

Nachweisverfahren für historische Stützen aus Grauguss

von Diplom-Ingenieur
Stefan Heyde
aus Zossen

von der Fakultät VI
– Planen Bauen Umwelt –
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften
– Dr.-Ing. –
genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Y. Petryna
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. J. Lindner
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. K. Geißler

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 6. Juli 2007

Berlin 2008
D 83

Zusammenfassung

Für historische Gussstützen, die vielfach noch in alten Gebäuden aus der Zeit um 1900 zu finden sind, gibt es derzeit keine gültige Norm, nach der die Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Stabilität nachgewiesen werden kann. In den heute nicht mehr gültigen Regelwerken aus Anfang und Mitte des 20. Jahrhunderts erfolgte der Nachweis über eine globale Begrenzung der maximalen Druckspannungen, womit alle traglastmindernden Einflüsse abgedeckt waren. Es ist aber bekannt, dass Materialeigenschaften und Geometrie der Stützen einer großen Streuung unterliegen und daher für eine realistische Bestimmung der Tragfähigkeit beide Einflussgrößen individuell zu berücksichtigen sind. Zudem sind bislang keine Maßnahmen strukturiert untersucht worden, die Tragfähigkeit von Gussstützen nachträglich zu verbessern.

Zur Klärung der Fragen wurden Traglastversuche durchgeführt, in denen Gussstützen und mit selbstverdichtendem Beton ausbetonierte Gussstützen planmäßig exzentrisch belastet wurden. Die zwischen Beton und innerer Oberfläche der Gussstütze ansetzbare Verbundspannung wurde vorab anhand von Push-Out-Versuchen bestimmt.

Für die Nachrechnung der Versuche wurde ein detailliertes FEM-Volumenmodell verwendet, in dem die reale Geometrie der Stützen berücksichtigt wurde. Die Materialarbeitslinien wurden anhand der aus Druck- und Zugproben gewonnenen Spannungs-Dehnungsbeziehungen exakt berücksichtigt. Die Berechnung erfolgte damit geometrisch und materiell nichtlinear. Anhand der guten Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung konnte gezeigt werden, dass durch das FEM-Modell und die gewählten Randbedingungen eine realistische Simulation des Tragverhaltens erfolgen kann.

Um allgemeingültigere Aussagen zum Tragverhalten zu bekommen, wurden auf Grundlage dieses kalibrierten Rechenmodells Parameterrechnungen für zentrisch und exzentrisch gedrückte Stützen und ausbetonierte Stützen durchgeführt und die Ergebnisse in dimensionslosen Tragspannungsdiagrammen aufgetragen. Für unterschiedliche Lagerungs- und Belastungsbedingungen konnten Abminderungsfaktoren hergeleitet werden, die diese Fälle auf den Fall der zentrisch belasteten Stütze zurückführen beziehungsweise die vereinfachte Berechnung im Format eines Ersatzstabverfahrens ermöglichen. Durch eine statistische Auswertung der verfügbaren Material- und Geometrieparameter konnte zusätzlich die Größe des anzusetzenden Teilsicherheitsbeiwerts festgelegt werden.

Ebenso konnte prinzipiell gezeigt werden, welche Auswirkung das Ausbetonieren auf die Traglast der Stützen hat. Durch die Untersuchungen wurde aber auch deutlich, dass eine vereinfachte Behandlung der ausbetonierten Gussstützen nach den aktuellen Regelwerken für den Verbundbau nicht möglich ist.

Historische Gussstützen sind Unikate. Trotzdem soll durch diese Arbeit ein Beitrag dazu geleistet werden, die Nachweispraxis für solche Stützen aus Sicht des Ingenieurs zu vereinheitlichen und damit zu vereinfachen.

Abstract

For historical cast iron columns which are still often found in old buildings from the time around 1900, there is currently no up to date code or practice available to determine the load-carrying capacity considering stability effects. In older rules global limitations of stress for compression due to working loads were used to cover all effects reducing the capacity of these columns. However, it's known that the greatly varying material properties and the actual imperfect geometry of the columns would need to be taken into consideration for a realistic determination of the load-carrying capacity. Besides up to now, no investigations have been conducted to improve the load-carrying capacity of cast iron columns retrospectively.

To clarify these questions tests were made with eccentrically loaded cast iron columns and concrete filled cast iron columns. Additionally the shear connection between the concrete and the internal surface of the column was determined by push-out tests.

A detailed FEM model with three-dimensional elements was used to confirm the tests taking into account the real geometry and the specific material behaviour. These calculations have been performed geometrically and materially nonlinear. Because of the good correspondence between tests and results of the calculations it was possible to show that the calculation model provides a realistic simulation of the real behaviour.

To get more general valid estimates of the load-carrying capacity, various parameters were investigated using this calibrated FEM model. The results were shown in nondimensional diagrams. For different bearing conditions and loadings, it was possible to determine coefficients which can be applied to the basic case of the centrally loaded column. With these coefficients it is possible to treat this columns in the form of the well-known interaction formulae for beam-columns. Furthermore a partial safety factor was determined by statistical evaluation of the available measurement data.

In principle it was also possible to show which consequences the concreting has on the load-carrying capacity of the cast iron columns. However, it also became clear that a simplified treatment of the concreted cast iron columns is not possible according to the modern design rules for composite structures.

Historical cast iron columns are unique structural members. Nevertheless, it is aimed to standardise and simplify the design of these members with this work from the point of view of the structural engineer.

Danksagung

Während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Stahlbau, später Metall- und Leichtbau, der Technischen Universität Berlin habe ich viele Kolleginnen und Kollegen kennen und schätzen gelernt, die mich bei dieser Arbeit in vielfältiger Weise unterstützt haben, wofür ich mich bei allen herzlich bedanken will.

In besonderer Weise möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Lindner danken, der nicht nur die Anregung zu dem Thema der Dissertation gegeben sondern auch durch stete Unterstützung, fachliche Begleitung und kritische Diskussion die Arbeit gefördert und erheblich zu meiner beruflichen Entwicklung beigetragen hat.

Mein ausdrücklicher Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Geißler für die Übernahme des zweiten Gutachtens, die zahlreichen fachlichen Gespräche zum Thema und darüber hinaus und die dadurch entstandenen Perspektiven für eine weitere Zusammenarbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Y. Petryna danke ich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses sowie für die wertvollen Hinweise, insbesondere zu den FEM-Berechnungen.

Bedanken will ich mich weiterhin bei meinen Kolleginnen Frau Dr.-Ing. Gläßer, Frau Dr.-Ing. Pieplow und Frau Theuer sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Bamm, meinen Kollegen Herrn Dr.-Ing. Rusch, Herrn Dr.-Ing. Holberndt, Herrn Dipl.-Ing. Seidel, Herrn Dipl.-Ing. Glitsch, Herrn Dipl.-Ing. Gehlhaar, Herrn Dipl.-Ing. Reich und Herrn Dipl.-Ing. Wenke, die am Fachgebiet meine Arbeit begleitet und durch Diskussion, Anregungen und ein angenehmes Arbeitsklima ebenfalls sehr zum Gelingen beigetragen haben.

Die Konzeption und Durchführung der Versuche wäre ohne die tatkräftige Mithilfe meines studentischen Mitarbeiters, Herrn Klüsener, meines Diplomanden, Herrn Diercksen, sowie Herrn Fröhlich und Herrn Schmidts aus der Werkstatt nicht umsetzbar gewesen, wofür ich mich bei ihnen sehr bedanke.

Herrn Dr.-Ing. Röder danke ich besonders für die Korrektur des Manuskripts und die zahlreichen „Flurgespräche“, die mir über manche Klippe hinweg geholfen haben.

Es ist mir bewusst, dass die liebevolle und vor allem nimmermüde Unterstützung durch meine Frau und meine Söhne vieles in der vergangenen Zeit überhaupt erst möglich gemacht hat, wofür ich ihnen von ganzem Herzen dankbar bin.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Einführung | 1 |
| 1.1 Zielstellung | 1 |
| 1.2 Abgrenzung | 3 |
| 2 Stand des Wissens und der Forschung | 5 |
| 2.1 Allgemeines | 5 |
| 2.2 Werkstoffkundliche Grundlagen von Gusseisen mit Lamellengrafit | 6 |
| 2.3 Geometrie historischer Gussstützen | 9 |
| 2.4 Geometrische Imperfektionen | 10 |
| 2.5 Strukturelle Imperfektionen | 12 |
| 2.6 Entwicklung der Berechnungsverfahren für Gussstützen | 13 |
| 2.7 Normative Regelungen für Gussstützen | 16 |
| 2.8 Ergebnisse neuerer Untersuchungen | 17 |
| 2.8.1 Arbeiten von <i>Käpplein</i> | 17 |
| 2.8.2 Arbeiten von <i>König</i> | 19 |
| 2.8.3 Arbeiten von <i>Rondal</i> und <i>Rasmussen</i> | 22 |
| 2.9 Push-Out-Versuche | 25 |
| 2.9.1 Übersicht über durchgeführte Versuche | 25 |
| 2.9.2 Grenzwerte für die Verbundspannung in den Normen | 27 |
| 3 Experimentelle Untersuchungen | 29 |
| 3.1 Allgemeines | 29 |
| 3.2 Aufnahme der Geometrie | 29 |
| 3.3 Messung von Imperfektionen | 32 |
| 3.4 Materialkennwerte | 34 |
| 3.4.1 Experimentelle Bestimmung der Druck- und Zugfestigkeit | 34 |
| 3.4.2 Härtmessungen | 36 |
| 3.5 Bestimmung der Verbundspannung zwischen Gusseisen und Beton | 38 |
| 3.5.1 Allgemeines | 38 |
| 3.5.2 Versuchsaufbau | 39 |
| 3.5.3 Auswertung | 43 |
| 3.6 Großversuche | 48 |
| 3.6.1 Allgemeines | 48 |
| 3.6.2 Versuchsaufbau | 49 |
| 3.6.3 Versuche an nicht ausbetonierten Hohlprofilen | 51 |
| 3.6.4 Versuche an ausbetonierten Hohlprofilen | 52 |
| 3.6.5 Auswertung der Großversuche | 54 |

| | |
|--|------------|
| 4 Rechnerische Untersuchungen | 58 |
| 4.1 Allgemeines | 58 |
| 4.2 Das Materialmodell | 60 |
| 4.3 Rechnerische Arbeitslinien des Materials | 63 |
| 4.4 Modellierung und Berechnungsparameter | 68 |
| 4.5 Kontrollrechnung zur Anpassung der Materialarbeitslinie | 69 |
| 4.6 Nachrechnung von Versuchen | 72 |
| 4.6.1 Versuche von Käpplein | 72 |
| 4.6.2 Eigene Versuche: Gussstützen unter exzentrischem Druck | 76 |
| 4.6.3 Eigene Versuche: Betongefullte Gussstützen unter exzentrischer Druckbeanspruchung | 81 |
| 5 Parameterstudie | 88 |
| 5.1 Allgemeines | 88 |
| 5.2 Zentrischer Druck | 93 |
| 5.2.1 Einfluss des Materials | 93 |
| 5.2.2 Der Einfluss der Elementwahl | 100 |
| 5.2.3 Der Einfluss der Querschnittsmodellierung | 102 |
| 5.2.4 Der Einfluss des t/D_a -Verhältnisses | 104 |
| 5.2.5 Einfluss der Vorkrümmung | 106 |
| 5.2.6 Einfluss der Lagerungsbedingung | 109 |
| 5.2.7 Vergleich der Tragspannungskurven mit Ergebnissen aus der Literatur | 113 |
| 5.3 Einseitig exzentrischer Druck | 116 |
| 5.4 Zweiseitig exzentrischer Druck | 123 |
| 5.5 Zentrisch belastete Stützen mit Betonkern | 129 |
| 6 Auswertung | 135 |
| 6.1 Normierte Tragspannungslinien | 135 |
| 6.1.1 Zentrischer Druck | 135 |
| 6.1.2 Ein- oder zweiseitig exzentrischer Druck | 138 |
| 6.1.3 Interaktionsnachweis für den Lastfall einseitig exzentrischer Druck | 138 |
| 6.2 Ertüchtigung von Gussstützen durch Ausbetonieren | 143 |
| 6.3 Statistische Auswertung zur Festlegung eines materialeseitigen Teilsicherheitsbeiwerts | 145 |
| 6.3.1 Allgemeines | 145 |
| 6.3.2 Berechnungsmodell nach DIN EN 1990, Annex D | 145 |
| 6.3.3 Statistische Angaben zu den Materialparametern von historischem Gusseisen | 148 |
| 6.3.4 Ergebnisse der statistischen Berechnungen | 150 |
| 7 Zusammenfassung | 155 |
| 8 Ausblick | 158 |
| Literaturverzeichnis | 159 |
| A Daten zu den Versuchen | 166 |

| | | |
|----------|---|------------|
| A.1 | Kraft-Verschiebungsdiagramme für die Push-Out-Versuche | 166 |
| A.2 | Geometrie der Gussstützen | 168 |
| B | Daten und Tabellen | 172 |
| B.1 | Materialmodelle der Parameterstudie für die Verwendung in ANSYS | 172 |
| B.1.1 | Material 1: D1 (König) | 172 |
| B.1.2 | Material 2: B1 (Käpplein) | 173 |
| B.1.3 | Material 3: 10 (TU-Berlin) | 173 |
| B.1.4 | Material 4: D2 (König) | 174 |
| B.2 | Tragspannungsdiagramme nach <i>König</i> | 174 |
| B.3 | Tragspannungsdiagramme nach <i>Käpplein</i> | 176 |
| B.4 | Messdaten zur statistischen Auswertung | 176 |
| C | Tragspannungsdiagramme | 178 |
| C.1 | Zentrischer Druck | 178 |
| C.2 | Einseitiges Moment | 179 |
| C.2.1 | Einfluss der äußeren Exzentrizität | 179 |
| C.2.2 | Einfluss der inneren Exzentrizität m | 181 |
| C.2.3 | Einfluss der Materialarbeitslinie | 185 |
| C.2.4 | Abgeleitete Tragspannungskurven | 189 |
| C.3 | Zweiseitiges Moment | 195 |
| C.3.1 | Einfluss der äußeren Exzentrizität | 195 |
| C.3.2 | Einfluss der inneren Exzentrizität m | 198 |
| C.3.3 | Einfluss der Materialarbeitslinie | 202 |
| C.3.4 | Abgeleitete Tragspannungskurven | 205 |

Formelzeichen und Abkürzungen

Nachfolgend sind die wesentlichen in der Arbeit verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen aufgeführt. Zum besseren Verständnis wird in der Regel im Text an den entsprechenden Stellen die Bedeutung nochmals erläutert. Aufgrund der Zitierung verschiedener, zum Teil auch alter Quellen, sind einige Begriffe mit mehreren Abkürzungen oder Formelzeichen belegt.

Lateinische Kleinbuchstaben

| | |
|-------------|--|
| a | Abstand eines Querschnittspunkts zur Schwerachse |
| a, b, c | Variablen |
| e | Exzentrizität |
| f_1 | Anpassungsfaktor |
| f_2 | Anpassungsfaktor |
| f_{cm} | Mittlere Druckfestigkeit des Betons im Alter von 28 Tagen |
| $f_{cm}(t)$ | Mittlere Druckfestigkeit des Betons im Alter von t Tagen |
| f_p | Faktor zur Berücksichtigung der Völligkeit |
| f_{Trag} | Traglastfaktor |
| i | Trägheitsradius |
| k | Kernweite |
| k_i | Variablen mit $i = 1, 2, 3$ |
| m | dimensionsloses Exzentrizitätsmaß für die innere Exzentrizität |
| n | materialabhängiger Exponent |
| p | Völligkeit |
| p_0 | Bezugsvölligkeit |
| s_K | Knicklänge |
| t | Alter des Betons |
| t | Dicke |
| t_m | mittlere Wanddicke |
| t_{max} | maximale Wanddicke |
| t_{min} | minimale Wanddicke |
| v | Versatz des Kerns |
| v_0 | Stich der Vorkrümmung |

Lateinische Großbuchstaben

| | |
|-----------------|--|
| A | Fläche |
| A_c | Fläche des Betonkerns |
| A_{min} | Toleranzbereich |
| D_a | Aussendurchmesser |
| D_i | Innendurchmesser |
| E | E-Modul |
| E_0 | Anfangs-E-Modul von Gusseisen |
| E_{cm} | E-Modul von Beton |
| E_{c0} | Mittlerer E-Modul des Betons als Tangentenmodul im Alter von 28 Tagen |
| $E_{c0}(t)$ | Mittlerer E-Modul des Betons als Tangentenmodul im Alter von t Tagen |
| Exz | Maß für die äußere Lastexzentrizität |
| H_B | Härte nach <i>Brinell</i> |
| I | Trägheitsmoment |
| I_c | Trägheitsmoment des Betonkerns |
| K | Fraktilenfaktor |
| L | Länge |
| L_D | <i>EQUOTIP</i> -Härte nach <i>Leeb</i> |
| M | Biegemoment |
| M_a | Äußeres Moment |
| M_i | Inneres Moment |
| N | Normalkraft |
| $N_{u,e}$ | Traglast im Versuch |
| $N_{u,FEM}$ | Traglast nach FEM-Berechnung |
| $N_{u,Guss}$ | Traglast der Gussstütze |
| $N_{u,Verbund}$ | Traglast der ausbetonierten Gussstütze |
| R_d | Druckfestigkeit des Gusseisens |
| $R_{d0,2}$ | Druckspannung bei einer Dehnung von $\varepsilon = 0,2\%$ |
| $R_{d,90\%}$ | 90 %-Fraktil der Druckfestigkeit |
| R_m | Zugfestigkeit des Gusseisens |
| S | Aussagesicherheit |
| S_C | Sättigungsgrad |
| T | Tangentenmodul im plastischen Bereich |
| T_K | Knickmodul |
| T_u | untere Toleranzgrenze |
| V | Variationskoeffizient |

Griechische Buchstaben

| | |
|------------------------|---|
| α | statistischer Beiwert zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit |
| β | Knicklängebeiwert |
| β | Proportionalitätsfaktor |
| $\beta_{cc}(t)$ | Koeffizient zur Berücksichtigung des Betonalters |
| β_d | Druckfestigkeit von Gusseisen |
| β_b | Biegefestigkeit von Gusseisen |
| β_z | Zugfestigkeit von Gusseisen |
| γ | Statistischer Beiwert zur Bestimmung des Konfidenzbereichs |
| γ | Sicherheitsbeiwert |
| γ_R | Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand |
| ε | Dehnung |
| ε_{cu} | Bruchdehnung des Betons |
| $\varepsilon_{u,d}$ | Bruchdehnung im Druckbereich |
| $\varepsilon_{u,z}$ | Bruchdehnung im Zugbereich |
| κ | Abminderungsfaktor |
| κ | Krümmung |
| λ | Schlankheitsgrad |
| $\bar{\lambda}$ | bezogener Schlankheitsgrad |
| $\bar{\lambda}_{Guss}$ | auf den Gussquerschnitt bezogener Schlankheitsgrad bei ausbetonierten Gussstützen |
| $\bar{\lambda}_{mod}$ | modifizierter bezogener Schlankheitsgrad |
| μ | Querdehnzahl |
| μ | Mittelwert einer Stichprobe |
| σ_i | Hauptspannungen mit $i = 1, 2, 3$ |
| $\sigma_{d,zul}$ | Bemessungsspannung im Druckbereich nach dem Konzept der zulässigen Spannungen |
| σ_{kr} | kritische Spannung, Bemessungsspannung nach dem Konzept der zulässigen Spannungen |
| $\sigma_{v,GH}$ | Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese |
| $\sigma_{v,NH}$ | Vergleichsspannung nach der Normalspannungshypothese |
| $\sigma_{v,SH}$ | Vergleichsspannung nach der Schubspannungshypothese |
| σ_x | Normalspannung in Stützenlängsrichtung |
| $\sigma_{z,zul}$ | Bemessungsspannung im Zugbereich nach dem Konzept der zulässigen Spannungen |
| σ | Standardabweichung einer Stichprobe |
| τ_{max} | Verbundspannung |
| $\tau_{3,5}$ | Verbundspannung bei einer Relativverschiebung von 3,5‰ |
| ρ | Rohdichte |
| χ_c | Abminderungsfaktor für Druckspannungen |
| χ_t | Abminderungsfaktor für Zugspannungen |
| ω | Knickzahl |

Abkürzungen

| | |
|--------|----------------------------------|
| Abb. | Abbildung |
| FEM | Finite-Elemente-Methode |
| GG | Grauguss |
| GH | Gestaltänderungsenergiehypothese |
| i.d.R. | in der Regel |
| NH | Normalspannungshypothese |
| SH | Schubspannungshypothese |
| SVB | Selbstverdichtender Beton |
| z.B. | zum Beispiel |

1 Einführung

1.1 Zielstellung

In Gebäuden und Brücken aus der Zeit um die Jahrhundertwende vom 19. zum 20. Jahrhundert wurden oftmals gusseiserne Stützen, vorwiegend als Hohlprofilstützen, verbaut. Bedingt durch die damaligen Herstellungsmöglichkeiten schwanken die Materialeigenschaften und Geometrien dieser Bauteile sehr stark. Die Geometrien sind infolge der Möglichkeiten bei der Herstellung und des ästhetischen Empfindens der Zeit sehr variantenreich. Oft zieren Kannelierungen den Schaft der Säulen, die Kapitelle und die Basen sind zum Teil ornamentreich ausgeführt. Einige Beispiele dafür sind in Abb. 1.1–1.4 dargestellt. Je nach Einbauort findet man aber auch schlichte zylindrische Säulen vor, die im oberen und unteren Bereich einen vergrößerten Querschnitt aufweisen und zur Lasteinleitung mit Kopf- und Fußplatten versehen sind. Charakteristisch für das historische Gusseisen ist eine geringe Zug- und Biegezugfestigkeit bei verhältnismäßig hoher Druckfestigkeit.

Bei der heutigen Beurteilung solcher Bauteile ergibt sich die Schwierigkeit, dass derzeit keine gültigen normativen Regelungen vorhanden sind die es ermöglichen, die Tragfähigkeit nach modernen Methoden entsprechend dem aktuellen Sicherheitskonzept nachzuweisen. Das ehemals vorhandene Regelwerk DIN 1051: *Berechnungsgrundlagen für Gusseisen im Hochbau* [15] wurde 1969 ersatzlos zurückgezogen. Es basierte auf dem Konzept der zulässigen Spannungen, wie andere, ältere Tabellenwerke (z.B. [103]) auch. Abgesichert wurden die Grenzspannungen durch Versuche und Berechnungen. Im Allgemeinen waren die Ergebnisse auf Grundlage dieser Regelungen konservativ, da einige Einflüsse nur pauschal und auf der sicheren Seite liegend berücksichtigt werden konnten. Der Rückgriff auf Angaben von vor 1900 ist kritisch zu bewerten, da eine wissenschaftlich fundierte Aufbereitung der Berechnungsmethoden und der Materialeigenschaften des Gusseisen erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts erfolgte. Ein Nachweis nach modernen Regelwerken wie z.B. DIN 18 800-2 (1990) [18], DIN V ENV 1993-1-1:1992 [28] oder EN 1993-1-1:2005 [26] ist nicht möglich, da historische Gusswerkstoffe dort nicht mehr aufgenommen sind. Wegen der großen Unterschiede in den Materialeigenschaften und der Herstellung der Bauteile aus historischem Guss ist eine Übertragung der Regelungen für aktuelle Gusswerkstoffe ebenfalls nicht zielführend.

In jüngeren Arbeiten von beispielsweise *Käpplein* [46], *König* [54] sowie *Rondal* und *Rasmussen* [82] wurde die Problematik der historischen Gussstützen wieder aufgegriffen. Schwerpunkt dieser rechnerischen und experimentellen Untersuchungen war zum einen die Erkundung von gusseisernen Stützen und zum anderen die Entwicklung von Bemessungsgleichungen und -hilfen. Dabei wurde bisher nur der Fall der zentrischen Belastung untersucht. Teilweise sind diese Ergebnisse aber in Frage zu stellen, da die Grundlagen und Randbedingungen der Versuche und Berechnungsmethoden nicht genau bekannt sind.



Abb. 1.1: Beispiel Stützenfuß



Abb. 1.2: Beispiel Stützenkapitell



Abb. 1.3: Beispiel Stützenkapitell



Abb. 1.4: Beispiel Stützenkapitell

Für den ebenfalls bedeutenden Fall der exzentrischen Belastung existieren keine aktuellen experimentellen oder rechnerischen Untersuchungen.

Auch sind bislang keine Möglichkeiten geprüft worden, Stützen, für die infolge der aktuellen oder geplanten Belastung keine ausreichende Tragfähigkeit mehr nachgewiesen werden kann, durch geeignete Maßnahmen zu ertüchtigen. Im Falle einer Umnutzung der betreffenden Gebäude und Bauwerke kommt es für die vorhandenen Stützen im Allgemeinen zu einer erhöhten Belastung. Als Resultat dieser gestiegenen Beanspruchung müssen daher, entgegen den Interessen des Denkmalschutzes und der Erhaltung des Bestandes, diese historischen Gussstützen oftmals entfernt und durch Stahl-, Stahlverbund- oder Stahlbetonstützen ersetzt werden.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, ein theoretisch fundiertes und experimentell abgesichertes Nachweisverfahren zu entwickeln, das auf Grundlage von Experimenten und modernen Berechnungsmethoden zuverlässige Aussagen zur Tragfähigkeit historischer gusseiserner Stützen unter verschiedenen Lagerungs- und Belastungsbedingungen ermöglicht. Weiter soll aufgezeigt werden, in welcher Weise sich das Tragverhalten dieser Stützen durch Ausbetonieren verändert.

Auf Grundlage von Versuchen zum Trag- und Verformungsverhalten des Verbundes zwischen Gussmantel und Betonkern und von beidseitig exzentrisch gedrückten Gussstützen, die teilweise ausbetoniert wurden, wurde ein FEM-Modell entwickelt, mit dem das Tragverhalten zutreffend abgebildet werden konnte. Anhand dieses Modells konnte dann der Einfluss der wesentlichen Größen, die für das Tragverhalten relevant sind, untersucht werden. Die Traglastrechnungen wurden sowohl materiell als auch geometrisch nichtlinear durchgeführt.

Als Ergebnis der Untersuchungen wurden dimensionslose Tragspannungsdiagramme für gusseiserne Stützen entwickelt und formelmäßig dargestellt, mit denen eine einfache Bestimmung der Traglast für unterschiedliche Rand- und Belastungsbedingungen möglich ist.

Die Einflüsse des Betonkerns auf das Tragverhalten konnte exemplarisch im Vergleich zur nicht ausbetonierten Stütze aufgezeigt werden.

Zusätzlich wurden einige statistische Betrachtungen vorgenommen, um das entwickelte Verfahren in das Sicherheitskonzept der momentan gültigen DIN-Normen und Eurocodes einzufügen und damit eine sichere und wirtschaftliche Bemessung der Gussstützen unter Berücksichtigung der Belastung, der Randbedingungen und der individuellen Eigenschaften des jeweiligen Bauteils zu ermöglichen.

1.2 Abgrenzung

Als Voraussetzung für eine genauere Untersuchung historischer Bauteile ist die in situ Bestimmung von Materialparametern unumgänglich. Für Bauteile aus Gusseisen sind die gängigen Verfahren dazu in [47, 54, 108] umfangreich erklärt, so dass im Rahmen dieser Arbeit auf eine detaillierte Beschreibung der Vorgänge so weit möglich verzichtet wird.

1 Einführung

Die Problematik der Lasteinleitung von Normalkräften und Momenten ist ebenfalls nicht Gegenstand dieser Arbeit. In der Praxis treten stellenweise Schäden an den Stützenfuß- und Kopfplatten auf die darauf schließen lassen, dass es in diesen Bereichen zu nicht berücksichtigten Spannungskonzentrationen kommt. Bei allen hier angestellten Betrachtungen wird davon ausgegangen, dass der Lasteinleitungsbereich für die Traglast der Stütze nicht maßgebend ist und der Grenzzustand der Tragfähigkeit durch Erreichen der globalen Stabilitätskriterien eintritt.

2 Stand des Wissens und der Forschung

2.1 Allgemeines

Stützen unter Druck oder Druck und Biegung sind stabilitätsgefährdete Bauteile, deren Tragfähigkeit zum Teil deutlich unter der plastischen Querschnittstragfähigkeit liegen kann. Während für die heute üblichen Baustähle und Querschnitte die Problematik der Stabilitätsphänomene durch theoretische und experimentelle Forschung gründlich aufgearbeitet wurde (siehe dazu zum Beispiel *Ježek* [43], *Klöppel* [51, 52], *Bürgermeister et al.* [5, 6], *Roik, Lindner* [59, 80], *Vogel* [106], *Chen* [8] und weitere), ist dies wegen der geringen wirtschaftlichen Relevanz für die Gussstützen nicht erfolgt.

Eine Übertragung der Ergebnisse vom Baustahl auf Gusseisen ist infolge des streng nichtlinearen Materialverhaltens des Gusseisens, auf das später noch näher eingegangen wird, nicht möglich. Auch eine Unterscheidung verschieden definierter Grenzzustände der Tragfähigkeit

- Grenzzustand EL–EL (Schnittgrößenberechnung elastisch, Querschnittsnachweis elastisch),
- Grenzzustand EL–PL (Schnittgrößenberechnung elastisch, Querschnittsnachweis plastisch) und
- Grenzzustand PL–PL (Schnittgrößenberechnung plastisch, Querschnittsnachweis plastisch),

wie sie in [18] und [26] verwendet werden, ist hier nicht praktikabel, da ein vollplastischer Zustand wegen der dazu notwendigen großen Dehnungen nicht eintreten kann. Ein ausgeprägter elastischer Bereich ist ebenfalls nicht vorhanden. Der Grenzzustand der Tragfähigkeit bei gusseisernen Stützen wird, wie noch gezeigt wird, in aller Regel durch ein globales Stabilitätskriterium erreicht, bevor die Druck- oder Zugspannungen die jeweilige Festigkeitsgrenze erreichen. Im Prinzip entspricht das einer Bemessung nach dem Verfahren Plastisch–Plastisch. Als Grundlage dafür müssen die Materialeigenschaften bekannt sein und ein geeignetes Berechnungsverfahren gewählt werden, mit dem die Materialeigenschaften und geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt werden können. Selbst innerhalb eines Gebäudes können die Eigenschaften der Stützen über einen weiten Bereich variieren, so dass für eine genaue Betrachtung eine eingehende Erkundung der Geometrie und des Werkstoffs unumgänglich ist.

2.2 Werkstoffkundliche Grundlagen von Gusseisen mit Lamellengrafit

Gusseisen ist kein in seinen Eigenschaften und seiner Zusammensetzung einheitlicher Werkstoff. Vielmehr ist es als eine Art Oberbegriff für verschiedene Legierungen mit den wesentlichen Bestandteilen Eisen, Kohlenstoff und Silizium zu verstehen [70, 97].

Das Anwendungsspektrum von Gusseisen ist bedeutend größer als nur im Bauwesen. Eine große Rolle spielt es im Maschinen-, Geräte- und Rohrleitungsbau, wo Eigenschaften wie Verschleißwiderstand, hohes Schwingungsdämpfungsvermögen und Korrosionswiderstand von Bedeutung sind. Die geringe Neigung von Gusseisen zur Korrosion wurde zeitweilig bei Gussstützen ebenfalls direkt ausgenutzt, in dem der Brandschutz von Hohlsäulen durch Wasserumlauf verbessert wurde.

Der Gießprozess ermöglicht nahezu alle denkbaren Formen. Dadurch ist es möglich, die Bauteile zu optimieren und dem Kraftfluss entsprechend auszubilden. Hinsichtlich der geplanten Verwendung sind die Eigenschaften durch die Herstellung in einem weiten Bereich steuerbar. Es werden drei Gruppen von Gusseisenwerkstoffen unterschieden:

1. Gusseisen mit Lamellengrafit (*Grauguss*),
2. Gusseisen mit Kugelgrafit (*duktiler oder sphärolitischer Gusseisen*) und
3. Weißes und Hochlegiertes Gusseisen.

Das historische Gusseisen ist der ersten Gruppe zuzuordnen. Von daher wird im Folgenden nur auf die wesentlichen Eigenschaften dieser Gruppe eingegangen.

Neben den für Stahllegierungen typischen Bestandteilen Eisen und Kohlenstoff besteht Gusseisen in seiner chem. Zusammensetzung auch aus einem deutlichen Anteil Silizium sowie Phosphor, Mangan und Schwefel. Um Gusseisen in das Eisen-Kohlenstoff-System einordnen zu können, ist eine Umrechnung der Silizium- und Phosphorbestandteile in einen Sättigungsgrad S_C nach beispielsweise Gl. (2.1) notwendig. Etwas in der Verteilung der Bestandteile abweichende Formulierungen sind ebenfalls üblich (siehe [70, 97]).

$$S_C = \frac{C[\%]}{4,23 - 0,31Si[\%] - 0,33P[\%] + 0,07Mn[\%]} \quad (2.1)$$

mit:

- $S_C = 1$ Erstarrung wie eine reine Eisen-Kohlenstofflegierung
- $S_C < 1$ untereutektische Erstarrung (geeignet für schockartige Hitzebeanspruchungen)
- $S_C > 1$ übereutektische Erstarrung (Gusseisen höherer Festigkeit)

Die üblichen Bestandteile der chem. Zusammensetzung von historischem Gusseisen streuen in einem größeren Bereich. In Tab. 2.1 sind die Anteile der wesentlichen Legierungselemente nach [97] zusammengestellt.

Mit fallendem Kohlenstoffäquivalent nimmt die Grafitausbildung im Gefüge ab, das Gusseisen wird fester.

Tab. 2.1: Legierungselemente von historischem Gusseisen

| | | |
|-------------|-----------|---------------|
| Kohlenstoff | <i>C</i> | 3,1 – 4,0 M-% |
| Silizium | <i>Si</i> | 1,0 – 3,0 M-% |
| Mangan | <i>Mn</i> | 0,2 – 1,0 M-% |
| Phosphor | <i>P</i> | 0,2 – 0,8 M-% |
| Schwefel | <i>S</i> | < 0,12 M-% |

Die Eigenschaften des Gusseisens sind in weiten Bereichen aber nicht nur von der chemischen Zusammensetzung sondern auch von der Herstellung (z.B. Abkühlgeschwindigkeit, Gießtechnik), der Nachbehandlung (z.B. Wärmebehandlung, Härten der Oberfläche) und der Geometrie des Bauteils (z.B. Wanddicken) abhängig bzw. durch diese Faktoren beeinflussbar. Eine detaillierte Übersicht über die Zusammenhänge zwischen Herstellung und mechanischen und chemischen Eigenschaften ist beispielsweise [44, 70] zu entnehmen, so dass hier nur auf die wesentlichen Eigenschaften eingegangen wird.

Gusseisen mit Lamellengrafit besitzt von allen oben genannten Gruppen die geringsten Zugfestigkeiten. Das Gefüge mit seinen Grafitausscheidungen weist im Schlibbild eine lamellenartig nadelige Struktur auf. Anhand der Grafitanordnung wurde das jeweilige Gusseisen nach dem VDG-Merkblatt P441 [104] durch Vergleich des Feinschliffs mit Musterbildern charakterisiert. Die typischen Gefügebilder sind in Abb. 2.1 wiedergegeben.

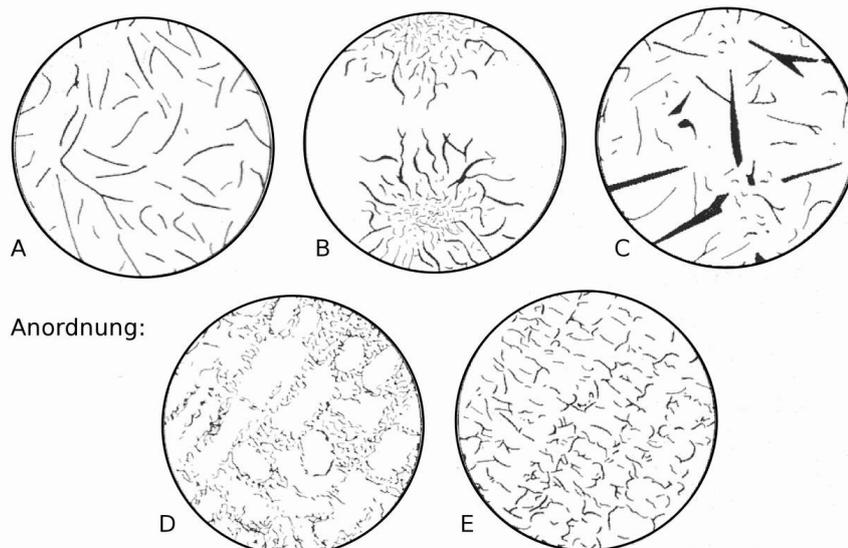


Abb. 2.1: Richtreihe für die Grafitanordnung [104]: A: Gleichmäßige Anordnung, regellose Orientierung, B: Rosettenanordnung, regellose Orientierung, C: Übereutektische große Lamellen, regellose Orientierung, D: Interdendritische Abscheidung, regellose Orientierung, E: Interdendritische Abscheidung, bevorzugte Orientierung

Der geringere Elastizitätsmodul des Gusseisens gegenüber dem Baustahl, der über das gleiche metallische Grundgefüge verfügt, wird nach *Thum* [100] und *Meyersberg* [66] mit der Verengungswirkung begründet, die durch die Grafitlamellen entsteht. Diese Theorie

wurde durch experimentelle Untersuchungen von *Schröder* in [88] bestätigt. Wie Abb. 2.2 zu entnehmen ist, wird der Spannungsfluss durch das Material in Teilbild b) sehr stark umgelenkt. Der Spannungspfad wird länger. In Teilbild a) hingegen ist die gleiche Grafitmenge konzentriert in Elementmitte dargestellt, was einen vergleichsweise kürzeren Spannungspfad zur Folge hat. Die Verengung hier beträgt etwa 15 %, in Teilbild b) bei einer Anordnung der Grafitlamellen, wie sie eher der Realität entspricht, 50 %. Infolge des geringeren Querschnitts erhöhen sich die Spannungen im Gefüge und die Dehnungen steigen an. Somit ergibt sich für das Gusseisen ein geringerer E_0 -Modul, wenn die Verformungsdifferenz auf den Gesamtquerschnitt bezogen wird. Der E-Modul des Grundgefüges ist dabei gleich dem des Baustahls.

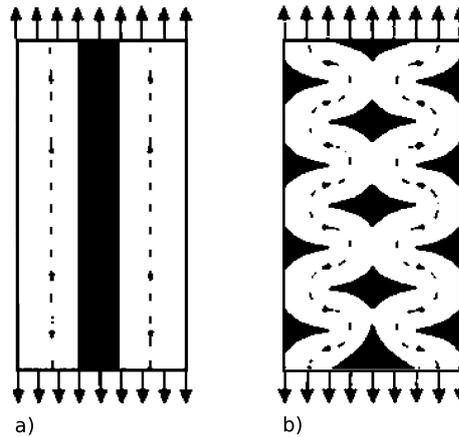


Abb. 2.2: Verengungswirkung durch Grafitlamellen [66]

Durch die unausgerichtete Anordnung der Grafitlamellen (siehe Abb. 2.1) entsteht im Gusseisen auch bei einachsiger Zugbeanspruchung ein räumlicher Spannungszustand. Gleichzeitig wirken die Lamellen wie Mikrokerben, die verantwortlich für lokale Spannungskonzentrationen und damit auch für Dehnungen im Gefüge sind. Dies macht sich in der ausgeprägt nichtlinearen Spannungs-Dehnungslinie bemerkbar.

Unter Druckbeanspruchungen ist die Umlenkung der Spannung nicht notwendig, da das Grafit in der Lage ist, die Druckspannungen zu übertragen. Die Folge ist eine wesentlich größere Druckfestigkeit und ebenso ein etwas steiferes Verhalten im Druckbereich.

In älteren Veröffentlichungen [31, 32, 70] wird ein breites Streuband für das Verhältnis zwischen Druck- und Zugfestigkeit R_m/R_d angegeben. So gibt *Dübi* in [32] die Beziehung als Parabelast nach Gl. (2.2) an. Ähnliche Überlegungen und Auswertungen wurden für die Biegefestigkeit β_b , die für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Bauteile von Bedeutung ist, vorgenommen. Auch hier lassen sich Abhängigkeiten von der Zugfestigkeit zeigen.

$$\left(\frac{\beta_d}{\beta_z} - 1 \right) \cdot \beta_z^{0,57} = 5,01 \quad (2.2)$$

mit:

- β_z Zugfestigkeit R_m des Gusseisens
- β_d Druckfestigkeit R_d des Gusseisens

Patterson [70] beschreibt das Verhältnis R_m/R_d nach Gl. (2.3), siehe Abb. 2.3. Aus der Grafik, der umfangreiche Messungen an Gussmaterial zu Grunde liegen, ist aber auch ersichtlich, dass die Abhängigkeit in einem weiten Bereich streut und von daher nur als Anhaltspunkt betrachtet werden kann. Zu ähnlichen Ergebnissen kommt *Piwowarsky* in [72].

$$R_m = \left(\frac{R_d}{78,5} \right)^{1,43} \quad (2.3)$$

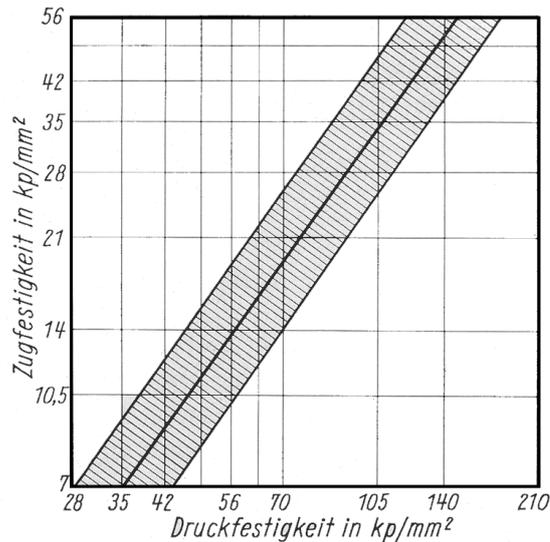


Abb. 2.3: Zusammenhang zwischen Druck- und Zugfestigkeit [70]

In den Veröffentlichungen zu Untersuchungen an historischem Gusseisen der letzten Jahre (siehe [45, 54, 108]) wird die Zugfestigkeit mit etwa einem Viertel der Druckfestigkeit angegeben. Im mittleren Bereich der Abb. 2.3 ist dieses Verhältnis ebenfalls zu finden. Unter Einbeziehung der zahlreichen Parameter, die Einfluss auf die Zugfestigkeit haben, kann dieses Verhältnis für die Untersuchungen an vorwiegend durch Druckspannungen beanspruchten gusseisernen Stützen als hinreichend genau angesehen werden. Als alleinige Kennzeichnung der Werkstoffeigenschaften wie nach [17] oder [23] ist die Angabe der Zugfestigkeit R_m aber nicht geeignet.

Die Scher- und Torsionsfestigkeit von Gusseisen liegt in der Größenordnung der Zugfestigkeit [31, 70, 84]. Aber auch hier ist der Bereich stark streuend und zudem abhängig von der Probenform.

2.3 Geometrie historischer Gussstützen

Geometrisch waren gusseiserne Stützen nicht festgelegt, wobei die Länge i.d.R. auf 6...7 m begrenzt war. Die äußeren Durchmesser betragen entsprechend 100...400 mm und die Wanddicken 10...40 mm [103]. Zur Absicherung der Qualität des Gusseisens galten bis zur Herausgabe einer Werkstoffnorm unter Anderem folgende Kriterien [103]:

2 Stand des Wissens und der Forschung

- *Das Gusseisen soll zähe und weich sein, dass es mittels Meißel und Feile bearbeitet werden kann.*
- *Ein unbearbeiteter Stab mit Kreisquerschnitt von 30 mm Durchmesser und etwa 650 mm Länge, welcher aus demselben Abstiche, der zum Anfertigen der Gußstücke Verwendung findet, herzustellen ist, muß auf zwei 600 mm voneinander entfernten Stützen liegend eine allmählich bis zu 460 kg zunehmende Belastung in der Mitte aufnehmen können, bevor er bricht. Die Durchbiegung hierbei darf nicht unter 6 mm betragen.*
- *Bei Säulen darf der Unterschied der Wanddicken eines Querschnitts, der überall mindestens den vorgeschriebenen Flächeninhalt haben muß, wenn der mittlere Durchmesser bis zu 400 mm und die Länge bis zu 4 m beträgt, die Größe von 5 mm nicht überschreiten.*
- *Die Einhaltung der vorgeschriebenen Wanddicken ist durch Anbohren an geeigneten Stellen, jedesmal in zwei gegenüberliegenden Punkten, bei liegend gegossenen Säulen in der dem etwaigen Durchsacken des Kerns entsprechenden Richtung, nachzuweisen.*
- *Sollen Säulen aufrecht gegossen werden, so ist das besonders anzugeben.*

Aus den vorliegenden Untersuchungen ist aber bekannt, dass zumindest die Abweichung in der Wanddicke teilweise größer als 5 mm ist. Auch sind die anderen Kriterien nur eine Abgrenzung nach „unten“, die über die tatsächlich vorhandenen Eigenschaften keine Aussage zulassen. Die letzte Forderung weist darauf hin, dass die meisten Stützen im Liegen gegossen wurden, was den Normalfall darstellte und den nahezu immer vorhandenen Kernversatz, wie in Abb. 2.4 zu sehen, erklärt.

Als Maß für die innere Exzentrizität hat sich der dimensionslose Exzentrizitätsparameter m nach Gl. (2.4) bewährt.

$$m = \frac{e}{k} \quad (2.4)$$

$$k = \frac{D_a^2 + D_i^2}{8 \cdot D_a} \quad (2.5)$$

mit:

- m dimensionsloses Exzentrizitätsmaß für die innerer Exzentrizität
- e Exzentrizität
- k Kernweite
- D_a Außendurchmesser der Stütze
- D_i Innendurchmesser der Stütze

2.4 Geometrische Imperfektionen

Für die geometrischen Imperfektionen von historischen Gussstützen gibt es keine verfügbaren aktuelleren Messungen. Von *Salmon* wurden in [86] Messungen und Vorschläge in der Form nach Gl. (2.6) und Gl. (2.7) für Vorkrümmungen aus der Zeit bis 1920 mitgeteilt. Einige dieser Angaben basieren auf Messungen an Stützen unter Last, für die

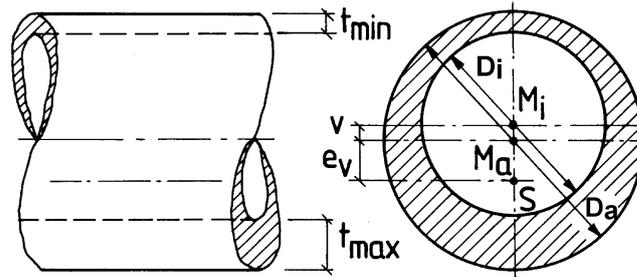


Abb. 2.4: Typischer Querschnitt mit Versatz des Kerns [45]

eine spannungslose Vorverformung zurückgerechnet wurde. Die Werte für v_0 variierten zwischen $L/300$ und $L/960$. Im Vergleich zu Stützen aus Schmiedeeisen (*wrought-iron*) sind die mitgeteilten Werte für gusseiserne Stützen (*cast-iron*) teilweise bis zu doppelt so groß.

Aus den verfügbaren Messungen an Stützen in England, den USA und Deutschland mit offenen, geschlossenen und teilweise auch zusammengesetzten Querschnitten ermittelte *Salmon* eine anzusetzende Vorkrümmung von $v_0 = L/750$. In Abb. 2.5 sind die Messwerte und die begrenzende Linie eingetragen. Gl. (2.7) liefert ein ähnliches Bild. Das Teildia-gramm auf der oberen linken Bildseite stellt die Ergebnisse von Versuchen an Kleinproben dar. Es muss aber angemerkt werden, dass die Stützen nicht aus Gusseisen gefertigt waren, wohl aber den technischen Stand der Fertigungsgenauigkeit repräsentieren. *Rondal und Rasmussen* verweisen in [81, 82] ebenfalls auf diese Angaben. Nach ihren Auswertungen ergibt sich als Mittelwert für die Vorkrümmung ein Wert von $v_0 = L/1500$.

Zusätzlich zu den Vorkrümmungen waren Lastexzentrizitäten zu berücksichtigen, die für gewöhnlich abhängig vom Schlankheitsgrad definiert waren.

$$v_0 = \frac{L}{750} \quad (2.6)$$

$$v_0 = 0,0023 \cdot \frac{L}{i} \quad (2.7)$$

mit:

- L Stützenlänge
- i Trägheitsradius
- v_0 Stich der Vorkrümmung

Für aktuelle Nachrechnungen von Gusstützen wird gewöhnlich eine sinusförmige Vorkrümmung mit einem Stich von $v_0 = L/1000$ angesetzt [46, 54, 57, 58, 63]. Dieser Wert entstammt Messungen der geometrischen Imperfektion an Stahlstützen (siehe [33, 62]), die im Zuge der Bearbeitung der Europäischen Knickspannungskurven durchgeführt wurden und wird ebenso bei Traglastrechnung für Stützen aus Baustahl verwendet. Die Reduktion gegenüber dem gemessenen Wert aus Abb. 2.5 ist vertretbar, da die innere Exzentrizität m zusätzlich berücksichtigt wird und eine Überlagerung von Exzentrizitäten bei einer nichtlinearen

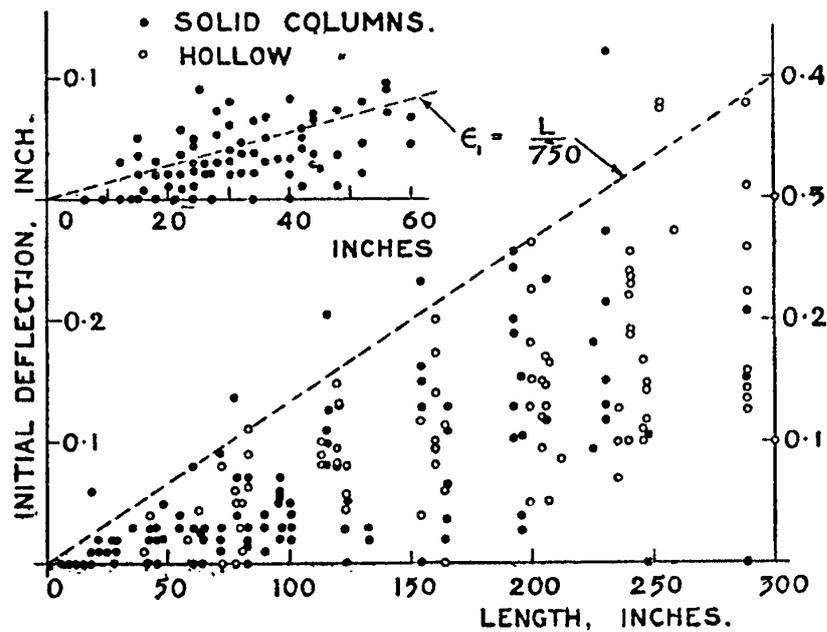


Abb. 2.5: Messungen von Vorkrümmungen an Stahl- und Gussstützen aus der Zeit bis 1920 ([86])

Berechnung nicht zu gleichermaßen ansteigenden Schnittgrößen oder Verformungen führt. Dies wird später in Kap. 5.2.5 näher untersucht.

2.5 Strukturelle Imperfektionen

Die manuell geprägte Herstellung bedingt ein eher inhomogenes Gefüge der Metallstruktur. Aus Untersuchungen in [45] und [54] ist bekannt, dass das Material von vielen Fehlstellen wie:

- Gasblasen,
- Warmrisse,
- Nichtmetallische Einschlüsse und
- Schwindhohlräume (in Form von Lunkern und Porositäten)

durchzogen sein kann. Dazu kommen durch die Herstellung bedingte Fehlstellen wie nicht vollständig mit dem Gusseisen verbundene Kernstützen, Metallstifte und Speiser sowie lokale Abweichungen der Geometrie des Kerns von der Kreisform. In Abb. 2.6 bis 2.9 sind einige dieser Fehlstellen dargestellt.

Eine Quantifizierung dieser strukturellen Imperfektionen in allgemeiner Form ist bisher nicht möglich gewesen. Auch zu Eigenspannungen von Gussstützen ist bisher nichts bekannt.



Abb. 2.6: Querschnitt mit Versatz

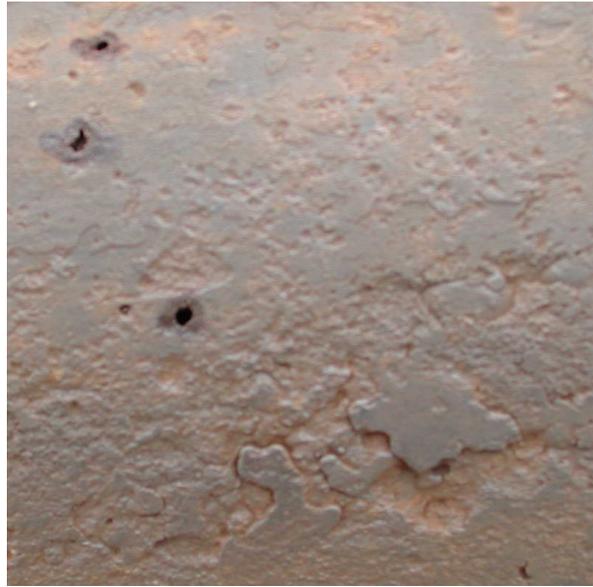


Abb. 2.7: Oberflächenschäden



Abb. 2.8: Fehlstelle: Kernstütze mit Halterung



Abb. 2.9: Fehlstellen: Kernstütze und Gasblase

2.6 Entwicklung der Berechnungsverfahren für Gussstützen

Die ersten theoretischen Arbeiten, die sich mit Bemessungskonzepten speziell für Gussäulen beschäftigt haben, entstanden zum Anfang des 19. Jahrhunderts und gehen auf *Rondelet* und *Hodgkinson* [41] zurück. Sie basieren im Wesentlichen auf experimentellen Untersuchungen und stellen die kritische Spannung σ_{kr} als Bemessungsspannung nach Gl. (2.8) als Funktion des Schlankheitsgrades dar. Wegen der mangelnden theoretischen Absicherung galten die abgeleiteten Formeln auch nur für den in den Versuchen zugrundegelegten engen Parameterbereich und waren somit nicht universell anwendbar.

$$\sigma_{kr} = f(\lambda) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad (2.9)$$

Schwarz [91] und Tredgold [102] erarbeiteten gegen Ende des 19. Jh. auf Grundlage der Knickgleichung von Euler (Gl. (2.9)) eine Bemessungsgleichung entsprechend Gl. (2.10), wobei sie schon das Knickproblem als Biegeproblem erkannten und behandelten. Durch Rankine [75] wurde später diese Gleichung verbessert und ist als „Schwarz–Rankine–Gleichung“ in die Literatur eingegangen. Mit dieser Bemessungsgleichung war es nunmehr erstmals möglich, Materialparameter wie die Festigkeit direkt zu berücksichtigen. Diese allerdings wurden von Schwarz und Tredgold jeweils unterschiedlich als konstante Werte vorgegeben. Der Sicherheitsbeiwert wurde zwischen 2,0 und 3,0 festgelegt und in $\sigma_{d,zul}$ berücksichtigt.

$$\sigma_{kr} = \frac{\sigma_{grenz}}{1 + \varepsilon_B / \pi^2 \cdot \lambda^2} = \frac{\sigma_{d,zul}}{1 + c \cdot \lambda^2} \quad (2.10)$$

mit z.B.:

| | |
|------------------|--------------------------------|
| ε_B | Bruchdehnung |
| $\sigma_{d,zul}$ | 600 ... 900 kg/cm ² |
| c | 0,0002 |

Durch Tetmajer [99] wurde anhand vieler systematischer Knickversuche an gusseisernen Probekörpern gezeigt, dass die Schwarz–Rankine–Gleichung (2.10) allgemein unzulänglich ist, da das c im Nenner weder als konstant vorausgesetzt noch als Funktion von λ dargestellt werden kann. Ihm gelang es klarzustellen, dass die Eulergleichung nur innerhalb bestimmter Grenzen und Annahmen Gültigkeit besitzt und im Bereich kleinerer Schlankheitsgrade infolge der plastischen Eigenschaften des Materials andere Zusammenhänge zwischen σ_{kr} und λ gelten. Durch statistische Auswertung seiner umfangreichen Versuche an gusseisernen Knickstäben konnte er die Abhängigkeit der Grenzspannung vom Schlankheitsgrad mittels Gleichungen (2.11) und (2.12) vollständig beschreiben. Dabei stellt Gl. (2.11) eine parabolische Kurve dar, deren konstante Faktoren empirisch aus den Versuchen ermittelt wurden, Gl. (2.12) entspricht der von Baustahl her bekannten Eulergleichung, wenn für den Zahlenwert des E-Moduls $E = 100\,000$ verwendet wird.

$$\sigma_{kr} = 0,055 \lambda^2 - 12,0 \lambda + 776 \quad \text{für } 8 \leq \lambda \leq 80 \quad (2.11)$$

$$\sigma_{kr} = \frac{987000}{\lambda^2} \quad \text{für } \lambda \geq 80 \quad (2.12)$$

Durch die danach einsetzende grundlegende theoretische Aufarbeitung des Knickproblems von zentrisch gedrückten Stäben aus Stahl durch Engesser [34] und von Kármán [107] zum Beginn des 20. Jh. wurde die allgemeine Gültigkeit der Eulergleichung, bei der keine Imperfektionen berücksichtigt sind, auch im plastischen Bereich nachgewiesen, wenn anstelle des E-Moduls E der Knickmodul T_k nach Gl. (2.13) und (2.14) verwendet wird (siehe auch [69]).

Damit wurde es möglich, durch Ausnutzung der Gleichgewichtsbedingungen geschlossene theoretische Lösungen für verschiedene Querschnitte zu entwickeln. Für den exzentrisch gedrückten Stab gelang es Roš und Brunner [83], die Gleichung (2.13) zu erweitern, so dass nun auch für die Gussstützen mit den unvermeidlichen Imperfektionen ein theoretisch

fundierter Formelapparat zur Verfügung stand. *Kollbrunner* bestätigte in [53] experimentell die Gültigkeit der theoretischen Betrachtungen für Materialien mit nichtlinearem Materialverhalten.

$$N_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot T_K \cdot I}{l^2} \quad (2.13)$$

$$T_K = T \frac{I_d}{I} \cdot E \frac{I_z}{I} \quad (2.14)$$

mit:

- T Tangentenmodul der Druckseite
- E E-Modul der Zugseite
- I_d Trägheitsmoment des gedrückten Teilquerschnitts
- I_z Trägheitsmoment des gezogenen Teilquerschnitts
- I Trägheitsmoment des Gesamtquerschnitts

Das Problem bestand nun jedoch darin, für den für Gusstützen typischen exzentrischen Kreisringquerschnitt das notwendige Gleichgewicht zwischen dem einwirkenden äußeren Moment M_S und dem innerem Widerstandsmoment M_R zu finden. Bedingt durch den nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverlauf des Gusseisens und den kreisringförmigen Querschnitt ist eine geschlossene Integration von M_R nur schwer durchzuführen. Dies wurde erst später mit dem Fortschritt der Rechentechnik in größerem Umfang möglich. In Abb. 2.10 ist das Prinzip dargestellt. Die nichtlineare Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe infolge Biegung ist analog zur Spannungs-Dehnungs-Kurve des Materials. Wird der Abstand zwischen den Randdehnungen nach Gl. (2.15) gleich der mit der Krümmung κ verzerrten Querschnittshöhe gesetzt erhält man die gleiche Spannungsverteilung wie entlang der Querschnittshöhe h . Für den Fall, dass zusätzlich axiale Spannungen vorhanden sind, kann diese Kurve um die beiden axialen Anteile ε_m und σ_m in eine neue Nulllage verschoben werden (siehe dazu auch [98]). Die Resultierenden D_B und Z_B im Druck- und Zugbereich können durch Aufintegration der jeweiligen Spannungen berechnet werden.

$$\Delta\varepsilon = h \cdot \kappa \quad (2.15)$$

mit:

- $\Delta\varepsilon$ Dehnungsdifferenz über die Querschnittshöhe
- h Querschnittshöhe
- κ Krümmung

Das äußere Moment M_S ergibt sich bei Berücksichtigung von Verformungen nach Theorie II. oder höherer Ordnung in Abhängigkeit von der Biegesteifigkeit, die gewöhnlich durch EI repräsentiert wird. Da der E_0 -Modul für Gusseisen nur in einem sehr kleinen Bereich der Spannungs-Dehnungs-Kurve gilt und damit diesbezüglich keine aussagekräftige Größe ist, kann diese Formulierung hier nicht verwendet werden. Die Biegesteifigkeit muss vielmehr aus der Krümmung zurückgerechnet werden und diese ergibt sich aus den Dehnungen am Querschnitt. Vereinfachend gehen die Lösungen von *Ježek* in [43] daher von einer sinusförmigen Biegelinie aus und das Gleichgewicht wird nur in Stabmitte erfüllt.

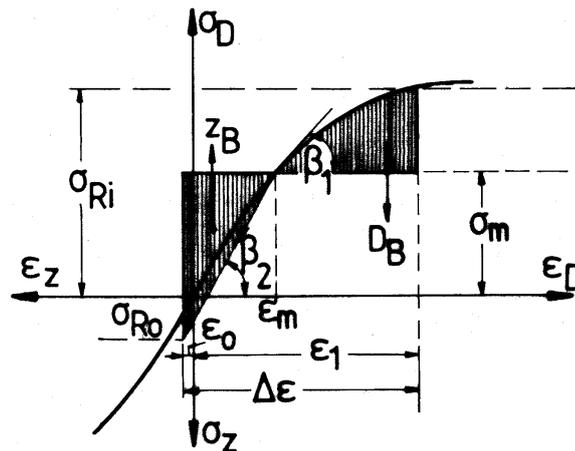


Abb. 2.10: Nichtlineare Spannungs- und Dehnungsverteilung infolge Druck und Biegung am Querschnitt [45]

2.7 Normative Regelungen für Gussstützen

In den normativen Regelungen wurde die Tragfähigkeit von gusseisernen Stützen über die Begrenzung der Druckspannungen $\sigma_{vorh} \leq \sigma_{zul}$ nachgewiesen [15, 103]. Dabei waren Spannungen aus Druck und Biegedruck zu berücksichtigen. Zusätzlich zum Spannungsnachweis musste der Knicknachweis geführt werden. Anfänglich geschah dies über eine Begrenzung der Normalkraft auf $1/6$ der Knicklast N_{Ki} nach Gl. (2.9) [103] entsprechend Gl. (2.16) für zentrischen und nach Gl. (2.17) für exzentrischen Druck. Empfohlen wurde, bei Schlankheitsgraden $\lambda > 80$ eine Überprüfung nach *Tetmajer* (Gl. (2.12)) durchzuführen, wobei dann eine geringere Sicherheit als der Faktor 6 angesetzt werden durfte. In z.B. [103] (1925) sind auf dieser Basis Tragfähigkeitstabellen für typische Durchmesser und Längen angegeben, die sich auf $\sigma_{zul} = 600 \text{ kg/cm}^2$ beziehen.

$$I_{erf} \geq 6 \cdot P \cdot s_K^2 \quad (2.16)$$

$$I_{erf} \geq 6 \cdot P \cdot s_K^2 + \frac{a \cdot M}{\sigma_{zul}} \quad (2.17)$$

mit:

- P Bemessungslast
- M Bemessungsmoment
- s_K Knicklänge der Stütze in m , in Geschossbauten mit unverschieblicher Lagerung gleich der Geschosshöhe
- a Abstand der äußersten gedrückten Faser zur Schwerachse
(Die Dimensionen ergeben sich aus $E = 1\,000\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $\pi^2 \approx 10$.)

In DIN 1051 (1937) [15] verwendete man dann schon die ω -Abminderungswerte, die für Gusseisen abhängig vom Schlankheitsgrad nach Gl. (2.18) definiert waren. Ein Schlankheitsgrad $\lambda > 100$ war nicht zulässig. Als Grenzwert für die Druckspannung war für Säulen

aus Ge 14.91 (später GG-14) $\sigma_{d,zul} = 900 \text{ kg/cm}^2$ und für die Zugspannung $\sigma_{z,zul} = 450 \text{ kg/cm}^2$ anzusetzen.

$$\omega = \frac{900}{\sigma_{d,zul}} \quad (2.18)$$

mit:

$$\sigma_{d,zul} = 900 - 0,1005 \lambda^2 \quad \text{für } 0 \leq \lambda \leq 80 \quad (2.19)$$

$$\sigma_{d,zul} = \frac{1645000}{\lambda^2} \quad \text{für } 80 < \lambda \leq 100 \quad (2.20)$$

2.8 Ergebnisse neuerer Untersuchungen

2.8.1 Arbeiten von Käpplein

Neuere Arbeiten zur Beurteilung des Tragverhaltens von Gussstützen wurden im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 315 der Deutschen Forschungsgemeinschaft an der TH Karlsruhe „Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke“ durchgeführt. Für gusseiserne Stützen wurden diese Arbeiten im Wesentlichen von Käpplein vorgenommen und aufbereitet [45–47]. Sie stellen nach wie vor eine außerordentlich wertvolle Grundlage für die aktuelle Beurteilung von Stützen aus Gusseisen dar. Käpplein weist insbesondere auf die zwingend notwendige Erkundung der speziellen Materialeigenschaften und der Geometrie der zu untersuchenden Gussstützen hin da und stellt verschiedene Möglichkeiten der zerstörungsfreien Prüfung vor [45]. Um verlässliche Eingangparameter für den rechnerischen Nachweis zu erhalten, sind diese Untersuchungen seiner Meinung nach für jedes Bauteil durchzuführen. Als Ergebnis seiner Untersuchungen schlägt er vor, die zulässige Belastung einer Gussstütze nach Gl. (2.21) zu bestimmen.

$$zul. N = \frac{1}{\gamma_1} \cdot \frac{1}{\gamma_2} \cdot A_{eff} \cdot \sigma_{kr} \quad (2.21)$$

Die rechnerisch zulässige Belastung ergibt sich demnach aus dem Produkt von effektiver Fläche und kritischer Spannung, abgemindert durch zwei Teilsicherheitsbeiwerte. Die kritische Spannung σ_{kr} wird abhängig vom bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ dem Tragspannungsdiagramm nach Abb. 2.11 entnommen, das für verschiedene innere Exzentrizitäten m in [45] ermittelt worden ist. In die Exzentrizität sind Einflüsse aus dem Kernversatz und eventuell vorhandenen Einschlüssen hineinzurechnen. Der bezogene Schlankheitsgrad in der hier verwendeten Form wird in Kap. 5.1 noch näher erläutert.

Grundlage für die Diagramme sind Traglastberechnungen am zentrisch belasteten, beidseitig gelenkig gelagerte Stab nach der von Roš und Brunner (siehe [83]) entwickelten Theorie, nach der die materielle Nichtlinearität direkt über ein polygonzugartiges Materialgesetz in der Berechnung des inneren Moments M_R wie in Kap. 2.6 beschrieben berücksichtigt werden kann. Die geometrischen Effekte wurden unter Annahme kleiner Verformungen in linearisierter Form einbezogen (Theorie II. Ordnung). Weiterhin wurden folgende Annahmen getroffen:

2 Stand des Wissens und der Forschung

- Die Querschnitte bleiben im verformten Zustand eben (Bernoulli-Hypothese) und verändern ihre Form nicht.
- Einflüsse aus Schubverformungen werden vernachlässigt.
- Die Biegelinie des beidseitig gelenkig gelagerten Stabes entspricht einer Sinushalb-
welle.

Das Gleichgewicht nach Gl. (2.22) und (2.23) wird demnach bei der Berechnung nur am Querschnitt in Stützenmitte erfüllt. Vom Prinzip her entspricht das einer Berechnung nach dem Fließgelenkverfahren.

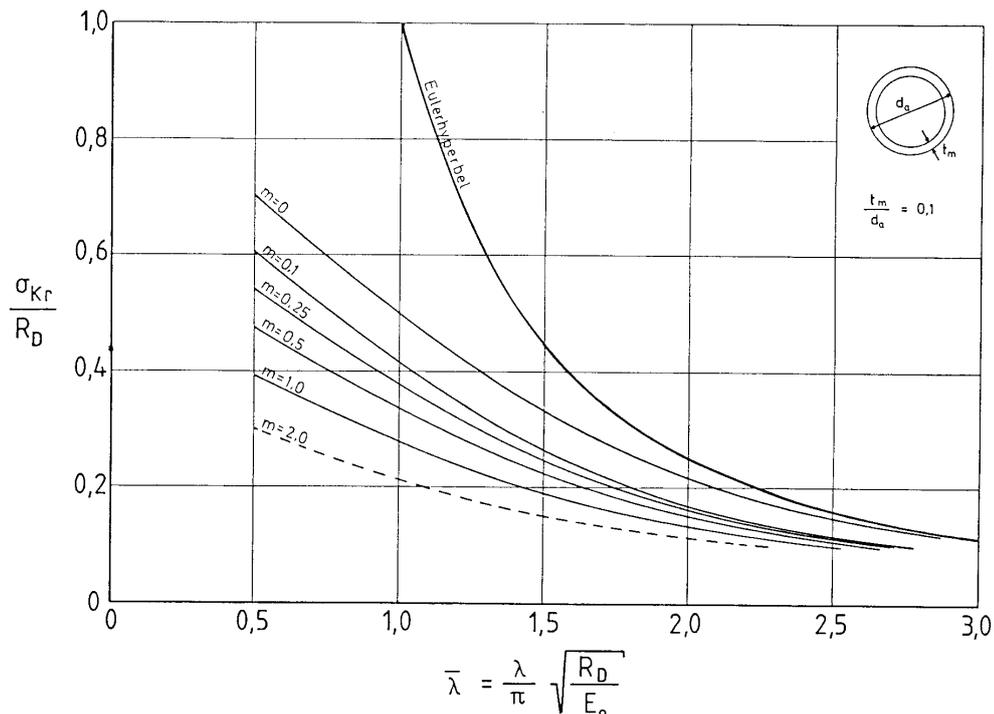


Abb. 2.11: Tragspannungsdiagramm nach Käpplein [45]

$$M_S = N \cdot f \quad (2.22)$$

$$M_R = \int \sigma_d \cdot a_d dA_d + \int \sigma_z \cdot a_z dA_z \quad (2.23)$$

mit:

- f Verformung in Stützenmitte
- σ_d, σ_z Druck- oder Zugspannung am Querschnittspunkt
- a_d, a_z Abstand des Querschnittspunkts zur Spannungsnulllinie
- dA_d, dA_z gedrückte oder gezogene Teilfläche

Die Ergebnisse wurden durch den Vergleich mit Großversuchen abgesichert. Bedauerlicherweise sind die Randbedingungen bei diesen Großversuchen nicht mehr eindeutig nachvollziehbar, so dass die Nachrechnung Schwierigkeiten bereitet.

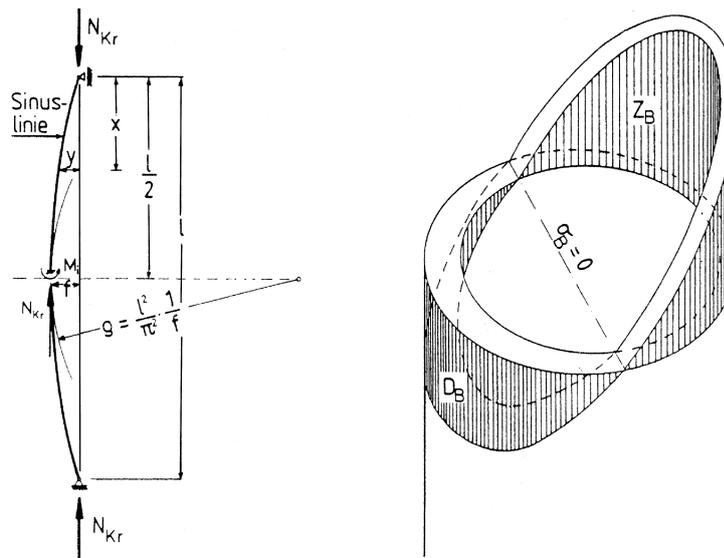


Abb. 2.12: Rechenmodell von Käpplein: globale und lokale Beziehungen [46]

Die für die Nachrechnung der Versuche notwendigen σ - ε -Kurven wurden von Käpplein aus Kleindruckproben gewonnen. Es ist allerdings nicht mitgeteilt worden, welche Arbeitslinien den Tragspannungskurven zugrunde liegen.

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_1 in Gl. (2.21) wird zur Berücksichtigung von Unsicherheiten und Streuungen in den Geometrie- und Materialkennwerten verwendet und liegt in der Größenordnung von 1,85 ... 2,0. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_2 berücksichtigt den traglastmindernden Einfluss von Einschlüssen und liegt zwischen 1,2 und 1,5. Der Einfluss von Einschlüssen ist, wie schon in Kap. 2.5 angemerkt, bisher nur sehr unzureichend quantifiziert, was nicht zuletzt auch an der starken Streuung liegt. Von daher dürfte dieser Teilsicherheitsbeiwert von der Größe her in Grenzen beliebig sein. Insgesamt ergibt sich damit ein Gesamtsicherheitsbeiwert von etwa $\gamma = 2,5 \dots 3,0$.

Auf der Seite der Einwirkungen wird kein besonderer Sicherheitsbeiwert verwendet, so dass sich nach dem Konzept der zulässigen Spannungen bei einem angenommenen Lastfall H mit einem globalen Sicherheitsbeiwert von $\gamma_{LFH} = 1,71$ nach [19] für das Stabilitätsversagen von Stahlbauteilen eine zusätzliche Sicherheit für gusseiserne Bauteile gegenüber Baustahl von $\gamma = 1,46 \dots 1,75$ ergibt.

2.8.2 Arbeiten von König

Weitere Untersuchungen wurden zum Tragverhalten von historischen gusseisernen Stützen bei Normaltemperatur und im Brandfall von König [54] durchgeführt. Auch er bestätigte die große Bedeutung der materialkundlichen Untersuchungen, konzentrierte sich aber auf zerstörungsfreie Prüfverfahren zur Bestimmung der Materialparameter. Als Ergebnis der Materialprüfung schlägt er eine analytische Beschreibung der σ - ε -Kurve vor, die sich aus Parametern von zerstörungsfreien Prüfungen des jeweiligen Bauteils sowie statistischen Auswertungen vieler Materialproben ergibt. Anhand von Traglastversuchen an Gussstützen

und Berechnungen nach Theorie II. Ordnung wurden auch von ihm Beziehungen zwischen σ_{kr} und dem bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ in Form von Tragspannungsdiagrammen wie in Abb. 2.13 angegeben aufgestellt. Als statisches System verwendete er wie *Käpplein* den beidseitig gelenkig gelagerten Stab, berücksichtigte aber auch die Teileinspannung, die sich bei den Versuchen durch den Einbau in die Prüfmaschine zwangsläufig ergab.

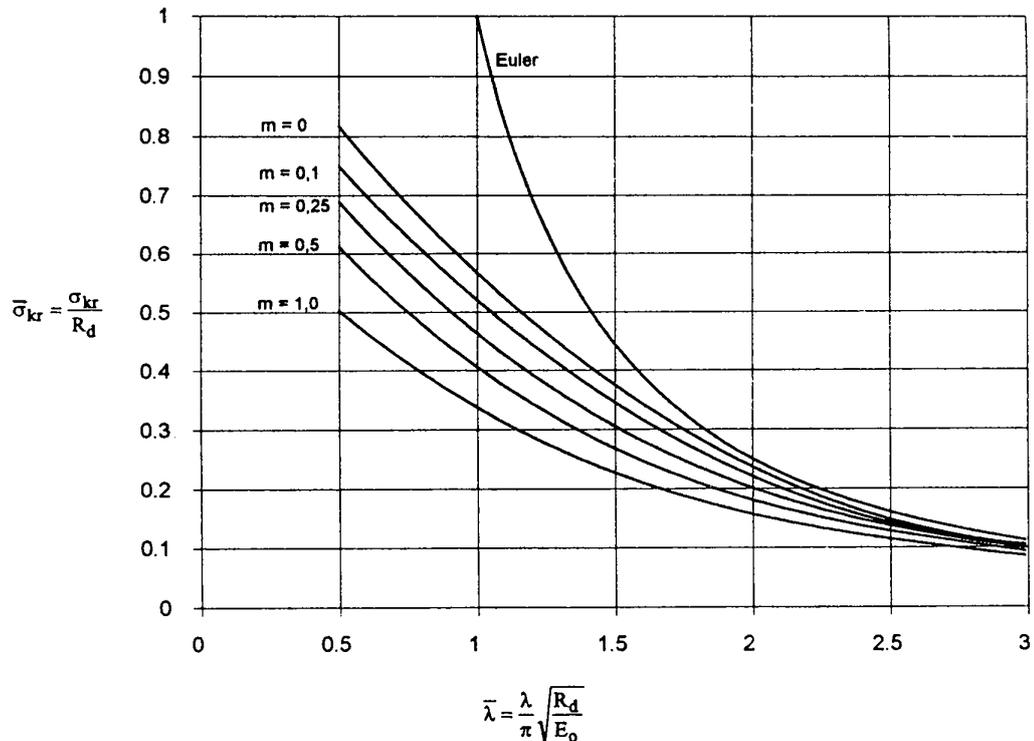


Abb. 2.13: Tragspannungsdiagramme nach *König* [54]

Die durchgeführten Berechnungen beruhen auf den gleichen grundsätzlichen Annahmen wie die von *Käpplein*. Das von ihm verwendete Programmsystem *ENSA* [50] ermittelt die Traglasten von ebenen Systemen nach der Methode der Finiten Elemente unter Einbeziehung von materiellen Nichtlinearitäten über die Schnittkraft-Verformungs-Beziehungen $M - \kappa$ und $N - \varepsilon$. Ursprünglich wurde das Programm für die Berechnung von thermisch instationär beanspruchten Verbundkonstruktionen entwickelt. Da dazu für die Abbildung von Betonquerschnittsteilen ebenso nichtlineare Materialgesetze verarbeitet werden mussten, bot sich die Anwendung auch auf reine Gussstützen an. Die Grundlagen der Methode und die entsprechende Umsetzung sind in [110] ausführlich dargestellt (siehe Abb. 2.14 und 2.15). Um den für Bauteile aus historischem Guss typischen unterschiedlichen Spannungs- und Dehnungszustand im Druck- und Zugbereich über den Querschnitt berücksichtigen zu können, diskretisierte er den Querschnitt in mehrere rechteckige Querschnittselemente (16 pro Umfang, 3 pro Dicke). Die Verwendung mehrerer Elemente über die Dicke wurde gewählt, um mit dem Modell auch Berechnungen mit einem Temperaturgradienten und davon abhängigen Materialverhalten durchführen zu können. Obwohl die Gleichgewichtsbedin-

gungen bei *König* elementweise und nicht nur in Stabmitte erfüllt werden, errechnete er in der Regel größere Traglasten als *Käpplein*. Dies lässt sich unschwer aus dem Vergleich der Kurven in Abb. 2.11 und Abb. 2.13 ablesen. Vergleichsrechnungen zwischen Berechnungen nach Fließgelenk- und Fließzonentheorie in [106] dagegen zeigen eher die Tendenz, dass Traglastrechnungen nach der Fließzonentheorie zu etwas kleineren Traglasten führen als Rechnungen nach der Fließgelenktheorie.

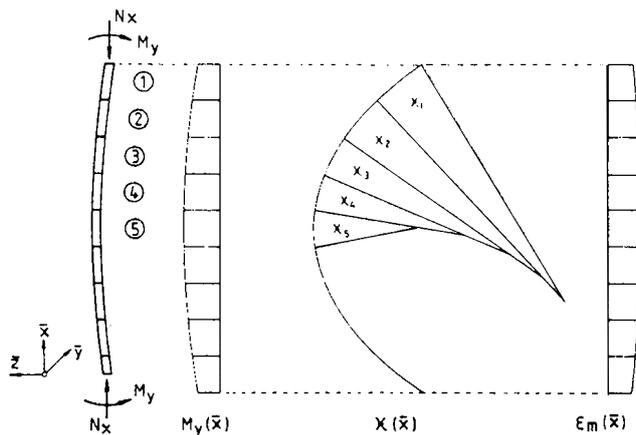


Abb. 2.14: Krümmungen und Dehnungen am Stabsystem nach [110]

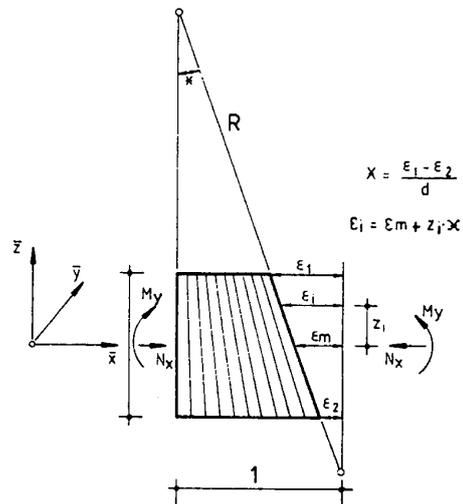


Abb. 2.15: Verlauf der Dehnungen aus N_x und M_y am Element nach [110]

Die Nachrechnung seiner Versuche und FEM-Berechnungen anhand der aufgestellten Tragspannungskurven liefert für seine FEM-Berechnungen Abweichungen mit max. $\pm 7\%$, zu den Versuchslasten ergeben sich Abweichungen bis zu 30 % auf der sicheren und bis zu 14 % auf der unsicheren Seite.

Sicherheitsbeiwerte wurden von *König* in Anlehnung an EC 3 [28] vorgeschlagen. Als Produkt der Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{R,i}$ für die Unsicherheiten bei der Ermittlung des Widerstands ergibt sich eine Gesamtsicherheitsbeiwert nach Gl. (2.25) von $\gamma_R = 2,0$. Damit liegen die Bemessungslasten unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte auf der Seite der Einwirkungen etwas niedriger als bei einer Bemessung nach *Käpplein*. Zur Bestimmung der Größen der einzelnen Werte wurden keine Angaben gemacht.

$$S_d \leq \frac{N_{kr}}{\gamma_R} \quad (2.24)$$

$$\gamma_R = \gamma_{R,1} \cdot \gamma_{R,2} \cdot \gamma_{R,3} \cdot \gamma_{R,4} \cdot \gamma_{R,5} \quad (2.25)$$

mit:

| | |
|-----------------------|--|
| N_{kr} | Traglast nach Tragspannungsdiagramm Abb. 2.13, |
| $\gamma_{R,1} = 1,1$ | Ermittlung der Geometrie (Wanddickenmessung mit Ultraschall, Querschnittsexzentrizität, erkannte Fehlstellen, Lagerung, Vorkrümmung) |
| $\gamma_{R,2} = 1,2$ | Nicht erkannte Einflüsse (Gussfehler, Abweichungen der Geometrie) |
| $\gamma_{R,3} = 1,15$ | Materialeigenschaften (Umrechnung von zerstörungsfrei ermittelten Kennwerten des Materials (E_0 -Modul, R_d)) |
| $\gamma_{R,4} = 1,1$ | Rechengrundlagen (Randbedingungen, Exzentrizität) |
| $\gamma_{R,5} = 1,2$ | Misstrauen gegenüber einer Bemessung auf Druckfestigkeit |

Ähnliche Untersuchungen wurden von *König* auch für Gussstützen unter Brandlast durchgeführt.

2.8.3 Arbeiten von *Rondal* und *Rasmussen*

Von *Rondal* und *Rasmussen* wurde in [81, 82] ein Berechnungsverfahren vorgestellt, nach dem die Grenzspannungen $\sigma_{u,c}$ und $\sigma_{u,t}$ für den Druck- und Zugbereich in Abhängigkeit des Schlankheitsgrades λ bestimmt werden können. Es basiert auf der Vorgehensweise bei der Behandlung von Stabilitätsproblemen von Aluminiumkonstruktionen, deren ähnlich nichtlineares Materialverhalten mit dem Ramberg-Osgood-Gesetz [74] nach Gl. (2.26) beschrieben werden kann.

Einheitlich legen sie als charakteristische Werte für historisches Gusseisen nach [86] $E_0 = 88000 \text{ N/mm}^2$ und $R_d = 750 \text{ N/mm}^2$, das Verhältnis $f = R_m/R_d$ mit $0,1 \dots 0,2$ und die elastische Dehnung als 0,2 %-Grenze nach Gl. 2.28 fest [47, 67].

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^n \quad (2.26)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(\sigma_{0,2}/\sigma_{0,1})} \quad (2.27)$$

mit:

| | |
|----------------|--|
| n | Materialabhängiger Exponent aus Gl. (2.26), für Gusseisen: $5,5 \leq n \leq 7,1$ |
| $\sigma_{0,1}$ | Druckspannung bei einer Dehnung von $\varepsilon = 0,1 \%$ |
| $\sigma_{0,2}$ | $= R_{d0,2}$, Druckspannung bei einer Dehnung von $\varepsilon = 0,2 \%$ |

$$\sigma(\varepsilon_{euc}) = R_{d0,2} = \frac{R_d}{2} \quad (2.28)$$

mit:

| | |
|---------------------|---|
| ε_{euc} | Elastische Grenzdehnung im Druckbereich |
|---------------------|---|

Die Grenzspannungen im Druckbereich werden nach Gl. (2.29) – (2.35) unter Verwendung eines Abminderungsfaktors χ_c bestimmt. Die Form des Faktors orientiert sich an den aktuellen Regelungen in [18, 26] und berücksichtigt den bezogenen Schlankheitsgrad der Stütze sowie über einen Imperfektionsparameter η_c nach Gl. (2.34) die materiellen Besonderheiten. Zusätzlich wurde die Verwendung eines modifizierten Beiwertes η_c^* nach Gl. (2.36) diskutiert, mit dem der Querschnittsversatz und die daraus resultierende innere

Exzentrizität m berücksichtigt werden kann (siehe dazu auch [64]). Letztendlich wurde aber empfohlen, diese zusätzliche Reduktion nicht zu verwenden – und damit den inneren Versatz komplett zu vernachlässigen – da schon von *Hodkinson* der Effekt der höheren Festigkeit bemerkt wurde, der in den hier druckbeanspruchten dünneren Querschnittsteilen zu beobachten ist (siehe Kap. 2.2 und Abb. 3.1).

$$\sigma_{u,c} = \chi_c \cdot \sigma_{c0,2} \quad (2.29)$$

$$\chi_c = \frac{1}{\varphi_c + \sqrt{\varphi_c^2 - \lambda_c^2}} \quad (2.30)$$

$$\varphi_c = \frac{1}{2} (1 + \eta_c + \lambda_c^2) \quad (2.31)$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{\sigma_{c0,2}}{\sigma_{E_0}}} \quad (2.32)$$

$$\sigma_{E_0} = \frac{\pi^2 \cdot E_0}{(L/i)^2} \quad (2.33)$$

$$\eta_c = \alpha \left((\lambda_c - \lambda_1)^\beta - \lambda_0 \right) \quad (2.34)$$

$$\eta_c = 0,85 \quad \beta = 0,095 \quad \lambda_0 = 0,70 \quad \lambda_1 = 0,55 \quad (2.35)$$

$$\eta_c^* = \eta_c + e \cdot A \frac{z_d}{I} \quad (2.36)$$

mit:

e Exzentrizität in Folge der Exzentrizität des Kerns

z_d Abstand der max. Druckfaser vom Schwerpunkt

Um das Versagen in Folge von Zugspannungen zu berücksichtigen wird nach Gl. (2.37) – (2.41) ein ähnliches Vorgehen vorgeschlagen wie für die Druckspannungen. Als Basis für die Herleitung diente die Perry–Robertson–Gleichung, nach der die Biegezugspannungen in Folge von Imperfektionen nach Theorie II. Ordnung einbezogen werden. Als Voraussetzung wurde angenommen, dass sich nach Gl. (2.38) aus dem Verhältnis f auch auf die 0,2%–Spannung im Zugbereich schließen lässt.

$$\sigma_{u,t} = \chi_t \cdot \sigma_{t0,2} \quad (2.37)$$

mit:

$\sigma_{u,t}$ Grenzspannung im Zugbereich

χ_t Abminderungsbeiwert für Zugspannungen

$\sigma_{t0,2}$ Zugspannung bei einer Dehnung von $\varepsilon_t = 0,2\%$

$$\sigma_{t0,2} = f \cdot \sigma_{c0,2} \quad (2.38)$$

$$\chi_t = \frac{1}{\varphi_t + \sqrt{\varphi_t^2 + f \cdot \lambda_c^2}} \quad (2.39)$$

$$\varphi_t = \frac{1}{2} (-1 + \eta_t + f \cdot \lambda_c^2) \quad (2.40)$$

$$\eta_t = \alpha \left((\lambda_c - \lambda_1)^\beta - \lambda_0 \right) + \frac{32}{225} \quad (2.41)$$

Für Gl. (2.41) wird, um überhaupt Zugspannungen zu erhalten, der modifizierte Beiwert η_t^* nach Gl. (2.36) verwendet. Das additive Glied ergibt sich näherungsweise aus den üblichen Abmessungen von Stützenquerschnitten nach [86].

Der Nachweis erfolgt unter Betrachtung beider Grenzspannungen nach Gl. (2.42). Mit den üblichen Abmessungen wird im Bereich kleiner Schlankheitsgrade der Nachweis der Druckspannungen maßgebend und ab etwa $L/i = \lambda = 50$ der Nachweis der Zugspannungen. Eine etwas genauere Abschätzung des Übergangs kann nach Gl. (2.43) vorgenommen werden.

$$\sigma_u = \min \{ \sigma_{u,c}, \sigma_{u,t} \} \quad (2.42)$$

$$\lambda_{c/t} \approx \sqrt{\frac{\pi^2 E_0}{\sigma_{c0,2}}} (1 + 0,85 \cdot f) \quad (2.43)$$

mit:

$\lambda_{c/t}$ Grenzschlankheitsgrad, ab der die Tragfähigkeit durch das Erreichen der Zugfestigkeit bestimmt wird

Der Vergleich der Berechnungsvorschrift mit den Versuchen von *Tetmajer* [99] in Abb. 2.16 zeigt, dass mit den angegebenen Werten eine untere Begrenzung der experimentellen Ergebnisse entsteht.

Der Vorteil des Verfahrens liegt in seiner allgemeinen Anwendbarkeit ohne vorherige experimentelle Bestimmung von bauteilabhängigen Parametern. Gleichzeitig ist dies aber auch nachteilig gegenüber den oben vorgestellten Konzepten, nach denen eine individuelle Behandlung auf Basis der erkundeten Material- und Geometriedaten zu wirtschaftlicheren Ergebnissen führen dürfte. Dies wurde auch schon von *Lindner* in [60] angemerkt. Der gesetzte Werte für die Druckfestigkeit liegt im oberen Bereich der bisher gemessenen Werte und damit wird auch die Zugfestigkeit sehr hoch angesetzt. Der E_0 -Modul dagegen wird eher mit einem relativ kleinen Wert im Vergleich mit aktuell gemessenen Werten vorgegeben.

Die Größenordnung für Sicherheitsbeiwerte, die für die Bemessung notwendig sind, wurde von *Rondal* und *Rasmussen* nicht festgelegt. Es wurde aber darauf hingewiesen, dass die Lagerungsbedingungen in den Versuchen heute nicht mehr in jedem Fall klar nachvollziehbar ist und die Daten daher nur begrenzt für eine statistische Betrachtung nach [24] verwendet werden können.

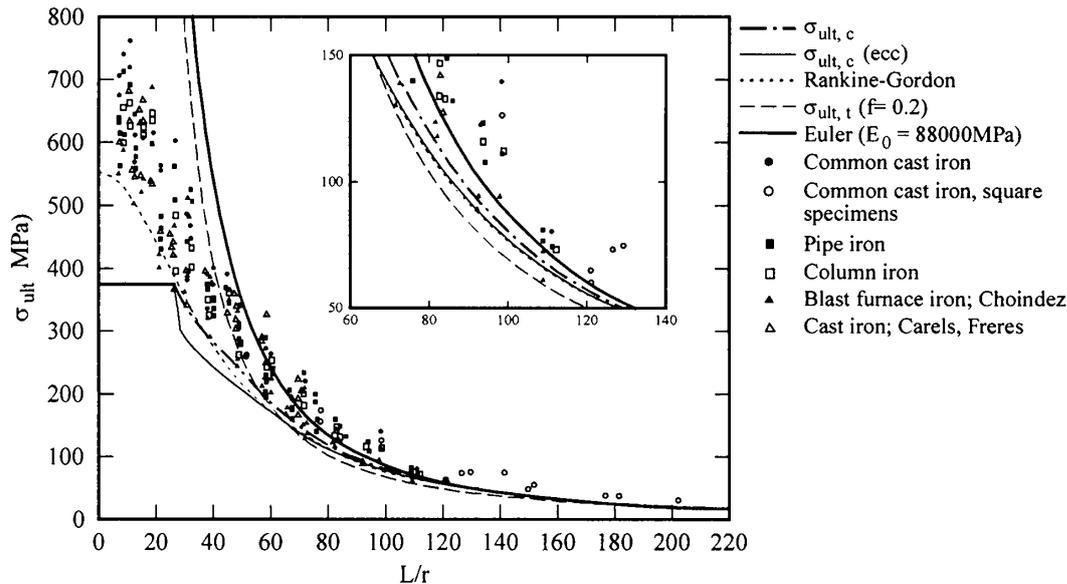


Abb. 2.16: Bemessungsverfahren von *Rondal* und *Rasmussen* im Vergleich mit den Versuchen von *Tetmajer* [82]

2.9 Push-Out-Versuche

2.9.1 Übersicht über durchgeführte Versuche

Versuche zur Bestimmung der Verbundspannung zwischen Stahl und Beton sind für betongefüllte Stahlhohlprofile in den letzten Jahrzehnten in großem Umfang durchgeführt worden. Beispielsweise seien hier die Versuche von *Virdi et al.* [105], *Roik et al.* [78, 79], *Roeder* [77] und *Shakir-Khalil et al.* [92, 93] genannt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen lieferten die Grundlagen für die in den aktuellen Normen ([20, 27, 29]) festgelegten Werte für die ansetzbare Verbundspannung τ_{II} .

Diese Untersuchungen lieferten im Wesentlichen folgende Ergebnisse:

1. Der Verlauf der Last-Verschiebungskurven setzt sich allgemein aus zwei Bereichen zusammen. Im ersten Teil der Kurve ist ein sehr steifes Verhalten der Probe zu beobachten, bevor nach einem ausgeprägten Übergangsbereich der Verlauf deutlich abflacht bzw. auch keine weitere Last bei zunehmenden Verschiebungen aufgebracht werden kann. In Abb. 2.17 ist ein typisches Diagramm dargestellt.
2. Für den sehr steilen Anstieg im ersten Bereich wird das „*microlocking*“ verantwortlich gemacht. Durch die Rauigkeit der Oberfläche entstehen mechanische Verdübelungen im Verbundbereich. Diese Verzahnung wird mit zunehmender Verschiebung zerstört und kann auch als Haftreibung bezeichnet werden.

Im Bereich größerer Verschiebungen ist diese Art Widerstand abgebaut. Verantwortlich für den weiterhin vorhandenen Verbund sind Effekte aus dem „*macrolocking*“. Damit wird die mechanische Verzahnung auf Grund von Imperfektionen in Form von

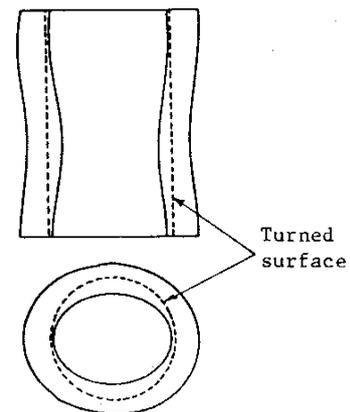
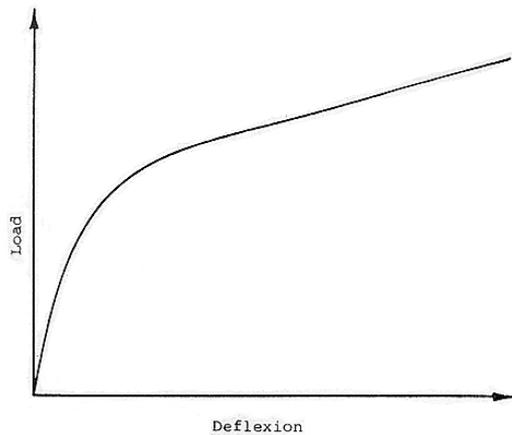


Abb. 2.17: Prinzipielle Last-Verschiebungskurve nach [105] **Abb. 2.18:** Abweichungen in der Geometrie nach [105]

Abweichungen der inneren Geometrie des Stahlzylinders von der Idealform nach Abb. 2.18 bezeichnet. Auch bei großen Verschiebungen bleibt dieser Widerstand im Wesentlichen erhalten und kann damit auch als Reibungsverbund bezeichnet werden.

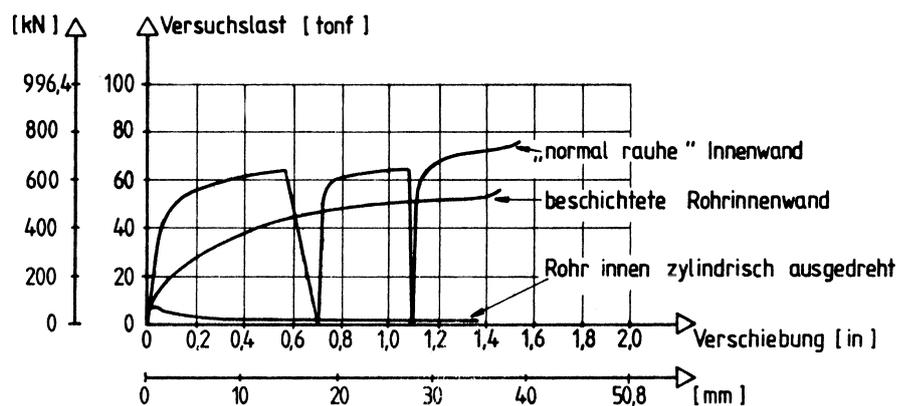


Abb. 2.19: Unterschiedliche Last-Verschiebungskurven nach [105] in Abhängigkeit von der Behandlung der Innenoberfläche des Stahlmantels

Untersuchungen an Proben, bei denen die innere Oberfläche durch Abdrehen geglättet oder mit Gleitmitteln versetzt wurde, haben diesen Effekt bestätigt. Im ersten Fall konnte nur eine sehr geringe Haftreibung beobachtet werden, ehe die Kraft sehr schnell auf nahezu Null abfiel. Im zweiten Fall entfiel der steile Anstieg im Anfangsbereich und die Kurve nahm sofort einen ausgeprägt nichtlinearen Verlauf an. Eine prinzipielle Gegenüberstellung der drei Versuchstypen ist in Abb. 2.19 gegeben.

- Die Festigkeit des Betons spielt für die Verbundfestigkeit nur eine untergeordnete Rolle. Dieses Ergebnis konnte durch alle Untersuchungen bestätigt werden. In DIN 18806-1 [20] war der Rechenwert τ_u noch nach Betongütern differenziert, diese

Abhängigkeit ist aber in aktuellen Normen nicht mehr enthalten (siehe Tab. 2.2).

4. Zu keinem signifikantem Zusammenhang führten die ebenfalls untersuchte Beeinflussung der Verbundspannung durch geometrische Größen wie D/h (h : Kontaktlänge), D/t (siehe insbesondere [77]), das Betonalter, die Belastungsgeschwindigkeit und die Art der Verdichtung. Tendenziell konnte gezeigt werden, dass die Verbundfestigkeit mit größer werdendem Durchmesser bzw. steigendem (D/t) -Verhältnis sinkt. Dies wird mit der abnehmenden Steifigkeit des Stahlrohrs gegenüber dem Betonkern begründet. Der Stahlmantel ist zunehmend weniger in der Lage, die Verschiebung des Kerns durch *micro- und macrolocking* zu behindern.
5. Deutlich ersichtlich ist hingegen der Zusammenhang zwischen dem Schwindverhalten des Betons und der erreichten Verbundfestigkeit. Durch das Abschwinden des Betons von der Innenoberfläche verringert sich der Effekt aus dem *microlocking*. Dies konnte insbesondere bei Betonen mit hohem Zementgehalt beobachtet werden (siehe dazu [93]).

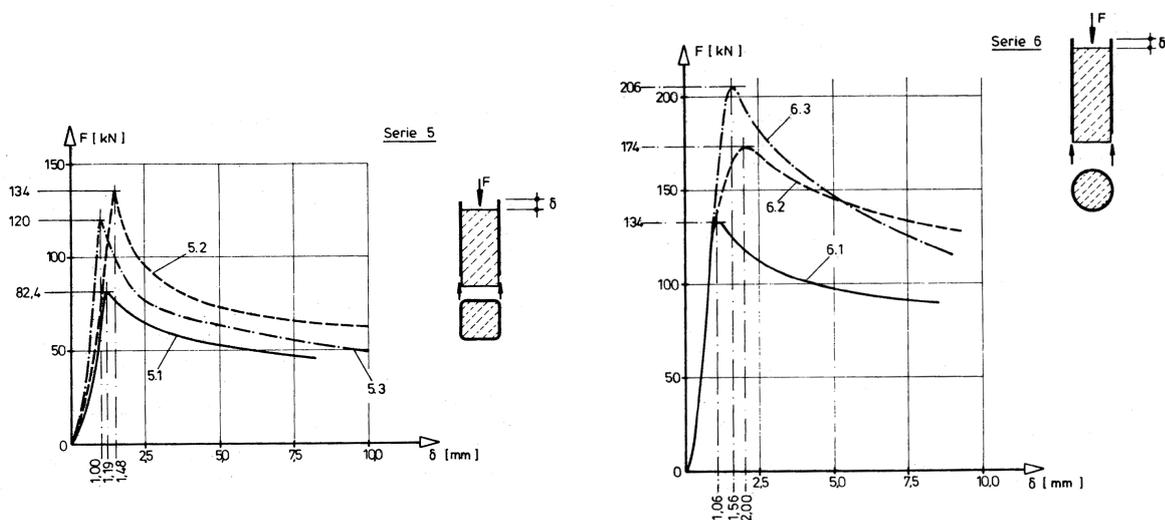


Abb. 2.20: Last-Verschiebungskurve für betongefüllte Rechteck-Hohlprofile nach [79]

Abb. 2.21: Last-Verschiebungskurve für betongefüllte Rohrprofile nach [79]

2.9.2 Grenzwerte für die Verbundspannung in den Normen

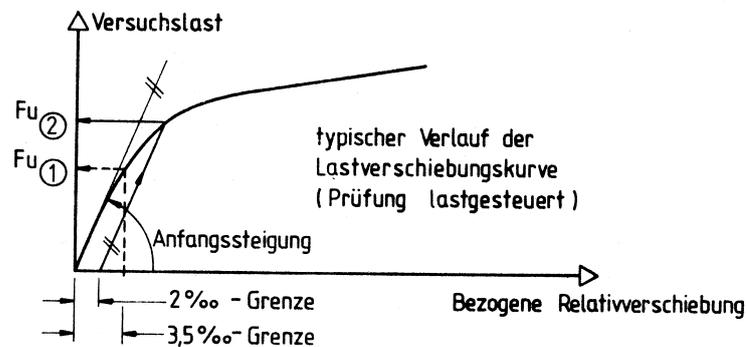
Das Ziel der oben beschriebenen Versuche und Untersuchungen war die Festlegung einer Grenzverbundspannung zwischen Stahl und Beton bei ausbetonierten Stahlhohlprofilen. Je nach statischem System ist ein Nachweis dieser Spannung bei planmäßiger Querkraft oder im Bereich der Lasteinleitung notwendig.

Zugrundegelegt wurde für eine anrechenbare Verbundspannung nach [105] nur der Bereich des Haftverbunds, nach [79] der Bereich des Reibverbunds nach Überschreitung des Maximalwertes der Verbundfestigkeit. Dazu wurde der Mittelwert der Lasten herangezogen, die zu Verformungen von $\delta = 5 \text{ mm}$ und $\delta = 7,5 \text{ mm}$ gehören. Bei den Ergebnissen nach [105] ist die Abgrenzung des Bereichs mit Haftverbund gegen den des Reibungs-

Tab. 2.2: Grenzwerte für Verbundspannungen bei betongefüllten Kreishohlprofilen

| Norm | DIN 18 806-1 | | | | DIN V ENV | DIN V 18 800-5: |
|---|--------------|------|------|------|----------------|-----------------|
| | B25 | B35 | B45 | B55 | 1994-1-1: 1992 | 2004-11 |
| Festigkeits- klasse des Betons | B25 | B35 | B45 | B55 | alle | alle |
| max τ bzw. τ_{Rd} [N/mm ²] | 0,39 | 0,42 | 0,49 | 0,59 | 0,4 | 0,55 |

verbundes nur schwer möglich, so dass hier zusätzlich eine Dehnungsbegrenzung in der Verbundfuge von 3,5‰ zur Definition eines Grenzwertes herangezogen wurde. Korrespondierend zur Bruchdehnung ϵ_{cu} des Betons wurde nach Abb. 2.22 diejenige Spannung als Grenzverbundspannung definiert, die bei einer Dehnung von ebenso 3,5‰ in der Verbundfuge erreicht wurde. Dieses Verfahren ist aus der Festlegung von Streckgrenzen bei metallischen Werkstoffen ohne ausgeprägten Fließbereich, z.B. bei hochfesten Stählen, bekannt. Eigentlich müsste dann aber auch eine elastische Entlastungsgerade vorhanden sein, was hier aber nicht der Fall ist.

**Abb. 2.22:** Definition der Grenzverbundspannung auf Grundlage kritischer Dehnungen nach [79]

Die derzeit in Normen geregelten Verbundspannungen bei ausbetonierten Hohlprofilen sind in Tab. 2.2 angegeben.

3 Experimentelle Untersuchungen

3.1 Allgemeines

Die Eigenschaften von historischem Gusseisen, wie es in den Stützen aus der Zeit um die Jahrhundertwende Verwendung fand, schwanken bekanntlich über einen großen Parameterbereich. Druck- und Zugfestigkeit, der qualitative Verlauf der σ - ϵ -Linie und auch die Zusammensetzung des Materials sind individuell und von Bauteil zu Bauteil verschieden. Daher ist die Erkundung des Bauteils und die Bestimmung der für die Nachrechnung notwendigen Parameter unbedingt notwendig.

Für die hier im Rahmen eines DFG-Forschungsvorhabens [61] durchgeführten Großversuche standen vier kannelierte Stützen mit veränderlichem Querschnitt (S1 bis S4) aus einer abgebrochenen Brücke der Deutschen Bahn AG zur Verfügung. Die Kleinversuche wurden an zylindrischen Stützensegmenten aus Stützen eines Berliner Geschossbaus durchgeführt.

3.2 Aufnahme der Geometrie

Als zerstörungsfreie Prüfmethode hat sich zur Aufnahme der Geometrie von Gussstützen die Ultraschallmethode etabliert. Die damit erzielten Ergebnisse sind für eine Weiterverwendung in statischen Berechnungen hinreichend genau. In der Literatur ist das Verfahren vielfach beschrieben (siehe [45, 54, 108]), so dass hier nur die wesentlichen Schritte wiedergegeben werden.

1. Reinigung der Stützen von alten Anstrichen und Rost (Sandstrahlen),
2. Messung des Umfangs in allen relevanten Höhen,
3. Messung der Dicke an mehreren Punkten des Umfangs mit Hilfe eines Ultraschallgeräts,
4. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit des Gusseisens an einer zugänglichen Stelle durch Kontrollmessungen mit Messschieber o.ä.,
5. Berechnung der realen Dicke der Wandungen durch Skalierung der gemessenen Werte mit der ermittelten Schallgeschwindigkeit.

Die Schallgeschwindigkeit von Gusseisen schwankt etwa in einem Bereich von 4000 m/s bis 5000 m/s . Für die Dickenmessung mit Ultraschall ist es aber notwendig, den genauen Wert für das untersuchte Bauteil zu kennen. Da das Verhältnis von Dicke t und Schallgeschwindigkeit c eines Materials annähernd konstant ist, kann man nach Gl. (3.1) über ein Referenzmaterial die jeweilige Schallgeschwindigkeit im untersuchten Bauteil bestimmen.

3 Experimentelle Untersuchungen

Dazu wird i.d.R. eine Probe aus Baustahl verwendet, die eine konstanten Schallgeschwindigkeit von $c_s = 5920 \text{ m/s}$ aufweist.

Die Berechnung von c_w im Gussbauteil sollte an mehreren Stellen durchgeführt werden, da die Schallgeschwindigkeit innerhalb des Bauteils Schwankungen aufweisen kann. Neben Ursachen, die in der Inhomogenität des Materials selbst liegen ist dies zum Teil auch von der Bauteildicke abhängig. Von der Tendenz her ist die Schallgeschwindigkeit um so größer, um so geringer die Dicke ist. Bei Verwendung einer mittleren Schallgeschwindigkeit wird also die Wanddicke im Bereich geringer Dicken unterschätzt und im Bereich größerer überschätzt. Verschiedene Untersuchungen haben ergeben, dass sich die Abweichungen auf maximal etwa $\pm 5\%$ [54] belaufen. Bei der rechnerischen Beurteilung einer Stütze kann dies vernachlässigt werden, da beispielsweise bei einer Dicke von 25 mm der Fehler von ca. 1,25 mm im Bereich der ohnehin vorhandenen Oberflächenrauigkeit liegt.

$$\frac{t_w}{c_w} = \frac{t_s}{c_s} \quad (3.1)$$

mit:

| | | |
|-------|-------|---|
| t_w | | Dicke des untersuchten Bauteils |
| c_w | [m/s] | Schallgeschwindigkeit des untersuchten Bauteils |
| t_s | | Dicke des Referenzbauteils, durch Messung ermittelt |
| c_s | [m/s] | Schallgeschwindigkeit des Referenzmaterials |

Bei nahezu allen bisher untersuchten historischen Gussstützen (siehe [45, 54, 108]) konnte ein Versatz des Kerns festgestellt werden, der gewöhnlich an den Enden der Stütze gegen Null auslief und im Bereich der Mitte sein Maximum aufwies. Auch an den hier geprüften Stützen war dies festzustellen. In Abb. 3.2 sind mehrere Druckproben abgebildet, die entlang des Umfangs eines Querschnitts entnommen wurden. Deutlich ist die Zu- und Abnahme der Dicke zu erkennen. Diese herstellungsbedingte geometrische Imperfektion führt zu sich verändernden Querschnittswerten über die Länge und durch die Exzentrizität zu unplanmäßigen Biegemomenten auch bei reiner Druckbelastung. Die Zusammenhänge am Querschnitt sind in Abb. 3.1 dargestellt.

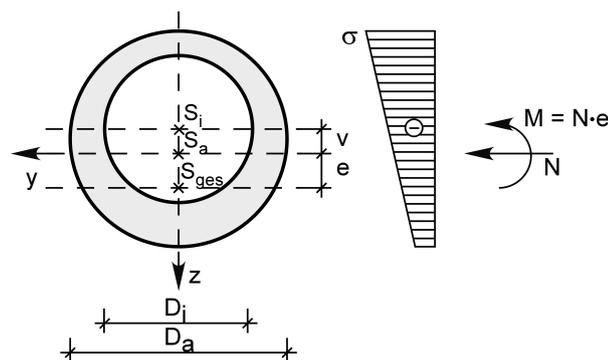


Abb. 3.1: Exzentrizität und Kernversatz am Querschnitt

Der Verlauf des Kernversatzes über die Länge der einzelnen Stützen ist in den Abb. 3.3 bis 3.6 dargestellt. Gleichzeitig ist in den Diagrammen der Verlauf des durch eine Sinusform idealisierten Versatzes eingetragen.



Abb. 3.2: Kernbohrungen entlang des Umfangs eines Querschnitts

Tab. 3.1: Querschnittswerte in Stützenmitte (Schnitt IV-IV)

| Stütze | D_a [mm] | D_i [mm] | t_{min} [mm] | t_{max} [mm] | t_m [mm] | A [mm ²] | I_y [mm ⁴] | v [mm] | e [mm] |
|--------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|---------------|---------------------------|-----------------------------|-------------|-------------|
| S1 | 275,0 | 222,3 | 24,0 | 28,7 | 26,4 | 20583,5 | 1,602E+08 | -2,4 | 4,4 |
| S2 | 275,0 | 220,6 | 24,0 | 30,4 | 27,2 | 21174,8 | 1,634E+08 | -3,2 | 5,8 |
| S3 | 275,0 | 227,5 | 19,6 | 28,0 | 23,8 | 18764,3 | 1,471E+08 | -4,2 | 9,0 |
| S4 | 275,0 | 222,5 | 23,6 | 29,0 | 26,3 | 20531,1 | 1,597E+08 | -2,7 | 5,1 |

Bei zylindrischen Hohlstützen lassen sich die infolge des inneren Versatzes von einem Kreisring abweichenden Querschnittswerte nach Gleichungen (3.2) bis (3.4) berechnen. Sind die Stützen aber stark kanneliert, wie es bei den hier untersuchten Stützen der Fall ist, muss die Ermittlung der Querschnittswerte über Integrationsformeln für polygonal begrenzte Querschnitte (z.B. [71]) erfolgen.

$$A = \frac{(D_a^2 - D_i^2) \cdot \pi}{4} \quad (3.2)$$

$$e = \frac{-v \left(\frac{D_i^2 \cdot \pi}{4} \right)}{A} \quad (3.3)$$

$$I_y = \frac{(D_a^4 - D_i^4) \cdot \pi}{64} - \frac{D_i^2 \cdot \pi}{4} \cdot (v^2 - e \cdot v) \quad (3.4)$$

Für die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens untersuchten Stützen sind nach den beschriebenen Methoden die Werte für die Querschnittsgeometrie ermittelt worden und in Tab. 3.1 angegeben. Die Querschnittswerte beziehen sich dabei auf den im Anhang A.2 auf S. 168 dargestellten Schnitt IV-IV, in dem ein zylindrischer Querschnitt vorliegt. Für die Nachrechnung in Kap. 4.6.2 wurden die Werte aus Tab. 3.2 verwendet, die sich aus dem Versatz in Stützenmitte für den angenommenen sinusförmigen Verlauf ergeben. An den entsprechenden Stellen in Kap. 4.6.2 wird das noch näher erläutert. Die Werte für den Versatz übersteigen deutlich den Grenzwert von 2,5 mm, der für Gussstützen gefordert war (siehe Seite 9).

3 Experimentelle Untersuchungen

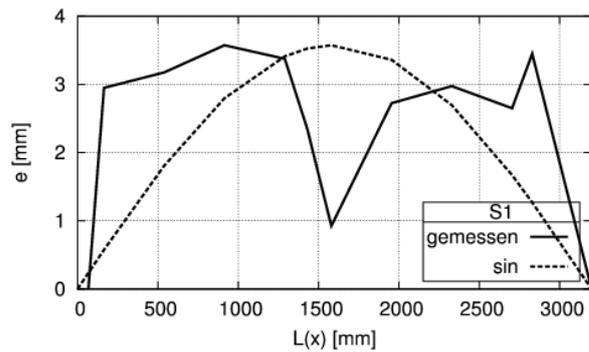


Abb. 3.3: Verlauf des Kernversatzes der Stütze S1

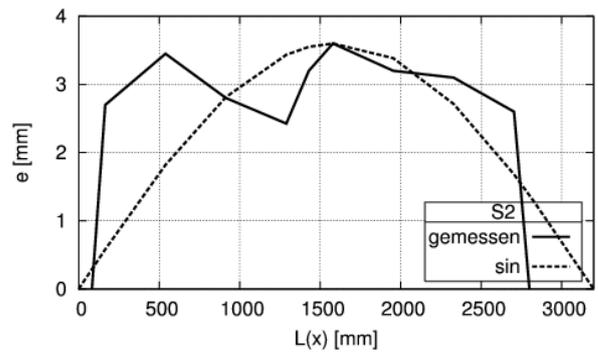


Abb. 3.4: Verlauf des Kernversatzes der Stütze S2

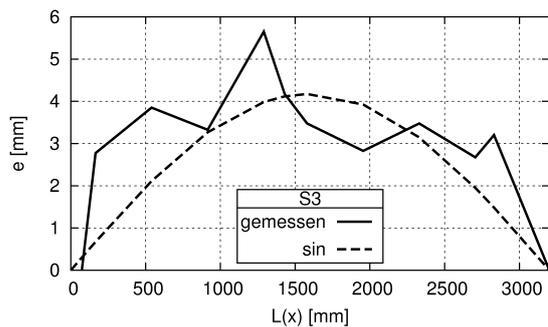


Abb. 3.5: Verlauf des Kernversatzes Stütze der S3

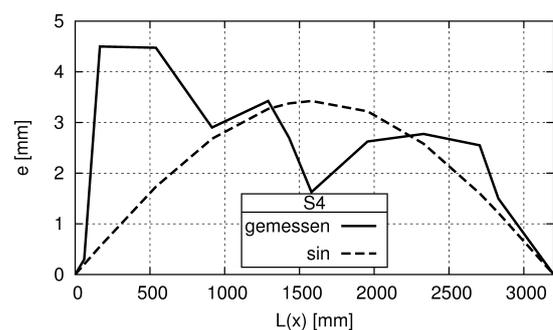


Abb. 3.6: Verlauf des Kernversatzes Stütze der S4

3.3 Messung von Imperfektionen

Wegen der schon in Kap. 2.4 angesprochenen fehlenden aktuellen Angaben zu Vorkrümmungen von Gussstützen wurden im Zuge der Untersuchungen zu [37] Messungen an den dortigen Gussstützen vorgenommen. Bei dem Bauwerk handelt es sich um ein altes Kaufhausgebäude in Berlin-Mitte aus der Zeit um 1900. Die Stützen, die über mehrere Geschosse die Lasten des Gebäudes abtragen, wiesen Durchmesser zwischen 300...350 mm auf und waren etwa 4000 mm lang.

Zur Ermittlung der Vorkrümmungen wurde eine 2720 mm lange Messschnur verwendet. Diese wurde im mittleren Bereich der Stützen oben und unten mit jeweils 7 mm Abstandshaltern angelegt und der Abstand zur Stütze selbst in Stützenmitte und in den

Tab. 3.2: Querschnittswerte in Stützenmitte für die Nachrechnung

| Stütze | D_a [mm] | D_i [mm] | t_{min} [mm] | t_{max} [mm] | t_m [mm] | A [mm ²] | I_y [mm ⁴] | v [mm] | e [mm] |
|--------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|---------------|---------------------------|-----------------------------|-------------|-------------|
| S1 | 275,0 | 222,3 | 22,8 | 30,0 | 26,4 | 20583,5 | 1,594E+08 | -3,6 | 6,8 |
| S2 | 275,0 | 220,6 | 23,6 | 30,8 | 27,2 | 21174,8 | 1,631E+08 | -3,6 | 6,5 |
| S3 | 275,0 | 227,5 | 19,6 | 28,0 | 23,8 | 18764,3 | 1,471E+08 | -4,2 | 9,1 |
| S4 | 275,0 | 222,5 | 22,9 | 29,7 | 26,3 | 20531,1 | 1,592E+08 | -3,4 | 6,4 |

Viertelpunkten mit einem Messschieber mit einer Genauigkeit von 1/10 mm gemessen. Dies wurde pro Stütze an 4 Stellen (Nord–Ost–Süd–West) durchgeführt. Vorab wurden die Stützen mit einer 3000 mm langen Aluminium–Messlatte auf Geradheit der Oberfläche geprüft. Bei den Arbeiten stellte sich heraus, dass die Stützen schon auf Grund von Fertigungsungenauigkeiten beim Giessprozess an vielen Stellen nicht exakt zylindrisch waren. Vielfach wiesen die Oberflächen wie in Abb. 3.7 schematisch dargestellt lokale Aus– oder Einbuchtungen auf, die das Messen sehr erschwert haben, stellenweise sogar unmöglich machten.

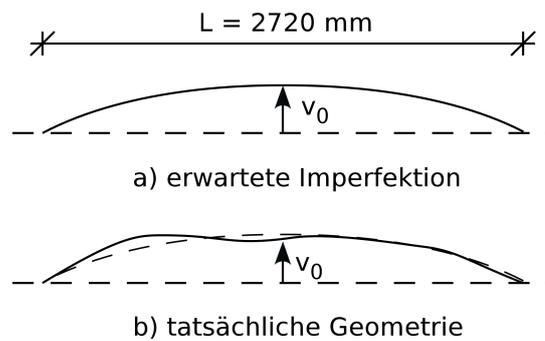


Abb. 3.7: Messung der Vorkrümmung

$$f_{Stich} = \frac{L}{v_0} \quad (3.5)$$

$$v_0 = v_{0,L=2720} \cdot \left(1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 640}{4000}\right)}{1 - \sin\left(\frac{\pi \cdot 640}{4000}\right)} \right) \quad (3.6)$$

mit:

- $v_{0,L=2720}$ auf einer Bezugslänge von $L_{Bezug} = 2720 \text{ mm}$ gemessener Stich
- v_0 auf die Stützenlänge $L = 4000 \text{ mm}$ umgerechneter Stich

Die gemessenen Werte konnten bei Annahme einer sinusförmigen Vorkrümmung anhand Gl. (3.6) auf die Stützenlänge umgerechnet werden. Bei der Auswertung nach Gl. (3.5) zeigte sich, dass die Messungen in kaum einem Fall ein einheitliches Bild von der Vorkrümmung lieferten. Einige Stützen wiesen eine komplett konvexe oder hyperbolische Form auf. Die Messungen von v_0 müssten sich für die jeweils gegenüberliegenden Seiten aufheben, was dann nicht der Fall war. Da der Einfluss oben genannter lokaler Effekte nicht auszuschließen aber nicht quantifizierbar war, wurden die Ergebnisse nicht weiter verwendet. Eine genauere Messung war mit vertretbarem Aufwand nicht realisierbar, da dann auch alle lokalen Abweichungen von der idealen Geometrie hätten aufgenommen werden müssen.

3.4 Materialkennwerte

3.4.1 Experimentelle Bestimmung der Druck- und Zugfestigkeit

Für die genaue Bestimmung der σ - ε -Kurve des jeweiligen Gussmaterials ist es notwendig, Proben im Druck- und Zugbereich zu untersuchen.

Die Druckproben wurden an zylindrischen Probekörpern nach DIN 50 106 [21] durchgeführt. Um die Stauchungen möglichst genau aufzuzeichnen, wurden die Proben mit Dehnmessstreifen versehen die in der Lage waren, auch große Dehnungen ohne Zerstörung zu ertragen. Es wurden jeweils zwei DMS gegenüberliegend angebracht. Trotz der speziell für große Dehnungen ausgelegten Klebstoffe lösten sich bei einigen Versuchen infolge der Stauchung einzelne DMS ab. Von daher wiesen einige Kurven einen geringfügigen Knick im Verlauf auf. Für diese Versuche ist vom letzten zutreffend erfassten Messpunkt aus bis zur Bruchspannung bei einer angenommenen Bruchdehnung von $\varepsilon_{u,d} = 8\%$ ein linearer Verlauf angesetzt worden. Die zugehörigen Lasten wurden aus der Prüfmaschine ausgelesen. In der folgenden Tab. 3.3 sind die Werte für alle Stützen angegeben. In Abb. 3.8 sind die Ergebnisse der Kleindruckproben in Form von σ - ε -Kurven dargestellt.

Tab. 3.3: Materialparameter S1-S4

| Stütze | E_0 [N/mm ²] | R_d [N/mm ²] | R_m [N/mm ²] |
|--------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| S1 | 95836 | 462,3 | 124,7 |
| S2 | 111100 | 448,0 | 111,3 |
| S3 | 98060 | 450,7 | 112,7 |
| S4 | 94349 | 434,0 | 108,5 |

Etwas problematisch gestaltete sich die Bestimmung des Anfangs-E-Moduls E_0 . Die aufgezeichneten Kraft-Weg-Diagramme wiesen in der Nähe des Koordinatenursprungs in der Regel kleinere Sprünge auf, so dass die Verwendung des ersten aufgezeichneten Wertes willkürlich erscheint. Je nach Festlegung der Weite des linearen Bereichs konnte der berechnete E_0 -Modul um etwa 5000 N/mm² schwanken. Um das Vorgehen zu vereinheitlichen, wurde für den linearen Bereich daher eine Grenzdehnung von $\varepsilon = 0,001$ festgelegt und der E_0 -Modul mit dem zugehörigen Spannungswert bestimmt. Auf die weitere Berechnung hat der Anstieg der Arbeitslinie in diesem Bereich keine große Auswirkung, solange die Steigung kontinuierlich abnimmt. Der E_0 -Modul ist im Druck- und im Zugbereich nahezu gleich. Die vorhandenen Messdaten wurden geglättet (gleitender Durchschnitt über ca. 30 Werte) und auf max. 20 Wertepaare reduziert. Dies war notwendig, um die Arbeitslinie später im verwendeten Programm ANSYS benutzen zu können.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung des E_0 -Moduls besteht darin, die Korrelation zwischen Schallgeschwindigkeit c_1 , Rohdichte ρ und E_0 -Modul für eine Berechnung auszunutzen. Der Zusammenhang nach Gl. (3.7) ist seit langem bekannt (siehe [30, 56]).

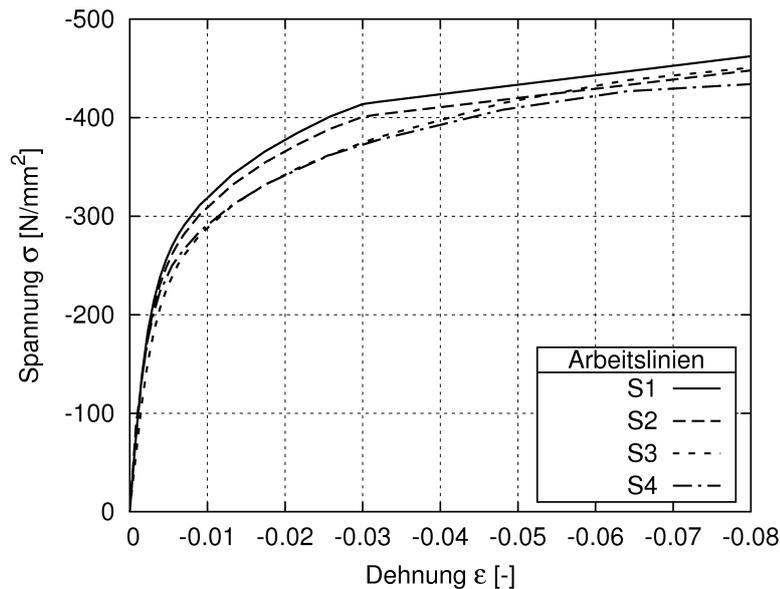


Abb. 3.8: Materialarbeitslinien S1–S4

$$E_0 = \frac{c_1^2 \cdot \rho \cdot (1 + \mu)(1 - 2\mu)}{1 - \mu} \cdot 10^{-6} \quad (3.7)$$

mit:

- c_1 Schallgeschwindigkeit der jeweiligen Probe in $[m/s]$
- E_0 Anfangs-E-Modul in $[N/mm^2]$
- ρ Rohdichte in $[kg/m^3]$
- μ Querdehnzahl, für Guss $\mu = 0,29$

Aus Zeitgründen wurde eine Bestimmung des E_0 -Moduls nach Gl. (3.7) für die hier untersuchten Stützen nicht durchgeführt. Zur Absicherung der Werte aus den Kleindruckproben bietet sich diese Methode aber durchaus an, da die angesprochenen Messwertschwankungen bei der Aufnahme der σ - ϵ -Kurve hierbei nicht anfallen. Sollte die untersuchte Probe jedoch im Inneren durch nicht sichtbare Einschlüsse gestört sein, wäre auch hier ein verfälschtes Ergebnis zu erwarten, da die Dichte geringer als im ungestörten Bereich ausfallen würde.

Mehrere an einer Stütze entnommene Materialproben können unterschiedliche Druck- und Zugfestigkeiten aufweisen, was in der Inhomogenität des Materials (siehe Kap. 3.1) begründet ist. Dieses Phänomen wurde auch in [45, 54] beobachtet. Der qualitative Verlauf der σ - ϵ -Kurve ist hingegen ähnlich; der E_0 -Modul bleibt nahezu gleich. Das ist in Abb. 3.9 für mehrere Druckversuche an Proben der Stütze S1 dargestellt. Für die weitere Verwendung wurde dann für jede Stütze S1 – S4 eine mittlere Arbeitslinie festgelegt, wie in Abb. 3.8 dargestellt ist. Die bei den Kleindruckproben erreichten Bruchdehnungen variieren zwischen 6% – 12%. Einheitlich wurde für die Nachrechnungen angenommen, dass bei einer Grenzdehnung von 8% die Druckfestigkeit R_d erreicht wird (siehe Abb. 3.8).

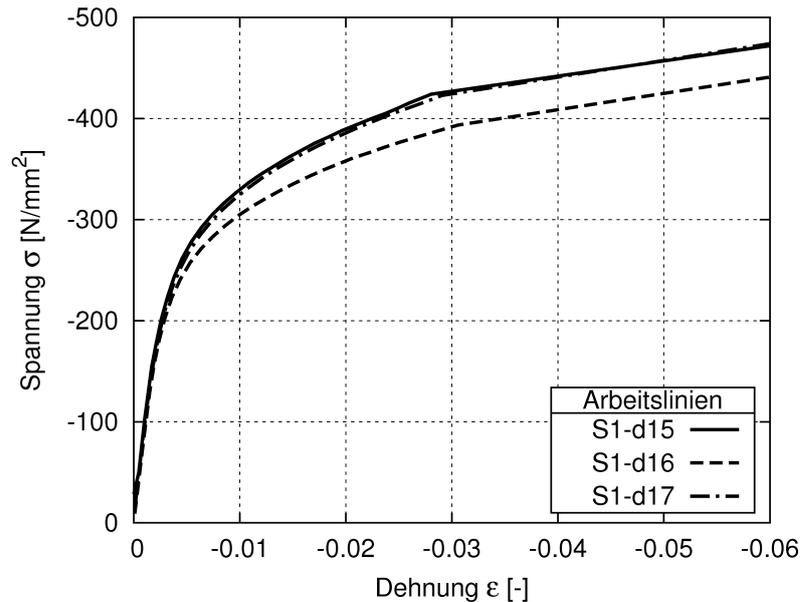


Abb. 3.9: Arbeitslinien für verschiedene Druckproben der Stütze S1

Somit stand in dem betrachteten Bereich für alle Linien die gleiche Anzahl an Punkten zur Verfügung.

3.4.2 Härtemessungen

Von *König* wurde im Rahmen seiner materialkundlichen Untersuchungen zum historischen Gusseisen in [54] auch der Zusammenhang zwischen Härte und Festigkeit R_d umfassend untersucht. Allgemeinere Angaben zu den Zusammenhängen mit anderen Eigenschaften sind [70] zu entnehmen.

Als Messverfahren wählte er das sehr praktikable Verfahren mit dem *EQUOTIP*-Messgerät [73], das zu den anderen Verfahren (Härte nach *Brinell*, *Rockwell*, *Vickers*) umrechenbare Werte liefert. Das Ergebnis des Vergleichs von Härtemessungen und Druckfestigkeit stellte er in Form einer Geradenbeziehung nach (3.8) dar. Die Gleichung ergab sich durch lineare Regression aus den Werten von 166 Kleindruckproben. Beim Ansatz einer statistischen Sicherheit von $S = 90\%$ mit einem einseitigen Vertrauensbereich ergab sich die Beziehung nach Gl. (3.9). Die Gültigkeit der Angaben wird auf den Bereich von $420 \leq L_D \leq 575$ begrenzt, da nur in diesem Wertebereich Messungen vorlagen. Zur Überprüfung dieser Beziehung wurde ebenfalls mit Hilfe des Gerätes „*EQUOTIP*“ [73] die Härte nach *Leeb* L_D im Kopf-, Mittel- und Fußbereich der Stützen mit jeweils 10 Messpunkten gemessen und geräteintern in die Härte nach *Brinell* umgerechnet. Als Schlaggerät wurde dazu ein universelles Schlaggerät vom Typ D verwendet, das den Bereich der Brinellhärte von $93 \leq H_B \leq 334$ abdeckt (empfohlen für Grauguss). Die Messgenauigkeit des Verfahrens wird bei der Verwendung der L_D -Härte mit einer Toleranz von $\pm 0,5\%$ angegeben.

$$R_d = 2,7122 \cdot L_D - 754,58 \quad (3.8)$$

$$R_{d,90\%} = 2,7122 \cdot L_D - 795 \quad (3.9)$$

mit:

R_d Druckfestigkeit in N/mm^2

$R_{d,90\%}$ 90 %-Fraktile der Druckfestigkeit in N/mm^2

L_D EQUOTIP-Härte nach Leeb

Vor den Messungen wurden die untersuchten Bereiche mit einem Einhandwinkelschleifer und einer feinen Schleifscheibe von Flugrost, kleineren Verunreinigungen und Unebenheiten befreit, da diese Einflüsse ansonsten die Ergebnisse verfälschen würden. Als Abstand zwischen den einzelnen Messstellen einer Serie wurden etwa 3 mm gewählt. Die Untersuchungen wurden bei Raumtemperatur von 18°C durchgeführt. In Tab. 3.4 sind die Werte zu den Messungen und die Standardabweichung der einzelnen Serien angegeben.

Tab. 3.4: Ergebnisse der Härtemessungen (EQUOTIP)

| Stütze | Lage | L_D | H_B | σ | R_d | $R_{d,90\%}$ | $R_{d,e}$ |
|--------|--------------|---|---------------|----------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | unten | 520,00 | 205,00 | 20,00 | 655,76 | 615,34 | |
| | mitte | 491,00 | 180,00 | 12,00 | 577,11 | 536,69 | |
| | oben | 488,00 | 166,00 | 8,90 | 568,97 | 528,55 | |
| | μ | 499,67 | 183,67 | | 600,62 | 560,20 | 462,30 |
| 2 | unten | 511,00 | 197,00 | 6,90 | 631,35 | 590,93 | |
| | mitte | 486,00 | 176,00 | 11,00 | 563,55 | 523,13 | |
| | oben | 496,00 | 184,00 | 14,00 | 590,67 | 550,25 | |
| | μ | 497,67 | 185,67 | | 595,20 | 554,78 | 448,00 |
| 3 | unten | 506,00 | 196,00 | 13,00 | 617,79 | 577,37 | |
| | mitte | 507,00 | 194,00 | 21,00 | 620,51 | 580,09 | |
| | oben | 491,00 | 180,00 | 9,80 | 577,11 | 536,69 | |
| | μ | 501,33 | 190,00 | | 605,13 | 564,71 | 450,70 |
| 4 | unten | 511,00 | 197,00 | 9,30 | 631,35 | 590,93 | |
| | mitte | 478,00 | 169,00 | 6,40 | 541,85 | 501,43 | |
| | oben | 507,00 | 194,00 | 7,80 | 620,51 | 580,09 | |
| | μ | 498,67 | 186,67 | | 597,91 | 557,49 | 434,00 |
| | L_D | Härte EQUOTIP | | | | | |
| | H_B | Härte Brinell (aus Geräteeinstellungen) | | | | | |
| | $R_{d,90\%}$ | Druckfestigkeit nach Gl. (3.9) | | | | | |
| | $R_{d,e}$ | R_d experimentell bestimmt | | | | | |

Für die eigenen Untersuchungen ergeben sich nach Tab. 3.4 aus den Härtemessungen i.d.R. deutlich höhere Werte für die Druckfestigkeit ($R_{d,90\%}$) als durch die direkte Messung gemäß Kap. 3.4.1 ($R_{D,e}$). Die Abweichungen liegen im Bereich von bis zu 30 %. Diese Tendenz wurde auch schon in [108] festgestellt, wo ebenfalls die Festigkeiten nach Gl. (3.8) und (3.9) bis zu 20 % zu große Werte lieferte. Möglicherweise wird das Ergebnis der Messungen durch die nicht ebene Oberfläche der Stützen beeinflusst. Vergleichsuntersuchungen an plangefrästen Gussproben haben aber ähnliche Ergebnisse geliefert, so dass zumindest

eine Abweichung in dieser Größenordnung nicht darauf zurückzuführen sein kann. Eine zu raue Oberfläche hingegen würde zu eher kleineren L_D -Werten führen und hätte zudem eine starke Streuung der Einzelwerte zur Folge. Auch dies kann bei den hier gemessenen Werten ausgeschlossen werden. Von der Größenordnung der gemessenen Härte her liegen die Messungen im gleichen Bereich wie die Messungen von König ($470 \leq L_D \leq 542$).

Als Ergebnis lässt sich damit sagen, dass die Umrechnung von der Härte L_D nach dem *EQUOTIP*-Verfahren in eine zugehörige Festigkeit mit der von *König* angegebenen Beziehung für die hier geprüften Stützen nicht zu Ergebnissen auf der sicheren Seite führt.

3.5 Bestimmung der Verbundspannung zwischen Gusseisen und Beton

3.5.1 Allgemeines

Für Gussstützen sind bisher keine Verfahren zur Ertüchtigung experimentell untersucht worden. Der naheliegende Gedanke, die Stützen im Fall einer zusätzlichen Belastung durch Ausbetonieren zu verstärken, ist aus unterschiedlichen Gründen nicht verfolgt worden. *Käpplein* erhebt in [45] den Einwand, dass die Beschaffenheit der Innenwandung nicht genügend genau erkundet werden kann und somit keine Sicherheit über mögliche Verunreinigungen und lose Trennschichten besteht. Dadurch würde ein Verbund zwischen Beton und Gusseisen nicht entstehen können und es wäre keine Kraftübertragung möglich. Auch hält er die Authentizität des Tragwerks mit solch einer Maßnahme für nicht mehr gegeben. Aus wirtschaftlicher Sicht spricht jedoch vieles für eine nachträgliche Verstärkungsmöglichkeit. Das sehr aufwändige Ausbauen der alten Stützen im Bestand könnte entfallen und in Hinsicht auf den Brandschutz ist nach *Kordina* und *Falkner* [35] ebenfalls eine positive Auswirkung vorhanden.

Die im Rahmen des Forschungsvorhabens untersuchten Stützen wiesen durchweg eine saubere innere Oberfläche auf, die frei von Ablagerungen war. Selbst bei Stützen, die mehrere Monate ohne Schutz im Freien gelagert wurden, waren bis auf übliche Rostspuren keine nennenswerten Verunreinigungen festzustellen. Möglicherweise wurden die Stützen bereits bei der Herstellung auch von groben Verunreinigungen im Inneren gereinigt.

Um die Größe der möglichen Verbundspannung zwischen Beton und historischem Gusseisen zu bestimmen, wurden in Anlehnung an die im Verbundbau üblichen Push-Out-Versuche (siehe Kap. 2.9) Stützenabschnitte ausbetoniert und anschließend der Betonkern aus dem gusseisernen Mantel herausgepresst. Die dazu verwendeten Stützen stammen aus einem Gebäude in Berlin, das um die Jahrhundertwende gebaut wurde [58]. Damit kann davon ausgegangen werden, dass die Stützen auf die für diese Zeit typische Weise hergestellt und behandelt wurden. Durch umfangreiche Materialuntersuchungen in [108] ist das bestätigt worden.

Tab. 3.5: Kennwerte der Versuchskörper

| Körper | Länge | Durchmesser | | Wandstärke | Länge Betonkern | L/D_i | Behandlung F: Feger, B: Bürste |
|--------|-------|-------------|-------|------------|-----------------|---------|--------------------------------------|
| | L | D_a | D_i | t | L_c | | |
| | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | | |
| A1 | 347,0 | 230,0 | 182,0 | 24,25 | 309,5 | 1,70 | F |
| A2 | 343,0 | 230,0 | 182,0 | 24,25 | 300,7 | 1,65 | F+B |
| A3 | 230,0 | 231,0 | 182,5 | 24,25 | 189,5 | 1,04 | F |
| A4 | 264,0 | 231,5 | 184,0 | 24,25 | 227,7 | 1,24 | F |
| A5 | 262,0 | 231,0 | 184,0 | 23,75 | 223,5 | 1,21 | F+B |
| A6 | 262,0 | 230,0 | 182,5 | 23,75 | 222,5 | 1,22 | F |
| B1 | 258,0 | 278,5 | 218,5 | 30,3 | 210,0 | 0,96 | F |
| B2 | 250,0 | 280,0 | 216,5 | 31,8 | 193,5 | 0,89 | F+B |
| B3 | 307,0 | 279,5 | 215,5 | 31,8 | 267,5 | 1,24 | F |
| B4 | 307,0 | 278,0 | 215,5 | 31,3 | 266,3 | 1,24 | F+B |
| B5 | 308,0 | 278,0 | 218,0 | 30,5 | 269,0 | 1,23 | F |
| B6 | 307,0 | 279,0 | 215,0 | 32,0 | 270,0 | 1,26 | F+B |

3.5.2 Versuchsaufbau

Aus zwei zylindrischen Gussstützen wurden für die Push-Out-Versuche insgesamt 12 Proben gefertigt. Die Abschnitte wurden ohne Verwendung von Kühlmittel mit einer Bügelsäge abgesägt um sicherzustellen, dass kein zusätzlicher Flüssigkeitsfilm auf der Innenseite aufgetragen wurde. Anschließend wurden die Proben planparallel abgedreht. Die Innenflächen wurden entweder durch Ausbürsten mit einer Drahtbürste und anschließendem Ausfegen oder nur durch Ausfegen vorbereitet. Damit sollten lediglich die durch die Lagerung bedingten Verunreinigungen (Staub, Flugrost) entfernt werden. Die Angaben zu den einzelnen Versuchskörpern sind in Tab. 3.5 zusammengestellt. Die Waddicken der Proben schwanken geringfügig, was hier aber nicht weiter von Bedeutung ist und von dem inneren Versatz verursacht wird. Die Messung der Betonkernhöhe erfolgte nach dem Aushärten des Betons.

Die Längen wurden so gewählt, dass Proben mit unterschiedlichen Länge-Durchmesser-Verhältnissen entstanden. Die (d/t) -Verhältnisse lagen im Bereich von 0,9 bis 1,7. Messungen des Durchmessers an beiden Enden ergaben, dass der innere Querschnitt hinreichend zylinderförmig war. Eine konkave oder konvexe Form konnte nicht festgestellt werden. Dies hätte die Versuche ungünstig beeinflusst, da dann der Einfluss der Form gegenüber dem Einfluss der Verbundspannung deutlich in den Vordergrund getreten wären.

Unregelmäßigkeiten an der Innenoberfläche gab es im Wesentlichen nur bei den Proben aus Stütze A, die Proben aus Stütze B wiesen keine Besonderheiten auf. In Tab. 3.6 sind die festgestellten Störungen aufgelistet. Weitere Angaben können [12] entnommen werden.

Bei der Auswahl eines geeigneten Betons waren besondere Randbedingungen zu beachten. Soll der Einbau des Betons in eine Stütze im Bestand erfolgen, kann die Verdichtung nicht über Innenrüttler realisiert werden. Die dazu notwendigen Öffnungen würden einen zu

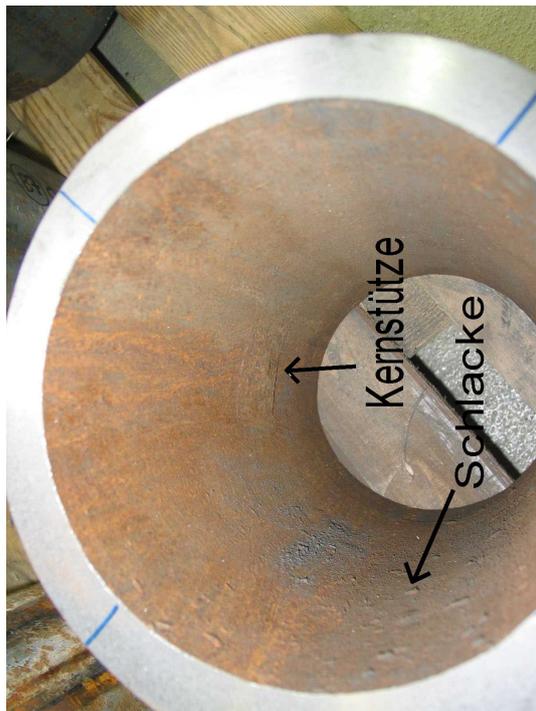


Abb. 3.10: Probe A1 mit Schlacke und Kernstütze



Abb. 3.11: Probe A2 mit Wulst



Abb. 3.12: Probe A5 mit Schlacke



Abb. 3.13: Probe A6 mit Querschnittsdeformation und eingeschlossener Kernstütze

Tab. 3.6: Besonderheiten der Innenoberflächen

| Probe | Besonderheit | Abb. |
|-------|--|------|
| A1 | Auswölbung (Kernstütze), deutlicher Schlackebesatz | 3.10 |
| A2 | umlaufende Wulst | 3.11 |
| A3 | Schlacke, Auswölbung (Kernstütze) $d = 30 \text{ mm}$, $h = 5 \text{ mm}$ | |
| A4 | Schlackebesatz | |
| A5 | Schlackebesatz | 3.12 |
| A6 | Querschnittsverformung durch angeschnittene Kernstütze | 3.13 |

großen Eingriff in das Bauteil darstellen. Daher wurde ein selbstverdichtender Beton (SVB) ausgewählt, der keine mechanische Unterstützung bei der Verdichtung erfordert. Das Größtkorn wurde aus oben angesprochenen Gründen auf 8 Millimeter begrenzt. Damit ist der Einbau durch eine relativ kleine Öffnung möglich. Gleichzeitig ist ein solcher Beton auch hervorragend pumpbar. Die Herstellung und Verwendung von SVB ist allgemein in DIN 1045-1 und -2 ([13, 14]) geregelt.

Die verwendete Betonmischung setzte sich aus folgenden Bestandteilen zusammen:

| | |
|------------------|---|
| Zement | CEM I 42,5 R |
| Zementgehalt | 328 kg/m^3 |
| Wasserzementwert | $w/z = 0,64$ (mit Fließmittel) |
| Zuschlag | Mittelstufe, 1480 kg/m^3 |
| Korngruppen | 0 – 4 mm 50 Gew. % 4 – 8 mm 50 Gew. % |
| Zusatzstoff | Grauwacke (Mehlkorn), 290 kg/m^3 , Verflüssiger <i>Fk63</i> |

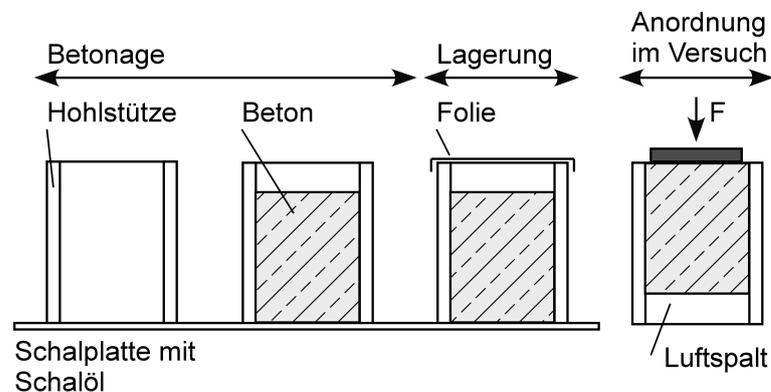
Die Druckfestigkeit von SVB entspricht im Allgemeinen der Festigkeit von normalen Betonen. Über die Verbundfestigkeit gibt es zum Teil widersprüchliche Ergebnisse aus verschiedenen Untersuchungen (siehe [38]), so dass dazu keine allgemeingültige Aussage über die Verbundfestigkeit im Vergleich zu Normalbeton gemacht werden kann.

Eine weitere wichtige Eigenschaft ist das Schwindverhalten. Die Schwindverformungen von SVB sind größer als die von Normalbeton. Dies könnte von großer Bedeutung für die Ergebnisse der Versuche sein, da ein durch Schwinden hervorgerufenes Ablösen des Betonkerns von der Gusstützenwand zu einer sehr geringen Verbundspannung führen würde. Durch die Umschließung des Betons durch die Stütze wird aber das Trocknungsschwinden zumindest behindert.

Selbstverdichtender Beton weist in der Regel von Normalbetonen nach DIN 1045-1 abweichende Frischbetoneigenschaften und einen erhöhten Mehlkorngesamtgehalt auf. Aus diesem Grund ist die DAfSTb-Richtlinie *Selbstverdichtender Beton* [11] zu beachten, um die Qualität des SVB und mit Normalbeton vergleichbare Festbetoneigenschaften sicherzustellen. Zur Bestimmung der Druckfestigkeit wurden sechs Probewürfeln betoniert, die nach 28 bzw. 90 Tagen abgedrückt wurden. Bis zur Prüfung erfolgte die Lagerung in der Klimakammer oder unter Wasser. Die Prüfung der Würfelproben ergab die in Tab. 3.7 angegebenen Werte für die Druckfestigkeiten und die daraus resultierende Einordnung in die Festigkeitsklasse C30/37 nach [14].

Tab. 3.7: Betondruckfestigkeit der Probewürfel nach DIN 1045-2 [14]

| Alter | Probe- würfel | Druck- festigkeit (x Tage) [N/mm ²] | Faktor | Druck- festigkeit (28 Tage) [N/mm ²] | Festigkeitsklasse C30/37 | |
|--|------------------|--|--------|---|---------------------------------|--|
| | | | | | $f_{ck,cube} = 37\text{N/mm}^2$ | |
| 28 d | 1.1 | 44 | 1,0 | 44 | > 33 = 37 - 4 | Kriterium 2 |
| | 2.1 | 45 | 1,0 | 45 | | ($f_{ci} > f_{ck} - 4$) |
| | 3.1 | 44 | 1,0 | 44 | | |
| Mittlere Druckfestigkeit $f_{cm} = 44,3 > 41 = 37 + 4$ | | | | | | Kriterium 1 ($f_{cm} > f_{ck} + 4$) |
| 90 d | 1.1 | 49 | 0,91 | 45 | > 33 = 37 - 4 | Kriterium 2 |
| | 2.2 | 51 | 0,91 | 46 | | ($f_{ci} > f_{ck} - 4$) |
| | 3.2 | 49 | 0,91 | 45 | | |
| Mittlere Druckfestigkeit $f_{cm} = 45,3 > 41 = 37 + 4$ | | | | | | Kriterium 1 ($f_{cm} > f_{ck} + 4$) |

**Abb. 3.14:** Herstellung der Probekörper

Die Herstellung der Probekörper erfolgte „auf dem Kopf“, wie Abb. 3.14 zu entnehmen ist. Der Luftspalt wurde mit etwa 3 cm gewählt, um im Versuch eine genügend große Verschiebung des Betonkerns möglich zu machen. Die Versuche wurden an einer Prüfmassage der Fa. *ToniTechnik* mit einer Maximalkraft von 3000 kN durchgeführt. Dazu wurden die Proben jeweils mittig in die Maschine eingestellt, wie auch aus Abb. 3.15 ersichtlich ist. Die obere Lasteinleitung erfolgte über einen Stempel mit einer Höhe von 30 mm. Dieses Maß stellte damit gleichzeitig die maximal aufzubringende Verschiebung zwischen Betonkern und Gussmantel dar. Gesteuert wurden die Versuche mit der Prüfsoftware *testExpert* der Firma Zwick. Die Last wurde weggesteuert mit einer Geschwindigkeit von 0,25 mm/min aufgebracht. Zeitgleich mit dem Versuch erfolgte die Kontrolle des Last-Weg-Diagramms über eine sich ständig aktualisierende Darstellung. Der Traversenweg der Prüfmassage und die zugehörige Kraft wurden alle 10 s aus der Maschine ausgelesen und abgespeichert.



Abb. 3.15: Versuchsaufbau für die Push-Out-Versuche mit Probe A2 nach der Belastung

3.5.3 Auswertung

Von allen Versuchen wurden Lastverschiebungskurven aufgezeichnet. Der Abbruch der Versuche erfolgte entweder durch den Riss der gusseisernen Ummantelung oder manuell, wenn keine weitere Laststeigerung bei anwachsenden Verformungen mehr zu verzeichnen war. Einige Proben der Serie B wurden vor Erreichen der Maximallast mehrfach ent- und wiederbelastet. Beispielhaft ist in Abb. 3.15 die eingebaute Probe A2 nach der Belastung gezeigt. Deutlich ist auch der Riss im Gussmantel zu sehen, der in diesem Fall zum Abbruch der Belastung führte.

Einige Proben wurden nach der Belastung aufgetrennt, um die Verbundfläche zwischen Gussmantel und Betonkern zu untersuchen. Wie in Abb. 3.16 und 3.17 zu sehen ist, wird die Oberfläche im Kontaktbereich ungleich beansprucht. Dies ist auf die ausgeprägte Rauigkeit der inneren Gusswandung zurückzuführen. Deutlich sind Schleifspuren infolge der Verschiebung auf beiden Oberflächen auszumachen, während andere Bereiche scheinbar weniger stark beansprucht geblieben sind. Eine weitere Beobachtung war, dass der selbstverdichtende Beton nur sehr kleine Luftporen im Kontaktbereich aufwies. Damit wurde die gewählte Betontechnologie bestätigt. Der Betonabrieb an der Mantelwandung spricht auch dafür, dass der Verbund auf einem wesentlichen Teil der Fläche vorhanden war.

Die Kurven der Versuche im Kraft-Weg-Diagramm stellten sich nach Abb. 3.18 für die



Abb. 3.16: Probe A5, Reibspuren auf dem Betonkern



Abb. 3.17: Probe A5, Reibspuren auf dem Gussmantel

Probekörper der Serien A und B ein, die ohne Wiederbelastung getestet wurden und nach Abb. 3.19 für die Proben, die mit Ent- und Wiederbelastung getestet wurden. Die Ähnlichkeit zu den Versuchen von *Virđi* (siehe Abb. 2.17 auf S. 26) ist augenscheinlich.

Für die Darstellung und Auswertung wurden die Kurven um einen Bereich anfänglicher Setzungen und Messungenauigkeiten aus Maschinenschlupf verschoben. Zu diesem Zweck wurde die Steigung m im deutlich linearen Bereich zwischen 100 kN und 200 kN ermittelt. Unter der Annahme, dass diese Steigung auch im Bereich kleiner Kräfte konstant ist, wurde die Kurve ab einer Kraft von 100 kN in den Punkt $\delta_{F=100} = 100/m$ transformiert. Für Probe A4 ist das beschriebene Vorgehen in Abb. 3.20 dargestellt.

Für alle weiteren Punkte auf der Kurve wurde davon ausgegangen, dass die Verschiebungen aus der Verformung der Prüfmaschine und der Lasteinleitungsstruktur vernachlässigbar klein gegenüber der Verschiebung des Betonkerns sind und somit eher der Relativverschiebung zwischen Betonkern und Gussmantel entsprechen. Ebenfalls vernachlässigt wurde bei der Messung der Kraft das Gewicht der Lasteinleitungsstruktur, das wie die eigentliche Belastung durch die Presse über Verbundspannungen abgetragen werden musste. Diese zusätzlich Belastung betrug ungefähr 0,1 bis 0,7 kN und lag somit im Bereich der Messungenauigkeit. Da vor jedem Versuch eine Nullung der Kraft durchgeführt wurde, konnte bei der Auswertung der Ergebnisse auf die Berücksichtigung des Eigengewichts des Versuchskörpers und des Gewichts der Lasteinleitungsstruktur verzichtet werden. Exemplarisch ist die Vorgehensweise in Abb. 3.20 dargestellt.

Die Kurven der einzelnen Versuche sind in der auf die Verbundspannung bezogenen Darstellung qualitativ ähnlich. Dabei kann zwischen drei Bereichen unterschieden werden.

1. Im ersten Bereich erfolgt eine Verschiebung mit sehr großem Widerstand. Dieser Bereich erstreckt sich etwa bis zu einer absoluten Verschiebung von 0,7–1,0 mm. Das Last-Verschiebungsverhältnis ist annähernd linear. Die Steigungen m liegen

3.5 Bestimmung der Verbundspannung zwischen Gusseisen und Beton

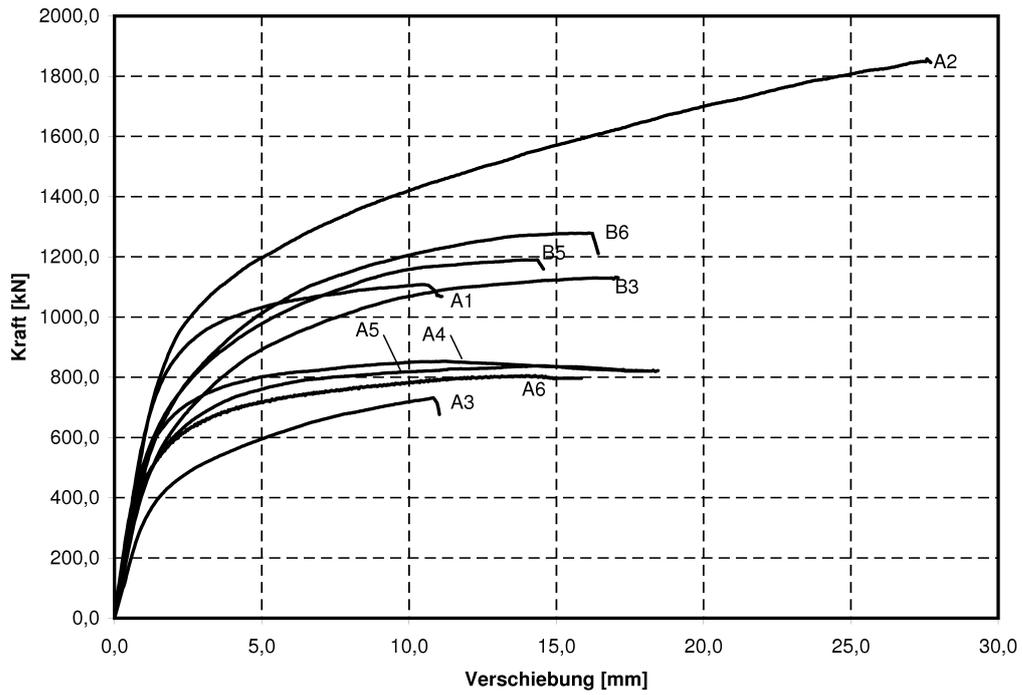


Abb. 3.18: Kraft-Weg-Diagramm für Serien A und B, Proben ohne Wiederbelastung

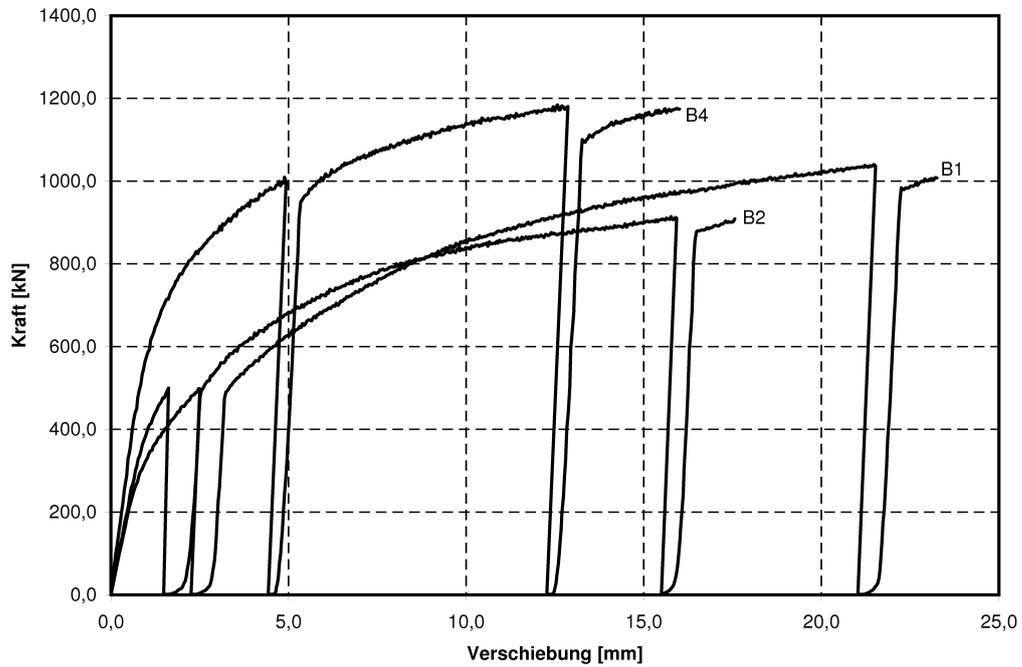


Abb. 3.19: Kraft-Weg-Diagramm für Serie B, Proben mit Wiederbelastung

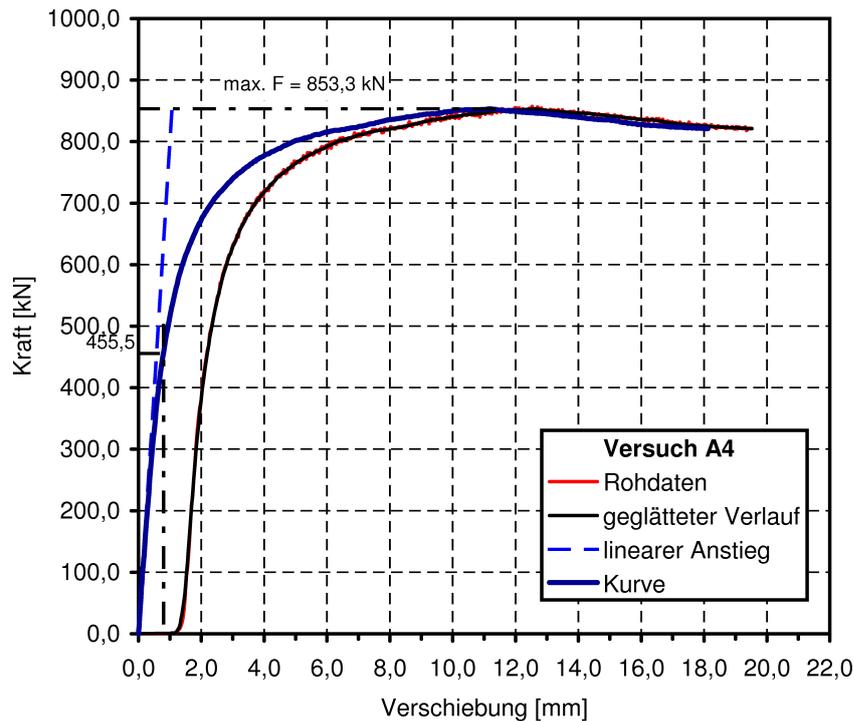


Abb. 3.20: Diagramm zu Probe A4

zwischen 506 und 789. Maßgeblich für den Widerstand ist die Oberflächenrauigkeit der Gussinnenoberfläche (*microlocking*).

2. Nach dem ersten Bereich flachen die Kurven zunehmend ab. Die Verzahnung ist zunehmend mechanisch zerstört.
3. Mehr oder weniger deutlich ausgeprägt schließt sich im Bereich größerer Verschiebungen ein konstantes bis schwach ansteigendes Last-Verschiebungsverhalten an. Das Ende des Versuchs erfolgte entweder durch Aufreißen des Gussmantels oder durch manuellen Abbruch. Das Aufreißen der Stütze erfolgte meist plötzlich und ohne Vorankündigung. Das Versagen wurde von einem lauten Knall begleitet. In der Regel erstreckte sich der Riss über die gesamte Länge der Probe. Deutlich ist in Abb. 3.15 der Riss im Gussmantel zu erkennen. Bei den Versuchen mit plötzlichem Versagen war der Verschiebewiderstand immer noch deutlich ausgeprägt. Das Verhalten hier lässt sich gut mit dem Modell des *macrolocking* erklären. Die ausgeprägten geometrischen Imperfektionen behindern den Betonkern kontinuierlich am Durchrutschen. Das Erreichen der Zugfestigkeit des Gussmaterials infolge der Querdehnung des Betons oder durch Aufdrücken infolge von ausgeprägten Oberflächenstörungen stellt hier das Grenzkriterium dar.

Neben den Versuchen mit kontinuierlicher Belastung fanden drei Versuche mit wiederholter Be- und Entlastung statt. Zwei Versuchskörper wurden bis ca. 500 kN belastet, ein weiterer bis 1000 kN. Nach der vollständigen Entlastung erfolgte eine Wiederbelastung jeweils über die ursprüngliche Belastung hinaus. Dieser Vorgang wurde bei allen drei Versuchen

mehrmals wiederholt. Abb. 3.19 zeigt die Last-Verschiebungskurven.

Die Kurven ähneln denen der anderen Versuche. Der grundsätzliche Verlauf mit den drei Bereichen konnte auch hier nachgewiesen werden. In jedem Wiederbelastungsast ist auch die anfänglich sehr große Verformungszunahme bei kleinen Laststeigerungen zu sehen. Entlastungskurve und Wiederbelastungskurve verlaufen beinahe parallel, was auf einen Schlupf bei der Wiederbelastung hindeutet. Nähert sich die Last dem ursprünglichen Niveau geht der Verlauf der Last-Verschiebungskurve wieder in die typische Form über. Dieses Einschwenken erfolgte abrupt und in der Regel kurz vor dem Erreichen der ursprünglichen Belastung. Die Versuche mit mehreren Entlastungen bei unterschiedlichen Verschiebungen haben gezeigt, dass das Verhalten unabhängig vom Bereich ist, in dem die sich die Belastung gerade befindet.

Zur Bestimmung der Grenzverbundspannung τ_R wurde wegen des nicht klar abgrenzbaren Übergangs vom Haftverbund zum Reibverbund auf die Idee von *Virdi* zurückgegriffen. Als Grenzdehnung in der Verbundfuge wurde der für die Grenzdruckstauchung des Betons übliche Wert von 3,5 ‰ gewählt. Die zu dieser Relativverschiebung in der Verbundfuge gehörige Kraft ließ sich aus den Diagrammen ermitteln. Bei allen Versuchen lag der somit bestimmte Grenzpunkt im Bereich des Haftverbundes. Bezogen auf die Verbundfläche ergaben sich für die Proben die in Tab. 3.8 zusammengestellten Werte für die Grenzverbundspannungen.

Tab. 3.8: Auswertung der Versuche

| Probe | m | Kraft | Weg | max. τ | $\tau_{3,5}$ |
|---|-------|-------|-------|----------------------|----------------------|
| | [-] | [kN] | [mm] | [N/mm ²] | [N/mm ²] |
| A1 | 636,9 | 625,7 | 1,083 | 6,29 | 3,54 |
| A2* | 654,5 | 611,4 | 1,053 | 10,85 | 3,55 |
| A3 | 359,0 | 224,7 | 0,662 | 6,78 | 2,07 |
| A4 | 797,7 | 455,5 | 0,797 | 6,51 | 3,46 |
| A5 | 508,4 | 363,5 | 0,781 | 6,53 | 2,82 |
| A6 | 692,8 | 393,2 | 0,777 | 6,35 | 3,09 |
| B1 | 426,9 | 265,4 | 0,735 | 7,21 | 1,84 |
| B2 | 473,9 | 280,2 | 0,677 | 6,95 | 2,13 |
| B3 | 506,3 | 410,4 | 0,936 | 6,27 | 2,27 |
| B4 | 759,4 | 544,8 | 0,932 | 6,57 | 3,02 |
| B5 | 624,3 | 494,6 | 0,942 | 6,48 | 2,69 |
| B6 | 511,7 | 456,8 | 0,946 | 7,04 | 2,50 |
| *: in der Auswertung für max. τ nicht berücksichtigt | | | | | |
| Mittelwert μ | | | | 6,633 | 2,748 |
| Standardabweichung σ | | | | 0,317 | 0,598 |
| $\mu - 1,64\sigma$ | | | | 6,113 | 1,768 |

Die bei Probe A2 erreichten Werte für max. τ liegen deutlich über denen der restlichen Probe. Dies könnte an der schon vorher festgestellten Wulst liegen, die ein direktes Absetzen des Betons auf den Gusskörper ermöglichte bzw. bei einer Relativverschiebung eine zusätzliche Einzwängung des Betonkerns erforderte. Bei den Auswertungen für max. τ wurde daher dieser Versuch nicht mit einbezogen. Da die Anfangssteigung m jedoch unabhängig von der erreichten Maximalkraft ist wurde die Probe A2 für die Ermittlung von

$\tau_{3,5}$ mit berücksichtigt.

Die insgesamt hohen Werte für die ermittelten Verbundspannungen lassen sich hauptsächlich durch den Einfluss der sehr rauen Innenoberfläche erklären. Verglichen mit den Werten für ausbetonierte Stahlprofile liegen die Werte um ein Vielfaches höher. So wird beispielsweise in [79] ein Mittelwert für die maximale Verbundspannung der durchgeführten Versuche von etwa $\tau_u = 1,05 \text{ N/mm}^2$ angegeben. Die Werte für den Reibverbund τ_R liegen noch darunter. Der Wert für τ_u wird bei den hier durchgeführten Versuchen mit Gussstützen selbst bei einer zugrundegelegten Dehnungsbeschränkung weit übertroffen. Auffallend ist die große Standardabweichung für die Bestimmung der Grenzverbundspannung $\tau_{3,5}$. Ursachen dafür können in der sehr unterschiedlichen Beschaffenheit der Innenoberfläche gesehen werden, die in Folge des Gießprozesses „zufällig“ entstanden ist. Dies macht sich auch in den streuenden Anfangssteigungen m bemerkbar.

3.6 Großversuche

3.6.1 Allgemeines

Im Allgemeinen sind gusseiserne Stützen als theoretisch beidseitig gelenkig gelagerte Stäbe (reine Pendelstäbe) ausgebildet oder betrachtet worden. Je nach Lagerung der Stützenenden ist es aber durchaus möglich, dass aus ungleichmäßiger Belastung oder aus Lastexzentrizitäten Biegemomente am Kopf und am Fuß eingeleitet werden. Die bei Hochbaustützen oft zu findenden Anschlüsse, bei denen die Stützen durch eine Art Stecksystem verbunden wurden, ermöglichen in jedem Fall eine Momentenübertragung. Damit ist für solche Fälle eine Betrachtung des Biegemoments aus Imperfektionen alleine nicht mehr ausreichend, um das Stabilitätsverhalten zu untersuchen.

Experimentelle Untersuchungen zum Tragverhalten von historischen Gussstützen aus dem Bestand mit Belastung aus Druck und planmäßiger Biegung sind bisher nicht durchgeführt worden. Die Versuche von *Tetmajer* [99], *Käpplein* [45] und *König* [54] wurden mit, so weit realisierbar, gelenkiger Lagerung durchgeführt. Ob diese Annahme in jedem Fall gerechtfertigt war, lässt sich im Nachhinein nur schwer beurteilen, da teilweise die Stützen direkt und ohne zusätzliche Gelenkkonstruktion in die Prüfmaschinen eingebaut wurden. Rückrechnungen der Knicklänge für die Versuche von *Käpplein* durch ihn selbst und durch *König* lassen den Schluss zu, dass durch die Art der Lagerung eine gewisse Teileinspannung erzeugt worden ist, die sich günstig auf das Tragverhalten ausgewirkt hat. Ob dadurch auch außerplanmäßige Momente eingeleitet worden sind, ist unbekannt aber ebenso möglich; es lässt sich aber nicht mehr feststellen. Durch die angestrebte zentrische Lagerung wäre ein solches Versatzmoment auch nur sehr klein. Rechnerisch sind diese Momente bei der Auswertung nicht berücksichtigt worden.

Um erstmals Informationen zur Frage der Momentenbelastung zu bekommen, wurden hier Großversuche mit Gussstützen aus dem Bestand der Berliner S-Bahn unter planmäßiger Momentenbelastung durchgeführt. Die Stützen sind, wie aus Abb. 3.21 ersichtlich ist, über ihre Form und Verzierung eindeutig der Zeit um die Jahrhundertwende zuzuordnen und bestehen daher aus dem hier untersuchten historischen Gussmaterial. Dies hat sich durch die Materialuntersuchungen in Kap. 3.4 bestätigt.



Abb. 3.21: Ansicht Gussstützen

3.6.2 Versuchsaufbau

Wie bereits in Kap. 3.4 ausgeführt, wurden die Stützen vor dem Einbau in die Prüfmaschine durch Sandstrahlen von allen Beschichtungen und Verunreinigungen sowie Rost befreit. Die Oberfläche wurde dadurch matt silbern schimmernd. In der Abb. 3.21 sind zwei Stützen abgebildet, eine in gestrahltem und eine in ungestrahltem Zustand. Als Strahlmittel wurden Glaskugeln eingesetzt.

Nach der Aufnahme der Geometrie durch Ultraschallmessungen und der Oberflächenschäden wurden in die obere und untere Stirnfläche der Stützen Sacklöcher gebohrt und Gewinde M16 zur Befestigung der Kopfplatten geschnitten. Die Kopfplatten wurden ebenfalls mit den entsprechenden Bohrungen versehen. Gegenüber der Befestigung an der Prüfmaschine wurde das Zentrum jedoch um $e_a = 30\text{ mm}$ versetzt, wie in Abb. 3.22 und Abb. 3.23 zu sehen ist. Die Wahl der äußeren Exzentrizität erfolgte so, dass für eine vorab berechnete Traglast N_u im Bereich der Stützenenden noch keine Zugspannungen auftreten sollten. Die Schrauben zur Befestigung der Kopfplatten an den Stützen werden in diesem Fall nicht auf Zug beansprucht und dienen nur der Lagesicherung. In Abb. 3.24 und 3.25 sind die Details im eingebauten Zustand der Stütze abgebildet.

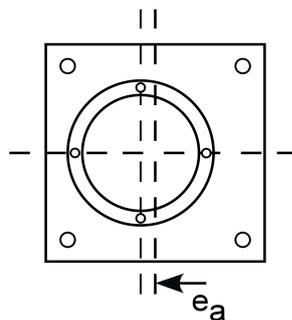


Abb. 3.22: Äußerer Versatz an den Kopfplatten

Der Einbau der Stütze erfolgte so, dass sich die innere Exzentrizität aus dem Versatz der Kernstütze ungünstig mit der äußeren Exzentrizität überlagert. Das Prinzip ist aus Abb. 3.23 ersichtlich. An der eingebauten Stütze wurden auf fünf verschiedenen Höhen jeweils

3 Experimentelle Untersuchungen

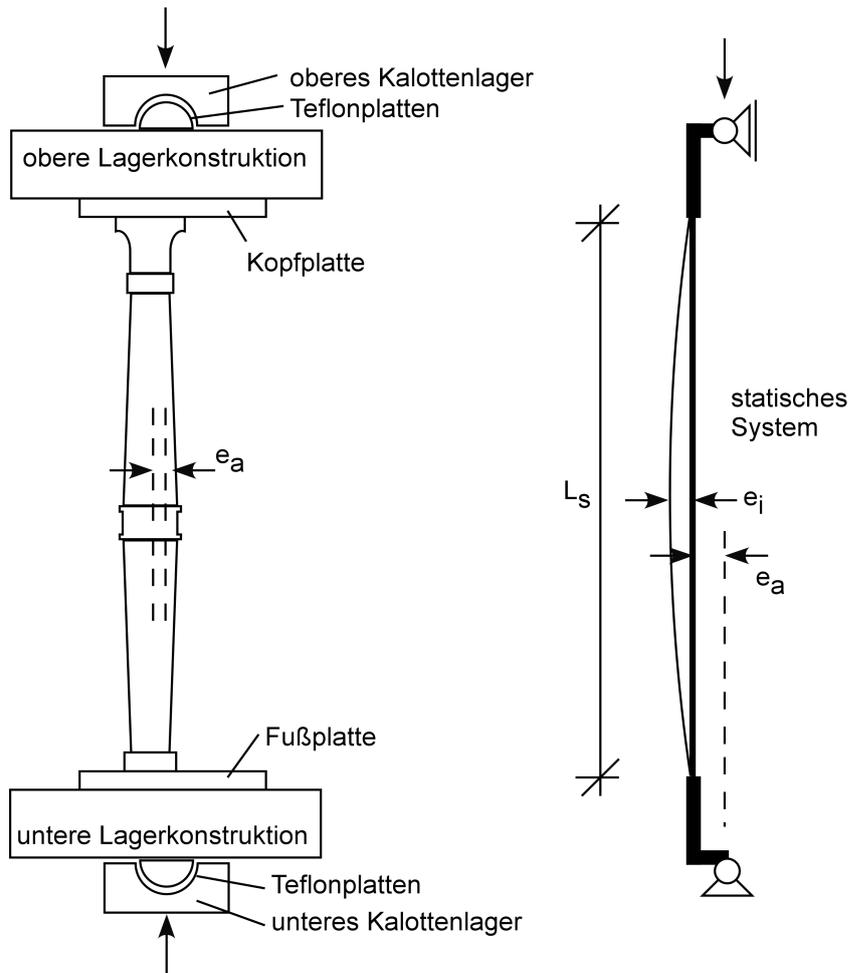


Abb. 3.23: Systemskizze



Abb. 3.24: Fußplatte



Abb. 3.25: Kopfplatte

vier Dehnmessstreifen appliziert, um den Spannungszustand über den Querschnitt und über die Länge bestimmen zu können. Gleichfalls wurden für die x- und y-Richtung jeweils fünf Wegaufnehmer (Drehpotentiometer) angebracht. Die Lage der Messpunkte ist in Tab. 3.9 angegeben.

Tab. 3.9: Lage der Messpunkte

| Messpunkt | A5 | A4 | A3 | A2 | A1 |
|---------------------------|-----|-----|------|------|------|
| Abstand vom Fußpunkt [mm] | 550 | 920 | 1440 | 1960 | 2340 |

Die Belastung erfolgte kraftgesteuert nach einem mehrstufigen Schema, das in Abb. 3.26 dargestellt ist. Zu Beginn der ersten Belastungsrampe wurde die Last nur geringfügig bis zum Anpressen der Stütze an die oberer Lasteinleitungsstruktur gesteigert. Dies war notwendig, da die endgültige Befestigung der Stütze erst in diesem Zustand erfolgen konnte. Danach erfolgte eine Laststeigerung mit einer Belastungserhöhung von 60 kN/min. bis zu einer Kraft von 2000 kN. Die anschließende Belastung bis zum Abbruch wurde mit einer Erhöhung von nur noch 40 kN/min. aufgebracht. Durch Beobachtung der gleichzeitig aufgezeichneten Last-Verformungskurve für den Wegmesspunkt in Stützenmitte in der maßgeblichen Ausweichrichtung konnte der Versuch vor dem Versagen abgebrochen werden, wenn sich die Tangente der Kurve an die Horizontale annäherte. Trotz einer montierten Schutzeinrichtung war es das Ziel, den Versuch vor dem Bruch zu beenden, um so eine Beschädigung der Messeinrichtung zu vermeiden. Aus den in [54] durchgeführten Versuchen ist bekannt, dass das Versagen wegen der Sprödigkeit des Gussmaterials schlagartig erfolgt und gewöhnlich mit einem Bruch der Stütze einhergeht. Nur durch eine eng umschließende Schutzeinrichtung sind ungewollte Beschädigungen an der Versuchseinrichtung zu verhindern. Dies führt im Gegenzug aber dazu, dass die Montage von Messeinrichtungen nur noch schwer möglich ist.

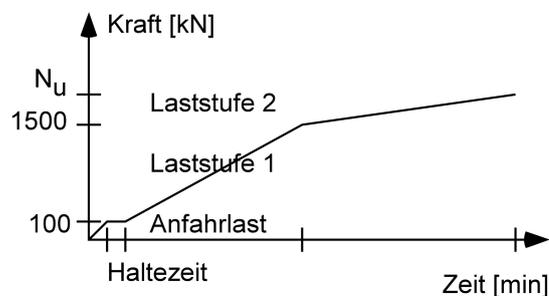


Abb. 3.26: Belastungsschema

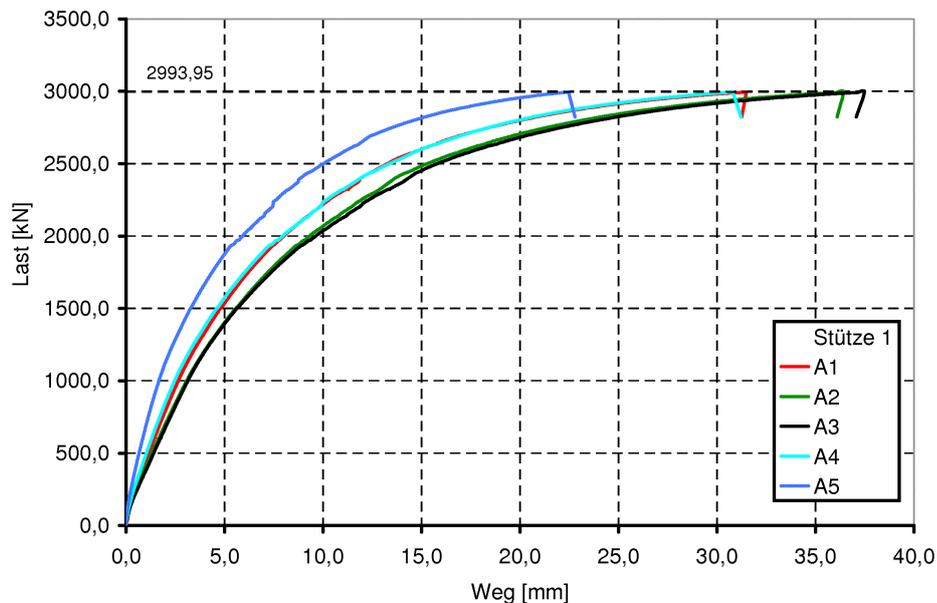
3.6.3 Versuche an nicht ausbetonierten Hohlprofilen

Die Stützen S1 und S2 wurden, wie oben beschrieben, mit einer gleichsinnigen Endexzentrizität von 30 mm eingebaut und bis kurz vor das Erreichen der Grenztragfähigkeit belastet. Die Ergebnisse sind in den Abb. 3.27 und 3.28 dargestellt. Aufgetragen wurden die Verformungen der Messpunkte 1 bis 5 über der Last.

Tab. 3.10: Ergebnisse der Versuche S1 und S2

| Stütze | L [mm] | max. F [kN] | max. v [mm] |
|--------|-----------|----------------|----------------|
| S1 | 3200,0 | 2994 | 37 |
| S2 | 3200,0 | 2900 | 42 |

Die Messungen wurden etwa in den Sechstelspunkten durchgeführt. In beiden Fällen war ein ähnliches Verformungsverhalten zu beobachten. Die größten Verformungen trat im oberen Bereich der Stütze an den Messpunkten A2 und A3 auf. Der untere Messpunkt A5 verschob sich am wenigsten. Die Verformungsfigur war somit unsymmetrisch. Die Traglasten für beide Stützen lagen sehr dicht beieinander. Da die Versuche vor Erreichen der Traglast abgebrochen wurden, sind die gemessenen maximalen Verformungen nicht unbedingt die größtmöglichen. Im traglastnahen Bereich haben schon geringe weitere Laststeigerungen einen großen Einfluss auf die Verformung. Zudem ist zu erkennen, dass die Last-Verformungskurve noch geringfügig ansteigt. Vergleicht man daher die Verformungen bei einem Lastniveau von 2000 kN zeigt sich, dass die Verformungen in der gleichen Größenordnung sind.

**Abb. 3.27:** Last-Verformungsdiagramm Stütze S1

3.6.4 Versuche an ausbetonierten Hohlprofilen

Die Stützen S3 und S4 wurden vor der Belastung mit Selbstverdichtendem Beton gefüllt. Dabei wurde die gleiche Betonrezeptur wie für die Push-Out-Versuche in Kap. 3.5 verwendet. Die Bestimmung der Betonfestigkeitsklasse nach [14] ergab, dass der Beton in die Klasse C25/30 einzuordnen war. Die Ursache für die geringere Festigkeit gegenüber dem Beton der Push-Out-Versuche liegt in dem etwas höheren w/z -Wert, der sich durch die

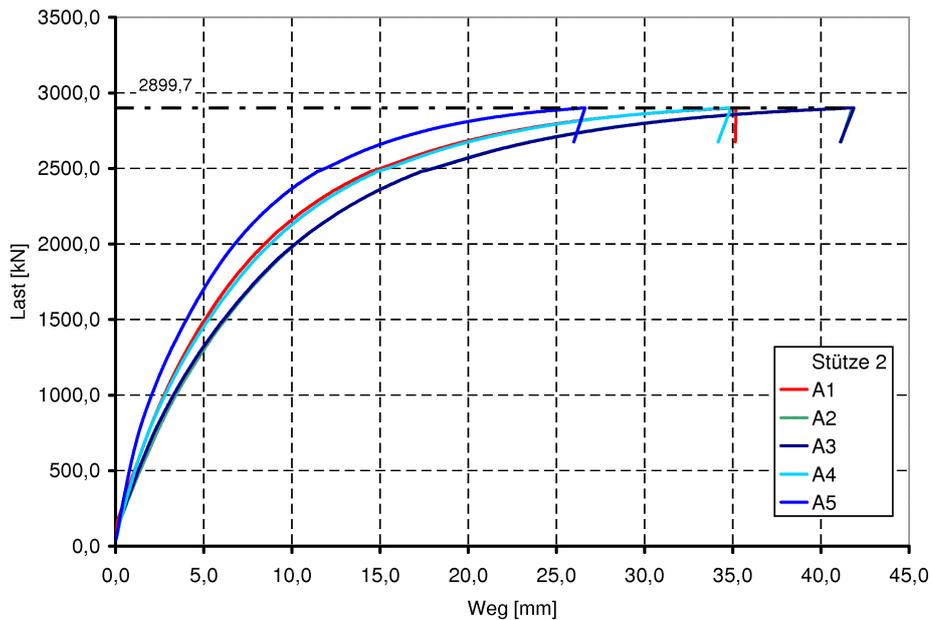


Abb. 3.28: Last-Verformungsdiagramm Stütze S2

hohe Feuchtigkeit der verwendeten Zuschlagstoffe eingestellt hat. Die Versuche wurden für S3 dreißig Tage nach der Betonage und für S4 neunzig Tage nach der Betonage durchgeführt. Wie schon für die Versuche S1 und S2 wurden Dehnungen und Verformungen an den gleichen Messpunkten aufgenommen.

Wegen eines Problems mit der Messtechnik musste Versuch S3 bei einer Belastung von ca. 1300 kN abgebrochen werden. Nach der Behebung der Störung erfolgte die Wiederbelastung bis zur Traglast bei 3477 kN. Unmittelbar nach der bereits eingeleiteten Entlastung versagte die Stütze schlagartig durch einen vollständigen Bruch im oberen Bereich. Angekündigt wurde der Bruch durch ein dumpfes Knacken mehrere Sekunden vor dem Versagen. Der Bruchbereich war, wie sich am Bruchbild in Abb. 3.31 gut erkennen lässt, durch einen Einschluss gestört. Weiter war an dem nun offen liegenden Betonkern zu erkennen, dass auch hier eine sehr geringe Porigkeit des Betons und somit ein guter Verbund zwischen Gussstütze und Betonkern vorhanden war.

Bei der Auswertung der Daten des Versuchs S3 wurde festgestellt, dass die aufgezeichneten Messwerte nicht erklärbar Unregelmäßigkeiten aufwiesen. Der Bereich bis zu einer Last von 1000 kN war völlig unbrauchbar, der weitere Verlauf der Last-Verformungskurve weicht deutlich von dem des Versuchs S4 ab. Aus diesem Grund werden bei den Auswertungen nur die Werte für die Traglast und die maximale Verformung verwendet, die gesichert sind. Ein möglicher Verlauf der Kurven wurde aus den Daten zurückgerechnet. Die Kraft-Verformungs-Kurven sind in den Abb. 3.29 und 3.30 dargestellt, in Tab. 3.11 sind die zugehörigen Werte angegeben. Auch hier liegen die Traglasten beider Versuche sehr dicht beieinander.

Tab. 3.11: Ergebnisse der Versuche S3 und S4

| Stütze | L [mm] | max. F [kN] | max. v [mm] |
|--------|-----------|----------------|----------------|
| S3 | 3200,0 | 3477 | 32 |
| S4 | 3200,0 | 3466 | 28 |

3.6.5 Auswertung der Großversuche

Durch das Ausbetonieren konnte die Traglast der Gussstützen beträchtlich gesteigert werden. Der Zuwachs der Traglast liegt im Bereich von 16% – 19%. Wegen der dabei nicht berücksichtigten unterschiedlichen Festigkeit des Gusseisens bezieht sich dieser Wert aber nur auf die annähernd gleiche Geometrie. Die maximalen Verformungen der ausbetonierten Stützen S3 und S4 sind infolge der größeren Steifigkeit deutlich kleiner. In Abb. 3.35 sind die Last-Verformungskurven für alle Stützenversuche (Messstelle A3) gegenübergestellt. Die Verformungen im Bereich von Lasten bis 1000 kN sind für alle Stützen nahezu gleich. Das spricht dafür, dass anfänglich der Beton am Lastabtrag nur wenig beteiligt ist und sich erst mit zunehmender Biegung die größere Steifigkeit der ausbetonierten Stützen auswirkt.

Anhand der in Abb. 3.31 – 3.34 dargestellten Bruchbilder lässt sich vermuten, dass der Bruch der Stütze S3 von einer Störstelle ausgegangen ist. Durch den beim Gießprozess für die Fixierung der Kernstütze notwendigen Haltestift und die in die Innenseite hineinragende Kernstütze (siehe auch Abb. 2.8 auf S. 13) wurde der Querschnitt an dieser Stelle deutlich geschwächt. Zudem liegt der Bruchbereich in der Höhe von Messstelle A1, die trotz der Lage am Rand der Stütze noch relativ große Verformungen aufwies. Weiter ist zu erkennen, dass der Bruchmechanismus große Zugspannungen im Gussmaterial hervorgerufen haben muss, da weitere klaffende Risse mehrere Zentimeter weit in die Stütze hinein laufen. Anhand dieser Überlegungen könnte sich der Bruch wie in Abb. 3.32 dargestellt ereignet haben.

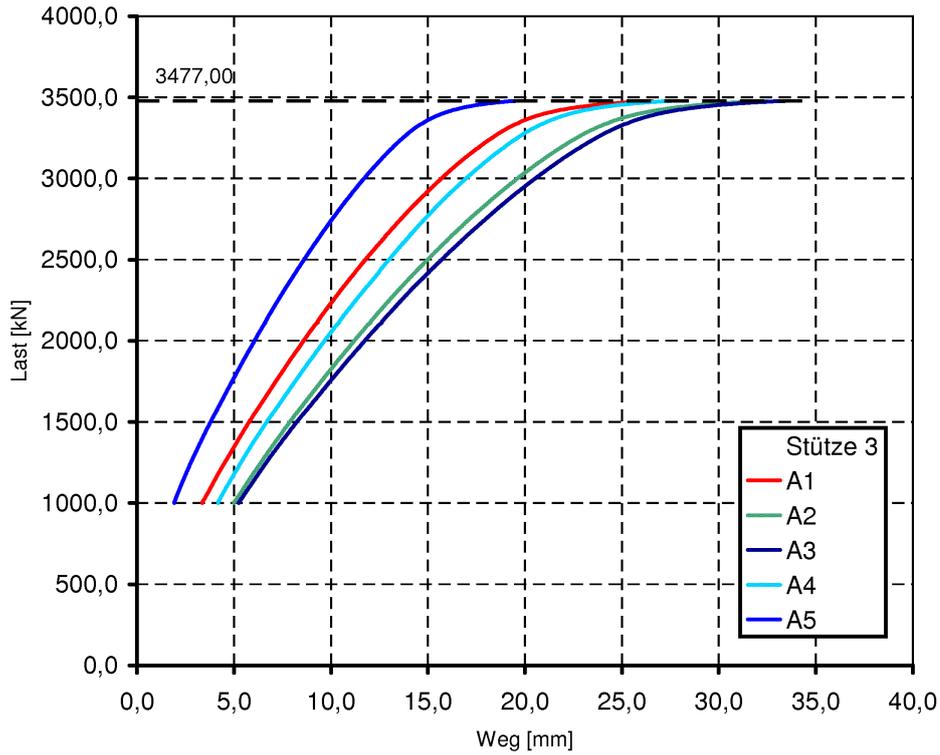


Abb. 3.29: Last-Verformungsdiagramm Stütze S3

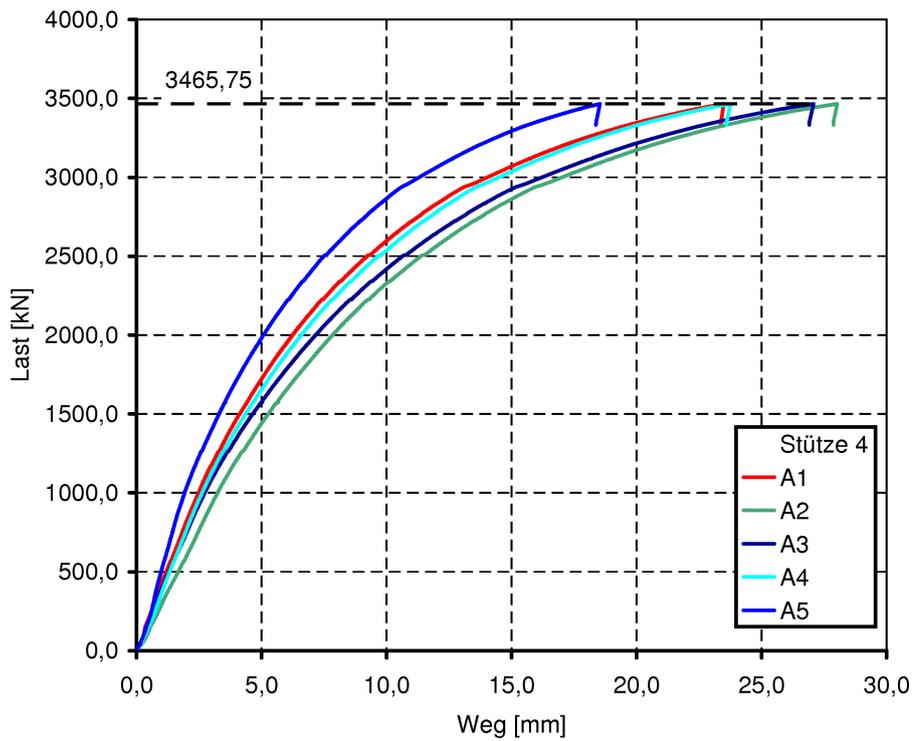


Abb. 3.30: Last-Verformungsdiagramm Stütze S4



Abb. 3.31: Bruchbild Stütze 3

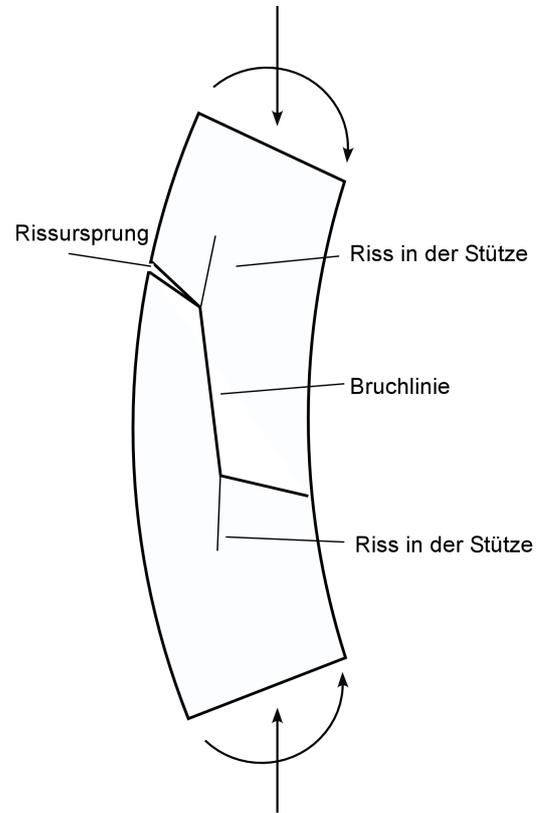


Abb. 3.32: Bruchverlauf Stütze 3



Abb. 3.33: Einschluss im Bruchbild S3



Abb. 3.34: Einschluss im Bruchbild S3

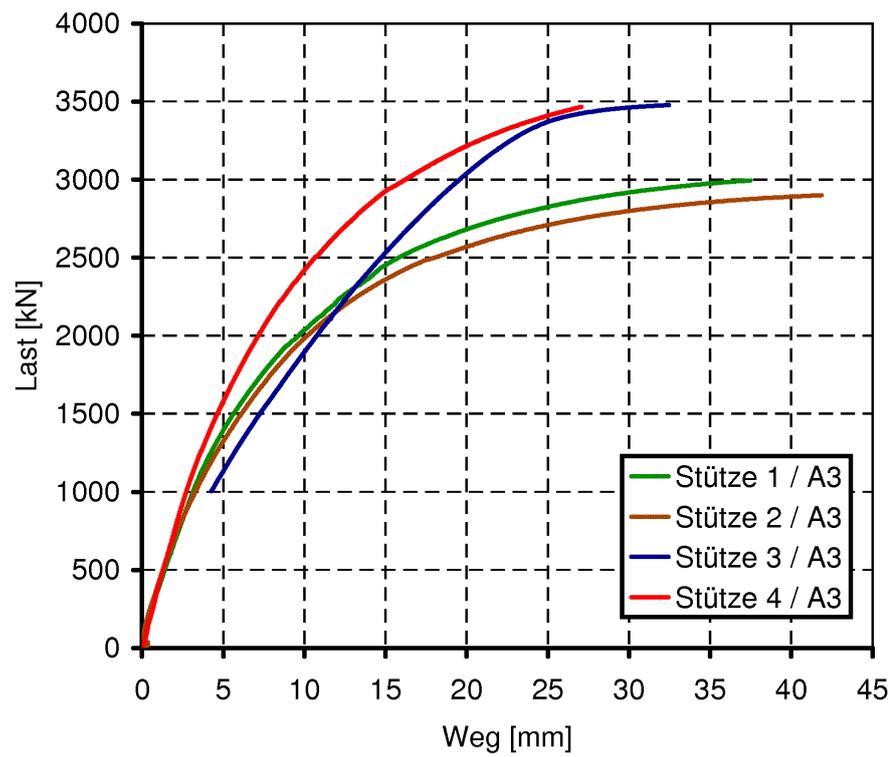


Abb. 3.35: Last-Verformungsdiagramm für alle Stützen, Messstelle A3

4 Rechnerische Untersuchungen

4.1 Allgemeines

Bei der Berechnung der Traglasten von Stützen sind allgemein Nichtlinearitäten aus der Geometrie und dem Materialverhalten zu berücksichtigen. Dies erfordert einen recht hohen Rechenaufwand, da die Berechnung iterativ durchgeführt werden muss. In Abhängigkeit von der gewählten Feinheit der Elementierung, dem Elementtyp und dem Maß, in dem geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt werden (Theorie II. Ordnung, Theorie großer Verformungen), sind solche Berechnungen sehr zeitintensiv und erst in jüngerer Zeit durch die Verfügbarkeit leistungsfähiger Rechentechnik in größerem Umfang möglich.

Bei den bisher durchgeführten Traglastberechnungen wurden die vorhandenen Nichtlinearitäten – wie bereits in Kap. 2.8 beschrieben – in unterschiedlicher Weise vereinfacht berücksichtigt.

Für die eigenen Traglastrechnungen wird das Programm *ANSYS 10.0* [2] herangezogen. Mit diesem FEM-Programm ist es möglich, große Verformungen und materielle Nichtlinearitäten direkt zu berücksichtigen (siehe dazu z.B. [3, 7, 68, 98]). Die Vereinfachung der Berechnung über den Weg der Momenten-Krümmungsbeziehung ist damit nicht mehr notwendig. Die Traglastrechnung erfolgt iterativ. Für die Methode der Finiten Elemente wurden dazu verschiedene Strategien entwickelt, um diesen sehr rechenintensiven Ablauf effizient durchführen zu können. Nachfolgend werden die wesentlichen Schritte des Berechnungsablaufs zusammengestellt, weitergehende Informationen sind der vorgenannten Literatur zu entnehmen.

Die Grundgleichung der FEM-Methode ist nach Gl. (4.1) ein lineares Gleichungssystem. Aus der invertierten globalen Systemsteifigkeitsmatrix \mathbf{K} und dem Lastvektor \mathbf{p} werden die globalen Knotenverschiebungen δ (Translationen und Rotationen) berechnet.

$$\delta = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{p} \quad (4.1)$$

Die globale Systemsteifigkeitsmatrix wird aus den einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen $\mathbf{K}_e^{(i)}$ nach Gl. (4.2) zusammengesetzt.

$$\mathbf{K}_e^{(i)} = \left(\int_V \mathbf{D}^T \mathbf{E} \mathbf{D} dV \right)^{(i)} \quad (4.2)$$

mit:

- \mathbf{D} Jacobi-Matrix mit den abgeleiteten Ansatzfunktionen
- \mathbf{E} Elastizitätsmatrix

Die Elastizitätsmatrix ist im Fall nichtlinearen Werkstoffverhaltens abhängig vom Dehnungszustand $\mathbf{D}(\varepsilon)$ und muss in jedem Berechnungsschritt aktualisiert werden. Aus Gl. (4.2) wird damit Gl. (4.3).

$$\mathbf{K}_e^{(i)}(\varepsilon_i) = \left(\int_V \mathbf{D}^T \mathbf{E}(\varepsilon_i) \mathbf{D} dV \right)^{(i)} \quad (4.3)$$

mit:

$\mathbf{K}_e^{(i)}(\varepsilon_i)$ Dehnungsabhängige Elementsteifigkeitsmatrix des i -ten Elements

Bei Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität setzt sich die Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K} in Gl. (4.1) aus einer linearen und je nach Zuschärfung der Berechnung mehreren nichtlinearen Steifigkeitsmatrizen zusammen. In Gl. (4.4) ist das prinzipiell gezeigt. Wird nur der Anteil \mathbf{K}_I^{NL} berücksichtigt ergibt sich eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^L + \mathbf{K}_I^{NL} + \mathbf{K}_{II}^{NL} \quad (4.4)$$

mit:

\mathbf{K}^L linearer (verformungsunabhängiger) Anteil

\mathbf{K}_I^{NL} in erster Potenz von der Verformung abhängiger Anteil

\mathbf{K}_{II}^{NL} in zweiter Potenz von der Verformung abhängiger Anteil

Eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Last-Verformungsverhalten erfordert, dass beide Einflüsse in der Berechnung erfasst werden. Dies kann nur inkrementell erfolgen. Sowohl Elastizitätsmatrix (Gl. (4.3)) als auch die nichtlinearen Anteile der Steifigkeitsmatrix (Gl. (4.4)) sind abhängig vom Belastungszustand.

Bei den Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wird die vollständige Iteration mit Gleichgewichtiteration in jedem Lastschritt nach *Newton-Raphson* [7, 98] durchgeführt. Die vorerst unbekannte Traglast wird dazu vorgeschätzt und in mehreren Lastinkrementen auf das System aufgebracht. Für jedes Lastinkrement wird nach Gl. (4.5) ein Gleichgewicht aufgestellt und ausiteriert. Dadurch wird die nichtlineare Berechnung in viele lineare Berechnungen zerlegt und das Ergebnis sukzessive aus den Ergebnissen der Lastinkremente zusammengesetzt.

$$\Delta \delta_{i+1} = [\mathbf{K}(\varepsilon_i)]^{-1} \Delta \mathbf{p}_i \quad (4.5)$$

In Abb. 4.1 ist das Prinzip dargestellt. Im ersten Rechenschritt wird die Systemsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}(E_0)$ mit der Anfangssteifigkeit E_0 bestimmt und das erste Lastinkrement $\Delta \mathbf{p}_1$ aufgebracht. Das Ergebnis ist die erste Näherung für den Verschiebungsvektor δ_0 . Aus dem Verformungszustand werden in den Elementen die Verzerrungen ε und ggf. κ sowie die Spannungen berechnet. Daraus wird nun eine neue, spannungsabhängige Systemmatrix $\mathbf{K}_1(E_1)$ bestimmt. Eine Überprüfung des Gleichgewichts nach Gl. 4.6 liefert unausgeglichene Restkräfte \mathbf{r}_0 , die wiederum zusätzliche Verschiebungen nach Gl. 4.7 verursachen.

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{K}_1(E_1) \cdot \delta_0 - \mathbf{p} \quad (4.6)$$

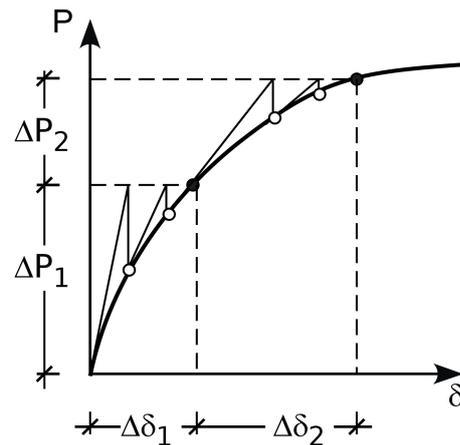


Abb. 4.1: Methode der vollen Newton-Raphson-Iteration

$$\Delta\delta_1 = [\mathbf{K}_1(E_1)]^{-1} \mathbf{r}_0 \quad (4.7)$$

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{K}_{j+1}(E_{j+1}) \cdot \delta_j - \mathbf{p} \quad (4.8)$$

$$\Delta\delta_{j+1} = [\mathbf{K}_{j+1}(E_{j+1})]^{-1} \mathbf{r}_j \quad (4.9)$$

Die Gleichungen (4.6) und (4.7) werden so lange ausgeführt, bis die unbalancierten Restkräfte \mathbf{r}_i eine vorgegebene Schranke nicht mehr übersteigen. Es ergeben sich die allgemeinen Formulierungen nach Gl.(4.8)–(4.9).

$$\delta = \delta_0 + \sum \Delta_{j+1} \quad (4.10)$$

Die endgültige Verschiebung δ ist die Summe der Verschiebungen der Einzelinkremente nach (4.10), die Traglast entsprechend die Summe der Lastinkremente ΔP_j .

Als Kriterium für geeignete Größenwerte der Schranke können problembezogenen Kraftgrößen, Verformungsgrößen oder gemischte Kriterien unter Betrachtung der Energiebilanz herangezogen werden. Verschiedene Vergleichsrechnungen dazu mit ANSYS haben gezeigt, dass die Verwendung von automatisch, programmintern ermittelten Grenzkriterien zu den kürzesten Rechenzeiten und stabilen Ergebnissen führt. Es werden dabei Kraftgrößen und Verformungsgrößen gleichermaßen zur Bewertung herangezogen und die Iteration erst beendet, wenn beide Grenzkriterien erreicht werden.

4.2 Das Materialmodell

Speziell für die Gusswerkstoffe ist ein eigenes Materialmodell erforderlich, das den in Abb. 4.2 dargestellten typischen Verlauf der σ - ε -Kurve im Druck- und Zugbereich abbilden

kann. In vielen verfügbaren FEM-Programmen wird standardmäßig die Arbeitslinie nur für einen Quadranten vorgegeben und im gegenüberliegenden gespiegelt angesetzt. Die Unterschiede, die sich daraus ergeben, sind bei Problemstellungen mit überwiegender Biegebeanspruchung deutlich, während im Fall maßgeblicher Druckbeanspruchung der Unterschied weniger groß ist.

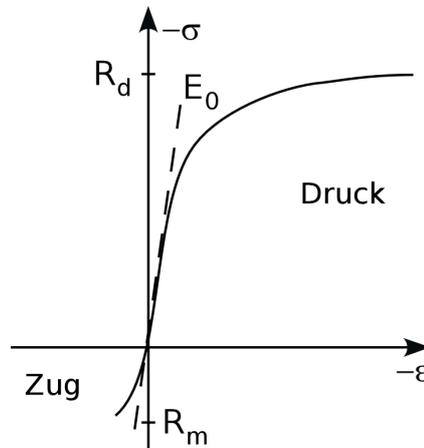


Abb. 4.2: Generelle Materialarbeitslinie für Gusseisen

Aber nicht nur der Verlauf sondern auch die Fließ- oder Bruchbedingungen sind bei Gussmaterial für Druck- und Zugbeanspruchung unterschiedlich. Während der Druckbereich durch eine stetige Verfestigung bei zunehmenden Stauchungen gekennzeichnet ist – und somit durch ein ausgeprägtes plastisches Verhalten – erfolgt im Zugbereich das Versagen plötzlich und ohne eine nennenswerte plastische Dehnung. Die Bruchdehnung $\varepsilon_{u,z}$ im Zugbereich ist mit $\approx 4\%$ um ein Vielfaches kleiner als $\varepsilon_{u,d}$ mit $\approx 10 - 12\%$. Aus Abb. 4.2 ist dies auch ersichtlich, beide Bereiche unterscheiden sich deutlich im Verlauf.

In dem hier verwendeten Materialmodell („matcast“) wird als Fließkriterium im Druckbereich das Erreichen der Vergleichsspannung (GH) nach *Huber* und *von Mises*, Gl. (4.11), verwendet, die das Verhalten mehrachsig beanspruchter, isotroper Werkstoffe mit Plastizierungsvermögen sehr zutreffend beschreibt [7, 42, 76]. Die Grenzfließfläche im dreidimensionalen Hauptspannungsraum stellt einen Fließzylinder wie in Abb. 4.3 angegeben dar. Das Versagen erfolgt durch Gleitung γ_{krit} bei Erreichen der max. Schubspannungen τ_{krit} . Die Richtigkeit dieses Bruchkriteriums für Gusseisen zeigte sich gut an den getesteten Kleindruckproben, die i.d.R. einen Bruchwinkel von etwa 45° aufwiesen.

Prinzipiell ist auch die Verwendung der Schubspannungshypothese (SH) nach *Tresca*, Gl. (4.12), möglich. Dies führt in einigen Bereichen zu konservativen Ergebnissen, da der Fließzylinder nach Gl. (4.11) den Fließkörper nach Gl. (4.12) einschließt.

Im Zugbereich sind dieses Grenzkriterium weniger zutreffend [7, 42]. Hier wird das spröde Materialverhalten durch die Hauptspannungshypothese (NH) von *Rankine* nach Gl. 4.13 beschrieben, nach der die größte Hauptspannung für das Fließen oder den Bruch verantwortlich ist. Das Versagen erfolgt durch einen Trennbruch bei Erreichen der kritischen Normalspannung σ_{krit} bzw. der kritischen Dehnung ε_{krit} . Die Bruchfläche entsteht senkrecht zur max. Spannung. Auch dies ließ sich an den Zugproben beobachten.

Im dreidimensionalen Raum wird also der Fließzylinder nach *von Mises* durch eine Pyramidenspitze, wie in Abb. 4.4 dargestellt, abgeschnitten. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Fließbedingungen ist, dass der an der hydrostatischen Achse ausgerichtete Fließzylinder nach *von Mises* in beide Richtungen offen bleibt, während der Fließkörper nach *Rankine* abgeschlossen ist. Das bedeutet, dass theoretisch unter hydrostatischen Bedingungen nach *von Mises* kein Materialversagen eintritt, nach *Rankine* das Material seine Fließ- oder Bruchbedingung hingegen immer erreicht. Die Deviatorfläche verjüngt sich bei gleichzeitigem Auftreten von Zugspannungen sehr stark, was der Mikrostruktur des Gussgefüges Rechnung trägt. Praktisch erfolgt aber auch für duktile Materialien der Bruch im Zugbereich beim Erreichen der Trennfestigkeit.

In dem hier vorliegenden Fall der überwiegend einachsig durch σ_x beanspruchten Bauteile ist der Unterschied zwischen beiden Grenzkriterien nicht sehr groß, was sich durch Einsetzen entsprechender Grenzfälle in die Gl. (4.11) und (4.13) zeigen lässt.

$$\sigma_{v,GH} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (4.11)$$

$$\sigma_{v,SH} = \max[(\sigma_1 - \sigma_2); (\sigma_2 - \sigma_3); (\sigma_3 - \sigma_1)] \quad (4.12)$$

$$\sigma_{v,NH} = \max(\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3) \quad (4.13)$$

mit:

- σ_i Hauptspannungen
- $\sigma_{v,GH}$ Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (*von Mises*)
- $\sigma_{v,SH}$ Vergleichsspannung nach der Schubspannungshypothese (*Tresca*)
- $\sigma_{v,NH}$ Vergleichsspannung nach der Normalspannungshypothese (*Rankine*)

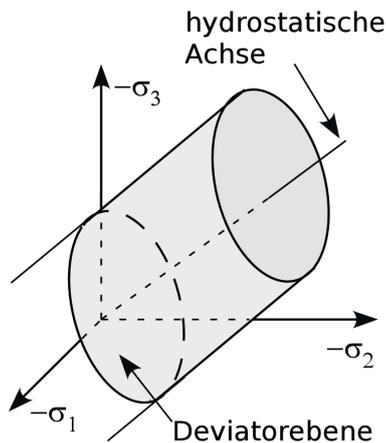


Abb. 4.3: Fließzylinder nach von Mises [42] im dreidimensionalen Hauptspannungsraum

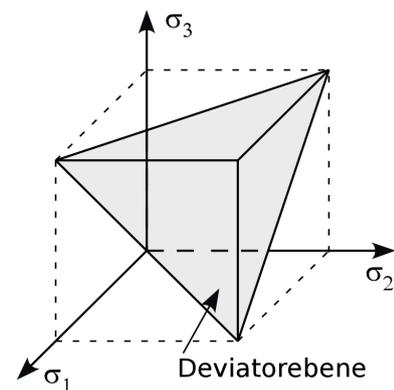


Abb. 4.4: Fließfläche nach Rankine [42] im dreidimensionalen Hauptspannungsraum

Im ebenen Fall (nur σ_1 und σ_2) lässt sich die Grenzlinie für das Fließen bzw. den Bruch im

Hauptspannungsdiagramm nach Abb. 4.5 darstellen. Die Verwendung der GH im Druckbereich impliziert, dass im zweiachsigen Spannungszustand eine verfestigende Wirkung erfolgt. Untersuchungen zu mehrachsigen Spannungszuständen durch *Rös* und *Eichinger* in [85] lassen für diesen Bereich direkt keine Aussage zu. Es konnte aber gezeigt werden, dass für den Fall $\max. -\sigma_1 = -\sigma_2$ eine höhere Festigkeit erreicht wird als im einachsigen Spannungszustand (siehe dazu auch [1]). Von daher ist die Annahme einer verfestigenden Wirkung im Druckbereich gerechtfertigt. Der Ansatz der NH auch im negativen Bereich dagegen (gestrichelte Linie in Abb. 4.5) wäre sehr konservativ.

Für den Übergangsbereich, in dem die Hauptspannungen unterschiedliche Vorzeichen aufweisen, sind wiederum mehrere unterschiedliche Ansätze möglich. Von *Alex* wurden dazu in [1] für Biegebeanspruchungen Untersuchungen durchgeführt, wobei teilweise auch Festigkeitshypothesen nach *Drucker* und *Prager* (siehe [7, 65]) verwendet wurden.

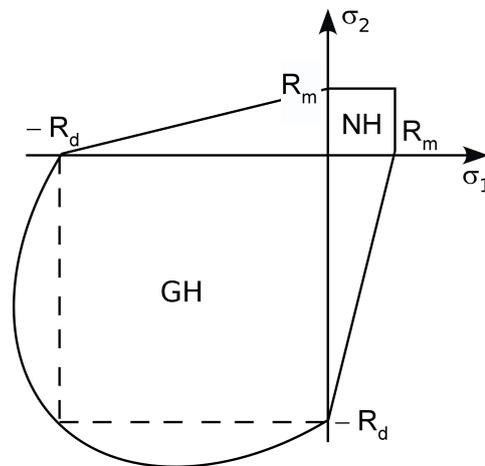


Abb. 4.5: Prinzipieller Verlauf der Grenzlinie im ebenen Fall, NH im Zugbereich, GH im Druckbereich

Die Querdehnzahl im elastischen Bereich wird in [46, 70] mit $\mu = 0,29$ angegeben, was geringfügig vom Wert $\mu_{el} = 0,30$ der DIN 50 109 [22] abweicht. Für die eigenen Berechnungen wird $\mu_{el} = 0,29$ und für den plastischen Bereich näherungsweise $\mu_{pl} = 0,50$ wie bei Stahl gesetzt.

Für die in Kap. 5 vorgenommenen Parameteruntersuchungen sind die Materialgesetze in Anhang B.1 so angegeben, wie sie in ANSYS berücksichtigt wurden.

4.3 Rechnerische Arbeitslinien des Materials

Für die meisten im Bauingenieurwesen vorkommenden Werkstoffe existiert eine formelmäßige Beschreibung der Materialarbeitslinie, die einen grundsätzlich qualitativ gleichen Verlauf anhand von wenigen Parametern an die jeweiligen speziellen Eigenschaften wie Festigkeit, Streckgrenze, Bruchdehnung usw. anpassen kann.

König schlägt in [54] so ein Vorgehen auch für Gusseisen im Druckbereich detailliert vor und zeigt anhand von Vergleichen der formelmäßig angegebenen Arbeitslinie mit eigenen

Messungen die Qualität der Ergebnisse auf. Die gesuchte Arbeitslinie setzt sich bei ihm aus drei Teilabschnitten nach Gl. (4.14) – (4.19) zusammen. Der erste Bereich bis zum Erreichen der 0,2%-Dehngrenze wird durch ein Ramberg-Osgood-Gesetz, der zweite durch eine elliptische Übergangsfunktion und der dritte durch einen konstanten Verlauf beschrieben.

Bereich 1: $0 \leq \sigma \leq R_{d0,2}$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{R_{d0,2}} \right)^2 \quad (4.14)$$

Bereich 2: $R_{d0,2} < \sigma < R_d$

$$\sigma = \frac{b}{a} \sqrt{[a^2 - (\varepsilon_d - \varepsilon)^2] + R_{d0,2} - c} \quad (4.15)$$

mit:

$$a^2 = \frac{E(\varepsilon_d - \varepsilon_p)^2 + c(\varepsilon_d - \varepsilon_p)}{E} \quad (4.16)$$

$$b^2 = E(\varepsilon_d - \varepsilon_p) \cdot c + c^2 \quad (4.17)$$

$$c = \frac{(R_d - R_{d0,2})^2}{2(R_d - R_{d0,2}) + E(\varepsilon_d - \varepsilon_p)} \quad (4.18)$$

Bereich 3:

$$\sigma = R_d \quad (4.19)$$

mit:

- E_0 Ursprungsmodul
- $R_{d0,2}$ Spannung an der Dehngrenze bei $\varepsilon_{0,2} = 0,2\%$, $0,42 \leq R_{d0,2}/R_d \leq 0,52$
- E Tangente am Punkt $\varepsilon_{0,2} = 0,2\%$
- ε_d Stauchung bei R_d
- ε_p Stauchung an der Proportionalitätsgrenze $R_{d0,2}$
- n Exponent mit $3,5 \leq n \leq 4$

Wird der Parameter n gut gewählt oder durch Regression ermittelt, kann mit dieser Formulierung eine sehr gute Übereinstimmung zur gemessenen Materialarbeitslinie erreicht werden.

Von *Käpplein* wurde in [45] ebenfalls eine analytische Form der von ihm bestimmten Arbeitslinien im Druckbereich angegeben. Allerdings ist es mit dieser Formulierung nur möglich, bereits vorhandene Messdaten über freie Parameter k_i nach Gl. (4.20) anzugleichen. Der Verlauf der Arbeitslinien ist im Bereich bis zu einer Stauchung von 2% gut, weist aber Unstimmigkeiten im Bereich von $\varepsilon = 2\%$ bis 3% auf; die Druckfestigkeit R_d wird bereits bei einer Dehnung von etwa 3,5% erreicht.

$$\sigma_d(\varepsilon) = R_d \left(1 - e^{-k(\varepsilon) \frac{E_0 \varepsilon}{R_d}} \right) \quad (4.20)$$

$$k(\varepsilon) = k_1 \varepsilon^2 + k_2 \varepsilon + k_3 \quad (4.21)$$

mit:

- ε Dehnung, positiv einzusetzen
- k_i freie Parameter

Beide Formulierungen, Gl. (4.14)–(4.19) sowie (4.20)–(4.21), sind nicht geeignet, hinreichend genau die Materialarbeitslinie anhand der Druckfestigkeit R_d und des E_0 -Moduls zu beschreiben. Auch weitere Versuche mit anderen Gleichungen konnten immer nur für einige Kurven gute Ergebnisse erbringen und zeigten für andere deutliche Abweichungen. Von daher ist es nach wie vor unerlässlich, anhand von Kleindruckproben nicht nur die wenig aussagekräftige Druckfestigkeit sondern insbesondere den Verlauf der Arbeitslinie zu bestimmen. Wie in Kap. 5 noch gezeigt wird, ist der Einfluss beträchtlich.

Für den Zugbereich der Materialarbeitslinien liegen nicht so viele genaue Angaben vor wie für den Druckbereich. Da bei den bisherigen Untersuchungen an gusseisernen Stützen die Zugfestigkeit des Materials auch nur eine untergeordnete Rolle gespielt hat, ist dies auch nicht verwunderlich. Im Wesentlichen sind in der verfügbaren Literatur [45, 54] die Zugfestigkeiten R_m durch Zugproben nach DIN 50 109 [22] bestimmt worden, wobei oftmals keine Angaben zu den Bruchdehnungen im Zugbereich gemacht wurden.

Die Zugfestigkeit von historischem Gussmaterial ist deutlich geringer als die Druckfestigkeit, was in der lamellaren Struktur des Gefüges und der damit einhergehenden Kerbwirkung begründet ist (siehe Kap. 2.2). Aus dem Vergleich von Druck- und Zugfestigkeit einzelner Probenserien ist davon auszugehen, dass das Verhältnis $R_m/R_d \approx 0,25$ eine Abschätzung auf der sicheren Seite darstellt. Die Ergebnisse der Untersuchungen liegen bei *König* zwischen $R_m = 0,24 \dots 0,30 \cdot R_d$, bei *Käpplein* zwischen $R_m = 0,25 \dots 0,33 \cdot R_d$.

In Abb. 4.6 sind einige der gemessenen Arbeitslinien aufgetragen. Auch hier ist ersichtlich, dass die Werte stark streuen. Die Bruchdehnungen liegen etwa im Bereich von 2,3 ... 5,3 ‰, die Zugfestigkeiten im Bereich zwischen 81–135 N/mm². Nach Tab. 4.1 ergibt sich ein statistischer Mittelwert von 3,85 ‰ und eine 5%-Fraktile von 2,33 ‰ für die Bruchdehnung $\varepsilon_{u,z}$ im Zugbereich.

Da der qualitative Verlauf der Arbeitslinien ähnlich ist, kann in Anlehnung an die formelmäßige Bestimmung der Arbeitslinien von Beton (siehe [13]) nach Gl. 4.23 der Verlauf der Arbeitslinien im Zugbereich hinreichend genau abgeschätzt werden, wenn der E_0 -Modul und die Zugfestigkeit R_m bekannt sind. Ist nur die Druckfestigkeit bestimmt worden, kann nach Gl. 4.22 eine sichere Annahme für die Zugfestigkeit getroffen werden.

$$R_m \approx 0,25 \cdot R_d \quad (4.22)$$

$$\sigma_z = R_m \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \quad (4.23)$$

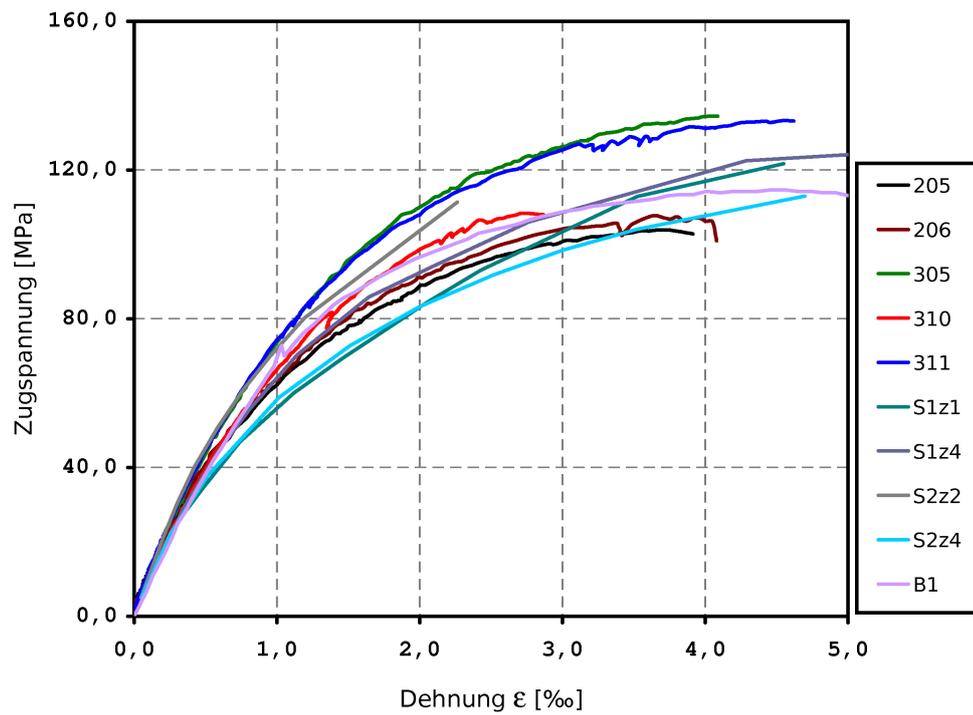


Abb. 4.6: Materialarbeitslinien im Zugbereich

Tab. 4.1: Daten der Zugversuche aus Abb. 4.6

| Versuch | | R_m [MPa] | $\epsilon_{u,z}$ [‰] |
|--------------------|-------|----------------|-------------------------|
| Kö B1 | [54] | 116,0 | 4,000 |
| TUB 205 | [108] | 102,8 | 3,913 |
| TUB 206 | [108] | 106,3 | 3,784 |
| TUB 211 | [108] | 81,2 | 2,534 |
| TUB 305 | [108] | 134,8 | 4,338 |
| TUB 310 | [108] | 108,0 | 2,867 |
| TUB 311 | [108] | 133,3 | 4,552 |
| TUB S1Z1 | | 121,7 | 4,550 |
| TUB S1Z2 | | 116,9 | 3,405 |
| TUB S1Z4 | | 124,6 | 5,286 |
| TUB S2Z2 | | 111,3 | 2,261 |
| TUB S2Z4 | | 112,9 | 4,697 |
| μ | | | 3,849 |
| σ | | | 0,927 |
| $\mu - 1,64\sigma$ | | | 2,329 |

$$k = 1,1 \cdot E_0 \cdot \frac{\varepsilon_{u,z}}{R_m} \quad (4.24)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_z}{\alpha \cdot \varepsilon_{u,z}} \quad (4.25)$$

mit:

$\varepsilon_{u,z}$ 0,384 % oder 0,233 % (5%-Fraktile) nach Tab. 4.1

α Beiwert zur Anpassung der Spannungs-Dehnungslinie

Über den Beiwert α in Gl. 4.25 ist es möglich, die Völligkeit der Spannungs-Dehnungslinie anzupassen. Für Kurven mit einer größeren Völligkeit liefert $\alpha = 1,0 \dots 1,05$ eine gute Korrelation, für flachere Kurven ist $\alpha = 1,2$ besser geeignet. Beispiele für die Anpassung verschiedener bekannter Dehnungslinien mit der analytischen Beschreibung sind in Abb. 4.7 und 4.8 gegeben. Dabei wurden die real gemessenen Dehnungen $\varepsilon_{u,z}$ in die Gleichungen eingesetzt. Für das Material 311 wurde $\alpha = 1,05$ gesetzt und für Material S2Z4 $\alpha = 1,2$. Ist für die Abschätzung des Beiwertes kein Anhaltspunkt vorhanden, sollte daher $\alpha = 1,05$ gesetzt werden bei einer Grenzdehnung $\varepsilon_{u,z}$ nach Tabelle 4.1.

Es ist aus den Abb. 4.7 und 4.8 ersichtlich, dass die analytische Beschreibung tendenziell einen etwas steileren Anstieg der Materialarbeitslinie gegenüber den gemessenen Werten liefert. Dies liegt für die Berechnung der Traglasten auf der sicheren Seite, da die Grenzdehnungen im Zugbereich damit eher erreicht werden. Vergleichsrechnungen haben aber gezeigt, dass die Auswirkungen auf die Traglast im Bereich der Rechenungenauigkeiten liegen. Angesichts des insgesamt sehr kleinen Dehnungsbereichs ist dies auch nicht anders zu erwarten.

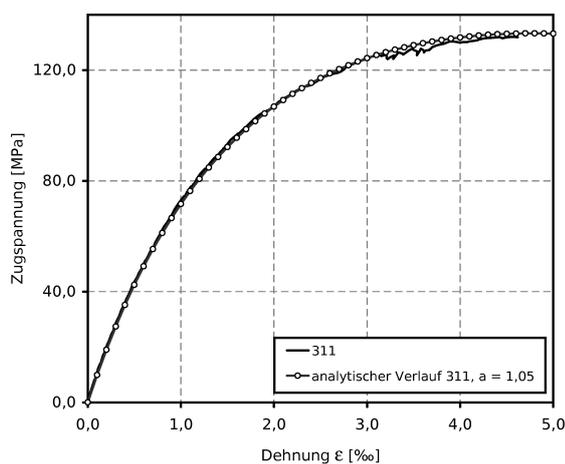


Abb. 4.7: Gemessene und angenäherte Spannungs-Dehnungslinie für Material 311

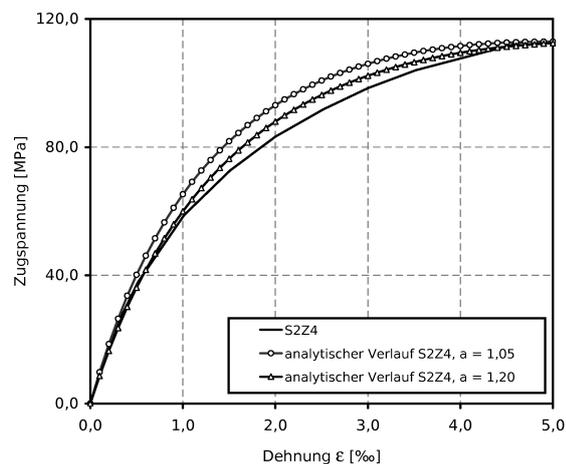


Abb. 4.8: Gemessene und angenäherte Spannungs-Dehnungslinie für Material S2Z4

4.4 Modellierung und Berechnungsparameter

Die Berechnungen wurden mit Volumen- und Stabelementen durchgeführt. Dabei sollte insbesondere untersucht werden, ob eine Berechnung mit Stabelementen zu sicheren Ergebnissen führt. Ebenso ist die Verwendung von Schalenelementen möglich, wie in [63] und [1] gezeigt. Bei einer möglichst detaillierten Abbildung der Geometrie ist aber der Aufwand bei der Bestimmung der Wanddicke an den einzelnen Knoten genau so hoch wie bei der Modellierung mit Volumenelementen, so dass dieser Weg hier nicht verfolgt wurde.

Für die Volumenmodelle wurde das 8-knotige Brick-Element *SOLID184* verwendet. Als Stab-Element kam der Elementtyp *BEAM188* mit einem linearen Verschiebungsansatz zum Einsatz. Beide Elementtypen sind sowohl für große Verformungen als auch für plastische Materialgesetze geeignet. In Tab. 4.2 sind die wichtigsten Eigenschaften der Elemente zusammengestellt. Vergleichsweise durchgeführte Berechnungen haben gezeigt, dass in beiden Fällen die Verwendung von Elementen mit höheren Verschiebungsansätzen zu keiner nennenswerten Steigerung der Genauigkeit führt. Die Rechenzeit hingegen stieg in manchen Fällen beträchtlich an. Daher wurde bei der hier gewählten feinen Elementierung in Längsrichtung auf die eher einfachen Elemente zurückgegriffen.

Zur Umsetzung von gelenkigen Lagerungen wurden Koppелеlemente vom Typ *MPC184* verwendet. Sie stellen im Prinzip einen unendlich steifen Fachwerkstab dar, wobei die Steifigkeit nicht über einen sehr großen Wert für *EA* berücksichtigt wird sondern über kinematische Beziehungen zwischen den durch die Elemente verbundenen Knoten. Der Vorteil dieser Methode liegt in einem besser konditionierten Gleichungssystem; große Unterschiede in der Dimension der Werte in der Steifigkeitsmatrix können so vermieden werden.

Tab. 4.2: Finite Elemente für die Berechnungen [2]

| Element | SOLID185 | Beam188 |
|---------------------------|-----------------------------|---|
| Knoten | 8 | 2 |
| Verschiebungsansatz | linear | linear |
| Freiheitsgrade pro Knoten | 3 | 6 (7) |
| geom. nichtlinear | ja | ja |
| Plastizität | ja | ja |
| Theorie | Uniform reduced integration | Timoshenko beam theory |
| Ergebnisse | Verschiebungen, Spannungen | Verschiebungen, Spannungen, Schnittgrößen |

Um eine möglichst genaue Berechnung bei vertretbarem Rechenaufwand zu erhalten, wurden die Querschnitte bei den Stabmodellen mit 24 Zellen modelliert. Bei den Volumenmodellen wurden ebenfalls 24 Elemente über den Umfang verwendet (sechs Zellen pro Quadrant, eine Zelle über die Dicke). Für einen Stabquerschnitt ist die Einteilung in Zellen in Abb. 4.11 dargestellt. Für einen orthogonal zu x-Achse gelegten Schnitt durch das Volumenmodell ergibt sich eine ähnliche Ansicht. Die Ergebnisse für die Stabquer-

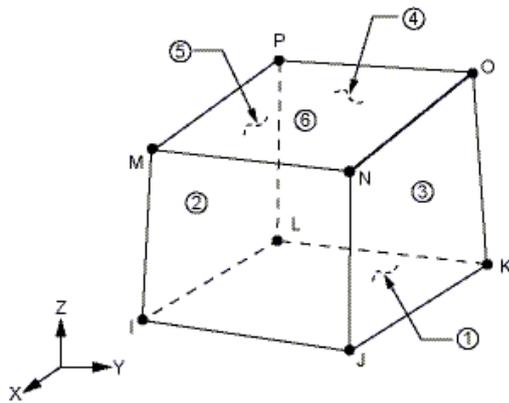


Abb. 4.9: Element SOLID185 [2]

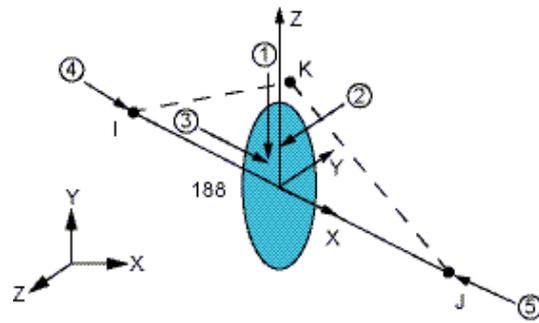


Abb. 4.10: Element BEAM188 [2]

schnitte werden in Elementmitte für jede Zelle an den jeweils 4 bzw. 9 Integrationspunkten berechnet (analog ebenes Viereckselement). Im gewählten Volumenelement werden 8 Integrationspunkte verwendet [2]. Eine Elementierung mit mehreren Elementen über die Dicke war bei den hier vorhandenen (d/t) -Verhältnissen nicht notwendig. Über die Länge wurden in beiden Fällen 50 Elemente verwendet.

Während bei den Stabelementen die Forderung nach dem Ebenbleiben der Querschnitte ebenfalls in der Elementformulierung enthalten ist, wird dies bei der Verwendung von Volumenelementen nicht mehr gefordert. Der Querschnitt ist nicht mehr als solcher mit den üblichen Restriktionen vorhanden sondern nur noch eine Zusammenfügung von Einzel-elementen, die alleine an den gemeinsamen Knoten die Verträglichkeit erfüllen. Damit ist auch eine Abbildung von Zuständen möglich, die gegebenenfalls nicht mehr hinreichend denen eines ebenen Querschnitts entsprechen. In [1] wird aber darauf hingewiesen, dass in [89, 101] experimentell gezeigt worden ist, dass auch unter Biegebeanspruchung die Bernoulli-Hypothese für Bauteile aus Gusseisen hinreichend gültig ist. Die Berücksichtigung von Schubdeformationen wird von beiden Elementierungsarten gewährleistet, was bei der Problemstellung hier aber von untergeordneter Bedeutung ist.

4.5 Kontrollrechnung zur Anpassung der Materialarbeitslinie

Um zu untersuchen, ob das prinzipielle Materialgesetz nach Abb. 4.2 in der gewünschten Weise berücksichtigt wird, wurde ein Testbeispiel nach Abb. 4.12 herangezogen. Für einen mit einer Einzellast belasteten Biegebalken mit einem rechteckigen Querschnitt von $H \times B = 80 \times 10$ mm wurde für unterschiedliche Materialmodelle die Traglast F_u berechnet. Das System ist aus der Biegebene heraus gehalten, so dass kein Stabilitätsversagen eintreten kann. Untersucht wurden

1. Arbeitslinie Baustahl S355 mit $f_y = 355$ MPa,
2. Arbeitslinie Gusseisen S1 mit $R_d = 462$ MPa und $R_m = 125$ MPa, wobei die Arbeitslinie im Zugbereich ab der Fließgrenze konstant angenommen wird und

4 Rechnerische Untersuchungen

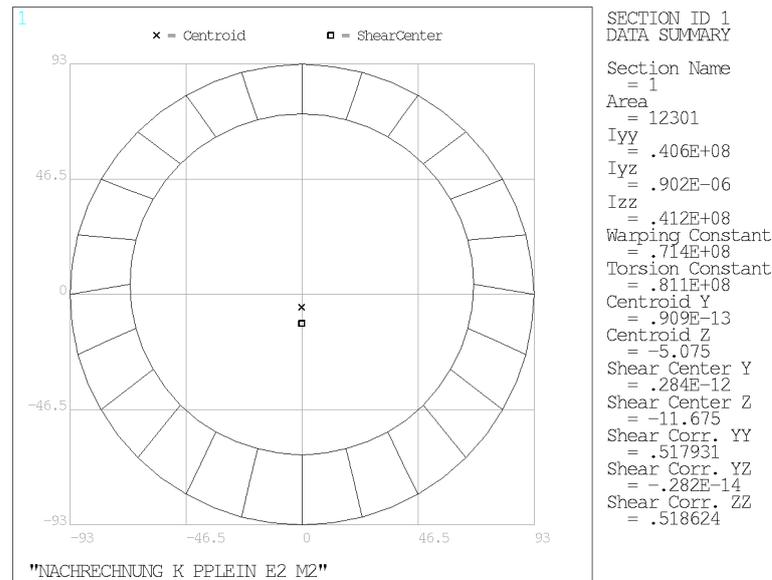


Abb. 4.11: Allgemeine Querschnittseinteilung für Stabelemente

- Arbeitslinie Gusseisen S1 wie oben, mit abfallendem Ast im Zugbereich nach Erreichen der Fließgrenze.

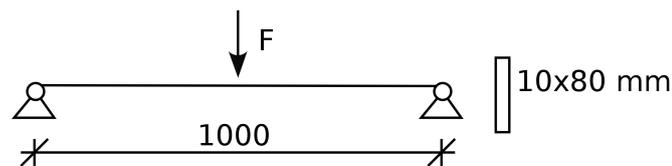


Abb. 4.12: Beispiel zur Auswirkung unterschiedlicher Materialgesetze

Als analytische Lösung nach der Fließgelenktheorie ergibt sich für einen Baustahlquerschnitt aus S355 ein F_u von 22,7 kN bei einem vollplastischen Moment von $M_{pl,y} = 568,0$ kNcm.

Die Ergebnisse der Berechnungen mit den unterschiedlichen Materialmodellen sind in Abb. 4.13 in Form der Last-Verformungskurven dargestellt.

Im Vergleich von Stab- und Volumenelementen zeigt sich, dass das bilineare Materialmodell für Baustahl von beiden Elementtypen gleichermaßen genau abgebildet wird. Die Unterschiede in der Traglast sind sehr gering. Der Querschnitt plastiziert bei Verwendung von Material (1) im Bereich des Momentenmaximums der Theorie entsprechend vollständig durch. In Abb. 4.14a ist der zugehörige Spannungszustand für σ_x in Feldmitte für das Modell mit Volumenelementen dargestellt.

Für das Materialgesetz des Gusseisens sinken die Traglasten für beide Elementtypen deutlich ab. Wird die für Gusseisen typische Arbeitslinie wie bei Material (2) im Zugbereich ohne abfallenden Ast berücksichtigt, plastiziert der Querschnitt im Traglastzustand auch im Zugbereich. Dieses Verhalten ist bei den einachsigen Zugversuchen nicht festzustellen. Vielmehr erfolgt der Bruch nach einem sehr kurzen Fließbereich, der bei einigen Versuchen

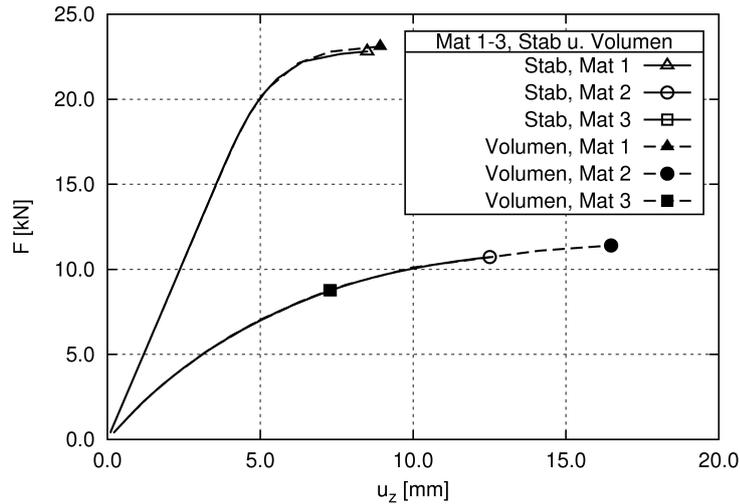


Abb. 4.13: Last-Verformungskurven für die untersuchten Materialarbeitslinien

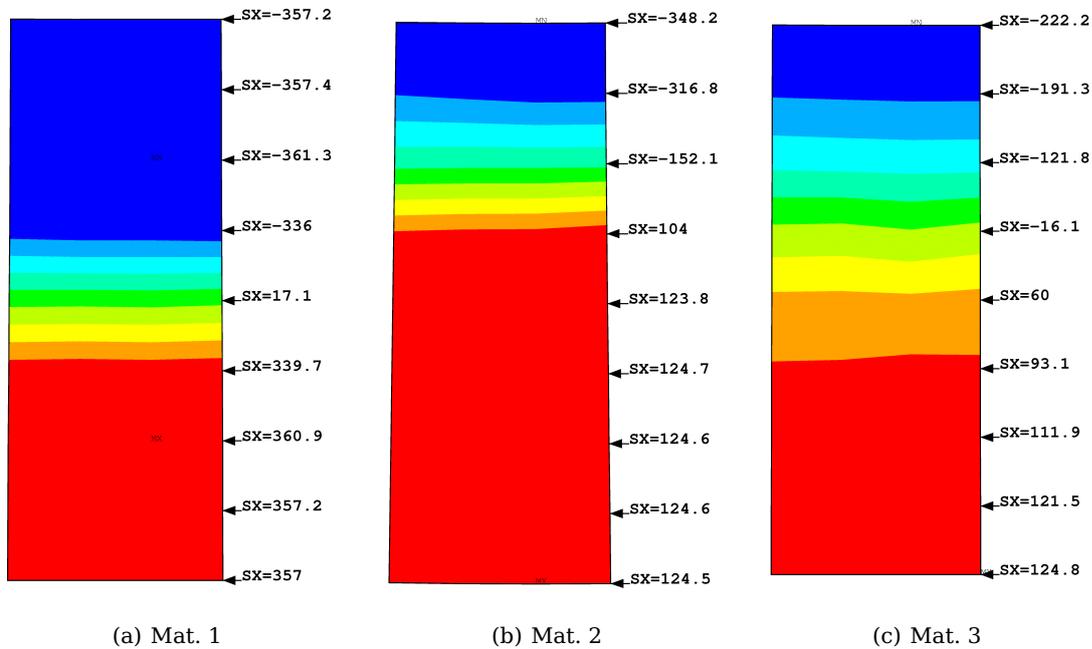


Abb. 4.14: Spannungen σ_x an den Elementen in Feldmitte für die unterschiedlichen Materialgesetze im Traglastzustand, Volumenelemente

auch gar nicht festzustellen war, spröde. Dieses Materialmodell wird vergleichsweise unterschiedlich mit den gewählten Elementen abgebildet. Die Traglasten beim Volumenmodell sind etwa 6% größer als die des Stabmodells. Das bedeutet, dass hier auch bei größeren Beanspruchungen noch ein Gleichgewicht im Querschnitt gefunden wird. Die zugehörigen Verformungen sind infolge des überproportional großen Anstiegs der Verformungen im Bereich der Traglast deutlich größer, vom Verlauf aber prinzipiell gleich.

Ist die Plastizierung im Zugbereich wie im Materialmodell (3) verhindert, ist gegenüber Materialmodell (2) ein weiteres Absinken der aufnehmbaren Last zu verzeichnen. Anhand der Spannungsbilder in Abb. 4.14 lässt sich leicht überprüfen, dass nunmehr die Zugspannung nur noch in der untersten Faser maximal wird. Gleichzeitig sinkt aus Gleichgewichtsgründen auch die maximale Druckspannung. Die Traglasten und die Verformungen für Materialmodell (3) sind bei beiden Elementierungen gleich.

Für die weiteren Untersuchungen wird als Ergebnis dieser Betrachtung das Materialmodell (3) verwendet. Angemerkt werden muss, dass die beschriebenen Auswirkungen um so geringer sind, um so weniger Zugspannungen im Querschnitt auftreten. Bei vorwiegend zentrisch gedrückten Gussstützen erreichen die Biegezugspannungen in der Regel nicht die Größe, die zum Abbau der Druckspannungen oder zum Erreichen der Streckgrenze im Zugbereich notwendig ist. In diesen Fällen sind die Berechnungen für Materialmodell (2) und (3) gleich.

4.6 Nachrechnung von Versuchen

4.6.1 Versuche von Käpplein

Zur Validierung der Berechnungsmethoden wurden zwei der Versuche von *Käpplein* aus [45] mit verschiedenen FEM-Modellen nachgerechnet. Aufgrund der zur Verfügung stehenden Daten und der einfachen Geometrien wurden die Versuche B4 und E2 ausgewählt. Die Angaben zu den Versuchen sind in Tab. 4.3 zusammengestellt.

In den Großversuch wurden die Stützen ohne zusätzliche Lager auf Bleifolie in die Versuchseinrichtung eingebaut, was einer teilweisen Einspannung entspricht. Genauere Angaben zur Beweglichkeit der Lagerplatten sind aus [45] nicht zu entnehmen. Die Versuche wurden bis zum Bruch gefahren, die Bruchstellen wiesen keine größeren Störungen durch Kernstützen oder Einschlüsse auf. Es waren allerdings Gasblasen im Bereich des Bruchs vorhanden.

Tab. 4.3: Daten der Versuche von *Käpplein* (gemittelt) [45]

| Stütze | D_a mm | t_m mm | v mm | e mm | A mm ² | I_y mm ² | L mm | $N_{u,e}$ kN |
|--------|-------------|-------------|-----------|-----------|------------------------|--------------------------|-----------|-----------------|
| B4 | 145,0 | 22,6 | -4,4 | 4,0 | 8700 | 1654e4 | 3885 | 1605 |
| E2 | 186,0 | 24,2 | -4,2 | 5,1 | 12300 | 4058e4 | 4860 | 2325 |

Die Nachrechnung erfolgte unter Verwendung von Stab- und Volumenmodellen bei Annahme unterschiedlicher Randbedingungen.

Modell 1

Stütze B4 wurde zuerst mit einem Stabmodell berechnet, das die tatsächliche Geometrie mit sechs verschiedenen Querschnitten über die Länge berücksichtigt. Das Kapitell und die Fußplatte wurden vernachlässigt. Der Versatz des Kerns wurde sinusförmig über die Stablänge mit seinem Maximum in Stabmitte angesetzt. Im oberen und im unteren Bereich (siehe Abb. 4.15) wurde kein Versatz mehr berücksichtigt. Global wurde das System

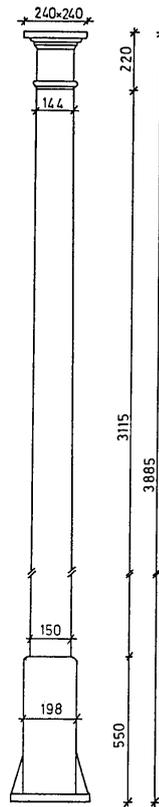


Abb. 4.15: Stütze B4

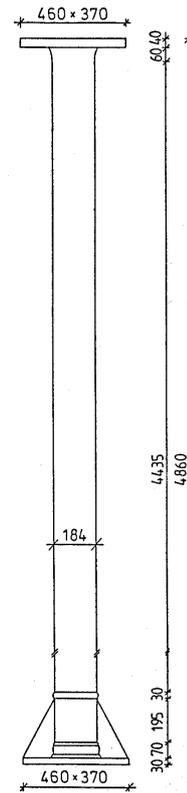


Abb. 4.16: Stütze E2

wahlweise mit oder ohne eine Vorverformung von $v_0 = L/1000$ in der ungünstigsten Richtung berechnet. Die Lagerungsbedingungen wurden oben und unten durch Einspannungen abgebildet (System 1 in Abb. 4.17).

Modell 2

In einem zweiten Modell wurde das System über die ganze Länge mit einem konstanten, mittleren Querschnitt abgebildet. Der Versatz wurde damit über die ganze Länge konstant mit seinem Maximum angenommen. Als Lagerungsbedingungen wurden auch hier oben und unten Einspannungen angesetzt.

Modell 3

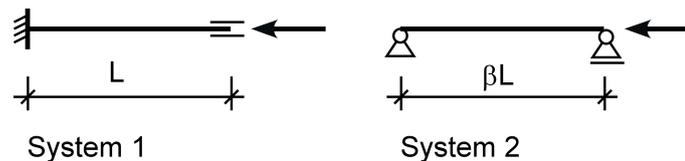
Zum Vergleich mit den Berechnungen von *Käpplein* wurde Modell 2 variiert und mit unterschiedlichen Längen als beidseitig gelenkig gelagerter Stab betrachtet (System 2 in Abb. 4.17). Da sich die Knicklängen der Systeme 1 und 2 bei $\beta = 0,5$ gleichen, sind für beide Systeme ähnliche Ergebnisse zu erwarten.

Modell 4

Die Berechnung entsprechend Modell 3 wurde ebenfalls mit Volumenelementen durchgeführt. Dazu wurden alle oberen und unteren Knoten auf je einen Punkt im Zentrum vom Außendurchmesser bezogen und diese Punkte gelenkig gelagert.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tab. 4.4 zusammengestellt.

Abhängig von der gewählten Lagerung und Idealisierung ergeben sich recht unterschied-

**Abb. 4.17:** Statische Systeme für die Berechnung**Tab. 4.4:** Ergebnisse der Vergleichsrechnung für Stütze B4, $N_{u,e} = 1605 \text{ kN}$

| Modell | v_0 | β | $N_{u,FEM}$ [kN] | $N_{u,FEM}/N_{u,e}$ | max./min. σ [N/mm ²] | max. u_y [mm] |
|--------|--------|---------|---------------------|---------------------|--|--------------------|
| 1 | 0 | 1,0 | 2130 | 1,33 | -347/-32 | 29 |
| | L/1000 | 1,0 | 2080 | 1,30 | -349/-6 | 30 |
| 2 | 0 | 1,0 | 1935 | 1,21 | -307/-85 | 22 |
| | L/1000 | 1,0 | 1875 | 1,17 | -324/-34 | 28 |
| 3 | 0 | 0,5 | 1769 | 1,10 | -350/-66 | 22 |
| | L/1000 | 0,5 | 1705 | 1,06 | -362/-118 | 25 |
| | 0 | 0,8 | 1079 | 0,67 | -265/+67 | 32 |
| | L/1000 | 0,8 | 1004 | 0,63 | -244/+55 | 28 |
| 4 | 0 | 0,5 | 1776 | 1,11 | -348/-8 | 23 |
| | L/1000 | 0,5 | 1709 | 1,06 | -349/+29 | 24 |

liche Traglasten. Die sehr genaue Modellierung mit Modell 1 liefert etwa 30% zu große Ergebnisse, verglichen mit der Traglast $N_{u,e}$ des Versuchs. Das lässt sich mit der angenommenen Volleinspannung an den Enden begründen, die im Versuch sicher nicht vorhanden war. Eine Auswertung der Spannungen an den Stabenden ergab als Resultat der Einspannungen deutliche Zugspannungen, die von der Lagerung im Versuch sicher nicht aufgenommen werden konnten. Modell 2 liefert auf Grund der getroffenen Vereinfachung gegenüber Modell 1, wie zu erwarten, eine um etwa 10 % kleinere Traglast.

Eine sehr gute Übereinstimmung zwischen experimenteller Traglast und Nachrechnung wird mit den Modellen 3 und 4 bei Annahme eines Knicklängenbeiwerts von $s_K = 0,5$ erzielt. Eine größere Knicklänge mindert die aufnehmbare Last beträchtlich. Eine erwartete Übereinstimmung zwischen Modell 2 und 3 ist nicht ausreichend vorhanden. Die Berücksichtigung der Lagerungsbedingungen ist demnach durch die Abbildung auf einen äquivalenten Eulerfall mit $s_K = 0,5$ nicht ohne Zusatzbetrachtungen möglich.

In jedem Fall wird das Ergebnis der Berechnung durch den Ansatz von Vorverformungen verringert. Die Unterschiede zwischen den jeweiligen Berechnungen betragen im Mittel 6,5 %, allerdings mit einer größeren Streuung. Die Verwendung von Volumenelementen liefert etwa die gleichen Ergebnisse wie die Verwendung von Stabelementen mit einer geringfügigen Abweichung nach oben. Bezüglich der Verformungen und Spannungen sind die Unterschiede etwas größer, aber immer noch hinreichend ähnlich. Da gerade im Bereich der Traglast die Verformungen sehr schnell ansteigen, sind diese Ergebnisse zudem stark vom gewählten Abbruchkriterium und der vorgegebenen Schrittweite abhängig.

Von *Käpplein* [45] werden für die Nachrechnung der Stütze B4 $N_u = 1958 \text{ kN}$ angegeben. Als Knicklänge verwendete er einen Beiwert $s_K = 0,5$. *König* [54], der die Versuche ebenfalls nachgerechnet hat, kommt bei Ansatz eines Knicklängenbeiwerts $s_K = 0,8$ auf 1477 kN.

Tab. 4.5: Ergebnisse der Vergleichsrechnung für Stütze E2, $N_{u,e} = 2325 \text{ kN}$

| Modell | v_0 | β | $N_{u,FEM}$ [kN] | $N_{u,FEM}/N_{u,e}$ | max./min. σ [N/mm ²] | | max. u_y [mm] |
|--------|--------|---------|---------------------|---------------------|--|-----|--------------------|
| 1 | 0 | 1,0 | 2806 | 1,21 | -346 | 11 | 44 |
| | L/1000 | 1,0 | 2682 | 1,15 | -356 | 74 | 51 |
| 2 | 0 | 0,5 | 2544 | 1,09 | -349 | 55 | 27 |
| | L/1000 | 0,5 | 2455 | 1,06 | -362 | 114 | 31 |
| 2 | 0 | 0,8 | 1602 | 0,69 | -278 | 79 | 42 |
| | L/1000 | 0,8 | 1510 | 0,65 | -275 | 83 | 43 |
| 3 | 0 | 0,5 | 2566 | 1,10 | -353 | 15 | 32 |
| | L/1000 | 0,5 | 2331 | 1,00 | -480 | 67 | 46 |
| 3 | 0 | 0,8 | 1664 | 0,72 | -273 | 34 | 43 |
| | L/1000 | 0,8 | 1557 | 0,67 | -317 | 54 | 50 |

Im Vergleich zur experimentellen Traglast errechnet *Käpplein* damit zu große Ergebnisse während *König* die von ihm errechnete Traglast über den Knicklängenbeiwert anpasst und somit sehr dicht an das experimentelle Ergebnis herankommt.

In den unterschiedlichen Annahmen für die Knicklänge zeigt sich deutlich die Problematik der unklaren Lagerung bei der Durchführung der Versuche. Für die eigenen Berechnungen ist für das Modell 3 die Auswirkung unterschiedlicher Knicklängenbeiwerte s_K in Abb. 4.18 dargestellt. Die beste Übereinstimmung ergibt sich bei $s_K \approx 0,55$. Zusätzlich wurde das genauere Modell 1 als beidseitig gelenkiges System gerechnet. Es ergab sich eine Traglast unter Ansatz von v_0 in Höhe von 804 kN. Das vereinfachte System mit nur einem Querschnitt dagegen erreichte nur eine Traglast von 724 kN. Durch den etwas höheren Aufwand bei der Modellierung konnte also die Traglast um rd. 11 % erhöht werden.

Für die Stütze **E2** [45] wurden ebenso Vergleichsrechnungen durchgeführt. Da die Geometrie der Stütze keine wesentlichen Sprünge im Querschnitt aufweist, wurde hier von Anfang an ohne Abstufung der Außendurchmesser gearbeitet. Wahlweise ist eine Vorverformung von $v_0 = L/1000$ berücksichtigt worden.

Modell 1

Die Berechnung wird an einem Stabmodell mit beidseitiger Einspannung (System 1 nach Abb. 4.17) durchgeführt. Der Querschnittsversatz wird sinusförmig über mehrere Querschnitte berücksichtigt.

Modell 2

Wie schon bei der Nachrechnung zu Stütze B4 erfolgt die Berechnung an einem Stabmodell mit beidseitiger gelenkiger Lagerung (System 2 nach Abb. 4.17) und unterschiedlichen Knicklängen s_K .

Modell 3

Die Berechnung erfolgt entsprechend Modell 2 mit Volumenelementen.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tab. 4.5 zusammengestellt.

Von *Käpplein* [45] wurden für die Nachrechnung der Stütze E2 $N_u = 2709 \text{ kN}$ angegeben. Als Knicklänge verwendete er einen Beiwert $s_K = 0,5$. König kommt bei Ansatz eines

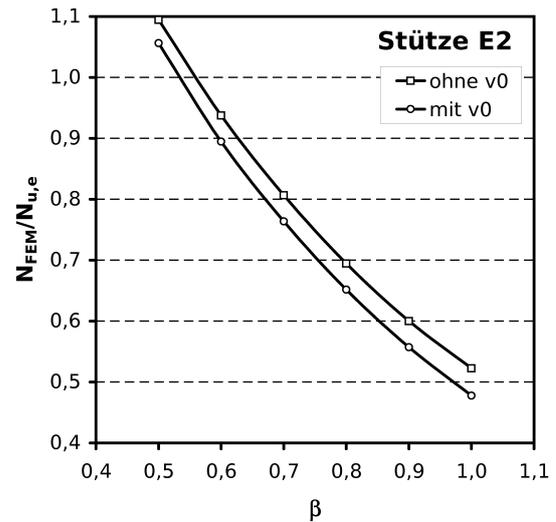
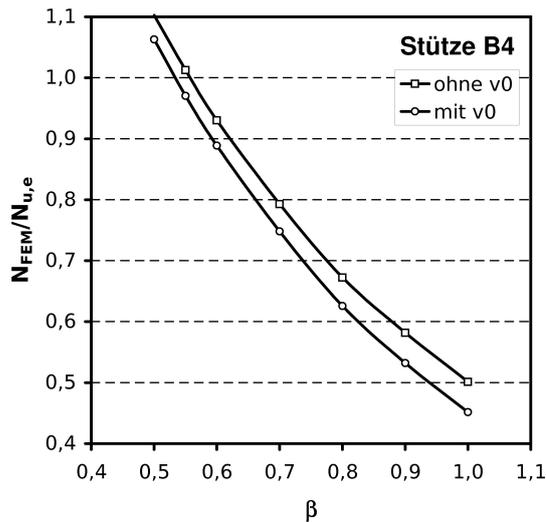


Abb. 4.18: Stütze B4, Modell 2, Einfluss der Knicklänge s_K

Abb. 4.19: Stütze E2, Modell 2, Einfluss der Knicklänge s_K

Knicklängenbeiwerts $s_K = 0,8$ auf 2297 kN.

Die eigenen Nachrechnungen liefern für Modell 2 und 3 bei $s_K = 0,5$ sehr gute Ergebnisse. Wie schon bei der Nachrechnung von Stütze B4 zeigt sich aber auch hier keine gute Übereinstimmung zwischen dem beidseitig eingespannten System und einem Ersatzsystem mit beidseitig gelenkiger Lagerung und einer verminderten Knicklänge. Die Abweichungen zu den Berechnungen von *Käpplein* und *König* entsprechen tendenziell denen der Nachrechnung von B4.

4.6.2 Eigene Versuche: Gussstützen unter exzentrischem Druck

Für die Nachrechnung der eigenen Großversuche aus Kap. 3.6 wurde ein feineres Volumenmodell nach Abb. 4.20 verwendet, um die recht komplizierte Geometrie genauer abbilden zu können. Insbesondere konnte dadurch die Kannelierung im Schaftbereich und der Kopf- und Fußbereich der Stützen weitgehend originalgetreu berücksichtigt werden.

Der Versatz des Kerns wurde sinusförmig mit dem Maximum in Stützenmitte berücksichtigt. Dies weicht von den gemessenen Geometrien etwas ab (siehe Abb. 3.3 – 3.6 auf S. 32), deckt aber die traglastmindernde Wirkung genügend genau ab. Zudem waren die Ultraschallmessungen an den stark kannelierten Stützen auch sehr schwierig, so dass Ungenauigkeiten nicht zu vermeiden waren.

Die Lagerkonstruktion der Versuchseinrichtung ist in Abb. 4.24 noch einmal detailliert dargestellt, da dies für die Bestimmung der statisch wirksamen Länge von Bedeutung ist. Der Drehpol des Kalottenlagers ergibt sich im Abstand von 127 mm unterhalb des Stützenendes. Dabei ist die Dicke der Fußplatte von 30 mm bereits berücksichtigt. In der Modellierung wird dieser Abstand durch verformungsstarre Koppellemente *MPC184* der ANSYS-Elementbibliothek berücksichtigt. Mit diesen fiktiven Stäben werden alle Knoten an

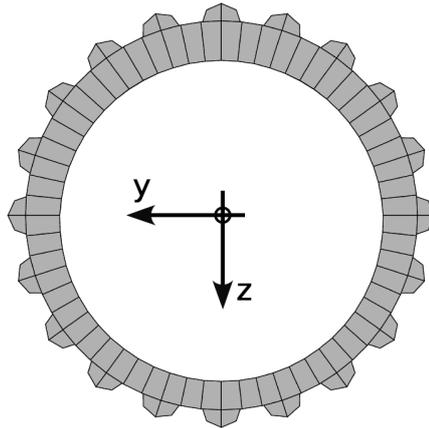


Abb. 4.20: Querschnittseinteilung im Bereich des kannelierten Schafts für die Nachrechnungen der eigenen Versuche

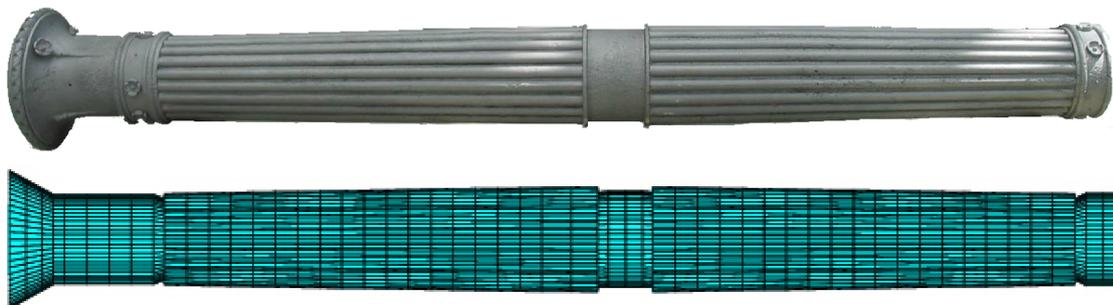


Abb. 4.21: Ansicht der modellierten Stütze im Vergleich mit dem Original

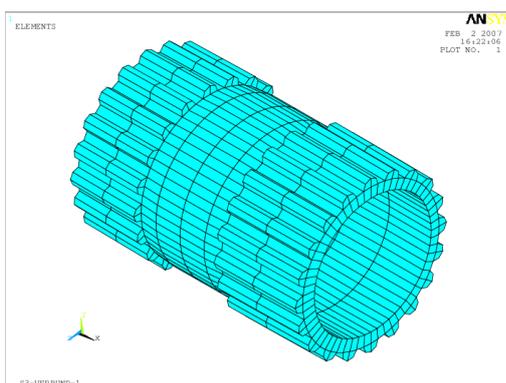


Abb. 4.22: Detail Stützenmitte

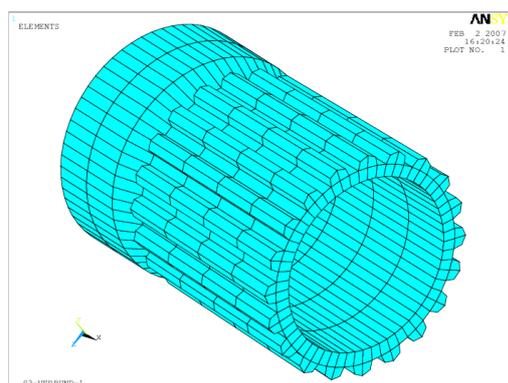


Abb. 4.23: Detail Stützenfuß

den Stützenenden auf die Lagerknoten oben und unten referenziert und somit eine gelenkige Lagerung in alle Richtungen erzeugt. Das System ist zur z-Achse symmetrisch, es kann daher am halben System gerechnet werden. Die Verschiebung infolge der eingepprägten Lastausmitte und der Imperfektion erfolgt in z-Richtung.

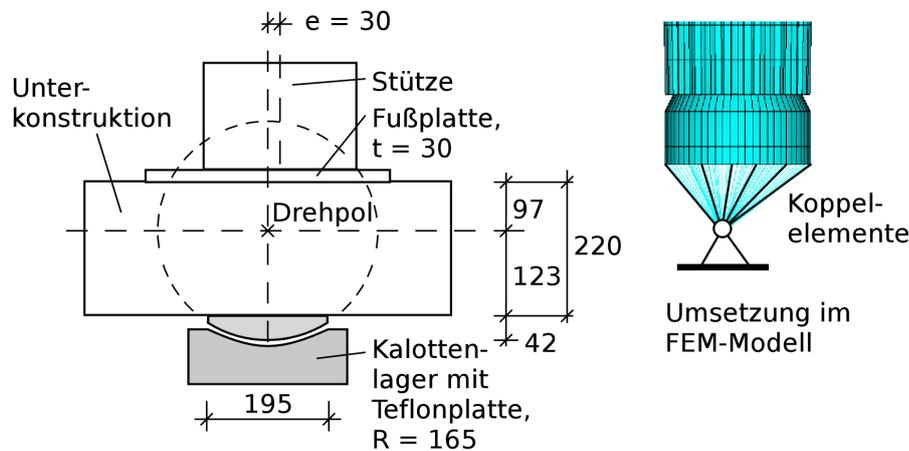


Abb. 4.24: Lagerkonstruktion im Detail und Umsetzung im FEM-Modell

Die mittleren Wanddicken t_m variieren über die Länge. Im Schnitt durch die Stützen ergeben sich die Dicken wie beispielsweise für Stütze S1 in Abb.4.25 ohne Berücksichtigung der Kannelierung dargestellt ist. Das in Abb. 4.21 wie beschrieben elementierte Modell setzt sich aus 2380 Elementen *SOLID185* (1620 Elemente für die Grundgeometrie und 760 Elemente für die Kannelierung) sowie 124 Koppel-elementen *MPC184* zusammen.

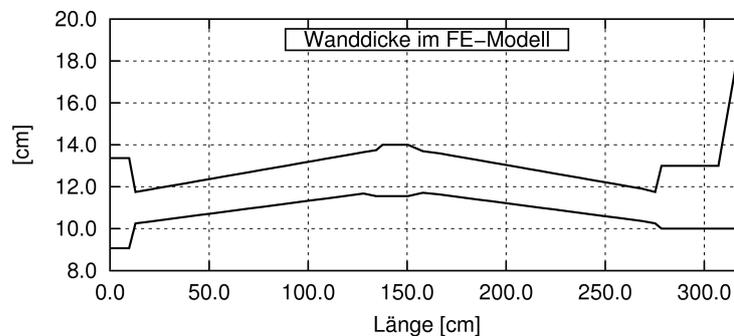
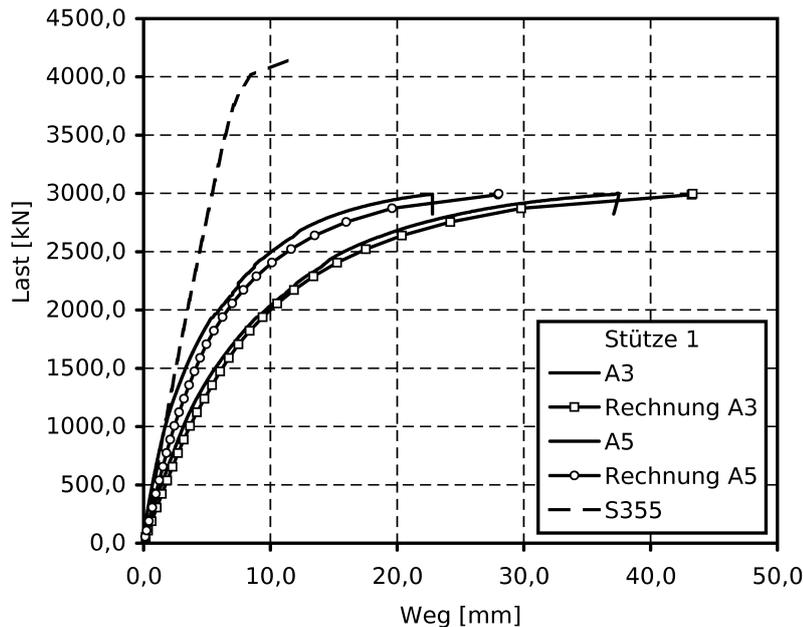


Abb. 4.25: Längsschnitt durch die Gussstütze S1 (halb)

Die Ergebnisse der Nachrechnung für Stütze S1 sind in Tab. 4.6 zusammengestellt. Die Traglast im Versuch betrug $N_{u,e} = 2994$ kN, die Nachrechnungen liegen je nach Ansatz der geometrischen Imperfektion von $v_0 = L/1000$ bis zu 2 % darunter. Bei Vernachlässigung der geometrischen Imperfektion v_0 wird die Versuchslast exakt erreicht. Wird die Kannelierung in der Berechnung nicht berücksichtigt, kommt es zu einer deutlichen Unterschätzung der Traglast, die dann nur noch etwa 65 % der Versuchslast beträgt. Das liegt einerseits an der fehlenden Querschnittsfläche und andererseits an der geringeren Steifigkeit des nunmehr zylindrischen Querschnitts.

Tab. 4.6: Ergebnisse der Nachrechnung für Stütze S1, $N_{u,e} = 2994$ kN

| Rechnung | $N_{u,FEM}$ [kN] | $N_{u,FEM}/N_{u,e}$ | max. v [mm] | max. σ_x [MPa] | min. σ_x [MPa] |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|----------------|--------------------------|--------------------------|
| S1, mit v_0 | 2935,0 | 0,980 | 47,4 | 87,0 | -329,0 |
| S1, ohne v_0 | 2981,0 | 0,996 | 42,6 | 76,0 | -325,0 |
| S1, ohne Kannelierung, mit v_0 | 1939,0 | 0,648 | 43,1 | 81,4 | -334,3 |
| S1, ohne Kannelierung, ohne v_0 | 1977,0 | 0,660 | 43,2 | 79,0 | -337,0 |

**Abb. 4.26:** Experimentelle und rechnerische Verformungen bei Stütze S1

Die errechneten Verformungen sind gegenüber den gemessenen geringfügig größer. Dies zeigt sich im gesamten Verlauf der Last-Verformungskurve und besonders auch im Bereich der Traglast. Dabei ist aber zu beachten, dass im Bereich der Traglast die seitlichen Verschiebungen sehr stark anwachsen und die Versuche vor dem Versagen abgebrochen wurden. Zudem sind die Ergebnisse des letzten Iterationsschrittes auch stark von gewählten Schrittweiten und Abbruchkriterien im Berechnungsprogramm abhängig, so dass diese Abweichungen nicht überbewertet werden sollten (siehe Kap. 4.1).

Der Verlauf der seitlichen Verschiebungen ist in Abb. 4.26 für zwei Messpunkte dargestellt. Gerade im Bereich der maximalen Verschiebungen der Stütze (Messpunkt A3) sind die Verformungen nahezu gleich, während im unteren Bereich die Rechnung eher zu große Werte liefert. Der Einfluss der geometrischen Imperfektion v_0 gegenüber der eingepprägten Randexzentrizität ist bei dem hier gewählten Verhältnis gering.

Zum Vergleich wurde die Traglast der Stütze S1 auch mit den Materialparametern eines

Baustahls S355 berechnet. Der Last-Verformungspfad ist ebenfalls in Abb. 4.26 eingetragen. Während am Anfang die Kurven nahezu gleich verlaufen sieht man bei zunehmender Last das ausgeprägt steifere Verhalten des Baustahls. Erst nach einem linearen Anstieg bis auf etwa 90 % der Traglast von $N_{u,S355} = 4144$ kN beginnen die Verformung stark anzuwachsen. Die Last-Verformungskurve der Gussstütze hingegen weist von Anfang an einen deutlich nichtlinearen Verlauf auf; schon ab etwa 30 % der Traglast beginnt die Verformung stärker anzusteigen als die zugehörige Last.

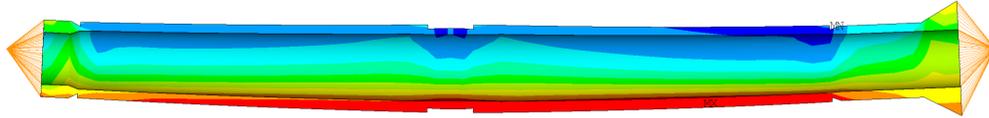


Abb. 4.27: Spannungen σ_x im Traglastzustand, Stütze S1

Für Stütze S2 sind die Ergebnisse der Nachrechnungen in Tab. 4.7 und Abb. 4.28 in gleicher Weise zusammengestellt wie für Stütze S1. Auch hier ist die Qualität der Berechnung sehr gut. Anfangs wird dabei das System zu steif abgebildet, ehe bei einer Last von etwa 1500 kN die errechnete Verformung wie bei der Nachrechnung der Stütze S1 größer wird als die gemessene.

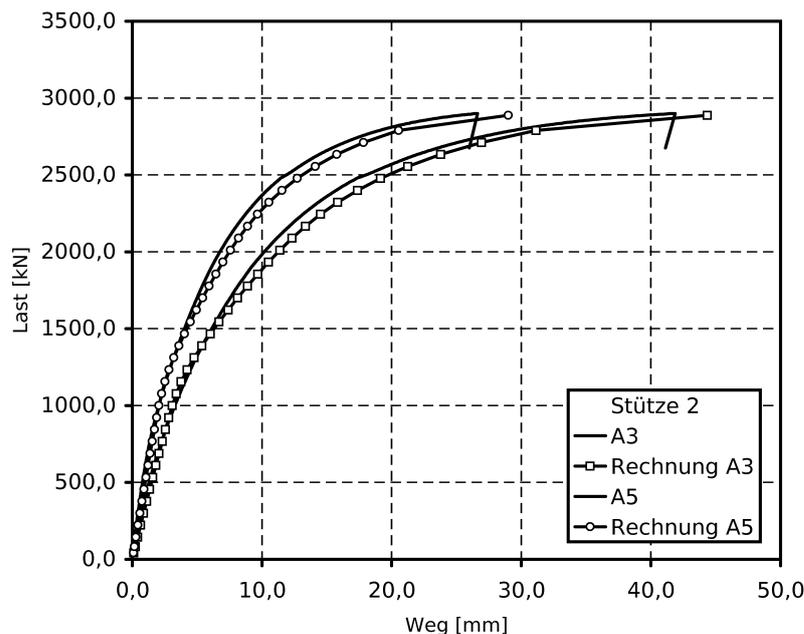


Abb. 4.28: Experimentelle und rechnerische Verformungen bei Stütze S2

Bezieht man die Spannungen, die im Zustand der Traglast erreicht werden, auf die Festigkeiten R_d und R_m des Materials, so ergibt sich eine Auslastung im Druckbereich von 70 % – 73 % und im Zugbereich von 61 % – 70 %. Auch hier sollten die absoluten Werte mit Vorsicht betrachtet werden, da die Spannungen ebenso wie die Verformungen im Bereich der Traglast infolge geringer Laststeigerungen stark ansteigen können. Es zeigt sich aber,

Tab. 4.7: Ergebnisse der Nachrechnung für Stütze S2, $N_{u,e} = 2900$ kN

| Rechnung | $N_{u,FEM}$ [kN] | $N_{u,FEM}/N_{u,e}$ | max. v [mm] | max. σ_x [MPa] | min. σ_x [MPa] |
|--|---------------------|---------------------|----------------|--------------------------|--------------------------|
| S2, mit v_0 | 2841,6 | 0,980 | 45,2 | 87,9 | -315,6 |
| S2, ohne v_0 | 2887,9 | 0,996 | 44,4 | 83,3 | -316,1 |
| S2, ohne Kannelie- rung, mit v_0 | 1897,0 | 0,654 | 47,6 | 97,8 | -331,4 |
| S2, ohne Kannelie- rung, ohne v_0 | 1925,0 | 0,664 | 43,0 | 83,2 | -326,5 |

dass die maximal vorhandene Festigkeit bei Weitem nicht erreicht wird; die Auslastung im Druck- und im Zugbereich ist annähernd gleich. Von den absoluten Werten her bedeutet dies, dass der Querschnitt trotz der Exzentrizität größtenteils durch Druckspannungen beansprucht wird. Hohe Spannungen im Modell entstehen zudem am Übergang zur Kannelierung, wie in Abb. 4.27 zu sehen ist. Die realen Stützen sind an dieser Stelle durch einen Ring verstärkt, der aber nicht modelliert wurde.

Unter Berücksichtigung der in der Berechnung nicht quantifizierbaren Einflüsse, die im Versuch eine Rolle spielen wie

- Lagerreibung,
- die praktisch nicht bestimmbare geometrische Imperfektion v_0 und
- die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Materialarbeitslinie

ist das Ergebnis als sehr genau zu bezeichnen. Im Vergleich zu den Nachrechnungen von *Käpplein* [45] und *König* [54] konnte hier unter genau definierten Lagerungsbedingungen die Traglast ohne Abschätzung eines nicht genau bekannten Knicklängenbeiwerts β exakt nachgerechnet werden. Damit kann schlussfolgernd davon ausgegangen werden, dass die Art der Modellierung die realen Gegebenheiten hinreichend genau abbildet und das Materialmodell geeignet ist, die Besonderheiten von historischem Guss mit Grafitlamellen zu berücksichtigen.

4.6.3 Eigene Versuche: Betongefüllte Gussstützen unter exzentrischer Druckbeanspruchung

Die in Kap. 3.6.4 beschriebenen ausbetonierten Gussstützen wurden unter den gleichen Annahmen wie die nicht ausbetonierten Gussstützen (siehe Kap. 4.6.2) nachgerechnet. Dazu wurde das FEM-Modell um weitere Volumenelemente zur Berücksichtigung des Betonkerns erweitert. Die sehr feine Modellierung des Gussmantels wurde aber nicht komplett fortgeführt. In Abb. 4.29 und 4.30 ist der erweiterte Querschnitt in Stützenmitte und am unteren Ende dargestellt. Die Betonelemente sind nur an jedem 3. Innenknoten mit dem Gussmodell verbunden. Dadurch war es möglich, die Anzahl der Elemente deutlich zu reduzieren. Die Ergebnisse zeigten an den Knoten trotz der nicht erfüllten Verträglichkeit keine nennenswerten Abweichungen oder Sprünge, so dass diese Elementierung als hinreichend genau angesehen werden konnte. Die Betonelemente wurden erst ab dem jeweils

zweiten Gusselement in Längsrichtung modelliert. Dadurch konnten numerische Störungen durch zu große Spannungen im Beton im Lasteinleitungsbereich vermieden werden.

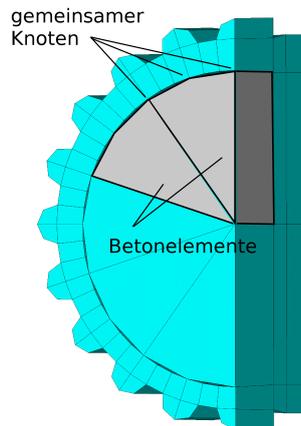


Abb. 4.29: Modellierung des Verbundquerschnitts in Stützenmitte

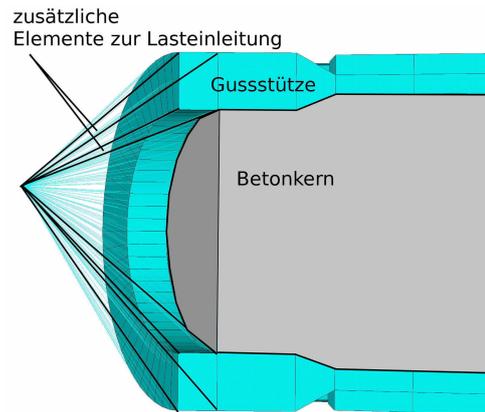


Abb. 4.30: Modellierung des Verbundquerschnitts am Stützenende

Als Elementtyp für den Betonkern wurde wie für das Gussmodell das Volumenelement *SOLID185* verwendet. Ein ebenso in ANSYS vorhandenes spezielles Betonelement *SOLID65* wurde wegen des gezeigten schlechten Konvergenzverhaltens und der Komplexität von Betonmaterialgesetzen (siehe [7, 65]) nicht eingesetzt. Bei den Nachrechnungen sollte auch weniger das spezielle Betontragverhalten (Rissbildung, Schwinden) im Mittelpunkt stehen, sondern der Einfluss des Betonkerns auf das Tragverhalten der Gussstütze untersucht werden, wozu die Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens ausreichte.

Die Materialarbeitslinie wurde nach DIN 1045-1 [13] aufgestellt. Als charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit f_{cm} wurde ein mittlerer Wert von 38,0 MPa entsprechend der gemessenen Werte der Würfeldruckproben verwendet. Nach [14] würde dies einem C30/37 entsprechen, wohingegen die Betongüte insgesamt als C 25/30 eingestuft wurde. Trotzdem ist dieser höhere Wert für die Nachrechnung realistischer, da er einen Mittelwert wiedergibt und keinen unteren Fraktilwert. Der Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie ist in Abb. 4.31 gezeigt. Um zu verhindern, dass die Berechnung beim Erreichen der Betondruckfestigkeit abbricht, wurde abweichend zu den Forderungen in [13] der Verlauf als Parabel-Rechteck-Diagramm bis zu einer Grenzdehnung von $\varepsilon_{c,u} = 3,5 ‰$ vorgegeben.

Der Beton in der ausbetonierten Gussstütze ist durch die radiale Umschließung dehnungsbehindert. Mehrachsige Spannungszustände im Beton können zu einer deutlich höheren Festigkeit f_c führen (siehe [7, 55, 65]) und wirken sich bei ausbetonierten Profilen unter gewissen Umständen traglast erhöhend aus. Eine Umschnürungswirkung, wie sie nach DIN 18 800-5 [29] für ausbetonierte Hohlprofile angesetzt werden könnte, wurde hier aber nicht berücksichtigt, da die Ansetzbarkeit bisher nur für einen recht engen Parameterbereich gesichert werden konnte (siehe dazu auch *Hanswille* und *Porsch* [40], *Schwalbenhofer* [90]). Durch Variation der Betondruckfestigkeiten über den Ansatz verschiedener Betongüten wurde untersucht, in welchem Bereich die Auswirkungen für die gusseiserne Verbundstütze liegen. Dabei wird neben der Festigkeit f_c auch der E-Modul E_{cm} der jeweiligen Betongüte berücksichtigt.

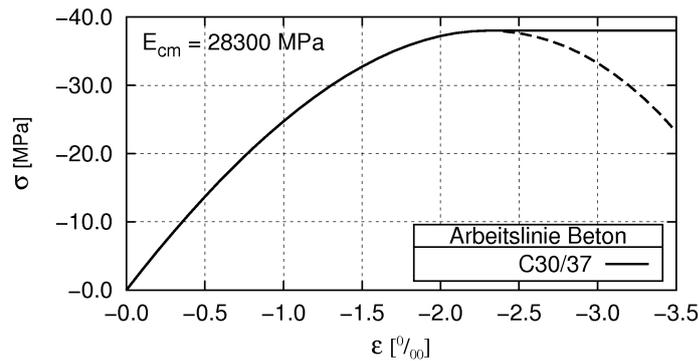


Abb. 4.31: Spannungs–Dehnungs–Linie des Betons C 30/37

Zusätzlich zu den vorhandenen, radial angeordneten Lasteinleitungselementen *MPC184* an der Stützenenden wurden diese Elemente auch an die zweite Innenknotenreihe gesetzt, siehe Abb. 4.30. In Testrechnungen ist es ohne diese Elemente infolge der jetzt größeren einzuleitenden Kräfte zu sehr großen Lasteinleitungsspannungen an den Stützenenden gekommen, die teilweise sogar zum vorzeitigen Abbruch der Berechnung geführt haben. Dieses Verhalten ist aber ein lokales Problem, so dass das FEM–Modell an die Lagerungsbedingungen angepasst werden konnte ohne das globale Tragverhalten maßgeblich zu verändern.

Die äußere Geometrie der Stützen entspricht den Stützen S1 und S2, der innere Versatz ist in Abb. 3.5 und 3.6 auf Seite 32 dargestellt. Bei Stütze S3 wurde der Maximalwert der Messungen nicht berücksichtigt, da der Verlauf des inneren Versatzes damit zu ungünstig angesetzt worden wäre. Um dennoch einen der gemessenen Imperfektion ähnlichen Ansatz zu verwenden, ist die äußere Exzentrizität am unteren Ende um 1 mm vergrößert worden. Damit liegt der berücksichtigte Versatz im mittleren und maßgebenden Bereich über den gemessenen Werten, am Rand geringfügig darunter. Bei Stütze S4 wurde die Exzentrizität in gleicher Weise angepasst.

Für die Nachrechnung von Stütze S3 sind die Ergebnisse in Tab. 4.8 zusammengestellt.

Tab. 4.8: Ergebnisse der Nachrechnung für Stütze S3, $N_{u,e} = 3477$ kN

| Modell | v_0 | $N_{u,FEM}$ [kN] | $N_{u,FEM}/N_{u,e}$ | max./min. σ_x [MPa] | max. u [mm] | |
|------------------------------------|--------|---------------------|---------------------|-------------------------------|----------------|----|
| nur Gussstütze | 0 | 2662 | 0.766 | -323 | 70 | 48 |
| | L/1000 | 2638 | 0.759 | -321 | 70 | 47 |
| Verbundstütze $f_{cm} = 33$ MPa | 0 | 3272 | 0.941 | -318 | 75 | 42 |
| | L/1000 | 3200 | 0.920 | -315 | 77 | 42 |
| Verbundstütze $f_{cm} = 38$ MPa | 0 | 3358 | 0.966 | -316 | 74 | 40 |
| | L/1000 | 3304 | 0.950 | -312 | 74 | 40 |
| Verbundstütze $f_{cm} = 43$ MPa | 0 | 3450 | 0.992 | -314 | 73 | 39 |
| | L/1000 | 3370 | 0.969 | -310 | 75 | 39 |

Es ist auch hier ersichtlich, dass die geometrische Imperfektion v_0 eine untergeordnete Rolle spielt. Die Unterschiede bei den Traglasten liegen in der Größenordnung von 2 %. Erwartungsgemäß kann die Traglast durch das Ausbetonieren deutlich gesteigert werden. Der Zuwachs liegt hier, je nach Betongüte, zwischen 20 % und 28 % gegenüber der Traglast der reinen Gussstütze. Die Verformungen werden durch die zusätzliche Steifigkeit des Betonkerns um etwa 15 % gemindert. Der Einfluss der unterschiedlichen Betongüten bewegt sich im Bereich von 5 %.

In den Abb. 4.33–4.37 sind einige Spannungsbilder der Stütze S3 im Traglastzustand mit einem Beton C 30/37 dargestellt. Der Betonkern ist nahezu vollständig durchplastiziert. Die Betonspannungen überschreiten geringfügig die Druckfestigkeit von $f_{cm} = 38$ MPa, was an der verwendeten Festigkeitshypothese nach *von Mises* liegt. Die Abweichungen sind tolerierbar, da der Spannungszustand dreidimensional ist und in Stützenmitte durch die Zwängung des Betonkerns sowohl σ_y als auch σ_z Druckspannungen in der Größenordnung von -7 MPa sind.

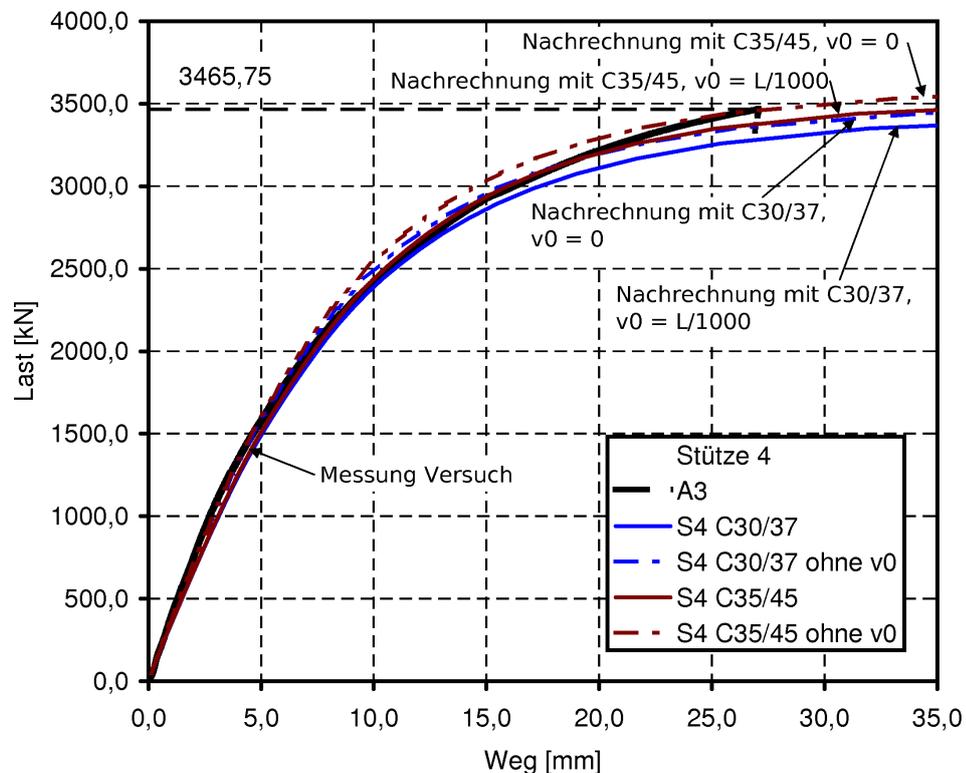


Abb. 4.32: Last-Verformungskurven für Stütze S4

Die oben angesprochenen möglichen Unstetigkeiten im Spannungsverlauf des Gussmodells infolge der gewählten Elementierung (siehe Abb. 4.29) sind nicht vorhanden. In einem kleinen Bereich am Rand des Betonkerns treten in Stützenmitte Zugspannungen auf wie in den benachbarten Gusselementen auch. Dies ist aus den etwas detaillierteren Abb. 4.36 und 4.37 gut zu erkennen. Diese über die Gausspunkte interpolierten Spannungswerte an den Knoten sind wegen der gewählten groben Elementierung des Betonkerns nicht

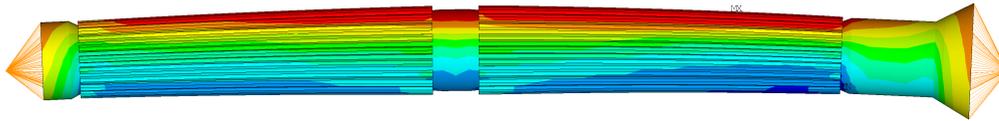


Abb. 4.33: Spannungen σ_x im Gusseisen, Ansicht außen, Traglastzustand Stütze S3

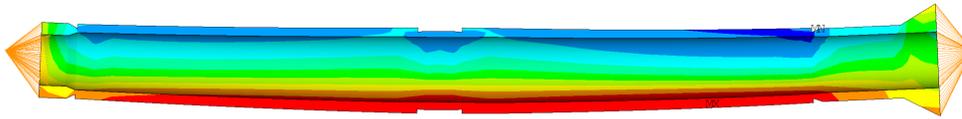


Abb. 4.34: Spannungen σ_x im Gusseisen, Ansicht innen, Traglastzustand Stütze S3

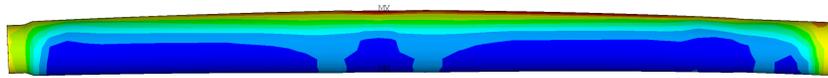


Abb. 4.35: Spannungen σ_x im Betonkern, Traglastzustand Stütze S3

aussagekräftig. Hier müsste eine feinere Elementierung, die auch das Verbundverhalten zwischen Betonkern und Gussmantel berücksichtigt, vorgenommen werden. Für das Tragverhalten insgesamt haben diese kleinen Bereiche mit Zugspannungen aber keine signifikanten Auswirkungen.

Für die Nachrechnung der Stütze S4 wurde die zeitabhängige Entwicklung der Betonfestigkeit und des E-Moduls etwas genauer betrachtet, da zwischen Betonage und Versuch eine Zeitdauer von etwa 90 Tagen gelegen hat. Infolge von Hydratationsprozessen verändern sich die Betoneigenschaften im Laufe der Zeit; sowohl die Festigkeit f_{cm} als auch der E-Modul nehmen zu ([36]). Nach CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code [9] kann die Nacherhärtung nach den folgenden Gleichungen (4.26)–(4.29) bestimmt werden.

$$f_{cm(t)} = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (4.26)$$

$$\beta_{cc}(t) = e^s \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t/t_1}} \right] \quad (4.27)$$

mit:

| | |
|-------------|--|
| $f_{cm}(t)$ | Mittlere Druckfestigkeit des Betons im Alter von t Tagen |
| f_{cm} | Mittlere Druckfestigkeit des Betons im Alter von 28 Tagen |
| t | Alter des Betons in Tagen |
| t_1 | 1 Tag |
| s | = 0,25 (Koeffizient für normal erhärtenden Beton) |

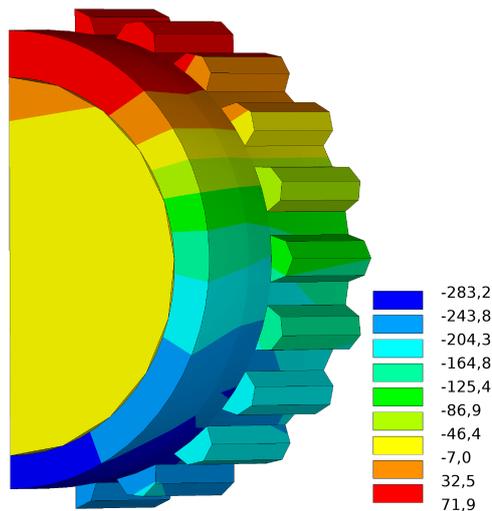


Abb. 4.36: Spannungen σ_x in Stützenmitte am Verbundquerschnitt, Traglastzustand Stütze S3

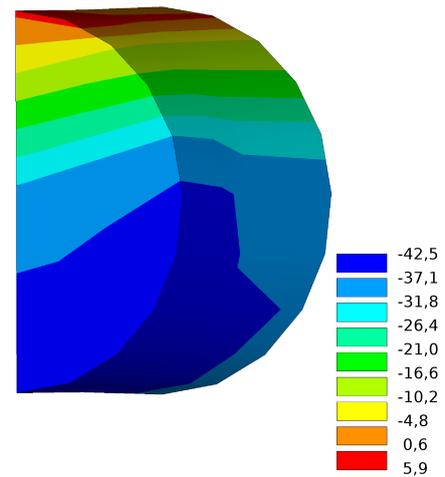


Abb. 4.37: Spannungen σ_x in Stützenmitte am Betonquerschnitt, Traglastzustand Stütze S3

$$E_{c0}(t) = \beta_E(t) \cdot E_{c0} \quad (4.28)$$

$$\beta_E(t) = \sqrt{\beta_{cc}(t)} \quad (4.29)$$

mit:

- $E_{c0}(t)$ Mittlerer E-Modul des Betons als Tangentenmodul im Alter von t Tagen
- E_{c0} Mittlerer E-Modul des Betons als Tangentenmodul im Alter von 28 Tagen
- $\beta_{cc}(t)$ Koeffizient zur Berücksichtigung des Betonalters nach Gl. (4.27)

Für die Festigkeiten zum Zeitpunkt $t = 90$ ergibt sich damit für $\beta_{cc}(t)$ ein Wert von 1,12 und für $\beta_E(t)$ ein Wert von 1,06. Bezogen auf die Werte für einen C 30/37 folgt daraus, dass sich f_{cm} mit 42,6 MPa einstellt und E_{cm} mit 29 998 MPa. Angenähert wurden daher die Rechnungen auch mit einem Beton der Güte C35/45 durchgeführt, dem diese Werte entsprechen.

Tab. 4.9: Ergebnisse der Nachrechnung für Stütze S4, $N_{u,e} = 3466$ kN

| Modell | ν_0 | $N_{u,FEM}$ [kN] | $N_{u,FEM}/N_{u,e}$ | max./min. σ_x [MPa] | max. u [mm] |
|------------------------------------|---------|---------------------|---------------------|-------------------------------|----------------|
| nur Gussstütze | 0 | 2726 | 0.787 | -325 85 | 45 |
| | L/1000 | 2668 | 0.770 | -319 82 | 43 |
| Verbundstütze $f_{cm} = 38$ MPa | 0 | 3454 | 0.997 | -319 90 | 37 |
| | L/1000 | 3380 | 0.975 | -316 90 | 37 |
| Verbundstütze $f_{cm} = 43$ MPa | 0 | 3544 | 1.023 | -317 89 | 36 |
| | L/1000 | 3472 | 1.002 | -315 90 | 37 |

Die Ergebnisse der Berechnungen sind nachfolgend in Tab. 4.9 zusammengestellt; Abb. 4.32 zeigt die maximalen Verformungen für die unterschiedlichen Ansätze. Im Gegensatz zur Stütze S3, bei der keine verwertbaren Messungen für die Verformungen vorlagen, konnten hier auch die Verläufe der Verformung im Zuge der Laststeigerung mit den experimentellen Ergebnissen verglichen werden. Die Übereinstimmung ist im Bereich bis etwa 93 % der Traglast für den Beton C35/45 mit Ansatz von ν_0 am Besten. Danach wird das Modell zu weich und die Verformungen steigen schneller an als im Versuch. Das Nichtberücksichtigen einer Vorverformung für die selbe Betongüte hingegen bildet den Versuch ab ca. 60 % der Traglast zu steif ab, wenn auch die Abweichungen geringfügig sind.

Wie schon in der Auswertung zu den Nachrechnungen der exzentrisch gedrückten Gussstützen angemerkt sind auch hier die Ergebnisse angesichts der möglicherweise nicht berücksichtigten Einflüsse sehr genau.

5 Parameterstudie

5.1 Allgemeines

Die Traglast einer gusseisernen Stütze ist von einer großen Anzahl an Parametern abhängig. Wie in den vorherigen Kapitel ausgeführt haben

- Materialkennwerte wie E_0 -Modul, Druckfestigkeit R_d ,
- der qualitative Verlauf der σ - ε -Kurve,
- der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$,
- die Querschnittsgeometrie mit t/D_a ,
- die Exzentrizität aus dem Versatz des Kerns m ,
- die Lastexzentrizität,
- die Lagerungsbedingungen (gelenkig, eingespannt, teilweise eingespannt) und
- geometrische Imperfektionen

Einfluss auf die Traglast. Dazu kommen Einflüsse aus Störungen im Gefüge des Gusseisens (siehe Kap. 2.5), die aber nur sehr schwer quantifizierbar sind und bisher nicht strukturiert untersucht worden sind.

Die Auswirkung der Variation der einzelnen Parameter auf die Traglast wird in den folgenden Kapiteln untersucht. Dazu wurde eine einheitliche Querschnittsgeometrie mit den Abmessungen

- $D_a = 200$ mm
- $t_m = 20$ mm
- $m = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5$

festgelegt. Das Verhältnis $t/D_a = 0,1$ entspricht den üblichen Abmessungen von Gussstützen [45, 54, 103]. Das Maß für die innere Exzentrizität m ergibt sich nach Gl. (5.1) aus der Exzentrizität e und der Kernweite k . Größere Werte für m sind stellenweise in der Literatur auch untersucht worden, beispielsweise in [45]. Auf Grund des dazu notwendigen großen inneren Versatzes sind diese Betrachtungen aber eher theoretischer Natur; stellenweise würde in solchen Fällen der innere Durchmesser den äußeren durchdringen.

$$m = \frac{e}{k} \quad (5.1)$$

$$k = \frac{D_a^2 + D_i^2}{8 \cdot D_a} \quad (5.2)$$

mit:

- m dimensionsloses Exzentrizitätsmaß für die innere Exzentrizität
- e Exzentrizität nach Gl. (2.5)
- k Kernweite nach Gl. (3.3)

Für den verwendeten Querschnitt ergeben sich die Querschnittswerte in Abhängigkeit von m nach Tab. 5.1 und Gl. (3.2) – (3.4). Die Kernweite des verwendeten Querschnitts nach Gl. (5.2) ist unabhängig von der inneren Exzentrizität konstant 41 mm. Für die Berechnung von $\bar{\lambda}$ nach Gl. (5.5) wurden die Querschnittswerte des exzentrischen Querschnitts in Stützenmitte verwendet.

Tab. 5.1: Querschnittswerte für die Parameterstudie mit $t/D_a = 0,1$

| m | e [mm] | v [mm] | A [mm ²] | I_y [mm ⁴] | i [mm] |
|-----|-------------|-------------|---------------------------|-----------------------------|-------------|
| 0,0 | 0,0 | 0,0 | 11309,7 | 4,637E+07 | 64,0 |
| 0,1 | 4,1 | -2,3 | 11309,7 | 4,607E+07 | 63,8 |
| 0,2 | 8,2 | -4,6 | 11309,7 | 4,518E+07 | 63,2 |
| 0,3 | 12,3 | -6,9 | 11309,7 | 4,370E+07 | 62,2 |
| 0,4 | 16,4 | -9,2 | 11309,7 | 4,162E+07 | 60,7 |
| 0,5 | 20,5 | -11,5 | 11309,7 | 3,894E+07 | 58,7 |

Tab. 5.2: Längen der Stützen für die Parameterstudie ($m = 0$)

| $\bar{\lambda}$ | Länge [mm] | | | |
|-----------------|------------|--------|--------|--------|
| | Mat. 1 | Mat. 2 | Mat. 3 | Mat. 4 |
| 0,50 | 1243 | 1319 | 1470 | 1469 |
| 0,75 | 1865 | 1978 | 2205 | 2203 |
| 1,00 | 2487 | 2637 | 2941 | 2938 |
| 1,25 | 3109 | 3297 | 3676 | 3672 |
| 1,50 | 3730 | 3956 | 4411 | 4406 |
| 1,75 | 4352 | 4615 | 5146 | 5141 |
| 2,00 | 4974 | 5275 | 5881 | 5875 |
| 2,25 | 5595 | 5934 | 6616 | 6610 |
| 2,50 | 6217 | 6593 | 7352 | 7344 |
| 2,75 | 6839 | 7253 | 8087 | 8078 |
| 3,00 | 7460 | 7912 | 8822 | 8813 |

Wie schon bei der Nachrechnung der Versuche in Kap. 4.6 wurden 50 Elemente über die Länge und 24 Volumenelemente bzw. Querschnittszellen für Stabelemente über den Umfang verwendet. In den Abb. 5.1 und 5.2 sind Schnitte durch das Volumenmodell dargestellt, bei denen zur besseren Ansicht die Exzentrizität und die Vorverformung überhöht wurden.

Für die äußere geometrische Imperfektion wurde einheitlich eine sinusförmige Vorverformung mit einem Stich von $v_0 = L/1000$ angesetzt. Obwohl die Messungen von realen

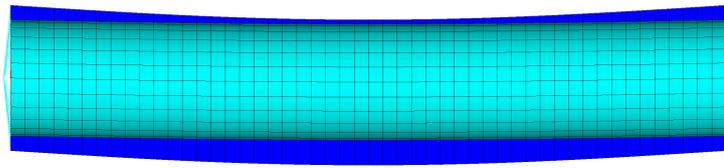


Abb. 5.1: Ansicht des halben Volumenmodells mit m und v_0 (überhöht)

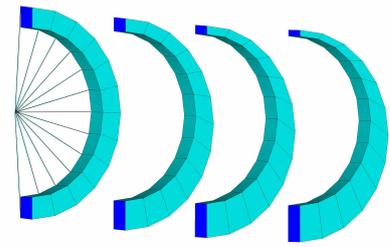


Abb. 5.2: Veränderung der Querschnitte in Stützenmitte und am Stützenende

Vorverformungen an Gussstützen zum Teil davon abweichende Ergebnisse geliefert haben wird dieser Wert verwendet, da grundsätzlich vom Vorhandensein einer geometrischen Imperfektion ausgegangen werden muss. Die Nachrechnungen in Kap. 4.6 haben gezeigt, dass mit diesem Ansatz eine traglastmindernde Wirkung über einen weiten Bereich der Schlankheitsgrade erreicht wird. Der Ansatz größerer Vorkrümmungen wird in Kap. 5.2.5 untersucht.

Weitere strukturelle Imperfektionen wie Eigenspannungen und Vorschädigungen des Materials durch Inhomogenitäten wurden bei der Berechnung nicht berücksichtigt. Über Eigenspannungen an historischen Gussbauteilen liegen nach [45] bisher keine Erkenntnisse vor. Bei den kompakten Abmessungen der üblichen Stützenquerschnitte dürfte der Effekt aber eher gering sein. Zudem liegen die Unsicherheiten, die durch die Erfassung der Geometrie und der Materialparameter ohnehin nicht zu vermeiden sind, in einer Größenordnung, die einen übermäßigen Aufwand an dieser Stelle nicht gerechtfertigt erscheinen lassen. Auch die Inhomogenitäten des Materials lassen sich, da sie sehr stark streuen und zufällig verteilt sind, nicht gesichert allgemeingültig benennen. So ist es nach der Aufnahme des Zustandes einer Stütze sicher möglich, gegebenenfalls einzelne Vorschädigungen (z.B. Bohrlöcher, größere Lunker) direkt zu erfassen; daraus lassen sich aber keine Aussagen genereller Art ableiten.

Aus dem Spektrum der bisher aufgenommenen σ - ϵ -Kurven wurden für die Parameterstudie vier Linien ausgewählt, die durch ihre Druckfestigkeiten den gesamten, für historisches Gusseisen charakteristischen Bereich zwischen 420 – 760 MPa repräsentativ abdecken. In Abb. 5.3 und Tab. 5.3 sind die wichtigsten Angaben zu den Materialgesetzen enthalten. Für die Proben D1, B1 und D2 lagen keine σ - ϵ -Kurven der Zugversuche vor. Die Arbeitslinie im Zugbereich wurde daher nach der analytischen Formulierung aus Kap. 4.3 ermittelt. Als Bruchdehnung wurde die mittlere Bruchdehnung $\epsilon_{u,z}$ nach Tab. 4.1 zugrunde gelegt.

Für die Berücksichtigung des Querschnittsversatzes sind je nach Genauigkeit der Modellierung verschiedene Modelle möglich. Am genauesten ist die Verwendung von verschiedenen Querschnitten mit unterschiedlichem Versatz, so dass über die Länge der Stütze annähernd der real gemessene Verlauf nachgebildet werden kann (z.B. nach Abb. 3.3 auf Seite 32). Diese Methode ist damit aber auch sehr aufwändig, da sehr viele Querschnitte bzw. Geometriedaten ermittelt werden müssen. Eine Vereinfachung besteht darin, den maxi-

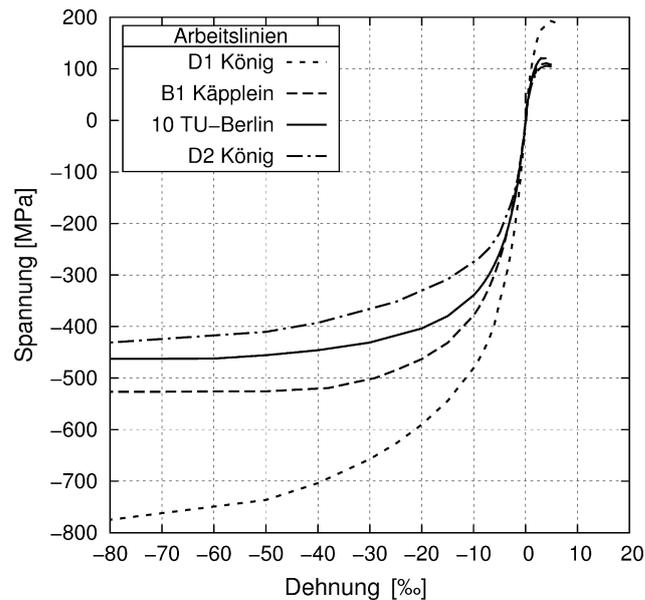


Abb. 5.3: Arbeitslinien für die Parameterstudie

Tab. 5.3: Materialkennwerte der Arbeitslinien für die Parameterstudie

| Nr. | | E_0 [N/mm ²] | R_d [N/mm ²] | R_m [N/mm ²] |
|------------|-------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| D1 (Mat 1) | [54] | 118558 | 775,0 | 193,0 |
| B1 (Mat 2) | [45] | 90500 | 526,0 | 111,0 |
| 10 (Mat 3) | [108] | 101393 | 474,0 | 121,0 |
| D2 (Mat 4) | [54] | 92001 | 431,0 | 106,0 |

malen Versatz konstant über die gesamte Länge anzusetzen und somit eine ungünstigere Geometrie zu erzeugen, als sie in der Realität vorhanden ist. Der Vorteil besteht in einer sehr einfachen Erzeugung des Modells, da nun nur noch ein Querschnitt zu berücksichtigen ist. Noch weiter vereinfacht ist die Abbildung des Stützenquerschnitts durch einen Kreisringquerschnitt mit konstanter Dicke möglich, wobei dann die max. Exzentrizität an den Stützenenden über einen Versatz der Druckkraft berücksichtigt werden muss.

In Abb. 5.4 sind die unterschiedlichen Modellierungsmöglichkeiten abgebildet. Der innere Versatz des Querschnitts wurde für Modell 1 sinusförmig über die Länge angenommen. Bezugsachse ist für alle Systeme die Schwerpunktslinie des äußeren Zylinders.

Als statische Systeme wurden die in Abb. 5.5 angegebenen Systeme untersucht. Das Grundsystem ist der zentrisch belastete Druckstab mit beidseitig gelenkiger Lagerung, der dann zusätzlich mit einer einseitigen und einer beidseitigen Momentenbelastung oder einer einseitigen Einspannung versehen wird.

Wie schon bei der Nachrechnung der Versuche in Kap. 4.6 wurden auch hier Volumen- und Stabmodelle verwendet. Dabei war es von Interesse, ob die Berechnungen mit Stab- und Volumenelementen übereinstimmende Ergebnisse in allen Bereichen der untersuchten

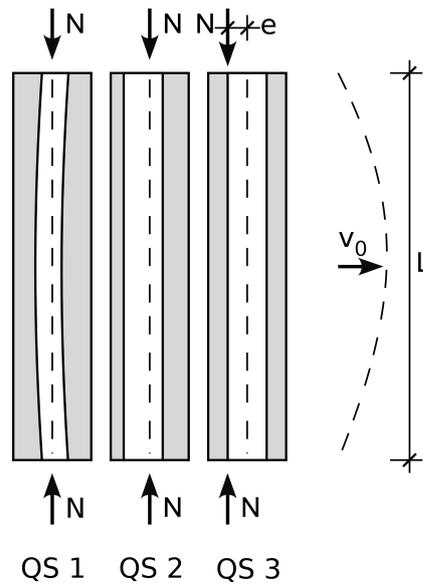


Abb. 5.4: Modelle 1–3 zur Berücksichtigung des Querschnittsversatzes

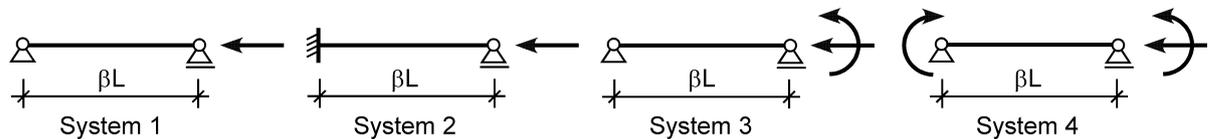


Abb. 5.5: Statische Systeme 1–4

Schlankheitsgrade liefern.

Die Ergebnisse der Berechnungen wurden in $\bar{\lambda}$ - κ -Diagrammen nach Gl. (5.3) und Gl. (5.5) aufgetragen. Diese Darstellungsform wurde auch in [45, 54] gewählt.

$$\kappa = \frac{\sigma_{kr}}{R_d} \quad (5.3)$$

$$\sigma_{kr} = \frac{N_{u,FEM}}{A} \quad (5.4)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{R_d}{E_0}} \quad (5.5)$$

mit:

$$\lambda = s_K / i$$

R_d Druckfestigkeit des Gussmaterials

E_0 Anfangs-E-Modul des Gussmaterials

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{Ki}}} \quad (5.6)$$

Gleichung (5.4) entspricht im Prinzip der sonst üblichen Formulierung für den bezogenen Schlankheitsgrad für Materialien mit ausgeprägter Plastizität nach Gl. (5.6), wie sie bei-

spielsweise in [18, 26] verwendet wird. Beide Werte, sowohl die plastische Normalkraft N_{pl} als auch die ideale Knicklast N_{Ki} , müssen in der Anwendung auf die historischen Gussstützen kritisch gesehen werden. Zum Erreichen der Druckfestigkeit R_d sind im Vergleich zum Baustahl ungleich größere Dehnungen notwendig, so dass praktisch diese Last nicht erreicht werden kann. Genauso ist die Verzweigungslast N_{Ki} für die Stützen mit veränderlicher Steifigkeit und dem wenig signifikanten E_0 -Modul nur von geringer Aussagekraft.

In den Diagrammen der folgenden Kapitel sind im Kopf der Legende in der Regel Angaben

- zum statischen System (S 1, S 2, S 3, S 4) nach Abb. 5.5,
- zur Querschnittsmodellierung (QS 1, QS 2, QS 3) nach Abb. 5.4,
- zum Material (Mat 1, Mat 2, Mat 3, Mat 4) nach Abb. 5.3 und Tab. 5.3,
- zum Elementtyp (V: Volumenelemente, B: Stabelemente) und
- zur dimensionslosen inneren Exzentrizität m

für die dargestellten Kurven enthalten.

5.2 Zentrischer Druck

5.2.1 Einfluss des Materials

Planmäßig werden Gussstützen vorwiegend nur durch zentrischen Druck (statisches System 1 nach Abb. 5.5) beansprucht. Zum Teil wird dies durch die Lagerkonstruktion auch direkt erzwungen, wie beispielsweise bei den Stützen in Eisenbahnbrücken. Für diesen Lastfall liegen auch Vergleichsrechnungen in [46, 54] vor. Diese wurden, wie schon in Kap. 4.1 beschrieben, an Stabelementen durchgeführt.

Die Ergebnisse der Berechnungen mit Volumenelementen und der Querschnittsmodellierung nach Modell 1 sind in den nachfolgenden Diagrammen Abb. 5.6 – 5.9 dargestellt. Weitere Diagramme sind in Anhang C.1 enthalten.

Die ermittelten Tragspannungskurven streuen über einen recht breiten Bereich. Die höchsten Werte werden mit Arbeitslinie *B1* (Mat. 2) erreicht, die kleinsten mit Arbeitslinie *D2* (Mat. 4). Weiterhin fällt auf, dass die Kurve mit Arbeitslinie *10* (Mat. 3) qualitativ etwas anders verläuft als die anderen. Ab einem bezogenen Schlankheitsgrad von etwa 1,25 fallen die zugehörigen κ -Werte hier geringer ab als bei den anderen Kurven und es werden entsprechend höhere Traglasten erreicht. Dieses Verhalten ist bei allen bezogenen Exzentrizitäten gleich.

Die Ergebnisse für die einzelnen Materialmodelle sind demnach nicht alleine von E_0 und R_d abhängig, sondern auch von dem qualitativen Verlauf der Arbeitslinie. In Abb. 5.10 sind zum Vergleich der Völligkeit die verwendeten Arbeitslinien im Druckbereich auf $\bar{\sigma}$ nach Gl. (5.7) normiert worden. Das auf 1 normierte Integral nach Gl. (5.8) liefert die in Tab. 5.4 angegebenen Werte p . Als signifikant wurde der Bereich bis $\varepsilon = -4,0\%$ angesehen, in dem von allen betrachteten Arbeitslinien mindestens 90 % der Druckfestigkeit erreicht werden.

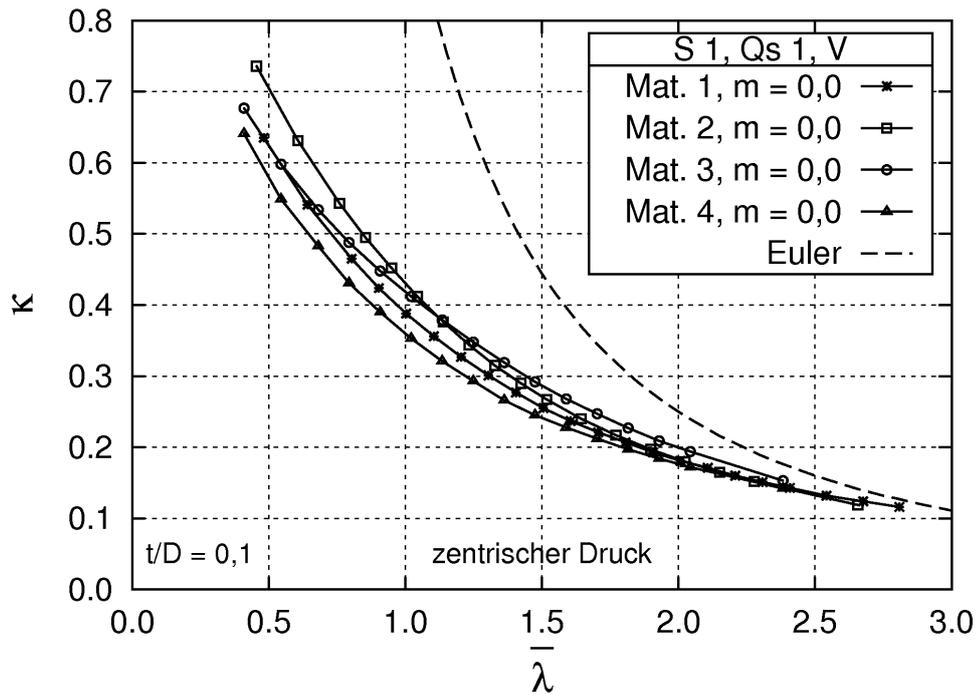


Abb. 5.6: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,0$

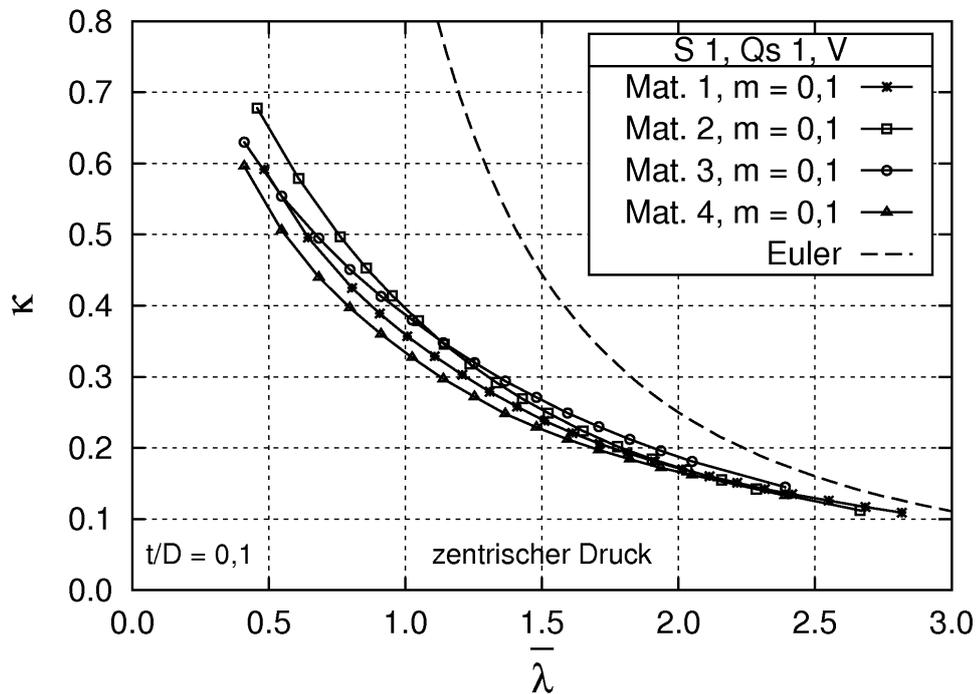


Abb. 5.7: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,1$

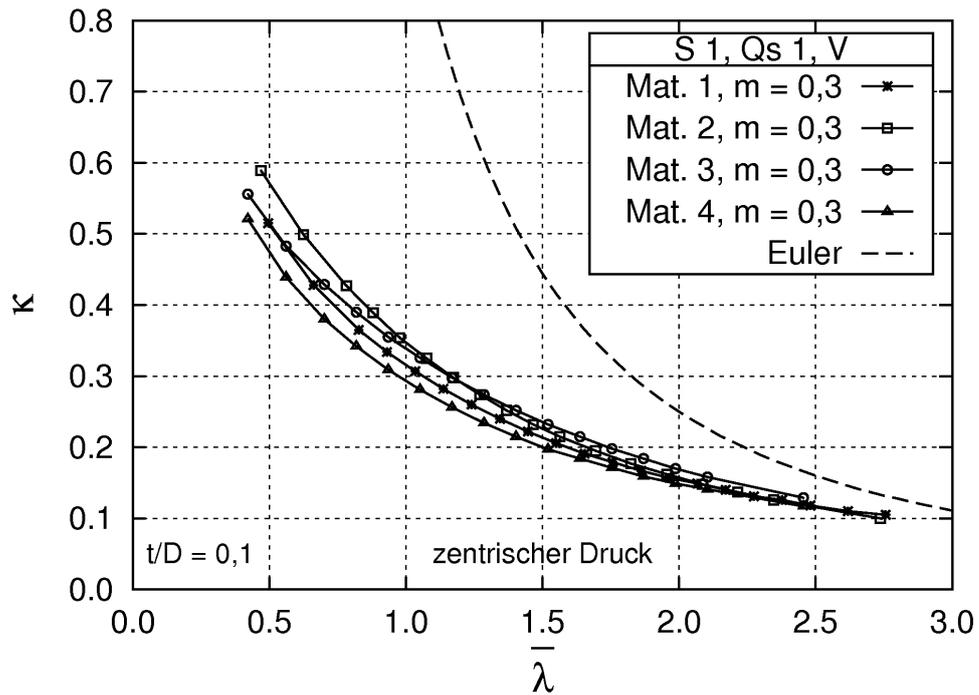


Abb. 5.8: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,3$

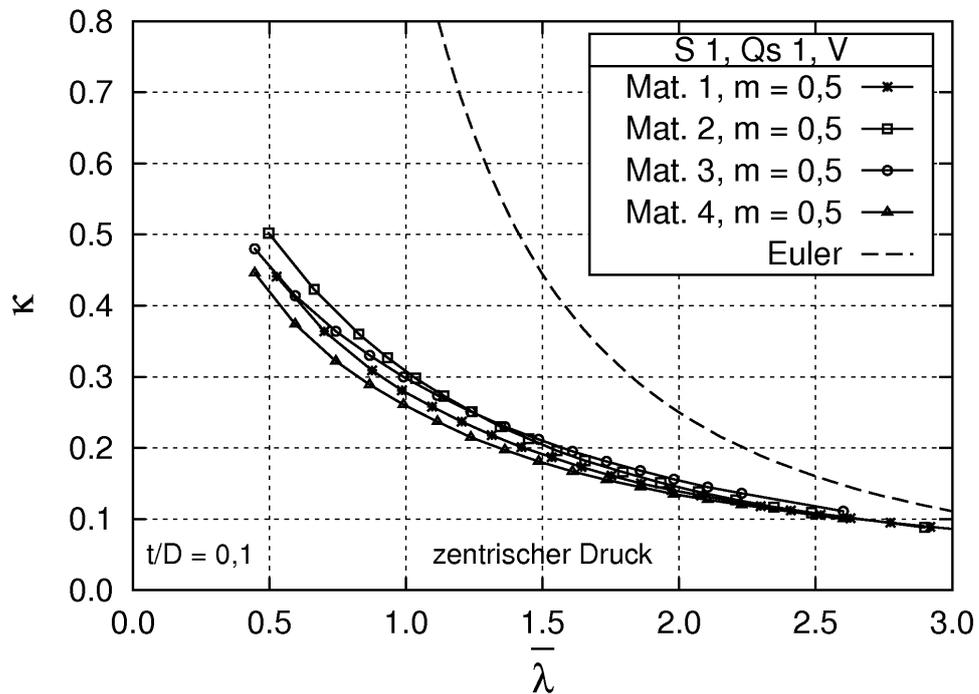


Abb. 5.9: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,5$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{|R_d|} \quad (5.7)$$

$$p = \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=-4\%} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5.8)$$

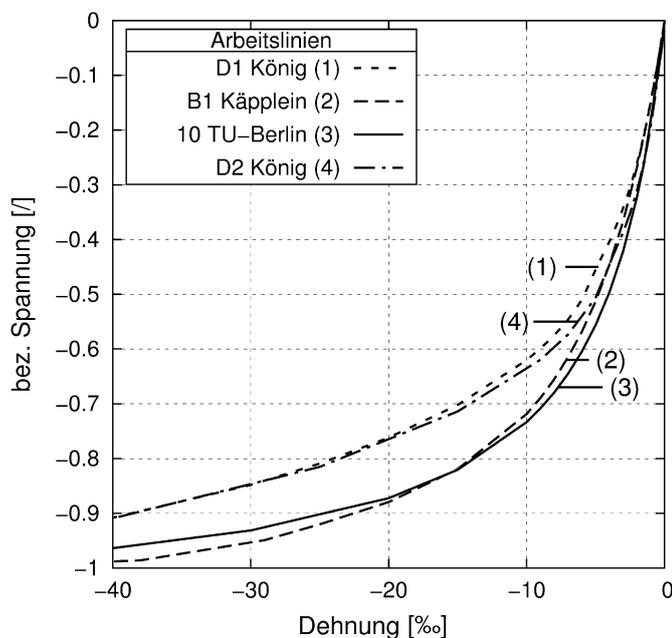


Abb. 5.10: Normierte σ - ε -Kurven (Ausschnitt)

Tab. 5.4: Völligkeit der Arbeitslinien nach Abb. 5.10

| Material | Mat. 1 | Mat. 2 | Mat. 3 | Mat. 4 |
|----------|--------|--------|--------|--------|
| p | 0,699 | 0,791 | 0,790 | 0,713 |

Die geringste Völligkeit weisen Arbeitslinien 1 und 4 auf. Beide erreichen bei $\varepsilon = -4\%$ etwa 90% der Druckfestigkeit. Den steilsten Anstieg im mittleren Bereich weist Arbeitslinie 3 auf, was in den Diagrammen zu den größten Traglasten ab etwa $\bar{\lambda} \approx 1,2$ führt. Mit Material 2 und 3 werden in Folge der größeren Völligkeit die größten bezogenen Spannungen im betrachteten Bereich erreicht.

Die Darstellungen in Abb. 5.11 und 5.12 zeigen das Verhältnis der im Traglastzustand maximal erreichten Druckspannung im Verhältnis zur Druckfestigkeit für die in den Abb. 5.7 und Abb. 5.9 dargestellten Diagramme. Die Tendenzen, die sich aus der Betrachtung der Tragspannungsdiagramme ergaben, spiegeln sich auch in der Auslastung der Festigkeit wider. In beiden Fällen wird mit Arbeitslinie 2 die höchste Auslastung erreicht und mit Arbeitslinie 4 die geringste. Auch der qualitativ abweichende Verlauf von Materialarbeitslinie 3 zeigt sich sehr deutlich; allerdings schneidet die Kurve erst viel später Kurve 2. Insgesamt wird im Bereich kleiner bezogener Schlankheitsgrade an der maßgebenden

Stelle zwischen 95–98 % der Druckfestigkeit erreicht. Die dazu gehörenden Längen sind aber nicht mehr im baupraktischen Bereich, so dass unter realen Bedingungen eher von einer Auslastung in der Größenordnung von 60...75% ausgegangen werden kann. Mit zunehmendem Schlankheitsgrad sinkt die maximal erreichte Druckspannung annähernd linear auf etwa 30...40% der Druckfestigkeit bei $\bar{\lambda} = 2,5$.

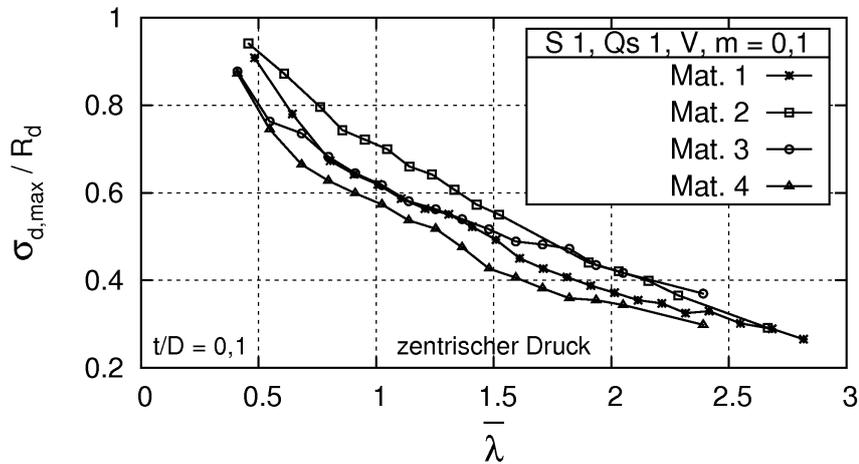


Abb. 5.11: Auslastung der Druckfestigkeit zu Abb. 5.7

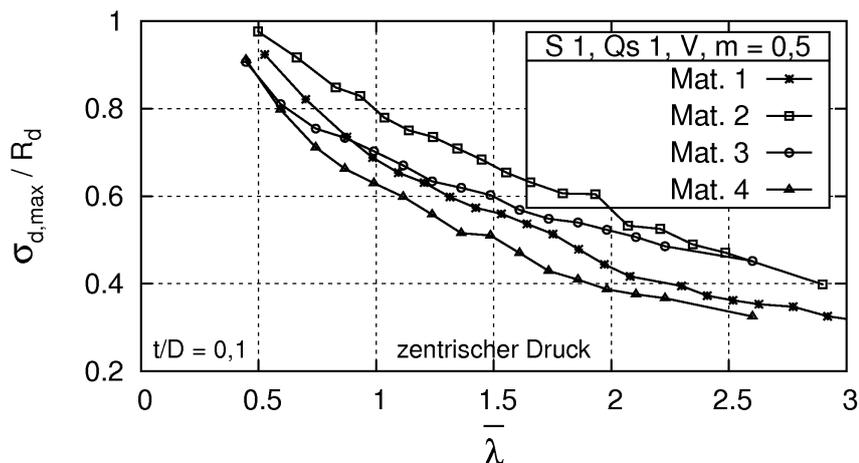


Abb. 5.12: Auslastung der Druckfestigkeit zu Abb. 5.9

Eine näherungsweise Berücksichtigung der Völligkeit p kann nach Gl. (5.11) über einen modifizierten bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_p$ erfolgen. Für Materialarbeitslinien mit geringer Völligkeit bedeutet dies eine Verschiebung der Tragspannungskurve nach rechts im Bereich kleinerer Schlankheitsgrade und umgekehrt. Die Formulierung in Gl. (5.10) ist so gewählt, dass die Modifizierung für $\bar{\lambda} = 0,5$ am größten ist und dann linear abnimmt, bis bei $\bar{\lambda} = 3,0$ der Einfluss verschwindet. Die Bezugsvölligkeit p_0 wurde so gewählt, dass für die größeren berechneten Völligkeiten ($p \approx 0,8$) der modifizierte bezogene Schlankheitsgrad gleich dem bezogenen Schlankheitsgrad bleibt.

$$\bar{p} = \frac{p_0}{p} \quad (5.9)$$

mit:

- \bar{p} bezogene Völligkeit
- p Völligkeit, $0 \leq p \leq 1$
- p_0 Bezugsvölligkeit, $p_0 = 0,8$

$$f_p = \bar{p} + (1 - \bar{p}) \cdot \frac{\bar{\lambda} - 0,5}{2,5} \quad \text{für: } 0,5 \leq \bar{\lambda} \leq 3,0 \quad (5.10)$$

$$\bar{\lambda}_{mod} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_p \cdot R_d}{E_0}} \quad (5.11)$$

mit:

- $\bar{\lambda}_{mod}$ Modifizierter bezogener Schlankheitsgrad
- f_p Faktor zur Berücksichtigung der Völligkeit

Wird der modifizierte bezogene Schlankheitsgrad verwendet, ergeben sich die Diagramme wie in Abb. 5.13 – 5.15 dargestellt. Gegenüber den Darstellungen der gleichen Fälle in den Abbildungen 5.7, 5.8 und 5.9 bleiben die Kurven für Material 2 und 3 nahezu gleich; die Kurven für Material 1 und 4 verschieben sich im Bereich kleiner Schlankheitsgrade nach rechts. Ab $\bar{\lambda}_{mod} \geq 1,0$ wird somit eine deutlich verbesserte bezogene Darstellung erreicht. Nach wie vor aber liefert die Arbeitslinie für Material 4 die kleinsten bezogenen Traglasten.

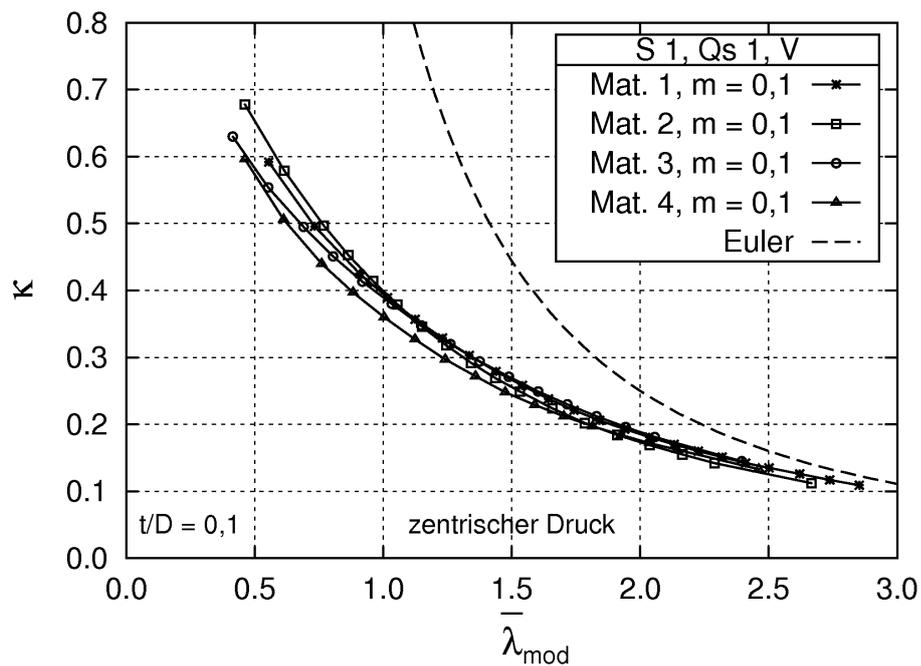


Abb. 5.13: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,1$, mit modifiziertem bezogenen Schlankheitsgrad

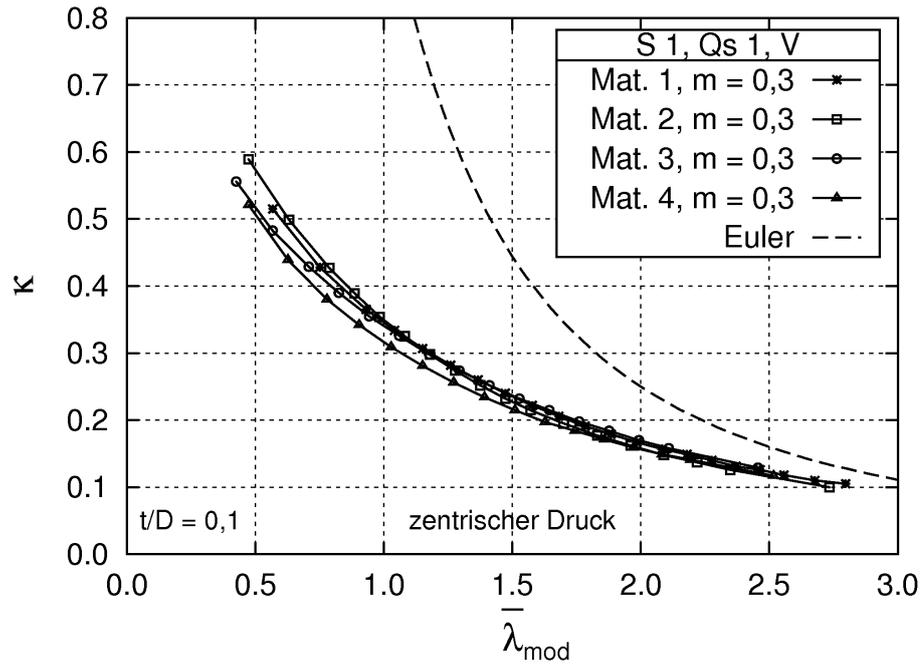


Abb. 5.14: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,3$, mit modifiziertem bezogenen Schlankheitsgrad

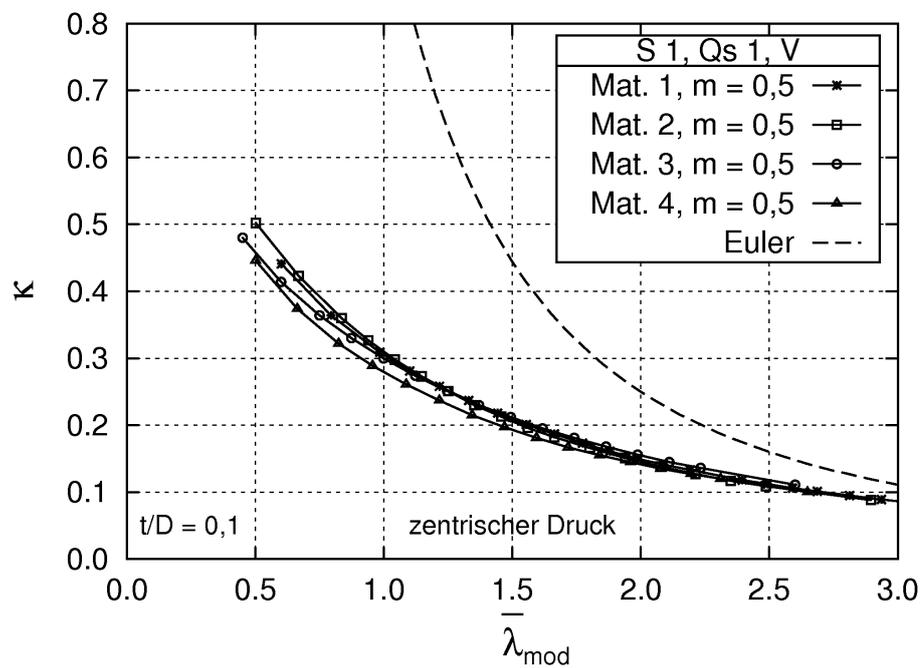


Abb. 5.15: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,5$, mit modifiziertem bezogenen Schlankheitsgrad

5.2.2 Der Einfluss der Elementwahl

Neben den verwendeten Volumenelementen kamen auch Stabelemente zum Einsatz. Der Einfluss des jeweiligen Elementtyps auf die errechneten Traglasten ist in den nachfolgenden Diagrammen dargestellt. In den Abb. 5.16 – 5.19 sind für die Materialarbeitslinien *D1* (Mat 1) und *B1* (Mat 2) die Kurven für verschiedene innere Exzentrizitäten gemeinsam aufgetragen.

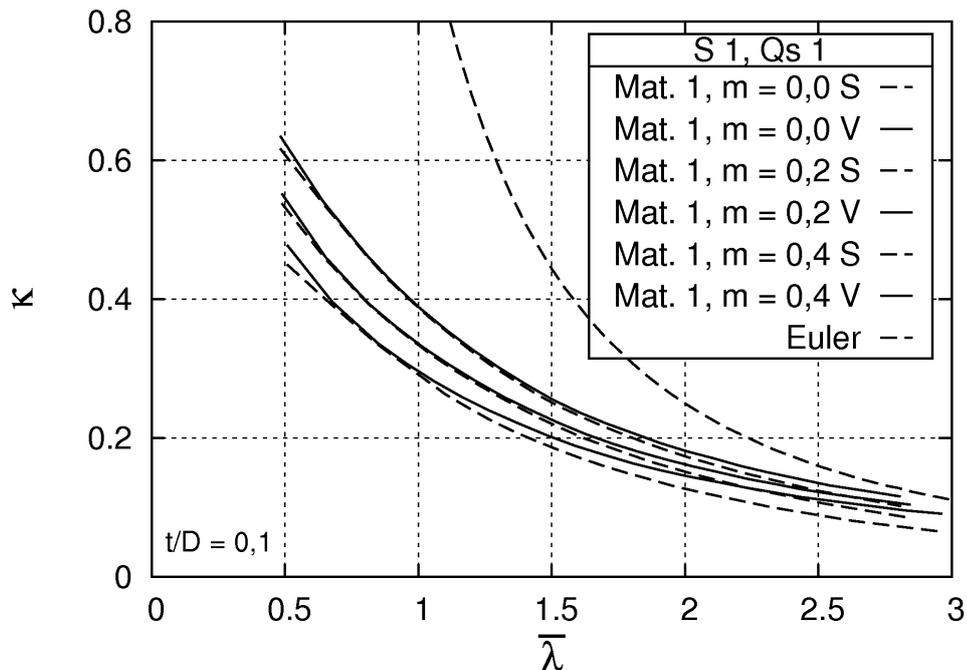


Abb. 5.16: Vergleich der Tragspannungskurven für Modell 1, Volumen- und Stabelemente

Für beide Materialarbeitslinien sind im Bereich kleiner bis mittlerer bezogener Schlankheitsgrade ($\bar{\lambda} \leq 1,5$) und kleiner innerer Exzentrizitäten die Verläufe der Kurven nahezu gleich. Bei größeren bezogenen Schlankheitsgraden liefert die Berechnung mit Stabelementen zunehmend kleinere Werte als die Berechnung mit Volumenelementen. Für die großen inneren Exzentrizitäten $m = 0,4 \dots 0,5$ führt die Berechnung mit Stabelementen über den ganzen Bereich von $\bar{\lambda}$ zu kleineren Traglasten. Die Unterschiede sind zum Teil beträchtlich.

In keinem Fall werden mit Stabelementen größere Traglasten errechnet als mit Volumenelementen. Für die anderen Materialarbeitslinien lässt sich dies ebenfalls zeigen. Offensichtlich ist es mit einem aus unabhängigen Elementen zusammengesetzten ideellen Querschnitt (Volumenelemente) noch möglich, ein Gleichgewicht zwischen äußerer Beanspruchung in innerem Widerstand zu finden, wenn dies für den Stabquerschnitt schon nicht mehr möglich ist. Die Ursachen für die Abweichungen können in den zusätzlichen Bedingungen gesehen werden, die für Stabelemente durch die Forderung nach dem Ebenbleiben des Querschnitts erfüllt werden müssen.

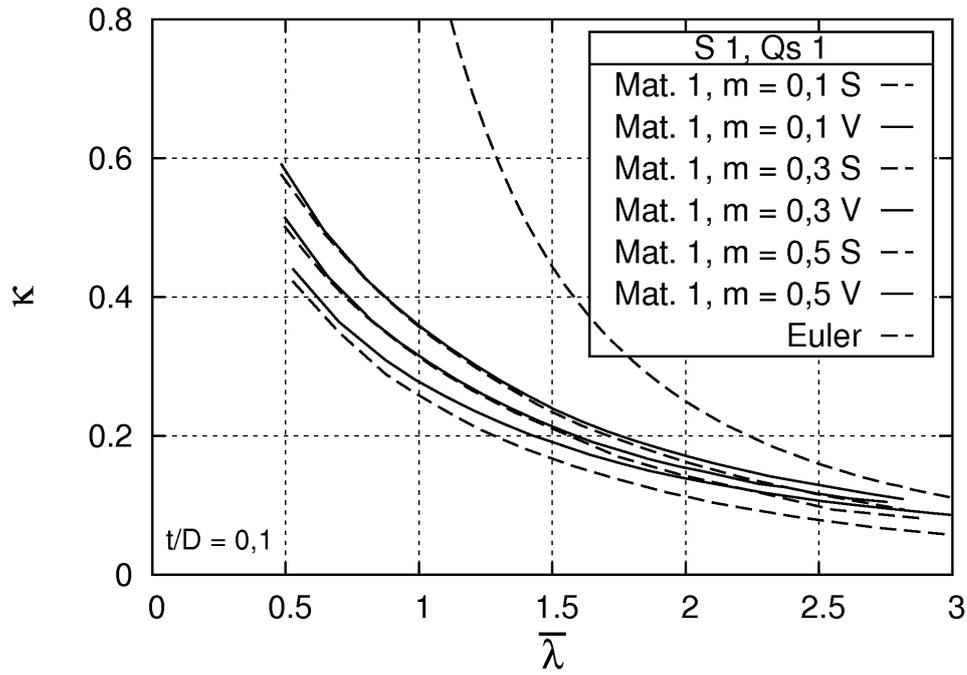


Abb. 5.17: Vergleich der Tragspannungskurven für Modell 1, Volumen- und Stabelemente

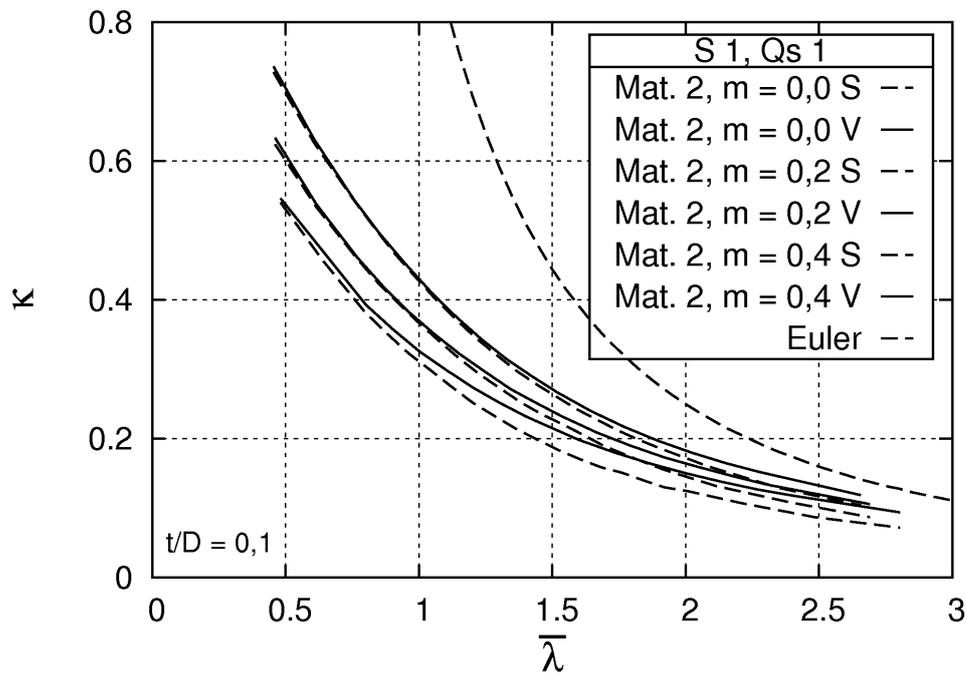


Abb. 5.18: Vergleich der Tragspannungskurven für Modell 1, Volumen- und Stabelemente

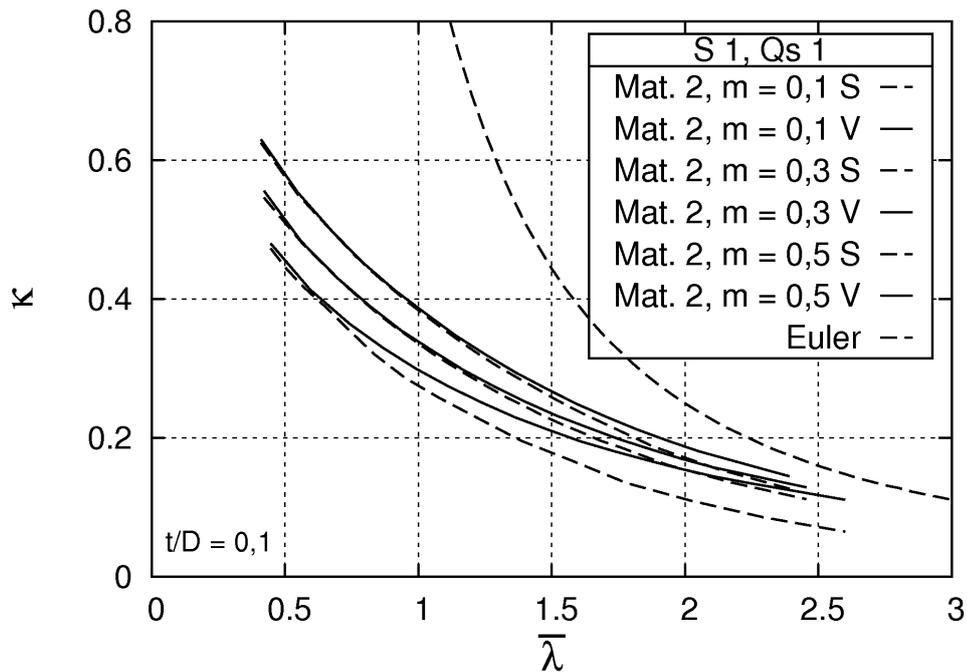


Abb. 5.19: Vergleich der Tragspannungskurven für Modell 1, Volumen- und Stabelemente

5.2.3 Der Einfluss der Querschnittmodellierung

Einen weiteren Einfluss auf die Traglast hat die Art und Weise der Berücksichtigung des Querschnittsversatzes. Die Möglichkeiten, wie sie in Abb. 5.4 auf Seite 92 vorgestellt wurden, sind in den Abbildungen 5.20 – 5.22 exemplarisch für Material *D1* (Mat 1) an einem Volumenmodell ausgewertet worden. Für die anderen Materialarbeitslinien lassen sich die gleichen Zusammenhänge zeigen.

Wie erwartet, liegen die Ergebnisse bei der Modellierung 2 ungünstiger als die nach der genaueren Modellierung 1. Die Abweichungen werden mit steigender innerer Exzentrizität m größer, bleiben aber selbst im Fall $m = 0,5$ in der Größenordnung von 7 %.

Eine Berücksichtigung des inneren Versatzes über eine gleich große äußere Exzentrizität durch Modellierung 3 liefert immer zu große und damit unsichere Ergebnisse. Die Abweichungen betragen bis zu 21 %, werden aber mit steigendem bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ kleiner.

Ein Vergleich der Querschnittswerte in Tab. 5.1 zeigt, dass mit steigender Exzentrizität das Trägheitsmoment I sinkt. Bei der Modellierung 3 wird also immer ein zu großes Trägheitsmoment gerade in Stützenmitte berücksichtigt, das alleine durch den Ansatz der äußeren Lastexzentrizitäten nicht kompensiert werden kann, obwohl auch diese Annahme ungünstig gewählt ist. Zudem wird bei der Verwendung eines zylindrischen Querschnitts die tatsächliche Flächenverteilung in Stützenmitte nicht berücksichtigt. Aus innerer und äußerer Exzentrizität ergeben sich, wie schon in Abb. 3.1 dargestellt, die maximalen Druckspannungen bei den Modellen 1 und 2 auf der Querschnittsseite mit t_{min} . Beim

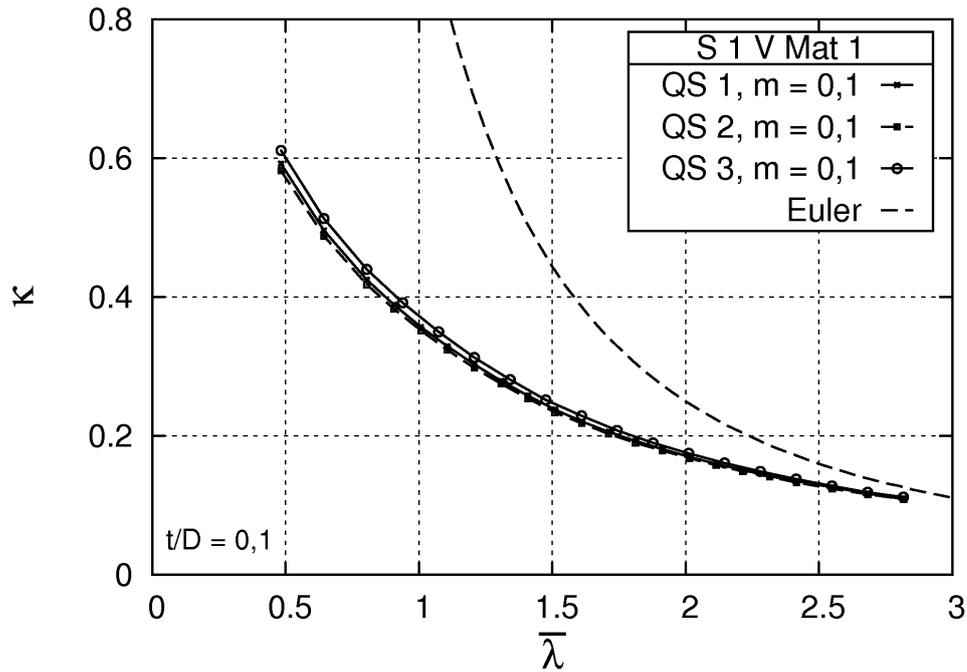


Abb. 5.20: Vergleich der Tragspannungskurven für System 1, Einfluss der Modellierung der Exzentrizität (Mat 1, $m = 0,1$)

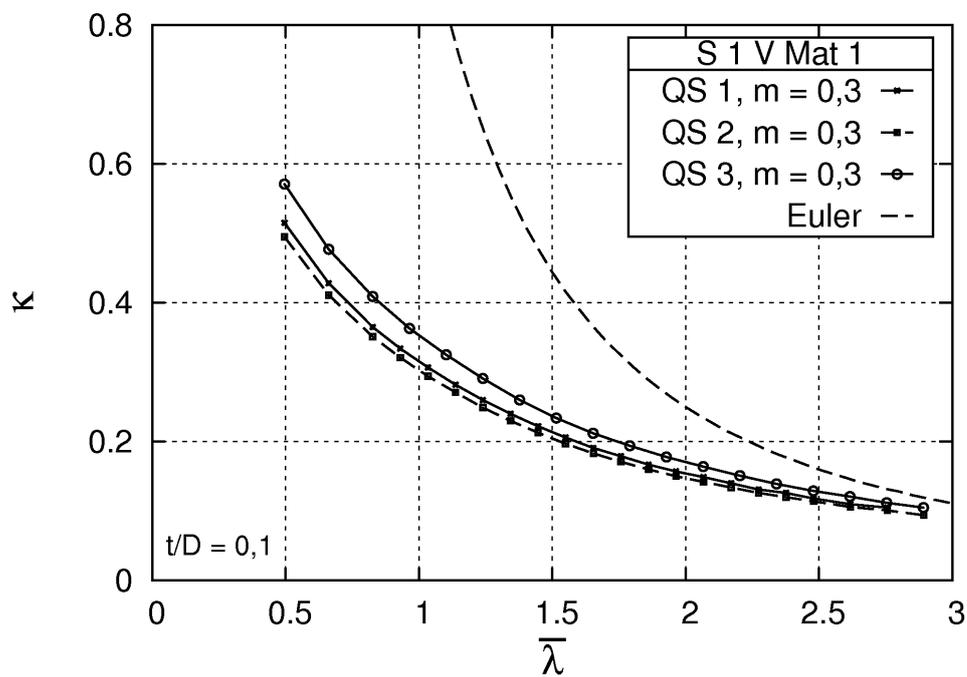


Abb. 5.21: Vergleich der Tragspannungskurven für System 1, Einfluss der Modellierung der Exzentrizität (Mat 1, $m = 0,3$)

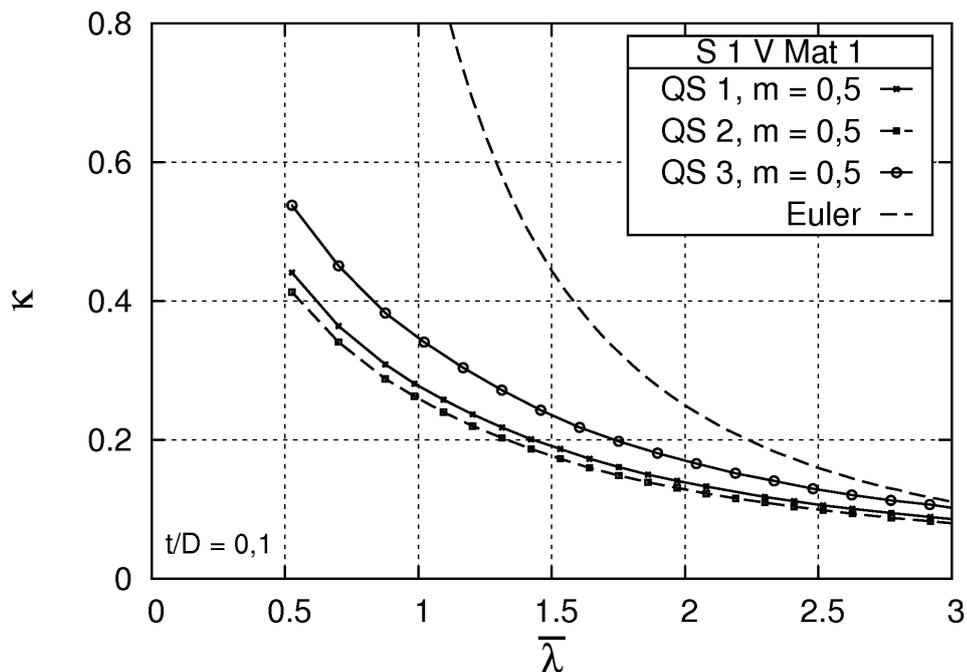


Abb. 5.22: Vergleich der Tragspannungskurven für System 1, Einfluss der Modellierung der Exzentrizität (Mat 1, $m = 0,5$)

Modell 3 steht hier mit konstanter Wanddicke $t = t_m$ mehr Fläche zur Verfügung, was sich stabilisierend auswirkt.

5.2.4 Der Einfluss des t/D_a -Verhältnisses

In allen bisher vorliegenden Untersuchungen wurde ein t/D_a -Verhältnis von 0,1 zu Grunde gelegt. Dies entspricht im Mittel dem Bereich, in dem die historischen Gussstützen gefertigt wurden [46]. Zur Überprüfung des Einflusses der Querschnittsgeometrie wurden Traglastrechnungen mit t/D_a -Verhältnis

Tab. 5.5: Querschnittswerte für die Vergleichsrechnungen mit $t/D_a = 0,09$ und $0,12$

| t/D_a | A [mm ²] | I [mm ⁴] | | | |
|---------|----------------------|----------------------|-----------|-----------|-----------|
| | | m = 0,0 | m = 0,1 | m = 0,3 | m = 0,5 |
| 0,09 | 10292 | 4,303E+07 | 4,276E+07 | 4,136E+07 | 3,634E+07 |
| 0,12 | 13270 | 5,234E+07 | 5,198E+07 | 5,010E+07 | 4,340E+07 |

Aus den Abb. 5.23 und 5.24, in denen die Tragspannungslinien für die unterschiedlichen t/D_a -Verhältnisse aufgetragen sind, ist ersichtlich, dass das Ergebnis im untersuchten Bereich praktisch unabhängig vom Verhältnis zwischen Durchmesser und Wanddicke ist. Die Kurven liegen im Rahmen der rechnerischen Genauigkeit übereinander. Damit können die aufgestellten Tragspannungsdiagramme auch für Verhältnisse $0,09 \leq t/D_a \leq 0,12$ verwendet werden. Selbst für geringfügig darüber oder darunter liegende Verhältnisse ist

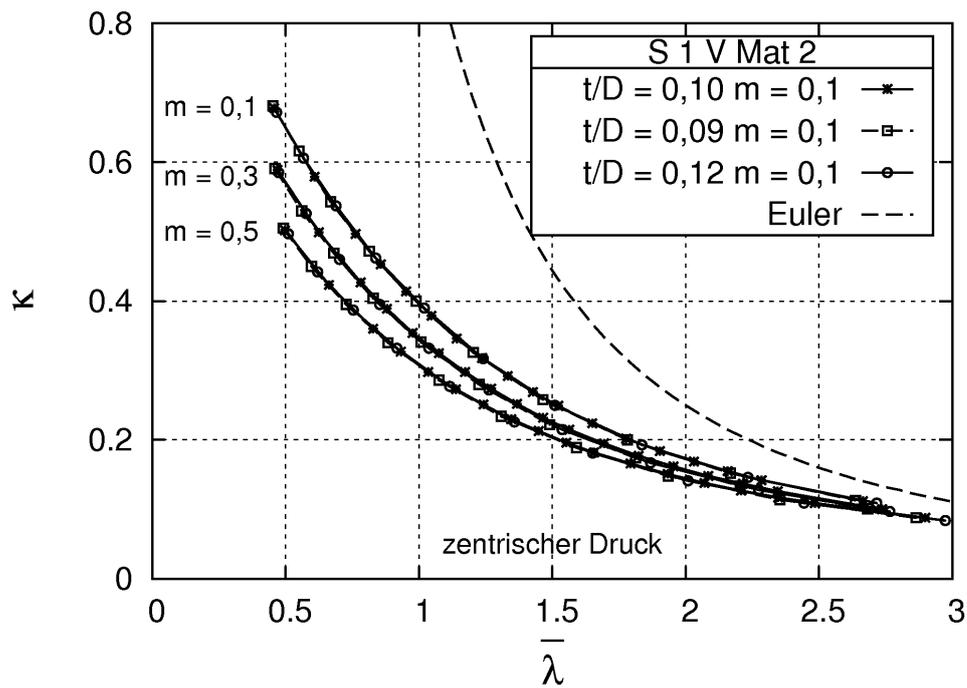


Abb. 5.23: Tragspannungslinien für Mat. 2 und verschiedene t/D_a

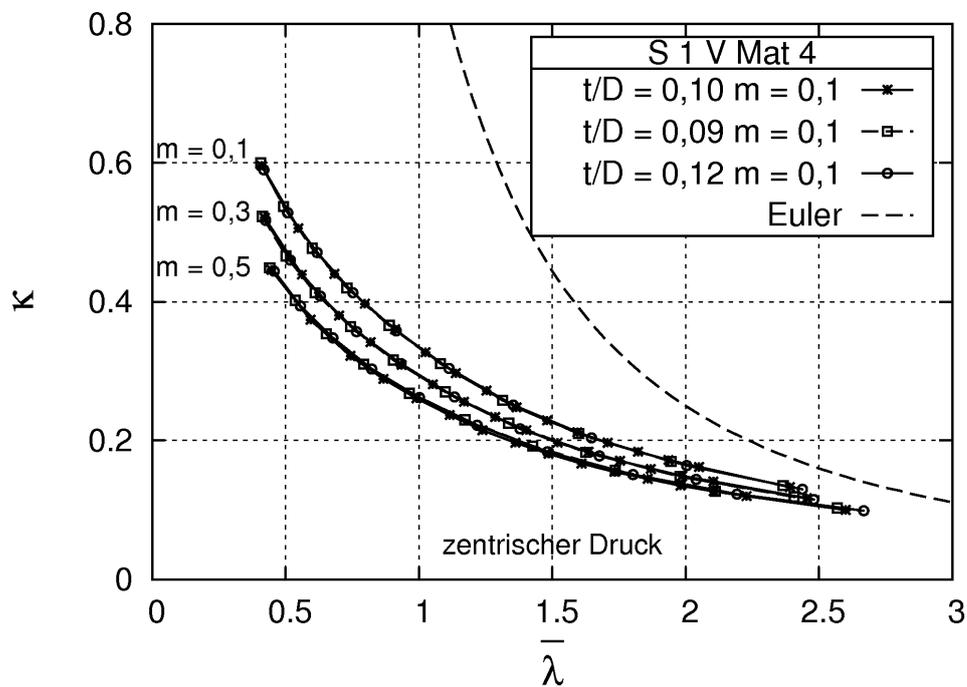


Abb. 5.24: Tragspannungslinien für Mat. 4 und verschiedene t/D_a

nicht zu erwarten, dass sich der Verlauf deutlich ändert, da sich solche Tendenzen in den gezeigten Kurven auch nicht finden lassen. Dies gilt für alle Arbeitslinien und alle inneren Exzentrizitäten m .

5.2.5 Einfluss der Vorkrümmung

Eine genaue Angabe zur Größe der vorhandenen Vorkrümmung von Gussstützen konnte bisher, wie bereits in Kap. 3.3 beschrieben, nicht gemacht werden. Wegen der eigentlich immer vorhandenen inneren Exzentrizität m lässt sich aber vermuten, dass die Größenordnung einer zusätzlichen Vorkrümmung hier keine so große Bedeutung hat wie bei Stützen mit planmäßig symmetrischen Querschnitten. Zur Klärung der Frage wurden Rechnungen mit unterschiedlichen Vorkrümmungen durchgeführt. Gewählt wurden

- $v_0 = 0$,
- $v_0 = L/1000$ und
- $v_0 = L/750$

mit einem sinusförmigen Verlauf. Der Stich von $v_0 = L/750$ ist der Angabe in [86] entnommen (siehe Kap. 2.4). Die Berechnungen wurden an einem Volumenmodell vorgenommen, die innere Exzentrizität wurde nach Modellierung 1 berücksichtigt. Die Ergebnisse für die drei Ansätze von v_0 sind nachfolgend in Abb. 5.25 und Abb. 5.26 für die Materialarbeitslinien 2 und 3 dargestellt.

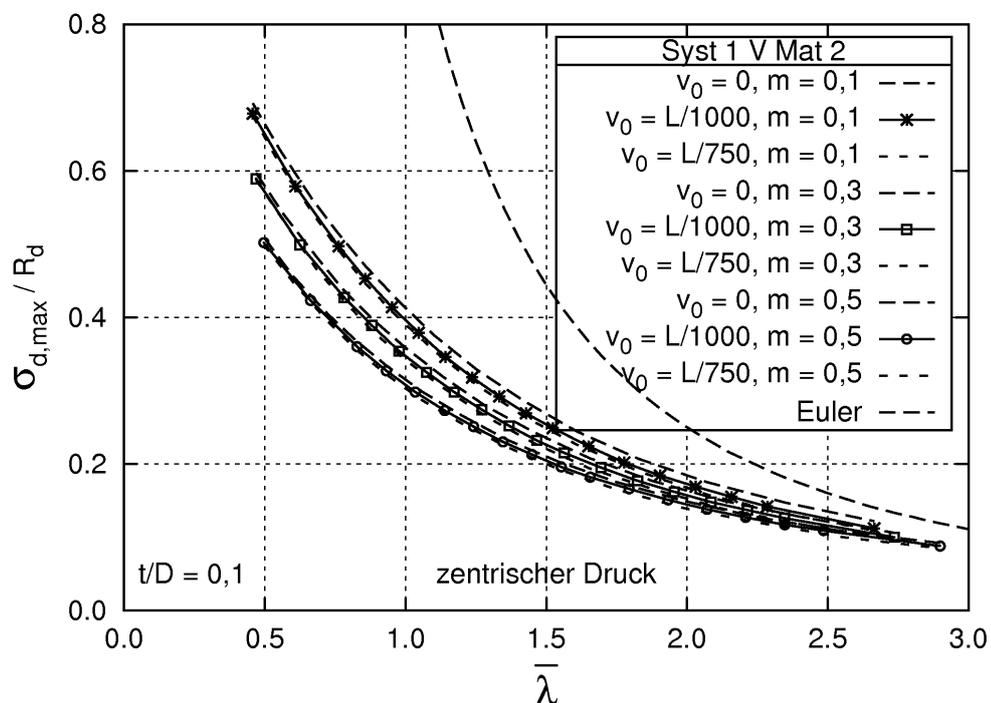


Abb. 5.25: Tragspannungslinien für Mat. 2 und verschiedene v_0

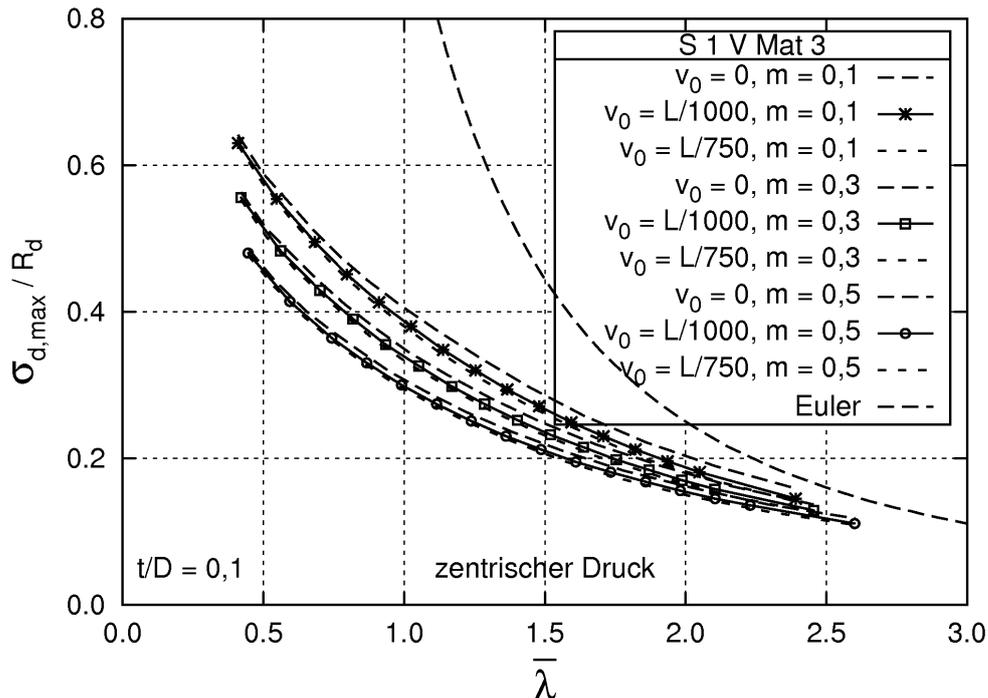


Abb. 5.26: Tragspannungslinien für Mat. 3 und verschiedene v_0

Schon die Nachrechnungen der Versuche in Kap. 4.6 haben den Einfluss der Vorverformung in Höhe von etwa 7 % gegenüber einer ideal geraden Stütze gezeigt. Das bestätigt sich hier im mittleren Schlankheitsbereich. Um so größer die bezogene Schlankheitsgrade wird, um so größer ist auch die Abminderung der Traglast infolge der Vorkrümmung. Um den Unterschied zwischen den beiden Ansätzen für $v_0 \neq 0$ besser herauszustellen, wurde in den Abb. 5.27 – 5.29 die Traglast unter Ansatz von Vorverformungen für $m = 0,1 \dots 0,5$ ins Verhältnis zur Traglast ohne Ansatz einer Vorkrümmung $v_0 = 0$ gesetzt. Da die einzelnen Berechnungsergebnisse selbst um etwa 1,5 % schwanken, wurde eine quadratische Ausgleichsfunktion durch die Punkte gelegt. Während für $m = 0,1$ noch eine ständig zunehmende Abnahme der bezogenen Traglast mit steigendem bezogenen Schlankheitsgrad zu beobachten ist, wird für $m = 0,3$ und $m = 0,5$ schon bei $\bar{\lambda} \approx 2,2$ die kleinste bezogene Traglast erreicht. In diesem Bereich des bezogenen Schlankheitsgrades liegt auch der maximale Unterschied zwischen den Ergebnissen für $v_0 = L/1000$ und $v_0 = L/750$ mit etwa 3 %. Im Bereich davor und auch danach nehmen die Unterschiede zwischen den beiden Ansätzen wieder ab. Für $m = 0,1$ beträgt die maximal Reduktion der Traglast gegenüber dem ideal geraden System für $v_0 = L/1000$ etwa 11 % bei $\bar{\lambda} = 3,0$; für $m = 0,3$ und $m = 0,5$ werden gleichermaßen bei $\bar{\lambda} \approx 2,2$ noch etwa 92 % der Traglast des ideal geraden Systems erreicht. Ähnliche Zusammenhänge lassen sich auch für die anderen Materialarbeitslinien zeigen.

Ist wegen einer großen inneren Exzentrizität m ohnehin schon eine große innere Vorkrümmung vorhanden, wirkt sich also die zusätzliche äußere Vorkrümmung nur noch wenig auf die Traglast aus, was die oben getätigte Vermutung bestätigt.

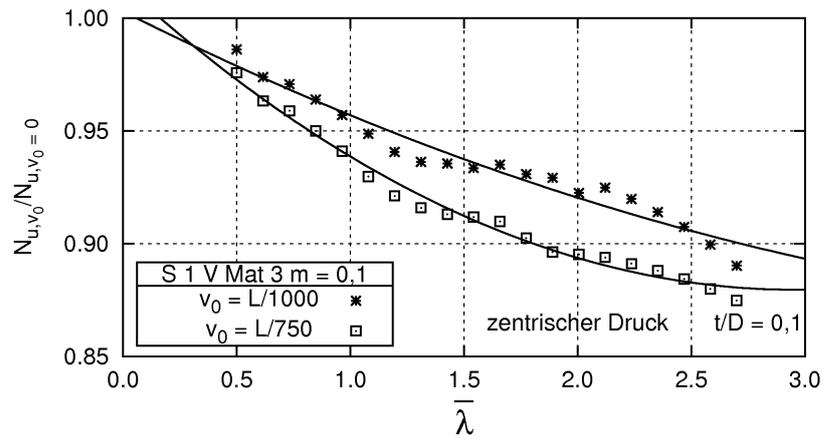


Abb. 5.27: Traglastminderung gegenüber den Ergebnissen für $v_0 = 0$ für Mat. 3, $m = 0,1$

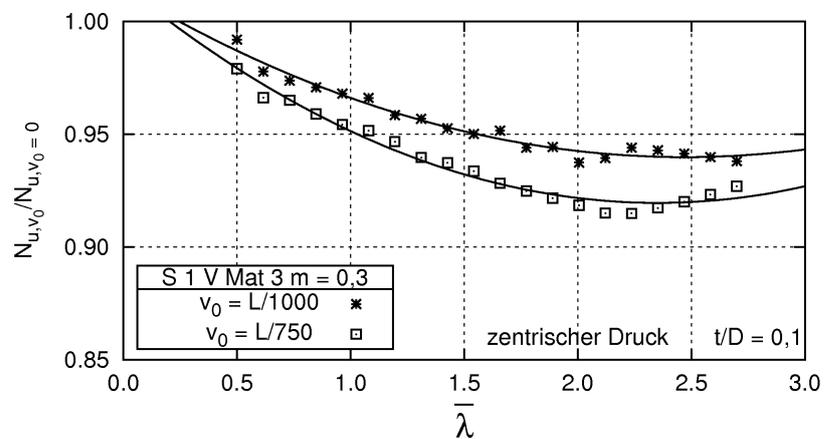


Abb. 5.28: Traglastminderung gegenüber den Ergebnissen für $v_0 = 0$ für Mat. 3, $m = 0,3$

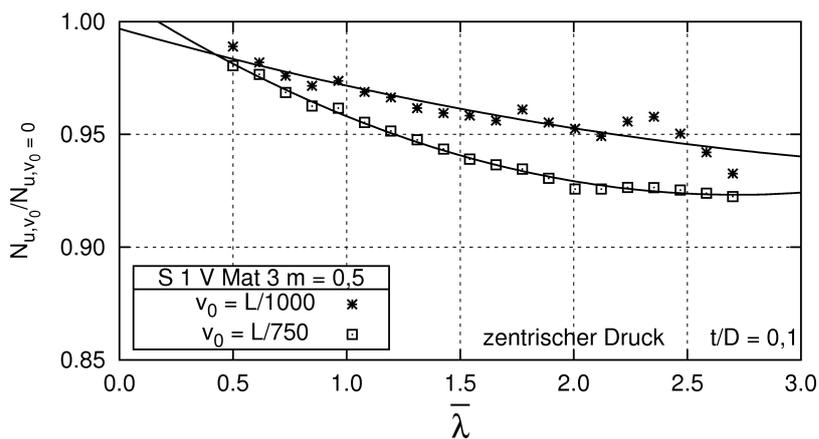


Abb. 5.29: Traglastminderung gegenüber den Ergebnissen für $v_0 = 0$ für Mat. 3, $m = 0,5$

5.2.6 Einfluss der Lagerungsbedingung

Neben der gelenkigen Lagerung ist es ebenfalls möglich, dass Stützen infolge von konstruktiven Gegebenheiten als fest eingespannt betrachtet werden können. Eine Berücksichtigung der Randbedingung über die Verminderung des Knicklängenbeiwerts β mit den ansonsten im Ingenieurbau üblichen Werten nach *Euler* hat sich schon bei den Vergleichsrechnungen in Kap. 4.6.1 als problematisch erwiesen. In den dort untersuchten Beispielen ergab eine Reduktion der Knicklänge mit $\beta = 0,5$ für den beidseitig gelenkig gelagerten Stab kleinere Traglasten als der beidseitig eingespannte Stab mit $\beta = 1,0$. Das lässt vermuten, dass für eine auf die Traglast bezogene gleichwertige Abbildung ein noch kleinerer Knicklängenbeiwert verwendet werden kann.

Käpplein gibt in [46] für $m = 0,5$ die Beziehung zwischen der Traglast des gelenkig gelagerten und der des beidseitig eingespannten Systems nach Gl. (5.12) an. Darin ist bereits seine Empfehlung enthalten, den von ihm berechneten Traglastzuwachs wegen Unsicherheiten bei der konstruktiven Ausbildung der Lagerung nur zu 50 % anzusetzen. Seinen Berechnungen nach nimmt die Traglaststeigerung linear mit steigendem bezogenen Schlankheitsgrad zu.

$$\beta = \frac{N_{kr,2}}{N_{kr,1}} = 0,37 \cdot \bar{\lambda}_1 + 0,87 \quad (5.12)$$

mit:

- $N_{kr,1}$ Traglast des beidseitig gelenkig gelagerten Systems
- $N_{kr,2}$ Traglast des beidseitig eingespannt gelagerten Systems
- $\bar{\lambda}_1$ bezogener Schlankheitsgrad des beidseitig gelenkig gelagerten Systems

Konstruktiv scheint die Umsetzung einer beidseitigen Einspannung aber nur schwer möglich. Für im Fundament gegründete Stützen wurden teilweise sehr massive Fußkonstruktionen verwendet, womit in diesem Fall sicher eine einseitige Einspannung angenommen werden kann. Um auch den Stützenkopf nahezu vollständig an der Verdrehung zu hindern, müsste dort eine ähnlich steife Deckenkonstruktion vorhanden sein. Im Folgenden wird daher ausschließlich der Fall der einseitig eingespannt – einseitig gelenkig gelagerten Stütze (System 2 nach Abb. 5.5) betrachtet.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind für Material 2 und Material 4 in Abb. 5.30 – 5.32 gezeigt. Dargestellt sind die Kurven für den Grundfall System 1 und für System 2 mit einem vorab angenommenen Knicklängenbeiwert $\beta = 0,7$. Offensichtlich decken sich die Kurven nicht, so dass in einer dritten Kurve die Kurve für System 2 über einen besser angepassten Knicklängenbeiwert in die zugehörige Kurve für System 1 verschoben wurde. In jedem Fall ist damit $\beta \leq 0,7$. Mit steigender innerer Exzentrizität m wird β kleiner. Das bedeutet, dass sich die Einspannung für Stützen mit großem m günstiger auswirkt als für Stützen mit kleiner innerer Exzentrizität.

Im Bereich von größeren Schlankheitsgraden wird die Kurve für System 2 in einigen Fällen nicht mehr ganz erreicht, was im Prinzip den Feststellungen von *Käpplein* entspricht. Allerdings ist dies nur schwach ausgeprägt. Im untersuchten Bereich, der weitgehend

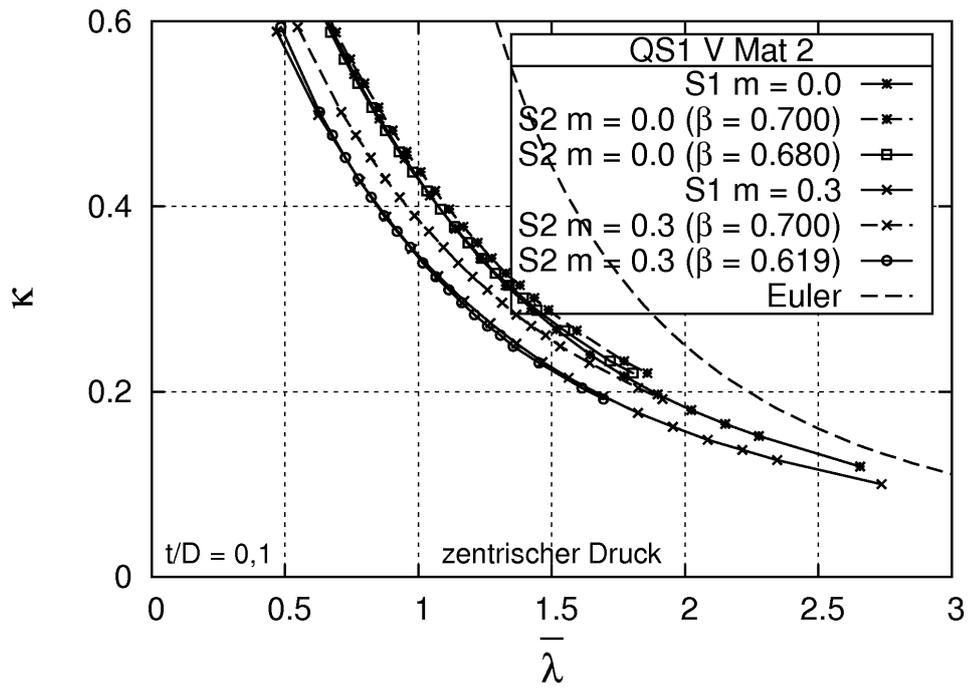


Abb. 5.30: Vergleich der Traglasten von System 1 und 2 für Mat. 2, $m = 0,0$ und $0,3$

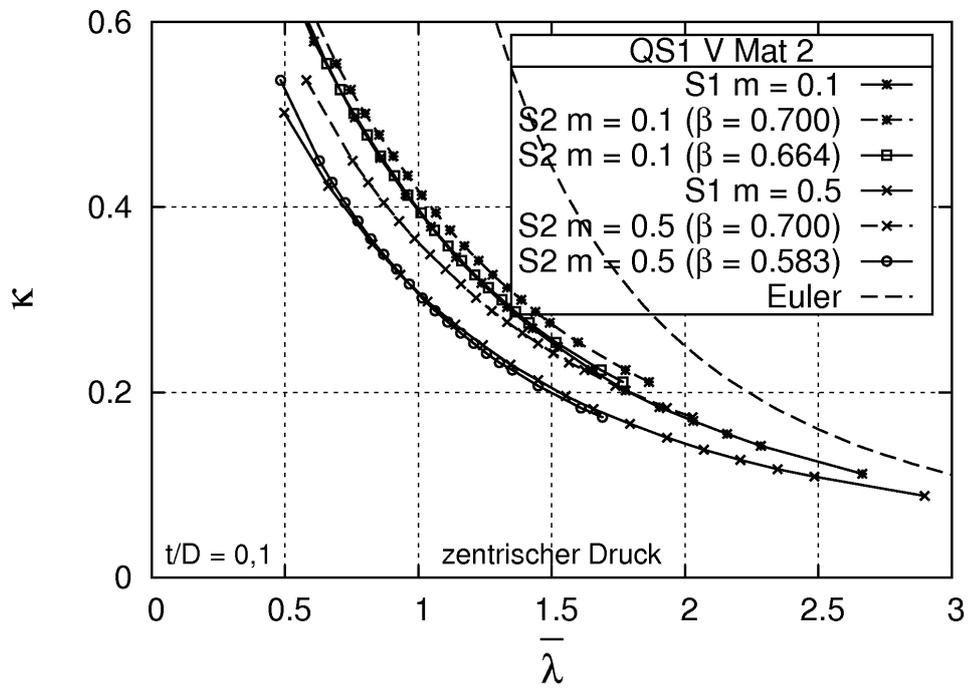


Abb. 5.31: Vergleich der Traglasten von System 1 und 2 für Mat. 2, $m = 0,1$ und $0,5$

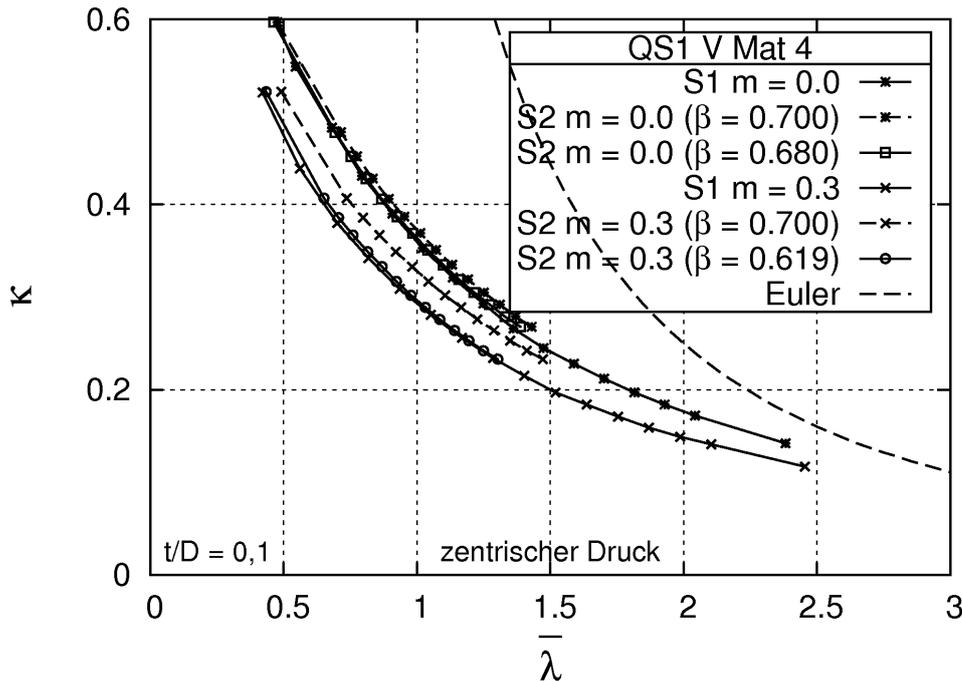


Abb. 5.32: Vergleich der Traglasten von System 1 und 2 für Mat. 4, $m = 0,0$ und $0,3$

die baupraktischen Längen abdeckt, ist dieser Einfluss vernachlässigbar klein. Die Rückrechnung auf einen Knicklängenbeiwert β wird demnach zuallererst von der inneren Exzentrizität und nur geringfügig von dem Schlankheitsgrad beeinflusst. Die in den Abbildungen gezeigten Abhängigkeit sind für alle untersuchten Materialarbeitslinien annähernd gleich.

Die ermittelten Knicklängenbeiwerte sind in Abb. 5.33 über m aufgetragen. Es ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen m und β nach Gl. (5.13). Für Stützen mit annähernd kreisringförmigem Querschnitt ($m = 0,0$) nähert sich β dem Wert $0,7$.

$$\beta(m) = 0,681 - 0,196 \cdot m \quad (5.13)$$

Wird die sich aus einer einseitigen Einspannung ergebende Traglaststeigerung nicht über einen Knicklängenbeiwert β sondern über einen Laststeigerungsfaktor ausgedrückt, ergeben sich für die verschiedenen Werte m die Faktoren nach Gl. (5.14). Verglichen werden dabei System 1 und System 2 mit dem jeweils gleichen bezogenen Schlankheitsgrad. Der bezogene Schlankheitsgrad für System 2 wurde mit $\beta = 0,7$ berechnet. In Abb. 5.34 ist dies an einem Beispiel (Material 1, $m = 0,5$) grafisch dargestellt. Gegenüber System 1 ergibt sich zum Beispiel eine 1,18-fache höhere Traglast für ein einseitig eingespanntes System bei gleichem bezogenen Schlankheitsgrad, wenn für System 2 $\beta = 0,7$ verwendet wird. Die Laststeigerungsfaktoren sind nur abhängig von m und gelten für alle bezogenen Schlankheitsgrade $0,5 \leq \bar{\lambda} \leq 3$.

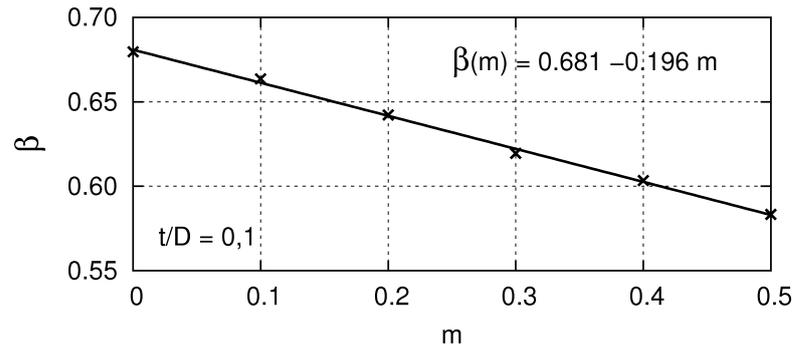


Abb. 5.33: Knicklängenbeiwert β zur Berücksichtigung einer einseitigen Einspannung

$$\frac{N_{u,2}}{N_{u,1}} = 1,01 + 0,337 \cdot m \quad (5.14)$$

mit:

- $N_{u,1}$ Traglast des beidseitig gelenkig gelagerten Systems mit $s_{K,1} = 0,7 \cdot L_2$
- $N_{u,2}$ Traglast des einseitig eingespannt – einseitig gelenkig gelagerten Systems

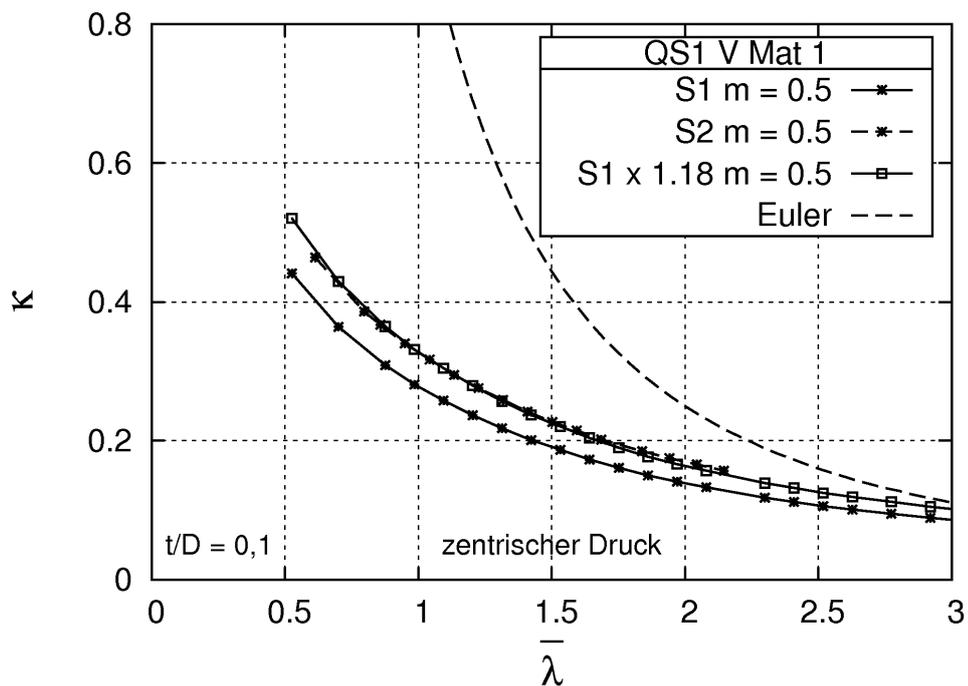


Abb. 5.34: Vergleich der Traglasten von System 1 und 2 für Mat. 1, $m = 0,5$ über einen Traglastfaktor

5.2.7 Vergleich der Tragspannungskurven mit Ergebnissen aus der Literatur

In Kap. 2.8 wurden die in den letzten Jahrzehnten durchgeführten Untersuchungen an historischen Gussstützen vorgestellt. Da in [46] und [54] ebenfalls dimensionslose Tragspannungsdiagramme aufgestellt wurden, werden die eigenen Berechnungen mit diesen Diagrammen in Abb. 5.35 – 5.38 verglichen. Bei beiden Quellen ist nicht bekannt, welche Arbeitslinie den mitgeteilten Diagrammen zu Grunde liegt. Zusätzlich sind auch die Bemessungsgleichungen nach *Rondal* und *Rasmussen* [82] aufgenommen worden. Es ist zu beachten, dass in Abb. 5.37 die Kurve von *Käpplein* und *König* für $m = 0,25$ aufgenommen wurden, da speziell für $m = 0,2$ keine Kurve mitgeteilt wurde.

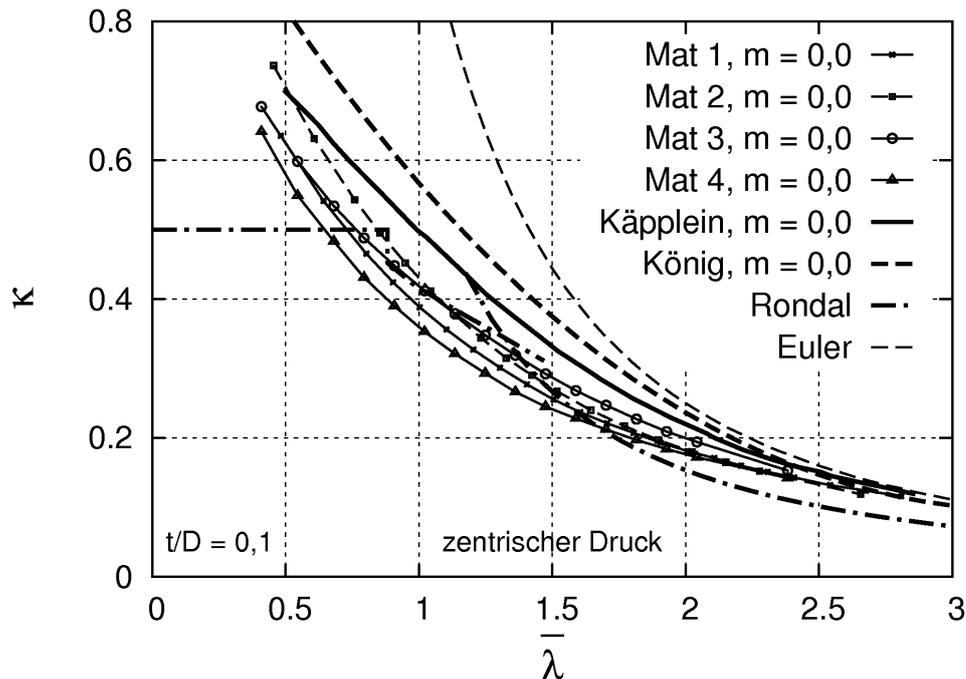


Abb. 5.35: Vergleich verschiedener Tragspannungskurven für $m = 0,0$

Die Ergebnisse der unterschiedlichen Berechnungen weichen zum Teil sehr stark voneinander ab. Schon zwischen den bisher vorliegenden Berechnungen von *Käpplein* und *König* sind die Abweichungen im Bereich kleinerer bezogener Schlankheitsgrade in der Größenordnung um 20 %. Mit zunehmendem bezogenen Schlankheitsgrad wird die Differenz kleiner, gleichzeitig tritt aber auch generell der Einfluss der Festigkeit des Materials zurück und die Kurven nähern sich der Eulerparabel.

In jedem Fall liegen die Berechnungen von *König* weit über den eigenen und denen von *Käpplein*. Erklärungen dazu sind in [54] nicht zu finden. Im Vergleich mit den eigenen Berechnungen liegen die von *Käpplein* im oberen Bereich. Qualitativ „durchschneiden“ sie mit ihrem Verlauf die eigene Kurvenschar zum Teil; im Bereich sehr kleiner bezogener Schlankheitsgrade liegen sie unter den eigenen Berechnungen während sie im Bereich großer bezogener Schlankheitsgrade über den eigenen liegen. Als mittlere Tragspannungskurve können sie damit aber nicht betrachtet werden. Hinsichtlich der in Kap. 4.1 beschriebenen

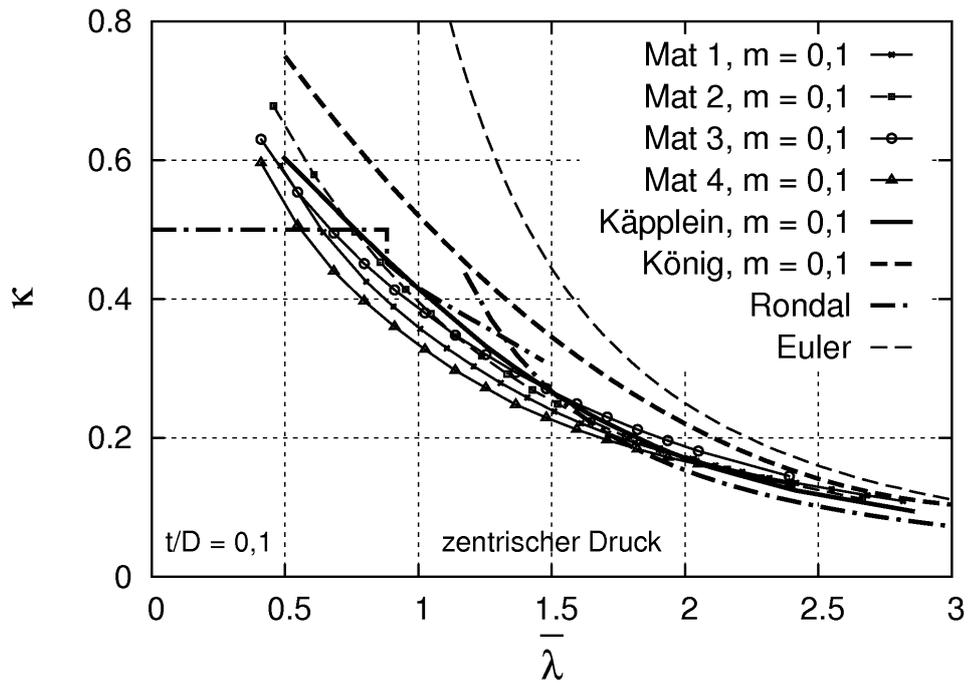


Abb. 5.36: Vergleich verschiedener Tragspannungskurven für $m = 0,1$

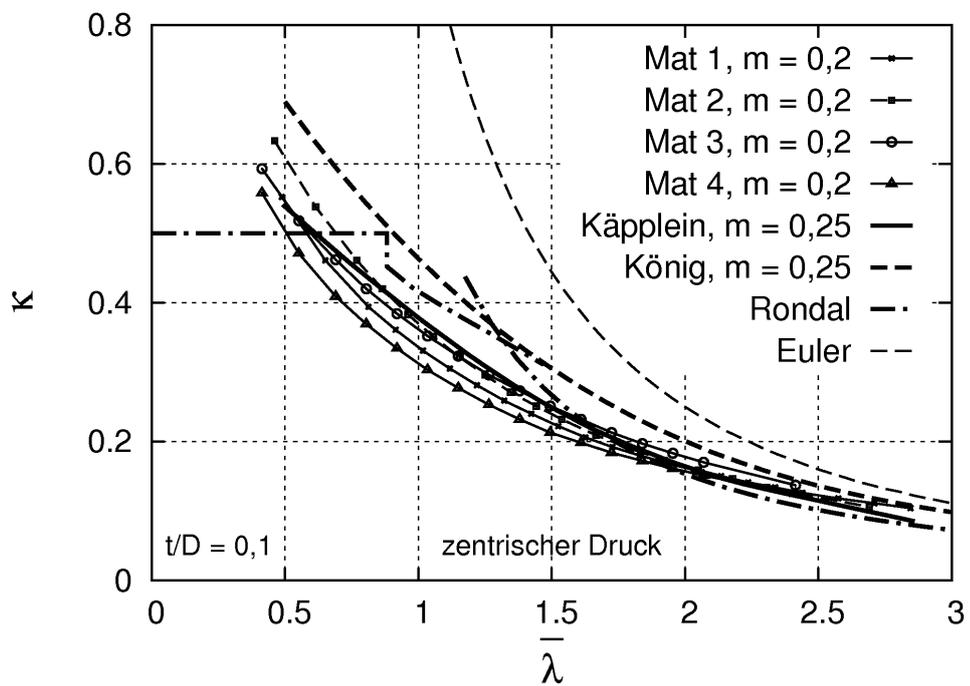


Abb. 5.37: Vergleich verschiedener Tragspannungskurven für $m = 0,2$ und $m = 0,25$

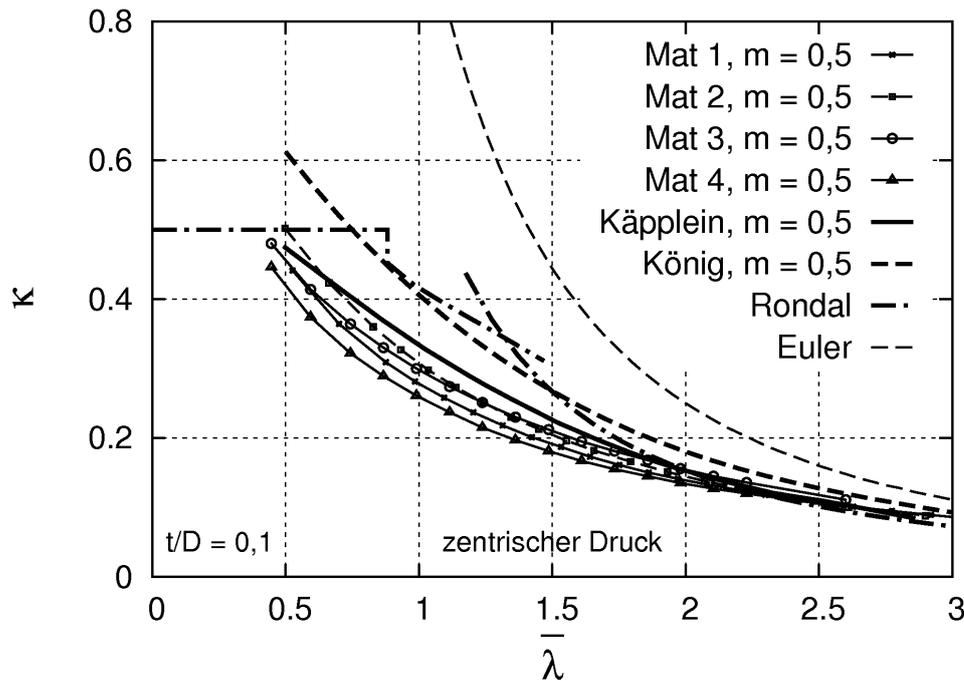


Abb. 5.38: Vergleich verschiedener Tragspannungskurven für $m = 0,5$

theoretischen Grundlagen sind die etwas höheren Ergebnisse von *Käpplein* in der Tendenz nachvollziehbar.

Von *Lindner* wurden in [58] Vergleichsrechnungen durch Handrechnungen und mit dem Programm SOFiSTiK (STAR 3, geometrisch und materiell nichtlinear) [94] unter Berücksichtigung gemessener Materialarbeitslinien zu Berechnungen nach den Tragspannungskurven von *Käpplein* durchgeführt. Die Gussstützen, die dabei untersucht wurden, lagen im Bereich bezogener Schlankheitsgrade von $\bar{\lambda} = 0,9 \dots 1,22$ und dimensionsloser innerer Exzentrizitäten von $m = 0,25 \dots 0,57$. Dabei stellte er ebenfalls teilweise Abweichungen in der Größenordnung von $9 \dots 27\%$ zu den Ergebnissen nach *Käpplein* fest, wobei die von ihm berechneten Traglasten auch unter denen von *Käpplein* lagen. Dies deckt sich prinzipiell mit den gezeigten Abweichungen in den Abb. 5.36–5.38. Weitere Vergleiche in [108] zwischen Berechnungen mit ANSYS und SOFiSTiK, für die auch Schalenelemente verwendet wurden, zeigten eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse beider Programmsysteme, was die hier durchgeführten Berechnungen bestätigt.

Die Bemessungsgleichungen von *Rondal* und *Rasmussen* sind unabhängig von der inneren Exzentrizität m und daher in allen Diagrammen durch die gleiche Kurve dargestellt. Für die Berechnung des bezogenen Schlankheitsgrades wurden die Werte für R_d und E_0 aus Kap. 2.8.3 verwendet. Deutlich ist der Übergang bei $\bar{\lambda} \approx 1,3$ auszumachen, ab dem die Zugspannung für die Bemessung maßgebend wird. Während im Bereich kleiner innerer Exzentrizitäten die Übereinstimmung mit den eigenen Berechnungen und denen von *Käpplein* akzeptabel ist, liefern die Berechnungen nach *Rondal* und *Rasmussen* ab etwa $m \geq 0,2$ im Bereich $1,0 \leq \bar{\lambda} \leq 1,5$ stellenweise bis zu 40% größere Traglasten als die

eigenen Berechnungen. Der Einfluss der inneren Exzentrizität wird demnach unterschätzt. Ob die Berücksichtigung der von *Rondal* und *Rasmussen* angeführten höheren Festigkeit im Bereich der dünneren Querschnittsregionen zu einer Traglaststeigerung in dieser Größenordnung führt, ist bisher nicht durch detaillierte Untersuchungen belegt.

Bei den eigenen Berechnungen traten die größten Zugspannungen jeweils bei Stützen mit großer innerer Querschnittsexzentrizität m auf. Bezogen auf die Zugfestigkeit wurde hier in wenigen Fällen eine Auslastung von über 95 % erreicht. Im Bereich größerer bezogener Schlankheitsgrade wurde die Auslastungen tendenziell kleiner. Auch diese Beobachtung deckt sich nicht mit dem Nachweisformat von *Rondal* und *Rasmussen*, bei dem die Zugspannung für Stützen mit großem Schlankheitsgrad maßgebend wird.

5.3 Einseitig exzentrischer Druck

Neben den planmäßig zentrisch gedrückten Gussstützen ist es auf Grund von Lastexzentrizitäten ebenso möglich, dass neben der Druckkraft ein ein- oder beidseitiges Endmoment eingepreßt wird (System 3 bzw. 4 nach Abb. 5.5). Dies wird durch die vorhandene Lastenleitungsstruktur ermöglicht, die oftmals einem Stecksystem gleicht und die Übertragung von Biegemomenten erlaubt. In Geschossbauten mit einem Stütze-Unterzug-System ist es bei ungleichen Stützweiten der angrenzenden Unterzüge oder auch schon durch wechselweises Anordnen der Verkehrslasten unumgänglich, dass die Stützen planmäßig auch auf Biegung beansprucht werden. Einige typische Konstruktionen sind in den Abb. 5.39 bis 5.42 dargestellt; in z.B. [48] sind weitere Konstruktionen abgebildet.

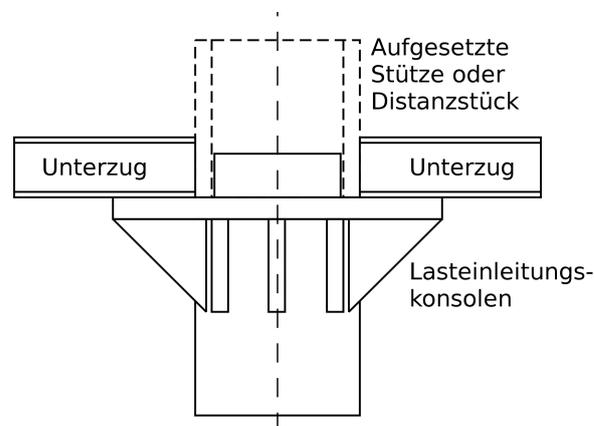


Abb. 5.39: Beispiel für eine Stützenkopfaufbildung



Abb. 5.40: Stützenkopf im Geschossbau

Für die Parameterrechnungen zum Fall der Belastung durch Normalkraft und ein einseitiges Moment wurde die Normalkraft am Stützenkopf mit unterschiedlichen Exzentrizitäten aufgebracht. Das äußere Moment ergibt nach Gl. (5.15). Für die obere Lastexzentrizität e wurden Vielfache des zur bezogenen inneren Exzentrizität $m = 0.1$ gehörenden Versatzes von $v = 2,31 \text{ mm}$ nach Tab. 5.1 auf S. 89 und Gl. (5.16) verwendet.

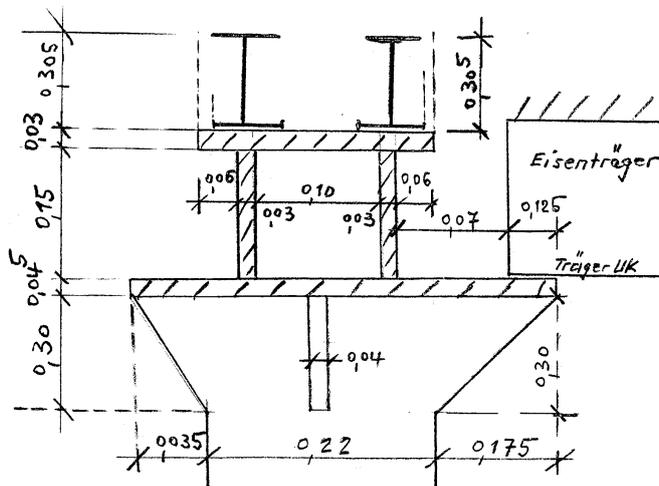


Abb. 5.41: Aufmaß eines Stützenkopfes mit einseitiger Exzentrizität (aus [58])



Abb. 5.42: Beispiel für eine Stützenkopfausbildung mit Stecksystem

$$M = e \cdot N \quad (5.15)$$

$$e = 5 \cdot Exz \cdot 2,31 \quad (5.16)$$

Tab. 5.6: Exzentrizität des oberen Lastangriffs

| Exz. | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|------|------|------|------|
| e [mm] | 11,6 | 23,1 | 34,7 | 46,2 |

Im FEM-Modell wurde dazu der obere Lasteinleitungsknoten um das Maß e verschoben; die andere Elementierung blieb gegenüber jener in Kap. 5.2 unverändert. Die äußere Vorverformung mit dem Stich von $v_0 = L/1000$ wurde ebenso beibehalten. Alle Berechnungen wurden an dem System mit Volumenelementen und einer sinusförmigen inneren Exzentrizität entsprechend Modell 1 in Abb. 5.4 durchgeführt.

In Abb. 5.43 sind für Materialarbeitslinie 1 und eine innere Exzentrizität $m = 0$ die Kurven für alle untersuchten äußeren Exzentrizitäten aufgetragen. Die oberste Kurve entspricht dem zentrisch gedrücktem Fall ($Exz = 0$). Mit zunehmender Exzentrizität sinken erwartungsgemäß die aufnehmbaren Lasten. Auffallend ist, dass der Kurvenverlauf aller Kurven, auch der der zentrisch gedrückten Stütze, qualitativ ähnlich ist. Dies trifft auch auf die anderen Materialien zu. Weitere Diagramme sind in Anhang C.2.1 zusammengestellt.

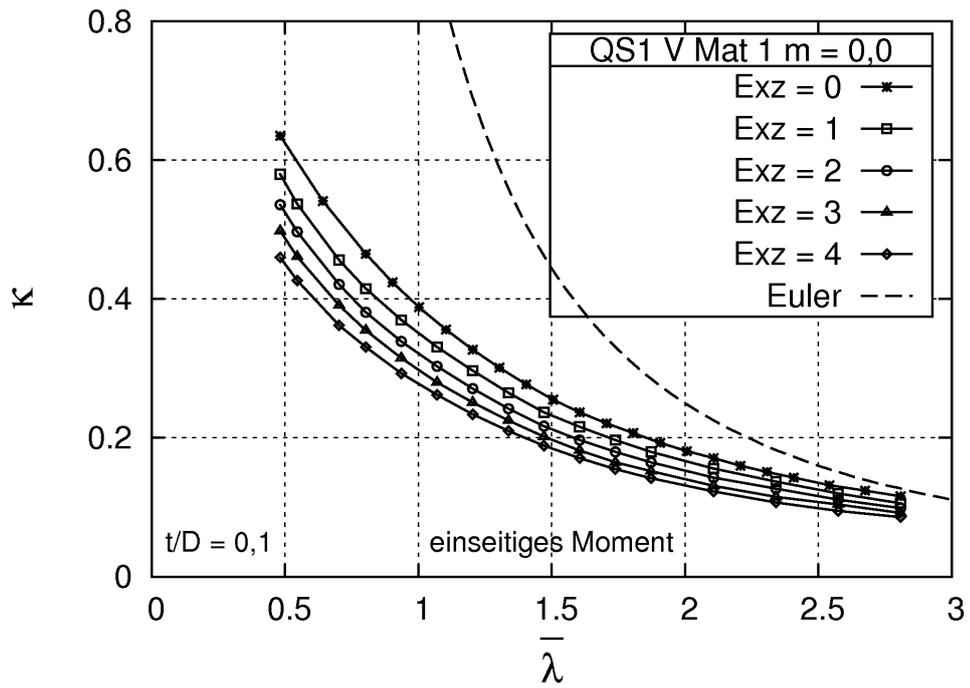


Abb. 5.43: Tragspannungsdiagramm für Material 1, $m = 0$, alle Exzentrizitäten

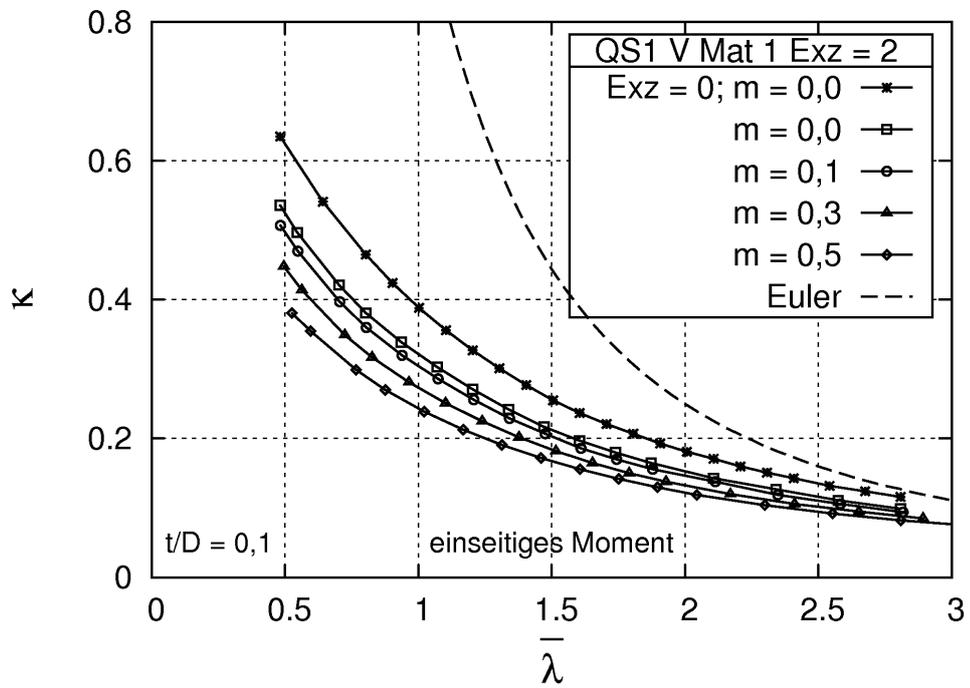


Abb. 5.44: Tragspannungsdiagramm für Material 1, Exzentrizität 2, alle m

Wird zu einer vorgegebenen äußeren Exzentrizität die innere variiert, ergeben sich Verläufe wie beispielsweise in Abb. 5.44 und Anhang C.2.2. Als Bezug und gleichzeitig Begrenzung der Traglast nach oben ist auch hier der zentrisch gedrückte Fall ohne äußere Exzentrizität eingetragen. Die Abstufung zwischen den unterschiedlichen inneren Exzentrizitäten m ist gleichmäßig. Auch hier zeigt sich ein qualitativ ähnlicher Kurvenverlauf.

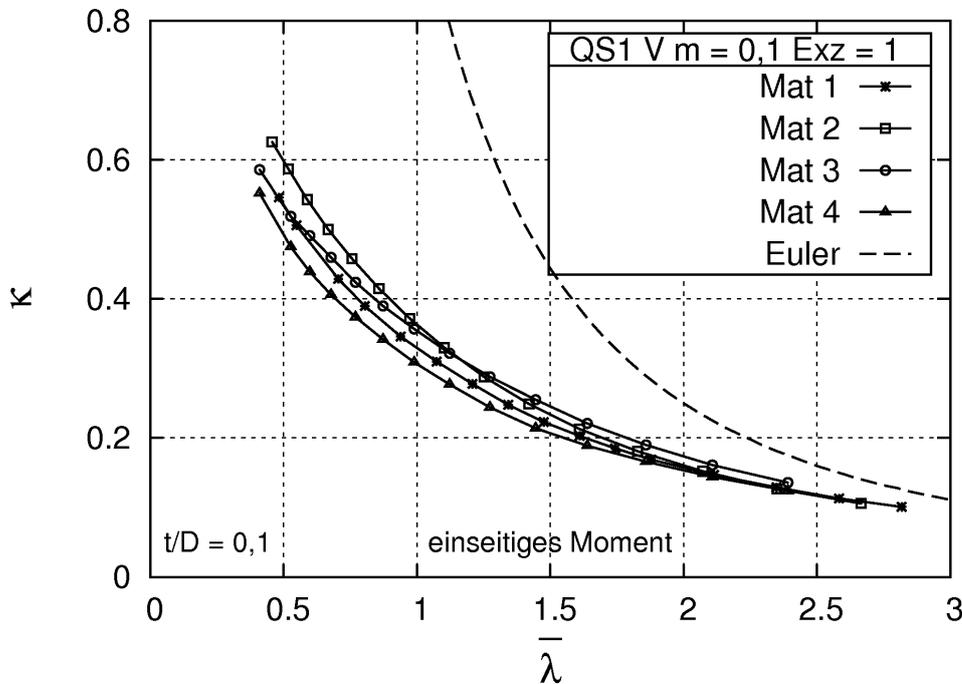


Abb. 5.45: Tragspannungsdiagramm für alle Materialien, Exzentrizität 1, $m = 0,1$

Wie sich schon in der Auswertung der zentrisch gedrückten Stützen in Kap. 5.2 gezeigt hat, führt auch hier die Verwendung eines bezogenen Schlankheitsgrades nicht zu gleichen Kurven für die unterschiedlichen Materialien. Dies ist in Abb. 5.45 dargestellt. Die Bandbreite ist im Bereich kleiner Schlankheitsgrade beträchtlich, ehe sich ab $\bar{\lambda} \approx 2,2$ die Kurven annähern. Qualitativ unterschieden sich die Kurven für Material 1, 2 und 4 von der von Material 3, die insgesamt flacher verläuft. Aber auch dies deckt sich mit den Kurven zentrisch gedrückter Stützen und bleibt über alle äußeren und inneren Exzentrizitäten prinzipiell gleich. Weitere Diagramme dazu sind in Anhang C.2.3 zusammengestellt.

Durch die oben festgestellte Ähnlichkeit der Tragspannungskurven lassen sich für die unterschiedlichen Exzentrizitäten E_{xz} und m die Kurven als Funktionen entsprechend Gl. (5.17) der jeweiligen Kurve für $E_{xz} = 0$ ausdrücken. In Tab. 5.7 sind die Faktoren angegeben, mit denen die Bezugskurve multipliziert werden muss, um die Kurve für die vorhandene äußere Exzentrizität zu erhalten. Anders ausgedrückt ist der Faktor f_1 die Abminderung der Traglast, die eine exzentrisch gedrückte Stütze gegenüber einer gleichen, zentrisch gedrückten Stütze erfährt. So beträgt beispielsweise die Traglast einer Stütze mit $m = 3$, die mit einer äußeren Exzentrizität von 3 gedrückt wird, nur noch 81 % der Traglast der zentrisch belasteten Stütze.

$$N_{(u, System 3)} = f_{1,(Exz,m)} \cdot N_{(u, System 1)} \tag{5.17}$$

mit:

- $N_{(u, System 1)}$ Traglast System 1
- $N_{(u, System 3)}$ Traglast System 3
- $f_{1,(Exz,m)}$ Anpassungsfaktor, abhängig von Exz und m nach Tab. 5.7

Tab. 5.7: Abminderungsfaktoren f_1 für den Lastfall einseitiges Moment

| m | Exz | | | | |
|-----|-------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0,0 | 1,00 | 0,90 | 0,82 | 0,77 | 0,72 |
| 0,1 | 1,00 | 0,91 | 0,84 | 0,79 | 0,74 |
| 0,2 | 1,00 | 0,92 | 0,85 | 0,80 | 0,75 |
| 0,3 | 1,00 | 0,93 | 0,86 | 0,81 | 0,76 |
| 0,5 | 1,00 | 0,94 | 0,87 | 0,82 | 0,77 |

Ein Vergleich der rechnerisch bestimmten Kurven mit den aus der Bezugskurve abgeleiteten ist in den Abb. 5.46 – 5.48 für Material 1 dargestellt. Weitere Diagramme sind im Anhang C.2.4 für die anderen Materialarbeitslinien angegeben. Die Übereinstimmung ist im Bereich $m = 0,1 \dots 0,4$ für alle Materialien sehr gut. Für die große innere Exzentrizität $m = 0,5$ liegen die abgeleiteten Kurven gegenüber den genauen im Bereich ab $\bar{\lambda} \approx 2$ etwas auf der sicheren Seite.

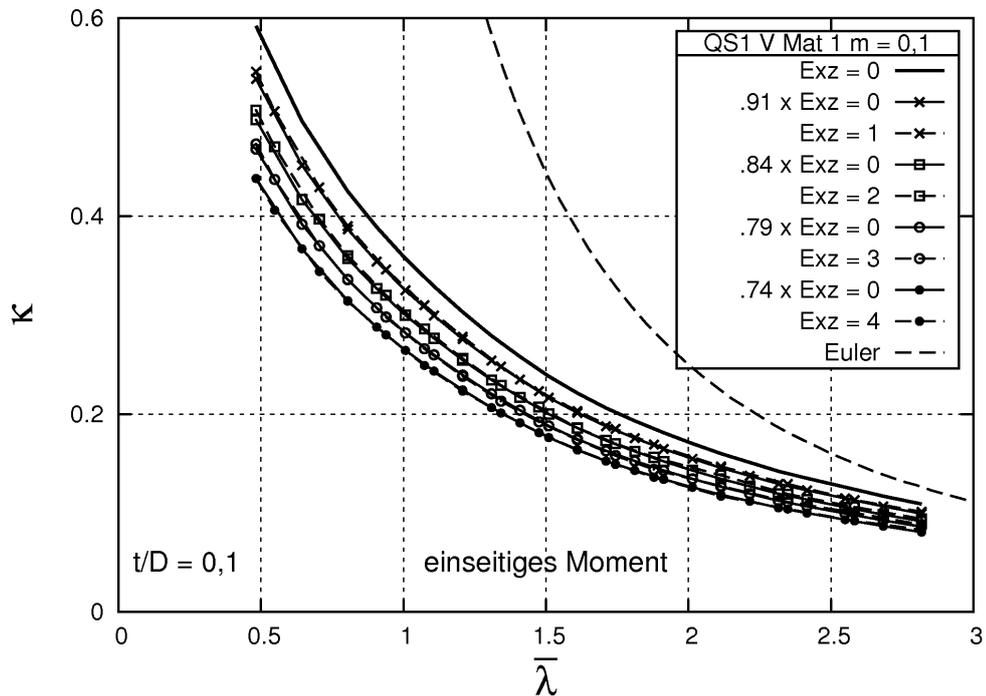


Abb. 5.46: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven, alle Exzentrizitäten, Mat 1, $m = 0,1$

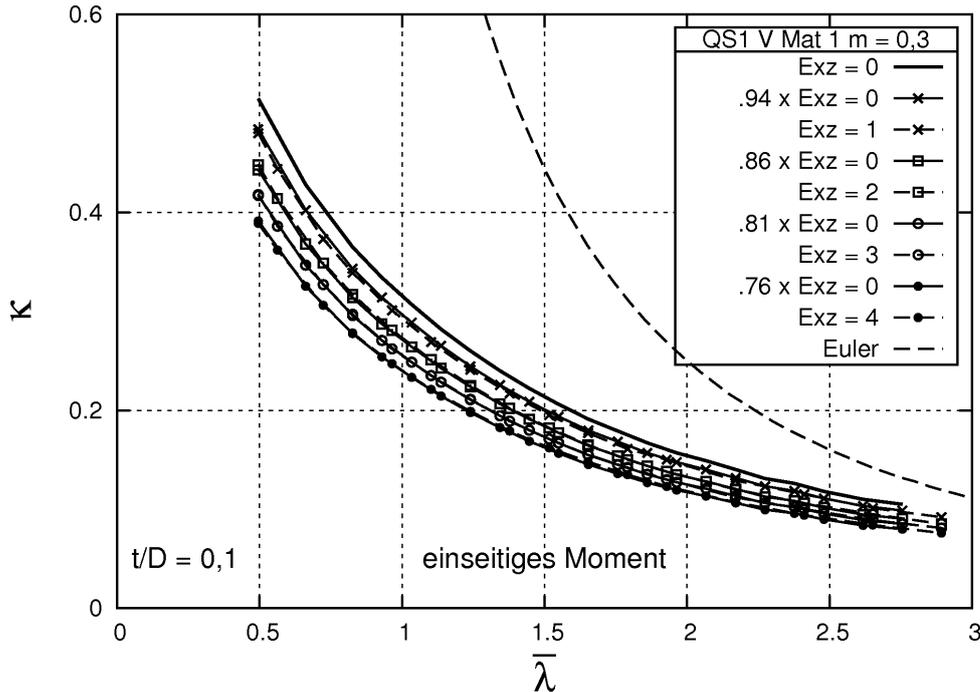


Abb. 5.47: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven, alle Exzentrizitäten, Mat 1, $m = 0,3$

Werden die Faktoren in Tab. 5.7 grafisch über der inneren Exzentrizität m wie in Abb. 5.49 aufgetragen, ergibt sich für alle Kurven ein annähernd gleicher Verlauf, der durch eine quadratische Funktion nach Gl. (5.18) beschrieben werden kann. Die gestrichelten Linien stellen den Verlauf nach Gl. (5.18) dar, der nur für $Exz = 1$ etwas von den abgeleiteten Werten abweicht. Der Wert für $f_{1,m=0}$ entspricht dem Faktor f_1 für den Fall $m = 0$ (Zeile 1 in Tab. 5.7). Damit ist es möglich, die Faktoren f_1 für beliebige innere Exzentrizitäten $0 \leq m \leq 0,5$ zu bestimmen. Für die äußeren Exzentrizitäten ist es ebenso möglich, Zwischenwerte zu berücksichtigen. Der Verlauf von $f_{1,m=0}$ ist Abb. 5.50 entnehmbar oder nach Gl. (5.19) in Abhängigkeit von der Exzentrizität zu bestimmen.

$$f_{1,m} = -0,17 \cdot m^2 + 0,175 \cdot m + f_{1,m=0} \quad (5.18)$$

$$f_{1,m=0} = 0,004 \cdot Exz^2 - 0,086 \cdot Exz + 1,0 \quad (5.19)$$

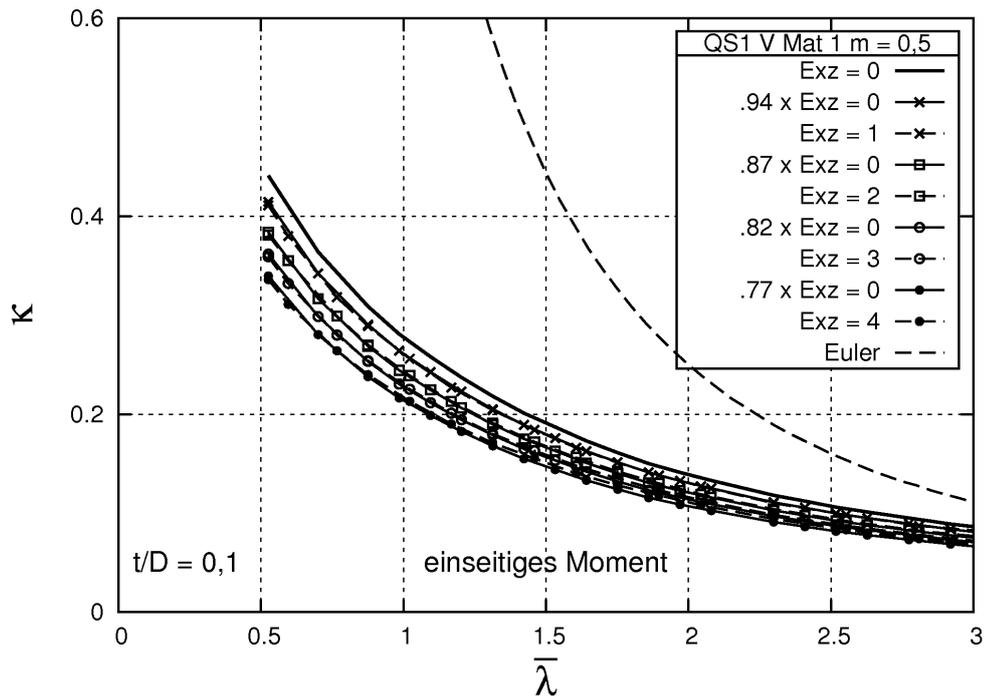


Abb. 5.48: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven, alle Exzentrizitäten, Mat 1, $m = 0,5$

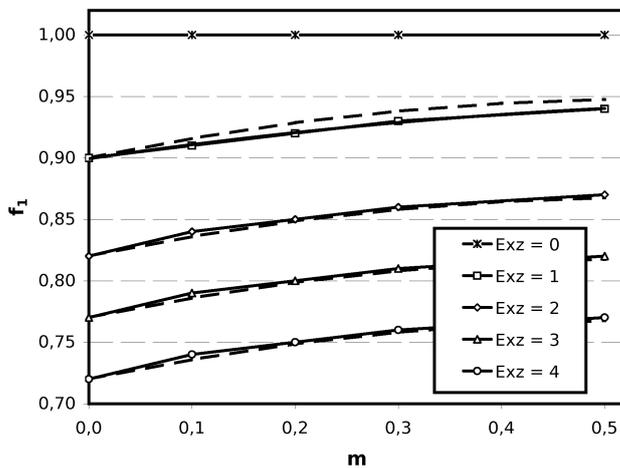


Abb. 5.49: Faktoren f_1 nach Tab. 5.7

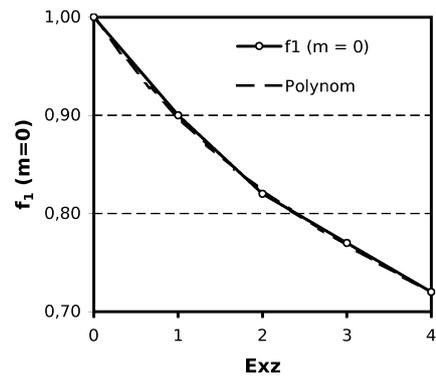


Abb. 5.50: Faktoren f_1 für $m = 0$ nach Tab. 5.7 und Gl. (5.19)

5.4 Zweiseitig exzentrischer Druck

Die gleichen Untersuchungen wie für den Fall der einseitigen Momentenbelastung wurden auch für den Fall einer durch ein konstantes gleichsinniges Moment belasteten Stütze durchgeführt (System 4 nach Abb. 5.5. Alle Annahmen für das statische System und die FEM-Modellierung entsprechen daher den Ausführungen in Kap. 5.3. Die Exzentrizitäten der Tab. 5.6 wurden in gleicher Größe auch für den oberen und den unteren Lagerpunkt angesetzt.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen werden nachfolgend ebenfalls in Tragspannungsdiagrammen dargestellt. Abb. 5.51 bis 5.53 zeigen für Material 1 und verschiedene innere Exzentrizitäten m den Einfluss der zusätzlichen Momentenbelastung deutlich. Gegenüber dem zentrisch gedrückten Fall ($E_{xz} = 0$) nimmt die Traglast kontinuierlich mit steigender Exzentrizität ab. Für die anderen Materialien lässt sich dies gleichermaßen beobachten; im Anhang C.3.1 sind weitere Diagramme zu finden.

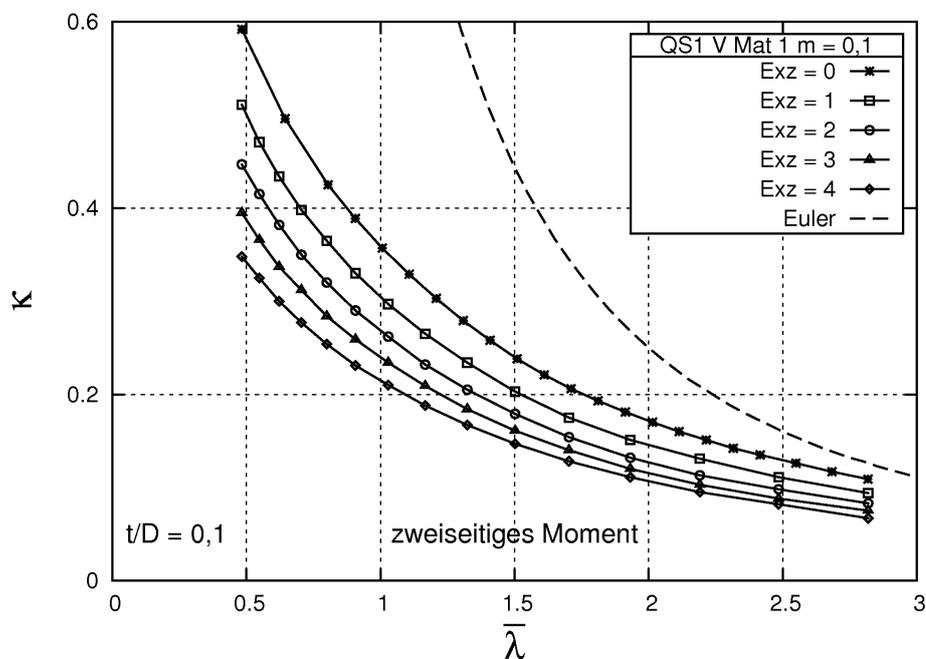


Abb. 5.51: Tragspannungsdiagramm für Material 1, alle Exzentrizitäten, $m = 0,1$

Wird die äußere Exzentrizität konstant gehalten, ergeben sich für verschiedene m -Werte Kurven wie exemplarisch in Abb. 5.54 dargestellt. Zum Vergleich ist die Tragspannungskurve der zentrisch belasteten Stütze mit $m = 0$ als Vergleichswert und gleichzeitig als obere Schranke mit in das Diagramm aufgenommen worden.

Der Einfluss der Materialarbeitslinien ist in Abb. 5.55 und Anhang C.3.3 gezeigt. Ähnlich wie in den Kap. 5.2 und 5.3 sind die Unterschiede zwischen den einzelnen Materialien deutlich. An dem grundsätzlichen Verlauf der einzelnen Kurven zueinander ändert sich auch in diesem Lastfall nichts.

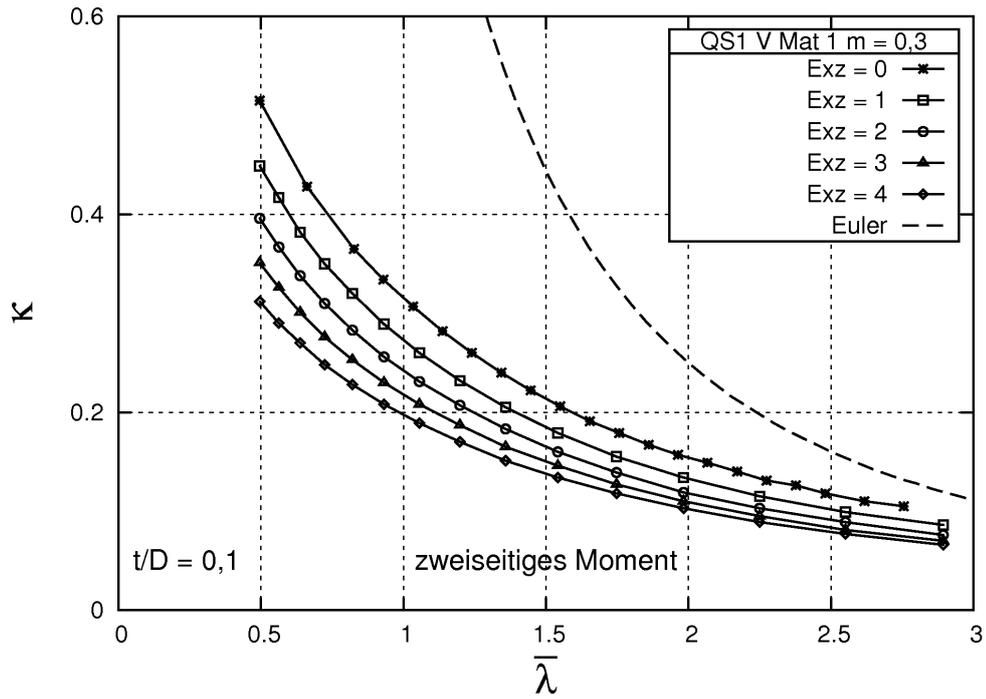


Abb. 5.52: Tragspannungsdiagramm für Material 1, alle Exzentrizitäten, $m = 0,3$

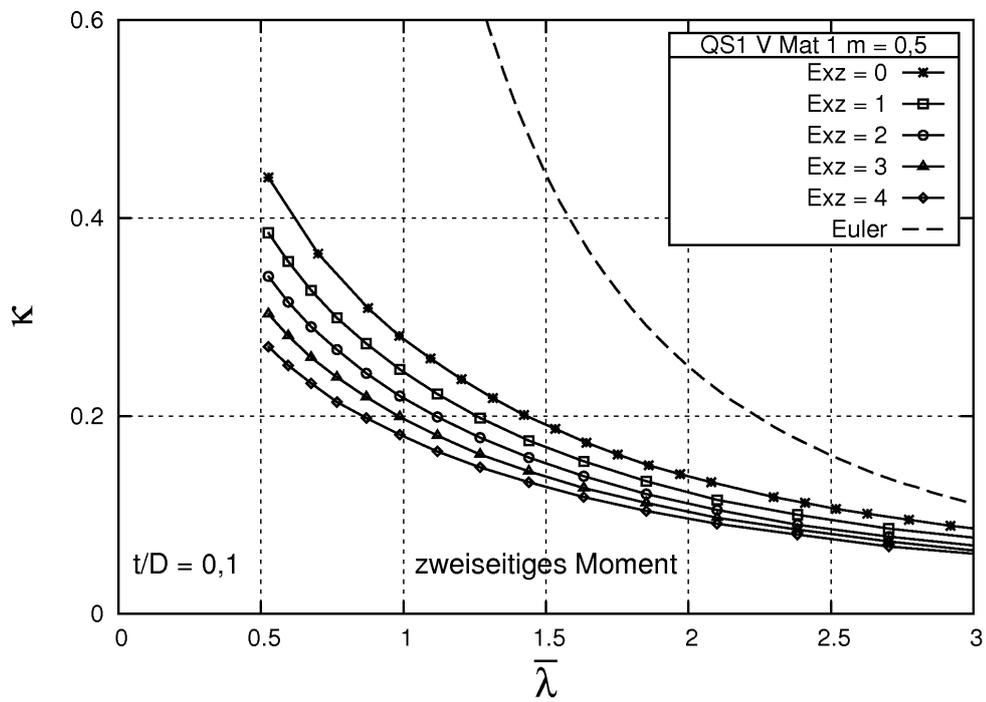


Abb. 5.53: Tragspannungsdiagramm für Material 1, alle Exzentrizitäten, $m = 0,5$

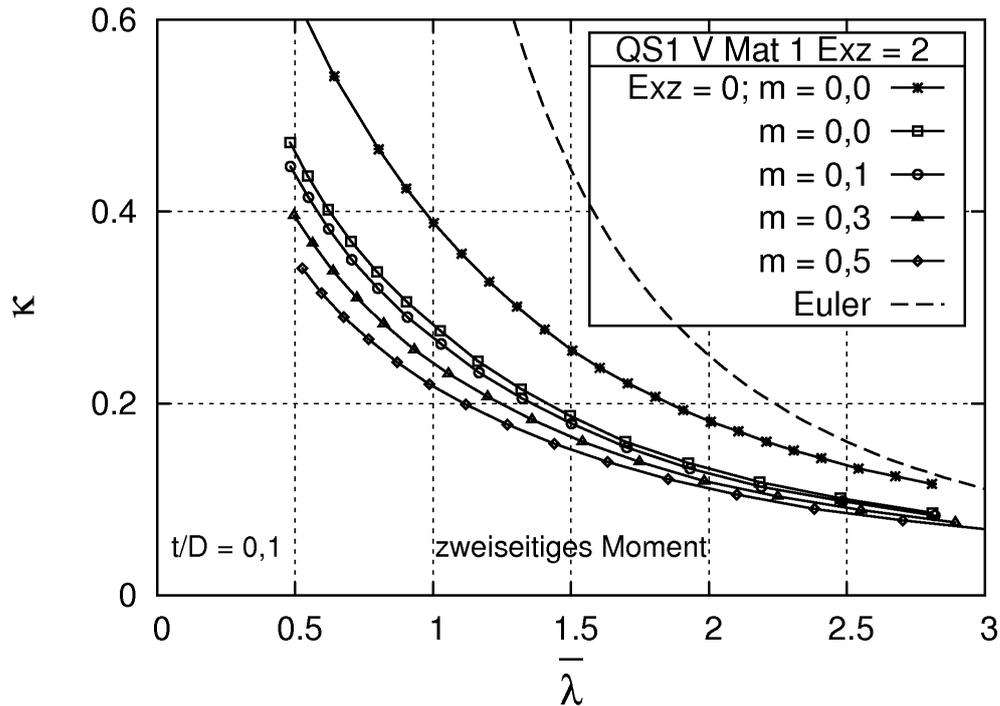


Abb. 5.54: Tragspannungsdiagramm für Material 1, $Exz = 2$, alle m

Bei den zusammengestellten Kurven ist wie im Fall der Belastung durch Normalkraft und ein einseitiges Moment eine Ähnlichkeit zueinander und zu den Verläufen des zentrisch gedrückten Systems festzustellen. Es gelingt auch hier, die Kurven für die unterschiedlichen äußeren Exzentrizitäten aus der zugehörigen Kurve der zentrisch gedrückten Stütze mit Hilfe eines Faktors nach Gl. (5.20) abzuleiten. So beträgt beispielsweise die Traglast einer Stütze mit $m = 3$, die mit einer äußeren Exzentrizität von 3 gedrückt wird, nur noch 69 % der Traglast der zentrisch belasteten Stütze. In Tab. 5.8 sind die Faktoren f_2 vertafelt.

$$N_{(u, System 4)} = f_{2, (Exz, m)} \cdot N_{(u, System 1)} \quad (5.20)$$

mit:

- $N_{(u, System 1)}$ Traglast System 1
- $N_{(u, System 4)}$ Traglast System 4
- $f_{2, (Exz, m)}$ Anpassungsfaktor, abhängig von Exz und m nach Tab. 5.8

Ein Vergleich der durch FEM-Traglastberechnungen bestimmten Kurven mit den aus der Bezugskurve abgeleiteten ist in den Abb. 5.56 – 5.58 für Material 1 dargestellt. Weitere Diagramme sind im Anhang C.3.4 für die anderen Materialien enthalten.

Die Übereinstimmung ist im Bereich $m = 0,1$ bis $m = 0,4$ und Exzentrizitäten $Exz \leq 4$ für alle Materialien sehr gut. Werden aber innere und äußere Exzentrizitäten groß, liegt die abgeleitete Kurve im Bereich kleiner Schlankheitsgrade auf der unsicheren Seite und im Bereich größerer Schlankheitsgrade ab etwa $\bar{\lambda} = 1,5$ auf der sicheren. Das bedeutet, dass

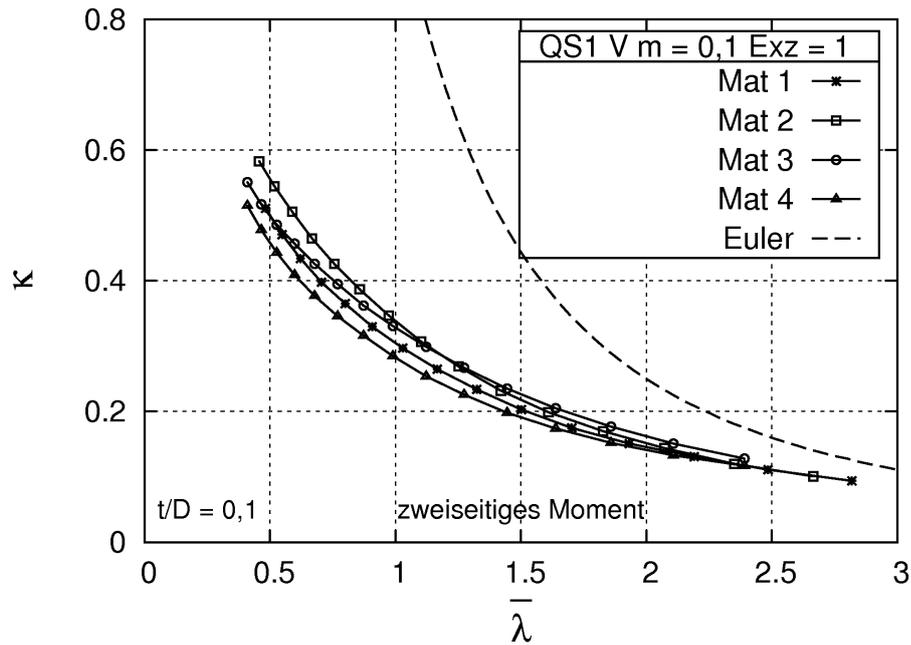


Abb. 5.55: Tragspannungsdiagramm für alle Materialien, $Exz = 1$, $m = 0,1$

Tab. 5.8: Abminderungsfaktoren f_2 für den Lastfall zweiseitiges Moment

| m | Exz | | | | |
|-----|-------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0,0 | 1,00 | 0,83 | 0,73 | 0,64 | 0,58 |
| 0,1 | 1,00 | 0,86 | 0,75 | 0,67 | 0,60 |
| 0,2 | 1,00 | 0,85 | 0,75 | 0,67 | 0,61 |
| 0,3 | 1,00 | 0,86 | 0,76 | 0,69 | 0,63 |
| 0,5 | 1,00 | 0,86 | 0,79 | 0,71 | 0,65 |

die tatsächliche Kurve nicht mehr unbedingt ähnlich zum Grundfall ist, sie verläuft flacher. Dies ist in Abb. 5.58 deutlich zu sehen.

Die Abhängigkeit des Faktors f_2 von der inneren Exzentrizität kann näherungsweise linear approximiert werden. Die Steigung der Geraden nach Abb. 5.59 ist für jede Exzentrizität unterschiedlich und in den Gl. (5.21) – (5.24) angegeben. Die Konstante entspricht jeweils den Faktoren f_2 der Tabelle 5.8 für $m = 0$. Damit ist es möglich, die Faktoren f_2 für beliebige innere Exzentrizitäten $0 \leq m \leq 0,5$ zu bestimmen. Zwischenwerte für die äußeren Exzentrizitäten können linear interpoliert werden.

$$Exz = 1 : f_2 = 0,046 \cdot m + 0,84 \quad (5.21)$$

$$Exz = 2 : f_2 = 0,111 \cdot m + 0,73 \quad (5.22)$$

$$Exz = 3 : f_2 = 0,131 \cdot m + 0,65 \quad (5.23)$$

$$Exz = 4 : f_2 = 0,139 \cdot m + 0,58 \quad (5.24)$$

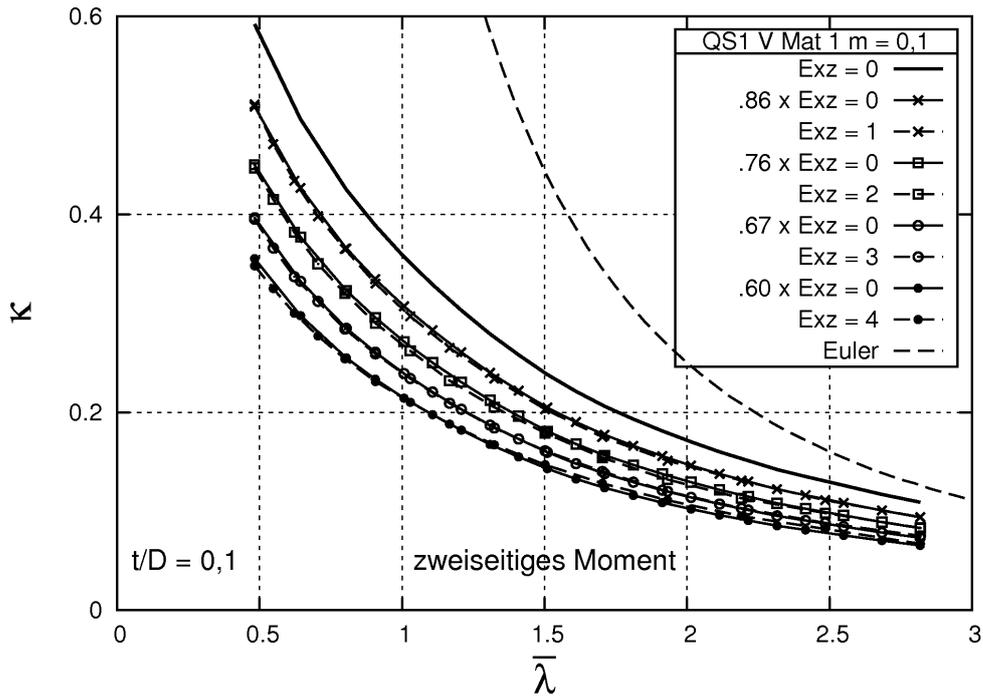


Abb. 5.56: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven, Mat 1, $m = 0,1$

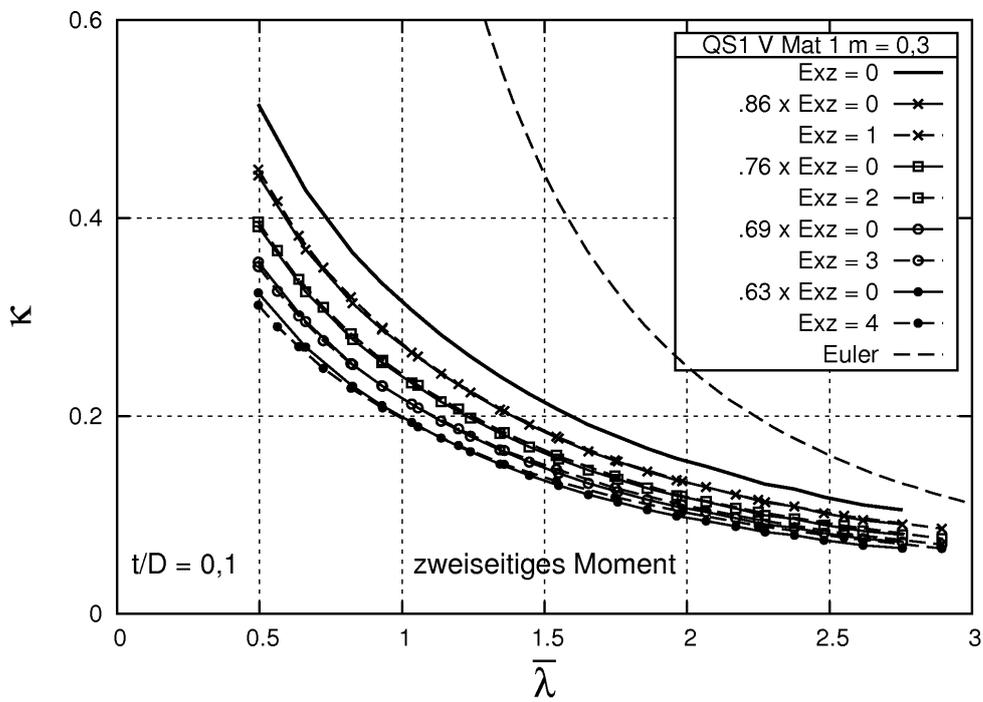


Abb. 5.57: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven, Mat 1, $m = 0,3$

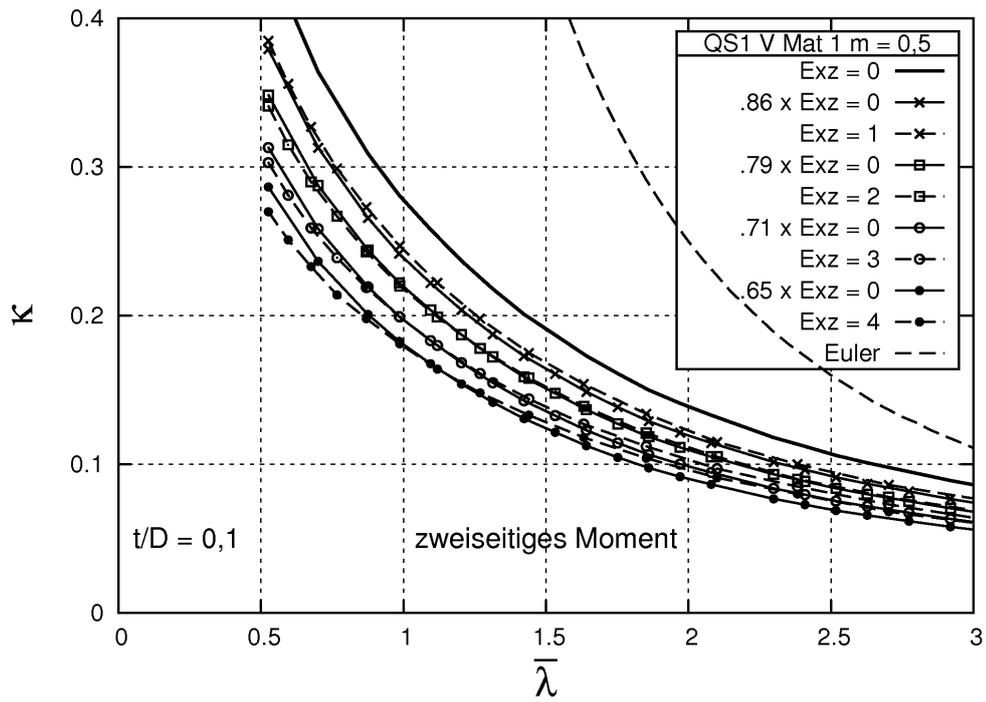


Abb. 5.58: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven, Mat 1, $m = 0,5$

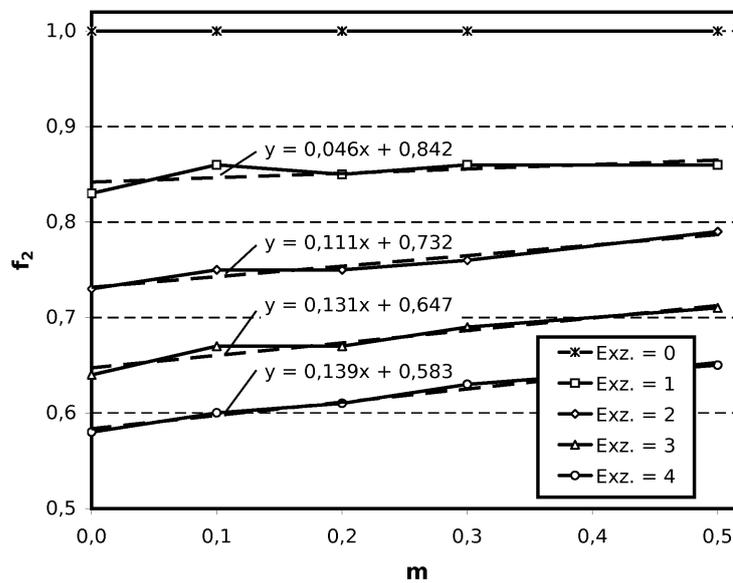


Abb. 5.59: Faktoren f_2 nach Tab.5.8

5.5 Zentrisch belastete Stützen mit Betonkern

Die Möglichkeit, als Hohlsäulen ausgeführte Gussstützen auszubetonieren, wurde bereits in Kap. 3.6.4 experimentell untersucht und gezeigt, dass damit beträchtliche Traglaststeigerungen zu erreichen sind. Im Rahmen der Parameterstudie wurde für den Fall der zentrischen Belastung der Einfluss einiger maßgebender Parameter variiert und die Auswirkungen auf die Tragfähigkeit herausgestellt.

Verwendet wurde das in Kap. 5.1 vorgestellte FEM-Modell mit Querschnittssystem 1 nach Abb. 5.4, das um weitere Volumenelemente erweitert wurde. Wie in Abb. 5.60 zu sehen ist, wurde auch hier für die innersten Elemente eine etwas größere Einteilung des Elementnetzes gewählt. Damit konnte eine zu große Anzahl an Betonelementen vermieden werden. An der Grenzfläche zwischen Beton- und Gusselementen wurden für beide die gleichen Knoten verwendet. Damit kann das Verhalten der Verbundfuge nicht explizit erfasst werden. Die Berechnungen in Kap. 4.6.3 haben aber gezeigt, dass mit diesem Vorgehen das globale Tragverhalten gut erfasst werden kann.

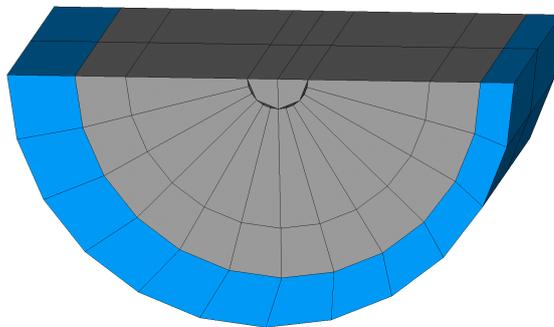


Abb. 5.60: Modellierung des ausbetonierten Querschnitts

Als Betongüten wurden ein C30/37 und ein C35/45 mit den charakteristischen Werten nach Tab. 5.9 und einem Verlauf der Arbeitslinie entsprechend Abb. 4.31 verwendet. Die Fläche des Betonquerschnitts ergibt sich für $D_a = 200\text{ mm}$ und $t/D_a = 0,1$ nach Gl. (5.25), die vollplastische Normalkraft nach Gl. (5.26) und (5.27).

$$A_c = \frac{\pi}{4} \cdot D_i^2 = 20106 \text{ mm}^2 \quad (5.25)$$

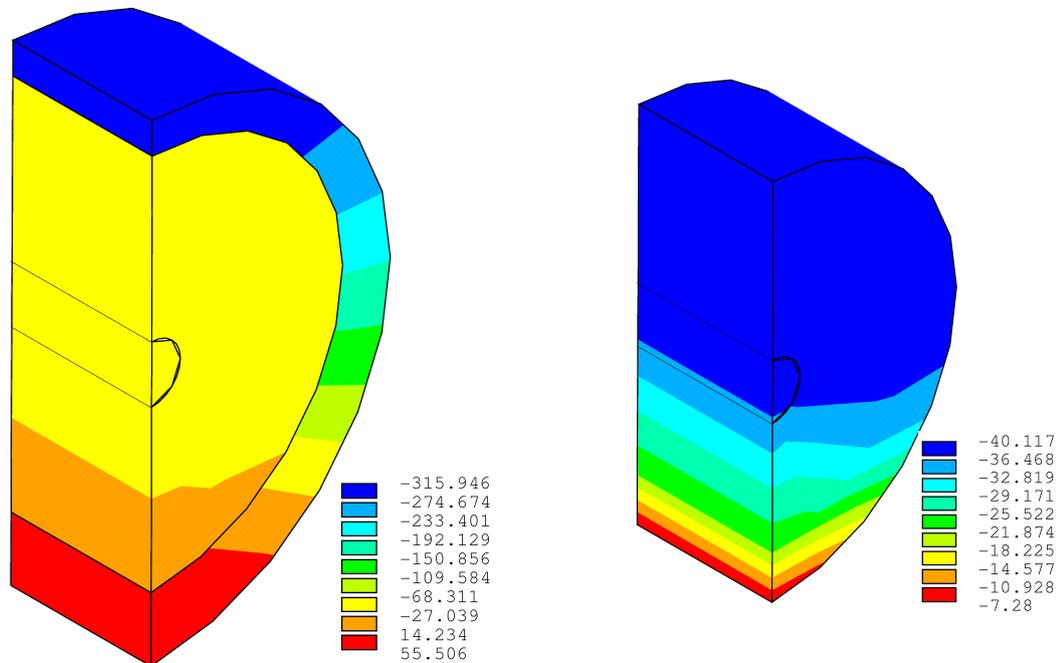
$$N_{pl,c(C30/37)} = A_c \cdot f_{cm} = 20106 \cdot 38 = 764,0 \text{ kN} \quad (5.26)$$

$$N_{pl,c(C35/45)} = 20106 \cdot 43 = 864,6 \text{ kN} \quad (5.27)$$

Im Traglastzustand ergibt sich beispielsweise eine Spannungsverteilung am Verbundquerschnitt wie in Abb. 5.61 und 5.62 für Materialarbeitslinie 2, $m = 3$ und eine Betongüte C30/37 dargestellt ist. Der Beton erreicht infolge der verwendeten Vergleichsspannungshypothese nach *von Mises* eine etwas höhere σ_x -Spannung als f_{cm} . Ein vollplastischer

Tab. 5.9: Charakteristische Werte der Betongüten

| Betongüte | E_{cm} [N/mm ²] | f_{cm} [N/mm ²] | ϵ_{cu} |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| C30/37 | 28300 | 38 | -0,35 |
| C35/45 | 29900 | 43 | -0,35 |

**Abb. 5.61:** Spannungen σ_x am Verbundquerschnitt in Stützenmitte**Abb. 5.62:** Spannungen σ_x am Betonquerschnitt in Stützenmitte

Zustand, wie er für Stahl-Verbund-Querschnitte vorausgesetzt wird, kann infolge der dafür notwendigen großen Dehnungen im Gusseisen nicht erreicht werden. Der Betonkern hingegen plastiziert im Beispiel bis über seine halbe Höhe durch. Das Verbundverhalten wird also erwartungsgemäß berücksichtigt.

In den Abb. 5.63 – 5.65 sind einige Ergebnisse der Berechnungen dargestellt. Damit die Ergebnisse mit den Berechnungen aus Kap. 5.2 vergleichbar bleiben wurde als Bezug der bezogene Schlankheitsgrad des Gussquerschnitts $\bar{\lambda}_{Guss}$ verwendet. Es ist zu erkennen, dass die Steigerung der Tragfähigkeit abhängig vom Verhältnis der Druckfestigkeiten ist. So kann für Materialarbeitslinie 4 mit einer relativ geringen Druckfestigkeit durch den Betonkern eine größere Steigerung erreicht werden als für Materialarbeitslinie 2 mit einer relativ hohen Druckfestigkeit.

Die gegenüber der nicht ausbetonierten Gussstütze erzielte Traglaststeigerung wird nach Gl. (5.28) alleine dem Betonquerschnitt zugewiesen und dann nach Gl. (5.29) auf die vollplastische Tragfähigkeit des Betonquerschnitts bezogen.

In den Abb. 5.66 und 5.67 ist diese bezogene Auslastung des Betonquerschnitts n_c für

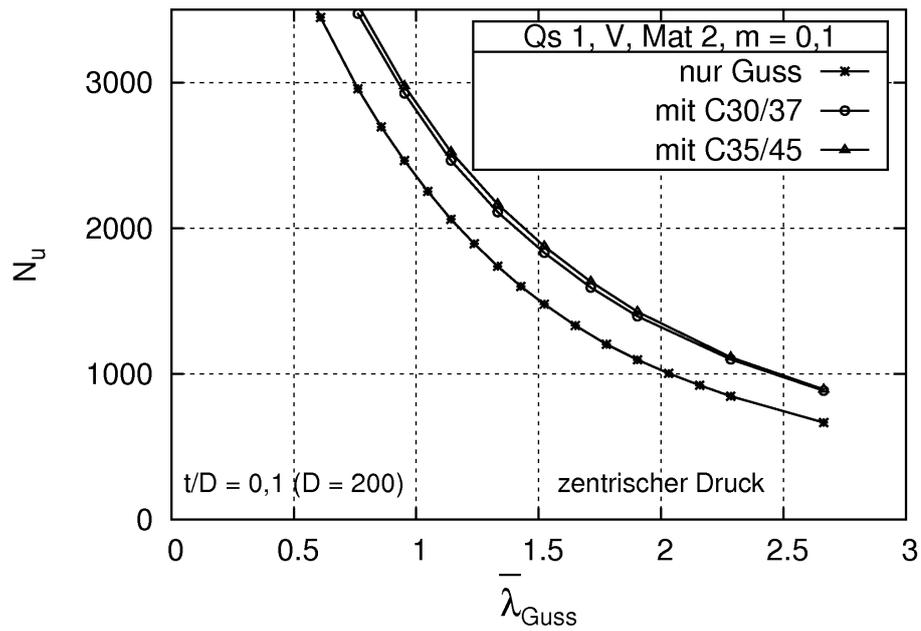


Abb. 5.63: Vergleich der Traglasten von Gussstütze und ausbetonierter Gussstütze, Mat. 1, $m = 0,1$

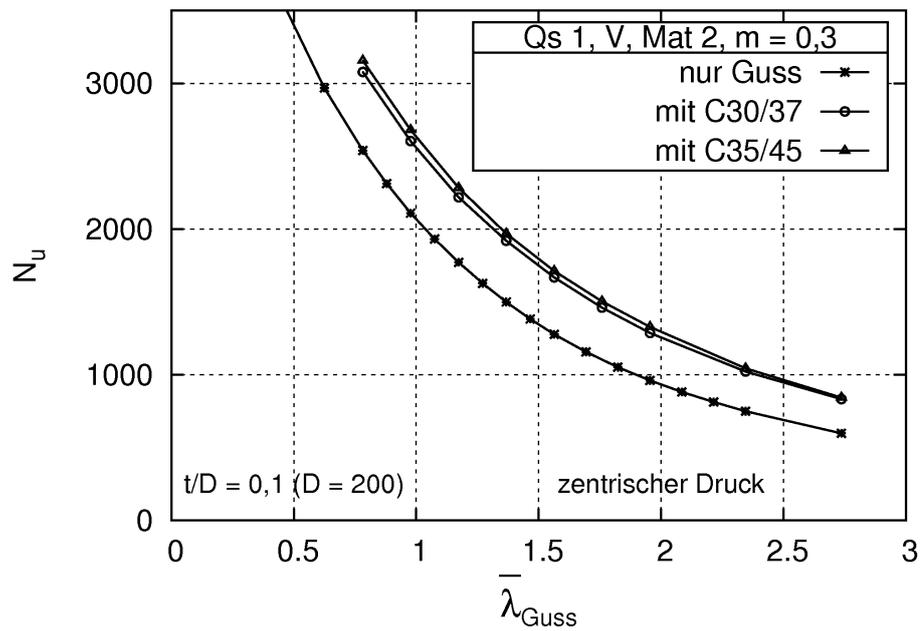


Abb. 5.64: Vergleich der Traglasten von Gussstütze und ausbetonierter Gussstütze, Mat. 2, $m = 0,3$

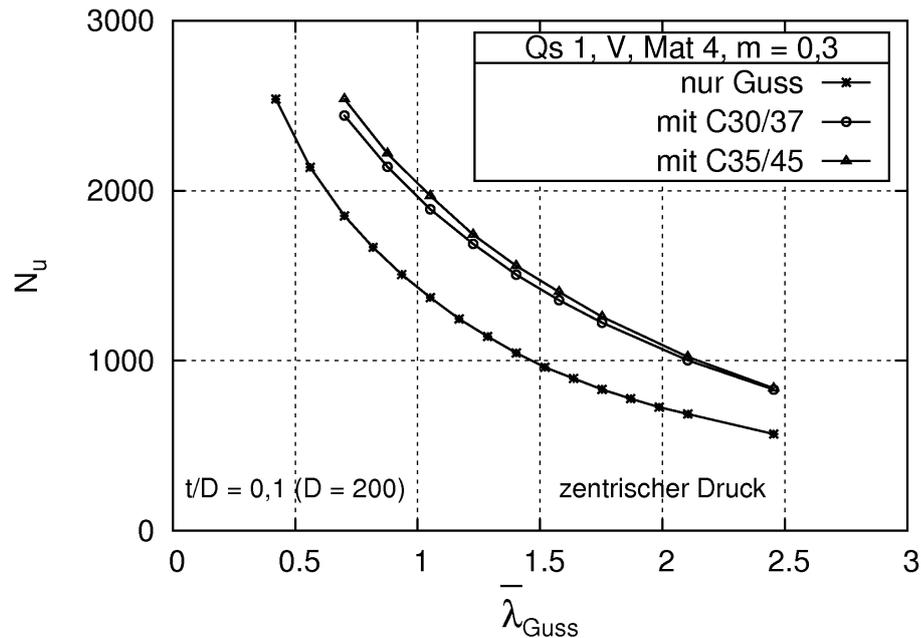


Abb. 5.65: Vergleich der Traglasten von Gussstütze und ausbetonierter Gussstütze, Mat. 4, $m = 0,3$

Materialarbeitslinien 1 und 3 sowie verschiedene innere Exzentrizitäten dargestellt. Als Abszissenwert wurde wieder der bezogene Schlankheitsgrad des Gussquerschnitts verwendet. Mit zunehmendem Schlankheitsgrad kann immer weniger der Tragfähigkeit des Betonquerschnitts ausgenutzt werden. Der Zusammenhang ist annähernd linear und für alle Materialarbeitslinien des Gusseisens vorhanden. Ab einem bezogenen Schlankheitsgrad von etwa $1,5 \leq \bar{\lambda} \leq 2,0$ sinkt die Auslastung des Betonquerschnitts aus C35/45 stärker ab als die des Betonquerschnitts aus C30/37. Das bedeutet, dass der Vorteil der höheren Festigkeit nicht mehr voll ausgenutzt werden kann.

$$N_c = N_{u,Verbund} - N_{u,Guss} \quad (5.28)$$

mit:

- $N_{u,Verbund}$ Traglast des Systems mit Verbundquerschnitt
- $N_{u,Guss}$ Traglast des Systems mit Gussquerschnitt
- N_c dem Betonquerschnitt zugeordneter Traglastzuwachs

$$n_c = \frac{N_c}{N_{pl,c}} \quad (5.29)$$

Ein weiterer deutlicher Einfluss ist durch die innere Exzentrizität gegeben. Je größer m ist, um so mehr Betondruckkraft wird aktiviert. In den gezeigten Diagrammen beträgt die bezogene Betondruckfestigkeit im Bereich kleiner bezogener Schlankheitsgrade für $m = 0,5$ rund 80 % und sinkt für $m = 0,0$ auf rund 60 % ab. Die Differenz bleibt für alle Materialarbeitslinien und über den gesamten Bereich des bezogenen Schlankheitsgrades

annähernd gleich. Die Traglaststeigerung bei Stützen mit großer inneren Exzentrizität fällt demnach größer aus als bei Stützen mit einer kleinen inneren Exzentrizität m .

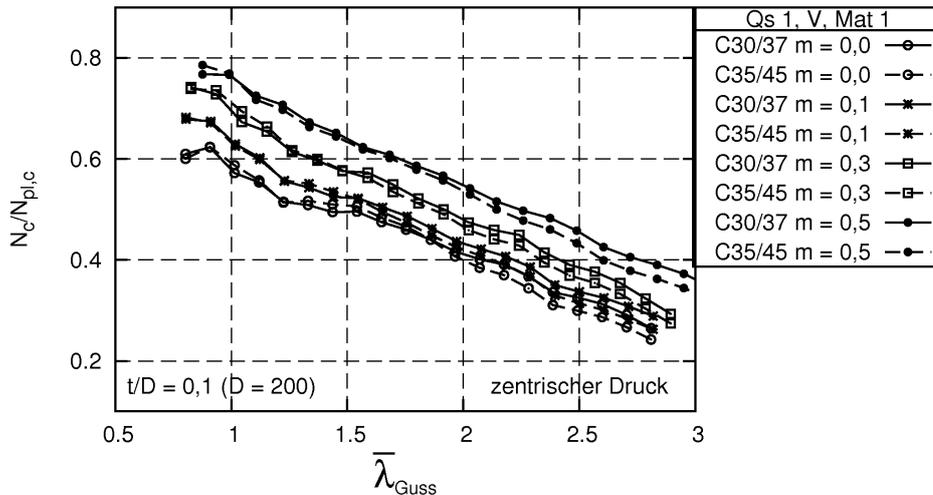


Abb. 5.66: Auslastung der Betondruckfestigkeit, Mat. 1

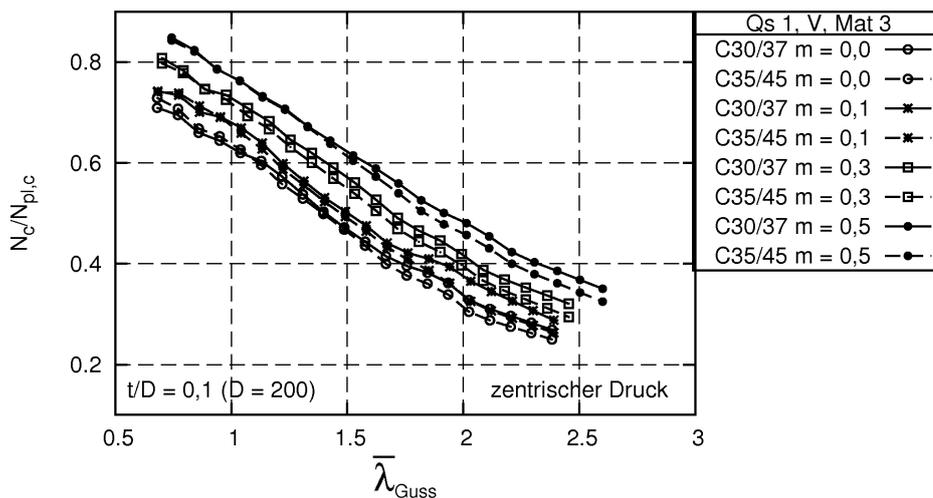


Abb. 5.67: Ausnutzung der Betondruckfestigkeit, Mat. 3

Die maximalen Druckspannungen im Gusseisen nehmen durch das Ausbetonieren ab. In Abb. 5.68 und 5.69 sind für die beiden Grenzfälle $m = 0$ und $m = 0,5$ die auf die Druckfestigkeit R_d bezogenen maximalen Druckspannungen im Gussquerschnitt aufgetragen. Zum Vergleich sind auch die Kurven für die nicht ausbetonierte Stütze dargestellt. Bei einer größeren inneren Exzentrizität sind auch die maximalen Spannungen insgesamt größer; im ungünstigsten Fall werden etwa 90 % der Festigkeit erreicht. Die dazugehörige Stützenlänge liegt allerdings nicht mehr im baupraktischen Bereich (1200 mm). Die Größenordnung der Spannungsabnahme variiert in Abhängigkeit vom Gussmaterial, der inneren Exzentrizität, der Betongüte und vom bezogenen Schlankheitsgrad zwischen 0... 10%.

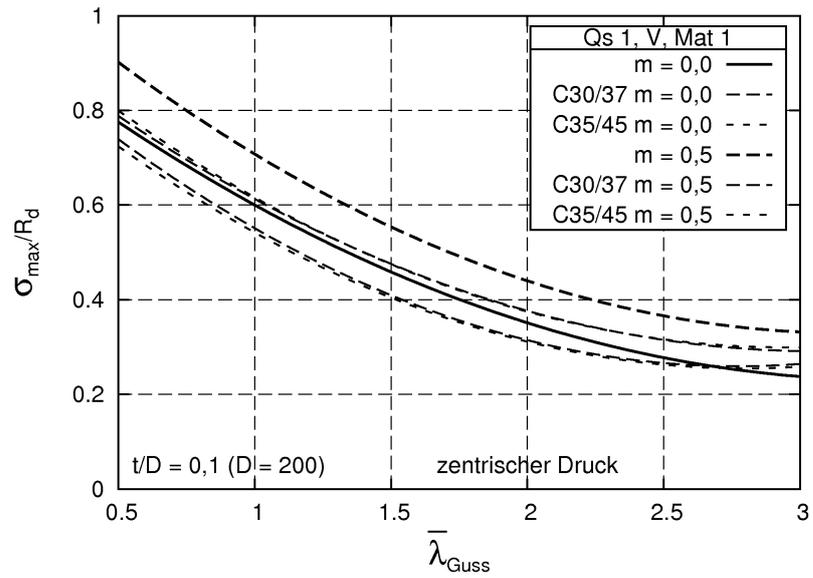


Abb. 5.68: Ausnutzung der Druckfestigkeit des Gussmaterials, Mat. 1

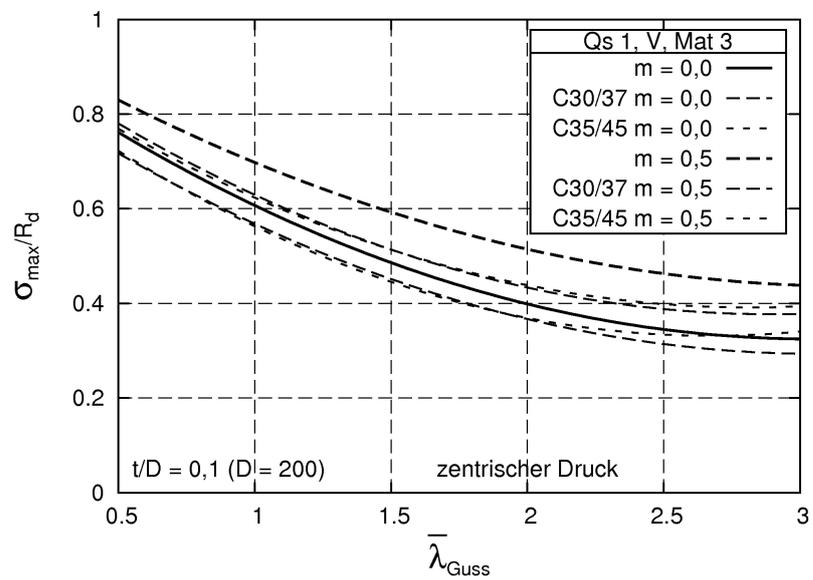


Abb. 5.69: Ausnutzung der Druckfestigkeit des Gussmaterials, Mat. 3

6 Auswertung

6.1 Normierte Tragspannungslinien

6.1.1 Zentrischer Druck

Die Ergebnisse der Traglastrechnungen sind trotz der bezogenen Darstellung mit $\bar{\lambda}$ stark materialabhängig. Sie streuen, wie in den Kapiteln 5.2–5.4 gezeigt wurde, über einen relativ weiten Bereich. Durch die Einführung eines Völligkeitsfaktors konnte eine Verbesserung der Darstellung erreicht werden, wobei aber auch damit nicht alle Einflüsse des Materials eliminiert wurden. Von daher werden im Weiteren zur Bestimmung eines Abminderungsbeiwerts κ nach Gl. (6.1) die Tragspannungskurven ohne den modifizierten bezogenen Schlankheitsgrad verwendet.

Um eine statistische Aussage treffen zu können, wurden die jeweils vier Kurven, die für jede innere Exzentrizität m vorliegen, durch eine mittlere Kurve angenähert. Dazu wurde zuerst mittels nichtlinearer Regression eine analytische Beschreibung des Verlaufs der Kurven ermittelt ([10, 109]). Für die qualitative Beschreibung hat sich eine reziprok-quadratische Formulierung nach Gl. (6.2) als sehr gut geeignet erwiesen. Die entsprechenden Faktoren a , b und c sind in Tab. 6.1 für alle Materialarbeitslinien und einige Werte m zusammengestellt.

Anhand einer gleichen Anzahl von Stützstellen der analytisch beschriebenen Kurven (Mat. 1–4) wurde der Mittelwert und die Standardabweichung für jeden Wert $\kappa(\bar{\lambda})$ bestimmt. In Abb. 6.1 – 6.3 sind für einige innere Exzentrizitäten m die Diagramme dazu dargestellt. Zusätzlich zur mittleren Kurve sind die Verläufe für $\mu - 1,28 \cdot \sigma$ und $\mu - 1,64 \cdot \sigma$ eingetragen.

$$\frac{N}{\kappa \cdot N_{pl}} \leq 1 \quad (6.1)$$

$$\kappa = f(\bar{\lambda}) = \frac{1}{a + b \cdot \bar{\lambda} + c \cdot \bar{\lambda}^2} \quad (6.2)$$

Für eine statistische Absicherung der Ergebnisse ist die Anzahl der untersuchten Materialarbeitslinien mit $n = 4$ sehr gering. Unter Zugrundelegung einer 95-prozentigen Aussagewahrscheinlichkeit würde sich für die Annahme $n \rightarrow \infty$ bei einseitiger Abgrenzung und einem Anteil von 90 % nach [96] die Tragspannungskurve nach Gl.(6.3) mit $K = 1,28$ ergeben. Wird der Anteil an der Gesamtheit mit 95 % festgelegt, ergibt sich $K = 1,64$.

Tab. 6.1: Faktoren nach Gl. (6.2) für den Fall zentrischer Druck

| | | Material | Faktor | | |
|---------|-------|----------|--------|--------|---|
| | | | a | b | c |
| m = 0,0 | Mat 1 | 0,9492 | 0,9872 | 0,6400 | |
| | Mat 2 | 0,9421 | 0,5246 | 0,8667 | |
| | Mat 3 | 1,1213 | 0,6415 | 0,6359 | |
| | Mat 4 | 0,9268 | 1,3380 | 0,5238 | |
| m = 0,1 | Mat 1 | 0,9538 | 1,2478 | 0,5921 | |
| | Mat 2 | 0,9796 | 0,6988 | 0,8543 | |
| | Mat 3 | 1,1626 | 0,8082 | 0,6241 | |
| | Mat 4 | 0,9529 | 1,5871 | 0,4775 | |
| m = 0,3 | Mat 1 | 1,0074 | 1,6193 | 0,5552 | |
| | Mat 2 | 1,0423 | 1,0167 | 0,8218 | |
| | Mat 3 | 1,2195 | 1,1560 | 0,5866 | |
| | Mat 4 | 1,0176 | 1,9721 | 0,4428 | |
| m = 0,5 | Mat 1 | 1,0628 | 2,0289 | 0,5094 | |
| | Mat 2 | 1,1259 | 1,3622 | 0,7637 | |
| | Mat 3 | 1,3086 | 1,5228 | 0,5292 | |
| | Mat 4 | 1,1132 | 2,3651 | 0,4019 | |

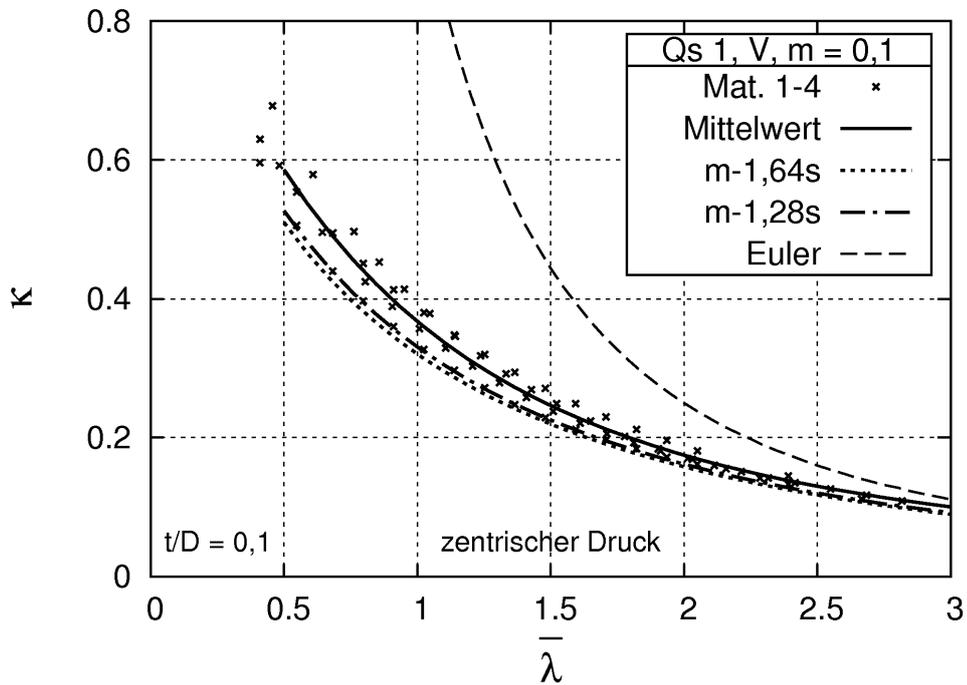


Abb. 6.1: Statistische Auswertung für $m = 0,1$

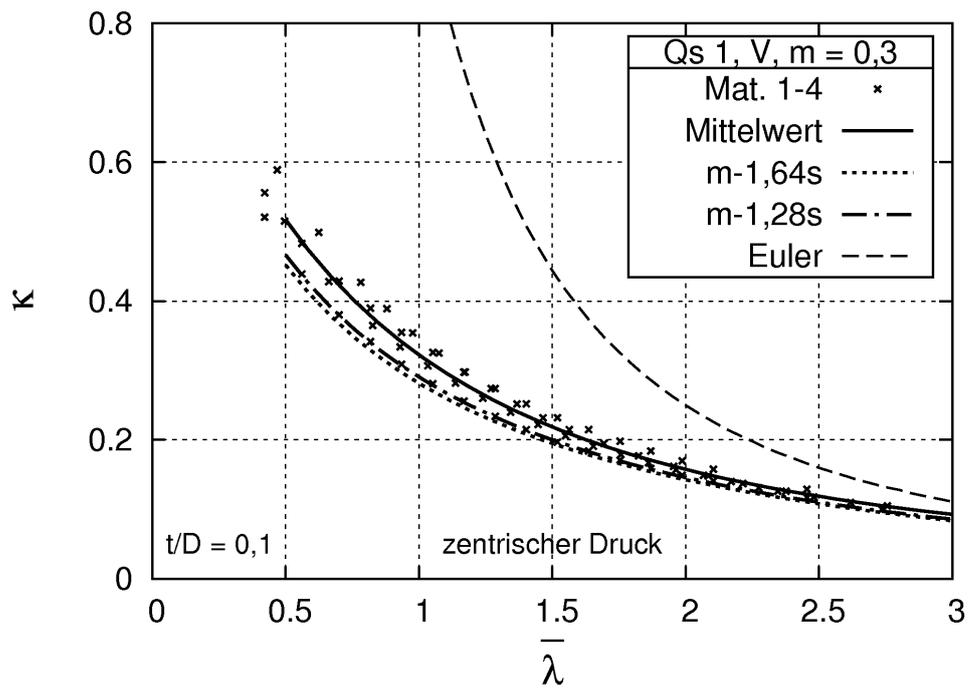


Abb. 6.2: Statistische Auswertung für $m = 0,3$

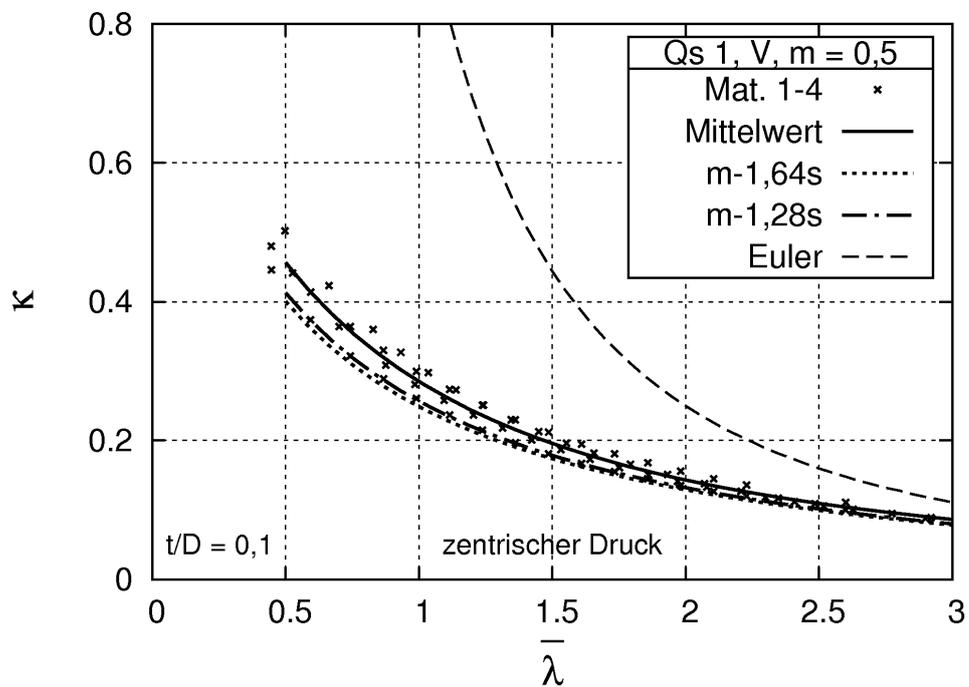


Abb. 6.3: Statistische Auswertung für $m = 0,5$

$$T_u = \mu - K \cdot \sigma \quad (6.3)$$

mit:

μ Mittelwert

σ Standardabweichung

T_u untere Toleranzgrenze, abhängig von der Aussagesicherheit $S = 1 - \alpha$, dem Umfang der Stichprobe n und dem Anteil $A_{min} = 1 - \gamma$

K Fraktilefaktor zur Berechnung von Toleranzgrenzen

Die zugehörigen Linien liegen je nach angestrebter Sicherheit unterhalb ($K = 1,64$) oder im unteren Bereich ($K = 1,28$) der rechnerischen Werte. Durch eine Verschiebung um $\mu - 1,28 \cdot \sigma$ entsteht etwa eine untere Begrenzungslinie der Werte. Für die weitere Auswertung wurde diese Linie als charakteristisch angesehen. Eine genauere Aussage kann nur durch Berücksichtigung und Auswertung weiterer Materialarbeitslinien erfolgen, würde aber prinzipiell zu den gleichen Zusammenhängen führen.

Eine grafische Darstellung der Faktoren a , b und c über m in Abb. 6.4 zeigt, dass die Größe der Faktoren linear von m abhängig ist. Somit ist es möglich, den Zusammenhang formelmäßig nach Gl. (6.4) – (6.6) anzugeben und auch für Zwischenwerte von m die Tragspannungslinie zu bestimmen. Letztendlich sind in Abb. 6.5 für verschiedene Werte der inneren Exzentrizität die Tragspannungslinien nach Gl. (6.2) und den Faktoren nach Gl. (6.4) – (6.6) zusammengestellt. Ein Vergleich mit der ebenfalls eingetragenen Knickspannungslinie c nach [18, 26] zeigt, dass der Einfluss der inneren Exzentrizität m und des streng nichtlinearen Materialgesetzes zu einer deutlich größeren Abminderung der Traglast führt als bei stabilitätsgefährdeten Bauteilen aus Baustahl.

$$a(m) = 1,091 + 0,258 \cdot m \quad (6.4)$$

$$b(m) = 1,015 + 2,259 \cdot m \quad (6.5)$$

$$c(m) = 0,685 - 0,334 \cdot m \quad (6.6)$$

6.1.2 Ein- oder zweiseitig exzentrischer Druck

In den Kapiteln 5.3 und 5.4 wurden die Traglastkurven für den Fall der ein- oder beidseitig exzentrischen Belastung bestimmt und über Anpassungsfaktoren auf den zentrisch gedrückten Fall zurückgeführt. Die Faktoren ergaben sich für alle untersuchten Arbeitslinien gleich. Damit ist es nunmehr auch möglich, unter Verwendung der normierten Traglastkurven aus Abb. 6.5 für den zentrisch gedrückten Fall normierte Kurven für die beiden exzentrisch belasteten Fälle abzuleiten. Die Faktoren f_1 aus Tab. 5.7 auf S. 120 und f_2 aus Tab. 5.8 auf S. 126 behalten ihre Gültigkeit bei, da sie generell die Abminderung der Tragfähigkeit gegenüber dem zentrisch gedrückten Fall repräsentieren.

6.1.3 Interaktionsnachweis für den Lastfall einseitig exzentrischer Druck

Zum Nachweis der exzentrisch belasteten Stützen bietet sich ebenfalls ein Interaktionsnachweis im Format der Ersatzstabverfahren in Eurocode 3 [26] oder DIN 18 800-2 [18]

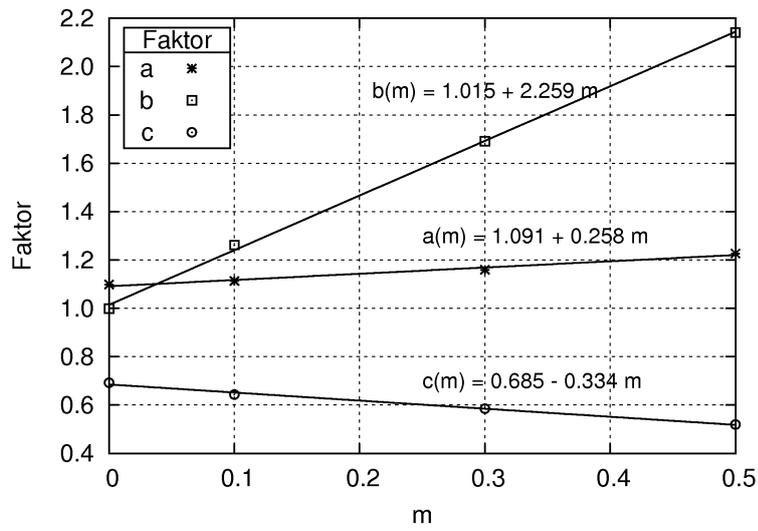


Abb. 6.4: Faktoren für Gl. (6.2)

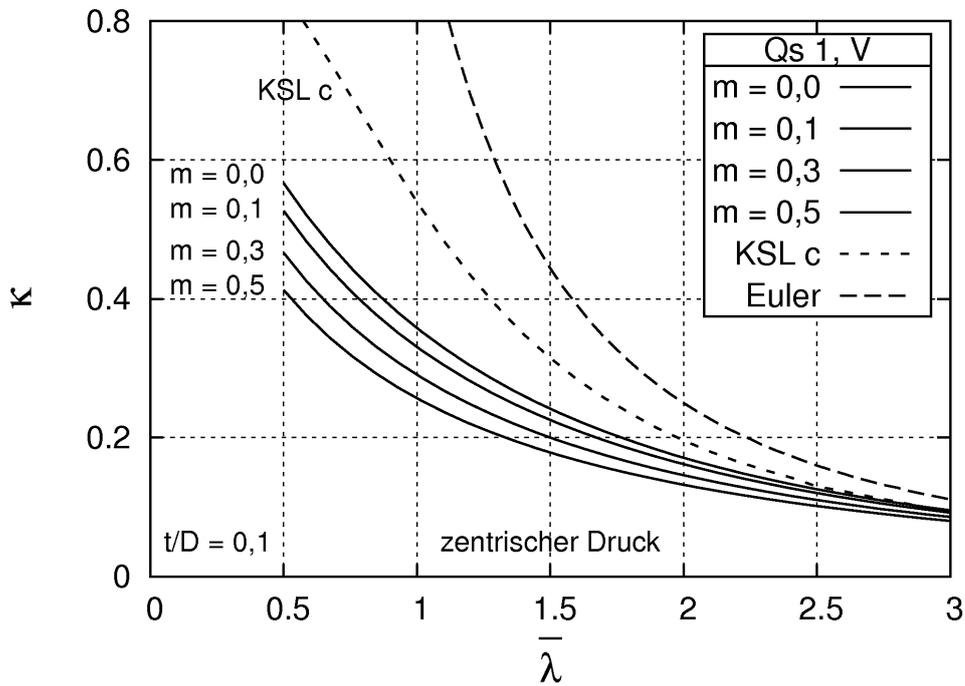


Abb. 6.5: Tragspannungsdiagramm für zentrisch gedrückte Stützen

nach Gl. (6.7) an. Als charakteristischer Wert der Momententragfähigkeit wird dazu ein ideeller Wert $M_{y,R}$ nach Gl. (6.8) definiert. Diese Momententragfähigkeit entspricht dem vollplastischen Moment eines idealen Kreisringquerschnitts mit einer reduzierten Streckgrenze $f_y = 1/3 \cdot R_d$. Es wäre durchaus auch möglich, den exzentrischen Querschnitt der jeweilig betrachteten Gussstütze zu verwenden; allerdings würde dies die Berechnung deutlich erschweren. Der Faktor $1/3$ wurde so gewählt, dass sich die Momentenbeiwerte k_y etwa im Größenbereich $0,2 \leq k_y \leq 1,5$ einstellen.

$$\frac{N}{\kappa \cdot N_{pl}} + k_y \cdot \frac{M_y}{M_{y,R}} \leq 1,0 \quad (6.7)$$

$$M_{y,R} = \frac{1}{6} \cdot (D_a^3 - D_i^3) \cdot \frac{R_d}{3} \quad (6.8)$$

Die k_y -Werte werden in Abhängigkeit von dem bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{Guss}$, der dimensionslosen inneren Exzentrizität m und der einseitigen Lastexzentrizität Exz nach Tab. 5.6 auf Seite 117 wie nachfolgend angegeben bestimmt.

$$k_y = f(\bar{\lambda}_{Guss}, m, Exz) = a + b \cdot \bar{\lambda}_{Guss} + c \cdot \bar{\lambda}_{Guss}^2 \quad (6.9)$$

Dabei ist:

$$a(m) = 0,19 - 0,085 \cdot m \quad (6.10)$$

$$b(m, Exz) = 0,20 \quad \text{für } Exz \leq 1 \quad (6.11)$$

$$b(m, Exz) = 0,20 - 0,14 \cdot m + 2,03 \cdot m^2 - 2,68 \cdot m^3 \quad \text{für } 1 < Exz \leq 4 \quad (6.12)$$

$$c(m) = 0,115 - 0,114 \cdot m \quad (6.13)$$

Wie schon bei den zentrisch gedrückten Stützen gezeigt, liefern die Berechnungen mit Material 4 auch in der bezogenen Darstellung die geringsten Traglasten. Daher wurde der Momentenbeiwert vorrangig an diesen Berechnungen kalibriert; die Berechnungen für die anderen Materialien liegen dementsprechend auf der sicheren Seite.

In den Abb. 6.6 bis 6.9 sind für Material 1, 2 und 4 einige Beispiele gegeben. Neben der $\bar{\lambda} - \kappa$ -Kurve für den zentrisch gedrückten Fall sind die Kurven $N_{u,r}/N_{pl}$ für die auf die plastische Normalkraft bezogene rechnerische Traglast nach Gl. (6.7), die auf die plastische Normalkraft bezogene Traglast der zugehörigen FEM-Rechnung $N_{u,FEM}/N_{pl}$ sowie der Verlauf der k_y -Werte dargestellt. Zusätzlich ist das Verhältnis zwischen der Traglast des Berechnungsverfahrens nach Gl. (6.7) und der Traglastrechnung mittels FEM $f = N_{u,FEM}/N_{u,r}$ eingetragen. Es ist ersichtlich, dass mit den gewählten Momentenbeiwerten eine sehr gute Anpassung – insbesondere für Material 4 – erreicht wird. Die Verhältnisse liegen hier im Bereich zwischen 1,01 und 1,06. Für die anderen Materialarbeitslinien sind die Faktoren f in Abb. 6.8 und 6.9 deutlich größer und liegen im Bereich von 1,07 bis 1,25. Aus Abb. 6.9 wird zudem deutlich, dass schon die Verwendung der κ -Werte nach Gl. (6.2) ohne Berücksichtigung des Momentenanteils im Bereich geringer bezogener Schlankheitsgrade zu einer geringeren Traglast führt als die Berechnung mittels FEM. Für dieses Material addieren sich im Nachweiskonzept die Differenzen zwischen den genauen und den rechnerischen Beiwerten κ und k_y , was zu den gezeigten großen Abweichungen führt.

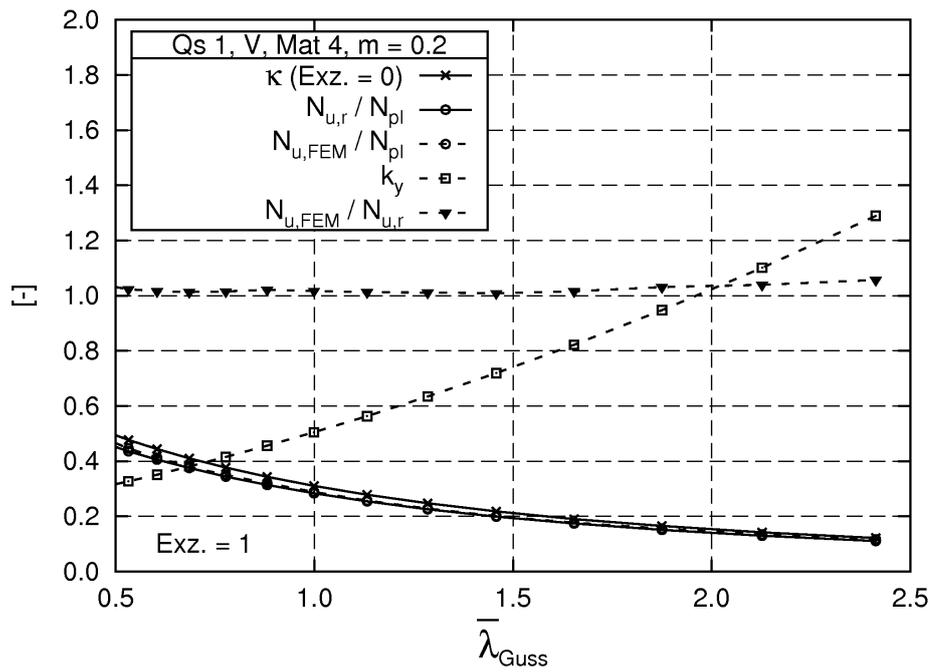


Abb. 6.6: Vergleich des Berechnungsverfahrens für $N + M_y$ mit den Ergebnissen der FEM-Rechnungen für Material 4, $m = 0,2$, Exz. = 1

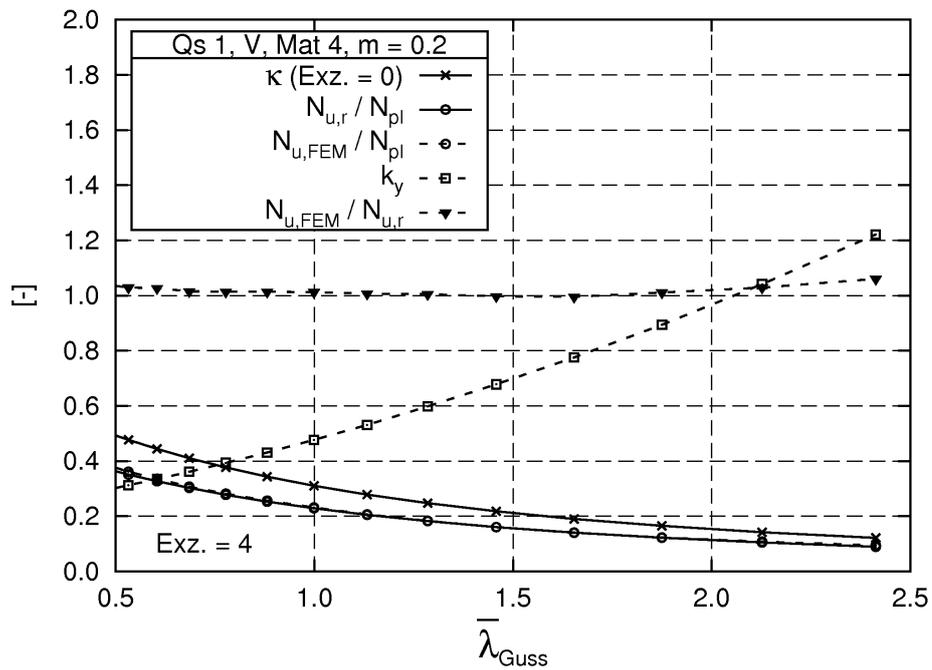


Abb. 6.7: Vergleich des Berechnungsverfahrens für $N + M_y$ mit den Ergebnissen der FEM-Rechnungen für Material 4, $m = 0,2$, Exz. = 4

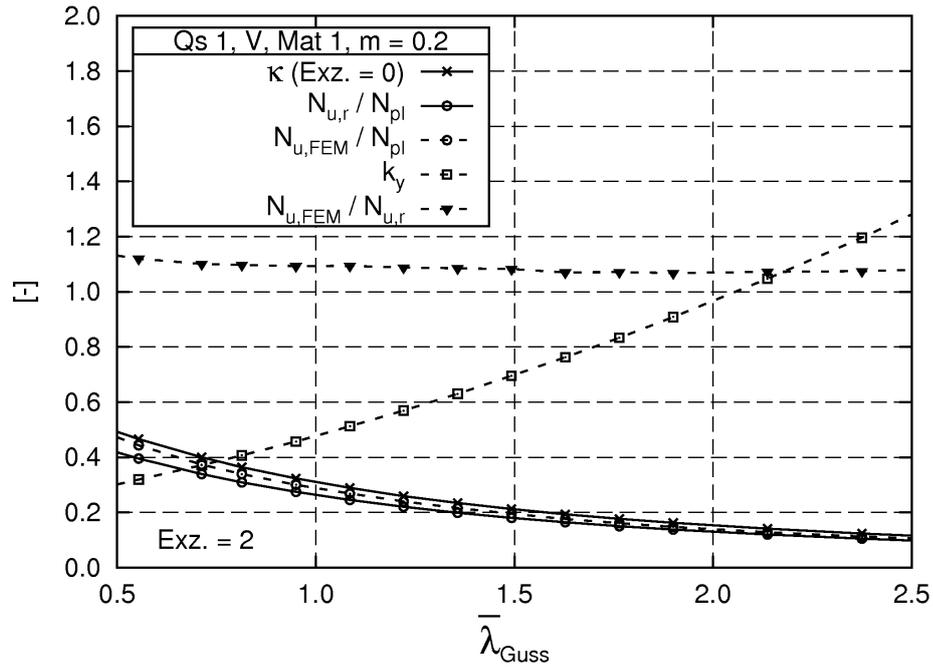


Abb. 6.8: Vergleich des Berechnungsverfahrens für $N + M_y$ mit den Ergebnissen der FEM-Rechnungen für Material 1, $m = 0,2$, Exz. = 2

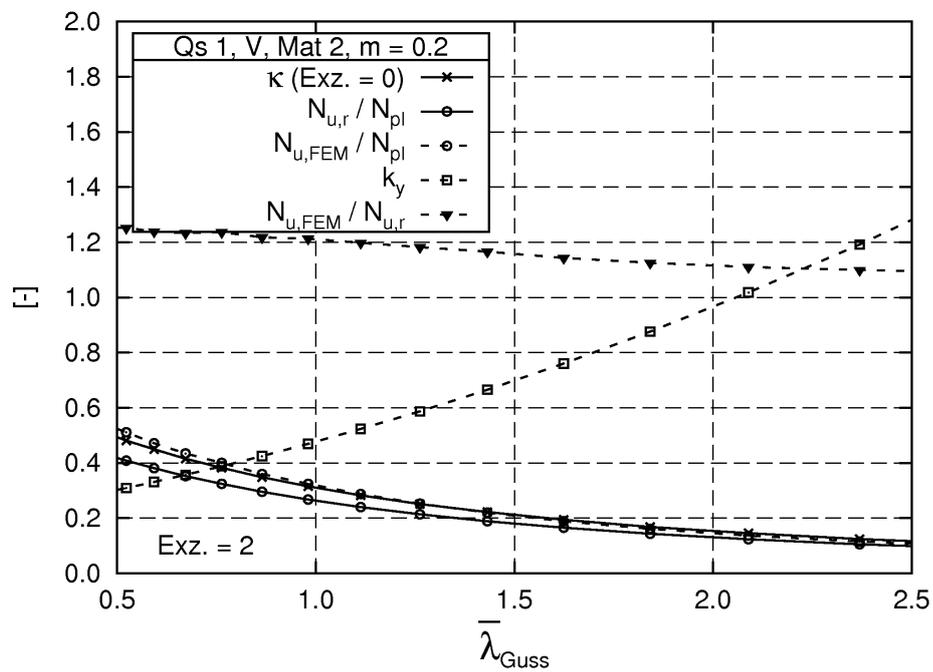


Abb. 6.9: Vergleich des Berechnungsverfahrens für $N + M_y$ mit den Ergebnissen der FEM-Rechnungen für Material 2, $m = 0,2$, Exz. = 2

6.2 Ertüchtigung von Gussstützen durch Ausbetonieren

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche und Berechnungen gestatten es aufgrund des geringen Umfangs nicht, Rechenregeln im Detail zu entwickeln. Es sollen aber Tendenzen aufgezeigt werden, die sich aus der Auswertung der Traglastrechnungen in Kap. 5.5 ergeben. Die Effekte aus Kriechen und Schwinden des Betons sowie des Steifigkeitsverlusts in Folge von Rissbildung wurden dabei nicht berücksichtigt. Zu ertüchtigende Gussstützen sind i.d.R. bereits eingebaut und durch Lasten aus dem Eigengewicht der Konstruktion beansprucht. Als weitere ständige Last – und damit kriecherzeugend – wirkt also auf den Verbundquerschnitt nur die nachfolgend aufgebrauchte Ausbaulast, die im Verhältnis zur Verkehrslast gering sein dürfte. Alternativ könnte eine Berücksichtigung aber auch durch Ansatz eines verminderten E-Moduls nach [29] und [13] erfolgen.

Die Traglaststeigerung einer ausbetonierten Stütze kommt durch zwei Effekte zustande. Zum Einen wird der Betonkern über seine Fläche A_c zum Abtrag der Normalkräfte mit herangezogen. Zum Anderen wirkt der Kern über das zusätzliche Trägheitsmoment I_c aussteifend und verringert somit die Verformungen. Für die Auswertung wurde der traglaststeigernde Einfluss alleine auf den Betonquerschnitt bezogen. Die experimentell ermittelte Verbundspannung zwischen Betonkern und Gussmantel ist vergleichsweise groß, so dass von einer Beteiligung des Betonkerns am Lastabtrag ausgegangen werden kann.

Durch die Berücksichtigung eines Betonkerns wird in jedem Fall die Traglast der Stütze gesteigert. Der prozentuale Anstieg der Tragfähigkeit wird von den Parametern

- Druckfestigkeit des Gussmaterials R_d ,
- der Betongüte (Festigkeit f_{cm} und E-Modul E_{cm}) und
- Verlauf der Materialarbeitslinie des Gussmaterials sowie
- Geometrie der Stütze (Verhältnis A_{Guss}/A_c , innere Exzentrizität m , bezogener Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$)

beeinflusst.

Um die Größenordnung der Traglaststeigerung besser vergleichen zu können, ist in den Abb. 6.10 und 6.11 für die beiden gezeigten Fälle (Materialarbeitslinien 1 und 3) der Traglastfaktor f_{Trag} nach Gl. (6.14) angegeben.

$$f_{Trag} = \frac{N_{u,Verbund}}{N_{u,Guss}} \quad (6.14)$$

mit:

- $N_{u,Verbund}$ Traglast der ausbetonierten Gussstütze
- $N_{u,Guss}$ Traglast der Gussstütze

Als Bezug dient die Traglast der nicht ausbetonierten Stütze. Wie auch schon in Kap. 5.5 festgestellt ist zu erkennen, dass für große innere Exzentrizitäten der Zuwachs am größten ist. Auf den Schlankheitsgrad bezogen nimmt der Traglastfaktor aber nicht kontinuierlich zu. Im Bereich größerer bezogener Schlankheitsgrade bleibt der Wert konstant oder fällt sogar wieder ab. Auch der Einfluss der höheren Betongüte ist in dieser Darstellung gut zu erkennen. Eine höhere Betondruckfestigkeit führt auch zu einer größeren Traglaststeigerung. Mit sinkender innerer Exzentrizität wird der Unterschied aber etwas geringer. Je

nach Konfiguration bewegt sich der Faktor f_{Trag} zwischen 1,10 und 1,48. Im Bereich eines mittleren Schlankheitsgrades und einer mittleren inneren Exzentrizität – und damit im baupraktischen Bereich – wird ein Traglastzuwachs von 25 % – 35 % erreicht.

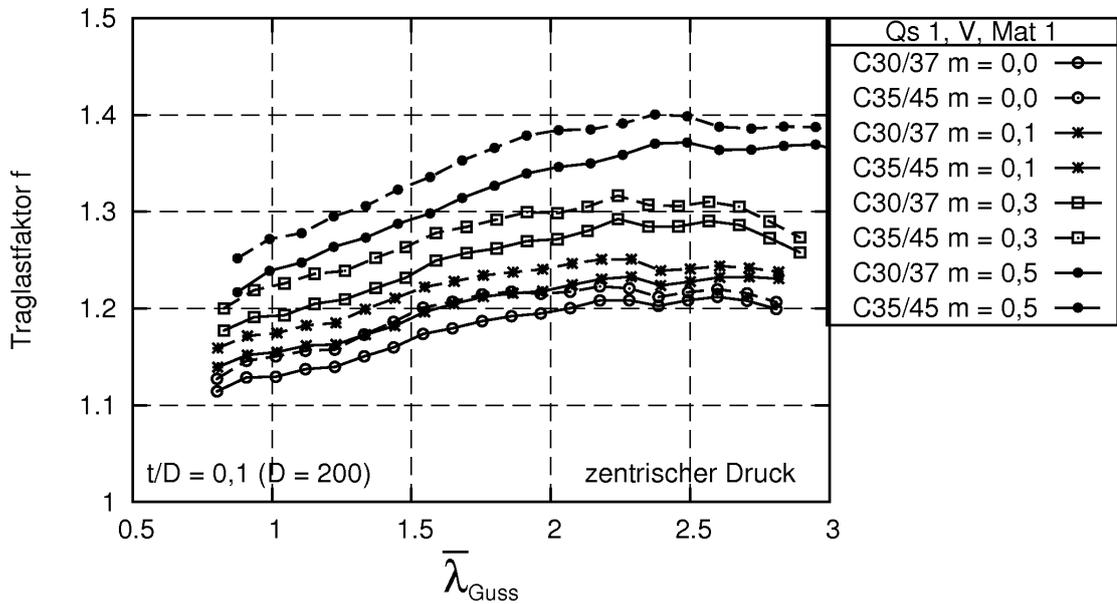


Abb. 6.10: Traglastfaktor f_{Trag} für Mat. 1 und verschieden Betongüten

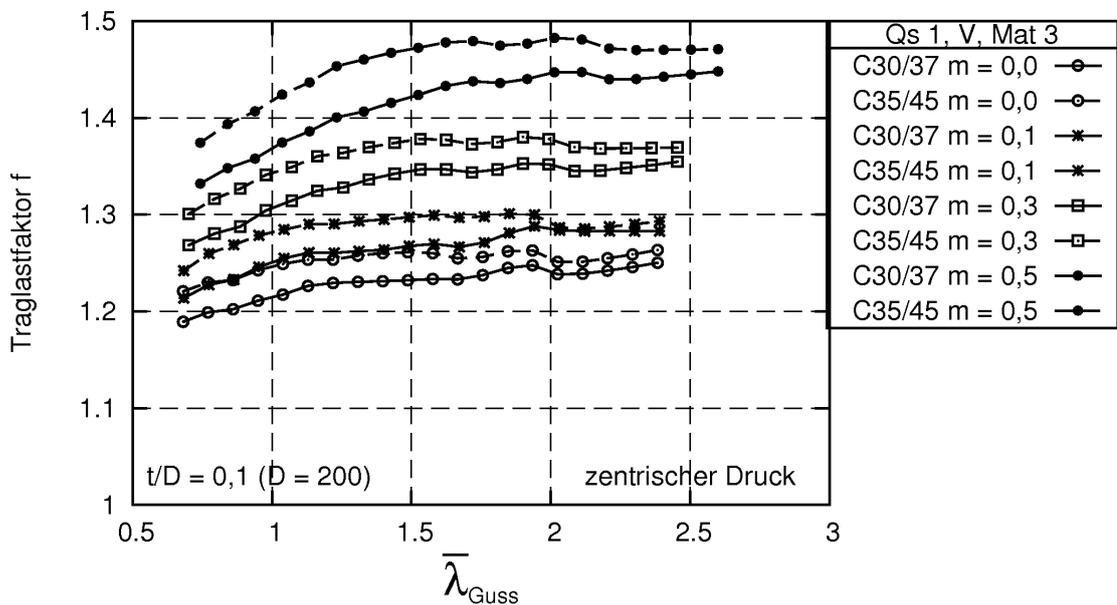


Abb. 6.11: Traglastfaktor f_{Trag} für Mat. 3 und verschieden Betongüten

Eine Bemessung der ausbetonierten Stützen nach den für Stahlverbundstützen üblichen

vereinfachten Verfahren in [27, 29] ist nicht möglich, da ein dort zu Grunde gelegter vollplastischer Zustand nicht erreicht wird. Zudem fehlen die Erfahrungen durch Versuche in größerem Umfang, um eine entsprechende Nachweisregelung abzusichern. Alternativ bleibt das ebenfalls in [29] gestattete genauere Verfahren sinngemäß anwendbar, was den hier durchgeführten Berechnungen im Ansatz entspricht: eine Berechnung unter Berücksichtigung von materiellen und geometrischen Nichtlinearitäten und des zeitabhängigen Betontragverhaltens (siehe [4, 39]). Die Ergebnisse sind wegen des vereinfachten Betonmodells nur als erster Schritt zu betrachten. Sie zeigen aber die Tendenzen auf, die sich bei einer nachträglichen Verfüllung mit Beton hinsichtlich der Tragfähigkeit für die Gussstützen ergeben.

6.3 Statistische Auswertung zur Festlegung eines materialeseitigen Teilsicherheitsbeiwerts

6.3.1 Allgemeines

Für die Anwendung des vorgeschlagenen Nachweisformats im Kontext des aktuellen semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts ist es notwendig, Aussagen zu dem widerstandsseitig anzusetzenden Teilsicherheitsbeiwert γ_M zu treffen. Die von *König* in [54] (siehe Kapitel 2.8.2 auf S. 19) vorgeschlagenen Teilsicherheitsbeiwerte sind bisher nicht durch sicherheitstheoretische Betrachtungen abgesichert worden.

Im Rahmen der Eurocodes ist die statistische Auswertung von Versuchen und Berechnungen in Hinsicht auf die Festlegung eines Teilsicherheitsbeiwerts γ_M in DIN EN 1990, Anhang D [25], geregelt. Ziel dieser Berechnungen ist die Berücksichtigung der einzelnen Einflussgrößen (Materialparameter, Berechnungsmodell) unter Betrachtung der Auswirkung, die eine Änderung der jeweiligen Werte innerhalb der statistischen Verteilung auf das Ergebnis hat. Notwendigerweise müssen dazu der Verteilungstyp und die statistischen Werte, die die Verteilung charakterisieren, bekannt sein. Für die historischen Gussstützen sind diese Angaben nur in geringem Umfang vorhanden bzw. nur schwer festzulegen. Einerseits schwanken, wie bereits dargelegt, die Material- und Geometrieparameter beträchtlich, so dass mit der Festlegung von Mittelwert und Standardabweichung der Parameter allgemein nur eine sehr unscharfe Beschreibung erreicht werden kann. Andererseits erfolgt beim Nachweis der Standsicherheit von Stützen im Bestand in aller Regel vorab eine detaillierte Aufnahme der Geometrie- und Materialkennwerte, um zu wirtschaftlichen Ergebnissen zu gelangen. Damit wird gleichzeitig eine Unabhängigkeit von der schwer zu erfassenden Grundgesamtheit erreicht. Für die folgenden Betrachtungen werden aus diesen Gründen die statistischen Abweichungen nicht auf eine Gesamtheit bezogen, sondern auf Basis der zur Verfügung stehenden gemessenen Werten mit plausiblen Annahmen festgelegt.

6.3.2 Berechnungsmodell nach DIN EN 1990, Annex D

In einer allgemeinen Schreibweise können die Widerstände mit Gl. (6.16) als Funktion unabhängiger Eigenschaften des Baustoffs, der Geometrie und des Rechenmodells dargestellt werden.

$$E_d = E(F_{d1}, F_{d2}, \dots, a_{d1}, a_{d2}, \dots, \theta_{d1}, \theta_{d2}, \dots) \quad (6.15)$$

$$R_d = R(X_{d1}, X_{d2}, \dots, a_{d1}, a_{d2}, \dots, \theta_{d1}, \theta_{d2}, \dots) \quad (6.16)$$

mit:

- E Auswirkung der Einwirkung
- R Bauwerkswiderstand
- F Einwirkung
- X Baustoffeigenschaft
- a geometrische Eigenschaft
- θ Modellunsicherheit

Das Bemessungsmodell als theoretische Widerstandsfunktion r_t ergibt sich in Abhängigkeit der verschiedenen Basisvariablen \underline{X} nach Gl. (6.17). Dabei sollten im Normalfall für alle Basisvariablen x_i der gemessene Wert $x_{e,i}$, der Mittelwert $x_{m,i}$ und der nominelle Wert $x_{n,i}$ bekannt sein.

$$r_t = g_{rt}(\underline{X}) \quad (6.17)$$

Durch Einsetzen der verschiedenen Werte x_i in Gl. (6.17) ergeben sich entsprechend $r_{t,i}$ (theoretischer Widerstand auf Basis von $x_{e,i}$), $r_{n,i}$ (nomineller Widerstand auf Basis von $x_{n,i}$) und $r_{m,i}$ (Widerstand auf Basis der Mittelwerte $x_{m,i}$). Der Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den experimentellen nach Gl. (6.18) liefert den Verhältniswert b_i .

$$b_i = \frac{r_{e,i}}{r_{t,i}} \quad (6.18)$$

Daraus kann nach Gl. (6.19) ein mittlerer Korrekturwert b berechnet werden, mit dem das Berechnungsmodell korrigiert werden muss. Das Streumaß der Fehlerwerte δ_i bestimmt sich nach Gl. (6.20).

$$b = \frac{\sum r_{e,i} \cdot r_{t,i}}{\sum r_{t,i}^2} \quad (6.19)$$

$$\delta_i = \frac{r_{e,i}}{b \cdot r_{t,i}} \quad (6.20)$$

Für das Streumaß wird eine log-Normalverteilung angenommen. Der Variationskoeffizient der Fehlerwerte δ kann unter dieser Annahme nach Gl. (6.23) berechnet werden.

$$\Delta_i = \ln(\delta_i) \quad (6.21)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i \quad (6.22)$$

$$V_\delta = \sqrt{\exp(s_\Delta^2) - 1} \quad (6.23)$$

Dabei ist:

$$s_\Delta^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i (\Delta_i - \bar{\Delta})^2 \quad (6.24)$$

Damit liefert dieser Wert eine wichtige Aussage über die Qualität der Widerstandsfunktion $g_{rt}(\underline{X})$ und muss bei der Bestimmung des notwendigen Teilsicherheitsbeiwertes γ_M mit berücksichtigt werden.

Der charakteristische Bauteilwiderstand r_k wird für einen in [25] festgelegten Zielsicherheitsindex von $\beta_R = 3,8 \times 0,8 = 3,04$ nach Gl. (6.25) bestimmt. Der Linearfaktor $\alpha_R = 0,8$ ermöglicht es dabei, Einwirkungs- und Widerstandsseite getrennt zu betrachten.

$$r_k = b \cdot g_R(\underline{X}_m) \cdot \exp(-k_\infty \alpha_{rt} Q_{rt} - k_n \alpha_\delta Q_\delta - 0,5Q^2) \quad (6.25)$$

Dabei ist:

– Standardabweichung der Bauteil- und Materialstreuungen:

$$Q_{rt} = \sqrt{\ln(V_{rt}^2 + 1)} \quad (6.26)$$

mit:

$$V_{rt}^2 = \frac{1}{g_{rt}^2(\underline{X}_m)} \times \sum_i \left(\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i} \times \sigma_i \right)^2 \quad (6.27)$$

– Standardabweichung der Modellunsicherheit:

$$Q_\delta = \sqrt{\ln(V_\delta^2 + 1)} \quad (6.28)$$

– Standardabweichung des Gesamtfehlers:

$$Q = \sqrt{\ln(V_r^2 + 1)} \quad (6.29)$$

mit:

$$V_r^2 = V_{rt}^2 + V_\delta^2 \quad (6.30)$$

– auf Q bezogene Variationskoeffizienten:

$$a_{rt} = \frac{Q_{rt}}{Q} \quad (6.31)$$

$$a_\delta = \frac{Q_\delta}{Q} \quad (6.32)$$

Der Bemessungswiderstand r_d ermittelt sich prinzipiell wie nach Gl. (6.25), nur dass die Fraktilefaktoren k an den geforderten Sicherheitsindex angepasst werden. Die für eine Normalverteilung geltenden Fraktilefaktoren nach [25] sind in Tab. 6.2 angegeben.

$$r_d = b \cdot g_R(\underline{X}_m) \cdot \exp(-k_{d,\infty} \alpha_{rt} Q_{rt} - k_{d,n} \alpha_\delta Q_\delta - 0,5Q^2) \quad (6.33)$$

Aus dem charakteristischen Widerstand und dem Bemessungswiderstand kann nach

Tab. 6.2: Fraktilewerte k für die statistische Auswertung

| n | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 20 | 30 | ∞ |
|-----------|------|-------|------|------|------|------|------|------|----------|
| k_n | 3,37 | 2,63 | 2,33 | 2,18 | 2,00 | 1,92 | 1,76 | 1,73 | 1,64 |
| $k_{d,n}$ | – | 11,40 | 7,85 | 6,36 | 5,07 | 4,51 | 3,64 | 3,44 | 3,04 |

Gl. (6.34) der erforderliche Teilsicherheitsbeiwert des Widerstands γ_M bestimmt werden.

$$\gamma_M = \frac{r_k}{r_d} \quad (6.34)$$

Da sich dieser Teilsicherheitsbeiwert auf die Mittelwerte bezieht, kann bei Verwendung von nominellen Werten \underline{X}_n in der Bemessungsgleichung eine Modifikation nach Gl. (6.35) vorgenommen werden.

$$k_c = \frac{r_n}{r_k} \quad (6.35)$$

Der endgültige Teilsicherheitsbeiwert γ_M^* , durch den der Bauteilwiderstand geteilt werden muss, um auf den Bemessungswert zu kommen, bestimmt sich somit nach Gl. (6.34) und (6.35) zu

$$\gamma_M^* = k_c \cdot \gamma_M \quad (6.36)$$

Als Teilsicherheitsbeiwert zur Berücksichtigung von mehreren unabhängigen Einflüssen empfiehlt sich ein kombinierter Wert nach Gl. (6.37) (siehe [95]), der sich aus mehreren einzelnen Komponenten zusammensetzt.

$$\gamma_M = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3} \quad (6.37)$$

mit:

- γ_{m1} Faktor zur Berücksichtigung der Variationskoeffizienten der Materialparameter und der Genauigkeit des Rechenmodells
- γ_{m2} Faktor zur Berücksichtigung des Unterschieds zwischen der Festigkeit der Kleindruckproben und der Bauteilfestigkeit
- γ_{m3} Faktor zur Berücksichtigung von nicht detektierten Störungen im Gefüge (Gasblasen, Lunker, Einschlüsse)

6.3.3 Statistische Angaben zu den Materialparametern von historischem Gusseisen

Von *Käpplein*, *König* und *Wilke* sind umfangreiche Versuche zur Bestimmung von Materialparametern an historischen Gussstützen durchgeführt worden. Insbesondere in [54] und [108] sind tabellarisch viele dieser Ergebnisse mitgeteilt, die teilweise auch schon statistisch ausgewertet wurden. Die Werte wurden durch zum Teil bis zu 20 Kleindruckproben aus jeweils einer Stütze gewonnen.

Danach kann für die Druckfestigkeit R_d ein Variationskoeffizient von $V_{Rd} = 0,01 \dots 0,042$ angenommen werden. Für den E_0 -Modul kann der Variationskoeffizient $v_{E0} = 0,005 \dots 0,051$ durch Auswertung der in [54] und [108] angegebenen Daten bestimmt werden. Die Einzelwerte dazu sind in Tab. 6.3 zusammengestellt. Berücksichtigt wurden dabei alle Versuche, bei denen mehr als 3 Proben pro Stütze zur Bestimmung des jeweiligen Parameters zur Verfügung standen. Als 95 %-Fraktile ergeben sich unter Berücksichtigung der Anzahl der zur Verfügung stehenden Messungen $V_{Rd} = 0,041$ und $V_{E0} = 0,048$.

Für die Berechnung der Querschnittswerte sind sowohl der Umfang – und damit D_a – als auch die Wanddicken t zu bestimmen. Für diese beiden geometrischen Größen liegen keine Angaben vor, die statistisch verwertet werden können. Generell konnte aber gezeigt

Tab. 6.3: Statistische Auswertung der gemessenen Werte für R_d und E_0 (Kö: König [54], Wi: Wilke [108])

| Nr. | $R_d[N/mm^2]$ | | | | $E_0[N/mm^2]$ | | | |
|--------------|---------------|-------|----------|---------|---------------|----------|----------|---------|
| | n | μ | σ | $V[\%]$ | n | μ | σ | $V[\%]$ |
| A1 (Kö) | 14 | 650,0 | 16,7 | 2,569 | 18 | 108040,1 | 1224,6 | 1,133 |
| A2 (Kö) | 10 | 576,0 | 14,1 | 2,448 | 18 | 104529,6 | 1523,0 | 1,457 |
| B1 (Kö) | 13 | 439,0 | 18,2 | 4,146 | 26 | 95007,3 | 4842,6 | 5,097 |
| B2 (Kö) | 10 | 477,0 | 18,7 | 3,920 | 12 | 97689,3 | 1253,0 | 1,283 |
| B3 (Kö) | 13 | 638,0 | 22,6 | 3,542 | 24 | 108673,6 | 4699,0 | 4,324 |
| C2 (Kö) | 20 | 675,0 | 16,8 | 2,489 | 22 | 106928,0 | 2390,5 | 2,236 |
| C3 (Kö) | 18 | 659,0 | 24,8 | 3,763 | 23 | 105078,2 | 3420,6 | 3,255 |
| D1 (Kö) | 8 | 775,0 | 16,3 | 2,103 | 12 | 118553,9 | 1062,9 | 0,897 |
| D2 (Kö) | 10 | 431,0 | 12,6 | 2,923 | 12 | 91581,9 | 992,1 | 1,083 |
| D3 (Kö) | 11 | 601,0 | 14,6 | 2,429 | 13 | 104174,9 | 557,2 | 0,535 |
| E1 (Kö) | 11 | 641,0 | 19,8 | 3,089 | 17 | 104900,0 | 2823,7 | 2,692 |
| V1 (Kö) | 8 | 462,0 | 11,6 | 2,511 | 10 | 106568,8 | 4680,5 | 4,392 |
| V4 (Kö) | 7 | 549,0 | 17,9 | 3,260 | 5 | 102219,4 | 2921,5 | 2,858 |
| 310 (Wi) | 6 | 490,4 | 17,7 | 3,603 | 6 | 97784,8 | 1603,5 | 1,640 |
| 311 (Wi) | 6 | 481,8 | 9,2 | 1,904 | 6 | 101393,7 | 3479,3 | 3,431 |
| μ | | | | 2,980 | | | | 2,421 |
| σ | | | | 0,673 | | | | 1,387 |
| 95%-Fraktile | | | | 4,125 | | | | 4,778 |

werden, dass die geometrischen Daten mit einer sehr hohen Genauigkeit zu bestimmen sind. So betrug für die in [54] durchgeführten Vergleichsmessungen an Stützenabschnitten und Kleindruckproben die Abweichung der ermittelten Schallgeschwindigkeit – auf deren Grundlage die Wanddicken bestimmt wurden – nur etwa 1...6%. Für den Variationskoeffizienten des Durchmessers wird, da dieser Wert durch Messungen recht genau zu bestimmen ist, ein Wert von $V_{Da} = 0,07$ angenommen. Dieser Koeffizient liegt etwas höher als der für geometrische Werte bei aktuellen Stahlbauteilen verwendete. Es wird zusätzlich berücksichtigt, dass die Durchmesser über die Höhe geringfügig variieren können und es in der Regel auch Abweichungen zur kreisrunden Form gibt. Für die mittels Ultraschall gemessenen Wanddicken wird ein Wert von $V_t = 0,1$ angesetzt, da hier im Rahmen des Messungengenauigkeiten die größeren Abweichungen zur realen Geometrie zu erwarten sind. Da aus den Wanddicken auch der innere Versatz v und damit das dimensionslose Maß für den Kernversatz m berechnet werden, wird hierfür ebenfalls der Variationskoeffizient mit $V_v = 0,1$ festgelegt. Dies entspricht auch der Empfehlung in [25], wonach für unbekannte Größen mindestens einen Variationskoeffizient von $V = 0,1$ zu wählen ist.

In Tab. 6.4 sind die berücksichtigten unabhängigen Einflussgrößen mit den zugehörigen Variationskoeffizienten zusammengestellt. Vergleichsweise sind auch die üblichen Werte für den Stahlbau angegeben.

Weiterhin wurden für die Auswertung folgende Annahmen getroffen:

1. Alle gemessenen Werte für t , D_a , E_0 und R_d werden als Mittelwerte einer Normalverteilung angenommen. Damit fallen die gemessenen Werte mit den Mittelwerten zusammen.

Tab. 6.4: Variationskoeffizienten der Basisvariablen

| Variationskoeffizient V_x | D_a | t | v | L | E_0 | R_d |
|-----------------------------|-------|------|------|-------|-------|-------|
| Stahlbau | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,005 | 0,03 | 0,07 |
| historisch Gusstützen | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,05 | 0,04 |

- Als Bemessungsgleichung werden die in Kap. 6.1.1 analytisch angegebenen Tragspannungslinien verwendet.
- Wegen der geringen Anzahl der vollständig nachvollziehbaren Versuche wird die Auswertung mit den rechnerischen Ergebnissen aus Kap. 5 durchgeführt ($n = 430$).
- Die für die Berechnung notwendigen Ableitungen der Bemessungsgleichung nach den einzelnen Basisvariablen (Gl. (6.27)) werden durch numerische Differentiation bestimmt.
- Da ausser den Mittelwerten keine charakteristischen Werte im Sinne der ansonst üblichen 5%-Fraktile existieren und eine Zurückrechnung über den Variationskoeffizienten nicht sinnvoll erscheint, wird die Modifikation von γ_M nach Gl. (6.36) nicht vorgenommen.

Ähnlich wie beim Beton ist auch bei der Bestimmung der Druckfestigkeit von historischem Gusseisen ein Unterschied zwischen der Festigkeit der Kleindruckproben und der Festigkeit von Bauteilabschnitten festzustellen. Bei den bisher dazu durchgeführten Versuchen an Stützenringabschnitten lag die Bauteilfestigkeit immer unter der Festigkeit der Kleindruckproben. *König* gibt in [54] als Umrechnungsfaktor einen Wert von $\gamma_{mod} = 1,05 \dots 1,18$ an. In Tab. 6.5 sind die mitgeteilten Werte statistisch ausgewertet; es ergibt sich unter Berücksichtigung der geringen Anzahl der Versuche ein Umrechnungsfaktor $\gamma_{mod} = 1,19$.

Tab. 6.5: Statistische Auswertung der Druckfestigkeit der Stützenabschnitte $R_{d,mod}$ aus [54]

| Nr. | n | $R_d [N/mm^2]$ | $R_{d,mod} [N/mm^2]$ | $\sigma [N/mm^2]$ | $V [\%]$ | $\gamma_{mod} = R_d / R_{d,mod}$ |
|---------------|-----|----------------|----------------------|-------------------|----------|----------------------------------|
| A1 | 6 | 650,0 | 584,0 | 20,8 | 3,562 | 1,113 |
| B1 | 4 | 439,0 | 415,0 | 19,9 | 4,795 | 1,058 |
| B2 | 5 | 477,0 | 407,0 | 8,0 | 1,966 | 1,172 |
| C2 | 4 | 675,0 | 599,0 | 31,3 | 5,225 | 1,127 |
| C3 | 3 | 658,0 | 572,0 | 33,0 | 5,769 | 1,150 |
| E1 | 4 | 641,0 | 562,0 | 26,5 | 4,715 | 1,141 |
| μ | | | | | | 1,127 |
| σ | | | | | | 0,036 |
| 95 %-Fraktile | | | | | | 1,190 |

6.3.4 Ergebnisse der statistischen Berechnungen

In Tabelle 6.6 sind die Ergebnisse der statistischen Berechnungen für den Lastfall zentrischer Druck zusammengestellt. Dabei wurden, um den Einfluss der einzelnen Basisvariablen herauszustellen, die Variationskoeffizienten mit unterschiedlichen Werten gewählt.

In Zeile 1 ist das Bemessungskonzept vergleichsweise mit den Variationskoeffizienten, wie sie für die aktuellen Nachweisformate für Stabilitätsnachweise im Stahlbau gelten (siehe Tab. 6.4), ausgewertet worden. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M ergibt sich danach zu 1,16. Es ist dabei zu beachten, dass dieser Wert auf die Mittelwerte der Basisvariablen bezogen ist und nicht auf die charakteristischen. Ab Zeile 2 wurde die Auswertung mit den oben zusammengestellten Variationskoeffizienten für historische Gussstützen durchgeführt. Infolge der größeren Streuungen wird rechnerisch ein Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_M = 1,35$ (Zeile 2) notwendig, um die geforderte Sicherheit zu gewährleisten.

Tab. 6.6: Auswertung der statistischen Berechnungen für den Lastfall zentrischer Druck

| Zeile | Variationskoeffizienten | | | | | | γ_M | | |
|-------|-------------------------|-------|------|-------|-------|-------|------------|------|------|
| | D_a | t_m | v | L | R_d | E_0 | min | max | 95 % |
| 1 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,005 | 0,07 | 0,04 | 1,12 | 1,16 | 1,16 |
| 2 | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,23 | 1,36 | 1,35 |
| 3 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,30 | 1,49 | 1,47 |
| 4.1 | 0,07 | 0,15 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,28 | 1,43 | 1,43 |
| 4.2 | 0,07 | 0,05 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,20 | 1,33 | 1,31 |
| 5.1 | 0,07 | 0,10 | 0,15 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,23 | 1,37 | 1,35 |
| 5.2 | 0,07 | 0,10 | 0,05 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,23 | 1,36 | 1,35 |
| 6 | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,10 | 0,05 | 1,23 | 1,37 | 1,35 |
| 7 | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,10 | 1,23 | 1,38 | 1,36 |
| 8 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,10 | 0,10 | 1,30 | 1,50 | 1,48 |

Um die Unsicherheiten abzuschätzen, die sich aus dem nur geringen Datenumfang zu den Materialparametern ergeben, wurde in den weiteren Zeilen jeweils ein Variationskoeffizient variiert. Der damit berechnete Teilsicherheitsbeiwert γ_M gibt nun direkt an, in wie weit sich das auf das Bemessungskonzept auswirkt. Die größten Abweichungen zu Zeile 2 ergeben sich, wenn sich die Variationskoeffizienten von D_a und t_m ändern (Zeilen 3 und 4). Der Einfluss der Materialparameter E_0 und R_d ist eher untergeordnet (Zeilen 6 und 7). Werden alle Variationskoeffizienten mit Ausnahme der Länge auf $V_x = 0,10$ gesetzt (Zeile 8), vergrößert sich gegenüber Zeile 2 der Teilsicherheitsbeiwert von 1,35 auf 1,48. Die Änderung gegenüber Zeile 3, in der nur V_{D_a} vergrößert wurde, ist vernachlässigbar.

Gemäß des Berechnungsablaufs nach Kap. 6.3.2 ergibt sich für jeden Versuch (hier: jede Traglastrechnung) nach Gl. (6.34) ein notwendiger Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{M,i}$. Die Verteilung dieser Werte für die einzelnen Rechnungen der Zeile 2 ist in Abb. 6.12 dargestellt. Da die Verteilung nicht einer Normalverteilung entspricht, wurde die in Tab. 6.6 angegebene 95 %-Fraktile über die Summenfunktion der Verteilung bestimmt.

Der prinzipielle Einfluss der einzelnen Basisvariablen wird auch aus Abb. 6.14 ersichtlich. Für eine Beispielrechnung mit

- $D_a = 200 \text{ mm}$,
- $t_m = 20 \text{ mm}$,
- $v = -4,61 \text{ mm}$,
- $L = 4000 \text{ mm}$,
- $R_d = 500 \text{ N/mm}^2$ und
- $E_0 = 100000 \text{ N/mm}^2$

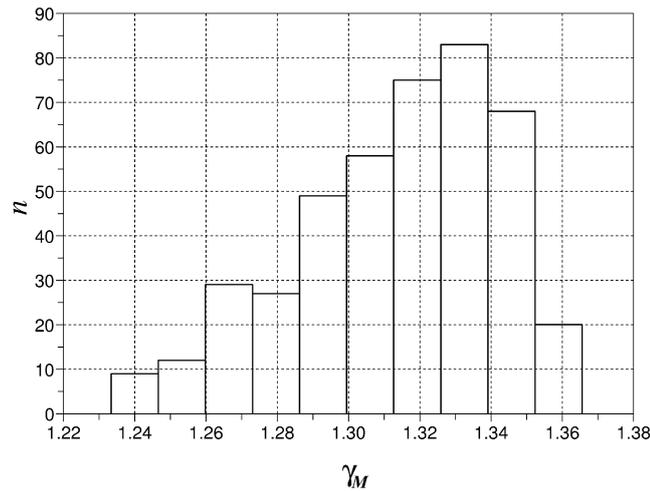


Abb. 6.12: Verteilung der Teilsicherheitsbeiwerte γ_M für die vorgeschlagenen Variationskoeffizienten nach Tab. 6.6, Zeile 2, für den Lastfall zentrischer Druck, alle m , alle Materialarbeitslinien ($n = 430$)

ergibt sich eine rechnerische Traglast von $N_u = 1260,6 \text{ kN}$. In den einzelnen Teildiagrammen ist dazu dargestellt, wie sich die Traglast N_u ändert, wenn die jeweilige Basisvariable um $\pm 10\%$ schwankt. Dies entspricht der auch in der statistischen Betrachtung berücksichtigten Ableitung der Bemessungsgleichung nach den einzelnen Basisvariablen nach Gl. (6.27). Wie in Tab. 6.6 schon gezeigt bestätigt sich der große Einfluss von D_a und t_m .

Die statistische Auswertung für den Interaktionsnachweis nach Kap. 6.1.3 erfolgt auf die gleiche Weise. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Tab. 6.7 zusammengestellt.

Tab. 6.7: Auswertung der statistischen Berechnungen für den Lastfall $N + M_y$

| Zeile | Variationskoeffizienten | | | | | | γ_M | | |
|-------|-------------------------|-------|------|-------|-------|-------|------------|------|------|
| | D_a | t_m | v | L | R_d | E_0 | min | max | 95 % |
| 1 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,005 | 0,07 | 0,04 | 1,16 | 1,19 | 1,18 |
| 2 | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,25 | 1,38 | 1,37 |
| 3 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,041 | 0,048 | 1,33 | 1,59 | 1,54 |
| 4 | 0,07 | 0,15 | 0,10 | 0,005 | 0,041 | 0,048 | 1,29 | 1,43 | 1,41 |
| 5 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,10 | 0,10 | 1,35 | 1,60 | 1,55 |
| 6 | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,23 | 1,38 | 1,36 |
| 7 | 0,07 | 0,10 | 0,10 | 0,005 | 0,04 | 0,05 | 1,24 | 1,39 | 1,37 |

In Zeile 1 wurde die Auswertung mit den für den Stahlbau üblichen Variationskoeffizienten durchgeführt. Der Wert für γ_M ist in der gleichen Größenordnung wie der in Tab. 6.6, Zeile 1, für den Lastfall zentrischen Druck ermittelte. Der geringfügig größerer Wert erklärt sich aus dem Umstand, dass jetzt zusätzliche Terme für M_y im Nachweisformat berücksichtigt werden. Für die Angaben in Zeilen 2 bis 7 wurden die Variationskoeffizienten für Gussstützen verwendet und variiert; Zeile 5 entspricht Zeile 8 in Tab. 6.6. Aus dem Vergleich der beiden Zeilen zeigt sich, dass der Einfluss der geometrischen Größen hier stärker ausgeprägt ist als beim Lastfall zentrischer Druck. Um den Einfluss der unterschiedlichen

Materialarbeitslinien zu isolieren, wurden in Zeile 6 nur die Ergebnisse für Material 4 und in Zeile 7 nur die für Material 2 berücksichtigt. Die Ergebnisse liegen trotz der vorher gezeigten Differenzen bei der Berechnung in der gleichen Größenordnung wie die der Zeile 2. Die Verteilung der einzelnen Teilsicherheitsbeiwerte γ_M aller Berechnungen ist in Abb. 6.13 in Form eines Histogramms dargestellt. Es zeigt eine annähernde Normalverteilung. Nur eine sehr geringe Anzahl an Werten liegt im Bereich von $\gamma_M = 1,4$.

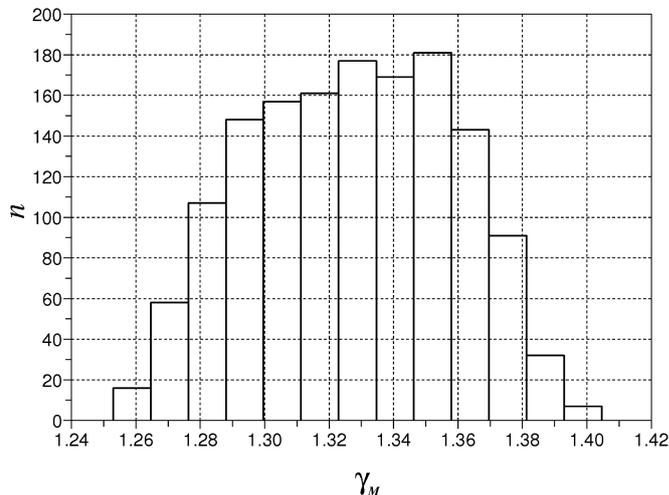


Abb. 6.13: Verteilung der Teilsicherheitsbeiwerte γ_M für die vorgeschlagenen Variationskoeffizienten nach Tab. 6.7, Zeile 2, für den Lastfall $N + M_y$, alle m , alle Exzentrizitäten, alle Materialarbeitslinien ($n = 1447$)

Als Ergebnis dieser Untersuchungen wird zur Berücksichtigung der Streuungen der Eingangsgrößen und des Rechenmodells ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{m1} = 1,37$ vorgeschlagen.

Für die bei historischen Gussstützen oft vorhandenen Gefügeschädigungen (Gasblasen, Lunker, Einschlüsse etc.) existieren bisher keine gesicherten Erkenntnisse über die traglastmindernde Wirkung, die diese Störungen zweifellos haben. Indirekt ist dieser Einfluss zumindest teilweise in dem Faktor γ_{mod} enthalten, da im Gegensatz zu den Kleindruckproben in den Stützenringabschnitten mit hoher Wahrscheinlichkeit solche Störungen des Materials enthalten sind. Für diese Einflüsse wird ein zusätzlicher Wert von $\gamma_{m3} \approx 1,10$ angesetzt.

Mit den hier statistisch bestimmten Werten für $\gamma_{m1} = 1,37$ und $\gamma_{mod} = 1,19$ sowie $\gamma_{m3} = 1,10$ ergibt sich ein Gesamteilsicherheitsbeiwert nach Gl. (6.37) zu

$$\gamma_M = 1,37 \cdot 1,19 \cdot 1,10 = 1,80 \quad (6.38)$$

Wird als gemittelter Teilsicherheitsbeiwert für die Lasten γ_F ein Wert von 1,4 unterstellt, beläuft sich der Gesamtsicherheitsbeiwert auf $1,80 \times 1,40 = 2,52$. Dieser Wert liegt im unteren Bereich der auch schon von *Käpplein* und *König* angegebenen Werte, ist aber im Gegenteil zu diesen Angaben auf Grundlage der hier gezeigten statistischen Auswertung ermittelt worden.

6 Auswertung

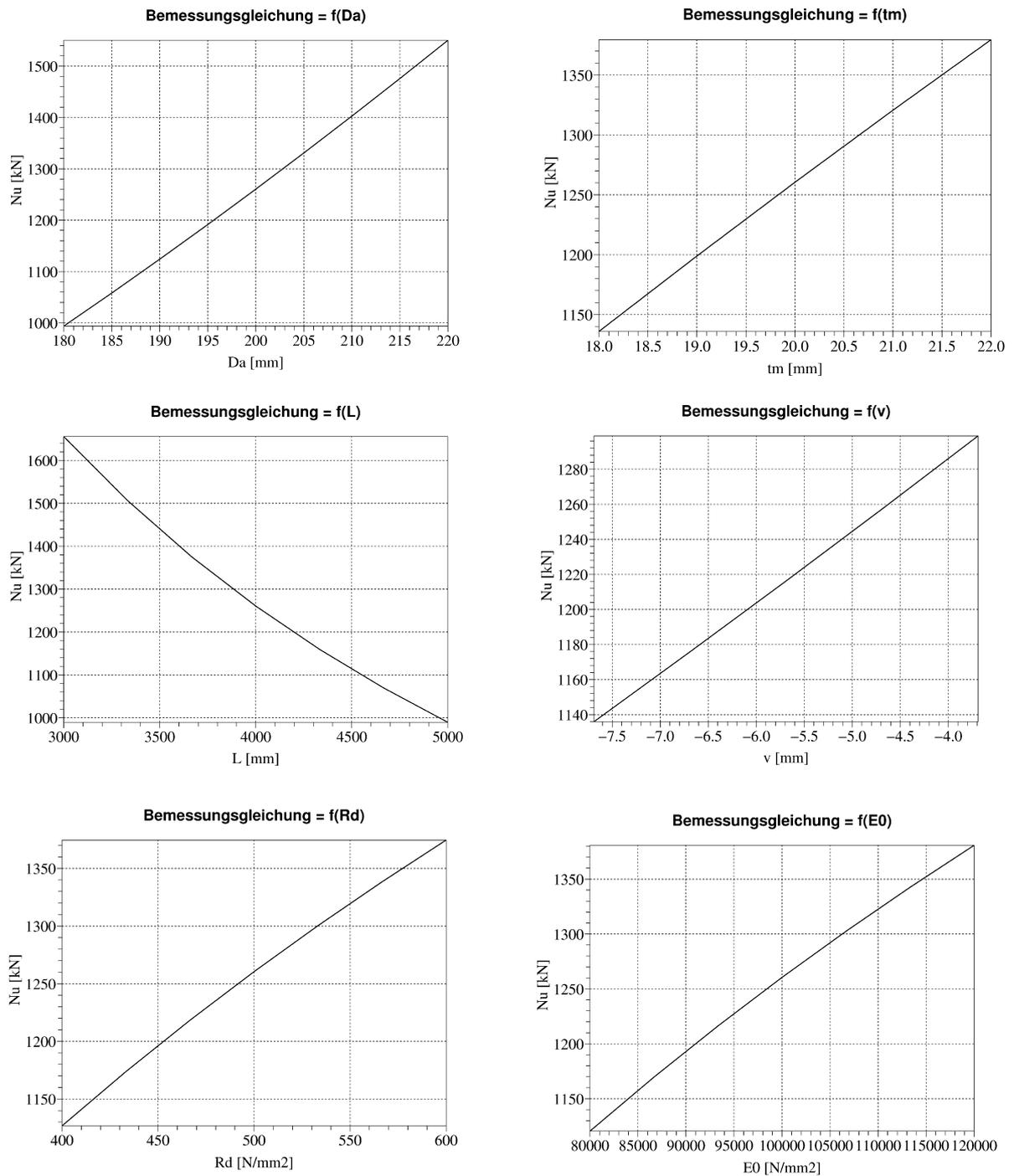


Abb. 6.14: Auswirkung der Änderung einzelner Basisvariablen auf die Traglast N_u

7 Zusammenfassung

Das Bauen im Bestand ist ein zunehmend wichtiges Betätigungsfeld für das Bauwesen. Der Umgang mit historischen Baustoffen, das Erkunden, Bewerten und Ertüchtigen von historischen Bauteilen und der Nachweis einer ausreichenden Tragsicherheit ist daher ein Thema, mit dem sich die Bauingenieure auseinanderzusetzen haben.

Für die vielfach im Bestand vorhandenen überwiegend als Hohlsäulen ausgebildeten Gussstützen wurde im Rahmen dieser Arbeit der Einfluss unterschiedlichster Randbedingungen auf die Tragfähigkeit herausgearbeitet. Dazu wurden sowohl experimentelle als auch rechnerische Untersuchungen mit dem Ziel durchgeführt, vorhandene Bemessungsverfahren anhand moderner Berechnungsmethoden zu überprüfen und zu erweitern.

In allen bisher durchgeführten Großversuchen zur Bestimmung der Traglast von historischen Gussstützen wurde eine zentrische Belastung gewählt. Genauso relevant ist jedoch der Fall einer einseitigen oder beidseitigen Lastexzentrizität. Insbesondere Stützen, die in Geschossbauten verwendet wurden, sind planmäßig durch Endmomente belastet. Daher wurde für den Fall beidseitiger Endmomente anhand von zwei Großversuchen die Traglast und das Last-Verformungsverhalten experimentell bestimmt.

Die Nachrechnung der Versuche erfolgte mit einem FEM-Volumenmodell. Dazu wurde die Geometrie der Stützen mittels Ultraschallmessungen aufgenommen und im Modell möglichst originalgetreu berücksichtigt. Als geometrische Imperfektion wurde einheitlich $v_0 = L/1000$ angesetzt. Die materielle Nichtlinearität wurde in Form der jeweiligen aus Kleindruck- und Zugproben gewonnenen Materialarbeitslinie einbezogen. Eine Traglastanalyse auf Grundlage der Theorie großer Verformungen lieferte Aussagen zum Trag- und Verformungsverhalten der Stützen.

Auf Grund der detailgetreuen Abbildung von Geometrie und Lagerungsbedingungen sowie des verwendeten Materialmodells konnten die eigenen Versuche bezüglich der Traglast und der Verformungen sehr genau nachgerechnet werden. Die Abweichungen betragen $\leq 5\%$. Die Nachrechnung der in der Literatur verfügbaren Großversuche lieferte wegen der nur ungenügend bekannten Randbedingungen stärker abweichende Ergebnisse. Durch Variation maßgeblicher Parameter wie Knicklänge s_K , Lagerungsbedingung und Abbildung der Geometrie konnten grundsätzliche Aussagen zum Einfluss dieser Parameter auf die Traglast gemacht werden.

Mit dem durch die Nachrechnung validierten FEM-Modell wurden anschließend Parameterrechnungen durchgeführt, bei denen folgende Einflüsse näher untersucht wurden:

- Einfluss des Materials (E_0 -Modul, R_d , qualitativer Verlauf der σ - ε -Linie),
- Einfluss der inneren Exzentrizität m ,
- Einfluss der Modellierung der inneren Exzentrizität m über die Stützenlänge,

- Einfluss des t/D_a -Verhältnisses,
- Einfluss der geometrischen Imperfektion v_0 ,
- Einfluss des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}$,
- Einfluss der Elementierung (Volumen und Stabelemente),
- Einfluss der Lagerungsbedingung (gelenkig, eingespannt),
- Einfluss einer einseitigen Lastexzentrizität und
- Einfluss einer beidseitigen, gleichsinnigen Lastexzentrizität.

Die Ergebnisse wurden in dimensionslosen Tragspannungsdiagrammen dargestellt.

Bei der Untersuchung verschiedener Materialarbeitslinien hat sich herausgestellt, dass durch die verwendete bezogene Darstellung mittels $\bar{\lambda}$ der Einfluss des Materials nicht eliminiert werden kann. In Festigkeit und Qualität unterschiedliche Materialarbeitslinien ergeben auch bei gleichem bezogenen Schlankheitsgrad unterschiedliche Ergebnisse. Eine etwas verbesserte Darstellung wurde durch die Einführung eines schlankheitsgradabhängigen Völligkeitsfaktors erreicht.

Ein Vergleich der eigenen Berechnungen mit den Ergebnissen von *Käpplein* und *König*, die ebenfalls in Form von dimensionslosen Tragspannungsdiagrammen vorliegen, hat gezeigt, dass diese Diagramme bei einer Bemessung zu teilweise deutlich größeren Traglasten führen und damit auf der unsicheren Seite liegen.

Die Verwendung von Stabelementen ergab in allen untersuchten Fällen gleiche oder – im Bereich größerer bezogener Schlankheitsgrade – geringere Traglasten als bei einer Berechnung mit dem Volumenelementen. Die Berechnung mit Stabelementen liegt also tendenziell auf der sicheren Seite, was für die praktische Anwendung vorteilhaft ist.

Vergleichsrechnungen zum Fall einer einseitigen Einspannung ergaben, dass eine Rückführung des Systems auf den beidseitig gelenkig gelagerten Druckstab über die Modifikation der Knicklänge mit $\beta = 0,7$ nicht zu vergleichbaren Ergebnissen führt. Abhängig vom Wert m variiert der Knicklängenbeiwert zwischen $\beta = 0,68$ für $m = 0,0$ und $\beta = 0,58$ für $m = 0,5$.

Für den einseitig oder zweiseitig exzentrischen Lastangriff konnte gezeigt werden, dass eine Abbildung auf den zentrisch gedrückten Stab über Anpassungsfaktoren möglich ist.

Als Ergebnis der Auswertung dieser Untersuchungen wurden neue dimensionslose Tragspannungsdiagramme erstellt, die als Diagramm und durch eine formelmäßige Beschreibung der Kurven angegeben wurden. Über Anpassungsfaktoren ist es nunmehr möglich, auch die Fälle mit

- einseitiger Lastexzentrizität,
- gleichsinnig zweiseitiger Lastexzentrizität und
- einseitiger Einspannung

zu behandeln. Der Nachweis anhand dieser Diagramme hat den Vorteil für die Anwendung in der Praxis, dass eine aufwändige nichtlineare Berechnung nicht mehr durchgeführt werden muss und ein großer Bereich der praxisrelevanten Fälle damit abgedeckt ist. Für den Lastfall einseitig exzentrischer Druck wurde eine Interaktionsformel entwickelt, nach

der dieser Fall entsprechend dem im Stahlbau üblichen Format nachgewiesen werden kann.

Zur statistischen Bewertung der Ergebnisse im Sinne des aktuellen semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts wurde aus dem Bemessungskonzept und den zur Verfügung stehenden Daten von historischen Gussstützen ein widerstandsseitiger Teilsicherheitsbeiwert nach dem Verfahren aus DIN EN 1990, Annex D [24] in der Größe von $\gamma_M = 1,8$ bestimmt.

Müssen Gussstützen in Folge von Umnutzungen ertüchtigt werden bietet es sich an, durch Ausbetonieren eine Traglaststeigerung zu erzielen. Die dazu notwendigen Eingriffe in die Substanz sind minimal und gleichzeitig wird das Verhalten im Brandfall verbessert. Die Frage des Verbundes zwischen Gussstütze und Betonkern wurde anhand von Push-Out-Versuche an ausbetonierten Stützensegmenten untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass bei einer nicht übermäßig verunreinigten Oberfläche die Verbundspannung mit $\tau_{max} = 1,55 \text{ N/mm}^2$ deutlich über den vergleichbaren Werten in den aktuellen Normen des Verbundbaus liegt. Verantwortlich dafür ist die herstellungsbedingt raue Innenoberfläche und die i.d.R. vorhandene Abweichung der Geometrie von einer ideal zylindrischen Form in Längsrichtung.

Entsprechend den Versuchen an den nicht ausbetonierten Stützen wurden zwei Versuche mit ausbetoniertem Kern unter den gleichen Randbedingungen durchgeführt und anhand eines um den Betonkern erweiterten FEM-Modells nachgerechnet. Auch hier lieferte das Rechenmodell mit nur sehr geringen Abweichungen die gleichen Ergebnisse wie die Versuche.

Um das grundsätzliche Tragverhalten zu analysieren wurden für den zentrisch gedrückten Fall anschließend der

- Einfluss der Betongüte (C30/37 und C35/45),
- Einfluss der Materialparameter des Gusseisens,
- Einfluss der inneren Exzentrizität m und
- Einfluss des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{Guss}$,

untersucht. Einflüsse aus Rissbildung im Beton sowie aus Kriechen und Schwinden wurden dabei vernachlässigt; das Materialgesetz für den Beton wurde in Form eines Parabel-Rechteck-Diagramms berücksichtigt. Es konnte herausgearbeitet werden, dass die Steigerung der Traglast für Gussmaterialien mit kleinerer Festigkeit und für Geometrien mit großer innerer Exzentrizität am größten ausfällt. Bezogen auf den Gussquerschnitt wurden Laststeigerungsfaktoren errechnet, die schlankheitsgradabhängig in der Größenordnung zwischen 1,10 und 1,48 liegen. Die Betrachtung der Spannungsverteilung am Querschnitt im Traglastzustand hat aber auch gezeigt, dass eine vereinfachte Bemessung nach den aktuellen Regelwerken für Verbundbauteile nicht möglich ist. Angesichts der dazu notwendigen großen Dehnungen kann sich ein vollplastischer Zustand nicht ausbilden. Eine Bemessung als Verbundquerschnitt kann demnach nur auf Grundlage der Regeln für ein allgemeines Bemessungsverfahren im Sinne von DIN 18 800-5 erfolgen.

Historische Gussstützen sind Unikate. Trotzdem soll durch diese Arbeit ein Beitrag dazu geleistet werden, die Nachweispraxis für solche Stützen aus Sicht des Ingenieurs zu vereinheitlichen und damit zu vereinfachen.

8 Ausblick

Wegen der Komplexität der Problemstellung sind über die Ergebnisse dieser Arbeit hinaus weitere Untersuchungen notwendig, um das Tragverhalten historischer Gussstützen den realen Bedingungen entsprechend noch besser erfassen zu können.

Bei der dimensionslosen Darstellung der Ergebnisse der Parameterrechnungen hat sich gezeigt, dass in der bisher üblichen Form der Materialeinfluss nicht eliminiert werden kann. Die Tragspannungskurven sind im Prinzip materialabhängig geblieben. Ein möglicher Grund dafür liegt in der unterschiedlichen Völligkeit der Materialarbeitslinien. Dazu kommt eine nur schwache Korrelation zwischen E_0 -Modul und Druckfestigkeit R_d . Zu untersuchen wäre, ob durch eine andere bezogene Darstellung diese Einflüsse quantitativ besser erfasst werden können.

Die Lagerungsbedingungen der historischen Gussstützen entsprechen oftmals weder einer gelenkigen noch einer festen Einspannung. Durch weitere experimentelle und rechnerische Untersuchungen ist zu klären, in welcher Größenordnung eine Teileinspannung berücksichtigt werden kann.

Die Frage der statistischen Sicherheiten ist ein anderer Punkt, der weitergehender Untersuchungen bedarf. Anders als bei den industriell hergestellten modernen Baustoffen streuen die charakteristischen Eigenschaften des historischen Gusseisens sehr stark (Materialarbeitslinien, Druckfestigkeit R_d , E_0 , Grenzdehnung ε_u). Durch Aufnahme weiterer Messungen ist das dazu vorhandene Datenmaterial zu erweitern und zu klären, welche Verteilungstypen für die einzelnen Parameter vorliegen. Der Einfluss die Variation einzelner Parameter auf die Tragsicherheit im Sinne des semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts, das in den aktuellen Normen verankert ist [16, 24, 87], ist vergleichsweise auch durch direkte Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit P_f nach der Sicherheitstheorie 1. Ordnung (*FORM*) oder nach der Monte-Carlo-Methode [95] zu bestimmen. Dazu sind allerdings Berechnungen notwendig, die für die mehrfach nichtlineare Problematik der Traglastrechnungen an den historischen Gussstützen rechentechnisch sehr aufwändig sind [49].

Literaturverzeichnis

- [1] Alex, J.: *Zur Untersuchung von Materialmodellen für Tragwerke aus historischem Gusseisen*. Dissertation, Universität Rostock, Institut Bauingenieurwesen, Fachgebiet Baumechanik, 2004.
- [2] Ansys, Inc.: *Release 10.0 Documentation for ANSYS*. www.ansys.com, 2005.
- [3] Bathe, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Springer-Verlag GmbH, 1990.
- [4] Bergmann, R.: *Traglastberechnung von Verbundstützen*. Bericht 81-2, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1981.
- [5] Bürgermeister, G., Steup, H., Kretzschmar, H.: *Stabilitätstheorie*, Band 1. Akademie-Verlag Berlin, 3. Auflage, 1966.
- [6] Bürgermeister, G., Steup, H., Kretzschmar, H.: *Stabilitätstheorie*, Band 2. Akademie-Verlag Berlin, 1966.
- [7] Chen, W.-F., Han, D. J.: *Plasticity for Structural Engineers*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1988.
- [8] Chen, W.-F., Atsuta, T.: *Theory of Beam-Columns. Volume 2: Space Behavior and Design*. McGraw-Hill International Book Company, 1977.
- [9] Comité Euro-International du Béton: *CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code*. Thomas Telford, London, 1993.
- [10] Consortium Scilab (INRIA, ENPC): *scilab 4-1*. www.scilab.org, 2006.
- [11] DAFStb: *DAFStb-Richtlinie Selbstverdichtender Beton (SVB-Richtlinie)*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2003:11.
- [12] Diercksen, O.: *Experimentelle Bestimmung der Verbundspannung zwischen Gusseisen und selbstverdichtendem Beton in historischen Gussstützen*, 2004. Diplomarbeit TU Berlin, Fachgebiet Stahlbau, Prof. Lindner.
- [13] DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2001:07.
- [14] DIN 1045-2: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 2: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2001:07.
- [15] DIN 1051: *Berechnungsgrundlagen für Gußeisen im Hochbau*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1937.
- [16] DIN 1055-100: *Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung - Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2001:03.

- [17] DIN 1691: *Gußeisen mit Lamellengraphit (Grauguß); Eigenschaften*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1985.
- [18] DIN 18 800-2: *Stahlbau – Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1990.
- [19] DIN 18 800 Teil 1: *Stahlbauten. Bemessung und Konstruktion*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1981.
- [20] DIN 18 806-1: *Verbundkonstruktionen. Verbundstützen*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1984.
- [21] DIN 50 106: *Prüfung metallischer Werkstoffe. Druckversuch*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1978.
- [22] DIN 50 109: *Prüfung von Gußeisen mit Lamellengraphit (Grauguss). Zugversuch*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1989.
- [23] DIN EN 1561: *Gießereiwesen – Gußeisen mit Lamellengraphit; Deutsche Fassung EN 1561:1997*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1997.
- [24] DIN EN 1990: 2002-10: *Anhang D: Versuchsgestützte Bemessung*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2002:10.
- [25] DIN EN 1990: 2002-10: *Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung - Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2002:10.
- [26] DIN EN 1993-1-1: 2005-07: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2005:07.
- [27] DIN EN 1994-1-1: 2006-07: *Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton; Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau*. CEN, 2006:07.
- [28] DIN V ENV 1993-1-1: 1992: *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. CEN, 1992.
- [29] DIN V 18 800-5: *Verbundtragwerke aus Stahl und Beton, Bemessung und Konstruktion*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2004:11.
- [30] Domke, W.: *Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung*. Cornelsen Lehrbuch, 1986.
- [31] Dübi, E.: *Die Prüfung von Gusseisen*. Bericht 92, Eidgenössische Materialprüfungsanstalt an der E.T.H. in Zürich, 1935.
- [32] Dübi, E., Honegger, E., Roš, M., Eichinger, A.: *Das Gusseisen*. Bericht 37, Eidgenössische Materialprüfungsanstalt an der E.T.H. in Zürich, 1928.
- [33] ECCS-CECEM-EKS: *MANUAL ON STABILITY OF STEEL STRUCTURES*, Band 22. Brüssel, 1976.
- [34] Engesser, F.: *Über die Knickfestigkeit gerader Stäbe*. Zeitung des Ingenieurvereins zu Hannover, Band XXXV, 1889.

- [35] Falkner, H., Nause, P., Rohling, A.: *Brandverhalten von gußeisernen Stützen*. Fraunhofer IRB Verlag, 1990.
- [36] Forschungsinstitut der Zementindustrie: *Zementtaschenbuch*. Verein Deutscher Zementwerke e.V., 2002.
- [37] Geißler, K., Heyde, S.: *Gutachten zum Zustand der historischen Gussstützen im Gebäude Rosenthaler Hof, Berlin Mitte*, 2006. Bericht 06-05, TU Berlin, FG Metall- und Leichtbau (unveröffentlicht).
- [38] Grübl, P., Weigler, H., Karl, S.: *Beton: Arten, Herstellung und Eigenschaften*. Ernst & Sohn, Berlin, 2. Auflage, 2001.
- [39] Hanswille, G.: *Verbundkonstruktionen*. In: Zilch, K., Diederichs, C.J., Katzenbach, R. (Hg.), *Handbuch für Bauingenieure*, Kapitel 3.5, Seiten 3-279 ff. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002.
- [40] Hanswille, G., Porsch, M.: *Lasteinleitung bei ausbetonierten Hohlprofil-Verbundstützen mit normal- und hochfesten Betonen*. Forschung für die Praxis P 487. Studiengesellschaft Stahlanwendung e.V., Düsseldorf, 2003.
- [41] Hodgkinson, E.: *Exponential researches on the strength of pillars of cast iron and other materials*. Phil. Trans. of the Royal Soc. of London, Band 2, 1840.
- [42] Issler, L., Ruoß, H., Häfele, P.: *Festigkeitslehre Grundlagen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2. Auflage, 2006.
- [43] Ježek, K.: *Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl*. Verlag J. Springer, Wien, 1937.
- [44] Josch, K.: *Gusseisen als Baustoff*. Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart, 1943.
- [45] Käpplein, R.: *Zur Beurteilung des Tragverhaltens alter gußeiserner Hohlsäulen*, Band 23. Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Fridericiana in Karlsruhe, 1991.
- [46] Käpplein, R.: *Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke*, Kapitel Rechnerische Tragfähigkeitsnachweise für gusseiserne Säulen, Seiten 249-265. Jahrbuch 1990 des Sonderforschungsbereichs 315 der DFG, Berlin. Ernst & Sohn, Berlin, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften Berlin, 1992.
- [47] Käpplein, R.: *Untersuchung und Beurteilung alter Gußkonstruktionen*. Stahlbau, Band 66, H. 6: Seiten 318-332, 1997.
- [48] Käpplein, R., Boeyng, U.: *Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke*, Kapitel Tragfähigkeit gusseiserner Stützen, Seiten 163-173. Jahrbuch 1986 des Sonderforschungsbereichs 315 der DFG, Berlin. Ernst & Sohn, Berlin, 1986.
- [49] Kleinschmitt, J., Lange, J.: *Bewertung nichtlinearer Nachweiskonzepte für Verbundstützen anhand des Kriteriums der Versagenswahrscheinlichkeit*. Stahlbau, Band 73, H. 7: Seiten 482-494, 2004.
- [50] Klingsch, W., Wittbecker, W.: *Programmsystem ENSA: Ebene Nichtlineare System-Analyse*. Bergische Universität GH Wuppertal, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, 1985.

- [51] Klöppel, K., Schmied, R., Schubert, J.: *Die Traglast mittig und aussermittig gedrückter dünnwandiger Stützen. Teil 1.* Der Stahlbau, Band 35: Seiten 321–337, 1966.
- [52] Klöppel, K., Winkelmann, E.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Traglast von zweiachsig außermittig gedrückten Stahlstäben.* Der Stahlbau, Band 31, H. 2–4: Seiten 33–47, 78–87, 109–119, 1962.
- [53] Kollbrunner, C.F.: *Zentrischer und exzentrischer Druck von an beiden Enden gelenkig gelagerten Rechteckquerschnitten aus Avional M und Baustahl.* Der Stahlbau, Band 11: Seiten 25–30, 39–40, 46–48, 1938.
- [54] König, B.: *Historische gusseiserne Stützen - ein zerstörungsfreies Beurteilungsverfahren für die Belastbarkeit bei Normaltemperatur und im Brandfall.* Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, 1995.
- [55] Kupfer, H. B.: *Das nichtlineare Verhalten des Betons bei zweiachsiger Beanspruchung.* Beton- und Stahlbetonbau, Seiten 269–274, 1973.
- [56] Kutzner, J.: *Grundlagen der Ultraschallphysik.* Teubner-Verlag, Stuttgart, 1982.
- [57] Lindner, J.: *Gutachterliche Stellungnahme: Stützensauswechslungen an Bahnstrecken zur Verwendbarkeit vorhandener Gussstützen – Grundsatzuntersuchungen an Original-Graugußsäulen,* 1988. Bericht (unveröffentlicht).
- [58] Lindner, J.: (unveröffentlicht), 2001. Bericht 21/401 (unveröffentlicht).
- [59] Lindner, J.: *Der Einfluß von Eigenspannungen auf die Traglast von I-Trägern.* Stahlbau, Band 43: Seiten 39–45, 86–91, 1974.
- [60] Lindner, J.: *Comments to: Rondal/Rasmussen: Old industrial Buildings: The cast-iron column problem.* In: Iványi, M. (Hg.), *Stability and Ductility of Steel Structures,* Seiten 127–133. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2002.
- [61] Lindner, J., Heyde, S.: *Traglastuntersuchungen an historischen gusseisernen Stützen. DFG-Abschlußbericht (VR 2148).* TU Berlin, FG Metall- und Leichtbau, 2007.
- [62] Lindner, J., Scheer, J., Schmidt, H.: *Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4.* Ernst & Sohn, Berlin und Beuth Verlag GmbH, Berlin, 3. Auflage, 1998.
- [63] Lindner, J., Wilke, M., Heyde, S., Brandes, K.: *Zur Tragfähigkeit von Stützen aus Gusseisen.* In: *21. Steinfurter Stahlbauseminar.* 2002.
- [64] Maquoi, R., Rondal, J.: *Flambement Plan des Poutres-Colonnes en Acier a Section Monosymetrique.* IABSE P-68, Seiten 213–223, 1983.
- [65] Mehlhorn, G., Kollegger, J.: *Der Ingenieurbau – Grundwissen. Band: Baustatik und Baudynamik,* Kapitel Die Anwendung der Finite Elemente Methode im Stahlbetonbau, Seite 293 ff. Ernst & Sohn, Berlin, 1996.
- [66] Meyersberg, G.: *Über den Zusammenhang der mechanischen Eigenschaften des Gusseisens mit der Gefügestufe.* Gießerei 23, Heft 12, Seiten 285–290, 1936.
- [67] Morin, A.: *Résistance des Matériaux.* Librairie Hachette, Paris, Tome Premier, 1862.
- [68] Müller, G., Groth, C.: *FEM für Praktiker.* Expert-Verlag, 7. Auflage, 2002.

- [69] Nowak, B.: *Die historische Entwicklung des Knickstabproblems und dessen Behandlung in den Stahlbaunormen*. Heft 35, Institut für Statik und Stahlbau, Technische Hochschule Darmstadt, 1981.
- [70] Patterson, W.: *Gusseisen-Handbuch*. Giesserei-Verlag G.M.B.H., Düsseldorf, 1963.
- [71] Petersen, C.: *Stahlbau*. 3. Auflage. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1997.
- [72] Piwowarsky, E.: *Hochwertiges Gusseisen (Grauguß)*. 2. Auflage. Springer-Verlag Berlin / Göttingen / Heidelberg, 1961.
- [73] proceq: *EQUOTIP 2*. www.proceq-europe.com/de, 2006.
- [74] Ramberg, W., Osgood, W.R.: *Description of Stress-Strain-Curves by Three Parameters*. Bericht 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington D.C., 1943.
- [75] Rankine, W.: *Handbuch der Bauingenieurkunst*. Wien, 1880.
- [76] Reckling, K.-A.: *Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1967.
- [77] Roeder, C.W., Cameron, B., Brown, C.B.: *Composite action in concrete filled tubes*. Journal of Structural Engineering, Band 125, H. 5: Seiten 477–484, 1999.
- [78] Roik, K., Bergmann, R.: *Hintergrundbericht zu Eurocode 4: Lasteinleitung bei Verbundstützen*. Bericht, EC4/12/90, Bochum, 1990.
- [79] Roik, K., Breit, M., Schwalbenhofer, K.: *Untersuchung der Verbundwirkung zwischen Stahlprofil und Beton bei Stützenkonstruktionen*. Bericht, Projekt 51 der Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e.V., Düsseldorf, 1984.
- [80] Roik, K., Carl, J., Lindner, J.: *Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe*. Ernst & Sohn, Berlin, 1972.
- [81] Rondal, J., Rasmussen, K.J.R.: *Old industrial Buildings: The cast-iron column problem*. In: Iványi, M. (Hg.), *Stability and Ductility of Steel Structures*, Seiten 127–133. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2002.
- [82] Rondal, J., Rasmussen, K.J.R.: *On the Strength of Cast Iron Columns*. Bericht R829, University of Sydney, Department of Civil Engineering, 2003.
- [83] Roš, M., Brunner, J.: *Die Knicksicherheit von an beiden Enden gelenkig gelagerten Stäben aus Konstruktionsstahl*. Bericht 13, EMPA Zürich, 1962.
- [84] Roš, M., Eichinger, A.: *Das Verhalten von Gusseisen bei ein-, zwei- und dreiachsigen Spannungszuständen*. Bericht 37, EMPA Zürich, 1928.
- [85] Roš, M., Eichinger, A.: *Die Bruchgefahr fester Körper*. Bericht 172, EMPA Zürich, 1949.
- [86] Salmon, E.H.: *Columns. A treatise on the strength and design of compression members*. Oxford Technical Publications, London, H. Frowde and Hodder & Stoughton, 1921.
- [87] Schneider, J.: *Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen. Grundwissen für Ingenieure*. 2. Auflage. vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, 1996.

- [88] Schröder, H.: *Über den Einfluß des nichtlinearen Kraft-Verformungs-Gesetzes und der Probengröße auf die Festigkeit und die Kerbwirkung bei Gusseisen. (Ein Beitrag zur Mechanik des Gusseisens)*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, Fakultät für Maschinenbau, 1968.
- [89] Schröder, H.: *Untersuchungen zur Mechanik des Gusseisens*. Gießereiforschung. Heft 2, Seiten 54–63, 1970.
- [90] Schwalbenhofer, K.: *Zum Tragverhalten von Verbundstützen und Verbundrahmenkonstruktionen bei großen Deformationen*. Mitteilung nr. 88-12, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, 1988.
- [91] Schwarz: *Von der rückwirkenden Festigkeit der Körper*. Zeitschrift für Bauwesen. Berlin, Band 4: Seite 518, 1854.
- [92] Shakir-Khalil, H.: *Experimental behaviour of concrete-filled rolled rectangular hollow-section columns*. The Structural Engineer, Band 71, H. 13: Seite 346, 1989.
- [93] Shakir-Khalil, H. und Hassan, N.: *Push out resistance of concrete filled tubes*. In: *Tubular Structures VI*, Seiten 230–243. 6th international symposium on tubular structures, Melbourne. Rotterdam, 1994.
- [94] SOFiSTiK AG: *Handbuch zu STAR3 und ASE*. www.sofistik.de, 2001.
- [95] Spaethe, G.: *Die Sicherheit tragender Konstruktionen*. Springer-Verlag Wien New York, 2. Auflage, 1992.
- [96] Stange, K.: *Angewandte Statistik. Erster Teil: Eindimensionale Probleme*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1970.
- [97] Sturm, J.: *Stahlguß- und Gußeisenlegierungen*, Kapitel Gußeisen mit Lamellengraphit, Seiten 145–187. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig - Stuttgart, 1992.
- [98] Szilard, R.: *Finite Berechnungsmethoden in der Strukturmechanik*, Band 2. Ernst & Sohn, Berlin, 1990.
- [99] Tetmajer, L.: *Die Gesetze der Knickungs- und der zusammengesetzten Druckfestigkeit der technisch wichtigsten Baustoffe*. Zürich, 1901.
- [100] Thum, A.: *Neuere Anschauungen über die mechanischen Eigenschaften des Gußeisens*. Gießerei, Band 16, H. 50: Seiten 1164–1174, 1929.
- [101] Thum, A., Ude, H.: *Die Elastizität und die Schwingfestigkeit des Gusseisens*. Gießerei 16, H. 22, S. 501–513 und H. 24, S. 547–556. Gießerei 16, H. 22, S. 501–513 und H. 24, S. 547–556, 1929.
- [102] Tredgold, T.: *Practical Essay on the Strength of Cast Iron and other Metals*. London, 1822.
- [103] Verein deutscher Eisenhüttenleute: *Eisen im Hochbau. Ein Taschenbuch*. Verlag Stahleisen m.b.H., Düsseldorf / Julius Springer, Berlin, 7. Auflage, 1928.
- [104] Verein Deutscher Gießereifachleute VDG: *Richtreihen zur Kennzeichnung der Graphitausbildung, VDG-Merkblatt*, Band P441. VDG-Informationszentrum Giesserei, Düsseldorf, 1962.

- [105] Viridi, K.S., Dowling, P.J. (Hg.): *Bond Strength in Concrete Filled Steel Tubes*. CESLIC Report CC11, Imperial College, London, 1975.
- [106] Vogel, U.: *Die Traglastberechnung stählerner Rahmentragwerke nach der Plastizitätstheorie II. Ordnung, Forschungshefte aus dem Gebiet des Stahlbaus*, Band 15. Stahlbau-Verlag GmbH Köln, 1965.
- [107] von Kármán, T.: *Untersuchungen über Knickfestigkeit*. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens(VDI), Band 81, 1910.
- [108] Wilke, M.: *Untersuchung gusseiserner Stützen*, 2002. Diplomarbeit TU Berlin, Fachgebiet Stahlbau, Prof. Lindner.
- [109] Williams, T., Kelley, C. et al.: *gnuplot Version 4.2*. www.gnuplot.info, 2007.
- [110] Wittbecker, F.W.: *Gesamttragverhalten thermisch instationär beanspruchter Stahlverbundkonstruktionen*. Bericht 1, Bergische Universität GH Wuppertal, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, 1987.

A Daten zu den Versuchen

A.1 Kraft-Verschiebungsdiagramme für die Push-Out-Versuche

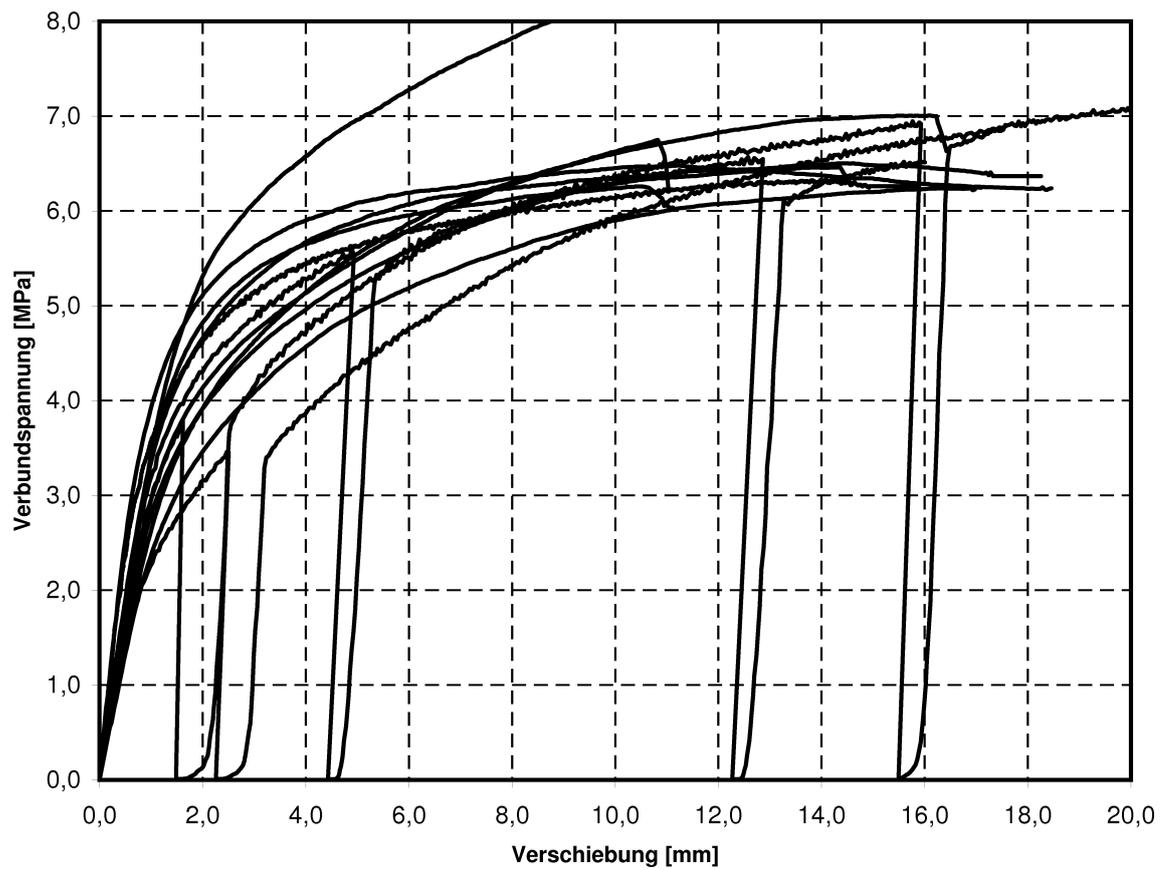


Abb. A.1: Verbundspannung-Verschiebungsdiagramm für alle push-out-Versuche

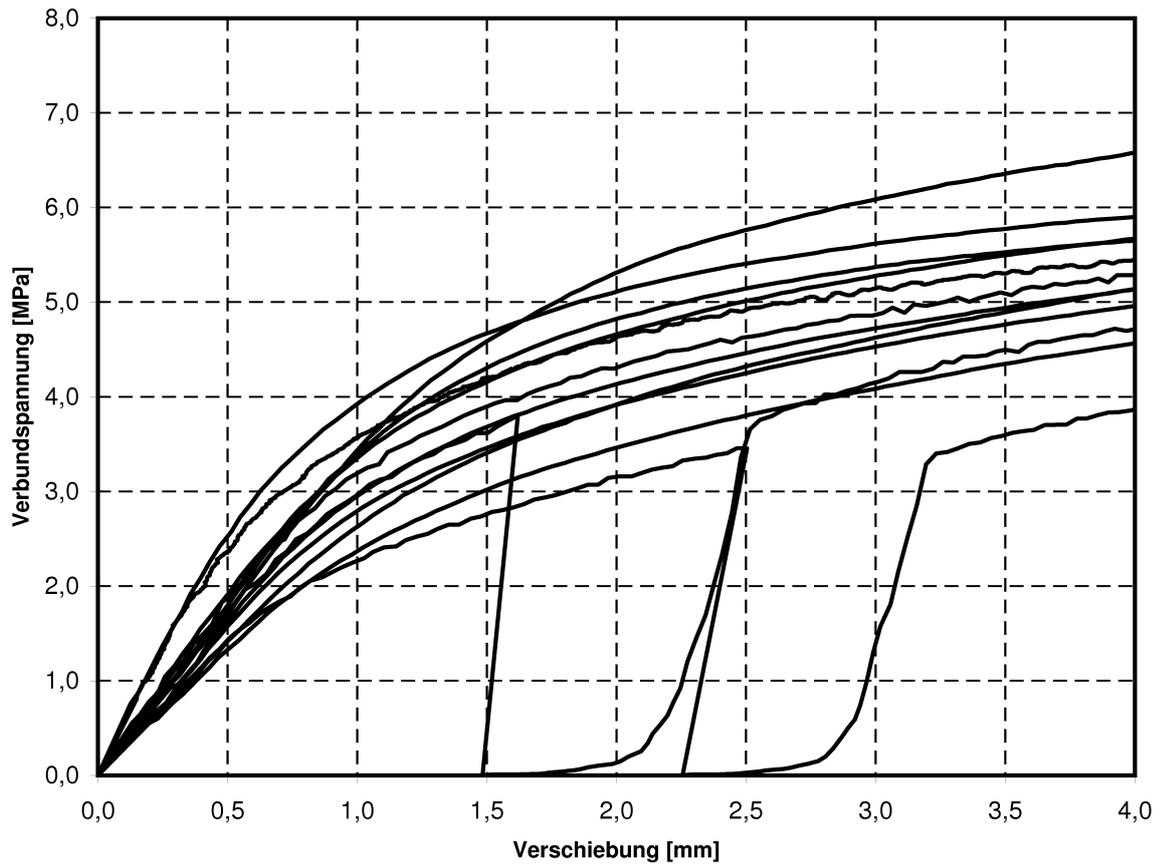
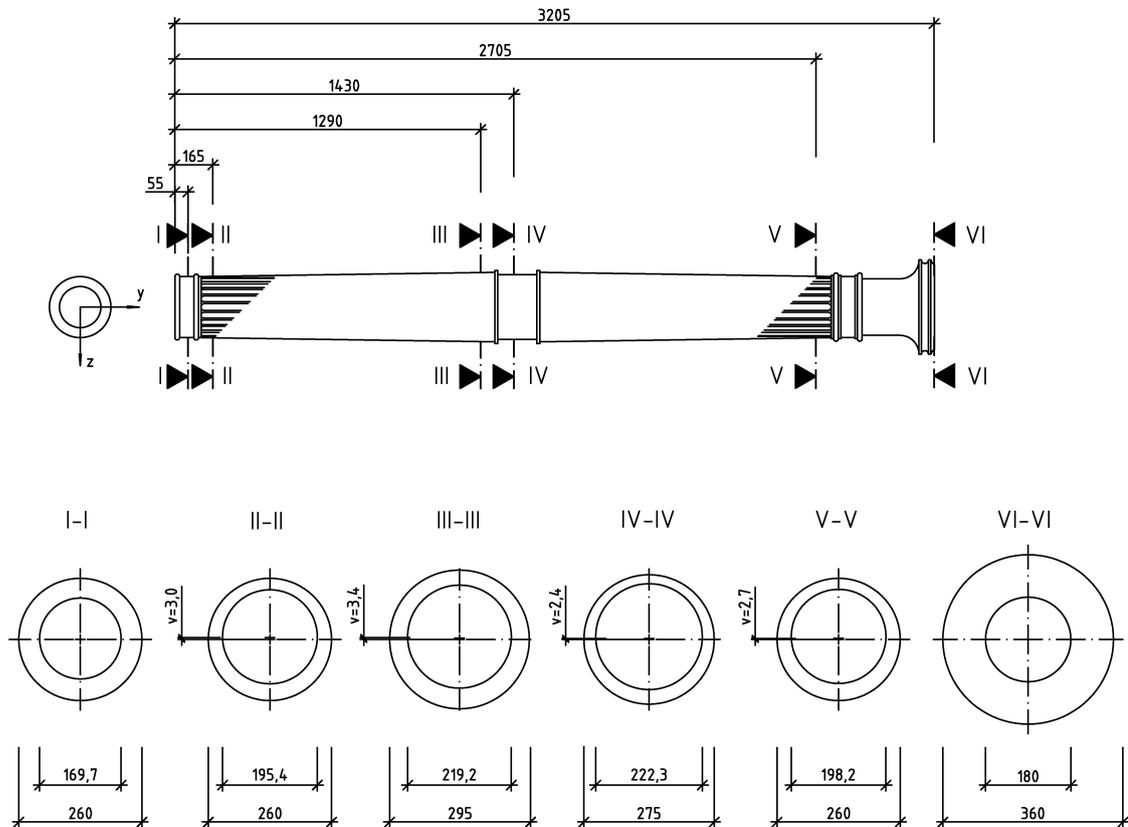


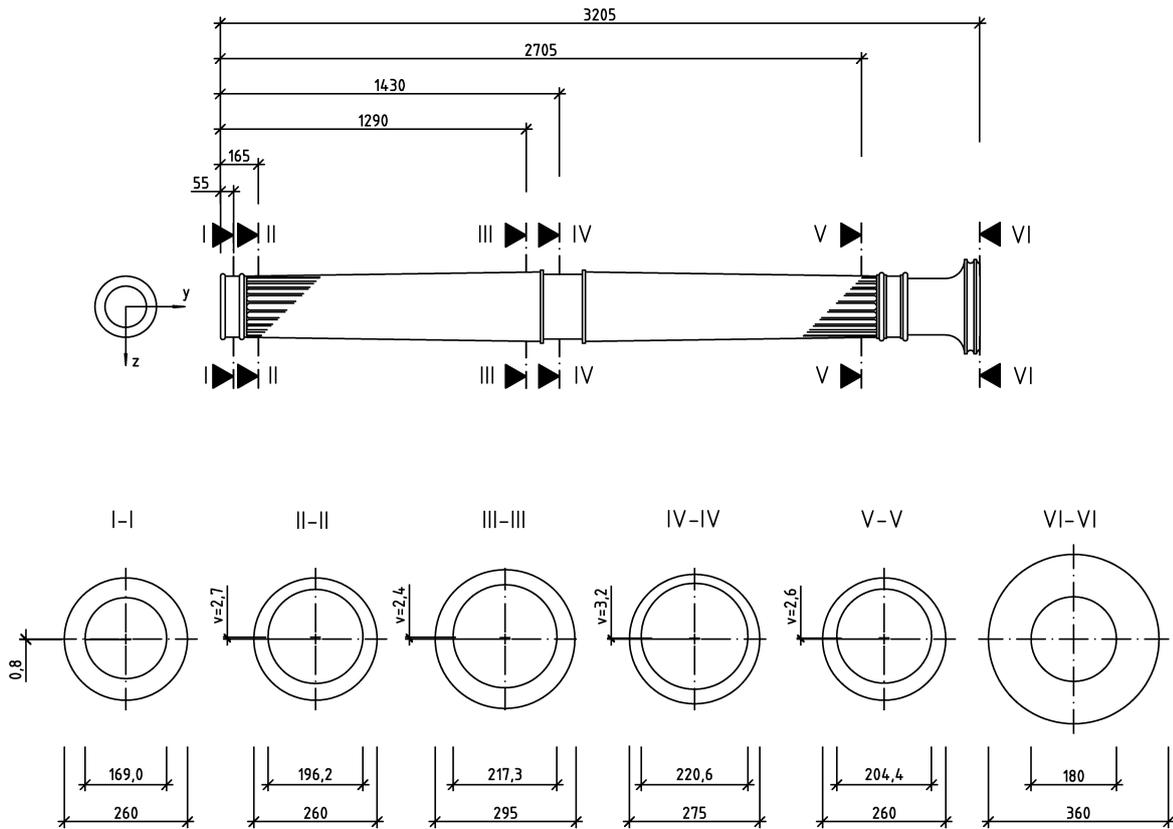
Abb. A.2: Verbundspannung-Verschiebungsdiagramm für alle push-out-Versuche, Bereich des Haftverbundes

A.2 Geometrie der Gussstützen



| Kanellier.-Nr | Koordinate x in mm | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| | 60 | 165 | 540 | 915 | 1290 | 1430 | 1580 | 1955 | 2330 | 2705 | 2830 | |
| 1 | 44,3 | 32,2 | 33,5 | 36,8 | 37,4 | 23,9 | 35,3 | 35,0 | 33,0 | 30,3 | 30,2 | |
| 3 | 45,2 | 32,9 | 35,1 | 36,1 | 39,3 | 24,8 | 36,8 | 34,7 | 32,7 | 30,8 | - | |
| 5 | 44,2 | 34,8 | 36,3 | 38,3 | 40,2 | 27,4 | 37,9 | 37,1 | 35,5 | 32,2 | 35,1 | |
| 7 | 44,5 | 35,7 | 38,5 | 39,2 | 41,0 | 30,0 | 35,4 | 37,9 | 37,1 | 34,9 | 36,6 | |
| 9 | 44,6 | 35,1 | 36,4 | 38,9 | 41,7 | 31,4 | 37,9 | 37,4 | 35,2 | 33,4 | 35,1 | |
| 11 | 44,8 | 31,0 | 33,7 | 37,2 | 38,1 | * | 36,8 | 35,8 | 33,2 | 30,6 | - | |
| 13 | 45,3 | 30,0 | 29,5 | 33,8 | 36,2 | * | 35,3 | 32,5 | 30,8 | 28,4 | 31,2 | |
| 15 | 45,8 | 28,9 | 30,8 | 31,7 | 34,3 | * | 34,4 | 31,4 | 30,2 | 27,1 | 28,4 | |
| 17 | 45,0 | 29,8 | 31,3 | 31,5 | 34,8 | * | 35,2 | 32,7 | 30,5 | 29,4 | 29,5 | |
| 19 | - | 29,3 | 31,7 | 34,0 | 36,7 | 24,3 | 35,3 | 35,7 | 32,3 | 30,8 | 30,4 | |
| * Messung nicht möglich | | | | | | | | | | | | |
| d_A mm | 260,0 | 260,0 | 272,0 | 284,0 | 295,0 | 275,0 | 295,0 | 284,0 | 272,0 | 260,0 | 260,0 | |
| t_{min} mm | 45,4 | 29,4 | 31,1 | 31,6 | 34,6 | 24,0 | 34,8 | 32,1 | 30,4 | 28,3 | 29,0 | |
| t_{max} mm | 44,9 | 35,3 | 37,4 | 38,8 | 41,3 | 28,7 | 36,7 | 37,5 | 36,3 | 33,6 | 35,9 | |
| d_i mm | 169,7 | 195,4 | 203,6 | 213,7 | 219,2 | 222,3 | 223,6 | 214,5 | 205,4 | 198,2 | 195,2 | |
| Exzentr. v | -0,3 | 3,0 | 3,2 | 3,6 | 3,4 | 2,3 | 0,9 | 2,7 | 3,0 | 2,7 | 3,4 | |
| Schnitt | I-I | II-II | | | III-III | IV-IV | | | | V-V | | |

Abb. A.3: Stütze S1



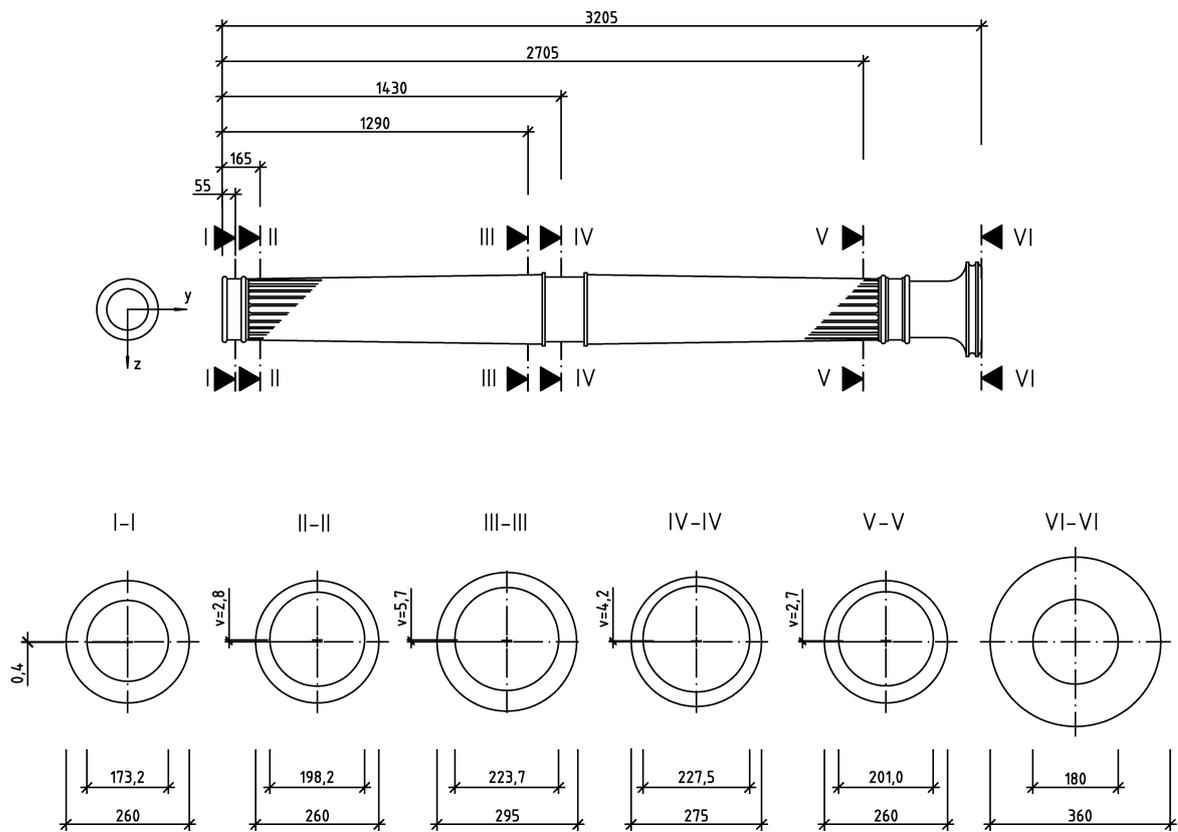
| Kanellier.-Nr | Koordinate x in mm | | | | | | | | | | |
|---------------|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 60 | 165 | 540 | 915 | 1290 | 1430 | 1580 | 1955 | 2330 | 2705 | 2830 |
| 1 | 45,2 | 31,0 | 33,8 | 36,0 | 37,2 | 26,2 | 39,4 | 38,6 | 35,4 | 26,2 | 33,4 |
| 3 | 44,1 | 31,6 | 33,7 | 35,7 | 37,8 | 29,4 | 39,8 | 37,7 | 34,0 | 29,4 | * |
| 5 | 44,6 | 33,0 | 35,9 | 38,3 | 39,5 | 29,6 | 41,7 | 38,6 | 36,0 | 29,6 | 33,6 |
| 7 | 46,0 | 36,2 | 39,3 | 39,8 | 32,8 | 31,2 | 44,0 | 39,8 | 37,8 | 31,2 | 34,6 |
| 9 | 45,4 | 34,9 | 37,0 | 38,5 | 38,4 | 28,8 | 41,6 | 40,7 | 36,0 | 28,8 | 34,5 |
| 11 | 45,6 | 31,4 | 33,8 | 36,8 | 37,7 | 26,9 | 40,2 | 36,9 | 32,5 | 26,9 | * |
| 13 | 44,1 | 29,4 | 31,0 | 33,6 | 36,6 | 26,0 | 37,0 | 34,7 | 31,1 | 26,0 | 33,6 |
| 15 | 47,3 | 28,6 | 30,0 | 32,7 | 35,7 | 25,9 | 35,3 | 32,8 | 30,3 | 25,9 | 35,9 |
| 17 | 45,2 | 29,8 | 31,4 | 34,2 | 37,2 | 24,5 | 36,0 | 32,8 | 31,1 | 24,5 | 35,5 |
| 19 | 45,1 | 31,6 | 33,1 | 36,6 | 37,0 | 26,2 | 37,1 | 35,7 | 31,0 | 26,2 | 36,0 |

* Messung nicht möglich

| | | | | | | | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| d_A mm | 260,0 | 260,0 | 272,0 | 284,0 | 295,0 | 275,0 | 295,0 | 284,0 | 272,0 | 260,0 | 260,0 |
| t_{min} mm | 46,3 | 29,2 | 30,7 | 33,5 | 36,5 | 24,0 | 35,7 | 32,8 | 30,7 | 25,2 | 35,7 |
| t_{max} mm | 44,8 | 34,6 | 37,6 | 39,1 | 41,3 | 30,4 | 42,9 | 39,2 | 36,9 | 30,4 | 34,1 |
| d_i mm | 169,0 | 196,2 | 203,7 | 211,5 | 217,3 | 220,6 | 216,5 | 212,0 | 204,4 | 204,4 | 190,2 |
| Exzentr. v | -0,8 | 2,7 | 3,4 | 2,8 | 2,4 | 3,2 | 3,6 | 3,2 | 3,1 | 2,6 | -0,8 |
| Schnitt | I-I | II-II | | III-III | IV-IV | | | | V-V | | |

Abb. A.4: Stütze S2

A Daten zu den Versuchen

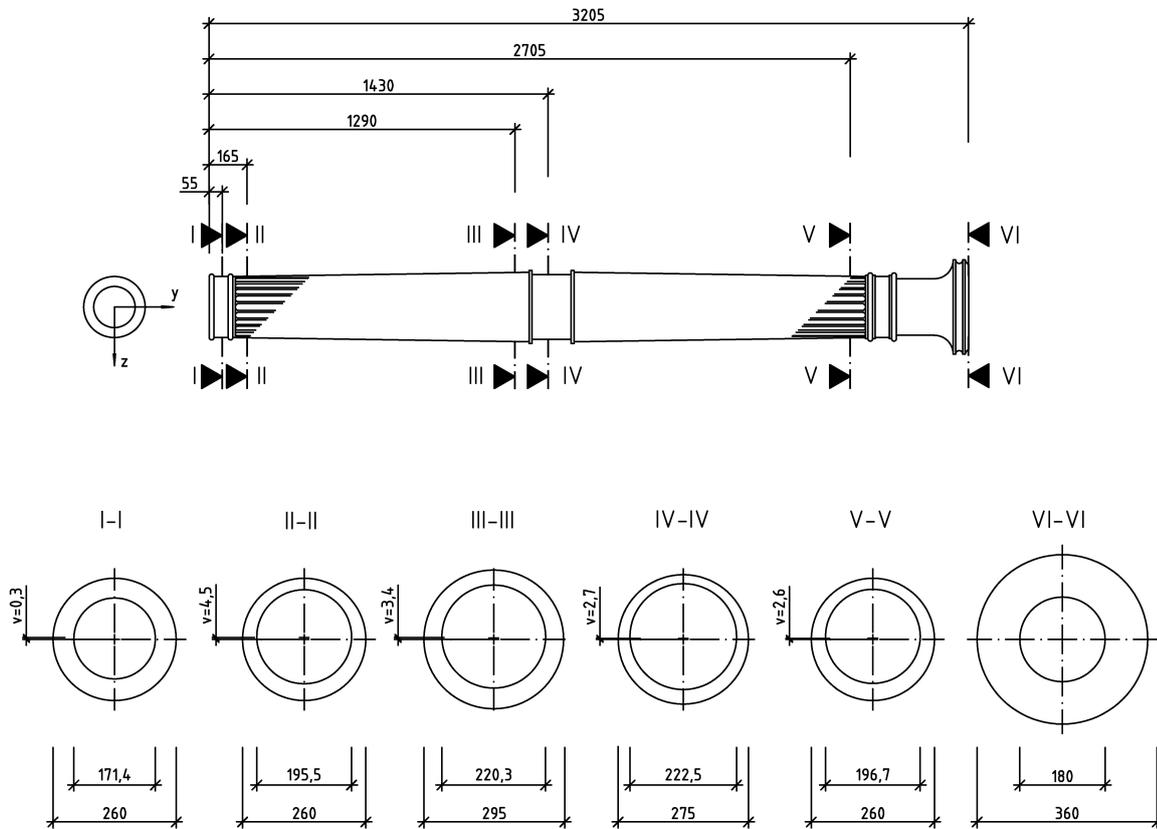


| Kanellier.-Nr | Koordinate x in mm | | | | | | | | | | |
|---------------|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 60 | 165 | 540 | 915 | 1290 | 1430 | 1580 | 1955 | 2330 | 2705 | 2830 |
| 1 | 43,0 | 29,0 | 31,5 | 33,4 | 35,8 | 23,7 | 33,6 | 32,7 | 29,5 | 27,4 | 28,1 |
| 3 | 43,0 | 31,3 | 33,6 | 36,8 | 37,5 | 26,6 | 35,6 | 32,6 | 31,3 | 28,6 | 31,0 |
| 5 | * | 34,1 | 36,4 | 36,2 | 38,8 | 27,5 | 36,1 | 34,4 | 33,5 | 31,2 | 32,8 |
| 7 | * | 33,3 | 35,6 | 35,0 | 38,6 | 28,4 | 37,0 | 36,4 | 34,9 | 33,2 | 35,9 |
| 9 | 43,0 | 30,5 | 34,2 | 35,6 | 36,5 | 26,1 | 35,0 | 34,5 | 31,0 | 29,6 | 32,5 |
| 11 | 43,0 | 29,7 | 32,0 | 33,7 | 34,6 | 24,6 | 33,7 | 33,4 | 30,1 | 29,6 | 32,5 |
| 13 | 42,5 | 27,2 | 29,6 | 31,7 | 32,9 | 21,2 | 33,7 | 32,5 | 30,0 | 29,7 | 33,5 |
| 15 | 44,1 | 28,9 | 28,6 | 29,3 | 30,1 | 19,5 | 30,4 | 31,4 | 28,7 | 27,7 | 28,5 |
| 17 | 43,5 | 27,4 | 28,0 | 28,6 | 29,9 | 19,7 | 28,8 | 28,1 | 25,8 | 26,0 | 27,4 |
| 19 | 42,5 | 28,1 | 29,2 | 29,1 | 31,3 | 21,0 | 31,0 | 30,3 | 26,8 | 25,9 | 28,1 |

* Messung nicht möglich

| | | | | | | | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| d_A mm | 260,0 | 260,0 | 272,0 | 284,0 | 295,0 | 275,0 | 295,0 | 284,0 | 272,0 | 260,0 | 260,0 |
| t_{min} mm | 43,8 | 28,2 | 28,3 | 29,0 | 30,0 | 19,6 | 29,6 | 29,8 | 27,3 | 26,9 | 28,0 |
| t_{max} mm | 43,0 | 33,7 | 36,0 | 35,6 | 41,3 | 28,0 | 36,6 | 35,4 | 34,2 | 32,2 | 34,4 |
| d_i mm | 173,2 | 198,2 | 207,7 | 219,5 | 223,7 | 227,5 | 228,9 | 218,9 | 210,6 | 201,0 | 197,7 |
| Exzentr. v | -0,4 | 2,8 | 3,9 | 3,3 | 5,7 | 4,2 | 3,5 | 2,8 | 3,5 | 2,7 | 3,2 |
| Schnitt | I-I | II-II | | | III-III | IV-IV | | | | V-V | |

Abb. A.5: Stütze S3



| Kanellier.-Nr | Koordinate x in mm | | | | | | | | | | |
|---------------|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 60 | 165 | 540 | 915 | 1290 | 1430 | 1580 | 1955 | 2330 | 2705 | 2830 |
| 1 | - | 32,0 | 32,5 | 35,7 | 37,5 | 25,2 | 35,2 | 33,6 | 33,8 | 28,1 | * |
| 3 | 43,3 | 27,7 | 30,0 | 31,1 | 36,1 | 22,2 | 32,6 | 30,7 | 30,7 | 27,3 | 29,1 |
| 5 | 44,0 | 27,5 | 29,0 | 30,9 | 33,9 | 23,8 | 34,0 | 30,7 | 29,7 | 28,5 | 30,5 |
| 7 | 44,0 | 28,0 | 29,6 | 32,9 | 34,0 | 23,3 | 34,5 | 32,5 | 30,6 | 29,7 | 30,0 |
| 9 | 44,4 | 27,6 | 30,6 | 34,3 | 34,5 | 23,6 | 35,1 | 34,9 | 32,2 | 30,3 | 30,8 |
| 11 | 44,4 | 30,0 | 33,3 | 35,5 | 35,2 | 25,8 | 34,6 | 33,8 | 35,4 | 31,7 | 32,1 |
| 13 | 43,2 | 33,3 | 35,1 | 35,6 | 37,5 | 26,7 | 35,9 | 34,3 | 33,0 | 30,6 | 30,8 |
| 15 | 44,6 | 37,3 | 37,8 | 37,6 | 41,8 | 28,2 | 36,5 | 36,4 | 34,2 | 33,7 | 32,0 |
| 17 | * | 36,2 | 38,7 | 37,8 | 40,8 | 29,7 | 38,5 | 37,3 | 37,2 | 34,7 | 34,5 |
| 19 | 43,4 | 34,4 | 37,0 | 39,0 | 39,0 | 27,8 | 38,5 | 36,3 | 32,3 | 32,0 | 31,4 |

* Messung nicht möglich

| | | | | | | | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| d_A mm | 260,0 | 260,0 | 272,0 | 284,0 | 295,0 | 275,0 | 295,0 | 284,0 | 272,0 | 260,0 | 260,0 |
| t_{min} mm | 44,0 | 27,8 | 29,3 | 31,9 | 34,0 | 23,6 | 34,3 | 31,6 | 30,2 | 29,1 | 30,3 |
| t_{max} mm | 44,6 | 36,8 | 38,3 | 37,7 | 40,8 | 29,0 | 37,5 | 36,9 | 35,7 | 34,2 | 33,3 |
| d_i mm | 171,4 | 195,5 | 204,5 | 214,4 | 220,3 | 222,5 | 223,3 | 215,6 | 206,2 | 196,7 | 196,5 |
| Exzentr. v | 0,3 | 4,5 | 4,5 | 2,9 | 3,4 | 2,7 | 1,6 | 2,6 | 2,8 | 2,6 | 1,5 |
| Schnitt | I-I | II-II | | | III-III | IV-IV | | | | V-V | |

Abb. A.6: Stütze S4

B Daten und Tabellen

B.1 Materialmodelle der Parameterstudie für die Verwendung in ANSYS

B.1.1 Material 1: D1 (König)

```
!*****
! Arbeitslinie D1 nach König
!*****
! HINWEISE
! MatNr muss gesetzt sein
! Einheiten: N und mm
!
/PREP7
E_MOD = 118558.0
RD = 775.0
!
MP,EX,MatNr,E_MOD
MP,NUXY,MatNr,0.29
TB,CAST,MatNr,,,ISOTROPIC
TBDATA,MatNr,0.04
!
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,23,COMPRESSION
TBTEMP,0.0
TBPT,,0.0000907,0.0000907*E_MOD
TBPT,,0.0002005,23.7500
TBPT,,0.0003107,36.7500
TBPT,,0.0004218,49.7500
TBPT,,0.0006485,75.7500
TBPT,,0.0008850,101.750
TBPT,,0.0011370,127.750
TBPT,,0.0012707,140.750
TBPT,,0.0017127,179.750
TBPT,,0.0020509,205.750
TBPT,,0.0028681,257.750
TBPT,,0.0036395,296.750
TBPT,,0.0042472,322.750
TBPT,,0.0050000,352.684
TBPT,,0.0060000,395.821
TBPT,,0.0070000,423.566
TBPT,,0.0100000,480.713
TBPT,,0.0150000,544.130
TBPT,,0.0200000,590.432
TBPT,,0.0250000,627.153
TBPT,,0.0300000,657.328
TBPT,,0.0400000,703.740
TBPT,,0.0800000,775.000
!
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,11
TBTEMP,0.0
!
TBPT,, 0.0001 , 0.0001*E_MOD
TBPT,, 0.0003 , 33.93
TBPT,, 0.0006 , 63.26
TBPT,, 0.0008 , 80.54
TBPT,, 0.0010 , 96.15
TBPT,, 0.0014 , 122.85
TBPT,, 0.0020 , 153.15
TBPT,, 0.0024 , 167.82
TBPT,, 0.0029 , 180.90
TBPT,, 0.0041 , 193.00
!*****
```

B.1.2 Material 2: B1 (Käpplein)

```

!*****
! Arbeitslinie B1 nach Käpplein
!*****
! HINWEISE
! MatNr muss gesetzt sein
! Einheiten: N und mm
!
/PREP7
E_MOD = 90500.
RD = 526.0
MP,EX,MatNr,E_Mod
MP,NUXY,MatNr,0.29
!
TB,CAST,MatNr,,,ISOTROPIC
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,20,COMPRESSION
TBTEMP,0.0
TBPT,,0.0002,18.1
TBPT,,0.0002990,25.16
TBPT,,0.0005000,41.17
TBPT,,0.0009995,78.06
TBPT,,0.0014979,111.16
TBPT,,0.0019984,141.11
TBPT,,0.0029979,192.55
TBPT,,0.0039943,234.73
TBPT,,0.0050047,270.17
TBPT,,0.0060036,299.43
TBPT,,0.0069995,324.02
TBPT,,0.0080016,345.04
TBPT,,0.0100057,378.52
TBPT,,0.0149958,431.56
TBPT,,0.0200057,463.23
TBPT,,0.0248258,484.64
TBPT,,0.0293001,499.89
TBPT,,0.0325042,508.49
TBPT,,0.0384491,519.29
TBPT,,0.0500000,525.68
!
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,10,TENSION
TBTEMP,0.0
TBPT,,0.0002,18.1
TBPT,,0.0003172,26.64
TBPT,,0.0004063,33.79
TBPT,,0.0005078,41.78
TBPT,,0.0006125,49.83
TBPT,,0.0007078,57.00
TBPT,,0.0008375,66.53
TBPT,,0.0009000,71.02
TBPT,,0.0010109,78.86
TBPT,,0.0014984,111.19
!*****

```

B.1.3 Material 3: 10 (TU–Berlin)

```

!*****
! Arbeitslinie 10 nach Wilke TU
!*****
! HINWEISE
!-----
! MatNr muss gesetzt sein
! Einheiten: N und mm
!
/PREP7
E_Mod = 101394
MP,EX,MatNr,E_Mod
MP,NUXY,MatNr,0.29
!
TB,CAST,MatNr,,,ISOTROPIC
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,16,COMPRESSION
TBTEMP,0.0
TBPT,,0.00005,0.00005*E_Mod
TBPT,,0.00031,31.2801
TBPT,,0.00051,49.9570
TBPT,,0.00101,94.1439
TBPT,,0.00150,132.7126
TBPT,,0.00211,174.0903
TBPT,,0.00305,220.7067
TBPT,,0.00399,251.3794
TBPT,,0.00491,272.4100
TBPT,,0.00601,292.6813
TBPT,,0.00828,321.6078
TBPT,,0.01050,345.5993
TBPT,,0.01998,388.9510
TBPT,,0.03020,425.5457
TBPT,,0.05039,459.5590
TBPT,,0.06986,474.4398
!
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,13,TENSION
TBTEMP,0.
TBPT,,0.00010,0.0001*E_Mod
TBPT,,0.00032,29.23
TBPT,,0.00041,35.83
TBPT,,0.00051,43.36
TBPT,,0.00061,49.98
TBPT,,0.00071,55.99
TBPT,,0.00084,63.54
TBPT,,0.00090,66.63
TBPT,,0.00101,72.37

```

B Daten und Tabellen

```
TBPT,, 0.00150, 92.18
TBPT,, 0.00202, 106.31
TBPT,, 0.00248, 115.08
```

```
TBPT,, 0.00400, 120.85
!*****
```

B.1.4 Material 4: D2 (König)

```
!*****
! ARBEITSLINIE D2 NACH KÖNIG
!*****
! HINWEISE
! MatNr MUSS GESETZT SEIN
! EINHEITEN: N UND MM
!
/PREP7
!
E_MOD = 92001.0
RD = 431.0
!
MP,EX,MatNr,E_MOD
MP,NUXY,MatNr,0.29
TB,CAST,MatNr,,,ISOTROPIC
TBDATA,MatNr,0.04
!
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,20,COMPRESSION
TBTEMP,0.0
TBPT,,0.0002066 ,0.0002066*E_MOD
TBPT,,0.0002838 ,25.95
TBPT,,0.0004422 ,39.95
TBPT,,0.0006973 ,60.95
TBPT,,0.0008864 ,74.95
TBPT,,0.0010975 ,88.95
```

```
TBPT,,0.0013369 ,102.95
TBPT,,0.0017646 ,123.95
TBPT,,0.0021064 ,137.95
TBPT,,0.0025029 ,151.95
TBPT,,0.0029627 ,165.95
TBPT,,0.0037906 ,186.95
TBPT,,0.0050000 ,218.77
TBPT,,0.0070000 ,247.77
TBPT,,0.0090000 ,267.56
TBPT,,0.0150000 ,308.47
TBPT,,0.0250000 ,352.16
TBPT,,0.0400000 ,392.90
TBPT,,0.0500000 ,410.33
TBPT,,0.0800000 ,431.00
!
TB,UNIAXIAL,MatNr,1,6,TENSION
TBTEMP,0.0
TBPT,,0.000300 ,0.000300*E_MOD
TBPT,,0.0010000 ,35.33
TBPT,,0.0015000 ,53.00
TBPT,,0.0020000 ,70.67
TBPT,,0.0025000 ,88.33
TBPT,,0.0030000 ,106.00
!*****
```

B.2 Tragspannungsdiagramme nach König

Die von *König* ermittelten Tragspannungsdiagramme werden von ihm in [54] auch in analytischer Form angegeben. Er verwendet zur Approximation einen Polynomansatz 3. Ordnung nach Gl. (B.1). Die dazu notwendigen Daten sind Tab. B.1 zu entnehmen. Obwohl auch für größere bezogene Exzentrizitäten Tragspannungskurven angegeben wurden, wird auf die Wiedergabe hier verzichtet, da die praktische Relevanz gering ist.

$$\kappa_{(m)} = k_1 + k_2 \cdot \bar{\lambda} + k_3 \cdot \bar{\lambda}^2 + k_4 \cdot \bar{\lambda}^3 \quad (\text{B.1})$$

Tab. B.1: Parameter k_i für Gl.(B.1)

| | m | | | |
|----|----------|----------|----------|----------|
| | 0,0 | 0,1 | 0,25 | 0,5 |
| k1 | 1,12888 | 1,03737 | 0,99570 | 0,90225 |
| k2 | -0,68897 | -0,63648 | -0,70334 | -0,67571 |
| k3 | 0,13280 | 0,12505 | 0,18923 | 0,20150 |
| k4 | -0,00573 | -0,00554 | -0,01817 | -0,02207 |

Tab. B.2: Tragspannungsdiagramme nach König [54]

| $\bar{\lambda}$ | κ | | | |
|-----------------|----------|---------|----------|---------|
| | m = 0,0 | m = 0,1 | m = 0,25 | m = 0,5 |
| 0,5 | 0,8169 | 0,7497 | 0,6891 | 0,6120 |
| 0,6 | 0,7621 | 0,6993 | 0,6379 | 0,5646 |
| 0,7 | 0,7097 | 0,6512 | 0,5899 | 0,5204 |
| 0,8 | 0,6598 | 0,6054 | 0,5448 | 0,4793 |
| 0,9 | 0,6122 | 0,5618 | 0,5027 | 0,4412 |
| 1,0 | 0,5670 | 0,5204 | 0,4634 | 0,4060 |
| 1,1 | 0,5241 | 0,4812 | 0,4268 | 0,3734 |
| 1,2 | 0,4834 | 0,4441 | 0,3928 | 0,3434 |
| 1,3 | 0,4451 | 0,4091 | 0,3612 | 0,3159 |
| 1,4 | 0,4089 | 0,3762 | 0,3321 | 0,2906 |
| 1,5 | 0,3749 | 0,3453 | 0,3051 | 0,2676 |
| 1,6 | 0,3430 | 0,3164 | 0,2804 | 0,2465 |
| 1,7 | 0,3133 | 0,2895 | 0,2576 | 0,2274 |
| 1,8 | 0,2856 | 0,2646 | 0,2368 | 0,2101 |
| 1,9 | 0,2599 | 0,2415 | 0,2179 | 0,1944 |
| 2,0 | 0,2363 | 0,2203 | 0,2006 | 0,1803 |
| 2,1 | 0,2146 | 0,2009 | 0,1849 | 0,1675 |
| 2,2 | 0,1949 | 0,1834 | 0,1708 | 0,1559 |
| 2,3 | 0,1770 | 0,1676 | 0,1580 | 0,1455 |
| 2,4 | 0,1610 | 0,1535 | 0,1465 | 0,1361 |
| 2,5 | 0,1469 | 0,1412 | 0,1362 | 0,1275 |
| 2,6 | 0,1345 | 0,1305 | 0,1269 | 0,1196 |
| 2,7 | 0,1240 | 0,1214 | 0,1186 | 0,1123 |
| 2,8 | 0,1151 | 0,1140 | 0,1111 | 0,1055 |
| 2,9 | 0,1079 | 0,1081 | 0,1044 | 0,0990 |
| 3,0 | 0,1024 | 0,1038 | 0,0982 | 0,0927 |

B.3 Tragspannungsdiagramme nach *Käpplein*

Die Werte für die Tragspannungsdiagramme nach *Käpplein* wurden [46] entnommen, digitalisiert und als Werte in Tab. B.3 zusammengestellt. Obwohl auch für größere bezogene Exzentrizitäten Tragspannungskurven angegeben wurden, wird auf die Wiedergabe hier verzichtet, da die praktische Relevanz gering ist.

Tab. B.3: Tragspannungsdiagramme nach *Käpplein* [46]

| $\bar{\lambda}$ | κ | | | |
|-----------------|----------|---------|----------|---------|
| | m = 0,0 | m = 0,1 | m = 0,25 | m = 0,5 |
| 0,492 | 0,7004 | 0,6052 | 0,5410 | 0,4762 |
| 0,624 | 0,6501 | 0,5545 | 0,4967 | 0,4379 |
| 0,677 | 0,6250 | 0,5337 | 0,4789 | 0,4225 |
| 0,740 | 0,5987 | 0,5090 | 0,4581 | 0,4046 |
| 0,861 | 0,5518 | 0,4640 | 0,4205 | 0,3704 |
| 0,993 | 0,4992 | 0,4174 | 0,3803 | 0,3358 |
| 1,188 | 0,4307 | 0,3533 | 0,3252 | 0,2894 |
| 1,253 | 0,4067 | 0,3323 | 0,3080 | 0,2754 |
| 1,357 | 0,3747 | 0,3028 | 0,2813 | 0,2540 |
| 1,459 | 0,3438 | 0,2761 | 0,2578 | 0,2339 |
| 1,520 | 0,3255 | 0,2610 | 0,2450 | 0,2221 |
| 1,652 | 0,2924 | 0,2321 | 0,2184 | 0,2004 |
| 1,682 | 0,2844 | 0,2259 | 0,2133 | 0,1955 |
| 1,800 | 0,2570 | 0,2038 | 0,1933 | 0,1780 |
| 1,884 | 0,2410 | 0,1889 | 0,1807 | 0,1664 |
| 1,949 | 0,2284 | 0,1784 | 0,1709 | 0,1586 |
| 2,109 | 0,1999 | 0,1565 | 0,1502 | 0,1411 |
| 2,216 | 0,1828 | 0,1448 | 0,1393 | 0,1311 |
| 2,329 | 0,1679 | 0,1330 | 0,1290 | 0,1207 |
| 2,413 | 0,1588 | 0,1245 | 0,1221 | 0,1153 |
| 2,508 | 0,1508 | 0,1180 | 0,1143 | 0,1100 |
| 2,682 | 0,1337 | 0,1061 | 0,0999 | 0,0974 |
| 2,768 | 0,1269 | 0,1003 | 0,0928 | 0,0910 |
| 2,861 | 0,1189 | 0,0940 | 0,0851 | 0,0842 |

B.4 Messdaten zur statistischen Auswertung

Tab. B.4: Messungen des E_0 -Moduls (aus [54])

| Nr. | A1 | A2 | B1 | B2 | B3 | C2 | C3 | D1 | D2 | D3 | E1 | V1 | V4 |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 106375 | 101566 | 87175 | 96204 | 101487 | 91072 | 96716 | 116986 | 89941 | 103057 | 99344 | 99579 | 98447 | |
| 106493 | 101885 | 87223 | 96340 | 101767 | 91120 | 97862 | 117290 | 90639 | 103628 | 100100 | 99809 | 100487 | |
| 106562 | 103046 | 87263 | 96611 | 101816 | 91913 | 98924 | 117352 | 90814 | 103704 | 101097 | 105302 | 101745 | |
| 106892 | 103886 | 87347 | 96713 | 102428 | 92134 | 100723 | 117430 | 90814 | 103906 | 102986 | 105496 | 103293 | |
| 106902 | 103980 | 87478 | 97023 | 103186 | 103240 | 102629 | 118051 | 90945 | 103912 | 103167 | 105731 | 107125 | |
| 107173 | 104248 | 89114 | 97292 | 104230 | 103445 | 103675 | 118585 | 91033 | 104101 | 104135 | 106681 | | |
| 107285 | 104405 | 91288 | 97516 | 105088 | 103622 | 103839 | 118993 | 91561 | 104195 | 104378 | 106964 | | |
| 107381 | 104444 | 91822 | 97747 | 105088 | 104349 | 105217 | 119044 | 92178 | 104236 | 104805 | 107495 | | |
| 107525 | 104452 | 92485 | 97937 | 105891 | 104466 | 105407 | 119223 | 92311 | 104236 | 105334 | 114241 | | |
| 107949 | 104574 | 92706 | 99262 | 106766 | 104681 | 105795 | 119697 | 92752 | 104533 | 105858 | 114390 | | |
| 108249 | 104601 | 95122 | 99312 | 108014 | 105001 | 105926 | 119697 | 92798 | 104669 | 105858 | | | |
| 108797 | 104648 | 95786 | 100315 | 108222 | 105014 | 106055 | 120299 | 93197 | 104723 | 106184 | | | |
| 108879 | 104736 | 96807 | 110219 | 105144 | 106357 | 106357 | | 103758 | 105374 | 106567 | | | |
| 109136 | 104790 | 96838 | 110309 | 106870 | 106997 | 106997 | | 105103 | 106630 | 106630 | | | |
| 109368 | 105089 | 97019 | 111477 | 107189 | 107125 | 107125 | | 105191 | 108295 | 108295 | | | |
| 109708 | 105906 | 97775 | 111703 | 107525 | 107125 | 107125 | | 105755 | 108903 | 108903 | | | |
| 109843 | 106836 | 98894 | 112363 | 107540 | 107225 | 107225 | | | 109659 | 109659 | | | |
| 110204 | 108440 | 99027 | 112363 | 108137 | 107517 | 107517 | | | | | | | |
| | | 99170 | 112522 | 108217 | 107743 | 107743 | | | | | | | |
| | | 99170 | 112967 | 108766 | 107843 | 107843 | | | | | | | |
| | | 99583 | 113799 | 109021 | 108478 | 108478 | | | | | | | |
| | | 99814 | 113959 | 109665 | 108669 | 108669 | | | | | | | |
| | | 100058 | 114618 | 109825 | 108951 | 108951 | | | | | | | |
| | | 100074 | 117885 | 109967 | | | | | | | | | |
| | | 100558 | | 109980 | | | | | | | | | |
| | | 100593 | | 110751 | | | | | | | | | |
| μ | 108040 | 104530 | 95007 | 97689 | 108674 | 106928 | 105078 | 118554 | 91582 | 104175 | 104900 | 106569 | 102219 |
| min | 106375 | 101566 | 87175 | 96204 | 101487 | 103240 | 96716 | 116986 | 89941 | 103057 | 99344 | 99579 | 98447 |
| max | 110204 | 108440 | 100593 | 100315 | 117885 | 110751 | 108951 | 120299 | 93197 | 105374 | 109659 | 114390 | 107125 |
| σ | 1224,6 | 1523,0 | 4842,6 | 1253,0 | 4699,0 | 2390,5 | 3420,6 | 1062,9 | 992,1 | 557,2 | 2823,7 | 4680,5 | 2921,5 |
| ν | 0,0113 | 0,0146 | 0,0510 | 0,0128 | 0,0432 | 0,0224 | 0,0326 | 0,0090 | 0,0108 | 0,0053 | 0,0269 | 0,0439 | 0,0286 |
| n | 18 | 18 | 26 | 12 | 24 | 22 | 23 | 12 | 12 | 13 | 17 | 10 | 5 |

C Tragspannungsdiagramme

C.1 Zentrischer Druck

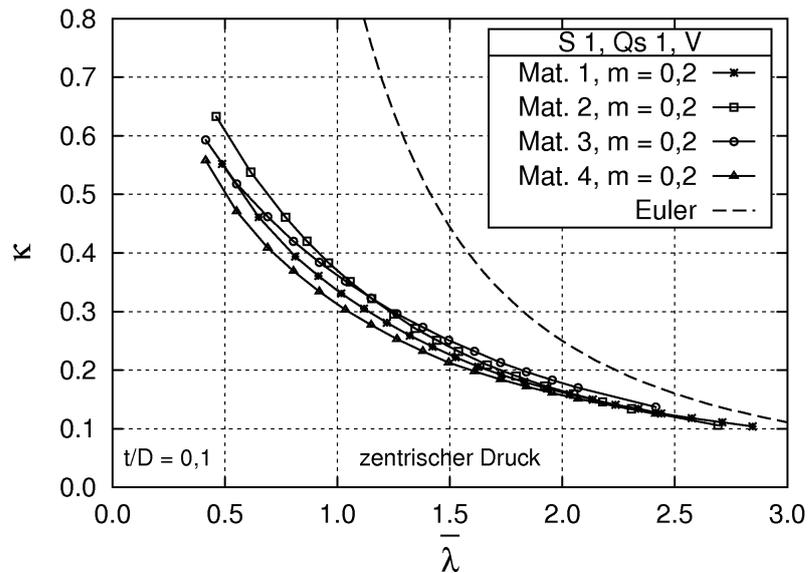


Abb. C.1: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,2$

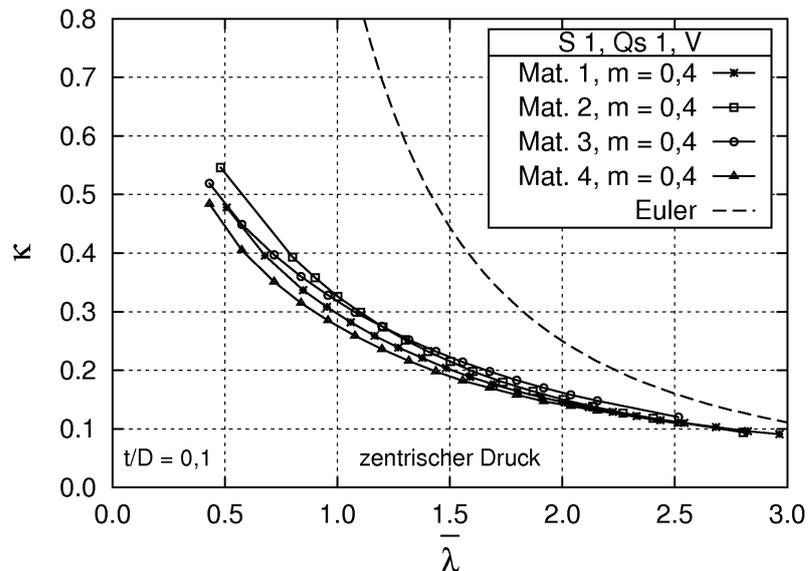


Abb. C.2: Tragspannungsdiagramm für System 1, Volumenelemente, $m = 0,4$

C.2 Einseitiges Moment

C.2.1 Einfluss der äußeren Exzentrizität

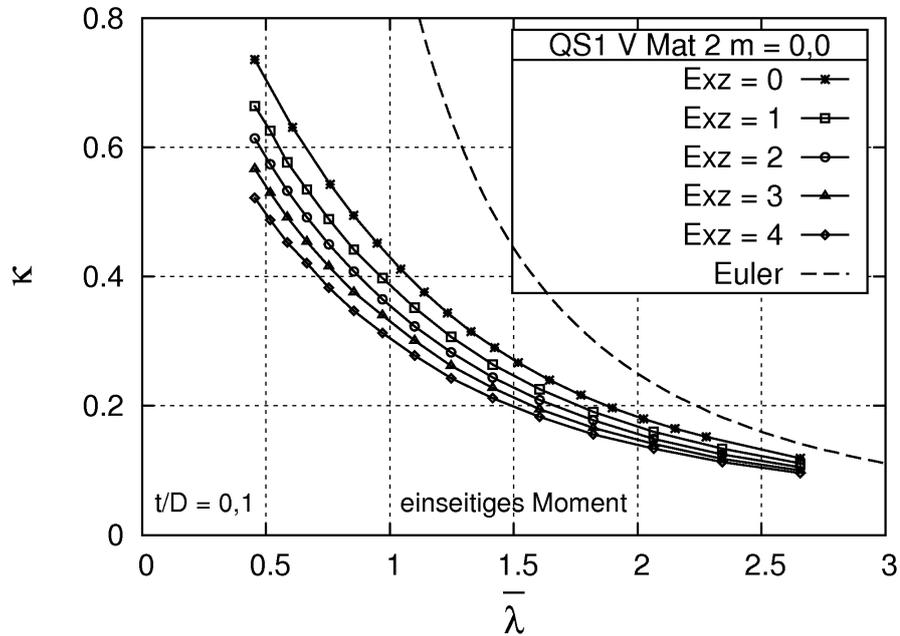


Abb. C.3: Tragspannungsdiagramm für Material 2, alle Exzentrizitäten, $m = 0,0$

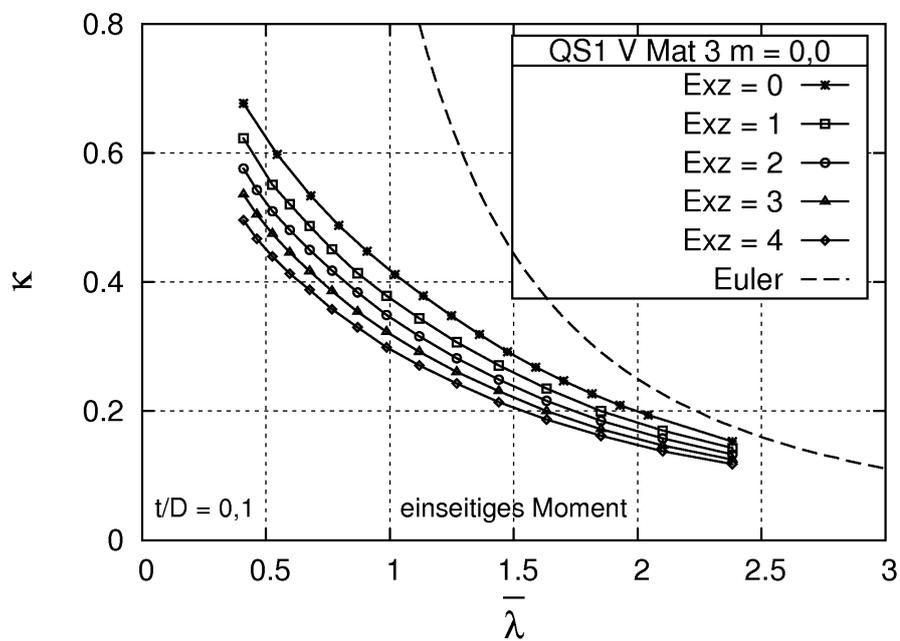


Abb. C.4: Tragspannungsdiagramm für Material 3, alle Exzentrizitäten, $m = 0,0$

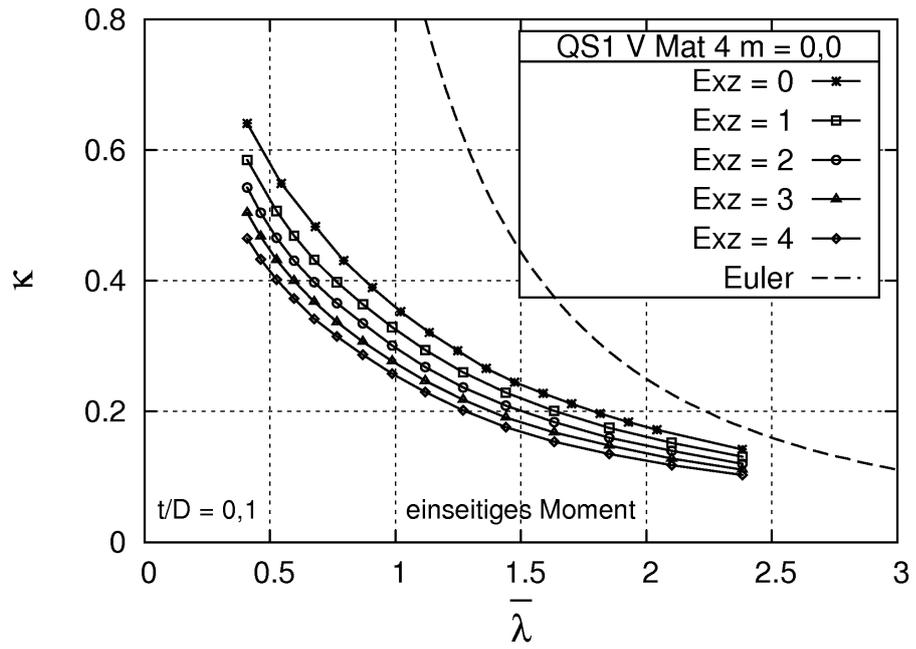
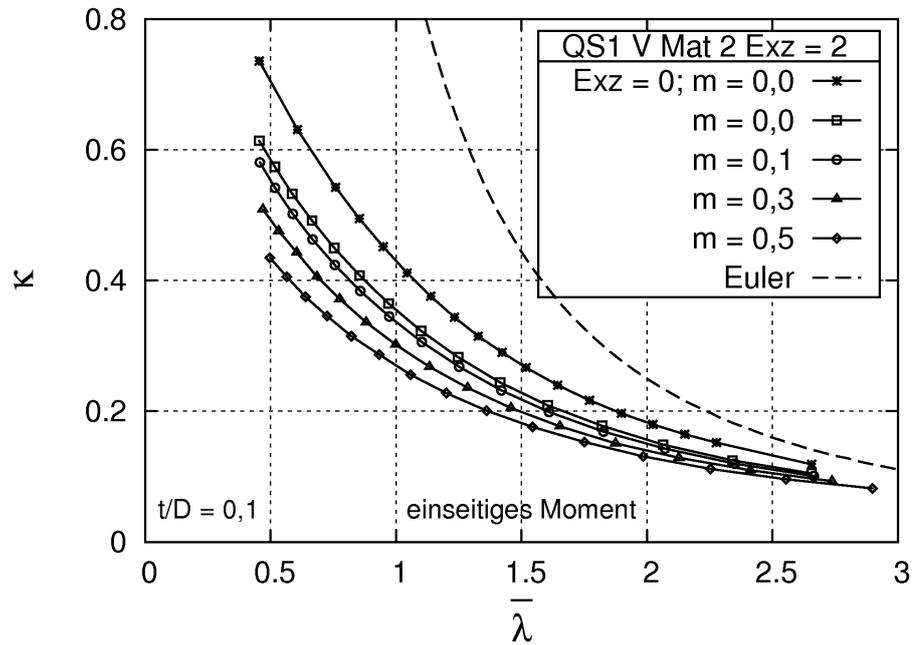
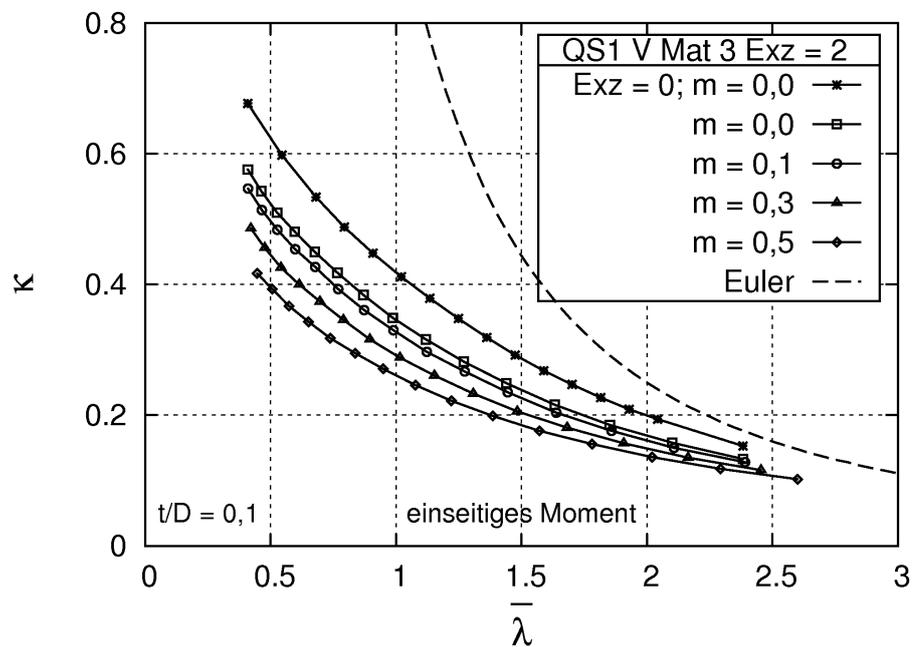


Abb. C.5: Tragspannungsdiagramm für Material 4, alle Exzentrizitäten, $m = 0,0$

C.2.2 Einfluss der inneren Exzentrizität m Abb. C.6: Tragspannungsdiagramm für Material 2, Exz = 2, alle m Abb. C.7: Tragspannungsdiagramm für Material 3, Exz = 2, alle m

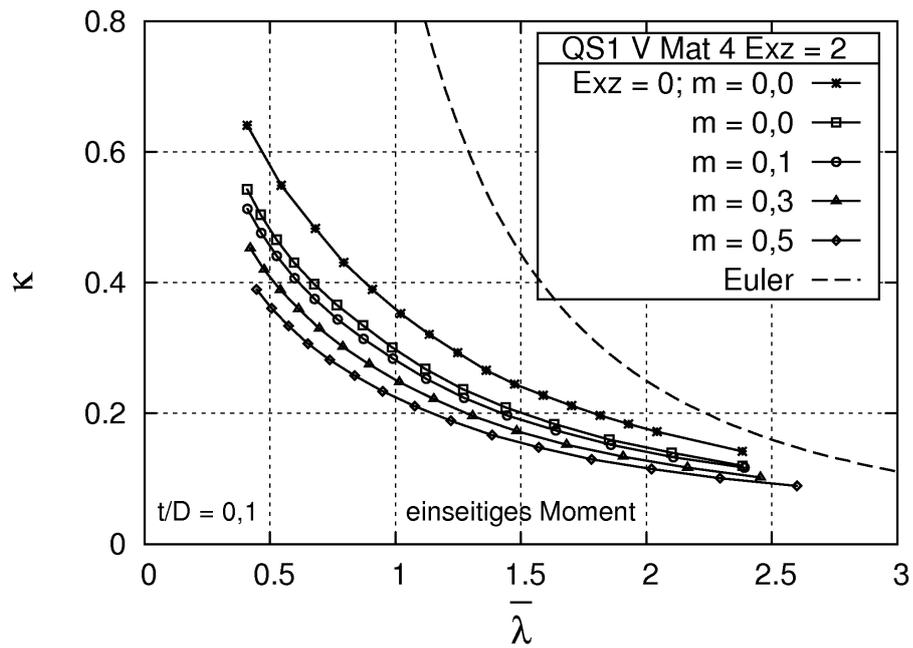


Abb. C.8: Tragspannungsdiagramm für Material 4, Exz = 2, alle m

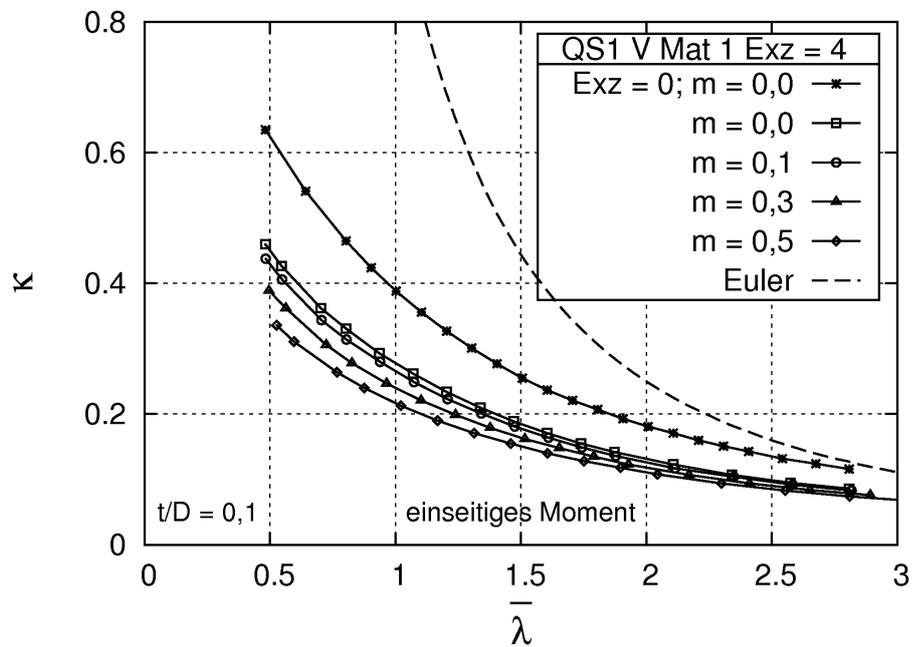


Abb. C.9: Tragspannungsdiagramm für Material 1, Exz = 4, alle m

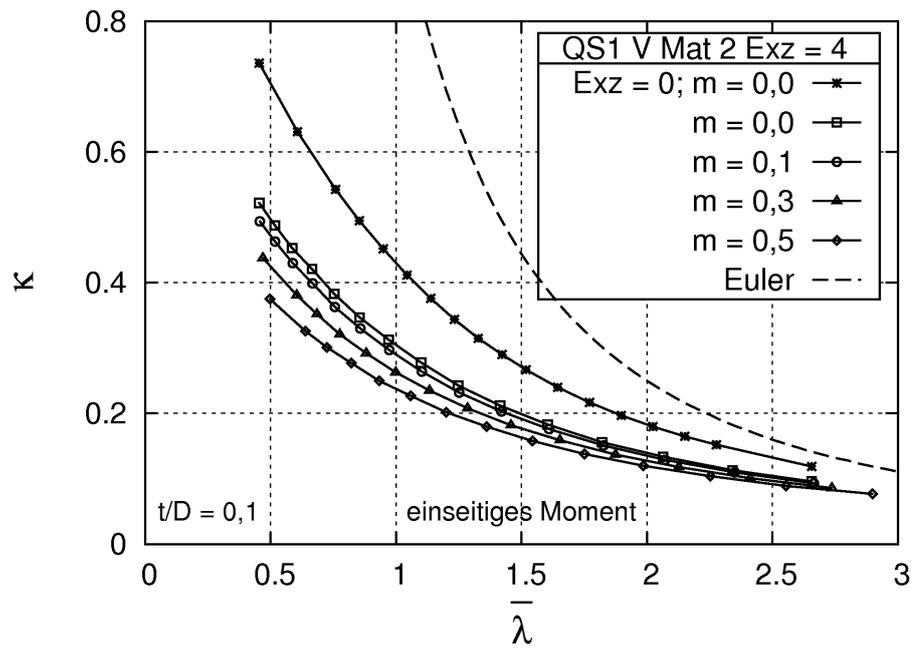


Abb. C.10: Tragspannungsdiagramm für Material 2, $Exz = 4$, alle m

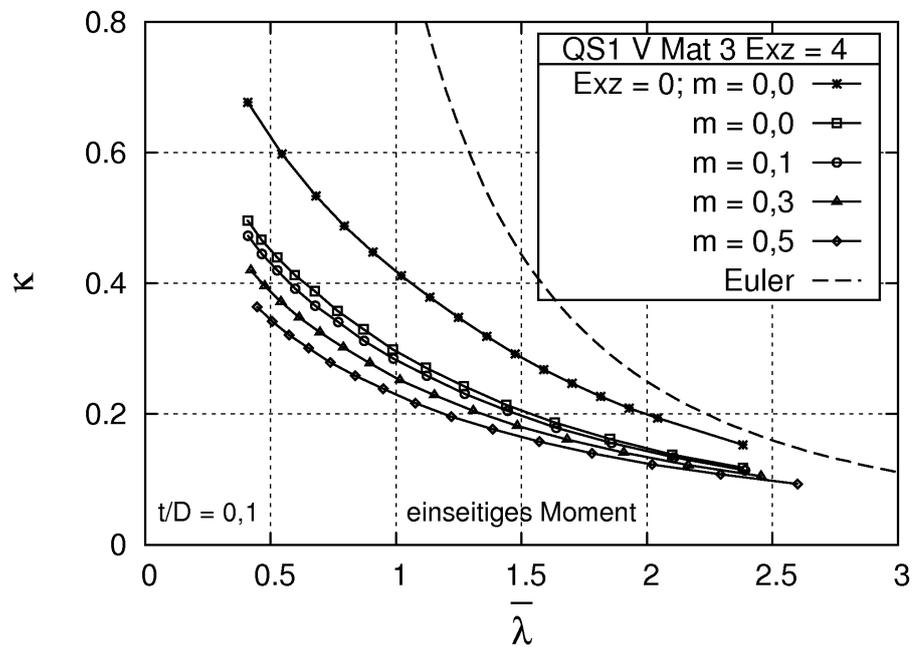


Abb. C.11: Tragspannungsdiagramm für Material 3, $Exz = 4$, alle m

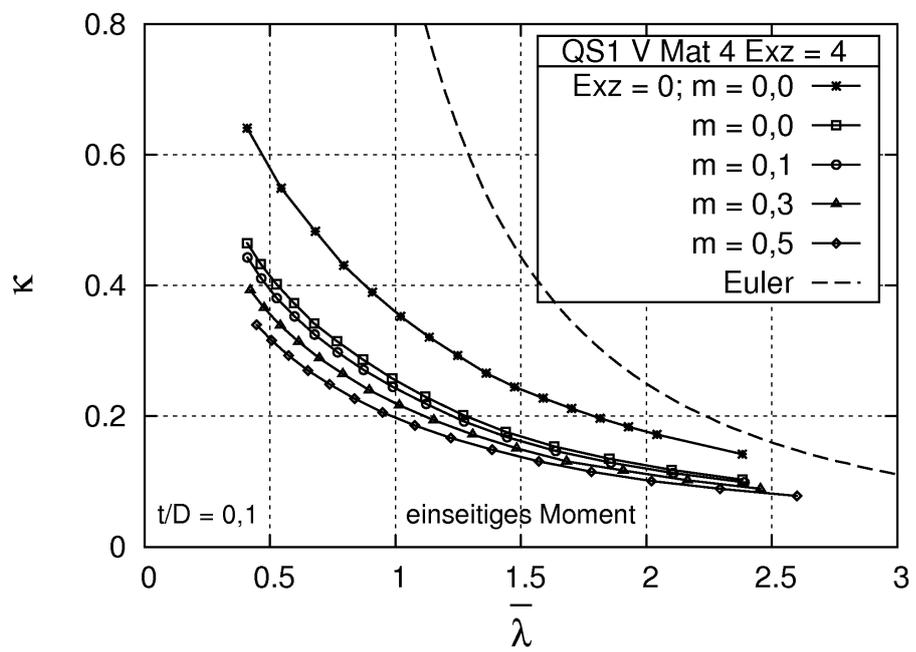


Abb. C.12: Tragspannungsdiagramm für Material 4, Exz = 4, alle m

C.2.3 Einfluss der Materialarbeitslinie

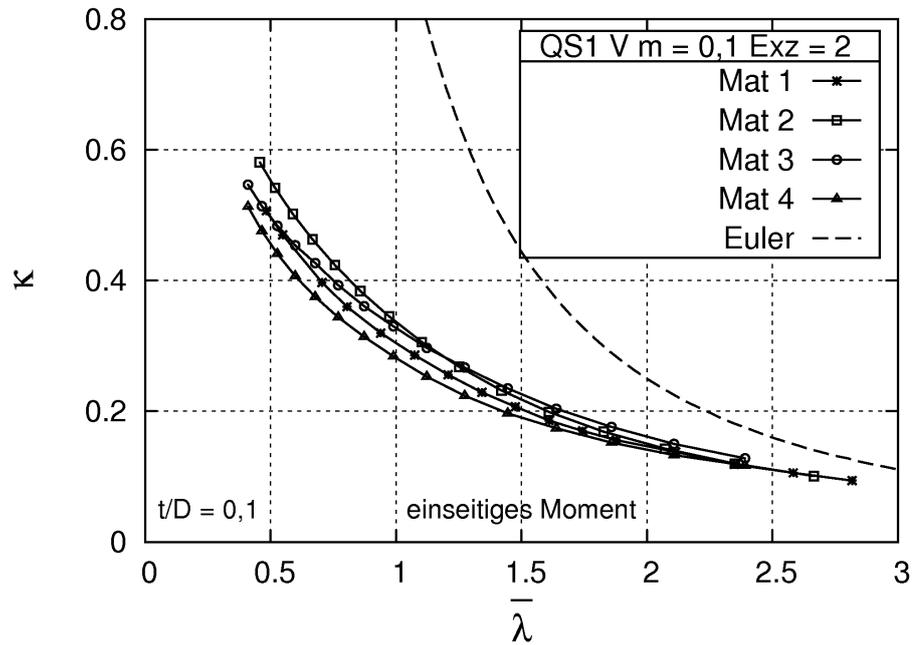


Abb. C.13: Tragspannungsdiagramm $Exz = 2$, alle Materialien, $m = 0,1$

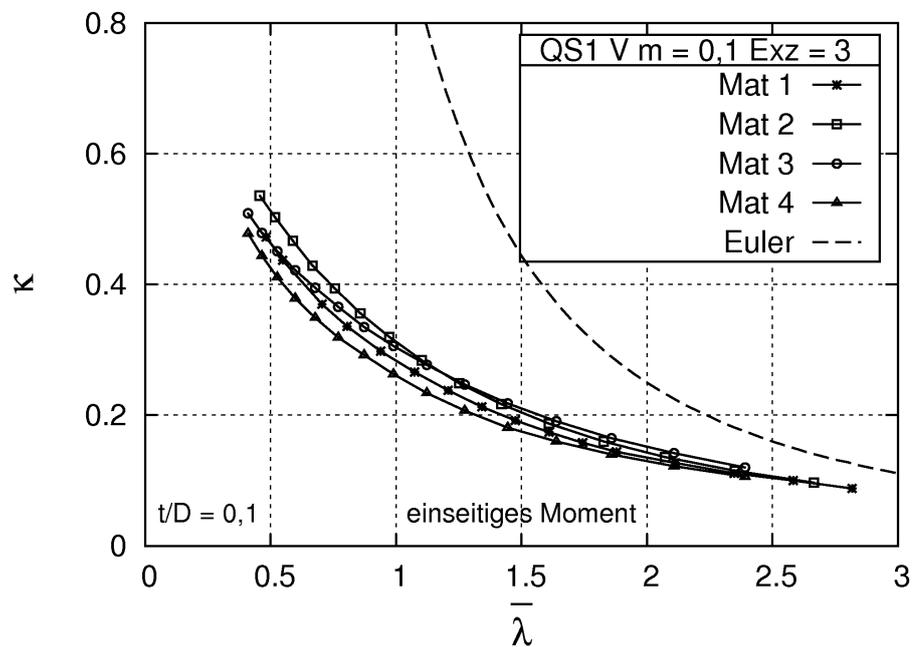


Abb. C.14: Tragspannungsdiagramm $Exz = 3$, alle Materialien, $m = 0,1$

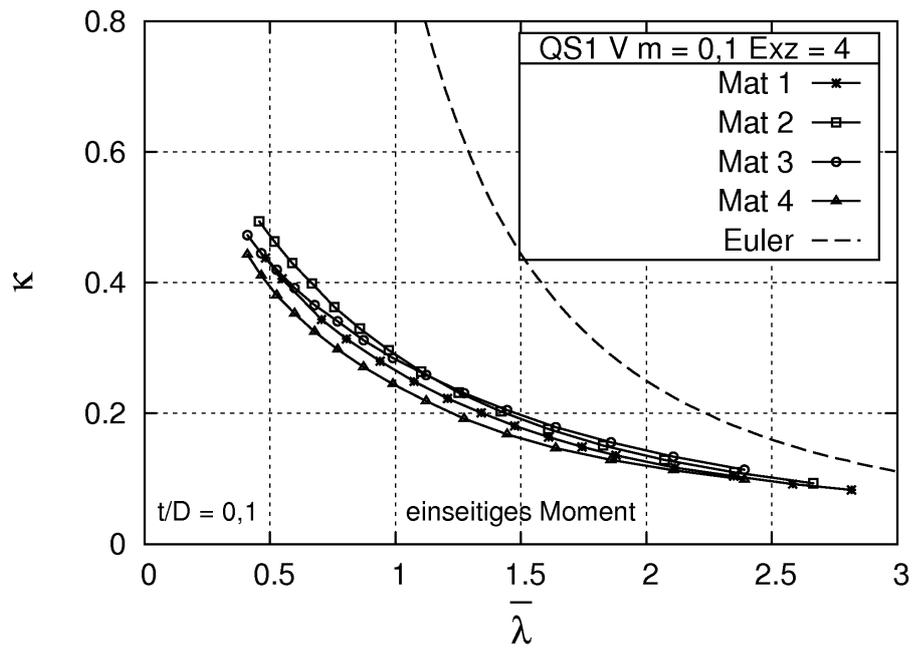


Abb. C.15: Tragspannungsdiagramm $Exz = 4$, alle Materialien, $m = 0,1$

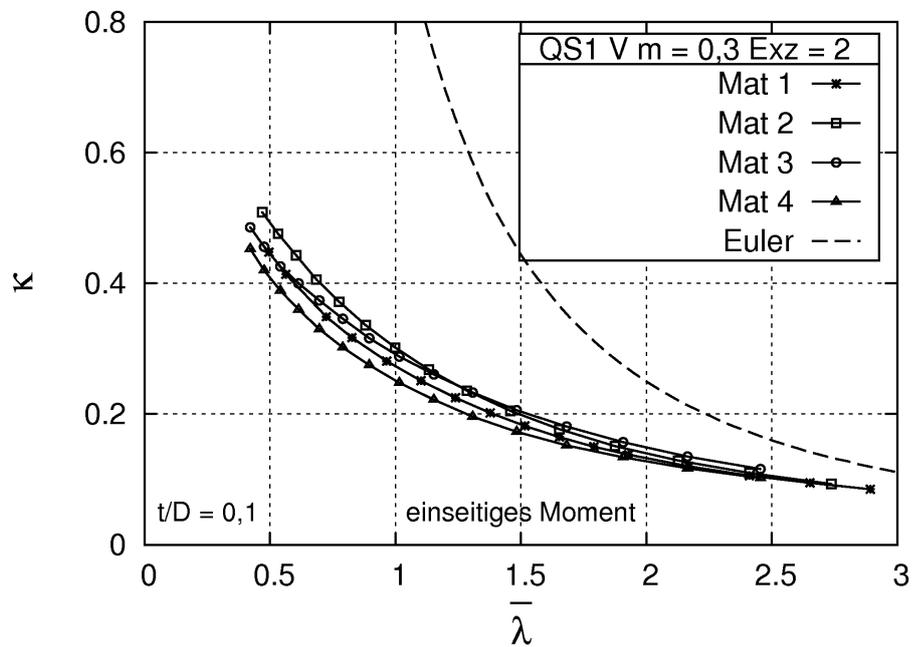


Abb. C.16: Tragspannungsdiagramm $Exz = 2$, alle Materialien, $m = 0,3$

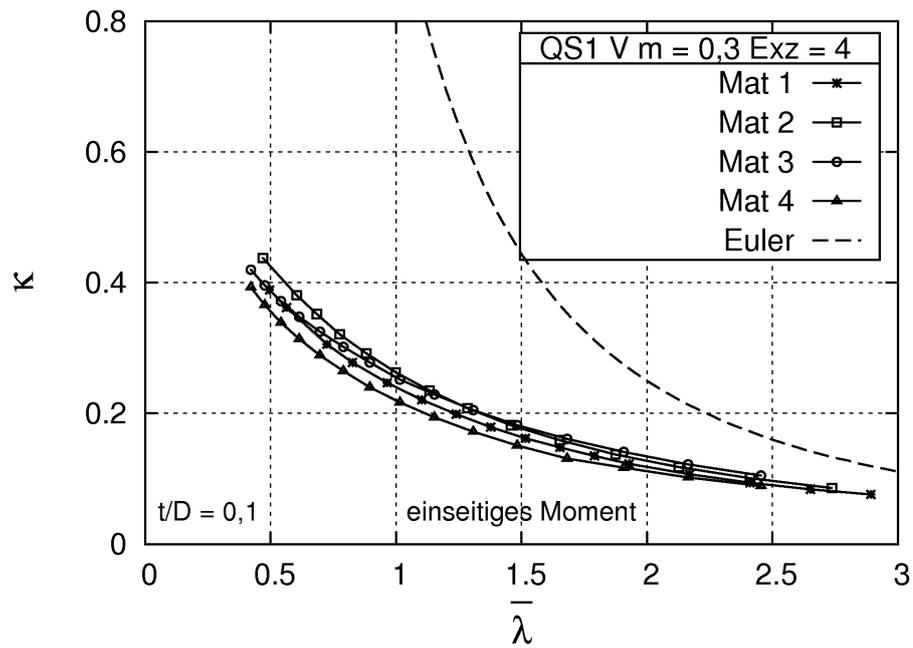


Abb. C.17: Tragspannungsdiagramm $Exz = 4$, alle Materialien, $m = 0,3$

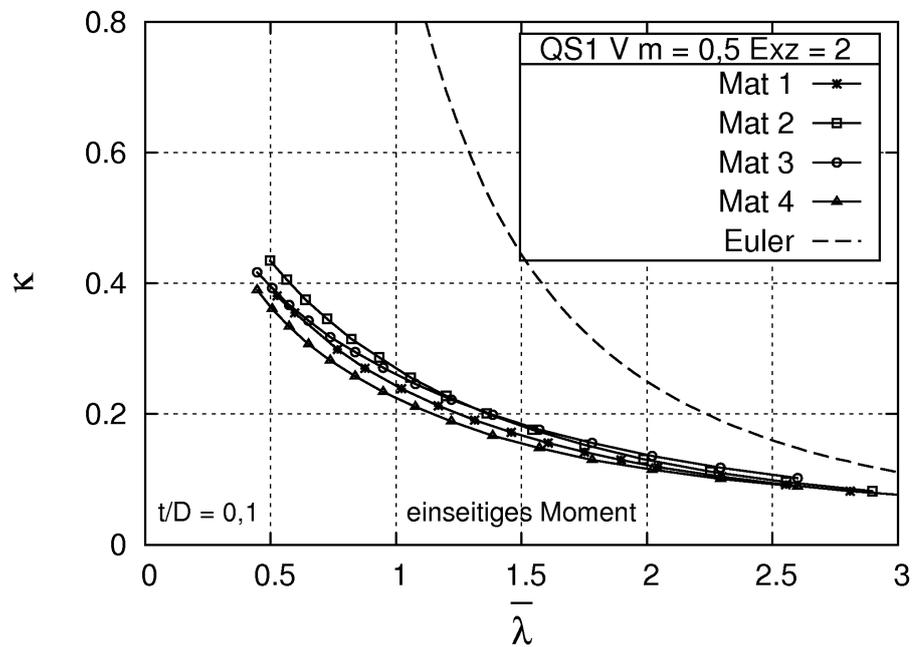


Abb. C.18: Tragspannungsdiagramm $Exz = 2$, alle Materialien, $m = 0,5$

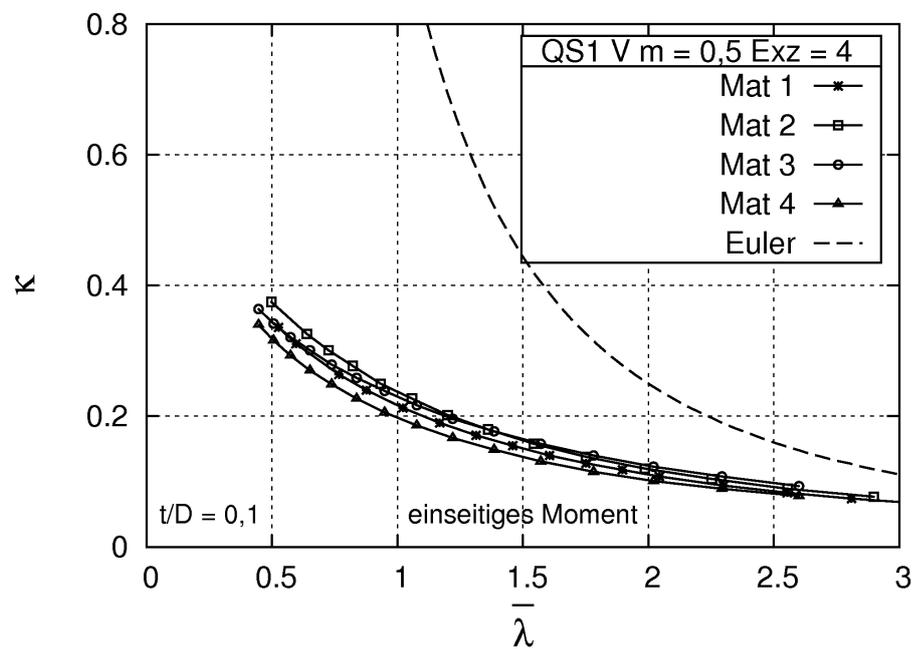
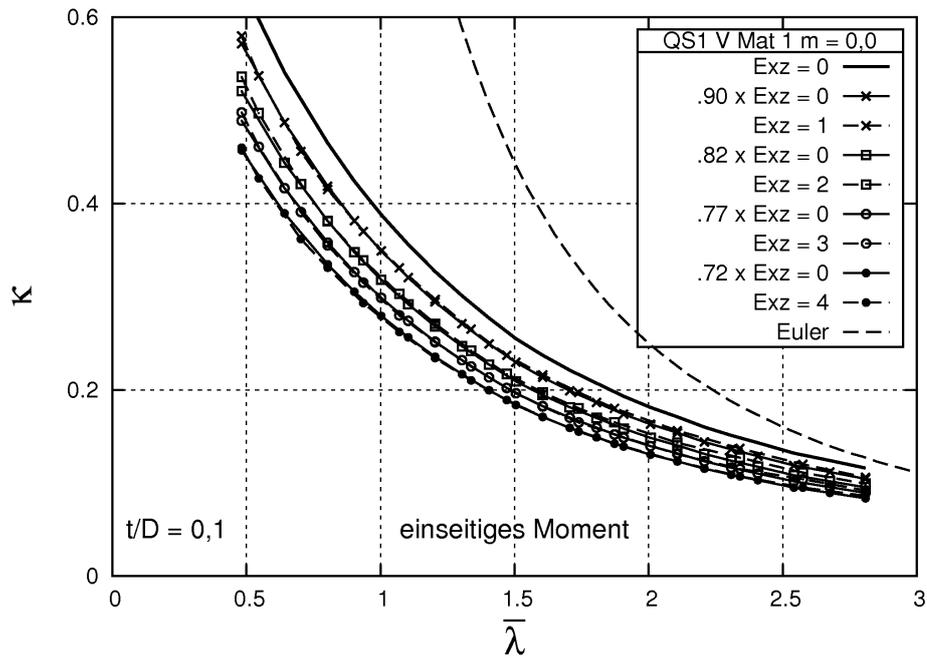
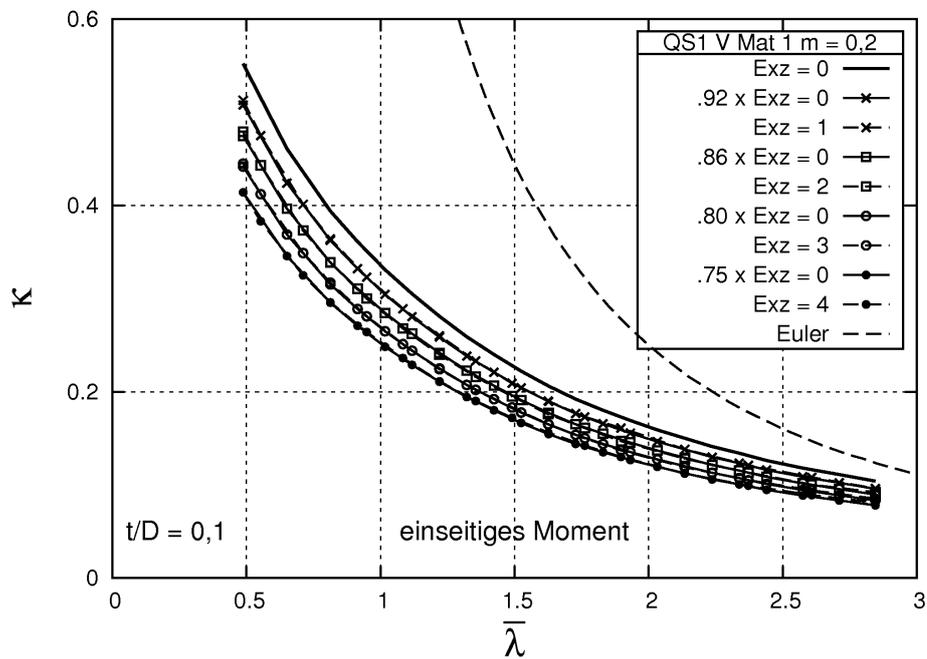


Abb. C.19: Tragspannungsdiagramm Exz = 4, alle Materialien, m = 0,5

C.2.4 Abgeleitete Tragspannungskurven

Abb. C.20: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 1, $m = 0,0$ Abb. C.21: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 1, $m = 0,2$

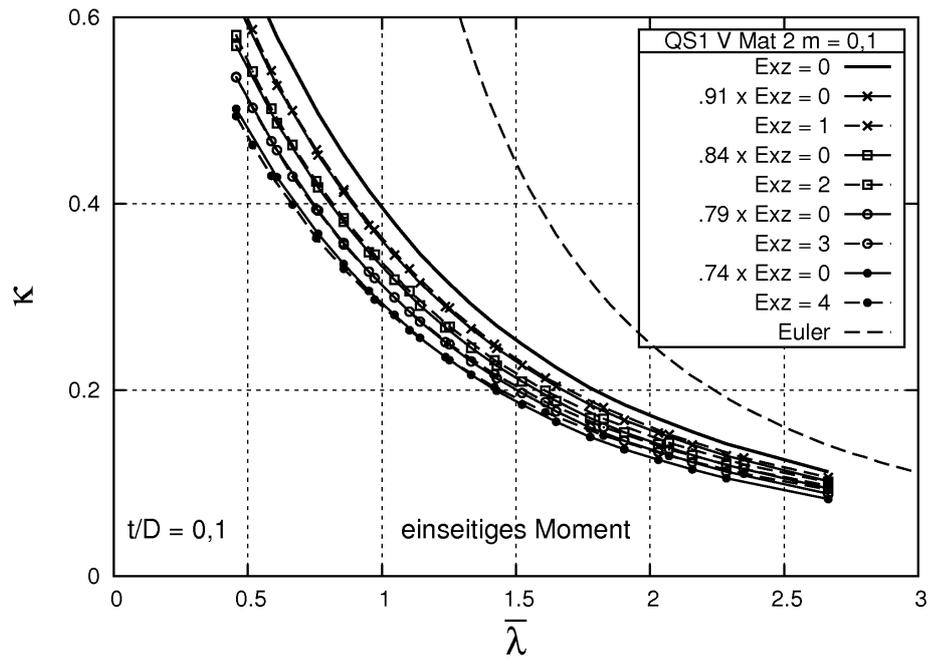


Abb. C.22: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 2, $m = 0,1$

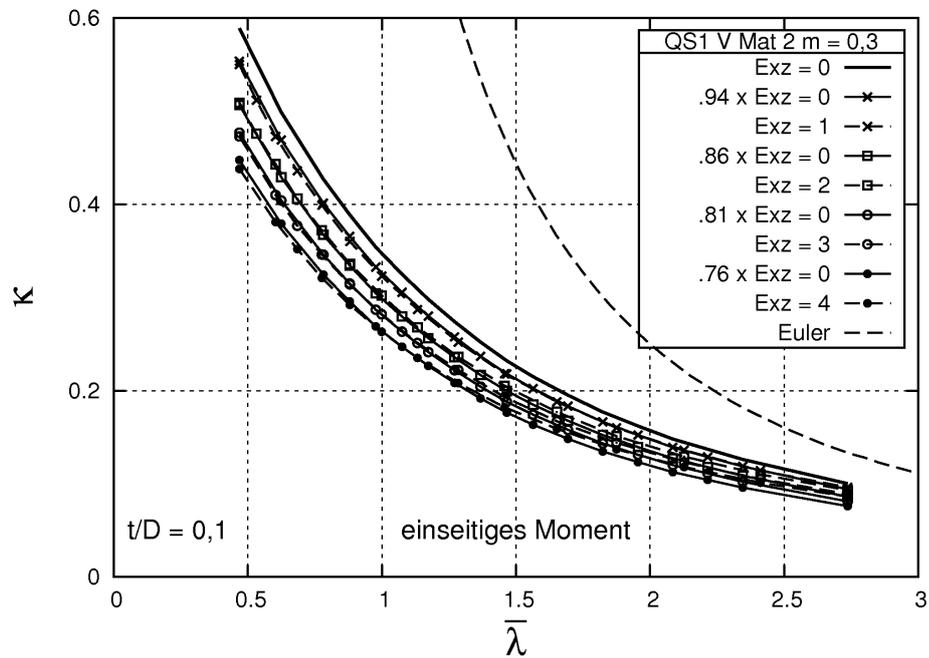


Abb. C.23: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 2, $m = 0,3$

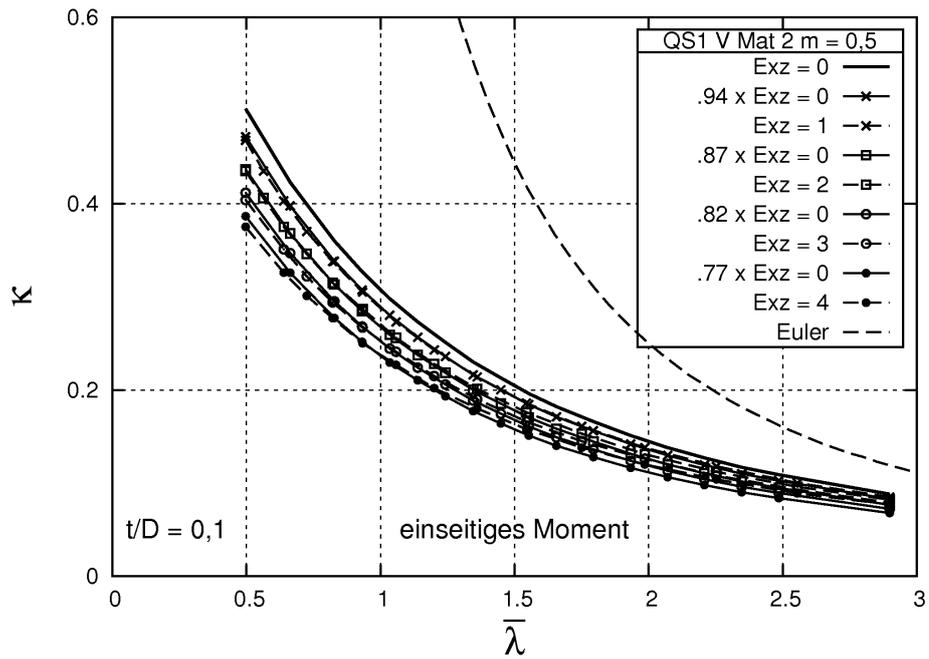


Abb. C.24: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 2, $m = 0,5$

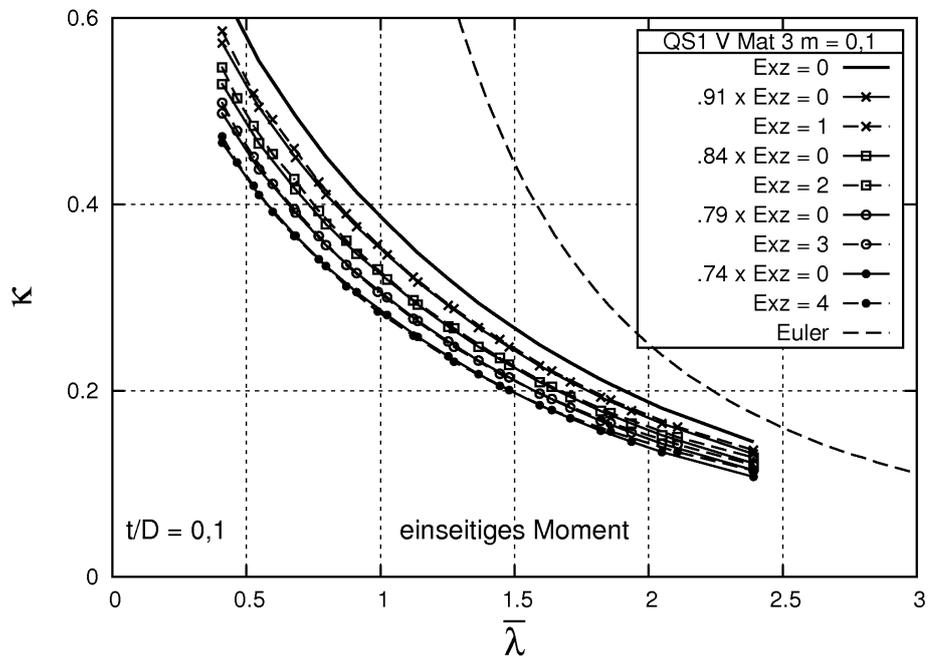


Abb. C.25: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 3, $m = 0,1$

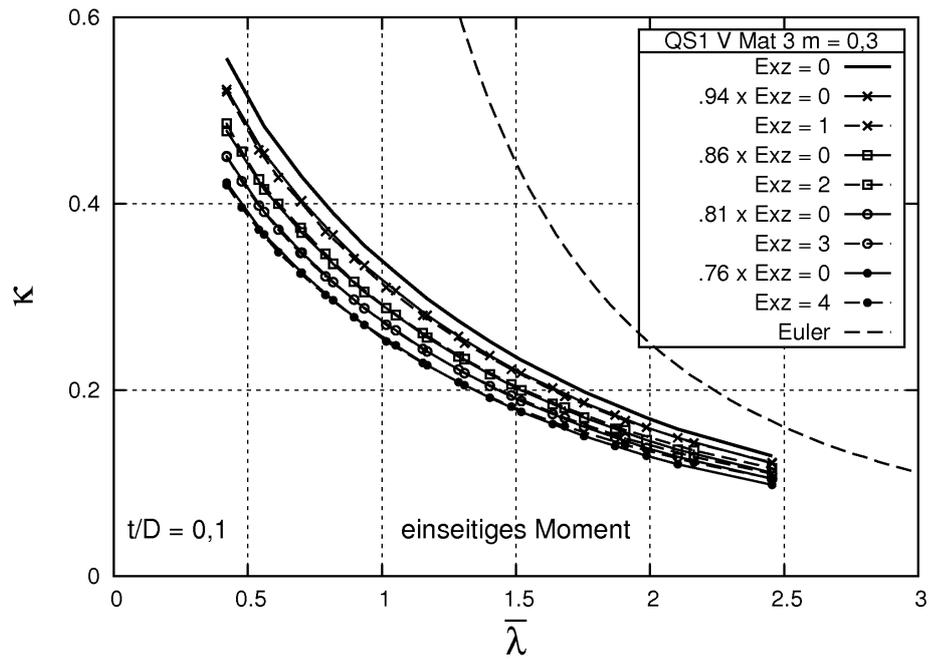


Abb. C.26: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 3, $m = 0,3$

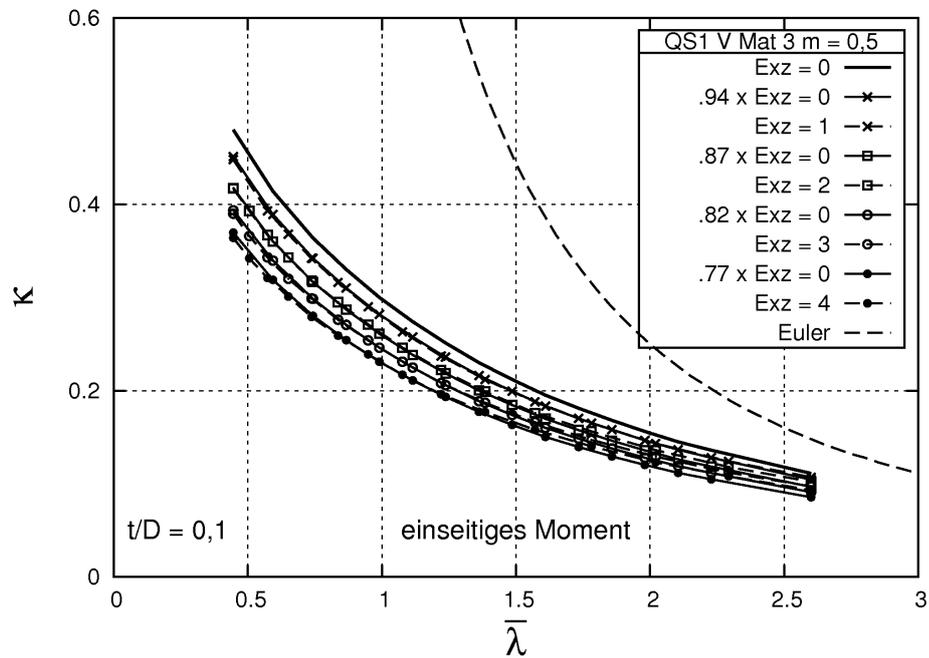


Abb. C.27: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 3, $m = 0,5$

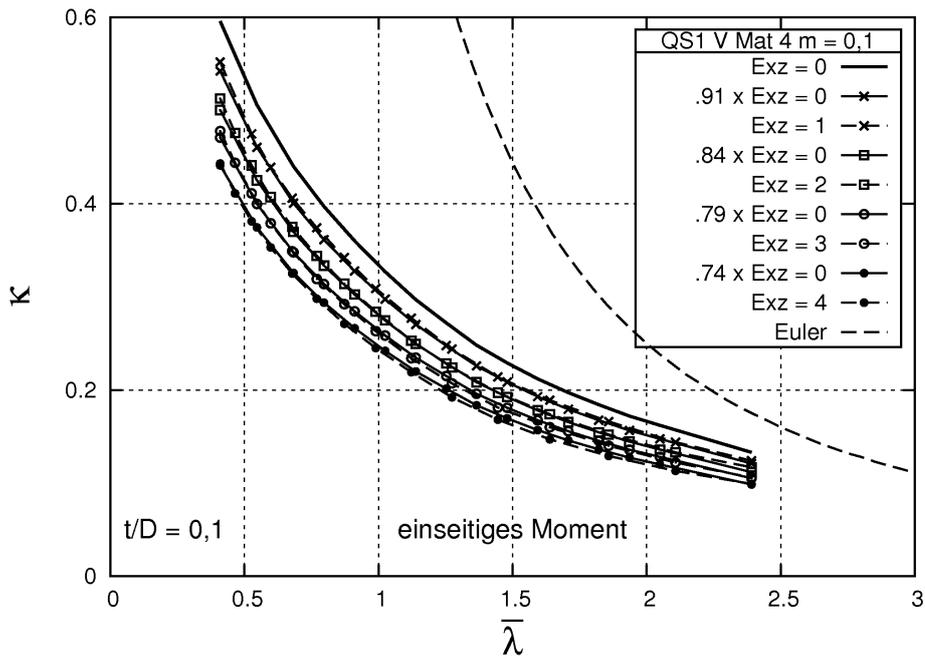


Abb. C.28: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 4, $m = 0,1$

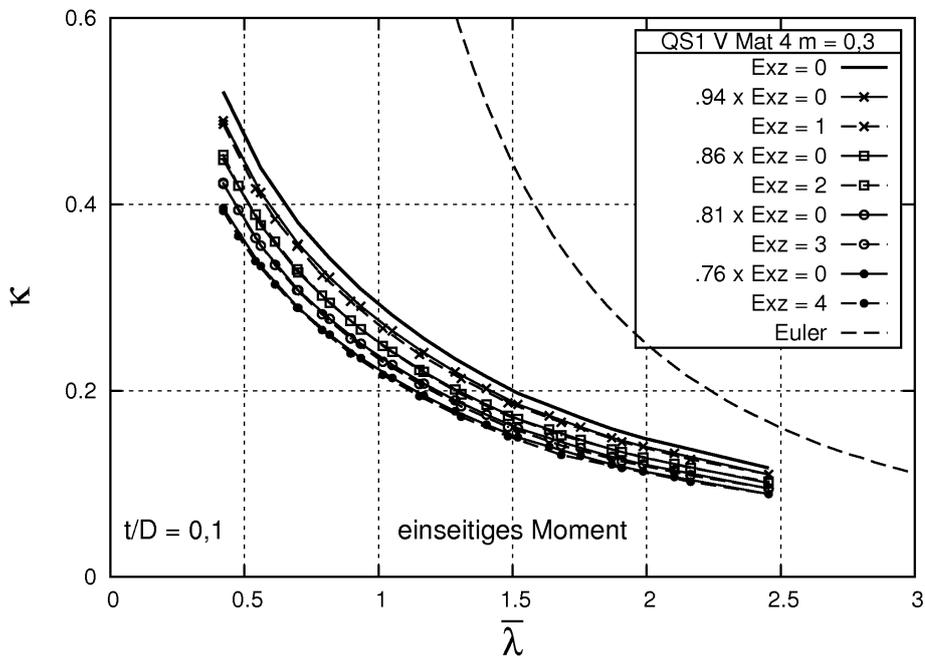


Abb. C.29: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 4, $m = 0,3$

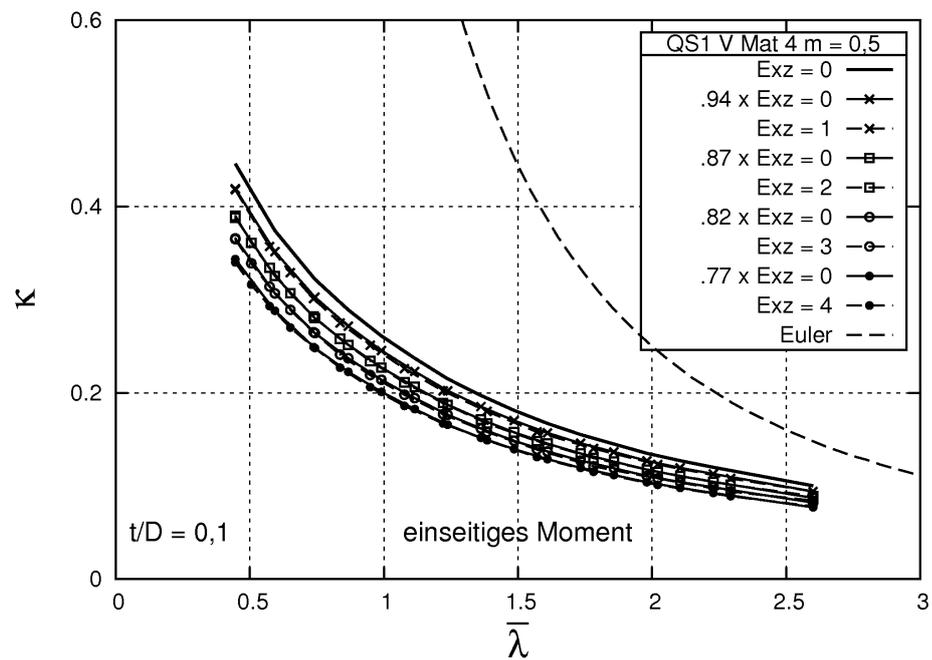


Abb. C.30: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 4, $m = 0,5$

C.3 Zweiseitiges Moment

C.3.1 Einfluss der äußeren Exzentrizität

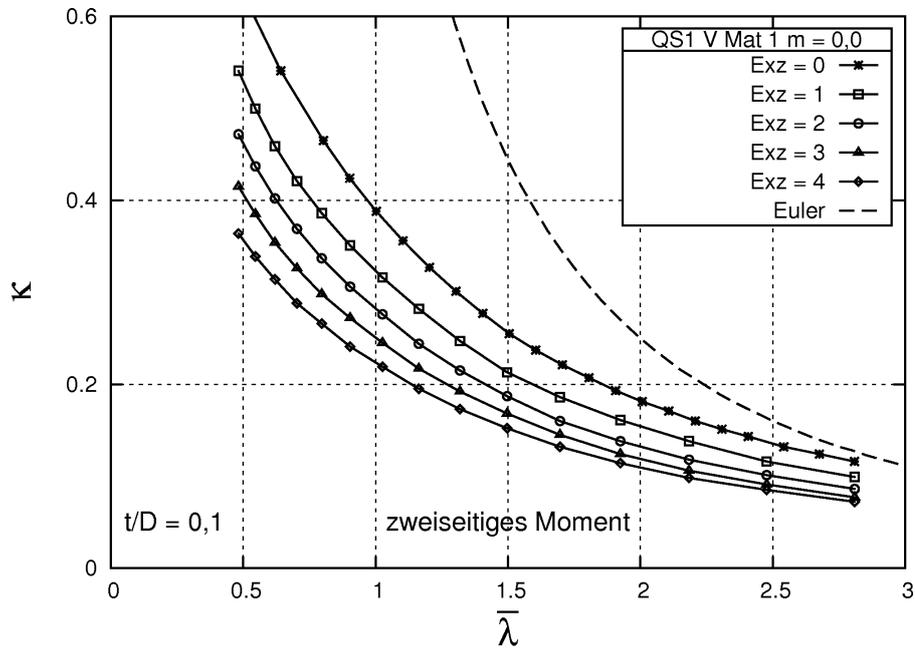


Abb. C.31: Tragspannungsdiagramm für Material 1, alle Exzentrizitäten, $m = 0,0$

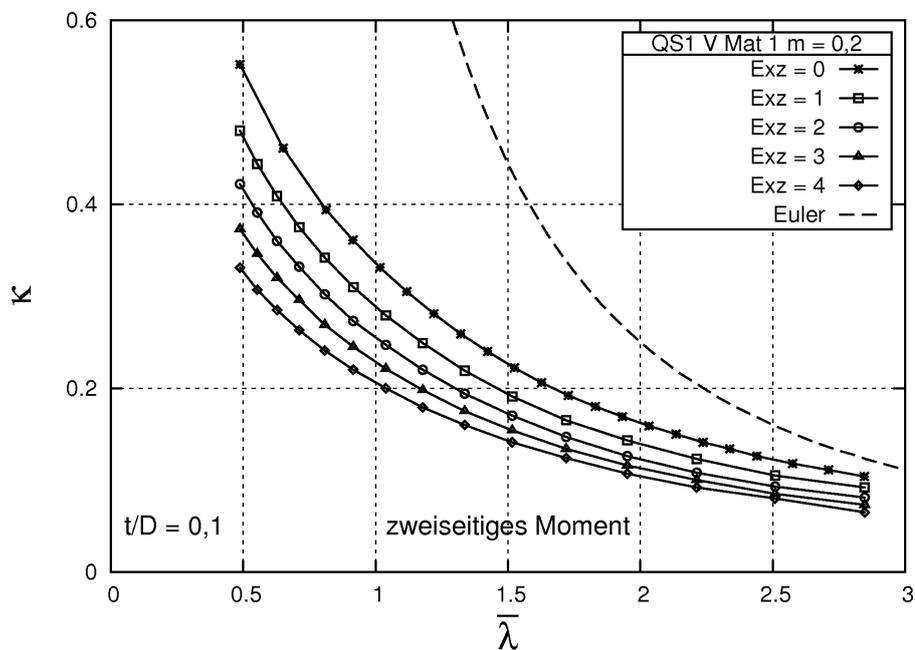


Abb. C.32: Tragspannungsdiagramm für Material 1, alle Exzentrizitäten, $m = 0,2$

C Tragspannungsdiagramme

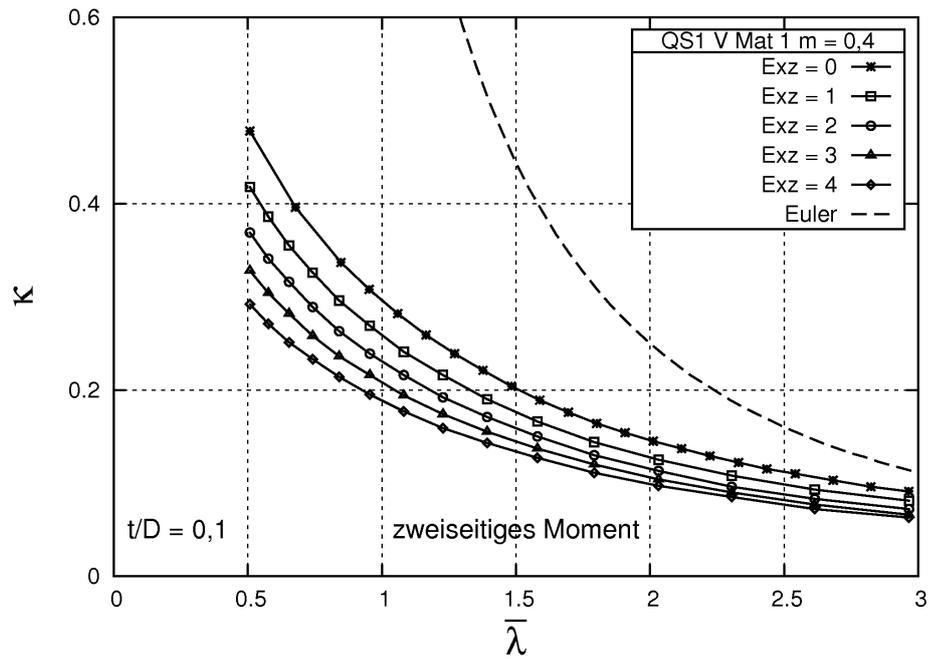


Abb. C.33: Tragspannungsdiagramm für Material 1, alle Exzentrizitäten, $m = 0,4$

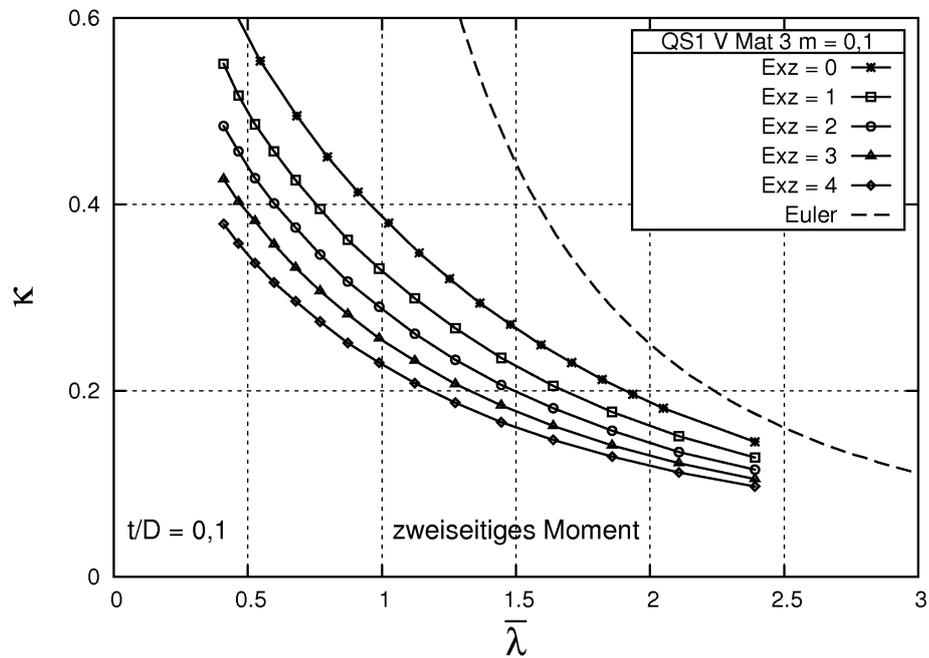


Abb. C.34: Tragspannungsdiagramm für Material 3, alle Exzentrizitäten, $m = 0,1$

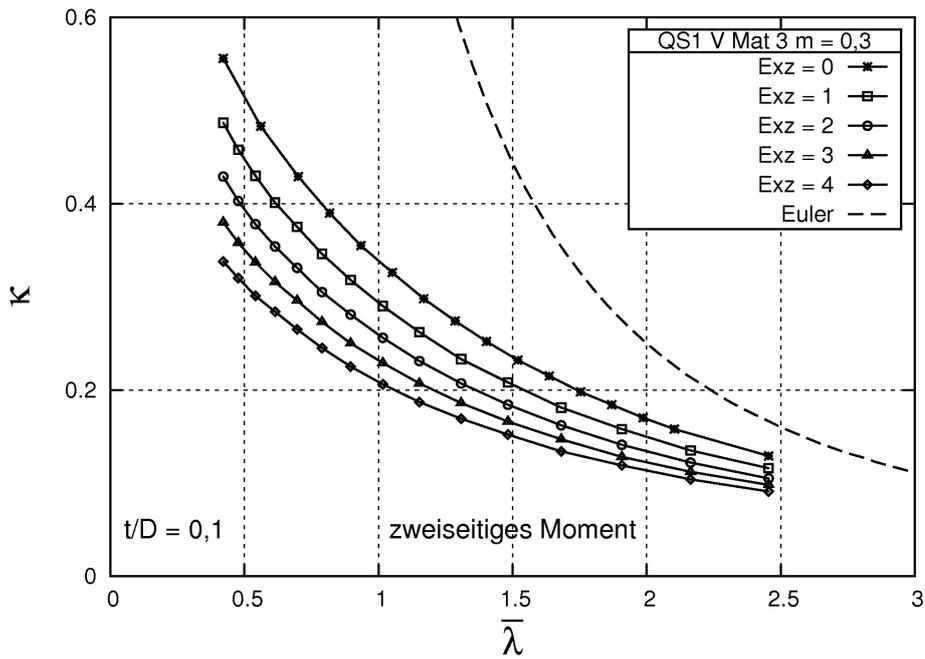


Abb. C.35: Tragspannungsdiagramm für Material 3, alle Exzentrizitäten, $m = 0,3$

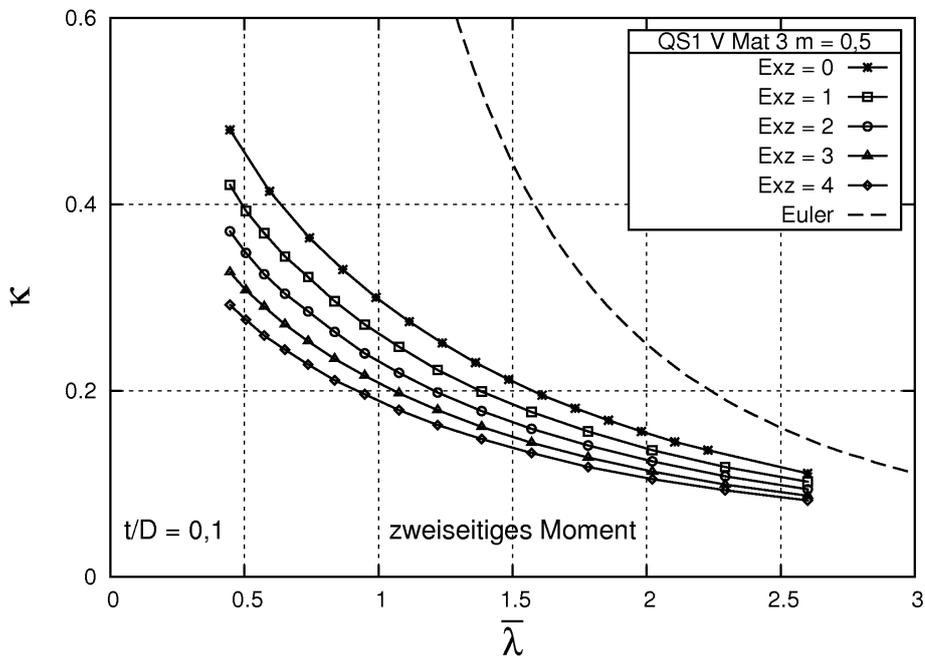


Abb. C.36: Tragspannungsdiagramm für Material 3, alle Exzentrizitäten, $m = 0,5$

C.3.2 Einfluss der inneren Exzentrizität m

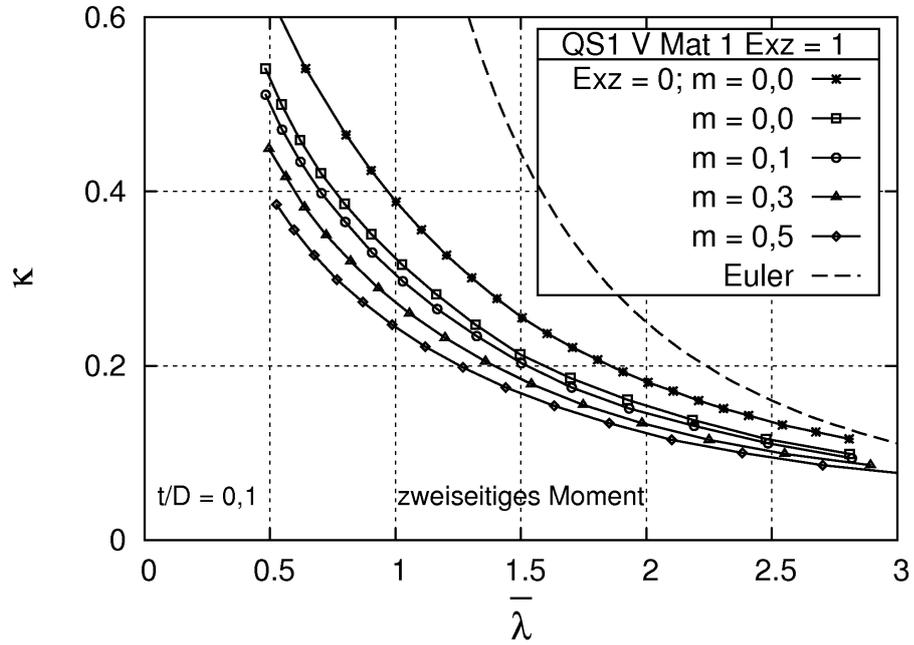


Abb. C.37: Tragspannungsdiagramm für Material 1, Exzentrizität 1, alle m

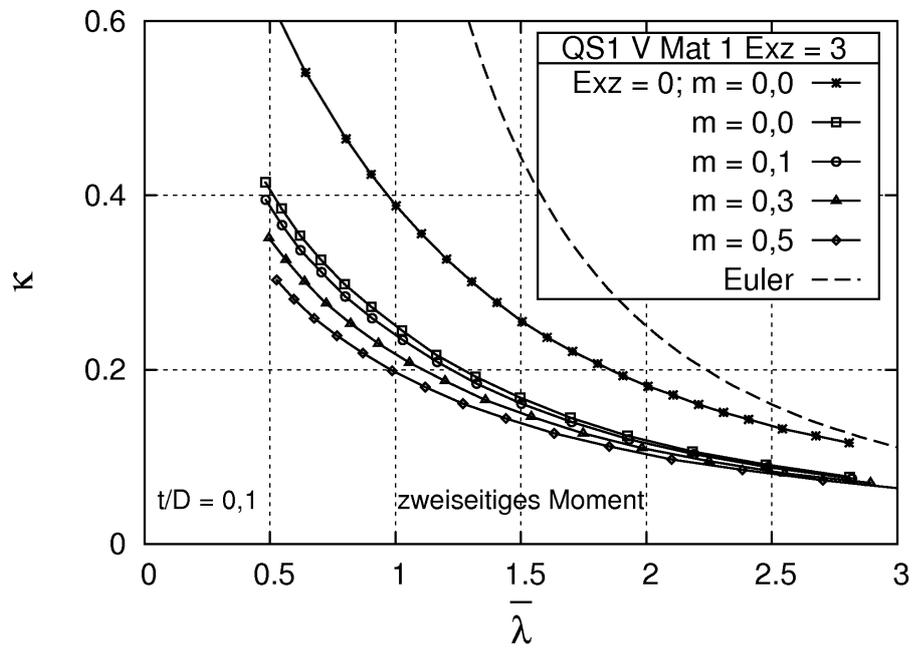


Abb. C.38: Tragspannungsdiagramm für Material 1, Exzentrizität 3, alle m

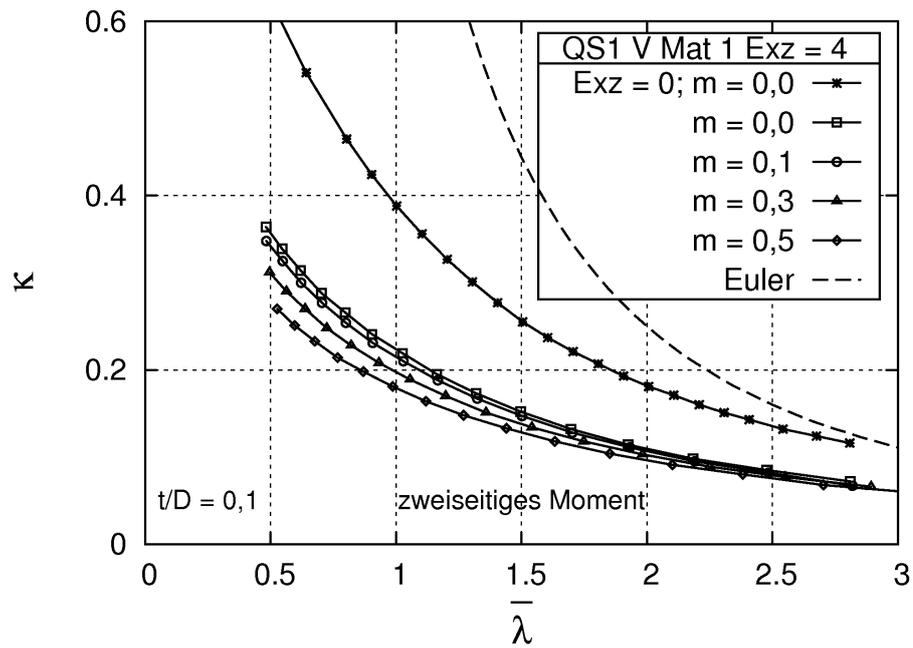


Abb. C.39: Tragspannungsdiagramm für Material 1, Exzentrizität 4, alle m

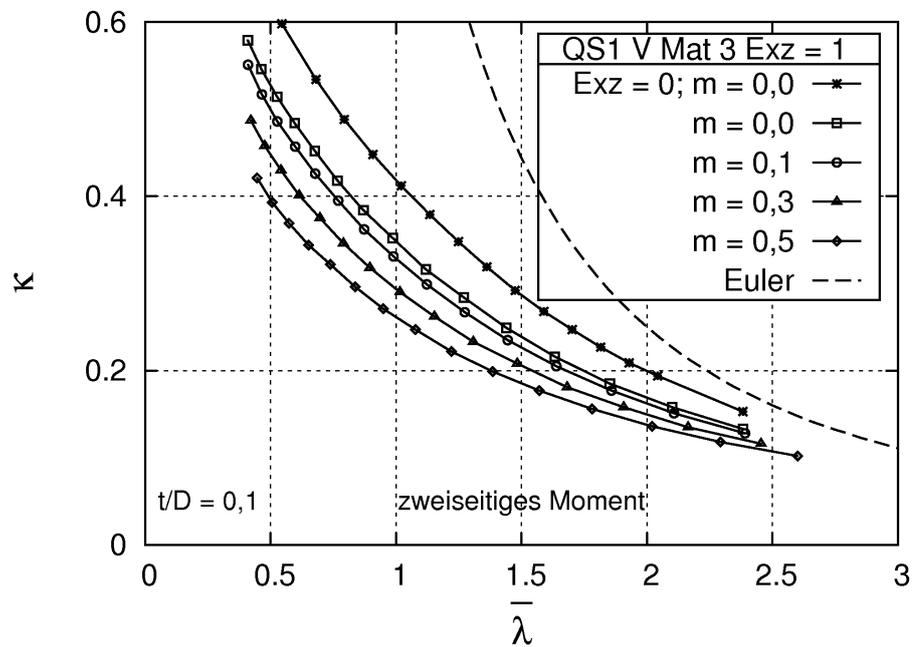


Abb. C.40: Tragspannungsdiagramm für Material 3, Exzentrizität 1, alle m

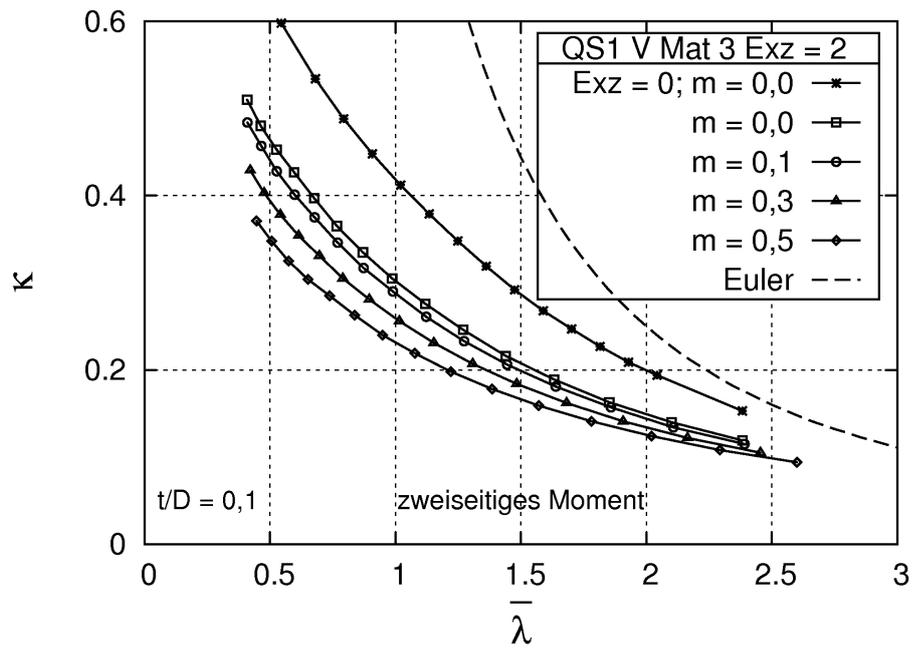


Abb. C.41: Tragspannungsdiagramm für Material 3, Exzentrizität 2, alle m

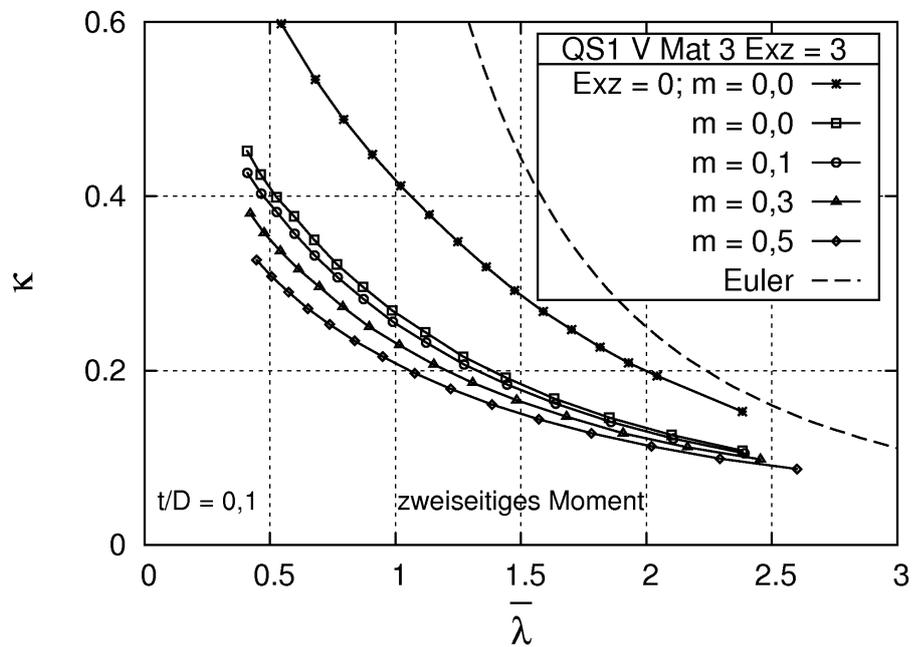


Abb. C.42: Tragspannungsdiagramm für Material 3, Exzentrizität 3, alle m

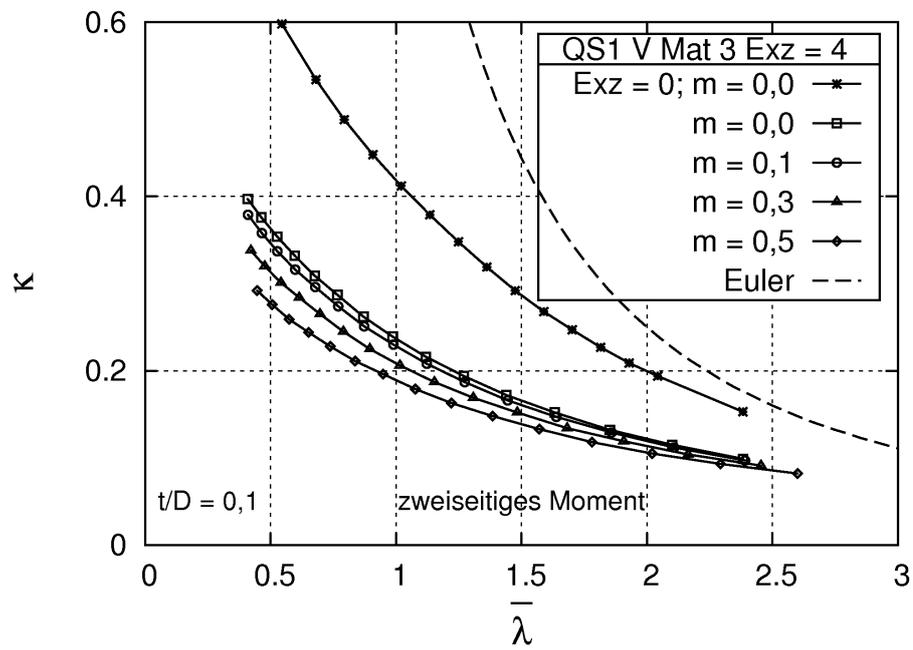


Abb. C.43: Tragspannungsdiagramm für Material 3, Exzentrizität 4, alle m

C.3.3 Einfluss der Materialarbeitslinie

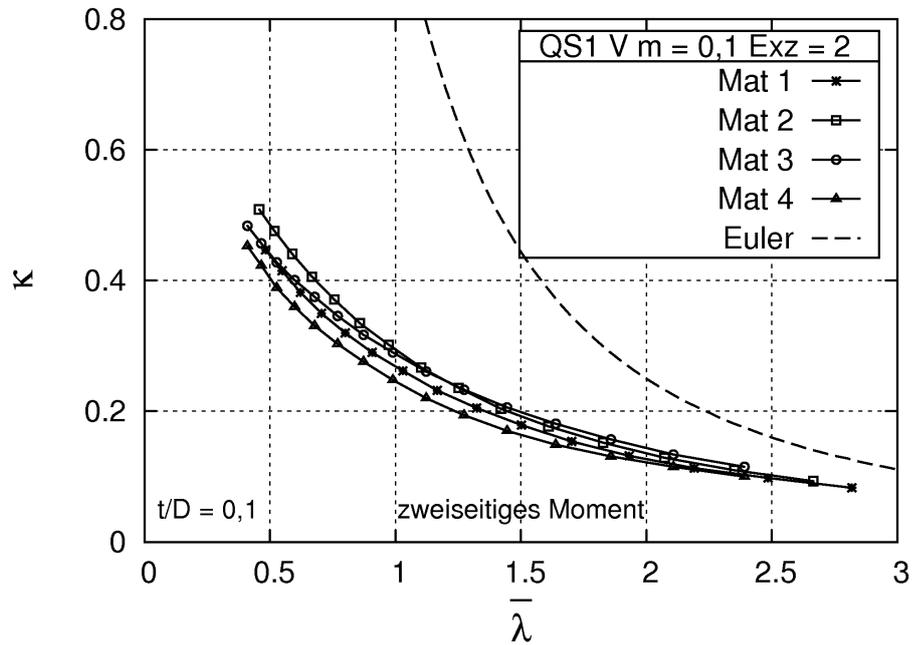


Abb. C.44: Tragspannungsdiagramm Exz = 2, alle Materialien, m = 0,1

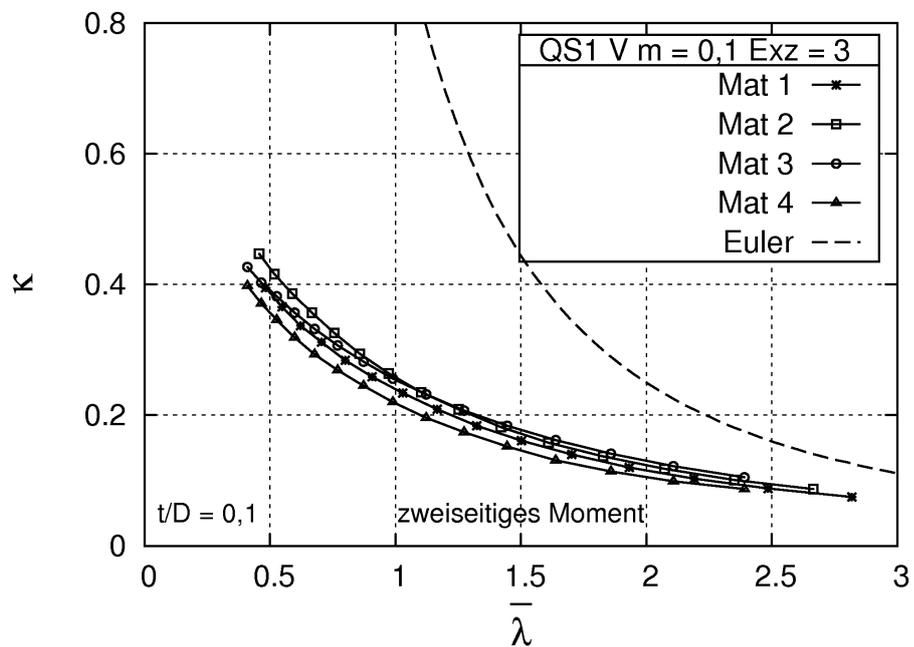


Abb. C.45: Tragspannungsdiagramm Exz = 3, alle Materialien, m = 0,1

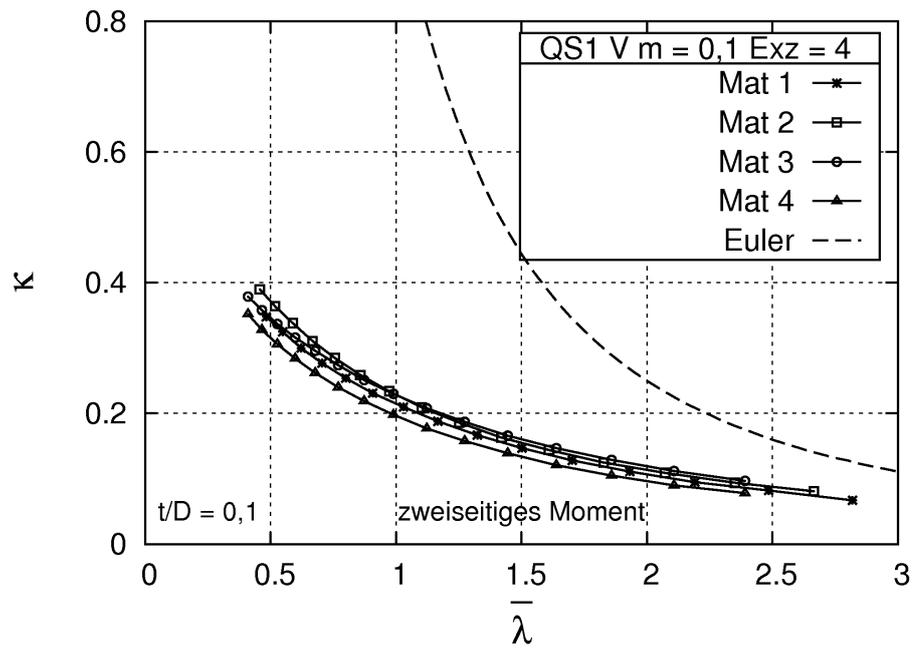


Abb. C.46: Tragspannungsdiagramm $Exz = 4$, alle Materialien, $m = 0,1$

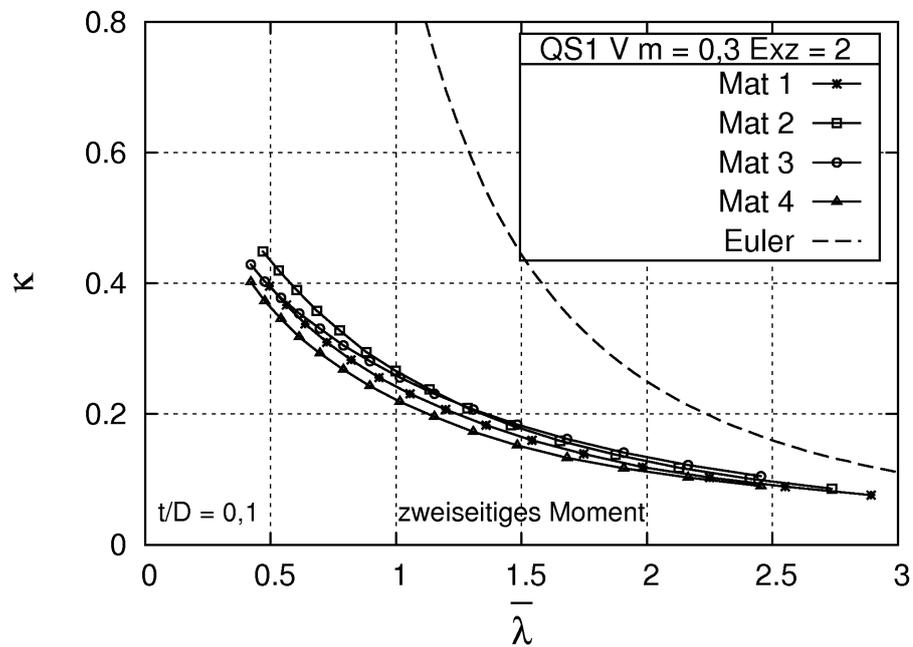


Abb. C.47: Tragspannungsdiagramm $Exz = 2$, alle Materialien, $m = 0,3$

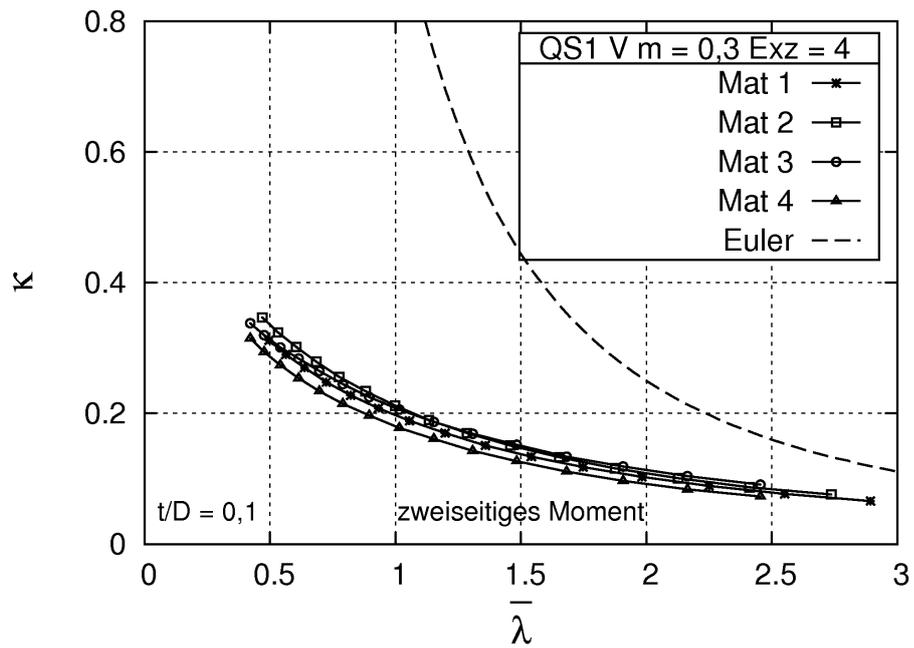


Abb. C.48: Tragspannungsdiagramm $Exz = 4$, alle Materialien, $m = 0,3$

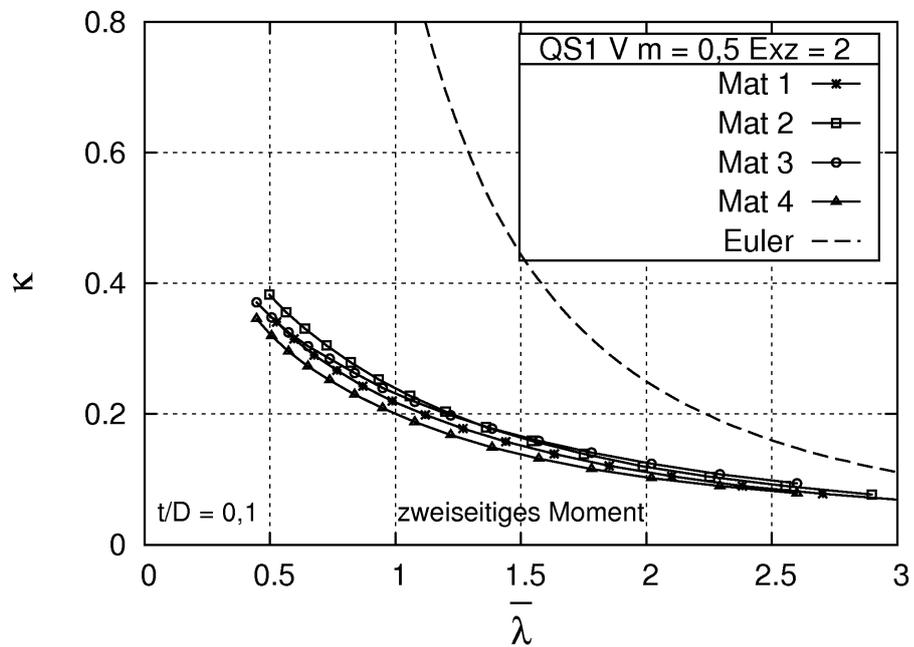
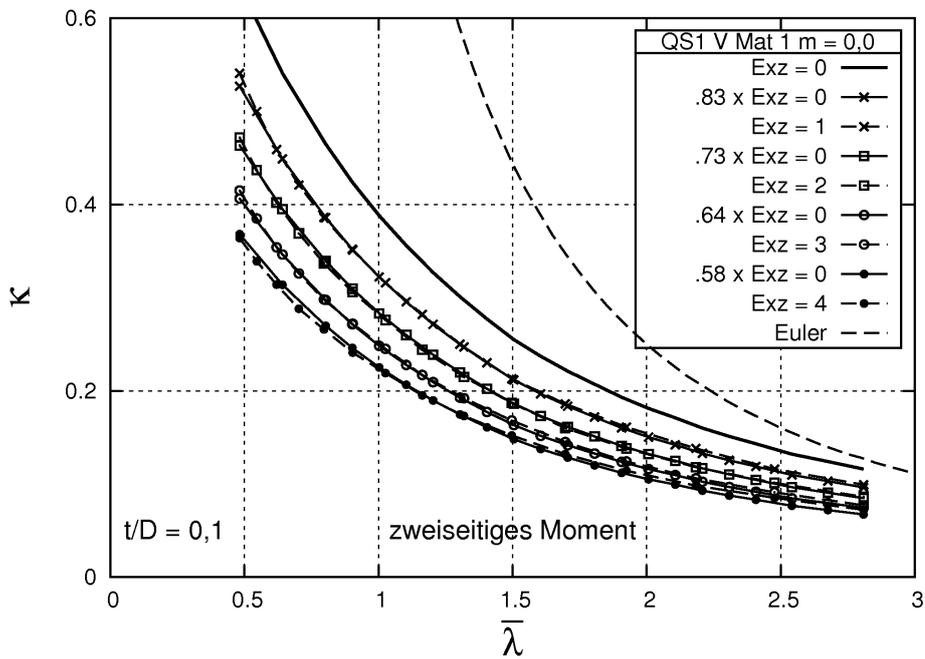
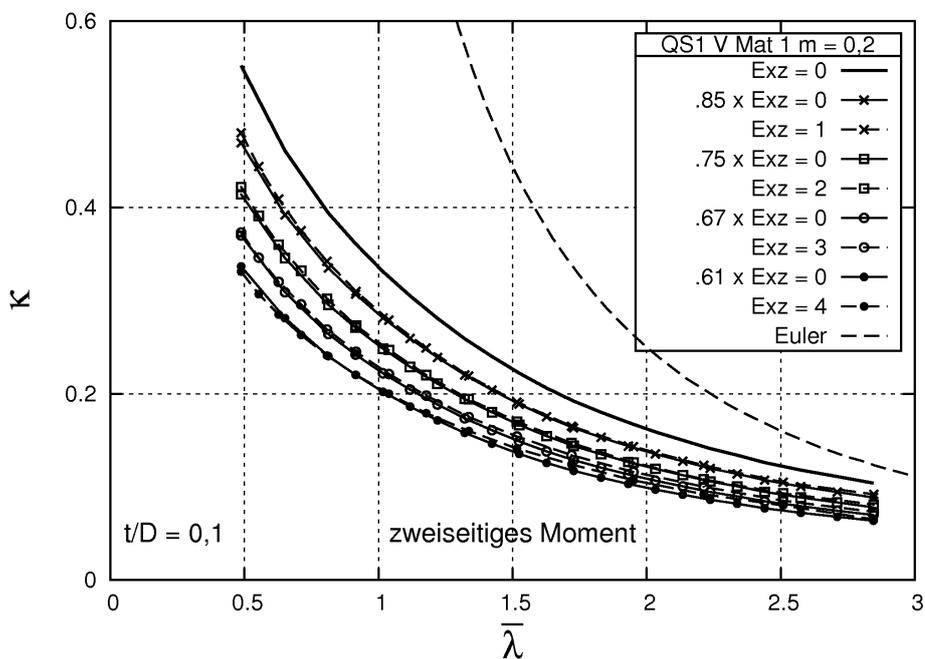


Abb. C.49: Tragspannungsdiagramm $Exz = 2$, alle Materialien, $m = 0,5$

C.3.4 Abgeleitete Tragspannungskurven

Abb. C.50: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 1, $m = 0,0$ Abb. C.51: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 1, $m = 0,2$

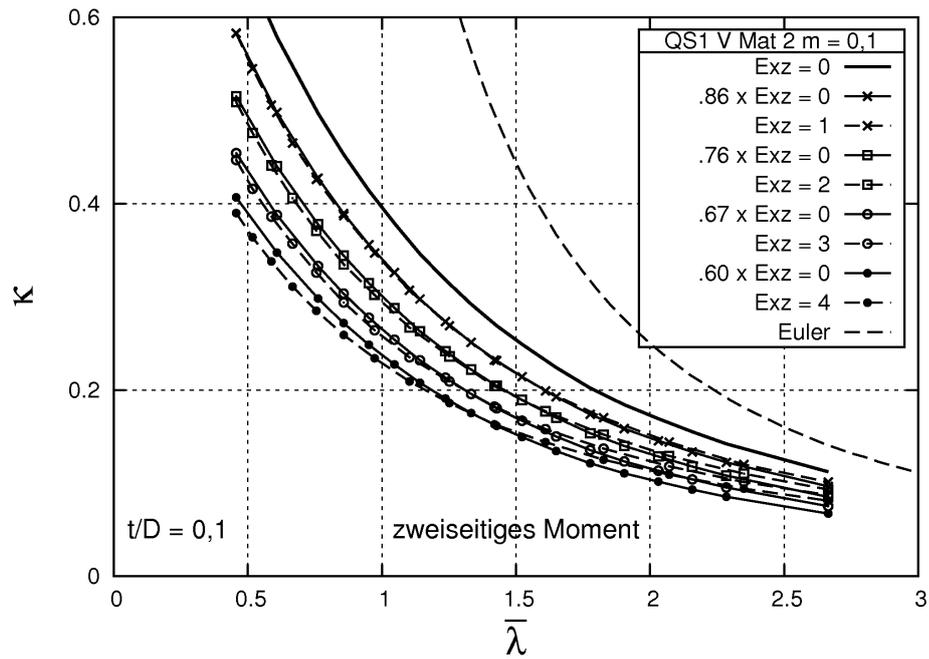


Abb. C.52: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 2, $m = 0,1$

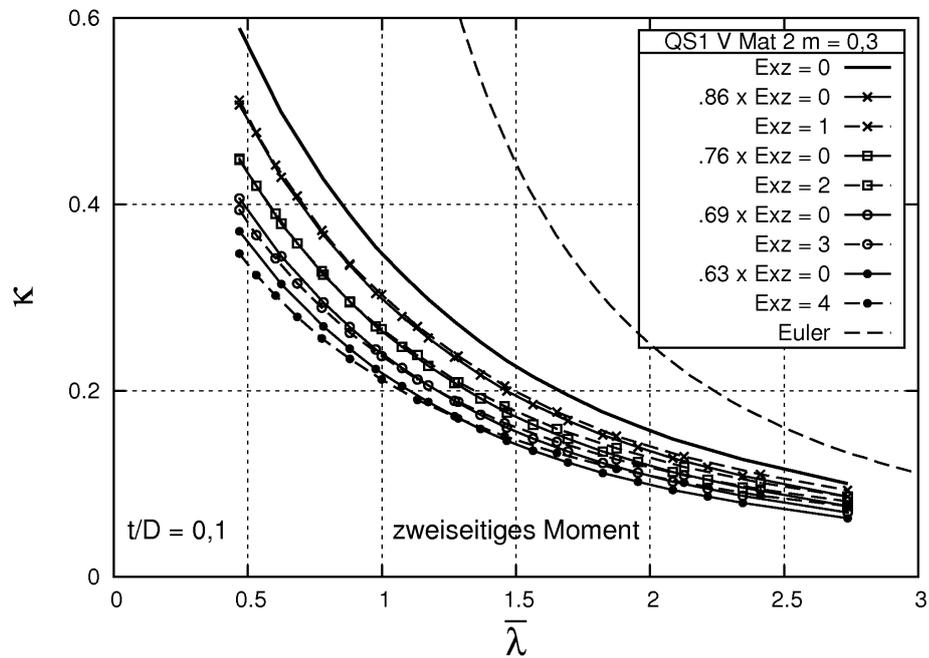


Abb. C.53: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 2, $m = 0,3$

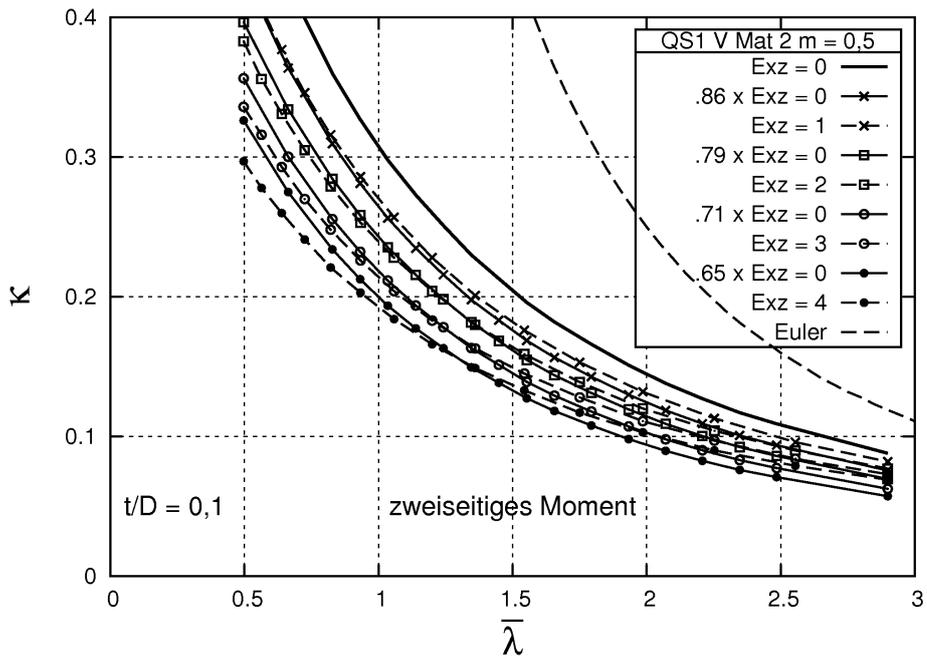


Abb. C.54: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 2, $m = 0,5$

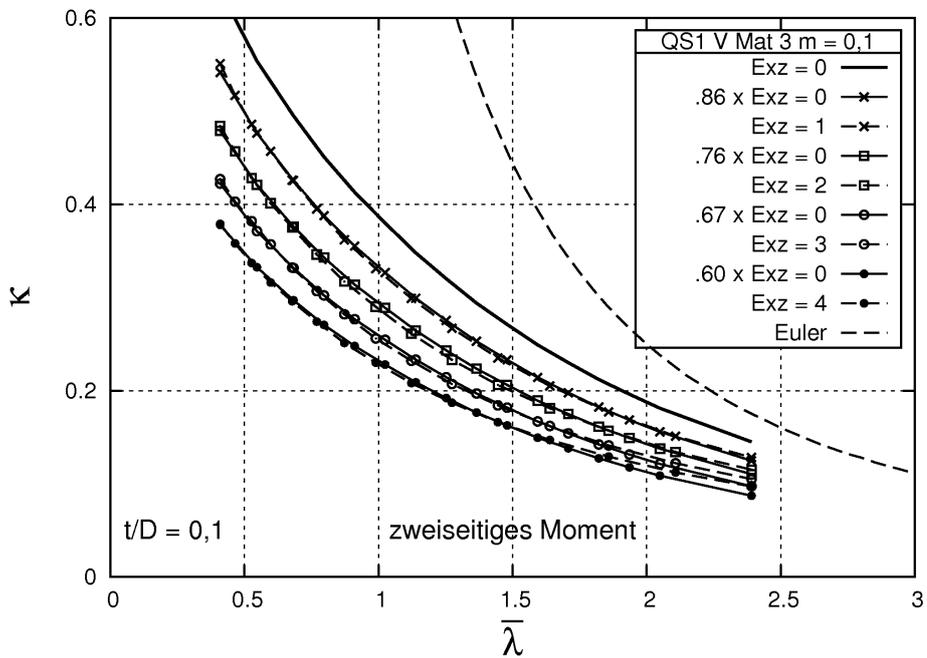


Abb. C.55: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 3, $m = 0,1$

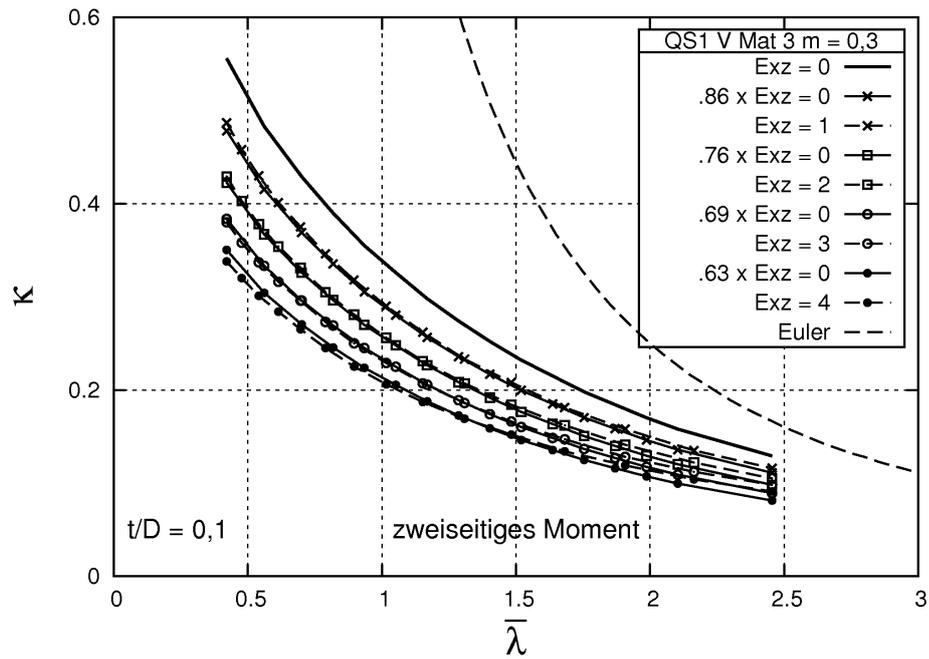


Abb. C.56: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 3, $m = 0,3$

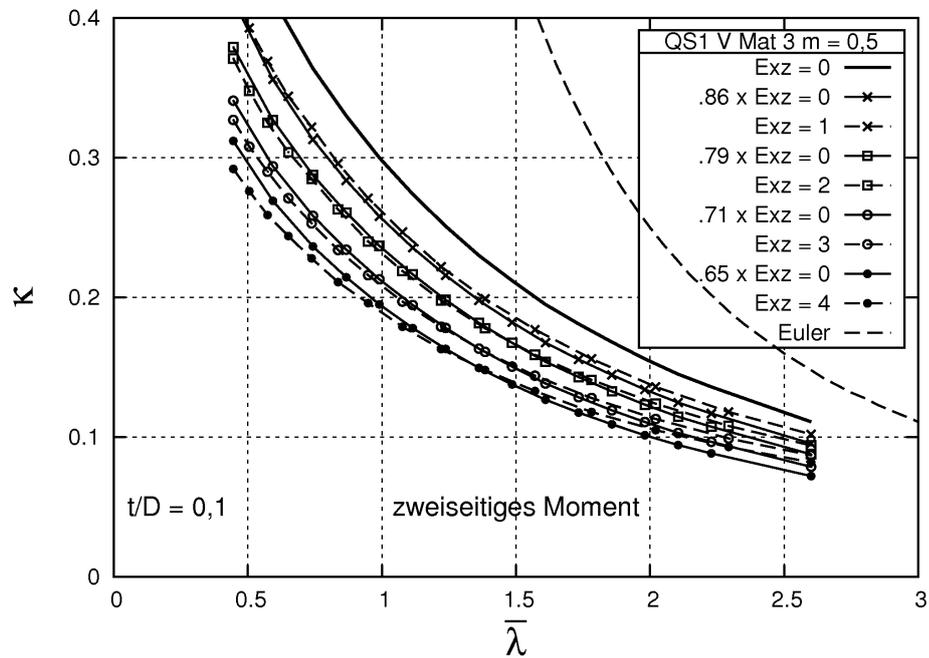


Abb. C.57: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 3, $m = 0,5$

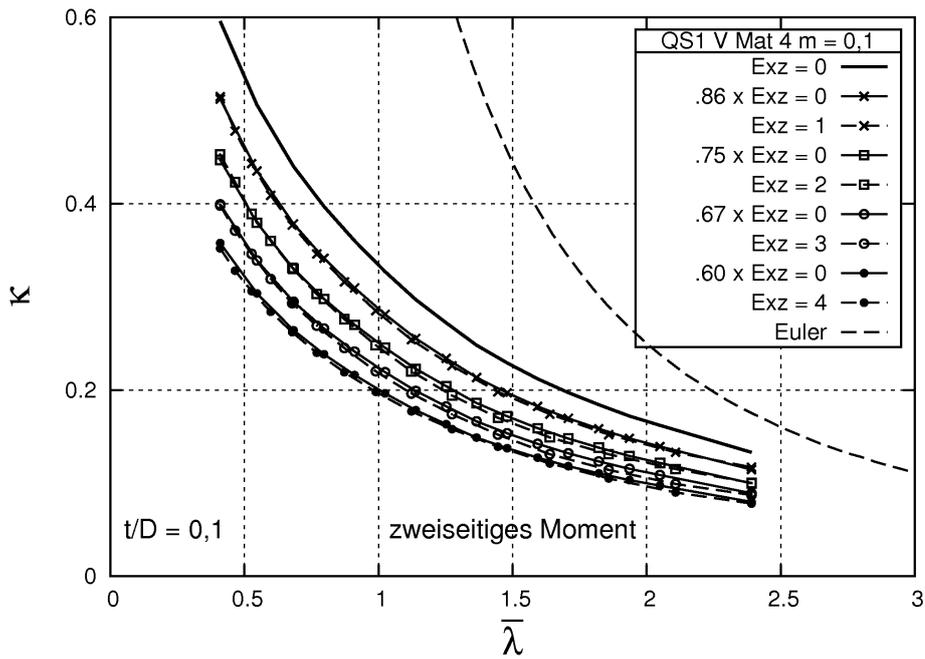


Abb. C.58: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 4, $m = 0,1$

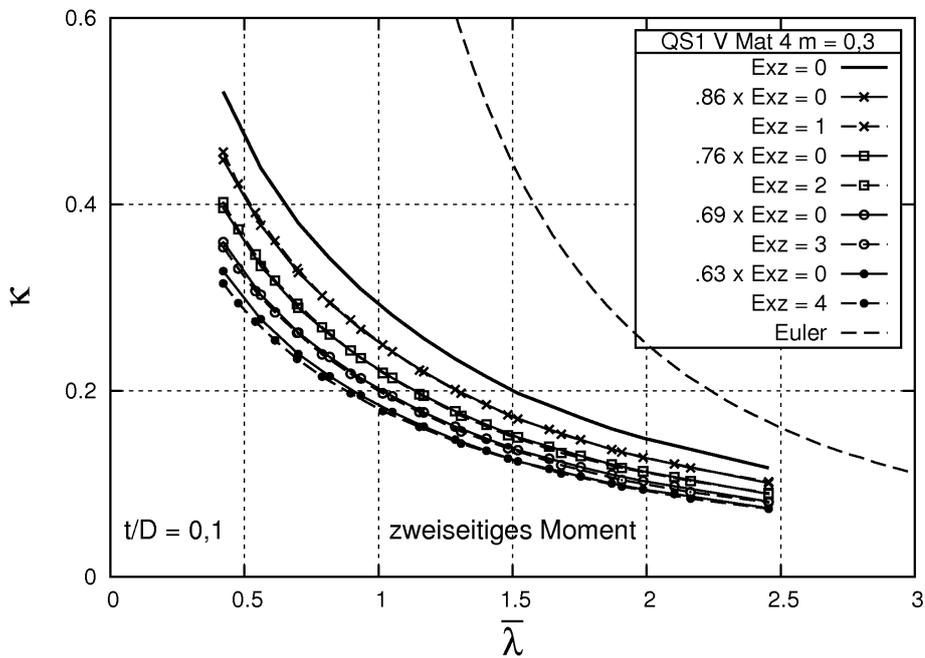


Abb. C.59: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 4, $m = 0,3$

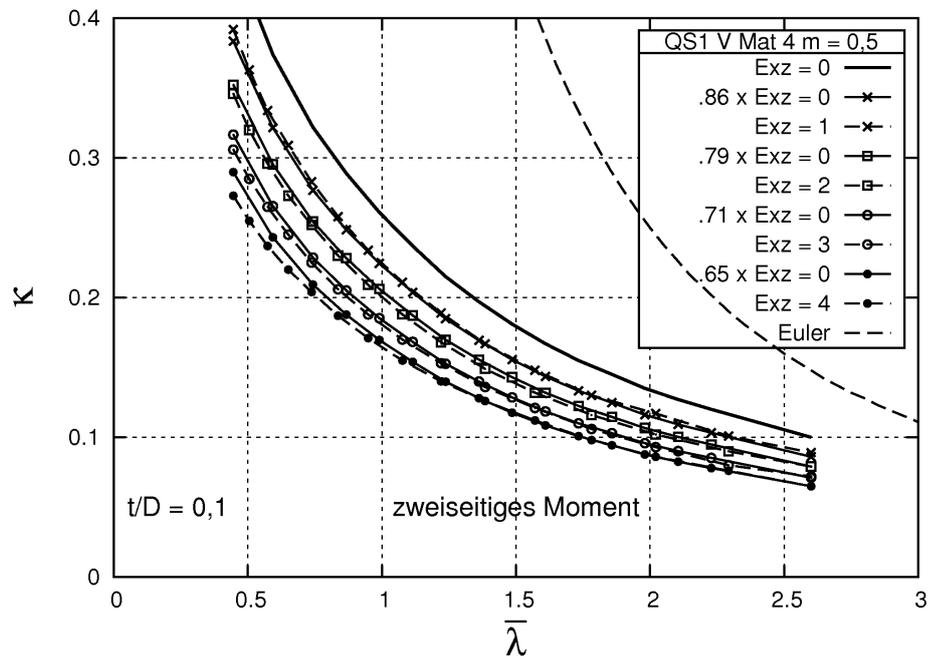


Abb. C.60: Vergleich der genauen mit den abgeleiteten Kurven: Mat 4, $m = 0,5$