. Hierfür finden sich in der Literatur mehrere Ansätze, wobei in der Regel zwischen der Verifizierung des Lösers bzw. Codes und der Verifizierung der Lösung bzw. der Ergebnisse unterschieden wird.

4.1.1 Codeverifizierung

Auf Basis der Arbeiten von [103, 105] vertritt Oberkampf die Ansicht, dass sich die Aktivitäten innerhalb der Code-Verifizierung wiederum in zwei Teilbereiche einteilen lassen [89]. Er unterscheidet hierbei zwischen der Verifikation des numerischen Algorithmus auf der eine Seite und der Zusicherung der Qualität der Software selbst auf der anderen. Auf diese soll im Folgenden näher eingegangen werden.

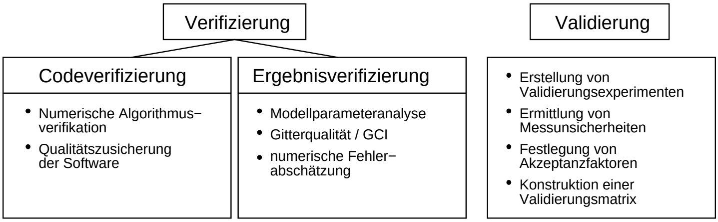


Abbildung 4.1: Übersicht über die Aktivitäten in der Verifizierung und Validierung

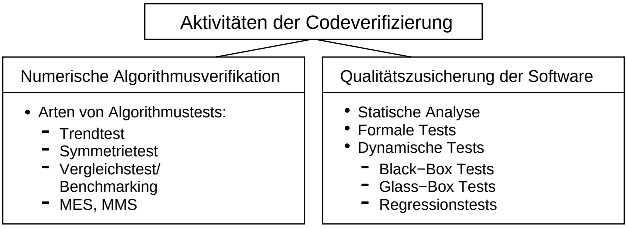


Abbildung 4.2: Detaildarstellung der Arbeiten innerhalb der Codeverifizierung

Algorithmusverifikation

In den Bereich der Algorithmusverifikation fallen unter anderem einfache Test zur Überprüfung der Korrektheit des Codes während der Entwicklung wie beispielsweise der Trendtest, der Symmetrietest oder der Vergleichstest [121]. Beim Trendtest wird die Lösung eines einfachen Problems untersucht und mit dem physikalischen Verhalten verglichen. Dies kann zum Beispiel der Zerfall von turbulenten Strukturen oder die Ausbreitung von Wärme in einem rechteckigen bzw. für einen dreidimensionalen Fall kubischen Rechengebiet sein. Ein Problem kann bei diesem Test darstellen, dass zwar der richtige Trend vom Löser wiedergegeben wird, aber die Ergebnisse dennoch quantitativ inkorrekt sind und dass ein gewisses Maß an Erfahrung für die Beurteilung des korrekten Trendverhaltens notwendig ist. Der Symmetrietest ist dagegen auch ohne tiefergehende Kenntnisse durchführbar. Hierfür wird ein symmetrischer Testfall wie beispielsweise eine vollentwickelte Kanalströmung auf Symmetrie innerhalb der Lösung geprüft. Erweiterte Möglichkeiten, den Löser auf seine Symmetrieeigenschaften zu untersuchen sind die Umkehrung des Koordinatensystems oder - für einen rotationssymmetrischen Strömungsfall - die vollständige Unabhängigkeit von der Anströmungsrichtung.

Der Vergleichstest beruht auf dem Vergleich mit den Ergebnissen eines oder mehrerer bereits erprobter und etablierter Strömungslöser, was nach [154] auch als *Benchmarking* bezeichnet wird. Letzterer Begriff wird jedoch allzu oft auf Konvergenzanalysen beschränkt verstanden oder mit Validierungsrechnungen vermischt. Auch für diesen Test ist kein tiefergehendes numerisches oder physikalisches Verständnis notwendig. Das Akzeptanzkriterium innerhalb dieser

Untersuchungen ist üblicherweise die maximale Abweichung von der Referenzlösung, welches bei ausreichend geringer Differenz als erfüllt angesehen wird. Dennoch kann auch dieser Test nur eine qualitative Abschätzung für die Korrektheit es Codes sein, da die Implementierungen verschiedener Löser in der Umsetzung der Algorithmen wie auch deren Diskretisierungsschemata und Randbedingungen deutlich voneinander abweichen können. Ebenso können die Referenzlöser zwar schon langjährig angewandt werden, aber immer noch unentdeckte Programmierfehler enthalten. Ein weiteres Problem besteht darin, dass der Vergleichstest häufig nur an einem oder wenigen ausgewählten Testfällen durchgeführt wird und somit keine Aussage auf Allgemeingültigkeit der Übereinstimmung gemacht werden kann. Für eine quantitative Einschätzung des Fehlers des fertigen Strömungslösers sind diese Verfahren demnach nicht zu verwenden. Hierfür stehen mittlerweile verschiedene Methoden zur Verfügung, die einen deutlich objektiveren Maßstab zur Bewertung der Zuverlässigkeit des Codes bieten und zusätzlich Informationen wie beispielsweise der Fehlerordnung liefern können. Hierbei sollen die Method of Exact Solutions (MES) und die Method of Manufactured Solutions (MMS) näher betrachtet werden.

Method of Exact Solutions: Die *Method of Exact Solutions* ist eine weit verbreitete Methode zur Code-Verifikation, welche eine objektivere Bewertung eines Codes zulässt, als die Akzeptanzkriterien der Trend- oder Vergleichstests. Ein weiterer Vorteil der MES liegt darin, dass sich in Zusammenhang mit einer Gittervariationsuntersuchung zusätzlich die Ordnung der Genauigkeit für jede zu berechnende Größe bestimmen und mit der theoretischen Ordnung des Systems vergleichen lassen [121]. Für die Durchführung einer MES wird zunächst ein mathematisches Problem gesucht, dessen analytische Lösung exakt bekannt ist und von dem zu verifizierenden Code wiedergegeben werden kann. Wird dann bei der numerischen Betrachtung das Gitter zunehmend verfeinert, so muss bei korrekter Implementierung die berechnete Lösung stetig gegen die exakte streben. Um eine derartige exakte Lösung zu erhalten gibt es mehrere mathematische Ansätze, wie die Trennung der Variablen oder auch integrale Transformationstechniken (Gauss Funktionen, Laplace Transformation, u.a.). Beispiele hierfür sind unter anderem in [121] zu finden. Durch die gefundene exakte Lösung erhält man für jeden räumlichen Punkt der betrachteten Domain und jede Zeit eine geschlossene mathematische Beschreibung aller Variablen. Wird diese als Eingabegrößen des zu bewertenden Lösers verwendet, kann die resultierende numerische und damit diskrete Lösung mit der exakten verglichen werden. Hierdurch lassen sich relativ zuverlässig Fehler in der Implementierung und den Algorithmen aufspüren, wenn sie sich jedoch auch hier selbst bei ausreichender Übereinstimmung nicht vollständig ausschließen lassen. Die Grenzen der MES liegen meist bei der Ermittlung einer exakten Lösung für das führende Gleichungssystem. Aufgrund von Nichtlinearitäten, Kopplung der Gleichungen, komplexen Randbedingungen und Geometrie sind üblicherweise Vereinfachungen in den Annahmen notwendig. Für eine hinreichende Verifizierung wird darüber hinaus eine exakte Lösung aller an der Berechnung beteiligten Gleichungen benötigt, welche mit steigender Komplexität des Problems immer schwerer zu ermitteln ist.

Method of Manufactured Solutions: Im Gegensatz zu der MES, bei der sich – wenn überhaupt – nur schwer analytische Lösungen finden lassen, die das System aus Gleichungen exakt erfüllen, ist die *Method of Manufactured Solutions* nicht auf eine derartige Lösung angewiesen. Der

Vorteil der MMS liegt vielmehr darin, dass hier unabhängig von der physikalischen Realität eine eigene Lösung entworfen wird, welche sich nicht an Vorgaben wie der Geometrie oder einzelnen Randbedingungen orientieren muss. Beschreibt die Gleichung 4.1 das zu lösende Gleichungssystem

$$\underline{\underline{W}}\ \underline{u} = \underline{S} \tag{4.1}$$

in der $\underline{\underline{W}}$ den Differentialoperator, $\underline{u}$ den Vektor der zu berechnenden Variablen und $\underline{S}$ den Quellterm darstellen, so wird innerhalb der MES wie bereits beschrieben versucht, einen geeigneten Term $\underline{S}$ derart zu finden, dass sich das System durch mathematische Umformungen nach $\underline{u}$ auflösen lässt. Die MMS hingegen wählt für jede Variable des Lösungsvektors $\underline{u}$ eine nahezu beliebige Funktion, die das fiktive Strömungsgebiet beschreiben soll. Diese werden in das Gleichungssystem eingesetzt und anschließend die rechte Seite $\underline{S}$ derart angepasst, dass das Gleichungssystem erfüllt ist. Dieses stellt sowohl von der Entwicklung einer geeigneten Lösung der Gleichungen als auch bei geschickter Wahl des Vektors $\underline{u}$ von der Implementierung des adaptierten Quellterms $\underline{S}$ eine deutlich einfachere Aufgabenstellung dar als bei der MES. An die Wahl von u sind jedoch einige Einschränkungen gebunden. Die gewählten Funktionen sollten unter anderem glatt sein, um die Bestimmung der theoretischen Genauigkeitsordnung zu ermöglichen. Ebenso sollte die Lösung innerhalb des betrachteten Gebietes keine Singularitäten enthalten und allgemeingültig genug sein, um alle Terme des führenden Gleichungssystems zu erfüllen. Insbesondere bei komplexeren Problemen und Gleichungssystemen, wie sie zum Beispiel bei der Behandlung der Turbulenz mit Hilfe von RANS-Modellen auftreten, kann die Anwendung der MMS um einiges schwieriger gestalten [20]. Auf eine korrekte Auflösung der Wandbereiche turbulenter Strömungen ist in diesen Arbeiten bisher ebenfalls nicht ausreichend eingegangen worden. Außerdem ist für die Verifizierung eines Strömungslösers mittels der Methoden der expliziten und der selbstgewählten Lösung ein vollständiger Zugriff auf den Code notwendig, der nicht nur die Anpassung des Quellterms ermöglicht, sondern auch die Kenntnis über den genauen Aufbau jeder einzelnen Gleichung, die an der Berechnung beteiligt ist.

Software Quality Assurance

Ein weiterer, aber ebenso wichtiger Zweig der Verifizierungsaktivitäten ist die Zusicherung der Software-Qualität (Software Quality Assurance, SQA). Im Gegensatz zu der Verifizierung des numerischen Algorithmus (wie z.B. mit Hilfe der MES und MMS) liegt bei der SQA das Hauptaugenmerk auf der Korrektheit der Implementierung der Software, der Robustheit und Geschwindigkeit des Programmablaufs, sowie der Reproduzierbarkeit der Ergebnisse auf verschiedener Hardware- und Betriebssysteme. Diese ist im Allgemeinen Teil des Aufgabenfeldes des Codeentwicklers, welches aber den Nachteil hat, dass die Fehlersuche meist auf die gleichen Gedankenabläufe bei der Verifizierung beschränkt bleiben, die bereits bei der Implementierung des Quelltextes angewandt wurden. Daher sind die Anwender des Programms bei der Verifizierung fast immer unverzichtbarer Bestandteil bei der Zusicherung der Softwareverifizierung, sollten keine Mittel für eine unabhängige, kommerzielle Lösung zur Verfügung stehen.

Die Aktivitäten der SQA lassen sich in die Bereiche der statischen, formalen und dynamischen Analyse des Codes einteilen. Hierbei meint statisch die Untersuchung des Aufbaus und der Konsistenz des Quelltextes ohne das Ausführen des Programms. Ein statischer Test kann zum Beispiel die manuelle Prüfung von Algorithmen oder die zeilenweise Analyse des Datenflusses sein. Ein formaler Test hingegen soll nachweisen, dass das die Implementierung exakt und vollständig den zugrunde liegenden Modellannahmen entspricht. Hierfür kann unter anderem der Vergleich eines implementierten Turbulenzmodells mit der referenzierten Literatur hilfreich sein. Im Gegensatz zu den statischen und formalen Tests, die nahezu vollständig ohne die Benutzung der Software durchgeführt werden, muss bei den dynamischen Tests das Programm für dessen Verifizierung ausgeführt werden. Man unterteilt dabei in *Black-Box-Tests*, *Glass-Box-Tests* und *Regressionstests*. Der Unterschied zwischen Black-Box- und Glass-Box-Untersuchungen liegt in der Kenntnis über den genauen Aufbau der zu analysierenden Software beziehungsweise die Möglichkeit, in den gesamten Quelltext Einblick zu nehmen. Daher werden Glass-Box-Tests in der Regel von den Entwicklern durchgeführt, da diese Zugriff auf den gesamten Code haben. Werden zur Identifikation von Kodierungsfehlern zum Beispiel die Methoden MES oder MMS innerhalb der SQA angewendet, stellen diese somit Glass-Box-Tests dar, da für deren Anwendung Modifikationen an der Implementierung des Quellterms vorgenommen werden müssen. Ein in der wissenschaftlichen Arbeit übliches Vorgehen, bei dem die Lösungen eines Codes mit den exakteren Ergebnissen einer LES oder DNS verglichen werden, sind dagegen in der Regel ein Black-Box-Test, da hier oft nur eine reine Anwendung des Programms für die Verifizierung verwendet wird, ohne den genauen Aufbau des Codes zu berücksichtigen.

Der Regressionstest hingegen beschreibt eine Wiederholung identischer Tests einer bestehenden Software, die in regelmäßigen Abständen, besonders aber nach Veränderungen oder Erweiterungen in der Implementierung, durchgeführt wird. Dieses dient zur Sicherstellung einer gleichbleibenden Ergebnisqualität und soll dadurch außerdem verhindern, dass Änderungen im Code auf bereits verifizierte und validierte Funktionalitäten des Programms Einfluss haben und eine vollständige Prüfung der gesamten Software notwendig wird. Hierfür sollte der Satz an Testfällen möglichst derart gewählt werden, dass diese jederzeit einfach und schnell durchführbar sind. Dabei können Regressionstest sowohl Glass-Box- als auch Black-Box-Tests beinhalten. Allein hierdurch ist leicht zu erkennen, dass sich die verschiedenen Aktivitäten der Verifizierung teilweise nur schwer voneinander exakt trennen lassen und es immer wieder zu Überschneidungen in den Klassifizierungen kommen kann.

4.1.2 Ergebnisverifizierung

Ebenso wichtig wie die Verifizierung des Codes ist die Verifikation in Bezug auf eine einzelne durchgeführte Simulation (siehe [4]). Es genügt nicht, nur mit einem ausreichend verifizierten Code zu arbeiten, welcher frei von jeglichen Programmier- und Algorithmusfehlern ist, um gute und korrekte Ergebnisse zu erhalten. Das Setup, die Eingabeparameter, das Gitter wie auch die strömungsphysikalischen Phänomene können ebenfalls in einem erheblichen Maße Einfluss auf die Qualität und die Genauigkeit der Ergebnisse haben und die Abschätzung beispielsweise des Diskretisierungsfehlers einer einzelnen Rechnung notwendig machen. Roache nennt in [107] von diesen Einflussfaktoren insbesondere den Einfluss der Gitterauflösung auf die Rechnung und empfiehlt für jeden neuen Testfall zunächst die Ermittlung des von ihm entwickelten *Grid Convergence Index*, auf welchen im Folgenden noch näher eingegangen wird.

Wo beispielsweise für die Methode der Manufactored Solutions bei der reinen Code-Analyse häufig eine aus physikalischer Sicht bedeutungslose Referenz gewählt wird, beschäftigt sich die Ergebnisverifikation dagegen mit physikalisch relevanten Testfällen. Doch auch wenn die numerischen Fehlerquellen erkennbaren Einfluss auf strömungsmechanische Effekte wie Grenzschichtentwicklung, Ablösung und Verdichtungsstöße zeigen, so ist sie deutlich von der Validierung abzugrenzen. Bei der Verifizierung des Ergebnis steht ausschließlich ihr mathematischer Aspekt im Vordergrund und die tatsächliche Lösung ist weiterhin unbekannt. Der Vergleich mit experimentellen Daten findet nur innerhalb der Validierung und ggf. Kalibrierung des Codes statt.

Ein weiterer Unterschied der Validierung gegenüber der Ergebnisverifizierung besteht im Ziel der Abschätzung eines verbliebenen numerischen Fehlers in der Lösung. Dieses stellt nach Oberkampf [90] sogar die einzige Aufgabe der Ergebnisverifikation dar. Mit dem Versuch, ein Maß für den teilweise unvermeidlichen Fehlereinfluss innerhalb einzelner Rechnungen zu finden, beschäftigt sich unter anderem Roy in [112], wobei hierin zur Erfassung aller auftretenden Unsicherheiten diese sowohl in der Ergebnisverifikation als auch der Validierung ermittelt werden.

4.2 Validierung

Wie Eingangs bereits erwähnt, genügt es nicht, nur zu prüfen ob *die Gleichungen richtig gelöst werden* (Verifizierung), es ist ebenso wichtig, dass *die richtigen Gleichungen gelöst werden* (Validierung) [6, 7]. Wo die Verifizierung in erster Linie von Codeentwicklern durchgeführt wird, liegt die Validierung eher im Aufgabenfeld des Wissenschaftlers und Ingenieurs. Es kann dabei jedoch nicht der Code im Allgemeinen, sondern nur eine einzelne Lösung bzw. eine Reihe von Lösungen mit einer spezifischer Klasse von Problemen validiert werden. Hierbei soll das Modell, auf dem die Berechnungen beruhen, mit der physikalischen Realität abgeglichen werden. Unter Modell sind hier aber nicht nur allein die implementierten Gleichungen und Algorithmen zu verstehen, sondern auch jede konzeptuelle Annahme, die bei der Entwicklung des Codes gemacht wurde (z.B. Inkompressibilität, Behandlung von 2-D- und 3-D-Effekten, Turbulenzmodellierung, etc.). Im weiteren Sinne kann *Modell* aber auch die Inputparameter, die Gitterdaten, Anfangs- und Randbedingungen einschließen.

Von einigen wenigen strömungsphysikalischen Problemen abgesehen, bei denen auf eine mathematische Beschreibung wie beispielsweise der Grenzschichttheorie nach Blasius (laminar) und Prandtl (turbulent) [125] zurück gegriffen werden kann, erfolgt die Validierung fast immer über entsprechende experimentelle Daten. Hieraus ergibt sich eine Reihe von Problemen in der Umsetzung.

Um in der numerischen Simulation reproduzierbar zu sein und alle notwendigen Daten für den exakten Vergleich bereitzustellen, hat sich gezeigt, dass das Experiment explizit für die Validierung konzipiert und durchgeführt sein sollte. Allgemein sind qualitativ hochwertige Experimente, die sich für eine Validierung einer Rechnung eignen, eher selten, wie sich beispielsweise bei dem V&V20 Projekt der *American Society of Mechanical Engineers* (ASME) zeigte [4]. Dieses sollte unter anderem mit Hilfe eines realen Experiments eines Wärmetauschers durchgeführt werden. Es konnte jedoch kein ausreichend dokumentiertes Experiment mit vollständigen Angaben über die Ein- und Ausströmränder und den inhärenten Unsicherheiten ausfindig gemacht werden [107].

Desweiteren ist problematisch, dass Akzeptanzfaktoren für die Bewertung einer ausreichenden Übereinstimmung mit dem Experiment nicht genormt sind und im Ermessen des untersuchenden Ingenieurs liegen. Wie man an den sehr ungenauen Definitionen des Begriffs *Validierung* erkennen kann, wie sie auch innerhalb des AIAA Guides zur Validierung und Verifizierung [1], dem V&V10-Berichts von ASME [3] und dem der NASA[1] [87] verwendet werden, existieren keine allgemeingültigen Normen dieses Thema betreffend. Aus diesem Grunde fordert Oberkampf [91] Richtlinien für die Durchführung von Validierungen, dem sich Roache [107] hier anschließt und darüber hinaus ergänzt, dass die Einbeziehung der Unsicherheiten sowohl im Experiment als auch der auf der Seite der Simulation, welche durch die Numerik und die Parametereingaben entstehen können, eine Lösung dieses Problems darstellen könnte. Dieses Vorgehen ist im Besonderen im ANSI Standard V&V20 des ASME Committee [4] genauer beschrieben.

Darüber hinaus hat sich unter anderem in [23, 129] und den vorliegenden Untersuchungen gezeigt, dass die numerischen Ergebnisse sehr stark durch die verwendeten Methoden und Eingabegrößen beeinflusst werden. Hierzu gehören beispielsweise die angewandten Diskretisierungsverfahren, künstliche Dissipation und die Gitterauflösung kritischer Bereiche. Eine Validierung eines Codes würde demnach immer nur für einen festzulegenden Satz von Rahmenbedingungen gelten und eine Modellvalidierung für alle Strömungszustände notwendig sein, für die sie angewendet werden soll, um die Zuverlässigkeit sicherzustellen. Das größte Problem stellt jedoch dar, dass nicht davon ausgegangen werden kann, dass das Experiment selbst frei von Fehlern und Unsicherheiten ist. Angefangen von Messungenauigkeiten durch die verwendeten Sonden und Geräte bis hin zu physikalischen Modelleinstellungen, den Einflüssen des Windkanals und der angewandten Methode zur Windkanalkorrektur (für welche je nach Anwendungsgebiet drei konkurrierende Ansätze verbreitet sind [58]), besteht immer das Risiko, dass das verwendete Experiment als Bewertungsgrundlage unzulänglich ist.

4.3 Fehler und Unsicherheiten

Die häufigsten Quellen von Defiziten in der Lösung sind in der verwendeten Numerik und der Modellierung des jeweiligen Problems zu finden, auf welche genauer in Abschnitt 4.3.1 eingegangen werden wird. Um diese Defizite zu beschreiben werden meist Begriffe wie *Fehler* und *Unsicherheiten* verwendet, für die sich in der Literatur viele unterschiedliche Definitionen finden lassen, welche in den seltensten Fällen übereinstimmen und sich nicht selten widersprechen. Allzu oft werden beide Begriffe miteinander vermischt oder deren Beschreibungen nur sehr allgemein gehalten, so dass sich eine klare Abgrenzung voneinander sehr schwierig gestaltet. Beispielsweise in den um Standards bemühten Guides von [1, 3] sind diese formuliert als

[1] National Aeronautics and Space Administration

Fehler: "*A recognizable deficiency in any activity of modeling and simulation that is not due to a lack of knowledge*"

und

Unsicherheiten: "*A potential deficiency in any phase or activity of the modeling process that is due to lack of knowledge*"

welches wiederum von Roache nicht als falsch, aber als wenig hilfreich bei der praktischen Umsetzung der Abschätzung von Fehlern und Unsicherheiten bezeichnet wird [107]. Seinem Verständnis nach ist ein Fehler eine bemessbare Größe und damit eine mit Vorzeichen behaftete Abweichung von dem errechneten oder gemessenem Wert [107].

Betrachten wir die gegebenen Definitionen am Beispiel der Verwendung inkorrekter Modellparameter. Die Antwort auf die Frage nach Fehler oder Unsicherheit würde hier also im Besonderen davon abhängen, ob der Benutzer Einblick und Zugriff auf diese Größen hat ("...*(not) due to lack of knowledge*"). Sind die Parameter dagegen in den Quelltext fest implementiert, so sind diese eher als Unsicherheit zu betrachten, da der Anwender nicht in der Lage ist, diese zu verändern und auch teilweise keinen Einblick in selbige hat.

In den Definitionen des V&V20 [4] heißt es noch, dass ein Fehler, dessen Größe und Vorzeichen bekannt ist, bereits als innerhalb der Lösung korrigiert angenommen werden kann. Im Gegenzug bedeutet dieses, dass ein Fehler, dessen Größe und Vorzeichen nicht bekannt ist, also demnach nur mit einem Fehlerbereich dargestellt werden kann, wodurch er dann aber wiederum laut Definition von [1] eine Unsicherheit darstellt. Gegen die Annahme des V&V20 spricht des weiteren, dass der Fehler in einer der Strömungsgrößen bekannt und korrigiert sein mag, dieser jedoch Einfluss auf andere Größen innerhalb der Lösung haben kann, welche nicht auf die gleiche Weise abzuschätzen sind. Demnach kann bei den Auswirkungen eines Fehlers auf das Simulationsergebnis, sei es nun ein numerischer oder ein Modellfehler, fast immer für einen Großteil der Strömungsgrößen von einer Unsicherheit ausgegangen werden. Daraus folgend soll in dieser Arbeit die Bezeichnung *Fehler* ausschließlich verwendet werden für

1. die Ursache eines Defizits in der Lösung einer Strömungssimulation und
2. eine mit Vorzeichen behaftete, bekannte Abweichung von einer idealen bzw. Referenzlösung.

Bei den Unsicherheiten wird allgemein nach zwei Arten unterschieden. Zum einen den *aleatorischen* und zum anderen den *epistemischen Unsicherheiten*. Von diesen können die aleatorischen Unsicherheiten in der Lösung nicht vermindert werden und sind dabei durch zufälliges, stochastisches Verhalten geprägt [112]. Diese Art der Unsicherheit ist besonders im Bereich des Experimentes vorzufinden, ist aber ebenso in der numerischen Berechnung anzutreffen. Für letztere kann die Ursache unter anderem die Variation von Modelleingabegrößen sein, welche zu unvorhersehbaren Abweichungen in den Ergebnissen führt, wie Untersuchungen des Einflusses des Turbulenzmodells bei der Vorhersage von Verdichtungsstößen am transsonischen RAE2822-Profil innerhalb der Arbeiten in [23] gezeigt haben. Der Wechsel des Turbulenzmodells führte je nach Variation von Reynolds-Zahl und Anstellwinkel zu deutlichen Positionsänderungen des Verdichtungsstoßes, ohne dass eine Gesetzmäßigkeit zwischen den einzelnen Modellen zu erkennen war.

Die *epistemischen Unsicherheiten* sind von beiden die bekannteren und sind meist auch die einzigen angegebenen Unsicherheiten, falls diese innerhalb des Experiments oder der Simulation überhaupt dokumentiert sind. Diese Art der Unsicherheiten sind in der Regel verminderbar, da sie nach Roy [112] häufig durch einen Mangel an Erfahrung beim Anwender verursacht werden[2]. Wird demnach Wissen in Form von experimentellen Daten, verbesserten numerischen Approximationen oder Expertenmeinungen hinzugefügt, sollte sich diese Art der Unsicherheit theoretisch vollständig vermeiden lassen. Epistemische Unsicherheiten werden üblicherweise mit einem Intervall dargestellt, welches den tatsächlichen Wert enthält. Wird die Angabe der Unsicherheit auf Basis einer Fehlerabschätzung vorgenommen, so wird der mathematisch ermittelte Fehler mit einem Sicherheitsfaktor versehen, so dass sich die reale Lösung mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% innerhalb des damit abgebildeten Fehlerbalkens befindet, wodurch Fehler und Unsicherheit in Relation zueinander stehen. Eine auf diesem Weg ermittelte Unsicherheit wird daher auch U95% [107] bezeichnet. Der Sicherheitsfaktor ist jedoch nicht genormt und wird in der Literatur mit Werten zwischen 1.5 und 3 angegeben.

4.3.1 Quellen von Fehlern und Unsicherheiten

Die am häufigsten anzutreffenden Quellen von Fehlern und Unsicherheiten sollen hier der Übersichtlichkeit halber in zwei Bereiche zusammengefasst werden. Dies ist der *numerische Fehler* auf der einen und der *Modellfehler* auf der anderen Seite.

Hierin setzt sich der numerische Fehler wiederum aus dem *Diskretisierungsfehler*, dem *Rundungsfehler*, dem *iterativem Konvergenzfehler* und eventuellen *Programmierfehlern* zusammen. Dabei ergibt sich der Diskretisierungsfehler aus den in Kapitel 3 beschriebenen numerischen Methoden zur Überführung der kontinuierlichen Erhaltungsgleichungen auf ein diskretes Rechennetz. Dieser Fehler zeichnet sich dadurch aus, dass er innerhalb der numerischen Simulation einer RANS mit kleiner werdendem Gitterformfaktor, welcher für die charakteristische Größe einer Gitterzelle steht und allgemein mit Δ oder h gekennzeichnet wird, tendenziell gegen Null geht.

Ein weiterer Fehlereinfluss, den es abzuschätzen gilt, ist der Rundungsfehler, welcher sich aus der Limitierung der im Rechner abgebildeten Dezimalstellen einer reellen Zahl ergibt. Durch die stetige Weiterentwicklung der Computer und durch immer erschwinglicher werdenden Speicher, können heutzutage die Daten in immer genauerer Darstellung im Rechner verarbeitet werden, weswegen der Rundungsfehler in den meisten numerischen Berechnungen vernachlässigbar klein bleibt. Jedoch kann dieser mit feiner werdendem Rechengebiet aufgrund einer wachsenden Operationsanzahl immer weiter anwachsen. Untersuchungen von Hayes in [49] haben dabei gezeigt, dass die Behandlung mancher physikalische Probleme, wie beispielsweise die Transition innerhalb einer Grenzschicht, welche sich aus kleinsten initialen Störungen entwickelt, durch Rundungsfehler limitiert werden kann. Dieses Phänomen ist aber auf wenige spezielle Anwendungsgebiete beschränkt und der Rundungsfehler sollte aufgrund wachsender Speicherkapazitäten in heutigen Simulationen allgemein zu vernachlässigen sein.

Ebenso allgemein vernachlässigbar sollte der iterative Fehler sein, wenn eine ausreichend hohe Konvergenz von mindestens drei bis vier Größenordnungen eingehalten wurde [26].

[2] In diesem Punkt unterscheiden sich die Definitionen der Unsicherheiten von C. Roy und AIAA Guide.

Innerhalb dieser Arbeit wurde demzufolge auf eine Konvergenzrate von mehr als sieben Größenordnungen innerhalb der Residuen geachtet.

Im Gegensatz zu den anderen numerischen Fehlern sollten die Programmierfehler bereits vor Beginn der Simulation durch ausreichende Verifizierung aus dem Strömungslöser korrigiert worden sein. Dennoch sind sie von der Seite der Anwendung nie vollständig auszuschließen. Von allen möglichen Fehlermechanismen sind diese auch am schwierigsten abzuschätzen, da ihr Einfluss auf die Lösung nahezu beliebig sein kann. Bei den Programmierfehlern muss es sich nicht ausschließlich um Tippfehler, falsche Konstanten und Variablen oder eine fehlerhafte Syntax handeln. Enthält der hinter dem Programm stehende Algorithmus Logikfehler, so kann dessen Implementierung rein syntaktisch vollkommen korrekt sein und dennoch zu erheblichen Einflüssen führen. Diese sind in der Regel noch deutlich schwieriger aufzuspüren, da der Algorithmus meist für einen bestimmten Anwendungsbereich konzipiert ist, wie beispielsweise der Orthogonalität des Gitters in Wandnähe, und erst beim Abweichen von diesem in Erscheinung tritt [129].

Entgegen der numerischen Fehler haben die Modellfehler ihre Ursache in falsch gewählten Inputgrößen oder Modellierungsannahmen wie beispielsweise Inkompressibilität, Stationarität und konstanter Temperatur. Aber auch eine ungünstige Wahl von Randbedingungen für die Wandbehandlung, die Einström- und Ausströmränder würde diesen Fehlern zugeordnet werden. Die Modellfehler werden im Gegensatz zu den Diskretisierungsfehlern bei feiner werdendem Gitter nicht verschwindend klein, sondern sind relativ unabhängig von der räumlichen oder zeitlichen Auflösung. Prinzipiell sind alle Modellfehler nach Roache [107] parametrisierbar und in die Fehlerabschätzung einzubeziehen, solange es sich um vom Benutzer einstellbare oder zumindest einsehbare Größen handelt. Anderenfalls fallen diese in den Bereich der Unsicherheitsbetrachtungen.

4.3.2 Möglichkeiten der Fehlerabschätzung

Sowohl die Ursachen von Fehlern und Unsicherheiten als auch deren Auswirkungen auf die Lösung können sehr unterschiedlich sein. Auch wenn sich mit Hilfe der Verifizierung und Validierung deren Einfluss auf das Ergebnis auf ein Minimum reduzieren lässt, verbleiben immer noch unvermeidliche Fehler in der Simulation, deren Ursprung dann meist numerischer Natur ist.

Für deren Bewertung sind in der Regel lokale Fehlerschätzer im Einsatz, mit dessen Hilfe zum Beispiel Gitteradaptionsverfahren gesteuert werden können, um Änderungen der Gradienten in stark turbulenten Gebieten besser aufzulösen [23, 93]. Dennoch ist für die Bewertung einer Rechnung tendenziell ein globaler Fehlerschätzer wünschenswert, welcher nicht nur eine Aufsummierung aller lokalen Fehler darstellt, wie es laut [107] gelegentlich in der Literatur für die Finite Elemente Methode zu finden ist, sondern auch alle nicht-lokalen Effekte wiederspiegelt. Für die Abschätzung eines solchen globalen Fehlers sind in der Regel zusätzliche Quellen an Informationen notwendig, wie beispielsweise Lösungen des gleichen Problems auf einem anderen (feineren oder gröberen) Gitter, Lösungen mit höherer oder geringerer Genauigkeit oder andersgeartete weitere Lösungen auf dem gleichen Gitter.

Insbesondere erstere können über Gitterkonvergenzstudien durch Verfeinerung wie auch Vergröberung des Gitters eine einfache Möglichkeit der Abschätzung des numerischen Fehlers bieten. Hierbei macht eine Verfeinerung des Gitters zum Zwecke der Fehlerabschätzung vom logischen Standpunkt weniger Sinn, da in der Regel die Lösung auf dem feinsten Gitter verwendet und mit Hilfe der Rechnung der gröberen Gitter abgeschätzt werden sollte. Mittels der bereits 1908 von Richardson entwickelten und nach ihm benannten *Richardson Extrapolation* [102], welche in ihrer verallgemeinerten Form

$$f_{exakt} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{H^p - 1} \tag{4.2}$$

lautet, lässt sich unter Verwendung der beiden Lösungen f_i zweier verschieden feiner Gitter eine Abschätzung für die exakte Lösung machen, solange die Ordnung der verwendeten Methode p bekannt bzw. bestimmbar ist. Der Verfeinerungsfaktor $H = h_2/h_1$ beschreibt dabei das Verhältnis der Gitterauflösung zwischen dem feineren Gitter der Lösung f_1 und dem groben der Lösung f_2. Dabei steht h_i für eine charakteristische Zellgröße der beiden Netze, welche sehr unterschiedlich definiert werden kann. Der Fehler der Lösung ergibt sich demnach aus

$$f_{exakt} - f_1 = \frac{f_1 - f_2}{H^p - 1}$$

was zu einem auf die Lösung des feinen Gitters normierten relativen Fehler

$$\mathrm{GCI}_{\text{fine grid}} = F_s \frac{|\varepsilon|}{H^p - 1} \qquad \varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \tag{4.3}$$

führt. Dieser relative Fehler wird *Grid Convergence Index* (GCI) genannt [107] und beschreibt mit dem Sicherheitsfaktor $F_s = 3$ die Fehlerbandbreite für den gesuchten Wert der Lösung f_1. Eine Möglichkeit die für diese Abschätzung benötigte Ordnung p zu bestimmen ist wiederum Gleichung 4.2, bei der unter Verwendung von drei Lösungen ein Gleichungssystem entsteht, welches p als einzige Unbekannte enthält. Hierfür sollten die Lösungen f_i jedoch bereits im asymptotischen Bereich liegen, d.h. der Gitterkonvergenz nahe sein [20]. Überprüft werden kann der ermittelte Wert von p entsprechend durch zusätzliche Einbringung einer weiteren Lösung f_4. Der Ansatz der kleinsten Quadrate, beschrieben in [19], stellt eine weitere Methode zu dessen Bestimmung dar, ist robuster, benötigt aber die Ergebnisse aus mindestens vier Berechnungen unterschiedlich feiner Gitter. Um diese möglichst frei von weiteren Fehlereinflüssen zu erhalten und demnach ein Maß zur Verifizierung des verwendeten Codes zu erhalten, hat unter anderem Eca [20] wie auch Roy [111] für dessen Ermittlung die MMS verwendet, welche bereits im Laufe des Kapitels beschrieben wurde.

Bei der Bestimmung des zu erwartenden numerischen Fehler über den GCI und der damit verbundenen Vergöberung des Gitters, wird schnell die Problematik der wandnahen Auflösung bei Betrachtung turbulenter Grenzschichtströmungen erkennbar. Wird innerhalb der Grenzschichtauflösung bei der Variation von H gleichermaßen verfahren, so werden bei den gröberen Gittern weder die Kriterien für $y+$ der wandnächsten Zelle noch für die Anzahl der Punkte innerhalb des semi-viskosen Bereichs beachtet. Desweiteren haben bereits die Untersuchungen in [129] gezeigt, dass die Fehlereinflüsse der wandnormale Gitteraufweitung und des Wertes von $y+$ unterschiedliche Tendenzen in den Oberflächenwerten aufweisen können, je nach gewähltem Turbulenzmodell und Lösungsverfahren. Dieses Verhalten wird bei der Bestimmung des GCI jedoch nicht berücksichtigt. Roache empfiehlt in [107] dementsprechend bei der Betrachtung von turbulenten Strömungen mit RANS-Lösern, den Wandbereich bis zum Grenzschichtrand bei den Gittervariationen auszusparen, um die für die Grenzschichtauflösung nötigen Punkte zu gewährleisten.

In seinen Arbeiten [112] beschreibt Roy einen weiteren Ansatz zur Darstellung der Einflüsse von Fehlern und Unsicherheiten auf die numerische Berechnung. Hierin werden zunächst alle potentiell auftretenden Unsicherheiten den aleatorischen, epistemischen oder einer Kombination aus beiden zugeteilt. Die aleatorischen Unsicherheiten, die einen Wahrscheinlichkeitswert darstellen, werden über eine kumulative Verteilungsfunktion (*cumulative distribution function*, CDF) abgebildet, welche die Wahrscheinlichkeit beschreibt, dass eine zufällig gewählte Variable kleiner oder gleich eines bestimmten Wertes ist (Abb. 4.3a). Wenn mehr als eine Eingabegröße diese Unsicherheit beeinflusst, schlägt Roy zur Erstellung der zugehörigen CDF die Anwendung der Monte-Carlo-Methode vor, wobei das Ergebnis in Abb. 4.3b dargestellt ist. Den epistemischen Unsicherheiten hingegen wird ihrem Charakter entsprechend ein Fehlerbalken zugeordnet, der dessen Einfluss auf die Lösung beschreibt. Hierdurch wird ein Gebiet aufgespannt, in dem sich die exakte Lösung unter Berücksichtigung aller Unsicherheiten gegenüber der berechneten befindet (Abb. 4.3c).

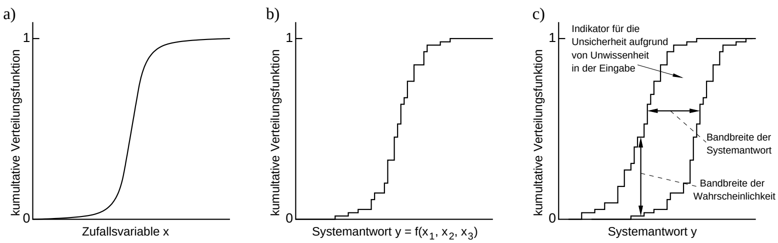


Abbildung 4.3: (a) Aleatorische Unsicherheit mittels CDF , (b) Beschreibung der aleatorischen Unsicherheiten durch Monte-Carlo-Methode , (c) Fehlerbereich unter Berücksichtigung der epistemischen Unsicherheiten (Darstellung nach [112])

Diese Darstellung der Unsicherheiten stellt zwar kein direktes Maß für die Bestimmung des exakten Wertes, ermöglicht aber die Abschätzung der Unsicherheitseinflüsse auf die numerische Berechnung mittels des verwendeten Verfahrens. Hierdurch kann der von Roy als *decision maker* verantwortliche Ingenieur die Zuverlässigkeit verschiedener Verfahren vergleichen oder erkennen, inwieweit Weiterentwicklungen des Simulationssoftware zur Verbesserung der Vorhersagegüte beigetragen haben.

5 Untersuchung der Grenzschichtwiedergabe

Im Vordergrund der Untersuchungen dieser Forschungsarbeit steht der Einfluss des Rechennetzes innerhalb des Wandbereichs auf das Vermögen eines Strömungslösers, die Entwicklung einer turbulenten Grenzschicht korrekt wiederzugeben. Hierbei soll aufgezeigt werden, inwieweit innerhalb der verschiedenen, zur Anwendung gekommenen Simulationsprogramme einzelne Faktoren wie die wandnormale Aufweitung des Gitters, der Wandabstand zum ersten inneren Gitterpunkt, die Schiefe des Gitters, aber auch die Wahl des Turbulenzmodells das Ergebnis beeinflussen. Es sollen dabei nicht nur Unsicherheiten einzelner Löser aufgespürt und bemessen, sondern auch Schwächen und Restriktionen einzelner Modelle und numerischer Methoden dargelegt werden.

Zu Beginn soll hierfür bewertet werden, inwieweit die angewandten Löser befähigt sind, eine ungestörte Grenzschicht zu beschreiben. Bevor zusätzliche Störfaktoren in die Betrachtungen mit aufgenommen werden, soll diese zunächst frei von Druckgradienten und geometrischen Beeinflussungen sein, um unnötige Fehlerquellen und Unsicherheiten zu vermeiden. Ein strömungsmechanisch recht einfacher und für diese Studie geeigneter Testfall, der bereits 1904 von Ludwig Prandtl verwendet wurde, um die Entwicklung und den Aufbau einer wandgebundenen Grenzschicht experimentell zu untersuchen, ist die Strömung entlang einer nichtangestellten, ebenen Platte. Im Folgenden soll deshalb auf die Entwicklung einer turbulenten Grenzschicht im Allgemeinen und auf die ebene Plattenströmung im Speziellen eingegangen werden.

5.1 Die ebene Plattengrenzschicht

Bei der ebenen Plattenströmung ist die Grenzschicht wie bei der Umströmung eines jeden Körpers zunächst laminar. Die noch störungsarme Strömung besitzt eine relativ geringe Wandschubspannung, da der Austausch zwischen wandparalleler Stromlinien gering und damit der Geschwindigkeitsgradient du/dy an der Wand vergleichsweise klein ist. Hierdurch ist innerhalb der laminaren Grenzschicht die Wandreibung, welche über den lokalen, dimensionslosen Reibungskoeffizienten c_f beschrieben werden kann, relativ gering. Dieser Reibungskoeffizient dabei ist definiert über

$$c_f := \frac{\tau_w}{\left(\frac{1}{2}\rho u_\infty^2\right)} \tag{5.1}$$

worin u_∞ die Anströmgeschwindigkeit darstellt und die für dessen Bestimmung ebenfalls benötigte Wandschubspannung durch

$$\tau_w := \rho \nu \left(\frac{du_x}{dy}\right)_{y=0} \tag{5.2}$$

ermittelt wird. Bei störungsfreier Außenströmung und einer im Idealfall makroskopisch glatten Oberfläche schlägt die Strömung entlang der ebenen, nicht angestellten Platte bei einer lokalen Reynolds-Zahl von etwa

$$Re_x := \frac{u_\infty x}{\nu} \approx 5 \cdot 10^5 \tag{5.3}$$

scheinbar plötzlich von der störungsfreien zu einer stark chaotischen Grenzschicht um. Dieser Umschlags- oder auch Transitionspunkt liegt umso näher an der Vorderkante der Platte, desto höher der Turbulenzgrad der Außenströmung ist. Durch die fluktuierenden Bewegungen der Teilchen kommt es zu einem erhöhten Austausch normal zur Wand, wodurch zum einen mehr energiereiche Strömung in Richtung der Körperoberfläche befördert wird und zum anderen die Grenzschichtdicke stark anwächst. Das Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Grenzschicht ist hierdurch im Vergleich zur laminaren deutlich bauchiger. Der größere Gradient du/dy an der Wand führt zu größeren Wandschubspannungen und damit zu höheren Reibungsverlusten gegenüber der laminaren Grenzschicht (Abb. 5.1).

Aufbau der turbulenten Grenzschicht: Die turbulente Grenzschicht kann in drei Bereiche unterteilt werden. Zum einen besteht sie aus dem wandnächsten Bereich, in dem die Schubspannung unabhängig vom Wandabstand ist und sich fast ausschließlich aus dem molekularen Anteil ergibt. Die turbulente Viskosität und damit auch die turbulente Schubspannung ist hier vernachlässigbar klein ($\tau_t \ll \tau_m$). Dieser Bereich, der auch als viskose Unterschicht bezeichnet wird, nimmt etwa 2% der Grenzschicht ein. An diesen schließt sich der wandnahe Bereich an, welcher etwa 18% der Grenzschichtdicke ausmacht. Die Schubspannung ist auch in diesem noch annähernd unabhängig vom Wandabstand, jedoch dominiert hier der turbulente Anteil gegenüber dem molekularen ($\tau_t > \tau_m$). Gleiches gilt auch für den sehr großen Außenbereich

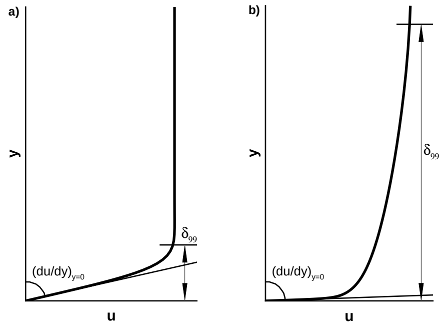


Abbildung 5.1: Vergleich des laminaren (a) und turbulenten (b) Geschwindigkeitsprofils an einer ebenen Platte

($\tau_t \gg \tau_m$), welcher etwa 80% der Grenzschicht einnimmt. In diesem zeigt der Wandabstand einen erkennbaren Einfluss auf die Schubspannung, die bei steigendem y dem Wert Null zustrebt.

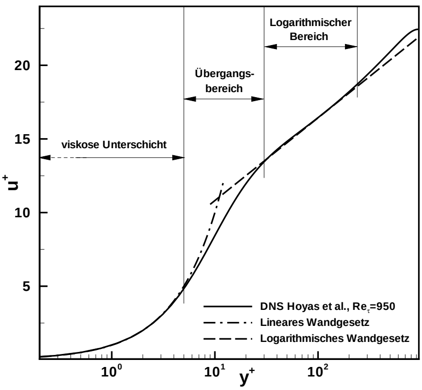


Abbildung 5.2: Schematischer Aufbau des normalisierten, mittleren Geschwindigkeitsprofils am Beispiel einer turbulenten Grenzschicht bei $Re_\tau = 2003$ aus der DNS einer Kanalströmung von Hoyas und Jiménes [56, 64] im Vergleich zu den Wandgesetzes aus Glg. 5.8 und 5.4

Während das Geschwindigkeitsprofil des Außenbereichs deutlich von der Außenströmung geprägt wird, bleibt der wandnahe und wandnächste Bereich von dieser nahezu unbeeinflusst. Hierdurch kann für diese beiden Bereiche, welche oft als Wandbereich zusammen gefasst werden, von der Außenströmung unabhängige Geschwindigkeitsprofile angegeben werden, wie in Abbildung 5.2 dargestellt ist. Wie hierin erkennbar, gilt für den wandnahen Bereich das logarithmische Wandgesetz, welches sich mit Hilfe einer Dimensionsanalyse und der Bedingung, dass hier die Wandschubspannung nur durch den turbulenten Anteil bestimmt wird ($\tau_w = \tau_t$), herleiten lässt (siehe [122]). Dieses lautet damit

$$u^+ := \frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \tag{5.4}$$

mit

$$y^+ := \frac{u_\tau y}{\nu}. \tag{5.5}$$

Hierin müssen die Konstanten κ und C, sowie der gültige Wertebereich für y per Experiment bestimmt werden, wobei sich für die meisten aerodynamischen Anwendungen $\kappa = 0.4$ und $C = 5$ ergibt. Desweiteren berechnet sich die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ durch

$$u_\tau := \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{5.6}$$

und die darin enthaltene Wandschubspannung τ_w mit

$$\tau_w := \rho\nu \left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right)_{y=0}. \tag{5.7}$$

An der Wand würde das logarithmische Wandgesetz jedoch in einer unendlich negativen Geschwindigkeit resultieren, welche der Wandhaftbedingung widerspricht. Unter Einhaltung dieser Bedingung und der Berücksichtigung, dass in der zähen Unterschicht die molekulare Viskosität dominiert und somit $\tau_w = \tau_m$ gilt, lässt sich für den wandnächsten Bereich entsprechend ein linearer Verlauf angeben:

$$u^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} = y^+ \tag{5.8}$$

Da der Einfluss der molekularen Viskosität in der zähen Unterschicht und der turbulenten im logarithmischen Bereich nicht sprunghaft wechselt, sondern allmählich ineinander übergeht, befindet sich zwischen den Geschwindigkeitsverläufen beider Schichten der sogenannte Übergangsbereich, der zwischen Glg. 5.8 fließend in Glg. 5.4 übergeht.

An den wandnahen bzw. logarithmischen Bereich schließt sich der Außenbereich an, welcher sich bis zum äußeren Rand der Grenzschicht erstreckt. Durch den allmählichen Wechsel zwischen reibungsbehafteter Strömung innerhalb und reibungsfreier Strömung außerhalb der Grenzschicht, ist eine exakte Lokalisierung des Grenzschichtrandes nur schwer möglich. Es gibt jedoch mehrere Ansätze zur Definition der Dicke der Grenzschicht, von denen die gängigsten kurz angesprochen werden sollen.

99%-Dicke δ: Eine mögliche Definition für die Dicke einer Grenzschicht ist die 99%-Dicke, welche mit δ_{99} oder δ bezeichnet wird. Diese definiert als Grenzschichtdicke den Wandabstand, bei dem der wandtangentiale Geschwindigkeitsanteil 99% der Geschwindigkeit erreicht, die

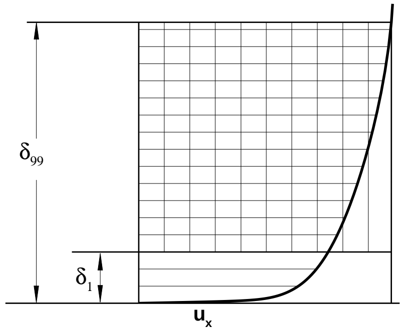


Abbildung 5.3: Vergleich der Grenzschichtdicke δ_{99} bzw. δ mit der Verdrängungsdicke δ_1

sich bei einer Potentialströmung an der Wand ergeben würde. Bei der ebenen Plattenströmung entspricht diese genau der Geschwindigkeit im Bereich des Fernfeldes. Dabei erscheint der Wert von 99% recht willkürlich gewählt. Da die Geschwindigkeit aber am Grenzschichtrand asymptotisch gegen die Geschwindigkeit der Außenströmung strebt, werden durch dieses Kriterium die Bereiche der Strömung markiert, in denen das Profil der wandparallelen Geschwindigkeit von der Wandschubspannung beeinflusst wird.

Verdrängungsdicke δ_1: Die durch die Wandhaftung verursachte Verminderung der Geschwindigkeit in Wandnähe bewirkt, im Vergleich zu einer Potentialströmung ohne Wandreibung, eine Reduzierung des Volumenstroms innerhalb der Grenzschicht. Ein Maß, welches dieses Verhalten physikalisch sinnvoll beschreibt, ist die Verdrängungsdicke δ_1. Sie gibt an, um welchen Betrag die umströmte Wand in die Grenzschicht geschoben werden müsste, um in einer entsprechenden Potentialströmung den gleichen Volumenstrom zu erhalten. Damit gibt δ_1 den Betrag an, um den die Stromlinien gegenüber einer unbeeinflussten Strömung von der Wand abgedrängt werden. Dieses in in Abbildung 5.3 genauer dargestellt, wobei die beiden entgegengesetzt schraffierten Flächen jeweils gleich groß sind. Ermittelt wird δ_1 durch

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy. \tag{5.9}$$

Impulsverlustdicke δ_2: Wie über den Volumenstromverlust bei der Verdrängungsdicke kann die Grenzschichtdicke auch über den Impulsverlust innerhalb der Grenzschicht definiert werden. Die Impulsverlustdicke δ_2 stellt also den Verlust des Impulses dar, der aufgrund der Wandreibung gegenüber einer reibungsfreien Potentialströmung auftritt. Ebenso beschreibt δ_2 damit die von der Wandhaftbedingung verursachte Reibungskraft, die auf die Oberfläche des umströmten Körpers wirkt.

$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{u}{u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy \tag{5.10}$$

Energieverlustdicke δ_3: Äquivalent zur Impulsverlustdicke kann auch für die Verminderung der von der Strömung transportierten kinetischen Energie innerhalb der Grenzschicht bestimmt werden. Diese sogenannte Energieverlustdicke δ_3 ergibt sich aus

$$\delta_3 = \int_0^\infty \frac{u}{u_\infty}\left(1 - \frac{u^2}{u_\infty^2}\right) dy \tag{5.11}$$

Abschätzung von c_f und c_D an der ebenen Platte: Für den einfachen Strömungsfall einer ebenen Plattenströmung ist es möglich, eine mathematische Beschreibung zur Abschätzung der Grenzschichtentwicklung zu formulieren, um beispielsweise den Verlauf des lokalen Reibungskoeffizienten entlang der Plattenlänge vorherzusagen. Diese Abschätzungen wurden unter anderem von Ludwig Prandtl und seinem Doktoranden Heinrich Blasius aus den Grenzschichtgleichungen hergeleitet, welche eine für die Grenzschichttheorie vereinfachte Form der Navier-Stokes-Gleichungen unter der Annahme sehr kleiner Reibungskräfte darstellen [126]. Für die Grenzschicht turbulenter Strömungen mussten diese Gleichungen zusätzlich an experimentellen Messungen kalibriert wurden und weisen eine sehr gute Übereinstimmung mit deren Trendverlauf auf [125]. Sie stellen hierdurch eine im Ansatz analytische Möglichkeit dar, die qualitative wie quantitative Wiedergabe der Grenzschichtentwicklung eines verwendeten Strömungslösers zu bewerten. Die Verluste an der Wand infolge der Wandreibung, dargestellt durch den lokalen Reibungskoeffizienten c_f und den integralen Widerstandsbeiwert c_D, lassen sich nach Blasius für die laminare Plattengrenzschicht beschreiben durch

$$c_f(x) := \frac{\tau_w(x)}{\frac{\rho}{2}u_\infty^2} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \tag{5.12}$$

$$c_D := \frac{F_w}{\frac{\rho}{2}u_\infty^2 bl} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_l}}, \tag{5.13}$$

worin $Re_x = u \cdot x/\nu$ die lokale Reynolds-Zahl ist, welche über die Lauflänge x gebildet wird, und $Re_l = u \cdot l/\nu$ die auf die gesamte Plattenlänge l bezogene Reynolds-Zahl. Dabei F_w stellt den Reibungswiderstand dar. Für die Wandreibung der turbulenten Grenzschicht ist eine entsprechende Formulierung von Schlichting [125] gegeben, welche wie folgt lautet:

$$c_f(x) = 2\left[\frac{\kappa}{\ln Re_x} G(\ln Re_x)\right]^2 \tag{5.14}$$

$$c_D = 2\left[\frac{\kappa}{\ln Re_l} G^*(\ln Re_l)\right]^2. \tag{5.15}$$

Hierin ist $G(\ln Re_x)$ eine Funktion, die nur sehr schwach von $\ln Re_x$ abhängig ist und für größere $\ln Re_x$ gegen den Wert Eins läuft. Im Bereich von $10^4 < Re_x < 10^5$, in dem die kritische Reynolds-Zahl für den Übergang von laminarer zur turbulenter Grenzschicht liegt, ist $G \approx 1.5$. Eine tabellarische Darstellung weiterer Wertebereiche dieser Funktion ist darüber hinaus in [34] zu finden. Eine entsprechende Aussage kann über G^* für den Plattenwiderstand c_D gemacht werden.

Unter der Annahme von Prandtl, dass das 1/7-Potenzgesetz der turbulenten Rohrströmung auf die Plattengrenzschicht zu übertragen ist, lassen sich für moderate Reynolds-Zahlen deutlich einfachere Formulierungen für der Reibung der ebenen Platte finden, indem hierin die Maximalgeschwindigkeit durch die Geschwindigkeit der Außenströmung ersetzt wird. Die sich daraus ergebenen Abschätzungen für den Verlauf des Reibungskoeffizienten (5.16) und für den Plattenwiderstand (5.17) sind unter anderem von Schlichting in [127] und Anderson in [2] angegeben. Diese sind jedoch erst nach Transitionsübergang und nur für Werte von etwa $Re_x < 10^7$ gültig:

$$c_f(x) = \frac{0.0576}{Re_x^{1/5}} \qquad 5 \cdot 10^5 < Re_x < 10^7 \tag{5.16}$$

$$c_D = \frac{0.074}{Re_l^{1/5}} \qquad 5 \cdot 10^5 < Re_l < 10^7 \tag{5.17}$$

Da in den meisten praktischen Anwendungen die Reynolds-Zahl den Gültigkeitsbereich der Gleichungen (5.16) und (5.17) verlässt, ist es notwendig, für diese Größen allgemeingültigere Abschätzungen zu finden. Hierfür kann statt dem 1/7-Potenzgesetz als Ansatz das logarithmische Wandgesetz der Geschwindigkeitsverteilung verwendet werden. Dabei wird wiederum angenommen, dass die Grenzschichtströmung der ebenen Platte der einer Rohrströmung gleicht. Eine detaillierte Herleitung hierzu ist in der Veröffentlichung von Prandtl [100] gegeben. Damit ergibt sich eine semi-empirische Formulierung für den Widerstandsbeiwert der einseitig benetzten ebenen Platte (Glg. 5.19) nach Prandtl-Schlichting [125]. Auf dem gleichen Weg lässt sich eine Abschätzung für den lokalen Reibungsbeiwert bestimmen, die mit Gleichung (5.18) gegeben ist. Beide Gleichungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit (5.16) und (5.17) bis zu einer Reynolds-Zahl von $Re = 10^7$ und sind auch für größere Wertebereiche von Re gültig. Der in der Literatur meist optional angegebene rechte Summand in Glg. (5.19) berücksichtigt die laminar-turbulente Transition, worin die Konstante A von der jeweiligen kritischen Reynolds-Zahl abhängig ist. Der häufig verwendete Wert von $A = 1700$ bezieht sich dabei auf $Re_{krit} = 5 \cdot 10^5$, welche bei annähernd störungsfreier Anströmung angenommen wird.

$$c_f(x) = (2 log Re_x - 0.65)^{-2.3} \tag{5.18}$$

$$c_D = \frac{0.455}{(log Re_l)^{2.58}} \left[-\frac{A}{Re} \right] \tag{5.19}$$

Aufgrund des einfachen Aufbaus und des generischen Charakters des Testfalls, der sich mit Hilfe der analytischen und semi-empirischen Abschätzungen ebenso sehr gut zu Kalibrierungen von Strömungslösern und Turbulenzmodellen wie auch zu Verifizierungen und Validierungen eignet, sind in der Literatur eine Vielzahl von experimentellen wie numerischen Untersuchungen der ebenen Plattenströmung zu finden. In dieser Arbeit ist die Anströmung der nicht-angestellten, ebenen Platte nach den experimentellen Messungen von Smith und Smits [131, 132] gewählt worden.

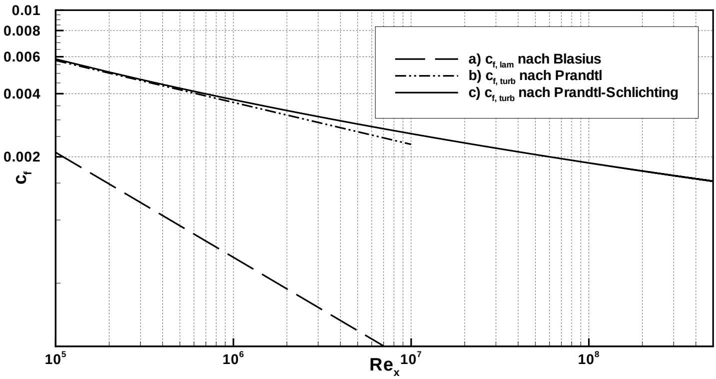


Abbildung 5.4: Reibungsbeiwert c_f nach (a) Blasius (Glg. 5.12) für die laminare, sowie (b) Prandtl (Glg. 5.16) und (c) Prandtl-Schlichting (Glg. 5.18) für die turbulente, ebene Plattenströmung

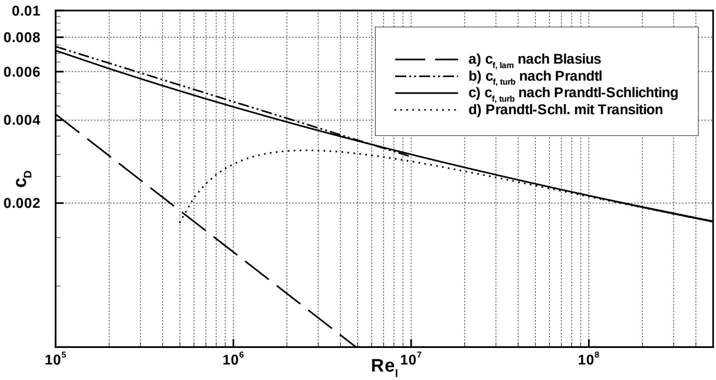


Abbildung 5.5: Widerstandsbeiwert c_D nach (a) Blasius (Glg. 5.13) für die laminare, sowie (b) Prandtl (Glg. 5.17) und nach Prandtl-Schlichting (Glg. 5.19) ohne (c) und mit (d) Transition für die turbulente, ebene Plattenströmung

5.1.1 Konfiguration des Testfalls

Als Grundlage für die Einflussanalyse der Gitterqualität im Wandbereich muss zunächst eine Referenzlösung definiert werden, welche als Ausgangsbasis zur Bewertung der Lösungsqualität der Gittervariationen genutzt werden kann. Hierfür wurde bei der Konstruktion des Rechennetzes der ebenen Platte ein Gitter von Knopp als Vorlage gewählt, welches bereits unter anderem in [68, 69] zur Anwendung gekommen ist. Darin wurde die Punktanzahl in Strömungsrichtung zusätzlich verdichtet und die Auflösung in wandnormaler Richtung solange verfeinert, bis die Variation des Gitters einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Lösung zeigte. Das resultierende Gitter wies einen dimensionslosen Wandabstand des ersten Gitterpunktes von etwa $y^+ \approx 0.08$ und eine wandnormale Gitteraufweitung von $r = 1.1$ auf. Hierdurch wird eine Grenzschichtauflösung von etwa 21 Punkten in der viskosen Unterschicht erreicht ($y^+ \leq 5$). Der semi-viskose Bereich ($y^+ \leq 30$) wird mit etwa 39 Punkten aufgelöst, in welchem sich nach [120] mindestens $5 - 10$ Rechenpunkte befinden sollten, und über die gesamte Grenzschichtdicke δ sind durchschnittlich $85 - 91$ verteilt. Die Voruntersuchungen des Rechennetzes wurden dabei hauptsächlich am Löser TAU vorgenommen. Das Gitter ist darüber hinaus vollständig kartesisch und damit wandorthogonal, um eventuelle Auswirkungen durch verscherte Zellen zu vermeiden. Die sich daraus ergebene Auflösung der Grenzschicht ist in Abbildung 5.6 dargestellt, worin zur besseren Anschauung die wandnormale Koordinate gegenüber der Lauflänge um das 25-fache gestreckt aufgetragen ist. Nach den Untersuchungen von [131, 132] wurde für die Anströmung $Re_{unit} = 2.1 \cdot 10^6$, $u_\infty = 33m/s$ und $Ma = 0.1$ gewählt.

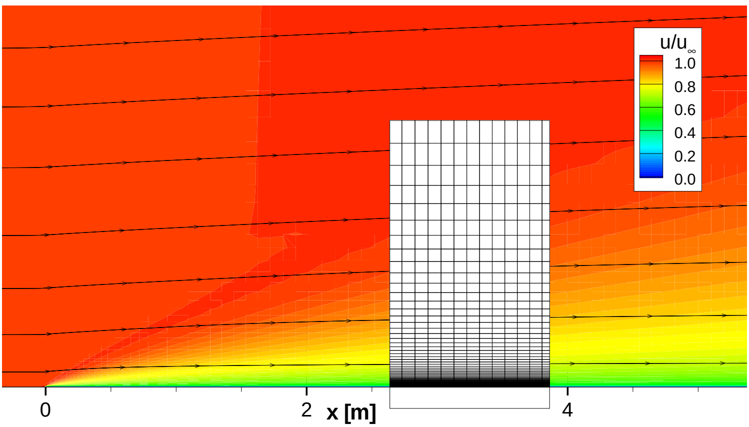


Abbildung 5.6: Darstellung der ebenen Plattenströmung anhand des Geschwindigkeitsfeldes u/u_∞ und des Stromlinienverlaufs, sowie einem Ausschnitt der Gitterqualität mit TAU und SAO-Modell. Die wandnormale Koordinate ist zur besseren Anschauung um den Faktor 25 gestreckt.

Eine weitere Verfeinerung wurde in das Referenzgitters nicht übernommen, trotz dem sich hierdurch noch minimale Änderungen in der Lösung zeigten. Zum einen hat die nochmalige

Reduzierung des Wandabstands y^+ bei einigen Lösern Divergenzen zur Folge, was für die Bereitstellung einer konsistenten Referenzlösung für alle Untersuchungen problematisch ist. Zum anderen führte die zusätzliche Verringerung des wandnormalen Aufweitungsfaktor allein um 0.05 zu einer Anzahl von 161 Punkten innerhalb der Grenzschicht. Hierdurch erhöhten sich insbesondere bei den kompressiblen Lösern die Konvergenzzeiten um ein Maß, bei dem für den einfachen zweidimensionalen Testfall bereits 200 Stunden weit überstiegen wurden und sich die Grenzschichtauflösung damit von einer realistischen industriellen Anwendung einer RANS-Berechnung zu weit entfernte.

Da die angewandten Strömungslöser über zwei verschiedene Verfahren zur Festlegung der Rechennetzes verfügen und daraus resultierend die Definition des dimensionslosen Wandabstandes des ersten inneren Rechenpunktes bei den primären und dualen Gittern unterschiedlich vorgenommen wird, wird die Bestimmung von y^+ für alle Auswertungen auf Basis der Gitterpunkte des ursprünglichen Netzes durchgeführt. Hierdurch wird erreicht, dass die Ergebnisse der verschiedenen Strömungslöser auf dem jeweils gleichen Gitter gegenübergestellt werden. Es sei jedoch noch einmal daran erinnert, dass bei Lösern, welche das primäre Gitter zur Volumendefinition verwenden, die Rechenpunkte an der Wand nur den Abstand einer halben Zellhöhe besitzen. Hierbei führt entsprechend die einheitliche Definition von y^+ auf Basis der Knotenpunkte zu einer Verdopplung gegenüber dem im Löser berechneten y^+ innerhalb der Auswertung. Wie sich aber im Weiteren zeigen wird, weisen die Ergebnisse der verschiedenen Programme trotz oder gerade wegen dieser Betrachtung von y^+ eine sehr gute Übereinstimmung in ihrem Verhalten auf.

Bei der Festlegung der Eingabegrößen für die einzelnen Strömungslöser wurde auf weitestgehende Kongruenz geachtet, soweit es die Funktionalitäten der Löser zuließen. Für TAU, Edge und ELAN wurden die Einstellungen darüber hinaus in Zusammenarbeit mit Entwicklern der jeweiligen Codes vorgenommen. Da bei STAR-CCM+ und OpenFOAM diese Option nicht bestand, wurden hierin diese zusätzlich mit den Erfahrungen längjähriger Anwender abgeglichen. Eine Übersicht der Konfigurationen ist in Tabelle T.1 dargestellt und die angewandten Turbulenzmodelle in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Bei letzteren ist für das Modell von Wilcox ausschließlich in STAR-CCM+ die 1998 modifizierte Version implementiert, wohingegen die anderen Löser die Standardformulierung verwenden. Desweiteren wird das Modell von Wallin und Johansson mit dem WCX als Hintergrundmodell in TAU nur mit der Vereinfachung für zweidimensionale Hauptströmungen bereitgestellt. Für eine vollständige Reproduzierbarkeit der Ergebnisse sind mit Tabelle T.2 zusätzlich die Randbehandlungen in den einzelnen Stömungslösern aufgeführt.

Entsprechend der Standardeinstellungen der verwendeten Löser wurde weitestgehend das zentrale Differenzenschema für die Konvektionsterme verwendet. Ausnahmen stellen zum einen STAR-CCM+ dar, welches über kein CDS verfügt und statt dessen ein Upwind-Schema LUDS zweiter Ordnung gewählt wurde, zum anderen ELAN, bei welchem aus Konvergenzgründen bei den weiteren Untersuchungen für alle Berechnungen TVD angewandt wurde. Aufgrund der geringen Mach-Zahlen bei diesem Testfall arbeiten die Löser STAR-CCM+ und ELAN für diesen Testfall im inkompressiblen Modus, welches nur bei diesen beiden Programmen optional einstellbar ist. Da Ziel der Untersuchungen die korrekte Auflösung der wandgebundenen Scherschicht ist, wurde als Wandrandbedingung weitestgehend die Low-Reynolds-Randbedingung verwendet. Da ELAN über keine derartige Wandbehandlung verfügt und OpenFOAM bei Verwendung von Zweigleichungsmodellen von Wandfunktionen abhängig ist, wurde für diese beiden Löser die hybrid-adaptive Randbedingung gewählt. Dieses sollte aufgrund ihrer Formulierung bei kleinen Werten für $y^+ \leq 5$ des wandnächsten Punktes nur wenig Einfluss zeigen und sich erst mit steigendem Abstand bemerkbar machen. Hierauf wird bei den entsprechenden Untersuchungen in einem der folgenden Abschnitte näher eingegangen.

Löser	TAU	ELAN	STAR-CCM+	Edge	OpenFOAM
LAM	x	x	x	x	x
SAO	x	x	x	x	x
SAE	x	x	–	–	x
WCX	x	x	x[1]	x	x
SST	x	x	x	x	x
LEA	x	–	–	–	–
RQEVM	x	–	–	–	–
HELL	x	–	–	x	–
WJKW	x	–	–	x	–

Tabelle 5.1: Auswahl der Turbulenzmodelle in den Strömungslösern bei der ebenen Plattenströmung

5.1.2 Trendtest

Der Trendtest ist, wie bereits in Kapitel 4 näher behandelt wurde, Teil der numerischen Algorithmusuntersuchungen im Bereich der Codeverifikation. Hiermit soll überprüft werden, ob der räumliche oder ggf. auch zeitliche Trend einer Lösung dem physikalisch zu erwartendem Verhalten entspricht. Hierbei steht demnach die qualitative Übereinstimmung des Ergebnisses im Vordergrund, wohingegen die quantitative Korrektheit vorerst zu vernachlässigen ist. Zum Durchführen des Trendtests bei der Wiedergabe des Grenzschichtverhaltens sollen für die einzelnen Löser und Turbulenzmodelle zum einen für die Reibungsbeiwerte c_f mit den Abschätzungen von Prandtl-Schlichting (Glg. 5.18), zum anderen für die Grenzschichtaufweitung in den wandtangentialen Geschwindigkeitsprofilen u mit den experimentellen Ergebnissen von Smith und Smits [131, 132] an den Positionen $x_2 = 2.021m$, $x_3 = 3.023m$ und $x_4 = 4.124m$ abgeglichen werden. Dabei sollen primär die Steigung in c_f, Ausbildung des u-Profils und Entwicklung von δ entlang der Grenzschicht überprüft werden. Der Trendtest wird dabei ausschließlich auf dem Referenzgitter durchgeführt, um die grundlegende Befähigung der Löser sicherzustellen, die Grenzschichtströmung qualitativ genau wiederzugeben. Aufgrund der nach Gleichung 5.3 zu erwartenden Transition bei $x_{Tr} = 0.238$ und dem Unvermögen der voll-turbulent angewandten Turbulenzmodelle, diese korrekt darzustellen, wird von einer ausreichend turbulent ausgebildeten Grenzschicht bei einer Lauflänge von $x > x_2$ ausgegangen. Dieses entspricht auch

[1] Als einziger Löser ist in STAR-CCM+ die 1998 von Wilcox modifizierte Version seines k-ω Modells implementiert. Alle anderen Codes verwenden hierbei die Originalformulierung von 1988 (siehe Kapitel 2.3).

den in den Ergebnissen wiederzufindenen Verläufen der Reibungsbeiwerte, in denen keine Modellierung laminaren Verhaltens zu beobachten ist.

TAU: Die Untersuchungen des Trendverhaltens des Strömungslösers TAU zeigen bei der Wiedergabe des Reibungskoeffizienten c_f (Abb. A.1a) für die Modelle Wilcox-k-ω, LEA und RQEVM eine gute Übereinstimmung mit der semi-empirischen Abschätzung nach Prandtl-Schlichting sowohl im Niveau als auch im Verlauf, wenn die Steigung für WCX und LEA auch ein wenig zu gering ausfallen. Die übrigen Turbulenzmodelle liegen dabei in ihrem Verlauf zwischen etwa 4.1% (WJKW) bis 7.6% (SAE) unter diesen. Dabei zeigen die Eingleichungsmodelle wie auch das SST-Modell eine leicht zu große Steigung gegenüber der Referenzlösung. Der Aussage von Spalart, nachdem sein von Edwards modifiziertes Modell entgegen seiner Originalformulierung ungefähr einen um etwa 2% verminderten Reibungsbeiwert vorhersagen soll (s. Kapitel 2.3), kann mit diesen Untersuchungen exakt entsprochen werden, wie sich beim Vergleich der beiden Modelle zeigt.

Innerhalb der wandtangentialen Geschwindigkeitsprofile, dargestellt in Abb. A.2, ist die Ausbildung der turbulenten Grenzschicht beim WCX-Modell von allen mit dem Löser TAU angewandten Modellen am ausgeprägtesten. Das Profil zeigt im wandnahen Bereich einen bauchigeren Verlauf, der das für das Modell typische überhöht vorhergesagte Maß an Turbulenz widerspiegelt. Ebenso übersteigt es mit der Dicke der Grenzschicht sowohl die anderen Modelle als auch die hier als Richtgrößen für das tendenzielle Verhalten zusätzlich eingetragenen experimentell ermittelten Grenzschichtdicken δ. Hierbei nimmt die Differenz mit Fortlaufen der Grenzschicht immer weiter zu, entsprechend der höheren Steigung in der c_f-Darstellung. Durch die weniger stark turbulent ausgeprägte Geschwindigkeitsprofil des LEA und RQEVM-Modells erreichen diese im Gegensatz zum WCX eine vergleichsweise geringe Grenzschichtdicke an den experimentell untersuchten Positionen. Von diesen ausgehend folgen die weiteren Modelle allgemein dem Trend der Niveaus in den Reibungsbeiwerten, wobei das von den Eingleichungsmodellen vorhergesagte δ denen des Experiments am ehesten entspricht. Das SST zeigt von allen in TAU zur Anwendung gekommenen die langsamste Entwicklung der Grenzschicht.

STAR-CCM+: Von den drei mit STAR-CCM+ angewandten Turbulenzmodellen gibt einzig das Modell von Wilcox den Trend des lokalen Reibungsbeiwerts der semi-analytischen Lösung wieder, weist dabei aber die durchschnittlich geringste Reibung auf (s. Abb. A.1b). Auch hier sind die Steigungen von SAO und SST in c_f im untersuchten Verlauf der Grenzschicht zu hoch, wodurch dieser sich allmählich dem Niveau des empirisch bestimmten c_f annähert und von SST am Plattenende sogar erreicht wird. Dabei liegen die lokalen Reibungsbeiwerte von WCX98 und SAO etwa 4.4% bis 5.2% unter denen des SST-Modells.

Das niedrige Niveau in den Reibungsbeiwerten des SAO findet sich in der gegenüber den anderen Modellen fortgeschrittenen Entwicklung des Grenzschichtprofils in Abb. A.3 wieder. Die resultierende Grenzschichtdicke ist bei diesem Modell entsprechend am größten und liegt nahe an der des Experiments. Ebenso zu erwarten ist hieraus der gegenüber dem Eingleichungsmodell niedrigere und zusätzlich leicht verzögerte Verlauf der Grenzschichtentwicklung des SST-Modells. Wie bereits bei c_f verhält sich auch hier das Modell von Wilcox ungewöhnlich, welches ähnlich dem Modell von Menter eine zu flache Grenzschicht voraussagt und damit ebenso unter den Werten des SAO liegt. Im Gegensatz zu den anderen Lösern ist hier jedoch dessen 1998 entwickelte Formulierung implementiert, was die Ursache für diese signifikanten Abweichungen darstellen kann.

ELAN: Beim Strömungslöser ELAN weisen im Verlauf der Reibungskoeffizienten die beiden Eingleichungsmodelle und das SST die gleiche Steigung auf, welche gegenüber der empirischen Lösung leicht zu hoch ausfällt (s. Abb. A.1c). Auch bei diesem Löser zeigt das WCX eine sehr gute Übereinstimmung mit der Referenz, auch wenn es etwas niedriger liegt. Ausgehend von der höchsten vorhergesagten Reibung von WCX liegen die Ergebnisse der einzelnen Modelle etwa 5.6% (SAO) bis 7.5% (SAE) auseinander. Damit bestätigt auch der Löser ELAN die Aussage von Spalart, nach der die Reibung des SAE etwa 2% unter der der Originalformulierung liegt.

Wie bereits bei TAU und STAR-CCM+ zeigt das Modell von Menter auch hier die langsamste Entwicklung der Grenzschicht und liegt mit der resultierenden Grenzschichtdicke unter der der anderen Modelle und des Experiments (s. Abb. A.4). Vergleichsweise gute Übereinstimmungen mit der experimentellen Grenzschichtdicke besitzen auch beim Löser ELAN die beiden Eingleichungsmodelle. Dementgegen liegt beim WCX-Modell die Grenzschichtdicke δ durch die exzessive Ausbildung der Grenzschicht aufgrund erhöhter Turbulenzvorhersage deutlich über denen der anderen Modelle und zeigt dabei mit fortschreitender Plattenlänge eine wachsende Abweichung.

Edge: Auch bei den Berechnungen mit dem Löser Edge liegt das WCX-Modell sehr gut in der Wiedergabe von Trend und Niveau gegenüber der Abschätzung nach Prandtl-Schlichting (s. Abb. A.1d). Ebenso zeigt das Modell von Wallin-Johansson einen korrekten, wenn auch etwa um 4% niedrigeren Verlauf. Die Modelle von Hellsten, Spalart/Allmaras und Menter weisen alle drei eine vergleichsweise zu hohe, aber identische Steigung auf, deren c_f-Vorhersage im untersuchten Bereich des Grenzschichtverlaufs bis zu 6.5% unter dem des Wilcox Modells liegt.

Wie bei den meisten anderen Strömungslösern weist auch hier das Wilcox-Modell die größte und das Modell von Menter die geringste Grenzschichtdicke auf (s. Abb. A.6). Da bei allen Modellen diese vergleichsweise stark ausgeprägt ist, besitzt das SST-Modell hierdurch die beste Übereinstimmung mit den Messungen des Experiments. Ausgehend von dem auch hier exzessiv zu hohem δ des WCX-Modells entspricht der Trend zwischen den einzelnen Modellen genau dem in den Reibungsbeiwerten. Auffällig in den Geschwindigkeitsprofilen bei Edge sind darüber hinaus die durch Verdrängungseffekte hervorgerufenen ausgeprägten Übergeschwindigkeiten am Grenzschichtrand, welche in einer etwas schwächeren Form sonst nur noch in den ebenso kompressiblen Rechnungen des Lösers TAU derart deutlich zu beobachten sind. Dieses Verhalten ist in den Ergebnissen von Edge im Besonderen bei den Modellen von Wallin-Johansson, von Spalart-Allmaras und dem von Menter zu beobachten.

OpenFOAM: Innerhalb der Ergebnisse des OpenFOAM-Lösers auf dem Referenzgitter heben sich insbesondere die c_f-Verläufe der Modelle WCX und SST ab, welche sowohl deutlich zu hoch liegen, als auch gegen einen konstanten Wert zu streben scheinen (Abb. A.1e). Um einen Hinweis auf die Ursache dieses Verhaltens zu bekommen, soll an dieser Stelle den Untersuchungen zur Variation der wandnahen Gitterauflösung vorausgegriffen werden. Hierin sind die dargestellten

Unstimmigkeiten nur innerhalb des feinsten Gitters zu beobachten, welche bereits bei einer Erhöhung des Wandabstandes des wandnächsten Gitterpunktes von $y^+ \approx 0.08$ auf $y^+ \approx 0.4$ nicht mehr erkennbar sind. In den Ergebnissen der Eingleichungsmodelle tritt dieses Phänomen hingegen auf keinem der untersuchten Gitter auf. Aus letzterem und dem Bestreben des Reibungskoeffizienten, mit wachsender Grenzschicht gegen einen festen Wert zu laufen, liegt die Vermutung nahe, dass hier eine Limitierung auf Basis der spezifischen Dissipationsrate ω ausgelöst wird, da diese dicht an der Wand sehr hohe Werte annimmt und dagegen bei den Modellen SAO und SAE nicht zur Bestimmung der turbulenten Viskosität einbezogen wird. Ebenso ist eine inkorrekte Bestimmung von ω für kleine y^+ durch die separate Wandfunktion für die Dissipationsrate denkbar. Zur Überprüfung des Trendverhaltens der verschiedenen Turbulenzmodelle sind demnach in Abbildung A.1f für WCX und SST die Ergebnisse auf dem Gitter mit $y^+ \approx 0.4$ dargestellt. Der Definition des V&V20 [4] folgend, nachdem ein bekannter Fehler in der Lösung als korrigiert angenommen werden soll, werden hier zu Untersuchung des regulären Verhaltens des Lösers OpenFOAM für die beiden Zweigleichungsmodelle das entsprechend vergröberte Gitter als Referenzgitter verwendet.

In diesen Verläufen ist wiederum zu erkennen, dass das Modell von Wilcox auch hier den Verlauf der empirischen Lösung am besten wiedergibt und auch dieses Mal die größte Reibung vorhersagt, die das Niveau von c_f nach Prandtl-Schlichting sogar deutlich übersteigt. Ebenso sind die Steigungen bei SST, SAO und SAE gegenüber der Referenzlösung erhöht, welches bei den Eingleichungsmodellen stärker ausgeprägt ist. Die Bandbreite zwischen den Modellen liegt bei circa 5.6%, wobei sich die beiden Formulierungen des Modells von Spalart-Allmaras auch hier fast exakt in den von Spalart angegebenen 2.0% unterscheiden.

Auch in den Geschwindigkeitsprofilen von OpenFOAM, welche in Abb. A.5 dargestellt sind, zeigt sich der stärker turbulent ausgeprägte Verlauf des WCX mit der größten Grenzschichtdicke. Wenn auch die Anwendung der beiden Spalart-Allmaras-Formulierungen und des Menter-SST in unterschiedlichen Reibungsbeiwerten und u-Profilen resultieren, weisen dennoch alle drei die nahezu gleichen, mit denen des Experiments übereinstimmenden Werte für δ an allen untersuchten Positionen auf. Im Gegensatz zu den anderen Lösern besitzt hier das SST-Modell nicht die am geringsten ausgebildete Grenzschicht, sondern liegt mit dessen Verlauf der Geschwindigkeitsprofile noch über denen des SAO und SAE. Soweit das modifizierte SA-Modell in den verschiedenen Lösern zur Anwendung kam, zeigte sich dieses gegenüber der Originalformulierung mit einem leicht flacheren, weniger turbulent ausgebildeten Grenzschichtprofil.

5.1.3 Vergleichstest

Der Vergleichstest ist wie der Trendtest eine Methode zur Untersuchung des numerischen Algorithmus. Wie schon im Kapitel 4 beschrieben, ist ein Vergleich von Ergebnissen verschiedener Löser jedoch problematisch, da deren zugrundeliegende Numerik selten exakt übereinstimmt. Im Hinblick auf einen direkten Vergleich wurde in den Berechnungen der ebenen Plattenströmung von der strömungsphysikalischen Seite auf eine Kongruenz in den Eingabegrößen geachtet. Nichtsdestotrotz sind die in den einzelnen Codes zur Anwendung gekommenen numerischen Methoden sehr unterschiedlich, wie bereits in Tabelle 5.1 dargelegt wurde. Darüber hinaus enthalten diese weitere, hier nicht aufgeführte Berechnungsalgorithmen, die teilweise vom Benutzer weder zu beeinflussen noch einzusehen sind. Beispiele hierfür sind die in Kapitel 3 bereits angesprochene Ermittlung des Wandabstandes im Strömungsfeld, die Behandlung des Drucks in den Erhaltungsgleichungen oder auch die Limitierung einzelner Strömungsgrößen, um Divisionen durch Null und Überschreiten des digital darstellbaren Wertebereichs zu vermeiden. Dennoch soll gerade zur Untersuchung der Einflüsse auf die Lösung ein Vergleichstest zwischen den Strömungslösern für eine Auswahl an Turbulenzmodellen vorgenommen werden. Diese umfasst die Zweigleichungsmodelle WCX und SST, die Originalformulierung von Spalart-Allmaras und die rein laminare Rechnung (LAM), da diese in allen untersuchten Programmen zur Verfügung stehen.

LAM: Um das numerische Verhalten der angewandten Löser unabhängig vom verwendeten Turbulenzmodell untersuchen zu können, wurden neben der turbulenten Behandlung des Testfalls zusätzlich jeweils eine rein laminare Rechnung auf dem identischen Gitter durchgeführt. Zum Abgleich mit der physikalisch korrekten Lösung stehen hier die von Blasius aus der Grenzschichttheorie entwickelten analytischen Beschreibungen der Grenzschicht zur Verfügung. Von diesen ist hier die analytische Vorhersage der Reibungsbeiwerte nach Blasius (Glg. 5.12) dargestellt, welche im Gegensatz zu den semi-analytischen Beschreibungen für die turbulente Grenzschicht, sowohl für die Verifizierung als auch für eine Validierung eine ideale Referenz darstellt.

Der Verlauf in den Reibungsbeiwerten wird auf dem Referenzgitter in Abb. A.7d von nahezu allen Strömungslösern qualitativ korrekt wiedergegeben, wobei Edge als einziger Code die Steigung etwas zu hoch vorhersagt. Von den Ergebnissen liegen nur die von TAU und STAR-CCM+ exakt auf der Lösung von Blasius. Die Löser Edge und OpenFOAM geben hingegen eine um $+7.7\%$ zu hohe Reibung wieder und ELAN eine mit -3.0% leicht zu geringe.

Die zu hohen Reibungsbeiwerte des Lösers Edge spiegeln sich in den Geschwindigkeitsprofilen in leicht flacheren Verläufen nahe der Wand wieder (s. Abb. A.11). Trotzdem zeigen diese eine im Gegensatz zu den Ergebnissen der anderen Codes ausgebildetere Grenzschicht im wandnahen und äußeren Bereich, was damit zu einer größeren Grenzschichtdicke δ führt und auf eine höhere numerische Diffusion im Vergleich zu den anderen Codes hindeutet. Die verbleibenden vier Strömungslöser erreichen die 99% der Anströmgeschwindigkeit hingegen bei nahezu dem gleichen Wandabstand und sagen damit untereinander eine identische Grenzschichtdicke voraus.

WCX: Wie die Einzelbetrachtungen der jeweiligen Löser bereits zeigten, gibt das Modell von Wilcox den Trend von c_f nach Prandtl-Schlichting beim direkten Vergleich der Löser am besten wieder (s. Abb. A.7a). Nahezu exakte Übereinstimmung mit der empirischen Referenzlösung erreichen die Ergebnisse von Edge und TAU, wohingegen die Ergebnisse von ELAN mit einer Abweichung von ungefähr -1.5% darunter und die des Lösers OpenFOAM um $+1.2\%$ darüber liegen. Lediglich das Ergebnis von STAR-CCM+ liefert mit dem WCX98 gegenüber dem WCX einen ungewöhnlich geringen Reibungsbeiwert, welches damit eine Abweichung von etwa -5.8% gegenüber den anderen Lösern aufweist.

Der direkte Vergleich der Geschwindigkeitsprofile in Abb. A.8 macht deutlich, dass es sich bei der Formulierung des in STAR-CCM+ implementierten Modells von Wilcox um die 1998 erweiterte Form handelt. Ausgehend von der an der Wand geringen Gradienten nimmt dessen u-Profil einen insgesamt steileren Verlauf, was auch in den niedrigen Reibungsbeiwerten wiederzufinden ist. Im logarithmischen Bereich fällt das Profil dann aber vorzeitig ab und geht gegenüber dem Standardmodell früher in den Außenbereich über. Hierdurch ist deren Grenzschichtdicke sichtlich unter der der anderen Strömungslöser und erreicht dabei an der Position x_4 eine Abweichung von bis zu -30.5%, wohingegen die Differenzen zwischen den Ergebnissen mit dem Originalmodell unter $\pm 5\%$ betragen.

Obwohl das mit STAR-CCM+ ermittelte δ damit auch kleiner ist als die Messung des Experiments, wird dadurch prinzipiell eine bessere Vorhersage der Grenzschichtdicke erzielt, als bei den anderen Lösern. Im Sinne einer Verifizierung sind hier jedoch die Abweichungen der Codes untereinander von hervorgehobenem Interesse. Da die Erweiterung des Wilcox-k-ω-Modells mittels einer Dämpfungsfunktion auch bei diesem einfachen Testfall zu gravierenden Abweichungen in der Grenzschichtdarstellung führt, ist ein direkter Vergleich mit dem Standardmodell bei der Unsicherheitsbetrachtung wenig sinnvoll. Vielmehr soll die '98er Formulierung des Modells im Weiteren als eigenständiges Turbulenzmodell gesehen werden und die Gegenüberstellung mit der Originalformulierung dazu genutzt werden, um den Einfluss der Modifikationen sichtbar zu machen.

SST: Die verschiedenen Löser weisen auch bei diesem Modell untereinander einen kongruenten Verlauf auf, wobei TAU, Edge und ELAN auf einem gemeinsamen Niveau liegen, OpenFOAM und STAR-CCM+ hingegen deutlich darüber und damit gleichzeitig dichter an der Referenz (s. Abb. A.7b). Die Abweichungen zwischen den Ergebnissen weisen, ausgehend von der höchsten Vorhersage von STAR-CCM+ bis zur niedrigsten von ELAN, eine Bandbreite von etwa 5.4% auf.

In den Geschwindigkeitsprofilen in Abb. A.9 hebt sich der Löser OpenFOAM ebenfalls hervor und liefert den am stärksten turbulent ausgebildeten Grenzschichtverlauf, wodurch dessen vorhergesagtes δ am größten ausfällt. Ansonsten liegen die ermittelten Grenzschichtdicken vergleichsweise nah bei einander und weisen hierin bei x_4 etwa eine Differenz von 10% auf. An den untersuchten Positionen verhalten sich die einzelnen Ergebnisse relativ konstant zueinander und sind dabei jeweils um die experimentell ermittelten Grenzschichtdicken verteilt. Die beste Übereinstimmung mit den Messungen liefert dabei an allen untersuchten Lauflängen x_i das Programm Edge. Ebenso übereinstimmend ist auch die gleichmäßige Entwicklung in der Grenzschichtausdehnung entlang der Platte zwischen den Strömungslösern, wenn auch das Niveau der u-Profile in deren Ergebnissen leichte Unterschiede zeigt.

SAO: Auch beim Spalart-Allmaras Modell in Abb. A.7c sind die Steigungen der Reibungsbeiwerte der fünf Löser nahezu identisch, auch wenn diese bei den Ergebnissen von Edge und OpenFOAM um das gleiche Maß leicht erhöht ausfällt. Abgesehen von den Resultaten von OpenFOAM, welche der Referenzlösung am nächsten liegen, ist bei allen Codes das Niveau des Verlaufs als ausreichend ähnlich anzusehen. Die Bandbreite in den Ergebnissen beträgt innerhalb des untersuchten Bereichs entlang der Grenzschicht zwischen den Modellen bis zu 3.7%, wobei die unterschiedlichen Steigungen in deren weiteren Verlauf zu stärkeren Abweichungen führen werden. Wie bereits beim SST-Modell liefert auch hier der Strömungslöser ELAN die Vorhersage des geringsten Reibungsbeiwerts.

Sehr gute Übereinstimmungen zwischen den Strömungslösern untereinander zeigen sich in Abb. A.10 ebenfalls in den Geschwindigkeitsprofilen des SAO-Modells. Die Abweichungen in der Grenzschichtdicke liegen bei den untersuchten Positionen unter 2.2% und der Verlauf von u ist durch die gesamte Grenzschicht nahezu identisch.

5.1.4 Gittervariation

Für die Untersuchungen des Einflusses der Gitterqualität innerhalb der Grenzschicht wird, wie bereits erläutert, der Wandabstand des ersten inneren Punktes y^+, die wandnormale Zellaufweitung r und die Abweichung von der Orthogonalität des Gitters an der Wand β variiert. Hierbei sollte die Auflösung der Grenzschicht insbesondere bei der Wandbehandlung mit die Low-Reynolds-Randbedingung physikalisch sinnvoll durchgeführt werden, weshalb diese Variationen für y^+ zunächst bis etwa $y^+ \approx 4.0$ erfolgten und mit nur einer Rechnung von $y^+ \approx 8.0$ den linearen Wandbereich verlassen. Da ein dimensionsloser Wandabstand zwischen 4.0 und 8.0 bei einigen Lösern, wie beispielsweise TAU, keine konvergente Lösung liefert, wird dieser Wertebereich nicht weiter aufgelöst.

Der Aufweitungsfaktor r beschreibt das Verhältnis zwischen dem wandnormalen Abstand eines vorangegangen Gitterpunktes zum nächstfolgenden und unterliegt damit mehr numerischen Einschränkungen als y^+. Seine Variation reicht von $r = 1.1$ bis zu einem $r = 2.0$, welches einer Verdopplung der wandnormalen Zellgröße zu jedem weiteren Gitterpunkt bedeutet. Die Gitterschiefe β, welche den Winkel zwischen Gitterlinie und Normalenvektor an der Wand in $^\circ$ darstellt, wird bis $\beta = 60^\circ$ variiert, sofern der jeweilige Löser eine derartige Verscherung der Zellen behandeln kann. Die sich aus den verschiedenen Variationen ergebenen Gitterpunktanzahlen sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

	y^+	r	β	Gitterpunkte
Referenzgitter	0.08	1.1	0°	$171 \times 148 \times 1$
Variation y^+	0.08...8.0	1.1	0°	$171 \times 98 - 148 \times 1$
Variation r	0.08	1.1...2.0	0°	$171 \times 26 - 148 \times 1$
Variation β	0.08	1.1	0...60°	$171 \times 148 \times 1$

Tabelle 5.2: Gittervariationen ausgehend vom Referenzgitter für den Wandabstand des wandnächsten Gitterpunktes y^+, den wandnormalen Aufweitungsfaktor r und die Gitterschiefe β

In den Auswertungen werden neben den bisher dargestellten Verläufen auch der Einfluss der Gittervariation genauer untersucht. Hierfür wird eine Normierung auf das Ergebnis des jeweiligen Referenzgitters vorgenommen, bei welchem die übrigen Eingabegrößen vollständig beibehalten werden. Dieses wird bei der ebenen Platte für c_f und δ wie folgt vorgenommen

$$c_{f,n} = \frac{c_f}{c_{f,ref}} \tag{5.20}$$

$$\delta_n = \frac{\delta}{\delta_{ref}}, \tag{5.21}$$

wird aber in den weiteren Untersuchungen auch auf andere charakteristische Größen angewandt. Diese normierten Größen zeigen im untersuchten Bereich entlang der Platte eine deutlich erkennbare Unabhängigkeit von der Lauflänge, wie in Abbildung A.19 beispielhaft am Reibungsbeiwert für eine Auswahl an Modellen und Lösern für die verschiedenen Gittervariationen dargestellt ist. Aus diesem Grunde erfolgt deren Darstellung exemplarisch für die Position $x_2 = 2.021m$, bei der von einer ausreichend turbulent ausgebildeten Grenzschicht ausgegangen wird.

Wie die Trendtests gezeigt haben, führt beim Löser OpenFOAM die Verwendung des Referenzgitters durch die Wahl des sehr kleinen Wandabstandes y^+ bei den Zweigleichungsmodellen zu inkorrekten Ergebnissen. Aus diesem Grund wurde bei der y^+-Variation das nächstgröbere Gitter als Referenz gewählt. Da bei der Betrachtung des Aufweitungsfaktors und der Gitterschiefe diese Möglichkeit nicht bestand, musste das Wilcox-k-ω-Modell aufgrund widersprüchlicher Resultate vollständig aus der Untersuchung herausgenommen werden. Das SST liefert hierin zwar ebenso unphysikalische, wenn auch im Vergleich zu den Eingleichungsmodellen ausreichend konforme Ergebnisse. Diese wären zwar nicht für eine Validierung geeignet, sollen jedoch in die Untersuchung der zu erwartenden numerischen Fehlereinflüsse mit einbezogen werden. Demnach sind sie hier mehr als Tendenzen zu verstehen, da der Einfluss auf das physikalische Verhalten des Testfalls durch die Veränderung der Gitterauflösung bei ausreichend großem Wandabstand ein anderer sein kann.

y^+ der ersten Zelle	$N_{y^+<5}$	$N_{y^+<30}$	$N_\delta(x_2 - x_4)$
$y^+ \approx 0.08$	45	64	ca. $94 - 84$
$y^+ \approx 0.8$	21	40	ca. $69 - 60$
$y^+ \approx 4.0$	4	23	ca. $52 - 43$
$y^+ \approx 8.0$	0	15	ca. $46 - 37$

Tabelle 5.3: Gitterpunktanzahl bei Variation von y^+ in der viskosen Unterschicht ($y^+ < 5$), dem semiviskosen Bereich ($y^+ < 30$), sowie eine Abschätzung für den Grenzschichtbereich δ (mit TAU/SAO)

Variation der wandnormalen Gitteraufweitung

Begonnen werden die Untersuchungen zunächst mit der Aufweitung des Gitters senkrecht zur Oberfläche, wobei der Abstand des wandnächsten Punktes konstant gehalten wird. Die Aufweitung wird ausgehend vom Referenzgitter bis zu $r = 2.0$ in etwa 0.1-Schritten verändert. Für die Auswertung sollen hierbei die Modelle jeweils für die einzelnen Löser gegenüber gestellt und der Einfluss der Grenzschichtauflösung auf die wandnormalen Strömungsprofile

Gitteraufweitungsfaktor	$N_{y^+<5}$	$N_{y^+<30}$	$N_\delta(x_2 - x_4)$
$r = 1.1$	45	64	ca. $94 - 84$
$r = 1.2$	24	34	ca. $53 - 48$
$r = 1.5$	11	16	ca. $28 - 25$
$r = 1.7$	8	12	ca. $22 - 20$
$r = 2.0$	7	9	ca. $18 - 16$

Tabelle 5.4: Gitterpunktanzahl bei Variation von r in der viskosen Unterschicht ($y^+ < 5$), dem semiviskosen Bereich ($y^+ < 30$), sowie eine Abschätzung für den Grenzschichtbereich δ (mit TAU/SAO)

anhand der Veränderung in den Reibungsbeiwerten und der Grenzschichtdicke dargestellt werden.

TAU: Beim Löser TAU zeigt die Gitteraufweitung für alle Turbulenzmodelle ein recht einheitlichen Verhalten, was Tendenz und Verlauf der Auswirkungen auf die Reibungsbeiwerte betrifft und in der Wiedergabe eines verminderten Reibungsbeiwerts resultiert (Abb. A.12a). Verursacht durch die aufgeweiteten Gitterzellen und die damit verbundene erhöhte numerische Diffusion findet ein Aufdicken der Grenzschichtprofile statt (Abb. A.13a). Im Geschwindigkeitsprofil ergeben sich im wandnächsten Bereich leicht niedrigere Geschwindigkeiten, was zu kleineren Gradienten an der Wand und damit zu der zu gering vorhergesagten Reibung führt.

Die beiden verwandten Modelle LEA und RQEVM zeigen wie bereits bei den Referenzrechnungen sehr ähnliches Verhalten. Sie weisen von den in TAU untersuchten Modellen die größte Empfindlichkeit in den Reibungsbeiwerten und eine dementsprechend große Profilaufweitung auf. Am robustesten stellen sich dagegen die beiden Eingleichungsmodelle dar, von denen das SAE-Modell, welches von Hause aus einen vergleichsweise zu geringen c_f-Wert wiedergibt, in diesem den schwächsten Einfluss zeigt. Erkennbar ist darüber hinaus, dass die Einflüsse der Gitteraufweitung auf c_f und δ nicht bei allen Modellen gleichmaßen in Verbindung zueinander stehen. Herausragend ist hier das SST-Modell, welches zwar die geringsten Auswirkungen in den Reibungskoeffizienten aufweist, aber sehr empfindlich mit einer Aufdickung der Grenzschicht reagiert. Ursache hierfür könnte in der Blendungsfunktion des SST-Modells zu finden sein, bei welcher in den äußeren Grenzschichtbereichen ($y^+ > 50$) bereits der k-ε-Modus aktiv wird und damit dessen Verhalten in den wandfernen Regionen der Grenzschicht nicht mit dem der wandnahen k-ω-Formulierung übereinstimmt.

Bezogen auf die Lösung des Referenzgitters variiert der Einfluss bereits für eine mittlere Gitteraufweitung von $r = 1.5$ zwischen den Modellen bei der Grenzschichtdicke δ von $+6.8\%$ (SAO) bis $+20.7\%$ (SST) und bei den Reibungsbeiwerten von -1.8% (SST) bis -3.3% (LEA). Bei der maximal untersuchten Aufweitung von $r = 2.0$ erreichen diese in δ $+52.3\%$ (SST) und in c_f -7.7% (LEA).

Innerhalb der laminaren Berechnung bewirkt die Aufweitung des Gitters und die damit verbundene numerische Diffusion ein deutliches Abflachen des Geschwindigkeitsprofils (Abb. A.14). Der durch die Diffusion erhöhte wandnormale Informationsaustausch bewirkt, ähnlich wie die Fluktuation in einer turbulenten Strömung, sowohl höhere Geschwindigkeiten an der Wand als auch bauchigere und deutlich gestreckte Profile. Die Gitteraufweitung von $r = 2.0$ verursacht damit gegenüber dem Referenzgitter einen Zuwachs von +162.1% in der Dicke der Grenzschicht (Abb. A.13f) und, durch die ausgeprägtere Wandschubspannung, einen Anstieg von bis zu +33.3% innerhalb des Reibungsbeiwerts (Abb. A.12f).

In den Verläufen von $c_{f,n}$ ist bei allen Modellen deutlich eine Steigung im Bereich um $r = 1.1$ zu erkennen, welche für eine Gitterkonvergenz auf dem feinsten Gitter einen zur Abszisse parallelen Verlauf annehmen müsste. Verlängert man die Kurven über das feinste Netz bis $r \approx 1.0$ hinaus, so deutet sich dieses jedoch für einige Modelle für eine weitere Verfeinerung tendenziell an. Aus bereits aufgezeigten Gründen wurde jedoch auf eine Untersuchung des Wertebereichs für die Aufweitung kleiner 1.1 verzichtet.

STAR-CCM+: Im Gegensatz zu den Ergebnissen in TAU zeigen die einzelnen Turbulenzmodelle ein sehr unterschiedliches Verhalten als Folge der Gitteraufweitung. Am wenigsten sensibel erscheint auch hier das SAO-Modell, welches die geringste Grenzschichtaufweitung besitzt und bei $r = 2$ etwa einen Zuwachs von 33.9% in δ erreicht (Abb. A.13b). Entsprechend schwach ausgeprägt sind die Variationen in c_f, welche insgesamt unter ±0.5% liegen, wie in Abb. A.12b aus dem Verlauf der normierten Beiwerte zu erkennen ist. Auffällig zeigt sich auch hier wieder das SST-Modell, welches sich entgegengesetzt der Berechnungen in TAU verhält. In STAR-CCM+ weist es die größte Empfindlichkeit auf die Gitteraufweitung in den Reibungsbeiwerten auf (bis zu −10.9% bei $r = 2.0$), wohingegen dessen Auswirkungen auf die Grenzschichtdicke für die kleinere r eher im unteren Bereich liegen, maximal jedoch einen Zuwachs von +57.2% erreichen. Die laminaren Ergebnisse (Abb. A.12f/A.13f) zeigen bei diesem Löser eine deutlich geringere numerische Diffusion, deren δ_n- und $c_{f,n}$-Verläufe mit denen der turbulent behandelten Berechnungen vergleichbar sind.

ELAN: In ELAN zeigt die Aufweitung bei den Eingleichungsmodelle den geringsten Einfluss in den Reibungsbeiwerten, welche für den untersuchten Wertebereich unter ±0.8% verbleibt (Abb. A.12c). Dieser fällt bei den beiden Zweigleichungsmodelle WCX und SST deutlicher aus (bis −7.5%, welche bis auf die ausgeprägtere Grenzschichtentwicklung des SST dabei in ihrem Verhalten sehr ähnlich sind (Abb. A.13c). Hierin zeigt sich hingegen das Wilcox-Modell ungewöhnlich, welches einen schwachen Einfluss auf die Grenzschichtdicke besitzt, der nicht dem Trend in c_f entspricht. Die laminare Behandlung von ELAN (Abb. A.12f/A.13f) ist in etwa mit den Ergebnissen in STAR-CCM+ vergleichbar, bei welcher die Auswirkung auf δ ausgeprägt war, aber einen gemäßigten Verlauf in $c_{f,n}$ ergab, der hier zwischen denen der Ein- und Zweigleichungsmodelle liegt.

Edge: Bei den Ergebnissen von Edge zeigen die Zweigleichungsmodelle und die EARSM innerhalb $c_{f,n}$ einen übereinstimmenden Trend, der in einer deutlichen Reduzierung des Reibungsbeiwerts um bis zu −33.7% resultiert (Abb. A.12d). Die Berechnungen dieses Lösers weisen insgesamt eine sehr stark ausgeprägte numerische Diffusion auf, welche die Grenzschichtdicken unter Anwendung der verschiedenen Modelle teilweise bis auf nahezu das doppelte aufweiten lässt (Abb. A.13d). Hierbei hebt sich insbesondere das SAO-Modell ab, bei welchem sich diese Diffusion ähnlich einer erhöhten Turbulenz auswirkt. Sie führt dadurch zu einem Zuwachs in den Geschwindigkeitsgradienten an der Wand, welches mit einem Anstieg in der Wandreibung einhergeht, und gibt von den untersuchten Modellen bei maximaler Gitteraufweitung die stärkste Grenzschichtaufdickung wieder. Diese überhöhte numerische Diffusion macht sich am ausgeprägtesten in der laminaren Rechnung (Abb. A.12f/A.13f) bemerkbar, welche die gleichen Tendenzen wie das SAO wiedergibt, jedoch eine Abweichung zum Referenzfall von etwa $+231.4\%$ in c_f und $+470.0\%$ in δ aufweist.

Das sehr empfindliche Verhalten des Lösers Edge auf die Variation des Gitters und die ähnlichen Tendenzen bei TAU führten zu der Vermutung, dass die in beiden Codes eingeführte künstliche Dissipation nach Jameson [60] (s. Abs. 3.1.1) einen weiteren Einflussfaktor bei der Unsicherheitsbetrachtung darstellen könnte. Hierzu wurden weitere Berechnungen durchgeführt, in denen die Variation der künstlichen Dissipation starke Einflüsse auf die Ergebnisse von Edge zeigt. Diese sind auf den groben Gittern am ausgeprägtesten und führen mit Reduzierung der Dissipation auf allen Netzen zu einer Verminderung der Reibungsbeiwerte. Eine Halbierung der Dissipation bewirkt bei einer Aufweitung von $r = 1.5$ für eine laminare Rechnung bereits eine eine Abnahme in c_f von -19.7% und bei Anwendung des WCX-Modells von -4.5% gegenüber den Standardwerten. Da sich hingegen bei äquivalenten Berechungen mit TAU diese Abweichungen auf etwa 0.1% belaufen, kann die künstliche Dissipation nach Jameson als eigentliche Ursache ausgeschlossen werden. Sie wird demnach in den weiteren Untersuchungen unberücksichtigt bleiben.

OpenFOAM: Auch in OpenFOAM weist die laminare Behandlung der ebenen Platte durch die Gitteraufweitung einen Zuwachs in den Reibungsbeiwerten auf (bis $+3.0\%$) und zeigt auch die größten Grenzschichtdicken im Vergleich zu den Rechnungen mit Hilfe der Turbulenzmodelle (bis etwa $+70.1\%$ bei $r = 2.0$, Abb. A.12e). Die Eingleichungsmodelle reagieren auch hier in c_f am unempfindlichsten, was jedoch nicht auf deren Aufdickung von δ zutrifft (Abb. A.13e). Hierdurch sind die Relationen von δ zu c_f bei allen Ergebnissen entgegengesetzt zu deren zu erwartetendem Verhalten, nach dem sich mit steigender Streckung der Grenzschicht ein geringerer Geschwindigkeitsgradient an der Wand einstellen sollte. Die geringsten Reibungswerte und Grenzschichtdicken zeigen dabei die Rechnungen von SST.

Variation des Wandabstandes des wandnächsten Gitterpunktes

Ausgehend von dem Referenzgitter mit $y^+ \approx 0.8$ ist der Wandabstand des ersten inneren Gitterpunktes zunächst bis $y^+ \approx 4.0$ variiert worden, welches die Kriterien der Grenzschichtauflösung bei Verwendung der Low-Reynolds-Randbedingung mit mindestens einem Punkt innerhalb der viskosen Unterschicht erfüllt. Zusätzlich wurde ein Gitter in die Untersuchungen mit einbezogen, welches den doppelten Wert von $y^+ \approx 8.0$ vorsieht und damit den Bereich des linearen Wandgesetzes verlässt. Da die Wandbehandlung innerhalb der Strömungslöser teils mit Low-Reynolds- teils mit der hybrid-adaptiven Randbedingung arbeiten, muss hierbei ein recht unterschiedlicher Fehlereinfluss auf das Ergebnis erwartet werden, auf welchen genauer noch eingegangen werden wird. Desweiteren weisen die einzelnen Strömungslöser in den Auswirken der Variation von y^+ sowohl auf die Reibungsbeiwerte als auch das Grenzschichtprofil eine deutlich größere Konsistenz in den Ergebnissen auf, als dieses bei der Gitteraufweitung der Fall war. Aus diesem Grunde soll die Beschreibung der Untersuchungen hier im direkten Vergleich der Löser untereinander erfolgen. Einzige Ausnahme stellt der Löser Edge dar, welcher in seinem Verhalten von denen der anderen abweicht und deshalb im Anschluss separat betrachtet werden soll.

Wie in den Abbildungen A.15 und A.16 für den auf das Referenzgitter normierten lokalen Reibungsbeiwert $c_{f,n}$ und die normierte Grenzschichtdicke δ_n zu erkennen ist, so teilt sich deren Verhalten in Abhängigkeit von y^+ in zwei Bereiche. Verbleibt beim Wechsel der Position des wandnächsten Gitterpunktes dieser mit $y^+ < 5$ innerhalb der viskosen Unterschicht, so reagieren die Eingleichungsmodelle bei steigendem Wandabstand mit einem Zuwachs in den Reibungsbeiwerten und einer Aufdickung der Grenzschicht. Dieses wird verursacht durch eine erhöhte Vorhersage der Wirbelviskosität, wodurch das Geschwindigkeitsprofil einen turbulenteren Charakter annimmt. Die ausgeprägtesten Auswirkungen in den Reibungsbeiwerten weist dabei der Löser ELAN mit bis zu $+4\%$ Abweichungen zum Referenzgitter auf. Am robustesten ist hingegen STAR-CCM+, welcher bei $y^+ \approx 4.0$ gerade mal $+0.1\%$ erreicht, wobei OpenFOAM und TAU auf etwa gleichem Niveau zwischen diesen beiden liegen. Die Aufweitung der Grenzschicht variiert entsprechend in Abhängigkeit des Lösers von $+1.1\%$ (STAR-CCM+) bis $+3.2$ (ELAN).

Ein entgegengesetztes Verhalten zeigen die Zweigleichungsmodelle sowie EARSM. Bei diesen führt das steigende y^+ zu einem Absinken von c_f und δ, welches wieder mit der Wirbelviskosität in Zusammenhang steht. Hier sind die Abweichungen in STAR-CCM+ am ausgeprägtesten und erreichen für das SST-Modell bei $y^+ \approx 4.0$ ein Defizit von etwa -9.8% in den Reibungskoeffizienten. Die geringsten Einflüsse zeigt OpenFOAM beim gleichen Modell mit -6.2%, wobei für diesen Löser beachtet werden muss, dass aufgrund der bereits angeführten Einschränkungen kleiner Werte für y^+, hier ein gröberes Gitter als Referenzlösung verwendet wurde. Die Grenzschichtdicke, welche aufgrund der zu geringen Wandgradienten demzufolge flacher ausfällt, zeigt bei TAU die geringsten Fehlereinflüsse und erreicht mit dem Modell von Hellsten eine Abweichung von -3.5%. Beim Löser STAR-CCM+ bewirkt dieses hingegen einen Fehler in δ von bis zu -8.0% unter Anwendung des SST-Modells.

Sichtbar anders verhalten sich die Strömungslöser und Turbulenzmodelle, wenn der wandnächste Gitterpunkt nicht mehr innerhalb der viskosen Unterschicht liegt. In den Verläufen von $c_{f,n}$ und δ_n (Abb. A.15 und A.16) sind an dieser Stelle Sprünge zu erkennen, deren Richtung in den Reibungsbeiwerten von dem jeweiligen Löser abhängt, aber bei allen Ergebnissen in einer Aufdickung der Grenzschicht resultiert.

Innerhalb der Berechnungen von TAU führt das Verlassen der Unterschicht zu einem Absinken in c_f, welches ein für die nicht mehr erfüllten Kriterien der Low-Reynolds Randbedingung typisches Verhalten darstellt. Da bei dieser eine lineare Abhängigkeit zwischen y^+ und u^+ (Glg. 5.8) angenommen wird, welche für $y^+ > 5$ keine Gültigkeit mehr besitzt, wird hierdurch eine zu geringe Schubspannungsgeschwindigkeit vorhergesagt. Dieses resultiert damit in der vorliegenden Differenz in c_f, welche beim Hellsten-Modell zu einer Abweichung von bis zu -25.5% führt. Die Löser ELAN und OpenFOAM, welche beide die hybrid-adaptive Wandrandbedingung verwenden, zeigen hier hingegen einen aufwärtigen Trend in c_f.Diese Randbedingung, welche für jedes beliebige y^+ den korrekten Funktionswert von u^+ wiedergeben soll, unterschätzt jedoch im Übergangsbereich den in Abb. 3.6 dargestellten Verlauf, welches entsprechend ein zu hohes u_τ und damit einen zu stark ausgeprägten Reibungsbeiwert zur Folge hat. Der Anstieg in c_f ist bei den beiden Strömungslösern unterschiedlich intensiv ausgebildet und tritt bei ELAN bei allen vier angewandten Modellen etwa im gleichen Maße ein. Bei OpenFOAM ist dieser für die Zweigleichungsmodelle derart hoch, dass mit dem Wilcox-k-ω-Modell nahezu $+40\%$ erreicht werden, wohingegen für die SA-Modelle kaum eine Veränderung im Verlauf erkennbar ist. Dieses sehr unterschiedliche Verhalten zwischen den Ein- und Zweigleichungsmodellen in OpenFOAM liegt in der in der zu geringen Vorgabe des Wertes von ω in der wandnächsten Zelle begründet, welches bei WCX und SST zu einem deutlich turbulenteren Profil und damit zu dem überhöhten Zuwachs in c_f führt.

Desweiteren ist bei den Variationen von y^+ das Verhalten von STAR-CCM+ auffällig, welches zwar mit einer Low-Reynolds-Randbedingung angewandt wurde, jedoch für $y^+ > 5$ mit einem leichten Anstieg in c_f reagierte, anstelle einer Verminderung. Die Vermutung liegt nahe, dass dieser kommerzielle Code zugunsten einer Benutzerfreundlichkeit und Stabilität um einen unkommentierten Limiter erweitert wurde, welcher ein leichtes Überschreiten des zulässigen Wertebereichs für y^+ abfangen soll. In jedem Falle stellt diese Implementierung keine direkte Umsetzung der Low-Reynolds-Randbedingung dar.

Die Gittervariationen führen für alle Löser und Turbulenzmodelle bei $y^+ > 5$ zu einer Zunahme in der Grenzschichtdicke, wobei dieses relativ zu den Ergebnissen bei $y^+ \approx 4$ zu verstehen ist. Da für dieses Verhalten kein physikalischer Zusammenhang zwischen Wandreibung und Geschwindigkeitsprofil besteht, ist die Ursache hierfür in der Numerik und der unzureichenden Auflösung der wandnahen Gradienten zu suchen. Die stärksten Grenzschichtaufweitungen erreicht OpenFOAM mit $+28.9\%$, wohingegen die kleineren Aufweitungen von STAR-CCM+ durch das vorangegangene Absinken in δ um -2.5% unter dem Niveau der Referenzlösung bleiben.

In deutlichem Kontrast zu den anderen Strömungslösern stehen die Ergebnisse des Lösers Edge. Für die Reibungsbeiwerte ist in Abb. A.15d bei kleineren Änderungen in y^+ zunächst ein Zuwachs zu verzeichnen (bis $+6.9\%$ bei WCX), welcher dann bis zum Rand der viskosen Unterschicht wieder abnimmt und Abweichungen bis -30.4% erreicht. Soweit die Rechnungen zur Konvergenz kamen, ist der für die Low-Reynolds-Wandbehandlung typische Abnahme in c_f bei $y^+ \approx 8.0$ erkennbar, welche -6.3% bei WCX und -56.6% bei SAO erreicht. Die Auswirkungen auf die Grenzschichtdicke lassen hierbei keinen direkten Zusammenhang zu den Reibungsbeiwerten erkennen (Abb. A.16d). Abgesehen vom SST-Modell führt die Variation von y^+ bei allen Modellen zu einer kontinuierlichen Aufweitung, welche beim Modell von Wilcox auf dem gröbsten Gitter $+62.8\%$ erreicht, aber auch schon auf dem nächst feineren Netz bei WJKW Abweichungen von über $+19\%$ zeigt.

Stellt man die laminaren Berechnungen der einzelnen Strömungslöser einander gegenüber, so kann man erkennen, dass der Einfluss auf deren Fall allgemein schwach ausfällt. Auf dem gröbsten Gitter sind bei TAU und OpenFOAM nur leichte Auswirkungen auf den Reibungsbeiwert (Abb. A.15f) zu beobachten, bei ELAN und STAR-CCM+ zeigt sich hingegen ein leichter Zuwachs in der Grenzschichtdicke (Abb. A.16f). Auffällig sind hier zum einen die erkennbaren Grenzschichtaufweitungen bei OpenFOAM ($+5.9\%$) und Edge ($+4.5\%$) und der sehr ausgeprägte Zuwachs im Reibungsbeiwert bei Edge ($+29.2\%$).

Variation der Gitterschiefe

Als dritter Fehlereinfluss wurde die Schiefe des Gitters an der Wand untersucht. Hierfür wurde das vorerst rein orthogonale Gitter in Strömungsrichtung verschert, wobei der Winkel mit Beginn der ebenen Platte bis zu einer Lauflänge von $x = 5m$ entlang der Oberfläche konstant gehalten wird (Abb. 5.7). Der Bereich erstreckt sich über ein Viertel der gesamten Gitterhöhe, wodurch sichergestellt ist, dass sich die Grenzschicht im untersuchten Bereich vollständig unter Einfluss des verscherten Gitters befindet. Die Schiefe des Gitters β beschreibt dabei den Winkel zwischen der Wandnormalen und der Gitterlinien, welche ausgehend von der Wand in das Strömungsfeld verläuft.

Die Variation der Gitterschiefe wurde zunächst für die Winkel 40° und 60° vorgenommen, und je nach Konvergenzverhalten des Lösers und Fehlereinfluss auf die Lösung um die Fälle 30° und 50° erweitert. Eine ausführliche Untersuchung des Wertebereichs in 10°-Schritten wurde nur am Programm TAU durchgeführt, bei welchem zusätzlich zur Überprüfung des Symmetrieverhaltens im Sinne eines Symmetrietests (s. Kapitel 4) die Anstellung des Gitters gegen die Strömungsrichtung mit aufgenommen wurde.

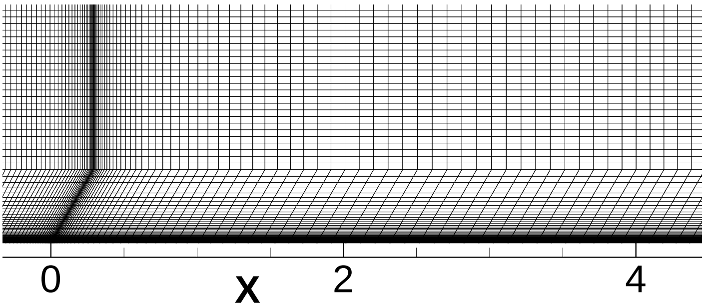


Abbildung 5.7: Darstellung des Gitters der ebenen Platte mit verschertem Wandbereich am Beispiel einer Gitterschiefe von $\beta = 30°$

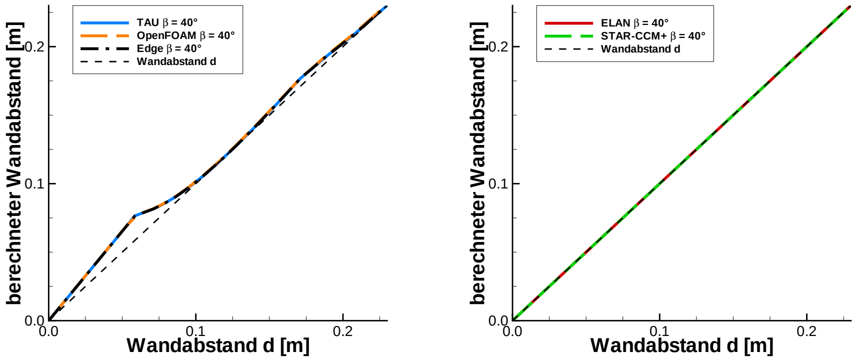
Bei der Bewertung der Ergebnisse zeigte sich, dass das Verhalten der Strömungslöser auf das geneigte Gitter in zwei Bereiche einzuteilen ist. Zum einem zeigen sich, wie bereits bei der Gitteraufweitung und y^+, je nach Löser und Turbulenzmodell Abweichungen von der jeweiligen Referenzlösung, zum anderen wirkt sich die Anstellung der Gitterlinien bei einigen Programmen auf ihr jeweiliges Konvergenzverhalten aus. Letzteres führt dazu, dass für die beiden Programme ELAN und OpenFOAM ab einem Verscherungswinkel von $\beta = 50°$ keine ausreichend konvergierte Lösung für die Auswertung zur Verfügung stehen. In ELAN liegt dieses an der ausschließlichen Berücksichtigung der grenzflächennormalen Anteile innerhalb der Druckkorrekturterme, welches aufgrund des ebenfalls druckbasierten Ansatzes des verwendeten OpenFOAM-Lösers auch bei diesem eine Ursache darstellen könnte. Da hierdurch aber nicht die Qualität des Ergebnisses beeinträchtigt wird, sondern lediglich die Anforderungen an das Gitter erhöht sind, stellt dieses keinen Beitrag zur Untersuchung des Fehlereinflusses dar.

Betrachtet man nun die Auswirkungen der Fehlermechanismen auf die Grenzschichtwiedergabe, so sind in den Ergebnissen von STAR-CCM+ und ELAN nahezu keine zu erkennen. Deren Abweichungen zu den Referenzrechnungen bleiben auch bei den höheren Winkeln sowohl in den Reibungsbeiwerten als auch in der Aufweitung der Grenzschicht deutlich unter 1% (Abb. A.17 und A.18). Starke Einflüsse in c_f und δ sind jedoch in den Lösern TAU und OpenFOAM für die Eingleichungsmodelle, sowie für das SST-Modell und das Hellsten-EARSM zu beobachten. In TAU sind diese für SAO und SAE am ausgeprägtesten und weisen bei kleineren Winkeln von 30° bereits Fehler von über 25% in der Reibung auf, um bei der maximalen Gitterschiefe das 3.5-fache der Referenzlösung zu erreichen. Deutlich weniger sensibel reagieren die Modelle SST und HELL, wohingegen alle anderen in TAU angewandten Modelle einen zu vernachlässigen Gittereinfluss zeigen. Bei OpenFOAM ist dieses Verhalten für die SA-Modelle weniger ausgeprägt als in TAU, wenn auch hier das SST-Modell größere Abweichungen aufweist.

Wird die gleiche Untersuchung mit einem Scherungswinkel gegen die Strömungsrichtung vorgenommen, so zeigen sich für alle Berechnungen in TAU die nahezu identischen Ergebnisse wie mit einem in $\underline{u}$-Richtung geneigtem Gitter. Hierdurch kann von einem symmetrischen Verhalten des Fehlereinflusses ausgegangen werden, wenn es auch keine zusätzlichen Erkenntnisse über die Herkunft des selbigen liefert. Hierfür geben die Gemeinsamkeiten der betroffenen Turbulenzmodelle einen Hinweis auf die Ursachen der teilweise übermäßig starken Abweichungen. Die Auffälligkeiten treten zum einen bei den Eingleichungsmodellen auf, deren Formulierung im Gegensatz zu den Zweigleichungsmodellen auf dem Wandabstand als Längenmaß beruht, zum anderen bei den Modellen von Menter und Hellsten, welche beide auf eine Blendungsfunktionen zurückgreifen, die ebenfalls mit Hilfe des Wandabstandes formuliert wurde. Trägt man wie in Abbildung 5.8a den von den Strömungslösern berechneten Wandabstand über den tatsächlichen Abstand zur Wand auf, welcher bei der ebenen Platte der wandnormalen Koordinate y entspricht, so kann man leicht die Abweichungen zum korrekten Wert von d erkennen. Die Darstellung macht deutlich, dass der Algorithmus zu dessen Bestimmung bei den Lösern TAU, Edge und OpenFOAM auf die gleiche Weise umgesetzt wurde und entlang des wandnormalen Profils den nahezu identischen Verlauf liefert, wohingegen STAR-CCM+ und ELAN eine fehlerfreie Ermittlung von d vornehmen (Abb. 5.8b).

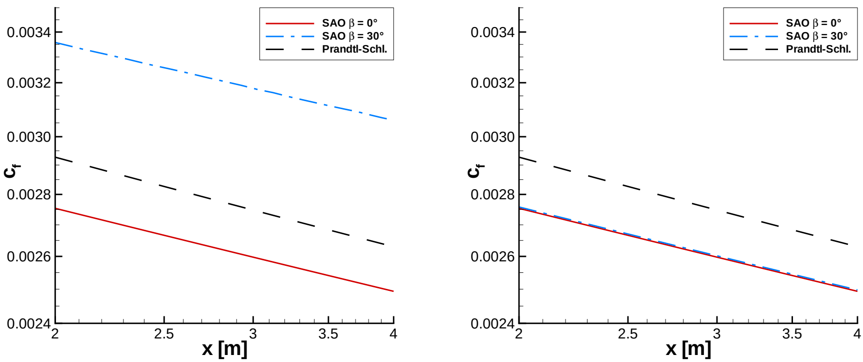
Der Grund für diese falsche Berechnung liegt in dem Aufbau des Algorithmus selbst, welcher nicht für jeden Volumenpunkt den Abstand zur Wand, sondern lediglich dessen Entfernung zum nächstgelegenen Gitterpunkt auf der Wand bestimmt. Die ausgeprägtesten Differenzen zu d ergeben sich hierdurch innerhalb des Grenzschichtbereichs, in welchen die vier Modelle die größte Abhängigkeit vom Wandabstand aufweisen. Während SST und HELL zwischen wandnaher und -ferner Formulierung wechseln, wird in den SA-Modellen nicht nur über f_w (Glg. 2.46) die Bestimmung der Wandreibung, sondern auch die Intensität des Vernichtungsterms (Glg. 2.43) beeinflusst.

In den Ergebnissen des Strömungslösers Edge ergeben sich darüber hinaus Abweichungen in c_f und δ bei den Wandabstands-unabhängigen Turbulenzmodellen, wie auch bei der rein laminaren Berechnung. Diese führen nur bei dem SAO-Modell zu einem Zuwachs in den Reibungsbeiwerten und der Grenzschichtdicke, welche dabei die Werte der OpenFOAM-Berechnungen erreichen. Die Zweigleichungsmodelle und EARSM hingegen zeigen nahezu identische Verläufe



(a) TAU, OpenFOAM, Edge (b) ELAN, STAR-CCM+

Abbildung 5.8: Darstellung des von den Strömungslösern berechneten Wandabstandes aufgetragen über den korrekten Wandabstand d bei einer Gitterschiefe von $\beta = 40^\circ$



(a) SAO mit inkorrektem Wandabstand (b) SAO mit korrigiertem Wandabstand

Abbildung 5.9: Darstellung des Reibungsbeiwerts von SAO auf dem Referenzgitter und bei $\beta = 30^\circ$ (a) mit inkorrekt berechnetem Wandabstand und (b) nach Korrektur des Wandabstandes mit dem Strömungslöser TAU

in den Fehlerwerten und erfahren in beiden Größen einen Abwärtstrend. Besonders intensiv ist dieser in den laminaren Ergebnissen ausgebildet, welches zusammen mit der fehlerbehafteten Wandabstandsberechnung ein Überlagern mehrerer Unsicherheiten vermuten lässt.

Da am einfach aufgebauten Testfall der ebenen Platte der Wandabstand leicht analytisch bestimmt werden kann, wurde für diesen exemplarisch am Quellcode von TAU eine manuelle Korrektur vorgenommen. Wird mit dem so angepassten Löser, das Ergebnis des Originalmodells von Spalart-Allmaras auf dem verschobenen Gitter bei $\beta = 30^\circ$ mit der Referenzlösung des SAO verglichen, so sind wie bei den anderen Turbulenzmodellen nahezu keine Abweichungen mehr erkennbar (Abb. 5.9). Auf Basis der vorliegenden Untersuchungen ist in den aktuellen Versionen des Strömungslösers TAU eine alternative Berechnung des Wandabstandes integriert worden, welche optional aktiviert werden kann und die gezeigten Defizite nicht aufweist. Insbesondere bei Gittern, deren Wandorthogonalität nicht sichergestellt werden kann, sollte bei Anwendung der Eingleichungsmodelle auf diese Option zurückgegriffen werden. Nachteilig wirkt sich die Benutzung des neuen Algorithmus auf die deutlich längeren Preprocessing-Zeiten aus, welche erst bei größeren Netzen problematisch werden, und bei bewegten Gittern auch die Rechenzeit selbst stark verzögern könnten.

5.2 Druckinduzierte Ablösung am Onera–A Profil

Im vorigen Kapitel lag der Fokus der Betrachtung nur auf den Fehlerbandbreiten bei der Darstellung der einfachen Grenzschicht entlang einer ungewölbten Oberfläche in Abhängigkeit von der Gitterqualität. Da die in der aerodynamischen Industrie relevanten Testfälle vielfach Strömungsphänomene wie eine druckinduzierte Ablösung oder ein Verdichtungsstoß aufweisen, welche mit der Ausbildung der Grenzschicht interagieren bzw. in engem Zusammenhang mit ihr stehen, sollen diese Wechselwirkungen und der Grad der Auswirkungen auf ihre Vorhersagegüte im Weiteren genauer untersucht werden.

Hierzu soll zuerst die Strömung um das hochangestellte Onera-A-Profil betrachtet werden, welches beim französischen Luft- und Raumfahrtunternehmen Aérospatiale entwickelt wurde. Experimentell vermessen wurde das A-Profil in den Windkanälen F1 und F2 der Forschungsanstalt ONERA [2] mit verschiedenen Anstellwinkeln von $\alpha = 7.2°$ bis $13.3°$, welche in [36, 37, 59, 110] dargestellt sind. Von diesen Variationen wurde der Testfall aus [36] mit einem Anstellwinkel von $\alpha = 13.3°$, $Re = 2 \cdot 10^6$ und $Ma = 0.15$ ausgewählt. Das A-Profil, welches schematisch in Abbildung 5.10 dargestellt ist, kam bereits in mehreren nationalen wie internationalen Projekten [42, 43, 45, 73] zum Einsatz, wo es (wie auch in [30]) in Verbindung mit den genannten experimentellen Messungen zur Validierung von RANS-Verfahren verwendet wurde.

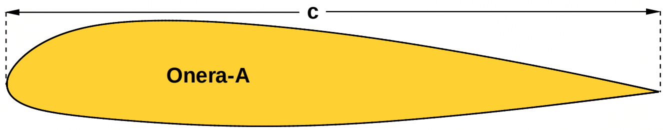


Abbildung 5.10: Schematische Darstellung des Onera-A Profils

Die Konfiguration des hochangestellten Profils besitzt trotz ihres einfachen Aufbaus eine relativ komplexe Strömungsphysik, welches zur Auswahl dieses Testfalles führte. Nahe der Vorderkante kommt es zunächst auf der Saugseite des Profils durch eine laminare Ablöseblase zu einer freien Transition mit einem turbulenten Wiederanlegen der Strömung bei $x/c = 0.12$. Die turbulente Strömung löst im weiteren Verlauf bei ca. $x/c = 0.83$ erneut ab und bildet ein

[2] Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

Rezirkulationsgebiet, welches sich bis zur Hinterkante des Profils erstreckt (Abb. 5.11). Dieses Rückstromgebiet erreichte in den Messungen eine wandnormale Ausdehnung von $y/c = 0.016$ [71] und führt durch eine Entwölbung des Profils zu einer Reduzierung des saugseitigen Druckminimums. Da dieses zu einer Verringerung des Auftriebs führt [30], sind die starken Abhängigkeiten der Position der druckinduzierten Ablösung sowohl von der Wahl des Turbulenzmodells als auch von der Auflösung der Grenzschicht bei diesem Testfall von besonderem Interesse. Auf der Druckseite des A-Profils zeigt sich eine Transition bei $x/c = 0.3$, welche innerhalb der experimentellen Messungen an dieser Position fixiert wurde. Die saugseitige Transition wurde nicht beeinflusst. Im Gegensatz zu den experimentellen Untersuchungen wird in den Simulationen sowohl auf Druck- als auch Saugseite keine Transition gesetzt, sondern das Strömungsfeld vollständig turbulent berechnet. Dieses ist im Sinne einer Verifizierung geschehen, um die Mechanismen der Transitionsbehandlung als weiteren Unsicherheitsaspekt aus den Untersuchungen herauszuhalten. Hierdurch sind jedoch Unterschiede in den lokalen und damit integralen Kraftbeiwerten gegenüber den experimentellen Ergebnissen zu erwarten, weshalb eine direkte Gegenüberstellung mit dem Experiment nur zur Darstellung der qualitativ korrekten Wiedergabe erfolgt.

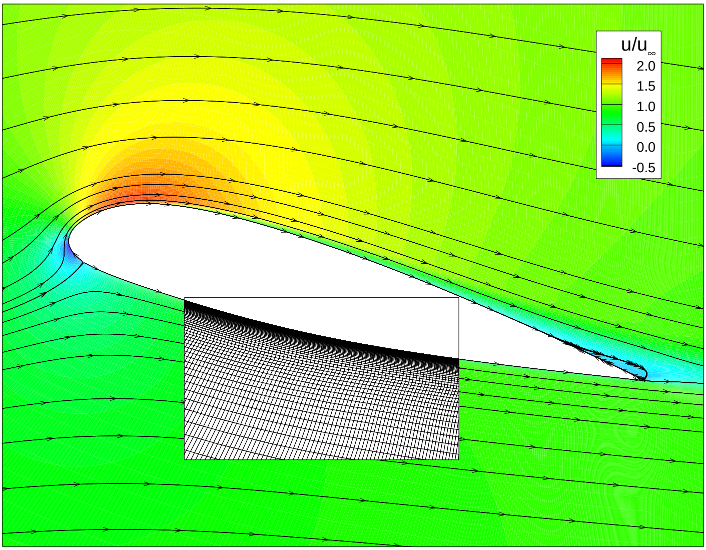


Abbildung 5.11: Onera-A-Profil mit normiertem Geschwindigkeitsfeld u/u_∞ und Verlauf der Stromlinien (mit TAU/SAO). Zusätzlich ist ein repräsentativer Ausschnitt des Gitters dargestellt.

Die Fehleruntersuchungen wurden mit den Strömungslösern TAU, STAR-CCM+ und ELAN vorgenommen, deren gewählte Einstellungen in den Tabellen T.3 und T.4, sowie die angewandten Turbulenzmodelle in Tabelle 5.5 zusammengefasst sind. Für die Erstellung des Rechennetzes wurde für die Punktverteilung entlang der Oberfläche das in [45] verwendete Gitter als Vorlage

Löser	TAU	ELAN	STAR-CCM+
SAO	x	x	x
SAE	x	x	–
WCX	x	x	x^3
SST	x	x	x
HELL	x	–	–
WJKW	x	–	–

Tabelle 5.5: Auswahl der Turbulenzmodelle in den Strömungslösern beim Onera-A-Profil

genutzt. Das Netz selbst besitzt dabei eine C-Topologie. Die wandnormale Auflösung entspricht der der ebenen Plattenströmung, wobei für das Referenzgitter ein $y^+ \approx 0.1$ angestrebt und ein Aufweitungsfaktor von $r = 1.1$ innerhalb der Grenzschicht eingehalten wurde. Für die Untersuchungen des Gittereinflusses wurde nur eine Auswahl an Variationen gewählt, welche sich ebenfalls an den Erkenntnissen der Plattenströmung orientiert und zusammen mit der resultierenden Gitterpunktanzahl in Tabelle T.5 dargestellt ist. Auch bei diesem Testfall wird zunächst das allgemeine Trendverhalten jedes Lösers und Turbulenzmodells einzeln betrachtet. Anschließend findet ein direkter Vergleich der Codes anhand ausgewählter Modelle statt, bevor auch hier der Einfluss der Gitterauflösung auf Löser und Modell näher behandelt wird.

Bei der Konstruktion der Gitter unter Variation von y^+ wurde, basierend auf den Untersuchungen an der ebenen Platte, der wandnächste Gitterpunkt ausschließlich innerhalb des linearen Wandbereichs positioniert. Um wie bei der Plattenströmung die Gitterzellen möglichst gering zu verscheren und auch bei Veränderung der Grenzschichtauflösung gleichbleibende Aufweitungsfaktoren gewährleisten zu können, wurde der Wandabstand entlang der Profiloberfläche nahezu konstant gehalten. Dieses hat jedoch beim hochangestellten Onera-A-Profil zur Folge, dass der Wert von y^+ mit wachsender Profiltiefe stetig abnimmt und bei 60% c nur noch etwa ein Viertel des angestrebten y^+ erreicht (Abb. A.49). Der Faktor, mit welchem der Wandabstand des ersten inneren Gitterpunktes bei der Variation der Gitterauflösung verändert wird, bleibt dabei jedoch für die gesamte Oberfläche konstant und orientiert sich an denen der Plattenströmung. Die Einflüsse der Gittervariationen fallen dementsprechend deutlich geringer aus, als die Untersuchungen an der ebenen Grenzschicht gezeigt haben. Es werden aber dennoch die unterschiedlichen Tendenzen der einzelnen Turbulenzmodelle und Strömungslöser veranschaulicht. Um die Fehlereinflüsse der Gitter zu vergleichen, wird in den einzelnen Auswertungen auf den maximalen Wert des dimensionslosen Wandabstandes Bezug genommen, der für das betreffende Gitter eingestellt wurde. Dieser wird darin mit y^+_{max} bezeichnet. Für die Untersuchungen innerhalb der Gittereinflussstudie wird wie bei der ebenen Platte auf das jeweilige Referenzgitter normiert dargestellt, wobei hier neben den lokalen auch die globalen Größen betrachtet werden. Ein Ausschnitt der Gitterqualität, welche entlang der gesamten Profiloberfläche eingehalten wurde, ist exemplarisch in Abb. 5.11 gegeben.

5.2.1 Trendtest

TAU: Innerhalb der Ergebnisse mit dem Löser TAU sind, wie bereits bei der ebenen Plattenströmung, die Reibungsbeiwerte auf der Saugseite des Onera-A-Profils bei den Eingleichungsmodellen und dem SST-Modell am niedrigsten (Abb. A.20a). Dieses führt bei letzterem zu einer Ablösung bereits bei $x/c = 0.787$, welche damit deutlich früher als im Experiment auftritt. Entgegen der Plattengrenzschicht liegt der saugseitige c_f-Verlauf von SAE nicht unterhalb der Originalformulierung, und auch das SST-Modell liefert unter dem Einfluss des positiven Druckgradienten einen vergleichsweise geringen c_f-Wert. Der Trend zwischen den Turbulenzmodellen, wie er bei der ebenen Platte erkennbar war, zeigt sich derart bei der Profilumströmung nur auf der Druckseite.

Die höchsten c_f-Werte sagt das Modell von Wallin und Johansson voraus und zeigt damit eine Ablöseposition bei $x/c = 0.930$. Auch die Relation zwischen diesem und dem WCX entspricht dabei nicht dem bei der Plattengrenzschicht, welches hier dicht unter diesem verläuft. Die saugseitigen Reibungsbeiwerte haben im Bereich kurz vor der Ablösung insgesamt zwischen den Turbulenzmodellen, ausgehend vom WJKW, etwa eine Variation von bis zu 39.3%.

Das Verhalten in den Reibungsbeiwerten lässt sich in den Geschwindigkeitsprofilen wiederfinden (Abb. A.21). Im Vergleich zu den anderen Modellen zeigen WJKW und WCX wesentlich bauchigere, turbulenter ausgebildete Profile, was sich mit den erhöhten c_f-Werten deckt und zu einer größeren Grenzschichtdicke führt. Entsprechend flacher zeigen sich die Eingleichungsmodelle und das SST im Verlauf von u, wobei am Geschwindigkeitsprofil des SAE die gegenüber SAO ausgeprägtere Wandreibung ersichtlich ist.

Modell	Ablöseposition (x/c)	c_D	c_L
HELL	0.869	$3.323 \cdot 10^{-2}$	1.459
SAE	0.815	$3.091 \cdot 10^{-2}$	1.553
SAO	0.792	$3.225 \cdot 10^{-2}$	1.537
SST	0.787	$3.443 \cdot 10^{-2}$	1.425
WCX	0.904	$3.226 \cdot 10^{-2}$	1.521
WJKW	0.930	$3.136 \cdot 10^{-2}$	1.525

Tabelle 5.6: Position der Ablösung, Widerstands- und Auftriebsbeiwert am Onera-A-Profil beim Strömungslöser TAU in Abhängigkeit vom gewählten Turbulenzmodell

STAR-CCM+: In STAR-CCM+ liefert das WCX98, wie bereits bei der Plattengrenzschicht, auch beim Onera-A einen sehr geringen Reibungskoeffizienten (Abb. A.20c). Das SST verläuft auf einem höheren Niveau mit gleichem Trend nahezu parallel zum WCX. Dementgegen hebt sich das Eingleichungsmodell im Verhalten bei c_f von den beiden anderen ab, welches entlang der Profiltiefe zunächst eine größere Steigung besitzt und dadurch eine Abweichung von bis zu 18.0% gegenüber dem Wilcox-Modell zu erreichen, um kurz vor der Ablösung der Grenzschicht

[3] Wilcox-k-ω Modell in der Formulierung von 1998

wieder stärker abzufallen und vor den beiden anderen Modellen bereits bei $x/c = 0.782$ abzulösen. Am weitesten stromab geschieht dieses beim SST-Modell bei etwa $x/c = 0.792$, womit die Grenzschichtablösung bei allen drei Modellen vergleichsweise früh einsetzt (Tab. 5.7).

In den u-Profilen in Abb. A.22 weist das SAO von allen drei untersuchten Turbulenzmodellen im Grenzschichtbereich die größten Geschwindigkeiten auf und zeigt auch die stärksten Gradienten an der Wand, wohingegen das Wilcox-Modell hier die schwächsten zeigt. Dieses Verhalten entspricht den Verläufen der Reibungsbeiwerte. Der von der Wandreibung beeinflusste Bereich ist bei den Zweigleichungsmodellen sichtbar größer und die Geschwindigkeit des Fernfeldes wird deutlich später erreicht.

Modell	Ablöseposition (x/c)	c_D	c_L
SAO	0.782	$2.874 \cdot 10^{-2}$	1.519
SST	0.792	$3.100 \cdot 10^{-2}$	1.419
WCX	0.787	$3.072 \cdot 10^{-2}$	1.426

Tabelle 5.7: Position der Ablösung, Widerstands- und Auftriebsbeiwert am Onera-A-Profil beim Strömungslöser STAR-CCM+ in Abhängigkeit vom gewählten Turbulenzmodell

ELAN: Auch mit dem Löser ELAN variieren die Ergebnisse stark zwischen den verschiedenen Turbulenzmodellen. Deckungsgleich mit den Berechnungen der Plattengrenzschicht liefert auch hier das WCX-Modell die größte Reibung, wohingegen SAO, SAE und SST deutlich darunter liegen (Abb. A.20e). Wie bereits in den dargestellten Verläufen von TAU, verursacht auch in ELAN die Edwards-Modifikation des SA-Modells bei diesem Testfall nicht das um 2% verminderte c_f entlang der Saugseite, welches jedoch etwas stärker ausgeprägt (etwa 4.6% bei halber Profiltiefe) auf der Druckseite zu beobachten ist. Die Ablösung der Grenzschichtströmung wird vom SAO als erstes erreicht und findet bei $x/c = 0.773$ statt, wohingegen das Wilcox-Modell am dichtetesten an der Hinterkante bei $x/c = 0.920$ ablöst.

Die Geschwindigkeitsprofile der beiden Eingleichungsmodellen sind im inneren Bereich der Grenzschicht nahezu deckungsgleich, wobei insbesondere mit fortlaufender Grenzschicht das SAE auch hier in Wandnähe etwas bauchiger ausgebildet ist und damit wie bereits in TAU die höhere Wandreibung erreicht (Abb. A.23). Ebenso entsprechen beim Modell von Wilcox das sehr turbulent ausgebildete Profil den Vorhersagen der hohen Werte in c_f. Hingegen zeigt sich für das SST-Modell der größte von der Grenzschicht beeinflusste Bereich und damit die ausgeprägteste Grenzschichtdicke.

5.2.2 Vergleichstest

WCX: Der Vergleich der Ergebnisse des Wilcox-k-ω-Modell mit Hilfe der drei Strömungslöser zeigt ein Verhalten, welches dem an der ebenen Plattenströmung entspricht (Abb. A.24a). In den Reibungsbeiwerten liegen die Rechnungen von TAU und ELAN, welche beide mit der ’88-er Version des Modells arbeiten, kongruent übereinander. Dementgegen weist STAR-CCM+

Modell	Ablöseposition (x/c)	c_D	c_L
SAE	0.786	$2.655 \cdot 10^{-2}$	1.502
SAO	0.773	$2.740 \cdot 10^{-2}$	1.493
SST	0.804	$2.883 \cdot 10^{-2}$	1.421
WCX	0.920	$2.757 \cdot 10^{-2}$	1.556

Tabelle 5.8: Position der Ablösung, Widerstands- und Auftriebsbeiwert am Onera-A-Profil beim Strömungslöser ELAN in Abhängigkeit vom gewählten Turbulenzmodell

mit der ’98-Formulierung erneut eine auf der Saugseite um etwa 18% verminderte Wandreibung auf und folgt nur auf der Druckseite dem c_f der beiden anderen Löser. Hierdurch löst die Strömung bei STAR-CCM+ um 13.2% c deutlich früher ab, als bei Ergebnissen von TAU und ELAN. Auch in den Geschwindigkeitsprofilen zeigen diese beiden letztgenannten Löser eine gute Übereinstimmung, wenn auch mit steigender Lauflänge der Grenzschicht, leichte Abweichungen in u zunehmen. Der andersartige Charakter des ’98 modifizierten Modells, der schon am Testfall der ebenen Platte dargestellt wurde, findet sich auch in den u-Profilen am Onera-A in Abb. A.25 wieder. Auch hier zeigt sich ein deutlich schwächer turbulent ausgebildeter Verlauf in u gegenüber des Standardmodells, welches mit den niedrig vorhergesagten c_f-Werten einhergeht.

SST: Bei den Rechnungen mit dem Menter-SST-Modell liefern alle drei Löser eine sehr gute Übereinstimmung in den Reibungsbeiwerten in Abb. A.24c. Lediglich zu Beginn der saugseitigen Grenzschichtentwicklung kommt es zu einer Abweichung zwischen den Verläufen, die unter 5% bleibt. Entsprechend ähnlich zeigen sich auch die Ablösepositionen, welche mit 1.7% c zwischen den Rechnungen von ELAN und TAU vernachlässigbar auseinanderliegen. Auch in den Geschwindigkeitsprofilen ist eine ausgeprägte Ähnlichkeit zu erkennen, welche aber mit fortschreitender Lauflänge der Grenzschicht leicht abnimmt (Abb. A.26). Das Profil von STAR-CCM+ zeigt im wandnahen Bereich höhere Geschwindigkeiten als das der anderen beiden Löser und erreicht damit neben der größeren Grenzschichtdicke die leicht höheren Reibungskoeffizienten. Die Differenzen in den Geschwindigkeiten zwischen ELAN und STAR-CCM+ belaufen sich kurz vor der Ablösung im Außenbereich der Grenzschicht auf unter 5.4% und nehmen in Richtung Außenströmung wieder deutlich ab.

SAO: Auch die mit dem Modell von Spalart-Allmaras berechneten c_f-Verläufe (Abb. A.24e) weisen zwischen den drei Programmen nur geringe Unterschiede auf, die ebenfalls auf der Oberseite im ersten Drittel der Profiltiefe am ausgeprägtesten sind. Diese bleiben hier aber mit 4.4% Abweichungen zueinander vergleichsweise gering. Die Position der Strömungsablösung variiert bei SAO mit 1.9% c nur unwesentlich stärker, wobei diese bei ELAN am vordersten erfolgt und bei TAU am weitesten hinten einsetzt. In den Geschwindigkeiten in Abb. A.27 zeigen die Löser STAR-CCM+ und ELAN die beste Übereinstimmung, welche mit fortschreitender Grenzschichtentwicklung zunimmt. Die Profile aller drei Löser verlaufen im Grenzschichtbereich nahezu parallel, wobei TAU hier die höchsten Werte für u aufweist. Der

Zusammenhang zur Variation in den Reibungskoeffizienten ist beim SAO-Modell demnach ausschließlich im wandnächsten Bereich des linearen Wandgesetzes zu erkennen und nicht anhand des Profilverlaufs von u.

5.2.3 Gittervariation

Auch am Testfall Onera-A soll nun wiederum der Einfluss der Grenzschichtauflösung auf die wiedergegebene Strömungsphysik dargestellt werden, wobei sich hier die lokalen und integralen Beiwerte, die Grenzschichtaufweitung sowie die Position der Ablösung gegenseitig beeinflussen. Bei der Gittervariation wurde aufgrund der Identifikation des Wandabstandsalgorithmus als Fehlerursache auf eine weitere Untersuchung der Gitterschiefe verzichtet und ausschließlich auf nahezu wandorthogonalen Gittern gerechnet. Die Variationen wie auch die daraus resultierende Punktanzahl ist in Tabelle T.5 zusammengefasst.

Variation der Gitteraufweitung

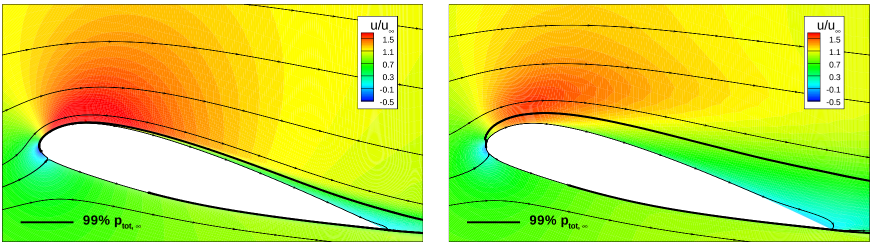
TAU: Die wachsende Komplexität gegenüber der ebenen Plattenströmung wird bei diesem Testfall anhand der gegenseitigen Interaktion der Einflüsse aus der Wiedergabe des Grenzschichtprofils, der Ablöseposition und der sich daraus ergebenen Beiwerten deutlich. Mit steigender Aufweitung wächst die Grenzschichtdicke, wie bereits bei den vorangegangenen Untersuchungen, durch die unzureichende Grenzschichtauflösung und dem damit verbundenen Zuwachs numerischer Diffusion. Diese geht in Abhängigkeit vom Turbulenzmodell bei zunehmender Aufweitung tendenziell mit einer stromaufwärts verschobenen Ablösung einher. Aufgrund der Grenzschichtaufdickung wie auch durch das vergrößerte Rückstromgebiet findet eine Entwölbung des Profils statt, welche eine Verminderung der Zirkulationsströmung um das Profil und eine Verlagerung des Staupunktes in Richtung Vorderkante zur Folge hat. Die hierdurch geringeren saugseitigen und höheren druckseitigen Geschwindigkeitsgradienten an der Wand sind deutlich im Verhalten des Reibungsbeiwertes c_f wiederzufinden, wobei das gegenläufige Verhalten in den Druckbeiwerten zu beobachten ist und einen Verlust in der Saugspitze der Druckverteilung zur Folge hat. Hierin ist die Positionsveränderung der Ablösung deutlich erkennbar. Dieses macht sich durch starke Variationen bei der Vorhersage der integralen Kraftbeiwerten bemerkbar, welches gegenüber der Berechnungen des Referenzgitters zu deutlich vermindertem Auftrieb sowie einem teilweise Vielfachen der Widerstandsbeiwerte führt.

Der Einfluss der Gitteraufweitung zeigt hier in den Reibungskoeffizienten entgegen der einfachen Grenzschichtentwicklung an der ebenen Platte eine deutliche Abhängigkeit von der Lauflänge, weshalb auf eine normierte Darstellung von c_f verzichtet wird.

Dieses ist besonders bei den Eingleichungsmodellen ausgeprägt, bei welchen die Abweichungen von c_f gegenüber dem Referenzfall bis $r = 1.5$ zunächst allmählich zunehmen (Abb. A.29a). Bei der größten Aufweitung von $r = 1.9$ setzt dann bei beiden Modellen eine massive Ablösung ein, die ein ausgeprägtes Rezirkulationsgebiet zur Folge hat, das sich ausgehend von 7.6% c (SAE) bzw. 12.0% c (SAO) bis zur Hinterkante erstreckt. Dieses stellt bei den Untersuchungen mit TAU den Extremfall der möglichen Auswirkungen dar, der dementsprechend zu einer

Vorhersage des 6-fachen des Widerstandsbeiwertes und eines um über 60% verminderten Auftriebskoeffizienten führt.

Die geringsten Änderungen in den Reibungs- und Druckbeiwerten zeigt das Wilcox-Modell bei gemäßigten Aufweitungen (Abb. A.28a und A.28b), welche bis $r = 1.5$ nur zu $+5.3\%$ Abweichungen in c_D und -2.9% in c_L verursachen. Bei der höchsten Gitteraufweitung weist das Modell hier ebenfalls eine vergleichsweise sprunghafte Variation in den lokalen und integralen Beiwerten auf (Abb. A.38a und A.39a), welche mit einer Reduzierung, sowohl in der Intensität wie auch der Ausdehnung, des saugseitigen Bereichs der Übergeschwindigkeiten einhergeht. Dieser ist darüber hinaus durch die stark aufgedickte Grenzschicht weiter von der Profiloberfläche entfernt als beim Referenzgitter, wie in Abb. 5.12 dargestellt ist. Hierin sind die Ergebnisse des Referenzgitters und des Gitters mit einer Aufweitung von $r = 1.9$ zu sehen. Die Detektion des Grenzschichtbereiches erfolgte mit Hilfe des Totaldrucks, wobei verschiedene Methoden zur Bestimmung des Grenzschicht näher in Kapitel 6 behandelt werden. Trotz dieser Aufdickung bleibt die Abhängigkeit zwischen der Aufweitung und der Positionsverschiebung des Ablösepunkts nahezu proportional, wie in den annähernd linearen Verläufen in Abbildung A.40a zu erkennen ist.



(a) Gitteraufweitung $r = 1.1$

(b) Gitteraufweitung $r = 1.9$

Abbildung 5.12: Onera-A Profil – Geschwindigkeitsfeld u/u_∞ mit eingezeichnetem Grenzschichtbereich anhand 99% des Totaldrucks am Inlet bei Variation der Gitteraufweitung (mit TAU/WCX).

Bei den geringeren Aufweitungsvariationen zeigt das WJKW gegenüber dem Wilcox-Modell einen etwas stärkeren Einfluss in c_f und c_p (Abb. A.28e und A.28f), wobei sich dieser Trend auch für den größten Wert von r fortsetzt und kein signifikant anderes Verhalten aufweist. Daher reagiert das WJKW von den Modellen in TAU insgesamt am unempfindlichsten auf die Aufweitung. Zwar ist die Verschiebung des Ablösepunktes mit $-25.5\%\, c$ bei $r = 1.9$ sehr hoch, jedoch weist es mit Abweichungen von $+37.8\%$ in c_D und -7.4% in c_L gegenüber dem Referenzfall von allen Modellen die kleinsten Fehler auf.

Von den fünf Modellen nimmt auch hier das Menter-SST-Modelle eine Sonderstellung in seinem Verhalten ein. Von den Aufweitungsvariationen konnte keine Konvergenz für $r = 1.3$ erreicht werden, welches auf dem nächst gröberen Gitter wiederum keine Probleme verursachte. Die starke Grenzschichtaufdickung des SST, welches bereits bei der ebenen Plattenströmung erkennbar war, setzt auch hier bereits bei $r = 1.5$ ein und führt zu deutlichen Einflüssen auf das Strömungsfeld. Der Bereich der saugseitigen Übergeschwindigkeiten zeigt schon bei den kleineren Gitteraufweitungen eine erhebliche Verminderung in der Intensität, was im Anstieg der druckseitigen Reibungsbeiwerte und in der Reduzierung der Saugspitze innerhalb der Druckkoeffizienten wiederzufinden ist (Abb. A.28c und A.28d). Der Verlauf von c_f auf der Oberseite hingegen ändert sich vergleichsweise gering, zeigt für $r = 1.5$ jedoch eine leichte Verzögerung der Ablöseposition zur Hinterkante, welche von keinem anderen Modell derart wiedergegeben wird. Durch das falsch berechnete Geschwindigkeitsfeld ergeben sich hier bereits Fehler im Widerstandsbeiwert von $+170.6\%$ und im Auftriebsbeiwert von -18.3%, welche mit wachsender Aufweitung weiter ansteigen (Abb. A.38a und A.39a).

STAR-CCM+: In den Ergebnissen des Strömungslösers STAR-CCM+ zeigt die wandnormale Grenzschichtaufweitung im Vergleich zu TAU relativ geringe Einflüsse. Bei Anwendung des SAO-Modells ist auch bei dem größten untersuchten Aufweitungsfaktor lediglich eine Verschiebung der Ablöseposition von $-9.6\%\,c$ gegenüber dem Referenzgitter in Richtung Vorderkante zu beobachten (Abb. A.40c). Die Auswirkungen in den Reibungsbeiwerten sind nur im Verlauf der Oberseite zu beobachten, welche zu einer schwachen Absenkung der Werte führen (Abb. A.30e). In den Druckbeiwerten (Abb. A.30f) macht sich dieses insbesondere in der schrittweisen Verminderung des saugseitigen Druckminimums bemerkbar. Der Widerstandsbeiwert ändert sich über den Wertebereich von r ebenfalls stetig und führt zu einem Anstieg, der $+24.2\%$ der Referenzlösung erreicht, wohingegen der Auftriebsbeiwert auf dem gröbsten Gitter um -5.0% zu niedrig vorhergesagt wird (Abb. A.38c/A.39c). Dieses relativ robuste Verhalten des Modells entspricht damit den Ergebnissen, die sich bereits am Testfall der ebenen Plattenströmung gezeigt haben.

Wie beim SAO-Modell führt die Variation der Gitteraufweitung auch beim Menter-SST zur Vorhersage einer Ablöseposition, welche gegenüber dem Referenzfall stromaufwärts versetzt ist (Abb. A.40c). Diese Verschiebung entspricht für kleinere r der des Eingleichungsmodells, fällt aber auf dem gröbsten Gitter mit $-3.8\%\,c$ deutlich schwächer aus. Die Reibungsbeiwerte ändern sich ebenfalls nur wenig und sinken ausschließlich auf der Saugseite mit steigender Aufweitung stetig (Abb. A.30e). Auffällig bei diesem Modell ist, dass der Einfluss auf den c_p-Verlauf bis $r = 1.5$ zunächst zu einer kaum sichtbaren Reduzierung der Saugspitze auf der Oberseite führt, um bei maximalen r in deren Erhöhung zu resultieren (Abb. A.30f). Hieraus ergibt sich das Verhalten des Auftriebsbeiwerts, welcher fast keine Veränderung zeigt und nur bei $r = 1.9$ zu einem Anstieg um $+2.5\%$ führt (Abb. A.39c). Dem entgegen erhöht sich der Widerstandsbeiwert mit steigender Aufweitung und erreicht dabei bis zu $+12.3\%$ gegenüber dem Referenzgitter (Abb. A.38c).

Auch die modifizierte Formulierung des Wilcox-Modells zeigt bei der Variation der Gitteraufweitung ein sehr auffälliges Verhalten. Betrachtet man die Verläufe von c_f (Abb. A.30a), so ist mit steigendem r auf der Profilunterseite eine schrittweise Abnahme der Reibung zu erkennen. Auf der Saugseite hingegen unterscheiden sich diese entlang der Profiltiefe in Steigung und Niveau derart, dass kein direkter Zusammenhang mit der Aufweitung zu erkennen ist. Die Referenzlösung weist hierbei einen deutlich niedrigeren Reibungsbeiwert auf, als die Ergebnisse auf den gröberen Gittern. Ebenso verhält es sich mit den Druckbeiwerten auf der Profiloberseite (Abb. A.30b), bei denen die Rechnungen mit stärkerer Aufweitung eine mit Abstand ausgeprägtere Saugspitze aufweisen, welche mit steigendem r noch weiter zunimmt.

Entsprechend ergeben sich hieraus abhängig von der wandnormalen Gitteraufweitung verzögerte Ablösepositionen, einen teilweise um -4.1% verringerten Widerstandsbeiwert, sowie einen Auftriebsbeiwert, welcher um bis zu $+7.0\%$ zu hoch vorhergesagten wird.

ELAN: Auch bei ELAN zeigt sich in den Verläufen des Reibungsbeiwertes von den Eingleichungsmodellen, dass mit stärkerer Aufweitung des Gitters deren Niveau an der Profiloberseite stetig abnimmt, während die Unterseite nahezu unbeeinflusst bleibt (Abb. A.32a). Die Druckkoeffizienten (Abb. A.32b) verhalten sich dementsprechend mit einer Verminderung des saugseitigen Unterdrucks, welches sich in den integralen Beiwerten durch höheren Widerstand und geringeren Auftrieb bemerkbar macht. Die Abhängigkeit dieser beiden Größen von der Aufweitung zeigt sich in den Abbildungen A.38e und A.38e nahezu linear und erreicht dabei Abweichungen von bis $+40.3\%$ in c_D und -16.2% in c_L beim SAE-Modell. Gleiches gilt für die Position der Ablösung, welche sich um -24.6% bei beiden Modellen gegenüber des feinsten Gitters verschiebt (Abb. A.40e).

Die Modelle von Wilcox und Menter folgen in ihrem Trendverhalten innerhalb von c_f und c_p dem der Eingleichungsmodelle (Abb. A.31), wobei mit WCX die beiden feinsten Gitter fast identische Druckbeiwerte liefern. Auch auffällig ist beim SST, dass bei diesem das gröbste Netz gegenüber dem mit der Aufweitung von nur $r = 1.5$ eine stärker ausgebildetere Saugspitze aufweist. Letzteres findet sich im Verlauf des normierten Widerstandsbeiwertes wieder, welcher für $r = 1.9$ wieder nahezu den Wert des Referenzgitters erreicht (Abb. A.38e). Ebenso erwähnenswert ist beim Wilcox-Modell die Verminderung von c_D mit steigender Aufweitung, welche bis zu -13.9% erreicht. Die zu geringe Wiedergabe des Auftriebskoeffizient und die verfrühte Vorhersage des Ablösepunktes entspricht hier wieder dem der beiden Eingleichungsmodelle, wenn diese auch weniger stark ausgeprägt sind und nicht wie beim SAO und SAE linear verlaufen.

Variation von y^+

TAU: In den Ergebnissen des Strömungslösers TAU lässt sich das Verhalten, wie es sich bereits in der einfachen Grenzschichtentwicklung gezeigt hat, tendenziell wiederfinden. Auch beim Onera-A führt eine Erhöhung von y^+ bei den Eingleichungsmodellen SAO und SAE zu einem Anstieg in den berechneten Reibungsbeiwerten, welcher aufgrund der geringen y^+-Variationen hier deutlich schwächer ausfällt und dabei insbesondere auf der gesamten Druckseite sowie bis etwa 35% c des saugseitigen Verlaufs zu beobachten ist (Abb. A.34c/A.34e). Auf der Oberseite ist dieses zunächst etwas stärker ausgeprägt, bewirkt aber eine Änderung in der Steigung von c_f, wodurch die gröberen Gitter eine stromaufwärts verschobene Ablösung aufweisen. Die Saugspitze in den Druckbeiwerten wird hierdurch stetig reduziert, wodurch ein geringerer Auftriebs- und ein erhöhter Widerstandsbeiwert vorhergesagt wird (Abb. A.38a/A.39a). Das Verhalten der Zweigleichungsmodelle und EARSM ist demgegenüber genau entgegen gesetzt und führt mit größerem y^+ zu einer verzögerten Ablösung mit höherem c_L und vermindertem c_D. Einzig abweichend sind die Differenzen in c_f beim SST-Modell, welche bei der Plattenströmung den Verläufen des WCX etwas näher lagen. Durch die vergleichsweise schwachen Variationen von y^+ belaufen sich diese in Bezug auf die Referenzlösung jedoch auf nur wenige

Prozent ($< 2.5\%$) und lassen erst bei größeren Wandabständen einen Einfluss erwarten, welcher in der industriellen Anwendung Beachtung findet.

STAR-CCM+: Auch das Verhalten des Lösers STAR-CCM+ entspricht hier den Tendenzen, wie sie sich bereits bei der ebenen Platte gezeigt haben. Die Abweichungen des Modells von Spalart-Allmaras zum feinsten Gitter sind von den drei Modellen am geringsten, wodurch in den Reibungs- und Druckbeiwerten nahezu keine Veränderungen zu erkennen sind (Abb. A.35). Entsprechend verhält es sich mit den integralen Kraftbeiwerten und der Position der Ablösung in den Abbildungen A.38c, A.39c und A.40c. Die Modelle WCX98 und SST hingegen zeigen den Gittereinfluss, der auch schon bei TAU zu beobachten war, und erreichen durch die geringeren Reibungsbeiwerte und die zu hohe Saugspitze gegenüber dem Referenzgitter einen um -11.1% zu niedrigen Widerstandsbeiwert (SST) und einen um $+3.8\%$ erhöhten Auftrieb (WCX). Hierbei verschiebt sich die Ablöseposition um etwa $+4.3\%\, c$ in Richtung Hinterkante bei den beiden Modellen.

ELAN: Auch ELAN folgt den Trends, der in den anderen beiden Lösern zu beobachten ist. Die Abhängigkeiten von der y^+-Variation ist bei den beiden Eingleichungsmodellen, welche auch hier einen sehr ähnlichen Verlauf aufweisen, in den Widerstandsbeiwerte gegenüber TAU etwas ausgeprägter (Abb. A.38e). Er beläuft sich beim gröbsten Gitter auf bis zu $+3.0\%$, wohingegen c_L (Abb. A.39e) und die Ablöseposition (Abb. A.40e) nahezu unbeeinflusst bleiben. Das Modell von Menter zeigt den entgegengesetzten Trend mit einer Verminderung von c_D um maximal -8.4% und leichtem Anstieg im Auftriebskoeffizient. Auffällig ist das Verhalten des Wilcox-Modells, welches bei der Variation von y^+ zunächst in der Wiedergabe der Saugspitze (Abb. A.33b), in c_D sowie in der Position der Ablösung einen Sprung aufweist. In den weiteren Änderungen folgt es hingegen mit steigendem Wandabstand etwa dem Verlauf des SST-Modells, wenn auch auf einem anderen Niveau. Da die Variationen der wandnormalen Gitteraufweitung bei gleicher Positionierung des wandnächsten Punktes einen stetigen Verlauf aufweisen, lässt dies für die Berechnung auf dem Referenzgitter ein zu niedrig gewähltes y^+ und damit das Erreichen einer internen Limitierung bei der Anwendung des WCX vermuten. Die Limitierung, welche dieses Verhalten verursacht hat, ist in diesem Falle die Schwarz'sche Ungleichung, welche für die spezifische Dissipationsrate ω aktiv wird. Diese sagt aus, dass der Betrag vom skalaren Produkt zweier Vektoren $\underline{a}$ und $\underline{b}$ nicht größer sein kann als das Produkt ihrer Beträge ($|\underline{ab}| \leq |\underline{a}|\ |\underline{b}|$). Deren Aufgaben und Anwendung in der CFD wird beispielsweise in [120] genauer dargestellt.

5.3 Verdichtungsstoß am RAE2822-Profil

Zur Untersuchung der Wechselwirkungen, die bei auftretenden Verdichtungsstößen und der Grenzschicht in Überschallströmungen zu beobachten sind, haben sich die Testfälle mit dem Profil RAE2822 etabliert. Dieses fand unter anderen in [23, 42, 73, 74] Anwendung. Für dieses Profil, welches schematisch in Abbildung 5.13 dargestellt ist, existieren experimentelle Messungsergebnisse für unterschiedliche Strömungskonfigurationen [15], von welchen hier der Case 9 verwendet wurde. Dieser Testfall kennzeichnet sich durch $Re = 6.5 \cdot 10^6$, $Ma = 0.73$, $\alpha = 2.8°$

aus. Experimentelle Daten unterliegen jedoch in der Regel Windkanaleinflüssen und schwer bestimmbaren Verdrängungs- und Rückkopplungseffekten der Messtechnik. Dieses macht eine Korrektur der Kenngrößen notwendig, welche für den CASE 9 ebenfalls in [42] dokumentiert ist[4]. Da diese in der vorliegenden Arbeit nicht zu Validierungszwecken genutzt werden, sondern die Messdaten lediglich dazu dienen, die qualitativ korrekte Wiedergabe der Strömungsphysik aufzuzeigen, nimmt dieses einen geringeren Stellenwert ein.

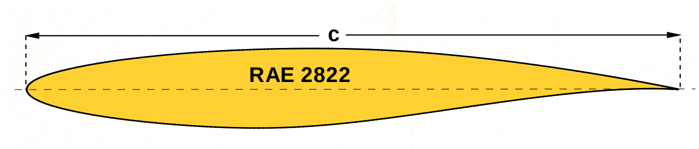


Abbildung 5.13: Schematische Darstellung des RAE2822 Profils

Als überkritisches Profil besitzt das RAE2822 eine abgeflachte Saugseite mit einer stärker gekrümmten Hinterkante und eine Druckseite, die im Vergleich zu herkömmlichen Profilen eine deutlich ausgeprägtere Wölbung aufweist und zur Hinterkante konkav ausläuft. Durch diese Formgebung wird die Position des Verdichtungsstoßes zu einer größeren Profiltiefe und über das Maximum der Mach-Zahl hinaus verzögert, was sich im saugseitigen Druckverlauf durch eine Plateauzone vor dem Stoß erkennen lässt. Hierdurch wird erreicht, dass der Verdichtungsstoß hinter dem Überschallgebiet deutlich schwächer ausfällt als bei konventionellen Tragflügeln und das Risiko einer stoßinduzierten Grenzschichtablösung und der damit einhergehenden deutlichen Steigerung des Widerstandes erheblich vermindert wird.

Der Case 9 des RAE2822 zeigt auf der Saugseite des Tragflügels eine Transition bei ca. 0.03% c Profiltiefe. Hinter dem Überschallgebiet, welches bei etwa $x/c = 0.55$ mit einem Stoß abschließt, bildet sich eine kleine Ablöseblase, nach der die Strömung unmittelbar wieder anlegt. Hierdurch kommt es zu einem verstärkten Aufweiten der Grenzschicht, wobei die Strömung nicht erneut ablöst. In Hinblick auf die Verifizierungsarbeiten und das Benchmarking zwischen den verschiedenen Strömungslösern wurde auch bei diesem Testfall keine Transitionsbehandlung vorgenommen. Das verwendete Gitter, dessen Gitterpunktanzahl in Tabelle T.8 zusammengefasst ist, kam bereits in [23, 129] zum Einsatz und besitzt eine breite, zusätzliche Verfeinerung im Bereich um den Verdichtungsstoß herum. Für die Untersuchungen der Grenzschichtauflösung wurde auch hier eine Variation des wandnächsten Punktes sowie der Gitteraufweitung vorgenommen. Dabei wurde der angestrebte Wert für y^+ im Bereich des Überschallgebietes und auf der Druckseite weitestgehend eingehalten, wenn auch hinter dem Stoß und mit zunehmender Lauflänge auf der Unterseite lokal geringere Wandabstände erreicht werden (Abb. A.50). Die Position des Verdichtungsstoßes wird für alle Ergebnisse aus den Verläufen des Reibungsbeiwertes ermittelt. Aufgrund der unterschiedlichen Ausprägungen des Stoßes wird hierfür die Lauflänge festgelegt wird, bei welcher c_f exakt die halbe Höhe zwischen der Plateauzone und dem Minimum hinter dem Überschallbereich erreicht.

[4] Die korrigierten Kenngrößen ergeben sich nach [42] zu $Re = 6.5 \cdot 10^6$, $Ma = 0.734$, $\alpha = 2.54°$.

Die Untersuchungen wurden wiederum mit den Strömungslösern TAU, STAR-CCM+ und ELAN vorgenommen, deren gewählte Einstellungen in den Tabellen T.6 und T.7, sowie die angewandten Turbulenzmodelle in Tabelle 5.9 zusammengefasst sind.

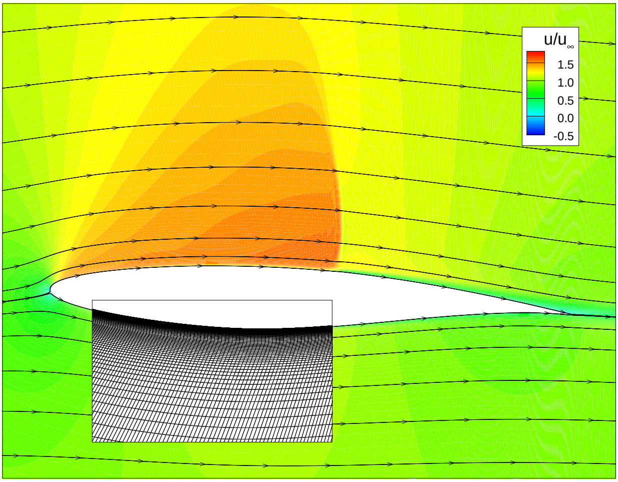


Abbildung 5.14: RAE2822-Profil mit normiertem Geschwindigkeitsfeld u/u_∞ und Verlauf der Stromlinien (mit TAU/SAO). Zusätzlich ist ein repräsentativer Ausschnitt des Gitters dargestellt.

Löser	TAU	ELAN	STAR-CCM+
SAO	x	x	x
SAE	x	x	–
WCX	x	x	x[5]
SST	x	x	x
LEA	x	–	–
RQEVM	x	–	–
HELL	x	–	–
WJKW	x	–	–

Tabelle 5.9: Auswahl der Turbulenzmodelle in den Strömungslösern beim RAE2822-Profil

[5] Wilcox-k-ω Modell in der Formulierung von 1998

5.3.1 Trendtest

TAU: Von allen in TAU angewandten Turbulenzmodellen werden die Verläufe der Reibungsbeiwerte wie auch der Druckbeiwerte qualitativ wiedergegeben, wenn auch keines der Modelle eine stoßinduzierte Ablöseblase vorhersagt. Die Ausprägungen der Reibungsbeiwerte (Abb. A.41a) und der Grenzschichtdicke (Abb. A.42) zwischen den Modellen untereinander entsprechen dabei dem bei der ebenen Plattenströmung, welches durch die unterschiedlichen Intensitäten und Positionen des Verdichtungsstoßes den Bereich nach dem Stoß nicht mit einschließt. In der c_p-Verteilung (Abb. A.41b) zeigt sich, dass die Modelle mit steigendem δ durch die höhere Verdrängungsdicke ein in Intensität und Ausdehnung ausgebildeteres Unterdruckgebiet vor dem Stoß aufweisen. Entsprechend setzt der Verdichtungsstoß hierdurch bei größerer Lauflänge des Profils ein. Von den in TAU angewandten Turbulenzmodellen ist beim SST an der Position $x/c = 0.522$ der vorderste Verdichtungsstoß zu beobachten, wohingegen der des Wilcox-Modells am dichtesten an der Hinterkante und damit dem SST gegenüber um 2.5% c verschoben eintritt. Hierdurch liegt das WCX bei der Vorhersage der Stoßposition am dichtesten an der des Experiments. Die Differenzen in den integralen Beiwerten belaufen sich ausgehend vom WCX auf -12.0% in c_D und -6.0% in c_L (Tab. 5.10) und stellen auch hierin die maximalen Abweichungen unter den Modellen dar. Wie in den Ergebnissen ersichtlich wird, liegt bei diesem Testfall die Hauptunsicherheit des Turbulenzmodells in der korrekten Vorhersage der Grenzschichtdicke, welche durch ihren Einfluss auf die Druckverteilung eine große Bedeutung zur Bestimmung der Stoßposition und Kraftbeiwerte besitzt. Dementgegen zeigen die c_f-Verläufe, dass die Abhängigkeiten des Verdichtungsstoßes von den wandnächsten Geschwindigkeitsgradienten im Vergleich zu c_p kaum erkennbar sind, welcher dabei fast drei Zehnerpotenzen unter diesem liegt. Bei der Berechnung der integralen Beiwerte ist für den Auftrieb maßgeblich der Druckkoeffizient verantwortlich, wohingegen bei allen Modellen der Reibungsanteil etwa ein Drittel des Widerstandsbeiwerts ausmacht.

Modell	Stoßlage (x/c)	c_D	c_L
HELL	0.526	$1.6866 \cdot 10^{-2}$	0.7644
LEA	0.536	$1.8087 \cdot 10^{-2}$	0.7860
RQEVM	0.527	$1.7547 \cdot 10^{-2}$	0.7699
SAE	0.540	$1.6965 \cdot 10^{-2}$	0.7835
SAO	0.539	$1.7255 \cdot 10^{-2}$	0.7820
SST	0.522	$1.6298 \cdot 10^{-2}$	0.7523
WCX	0.547	$1.8530 \cdot 10^{-2}$	0.8001
WJKW	0.537	$1.7988 \cdot 10^{-2}$	0.7895

Tabelle 5.10: Stoßlage, Widerstands- und Auftriebsbeiwert am RAE2822-Profil beim Strömungslöser TAU in Abhängigkeit vom gewählten Turbulenzmodell

STAR-CCM+: Auch von STAR-CCM+ werden bei allen Modellen die Reibungs- und Druckbeiwerte qualitativ richtig wiedergegeben, wobei hier nur das Modell von Spalart-Almaras eine

Ablöseblase wiedergibt und dabei die experimentell ermittelte Position des Verdichtungsstoßes am nähesten kommt (Abb. A.41c/A.41d). Wie bereits bei der ebenen Plattenströmung, zeigen auch hier die Modelle in den c_f-Verläufen sehr unterschiedliche Steigungen, wodurch die Tendenzen, die sich auf der Druckseite zeigen, nur zu Beginn der Saugseite wiedergegeben werden und hierin keine festen Abweichungen zwischen den Modellen zu erkennen sind. Wie ebenfalls bei der Plattenströmung zeigt auch hier das SST-Modell eine anfänglich schmalere Grenzschicht (Abb. A.43), die mit der Lauflänge deutlich schneller als die der anderen anwächst, hier aber bis zum Stoß ähnlich der des WCX bleibt. Im Vergleich zu diesem hat es ein leicht geringeres Übergeschwindigkeitsgebiet oberhalb des Profils und besitzt auch hier den vordersten Verdichtungsstoß bei etwa $x/c = 0.522$, wobei der des SAO-Modells zuletzt und ungefähr um 2.5% c weiter hinten erfolgt. Auch bei STAR-CCM+ geht der stromabwärtigere Stoß mit einem höheren Widerstands- und Auftriebsbeiwert einher, welcher sich von SAO zu SST in c_D um -6.3% und in c_L um -4.3% unterscheidet (Tab. 5.11).

Modell	Stoßlage (x/c)	c_D	c_L
SAO	0.543	$1.7078 \cdot 10^{-2}$	0.8154
SST	0.522	$1.5999 \cdot 10^{-2}$	0.7799
WCX	0.525	$1.6120 \cdot 10^{-2}$	0.7810

Tabelle 5.11: Stoßlage, Widerstands- und Auftriebsbeiwert am RAE2822-Profil beim Strömungslöser STAR-CCM+ in Abhängigkeit vom gewählten Turbulenzmodell

ELAN: Die Ergebnisse des Lösers ELAN zeigen ebenfalls ein qualitativ korrektes Verhalten in c_f und c_p (Abb. A.41e/A.41f), wenn auch hier nur die Eingleichungsmodelle die Ablöseblase wiedergeben. Das unterschiedliche Niveau in den Reibungsbeiwerten, das sich schon innerhalb der einfachen Plattengrenzschicht zeigte, ist auch hier erkennbar, wenn auch SST mit einem noch geringeren c_f-Verlauf dichter an dem von SAE liegt. Das SST-Modell zeigt auch bei diesem Code die kleinste Grenzschichtdicke (Abb. A.44), das schwächste Übergeschwindigkeitsgebiet, den geringsten saugseitigen Unterdruck und die vorderste Position des Verdichtungsstoßes, wohingegen das Wilcox-Modell wie bei TAU das andere Extremum darstellt. In der Stoßposition weichen diese beiden hier um 2.7% c etwas mehr voneinander ab, wobei dieser mit dem SST bei $x/c = 0.529$ einsetzt (Tab. 5.12). Die Eingleichungsmodelle zeigen in den Druckbeiwerten eine sehr hohe Deckungsgleichheit, wohingegen die Unterschiede in c_f im Plateaubereich von SAE zu SAO ähnlich wie bei der ebenen Platte etwa -2.5% betragen. Ausgehend vom Wilcox-Modell haben die Modelle eine Bandbreite von -12.8% in den Widerstands- und -6.45% in den Auftriebsbeiwerten und liegen somit etwas weiter auseinander, als bei den anderen Strömungslösern.

5.3.2 Vergleichstest

Beim direkten Vergleich der Geschwindigkeitsprofile der drei Turbulenzmodelle SAO, SST und WCX erkennt man deutliche Unterschiede, welche bei der Plattenströmung und dem Onera-A

Modell	Stoßlage (x/c)	c_D	c_L
SAE	0.544	$1.7479 \cdot 10^{-2}$	0.8049
SAO	0.544	$1.7726 \cdot 10^{-2}$	0.8049
SST	0.529	$1.6745 \cdot 10^{-2}$	0.7780
WCX	0.556	$1.9212 \cdot 10^{-2}$	0.8312

Tabelle 5.12: Stoßlage, Widerstands- und Auftriebsbeiwert am RAE2822-Profil beim Strömungslöser ELAN in Abhängigkeit vom gewählten Turbulenzmodell

hingegen gut übereinstimmen. Die gleichen Modelle untereinander zeigen große Ähnlichkeit im Profilverlauf, resultieren aber in verschieden ausgeprägten Übergeschwindigkeiten oberhalb des Tragflügels, wenn auch hier die '98-er Formulierung von Wilcox in STAR-CCM+ als eigenständiges Modell betrachtet werden muss. Der Strömungslöser ELAN weist jeweils die größten Werte in u auf, welche bei TAU hingegen am geringsten sind. Dieser zeigt entsprechend die saugseitigen Unterdruckgebiete mit der niedrigsten Intensität, die auch hier mit der vordersten Stoßposition einhergehen.

SAO: Die ähnlichsten Ergebnisse liefert das Modell von Spalart-Allmaras, welches außer bei TAU als einziges Modell die stoßinduzierte Ablöseblase wiedergibt (Abb. A.45e). Die größten Abweichungen zeigen die Löser in c_f erst nach dem Stoß und im Verlauf des Druckkoeffizienten (Abb. A.45f) im Plateaubereich. Die Stoßpositionen liegen bei diesem Modell mit nur 0.55% c Differenz am dichtesten beieinander und auch die integralen Kraftbeiwerte zeigen mit etwa 4% von den größten zu den kleinsten Werten die geringste Bandbreite zwischen den Lösern.

SST: Beim Menter-SST-Modell sind erhebliche Differenzen in allen einzelnen Verläufen zu beobachten. Auffällig ist das steilere Geschwindigkeitsprofil des STAR-CCM+ im Außenbereich der Grenzschicht (Abb. A.47). Dieser Löser weist ebenso die größten Wandgradienten und damit Reibungsbeiwerte (Abb. A.45c) auf. Die Positionen des Verdichtungsstoß liegen zwischen den Strömungslösern mit 0.73% c gegenüber dem SAO ähnlich weit auseinander und zeigt auch eine vergleichbare Bandbreite in c_D und c_L.

WCX/WCX98: Durch die zwei unterschiedlichen Formulierungen des Wilcox-Modells ergeben sich zwischen deren Ergebnissen erhebliche Abweichungen, welche bei den beiden Lösern mit der '88-er Version etwas geringer ausfallen. Die Steigungen in den saugseitigen Geschwindigkeitsprofilen von STAR-CCM+ (Abb. A.46) sind schwächer, wodurch sich in diesem Bereich die geringsten Reibungsbeiwerte ergeben (Abb. A.45a). Die Positionen des Stoßes, welche im Vergleich der Codes keinen direkten Zusammenhang zu den c_p-Verläufen (Abb. A.45b) erkennen lassen, liegen mit insgesamt 3.05% c Abstand am weitesten auseinander. Die Differenzen in den integralen Beiwerten erreichen etwa -16.1% in dem Widerstands- und -6.0% in den Auftriebskoeffizienten zwischen den Ergebnissen von ELAN zu STAR-CCM+. Diese belaufen sich bei reiner Betrachtung des Standard-Modells jedoch nur noch auf -3.6% und -3.7%, welches etwa den Abweichungen der anderen beiden Modelle entspricht.

5.3.3 Gittervariation

Variation der wandnormalen Gitteraufweitung

TAU: Die Variation der Gitteraufweitung hin zu einer gröberen Grenzschichtauflösung führt in TAU bei allen angewandten Modellen zu einer Abnahme in den Reibungsbeiwerten entlang der gesamten Oberfläche. Diese entsprechen auch hier dem Verhalten, wie es bereits bei der Plattenströmung zu beobachten war, und zeigen zu dieser nahezu identische Verläufe in $c_{f,n}$ im Bereich des Plateaus und großen Teilen der Unterseite (Abb. A.63a). In den Druckbeiwerten sind demgegenüber deutlich geringere Einflüsse zu erkennen, wenn auch die leichte wie stetige Abnahme der Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckseite mit einer sichtbaren Verlagerung des Verdichtungsstoßes in Richtung Vorderkante einhergeht und umgekehrt. Keine Konvergenz in der Lösung trat für das SST-Modell auf dem gröbsten Gitter ein, welches hingegen bei kleineren Aufweitungen die geringsten Abweichungen in c_f und c_p zeigt (Abb. A.51). In den Verläufen des Druckbeiwerts ist für die Eingleichungsmodelle mit steigender Aufweitung die leichte Abnahme der saugseitigen Übergeschwindigkeiten wiederzufinden (Abb. A.51), welche bei den Zweigleichungsmodellen und EARSM nicht zu beobachten ist. Das SST-Modell zeigt auch hierin die kleinsten Unterschiede.

Die Abhängigkeit der Stoßposition von der Aufweitung hat bei SAO und SAE nahezu einen linearen Verlauf und zeigt in TAU die stärksten Abweichungen vom Referenzgitter (Abb. A.66a). Auf dem gröbsten Gitter erreichen die Abweichungen maximal $-2.58\%\,c$, welche hingegen dort bei den Modellen von Hellsten und Wilcox am geringsten sind. Der Trend in den Stoßpositionen lässt sich auch bei den integralen Kraftbeiwerten beobachten, bei denen für kleinere Aufweitungsvariationen die beiden Modelle RQEVM und LEA die größten Differenzen aufweisen. Bei $r = 1.9$ sind es ebenfalls das SAO und SAE, welche mit -10.6% die stärkste Verminderung des Widerstands- und mit -5.7% des Auftriebsbeiwerts gegenüber der Referenzlösung berechnen (Abb. A.64a/A.65a). Das Minimum stellen wiederum HELL und WCX mit etwas weniger als -7% in c_D und um -2% in c_L dar.

STAR-CCM+: Für das SAO ergibt sich in STAR-CCM+ wie bei TAU ein leicht geringeres c_p sowie einen etwas stromaufwärtigen Stoß, jedoch kaum Einflüsse in c_f (Abb. A.54). Bei WCX98 zeigt sich ein entgegen gesetztes Verhalten, mit einer abnehmenden Tendenz in den Reibungsbeiwerten auf der Druckseite, welche saugseitig nur für größere Aufweitungen zu beobachten ist. Ebenfalls zeigt sich in den Ergebnissen des SST-Modells eine deutliche Abnahme in c_f und vernachlässigbare Einflüsse auf c_p und die Stoßlage. Entgegen der Ergebnisse in TAU mit dem WCX-Modell ist für das WCX98 auf den gröberen Gittern ein Anstieg in den Druckbeiwerten innerhalb der Plateauzone zu beobachten, welcher den höheren Geschwindigkeiten im Überschallgebiet entspricht. Für das Eingleichungsmodell hingegen verursachen die Auswirkungen der Gitteraufweitung auf das Übergeschwindigkeitsgebiet wieder eine leichte Abnahme.

Das gegensätzliche Verhalten des Eingleichungs- und Wilcox-Modells zeigt sich entsprechend den Variationen der Stoßlage auch in den integralen Kraftbeiwerten. Die Verlagerung des Stoßes um $-1.26\%\,c$ beim SAO auf dem gröbsten Gitter (Abb. A.66c) geht mit einer Verringerung in c_D um -1.1% und c_L um -2.8% einher, wohingegen das WCX bei einer Verzögerung der Stoßlage um $+1.38\%\,c$ Einflüsse in c_D von $+8.4\%$ und in c_L von $+4.1\%$ aufweist (Abb. A.64c/A.65c).

ELAN: Wie bereits bei TAU zeigt sich hier im Verlauf von $c_{f,n}$ (Abb. A.63e) im Bereich des Plateaus bei allen Modellen die nahezu identische Entwicklung aus den Untersuchungen der ebenen Platte. Dieses führt bei den SAO und SAE zu einer tendenziell leichten, bei WCX und SST zu einer starken Abnahme des Reibungsbeiwerts (Abb. A.55/A.56). Die Auswirkungen auf den Druckbeiwert und die Position des Stoßes sind deutlich geringer. Diese belaufen sich bei den Zweigleichungsmodelle unter 0.4% bzw. 0.12% c und führen bei den Eingleichungsmodellen zu einer leichten Verminderung der Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckseite und einer um bis zu $-1.61\%\,c$ stromaufwärtigen Verschiebung des Stoßes (Abb. A.66e). Dieses lässt auch bei ELAN für SAO und SAE die leicht geringeren Übergeschwindigkeiten im transsonischen Bereich erkennen.

Für den Widerstandsbeiwert (Abb. A.64e) wirkt sich dieses bei den beiden Eingleichungsmodellen mit einer bis -5.3% zu geringen Vorhersage aus, welche sich sowohl aus den geringeren Reibungs- und Druckanteilen des Beiwertes ergibt, wohingegen der etwa halb so große Einfluss in WCX nur im Fehler von c_f begründet ist. Anders verhält es sich mit dem Auftriebsbeiwert (Abb. A.65e), bei dem die Gittervariationen auf die Druck- und Reibungsanteile entgegengesetzt wirken und bei SAO und SAE insgesamt zu einer Verminderung von bis zu -3.7% führen.

Variation von y^+

TAU: TAU liefert in Reibungsbeiwerten mit allen Modellen im Plateaubereich nahezu exakt die identischen Abweichungen $c_{f,n}$ (Abb. A.63b) zum Referenzgitter wie bereits bei der ebenen Platte, wobei in großen Teilen des Profils der Trend eine gute Übereinstimmung zeigt. Die Druckbeiwerte (Abb. A.57-A.59) weisen dagegen nur eine geringfügige Verminderung der Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckseite auf, welche auf dem gröbsten Gitter unter 0.5% liegt und auch hier zu einer stromaufwärts gerichteten Verschiebung des Verdichtungsstoßes führt – mit einer leichten rückläufigen Tendenz auf dem gröbsten Gitter.

Dieses bewirkt für schwache Erhöhungen von y^+ bei SAO und SAE zunächst einen Anstieg in c_D (Abb. A.64b) und einen Abfall bei den übrigen Modellen, zeigt für das gröbste Gitter jedoch bei allen Modellen eine abnehmende Tendenz von bis zu -1.4% (HELL). Ursache hierfür ist zunächst die Änderung des Reibungsanteils in c_D durch c_f bei den kleineren Gittervariationen, wobei erst für größere y^+ der Einfluss der u-Profil- und Stoßlagenänderung dominiert. Dieses macht sich auch in den Auftriebsbeiwerten (Abb. A.65b) bemerkbar, welche bei größeren y^+ ebenso durch die Einflüsse in den saugseitigen Übergeschwindigkeiten einen abnehmenden Trend aufweisen.

STAR-CCM+: Wie bei der ebenen Platte sind für das SAO nahezu keine Einflüsse in c_f (Abb. A.60) zu beobachten, wohingegen WCX98 und SST eine starke Abnahme von bis zu -10.7% aufweisen. Letztere zeigen im Verlauf von c_p eine schwache Zunahme der Druckdifferenz von Ober- und Unterseite, welche sich aus der Erhöhung der Geschwindigkeiten im Überschallgebiet ergibt, sowie eine leichte Verschiebung des Stoßes um etwa $+1\%$ stromab. Sowohl im Druckbeiwert als auch in der Stoßposition (Abb. A.66d) sind für das Eingleichungsmodell wiederum keine Änderungen auszumachen.

Die Auswirkungen auf die integralen Kraftbeiwerte sind demnach sehr gering und liegen für den Widerstandskoeffizienten (Abb. A.64d) im Bereich der Variationen von y^+ unter $\pm 1\%$, wobei wie bei TAU ein erhöhter Wert für SAO und geringere Werte für WCX98 und SST berechnet werden. Für den Auftrieb (Abb. A.65d) sind die Einflüsse nur bei den Zweigleichungsmodellen ausgeprägt und erreichen hier etwa $+3.2\%$.

ELAN: Auch bei der y^+-Variation zeigt sich bei ELAN der fast identische Einfluss auf die Reibungsbeiwerte, die schon bei der Plattenströmung zu beobachten waren und erreicht im Bereich des saugseitigen Überschallgebiets wie auf der Druckseite bei allen Modellen die gleichen prozentualen Abweichungen zur Referenzlösung (Abb. A.63f). Die Auswirkungen auf c_p (Abb. A.61/A.62) sind hingegen sehr schwach und führen bei WCX und SST, durch die größeren Geschwindigkeiten im transsonischen Bereich, zu einer schwachen Zunahme der Druckdifferenz zwischen Profilober- und -unterseite mit einer leicht zur Hinterkante verzögerten Stoßlage (unter $+1\%\, c$). Für SAO und SAE sind diese Änderungen in der Lösung entgegengesetzt und belaufen sich dabei betragsmäßig auf etwa ein Viertel von denen der Zweigleichungsmodelle.

Die Variation der Stoßposition findet sich im Auftriebsbeiwert (Abb. A.65f) wieder, welcher mit Verlagerung zur Hinterkante bei den Zweigleichungsmodellen um bis zu $+2.9\%$ (SST) zu hoch wiedergegeben wird, wohingegen dieses bei den größerem y^+ mit SAO und SAE zu einer geringen Abnahme in c_L führt (-0.44%). Der ähnliche Verlauf von $c_{D,n}$ (Abb. A.64f) bei den vier untersuchten Modellen ist hier in den unterschiedlichen Einflüssen der Reibungs- und Druckanteile begründet, welche bei den Zweigleichungsmodellen entgegengesetzt sind und bei den Spalart-Allmaras-Modellen fast ausschließlich auf den Änderungen in c_f basieren. Mit Abweichungen um die $+1.2\%$ von c_D gegenüber der Referenzlösung sind diese jedoch auch hier relativ gering.

6 Fehlerquantifizierung

Die Analyse der Ergebnisqualität bei Variationen der wandnahen Gitterauflösung hat gezeigt, dass deren Einflüsse auf die Lösung teilweise bereits bei kleineren Abweichungen von einem *idealen* Rechennetz eine Größenordnung erreicht, die nicht unterschätzt werden darf. Diese Einflüsse resultieren insbesondere in einer Grenzschichtaufweitung, abweichenden Wandgradienten und einer Änderung der Druckverteilung, wodurch sie sich ebenso auf die integralen Kraftbeiwerte auswirken, welche meist bei der industriellen Anwendung von hervorgehobenem Interesse sind. Hierbei muss die Ursache der Verwendung von Gittern mit zu geringer Güte aber nicht immer in Unkenntnis oder mangelnder Erfahrung zu finden sein. Mit steigender Komplexität des Strömungsproblems nimmt auch die Anzahl der benötigten Gitterpunkte zu, wodurch häufig gerade im hochaufgelösten Wandbereich Zellen zugunsten geringeren Speicherbedarfs und kürzerer Rechenzeiten eingespart werden. Ebenso können im Falle komplexer Geometrien selbst ein Einhalten der Qualitätsanforderungen erschwert werden. Ein Beispiel hierfür stellt die Wandorthogonalität bei der strukturierten Vernetzung schwach ausgefahrener Bremsklappen dar, bei der zwei Wände in engem Winkel aufeinander treffen. Hieraus ergibt sich für den Anwender eines numerischen Strömungslösers der Bedarf nach einem Verfahren, welches es ihm durch eine geeignete Rückmeldung der Software ermöglicht, auftretende Fehlermechanismen im Gitter und deren Auswirkungen auf die Lösung zu erkennen und ggf. abzuschätzen. Mit dessen Hilfe wäre der Benutzer in der Lage, Gitterdefizite zu umgehen, wo sie vermeidbar sind – oder deren Einfluss auf das Ergebnis in den Bereichen so klein wie möglich zu halten, in denen die Vorgaben der Grenzschichtauflösung nicht vollständig eingehalten werden können.

Von den Größen, welche durch die wandnahe Gitterqualität maßgeblich beeinflusst werden, eignet sich insbesondere der Reibungsbeiwert (c_f) für die Entwicklung eines Sensors zur lokalen wie globalen Fehlerabschätzung. Dessen Reaktion auf die Gitterqualität zeigte eine hinreichende Unabhängigkeit von der Lauflänge der Grenzschicht auf und konnte dabei von der ebenen Platte auf komplexere Testfälle übertragen werden, solange deren Strömungsphysik durch die verminderte Punktdichte nicht zu stark beeinflusst wurde. Ein Anzeichen für diese Beeinflussung hingegen stellte in den Untersuchungen der beiden Profile der Druckbeiwert (c_p) dar, welcher allein durch die Verlagerung von Verdichtungstoß, Ablöseposition und Staupunkt bereits einen veränderten Verlauf aufwies. Jedoch lässt c_p in den lokalen Fehlern entlang der Profiloberfläche keine festen Tendenzen erkennen und zeigte entsprechend der Geschwindigkeiten auf Ober- und Unterseite einen entgegengesetzten Trend. Das Verhalten des Druckbeiwerts ist damit sehr stark vom Aufbau und den Eingabegrößen des Testfalls abhängig. Auf der anderen Seite besitzt c_p auch eine sehr geringe Empfindlichkeit auf Strömungsveränderungen, wodurch er einen schlechten Sensor darstellt und für eine generalisierte Fehlerquantifizierung eher ungeeignet ist.

Aus der aufgezeigten Allgemeingültigkeit des numerischen Fehlers in c_f, wie er beim Wechsel von der inkompressiblen Grenzschichtströmung an der ebenen Platte zur transsonischen Profilumströmung des RAE2822 zu beobachten war, ergibt sich der Gedanke zur Umsetzung eines Fehlerschätzers, welcher auf einem einfachen Black-Box-Ansatz basiert. Bei diesem wird angenommen, dass sich beim Auftreten eines bestimmten lokalen Gitterfehlers in der Grenzschicht stets die gleiche prozentuale Abweichung in der Lösung einstellt, dargestellt durch die Änderung des Reibungsbeiwertes $c_{f,n}$. Trifft diese Annahme zu, so kann der Verlauf von $c_{f,n}$ aus den Untersuchungen der ebenen Plattenströmung, wie er bei Einbringung der einzelnen Fehlermechanismen zu beobachten war, durch eine einfache Ausgleichsrechnung parametrisiert und als Funktion der Gitterdefizite abgebildet werden. Dieses muss für Fehlermechanismus und jedes Turbulenzmodell getrennt erfolgen. Mit Hilfe dieser Fehlerfunktionen und geeigneten Sensoren, welche das Gitter innerhalb der Grenzschicht nach ihrer Güte abtasten, soll für jeden Oberflächenpunkt die Abweichung in den Reibungsbeiwerten gegenüber einem idealen Gitter bestimmt werden. Die Ausgabe von Fehlermechanismus und Fehler soll dem Anwender die Möglichkeit geben, diese zu erkennen und auf geeignete Weise mit ihnen zu verfahren. Zusätzlich zur Bestimmung der lokalen Abweichung soll $c_{f,n}$ ebenso dazu angewandt werden, um bei der Ermittlung der integralen Kraftbeiwerte die Reibungsanteile für jedes Oberflächenelement zu korrigieren. Hierdurch liefert der Vergleich zwischen berechnetem und korrigiertem Beiwert einen Hinweis auf die *globalen* Auswirkungen der zu groben wandnahen Gitterauflösung.

Bei der Entwicklung des Fehlerschätzers werden die Fehlermechanismen zunächst separat behandelt und von ihrer Superpositionierbarkeit ausgegangen. Die Gültigkeit der Abschätzung bei Interaktion mehrerer Fehler soll im Anschluss hieran zusätzlich untersucht werden.

6.1 Sensorenentwicklung zur Grenzschichtabtastung

Für die Quantifizierbarkeit und Handhabung der Fehlereinflüsse wurden zunächst die Sensoren entwickelt und implementiert, welche die Grenzschicht abtasten, um mit Hilfe der Fehlerfunktionen im Sinne eines Best-Practice-Guidelines die Gültigkeit des aufgesetzten Testfalles auf eine Auswahl an Fehlermechanismen zu überprüfen. Die Sensoren wurden nur für den Strömungslöser TAU umgesetzt, um deren Realisierbarkeit und Anwendung exemplarisch zu testen. Die

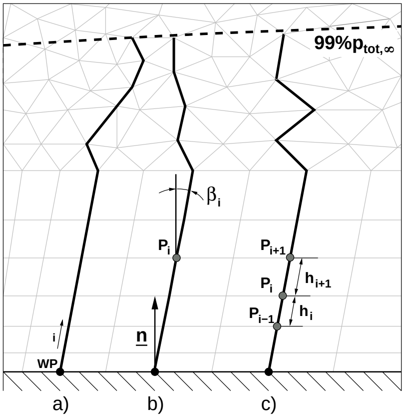


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung (a) des Durchlaufens der Grenzschicht sowohl bei hexaedrischen als auch bei tretraedrischen Gitterzellen, (b) der Bestimmung der Abweichung von der Wandnormalen $\underline{n}$ und (c) der Ermittlung der Gitteraufweitung

Datenbasis, auf welchem der Löser zur Anwendung des integrierten Best-Practice-Guides zurückgreifen muss, ist in Anlehnung an die in TAU verwendeten Eingabeparameter-Dateien aufgebaut und wird zusätzlich von diesen eingelesen. Die Ausgabe der lokalen Fehlerwerte erfolgt als zusätzliche Größen in den Oberflächendaten und in die Standardausgabe für die Korrekturen der integralen Beiwerte.

6.1.1 Abtasten der Grenzschicht

Bevor die Gittergüte innerhalb der Grenzschicht auf mögliche Fehlermechanismen überprüft werden kann, muss zunächst die Grenzschicht möglichst orthogonal zur Wand durchlaufen werden. Um den Eingriff in die Implementierung des Strömungslösers weitestgehend gering zu halten, findet der Verlauf vorerst nur entlang bestehender Gitterlinien statt, wodurch Interpolationen innerhalb der Zellen vermieden werden. Da die Speicherung des Gitters innerhalb des gewählten Strömungslösers unstrukturiert erfolgt, ist das Verfolgen einer Gitterlinie nicht mittels Variation eines einzelnen Index möglich, wie in strukturierten Lösern. Demnach sei, ausgehend von jedem Wandpunkt, beim Durchlaufen der Grenzschicht für jeden Gitterpunkt der jeweils wandfernste Nachbar als nächster Punkt definiert, bei dem ein Laufindex i die Anzahl der abgearbeiteten Gitterpunkte festhält (Abb. 6.1). Durch diese Vorgehensweise ist eine Abtastung der Grenzschicht auch in solchen Bereichen möglich, in denen diese sich aus einem strukturierten, wandnahen Bereich mit hexaedrischen bzw. prismatischen Zellen hinaus in ein Tetraedergitter erstreckt.

Dieses Vorgehen kann jedoch bei stärker gekrümmten Gittern dazu führen, dass für Knotenpunkte entlang der Gitterlinie der zugehörige Lotpunkt an der Wand nicht mehr mit dem

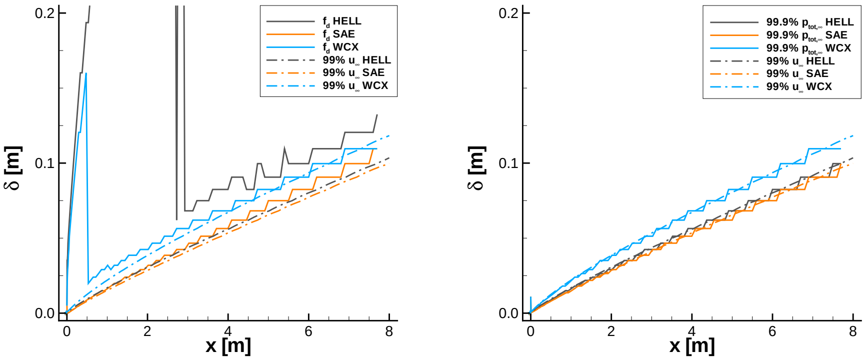
Ausgangspunkt der Gitterlinie an der Oberfläche identisch ist, für welchen die Gittereigenschaften ermittelt werden sollen. Der Anwendungsbereich des Sensors ist demnach auf Gitter beschränkt, bei denen innerhalb der Grenzschicht die wandnahen Gitterlinien nur eine schwache Krümmung aufweisen oder die Änderungen von Strömung und Gitter entlang der Oberfläche hinreichend klein sind.

Desweiteren muss für die Abtastung der Grenzschicht neben einem Algorithmus der Gitterbehandlung ein Verfahren zur Ermittlung des Grenzschichtrandes selbst zur Verfügung stehen. Hierfür soll eine Vorgehensweise zur Definition der Grenzschichtdicke verwendet werden, die möglichst lokal innerhalb des Gitters umgesetzt werden kann. Dieses Kriterium erfüllt am ehesten die Definition des Grenzschichtrandes δ aus Abschnitt 5.1, welche ohne Integration entlang des wandnormalen Geschwindigkeitsprofils auskommt. Die Ermittlung der Zelle, deren wandtangentiale Geschwindigkeitskomponente 99% der Anströmgeschwindigkeit erreicht hat, setzt jedoch für jeden Gitterpunkt Kenntnis über den dazugehörigen Wandpunkt voraus, auf dem dieser senkrecht steht. Während dieses für eine ebene Plattenströmung mit orthogonalem Gitterlinien unproblematisch ist, so müssen für stark gewölbte Oberflächen und beliebig geformte Gitter diese, einschließlich der dazugehörigen Lotpunkte an der Wand, für jeden Gitterpunkt innerhalb der Grenzschicht erneut bestimmt werden. Da diese Informationen nicht vom Strömungslöser selbst bereitgestellt werden, wurde nach einem alternativen Vorgehen gesucht, welches der Definition der Grenzschichtdicke δ entspricht, den Grenzschichtrand jedoch lokal oder unter Einbeziehung der unmittelbaren Nachbarzellen detektieren können.

Eine Methode liefert die Funktion f_d der DDES (Delayed Detached Eddy Simulation), welche eine erweiterte Form der DES darstellt und von Spalart et al. [138] vorgeschlagen wurde. Die Funktion f_d und der dazugehörige Grenzschichtsensor r_d, welcher stark auf der Funktion r des Spalart-Allmaras Eingleichungsmodells basiert, lauten:

$$f_d = 1 - \tanh\left[(8r_d)^3\right], \qquad \text{mit} \quad r_d = \frac{\nu_t + \nu}{\kappa^2 d^2 \max\left(\sqrt{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}}; 10^{-10}\right)}. \tag{6.1}$$

Hierin stellt d wiederum den Abstand senkrecht zur nächsten Wand dar, welcher zwar nicht lokal bestimmt werden kann, aber durch den Löser für jeden Rechenpunkt bereitgestellt wird. Für die von-Karman-Konstante κ wird der Wert $\kappa = 0.41$ gesetzt. Die Funktion f_d soll innerhalb der turbulenten Grenzschicht den Wert 0 annehmen und am Grenzschichtrand fließend, aber wegen ihres hyperbolisch tangentialen Charakters rapide zum Wert 1 überblenden. In der DDES wird dieses Verhalten dazu verwendet, um die Bereiche, in denen die LES aktiv ist, aus der Grenzschicht heraus in den wandfernen Bereich zu verzögern, woher die DDES ihren Namen hat. Da es nur dieser Mechanismus ist, der für eine Grenzschichtdetektion von Interesse ist, soll auf Einzelheiten der Delayed DES hier nicht weiter eingegangen werden. Für genauere Beschreibungen der DDES und deren Anwendung sei deshalb unter anderem auf [86] verwiesen. Die Verwendung des f_d-Sensors zeigt besondere Vorteile darin, dass die Grenzschichtbereiche vollkommen lokal und unabhängig von Zellennachbarn bestimmbar sind. Für die beiden Eingleichungsmodelle zeigte der Sensor sehr gute Resultate, wenn auch eine leicht zu hohe Grenzschichtdicke im Vergleich zur δ_{99}-Dicke. Auch bei den Untersuchungen mit den Zweigleichungsmodellen WCX und SST konnten gute Ergebnisse erzielt werden (Abb.



(a) Sensor basierend auf f_d

(b) Sensor basierend auf 99.9%$p_{tot,\infty}$

Abbildung 6.2: Vergleich der Sensoren zur Grenzschichtdetektion basierend auf (a) der Funktion f_d und (b) 99.9% des Totaldrucks des Fernfeldes mit der Grenzschichtdicke δ an der ebenen Platte

6.2a), die mit steigender Lauflänge deutlich dichter mit δ übereinstimmt, als bei SAO oder SAE.

Auffällig in Abb. 6.2a ist jedoch, die zu hoch vorhergesagte Grenzschichtdicke nahe der Plattenvorderkante, was neben einigen Zweigleichungsmodellen besonders ausgeprägt bei HELL zu beobachten ist. Die Ursache hierfür liegt im Aufbau des Sensors f_d, welcher insbesondere beim Testfall der Plattenströmung neben der Detektion der Grenzschicht auch weitere Bereiche markiert, die von der Vorderkante ausgehend entlang der Platte in das Strömungsfeld hineinlaufen (siehe Abbildung 6.3). Deren Ausprägung variiert deutlich zwischen den Turbulenzmodellen und hat keinen erkennbaren Einfluss bei der Bestimmung des Grenzschichtrandes, solange eine deutliche Abgrenzung der beiden markierten Gebiete besteht. Ist jedoch der Bereich im Fernfeld besonders intensiv ausgeprägt, wie dieses beim EARSM Modell von Hellsten der Fall ist, so kann es zwischen diesen beiden Gebieten zu einer Überlappung führen, wodurch keine Grenzschichtbestimmung mehr möglich ist. Der Grund hierfür liegt in den beim Testfall der ebenen Platte auftretenden sehr kleinen Geschwindigkeitsgradienten außerhalb der Grenzschicht. Dieses führt in r_d (verstärkt durch das Quadrat des Wandabstandes im Bereich $d < 1.0$) zu einer Verminderung des Nenners und damit in der Außenströmung zu einem erhöhtem Wertebereich von f_d, wie er zu dessen korrekter Funktionsweise nur innerhalb der Grenzschicht vorherrschen sollte. Für die Anwendung in der DDES ist dieses Verhalten unproblematisch, da bei dieser nur sichergestellt werden soll, dass die wandgebundenen Scherschichten nicht durch eine LES behandelt werden. Zur Detektion der turbulenten Grenzschicht stellt jedoch damit die Funktion f_d keinen zuverlässigen Sensor dar.

Eine weitere Methode zur Bestimmung des Grenzschichtbereichs liegt in der Betrachtung des Totaldrucks. Wie aus dem Profil der wandtangentialen Geschwindigkeit, so ist auch aus dem des Drucks der von der Wandreibung beeinflusste Bereich erkennbar. Entsprechend der δ-Definition für die Grenzschichtdicke kann auch über den Totaldruck der Außenrand der Grenzschicht bestimmt werden. Dieser ist ausgehend von der Wand bei 99% des Totaldrucks der

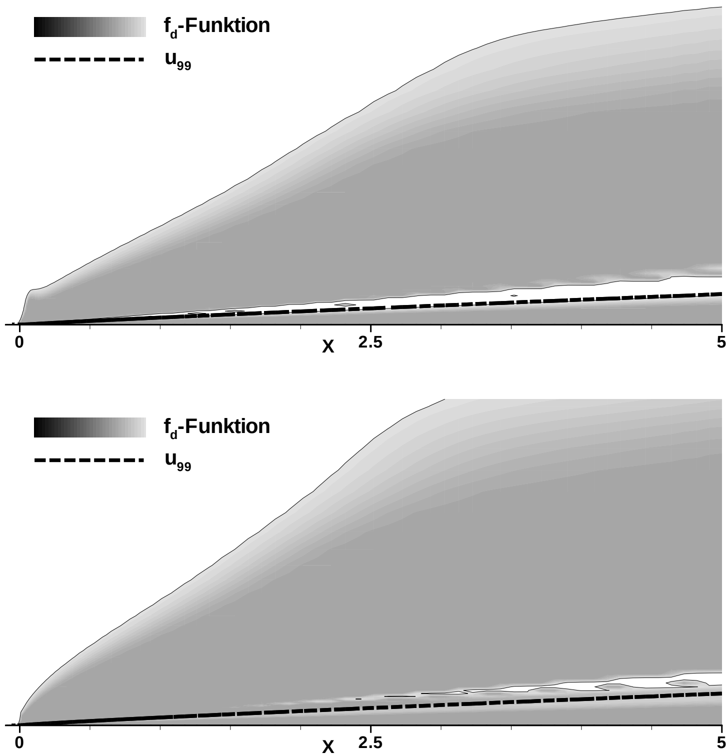


Abbildung 6.3: Darstellung der Sensorfunktion f_d beim (a) Modell von Spalart-Allmaras mit Edwards-Modifikation und (b) Modell von Hellsten im Vergleich zur Grenzschichtdicke bei 99% der Anströmung u_{99} an der ebenen Platte

Außenströmung erreicht, wobei die Gültigkeit dieses Grenzschichtkriteriums unter anderem in [72] erfolgreich bei der Simulation hydraulischer Strömungsmaschinen demonstriert wurde. Der Vorteil an der Verwendung des Totaldrucks gegenüber der Geschwindigkeit als Bedingung des Grenzschichtsensors liegt in seiner skalaren Form, was ihn unabhängig von dem dazugehörigen Wandpunkt und damit lokal anwendbar macht.

In der Anwendung zeigte diese Methode bei der Umströmung von Flügelprofilen wie dem RAE2822 oder Onera-A eine sehr gute Identifikation des Grenzschichtbereiches, wohingegen der Totaldruck an der Oberfläche der ebenen Platte bereits über den 99% des Fernfeldwertes lag. Wird der Schwellenwerte auf 99.9% heraufgesetzt, so führt dieses auch bei der Plattenströmung zu guten Übereinstimmungen mit δ (Abb. 6.2b), wohingegen in den Profilumströmungen kaum Unterschiede zu der weniger strengen Definition festzustellen sind. Für die Implementierung der Sensoren soll dementsprechend die Ermittlung der Grenzschichtdicke statt mit Hilfe der klassischen Definition δ über den Totaldruck erfolgen.

6.1.2 Bestimmung von Gitterfehlern

Beim Durchlaufen des wandnahen Gitters muss nun der Bereich zwischen Wandpunkt und Grenzschichtrand auf Fehlermechanismen überprüft werden. Da die Qualität des Gitters dabei innerhalb der Grenzschicht nicht immer konstant ist, muss ein repräsentatives Maß für die Güte des Gitter oberhalb jeden Wandpunkts gewählt werden. Entsprechend der Untersuchungen zur Gittervariation wurden Sensoren für die Gitterschiefe, den Wandabstand des ersten Gitterpunktes und die Gitteraufweitung umgesetzt.

Ermittlung der Gitterschiefe (β): Die mittlere Schiefe stellt eine Winkelabweichung von der Wandnormalen in Grad $^\circ$ dar. Zur Bestimmung des daraus resultierenden, ungefähren Fehlers wird die mittlere Schiefe als konstante Gitterschiefe über die gesamte Grenzschicht hinweg angenommen. Diese wird ermittelt, indem beim Durchlaufen der Grenzschicht für jede Verbindungslinie zwischen zwei Rechenpunkten die Abweichung von der Wandnormalen des zugehörigen Ausgangspunktes an der Wand bestimmt wird (s. Abb. 6.1). Diese werden anschließend arithmetisch gemittelt und als Gitterschiefe dem jeweiligen Oberflächenpunkt zugeordnet. Der aus der Schiefe resultierende Fehler in c_f, welcher sich aus den Untersuchungen der ebenen Plattenströmung ergeben hat (s. Abb. A.17a), wird hierfür über die Methode der kleinsten Quadrate parametrisiert mit Hilfe eines Polynom dritter Ordnung ($p(\phi) = a_0 + a_1\phi + a_2\phi^2 + a_3\phi^3$, mit $\phi \in \{\beta, r, y^+\}$), welches den Fehlerverlauf bestmöglich wiedergibt. Die Koeffizienten des Polynoms sind über eine Steuerdatei einzustellen, welche vom Löser abhängig vom verwendeten Turbulenzmodell eingelesen wird. Der resultierende Fehler wird für jeden Wandpunkt berechnet und sowohl als Oberflächenwert ausgegeben als auch zur Berechnungen des Reibungsanteils der integralen Kraftbeiwerte verwendet.

Ermittlung des Wandabstands (y^+): Für die Implementierung bzw. Umsetzung des y^+-Fehlersensors ist die Berechnung des dimensionslosen Wandabstandes von TAU verwendet worden. Zur Bestimmung des daraus resultierenden, ungefähren Fehlers in c_f wird wiederum ein Polynom dritter Ordnung verwendet, welches den Fehlerverlauf bei der ebenen Platte bestmöglich wiedergibt (s. Abb. A.15a), und die prozentuale Abweichung von einer Lösung mit *optimalem* Wandabstand als Oberflächenwert ausgegeben. Wird der untersuchte Wertebereich verlassen, so gibt der Sensor eine Abweichung von 100% aus. Die Koeffizienten sind wieder über eine Steuerdatei einzustellen.

Ermittlung der Gitteraufweitung (r): Auch für die Implementierung des Sensors zur Ermittlung der Gitteraufweitung in der Grenzschicht musste zunächst der Bereich zwischen Wand und Grenzschichtrand abgetastet werden. Die Festlegung der Gitteraufweitung selbst ergibt sich aus der Bestimmung der maximalen Aufweitung zwischen zwei Punkten oberhalb eines Wandpunktes in der Grenzschicht. Die lokale Aufweitung ist dabei definiert als der Quotient der Höhe zweier aufeinanderfolgender Gitterzellen h_i und h_{i+1} entlang des Sensorverlaufs, wie in Abbildung 6.1 (rechts) dargestellt ist.

$$r = \frac{\overline{P_i P_{i+1}}}{\overline{P_{i-1} P_i}} = \frac{h_{i+1}}{h_i} \tag{6.2}$$

Zur Bestimmung des daraus resultierenden, maximalen Fehlers wird von einer konstanten Aufweitung über das gesamte Grenzschichtprofil hinweg ausgegangen. Der Fehler in c_f ergibt sich wiederum aus einem Polynom dritter Ordnung, welches den Fehlerverlauf bestmöglich wiedergibt. Als Ausgangspunkt wird hier von einer Gitteraufweitung von $r = 1$ ausgegangen, was durch einen Funktionswert $p(r = 1) = 0\%$ erreicht wird. Die Koeffizienten des Polynoms sind über eine Steuerdatei einzustellen. Auch hier kann ein maximaler Wert vorgegeben werden, bis zu dem die Fehlerfunktion Gültigkeit besitzen soll. Darüber hinaus wird eine prozentuale Abweichung vom Referenzfall in c_f von 100% als Oberflächenwert ausgegeben. Wie bei den anderen beiden Fehlermechanismen wird ebenfalls der korrigierte Reibungsbeiwert genutzt, um den theoretischen Fehler bei der Berechnung des integralen Widerstandsbeiwerts zu ermitteln und auszugeben.

Die Koeffizienten a_i der Polynome, welche sich aus einer Parametrisierung der Fehlerverläufe ergeben und derart im Löser TAU verwendet werden, sind in den Tabellen 6.1, 6.2, 6.3 zusammengefasst und beschreiben über

$$p(\phi) = (c_{f,n} - 1) \cdot 100\% = a_0 + a_1 \cdot \phi + a_2 \cdot \phi^2 + a_3 \cdot \phi^3 \qquad \text{mit } \phi \in \{\beta, r, y^+\} \tag{6.3}$$

die prozentuale Abweichung zur Lösung einer *ideal* aufgelösten Grenzschicht, worin ϕ für den jeweiligen Fehlermechanismus β, r oder y^+ steht. Beispielhaft sind diese in den Abbildungen A.67 für verschiedene Fehlereinflüsse und Turbulenzmodelle dargestellt.

Um die Gültigkeit der Fehlerfunktionen und damit auch die korrekte Funktionsweise der Sensoren zu überprüfen, soll deren lokal ermittelte Fehlerprognose dazu verwendet werden, die Verläufe der Reibungsbeiwerte auf den gröberen Gittern zu korrigieren. Die Fehlerschätzung kann dann als funktionsfähig angenommen werden, wenn die korrigierten c_f-Werte auf denen des Referenzgitters liegen. Ebenso können die berechneten mit den berichtigten integralen Beiwerten gegenübergestellt werden, die damit eine deutliche Verbesserung darstellen sollten. Dieses soll neben der Anwendung der Sensoren zur reinen Visualisierung der Fehlermechanismen und -auswirkungen als Oberflächenwerte im folgenden Abschnitt behandelt werden.

RANS-Modell	a_0	a_1	a_2	a_3
HELL	0.0	$2.0e-2$	$-2.0e-3$	$3.0e-5$
LEA	0.0	$-1.0e-3$	$-4.0e-4$	$5.0e-6$
RQEVM	0.0	$-1.0e-3$	$-5.0e-4$	$5.0e-6$
SAE	0.0	$5.5e-1$	$-3.0e-2$	$1.0e-3$
SAO	0.0	$4.2e-1$	$-2.0e-2$	$9.0e-4$
SST	0.0	$1.2e-1$	$-9.0e-3$	$2.0e-4$
WCX	0.0	$-1.0e-3$	$-5.0e-4$	$5.0e-6$
WJKW	0.0	$-5.0e-4$	$-5.0e-4$	$5.0e-6$

Tabelle 6.1: Koeffizienten der Fehlerfunktionen des Schiefesensors

RANS-Modell	a_0	a_1	a_2	a_3
HELL	−12.43	30.69	−22.35	4.09
LEA	5.72	−3.26	−3.06	0.60
RQEVM	5.78	−3.38	−2.99	0.59
SAE	−16.18	39.42	−29.47	6.23
SAO	−27.17	64.68	−47.99	10.48
SST	8.67	−15.44	9.39	−2.62
WCX	−7.89	21.45	−16.47	2.91
WJKW	−5.59	17.36	−14.28	2.51

Tabelle 6.2: Koeffizienten der Fehlerfunktion des Aufweitungssensors

RANS-Modell	a_0	a_1	a_2	a_3
HELL	0.31	−4.10	1.18	−0.16
LEA	0.34	−4.22	1.40	−0.18
RQEVM	0.34	−4.21	1.40	−0.18
SAE	0.02	0.02	0.35	−0.06
SAO	0.00	0.07	0.26	−0.04
SST	0.31	−4.02	1.27	−0.16
WCX	0.33	−4.16	1.33	−0.16
WJKW	0.27	−3.82	1.11	−0.14

Tabelle 6.3: Koeffizienten der Fehlerfunktion des y^+-Sensors

6.2 Anwendung der Sensoren

Werden die Sensoren zur Analyse der Gitterqualität auf einen Testfall angewendet, so lassen sich mit dessen Hilfe die ermittelten Daten über die Grenzschichtauflösung als Oberflächenwert ausgeben. Zu denen gehören neben y^+, r und β auch die Dicke der Grenzschicht mit der Anzahl der darin befindlichen Gitterpunkte, sowie die berechneten lokalen Fehlerabschätzungen in den Reibungsbeiwerten. In Abbildung A.68a ist zunächst die Ausgabe der Anzahl der Gitterpunkte in der Grenzschicht am Testfall Onera-A bei Variation von y^+ mit dem Eingleichungsmodell SAE dargestellt. Deutlich erkennbar ist die Abnahme der Punktanzahl auf den gröberen Rechennetzen. Für das RAE2822-Profil mit LEA-Modell in Abb. A.68b ist hingegen die Aufdickung der Grenzschicht bei etwa 55% c durch einen leichten Sprung in der Gitterpunktanzahl wiederzufinden, wobei mit zunehmender Gitteraufweitung auch hier eine stark reduzierte Grenzschichtauflösung zu erkennen ist. Probleme bei der Grenzschichtdetektion zeigen sich beim RAE2822 nahe der Hinterkante des Profils, wo der statische Druck derart ansteigt, dass das Totaldruckkriterium bereits dicht an der Wand erfüllt wird. Dieses findet sich auch in den zugehörigen Verläufen des Druckbeiwerts c_p wieder (Abb. A.51f), der an entsprechender Position einen Vorzeichenwechsel erreicht.

Für die eigentlichen Fehlermechanismen und die daraus resultierenden Abweichungen in den Reibungsbeiwerten sind in Abbildung A.69 Beispiele gegeben. Diese stammen aus den Berechnungen des Turbulenzmodells SAE und zeigen unter anderem, in wieweit die Wandorthogonalität innerhalb der Profiluntersuchungen eingehalten wurde (Abb. A.69a). Hierin wurde darauf geachtet, dass eine Gitterschiefe von $\beta < 3°$ nicht überschritten wird. Die Abbildung A.69b zeigt hingegen die Einhaltung der Gitteraufweitung, welche entlang der gesamten Oberfläche nahezu exakt $r = 1.5$ erreicht. Lediglich im Bereich nahe der Hinterkante werden größere Aufweitungen detektiert, welches in dem Ablösegebiet begründet ist, durch welchen der Sensor das Gitter zu weit in das gröber aufgelöste Fernfeld hinein durchläuft. Die vom Sensor ermittelten Fehlerprognosen $p(\phi)$ werden durch Abb. A.69c und A.69d wiedergegeben, welche entsprechend Gleichung 6.3 die prozentuale Abweichung von der Referenzlösung darstellt. Diese ist für den Wandabstand $y^+ \approx 4.0$ und die Gitteraufweitung $r = 1.5$ an den beiden Profilen RAE2822 und Onera-A gegeben.

Die weiteren Untersuchungen sollen nun zeigen, ob sich die ermittelten numerischen Fehlereinflüsse einer ungenügenden Grenzschichtauflösung von der einfachen ebenen Platte auf komplexere Testfälle für eine Fehlerabschätzung in c_f übertragen lassen. Dabei wird insbesondere betrachtet, inwieweit die mit Hilfe der Fehlerabschätzungen korrigierten Reibungsbeiwerte mit denen des Referenzgitters übereinstimmen. Die Korrektur findet mit dem über die Fehlerfunktionen ermittelten $c_{f,n}$ für jeden Oberflächenpunkt mittels $c_{f,corr} = c_f \cdot c_{f,n}$ statt, sowohl für die Aufweitung r als auch für den Wandabstand y^+. Bei der Berechnung der integralen Beiwerte wird der aus der Reibung resultierende Anteil ebenfalls lokal korrigiert, bevor über diesen entlang der Wand integriert wird. Da der Anteil aus c_f gegenüber den Beiträgen des Drucks deutlich kleiner ist, wird hier nur der Reibungsanteil des Widerstandsbeiwertes $c_{D,f}$ für die Untersuchung betrachtet.

6.2.1 RAE2822-Profil

Variation von y^+: Zunächst soll anhand des RAE 2822 Profils der Sensor zur Fehlerermittlung bei erhöhtem Wandabstand getestet werden. Der mit dessen Hilfe korrigierte Reibungsbeiwert zeigt bei allen Modellen eine nahezu identische Übereinstimmung zwischen Gittervariation und Referenzgitter (Abb. A.70/A.71). Leichte Abweichungen zeigen sich weiterhin zum einen beim SAE-Modell zu Beginn der Grenzschichtentwicklung, wo auch bei der ungestörten Plattenströmung $c_{f,n}$ noch nicht unabhängig von der Lauflänge ist. Zum anderen sind bei nahezu allen Modellen stromabwärts des Verdichtungsstoßes Differenzen in den Verläufen zu beobachten, welche durch die veränderte Strömungsphysik bei Verlagerung der Stoßlage und der teilweise unterschiedlich ausgeprägten Stoßintensität zu erwarten sind.

Wird diese Korrektur des lokalen Beiwertes bei der Ermittlung des Reibungsanteils des Widerstandsbeiwertes berücksichtigt, so sollte auch für den integralen Koeffizienten eine Angleichung an die Referenzlösung stattfinden. Wie in den Darstellungen A.74 ersichtlich wird, kann die Korrektur für alle untersuchten Modelle für $y^+_{ref} = 2.0 - 4.0$ erfolgreich durchgeführt werden. Dabei werden auf beiden groben Gitter fast deckungsgleiche korrigierte Werte für $c_{D,f}$ ermittelt, welche nur bei HELL und WJKW eine leichte Differenzen aufweisen.

Variation von r: Bei der Anwendung des Fehlersensors zur Abtastung der Gitteraufweitung wird nur an vereinzelten Oberflächenpunkten die Grenzschicht nicht korrekt erfasst und dadurch ein inkorrekter Fehlerwert zurück geliefert (Abb. A.72/A.73). Durch Korrektur von c_f wird fast auf dem gesamten Profil die Referenzlösung erreicht, wobei auch hier durch die Positionsänderung des Verdichtungsstoßes hinter diesem keine Übereinstimmung erwartet werden kann. Neben diesen sind bei den Eingleichungsmodellen weiterhin leichte Abweichungen auf der Druckseite ab etwa 60% c Profiltiefe zu beobachten sind, bei der der Tragflügel in den konkaven Verlauf übergeht.

Auch hier führt die Berichtigung der lokalen Koeffizienten zu einer Angleichung des Widerstandsbeiwertes an die Referenz (Abb. A.75). Bei der Variation der Aufweitung ist die Übereinstimmung etwas schwächer ausgeprägt als bei der entsprechenden Untersuchung mit y^+, wobei mit steigender Aufweitung die Differenz zum Referenzwert weiter zunimmt. Dieses kann unter anderem an der deutlich höheren Intensität des Fehlers bei der Aufweitungsvariation gegenüber der von y^+ begründet sein, die dadurch auch größeren Einfluss auf die Profilumströmung selbst ausübt. Im Besonderen sind hiervon die Eingleichungsmodelle betroffen, wobei aufgrund der stärkeren Fehlerauswirkungen der Grad der Korrektur erhalten bleibt. Entsprechend kann auch hier die Anwendung der Sensoren zur Fehlerkorrektur als erfolgreich bezeichnet werden.

6.2.2 Onera-A-Profil

Variation von y^+: Auch für das Onera-A-Profil soll mit der Anwendung des Sensors für unterschiedliche Werte von y^+ begonnen werden. Dabei erreicht die Korrektur des Reibungsbeiwertes bei den Zweigleichungsmodellen in dessen Verlauf entlang der Druckseite und bis etwa 25% c auf der Saugseite eine sichtbare Verbesserung, da sich hier die Grenzschichtentwicklung entsprechend den aus der Plattenströmung erwarteten Tendenzen verhält (Abb. A.76). In diesen Bereichen wird nahezu eine Deckungsgleichheit erzielt, wohingegen es auf der Oberseite stromab aufgrund der unterschiedlich resultierenden Steigungen zu einer leichten Überschätzung des Fehlers kommt. Da bei den Eingleichungsmodellen die Abweichungen insgesamt nicht sehr ausgeprägt waren, ist die Änderung deutlich unauffälliger, führt aber entlang des gesamten Profils zu einer weiteren Annäherung an die Referenzlösung. Besonders ersichtlich ist diese im Bereich der größten Reibungsbeiwerte.

Die überhöhte Korrektur der lokalen Beiwerte ist auch bei der Ermittlung des Reibungswiderstandes ersichtlich (Abb. A.78). Die korrigierten Widerstände zeigen bei allen Zweigleichungsmodellen eine zu starke Berichtigung, welche hingegen bei SAO und SAE zu schwach ausfällt. Trotzdem stellt dieses eine sichtbare Annäherung an die Referenzlösung gegenüber der Originallösung auf den groben Gitter dar.

Variation von r: Innerhalb der Untersuchungen des Onera-A zeigte die Gitteraufweitung starke Auswirkungen auf Reibungsbeiwerte und Grenzschichtentwicklung, wodurch sich mit der Position der Ablösung das gesamte Strömungsbild verändert. Da dieses quasi in der Lösung eines physikalisch anderen Testfall resultiert und die Abweichungen in c_f somit nicht mehr überwiegend numerischer Natur sind, kann hier keine zufriedenstellende Korrektur des Beiwertes erwartet werden (Abb. A.77). Dieses wird besonders bei den stark abgelösten Strömungen der Eingleichungsmodelle deutlich. Dennoch weisen die berichtigten Verläufe eine verbessernde Tendenz auf, welche bei den kleineren Variationen in den Ergebnissen von WCX eine sehr gute Annäherung an die Referenzlösung zeigt. Herausragend ist auch hier wieder das SST-Modell, bei welchem aufgrund des gegenüber der Plattenströmung auffällig abweichenden Verhaltens nach der Korrektur die Differenzen zum feinsten Gitter nahezu entlang der gesamten Oberfläche zunehmen.

Hierdurch erreicht es auch bei der Abschätzung des integralen Beiwertes eine zusätzliche Verschlechterung der Vorhersage (Abb. A.79). Bei den anderen Modellen ist jedoch entsprechend der schwachen Angleichungen von c_f der groben Gitter an die Referenzlösung in den Widerstandsbeiwerten nur eine leicht verbessernde Tendenz zu beobachten, die den Wert des feinsten Gitters nicht erreicht. Dieses trifft insbesondere bei den Eingleichungsmodellen mit den stark nach vorne verlagerten Ablösepositionen zu.

6.2.3 Gemischte Fehlermechanismen

Eine weitere Problematik stellt das gleichzeitige Auftreten mehrerer Fehlermechanismen dar. Da deren Interaktion bisher nicht Teil der Untersuchungen war, bei denen die Auswirkungen der separaten Fehlerquellen teilweise entgegen gesetzte Tendenzen aufwiesen, soll dieses nun näher betrachtet werden. Hierin soll ebenso die Anwendbarkeit der Sensoren auf Gitter mit gemischten Fehlern im Folgenden überprüft werden. Um die Punktanzahl innerhalb der Grenzschicht auch auf dem gröbsten Gitter hinreichend hoch zu belassen, wird hier ein Netz mit einer Aufweitung von $r = 1.5$ und $y^+_{max} = 2.0$ verwendet und mit den Ergebnissen der einzeln auftretenden Fehlern gegenübergestellt. Aufgrund der vorangegangen Erkenntnisse soll desweiteren angenommen werden, dass die Auswirkungen auf die physikalische Wiedergabe der Strömung vergleichsweise klein bleiben. Da von den beiden untersuchten Profilen dieses nur beim RAE2822 ausreichend gewährleistet werden kann, werden deren Berechnungen für die Überprüfung herangezogen.

In den Berechnungen mit den gemischten Fehlermechanismen zeigt sich bei den Zweigleichungsmodellen im Verlauf der Reibungsbeiwerte gegenüber den separaten Fehlern eine Verstärkung der beiden einzelnen Einflüsse (Abb. A.80/A.81, links). Dieses führt zu einem noch ausgeprägterem Abfall in c_f, insbesondere im Plateaubereich, wohingegen die gegensätzlicheren Tendenzen in der Position des Stoßes bei WCX, SST, HELL und WJKW dazu führen, dass beim Gitter mit beiden Fehlermechanismen die Lage des Referenzfalls deutlich näher kommt als bei den einzeln auftretenden Fehlern. Nach der Korrektur des Fehlers in den Reibungsbeiwerten (Abb. A.80/A.81, rechts) liegen die Stoßlagen sogar noch dichter zusammen. Hierbei wird der Verlauf von c_f für den Fall mit den gemischten Fehlern etwas zu stark berichtigt, womit diese aber dennoch eine wesentliche Verbesserung gegenüber der fehlerbehafteten Rechnung darstellt. Auch bei den Stoßlagen von LEA und RQEVM wirken die beiden separaten Fehler einander entgegen, wenn hierbei auch für den kombinierten Fehler nicht die Position des feinsten Netzes erreicht wird, sondern der weiterhin zu weit vorne einsetzt. Der korrigierte Verlauf der Reibungswerte liegt gegenüber der Referenz wie bei den anderen Modellen ebenfalls etwas zu hoch, wobei dieses auf der Druckseite noch stärker ausgeprägt ist.

Da bei den Eingleichungsmodellen die Stoßlage kaum durch die y^+-Variation beeinflusst wurde, liegt hier das Ergebnis des gröbsten Gitters erwartungsgemäß auf dem mit erhöhter Aufweitung (Abb. A.80/A.81, links). Durch die entgegengesetzten Auswirkungen auf das Niveau des Reibungsbeiwertes sind hier die Verläufe vom Referenzgitter und dem mit gemischten Fehlerquellen vor dem Verdichtungsstoß und in Teilen des druckseitigen Verlaufs nahezu deckungsgleich, auch wenn beide separaten Fehler einen unterschiedlichen Betrag aufweisen. Eine Korrektur von c_f (Abb. A.80/A.81, rechts) bewirkt dementsprechend für den gemischten Fall eine Abweichung von der Referenzlösung, da die Berichtigung durch den von der Aufweitung verursachten Fehler größer ausfällt und damit in einem zu hohen Reibungsbeiwert resultiert. Für die Berechnung der berichtigten integralen Beiwerte muss sich demnach durch die zu hoch liegenden angepassten Reibungsbeiwerte eine zu starke Korrektur ergeben, welche bereits bei den einzelnen Fehlermechanismen leicht über den Referenzergebnissen lag.

Die Anwendungen der Fehlerfunktionen zur Fehlerabschätzung bei Auftreten gemischter Fehlerquellen, die auf der Gittergüte beruhen, zeigen damit eine im Ansatz bestehende Gültigkeit der Superposition der separaten Fehler. Eine leichte gegenseitige Beeinflussung der Fehlermechanismen ist beispielsweise beim Eingleichungsmodell erkennbar, bei dem die entgegengesetzten Auswirkungen in den Reibungsbeiwerten gegenseitig aufheben, obwohl diese vom Betrag her eine unterschiedliche Ausprägung haben. Ebenso zeigen sich auch bei den anderen Modellen eine zu hohe Prognose der gemischten Fehler, welche sich aus der Summe der einzelnen Fehlereinteile ergibt. Im Sinne eines Sicherheitsfaktors stellt dieses damit den größt möglichen numerischen Fehler in den Reibungsbeiwerten dar. Wie sich bei der Korrektur von c_f mit Hilfe des Fehlerschätzers gezeigt hat, liegen auch diese sehr gut auf dem Verlauf des Referenzfalls und stellen eine deutliche Verbesserung der ursprünglichen Rechnung auf dem groben Gitter dar. Es kann demnach festgestellt werden, dass der Sensor zur Fehlerschätzung ebenso auf gemischte Fehlermechanismen anwendbar ist.

6.2.4 Hochauftriebskonfiguration SCCH

Neben den bisher betrachteten gegenseitigen Beeinflussungen einzelner Fehlermechanismen, die sich aus der Beschaffenheit des Rechennetzes ergeben haben, sind mit wachsender Komplexität des Testfall zusätzliche Unsicherheiten zu beobachten, welche das Abschätzen ihrer Auswirkungen auf die Lösung zunehmend schwieriger gestalten. Um das Problem interagierender Fehlereinflüsse zu verdeutlichen, soll hierfür eine praxisrelevante Hochauftriebskonfiguration betrachtet werden. Diese ist beispielsweise durch das SCCH (Swept Constant Chord Half) Modell gegeben, welche eine Drei-Komponenten-Konfiguration im Landeanflug darstellt, bei der Vorflügel und Klappe ausgefahren sind (s. Abb. 6.4). Diese besitzen eine relative Länge von $l_F = 0.158c$ und $l_S = 0.254c$ bezogen auf die Gesamtlänge des eingefahrenen Profils. Alle Komponenten der Konfiguration sind dabei mit stumpfen Hinterkanten versehen. Der Anstellwinkel der Konfiguration beträgt $\alpha = 6°$, bei der die Strömung saugseitig bei Vor- und Hauptflügel vollständig anliegt. Die Strömungsablösung auf der Oberseite der Klappe erreicht bei einem Winkel δ_F von 37° die am weitesten stromaufwärts gelegene Position, welcher für diesen Testfall verwendet wird. Für die Anströmung wird eine Reynolds-Zahl von $Re = 750000$ eingestellt, basierend auf der Profiltiefe c der Konfiguration, bei einer Mach-Zahl von $Ma = 0.04$.

Das SCCH kam bereits in mehreren experimentellen Untersuchungen zur Anwendung, welche sich unter anderem mit verschiedenen Ansätzen der aktiven und passiven Strömungsbeeinflussung sowie der Reduzierung der Schallabstrahlung (s. [65, 70, 83]) beschäftigten. Eine numerische Behandlung des Profils wurde unter anderem in den Arbeiten von Günther [39, 41] und Höll [54, 55] vorgenommen, deren Hauptaugenmerk ebenfalls auf der aktiven Kontrolle der Strömung, insbesondere des Ablöseverhaltens an der Klappe lag. Die Problematik, welche bei der Fehlerabschätzung innerhalb der numerischen Berechnung des Profils zu erwarten ist, ergibt sich zum einen aus dem Drei-Komponenten-Aufbau der Konfiguration. Hierbei kann sich der Fehler einer unzureichend aufgelösten Grenzschicht beispielsweise durch deren unphysikalische Aufdickung und die dadurch von der Wand verdrängte Strömung auf die dahinter gelegenen Komponenten unvorhersehbar auswirken. Zum anderen kann eine Vergröberung des Gitters, wie bereits beim Onera-A-Profil zu beobachten war, an der Klappe mit einer Verlagerung der Ablöseposition einhergehen. Durch den elliptischen Charakter der RANS bei kleinen Mach-Zahlen bleibt die damit verbundene Verminderung der Zirkulationsströmung jedoch nicht auf die Klappe begrenzt, sondern hat eine stromaufwärtige Beeinflussung des Geschwindigkeitsfeldes um Haupt- und Vorflügel zur Folge, welche entlang der gesamten Konfiguration erkennbar ist.

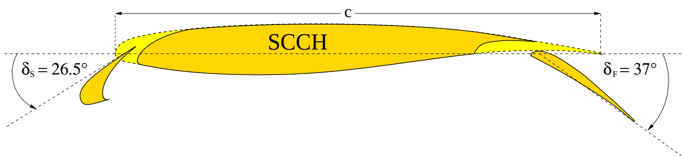


Abbildung 6.4: Schema der originalen SCCH Hochauftriebskonfiguration (Darstellung aus [40])

Entgegen der Bezeichnung des SCCH-Profils wird dieses innerhalb der Untersuchungen zum Gittereinfluss rein zweidimensional betrachtet. Hierin wurden Variationen der Aufweitung bis $r = 1.5$, sowie des Wandabstandes bis $y^+ \approx 4.0$ vorgenommen. Für die Referenzlösung wurde erneut basierend auf den Untersuchungen der ebenen Platte $r = 1.1$ und $y^+ \approx 0.1$ gewählt. Die Gitterpunktanzahl der einzelnen Netze ist in der Tabelle 6.4 zusammengefasst. Zur Behandlung der Turbulenz wurde eine Auswahl von Ein- und Zweigleichungsmodellen angewandt, von denen einige Ergebnisse exemplarisch dargestellt werden. Als Strömungslöser kam wie bei allen Berechnungen zur Fehlerquantifizierung auch hier das Programm TAU zum Einsatz. Aufgrund der stark abgelösten Strömung oberhalb der Klappe stellen sich innerhalb des Ablösegebiets und des Nachlaufs zeitlich abhängige Strukturen ein, welche durch eine stationäre RANS nicht wiedergegebenen werden können. Diese führen hierbei statt zu einer stationären, auskonvergierten Lösung zu Schwingungen in den Residuen, welche in den Konvergenzverläufen der integralen Beiwerte je nach Gitter mit etwa 1000-4000 Iterationen pro Periode aufgelöst sind. Da auch hier die Einflüsse des Gitters im Vordergrund der Untersuchungen stehen und weniger die exakte Wiedergabe von experimentellen Messungen, wurden gemäß industrieller Praxis die lokalen und integralen Beiwerte aus der Mittelung von 40 Samples einer Schwingungsperiode gewonnen. Hierbei sind in den Reibungsbeiwerten entlang des Vor- und Hauptflügels kaum signifikante Veränderungen gegenüber der einzelnen Samples zu beobachten. Die Schwankungen in den integralen Beiwerten ergeben sich demnach hauptsächlich aus den minimalen Verlagerungen der Ablöseposition an der Klappe, welche zu Veränderungen der Druckkoeffizienten entlang der gesamten Konfiguration führen.

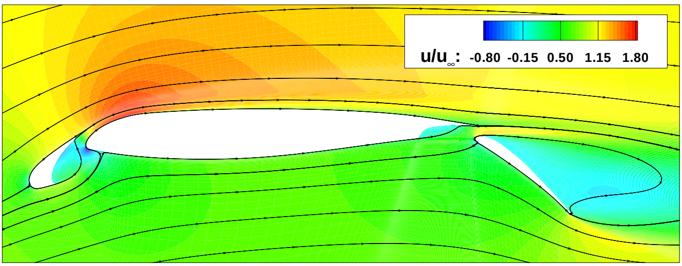


Abbildung 6.5: Normiertes Geschwindigkeitsfeld u/u_∞ um die SCCH Hochauftriebskonfiguration mit Darstellung der Stromlinien

Zur Betrachtung der Gittereinflüsse auf die Rechnung sind zunächst in Abbildung A.82a die Reibungsbeiwerte der Referenzlösung gegen die der in Aufweitung und Wandabstand vergöberten Gitter am Beispiel des WCX-Modells dargestellt. Hierin ist die deutlich die zur Vorderkante der Klappe verlagerte Ablösung zu erkennen, welche bezogen auf die gesamte Profiltiefe um $-2.79\%\,c$ bei $y^+ \approx 4.0$ bzw. $-3.28\%\,c$ bei $r = 1.5$ vor der des Referenzfalls einsetzt. Diese Verlagerung bewirkt eine sichtbare Beeinflussung der Zirkulationsströmung um die Konfiguration, welche aufgrund der verminderten saugseitigen Geschwindigkeiten dort in einer Abnahme der Reibungswerte an Vor- und Hauptflügel resultiert, und dementgegen in einer leichten Zunahme auf der Druckseite. Eine mit dem Verhalten, welches sich beim Onera-A-Profil gezeigt

	Gitterpunkte	c_D/WCX	c_L/WCX	c_D/SST	c_L/SST
Referenzgitter	191,310	$0.7961 \cdot 10^{-1}$	2.1730	$1.2328 \cdot 10^{-1}$	1.9155
$y^+ \approx 4.0$	98,438	$1.1050 \cdot 10^{-1}$	1.8679	$1.4115 \cdot 10^{-1}$	1.9284
$r = 1.5$	89,713	$1.1229 \cdot 10^{-1}$	1.9617	$1.2252 \cdot 10^{-1}$	1.8778

Tabelle 6.4: Auswirkungen der Gittervariationen auf die Anzahl der Gitterpunkte und die integralen Beiwerte am SCCH mit k-ω-Modell von Wilcox (TAU)

hat, konsistente Tendenz ist in den Verläufen der Druckbeiwerte (Abb. A.82b) zu beobachten, bei der die Druckdifferenz zwischen Ober und Unterseite deutlich abnimmt. Beim Wechsel des Turbulenzmodells ist dieses Verhalten jedoch nicht bei allen Modellen gleichermaßen zu beobachten. Hierfür sollen zusätzlich die Ergebnisse des SST-Modells betrachtet werden, welche ebenso wie WCX auf die Vergröberung des Gitters mit einer nach vorne verlagerten Ablösung an der Klappe reagiert. Die Verläufe der Reibungsbeiwerte (Abb. A.83a) zeigen wie beim Modell von Wilcox ein vermindertes c_f entlang der Saugseite von Vor- und Hauptflügel, wobei hier die Abweichung zur Referenzlösung deutlich kleiner ist. Dennoch ist die Reaktion auf die zu grobe Grenzschichtauflösung bei beiden Modelle sehr ähnlich, wie auch die Wiedergabe der Reibungsbeiwerte im Bereich des Rezirkulationsgebiets an beiden Flügelkomponenten zeigt. Ein Trend, welcher weder beim WCX-Modell noch bei der Anwendung des SST am Onera-A-Profil zu beobachten war, zeigt sich jedoch in den Druckbeiwerten (Abb. A.83b). Hierin geht die Vergröberung des Gitters und die Verlagerung der Ablöseposition nicht mit einer Abnahme der Druckdifferenz von Flügelober- und Unterseite einher, sondern bewirkt am Hauptflügel für beide Gittervariationen und am Vorflügel für $y^+ \approx 4.0$ die entgegengesetzte Tendenz. Die Abweichungen zur Referenz sind dabei geringer als beim Modell von Wilcox.

Wie die Intensitäten und Tendenzen der einzelnen Fehlerauswirkungen gezeigt haben, sind die Auswirkungen für diese Hochauftriebskonfiguration aufgrund ihrer höheren Komplexität jedoch kaum noch aus den Testfällen der ebenen Platte oder einfachen Profilumströmungen abzuleiten. Dieses zeigt sich eben so sehr deutlich beim Versuch, die Sensoren zur Fehlerabschätzung von c_f auf das SCCH anzuwenden (Abb. A.84). Die Korrekturen des Reibungsbeiwertes, welche nicht in der Lage sind, die starken physikalischen Veränderungen der Strömung um die Konfiguration wiederzugeben, weisen zwar bei den angewandten Modellen an Vor- und Hauptflügel nahezu entlang der gesamten Oberfläche die richtigen Tendenzen auf, liegen aber besonders bei WCX weit unter dem Fehler zur Referenzlösung. Lediglich in wenigen Gebieten, in denen die Abweichungen schwach ausgeprägt sind, kann hierdurch das Ergebnis des feinsten Gitters erreicht werden (Abb. A.84b, mitte). Die verbleibenden Differenzen zwischen dem Verlauf des berechneten Reibungsbeiwertes und dem nach der Korrektur des *numerischen Fehlers*, hervorgerufen durch die unzureichende Grenzschichtauflösung, könnte demnach als *Modellierungsfehler* interpretiert werden. Eine Anwendung des Fehlerschätzers zur einfachen Korrektur der lokalen und integralen Beiwerte ist bei der SCCH-Konfiguration folglich nicht ausreichend sichergestellt.

7 Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einer Bewertung der Robustheit des numerischen Verfahrens ausgewählter Strömungslöser bei der Wiedergabe wandgebundener Scherschichten abhängig vom angewandten Turbulenzmodell und der Gitterqualität innerhalb der Grenzschicht. Beachtung fand hierbei neben der ungestörten Grenzschichtentwicklung auch ihre Interaktion mit Strömungsablösungen und Verdichtungsstößen. Hierfür wurden als generische Testfälle die ebene Plattenströmung, das hochangestellte Onera-A- und das RAE2822-Profil genauer untersucht. Hierbei konnten die zwischen den Modellen und Lösern stark variierenden bis teilweise sogar entgegengesetzten Einflüsse auf die Lösung dargestellt werden.

Ziel war es, ein Maß für die Auswirkungen einer unzureichenden Grenzschichtauflösung auf die lokalen und integralen Beiwerte, wie auch auf die Position von auftretenden Ablösungen und Stößen zu finden, und soweit möglich den daraus resultierenden Fehler abzuschätzen. Die Entwicklung und Anwendung eines Fehlerschätzers zur Bestimmung des numerischen Gitterfehlers in den Reibungs- und integralen Beiwerten konnte dabei erfolgreich demonstriert werden.

Hierfür wurden zunächst auf den feinsten Gittern Trend- und Vergleichstest durchgeführt, um im Rahmen einer Verifizierung eine qualitativ korrekte Referenzlösung sicherzustellen und die Unsicherheitsbandbreiten, welche dem Ergebnis aufgrund der Wahl des Turbulenzmodells und des Strömungslösers innewohnen, aufzuzeigen. Die sich danach anschließenden Sensibilitätsstudien sollten durch Einbringung einzelner Fehlermechanismen in das Gitter des Grenzschichtbereiches Informationen über die Empfindlichkeit des Ergebnisses liefern und die Möglichkeiten ihrer Quantifizierung aufzeigen.

Bei den Trendtests zeigten die Löser bei allen drei Testfällen allgemein eine qualitative Übereinstimmung mit den experimentellen Messungen, wobei sich Abweichungen in den Reibungsbeiwerten beim Wechsel des Turbulenzmodells von bis zu 7.6% bereits bei der einfachen ebenen Plattenströmung zeigten. Dieses unterschiedliche Niveau in c_f zeigte sich auch bei den Profilberechnungen und verursachte beim Onera-A eine Variation der Ablöseposition um bis zu 14.4% c, welche bei allen angewandten Lösern gleichermaßen zu beobachten war. Auch am RAE2822 ergaben sich die selben Tendenzen der Reibungskoeffizienten mit entsprechenden Abweichungen zwischen den Modellen und erreichten darüber hinaus bei der Lage des Verdichtungsstoßes Unterschiede von 2.6% c. Die sich daraus ergebenden Variationen in den integralen Beiwerten sind mit den detaillierten Vergleichen der Modelle in den Abschnitten 5.1.2, 5.2.1 und 5.3.1 zu finden.

Die Vergleichstests zwischen den Lösern zeigten bei der Grenzschichtentwicklung in den Reibungsbeiwerten ähnliche Unsicherheitsbandbreiten wie bereits zwischen den Modellen und waren besonders bei den Zweigleichungsmodellen ausgeprägt. Für das Modell von Wilcox ist dieses überwiegend in der 1998 modifizierten Formulierung begründet, welche in der

Art nur in STAR-CCM+ Anwendung findet und gegenüber dem Standardmodell ein stark abweichendes Verhalten aufweist. Ansonsten zeigte das Wilcox-Modell die gleichen sehr guten Übereinstimmungen wie das Modell von Spalart & Allmaras, die kaum auffällige Tendenzen aufgrund der in den Lösern teils voneinander abweichenden Auswahl von Wandrand- oder Konvektionsbehandlungen erkennen ließen. Dieses ist für die drei Testfälle in den Abschnitten 5.1.3, 5.2.2 und 5.3.2 genauer beschrieben.

Nach der grundlegenden Überprüfung der qualitativen Korrektheit der Ergebnisse auf dem feinen Referenzgitter wurde eine schrittweise Verminderung der Gittergüte in der Grenzschicht durch Einbringung einzelner Fehlermechanismen vorgenommen.

Die Variation der Gitteraufweitung bei konstantem Wandabstand des ersten inneren Punktes bewirkte verallgemeinernd zusammengefasst aufgrund der geringeren räumlichen Auflösung eine erhöhte numerische Diffusion, welche eine Streckung der Grenzschichtprofile in wandnormaler Richtung zur Folge hatte. Dieses resultierte zum einen in verminderten Wandgradienten und damit in zu geringen Reibungsbeiwerten, zum anderen in einer Aufdickung der Grenzschicht, welches eine veränderte Wiedergabe des Strömungsfeldes darstellt und der Entwölbung eines Tragflügelprofils entspricht.

Diese Abnahme in c_f zeigte sich bei allen drei Testfällen, wobei die Ausprägung dieses Einflusses deutlich zwischen den Turbulenzmodellen und Strömungslösern variierte. Bei der ebenen Platte war dieser mit dem Löser Edge am stärksten sichtbar, wohingegen STAR-CCM+, ELAN und OpenFOAM mit den Eingleichungsmodellen am unempfindlichsten auf r reagierten. Dieses zeigte sich gleichermaßen bei der Aufdickung der Grenzschicht, die in einigen Fällen auf dem gröbsten Gitter mit $r = 2.0$ einen Zuwachs von nahezu $+85\%$ aufwies. Ein entsprechender Trend konnte auch bei den beiden Flügelprofilen beobachtet werden, welcher bei TAU und ELAN am RAE2822 sogar nahezu identisch verlief. Zusätzlich sind hier vor dem Verdichtungsstoß leichte Verminderungen der saugseitigen Übergeschwindigkeiten zu beobachten und mit zunehmender Aufweitung eine weiter zur Vorderkante verlagerte Stoßposition, die für SAO bei TAU eine Verschiebung von $-2.6\%\,c$ erreicht. In den Kraftbeiwerten beutet dieses bei nahezu allen Modellen eine Abnahme im Vergleich zur Referenzlösung, welche für das genannte Modell bei etwa -10% im Widerstands- und -6% im Auftriebsbeiwert liegt. Innerhalb der Ergebnisse vom Onera-A-Profil sind die Trends in c_f aus der ebenen Plattenströmung nur bei kleineren Variationen von r wiederzufinden. Mit größerer Aufweitung des Gitters bewirkt die Aufdickung der Grenzschicht eine Verdrängung des Übergeschwindigkeitsgebiets von der Wand fort und einer teils weit stromaufwärts verlagerten Ablösung. Dieses resultiert in der Wiedergabe einer gegenüber der Referenzlösung veränderten Strömungsphysik, die sich dabei in erheblichen Abweichungen in den Reibungs- und Druckbeiwerten widerspiegelt. Die Auswirkungen der Modelle und Löser sind hierbei stark verschieden, wobei TAU am empfindlichsten auf die Aufweitung reagiert. Die Verschiebungen des Ablösepunktes variieren auf dem gröbsten Gitter zwischen $4 - 75\%\,c$ mit einer Zunahme des Widerstandsbeiwertes von maximal $+590\%$ und einer Abnahme des Auftriebsbeiwerts von bis zu -70% unter dem des Referenzergebnisses (siehe Abschnitte 5.1.4, 5.2.3 und 5.3.3).

Die Variation des Wandabstandes y^+ zeigte an der Plattenströmung ein zweigeteiltes Verhalten zwischen den Turbulenzmodellen und Strömungslösern. Bei Verbleib des ersten Gitterpunktes in der viskosen Unterschicht erfolgte für die Reibungsbeiwerte ein Zuwachs (bis ca. 4% bei den

Eingleichungs- und eine Abnahme (bis ca. -10% bei den Zweigleichungsmodellen und EARSM, wobei die Grenzschichtdicke diesem Trend folgte. Befand sich der erste Punkt bereits innerhalb des Übergangsbereichs, so war hingegen für die Löser mit Low-Reynolds-Wandbehandlung aufgrund des linearen Wandgesetztes ein sprunghafter Abfall zu verzeichnen und ein entgegengesetzter Trend bei hybrid-adaptiver Randbedingung. Als besonders empfindlich auf y^+ erwies sich hier der Edge-Code, wobei auch der kommerzielle Löser STAR-CCM+ bei größeren Wandzellen ein unvorhergesehenes Verhalten zeigte.

Die Auswirkungen auf die Grenzschicht sind auch bei den Tragflügelprofilen zu beobachten, die beim RAE2822 einen identischen Trend zu dem der ebenen Plattenströmung aufwiesen. Auf die Lage des Verdichtungsstoßes wirkte sich ein größerer Wandabstand von $y^+ \approx 4.0$ nur auf die Zweigleichungsmodelle und EARSM aus und führte zu einer leichten Verschiebung in Richtung Hinterkante (um 1% c). Hierdurch verblieben die Abweichungen in den Kraftbeiwerten ebenfalls im einstelligen Bereich, die nur bei SAO und SAE zu einer Verringerung der Werte führte. Die Variation von y^+ am Onera-A-Profil fiel entlang der Oberfläche deutlich schwächer aus. Dennoch verlagerte sich die Ablösung auf dem gröbsten Gitter bei den Eingleichungsmodellen bis zu 1% c stromauf- und bei den übrigen Modellen bis zu 3% c stromabwärts, wobei nahezu alle Löser in c_p eine leicht erhöhte Saugspitze aufweisen. Entsprechend liegen die Auswirkungen in den integralen Beiwerten etwas höher bei -11% in c_D und etwa $+4\%$ in c_L gegenüber der Referenzlösung (siehe Abschnitte 5.1.4, 5.2.3 und 5.3.3).

Die Untersuchungen des Einflusses der Gitterschiefe innerhalb des Grenzschichtbereichs, die ausschließlich an der ebenen Platte durchgeführt wurden, zeigten nur die Löser TAU, Edge und OpenFoam Auswirkungen in den Ergebnissen. Da sich diese hauptsächlich auf die Modelle SAO, SAE, SST und HELL beschränkten, konnte die Ursache auf den in allen drei Lösern identisch umgesetzten Algorithmus zur Wandabstandsberechnung zurückgeführt werden. Da dieser lediglich die Entfernung zum nächstgelegenen Rechenpunkt an der Wand ermittelt und dabei nicht auf die Oberflächenelemente interpoliert, ergeben sich besonders im für die Eingleichungsmodelle kritischen wandnächsten Bereich zu hohe Werte in d. Dieses resultiert für SAO und SAE in Reibungsbeiwerten und Grenzschichtdicken, welche die der Referenzlösung um ein Vielfaches übersteigen (siehe Abschnitt 5.1.4). Aufgrund der Untersuchungen dieser Arbeit wurde in TAU bereits eine alternative Methode zur Wandabstandsberechnung bereitgestellt, durch welche wie bei STAR-CCM+ und ELAN auch für größere β nahezu kein Gittereinfluss zu erkennen ist. Dennoch zeigt sich hierdurch die Verbreitung von fehleranfälligen Algorithmen, welche durch einfache Verifizierungen leicht erkannt und vermieden werden können.

In den durchgeführten Sensibilitätsstudien haben sich einzig die Fehlerauswirkungen in den Reibungsbeiwerten durch ihre Übertragbarkeit auf die unterschiedlichen Testfälle hervorgehoben. Anhand der Trendverläufe der ebenen Plattenströmung wurden zu deren Abschätzung Fehlerfunktionen ermittelt und zusammen mit Sensoren zur Grenzschichtabtastung exemplarisch in den Löser TAU implementiert. Diese liefern Information über die Ausprägung auftretender Fehlermechanismen im Grenzschichtbereich und geben diese dem Benutzer zusammen mit einer Prognose für die daraus resultierende Abweichung als Oberflächendaten zurück (siehe Abschnitt 6.1).

Zur Überprüfung der korrekten Funktionsweise des entwickelten Fehlerschätzers wurden die ausgegebenen Fehlerwerte zur Korrektur der Reibungsbeiwerte und Widerstandsbeiwerte auf den Flügelprofilen angewandt. Diese erreichten beim RAE2822 entlang der Oberfläche eine Verminderung der Abweichungen selbst auf den gröbsten Gittern bei r auf unter 0.6% und bei y^+ auf sogar unter 0.2% für alle angewandten Turbulenzmodelle. Obwohl hierdurch nicht die Verlagerung des Stoßes berücksichtigt wurde, liegen auch die korrigierten Reibungsanteile des Widerstandsbeiwertes teils nahezu deckungsgleich mit der Referenzlösung. Gute Übereinstimmungen wurden auch am Onera-A-Profil erreicht, soweit die Strömungsphysik und dabei insbesondere die Ablöseposition nicht wesentlich beeinflusst wurde. Dass die Empfindlichkeit auf die Grenzschichtauflösung bei der Wiedergabe einer Ablösung nicht nur ein lokal beschränktes Problem darstellt, sondern Auswirkungen auf die gesamte Zirkulationsströmung hat, zeigen auch die Ergebnisse der Hochauftriebskonfiguration SCCH. Hierbei bewirkte der elliptische Charakter des Testfalls eine stromaufwärtige Beeinflussung der lokalen Beiwerte an Vor- und Hauptflügel, welche den rein numerischen Fehler aus der Grenzschichtauflösung überstiegen und nicht durch den Fehlerschätzer korrigiert werden konnten (siehe Abschnitte 6.2.1, 6.2.2 und 6.2.4).

Verbleibt der Einfluss des Strömungsfeldes jedoch vergleichsweise klein gegenüber dem Gitterfehler, so konnte in dieser Arbeit aufgezeigt werden, dass auch beim Auftreten mehrerer Fehlermechanismen eine Abschätzung der Abweichungen und damit deren Korrektur durch die Annahme ihrer Superposition möglich ist. Dabei hat sich klar gezeigt, dass nicht nur die Anzahl der Gitterpunkte in der Grenzschicht von Bedeutung sind und die einzelnen Fehlermechanismen teils entgegengesetzte Tendenzen aufweisen können. Hierdurch können sich bei der Einbringung mehrerer Gitterdefizite beispielsweise die Fehler in der Stoßposition gegenseitig aufheben, während sich in der selben Rechnung die Abweichungen in den Reibungsbeiwerten gegenseitig verstärken (siehe Abschnitt 6.2.3).

Ausblick

Die umfangreichen und breitgefächerten Untersuchungen haben deutlich die Vielzahl der möglichen Einflüsse auf die Lösung demonstriert. Hierzu zählen beispielsweise die unterschiedlichen Formulierungen der einzelnen Turbulenzmodelle oder die Umsetzung der Wandrandbehandlung, wie auch die Verwendung von Limitern, welche in der Regel zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens gedacht waren, jedoch hier zusätzlich eine untere Grenze in der Feinheit des Gitters darstellten. Aber auch die Numerik des Lösers selbst stellte eine Unsicherheit dar, durch welche einige Ergebnisse eine größere numerische Diffusion aufwiesen als andere.

Aufgrund dieser Komplexität an Fehlermechanismen und Unsicherheiten, wurden diese in den Auswertungen zunächst allgemein als Black-Box behandelt und nur selektiv anhand auftretender Auffälligkeiten detaillierter untersucht. Hierbei sind jedoch noch einige Fragen offen geblieben, deren Beantwortung nicht zuletzt aufgrund unzureichender Dokumentation und fehlendem Zugang zu den Quellcodes deutlich erschwert wird. Ihre weitere und tiefergehende Betrachtung wird demnach einen notwendigen Schritt zum vollständigen Verständnis der inneren Zusammenhänge darstellen.

Einen Ansatzpunkt für weitere Untersuchungen stellt die Wahl des Referenzgitter dar. Wie in den Verläufen der normierten Beiwerte $c_{f,n}$,$c_{D,n}$ und $c_{L,n}$ ersichtlich wurde, wird auch auf dem feinsten Netz keine Gitterkonvergenz erreicht und bei allen Modellen zeigt sich über die komplette Variationsbreite eine Änderung der Lösung. Auch wenn die Gründe gegen eine weitere Verfeinerung innerhalb der Arbeit ausreichend dargelegt wurden, könnte ein Vergleich einer gitterkonvergenten Lösung mit der Referenz diese Wahl bestärken oder aber eine numerisch exaktere Referenzlösung zur Verfügung stellen. Desweiteren blieb in den Betrachtungen des Gittereinflusses unberücksichtigt, bei welcher Grenzschichtauflösung das Turbulenzmodell die physikalische Realität bestmöglich wiedergibt. Da diese Modelle teilweise auf deutlich gröberen Netzen kalibriert wurden, könnte die Festlegung unterschiedlicher Referenzgitter für jedes Modell innerhalb weiterführender Validierungsrechnungen bessere Ergebnisse liefern, als die des feinsten Gitters. Hierbei bliebe ebenfalls zu untersuchen, ob diese *optimale* Grenzschichtauflösung ebenfalls auf andere Testfälle übertragbar ist.

Für die weiteren Arbeiten am Fehlerschätzers selbst haben die Untersuchungen die generelle Übertragbarkeit des Fehlereinflusses von der zweidimensionalen ebenen Platte auf komplexere Testfälle demonstriert. Zum weiteren Nachweis der Allgemeingültigkeit des Verfahrens sollte als nachfolgender Schritt zunächst die Übereinstimmung mit einer in die dritte Raumrichtung erweiterten Grenzschichtströmung überprüft werden, bevor die Fehlerschätzer an beliebigen, dreidimensionalen Testfällen Anwendung finden. Hierbei muss gezeigt werden, ob die aus der zweidimensionalen Betrachtung ermittelten Fehlerfunktionen direkt übertragbar sind oder ggf. aus einer 3D-Plattenströmung neu bestimmt werden müssen.

Neben diesen Ansätzen für zukünftige Untersuchungen, liefern die in dieser Arbeit zusammengetragenen Erkenntnisse bereits in dieser Form die Datenbasis eines Best-Practice-Guides bei der Wahl des Turbulenzmodells und der Auswirkungen der Grenzschichtauflösung auf die jeweilige Lösung. Dieser Überblick über die Fehlereinflüsse einzelner Strömungslöser ist dabei leicht für weitere Modelle und Programme zu vervollständigen. Für diese Datenbasis ist dabei auch die Anwendung als Grundlage zur Ermittlung der kompletten aleatorischen und epistemischen Unsicherheit im Sinne von C. Roy [112] denkbar, um dem Benutzer eine Bewertungsgrundlage für die Wahl des Modells und Strömungslösers zu liefern.

Ebenso einfach ist auch die Erweiterung des Fehlerschätzers auf weitere Modelle, für die lediglich zusätzliche Sensibilitätsstudien durchgeführt werden müssen. Mit Hilfe des Fehlerschätzers und der dazugehörigen Grenzschichtsensoren könnte darüber hinaus eine Steuerung von Gitteradaptionsverfahren erreicht werden, wie diese beispielsweise vom Löser TAU zur Verfügung gestellt werden. Hierdurch könnte bei Detektion einer unzureichenden Grenzschichtauflösung abhängig vom gewählten Turbulenzmodell die Anpassung des Gitters automatisch erfolgen.

Literaturverzeichnis

[1] American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations. *AIAA G-077-1998*, Reston, Virginia, 1998.

[2] Anderson, J.: Fundamentals of Aerodynamics. *Verlag McGraw-Hill*, New York, 1991.

[3] ASME Committee PTC-60, Guide on Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. *ASME V&V 10-2006*, American Society of Mechanical Engineers (ASME), 2006.

[4] ASME Committee PTC-61, Guide on Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer. *ANSI Standard V&V 20*, American Society of Mechanical Engineers (ASME), 2009.

[5] Baldwin, B.S. und Lomax, H.: Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. *AIAA Paper 78-257*, 16th Aerospace Sciences Meeting, Huntsville, USA, 1978.

[6] Blottner, F. G.: Accurate Navier-Stokes Results for the Hypersonic Flow over Spherical Nosetip. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 27, No. 2, S. 113-122, 1990.

[7] Boehm, B. W.: Software Engineering Economics. Prentice-Hall, 1981.

[8] Bose, D.; Wright, M.J.; Mansour, N.N.: The Use of Probabilistic Modeling for Reentry Thermal Protection System Design. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 14-1 – 14-12, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 14, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[9] Boussinesq, J.: Essai sur la théorie des eaux courantes. *Memoires Acad. des Sciences* **23** (1), Paris, 1872.

[10] Bunge, U.: *Numerische Simulation turbulenter Strömungen im Kontext der Wechselwirkung zwischen Fluid und Struktur*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2004.

[11] CD-adapco: STAR-CCM+ User Guide Version 4.06.011. *Manual*, 2009.

[12] Casey, M.; Wintergerste, T.: *Best Practice Guidelines*. Ercoftac Special Interest Group on Quality and Trust in Industrial CFD, 2000.

[13] Cebeci, T. und Smith, A.M.O.: *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. Academic Press, New York, 1974.

[14] Childs, R.E.; Reisenthel, P.H.: (2007) Probabilistic Error Modeling in Computational Fluid Dynamics. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 1-1 – 1-22, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 1, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[15] Cook, P.H.; McDonald, M.A.; Firmin, M.C.P.: Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions and Boundary Layer and Wake Measurements. *AGARD AR-138*, Experimental Data Base for Computer Program Assessment, 1979.

[16] Davidson, L.; Cokljat, D.; Fröhlich, J.; Leschziner, M. A.; Mellen, C. (Eds.): LESFOIL: Large Eddy Simulation of Flow Around a High Lift Airfoil. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 83, Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg. 2009.

[17] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.: Tau-Code User Guide Release 2007.1.0. *Manual*, Braunschweig, 2007.

[18] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.: Technical Documentation of the DLR TAU-Code r2007.1.0. *Manual*, Braunschweig, 2007.

[19] Eca, L.; Hoekstra, M.: An Evaluation of Verification Procedures for CFD Applications. 24th Symposium on Naval Hydrodynamics, Fukuoka, Japan, July 2002.

[20] Eca, L.; Vaz, G.; Hoekstra, M.: Code Verification, Solution Verification and Validation in RANS Solvers. *OMAE2010-20338*, Proceedings of ASME 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Shanghai, China, 2010.

[21] Eca, L.; Vaz, G.; Hoekstra, M.: A Verification and Validation Exercise for the Flow over a Backward Facing Step. *ECCOMAS CFD 2010*, V European Conference on Computational Fluid Dynamics, Lisbon, Portugal, 2010.

[22] Edwards, J.R. und Chandra, S.: Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields. *AIAA Journal* **34** No. 4, April 1996, S. 756-763.

[23] Eisfeld, B.: The German National Joint Project MUNA: Management and Minimization of Uncertainties and Errors in Numerical Aerodynamics. In: *Proceedings. 5th European Conference on Computational Fluid Dynamics*, ECCOMAS CFD, 14-17 Jun 2010, Lisbon.

[24] Favre, A.: Équations des gaz turbulents compressibles. *J. de Méchanique* **4**, 1965, S. 361-390 (Teil 1) und 391-421 (Teil 2).

[25] Ferziger, J. H.: Large Eddy Simulation. In: Gatski, T. B.; Hussaini, M. Y.; Lumley, J. L. (Hrsg.): Simulation and Modeling of Turbulent Flows. *Oxford University Press*, 1996, S. 109-154.

[26] Ferziger, J. H.; Peric, M.: Numerische Strömungsmechanik. *Springer Verlag*, 2008.

[27] FOI - Defence and Security, Systems and Technology: Edge User Guide Issue 4.1.0. *Manual*, Stockholm, Schweden, 2007, auch: *http://www.foi.se/*.

[28] FOI - Defence and Security, Systems and Technology: Edge Theoretical Formulation Issue 4.1.0. *Manual*, Stockholm, Schweden, 2007.

[29] Figliola, R.S.; Camberos, J.A.: Numerical Uncertainty Estimation in Drag Computations. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 45-1 – 45-12, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 45, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[30] Franke, M.: *Untersuchung zum Potential höherwertiger Turbulenzmodelle für den aerodynamischen Entwurf*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2003.

[31] Fröhlich, J.; von Terzi, D.: Hybrid LES/RANSmethods for the simulation of turbulent flows. *Progress in Aerospace Sciences*, 44:349–377, 2008.

[32] Fu, S.; Rung, T.; Thiele, F.: Realizability of non-linear stress-strain relationships for Reynolds-stress closures. *Proceedings of the 11th Turbulent Shear Flow Symposium Vol. 2*,Grenoble, France, 1997, S. 13/1-13/6.

[33] Gatski, T.B. und Speziale, C.G.: On Explicit Algebraic Stress Models for Complex Turbulent Flows. *Journal of Fluid Mechanics* **254**, 1993, S. 59-78.

[34] Gersten, K.; Herwig, H.: Strömungsmechanik. Grundlagen der Impuls-, Wärme- und Stoffübertragung aus asymptotischer Sicht. Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1992.

[35] Girimaji, S.S.: Fully-explicit and self-consistent algebraic Reynolds stress model. *Theor. and Comp. Fluid Dyn.*, 8, 1997, S. 387-402

[36] Gleyzes, Ch.: Opération décrochage - résultats des essais à la soufflerie F2. *Technical Report RT-DERAT 55/4004*, ONERA, 1987.

[37] Gleyzes, Ch.: Opération décrochage - résultats de la 2éme champagne d'essai à F2 - measures de pression et vélocimétrie laser. *Technical Report RT-DERAT 55/5004*, ONERA, 1989.

[38] Godin, P.; Zingg, D.W. und Nelson, T.E.: High-Lift Aerodynamic Computations with One- and Two-Equation Turbulence Models. *AIAA Journal*,**35** (2), 1997, S. 237-243.

[39] Günther, B.; Thiele, F.; Petz, R.; Nitsche, W.; Sahner, J.; Weinkauf, T.; Hege, H.-C.: Control of Separation on the Flap of a Three-Element High-Lift Configuration. *AIAA 2007-265*, 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 2007.

[40] Günther, B.; Thiele, F.; Weinkauf, T.; Sahner, J.; Hege, H.-C.: Feature-Based Comparison of Flow Fields Around a Three-Element High-Lift Configuration with Active Flow Control. *AIAA 2008-4079*, 4th Flow Control Conference, Seattle, WA, 2008.

[41] Günther, B.; Becker, R.; Carnarius, A.; Thiele, F.; King, R.: Simulation Study of the Robust Closed-Loop Control of a 2D High-Lift Configuration. In: Braza, M.; Hourigan, K. (Eds.): IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control. Springer-Verlag, S. 505-516, 2009.

[42] Haase, W.; Bradsma, F.; Elsholz, E.; Leschziner, A. and Schwamborn, D. (Eds.): EUROVAL - European Initiative on Validation of CDF Codes. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 42, Vieweg, 1997.

[43] Haase, W.; Chaput, E.; Elsholz, E.; Leschziner, M. und Muller, E.: ECARP - European Computational Aerodynamics Research Projects: Validation of CFD Codes and Assessment of Turbulence Models. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 58, Vieweg, 1997.

[44] Haase, W.; Selmin, V.; Winzell, B. (Eds.): Progress in Computational Flow-Structure Interaction. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 81, Community Research in Aeronautics, Springer Verlag, 2003.

[45] Haase, W.; Aupoix, B.; Bunge, U.; Schwamborn, D. (Eds.): FLOMANIA - A European initiative on flow physics modelling. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 94, Springer Verlag, 2006.

[46] Harten, A.: High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 49, S. 357–393, 1983.

[47] Hatton, L.: The T Experiments: Errors in Scientific Software. *IEEE Computational Science & Engineering*, Vol. 4, No. 2, S. 27-38, 1997.

[48] Hay, A.; Etienne, S.; Pelletier, D.: Adaptivity, Sensitivities and Uncertainties in CFD. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 8-1 – 8-28, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 8, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[49] Haynes, T. S.; Reed, H. L.; Saric, W. S.: CFD Validation Issues in Transition Modeling. *AIAA Paper 96-2051*, 27th AIAA Fluid Dynamics Conference, New Orleans, Loisiana, 17-20 June, 1996.

[50] Hellsten, A.; Laine, S.: Explicit Algebraic Reynolds-Stress Modelling in Decelerating and Seperating Flows. *AIAA 2000-2313*, Denver, CO, June 19-22, 2000.

[51] Hellsten, A.: New Two-Equation Turbulence Model for Aerodynamics Applications. *PhD thesis*, Helsinki University of Technology, Laboratory of Aerodynamics, Finnland, 2004.

[52] Hirsch, C.: NODESIM-CFD: Non-deterministic Simulation for CFD-based Design Methodologies. *Vortrag*, Sith European Aeronautics Days, Aerodays 2011, Madrid, 30.März-1.April, 2011.

[53] Hixon, R.; Andersen, B.: Verification of Unsteady CFD Codes using the Method of Manufactured Solutions. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 11-1 – 11-20, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 11, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[54] Höll, T.; Wassen, E.; Thiele, F.: Active Separation Control on a High-Lift Configuration Using Segmented Actuation Slots. *AIAA Paper 2010-4249*, 2010.

[55] Höll, T.; Wassen, E.; Thiele, F.: Numerical Investigation of Spatially Distributed Actuation on a Three-Element High-Lift Configuration. In: King, R. (Ed.): Active Flow Control II. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 108, Springer Verlag, 2010, S. 109–123.

[56] Hoyas, S.; Jiménez, J.: Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up tu $Re_\tau = 2003$. *Physics of Fluids*, 18(011702), 2006.

[57] Huang, P.G.; Bradshaw, P.: Law of the Wall for Turbulent Flows in Pressure Gradients. *AIAA Journal, Vol. 33*, No.4, S. 624-632, 1995.

[58] Hucho, W.-H.: Aerodynamik des Automobils, 5. Auflage. *Vieweg+Teubner Verlag*, Wiesbaden, 2005.

[59] Huddeville, R.; Piccin, O.; Cassoudesalle, D.: Opération décrochage - mesurement de frottement sur profils AS239 et A240 á la soufflerie F1 du CFM. *Technical Report TR-OA 19/5025 (RT-DERAT 19/5025 DN)*, ONERA, 1988.

[60] Jameson, A.: Transonic Flow Calculations. *MAE Report 1651*, Princeton University, Princeton, New Jersey, 1983.

[61] Jang, Y. J.; Temmerman, L.; Leschziner, M.A.: Investigation of Anisotropy-Resolving Turbulence Models by Reference to Highly-Resolved LES Data For Seperated Flow. *ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference 2001*, Swansea, Wales, UK, 4-7 September 2001.

[62] Javurek, M.: Strömung von Flüssigstahl und Transport von Einschlüssen in einer Stahl-Stranggussanlage. *Dissertation*, Johannes Kepler Universität Linz, Trauner Verlag Linz, 2006.

[63] Jones, W.P. und Launder, B.E.: Prediction of Laminarization with a Two-Equation Turbulence Model. *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 1972, S. 301-314.

[64] Jiménez, J.; Hoyas, S.: Turbulent fluctuations above the buffer layer of wall-bounded flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 611, S. 215-236, 2008.

[65] Kaepernick, K.; Koop, L.; Ehrenfried, K.: Investigation of the unsteady flow field inside a leading edge slat cove. *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th Aeroacoustics Conference)*, Monterey, CA, USA, 2005.

[66] Knopp, T.: A new adaptive wall-function method for subsonic and transonic turbulent flows. *Technical Report*, DLR IB 224-2005 A 14, 2005..

[67] Knopp, T.: Validation of the Turbulence Models in the DLR TAU Code Transonic Flows - Best Practice Guide. *Technical Report*, DLR, Göttingen, Februar 2006.

[68] Knopp, T.: Model-consistent universal wall-functions for RANS turbulence modelling. In: *Proceedings Intern. Conf. BAIL 2006*, Göttingen, Juli 2006.

[69] Knopp, T.: Universal Wall Functions for Aerodynamic Flows: Turbulence Model Consistent Design. In: Kroll, N.; Schwamborn, D.; Becker, K.; Rieger, H.; Thiele, F. (Eds.): MEGADESIGN and MegaOpt - German Initiative for Aerodynamic Simulation and Optimization in Aircraft Design, Potential and Limitations. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 107, Springer Verlag, 2007.

[70] Koop, L.: Aktive und Passive Strömungsbeeinflussung zur Reduzierung der Schallabstrahlung an Hinterkantenklappen von Tragflügeln. *Dissertation*, Technische Universität Berlin, 2005.

[71] Kotapati-Apparao, R. B.; Squires, K. D.; Forsythe, J. R.: Prediction of the Flow over an Airfoil at Maximum Lift. *AIAA 2004-259*, 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 5 - 8 January 2004.

[72] Kozulovic, D.: Modellierung des Grenzschichtumschlags bei Turbomaschinenströmungen unter Berücksichtigung mehrerer Umschlagsarten. *Dissertation*, Ruhr–Universität Bochum, Fakultät für Maschinenbau, Bochum, 1989.

[73] Kroll, N.; Fassbender, J.K. (Eds.): MEGAFLOW -Numerical Flow Simulation for Aircraft Design. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 89, Springer Verlag, 2005.

[74] Kroll, N.; Schwamborn, D.; Becker, K.; Rieger, H.; Thiele, F. (Eds.): MEGADESIGN and MegaOpt - German Initiative for Aerodynamic Simulation and Optimization in Aircraft Design. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 107, Potential and Limitations, Springer Verlag, 2007.

[75] Leschziner, M.; Drikakis, D.: Turbulence modelling and turbulent-flow computation in aeronautics. *Aeronautical Journal*, 2002, 106(1061), S. 349–383.

[76] Lien, F.S.; Leschziner, M.A.: A general non-orthogonal collocated finite volume algorithm for turbulent flow at all speeds incorporating second-moment turbulencetransport closure, part 1: Computational implementation. *Comp. Meths. Appl.*, Mech. Eng., 114:123–148, 1994..

[77] Lübcke, H.: *Entwicklung expliziter Darstellungen zweiter statistischer Momente zur numerischen Simulation turbulenter Strömungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2001.

[78] Mavriplis, D.J.; Jameson, A.; Martinelli, L.: Multigrid solution of the Navier-Stokes Equations on triangular Meshes. *ICASE-reportNo. 89-35*, 1989.

[79] Menter, F.R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal* **32** No. 8, August 1994, S. 1598-1605.

[80] Menter, F.R. und Rumsey, C.L.: Assessment of Two-Equation Turbulence Models for Transonic Flows. *AIAA Paper 94-2343*, 25th AIAA Fluid Dynamics Conference, Colorado Springs, USA, 1994.

[81] Menter, F.R.: On the connection between one- and two-equation models of turbulence. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments - 3*, Elsevier, Amsterdam, 1996, S. 131–140.

[82] Menter, F. R.; Esch, T.: Elements of Industrial Heat Transfer Prediction. *16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM)*, 2001.

[83] Meyer, R.; Bechert, D.W.: Beeinflussung von Strömungsablösungen an Tragflügeln. *Abschlussbericht*, Hermann-Föttinger-Institut, TU Berlin, 1998.

[84] Mignolet, M.P.; Chen, P.C.: Aeroelastic Analyses with Uncertainty in Structural Properties. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 2-1 – 2-18, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 2, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[85] Mockett, C., Frederich, O., Schmidt, T., Thiele, F.: Numerical prediction of the aerodynamic interference of twin-sting model supports on empennage measurements. In *Proceedings of the 7th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements (ETMM7)*, S. 811–816, Limassol, Cyprus, 2008.

[86] Mockett, C.: *A comprehensive study of detached-eddy simulation*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2009.

[87] National Aeronautics and Space Administration (NASA): Standard for Models and Simulations. *NASA-STD-7009*, 2008.

[88] Oberkampf, W. L.; Trucano, T. G.: Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics. *SAND2002-0529*, Sandia Report, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 2002.

[89] Oberkampf, W. L.; Trucano, T. G.: Verification, Validation, and Predictive Capability in Computational Fluid Engineering and Physics. *Foundation for Verification and Validation in the 21st Century Workshop*, John Hopkins University/Applied Physics Laboratory, Laurel, Maryland, 2002.

[90] Oberkampf, W. L.; Trucano, T. G.; Hirsch, C.: Verification, Validation, and Predictive Capability in Computational Fluid Engineering and Physics. *SAND2003-3769*, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 2003.

[91] Oberkampf, W. L.; Trucano, T. G.; Hirsch, C.: Verification, Validation, and Predictive Capability in Computational Fluid Engineering and Physics. *Applied Mechanics Reviews*, 57(5), S. 345-384, 2002.

[92] Oberkampf, W. L.; Roy, C. J.: Verification and Validation in Scientific Computing. *ISBN-13: 978-0521113601*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2010.

[93] Oden, J. T.; Kennon, S.; Tworzydlo, W.; Bass, J.; Berry, C.: Progress in Adaptive h-p Finite Element Methodes for the Incompressible Navier-Stokes Equations. *Computational Mechanics*, Vol. 11, S. 421-432, 1993.

[94] OpenCFD Ltd: OpenFOAM User Guide Version 1.7.1. *Manual*, 2010, auch: *http://www.openfoam.com/*.

[95] OpenCFD Ltd: OpenFOAM C++ style guide Version 1.7.1. *Manual*, 2010.

[96] Patankar, S.V..: Numerical Heat Transfer and Fluid Flows. *Verlag MacGraw-Hill*, New York, 1980.

[97] Pettersson-Reif, B.A., Durbin, P.A., Ooi, A.: Modeling rotational effects in eddy-viscosity closures. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20, 1999, S. 563- 573.

[98] Pope, S.B.: A More General Effective Viscosity Hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics* **72**, 1975, S. 331-340.

[99] Pope, S.B.: *Turbulent Flows, 4th printing*. Cambride University Press, UK, Cambridge, 2006.

[100] Prandtl, L.: Über den Reibungswiderstand strömender Luft. Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt (AVA) Göttingen, 3. Lieferung, 1927. *Auch*: Prandtl, L.: Ergebnisse der AVA Göttingen, 1. Lieferung, S. 136, 1921. *und:* Gesammelte Abhandlungen, Band 2, Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer-Verlag, S. 620-626, 1921.

[101] Reynolds, O.: On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Ser. A, **186-I**, 1894, S. 123-164.

[102] Richardson, L. F.: The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. *Transactions of the Royal Society of London*, Series A, Vol. 210, S. 307-357, 1908.

[103] Roache, P. J.: Verification of Code and Calculations. *AIAA Paper 95-2224*, 26th AIAA Fluid Dynamics Conference, San Diego, California, 19-22 Juni, 1995.

[104] Roache, P. J.: Quantification of Uncertainty in CFD. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 29, S. 123-160, 1997.

[105] Roache, P. J.: Verification and Validation in Computational Science and Engineering. Hermosa Publisher, Albuquerque, New Mexico, 1998.

[106] Roache, P. J.: Validation: Definitions or Descriptions?. *3rd Workshop on CFD Uncertainty Analysis*, Lisbon, 2008.

[107] Roache, P. J.: Fundamentals of Verification and Validation. *ISBN-13: 978-0-913478-12-7*, Hermosa Publishers, Socorro, New Mexico, 2009.

[108] Roe, P.L.: Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes. In: *Journal of Computational Physics*, **43**, 1981, S. 357-372.

[109] Rodi, W.: A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 56, 1976, S. 219-221.

[110] Rodde, A.M.: Opération décrochage - exploitation des essais à F1 sur les profils A et B. *Technical Report RSF No 74/1685 AYG*, ONERA, 1987.

[111] Roy, C. J.; Nelson, C. C.; Smith, T. M.; Ober, C. C.: Verication of Euler/Navier–Stokes codes using the method of manufactured solutions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Int. J. Numer. Meth. Fluids 2004 (44), S. 599–620, 2004.

[112] Roy, C. J.; Oberkampf, W. L.: A Complete Framework for Verification, Validation, and Uncertainty Quantification in Scientific Computing (Invited). *AIAA 2010-124*, 48th AIAA Aerospace Science Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, 4-7 January 2010.

[113] Rudnik, R.: *Untersuchung der Leistungsfähigkeit von Zweigleichungs-Turbulenzmodellen bei Profilumströmungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2000; *auch*: DLR Forschungsbericht 97-49, 1997.

[114] Rumsey, C.L.; Gatski, T.B.; Ying, S.X. und Bertelrud, A.: Prediction of High-Lift Flows Using Turbulent Closure Models. *AIAA-Paper 97-2260*, 15th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Atlanta, USA, 1997.

[115] Rung, T.; Lübcke, H.; Franke, M.; Xue, L.; Thiele, F. und Fu, S.: Assessment of Explicit Algebraic Stress Models in Transonic Flows. In: Rodi, W. und Laurence, D. (Hrsg.): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, Elsevier, Amsterdam, 1999, S. 659-668.

[116] Rung, T.; Fu, S. und Thiele, F.: On the Realizability of Non-Linear Stress-Strain Relationships for Reynolds-Stress Closures. *Flow, Turbulence and Combustion* **60**, 1999, S. 333-359.

[117] Rung, T.: *Formulierung universeller Wandrandbedingungen für Transportgleichungsturbulenzmodelle*. Institutsbericht 03/99, Hermann-Föttinger-Institut, TU Berlin, 1999.

[118] Rung, T.: *Entwicklung anisotroper Wirbelzähigkeitsbeziehungen mit Hilfe von Projektionstechniken*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2000; *auch*: Shaker, Aachen, 2000.

[119] Rung, T., Luebke, H.; Thiele, F.: Universal wall-boundary conditions for turbulence-transport models. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 81(1)*, S. 1756-1758, 2000.

[120] Rung, T.: Statistische Turbulenzmodellierung. Vorlesungsskript der Lehrveranstaltung "Statistische Turbulenzmodellierung" am Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, Technische Universität Berlin, http://www.cfd.tu-berlin.de, 2004.

[121] Salari, K; Knupp, P.: Code Verication by the Method of Manufactored Solutions. *SAND2000-1444*, Sandia Report, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 2000.

[122] Schade, H.; Kunz, E.: *Strömungslehre, 3. neu bearbeitete Auflage*. Walter de Gruyter Verlag, Berlin, 2007.

[123] Schatz, M.: *Numerische Simulation der Beeinflussung instationärer Strömungsablösung durch frei bewegliche Rückstromklappen auf Tragflügeln*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2003.

[124] Schatz, M.: Konvektionschemata in FAN/ELAN2/ELAN3. *Internal report* , Technische Universität Berlin, 2003.

[125] Schlichting, H.: *Boundary-Layer Theory, Seventh Edition (Translation of Grenzschicht-Theorie, Siebente Ausgabe)*. McGraw-Hill Book Company, 1979.

[126] Schlichting, H. und Gersten, K.: *Grenzschicht-Theorie, 10. Ausgabe (gegenüber der achten 8. Ausgabe gekürzt und der 9. Ausgabe überarbeitet*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.

[127] Schlichting, H.; Truckenbrodt, E.: Aerodynamik des Flugzeuges, Band 1. Springer-Verlag, 3. Auflage, Berlin, Berlin, 2001.

[128] Schmidt, T.; Mockett, C.; Thiele, F.: Adaptive Wall Function for the Prediction of Turbulent Flows. In: Kroll, N.; Schwamborn, D.; Becker, K.; Rieger, H.; Thiele, F. (Eds.): MEGADESIGN and MegaOpt - German Initiative for Aerodynamic Simulation and Optimization in Aircraft Design. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 107, Springer Verlag, 2007.

[129] Schmidt, T.; Mockett, C.; Höll, T.; Thiele, F.; Fritz, W.: The Estimation of Error Effects due to Boundary Layer Resolution on RANS Modeling — From the Flat Plate to Industrial Applications. *AIAA 2010-4744*, 40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit 28 June - 1 July 2010, Chicago, Illinois, 2010.

[130] Sjörgen, T. and Johannson, A.V.: Development and calibration of algebraic non-linear models for terms in the Reynolds stress transport equations. *Phy. Fluids, 12*, 2000, S. 1554-1572.

[131] Smith, R.W.; Smits, A. J.: TBL00: Flat plate, zero-pressure-gradient TBL. In: A Selection of Test Cases for the Validation of Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows. *AGARD ADVISORY REPORT NO 345*, 1997.

[132] Smith, R.W.: Effect of Reynolds Number on the Structure of Turbulent Boundary Layers. *Ph.D. thesis*, Reference number 1984-T. Princeton University, Department of Aerospace an Mechanical Engineering, 1994.

[133] Spalart, P.R. und Allmaras, S.R.: A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA-Paper 92-0439*, 30th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 1992.

[134] Spalart, P.R.; Jou, W.; Strelets, M.; Allmaras, S.: Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *Advances in DNS/LES*, 1, 1997.

[135] Spalart, P.R.: Trends in Turbulence Treatments. *AIAA Paper 2000-2306*, Fluids 2000, Denver, USA, 2000.

[136] Spalart, P.R.: Young-Person's Guide to Detached-Eddy Simulation Grids. *NASA/CR-2001-211032*, NASA contractor report, Washington, D.C., USA, 2001.

[137] Spalart, P.R.; Strelets, M.; Shur, M., Travin, A.; Garburak, A.; Squires, K.: The Uses of DES: Natural, Extended, and Improper Flows. Vortrag in *DESider-Workshop*, Stockholm, July 14-15 2005.

[138] Spalart, P.; Deck, S.; Shur, M.; Squires, K.; Strelets, M. and Travin, A.: A new version of detached-eddy simulation, restistant to ambiguous grid density. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20, S. 181-195, 2006.

[139] Spalart, P.R.: Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41:181–202, 2009.

[140] Spalding, D.B.: A single formula for the law of the wall. *Journal of Applied Mechanics*, 28, S. 455-458, 1961.

[141] Speziale, C.G., Sarkar, S. and Gatski, T.B.: Modelling the pressure-strain correlation of turbulence : an invariant dynamical systems approach. *J. Fluid Mechanics, 227*, 1991, S. 245-272.

[142] Stern, F.: Quantitative V&V of CFD Solutions and Certification of CFD Codes. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 21-1 – 21-22, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 21, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[143] Stokes, G.C.: On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids. *Trans. Cambr. Phil. Soc.* **8**, 1849, S. 287-319.

[144] Strelets, M.: Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows. *AIAA-Paper 2001-0789*, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, USA, 2001.

[145] Sutherland, W.: The Viscosity of gases and molecular force. *Philosophical Magazine S5*, Vol. 36, S. 507-531, 1893.

[146] Thacker, B.H.; Francis, W.L.; Nicolella, D.P.: Model Validation and Uncertainty Quantification Applied to Cervical Spine Injury Assessment. In Computational Uncertainty in Military Vehicle Design, S. 26-1 – 26-30, Meeting Proceedings RTO-MP-AVT-147, Paper 26, Neuilly-sur-Seine, France, 2007.

[147] Truckenbrodt, E.: Fluidmechanik. Springer-Verlag, ISBN 3540585125, 1996.

[148] Wallin, S.: An Efficient Explicit Algebraic Reynolds Stress k-ω Model (EARSM) for Aeronautical Applications. *FFA TN 1999-71*, 1999; *auch*: In: Wallin, S.: Engineering Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models. Dissertation, KTH Stockholm, 2000.

[149] Wallin, S. und Johannson, A.V.: An Explicit Algebraic Reynolds Stress Model for Incompressible and Compressible Turbulent Flows. *Journal of Fluid Mechanics* **403**, 2000, S. 89-132; it auch: In: Wallin, S.: Engineering Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models. Dissertation, KTH Stockholm, 2000.

[150] Wilcox, D.C.: Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. *AIAA Journal* **26**, 1988, S. 1299-1310.

[151] Wilcox, D.C.: *Turbulence Modeling for CFD, 2nd edtion*. DCW Industries, Inc., La Cañada, CA, USA, 1998.

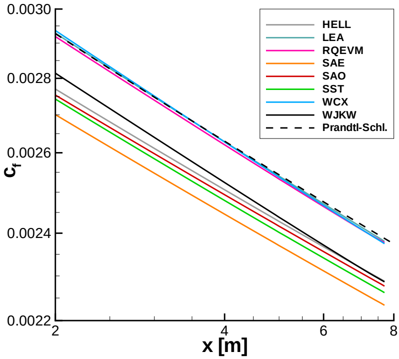
[152] Wilcox, D.C.: *Turbulence Modeling for CFD, 3rd edition*. DCW Industries, Inc., La Cañada, CA, USA, 2006.

[153] Wilcox, D.C.: Formulation of the k-omega Turbulence Model Revisited. *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, 2008, S. 2823-2838.

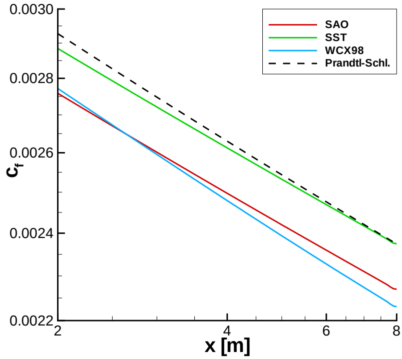
[154] Williams, P. T.; Baker, A. J.: Incompressible Computational Fluid Dynamics and the Continuity Constraint Method for the Three-Dimensional Navier-Stokes Equations. *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 29, S. 137-273, 1996.

[155] Xue, L.: *Entwicklung eines effizienten parallelen Lösungsalgorithmus zur dreidimensionalen Simulation komplexer turbulenter Strömungen*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1998.

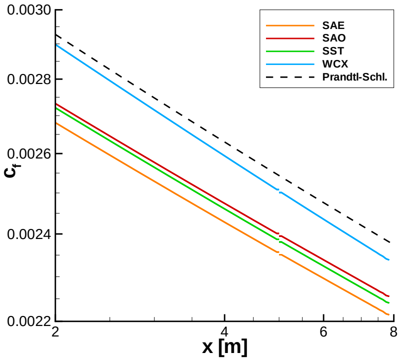
A. Abbildungsanhang



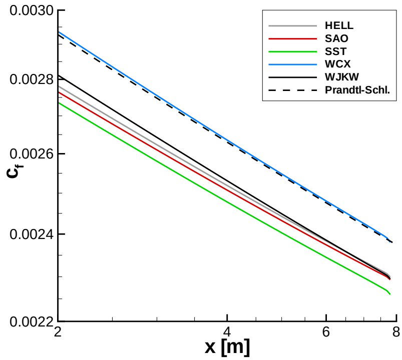
(a) TAU



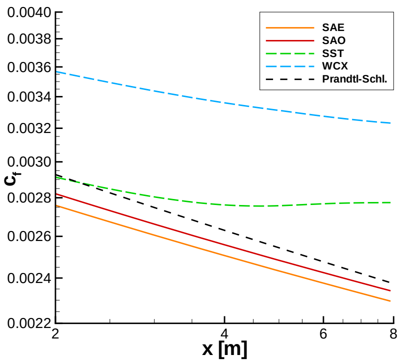
(b) STAR-CCM+



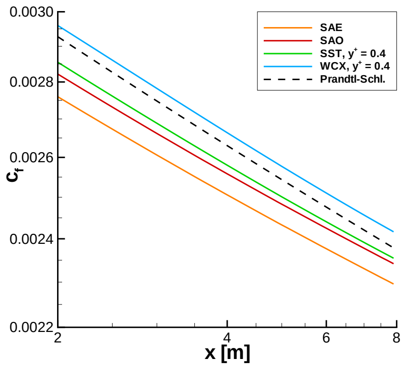
(c) ELAN



(d) Edge



(e) OpenFOAM – Referenzgitter



(f) OpenFOAM – mit erhöhtem y^+ für WCX und SST

Abbildung A.1: Ebene Platte ▷ Trendtest ▷ Reibungsbeiwerte der angewandten Löser auf dem Referenzgitter

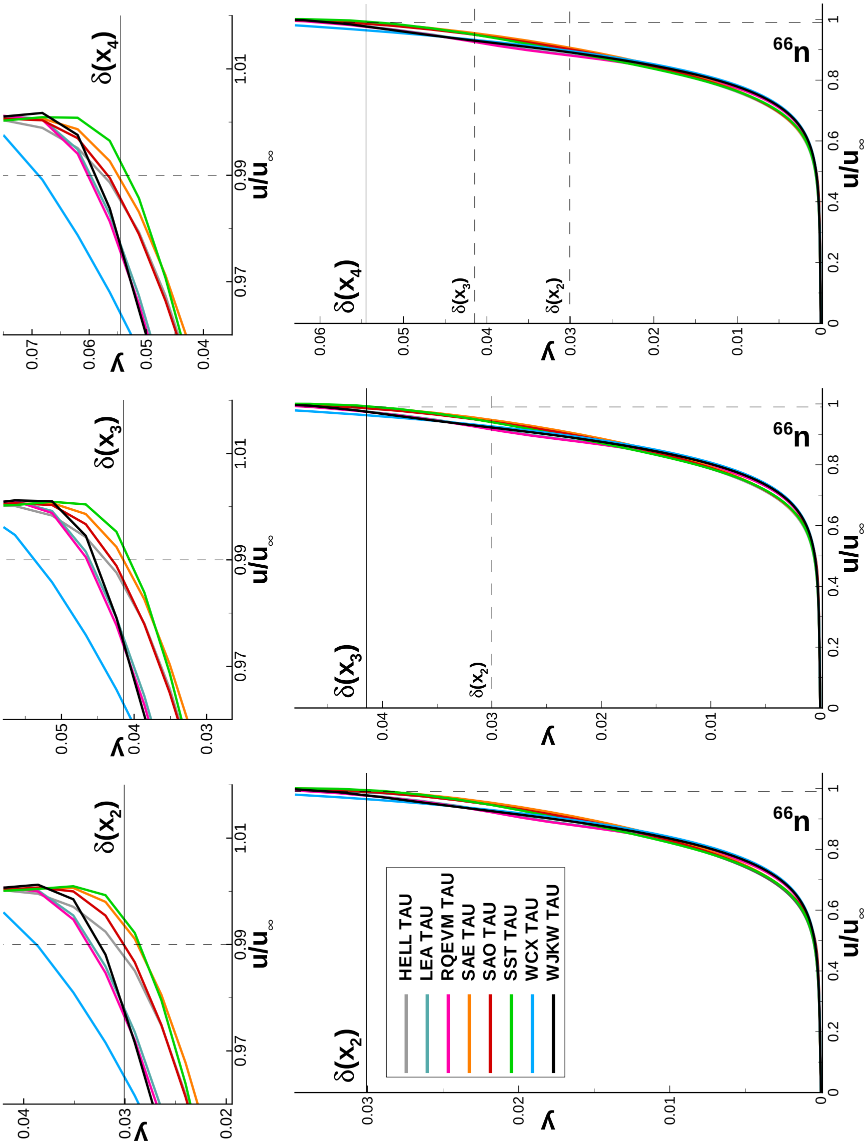


Abbildung A.2: Ebene Platte ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Lösers TAU auf dem Referenzgitter

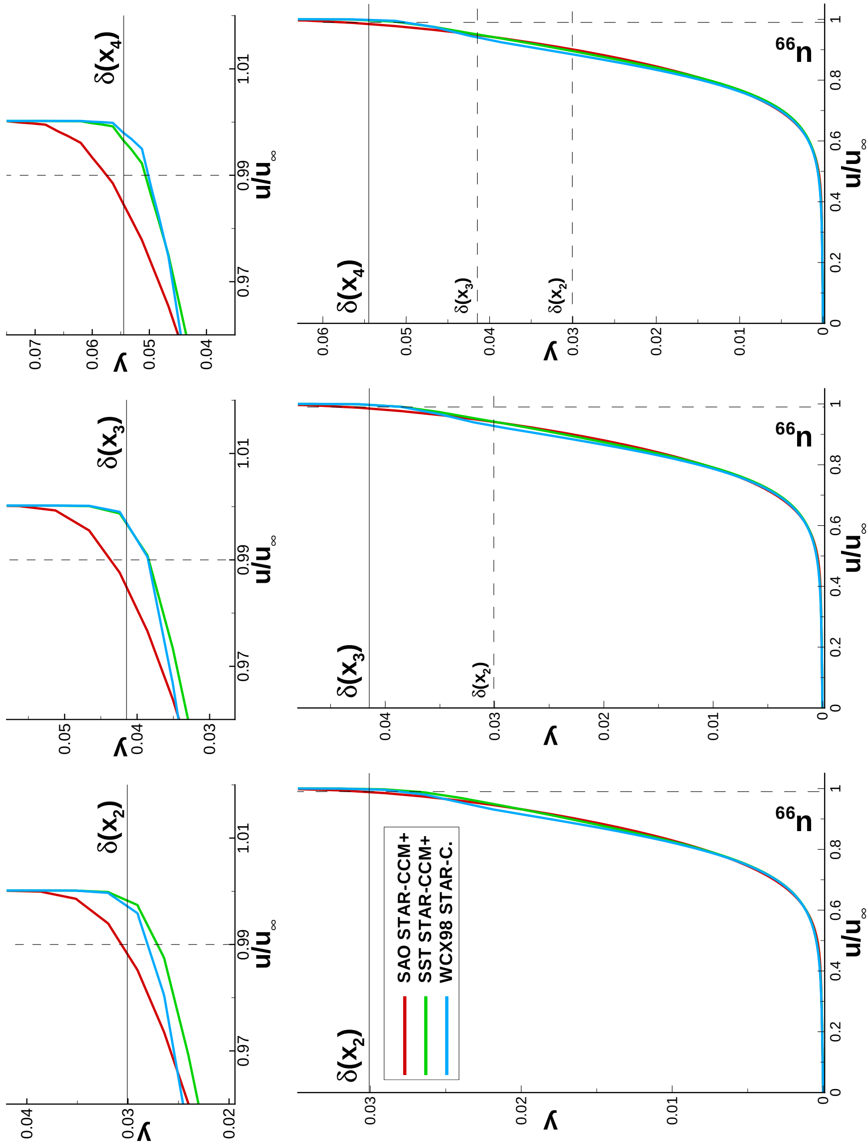


Abbildung A.3: Ebene Platte ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Lösers STAR-CCM+ auf dem Referenzgitter

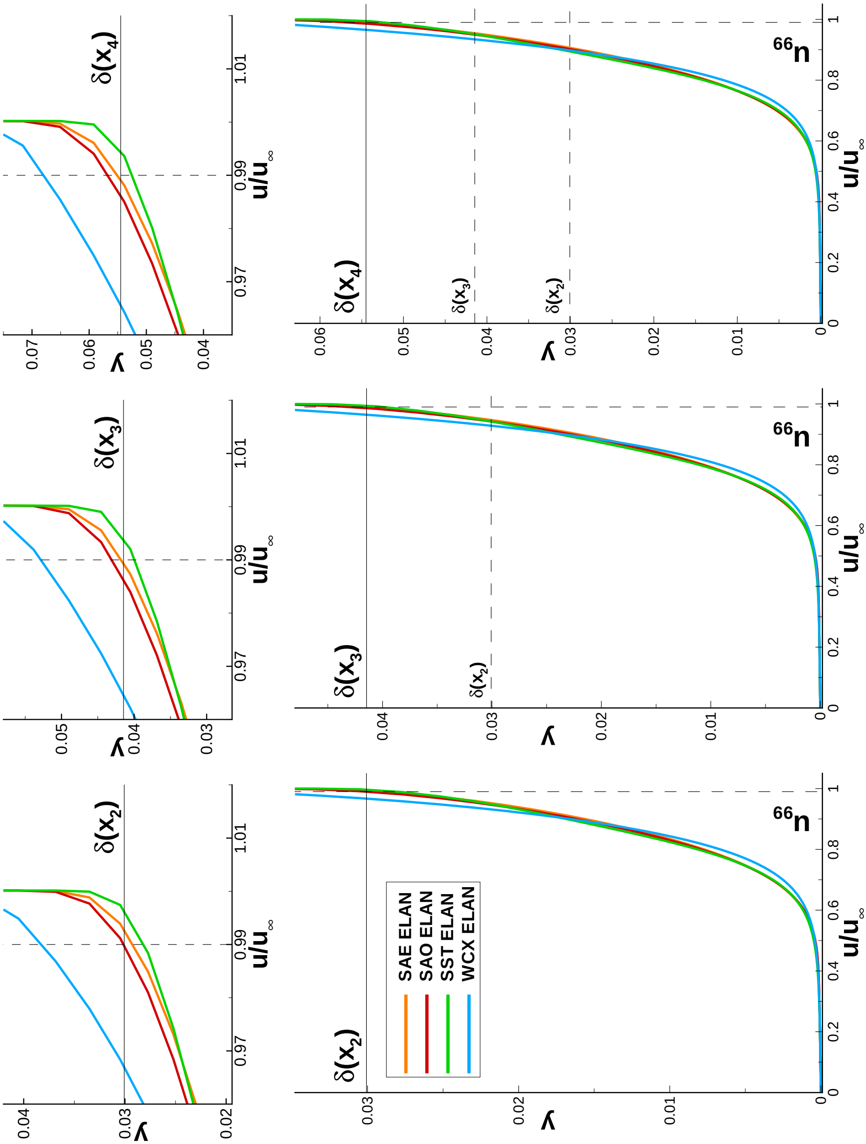


Abbildung A.4: Ebene Platte ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Lösers ELAN auf dem Referenzgitter

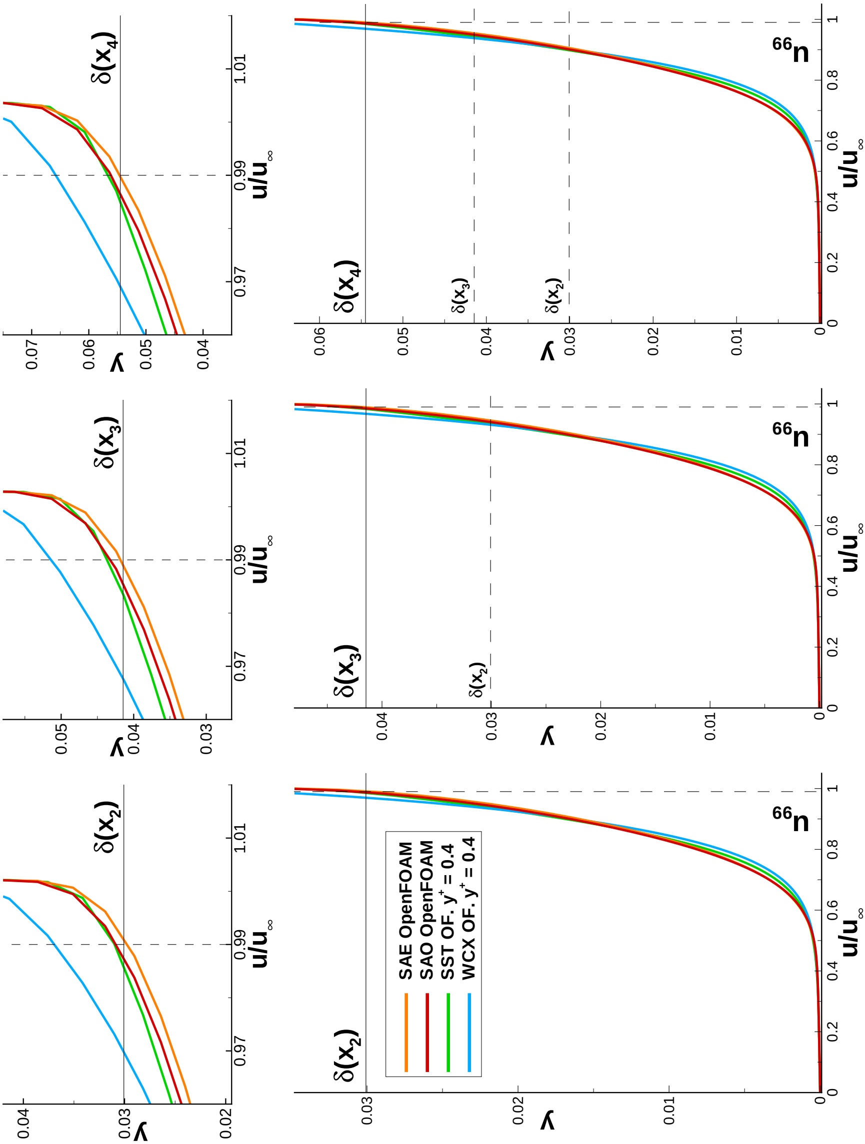


Abbildung A.5: Ebene Platte ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Lösers OpenFOAM auf dem Referenzgitter

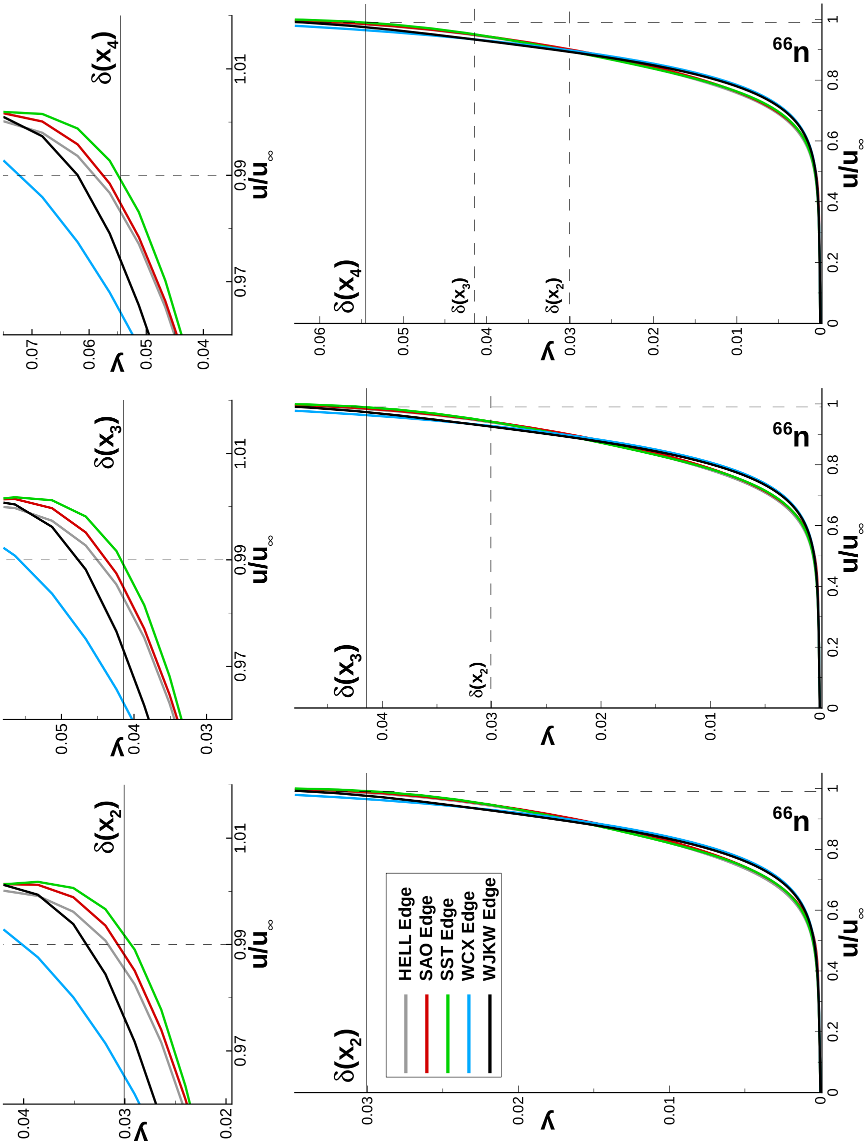
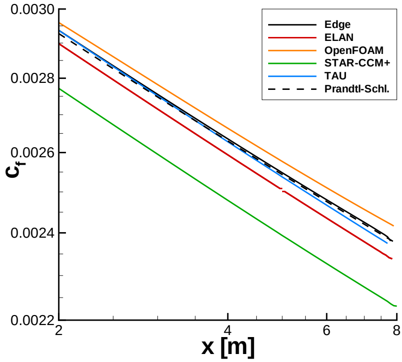
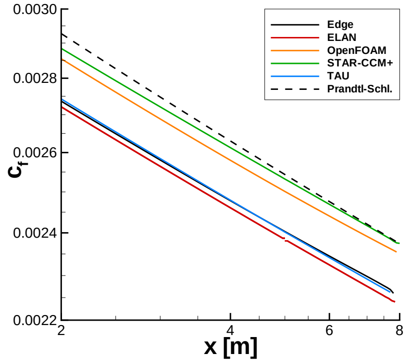


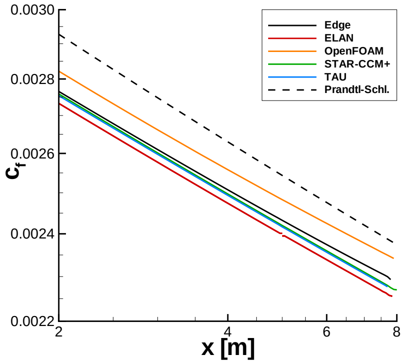
Abbildung A.6: Ebene Platte ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Lösers Edge auf dem Referenzgitter



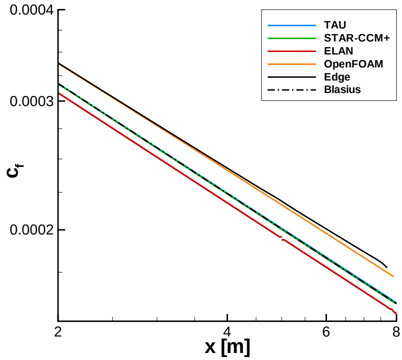
(a) WCX/WCX98



(b) SST



(c) SAO



(d) LAM

Abbildung A.7: Ebene Platte ▷ Vergleichstest ▷ Reibungsbeiwerte ausgewählter Turbulenzmodelle auf dem Referenzgitter

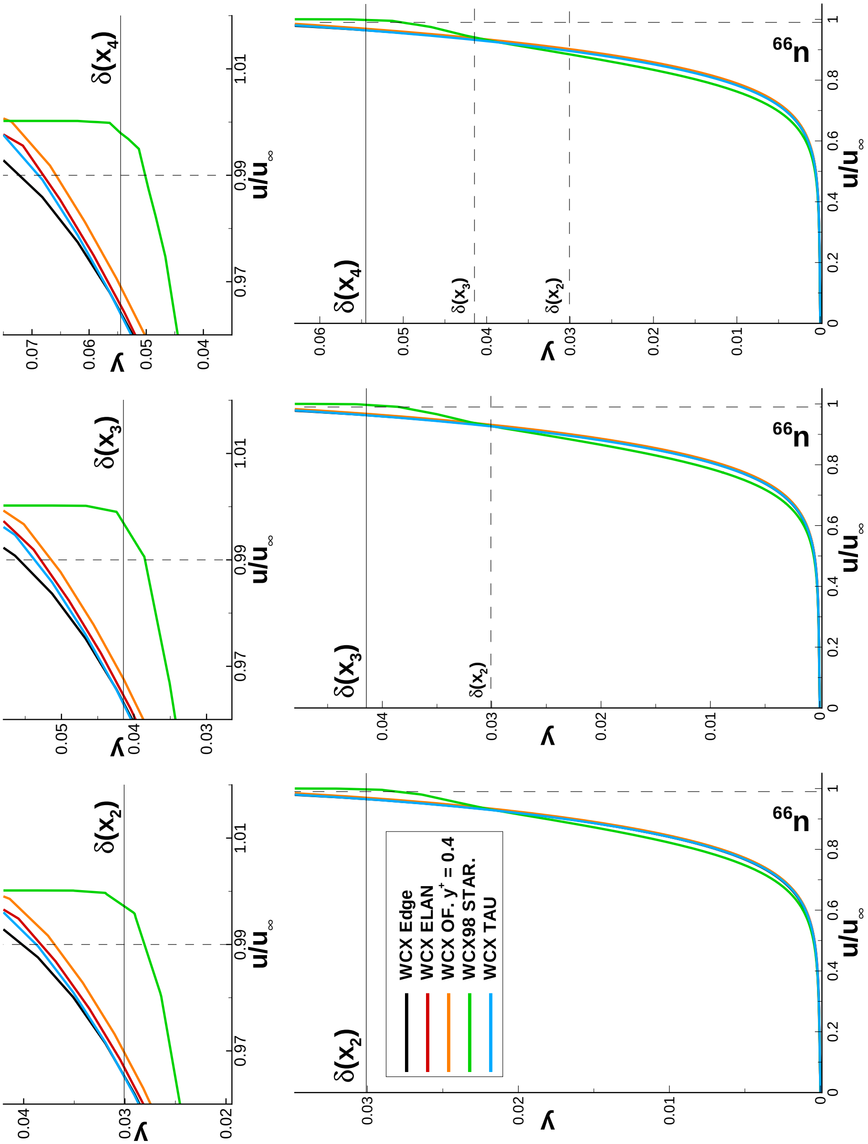


Abbildung A.8: Ebene Platte ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Wilcox-k-ω-Modells auf dem Referenzgitter

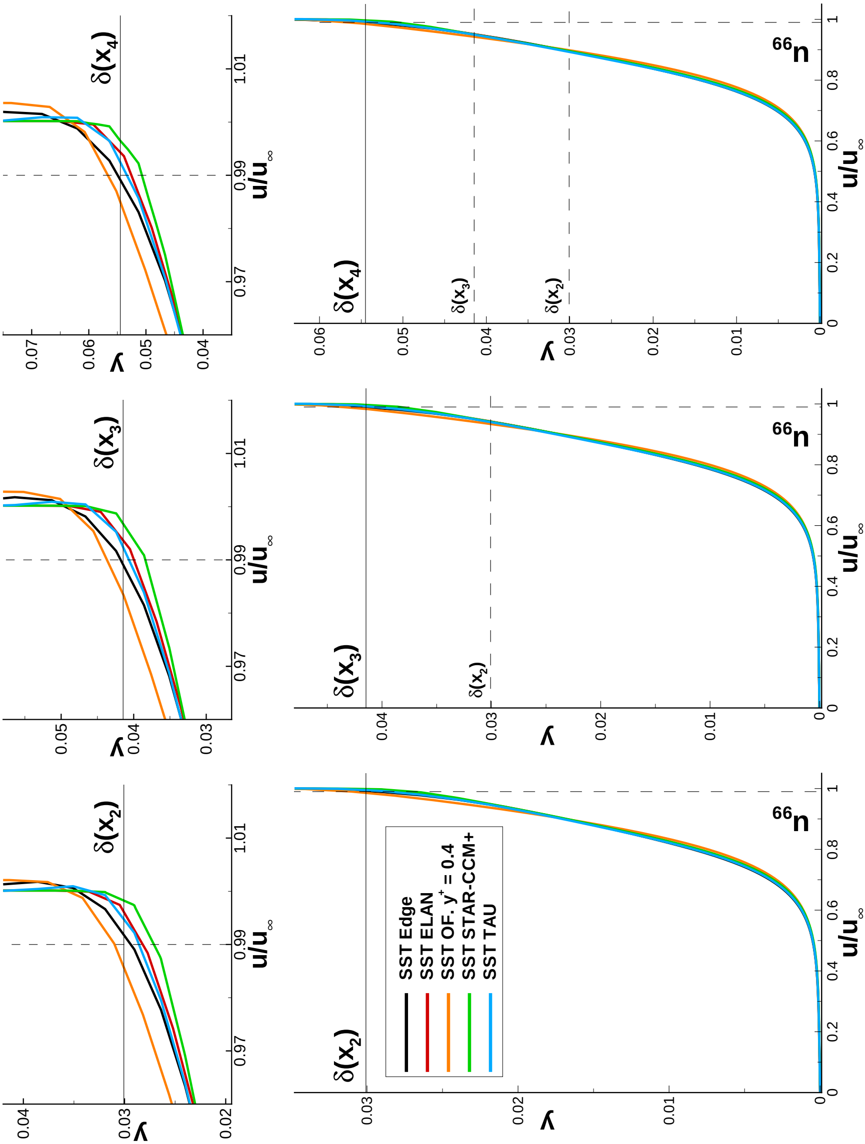


Abbildung A.9: Ebene Platte ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Menter-SST-Modells auf dem Referenzgitter

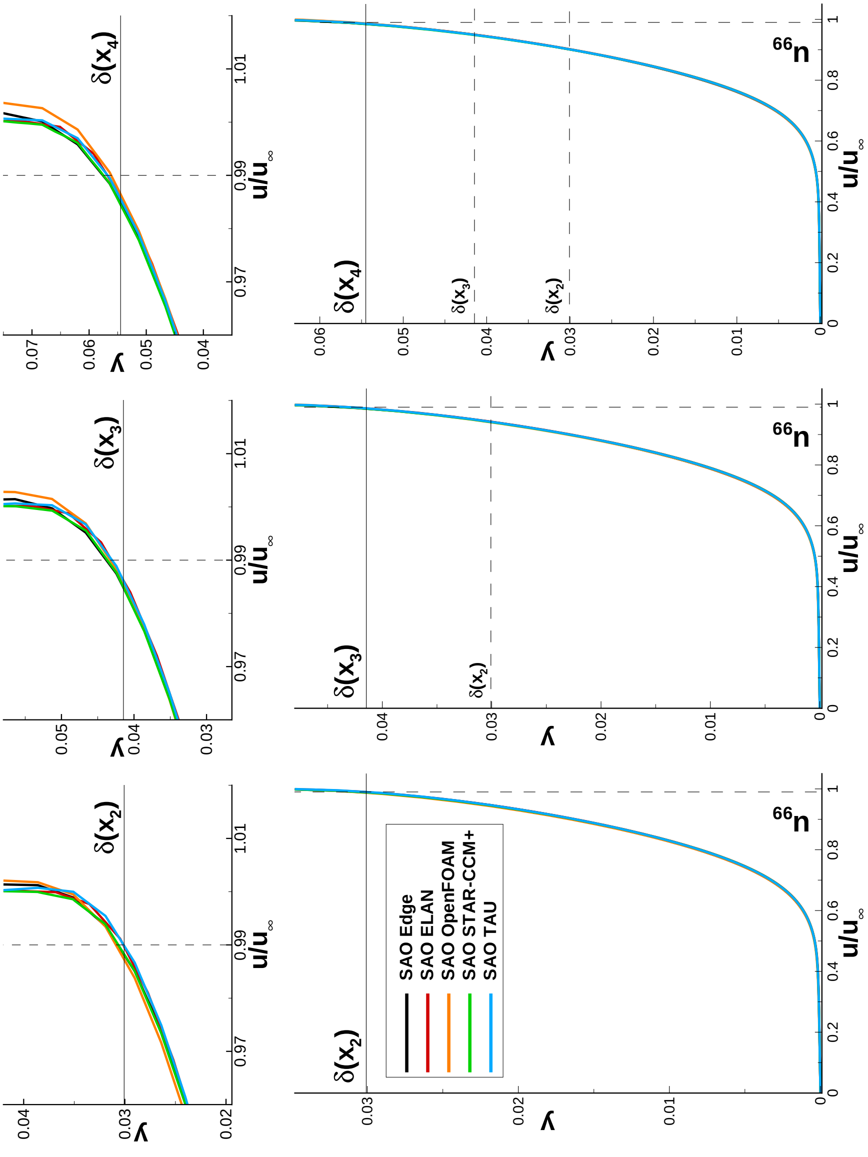


Abbildung A.10: Ebene Platte ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken des Modells von Spalart und Allmaras auf dem Referenzgitter.

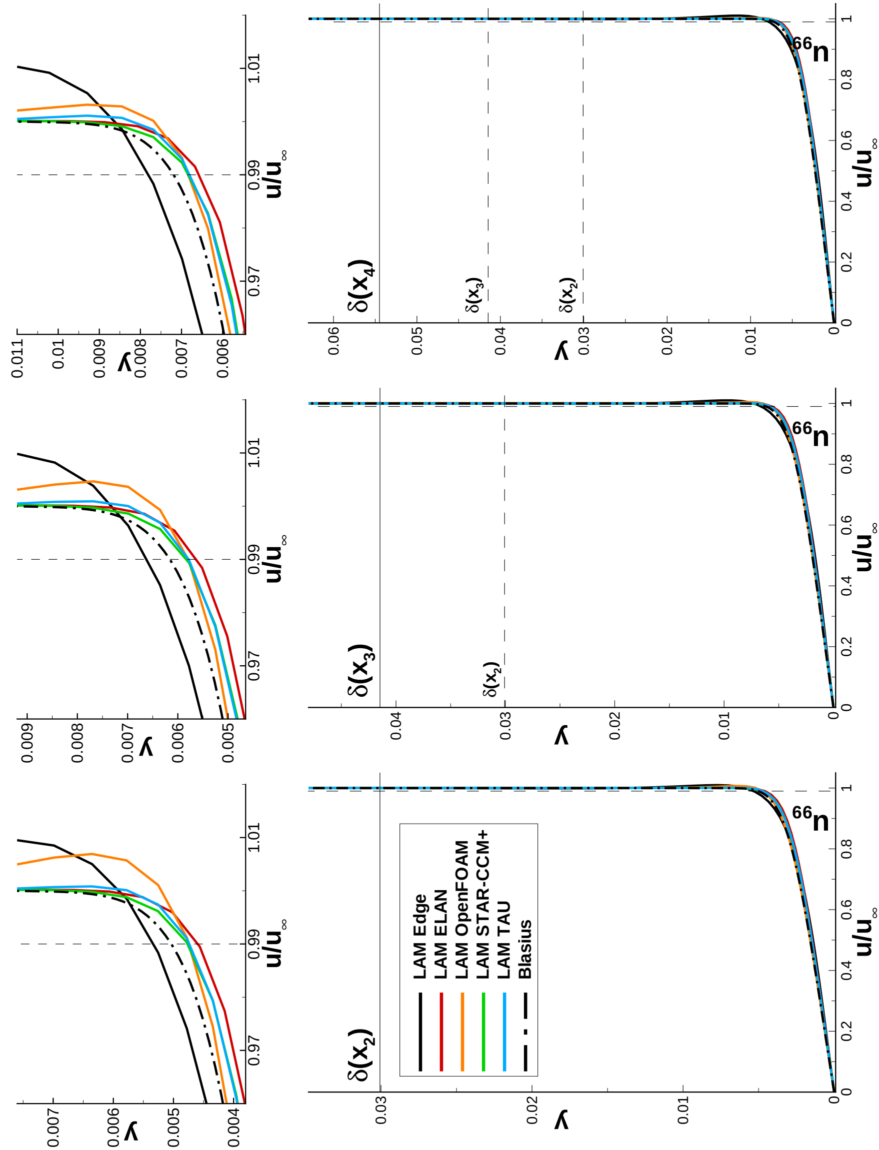
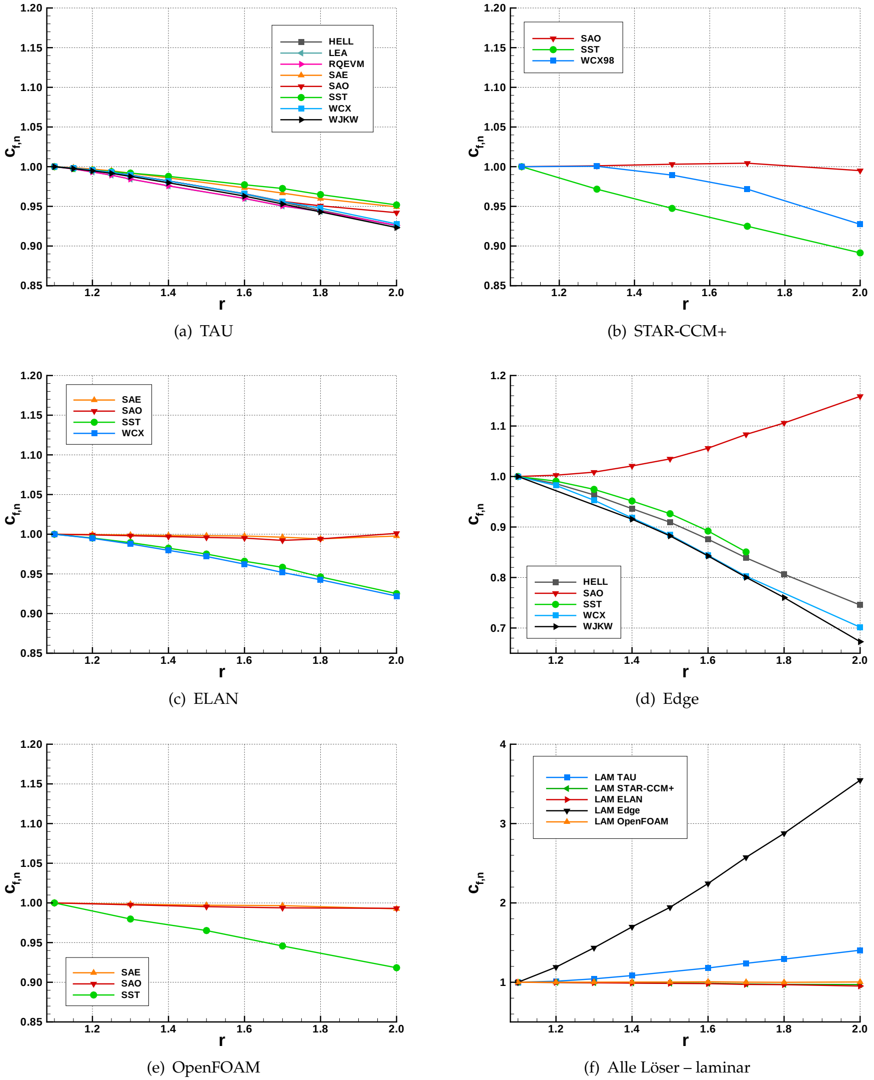


Abbildung A.11: Ebene Platte ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken ohne Betrachtung der Turbulenz auf dem Referenzgitter mit laminarem Grenzschichtprofil nach Blasius [122]



(a) TAU (b) STAR-CCM+ (c) ELAN (d) Edge (e) OpenFOAM (f) Alle Löser – laminar

Abbildung A.12: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ normierter Reibungsbeiwert $c_{f,n}$ bei Variation der wandnormalen Gitteraufweitung r

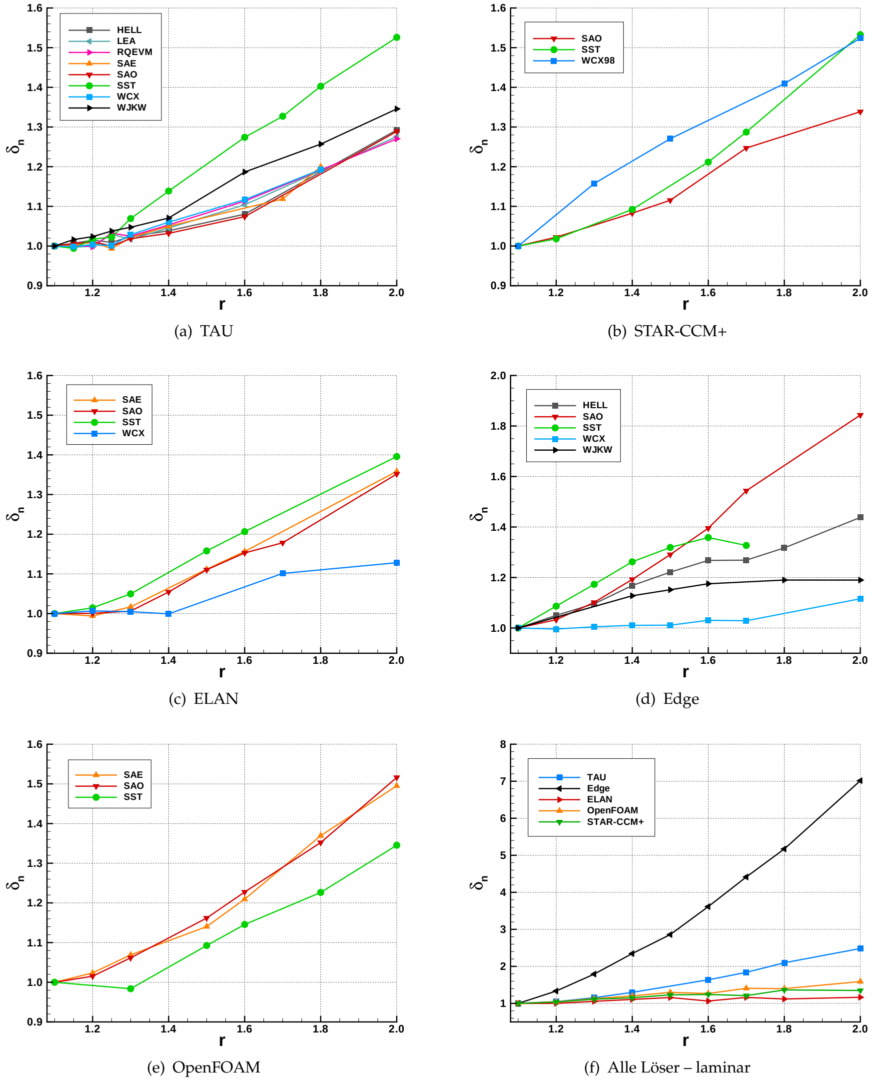


Abbildung A.13: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ normierte Grenzschichtdicke δ_n bei Variation der wandnormalen Gitteraufweitung r

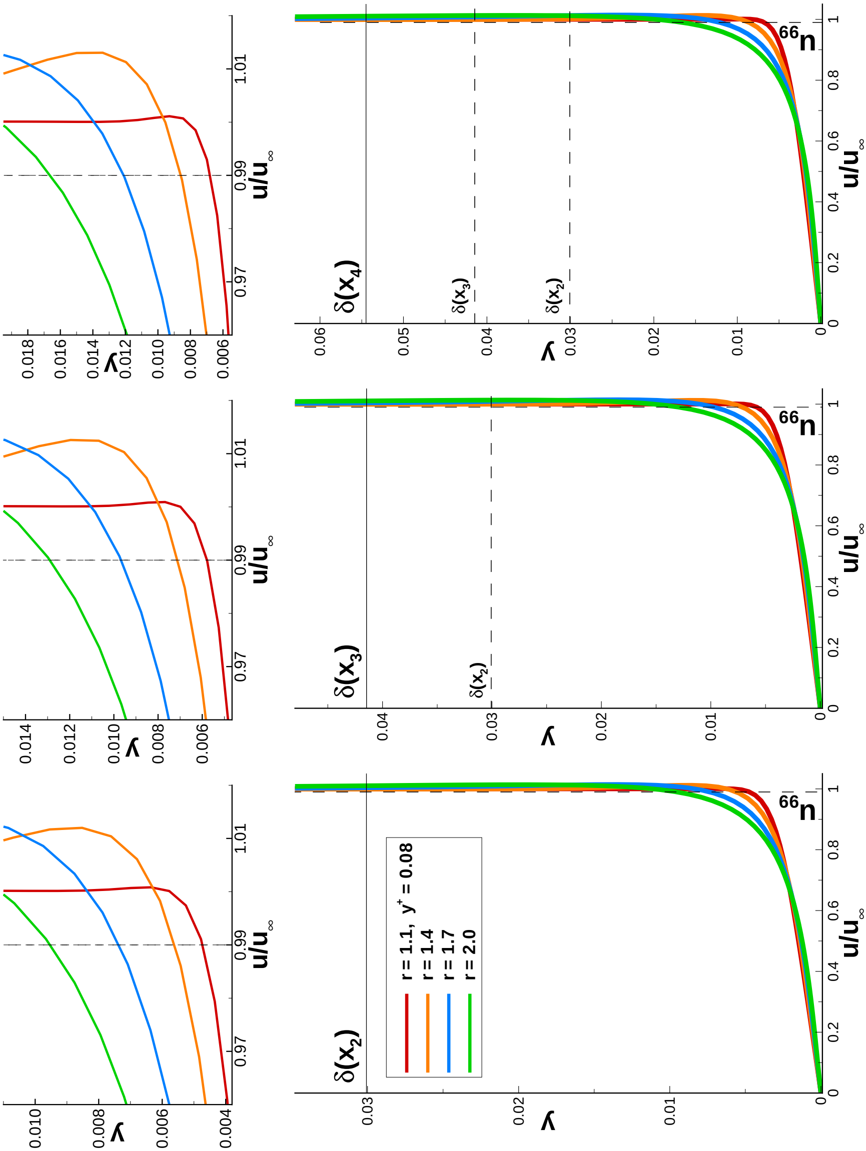
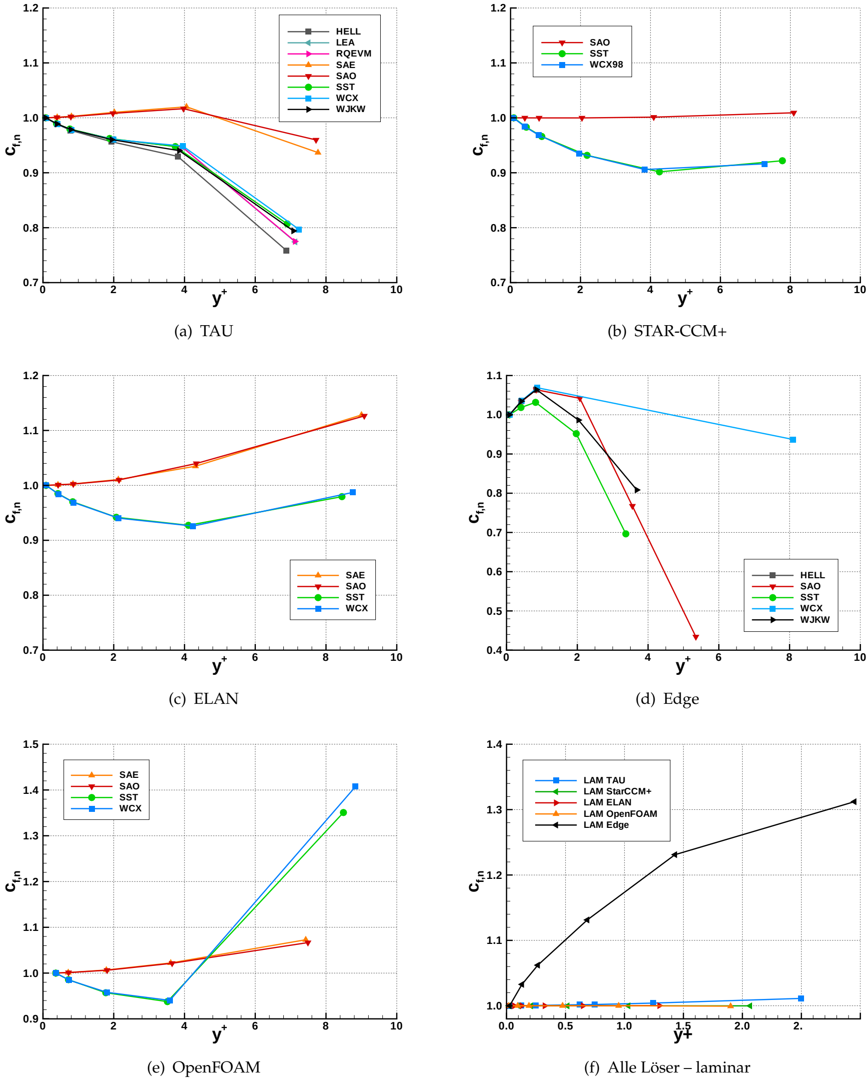


Abbildung A.14: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ Geschwindigkeitsprofile und Grenzschichtdicken bei Variation der wandnormalen Gitteraufweitung *r* bei laminarer Rechnung



(a) TAU (b) STAR-CCM+

(c) ELAN (d) Edge

(e) OpenFOAM (f) Alle Löser – laminar

Abbildung A.15: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ normierter Reibungsbeiwert $c_{f,n}$ bei Variation des Wandabstandes y^+

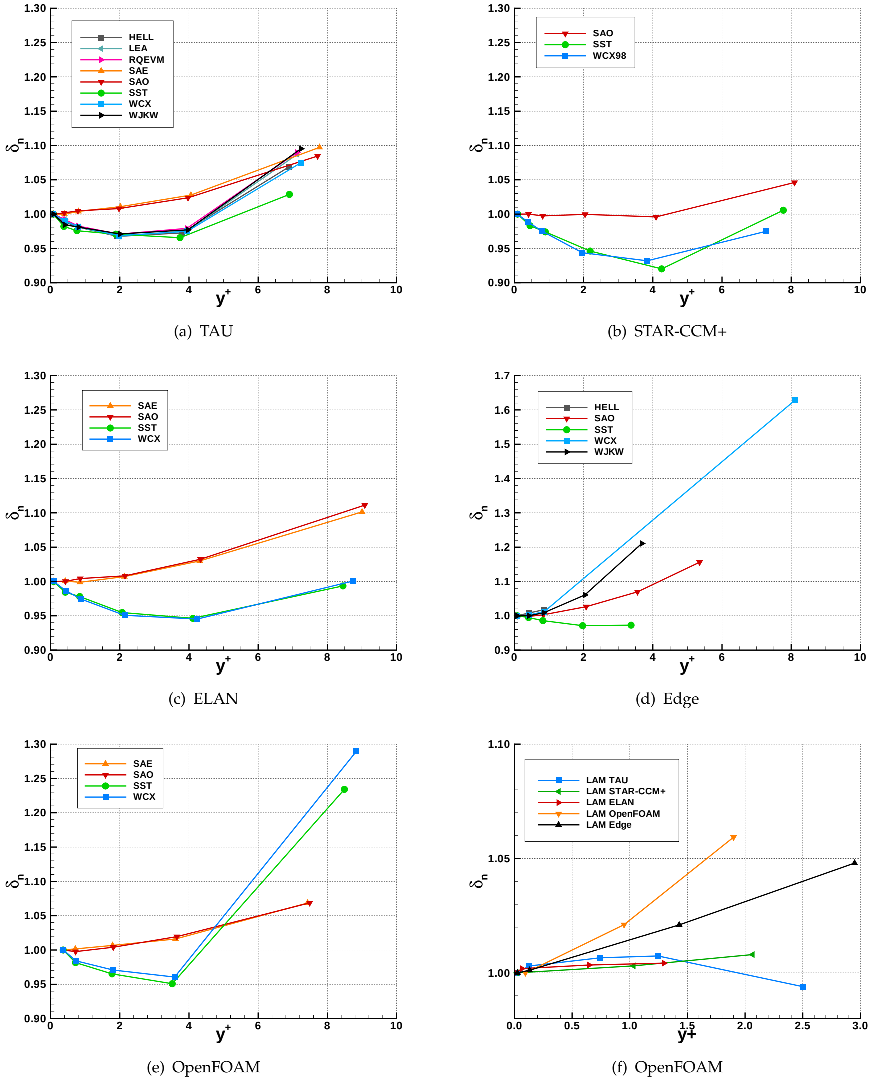
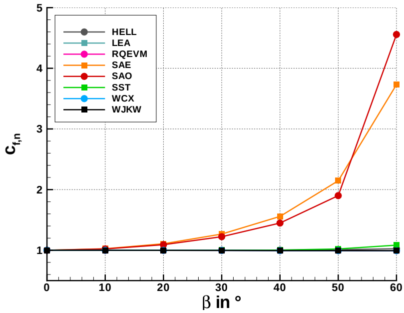
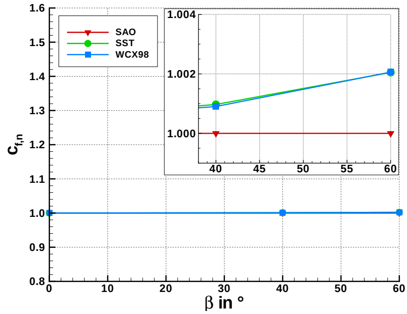


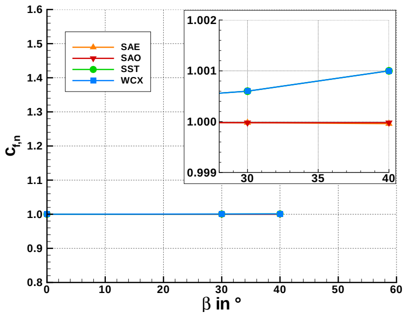
Abbildung A.16: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ normierte Grenzschichtdicke δ_n bei Variation des Wandabstandes y^+



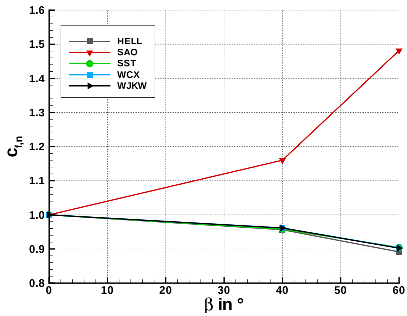
(a) TAU



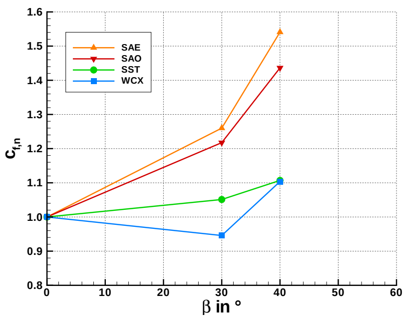
(b) STAR-CCM+



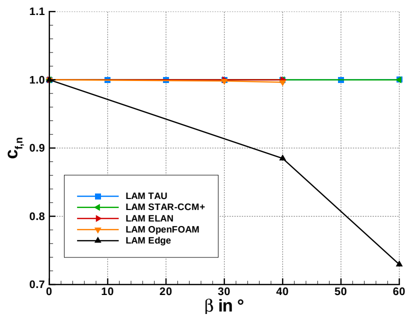
(c) ELAN



(d) Edge

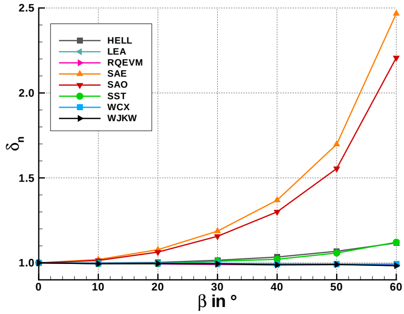


(e) OpenFOAM

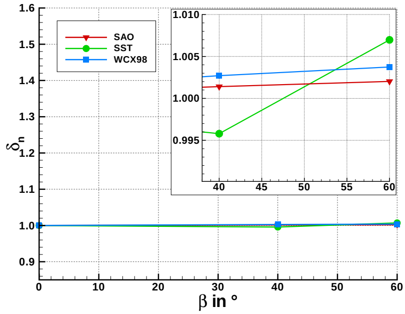


(f) Alle Löser – laminar

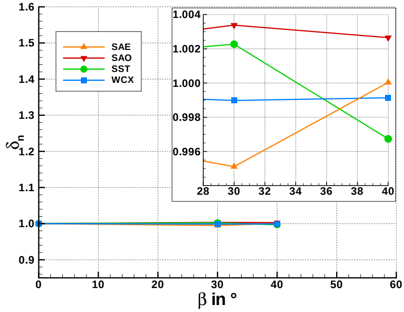
Abbildung A.17: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ normierter Reibungsbeiwert $c_{f,n}$ bei Variation der wandnahen Gitterschiefe β



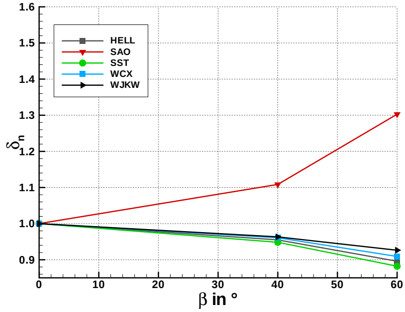
(a) TAU



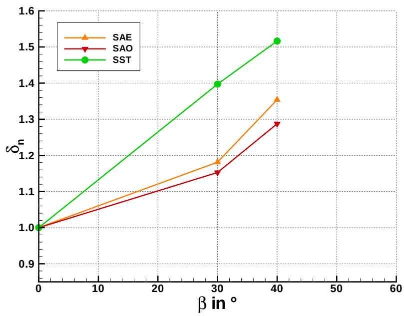
(b) STAR-CCM+



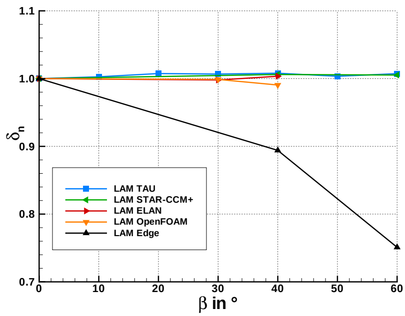
(c) ELAN



(d) Edge

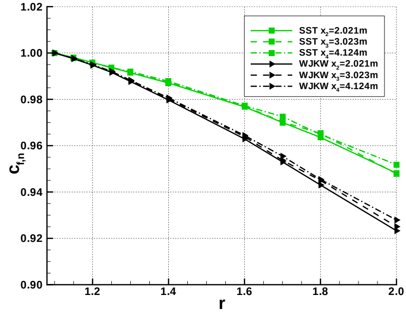


(e) OpenFOAM

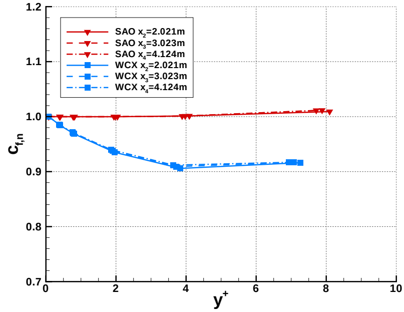


(f) Alle Löser – laminar

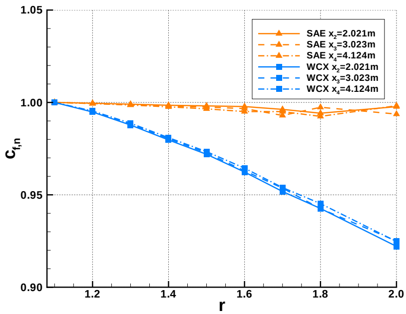
Abbildung A.18: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ normierte Grenzschichtdicke δ_n bei Variation der wandnahen Gitterschiefe β



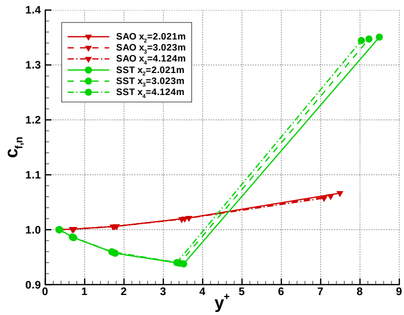
(a) TAU bei Variation von r



(b) STAR-CCM+ bei Variation von y^+

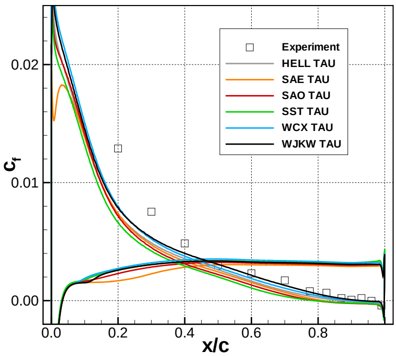


(c) ELAN bei Variation von r

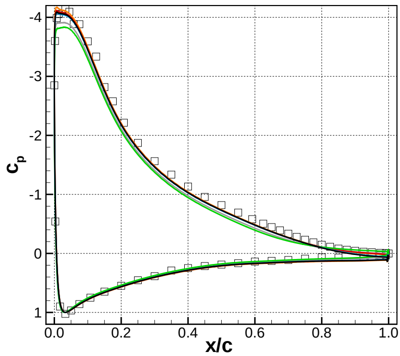


(d) OpenFOAM bei Variation von y^+

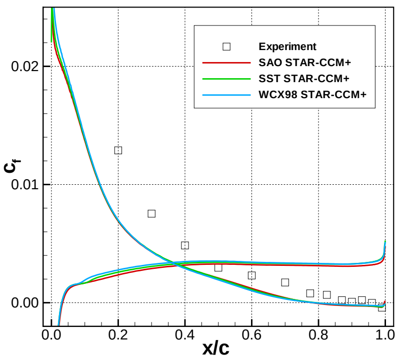
Abbildung A.19: Ebene Platte ▷ Gittervariation ▷ Unabhängigheit von der Lauflänge des normierten Reibungsbeiwerts $c_{f,n}$ an den Positionen x_2, x_3, x_4 bei verschiedenen Lösern und Modellen



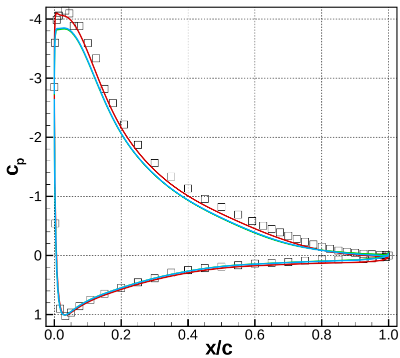
(a) TAU / c_f



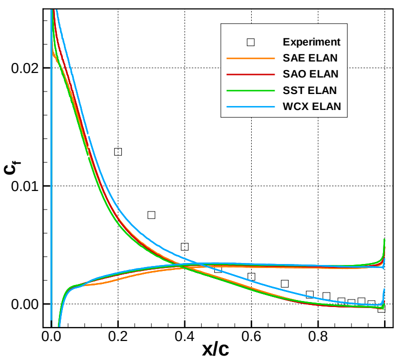
(b) TAU / c_p



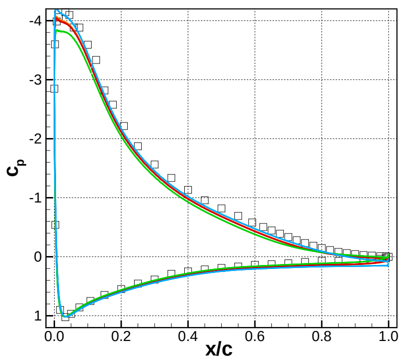
(c) STAR-CCM+ / c_f



(d) STAR-CCM+ / c_p



(e) ELAN / c_f



(f) ELAN / c_p

Abbildung A.20: Onera-A-Profil ▹ Trendtest ▹ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) der angewandten Löser auf dem Referenzgitter

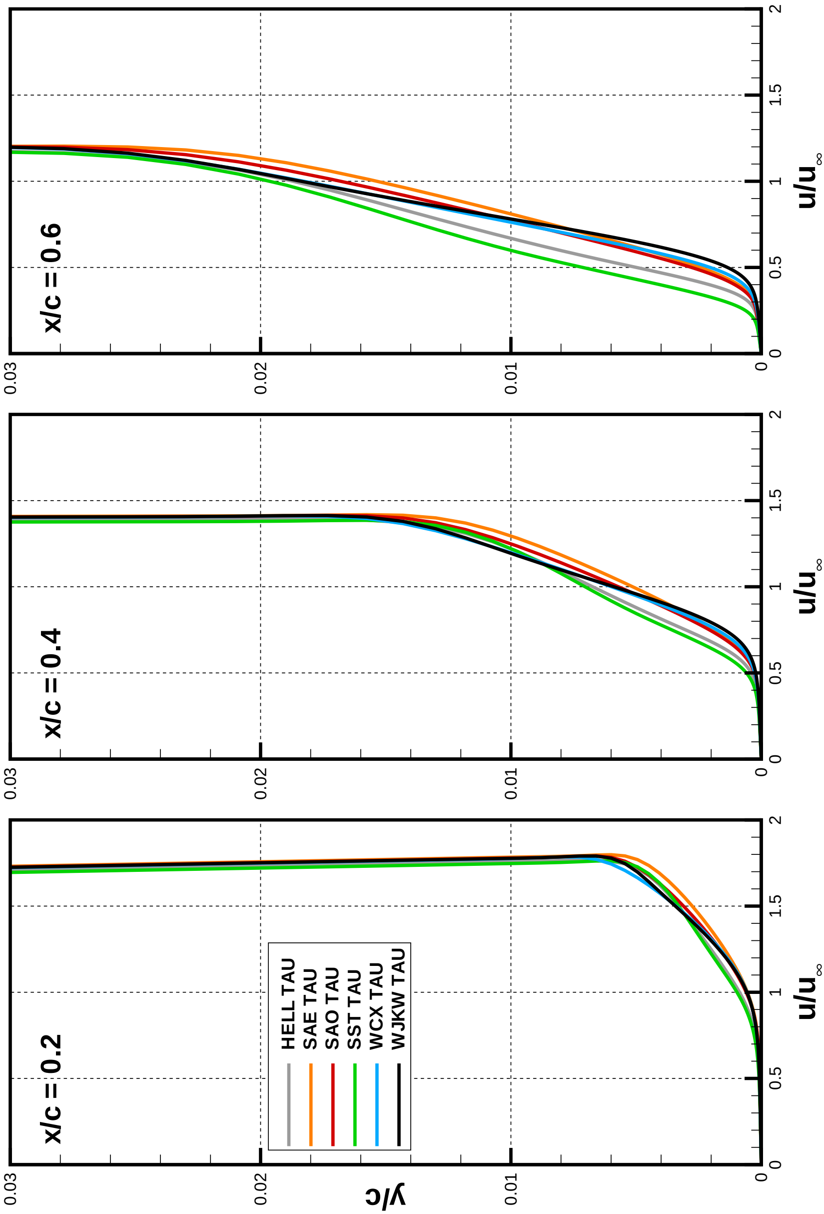


Abbildung A.21: Onera-A-Profil ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit TAU auf dem Referenzgitter

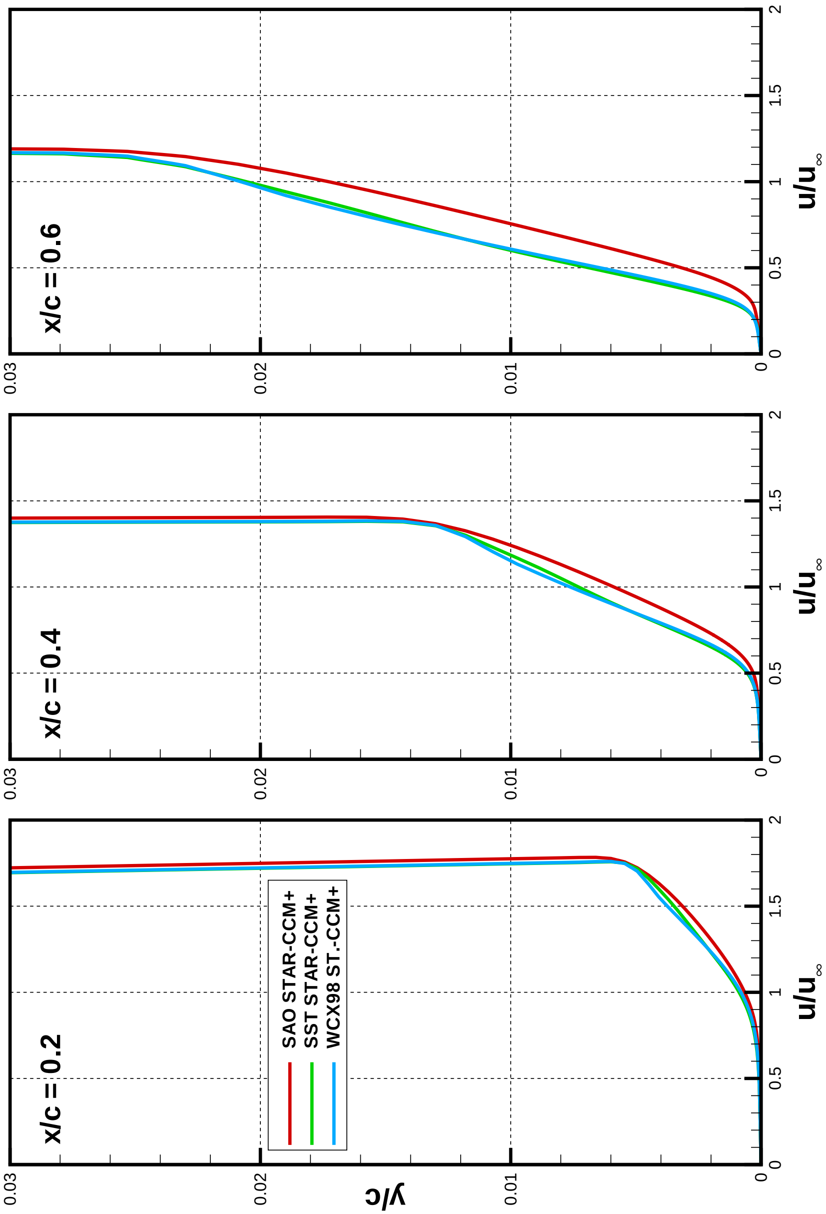


Abbildung A.22: Onera-A-Profil ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit STAR-CCM+ auf dem Referenzgitter

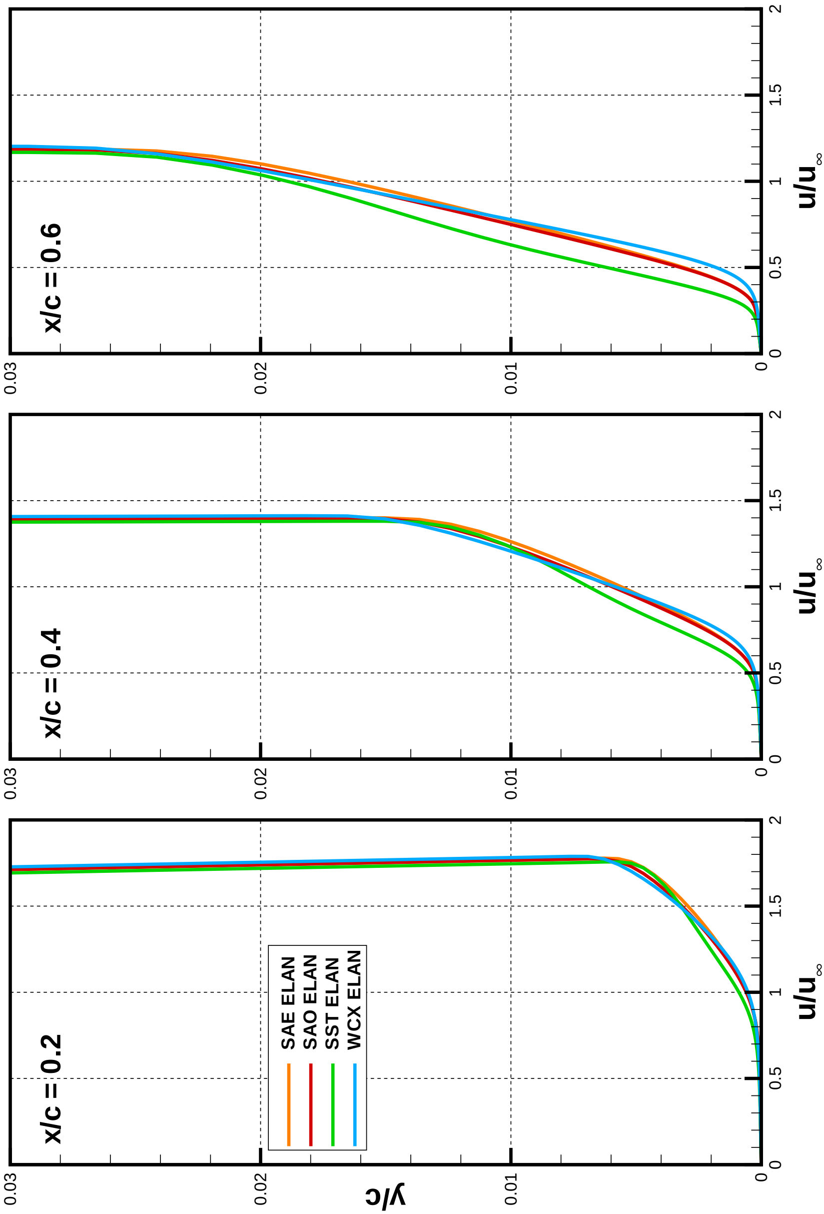
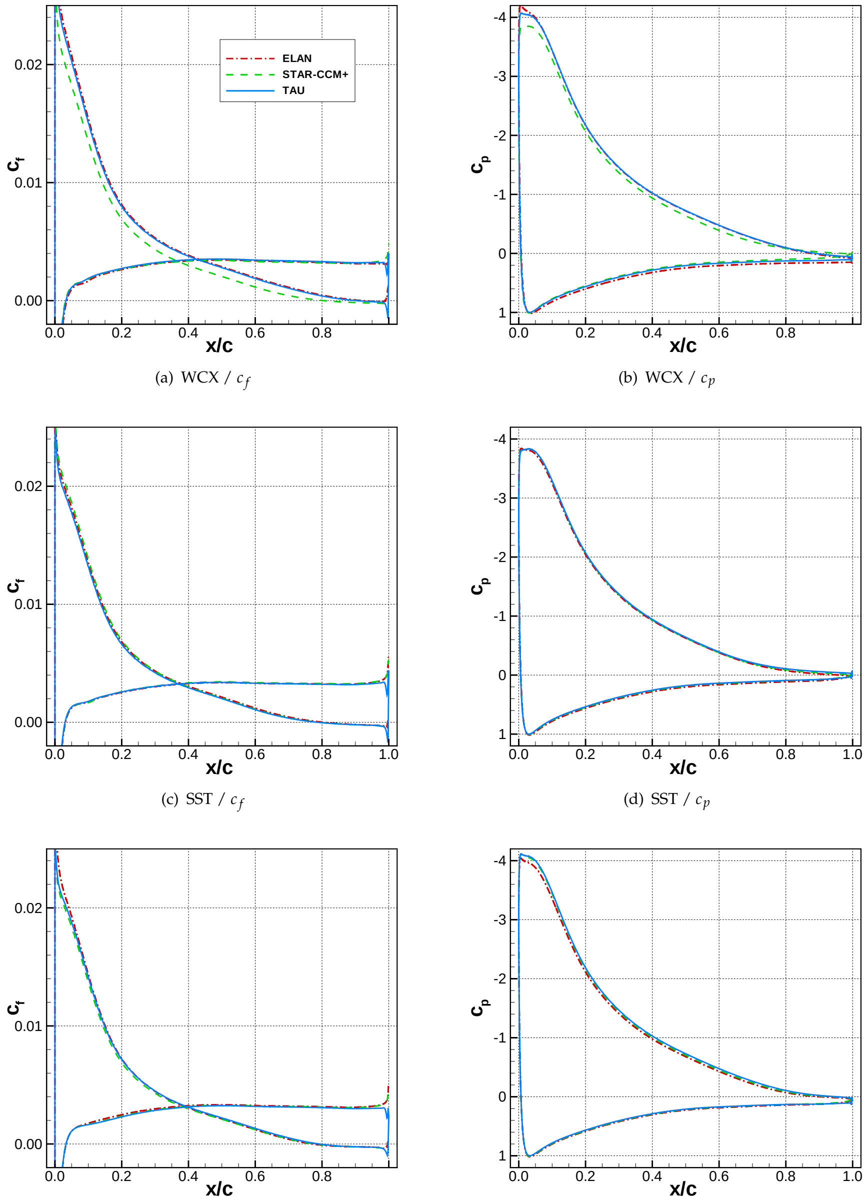


Abbildung A.23: Onera-A-Profil ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit ELAN auf dem Referenzgitter



(a) WCX / c_f

(b) WCX / c_p

(c) SST / c_f

(d) SST / c_p

(e) SAO / c_f

(f) SAO / c_p

Abbildung A.24: Onera-A-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) ausgewählter Turbulenzmodelle auf dem Referenzgitter

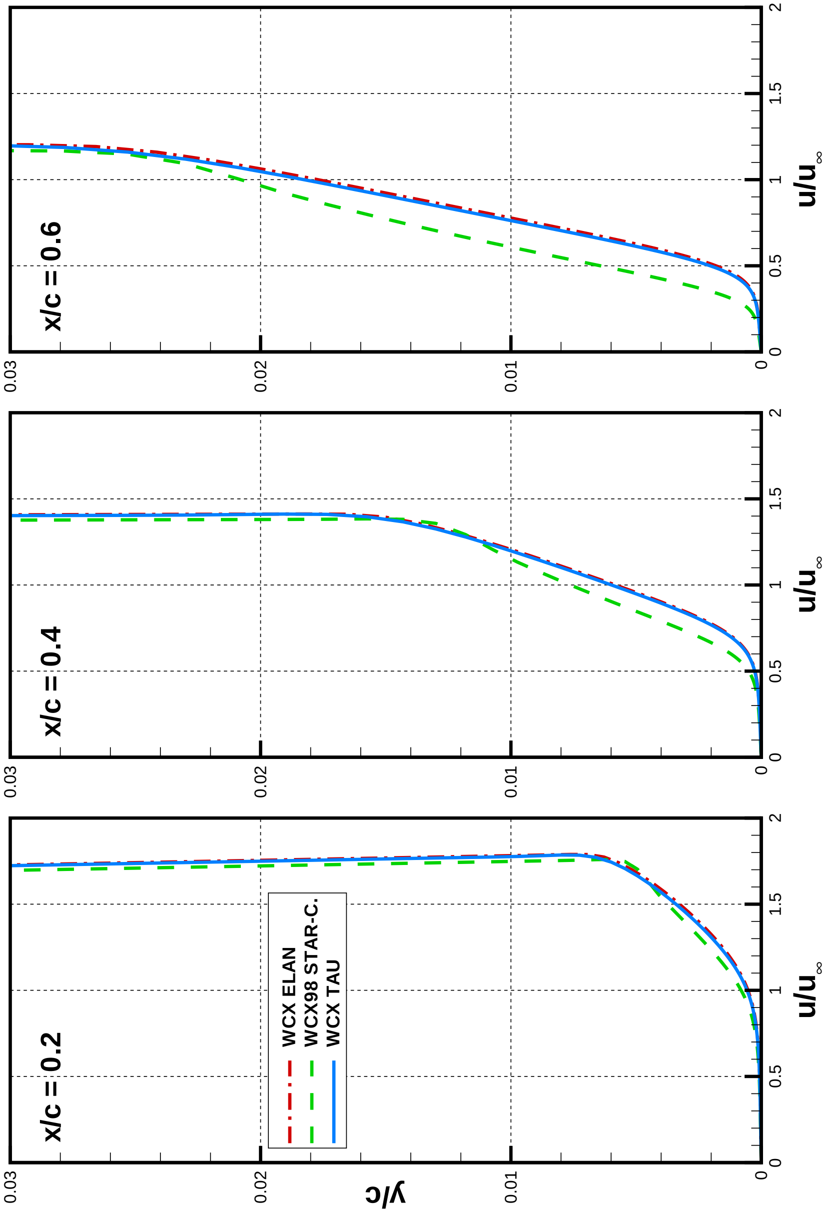


Abbildung A.25: Onera-A-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit dem Wilcox-k-ω-Modell auf dem Referenzgitter

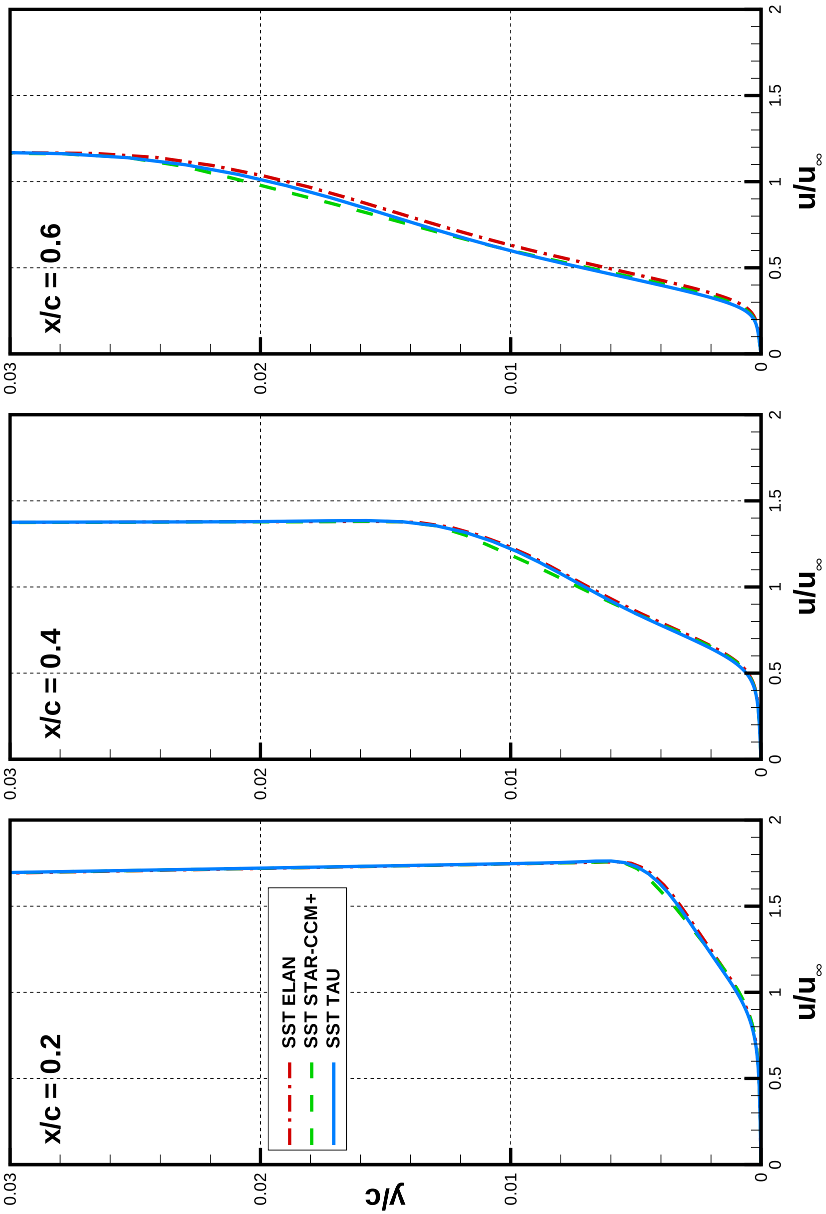


Abbildung A.26: Onera-A-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit dem Menter-SST-Modell auf dem Referenzgitter

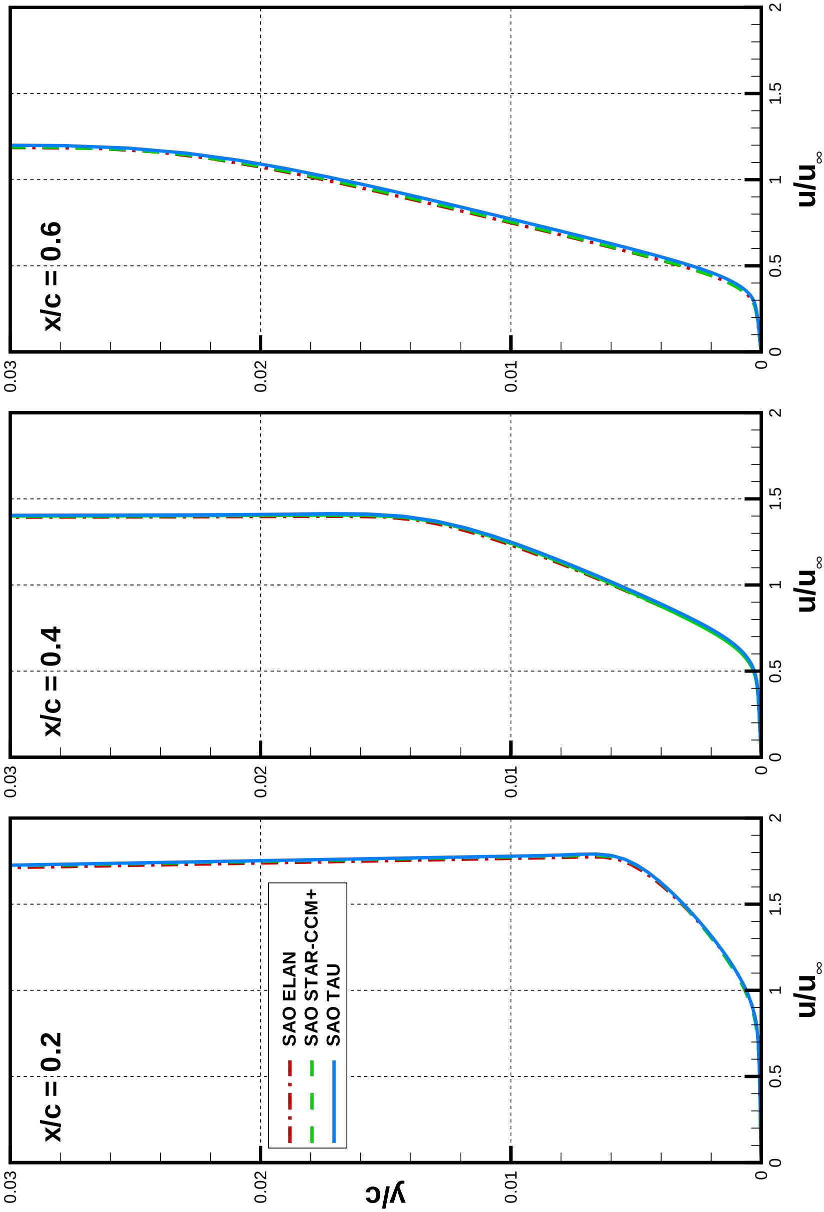
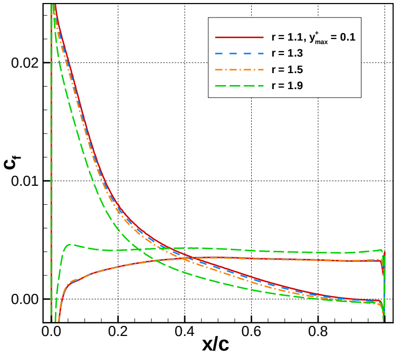
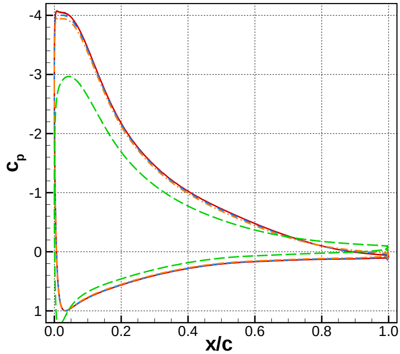


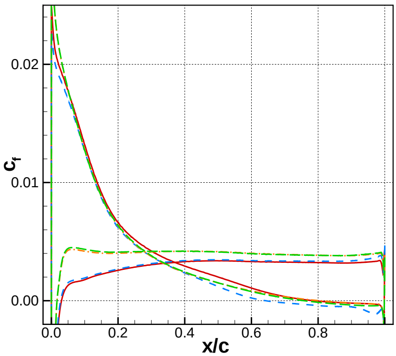
Abbildung A.27: Onera-A-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit dem Modell von Spalart und Allmaras auf dem Referenzgitter



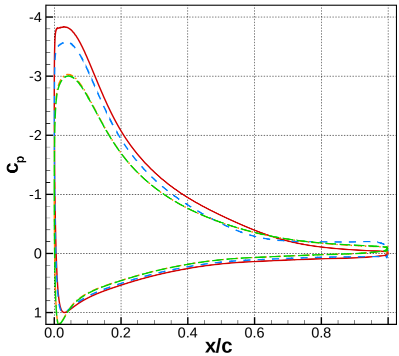
(a) TAU: WCX / c_f



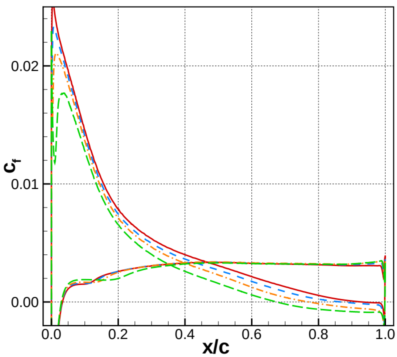
(b) TAU: WCX / c_p



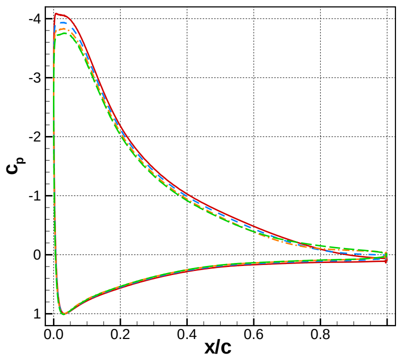
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / c_p

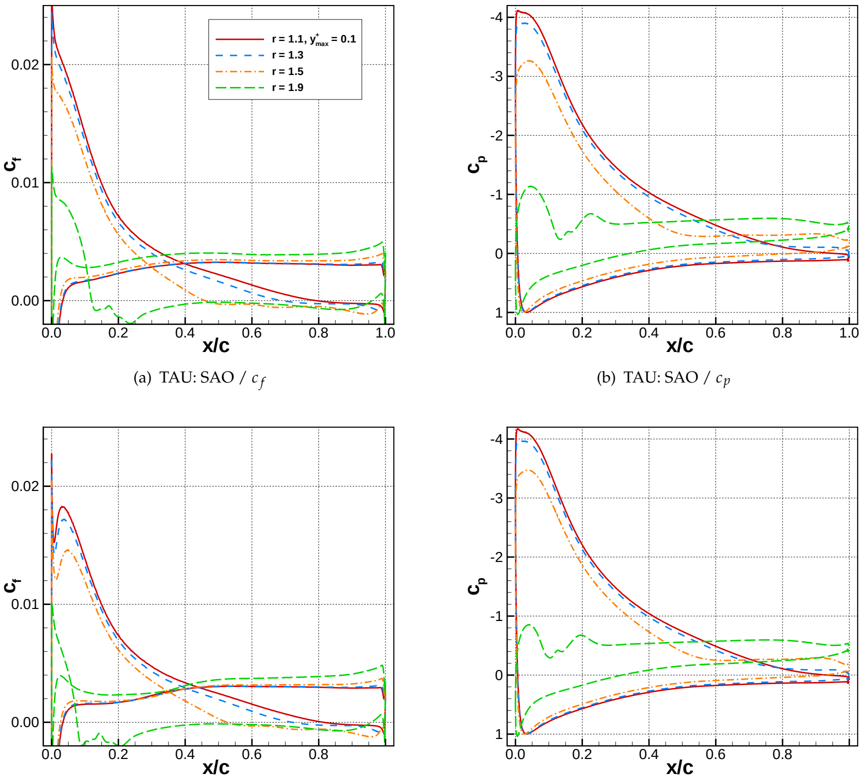


(e) TAU: WJKW / c_f



(f) TAU: WJKW / c_p

Abbildung A.28: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit TAU



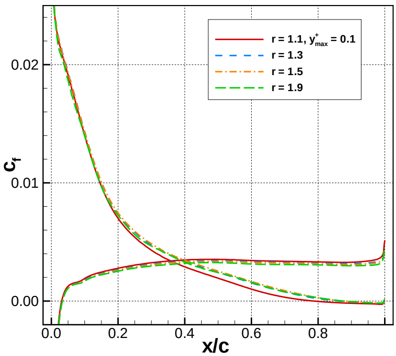
(a) TAU: SAO / c_f

(b) TAU: SAO / c_p

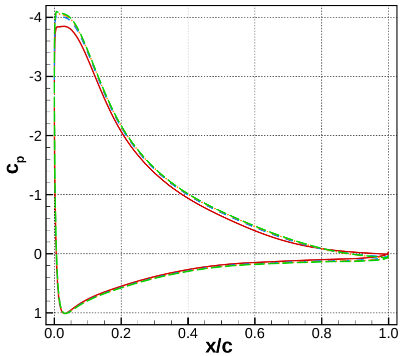
(c) TAU: SAE / c_f

(d) TAU: SAE / c_p

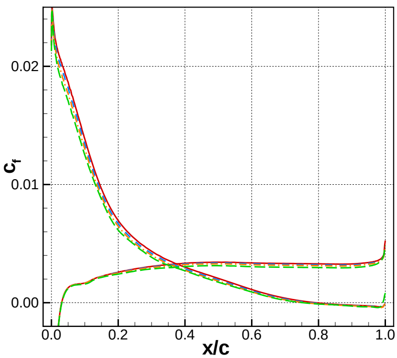
Abbildung A.29: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit TAU



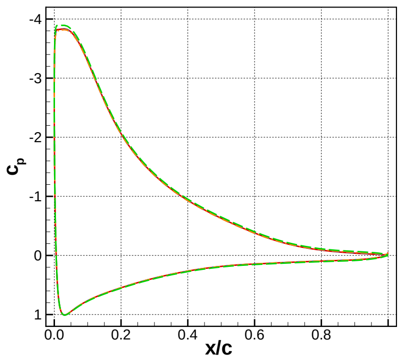
(a) STAR-CCM+: WCX / c_f



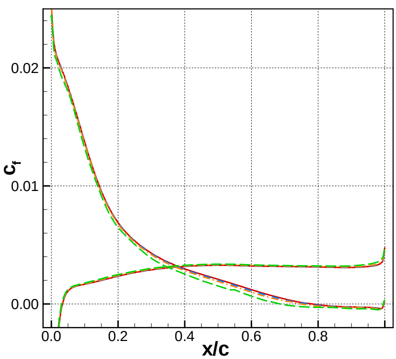
(b) STAR-CCM+: WCX / c_p



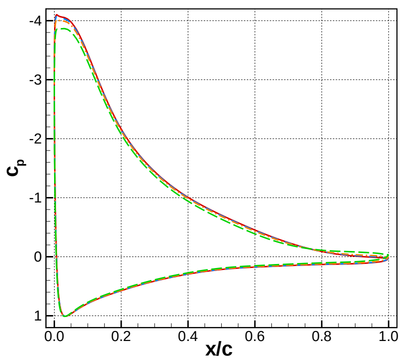
(c) STAR-CCM+: SST / c_f



(d) STAR-CCM+: SST / c_p

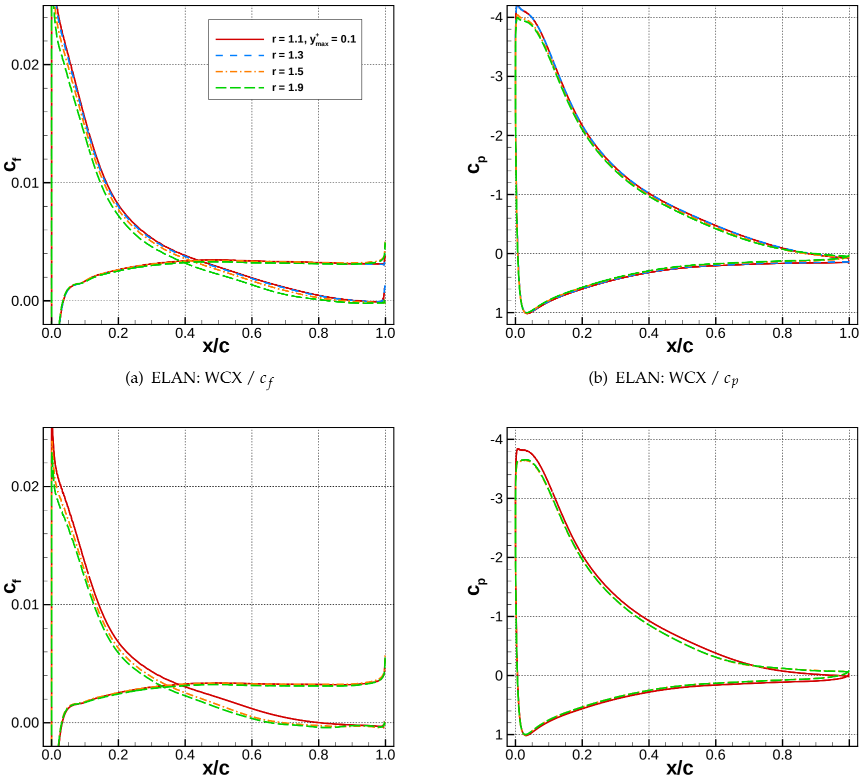


(e) STAR-CCM+: SAO / c_f



(f) STAR-CCM+: SAO / c_p

Abbildung A.30: Onera-A-Profil ▹ Gittervariationen ▹ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit STAR-CCM+



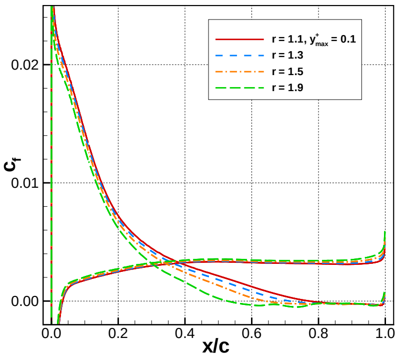
(a) ELAN: WCX / c_f

(b) ELAN: WCX / c_p

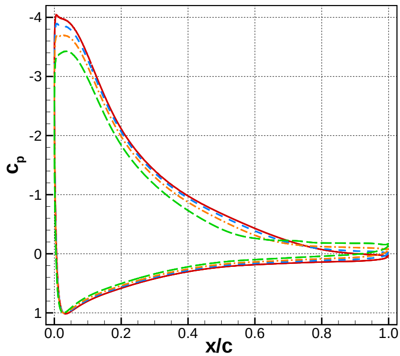
(c) ELAN: SST / c_f

(d) ELAN: SST / c_p

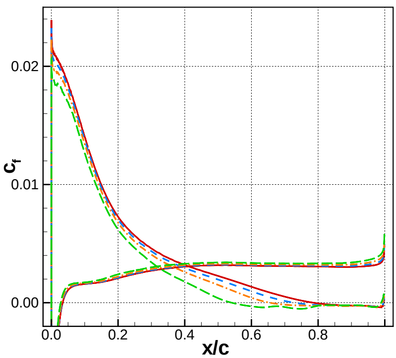
Abbildung A.31: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit ELAN



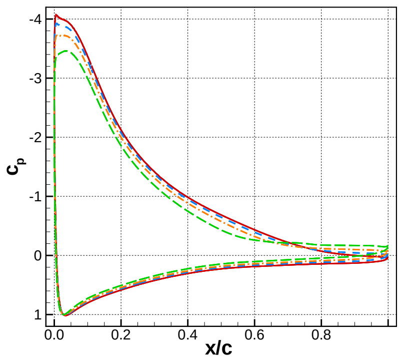
(a) ELAN: SAO / c_f



(b) ELAN: SAO / c_p

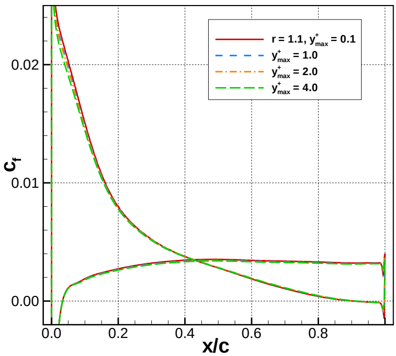


(c) ELAN: SAE / c_f

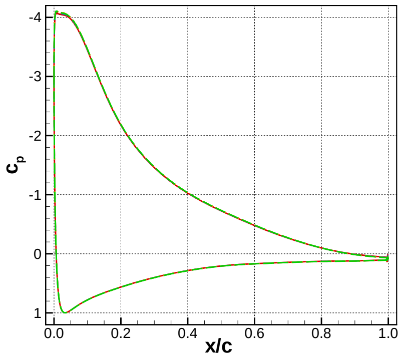


(d) ELAN: SAE / c_p

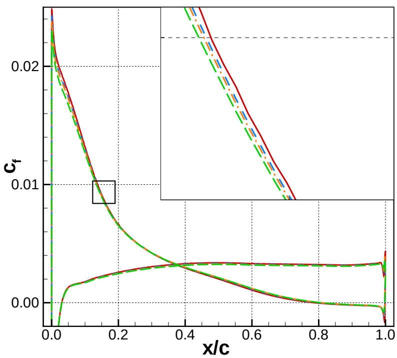
Abbildung A.32: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit ELAN



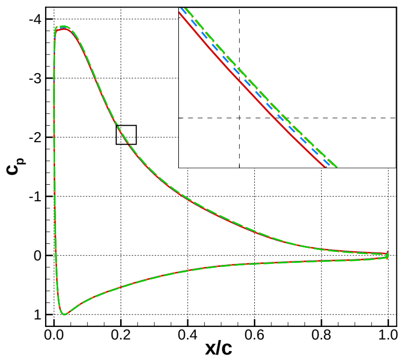
(a) TAU: WCX / c_f



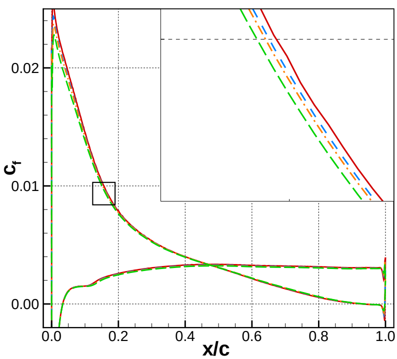
(b) TAU: WCX / c_p



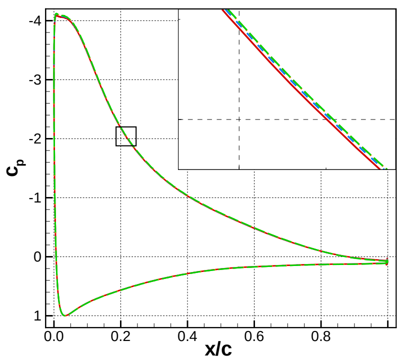
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / c_p

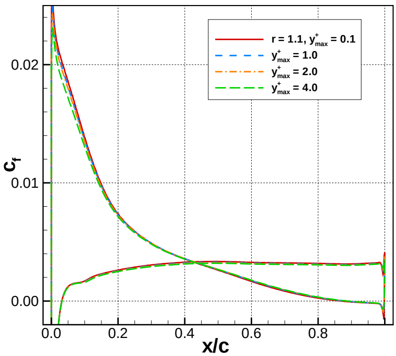


(e) TAU: WJKW / c_f

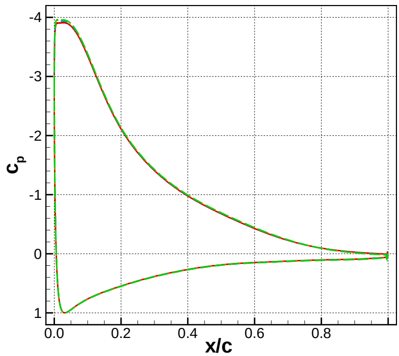


(f) TAU:- WJKW / c_p

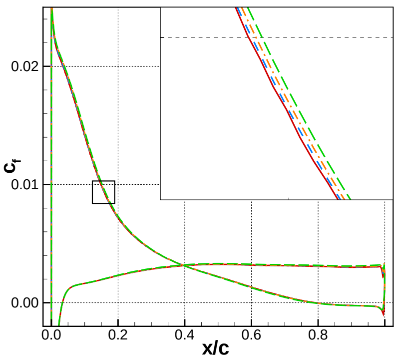
Abbildung A.33: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit TAU



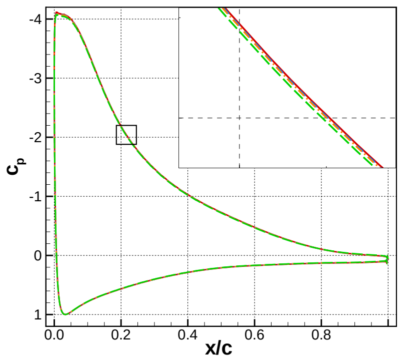
(a) TAU: HELL / c_f



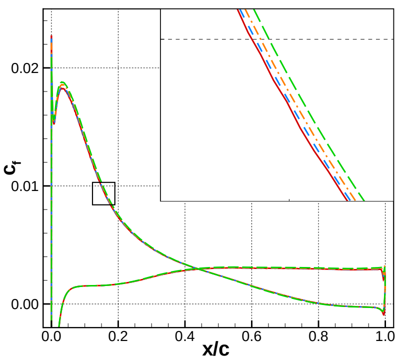
(b) TAU: HELL / c_p



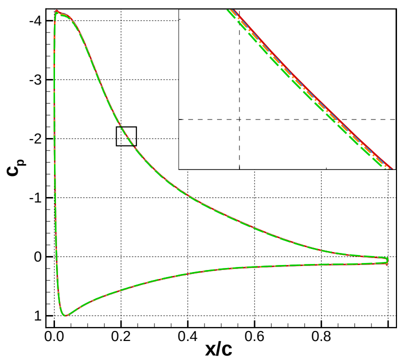
(c) TAU: SAO / c_f



(d) TAU: SAO / c_p

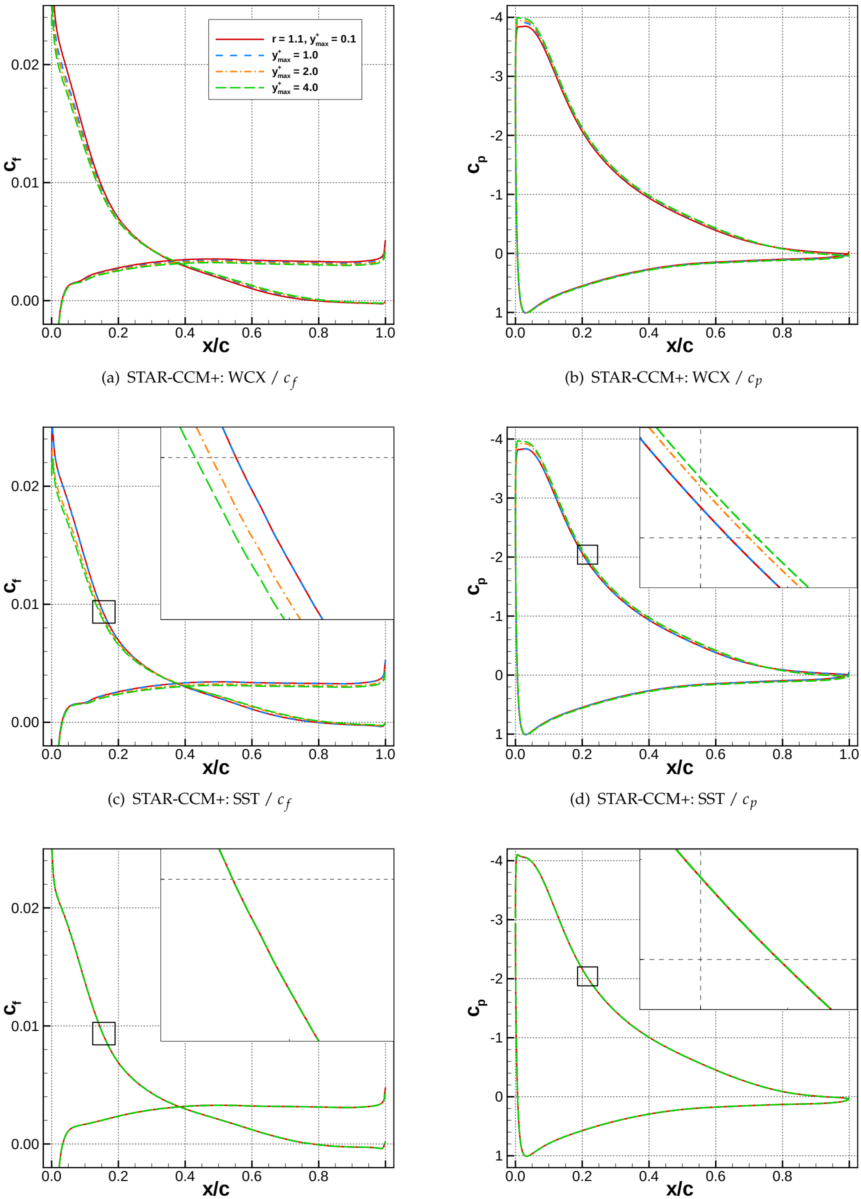


(e) TAU: SAE / c_f



(f) TAU: SAE / c_p

Abbildung A.34: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit TAU



(a) STAR-CCM+: WCX / c_f

(b) STAR-CCM+: WCX / c_p

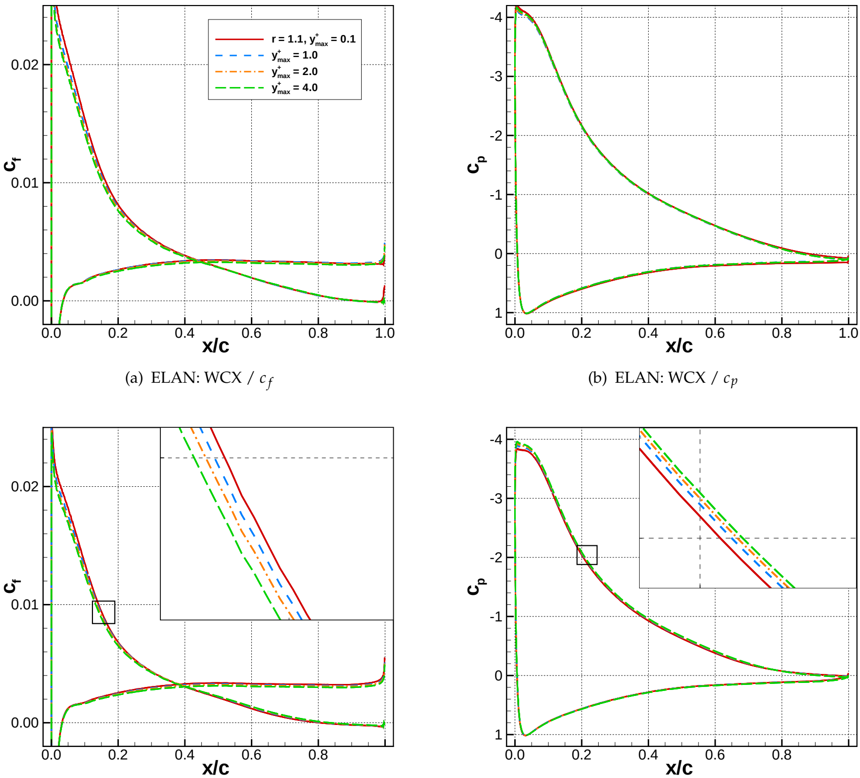
(c) STAR-CCM+: SST / c_f

(d) STAR-CCM+: SST / c_p

(e) STAR-CCM+: SAO / c_f

(f) STAR-CCM+: SAO / c_p

Abbildung A.35: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit STAR-CCM+



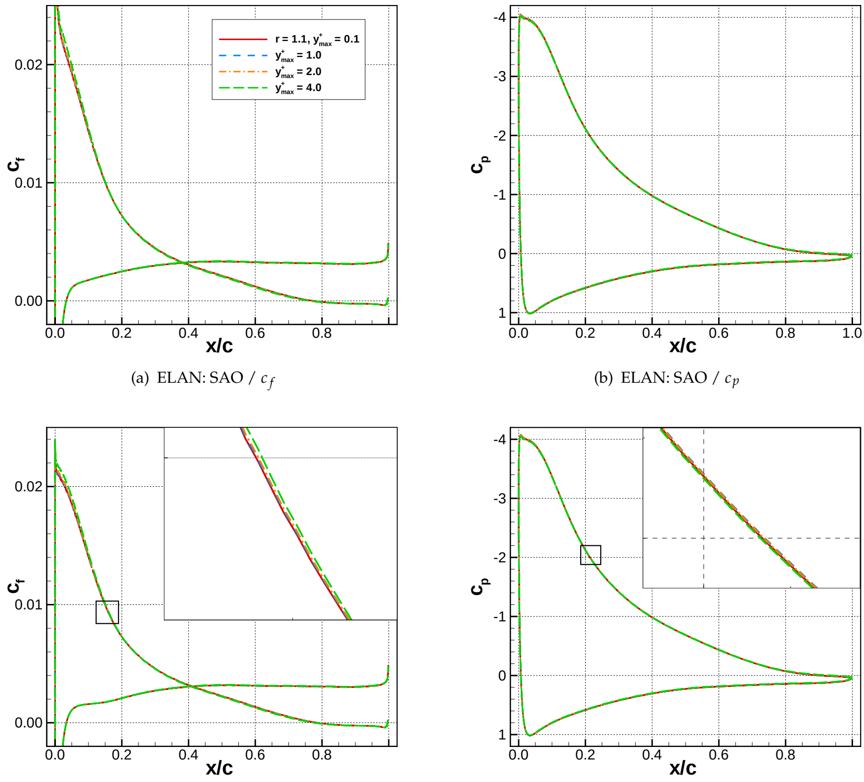
(a) ELAN: WCX / c_f

(b) ELAN: WCX / c_p

(c) ELAN: SST / c_f

(d) ELAN: SST / c_p

Abbildung A.36: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit ELAN



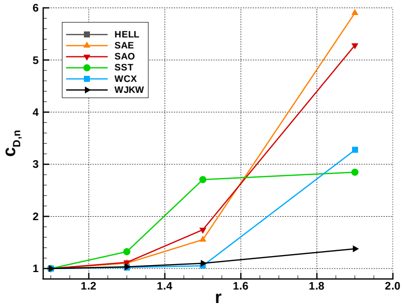
(a) ELAN: SAO / c_f

(b) ELAN: SAO / c_p

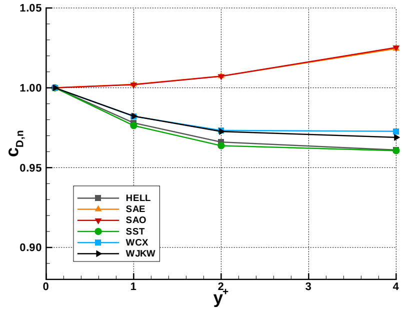
(c) ELAN: SAE / c_f

(d) ELAN: SAE / c_p

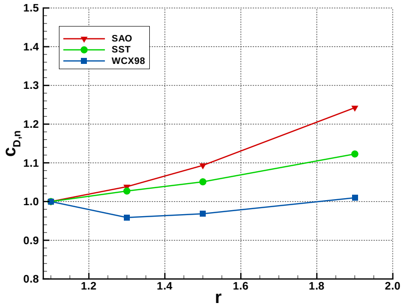
Abbildung A.37: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit ELAN



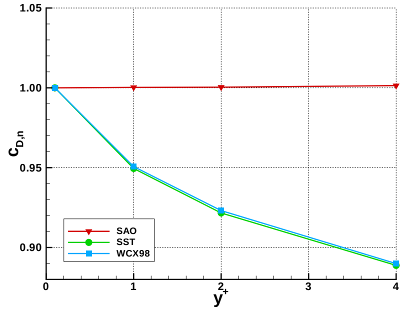
(a) TAU / Gitteraufweitung r



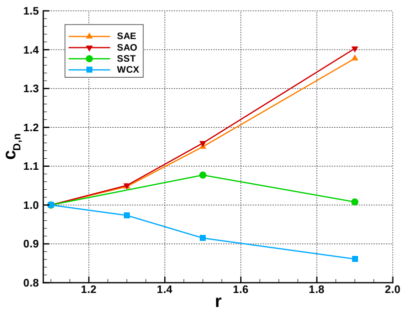
(b) TAU / Wandabstand y^+



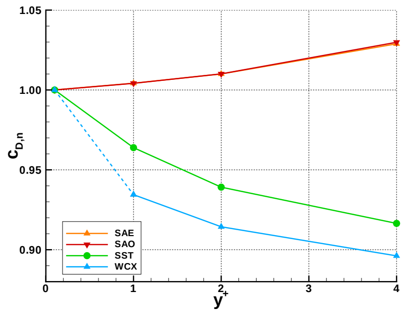
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r



(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

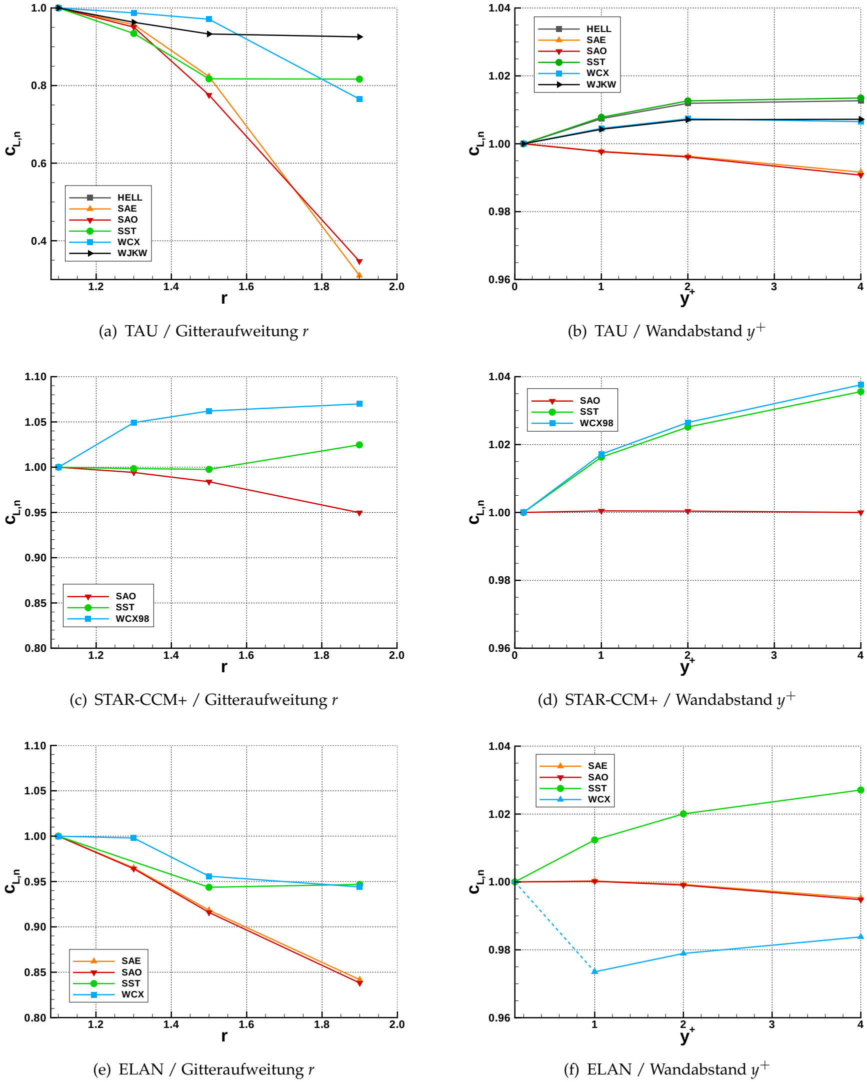


(e) ELAN / Gitteraufweitung r



(f) ELAN / Wandabstand y^+

Abbildung A.38: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ normierter Reibungsbeiwert $c_{f,n}$ bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



(a) TAU / Gitteraufweitung r

(b) TAU / Wandabstand y^+

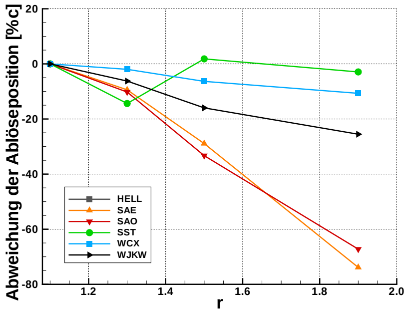
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r

(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

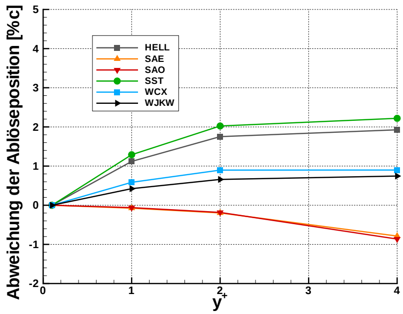
(e) ELAN / Gitteraufweitung r

(f) ELAN / Wandabstand y^+

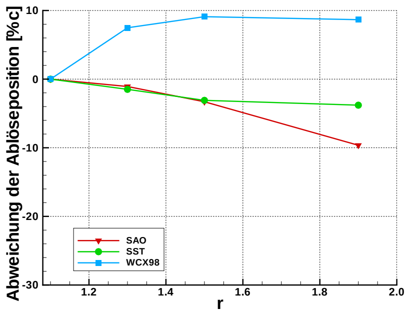
Abbildung A.39: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ normierter Auftriebsbeiwert $c_{L,n}$ bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



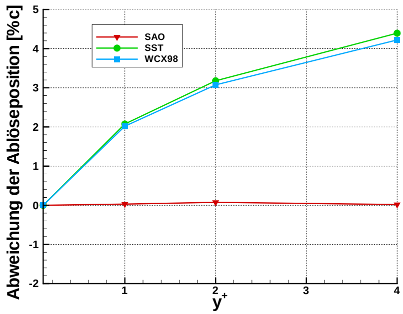
(a) TAU / Gitteraufweitung r



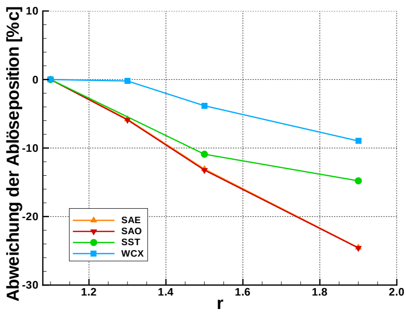
(b) TAU / Wandabstand y^+



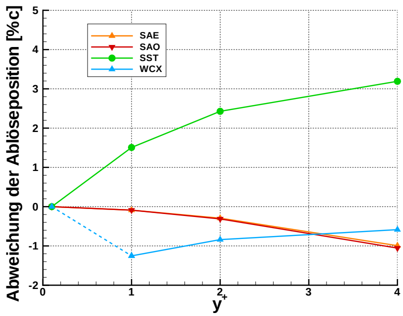
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r



(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

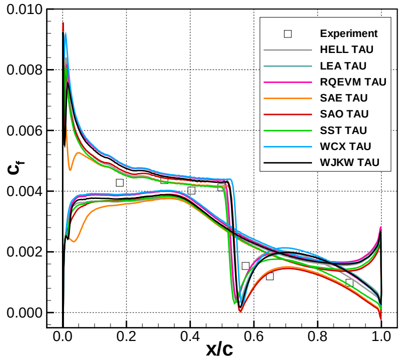


(e) ELAN / Gitteraufweitung r

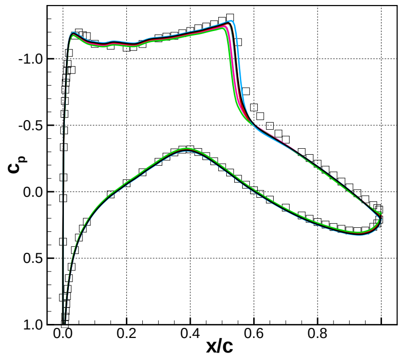


(f) ELAN / Wandabstand y^+

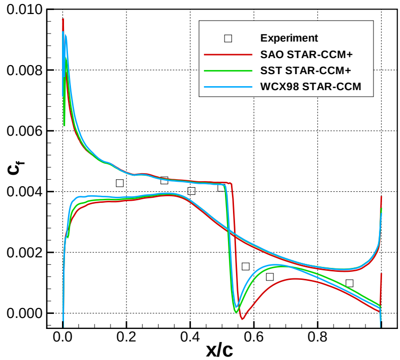
Abbildung A.40: Onera-A-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Abweichung der Ablöseposition von der Referenzlösung bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



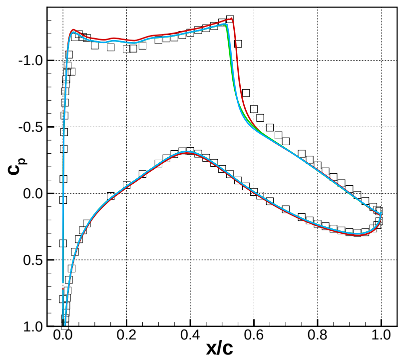
(a) TAU / c_f



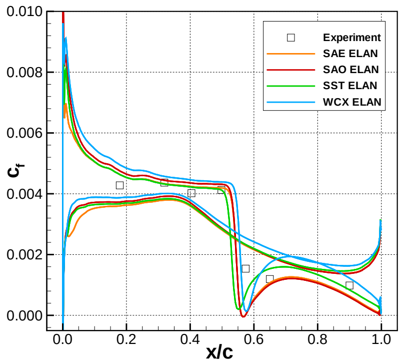
(b) TAU / c_p



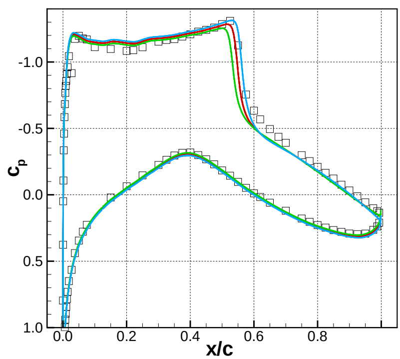
(c) STAR-CCM+ / c_f



(d) STAR-CCM+ / c_p



(e) ELAN / c_f



(f) ELAN / c_p

Abbildung A.41: RAE2822-Profil ▷ Trendtest ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) der angewandten Löser auf dem Referenzgitter

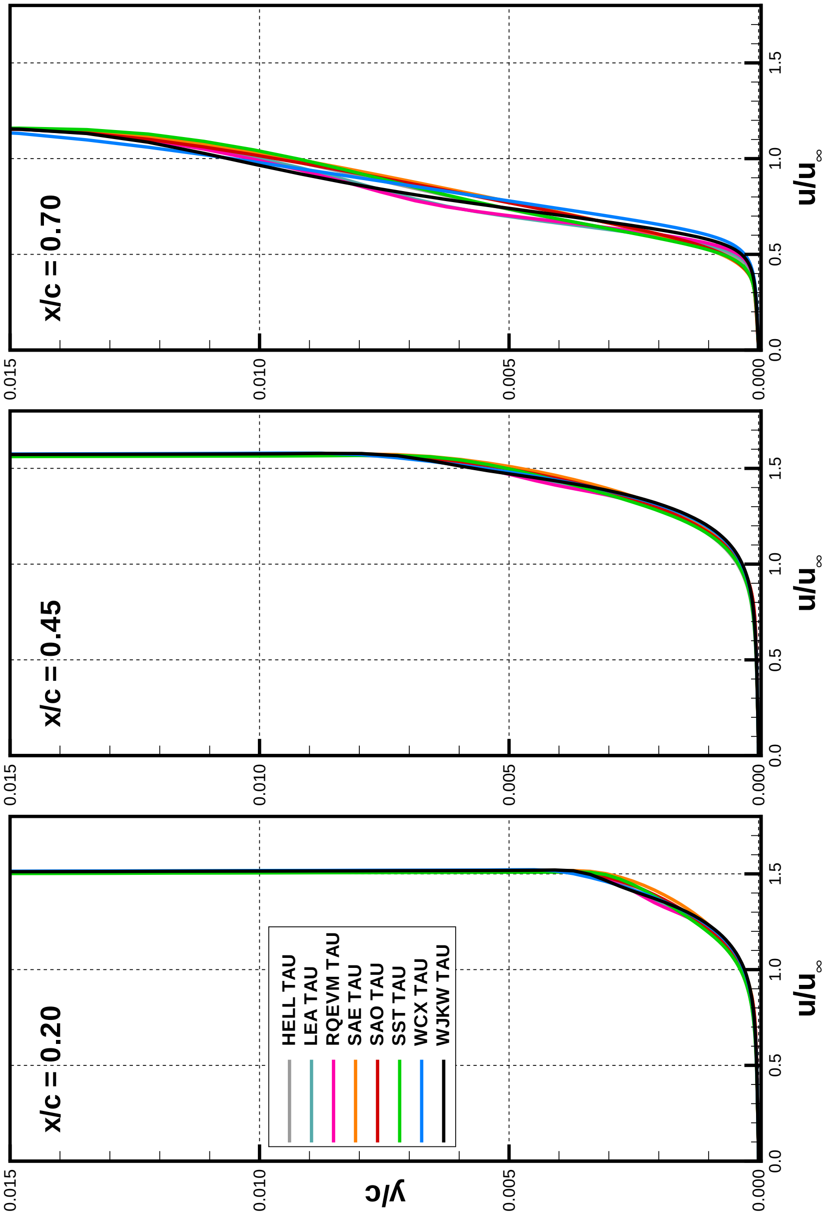


Abbildung A.42: RAE2822-Profil ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit TAU auf dem Referenzgitter

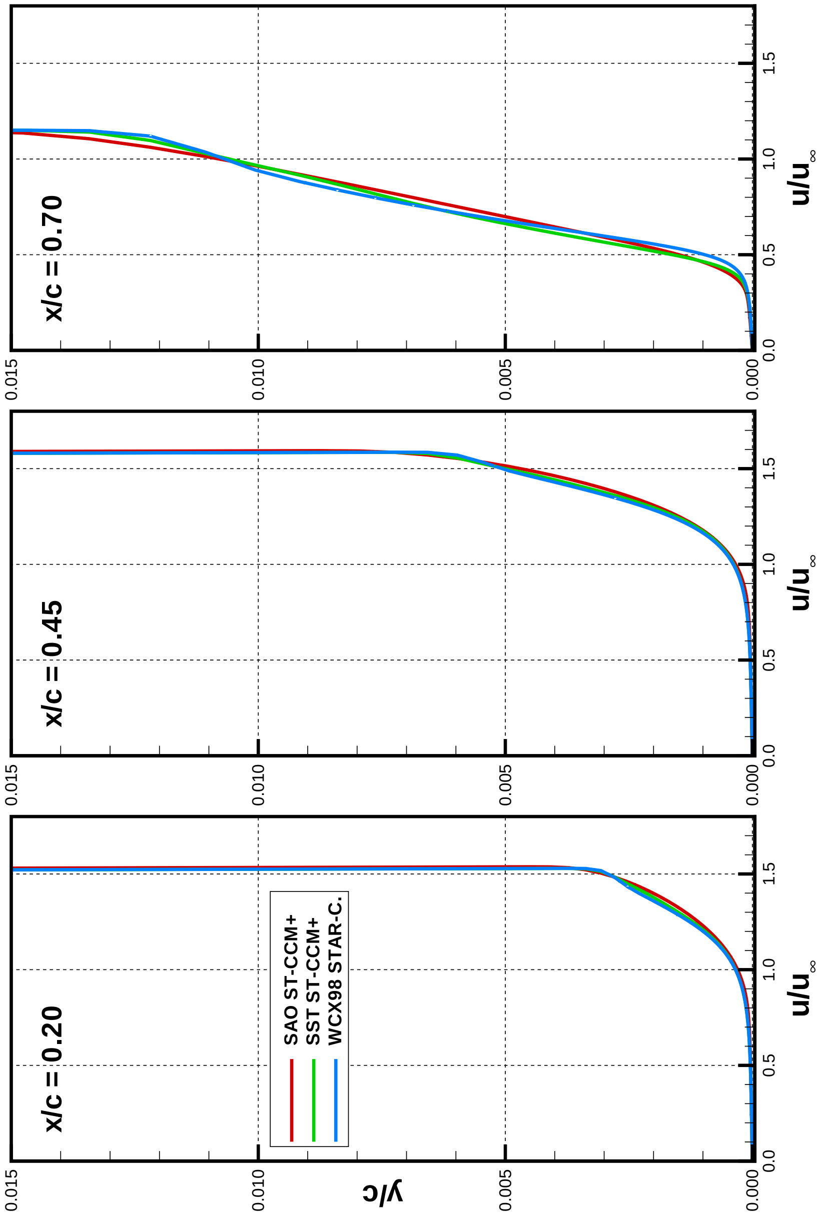


Abbildung A.43: RAE2822-Profil ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit STAR-CCM+ auf dem Referenzgitter

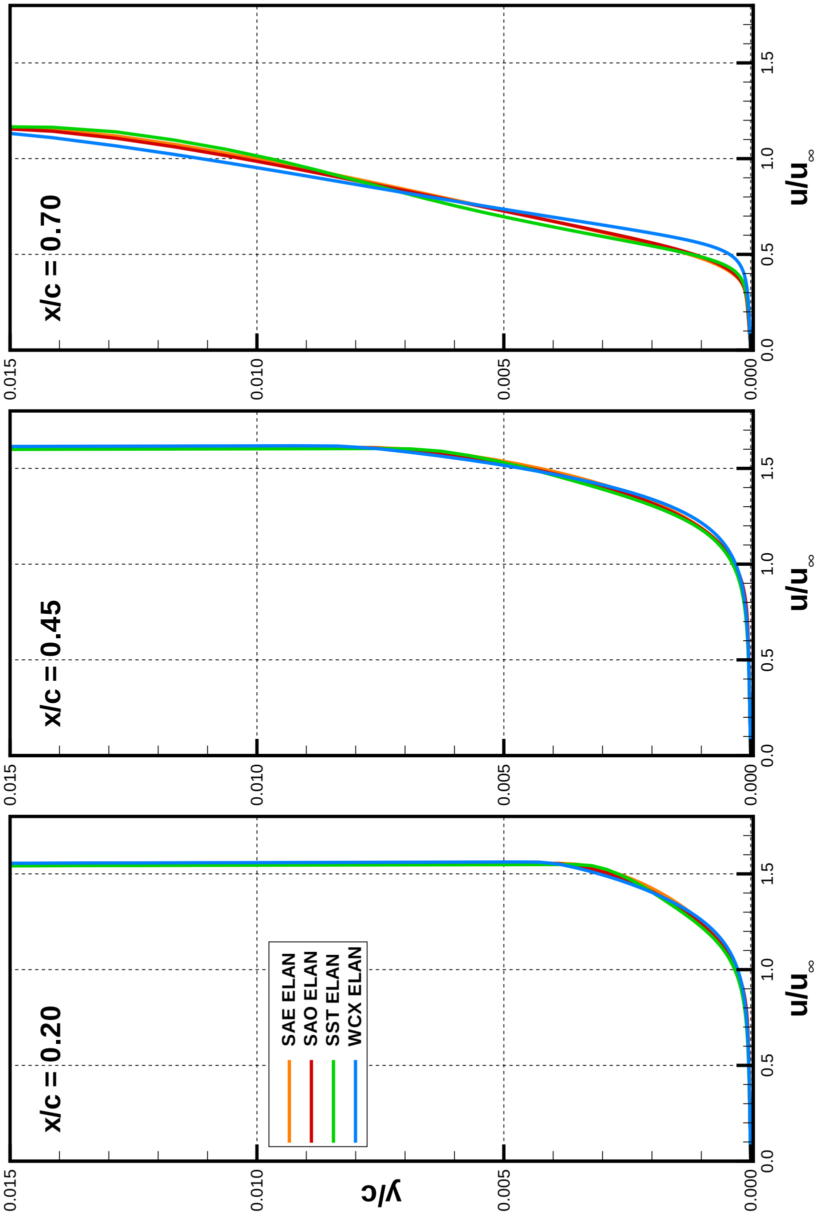
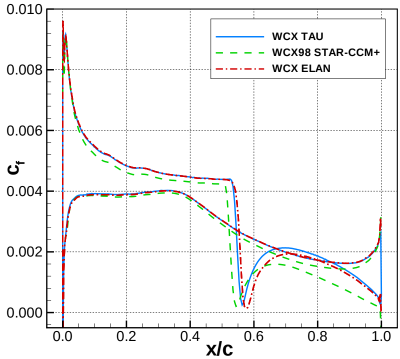
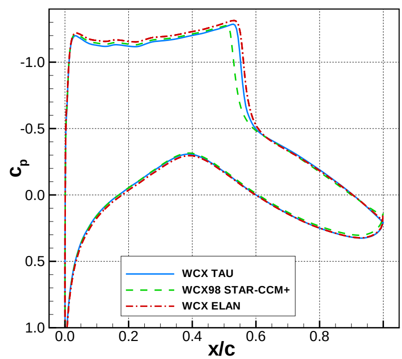


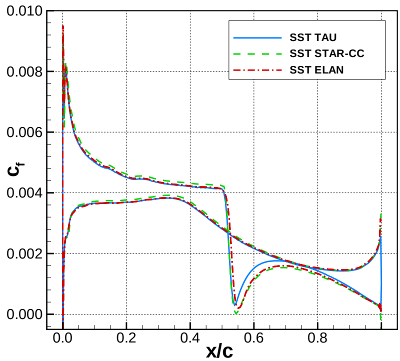
Abbildung A.44: RAE2822-Profil ▷ Trendtest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit ELAN auf dem Referenzgitter



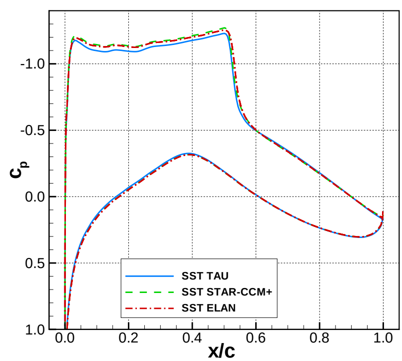
(a) WCX / c_f



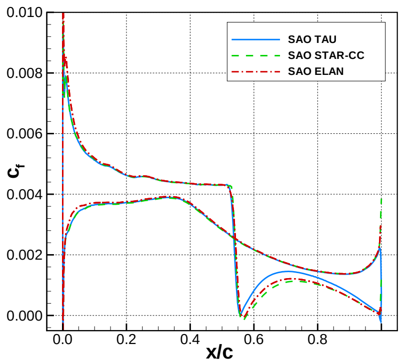
(b) WCX / c_p



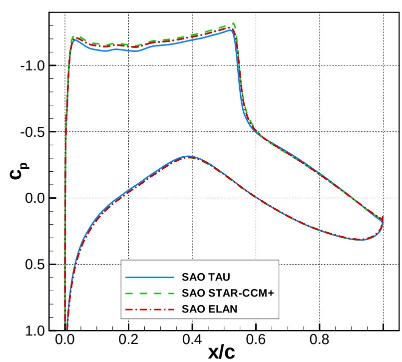
(c) SST / c_f



(d) SST / c_p



(e) SAO / c_f



(f) SAO / c_p

Abbildung A.45: RAE2822-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) ausgewählter Turbulenzmodelle auf dem Referenzgitter

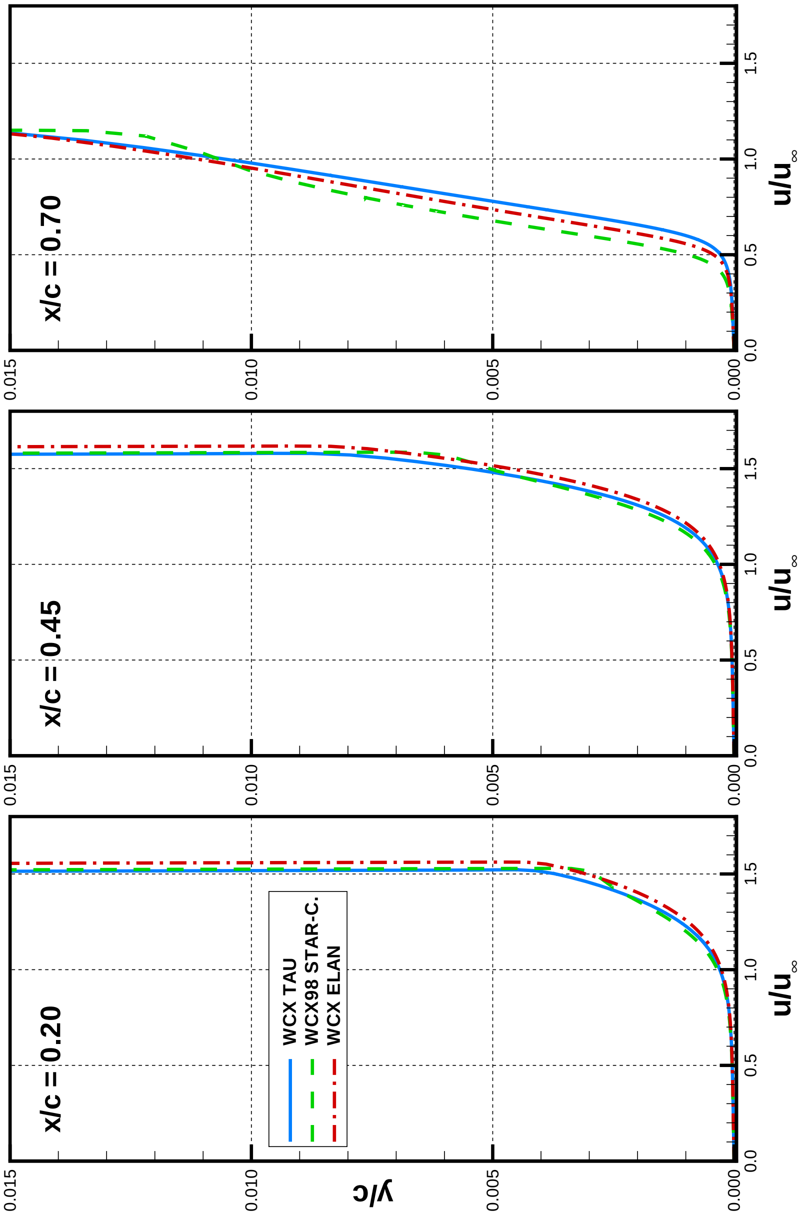


Abbildung A.46: RAE2822-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit dem Wilcox-k-ω-Modell auf dem Referenzgitter

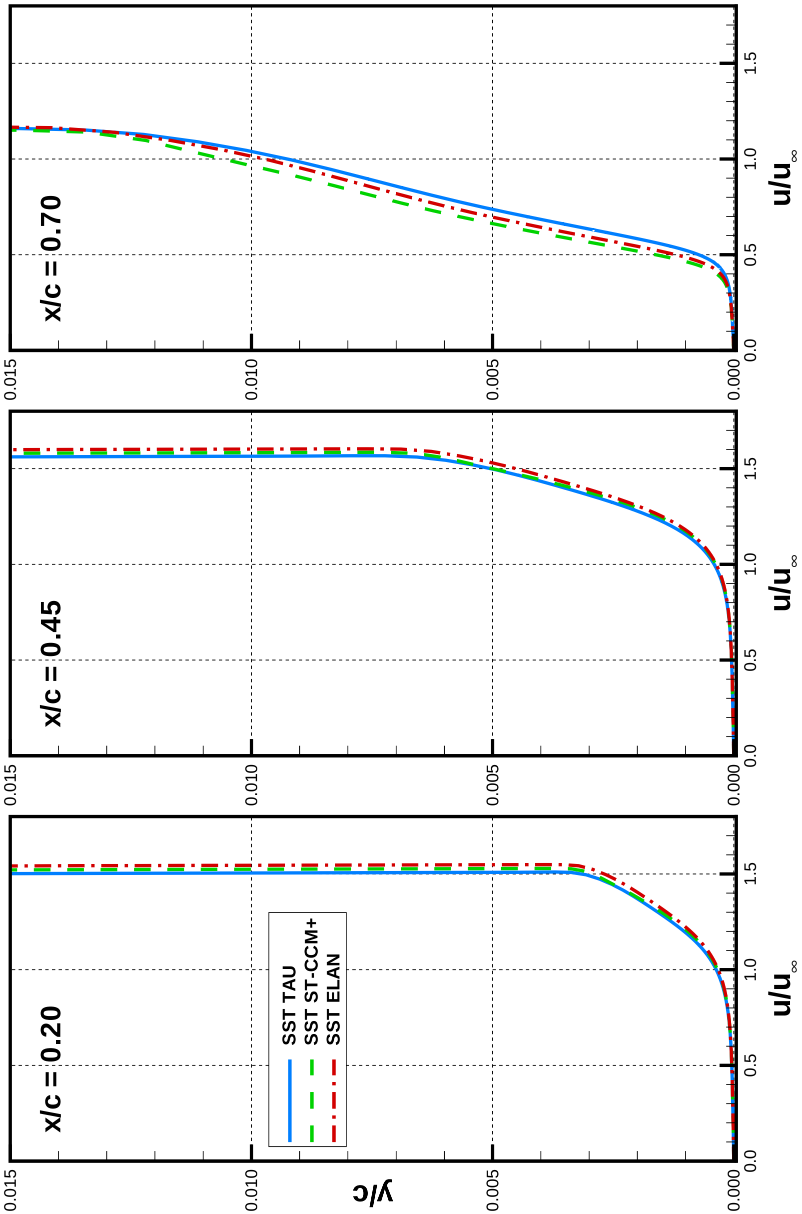


Abbildung A.47: RAE2822-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit dem Menter-SST-Modell auf dem Referenzgitter

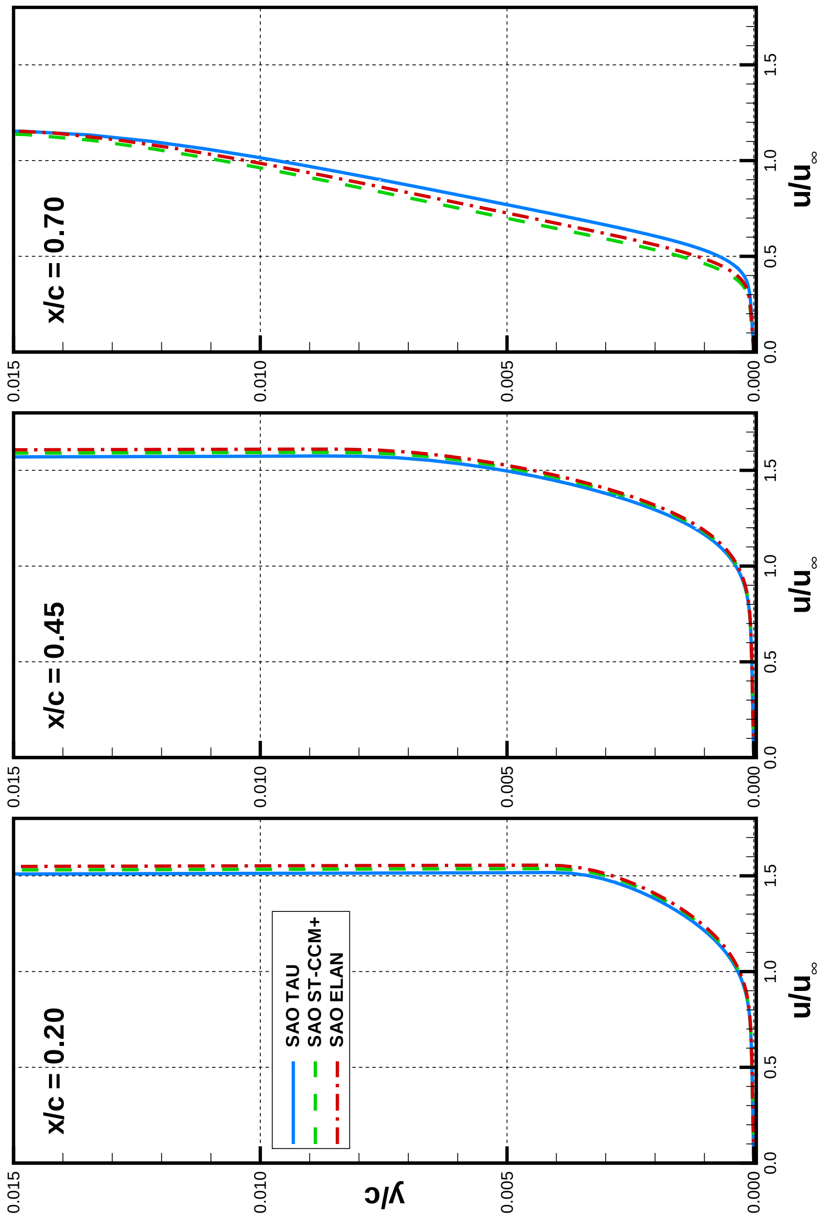


Abbildung A.48: RAE2822-Profil ▷ Vergleichstest ▷ Geschwindigkeitsprofile mit dem Modell von Spalart und Allmaras auf dem Referenzgitter

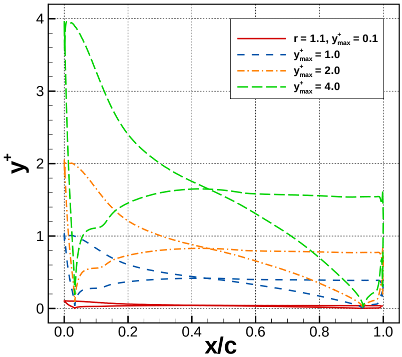


Abbildung A.49: Onera-A-Profil ▷ Gittervariation ▷ Verlauf des dimensionslosen Wandabstandes des ersten inneren Gitterpunktes y^+ bei Variation der Grenzschichtauflösung mit TAU und dem WJKW-Modell

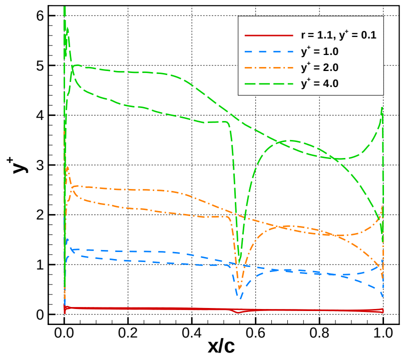
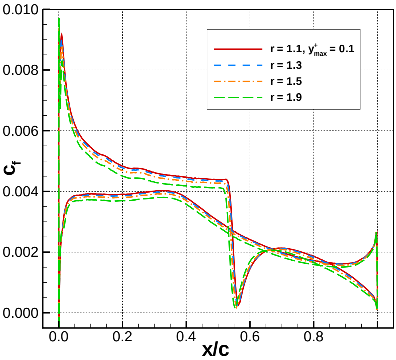
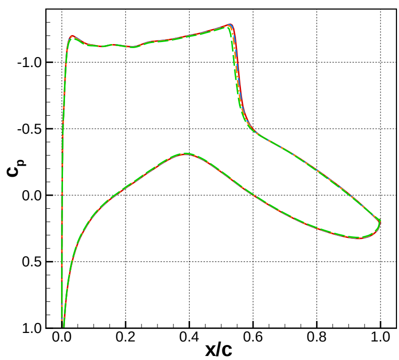


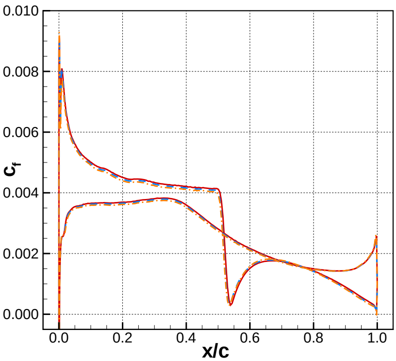
Abbildung A.50: RAE2822-Profil ▷ Gittervariation ▷ Verlauf des dimensionslosen Wandabstandes des ersten inneren Gitterpunktes y^+ bei Variation der Grenzschichtauflösung mit TAU und dem WJKW-Modell



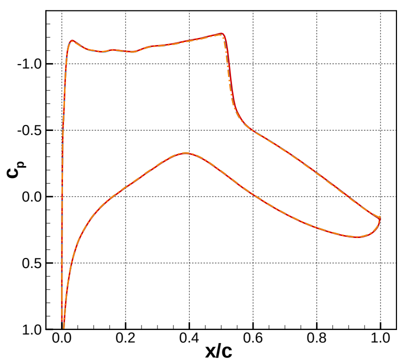
(a) TAU: WCX / c_f



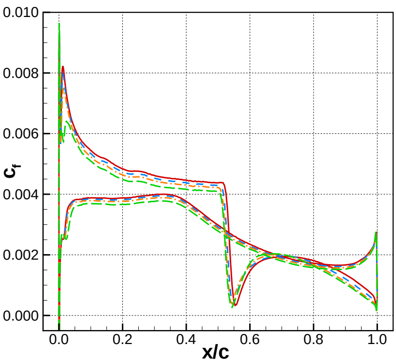
(b) TAU: WCX / c_p



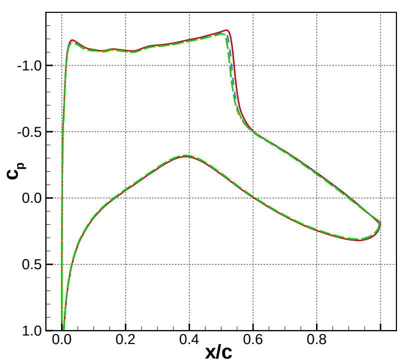
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / c_p

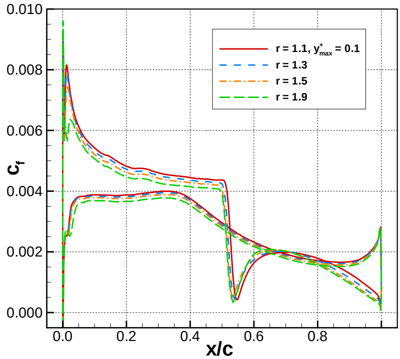


(e) TAU: LEA / c_f

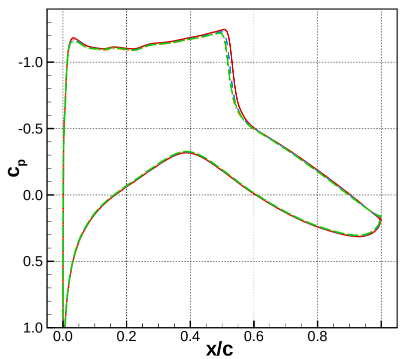


(f) TAU: LEA / c_p

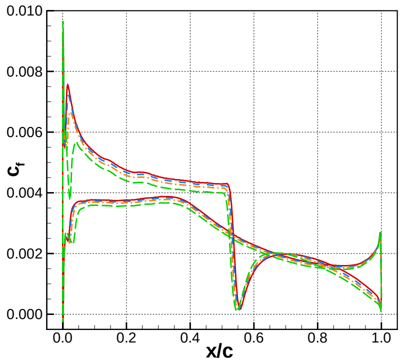
Abbildung A.51: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit TAU



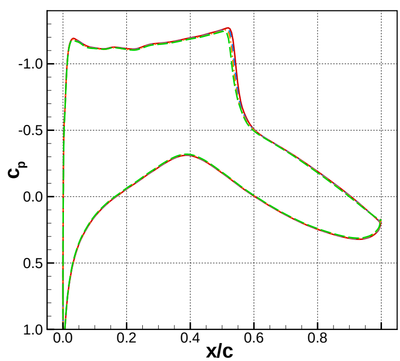
(a) TAU: RQEVM / c_f



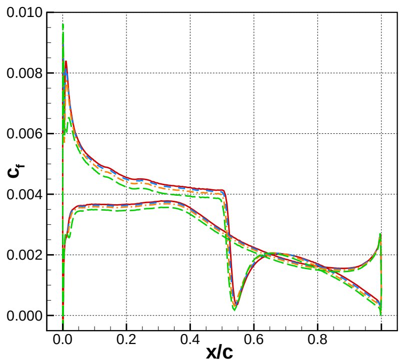
(b) TAU: RQEVM / c_p



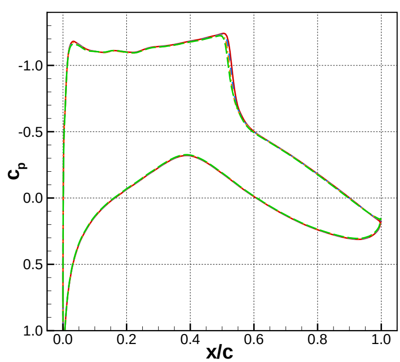
(c) TAU: WJKW / c_f



(d) TAU: WJKW / c_p

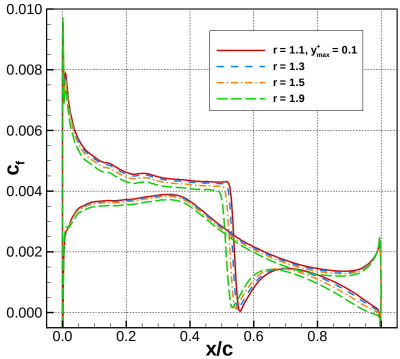


(e) TAU: HELL / c_f

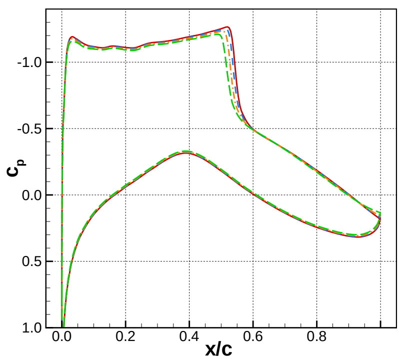


(f) TAU: HELL / c_p

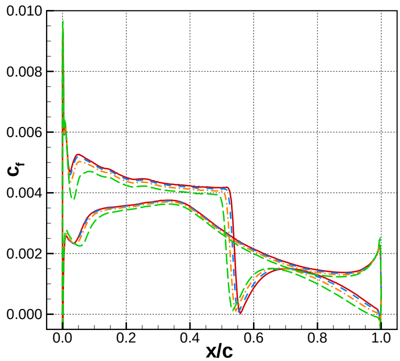
Abbildung A.52: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit TAU



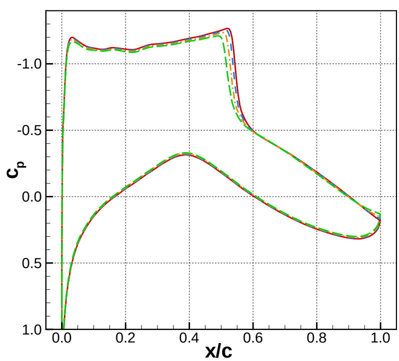
(a) TAU: SAO / c_f



(b) TAU: SAO / c_p

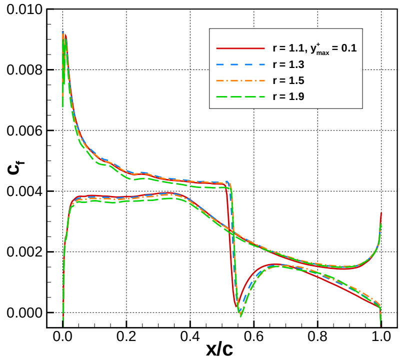


(c) TAU: SAE / c_f

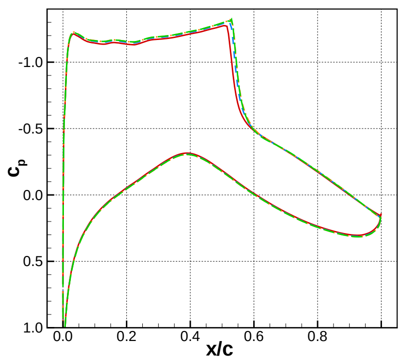


(d) TAU: SAE / c_p

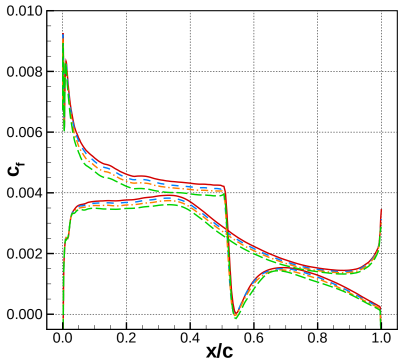
Abbildung A.53: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit TAU



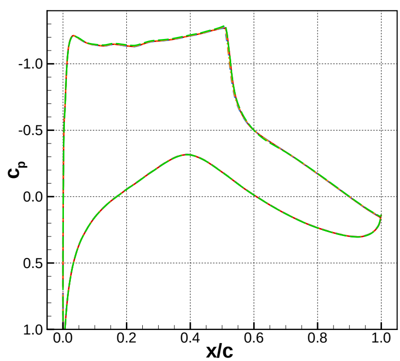
(a) STAR-CCM+: WCX / c_f



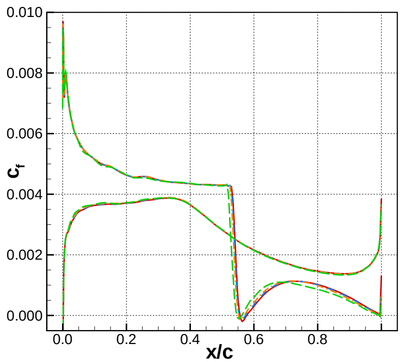
(b) STAR-CCM+: WCX / c_p



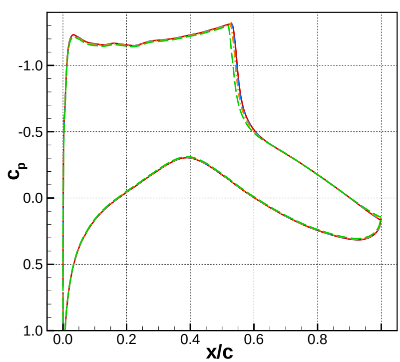
(c) STAR-CCM+: SST / c_f



(d) STAR-CCM+: SST / c_p

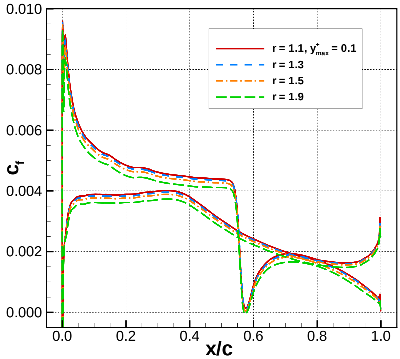


(e) STAR-CCM+: SAO / c_f

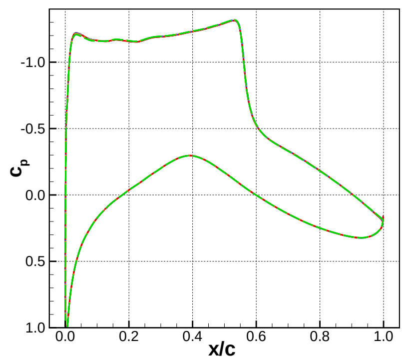


(f) STAR-CCM+: SAO / c_p

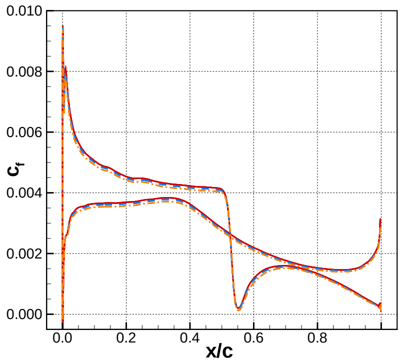
Abbildung A.54: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit STAR-CCM+



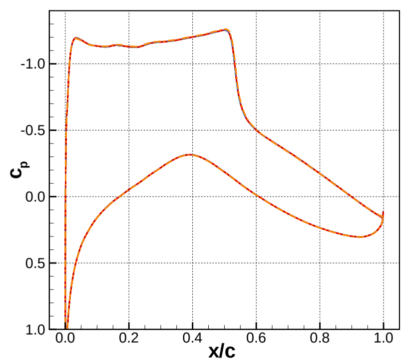
(a) ELAN: WCX / c_f



(b) ELAN: WCX / c_p

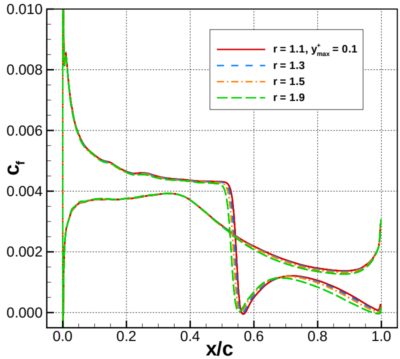


(c) ELAN: SST / c_f

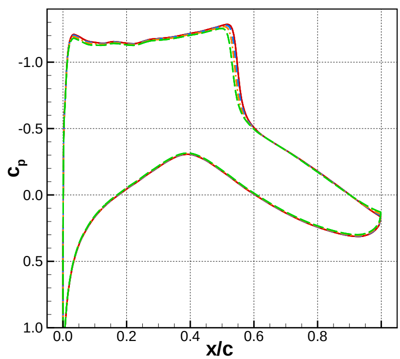


(d) ELAN: SST / c_p

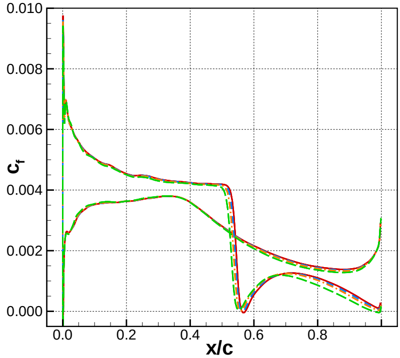
Abbildung A.55: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit ELAN



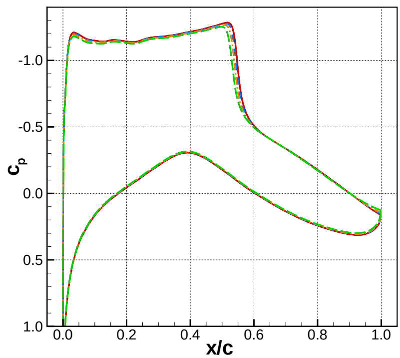
(a) ELAN: SAO / c_f



(b) ELAN: SAO / c_p

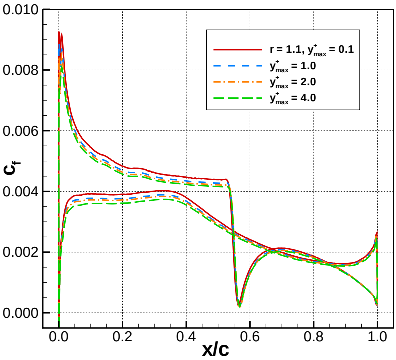


(c) ELAN: SAE / c_f

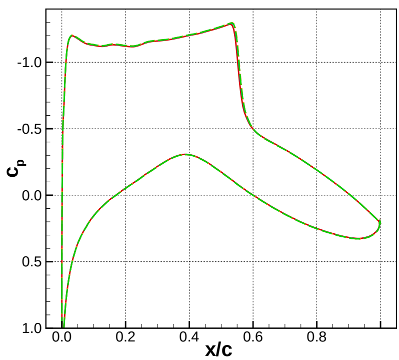


(d) ELAN: SAE / c_p

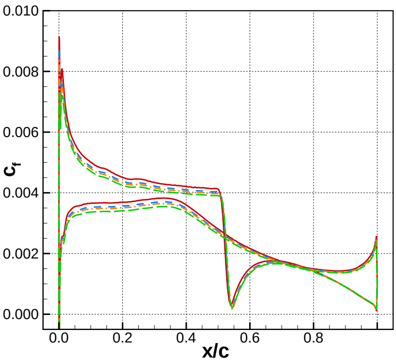
Abbildung A.56: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r mit ELAN



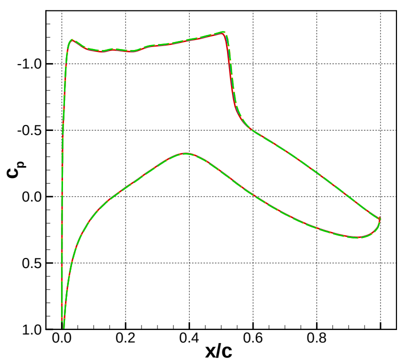
(a) TAU: WCX / c_f



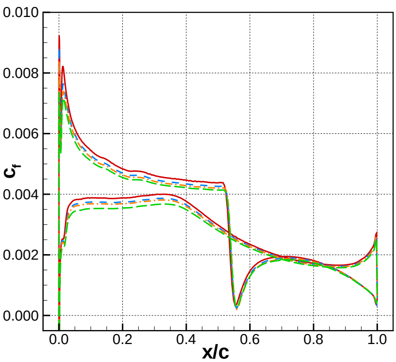
(b) TAU: WCX / c_p



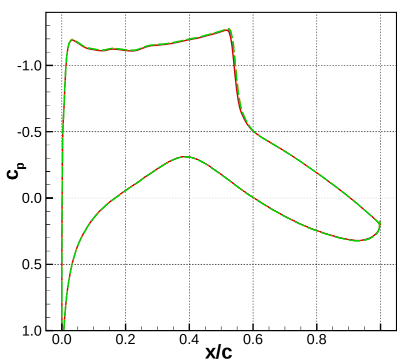
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / c_p

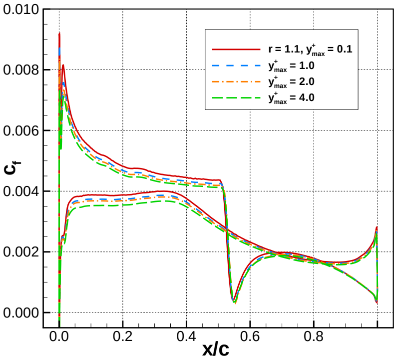


(e) TAU: LEA / c_f

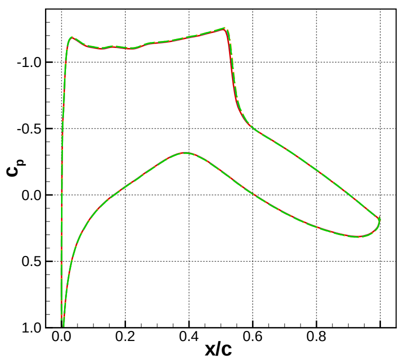


(f) TAU: LEA / c_p

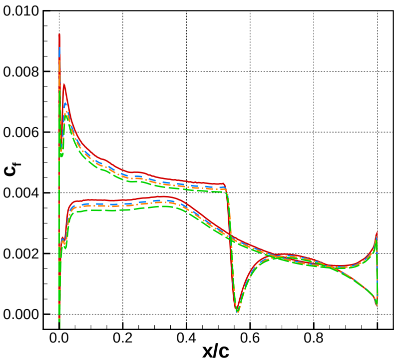
Abbildung A.57: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit TAU



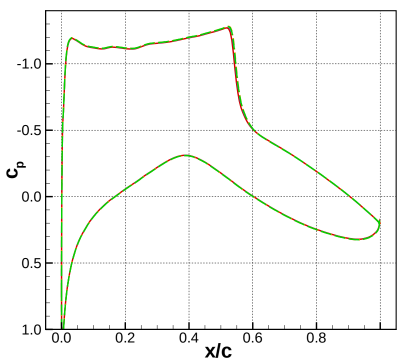
(a) TAU: RQEVM / c_f



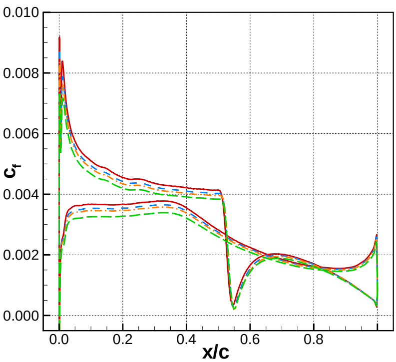
(b) TAU: RQEVM / c_p



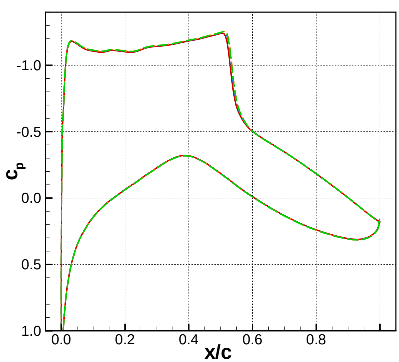
(c) TAU: WJKW / c_f



(d) TAU: WJKW / c_p

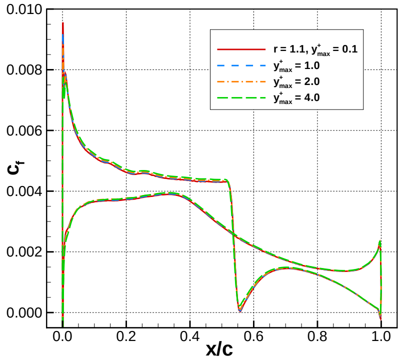


(e) TAU: HELL / c_f

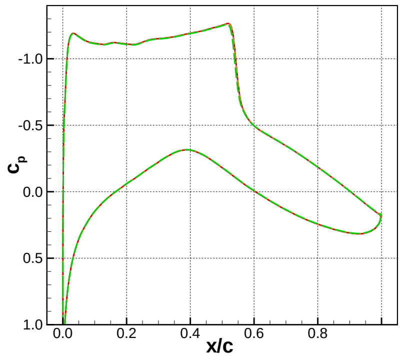


(f) TAU: HELL / c_p

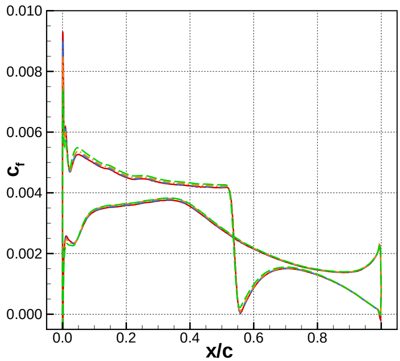
Abbildung A.58: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit TAU



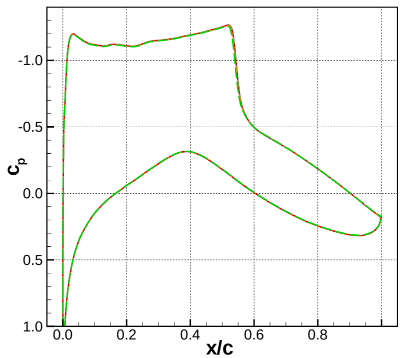
(a) TAU: SAO / c_f



(b) TAU: SAO / c_p

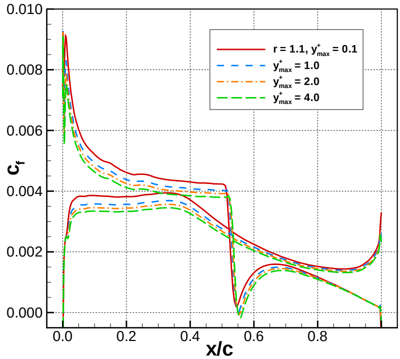


(c) TAU: SAE / c_f

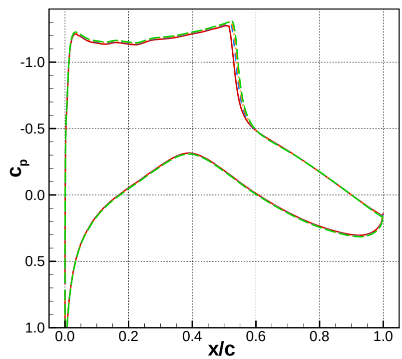


(d) TAU: SAE / c_p

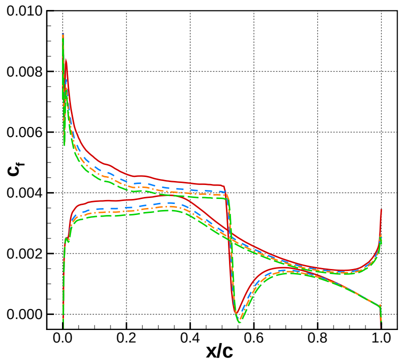
Abbildung A.59: RAE2822-Profil ▹ Gittervariationen ▹ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit TAU



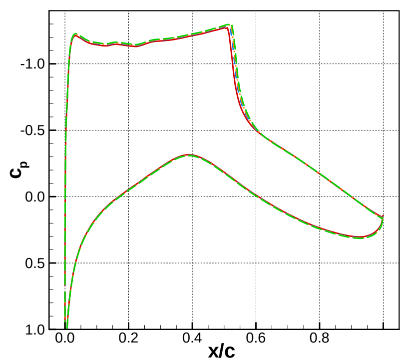
(a) STAR-CCM+: WCX / c_f



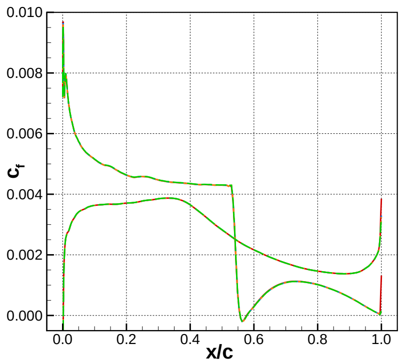
(b) STAR-CCM+: WCX / c_p



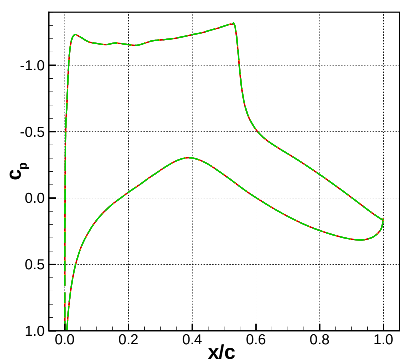
(c) STAR-CCM+: SST / c_f



(d) STAR-CCM+: SST / c_p

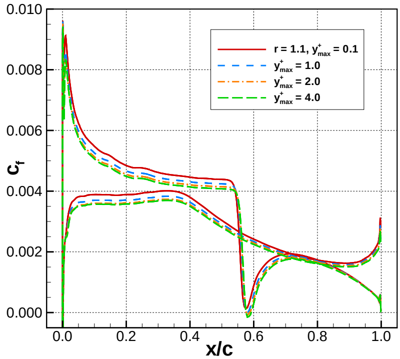


(e) STAR-CCM+: SAO / c_f

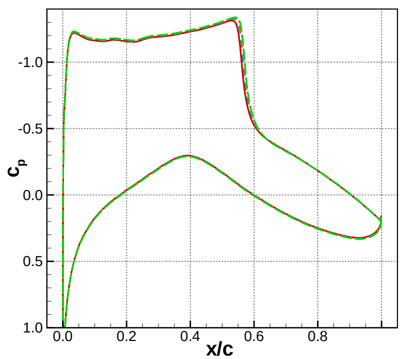


(f) STAR-CCM+: SAO / c_p

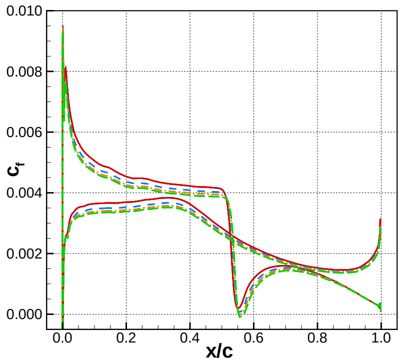
Abbildung A.60: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit STAR-CCM+



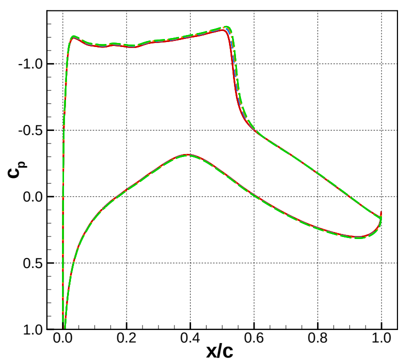
(a) ELAN: WCX / c_f



(b) ELAN: WCX / c_p

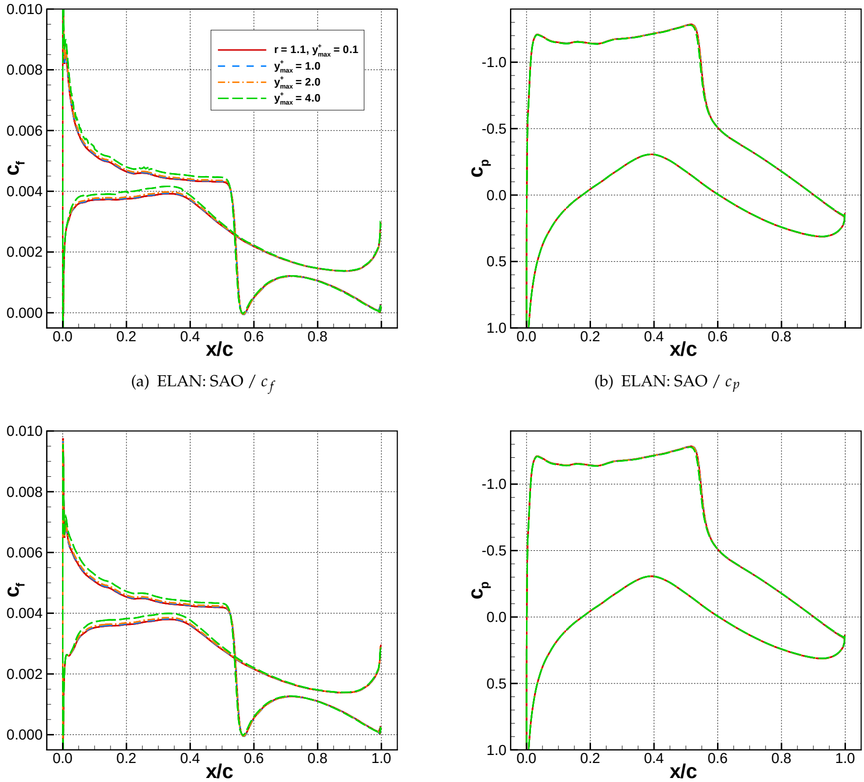


(c) ELAN: SST / c_f



(d) ELAN: SST / c_p

Abbildung A.61: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit ELAN



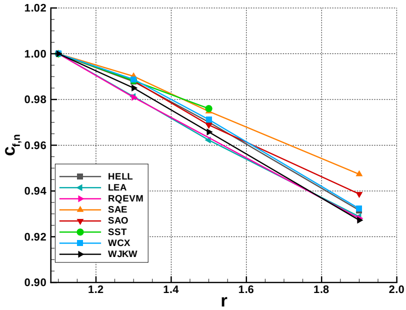
(a) ELAN: SAO / c_f

(b) ELAN: SAO / c_p

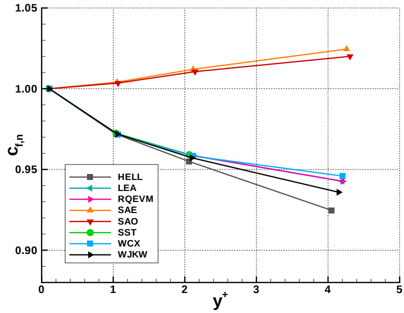
(c) ELAN: SAE / c_f

(d) ELAN: SAE / c_p

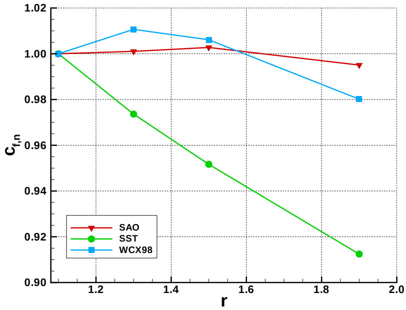
Abbildung A.62: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Reibungsbeiwerte (links) und Druckbeiwerte (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+ mit ELAN



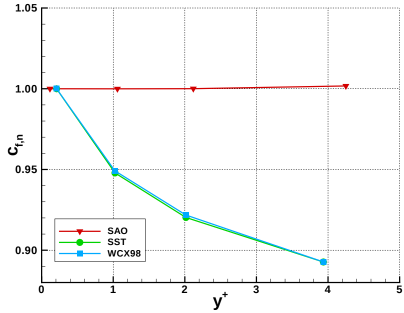
(a) TAU / Gitteraufweitung r



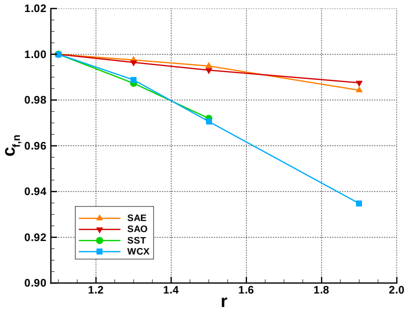
(b) TAU / Wandabstand y^+



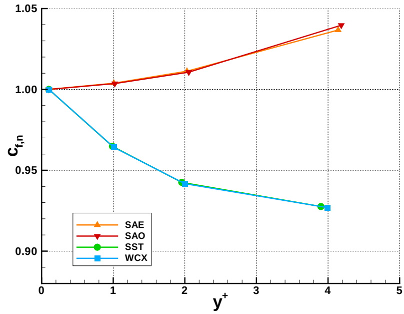
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r



(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

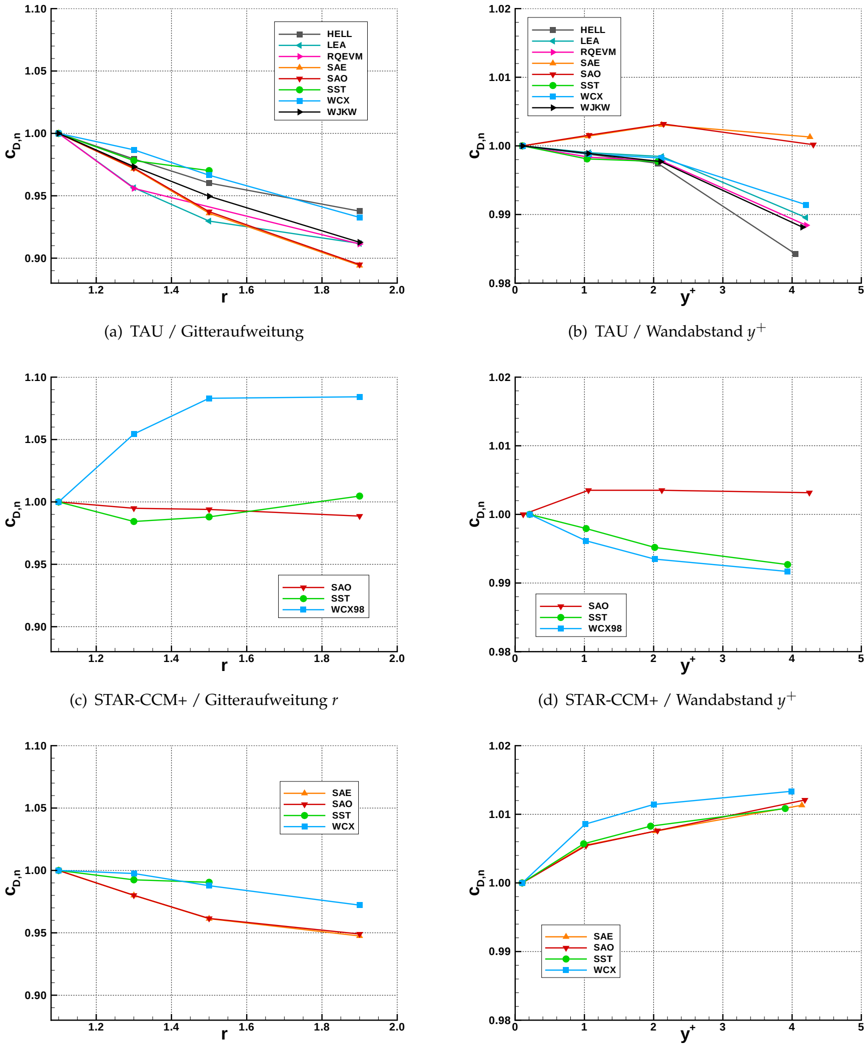


(e) ELAN / Gitteraufweitung r



(f) ELAN / Wandabstand y^+

Abbildung A.63: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ normierter Reibungsbeiwert $c_{f,n}$ bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



(a) TAU / Gitteraufweitung

(b) TAU / Wandabstand y^+

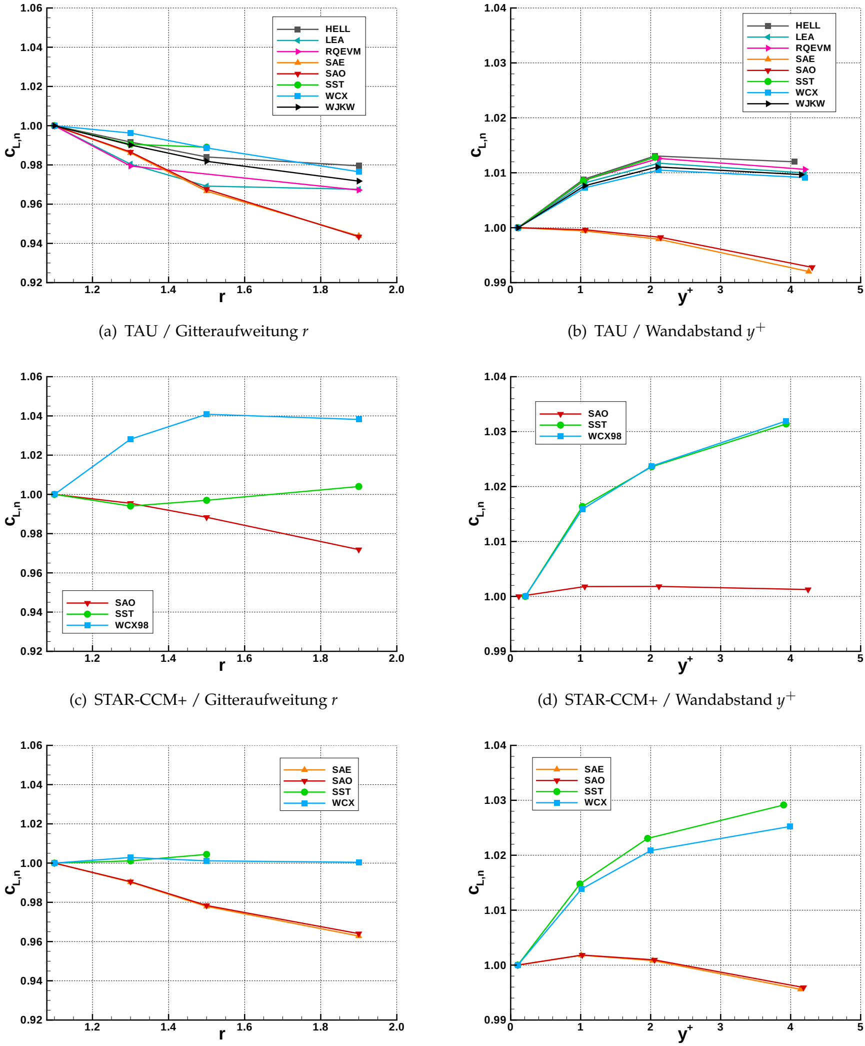
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r

(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

(e) ELAN / Gitteraufweitung r

(f) ELAN / Wandabstand y^+

Abbildung A.64: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ normierter Widerstandsbeiwert $c_{D,n}$ bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



(a) TAU / Gitteraufweitung r

(b) TAU / Wandabstand y^+

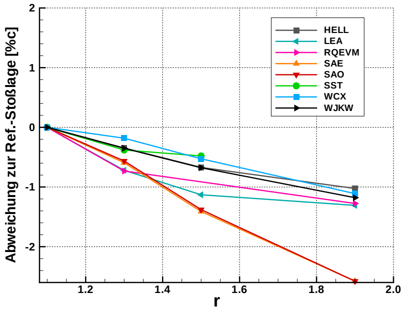
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r

(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

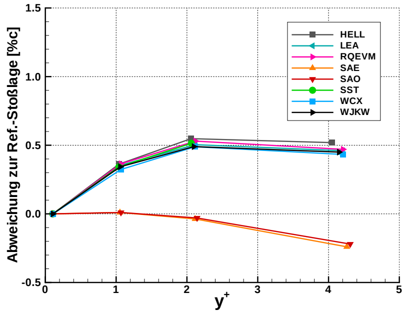
(e) ELAN / Gitteraufweitung r

(f) ELAN / Wandabstand y^+

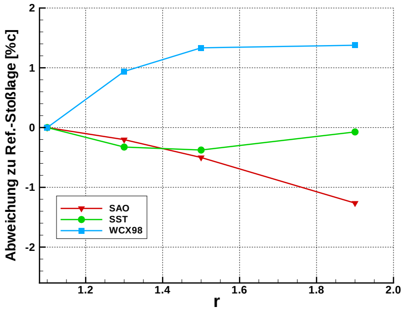
Abbildung A.65: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ normierter Auftriebsbeiwert $c_{L,n}$ bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



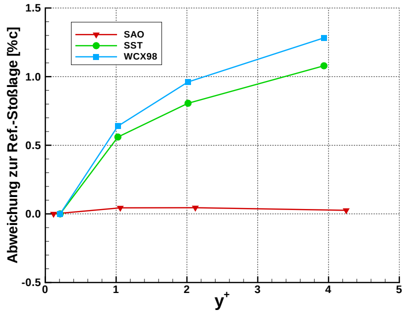
(a) TAU / Gitteraufweitung r



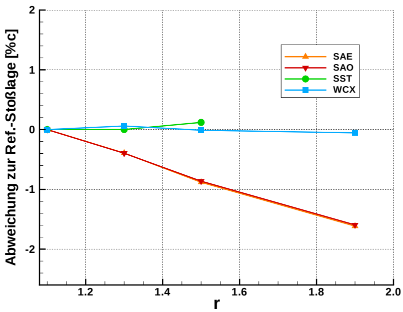
(b) TAU / Wandabstand y^+



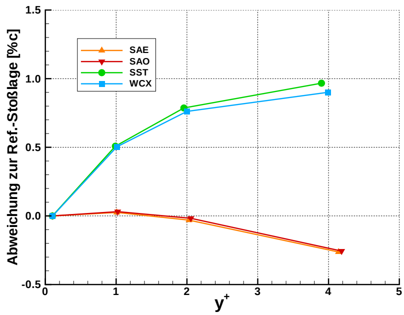
(c) STAR-CCM+ / Gitteraufweitung r



(d) STAR-CCM+ / Wandabstand y^+

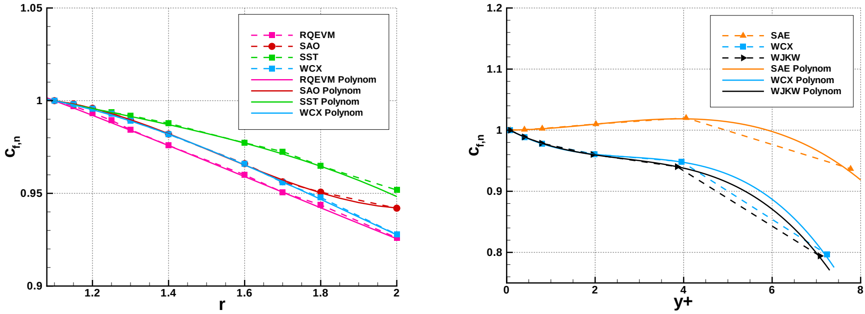


(e) ELAN / Gitteraufweitung r



(f) ELAN / Wandabstand y^+

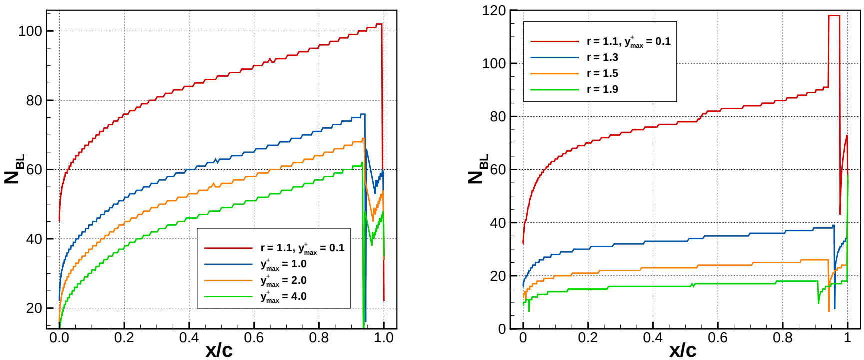
Abbildung A.66: RAE2822-Profil ▷ Gittervariationen ▷ Abweichung der Stoßposition von der Referenzlösung bei Variation der wandnormalen Aufweitung r und des dimensionslosen Wandabstandes y^+



(a) Fehlerpolynome bei Variation von r

(b) Fehlerpolynome bei Variation von y^+

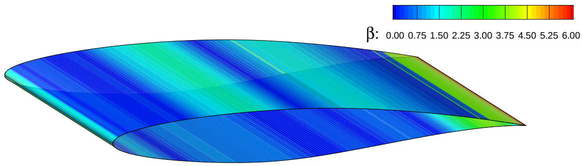
Abbildung A.67: Ebene Platte ▷ Sensorentwicklung ▷ Darstellung der Fehlerpolynome zur Wiedergabe des Fehlereinflusses in c_f aufgrund erhöhter Gitteraufweitung r und erhötem dimensionslosen Wandabstand y^+



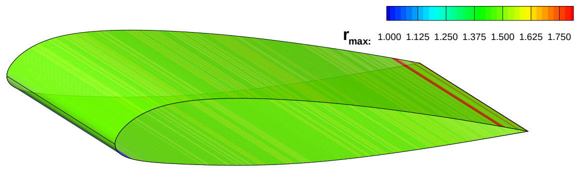
(a) Onera-A: WCX mit Variation von y^+

(b) RAE2822: LEA mit Variation von r

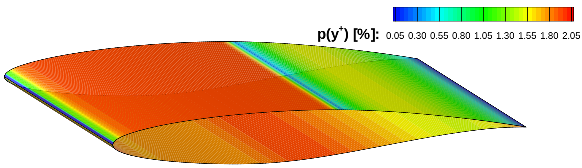
Abbildung A.68: Onera-A- und RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ Darstellung der vom Grenzschichtsensor ermittelten Gitterpunktanzahl bei Variation des Wandabstand y^+ und der Gitteraufweitung r mit zwei verschiedenen Turbulenzmodellen



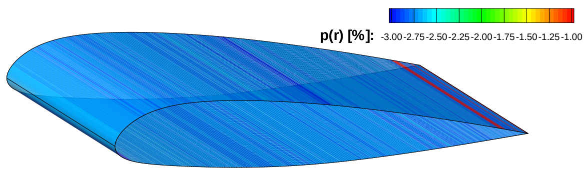
(a) RAE2822: Sensor zur Detektion der Gitterschiefe β



(b) Onera-A: Sensor zur Detektion der Gitteraufweitung r

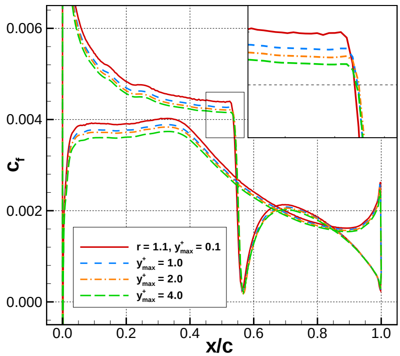


(c) RAE2822: Fehler in c_f aufgrund von Wandabstand $y^+ = 4.0$

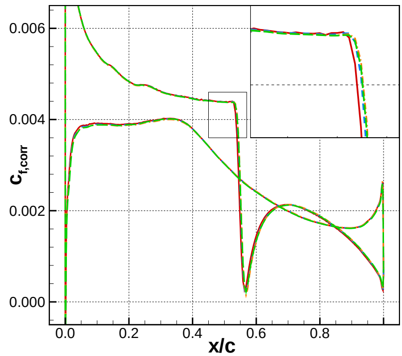


(d) Onera-A: Fehler in c_f aufgrund von Gitteraufweitung $r = 1.5$

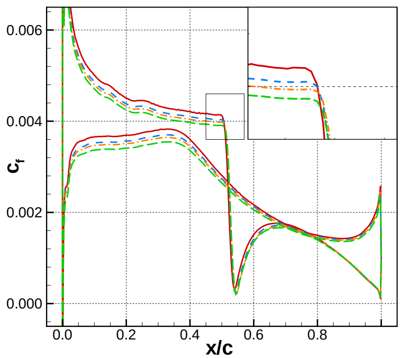
Abbildung A.69: Onera-A- und RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ Anwendung der Fehlersensoren zur Detektion von Fehlermechanismen (a)+(b) und zur Abschätzung der Abweichungen in den Reibungsbeiwerten aufgrund von Gitterdefiziten (c)+(d) mit SAE als Turbulenzmodell



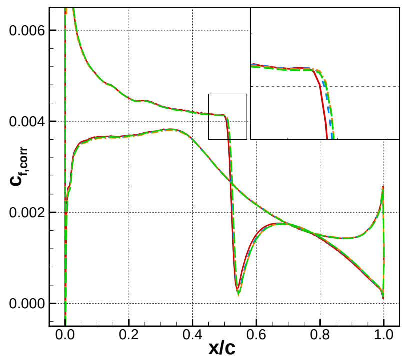
(a) TAU: WCX / c_f



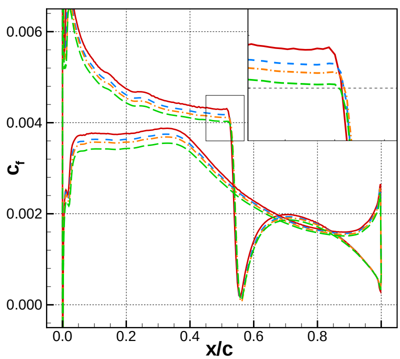
(b) TAU: WCX / $c_{f,corr}$



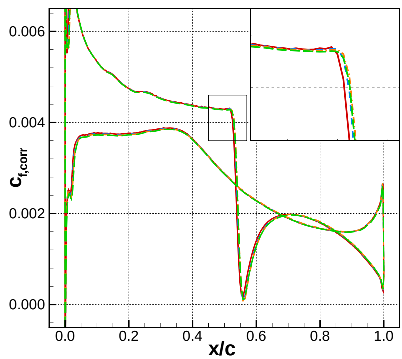
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / $c_{f,corr}$

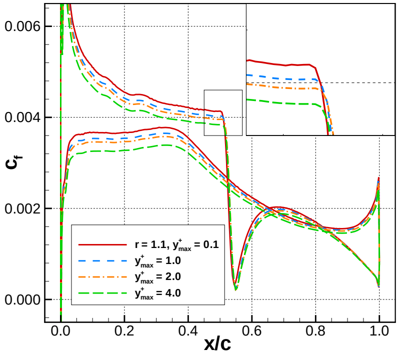


(e) TAU: WJKW / c_f

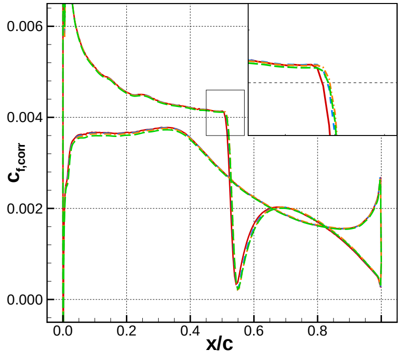


(f) TAU: WJKW / $c_{f,corr}$

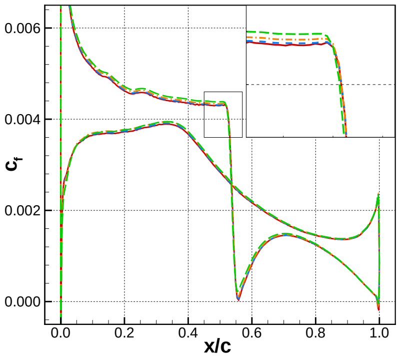
Abbildung A.70: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+



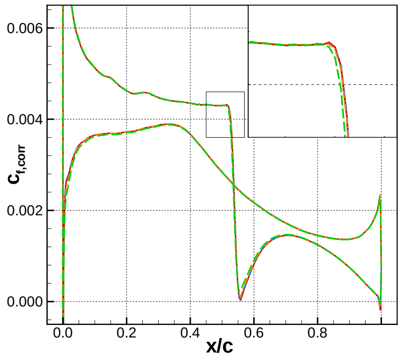
(a) TAU: HELL / c_f



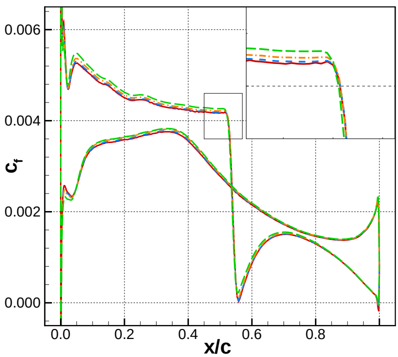
(b) TAU: HELL / $c_{f,corr}$



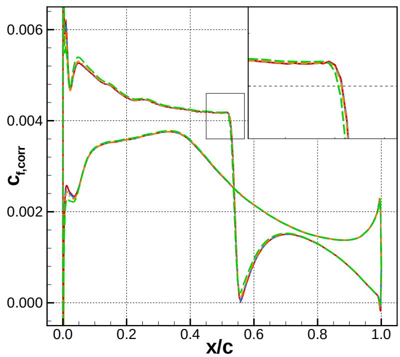
(c) TAU: SAO / c_f



(d) TAU: SAO / $c_{f,corr}$

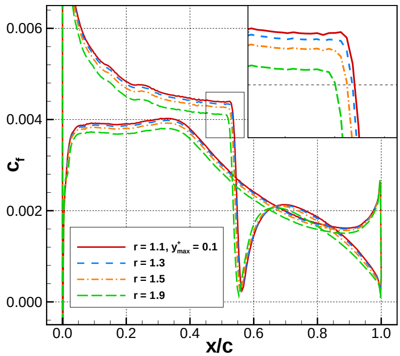


(e) TAU: SAE / c_f

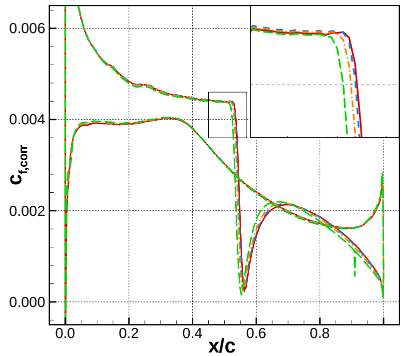


(f) TAU: SAE / $c_{f,corr}$

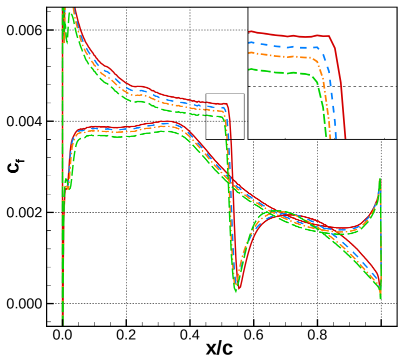
Abbildung A.71: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+



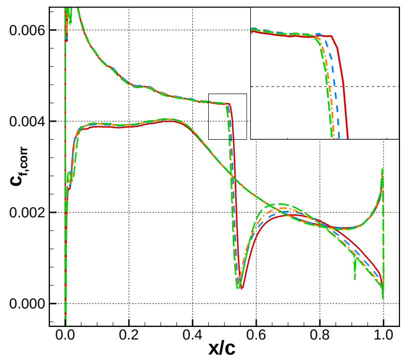
(a) TAU: WCX / c_f



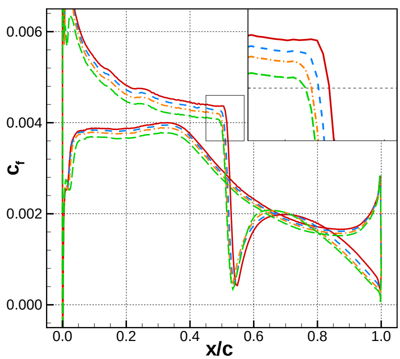
(b) TAU: WCX / $c_{f,corr}$



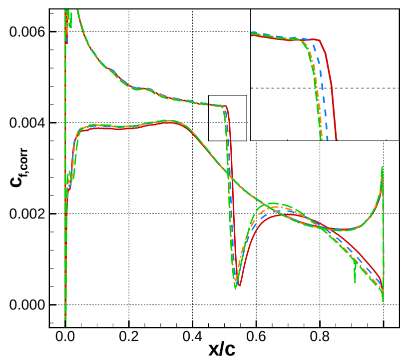
(c) TAU: LEA / c_f



(d) TAU: LEA / $c_{f,corr}$

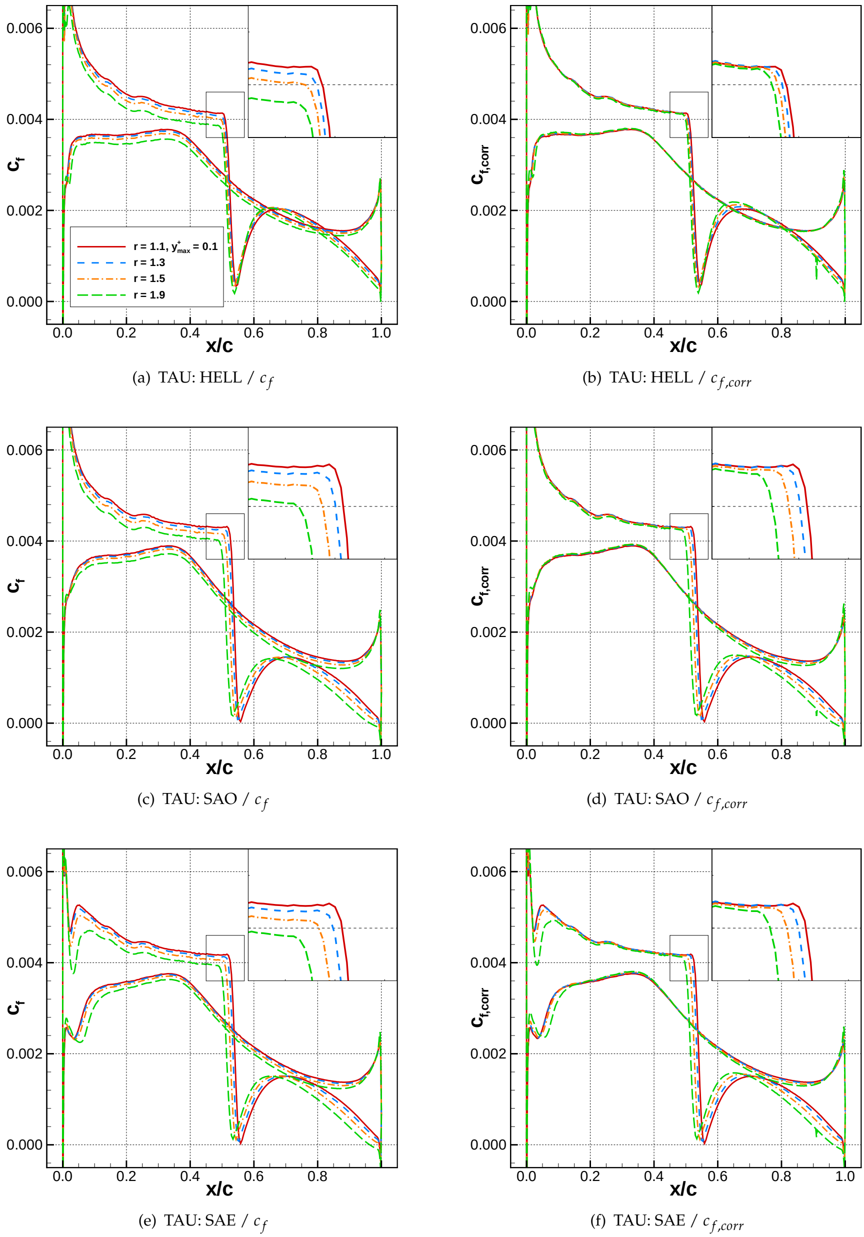


(e) TAU: RQEVM / c_f



(f) TAU: RQEVM / $c_{f,corr}$

Abbildung A.72: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r



(a) TAU: HELL / c_f

(b) TAU: HELL / $c_{f,corr}$

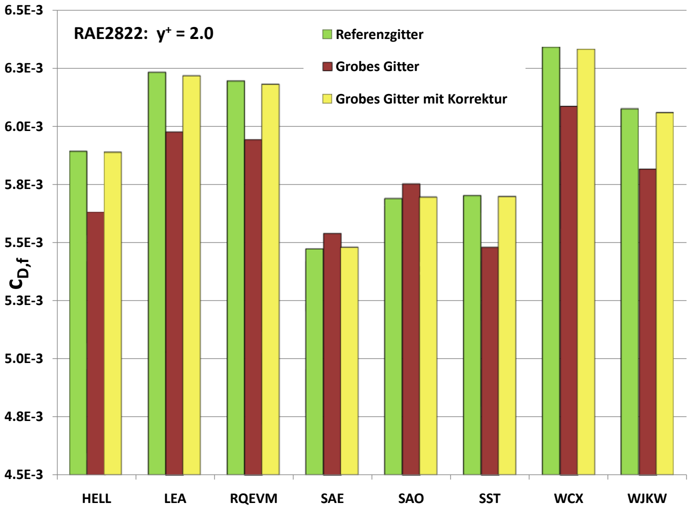
(c) TAU: SAO / c_f

(d) TAU: SAO / $c_{f,corr}$

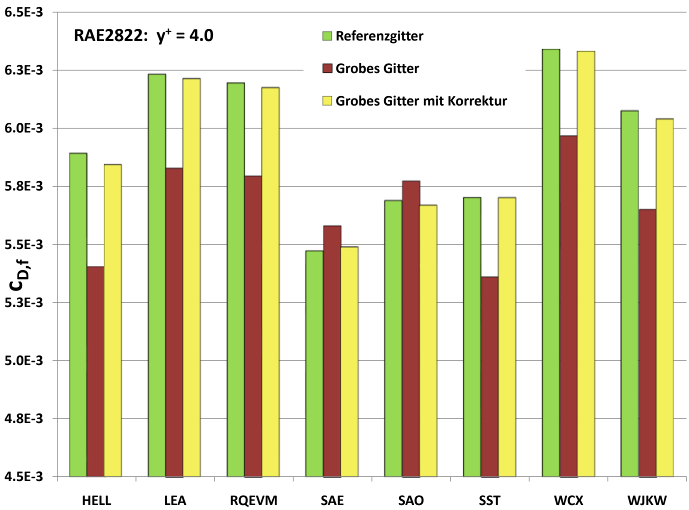
(e) TAU: SAE / c_f

(f) TAU: SAE / $c_{f,corr}$

Abbildung A.73: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r

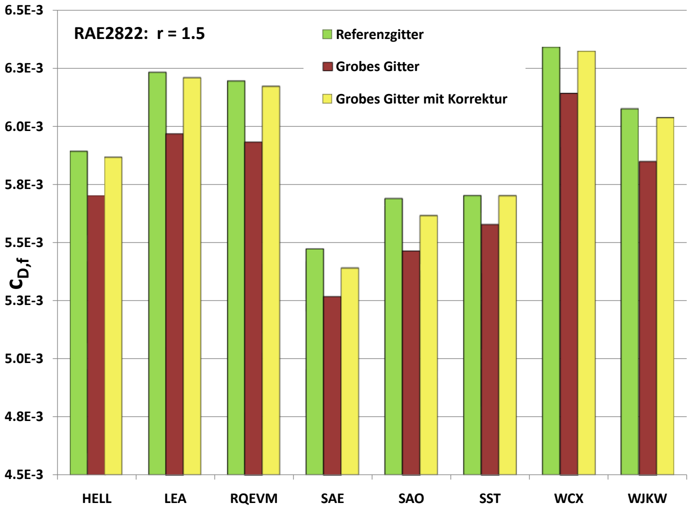


(a) Variation $y^+ = 2.0$

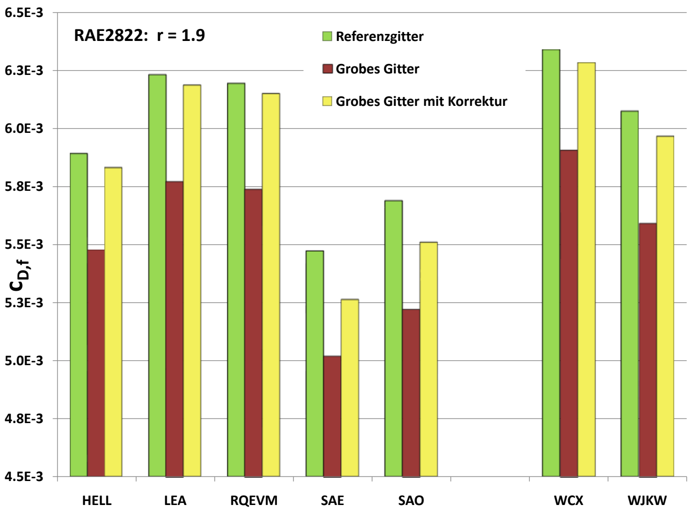


(b) Variation $y^+ = 4.0$

Abbildung A.74: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ Reibungsanteile des Widerstandsbeiwertes $c_{D,f}$ auf dem Referenzgitter im Vergleich zum groben Gitter vor und nach Korrektur durch den Fehlerschätzer bei erhöhtem Wandabstand y^+

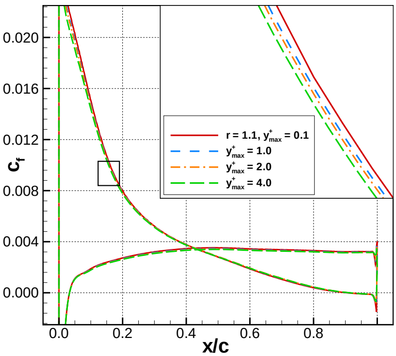


(a) Variation $r = 1.5$

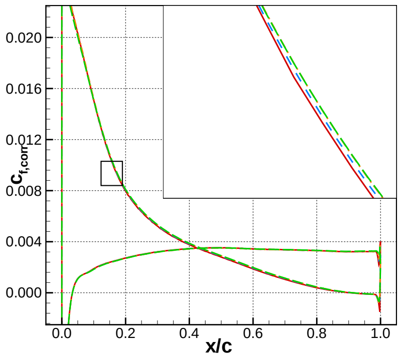


(b) Variation $r = 1.9$

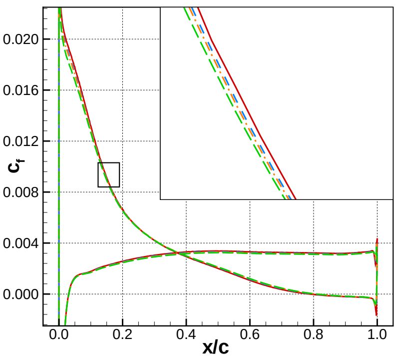
Abbildung A.75: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ Reibungsanteile des Widerstandsbeiwertes $c_{D,f}$ auf dem Referenzgitter im Vergleich zum groben Gitter vor und nach Korrektur durch den Fehlerschätzer bei erhöhter wandnormaler Aufweitung r



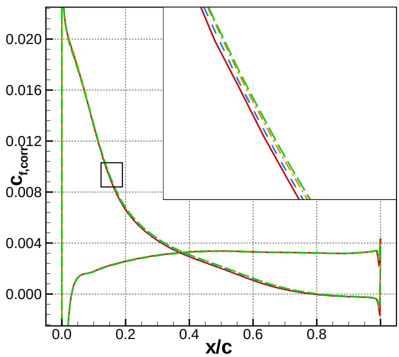
(a) TAU: WCX / c_f



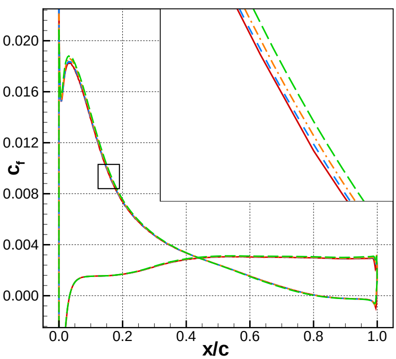
(b) TAU: WCX / $c_{f,corr}$



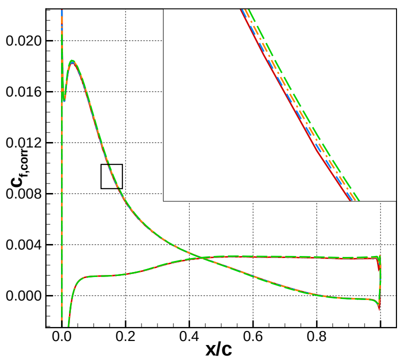
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / $c_{f,corr}$

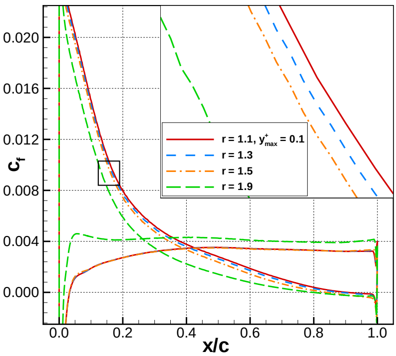


(e) TAU: SAE / c_f

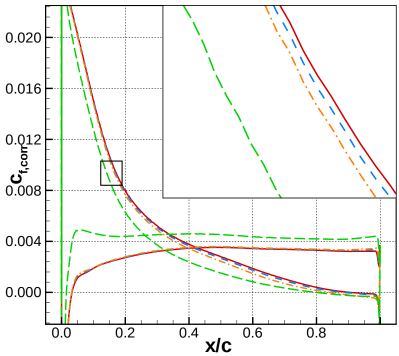


(f) TAU: SAE / $c_{f,corr}$

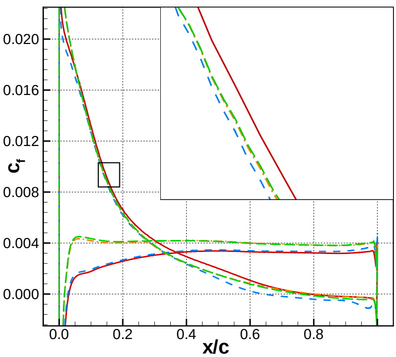
Abbildung A.76: Onera-A-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei Variation des Wandabstandes y^+



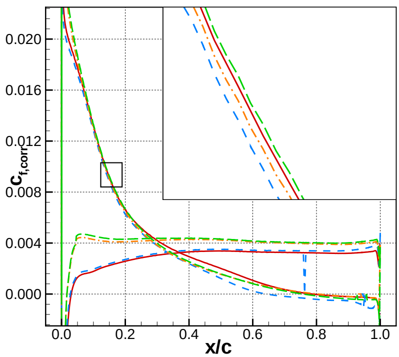
(a) TAU: WCX / c_f



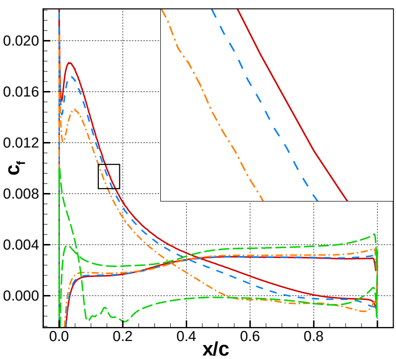
(b) TAU: WCX / $c_{f,corr}$



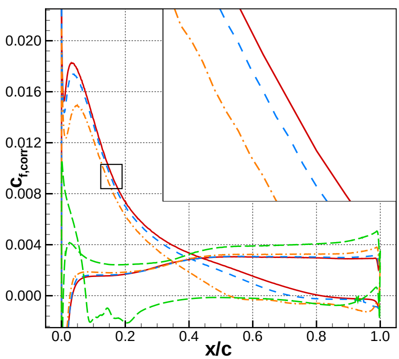
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / $c_{f,corr}$

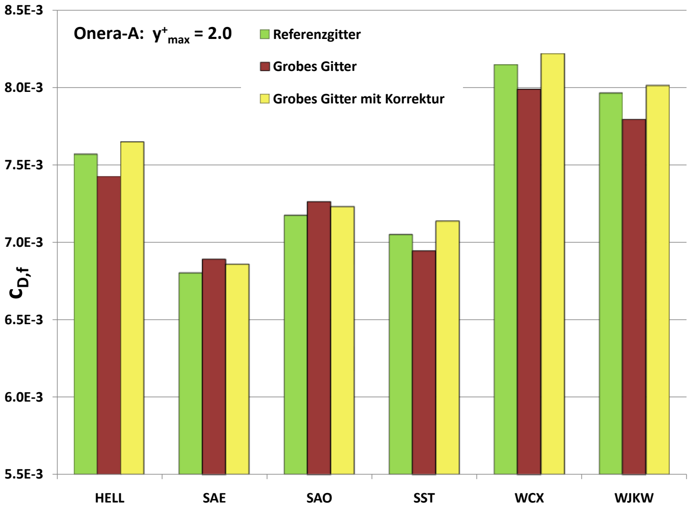


(e) TAU: SAE / c_f

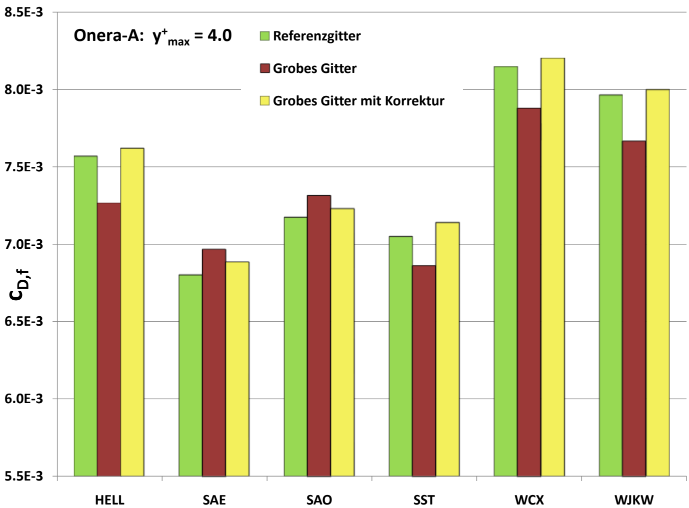


(f) TAU: SAE / $c_{f,corr}$

Abbildung A.77: Onera-A-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei Variation der wandnormalen Aufweitung r

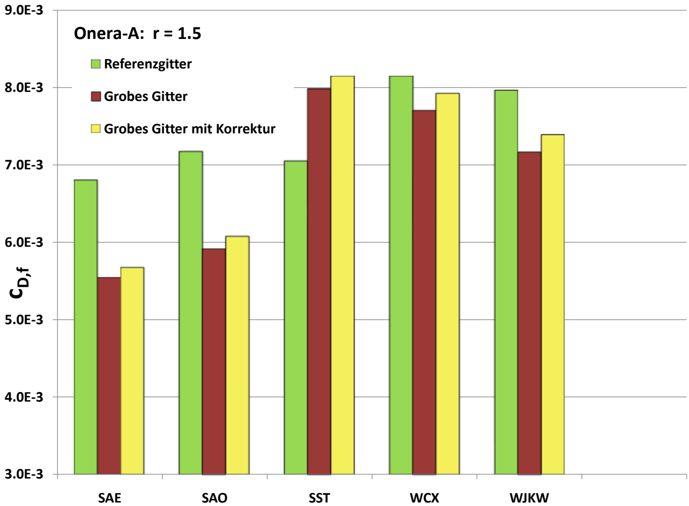


(a) Variation $y^+_{max} = 2.0$

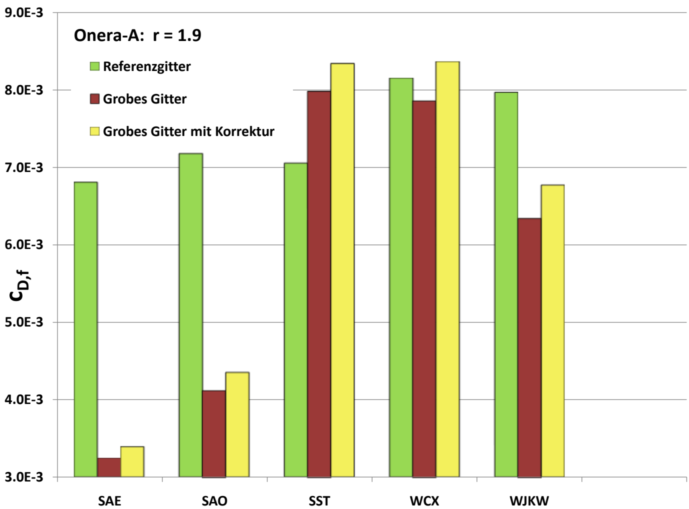


(b) Variation $y^+_{max} = 4.0$

Abbildung A.78: Onera-A-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ Reibungsanteile des Widerstandsbeiwertes $c_{D,f}$ auf dem Referenzgitter im Vergleich zum groben Gitter vor und nach Korrektur durch den Fehlerschätzer bei erhöhtem Wandabstand y^+

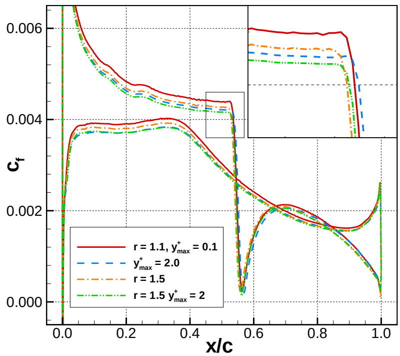


(a) Variation $r = 1.5$

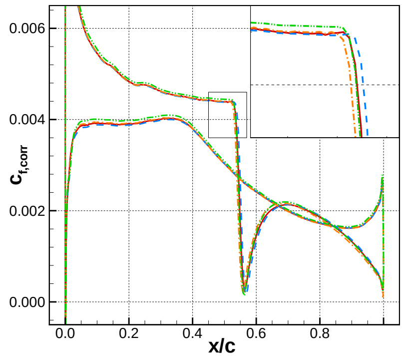


(b) Variation $r = 1.9$

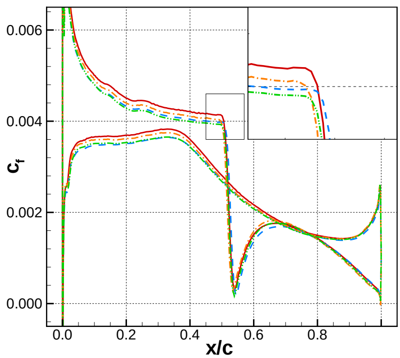
Abbildung A.79: Onera-A-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ Reibungsanteile des Widerstandsbeiwertes $c_{D,f}$ auf dem Referenzgitter im Vergleich zum groben Gitter vor und nach Korrektur durch den Fehlerschätzer bei erhöhter wandnormaler Aufweitung r.



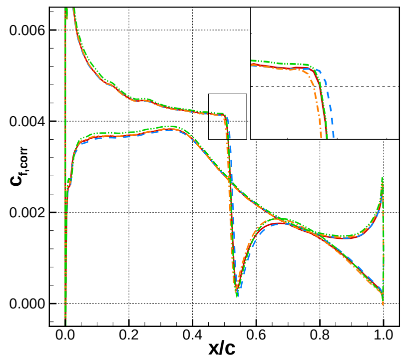
(a) TAU: WCX / c_f



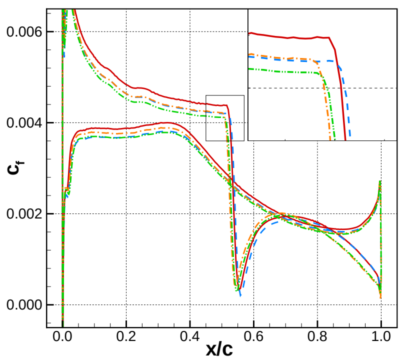
(b) TAU: WCX / $c_{f,corr}$



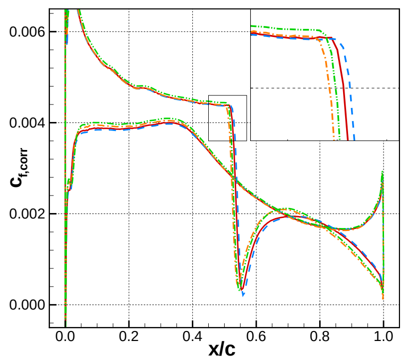
(c) TAU: SST / c_f



(d) TAU: SST / $c_{f,corr}$

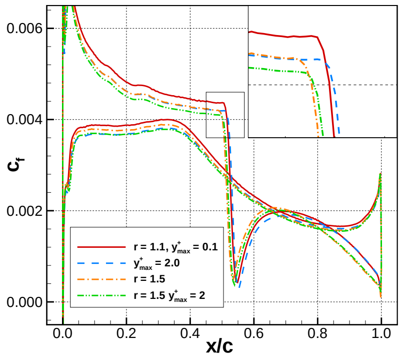


(e) TAU: LEA / c_f

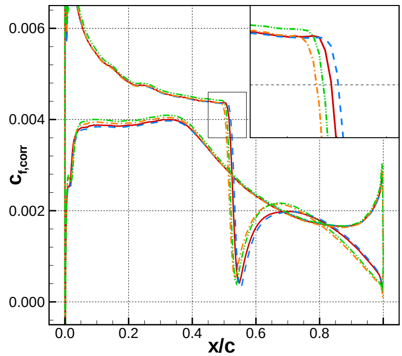


(f) TAU: LEA / $c_{f,corr}$

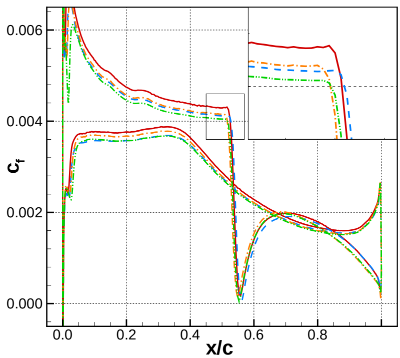
Abbildung A.80: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei separat und gemischt auftretenden Fehlermechanismen (erhöhtes r und y^+) im Vergleich mit der Referenzlösung



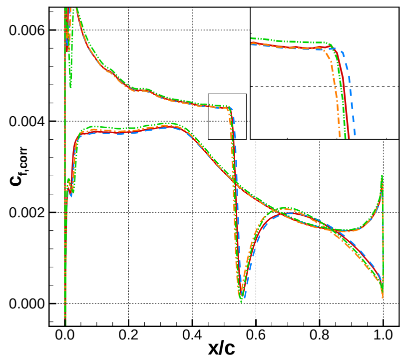
(a) TAU: RQEVM / c_f



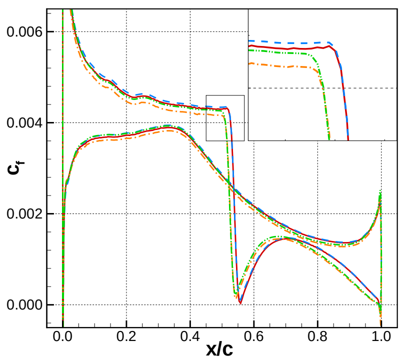
(b) TAU: RQEVM / $c_{f,corr}$



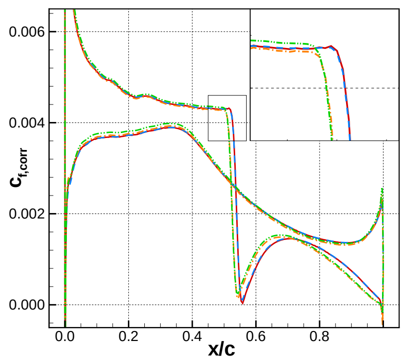
(c) TAU: WJKW / c_f



(d) TAU: WJKW / $c_{f,corr}$

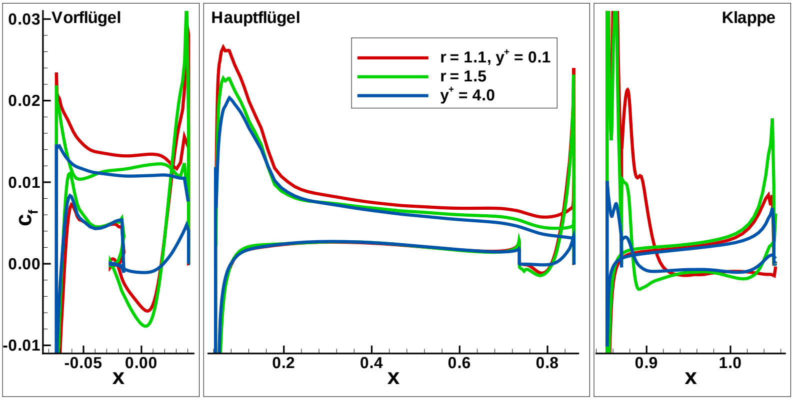


(e) TAU: SAO / c_f

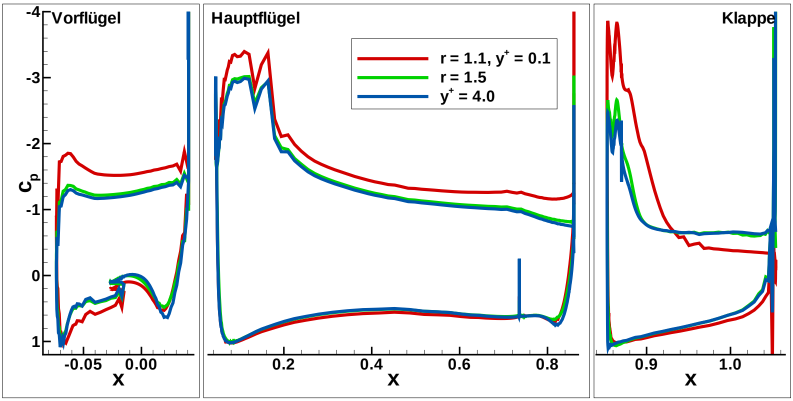


(f) TAU: SAO / $c_{f,corr}$

Abbildung A.81: RAE2822-Profil ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierter Reibungsbeiwert c_f (links) und Korrektur durch den Fehlerschätzer $c_{f,corr}$ (rechts) bei separat und gemischt auftretenden Fehlermechanismen (erhöhtes r und y^+) im Vergleich mit der Referenzlösung

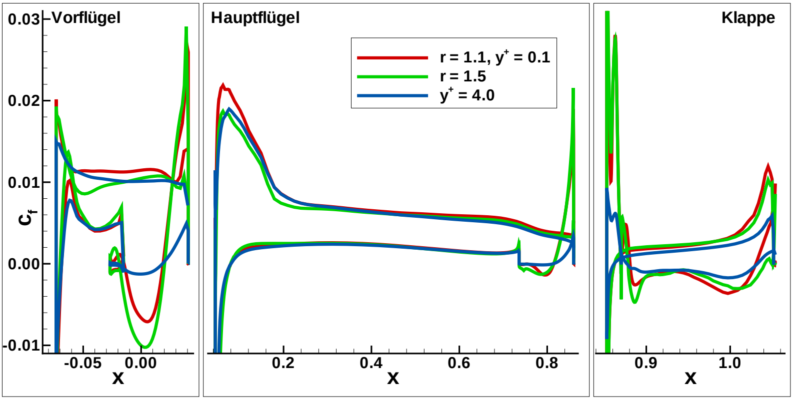


(a) WCX: Reibungsbeiwerte c_f

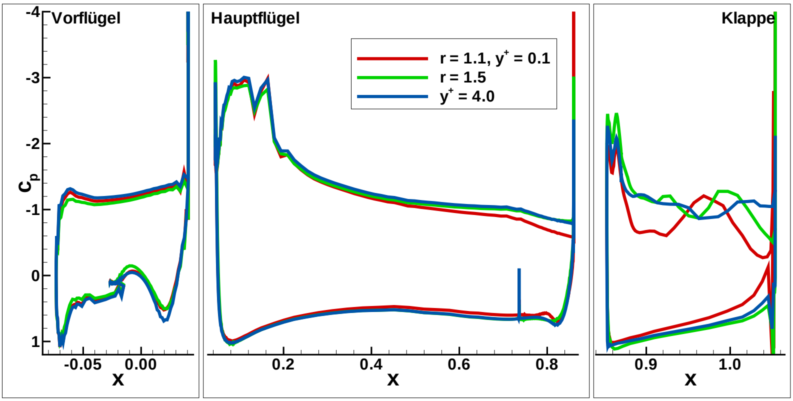


(b) WCX: Druckbeiwerte c_p

Abbildung A.82: SCCH-Konfiguration ▹ Sensoranwendung ▹ Reibungsbeiwerte (oben) und Druckbeiwerte (unten) von Vor-, Hauptflügel und Klappe mit dem WCX-Modell auf dem Referenzgitter und bei erhöhtem Wandabstand y^+ und erhöhter wandnormaler Aufweitung r

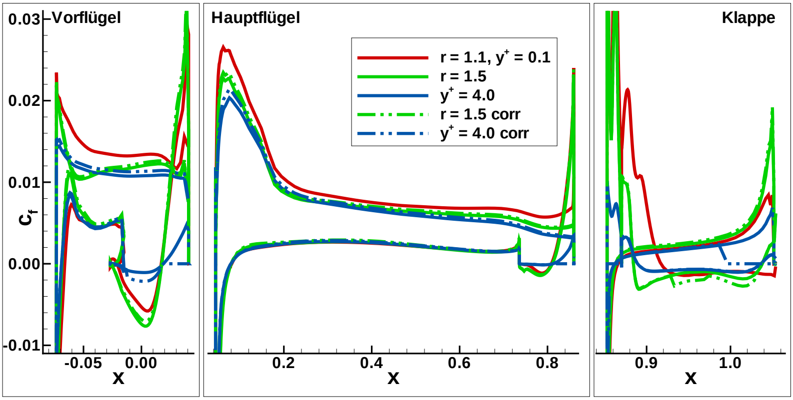


(a) SST: Reibungsbeiwerte c_f

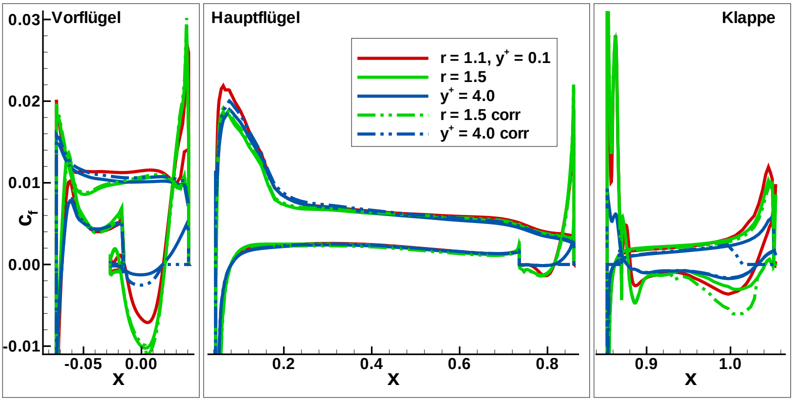


(b) SST: Druckbeiwerte c_p

Abbildung A.83: SCCH-Konfiguration ▷ Sensoranwendung ▷ Reibungsbeiwerte (oben) und Druckbeiwerte (unten) von Vor-, Hauptflügel und Klappe mit dem SST-Modell auf dem Referenzgitter und bei erhöhtem Wandabstand y^+ und erhöhter wandnormaler Aufweitung r



(a) WCX: Berechnete und korrigierte Reibungsbeiwerte



(b) SST: Berechnete und korrigierte Reibungsbeiwerte

Abbildung A.84: SCCH-Konfiguration ▷ Sensoranwendung ▷ unkorrigierte Reibungsbeiwerte von Vor-, Hauptflügel und Klappe mit WCX (oben) und SST (unten) auf dem Referenzgitter und bei erhöhten y^+ und r im Vergleich zu den vom Fehlerschätzer korrigierten Verläufen

T. Tabellenanhang

Löser	TAU	ELAN	STAR-CCM+	Edge	OpenFOAM
Konvektionsschema	CDS	TVD	LUDS	CDS	CDS
Druckberechnung	dichteb.	druckb.	druckb.	dichteb.	druckb.
Dichtebehandlung	kompr.	inkompr.	inkompr.	kompr.	inkompr.
Gittertyp	unstrukt.	strukt.	unstrukt.	unstrukt.	unstrukt.
Rechengitter	dual	primär	primär	dual	primär
Wandbehandlung	Low-Re	hyb.-ad.	Low-Re	Low-Re	hyb.-ad.

Tabelle T.1: Ebene Platte ▷ Konfiguration der angewandten Strömungslöser bei der ebenen Plattenströmung

Löser	Plattenvorlauf	Einflussrand	Fernfeldrand	Ausflussrand
TAU	symmetry plane	farfield	farfield	farfield
ELAN	symmetry	inflow	fixed pressure	fixed pressure
STAR-CCM+	symmetry	velocity inlet	pressure outlet	pressure outlet
Edge	symmetry	farfield	farfield	pressure outlet
OpenFOAM	symmetryPlane	fixed/freestream	zeroGradient	zeroGradient

Tabelle T.2: Ebene Platte ▷ Verwendete Randbehandlung nach Konvention der angewandten Strömungslöser bei der ebenen Plattenströmung

Löser	TAU	ELAN	STAR-CCM+
Konvektionsschema	CDS	TVD	LUDS
Druckberechnung	dichtebasiert	druckbasiert	druckbasiert
Dichtebehandlung	kompressibel	inkompressibel	kompressibel
Gittertyp	unstrukturiert	strukturiert	unstrukturiert
Rechengitter	dual	primär	primär
Wandbehandlung	low-Re	hybrid-adaptiv	low-Re

Tabelle T.3: Onera-A-Profil ▷ Konfiguration der angewandten Strömungslöser beim Onera-A-Profil

Löser	Einflussrand	Ausflussrand
TAU	farfield	farfield
ELAN	inflow	outflow
STAR-CCM+	velocity inlet	velocity inlet

Tabelle T.4: Onera-A-Profil ▷ Verwendete Randbehandlung nach Konvention der angewandten Strömungslöser beim Onera-A-Profil

	y^+_{max}	r	Gitterpunkte
Referenzgitter	0.1	1.1	$757 \times 145 \times 1$
Variation y^+	$0.1, 1.0, 2.0, 4.0$	1.1	$757 \times 107 - 145 \times 1$
Variation r	0.1	$1.1, 1.3, 1.5, 1.9$	$757 \times 67 - 145 \times 1$

Tabelle T.5: Onera-A-Profil ▷ Anzahl der Gitterpunkte von Referenzgitter und bei Variation von y^+ und Aufweitungsfaktor r beim Testfall Onera-A

Löser	TAU	ELAN	STAR-CCM+
Konvektionsschema	CDS	TVD	LUDS
Druckberechnung	dichtebasiert	druckbasiert	dichtebasiert
Dichtebehandlung	kompressibel	kompressibel	kompressibel
Gittertyp	unstrukturiert	strukturiert	unstrukturiert
Rechengitter	dual	primär	primär
Wandbehandlung	low-Re	hybrid-adaptiv	low-Re

Tabelle T.6: RAE2822-Profil ▷ Konfiguration der angewandten Strömungslöser beim RAE2822-Profil

Löser	Einflussrand	Ausflussrand
TAU	farfield	farfield
ELAN	inflow	outflow
STAR-CCM+	velocity inlet	velocity inlet

Tabelle T.7: RAE2822-Profil ▷ Verwendete Randbehandlung nach Konvention der angewandten Strömungslöser beim RAE-Profil

	y^+	r	Gitterpunkte
Referenzgitter	0.1	1.1	$747 \times 153 \times 1$
Variation y^+	$0.1, 1.0, 2.0, 4.0$	1.1	$747 \times 115 - 153 \times 1$
Variation r	0.1	$1.1, 1.3, 1.5, 1.9$	$747 \times 81 - 153 \times 1$

Tabelle T.8: RAE2822-Profil ▷ Anzahl der Gitterpunkte von Referenzgitter und bei Variation von y^+ und Aufweitungsfaktor r beim RAE2822-Profil