

Geregelte Strömungskontrolle einer Statorcascade mit Seitenwand- und Hinterkantenaktuation

vorgelegt von
M.Sc.
Matthias Kiesner
geb. in Berlin

von der Fakultät III - Prozesswissenschaften
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Matthias Kraume
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Sven Grundmann

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 26. März 2018

Berlin 2018

Kurzfassung

Die Steigerung des Wirkungsgrades von Gasturbinen ist ein wichtiges Entwicklungs- und Forschungsziel. Durch die große Stückzahl der weltweit im Energie- und Transportsektor eingesetzten Gasturbinen ist das Potential für eine Reduktion der Treibhausgasemissionen enorm. Aktuell wird eine neue Technologie erforscht, die einen Wechsel von der konventionellen isobaren Verbrennung zu einer isochoren Verbrennung anstrebt. Mit dieser isochoren Verbrennung ist ein deutlicher Anstieg des Wirkungsgrades möglich. Allerdings wird der Verbrennungsprozess instationär ablaufen, was starke Auswirkungen auf weitere Komponenten der Gasturbine bedeutet. So wird der Verdichter durch das neue Verbrennungssystem partiell angedrosselt. Da die Strömung im Verdichter auf Grund des positiven Druckgradienten ablösegefährdet ist, bedeutet diese zusätzliche Störung eine Gefährdung des stabilen Betriebs. Demnach ist eine Anpassung der Verdichterströmung notwendig, um eine Gasturbine mit der neuen Verbrennung zu realisieren. Die Untersuchung geeigneter Maßnahmen zur Beeinflussung der Verdichterströmung ist das Thema der vorliegenden Arbeit.

Speziell wird hier das vielversprechende Konzept der aktiven Strömungskontrolle verfolgt. Im Gegensatz zu passiven Maßnahmen, wie beispielsweise einer Anpassung der Schaufelgeometrie, kann die Stärke der Strömungsbeeinflussung im Betrieb verändert werden. Damit ist es prinzipiell möglich, auf die von der instationären Verbrennung erzeugten, zeitlich veränderlichen Störungen immer passend zu reagieren. Die Beeinflussung der Strömung durch das Ausblasen von Druckluft über Aktuatoren wird intensiv erforscht und hat sich bereits zu einem etablierten Verfahren in der Forschung entwickelt. Dieses Verfahren wird daher auch in der vorliegenden Arbeit eingesetzt.

Zur Untersuchung verschiedener Maßnahmen der aktiven Strömungskontrolle wird eine verdichterseitige Statorkaskade in einem Windkanal aufgebaut. Zum Einsatz kommen zwei verschiedene Aktuatoren an der Hinterkante der Statorschaufeln, mit denen die Nachlaufdüsen und die Strömungsumlenkung beeinflusst werden können. Zudem werden Aktuatoren an der Seitenwand der Statorkaskade zur Reduzierung der Passagenwirbel eingesetzt. Detaillierte Messungen der aktuierten Kaskadenströmung werden durchgeführt und ausgewertet. Dabei werden besonders Effekte betrachtet, die der beschriebenen Störung entgegenwirken, um so Maßnahmen für eine Stabilisierung der Strömung zu entwickeln. Die Reduzierung der Nachlaufdüsen hinter den Statorschaufeln sowie die aerodynamische Entlastung der aktuierten Statorkaskade stehen dabei im Vordergrund. Mit den eingesetzten Aktuatoren ist eine deutliche Reduzierung der Nachlaufdüsen auf 35 % des ursprünglichen Wertes und eine Steigerung des Druckaufbaus um 5 % bei einem c_{μ} -Wert der Aktuation von 2.2 % möglich.

Die aktive Strömungsbeeinflussung soll nicht dauerhaft aktiv sein, sondern immer passend auf die durch die Brennkammer verursachten instationären Störungen reagieren. Um dies zuverlässig und effizient zu gewährleisten, ist der Betrieb im geschlossenen Regelkreis notwendig. Deshalb werden verschiedene regelungstechnische Maßnahmen vorgestellt und an der Statorkaskade eingesetzt. Es wird ein Verfahren entwickelt, mit dem über reduzierte Messinformationen eine Schätzung des aktuellen Strömungszustands der Statorkaskade möglich ist. Auf der Basis dieser Schätzung stehen aussagekräftige Regelgrößen in Echtzeit zur Verfügung. Für die modellbasierten Regelungsverfahren werden die Dynamik der Kaskadenströmung und die der Ventile identifiziert. Zur Regelung des Druckaufbaus der Statorkaskade und der Größe der Nachlaufdüsen werden sowohl ein robuster H_{∞} -Regler als auch eine modellprädiktive Regelung eingesetzt. Da die durch die neue Verbrennungsart erzeugten Störungen voraussichtlich periodisch auftreten, werden zudem Regelungsverfahren untersucht, die diese Periodizität ausnutzen, um eine besonders gute Störunterdrückung zu gewährleisten. Zum Einsatz kommen hier ein iterativ lernender Regler und eine repetitive modellprädiktive Regelung. Die Experimente zeigen, dass eine Kontrolle der Kaskadenströmung im geschlossenen Regelkreis im Bereich der zu erwartenden Störfrequenzen möglich ist.

Abstract

The increase in efficiency of gas turbines is an important research and development objective. There is great potential for reduction of greenhouse gas emission due to the large number of gas turbines that are being used worldwide in the energy and transportation sector. Currently, a novel technology is investigated that aims at a change from conventional isobaric combustion to isochoric combustion. This shift may yield a significant increase in efficiency. However, such combustion processes are highly unsteady, which will have a strong impact on other components of the gas turbine. For instance, the compressor will be partially throttled by the new combustion system. Due to the positive pressure gradient, the compressor flow is susceptible to flow separation, an additional disturbance endangers the stable operation of the compressor. Accordingly, an adaptation of the compressor flow is necessary in order to implement a gas turbine exploiting the new combustion process. The investigation of suitable measures for manipulating the compressor flow is the subject of the present work.

Especially the promising concept of active flow control is pursued. In contrast to passive measures, such as, for example, an adaptation of the blade geometry, the strength of the flow manipulation can be changed during operation. In principle, this makes it possible to react appropriately to the time-dependent disturbances generated by the unsteady combustion. Active flow control by blowing pressurised air into the flow via actuators is an established method in research in this respect.

To investigate various measures of active flow control, a compressor stator cascade is constructed. Two different actuators are implemented at the trailing edge of the stator blades, which are used to influence the wake size and the flow deflection. In addition, actuators on the side wall of the stator cascade are exploited to reduce the passage vortices. Detailed measurements of the actuated cascade flow are carried out and evaluated. Particularly, effects are observed which counteract the above described disturbance to develop measures for stabilizing the flow. The reduction of the wake size downstream of the stator blades as well as the reduction of the aerodynamic load of the actuated stator cascade are the main focus of the investigation. With the actuators used, a significant reduction of the wake size of up to 35 % of the original value and an increase of the pressure rise by 5 % with a c_μ value of the actuation of 2.2 % is possible.

The active flow control should not be operating permanently, but rather only react to the unsteady disturbances caused by the combustion chamber. In order to ensure this reliably and efficiently, the operation in a closed control loop is necessary. For this reason, different feedback control approaches are applied to the experiment. A method is developed which makes it possible to estimate the current flow state of the stator cascade via reduced measurement information. On the basis of this estimation, meaningful control variables are available in real time. The dynamics of the cascade flow and the dynamics of the valves are identified for the model-based control methods. To regulate the wake size and the pressure rise of the stator cascade, both a robust H_∞ controller and a model-predictive control are utilized. Furthermore, since the disturbances generated by the new combustion concept are expected to occur periodically, control methods are used which take advantage of this periodicity to achieve an improved disturbance suppression. An iterative learning controller and a repetitive model-predictive controller are used. The experiments show that active flow control of the stator cascade in a closed control loop is possible in the range of the expected disturbance frequencies.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mess- und Regelungstechnik des Instituts für Prozess- und Verfahrenstechnik im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Sonderforschungsbereichs 1029 „Signifikante Wirkungsgradsteigerung durch gezielte, interagierende Verbrennungs- und Strömungsinstationaritäten in Gasturbinen“ an der Technischen Universität Berlin.

Mein herzlicher Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King, der immer ein offenes Ohr für Fragen hatte und mir stets mit vielen guten Ratschlägen und Anregungen zur Seite stand. Durch seinen unermüdlichen Einsatz und sein höchstes Engagement für sein Fachgebiet und für den Sonderforschungsbereich wurde meine Forschungsarbeit überhaupt erst ermöglicht. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Sven Grundmann bedanke ich mich für die Begutachtung meiner Arbeit. Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Matthias Kraume für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Allen Kollegen am Fachgebiet danke ich für die gute Zusammenarbeit, die vielen interessanten Gespräche aus denen sich immer wieder neue Ideen und Anregungen ergaben. Unsere Unternehmungen neben der Arbeit wie die gemeinsamen Ausflüge, Spieleabende, Stammtische und Reisen haben für einen guten Ausgleich gesorgt und so auch zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Auch den Mitarbeitern der anderen Teilprojekte des Sonderforschungsbereichs danke ich für die gute Kooperation und den regen Austausch, der für diese interdisziplinäre Arbeit sehr wichtig war. Ich danke Joachim Kraatz für seine engagierte Unterstützung beim Aufbau der Messtechnik und Peter Golz für die Fertigung vieler Komponenten des Versuchsaufbaus. Auch bei den studentischen Mitarbeitern möchte ich mich für die gute Mithilfe bedanken.

Meiner Partnerin Christin Reimann danke ich für ihr Verständnis und ihr Interesse an meiner Arbeit und für den Rückhalt den sie mir gab. Abschließend danke ich meinen Eltern die mich in meinem gesamten Werdegang und im Studium immer unterstützt haben und mir damit den Weg zu dieser Promotion ermöglicht haben.

Berlin, 16. Dezember 2017

Matthias Kiesner

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung und Stand der Forschung	2
1.1.1	Strömungskontrolle allgemein	4
1.1.2	Aktive Strömungskontrolle in Gasturbinen	5
1.1.3	Strömungskontrolle im geschlossenen Regelkreis	7
1.2	Ziele und Aufbau der Arbeit	9
2	Methoden der Regelungstechnik	11
2.1	Modellidentifikation	11
2.1.1	Black-Box-Modellierung	11
2.1.2	Mathematische Formulierung der Modelle	12
2.1.3	Nichtparametrische Schätzung einer Übertragungsfunktion	13
2.2	Zeitdiskretes Kalman-Filter	14
2.2.1	Störgrößenschätzer	15
2.3	Robuste Regelung	16
2.3.1	Beschreibung von Modellunsicherheiten	16
2.3.2	H_∞ -Synthese	17
2.4	Iterativ lernende Regelung	18
2.4.1	Normoptimale ILR	21
2.5	Modellprädiktive Regelung	21
2.5.1	MPC bezüglich einer Führungsgröße	22
2.5.2	RMPC	25
2.6	Weitere Methoden	29
2.6.1	Dynamische Vorsteuerung	29
2.6.2	Hauptkomponentenanalyse	30
3	Methoden der Strömungsmechanik	33
3.1	Lineare Statorkaskade	33
3.2	Strömungsmesstechnik	33
3.2.1	Pitot-Rohr (dynamisch)	34
3.2.2	Mehrloch-Staudrucksonden	34
3.2.3	Ölanstrichbild	35
3.3	Kennzahlen	35
3.3.1	Kennzahlen der Strömungsmechanik	35
3.3.2	Kennzahlen für Kaskadenströmungen	36
4	Experimenteller Aufbau	41
4.1	Versuchsaufbau	41
4.2	Aktuatorik	43
4.2.1	Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel	44
4.2.2	Hinterkantenaktuation unter Ausnutzung des Coanda-Effekts	45
4.2.3	Seitenwandaktuation	46

4.3	Messunsicherheit	47
4.3.1	Genauigkeit der Messmittel	47
4.3.2	Unsicherheitsfortpflanzung	49
5	Ergebnisse zur stationären Strömungsbeeinflussung durch die Aktuatoren	53
5.1	Untersuchungen der Grundströmung	53
5.1.1	Ölanstrichbild	53
5.1.2	Druckverteilung der Statorschaufeln	54
5.1.3	Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade	56
5.2	Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel	59
5.2.1	Druckverteilung der Statorschaufeln	59
5.2.2	Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade	60
5.3	Hinterkantenaktuation mit Ausnutzen des Coanda-Effekts	62
5.3.1	Druckverteilung der Statorschaufeln	62
5.3.2	Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade	63
5.4	Seitenwandaktuation	65
5.4.1	Position der Aktuatoren	65
5.4.2	Druckverteilung der Statorschaufeln	66
5.4.3	Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade	67
5.5	Finale Konfiguration: Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel und Seitenwandaktuation	68
5.5.1	Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade	69
5.5.2	Abschließende Bewertung der Aktuation	69
6	Ergebnisse zur Regelung der Statorkaskade	73
6.1	Frequenzbereich der Störungen	73
6.2	Identifikation geeigneter Regelgrößen	74
6.2.1	Mögliche Messpositionen	74
6.2.2	Analyse der Messdaten der Nachlaufströmung	80
6.2.3	Approximation der Kennfelder mit reduzierten Messinformationen	83
6.2.4	Schätzen der Kennzahlen der Statorkaskade	88
6.2.5	Validierung der Kennfeldmessung (Dynamik)	91
6.3	Identifizierung linearer Black-Box-Modelle	93
6.3.1	Identifikationsexperimente	94
6.3.2	Modell der Ventile	95
6.3.3	Modell der Strömung	97
6.3.4	Gesamtmodell	102
6.4	Regelung der Kaskadenströmung; Führungsgrößenfolge	104
6.4.1	Robuste H_∞ -Regelung (MIMO)	105
6.4.2	Modellprädiktive Regelung (MIMO)	108
6.5	Regelung der Kaskadenströmung; Störunterdrückung	116
6.5.1	Iterativ lernende Regelung (SISO)	117
6.5.2	Repetitive modellprädiktive Regelung (MIMO)	121
7	Zusammenfassung	127
8	Anhang	131
8.1	Herleitung eines vereinfachten Modells für ein Rohr-Kavität-System	131
8.2	Herleitung des Druckverlustbeiwertes für eine Statorkaskade	132
8.3	Bewertung der Güte eines Modells	134
8.4	Unsicherheitsbeschreibung der Modellfamilie	134

Symbolverzeichnis

Damit übliche Bezeichnungen der Regelungstechnik und der Strömungsmechanik genutzt werden können, ohne dass es zu Doppelbenennungen kommt, sind zur Unterscheidung lateinische Buchstaben aus dem Bereich der Strömungsmechanik aufrecht und lateinische Buchstaben aus dem Bereich der Regelungstechnik schräg gestellt.

Vektoren haben einen Unterstrich und Matrizen sind fettgedruckt.

Abkürzungen

DKD	Deutscher Kalibrierdienst
HK	Hinterkante
ILR	Iterativ lernende Regelung
MIMO	Mehrgrößensystem (multiple-input and multiple-output)
MPC	Modellprädiktive Regelung
NRMSE	Normierte euklidische Norm des Fehlers (Normalized root mean square error)
PCA	Hauptkomponentenanalyse (Principal component analysis)
PEM	Prediction-error-Methoden
PRBS	Binäres Pseudorandomsignal (pseudo random binary signal)
RMPC	Repetitive modellprädiktive Regelung
SISO	Eingrößensystem (single-input and single-output)
SRV	Signal-Rausch-Verhältnis
SW	Seitenwand

Lateinische Buchstaben

a_i	Messgrößen bei der Fehlerfortpflanzung
$\underline{a}_1, \underline{a}_2$	Variablen im Gütekriterium J_a
\underline{A}	Dynamikmatrix (zeitkontinuierliches Zustandsraummodell)
A	Dynamikmatrix (zeitdiskretes Zustandsraummodell)
A_P	Matrix zur Berechnung der prädizierten Regelgrößen in einer MPC
b	Ergebnisgröße bei der Fehlerfortpflanzung
\bar{B}	Steuermatrix (zeitkontinuierliches Zustandsraummodell)
B	Steuermatrix (zeitdiskretes Zustandsraummodell)
B_P	Matrix zur kompakten Berechnung der prädizierten Regelgrößen
c	Schaufel-Sehnenlänge
c_p	Dimensionsloser Druckbeiwert
c_s	Schallgeschwindigkeit
c_μ	Dimensionsloser Impulsbeiwert
$c_{\mu,hk,v}, c_{\mu,sw,v}$	Impulsbeiwerte am Ausgang der Ventile
C	Fluidische Kapazität
C_p	Dimensionsloser Druckaufbau der Kaskade
\underline{C}_p	Mittelwertfreier und auf eine Varianz von 1 normierter Vektor \tilde{C}_p
\tilde{C}_p	Vektor mit den Druckaufbauwerten der Kaskade mehrerer Experimente
$C_{t,signal}$	Kovarianzmatrix der Datenmatrix X_t

C	Ausgangsmatrix
d	Durchmesser
\underline{d}	Störgrößenvektor
$\underline{\underline{d}}$	Supervektor der Störgrößen
\underline{d}_p	Vektor der prädizierten Störgrößen
D	Durchgriff
DF	Diffusionsfaktor
e	Regelfehlervektor
e_i	Einheitsvektor
\underline{e}	Supervektor der Regelfehler
f	Frequenz
$\underline{f}, \underline{f}_R$	Gradienteninformation im quadratischen Gütekriterium der MPC und RMPC
\mathcal{F}	Übertragungsmatrix der Anfangsbedingungen in der Supervektordarstellung
$g(i)$	Güte eines Modells bezüglich der Messgröße y_i
G_{pitot}	Übertragungsfunktion des Pitot-Rohrs
G_{TP}	Übertragungsfunktion eines Tiefpassfilters
G	Übertragungsmatrix der nominellen Strecke
G_f	Führungsgrößenfilter
G_i	Identifiziertes Streckenmodell
G_m	Übertragungsmatrix der nominellen, totzeitfreien Strecke
G_p	Unsicheres Streckenmodell
G_s	Modell der Kaskadenströmung
G_{tot}	Totzeit des nominellen Streckenmodells
G_v	Ventilmodell
G_{vs}	Dynamische Vorsteuerung
\mathcal{G}	Übertragungsmatrix der Stellgrößen in der Supervektordarstellung
h	Schaufelhöhe; im Anhang 8.2 Enthalpie
H_1, H_p	Prädiktionshorizont der MPC, Start- und Endwert
H_2, H_c	Stellhorizont der MPC, Start- und Endwert
H, H_R	Hesse-Matrix im quadratischen Gütekriterium der MPC und RMPC
i	Iterationsindex des ILR
I_α	Integral der Nachlaufdelle
\underline{I}_α	Mittelwertfreier und auf eine Varianz von 1 normierter Vektor \tilde{I}_α
\tilde{I}_α	Vektor mit Integralen der Nachlaufdelle mehrerer Experimente
I_s	Entropiestrom
I	Gütekriterium der MPC bezüglich einer Führungsgröße
I_R	Gütekriterium der RMPC
$I_{u,\Delta}, I_{uN,\Delta}$	Terme im Gütekriterium der RMPC (bezüglich der Stellgrößen)
\mathcal{I}	Gütekriterium des normoptimalen ILR
I_n	Einheitsmatrix, $\mathbb{R}^{n \times n}$
J	Gütekriterium zur Approximation der Hauptkomponenten
J_1, J_2	Terme des Gütekriteriums J
J_a	Gütekriterium zur Approximation der Strömungskennfelder
J_s	Gütekriterium zur Approximation der Kennzahlen der Statorkaskade
J	Jacobi-Matrix
k	Diskreter Zeitschritt
K	Regler
$K_{\text{KF}}, K_{\text{KF},d}$	Rückführmatrix Kalman-Filter und Kalman-Filter mit Störgrößenbeobachtung
l	Länge des Pitot-Rohrs
L	Charakteristische Länge

L	Matrix zur Berechnung des prädizierten Systemzustands in einer MPC
\mathcal{L}	Lernfilter des ILR
\dot{m}	Massenstrom
m_s	Anzahl der Messpositionen
M	Matrix zur Berechnung des prädizierten Systemzustands in einer MPC
M_W	Anti-Windup-Filter
M_Δ	M Δ -Struktur zur Analyse robuster Stabilität
n_{akt}	Anzahl der Aktuatoren
n_0	Totzeit in Zeitschritten
$n_{0,hk}, n_{0,sw}$	Totzeiten im Strömungsmodell für die Hinterkanten- und Seitenwandaktuation
n_e	Anzahl der Experimente zur stationären Kennfeldmessung
n_u, n_x, n_y	Anzahl der Stellgrößen, Anzahl der Zustandsgrößen, Anzahl der Regelgrößen
NRMSE	Normierte euklidische Norm des Fehlers
N	Anzahl der Zeitschritte einer Periode
\mathbf{N}	Übertragungsmatrix des gemischten Sensitivitätsproblems
\mathbf{N}_u	Matrix zur Normierung der Stellgröße
\mathbf{N}_y	Matrix zur Normierung der Regelgröße
p	Druck
p_0	Umgebungsdruck
p_{ein}, p_{kav}	Druck am Eingang und Druck in der Kavität eines Pitot-Rohrs
$\underline{p}_{v,e}, \underline{p}_{v,a}$	Soll-Drücke am Eingang und Ist-Drücke am Ausgang der Ventile
\underline{p}_y	Vektor aus statischem Druck und zwei Totaldrücken in der Messebene
P	Verlustleistung
\mathbf{P}	Gewichtungsmatrix für den Endzustand im Gütekriterium der MPC
\mathbf{P}_{KF}	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
q	Offset zur Berechnung von \hat{C}_p
q	Anzahl der verwendeten Hauptkomponenten
Q	Gewichtung der Regelfehler im Gütekriterium der MPC
Q_{KF}	Kovarianzmatrix des Systemrauschens
Q_p	Gewichtungsmatrix des Regelfehlervektors im Gütekriterium der MPC
\mathcal{Q}	Stellgrößenfilter des ILR
\underline{r}	Führungsgrößenvektor
\underline{r}_f	Führungsgrößenvektor bei Verwendung einer dynamischen Vorsteuerung
\underline{r}	Supervektor der Führungsgrößen
\underline{r}_p	Vektor der prädizierten Führungsgrößen
R	Spezifische Gaskonstante
Re	Reynolds-Zahl
\mathbf{R}	Gewichtung der Stellgrößen im Gütekriterium der MPC
\mathbf{R}_p	Gewichtungsmatrix des Stellgrößenvektors im Gütekriterium der MPC
\mathbf{R}_Δ	Gewichtung der Stellrate im Gütekriterium der MPC
$\mathbf{R}_{\Delta p}$	Gewichtung der Stellgrößen im Gütekriterium der MPC
$\mathbf{R}_{KF}, \mathbf{R}_{KF,d}$	Kovarianzmatrix des Messrauschens
s	Schaufelabstand; im Anhang 8.2 Entropie
s	Laplace Variable
s_{syst}	Maximaler systematischer Messfehler der Drucksensoren
s_{temp}	Maximaler Messfehler der Drucksensoren durch Temperaturänderungen
Sr	Strouhal-Zahl
SRV_{S1}, SRV_{S2}	Signal-Rausch-Verhältnis Sensor 1 und Sensor 2
SRV	Signal-Rausch-Verhältnis an allen Messpositionen
\mathbf{S}	Sensitivität

S_p	Gewichtungsmatrix für die prädizierte Stellrate über die Perioden
t	Zeit
T	Temperatur
T_s	Abtastzeit
\mathbf{T}	Komplementäre Sensitivität
u	Strömungsgeschwindigkeit
u_i	Strömungsgeschwindigkeitskomponente der jeweiligen Richtung, $i = x, y, z$
u_n	Auf die Anströmung der Statorkaskade normierte Geschwindigkeit, u/u_1
u_{rotor}	Umfangsgeschwindigkeit einer Rotorscheufel
\underline{u}	Stellgrößenvektor
\underline{u}_n	Normierter Stellgrößenvektor
\underline{u}_v	Vektor aus beiden Impulsbeiwerten $c_{\mu, hk, v}$ und $c_{\mu, sw, v}$
$\underline{\mathbf{u}}$	Supervektor der Stellgrößen
\underline{u}_f	Zukünftige Stellgrößen im Gütekriterium der MPC
$\underline{\mathbf{u}}_p$	Vektor der prädizierten Stellgrößen
$\tilde{\underline{\mathbf{u}}}_p$	Erweiterter Vektor der prädizierten Stellgrößen
$\mathbf{U}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{V}$	Matrizen der Singulärwertzerlegung
\underline{v}	Messrauschen
V	Volumen des Differenzdrucksensors
V	Verstärkungsfaktor
\mathbf{V}_a	Kovarianzmatrix der Messgrößen a
\mathbf{V}_b	Kovarianzmatrix der Ergebnisgrößen b
w	Systemrauschen
\mathbf{W}_O	Gewichtungsmatrix der ausgangsseitigen Unsicherheitsbeschreibung
$\mathbf{W}_P, \mathbf{W}_U$	Gewichtungsmatrix der Sensitivität und Gewichtungsmatrix der Stellgröße
$\mathbf{W}_e, \mathbf{W}_u, \mathbf{W}_{\Delta u}$	Gewichtungsmatrizen im ILR Gütekriterium
\underline{x}	Zustandsvektor
\underline{x}_d	Zustandsvektor des Störgrößenbeobachters
\mathbf{X}	Datenmatrix für die Hauptkomponentenanalyse
$\mathbf{X}_u, \mathbf{X}_t$	Datenmatrix mit normierten Strömungsgeschwindigkeiten und Totaldrücken
$\tilde{\mathbf{X}}$	Datenmatrix
\underline{y}	Vektor der Regelgrößen
\underline{y}_n	Vektor der normierten Regelgrößen
$\underline{\mathbf{y}}$	Supervektor der Regelgrößen
\underline{y}_f	Zukünftige Regelgrößen im Gütekriterium der MPC
$\underline{\mathbf{y}}_p$	Vektor der prädizierten Regelgrößen
\mathbf{Y}	Amplitude der Hauptkomponenten
x_c	Koordinate entlang der Schaufel-Profilsehne
x, y, z	Kartesische Koordinaten
y_n, z_n	Normierte kartesische Koordinaten: $y_n = y/s$ und $z_n = z/h$
z	Variable der z-Transformierten

Griechische Buchstaben

α	Resultierender Anströmwinkel für eine nachfolgende Rotorscheufel
α_{th}	Grenzwinkel für α
β_1	Anströmwinkel der Statorkaskade
β_2	Abströmwinkel der Statorkaskade
β_i	Inzidenzwinkel der Statorkaskade
β_d	Fehlabströmung der Statorkaskade
γ	Staffelungswinkel

ζ	Dimensionsloser Druckverlustbeiwert der Statorkaskade
ζ_l	Lokaler dimensionsloser Druckverlustbeiwert
$\underline{\zeta}$	Mittelwertfreier und auf eine Varianz von 1 normierter Vektor $\tilde{\zeta}$
$\underline{\zeta}$	Vektor mit den Druckverlustbeiwerten mehrerer Experimente
ζ_{korr}	Dimensionsloser korrigierter Druckverlustbeiwert
Θ	Metallwinkel der Statorschaufeln
ϑ	Terme im Gütekriterium der MPC, die von \underline{u}_p unabhängig sind
κ	Isentropenexponent
$\kappa_1, \kappa_2, \lambda_1, \lambda_2$	Variablen im Gütekriterium J
Δ_O	Ausgangsseitige normierte Unsicherheitsbeschreibung
μ	Dynamische Viskosität
$\tilde{\xi}(k)$	Fehler der Kennfeldapproximation über Hauptkomponenten
$\xi(k)$	Normierter Fehler der Kennfeldapproximation über Hauptkomponenten
$\xi_t(k)$	Normierter Fehler der Totaldruckkennfelder
$\xi_u(k)$	Normierter Fehler der Geschwindigkeitskennfelder
Π	Menge aller identifizierten Modelle G_i
Π_O	Modellfamilie (ausgangsseitige multiplikative Unsicherheitsbeschreibung)
ρ	Dichte
ρ_k	Dichte in der Kavität eines Pitot-Rohrs
σ_{normal}	Standardmessunsicherheit des Druck-Kalibrationsgeräts
σ_{temp}	Standardmessunsicherheit der Drucksensoren (nur Temperaturfehler)
σ_{wieder}	Standardmessunsicherheit der Drucksensoren (nur Wiederholgenauigkeit)
σ_{ges}	Standardmessunsicherheit der Drucksensoren
σ'_{ges}	Abweichungsspanne der Drucksensoren
σ_{max}	Maximaler Singulärwert
σ_{min}	Minimaler Singulärwert
$\underline{\sigma}_{\text{signal}}$	Standardabweichungen des Messsignals an allen Kennfeldmesspositionen
$\underline{\sigma}_{\text{rausch}}$	Standardabweichungen des Messrauschens an allen Kennfeldmesspositionen
$\underline{\sigma}_{\hat{y}}$	Standardabweichungen der geschätzten Hauptkomponentenamplituden
φ	Durchflusskenngröße
ω	Kreisfrequenz

Sonstige Zeichen

$\mathbb{1}_{m,n}$	Matrix aus Einsen, $\mathbb{R}^{m \times n}$
$\text{diag}\{\underline{x}\}$	Diagonalmatrix mit den Werten des Vektors \underline{x} auf der Diagonalen

Indizes

$()_0$	Startwert
$()_1$	Eintrittsebene der Statorkaskade (nur Strömungsgrößen)
$()_2$	Messebene der Statorkaskade (nur Strömungsgrößen)
$()_{\text{akt}}$	Größe bezogen auf die Aktuatorik
$()_{\text{dyn}}$	Dynamischer Druck
$()_i$	Iterationsindex der ILR
$()_{\text{passage}}$	Größe bezogen auf eine Passage der Statorkaskade
$()_{\text{schlauch}}$	Größe bezogen auf die Schlauchverbindung der Aktuationskette
$()_s$	Statischer Druck
$()_t$	Totale Größen (zum Beispiel $p_t = \text{Totaldruck}$)
$()^A$	Flächengemittelt
$()^M$	Massenstromgemittelt

Inhaltsverzeichnis

$\bar{(\)}$	Zeitlicher Mittelwert
$\hat{(\)}$	Geschätzte Größen
$\dot{(\)}$	Zeitliche Ableitung
$\ \dots\ _2$	Euklidische Norm für Vektoren
$\ \dots\ _\infty$	Unendlichnorm für den Frequenzbereich

1 Einleitung

Gasturbinen sind eine Kerntechnologie im Energie- und Transportsektor. Besonders für die stationären Gasturbinen ist die Steigerung des Wirkungsgrades ein entscheidendes Entwicklungsziel. Dadurch können sowohl die Betriebskosten gesenkt als auch der Treibhausgasausstoß vermindert werden.

Innerhalb der letzten Jahrzehnte ist viel Entwicklungsarbeit auf diesem Gebiet geleistet worden, und der Wirkungsgrad konnte deutlich gesteigert werden. Einen besonderen Stellenwert hat die Erhöhung der Turbineneintrittstemperatur, da diese direkt mit einem höheren Wirkungsgrad korreliert. Diese konnte zunächst durch die Entwicklung temperaturbeständigerer Materialien und schließlich auch durch eine aktive Kühlung der Turbinenschaufeln stark erhöht werden, siehe zum Beispiel [Rick, 2014].

Allerdings sind hier langfristig Grenzen gesetzt, und um darüber hinaus noch weitere wesentliche Steigerungen des Wirkungsgrades zu erzielen, werden neue Technologien benötigt. Eine solche Technologie kann eine Veränderung des Verbrennungsprozesses selbst sein. In heutigen Gasturbinen wird der Treibstoff bei näherungsweise gleichbleibendem Druck verbrannt, das heißt es findet insbesondere keine Druckerhöhung über die Brennkammer statt. Ein Wechsel von dieser isobaren Verbrennung zu einer isochoren Verbrennung bringt einen deutlichen thermodynamischen Vorteil mit sich, wie von [Wintenberger und Shepherd, 2004, 2006] und [Gray u. a., 2016] gezeigt wird. Dadurch kann eine entsprechend hohe Wirkungsgradsteigerung erzielt werden.

Bei einer pulsierenden Detonationsverbrennung (pulse detonation combustion, PDC) wird der Treibstoff nahezu isochor verbrannt. Hierbei wird ein Detonationsrohr mit einem Treibstoff-Luft-Gemisch befüllt und anschließend gezündet. Die Verbrennung läuft in der Form einer Detonation ab, was bedeutet, dass sich die Flamme mit einer Geschwindigkeit oberhalb der Schallgeschwindigkeit des verbrennenden Mediums ausbreitet. Das Gemisch hat während der Verbrennung keine Zeit, um zu expandieren, wodurch die Verbrennung isochor stattfindet.

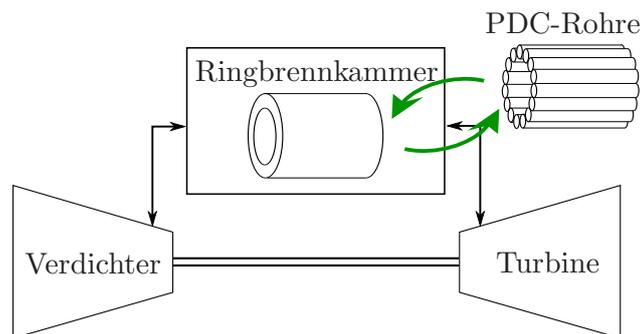


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung einer Gasturbine. Die Abbildung symbolisiert das aktuelle Forschungsziel, den Wechsel von der konventionellen Ringbrennkammer zu einer Rohrbrennkammer, in der eine isochore Verbrennung stattfindet.

Deshalb ist ein langfristiges Ziel, die konventionelle Brennkammer, zum Beispiel eine Ringbrennkammer, durch PDC-Rohre zu ersetzen. In Abbildung 1.1 ist der Aufbau einer Gasturbine zusam-

men mit dem angestrebten Wechsel des Verbrennungssystems schematisch dargestellt.

Der von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderte Sonderforschungsbereich 1029 „Signifikante Wirkungsgradsteigerung durch gezielte, interagierende Verbrennungs- und Strömungsinstationaritäten in Gasturbinen“ hat sich diesem Forschungsziel verschrieben, und die vorliegende Arbeit ist darin entstanden.

Ein Kernthema der Verbrennungsforschung ist dabei die Entwicklung von zuverlässigen Detonationskonfigurationen, siehe [Gray u. a., 2015]. Auch ein alternatives Konzept zur PDC, die SEC (shockless explosion combustion) wird zur Zeit erforscht, siehe [Schäpel u. a., 2016]. Der Austausch der Ringbrennkammer durch Rohre ist hier gleichermaßen notwendig, allerdings wird in den Rohren ein Treibstoff-Luft-Gemisch so geschichtet, dass die Zündung möglichst über die gesamte Rohrlänge gleichzeitig erfolgt. Auch diese Verbrennung ist damit quasi isochor, mit dem Vorteil, dass es nicht zu den starken Druckspitzen wie bei der Detonation kommt.

Wie in Abbildung 1.1 dargestellt, existiert eine beidseitige Kopplung zwischen der Brennkammer und den umliegenden Komponenten. Damit der Wechsel zu dem neuen Verbrennungssystem gelingen kann, muss deshalb die gesamte Gasturbine betrachtet und gegebenenfalls angepasst werden. Der Sonderforschungsbereich 1029 ist deshalb interdisziplinär aufgestellt und umfasst auch die umfangreiche Untersuchung der Auswirkungen der Brennkammer auf die umliegenden Komponenten sowie die Erforschung geeigneter Maßnahmen. Besonders die Verdichterströmung ist von der geplanten neuen Brennkammer stark betroffen. Die konkrete Problemstellung, die sich hier ergibt, ist das Thema dieser Arbeit und wird im nächsten Abschnitt detailliert erläutert.

1.1 Problemstellung und Stand der Forschung

In einer konventionellen stationären Gasturbine liefert der Verdichter über den gesamten Umfang des Verdichteraustritts gleichmäßig komprimierte Luft in die Ringbrennkammer. Diese Austrittsbedingung unterscheidet sich erheblich von der, die durch das neue Verbrennungssystem mit Detonationsrohren auftreten wird.

Jedes Detonationsrohr durchläuft im Betrieb eine sich periodisch wiederholende Abfolge verschiedener Phasen. Das Rohr wird mit einem Treibstoff-Luft-Gemisch befüllt. Anschließend erfolgt die Detonation. Es folgt ein Spülvorgang und der Prozess beginnt von neuem. Wenn ein Detonationsrohr kurz vor der Detonation fertig mit Treibstoff befüllt ist, gibt es eine Phase, in der keine weitere Druckluft aus dem Verdichter benötigt wird. Der Verdichter kann an der Stelle dieses Rohres keine Luft nachliefern, er wird hier angedrosselt.

Damit die Gesamtmaschine im Mittel einen bestimmten Massenstromdurchsatz hat, ist es geplant, dass nicht alle Rohre gleichzeitig feuern, sondern diese mit einem Phasenversatz zueinander gezündet werden, siehe Abbildung 1.2 (a). Der Verdichter sieht damit am Austritt Zustände, die sich ständig zeitlich und räumlich periodisch ändern.

Durch das beschriebene Androsseln des Verdichteraustritts, hervorgerufen durch die geschlossenen Verbrennungsrohre, sinkt die axiale Strömungsgeschwindigkeit in diesem Bereich. Als Folge wird der Anströmwinkel auf die betrachteten Verdichterschaufeln erhöht. In Strömungsversuchen an einer angedrosselten Stator-kaskade wurde dies bereits untersucht, siehe [Staats u. a., 2014] und [Staats und Nitsche, 2015].

Die Abbildung 1.2 (b,c) zeigt schematisch den Vergleich der Anströmwinkel für eine Rotorschaufel im angedrosselten und im Auslegungsfall. Da die Geschwindigkeit im Auslegungsfall u_{design} größer

ist als im angedrosselten Fall u_{drossel} , ist bei gleicher Rotorgeschwindigkeit u_{rotor} der eingezeichnete Anströmwinkel α_1 kleiner als α_3 .

Eine Erhöhung des Anströmwinkels geht immer mit einer größeren aerodynamischen Belastung der Schaufel einher. Besonders kritisch wird der Anströmwinkel, wenn der Rotor das Geschwindigkeitsdefizit hinter dem Stator, die Nachlaufdelle, passiert. Die Nachlaufdelle entsteht durch Reibung auf der Statorschaufel und durch sekundäre Strömungseffekte. Die sekundären Strömungseffekte werden später noch detailliert beschrieben. Die vergrößerten Anströmwinkel α_2 im Auslegungs- und α_4 im angedrosselten Fall ergeben sich durch die in der Nachlaufdelle reduzierte Strömungsgeschwindigkeit. Dazu führten [Mailach u. a., 2008] experimentelle Untersuchungen durch, die zeigen, dass das Passieren der Nachlaufdelle zu massiven Änderungen des Anströmwinkels führt. Insbesondere wenn der Verdichter angedrosselt betrieben wird, wächst die Grenzschichtdicke auf der Saugseite der Statorschaufeln an, was die Größe der Nachlaufdellen zusätzlich erhöht.

Eine Reduktion der Nachlaufdelle könnte die größten Anströmwinkel und damit die Maximallast der Schaufeln reduzieren.

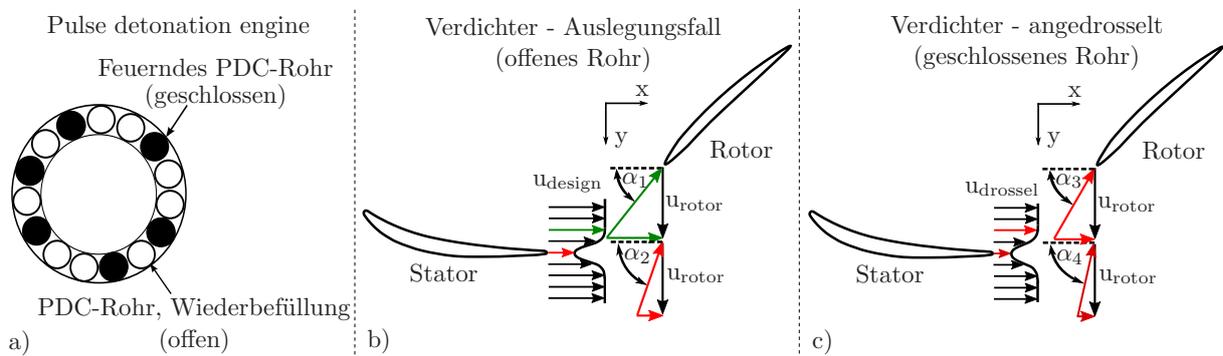


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung der PDC-Rohre mit geschlossenen und geöffneten Rohren (a). Schematische Darstellung der Abströmgeschwindigkeit eines Stators, wobei der Unterschied zwischen dem Auslegungsfall (b) und dem angedrosselten Fall (c) gezeigt ist. Zudem ist der jeweils resultierende Anströmwinkel α auf den nachfolgenden Rotor und dessen Änderung in der Nachlaufdelle dargestellt.

Da die Strömungsrichtung in einem Verdichter in Richtung eines positiven Druckgradienten verläuft, ist diese immer anfällig für Ablöseerscheinungen auf den Schaufeln, was im Extremfall zu einer Strömungsumkehr, dem so genannten Verdichterpumpen führen kann. In der Auslegung von Verdichtern ist es deshalb von besonderer Wichtigkeit, den Abstand zur Pumpgrenze ausreichen groß zu wählen, sodass in allen Betriebszuständen ein zuverlässiger und sicherer Betrieb gewährleistet werden kann.

Die beschriebene zusätzliche aerodynamische Belastung der Schaufeln durch das Androsseln würde bei konventionellen Verdichtern zu großen Problemen führen, da diese für die beschriebene zusätzliche Belastung nicht ausgelegt sind. Um diesem Problem zu begegnen, könnten die maximal möglichen Störungen, die durch das Androsseln entstehen können, abgeschätzt und der Pumpgrenzenabstand entsprechend deutlich erhöht werden. Allerdings würde diese Maßnahme die Effizienz verringern, da die höchste Effizienz immer nahe der Pumpgrenze liegt [Tavakoli u. a., 2004].

Eine alternative Möglichkeit zur Lösung des Problems ist die Anwendung von Methoden der aktiven Strömungskontrolle. Eine aktive Strömungskontrolle zeichnet sich dadurch aus, dass die Strömungsbeeinflussung im Betrieb verändert werden kann. Somit besteht die Möglichkeit, auf veränderte Betriebspunkte oder Störungen reagieren zu können. Da sich im Betrieb durch das Androsseln am Verdichteraustritt ständig ändernde Störungen ergeben, ist eine aktive Reaktion auf diese Änderung

mit Methoden der Strömungskontrolle vielversprechend.

1.1.1 Strömungskontrolle allgemein

Die Strömungskontrolle oder Strömungsbeeinflussung hat sich in den letzten Jahrzehnten zu einem breiten Forschungsfeld entwickelt. In der Übersicht [Gad-el-Hak, 2007] wird Strömungskontrolle mit einem Zitat von Flatt [„Boundary layer control includes any mechanism or process through which the boundary layer of a fluid flow is caused to behave differently than it normally would were the flow developing naturally along a smooth straight surface.“] definiert. Auch auf freie Scherschichten lässt sich diese Definition übertragen.

Welche Ziele mit der Strömungskontrolle verfolgt werden, hängt stark von dem Anwendungsgebiet ab. In der Fahrzeugtechnik ist die Reduktion des Fahrwiderstands häufig im Fokus, um schließlich eine Verringerung des Kraftstoffverbrauches und der Emissionen zu erreichen. Arbeiten umfassen die Grundlagenforschung bis hin zur Forschung an realen Fahrzeugen.

Die grundlegenden Mechanismen der Beeinflussung werden an Strömungskörpern mit vergleichsweise einfacher Geometrie untersucht, wie zum Beispiel an zylindrischen Körpern. Bereits hier treten strömungsmechanisch hoch komplexe Phänomene wie die von Kármánsche Wirbelstraße auf, die maßgeblich den Strömungswiderstand bestimmen. Eine numerische Studie von [Bergmann u. a., 2007] untersucht die bestmögliche Widerstandsreduktion durch Drehbewegungen des Zylinders um seine Längsachse. Eine andere numerische Arbeit verwendet schwingende Membranen an der Zylinderoberfläche mit dem Ziel einer optimalen Widerstandsreduktion [Catalano u. a., 2002]. Diese schwingenden Membranen werden als Synthetic-jet-Aktuatoren bezeichnet, da kein zusätzlicher Massenstrom für die Aktuation benötigt wird. Von [Ng u. a., 2013] werden Experimente zur Strömungskontrolle mittels Plasmaaktuatoren an einem Zylinder durchgeführt. Eine Reduktion des Strömungswiderstands eines Zylinders durch eine geeignete akustische Anregung wird von [Fujisawa und Takeda, 2003] erzielt. Von [Lee u. a., 2005] wird die Auswirkung von speziellen Mikro-Rauheiten (engl. riblets) auf den Strömungswiderstand untersucht. Abhängig von der Reynolds-Zahl sind hier Minderungen und Erhöhungen des Strömungswiderstandes zu verzeichnen.

Dieser kleine Einblick zeigt bereits, wie vielfältig die möglichen Beeinflussungsmöglichkeiten sind. Diese werden im Allgemeinen zunächst in passive und in aktive Maßnahmen unterteilt. Passive sind meist starre Bauteile, die im Betrieb nicht verändert werden können, wie die am Zylinder fest installierten Mikro-Rauheiten. Aktive Eingriffe hingegen, wie die Synthetic-jet-Aktuatoren, erlauben eine Anpassung an die aktuellen Betriebsbedingungen. Im Gegensatz zu den passiven Maßnahmen ist dies jedoch immer mit einem mehr oder weniger hohen, zusätzlichen Energiebedarf verbunden.

Der Vorteil, aktiv auf Betriebsänderungen oder Störungen reagieren zu können, passt zu der beschriebenen Problemstellung einer sich ständig ändernden aerodynamischen Schaufelbelastung durch die Androsselung am Verdichteraustritt. Im Folgenden werden deshalb weitere aktive Maßnahmen besprochen.

In Untersuchungen zur Widerstandsreduktion kommen häufig generische Strömungskörper zum Einsatz, die einem realen Fahrzeug bereits sehr ähnlich sind, um die Effekte und den Nutzen der Strömungskontrolle für die reale Anwendung zu untersuchen. Ein Überblick ist in [Hucho, 2012] gegeben.

Die Reduktion des Strömungswiderstands eines Fahrzeugmodells erreichen [Littlewood und Passmore, 2012] durch Ausblasen von Druckluft an der Fahrzeughinterkante. Eine besondere Form

der Druckluftausblasung unter Verwendung des Coanda-Effekts wird von [Pfeiffer und King, 2012] genutzt, um energiereiches Fluid in den Bereich hinter dem Fahrzeug zu befördern und so das Totwassergebiet zu verkleinern. Zudem kann mit den Coanda-Aktuatoren ein Drehmoment erzeugt werden, womit auf Störungen, wie zum Beispiel Seitenwindböen, reagiert werden kann. Eine geregelte Reduzierung der Störungen vermindert das Ausbrechen des Fahrzeugs, was den Fahrkomfort und die Fahrsicherheit erhöhen kann, siehe [Pfeiffer und King, 2014].

Neben der Reduktion des Strömungswiderstands wird in der Luftfahrt eine weitere Anwendung der aktiven Strömungskontrolle betrachtet, die Auftrieb erzeugende Bauteile betrifft, wie zum Beispiel Tragflügel. Hier sind die Hauptziele der aktiven Strömungskontrolle das Erhöhen des Auftriebs oder das Verhindern von Strömungsablösung auf den Tragflügeln.

Von [Rudenko u. a., 2014] wird über eine komplexe Kinematik die Geometrie eines Tragflügelmodells verformt. Das Ziel ist die Entwicklung eines Tragflügels, dessen Profilwölbung während eines Flugzeugstarts deutlich vergrößern kann, um einen besonders hohen Auftrieb zu erzielen. Für den Reiseflug wird die Profilwölbung wieder reduziert, sodass bei der hohen Reisegeschwindigkeit ein ausreichender Auftrieb und ein möglichst kleiner Strömungswiderstand erreicht werden. Damit die Strömung bei der starken Profilwölbung während des Starts nicht ablöst, soll aktiv mit Druckluftausblasung eine Strömungsablösung vermieden werden, siehe [Semaan u. a., 2016].

Weitere Veröffentlichungen zur aktiven Strömungskontrolle in den genannten Bereichen sind in [King, 2010] zu finden.

1.1.2 Aktive Strömungskontrolle in Gasturbinen

Auch die Schaufeln in einer Verdichterstufe sind Strömungskörper, die genau wie Tragflügel einen dynamischen Auftrieb erzeugen. Hier treten ebenfalls die Probleme der Strömungsablösung bei zu großer Umlenkung oder zu hoher aerodynamischer Belastung auf.

Zum Verständnis der verschiedenen Maßnahmen zur Beeinflussung der Strömung in einem Axialverdichter wird zunächst ein Überblick über die auftretenden sekundären Strömungseffekte gegeben. Die Abbildung 1.3 ist [Kang und Hirsch, 1991] entnommen und zeigt schematisch eine Statorpassage eines Axialverdichters. Die ankommende Grenzschicht teilt sich an der Vorderkante der Schaufeln auf und bildet einen sogenannten Hufeisenwirbel aus. Durch den Druckgradient zwischen der Saug- und der Druckseite der Schaufeln formen sich daraus zwei Längswirbel, der Eckenwirbel und der Passagenwirbel, die eine gegensätzliche Rotationsrichtung aufweisen. Der Passagenwirbel transportiert Fluid mit niedriger kinetische Energie von der Druckseite in Richtung Saugseite, was dort die Grenzschichtdicke erhöht. Als Resultat entsteht eine Ablöselinie auf der Saugseite der Schaufel, die entsprechend in Wandnähe weiter stromauf rückt.

Die Intensitäten der beschriebenen Effekte hängen maßgeblich von der Auslegung der betrachteten Statorkaskade ab.

In [Nerger, 2009] und [Nerger u. a., 2012] wird die Strömung einer Verdichter-Statorkaskade mit Methoden der aktiven Strömungskontrolle beeinflusst. Die in dieser Statorkaskade verwendeten Statorschaufeln besitzen einen überkritischen Umlenkwinkel von 60° . Die Sekundäreffekte sind deshalb sehr stark ausgeprägt. Im Resultat folgt die Strömung dem Schaufelprofil nicht bis zum Ende, und es findet eine frühzeitige Strömungsablösung statt, das heißt die Ablöselinie liegt weit stromauf. Es gibt demnach eine starke Minderumlenkung der Strömung, und die Strömungsverluste sind hoch.

Mit der in diesen Arbeiten experimentell untersuchten aktiven Strömungskontrolle kann die Kaska-

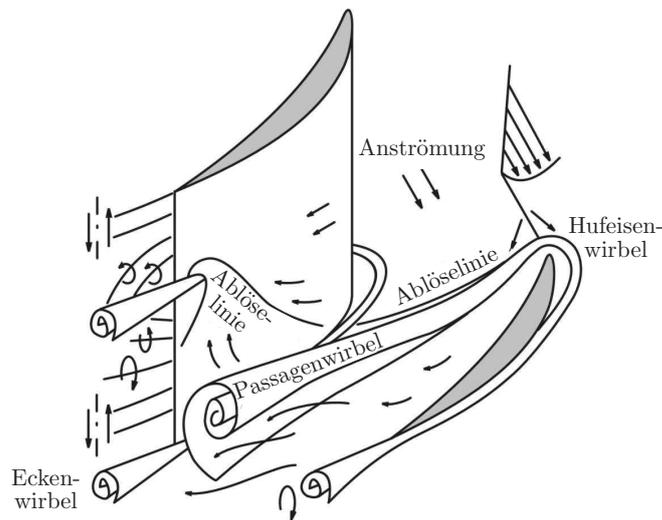


Abbildung 1.3: Sekundäreffekte in einer Verdichter-Statorkaskade nach [Kang und Hirsch, 1991].

denströmung maßgeblich verändert werden. Die Aktuation erfolgt über das Ausblasen von Druckluft an zwei unterschiedlichen Stellen. Über einen Schlitzaktuator wird auf der Saugseite der Schaufel Druckluft in die Grenzschicht geblasen. Durch die zugeführte kinetische Energie wird die Strömung wieder zum Anliegen gebracht. Im Resultat werden die Umlenkung und damit der Druckaufbau der Kaskade deutlich verbessert. Eine weitere Aktuatorik ist an den Seitenwänden der Kaskade verbaut. Ebenfalls auf der Schaufelsaugseite wird Druckluft in einem flachen Winkel bezüglich der Seitenwände eingeblasen. Auch hierbei wird neue kinetische Energie eingebracht, welche das Anwachsen des Eckenwirbels deutlich nach hinten verlagert. Durch den kleineren Passagenwirbel wird die Kaskade entsperrt und aerodynamisch entlastet.

Von [Hecklau u. a., 2010] und [Hecklau u. a., 2011] wird aktive Strömungskontrolle an einer Statorkaskade mit den gleichen überkritischen Statorschaufeln untersucht. Aufbauend auf den beiden Konzepten der Seitenwand- und der Schaufelaktuation werden weiterführende Untersuchungen mit neuen Schlitzgeometrien durchgeführt. Ein Fokus liegt hierbei in der Untersuchung charakteristischer Anregungsfrequenzen. Sowohl mit stationärem Ausblasen als auch mit gepulstem Ausblasen lassen sich mit beiden Aktuatorik-Konzepten deutliche Verbesserungen in der Umlenkung und damit im Druckaufbau der Statorkaskade erzielen.

An dieser Statorkaskade untersuchen [Zander u. a., 2013] ein zum Ausblasen von Druckluft alternatives Aktuationskonzept. An der Seitenwand und auf der Schaufelsaugseite werden Synthetic-jet-Aktuatoren eingesetzt. Die Untersuchungen zeigen, dass eine Beeinflussung der Grenzschichten möglich ist, wobei die Intensität stark von der Aktuationsfrequenz abhängt. Der Effekt fällt zwar geringer aus als beim Ausblasen von Druckluft, dafür benötigen die Synthetic-jet-Aktuatoren jedoch keinen zusätzlichen Massenstrom.

Weitere Untersuchungen an der überkritischen Statorkaskade werden von [Staats u. a., 2015] durchgeführt, wobei zur Strömungsbeeinflussung Fluidics zum Einsatz kommen. Diese Fluidics sind strömungsmechanische Bauelemente, bei denen der Hauptmassenstrom über kleine Steuermassenströme zwischen zwei Ausblassehlitzen hin und her geschaltet werden kann. Es wird der Effekt der wechselnden Einblasposition auch in Abhängigkeit der Einblasfrequenz untersucht. Die Untersuchungen sind ebenfalls in den Sonderforschungsbereich 1029 eingebettet. Um die Wirkung der späteren Verbrennungsrohre am Verdichteraustritt zu simulieren, wird die Statorkaskade über einen Mechanismus am Kaskadenaustritt periodisch angedrosselt. Die Messungen zeigen, dass die Aktuation sowohl an der Seitenwand als auch auf der Schaufelsaugseite einen abschwächenden Effekt auf die

zusätzliche Belastung durch das Androsseln besitzen.

Um den Schwankungen des Anströmwinkels auf Grund der Androsselung zu begegnen, wird in [Hammer u. a., 2015] eine weitere Möglichkeit der aktiven Strömungskontrolle untersucht. Wie bereits beschrieben, müssten die Schaufeln für den erhöhten Anströmwinkel anders ausgelegt werden, das heißt eine andere Geometrie haben. Der neue Ansatz besteht darin die Geometrie im Betrieb immer an den aktuellen Anströmwinkel anzupassen. Eine solche Verformung der Schaufeln ist unter anderem über Piezokeramiken vorgesehen.

Ein weiteres Forschungsgebiet beschäftigt sich mit dem Beeinflussen der Stator-Rotor- oder Rotor-Stator-Interaktion. Wie in Abbildung 1.2 (b,c) schematisch dargestellt, ist das Strömungsfeld hinter der Statorschaufel durch die Nachlaufdelle nicht mehr homogen, was für eine wechselnde Anströmung der nächsten Schaufeln sorgt. Eine Schwankung der aerodynamischen Belastung durch die Veränderung des Anströmwinkels ist eine wesentliche Folge. Zudem werden die Schaufeln durch diese wechselnde Belastung zum Schwingen angeregt, was für die Strukturfestigkeit relevant ist. Auch eine erhöhte Lärmemission ist durch die instationären Vorgänge zu verzeichnen. Eine Beeinflussung der Nachlaufdelle kann die genannten negativen Effekte reduzieren.

Über das Ausblasen von Druckluft beeinflusst [Kozak, 2000] die Nachlaufdelle eines Inlet Guide Vane (IGV). Die Druckluft wird über Löcher in der Hinterkante des IGV in die Nachlaufströmung gegeben. Weit stromab der Schaufel kann die Nachlaufdelle mit diesem Konzept sehr stark reduziert werden. Nah hinter der Schaufel sind auf Grund der diskreten Ausblasbohrungen Unterschiede entlang der Schaufelhöhe zu verzeichnen. Da das verwendete IGV keine Wölbung hat, findet hier keine Strömungsumlenkung statt.

In [Brookfield und Waitz, 2000] werden die Nachlaufdellen eines Fans ebenfalls über das Ausblasen von Druckluft über Löcher in der Hinterkante und in [Borgoltz u. a., 2006] und [Kohlhaas und Carolus, 2012] über Schlitze nahe der Hinterkante reduziert. Das Ziel der Untersuchungen ist eine Minderung der Lärmemission. In [Wo u. a., 2002] wird die Nachlaufdelle eines Rotors über Druckluftausblasung vermindert, wodurch die instationäre Kraftanregung des nachfolgenden Stators reduziert werden soll. In diesem Fall wird die Nachlaufdelle des Rotors beeinflusst, um die Drucksensoren im Stator installieren zu können.

Von [Vorreiter u. a., 2012] wird die Nachlaufbeeinflussung an Statorschaufeln eines Axialverdichters untersucht. Über einen Schlitz nahe der Hinterkante wird Druckluft in einem flachen Winkel bezüglich der Schaufeloberfläche ausgeblasen. Der Coanda-Effekt sorgt für ein Anliegen des Aktuator-Strahls, der die Größe der Nachlaufdelle reduziert. In der Arbeit werden Simulationen für eine einzelne Kaskade und für einen vierstufigen Axialverdichter durchgeführt, wobei die erste Statorstufe mit Hinterkantenaktuatoren ausgestattet ist. Die Untersuchungen werden für den Designfall und für vom Design abweichende Bedingungen durchgeführt. Die abweichenden Bedingungen sind eine erhöhte aerodynamische Belastung durch einen erhöhten Anströmwinkel. Die Ergebnisse zeigen, dass der Effekt der Nachlaufbeeinflussung besonders positiv ausfällt, wenn der Verdichter bei erhöhter Belastung läuft. Die vergleichsweise höheren Strömungsverluste können mit der Aktuation deutlich reduziert werden.

1.1.3 Strömungskontrolle im geschlossenen Regelkreis

Um das volle Potenzial der aktiven Strömungskontrolle auszuschöpfen, bietet sich der Betrieb im geschlossenen Regelkreis an. Gerade wenn die Betriebsbedingungen schwanken und Störungen auftreten, ist es wichtig, aktiv darauf reagieren zu können. Ein Regler bietet im Gegensatz zu einer Steuerung die Möglichkeit, auf diese Änderungen entsprechend passend zu reagieren und Stellener-

gie nur dann aufzuwenden, wenn dies auch wirklich notwendig ist. Das Forschungsfeld der aktiven Strömungskontrolle im geschlossenen Regelkreis ist noch relativ neu und im Vergleich zum gesamten Forschungsfeld der aktiven Strömungskontrolle noch deutlich kleiner.

Der Übersichtsartikel von [Brunton und Noack, 2015] zeigt detailliert die vielfältigen Anwendungsbereiche, in denen Strömungskontrolle im geschlossenen Regelkreis eingesetzt und erforscht wird. Dabei wird besonders auf die verschiedenen Möglichkeiten der mathematischen Modellbildung zur Beschreibung der Strömungsphänomene eingegangen. Zudem wird der Zusammenhang zwischen dem gewählten Modell und den daraus resultierenden möglichen Regelungsstrategien aufgezeigt. Der Artikel zitiert viele Arbeiten, in denen Strömungskontrolle im geschlossenen Regelkreis erfolgreich eingesetzt wird, und zeigt gleichzeitig auch Herausforderungen und Prognosen für die Zukunft auf.

Die nachfolgende Zitatauswahl beinhaltet entsprechend dem Thema der vorliegenden Arbeit hauptsächlich Veröffentlichungen zur Regelung von Verdichterströmungen.

Zur Verhinderung von Ablöseerscheinungen in einem mehrstufigen Verdichter mittels aktiver Strömungskontrolle bauen [Culley u. a., 2004] und [Bright u. a., 2005] einen geschlossenen Regelkreis auf. Der Verdichter wird angedrosselt, und die daraus resultierende Strömungsablösung wird über Druckmessungen auf den Schaufeln detektiert. Durch Ausblasen von Druckluft auf der Saugseite der Schaufeln kann diese Ablösung auch für stärkeres Androsseln reduziert werden. Der Regler reagiert auf beginnende Ablöseerscheinungen mit einer erhöhten Ausblasamplitude. Der Regler ist in diesem Fall eine Lookup Table ohne Dynamiken.

Von [Banaszuk u. a., 2003] wird ein Diffusor aufgebaut, dessen Strömung durch massive Ablösung und starke Turbulenz charakterisiert ist. Zur Beeinflussung der Grenzschicht werden Synthetic-jet-Aktuatoren verwendet. Ein Extremwertregler variiert die Phasenlage und die Frequenz der Anregung mit dem Ziel, den lokal an einer Stelle des Diffusors gemessenen Druckaufbau zu maximieren. Der Extremwertregler erreicht eine deutliche Steigerung des Druckaufbaus, auch wenn Änderungen des Arbeitspunktes auftreten.

Wenn höhere Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis gestellt werden, wie beispielsweise eine bestimmte Performance oder eine verschwindende bleibende Regelabweichung, können modellbasierte dynamische Regler eingesetzt werden. Für das Auslegen eines solchen Reglers ist in erster Linie ein passendes Modell der Regelstrecke notwendig. In Arbeiten von [Henning und King, 2005] und [Muminovic u. a., 2010] wird aktive Strömungskontrolle an stumpfen Körpern untersucht. Die für die Regelung wesentlichen Dynamiken der auftretenden komplexen Strömungsvorgänge werden mit linearen Differentialgleichungen beschrieben. Auf der Basis der identifizierten Modelle werden Regler ausgelegt und erfolgreich in Experimenten eingesetzt.

Die Regelung einer Verdichterströmung mit Maßnahmen der aktiven Strömungskontrolle wird von [Wiederhold, 2010] untersucht. Die Experimente werden sowohl an der bereits beschriebenen Stator-kaskade von [Hecklau u. a., 2010] als auch an einem Axialventilator durchgeführt. Neben einer Methode der robusten Regelung, der H_∞ -Regelung, werden auch Methoden der Extremwertregelung eingesetzt. Die Robuste Regelung bietet hierbei den großen Vorteil, dass Nichtlinearitäten der Regelstrecke in Form von Unsicherheiten beschrieben werden können und bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden. Die Lage der Eckenwirbel sowie der statische Druck an der Schaufelhinterkante können erfolgreich geregelt werden.

Weitere Untersuchungen im geschlossenen Regelkreis an der Stator-kaskade mit der Konfiguration von [Staats und Nitsche, 2015] führen [Steinberg u. a., 2015] und [Steinberg u. a., 2016] durch. Der Fokus der Regelung liegt hierbei darin, die durch einen Androsselmechanismus erzeugten Störungen auf die Kaskadenströmung zu reduzieren. Die Regelgröße ist die gemessene Veränderung der Schau-

feldruckverteilung. Für die Regelung kommen vor allem Methoden der iterativ lernenden Regelung (ILR) zum Einsatz. Diese Regelungsmethode nutzt den periodischen Charakter der Störung, um das Stellgesetz über mehrere Zyklen, das heißt über mehrere Androsselvorgänge zu verbessern. Die guten Regelergebnisse in Bezug auf die Störunterdrückung zeigen, dass die iterativ lernende Regelung eine passende Strategie darstellt. Eine weitere Regelungsmethode, die erfolgreich eingesetzt wird, ist die modellprädiktive Regelung. Hierbei werden Stellgrößenbeschränkungen explizit mit berücksichtigt.

Eine geregelte Nachlaufbeeinflussung für die in der hier vorliegenden Arbeit verwendete Statorkaskade, wird in Vorarbeiten von [Kiesner und King, 2015] und [Kiesner und King, 2017] untersucht. Über das Ausblasen von Druckluft über einen Schlitz in der Hinterkante der Statorschaufeln wird eine deutliche Reduktion der Nachlaufdelle erreicht. Die Ausblasrichtung ist hierbei gleich dem Abströmwinkel der Statorkaskade. Eine Regelung der Strömungsgeschwindigkeit in der Nachlaufdelle wird mit einem robusten H_∞ -Regler realisiert. Die robuste Auslegung erfolgt hierbei auch im Hinblick auf eine variable Reynolds-Zahl.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Beeinflussung der Strömung in einer Verdichter-Statorkaskade mit aktiver Strömungskontrolle im geschlossenen Regelkreis. Der Fokus dieser Strömungsbeeinflussung liegt sowohl in der Kontrolle der Größe der Nachlaufdellen als auch in der aerodynamischen Entlastung der aktuierten Statorkaskade. Beide Maßnahmen sind geeignet, um den genannten Problemen zu begegnen, die bei einer erhöhten instationären Verdichterbelastung durch das Androsseln auftreten. Damit werden Methoden entwickelt, die für die Realisierung einer Gasturbine mit instationärer, isochorer Verbrennung entscheidend sind.

Wie bereits beschrieben, führen die Nachlaufdellen periodisch zu einer erhöhten Belastung des nachfolgenden Rotors. Beim Androsseln wachsen diese Nachlaufdellen zusätzlich an, die axiale Strömungsgeschwindigkeit sinkt, und es entsteht im Bereich der Nachlaufdelle ein besonders großer Anströmwinkel, siehe Abbildung 1.2 (c). Ein Ziel ist die geregelte Kontrolle der Nachlaufdellengröße zur Reduzierung dieser Spitzenbelastung der Schaufeln.

Gleichzeitig sollen die Sekundäreffekte in der aktuierten Statorkaskade so verändert werden, dass diese aerodynamisch entlastet wird. Dies soll als direkte Maßnahme gegen die durch das Androsseln zusätzliche aerodynamische Belastung und die damit verbundene erhöhte Ablösegefahr eingesetzt werden. Hier kann auf die bereits beschriebenen Untersuchungen von [Staats u. a., 2015] zurückgegriffen werden. Die Entlastung der Statorschaufeln durch die Reduzierung der Sekundäreffekte steigert dabei den Druckaufbau der Kaskade.

Der geplante Betrieb im geschlossenen Regelkreis gewährleistet insbesondere die Funktionsfähigkeit auch bei Störungen, wie sie später durch das Androsseln des Verdichters auftreten werden. In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Regelungsverfahren untersucht und miteinander verglichen.

Ein robuster H_∞ -Regler wird so ausgelegt, dass der Regelkreis auch für eine unsichere Modellstruktur stabil ist. Ein iterativ lernender Regler wird zur Unterdrückung simulierter periodischer Störungen eingesetzt. Außerdem wird eine modellprädiktive Regelung besonders im Hinblick auf Stellgrößenbeschränkungen eingesetzt.

In der vorliegenden Arbeit werden im Wesentlichen folgende Bereiche behandelt:

1 Einleitung

- Die Untersuchung der Strömung einer neuen Statorkaskade mit besonderem Fokus auf das Nachlaufgebiet.
- Die Entwicklung und experimentelle Untersuchung verschiedener Aktuationsmechanismen, die die Nachlaufstellengröße sowie die Sekundäreffekte der Statorkaskade gezielt beeinflussen.
- Die Entwicklung eines Verfahrens, mit dem aus wenigen Sensorinformationen eine Schätzung der aktuellen Kaskadenströmung in Echtzeit möglich ist. Dabei wird ermittelt, wie viele Sensoren notwendig sind und wo diese platziert werden sollten.
- Die Untersuchungen der Strömungsdynamik, die bei der Beeinflussung der Kaskadenströmung wesentlich ist und, darauf aufbauend, die Identifikation einer dynamischen Modellbeschreibung.
- Der Aufbau verschiedener Regelkreise auf der Basis dieser dynamischen Modellbeschreibung zur Regelung der Nachlaufstellengröße und des Druckaufbaus der Statorkaskade.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut:

Im Kapitel 2 werden alle in dieser Arbeit eingesetzten wesentlichen Methoden aus dem Bereich der Regelungstechnik vorgestellt. Dies beinhaltet insbesondere die verwendeten Methoden der Modellidentifikation und die eingesetzten Regelungsverfahren.

Ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist die Untersuchung geeigneter Maßnahmen der aktiven Strömungskontrolle. Das Kapitel 3 fasst hierzu einige Aspekte der Strömungsmechanik zusammen. Besonders stehen die Bewertung der Kaskadenströmung durch Kennzahlen sowie die verwendete Messtechnik im Vordergrund.

Das anschließende Kapitel 4 beschreibt den Versuchsaufbau, eine Verdichter-Statorkaskade. Die verschiedenen Aktuationskonzepte werden hier detailliert erläutert.

Um den Effekt der verschiedenen Aktuatoren auf die Kaskadenströmung zu verstehen, werden umfangreiche stationäre Messungen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen werden im Kapitel 5 dargestellt und besprochen. Die Aktuatoren werden anhand der Kennzahlen der Kaskadenströmung, wie beispielsweise dem Druckverlustbeiwert, untereinander verglichen.

Das Kapitel 6 behandelt alle Untersuchungen an der Kaskade in Bezug auf die Regelung. Zunächst wird ermittelt, welche Regelgrößen geeignet sind, und wie diese in Echtzeit gemessen werden können. Anschließend werden dynamische Modelle identifiziert; dabei wird die Ventil- und die Strömungsdynamik separat modelliert. Auf Basis dieser Modelle werden verschiedene Regler ausgelegt und das Führungsgrößenverhalten sowie das Störgrößenverhalten experimentell untersucht.

Das Kapitel 7 enthält die Zusammenfassung vor einem abschließenden Anhang.

2 Methoden der Regelungstechnik

Dieses Kapitel umfasst die zur Regelung der Stator-Kaskade genutzten Methoden. Da es nicht das Ziel der Arbeit war, neue regelungstechnische Theorien zu entwerfen und am Beispiel auszutesten, erfolgt die Beschreibung vielmals auf einer recht abstrakten, qualitativen Ebene unter Verweis auf Literaturstellen, in denen diese bekannten Verfahren genau beschrieben sind. Die verwendeten Regler basieren auf einer mathematischen Modellbeschreibung, weshalb das Kapitel mit den Methoden der Modellidentifikation beginnt. Im realen Betrieb sind häufig nur wenige Systemzustände messbar. Modellgestützte Messverfahren, wie das im Anschluss beschriebene Kalman-Filter, können dann für die Schätzung der Systemzustände genutzt werden. Die darauffolgenden Abschnitte widmen sich den eingesetzten Regelungsverfahren.

2.1 Modellidentifikation

Grundlage eines modellbasierten Regelungsverfahrens ist immer eine mathematische Beschreibung des dynamischen Systems, das heißt der Regelstrecke. In der Regelungstechnik besitzt die Strecke immer mindestens einen Eingang, die Stellgröße, über die der Zustand des Systems verändert werden kann, und mindestens einen Ausgang, die Messgröße. Die Aufgabe des mathematischen Modells ist die Vorhersage der Messgrößen in Abhängigkeit der Stellgrößen. Da ein Modell ein reales System nie vollständig abbilden kann, ist immer nur eine Approximation möglich. In der Regelungstechnik zeichnet sich ein gutes Modell dadurch aus, dass es das im Sinne der Regelziele wesentliche Ein-/Ausgangsverhalten des Systems beschreibt und dabei mathematisch möglichst einfach bleibt.

Ein mathematisches Modell kann prinzipiell auf zwei Wegen gewonnen werden. Bei der physikalischen Modellbildung werden Differentialgleichungen auf der Basis physikalischer Zusammenhänge, insbesondere den Erhaltungsgleichungen, aufgestellt. Im vorliegenden Fall, in dem das System komplexe Strömungen beinhaltet, würde dies auf die Navier-Stokes-Gleichungen hinauslaufen. Diese können jedoch bei weitem nicht in Echtzeit berechnet werden, was den Einsatz für eine Regelung ausschließt. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit die zweite Möglichkeit verfolgt, die Black-Box-Modellierung.

2.1.1 Black-Box-Modellierung

Bei der Black-Box-Modellierung wird wenig oder kein physikalisches Wissen über das System für die Modellbildung benötigt. Es wird vielmehr eine Modellstruktur vorgegeben, von der man annimmt, dass diese das gemessene Ein-/Ausgangsverhalten gut beschreiben kann. Bei der Vorgabe der Modellstruktur kann natürlich auf Erfahrungen mit ähnlichen Systemen zurückgegriffen werden. Ein allgemeines Konzept für die Auswahl gibt es aber nicht.

Die Parameter des gewählten Modells werden anschließend so angepasst, dass das Ein-/Ausgangsverhalten die Verläufe der realen Messungen möglichst gut wiedergibt. Wenn das Ergebnis nicht zufriedenstellend ist, muss eine Anpassung der Modellstruktur erfolgen. Dieser Prozess wird so lange

iteriert, bis ein Modell gefunden ist, das eine ausreichend genaue Beschreibung des Ein-/Ausgangsverhaltens liefert.

Aktuelle Forschungsergebnisse im Bereich der Strömungsregelung haben gezeigt, dass die wesentlichen Änderungen in teils sehr komplexen Strömungsvorgängen an einem bestimmten Arbeitspunkt bezüglich einer bestimmten Veränderung der Eingangsgröße häufig bereits mit linearen Differentialgleichungen gut beschrieben werden können, siehe zum Beispiel [Becker, 2006]. Wenn die Beschreibung des Systems über lineare Differentialgleichungen möglich ist, ist dies für die Regelung besonders vorteilhaft, da damit die große Vielzahl der Verfahren der linearen Regelungstheorie genutzt werden kann. Auch in dieser Arbeit werden deshalb lineare Differentialgleichungen für die Beschreibung des strömungsmechanischen Systems verwendet. Da das Modell vom Arbeitspunkt abhängt, ist gegebenenfalls eine Modellfamilie zu identifizieren und es sind Methoden der robusten Regelung anzuwenden.

Nachdem die allgemeine Vorgehensweise der Black-Box-Modellierung sehr grob umrissen wurde, bleibt die Frage offen, mit welchem Verfahren die Parameter der gewählten Modellstruktur an die Messdaten angepasst werden sollen. Hierfür steht eine Vielzahl von etablierten Verfahren zur Verfügung. Eine Auswahl wird zum Beispiel in [Isermann, 2013] gegeben.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren der Prediction-error-Methoden (PEM) genutzt. Eine ausführliche Herleitung ist in [Ljung, 1999] zu finden. Bei diesem Verfahren wird die Varianz des Prädiktionsfehlers minimiert. PEM zeichnen sich dadurch aus, dass sie unter schwachen Annahmen eine erwartungstreue und konsistente Schätzung liefern. Da die zu optimierenden Parameter nichtlinear in das Gütekriterium eingehen, muss die Lösung numerisch mit einem nichtlinearen Optimierer erfolgen. Diese Optimierung erfolgt über die in der System Identification Toolbox [MATLAB, 2014b] implementierte Funktion „*pem.m*“.

2.1.2 Mathematische Formulierung der Modelle

Wie im letzten Abschnitt besprochen, kommen gewöhnliche lineare Differentialgleichungen für die Beschreibung der Regelstrecke zum Einsatz. In Abhängigkeit vom verwendeten Regelungsverfahren bieten sich verschiedene Darstellungsformen an.

Die übliche Darstellung im Zeitbereich ist das Zustandsraummodell:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}(t) &= \bar{\mathbf{A}}\underline{x}(t) + \bar{\mathbf{B}}\underline{u}(t), & \underline{x}(t_0) &= \underline{x}_0 \\ \underline{y}(t) &= \mathbf{C}\underline{x}(t) + \mathbf{D}\underline{u}(t).\end{aligned}\tag{2.1}$$

Der Eingangsvektor $\underline{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ enthält die Stellgrößen, der Messvektor $\underline{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$ die Messgrößen und der Zustandsvektor $\underline{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ die Zustände. Die Matrix $\bar{\mathbf{A}}$ ist die Dynamikmatrix, $\bar{\mathbf{B}}$ die Steuermatrix, \mathbf{C} die Ausgangsmatrix und \mathbf{D} der Durchgriff.

Die Messdatenerfassung erfolgt im Allgemeinen über einen digitalen Messrechner. Dieser erfasst die Messgrößen über eine Messkarte mit einem festen Takt, wodurch aus dem kontinuierlichen Signal nur Messwerte zu diskreten Zeitpunkten vorliegen. Auch die Regelung wird meist auf einem echtzeitfähigen Mikroprozessor implementiert, was bedeutet, dass auch die Stellgrößen nur mit einem bestimmten Takt geändert werden können. Zwischen diesen Änderungen werden die Stellgrößen über ein Halteglied konstant gehalten.

Da demnach weder die Messgrößen noch die Stellgrößen zu jedem Zeitpunkt t verfügbar beziehungsweise veränderbar sein werden, ist es sinnvoll, das Zustandsraummodell entsprechend anzupassen.

Im zeitdiskreten Zustandsraummodell verändern sich die Werte nur zu Vielfachen der festen Zeitschrittlänge T_s , wobei der Zusammenhang $t = kT_s$, $k \in \mathbb{N}_0$ gilt.

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= \mathbf{A}\underline{x}(k) + \mathbf{B}\underline{u}(k), & \underline{x}(0) &= \underline{x}_0 \\ \underline{y}(k) &= \mathbf{C}\underline{x}(k) + \mathbf{D}\underline{u}(k) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Die Matrizen in der zeitdiskreten Darstellung können über die Lösung der Differentialgleichung (2.1) über den Zeitraum eines Zeitschritts T_s berechnet werden, siehe [Ljung, 1999].

Neben dem gezeigten Zustandsraummodell ist eine weitere Form der Beschreibung linearer dynamischer Systeme in der Regelungstechnik weit verbreitet. Durch die Anwendung der Laplace-Transformation, welche zu den Integraltransformationen gehört, erhält man die Übertragungsfunktion des Systems, siehe [Unbehauen, 2008]. Unter der Annahme von $\underline{x}_0 = \underline{0}$ lautet diese wie folgt:

$$\underline{y}(s) = \underbrace{\left[\mathbf{C} (s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}})^{-1} \bar{\mathbf{B}} + \mathbf{D} \right]}_{\mathbf{G}(s)} \underline{u}(s), \quad s \in \mathbb{C}, \quad (2.3)$$

wobei $\underline{y}(s)$ und $\underline{u}(s)$ die korrespondierenden Größen im Bildbereich darstellen. Im Mehrgrößenfall ist $\mathbf{G}(s)$ eine Matrix aus Übertragungsfunktionen. Der Frequenzgang einer Übertragungsfunktion ergibt sich aus $G(s = j\omega)$, wobei ω die Kreisfrequenz ist.

Auch im Bildbereich existiert eine diskrete Form, die über die z-Transformation erhalten wird, siehe [Schulz, 2008]. Die Verbindung zwischen dem Laplace- und dem z-Bereich ist über den Zusammenhang $z = e^{sT_s}$ gegeben. Die z-Transformierte des diskreten Zustandsraummodells ist:

$$\underline{y}(z) = \underbrace{\left[\mathbf{C} (z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \right]}_{\mathbf{G}(z)} \underline{u}(z), \quad z \in \mathbb{C}. \quad (2.4)$$

2.1.3 Nichtparametrische Schätzung einer Übertragungsfunktion

Die bisher angesprochenen Verfahren zur Identifikation der Regelstrecke zielten darauf ab, die Parameter einer Modellbeschreibung zu finden, mit denen das Ein-/Ausgangsverhalten bestmöglich beschrieben wird. Eine Alternative zu diesem Vorgehen stellt die Identifikation einer nichtparametrischen Übertragungsfunktion dar.

In diesem Fall wird im Vorfeld keine feste Modellstruktur vorgegeben. Die Berechnung der Übertragungsfunktion erfolgt aus einer direkten Analyse des Eingangs- und Ausgangssignals. In dieser Arbeit wird ein Verfahren aus dem Frequenzbereich verwendet. Die geschätzte Übertragungsfunktion wird über das Verhältnis der Leistungsspektraldichten des Ausgangs- und Eingangssignals berechnet. Eine ausführliche Herleitung und Beschreibung findet man in [Ljung, 1999].

Für ein gutes Ergebnis ist eine breitbandige Anregung mit einer ausreichend großen Amplitude für einen möglichst langen Zeitraum notwendig. Wenn dann das diskret abgetastete Eingangs- und Ausgangssignal vorliegt, werden die Leistungsspektraldichten über eine Berechnung der diskreten Fourier-Transformation geschätzt. Eine über die diskrete Fourier-Transformation geschätzte Leistungsspektraldichte wird auch als Periodogramm bezeichnet. Zur Berechnung eines Periodogramms gibt es mehrere etablierte Strategien, von denen einige in [Stoica und Moses, 2005] beschrieben sind. In der vorliegenden Arbeit wird die Methode nach Welch verwendet. Hierbei wird das Ergebnis geglättet, indem das gesamte Messsignal in mehrere sich überlappende Intervalle geteilt wird, für die jeweils das Periodogramm berechnet wird und anschließend eine Mittelung erfolgt. Zur Vermeidung von Sprüngen an den Intervallrändern kommt eine Fensterfunktion (Hamming) zum Einsatz.

Wenn ein System eine oder mehrere Eigenfrequenzen mit starken Resonanzüberhöhungen aufweist, kann es mitunter schwierig sein, beispielsweise mit PEM auf Anhieb ein gutes Modell anzupassen. Hier kann es hilfreich sein, zunächst einen Blick auf den mit der nichtparametrischen Schätzung identifizierten Frequenzgang zu werfen und das Systemverhalten zu analysieren. An diesen Frequenzgang kann ein Modell angepasst werden, das bereits die richtigen Eigenfrequenzen aufweist. Dies kann anschließend dann als guter Startwert für die Identifikation mit PEM dienen.

2.2 Zeitdiskretes Kalman-Filter

In der Regelungstechnik werden häufig Informationen über das System benötigt, die nicht direkt gemessen werden. Beispielhaft sei hier die Zustandsregelung genannt, für die der gesamte Zustandsvektor \underline{x} bekannt sein muss, obwohl dieser im Allgemeinen nicht vollständig erfasst wird. Abhilfe können modellgestützte Zustandsschätzer bieten, sofern das System beobachtbar ist.

Zwei bekannte Ansätze solcher Zustandsschätzer sind der Luenberger-Beobachter [Luenberger, 1966] und das Kalman-Filter [Kalman, 1960]. In der vorliegenden Arbeit wird das Kalman-Filter verwendet, welches im Folgenden kurz erläutert wird.

Der Ausgangspunkt für das verwendete Kalman-Filter ist das zeitdiskrete Zustandsraummodell (2.2). Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass es sich um einen gestörten Prozess handelt. Die Annahme ist, dass sowohl die Zustandsgleichung als auch die Messgleichung jeweils durch ein normalverteiltes, mittelwertfreies, gegenseitig unkorreliertes weißes Rauschen gestört sind.

$$\begin{aligned}\underline{x}(k+1) &= \mathbf{A}\underline{x}(k) + \mathbf{B}\underline{u}(k) + \underline{w}(k), & \underline{x}(0) &= \underline{x}_0 \\ \underline{y}(k) &= \mathbf{C}\underline{x}(k) + \mathbf{D}\underline{u}(k) + \underline{v}(k).\end{aligned}\tag{2.5}$$

Das Systemrauschen \underline{w} beschreibt Störungen und nicht modellierte Effekte, und das Messrauschen \underline{v} beschreibt das Rauschen der Sensoren.

Die Aufgabe des Kalman-Filters ist die bestmögliche Schätzung des Zustands auf Basis der aktuellen Messinformationen. Bestmöglich bedeutet in diesem Fall, dass die Varianz der Schätzung minimal ist. Es handelt sich demnach um eine Minimum-Varianz-Schätzung. Eine ausführliche Beschreibung ist zum Beispiel in [Bar-Shalom u. a., 2001] zu finden.

Die Gleichungen für das zeitdiskrete Kalman-Filter lauten schließlich:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{x}}(k+1|k) &= \mathbf{A}\hat{\underline{x}}(k|k) + \mathbf{B}\underline{u}(k) \\ \hat{\underline{y}}(k+1|k) &= \mathbf{C}\hat{\underline{x}}(k+1|k) + \mathbf{D}\underline{u}(k+1) \\ \mathbf{P}_{\text{KF}}(k+1|k) &= \mathbf{A}\mathbf{P}_{\text{KF}}(k|k)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_{\text{KF}}(k) \\ \mathbf{K}_{\text{KF}}(k+1) &= \mathbf{P}_{\text{KF}}(k+1|k)\mathbf{C}^T \left(\mathbf{C}\mathbf{P}_{\text{KF}}(k+1|k)\mathbf{C}^T + \mathbf{R}_{\text{KF}}(k+1) \right)^{-1} \\ \hat{\underline{x}}(k+1|k+1) &= \hat{\underline{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}_{\text{KF}}(k+1) \left(\underline{y}(k+1) - \hat{\underline{y}}(k+1|k) \right) \\ \mathbf{P}_{\text{KF}}(k+1|k+1) &= \mathbf{P}_{\text{KF}}(k+1|k) - \mathbf{K}_{\text{KF}}(k+1)\mathbf{C}\mathbf{P}_{\text{KF}}(k+1|k).\end{aligned}\tag{2.6}$$

Die Matrizen \mathbf{Q}_{KF} und \mathbf{R}_{KF} sind die Kovarianzmatrizen des Systemrauschens und des Messrauschens. Die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers wird mit \mathbf{P}_{KF} bezeichnet. Die Schätzwerte des Kalman-Filters werden mit einem Dach gekennzeichnet.

Das Kalman-Filter berechnet auf Basis der Messinformation bis zum Zeitpunkt k die Prädiktion des Systemzustands und die Prädiktion der Kovarianzmatrix des Schätzfehlers für den nächsten

Zeitpunkt $k+1$, was in den Gleichungen über die Schreibweise $(k+1|k)$ ausgedrückt wird (A-priori-Werte). Sobald die Messinformation für diesen nächsten Zeitpunkt vorliegt, wird der prädierte Zustand entsprechend der neu gewonnenen Informationen korrigiert (A-posteriori-Werte).

2.2.1 Störgrößenschätzer

In der Regelungstechnik kommt es häufig vor, dass neben dem beschriebenen stochastischen mittelwertfreien Messrauschen noch weitere Störungen auf das System wirken. Das Zustandsraummodell wird um eine ausgangsseitige Störung $\underline{d}(k)$ wie folgt erweitert:

$$\begin{aligned}\underline{x}(k+1) &= \mathbf{A}\underline{x}(k) + \mathbf{B}\underline{u}(k) + \underline{w}(k), & \underline{x}(0) &= \underline{x}_0 \\ \underline{y}(k) &= \mathbf{C}\underline{x}(k) + \mathbf{D}\underline{u}(k) + \underline{d}(k) + \underline{v}(k).\end{aligned}\quad (2.7)$$

Wenn die Störung $\underline{d}(k)$ separat gemessen wird, kann die Auswirkung auf die Regelgröße beispielsweise mit einer Störgrößenaufschaltung reduziert werden. Ist die Störung jedoch nicht messbar, kann versucht werden, diese über das Kalman-Filter mit zu schätzen.

Es wird nun davon ausgegangen, dass über die Dynamik der Störung nichts bekannt ist, außer dass sich diese vergleichsweise niederfrequent verhält. Ein Beispiel für eine solche niederfrequente Störung ist eine Veränderung der Umgebungsbedingungen. Diese kann zu einer langsamen Änderung der Messgröße führen, ohne dass die Stellgröße verändert wird.

Da über die genaue Dynamik der Störung nichts bekannt ist, wird eine stationäre Störung angenommen, das heißt die Dynamikgleichung der Störung lautet: $\underline{d}(k+1) = \mathbf{I}\underline{d}(k) + \underline{w}_d$. Tritt eine solche stationäre Störung im Betrieb auf, wird das Kalman-Filter in seiner ursprünglichen Form einen bleibenden Schätzfehler aufweisen, da die getroffene Annahme einer mittelwertfreien Störung nicht mehr zutrifft.

Dieses Problem lässt sich häufig lösen durch eine Erweiterung des ursprünglichen Zustandsvektors um die Störung $\underline{d}(k)$, siehe [Lunze, 2010]. Das erweiterte Zustandsraummodell hat die folgende Form:

$$\begin{aligned}\underline{x}_d(k+1) &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \underline{x}_d(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \underline{u}(k) + \underline{w}_{xd}(k), & \text{mit } \underline{x}_d &= \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{d} \end{bmatrix}, & \underline{w}_{xd} &= \begin{bmatrix} \underline{w} \\ \underline{w}_d \end{bmatrix} \\ \underline{y}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \underline{x}_d(k) + \mathbf{D}\underline{u}(k) + \underline{v}(k).\end{aligned}\quad (2.8)$$

Auf Basis dieses Zustandsraummodells wird das Kalman-Filter wie bereits beschrieben ausgelegt. Der neue Vektor des Systemrauschens \underline{w}_{xd} beschreibt mit den neuen Einträgen \underline{w}_d das Rauschen der Störung $\underline{d}(k)$. Auch wenn die Störung $\underline{d}(k)$ nicht wie angenommen konstant ist, sondern sich langsam ändert, wird das Kalman-Filter dies durch die Korrektur des Störgrößenzustands berücksichtigen, solange durch die Modellerweiterung die Beobachtbarkeit erhalten bleibt.

Die Störgröße mit zu schätzen bringt zwei Vorteile mit sich. Zum einen wird die Zustandsschätzung des Kalman-Filters verbessert, da bei konstanten Störungen kein bleibender Schätzfehler mehr auftritt. Zum anderen steht damit die Information zur aktuellen Störung zur Verfügung, die für ein verbessertes Regelergebnis, zum Beispiel über eine Störgrößenaufschaltung, genutzt werden kann.

2.3 Robuste Regelung

Klassische modellbasierte Regelungsverfahren basieren auf einer festen mathematischen Modellbeschreibung des zu regelnden Systems. Wie bereits beschrieben, wird es jedoch nie möglich sein, eine perfekte Übereinstimmung zwischen dem Modell und den Messungen zu erzielen, da nie alle Effekte des realen Systems modelliert werden können. Abweichungen treten beispielsweise durch die Linearisierung nichtlinearer Effekte, durch Sensordrift oder durch Alterung der Bauteile auf.

In [Föllinger u. a., 2016] heißt es im Kapitel zur robusten Regelung hierzu sehr passend: „Sofern solche Parameterungenauigkeiten genügend klein sind, braucht man sich beim Reglerentwurf um sie nicht besonders zu kümmern - ist es doch das Schicksal jedes realen Regelungsentwurfs, auf mathematische Präzision verzichten zu müssen. Solche Toleranz wird jedoch unmöglich, wenn die Parameteränderungen größer werden.“

Da das Modell deshalb im Allgemeinen nicht mit dem realen System übereinstimmt, ist die Modellvorhersage unsicher. Die Frage ist deshalb, ob der ausgelegte Regler auch für dieses, vom Modell abweichende Verhalten am realen System funktionieren wird. Die Behandlung dieser Frage führt in den Bereich der robusten Regelung.

Eine robuste Regelung zeichnet sich dadurch aus, dass diese trotz der Unsicherheiten bestimmte Eigenschaften gewährleistet, wie Stabilität oder eine bestimmte Performance. In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren aus dem Frequenzbereich verwendet, die robuste H_∞ -Regelung. Die folgenden Abschnitte widmen sich zunächst der mathematischen Beschreibung von Modellunsicherheiten und anschließend der H_∞ -Reglersynthese.

2.3.1 Beschreibung von Modellunsicherheiten

Bei der Beschreibung von Modellunsicherheiten wird zwischen parametrischen und dynamischen Unsicherheiten unterschieden. Im Vergleich bietet die parametrische Unsicherheitsbeschreibung im Allgemeinen eine exaktere und weniger konservative Darstellung. Allerdings müssen hierfür viele Voraussetzungen erfüllt sein, wie die genaue Kenntnis der Modellstruktur, was bei unsicheren Systemen häufig nicht der Fall ist. Mehr Details zu den verschiedenen Formen der Unsicherheitsbeschreibung sind in [Skogestad und Postlethwaite, 2005] zu finden.

Um die Unsicherheit einer realen Regelstrecke zu erfassen, werden Identifikationsexperimente für unterschiedliche Arbeitspunkte durchgeführt, die den Arbeitsbereich abdecken, in dem später der Regler arbeiten soll. Für jedes Experiment wird anschließend eine Übertragungsmatrix $\mathbf{G}_i(j\omega)$ identifiziert, welche die Regelstrecke an diesem Arbeitspunkt gut beschreibt. Alle identifizierten Modelle werden als Modellmenge $\mathbf{\Pi}$ bezeichnet.

In der vorliegenden Arbeit wird eine dynamische Unsicherheitsbeschreibung verwendet, wobei es hierfür verschiedene Varianten gibt, siehe [Skogestad und Postlethwaite, 2005]. Es wird eine einseitige multiplikative Unsicherheitsbeschreibung genutzt, da diese im vorliegenden Fall eine geringere Beschränkung der Reglerperformance mit sich bringt als eine einseitige Unsicherheitsbeschreibung:

$$\mathbf{\Pi}_O : \left\{ \mathbf{G}_p(j\omega) = (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_O(j\omega)\mathbf{W}_O(j\omega))\mathbf{G}(j\omega) \mid \|\mathbf{\Delta}_O(j\omega)\|_\infty \leq 1 \right\}. \quad (2.9)$$

Die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}(j\omega)$ wird als nominelles Streckenmodell bezeichnet. $\mathbf{\Delta}_O(j\omega)$ ist eine Matrix aus beliebigen asymptotisch stabilen Übertragungsfunktionen mit einer Unendlichnorm

kleiner oder gleich 1. Die Unendlichnorm entspricht dem maximalen Singulärwert, der als maximaler Verstärkungsfaktor interpretiert werden kann, wobei diese Definition nur für asymptotisch stabile, propere Übertragungsfunktionen gilt:

$$\|\Delta_O(j\omega)\|_\infty = \max_\omega \left(\sigma_{\max}(\Delta_O(j\omega)) \right). \quad (2.10)$$

Über das Gewicht $\mathbf{W}_O(j\omega)$ kann der Unsicherheitsradius in Abhängigkeit von der Frequenz festgelegt werden. Die Menge der möglichen Modelle wird als Modellfamilie $\mathbf{\Pi}_O$ bezeichnet.

Alle identifizierten Übertragungsmatrizen müssen in der Modellfamilie $\mathbf{\Pi}_O$ enthalten sein, das heißt $\mathbf{\Pi} \subseteq \mathbf{\Pi}_O$. Damit dies zutrifft, muss der maximale frequenzabhängige Singulärwert des Gewichts $\mathbf{W}_O(j\omega)$ größer als der Unsicherheitsradius $l_O(\omega)$ sein:

$$l_O(\omega) = \max_{\mathbf{G}_i \in \mathbf{\Pi}} \sigma_{\max} \left((\mathbf{G}_i(j\omega) - \mathbf{G}(j\omega)) \mathbf{G}^{-1}(j\omega) \right), \quad \sigma_{\max}(\mathbf{W}_O(j\omega)) \geq l_O(\omega), \quad \forall \omega. \quad (2.11)$$

Bei der Wahl der Modellordnung des Gewichts $\mathbf{W}_O(j\omega)$ muss ein Kompromiss gefunden werden. Die Modellordnung sollte hoch genug sein, um bei der Approximation von $l_O(\omega)$ nicht zu viel zu verschenken, da dies den Regler später zu konservativerem Verhalten zwingt. Umgekehrt sollte die Modellordnung aber auch nicht extrem hoch festgelegt werden, da damit auch die Modellordnung des synthetisierten Reglers anwächst. Dieser wird dadurch für den Einsatz u.U. zu komplex. Während im SISO-Fall eine passende Approximation des Unsicherheitsradius meist schnell durch die Variation weniger Parameter gefunden werden kann, ist dies im MIMO-Fall deutlich schwieriger, da $\mathbf{W}_O(j\omega)$ eine Matrix aus Übertragungsfunktionen ist. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb für die Berechnung von $\mathbf{W}_O(j\omega)$ auf die Matlab Funktion „*ucover.m*“ der Robust Control Toolbox [MATLAB, 2014a] zurückgegriffen, in der ein entsprechendes Minimierungsproblem gelöst wird.

2.3.2 H_∞ -Synthese

Die H_∞ -Synthese ist eine Methode zur Berechnung eines Reglers, über den der geschlossene Regelkreis bestimmte Eigenschaften erhält. Dafür wird ein Minimierungsproblem der folgenden Form gelöst:

$$\min_{\mathbf{K}} \|\mathbf{N}(\mathbf{K})\|_\infty. \quad (2.12)$$

Die Übertragungsmatrix \mathbf{N} hängt von der Übertragungsmatrix des Reglers \mathbf{K} ab. Bei der Minimierungsaufgabe wird also der Regler \mathbf{K} gesucht, mit dem der maximale Singulärwert von \mathbf{N} minimal wird. Die Minimierung erfolgt über die Matlab Funktion „*hinfsyn.m*“ der Robust Control Toolbox [MATLAB, 2014a].

Wie \mathbf{N} aufgebaut wird, hängt von den Anforderungen ab, die an den geschlossenen Regelkreis gestellt werden sollen. In dieser Arbeit wird ein gemischtes Sensitivitätsproblem gelöst. \mathbf{N} ist hier wie folgt aufgebaut:

$$\mathbf{N} = [\mathbf{W}_O \mathbf{T}, \quad \mathbf{W}_P \mathbf{S}, \quad \mathbf{W}_U \mathbf{K} \mathbf{S}], \quad (2.13)$$

wobei $\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1}$ die Sensitivität und $\mathbf{T} = \mathbf{G}\mathbf{K}(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1}$ die komplementäre Sensitivität des geschlossenen Regelkreises sind. Die Gewichtungsfunktionen \mathbf{W}_P und \mathbf{W}_U sind Designparameter. Warum im gemischten Sensitivitätsproblem gerade diese drei Übertragungsmatrizen in \mathbf{N} minimiert werden, wird im Folgenden besprochen.

Robuste Stabilität

Robuste Stabilität bedeutet, dass der Regelkreis für alle Übertragungsmatrizen \mathbf{G}_p asymptotisch stabil ist. Die Bedingung für robuste Stabilität lautet [Skogestad und Postlethwaite, 2005]:

$$\|\mathbf{M}_\Delta\|_\infty < 1. \quad (2.14)$$

Für die in dieser Arbeit verwendete ausgangsseitige, multiplikative Unsicherheitsbeschreibung ist $\mathbf{M}_\Delta = \mathbf{W}_O \mathbf{T}$, siehe [Skogestad und Postlethwaite, 2005] für detaillierte Ausführungen. Da diese Matrix als erster Block in \mathbf{N} enthalten ist, führt die Minimierungsaufgabe (2.12) zu kleinen Werten von $\|\mathbf{M}_\Delta\|_\infty$.

Performance

Die Sensitivität \mathbf{S} des geschlossenen Regelkreises beschreibt die Übertragung von der Führungsgröße und ausgangsseitigen Störungen auf den Regelfehler. Aus diesem Grund ist das Gewicht \mathbf{W}_P im zweiten Eintrag von \mathbf{N} der Designparameter für die Performance. Über dieses Gewicht kann festgelegt werden, in welchen Frequenzbereichen \mathbf{S} , und damit der Regelfehler, klein wird.

Die Bedingung für nominelle Performance ist $\|\mathbf{W}_P \mathbf{S}\|_\infty < 1$, da damit die maximale Verstärkung der nominellen Sensitivität \mathbf{S} begrenzt ist.

Für robuste Performance muss entsprechend $\|\mathbf{W}_P \mathbf{S}_p\|_\infty < 1, \forall p$ gelten, wobei \mathbf{S}_p die Sensitivität des unsicheren Modells ist. Um dies zu prüfen, kann der strukturierte Singulärwert genutzt werden, siehe [Skogestad und Postlethwaite, 2005] für eine ausführliche Darstellung.

Als Gütemaß für die Performance wird die Bandbreite verwendet. Als Bandbreite wird die Frequenz bezeichnet, für die der maximale Singulärwert der Sensitivität zum ersten Mal größer als -3 dB wird.

Gewichtung der Stellgröße

Der letzte Eintrag von \mathbf{N} beschreibt die Übertragung vom Regelfehler auf die Stellgröße. Über ein entsprechendes Gewicht \mathbf{W}_U kann der Regeleingriff für bestimmte Frequenzbereiche bestraft werden. Falls die zu erwartenden Störgrößen vergleichsweise niederfrequent sind, ist es oft sinnvoll, höherfrequente Stelleingriffe zu bestrafen, damit der Regler nicht zu stark auf Messrauschen reagiert.

2.4 Iterativ lernende Regelung

Die iterativ lernende Regelung (ILR) ist ein Regelungsverfahren für zyklische Prozesse, wobei aus Fehlern vergangener Zyklen gelernt wird, um damit den Regelfehler über mehrere Zyklen abzubauen. Der zyklische Prozess zeichnet sich dadurch aus, dass die Führungs- und Störgrößen in jedem Zyklus gleich ablaufen. Ein solches Verhalten ist durch das beschriebene Androsseln des Verdichters zu erwarten.

Da die meisten realen Systeme einen Tiefpasscharakter besitzen, tritt bei klassischen Regelungsverfahren meist ein Regelfehler auf. Bei einem zyklischen Prozess würde dieser Regelfehler in jedem

Zyklus gleich verlaufen. Das Konzept der ILR macht sich den zyklischen Charakter zunutze, indem Informationen über die Regelfehler vergangener Zyklen genutzt werden, um die Stellgröße für die zukünftigen Zyklen entsprechend anzupassen. Häufig kann damit nach einigen Zyklen ein Regelfehler ganz vermieden werden, selbst wenn die zugrunde liegende Modellbeschreibung das reale System nicht perfekt beschreibt. Der allgemeine Aufbau eines ILR-Regelkreises ist in Abbildung 2.1 gezeigt.

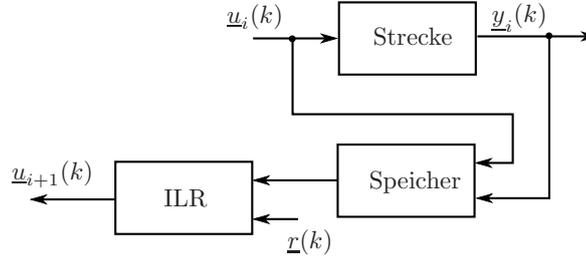


Abbildung 2.1: Allgemeine Darstellung des Konzepts einer ILR.

Der Index i in der Abbildung ist der Iterationsindex. Jede Iteration des Reglers umfasst einen Zyklus des Prozesses. Der zeitliche Verlauf der Stellgröße der aktuellen Iteration i wird auf die Regelstrecke gegeben. Diese Stellgröße wird zusammen mit der gemessenen Regelgröße in einem Speicherblock hinterlegt. Die ILR nutzt die Informationen der vergangenen Stell- und Regelgrößen aus dem Speicher, um den Stellgrößenverlauf für die nächste Iteration $i + 1$ zu berechnen. Diese neue Stellgrößenfolge wird auf die Regelstrecke gegeben und der Prozess wiederholt sich. Die Führungsgröße $r(k)$ besitzt keinen Iterationsindex, da diese gegenüber den Iterationen invariant ist.

Es stellt sich nun die Frage, wie die Berechnungsvorschrift der ILR aussehen sollte, damit Regelfehler über die Iterationen abgebaut werden. Eine Übersicht über verschiedene Ansätze ist in [Ahn u. a., 2007] und [Chen und Wen, 1999] zu finden.

Viele modellbasierte Ansätze für eine ILR basieren auf einer besonderen Darstellungsform, der so genannten Supervektordarstellung, die im Folgenden kurz beschrieben wird.

Das zu regelnde System wird über eine zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung beschrieben, wie sie in der Gleichung (2.2) formuliert ist. Eine Iteration des zu regelnden Systems habe N Zeitschritte. In der Supervektordarstellung wird nun die Systemantwort \mathbf{y}_i für den Zeitraum einer Iteration in Abhängigkeit vom Stellgrößenverlauf \mathbf{u}_i , der zyklischen Störung \mathbf{d} und von der Anfangsbedingung $\mathbf{x}(0)$ dargestellt:

$$\mathbf{y}_i = \mathcal{F}\mathbf{x}(0) + \mathcal{G}\mathbf{u}_i + \mathbf{d}. \quad (2.15)$$

Der Aufbau der Matrizen \mathcal{F} und \mathcal{G} kann direkt aus dem zeitdiskreten Zustandsraummodell abgeleitet werden. Beispielhaft ist der Aufbau hier für den Fall gezeigt, in dem die Durchgriffsmatrix der Nullmatrix entspricht, was für reale Systeme häufig zutrifft. Wenn das System außerdem keine Totzeiten besitzt, haben die Matrizen für die Supervektordarstellung die folgende Gestalt:

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^N \end{bmatrix}, \quad \mathcal{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathcal{O} & \mathcal{O} & \dots & \mathcal{O} \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \mathcal{O} & \dots & \mathcal{O} \\ \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \dots & \mathcal{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{N-1}\mathbf{B} & \dots & \dots & \dots & \mathbf{CB} \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Die zugehörigen Supervektoren lauten:

$$\underline{\mathbf{y}}_i = \begin{bmatrix} \underline{y}_i(1) & \underline{y}_i(2) & \underline{y}_i(3) & \dots & \underline{y}_i(N) \end{bmatrix}^T, \quad \underline{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \underline{u}_i(0) & \underline{u}_i(1) & \underline{u}_i(2) & \dots & \underline{u}_i(N-1) \end{bmatrix}^T. \quad (2.17)$$

Die Matrix \mathcal{G} ist eine untere Block-Dreiecksmatrix, die jeweils auf den Block-Diagonalen dieselben Einträge besitzt. Eine Matrix, mit dieser Diagonalstruktur wird auch als Töplitz-Matrix bezeichnet. Die Matrix \mathcal{F} beschreibt den Einfluss der Anfangsbedingungen auf die Regelgröße.

Stellgesetz

Das Stellgesetz einer ILR in der Supervektordarstellung hat im Allgemeinen die folgende Form:

$$\underline{\mathbf{u}}_{i+1} = \mathcal{Q}\underline{\mathbf{u}}_i + \mathcal{L}\underline{\mathbf{e}}_i. \quad (2.18)$$

Der Stellgrößenverlauf für die nächste Iteration ergibt sich aus dem Stellgrößenverlauf $\underline{\mathbf{u}}_i$ und dem Verlauf des Regelfehlers $\underline{\mathbf{e}}_i$ der vorangegangenen Iteration. Der Einfluss des Stellgrößenverlaufs wird über das Stellgrößenfilter \mathcal{Q} und der Einfluss des Regelfehlers über das Lernfilter \mathcal{L} eingestellt.

Der Regelfehler ist die Differenz aus der Führungsgröße und der gemessenen Regelgröße:

$$\underline{\mathbf{e}}_i = \underline{\mathbf{r}} - \mathcal{G}\underline{\mathbf{u}}_i - \mathcal{F}\underline{\mathbf{x}}(0) - \underline{\mathbf{d}}. \quad (2.19)$$

Stabilität und Konvergenz

Da die ILR die Stellgröße nach jeder Iteration verändert, erfolgt die Analyse von Stabilität und Konvergenz bezüglich der Iterationsdomäne.

Es gibt verschiedene Definitionen für die Stabilität einer ILR, wobei hier die in [Bristow u. a., 2006] beschriebene verwendet wird.

Die ILR ist asymptotisch stabil, wenn es eine obere Schranke $\bar{u} \in \mathbb{R}$ gibt, sodass:

$$\begin{aligned} |u_i(k)| &\leq \bar{u} \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\} \text{ und } i \in \mathbb{N}, \text{ und } \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\} \text{ der Grenzwert} \\ u_\infty(k) &= \lim_{i \rightarrow \infty} u_i(k) \text{ existiert.} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Ein Einsetzen der Gleichung (2.19) in (2.18) ergibt:

$$\underline{\mathbf{u}}_{i+1} = (\mathcal{Q} - \mathcal{L}\mathcal{G})\underline{\mathbf{u}}_i + \mathcal{L}(\underline{\mathbf{r}} - \mathcal{F}\underline{\mathbf{x}}(0) - \underline{\mathbf{d}}). \quad (2.21)$$

Ist der Betrag aller Eigenwerte von $(\mathcal{Q} - \mathcal{L}\mathcal{G})$ kleiner als 1, so ist die ILR asymptotisch stabil.

Die Analyse der Stabilität ist wichtig, allerdings liefert diese noch keine Aussage darüber, auf welchem Weg der Regelfehler abgebaut wird. Eine häufig gestellte Forderung ist, dass die euklidische Norm des Regelfehlers über die Iterationen monoton fällt.

Die Bedingung für diese monotone Konvergenz lautet:

$$\sigma_{\max}(\mathcal{G}(\mathcal{Q} - \mathcal{L}\mathcal{G})\mathcal{G}^{-1}) < 1. \quad (2.22)$$

Die Herleitung ist in [Bristow u. a., 2006] zu finden.

2.4.1 Normoptimale ILR

Für die Festlegung der Matrizen \mathcal{Q} und \mathcal{L} des Stellgesetzes (2.18) gibt es eine Vielzahl von Methoden, siehe zum Beispiel [Bristow u. a., 2006]. In der vorliegenden Arbeit wird eine normoptimale ILR verwendet. In diesem Ansatz wird ein Gütekriterium formuliert, welches die euklidische Norm des Regelfehlers und weiterer Supervektoren enthält.

Das verwendete Gütekriterium hat die folgende Form:

$$\mathcal{I}_{i+1}(\mathbf{u}_{i+1}) = \mathbf{e}_{i+1}^T \mathbf{W}_e \mathbf{e}_{i+1} + \mathbf{u}_{i+1}^T \mathbf{W}_u \mathbf{u}_{i+1} + (\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i)^T \mathbf{W}_{\Delta u} (\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i), \quad (2.23)$$

Der erste Term enthält den gewichteten Regelfehler über eine Iteration, dessen Reduzierung die wesentliche Aufgabe der ILR ist. Der zweite Term enthält die gewichtete Stellgröße. Ist diese Gewichtungsmatrix ungleich der Nullmatrix und $r \neq 0$, wird dies einen bleibenden Regelfehler zur Folge haben. Dafür kann die Robustheit des Regelkreises über dieses Gewicht verbessert werden, siehe [Gunnarsson und Norrlöf, 2001] und [Levine, 2010].

Der dritte Term beschreibt die gewichtete Änderung der Stellgröße von einer Iteration zur nächsten. Darüber ist die Festlegung der Konvergenzgeschwindigkeit der ILR möglich. Würde die reale Regelstrecke genau dem Modell entsprechen und würde zudem kein Messrauschen auftreten, dann könnte das Gewicht $\mathbf{W}_{\Delta u}$ zur Nullmatrix gesetzt werden, damit die ILR mit einem Schritt in das Optimum springt. Umgekehrt sind größere Einträge für das Gewicht sinnvoll, wenn starke nichtperiodische Störungen auftreten oder das reale System große Abweichungen vom Modell aufweist. In diesem Fall wird sich die ILR entlang des lokalen Gradienten in kleinen Schritten in das Optimum bewegen. Starke Reaktionen der ILR auf nichtperiodische Störungen werden damit vermieden.

Das Optimum des Gütekriteriums (2.23) liegt dort, wo dessen Ableitung Null ist. Damit ergeben sich die Matrizen für das Lerngesetz wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= (\mathcal{G}^T \mathbf{W}_e \mathcal{G} + \mathbf{W}_u + \mathbf{W}_{\Delta u})^{-1} (\mathcal{G}^T \mathbf{W}_e \mathcal{G} + \mathbf{W}_{\Delta u}) \quad \text{und} \\ \mathcal{L} &= (\mathcal{G}^T \mathbf{W}_e \mathcal{G} + \mathbf{W}_u + \mathbf{W}_{\Delta u})^{-1} \mathcal{G}^T \mathbf{W}_e. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die normoptimale ILR garantiert Stabilität, wenn die gewählten Gewichtungsmatrizen positiv definit sind. Zudem wird der Regelfehler monoton über die Iterationen abgebaut, siehe [Owens, 2012]. Auf Grund dieser Eigenschaften und der Möglichkeit, über die Gewichte das Verhalten leicht an die Versuchsbedingungen anzupassen, hat sich die normoptimale ILR in Simulationen besonders bewährt und wurde dann auch im Experiment eingesetzt.

2.5 Modellprädiktive Regelung

Im Bereich der modellprädiktiven Regelung (MPC) wurde in den letzten Jahrzehnten besonders viel Forschungs- und Entwicklungsarbeit geleistet. Die MPC ist mittlerweile eine der wichtigsten Regelungsmethode im Zeitbereich, wenn nicht sogar die wichtigste. Es gibt eine Vielzahl von Ansätzen sowohl für lineare als auch für nichtlineare Systeme. Eine Übersicht über einige Varianten ist in [Camacho und Bordons, 2007] und [Rawlings und Mayne, 2013] zu finden.

Prinzipiell ist die MPC eine Erweiterung der Trajektorienplanung. Grundlage ist immer ein Gütekriterium, dessen Minimierung eine optimale Steuerfolge ergibt. In realen Prozessen können jedoch Störungen auftreten und es kann zu Abweichungen auf Grund von Modellunsicherheiten kommen,

was bei einer reinen Steuerung zu Regelfehlern führt. In einer MPC wird deshalb in jedem Zeitschritt unter Berücksichtigung aktueller Messinformationen eine neue optimale Trajektorie berechnet.

In der vorliegenden Arbeit werden zwei Varianten der MPC verwendet. Beide Varianten entstammen dem Bereich der linearen MPC und basieren auf einem nominellen Modell der Regelstrecke. Die erste Variante ist eine klassische MPC, bei der die Regelgröße einer Führungsgröße folgen soll. Die zweite Variante ist die sogenannte repetitive MPC (RMPC). Bei der RMPC handelt es sich um eine Variante der MPC, die speziell für periodisch gestörte Systeme entworfen wurde.

2.5.1 MPC bezüglich einer Führungsgröße

Die Regelstrecke wird über ein diskretes lineares Zustandsraummodell beschrieben, wobei eine Störung \underline{d} auf die Regelgröße wirkt. Die Durchgangsmatrix \mathbf{D} wird in diesem Fall zu Null gesetzt, da reale Systeme häufig keinen Durchgriff besitzen, was auch auf die in der vorliegenden Arbeit identifizierten Modell zutrifft.

$$\begin{aligned}\underline{x}(k+1) &= \mathbf{A}\underline{x}(k) + \mathbf{B}\underline{u}(k) \\ \underline{y}(k) &= \mathbf{C}\underline{x}(k) + \underline{d}(k)\end{aligned}\tag{2.25}$$

Es wird ein Gütekriterium aufgestellt, welches sowohl zukünftige Regelfehler als auch zukünftige Stellgrößen bestraft:

$$I_1 = \sum_{j=H_1}^{H_p} \|\underline{x}(k+j) - \underline{y}_f(k+j)\|_{\mathbf{Q}} + \sum_{j=H_2}^{H_c} \|\underline{u}_f(k+j)\|_{\mathbf{R}} \stackrel{!}{=} \min.\tag{2.26}$$

Damit die Gleichung übersichtlich bleibt, wird hier die folgende Norm-Schreibweise verwendet: $\|\underline{x}\|_{\mathbf{Q}} = \underline{x}^T \mathbf{Q} \underline{x}$. Die Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} stellen damit die jeweiligen Gewichtungen für den Regelfehler und die Stellgröße dar. Durch die Gewichtung der Stellgrößen wird für Führungsgrößen ungleich Null ein Regelfehler in Kauf genommen. In diesem Gütekriterium wird demnach entsprechend der Gewichtungen \mathbf{Q} und \mathbf{R} ein Kompromiss zwischen den Zielen kleiner Regelabweichungen und kleiner Stellgrößen gefunden.

Zur Veranschaulichung ist die MPC bezüglich einer Führungsgröße schematisch in Abbildung 2.2 dargestellt. Die Bestrafung des Regelfehlers erfolgt vom Zeitpunkt H_1 bis zum Prädiktionshorizont H_p und die Gewichtung der Stellgröße von H_2 bis zum Stellhorizont H_c .

Der Beginn der Stellgrößengewichtung H_2 ist abhängig von der zur Verfügung stehenden Rechenzeit. Für die Wahl von H_2 gibt es zwei mögliche Fälle. Ist die Rechenzeit im Vergleich zur Zeitschrittweite T_s sehr klein, kann H_2 in guter Näherung auf 0 gesetzt werden, da eine Beeinflussung der Stellgröße noch im aktuellen Zeitschritt möglich ist. Sobald die Rechenzeit größer wird, sollte dies berücksichtigt werden durch Setzen von H_2 auf 1. In den in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Experimenten ist die Rechenzeit fast so lang wie ein Zeitschritt, und die neue Stellgröße kann deshalb erst zu Beginn des nächsten Zeitschritts an die Regelstrecke ausgegeben werden. Da die Stellgröße zum aktuellen Zeitpunkt also nicht mehr beeinflussbar ist, erfolgt eine Gewichtung erst ab $H_2 = 1$.

Der Regelfehler kann hingegen erst beeinflusst werden, nachdem Zeitschritte entsprechend der Summe aus der Totzeit, dem relativen Grad und der Rechenzeit verstrichen sind. Die Bestrafung des Regelfehlers startet demnach nach dieser Zeitverzögerung, die mit H_1 bezeichnet wird. Der Prädiktionshorizont, das heißt das Ende der Bestrafung des Regelfehlers, sollte mindestens auf den

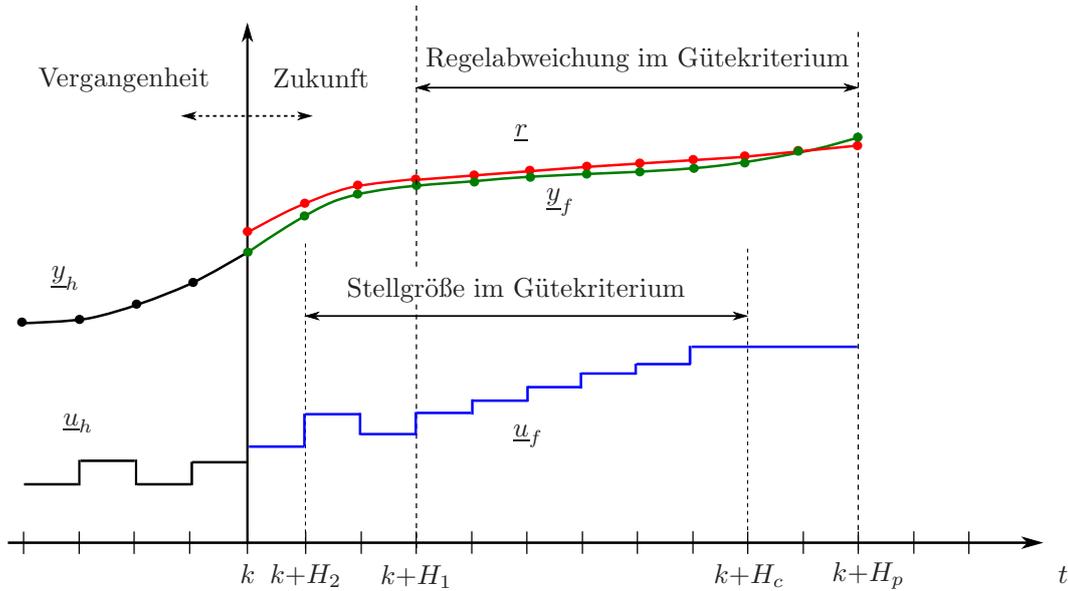


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der MPC zur Führungsgrößenfolge.

Zeitpunkt festgelegt werden, an dem die Stellgröße noch einen direkten Einfluss auf den Regelfehler hat. Daraus ergibt sich der Zusammenhang:

$$H_p - H_1 \geq H_c - H_2. \quad (2.27)$$

Bei SISO-Systemen wird empfohlen, beide Zeithorizonte gleich lang zu wählen. Auch bei MIMO-Systemen ist dies wünschenswert, allerdings kann es hier vorkommen, dass die Stellgrößen mit unterschiedlichen Totzeiten verzögert werden. In diesem Fall gibt es verschiedene Möglichkeiten, um die Zeithorizonte im Gütekriterium anzupassen. Für die konkrete Regelstrecke in der vorliegenden Arbeit wird dies im Abschnitt 6.4.2 diskutiert.

Stabilität

Die beschriebene MPC ist im unbeschränkten Fall mit unendlichem Prädiktionshorizont asymptotisch stabil und weist im Allgemeinen robuste Eigenschaften auf. Stabilität ist nicht mehr automatisch garantiert, wenn Stellgrößenbeschränkungen auftreten und/oder ein endlicher Horizont auftreten. Allerdings ist es je nach Regelstrecke möglich, Stabilität auch im beschränkten Fall über zusätzliche Forderungen im Gütekriterium zu erreichen. Dies ist einer der großen Vorteile der MPC gegenüber anderen Regelungsverfahren, bei denen eine Aussage zur Stabilität bei Stellgrößenbeschränkungen meist nicht getroffen werden kann.

Unter der Annahme einer asymptotisch stabilen Regelstrecke genügt es, den Endzustand mit zusätzlichen Kosten, den sogenannten „terminal cost“ zu bestrafen, siehe [Mayne u. a., 2000; Rawlings und Mayne, 2013] für mehr Details. Das erweiterte Gütekriterium hat damit die folgende Form:

$$I = \frac{1}{2} \left[I_1 + \|\underline{x}(k + H_p)\|_{\mathbf{P}} \right] \stackrel{!}{=} \min. \quad (2.28)$$

Der eingefügte Faktor von $\frac{1}{2}$ verändert die Optimierungsaufgabe nicht und dient nur einer übersichtlicheren Darstellung der im nächsten Abschnitt durchgeführten Umformungen. Die Gewich-

tungsmatrix \mathbf{P} für den Endzustand ist die Lösung der Lyapunov-Gleichung:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} = \mathbf{P}. \quad (2.29)$$

Lösung der MPC

Um bei den nachfolgenden Umformungen die Übersichtlichkeit zu wahren, wird der Fall beschrieben, in dem alle Regelgrößen des MIMO-Systems nach H_1 Zeitschritten beeinflusst werden können. Dies trifft auf die Regelstrecke der vorliegenden Arbeit zu. Zudem wird die Rechenzeit bei der folgenden Betrachtung auf $H_2 = 1$ festgelegt.

Das Gütekriterium (2.28) wird in Matrixform aufgeschrieben:

$$I = (\mathbf{r}_p - \mathbf{y}_p)^T \mathbf{Q}_p (\mathbf{r}_p - \mathbf{y}_p) + \mathbf{u}_p^T \mathbf{R}_p \mathbf{u}_p + \mathbf{x}(k + H_p)^T \mathbf{P} \mathbf{x}(k + H_p), \quad (2.30)$$

wobei die Vektoren alle Werte über den jeweiligen Prädiktionszeitraum enthalten.

$$\mathbf{r}_p = \begin{bmatrix} \underline{r}(k + H_1) \\ \underline{r}(k + H_1 + 1) \\ \underline{r}(k + H_1 + 2) \\ \vdots \\ \underline{r}(k + H_p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_p = \begin{bmatrix} \underline{y}(k + H_1) \\ \underline{y}(k + H_1 + 1) \\ \underline{y}(k + H_1 + 2) \\ \vdots \\ \underline{y}(k + H_p) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} \underline{u}(k + H_2) \\ \underline{u}(k + H_2 + 1) \\ \underline{u}(k + H_2 + 2) \\ \vdots \\ \underline{u}(k + H_c) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Die Matrizen \mathbf{Q}_p und \mathbf{R}_p sind entsprechende Block-Diagonalmatrizen mit den Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} beziehungsweise \mathbf{R} auf den Diagonalen.

Die prädizierte Regelgröße kann mit der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_p \tilde{\mathbf{u}}_p + \mathbf{d}_p \quad \text{mit} \quad \tilde{\mathbf{u}}_p = \begin{bmatrix} \underline{u}(k) \\ \mathbf{u}_p \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Sie hängt von der zukünftigen Stellfolge sowie dem aktuellen Zustand des Systems ab. Informationen über zukünftige Störungen können über den Vektor \mathbf{d}_p für die Prädiktion der Regelgrößen genutzt werden. Die Matrizen sind wie folgt aufgebaut:

$$\mathbf{A}_p = \left[\left(\mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1} \right)^T \quad \left(\mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1+1} \right)^T \quad \dots \quad \left(\mathbf{C} \mathbf{A}^{H_p} \right)^T \right]^T,$$

$$\mathbf{B}_p = \left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-1} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-2} \mathbf{B} & \mathcal{O} & \dots & \mathcal{O} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-1} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-2} \mathbf{B} & \dots & \mathcal{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_c+H_1-2} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_c+H_1-3} \mathbf{B} & \dots & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-2} \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_c+H_1-1} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_c+H_1-2} \mathbf{B} & \dots & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-2} \mathbf{B} + \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1-1} \mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_p-1} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_p-2} \mathbf{B} & \dots & \dots & \sum_{i=H_1-2}^{H_p-H_c-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^i \mathbf{B} \end{array} \right]. \quad (2.33)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{B}_{p1}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{B}_{p2}}$

Der untere Teil der Matrix \mathbf{B}_p tritt auf, wenn der Prädiktionshorizont größer als der Stellhorizont ist, das heißt in der Gleichung (2.27) das Größer-als-Zeichen gilt. In diesem Fall werden die

Stellgrößen für den restlichen Zeitraum auf dem letzten Stellwert konstant gehalten, das heißt $\underline{u}(k+j) = \underline{u}(k+H_c)$, mit $j = H_c + 1, H_c + 2, \dots, H_p - H_1 + H_2$.

Auch der Systemzustand $\underline{x}(k+H_p)$ kann abhängig vom aktuellen Zustand und von der zukünftigen Stellfolge beschrieben werden.

$$\underline{x}(k+H_p) = \mathbf{L}\underline{x}(k) + \mathbf{M}\tilde{\underline{u}}_p \quad (2.34)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{A}^{H_p}, \quad \mathbf{M} = \left[\underbrace{\mathbf{A}^{H_p-1}\mathbf{B}}_{\mathbf{M}_1} \left| \underbrace{\mathbf{A}^{H_p-2}\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{H_1-3}\mathbf{B} \quad \sum_{i=H_1-2}^{H_p-H_c-1} \mathbf{A}^i\mathbf{B}}_{\mathbf{M}_2} \right. \right] \quad (2.35)$$

Durch das Einsetzen der Gleichungen (2.32) und (2.34) in das Gütekriterium (2.30) hängt dieses nur noch vom aktuellen Systemzustand, der zukünftigen Führungsgröße, gegebenenfalls der zukünftigen Störungen und insbesondere von der zukünftigen Stellfolge ab, nach der optimiert werden soll:

$$I = \frac{1}{2}\underline{\mathbf{u}}_p^T \mathbf{H}\underline{\mathbf{u}}_p + \underline{\mathbf{f}}^T \underline{\mathbf{u}}_p + \vartheta. \quad (2.36)$$

Die Hesse-Matrix \mathbf{H} des Gütekriteriums I ist in diesem Fall:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{B}_{p2} + \mathbf{R}_p + \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_2 \quad (2.37)$$

und die Gradienteninformation:

$$\underline{\mathbf{f}} = \left(\mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{A}_p + \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{L} \right) \underline{\mathbf{x}}(k) + \left(\mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{B}_{p1} + \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_1 \right) \underline{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p (\underline{\mathbf{d}}_p - \underline{\mathbf{r}}_p). \quad (2.38)$$

Alle Terme die nicht von $\underline{\mathbf{u}}_p$ abhängen sind in der Variablen ϑ zusammengefasst. Da dieser Term für die Optimierung keine Rolle spielt, wird er nicht weiter betrachtet.

Für den unbeschränkten Fall ergibt sich die optimale Stellgrößenfolge über die Ableitung des Gütekriteriums zu:

$$\underline{\mathbf{u}}_p = -2 \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T \right)^{-1} \underline{\mathbf{f}}, \quad (2.39)$$

was sich für eine symmetrische Hesse-Matrix \mathbf{H} vereinfacht zu:

$$\underline{\mathbf{u}}_p = -\mathbf{H}^{-1} \underline{\mathbf{f}}. \quad (2.40)$$

Wenn eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt, ist die Berechnung nicht in einem Schritt möglich und muss numerisch erfolgen.

2.5.2 RMPC

Aufbauend auf der im letzten Abschnitt eingeführten MPC bezüglich einer Führungsgröße soll nun eine Erweiterung dieses Ansatzes vorgestellt werden, der speziell für die Regelung von Prozessen mit periodischen Störungen geeignet ist. RMPC bezeichnet “repetitive model predictive control”, wobei sich das “repetitive” auf den periodischen Charakter der Störung bezieht. In einigen Arbeiten wurde dieses Konzept bereits verwendet, siehe zum Beispiel [Lee u. a., 2001] und [Steinberg u. a., 2016].

Die Grundidee der RMPC ist es, der MPC eine verbesserte Prädiktion der zukünftigen Störungen mitzuteilen und damit die Regelgüte zu verbessern. Im Falle einer periodischen Störung kann die Information aus der letzten Periode für eben diese Prädiktion genutzt werden.

Die Anzahl der Zeitschritte einer Periode wird mit N bezeichnet. Bei der eingeführten Störung \underline{d} , siehe Gleichung (2.25), wird davon ausgegangen, dass diese hauptsächlich periodisch verläuft, zudem aber auch zufällige nicht periodische Anteile besitzt, zum Beispiel durch Messrauschen; es gilt: $\underline{d} = \underline{d}_p + \underline{d}_r$. Für den periodischen Anteil der Störung gilt $\underline{d}_p(k - N) = \underline{d}_p(k)$.

Hier sollen zwei Varianten vorgestellt werden:

Variante 1

Eine Variante besteht darin, die Störung mit einem Kalman-Filter zu schätzen, wie im Abschnitt 2.2.1 beschrieben. Die geschätzten Störungen der vergangenen Zeitschritte werden abgespeichert, und in jedem Optimierungszeitschritt der MPC der Vektor für die prädizierte Störgröße \underline{d}_p wie folgt aufgebaut:

$$\underline{d}_p = \begin{bmatrix} \hat{\underline{d}}(k + H_1 - N) \\ \hat{\underline{d}}(k + H_1 + 1 - N) \\ \hat{\underline{d}}(k + H_1 + 2 - N) \\ \vdots \\ \hat{\underline{d}}(k + H_p - N) \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Wenn der Anteil der nichtperiodischen Störung \underline{d}_r an der gesamten Störung groß ist, wird die Regelung unruhig reagieren, da die Schätzung der Störung $\hat{\underline{d}}$ aus der vergangenen Periode auch den nichtperiodischen Anteil enthält. Dies führt zu unnötigen Stelleingriffen des Reglers, da dieser in der aktuellen Periode auch auf die nichtperiodischen Anteile der letzten Periode reagiert.

Durch ein Mitteln der vergangenen Störungen über mehrere Perioden kann dieser nichtperiodische Anteil reduziert werden. Wenn jedoch die Möglichkeit besteht, dass sich die Störung über viele Perioden langsam verändert, darf das Mitteln nicht über zu viele Perioden geschehen. In diesem Fall muss ein Kompromiss gefunden werden zwischen der Fähigkeit des Reglers, sich schnell auf diese Veränderung einstellen zu können und einem effizienten Stelleingriff, der nur auf den periodischen Anteil der Störungen reagiert.

Variante 2

Daneben gibt es eine weitere Möglichkeit für den Aufbau einer RMPC, die von [Steinberg u. a., 2016] verwendet wurde. Die Gleichung (2.32) für die Prädiktion der Regelgröße wird zunächst um die N Zeitschritte einer Periode in die Vergangenheit verschoben angeschrieben:

$$\underline{y}_{p-N} = \mathbf{A}_p \underline{x}(k - N) + \mathbf{B}_p \tilde{\underline{u}}_{p-N} + \underline{d}_{p-N} \quad (2.42)$$

Der Index $p-N$ bedeutet, dass die Vektoren genau wie in der Gleichung (2.31) aufgebaut sind, aber alle Einträge N Zeitschritte weiter in der Vergangenheit liegen. Da für die periodische Störung gilt: $\underline{d}_{p-N} = \underline{d}_p$, kann die Prädiktion der Störung aus der vergangenen Periode nach (2.42) berechnet werden:

$$\underline{d}_p = \mathbf{A}_p \underline{x}(k - N) + \mathbf{B}_p \tilde{\underline{u}}_{p-N} - \underline{y}_{p-N} \quad (2.43)$$

Sofern der Prädiktionshorizont kleiner als N ist, liegen alle Werte der rechten Seite bereits in der Vergangenheit und sind damit für die Berechnung von \underline{d}_p verfügbar. Sollte der Prädiktionshorizont größer als N sein, können auch noch mehr Perioden aus der Vergangenheit einbezogen werden.

Allerdings ist die Störung bei realen Prozessen nicht ausschließlich periodisch. Tatsächlich zeigen die Versuche in der vorliegenden Arbeit starke nichtperiodische Störungen. Deshalb wird zusätzlich im Gütekriterium eine Bestrafung der Stellgrößenänderung von einer Periode zur nächsten eingeführt.

$$I_{uN,\Delta} = (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_{p-N})^T \mathbf{S}_p (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_{p-N}) \quad (2.44)$$

Diese Art der Gewichtung wurde bereits bei der ILR genutzt, um die Konvergenzgeschwindigkeit über die Perioden zu beeinflussen. Der Regler benötigt dadurch mehrere Perioden, bis der periodische Anteil der Störung vollständig ausgeglet ist. Der Vorteil liegt darin, dass auf die nichtperiodischen Störungen, wie beispielsweise starkes Messrauschen, viel weniger reagiert wird.

Des Weiteren soll auch die Stellrate eine Gewichtung erfahren. Dafür wird ein weiterer Term für das Gütekriterium eingeführt:

$$I_{u,\Delta} = \tilde{\mathbf{u}}_p^T \mathbf{R}_{\Delta p} \tilde{\mathbf{u}}_p = \tilde{\mathbf{u}}_p^T \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\Delta} & -\mathbf{R}_{\Delta} & \mathcal{O} & \dots & \dots & \mathcal{O} \\ -\mathbf{R}_{\Delta} & 2\mathbf{R}_{\Delta} & -\mathbf{R}_{\Delta} & \mathcal{O} & \dots & \vdots \\ \mathcal{O} & -\mathbf{R}_{\Delta} & 2\mathbf{R}_{\Delta} & -\mathbf{R}_{\Delta} & \mathcal{O} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \mathcal{O} & -\mathbf{R}_{\Delta} & 2\mathbf{R}_{\Delta} & -\mathbf{R}_{\Delta} \\ \mathcal{O} & \dots & \dots & \mathcal{O} & -\mathbf{R}_{\Delta} & \mathbf{R}_{\Delta} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_p \quad (2.45)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{R}_{\Delta p1}} \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{R}_{\Delta p2}}$

Die Matrix \mathbf{R}_{Δ} ist eine Diagonalmatrix mit einer Dimension entsprechend der Anzahl der Stellgrößen. Die Gewichtungsmatrix $\mathbf{R}_{\Delta p}$ ist so aufgebaut, dass durch eine über den Stellhorizont konstante Stellgröße keine Bestrafung entstehen würde. Sehr schnelle Änderungen einzelner Stellgrößen erzeugen hingegen große Bestrafungen im Gütekriterium. Die Teile der Gesamtmatrix $\mathbf{R}_{\Delta p1}$ und $\mathbf{R}_{\Delta p2}$ werden für die spätere Darstellung des Gütekriteriums verwendet. Die erste Blockzeile der Matrix $\mathbf{R}_{\Delta p}$ ist nicht Bestandteil von $\mathbf{R}_{\Delta p1}$ und $\mathbf{R}_{\Delta p2}$.

Es sei insbesondere darauf hingewiesen, dass im Vergleich zum ursprünglichen Gütekriterium der MPC (siehe Gleichung (2.30)) die Stellratengewichtung explizit nicht nur auf den zu optimierenden Stellgrößenvektor \mathbf{u}_p , sondern auf den erweiterten Stellgrößenvektor $\tilde{\mathbf{u}}_p$ angewandt wird, siehe (2.32). Der Grund hierfür soll im Folgenden kurz erläutert werden.

Eine Gewichtung der Stellrate nur über \mathbf{u}_p ergibt zunächst eine vergleichsweise glatte Stelltrajektorie, da die jeweiligen Differenzen der aufeinanderfolgenden Stellgrößen bestraft werden. Allerdings wird diese glatte Trajektorie nicht komplett abgefahren, sondern, da es sich um eine MPC handelt, nur der erste Eintrag auf die Strecke gegeben und die Optimierung erneut durchgeführt. Durch Störungen kann es passieren, dass die neue, ebenfalls in sich glatte Trajektorie, nun aber mit einer ganz anderen Stellgröße startet, da eine Gewichtung der Differenz zur letzten ausgeführten Stellgröße in dieser Formulierung fehlt. Da gerade der wichtige Übergang von der alten zur neuen auszuführenden Stellgröße nicht mit gewichtet wird, ist der resultierende Verlauf, sofern Störungen vorhanden sind, unruhig. Es muss also auch die Differenz zur letzten ausgeführten Stellgröße gewichtet werden, was im vorliegenden Fall einer Stellratengewichtung über $\tilde{\mathbf{u}}_p$ entspricht. Experimente am Versuch im Abschnitt 6.5.2 bestätigen diese Überlegung.

Die finale Formulierung des quadratischen Optimierungsproblems für die RMPC der Variante 2 lautet:

$$I_R = I + I_{u,\Delta} + I_{uN,\Delta} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_p^T \mathbf{H}_R \mathbf{u}_p + \mathbf{f}_R^T \mathbf{u}_p + r_R \quad (2.46)$$

Die Hesse-Matrix \mathbf{H}_R ist in diesem Fall:

$$\mathbf{H}_R = \mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{B}_{p2} + \mathbf{R}_p + \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_2 + \mathbf{R}_{\Delta p2} + \mathbf{S}_p \quad (2.47)$$

und die Gradienteninformation:

$$\begin{aligned} \underline{f}_R = & \mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{A}_p (\underline{x}(k) - \underline{x}(k - N)) + \mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{L} \underline{x}(k) + \mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{B}_{p1} (\underline{u}(k) - \underline{u}(k - N)) \dots \\ & + \left(\mathbf{M}_2^T \mathbf{P} \mathbf{M}_1 + \mathbf{R}_{\Delta p1} \right) \underline{u}(k) + \mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \underline{y}_{p-N} - \left(\mathbf{B}_{p2}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{B}_{p2} + \mathbf{S}_p \right) \underline{u}_{p-N}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Stabilität

Durch die Aufschaltung der alten Störungen entsteht im Falle der RMPC eine weitere Rückkopplung, die prinzipiell zu einem instabilen Regelverhalten führen kann. Beispielhaft sei hier die Modellunsicherheit genannt. Typischerweise liegt diese Modellunsicherheit im Bereich höherer Frequenzen, so wie es auch bei der Regelstrecke der vorliegenden Arbeit der Fall ist. Wenn nur eine kleine Abweichung zwischen der realen Totzeit und der Totzeit im nominellen Modell vorhanden ist, wird durch die von der MPC ausgeführten Stelleingriffe die periodische Störung nicht komplett ausgeregelt werden. Diese verbleibende Abweichung wird sich im nächsten Zyklus auf die geschätzte Störung auswirken. Die MPC wird versuchen, diese neue Störung mit einem eventuell größeren Stelleingriff zu reduzieren. Auf Grund der falschen Totzeit wird dies aber unter Umständen nicht funktionieren, und das System wird sich aufschaukeln.

Anstelle einer theoretischen Analyse und daraus abgeleiteten Maßnahmen wurden zur Lösung dieses Problems sowohl in Simulationen als auch in Experimenten verschiedene Maßnahmen getroffen.

Für die erste Variante, in der die Störung mit einem Kalman-Filter geschätzt wird, ist die Auslegung dieses Filters entscheidend. Über die Gewichtung der Störzustände kann zwischen einem performanteren oder einem robusteren Verhalten der RMPC gewählt werden. Ist die Gewichtung der Störzustände groß, folgt das Kalman-Filter auch höherfrequenten Störanteilen. Die RMPC wird damit auch schnellen Änderungen der Störungen folgen. Allerdings tritt hierbei leichter das angesprochene Problem auf, dass die RMPC über die Perioden versuchen wird, auch kleinste, durch Modellungenauigkeiten verbleibende Störungen auszuregeln, was eventuell zu einem instabilen Verhalten führen kann. Eine geringere Gewichtung der Störzustände sorgt hingegen dafür, dass das Kalman-Filter den höherfrequenten Störanteilen nicht mehr folgt. Dadurch wird ein Aufschaukeln der Regelung durch kleinste Modellungenauigkeiten vermieden. Hier kann über Simulationen ein guter Kompromiss zwischen einem robusten Reglerverhalten und einer ausreichend guten Schätzung der Störung gefunden werden.

Bei der zweiten Variante, in der das Gütekriterium für die RMPC erweitert wurde, ergibt sich die Störung direkt aus der Differenz zwischen Messung und der Berechnung über das nominelle Modell, vergleiche Gleichung (2.43). Hier sind zunächst alle Störanteile enthalten, auch die höherfrequenten. Ein robustes Verhalten wird über die Gewichtung der Stellrate erzielt. Diese Gewichtung reduziert den Eingriff der RMPC auf schnelle Stellgrößenänderungen, also dort, wo die Modellunsicherheit groß ist. Der Effekt ist ähnlich wie bei der Variante 1. Ein großes \mathbf{R}_Δ reduziert die Performance, macht den Regelkreis aber im Gegenzug deutlich robuster.

2.6 Weitere Methoden

2.6.1 Dynamische Vorsteuerung

Es wird von einem Standardregelkreis ausgegangen, in dem die Regelstrecke \mathbf{G} von einem Regler \mathbf{K} geregelt wird. Zur Entlastung des Reglers kann eine dynamische Vorsteuerung \mathbf{G}_{vs} zusammen mit einem Führungsgrößenfilter \mathbf{G}_f eingesetzt werden, wie in Blockschaltbild 2.3 dargestellt. Die Übertragungsmatrix für diesen Regelkreis lautet:

$$\underline{y} = \left[\mathbf{G}\mathbf{G}_{vs} + \mathbf{G}\mathbf{K}(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1}(\mathbf{G}_f - \mathbf{G}\mathbf{G}_{vs}) \right] \underline{r}_f \quad (2.49)$$

Wenn \mathbf{G} das nominelle Streckenmodell ist, welches durch eine $n \times n$ Matrix aus Übertragungsfunktionen beschrieben wird, kann eine dynamische Vorsteuerung wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{G}_{vs} = \mathbf{G}^{-1} \quad \text{und} \quad \mathbf{G}_f = \mathbf{G}\mathbf{G}_{vs}, \quad (2.50)$$

womit die Regelgröße \underline{y} perfekt dem Verlauf der Führungsgröße \underline{r}_f folgt. Reale Systeme haben jedoch meistens einen relativen Grad von mindestens 1, was zu einer nicht kausalen Inversen \mathbf{G}^{-1} führt, wenn \underline{r}_f keinen Einschränkungen unterworfen werden soll. Eine realisierbare Vorsteuerung für beliebige \underline{r}_f lässt sich in diesem Fall erhalten durch die Erweiterung der Inversen um einen Tiefpassfilter G_{TP} des notwendigen relativen Grades, das heißt

$$\mathbf{G}_{vs} = G_{TP}\mathbf{G}^{-1}. \quad (2.51)$$

Bei der Wahl der Zeitkonstanten des Tiefpassfilters muss ein Kompromiss gefunden werden. Für sehr kleine Zeitkonstanten nähert sich das Übertragungsverhalten von $\mathbf{G}\mathbf{G}_{vs}$ für immer größere Frequenzen der angestrebten Einheitsmatrix an, allerdings werden auch die Stellgrößen zwangsläufig sehr groß. Wenn eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist, sollte dies bei der Wahl der Zeitkonstanten unbedingt berücksichtigt werden.

Über das Führungsgrößenfilter \mathbf{G}_f wird unter Berücksichtigung der Dynamik der Vorsteuerung die Führungsgröße \underline{r} berechnet. Im störungsfreien Fall ist damit kein Stelleingriff durch den Regler \mathbf{K} notwendig, da die Vorsteuerung für einen Regelfehler von Null sorgt.

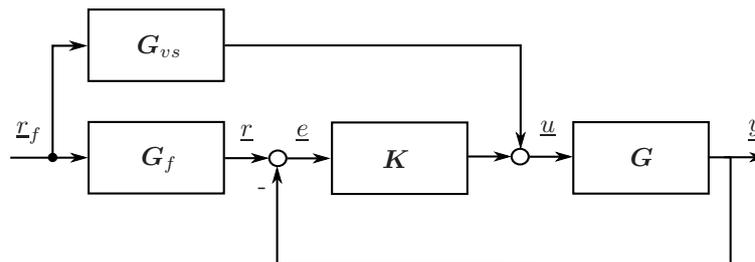


Abbildung 2.3: Blockschaltbild eines Regelkreises mit dynamischer Vorsteuerung und Führungsgrößenfilter.

Es wird nun ein Spezialfall betrachtet, bei dem die Regelstrecke in einen totzeitfreien Anteil \mathbf{G}_m und einen reinen Totzeitanteil \mathbf{G}_{tot} zerlegt werden kann:

$$\mathbf{G}(z) = \mathbf{G}_m(z)\mathbf{G}_{tot}(z), \quad \text{mit} \quad \mathbf{G}_{tot}(z) = \begin{bmatrix} z^{-n_{0,1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z^{-n_{0,2}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & z^{-n_{0,n}} \end{bmatrix}. \quad (2.52)$$

Die maximale auftretende Totzeit wird als $n_{0,\max}$ bezeichnet. Wenn die zukünftige Führungsgröße \underline{r} bis zu dieser maximalen Totzeit bereits bekannt ist, kann dieses Wissen genutzt werden, um die Totzeiten zu kompensieren. Als Führungsgröße wird nun $\underline{r}_f(k + n_{0,\max})$ vorgegeben.

Die Vorsteuerung wird in diesem Fall wie folgt angepasst:

$$\mathbf{G}_{vs} = G_{\text{TP}} \mathbf{G}_{\text{tot},vs} \mathbf{G}_m^{-1}, \quad \text{mit} \quad \mathbf{G}_{\text{tot},vs} = \begin{bmatrix} z^{-(n_{0,\max}-n_{0,1})} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z^{-(n_{0,\max}-n_{0,2})} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & z^{-(n_{0,\max}-n_{0,n})} \end{bmatrix}. \quad (2.53)$$

Wenn die zukünftige Führungsgröße bekannt ist, kann eine realisierbare Vorsteuerung auch ohne das Tiefpassfilter aufgebaut werden. Liegt ein System mit Stellgrößenbeschränkungen vor, ist das Tiefpassfilter zur Vermeidung zu großer Stellgrößen häufig trotzdem sinnvoll.

2.6.2 Hauptkomponentenanalyse

Die grundlegende Idee der Hauptkomponentenanalyse ist eine Dimensionsreduktion großer Datensätze mit dem Ziel, dass möglichst viel Information erhalten bleibt.

Die englische Abkürzung PCA (principal component analysis) für die Hauptkomponentenanalyse ist auch im Deutschen gebräuchlich und wird deshalb in der vorliegenden Arbeit verwendet. Eine umfangreiche Darstellung der PCA für verschiedene Anwendungsbereiche sowie mögliche Verallgemeinerungen und Erweiterungen ist in [Jolliffe, 2002] zu finden.

In der vorliegenden Arbeit wird die Singulärwertzerlegung zur Berechnung der Hauptkomponenten genutzt.

Ausgangspunkt ist eine Datenmatrix $\tilde{\mathbf{X}}$ der folgenden Form:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \dots & \tilde{x}_{1n_e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{x}_{m_s 1} & \dots & \tilde{x}_{m_s n_e} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m_s \times n_e}. \quad (2.54)$$

Diese Matrix enthält später die zu reduzierenden Messdaten, wobei m_s die Anzahl der Sensoren und n_e die Anzahl der Beobachtungen ist.

In einem ersten Schritt wird die mittelwertfreie Datenmatrix \mathbf{X} berechnet:

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}_{\text{mittel}}, \quad \text{mit} \quad \tilde{\mathbf{X}}_{\text{mittel}} = \frac{1}{n_e} \tilde{\mathbf{X}} \mathbb{1}_{n_e, n_e}. \quad (2.55)$$

In der folgenden Darstellung wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen, dass $m_s > n_e$ ist. Zur Berechnung der Hauptkomponenten von \mathbf{X} wird nun die Singulärwertzerlegung durchgeführt:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \underline{u}_1 & \underline{u}_2 & \dots & \underline{u}_{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{diag}\{\sigma_i\} \\ \mathcal{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1^T \\ \underline{v}_2^T \\ \vdots \\ \underline{v}_{n_e}^T \end{bmatrix}, \quad (2.56)$$

mit den unitären Matrizen $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m_s \times m_s}$ und $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n_e \times n_e}$ sowie der Matrix $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{m_s \times n_e}$, die die n_e absteigend sortierten Singulärwerte σ_i von \mathbf{X} enthält.

Die lineare Transformation von \mathbf{X} mit \mathbf{U}^T ergibt die Matrix $\mathbf{\Sigma V}^T$, deren Zeilen unkorreliert sind, da \mathbf{V} eine unitäre Matrix ist. Die Spalten der Matrix \mathbf{U} sind die Hauptkomponenten von \mathbf{X} und $\mathbf{\Sigma V}^T$ beinhaltet die Amplituden der Hauptkomponenten für die n_e Beobachtungen, die hier mit \mathbf{Y} bezeichnet wird:

$$\mathbf{U}^T \mathbf{X} = \mathbf{\Sigma V}^T = \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \underline{v}_1^T \\ \sigma_2 \underline{v}_2^T \\ \vdots \\ \sigma_{n_e} \underline{v}_{n_e}^T \\ \mathcal{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_1^T \\ \underline{y}_2^T \\ \vdots \\ \underline{y}_{n_e}^T \\ \mathcal{O} \end{bmatrix}. \quad (2.57)$$

Typischerweise werden durch Rauschen in den Messdaten alle Singulärwerte zunächst nicht null sein. Deshalb sind zunächst alle n_e ersten Spalten von \mathbf{U} zur Berechnung von \mathbf{X} notwendig, siehe Gleichung (2.56). Wenn jedoch die Größe der Singulärwerte schnell abnimmt, ist eine gute Approximation von \mathbf{X} bereits über die ersten q Spalten von \mathbf{U} , das heißt die ersten q Hauptkomponenten, möglich.

Die Approximation der Daten über die ersten q Hauptkomponenten kann in Matrixform wie folgt beschrieben werden:

$$\mathbf{U P}(q) \mathbf{\Sigma V}^T = \mathbf{U P}(q) \mathbf{Y} = \hat{\mathbf{X}}(q), \quad \text{mit} \quad \mathbf{P}(q) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_q & \mathcal{O} \\ \hline \mathcal{O} & \mathcal{O} \end{array} \right] \in \mathbb{R}^{m_s \times m_s}. \quad (2.58)$$

Die Matrix $\mathbf{P}(q)$ sorgt dafür, dass nur die ersten q Hauptkomponenten für eine Approximation der Originaldatenmatrix genutzt werden. Für $q=2$, ergibt sich beispielsweise die folgende Gleichung:

$$\hat{\mathbf{X}}(2) = [\hat{x}_1(2), \hat{x}_2(2), \dots, \hat{x}_{n_e}(2)] = \begin{bmatrix} \underline{u}_1 & \underline{u}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y}_1^T \\ \underline{y}_2^T \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Es ist bewiesen, dass diese Approximation $\hat{\mathbf{X}}$ die beste Approximation mit einem Rang von q darstellt, im Sinne der quadratischen Abweichung zur Originaldatenmatrix \mathbf{X} , siehe [Jolliffe, 2002]. Diese Abweichung wird mit $\tilde{\xi}(q)$ bezeichnet und die auf 1 normierte Abweichung mit $\xi(q)$:

$$\tilde{\xi}(q) = \sum_{m=1}^{m_s} \sum_{n=1}^{n_e} (\hat{x}_{mn}(q) - x_{mn})^2 \quad \text{und normiert} \quad \xi(q) = \tilde{\xi}(q) / \sum_{m=1}^{m_s} \sum_{n=1}^{n_e} (x_{mn})^2. \quad (2.60)$$

Hiermit kann später der prozentuale Informationsgehalt ermittelt werden, was zur Bestimmung der Anzahl benötigter Moden genutzt werden soll.

3 Methoden der Strömungsmechanik

In diesem Kapitel werden zunächst die Eigenschaften einer linearen Statorkaskade besprochen. Anschließend werden die zur Untersuchung der Kaskadenströmung verwendeten Methoden vorgestellt. Auch die eingesetzte Messtechnik und die damit zusammenhängende Messunsicherheit werden dargestellt. Zudem enthält das Kapitel die Herleitung der zur Bewertung von Kaskadenströmungen typischen Kennzahlen. Diese Kennzahlen werden später genutzt, um die Auswirkungen der Strömungskontrolle zu beurteilen.

3.1 Lineare Statorkaskade

Bereits in der Einleitung wurde vielfach Bezug auf die Strömung und die Strömungsbeeinflussung in linearen Statorkaskaden genommen. In der vorliegenden Arbeit wird eine lineare verdichterseitige Statorkaskade für die Untersuchungen der aktiven Strömungskontrolle entworfen und genutzt. Der konkrete Versuchsaufbau wird im nächsten Kapitel 4 beschrieben.

In einer linearen Statorkaskade werden mehrere Schaufeln entlang einer Geraden nebeneinander positioniert. Zur Veranschaulichung sei hier bereits auf die Abbildung des Versuchsaufbaus 4.1 auf Seite 41 verwiesen. Diese Anordnung der Statorschaufeln stellt einen Ausschnitt einer axialen Statorstufe dar. Ein wesentlicher Unterschied ist dabei, dass die Statorschaufeln in einer axialen Statorstufe nicht entlang einer Geraden positioniert sind. Über die Schaufelhöhe ergibt sich dadurch ein veränderlicher Schaufelabstand. Um diesen Effekt teilweise zu kompensieren, werden die Schaufeln in einer axialen Statorstufe verwunden.

In der linearen Statorkaskade ist der Schaufelabstand entlang der Schaufelhöhe konstant. Deshalb werden hier Statorschaufeln ohne Verwindung genutzt. Da der Radius, unter dem die Schaufeln in einer axialen Statorstufe angeordnet sind, groß ist gegenüber der Schaufelhöhe, sind die Strömungsphänomene mit denen einer linearen Statorkaskade vergleichbar.

Der Vorteil einer linearen Kaskade liegt in der guten Zugänglichkeit der Schaufeln, die es ermöglicht, umfangreiche Sensorik zu installieren und Messungen durchzuführen. Zudem ist die Strömung bezüglich der Schaufelmitte symmetrisch, was die grundlegenden Untersuchungen der Strömungsphänomene vereinfacht.

3.2 Strömungsmesstechnik

In diesem Abschnitt werden die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Verfahren der Strömungsmesstechnik beschrieben. Eine Übersicht über diese und weitere Verfahren ist beispielsweise in [Nitsche und Brunn, 2006] zu finden.

Zunächst muss geklärt werden, welche Strömungsmesstechnik für die Vermessung der Statorkaskadenströmung notwendig ist. Ausgehend von den Navier-Stokes-Gleichungen wird der Zustand einer

Strömung durch die von Ort und Zeit abhängigen Größen Druck und Geschwindigkeit definiert. Da die Strömungsvorgänge in den Experimenten dieser Arbeit bei relativ kleinen Mach-Zahlen stattfinden (vergleiche Abschnitt 3.3.1), kann die Dichte als konstant angenommen werden (inkompressible Strömung). Der Druck wird mit Differenzdrucksensoren gemessen. Die genauen Modellbezeichnungen und die Genauigkeiten der Drucksensoren werden im Abschnitt 4.3 beschrieben. Die Messung der Strömungsgeschwindigkeit wird ebenfalls auf Druckmessungen zurückgeführt, was in den folgenden Abschnitten erläutert wird.

3.2.1 Pitot-Rohr (dynamisch)

Ein grundlegendes Messmittel zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit in einem Fluid ist das Pitot-Rohr, welches von Henri Pitot bereits 1732 erfunden wurde. Mit dem Pitot-Rohr wird der Totaldruck p_t der Strömung gemessen. Mit einem weiteren Drucksensor, dessen Messöffnung senkrecht zur Strömungsrichtung steht, kann der statische Druck p_s gemessen werden. Die Differenz beider Drücke ergibt den dynamischen Druck $p_{\text{dyn}} = \frac{\rho}{2} u^2 = p_t - p_s$. Das Schema einer solchen Geschwindigkeitsmessung ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

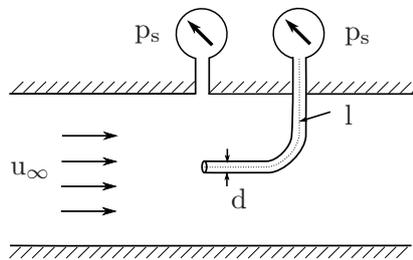


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung einer Geschwindigkeitsmessung mit einem Pitot-Rohr.

In der vorliegenden Arbeit werden Totaldrücke in der Statorkaskadenströmung mit Pitot-Rohren gemessen. Die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit ist an den Messpositionen näherungsweise konstant, jedoch ändert sich der Betrag der Strömungsgeschwindigkeit über der Zeit. Die dadurch verursachte dynamische Änderung des Totaldrucks soll mit den Pitot-Rohren bis zu einer relevanten Frequenz erfasst werden.

Das Pitot-Rohr selbst hat jedoch im dynamischen Fall eine deutliche Wirkung auf die am Ende des Rohres gemessenen Druckschwankungen. In Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser d und der Rohrlänge l verändert sich sowohl die Resonanzfrequenz als auch die Dämpfung durch Wandreibungseffekte. Damit die Auswirkung dieses Messmittels für die dynamische Druckmessung abgeschätzt werden können, wird im Anhang 8.1 die Übertragungsfunktion eines Pitot-Rohr-Modells hergeleitet. Eine Validierung dieses Modells durch Experimente wird im Abschnitt 6.2.1 durchgeführt.

3.2.2 Mehrloch-Staudrucksonden

Wenn neben dem Betrag auch die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit gemessen werden soll, ist ein einzelnes Pitot-Rohr nicht mehr ausreichend.

In diesem Fall können Mehrlochsonden eingesetzt werden. Hier wird über mehrere Löcher auf einer kugel- oder kegelförmigen Messspitze der Sonde der jeweilige Druck gemessen. Je nachdem, unter welchem Winkel die Druckbohrung zur Strömungsrichtung liegt, ändert sich der Anteil des gemessenen dynamischen Drucks. Aus einer Kombination der Druckmesswerte kann darauf geschlossen

werden, aus welcher Richtung die Strömung kommt und welchen Betrag diese hat. Dieser Zusammenhang wird im Vorfeld über eine Kalibration der Sonde ermittelt. Eine detaillierte Beschreibung des Funktionsprinzips ist zum Beispiel in [Nitsche und Brunn, 2006] zu finden. In der vorliegenden Arbeit wird die Sonde unter einem kleinen Winkel bezüglich der Grundströmung von 17.5° eingesetzt.

3.2.3 Ölanstrichbild

Ein Ölanstrichbild dient der Visualisierung von Wandstromlinien. Dieses Verfahren wird häufig bei Windkanalexperimenten angewandt, in denen Tragflügel oder Statorschaufeln untersucht werden. Einige interessante Messergebnisse mit diesem Verfahren sind zum Beispiel in [Barlow u. a., 1999] zu finden.

Auf die Oberfläche des Tragflügels oder der Statorschaufel wird ein Gemisch aus Petroleum, Aceton und fluoreszierenden Farbpigmenten aufgetragen. Anschließend wird der Windkanal eingeschaltet, und das Gemisch verteilt sich entsprechend der Wandschubspannungen auf der Oberfläche. Das Aceton verdunstet, das Petroleum fließt ab, und die Farbpigmente bleiben auf der Oberfläche zurück.

In stark turbulenten Bereichen verdunstet das Aceton besonders schnell. Es bleiben deshalb vergleichsweise wenige Farbpigmente zurück. Eine Transition von laminarer- zu turbulenter Strömung kann so detektiert werden. Löst die Strömung von der Oberfläche ab, ist die Wandschubspannung sehr gering, wodurch sich in diesem Bereich das Petroleum mit den Farbpigmenten sammelt.

Durch den Transport der Farbpigmente entlang der Oberfläche sind häufig Linien zu erkennen, die in Richtung der mittleren Wandschubspannung weisen. Anhand dieser Linien kann die örtliche Strömungsrichtung abgelesen werden, womit auch die Lage großskalige Wirbelstrukturen ermittelt werden kann.

3.3 Kennzahlen

Damit die Ergebnisse von Strömungsuntersuchungen für weiterführende Forschungs- und Entwicklungsziele genutzt werden können, ist es wesentlich, eine Vergleichbarkeit zu anderen, ähnlichen Experimenten herzustellen. Dafür werden dimensionslose Kennzahlen genutzt, die im nächsten Abschnitt beschrieben werden.

Zudem werden im darauffolgenden Abschnitt Kennzahlen beschrieben und hergeleitet, die speziell der Bewertung von Kaskadenströmungen dienen.

3.3.1 Kennzahlen der Strömungsmechanik

Eine grundlegende Frage ist, wann die Strömungen zweier geometrisch ähnlicher Körper zueinander vergleichbar sind, das heißt die Stromlinien einen geometrisch ähnlichen Verlauf aufweisen. Entscheidend für den Verlauf der Stromlinien sind die Trägheits- und Reibungskräfte, die auf ein Volumenelement wirken, siehe [Schlichting u. a., 2006]. Wenn deren Verhältnis ähnlich ist, ist auch die Strömung ähnlich. Dieses Verhältnis beschreibt die Reynolds-Zahl:

$$\text{Re} = \frac{\rho u L}{\mu}. \quad (3.1)$$

Hierbei ist u die Anströmgeschwindigkeit, ρ die Dichte des Fluids, μ die dynamische Viskosität des Fluids und L eine charakteristische Länge des Strömungskörpers. Für Kaskadenströmungen wird diese charakteristische Länge als Sehnenlänge c der Statorschaufeln festgelegt.

Eine weitere dimensionslose Kennzahl ist die Strouhal-Zahl:

$$\text{Sr} = \frac{fL}{u}. \quad (3.2)$$

Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen der Anströmgeschwindigkeit u , der charakteristischen Länge L und einer charakteristischen Ablösefrequenz f . Die Strouhal-Zahl hängt von der Reynolds-Zahl ab.

Die Mach-Zahl ist eine besonders aus der Luftfahrt bekannte dimensionslose Kennzahl. Die Strömungsgeschwindigkeit u wird hierbei auf die Schallgeschwindigkeit c_s des Mediums bezogen, siehe zum Beispiel [Truckenbrodt, 2008].

$$\text{Ma} = \frac{u}{c_s} \quad (3.3)$$

Diese Kennzahl dient in erster Linie zur Unterscheidung zwischen Unterschallströmungen (subsonisch) und Überschallströmungen (supersonisch). Der Übergangsbereich um $\text{Ma}=1$ wird als transsonisch bezeichnet. Die Unterscheidung zwischen Unter- und Überschallströmung ist besonders wichtig, da es bei Überschallströmungen zu Stößen kommen kann, die in der Unterschallströmung nicht auftreten. Sowohl an die Berechnungs- als auch an die Messmethoden werden damit jeweils ganz andere Anforderungen gestellt. Für besonders kleine Mach-Zahlen $\text{Ma} < 0.3$ spielen die kompressiblen Effekte eine untergeordnete Rolle und können oft bei den Berechnungen in guter Näherung vernachlässigt werden.

Die Schallgeschwindigkeit eines Gases hängt von der Temperatur und dem Druck ab. Beide Größen verändern sich über die Stufen eines Verdichters massiv, weshalb die Normierung der Strömungsgeschwindigkeiten auf die Schallgeschwindigkeit bei der Betrachtung von Verdichtern besonders wichtig ist.

Die Schaufeln eines Verdichters werden typischerweise so ausgelegt, dass die Strömungsgeschwindigkeiten im subsonischen bis transsonischen Bereich liegen. Der supersonische Bereich mit Machzahlen größer als 1.3 wird vermieden, da die auftretenden Stöße für hohe Strömungsverluste sorgen. Typische Mach-Zahl Verläufe für die Statorschaufeln subsonischer und transsonischer Verdichter sind in [Lechner und Seume, 2010] dargestellt und näher erklärt.

3.3.2 Kennzahlen für Kaskadenströmungen

Die Aufgabe einer kompressorseitigen Statorkaskade ist das Erzielen eines möglichst hohen statischen Druckaufbaus, wobei die Strömungsverluste möglichst gering ausfallen sollen. Diese beiden Ziele können über den Druckbeiwert und den Druckverlustbeiwert quantifiziert werden, was im Folgenden genauer ausgeführt wird.

Anschließend wird in diesem Abschnitt ein dimensionsloser Beiwert für den Aktuationsaufwand beschrieben, über den eine Vergleichbarkeit zu anderen Experimenten mit aktiver Strömungskontrolle hergestellt werden kann. Abschließend wird eine neue Kennzahl zur Beschreibung der Nachlaufdel-lengröße einer Statorschaufel eingeführt.

Druckbeiwert

In der Aerodynamik werden statische Drücke häufig in der Form eines dimensionslosen Druckbeiwertes angegeben. In dieser Darstellung ist eine bessere Vergleichbarkeit zwischen verschiedenen experimentellen oder simulativen Ergebnissen möglich.

Der Druckbeiwert ist wie folgt definiert:

$$c_p = \frac{p_{s,x} - p_{s,1}}{p_{t,1} - p_{s,1}}. \quad (3.4)$$

Von dem statischen Druck an einer beliebigen Stelle der Strömung $p_{s,x}$ wird der statische Druck der Anströmung $p_{s,1}$ abgezogen und dieser Wert auf den dynamischen Druck der Anströmung bezogen. Unter der Anströmung wird die ungestörte Strömung stromauf des Strömungskörpers verstanden. Bei Tragflügeln ist der Index ∞ für die Bezeichnung der Größen der Anströmung üblich. Bei einer Statorkaskade wird für die Anströmung eine Ebene stromauf der Statorschaufeln definiert. Variablen bezüglich dieser Ebene werden hier mit dem Index 1 gekennzeichnet. In der Austrittsebene stromab der Statorschaufeln gemessene Größen erhalten entsprechend den Index 2. In der vorliegenden Arbeit wird die Austrittsebene auch als Messebene bezeichnet. Die genauen Abstände und Definitionen dieser Ebenen für den konkreten Versuchsaufbau sind im Abschnitt 4.1 beschrieben.

Die Druckverteilung eines Strömungskörpers wird üblicherweise in der Form einer c_p -Verteilung angegeben. Zur experimentellen Ermittlung dieser Verteilung wird der Strömungskörper mit zur Oberfläche senkrechten Druckbohrungen versehen. Über diese Druckbohrungen wird der statische Druck an den jeweiligen Positionen gemessen. Zur Berechnung der c_p -Verteilung werden diese Messwerte wie beschrieben auf die Messwerte der Anströmung bezogen.

Auch der Druckaufbau einer Statorkaskade wird häufig über den Druckbeiwert c_p dargestellt. In diesem Fall wird der statische Druck in der beschriebenen Austrittsebene hinter der Statorkaskade gemessen und die Differenz zu dem statischen Druck in der Eintrittsebene gebildet.

$$C_p = \frac{p_{s,2}^A - p_{s,1}}{p_{t,1} - p_{s,1}} \quad \text{mit} \quad p_{s,2}^A = \iint\limits_{0,0}^{1,1} p_{s,2}(y_n, z_n) \, dy_n dz_n \quad (3.5)$$

Da der statische Druck in der Austrittsebene der Kaskade nicht mehr homogen ist, muss hier über die Fläche einer Passage integriert werden. In diesem Fall wird ein flächengemittelter statischer Druck verwendet, siehe zum Beispiel [Cumpsty und Horlock, 2006]. Auf Grund der Symmetrie ist die Betrachtung einer Passage der Statorkaskade ausreichend.

Die Koordinaten y_n und z_n sind hier die auf die Fläche einer Passage normierten Koordinaten der Austritts- beziehungsweise Messebene hinter den Statorschaufeln. Da in Experimenten Messwerte nur an diskreten Messpositionen zur Verfügung stehen, muss für die Berechnung des Integrals zwischen diesen Werten interpoliert werden. In der vorliegenden Arbeit werden die Messwerte an den Positionen eines rechtwinkligen Gitters erfasst und es wird zwischen den Messwerten bilinear interpoliert. Bilineare Interpolation wird beispielsweise in [Press, 1992] beschrieben.

Druckverlustbeiwert

Zur Beschreibung der Effizienz einer Kaskadenströmung wird ein dimensionsloser Druckverlustbeiwert verwendet. Dieser Wert beschreibt die Änderung des Totaldrucks zwischen der Eintrittsebene

und der Austrittsebene der Kaskade. Der lokale Druckverlustbeiwert wird wie folgt definiert, siehe [Hergt u. a., 2013]:

$$\zeta_1(y_n, z_n) = \frac{p_{t,1} - p_{t,2}(y_n, z_n)}{p_{t,1} - p_{s,1}} \quad (3.6)$$

Da die Strömung vor der Kaskade homogen ist, ist der Totaldruck $p_{t,1}$ ortsunabhängig. In der Messebene hinter der Kaskade ist die Strömung jedoch nicht mehr homogen, wodurch der Totaldruck vom Ort abhängt. Für jeden Messpunkt der Messebene kann damit der Druckverlustbeiwert berechnet werden.

Für den Vergleich verschiedener Statoren ist es vorteilhaft, den örtlich aufgelösten Druckverlustbeiwert bezüglich des Massenstroms zu mitteln, um so einen skalaren Vergleichswert zu erhalten. Der Druckverlustbeiwert der gesamten Statorkaskade wird mit ζ bezeichnet und wie folgt berechnet:

$$\zeta = \frac{p_{t,1} - p_{t,2}^M}{p_{t,1} - p_{s,1}} \quad \text{mit} \quad p_{t,2}^M = \frac{\int_0^1 \int_0^1 p_{t,2}(y_n, z_n) \rho u_x(y_n, z_n) dy_n dz_n}{\int_0^1 \int_0^1 \rho u_x(y_n, z_n) dy_n dz_n}. \quad (3.7)$$

Warum die Mittelung des Totaldrucks über den Massenstrom hier sinnvoll ist, wird auf den ersten Blick nicht ersichtlich. Im Anhang 8.2 ist deshalb eine Herleitung für diese Definition eines Verlustbeiwertes gegeben, die sich an dem Buch von [Greitzer u. a., 2004] orientiert. Die hier beschriebene Definition des Verlustbeiwertes ist nur für kleine Strömungsgeschwindigkeiten im Sinne kleiner Machzahlen gültig.

Für die Bewertung der Effizienz einer Kaskadenströmung ist der Druckverlustbeiwert entscheidend. Je größer der Druckverlust ausfällt, desto mehr Leistung muss später der Turbine entnommen werden, um den gewünschten Druckaufbau im Verdichter zu generieren. Bei der Auslegung der Schaufeln muss darauf geachtet werden, dass der angestrebte Druckaufbau erreicht wird und gleichzeitig der Druckverlust möglichst klein bleibt.

In der vorliegenden Arbeit wird aktive Strömungskontrolle eingesetzt, um die Strömung der Statorkaskade zu beeinflussen. Dabei wird Druckluft in die Kaskadenströmung eingeblasen, was einen Einfluss auf den Totaldruck in der Austrittsebene der Kaskade hat.

Der beschriebene Druckverlustbeiwert kann auch für die aktuierte Strömung berechnet werden. Da über die Aktuierung zusätzliche Leistung in die Kaskadenströmung eingebracht wird, ist die Bezeichnung Druckverlust dann jedoch nicht mehr treffend, da für die Verlustberechnung immer die gesamte eingebrachte Leistung berücksichtigt werden muss. Mit der bisherigen Definition könnte beispielsweise leicht mit großen Aktuierungsamplituden ein negativer Druckverlustbeiwert erreicht werden.

Damit wieder von Verlusten gesprochen werden kann, muss deshalb auch die eingebrachte Aktuierungsleistung mit in die Berechnung einfließen. Entsprechend der Herleitung für den Druckverlustbeiwert sollte eine Mittelung des Totaldrucks über den Massenstrom erfolgen. Dies wird nun auch für alle in die Kaskade fließenden Ströme angewandt.

In diesem Fall wird die Aktuatorleistung zu der durch die Hauptströmung am Eingang der Kaskade eintretenden Leistung hinzugerechnet. Der korrigierte Druckverlustbeiwert lautet dann:

$$\zeta_{\text{kor}} = \frac{p_{t,1}^M - p_{t,2}^M}{p_{t,1} - p_{s,1}} \quad \text{mit} \quad p_{t,1}^M = \frac{p_{t,1} \dot{m}_{\text{passage}} + \sum_{j=1}^{n_{\text{akt}}} p_{t,\text{akt}_j} \dot{m}_{\text{akt}_j}}{\dot{m}_{\text{passage}} + \sum_{j=1}^{n_{\text{akt}}} \dot{m}_{\text{akt}_j}}. \quad (3.8)$$

Der Massenstrom des Aktuators j für eine Passage ist \dot{m}_{akt_j} und der Totaldruck am Aktuatoraustritt ist p_{t,akt_j} . Der Massenstrom am Eintritt dieser Passage wird mit \dot{m}_{passage} bezeichnet. Der Totaldruck

in der Eintrittsebene der Kaskade wird zusammen mit den Totaldrücken der n_{akt} Aktuatoren massenstromgemittelt. Dieses Verfahren wurde zum Beispiel von [Nerger u. a., 2012] verwendet.

Impulsbeiwert der Aktuation

Auch der Aktuationsaufwand wird als dimensionsloser Beiwert dargestellt. Im Bereich der aktiven Strömungskontrolle hat sich ein normierter Impulsstrom als Kennzahl etabliert. Häufig skaliert dieser Wert näherungsweise linear mit anderen gemessenen Kennzahlen, wie hier beispielsweise dem Druckaufbau, was besonders für den Einsatz linearer Regelungstechnik vorteilhaft ist.

Die Bezugsgröße wird je nach Anwendung unterschiedlich festgelegt. Bei Tragflügeln wird der Aktuatorimpulsstrom üblicherweise auf das Produkt aus dem dynamischen Druck der Anströmung und der angeströmten Fläche bezogen. Im Falle einer Statorkaskade wird der Impulsstrom der Aktuation auf den Impulsstrom einer Passage bezogen:

$$c_{\mu} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{\text{akt}}} u_{\text{akt}j} \dot{m}_{\text{akt}j}}{u_1 \cdot \dot{m}_{\text{passage}}}. \quad (3.9)$$

Zur Berechnung des gesamten Impulsstromes der Aktuation werden die Impulsströme aller n_{akt} Aktuatoren summiert.

Kennzahl für die Größe der Nachlaufdelle

Wie in der Zielstellung 1.2 definiert, soll die Aktuation einerseits den Druckaufbau der Statorkaskade verbessern und andererseits auch die Größe der Nachlaufdellen stromab der Statorschaufeln reduzieren. Durch die in Abbildung 1.3 beschriebenen dreidimensionalen Strömungseffekte, haben diese Nachlaufdellen eine entsprechend komplexe Form.

Für die spätere Regelung soll nun eine Kennzahl definiert werden, die die Größe der Nachlaufdelle durch einen skalaren Wert beschreibt.

Da der aus der Nachlaufdelle resultierende erhöhte Anströmwinkel das Maß für die erhöhte aerodynamische Belastung der nächsten Rotorschaufel ist, wird zunächst aus der Geschwindigkeit im Nachlauf u_2 der Anströmwinkel α berechnet, siehe Abbildung 3.2:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{u_{\text{rotor}} - u_{y,2}}{u_{x,2}} \right) \quad (3.10)$$

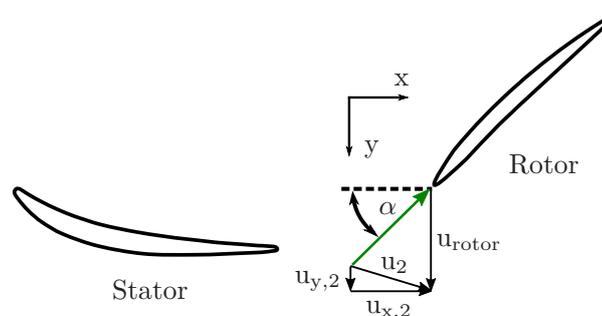


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Anströmwinkels eines nachfolgenden Rotors.

Die Rotorgeschwindigkeit u_{rotor} kann bei zukünftigen Experimenten an einer kompletten Verdichterstufe über die Rotordrehzahl berechnet werden. Da in der vorliegenden Arbeit zunächst nur eine Statorstufe betrachtet wird, wird der Wert für die folgenden Rechnungen beispielhaft zu u_1 gesetzt, was einer Durchflusskenngröße von $\varphi = 0.62$ entsprechen würde. Die Durchflusskenngröße ist das Verhältnis der axialen Strömungsgeschwindigkeit $u_{x,2}$ zur Rotorgeschwindigkeit. Auch für den häufig für Verdichter gewählten Wert von $\varphi = 0.5$ wurden die in den folgenden Abschnitten angewandten Verfahren mit vergleichbaren Ergebnissen getestet.

Die Integration des Anströmwinkels α erfolgt über die Fläche einer Passage:

$$I_\alpha = \iint_A [\alpha(y_n, z_n) - \alpha_{\text{th}}] dy_n dz_n, \quad A = \left\{ (y_n, z_n) \mid y_n, z_n \in [0, 1] \wedge \alpha(y_n, z_n) > \alpha_{\text{th}} \right\}. \quad (3.11)$$

Dabei wird die Integrationsfläche auf den Bereich begrenzt, in dem der Anströmwinkel α den kritischen Winkel α_{th} übersteigt. Damit beschreibt I_α das Integral über alle kritischen Anströmwinkel, wobei im Vorfeld von einem aerodynamischen Standpunkt aus definiert werden muss, wie groß dieser kritische Winkel gewählt werden sollte.

Beispielsweise kann α_{th} der Anströmwinkel sein, ab dem für die nachfolgenden Schaufeln eine erste Gefahr der Strömungsablösung besteht. Alternativ kann auch ein Winkel gewählt werden, ab dem die Schaufeln zwar noch keine Ablösegefahr aufweisen, aber der Druckverlust bereits deutlich ansteigt, was Effizienzeinbußen bedeutet.

Bei der Analyse der Auswirkung der Aktuation auf die Kaskadenströmung im Kapitel 5 wird ein weiterer Grund ersichtlich, weshalb bei der Berechnung von I_α die Integrationsfläche gemäß (3.11) über α_{th} begrenzt werden sollte. Wenn ein Aktuator die Aufgabe erfüllt, einen erhöhten Druckaufbau zu erzielen, geht dies mit einer stärkeren Verzögerung der Strömungsgeschwindigkeit einher. In diesem Fall ist eine geringe Abnahme der Geschwindigkeit in der Messebene über die gesamte Passage zu verzeichnen. Dieser Effekt ist gewünscht, allerdings würde diese Geschwindigkeitsminderung das Integral über den Anströmwinkel vergrößern. Da I_α als Maß für kritische Anströmwinkel gedacht ist, sollen kleine Winkeländerung um den Auslegungspunkt der nachfolgenden Rotorschaukeln keinen Einfluss ausüben.

Dieser Wert wird unter Berücksichtigung der hier aufgeführten Gründe in der vorliegenden Arbeit mit $\alpha_{\text{th}} = 55^\circ$ abgeschätzt.

kurze Schläuche mit den Kanülen verbunden. Diese Schaufel wird im Folgenden als Messschaufel bezeichnet.

Die Anströmung der Statorschaufeln wird mit 14 statischen Drucksensoren (*First Sensor*, HCLA-02X5B) in der Eintrittsebene gemessen, von denen sieben auf der Ober- und sieben auf der Unterseite der Kaskade installiert sind, siehe Abbildung 4.1 (a). Der Totaldruck der Anströmung wird mit einem Drucksensor (*First Sensor*, HCLA02X5B) am Eintritt der Düse des Windkanals gemessen.

Für die Vergleichbarkeit zu einer axialen Statorstufe muss die Strömung auch in der Kaskade räumlich periodisch bezüglich der Statorschaufeln, das heißt entlang der y -Koordinate mit der Periodenlänge s , sein. Ohne weitere Vorkehrungen träfe die in der Windkanaldüse und an den Seitenwänden ausgebildete Grenzschicht auf die außenliegenden Schaufeln der Passagen 1 und 4, was die Strömung dieser Passagen stören würde. Damit die Strömung auch in den äußeren Passagen periodisch ist, wird die Grenzschicht deshalb vor den Schaufeln abgesaugt, siehe Abbildung 4.1.

Am Austritt der Kaskade befindet sich die Messebene. Hier ist eine Fünf-Loch-Sonde der Firma *Aeroprobe* (PC5-TIP-2-5-C240-152-025, mit Drucksensoren *First Sensor*, HCLA02X5B) installiert, die in der y - z -Ebene verfahren werden kann. Das Verfahren der Sonde wird über die Lineareinheiten LES 4 und LES 5 der Firma *isel* realisiert, die sich durch eine hohe Positioniergenauigkeit und präzise Endschalter mit einer Wiederholgenauigkeit von ± 0.02 mm auszeichnen. Die Drucksensoren der Fünf-Loch-Sonde sind über lange Schläuche mit dem Sondenkopf verbunden, was dazu führt, dass höherfrequente Anteile gedämpft werden und die Sonde ein Tiefpassverhalten besitzt. Eine Identifikation der Dynamik der Fünf-Loch-Sonde ergab ein Tiefpassfilter mit einer Eckfrequenz von ca. 2 Hz. Bei der Identifikation der Dynamik der Fünf-Loch-Sonde wurde zu der im Abschnitt 6.2.1 ausführlich beschriebenen Identifikation der Dynamik von Pitot-Rohren vergleichbar vorgegangen.

Zusätzlich sind an der oberen Seitenwand der Messebene 13 Druckbohrungen äquidistant im Bereich von $y_n = 0.336$ bis $y_n = 0.664$ vorhanden. Über diese Druckbohrungen wird der statische Druck an der Seitenwand gemessen (*First Sensor*, HCLA02X5B). Der Ursprung des eingezeichneten Koordinatensystems bezüglich der y -Richtung ist der unter dem Abströmwinkel β_2 von der Hinterkante der Messschaufel auf die Messebene projizierte Punkt, welcher für die Zentrierung um $-s/2$ in y -Richtung verschoben ist.

Das Profil der verwendeten Statorschaufeln wurde von *Rolls-Royce Deutschland* zur Verfügung gestellt. Die wichtigsten geometrischen Parameter der Statorkaskade sind in der Tabelle 4.1 angegeben, wobei die Winkel und die Längenverhältnisse den Vorgaben von *Rolls-Royce Deutschland* entsprechen. Die zugehörigen Größen sind in Abbildung 4.1 (b) dargestellt.

Von *Rolls-Royce Deutschland* wurden zudem die Ergebnisse numerischer Simulationen zur Verfügung gestellt. Diese wurden mit der Software MISES, die von dem Unternehmen *Stark Aerospace, Inc., Analytical Methods Division*, vertrieben wird, durchgeführt. MISES bezeichnet eine Sammlung von Programmen, die speziell für die Auslegung und Analyse von Kaskadenströmungen entwickelt wurde. Die Grundlage der Simulation ist ein zweidimensionaler Code, der von Professor Mark Drela am Massachusetts Institute of Technology entwickelt wurde.

Die wesentlichen Parameter der Simulation wurden an die experimentellen Gegebenheiten an der Statorkaskade angepasst. So entspricht die Reynolds-Zahl in der Simulation der Referenz-Reynolds-Zahl der Experimente von 6×10^5 . Auch die Mach-Zahl der Anströmung wurde mit 0.07 entsprechend dem Wert in den Experimenten festgelegt.

Der in der Tabelle 4.1 angegebene Abströmwinkel β_2 entspricht dem Wert, den diese Simulationen ergeben haben. Ein Vergleich zwischen der numerischen Simulation und den experimentellen Messdaten ist im nächsten Kapitel 5 zu finden.

Tabelle 4.1: Geometrische Parameter der Statorkaskade.

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Sehnenlänge	c	375	[mm]
Schaufelabstand	s	183	[mm]
Schaufelhöhe	h	300	[mm]
Staffelungswinkel	γ	25.9	[deg]
Anströmwinkel	β_1	51.5	[deg]
Abströmwinkel	β_2	17.5	[deg]
Inzidenzwinkel	β_i	-4.8	[deg]
Fehlabströmung	β_d	3.1	[deg]
Metallwinkel	Θ	41.9	[deg]
Diffusionsfaktor	DF	0.48	[-]

Aus zahlreichen experimentellen Untersuchungen an Verdichtergittern existieren Erfahrungswerte, die bei der Auslegung eines Statorgitters hilfreich sind. Anhand von Kennzahlen kann im Vorfeld eine Abschätzung getroffen werden, wie hoch die aerodynamische Belastung der Schaufeln ausfallen wird und ob Strömungsablösung auf den Schaufeln auftreten wird.

Der Diffusionsfaktor (auch Lieblein-Faktor) ist die gebräuchlichste Kennzahl für die aerodynamische Belastung eines Verdichtergitters. In diesem Fall wird der maximale Druckanstieg entlang der Saugseite anhand des maximalen Geschwindigkeitsgradienten ermittelt. Hier findet die größte Verzögerung statt, was entsprechend das höchste Risiko für Strömungsablösung mit sich bringt. Die Herleitung sowie die Berechnungsvorschrift sind in [Lieblein u. a., 1953] zu finden. In [Lechner und Seume, 2010] werden Werte von 0.4 – 0.45 als obere Grenze vorgeschlagen, da hier typischerweise noch ein ausreichender Sicherheitsabstand zu kritischen Betriebspunkten vorhanden ist. Bei höheren Werten von 0.55 – 0.6 treten in der Regel massive Grenzschichtablösungen auf. Auf den Gesamtverdichter bezogen bedeutet dies, dass es zu rotierendem Strömungsabriss oder Pumpen kommt und der Gasturbinenbetrieb nicht mehr möglich ist. Der aus den Simulationen berechnete Diffusionsfaktor der vorliegenden Statorkaskade ist 0.48.

Die aerodynamische Belastung der Schaufeln in der beschriebenen Statorkaskade liegt damit etwas höher als die der Schaufeln in einer konventionell ausgelegten stationären Gasturbine. Trotzdem zeigt die Simulation eine mit 3.1° vergleichsweise kleine Fehlabströmung. Dies lässt darauf schließen, dass die Strömung dem Schaufelprofil weitestgehend folgt und keine frühzeitige deutliche Strömungsablösung zu erwarten ist.

4.2 Aktuatorik

Das übergeordnete Ziel der aktiven Strömungskontrolle ist die Stabilisierung der Verdichterströmung in einer Gasturbine mit pulsierender Druckerhöhung. Dafür muss die Aktuatorik den durch die neue Brennkammer auftretenden zusätzlichen aerodynamischen Belastungen entgegenwirken. Wie bereits in der Einleitung beschrieben, werden in der vorliegenden Arbeit hierfür zwei Maßnahmen untersucht. Eine Maßnahme ist die Reduzierung des Geschwindigkeitsdefizits in der Nachlaufströmung, um den Anströmwinkel für die nachfolgenden Rotorschaukeln zu verringern und diese damit zu entlasten. Die zweite Maßnahme ist die Entlastung der aktuierten Statorstufe über eine Verbesserung der Passagenströmung.

Als Aktuationsprinzip wird das Ausblasen von Druckluft verwendet. Die Ausblasamplitude wird jeweils über Druckregelventile der Firma *Hoerbiger* (tecno basic PRE-U) eingestellt. Diese Druckregelventile zeichnen sich durch eine vergleichsweise hohe Dynamik aus, da der Hauptluftstrom über kleine Piezovenile geschaltet wird. Eine Identifikation der Ventildynamik im eingebauten Zustand wird im Abschnitt 6.3.2 durchgeführt. Die Druckregelventile sind über Schlauchverbindungen mit den Aktuatorkammern verbunden. Zwischen den Druckregelventilen und den Aktuatorkammern sind Durchflusssensoren der Firma *Festo* (SFAB-200U) installiert.

Die gesamte Messdatenerfassung sowie die Ansteuerung der Druckregelventile erfolgt über einen echtzeitfähigen Rechner (dSpace, DS 1005 PPC). Auch die später entwickelten Regler werden auf diesem Rechner implementiert. Bei den Experimenten zur Regelung wird eine Abtastfrequenz von 1 kHz verwendet.

Es werden im Folgenden drei verschiedene Konzepte für die Aktuatorik vorgestellt: Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel, Hinterkantenaktuation unter Ausnutzung des Coanda-Effekts und Seitenwandaktuation. Diese werden im Anschluss in Experimenten einzeln und in Kombination untersucht. In Abbildung 4.2 ist eine Statorschaufel mit Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel und Seitenwandaktuation gezeigt.

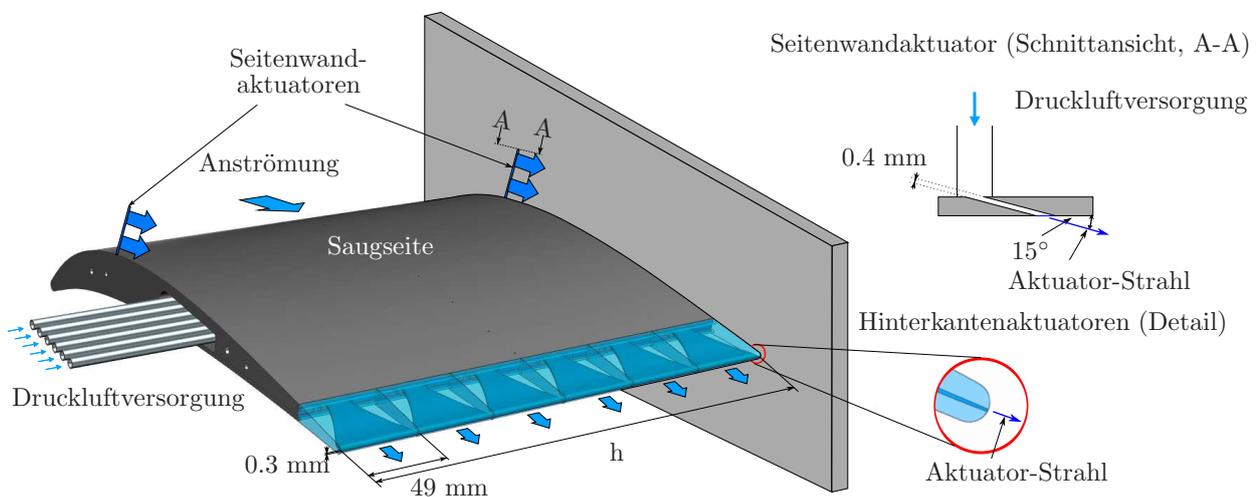


Abbildung 4.2: Statorschaufel mit Hinterkantenaktuation (Ausblasen unter dem Abströmwinkel) und Seitenwandaktuation. Die eine Seitenwand ist ausgeblendet, um die Schaufelgeometrie besser sichtbar zu machen.

4.2.1 Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel

Ein wesentliches Ziel der Aktuation ist die Reduzierung der Nachlaufdelle, um verbesserte Anströmbedingungen für die nachfolgenden Rotorscheufeln während eines Androsselvorgangs zu gewährleisten.

Wie im Abschnitt zum Stand der Forschung 1.1.2 beschrieben, stellt das Ausblasen von Druckluft im Bereich der Schaufelhinterkante eine Möglichkeit zur Reduzierung der Nachlaufdelle dar. Bisherige Untersuchungen wurden vor allem an Fanschaufeln oder Inlet Guide Vanes durchgeführt. Für verdichterseitige Statorschaufeln gibt es nur wenige Erkenntnisse. Auf der Basis der bisherigen Forschungsergebnisse zur Nachlaufbeeinflussung wurde das im Folgenden beschriebene Ausblaskonzept für die vorliegende Statorcascade entwickelt. Erste Untersuchungen zur geregelten Strömungskontrolle mit diesen Aktuatoren wurden in [Kiesner und King, 2015] durchgeführt.

Die Nachlaufdelle soll bereits in der Messebene, die ein Drittel der Sehnenlänge stromab der Schaufelhinterkante liegt, gleichmäßig aufgefüllt sein. Im Konzept wird deshalb ein möglichst durchgehender Schlitz an der Hinterkante als Aktuator vorgesehen. Eine Ausblasung über viele einzelne Löcher wurde nicht gewählt, da vergangene Forschungsergebnisse gezeigt haben, dass damit zwar die Nachlaufdelle weiter stromab verringert wird, nah hinter der Schaufel aber große Geschwindigkeitsunterschiede entstehen, siehe [Kozak, 2000].

Die Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Die Schaufelhinterkante besteht aus sechs gestapelten Aktuorkammern. Die Druckluftversorgung erfolgt über Schlauchverbindungen, die seitlich aus der Kaskade herausgeführt werden. Der Aufbau der Hinterkantenaktuation aus Einzelkammern hat dabei mehrere Gründe.

Jede einzelne Aktuorkammer hat einen zum Auslass hin abnehmenden Querschnitt und ist damit als Düse aufgebaut. Dadurch wird gewährleistet, dass die Ausblasgeschwindigkeit über die Aktuatorhöhe näherungsweise konstant ist. In weiterführenden Untersuchungen ist es zudem möglich, eine über die Schaufelhöhe variable Ausblasamplitude einzustellen. Dies wurde in der vorliegenden Arbeit aber noch nicht durchgeführt. Für die Fertigung der Aktuorkammern wurde ein Rapid-Prototyping-Verfahren verwendet. Hier werden die Kosten für Bauteile mit großen Abmessungen, wie es bei einer Aktuorkammer über die gesamte Schaufelhöhe der Fall wäre, schnell sehr groß.

Es wird unter dem Abströmwinkel der Statorkaskade β_2 ausgeblasen, um die Umlenkung möglichst nicht direkt zu beeinflussen. Die Aufgabe dieses Aktuators ist ausschließlich eine gleichmäßige Ver-ringerung der Nachlaufdelle, wobei im Experiment beobachtet werden soll, wie gut dies funktioniert und ob es weitere Auswirkungen auf die Kaskadenströmung gibt. Die Idee, neben dem Auffüllen der Nachlaufdelle gleichzeitig eine Veränderung des Abströmwinkels zu erzielen, wird mit dem im nächsten Abschnitt beschriebenen Ausblaskonzept verfolgt.

4.2.2 Hinterkantenaktuation unter Ausnutzung des Coanda-Effekts

Eine Veränderung des Abströmwinkels kann zu einem größeren Umlenkwinkel der Statorkaskade und damit zu einem erhöhten Druckaufbau führen. Deshalb soll eine weitere Variante der Hinterkantenaktuation untersucht werden, mit der auch der Abströmwinkel verändert werden kann.

In aktuellen Forschungsarbeiten wird der Coanda-Effekt ausgenutzt, um einen Freistrahл umzu-lenken und damit gewünschte Wirkungen für die aktive Strömungskontrolle zu erzielen. So setzen [Pfeiffer und King, 2014] einen Coanda-Aktuator am Heck eines Fahrzeugmodells ein, um energie-reiches Fluid in das Nachlaufgebiet des Fahrzeugs zu bringen und damit den Fahrwiderstand zu verringern. Den Coanda-Effekt nutzen [Vorreiter u. a., 2012] bei der aktiven Strömungskontrolle an Statorschaufeln in einem Verdichter, wobei die Simulationen eine Veränderung des Abströmwinkels und eine Reduktion der Nachlaufdelle zeigen.

Der Coanda-Effekt tritt auf, wenn ein Freistrahл tangential zu einer konvex gekrümmten Oberfläche verläuft. Der Freistrahл löst sich dann nicht sofort von der Oberfläche ab, sondern liegt zunächst weiterhin an, wobei sich seine Richtung ändert. Detaillierte Erklärungen und grundlegende Untersuchungen zum Coanda-Effekt sind in [Fernholz, 1965] zu finden. Da der Freistrahл an der Oberfläche anliegt, wird auch der Begriff Wandstrahl verwendet.

Für die Statorkaskade wird ein Coanda-Aktuator entworfen; dieser ist in Abbildung 4.3 schematisch dargestellt. Die Aktuatoren der Statorschaufeln sind ebenso aufgebaut, wie im letzten Abschnitt beschrieben. Die sechs Aktuorkammern einer jeden Aktuatorschaufel werden in diesem Fall durch sechs Aktuorkammern mit den gezeigten Coanda-Ausblasklitzten ersetzt.

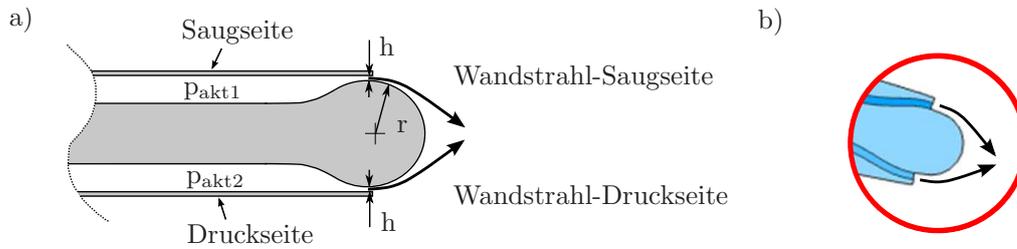


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Schaufelhinterkante mit Coanda-Aktuator (a). Detailansicht des verwendeten Coanda-Aktuators (b) entsprechend der Darstellung in Abbildung 4.2.

Entscheidend dafür, wie lange der Strahl anliegt, ist das Verhältnis von der Spalthöhe h zum Krümmungsradius r . Für den vorliegenden Aktuator ist die Spalthöhe $h = 0.2 \text{ mm}$ und das Verhältnis h/r ca. 0.1. Der Wandstrahl wird in diesem Fall um ca. 30° umgelenkt.

Der hier genutzte Coanda-Aktuator besitzt zwei Ausblasschlitzte, einen auf der Saugseite und einen auf der Druckseite der Statorschaufel. Jeder dieser Schlitzte hat seine eigene Druckluftversorgung, sodass die Ausblasamplituden unabhängig voneinander eingestellt werden können.

Der Wandstrahl auf der Saugseite bläst im Vergleich zum Abströmwinkel β_2 der Statorkaskade unter einem kleineren Winkel in die Strömung. Ein kleinerer Abströmwinkel der Statorkaskadenströmung bewirkt eine größere Umlenkung der Strömung und damit einen höheren Druckaufbau. Mit diesem Aktuator kann man also erwarten, die Nachlaufdelle aufzufüllen und zusätzlich für eine größere Strömungsumlenkung zu sorgen.

Zum Vergleich wird auch die Aktuation an der Druckseite untersucht. Da in diesem Fall der Winkel des Wandstrahls größer ist als der Abströmwinkel der Statorkaskade, besteht die Gefahr, dass die Umlenkung und damit der Druckaufbau verringert werden. Gleichzeitig besteht jedoch auch die Chance, dass der Wandstrahl energiereiche Strömung in die Nachlaufdelle transportiert und somit eine stärkere Reduzierung der Nachlaufdelle ermöglicht.

4.2.3 Seitenwandaktuation

Neben der Reduzierung der Nachlaufdelle ist das zweite wesentliche Ziel der aktiven Strömungskontrolle eine Reduzierung der aerodynamischen Belastung der aktuierten Statorstufe.

Wie im Abschnitt zum Stand der Forschung 1.1.2 beschrieben, gibt es bereits mehrere Untersuchungen zur Seitenwandaktuation in einer Statorkaskade, wobei diese einen positiven Effekt für die Passagenströmung zeigen. Durch eine angeregte bessere Vermischung mit dem Kern der Strömung und den Eintrag zusätzlicher kinetischer Energie in den Bereich, in dem der Passagenwirbel anwächst, wird dieser in seiner Größe deutlich reduziert. Dies führt zu einem Entsperren der Passage, was schlussendlich zu einem höheren Druckaufbau der Statorkaskade führt. Versuche von [Staats und Nitsche, 2015] zeigten zudem, dass dieser entsperrende Effekt der zusätzlichen aerodynamischen Belastung durch ein Androsseln der Statorkaskade entgegenwirkt. Auf der Basis dieser Erkenntnisse stellt die Seitenwandaktuation hier ein vielversprechendes Konzept dar.

Dieser Arbeit vorangegangene Untersuchungen zur Nachlaufbeeinflussung mit Hinterkantenaktuation von [Kiesner und King, 2015] zeigten zudem, dass das Geschwindigkeitsdefizit im Bereich der Passagenwirbel allein durch Hinterkantenaktuation nur wenig reduziert wird. Da die Seitenwand-

aktuation gerade diesen Bereich der Strömung beeinflusst, stellt sie auch für die Reduzierung der Nachlaufdelle eine passende Ergänzung dar.

Alle bisherigen Untersuchungen zur Seitenwandaktuation [Hecklau u. a., 2011; Nerger u. a., 2012; Staats und Nitsche, 2015] wurden an Statorkaskaden mit einem überkritischen Umlenkwinkel durchgeführt. Die Strömung löst frühzeitig auf der Saugseite ab, und es gibt große Strömungsverluste. Es ist denkbar, dass die Seitenwandaktuation besonders effizient funktioniert, da diese Ablösephänomene beeinflusst werden. Die in der vorliegenden Arbeit verwendete Statorkaskade ist aerodynamisch schwächer belastet. Es soll deshalb untersucht werden, ob der Effekt der Seitenwandaktuation ähnlich positiv ausfällt, oder ob dieser stark von den Ablösephänomenen abhängt und damit bei der vorliegenden Statorkaskade möglicherweise schwächer ausfällt.

Die Aktuatorgeometrie wird von [Hecklau u. a., 2011] übernommen. Die Seitenwandaktuatoren sind in Abbildung 4.2 gezeigt. Die Ausblassechlitze stehen senkrecht zur Schaufeloberfläche; sie haben eine Höhe von 20 mm und eine Breite von 0.4 mm. In einem Winkel von 15° wird Druckluft durch diese Schlitze in die Passagenströmung eingeblasen.

Welche Position des Ausblassechlitzes bezüglich der Saugseite gewählt werden sollte, hängt von der konkreten Passagenströmung ab. In [Hecklau u. a., 2011] wird dieser bei einer normierten Sehnenlänge von 10% installiert. Dort ist der Bereich der laminaren Ablöseblase, hinter der die Ausbildung der Sekundäreffekte beginnt.

Welche Position für die vorliegende Statorkaskade besonders effizient ist, lässt sich im Vorfeld nicht genau sagen. Anhand des Ölanstrichbildes, welches im Abschnitt 5.1.1 besprochen wird, wurde der Bereich der laminaren Ablöseblase identifiziert. In diesem Bereich wurden mehrere Aktuatorschlitze vorgesehen. Die Position dieser Ausblassechlitze wird über die Koordinate x_c entlang der Schaufel-Profilsehne gemäß der Abbildung 4.1 beschrieben. Zwischen der normierten Sehnenlänge von 10% und 27.5% wurden insgesamt acht Aktuatorschlitze äquidistant angeordnet. Die beste Position wird im Abschnitt 5.4 über Vergleichsmessungen ermittelt.

4.3 Messunsicherheit

In diesem Abschnitt wird eine Analyse des Messfehlers der Drucksensoren durchgeführt und beschrieben, wie sich dieser auf die Kennzahlen der Kaskadenströmung auswirkt. Die hier beschriebene Fehleranalyse behandelt die wesentlichen Messfehler am konkreten Versuchsaufbau. Eine allgemeine, ausführliche Darstellung möglicher Fehlerursachen ist zum Beispiel in [León und Kiencke, 2012] zu finden.

4.3.1 Genauigkeit der Messmittel

Da alle wichtigen Messungen der Kaskadenströmung auf Druckmessungen basieren, beschränkt sich die folgende Fehleranalyse auf diese Messgröße. Es werden zur Druckmessung Differenzdrucksensoren mit zwei verschiedenen Messbereichen von 250 Pa und 1250 Pa eingesetzt (*First Sensor*, HCLA02X5B und HCLA12X5B). Für die Kalibration der Drucksensoren wurde das Kalibrationsgerät KAL84 der Firma *Halstrup-Walcher* verwendet, welches von der Deutschen Akkreditierungsstelle kalibriert wurde. Unter Verwendung der Kalibrationskurve ist die verbleibende Messunsicherheit von KAL84 mit einer Standardabweichung von $\sigma_{normal} = 0.8$ Pa gegeben. Entsprechend der Richtlinie (DKD-R 6-1) des Deutschen Kalibrierdienstes (DKD) wurden Kalibrationsabläufe (Ablauf A)

für die genutzten Drucksensoren mit dem KAL84 durchgeführt. Anhand dieser Messungen wurde für jeden Sensor eine lineare Kennlinie angepasst.

Es wird grundsätzlich zwischen zwei Fehlerarten unterschieden, den systematischen und den zufälligen Fehlern. Ein wesentlicher Beitrag zum zufälligen Fehler wird durch das elektrische Rauschen der Schaltung erzeugt. Durch eine Mittelung vieler Messwerte, die jeweils bei stationärem Druck aufgenommen werden, wird dieser Fehler auf einen vernachlässigbaren Anteil gegenüber der Gesamtunsicherheit reduziert. Für die Messungen verbleiben jedoch mehrere Fehlerquellen. Nichtlinearitäten und Hystereseeffekte der genutzten Drucksensoren werden über die angepasste lineare Sensorkennlinie nicht berücksichtigt und führen daher zu Fehlern. Die Standardabweichungen von zufälligen Fehlern werden im Folgenden mit $\sigma_{\text{()}}$ und systematische Fehler mit $s_{\text{()}}$ bezeichnet.

Für jeden Kalibrationsmesspunkt ergibt sich über mehrere Kalibrationsmessungen eine Streuung der Messwerte. Der systematische Fehler ist die betragsliche Differenz des Mittelwertes dieser Messwerte zum Wert des Kalibrationsgerätes. Der maximale systematische Fehler über alle Kalibrationsmesspunkte wird mit s_{sys} bezeichnet. Zusätzlich wird die Streuung um die jeweiligen Mittelwerte berechnet. Die maximal auftretende Standardabweichung wird mit σ_{wieder} bezeichnet.

Die verwendeten Sensoren sind temperaturkompensiert, wodurch der Temperaturfehler vergleichsweise gering ausfällt. Die Unsicherheit aufgrund von Temperaturänderungen σ_{temp} wird dem Datenblatt der Sensoren entnommen. Es wurden Kalibrationsmessungen der Drucksensoren bei unterschiedlichen Temperaturen in einem Wärmeschrank durchgeführt. Die Ergebnisse bestätigen die Angabe im Datenblatt. Die Abweichung der Temperatur zwischen allen Messungen am Windkanal beträgt maximal ein Kelvin, weshalb die Temperaturunsicherheit für diesen Temperaturbereich angegeben wird.

Da die Auflösung der A/D Wandler der verwendeten Messkarten mit 16 Bit sehr hoch ist, kann der Diskretisierungsfehler vernachlässigt werden.

In dieser Arbeit werden für die Messergebnisse zwei verschiedene Messunsicherheiten angegeben. Zum einen die Wiederholgenauigkeit der Messung und zum anderen die absolute Genauigkeit der Messung.

Die Wiederholgenauigkeit gibt die Messunsicherheit für den Fall an, dass eine Messung am gleichen Versuchsaufbau wiederholt wird. Dieser Wert ist für die Vergleichbarkeit der Messungen untereinander entscheidend. Eine veränderte Temperatur sowie der zufällige Fehler der Sensoren σ_{wieder} sorgen hierbei für die Unsicherheit der Wiederholbarkeit. Unter der Annahme, dass der zufällige Fehler des Sensors unabhängig vom Temperaturfehler ist, ergibt sich die resultierende Standardmessunsicherheit $\sigma_{\text{wieder,temp}}$ wie folgt:

$$\sigma_{\text{wieder,temp}} = \sqrt{\sigma_{\text{wieder}}^2 + \sigma_{\text{temp}}^2} \quad (4.1)$$

Für die absolute Genauigkeit werden alle genannten Messfehler berücksichtigt. Auch die Nichtlinearität der Sensorkennlinie sowie die Messgenauigkeit des Kalibrationsgerätes fließen in die Berechnung ein. Da die Standardabweichung des Kalibrationsgerätes unabhängig von der Wiederholgenauigkeit des Sensors ist, können auch hier die Varianzen addiert werden und die gesamte Standardmessunsicherheit σ_{ges} des Sensors ergibt sich zu:

$$\sigma_{\text{ges}} = \sqrt{\sigma_{\text{normal}}^2 + \sigma_{\text{wieder}}^2 + \sigma_{\text{temp}}^2} \quad (4.2)$$

In den Richtlinien des DKD wird bei Kenntnis der Standardmessunsicherheit und des systematischen Fehlers eine Abweichungsspanne angegeben, die hier mit σ'_{ges} bezeichnet wird. Diese wird über

die Addition des systematischen Fehlers und der erweiterten Standardmessunsicherheit berechnet:

$$\sigma'_{ges} = 2\sigma_{ges} + s_{syst} \quad (4.3)$$

Die Kalibrationen der Sensoren eines Messbereichs ergaben jeweils sehr ähnliche Unsicherheiten. Deshalb wird für alle Sensoren der gleiche Unsicherheitswert angegeben, der dem aufgerundeten Mittelwert entspricht. Alle Werte der Unsicherheiten für die beiden Drucksensoren sind in der Tabelle 4.2 dargestellt.

Sensor	σ'_{ges}	σ_{ges}	$\sigma_{wieder,temp}$	σ_{wieder}	σ_{temp}	s_{syst}
HCLA02X5B	2.5 Pa	0.9 Pa	0.3 Pa	0.2 Pa	0.2 Pa	0.7 Pa
HCLA12X5B	5.2 Pa	1.4 Pa	1.1 Pa	1.0 Pa	0.4 Pa	2.4 Pa

Tabelle 4.2: Verschiedene Standardmessunsicherheiten, die Abweichungsspanne und der systematische Fehler der verwendeten Drucksensoren

Neben der Genauigkeit der Drucksensoren müssen noch die Unsicherheiten von zwei weiteren Messgeräten betrachtet werden.

Für die absolute Genauigkeit der mit der Fünf-Loch-Sonde gemessenen Werte spielt die Kalibration der Sonde eine wesentliche Rolle. Durch Unsicherheiten bei der Kalibration entsteht ein weiterer systematischer Fehler. Die Kalibration wurde von der Firma *ALTHEN* durchgeführt. Die Abweichung der gemessenen Geschwindigkeit ist kleiner als 1% des Messwerts und die Winkelabweichung kleiner als 1°.

Für die verwendeten Massenstrommessgeräte (Festo, SFAB-200U-HQ8-2SV-M12) werden die Herstellerangaben für die Messgenauigkeit verwendet. Diese betragen 3% des Anzeigewerts plus 0.3% des Messbereichs, wobei die verwendeten Messgeräte einen Messbereich von 200 Normliter pro Minute haben.

4.3.2 Unsicherheitsfortpflanzung

Zur Bewertung der Kaskadenströmung werden die im Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Kennzahlen verwendet. Diese Kennzahlen hängen von den Messwerten mehrerer Drucksensoren ab. Damit auch für diese Kennzahlen eine Unsicherheit angegeben werden kann, wird in diesem Abschnitt analysiert, wie sich die Unsicherheiten der Sensoren auf die der Kennzahlen auswirken.

Im Allgemeinen ist die Ergebnisgröße b von einer Vielzahl von Messgrößen a_i abhängig, was wie folgt beschrieben wird:

$$b = f(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n). \quad (4.4)$$

Die Frage ist demnach, wie groß die Unsicherheit der Ergebnisgröße b bei bekannter Funktion f und bekannter Unsicherheit der Einzelmessgrößen a_i ist.

Zur Berechnung wird das verallgemeinerte Gauß'sche Unsicherheitsfortpflanzungsgesetz verwendet. Eine sehr kompakte Schreibweise, die in [Barlow, 1989] beschrieben wird, soll hier Verwendung finden:

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{J}_f \mathbf{V}_a \mathbf{J}_f^T. \quad (4.5)$$

4 Experimenteller Aufbau

Dabei ist \mathbf{J}_f die Jacobi-Matrix von f , und \mathbf{V}_a beschreibt die Kovarianzmatrix der Messgrößen a_i . Die gesuchte Varianz der Ergebnisgröße ist entsprechend \mathbf{V}_b .

Beispielhaft wird das Vorgehen nun für den Druckaufbau der Statorcascade C_p beschrieben, wobei die Wiederholgenauigkeit dieser Kennzahl ermittelt werden soll. Für die weiteren beschriebenen Kennzahlen wird entsprechend vorgegangen.

Der Druckaufbau der Statorcascade C_p ergibt sich aus dem Integral des Druckbeiwerts c_p über die Fläche einer Passage, weshalb der Druckbeiwert an vielen Positionen gemessen wird. Die Standardmessunsicherheit wird zunächst für jede Messstelle separat berechnet, da die Struktur des integralen Wertes C_p nicht zu der des Fehlerfortpflanzungsgesetzes (4.5) passt. Wie die Auswirkung auf die Unsicherheit des integralen Wertes C_p ist, wird anschließend beschrieben. Die Gleichung für den Druckbeiwert (3.4) ist hier für eine Messstelle (y_1, z_1) der Nachlaufströmung angegeben:

$$c_p(y_1, z_1) = \frac{p_{s,2}(y_1, z_1) - p_{s,1}}{p_{t,1} - p_{s,1}}. \quad (4.6)$$

Im konkreten Versuchsaufbau werden der Totaldruck $p_{t,1}$ und der statische Druck $p_{s,1}$ in der Eintrittsebene der Kaskade jeweils mit einem Drucksensor gemessen. Hier kann die oben ermittelte Unsicherheit des jeweiligen Sensors direkt genutzt werden. Der statische Druck in der Messebene $p_{s,2}$ wird hingegen mit einer Fünf-Loch-Sonde gemessen, was bedeutet, dass fünf Drucksensoren an diesem Messwert beteiligt sind. Es gilt demnach:

$$p_{s,2} = f_t(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5), \quad (4.7)$$

wobei dieser Zusammenhang nicht ohne Weiteres algebraisch ausgedrückt werden kann. Der Grund dafür ist, dass der Zusammenhang zwischen dem statischen Druck und den fünf gemessenen Drücken einmal durch eine Kalibration ermittelt wurde und dies in festen, miteinander verschalteten zweidimensionalen Lookup Tables hinterlegt ist. Um dennoch eine Berechnung der Jacobi-Matrix für die Fehlerfortpflanzung zu ermöglichen, werden die Lookup Tables am jeweiligen Messpunkt lokal linearisiert. Die Krümmung der Lookup Tables ist für kleine gemessene Winkel klein. Da die in den Experimenten mit der Fünf-Loch-Sonde gemessenen Winkel klein sind, ist damit eine gute lineare Approximation möglich. Die resultierenden Ausdrücke werden sehr lang und deshalb hier nicht weiter explizit ausgeschrieben.

Die Jacobi-Matrix ist für diesen Fall:

$$\mathbf{J}_f = \left[\frac{\partial c_p}{\partial p_1}, \frac{\partial c_p}{\partial p_2}, \frac{\partial c_p}{\partial p_3}, \frac{\partial c_p}{\partial p_4}, \frac{\partial c_p}{\partial p_5}, \frac{\partial c_p}{\partial p_{t,1}}, \frac{\partial c_p}{\partial p_{s,1}} \right] \quad (4.8)$$

Die Kovarianzmatrix \mathbf{V}_a wird mit den quadratischen Standardmessunsicherheiten des jeweiligen Sensors wie folgt belegt:

$$\mathbf{V}_a = \begin{bmatrix} \sigma_{p_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{p_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{p_3}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{p_4}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{p_5}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{p_{t,1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{p_{s,1}}^2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Liegen Korrelationen zwischen den Messwerten vor, kann dies über einen entsprechenden Eintrag auf der Nebendiagonalen berücksichtigt werden. Da in diesem Beispiel ausschließlich die Drucksensoren mit dem kleinen Messbereich verwendet wurden, werden alle Diagonaleinträge mit dem

gleichen Wert $\sigma_{wieder,temp}$ belegt, um die Wiederholgenauigkeit des gemessenen Druckbeiwerts c_p an der Messstelle (y_1, z_1) zu berechnen.

Der Druckaufbau der Kaskade C_p ergibt sich durch die Integration über viele, an unterschiedlichen Stellen gemessene Druckbeiwerte c_p . Es wäre denkbar, dass die Unsicherheit von C_p geringer ausfällt, da sich rein zufällige Messfehler kompensieren.

Alle Messungen eines Kennfeldes, die zur Berechnung von C_p genutzt werden, werden in einem Experiment ohne Unterbrechung durchgeführt. Deshalb werden die Sensoren nur einmal in eine Richtung stark ausgelenkt und verbleiben für den Rest der Messung näherungsweise in dieser Position. Als Messfehlerursache werden im Datenblatt der Drucksensoren beispielsweise Hystereseeffekte angeführt. Eine Aussage ob, oder wie stark sich solche Messfehler durch die genannte Mehrfachmessung kompensieren, kann hier nicht getroffen werden. Auch zur Kompensation systematischer Messfehler durch die Messung an verschiedenen Messpositionen kann hier keine zuverlässige Angabe gemacht werden.

Da hier keine genaue Aussage über eine Verringerung des Messfehlers getroffen werden kann, wird als obere Abschätzung keine Verringerung des Messfehlers angenommen. Für die Standardmessunsicherheit der Kennzahl C_p wird der gemittelte Wert der Standardmessunsicherheiten aller Messpunkte eines Experiments angegeben.

Wiederholungsfehler bei der Positionierung der Fünf-Loch-Sonde können als vernachlässigbar klein betrachtet werden, da die verwendeten Lineareinheiten über nahezu spielfreie Kugelgewindetriebe verfügen und die Referenzposition über präzise Endschalter mit einer Wiederholgenauigkeit von ± 0.02 mm eingestellt wird.

Wird die absolute Messgenauigkeit des Druckaufbaus C_p betrachtet, muss zudem bedacht werden, dass nur diskrete Messwerte erfasst werden, zwischen denen linear interpoliert wird und somit weitere Messfehler entstehen. Diese Messfehler werden als klein abgeschätzt, da für die Messung ein feines Raster mit insgesamt 450 Messpunkten gewählt wird, welches insbesondere in Bereichen großer Gradienten eine erhöhte Auflösung besitzt.

5 Ergebnisse zur stationären Strömungsbeeinflussung durch die Aktuatoren

In diesem Kapitel werden die Effekte der Aktuierung auf die Strömung untersucht. Der Fokus liegt dabei auf der Vermessung des Nachlaufgebietes in der Messebene, da die Auswirkung der Aktuierung auf die Nachlaufdüse von besonderem Interesse ist. Zudem ist die Kenntnis über die Strömung in der Messebene für die Berechnung der im Abschnitt 3.3 beschriebenen Kennzahlen notwendig. Anhand dieser Kennzahlen werden die Wirkungen der verschiedenen Aktuatoren bewertet.

5.1 Untersuchungen der Grundströmung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse zur Messung der Grundströmung der Statorkaskade dargestellt. Grundströmung bedeutet in diesem Fall, dass keine Aktuierung aktiv ist. Die Messergebnisse mit Aktuierung werden in den darauffolgenden Abschnitten besprochen. Über den Vergleich mit der Grundströmung kann dann die durch die Aktuierung verursachte Strömungsänderung ermittelt werden und bezüglich der Kennzahlen eine Aussage über eine Verbesserung oder Verschlechterung der Kaskadenströmung getroffen werden.

5.1.1 Ölanstrichbild

Die Seitenwandaktuierung soll die Sekundäreffekte der Passagenströmung reduzieren. Dafür muss zunächst die Ausprägung und die Lage dieser Sekundäreffekte ermittelt werden. Hierfür ist die Erstellung und Auswertung eines Ölanstrichbildes gut geeignet. Dieses Verfahren ist im Abschnitt 3.2.3 beschrieben.

Das Ölanstrichbild für die Saugseite der mittleren Kaskadenschaufel ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Es fällt auf, dass die Strömungslinien im Öl nicht genau in Strömungsrichtung liegen, sondern etwas nach unten abdriften. Dies liegt an der Einbaulage der Statorkaskade. Die Schaufeln stehen senkrecht zum Erdboden, wodurch die Erdbeschleunigung das Öl zusätzlich nach unten zieht. Deshalb ist auch nur die obere Hälfte der Schaufel dargestellt, da sich auf der unteren Seite das Öl sammelt und die interessanten Strukturen nicht mehr gut sichtbar sind.

An der Schaufelvorderkante sind zunächst gerichtete Linien im Ölfilm zu erkennen. In diesem vorderen Bereich liegt die Strömung laminar an. Es folgt der auffälligste Bereich des Bildes, der über die gesamte Schaufelhöhe verlaufende blaue Streifen bei einer normierten Sehnenlänge von 0.17. Von hier an bis zu einer normierten Sehnenlänge von 0.27 verlaufen die Strömungslinien nicht mehr in Strömungsrichtung. In diesem Bereich hat sich viel Öl angesammelt, das nach unten abfließt. Dies liegt daran, dass sich die Strömung in diesem Bereich kurzzeitig von der Schaufel ablöst, bevor sie anschließend wieder zum Anliegen kommt. Hier findet die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung statt, wobei die kurzzeitige Ablösung auf Grund des starken Druckgradienten auf der Saugseite auftritt. Diese lokale Ablösung wird auch als laminare Ablöseblase bezeichnet. Hinter der

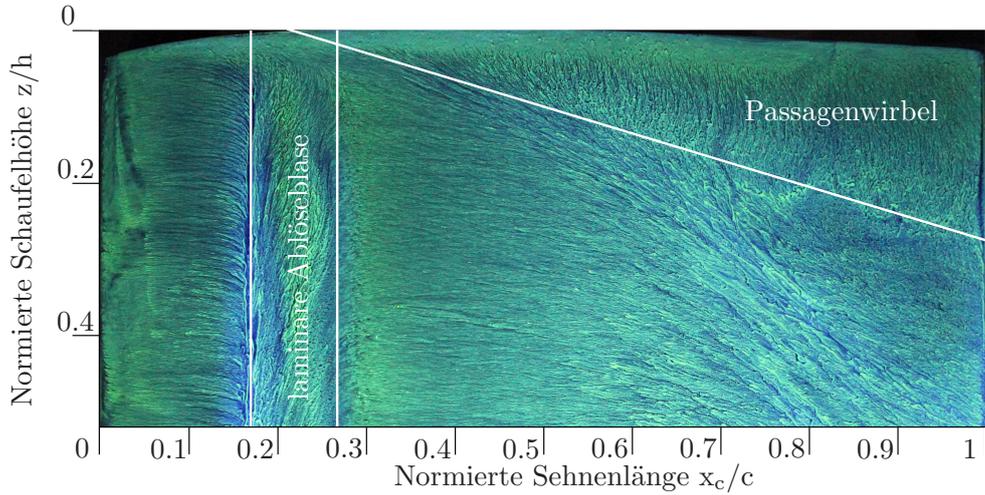


Abbildung 5.1: Ölanstrichbild der Saugseite der mittleren Kaskadenschaufel.

laminaren Ablöseblase kommt es zu einem turbulenten Wiederanlegen der Passagenströmung, wie die gerichteten Linien im Ölfilm zeigen.

Bei genauerer Betrachtung der Wandstromlinien hinter der laminaren Ablöseblase fällt auf, dass sich in Wandnähe ein Bereich befindet, in dem diese nicht in Hauptströmungsrichtung, sondern fast senkrecht dazu verlaufen. Dieses Gebiet wächst vom Bereich der laminaren Ablöseblase bis zur Schaufelhinterkante kontinuierlich an, siehe Abbildung 5.1. Großskalige Wirbelstrukturen erzeugen hier die deutliche Änderung der Wandstromlinien im Ölanstrichbild. Dafür sind die eingangs erwähnten sekundären Strömungseffekte verantwortlich, die in Abbildung 1.3 schematisch dargestellt sind. Weitere noch detailliertere Beschreibungen der auftretenden Sekundäreffekte können in [Langston, 2001] nachgeschlagen werden. Im vorliegenden Fall ist der Passagenwirbel maßgeblich für den Verlauf der Wandstromlinien verantwortlich. Auf Grund des geringen Streckungsverhältnisses der Schaufel von $h/c = 0.8$ ist der Passagenwirbel bezogen auf die Gesamthöhe der Schaufel stark ausgeprägt.

5.1.2 Druckverteilung der Statorschaufeln

Allgemein wird die Umströmung eines Körpers durch die lokalen Strömungsgeschwindigkeiten und die damit einhergehenden lokalen statischen Drücke charakterisiert. Das Messen der Druckverteilung eines Strömungskörpers bietet deshalb wesentliche Informationen über die aktuellen Strömungsverhältnisse. Bei schlanken Körpern wie einem Tragflügel oder einer Verdichterschaufel kann aus dem Flächenintegral der Druckverteilung der Auftrieb und die damit einhergehende aerodynamische Belastung berechnet werden, siehe [Bräunling, 2015].

Wie im Abschnitt 4.1 beschrieben, wird die Druckverteilung der Messschaufel im Mittelschnitt gemessen. Der statische Druck auf der Schaufeloberfläche wird entlang der Schaufel-Profilsehne x_c aufgetragen und mit $p_{s,schau\text{fel}}(x_c)$ bezeichnet. Die gemessenen Druckwerte werden auf den dimensionslosen Druckbeiwert entsprechend der Gleichung (3.4) umgerechnet:

$$c_p(x_c) = \frac{p_{s,schau\text{fel}}(x_c) - p_{s,1}}{p_{t,1} - p_{s,1}}. \quad (5.1)$$

Die Abbildung 5.2 (a) zeigt die c_p -Verteilung der Messung bei Grundströmung. Jeder eingetragene Messpunkt entspricht dem zeitlich gemittelten Messwert. Zum Vergleich ist die Druckverteilung der

numerischen Simulation dargestellt. Diese wurde von dem Projektpartner *Rolls-Royce Deutschland* mit der Software MISES durchgeführt. Mehr Informationen zu dieser Simulation sind im Abschnitt 4.1 gegeben.

Die gemessene und die berechnete Druckverteilung liegen dicht beieinander. Die numerische Simulation liefert damit eine gute Vorhersage der Schaufelumströmung im Mittelschnitt.

Der Vergleich beider Druckverteilungen zeigt entlang der Druckseite und an der Saugspitze kleine Abweichungen. In diesem Bereich fällt der Betrag der Druckbeiwerte der Messung gegenüber der Simulation etwas geringer aus. Diese Abweichung ist durch die Sekundäreffekte der Passagenströmung zu erklären. Wie auf dem Ölanstrichbild zu sehen ist, sind die Passagenwirbel stark ausgeprägt. Durch das geringe Streckungsverhältnis der Statorschaufeln reichen die Auswirkungen der Sekundäreffekte bis in den Bereich des Mittelschnitts der Statorschaufeln. Da es sich bei der Simulation um einen zweidimensionalen Code handelt, werden die sekundären Strömungseffekte nicht simuliert. Die berechnete Druckverteilung entspricht deshalb dem Fall, in dem die Schaufelstreckung so groß ist, dass die Randeffekte keinen nennenswerten Einfluss mehr auf den Mittelschnitt haben. Dies lässt sich besonders gut anhand von späteren Untersuchungen mit Aktuation zeigen. In einem Vorgriff sei hier bereits auf den Abschnitt 5.4 und die Abbildung 5.11 (b) verwiesen. Wenn die Passagenwirbel mit der Seitenwandaktuation reduziert werden, ist ihr Effekt auf den Mittelschnitt kleiner und die Messergebnisse liegen entsprechend noch näher an den Simulationsergebnissen.

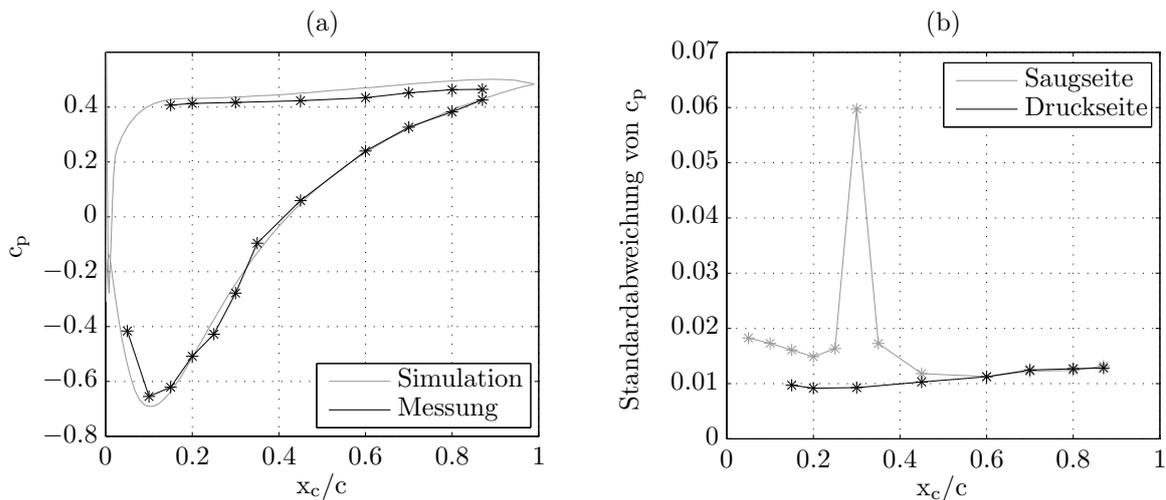


Abbildung 5.2: Bei Grundströmung gemessene mittlere c_p -Verteilung im Mittelschnitt der Messschaufel entlang der normierten Profillehne im Vergleich zur c_p -Verteilung der MISES Simulation (a). Standardabweichung der einzelnen zeitlich aufgelösten c_p -Messungen auf der Saugseite und der Druckseite (b).

Eine weitere kleine Abweichung ist bei einer Sehnenlänge von 0,25 hinter der Saugspitze zu erkennen. Der gemessene c_p -Wert ist an dieser Stelle etwas kleiner, wodurch sich der Gradient hier stärker ändert. Dieser Effekt entsteht durch die laminare Ablöseblase, die in diesem Bereich für eine verminderte Umlenkung sorgt. Da die laminare Ablöseblase in der zweidimensionalen Simulation nicht berechnet wird, fehlt auch die entsprechende Auswirkung in der c_p -Verteilung. Für den weiteren Druckverlauf entlang der Saugseite stimmt die Simulation trotz dieser Vernachlässigung wieder sehr gut mit den Messergebnissen überein.

Für jeden der aufgetragenen zeitlichen Mittelwerte der c_p -Verteilung wurde entsprechend der im Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Unsicherheitsfortpflanzung die Messunsicherheit berechnet. Die Werte unterscheiden sich geringfügig auf Grund der unterschiedlichen Amplituden in Abhängigkeit von

der Messposition. Die Werte für die Standardabweichung der Wiederholgenauigkeit liegen im Bereich von 0.0033 bis 0.0036 und die Werte für die Standardabweichung des Gesamtfehlers im Bereich von 0.0093 bis 0.0116. Die Abbildung 5.2 (b) zeigt die Standardabweichung der zeitlich aufgelösten Druckbeiwertmessungen für jeden Sensor. Diese Werte geben Aufschluss über die lokalen Druckschwankungen entlang der Schaufeloberfläche, die durch Turbulenzen in der Strömung verursacht werden. Die Amplitude der Druckschwankungen auf der Druckseite ist nahezu konstant. Auf der Saugseite ist die Turbulenz im Bereich der Saugspitze vergleichsweise stärker ausgeprägt. Besonders fällt der um den mehr als Faktor drei erhöhte Wert bei einer normierten Sehnenlänge von 0.3 auf. Dieser Sensor liegt genau in dem Bereich hinter der laminaren Ablöseblase, wo die Strömung wieder zum Anliegen an der Schaufel kommt, vergleiche Abbildung 5.1. Starke Turbulenz sorgt in diesem Transitionsbereich für diese besonders großen Druckschwankungen.

5.1.3 Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse zur Messung der Nachlaufströmung besprochen. Anschließend werden die im Abschnitt 3.3 beschriebenen Kennzahlen der Kaskade auf Basis dieser Messungen berechnet.

Für die Berechnung der Kennzahlen sind immer die Eintrittsbedingungen sowie die Austrittsbedingungen der Kaskadenströmung notwendig. Die Anströmung wird mit den Drucksensoren in der Eintrittsebene gemessen; sie ist näherungsweise homogen. Die Strömungsgeschwindigkeit in der Messebene stromab der Schaufeln ist hingegen nicht mehr homogen, sondern durch einen starken dreidimensionalen Charakter geprägt. Hier werden an vielen Messpunkten in der Nachlaufströmung Messungen mit der beschriebenen Fünf-Loch-Sonde durchgeführt.

Da die Strömung in einer Statorkaskade periodisch bezüglich der Schaufeln ist, reicht es aus, das Abströmgebiet einer Schaufel beziehungsweise einer Schaufelpassage zu messen. Damit ist eine Periode bekannt, die sich für alle weiteren Schaufeln wiederholt. Eine Statorkaskade stellt einen Ausschnitt eines komplett periodischen Ringgitters nach. Die ebene Statorkaskade ist jedoch immer durch zwei Außenwände begrenzt, was an dieser Stelle für eine Störung der Periodizität sorgt. Da diese Störungen zur Mitte hin abnehmen, erfährt die mittlere Schaufel die Strömungsbedingungen mit der besten Vergleichbarkeit zu einem vollständig periodischen Gitter. Daher wird im Folgenden immer die Passagenströmung der mittleren Schaufel betrachtet.

Die Fünf-Loch-Sonde wurde für die Messungen in der Messebene im Bereich der mittleren Schaufel verwendet, vergleiche Abbildung 4.1. Um die Strukturen in der Strömung detailliert aufzulösen, wurde die Sonde an 450 Positionen der Passage gefahren; an jeder Position wurden 4 Sekunden lang Messwerte mit einer Abtastrate von 1 kHz aufgenommen. Das aus den Mittelwerten der jeweiligen Messpunkte resultierende Kennfeld ist in Abbildung 5.3 dargestellt.

Zunächst soll das Kennfeld 5.3 (a) besprochen werden. Hier ist die gemessene, auf die Anströmgeschwindigkeit normierte Strömungsgeschwindigkeit dargestellt. Die schwarzen Punkte markieren die Positionen, an denen Messwerte mit der Fünf-Loch-Sonde erfasst wurden. Es fallen zwei deutlich unterschiedliche Bereiche auf. Ein großflächiger weißer Bereich, in dem die Strömungsgeschwindigkeit näherungsweise konstant ist und ein blauer Bereich, der große Geschwindigkeitsgradienten aufweist. Die normierte Strömungsgeschwindigkeit liegt in dem weißen Bereich etwas oberhalb von 0.7 und damit deutlich niedriger als die Anströmgeschwindigkeit. Diese Verzögerung der Strömungsgeschwindigkeit zum Erreichen eines Druckanstiegs entspricht der Aufgabe des Verdichtergitters.

Zwischen den weißen Bereichen liegt der blaue Bereich mit deutlich geringeren Geschwindigkeiten, wobei Schnitte entlang der y -Achse jeweils ein eindeutiges Minimum besitzen. Dieser Bereich des

Geschwindigkeitsdefizits ist die Nachlaufdelle.

Im Bereich des Mittelschnittes bei $z/h = 0.5$ fällt die Nachlaufdelle vergleichsweise klein aus. Hier ist das Geschwindigkeitsdefizit hauptsächlich die Grenzschicht, die sich über die Lauflänge der Statorschaufel entwickelt hat. In der Nähe der Seitenwände kommen die bereits besprochenen sekundären Strömungseffekte hinzu. Die Passagenwirbel sorgen hier für eine weitere Verzögerung der Strömungsgeschwindigkeit. Die normierte Geschwindigkeit erreicht hier Werte von unter 0.35. Die starke Ausprägung der Passagenwirbel, die bereits auf dem Ölanstrichbild zu sehen war, wird somit auch im Nachlauf deutlich sichtbar.

Die Strömungsverluste der Statorcascade werden über den Druckverlustbeiwert dargestellt. Das Kennfeld 5.3 (b) zeigt die lokalen Druckverlustbeiwerte an den jeweiligen Messpunkten. Es fällt auf, dass die Verluste großflächig näherungsweise null sind, wohingegen die Verluste in der Nachlaufdelle massiv bis auf Werte von über 0.38 ansteigen. Für die Berechnung des Druckverlustbeiwertes ist der gemessene Totaldruck entscheidend, der sich aus dem statischen und dem dynamischen Druck zusammensetzt. Der statische Druck ist in der Austrittsebene annähernd konstant, wohingegen der dynamische Druck entsprechend der gemessenen Strömungsgeschwindigkeit deutliche Unterschiede aufweist. Deshalb werden die Totaldruckverluste an den Positionen der größten Geschwindigkeitsdefizite maximal.

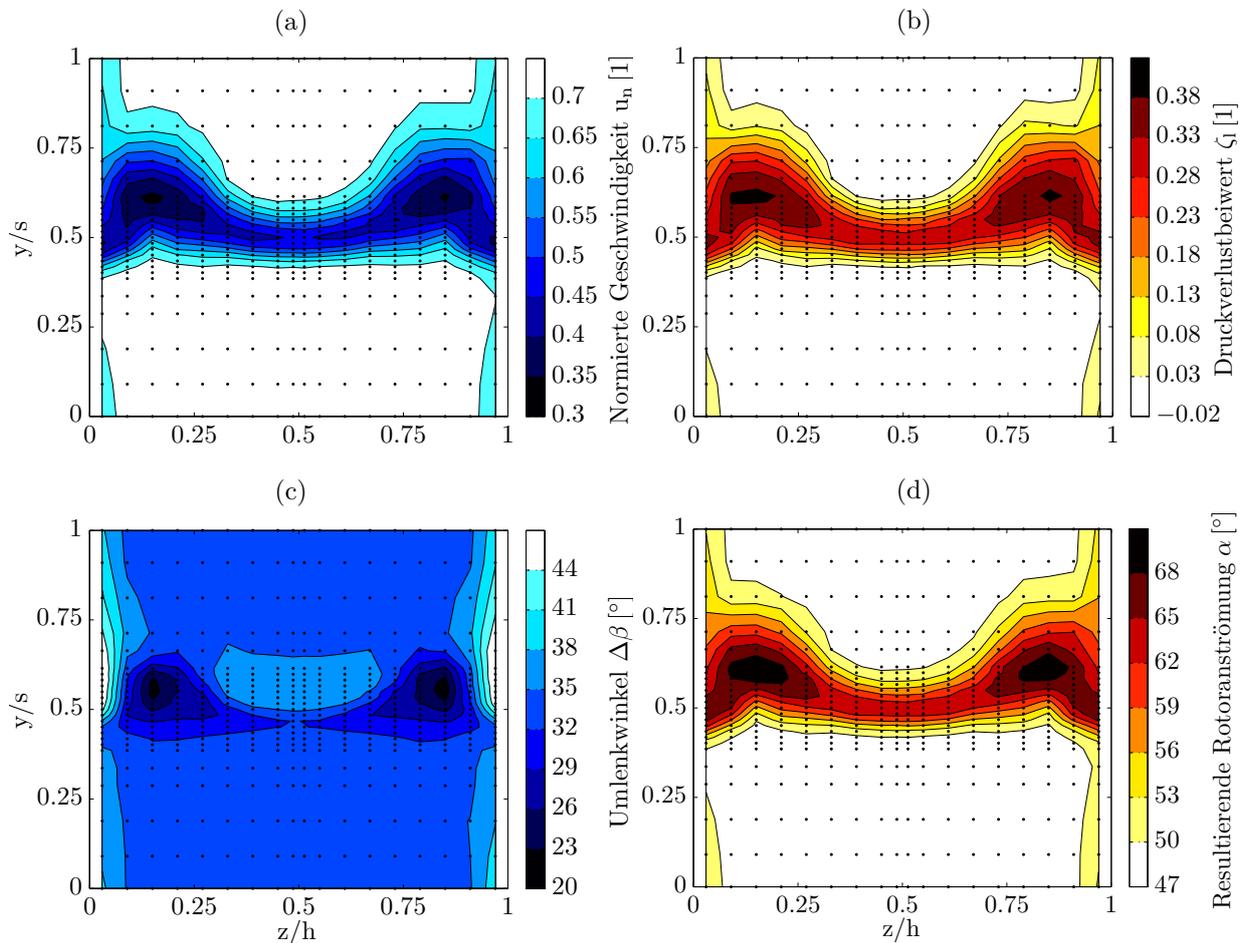


Abbildung 5.3: Messergebnisse der natürlichen Strömung für die mittlere Passage der Messebene, bei $Re = 6 \times 10^5$. Es sind die normierte Strömungsgeschwindigkeit (a), der Totaldruckverlust (b), der Umlenkwinkel (c) sowie der resultierende Rotoranströmungswinkel (d) dargestellt.

Das Kennfeld 5.3 (c) zeigt den örtlich aufgelösten Umlenkwinkel der Statorkaskade. Der Umlenkwinkel $\Delta\beta$ ist die Differenz aus dem Anströmwinkel β_1 und dem mit der Fünf-Loch-Sonde gemessenen Abströmwinkel β_2 . Je größer der Umlenkwinkel ist, desto stärker fällt die Verzögerung der Strömung über das Gitter aus, was in einem größer werdenden Druckaufbau resultiert. Eine große Umlenkung bedeutet deshalb immer auch eine große aerodynamische Belastung der Schaufeln.

Der Umlenkwinkel liegt großflächig zwischen 32° und 35° . Dies entspricht den Erwartungen aus den numerischen Berechnungen. Die berechnete Umlenkung ergibt sich aus den Werten der Tabelle 4.1 zu 34° , was mit den Messungen gut übereinstimmt. Zwei deutliche Minima der Umlenkung treten im Bereich der bereits beobachteten Geschwindigkeitsminima auf. Hierfür verantwortlich sind die in diesem Bereich auftretenden Sekundäreffekte.

Das letzte Kennfeld 5.3 (d) zeigt schließlich den für einen nachfolgenden Rotor resultierenden Anströmwinkel α . Die Berechnung von α erfolgt aus den Messdaten entsprechend der Gleichung (3.10). Auch dieser Wert hängt maßgeblich von der Strömungsgeschwindigkeit ab. Innerhalb der Passagenströmung liegt der resultierende Anströmwinkel bei ca. 48° . Im Bereich der Nachlaufdelle steigt dieser Wert hingegen bis auf Werte von über 68° an. Für den nachfolgenden Rotor stellt die Nachlaufdelle damit eine deutliche Störung des Anströmwinkels dar.

Abschließend werden nun die örtlich aufgelösten Messwerte integriert, um die im Abschnitt 3.3 beschriebenen skalaren Vergleichswerte für die Statorkaskade zu erhalten. Diese sind in der Tabelle 5.1 aufgeführt. Zudem ist die Genauigkeit der Messergebnisse entsprechend der Beschreibung im Abschnitt 4.3.2 angegeben. Zur Berechnung der Wiederholgenauigkeit wird die Standardmessunsicherheit der Sensoren $\sigma_{wieder,temp}$ und zur Berechnung der Gesamtgenauigkeit wird die erweiterte Standardmessunsicherheit σ'_{ges} verwendet.

Diese drei Kennzahlen, der Druckverlustbeiwert, der Druckaufbau und die Nachlaufdellengröße werden in den nächsten Abschnitten für den Vergleich der Aktuationsmechanismen genutzt. Da die Werte auch in den folgenden Experimenten in der gleichen Größenordnung bleiben, ändern sich auch die Unsicherheiten nicht wesentlich. Deshalb können auch für die weiteren gemessenen Kennzahlen die hier angegebenen Unsicherheiten verwendet werden.

Kennzahl	Bezeichnung	Wert	Gesamtgenauigkeit	Wiederholgenauigkeit
Druckverlustbeiwert	ζ	0.052	0.012	0.0016
Druckaufbau	C_p	0.480	0.011	0.0010
Nachlaufdellengröße	I_α	1.609	0.070	0.0205

Tabelle 5.1: Kennzahlen der Statorkaskade für die Grundströmung bei $Re = 6 \times 10^5$ und die zugehörigen Angaben der Messgenauigkeit.

Die bisher dargestellten Messungen wurden bei der Referenz-Reynolds-Zahl von 6×10^5 durchgeführt. Im Betrieb einer Gasturbine kann es jedoch zu Veränderungen der Reynolds-Zahl kommen, beispielsweise durch eine Veränderung der Umgebungsbedingungen oder durch Lastwechsel. Bei stationären Gasturbinen fallen diese Änderungen gering aus, weshalb auch keine sehr großen Reynolds-Zahl-Änderungen zu erwarten sind. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb nur die Auswirkung einer kleinen Reynolds-Zahl-Änderung auf die Kaskadenströmung untersucht. Die Messergebnisse für die Grundströmung bei der Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 sind in der Tabelle 5.2 angegeben.

Die Kennzahlen bei der Vergleichs-Reynolds-Zahl weisen nur geringe Unterschiede auf. Da alle Kennzahlen bezüglich der Anströmgeschwindigkeit normiert sind, ist dieses Ergebnis auch zu erwar-

Kennwert	Bezeichnung	Wert	Gesamtgenauigkeit	Wiederholgenauigkeit
Druckverlustbeiwert	ζ	0.053	0.014	0.0023
Druckaufbau	C_p	0.480	0.012	0.0014
Nachlaufstellengröße	I_α	1.628	0.078	0.0289

Tabelle 5.2: Kennzahlen der Statorkaskade für die Grundströmung bei $Re = 5 \times 10^5$ und die zugehörigen Angaben der Messgenauigkeit.

ten, solange die Reynolds-Zahl in einer ähnlichen Größenordnung bleibt. Deutlichere Veränderungen der Schaufelumströmung, die sich gegebenenfalls durch eine starke Änderung der Reynolds-Zahl ergeben, sollten in einer stationären Gasturbine nicht auftreten und werden in der vorliegenden Arbeit nicht weiter untersucht. Auf Grund der niedrigeren Geschwindigkeit werden die Messbereiche der Drucksensoren weniger ausgenutzt, wodurch die relative Messunsicherheit steigt.

Dieser Vergleich zeigt, dass die veränderte Reynolds-Zahl keinen nennenswerten Einfluss auf die Kennzahlen hat. Deshalb wird die folgende Analyse der stationären Strömungskontrolle durch die Aktuatoren ausschließlich für die Referenz-Reynolds-Zahl durchgeführt. Für dynamische Änderungen der Kaskadenströmung spielt die veränderte Anströmgeschwindigkeit hingegen eine wesentliche Rolle. Dies wird im nächsten Kapitel 6 aufgegriffen, wenn die Strömungsdynamiken identifiziert werden.

In diesem Abschnitt wurden alle wichtigen Strömungsgrößen für die Messdaten der Grundströmung ausführlich dargestellt. Die Kennfelder für den Totaldruckverlust und den resultierenden Anströmwinkel haben jeweils eine ähnliche Struktur, siehe Abbildung 5.3. Auch der Umlenkwinkel hat seine Minima dort, wo sich die Geschwindigkeitsdefizite befinden. Es wird deshalb im Folgenden nur die normierte Geschwindigkeit gezeigt, um den Effekt der Aktuation sichtbar zu machen. Die weiteren Kennzahlen der Kaskadenströmung werden gleich als integraler Wert angegeben.

5.2 Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel

In diesem Abschnitt wird die Auswirkung der Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel auf die Kaskadenströmung untersucht. An den drei mittleren Schaufeln der Statorkaskade wurde hierfür mit den im Abschnitt 4.2 beschriebenen Aktuatoren Druckluft mit unterschiedlichen Amplituden ausgeblasen.

5.2.1 Druckverteilung der Statorschaufeln

Zunächst wird die Auswirkung der Aktuation auf die c_p -Verteilung im Mittelschnitt betrachtet. Die Abbildung 5.4 zeigt die c_p -Verteilung, die bei einer Ausblasamplitude von $c_\mu=0.009$ gemessen wurde im Vergleich zur c_p -Verteilung der Grundströmung. Der Vergleich zeigt, dass die Schaufelumströmung im Mittelschnitt durch die Hinterkantenaktuation praktisch nicht beeinflusst wird. Einzig die beiden c_p -Werte auf der Druckseite nahe der Hinterkante fallen im Vergleich zur Grundströmung etwas geringer aus.

Auch für die in den folgenden Abschnitten untersuchte Coanda- und Seitenwandaktuation liegen jeweils Messdaten mit einer Ausblasamplitude von $c_\mu=0.009$ vor. Um die Stärke der Auswirkung der

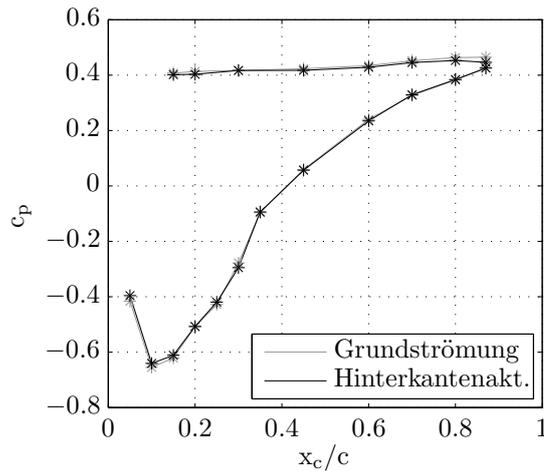


Abbildung 5.4: c_p -Verteilung im Mittelschnitt der Messschaufel entlang der normierten Profilschne für eine Aktuation mit der Amplitude von $c_\mu=0.009$ im Vergleich zur Grundströmung.

verschiedenen Aktuatoren auf die c_p -Verteilung leicht vergleichen zu können, wird die c_p -Verteilung jeweils für diese Ausblasamplitude gezeigt.

5.2.2 Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade

Für verschiedene Ausblasamplituden wurde jeweils die Nachlaufströmung der mittleren Statorschaufel mit der Fünf-Loch-Sonde gemessen. Die Messungen erfolgten entsprechend der Beschreibung im Abschnitt zur Grundströmung 5.1.3. Das Geschwindigkeitsfeld der Nachlaufströmung ist in Abbildung 5.5 für die maximal betrachtete Ausblasamplitude von $c_\mu = 0.024$ im Vergleich zur Grundströmung gezeigt.

Der Vergleich beider Kennfelder zeigt, dass die Nachlaufdelle durch die Hinterkantenaktuation über die gesamte Schaufelhöhe deutlich reduziert wird. Im Bereich des Mittelschnitts der Schaufel sind sowohl die Breite als auch die Amplitude der Nachlaufdelle kleiner geworden. Auch die großen Geschwindigkeitsdefizite nahe der Seitenwände wurden verringert.

Die Abbildung 5.6 zeigt die integrierten Kennzahlen in Abhängigkeit von der normierten Ausblasamplitude c_μ . Zum Vergleich sind auch die Werte für die Grundströmung angegeben, die bereits in der Tabelle 5.1 gezeigt wurden.

Im Diagramm 5.6 (a) ist die Größe der Nachlaufdelle als Integral über kritische Anströmwinkel I_α dargestellt, vergleiche Formel (3.11). Es ist zu sehen, dass die Nachlaufdellengröße mit einer Erhöhung der Ausblasamplitude stark abnimmt. Der Zusammenhang ist hierbei näherungsweise linear. Mit der maximalen Amplitude von $c_\mu=0.024$ wird I_α auf 42% des ursprünglichen Wertes gesenkt.

Das zweite Diagramm 5.6 (b) zeigt den dimensionslosen Druckaufbau der Kaskade C_p . Dieser wird durch die Aktuation insgesamt positiv beeinflusst. Nur für die kleinste betrachtete Ausblasamplitude liegt der Wert etwas unterhalb der Grundströmung. Eine Theorie hierfür ist, dass die Relativgeschwindigkeit zwischen der Passagenströmung und der Hinterkantenaktuation bei der kleinsten Ausblasamplitude noch nicht groß genug ist, um einen positiven Effekt für Druckaufbau zu erzielen.

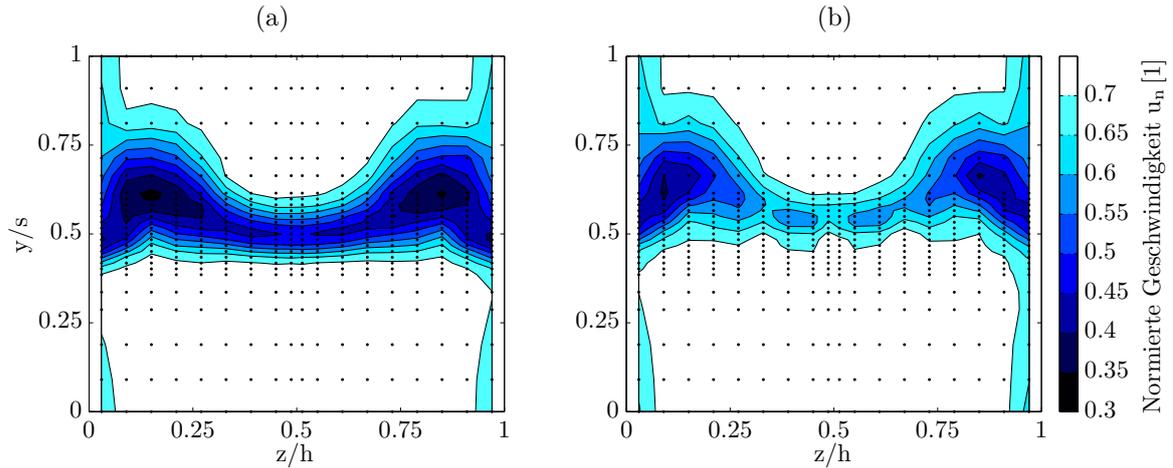


Abbildung 5.5: Messergebnisse für die mittlere Passage der Messebene, bei $Re = 6 \times 10^5$. Es ist die normierte Strömungsgeschwindigkeit für die Aktuation mit Hinterkantenaktuation (b) im Vergleich zur Grundströmung (a) gezeigt. Die Amplitude der Hinterkantenaktuation ist $c_\mu = 0.024$.

Für die maximale Ausblasamplitude kann die Druckerhöhung der Kaskade um ca. 2% gegenüber der Grundströmung verbessert werden.

Das Diagramm 5.6 (c) zeigt sowohl den korrigierten als auch den nicht korrigierten Druckverlustbeiwert. Durch die Aktuation steigt die Geschwindigkeit in der Nachlaufdele an, was auch eine Erhöhung des Totaldrucks mit sich bringt. Der Druckverlustbeiwert ζ fällt deshalb mit steigender Amplitude. Wird die eingebrachte Aktuationsleistung mit berücksichtigt, vergleiche Formel (3.8), steigt der korrigierte Druckverlustbeiwert ζ_{korr} außer für die kleinste gemessene Amplitude stark an und entfernt sich immer weiter vom nicht korrigierten Wert.

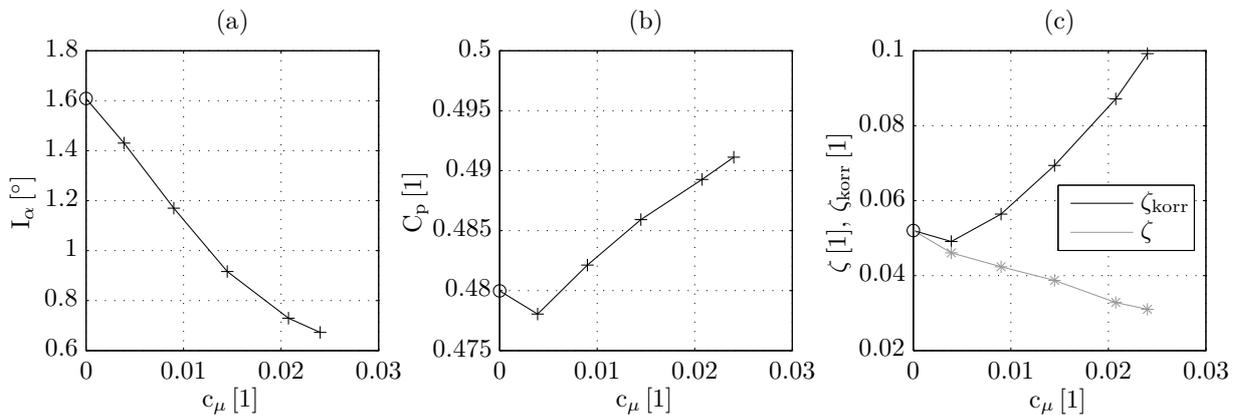


Abbildung 5.6: Aus den Messergebnissen berechnete Kennzahlen für verschiedene stationäre Ausblasamplituden mit der Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel, bei $Re = 6 \times 10^5$. Es sind die Größe der Nachlaufdele (a), der Druckaufbau der Kaskade (b) sowie der korrigierte und der nicht korrigierte Druckverlustbeiwert (c) dargestellt.

Die Hinterkantenaktuation erfüllt die vorgesehene Aufgabe einer Reduzierung der Nachlaufdele zur Vermeidung großer Anströmwinkel für den nächsten Rotor. Gleichzeitig kann eine kleine Erhöhung des Druckaufbaus der Kaskade erzielt werden. Diese Maßnahme kostet jedoch auch Leistung, was

an dem deutlichen Anstieg des korrigierten Druckverlustbeiwertes, gerade für große Aktuatorsamplituden, zu sehen ist.

5.3 Hinterkantenaktuation mit Ausnutzen des Coanda-Effekts

In diesem Abschnitt wird die Auswirkung einer Hinterkantenaktuation unter Ausnutzung des Coanda-Effekts auf die Kaskadenströmung untersucht. Mit dem eingebauten Aktuator ist sowohl eine Aktuation auf der Saugseite als auch eine Aktuation auf der Druckseite der Statorschaufeln möglich. Beide Aktuatoren haben das Ziel, die Nachlaufdüse zu reduzieren. Über die Aktuation auf der Saugseite soll zudem die Umlenkung vergrößert und damit ein höherer Druckaufbau erzielt werden. Die Auslegung und detaillierte Beschreibung dieses Aktuators ist im Abschnitt 4.2 beschrieben.

5.3.1 Druckverteilung der Statorschaufeln

Die Abbildung 5.7 zeigt die Auswirkung der Coanda-Aktuation auf der Saugseite (a) und auf der Druckseite (b) auf die c_p -Verteilung im Mittelschnitt der Messschaufel. Durch die Aktuation auf der Saugseite verändert sich die c_p -Verteilung im vorderen Bereich der Messschaufel nicht. Ab der normierten Sehnenlänge von 0.6 nehmen die Werte im Vergleich zur Grundströmung auf der Druckseite zu und auf der Saugseite ab. Auch wenn die Auswirkung auf die Umströmung der Schaufel nicht sehr groß ausfällt, ist sie doch im Vergleich zur Hinterkantenaktuation im letzten Abschnitt viel deutlicher. Die etwas größere von der c_p -Verteilung umschlossene Fläche bedeutet eine höhere Auftriebskraft, was bereits auf eine stärkere Strömungsumlenkung schließen lässt.

Der Effekt durch die Coanda-Aktuation auf der Druckseite ist geringer als bei der Coanda-Aktuation auf der Saugseite und eher gegenteilig. Insgesamt nimmt die von der c_p -Verteilung umschlossene Fläche geringfügig ab, im Vergleich zur Grundströmung.

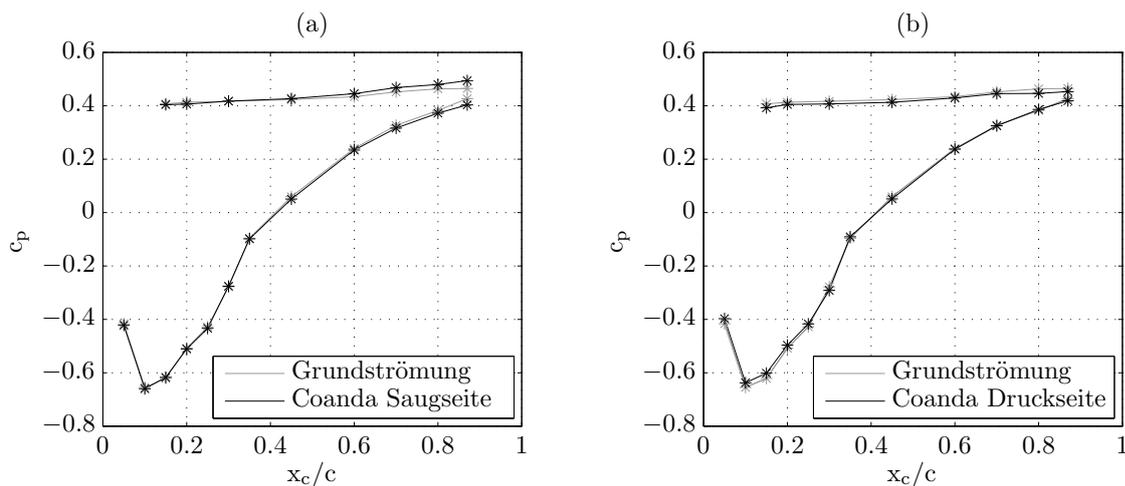


Abbildung 5.7: c_p -Verteilung im Mittelschnitt der Messschaufel entlang der normierten Profilssehne für die Coanda-Aktuation auf der Saugseite (a) und auf der Druckseite (b), jeweils im Vergleich zur Grundströmung. Die Ausblasamplitude beträgt in beiden Fällen $c_\mu=0.009$.

5.3.2 Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade

Die Kennfelder der Nachlaufströmung sind für beide Varianten der Coanda-Aktuation in Abbildung 5.8 dargestellt. Oben ist die normierte Geschwindigkeit für die Coanda-Aktuation auf der Saugseite (a) und auf der Druckseite (b) dargestellt. In beiden Fällen beträgt die Ausblasamplitude $c_\mu = 0.009$. Die darunter stehenden Abbildungen 5.8 (c) und (d) zeigen den gemessenen Umlenkwinkel für das jeweilige Experiment.

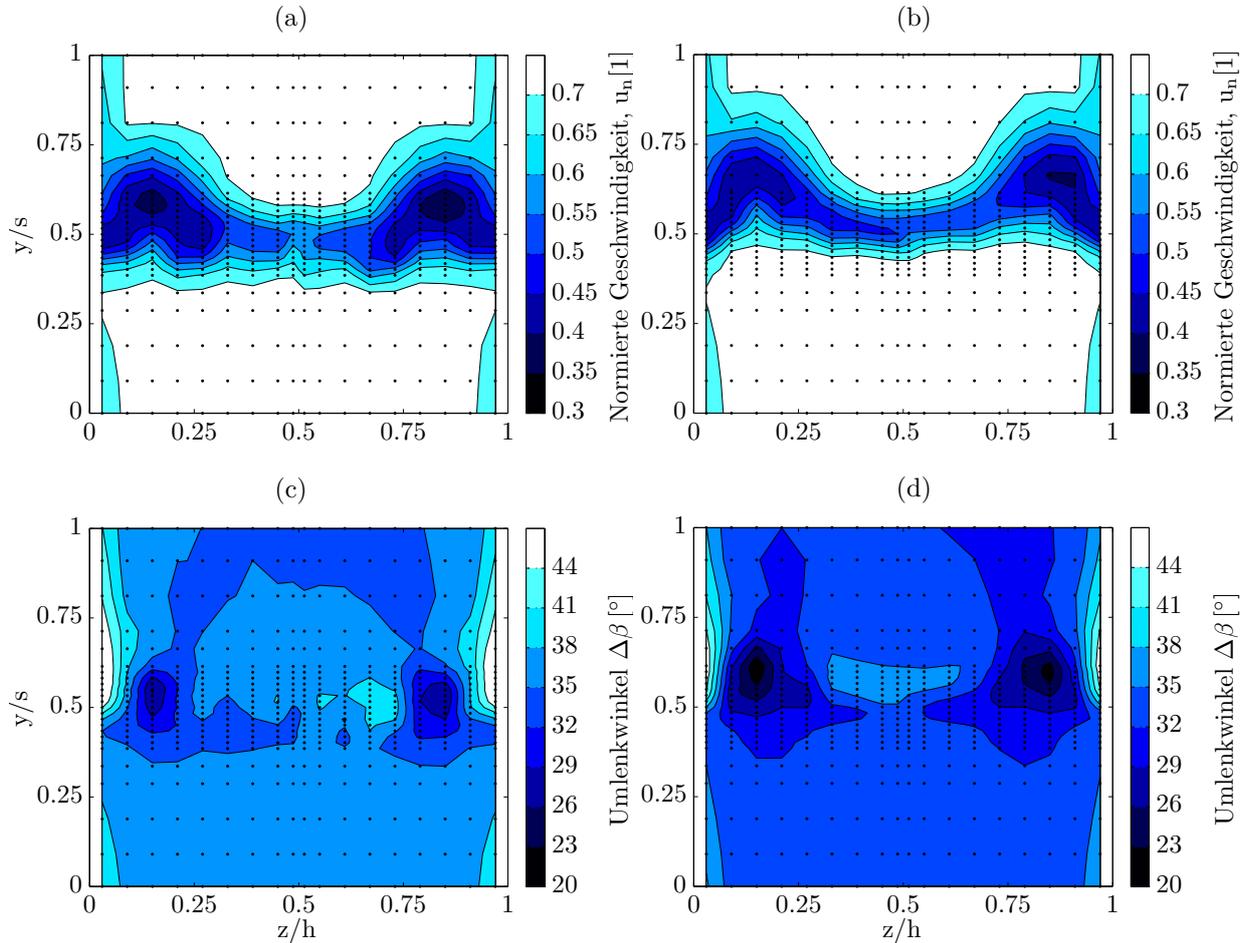


Abbildung 5.8: Messergebnisse mit Coanda-Aktuation für die mittlere Passage der Messebene, bei $Re = 6 \times 10^5$. Es sind die normierte Strömungsgeschwindigkeit bei Aktuation an der Saugseite (a) und der Druckseite (b) sowie der Umlenkwinkel bei Aktuation an der Saugseite (c) und der Druckseite (d) dargestellt. Die Ausblasamplitude beträgt in beiden Fällen $c_\mu = 0.009$.

Zwischen der Coanda-Aktuation auf der Saugseite und der Coanda-Aktuation auf der Druckseite sind deutliche Unterschiede zu erkennen. Insbesondere der Umlenkwinkel ist für die Aktuation auf der Saugseite größer als bei der Aktuation auf der Druckseite. Auch ein Vergleich mit dem Umlenkwinkel der Grundströmung, der in Abbildung 5.3 (c) gezeigt wurde, zeigt eine Vergrößerung der Umlenkung. Das Ziel einer erhöhten Umlenkung der Kaskadenströmung konnte also erreicht werden.

Durch die erhöhte Umlenkung im Falle der saugseitigen Aktuation verschiebt sich die Lage der Nachlaufdelle in der Messebene etwas in negative y-Richtung. Die Größe der Nachlaufdelle nimmt

dabei etwas ab, bleibt jedoch insgesamt relativ breit und das Geschwindigkeitsdefizit durch die sekundären Strömungseffekte nach wie vor groß. Die großflächige Nachlaufdelle entsteht dadurch, dass die Strömung mit vergleichsweise niedriger kinetischer Energie auf der Saugseite der zusätzlichen Richtungsänderung durch die Aktuation nicht vollständig folgen kann. Im Vergleich dazu wird die Nachlaufdelle bei der Aktuation auf der Druckseite stärker reduziert. Der Effekt im Bereich des Mittelschnitts fällt zwar schwächer aus, jedoch werden die großen Defizite nahe der Seitenwände kleiner und die Nachlaufdelle wird insgesamt auch im Vergleich zur Grundströmung schmaler, wobei der Umlenkungswinkel etwas vermindert wird, vergleiche Abbildung 5.3.

Eine abschließende Auswertung der Coanda-Aktuation liefert die Analyse der Kennzahlen der Kaskadenströmung. In Abbildung 5.9 sind die Nachlaufdellengröße I_α , der Druckaufbau C_p und der korrigierte Druckverlustbeiwert ζ_{korrr} dargestellt. Es wurde auch eine Messung mit kombinierter Aktuation durchgeführt. Die Amplitude auf der Saugseite war in diesem Fall mit $c_{\mu,\text{saugseite}} = 0.009$ etwas größer als die Amplitude auf der Druckseite mit $c_{\mu,\text{druckseite}} = 0.006$.

Die Kennzahl I_α bestätigt die bereits am Kennfeld der normierten Geschwindigkeiten festgestellten Unterschiede. Beide Aktuatoren sorgen mit steigender Ausblasamplitude für eine geringere Nachlaufdelle. Die Coanda-Aktuation auf der Saugseite hat bei gleicher Ausblasamplitude jedoch im Vergleich zur Aktuation an der Druckseite einen geringeren Effekt.

Der Messpunkt mit der kombinierten Aktuation zeigt eine für die hohe Aktuationsamplitude geringe Verminderung der Nachlaufdelle. Im Falle einer linearen Überlagerung müsste der Wert ungefähr bei 1 liegen. Eine mögliche Ursache ist, dass sich die beiden aufeinandertreffenden Coanda-Strahlen gegenseitig zu stark stören und ein wesentlicher Teil der kinetischen Energie früh dissipiert.

Im Hinblick auf den Druckaufbau C_p schneidet die Aktuation an der Saugseite deutlich besser ab. Dieses Ergebnis entspricht den Erwartungen, dass der Druckaufbau durch die erhöhte Umlenkung verbessert wird. Bei einer Ausblasamplitude kleiner als 1% wird der Druckaufbau um 2.5% gesteigert. Der Effekt bei der Aktuation an der Druckseite ist nur für größere Amplituden positiv und zudem deutlich schwächer.

Der korrigierte Druckverlustbeiwert ζ_{korrr} steigt in beiden Fällen mit einem ähnlichen Verlauf deutlich an. Im Vergleich zur Hinterkantenaktuation unter dem Abströmungswinkel ist der Druckverlustbeiwert bei den Coanda-Aktuatoren größer. Dies liegt an der gewählten kleineren Aktuator-schlitzbreite. Bei einem gleichen c_μ -Wert ist die Ausblasgeschwindigkeit dadurch größer, was mehr Leistung kostet.

Im Vergleich zur Hinterkantenaktuation unter dem Abströmungswinkel wurden kleinere Ausblasamplituden untersucht. Der Grund dafür ist, dass bei großen Aktuationsamplituden an der Saugseite die Umlenkung der Strömung so stark verändert wird, dass die Begrenzungen der Kaskade einen störenden Einfluss auf die Strömung ausüben. Die Aktuation an den außen liegenden Schaufeln sorgt bei Passage 1 für eine Verblockung, während Passage 4 entsperrt wird, vergleiche Abbildung 4.1 (a). Dieser Effekt wirkt sich bei größeren Ausblasamplituden auch auf die Anströmung der Messschaufel aus. Der Anströmungswinkel verändert sich, und die benötigte gleichmäßige Anströmung wird gestört. Deshalb wurde diese Aktuationsvariante an der Kaskade nur bei den gezeigten vergleichsweise kleinen Ausblasamplituden untersucht. Zur Kontrolle wurde der Winkel der Anströmung β_1 mit der Fünf-Loch-Sonde in der Mitte der Passage 2 gemessen. Für die betrachteten Ausblasamplituden ist die Auswirkung auf den Anströmungswinkel der Statorschaufeln nur sehr gering, mit maximalen Abweichungen von $< 0.2^\circ$ bezogen auf die Grundströmung.

Trotz der Einschränkung auf kleine Ausblasamplituden wird der Effekt der Coanda-Aktuation auf die Kennzahlen gut sichtbar. Wie der Effekt der Aktuatoren für größere Ausblasamplituden ausfallen würde, kann über eine Extrapolation abgeschätzt werden. Für Messungen bei größeren

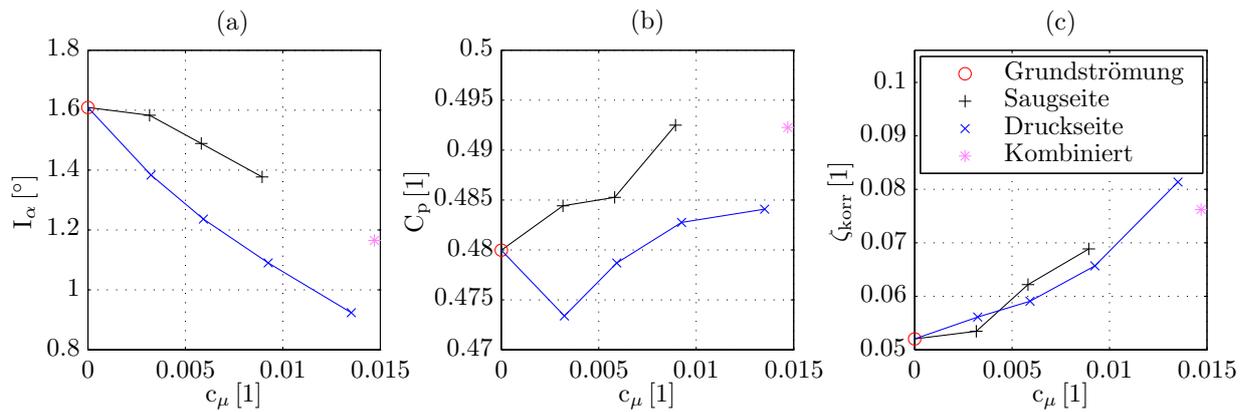


Abbildung 5.9: Kennzahlen der Statorkaskade für verschiedene stationäre Ausblasamplituden mit der Coanda-Aktuation. Es sind die Größe der Nachlaufdelle (a), der Druckaufbau der Kaskade (b) sowie der korrigierten Druckverlustbeiwert (c) dargestellt. Die Amplitude für das kombinierte Ausblasen ist: $c_{\mu, \text{saugseite}} = 0.009$ und $c_{\mu, \text{druckseite}} = 0.006$.

Amplituden müsste eine Kaskade mit mehr Schaufeln aufgebaut werden, um die Randeffekte auf die Messschaufel zu reduzieren. Ein rotatorisches System wäre am besten für die Untersuchung dieser Aktuationsmethode geeignet, da hierbei die Randeffekte nicht mehr auftreten.

Insgesamt hat die Coanda-Aktuation an der Saugseite durch die erhöhte Umlenkung einen positiven Einfluss auf den Druckaufbau der Kaskade. Die Reduzierung der Nachlaufdelle fällt bei dieser Variante jedoch deutlich schwächer aus als beim Ausblasen unter dem Abströmwinkel. Wird der Coanda Strahl an der Druckseite ausgeblasen, kann ein starker Effekt auf die Reduzierung der Nachlaufdelle beobachtet werden, der mit dem Ausblasen unter dem Abströmwinkel vergleichbar ist. Der positive Effekt auf den Druckaufbau ist jedoch deutlich geringer als bei der Aktuation auf der Saugseite und auch geringer als beim Ausblasen unter dem Abströmwinkel. Durch die Veränderung des Abströmwinkels kann auch die Lage der Nachlaufdelle etwas verändert werden.

5.4 Seitenwandaktuation

In diesem Abschnitt wird die Auswirkung der Seitenwandaktuation auf die Kaskadenströmung untersucht. Der Aufbau dieser Aktuatoren wurde im Abschnitt 4.2 beschrieben. Die wichtigsten Ziele sind das Entsperren der Passagen durch eine Reduzierung der Passagenwirbel und ein dadurch erhöhter Druckaufbau. An einer Statorkaskade mit überkritischer Umlenkung wurde dieses Konzept bereits erfolgreich eingesetzt, vergleiche [Hecklau u. a., 2010].

5.4.1 Position der Aktuatoren

In diesem Abschnitt soll geklärt werden, ob die Position der Aktuatoren einen Einfluss auf die Kennzahlen der Kaskadenströmung hat und wo sich gegebenenfalls besonders effiziente Ausblaspositionen befinden. Zur Bestimmung dieser Abhängigkeit wurde die Ausblasposition im Experiment im Bereich von 10 % bis 27.5 % der Sehnenlänge in diskreten 2.5 % Schritten variiert, und für jede Ausblasposition wurden Messungen durchgeführt.

Um den Messaufwand zu reduzieren, wurde für den Vergleich der Ausblaspositionen ein kleinerer

Messbereich in der Messebene gewählt. Der Bereich beschränkt sich auf die Nachlaufdüse und aus Symmetriegründen auf eine Hälfte der Schaufelhöhe von y/s [0.39,0.84] und z/h [0.03,0.5]. Die Ergebnisse für die Kennzahlen sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Ein Vergleich der Kennzahlen mit Seitenwandaktuation zu den Kennzahlen der Grundströmung zeigt, dass durch die Aktuation in jedem Fall eine Verbesserung erzielt wird. Die einzige Ausnahme stellt der korrigierte Druckverlustbeiwert für die vorderen Positionen dar. Es ist zudem gut zu erkennen, dass der Effekt stark von der Ausblasposition abhängt.

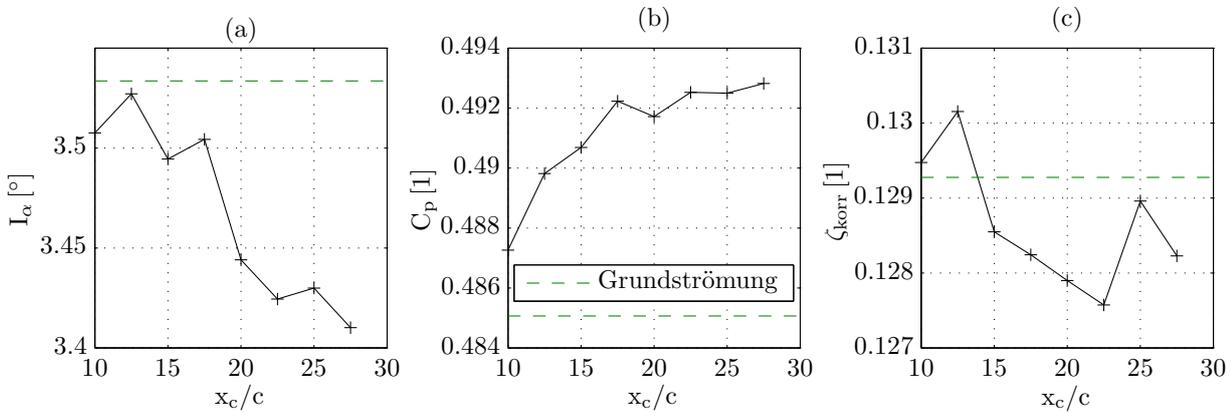


Abbildung 5.10: Messergebnisse der Kennzahlen für verschiedene Ausblaspositionen der Seitenwandaktuation. Die Ausblasamplitude ist für alle Messungen konstant bei $c_\mu=0.0021$. Der Integrationsbereich für die Kennzahlen ist der Bereich der Nachlaufdüse. Dargestellt sind das Integral der Nachlaufdüse (a), der Druckaufbau (b) und der korrigierte Druckverlustbeiwert (c) gezeigt.

Die letzten drei Positionen zeigen in Bezug auf die Reduzierung der Nachlaufdüse und die Steigerung des Druckaufbaus die besten Ergebnisse. Diese Einblaspositionen liegen im Bereich der laminaren Ablöseblase und dort, wo der Passagenwirbel beginnt, siehe Ölanstrichbild Abbildung 5.1. Für die weiteren Untersuchungen wird die Position 22.5 % gewählt, da hier zusätzlich der geringste Druckverlustbeiwert gemessen wurde.

5.4.2 Druckverteilung der Statorschaufeln

Die Auswirkung der Seitenwandaktuation auf die Druckverteilung im Mittelschnitt der Messschaufel ist in Abbildung 5.11 gezeigt. Hier ist die c_p -Verteilung im Vergleich zur Grundströmung (a) und im Vergleich zur von *Rolls-Royce Deutschland* durchgeführten numerischen MISES-Simulation (b) dargestellt. Obwohl die Seitenwandaktuation im Gegensatz zur Hinterkantenaktuation die Strömung direkt in der Statorpassage beeinflusst, fallen auch hier die Unterschiede im Vergleich zur Grundströmung nur gering aus. Der Grund dafür wird im nächsten Abschnitt bei der Analyse des Nachlaufgebietes deutlich. Der Einfluss ist auf die Strömung nahe der Seitenwände sehr groß, nimmt aber zum Mittelschnitt der Schaufeln hin deutlich ab, dort, wo die c_p -Verteilung gemessen wird. Trotzdem ist sowohl im Bereich der Saugspitze als auch im hinteren Bereich der Druckseite eine Vergrößerung der umschlossenen Fläche zu verzeichnen.

Der Vergleich mit der numerischen Simulation (b) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Die stark ausgeprägten Sekundäreffekte werden in der Simulation nicht erfasst und reichen im Falle der Grundströmung bis zum Mittelschnitt der Schaufeln, was für eine etwas größere Differenz zur Simulation führte, vergleiche Abbildung 5.2. Durch die Reduzierung dieser Effekte über die Seitenwandaktuation ist die Auswirkung auf den Mittelschnitt nun geringer. Der größte verbleibende

Unterschied zwischen der Simulation und der Messung ist der Wert auf der Saugseite bei einer normierten Sehnenlänge von 0.25. Hier befindet sich die laminare Ablöseblase, die in der Simulation nicht erfasst wird.

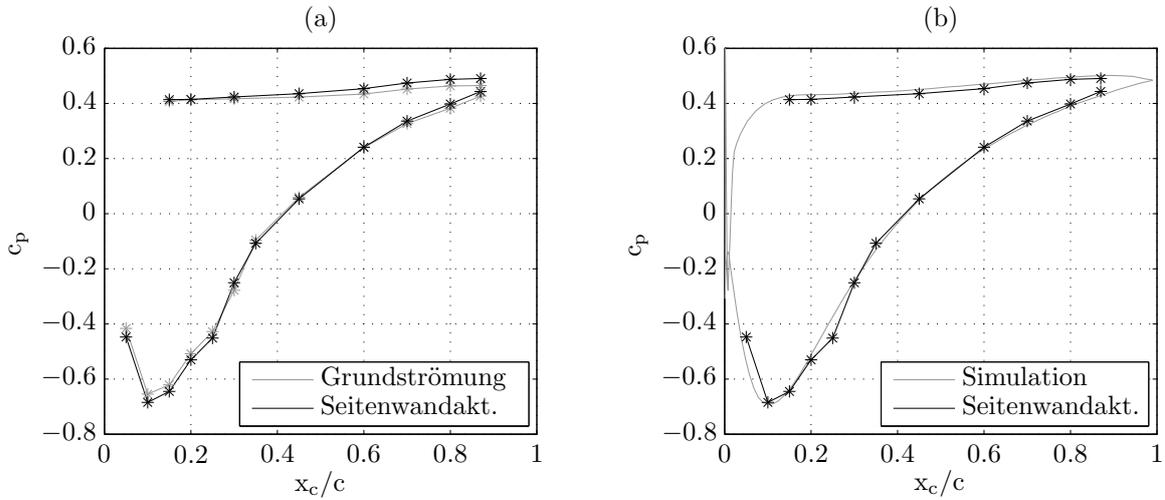


Abbildung 5.11: c_p -Verteilung im Mittelschnitt der Messschaufel entlang der normierten Profilschne bei Seitenwandaktuation mit einer Amplitude von $c_\mu=0.009$ im Vergleich zur Grundströmung (a) und zur numerischen Simulation (b).

5.4.3 Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade

In Abbildung 5.12 sind die Messergebnisse der Nachlaufströmung mit Seitenwandaktuation für eine Amplitude von $c_\mu = 0.009$ im Vergleich zur Grundströmung dargestellt. Der Effekt auf die Passagenwirbel wird hier gut sichtbar. Das Geschwindigkeitsdefizit an den Seitenwänden wird deutlich reduziert, sodass die Passage entsperrt wird und in einem größeren Bereich die normierte Geschwindigkeit von ca. 0.7 vorherrscht. Der Effekt auf die Nachlaufdelle im mittleren Bereich der Schaufel von $z/h = 0.25$ bis $z/h = 0.75$ fällt jedoch sehr gering aus. Das Geschwindigkeitsdefizit bleibt hier weitestgehend bestehen.

Für alle untersuchten Ausblasamplituden werden die Kennzahlen der Kaskadenströmung berechnet, siehe Abbildung 5.13. Für sehr kleine Amplituden wird die Nachlaufdelle I_α zunächst etwas größer, nimmt dann jedoch mit wachsendem c_μ annähernd linear ab, siehe 5.13 (a).

Im Vergleich zu den vorangegangenen Aktuationsmethoden fällt ein starker Effekt auf den Druckaufbau der Kaskade C_p auf, siehe 5.13 (b). Dieser hat bezogen auf den c_μ -Wert den höchsten Zuwachs. Bei einem c_μ -Wert von 0.009 ist der Druckanstieg im Vergleich zur Grundströmung um 4% größer. Die Steigung der Kennlinie ist bis zu einem c_μ -Wert von 0.006 näherungsweise linear und nimmt dann für größere Ausblasamplituden deutlich ab. Der Passagenwirbel ist mit kleineren Amplituden bereits weitestgehend reduziert, sodass größere Amplituden zwar die Strömungsgeschwindigkeit erhöhen, aber die Verblockung nicht mehr so stark reduzieren.

Der korrigierte Druckverlustbeiwert ζ_{korrr} fällt für kleine Amplituden etwas ab, bevor er für größere Amplituden stark ansteigt, siehe 5.13 (c). Da die Seitenwandaktuatoren auf der Saugseite etwas hinter der Saugspitze platziert sind, herrscht an dieser Stelle ein Unterdruck vor, vergleiche Abbildung 5.11. Der Aktuationsaufwand wird durch diesen Unterdruck reduziert, da Strömung aus den Aktuatorschlitzen angesaugt wird. Dies macht sich bei der Berechnung des korrigierten Druckverlustbeiwerts bemerkbar, da hier der Totaldruck der Aktuation einfließt, der vom statischen Druck

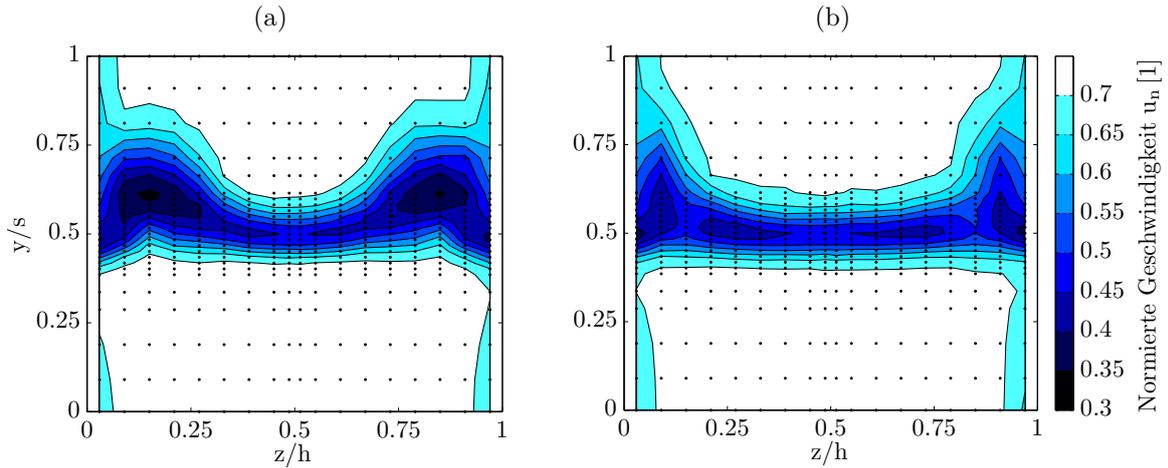


Abbildung 5.12: Gemessene normierte Strömungsgeschwindigkeiten für die mittlere Passage der Messebene, bei $Re = 6 \times 10^5$. Dargestellt ist die Aktuation mit Seitenwandaktuation (b) im Vergleich zur natürlichen Strömung (a). Die Amplitude der Seitenwandaktuation ist $c_\mu = 0.009$.

am Aktuatoraustritt abhängt, vergleiche Formel (3.8). Für die Berechnung des korrigierten Druckverlustbeiwertes wurde deshalb mit einem weiteren Drucksensor der statische Druck am Aktuatorauslass gemessen. Der Unterdruck ist aber im Vergleich zum Totaldruck der Aktuation gering, weshalb der korrigierte Druckverlustbeiwert bei großen Amplituden wieder deutlich ansteigt.

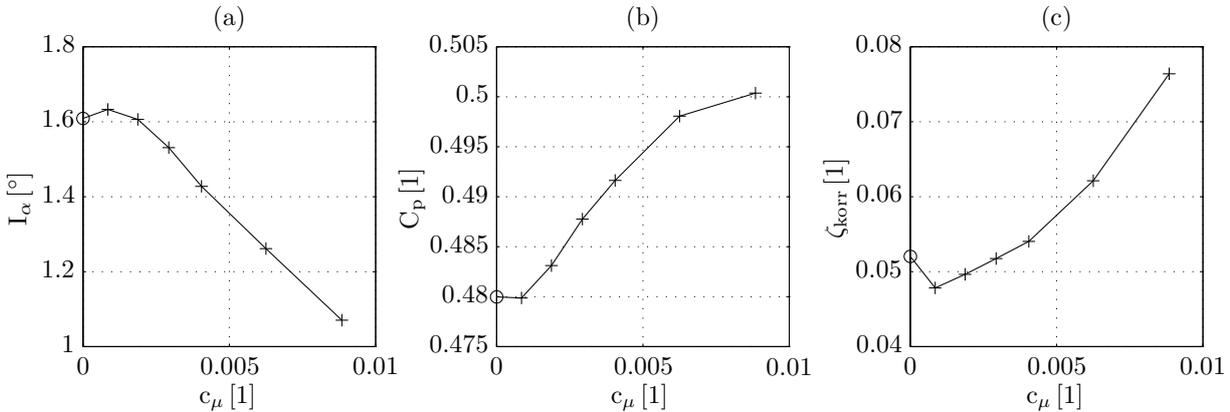


Abbildung 5.13: Kennzahlen der Stator-kaskade für verschiedene stationäre Ausblasamplituden mit der Seitenwandaktuation. Dargestellt sind die Größe der Nachlauf-delle (a), der Druckaufbau der Kaskade (b) sowie der korrigierte Druckverlustbeiwert (c).

5.5 Finale Konfiguration: Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel und Seitenwandaktuation

Da nun die Effekte der einzelnen Aktuatoren auf die Strömung bekannt sind, stellt sich abschließend die Frage, wie diese in Kombination funktionieren. Wie aus den Nachlaufmessungen ersichtlich wurde, liegt der Effekt der Seitenwandaktuatoren hauptsächlich im Bereich der Passagenwirbel, also nahe der Seitenwände, während die Hinterkantenaktuation die Nachlauf-delle auch im Mittelschnitt

reduziert. Im Hinblick auf das Ziel, die Nachlaufdelle möglichst effizient über die gesamte Schaufelhöhe zu reduzieren, bietet es sich an, die Seitenwandaktuation entweder mit dem Ausblasen unter dem Abströmwinkel oder mit dem Coanda-Aktuator zu kombinieren.

In Bezug auf die Reduzierung der Nachlaufdelle schneiden die Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel und die Coanda-Aktuation an der Druckseite ähnlich gut ab. Da die Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel jedoch einen besseren Einfluss auf den Druckaufbau hat, wird diese Aktuationsmethode gewählt. Zudem steigt der korrigierte Druckverlustbeiwert im Vergleich weniger stark an.

Für den Fall, dass nicht die Reduzierung der Nachlaufdelle, sondern der Druckaufbau der Kaskade im Vordergrund steht, sollte die Coanda-Aktuation auf der Saugseite zusammen mit der Seitenwandaktuation genutzt werden, da diese beiden Aktuationsmethoden einen sehr positiven Effekt auf den Druckaufbau der Kaskade haben.

5.5.1 Kennfelder der Nachlaufströmung und Kennzahlen der Kaskade

Die Abbildung 5.14 zeigt den Umlenkwinkel (a) und die normierte Geschwindigkeit (b) für die kombinierte Aktuation mit Seitenwand- und Hinterkantenaktuation. Die Amplitude der Hinterkantenaktuation ist $c_{\mu,hk} = 0.013$ und die der Seitenwandaktuation ist $c_{\mu,sw} = 0.009$.

Die Überlagerung beider Effekte ist anhand der normierten Geschwindigkeit deutlich zu sehen. Im Vergleich zur Grundströmung wird die Nachlaufdelle über die gesamte Schaufelhöhe deutlich reduziert. Gleichzeitig ist die Passage auf der Saugseite durch die reduzierte Größe der Passagenwirbel entsperrt.

Der Umlenkwinkel liegt in diesem Fall großflächig in dem Auslegungsbereich zwischen 32° und 35° und weist nur noch kleine Variationen auf. Die Bereiche mit deutlich verringerten Umlenkwinkeln, die im Falle der Grundströmung auftraten, sind nicht mehr vorhanden, vergleiche Abbildung 5.8 (c).

Die Strömungskennzahlen sind in Abbildung 5.15 für einige kombinierte Ausblasamplituden dargestellt. Auch die Ergebnisse der Einzelaktuationen sind noch einmal gezeigt, um einen direkten Vergleich zu ermöglichen. Der Vergleich von Seitenwand- und Hinterkantenaktuation zeigt, dass das Reduzieren der Nachlaufdelle bezogen auf den c_μ -Wert für beide Aktuatoren ähnlich ausfällt, wobei die Seitenwandaktuation für größere Amplituden etwas besser abschneidet. Bezieht man die Reduzierung der Nachlaufdelle auf den korrigierten Druckverlustbeiwert ζ_{korrr} , statt auf c_μ , ist die Hinterkantenaktuation effizienter, da der Druckverlustbeiwert über c_μ deutlich flacher ansteigt. Der Effekt im Druckaufbau ist hingegen mit der Seitenwandaktuation sowohl über c_μ als auch über ζ_{korrr} deutlich effizienter.

Die Messungen mit kombinierter Aktuation zeigen bezüglich der betrachteten Kennzahlen einen nahezu linearen Zusammenhang. Eine gleichzeitige Aktuation hat in Bezug auf die betrachteten Kennzahlen demnach weder einen verstärkenden Effekt, noch störenden Effekt.

5.5.2 Abschließende Bewertung der Aktuation

Die Aktuation soll später eingesetzt werden, um Spitzenbelastungen der Schaufeln während der Androsselvorgänge in der neuen Gasturbine mit pulsierender Verbrennung zu reduzieren. Die im Hinblick auf diesen Einsatz in der Einleitung beschriebenen Anforderungen konnten erfüllt werden.

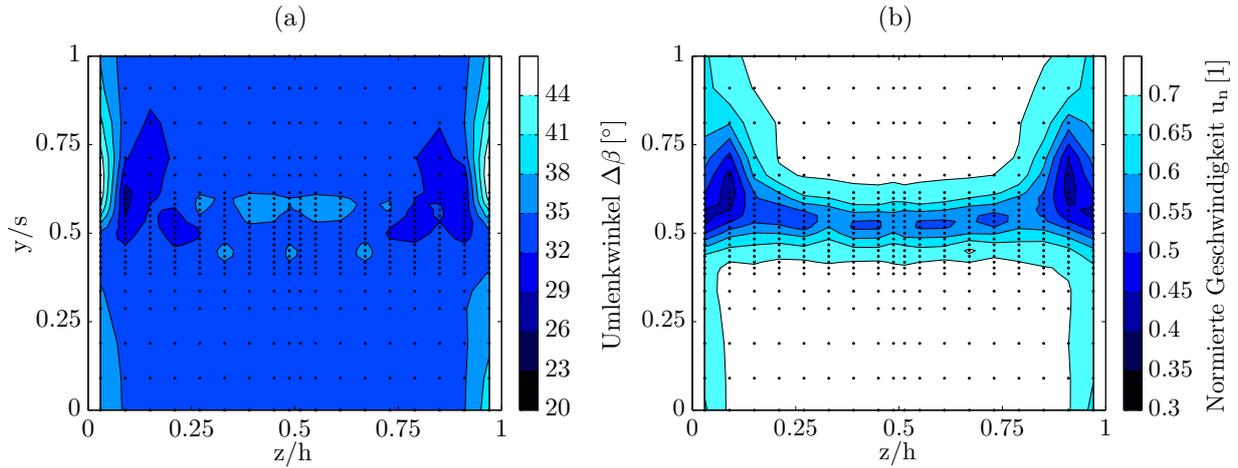


Abbildung 5.14: Messergebnisse bei kombinierter Aktuation mit Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel und Seitenwandaktuation für die mittlere Passage der Messebene, bei $Re = 6 \times 10^5$. Dargestellt sind der Umlenkwinkel (a) und die normierte Strömungsgeschwindigkeit (b). Die Amplitude der Seitenwandaktuation ist $c_{\mu,sw} = 0.009$ und die der Hinterkantenaktuation $c_{\mu,hk} = 0.013$.

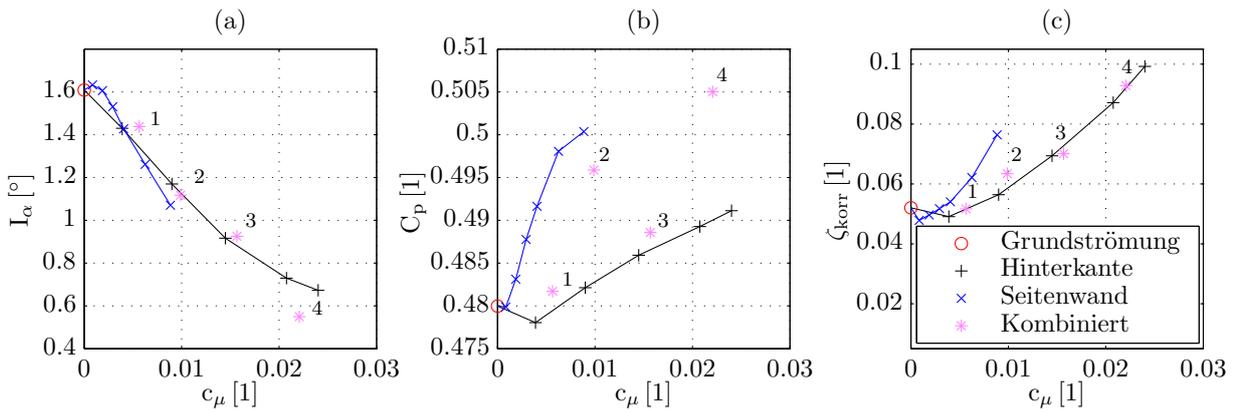


Abbildung 5.15: Kennzahlen der Statorcascade für die Messungen mit Seitenwandaktuation und Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel. Die Sterne markieren Messungen mit kombinierter Aktuation. Die Amplituden bei kombinierter Aktuation sind wie folgt: 1. $c_{\mu,hk} = 0.004$, $c_{\mu,sw} = 0.002$, 2. $c_{\mu,hk} = 0.004$, $c_{\mu,sw} = 0.006$, 3. $c_{\mu,hk} = 0.014$, $c_{\mu,sw} = 0.002$, 4. $c_{\mu,hk} = 0.013$, $c_{\mu,sw} = 0.009$.

Die deutliche Reduzierung der Nachlaufdehle ist möglich, sodass der Anströmwinkel für die nachfolgende Rotorstufe hier reduziert werden kann. Zudem wird die aktuierte Passage entsperrt, was zu einem Anstieg des Druckaufbaus führt und dem Effekt durch das Androsseln entgegenwirkt.

Der Aktuationsaufwand ist im Vergleich zu den Strömungsverlusten, die in der Cascade auftreten, nicht zu vernachlässigen, was am starken Anstieg des korrigierten Druckverlustbeiwerts ersichtlich wird. Eine dauerhafte Aktuierung der Strömung über den gesamten Verdichterumfang ist deshalb in der späteren Anwendung nicht zu empfehlen. Da der Verdichter in der neuen Gasturbine nur partiell und kurzzeitig androsselt, ist dies auch nicht notwendig. Der im nächsten Kapitel entwickelte geschlossene Regelkreis soll dafür sorgen, dass genau zum passenden Zeitpunkt die

richtige Aktuationsamplitude eingestellt wird. Ein solcher geschlossener Regelkreis kann in der späteren Anwendung genutzt werden, um auch bei Störungen einen sicheren Betrieb des Verdichters zu gewährleisten und gleichzeitig den Aktuationsaufwand möglichst gering zu halten.

Die Messergebnisse zeigen, dass der Zusammenhang zwischen dem c_μ -Wert und dem Druckaufbau sowie dem c_μ -Wert und der Nachlaufstellengröße jeweils in großen Bereichen näherungsweise linear ist. Der Druckverlustbeiwert steigt hingegen über c_μ eindeutig mit einer höheren Potenz an. Die Berechnungsvorschriften dieser beiden Werte zeigen den Grund dafür auf. Die Ausblasgeschwindigkeit der Aktuatoren geht in den c_μ -Wert quadratisch, in den Druckverlustbeiwert jedoch in der dritten Potenz ein.

Die Messungen zeigen deutlich, dass sich der korrigierte Druckverlustbeiwert bei kleinen c_μ -Werten zunächst nur geringfügig, für große Amplituden dann jedoch sehr stark erhöht. Sollten in der späteren Anwendung häufig große Amplituden erforderlich sein, könnte der Ausblassechlitze breiter ausgelegt werden, um so die Ausblasgeschwindigkeit bei gleichem c_μ -Wert zu reduzieren. Dadurch nimmt jedoch der erforderliche Massenstrom zu.

Die Schlitzbreite kann demnach als ein Designparameter angesehen werden, mit dem zwischen Effizienz der Aktuation und dem benötigten Massenstrom variiert werden kann. Ist der Massenstrom, der dem Verdichter stromauf entnommen werden kann, der begrenzende Faktor, kann die Schlitzbreite klein gewählt werden, damit der Massenstrom bei gleichem c_μ -Wert klein ausfällt. Steht hingegen die Effizienz der Aktuation im Vordergrund, ist eine Verbreiterung des Schlitzes sinnvoll, damit die Strömungsgeschwindigkeit des Aktuators und so der Druckverlustbeiwert kleiner ausfällt.

Bei diesen Überlegungen wird davon ausgegangen, dass der Effekt auf die Kaskadenströmung identisch ist, wenn die Ausblasgeschwindigkeit bei gleichbleibendem c_μ -Wert variiert wird. Dies bleibt zu prüfen, da bisher keine direkten Vergleichsexperimente mit verschiedenen Schlitzbreiten durchgeführt wurden. Der Vergleich zwischen der Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel mit der Schlitzbreite von 0.3 mm und der Coanda-Aktuation auf der Druckseite mit der Schlitzbreite von 0.2 mm unterstützt aber bereits diese Annahme. Die Effekte auf die Kennzahlen fallen bei gleichem c_μ -Wert ähnlich aus, mit der Ausnahme des korrigierten Druckverlustbeiwertes, der bei der Coanda-Aktuation auf der Druckseite entsprechend der geringeren Schlitzbreite deutlich größer ist.

In jedem Fall sind der Variation der Schlitzbreite Grenzen gesetzt, da beispielsweise eine sehr kleine Ausblasgeschwindigkeit zusammen mit einem sehr großen Massenstrom keinen positiven Effekt auf das Auffüllen der Nachlaufstelle haben wird, wenn die Ausblasgeschwindigkeit kleiner als die Strömungsgeschwindigkeit in der Nachlaufstelle ist. Umgekehrt stellt für große Ausblasgeschwindigkeiten die Schallgeschwindigkeit eine Grenze dar, oberhalb der hier nicht betrachtete Phänomene auftreten, und wo im Allgemeinen auf Grund von Stößen höhere Verluste auftreten.

6 Ergebnisse zur Regelung der Statorkaskade

Das Ziel der Arbeit ist die Kontrolle der Größe der Nachlaufdelle und des Druckaufbaus der Kaskade in einem geschlossenen Regelkreis. Daher sollen diese beiden Kennzahlen als Regelgrößen verwendet werden. In diesem Kapitel werden geeignete Messgrößen zum Schätzen dieser Kennzahlen ermittelt, dynamische Modelle der Regelstrecke identifiziert und anschließend verschiedene Regler ausgelegt und experimentell untersucht.

Welche Messtechnik und Regelungsverfahren eingesetzt werden können, hängt entscheidend davon ab, in welchem Frequenzbereich die Regelung arbeiten soll. Deshalb werden zunächst die Anforderungen besprochen und eine Abschätzung für den Frequenzbereich durchgeführt.

6.1 Frequenzbereich der Störungen

Im späteren Einsatz wird das Androsseln des Verdichters dafür sorgen, dass Störungen auftreten, auf die mit der Regelung reagiert werden soll. Nach dem aktuellen Stand der Forschung zu den PDC-Brennröhren wird die Feuerfrequenz im Bereich von 100 Hz liegen; dies entspricht der Androsselbeziehungswise Störfrequenz.

Die Statorschaufeln der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Kaskade haben deutlich größere Abmessungen als die in einer stationären Gasturbine üblichen. Eine Vergleichbarkeit der Strömung kann über die im Abschnitt 3.3 beschriebenen dimensionslosen Kennzahlen hergestellt werden.

Für den Vergleich der Androsselfrequenzen wird von typischen Werten für eine hintere Statorstufe einer stationären Gasturbine ausgegangen, vergleiche [Lechner und Seume, 2010]. Bei einem Druck von 20 bar und einer Temperatur von 450 °C hat die Schallgeschwindigkeit hier einen Wert von 536 m/s, siehe [VDI Gesellschaft, 2005]. Typischerweise liegt die Anströmgeschwindigkeit der Statorschaufeln in einem Mach-Zahl-Bereich von 0.6 bis 0.8 und die Sehnenlänge der Statorschaufeln in einem Bereich von 0.02 m bis 0.1 m. Bei der geplanten Feuerfrequenz von 100 Hz ergibt sich daraus ein Strouhal-Zahl-Bereich von 0.005 bis 0.031.

Für eine Vergleichbarkeit muss dieser Strouhal-Zahl-Bereich am Versuchsaufbau identisch sein. Mit der Schaufel-Sehnenlängen c und der Anströmgeschwindigkeit bei der Referenz-Reynolds-Zahl von 24.5 m/s ergibt sich der auf den Versuchsaufbau skalierte Androsselfrequenzbereich zu 0.3 Hz bis 2 Hz.

Das Ziel für die Bandbreite der Regelung am Versuchsaufbau ist mindestens dieser skalierte Androsselfrequenzbereich. Nach Möglichkeit sollten die 2 Hz erreicht werden, um alle möglichen Varianten der angenommenen Statorstufe abzudecken. Der genaue Verlauf der durch das Androsseln erzeugten Störung für die Regelgrößen ist noch nicht bekannt. Es ist jedoch möglich, dass dieser höherfrequente Anteile besitzt, sodass eine noch höhere Bandbreite der Regelung vorteilhaft wäre.

6.2 Identifikation geeigneter Regelgrößen

Mit den Aktuatoren kann sowohl die Größe der Nachlaufdelle als auch der Druckaufbau der Stator-Kaskade beeinflusst werden, wie im letzten Kapitel gezeigt wurde. Für eine Regelung ist eine Information über diese Kennzahlen in Echtzeit notwendig. Eine Messung des gesamten Kennfeldes, welches für die genaue Berechnung der Kennzahlen verwendet wurde, ist nicht praktikabel. Da die Messinformation zu jedem Abtastzeitschritt zur Verfügung stehen muss, müssten entsprechend den Messpositionen 450 Fünf-Loch-Sonden installiert werden. Deshalb stellt sich nun die Frage, wie geeignete reduzierte Messungen aussehen können, mit denen in Echtzeit eine möglichst gute Schätzung dieser Kennzahlen erfolgen kann.

Im folgenden Abschnitt 6.2.1 werden zunächst mögliche Messmittel und Messpositionen für die Echtzeitmessung der Strömung untersucht. Es folgt eine Hauptkomponentenanalyse der Kennfelder der Nachlaufströmung im Abschnitt 6.2.2, um die notwendige Anzahl der Sensoren für eine Echtzeitschätzung der Kennzahlen zu bestimmen. Anschließend werden zwei unterschiedliche Methoden zur Schätzung der Kennzahlen untersucht. Zunächst wird eine allgemeinere Methode entwickelt, die im Abschnitt 6.2.3 dargestellt ist. Diese Methode verfolgt das Ziel, mit wenigen Sensoren die gesamten Kennfelder in Echtzeit zu schätzen. Mit den geschätzten Kennfeldern können die genannten Kennzahlen für die Regelung berechnet werden. Die Festlegung der zu regelnden Kennzahlen kann bei dieser Methode leicht geändert werden, da die Schätzung der Kennfelder unabhängig davon funktioniert. Als alternative Methode werden im Abschnitt 6.2.4 Sensorpositionen bestimmt, mit denen anstelle des gesamten Kennfeldes nur die konkreten Kennzahlen bestmöglich geschätzt werden können.

6.2.1 Mögliche Messpositionen

Die Sensoren im Verdichter einer Gasturbine müssen robust sein. Damit kommen für den hier vorgestellten Zweck ausschließlich Druckmessungen in Frage. Aufwendigere Messtechnik, wie beispielsweise Hitzdraht-Anemometrie, kann zwar die Strömungsgeschwindigkeit bis zu sehr hohen Frequenzen mit hoher Genauigkeit messen, ist jedoch temperaturabhängig und mechanisch anfällig. Die Anwendung dieses Messverfahrens ist auf Prüfständen möglich, aber für den Dauereinsatz nicht geeignet.

Seitenwanddruckmessungen

Druckmessungen an der Gehäusewand des Verdichters sind besonders gut zu realisieren, da die Druckkanüle bündig mit dem Gehäuse abschließt und so praktisch keine Störung auf die Strömung ausübt. Zudem ist keine mechanisch aufwendige oder empfindliche Sondenform notwendig, und der Sensor sitzt geschützt außerhalb der Strömung. Um das Potential solcher Seitenwanddruckmessungen zu untersuchen, wurden an der Kaskade in der Messebene 13 Drucksensoren entsprechend der Beschreibung im Abschnitt 4.1 installiert.

Die Seitenwanddruckmessungen sollen genutzt werden, um dem Regler eine Schätzung des aktuellen Druckaufbaus C_p und der Größe der Nachlaufdelle I_α zur Verfügung zu stellen.

Da mit den Druckmessungen an der Seitenwand der lokale statische Druck erfasst wird, soll zunächst der Zusammenhang mit dem Druckaufbau der Kaskade untersucht werden. Dieser wird über das Integral der Druckbeiwerte über die gesamte Austrittsebene einer Passage berechnet, siehe Ab-

schnitt 3.3.1. Mit den statischen Druckmessungen an der Seitenwand kann der Druckbeiwert zwar nicht in der gesamten Messebene, aber zumindest lokal an der Seitenwand ermittelt werden.

Beispielhaft ist in Abbildung 6.1 (a) das Messergebnis des Druckbeiwertes an der Messposition $y_n = 0.47$ für verschiedene Ausblasamplituden der Hinterkantenaktuation, der Seitenwandaktuation und der kombinierten Aktuation gezeigt. Für jede Ausblasamplitude ist der Mittelwert zusammen mit der Standardabweichung des zeitlichen Messschriebs dargestellt. Die Messungen an den anderen Messpositionen unterscheiden sich qualitativ nicht wesentlich von dem gezeigten Verlauf. Die Werte an der gezeigten Messposition sind jedoch gut geeignet, um auf den Druckaufbau der ganzen Kaskade rückzuschließen, wie im Folgenden gezeigt wird.

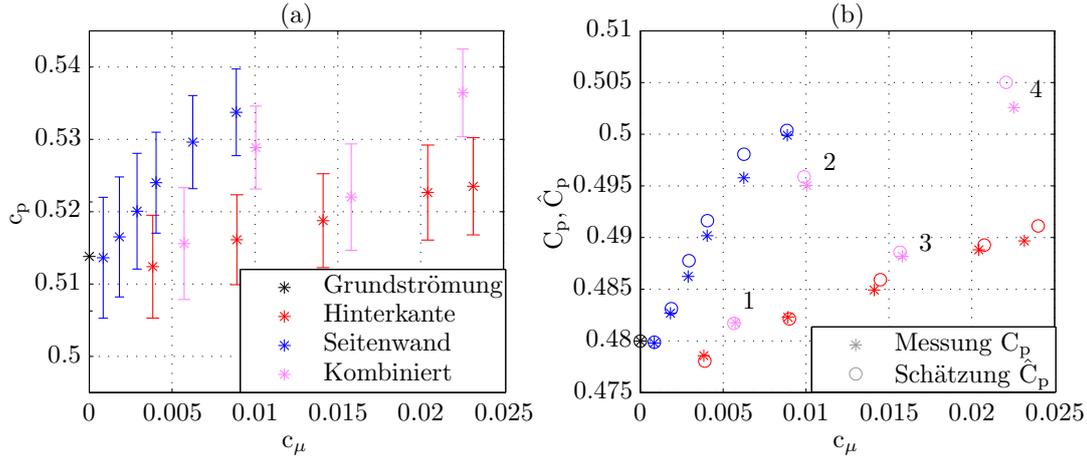


Abbildung 6.1: Bei unterschiedlicher Aktuation gemessener Druckbeiwert an der Seitenwand in der Messebene bei $y/s = 0.47$ (a). Die Sterne markieren den Mittelwert der Messung und die Balken geben die Standardabweichung des Messsignals an. Druckaufbau der Kaskade C_p im Vergleich zum über den Druckbeiwert an der Seitenwand geschätzten Druckaufbau \hat{C}_p (b). Die Amplituden bei kombinierter Aktuation sind wie folgt: 1. $c_{\mu,hk} = 0.004$, $c_{\mu,sw} = 0.002$, 2. $c_{\mu,hk} = 0.004$, $c_{\mu,sw} = 0.006$, 3. $c_{\mu,hk} = 0.014$, $c_{\mu,sw} = 0.002$, 4. $c_{\mu,hk} = 0.013$, $c_{\mu,sw} = 0.009$.

Für die großen Standardabweichungen des lokalen Druckbeiwertes ist in diesem Fall nicht das elektrische Messrauschen der Sensoren, sondern die Turbulenz in der Strömung verantwortlich. Während das elektrische Rauschen durch eine bessere Schaltung und bessere Sensoren verringert werden könnte, ist das Rauschen durch die turbulente Strömung nicht zu vermeiden. Diese Schwankungen des Messsignals werden im Folgenden trotzdem aus regelungstechnischer Sicht als Messrauschen aufgefasst, da der Regler auf diese lokalen turbulenten Schwankungen möglichst nicht reagieren soll. Der eingangs besprochene Frequenzbereich, in dem der Regler Führungsgrößen folgen soll, liegt im unteren Hertz-Bereich und damit deutlich unterhalb der Turbulenz.

Der lokal an der Seitenwand gemessene Druckbeiwert c_p in Abbildung 6.1 (a) zeigt einen sehr ähnlichen Verlauf wie der Druckaufbau der Kaskade C_p in Abbildung 5.15 (b). Für den genauen Vergleich sind die Messwerte des Druckaufbaus der Kaskade noch einmal in Abbildung 6.1 (b) zusammen mit einer über den lokalen Druckbeiwert berechneten Schätzung des Druckaufbaus \hat{C}_p angegeben. Die Schätzung des Druckaufbaus der Kaskade \hat{C}_p entspricht dem lokal gemessenen Druckbeiwert, wobei einzig eine Korrektur des durch die lokale Messposition verursachten konstanten Offsets q vorgenommen wurde:

$$\hat{C}_p = q + c_p. \quad (6.1)$$

Über eine lokale Messung des Druckbeiwertes an der Seitenwand kann also eine für regelungstechnische Zwecke gute Schätzung des Druckaufbaus der Kaskade abgeleitet werden. Durch die turbulente Strömung ist das Messsignal jedoch stark verrauscht.

Die Messunsicherheit des Druckbeiwerts c_p wird wie im Abschnitt 4.3.2 beschrieben über die Fehlerfortpflanzung berechnet. Die Wiederholgenauigkeit liegt bei 0.001 und die Gesamtgenauigkeit bei 0.009, was vergleichbar mit der Messgenauigkeit von C_p ist, siehe Tabelle 5.1. Die kleinen Abweichungen zwischen C_p und \hat{C}_p liegen damit im Rahmen der Wiederholgenauigkeit eines Experiments.

Für das Geschwindigkeitsdefizit im Nachlauf und der damit berechneten Kennzahl I_α kann nicht so vorgegangen werden wie beim statischen Druckaufbau. Das Problem ist, dass die statischen Druckmessungen alleine keine direkte Information zur Strömungsgeschwindigkeit enthalten.

Setzt man hier für eine erste Abschätzung die Bernoulli-Gleichung an, müsste der durch die Aktuation verursachte Anstieg des statischen Drucks mit einer Reduzierung der Strömungsgeschwindigkeit einhergehen. Diese Annahme widerspricht aber den Messungen der Fünf-Loch-Sonde, die eine deutlich erhöhte Strömungsgeschwindigkeit in der Nachlaufdüse bei Aktuation zeigen.

Dieser vermeintliche Widerspruch lässt sich bei genauer Betrachtung der in der Bernoulli-Gleichung getroffenen Annahme klären, die besagt, dass der Totaldruck konstant bleibt. Genau dies ist bei dem Versuchsaufbau nicht der Fall, da die Aktuatorik zusätzliche Energie in die Strömung einbringt und damit den Totaldruck erhöht. Ein Anstieg des statischen Drucks bei einer gleichzeitigen Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit ist damit ohne Weiteres möglich. Deshalb ist die Schätzung der aktuellen Strömungsgeschwindigkeit im Nachlauf nicht allein über die Information des statischen Drucks möglich. Vielmehr ist eine Totaldruckmessung erforderlich, was im nächsten Abschnitt besprochen wird.

Totaldruckmessungen

Eine Totaldruckmessung ist für die Schätzung der Kennzahlen der Kaskadenströmung vielversprechend, da die Aktuation die Geschwindigkeit und damit den Totaldruck im Nachlauf maßgeblich beeinflusst. Totaldruckmessungen in der Verdichterströmung sind jedoch mechanisch aufwendiger als die Seitenwanddruckmessungen. Trotzdem werden Totaldruckmessungen bereits bei konventionellen Verdichtern eingesetzt. Allerdings werden hierbei keine dynamischen Messungen durchgeführt, da die Änderungen der Strömung quasistationär ablaufen. Mit einem Pitot-Rohr kann der Totaldruck an einer bestimmten Stelle in der Strömung gemessen werden. Das Grundprinzip des Pitot-Rohrs wurde im Abschnitt 3.2.1 beschrieben.

Die Kennzahlen der Stator-Kaskade sollen im unteren Hertz-Bereich geregelt werden. Wird für die Messung der Regelgröße ein Pitot-Rohr genutzt, geht dessen Übertragungsverhalten mit in die Dynamik der Regelstrecke ein. Um den Einfluss auf die Gesamtdynamik der Regelstrecke im Vorfeld abschätzen zu können, wird im Folgenden die Dynamik des Pitot-Rohrs näher untersucht.

Es wird davon ausgegangen, dass die Drucksensoren zu ihrem eigenen Schutz nicht in der Strömung, sondern wie bei der Seitenwanddruckmessung außerhalb des Gehäuses platziert werden. Das Pitot-Rohr muss demnach eine Mindestlänge besitzen, wenn alle Messpunkte in der Messebene erreichbar sein sollen. Mit langen Rohren geht aber immer eine Dämpfung hoher Frequenzanteile einher. In Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser kann es zusätzlich auch zu Resonanzüberhöhungen kommen. Je nach Ausprägung können diese beiden Phänomene zu Schwierigkeiten bei einer Regelung führen.

Wenn durch das Pitot-Rohr Frequenzen im Bereich der angestrebten Bandbreite der Regelung gedämpft werden, erschwert dies den Aufbau einer Regelung, da die Amplituden der Regelgrößen

durch das Messsystem reduziert werden. Ist in diesem Fall zumindest die Übertragungsfunktion des Pitot-Rohrs bekannt, kann immerhin versucht werden, die realen Amplituden über die Inverse der Übertragungsfunktion zu berechnen.

Wenn in dem Frequenzbereich, in dem die Regelung arbeiten soll, Resonanzüberhöhungen auftreten, können die Messergebnisse dadurch stark verfälscht werden. Ist die Dynamik des Messsystems nicht bekannt, besteht hier die Gefahr, diese Dynamik fälschlicherweise der zu untersuchenden Strömung zuzuordnen.

Das Ziel ist es, ein Pitot-Rohr mit einem Übertragungsverhalten zu finden, welches keine Resonanzüberhöhung aufweist und trotzdem den relevanten Frequenzanteil ungedämpft überträgt.

Um eine passende Geometrie zu finden, wird ein mathematisches Modell hergeleitet, welches das Übertragungsverhalten vom Druck am Eingang des Pitot-Rohrs zum gemessenen Druck beschreibt. In [Figliola und Beasley, 2015] wird das Messsystem durch ein Rohr mit einer Kavität am Ende approximiert. Unter den Annahmen, dass das Volumen im Rohr gegenüber dem im Sensor klein ist, dass die Kompression in der Kavität eine polytrope Zustandsänderung ist und einer vereinfachten Rohrreibung, ergibt sich eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung. Die ausführliche Herleitung ist im Anhang 8.1 zu finden. Die Übertragungsfunktion lautet schließlich:

$$G_{\text{pitot}}(s) = \frac{p_{\text{kav}}(s)}{p_{\text{ein}}(s)} = \frac{1}{1 + k_1 \frac{C}{A} s + l \rho \frac{C}{A} s^2}, \quad \text{mit } A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2, \text{ und } k_1 = \frac{32\mu l}{d^2}. \quad (6.2)$$

Dabei ist p_{ein} der Druck am Eingang des Rohrs, p_{kav} der gemessene Druck, l die Rohrlänge, d der Rohrdurchmesser, μ die dynamische Viskosität der Luft und C die fluidische Kapazität, die entscheidend vom Sensorvolumen abhängt.

Da Differenzdrucksensoren verwendet werden, ist der gemessene Druck p_{kav} der Totaldruck an der Messstelle abzüglich des Umgebungsdrucks p_0 . Der Umgebungsdruck wird bei den Versuchen mit einem weiteren Sensor gemessen und kann entsprechend zur Berechnung des Totaldrucks addiert werden. Für die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit oder der Kennzahlen ist dies jedoch nie notwendig, da immer Druckdifferenzen betrachtet werden. Für den dynamischen Druck gilt beispielsweise:

$$p_{\text{dyn}} = p_t - p_s = p_{\text{kav}} + p_0 - (p_{s,\text{diff}} + p_0), \quad (6.3)$$

wobei $p_{s,\text{diff}}$ der mit einem weiteren Differenzdrucksensor gemessene statische Druck ist.

Die Strömung in der Kaskade ist bezüglich der Schaufelhöhe symmetrisch, weshalb eine Rohrlänge von $h/2$ ausreichend ist, um den Sensor an allen relevanten Stellen der Kaskade positionieren zu können. Für eine Totaldruckmessung muss das Rohr um 90° abgewinkelt sein und zudem außerhalb der Kaskade befestigt werden, wodurch zusätzliche Länge benötigt wird. Die Länge des Pitot-Rohrs wird deshalb auf 260 mm festgelegt. Es werden Berechnungen des Frequenzgangs mit den geometrischen Daten des gewählten Drucksensors (*First Sensor*, HCLA02X5B) für unterschiedliche Rohrdurchmesser durchgeführt. Eine Auswahl der resultierenden Amplitudengänge ist in Abbildung 6.2 dargestellt.

Es wird ersichtlich, dass der Durchmesser einen entscheidenden Einfluss auf den Amplitudengang hat. Bei geringen Durchmessern wandert die Eckfrequenz zu immer niedrigeren Werten, während bei größeren Durchmessern eine starke Resonanzüberhöhung auftritt. Der Fall für $d=0.6$ mm ist für die Messungen an der Kaskade am besten geeignet. Da es sich jedoch um ein stark vereinfachtes Modell handelt, bleibt zu prüfen, wie gut dieses mit realen Messungen übereinstimmt.

Zur Identifikation des echten Messsystems und zum gleichzeitigen Verifizieren des Modells wurde ein Experiment mit dem in Abbildung 6.3 skizzierten Messaufbau durchgeführt. Über ein Druckregel-

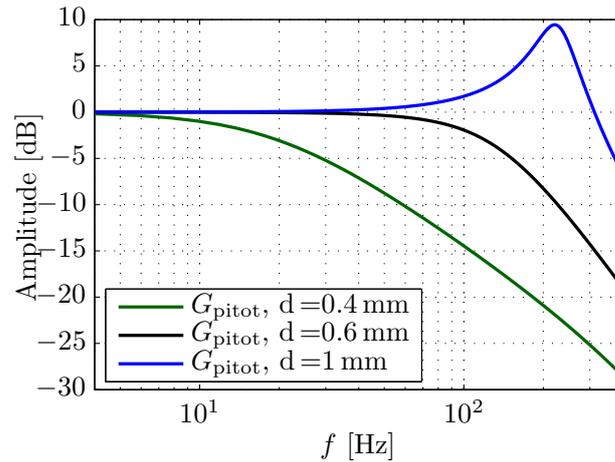


Abbildung 6.2: Amplitudengang der Übertragungsfunktion G_{pitot} für verschiedene Rohrdurchmesser bei einer Rohrlänge von $l = 260 \text{ mm}$ und einem Sensorvolumen von $V = 155 \text{ mm}^3$, bei 20°C .

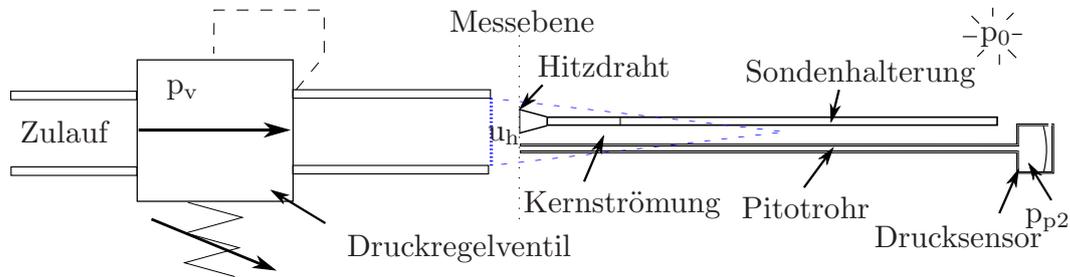


Abbildung 6.3: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens des Pitot-Rohrs. Beide Sensoren werden nicht wie abgebildet gleichzeitig, sondern nacheinander, zentral in der Strömung platziert.

ventil (tecno basic PRE-U) können Druckschwankungen p_v erzeugt werden. Kurz hinter dem Ende des Schlauches, der an das Druckregelventil angeschlossen ist, sitzen in der ersten Versuchsdurchführung ein Hitzdraht und in der zweiten Versuchsdurchführung das Pitot-Rohr auf gleicher Höhe in der Kernströmung. Aus Platzgründen konnten nicht beide Messsonden gleichzeitig in der Kernströmung platziert werden, das Druckregelventil wurde jedoch in beiden Durchläufen mit exakt dem gleichen Eingangssignal beaufschlagt.

Der Hitzdraht kann Strömungsgeschwindigkeiten im kHz-Bereich auflösen und ist damit deutlich schneller als die vorhandene Druckmesstechnik. Sein Messsignal kann deshalb in diesem Experiment als „Ist“-Wert in der Eintrittsebene des Pitot-Rohrs betrachtet werden. Der dynamische Druck am Eingang des Pitot-Rohrs kann mit der vom Hitzdraht gemessenen Geschwindigkeit u_h über den Zusammenhang $\frac{\rho}{2} u_h^2 = p_{\text{ein}}$ berechnet werden. Da die Strömungsgeschwindigkeiten klein sind, kann die Dichte in diesem Fall als konstant angenommen werden. Der Drucksensor misst die aus den Geschwindigkeitsschwankungen resultierenden Druckschwankungen p_{kav} über das Pitot-Rohr.

Es werden Messungen durchgeführt, bei denen der Druck mittels des Druckregelventils mit einem PRBS-Signal beaufschlagt wird, um eine breitbandige Anregung zu erzeugen. Die Messdaten werden mit einem echtzeitfähigen Rechner (dSpace, DS 1005 PPC) mit einer Abtastfrequenz von 4 kHz aufgenommen. Als Aliasing Filter kommen Butterworthfilter fünfter Ordnung mit einer Eckfrequenz von 400 Hz zum Einsatz.

Für den Vergleich mit dem hergeleiteten linearen Modell wird aus dem Experiment eine nicht-parametrische Schätzung der Übertragungsfunktion, entsprechend der Beschreibung im Abschnitt 2.1.3, berechnet. In Abbildung 6.4 (a) ist der resultierende Amplitudengang im Vergleich zu den analytisch berechneten Amplitudengängen dargestellt.

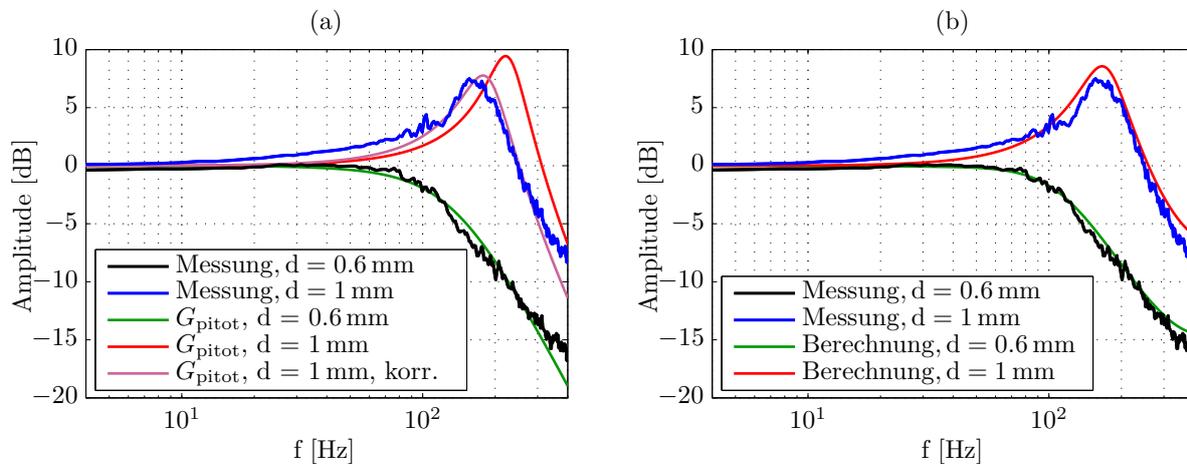


Abbildung 6.4: Vergleich des gemessenen Amplitudengangs mit dem aus Modellen berechneten. Es wurden zwei verschiedene Rohrdurchmesser von 0.6 mm und 1 mm untersucht, wobei die Rohrlänge in beiden Fällen 260 mm beträgt. Der Amplitudengang des linearen Modells ist in (a) und der Amplitudengang der detaillierteren Berechnung in (b) dargestellt. Im Falle von „ G_{pitot} korr.“ wurde die Kavität um das halbe Rohrvolumen vergrößert.

Insgesamt zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen dem Amplitudengang der analytischen Berechnung des Rohr-Kavität-Systems und den gemessenen Werten. Für das Rohr mit dem Durchmesser von 0.6 mm liegt der gemessene Amplitudengang sehr nah an dem mit dem linearen System berechneten. Bei der Variante mit einem Rohrdurchmesser von 1 mm ist die berechnete Resonanzüberhöhung deutlich zu sehen, allerdings tritt hier zwischen der Berechnung und der Messung eine größere Abweichung auf.

Diese Abweichung kommt dadurch zustande, dass das Rohrvolumen bei der 1 mm Variante ungefähr so groß wie das Sensorvolumen ist. Dies verstößt gegen die in der Herleitung 8.1 getroffene Annahme, dass die Strömung im Rohr als inkompressibel angenommen werden darf. Der Amplitudengang des linearen Modells kann in diesem Fall leicht an den gemessenen angepasst werden durch Vergrößern des Volumens der Kavität um das halbe Rohrvolumen, siehe Abbildung 6.4 (a).

Zum Vergleich wird abschließend noch eine detailliertere Berechnung durchgeführt, die [Bergh und Tijdeman, 1965] entnommen ist. Hier wird, ausgehend von den Navier-Stokes-Gleichungen, die Lösung für das Rohr-Kavität-System unter bestimmten Voraussetzungen und für harmonische Eingangssignale berechnet. In Abbildung 6.4 (b) ist das Amplitudenverhältnis für eine Berechnung mit den gegebenen Parametern dargestellt. Die Lösung stimmt in beiden Fällen sehr gut mit dem gemessenen Amplitudengang überein. Für die Auslegung einer Regelung ist das Modell jedoch nicht geeignet, da es sich um eine sehr komplexe nichtlineare Differentialgleichung handelt.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass das Übertragungsverhalten des Pitot-Rohrs gut mit einem linearen Modell zweiter Ordnung beschrieben werden kann. Wenn ein bestimmtes Übertragungsverhalten für ein Pitot-Rohr gewünscht ist, können schnell verschiedene geometrische Parameter mit dem hergeleiteten linearen Modell analysiert werden. Wenn das Rohrvolumen gegenüber dem Sensorvolumen groß ist, wird diese Berechnung jedoch ungenau. Für eine genauere Beschreibung

kann in diesem Fall die detailliertere Berechnung nach [Bergh und Tijde-man, 1965] durchgeführt werden. Falls es für die Regelung notwendig ist, kann das Ergebnis im Nachhinein mit einem linearen Modell approximiert werden.

Für die Messungen an der Kaskade wird das Pitot-Rohr mit einer Länge von 260 mm und einem Durchmesser von 0.6 mm genutzt.

6.2.2 Analyse der Messdaten der Nachlaufströmung

Pitot-Rohre sollen genutzt werden, um möglichst viel Information über die aktuelle Kaskadenströmung zu erfassen. Insbesondere soll schließlich die Größe der Nachlauf-delle geschätzt werden können. Die Kennfelder der Geschwindigkeitsmessung mit den beiden Aktuatoren zeigen jedoch eine sehr komplexe Veränderung der Nachlauf-delle. Um gute Messpositionen zu identifizieren, wird deshalb eine detaillierte Analyse der gemessenen Kennfelder vorgenommen.

Als Messdaten stehen die Messungen mit der Fünf-Loch-Sonde von insgesamt $n_e = 19$ Experimenten mit unterschiedlichen Ausblasamplituden und Reynolds-Zahlen zur Verfügung. In jedem Experiment wurde ein Kennfeld mit jeweils $m_s = 450$ Messpositionen aufgenommen. Einige dieser Kennfelder wurden im Kapitel 5 im Zuge der Analyse des Aktuationseffektes gezeigt.

Mit der Fünf-Loch-Sonde wurde an jedem Messpunkt der Totaldruck $p_{t,2}$, der statische Druck $p_{s,2}$, der Abströmwinkel β_2 sowie der Abströmwinkel in der x-z Ebene erfasst. Über den Zusammenhang $p_{t,2} = p_{s,2} + p_{dyn,2}$ kann der dynamische Druck berechnet werden. Unter Verwendung der Winkel stehen zudem die räumlichen Komponenten der Geschwindigkeit zur Verfügung. Mit dem statischen Druck kann der Druckaufbau C_p , mit dem Totaldruck der Druckverlust ζ und mit der Geschwindigkeit die Nachlauf-delle I_α ermittelt werden.

Wie bereits beschrieben, sollen im Verdichter möglichst wenige und mechanisch einfache Messmittel zum Einsatz kommen. Da Fünf-Loch-Sonden gegenüber Pitot-Rohren noch einmal deutlich komplexer sind, soll der Einsatz vermieden werden. Mit einem Pitot-Rohr steht im Gegensatz zur Fünf-Loch-Sonde ausschließlich der Totaldruck an der Messstelle zur Verfügung. Für die Berechnung der Kennzahlen sind jedoch auch die Kennfelder der restlichen Messwerte notwendig, das heißt, dass an den Messpositionen der Pitot-Rohre zumindest eine Schätzung dieser verbleibenden Messgrößen möglich sein muss.

An dieser Stelle kann auf die bereits besprochenen Seitenwanddruckmessungen zurückgegriffen werden, mit denen der statische Druckaufbau der Kaskade approximiert werden kann, siehe Abschnitt 6.2.1. Da der statische Druck in der Messebene im Vergleich zum Totaldruck näherungsweise homogen ist, kann der statische Druck an den Messpositionen der Totaldrucksonden mittels der Seitenwanddruckmessungen geschätzt werden. Damit sind der statische Druck und der Totaldruck an der Messstelle bekannt, womit die Strömungsgeschwindigkeit berechnet werden kann. Für die Größe der Nachlauf-delle I_α wird jedoch explizit die x- und die y-Komponente der Geschwindigkeit benötigt, vergleiche Formel (3.11). Die zur Berechnung benötigten Abströmwinkel werden mit dem Pitot-Rohr jedoch nicht erfasst. Da diese Abströmwinkel aber klein sind und auch ihre Änderung mit einer Variation der Ausblasamplitude klein ist, kann in guter Näherung für die Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten an jeder Messposition ein konstanter, mittlerer Winkel genutzt werden.

Reduktion der Messdaten

Es soll nun untersucht werden, ob wenige Messpositionen ausreichen, um auf die Werte an den übrigen Messpositionen zu schließen. Zur Analyse dieses Problems wird die im Abschnitt 2.6.2 beschriebene Hauptkomponentenanalyse (PCA) durchgeführt. Mit dieser kann untersucht werden, ob überhaupt ein linearer Zusammenhang zwischen den Kennfeldern bei verschiedenen Ausblasamplituden vorliegt. Anhand der notwendigen Hauptkomponenten kann zudem abgeschätzt werden, wie viele Sensoren sinnvollerweise eingesetzt werden sollten.

Die mit der Fünf-Loch-Sonde gemessenen Totaldrücke werden auf den Totaldruck der Anströmung normiert und in der Datenmatrix $\tilde{\mathbf{X}}_t$ abgelegt. Entsprechend werden die mit der Fünf-Loch-Sonde gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten auf die Anströmungsgeschwindigkeit normiert und in der Datenmatrix $\tilde{\mathbf{X}}_u$ abgelegt. Da die nachfolgenden Darstellungen unabhängig von den aktuell verwendeten Daten sind, werden sie nur einmal allgemein für die Datenmatrix $\tilde{\mathbf{X}}$ ausgeführt. Die Datenmatrix $\tilde{\mathbf{X}}$ hat folgende Form:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \cdots & \tilde{x}_{1n_e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{x}_{m_s 1} & \cdots & \tilde{x}_{m_s n_e} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m_s \times n_e}. \quad (6.4)$$

Hierbei ist \tilde{x}_{ij} der zeitliche Mittelwert der Fünf-Loch-Sonden-Messung an der i -ten Messposition im j -ten Experiment. Mit Mittelwert und der im Folgenden betrachteten Varianz/Kovarianzmatrix ist jeweils die statistische Schätzung dieser Größen gemeint. Die Ausblasamplituden der 16 Experimente bei einer Reynolds-Zahl von $6 \cdot 10^5$ können der Abbildung 5.15 auf Seite 70 entnommen werden. Zudem wurden drei Kennfelder bei einer Reynolds-Zahl von $5 \cdot 10^5$, bei Grundströmung, bei Seitenwandaktuation mit $c_\mu = 0.004$ und bei Hinterkantenaktuation mit $c_\mu = 0.009$, aufgenommen.

Entsprechend der im Abschnitt 2.6.2 beschriebenen PCA wird die Datenmatrix $\tilde{\mathbf{X}}$ vom Mittelwert befreit und mit \mathbf{X} bezeichnet. Mit der PCA wird diese Matrix in die Hauptkomponenten \mathbf{U} mit den zugehörigen Amplituden der Hauptkomponenten \mathbf{Y} zerlegt. Das Ergebnis der PCA ist eine Schätzung $\hat{\mathbf{X}}(q)$ der ursprünglichen Datenmatrizen \mathbf{X} . Das Argument q ist dabei die Anzahl der verwendeten Hauptkomponenten. Mit einer steigenden Anzahl der für die Schätzung verwendeten Hauptkomponenten nimmt die quadratische Abweichung zur Ursprungsmatrix \mathbf{X} ab. Der normierte Fehler $\xi(q)$ ist in Abbildung 6.5 für den Fall der Geschwindigkeitsmessdaten \mathbf{X}_u dargestellt.

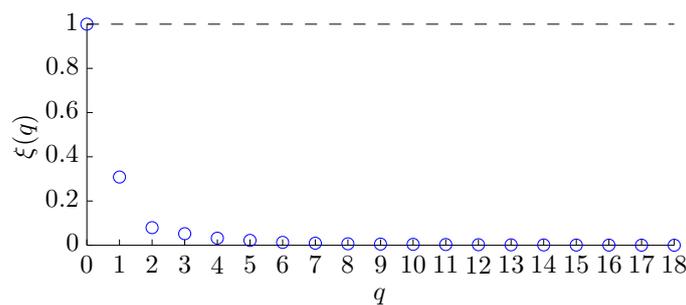


Abbildung 6.5: Der normierte Fehler $\xi(q)$ in Abhängigkeit von der Anzahl q der verwendeten Hauptkomponenten zum Schätzen der Datenmatrix \mathbf{X}_u .

Es ist gut zu erkennen, dass der Fehler schon mit wenigen Hauptkomponenten stark abfällt. Bereits eine Approximation mit den ersten beiden Hauptkomponenten lässt den normierten Fehler auf unter 0.08 sinken. Für die Datenmatrix aus den Totaldruckmessungen sind die Ergebnisse vergleichbar. Die genauen Werte für die quadratische Abweichung bei $q = 2$ sind für die Geschwindigkeitsdatenmatrix mit ξ_u und für die Totaldruckdatenmatrix mit ξ_t in der Tabelle 6.1 (1. Zeile), Seite

84, angegeben. Damit kann eine gute Approximation des Geschwindigkeitsfelds berechnet werden, wenn nur die Amplituden der ersten beiden Hauptkomponenten, also die ersten beiden Zeilen von \mathbf{Y} , bekannt sind.

$$\underline{y}_1 = \mathbf{Y}^T \underline{e}_1 \quad \text{und} \quad \underline{y}_2 = \mathbf{Y}^T \underline{e}_2, \quad \text{mit} \quad [\underline{e}_1, \underline{e}_2, \dots, \underline{e}_{m_s}] = \mathbf{I}_{m_s} \quad (6.5)$$

Zur Veranschaulichung wird noch einmal die Gleichung (2.59) betrachtet und für ein einzelnes Experiment i aufgeschrieben. Aus einer Linearkombination der zwei Hauptkomponenten \underline{u}_1 und \underline{u}_2 , die den ersten zwei Spalten von \mathbf{U} entsprechen, kann eine Approximation der Messdaten an jeder Messposition erfolgen:

$$\hat{x}_i(2) = y_{1i} \underline{u}_1 + y_{2i} \underline{u}_2. \quad (6.6)$$

In Abbildung 6.6 (b,c) sind die ersten beiden Hauptkomponenten $\underline{u}_1, \underline{u}_2$ für die Datenmatrix der normierten Strömungsgeschwindigkeit \mathbf{X}_u gezeigt. Unterhalb der Hauptkomponenten ist die dazugehörige Hauptkomponentenamplitude y_{1i}, y_{2i} dargestellt. Die Hauptkomponenten beschreiben die Abweichung von der mittleren Geschwindigkeit, die in 6.6 (a) abgebildet ist.

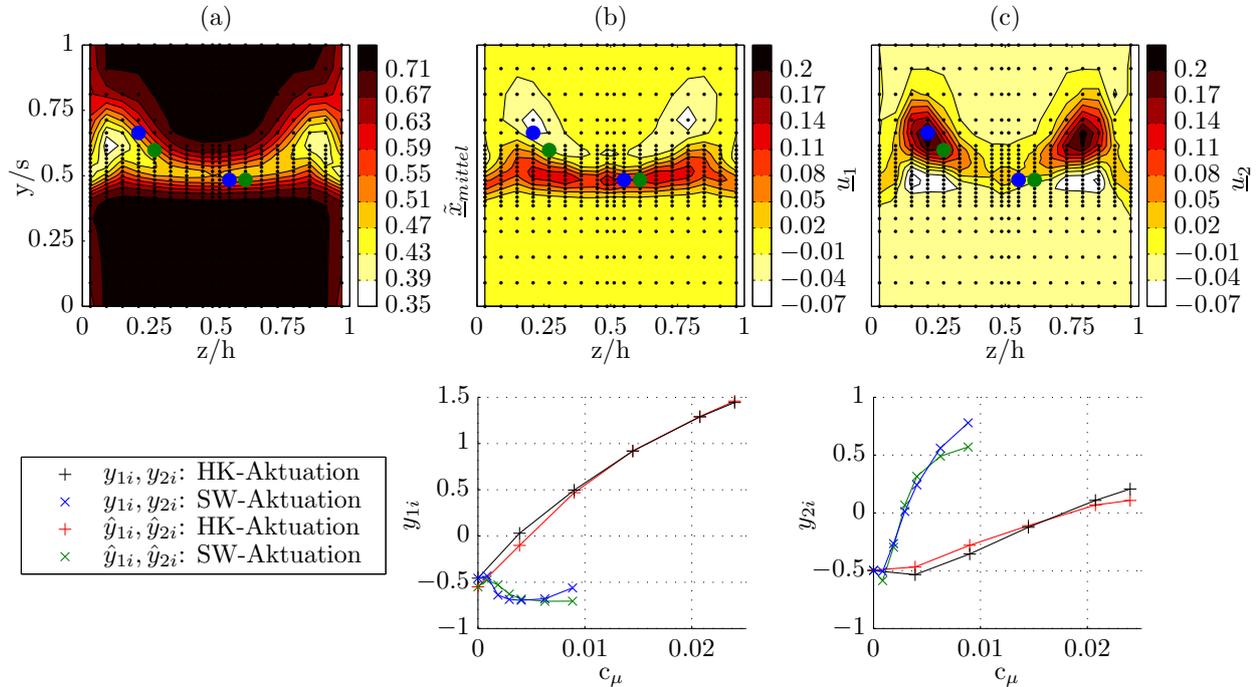


Abbildung 6.6: Mittlere normierte Strömungsgeschwindigkeit (a) sowie die ersten beiden Hauptkomponenten (b,c) der Geschwindigkeitsdatenmatrix \mathbf{X}_u . Unterhalb der Hauptkomponenten sind die zugehörigen Hauptkomponentenamplituden y_{1i}, y_{2i} dargestellt, für die Experimente, bei denen ausschließlich Hinterkanten- oder ausschließlich Seitenwandaktuation verwendet wurde. Es sind zudem bereits die Messpositionen und die Approximation der Hauptkomponentenamplituden $\hat{y}_{1i}, \hat{y}_{2i}$ eingezeichnet, die im nächsten Abschnitt erläutert werden.

Die erste Hauptkomponente 6.6 (b) zeigt eine Geschwindigkeitserhöhung in der Nachlaufdüse über die gesamte Schaufelhöhe. Außerdem sind zwei kleinere Geschwindigkeitsminderungen im Bereich der Passagenwirbel vorhanden. Wie zu erwarten, hat die Hinterkantenaktuation einen sehr starken Einfluss auf die Amplitude dieser Hauptkomponente, während die Seitenwandaktuation nur sehr kleine Änderungen verursacht.

Die zweite Hauptkomponente 6.6 (c) zeigt eine besonders große Geschwindigkeitserhöhung im Bereich der Passagenwirbel. Die Amplitude dieser Hauptkomponente steigt mit der Seitenwandaktuation besonders stark an. Die Hinterkantenaktuation hat ebenfalls einen positiven, aber schwächeren Effekt auf die Amplitude.

Die zweite Hauptkomponente zeigt zudem kleine weiße Bereiche, in denen die Geschwindigkeit mit größer werdender Amplitude kleiner wird. Besonders gut ist dieser Effekt bei der Seitenwandaktuation nachzuvollziehen, da diese fast ausschließlich über die zweite Hauptkomponente beschrieben wird. Diese Verminderung der Geschwindigkeit kann beobachtet werden, wenn das Kennfeld der Seitenwandaktuation mit dem der Grundströmung verglichen wird, siehe Abbildung 5.12, Seite 68.

Die zweite Hauptkomponente besitzt neben den starken Geschwindigkeitserhöhungen im Bereich der Passagenwirbel auf der gesamten restlichen Fläche kleine negative Einträge. Wie an dem Amplitudenverlauf dieser Hauptkomponente zu sehen ist, sinkt damit die Geschwindigkeit mit steigender Aktuationsamplitude etwas ab. Dies spiegelt noch einmal den positiven Effekt der Aktuation auf die Verzögerungswirkung des Statorgitters wider. Besonders die Seitenwandaktuation sorgt durch die Reduktion der Passagenwirbel für eine geringere Verblockung der Passage und damit für eine zusätzliche Strömungsverzögerung. Dies bedeutet, dass ein größerer Anteil der kinetischen Energie in den Druckaufbau umgewandelt wird. Diese Erkenntnis deckt sich mit der Steigerung des Druckaufbaubeiwertes, der bereits bei der Analyse der Aktuatoren berechnet wurde, siehe Abbildung 5.15, Seite 70. Der direkte Vergleich der zweiten Hauptkomponentenamplitude mit dem Druckaufbau der Kaskade zeigt eine große Ähnlichkeit.

6.2.3 Approximation der Kennfelder mit reduzierten Messinformationen

Im letzten Abschnitt wurden die Hauptkomponenten berechnet. Ihre lineare Überlagerung charakterisiert die Kaskadenströmung unter Verwendung der beiden Aktuatoren. Damit könnte für ein neues Experiment l eine neue Schätzung des Kennfelds $\hat{x}_l(2)$ berechnet werden, wenn die Amplituden der Hauptkomponenten bekannt wären. Es soll nun untersucht werden, wie aus wenigen Messdaten eine Schätzung dieser Amplituden gewonnen werden kann.

Die Amplituden können beispielsweise aus einer Linearkombination mehrerer Messungen an verschiedenen Stellen in der Nachlaufströmung approximiert werden. Wie viele Sensoren dafür benötigt werden, hängt von der konkreten Anwendung ab. Soll eine sehr genaue Approximation erreicht werden, so müssen entsprechend mehr Sensoren eingesetzt werden. Steht hingegen ein möglichst einfaches Messsystem im Vordergrund, müssen Abstriche bei der Approximationsgenauigkeit gemacht werden.

Entsprechend der Erkenntnis, dass die Amplituden für zwei Hauptkomponenten approximiert werden müssen, sollten mindestens zwei Sensoren x_{jl} und x_{kl} eingesetzt werden. Dies soll zunächst getestet werden. Die Amplituden der Hauptkomponenten werden jeweils aus einer Linearkombination geschätzt, womit sich vier neue Proportionalitätsfaktoren κ_1, κ_2 und λ_1, λ_2 ergeben. Die Schätzung der Hauptkomponentenamplituden für ein Experiment hat dann die folgende Form:

$$\hat{y}_{1l} = \kappa_1 x_{jl} + \lambda_1 x_{kl} \quad \text{und} \quad \hat{y}_{2l} = \kappa_2 x_{jl} + \lambda_2 x_{kl}. \quad (6.7)$$

Wenn diese Approximation möglich sein sollte, ergibt sich eine Schätzung für das gesamte Strömungsfeld in diesem Experiment über:

$$\hat{x}_l(2) = \hat{y}_{1l} \underline{u}_1 + \hat{y}_{2l} \underline{u}_2. \quad (6.8)$$

Um nun die beste Sensorposition und die besten Proportionalitätsfaktoren κ_1, κ_2 und λ_1, λ_2 zu bestimmen, wird ein Optimierungsproblem formuliert. Alle Unbekannten werden so bestimmt, dass die Hauptkomponentenamplituden der vorhandenen Experimente y_{1i} und y_{2i} durch die Approximationen \hat{y}_{1i} und \hat{y}_{2i} bestmöglich beschrieben werden. Genauer gesagt wird ein Gütekriterium aufgestellt, welches die quadratische Abweichung zwischen den Amplituden der Hauptkomponenten und der Linearkombination zweier Sensoren beschreibt. Dieses wird über alle Kombinationen möglicher Sensorpositionen $j, k \in \{1, 2, \dots, m_s\}$ minimiert:

$$\arg \min_{j,k} \left(\min_{\substack{\kappa_1, \kappa_2 \\ \lambda_1, \lambda_2}} (J) \right) \quad (6.9)$$

$$J(\kappa_1, \kappa_2, \lambda_1, \lambda_2, j, k) = (\underline{y}_1 - \hat{y}_1)^T (\underline{y}_1 - \hat{y}_1) + (\underline{y}_2 - \hat{y}_2)^T (\underline{y}_2 - \hat{y}_2)$$

$$\hat{y}_1 = \kappa_1 \mathbf{X}^T \underline{e}_j + \lambda_1 \mathbf{X}^T \underline{e}_k \quad \text{und} \quad \hat{y}_2 = \kappa_2 \mathbf{X}^T \underline{e}_j + \lambda_2 \mathbf{X}^T \underline{e}_k$$

Sollte das Gütekriterium (6.9) für mehrere Sensorkombinationen das Minimum annehmen, kann eine beliebige der Sensorkombinationen gewählt werden, da diese im Sinne des Gütekriterium gleich gut sind.

Diese Minimierung wurde zunächst für \mathbf{X}_u durchgeführt. Die Berechnung ergibt ein eindeutiges Minimum bei den beiden Messpositionen $y_n = 0.598, z_n = 0.270$ und $y_n = 0.484, z_n = 0.610$. Diese sind in Abbildung 6.6 als grüne Punkte eingezeichnet. Es fällt auf, dass an den Positionen jeweils eine Hauptkomponente einen besonders großen Eintrag besitzt.

Da die Anzahl der verwendeten Sensoren so gering wie möglich gehalten werden soll, wurden für die Berechnung des Totaldruckes \mathbf{X}_t dieselben Positionen gewählt wie für \mathbf{X}_u . Diese Einschränkung beeinträchtigt hier das Ergebnis wenig, da auch der Totaldruck maßgeblich von der Geschwindigkeit abhängt. Die Optimierung von J wurde an dieser Position trotzdem durchgeführt, um die Parameter κ_1, κ_2 und λ_1, λ_2 für die Berechnung von $\hat{y}_{1l}, \hat{y}_{2l}$ zu erhalten. Die quadratische Abweichung der mit den geschätzten Hauptkomponentenamplituden berechneten Kennfelder ist in der Tabelle 6.1 (2. Zeile) angegeben.

Nr.	Methode	ξ_u	ξ_t	SRV _{S1}	SRV _{S2}
1	PCA, mit 2 Hauptkomponenten	0.079	0.073	-	-
2	PCA, mit 2 Sensoren	0.093	0.080	15	92
3	Ohne PCA, mit 2 Sensoren	0.090	0.080	15	92
4	PCA, mit 2 Sensoren, SRV gewichtet	0.094	0.085	56	176
5	Ohne PCA, mit 2 Sensoren, SRV gewichtet	0.093	0.084	56	176

Tabelle 6.1: Normierte quadratische Abweichung der approximierten Kennfelder gegenüber den vollständigen Kennfeldern sowie das Signal-Rausch-Verhältnis an den optimalen Sensorpositionen. Der Fehler für die Totaldruckmatrix \mathbf{X}_t ist mit ξ_t und der Fehler für die Geschwindigkeitsmatrix \mathbf{X}_u mit ξ_u bezeichnet.

Erwartungsgemäß fällt die Abweichung der mit den geschätzten Hauptkomponentenamplituden berechneten Kennfelder etwas größer aus, als die Abweichung der mit den exakten Hauptkomponentenamplituden berechneten Kennfelder. Im Hinblick darauf, dass nur zwei Totaldrucksonden sowie der Seitenwanddrucksensor zum Schätzen des statischen Drucks zum Einsatz kommen, ist der Anstieg jedoch eher gering. Der Vergleich zwischen den geschätzten und den realen Hauptkomponentenamplituden ist ebenfalls in Abbildung 6.6 dargestellt und zeigt eine gute Übereinstimmung.

An die Erkenntnis anknüpfend, dass mit zwei Sensoren in der Nachlaufströmung eine gute Approximation des gesamten Kennfelds möglich ist, wird noch ein alternatives Gütekriterium aufgestellt. In diesem Fall wird die geschätzte Datenmatrix direkt aus einer Linearkombination zweier Sensoren aufgebaut.

Das Vorgehen ist nun genau umgekehrt. Nicht die Hauptkomponenten sind vorgegeben und deren Amplituden werden über Messungen an mehreren Positionen approximiert, sondern die Amplituden sind an den jeweiligen Messpositionen j, k vorgegeben und Vektoren $\underline{a}_1, \underline{a}_2$ der Länge m_s werden optimiert. Das zu minimierende Gütekriterium lautet wie folgt:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{j,k} \left(\min_{\underline{a}_1, \underline{a}_2} (J_a) \right) \\ J_a(\underline{a}_1, \underline{a}_2, j, k) &= \sum_{m=1}^{m_s} \sum_{n=1}^{n_e} (\hat{x}_{a,mn} - x_{mn})^2 \bigg/ \sum_{m=1}^{m_s} \sum_{n=1}^{n_e} (x_{mn})^2 \\ \hat{\mathbf{X}}_a &= \underline{a}_1 \mathbf{e}_j^T \mathbf{X} + \underline{a}_2 \mathbf{e}_k^T \mathbf{X}, \quad \text{mit } \underline{a}_1, \underline{a}_2 \in \mathbb{R}^{m_s} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Die quadratische Abweichung soll zwischen der geschätzten Datenmatrix $\hat{\mathbf{X}}_a$ und der ursprünglichen Datenmatrix \mathbf{X} minimiert werden, wobei die Information zweier Sensoren, das heißt zweier Zeilen der ursprünglichen Daten, zur Verfügung steht.

Der Vorteil liegt hierbei darin, dass nicht der „Umweg“ über die Hauptkomponenten gegangen wird, sondern die Optimierung in einem Schritt stattfindet. Es ist damit ein etwas besseres Ergebnis zu erwarten, da bei der Optimierung nach den ersten Hauptkomponenten bereits der Informationsanteil der anderen fehlt, die nicht betrachtet werden.

In beiden Fällen kann das quadratische Gütekriterium analytisch gelöst werden. Der Rechenaufwand mit den durch die Hauptkomponentenanalyse reduzierten Datenmatrizen ist jedoch im Vergleich zum gesamten Datensatz deutlich geringer. Für jede mögliche Sensorkombination werden im Fall mit der Hauptkomponentenanalyse nur vier skalare Werte angepasst, während im zweiten Fall zwei Vektoren der Länge m_s zu optimieren sind.

Die Anzahl der möglichen Sensorkombinationen kann mit der Binomialverteilung $\binom{m_s}{n_s}$ berechnet werden, wobei n_s die Anzahl der Sensoren ist. Mit zwei Sensoren ergeben sich bereits 101025 mögliche Sensorkombinationen. Die Optimierung von J_a ist in diesem Fall mit einer Rechenzeit von wenigen Minuten noch möglich. Bei der Verwendung weiterer Sensoren würde diese deutlich ansteigen, was den Rechenzeitvorteil von J verstärken würde.

Die Optimierung von J_a wird ebenfalls für alle Sensorkombinationen berechnet, sowohl für die Geschwindigkeitsdaten als auch für die Totaldruckdaten. Die beiden Sensorpositionen, für die die Summe aus den Fehlern beider Optimierungen am geringsten ist, ist dieselbe wie bei der Optimierung über die PCA. Die konkreten Fehlerwerte sind ebenfalls in der Tabelle 6.1 (3. Zeile) dargestellt. Diese sind wie zu erwarten war, etwas besser, jedoch ist der Unterschied zur Optimierung über die Hauptkomponenten nur minimal. Die optimierten Vektoren sind denen der ersten beiden Hauptkomponenten sehr ähnlich.

Eine sehr starke Verbesserung über die Optimierung von J_a war aus dem folgenden Grund nicht möglich. Die ursprüngliche Approximation der Daten mit der PCA stellt bereits die bestmögliche Schätzung im Sinne des Fehlers ξ dar. Bereits das erste Gütekriterium J zur Schätzung der Hauptkomponentenamplituden über zwei Messpositionen lag nah an dieser bestmöglichen Lösung.

Für die spätere Online-Messung spielt noch ein weiterer wichtiger Aspekt eine Rolle, der bisher außer Acht gelassen wurde. Die Messpositionen liegen in Bereichen, in denen die Änderung der

mittleren Strömungsgrößen viel Aufschluss über das gesamte Strömungsfeld gibt. Für die reale Messung ist es jedoch auch wichtig, dass diese Änderung im Vergleich zum Messrauschen möglichst groß ist. Bei der Wahl der Messpositionen sollte deshalb auch das Signal-Rausch-Verhältnis berücksichtigt werden.

Signal-Rausch-Verhältnis

Das Signal-Rausch-Verhältnis beschreibt das Verhältnis zwischen der Leistung des Nutzsignals gegenüber der Leistung des Messrauschens. Im vorliegenden Fall entspricht die Änderung der mittleren Strömungsgrößen dem Nutzsignal und die Turbulenz dem Messrauschen. Je größer dieses Verhältnis ist, desto einfacher beziehungsweise performanter gestaltet sich später die Regelaufgabe, da der Regler nicht auf das turbulente Rauschen, sondern auf die Änderungen der mittleren Strömungsbedingungen reagieren soll.

Für die Bewertung der Nutzsignalleistung wird die Varianz der mittleren Strömungsänderung an jeder Messposition berechnet, und mit σ_{signal}^2 bezeichnet. Dieser Vektor entspricht den Diagonaleinträgen der Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{t,\text{signal}}$ der Datenmatrix \mathbf{X} . Da die Pitot-Rohre, die später an den besten Messpositionen installiert werden sollen, den Totaldruck messen, werden in der folgenden Analyse die Totaldruckmessungen \mathbf{X}_t betrachtet.

$$\sigma_{\text{signal}}^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T \mathbf{C}_{t,\text{signal}} \mathbf{e}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{m_s}^T \mathbf{C}_{t,\text{signal}} \mathbf{e}_{m_s} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{C}_{t,\text{signal}} = \frac{1}{n_e - 1} \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t^T \quad (6.11)$$

Die Varianz des Rauschens σ_{rausch}^2 wird aus den zeitlichen Messschrieben der Fünf-Loch-Sonde an dem jeweiligen Messpunkt berechnet, wobei die Messdaten der Grundströmung verwendet werden. Da die Druckmessung an der mittleren Druckbohrung der Fünf-Loch-Sonde der Druckmessung mit einem Pitot-Rohr am ähnlichsten ist und beide den gleichen Sensortyp verwenden, werden die Messdaten des entsprechenden Sensors genutzt. Das Signal-Rausch-Verhältnis ergibt sich damit zu:

$$\underline{\text{SRV}} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{e}_1^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\mathbf{e}_1^T \sigma_{\text{rausch}}^2}, & \dots, & \frac{\mathbf{e}_{m_s}^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\mathbf{e}_{m_s}^T \sigma_{\text{rausch}}^2} \end{bmatrix}^T \quad (6.12)$$

Die Varianz des Nutzsignals, die Varianz des Messrauschens sowie das Signal-Rausch-Verhältnis sind in Abbildung 6.7 dargestellt. Der Maßstab ist logarithmisch gewählt, da die jeweiligen Wertebereiche viele Größenordnungen überspannen.

Wie zu erwarten, ist die Varianz des Nutzsignals in der Mitte über die gesamte Schaufelhöhe und im Bereich der Passagenwirbel sehr groß, genau dort, wo die Aktuation ihren stärksten Effekt auf die Nachlaufströmung hat. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Rauschen auf Grund von Turbulenz in der Nachlaufdüse und im Bereich der Passagenwirbel besonders stark ausgeprägt ist. Hierbei ist wichtig zu erwähnen, dass es sich bei den Werten des Messrauschens um die Messungen mit der Fünf-Loch Sonde handelt. Wie beim experimentellen Aufbau in Kapitel 4.1 beschrieben, besitzt diese ein Tiefpassverhalten mit einer Eckfrequenz von ca. 2 Hz. Die Werte für das Signal-Rausch-Verhältnis werden demnach bei Verwendung einer Sonde mit besserer Dynamik, wie dem dann zur Regelung eingesetzten Pitot-Rohr, kleiner sein, da auch höherfrequente Turbulenz für ein Rauschen sorgt. An der Lage guter Positionen im Sinne des Signal-Rausch-Verhältnisses sollte sich jedoch nichts ändern, wenn davon ausgegangen wird, dass die Turbulenz für höhere Frequenzen ähnlich verteilt ist wie für die gemessenen niedrigen Frequenzen.

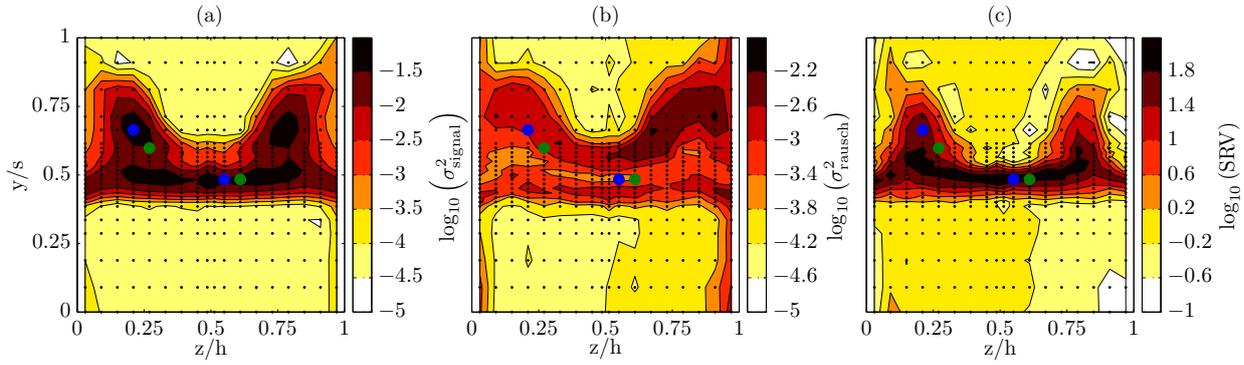


Abbildung 6.7: Darstellung des Signal-Rausch-Verhältnisses über die mittlere Passage der Messebene in logarithmischer Form. Abgebildet sind die Varianz des Nutzsignals (a), die Varianz des Messrauschens (b) und das daraus resultierende SRV (c). Die grünen Punkte zeigen die besten Messpositionen für die Minimierung des Gütekriteriums J ohne Berücksichtigung des SRV; die blauen Punkte entsprechend mit Berücksichtigung des SRV, siehe Gleichung (6.16).

Das ermittelte SRV soll nun in das Gütekriterium J so einfließen, dass Sensorpositionen mit einem besonders hohen SRV besser bewertet werden. Wenn nur ein Sensor für die Messung vorgesehen ist, kann J einfach mit dem Kehrwert des SRV dieses Sensors gewichtet werden. Bei diesem Vorgehen muss beachtet werden, dass falls es keinen Sensor gibt, der ein gutes SRV besitzt und gleichzeitig eine gute Approximation der Hauptkomponentenamplitude liefert, unter Umständen ein Sensor gewählt wird, der ein sehr gutes SRV besitzt, aber nur eine schlechte Approximation ermöglicht. Das Ergebnis der Optimierung sollte deshalb immer mit dem Gütekriterium ohne SRV Gewichtung verglichen werden, um zu prüfen, ob die Approximationsgenauigkeit nach wie vor ausreichend gut ist und wie stark sich das SRV verbessert hat.

Wenn wie im vorliegenden Fall zwei Sensoren oder mehr Sensoren im Einsatz sind, ist eine einfache Gewichtung über den Mittelwert der SRV-Werte dieser Sensoren nicht zu empfehlen. Dann besteht nämlich die Gefahr, dass eine Sensorposition mit einem sehr großen SRV gewählt wird, die jedoch nur einen kleinen Beitrag zur Schätzung der Amplitude der Hauptkomponenten liefert und eine zweite, die viel Information liefert, jedoch ein schlechtes SRV aufweist.

Deshalb werden die SRV-Werte der beiden Sensoren entsprechend ihrem Informationsgehalt gewichtet. Dafür wird wieder das Gütekriterium zur bestmöglichen Approximation der Amplitude der Hauptkomponenten aus (6.9) verwendet, wobei die beiden quadratischen Terme für die folgende Rechnung mit J_1 und J_2 bezeichnet werden:

$$\begin{aligned}
 J(\kappa_1, \kappa_2, \lambda_1, \lambda_2, j, k) &= J_1(\kappa_1, \lambda_1, j, k) + J_2(\kappa_2, \lambda_2, j, k), \quad \text{mit} \\
 J_1(\kappa_1, \lambda_1, j, k) &= (\underline{y}_1 - \hat{\underline{y}}_1)^T (\underline{y}_1 - \hat{\underline{y}}_1) \quad \text{und} \quad J_2(\kappa_2, \lambda_2, j, k) = (\underline{y}_2 - \hat{\underline{y}}_2)^T (\underline{y}_2 - \hat{\underline{y}}_2) \quad (6.13) \\
 \hat{\underline{y}}_1 &= \kappa_1 \mathbf{X}^T \underline{e}_j + \lambda_1 \mathbf{X}^T \underline{e}_k \quad \text{und} \quad \hat{\underline{y}}_2 = \kappa_2 \mathbf{X}^T \underline{e}_j + \lambda_2 \mathbf{X}^T \underline{e}_k.
 \end{aligned}$$

Die Summe der Varianzen beider Sensoren ist der gesamte Informationsgehalt für die jeweilige Hauptkomponente. Sind die Signale linear unabhängig, entspricht diese Summe der Varianz der Hauptkomponentenamplitude.

$$\sigma_{\hat{\underline{y}}_1}^2 = \kappa_1^2 \underline{e}_j^T \underline{\sigma}_{\text{signal}}^2 + \lambda_1^2 \underline{e}_k^T \underline{\sigma}_{\text{signal}}^2 \quad \text{und} \quad \sigma_{\hat{\underline{y}}_2}^2 = \kappa_2^2 \underline{e}_j^T \underline{\sigma}_{\text{signal}}^2 + \lambda_2^2 \underline{e}_k^T \underline{\sigma}_{\text{signal}}^2 \quad (6.14)$$

Der anteilige Informationsbeitrag eines Sensors zur Berechnung von $\hat{\underline{y}}$ ist das Verhältnis der Varianz seines Beitrags zur Summe der Varianzen beider Sensoren. Das Signal-Rausch-Verhältnis eines

Sensors wird entsprechend seinem Informationsanteil gewichtet. Das SRV an einer Messposition fällt damit um so stärker ins Gewicht, je größer der Informationsanteil dieses Sensors zur Approximation der Amplitude der Hauptkomponente ist.

Für jede Sensorkombination j, k werden die optimalen Koeffizienten $\tilde{\kappa}_1, \tilde{\kappa}_2$ und $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2$ berechnet. Solange $\mathbf{X}^T \underline{e}_j$ und $\mathbf{X}^T \underline{e}_k$ paarweise linear unabhängig sind, besitzen die folgenden Gütekriterien eindeutig bestimmte Lösungen. Bei realen Messdaten ist diese Voraussetzung typischerweise gegeben, so auch in den Messdaten dieser Arbeit, da eine lineare Abhängigkeit bedeuten würde, dass zwei Sensoren in allen Experimenten exakt das Gleiche oder ein Vielfaches gemessen haben müssten.

$$(\tilde{\kappa}_1(j, k), \tilde{\lambda}_1(j, k)) = \arg \min_{\kappa_1, \lambda_1} (J_1(\kappa_1, \lambda_1, j, k)) \quad \text{und} \quad (\tilde{\kappa}_2(j, k), \tilde{\lambda}_2(j, k)) = \arg \min_{\kappa_2, \lambda_2} (J_2(\kappa_2, \lambda_2, j, k)) \quad (6.15)$$

Das Gütekriterium mit SRV hat die folgende Form:

$$\arg \min_{j, k} \left(\frac{\tilde{\kappa}_1^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 + \tilde{\lambda}_1^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\tilde{\kappa}_1^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_j^T \underline{SRV} + \tilde{\lambda}_1^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_k^T \underline{SRV}} \cdot J_1(\tilde{\kappa}_1, \tilde{\lambda}_1, j, k) + \frac{\tilde{\kappa}_2^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 + \tilde{\lambda}_2^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\tilde{\kappa}_2^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_j^T \underline{SRV} + \tilde{\lambda}_2^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_k^T \underline{SRV}} \cdot J_2(\tilde{\kappa}_2, \tilde{\lambda}_2, j, k) \right). \quad (6.16)$$

Die Optimierung dieses Gütekriteriums ergibt eine eindeutige Lösung mit neuen Positionen für die Sensoren von $y_n = 0.664$, $z_n = 0.210$ und $y_n = 0.484$, $z_n = 0.550$. Zum Vergleich sind die Messpositionen mit Signal-Rausch-Gewichtung und ohne Signal-Rausch-Gewichtung in Abbildung 6.7 dargestellt. Die Ergebnisse für die Fehlernormen sind in der Tabelle 6.1 (4. und 5. Zeile) dargestellt. Durch die Gewichtung sind die Fehlernormen nur leicht angestiegen, allerdings ist das Signal-Rausch-Verhältnis für beide Messpositionen erheblich größer. Für eine der Messpositionen verdoppelt sich das Signal-Rausch-Verhältnis und für die andere liegt fast eine Vervierfachung vor.

Die gefundenen Messpositionen unterscheiden sich durch das Hinzufügen der Gewichtung des Signal-Rausch-Verhältnisses etwas voneinander. Sie liegen jedoch immernoch in den gleichen Bereichen. Ein Sensor sitzt genau in der Nachlaufdelle nahe dem Mittelschnitt der Schaufel. Mit diesem können Änderungen in der Nachlaufströmung detektiert werden, die durch die Hinterkantenaktuation verursacht werden. Der zweite Sensor befindet sich im Bereich des Passagenwirbels und liefert Informationen über dessen aktuelle Größe.

Die Totaldrucksonden wurden an der Kaskade dort installiert, wo die optimale Position unter Berücksichtigung des Signal-Rausch-Verhältnisses berechnet wurde.

Das gezeigte Verfahren liefert mit zwei Totaldrucksensoren und einem statischen Drucksensor eine gute Schätzung der aktuellen Strömungsbedingungen in der Messebene der Kaskade. Mit dieser Schätzung der Kennfelder können die eingangs genannten Kennzahlen der Kaskadenströmung, die später für die Regelung verwendet werden sollen, berechnet werden.

Im folgenden Abschnitt wird noch eine Alternative vorgestellt, die dann genutzt werden kann, wenn die Schätzung der Kennfelder nicht benötigt wird, und die Kennzahlen die geregelt werden sollen, im Vorfeld festgelegt werden können.

6.2.4 Schätzen der Kennzahlen der Statorkaskade

Wenn nur bestimmte Kennzahlen, zum Beispiel für eine Regelung, von Interesse sind, kann versucht werden, diese über eine direkte Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate zu schätzen. Das

Vorgehen soll hier zum Vergleich kurz dargestellt werden.

Es werden die drei Kennzahlen berechnet, die in der vorliegenden Arbeit zur Bewertung der Kaskadenströmung genutzt werden: die Größe der Nachlaufdelle \mathbf{I}_α , der Druckaufbau \mathbf{C}_p und der Druckverlustbeiwert $\underline{\zeta}$. Da nur Messgrößen in der Messebene der Kaskade verwendet werden sollen, wird hier nicht der korrigierte Druckverlustbeiwert verwendet. Zur Berechnung der Korrektur müssten im Betrieb zusätzlich der Massenstrom und der Totaldruck der Aktuation gemessen werden. Für alle n_e Experimente werden die berechneten Kennzahlen jeweils in einem Vektor zusammengefasst:

$$\tilde{\mathbf{I}}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\alpha,\text{exp}(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{\alpha,\text{exp}(n_e)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{C}}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{p,\text{exp}(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{p,\text{exp}(n_e)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\underline{\zeta}} = \begin{bmatrix} \zeta_{\text{exp}(1)} \\ \vdots \\ \zeta_{\text{exp}(n_e)} \end{bmatrix}. \quad (6.17)$$

Damit alle Kennzahlen gleichermaßen im Gütekriterium berücksichtigt werden, werden die Vektoren vom Mittelwert befreit und die Varianz auf 1 normiert. Für \mathbf{I}_α gilt beispielsweise:

$$\mathbf{I}_\alpha = \frac{\tilde{\mathbf{I}}_\alpha - \tilde{\mathbf{I}}_{\alpha,\text{mittel}}}{\frac{1}{n_e-1}(\tilde{\mathbf{I}}_\alpha - \tilde{\mathbf{I}}_{\alpha,\text{mittel}})^T(\tilde{\mathbf{I}}_\alpha - \tilde{\mathbf{I}}_{\alpha,\text{mittel}})}, \quad \tilde{\mathbf{I}}_{\alpha,\text{mittel}} = \frac{1}{n_e} \mathbb{1}_{n_e, n_e} \tilde{\mathbf{I}}_\alpha. \quad (6.18)$$

Die Vektoren der weiteren Kennzahlen \mathbf{C}_p und $\underline{\zeta}$ werden entsprechend definiert.

Das quadratische Gütekriterium wird wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned} J_s(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, j, k) &= J_{s,1}(\kappa_1, \lambda_1, j, k) + J_{s,2}(\kappa_2, \lambda_2, j, k) + J_{s,3}(\kappa_3, \lambda_3, j, k), \quad \text{mit} \\ J_{s,1} &= (\mathbf{I}_\alpha - \hat{\mathbf{I}}_\alpha)^T (\mathbf{I}_\alpha - \hat{\mathbf{I}}_\alpha), \quad J_{s,2} = (\mathbf{C}_p - \hat{\mathbf{C}}_p)^T (\mathbf{C}_p - \hat{\mathbf{C}}_p), \quad J_{s,3} = (\underline{\zeta} - \hat{\underline{\zeta}})^T (\underline{\zeta} - \hat{\underline{\zeta}}) \\ \hat{\mathbf{I}}_\alpha &= \kappa_1 \mathbf{X}_t^T \underline{e}_j + \lambda_1 \mathbf{X}_t^T \underline{e}_k, \quad \hat{\mathbf{C}}_p = \kappa_2 \mathbf{X}_t^T \underline{e}_j + \lambda_2 \mathbf{X}_t^T \underline{e}_k, \quad \hat{\underline{\zeta}} = \kappa_3 \mathbf{X}_t^T \underline{e}_j + \lambda_3 \mathbf{X}_t^T \underline{e}_k. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Für die Minimierung wird wieder das Signal-Rausch-Verhältnis mit einbezogen. Es wird entsprechend dem Abschnitt zur Hauptkomponentenanalyse eine Gewichtung über den Informationsanteil der einzelnen Sensoren genutzt, siehe 6.2.3. Die Minimierungsaufgabe wird analog zu (6.15) und (6.16) formuliert:

$$\begin{aligned} (\tilde{\kappa}_1(j, k), \tilde{\lambda}_1(j, k)) &= \arg \min_{\kappa_1, \lambda_1} (J_{s,1}(\kappa_1, \lambda_1, j, k)) \\ (\tilde{\kappa}_2(j, k), \tilde{\lambda}_2(j, k)) &= \arg \min_{\kappa_2, \lambda_2} (J_{s,2}(\kappa_2, \lambda_2, j, k)) \\ (\tilde{\kappa}_3(j, k), \tilde{\lambda}_3(j, k)) &= \arg \min_{\kappa_3, \lambda_3} (J_{s,3}(\kappa_3, \lambda_3, j, k)) \end{aligned} \quad (6.20)$$

$$\arg \min_{j, k} \left(\frac{\tilde{\kappa}_1^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 + \tilde{\lambda}_1^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\tilde{\kappa}_1^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_j^T \underline{SRV} + \tilde{\lambda}_1^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_k^T \underline{SRV}} \cdot J_{s,1}(\tilde{\kappa}_1, \tilde{\lambda}_1, j, k) + \frac{\tilde{\kappa}_2^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 + \tilde{\lambda}_2^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\tilde{\kappa}_2^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_j^T \underline{SRV} + \tilde{\lambda}_2^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_k^T \underline{SRV}} \cdot J_{s,2}(\tilde{\kappa}_2, \tilde{\lambda}_2, j, k) + \frac{\tilde{\kappa}_3^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 + \tilde{\lambda}_3^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2}{\tilde{\kappa}_3^2 \underline{e}_j^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_j^T \underline{SRV} + \tilde{\lambda}_3^2 \underline{e}_k^T \sigma_{\text{signal}}^2 \underline{e}_k^T \underline{SRV}} \cdot J_{s,3}(\tilde{\kappa}_3, \tilde{\lambda}_3, j, k) \right) \quad (6.21)$$

Die Optimierung hat für die vorliegenden Messdaten eine eindeutige Lösung und ergibt die gleichen Messpositionen wie das Gütekriterium J zur Schätzung der Amplituden der Hauptkomponenten gemäß Gleichung (6.13) unter Berücksichtigung des Signal-Rausch-Verhältnisses.

Abschließend sind die drei betrachteten Kennzahlen für die verschiedenen Approximationsmethoden im Vergleich zu den genauen Werten in Abbildung 6.8 dargestellt. Die Berechnung der Kennzahlen mit der vollen Information ist mit Sternen markiert. Diese Werte sind die finalen Ergebnisse der stationären Strömungsbeeinflussung, die bereits in Abbildung 5.15 gezeigt wurden. Die Kreise und Dreiecke markieren die Kennzahlen, die mit den geschätzten Kennfeldern berechnet wurden. Im Falle der Kreise wurden bei der Approximation der Kennfelder nur die ersten beiden Hauptkomponenten berücksichtigt. Im Falle der Dreiecke wurden die Amplituden der Hauptkomponenten gemäß Gleichung (6.9) geschätzt unter Verwendung der optimalen Messpositionen aus dem Minimierungsproblem (6.16). Die Quadrate zeigen schließlich die geschätzten Kennzahlen gemäß Gleichung (6.19) unter Verwendung der optimalen Messpositionen aus dem Minimierungsproblem (6.21).

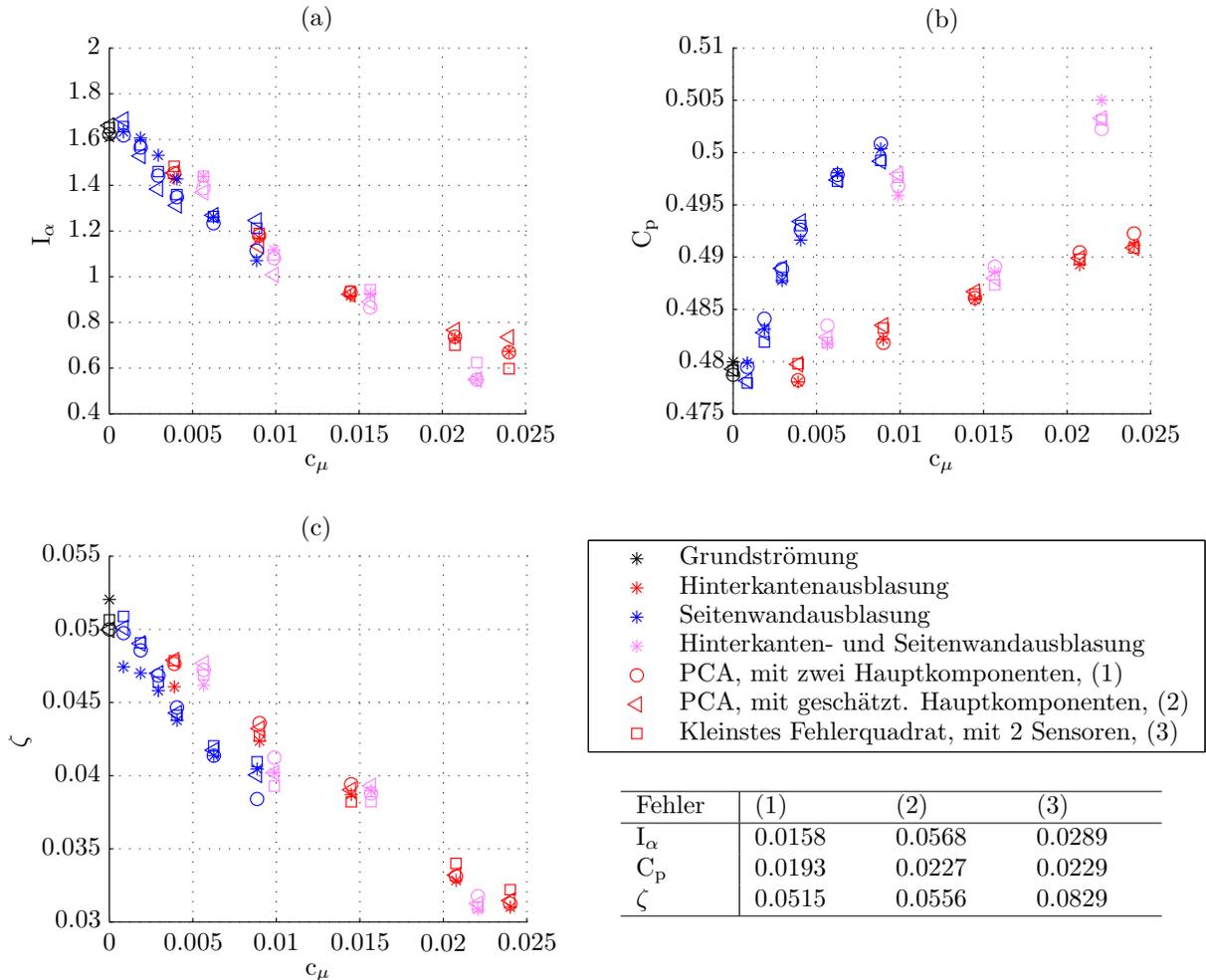


Abbildung 6.8: Vergleich der verschiedenen Schätzverfahren in Bezug auf die Kennzahlen der Kaskade. Es sind die Kennzahlen für die Messungen bei $Re = 6 \times 10^5$ dargestellt. Es werden die Größe der Nachlaufdelle I_α (a), der Druckaufbau der Kaskade C_p (b) sowie der Druckverlustbeiwert ζ (c) betrachtet. Die Tabelle zeigt den normierten quadratischen Fehler zwischen den Kennzahlen die mit der vollen Information berechnet wurden und der jeweiligen Schätzung.

Mit den vorgestellten Verfahren ist für die Belange der Regelung eine gute Approximation der Kennzahlen möglich. In Abhängigkeit von der betrachteten Kennzahl und vom Verfahren ergeben

sich kleinere Unterschiede. Bei der Schätzung des Druckaufbaus (b) fallen die Abweichungen besonders gering aus. Auch die Größe der Nachlaufdelle (a) wird mit den Methoden gut geschätzt. Beim Druckverlustbeiwert (c) sind bei kleinen Ausblasamplituden der Seitenwandaktuationen und der Grundströmung etwas größere Abweichungen zu verzeichnen.

Da die Fehler der Schätzvarianten ähnlich ausfallen, sind für eine bessere Vergleichbarkeit die auf die Varianz der Kennzahl normierte quadratische Abweichung zwischen den geschätzten und den gemessenen Kennzahlen in der Tabelle der Abbildung 6.8 dargestellt.

Für alle betrachteten Kennzahlen schneidet die Berechnung über die mit der Hauptkomponentenanalyse reduzierten Kennfeldern (1) am besten ab. Wenn die Amplituden der Hauptkomponenten nur über wenige Sensoren geschätzt (2) werden, um eine Onlinemessung zu ermöglichen, wird der Fehler etwas größer. Am deutlichsten steigt dieser bei der Kennzahl I_α an. Ein Vergleich mit den Ergebnissen aus der direkten Minimierung der Fehlerquadrate (3) zeigt eine ähnliche Qualität der Schätzwerte. Im Falle der Nachlaufdelle schneidet die quadratische Abweichung besser ab und im Falle des Druckverlustbeiwerts etwas schlechter.

Sowohl die Berechnung der Kennzahlen über die Kennfeldschätzung als auch über die direkte Minimierung der Fehlerquadrate liefern gute Schätzungen. Die Ergebnisse zeigen aber auch, dass die direkte Minimierung nicht zwangsläufig die beste Schätzung im Sinne der quadratischen Abweichung zwischen geschätzten und gemessenen Kennzahlen ergeben muss.

Im Falle der Schätzung der Kennfelder und der anschließenden Berechnung der Kennzahlen fließt deutlich mehr Wissen in die Schätzung mit ein. Wenn die Kennzahl quadratisch oder allgemein nichtlinear von den Messgrößen abhängt, wird dies bei der Berechnung aus den geschätzten Kennfelddaten berücksichtigt. Der Druckverlustbeiwert ζ ist hierfür ein gutes Beispiel, da in der Berechnung das Produkt aus dem Totaldruck und der Strömungsgeschwindigkeit auftaucht. Wenn die Kennfelder geschätzt werden, können alle davon abhängigen Kennzahlen berechnet werden.

Sowohl die direkte Minimierung der Fehlerquadrate als auch die Kennfeldschätzung sind für die betrachteten Kennzahlen gut einsetzbar. Für die Regelung in der vorliegenden Arbeit wird das Verfahren über die Kennfeldschätzung genutzt.

6.2.5 Validierung der Kennfeldmessung (Dynamik)

Nach der Installation der Totaldrucksonden und der Implementierung des beschriebenen Verfahrens auf dem dSpace-Rechner wurden mehrere Validierungsexperimente durchgeführt. Die bisherigen Untersuchungen bezogen sich auf die Analyse der stationären Kennfelder der Nachlaufströmung. Das Ziel dieser Experimente war es nun, die Genauigkeit der Kennfeldschätzung auch bei einer dynamischen Anregung durch die Aktuation zu untersuchen.

Hierfür wurden mit der Fünf-Loch-Sonde verschiedene Positionen in der Messebene angefahren, um dort die jeweilige Strömungsgeschwindigkeit zu messen. Gleichzeitig wurde mit dem beschriebenen Verfahren das gesamte Kennfeld der Strömungsgeschwindigkeit aus den Messinformationen der zwei Totaldrucksonden und dem statischen Drucksensor geschätzt. Die aktuelle Messung wurde mit der aktuellen Schätzung an der entsprechenden Position aus dem Kennfeld verglichen.

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.9 dargestellt. Gezeigt werden die Messungen der Fünf-Loch-Sonde an vier verschiedenen Positionen im Nachlaufgebiet. Zusätzlich ist die Schätzung der Strömungsgeschwindigkeit an der jeweiligen Position gezeigt. In allen vier Fällen wurde die Hinterkantenaktuation mit einer harmonischen 1 Hz-Amplitude beaufschlagt. Die Ausblasamplitude war in allen vier Fällen die Gleiche.

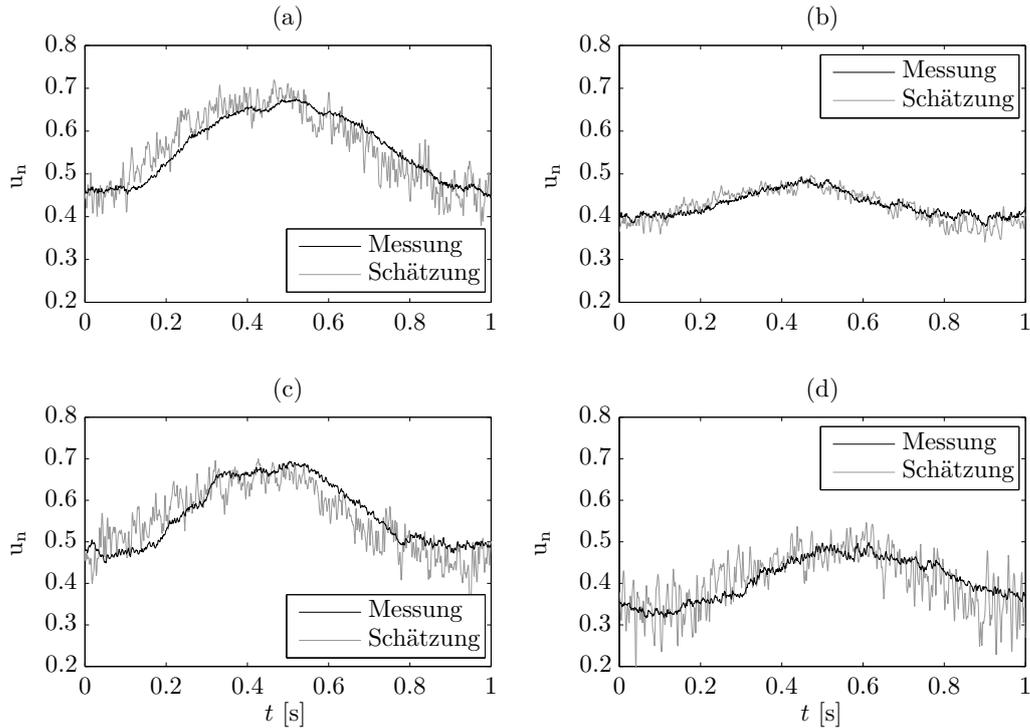


Abbildung 6.9: Vergleich der mit der Fünf-Loch-Sonde gemessenen normierten Geschwindigkeit mit der geschätzten normierten Geschwindigkeit an verschiedenen Positionen in der Nachlaufströmung. In allen Fällen ist die Hinterkantenaktuation mit der gleichen harmonischen 1 Hz-Anregung beaufschlagt. Die Positionen der Fünf-Loch-Sonde sind: (a): $y_n = 0.484, z_n = 0.54$, (b): $y_n = 0.5, z_n = 0.03$, (c): $y_n = 0.53, z_n = 0.82$ und (d): $y_n = 0.61, z_n = 0.82$

Es fällt zunächst auf, dass die Schätzung in allen Fällen gut mit der Messung übereinstimmt. Dies bestätigt die im letzten Abschnitt berechneten kleinen Fehlerwerte für die Schätzung. Die Messungen zeigen zudem, dass auch dynamische Änderungen mit kleinen Frequenzen richtig geschätzt werden.

Eine genauere Betrachtung der Ergebnisse zeigt, dass die Abweichung zwischen der Messung und der Schätzung hauptsächlich auf einen kleinen Phasenversatz zurückzuführen ist. Dieses Phänomen hat nichts mit der Kaskadenströmung zu tun, sondern wird durch den starken Tiefpasscharakter der Fünf-Loch-Sonde mit einer Eckfrequenz von ca. 2 Hz erzeugt. Ein 1 Hz-Signal wird durch den Phasenversatz der Fünf-Loch-Sonde um 0.07 Sekunden verzögert, was mit dem Zeitversatz in Abbildung 6.9 recht gut übereinstimmt.

Auch die Pitot-Rohre, mit deren Messwerten die Schätzung berechnet wird, haben ein Tiefpassverhalten, allerdings liegt die Eckfrequenz entsprechend der Analyse im Abschnitt 6.2.1 bei ca. 100 Hz, was für das 1 Hz Signal praktische keine Verzögerung bedeutet. Sowohl der Phasenversatz als auch der deutlich glattere Verlauf der Fünf-Loch-Sonden Messung sind damit in dem Unterschied der Messmittel begründet. Das höherfrequente Schwanken des geschätzten Geschwindigkeitssignals wird durch Turbulenz an den Messpositionen der Totaldrucksonden erzeugt.

Die Vergleichsmessungen zeigen, dass die Dynamiken in der Messebene für kleine Frequenzen an den verschiedenen Messpositionen ähnlich ausfallen. Im Bereich dieser Frequenzen, die deutlich unterhalb der Frequenzen des turbulenten Rauschens liegen, soll die Regelung später arbeiten.

Deshalb ist es für die Regelung ausreichend, die Dynamik der Nachlaufströmung mit einem Pitot-Rohr an einer Stelle zu erfassen.

Bisher wurden die Messungen von Messsonden miteinander verglichen, die sich alle in derselben Ebene, der Messebene der Kaskadenströmung, befanden. Das Eingangssignal der Ventile wurde bewusst noch nicht gezeigt. Das Übertragungsverhalten von diesem Eingangssignal bis zu der Messung in der Messebene hängt von vielen weiteren Faktoren ab. Dominiert werden diese Vorgänge von der Ventildynamik, den Schlauchverbindungen zu den Aktuatoren und dem Strömungstranport vom Auslass der Aktuatoren bis zur Messebene.

Damit ein modellbasierter Regler ausgelegt werden kann, muss zunächst genau dieses dynamische Modell von dem Streckeneingang, der Ventilansteuerung, zum Streckenausgang, der Strömungsmessung, identifiziert werden. Diese Identifikation wird im folgenden Abschnitt durchgeführt.

6.3 Identifizierung linearer Black-Box-Modelle

In diesem Abschnitt werden dynamische Modelle für die Regelung der Kaskadenströmung identifiziert. Als Stellgrößen \underline{u} stehen die Ausblasamplitude der Hinterkantenaktuation und die Ausblasamplitude der Seitenwandaktuation zur Verfügung, die als dimensionsloser Impulsbeiwert angegeben werden. Als Regelgröße \underline{y} werden sowohl die Größe der Nachlaufdelle I_α als auch der Druckaufbau der Kaskade C_p gewählt. Die Vektoren lauten entsprechend:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} c_{\mu,hk} \\ c_{\mu,sw} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} I_\alpha \\ C_p \end{bmatrix}. \quad (6.22)$$

Das Modell soll schlussendlich die gesamte Dynamik zwischen den Stell- und Regelgrößen beschreiben. Für die Identifikation wird das im Abschnitt 2.1.1 beschriebene Vorgehen einer Black-Box-Modellierung genutzt. Für die Modellstruktur kommen die im Theorieabschnitt 2.1.2 beschriebenen linearen Differentialgleichungen zum Einsatz.

Die Abbildung 6.10 zeigt eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus. Zunächst soll die Modellebene betrachtet werden. Die Stellgröße \underline{u} wird vorgegeben und über eine Lookup Table unter Verwendung der Anströmgeschwindigkeit u_1 in Eingangsdrücke $\underline{p}_{v,e}$ für die Druckregelventile umgerechnet. Die Druckregelventile reagieren darauf mit einer Änderung des Ausgangsdrucks $\underline{p}_{v,a}$. Der Ausgangsdruck wird anschließend in dimensionslose Impulsbeiwerte $c_{\mu,hk,v}$ und $c_{\mu,sw,v}$ zurückgerechnet, die mit dem Vektor \underline{u}_v bezeichnet werden. Das Übertragungsverhalten zwischen \underline{u} und \underline{u}_v wird als Ventilmodell \mathbf{G}_v bezeichnet.

Hinter den Ventilen folgt jeweils ein Massenstromsensor und anschließend eine längere Schlauchverbindung bis zu den jeweiligen Aktuatorkammern. Zur Analyse des Übertragungsverhaltens von dem Druckregelventil bis zu den Aktuatorkammern wird in einer Aktuatorkammer der Hinterkantenaktuation der Druck gemessen. Die Kaskadenströmung wird von der veränderlichen Ausblasgeschwindigkeit der Aktuatoren beeinflusst, und diese Beeinflussung wird schließlich in der Messebene mit den zwei Pitot-Rohren und einem statischen Drucksensor gemessen. Die gemessenen Drücke werden hier mit \underline{p}_y bezeichnet. Aus diesen Druckmessungen werden der Druckaufbau sowie die Größe der Nachlaufdelle der Kaskadenströmung, das heißt die Regelgröße \underline{y} , berechnet, wie im letzten Abschnitt 6.2 beschrieben. Das Übertragungsverhalten zwischen dem Ventilausgang \underline{u}_v und der Regelgröße \underline{y} wird als Strömungsmodell \mathbf{G}_s bezeichnet.

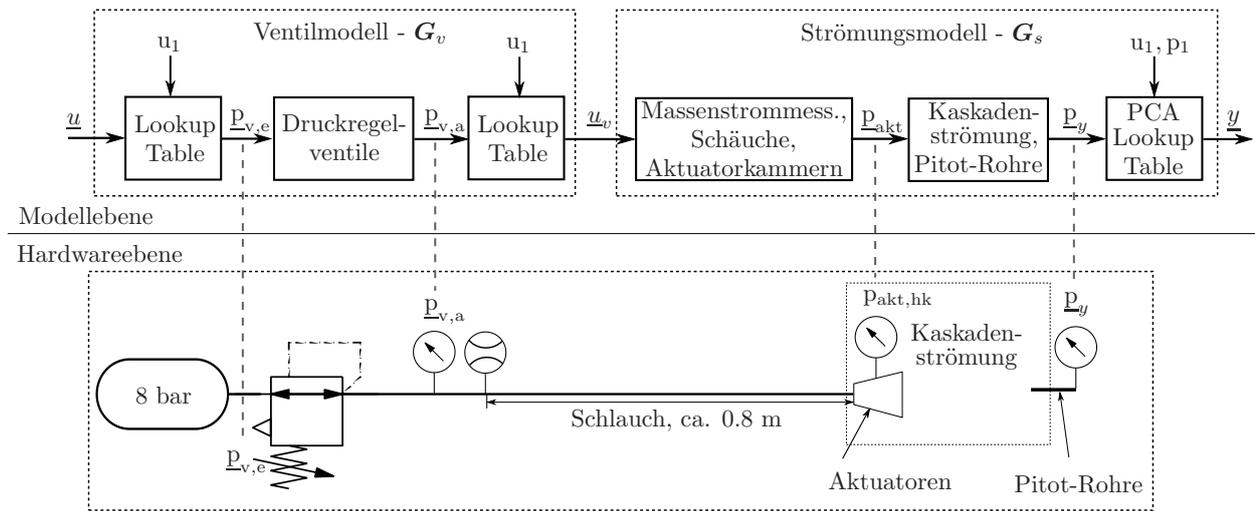


Abbildung 6.10: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus im Hinblick auf die für die Identifikation wichtigen Mess- und Stellgrößen. In der Modellebene ist die Signalverarbeitung dargestellt. Die Hardwareebene zeigt schematisch die verwendeten Hardwarekomponenten vom Beginn der Aktuationskette bis zu den Messgrößen der Kaskadenströmung.

Die unterhalb der Modellebene dargestellte Hardwareebene zeigt schematisch die Verschaltung der verwendeten Hardwarekomponenten. Hier sind die Messstellen der Druckmessungen schematisch dargestellt, anhand derer die nachfolgende Identifikation der Übertragungsfunktionen durchgeführt wird.

Durch die getrennte Identifikation des Ventil- und des Strömungsmodells kann zugeordnet werden, welche Dynamik durch die Strömung in der Statorkaskade verursacht wird und welche Dynamik die eingesetzten Ventile besitzen. Damit kann festgestellt werden, ob die Ventildynamik oder die Strömungsvorgänge in der Kaskade ausschlaggebend für die Gesamtdynamik der Regelstrecke sind. Wenn die Ventildynamik im Vergleich zur Strömungsdynamik langsam ist, wird die Gesamtdynamik durch die Ventildynamik dominiert. Schnellere Ventile könnten dann einen deutlichen Vorteil für die erreichbare Performance des geschlossenen Regelkreises bedeuten. Umgekehrt kann eine dominierende langsame Strömungsdynamik aber nicht ohne Weiteres angepasst werden.

Da das Gesamtsystem aus vielen sehr unterschiedlichen Komponenten besteht, wird vermutlich eine höhere Modellordnung zur passenden Beschreibung notwendig sein. Durch die Einteilung des Gesamtsystems in mehrere Einzelmodelle soll die Identifikationsaufgabe vereinfacht werden. Besonders bei den Ventilen kann davon ausgegangen werden, dass sich diese nur unwesentlich gegenseitig beeinflussen, sodass damit ein entkoppeltes System für G_v identifiziert werden kann.

6.3.1 Identifikationsexperimente

Zur Identifikation der Übertragungsfunktionen müssen zunächst geeignete Identifikationsexperimente durchgeführt werden. Hierbei muss der gesamte Arbeitsbereich abgedeckt werden und zudem eine ausreichende Anregung in dem für den geschlossenen Regelkreis angestrebten Frequenzbereich stattfinden.

Die Abbildung 6.8, Seite 90 zeigt den stationären Zusammenhang zwischen den Stell- und Regelgrößen. Hier wird bereits ersichtlich, dass der stationäre Verstärkungsfaktor von den aktuellen

Ausblasamplituden abhängt. Ein einzelnes lineares Modell kann deshalb nicht das System im gesamten Arbeitsbereich beschreiben. Hinzu kommt, dass auch die Dynamik in Abhängigkeit vom aktuellen Arbeitspunkt variieren kann.

Für die Identifikation wurden deshalb mehrere Experimente durchgeführt, bei denen das System jeweils an einem anderen Arbeitspunkt angeregt wurde. An jedem Arbeitspunkt wurden jeweils Experimente mit PRBS-Signalen und Experimente mit Gleitsinussignalen als Stellgröße realisiert. Die maximale Sprungfrequenz des PRBS-Signals lag bei 50 Hz und der Gleitsinus durchlief die Frequenzen über einen Bereich von 0 bis 50 Hz.

Alle Experimente wurden sowohl für die Referenz-Reynolds-Zahl von 6×10^5 als auch für die Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 durchgeführt. Die Abtastrate betrug in allen Experimenten 1 kHz. Insgesamt ergaben sich 18 unterschiedliche Experimente, wobei jedes der Experimente zehn Mal wiederholt und die Messschriebe anschließend zeitlich gemittelt wurden. Dies reduziert zufällige Störungen in den Messdaten, die für die Identifikation eines Modells hinderlich sind.

Die Experimente mit den PRBS-Signalen als Eingang werden für die Identifikation und die jeweils am gleichen Arbeitspunkt aufgenommenen Gleitsinusexperimente für die Kreuzvalidierung verwendet. Die am Ende dieses Kapitels genutzten Regelungsverfahren werden jeweils auf der Basis dieser identifizierten Modelle aufgebaut werden.

6.3.2 Modell der Ventile

Die Druckregelventile wurden im Abschnitt zum Versuchsaufbau 4.1 beschrieben. Es handelt sich um vergleichsweise schnelle Piezoventile, die bereits über eine interne Regelung verfügen. In diesem Abschnitt soll eine Übertragungsmatrix G_v identifiziert werden, die den Zusammenhang zwischen der vorgegebenen Stellgröße \underline{u} und dem Ausgang der Ventile \underline{u}_v beschreibt.

Das Übertragungsverhalten der Ventile hängt maßgeblich von dem angeschlossenen pneumatischen System ab. Deshalb wurde bei dem Versuchsaufbau darauf geachtet, die Aktuationskette sowohl für die Hinterkantenaktuation als auch für die Seitenwandaktuation möglichst identisch aufzubauen. Damit soll erreicht werden, dass auch die Ventildynamik in beiden Fällen möglichst ähnlich ist.

Da die Messdaten keine Kopplung der Ventile untereinander zeigen, können für beide Ventile jeweils SISO-Modelle identifiziert werden. Für die Identifikationsaufgabe wurde die im Abschnitt 2.1.1 beschriebene Prediction-error-Methode verwendet. Ein Modell dritter Ordnung zusammen mit einer Totzeit von zwei Zeitschritten ist ausreichend, um das Ventilverhalten zu beschreiben.

Die Identifikation wird für alle beschriebenen Identifikationsexperimente sowohl für das Ventil der Seitenwandaktuation als auch das der Hinterkantenaktuation durchgeführt. Beispielhaft ist in Abbildung 6.11 ein Teil vom Autovalidierungsexperiment (a) und vom Kreuzvalidierungsexperiment (b) gezeigt. Das identifizierte Modell für das Experiment lautet:

$$G_v(z) = \frac{0.3270z^2 - 0.5887z + 0.2664}{z^3 - 2.5007z^2 + 2.0912z - 0.5858} \cdot z^{-2}. \quad (6.23)$$

Zur Bewertung der Übereinstimmung zwischen der Messgröße und der Simulation wird das im Anhang 8.3 beschriebene Gütemaß verwendet. Für das gesamte Messsignal des gezeigten Beispiels ist die Güte für das Autovalidierungsexperiment 93% und für das Kreuzvalidierungsexperiment 80%. Auch für alle weiteren Experimente werden Modelle mit ähnlich guten Ergebnissen identifiziert. Der Mittelwert für die Gütewerte aller identifizierten Ventilmodelle ist 93% für die Autovalidierung und 72% für die Kreuzvalidierung.

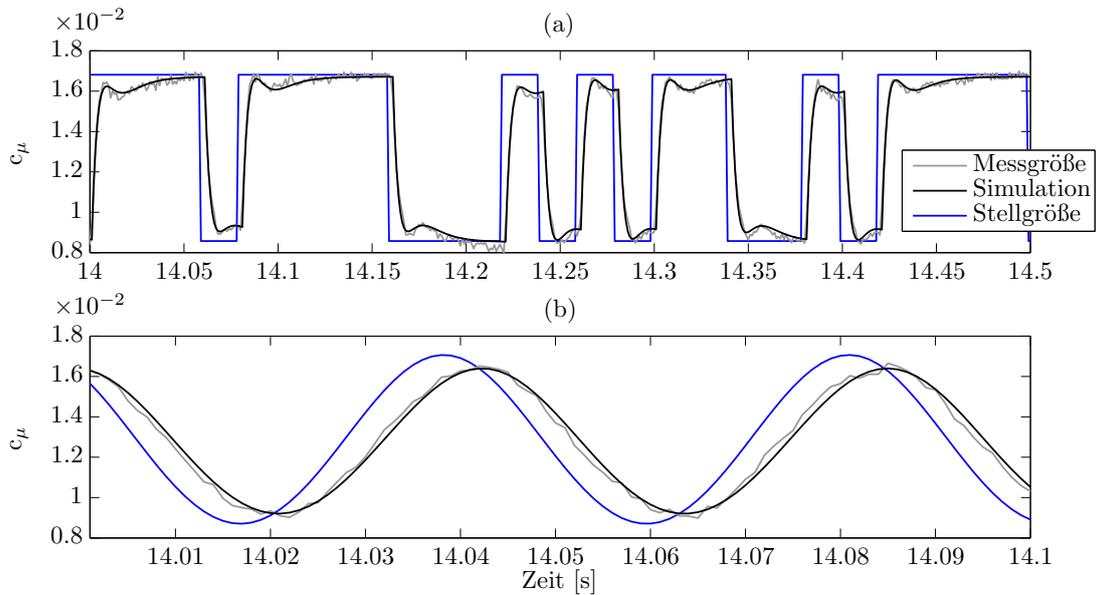


Abbildung 6.11: Signale zur Modellidentifikation der Ventile. Gezeigt ist ein Ausschnitt des Experiments mit der PRBS-Signal-Anregung, das zur Identifikation verwendet wurde (a), und ein Ausschnitt des Experiments mit der Gleitsinussignal-Anregung, das zur Kreuzvalidierung (b) verwendet wurde.

Alle identifizierten Modelle sind für einen Vergleich in Abbildung 6.12 in einem Bode-Diagramm dargestellt. Die Dynamik fällt für alle Modelle sehr ähnlich aus. Größere Abweichungen treten erst

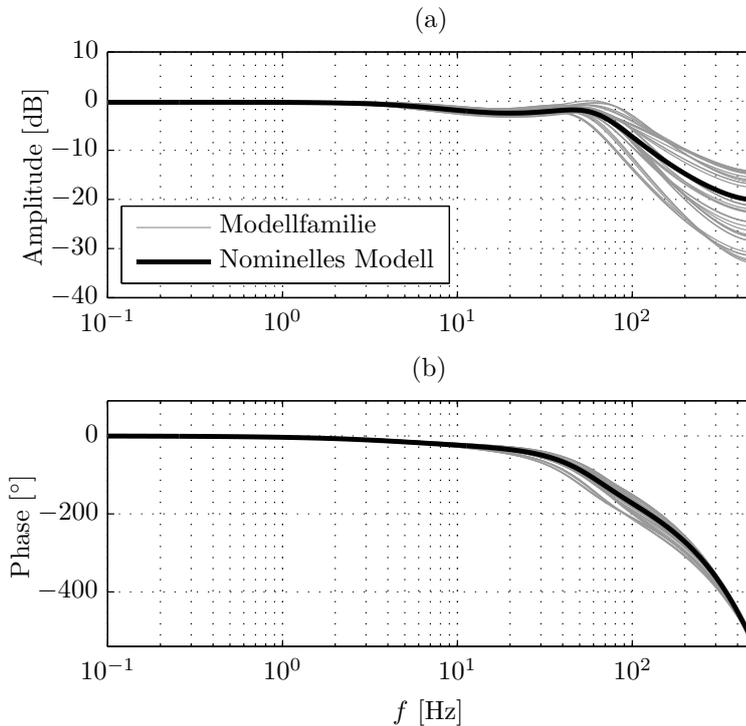


Abbildung 6.12: Bode-Diagramm aller identifizierten Ventilmodelle.

für Frequenzen ab 50 Hz auf, allerdings ist hier die Leistungsdichte der Eingangssignale bereits sehr niedrig. Die Ventildynamik kann damit in guter Näherung als unabhängig vom aktuellen

Arbeitspunkt betrachtet werden. Als nominelles Modell wird ein Modell aus mittleren Parametern der z-transformierten identifizierten Modelle berechnet und mit $G_{n,v}$ bezeichnet. Das Ventilmodell, welches im Folgenden für die Beschreibung des Gesamtsystems verwendet wird, lautet schließlich:

$$\underline{u}_v = \mathbf{G}_v \underline{u}, \quad \mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} G_{n,v} & 0 \\ 0 & G_{n,v} \end{bmatrix}, \quad (6.24)$$

mit $G_{n,v}(z) = \frac{0.1985z^2 - 0.3064z + 0.1134}{z^3 - 2.4847z^2 + 2.1093z - 0.6190} \cdot z^{-2}$.

6.3.3 Modell der Strömung

Im zweiten Schritt wird nun für jedes Experiment ein Modell für die Strömung \mathbf{G}_s identifiziert. Die stationären Messungen zeigen bereits, dass beide Aktuatoren auf beide Regelgrößen einen Einfluss haben. Damit liegt eine Kopplung vor, sodass ein MIMO-Modell zu identifizieren ist.

Für eine detailliertere Analyse wird das Strömungsmodell \mathbf{G}_s zunächst in zwei Abschnitte unterteilt. Wie die Modellstruktur des Versuchsaufbaus in Abbildung 6.10 zeigt, wird der Druck auch in der Aktuatorchamber der Hinterkantenaktuation gemessen. Über diese Messposition kann der Einfluss des Schlauchsystems separat von dem Einfluss der Kaskadenströmung untersucht werden.

Es wird zunächst ermittelt, wie sich die Dynamik des Schlauchsystems mit integriertem Massenstrommessgerät verhält. Dafür wird eine Übertragungsmatrix vom Ventilausgang \underline{u}_v zum Druck in der Aktuatorchamber $\underline{p}_{\text{akt}}$ identifiziert, die mit $\mathbf{G}_{\text{schlauch}}$ bezeichnet wird. Da die Schlauchsysteme bis zur Aktuatorchamber nicht miteinander verbunden sind, liegt auch hier weiterhin ein entkoppeltes System vor. Der Aktuatorchamberdruck wird nur bei der Hinterkantenaktuation gemessen; deshalb wird zunächst nur die Übertragungsfunktion $p_{\text{akt,hk}} = G_{\text{schlauch},11} u_{v,1}$ identifiziert.

Das Übertragungsverhalten kann sehr gut über ein PT_0 -Glied beschrieben werden. Die zeitdiskrete Übertragungsfunktion lautet:

$$G_{\text{schlauch},11}(z) = V_{\text{schlauch},11} \cdot z^{-n_{0,\text{schlauch}}}. \quad (6.25)$$

In Abbildung 6.13 ist die gemessene Änderung des Aktuatordrucks im Vergleich zur über $G_{\text{schlauch},11}$ simulierten Änderung dargestellt.

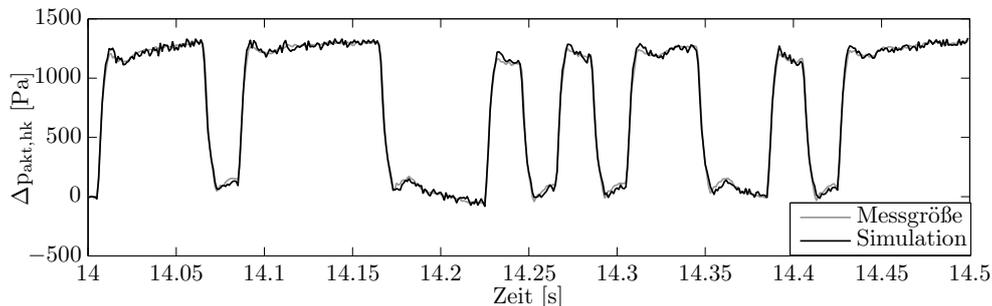


Abbildung 6.13: Gemessene Druckänderung in der Aktuatorchamber der Hinterkantenaktuation im Vergleich zur über $G_{\text{schlauch},11}$ simulierten Druckänderung. Es ist beispielhaft ein Ausschnitt aus einem Identifikationsexperiment dargestellt.

Unabhängig vom Arbeitspunkt wird eine Totzeit von fünf Zeitschritten, das heißt $n_{0,\text{schlauch}} = 5$, identifiziert. Für diese Totzeit ist die Fortpflanzung der Druckschwankungen mit Schallgeschwindigkeit-

keit durch das Schlauchsystem verantwortlich. Da die Längen für das Schlauchsystem der Seitenwandaktuatoren gleich gewählt wurden, kann hier von der gleichen Totzeit ausgegangen werden. Durch Reibung entsteht zudem ein Druckverlust über die Schlauchlänge, der sich in dem vom Arbeitspunkt abhängigen Verstärkungsfaktor $V_{\text{schlauch},11}$ widerspiegelt.

Das Strömungsmodell \mathbf{G}_s beinhaltet das gerade betrachtete Schlauchsystem und die noch zu identifizierende Kaskadenströmung. Da die Übertragungsfunktion des Schlauchsystems keine komplexe Dynamik aufweist, kann die Identifikation des Strömungsmodells vom Ventilausgang \underline{u}_v auf die Regelgröße \underline{y} in einem Schritt erfolgen, da ein Aufteilen in zwei Modelle die Identifikationsaufgabe nicht vereinfacht. Messungen der Drücke in den Aktuatorkammern werden für die Black-Box-Modellierung damit nicht benötigt.

Das Wissen über das Übertragungsverhalten der Schläuche ist für das Verständnis der Strömungsdynamiken trotzdem hilfreich. Für ein identifiziertes Strömungsmodell \mathbf{G}_s ist damit klar, welchen Anteil die Schläuche und welchen Anteil die Kaskadenströmung an der Gesamtdynamik haben. Während die Schläuche in späteren Entwicklungsschritten leicht angepasst werden können, ist die Strömungsdynamik der Statorschaufeln nur in engen Grenzen beispielsweise durch Designänderungen variierbar.

Für die Identifikation der MIMO-Modelle wird wieder die im Abschnitt 2.1.1 beschriebene Prediction-error-Methode verwendet.

Es werden diskrete Zustandsraummodelle zweiter Ordnung identifiziert. Da die Totzeit vom Arbeitspunkt abhängt, wird diese für jedes identifizierte Modell angepasst. Auf Grund der unterschiedlichen Positionen der Aktuatorkammern, siehe Abschnitt 4.2, unterscheidet sich die Transportzeit von einer Druckänderung in der Aktuatorkammer bis zur Detektion in der Messebene erheblich. Es wird deshalb für jede Eingangsgröße eine unterschiedliche Totzeit identifiziert. In der Darstellung einer Matrix aus zeitdiskreten Übertragungsfunktionen hat das Modell die folgende Form:

$$\mathbf{G}_s(z) = \begin{bmatrix} G_{s,11}(z) & G_{s,12}(z) \\ G_{s,21}(z) & G_{s,22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{-n_{0,hk}} & 0 \\ 0 & z^{-n_{0,sw}} \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

Die erste Eingangsgröße, das heißt die Ausblasamplitude der Hinterkantenaktuation, wird mit einer Totzeit von $n_{0,hk}$ Zeitschritten verzögert und die zweite Eingangsgröße mit einer Totzeit von $n_{0,sw}$ Zeitschritten. Diese beiden Totzeiten werden bei der Modellidentifikation zu jedem Experiment so lange variiert, bis jeweils das Modell mit der im Anhang 8.3 beschriebenen besten Güte gefunden ist.

Die Abbildung 6.14 zeigt beispielhaft einen Ausschnitt eines Autovalidierungsexperiments (a,c,e) mit dem zugehörigen Kreuzvalidierungsexperiment (b,d,f). Es ist gut zu erkennen, dass das Modell auch bei schnellen Änderungen die wesentlichen Verläufe der Messgrößen gut beschreibt. Die Güte des Modells ist für das gesamte Messsignal in der Tabelle 6.2 angegeben. Auch die Mittelwerte der Güte über alle identifizierten Modelle sind in der Tabelle verzeichnet.

Das gezeigte Experiment wurde bei der Referenz-Reynolds-Zahl von 6×10^5 durchgeführt. Zum Vergleich ist in Abbildung 6.15 das Ergebnis für ein Identifikationsexperiment gezeigt, das bei der Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 durchgeführt wurde.

Auf den ersten Blick fällt das Ergebnis für die Identifikation bei der Reynolds-Zahl von 5×10^5 ähnlich zu dem bei der Reynolds-Zahl von 6×10^5 aus. Dadurch, dass sowohl die Eingangs- als auch die Ausgangsgrößen bezüglich der Anströmgeschwindigkeit dimensionslose Größen sind, unterscheiden sich die Amplituden kaum. Der wesentliche Unterschied ergibt sich durch eine Veränderung

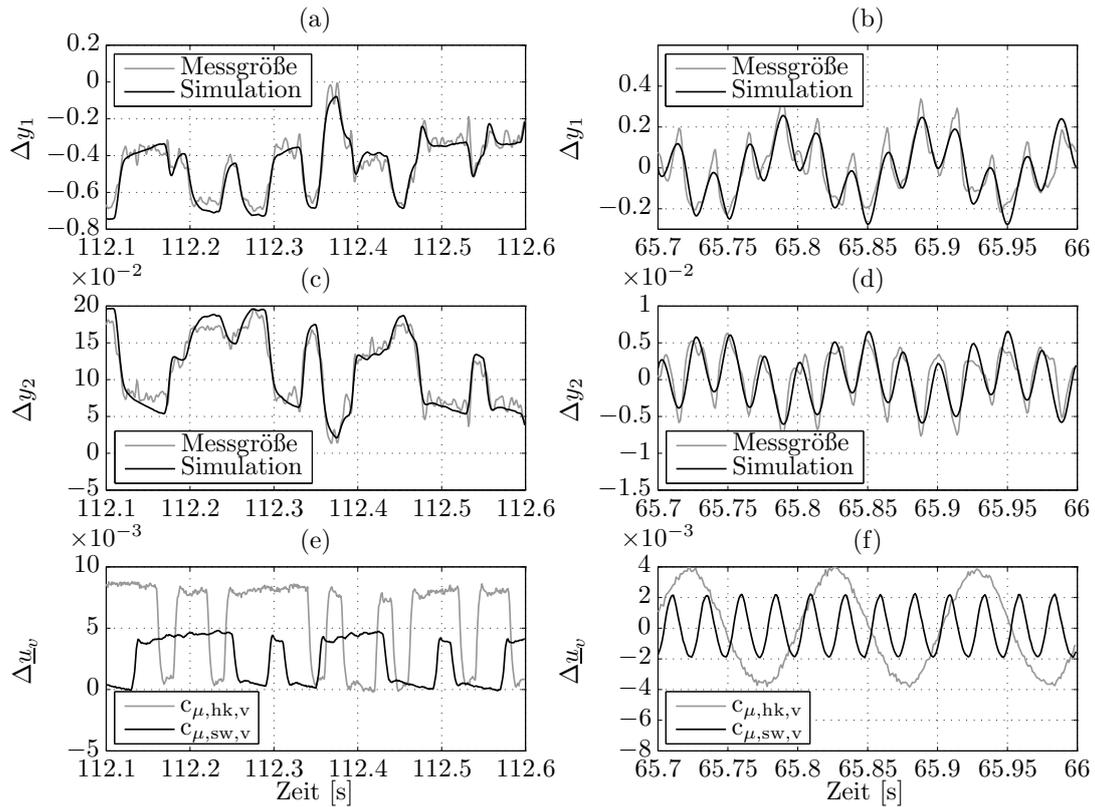


Abbildung 6.14: Vergleich der gemessenen mit den simulierten Regelgrößen. Es ist ein Ausschnitt aus einem der Experimente gezeigt, das bei einer Reynolds-Zahl von 6×10^5 durchgeführt wurden. Die linke Spalte zeigt das Autovalidierungsexperiment und die rechte Spalte das Kreuzvalidierungsexperiment.

	Beispiel				Mittel			
	y_1		y_2		y_1		y_2	
Reynolds-Zahl	auto.	kreuz.	auto.	kreuz.	auto.	kreuz.	auto.	kreuz.
6×10^5	69 %	53 %	72 %	54 %	72 %	56 %	66 %	45 %
5×10^5	61 %	44 %	70 %	52 %	68 %	52 %	61 %	41 %

Tabelle 6.2: Güte der identifizierten Modelle. Es sind die Werte für beide Regelgrößen sowohl für die Auto- als auch für die Kreuzvalidierungsexperimente bei beiden Reynolds-Zahlen angegeben. Die linke Hälfte der Tabelle zeigt die Werte für die auf den Abbildungen dargestellten Experimente und die rechte Hälfte die Mittelwerte über alle Experimente.

der Totzeit. Ein Vergleich der Regelgrößen zwischen den beiden Abbildungen in Bezug auf die Rasterlinien zeigt eine spätere Reaktion im Experiment mit der niedrigeren Reynolds-Zahl. Dies zeigt, dass, wie erwartet, die Transportzeit vom Aktuatorschlitz bis zu den Pitot-Rohren von der Reynolds-Zahl abhängt.

Da die Totzeiten eine wesentliche Rolle für die Dynamik der Strömungsübertragungsfunktion spielen, werden diese im Folgenden noch einmal detaillierter betrachtet.

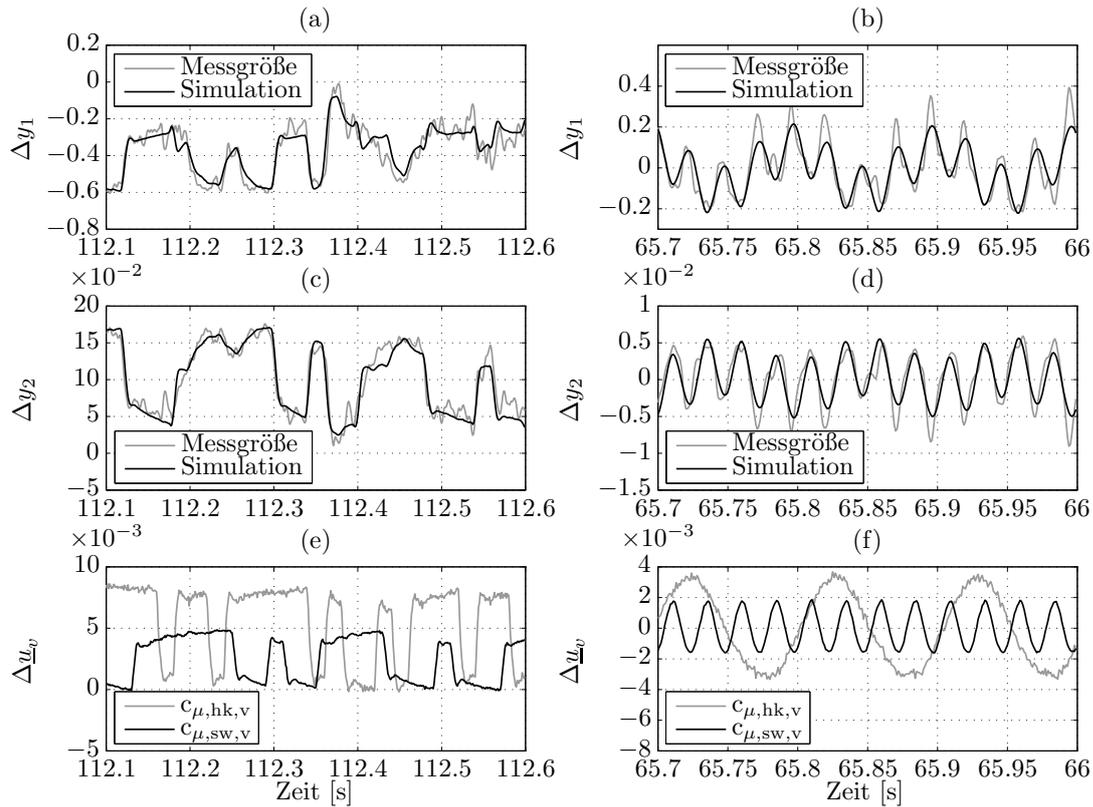


Abbildung 6.15: Vergleich der gemessenen mit den simulierten Regelgrößen. Es ist ein Ausschnitt eines der Experimente gezeigt, das bei einer Reynolds-Zahl von 5×10^5 durchgeführt wurden. Die linke Spalte zeigt das Autovalidierungsexperiment und die rechte Spalte das Kreuzvalidierungsexperiment.

In Abbildung 6.16 sind die Totzeiten der Hinterkantenaktuation (a) und der Seitenwandaktuation (b) dargestellt, vergleiche Formel (6.26). Jede Markierung ist die Totzeit eines der identifizierten Modelle. Die fünf Zeitschritte der Schlauchübertragungsfunktion sind hier abgezogen, da ausschließlich die Transportzeit von den Ausblassechlitzen zur Messebene betrachtet werden soll. Totzeiten, die zu Modellen gehören, deren Identifikationsexperimente bei einer Reynolds-Zahl von 6×10^5 durchgeführt wurden, sind blau, und die bei 5×10^5 durchgeführt wurden, rot dargestellt. Die unterschiedlichen Symbole sollen die einzelnen Werte kenntlich machen, auch wenn diese am gleichen Ort liegen. Die Werte für die Totzeiten sind über der auf die mittlere Anströmgeschwindigkeit normierten mittleren Ausblasamplitude des jeweiligen Aktuators aufgetragen.

Zunächst fällt auf, dass die Totzeit der Seitenwandaktuatoren deutlich größer ist, im Mittel ungefähr um den Faktor 3.5. Der wesentliche Grund für diesen Unterschied sind die verschiedenen langen Transportwege der beiden Aktuatoren bis zur Messebene. Der Seitenwandaktuator ist an der Saugseite der Statorschaufel bei einer normierten Sehnenlänge von 22.5% installiert, siehe Kapitel 4.2. Bis zur Hinterkante der Schaufel ergibt sich entlang der Saugseite eine Wegstrecke von ca. 300 mm. Im Anschluss folgt die Distanz von der Schaufelhinterkante zur Messebene, wobei diese Transportstrecke auch von der Hinterkantenaktuation zurückgelegt werden muss. Für den nominellen Abströmwinkel ergibt sich eine Distanz von 131 mm.

Das Verhältnis der Wegstrecken spiegelt mit einem Wert von 3.3 das Verhältnis der Totzeiten recht gut wider. Die genaue Transportzeit hängt jedoch auch von der Strömungsgeschwindigkeit entlang

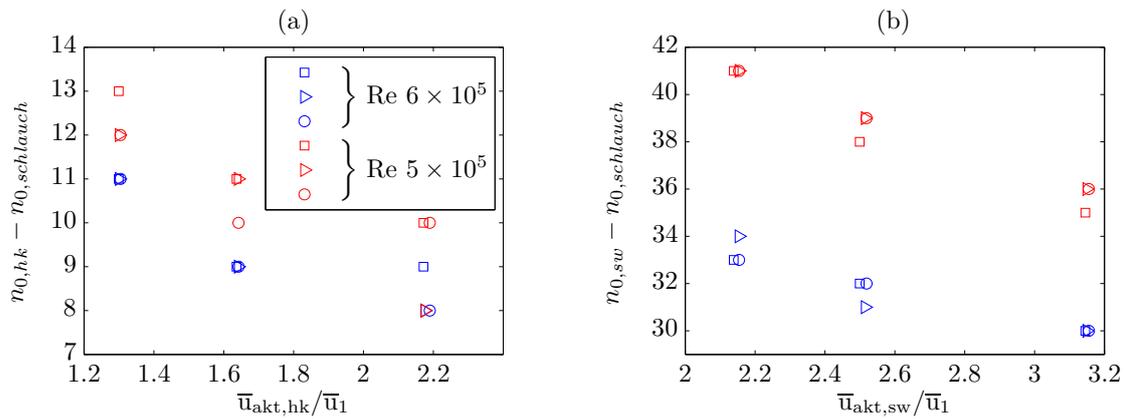


Abbildung 6.16: Totzeiten der Hinterkantenaktuation (a) und der Seitenwandaktuation (b) der identifizierten Strömungsmodelle. Diese sind über der normierten mittleren Ausblasamplitude des jeweiligen Aktuators im jeweiligen Experiment dargestellt.

des Transportweges ab. Auf der Saugseite der Statorschaufel hängt die Strömungsgeschwindigkeit vom Ort ab, was anhand der c_p -Verteilung zu erkennen ist, vergleiche Abbildung 5.2. Dementsprechend ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit entlang des Transportweges.

Einen zusätzlichen Einfluss hat die Ausblasgeschwindigkeit am Aktuatorauslass. Wie in Abbildung 6.16 zu sehen ist, wird die Totzeit der identifizierten Modelle kleiner, je größer die Ausblasgeschwindigkeit der Aktuatoren ist.

Unabhängig davon spielt die Anströmgeschwindigkeit eine wesentliche Rolle, was auch aus der Darstellung der Totzeiten ersichtlich wird. Daher haben die Experimente, die bei der kleineren Reynoldszahl durchgeführt wurden, eine entsprechend größere Totzeit.

Es liegt demnach ein System vor, dessen Totzeit sowohl von der Stellgröße als auch von einem externen Parameter, nämlich von der Anströmgeschwindigkeit, abhängt.

Die erreichbare Bandbreite im geschlossenen Regelkreis ist bei totzeitbehafteten Systemen auf Grund des Phasenabfalls immer stark begrenzt. Die Variation der Totzeit mit dem Arbeitspunkt stellt für die spätere Regelung des Systems eine zusätzliche Herausforderung dar. Konventionelle Methoden zur Regelung totzeitbehafteter Systeme, wie der Smith-Prädiktor, sind für Systeme mit einer veränderlichen Totzeit nicht geeignet. Weicht hier die Totzeit der realen Regelstrecke von der für den Smith-Prädiktor gewählten nominellen Totzeit ab, werden die Regelergebnisse schnell unbefriedigend.

Es existieren Ansätze, um Systeme mit variablen Totzeiten im Sinne einer linear parameter variant (LPV) control zu regeln, siehe [Briat u. a., 2009] und [Wang u. a., 2004]. Allerdings wird hier die Abhängigkeit von einem externen, unabhängigen Parameter, wie der Anströmgeschwindigkeit, vorausgesetzt. Die hier zusätzlich vorliegende Abhängigkeit von der Ausblasgeschwindigkeit verursacht eine Kopplung zwischen den Systemparametern und der Stellgröße, die neue Probleme insbesondere bezüglich der Stabilität mit sich bringt. Auf Grund dessen werden diese Ansätze in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

6.3.4 Gesamtmodell

Nachdem die Strömungsdynamik und die Ventildynamik identifiziert wurden, ergibt sich nun das Gesamtmodell als Hintereinanderschaltung beider Modelle zu:

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{G}_s \mathbf{G}_v. \quad (6.27)$$

Die Matrix \mathbf{G}_i beschreibt die gesamte Dynamik von der Stellgröße \underline{u} auf die Regelgröße \underline{y} . Die vier Übertragungszweige sind für alle identifizierten Arbeitspunkte sowohl für das Gesamtmodell als auch für das Strömungsmodell als Bode-Diagramme in Abbildung 6.17 dargestellt.

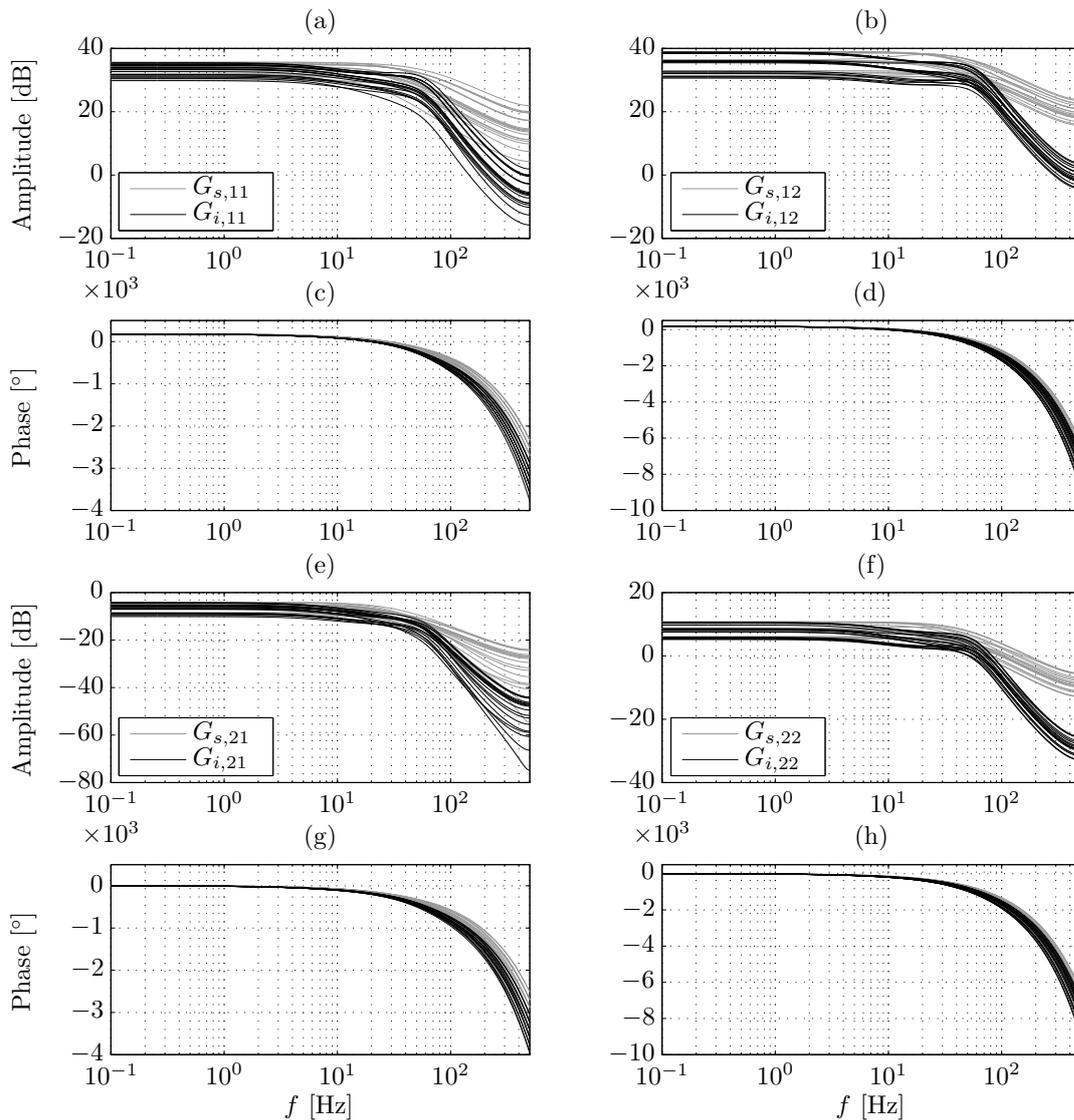


Abbildung 6.17: Bode-Diagramme der vier Übertragungszweige des Gesamtmodells \mathbf{G}_i und des Strömungsmodells \mathbf{G}_s . Es sind jeweils alle identifizierten Modelle dargestellt. Bei der Phase beachte man den an der Achse gezeigten Multiplikator $\times 10^3$.

Die Amplitudengänge der Strömungsmodelle sind bis zu einer Frequenz von 10 Hz konstant und fallen dann für höhere Frequenzen ab. Die Ventile ändern diesen Verlauf nur wenig, sorgen allerdings bei höheren Frequenzen für einen stärkeren Abfall der Amplitude. Ein deutlicher Unterschied der Eckfrequenzen ist zwischen den vier Übertragungszweigen nicht zu erkennen. Einzig die stationären Verstärkungen unterscheiden sich erheblich, was zum einen an den verschiedenen Größenordnungen der betrachteten Regelgrößen liegt, aber zum anderen auch den unterschiedlichen Einfluss der Aktuatoren auf die Regelgrößen widerspiegelt. Die Verstärkungsfaktoren in (e) sind beispielweise allesamt kleiner als die in (f), da die Hinterkantenaktuation einen kleineren Einfluss auf den Druckaufbau im Vergleich zur Seitenwandaktuation hat, vergleiche Abbildung 6.8.

Ein anderes Bild zeigt sich bei einem Blick auf die Phasengänge. In allen Fällen fällt die Phase auf Grund der Totzeiten annähernd exponentiell ab. Für die Seitenwandaktuation (d,h) ist der Phasenabfall im Vergleich zur Hinterkantenaktuation (c,g) deutlich stärker ausgeprägt, da diese eine deutlich größere Totzeit besitzt.

Insgesamt werden die identifizierten Black-Box-Modelle durch vergleichsweise große Totzeiten dominiert, die auf die Transportvorgänge in der Kaskadenströmung zurückzuführen sind. Die Eckfrequenzen der Übertragungsglieder des Strömungsmodells sind vergleichsweise groß.

Abschließend wird noch eine lineare Transformation zur Normierung der Stell- und Regelgrößen vorgenommen:

$$\underline{y}_n = \mathbf{N}_y \underline{y} \quad \text{und} \quad \underline{u}_n = \mathbf{N}_u \underline{u}, \quad (6.28)$$

wobei die konstanten Normierungsmatrizen wie folgt festgelegt werden:

$$\mathbf{N}_y = \begin{bmatrix} 1/e_{1,\max} & 0 \\ 0 & 1/e_{2,\max} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{N}_u = \begin{bmatrix} 1/c_{\mu,\text{hk},\max} & 0 \\ 0 & 1/c_{\mu,\text{sw},\max} \end{bmatrix}. \quad (6.29)$$

Dabei bedeutet $c_{\mu,\text{hk},\max}$ die maximal erlaubte Stellgröße der Hinterkantenaktuation und $c_{\mu,\text{sw},\max}$ die maximal erlaubte Stellgröße der Seitenwandaktuation. Weiterhin ist $e_{1,\max}$ der maximal erlaubte Regelfehler für die erste Regelgröße und $e_{2,\max}$ der maximal erlaubte Regelfehler für die zweite Regelgröße.

Die in den nachfolgenden Abschnitten verwendeten Regler werden immer auf der Basis der normierten Modelle ausgelegt. Dies ist bei der Festlegung von Gewichtungsmatrizen vorteilhaft. Für die folgende Darstellung der identifizierten Modelle über eine dynamische Unsicherheitsbeschreibung ist die Normierung sogar unbedingt notwendig, um ausreichend kleine Unsicherheitsradien zu erhalten.

Für die Synthese des robusten Reglers wird entsprechend der Beschreibung im Abschnitt 2.3.1 eine Modellfamilie $\mathbf{\Pi}_O$ definiert, die alle identifizierten Modelle \mathbf{G}_i beinhaltet. Die Gleichung (2.9) ist hier als zeitdiskrete Übertragungsmatrix angegeben:

$$\mathbf{\Pi}_O : \left\{ \mathbf{G}_p(z) = (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}_O(z)\mathbf{W}_O(z))\mathbf{G}(z) \mid \|\mathbf{\Delta}_O(z)\|_\infty \leq 1 \right\}. \quad (6.30)$$

Als nominelles Modell \mathbf{G} wird aus allen identifizierten Modellen sowie einem Modell, welches aus den mittleren Parametern aller Modelle berechnet wird, dasjenige Modell gewählt, welches zu einem besonders kleinen Unsicherheitsradius l_O führt, siehe Gleichung (2.11) für die Definition des Unsicherheitsradius. Hierbei wird nach einem kleinen stationären Wert von l_O sowie einer hohen Durchtrittsfrequenz von l_O optimiert. Für das mittlere Modell werden auch die mittleren Totzeiten berechnet, wobei hier auf den nächsten ganzzahligen Wert gerundet wird. Der kleinste Unsicherheitsradius wird mit dem mittleren Modell erzielt. Dieses wird deshalb im Folgenden als nominelles

Modell \mathbf{G} verwendet und lautet:

$$\mathbf{G}(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{-17} & 0 \\ 0 & z^{-42} \end{bmatrix}, \quad \text{mit}$$

$$G_{11}(z) = \frac{0.0344z^3 - 0.0780z^2 + 0.0580z - 0.0142}{z^5 - 4.0101z^4 + 6.4830z^3 - 5.2877z^2 + 2.1753z^1 - 0.3613},$$

$$G_{12}(z) = \frac{0.0234z^3 - 0.0550z^2 + 0.0425z - 0.0108}{z^5 - 4.0101z^4 + 6.4830z^3 - 5.2877z^2 + 2.1753z^1 - 0.3613}, \quad (6.31)$$

$$G_{21}(z) = \frac{0.0085z^3 - 0.0173z^2 + 0.0113z - 0.0024}{z^5 - 4.0101z^4 + 6.4830z^3 - 5.2877z^2 + 2.1753z^1 - 0.3613},$$

$$G_{22}(z) = \frac{0.0408z^3 - 0.0944z^2 + 0.0718z - 0.0179}{z^5 - 4.0101z^4 + 6.4830z^3 - 5.2877z^2 + 2.1753z^1 - 0.3613}.$$

Der maximale und der minimale Singulärwert des nominellen Modells ist zusammen mit allen anderen identifizierten Modellen in Abbildung 6.18 (a,b) in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Der resultierende Unsicherheitsradius l_O sowie der maximale Singulärwert der oberen Abschätzung \mathbf{W}_O sind in (c) dargestellt.

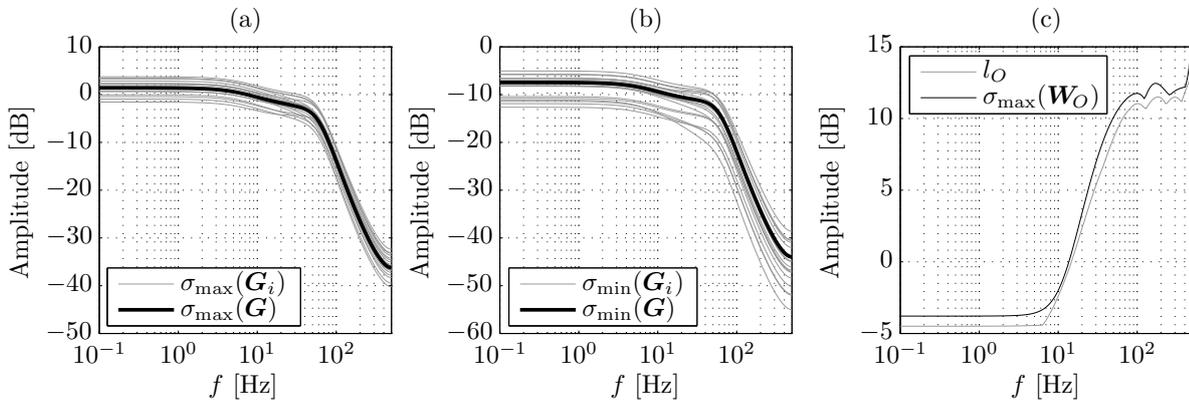


Abbildung 6.18: Maximaler (a) und minimaler (b) Singulärwert aller identifizierten Modelle \mathbf{G}_i und des nominellen Modells \mathbf{G} . Unsicherheitsradius l_O sowie der maximale Singulärwert des Gewichts der Unsicherheitsbeschreibung \mathbf{W}_O (c).

Die Gewichtsfunktion \mathbf{W}_O ist eine diagonalbesetzte 2×2 Matrix. Die Diagonalelemente sind jeweils Übertragungsfunktionen vierter Ordnung die im Anhang 8.4 geben sind. Wie gefordert, ist der maximale Singulärwert von \mathbf{W}_O für alle Frequenzen größer als der Unsicherheitsradius, womit die Modellfamilie $\mathbf{\Pi}_O$ alle identifizierten Modelle enthält. Ab der Durchtrittsfrequenz von ca. 15 Hz ist die Unsicherheit größer als 1. Ab dieser Frequenz ist die Unsicherheit so groß, dass nicht einmal mehr das Vorzeichen der Strecke sicher bekannt ist, was im Umkehrschluss bedeutet, dass eine Regelung nur für kleinere Frequenzen möglich sein wird.

6.4 Regelung der Kaskadenströmung; Führungsgrößenfolge

In diesem Abschnitt wird eine Regelung für den Druckaufbau und die Nachlaufdelle der Kaskade implementiert. Im Sinne einer Führungsgrößenfolge sollen diese beiden Kennzahlen vorgegebenen Trajektorien folgen, wobei der Regelfehler möglichst gering ausfallen soll. Ergebnisse zu einer ersten Regelung am Versuchsaufbau sind den Voruntersuchungen [Kiesner und King, 2015] zu entnehmen. Hierbei handelte es sich um ein SISO-System, wobei die Hinterkantenaktuation die Stellgröße und

die Strömungsgeschwindigkeit an einer Stelle im Nachlaufgebiet die Regelgröße waren. Weiterführende Ergebnisse zur robusten H_∞ -Regelung (MIMO) am Versuchsaufbau sind in [Kiesner und King, 2017] veröffentlicht.

In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich die Ergebnisse zur Regelung der finalen Versuchskonfiguration mit Hinterkanten- und Seitenwandaktuation gezeigt. Grundlage der Regelung sind die im letzten Abschnitt identifizierten Modelle. Die Stellgrößen sind demnach die Amplituden der Seitenwand- und Hinterkantenaktuation und die Regelgrößen die Größe der Nachlaufdelle und der Druckaufbau der Kaskade.

Es werden zwei verschiedene Regelungsansätze genutzt und miteinander verglichen, nämlich ein robuster H_∞ -Regler sowie eine modellprädiktive Regelung.

6.4.1 Robuste H_∞ -Regelung (MIMO)

Reglersynthese

Für die Synthese des robusten Reglers wird das im Abschnitt 2.3.2 beschriebene gemischte Sensitivitätsproblem gelöst. Als Designparameter stehen damit drei frequenzabhängige Gewichte für die komplementäre Sensitivität \mathbf{T} , für die Sensitivität \mathbf{S} sowie für die Übertragungsmatrix \mathbf{KS} zur Verfügung.

Die komplementäre Sensitivität wird mit dem Unsicherheitsradius \mathbf{W}_O gewichtet, da für robuste Stabilität in diesem Fall $\|\mathbf{W}_O\mathbf{T}\|_\infty < 1$ gelten muss, siehe Abschnitt 2.3.2.

Für die Gewichtungsmatrizen \mathbf{W}_P und \mathbf{W}_U wird jeweils eine Diagonalstruktur der folgenden Form gewählt:

$$\mathbf{W}_P = \begin{bmatrix} w_P & 0 \\ 0 & w_P \end{bmatrix}, \quad \text{und} \quad \mathbf{W}_U = \begin{bmatrix} w_U & 0 \\ 0 & w_U \end{bmatrix}. \quad (6.32)$$

Die zeitdiskreten Übertragungsfunktionen auf der Diagonalen werden für die Reglersynthese wie folgt festgelegt, siehe unten:

$$w_P(z) = \frac{0.4z - 0.385}{z - 1} \quad \text{und} \quad w_U(z) = \frac{z - 0.9213}{z - 0.6065}. \quad (6.33)$$

Mit den Gewichten und dem nominellen Modell wird der Regler berechnet wie im Abschnitt 2.3.2 beschrieben. Die Gesamtordnung des resultierenden Reglers \mathbf{K} ist die Summe aus der Ordnung des nominellen Modells und der Ordnungen der Gewichtungsfunktionen, was in diesem Fall 81 ergibt. Diese relativ hohe Ordnung ist auf die hohe Ordnung des nominellen Modells auf Grund der Totzeiten zurückzuführen.

Es wird für den Regler eine Modellreduktion mit der „Balanced Truncation“-Methode durchgeführt, in der die Wichtigkeit von Zuständen über die Hankel-Norm bewertet wird. Details zu dieser Methode sind in [Glover, 1984] zu finden. Zur Berechnung wird der in Matlab implementierte Befehl „*balancmr.m*“ der Robust Control Toolbox verwendet [MATLAB, 2014a]. Mit dieser Methode kann die Ordnung des Reglers deutlich reduziert werden, ohne dass eine nennenswerte Verschlechterung der Eigenschaften des geschlossenen Regelkreises auftritt. Alle folgenden Ergebnisse wurden mit dem auf eine Gesamtordnung von 25 reduzierten Regler erzielt.

Die Abbildung 6.19 zeigt das Resultat der H_∞ -Synthese. In (a) sind die Singulärwerte der komplementären Sensitivität und der gewichteten komplementären Sensitivität dargestellt. Da der maximale Singulärwert der gewichteten komplementären Sensitivität für alle Frequenzen kleiner als 1 ist, ist der geschlossene Regelkreis robust stabil.

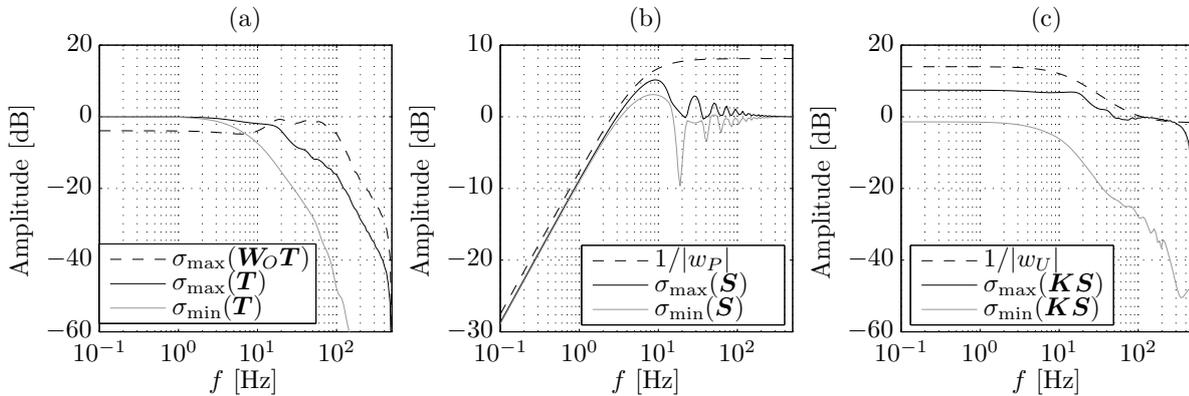


Abbildung 6.19: Ergebnis der H_∞ -Reglersynthese. Es sind die drei im Optimierungsproblem gewichteten Übertragungsmatrizen des geschlossenen Regelkreises dargestellt.

In Abbildung 6.19 (b) sind die Singulärwerte der Sensitivität sowie der Kehrwert des Amplitudengangs der Gewichtungsfunktion dargestellt. Das Gewicht der Sensitivität wurde so gewählt, dass Regelfehler bei kleinen Frequenzen besonders stark bestraft werden. Für große Frequenzen ist hingegen sogar eine Sensitivität etwas größer als 1 erlaubt, was eine Verstärkung des Regelfehlers bedeutet. Die Sensitivität S schneidet die -3 dB Linie bei ca. 2 Hz, was der nominellen Bandbreite des Regelkreises entspricht. Für größere Frequenzen ist die Sensitivität zunächst größer als 1, bevor diese dann gegen die 0 dB Linie strebt. Dieses negative Verhalten, bei dem der Regelfehler im geschlossenen Regelkreis für einen bestimmten Frequenzbereich verstärkt wird, kann bei Regelstrecken mit einem Polüberschuss von mindestens zwei und auch bei nicht minimalphasigen Regelstrecken nicht verhindert werden. Diese Eigenschaft heißt Wasserbetteffekte, siehe [Skogestad und Postlethwaite, 2005] für detailliertere Erklärungen.

Entsprechend der Beschreibung im Abschnitt 2.3.2 wird auch die robuste Performance des Regelkreises überprüft. Für die gewählte Gewichtung der Sensitivität \mathbf{W}_P ist diese zunächst nicht gegeben. Um eine robuste Performance zu erhalten, ist es nicht erforderlich den Regler neu zu berechnen, vielmehr reicht es aus, das Gewicht \mathbf{W}_P soweit in Richtung zu den kleineren Frequenzen zu verschieben, bis gerade robuste Performance eintritt. Das so gefundene Gewicht $\mathbf{W}_{P,mod}$ schneidet die -3 dB Linie bei einer Frequenz von ca. 0.6 Hz. Dies ist also die robuste Bandbreite, das heißt die Bandbreite, die für die gesamte unsichere Modellfamilie mindestens erreicht wird.

Die Abbildung 6.19 (c) zeigt schließlich die Übertragungsmatrix $\mathbf{K}\mathbf{S}$ zusammen mit der zugehörigen Gewichtung. Das Gewicht w_U ist so gewählt, dass Stelleingriffe bei großen Frequenzen stärker bestraft werden. Damit wird verhindert, dass der Regler zu stark auf Messrauschen reagiert.

Regelungsergebnisse

Mit dem entworfenen Regler wurden Experimente am Versuchsaufbau durchgeführt. Der verwendete Regelkreis ist schematisch in Abbildung 6.20 dargestellt.

Um den Regler zu entlasten, wurde eine dynamische Vorsteuerung \mathbf{G}_{vs} zusammen mit einem Führungsgrößenfilter \mathbf{G}_f eingesetzt, wie im Abschnitt 2.6.1 beschrieben.

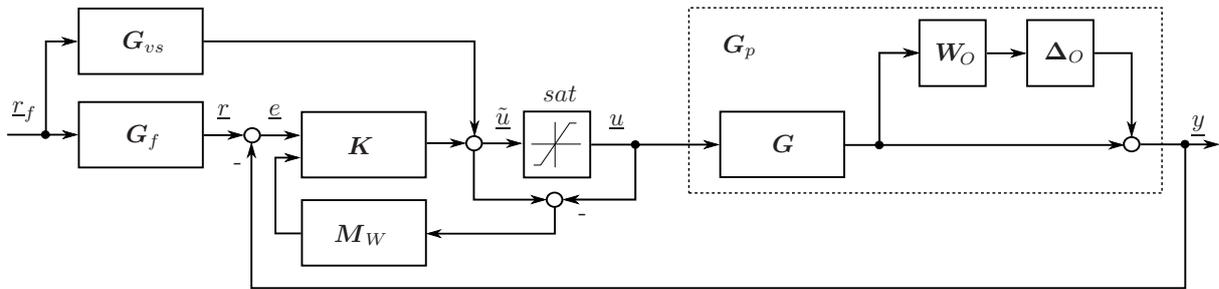


Abbildung 6.20: Regelkreis für die Experimente mit dem H_∞ -Regler. Der Regelkreis ist um eine Vorsteuerung G_{vs} und ein Führungsgrößenfilter G_f erweitert. Die Stellgrößenbeschränkung der Aktuatoren wird durch Verwendung eines Anti-Windup-Filters M_W berücksichtigt.

Auf Grund der Stellgrößenbeschränkung kann es durch die große Reglerverstärkung bei kleinen Frequenzen zu Windup-Effekten kommen. Um diese zu vermeiden, wurde ein Anti-Windup-Filter M_W verwendet. Die Auslegung dieses Filters erfolgte nach [Park und Choi, 1995].

Der beschriebene Regelkreis wurde auf dem echtzeitfähigen dSpace-Rechner implementiert, wobei die Taktrate entsprechend der Schrittweite des nominellen Modells auf 1 kHz festgelegt wurde. Alle Versuche zur Führungsgrößenfolge wurden bei der Referenz-Reynolds-Zahl von 6×10^5 sowie bei der Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 durchgeführt. Es wurden periodische Führungsgrößen mit einer Frequenz von 2 Hz vorgegeben, da diese Frequenz der auf den Versuchsstand skalierten geplanten Androsselfrequenz entspricht, vergleiche Abschnitt 6.1.

Die Abbildung 6.21 zeigt beispielhaft eine Periode eines Führungsgrößenexperimentes, bei dem eine sprungförmige Führungsgröße r_f gewählt wurde. Die dargestellte Führungsgröße r , der die Regelgröße y folgen soll, ist durch das Führungsgrößenfilter kein exakter Sprung mehr. Kleinere Zeitkonstanten im Führungsgrößenfilter würden r dem echten Sprung annähern, dafür stiege aber auch die Gefahr, dass die Stellgröße in die Begrenzung geriete. Dies ist trotz des Anti-Windup-Filters nicht wünschenswert, da dieses auf dem nominellen Modell basiert und so eine exakte Vorhersage des Verhaltens der unsicheren Regelstrecke nicht garantiert.

Beide Regelgrößen folgen den vorgegebenen Führungsgrößen jeweils mit nur geringen Abweichungen. Die Forderung an den Verlauf der Nachlaufdelle und des Druckaufbaus wurden hier bereits so gewählt, dass der Stellgrößenverlauf dem Stellgrößenverlauf bei einem Androsselvorgang in späteren Entwicklungsschritten entsprechen könnte. So wird später im Verdichter die Seitenwandaktuation zur Verhinderung von Ablöseerscheinungen und zur Verbesserung des Druckaufbaus über einen längeren Zeitraum aktiv sein, während die Hinterkantenaktuation im Zeitraum der maximalen Androsselung aktiv ist, um kritische Anströmwinkel zu verhindern.

Zu Beginn der Periode werden sowohl für die Nachlaufdelle als auch für den Druckaufbau Werte gefordert, die nahe an denen der natürlichen Strömung liegen. Die Aktuatoren benötigen hier nur sehr kleine Stellgrößen. Ab 0.1 Sekunden soll der Druckaufbau um 3% ansteigen und die Nachlaufdelle auf 70% des Startwertes reduziert werden. Nach 0.2 Sekunden soll die Nachlaufdelle dann noch weiter auf 40% verringert werden, während der Druckaufbau konstant bleiben soll. Um die Nachlaufdelle so weit zu reduzieren, nutzt der Regler in diesem Zeitraum die Hinterkantenaktuation besonders stark. Nach 0.3 Sekunden wird dann bei konstant hohem Druckaufbau die Nachlaufdelle wieder auf 70 % erhöht und schließlich in den letzten 0.1 Sekunden der Periode für beide Werte wieder die natürliche Strömung gefordert.

Zum Vergleich ist in Abbildung 6.22 ein Experiment mit der gleichen Führungsgröße, aber bei

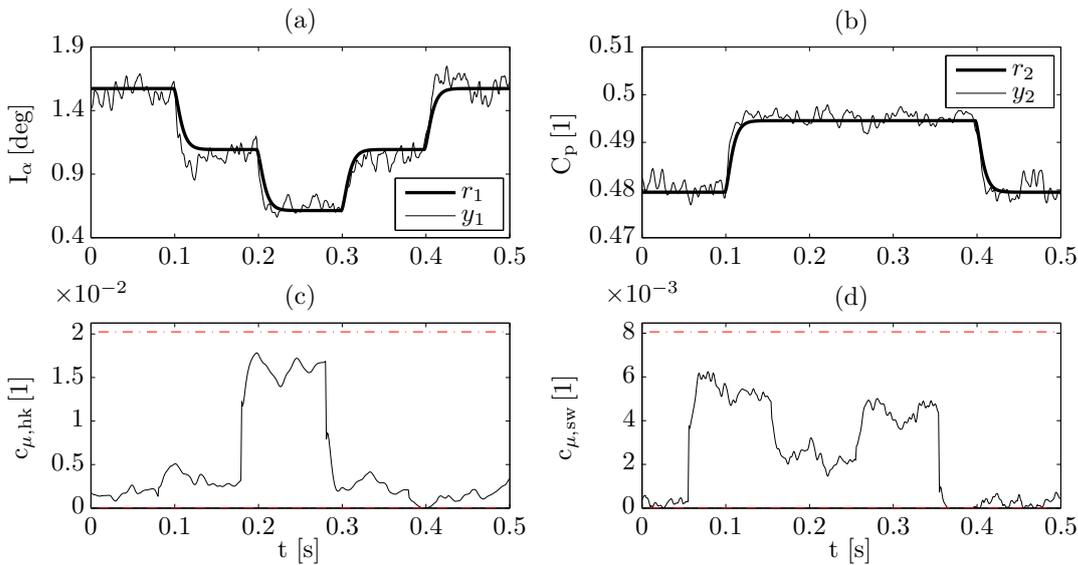


Abbildung 6.21: Führungsgrößenexperiment mit dem robusten H_∞ -Regler bei einer Reynolds-Zahl von 6×10^5 . In (a,b) sind die beiden Regelgrößen zusammen mit den jeweiligen Führungsgrößen dargestellt; in (c,d) sind die beiden Stellgrößen gezeigt. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt, um den wiederholbaren Anteil des Reglergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

einer Reynolds-Zahl von 5×10^5 dargestellt. Da das unsichere Modell G_p auch den Bereich dieser Reynolds-Zahl abdeckt, sollte der Regler auch hier entsprechend gut arbeiten. Das Ergebnis entspricht dieser Annahme und zeigt ein sehr ähnliches Verhalten wie das Experiment bei einer Reynolds-Zahl von 6×10^5 . Dadurch, dass die Regel- und Stellgrößen bezüglich der Anströmgeschwindigkeit normiert sind, verändert sich die Amplitude nur geringfügig. Die Veränderung der Totzeit hat jedoch einen sichtbaren Einfluss auf das Reglergebnis. So zeigt beispielsweise der Druckaufbau im Experiment, das bei der kleineren Reynolds-Zahl durchgeführt wurde, eine spätere Reaktion auf den Führungsgrößensprung im Vergleich zum Experiment, welches bei der größeren Reynolds-Zahl durchgeführt wurde. Die Auswirkung der unterschiedlichen Reynolds-Zahlen wird im nächsten Abschnitt bei der Auswertung der modellprädiktiven Regelung noch einmal genauer betrachtet.

6.4.2 Modellprädiktive Regelung (MIMO)

Der im letzten Abschnitt untersuchte robuste H_∞ -Regler benötigt in der Echtzeitanwendung nur wenig Rechenzeit und garantiert robuste Stabilität für eine unsichere Modellstruktur. Nachteilig ist, dass Stellgrößenbeschränkungen bei der Reglerauslegung nicht mit berücksichtigt werden. Wenn in der Anwendung davon auszugehen ist, dass die Stellgrößen regelmäßig deutlich in die Begrenzung geraten, sollten auch andere Regelungsverfahren in Betracht gezogen werden.

Deshalb wurde am Versuchsstand zudem noch eine modellprädiktive Regelung implementiert. Der große Vorteil der modellprädiktiven Regelung ist, dass Stellgrößenbeschränkungen explizit mit berücksichtigt werden können. Gleichzeitig handelt es sich um eine optimale Regelung im Sinne des Gütekriteriums. Im Gegensatz zur robusten Regelung basiert jedoch die gesamte Reglersynthese auf einem nominellen Streckenmodell. Robuste Eigenschaften für die unsichere Modellbeschreibung werden nicht betrachtet.

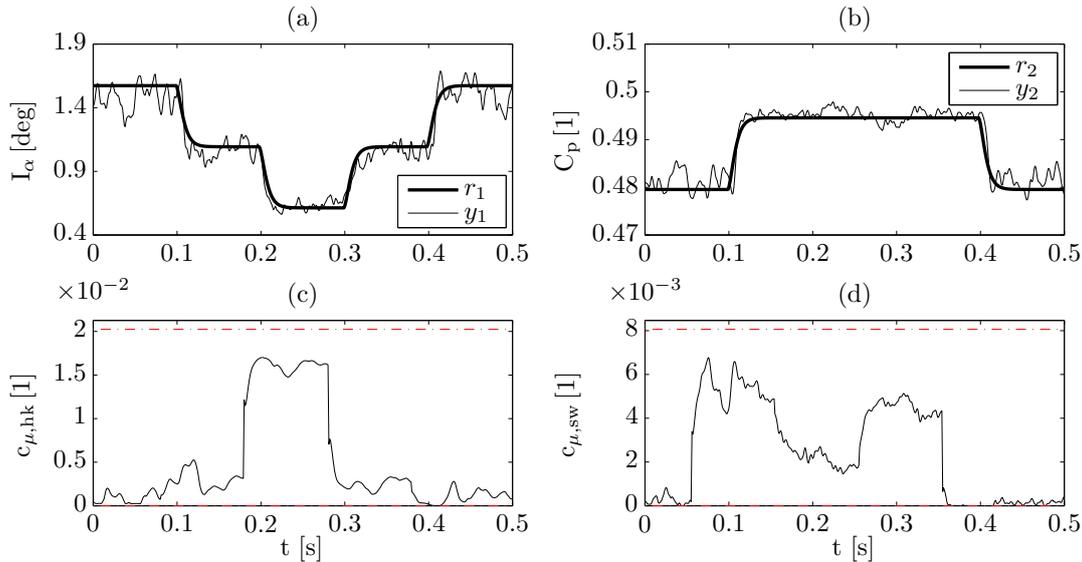


Abbildung 6.22: Führungsgrößenexperiment mit dem robusten H_∞ -Regler bei einer Reynolds-Zahl von 5×10^5 . In (a,b) sind die beiden Regelgrößen zusammen mit den jeweiligen Führungsgrößen dargestellt; in (c,d) sind die beiden Stellgrößen gezeigt. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt, um den wiederholbaren Anteil des Reglergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

In [Kothare u. a., 1996] wird ein Verfahren einer robusten MPC entwickelt und detailliert beschrieben. Dieses wurde jedoch in der vorliegenden Arbeit nicht eingesetzt, da bereits mit dem vorgestellten Verfahren gute Ergebnisse erzielt werden konnten. Zudem benötigt die robuste MPC noch einmal einen deutlich höheren Rechenaufwand gegenüber der MPC. Da der Rechenaufwand für die in dieser Arbeit implementierte MPC mit Stellgrößenbeschränkung bereits groß ist und den verwendeten dSpace-Rechner vollständig auslastet, wäre eine Implementierung der robusten MPC nicht ohne Weiteres möglich.

Reglersynthese

Die modellprädiktive Regelung wurde im Abschnitt 2.5 ausführlich beschrieben. Für die konkrete Anwendung muss zunächst das nominelle Modell festgelegt werden. Es wird das nominelle Modell aus dem Abschnitt 6.3 verwendet.

Im nächsten Schritt wird das Gütekriterium festgelegt, welches in jedem Zeitschritt minimiert werden soll. Es wird das Gütekriterium (2.28) verwendet, wobei die Matrizen für die Gewichtung wie folgt festgelegt werden:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}. \quad (6.34)$$

Mit dem ursprünglichen Takt von 1 kHz kann dieses Optimierungsproblem auf dem genutzten dSpace-Rechner nicht in einem Zeitschritt gelöst werden. Mit einem Takt von 500 Hz ist es hingegen möglich, weshalb das diskrete nominelle Modell für die folgenden Experimente auf diese Schrittweite umgerechnet wird. Dieser Takt liegt immer noch deutlich oberhalb der angestrebten Reglerdynamik und sollte deshalb das Reglergebnis nur wenig beeinflussen.

Als letzte freie Parameter müssen sowohl der Stellhorizont H_c als auch der Prädiktionshorizont H_p vorgegeben werden, wobei entsprechend dem Gütekriterium (2.28) der Regelfehler vom Zeitschritt H_1 bis zum Prädiktionshorizont und die Stellgröße vom Zeitschritt H_2 bis zum Stellhorizont gewichtet werden. Die Abbildung 2.2 zeigt dieses schematisch für ein SISO System.

Da nicht unmittelbar ersichtlich ist, wie die Zeithorizonte in dem hier vorliegenden MIMO-Fall zu wählen sind, soll dies hier kurz diskutiert werden.

Das nominelle Modell besitzt zwei Totzeiten, die sich stark unterscheiden. Bei der gewählten Abtastzeit von $T_s = 2\text{ms}$ ist die Totzeit der ersten Stellgröße $9T_s$ und die der zweiten Stellgröße $21T_s$. Die beiden Ausgänge können zwar bereits nach der kleineren Totzeit beeinflusst werden, allerdings nur über die erste Stellgröße. Es werden drei Möglichkeiten vorgestellt, wie die Zeiträume im Gütekriterium festgelegt werden können.

Die einfachste Möglichkeit besteht darin, eine weitere Totzeit im Modell so einzufügen, dass beide Stellgrößen die gleiche größere Totzeit aufweisen. Damit die Regelstrecke mit dem neuen Modell übereinstimmt, wird die Stellgröße mit der kleineren Totzeit softwareseitig um die eingefügte Totzeit verzögert. In diesem Fall können Start- und Endwerte für Stell- und Prädiktionshorizont wie in der Gleichung (2.27) beschrieben festgelegt werden. Der Nachteil ist, dass etwas Performance verschenkt wird, da auf aktuelle Störungen erst nach der größeren Totzeit reagiert werden kann, wo sonst eine Reaktion schon nach der kürzeren Totzeit mit einem der Aktuatoren möglich wäre.

Bei der zweiten Möglichkeit werden die Totzeiten unterschiedlich belassen. Der Regelfehler wird ab dem Zeitpunkt bewertet, ab dem die erste Stellgröße einen ersten Einfluss ausüben kann, das heißt H_1 ist die Summe aus der Rechenzeit, dem relativen Grad und der kleineren Totzeit. Für beide Stellgrößen wird der gleiche Stellhorizont H_c festgelegt und der Prädiktionshorizont so lang gewählt, wie noch ein Einfluss mit der zweiten Stellgröße ausgeübt werden kann. In diesem Fall kann der Regelkreis schneller auf Störungen reagieren, da bereits nach der kleinen Totzeit mit einer Stellgröße ein Einfluss auf die Regelgrößen möglich ist. Da der Stellhorizont für beide Stellgrößen gleich ist, wird die erste Stellgröße auf Grund der kleineren Totzeit für die letzten Zeitschritte bis zum Erreichen des Prädiktionshorizonts entsprechend der Gleichungen (2.33) konstant gehalten. Für die Optimierung besteht darin ein Nachteil, da eine Variation der ersten Stellgröße auch in diesem Bereich möglich wäre.

Um dieses Problem der zweiten Variante zu beheben, werden in einer dritten Variante verschiedene Stellhorizonte für die beiden Aktuatoren verwendet. Dabei wird zunächst der Prädiktionshorizont H_p festgelegt. H_1 wird aus der jeweiligen Totzeit berechnet und für H_c ergibt sich entsprechend der Gleichung (2.27) für jede Stellgröße ein anderer Wert. Bei dieser Lösung sind die besten Ergebnisse zu erwarten, da beide Aktuatoren bis zum Prädiktionshorizont ihre Stellgröße variieren können. Der einzige Nachteil ist, dass bei stark unterschiedlichen Totzeiten, wie im vorliegenden Fall, ein vergleichsweise langer Stellgrößenvektor \underline{u}_p resultiert. Für die konkrete Regelstrecke führt ein H_p von 30 beispielsweise zu einem Stellhorizont von 20 für die erste Stellgröße und von 8 für die zweite Stellgröße. Eine Mindestlänge für den Stellhorizont beider Stellgrößen lässt demnach das Optimierungsproblem schneller groß werden.

Am Versuch wurden alle drei Möglichkeiten erfolgreich getestet. Die kleinen Unterschiede, die sich auf Grund der beschriebenen Variation der Stellhorizonte ergaben, sind jedoch durch die vorhandenen Messstörungen nicht zu erkennen. Um die Unterschiede besser sichtbar zu machen, wurden im Vorfeld Simulationen durchgeführt, die in Abbildung 6.23 dargestellt sind.

Bei dieser Simulation wird das nominelle Modell für die MPC genutzt. Es soll eine Strecke geregelt werden, die einem anderen Modell der Modellfamilie entspricht. Dadurch treten Abweichungen auf, die von einem Kalman-Filter als Störungen geschätzt werden, siehe Abschnitt 2.2.1. Dieses

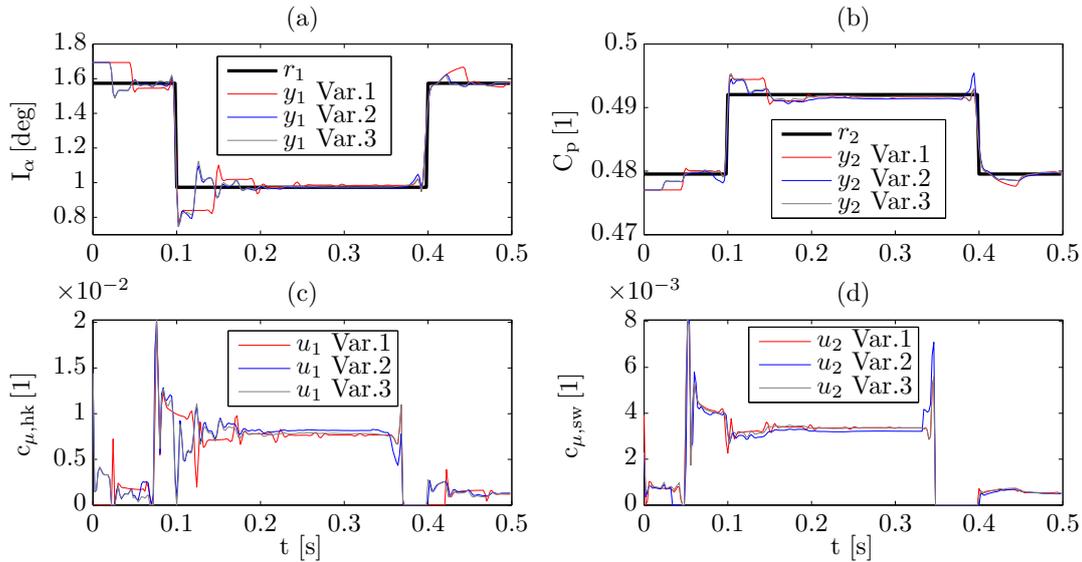


Abbildung 6.23: Simulation der MPC mit verschiedenen Zeitgrenzen im Gütekriterium. Es sind die Simulationen für die drei beschriebenen Varianten dargestellt. Der Prädiktionshorizont H_p hat in allen Fällen den gleichen Wert von 33.

Kalman-Filter wird auch bei den nachfolgenden Experimenten am Versuch eingesetzt. Die Informationen über die Störung werden von der MPC genutzt, um eine bleibende Regelabweichung zu vermeiden. Für die Simulation werden die gleichen Gewichtungsmatrizen wie in den beschriebenen Experimenten verwendet, siehe Gleichung (6.34). Auch der Prädiktionshorizont entspricht mit 33 Zeitschritten dem der nachfolgenden Experimente.

Der Unterschied zwischen der ersten Variante und den beiden anderen Varianten fällt deutlich aus. Durch die größere Totzeit wird auf die vom Kalman-Filter geschätzte Störung erst später reagiert. Zwischen den Varianten zwei und drei ist hingegen kaum ein Unterschied zu sehen, wobei die Variante drei geringfügig besser ausfällt. Der Unterschied verringert sich für größere Prädiktionshorizonte noch weiter. Es muss zudem beachtet werden, dass der Rechenaufwand für die Variante drei bei gleichem Prädiktionshorizont deutlich größer ist, da über insgesamt mehr Stellzeitschritte optimiert wird. Wenn der Prädiktionshorizont bei den ersten beiden Varianten so angepasst wird, dass sich gleich viele Stellzeitschritte für die Optimierung ergeben, so besteht zwischen Variante zwei und drei ein noch geringerer Unterschied.

Bei den im Folgenden gezeigten experimentellen Regelungsergebnissen werden die Zeithorizonte entsprechend der Variante drei gewählt.

Zur Schätzung des aktuellen Systemzustands wird ein stationäres Kalman-Filter verwendet, das entsprechend der Beschreibung im Abschnitt 2.2 aufgebaut wird. Die Auslegung des Kalman-Filters erfolgt mit den Gewichtungsmatrizen:

$$\mathbf{Q}_{\text{KF}} = 0.1T_s \times \mathbf{I}_{n_x}, \quad \mathbf{R}_{\text{KF}} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}. \quad (6.35)$$

Die Kovarianzmatrix des Messrauschens \mathbf{R}_{KF} wird über die Varianz der Messgrößen festgelegt. Die Kovarianzmatrix des Systemrauschens \mathbf{Q}_{KF} wird anhand von Simulationen angepasst, um das gewünschte Filterverhalten zu erreichen.

Es werden auch Experimente durchgeführt, in denen das Kalman-Filter zusätzlich auftretende Störungen schätzt. Wie im Abschnitt 2.2.1 beschrieben, werden diese Störungen als zusätzliche

Zustände im Kalman-Filter berücksichtigt. Die neuen Gewichtungsmatrizen sind:

$$\mathbf{Q}_{\text{KF},d} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{KF}} & \mathcal{O} \\ \mathcal{O} & 0.1T_s \times \mathbf{I}_{n_y} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{\text{KF},d} = \mathbf{R}_{\text{KF}}. \quad (6.36)$$

Für die weiteren Zustände wird die \mathbf{Q} -Matrix um neue Einträge erweitert. Wenn diese Einträge groß gewählt werden, wird die getroffene Annahme einer konstanten Störung vom Kalman-Filter als unsicher eingeschätzt. Die Korrektur der geschätzten Störung wird anhand neuer Messinformationen entsprechend stärker ausfallen. Zu große Werte führen zu einer starken Reaktion des Kalman-Filters auf Messrauschen, was nicht erwünscht ist. Zu klein darf der Wert jedoch auch nicht gewählt werden, da sonst auch den niederfrequenten Störungen nicht mehr gefolgt wird.

Regelungsergebnisse

Grundlage der implementierten MPC ist das im Abschnitt 2.5 hergeleitete Gütekriterium (2.36). Da Stellgrößenbeschränkungen berücksichtigt werden sollen, muss das quadratische Problem der MPC in jedem Zeitschritt numerisch gelöst werden. Hierfür kommt die Open-Source-Software qpOASES zum Einsatz [Ferreau u. a., 2014]. In C++ ist hier ein sehr effizienter Löser für QP-Probleme mit Beschränkung programmiert. Es handelt sich hierbei um einen Algorithmus, der auf einer parametrischen „active-set“-Methode basiert, siehe [Ferreau u. a., 2008]. Die Möglichkeit der Implementierung dieses Codes für verschiedene Programme wie beispielsweise Matlab oder Simulink ist bereits vorgesehen. Auch die Implementierung des QP-Lösers auf dem verwendeten echtzeitfähigen dSpace-Rechner ist in der Anleitung der qpOASES-Software beschrieben.

Die Versuche im geschlossenen Regelkreis werden jeweils für die Referenz-Reynolds-Zahl von 6×10^5 und für die Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 durchgeführt. Die Regelgüte ist in beiden Fällen vergleichbar; daher werden im Folgenden die Ergebnisse für die Referenz-Reynolds-Zahl gezeigt. Der Prädiktionshorizont ist in allen Fällen auf $H_p = 33$ festgelegt.

In den Abbildungen 6.24 und 6.25 sind die Regelungsergebnisse zweier Experimente für zwei unterschiedliche Führungsgrößen dargestellt. Bei diesen Experimenten wurde das Kalman-Filter ohne Störgrößenschätzung verwendet. In beiden Fällen handelt es sich um periodische Führungsgrößen mit einer Frequenz von 2 Hz. Die Abbildungen zeigen jeweils den Ausschnitt einer Periode aus der Mitte des gesamten Messsignals. Im ersten Experiment in Abbildung 6.24 wird eine aus einer Abfolge von Sprüngen bestehende Führungsgröße gefordert. Diese Führungsgröße ist sehr ähnlich zu dem Experiment mit dem robusten H_∞ -Regler im Abschnitt 6.4.1, siehe Abbildung 6.21, was eine gute Vergleichbarkeit mit diesem Regelungsverfahren ermöglicht. Zusätzlich wird noch ein Experiment mit einer harmonischen 2 Hz Führungsgröße gezeigt in Abbildung 6.25.

Die Verläufe der Regelgrößen, die Nachlaufdelle I_α und der Druckaufbau C_p , sind jeweils auf den Abbildungen (a-b), und die beiden Stellgrößen sind auf den Abbildungen (c-d) dargestellt. Zunächst fällt auf, dass die MPC den Sprüngen mit einer sehr hohen Performance folgt. Im Vergleich zur H_∞ -Regelung mit dynamischer Vorsteuerung ist hier noch einmal eine Steigerung zu verzeichnen, wobei im Falle der robusten Regelung die sprunghafte Führungsgröße r_f zusätzlich durch das Führungsgrößenfilter geglättet wurde. Es ist aber auch deutlich zu erkennen, dass insbesondere beim Druckaufbau C_p größere Regelfehler auftreten. Dies liegt daran, dass das nominelle Modell, auf dessen Basis die MPC die zukünftigen Stellgrößen plant, an diesem Arbeitspunkt größere Abweichungen aufweist.

Im Gegensatz zur H_∞ -Regelung besitzt die MPC keinen I-Anteil, der solche Regelabweichungen

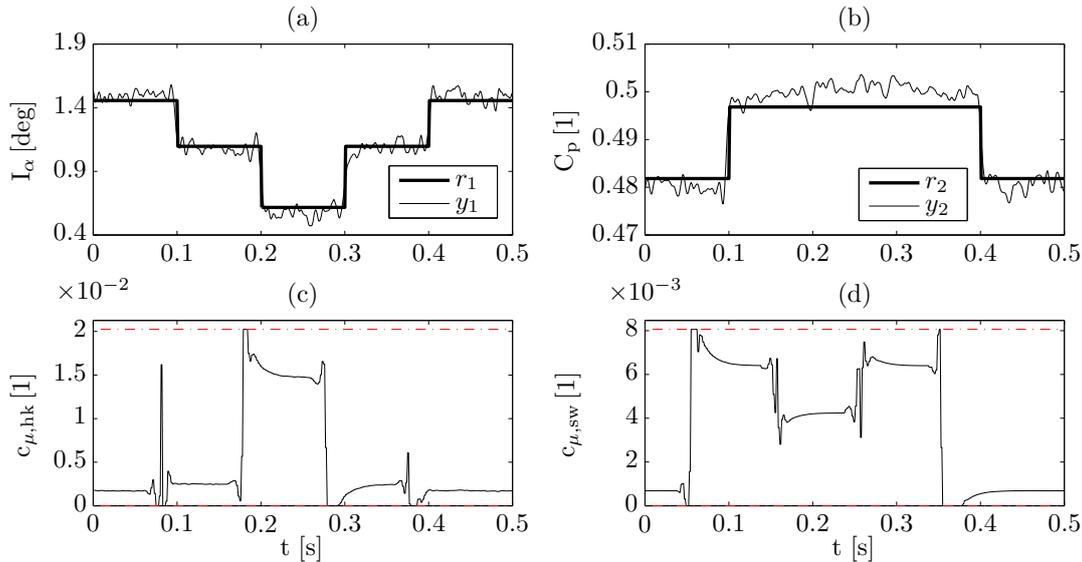


Abbildung 6.24: Experiment zur Führungsgrößenfolge der MPC bei $Re = 6 \times 10^5$. Die Führungsgröße ist eine periodische Abfolge von Sprüngen mit einer Periodenlänge von 0.5 Sekunden. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt dargestellt, um den wiederholbaren Anteil des Regelergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

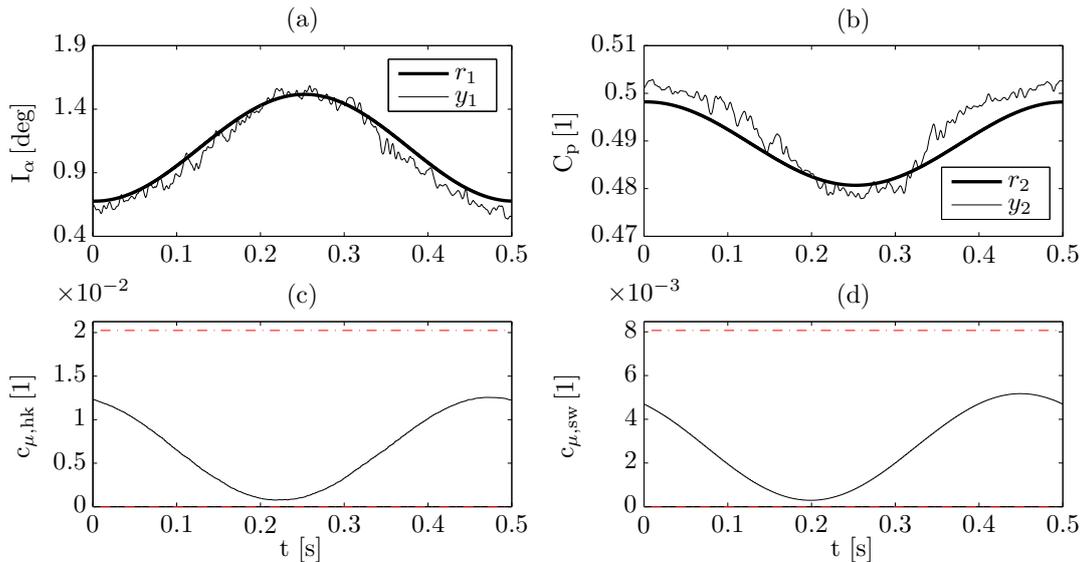


Abbildung 6.25: Experiment zur Führungsgrößenfolge der MPC bei $Re = 6 \times 10^5$. Die Führungsgröße ist eine harmonische Kosinusfunktion mit einer Periodenlänge von 0.5 Sekunden. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt dargestellt, um den wiederholbaren Anteil des Regelergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

ausregeln könnte¹. Hinzu kommt, dass die Regelstrecke im Vergleich zu den Zeitkonstanten große

¹In [Wang, 2009] und in [Keyser, 1991] wird eine alternative Formulierung der MPC verwendet. In diesem Fall wird das zugrundeliegende Zustandsraummodell so umgestellt, dass der neue Systemeingang $\Delta \underline{u} = \underline{u}(k) - \underline{u}(k-1)$ lautet. Ein bleibender Regelfehler kann dadurch auch bei Modellunsicherheiten vermieden werden. Der Nachteil besteht darin, dass die Nebenbedingungen für die Stellgrößenbeschränkung komplizierter formuliert werden müssen, da diese nicht die Stellgrößenänderung $\Delta \underline{u}$, sondern die absolute Stellgröße \underline{u} begrenzen. Der QP-Löser muss ein allgemeineres Problem berechnen, was laut Anleitung der verwendeten Software qpOASES drei bis fünf mal mehr Rechenzeit benötigt. Deshalb wird diese Variante hier nicht verwendet.

Totzeiten aufweist. Ein Eingreifen der MPC auf aktuelle Regelfehler wird dadurch reduziert, da die Prädiktion der MPC vorhersagt, dass eine jetzige Reaktion auf den Regelfehler ohnehin erst Auswirkungen auf die Strecke hat, wenn die Störung schon wieder fast abgeklungen ist. Die MPC verhält sich hier also mehr wie eine optimale Steuerung.

Damit die MPC auch auf Störungen reagiert, wird das Kalman-Filter wie beschrieben so erweitert, dass die aktuelle Störung geschätzt wird. Unter der Annahme, dass diese bis zum Prädiktionshorizont konstant bleibt, wird diese an die MPC übergeben, wie im Abschnitt 2.5 beschrieben. Die Messergebnisse unter Vorgabe der gleichen Führungsgrößen sind auf den Abbildungen 6.26 und 6.27 dargestellt.

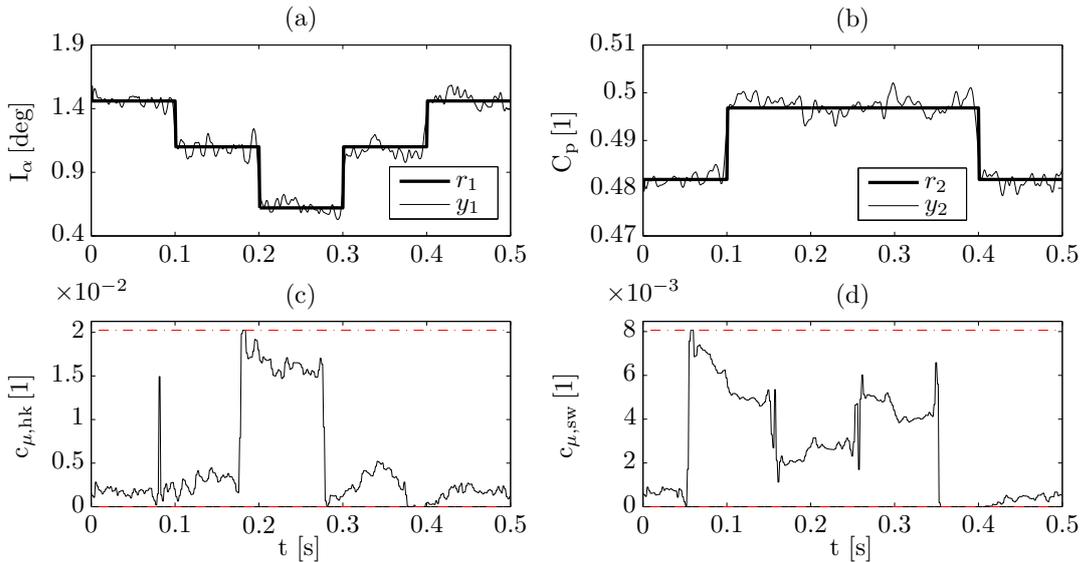


Abbildung 6.26: Experiment zur Führungsgrößenfolge der MPC bei $Re = 6 \times 10^5$, wobei für die Prädiktion der Regelgröße die von einem Kalman-Filter geschätzte Störung berücksichtigt wird. Die Führungsgröße ist eine periodische Abfolge von Sprüngen mit einer Periodenlänge von 0,5 Sekunden. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt dargestellt, um den wiederholbaren Anteil des Regelergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die MPC nun auf die Regelabweichungen reagiert und diese reduziert. Trotz der Annahme, dass die aktuelle Störung bis zum Prädiktionshorizont konstant bleibt, was bei den Experimenten nicht der Fall ist, sind deutliche Verbesserungen in der Führungsgrößenfolge zu sehen. Durch die vergleichsweise schnelle Abtastzeit von 2 ms ist eine schnelle Korrektur der aktuell geschätzten Störung und der damit verbundenen Prädiktion möglich.

Bei den gewählten Führungsgrößen geraten die Stellgrößen nur selten in die Begrenzungen, die auf den Abbildungen mit Strichpunktlinien eingezeichnet sind. Natürlich ist es auch sinnvoll, Führungsgrößen vorzugeben, denen der Regler auch innerhalb der Stellgrößenbeschränkungen folgen kann. Trotzdem kann es durch Störungen dazu kommen, dass die Stellgrößen in die Begrenzungen geraten. In diesem Fall kommt der wesentliche Vorteil der hier vorgestellten MPC zum Tragen, denn der nichtlineare Optimierer findet auch bei Beschränkungen die optimale Stelltrajektorie. Die im Abschnitt der robusten Regelung angesprochene Maßnahme zur Verhinderung von Windup-Effekten ist hier nicht notwendig.

In weiteren Experimenten werden die Stellgrößen mit kleineren Werten beschränkt, um das Verhalten der MPC zu studieren, wenn diese häufiger in die Begrenzung läuft. Ein Beispiel für eine

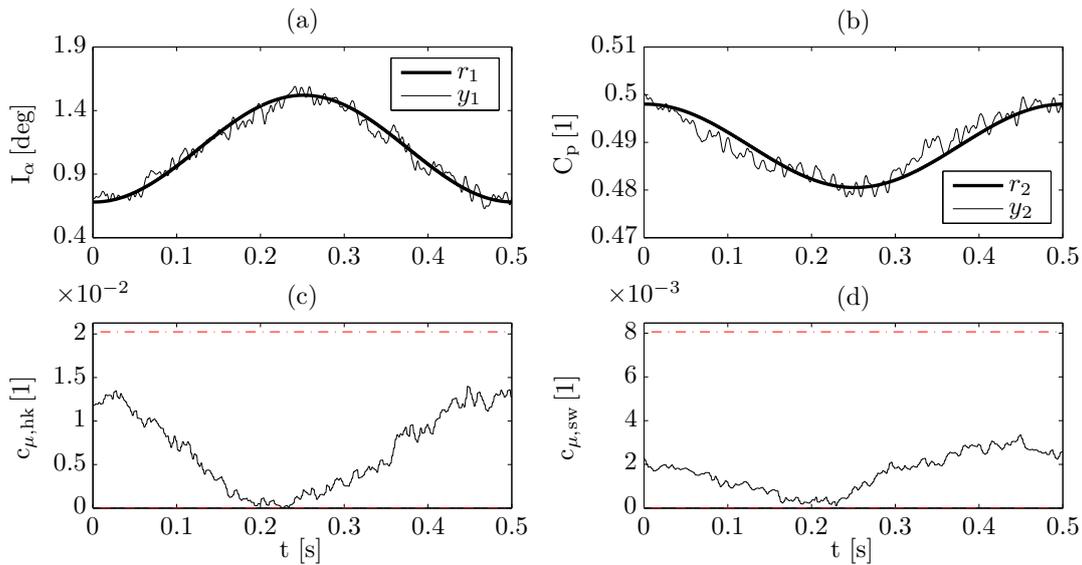


Abbildung 6.27: Experiment zur Führungsgrößenfolge der MPC bei $Re = 6 \times 10^5$, wobei für die Prädiktion der Regelgröße die von einem Kalman-Filter geschätzte Störung berücksichtigt wird. Die Führungsgröße ist eine harmonische Kosinusfunktion mit einer Periodenlänge von 0,5 Sekunden. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt dargestellt, um den wiederholbaren Anteil des Regelergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

besonders starke Beschränkung ist in Abbildung 6.28 dargestellt. Hier sind die c_μ -Werte beider Aktuatoren auf 30% des ursprünglichen Wertes begrenzt. Es ist gut zu erkennen, dass die MPC trotz der Beschränkungen eine gute Performance aufweist und den Regelfehler möglichst weit reduziert.

Abschließend soll noch die Auswirkung unterschiedlicher Reynolds-Zahlen auf das Regelergebnis betrachtet werden. Die Abbildung 6.29 zeigt die Wiederholung des bereits in Abbildung 6.26 gezeigten Experiments, wobei in diesem Fall die Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 eingestellt ist. Wie bereits zu Beginn dieses Abschnitts erwähnt, fällt das Regelergebnis bei der Vergleichs-Reynolds-Zahl ähnlich aus. Da sowohl die Stellgrößen als auch die Regelgrößen bezüglich der Anströmgeschwindigkeit dimensionslos sind, ist die Amplitude näherungsweise unabhängig von der Reynolds-Zahl.

Um die Unterschiede in der Regelgüte zwischen den beiden Reynolds-Zahlen besser hervorzuheben, sind auf den Abbildungen (e) und (f) jeweils die Regelfehler für die Messungen bei beiden Reynolds-Zahlen dargestellt. Insgesamt sind die Abweichungen in beiden Fällen ähnlich. Auffällig sind die Peaks, die immer dann auftauchen, wenn die Führungsgröße einen Sprung macht. Kleine Regelfehler sind hier zu erwarten, da die Stellgröße begrenzt und das System nicht sprunghaft ist. Ein Großteil der Regelfehler resultiert jedoch aus der Differenz zwischen der Totzeit des nominellen Modells und der am aktuellen Arbeitspunkt tatsächlich auftretenden Totzeit.

Wie bereits bei der Modellidentifikation besprochen, ist die Totzeit im Versuch sowohl von der Reynolds-Zahl als auch von der aktuellen Ausblasamplitude abhängig. Besonders gut lässt sich die Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl am Regelfehler des Druckaufbaus erkennen. Der Ausschlag des Regelfehlers hat hier für die beiden Reynolds-Zahlen ein genau gegensätzliches Vorzeichen. Dies liegt daran, dass die Totzeit des nominellen Modells gerade einen Kompromiss zwischen den Extremwerten der Modellfamilie darstellt.

Für den hier untersuchten Reynolds-Zahl-Bereich ist die Abweichung in der Totzeit noch gering. Wenn sich in späteren Entwicklungsschritten die Anforderung ergeben sollte, dass ein deutlich

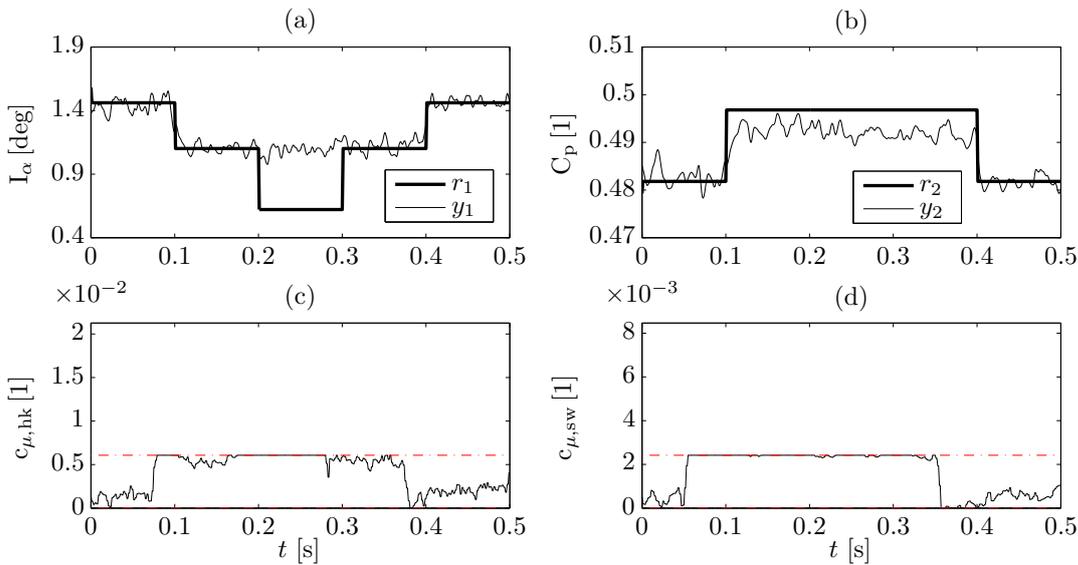


Abbildung 6.28: Experiment zur Führungsgrößenfolge der MPC bei $Re = 6 \times 10^5$, wobei für die Prädiktion der Regelgröße die von einem Kalman-Filter geschätzte Störung berücksichtigt wird. Die Stellgrößen sind auf 30% ihres jeweiligen Maximalwertes beschränkt. Die Führungsgröße ist eine periodische Abfolge von Sprüngen mit einer Periodenlänge von 0,5 Sekunden. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt dargestellt, um den wiederholbaren Anteil des Regelergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

größerer Reynolds-Zahl-Bereich im Betrieb vorkommt, sollte die Totzeit und gegebenenfalls weitere Zeitkonstanten über Messinformationen der aktuellen Reynolds-Zahl angepasst werden. Dann könnten die im Abschnitt 6.3.3 erwähnten Methoden zur Regelung von LPV-Systemen zum Einsatz kommen.

6.5 Regelung der Kaskadenströmung; Störunterdrückung

Zusätzlich soll die Möglichkeit einer Regelung zur Störunterdrückung betrachtet werden. Die Übertragungsfunktion von einer Führungsgröße auf den Regelfehler ist bis auf ein umgekehrtes Vorzeichen gleich der Übertragungsfunktion von einer ausgangsseitigen Störung auf den Regelfehler. Aus dieser Sicht ist die Aufgabe der Störunterdrückung zunächst sehr ähnlich zu der Aufgabe einer Führungsgrößenfolge, wie sie im letzten Abschnitt im Experiment untersucht wurde.

Der wesentliche Unterschied besteht nun darin, dass die zukünftige Störung im Gegensatz zur zukünftigen Führungsgröße zunächst einmal nicht bekannt ist. Gerade im Hinblick auf die Totzeiten im System ist dieses Wissen für eine gutes Regelergebnis aber notwendig. Im letzten Abschnitt wurde bereits eine Methode genutzt, um zukünftig auftretende Störungen zu schätzen. Ein Kalman-Filter schätzt die aktuelle Störung, und die Prädiktion geht davon aus, dass diese konstant bleibt. Für die im letzten Abschnitt erwünschten kleinen Korrekturen der Regelfehler, welche sich durch Modellunsicherheiten ergaben, war dieses Verfahren gut geeignet. In diesem Abschnitt wird die Voraussage der Störung noch einmal verbessert.

Die untersuchte aktive Strömungskontrolle soll in der weiteren Entwicklung im Verdichter einer Gasturbine eingesetzt werden. Wie beschrieben, wird der Verdichteraustritt hierbei durch das neue Verbrennungssystem angedrosselt, was für Störungen sorgen wird. Da die einzelnen Rohre in einem

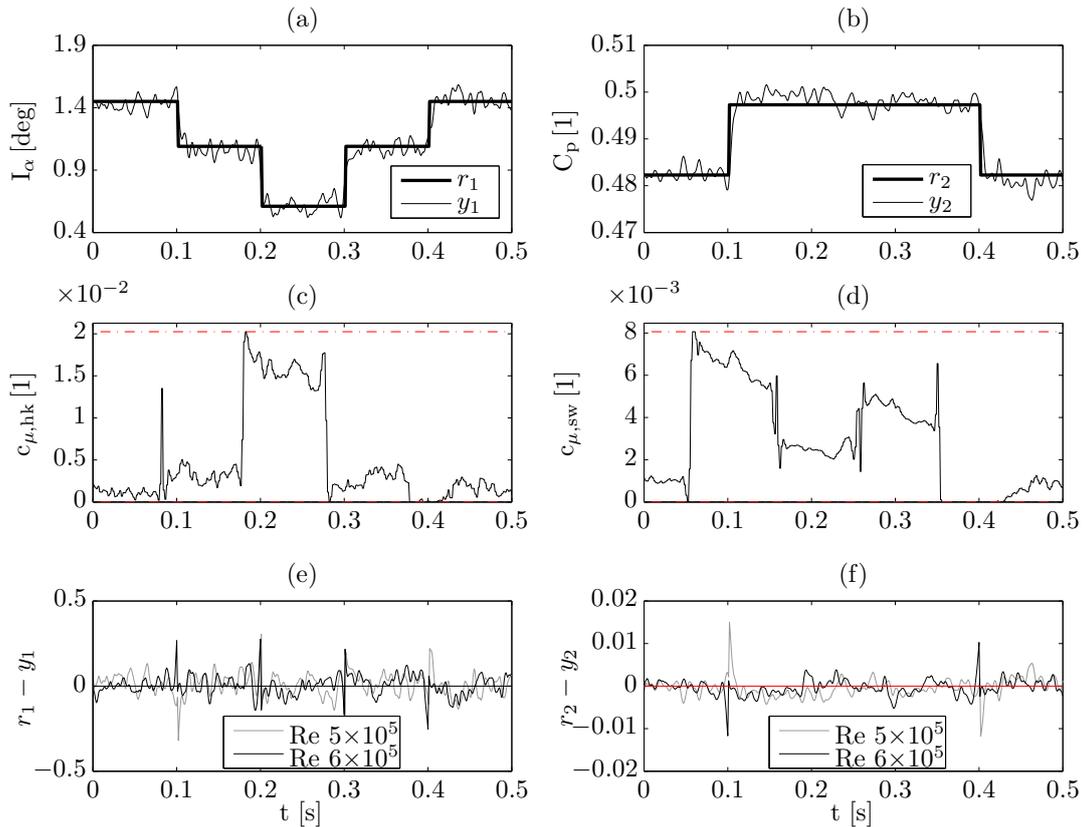


Abbildung 6.29: Experiment zur Führungsgrößenfolge der MPC bei $Re = 5 \times 10^5$, wobei für die Prädiktion der Regelgröße die von einem Kalman-Filter geschätzte Störung verwendet wird. Die Führungsgröße ist eine periodische Abfolge von Sprüngen mit einer Periodenlänge von 0.5 Sekunden. Auf den Abbildungen (e-f) sind die Regelfehler für beide Reynolds-Zahlen im Vergleich dargestellt. Die Regel- und Stellgrößen sind über 10 Perioden gemittelt dargestellt, um den wiederholbaren Anteil des Regelergebnisses gegenüber dem Messrauschen besser sichtbar zu machen.

festgelegten Takt feuern, werden diese Störungen periodisch sein. Die Grundlage für die verbesserte Voraussage der Störungen liegt in der Ausnutzung der Periodizität der Störungen. Im Folgenden kommen zwei Regelungsverfahren zum Einsatz, die speziell für die Unterdrückung periodischer Störungen geeignet sind.

Zunächst wird das Verfahren der iterativ lernenden Regelung verwendet, welches genau und ausschließlich für periodische Regelungsaufgaben konzipiert ist, siehe Abschnitt 2.4. Im Anschluss wird eine Erweiterung der MPC, die repetitive modellprädiktive Regelung (RMPC) genutzt, siehe Abschnitt 2.5.2, welche eine Variante der MPC zur Reduzierung periodischer Störungen darstellt.

6.5.1 Iterativ lernende Regelung (SISO)

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Ergebnisse einer iterativ lernenden Regelung zur Reduzierung periodischer Störungen dargestellt. Der Regelkreis wurde so konfiguriert und aufgebaut wie im Abschnitt 2.4 beschrieben.

Da die vorliegende Kaskade über keinen Störmechanismus verfügt, wurde in diesen Experimenten

einer der beiden Aktuatoren verwendet, um eine Störung zu erzeugen. Die Seitenwandaktuation blies hierfür zunächst mit einer konstanten Amplitude in die Kaskadenströmung, was den beschriebenen entdrosselnden Effekt hat. Um die periodische Androsselung in der späteren Maschine zu simulieren, wurde die Ausblasamplitude periodisch reduziert, wodurch ein Anwachsen der Nachlaufdele und eine Reduzierung des Druckaufbaus verursacht wurde.

Die Hinterkantenaktuation wurde als Stellgröße verwendet. Als zu regelnde Größe wurde in diesem Experiment der Druckaufbau gewählt. Das Ziel der Regelung war es, den Druckaufbau der Kaskade trotz der periodischen Störung auf einem konstant hohen Niveau zu halten.

Reglersynthese

Es wurde die im Abschnitt 2.4.1 beschriebene normoptimale ILR verwendet. Für die Auslegung dieser ILR wird ein nominelles Streckenmodell benötigt. Da in diesem Fall ein SISO-System mit dem Druckaufbau als Regelgröße und der Hinterkantenaktuation als Stellgröße geregelt werden soll, wird der entsprechende Eintrag der nominellen Streckenübertragungsfunktion G_{21} verwendet.

Die Gewichtungsmatrizen werden wie folgt festgelegt:

$$\mathbf{W}_e = \mathbf{I}, \quad \mathbf{W}_u = 0.01 \times \mathbf{I} + 0.25 \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.37)$$

Die Gewichtung der Stellgröße ist hier in zwei Terme aufgeteilt, wobei der erste Term die absolute Stellgröße und der zweite Term die Stellrate gewichtet. In Bereichen, in denen die Stellgröße konstant ist, liefert die Gewichtung der Stellrate keinen Beitrag zum Gütekriterium. Jede Änderung der Stellgröße von einem zum nächsten Zeitschritt wird hingegen bestraft, was zu einem glatteren Stellverlauf beiträgt und den Regelkreis robuster macht, wie im Abschnitt 2.4.1 beschrieben.

Für die Gewichtung der Stellgrößenänderung über die Iterationen werden die folgenden Regelungsergebnisse für zwei unterschiedliche Varianten gezeigt:

$$\text{Variante 1 :} \quad \mathbf{W}_{\Delta u} = 0.2 \times \mathbf{I}, \quad \text{Variante 2 :} \quad \mathbf{W}_{\Delta u} = 0.8 \times \mathbf{I}. \quad (6.38)$$

Regelungsergebnisse

Die von der Seitenwandaktuation erzeugte Störung hat eine Frequenz von 2 Hz, was bei der Taktfrequenz von 1 kHz einer Periodendauer von $N = 500$ Zeitschritten entspricht. Die ILR wurde mit den beschriebenen Gewichtungsmatrizen ausgelegt und am Versuchsaufbau implementiert.

Die Abbildung 6.30 zeigt den Verlauf der euklidischen Norm des Regelfehlers für die ersten 30 Iterationen für die beiden Varianten der Gewichtungsmatrizen. In beiden Fällen nimmt der Regelfehler über die Iterationen deutlich ab. Da die Stellgrößenänderung von Iteration zu Iteration bei der Variante 2 stärker gewichtet ist, werden hier mehr Iterationen benötigt, bis der auskonvergierte Zustand erreicht ist. Die zweite Variante ist nach sechs Iterationen nahezu auskonvergiert und die

erste Variante bereits nach drei Iterationen. Im auskonvergierten Zustand ist zwischen den Varianten kein eindeutiger Unterschied festzustellen. Dass die Regelfehlernorm nicht die Null erreicht, liegt neben Modellungenauigkeiten und der absoluten Stellgrößengewichtung in \mathbf{W}_u vor allem an höherfrequenten, nichtperiodischen Störungen, die durch Turbulenz in der Strömung entstehen.

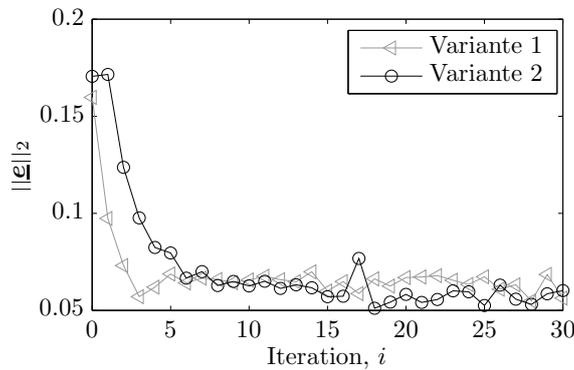


Abbildung 6.30: Entwicklung der euklidischen Norm des Regelfehlers über die Iterationen beim Einsatz der normoptimalen ILR. Es sind die Ergebnisse für beide Varianten der Gewichtungsmatrizen dargestellt.

Die Abbildung 6.31 zeigt die Zeitschriebe verschiedener Iterationen für das Experiment mit dem Regler der Variante 1. Es ist die Regelgröße, das heißt der Druckaufbau (b) sowie die Stellgröße als c_{μ} -Wert der Hinterkantenaktuation (c) dargestellt. Die vorgegebene Störung wird wie beschrieben über die Seitenwandaktuation (d) erzeugt, die ebenfalls gezeigt ist. Ergänzend ist auch der Verlauf der Nachlaufstellengröße (a) dargestellt.

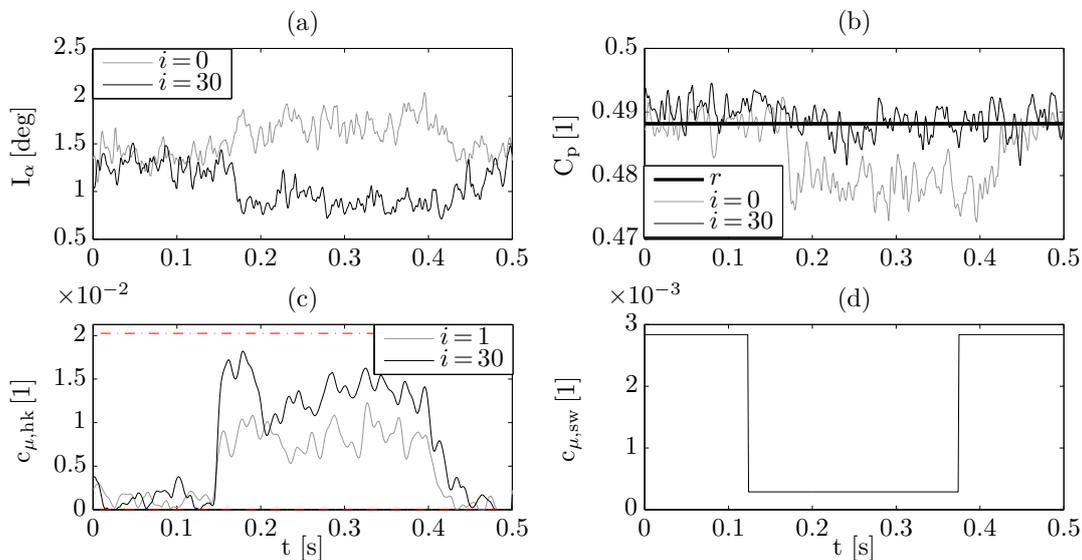


Abbildung 6.31: Ergebnis zur Störunterdrückung mit einer ILR bei $Re = 6 \times 10^5$, für verschiedene Iterationen i . Es wurde die Variante 1 der Gewichtungsfunktion verwendet. Die periodische Störung wird über die in (d) gezeigte Amplitude der Seitenwandaktuation erzeugt. Die Regelgröße ist der Druckaufbau (b) und die Stellgröße ist die Amplitude der Hinterkantenaktuation (c). Die Nachlaufstellengröße (a) ist nur der Vollständigkeit halber dargestellt.

Der Druckaufbau ist für die nullte Iteration gezeigt, in der der Regler noch keine Stellgröße ausgibt, und für die letzte Iteration im auskonvergierten Zustand. In der nullten Iteration wird die

über die Seitenwandaktuation erzeugte Störung in einem Abfall des Druckaufbaus um ca. 2% sichtbar. Im auskonvergierten Zustand schafft es der Regler, den Druckaufbau auf dem gewünschten Referenzniveau zu halten.

Die Stellgröße ist für die erste und für die letzte Iteration gezeigt. Die benötigten Amplituden zur Reduzierung der Störung sind wie zu erwarten recht groß, da die Hinterkantenaktuation in Bezug auf den Druckaufbau einen deutlich kleineren Verstärkungsfaktor im Vergleich zur Seitenwandaktuation aufweist. Die Nachlaufdellengröße, die durch die Seitenwandstörung zunächst zunimmt, wird entsprechend im auskonvergierten Zustand des ILR sogar noch weiter reduziert.

Da die Stellgrößenänderung über die Iterationen in der ersten Variante wenig bestraft wird, ist die Stellgröße bereits in der ersten Iteration groß und nah am auskonvergierten Zustand. Durch die geringe Bestrafung fließen jedoch auch nichtperiodische Anteile der Störung stark in den Stellgrößenverlauf mit ein, was zu einem unruhigen Verlauf der Stellgröße führt.

Zum Vergleich ist der Zeitverlauf mit der Gewichtungsfunktion der zweiten Variante in Abbildung 6.32 gezeigt. Die Stellgröße verläuft im auskonvergierten Zustand deutlich glatter. Allerdings fällt auch auf, dass die Stellgröße in der ersten Iteration noch eine viel kleinere Amplitude aufweist. Durch die stärkere Gewichtung der Stellgrößenänderung über die Iterationen lernt die ILR zwar langsamer, reagiert dafür aber nicht so stark auf nichtperiodische Anteile der Störung.

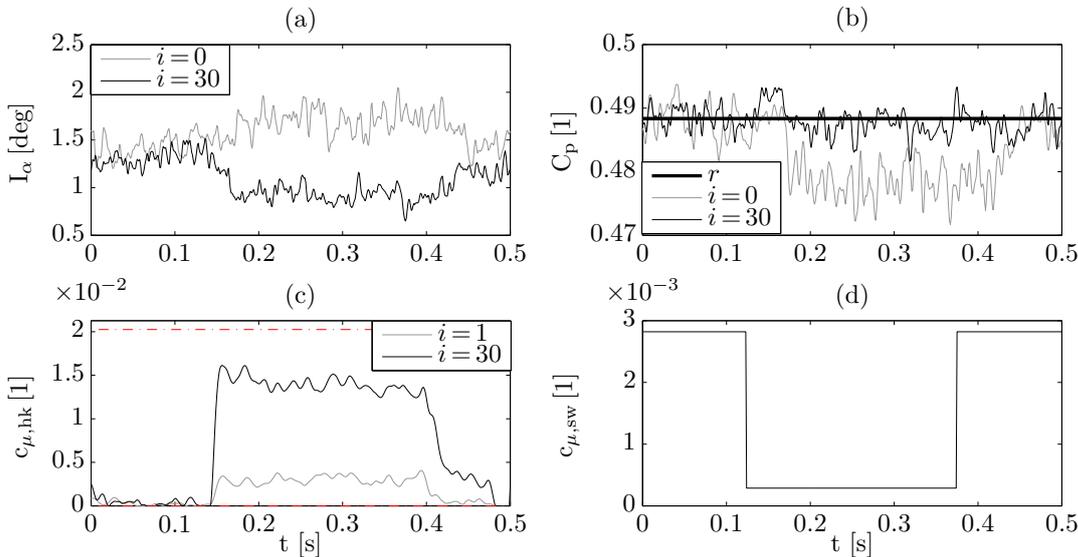


Abbildung 6.32: Ergebnis zur Strörunterdrückung mit einer ILR bei $Re = 6 \times 10^5$, für verschiedene Iterationen i . Es wurde die Variante 2 der Gewichtungsfunktion verwendet. Die periodische Störung wird über die in (d) gezeigte Amplitude der Seitenwandaktuation erzeugt. Die Regelgröße ist der Druckaufbau (b) und die Stellgröße ist die Amplitude der Hinterkantenaktuation (c). Die Nachlaufdellengröße (a) ist nur der Vollständigkeit halber dargestellt.

Für die verwendete ILR galt die Voraussetzung, dass die Anfangsbedingungen in jeder Iteration identisch sind. Zwischen zwei Iterationen muss deshalb dafür gesorgt werden, dass das System wieder den ursprünglichen Anfangszustand erreicht. Das Androsseln durch die Detonationsrohre wird voraussichtlich zu Störungen führen, zwischen denen der Normalzustand erreicht wird. Sollte die Feuerfrequenz nicht genau eingehalten werden, ist es jedoch möglich, dass sich der Zeitpunkt der Störung über viele Iterationen hinweg verschiebt. Läge die Störung dann am Übergang zwischen zwei Iterationen vor, hätte dies veränderte Anfangsbedingungen zur Folge, was zu einem Regelfehler führen würde.

Eine repetitive Regelung oder die im nächsten Abschnitt genutzte repetitive MPC stellen diese Anforderungen an gleiche Anfangsbedingungen zu Beginn einer Iteration nicht, womit bei diesen Varianten die gerade besprochenen Schwierigkeiten nicht auftreten. Bei diesen Reglern wird von einem kontinuierlichen Prozess ausgegangen, auf den periodische Störungen einwirken und bei dem die Endbedingungen der letzten Iteration den Anfangsbedingungen der folgenden entsprechen. Im Gegensatz zur ILR erfolgt die Berechnung der Stellgrößen nicht am Ende einer Iteration für die gesamte nächste Iteration, sondern kontinuierlich, das heißt in jedem Zeitschritt.

6.5.2 Repetitive modellprädiktive Regelung (MIMO)

Die repetitive modellprädiktive Regelung (RMPC) wurde im Abschnitt 2.5.2 hergeleitet. Es wurden zwei verschiedene Varianten beschrieben, mit denen die RMPC realisiert werden kann. In der ersten Variante entspricht der Aufbau der bereits zur Führungsgrößenfolge genutzten MPC. Auch hier schätzt ein Kalman-Filter die aktuelle Störung, allerdings wird diese nicht wie bisher bis zum Prädiktionshorizont als konstant angenommen, sondern zunächst abgespeichert. Die Prädiktion der Störung erfolgt über die abgespeicherten Störungen der letzten Periode, vergleiche die Definition der prädizierten Störung Gleichung (2.41).

In der zweiten Variante wurde das Gütekriterium erweitert, siehe Gleichung (2.46). Durch diese Anpassung kann sowohl die Stellrate über den prädizierten Stellhorizont als auch die Veränderung der Stelltrajektorie von einer zur nächsten Periode gewichtet werden.

Beide Varianten wurden am Versuch erfolgreich getestet. Durch das erweiterte Gütekriterium bietet die zweite Variante mehr Möglichkeiten, um das Regelverhalten den Anforderungen anzupassen. Ausführliche Untersuchungen mit verschiedenen Gewichtungsmatrizen wurden deshalb mit der zweiten Variante durchgeführt. Die folgende Reglersynthese und die Regelungsergebnisse beziehen sich deshalb auf die zweite Variante.

Reglersynthese

Die Hesse-Matrix und die Gradienteninformation des Gütekriteriums sind durch die Gleichungen (2.47) und (2.48) gegeben. Das Gütekriterium hängt von dem Zustandsraummodell der Regelstrecke und von den Gewichtungsmatrizen ab. Für das Zustandsraummodell wird das nominelle Modell aus dem Abschnitt 6.3 verwendet. Die Auswahl der in den Experimenten genutzten Gewichtungsmatrizen erfolgt im Vorfeld über Simulationen. Im Folgenden werden Ergebnisse für zwei verschiedene Varianten der Gewichtungsmatrizen gezeigt.

Bei den Varianten wird die Matrix \mathbf{S} zur Gewichtung der Stellgrößenänderung über die Perioden unterschiedlich festgelegt:

$$\text{Variante 1: } \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{Variante 2: } \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}. \quad (6.39)$$

Die restlichen Gewichtungsmatrizen für die Regelabweichung \mathbf{Q} , die Stellgröße \mathbf{R} und die Stellrate \mathbf{R}_Δ werden für beide Varianten mit den folgenden Werten festgelegt:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\Delta = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad (6.40)$$

Der Prädiktionshorizont beträgt $H_p = 36$, und die Diskretisierungsschrittweite wird wie bei der MPC auf $T_s = 2$ ms festgelegt. Die Stellhorizonte werden entsprechend der im Abschnitt 6.4.2 beschriebenen Variante drei festgelegt.

Alle Experimente werden für die Referenz-Reynolds-Zahl von 6×10^5 und für die Vergleichs-Reynolds-Zahl von 5×10^5 durchgeführt. Wie bereits bei den Experimenten zur Führungsgrößenfolge fallen auch hier die Ergebnisse für beide Reynolds-Zahlen ähnlich aus, weshalb die Darstellung der Experimente auf die Referenz-Reynolds-Zahl beschränkt wird. Ein Vergleich zwischen den Experimenten beider Reynolds-Zahlen ist bei der MPC zur Führungsgrößenfolge zu finden, siehe Abbildung 6.29.

Regelungsergebnisse

Es wurden unterschiedliche periodische Störungen über die Aktuation eingebracht. Im Gegensatz zum im letzten Abschnitt genutzten ILR wird nun der MIMO Fall betrachtet und es werden Störungen über beide Aktuatoren erzeugt. Die Aufgabe der Regelung ist es, die Nachlaufdelle auf einem konstant niedrigen Niveau zu halten, während gleichzeitig der Druckaufbau der Kaskade auf einem konstant hohen Niveau liegen soll.

Zur Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkungen wird wie bei der MPC zur Führungsgrößenfolge vorgegangen, und das beschränkte Optimierungsproblem in jedem Zeitschritt mit dem Löser qpOASES berechnet, vergleiche Abschnitt 6.4.2.

Die Abbildung 6.33 zeigt die Entwicklung des Regelfehlers über die Iterationen für die zwei verschiedenen Varianten der Gewichtungsmatrizen und für eine besonders starke Beschränkung der Stellgrößen. Die periodische Störung ist in diesen Fällen eine eingangsseitige Sprungfolge, die in der weiteren Analyse noch zu sehen ist. Jeder eingezeichnete Punkt ist die euklidische Norm des Regelfehlervektors, der aus den Regelfehlern der jeweiligen Iteration aufgebaut ist. Für beide Regelgrößen werden die Regelfehlervektoren analog aufgebaut. Der erste Regelfehlervektor lautet:

$$\underline{e}_1(i) = \left[e_1(N \cdot i) \quad e_1(N \cdot i + 1) \quad \dots \quad e_1(N \cdot i + N - 1) \right]^T. \quad (6.41)$$

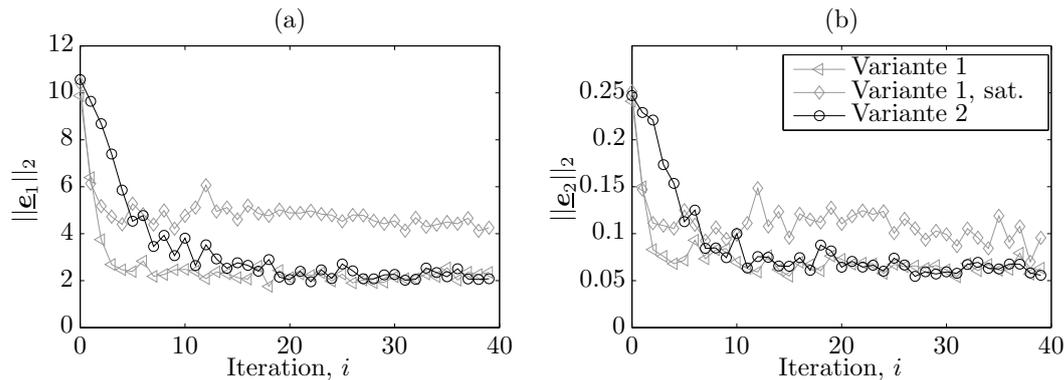


Abbildung 6.33: Ergebnisse zur Störunterdrückung der RMPC bei $Re = 6 \times 10^5$ für die Varianten 1 und 2 der Gewichtungsmatrizen. Es ist die euklidische Norm des Regelfehlers über der jeweiligen Iteration dargestellt. Im Fall “Variante 1, sat.” wurden die Stellgrößen auf 30% des maximalen Wertes beschränkt.

Es ist zu erkennen, dass die Norm des Regelfehlers über die Iterationen deutlich abnimmt. Der Verlauf ist über die ersten Iterationen zunächst monoton fallend. Nähert sich die Fehlernorm im

Verlauf der Iterationen dem auskonvergierten Zustand an, so werden die Auswirkungen von nicht-periodischen Störungen sichtbar, die sich in einem leichten Schwanken der Fehlernorm äußern.

Es fällt auf, dass die Fehlernormen der ersten Variante im Vergleich zur zweiten Variante deutlich schneller abfallen. Dieses Ergebnis spiegelt die Auswirkung der veränderten Gewichtungsmatrix \mathbf{S} wider, die eine Stellgrößenänderung über die Iterationen bestraft. Da die Gewichtungsmatrix \mathbf{S} in der ersten Variante deutlich kleiner gewählt wurde, ist hier die Konvergenzgeschwindigkeit größer. Nach vielen Iterationen ist aber kein Unterschied zwischen den Fehlernormen beider Varianten auszumachen. In einem weiteren Experiment wurden auch die Gewichtungsmatrizen der Variante 1 genutzt, die Stellgrößenbeschränkung wurde aber deutlich verschärft. Auch in diesem Fall wird die Fehlernorm schnell reduziert, allerdings ist die auskonvergierte Fehlernorm nun größer.

Der Verlauf der Fehlernorm über die Iterationen zeigt bereits sehr kompakt den Erfolg der Regelung für die verschiedenen Varianten. Für eine genauere Analyse der Regelung werden im Folgenden detaillierte Betrachtungen der zeitlich aufgelösten Regel- und Stellgrößen dargestellt. Der reale Verlauf der Störung und die daraus resultierende Reaktion der Regelung werden hierbei miteinander verglichen.

Die Abbildung 6.34 zeigt das zeitlich aufgelöste Regelergebnis für die Variante 1. In (a-b) sind die beiden Regelgrößen jeweils für die nullte und für die 39-te Iteration sowie die Führungsgrößen dargestellt. Die Stellgrößen sind in (c-d) für die Iteration 39 gezeigt. Zudem ist hier die eingangsseitige Störgröße u_d mit einem negativen Vorzeichen versehen abgebildet. Damit kann direkt verglichen werden, ob die von der RMPC ausgeführte Stellgröße genau entgegengesetzt zur Störgröße ist.

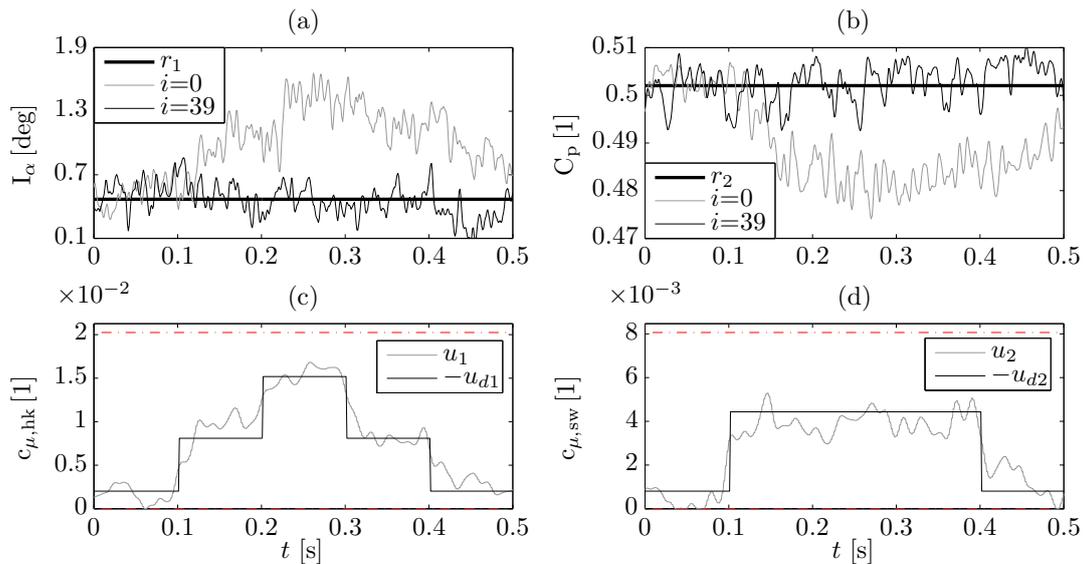


Abbildung 6.34: Experiment zur Störunterdrückung der RMPC bei $Re = 6 \times 10^5$. Es wurde die Variante 1 der Gewichtungsfunktionen verwendet. Die periodische Störung ist eine eingangsseitige Sprungfolge mit einer Periodenlänge von 0,5 Sekunden.

Der Unterschied zwischen den Regelgrößen der ersten und der letzten Iteration ist deutlich zu erkennen. In der nullten Iteration, das heißt ohne Stelleingriff, wird die Größe der Nachlaufdelle zeitweise verdreifacht und der Druckaufbau nimmt um 4% ab. Die Regelung schafft es, nach einigen Iterationen die beiden Regelgrößen nahe an die gewünschte konstante Führungsgröße zu bringen. Es zeigt sich zudem, dass die RMPC im auskonvergierten Zustand eine Stelltrajektorie ausführt, die der negativen Störung u_d sehr ähnlich ist. Die Planung der RMPC kommt auf Basis der gemessenen Regelgrößen demnach zu dem sehr passenden Schluss, wie die Stellgrößen zu verändern sind, um eine optimale Störunterdrückung zu erreichen.

Dass die RMPC trotz der starken nichtperiodischen Störungen und der Modellunsicherheiten auf eine Stellgröße schließen kann, die fast der eingangsseitigen Störung entspricht, liegt entscheidend an der Wahl der verschiedenen Stellratengewichtungen im Gütekriterium.

Zunächst wird anhand eines weiteren Experimentes die Auswirkung vom Stellratengewicht \mathbf{R}_Δ auf das Regelergebnis diskutiert. Die Gewichtung der Stellrate sorgt für einen glatteren Verlauf der Stellgröße. Dies hat nach den im Abschnitt 2.5.2 aufgeführten theoretischen Überlegungen einen wichtigen Einfluss auf die Stabilität der RMPC. Ohne diese Gewichtung würde die RMPC auf Grund von Modellunsicherheiten in der Totzeit auch auf kleinste verbleibende periodische Störungen mit u.U. immer größeren Stellamplituden reagieren.

Zum Vergleich ist nun ein weiteres Experiment in Abbildung 6.35 dargestellt, in dem die Stellrate nur für den Stellgrößenvektor \underline{u}_p und nicht für $\underline{\tilde{u}}_p$ gewichtet wird, siehe Gleichung (2.45). Ansonsten sind alle Parameter genau wie im ersten Experiment (Abbildung 6.34) eingestellt.

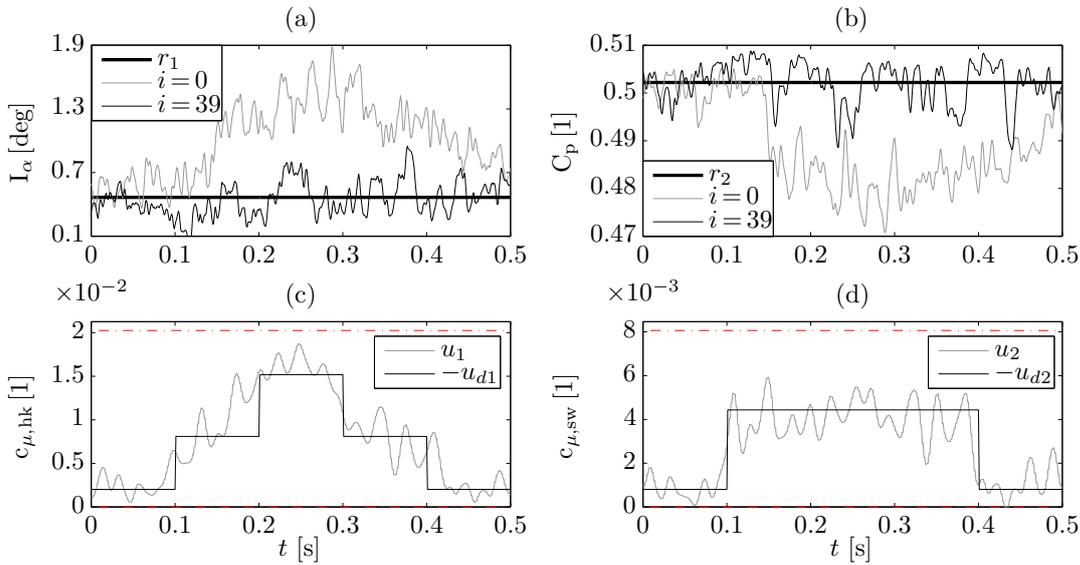


Abbildung 6.35: Experiment zur Störunterdrückung der RMPC bei $\text{Re} = 6 \times 10^5$. Es wurde die Variante 1 der Gewichtungsfunktionen verwendet. Die periodische Störung ist eine eingangsseitige Sprungfolge mit einer Periodenlänge von 0,5 Sekunden.

Die Störung wird auch in diesem Experiment deutlich reduziert, es fällt jedoch auch auf, dass die Stellgröße sehr starke Schwingungen aufweist.

Das deutlich schlechtere Regelverhalten ist offenbar auf das Weglassen des aktuellen Zeitschritts bei der Stellratengewichtung zurückzuführen, da dies die einzige Änderung gegenüber dem zuvor durchgeführten Experiment (Abbildung 6.34) ist. Damit bestätigt diese Beobachtung die Überlegung aus dem Abschnitt 2.5.2, dass bei einer Stellratengewichtung der letzte bereits ausgeführte Stellschritt unbedingt mit berücksichtigt werden sollte.

Des Weiteren zeigt das Experiment, dass die Stellratengewichtung im vorliegenden Fall einen starken Einfluss auf das Regelergebnis hat. Es wurden noch weitere Experimente durchgeführt, in denen die Stellratengewichtung \mathbf{R}_Δ dann ganz zu Null gesetzt wurde. Im Resultat schwingt die Stellgröße dann noch stärker, und es treten die im Abschnitt 2.5.2 beschriebenen Stabilitätsprobleme auf.

Nachdem die Auswirkung der Stellratengewichtung \mathbf{R}_Δ untersucht wurde, wird nun der Effekt einer veränderten Stellratengewichtung über die Iterationsdomäne \mathbf{S} betrachtet. Die Auswirkung in der Konvergenzgeschwindigkeit wurde bereits in Abbildung 6.33 deutlich. Die Abbildung 6.36 zeigt den

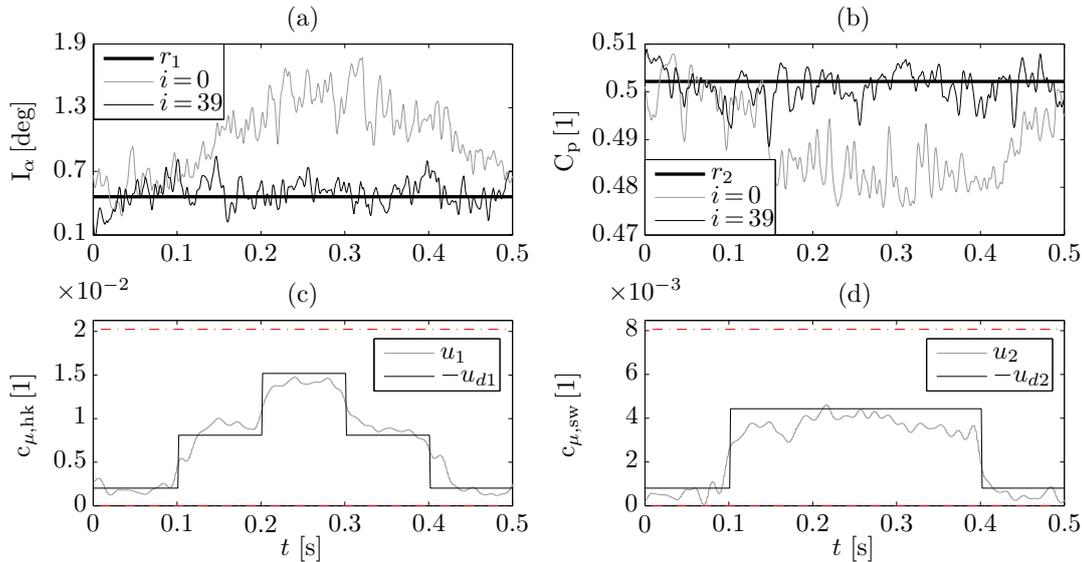


Abbildung 6.36: Experiment zur Störunterdrückung der RMPC bei $Re = 6 \times 10^5$. Es wurde die Variante 2 der Gewichtungsfunktionen verwendet. Die periodische Störung ist eine eingangsseitige Sprungfolge mit einer Periodenlänge von 0,5 Sekunden.

zeitlichen Verlauf des Experiments für die Variante 2 der Gewichtungsmatrizen.

Im Vergleich zum Ergebnis der Variante 1 der Abbildung 6.34 zeigt sich ein deutlich glatterer Verlauf der Stellgrößen für die gezeigte letzte Iteration 39. Durch die größeren Einträge in der Gewichtungsmatrix \mathbf{S} in der Variante 2 werden die Stellgrößenänderungen von einer zur nächsten Iteration stärker bestraft, was zu der verminderten Reaktion des Reglers auf das nichtperiodische Rauschen führt.

Der große Vorteil der Gewichtungsmatrix \mathbf{S} besteht darin, dass ausschließlich die Stellrate für nichtperiodische Störgrößen bestraft wird. Ist ein Einschwingvorgang über viele Iterationen für den Prozess unproblematisch, sollte \mathbf{S} deshalb groß gewählt werden. Im auskonvergierten Fall reagiert der Regler damit mit hoher Performance auf den periodischen Störanteil und nur wenig auf nichtperiodische Störungen.

Die Gewichtungsmatrix \mathbf{R}_Δ bestraft hingegen die Stellrate von periodischen und nichtperiodischen Störanteilen gleichermaßen. Da auch die Stellrate des periodischen Störanteils gewichtet wird, schränkt dies die Bandbreite des Reglers bezüglich höherfrequenter periodischer Störungen ein. Wie gezeigt wurde, ist dieses Gewicht für die Stabilität bei Modellunsicherheiten wichtig, allerdings sollte es nur so groß wie nötig gewählt werden, damit auch höherfrequente periodische Störanteile reduziert werden können.

Abschließend ist noch ein Experiment mit einem veränderten Störgrößenverlauf gezeigt, siehe Abbildung 6.37. Für die Gewichtungsmatrizen wurde Variante 2 gewählt.

Auch hier wird die Störung über die Iterationen abgebaut; in der abgebildeten Iteration 39 liegt die Regelgröße bereits nah am Referenzwert. Vor allem die nichtperiodischen Störanteile sorgen hier noch für Abweichungen. Der Verlauf der Stellgröße zeigt, dass der Regler auf diese nichtperiodischen Anteile nur wenig reagiert und hauptsächlich genau gegensätzlich zur periodischen eingangsseitigen Störung agiert. In diesem Fall hat die erzeugte Störung gerade am Übergang zwischen zwei Zyklen große Werte. Während dies für den Betrieb einer ILR auf Grund der veränderten Startbedingungen zu Problemen führen könnte, stellt es für die repetitive MPC keine Schwierigkeit dar.

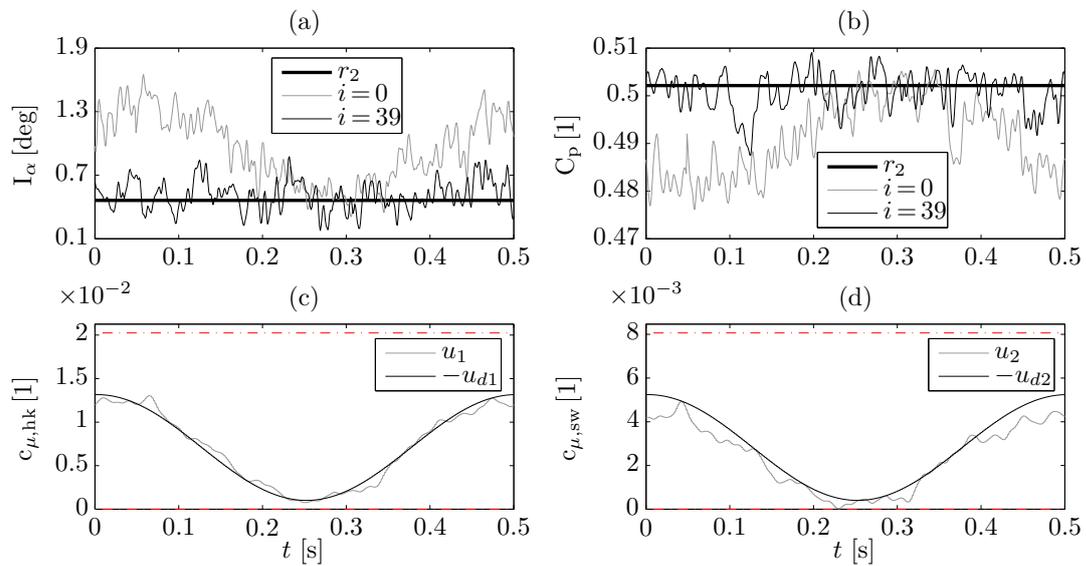


Abbildung 6.37: Experiment zur Störunterdrückung der RMPC bei $Re = 6 \times 10^5$. Es wurde die Variante 2 der Gewichtungsfunktionen verwendet. Die periodische Störung ist eine einseitige harmonische Kosinusfunktion mit einer Periodenlänge von 0.5 Sekunden.

7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde das Ziel erreicht, die Strömung in einer verdichterseitigen Stator-kaskade mit Methoden der aktiven Strömungskontrolle in einem geschlossenen Regelkreis gezielt zu beeinflussen. Der Fokus dieser Beeinflussung lag in der Reduzierung der Größe der Nachlaufdellen und einer aerodynamischen Entlastung der aktuierten Stator-kaskade. Damit stehen Methoden zur Verfügung, die genutzt werden können, um den Störungen entgegenzuwirken, die in einer Gastur-bine mit isochorer Verbrennung auftreten werden.

Für die Untersuchung verschiedener Maßnahmen der aktiven Strömungskontrolle wurde eine neue Stator-kaskade aufgebaut. Die Geometrie der verwendeten Statorschaufeln sowie die dafür berechne-ten numerischen Simulationsergebnisse wurden von *Rolls-Royce Deutschland* zur Verfügung gestellt. Die in der vorliegenden Arbeit gemessene Druckverteilung der Grundströmung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den numerischen Simulationsergebnissen.

Die aktive Strömungskontrolle erfolgte durch das Ausblasen von Druckluft über Aktuatoren, die an verschiedenen Stellen in der Stator-kaskade installiert wurden. Untersucht wurden drei verschiedene Aktuationskonzepte, wobei in zwei Fällen Aktuatoren an der Hinterkante der Statorschaufeln und in einem Fall Aktuatoren an der Seitenwand der Stator-kaskade positioniert wurden.

Das erste untersuchte Aktuationskonzept ist die Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel. Die Messungen der Nachlaufströmung zeigen, dass mit diesen Aktuatoren eine starke Reduzierung der Nachlaufdelle möglich ist. Zudem steigt der Druckaufbau der Kaskade bei größeren Ausblasamplituden leicht an.

Das zweite untersuchte Aktuationskonzept ist die Hinterkantenaktuation unter Ausnutzung des Coanda-Effekts. Es wurde sowohl die Aktuation an der Saugseite als auch die Aktuation an der Druckseite der Statorschaufeln untersucht. Die Aktuation an der Saugseite erhöht die Strömungs-umlenkung der Stator-kaskade und sorgt damit für einen größeren Druckaufbau. Der positive Effekt auf den Druckaufbau ist deutlich stärker ausgeprägt als beim Ausblasen unter dem Abströmwinkel. Die Größe der Nachlaufdelle wird hingegen weniger stark reduziert. Die Auswirkung der Aktuation an der Druckseite unterscheidet sich deutlich von der Auswirkung der Aktuation an der Saugseite. Der Effekt auf die Größe der Nachlaufdelle ist hier viel stärker und mit dem Ausblasen unter dem Abströmwinkel vergleichbar. Der Druckaufbau fällt im Vergleich jedoch geringer aus.

Für die Aktuation an der Seitenwand wurde das Ausblaskonzept von [Hecklau u. a., 2011] verwendet, das bereits an einer überkritisch belasteten Stator-kaskade untersucht wurde. Die Stator-kaskade der vorliegenden Arbeit ist nicht überkritisch belastet, das heißt es tritt keine frühzeitige massive Strömungsablösung auf. Die Untersuchungen zeigen dennoch positive Effekte für die Passagenströmung der Stator-kaskade, vergleichbar mit den Ergebnissen von [Hecklau u. a., 2011]. Die Passagenwirbel werden deutlich reduziert, wodurch die Passage entsperrt und der Druckaufbau der Kaskade vergrößert wird. Durch die kleineren Passagenwirbel werden zudem die Nachlaufdellen nahe an den Seitenwänden reduziert.

Wenn in der späteren Anwendung die Reduzierung der Nachlaufdellen im Vordergrund steht, sollte die Hinterkantenaktuation durch Ausblasen unter dem Abströmwinkel mit der Seitenwandaktuati-

on kombiniert werden. Wenn hingegen die Steigerung des Druckaufbaus die höhere Priorität hat, sollte die Coanda-Aktuation an der Saugseite mit der Seitenwandaktuation kombiniert werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die Kombination aus der Hinterkantenaktuation unter dem Abströmwinkel und der Seitenwandaktuation untersucht. Die Effekte beider Aktuatoren überlagern sich näherungsweise linear. Insgesamt konnte mit einem Impulsstrombeiwert von 2.2% der Druckaufbau um 5% gesteigert und die Größe der Nachlaufdelle auf 35% des ursprünglichen Wertes reduziert werden.

Die beschriebenen positiven Effekte auf die Nachlaufdellen und den Druckaufbau sind jedoch auch mit Kosten für die Aktuation verbunden, die nicht vernachlässigbar sind. So zeigt der korrigierte Druckverlustbeiwert für alle untersuchten Aktuatoren besonders für große Ausblasamplituden einen starken Anstieg. Für den Einsatz in der neuen Gasturbine wäre deshalb eine permanente Aktuation mit großen Ausblasamplituden nicht effizient. Vielmehr muss auf die durch das Androsseln auftretenden Störungen passend reagiert werden, um den zuverlässigen Betrieb der Gasturbine zu gewährleisten.

Damit auf die Störungen immer passend reagiert wird, ist der Betrieb in einem geschlossenen Regelkreis notwendig. Verschiedene Möglichkeiten einer solchen Regelung wurden in der vorliegenden Arbeit experimentell untersucht. Das Ziel war eine gleichzeitige Regelung zweier Kennzahlen, der Größe der Nachlaufdelle und des Druckaufbaus der Statorkaskade. Als Stellgrößen wurden die Amplituden der Hinterkanten- und der Seitenwandaktuation genutzt, die über Druckregelventile verändert werden konnten.

Für die Regelung ist eine Information über die genannten Kennzahlen in Echtzeit notwendig. Die Kennzahlen hängen jedoch von dem komplexen Strömungsfeld stromab der Statorschaufeln ab, sodass eine genaue Messung den Einsatz sehr vieler Sensoren erfordert. In der späteren Gasturbine sollen jedoch nur möglichst wenige zusätzliche Sensoren zum Einsatz kommen. Deshalb wurde eine detaillierte Analyse der Messdaten durchgeführt, um die Art und die Positionen der Sensoren zu ermitteln, die für eine möglichst gute Schätzung notwendig sind. Es wurde ein Verfahren entwickelt und am Versuch eingesetzt, mit dem das gesamte Strömungsfeld einer Passage geschätzt werden kann. Für diese Schätzung sind lediglich zwei Totaldruckmessungen in der Nachlaufströmung und eine statische Druckmessung an der Seitenwand ausreichend.

Für die Auslegung der Regler wurden dynamische Modelle der Regelstrecke identifiziert. Dabei wurde die Ventildynamik separat von der Strömungsdynamik der Statorkaskade betrachtet. Die gesamte Dynamik der Regelstrecke wird durch Totzeiten dominiert, die hauptsächlich auf Transportvorgänge in der Statorkaskadenströmung zurückzuführen sind. Deshalb unterscheiden sich die Totzeiten auch in Abhängigkeit von den Aktuatorpositionen erheblich. Die Totzeit der Seitenwandaktuation fällt deutlich größer aus als die Totzeit der Hinterkantenaktuation, da die Seitenwandaktuatoren weiter stromauf bezüglich der Messebene liegen. Weiterhin hängen die Totzeiten der Regelstrecke von der aktuellen Ausblasgeschwindigkeit und der Reynoldszahl ab.

Die gleichzeitige Regelung des Druckaufbaus und der Nachlaufdellengröße wurde am Versuch erfolgreich durchgeführt. Zum Einsatz kamen sowohl ein robuster H_∞ -Regler als auch eine modellprädiktive Regelung (MPC). Auch bei der Vorgabe hochdynamischer Führungsgrößen, die sich sprungförmig in Intervallen von 0.1 s ändern, treten mit beiden Reglern nur geringe Regelfehler auf. Der robuste Regler bietet den Vorteil, dass robuste Stabilität für eine ganze Modellfamilie garantiert wird. Zudem ist der Rechenaufwand gegenüber der MPC gering. Die MPC liefert im Vergleich zum robusten Regler noch einmal eine Steigerung der Performance. Wenn im späteren Betrieb ein häufiges Erreichen der Stellgrößenbegrenzungen zu erwarten ist, ist die MPC vorzuziehen, da hier Stellgrößenbeschränkungen explizit berücksichtigt werden können.

Da die Störungen durch das Androsseln in der späteren Gasturbine voraussichtlich periodisch auftreten werden, wurden zudem Regelungsverfahren untersucht, die speziell für periodische Prozesse geeignet sind. Zum Einsatz kamen eine iterativ lernende Regelung (ILR) und eine repetitive MPC. Mit Hilfe der Aktuatoren wurde eine periodische Störung erzeugt, die das Androsseln simulierte. Die Frequenz dieser Störung von 2 Hz entsprach dabei der über die dimensionslose Strouhal-Zahl auf die Strömung in der Stator-kaskade umgerechneten zu erwartenden Androsselfrequenz.

Die Aufgabe des ILR war es, den Druckaufbau der Stator-kaskade auf einem konstant hohen Niveau zu halten, trotz periodischer Störungen, die mit der Seitenwandaktuation erzeugt wurden. Ein schneller Abbau des Regelfehlers über wenige Perioden war hier möglich. Die repetitive MPC hatte die Aufgabe, den Druckaufbau auf einem konstant hohen und die Nachlauf-delle auf einem konstant niedrigen Niveau zu halten, wobei unbekannt periodische Störungen mit beiden Aktuatoren erzeugt wurden. Auch in diesem Fall konnte der Regelfehler schnell abgebaut werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass die Kontrolle der Kaskadenströmung im geschlossenen Regelkreis für die zu erwartende Androsselfrequenz möglich ist. Damit die vorgestellten Methoden in einer realen Gasturbine eingesetzt werden können, sind auf dieser Basis noch weitere Entwicklungsschritte erforderlich. Im nächsten Schritt sollte das Schließen der Brennröhre durch ein Androsseln der Stator-kaskade simuliert werden, damit die Aktuation auch unter diesen Bedingungen untersucht werden kann. Der nächste große Entwicklungsschritt ist dann die Übertragung der Ergebnisse auf ein Ringgitter. Hier liegen die Strömungsbedingungen noch einmal näher an denen in einem echten Verdichter. Durch die verwundenen Schaufeln wird die Strömung dann jedoch komplexer, was weiterführende Untersuchungen notwendig macht.

8 Anhang

8.1 Herleitung eines vereinfachten Modells für ein Rohr-Kavität-System

Es wird ein vereinfachtes Modell eines Pitot-Rohrs mit Drucksensor hergeleitet. Die Basis für die Herleitung ist in [Figliola und Beasley, 2015] zu finden.

Das Messsystem wird durch ein Rohr und eine Kavität approximiert, wie in Abbildung 8.1 skizziert. Die Kavität ist eine Kammer des Differenzdrucksensors mit dem Volumen V , welches sich durch eine Bewegung der Membran verändern kann. Die Drücke p_{ein} und p_{kav} sind Druckdifferenzen gegenüber dem Umgebungsdruck p_0 . Es wird angenommen, dass diese Druckdifferenzen deutlich kleiner sind als der Umgebungsdruck.

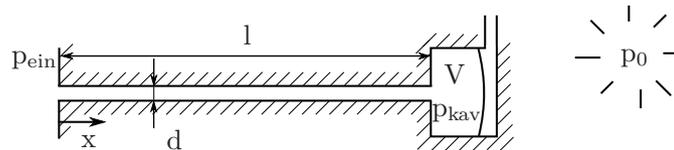


Abbildung 8.1: Vereinfachte Darstellung eines Drucksensors bestehend aus einem dünnen Rohr und einer Kavität.

Zunächst wird das Rohr betrachtet. Da für Druckmessungen typischerweise dünne Rohre verwendet werden, hat die Wandreibung einen entscheidenden Einfluss und darf nicht vernachlässigt werden. Es wird davon ausgegangen, dass das Volumen im Rohr im Vergleich zu dem in der Kavität klein ist. Das Fluid wird im Rohr als inkompressibel betrachtet mit der konstanten Dichte ρ . Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Fluids wird mit u bezeichnet, Querströmungen werden vernachlässigt. Aus der Impulserhaltung ergibt sich für die Strömung im Rohr:

$$(\rho l) \frac{du}{dt} = p_{\text{ein}} - p_{\text{kav}} - \Delta p, \quad \text{mit} \quad \Delta p = \zeta \frac{l}{d} \frac{\rho u^2}{2}. \quad (8.1)$$

Die Reibung an der Rohrwand wird mit dem Druckverlust Δp beschrieben, wobei der Widerstandsbeiwert ζ von der Reynolds-Zahl der Rohrströmung abhängt, nach [VDI Gesellschaft, 2005]. Die Reynolds-Zahl wird auf den Durchmesser bezogen und lautet: $Re = (ud\rho)/\mu$, wobei μ die dynamische Viskosität des Fluids ist. Unterhalb der kritischen Reynolds-Zahl von 2320 wird von laminarer, oberhalb von turbulenter Strömung ausgegangen. Da in diesem Fall sowohl der Durchmesser als auch die Geschwindigkeit klein sind, ist die Reynolds-Zahl klein, sodass von einer laminaren Strömung ausgegangen werden kann. Für laminare Strömung kann das Hagen-Poiseuillesche Gesetz verwendet werden, mit dem Widerstandsbeiwert $\zeta = 64/Re$.

Die Genauigkeit der Druckverlustberechnung kann weiter verbessert werden, indem für die Übergänge vom Pitot-Rohr in die Kavität und von der Umgebung in das Pitot-Rohr weitere Widerstandsbeiwerte eingefügt werden. Da die betrachteten Pitot-Rohre lang sind, spielen diese Effekte gegenüber der Rohrwandreibung eine untergeordnete Rolle und werden hier vernachlässigt.

Im zweiten Schritt wird die Kavität betrachtet. Für die Massenerhaltung in der Kavität gilt:

$$\rho Au = \frac{d}{dt} (V \rho_k), \quad \text{mit} \quad A = \pi \frac{d^2}{4}, \quad (8.2)$$

wobei ρ_k die Dichte des Fluids in der Kavität bezeichnet.

Sowohl die Dichte des Fluids in der Kavität als auch das Volumen der Kavität können sich über die Zeit ändern. Zudem sind beide Größen vom Druck p_{kav} abhängig:

$$Au = \left(\frac{\rho_k}{\rho} \frac{dV}{dp_{\text{kav}}} + \frac{V}{\rho} \frac{d\rho_k}{dp_{\text{kav}}} \right) \frac{dp_{\text{kav}}}{dt}. \quad (8.3)$$

Unter der Annahme, dass die Druckänderung im Vergleich zum Umgebungsdruck klein ist, ist auch die Dichteänderung klein; ρ_k kann dann in guter Näherung gegen ρ gekürzt werden. Für eine isentrope Zustandsänderung gilt: $pV_s^\kappa = \text{konst.}$, wobei V_s das spezifische Volumen und κ der Isentropenexponent ist. Für Luft bei Raumtemperatur ist κ in guter Näherung 1.4. Der Druck p ist in dieser Rechnung $p = p_0 + p_{\text{kav}}$.

$$Au = \left(\frac{dV}{dp_{\text{kav}}} + \frac{V}{\kappa p} \right) \frac{dp_{\text{kav}}}{dt} \approx C \frac{dp_{\text{kav}}}{dt} \quad \text{mit} \quad C = \frac{dV}{dp_{\text{kav}}} + \frac{V}{\kappa p_0} = \text{konst.} \quad (8.4)$$

Da die Druckänderungen klein gegenüber dem Umgebungsdruck p_0 sind, kann die fluidische Kapazität C als konstant angenommen werden.

Durch Einsetzen der Gleichung (8.4) in (8.1) und anschließende Laplace-Transformation ergibt sich schließlich eine Übertragungsfunktion zweiter Ordnung für das Verhältnis vom Eingangsdruck zum gemessenen Druck.

$$G_{\text{pitot}}(s) = \frac{p_{\text{kav}}(s)}{p_{\text{ein}}(s)} = \frac{1}{1 + k_1 \frac{C}{A} s + l \rho \frac{C}{A} s^2}, \quad \text{mit} \quad A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2, \quad \text{und} \quad k_1 = \frac{32\mu l}{d^2}. \quad (8.5)$$

Für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Differenzdrucksensoren ist das Volumen der angeschlossenen Kammer $V=155 \text{ mm}^3$. Zur Steifigkeit der Membran gibt es keine genauen Angaben. Laut Hersteller ist die maximale Volumenänderung kleiner als 0.1% des Gesamtvolumens. Bereits dieser Wert ist sehr klein und hat nur wenig Einfluss auf die fluidische Kapazität. Da keine genaueren Angaben vorliegen, wird die Volumenänderung durch die Membran für die Berechnungen zu null angenommen.

8.2 Herleitung des Druckverlustbeiwertes für eine Statorkaskade

Diese Herleitung orientiert sich an dem Buch von [Greitzer u. a., 2004].

Der Druckverlustbeiwert soll die Verluste einer Kaskadenströmung durch einen skalaren Wert beschreiben.

Es wird angenommen, dass die Anströmung der Statorkaskade homogen ist. In der Austrittsebene hinter den Statorschaufeln ist die Strömung durch die Nachlaufdüsen jedoch nicht mehr homogen, vergleiche Abbildung 1.2. Der Druckverlustbeiwert wird hier für eine Statorkaskade ohne aktive Strömungskontrolle, das heißt ohne zusätzliche Drucklufteinblasung über Aktuatoren hergeleitet. Wie diese Kennzahl angepasst werden kann, wenn Drucklufteinblasung zusätzlich aktiv ist, wird im Abschnitt 3.3.2 behandelt.

Die spezifische Entropie wird mit s bezeichnet. Wie sonst ist s_1 die spezifische Entropie in der Eintrittsebene und s_2 die spezifische Entropie in der Austrittsebene der Statorkaskade. Auf Grund der Massenerhaltung ist das Integral des Massenstroms der Eintrittsebene gleich dem Integral des Massenstroms der Austrittsebene einer Passage der Statorkaskade. Die Zunahme des spezifischen Entropiestroms zwischen diesen beiden Querschnitten kann wie folgt berechnet werden:

$$I_s = \frac{\int (s_2 - s_1) d\dot{m}}{\int d\dot{m}} \quad (8.6)$$

Es wird nun davon ausgegangen, dass die Strömungsgeschwindigkeiten klein sind und dass es sich um eine adiabatische Zustandsänderung handelt. Da die Entropie zunimmt, ist der Vorgang jedoch nicht reversibel.

Die Leistung P , die benötigt würde, um den ursprünglichen Zustand wiederherzustellen, ergibt sich zu:

$$P = T_{t,1} \int_{\dot{m}} (s_2 - s_1) d\dot{m} = T_{t,1} \int_{A_2} (s_2 - s_1) \rho_2 u_x dA_2, \quad (8.7)$$

wobei $T_{t,1}$ die Totaltemperatur in der Eintrittsebene bezeichnet. Die Fläche A_2 ist die Fläche einer Passage in der Austrittsebene und die Geschwindigkeit u_x steht senkrecht auf dieser Ebene. Eben diese Leistung, die direkt über die Entropiezunahme beschrieben wird, soll als Maß für die Strömungsverluste der Kaskade dienen.

Der nächste Schritt führt nun die gefundene Definition eines Verlustwertes auf Größen zurück, die in der Kaskade messbar sind. Dafür wird die folgende Form der Gibbs-Gleichung verwendet:

$$dh_t = T_t ds + \frac{1}{\rho_t} dp_t, \quad (8.8)$$

die den Zusammenhang zwischen einer Änderung der Totalenthalpie h_t , der Entropie und dem Totaldruck p_t herstellt. Für stationäre adiabatische Strömungen ist die Totalenthalpie entlang einer Stromlinie konstant. Dies gilt sowohl für reversible als auch für nicht reversible Strömungsvorgänge. Für ein ideales Gas mit der spezifischen Gaskonstante R ergibt sich damit:

$$ds = -\frac{R}{p_t} dp_t \quad (8.9)$$

Über eine Integration entlang einer Stromlinie folgt:

$$s_2 - s_1 = -R \ln \left(\frac{p_{t,2}}{p_{t,1}} \right) \quad (8.10)$$

Anschließendes Einsetzen in die Gleichung (8.7) ergibt:

$$P = -RT_{t,1} \int_{\dot{m}} \ln \left(\frac{p_{t,2}}{p_{t,1}} \right) d\dot{m} \quad (8.11)$$

Wenn $\frac{p_{t,1} - p_{t,2}}{p_{t,1}} \ll 1$ gilt, kann über eine Linearisierung die folgende Näherung angegeben werden:

$$P = \frac{\dot{m}}{\rho_{t,1}} (p_{t,1} - p_{t,2}^M), \quad \text{mit} \quad p_{t,2}^M = \frac{1}{\dot{m}} \int p_{t,2} d\dot{m} \quad (8.12)$$

Diese Darstellung des Leistungs- beziehungsweise Druckverlustes ist in der Strömungsmesstechnik weit verbreitet. Zur besseren Vergleichbarkeit wird zudem häufig nicht der absolute Leistungsverlust, sondern ein dimensionsloser Wert angegeben, wobei hier üblicherweise auf den dynamischen Druck der Anströmung normiert wird:

$$\zeta = \frac{P_{t,1} - P_{t,2}^M}{P_{t,1} - P_{s,1}}. \quad (8.13)$$

Die getroffenen Annahmen beschränken diese Definition auf einen Bereich, in dem die Änderungen des Totaldruck bezogen auf den mittleren Totaldruck klein sind, siehe auch [Cumpsty und Horlock, 2006]. Auf die Kaskadenströmung übertragen bedeutet dies, dass der hier beschriebene Druckverlustbeiwert nur für kleine Machzahlen angewendet werden sollte, da in diesem Fall der Totaldruck näherungsweise dem Umgebungsdruck entspricht. Für die in der vorliegenden Arbeit verwendete Machzahl von 0.07 ist die beschriebene Definition demnach passend.

8.3 Bewertung der Güte eines Modells

In einem Identifikationsexperiment steht der Messgrößenvektor $\underline{y}(k)$ zu den Messzeitpunkten $k = 1, \dots, N$ zur Verfügung. Das über die Modellidentifikation erhaltene Modell liefert für diesen Zeitraum die Schätzungen $\hat{y}(k)$.

Als Maß für die Güte des Modells wird die euklidische Norm der Differenz aus der Schätzung und der Messung verwendet. Der NRMSE (normalized root mean square error) ist für eine Messgröße y_i des Messgrößenvektors wie folgt definiert:

$$\text{NRMSE}(i) = \frac{\left(\sum_{k=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \right)^{1/2}}{\left(\sum_{k=1}^N \left(y_i - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_i \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (8.14)$$

Dieser Wert ist für eine perfekte Übereinstimmung 0 und nimmt bei Abweichungen entsprechende Werte größer 0 an. Eine übliche Darstellung für die Güte eines Modells bezüglich der Messgröße y_i lautet schließlich:

$$g(i) = 1 - \text{NRMSE}(i). \quad (8.15)$$

8.4 Unsicherheitsbeschreibung der Modellfamilie

Das Gewicht \mathbf{W}_O der dynamischen Unsicherheitsbeschreibung (6.30) lautet für die im Kapitel 6.3 identifizierte Regelstrecke:

$$\mathbf{W}_O(z) = \begin{bmatrix} W_{O,11}(z) & 0 \\ 0 & W_{O,22}(z) \end{bmatrix}, \quad \text{mit} \quad (8.16)$$

$$W_{O,11}(z) = \frac{3.3774z^4 - 4.6278z^3 + 0.6735z^2 + 1.0421z - 0.3642}{z^4 - 0.9760z^3 - 0.0314z^2 + 0.3853z - 0.1967},$$

$$W_{O,22}(z) = \frac{3.4525z^4 - 9.5386z^3 + 11.0692z^2 - 7.0131z + 2.0431}{z^4 - 2.5123z^3 + 2.6682z^2 - 1.5182z + 0.3826}.$$

Literatur

- Ahn, H.-S., K. L. Moore und Y. Chen (2007): *Iterative Learning Control, Robustness and Monotonic Convergence for Interval Systems*. Hrsg. E. Sontag, M. Thoma, A. Isidori und J. van Schuppen. Springer-Verlag, London.
- Banaszuk, A., S. Naraynan und Y. Zhang (2003): „Adaptive Control of Flow Separation in a Planar Diffuser“. In: *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. AIAA 2003-0617.
- Barlow, J. W., W. H. Rae und A. Pope (1999): *Low-Speed Wind Tunnel Testing*. John Wiley & Sons, New York.
- Barlow, R. (1989): *A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences*. John Wiley & Sons, New York.
- Bar-Shalom, Y., X.-R. Li und T. Kirubarajan (2001): *Estimation with Applications to Tracking and Navigation. Theory, Algorithms, and Software*. John Wiley & Sons, New York.
- Becker, R. (2006): „Robuste Eingrößenregelung von aktiv beeinflussten, abgelösten Scherströmungen auf der Basis reduzierter, empirischer Modelle“. In: *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8*. VDI-Verlag, Düsseldorf.
- Bergh, H. und H. Tijdeman (1965): *Theoretical and experimental results for the dynamic response of pressure measuring systems*. Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium.
- Bergmann, M., L. Cordier und J.-P. Brancher (2007): „Drag Minimization of the Cylinder Wake by Trust-Region Proper Orthogonal Decomposition“. In: *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design* Bd. 95, S. 309–324.
- Borgoltz, A., W. Devenport und E. Craig (2006): „Space-Time Correlations and Trailing Edge Flow Structure in Fan-Blade Wakes with Trailing Edge Blowing“. In: *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*. AIAA 2006-2480.
- Bräunling, W. J. (2015): *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, ideale und reale Kreisprozesse, Thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Briat, C., O. Sename und J. F. Lafay (2009): „Delay-scheduled state-feedback design for time-delay systems with time-varying delays—A LPV approach“. In: *Systems & Control Letters* Bd. 58, Nr. 9, S. 664–671.
- Bright, M. M., D. E. Culley, E. P. Braunscheidel und G. E. Welch (2005): „Closed Loop Active Flow Separation Detection and Control in a Multistage Compressor“. In: *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. AIAA-2005-0849.

- Bristow, D. A., M. Tharayil und A. G. Alleyne (2006): „A Survey of Iterative Learning Control“. In: *IEEE Control Systems* Bd. 26, Nr. 3, S. 96–114.
- Brookfield, J. M. und I. A. Waitz (2000): „Trailing-Edge Blowing for Reduction of Turbomachinery Fan Noise“. In: *Journal of Propulsion and Power* Bd. 16, S. 57–64.
- Brunton, S. L. und B. R. Noack (2015): „Closed-loop turbulence control: Progress and challenges“. In: *Applied Mechanics Reviews* Bd. 67, Nr. 5, S. 050801-1–48.
- Camacho, E. F. und C. Bordons (2007): *Model Predictive Control, Second Edition*. Springer, London.
- Catalano, P., M. Wang, G. Iaccarino und I. F. Sbalzarini (2002): „Optimization of cylinder flow control via actuators with zero net mass flux“. In: *Center for Turbulence Research, Proceedings of the Summer Program, Stanford, California*, S. 297–303.
- Chen, Y. und C. Wen (1999): *Iterative Learning Control. Convergence, Robustness and Applications*. Hrsg. M. Thoma. Bd. 248. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, London.
- Culley, D. E., M. M. Bright, P. S. Prahst und A. J. Strazisar (2004): „Active Flow Separation Control of a Stator Vane Using Embedded Injection in a Multistage Compressor Experiment“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 126, Nr. 1, S. 24–34.
- Cumpsty, N. A. und J. H. Horlock (2006): „Averaging nonuniform flow for a purpose“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 128, Nr. 1, S. 120–129.
- Fernholz, H. H. (1965): *Zur Umlenkung von Freistrahlen an konvex gekrümmten Wänden (Coanda-Effekt)*. Zentralstelle für Luftferndokumentation und -information (ZLDI), München.
- Ferreau, H., H. Bock und M. Diehl (2008): „An online active set strategy to overcome the limitations of explicit MPC“. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* Bd. 18, Nr. 8, S. 816–830.
- Ferreau, H., C. Kirches, A. Potschka, H. Bock und M. Diehl (2014): „qpOASES: A parametric active-set algorithm for quadratic programming“. In: *Mathematical Programming Computation* Bd. 6, Nr. 4, S. 327–363.
- Figliola, R. und D. Beasley (2015): *Theory and Design for Mechanical Measurements*. John Wiley & Sons, New York.
- Föllinger, O., U. Konigorski, B. Lohmann, G. Roppenecker und A. Trächtler (2016): *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. VDE-Verlag, Berlin.
- Fujisawa, N. und G. Takeda (2003): „Flow control around a circular cylinder by internal acoustic excitation“. In: *Journal of Fluids and Structures* Bd. 17, Nr. 7, S. 903–913.
- Gad-el-Hak, M. (2007): *Flow control: passive, active, and reactive flow management*. Cambridge University Press.

- Glover, K. (1984): „All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L^∞ -error bounds“. In: *International Journal of Control* Bd. 39, Nr. 6, S. 1115–1193.
- Gray, J. A. T., J. Vinkeloe, J. Moeck, C. O. Paschereit, P. Stathopoulos, P. Berndt und R. Klein (2016): „Thermodynamic Evaluation of Pulse Detonation Combustion for Gas Turbine Power Cycles“. In: *ASME Turbo Expo 2016*. GT2016-57813.
- Gray, J. A., J. P. Moeck und C. O. Paschereit (2015): „Effect of initial flow velocity on the flame propagation in obstructed channels“. In: *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*. AIAA 2015-1351.
- Greitzer, E., C. Tan und M. Graf (2004): *Internal Flow, Concepts and Applications*. Cambridge University Press.
- Gunnarsson, S. und M. Norrlöf (2001): „On the design of ILC algorithms using optimization“. In: *Automatica* Bd. 37, Nr. 12, S. 2011–2016.
- Hammer, S., J. Peter, P. U. Thamsen, R. Meyer, D. T. Phan und R. Liebich (2015): „Adaptive Blade Systems for Increased Operating Range of a Turbomachine“. In: *ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2015*. AJK2015-140762.
- Hecklau, M., C. Gmelin, W. Nitsche, F. Thiele, A. Huppertz und M. Swoboda (2011): „Experimental and numerical results of active flow control on a highly loaded stator cascade“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy* Bd. 225, Nr. 7, S. 907–918.
- Hecklau, M., V. Zander, I. Peltzer, W. Nitsche, A. Huppertz und M. Swoboda (2010): „Experimental AFC Approaches on a Highly Loaded Compressor Cascade“. In: *Active Flow Control II*. Bd. 108. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer, Berlin Heidelberg, S. 171–186.
- Henning, L. und R. King (2005): „Drag reduction by closed-loop control of a separated flow over a bluff body with a blunt trailing edge“. In: *44th IEEE Conference on Decision and Control, Seville, Spain*, S. 494–499.
- Hergt, A., R. Meyer und K. Engel (2013): „Effects of Vortex Generator Application on the Performance of a Compressor Cascade“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 135, S. 021027-1–10.
- Hucho, W. (2012): *Aerodynamik der stumpfen Körper: Physikalische Grundlagen und Anwendungen in der Praxis*. Springer Fachmedien, Wiesbaden.
- Isermann, R. (2013): *Identifikation Dynamischer Systeme 1: Grundlegende Methoden*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Jolliffe, I. T. (2002): *Principal Component Analysis, Second Edition*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Kalman, R. E. (1960): „A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems“. In: *Journal of Basic Engineering* Bd. 82, Nr. 1, S. 35–45.

- Kang, S. und C. Hirsch (1991): „Three dimensional flow in a linear compressor cascade at design conditions“. In: *ASME 1991 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*. 91-GT-114.
- Keyser, R. M. D. (1991): „Basic Principles of Model Predictive Control“. In: *European Control Conference 1991*. Bd. 2, S. 1753–1758.
- Kiesner, M. und R. King (2015): „Closed-loop active flow control of the wake of a compressor blade by trailing-edge blowing“. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2015*. GT2015-42008.
- Kiesner, M. und R. King (2017): „Multivariable Closed-Loop Active Flow Control of a Compressor Stator Cascade“. In: *AIAA Journal* Bd. 55, Nr. 10, S. 3371–3380.
- King, R., Hrsg. (2010): *Active Flow Control II*. Rudibert King. Bd. 108. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer, Berlin Heidelberg.
- Kohlhaas, M. und T. Carolus (2012): „Trailing Edge Blowing for Reduction of Rotor-Stator Interaction Noise: Criteria, Design and Measurements“. In: *14th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*. ISROMAC-14, Honolulu (USA).
- Kothare, M. V., V. Balakrishnan und M. Morari (1996): „Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities“. In: *Automatica* Bd. 32, Nr. 10, S. 1361–1379.
- Kozak, J. D. (2000): „Investigation of Inlet Guide Vane Wakes in a F109 Turbofan Engine with and without Flow Control“. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Langston, L. (2001): „Secondary Flow in Axial Turbines - A Review“. In: *Annals of the New York Academy of Sciences* Bd. 934, S. 11–26.
- Lechner, C. und J. Seume (2010): *Stationäre Gasturbinen*. VDI-Buch. Springer, Berlin Heidelberg.
- Lee, J. H., S. Natarajan und K. S. Lee (2001): „A model-based predictive control approach to repetitive control of continuous processes with periodic operations“. In: *Journal of Process Control* Bd. 11, Nr. 2, S. 195–207.
- Lee, S.-J., H.-C. Lim, M. Han und S. S. Lee (2005): „Flow control of circular cylinder with a V-grooved micro-riblet film“. In: *Fluid Dynamics Research* Bd. 37, Nr. 4, S. 246–266.
- León, F. P. und U. Kiencke (2012): *Messtechnik: Systemtheorie für Ingenieure und Informatiker*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Levine, W. S. (2010): *The Control Systems Handbook, Second Edition: Control System Advanced Methods*. CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Lieblein, S., F. C. Schwenk und R. L. Broderick (1953): *Diffusion factor for estimating losses and limiting blade loadings in axial-flow-compressor blade elements*. National Advisory Committee for Aeronautics, Washington.

- Littlewood, R. P. und M. A. Passmore (2012): „Aerodynamic drag reduction of a simplified squareback vehicle using steady blowing“. In: *Experiments in fluids* Bd. 53, Nr. 2, S. 519–529.
- Ljung, L. (1999): *System Identification: Theory for the User (2nd Edition)*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Luenberger, D. (1966): „Observers for multivariable systems“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* Bd. 11, Nr. 2, S. 190–197.
- Lunze, J. (2010): *Regelungstechnik 2, Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 6. Auflage. Springer, Berlin Heidelberg.
- Mailach, R., I. Lehmann und K. Vogeler (2008): „Periodical Unsteady Flow Within a Rotor Blade Row of an Axial Compressor-Part I: Flow Field at Midspan“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 130, Nr. 4, S. 041004-1–11.
- MATLAB (2014a): *Robust Control Toolbox, Release 2014a*. The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- MATLAB (2014b): *System Identification Toolbox, Release 2014a*. The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- Mayne, D., J. Rawlings, C. Rao und P. Scokaert (2000): „Constrained model predictive control: Stability and optimality“. In: *Automatica* Bd. 36, Nr. 6, S. 789–814.
- Muminovic, R., N. Werner, J. Pfeiffer und R. King (2010): „Drag Reduction of Two 2-D Bluff Bodies in a Tandem Arrangement Through Robust Model Predictive Control“. In: *Fluid Dynamics and Co-located Conferences*. AIAA 2010-4835.
- Nerger, D. (2009): *Aktive Strömungsbeeinflussung in ebenen Statorgittern hoher aerodynamischer Belastung durch Ausblasen*. Shaker, Aachen.
- Nerger, D., H. Saathoff, R. Radespiel, V. Gümmer und C. Clemen (2012): „Experimental Investigation of Endwall and Suction Side Blowing in a Highly Loaded Compressor Stator Cascade“. In: *ASME, Journal of Turbomachinery* Bd. 134, S. 021010-1–12.
- Ng, J. H., J.-M. Li, Y. Cui und T. Lim (2013): „Active Flow Control on a Circular Cylinder via Streamwise-oriented Dielectric Barrier Discharge Plasma Actuators“. In: *Aerospace Sciences Meetings*. AIAA 2013-0349.
- Nitsche, W. und A. Brunn (2006): *Strömungsmesstechnik*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Owens, D. H. (2012): „Multivariable norm optimal and parameter optimal iterative learning control: a unified formulation“. In: *International Journal of Control* Bd. 85, Nr. 8, S. 1010–1025.
- Park, J.-K. und C.-H. Choi (1995): „Dynamic compensation method for multivariable control systems with saturating actuators“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* Bd. 40, Nr. 9, S. 1635–1640.

- Pfeiffer, J. und R. King (2012): „Multivariable Closed-Loop Flow Control of Drag and Yaw Moment for a 3D Bluff Body“. In: *6th AIAA Flow Control Conference, Fluid Dynamics and Co-located Conferences*. AIAA 2012-2802.
- Pfeiffer, J. und R. King (2014): „Linear parameter-varying active flow control for a 3D bluff body exposed to cross-wind gusts“. In: *32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference*. AIAA 2014-2406.
- Press, W. H. (1992): *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 4. Cambridge University Press.
- Rawlings, J. B. und D. Q. Mayne (2013): *Model Predictive Control: Theory and Design*. Nob Hill Publishing, Madison WI.
- Rick, H. (2014): *Gasturbinen und Flugantriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten und Simulation*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Rudenko, A., H. P. Monner und M. Rose (2014): „A Process Chain for Structural Optimization of a Smart Droop Nose for an Active Blown High Lift System“. In: *22nd AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference*. AIAA SciTech Forum. AIAA 2014-1414.
- Schäpel, J.-S., T. G. Reichel, R. Klein, C. O. Paschereit und R. King (2016): „Online Optimization Applied to a Shockless Explosion Combustor“. In: *Processes* Bd. 4, Nr. 4, S. 48-1-13.
- Schlichting, H., E. Krause, K. Gersten und H. J. Oertel (2006): *Grenzschicht-Theorie*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Schulz, G. (2008): *Regelungstechnik 2: Mehrgrößenregelung, Digitale Regelungstechnik, Fuzzy-Regelung*. De Gruyter, Berlin.
- Semaan, R., P. Kumar, M. Burnazzi, G. Tissot, L. Cordier und B. R. Noack (2016): „Reduced-order modelling of the flow around a high-lift configuration with unsteady Coanda blowing“. In: *Journal of Fluid Mechanics* Bd. 800, S. 72-110.
- Skogestad, S. und I. Postlethwaite (2005): *Multivariable Feedback Control, Analysis and Design (2nd Edition)*. John Wiley & Sons, New York.
- Staats, M. und W. Nitsche (2015): „Active Control of the Corner Separation on a Highly Loaded Compressor Cascade With Periodic Nonsteady Boundary Conditions by Means of Fluidic Actuators“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 138, Nr. 3, S. 031004-1-9.
- Staats, M., W. Nitsche und I. Peltzer (2014): „Active Flow Control on a Highly Loaded Compressor Cascade with Non-steady Boundary Conditions“. In: *Active Flow and Combustion Control 2014*. Hrsg. R. King. Bd. 127. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer, Berlin Heidelberg, S. 23-37.
- Staats, M., S. J. Steinberg, R. King und W. Nitsche (2015): „Closed-Loop Active Flow Control of a non-steady Flowfield in a Highly Loaded Compressor Cascade“. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2015, September 22-24, Rostock, Germany*.

- Steinberg, S. J., R. King, M. Staats und W. Nitsche (2016): „Constrained Repetitive Model Predictive Control Applied to an Unsteady Compressor Stator Vane Flow“. In: *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. GT2016-56002.
- Steinberg, S. J., M. Staats, W. Nitsche und R. King (2015): „Iterative Learning Active Flow Control Applied to a Compressor Stator Cascade With Periodic Disturbances“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 137, Nr. 11, S. 11003-1–8.
- Stoica, P. und R. L. Moses (2005): *Spectral analysis of signals*. Bd. 452. Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, New Jersey.
- Tavakoli, S., I. Griffin und P. Fleming (2004): „An Overview of Compressor Instabilities: Basic Concepts and Control“. In: *16th IFAC Automatic Control in Aerospace, Saint-Petersburg, Russia* Bd. 37, Nr. 6, S. 523–528.
- Truckenbrodt, E. A. (2008): *Fluidmechanik: Band 2: Elementare Strömungsvorgänge dichteänderlicher Fluide sowie Potential- und Grenzschichtströmungen*. Klassiker der Technik. Springer, Berlin Heidelberg.
- Unbehauen, H. (2008): *Regelungstechnik I, Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme*. 15. Auflage. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden.
- VDI Gesellschaft (2005): *VDI-Wärmeatlas*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Vorreiter, A., S. Fischer, H. Saathoff, R. Radespiel und J. R. Seume (2012): „Numerical Investigations of the Efficiency of Circulation Control in a Compressor Stator“. In: *ASME, Journal of Turbomachinery* Bd. 134, S. 021012-1–11.
- Wang, J., C. Wang und H. Gao (2004): „Robust H_∞ Filtering for LPV Discrete-Time State-Delayed Systems“. In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. Bd. 5, S. 3974–3979.
- Wang, L. (2009): *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. Advances in Industrial Control. Springer, London.
- Wiederhold, O. (2010): „Regelung abgelöster Strömungen in hoch belasteten Turbomaschinen“. Dissertation, Technische Universität Berlin.
- Wintenberger, E. und J. E. Shepherd (2004): „Thermodynamic Analysis of Combustion Processes for Propulsion Systems“. In: *42nd AIAA Aerospace Sciences*. AIAA 2004-1033.
- Wintenberger, E. und J. E. Shepherd (2006): „Thermodynamic Cycle Analysis for Propagating Detonations“. In: *Journal of Propulsion and Power* Bd. 22, Nr. 3, S. 694–698.
- Wo, A. M., A. C. Lo und W. C. Chang (2002): „Flow Control via Rotor Trailing Edge Blowing in Rotor/Stator Axial Compressor“. In: *Journal of Propulsion and Power* Bd. 18, Nr. 1, S. 93–99.
- Zander, V., C. Dobriloff, M. Lumpe und W. Nitsche (2013): „Wall Shear Stress Measurements on a Highly Loaded Compressor Cascade“. In: *Journal of Turbomachinery* Bd. 135, Nr. 1, S. 011020-1–8.